Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü

İlköğretim Anabilim Dalı

İLKÖĞRETİM İKİNCİ KADEME ÖĞRENCİLERİNİN SAYI DUYULARININ; SINIF DÜZEYİNE, CİNSİYETE VE SAYI DUYUSU BİLEŞENLERİNE GÖRE İNCELENMESİ

Mesture KAYHAN ALTAY

Doktora Tezi

Ankara, 2010

İLKÖĞRETİM İKİNCİ KADEME ÖĞRENCİLERİNİN SAYI DUYULARININ; SINIF DÜZEYİNE, CİNSİYETE VE SAYI DUYUSU BİLEŞENLERİNE GÖRE İNCELENMESİ

Mesture KAYHAN ALTAY

Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü

İlköğretim Anabilim Dalı

Doktora Tezi

Ankara, 2010

KABUL VE ONAY

Mesture KAYHAN ALTAY tarafından hazırlanan "İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Sayı Duyularının; Sınıf Düzeyine, Cinsiyete ve Sayı Duyusu Bileşenlerine Göre İncelenmesi" başlıklı bu çalışma, 14.09.2010 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ziya ARGÜN (Başkan)

Prof. Dr. Aysun UMAY (Danışman)

Doç. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR

Doç. Dr. Asuman DUATEPE PAKSU

Doç. Dr. Oylum AKKUŞ İSPİR

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. İrfan ÇAKIN

Enstitü Müdürü

BİLDİRİM

Hazırladığım tezin/raporun tamamen kendi çalışmam olduğunu ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt eder, tezimin/raporumun kâğıt ve elektronik kopyalarının Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım:

■ Tezimin/Raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir.

□ Tezim/Raporum sadece Hacettepe Üniversitesi yerleşkelerinden erişime açılabilir.

□ Tezimin/Raporumun …… yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin/raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir.

14.09.2010

Mesture KAYHAN ALTAY

ÖZET

KAYHAN ALTAY, Mesture. İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Sayı Duyularının; Sınıf Düzeyine, Cinsiyete ve Sayı Duyusu Bileşenlerine Göre İncelenmesi, Doktora Tezi, Ankara, 2010.

Araştırmanın amacı; ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyularının sınıf düzeyi, cinsiyet ve sayı duyusu bileşenlerine göre değişimini incelemektedir. Aynı zamanda ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyuları ile matematik performansları arasındaki ilişkiyi belirlemek de amaçlanmıştır.

Araştırmanın çalışma grubunu Ankara ilinin Çankaya ve Gölbaşı ilçesine bağlı dört ilköğretim okulunda öğrenim gören 584 ikinci kademe öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırma, öğrencilerin sayı duyuları ile ilgili olarak var olan durumları belirlemeyi amaçladığından betimsel araştırma modelindedir.

Araştırmacı tarafından geliştirilen ve 17 sorudan oluşan "Sayı Duyusu Testi" araştırmanın veri toplama aracını oluşturmaktadır. Öğrencilerin sayı duyularının; sınıf düzeyine, cinsiyete ve sayı duyusu bileşenlerine göre farklılıklarının anlamlılığını test etmek üzere varyans analizi ve t testi yönteminden yararlanılmıştır. Aynı zamanda öğrencilerin sayı duyusu testinde göstermiş oldukları matematik performansları ile sayı duyuları arasındaki ilişkiyi saptamak için Pearson korelasyon katsayısı hesaplanmıştır.

Araştırmanın sonucunda, ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyularının oldukça düşük olduğu saptanmıştır. Çözüm yolları incelendiğinde, sayı duyusunun her bileşeninde öğrencilerin sayı duyusundan çok, standart-rutin hesaplamaları tercih ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin sayı duyularının sınıf düzeyine göre anlamlı bir şekilde değiştiği saptanmıştır. Cinsiyet değişkeni açısından anlamlı bir fark bulunmamıştır. Aynı zamanda, öğrencilerin sayı duyusu testinde göstermiş oldukları matematik performansı ile sayı duyusu puanları arasında pozitif yönde bir ilişki bulunmuştur.

Anahtar Sözcükler: Sayı duyusu, kıyaslama (referans) noktası, kesirler, hesaplamada esneklik

ABSTRACT

KAYHAN ALTAY, Mesture. An Investigation of Middle Grade Students' Number Sense in Terms of Grade Level, Gender and Components of Number Sense, Doctoral Thesis, Ankara, 2010.

The aim of this research was to find out the number sense of middle grade students in terms of their grade level, gender and components of number sense. It was also aimed to investigate the relationship between students' number sense and mathematics performance.

The study group consists of 584 middle grade students from four different schools located in the districts of Çankaya and Gölbaşı in Ankara. This study is a descriptive study which is aimed to describe some characteristics of the current population.

"The Number Sense Test" consisting 17 questions used as an instrument in this study was developed by the researcher. t-test and the analysis of variance were used as quantitative statistics to examine the mean difference of students' number sense in terms of grade level, gender and components of number sense. The Pearson correlation coefficient was also calculated to investigate the relationships between students' number sense and mathematics performance.

The results revealed that the performance of middle grade students on number sense questions was low. The results also revealed that most commonly used method was rule-based methods on each component of number sense questions. Results indicated that significant differences in performance between grade levels on the number sense test existed. However, there was no significant gender difference on the number sense test. Finally, it was found that the positive relationship between number sense and mathematics performance in number sense test for the middle grade students.

Key Words: Number sense, benchmark strategy, fractions, flexibility in calculation

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR

ŞEKİLLER

1. BÖLÜM

GİRİŞ

Sayı duyusu son yıllarda üzerinde sıklıkla çalışılan bir konudur. Çıkış noktası tam olarak belli olmamasına rağmen, sayı duyusu kavramının Amerika'daki Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi'nin (National Council of Teachers of Mathematics) çalışmalarıyla öne çıktığı söylenebilir (NCTM, 1989). NCTM (1989)' in, Okul Matematiği için Müfredat ve Değerlendirme Standartları (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics) adlı kitabında, sayı duyusuna sahip çocukların özellikleri şu şekilde tanımlanmıştır:

> Sayı duyusuna sahip çocuklar; (1) sayıların anlamlarını çok iyi bir şekilde anlar, (2) sayılar arasında çoklu ilişkiler geliştirir, (3) sayıların göreceli büyüklüklerini fark eder, (4) işlemlerin sayılar üzerindeki etkilerini anlar, (5) çevresindeki nesnelerin ölçümleri için kıyaslama (referans) noktası geliştirir (s. 38).

NCTM'nin çalