Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü

İlköğretim Anabilim Dalı

ÖRÜNTÜ TEMELLİ CEBİR ÖĞRETİMİNİN ÖĞRENCİLERİN CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİLERİ VE MATEMATİĞE KARŞI TUTUMLARINA ETKİSİ

Umut PALABIYIK

Yüksek Lisans Tezi

Ankara, 2010

ÖRÜNTÜ TEMELLİ CEBİR ÖĞRETİMİNİN ÖĞRENCİLERİN CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİLERİ VE MATEMATİĞE KARŞI TUTUMLARINA ETKİSİ

Umut PALABIYIK

Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü

İlköğretim Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Ankara, 2010

KABUL VE ONAY

Umut Palabıyık tarafından hazırlanan "Örüntü Temelli Cebir Öğretiminin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerileri Ve Matematiğe Karşı Tutumlarına Etkisi" başlıklı bu çalışma, 21.06.2010 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Aysun UMAY (Başkan)

Doç. Dr. Oylum AKKUŞ İSPİR (Danışman)

Doç. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU

Dr. İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR

Dr. Zeynep Sonay POLAT

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. İrfan ÇAKIN
Enstitü Müdürü

BİLDİRİM

Hazırladığım tezin/raporun tamamen kendi çalışmam olduğunu ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt eder, tezimin/raporumun kağıt ve elektronik kopyalarının Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım:

- [x] Tezimin/Raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir.
- [ ] Tezim/Raporum sadece Hacettepe Üniversitesi yerleşkelerinden erişime açılabilir.
- [ ] Tezimin/Raporumun ...... yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin/raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir.

21.06.2010

Umut PALABIYIK

Canlarım; Annem, babam ve Gamzem'e…

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans öğrenimim süresince beni, 2210 Yurtiçi Yüksek Lisans Bursu ile destekleyen TÜBİTAK'a teşekkür ederim.

ÖZET

PALABIYIK, Umut. *Örüntü Temelli Cebir Öğretiminin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerileri ve Matematiğe Karşı Tutumlarına Etkisi*, Yüksek Lisans Tezi, Ankara, 2010

Bu çalışmanın amacı; örüntü temelli olan ve örüntü temelli olmayan cebir öğretiminin yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine ve matematiğe karşı tutumlarına olan etkilerini incelemektir. Araştırmada verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nicel araştırma yöntemleri kullanılmıştır. Çalışma ön-test son-test kontrol gruplu yarı deneysel bir araştırmadır. Çalışma, bir devlet okulunun iki yedinci sınıfı ile 2008–2009 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde gerçekleştirilmiş ve 6 hafta sürmüştür. Toplam katılımcı sayısı 40'tır.

Öğretim sürecinde deney grubuna örüntü temelli etkinliklerle cebir öğretimi yapılırken, kontrol grubuna ise İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'ndaki etkinliklerle cebir öğretimi yapılmıştır. Uygulamanın ardından yapılan son testler ve öğrenci görüşmeleri ile veri toplama süreci sonlandırılmıştır.

Öğrencilerin kavramsal cebir başarılarını ölçmek amacıyla Küchemann ve arkadaşları tarafından geliştirilen ve Akkuş (2004) tarafından uyarlanan Kavramsal Cebir Testi (KCT), işlemsel cebir başarılarını ölçmek amacıyla ise yine Akkuş (2004) tarafından geliştirilen İşlemsel Cebir Testi (İCT) kullanılmıştır. Öğrencilerin matematiğe karşı tutumları Aşkar'ın (1986) Matematiğe Karşı Tutum Ölçeğiyle (MKTÖ) belirlenmiştir. Bunların yanı sıra uygulamadan sonra deney grubundan öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır.

Elde edilen niceliksel veriler t-testi analizi ile incelenmiştir. Analiz sonuçlarına göre; grupların KCT puan erişileri arasında, anlamlı bir fark bulunmuştur, ancak İCT ve MKTÖ puanlarına arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır. Deney grubundan öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucunda, öğrencilerin öğretim sürecini verimli buldukları ve örüntü temelli etkinliklerin başka sınıflarda da uygulanmasını tavsiye ettikleri gibi sonuçlara ulaşılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Örüntü temelli cebir öğretimi, cebirsel düşünme becerileri, kavramsal cebir bilgisi, işlemsel cebir bilgisi, matematiğe karşı tutum.

ABSTRACT

PALABIYIK, Umut. *The Effects of Pattern Based Algebra Teaching on Students' Algebraic Thinking and Attitude Towards Mathematics*, Master's Thesis, Ankara, 2010

The purpose of this study is to investigate the effects of pattern based and non-pattern based algebra instruction on seventh grade students' algebraic thinking and attitude towards mathematics. Quantitative research study was used in data collection, analysis and interpretation. Quasi experimental design with pre-test and post-test of control group was utilized for this study. This study was conducted in two seventh grade classes from a public school in the 2008–2009 academic year, lasting six weeks.

The experimental group received an algebra instruction designed with pattern based activities and the control group took the instruction based on the Elementary Education Mathematics Program. After the implementation of activities, data collection session was completed with post-tests and interviews with students from experimental group.

In order to evaluate students' conceptual algebra achievement, Conceptual Algebra Test (CAT) which was developed by Küchemann and his colleagues and was adapted into Turkish by Akkuş (2004) was used. In addition to this, in order to examine their procedural algebra achievement, Procedural Algebra Test (PAT) which was developed by Akkuş (2004) was implemented. Students' attitudes towards mathematics was determined by Aşkar's (1986) Attitudes Towards Mathematics Scale (ATMS). Furthermore, semi-structured student interviews were conducted with the students from experimental group.

Data were analyzed by using t-test analysis. Results showed that pattern-based instruction had a significant effect on experimental group students' conceptual algebra development. There was no significant difference between experimental and control groups in terms of procedural algebra achievement and attitudes towards mathematics. In semi-structured interviews, the instruction was estimated as efficent by students and they suggested that pattern based activities should be used in every mathematics classroom.

Keywords: Pattern based algebra instruction, algebraic thinking, conceptual algebra knowledge, procedural algebra knowledge, attitude towards mathematics.

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR DİZİNİ

ŞEKİLLER DİZİNİ

ÖNSÖZ

En büyük teşekkürlerimi çalışmamın ortaya çıkmasında ve tamamlanmasında hiçbir zaman desteğini esirgemeyen, güler yüzü ve sabrıyla bütün sorularımı yanıtlayan, bilgi ve becerisini benimle paylaşan değerli hocam ve tez danışmanım Doç. Dr. Oylum Akkuş İspir'e sunuyorum.

Kendisinden aldığımız derslerde öğretmenlik mesleğini bizlere sevdiren, deneyimlerini bizlerle paylaşan ve Anadolu insanının bütün güzelliklerini taşıyan sevgili hocam Prof. Dr. Veysel Sönmez'e; başım sıkıştığında, ümitsizliğe düştüğümde, bir tavsiyeye ihtiyacım olduğunda anaç tavırlarıyla bana yardımcı olan değerli hocam Prof. Dr. Aysun Umay'a; eski öğrencileri olmama karşın beni de kendi öğrencilerinden ayırmadan yüksek lisans süresince bana verdiği destekler için Yrd. Doç. Dr. Kürşat Yenilmez ve Yrd. Doç. Dr. Aytaç Kurtuluş'a bütün kalbimle teşekkür ederim.

Uzakta olmama rağmen, uzağı yakın yapan, ihtiyacım olduğu her anda, sıkıntı yaşamadan arayabileceğim Ankara'daki arkadaşlarım Çiğdem'e ve Zeynep'e; Ankara'da evini benimle paylaşan ve şimdi başarılı bir diş doktoru olan sevgili dostum Barış'a; bu yola beraber baş koyduğumuz eski sınıf arkadaşım Nur'a; derslerden çıktığımızda Beytepe'den AŞTİ'ye koştura koştura giderek, Eskişehir otobüslerini ucu ucuna yakaladığım, birçok otobüs yolcuğunda yoldaşlık ettiğim arkadaşım Zeliha'ya teşekkür ederim.

Güzel ailem. Öyle şanslıyım ki ne lisede, ne üniversitede ne de meslek hayatına başladıktan sonra sizden ayrılmadım. Yorgun, bitkin halde eve döndüğüm anlarda annemin sıcacık çorbasını hep önümde, babamın güler yüzünü hep karşımda buldum. En büyük yardımı sizden aldım. İyi ki yanımdasınız.

Ve sen… Üzerimdeki baskıyı kaldıramadığım, yorulduğum, bıktığım anlarda asla beni desteklemekten vazgeçmeyen; hep yanımda, en yakınımda olan Gamze'm, iyi ki varsın. Senin desteğinle bu işe başladım, seninle bitiriyorum.

Umut

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde problem durumu, problem cümlesi, alt problemler, amaç ve önem, tanımlar ve sayıtlılar yer almaktadır.

1.1. PROBLEM DURUMU

Matematiğin insan hayatında büyük bir yer tutması sadece okullarda önem verilen bir ders olmasından kaynaklanmaz. Matematik okul dışında da insanların birçok sorununu çözmesine yardımcı olan bir disiplindir. Bu nedenle matematiği sadece sayıları, işlemleri ve hesaplama becerilerini öğreten bir ders olarak görmemek gerekir. O, giderek karmaşıklaşan yaşamda ayakta kalmamızı sağlayan düşünme, olaylar arasında ilişki kurma, akıl yürütme, tahmin yapma ve problem çözme gibi becerileri edinmemize yardımcı olur (Umay, 2003).

Matematik eğitimindeki önemli alanlardan biri cebirdir. Sayılarla aritmetiği, şekillerle geometriyi öğrenen öğrenciler semboller ve harfler kullanarak cebire giriş yaparlar. Cebirde, aritmetikte olduğu gibi sadece bir ya da birkaç sayıyı değil bütün sayıları, sayı kümelerini düşünmek gerekir. Bu nedenle cebir, aritmetiğe oranla daha soyut görünür. Nitekim cebirin öğrenilmeye başlandığı 12–14 yaşlarından itibaren öğrencilerin matematiği öğrenmede karşılaştıkları güçlükler artmakta, bu durum öğrencilerin akademik başarısını ve duygusal gelişimini olumsuz yönde etkilemektedir (Ersoy ve Erbaş, 2005). Lee (1996), cebirin matematiğin geniş bir kültürünü içine alan bir alt kültür olduğunu belirtir ve öğrencilerin aritmetikten cebire geçerken bu nedenle çok zorlandıklarını ifade eder. Ona göre, kendisini birden bu yabancı kültürün içinde bulan öğrenciler "kültürel şok" yaşamaktadırlar. Böylece matematik öğretim programı içinde oldukça fazla öneme sahip olan cebir, öğrenciler tarafından ilköğretim ikinci kademeden başlayarak üniversiteye kadar endişe ve korkuyla anılmakta ve öğrenciler için anlaşılmasında büyük zorlukların çekildiği bir ders haline gelmektedir (Dede ve Argün, 2003). Cebirle ilgili önemli kaynaklardan birinde de "*Cebir öğrenciler arasında olumsuz tutumların ve hatırı sayılır bir kafa karışıklığının nedenidir*" denir (Cockcroft, 1982, s.60). Ayrıca House (1988, s.1) iyi bir öğrencisinin cebir için "*Oldukça zor, eğitici olmasına karşın zamanın yüzde doksanında can sıkıcı. Bu şu anlama geliyor: saatlerce eğitimden sonra hala anlayamıyorsun*" ifadelerini kullandığını belirtmiştir. Thomas Hobbes (1588-1679), matematikçi John Wallis'in (1616-1703) 1685'te yayımladığı *Algebra* isimli kitabı üzerine tartışmaları sırasında, cebir sembollerinin hem sabit bir anlamının bulunmadığından hem de kullanılması zor kısaltmalar olduğundan şikayet eder. Hatta cebirsel sembollerin insanları gereksiz yere uğraştırdığından ve matematiği tekrar günlük konuşma diline çevirmeye zorladığından da bahseder (Benson, 2003). Kaput (1999) cebirin sadece cebirsel ifadeleri sadeleştirmek, eşitlikleri çözmek, sembolleri kullanmak için kurallar öğrenmek gibi algılandığını, sonuç olarak da neredeyse herkesin cebirden nefret etmekten hoşlandığını belirtir. Bunların; okulda cebirin bir dizi kuraldan ibaret olan ve matematiğin diğer alanlarından bağımsız, öğrencinin gerçek yaşamıyla ilişkisiz olarak öğretilmesinden kaynaklandığını ekler (Kaput, 1999). Yurtdışında öğrencilerin cebire yönelik olumsuz düşünce ve tutumlarını ifade eden bu çalışmalara ek olarak ülkemizde de, Ersoy ve Erbaş (1998) tarafından yapılan bir araştırmada benzer sonuçlar ortaya konmuştur. Araştırma sonuçları, ülkemizde cebir öğretiminin oldukça sorun içerdiğini ortaya koymaktadır. Dede ve Argün (2003), yapılan bu çalışmanın, Türkiye'deki cebir öğretiminde karşı karşıya kalınan olumsuz durumun büyüklüğünü bütün açıklığıyla sunduğunu eklemişlerdir.

Cebir, matematik öğretim programlarının en önemli öğrenme alanlarındandır. Dünya çapında matematik eğitimine ilişkin prensip ve standartları ortaya koyan, dünyadaki matematik eğitimini yönlendiren kuruluşlardan olan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics) (NCTM) cebir konusuna vurgu yapmaktadır. NCTM'in 2000 yılında yayımladığı "Principles and Standarts for School Mathematics" (Okul Matematiğinin İlke ve Standartları) adlı kitabı ile dünyada matematik eğitimine ilişkin ilkeler ve standartlar belirlenmiştir (NCTM, 2000). Bu dokümanda okul matematiğinin standartları içerik ve süreç standartları olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Bu standartlar şöyledir:

İçerik standartları	**Süreç standartları**
1) Sayılar ve işlemler	**1)** Problem çözme
2) Cebir	**2)** Akıl yürütme ve kanıtlama
3) Geometri	**3)** İletişim
4) Ölçme	**4)** İlişkilendirme
5) Veri analizi ve olasılık	**5)** Gösterim

İçerik standartlarından biri de cebirdir. Bu standartta cebirin öneminden "*Bugün cebirin yöntem ve düşünceleri birçok alanda matematiksel çalışmaları desteklemektedir. Örneğin dağıtım ve iletişim ağları, fizik kanunları, topluluk modelleri ve istatistiksel yöntemler cebirin simgesel diliyle ifade edilebilir. Cebir standardında bulunan düşünceler okul matematik yetişeğinin en önemli parçasını oluşturur*" (NCTM, s.33) şeklinde bahsedilir. Cebirin, çoğu yetişkin için sadece sembollerle işlem yapmak olarak görüldüğü ancak cebirin bunun çok ötesinde olduğu ve öğrencilerin sembolleri kendi düşüncelerini kaydetmek için kullanmaları gerektiği belirtilir (NCTM, 2000). Cebir alanında öğrencilerden beklenenler ise "*Örüntüleri, ilişkileri ve fonksiyonları anlama; Cebir sembolleri kullanarak matematiksel durumları ve yapıları gösterme ve analiz etme; Niceliksel ilişkileri göstermek ve anlamak için matematiksel modeller kullanma; Çeşitli bağlamlardaki değişimleri analiz etme*" olarak ifade edilir (NCTM, 2000, s.35). Aynı dokümanda, cebirin öğrenilmesinde örüntülerden yararlanılması gerektiği de vurgulanır (NCTM, 2000).

Uluslararası platformdan Türkiye'ye dönüldüğünde ise benzer bir tablo ile karşılaşılmaktadır. İlköğretim matematik dersi 6-8.sınıf öğretim programında, matematiğin sembol ve şekiller üzerine kurulmuş evrensel bir dil olduğu vurgulanmaktadır. İlköğretim 6–8 sınıf matematik dersi öğretim programındaki cebir öğrenme alanının İlköğretim 1–5.sınıf Matematik Dersi Öğretim Programı'ndaki örüntüler alt öğrenme alanının kısmi bir uzantısı olarak ele alındığı belirtilir. Programda belirtildiğine göre, öğrencilerin örüntülerin içerdiği ilişkileri keşfetmeleri ve bunları genellemeleri, onların çevrelerindeki dünyayı daha iyi algılayabilme becerilerinin gelişmesine yardımcı olacaktır. Bunun yanı sıra örüntülerin farklı biçimlerde gösterilmesi ve özellikle sembolik olarak ifade edilmesi cebirin temel kavramlarının oluşmasına önemli katkılar sağlayacaktır (MEB, 2009a).

İlköğretimin 6–8. sınıflarında öğrencilerin örüntüdeki kuralı genellemesi ve harfle ifade etmesi temel cebir becerisi olarak ele alınır. Bu genellemelerin ortaöğretim düzeyinde iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirileceği ve kavramların daha anlamlı öğrenilmesine yardımcı olacağından söz edilir. Bunun, aynı zamanda dokuzuncu sınıfta öğrenilecek olan *fonksiyon* kavramının alt yapısını hazırlayacak becerileri geliştireceği de belirtilmektedir (MEB, 2009a).

Programda vurgulanan diğer unsurlar ise *değişken* kavramı ile *çoklu gösterim*dir. Öğrencilerin değişken kavramını edinmesiyle birlikte genellemeleri ve matematiksel durumları yeni bir dille ifade edebilecekleri vurgulanır. Cebir öğrenme alanındaki, *cebirsel ifadeler ve denklemler* alt öğrenme alanı işlenirken çoklu gösterim yaklaşımından yararlanılmasının anlamlı öğrenmeye katkı sağlayacağı belirtilir. Öğretim sırasında öğrencilerin matematiksel düşüncelerini sembol, grafik, tablo, günlük yaşam durumları ve somut modellerle ifade etmelerinin, onların matematiksel anlamalarını destekleyeceğinin özellikle altı çizilmektedir (MEB, 2009a).

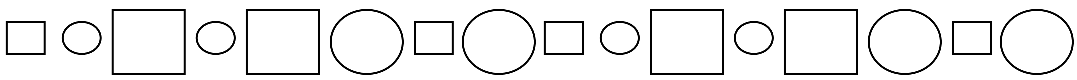
Yukarıda belirtildiği gibi hem yurtdışındaki hem de yurtiçindeki eğitim programlarında, cebirin anlamlı öğrenilmesinin önemine vurgu yapılmıştır. Anlamlı öğrenme, bilginin hem kavramsal hem de işlemsel olarak yapılandırılması ile ilişkilidir. Kavram bilgisi, bir kavramı tanımak veya tanımını bilmekle sınırlı değildir. Kavramlar diğer kavramlarla ilişkilendirildiğinde anlam kazanırlar, bu anlam anlaşıldığı sürece ise kavram bilgisi gerçekleşir. Dolayısıyla bir kavramın diğer kavramlarla arasındaki geçişleri ve ilişkileri görebilmek gerekir (Skemp, 1971). İşlem bilgisi ise iki kısımdan oluşur. Birinci kısmını matematiğin sembolleri ve dili oluşturur. Bunlar konunun yüzeysel özelliklerini verir ancak anlamını yapılandırmada yetersiz kalır. İşlem bilgisinin ikinci kısmı ise kuralları ve matematiksel problemleri çözmek için kullanılan bağıntıları içerir (Hiebert ve Lefevre, 1986; Akt. Baki ve Kartal, 2004). İşlem algortimik bir yapıya sahiptir, işlemler sıraya konularak mantıklı adımlarla ilerlenir ve sonuca ulaşılır. Kademeli olarak ilerleyen bir sorunun çözümünde işlemsel bilgiler yoğun olarak kullanılır ve doğru sonuca ulaşılırsa buradaki işlem bilgisine anlamsız öğrenme denilemez. Çünkü her işlemi yaparken önceden öğrenilmiş kavramsal bilgiler kullanılır (Baki ve Kartal, 2004). Buna karşın, iki ondalık kesrin çarpımı kuralı "*Ondalık kesirler önce tam sayı gibi düşünülerek çarpılır. Daha sonra virgüllerden sonraki sayı adedi kadar virgül kaydırılarak sonuç yazılır.*" şeklinde verilirse bu kuru bir işlemsel bilgi olur. Bu kuralın nasıl oluştuğu, neden ve niçinleri anlaşılmazsa, öğrencilerin zihninde ilişkisiz ve dolayısıyla ezbere bilgi ve öğrenme oluşur. Bu kuralın nedenleri sorgulandığında kavramsal öğrenme gerçekleşir. Bu nedenle kavramsal bilgi de işlemsel bilgiler içerir (Schoenfeld, 1985; Akt. Baki, 2004). Görüldüğü gibi kavram bilgisi içinde işlem bilgisi, işlem bilgisi içinde kavram bilgisi olabilir, dolayısıyla ikisini ayıran kesin bir çizgi yoktur (Baki, 1998). Benzer şekilde Rittle-Johnson ve Alibali (1999)'ye göre; kavramsal ve işlemsel bilginin birbirinden üstün tarafları olduğu söylenemez, ancak kavramsal bilginin işlemsel bilgiye olan etkisi daha fazladır. Baki ve Kartal (2004) lise öğrencilerinin kavramsal ve işlemsel cebir bilgilerini belirlemek amacıyla yaptığı çalışmada; öğrencilerin cebirsel bilgilerinin yapısının, kavramsal ve işlemsel bilgilerin dengeli olduğu kavramsal öğrenmeye değil, işlemsel bilgilerin öne çıktığı bir öğrenmeye dayalı olduğu sonucuna varmışlardır. Buradan yola çıkarak da, ülkemizde matematik öğretiminde işlemsel çözüm yollarından çok kavram ve ilişkilere öncelik verilmesi gerektiği yönünde bir çıkarımda bulunmuşlardır (Baki ve Kartal, 2004).

Örüntüler günlük hayatın her alanında karşımıza çıkar. Güneş doğup batması, sabahları kalkınca yüzümüzü yıkamak, ardından kahvaltı yapmak, gece yatmadan önce dişlerimizi fırçalamak, çam ağaçlarının kozalaklarındaki diziliş, ayçiçeğindeki çekirdeklerin dizilişi, vb. gibi birçok yerde bir kural, bir düzen vardır. Örüntüler belirli bir şeklin, hareketin veya davranışın belirli bir düzen içinde tekrar etmesiyle ortaya çıkan, bir kurala sahip düzeneklerdir. Matematik alanında da örüntüler çok önemli bir yer tutar. Çünkü matematiğin yapısını gözlemlemek ancak örüntü ve ilişkileri araştırmakla olanaklıdır (Hargreaves, Shorrocks ve Threlfall, 1998). Matematik eğitimcileri, matematiği tanımlarken örüntünün yerini vurgulamışlardır. Matematiğin sınıflama ve olası bütün örüntülerin çalışması olduğunu, matematiğin örüntüler ve ilişkiler aramak olduğunu ve hatta matematiğin basitçe örüntülerin çalışması olduğunu ifade ederler (Sawyer, 1955, s.12; Williams and Shuard, 1982, s.330; Biggs ve Shaw, 1985, s.1; Mattershead, 1985, s.vii; Akt. Orton, 1999a). Bunun dışında matematiği örüntülerin bilimi olarak tanımlayanlar da vardır (Lan-Ma, 2007; Zazkis ve Liljedahl, 2006).

Örüntüler matematiksel kavramların anlaşılmasında anahtar bir role sahiptir. Örüntüleri tanıma, devam ettirme ve oluşturma gibi özellikler matematiksel ilişkileri görmede, genelleme yapmada, matematiğin düzenini kavramada çok önemli yeteneklerdir (Burns, 2000). Çocuklarda sayı duyusu ve matematiksel keşif, örüntülerle gelişir. Örüntüler çocukların önce sıralama, hesaplama ve dizme gelişimlerine yardımcı olur. Daha sonra temel işlemler için düşünme stratejilerinin gelişimini sağlar (Reys ve diğerleri, 1998). "*Sayılar arası ilişkiler incelenirken bir sayı örüntüsü oluşturma, verilen bir sayı örüntüsünün kuralını bulma ve bu kuralı açıklama gibi etkinlikler düzenlenmelidir. Verilen sayı örüntülerinde izleyen öğeleri tahmin etme ve tahminlerin neye dayanılarak yapıldığını açıklama gibi etkinlikler, hem akıl yürütme hem de iletişim becerilerinin gelişmesine katkıda bulunur*" (MEB, 2009b, s.23).

Örüntüler, içerdikleri elemanlara göre, sayı örüntüleri ve şekil örüntüleri; aralarındaki farklara göre, doğrusal ve ikinci dereceden örüntüler; elemanların arasındaki ilişkilere göre yinelemeli ve belirgin ilişkilere sahip örüntüler olarak sınıflandırılabilir. Buna karşın, alanda örüntüler daha farklı şekillerde de sınıflandırmıştır. Örneğin Tanışlı (2008) örüntüleri genelleyerek tekrarlanan ve değişen örüntüler olmak üzere iki grupta toplamış ve aynı zamanda bunların tümünün hem sayılarla hem de şekillerle ifade edilebileceğini ileri sürmüştür.

Terimler arası ilişkinin sabit bir dizilimin ötelenmesi şeklinde oluşturulduğu örüntüler tekrarlanan örüntülerdir. (Olkun ve Yeşildere, 2007) Sabit bir dizilim oluşturmak için; uyumlu nesnelerle yapılmış resimler (boyama, çıktı, çizim) ile simgesel ve sembolik gösterimler (renkli noktalar, harfler, sayılar, vb.) kullanılabilir. Tekrarlanan örüntüler bu niteliklerden sadece biriyle oluşturulabildiği gibi birden fazlasıyla da oluşturulabilir. Sonuç olarak Şekil 1.1.'de görüldüğü gibi basit materyaller kullanılarak çok karmaşık örüntüler oluşturmak mümkündür (Threlfall, 1999).



Şekil 1.1.

İki şeklin iki farklı boyutta kullanılmasıyla oluşturulmuş karmaşık tekrarlayan örüntü

Warren ve Cooper (2006) tekrarlanan örüntüleri oluşturmak için birçok seçenek olabileceğini vurgulamıştır. Örneğin; ABABAB şeklindeki tekrarlayan bir örüntüyü hareketlerle (otur, kalk, otur, kalk), seslerle (davul sesi, zil sesi, davul sesi, zil sesi), geometrik şekillerle(▽◯▽◯▽◯▽◯) ya da duygu durumu ifadeleriyle (sıkıntı, rahatlık, sıkıntı, rahatlık) belirtmek mümkündür.

Şekil 1.1.'de görülen örüntü örneği, şekillerle oluşturulmuş bir tekrarlanan örüntüdür. Tekrarlanan örüntüler daha önce de ifade edildiği gibi sayılarla da oluşturulabilir. Şekil 1.2. buna bir örnek oluşturmaktadır.

1 3 5 1 3 5 1 3 5

Şekil 1.2.

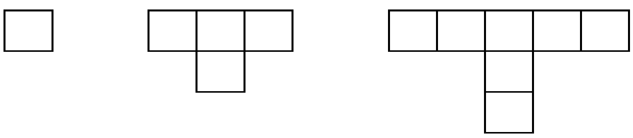
Sayılarla oluşturulmuş tekrarlayan örüntü örneği

Tekrarlayan örüntü oluşturma, bu örüntüyü devam ettirme, tekrarlayan birimi buldurma, kendine özgü bir tekrarlayan örüntü oluşturma ve tekrarlayan örüntüleri farklı gösterim biçimleri ile ifade etme gibi etkinlikler ilköğretim birinci kademedeki matematik dersi öğretim programında sıklıkla yer alır. Bu etkinliklerle öğrencilerde geliştirilen düşünce tarzı yönlendirilirse öğrencilerin fonksiyonel ve ilişkisel düşünmelerinin yolu açılabilir (Warren ve Cooper, 2006).

Değişen örüntülerde sayılar ya da somut materyaller belirli bir kurala göre sıralanır. Bu örüntülerde terimler arası ilişki, genişleyen ya da daralan bir seyir izler. Değişen örüntüler üç farklı şekilde gruplanabilir (Olkun ve Yeşildere, 2007, s.13):

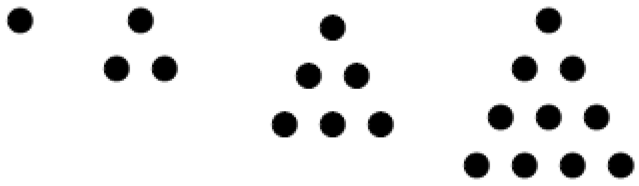
- *Sabit değişen örüntü:* Takip eden her bir terimin bir öncekine sabit bir sayı eklenerek ya da çıkarılarak elde edildiği örüntülere denir.
- *Artarak değişen örüntü:* Takip eden terimler arası farkların arttığı örüntülere denir. Bu örüntülerde her şekil ve sayı arasındaki farklılık ardışık sayılardan oluşur.
- *Diğer örüntüler:* Sabit ya da artarak değişen olmayan, ancak bir düzen içerisinde değişen örüntülere denir.

Yukarıda tanımları verilen değişen örüntü çeşitleri kısaca şekil ve sayı örüntüleri olmak üzere iki grupta toplanabilir. Aşağıda sabit ve artarak değişen örüntülerden şekil ve sayı örüntü örnekleri gösterilmiştir:



Şekil 1.3.
Sabit değişen şekil örüntüsü örneği

Şekil 1.3.'te görülen örüntünün kuralı, bir kare ile başlanmış daha sonra her adımdaki şekil, önceki şekle, şeklin yatay ve düşey doğrultusundaki uçlarına birer tane olmak üzere, toplam üç kare eklenerek oluşturulmuş şeklinde sözel olarak açıklanabilir.



Şekil 1.4.

Artarak değişen şekil örüntüsü örneği

Şekil 1.4.'te görülen örüntünün kuralı, bir nokta ile başlanmış daha sonra her adımdaki şekil, önceki şekle, şeklin alt satırındaki nokta sayısından bir fazla nokta içeren satırın eklenmesiyle oluşturulmuş şeklinde sözel olarak açıklanabilir.

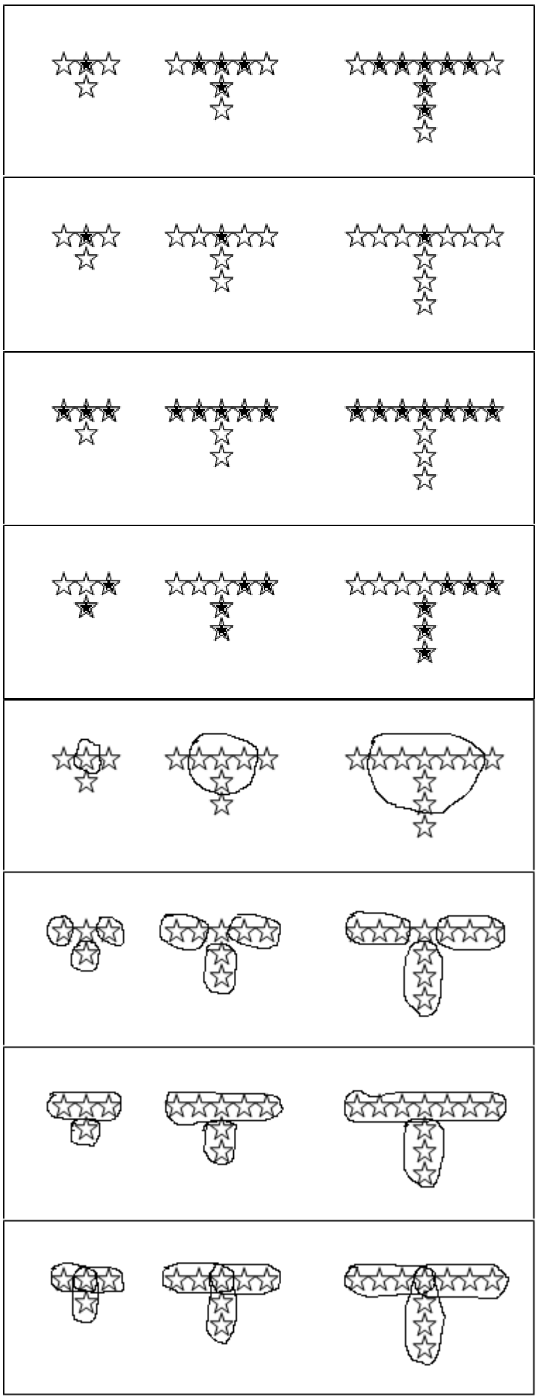
Şekil örüntülerine başka bir örnek de Şekil 1.5. ve 1.6.'daki "büyüyen T" örüntüleridir. Lee ve Freiman (2006) bu tip şekil örüntüleri kullanmanın yararlarını şöyle belirtmişlerdir:

- Örüntü keşfetme sırasında, gerekli ilk adım örüntüyü görmektir. Basit büyüyen örüntüler net, görsel ve görülmesi kolay olan örüntülerdir. Tekrarlayan örüntüler de net olmasına karşın cebirsel olarak ifade edilmesi zor olan örüntülerdir.
- 5, 8, 11, 14, … biçiminde sayı örüntüleri kullanmak da ilginçtir ama örüntüyü görmek açısından daha az yararlıdır, çünkü bu tip örüntülerin görselliği azdır ve görmedeki çeşitliliği sağlayamazlar.

Örüntüler cebir konusunun önemli elemanlarındandır, bu konu cebire girişte kullanılan örüntü etkinlikleriyle öğrencilerin cebire geçiş yapmaları sağlanır. Ancak öğretmen "*Birinci adımda kaç yıldız var?*", "*İkinci adımda kaç yıldız var?*", "*Aradaki fark kaç?*" gibi sorularla süreci yönlendirip görsel örüntüyü hemen sayı örüntüsüne çevirirse öğrencilerin yaratıcılığını engelleme riskiyle karşı karşıya kalır. Eğer bir de aradaki farkın bu tip örüntülerin genel kuralı olan *an* + *b*'deki *a* olduğunu söylerse, öğrenciye sadece birinci adımı inceleyerek *b*'yi bulmak kalacaktır. Böyle bir yaklaşımla öğrencinin örüntüleri kullanarak cebire geçmesi beklenemez. Hatta bu tarz bir yaklaşımla cebire yönelik kavram yanılgıları bile oluşabilir (Lee ve Freiman, 2006).

Büyüyen T örüntülerini kullanarak öğrencilerin verilen örüntüde kaç farklı örüntü görebildiklerini sorgulamak zengin bir cebirsel düşünmenin geliştirilmesine fırsat tanır.

Bu tip bir etkinlikle aynı örüntünün birden fazla cebirsel ifadeyle ifade edilebileceği ve bu ifadelerin birbirine eşitliği gibi kazanımlar da gerçekleştirilebilir. Şekil 1.5.'te öğrencilerin büyüyen T örüntüsünde ne kadar farklı örüntüler görebildikleri gösterilmiştir (Lee ve Freiman, 2006).



Şekil 1.5.

İlköğretim öğrencilerinin büyüyen T örüntüsünde gördükleri farklı örüntüler

Değişen örüntüleri ifade etmenin bir yolu da örüntüyü bir sayı dizisi olarak göstermektir. Ritmik sayma olarak da bilinen bu ifade şeklinde örüntünün matematiksel ilişkisi sayılar içerisine gömülmüştür. Öğrencilerin bu sayı dizisini devam ettirmeleri ve dizideki bir sayıyı bulabilmeleri için, onlardan bir kurala ulaşmaları beklenir (Ley, 2005). Değişen sayı örüntülerine ait farklı örnekler aşağıda verilmiştir:

1 4 7 10 13…

Şekil 1.6.
Sabit değişen sayı örüntüsü

1 4 9 16 25...

Şekil 1.7.
Artarak değişen sayı örüntüsü

Sabit değişen sayı örüntülerinde yer alan sayıların farkları birbirine eşittir. Dolayısıyla öğrencilerin en az zorlandığı örüntü çeşitlerinden biri budur. Nitekim ilköğretim birinci kademede en fazla kullanılan örüntü çeşitleri tekrarlanan örüntüler ile sabit değişen sayı örüntüleridir (MEB, 2009b). İlköğretim birinci kademede sabit sayı örüntüleri sadece daha ileri adımlara doğru genişletilir, öğrencilerden örüntüye ilişkin bir kural bulmaları beklenmez. İkinci kademede ise en sık kullanılan örüntülerden biri olan sabit sayı örüntülerinin ilerdeki basamaklarına ilişkin kurallar bulunur, bunlar cebirsel olarak ifade edilir (MEB, 2009a). Bu örüntülere aynı zamanda doğrusal ya da lineer örüntüler de denir. İkinci dereceden örüntüler ya da kuadratik örüntüler olarak da adlandırılan artarak değişen sayı örüntülerinin ilköğretim ikinci kademede kullanımına pek rastlanmaz. Sabit değişen sayı örüntülerinde terimler arası farklar sabitken, artarak değişen sayı örüntülerinde terimler arasındaki farkların farkları sabittir. Şekil 1.8. ve Şekil 1.9.'da bu örüntüler örneklendirilmiştir.

1 4 7 10 13...
+3 +3 +3 +3 Terimler arası farklar

Şekil 1.8.
Sabit değişen sayı örüntülerinde aradaki farklar

1		4		9		16		25…	
	+3		+5		+7		+9		Terimler arası farklar
		+2		+2		+2			Farklar arası farklar

Şekil 1.9.

Artarak değişen sayı örüntülerinde aradaki farklar

Sabit değişen sayı örüntülerinin genel kuralı; *a* ve *b* sabit, *n* örüntüdeki terim sırası ve *f(n) n.*sıradaki terimi belirtmek üzere, $f(n) = an + b$'dir. Artarak değişen sayı örüntülerinde ise *a*, *b* ve *c* sabit, *n* örüntüdeki terim sırası ve *f(n) n.*sıradaki terim olmak üzere genel kural $f(n) = an^2 + bn + c$'dir (Orton ve Orton, 1999b).

Cebir öğretimi sözcüklerden harflere aceleyle geçilmesi (Mason, 1996) nedeniyle sıklıkla eleştirilmiştir. Bu nedenle matematik programlarında yapılan değişikliklerle bir reform gerçekleştirilmiştir. Bu reformda cebir öğrenme alanıyla ilişkili en önemli gelişmelerden biri cebire girişte örüntü yaklaşımının kullanılmaya başlaması olmuştur. Çünkü son 15–20 yılda örüntüler, cebir öğretimine ve cebirsel düşünmenin geliştirilmesine ilişkin yapılan araştırmalarda sıklıkla yer almıştır (English ve Warren; 1998, Lannin, 2005; London-McNab, 2006; McRae-Childs, 1995; Orton ve Orton, 1996; Sperfslage-Macomber, 2003; Steele, 2008; Warren ve Cooper, 2008; Wasman, 2000; Zazkis ve Liljedahl, 2002). Ayrıca matematik reformundan sonra yapılan birçok matematik eğitimi projesinde ve bunların sonuçlarından yola çıkarak geliştirilen matematik programlarında da cebire girişte örüntüler kullanılmıştır (CMP, 1998; CPMP, 1996; Math Thematics, 1999; MathScape, 1998; MEB, 2009a; MEB, 2009b; MiC, 1998; MMAP, 1997; NCTM, 2000; NRC, 1996). Örüntülerin matematik öğretiminde bu denli önem kazanması ile örüntü temelli cebir öğretimi yaklaşımları geliştirilmeye başlanmıştır. Örüntüleri tanıma, örüntüleri devam ettirme, örüntünün ileri bir adımını bulmak için bir kural geliştirme ve bunu hem sözel hem de sembolik olarak ifade etme gibi beceriler öğrencileri cebirsel düşünmeye sevk eder. Bir örüntüdeki ilişkileri gözlemleyip bu ilişkilere ait bir genellemeye varma ve bu genellemeyi sembolik bir kuralla ifade etme becerisi cebirsel düşünme ile gerçekleşebilir. Dolayısıyla örüntülerle cebir sıkı bir ilişki içerisindedir ve programlarda da bu ilişki üzerinde durulmalıdır. Mason (1985) cebire girişte dört farklı yol sunmuş ve bunlardan birinin de "*Genellemeleri ifade etme*" olduğunu söylemiştir. Son yıllarda, genellemeleri ifade etmek için sayı örüntülerini kullanmak matematik programlarında en çok tercih edilen yöntemlerden biridir.

Örüntüyle cebir öğretimi her ne kadar son yıllarda matematik dersi öğretim programlarında önemli bir yere sahip olsa da cebir öğretiminde örüntünün çok etkili olmadığını düşünenler de vardır. Orton ve Orton (1996) yapılan araştırmalardan yola çıkarak, sayı örüntülerini genelleyerek cebire geçiş yapılan yaklaşımın uygun olduğunu ancak yine de bu yaklaşımın cebire girişteki bütün zorlukları ortadan kaldırmadığını söyler. Ayrıca çalışmasında elde ettikleri ile bu yaklaşımın cebire girişte kullanılabilecek diğer yaklaşımlardan daha anlamlı ya da daha iyi bir yaklaşım olduğunun söylenemeyeceğini belirtir. Kieran (1989, s.165) "*Genelleme ne cebirsel düşünmeye eşdeğerdir ne de bunun için cebir gerekir. Genellemenin cebirsel düşünmeden farklı olması için gerekli olan, genellemeden sonuç çıkaracak ve genellemeyi ifade edecek cebirsel sembolleştirmedir.*" diyerek örüntülerden genellemelere ulaşmanın uygun şekilde desteklenmediğinde cebirsel bir anlama ulaşılamayacağını belirtmektedir.

Sonuç olarak; örüntülerden yola çıkılarak yapılan bir cebir öğretiminin öğrencilerin cebire girişte yaşadıkları sıkıntıları azalttığına dair görüşler olduğu gibi, bunun çok da etkili olmadığını savunanlar da vardır. Cebir gibi öğrencilere kavramsal anlamda zor gelen bir öğrenme alanına ilişkin alanyazında belirlenen bu düşünce ayrılığının farkında olarak, araştırma örüntü temelli cebir öğretimi alan ve almayan grupların cebirsel düşünme becerilerinin belirlenmesine yönelmiştir.

1.2. PROBLEM CÜMLESİ

Örüntü temelli cebir öğretimi alan ve örüntü temelli olmayan cebir öğretimi alan yedinci sınıf öğrencilerinin kavramsal-işlemsel cebir başarıları ve matematiğe karşı tutumları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

1.3. ALT PROBLEMLER

1. Örüntü temelli cebir öğretimi alan ve örüntü temelli olmayan cebir öğretimi alan yedinci sınıf öğrencilerinin kavramsal cebir başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

2. Örüntü temelli cebir öğretimi alan ve örüntü temelli olmayan cebir öğretimi alan yedinci sınıf öğrencilerinin işlemsel cebir başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
3. Örüntü temelli cebir öğretimi alan ve örüntü temelli olmayan cebir öğretimi alan yedinci sınıf öğrencilerinin matematiğe karşı tutumları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
4. Örüntü temelli cebir öğretimi alan yedinci sınıf öğrencilerinin sürece yönelik görüşleri nelerdir?

1.4. AMAÇ VE ÖNEM

Bu araştırmanın amacı, örüntü temelli ve örüntü temelli olmayan cebir öğretiminin öğrencilerin kavramsal-işlemsel cebir başarılarına ve matematiğe karşı tutumlarına etkilerini incelemektir. İlköğretim ikinci kademede öğrencilerin öğrenme güçlüğü yaşadığı öğrenme alanlarından biri olan cebir, matematik eğitimi alanındaki araştırmacılar tarafından sıkça incelenmektedir (Usiskin, 1988; Kieran, Bednarz ve Lee, 1996; Mason, 1996; Orton ve Orton, 1996; Zazkis ve Liljedahl, 2002; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003; Lannin, 2005; Warren ve Cooper, 2008). Bu araştırmalardan birçoğu öğrencilerin yaşadıkları zorlukları gidermek amacıyla cebirin daha etkili öğretilmesine yoğunlaşır. Cebire girişte örüntüleri kullanma yaklaşımı son yıllarda cebirin daha etkili öğretilmesi için kullanılan yaklaşımlardan biridir. Ancak halen bu yaklaşımın cebirin daha etkili öğretilmesini sağlayıp sağlamadığı üzerinde bir anlaşmaya varılamamıştır. Bu araştırmayla, örüntü temelli öğretim yönteminin cebirin öğretilmesi üzerindeki etkisi bir kez daha ve şimdiye kadar hiç denenmemiş deneysel bir yöntemle incelenmiş olacaktır. Elde edilecek sonuçlar, örüntülerin cebire girişte nasıl etkili kullanılacağı ile ilgili tartışmalara ışık tutabilir. Ayrıca çalışma, örüntülerin sadece belli kazanımlarda değil bütün cebir kazanımlarında kullanılabileceğini göstermesi açısından önemlidir.

Son yıllarda dünya ülkelerindeki ilköğretim öğrencilerinin matematiksel becerilerini ölçmeye yönelik düzenlenen Uluslararası Matematik ve Fen Çalışması (TIMSS) ve Uluslararası Öğrenci Başarısını Değerlendirme Programı (PISA) sınavlarında cebir öğrenme alanında örüntülerle ilgili sorular yer almaktadır. Buna paralel olarak, sınava katılan birçok ülkenin öğretim programında örüntüler cebire girişte alternatif bir yol olarak kullanılmaktadır (CMP, 1996; CPMP, 1996; Math Thematics, 1999; MathScape, 1998; MEB, 2009a; MEB, 2009b; MiC, 1998; MMAP, 1997; NCTM, 2000; NRC, 1996).

Bu sınavlardan alınan başarısız sonuçlar, ülkemizdeki matematik öğretiminin sorgulanmasına neden olmuş ve 2004'te matematik dersi öğretim programlarında köklü değişikliklere gidilmiştir. Yapılan değişikliklerden sonra örüntü kavramı ilk kez matematik dersi öğretim programına girmiştir. Örüntünün, dünyada son 15-20 yıldır cebirle ilgili araştırmalarda önemli bir yer tutmasına rağmen ülkemizde araştırma konusu olarak ele alınmamış olması buna bağlanabilir. Bu açıdan bakıldığında araştırma, alandaki boşluğun doldurulmasında bir adım olarak düşünülebilir.

Her ne kadar örüntüler, yurtdışında son yıllarda yapılan çalışmalarda sıklıkla incelense de, uygulanan yöntem araştırmayı benzerlerinden farklı kılmaktadır. Çünkü bu araştırmada, şimdiye kadar cebir öğrenme alanının "*Sayı örüntülerini modelleyerek bu örüntülerdeki ilişkiyi harflerle ifade* eder" ve "*Doğrusal denklemleri* açıklar" gibi belli kazanımlarında kullanılan örüntüler, tüm cebir öğrenme alanına bir öğretim yöntemi olarak yayılmıştır. Yani cebir öğrenme alanının bütün kazanımları örüntü temelli yaklaşımlarla işlenmiş ve farklı bir cebir öğretimi uygulanmıştır. Uygulanan bu farklı yöntem nedeniyle çalışmanın sonuçlarının merak uyandırıcı olacağı düşünülmüştür. Ayrıca yeni yaklaşımın öğrencilerin ve öğretmenlerin cebirle ilgili yaşadıkları güçlükleri azaltacağı ve öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini arttıracağı düşünülmektedir. Uygulanan farklı birçok yaklaşıma rağmen, cebir öğretimine ilişkin öğrenme güçlüklerinin halen öğrenciler ve öğretmenler için önemli bir sorun oluşturduğu düşünüldüğünde, araştırmanın yöntemi, matematik öğretmenlerine öğretim ortamını zenginleştirecek farklı bir anlayış ve bu anlayışa uygun düzenlenmiş etkinlikler sunacaktır.

1.5. TANIMLAR

Örüntü: Nesnelerin, sayıların ya da olayların birbirini takip ederek, bir kural içerisinde düzenli olarak devam etmesidir.

Örüntü temelli öğretim: Süreç içerisinde deney grubuna araştırmacı tarafından, önceden hazırlanmış plan ve materyallerle uygulanmış olan öğretimdir.

Örüntü temelli olmayan öğretim: Kontrol grubuna araştırmacı tarafından, mevcut matematik dersi öğretim programına göre uygulanmış olan öğretimdir.

Kavramsal cebir başarıları: Öğrencilerin 22 maddeden oluşan kavramsal cebir testinden aldıkları puandır.

İşlemsel cebir başarıları: Öğrencilerin 10 maddeden oluşan işlemsel cebir testinden aldıkları puandır.
Matematiğe karşı tutum: 20 maddelik matematiğe karşı tutum ölçeğinden aldıkları puandır.

1.6. SAYILTILAR

1. Deney sırasında kontrol altına alınamayan istenmedik değişkenler deney ve kontrol gruplarını aynı oranda etkilemiştir.
2. Uygulanan ölçme araçlarına öğrenciler samimi ve doğru yanıtlar vermişlerdir.

1.7. SINIRLILIKLAR

1. Kavramsal cebir testi ile ölçülen beceriler sadece yedinci sınıf cebir öğrenme alanındaki kazanımlarla sınırlıdır.

BÖLÜM II

İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde örüntü temelli cebir öğretimiyle ilişkili olan ve örüntüler üzerine yapılan çalışmalar, örüntüler ve fonksiyonlar üzerine yapılan çalışmalar ve örüntüler ve cebirsel düşünme üzerine yapılan çalışmalar şeklinde adlandırılan üç alt başlıkta toplanan çalışmaların özetleri sunulmuştur.

2.1. ÖRÜNTÜLER ÜZERİNE YAPILAN ÇALIŞMALAR

Örüntüler cebir öğrenme alanının daha iyi öğrenilmesi ve öğretilmesi üzerine yapılan çalışmalarda sıklıkla yer almıştır (Orton ve Orton, 1996; Stacey, 1989; Steele, 2008; Waring, Orton ve Roper, 1998).

Orton ve Orton, (1996) çocukların örüntü oluşturma yetenekleri üzerine 10–13 yaşları arasındaki 1000 öğrenciye test uygulamışlardır. Ayrıca bu öğrencilerden 30 tanesi ile teste verdikleri yanıtlar hakkında görüşmeler yapmışlardır. Çalışmada öğrencilere doğrusal ve basit sayı örüntüleri içeren diziler, tablolar ve ikinci dereceden diziler verilmiştir. Bu dizilere ilişkin öğrencilerin çok belirgin hataları bulunmuştur. Bunlar; terimler arasındaki farklara odaklanmayı standart bir yaklaşım olarak görmek ve sadece satır ya da sütunlara odaklanarak başka örüntü kaynakları aramamaktır. İkinci dereceden dizilerde ise bütün öğrencilerin çok zorlandıkları belirtilmiştir. Araştırmacılar; sonuç olarak, daha önceki araştırma sonuçlarını da temel alıp cebire sayı örüntülerini genelleyerek başlanabileceği şeklindeki bir yaklaşımın uygun olduğunu ifade etmişler ancak cebire girişteki zorlukların bu yaklaşımla da tamamen kaldırılamayacağını belirtmişlerdir. Hatta yaptıkları çalışmaların sonucunda, örüntüleri genelleme yaklaşımının cebire girişte kullanılabilecek yaklaşımlar içinde daha anlaşılır ya da daha iyi bir yaklaşım olduğu sonucuna varılamayacağını özellikle vurgulamışlardır.

Waring, Orton ve Roper (1998) 14–15 yaşlarındaki 71 onuncu sınıf öğrencisi ile yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin ispat yapma becerilerinin örüntülerle geliştirilip geliştirilemeyeceğini incelemişlerdir. Çalışmada birisi deney ve ikisi kontrol olmak üzere üç grup kullanılmış, deney grubuna özel hazırlanmış olan örüntü temelli yaklaşımla araştırmacı tarafından eğitim verilmiştir. Diğer iki gruba standart öğretim programı uygulanmış fakat C_1 diye adlandırılan kontrol grubuna genelde kitaba bağlı öğretim veren bir öğretmen, C_2 diye adlandırılan kontrol grubuna ise daha araştırmacı teknikler izleyen bir öğretmen, öğretim vermiştir. Deney sonunda gruplara bir son test ve yılsonu sınavı yapılmıştır. Sınavlar sonrasında öğrencilerle görüşmeler de ek olarak uygulanmıştır. Araştırmanın bulgularına göre, deney grubunun, diğer gruplardan daha başarılı olduğu söylenmiştir. Ayrıca ispata gereksinim duyma farkındalığı da deney grubunda belirgin olarak artmıştır. Yine bu bölümde ispat çalışmalarında bir güdüleyici olarak örüntü kullanmanın uygun bir yöntem olduğuna yönelik yeterli kanıta sahip olunduğu belirtilmiştir.

Örüntülerin cebirsel düşünmeyi geliştirmedeki rolünü McRae-Childs (1995) dördüncü sınıf öğrencileriyle incelemiştir. Araştırmada 18 kişilik bir grup kontrol, 18 kişilik diğer bir grup ise deney grubu olarak atanmıştır. Beş hafta süren eğitim süresince kontrol grubuna tekrar tekrar incelenerek kuvvetlendirilen bir öğretim programı, deney grubuna ise aynı öğretim programının örüntülerle zenginleştirilmiş hali uygulanmıştır. Öğretim programı, cebir öğrenme alanı ve değişken kavramının geliştirilmesiyle ilgili kazanımlarla sınırlıdır. Öğrencilerin problem durumlarını tanımlamak için cebirsel genellemeler kullanma becerileri ve cebirsel dili anlama düzeyleri ön ve son testlerle, ön test ve son test sonrası görüşmeler aracılığıyla ölçülmüştür. Bu ölçmeler sonrası istatistiksel olarak farklar ortaya çıkmıştır. Analizler sonucunda; örüntü temelli grup problem durumlarını genelleme bakımından diğer grubu geride bırakmış ve cebirsel dili anlama bakımından daha üst düzeylere çıkmıştır. Araştırma bulgularına dayanarak, ilköğretimin birinci kademesindeki öğrencilerin değişken kavramını keşfetmelerini sağlayacak fırsatlara yer verilmesi gerektiği önerilmiştir. Ayrıca ilköğretim birinci kademe öğretim programında, öğrencilerin cebirsel düşünmelerine olanak tanıyacak içerik ve etkinliklere yer verilmesi gerektiği ve hatta programın sayısal örüntülerle zenginleştirilmesi gerektiği belirtilmiştir.

9–13 yaşlar arasındaki öğrencilerin doğrusal genelleme problemlerine verdikleri yanıtlar Stacey (1989) tarafından incelemiştir. Çalışma öğrencilerin hangi örüntüleri ve genellemeleri kullandıkları, bunları nasıl açıkladıkları ve bu örüntü ve genellemelerin sınıf düzeyine, matematik deneyimine göre nasıl değiştiği üzerine odaklanmıştır. Üç farklı genelleme problemi öğrencilere yöneltilmiştir. 371 dört, beş ve altıncı öğrencisine bir soru yöneltilirken, 140 yedi ve sekizinci sınıf öğrencisine üç soru türü de sorulmuştur. Problem çözme eğitimi almış olan 26 öğrenciye ise sadece son soru yöneltilmiştir. Öğrencilerin yanıtları analiz edilerek; “Sayma”, “Bütün nesne”, “Fark” ve “Doğrusal” diye adlandırılmış dört farklı çözüm yöntemi ve bir de bunlardan hiçbirine dâhil edilememiş yanıtların içine alındığı “Sınıflanmamış” kategorisi oluşturulmuştur. Problem çözme eğitimi almış olan öğrencilerin ön test ve son test sonuçlarına göre genelleme becerilerinin belirgin şekilde arttığı görülmüştür. Araştırmadan elde edilen verilere göre ortaya çıkarılan yöntemler bütün yaş gruplarında ve bütün soru türlerinde gözlenmiştir. Fark yöntemi öğrencilerin büyük çoğunluğu tarafından kullanılmaktadır. Çalışmada ortaya çıkan bir diğer sonuç ise öğrencilerin bir sorunun basit kısımlarında doğrusal modeller kullanırken, sorunun daha zor kısımlarında daha basit bir yöntem olan doğru orantıya geçiş yapmalarıdır. Ayrıca öğrenciler arasında bir yöntemi kullanmaktaki tutarsızlık da araştırmanın önemli sonuçlarından biri olarak verilmiştir.

Birinci kademe öğrencilerinin görsel büyüme örüntülerinin kuralını bulmaları üzerine yapılmış çalışmada, Warren ve Cooper (2008) küçük yaştaki öğrencilerin düşünme stillerini destekleyen etkinlikler kullanmışlardır. Araştırmacılar; önceden yapılmış araştırmalarda ortaya çıkan “cebirin yetişkinlere görsel büyüme örüntülerini genelleyerek tanıtılması" yaklaşımının yetişkinler için büyük zorluklar oluşturduğundan yola çıkarak, araştırmalarıyla erken çağlarda bu zorlukların aşılabileceğini göstermeye çalışmışlardır. Çalışmayla, öğrencilerin görsel büyüme örüntülerini duruma dayalı ilişkiler açısından görme ve tanımlamalarına yardımcı olmak amaçlanmıştır. Çalışmada öğretimle araştırmanın iç içe olduğu eylem araştırması deseni kullanılmış böylelikle öğretime yönelik yenilikler üretilmesi de amaçlanmıştır. Yapılan ön ve son testler karşılaştırıldığında küçük yaştaki öğrencilerin büyüyen örüntüleri tanımlama, örüntülerin genel terimlerini bulma becerilerinde artış gözlenmiştir. Bu artışa; somut materyal kullanma, örüntü ve yeri arasındaki ilişkiyi kurmak için özel sorular sorma, genellemeye varmak için özel sorular sorma gibi öğretim etkinliklerinin neden olduğu vurgulanmıştır. Sonuç olarak, küçük yaştaki öğrencilerin sadece fonksiyonel düşünebildikleri değil aynı zamanda buldukları fonksiyonel ilişkileri soyut bir şekilde ifade edebildikleri de vurgulanmıştır.

Lannin (2005) yaptığı araştırmada 25 tane altıncı sınıf öğrencisinin örüntülerle ilgili görevler içeren durumlarda genellemeler yapmalarını, genellemelerini gerekçelendirmelerini ve bunları yaparken kullandıkları akıl yürütme şekillerini incelemiştir. Ayrıca bunu yaparken MS Excel benzeri bir tablolama yazılımı kullanmıştır. 10 ders saati süren deneyde 25 kişilik gruptan süreç öncesinde yapılan ön testlerde, özellikle yetenekleri diğer öğrencilere göre daha üst düzey olan dört öğrenci izlenmiştir. Deneyde beş adet görev yer almıştır. Çalışmada öğrenciler genelleme oluşturma açısından çok belirgin gelişmeler göstermişler ancak aynı genellemeyi çok farklı stratejiler ve gerekçelendirmelerle oluşturmuşlardır. Araştırmacı, çalışmada örüntü etkinliklerinin ve öğrencilerin geçerli bir gerekçelendirme yapmak için uğraşırken gösterdikleri çabaların genellemeyi daha iyi anlamalarına yardımcı olduğunu belirtmiştir. Sınıfta örüntü etkinlikleri kullanılırken öğrencilerin oluşturdukları genellemelerinin geçerliğini ya da doğruluğunu anlamalarının çok önemli olduğunu ifade etmiştir. Araştırmacı son olarak, öğrencilerin matematiksel olarak kabul edilebilen ve güçlü olan gerekçelerin türlerini anlamaya gerek duyduklarını belirtmiştir.

Cebire girişte örüntülerin ve örüntü kuralı genellemenin önemine vurgu yapan araştırmasında Lee (1996), genelleme etkinliklerinin bulunduğu bir öğretim uygulamıştır. Uygulamasıyla katılımcılara sembol duyusu kazandırmayı amaçlamıştır. Öncesinde yaptığı araştırmalardan sonra altı kişilik bir gruba bu öğretim deneyini uygulamıştır. Grup üyeleri otuzlu yaşların ortalarında olan kişiler olup cebirle ilgili en son derslerini ortaöğretimde veya üniversite yıllarında almışlardır. Araştırmacı öğretimde daha önceki araştırmalarda kullandığı problemleri kullanmış ve önceki araştırmalarda ortaöğretim öğrencilerinin verdiği yanıtlarla bu deneydeki katılımcıların yanıtları arasında ilişkiler aramıştır. Deney öncesinde yaptığı çalışmalardan yola çıkarak fonksiyonların, modellemenin, problem çözmenin ve genelleme etkinliklerinin cebire girişte öğrenciler için çok önemli olduğunu belirten araştırmacı deney sonrasında bu görüşlere ek olarak örüntü etkinliklerinin hem öğretmen hem de öğrenciler için çok heyecan verici ortamlar oluşturduğunu belirtmiştir. Araştırmacı çalışma sonucunda, çalışmada öğrenci katılımının çok yüksek olduğunu, öğrencilerin çok zayıf cebirsel yeteneklerini geliştirecek yaratıcı ortamlar oluştuğunu, öğrencilerin kendilerini, oluşan matematik ikliminin bir parçası gibi hissettiklerini, eğlendiklerini ve birbirlerini hiç tanımamalarına rağmen çok samimi sosyal ilişkiler içine girdiklerini ifade etmektedir.

Tekrarlayan örüntülerin fonksiyonel düşünmeyi nasıl etkilediğini araştıran çalışmada, ilköğretim birinci kademe öğrencilerine uyguladıkları bir öğretim etkinliğini inceleyen Warren ve Cooper (2006), küçük yaşlardaki çocukların zaten tekrarlayan örüntüleri kullandığını ve bunun daha karmaşık matematiksel süreçler için kullanılabileceğini savunmuşlardır. Tekrarlayan örüntülerle ilgili hazırlanan etkinlikler her ikisinde de 9-10 yaşlarında 25 öğrenci bulunan iki sınıfa uygulanmıştır. Sınıflara araştırmacılar eğitim vermiştir. Dersler işlenirken öncelikle tekrarlayan örüntüleri devam ettirme, sonrasında örüntüleri tablolarla ifade etme, tablodaki miktarlar arasındaki ilişkileri inceleme ve en sonunda da tablodaki miktarları inceleyerek genellemeler yapma şeklinde bir sıra izlenmiştir. Araştırmacılar, birinci kademede öğrencilerin üzerinde çok zaman harcadıkları bir konuyu matematiğin karmaşık düşünme stillerini kazandırmak için kullanılabileceğinden yola çıkarak planladıkları derslerle amaçlarına ulaştıklarını ifade etmişlerdir. Hatta araştırmaya katılan öğrencilerin sadece fonksiyonel düşünmekle kalmayıp, aynı zamanda bunu onlardan beklenmeyecek kadar anlaşılır ifade ettiklerini belirtmişlerdir.

MacGregor ve Stacey (1993) örüntü görme ve kuralını yazma üzerine yaptıkları çalışmada 14–15 yaşlarındaki öğrencilerin fonksiyon tablolarını yorumlarken ve cebirsel kurallar oluştururken yaşadıkları zorlukları incelemiştir. 143 öğrenciye test verilmiş bu öğrencilerden 15 tanesi ile de ayrıntılı görüşmeler yapılmıştır. Örüntüleri tanıma ve onları cebirsel olarak ifade etme amacıyla düzenlenmiş sorulara verilen öğrenci yanıtları; (1) Fonksiyon tablolarında ortaya çıkan örüntü ve ilişkiler, (2) Bir bağıntıyı sayısal olarak ifade edebilme ile o ilişkiyi günlük veya cebirsel dille ifade etme arasındaki ilişki, boyutlarıyla incelenmiştir. Bazı araştırmacıların küçük yaşlardaki çocukların dahi fonksiyonel ilişkiler kurabildiğini söylemesinin aksine, araştırmacılar katılımcılardan çoğunun örüntüleri keşfedebilmelerine karşın fonksiyonel ilişki kurmakta zorlandıklarını belirtmişlerdir. Fonksiyonel ilişki kurabilenlerden çoğu da bu ilişkiyi günlük dille ifade edememiş ve ilişkinin cebirsel ya da sembolik kuralını yazamamıştır. Araştırmacılar bunların cebir öğretimine başlarken bilinmesi gereken çok değerli sonuçlar olduğunu ifade etmişlerdir. Araştırmacıların belirttikleri bir başka önemli görüş de örüntü keşfederek cebirsel kuralı yazma yolunun oldukça karmaşık olduğudur. Bu yolun karmaşık olmasının nedenleri de; iki değişkeni ilişkilendirmek yerine tek değişkene bağlı olan yinelemeli örüntülere odaklanma ve örüntünün yapısı ile onu günlük dille ifade edebilme becerisinin yokluğu olarak belirtilmiştir. Örüntülerden cebirsel kural yazma becerisinin geliştirilmesi için; yinelemeli örüntülere odaklanmadan iki değişken arasındaki ilişkileri keşfetme, sayısal işlemleri ve ifadeleri günlük dille ifade edebilme, temel cebir dilinde nelerin söylenip söylenemeyeceğini bilme gibi temel aşamaların var olması gerektiğini belirtmişlerdir.

Orton (1997) kibrit çöpleri ile oluşturulan örüntüler yardımıyla öğrencilerin genelleme becerilerini incelemek üzere bir çalışma yapmıştır. 9–13 yaşlarında, beceri olarak birbirinden farklı 30 öğrenciyle yaptığı çalışmada öğrencilere kibrit çöpleriyle hazırlanmış örüntüler vermiş ve onların verdikleri yanıtlar üzerine bireysel görüşmeler yapmıştır. Bir sonraki adımı bulma sorusunda sadece bir öğrenci dışında hiçbir öğrenci sorun yaşamamıştır. Öğrenciler yanıtlarını genellikle "4 fazla, 3 ekle, 2 daha" gibi genel farka odaklanarak vermişlerdir. Yirminci şekildeki kibrit sayısını öğrencilerin %70'i, yüzüncü şekildeki kibrit sayısını ise %53'ü doğru yanıtlamıştır. Araştırmacı daha önceki çalışmalarda rastlanan öğrencilerin yanıtlarını kontrol etmemeleri durumunu engellemek adına görüşmeler esnasında "Kuralın, ikinci adıma uyuyor mu?" gibi sorular sorarak öğrencilerin kurallarını sorgulamalarını sağlamaya çalışmıştır. Araştırmacı çalışmanın genelleme ile ilgili birçok engeli ortaya koyduğunu belirtmiştir. Bunlar aritmetik yetersizlik, şekil sayısı ile kibrit sayısının karıştırılması, sonraki adımlar (20.adım, 100.adım) için kısa yöntemler bulmaya çalışma, farklara ya da yinelemelere odaklanma, öğrencilerin kendilerine özel geliştirdikleri yöntemlere takılıp kalmaları, bilinmeyenle işlem yapma becerisinin yokluğu, vb. olarak sıralanmıştır. Araştırmacı kibrit çöpleri ile daha birçok örüntü oluşturulabileceğini, bu yolla genelleme becerisinin geliştirilmesine yardımcı olabileceğini de ifade etmiştir.

Öğrencilerin sayı örüntülerinden nasıl genellemelere ulaştıklarını inceleyen Hargreaves, Shorrocks-Taylor ve Threlfall'ın (1998) 315 kişilik çalışmasının amacı 7–11 yaşları arasındaki öğrencilerin sayı örüntüleriyle uğraşırken ortaya koydukları stratejileri belirlemek ve bu stratejileri yaş gruplarına göre sınıflandırmaktır. Her öğrenciye üç tane sabit farka sahip örüntü (doğrusal), üç tane ikinci dereceden örüntü (kuadratik) ve üç tane de Fibonacci örüntüsü verilmiş ardından öğrencilere düşüncelerini ifade edebilmeleri için üç soru sorulmuştur. Öğrencilerin kullandıkları stratejiler; farklara bakma, farkların yapısına bakma (tek veya çift gibi), farkların farkına bakma, sayıların yapısına bakma, çarpım tablolarına bakma ve diğer terimleri elde etmek için terimleri birbirine ekleme olarak belirlenmiştir. Stratejilere yönelik genel bulgular ise şöyle sıralanmıştır: Bütün yaş gruplarında ve bütün soru tiplerinde en sık kullanılan strateji sabit "farklara bakma"dır. İkinci dereceden örüntülerde, öğrenciler çoğunlukla "farkların arasındaki farklara bakma" stratejisini kullanmaktadır ancak bu strateji karmaşık süreçlere sahip olduğundan küçük yaştaki öğrenciler tarafından çok tercih edilmemektedir. Yaşça büyük öğrenciler bir soruda birden fazla strateji kullanma konusunda daha etkindirler. Genel olarak, bazı öğrenciler sayı örüntülerinde esnek düşünebilmekte iken çoğu aklına ilk gelen stratejiyi kullanmaktadır. Sorulara uygun strateji seçimi yaş büyüdükçe artmaktadır. Araştırmacı çalışmadan elde edilen bu bulgulara dayanarak bu yaş seviyesindeki öğrencilerin sayı örüntülerini genelleyebilecek potansiyeli olduğunu ve bunun değerlendirilmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu becerileri geliştirmek için öğrencilerin verilen sayı örüntüleri için birden fazla genellemeye ulaşmalarını istemenin yararlı olacağını ifade etmiştir.

Lin ve Yang (2004) yaptıkları araştırmada yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri okulda öğrenmeden önce bunlar hakkındaki akıl yürütme biçimlerini karşılaştırmayı amaçlamıştır. Bununla birlikte, geometrik sayı örüntüleri üzerinde akıl yürütmenin dört öğesi arasındaki hiyerarşik ilişkiyi keşfetmeyi ve sonuçları doğrusal ve ikinci dereceden geometrik sayı örüntülerine göre ayırt etmeyi de amaçlamıştır. Araştırma 1181 yedinci sınıf, 1105 sekizinci sınıf ve 1059 dokuzuncu sınıf öğrencisi üzerinde uygulanmıştır. Araştırmacılar ilk olarak yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin geometrik sayı örüntüleri üzerindeki akıl yürütmelerini karşılaştırarak incelemişlerdir. Burada; yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin neredeyse üçte birinin doğrusal ve ikinci dereceden geometrik sayı örüntülerinde başarılı olduğuna bakılarak, cebirsel düşünmeyi öğrenmek için geometrik sayı örüntüleri üzerine akıl yürütmenin öncelikli bir etkinlik olarak kullanılabileceği belirtilmiştir. Öğeler arasındaki hiyerarşik ilişkileri inceleyen araştırmacılar ikinci dereceden geometrik sayı örüntüleri için; yedinci ve sekizinci sınıflarda örüntüyü genelleyen öğrencilerin aynı zamanda örüntüyü doğru şekilde anladıklarını belirtmişlerdir. Doğrusal geometrik sayı örüntüleri için; örüntüleri doğru şekilde sembolize eden çoğu sekizinci sınıf öğrencisi aynı zamanda örüntüyü doğru genellemiştir. Bu sonuçlardan doğrusal ve ikinci dereceden geometrik sayı örüntülerinde anlama, genelleme ve sembolize etme arasında bir hiyerarşi olduğu söylenebileceği ifade edilmiştir. Kontrol öğesi üzerine yapılan incelemelerden sonra da doğrusal geometrik sayı örüntüleri için "Anlama – Genelleme – Sembolize Etme" şeklindeki hiyerarşinin anlama öğesinden sonra kontrol öğesinin kullanıldığı; ikinci dereceden geometrik sayı örüntülerinde ise genelleme öğesinden sonra kontrol öğesinin kullanıldığı belirlenmiştir.

Öğrencilerin genelleme yapmasına odaklanan çalışmalarında Ainley, Wilson ve Bills (2003), öğrencilere genellemelere ulaşabilecekleri sorular vermiş ve genellemeleri işlemler üzerinden yapanlarla, genellemeyi içeriğe bağlı olarak yapanları incelemiştir. Çalışmaya iki grup öğrenci katılmıştır. Grup A, altıncı sınıf sonundaki cebirle ilgili eğitim almış öğrencilerden, Grup B, altıncı sınıfa yeni başlamış öğrencilerden oluşmuştur. A grubunda iki farklı okuldan 12'şer toplam 24 öğrenci, B grubunda ise yine aynı okullardan 14'er toplam 28 öğrenci yer almıştır. Öğrenciler öğretmenleri tarafından, araştırmaya katılmak isteyenler arasından, birbirine benzer becerilere sahip olanlar çift oluşturacak şekilde seçilmiştir. Örüntülerle ilgili çalışmalarda sıklıkla kullanılan "Masalar ve Sandalyeler" sorusu öğrencilere yöneltilmiş ve öğrenci yanıtları incelemek için kaydedilmiştir. A grubundaki bütün çiftler az ya da çok cebirsel etkinlikte bulunmuşlardır. B grubundaki çiftlerden çok azı cebirsel dili kullanma becerisi gösterirken yine de çoğunluğu A grubundaki çiftler kadar cebirsel etkinlik ortaya koyabilmiştir. B grubundaki çiftlerden üçü masalar ve sandalyeler arasındaki ilişkiye yönelik bir tanımlama yapamazken, yedi çift ise işlemsel genellemeler yaparak kurallar yazmışlar ama cebirsel dil kullanmamışlardır. Genelleme yaparken kurallar yazanlar gerekli işlemsel genellemeyi yapabilenlerdir. Dolayısıyla içeriğe dayalı genelleme öğrencilerin sembolik bir kural yazabilmeleri için yeterli olmamıştır. Araştırmacılar "Masalar ve Sandalyeler" sorusunun bu tarz ilişkilerin çok çeşitli şekillerde genellenebileceği sonucunu verdiğini fakat genellemeyi sadece içeriğe odaklanarak yapanların anlamlı bir sembolik dil geliştirmelerinin zor olduğunu belirtmişlerdir.

Çalışmasının cebir öğrenme alandaki öğrenci gelişimi ve anlamaları hakkında katkı sunduğunu belirten Ye (2005), çalışmasının öncelikli amacını, dokuz haftalık bir ön cebir kursunda öğrencilerin örüntülerle ilgili kavramsal yeterliliklerini tanılamak olarak belirtmiştir. Araştırmacı, öğrencilerin sayısal örüntüleri öğrenmesini tanılamak için üç set değerlendirme görevi kullanmıştır. Birinci değerlendirme sonunda, doğrusal örüntülerde öğrencilerin cebirsel ifadelere ulaşamadan bu örüntüleri yakın ve uzak terimlerine kadar devam ettirebildiği görülmüştür. İkinci değerlendirme sonunda, bazı öğrencilerin cebirsel ifadeler yazabildiği görülse de büyük çoğunluk yine bunu yapamamıştır. Üçüncü değerlendirmede sonunda bir öncekinde cebirsel ifade yazabilen öğrencilerin bu sefer başarısız oldukları gözlenmiştir. İkinci dereceden örüntülerde birinci değerlendirme sonrasında az sayıda öğrenci örüntüyü devam ettirebilmiştir. İkinci değerlendirmede oldukça fazla sayıdaki öğrenci yakın adımlara kadar örüntüyü devam ettirebilmiş ve üçüncü değerlendirmede ikincidekinden daha fazla öğrenci cebirsel ifadeler oluşturabilmiştir. Diğer iki örüntü tipiyle karşılaştırıldığında geometrik örüntüler en büyük zorluğun yaşandığı bölüm olmuştur. Yakın genellemelere ulaşmada daha fazla öğrenci başarılı olurken, cebirsel ifade oluşturmada doğrusal ve ikinci dereceden örüntülerdeki üçüncü değerlendirme sonuçlarına oranla daha az öğrenci başarılı olmuştur. Diğer bir sonuç olarak, bazı öğrencilerin örüntüleri devam ettirme maddelerinde cebirsel düşünebildikleri ama cebirsel ifade yazma konusunda başarılı olamadıkları gözlenmiştir. Araştırmacı bunun kabul edilebilir bir sonuç olduğunu belirtmiştir. Çünkü örüntülerin cebirsel ifadesini yazmanın sadece terimle terimin yeri arasındaki ilişki konusunda bilgi sahibi olmayı değil bu ilişkiyi ifade edecek uygun sembolleri kullanmayı da gerektirdiğini belirtmiştir.

İlköğretim beşinci sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmasında Tanışlı (2008), öğrencilerin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerini belirlemeyi amaçlamıştır. Bu amacına yönelik olarak öğrencilerin; tekrarlanan şekil örüntülerinde, sabit değişen sayı ile şekil örüntülerinde ve artarak değişen sayı ve şekil örüntülerinde ortaya koyduğu performansları incelemiştir. Araştırmacı çalışmasının, öğrencilerde cebirsel düşünme ve fonksiyon kavramının geliştirilmesinde yararlı olabileceğini belirtmiştir. Bunun yanında; beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin düşünme ve akıl yürütme çeşitlerinin belirlenmesinin, öğrencilerin kendi bilgilerini yapılandırmasına yardımcı olabileceğini de vurgulamıştır. 12 öğrenci ile gerçekleştirilen çalışmada veriler; klinik görüşme tekniği, kişisel bilgi formu, öğrenci günlükleri ve araştırmacı günlüğü ile toplanmıştır. Verilerden elde edilen bulgular sonucunda; tekrarlanan örüntülerde tekrar biriminin belirlenmesinin ilişki bulma ve örüntüyü sonlu bir adıma devam ettirebilme açısından etkili olduğu belirlenmiştir. Sayı örüntülerinde genelde terimlerin bir önceki terimlerle ilişkilendirildiği ancak örüntü fonksiyon tablosu ile ya da şekil örüntüsü biçiminde verilmişse, görsel ve cebirsel yaklaşımın benimsendiği ifade edilmiştir. Uygulanan tüm etkinliklerde, strateji seçiminde öğrenci başarı düzeylerinin etkili olmadığı, buna karşın örüntülerin sunuluş biçiminin etkili olduğu belirlenmiştir.

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının cebirsel genelleme stratejilerini belirleyen çalışmalarında Yeşildere ve Akkoç (2010), 147 öğretmen adayına beş tane açık uçlu örüntü sorusu yöneltmiştir. Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüler içeren sorularda amaç örüntülerin genel terimlerini bulmaktır. Öğrencilerin yanıtları; matematiksel modelleri kullanmaları, bunları uygularken kullandıkları stratejileri ve açıklamaları açısından incelenmiştir. Bunun yanında, seçtikleri stratejilerin problemlerin zorluğuna göre nasıl çeşitlendiği de incelenmiştir. Elde edilen veriler, öğretmen adaylarının en fazla kullandığı stratejinin, oluşturulan bir kural yardımıyla istenen bir basamaktaki eleman sayısının çabuk bir şekilde hesaplanmasını sağlayan strateji olduğunu ortaya koymuştur. Bununla birlikte, birçok örüntü çalışmasında vurgulanan, terimler arasındaki sabit farklara dayanarak kurallar yazma durumu da görülmüştür. Örüntülerin doğrusal olmadığı zamanlarda bu stratejilerin kullanılamaması öğrencileri tekrarlı stratejiye yöneltmiştir. Bu strateji de öğrencilerin bir sonraki terimi bulmalarını sağlarken, örüntünün genel yapısını görmelerini engelleyen bir durum oluşturmuştur. Bir diğer sonuç da, öğretmen adaylarının görsel modelleri sadece bir aksesuar gibi kullanmaları ve bu modellerden örüntülerin genel terimlerini bulmakta yararlanmamaları olarak ifade edilmiştir.

2.2. ÖRÜNTÜLER VE FONKSİYONLAR ÜZERİNE YAPILAN ÇALIŞMALAR

Türkiye'deki matematik dersi öğretim programı incelendiğinde fonksiyon kavramının ilk olarak orta öğretim düzeyinde ele alındığı görülmektedir (MEB, 2005). Aslında ilköğretimin birinci kademesinde örüntüleri devam ettirme etkinlikleri ile başlayan ve ikinci kademede birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözmeye kadar uzanan süreçte dolaylı olarak fonksiyon kavramına değinilir. Çünkü öğrenciler, bir sayı örüntüsünün genel kuralını bulurken aslında fonksiyonel ilişkiler keşfeder ve bu ilişkileri değişkenlerle ifade ederler. Bu nedenle birçok araştırmacı, fonksiyon öğretiminin temelinde örüntülerin kullanımına ilişkin çalışmalar yapmışlardır (Krebs, 1999; Looney, 2004; Giordano, 2008; Carraher ve Martinez, 2007; Kabael ve Tanışlı, 2010).

Cebirsel düşünme sürecinde örüntü ve fonksiyon kavramlarının ilişkisi ile bu kavramların öğretim stratejileri Kabael ve Tanışlı (2010) tarafından incelenmiştir. Araştırma sonuçlarına göre, alanyazında fonksiyon kavramı ve öğretim stratejilerine yönelik pek çok çalışma bulunmaktadır. Buna karşın öğrenciler hala güçlük ve yanılgılar yaşadıklarından, araştırmacılar da bu çelişkinin nereden kaynaklandığının sorgulanması gerektiğine inandıklarını belirtmişlerdir. Bu nedenle araştırmacılar, fonksiyonlar konusunun çeşitli öğrenme teorileriyle belirlenen öğrenilme basamaklarının ve öğrenci yanılgılarının, erken öğrenme basamaklarında ilişkili olduğu kavramlar ile birlikte değerlendirilmesinin faydalı olabileceğini vurgulamışlardır. Bunu vurgularken de örüntü ve fonksiyon kavramlarının öğretiminin ilişkili biçimde gerçekleştirilebileceği önerisini sunmuşlardır. Bu önerilerinin ardından araştırmacıların üzerinde durduğu bir diğer nokta ise, Türkiye'de örüntüler kavramının öğretiminde kullanılan yaklaşımlar konusunda dünyadaki literatürde son yıllarda yapılan gelişmelere hiç yer verilmediği ve etkinliklerde cebirsel düşünmenin gelişimi sürecinde örüntüler konusunun pek çok kavrama temel oluşturduğunun göz önünde bulundurulmamış olduğudur. Buradan yola çıkarak, İlköğretim ve Ortaöğretim Matematik dersi programlarında örüntü ve fonksiyon kavramlarına ilişkin kazanım ve öğretim etkinliklerinin yeniden düzenlenmesi gerektiğini belirtmişlerdir.

Looney, (2004) öğrencilerin örüntüleri devam ettirme ve örüntüdeki bir elemanla onun yeri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi sözcük ve sembollerle ifade etme becerilerini ölçmeyi ve bu yolla öğrencilerin fonksiyon kavramını nasıl algıladıklarına ilişkin anlayışa sahip olmayı amaçladığı çalışmasını üç, dört ve beşinci sınıf öğrencilerinden 228 kişilik bir gruba uygulamıştır. Uygulanan ölçekte toplam altı soru bulunmaktadır. Altı sorudan ikisinde problemler üç farklı formatta verilmiştir (veri tabloları, resimler, diziler). Bütün problemler örüntüyü devam ettirme, örüntüyü sözcüklerle ifade etme ve ilişkiyi sembolik olarak genelleme şeklinde üç farklı görev içermektedir. Bu ölçek öğrencilere uygulanmış ve yapılan analizler sonucunda sınıf düzeyi, format ve soru tipinin başarı için belirleyici faktörler olduğu sonucuna varılmıştır. Uygulanan ölçekte beşinci sınıflar dördüncü sınıflardan, dördüncü sınıflar da üçüncü sınıflardan daha başarılı olmuşlardır. Sorular tablo formatında verildiğinde başarı yükselirken, dizi şeklinde verildiğinde ise en düşük başarı elde edilmiştir. Görev çeşitlerinde ise öğrencilerin daha başarılı olduğu çeşitler örüntü devam ettirme, örüntüyü tanımlama ve sembolize etme şeklinde sıralanmıştır.

Fonksiyon kavramının daha etkili öğretilebileceğini savunan araştırmasında Giordano (2008), 12 tane altıncı sınıf öğrencisi ile iki aşamadan oluşan bir öğretim etkinliği uygulamıştır. Araştırmada, öğrencilere cebir öğretirken yıllardır kullanıldığı bilinen “Kuralımı Bul” adındaki etkinlikleri yardımıyla doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonlar tanıtılmıştır. Süreç boyunca öğrenciler ve sınıf ortamı kayıt altına alınmıştır. Daha sonra bu kayıtlar birbirinden bağımsız araştırmacılar tarafından analiz edilmiş ve araştırma problemlerine yanıt bulunmaya çalışılmıştır. Etkinlikler süresince öğrencilere önceden hazırlanmış tablolar verilmiş ve onlardan eşitlikler yazmaları istenmiştir. Veri analizi sonucunda, öğrencilerin doğrusal örneklerde eşitlik yazarken eğim ve y-eksenini kesen nokta kavramlarını tanımlayabildikleri, ikinci dereceden örneklerde eşitlikleri yazarken ikincil farkları bulabildikleri, örüntüler keşfedip varsayımlar ortaya koydukları ve bu varsayımların doğruluğunu test ettikleri gözlenmiştir.

Krebs (1999) çalışmasında ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin fonksiyonları sembolik olarak genellemelerini inceleyerek onların cebirsel düşünme şekillerini anlamaya çalışmıştır. Araştırmacı ikili gruplar halindeki 10 öğrenci ile yaptığı çalışmasında doğrusal, ikinci dereceden ve üstel durumları incelemeleri için dört adet performans görevi kullanmıştır. Öğrencilerin yazılı yanıtları, ikili grup çalışmalarının video kayıtları ve çalışma sonundaki birebir görüşmeler incelenmiş ve analiz edilmiştir. Araştırmacı çalışmasından iki önemli sonuç çıkarmıştır. Bunlardan birincisi "Connected Mathematics Project" programında üç yıl öğretim gören öğrencilerin cebirin önemli bir kısmını derinlemesine öğrendikleridir. İkincisi ise öğretmenlerin, öğrencilerinin cebiri anlamaları hakkında daha fazla bilgi edinmek için onların yazılı yanıtlarının ötesinde birçok kaynaktan bilgi almaları gerektiğidir.

2.3. ÖRÜNTÜLER VE CEBİRSEL DÜŞÜNME ÜZERİNE YAPILAN ÇALIŞMALAR

Cebir öğrenme alanını bilmek öğrencilere cebirsel düşünme ve muhakeme yeteneği sağlar. Cebir öğrenme alanının daha etkili öğretilmesine ilişkin yapılan araştırmalarda örüntü temelli yaklaşımlar da önemli yer tutar. Örüntünün, öğrencileri cebire hazırlamada ve cebirin girişindeki soyut kavramları somutlaştırmada kullanılması gerektiği vurgulanır. Dolayısıyla birçok araştırmada örüntü ve cebirsel düşünme sözcüklerini yan yana görmek mümkündür (Lee, 1996; McRae-Childs, 1995; Warren ve Cooper, 2006; Zazkis ve Liljedahl, 2002;).

Sekiz tane yedinci sınıf öğrencisinin cebirsel düşünmelerinin gelişimi Steele (2008) tarafından, artış ve değişim tarzındaki örüntüler içeren problemlerle incelemiştir. Bu gelişim izlenirken öğrencilerden; şekilli büyüme ve değişim problemlerinde miktarlar arasındaki ilişkilerin örüntülerini bulmaları ve genellemeleri, bu genellemeleri sözel ve sembolik olarak ifade edebilmeleri ve örüntü bulmaya ait içsel ve dışsal gösterimleri arasında etkili ilişkiler kurmaları beklenmiştir. Çalışmadaki öğrenciler, öğretmenleri tarafından problemleri çözerken çeşitli yaklaşımlar seçebilecekleri düşünülerek ve ortalamanın üzerinde matematiksel yetenekleri olduğu için seçilmiştir. Problem çözme dışında bireysel yazma ve grup tartışması yöntemleri de kullanılmıştır. Araştırma bulgularına göre, öğrencilerin hepsi örüntü bulma ve genellemede uygulanan öğretim esnasında gözle görülür derecede ilerleme kaydetmişlerdir. Bütün öğrenciler örüntü ve ilişkileri ifade etmek için birden fazla dışsal gösterim kullanmışlardır. Genelde diyagram çizerek başlamışlar, gözlemledikleri örüntüleri sayılara ve sayısal süreçlere çevirmişler, gözlemledikleri örüntüler için sözlü tanımlamalar yapmışlar ve son olarak da sembolik gösterim kullanmışlardır. Bir öğrenci ise bütün problemlerde tablo gösterimini kullanmıştır. Araştırmacı sonuçlardan yola çıkarak öğrencilere genellemeyi öğretebilmek için dizi problemlerinin kullanılmasının yararlı olabileceğini, öğrencileri çoklu gösterimleri kullanmak ve bunları birbirleriyle ilişkilendirmek için teşvik etmek gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca araştırmacı sayısal verileri, diyagramların fiziksel yapısıyla ilişkilendirmenin açık ve net genellemeler yapabilmek için çok önemli olduğunu da araştırma sonuçlarına dayanarak ifade etmiştir.

Zazkis ve Liljedahl (2002), bir grup sınıf öğretmenliği lisans öğrencisinin görsel sayı örüntülerini genellemelerini izledikleri araştırmalarında cebirsel düşünme ve cebirsel dil arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. 36 tane sınıf öğretmenliği lisans öğrencisine bir sayı dizisi verilmiş, öğrencilerden bu dizideki örüntüleri keşfetmeleri istenmiştir. Öğrencilerden akıllarına takılan soruları, varsayımlarını, süreçlerini, kızgınlıklarını (eğer varsa) ve sevinçlerini kaydetmeleri istenmiştir. Ayrıca, bir sonuç bulmaktan öte düşüncelerindeki gelişimi not etmeleri hatta akıllarından geçen her türlü matematiksel iddiayı açıklamaları istenmiştir. Bu uygulamaların ardından dört kişi ile görüşme yapılmıştır. Araştırmacılar çalışmada katılımcıların cebirsel dili kullanmadan fikirlerini rahatça ifade etmesine olanak sağlamaya çalışmışlardır. Bu yolla kişilerin cebirsel dil kullanmadan cebirsel düşünebildiklerini ve hatta daha rahat bir şekilde genellemelere ulaştıklarını göstermeye çalışmışlardır. Araştırmacılar, katılımcıların hem cebirsel düşünme hem de cebirsel dili kullanma becerisi gösterdikleri zamanlarda ikisi arasındaki bağlantıyı kurmakta zorlandıklarını belirtmişlerdir. Buradan yola çıkarak, cebirsel dili kullanma becerisinin cebirsel düşünmeyi gösteren bir belirteç olarak ele alınmaması gerektiği vurgulanmış, buna ek olarak cebirsel dili kullanamamanın ise, cebirsel düşünememek anlamına gelmediğini ifade etmişlerdir.

Sperfslage-Macomber (2003) cebir ve fonksiyon öğrenme alanlarındaki öğrenme etkinliklerini izlediği, ortaöğretim matematik reformunun birinci aşaması Core-Plus'ta başarısızlık yaşamış altı tane öğrenciyle bir araştırma gerçekleştirmiştir. Sınıf içi gözlemler ve kursun üç farklı döneminde gerçekleştirilen derinlemesine yapılan görüşmelerden elde edilen veriler analiz edilerek incelenmiştir. Araştırmacı, öğrencilerin kursta yaşadıkları başarısızlıkların nedenlerini ve öğrencilerin cebir ve fonksiyonlar konusundaki anlama düzeylerini incelemiştir. Araştırmacı, sonuçları inceledikten sonra zihnindeki başarılı öğrenci-başarısız öğrenci kavramlarında değişimler olduğunu ve belli bir ortalamanın üzerinde alanları başarılı, altında alanları ise başarısız olarak düşünmenin doğru bir düşünme biçimi olmadığını fark ettiğini belirtmiştir. Bunun yerine öğrencilerin öğretim programındaki deneyimlerini incelemek gerektiğini ifade etmiştir. Ayrıca öğrencilerin matematik öğrenme deneyimlerinin kendilerine göre nasıl olduğunu bilmek gerektiğini, çünkü öğretmene kolay ve eğlenceli gelen durumların öğrencilere daha farklı deneyimler yaşatabileceğini belirtmiştir. Araştırmacı son olarak, öğrencilerin sınıf içinde matematiksel açıdan sosyalleşmelerinin başarıya katkı sağladığını ve bunu araştırmasında Joy ve Amy gibi öğrencilerde gözlediğini vurgulamıştır.

Örüntü keşfetme yoluyla temel cebirsel kavramları öğrencilere tanıtan çalışmalarında English ve Warren (1998), 12–15 yaşları arasındaki 430 öğrenciye öğrencilere doğrusal örüntüler içeren etkinlikler vermiştir. Etkinliklerden sonra da bazı öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Bu süreç sonunda öğrencilere değişken ve eşitlik kavramının tanıtılmasına yönelik sonuçlar çıkarılmıştır. Aynı zamanda örüntü temelli yapılan öğretimin etkili olabilmesi için gerekli süreç ve becerileri de incelemişler ve süreçteki temel becerinin aritmetik yeteneği olduğunu ifade etmişlerdir. Aritmetik yetersizliğin örüntü içindeki ilişkilere karar vermeyi daha da zorlaştırdığını vurgulamışlardır. Esnek ve net düşünme ile eşitlik kavramını anlama ve genellemelerde eşitliği tanıyabilme de örüntü temelli yaklaşımdaki öğrenci başarısını etkileyen diğer önemli beceriler olarak belirtilmiştir. Araştırmacılar, öğrencilerin ön koşul becerilere sahip olmaması durumunda örüntü temelli yaklaşımın temel cebirsel ifadeleri geliştirme konusunda yetersiz olduğunu vurgulamışlardır. Sonuç olarak, cebirsel düşünmenin geliştirilmesi açısından, çalışmadaki temel cebirsel becerilerin kazandırılması vurgulanırken örüntü etkinliklerinin bu kavramlar kazandırıldıktan sonra da devam etmesi gerektiği belirtilmiştir.

London-McNab (2006), ikinci sınıf öğrencileri ile örüntüler yardımıyla cebirsel düşünmeyi desteklemek ve fonksiyonel ilişkileri genellemek üzerine bir araştırma yapmıştır. 22 öğrenciye dört hafta boyunca haftada üç kez olmak üzere toplam 12 saat öğretim verilmiş ve bütün dersler kayda alınmıştır. Öncelikle büyüyen geometrik örüntüler yardımıyla öğrencilere görsel gösterimler tanıtılmış ardından "Fonksiyon Makinesi" etkinliği ile de fonksiyonların sayısal gösterimlerini keşfetmeleri sağlanmıştır. Bu iki gösterim şeklini bütünleştirme amacıyla bir geometrik örüntünün sıralı olmayan adımlarını kullanarak o örüntüyü keşfetmeye çalıştıkları bir etkinlik uygulanmıştır. Uygulamanın başlangıcında öğrencilere Sayı Bilgi Testi uygulanarak matematiksel becerileri ölçülmüştür. Bunun yanında çoklu gösterimler içeren dokuz adet örüntü görevi de bireysel görüşmeler esnasında ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Tüm öğrenciler örüntünün genel kuralını fark etmişler ve bu kuralı başka örüntülere uygulamışlardır. Sadece ritmik saymada başarısız olmuşlardır.

Wasman (2000) "Connected Mathematics Project" (CMP) öğretim programının uygulandığı bir sınıftan yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakemelerini inceleyen bir araştırma yürütmüştür. Öğrencilerin cebirsel akıl yürütmelerine ilişkin zengin bir tanımlama yapabilmek için de araştırmayı hem niceliksel hem de niteliksel olarak tasarlamıştır. Öncelikle 100 tane yedinci sınıf öğrencisi ile 73 tane sekizinci sınıf öğrencisine Iowa Cebir Yetenek Testi uygulanmış ardından rastgele seçilmiş beş tane yedinci sınıf öğrencisi ile altı tane sekizinci sınıf öğrencisiyle de bireysel görüşmeler yapılmıştır. Deney grubunun performansları sekizinci sınıf norm grubunun performansı ile karşılaştırılmış ve iki grup arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemiştir. Öğrenciler örüntüleri tanıma ve genelleme konusunda belirgin bir performans göstermişlerdir. Örüntüleri sembolize etmeden önce sözel olarak ifade etmişlerdir. Ayrıca örüntüleri sembollerle ifade etme konusunda sekizinci sınıf öğrencileri yedinci sınıf öğrencilerine oranla daha başarılı bulunmuştur. Bütün öğrenciler doğrusal ilişkileri anlama konusunda oldukça başarılı iken yinelemeli bir örüntüyü açık bir formülle ifade etmede zorlanmışlardır.

İlgili alanyazın incelendiğinde, örüntülerle ilgili çalışmaların çoğunlukla cebir öğrenme alanıyla ilişkilendirilerek yapıldığı görülmektedir. Bunun dışında; öğrencilerin ispat becerilerini geliştirmek için örüntüleri kullanan; ortaöğretim düzeyindeki fonksiyonel düşünmenin, örüntüleri genelleyerek geliştirilebileceğini inceleyen çalışmalar da bulunmaktadır. Son yıllarda, cebire girişte örüntüleri genelleme yaklaşımının kullanılması nedeniyle en çok üzerinde durulan kavram ise genellemedir. Değişik örüntü tipleri kullanılarak, öğrencilerin genelleme becerilerinin belirlenmesi ve buna bağlı olarak sonuçlara varılması en çok rastlanılan araştırma türüdür.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın türü, çalışma grubu, veri toplama araçları, uygulama süreci, araştırma süreci, araştırmanın iç geçerliği ve verilerin analizi üzerinde durulmuştur.

3.1. ARAŞTIRMANIN TÜRÜ

Bu araştırmada örüntü temelli cebir öğretimin öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerine ve matematiğe karşı tutumlarına etkilerini incelemek amaçlanmıştır. Çalışma ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel bir araştırmadır. Araştırmada yer alan gruplar yansız atama ile oluşturulmuş, bu gruplardan biri deney, diğeri kontrol grubu olarak belirlenmiştir (Karasar, 2006). Her iki grupta da deney öncesi ve sonrası ön test uygulamaları yapılmıştır. Araştırmada D örüntü temelli cebir öğretimin uygulandığı deney grubunu, K ise kontrol grubunu temsil etme amacıyla kısaltma olarak kullanılmıştır.

Araştırmanın deseni aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

T_1: Kavramsal Cebir Testi (KCT)

T_2: Matematiğe Karşı Tutum Ölçeği (MKTÖ)

T_3: İşlemsel Cebir Testi (İCT)

Tablo 3.1.

Araştırma Deseninin Tablosal Gösterimi

Gruplar	Ön test	Deneysel Desen	Son test
D	T_1 T_2	Örüntü temelli cebir öğretimi	T_1 T_2 T_3
K	T_1 T_2	Örüntü temelli olmayan cebir öğretimi	T_1 T_2 T_3

3.2. ÇALIŞMA GRUBU

Bu araştırma İç Anadolu Bölgesi’nde bulunan büyük illerden birinin sosyo-ekonomik durumu orta düzeyde olan öğrencilerin devam ettiği bir ilköğretim okulunda gerçekleştirilmiştir. Çalışma grubunu okulun 2008–2009 Eğitim Öğretim yılındaki üç tane yedinci sınıfından ikisi oluşturmaktadır. Bu sınıflar, sınıf mevcudu ve cinsiyet dağılımı açısından birbirlerine oldukça yakındır. Başarıları açısından karşılaştırıldığında ise çok büyük bir fark göze çarpmamaktadır.

Uygulamaya başlamadan önce deney grubu olan 7A şubesinde 22 öğrenci bulunmaktadır ancak iki öğrenci hem ön test hem de son test uygulamalarına katılmadıklarından sınıf mevcudu içinde kabul edilmemiş ve sınıf 20 öğrenci olarak ele alınmıştır. Kontrol grubu olan 7B şubesinde de 22 öğrenci ile çalışmaya başlanmış ancak benzer şekilde iki öğrenci gruba dâhil edilmemiş, son mevcut 20 ile sınırlandırılmıştır. Sınıf mevcutlarının cinsiyetlere göre dağılımları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3.2.

Deney ve kontrol gruplarının cinsiyetlere göre dağılımı

	Kız		Erkek		Toplam	
Gruplar	f	%	f	%	f	%
7A (D)	11	55	9	45	20	49
7B (K)	12	57	9	43	20	51
Toplam	23	56	18	44	41	100

Yarı yapılandırılmış görüşmeler, deney grubundan seçilen üç kız, beş erkek toplam sekiz öğrenciyle yürütülmüştür. Bu öğrencilerin seçiminde öğrencilerin KCT ve İCT puanları incelenmiş ve KCT puanları en yüksek ve en düşük olan dörder öğrencinin seçilmesi kararlaştırılmıştır.

3.3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

Bu araştırmada öğrencilerin kavramsal cebir başarısını ölçme amacıyla “Kavramsal Cebir Testi” (KCT) (Ek 1), işlemsel cebir başarılarını ölçmek için “İşlemsel Cebir Testi”

(İCT) (Ek 2) ve matematiğe karşı tutumlarını belirlemek için "Matematiğe Karşı Tutum Ölçeği" (MKTÖ) (Ek 3) kullanılmıştır.

3.3.1. Kavramsal Cebir Testi (KCT)

Kavramsal Cebir Testi, Concepts in Secondary Mathematics and Science Team (CSMST) (Hart, Brown, Kerslake, Küchemann ve Ruddock, 1985) tarafından 13–15 yaşları arasındaki İngiliz öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini belirlemek için geliştirilmiştir. Test, temel cebire ait kavramsal bilgiyi ölçme amacına yönelik olarak tasarlanmıştır (Ek 1). CSMST'ye göre harfleri kullanmanın ve yorumlamanın altı farklı kategorisi bulunmaktadır. Bu kategoriler ve kategorilere ilişkin örnekler aşağıdaki gibi verilebilir:

1. *Harfe değer verme*: Bu kategoride harfe sayısal bir değer verilir. Örneğin, " $a + 5 = 8$ denkleminde a nedir?"örneğinde olduğu gibi.
2. *Harfi kullanmama*: Bu kategoride öğrenci harfi ya tamamen yok sayar ya da farkında olmasına rağmen ona bir anlam yüklemez. Örnek olarak "Eğer $a + b = 43$ ise $a + b + 2 = ?$" verilebilir.
3. *Harfin bir nesne gibi kullanılması*: Harf bir nesne için hatırlatıcı gibi ya da aynı harf kendi başına bir nesne gibi düşünülür. Örneğin "$2a + 5a = ?$" gibi.
4. *Harfin özel bir bilinmeyen gibi kullanılması*: Bu aşamada öğrenciler harfleri özel fakat bilinmeyen bir sayı gibi kullanır ve üzerinde doğrudan işlem yapabilirler. "$n + 5$'in üzerine 4 ekle" örneğinde olduğu gibi.
5. *Harfin genellenmiş bir sayı gibi kullanılması*: Harf birden fazla değer alabilen bir şey olarak düşünülebilir. Örneğin "$c + d = 10$ iken c hakkında ne söyleyebilirsin?" gibi.
6. *Harfin bir değişken gibi kullanılması*: Öğrenciler bu aşamada harfin birden fazla sayıyı ifade ettiğini anlar ve harfle onun ifade ettiği sayı grubu arasında sistematik bir ilişki olduğunu kavrayabilirler. "$2n$ mi $n + 2$ mi büyüktür? Açıklayınız" örneğinde olduğu gibi.

Test maddeleri yukarıda belirtilen kategoriler dikkate alınarak oluşturulmuştur. Testin tamamı Akkuş (2004) tarafından Türkçeye uyarlanmıştır. Maddelerin ayırıcılık değerleri 0.20 ile 0.60 arasında, güçlük değerleri ise 0 ile 0.94 arasında değişmektedir. Testin KR–20 güvenilirlik katsayısı 0.93'tür. Bu uygulamada testin güvenilirliği tekrar hesaplanmış ve 0.82 olarak hesaplanmıştır. Test formunda 22 madde olarak görünen

KCT, puanlanırken alt maddeler de göz önüne alınmış ve test toplam 55 maddeden oluşturulmuştur. KCT'de her madde için doğru yanıtlar 1, yanlış olanlar ise 0 olarak puanlanmıştır. Testten alınacak en düşük puan 0 ve en yüksek puan 55 olarak belirlenmiştir. Puanlar hesaplandıktan sonra, değerlendirmede kolaylık sağlaması açısından; puanlar, 100 üzerinden puanlara dönüştürülmüştür.

3.3.2. İşlemsel Cebir Testi (İCT)

"İşlemsel Cebir Testi" çalışmada öğrencilerin cebir başarılarını belirlemek üzere kullanılmıştır (Ek 2). Öğrencilerin yanıtlarını ve hesaplamalarını daha ayrıntılı incelemek için açık uçlu soru tipi kullanılmıştır. Test, klasik cebir soruları ile sembolik manipülasyon ve hesaplamaları birleştiren 10 sorudan oluşmaktadır. Akkuş (2004) tarafından geliştirilen testin yanıtlanma süresi 40 dakikadır. Testin puanlanmasında en yüksek 4 en düşük 0 puan verilen bir dereceli puanlama anahtarı kullanılmıştır. Testten alınabilen en yüksek puan 40, en düşük puan ise 0'dır. Testten alınan ham puanlar 100 üzerinden puanlara dönüştürülmüştür. Testin iç tutarlılık katsayısı Cronbach alfa ile hesaplanmış ve .90 bulunmuştur.

Kullanılan ölçme aracının son iki sorusu yedinci sınıf cebir öğrenme alanındaki kazanımların dışında kazanımları ölçtüğünden testten çıkarılmış yerine 2008 SBS'de sorulan iki adet soru eklenmiştir. İşlemsel cebir testindeki maddelerin ilgili olduğu kazanımlara ait tablo Ek 7'de verilmiştir.

3.3.3. Matematiğe Karşı Tutum Ölçeği (MKTÖ)

"Matematiğe Karşı Tutum Ölçeği" (MKTÖ) ilköğretim öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarını belirlemek amacıyla Aşkar (1986) tarafından geliştirilmiştir (Ek 3). 10 pozitif ve 10 negatif, toplam 20 maddeden oluşan ölçek "tamamen katılıyorum, katılıyorum, kararsızım, katılmıyorum, kesinlikle katılmıyorum" şeklinde beş farklı şekilde işaretlenebilir. Puanlamada pozitif maddeler için "tamamen katılıyorum" seçeneği 5 puanla, "kesinlikle katılmıyorum" ise 1 puanla, negatif maddeler için ise "tamamen katılıyorum" seçeneği 1 puanla, "kesinlikle katılmıyorum" ise 5 puanla değerlendirilmektedir. 0 ile 100 puan arasında puanlar alınabilen MKTÖ'de, yüksek puanlar öğrencinin matematiğe karşı olumlu tutumlara sahip olduğunu, düşük puanlar ise öğrencinin matematiğe karşı olumsuz tutumlara sahip olduğunu göstermektedir.

Ölçeğin yanıtlama süresi 10 dakikadır. Güvenilirlik katsayısı Cronbach alfa ile hesaplanarak .96 olarak bulunmuştur.

3.3.4. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

Öğretim süreci ve son test uygulamalarından sonra deney grubundaki öğretime dair öğrenci görüşlerini almak için gruptan bazı öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yürütülmüştür. Bu öğrencilerin seçiminde göz önünde bulundurulan faktörler, öğrencilerin erişi puanlarıdır. Erişi puanları en yüksek ve en düşük olan öğrenciler seçilerek sürecin olumlu ve olumsuz özellikleri öğrencilerin gözünden belirlenmek istenmiştir.

Tüm görüşmeler okulun boş bir sınıfında, öğrencilerle bireysel olarak gerçekleştirilmiştir. Toplam sekiz öğrenciyle, her biriyle yaklaşık 20 dakika olmak üzere görüşülmüştür. Görüşmelerin tamamında öğrencilerin izniyle ses kaydı yapılmıştır. Elde edilen kayıtlar çözümlenmiş ve öğrencinin dilinden birebir yazılmıştır.

Görüşmelerde öğrencilere aşağıdaki sorular yöneltilmiştir.

1. Cebir öğrenmenin bu şekilde verimli olduğunu düşünüyor musunuz?
2. Örüntü nedir? Bir örnek veriniz ya da yazınız.
3. Bu etkinliklerin başka sınıflarda uygulanmasını tavsiye eder misiniz?
4. “Tamam, konuyu anladım” dediğiniz anlar oldu mu, varsa ne zaman?

3.4. ARAŞTIRMA SÜRECİ

Araştırmacı öncelikle alandaki çalışmaları inceleyerek, çalışmalarda kullanılan etkinlikler üzerine yoğunlaşmıştır. Bu etkinlikler toplanarak, geliştirilecek öğretim programına yönelik altyapı hazırlanmıştır. Alanyazın taramasında incelenen; benzer çalışmalarda kullanılan etkinlikler ile başka ülkelerin matematik programlarının cebir öğrenme alanındaki etkinlikler derlenerek, etkinlik yazma süreci başlamıştır. Bu süreç sonunda uygulamada kullanılan etkinlikler geliştirilmiştir (Ek 4). Tablo 3.3.’te hazırlanan etkinliklerin hangi cebir kazanımıyla ilişkili olduğu belirtilmiştir.

Tablo 3.3.

Hazırlanan etkinliklerin cebir öğrenme alanındaki kazanımlarla ilişkileri

Kazanımlar	İlişkili olduğu etkinlikler
1. Cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri yapar	Etkinlik 1-3-4
2. İki cebirsel ifadeyi çarpar	Etkinlik 2-3-4
3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer	Etkinlik 5-6
4. Denklemi problem çözmede kullanır	Etkinlik 7
5. İki boyutlu Kartezyen koordinat sistemini açıklar ve kullanır	Etkinlik 8-9
6. Doğrusal denklemleri açıklar 7. Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer	Etkinlik 10

Araştırma sürecinde cebir öğrenme alanına giriş yapılmadan önce her iki gruba da ön test uygulamaları yapılmıştır. Bu uygulamalarda öğrencilere testin konusu ve yanıtlama süresi hakkında bilgiler verilmiş ve KCT için 60 dakika, MKTÖ için 10 dakika yanıtlama süresi verilmiştir. Öğretim süreci tamamlandıktan sonra KCT ve MKTÖ dışında İCT de uygulanmıştır. İCT için verilen yanıtlama süresi ise 40 dakikadır. KCT ve MKTÖ uygulamaları aynı gün içerisinde art arda yapılırken, İCT diğer testlerin uygulamasından sonra farklı bir günde uygulanmıştır.

3.4.1. Uygulama Süreci

Uygulama 2008–2009 Eğitim – Öğretim yılının ikinci döneminde araştırmacı tarafından yapılmıştır. Her iki grubun süreçteki matematik derslerini, aynı zamanda grupların matematik öğretmeni olan araştırmacı yürütmüştür. Araştırmacının mesleki deneyimi iki yıldır. Uygulama toplam altı hafta ve her iki grup için toplam 24 saat sürmüştür. Araştırma sürecinin ilk haftasında ön testler, son haftasında ise son testler uygulanmıştır. Deney ve kontrol gruplarındaki öğretim süreci, ayrıntılı olarak aşağıda açıklanmıştır.

3.4.1.1. Deneyin Ön Uygulaması

Araştırmacı tarafından hazırlanmış olan etkinliklerden "*(1) Cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri yapar, (2) İki cebirsel ifadeyi çarpar, (3) Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer, (4) Denklemi problem çözmede kullanır*" kazanımlarına yönelik olan yedi etkinlik, başka bir öğretmen tarafından aynı ile bağlı bir ilçedeki ilköğretim okulunun sekizinci sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Bu uygulama, gerçek uygulamadan bir dönem önce gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı, ön uygulamayı çalıştığı okulda uygun sınıf ve zaman bulamadığından kendisi yapamamıştır. Zamanın dar olması nedeniyle, bütün etkinlikler ön uygulamada kullanılamamıştır. Ayrıca, uygulama zamanında yedinci sınıflar henüz cebir öğrenme alanına gelmediğinden, etkinlikler sekizinci sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Etkinlikleri uygulayan öğretmen hem yüksek lisans yapması hem de yeni matematik dersi öğretim programını uygulamaya istekli, yapılandırmacı öğrenme anlayışını benimsemiş olması nedeniyle araştırmacı tarafından uygulamacı olarak seçilmiştir. Öğretmenin meslekteki deneyimi iki yıldır. Araştırmacı, öğretmene deneyini, öğretmenin sınıf içerisindeki rolünü, öğrencilerle iletişimini detaylarıyla anlatmıştır. Bu ön uygulamadan sonra etkinliklerde yapılan değişiklikler şöyledir:

- Etkinlik 1'in (Ek 4), ön uygulama esnasında öğrenciler tarafından kolay ve çabuk bir şekilde bitirildiği öğretmen tarafından belirtilince öğrencilerin beceriyi pekiştirmeleri için etkinliğin sonuna "Sıra Sizde" bölümü eklenmiştir.
- Ön uygulamayı yapan öğretmen, Etkinlik 2'nin sonundaki genellemeye varma aşamasında öğrencilerin dağılma özelliğinden yararlanmadan, doğrudan yanıtı söylediklerini belirtmiştir. Bunun, öğrencilerin cebirsel ifadelerin çarpılması ile ilgili sonuca varmalarını zorlaştırdığı ve bu aşamada öğrencilerden tek tek bütün terimlerin çarpılmasını göstermelerinin istenmesi gerektiğini belirtmiştir.
- Ön uygulamada Etkinlik 3 ve 4'te kullanılacak cebir karoları öğretmen tarafından sınıfta hazırlatılmıştır. Bunun etkinlik için kullanılacak zamanı çok daralttığı öğretmen tarafından belirtilmiştir. Bu uygulamada değişikliğe gidilmiş ve ana uygulamada cebir karolarını, öğrencilerin evde hazırlayarak getirmelerinin istenmesi kararlaştırılmıştır.
- Ön uygulama öğretmeni, Etkinlik 3 ve 4'ün materyal kullanımı ve etkinliklerin zor olması gibi nedenlerle çok etkili geçmediğini belirtmiştir. Bu etkinliklerin karmaşık olmasının, öğrencileri etkinlikte ulaşılmak istenen amaçtan uzaklaştırabileceği ve bu nedenle süreçte, öğretmenin süreci çok iyi

yönlendirmesi gerektiğini belirtmiştir. Öğrencilerin istenen kazanıma ulaşabilmeleri için, bu etkinliklerin tamamen öğrenci merkezli grup çalışması yerine grup çalışması şeklinde fakat öğretmenin daha etkin olduğu bir yöntemle işlenmesinin yararlı olacağı kararına varılmıştır.

- Etkinlik 3'ün sonundaki "*Sonuçta kenar uzunluğu bir cebirsel ifade olsa da alanı bulurken cebirsel ifadeleri çarpabiliyor muyuz?*" sorusuna öğrenciler tarafından sadece "Evet, çarpabiliyoruz" gibi yanıtlar geldiğinden yoruma açık hale getirebilmek için "*Çarparken nelere dikkat ediyoruz, ne gibi işlemler yapıyoruz?*" kısmı da eklenmiştir.
- Etkinlik 5'te ikinci sorudan sonra sorulmuş olan "*15.şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyacınız olur?*" sorusu ikinci soruyla benzer olduğundan ve zamanın gereksiz yere kullanımına neden olduğundan, bu sorunun çıkarılmasına karar verilmiştir.
- Etkinlik 5'te üçüncü sorudan sonra sorulmuş olan "*Elinizde 45 kibrit çöpü varsa kaçıncı şekle kadar örüntüyü devam ettirebilirsiniz?*" sorusunun kazanımın dışında bir beceriyi ölçtüğü düşünüldüğünden ve sonraki sorularla istenen becerinin gerçekleştirilmesi mümkün olabileceğinden çıkarılmasına karar verilmiştir.
- Etkinlik 5'te dördüncü ve beşinci soruların başındaki "Önceki şekilleri oluşturmak için kullanılan kibrit çöplerini dâhil etmeden" ifadesi ön uygulamayı yapan öğretmenin, öğrencilerin kafalarını karıştırdığını belirttiğinden çıkarılmıştır.
- Etkinlik 5'te altıncı sorunun sonuna "*Cebirsel ifadeden yararlandınız mı? Yararlanmadıysanız hangi yolla yanıtlara ulaştınız?*" ifadeleri ön uygulama yapan öğretmenin önerisi sonrasında eklenmiştir. Öğretmen sorunun ilk halinin çok geniş bir soru olduğunu, öğrencilerin yorum yapmadan kısa yanıtlarla bu soruyu geçiştirdiklerini belirtmiş, yorum yapmalarına olanak tanıyacak şekilde tekrar düzenlenmesinin yararlı olabileceğini söylemiştir.
- Etkinlik 6'daki öğrencilerin aracın hızı ile takip mesafesi arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak yazmalarının istendiği soruda, öğrencilerin ilişkiyi harflerle sembolize etmedikleri ve "*Takip Mesafesi = Hız / 2*" gibi ifadeleri sıklıkla yazdıkları gözlendiğinden bu soruda öğrencilere ilişkiyi ifade ederken değişkenlere harfler atayabileceklerinin ifade edilmesi gerektiğine karar verilmiştir.

- Etkinlik 6’daki sekizinci soruda öğrencilerin sadece “*Cebirsel ifadeden yararlandınız mı?*” kısmına odaklandıkları belirtilmiş ve bu sorunun iki ayrı soru şeklinde bölünmesinin yararlı olacağı belirtilmiştir. Bunun üzerine etkinliğin sekizinci sorusu “*6. ve 7.soru için beşinci sorudaki cebirsel ifadeden yararlandınız mı?*” olarak düzenlenirken, “*6. ve 7.soruda nasıl bir strateji kullandınız?*” sorusu da dokuzuncu soru olarak eklenmiştir.
- Etkinlik 7’deki ikinci soruda öğrencilerin gördükleri örüntüleri “*Uğur dokumada fiyatlar birer birer artıyor*” gibi ifade ettikleri ve örüntüleri cebirsel olarak ifade etmedikleri belirlenmiş bu nedenle bu soruya “*Örüntülerin cebirsel ifadesini yazınız*” kısmının eklenmesine karar verilmiştir.

Bu değişikliklerin ardından ilk yedi etkinlik son halini almış ve ana uygulamada kullanılmak üzere hazır hale getirilmiştir. Araştırmacı diğer kazanımlara yönelik hazırladığı üç etkinlikle birlikte, deneyi için toplam 10 etkinlik hazırlamış ve bu etkinliklerin tümü uygulama sürecinde kullanılmıştır.

3.4.1.2. Deney Grubundaki Öğretim Süreci

Aşağıda örnekleri ile açıklanan uygulama derslerinin genel yapısı ise Tablo 3.4.’te belirtildiği gibi gerçekleştirilmiştir.

Tablo 3.4.

Uygulama grubundaki derslerin yapısı

Öğretmen etkinliği	Öğrenci etkinliği	Amaçlanan öğrenme çıktısı
Giriş: 5 dakika		
Derse giriş yapar	Dersin açıklamasını dinler	Dersin başladığının farkında olma
Günün etkinlik kağıtlarını dağıtır.		Derse ilgi ve merak duymaya başlar.
Etkinliğin ana amacını belirtir		Dersin ne içerdiğini ve ne öğreneceğini anlar.
Gelişme: 30 dakika		
	Notlar alır.	
Öğrencilere gerekli durumlarda rehberlik eder. Sınıf tartışmalarını yönlendirir.	Etkinlik kağıdını doldurur. Diğer öğrencilerle fikir alışverişi yapar. Fikirlerini arkadaşlarına ifade eder.	Dersin ana amacını anlar. Örüntü keşfetme, örüntüleri devam ettirme, örüntü kuralı bulmayı kullanır.
Sonuç: 5 dakika		
Yapılanların özetlenmesine ve sonuç çıkarılmasına rehberlik eder.	Yapılanlar hakkında yorum yapar. Sonuçlara varır. Sonuçlarını ifade eder ve not alır.	Deneyimler tekrarlanır. Kazanıma ilişkin sonuçlara varır.

Araştırmada deney grubuna örüntü temelli cebir öğretimi uygulanmıştır. Bu öğretim sürecinde uygulanmak üzere, araştırmacı tarafından hazırlanmış Ek 4'te sunulan 10 adet etkinlik ve çalışma kâğıdı süreçte kullanılmıştır.

Deney grubuna uygulanan etkinlikler çoğunlukla öğrencilerin bireysel ve grup halinde çalışmalarına olanak veren öğrenci merkezli etkinliklerdir. Fakat ikinci etkinlik, altıncı etkinlik ve onuncu etkinlik gibi bazı etkinliklerde öğretmen merkezli sınıf tartışması gibi tekniklere de başvurulmuştur. Etkinliklerde zaman zaman cebir karoları, kibrit çöpleri, örüntü blokları gibi somut materyaller kullanılmış, öğrencilerin kendilerinin oluşturduğu ek materyallere de yer verilmiştir.

Ders planları genelde iki ders saatini kapsayacak şekilde düzenlenmiştir. Bu süreçte birinci dersin ilk 5 – 10 dakikalık bölümü bir önceki etkinliği ve kazanımı hatırlatıcı çalışmalar, son 10 dakikalık bölüm ise o günkü etkinlik ve kazanımı özetleyici, tekrar edici çalışmalar olarak düzenlenmiştir.

Ders planlarında yer alan tüm etkinliklerin özü örüntüye dayalıdır. Öğrencilerin etkinliklerin hemen hepsinde örüntü keşfetme, örüntüyü devam ettirme, örüntü kuralı bulma gibi beceriler kullanmaları gerekmektedir. Özellikle ilk etkinliklerde örüntü kuralı bulma becerisinde zorlanan öğrenciler uygulama ilerledikçe bu konuda daha yetkin bir hale gelmişlerdir.

Uygulama sırasında öncelikle sınıf fiziksel olarak o günkü etkinliğe uygun şekilde düzenlenmiştir. O günkü kazanımın kavramlarına yönelik düşünceler dersin giriş aşamasında tartışılmış, öğrencilerin düşünceleri alınmıştır. Ardından araştırmacı etkinlik kâğıtlarını ve varsa gerekli materyalleri dağıtmıştır. Öğrencilere etkinlik kâğıtlarını okumaları ve anlamaları için bir süre tanınmış sonrasında bütün sınıf etkinlik üzerinde tartışmıştır. Araştırmacı öğrencilerin etkinliğe hazır olduğunu hissettiğinde etkinlik kâğıdında istenenler sırayla yapılmaya başlanmıştır. Öğrenciler istenenleri o etkinliğin gerektirdiği gibi bireysel ya da grup çalışması şeklinde gerçekleştirirken araştırmacı sınıf içerisinde dolaşarak onlara geri bildirimde bulunmuştur. İstenen madde üzerinde çalışmalar tamamlandıktan sonra, araştırmacı öğrencilerin maddeye ilişkin görüşlerini almış, bütün sınıf bu görüşlerin doğru ya da yanlış tarafları üzerinde tartışmıştır. Sonunda öğrencilerden ya da gruplardan biri yanıtını tahtada ya da materyaller ile masasında göstermiştir. İstenenler tamamlandıktan sonra, dersin son bölümünde öğrencilerin o gün yaptıklarını özetlemeleri ve bir sonuca varmaları istenmiştir. Düşünceler sınıf içi tartışma ile yönlendirilerek o günün kazanımına ilişkin genel bir sonuç sınıfça ifade edilmiştir.

Uygulama sürecine ışık tutması açısından "*Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer*" kazanımına ilişkin beşinci etkinliğin uygulandığı gün sınıf içinde yaşananlar şöyledir:

Araştırmacı derste etkinlik kâğıtlarıyla bireysel çalışma yaptıracağından sınıfın oturma planında herhangi bir değişikliğe gidilmemiştir. Araştırmacı dersin başlangıcında öğrencilere denklemin ne olduğuna dair fikirlerini sorar. Öğrencilerden "*Denklem* *bilinmeyenin değerini bulmaktır*", "*bilinmeyenlerle sayıları eşitlemektir*", "*bilinmeyenleri yalnız bırakmaktır*" gibi yanıtlar gelir. Bundan sonra araştırmacı çalışma kağıtlarını (Ek 4-Etkinlik 5) öğrencilere dağıtır ve onlardan bu kağıtları genel olarak incelemelerini ister. Ardından da ilk soruyu yapmalarını söyler. Birinci soruda kibritlerle oluşturulmuş örüntünün bir sonraki adımının çizilmesi istenmektedir. Öğrenciler zorlanmadan bunu yaparlar. Bir sonraki soruda yedinci şekildeki kibrit sayısı sorulmaktadır. Burada da yine çoğu öğrenci doğru yanıta ulaşır. Fakat burada öğrencilerin farklı yöntemler kullandıkları dikkat çeker. Çoğu öğrenci, bu soruda yedinci adıma kadar bütün şekilleri çizmiş ve kibritleri sayarak sonuca ulaşmıştır. Bunun dışında üç-dört öğrenci de şekiller arasındaki artış miktarı olan 3'ü ekleyerek yedinci şekildeki kibrit sayısına ulaştığını belirtmiştir. Sadece iki öğrenci örüntü kuralı bulma ve sonrasında adım için gerekli kibrit sayısını bulma yöntemi kullanmıştır. Bu öğrencilerden Arife*, örüntünün genel kuralının $3n + 1$, Süleyman* ise $(n \times 2) + (n + 1)$ olduğunu söylemiştir. Araştırmacı bütün yöntemleri bir kez daha özetledikten sonra "*Bütün bu yöntemleri düşünerek, sizden 100. adımda kaç kibrit bulunacağını bulmanızı istesem hangi yöntemler işe yarar, hangileri yaramaz?*" diye bir soru sorar. Öğrenciler, şekil çizmenin ve artış miktarını ekleyerek sonucu bulmanın zor olacağını ve genel kuralla 100. adımın kibrit sayısına daha rahat ulaşılabileceğini ifade ederler. Genel kural yazan öğrenciler şöyle cevaplar verdiler:

> *100.adımda 100 sayısının üç katını alıp sonuca bir ekleyerek kibrit sayısını bulabiliriz (Arife*, 24.02.2009).*

> *100.adımda üstte ve altta yatay duran kibrit sayısı 100 x 2 yani 200'dür. Dikey duran kibritler ise 100 + 1 tane olacaktır. O halde toplam kibrit sayısı 301 olur (Süleyman, 24.02.2009).*

Bir sonraki soruda, soruları aşama aşama yapmanın yarattığı bir sıkıntıyla karşılaşılmıştır. Bu soruda istenen "*n. adımda kaç kibrit bulunacağı*"dır. Önceki soruların yanıtlarının sınıfta tartışılması, aslında zor olabilecek bu soruyu bütün öğrencilerin yanıtlamalarını sağlamıştır. Çoğu öğrencinin yanıtlarının Süleyman ve Arife'ninkine benzemesi yanıtların özgün olmadığını göstermiştir. Sadece Merve verileri tablo gösterimine aktarmış ardından örüntünün kuralını $3n + 1$ olarak bulmuştur. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurarak sonuca ulaşmayı sağlamaya yönelik olan

---

* Tüm isimler kurgusaldır. Çalışmaya katılan öğrencilerin gerçek isimleri kullanılmamıştır.

dördüncü ve beşinci soruda 34 ve 52 kibritle kaçıncı şeklin oluşturulabileceği sorulmuştur. İlkinde öğrencilerin çoğu bir önceki soruda bulunan örüntü kuralını ters işlemlerle kullanarak, yani *34 – 1 = 33, 33 : 3 = 11* şeklinde işlemlerle 11.adım yanıtına ulaşırlar. Bunun dışında yine şekli 34 kibrit elde edinceye kadar ilerletip bulanlar da olur. Bunların dışında iki öğrenci de çözüm yollarını şöyle ifade etmişlerdir:

> *Cebirsel kuraldaki n değişkenin yerine farklı sayı değerleri koyarak 34 sayısına ulaşmaya çalıştım. 11 değeri istediğimi sağladı (Fatma, 24.02.2009)*

> *İkinci soruda yedinci şekil için 22 kibrit çöpü gerekli olduğunu bulmuştuk. Şekilde her bir adımda 3 kibrit artış olduğundan 22'ye üst üste 3 ekledim ve 11.adımda 34 kibrit çöpü olduğunu buldum (Merve, 24.02.2009)*

Soru, öğrencileri istenen kazanıma yeterli oranda yönlendirmediğinden sınıf tartışması ile öğrencilerin denklemi kurmalarına yardımcı olunmuştur. Bu tartışmalarda öğrenciler n'in sıra sayısını belirten değişken, $3n + 1$'in ise kibrit çöpü sayısını verdiğini belirtmişlerdir. İlişki kurmalarına yardımcı olmak adına soruda verilen 34 sayısının sıra sayısı mı kibrit çöpü sayısı mı olduğu sorgulanmış ve öğrencilerin aynı cinsten olan değişkenleri birbirine eşitlemeleri sağlanmıştır. Bu geçişte öğrencilerin katılımlarıyla tahtada $3n + 1 = 34$ denklemi oluşturulmuştur. 52 kibritin kaçıncı adımda bulunacağı sorusunda öğrencilerin bu sorudan yola çıkarak denklem kuracakları düşünülürken yine çoğunluk ters işlem kullanarak sonuca ulaşmıştır. Sadece Sena ve Arzu uygun denklemi yazarak soruyu çözmüşlerdir. Denklem yazma aşaması ne kadar çok öğrenci tarafından başarılı bir şekilde gerçekleştirilse de çoğu öğrenci denklem çözme konusunda pek başarılı görünmemiştir. Denklem çözerken;

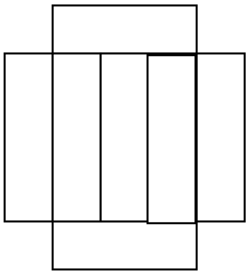
$$3n + 1 = 52 - 1 = 51 \qquad\qquad 51 : 3 = 17$$

işlemleri yapanlar çoğunluktadır. Dersin son beş dakikasında araştırmacı yapılanları özetlemiş, soru cevap tekniği ile o günün kazanımına ilişkin öğrenilenleri öğrencilerin ifade etmelerine yardımcı olmuştur. Daha sonra bunlar öğrenciler tarafından not alınmış ve ders sonlandırılmıştır.

Uygulama sürecinde bazı dersler çok etkili geçmemiştir. Etkili olmayan "*Etkinlik 3- Cebirsel ifadeler de toplanır, çıkarılır, çarpılır veya bölünür mü?*" etkinliğinde yapılanlar ve öğrenci tepkileri aşağıda özetlenmiştir:

Araştırmacı, derse normalden erken girerek öğrencilerin dörder kişilik gruplar oluşturmalarını ister. Ders ziline kadar grup ayarlama işlemleri tamamlanır. Öğrencilere bir önceki derste cebir karolarını evlerinde hazırlayıp getirmeleri söylenmiştir.

Araştırmacı, öncelikle öğrencilerin 1 x 1, 2 x 2 ve 3 x 3 boyutlarında kareler oluşturmalarını ister. Bu aşamada bütün gruplar eksiksiz bir şekilde istenenleri yaparlar. Bundan sonra araştırmacı bu örüntüyü devam ettirmek suretiyle kenar uzunluğu x kadar olan bir kare oluşturmalarını ister. Öğrenciler isteneni yapmakta çok zorlanırlar ve Süleyman'ın bulunduğu grup dışındaki hiçbir grup isteneni doğru şekilde yapamaz. Ön uygulamada bu aşamada yaşanan herhangi bir sıkıntıdan söz edilmediğinden etkinlik bu sıra izlenerek devam ettirilmiştir. Süleyman'ın grubu dışındaki gruplar Şekil 3.1.'deki gibi şeklin ortasını 3 tane x karosu ile doldurma eğilimine gitmişlerdir.



Şekil 3.1.

Süleyman'ın grubu dışındaki grupların bir kenarı x olan kareyi oluşturma biçimleri

Araştırmacı, karşılaşılan zorluğu aşmak için öğrencilere karenin alan formülü ile bir kenarı x birim olan bir karenin alanını bulmaları istendiğinde nasıl bir yanıt vereceklerini sormuştur. Süleyman'ın grubu ile başka bir grup x^2 yanıtını verirken diğer gruplardan $2x$ yanıtı gelmiştir. Bu yanıtlardan sonra araştırmacı öğrencilerin o ana kadar oluşturdukları karelerin kenar uzunlukları ile alanlarını bir tabloda ifade etmelerini istemiştir. Daha önceki etkinliklerde hiç ikinci dereceden örüntüler kullanılmamıştır. Doğrusal ilişkiye sahip örüntüleri genellerken ilişki, sıra sayısının aynı sayı ile çarpılması veya toplanması şeklinde bulunmuştur. Dolayısıyla, ikinci dereceden örüntü içeren bu soruya ait tabloyu oluştururken ilişki "kenar uzunluğu x kenar uzunluğu" şeklinde bulunmuş, öğrenciler şaşırmış ve düşüncelerini şöyle belirtmişlerdir:

Her basamakta aynı sayı ile çarpılmalıydı, bunda neden böyle oluyor? (Ömer, 20.02.2009)
Diğerlerinde ilişki bulurken hep aynı sayıyla çarpmış ya da toplamıştık, şimdi her basamakta kendisiyle yani başka başka sayılarla çarpıyoruz. İlişki yanlış değil mi? (Murat, 20.02.2009)

Buradan anlaşıldığı üzere, öğrenciler ön yaşantılarında benzer örüntüleri incelemediklerinden bu tarz bir örüntü ile karşılaştıklarında, örüntüyü kavrayamamışlardır. Bu karışıklık öğrencilerin genel performansını etkilemiş ve etkinlikte istenen kazanıma ulaşmakta sorun yaşanmıştır. İlişki bulmada yaşanan bu sıkıntı, öğretmenin yönlendirmeleri ve ipuçları ile x^2 ilişkisinin bulunması ile sonlandırılmıştır. Etkinliğin bu aşamasının etkili geçmemesi üzerine araştırmacı etkinlikte önceden yer almayan bir örneği sürece katarak kullanmıştır. Öğrencilere bir kenarı $2x$ olan bir karenin alanının ne olacağını sormuştur. Bu sefer sıkıntı yaşanmamış ve öğrenciler rahatlıkla $4x^2$ yanıtını vermişlerdir. Bu aşamadan sonra öğretmen, öğrencilerden yaptıklarını inceleyerek cebirsel ifadelerin çarpımına ilişkin sonuçlar çıkarmalarını istemiştir. Etkinlik içerisinde yaşanan sıkıntılar ve öğrencilerin farklı kısımlarda takılmaları onları asıl kazanımdan uzaklaştırmıştır. Bu nedenle hiçbir öğrenci istenen sonuçlara varamamış, yapılanları özetleyememiştir.

3.4.1.3. Kontrol Grubundaki Öğretim Süreci

Araştırmada kontrol grubuna örüntü temelli olmayan cebir öğretimi uygulanmıştır. Bu öğretim sırasında, MEB'in 7.sınıf cebir öğrenme alanı altında yer alan etkinlikler kullanılmıştır. Kontrol grubuna uygulanan etkinlikler, somut materyal kullanımını öne çıkaran, öğrencilerin bireysel ve grup halinde çalışmalarına olanak veren öğrenci merkezli etkinliklerdir. Bazı etkinliklerde öğretmen merkezli sınıf tartışması gibi yöntemler de kullanılmıştır.

Örüntü temelli cebir öğretimi uygulanmadığından etkinliklerde örüntü kavramı temel olarak ele alınmamıştır. Sadece; matematik dersi öğretim programında belirtilen, örüntünün kullanıldığı durumlarda örüntüler işe koşulmuştur. Derslerin ilk 5 – 10 dakikalık bölümü bir önceki etkinliği ve kazanımı hatırlatıcı çalışmalar, son 10 dakikalık bölüm ise o günkü etkinlik ve kazanımı özetleyici, tekrar edici çalışmalar olarak düzenlenmiştir.

Denklemler alt öğrenme alanına ilişkin "*Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer*" ve "*Denklemi problem çözmede kullanır*" kazanımlarına ilişkin etkinliklerde okulun materyal eksikliği nedeniyle eşit kollu terazi kullanılmamıştır. Bunun yerine öğretmenin tahtada çizdiği terazi modellerini öğrenciler de defterlerine çizmiş, etkinlik bu şekilde sürdürülmüştür.

Denklemler alt öğrenme alanının "*İki boyutlu kartezyen koordinat sistemini açıklar ve kullanır*" kazanımında ders kitabında kazanıma ilişkin verilen etkinlik kullanılmıştır. Bu etkinlik, dersi öğretmen merkezli işlemeye yönlendirmektedir. Dolayısıyla kontrol grubunda programın dışına taşmamak için bu etkinlikler kullanıldığından, derslerin öğretmen merkezli yaklaşıma daha yakın olduğunu söylemek mümkündür.

Kontrol grubuyla deney grubunun benzer etkinlikleri sadece "*Sayı örüntülerini modelleyerek bu örüntülerdeki ilişkiyi harflerle ifade eder*" kazanımının olduğu bölümde kullanılmıştır. Bu etkinlik sınıfta okutulan ders kitabında yer alan etkinliktir. Kontrol grubunda da kibrit çöpleri ve örüntü blokları ile örüntüler oluşturulmuş, bu örüntüleri devam ettirme, ilerideki bir adımda bulunan kibrit sayısını, vb. bulma, örüntünün genel kuralını cebirsel olarak ifade etme gibi beceriler üzerinde durulmuştur.

Öğrenme alanının son kazanımları olan "*Doğrusal denklemleri açıklar*" ve "*Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer*" kazanımlarında ders kitabındaki etkinlikler uygulanmıştır. Bu aşamada dersler öğretmen-öğrenci etkileşiminin yoğun olduğu ve soru-cevap tekniğinin sıklıkla kullanıldığı bir şekilde işlenmiştir. Öğrencilerin "*doğrusal denklemleri açıklar*" kazanımından önce doğrusal denklemlerin grafiğini çizmeleri için gerekli çalışmalar yapılmış, bu etkinlik sonrasında öğretmen, öğrencilerin doğrusal denklemlerin ne olduğuna dair sonuçlara varmalarını sağlayacak sorularla süreci yönlendirmiştir. Son bölümde öğrenciler istenen sonuçlara ulaşamamış ve öğretmen doğrusal denklemlerin genel formüllerini tahtaya yazarak doğrusal denklemlerin ne olduğunu kendisi açıklamıştır.

Deney ve kontrol gruplarındaki derslerin yapısı genel hatlarıyla yukarıda ifade edildiği gibidir. Yöntemlerin farklılığına karşın iki grupta da amaç öğrencilerin cebiri etkili bir şekilde öğrenmesidir. Çalışma, bu amaca ulaşmada örüntü temelli yöntemin örüntü temelli olmayan yönteme olan üstünlüklerini ve eksikliklerini incelemiştir.

3.5. DEĞİŞKENLER

Araştırmada bağımlı ve bağımsız olmak üzere toplam altı değişken bulunmaktadır. Bu değişkenlerin sınıflandırılması Tablo 3.5'te görülmektedir.

Tablo 3.5.
Değişkenlerin sınıflandırılması

Değişken Türü	Değişkenin Adı	Değer Türü	Ölçek Türü
Bağımlı	KCT ön test puanları	Sürekli	Eşit aralıklı
Bağımlı	MKTÖ ön test puanları	Sürekli	Eşit aralıklı
Bağımlı	İCT puanları	Sürekli	Eşit aralıklı
Bağımlı	KCT son test puanları	Sürekli	Eşit aralıklı
Bağımlı	MKTÖ son test puanları	Sürekli	Eşit aralıklı
Bağımsız	Yöntem	Süreksiz	Sınıflama

3.5.1. Bağımlı Değişkenler

Araştırmada öğrencilerin kavramsal cebir testinden aldıkları ön test ve son test puanları, işlemsel cebir testinden aldıkları puanlar ve matematiğe karşı tutum ölçeğinden aldıkları ön test ve son test puanları olmak üzere beş bağımlı değişken bulunmaktadır.

3.5.2. Bağımsız Değişkenler

Araştırmanın bağımsız değişkeni örüntü temelli cebir öğretimi ve örüntü temelli olmayan cebir öğretimi olmak üzere ikiye ayrılan öğretim yöntemidir.

3.6. ARAŞTIRMANIN İÇ GEÇERLİLİĞİ

Araştırmanın iç geçerliliği araştırmacının süreç boyunca deney ve kontrol gruplarında dersi işlemesi, başka bir okulun matematik öğretmeninin belli bir süre araştırmayı gözlemlemesi, uygulama esnasında yapılan video çekimleri ile sağlanmıştır. Araştırmacı, her iki grubun da derslerine girerek, öğretim yöntemleri ve uygulayıcı açısından gruplar arasında yanlılık oluşmasını, diğer bir deyişle yöntemin deney ya da kontrol grubu lehine uygulanmasını engellemeye çalışmıştır. Araştırma esnasında başka bir okulun matematik öğretmeni deney ve kontrol grubundaki ikişer saatlik dersleri gözlemleyip sürecin işleyişi ile ilgili notlar almıştır (Ek 6). Bu notlar uygulama sonunda araştırmacı ve gözlemci ile tartışılmış ve uygulamaya ilişkin gerekli düzenlemeler yapılmıştır.. Bunun yanında araştırmada bazı öğretim etkinlikleri video ile kayda alınmıştır. Uygulama sonunda videolar izlenerek, bir sonraki uygulama için geri bildirim sağlanmıştır.

3.7. VERİLERİN ANALİZİ

Araştırmanın tüm alt problemlerinin analizinde, SPSS 16.0 paket programı yardımıyla t test istatistiği kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen veriler ise içerik analizi yoluyla değerlendirilmiştir.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde toplanan verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular alt problemler bazında sunulmuştur.

4.1. BİRİNCİ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR VE YORUMLAR

Araştırmanın birinci alt problemi, “Örüntü temelli cebir öğretimi alan ve örüntü temelli olmayan cebir öğretimi alan yedinci sınıf öğrencilerinin kavramsal cebir başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?” şeklinde kurulmuştur. Bu alt probleme ilişkin veriler Tablo 4.1.’de verilmiştir.

Tablo 4.1.

7.Sınıf Deney ve Kontrol Gruplarının Kavramsal Cebir Testinden (KCT) Aldıkları Toplam Puanlara Ait Betimsel İstatistikler

		n	$\bar{x}$	Standart Sapma	En yüksek puan	En düşük puan
7A(Deney)	Ön test	20	18,10	10,05	38	5
	Son test	20	29,05	12,43	50	12
	Erişi	20	10,95	5,18		
7B(Kontrol)	Ön test	20	16,85	8,78	34	5
	Son test	20	22,25	10,29	41	10
	Erişi	20	5,40	5,16		

Tablo 4. 1. incelendiğinde, KCT’de alınabilecek en yüksek puanın 55 olduğu düşünüldüğünde deney ve kontrol gruplarının son test puanlarına ilişkin aritmetik ortalamalarının düşük olduğu gözlenmektedir ($\bar{x}_{\text{Deney}}$ = 29,05, $\bar{x}_{\text{Kontrol}}$ = 22,25). Ancak uygulama yapılan sınıfların daha önceki matematik dersi sınavı başarıları göz önüne alındığında, ortalamaların, bu gruplar için normal düzeyde olduğu söylenebilir.

Bu alt problemi test etmeden önce grupların denkliğini sağlamak için öğrencilerin ön test puanları karşılaştırılmıştır. Ön test puanları t test analizi yardımıyla incelenmiş ve sonuçlar Tablo 4.2.'de verilmiştir.

Tablo 4.2.

Deney ve Kontrol Gruplarının KCT Ön Test Puanlarının t Testi Analizi Sonuçları

Gruplar	n	Ortalama	Standart Sapma	Serbestlik Derecesi	t	p
7A(Deney)	20	18,10	10,05	38	,419	,678
7B(Kontrol)	20	16,85	8,78			

Yapılan t testi analizi sonucunda deney ve kontrol gruplarının ön test puanları arasında (t (38) = ,419; p>.05) α =.05 düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bir farka rastlanmamıştır. Bu veriye dayanarak grupların uygulama öncesinde kavramsal cebir testi başarıları açısından denk olduğu sonucuna varılabilir.

Grupların başlangıçta birbirlerinden anlamlı derecede farklı olmadığı sonucu elde edildikten sonra, gruplara örüntü temelli ve örüntü temelli olmayan öğretim gerçekleştirilmiş ve her iki gruba son test uygulamaları yapılmıştır. Son test ve ön test puanları birbirinden çıkarılarak grupların erişileri (fark) hesaplanmış böylelikle örüntü temelli öğretim alan deney grubu öğrencilerinin gelişimleri ile örüntü temelli öğretim almayan kontrol grubundaki öğrencilerin gelişimleri incelenmek istenmiştir. Grupların erişileri arasında yapılan t testi analizi sonuçları Tablo 4.3.'de verilmiştir.

Tablo 4.3.

Deney ve Kontrol Gruplarının KCT Erişi (Fark) Puanlarının t Testi Analizi Sonuçları

Gruplar	n	Ortalama	Standart Sapma	Serbestlik Derecesi	t	p
7A(Deney)	20	10,95	5,18	38	3,395	,002
7B(Kontrol)	20	5,40	5,16			

Tablo 4.3.'de görüldüğü gibi, deney ve kontrol gruplarının erişileri t testi ile analiz edildiğinde (t (38) = 3,395; p<.05) α =.05 düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur. Gruplar kavramsal cebir başarıları açısından incelendiklerinde deney grubunun kontrol grubundan kavramsal cebir başarısı açısından anlamlı derecede

ayrıldığı söylenebilir. Diğer bir deyişle, örüntü temelli cebir öğretimi alan grubun erişi puanı ortalaması diğer grubun ortalamasından daha yüksektir. Bu bulguya dayanarak; yedinci sınıf öğrencilerinin cebir erişileri açısından bakıldığında, cebir öğretiminde kullanılan örüntü temelli yaklaşımın, öğrencilerin kavramsal cebir başarılarına olumlu etki ettiği söylenebilir.

Örüntü temelli cebir öğretiminde her kazanımla ilgili, örüntüleri genelleme ve örüntü kuralı bulma etkinlikleri yapıldığından öğrenciler değişken kavramını daha anlamlı öğrenmiş olabilirler. Değişken kavramını daha anlamlı öğrenen ve bir sayı ya da şekil örüntüsünü genellerken; sıra sayısının değişken değerler alabileceğini ve bu değerlerin de 100. adım, *n.* adım gibi olabileceğini deneyim edinen öğrenciler kavramsal olarak cebiri daha iyi yapılandırmış olabilirler. Bu gibi nedenler kavramsal cebir başarısında deney grubunun erişisini ön plana çıkarmış olabilir. Çalışmanın bu bulgusu McRae-Childs (1995)'ın dördüncü sınıf öğrencileriyle örüntülerin cebirsel düşünmeyi geliştirmedeki rolünün incelendiği çalışmasının bulgularıyla benzerlik göstermektedir. McRae-Childs'ın araştırmasında örüntü temelli öğretim sonucunda deney grubu, kontrol grubuna göre problem durumlarını genelleme ve cebirsel dili kullanmada daha üst düzeylere çıkmıştır. İki çalışmadan da görüldüğü üzere, örüntülerle zenginleştirilmiş öğretim programları, öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini olumlu yönde etkilemektedir. Araştırmanın bu bulgusunun örtüştüğü bir diğer çalışma ise Waring, Orton ve Roper (1998)'ın ortaöğretim öğrencileriyle yaptığı bir araştırmadır. Bu araştırmada da örüntü temelli olarak uygulanan cebir öğretiminin sembolik ispat becerisini artırdığı bulunmuştur.

4.2. İKİNCİ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR VE YORUMLAR

Araştırmanın ikinci alt problemi şöyledir; örüntü temelli cebir öğretimi alan ve örüntü temelli olmayan cebir öğretimi alan yedinci sınıf öğrencilerinin işlemsel cebir başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

Grupların işlemsel cebir başarılarının farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek için İşlemsel Cebir Testi (İCT) uygulanmıştır. Bu testin uygulamasından elde edilen veriler Tablo 4.4.'te sunulmuştur.

Tablo 4.4.

7.Sınıf Deney ve Kontrol Gruplarının İşlemsel Cebir Testinden(İCT) *Aldıkları Toplam Puanlara Ait Betimsel İstatistikler*

	n	$\bar{x}$	Standart Sapma	En yüksek puan	En düşük puan
7A(Deney)	22	42,41	27,37	98	12
7B(Kontrol)	22	41,36	26,92	93	5

Tablo 4.4.'ten incelenebileceği gibi, en fazla 100 puan alınabilen İCT'de grupların ortalamaları düşüktür ($\bar{x}_{\text{Deney}}$ = 42,41, $\bar{x}_{\text{Kontrol}}$ = 41,36). Bu durum çalışma grubunun genel matematik başarısı düşünüldüğünde, olağan kabul edilmiştir. Çünkü çalışma grubunun birinci dönemdeki matematik sınavlarındaki ortalamaları da bu değerlere yakındır. İki grubun İCT puanları t testi analizi ile incelenmiş ve sonuçlar Tablo 4.5.'de verilmiştir.

Tablo 4.5.

Deney ve Kontrol Gruplarının İCT Puanlarının t Testi Analizi Sonuçları

Gruplar	n	Ortalama	Standart Sapma	Serbestlik Derecesi	t	p
7A(Deney)	22	42,31	27,37	42	,128	,899
7B(Kontrol)	22	41,36	26,92			

Grupların İCT puanları t testi analizi ile karşılaştırılmış (t (42) = ,128; p>.05) ve α =.05 düzeyinde anlamlı bulunmamıştır. Bu bulgu, grupların işlemsel cebir başarıları açısından anlamlı derecede birbirlerinden ayrılmadığını göstermektedir.

Kavramsal cebir testinden elde edilen bulgulara göre; deney grubu, süreçte kavramsal cebir başarıları açısından daha fazla gelişim göstermiştir. Ancak süreç sonunda uygulanan işlemsel cebir testi, iki grubun işlemsel cebir başarılarının birbirinden farklılaşmadığını ortaya koymuştur. Bu bulgu; örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin işlemsel cebir başarılarını artırmada etkili olmadığı sonucunu doğurmuştur. Orton ve Orton (1996) ilköğretim öğrencileriyle yaptığı çalışmasında, bu araştırmanın sonuçlarına benzer bir sonuç bulmuştur. Onların çalışmasında, öğrencilerin doğrusal ve basit sayı örüntüleri içeren diziler, tablolar ve ikinci dereceden dizilere yönelik çok belirgin hataları bulunmuştur. Buradan da Orton ve Orton (1996)'un altını çizdiği gibi; cebire sayı örüntülerini genelleyerek başlama yaklaşımının uygun olabileceği ancak bu yaklaşımın cebirle ilgili öğrenme güçlüklerini tam olarak gideremeyeceği ifade edilebilir. Buna ek olarak araştırma, MacGregor ve Stacey (1993)'nin ortaöğretim öğrencileriyle yaptığı çalışma ile de benzerlik göstermektedir. Öğrencilerin işlemsel cebir başarısı olarak sayılabilecek fonksiyon tablolarını yorumlama ve cebirsel kurallar oluşturma konusundaki başarısızlıkları iki çalışmada da rastlanan ortak bir bulgudur.

İki bulguya dayanarak, örüntü temelli cebir öğretiminin; deney grubundaki öğrencilerin kavramsal cebir başarılarını arttırırken, işlemsel cebir başarılarında ise iki grup arasında bir fark yaratmadığı, dolayısıyla uygulanan öğretimin cebiri kavramsal olarak anlamlandırmak için daha başarılı olabileceği söylenebilir.

4.3. ÜÇÜNCÜ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR VE YORUMLAR

Araştırmanın üçüncü alt problemi şöyledir; örüntü temelli cebir öğretimi alan ve örüntü temelli olmayan cebir öğretimi alan yedinci sınıf öğrencilerinin matematiğe karşı tutumları arasında anlamlı bir fark var mıdır? Bu alt problemi test etmek için uygulanan Matematiğe Karşı Tutum Ölçeğinden (MKTÖ) elde edilen veriler Tablo 4.6.'da verilmiştir.

Tablo 4.6.

7.Sınıf Deney ve Kontrol Gruplarının MKTÖ'den Aldıkları Toplam Puanlara Ait Betimsel İstatistikler

		n	$\overline{x}$	Standart Sapma	En yüksek puan	En düşük puan
7A(Deney)	Ön test	20	77,10	15,48	100	44
	Son test	20	72,40	19,29	100	32
7B(Kontrol)	Ön test	20	76,65	16,48	96	47
	Son test	20	71,05	18,09	98	45

Tablo 4.6. incelendiğinde, deney ve kontrol gruplarının aritmetik ortalamaları açısından şaşırtıcı bir sonuç görülmektedir. İki grubun da ön test ortalamaları son teste kıyasla daha yüksektir. Bu bulgu ilgili alanyazında da sıklıkla rastlanan "cebir korkusu" ile

ilişkilendirilebilir. Öğrenciler için cebirin zor bir ders olduğu ve onların sembollerden korktuğu bilinen bir gerçektir (Cockcroft, 1982; House, 1988; Dede ve Argün, 2003; Benson, 2003; Ersoy ve Erbaş, 2005). Bu nedenle zor olan bir öğrenme alanının öğrencilerin matematiğe karşı tutumunu olumsuz yönde etkilediği düşünülmektedir. Ayrıca deney grubundaki MKTÖ son test puanları ortalamasındaki düşüşün, deney grubundaki öğrenciler için zaman ilerledikçe etkinliklerin sıradanlaşmasından ve öğrenciler için etkinlik uygulamanın SBS (Seviye Belirleme Sınavı) öncesi zaman kaybı olarak görülmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Uygulamanın bahar döneminde yapılması nedeniyle deney grubu öğrencileri özellikle son haftalarda SBS hazırlığı içinde olduklarını ve derste etkinlik uygulamak istemediklerini ifade etmişlerdir. Onların matematik dersinde SBS için hazırlık niteliğinde olacak test çözme beklentileri, süreç sonunda matematiğe karşı tutumlarına olumsuz etki etmiştir.

MKTÖ puanları açısından deney ve kontrol grupları arasında fark olup olmadığını test etmek için yapılan t testi analizi sonuçları Tablo 4.7.'de verilmiştir.

Tablo 4.7.

Deney ve Kontrol Gruplarının MKTÖ Ön Test Puanlarının t Testi Analizi Sonuçları

Gruplar	n	Ortalama	Standart Sapma	Serbestlik Derecesi	t	p
7A(Deney)	20	77,10	15,48	38	,089	,930
7B(Kontrol)	20	76,65	16,48			

Deney ve kontrol gruplarının uygulama öncesi tutum ölçeğine verdikleri yanıtlar t testiyle karşılaştırıldığında (t (38) = ,089; p>0,5) ve α =.05 düzeyinde anlamlı fark bulunamamıştır. Bu bulguya dayanarak uygulama öncesinde grupların matematiğe karşı tutumlarının benzer olduğu söylenebilir. Uygulamadan sonra tekrar uygulanan MKTÖ'den elde edilen veriler de t testiyle analiz edilmiş ve sonuçlar Tablo 4.8.'de verilmiştir.

Tablo 4.8.

Deney ve Kontrol Gruplarının MKTÖ Son Test Puanlarının t Testi Analizi Sonuçları

Gruplar	n	Ortalama	Standart Sapma	Serbestlik Derecesi	t	p
7A(Deney)	20	72,40	19,29	38	,228	,821
7B(Kontrol)	20	71,05	18,09			

Uygulamadan sonra tekrar uygulanan MKTÖ puanları t testiyle karşılaştırılmış (t (38) = ,228; p>.05) ve α =.05 düzeyinde anlamlı bulunmamıştır. Buradan uygulamanın iki grubun matematiğe karşı tutumları arasında fark oluşturmadığı sonucuna varılabilir. Diğer bir deyişle, kullanılan öğretim yöntemi grupların matematiğe karşı tutumları arasında fark yaratmamıştır.

MKTÖ puanları ayrı ayrı düşünüldüğünde ise her iki grubun da matematiğe karşı tutumlarının olumsuz yönde etkilendiği açıktır. Bu bulgunun, öğretim yönteminden daha çok öğrencilerin cebire bakış açılarıyla alakalı olduğu düşünülmektedir. Dede ve Argün (2003) ile Ersoy ve Erbaş (2005)'ın çalışmalarında da öğrencilerin cebir öğrenme alanına yönelik deneyimlerinin çoğunlukla olumsuz olduğundan söz edilir.

Elde edilen bulgular özetlendiğinde; örüntü temelli cebir öğretimi, grupların matematiğe karşı tutumları arasında olumlu ya da olumsuz bir fark yaratmamıştır. MKTÖ puanları deney ve kontrol grupları için bağımsız olarak incelendiğinde ise her iki grubun da matematiğe karşı tutumlarının, cebir öğrenme alanı öğrenildikten sonra azaldığı görülmektedir.

4.4. DÖRDÜNCÜ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR VE YORUMLAR

Araştırmanın dördüncü alt problemi şöyledir; örüntü temelli cebir öğretimi alan yedinci sınıf öğrencilerinin sürece yönelik görüşleri nelerdir?

Öğrencilerin; görüşmede, altı hafta süren bir dönemi hatırlamaları gerekmiştir. Bu nedenle görüşmelerde genel olarak öğrencilerin süreci çok iyi hatırlamadıkları izlenimi edinilmiştir. Bunun dışında, görüşmeyi araştırmacının yapması da öğrencilerin verdikleri yanıtları etkilemiştir. Araştırmacı bunu engellemek adına samimi davranıp gerekli uyarıları yapsa da bazı öğrenciler yine de bundan etkilenip olumlu geri bildirimde bulunma eğilimi göstermişlerdir.

Bulgular görüşme sorularına verilen yanıtlara göre sunulmuş ve yorumlanmıştır.

4.4.1. “Cebir öğrenmenin bu öğretim ile verimli olduğunu düşünüyor musunuz?” Sorusuna Verilen Yanıtlar ve Yorumlar

Öğrencilerden altı tanesi etkinlikleri verimli bulduğunu belirtmiştir. Öğrenciler görselliğin fazla olmasının, materyal kullanımının ve etkinlik kâğıtlarıyla kendilerinin süreçte etkin olmalarını, verimliliğin nedenleri olarak sıralamışlardır. Bir öğrenci ise etkinliklerin çok verimli olmadığını ifade etmiştir. Bu öğrenci, konuyu dershanede daha önceden öğrendiğini ve kendisinin konuları dershanede anlatıldığı gibi işlemsel hesaplamalar ve pratik yollarla daha iyi anladığını söylemiştir.

Aynı soru içerisinde öğrencilere etkinliklerden hoşlanıp hoşlanmadıkları sorulduğunda, görüşme yapılan sekiz öğrenciden altı tanesi “Hoşlandım” şeklinde yanıt vermiştir. Diğer iki öğrenci bazı etkinliklerden hoşlandıklarını belirtmişlerdir. Bu iki öğrenci erişi bakımından en çok gelişme gösterenlerdendir. En çok beğenilen etkinlik, diğerlerine göre daha basit ve kolay anlaşılır olması nedeniyle ilk etkinlik; en az beğenilen etkinlikler ise üçüncü, dördüncü ve dokuzuncu etkinlikler olarak belirtilmiştir. Bunların beğenilmemesinin nedenleri de zorluk, karmaşıklık ve zor anlaşılır olması olarak ifade edilmiştir.

Öğrenci yanıtları, etkinliklerin verimliliği ve etkinliklerin beğenilip beğenilmeme derecesi konusunda bilgi vermektedir. Etkinliklerin verimliliği konusunda çoğu öğrenci görüş birliğinde iken, dershaneye giden bir öğrencinin etkinlikleri verimli bulmaması önemli bir bulgudur. Daha önce ortaya konulan bulgularda olduğu gibi, çalışmada örüntü temelli uygulanan cebir öğretimi öğrencilerin cebiri kavramsal öğrenmelerine destek olurken, işlemsel olarak gruplar arasında fark oluşturmamıştır. Öğrencinin yanıtı ve bu bulgu; dershanelerde verilen öğretimin çoğunlukla işlemsel becerilere odaklı olduğunu, pratik çözüm yolları öğrettiğini gösteren bir ipucudur. Bu nedenle, öğrenciler konuyu daha anlamlı öğrenmelerini sağlayacak olan bu yöntemi angarya olarak görebilmektedirler. Bununla birlikte; yanıtlardan görüldüğü üzere öğrencilerin etkinlikleri beğenip beğenmemeleri, büyük oranda etkinliğin kolaylığı ve anlaşılırlığı ile ilgilidir.

4.4.2. "Örüntü nedir? Bir örnek veriniz ya da yazınız" Sorusuna Verilen Yanıtlar ve Yorumlar

Bu soruya öğrencilerden altı tanesi matematiksel olarak kabul edilebilir yanıtlar vermişlerdir. Bu yanıtlar şöyledir:

> *Belirli bir kurala göre birbirini tekrarlayan şekiller. Örneğin 3 kare, 5 kare, 7 kare… şeklinde olduğu gibi. (Süleyman[*])*

> *Bir önceki şeklin orantılı olarak artması, azalması. Örneğin 1 kare, 2 kare, 3 kare şeklinde olduğu gibi.* (Sena)

> *Bir dizinin sonraki adımlarını bulmak için kullanılan yol.* (Gizem)

> *Sayıların, cebir karolarının artışı.* (Büşra)

> *Arasında belli bir fark olan sayılar, bilinmeyenler. Örnek: 2-4-6-8…*(Murat)

> *Sayıların, şekillerin belli bir kurala göre oluşturdukları bir şey. Mesela 2-4-8 kare gibi.* (Okan)

Erişilerde en az gelişme gösteren öğrencilerden olan diğer iki öğrenci ise örüntüyü hatırlamadıklarını belirtmişlerdir. Bu öğrencilerden biri örüntü tanımı verememesine karşın doğru bir sayısal örüntü örneği yazabilmiştir.

Örüntü temelli cebir öğretimi esnasında örüntü kavramını fazlasıyla duyan ve kullanan öğrencilerin çoğu örüntüyü kavramsal olarak yapılandırmışlardır. Kavramın tanımını tam olarak ortaya koyamayan, erişisi düşük öğrenciler dahi örüntü örneği verebilmektedirler. Bu bulgu, örüntü temelli cebir öğretiminin kavramsal açıdan başarılı olduğunu destekler.

---

[*] Kullanılan isimler kurgusaldır. Öğrencilerin gerçek isimleri verilmemiştir.

4.4.3. “Bu etkinliklerin başka sınıflarda uygulanmasını tavsiye eder misiniz?” Sorusuna Verilen Yanıtlar ve Yorumlar

Bu soruya bütün öğrenciler olumlu yanıt vermişlerdir. Yüksek erişiye sahip öğrencilerden birinin etkinliklere yönelik, çok hareketli ve çok konuşan öğrencilerin bulunduğu sınıflarda uygulanmasının zor olabileceği, şeklindeki eleştirisi de dikkat çekicidir. Öğrencinin bu eleştirisinin nedeni, etkinlik uygularken sınıfta var olan gürültü ve etkin katılım ortamı olabilir.

Erişileri düşük olan öğrencilerin dahi etkinliklerin başka sınıflarda uygulanmasını tavsiye etmeleri, öğrencilerin etkinlikleri beğendiklerini göstermektedir. Yüksek erişiye sahip öğrencilerden birinin eleştirisi ise etkinliklerin öğrenci merkezli olduğunu, dolayısıyla uygulanırken sınıfta normalden fazla gürültü oluşabildiğini ortaya koyar. Ayrıca bu eleştiri, yüksek erişiye sahip öğrencilerin görüşlerini daha net ortaya koyabildiklerini göstermesi açısından da değerlidir.

4.4.4. “Tamam, konuyu anladım” dediğiniz anlar oldu mu, varsa ne zaman?” Sorusuna Verilen Yanıtlar ve Yorumlar

Bu soruya verilen yanıtlarda, öğrenciler en çok cebir karolarıyla yapılan çarpma etkinlikleri (Etkinlik 3 ve 4) sonrasında konuyu anladıklarını düşündüklerini belirtmişlerdir. Daha önceden cebir karolarını tanımayan öğrenciler, ilk defa karşılaştıkları bu materyallerle çalışırken önce zorlanmışlar ancak sürecin sonuna doğru materyal ve matematiksel kavram arasındaki ilişkiyi kavradıklarını belirtmişlerdir. Bunun dışında, öğrenciler, ilk etkinliklerde örüntü kuralını bulma işlemini tam olarak anlamadıklarını belirtip, uygulama ilerledikçe bunu süreç içinde öğrendiklerini ifade etmişlerdir.

Bu soruda öğrencilerden beklenen, etkinliğin amacına ulaşıp ulaşmadığını öğrencilere sormaktır. Verilen cevaplar göz önüne alındığında öğrencilerin soruyu tam olarak anlamadığı ortaya çıkmıştır. Öğrenciler soruyu farklı bir şekilde yorumlasalar da, kullanılan somut materyalle kazanım arasındaki ilişkiyi anlamaları da sorudan elde edilen önemli bir bulgudur.

Görüşmeler, öğrencilerin sürece ilişkin görüşlerini kendi cümleleriyle anlatmaları açısından yararlı olmuştur. Görüşmeler sonunda araştırmacının genel izlenimi öğrencilerin süreçten hoşlandıkları ve hiç zorluk yaşamadıkları yönündedir. Çünkü son test ve erişi puanları en düşük olan öğrenciler bile sürecin verimli olduğunu vurgulamışlardır. Buna karşılık görüşmede sorulan ikinci ve dördüncü sorular, zorluk yaşayan öğrencilerin aslında süreci etkili geçirmediklerini ortaya koymuştur. Bununla birlikte araştırmacının da uygulama sürecinde en fazla zorluk yaşadığı etkinlikler olan üçüncü ve dördüncü etkinlikler öğrencilerin çoğunluğu tarafından en az beğenilen etkinlik olarak seçilmiştir. Görüşmeler, bazı görüşme sorularında öğrencilerin samimi yanıtlar vermemelerine karşın süreci farklı boyutlardan irdeleyerek faydalı olmuştur.

4.5. UYGULAMA SÜRECİNE İLİŞKİN BULGULAR

Daha önceki kısımlarda, çalışmanın testlerinden elde edilen verilere dayalı bulgular ve çalışma sonrası görüşmelere dayalı bulgulardan söz edilmiştir. Bu bölümde örüntü temelli cebir öğretiminin uygulanması aşamasında araştırmacının gözlemlerini aktardığı günce notlarına dayanan bulgular maddeler halinde verilmiştir.

- Uygulamanın ilk haftasında; materyal kullanımı, video kaydı, grup çalışmaları ve öğrenci merkezli ders işlenmesi gibi değişkenler nedeniyle etkinliklerin çok verimli geçmediği düşünülmektedir. Ancak zamanla uygulamaya alışan öğrencilerin sürece katılımlarının daha iyi olduğu gözlenmiştir.
- Beşinci etkinliğin dördüncü sorusunda istenen kazanıma ulaşamamaları nedeniyle öğrencilere ipuçları verilmiş ve denklem yazarak soruyu çözmeleri sağlanmıştır. Bir sonraki sorunun da benzer olmasına karşın öğrenciler denklem kurmamakta ısrar etmişler ve kendilerine kolay gelen yöntemi kullanmışlardır. Örüntü kuralı yazma ve örüntüleri genelleme sırasında sayma, ilerideki adımları çizme gibi daha kolay yöntemlere yöneldikleri alanyazındaki çalışmalarda sıklıkla vurgulanan bir durumdur (Stacey, 1989; Orton ve Orton, 1996; English ve Warren, 1998; Hargreaves, Shorrocks-Taylor ve Threlfall, 1998). Burada da benzer bir durum ortaya çıkmıştır.
- Bir önceki maddede söz edilen durumu gözlemleyen araştırmacı, öğrencilerin benzer sorularda denklem kurarak sonuca ulaşma becerilerini geliştirmek için çalışma kâğıdına bir soru eklemiştir. Bu soruda 1723 kibritin kaçıncı basamakta olabileceği sorulmuştur. Sayının büyümesi üçer sayma, şekil çizme gibi

yöntemlerin tamamen önüne geçerken ters işlem yöntemi kullananlar da oldukça azalmıştır. Sınıfın çoğu $3n + 1 = 1723$ denklemini yazmayı başarmıştır.

- Üçüncü etkinlikte öğrenciler kenarının uzunluğu x birim olan kareyi oluşturmakta çok zorlanmışlardır. Araştırmacı, bu aşamanın etkisiz kalmasının öğrencilerin önceki karelerin alanlarını bulurken yaptıklarını cebirsel bir ifadeye genelleyememelerinden kaynaklandığını düşünmüştür. Bunu engellemek için, ilk başta yapılanlardan sonra, doğrudan, kenarı x olan kareyi oluşturmalarını istemek yerine, başta yapılanların bir tabloda özetlenebileceğini düşünmüştür.
- Bir diğer sorun ise öğrencilerin cebir karolarını kullanmak konusunda çok iyi olmamalarıdır. Çünkü matematik dersi öğretim programının değişmesinden sonra sınıflarda sıklıkla kullanılması gereken materyallerden birisi olarak sunulan cebir karoları, uygulama sınıfındaki öğrencilerin o güne kadar kullanmadıkları hatta ismini bile duymadıkları materyallerdir.
- Üçüncü etkinliğin genel kuralı x^2 olarak bulunduğunda öğrenciler şaşırmışlardır. Çünkü bu etkinliğe kadar uğraştıkları bütün örüntülerde buldukları ilişki, tüm basamaklarda aynıdır ancak bu sefer her basamakta sayının kendisi ile çarpılması gibi bir ilişki bulmuşlar ve bu da onları bir şeyleri yanlış yaptıkları yönünde bir inanışa sürüklemiştir.
- Kontrol grubunda "*İki cebirsel ifadeyi çarpar*" kazanımı deney grubundaki gibi cebir karoları kullanılan etkinliklerle yapılmıştır. Kontrol grubu da daha önceden cebir karolarıyla etkinlik yapmadığından burada da bu kazanıma yönelik etkinlikler çok etkili geçmemiştir.

Uygulamanın sonuna doğru, araştırmacı etkinlik kâğıtlarını dağıtırken sınıfın iyi öğrencilerinden biri "*Üff yine mi etkinlik?*" şeklinde bir tepki vermiştir. Araştırmacı bu öğrencinin görüşmelerde de yer alması üzerine bu tepkisinin nedenini kendisine sormuştur. Öğrenci, SBS'ye az bir süre kalmasından ötürü daha fazla soru çözmek istediğini, etkinliklerle zaman kaybettiklerini düşündüğünü ve etkinlik yapmaktan sıkıldığını belirtmiştir. Bu görüş, araştırmacının da süreçte gözlemlediği bazı öğrencilerin etkinlik temelli yaklaşıma karşı olup öğretmen merkezli ders ortamı istediği şeklindeki durumu da açıklamaktadır.

BÖLÜM V

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu bölümde elde edilen bulgulara dayalı olarak araştırmanın sonuçlarına ve bu sonuçlara ilişkin önerilere yer verilmiştir.

5.1. SONUÇLAR

Bu çalışmada, alanyazında daha önceden incelenen ve halen üzerinde görüş birliğine varılamamış bir yöntem olan örüntü temelli öğretim yönteminin kavramsal ve işlemsel cebir becerilerine etkisi incelenmiştir.

Son yıllarda dünya çapında yapılan TIMSS ve PISA sınavlarına katılan ülkemizin başarı sıralaması düşüktür (EARGED, 2003; 2005). Bu sonuçların ardından ülkemiz matematik programında değişikliklere gidilmiş, bu değişikliklerde de, NCTM'in 2000 yılında yayımladığı Prensipler ve Standartlar'a uygun matematik programları incelenerek, ülkemizin matematik dersi programı yeniden düzenlenmiştir. Yapılandırmacı anlayışın temel alındığı yeni programda öğrenci merkezli etkinlikler büyük yer tutmaktadır. Program öğrenci merkezli olmasına karşın maalesef çoğunlukla bunun uygulanmadığı görülmektedir (Avcu, 2009; Orbeyi, 2007; Sarıer 2007). Bu nedenle, değişikliklerin üzerinden yaklaşık yedi sekiz yıl geçmesine karşın, programın istenen düzeye ulaştığını söylemek güçtür. Bu duruma, eski anlayışa uygun yetişmiş öğretmenlerin yeniliğe açık olmamaları, okulların fiziksel şartlarının uygun olmaması, materyal eksiklikleri gibi birçok etken neden olmaktadır.

Programda vurgulanan diğer bir unsur sarmallık ilkesidir. Yapılandırmacı anlayışa uygun düzenlenmiş eğitim ortamlarında önemli bir etken olan bu ilkeye göre öğretim programlarında öğrenme alanları, kapsamı genişlerken sürekli tekrar edilerek verilir. Sarmallık ilkesine uygun olarak; eskiden yedinci sınıf seviyesinde öğretilmeye başlanan cebirin, okul öncesi dönemden itibaren temelleri atılmaya başlanmıştır (MEB, 2009b). Okul öncesi dönemde yapılan örüntü etkinlikleri, öğrencilerin cebir altyapılarının kurulmasında önemli yer tutar. İlköğretim birinci kademede öğrencinin fiziksel ve zihinsel gelişiminin artmasına paralel olarak, cebir öğrenme alanına yönelik etkinlikler de artar. Bu dönemde de cebir öğrenme alanına yönelik örüntü etkinlikleriyle altyapının kurulmasına devam edilir ancak bu dönemdeki örüntü etkinliklerinin kapsamı ve zorluğu değişir. Okul öncesi dönemde sadece tekrarlayan örüntülerle uğraşan öğrenciler, ilköğretim birinci kademede sabit farklı örüntülerle, hatta karesel örüntülerle uğraşırlar. İlköğretimin ikinci kademesinde ise örüntülerde çok ilerideki adımları bulma, örüntüleri genelleme ve örüntülerin genel terimlerini bulma gibi daha üst düzey beceriler göstermeleri beklenir. Görüldüğü üzere, yenilenen matematik dersi öğretim programının cebir öğrenme alanında örüntü kavramı önemli yer tutar. İlköğretim öğrencilerinin, aritmetik becerilerden sonra kazanmaları gereken diğer önemli becerinin kavramsal ve işlemsel cebirsel düşünme becerisi olduğu düşünüldüğünde, örüntü kavramına ve örüntü temelli yöntemlerle yapılan cebir öğretimine ne kadar önem verilmesi gerektiği açıktır.

TIMMS ve PISA sınavlarından sonra yapılan değerlendirmeler, ülkemizdeki matematik dersi öğretim programının işlemsel bilgiye daha çok önem verdiğini ortaya koymuştur (Baki ve Kartal, 2004). Bir öğrencinin çok karmaşık işlemler gerektiren merdiven tipindeki rasyonel sayı sorularını yaparken, kesir kavramını ve içerdiği anlamı bilmemesi gibi bir durum buna örnek olarak verilebilir. Benzer örnekler, ülkemizdeki öğretimin kavramsal öğrenmelerden ziyade işlemsel öğrenmelere odaklı olduğunu ortaya çıkarmıştır. Yapılan düzenlemelerle, bunların önüne geçilmeye çalışılmaktadır. Cebir öğrenme alanında örüntü yaklaşımının kullanılması, öğrencilerin anlamlı öğrenmelerinin arttırılması ve öğrenme alanlarının kavramsal olarak içselleştirmesi hedefine uygun olarak yapılan düzenlemelerden biridir. Bu çalışmada da, örüntü temelli etkinlikler yedinci sınıf cebir öğrenme alanının tümüne yayılmıştır. Bulunan sonuç uygulanan örüntü temelli etkinliklerin; öğrencilerin kavramsal cebir başarılarını arttırdığını ancak işlemsel cebir başarılarında bir değişiklik yaratmadığını ortaya koymuştur. Bu bulguyu desteklemeyen Orton ve Orton (1996) örüntüleri genelleme yaklaşımının cebire girişte kullanılabilecek yaklaşımlar içinde daha anlaşılır ya da daha iyi bir yaklaşım olduğu sonucuna varılamayacağını belirtmişlerdir. Ancak sonuçlar, örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilere cebiri daha anlamlı öğrettiğini ve kavramsal öğrenmelerini arttırdığını göstermektedir. Çalışmanın bu sonucunun desteklendiği başka bir çalışmada Baki ve Kartal (2004), ülkemizde matematik öğretiminde işlemsel çözüm yollarından çok kavram ve ilişkilere öncelik verilmesi gerektiği yönünde bir çıkarımda bulunmuşlardır.

Bu çalışmada ortaya çıkan bir başka bulgu örüntü temelli cebir öğretiminin, öğrencilerin kavramsal cebir başarılarını arttırırken matematiğe karşı tutumlarında ise farklılık yaratmadığıdır. Aslında başarıdaki artışın öğrencilerin derse karşı tutumlarını da olumlu etkilemesi beklenir. Buna karşın, başarının tutumu olumlu etkilememesi alanda vurgulanan cebir korkusunu akla getirir. Dede ve Argün'ün (2003) ve Ersoy ve Erbaş'ın (2005) çalışmalarında da bahsedildiği üzere cebir, matematikte öğrencilerin olumsuz tutumlara en fazla sahip olduğu öğrenme alanlarındandır. Bu çalışmada da göstermiştir ki, öğrencilerin cebir öğrenme alanındaki olumsuz tutumları başarılı olsalar dahi devam etmektedir.

Çalışmada yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler ve araştırmacı gözlemine dayalı olarak, örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebir öğrenmelerinde etkili olduğu ve aynı zamanda öğrencilerin bu öğretimden çoğunlukla keyif aldığı eklenebilir. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde açıkça ortaya konulmasa da; araştırmacının gözlemleri, bazı öğrencilerin süreçte sıkıldıklarını ve bunu da davranışları ile gösterdiklerini ortaya koymuştur. İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programında bütün cebir kazanımları art arda sunulmamıştır (MEB, 2009a). Çalışmada bütün kazanımların art arda ve altı haftalık bir süreçte uygulanmış olması, öğrencilerin süreçten sıkılmalarına yol açmıştır. Nitekim hiçbir öğretim yönteminin tek başına uygulanması önerilmemektedir. Sürecin başka öğretim yöntemleriyle desteklenmemiş olması, öğrencilerin sıkılmalarına neden olmuştur.

Bu çalışmada kullanılan etkinlikler, çalışma tamamlandıktan sonra başka yedinci sınıf öğrencileri ile araştırmacı tarafından bir dönem daha uygulanmıştır. Bu uygulamada araştırmacının birinci uygulamaya kıyasla kendini daha rahat hissettiğini, ilk uygulamada karşılaşılan zorlukları göz önünde bulundurarak bunlara önceden önlem aldığını ve bunun da süreci olumlu yönde etkilediğini belirtmek mümkündür. Yöntemin uygulanmasında öğretmenin deneyiminin ve stratejilerinin önemli bir rolü olduğu, bu uygulama sonucunda fark edilmiştir.

5.2. ÖNERİLER

Çalışmanın sonuçlarına paralel olarak daha sonraki araştırmacılar için ve yapılacak yeni çalışmalara yönelik öneriler aşağıda maddeler halinde sunulmuştur.

1) Bu araştırmanın bulguları toplam 20 kişilik iki ayrı 7.sınıf öğrenci grubundan elde edilmiştir. Örüntü temelli öğretimin etkililiğini araştırmak için, çalışmanın cebir konularının uygulandığı farklı sınıf düzeylerinde, örneğin altıncı ve sekizinci sınıflar, yapılması önerilmektedir. Böylelikle örüntü temelli cebir öğretiminin farklı sınıf düzeylerindeki etkisini de inceleme olanağı doğabilir.

2) Örüntü temelli öğretimin cebire girişte kavramsal cebir bilgisini oluşturmak için kullanılması, ilerleyen aşamalarda ise bu yöntemin farklı öğretim yöntemleriyle desteklenmesi, cebirsel öğrenmenin kavramsal ve işlemsel bilgi açısından tam olması için uygun ortamı oluşturabilir.

3) Uygulama sürecinde cebir karolarını kullanmada yaşanan sıkıntılar, matematik öğretim ortamlarında etkili materyal kullanımının eksikliğine ilişkin ipuçları vermiştir. Cebir derslerinde etkili materyal kullanımı için ilköğretim dördüncü ve beşinci sınıf düzeyinden itibaren materyallerin yaygınlaştırılması önerilmektedir.

4) Örüntüleri genelleme ve örüntünün genel terimini bulma konusunda sabit farklara odaklanma, yakın terimler için sayma gibi alanyazında da göze çarpan hatalı çözüm yöntemleri bu çalışmada da gözlendiğinden, öğretmenler örüntülerin öğretilmesi esnasında öğrencilerin yaratıcılıklarını destekleyecek, onların kendi düşüncelerini ortaya koymalarına olanak tanıyacak ve derinlemesine düşünmelerini sağlayacak ortamlar oluşturmalıdırlar.

5) Hem sayı örüntülerinde hem de şekil örüntülerinde örüntü terimlerinin tablolara aktarılması bazı öğrenciler için ilişki bulmayı kolaylaştırdığından, öğretmenler örüntülerle çalışırken öğrencilerin bu gösterim şeklini kullanmaları konusunda onları cesaretlendirmelidirler.

6) Bu çalışmada öğrencilerin ilişki bulmasını kolaylaştıran etkenlerden biri, örüntülerin şekil örüntüsü şeklinde verilmesi olmuştur. Öğrenciler şekil örüntülerini nasıl kullanacaklarını, genellemeyi şekiller üzerinden nasıl yapacaklarını öğrenirlerse ilişki kurma ve genel terimi yazma işi daha kolay olabilmektedir. Bu nedenle öğretmenler örüntüler konusunda sadece sayı örüntülerini kullanmamalı, şekil örüntülerine de örnekler vermelidirler. Bu örneklerde de öğrencilerin şekil örüntülerini görür görmez

sayı örüntülerine çevirmelerine de engel olup şekil örüntüleri üzerinden de genel terime ulaşılabileceğine vurgu yapmalıdırlar.

KAYNAKÇA

Ainley, J., Wilson, K. and Bills, L. (2003). Generalising the context and generalising the calculation. In J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka, N. Stehlikova (Ed.) *Proceedings of The 30 th Conference of The International Group for The Psychology of Mathematics Education.* 2, 118-122. Prague, Czech Republic: International Group For The Psychology of Mathematics Education.

Akkuş, O. (2004). *The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference.* Ph. D. Dissertation, Middle East Techinal University, Ankara.

Avcu, T. (2009). *Yedinci sınıf matematik dersi öğretim programının öğretmen görüşlerine dayalı olarak değerlendirilmesi.* Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Aşkar, P. (1986). Matematik dersine yönelik tutum ölçen likert tipi bir ölçeğin geliştirilmesi. *Eğitim ve Bilim,* 62 (11), 31-36.

Baki, A. (2004). Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Lise öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Karekterizasyonu, *Türk Eğitim Bilimleri dergisi*, 2 (1), 27-46

Baki, A. (1998). *Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi.* Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumu'na Sunulmuş Bildiri, Erzurum.

Bednarz, N., Kieran, C. and Lee, L. (Ed.) (1996) *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Benson, C. D. (2003). Algebra Anxiety. *A smoother pebble: Mathematical explorations* içinde (112-115). New York: Oxford University Press.

Burns, M. (2000). *About teaching mathematics. A-K 8 research.* 2nd ed-Sausaluto, California: Math Solutions Publication.

Carraher, D. W. & Martinez, M. V. (2007). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM*. 40 (3), 1-22.

Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematic Counts*, London: HSMO.

Core-Plus Mathematics Project (CPMP) (1996). C Hirsch, A Coxford, J Fey, H Schoen. Everyday Learning Publishers.

Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi,* 24, 180-185.

EARGED (2003). TIMSS 1999: Üçüncü uluslar arası matematik ve fen bilgisi çalışması Ulusal Rapor. MEB Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi (EARGED): Ankara.

EARGED (2005). PISA 2003 Projesi Ulusal Nihai Rapor. MEB Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi (EARGED): Ankara.

English, L. D. ve Warren, E. (1998). Introducing the variable through pattern exploration. *Mathematics Teacher*, v91, 166-170.

Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (1998). İlköğretim okullarında cebir öğretimi: Öğrenmede güçlükler ve öğrenci başarıları. *Cumhuriyetin 75. Yılında İlköğretim, I. Ulusal Sempozyumu, 27-28 Kasım.* Ankara.

Ersoy, Y. ve Erbaş, A.Kürşat (2005). Kassel projesi cebir testinde bir grup Türk öğrencinin genel başarısı ve öğrenme güçlükleri. *İlköğretim-Online,* 4(1), 18-39.

Giordano, P. (2008). *Learning the concept of the function: Guess my rule activities with Robert B. Davis*. Ph. D. Dissertation, Rutgers-The State University of New Jersey, New Brunswick, New Jersey.

Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D. ve Threlfall, J. (1998). Children's strategies with number patterns. *Educational Studies.* 24 (3), 315-331.

Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D. ve Threlfall, J. (1999). Children's strategies with number patterns. A. Orton (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* içinde (67-83). London and New York: Cassell.

Hart, K. M., Brown, M. L., Kerslake, D. M., Küchemann, D. E., & Ruddock, G. (1985). *Chelsea diagnostic mathematics tests: teacher's guide.* Berkshire: NFER-NELSON.

House, P. A. (1988). Reshaping school algebra: Why and how? Coxford, A. F., Shulte, A. P. (Ed.) *The ideas of algebra* içinde (1-7). *K-12*, Reston, VA: NCTM Publications.

Kabael, T. ve Tanışlı, D. (2010). Cebirsel düşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim. *İlköğretim-Online,* 9 (1), 213-228.

Karasar, N. (2006). *Bilimsel araştırma yöntemi*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım

Kieran, C. (1989). A Perspective on Algebraic Thinking. In G Vernand, J., Rogalski, & M.Artigue (Eds). *Proceedings of the 13th International Conference for the Psychology of Mathematics Education,* 2, 163–171. Paris, France: International Group For The Psychology of Mathematics Education.

Kieran, C., Bednarz, N., Lee, L. (1996). *Apporaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Krebs, A. S. (1999). *Students' algebraic understanding: A study of middle grades students' ability to symbolically generalize functions.* Ph. D. Dissertation, Michigan State University, Michigan.

Küchemann, D. (1998). Algebra. In Hart, K. M., Brown, M. L., Kerslake, D. M., Küchemann, D. E., & Ruddock, G. (Eds.). *Children's understanding of mathematics* (11-16). London: Athenaeum Press Ltd.

Lan Ma H. (2007). The potential of patterning activities to generalization. In Woo, J. H. Lew, H. C., Park, K. S., ve Seo, D. Y. (Ed.), *Proceeding of The 31st Conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education,* 3, 225-232. Seoul:PME.

Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The chalenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning.*7(3), 231-258.

Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. N. Bednarz (Ed.), *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching* içinde (87-106). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Lee, L. ve Freiman, V. (2006). Developing Algebraic Thinking through Pattern Exploration. *Mathematics Teaching in the Middle School,* v11 n9, 428-433.

Ley, A. F. (2005). *A cross-sectional investigation of elementary school students' ability to work with linear generalizing patterns: The impact of format and age on accuracy and strategy choice.* Master's Thesis, University of Toronto, USA.

Lin, F. L. ve Yang, K. L. (2004). Differentiation of students' reasoning on linear and quadratic geometric number patterns. In M. J. Hoines ve A. Fuglestad (Ed.), *Proceedings of The 28th Conference of The International Group for The Psychology of Mathematics Education.* 4, 457-464. Bergen, Norway: International Group For The Psychology of Mathematics Education.

London-McNab, S. (2006). Supporting algebraic thinking and generalizing about functional relationship through patterning in a second grade classroom. In J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka, N. Stehlikova (Ed.) *Proceedings of The 30 th Conference of The International Group for The Psychology of Mathematics Education.* 2, 118-122. Prague, Czech Republic: International Group For The Psychology of Mathematics Education.

Looney, S. C. (2004). A study of students' understanding of patterns and functions in grades 3-5. *Dissretation Abstract International*, 65 (03), 868. (UMI No: AAT 3124854).

MacGregor, M. And Stacey, K. (1993) Seeing a pattern and writing a rule. In I. Hirabayashi (Eds.) and others. *Proceedings of the17th Conference for Psychology of Mathematics Education,* 1, 181-188. Tsukuba, Japan: International Group For The Psychology of Mathematics Education.

Mason, J. (1985). *Routes to/Roots of Algebra.* Milton Keynes: Open University Press.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. Bednarz, N., Kieran, C. and Lee, L. (Ed.) *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching* içinde (65-86). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Math Thematics (1999). R. Billstein, J. Williamson. Evanston:McDougal Littell.

Mathematics in Context (MiC) (1998). National Center for Research in Mathematical Sciences Education & Freudenthal Institute (Eds.). Chicago: Encyclopaedia Britannica.

MathScape (1998). Education Development Center Staff. Mountain View, CA: Creative Publications.

McRae-Childs, K. (1995). *An investigation of the role of patterns in developing algebraic thinking*. Ph. D. Dissertation, Texas A&M University, USA.

Middle School Math through Applications Program (MMAP) (1992–1998). Institute for Research on Learning. San Francisco, CA: WestEd.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2009a). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu*. Ankara: MEB.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2009b). *İlköğretim Matematik Dersi 1-5. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu*. Ankara: MEB.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM Publications.

National Research Council (NRC) (1996). *National Science Education Standarts for School Mathematics.* Reston, VA: NCTM Publications.

Olkun, S. ve Yeşildere, S. (2007). *"Sınıf öğretmeni adayları için" Temel Matematik 1.* Ankara: Maya Akademi.

Orbeyi, S. (2007). *İlkoğretim matematik dersi oğretim programının oğretmen goruslerine dayalı olarak değerlendirilmesi.* (Yayımlanmamıs Yuksek Lisans Tezi), Çanakkale 18 Mart Universitesi, Çanakkale.

Orton, J. ve Orton, A. (1996). Making sense of children's patterning. In L. Puig, A. Gutierrez (Ed.) *Proceedings of The 20 th Conference of The International Group for The Psychology of Mathematics Education.* 4, 83-90. Valencia, Spain: International Group For The Psychology of Mathematics Education

Orton, J. (1997). Matchsticks, pattern and generalization. *Education* 25 (1), 3-13

Orton, A. (1999a). Preface. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics.* (vii-viii). London and New York: Cassell.

Orton, A. ve Orton, J. (1999b). Pattern and the approach to algebra. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (104-120). London and New York:Cassell.

Reys, R. E., Suydam, M. N., Lindquist M. M. ve Smith. N. L. (1998). *Helping children learn mathematics.* 5th ed-Boston: Allyn and Bacon.

Rittle-Johnson, B. ve Alibali, MW (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology*, v91, n1, 175-189.

Sarıer, Y. (2007). *Altıncı sınıf matematik oğretmenlerinin matematik dersi oğretim programına iliskin gorusleri*. Yuksek Lisans Tezi, Eskisehir Osmangazi Universitesi, Eskisehir.

Skemp, R. R. (1971). *The Psychology of Learning Mathematics*. Middlesex. England: Penguin Boks.

Sperfslage-Macomber, A. E. (2003). *Understanding algebra and functions: An exploration of the learning experiences of previously unsuccessful students in core-plus course 1A*. Ph. D. Dissertation, Michigan State University, USA.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics.* 20, 147-164.

Steele, D. (2008). Seventh-grade students' representations for pictorial growth and change problems. *ZDM Mathematics Education*, 40, 97-110.

Tanışlı, D. (2008). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerinin belirlenmesi.* Doktora tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

The Connected Mathematics Project (CMP) (1991–1996). J Fey, W Fitzgerald, S Friel, G Lappan, ED Phillips. Menlo Park, CA: Dale Seymour.

Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the early primary years. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (18-30). London and New York:Cassell.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 24, 234-243.

Usiskin, Z. (1988). Conceptions of School Algebra and Uses of Variables. In Barbara Moses (Ed.), *Algebraic Thinking, Grades K–12: Readings from NCTM's School-Based Journals and Other Publications* (7–13). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics,

Waring, S., Orton, A. and Roper, T. (1998). An experiment developing proof through pattern. In A. Olivier, K. Newstead (Ed.). *Proceedings of The 22 th Conference of The International Group for The Psychology of Mathematics Education.* 4, 161-168. Stellenbosch, South Africa: International Group For The Psychology of Mathematics Education

Warren, E. ve Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. *APMC,* 11(1), 9-14.

Warren, E. ve Cooper, T. (2008). Using repeating patterns to explore functional thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom,* 11 (1), 9-14.

Wasman, D. G. (2000). *An investigation of algebraic reasoning of seventh and eighth grade students who have studied from the Connected Mathematics Project curriculum.* Ph. D. Dissertation, University of Missouri-Columbia, USA.

Yaman, H., Toluk, Z. ve Olkun, S. (2003). Öğrenciler eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar? *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 142-151.

Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2010) (Baskıda). Algebraic generalization strategies of number patterns used by pre-service elementary mathematics teachers. *Procedia Social and Behavioral Sciences.*

Zazkis, R. ve Liljedahil, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics.* 49, 379-402.

Zazkis, R. ve Liljedahl, P. (2006). On the Path to Number Teory: Repeating Patterns as a Gateway. In R.Zazkis, S.R. Campbell (Ed.), *Number Theory in Mathematics Education Perspectives and Prospects* (99-114). London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

EKLER

EK 1

KAVRAMSAL CEBİR TESTİ

1) Belirtilenlere göre aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

a) $x \longrightarrow (x+2)$

$6 \longrightarrow$ …..

$r \longrightarrow$ …..

b) $x \longrightarrow (4x)$

$3 \longrightarrow$......

2) Aşağıdakilerden en küçük ve en büyük olanı yazınız

	en küçük	en büyük
$n+1$, $n+4$, $n-3$, n, $n-7$	....	....

3) Hangisi daha büyüktür, $2n$ ya da $n+2$?

Yanıtınızı açıklayınız:...

4) a) n'ye 4 eklendiğinde ***"n+4"*** olarak yazılır. Aşağıdaki ifadelerin her birine 4 ekleyiniz.

8	$n+5$	$3n$
....	....	....

b) n 4 ile çarpıldığında ***"4n"*** olarak yazılır. Aşağıdaki ifadelerin her birini 4 ile çarpınız.

8	$n+5$	$3n$
....	....	....

5) a + b = 43 ise a + b + 2 = ...

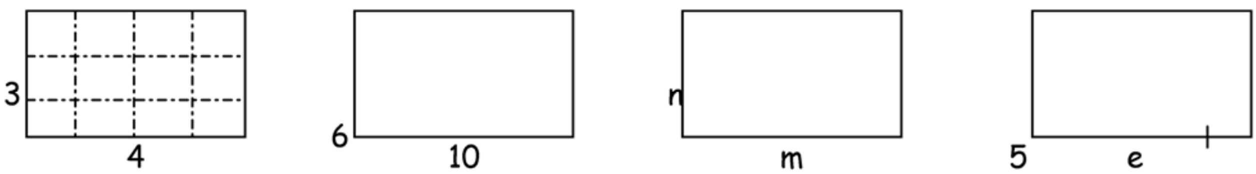
n - 246 = 762 ise n - 247 = ...

e + f = g ise e + f + g = ...

6) a +5 = 8 ise a nedir? ....

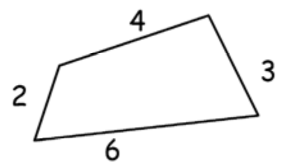
b + 2, 2b'ye eşit ise b nedir?.........................

7) Aşağıdaki şekillerin alanı nedir?

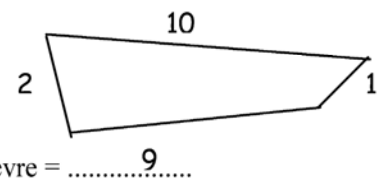


Alan = ... Alan = ... Alan = ... Alan= ....

8) Yandaki şeklin çevresi, 6+3+4+2 = 15'tir.

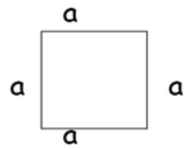


Buna göre, aşağıdaki şeklin çevresi nedir?

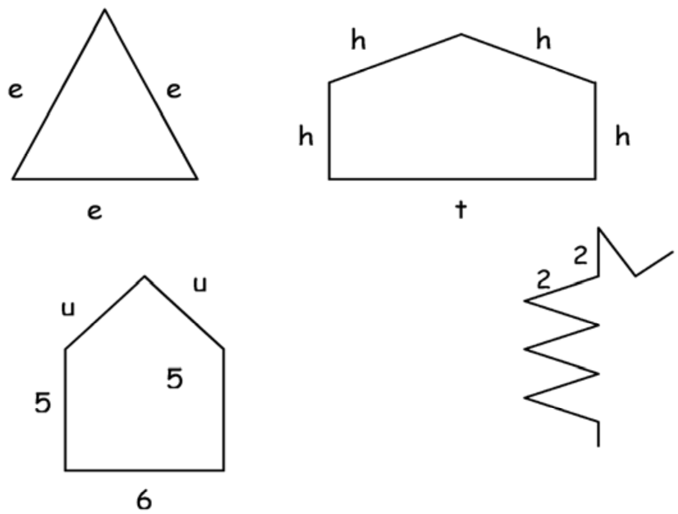


Çevre = ...

9) Yandaki karenin kenar uzunluğu g birimdir.
Bu karenin çevresi, Ç = 4a olarak gösterilir.



Buna göre, aşağıdaki şekillerin çevrelerini nasıl yazarız?



Bir kısmı çizilmeyen yandaki şeklin toplam n kenarı vardır ve herbir kenar uzunluğu 2cm'dir.

10) Kırtasiyede satılan bilgisayar dergilerinin tanesi 8, müzik dergilerinin tanesi 6 milyon liradır.
b harfi satın alınan bilgisayar dergilerinin sayısını,
m harfi de müzik dergilerinin sayısını gösteriyorsa;

8b+6m neyi göstermektedir? ....
Toplam kaç tane dergi alınmıştır?..

11) Eğer u = v+3 ve v = 1 ise, u = ? ....

Eğer m = 3n+1 ve n = 4 ise, m = ? ....

12) Eğer Özlem'in Ö, Atakan'ın da A kadar misketi varsa, ikisinin sahip olduğu toplam misket miktarını nasıl yazarsınız?...

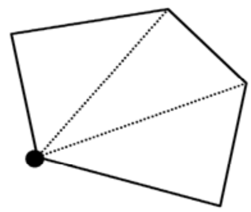
13) a+3a ifadesi sade haliyle 4a olarak yazılır.
Buna göre; aşağıdaki ifadeleri yazılabiliyor ise sade halleriyle yazınız.

2a + 5a = ...
2a + 5b = ...
(a + b) + a = ...
2a + 5b + a = ...
(a - b) + b = ...

3a - (b + a) = ...
a + 4 + a - 4 = ...
3a – b + a = ...
(a + b) + (a - b) = ...

14) Eğer r = s + t ve r + s + t = 30 ise r = ...

15) Yandaki gibi bir şekilde köşegen sayısı kenar sayısından 3 çıkarılarak bulunabilir.
Buna göre; 5 kenarlı bir şeklin 2 köşegeni vardır.
57 kenarlı bir şeklin ....köşegeni vardır.
k kenarlı bir şeklin ....köşegeni vardır.



16) Eğer $c + d = 10$ ve c, d'den küçük ise $c =$ ....

17) Ahmet'in haftalık kazancı 20 milyon liradır ve fazla mesai yaptığı her saat başına 2 milyon lira daha almaktadır.
Eğer s harfi yapılan fazla mesai saatini ve k harfi de Ahmet'in toplam kazancını gösteriyorsa; s ile k arasındaki ilişkiyi gösteren bir denklem yazınız:..
Eğer Ahmet 4 saat fazla mesai yaparsa, toplam kazancı ne olur?...

18) Aşağıdaki ifadeler ne zaman doğrudur? Her zaman, Asla, Bazen?
Doğru yanıtın altını çiziniz. Yanıtınız "Bazen" ise ne zaman olduğunu açıklayınız.

$A+B+C = C+A+B$	Her zaman	Asla	Bazen, ...
$L+M+N = L+P+N$	Her zaman	Asla	Bazen, ...

19) $a = b + 3$ iken b 2 artırıldığında a ne olur?...

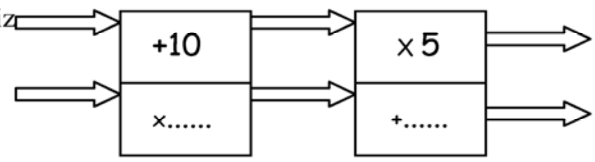
$f= 3g + 1$iken g 2 artırıldığında f ne olur?..

20) Isırgan büfede kekler k liraya, börekler b liraya satılmaktadır.
Eğer 4 kek ve 3 börek alırsam,
$4k + 3b$ ifadesi ne anlama gelir? ....

21) Kırtasiyede satılan mavi kalemlerin her biri 5, kırmızı kalemlerin her biri 6 milyon liradır. Biraz mavi ve kırmızı kalem alırsam, toplam 90 milyon lira ödüyorum.
Eğer m alınan mavi kalem sayısını,
k alınan kırmızı kalem sayısını gösteriyorsa,
m ve k hakkında ne yazabilirsiniz?...

22)
Yandaki makineyi herhangi bir sayı ile besleyebilirsiniz.

Aynı etkiye sahip başka bir makine bulabilir misiniz?



EK 2

İŞLEMSEL CEBİR TESTİ

1) 12x = 4(x+5)   ise   x = ?

2) a = 3 ise $\frac{(5a+3)}{(4a-3)}$ = ?

3) $\frac{2(2x-1)}{3}+\frac{(x-2)}{2}=\frac{1}{6}$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

4) Bir dikdörtgenin uzunluğu, genişliğinden 1 cm. daha fazladır. Dikdörtgenin çevresi 26 cm. olduğuna göre; uzunluğu ne kadardır?

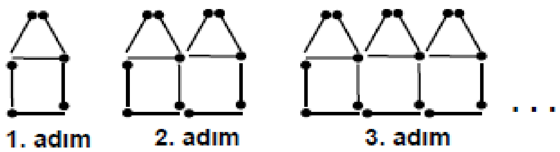
5) Aklımdaki bir sayıdan 7 çıkarıp, sonucu dörde bölüp, 13 eklersem 20 elde ediyorum. Aklımdaki sayı kaçtır?

6) Aşağıdaki noktaların hepsini aynı koordinat düzleminde (x-y ekseninde) gösteriniz. Noktaları birleştirip ortaya çıkan geometrik şeklin adını yazınız.
A(0,3)   B(-6,3)   C(0,-6)   D(-6,-6)

7) x+2 = y doğrusunun üzerinde olan A(0,?) noktasının ordinatını bulunuz.

8) 3x+4y = 24 doğrusunun grafiğini çiziniz.

9)



Kibrit çöpleri ile oluşturulan bir örüntünün ilk üç şekli yukarıda verilmiştir. Bu örüntüde 7. adımdaki şekil kaç kibrit çöpünden oluşur?
(SBS 2008)

10) Aşağıdaki adımlar izlendiğinde koordinat düzleminde hangi harf oluşur?

1. adım: Uç noktaları A(3, 1) ve B(3, −1) olan doğru parçasını çiziniz.

2. adım: C(4, 3) noktasını A noktası ile birleştiriniz.

3. adım: D(2, 3) noktasını A noktası ile birlestiriniz.
(SBS 2008)

EK 3

MATEMATİĞE KARŞI TUTUM ÖLÇEĞİ

Sevgili öğrenci, bu ölçek sizin matematik dersine yönelik düşüncelerinizi öğrenmek için hazırlanmıştır. Ölçekte belirtilen ifadelerden hiçbirinin kesin cevabı yoktur. Her ifadeyle ilgili görüş, kişiden kişiye değişebilir. Bunun için vereceğiniz yanıtlar kendi görüşünüzü yansıtmalıdır. Her ifadeyle ilgili düşüncenizi yazmadan önce, o ifadeyi dikkatlice okuyunuz, sonra ifadede belirtilen düşüncenin, sizin düşünce ve duygunuza ne derecede uygun olduğuna aşağıda belirtilen derecelendirmeyi düşünerek karar veriniz.

Hiç katılmıyorsanız, Hiç Uygun Değildir
Katılmıyorsanız, Uygun Değildir,
Kararsız iseniz, Kararsızım
Kısmen katılıyorsanız, Uygundur
Tamamen katılıyorsanız, Tamamen Uygundur seçeneğini
İşaretleyiniz.

Ad Soyad:______________________________ Cinsiyet:__________ Sınıf:______

	Tamamen Uygundur	Uygundur	Kararsızım	Uygun Değildir	Hiç uygun Değildir
1. Matematik sevdiğim bir derstir.					
2. Matematik dersine girerken büyük bir sıkıntı duyarım.					
3. Matematik dersi olmasa öğrencilik hayatı daha zevkli olurdu.					
4. Arkadaşlarımla matematik tartışmaktan zevk alırım.					
5. Matematiğe ayrılan ders saatlerinin fazla olmasını dilerim.					
6. Matematik dersi çalışırken canım sıkılır.					
7. Matematik dersi benim için angaryadır.					
8. Matematikten hoşlanırım.					
9. Matematik dersinde zaman geçmek bilmez.					
10. Matematik dersi sınavından çekinirim.					
11. Matematik benim için ilgi çekicidir.					
12. Matematik bütün dersler içinde en korktuğum derstir.					
13. Yıllarca matematik okusam bıkmam.					
14. Diğer derslere göre matematiği daha çok severek çalışırım.					
15. Matematik beni huzursuz eder.					
16. Matematik beni ürkütür.					
17. Matematik dersi eğlenceli bir derstir.					
18. Matematik dersinde neşe duyarım.					
19. Derslerin içinde en sevimsizi matematiktir.					
20. Çalışma zamanımın çoğunu matematiğe ayırmak isterim.					

EK 4

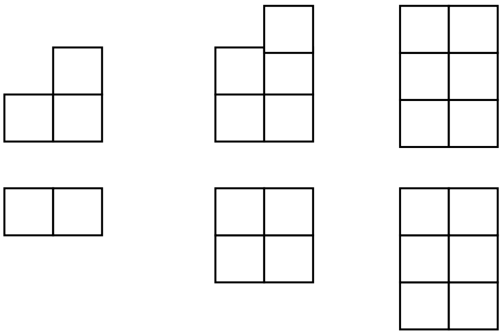
DENEYDE UYGULANAN ETKİNLİKLER

ETKİNLİK 1:
Örüntüler Birleştirilir mi?

ADI SOYADI: **NO:**

1.Örüntü

2.Örüntü



1)Yukarıdaki örüntülerin genel kurallarını bulunuz

2) Bu kareleri birleştirerek yeni bir şekil örüntüsü oluşturunuz.

3) Oluşan yeni örüntünün genel kuralını bulunuz

4) İlk iki örüntünün kuralları ile yeni oluşturduğunuz örüntülerin kuralları arasında nasıl bir ilişki vardır? İnceleyiniz.

5) Siz de son örüntüdeki şekillerden ikinci örüntüde aynı sıradaki şekli silerek bir örüntü oluşturunuz. Örüntünün kuralını bularak son örüntü ile ikinci örüntünün kuralı ile arasındaki ilişkiyi inceleyiniz.
Cebirsel ifadeler birbirine eklendiğinde ya da birbirinden çıkarıldığında neler yapıldığını özetleyiniz.

SIRA SİZDE

- 2-5-8-11…. şeklinde devam eden sayı örüntüsünün kuralını bulunuz. Ardından 2-4-6-8…. şeklinde devam eden sayı örüntüsünün kuralını bularak, bunları birleştiriniz. Birleştirdiğinizde ortaya çıkacak örüntünün kuralını da bularak üç kural arasındaki ilişkiyi inceleyiniz.

Benzer şekilde ilk birinci örüntünün terimlerinden ikinci örüntünün terimlerini çıkararak yeni bir örüntü daha elde ediniz ve oluşan örüntünün kuralları ile önceki örüntü kuralları arasındaki ilişkiyi inceleyiniz.

Etkinlik 2 (Sınıf Tartışması)

Öğretmen tahtaya bir örüntü yazar ve öğrencilerden örüntü kuralını bulmalarını ister.

Sıra	Sayı	
1	2	
2	5	
3	8	
4	11	
.	.	
.	.	
.	.	
.	.	=> KURAL: 3n – 1

Bu örüntüde her terimin 2 katını alsak acaba yine bir örüntü oluşur mu? Oluşursa acaba kuralı ne olur?

Sıra	Sayı	
1	4	
2	10	
3	16	
4	22	
.	.	
.	.	
.	.	
.	.	=> KURAL: 6n – 2 olacaktır.

İki örüntünün terimleri ve kuralları arasındaki ilişki nedir?

1.örüntünün terimleri		2.örüntünün terimleri	1.örüntünün kuralı		2.örüntünün kuralı
2	x 2	4	3n – 1	x 2	6n – 2
5	x 2	10			
8	x 2	16			
11	x 2	22			

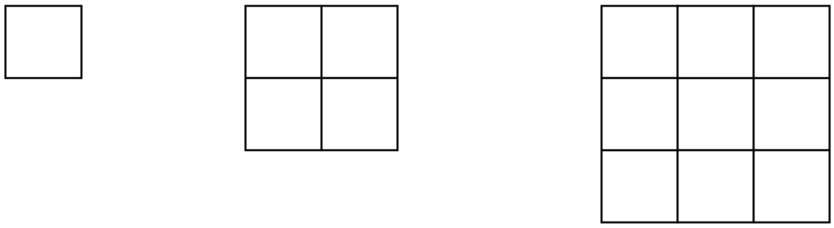
O halde 3n – 1 cebirsel ifadesinin 2 katının 6n – 2 olduğunu söylemek mümkün müdür?
Bunu çarpmanın toplama ve çıkarma ve dağılma özelliğinden yararlanarak göstermeye çalışınız.

$$\begin{aligned} 2 \times (3n - 1) &= (2 \times 3n) - (2 \times 1) \\ &= 6n - 2 \end{aligned}$$

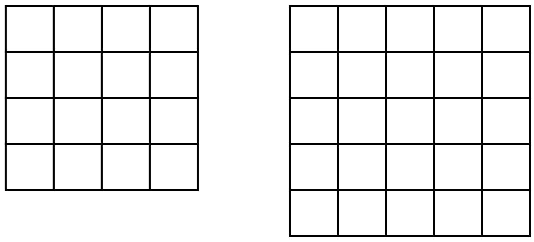
Etkinlik 3:
Cebirsel ifadeler de toplanır, çıkarılır, çarpılır veya bölünür mü?

ADI SOYADI: **NO:**

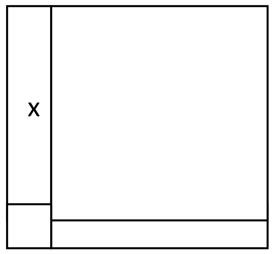
- Cebir karolarından yararlanarak bir kenarı 1, 2 ve 3 olan kareler oluşturunuz.
- Oluşturduğumuz karelerin alanlarını A = a x a = a^2 formülü kullanarak ifade edelim



- Cebir karolarını kullanarak kareleri büyütmeye devam edelim, en son bir kenarı x olan kareler yapalım.



....



- Bir kenarı x olan karenizin alanını formülü kullanarak bulunuz.

- Baştan beri yaptığınız karelerin kenar uzunluğu ve alanlarını aşağıdaki tabloda doldurarak, kenarın x olduğunda alanın x^2 olmasının nedenini açıklayınız.

Kenar Uzunluğu	Alan	İlişki
1	1	1 x 1
.	……	…….
.	……	…….
.	……	…….
.	……	…….
.	……	…….
X	x^2	$x \cdot x$

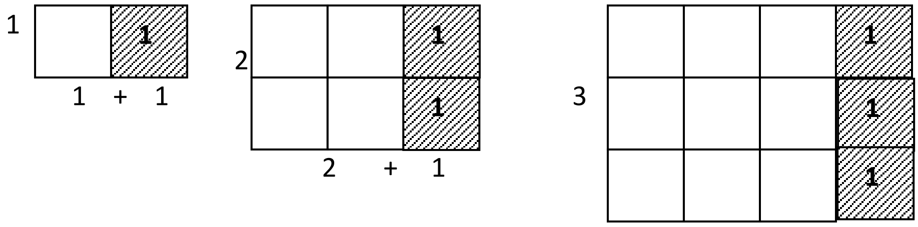
- Benzer şekilde kenar uzunlukları n, a veya b alınsa alanların ne olacağını bulunuz.

Sonuçta kenar uzunluğu bir cebirsel ifade olsa da alanı bulurken cebirsel ifadeleri çarpabiliyor muyuz? Çarparken nelere dikkat ediyoruz, ne gibi işlemler yapıyoruz?

Etkinlik 4:

ADI SOYADI: **NO:**

Aşağıda verilen örüntüyü inceleyiniz.



A = 1 x (1+1)
= 1 x 2

A = 2 x (2 + 1)
= 2 x 3

A = 3 x (3 + 1)
= 3 x 4

- Bir önceki etkinlikte oluşturduğumuz karelerin bir kenarı 1 attırıldığında görüldüğü gibi dikdörtgenler elde ediliyor.
- Bu örüntü devam ettirildiğinde kenarı 5 ve 6 olan karelerin nasıl olacağını da siz modelleyiniz.

- Peki kareleri dikdörtgene çevirme işine devam edersek kenarı x olan karenin yeni hali nasıl olur?

- Şimdi de baştan beri oluşturduğumuz dikdörtgenlerin alanlarını bir tablo yaparak bütünleştirelim:

Kenar Uzunlukları			
Sıra No	Kısa Kenar	Uzun Kenar	Alan
1	1	1 + 1 = 2	1 x (1 + 1) = 1 x 2

- Böylece oluşturduğumuz dikdörtgenlerin alanlarını bulurken aslında;

Sıra sayısının karesi + Sıra sayısı

İşlemi yapıyoruz. Bu kuralı tablonun en altında cebirsel olarak genellediğimizde;

Sıra sayısı = x olmak üzere $x^2 + x$ bulunuyor.

Yani kısa kenarı x, uzun kenarı x + 1 ola bir dikdörtgenin alanı;

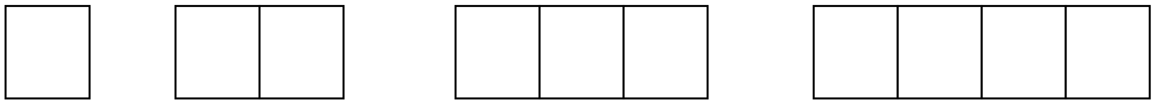
$x \cdot (x + 1) = x^2 + x$ ile bulunur.

Bu ifadelerin eşitliğini çarpma işleminin toplama işlemi üzerinde dağılma özelliğini kullanarak gösteriniz.

Etkinlik 5

ADI SOYADI: NO:

ETKİNLİK KÂĞIDI



Yukarıdaki kareler kibrit çöpleriyle oluşturulmuştur. Yukarıdaki örüntüye göre,

1) Bir sonraki şekli çiziniz.

2) 7.şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyacınız olur?

3) n.şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyacınız olur?

4) 34 kibrit çöpü kaçıncı şekli oluşturmanıza yarar?

5) 52 kibrit çöpü kaçıncı şekli oluşturmanıza yarar?

34 ve 52 kibrit çöpünün kaçıncı şekli oluşturmanıza yardım edeceğini nasıl buldunuz? Cebirsel ifadeden yararlandınız mı? Yararlanmadıysanız hangi yolla cevaplara ulaştınız?

Etkinlik 6

ADI SOYADI: NO:

Bilindiği üzere trafik kazalarının bir bölümü takip mesafesinin korunmaması yüzünden kaynaklanmaktadır. Aşağıda çeşitli hızlarda takip mesafesinin en az ne kadar olması gerektiğine ilişkin bir tablo verilmiştir. Tabloyu inceleyerek istenenleri bulunuz.

Hız (km/h)	60	70	80	90	100	110
Takip mesafesi (m)	30	35	40	45	50	55

1) Yukarıdaki tabloda gördüğünüz örüntüleri belirleyiniz.

2) Yukarıdaki tabloda kaç farklı değişken vardır?

3) Eğer aracın hızı 66 km/h olsa, önündeki aracı en az kaç metre mesafeyle izlemelidir?

4) Eğer aracın hızı 120 km/h olsa önündeki aracı en az kaç metre mesafeyle izlemelidir?

5) Aracın hızı ile takip mesafesi arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak nasıl yazabiliriz?

6) Bir aracı takip mesafesinin en az 65 metre olması için aracın kaç km/h ile hareket ediyor olması gerekir?

7) Bir aracı takip mesafesinin en az 42 metre olması için aracın kaç km/h ile hareket ediyor olması gerekir?

8) 6 ve 7.soruyu cevaplarken 5.sorudaki cebirsel ifadeden yararlandınız mı?

9) 6 ve 7.soruyu cevaplarken nasıl bir strateji kullandınız?

Sıra Sizde

1) Genel kuralı 4n olan bir örüntü oluşturabilir misiniz?

2) Genel kuralı 2n+5 olan bir örüntü oluşturabilir misiniz?

3) İki değişken arasındaki ilişki y = 1/4x olursa bu değişkenler nasıl bir örüntü oluştururlar?

Etkinlik 7

ADI SOYADI: NO:

PROBLEM

Gamze öğretmenin sınıfı okul bünyesinde bir yürüyüş düzenlemektedir. Düzenleme kurulu yürüyüşe katılanlara tişört vermeye karar verir. İki firmadan fiyat alırlar. Uğur Dokuma peşin 49 lira ve tişört başına 1 lira talep ederken, Nazan Tuhafiye peşinatsız tişört başına 4,5 lira fiyat belirtmiştir.

Yukarıdaki problem durumuna uygun olarak aşağıdaki sorulara cevap arayalım:

Tişört Sayısı		0	1	2	3	4	5	6	………	11	………	30
Toplam masraf	U	49	50	51								
	N	0	4,5	9								

1) Size göre hangi firma daha iyi fiyat vermektedir?

2) Yukarıda firmaların verdiği fiyatlara uygun olarak düzenlenen tabloyu doldurunuz. Hangi örüntüleri gördüğünüzü tartışınız. Örüntülerin cebirsel ifadesini yazınız.

3) Her iki firma için, 20 tişörtün ne kadara mal olacağını bulunuz.

4) Ceyhun okulun tişört alabilmek için yaklaşık 120 lirası olduğunu hesapladı. Hangi firmadan daha çok tişört alınır?

5) Hangi sayıda tişört alınırsa iki firmaya da eşit miktarda ödeme yapılır? Ne kadar tutar? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

6) Bu bilgi, hangi firmayı seçmenin daha kârlı olduğuna karar vermek için nasıl kullanılır?

Etkinlik 8:
Nasıl oturacak bu arkadaşlar?

ADI SOYADI: NO:

PROBLEM:
Bir matematik öğretmeni 5 kişilik bir gruba proje ödevi vermiştir. Proje ödevinde şu isteniyor: Yıl sonu gösterisinde okulun 7x7'lik gösteri salonuna öyle oturun ki,

a) Oturan bir kişiyle aynı hizada hiç kimse olmasın,
b) Oturan bir kişinin koltuğun etrafındaki 8 koltukta 2 arkadaşı olsun (kişi köşedeyse etrafında 1 kişi olabilir)

7							
6							
5							
4							
3							
2							
1							
	1	2	3	4	5	6	7

1) Kişilerin yerlerini belirleyiniz.

2) Yerleri, önce yatay sıradaki sayı sonra dikey sıradaki sayı (yataydaki sayı, dikeydeki sayı) şeklinde ikililerle ifade ediniz.

3) Sayısal olarak yerlerin ikilileri arasında bir örüntü var mıdır? Varsa örüntünün genel kuralı nedir?

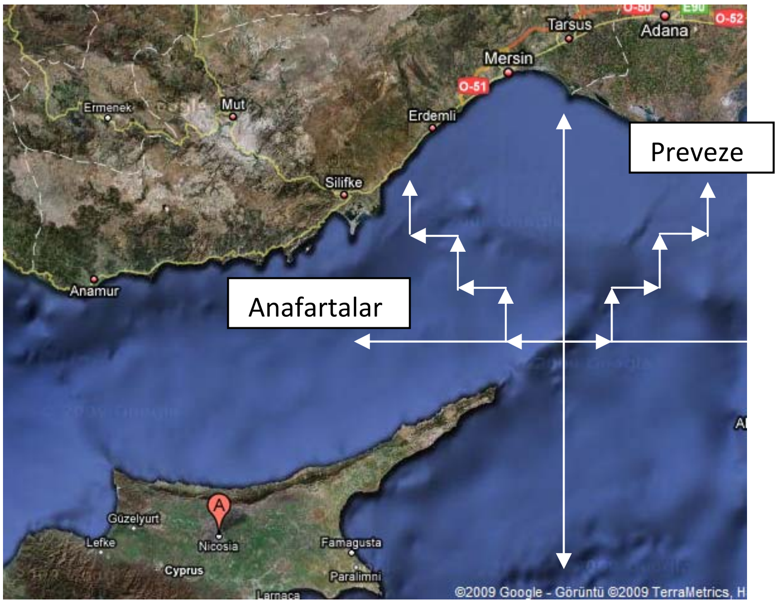
4) Eğer ödeve sonradan 2 kişi daha dâhil olursa, bu kişiler nereye otururlar? Yerlerinin ikilileri ne olur?

5) İkilileri kullanmak günlük hayatta başka nerelerde işimize yarayabilir?

ETKİNLİK 9:
Denizaltıların Yolculuğu

ADI SOYADI: SINIFI: NO:

Yandaki şekilde iki denizaltının her gün yaptığı yer değiştirmeler görülmektedir. Bu denizaltılar, bulunduğu konumu merkeze bildirmek üzere bir rapor hazırlamaktadır.



Aşağıdaki raporları inceleyerek soruları cevaplayınız.

RAPOR

Adı: Preveze
Sefer No: 2
Ş.No: S-353

Başlangıç: Lefkoşa, KKTC
Hedef: Mersin, Türkiye

Günler	Konum
0.gün	(0, 0)
1.gün	(2, 0)
2.gün	(2, 1)
3.gün	(4, 1)
4.gün	(, 2)
5.gün	(6,)
6.gün	(6, 3)

RAPOR

Adı: Anafartalar
Sefer No: 2
Ş.No: S-356

Başlangıç: Lefkoşa, KKTC
Hedef: Silifke, Türkiye

Günler	Konum
0.gün	(0, 0)
1.gün	(-2, 0)
2.gün	(-2, 1)
3.gün	(-4, 1)
4.gün	(, 2)
5.gün	(-6,)
6.gün	(-6, 3)

1) Tablodaki boş kısımları doldurunuz.
2) Tabloda gördüğünüz örüntüleri yazınız. Örüntülerin genel kurallarını bularak arkadaşlarınızla karşılaştırınız.

3) Denizaltı aynı şekilde yoluna devam ederse 10. ve 14.günde konumu ne olur?

4) Denizaltı aynı şekilde yoluna devam ederse 15.günde konumu ne olur?

5) (16, 8) konumuna gelmesi kaç gün sürer? Bu durumda başladığı yerin ne kadar sağında olur?

6) (18, 8) konumuna gelmesi kaç gün sürer? Bu durumda başladığı yerin ne kadar üstünde olur?

Denizaltıların konumlarını ikililerle ifade etmesinin nedeni nedir? Tek değişkenle konumlarını ifade etseler anlaşılır olur mu? Siz de konumlarını ifade etmek için başka yollar bulabilir misiniz?

ETKİNLİK 10:
Doğrusal Denklemleri Açıklayalım

- Önce öğretmen tahtaya 1-2-3-… şeklinde artan karelerden oluşmuş bir örüntü çizer. Bunu da tabloya aktarır. Kuralını bulmalarını ister.

Sıra sayısı	Kare sayısı	İlişkli	İkililer
1	1	1x1	(1,1)
2	2	2x1	(2,2)
3	3	3x1	(3,3)
.	.	.	.
.	.	.	.
x	x	X x 1	(x,x)

- Ardından oluşan ikilileri de tabloya ekler. En sonda yazılan (x,x) ikilisinin ikinci x'in aslında ne koordinatı olduğunu sorar ve öğrencilerin y=x ilişkisini belirlemelerine yardımcı olur.
- Sonra bu ikilileri bir koordinat sisteminde işaretleyerek doğruyu çizer ve isminin y=x olduğunu söyleyerek etkinliğin geri kalanını yaptırmaya devam eder.
- Herkes sıra arkadaşıyla grup olur. Bir kişi bir sayı belirler ve diğeri de o sayının iki katını alır. Bu şekilde, gruplar 5 sayı çifti belirlerler. Bunları bir tabloda gösterirler:

1.arkadaş	2.arkadaş
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

- Sonra bu tablodaki örüntüleri incelerler ve sayılar arasındaki ilişkiyi belirlerler. Buldukları ilişkiyi cebirsel olarak göstermeleri istenir.
- Arkadaşlar buldukları sayıları önce birinci öğrencinin söylediği sonra ikinci öğrencinin söylediği olacak şekilde ikili olarak belirtirler. (1, 2), (2, 4), vb.
- Sonra defterlerine çizecekleri (öğretmen yardımıyla) koordinat düzleminde bu ikilileri belirlerler.
- Noktaları birleştirerek doğru grafiğini çizerler.

1.arkadaş	2.arkadaş
1	4
2	7
3	10
4	13
5	16

- İki arkadaştan biri bir sayı tutarken diğeri de sayının üç katını alıp sonuca 1 ekler. Bu şekilde yine beş ayrı sayı çifti oluştururlar ve bunları tablolaştırırlar:

- Tabloda gördükleri örüntüleri belirler ve iki değişken arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak yazarlar.
- Kuralı da bulduktan sonra buldukları sayıları (1.sayı, 2.sayı) şeklinde ikililer halinde yazarlar.
- Defterlerine koordinat düzlemi çizerek bu ikilileri bulurlar. Buldukları noktaları birleştirerek grafiği tamamlarlar.

Birleştirme aşaması

- İki etkinlikte bulmuş olduğumuz kuralları alt alta yazalım

$$y = 2x$$
$$y = 3x + 1$$

- Bu iki cebirsel kural arasında ortak neler görüyoruz? Genelleyebilir miyiz?

$$y = 2x + 0$$
$$y = 3x + 1$$

- a, b ve c $\in$ Z olmak üzere bu iki kuralı;

$by = ax + c$ olarak gösterebilir miyiz?

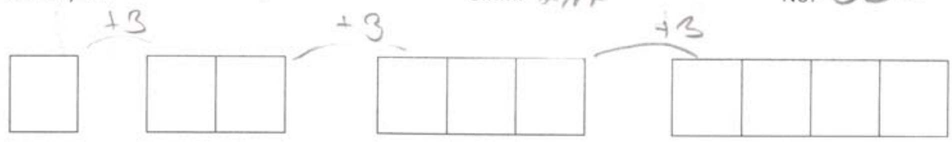
Biri artarken diğeri de artan, biri azalırken diğeri de azalan ilişkiler doğrusal ilişkilerdir ve genel denklemleri $by = ax + c$ ile gösterilir.

EK 5

ÖĞRENCİ ETKİNLİK SAYFALARINDAN ÖRNEKLER

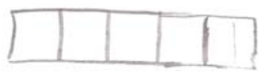
ETKİNLİK KÂĞIDI

Adı Soyadı: Sınıfı: 7/A No: 656

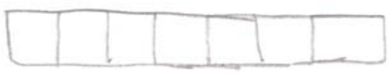


Yukarıdaki kareler kibrit çöpleriyle oluşturulmuştur. Yukarıdaki örüntüye göre,

1) Bir sonraki şekli çiziniz.



2) 7.şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyacınız olur?



22 kibrit çöpü

3) n.şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyacınız olur?

Sıra	Kibrit ç.	ilişki
n		$(n.2)+(n+1)$

4) 34 kibrit çöpü kaçıncı şekli oluşturmanıza yarar?

$34-1=33\div3=11$ sayı

5) 52 kibrit çöpü kaçıncı şekli oluşturmanıza yarar?

$52-1=51\div3=17$

6) 34 ve 52 kibrit çöpünün kaçıncı şekli oluşturmanıza yardım edeceğini nasıl buldunuz?

Denklem kurarak
3n+1 kullanarak

1724 kibrit kaçıncı sırada bulunur

$$3n+1 = 1723-1$$

$$\frac{3n}{3} = \frac{1722}{3}$$

$$n = 574$$

☆ Bir cebirsel ifadenin belli bir değere eşit olduğu durumlarda bilinmeyeni bulma işi denklem çözmektir. Burada cebirsel ifadenin sayıya eşitliği bir denklemdir.

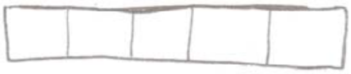
ETKİNLİK KÂĞIDI

Adı Soyadı: Sınıfı: 7/A No: 600

4 7 10 13

Yukarıdaki kareler kibrit çöpleriyle oluşturulmuştur. Yukarıdaki örüntüye göre,

1) Bir sonraki şekli çiziniz.



2) 7.şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyacınız olur?

$3n+1 = 22$

3) n.şekli oluşturmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyacınız olur?

Sıra S.	Kibrit Çöpü	İlişki
1	4	1 . 3 + 1
2	7	2 . 3 + 1
3	10	3 . 3 + 1
4	13	4 . 3 + 1
n	3n + 1	n . 3 + 1

$34 = 3n+1 \quad 34-1=3n$

$\frac{33}{3} = \frac{3n}{3} = 11$

4) 34 kibrit çöpü kaçıncı şekli oluşturmanıza yarar?

$22+3=25+3=28+3=31+3=34$ $7+4=11$. şekli oluşturmamıza yarar.

5) 52 kibrit çöpü kaçıncı şekli oluşturmanıza yarar?

$34+3=37+3=40+3=43+3=46+3=49+3=52$

$11+6=17$. şekli oluşturmamıza yarar.

6) 34 ve 52 kibrit çöpünün kaçıncı şekli oluşturmanıza yardım edeceğini nasıl buldunuz?

$3n+1=52-1$

$\frac{3n}{3} = \frac{51}{3} = 17$

7) 1723 kibrit kaçıncı sırada bulunur?

Cevap= $3n+1 = 1723-1$

$\frac{3n}{3} = \frac{1722}{3} = \underline{\underline{574}}$

★ Denklem = Bir cebirsel ifadenin belli bir değere eşit olduğu durumlarda bilinmeyeni bulma işi denklem çözme dir. Burada cebirsel ifadenin sayıyı eşitliği bir denklem dir.

ETKİNLİK KÂĞIDI

Adı Soyadı: Sınıfı: 7-A No: 640

Bilindiği üzere trafik kazalarının bir bölümü takip mesafesinin korunmaması yüzünden kaynaklanmaktadır. Aşağıda çeşitli hızlarda takip mesafesinin en az ne kadar olması gerektiğine ilişkin bir tablo verilmiştir. Tabloyu inceleyerek istenenleri bulunuz.

Hız (km/h)	60	70	80	90	100	110
Takip mesafesi (m)	30	35	40	45	50	55

1) Yukarıdaki tabloda kaç farklı değişken vardır?

Yukarıdaki tabloda 3 tane değişken vardır. 2 değişken

2) Yukarıdaki tabloda kaç farklı örüntü bulabilirsiniz? Bunlar nelerdir?

Yukarıdaki tabloda 3 farklı örüntü bulabiliriz bence

3) Eğer aracın hızı 66 km/h olsa, önündeki aracı en az kaç metre mesafeyle izlemelidir?

~~33~~ olabilir.

4) Eğer aracın hızı 120 km/h olsa önündeki aracı en az kaç metre mesafeyle izlemelidir?

60 metre mesafe olabilir.

5) Aracın hızı ile takip mesafesi arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak nasıl yazabiliriz?

$\frac{n}{2}$ H : 2 $= \frac{n}{2}$

6) Bir aracı takip mesafesinin en az 65 metre olması için aracın kaç km/h ile hareket ediyor olması gerekir?

130 km/h ile hareket ediyor olabilir

7) Bir aracı takip mesafesinin en az 42 metre olması için aracın kaç km/h ile hareket ediyor olması gerekir?

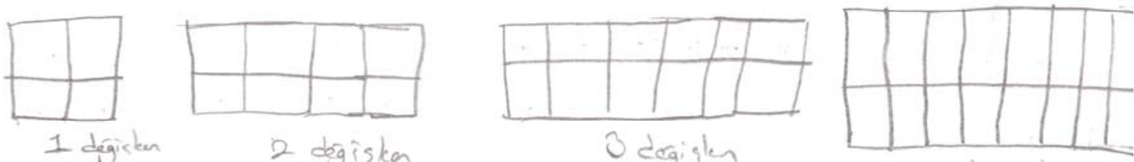
84 km/h olabilir

8) 6 ve 7.soruyu cevaplarken nasıl bir strateji kullandınız?

6. ve 7. sorularda farklı değişkenleri arttırarak yaptım. ilişkiyi arttırarak yaptım

Sıra Sizde

1) Genel kuralı 4n olan bir örüntü oluşturabilir misiniz?

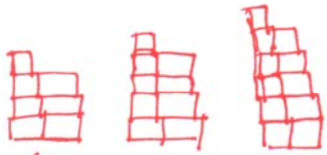


1 değişken   2 değişken   3 değişken   4 değişken

2) Genel kuralı 2n+5 olan bir örüntü oluşturabilir misiniz?

Sıra sayı	sayı	ilişki
		1.2+5
1	7	2.2+5
2	9	3.2+5
3	11	⋮
⋮	⋮	⋮
n	2n+5	n

$= 2n+5$



1.   2.   3.

3) İki değişken arasındaki ilişki y = 1/4x olursa bu değişkenler nasıl bir örüntü oluştururlar?

x	y
4	1
8	2
12	3
16	4

$x = 4y$

$y = \frac{1}{4}x$

⇒ 4 kat ilişkisi vardır.

2.) Mehmet Bey aracıyla belli bir hızla ilerliyor. Önündeki aracı 65 metre mesafe ile izliyor fakat Mehmet bey araba kullanmayı yeni öğrendiği için önündeki araçları normalde takip etmesi gereken mesafeden 15 metre daha geriden izliyor. Mehmet Beyin hızı kaçtır?

$\frac{x}{2} + 15 = 65$

$\frac{x}{2} = (65 - 15)$

$2x = 50.2 = 100$

$\frac{x}{2} - 25 = 75$

$\frac{x}{2} = 75 + 25$

$\cancel{2}\frac{x}{\cancel{2}} = 100.\cancel{2}$

$x = 200$

ETKİNLİK KAĞIDI

Adı Soyadı: Sınıfı: 7/A No: 635

PROBLEM

Gamze öğretmenin sınıfı okul bünyesinde bir yürüyüş düzenlemektedir. Düzenleme kurulu yürüyüşe katılanlara tişört vermeye karar verir. İki firmadan fiyat alırlar. Uğur Dokuma peşin 49 lira ve tişört başına 1 lira talep ederken, Nazan Tuhafiye peşinatsız tişört başına 4,5 lira fiyat belirtmiştir.

Yukarıdaki problem durumuna uygun olarak aşağıdaki sorulara cevap arayalım:

Tişört Sayısı		0	1	2	3	4	5	6	....	11	....	30
n+49 Toplam masraf	U	49	50	51	52	53	54	55		60		79
	N	0	4,5	9	13,5	18	22,5	27		49,5		135

1) Size göre hangi firma daha iyi fiyat vermektedir?

Nazan Tuhafiye Tişört sayı iki olunca U.D 51 liraya N.K 9 liraya verilebilir

2) Yukarıda firmaların verdiği fiyatlara uygun olarak düzenlenen tabloyu doldurunuz. Hangi örüntüleri gördüğünüzü tartışınız.

U.D = n+49
N.T = 4,5.n

3) Her iki firma için, 20 tişörtün ne kadara mal olacağını bulunuz.

U.D - 20 = 69
N.K = 80

20,0
× 49,5
1000
1800
800
9900,0

4) Ceyhun okulun tişört alabilmek için yaklaşık ~~100~~ 180 lirası olduğunu hesapladı. Hangi firmadan daha çok tişört alınır?

9900 | 11
99 | 900
0000

180
− 49
131 = U.D

U.D

180 | 4,5
40 = N.K

Tişört
X

49 + x = 180 − 49

x = 131

4,5 × X = 180

X = 40

5) Hangi sayıda tişört alınırsa iki firmaya da eşit miktarda ödeme yapılır? Ne kadar tutar? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

63

$49 + n = 63$

$4,5 \cdot n = 63$

$n = 14$

6) Bu bilgi, hangi firmayı seçmenin daha kârlı olduğuna karar vermek için nasıl kullanılır?

7) Hangi sayıda tişört alınırsa nazan tuhafiyeye uğur dokumanın 2 katı para ...?

980 | 25
75 | 39
230

Çözüm:

tişört sayısı
n

$2 \cdot (49 + n) = 4,5 n$

$98 + 2n = 4,5n - 2n$

$98 = 2,5n$

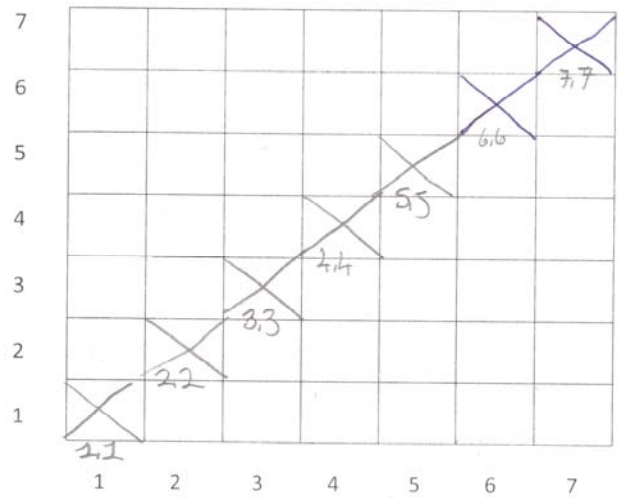
ETKİNLİK KÂĞIDI

Adı Soyadı: Sınıfı: 7/A No: 63

PROBLEM:

Bir matematik öğretmeni 5 kişilik bir gruba proje ödevi vermiştir. Proje ödevinde şu isteniyor: Yıl sonu gösterisinde okulun 7x7'lik gösteri salonuna öyle oturun ki,

a) Oturan bir kişiyle aynı hizada hiç kimse olmasın,
b) Oturan bir kişinin koltuğun etrafındaki 8 koltukta 2 arkadaşı olsun (kişi köşedeyse etrafında 1 kişi olabilir)



1) Kişilerin yerlerini belirleyiniz.
2) Yerleri, önce yatay sıradaki sayı sonra dikey sıradaki sayı (yataydaki sayı, dikeydeki sayı) şeklinde ikililerle ifade ediniz. 1,1-2,2-3,3-4,4-5,5 -...
3) Sayısal olarak yerlerin ikilileri arasında bir örüntü var mıdır? Varsa örüntünün genel kuralı nedir? Evet vardır. n,n
4) Eğer ödeve sonradan 2 kişi daha dâhil olursa, bu kişiler nereye otururlar? Yerlerinin ikilileri ne olur? 1,1-2,2-3,3-4,4-5,5-6,6-7,7
5) İkilileri kullanmak günlük hayatta başka nerelerde işimize yarayabilir?

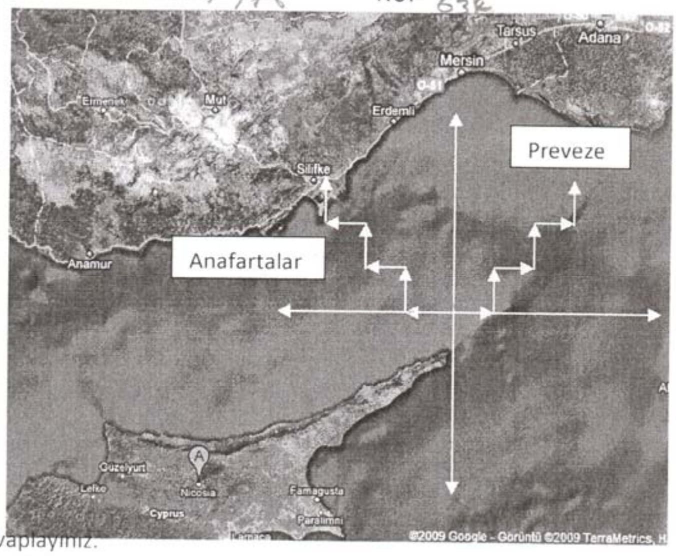
Santranç'ta, sinema koltuklarında işimize yarayabilir.

Sıra No	1	2	3	4	5		
Yatay	1	2	3	4	5	-----	n
Dikey	1	2	3	4	5		n

ETKİNLİK KAĞIDI

ADI SOYADI: SINIFI: 7-A 7 /A NO: 637 638

Yandaki şekilde iki denizaltının her gün yaptığı yer değiştirmeler görülmektedir. Bu denizaltılar, bulunduğu konumu merkeze bildirmek üzere bir rapor hazırlamaktadır.



Aşağıdaki raporları inceleyerek soruları cevaplayınız.

RAPOR

Adı: Preveze
Sefer No: 2
Ş.No: S-353

Başlangıç: Lefkoşa, KKTC
Hedef: Mersin, Türkiye

Günler	Konum
0.gün	(0, 0)
1.gün	(2, 0)
2.gün	(2, 1)
3.gün	(4, 1)
4.gün	(4, 2)
5.gün	(6, 2)
6.gün	(6, 3)

RAPOR

Adı: Anafartalar
Sefer No: 2
Ş.No: S-356

Başlangıç: Lefkoşa, KKTC
Hedef: Silifke, Türkiye

Günler	Konum
0.gün	(0, 0)
1.gün	(-2, 0)
2.gün	(-2, 1)
3.gün	(-4, 1)
4.gün	(-4, 2)
5.gün	(-6, 2)
6.gün	(-6, 3)

1) Tablodaki boş kısımları doldurunuz.
2) Tabloda gördüğünüz örüntüleri yazınız. Örüntülerin genel kurallarını bularak arkadaşlarınızla karşılaştırınız.
3) Denizaltı aynı şekilde yoluna devam ederse 10. ve 14.günde konumu ne olur?
4) Denizaltı aynı şekilde yoluna devam ederse 15.günde konumu ne olur?
5) (16, 8) konumuna gelmesi kaç gün sürer? Bu durumda başladığı yerin ne kadar sağında olur?
6) (18, 8) konumuna gelmesi kaç gün sürer? Bu durumda başladığı yerin ne kadar üstünde olur?
7) Denizaltıların konumlarını ikililerle ifade etmesinin nedeni nedir? Tek değişkenle konumlarını ifade etseler anlaşılır olur mu? Siz de konumlarını ifade etmek için başka yollar bulabilir misiniz?

2- Preveze Anafartalar

Sıra sayısının kendisi: Çift sayılardan tek sayılara geçerken aynı gidiyor.

Sıra sayısının bir fazlası: Tek sayılardan çift sayılara geçerken 1 artıyor.

3.

	Preveze	Anafartalar
10.gün	10,5	-10,5
14.gün	14,7	-14,7

4.

	Preveze	Anafartalar
13.gün	16,7	-16,7
28.gün	28,14	-28,14
43.gün	44,21	-44,21

5.

	Preveze	Anafartalar
$\boxed{16.\text{gün}}$	16,8	-16,8

Sağda :2

6.

	Preveze	Anafartalar
$\boxed{17.\text{gün}}$	18,8	-18,8

üstünde

Gün+1=18

Gün=18-1

Gün=17

7. Yatay ve dikey olarak yazıyoruz.

EK 6

GÖZLEMCİ NOTLARI

(13-Şubat-2009 Cuma)

İ.Ö.O

*Cebir karoları yetersiz geldi. (Okul materyalleri) Bu nedenle öğretmenin kendi hazırladığı kartondan cebir karoları verildi.

*Etkinliğe saat 11:00'de başlandı.

*Gruplar 2 kişilikti.

*İkinci örüntü için yeterli materyal yoktu. Şeklin altına yapamadılar. Gruplar 4 kişilik oluşturulsa idi materyal yeterli olurdu.

* 1. örüntü için 1 grup 2n+1 doğru sonucunu buldu. Genelı x+2 dedi. Öğretmen bu sonucu tartıştı.

*Daha sonra tahtaya bir tablo çizildi ve öğrencilerin katılımı ile örüntü kuralı bulundu.

Saat 11:15 (15 dk. 1. örüntü)

* İki etkinlikte alt alta olma-
sı için iki grup birleştirildi ve
grup sayı 4'e çıkarıldı.
* İkinci örüntü 11:18 'de başladı.
* İkinci örüntüyü grupların çoğu
rahatlıkla buldu.
* Karoları birleştirdiler. (11:22)
* Gruplardaki öğrencilerin bazılarını
geriye dönmesi gerekirdi, karoları
çok göremediler, ama bu düzenle-
menin başta yapılması gerekirdi.
* Örüntünün kuralını 2 grup doğru
buldu.
* Tabloda veriler yazıldı ve kural
bulundu.
* İki örüntünün kuralını toplayıp son
örüntüyü bulduklarını keşfettiler.
* Etkinliğin sonucuna ulaşıldı. Öğren-
ciler cebirsel ifadelerin toplandıkla-
rı sonucuna vardılar.
* Süre yeterli geldi. (Not karia)

2. Ders.

* Etkinliğe 11:48'de başlandı.
* Gruplar 4'er kişilik oluşturuldu.
1. grup 5 kişi idi.
* Materyal sayısı yeterli hale getirildi.
* Cebirsel ifadelerde çıkarmanın nasıl yapıldığı sonucuna vardılar.
* Örnek çözümü (11:55)
* Diğer örnek çözümleri (12:05)

EK 7

İŞLEMSEL CEBİR TESTİ MADDELERİNİN KAZANIMLARLA İLİŞKİSİ

Kazanım	İlişkili olduğu maddeler
Cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri yapar.	1, 2
İki cebirsel ifadeyi çarpar.	1, 3
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.	1, 3, 4, 5
Denklemi problem çözmede kullanır.	4, 5
İki boyutlu kartezyen koordinat sistemini açıklar ve kullanır.	6, 7, 8, 10
Sayı örüntülerini modelleyerek ilişkiyi harfle ifade eder.	9
Doğrusal denklemleri açıklar.	7, 8
Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer.	8

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı	: Umut PALABIYIK
Doğum Yeri ve Tarihi	: Eskişehir-01.01.1985

Eğitim Durumu

Lisans Öğrenimi	: Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü
Yüksek Lisans Öğrenimi	: Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı
Bildiği Yabancı Diller	: İngilizce

İş Deneyimi

Çalıştığı Kurumlar	: MEB – Erenköy İlköğretim Okulu

İletişim

E-Posta adresi	: umut021@gmail.com
Tarih	: 21.06.2010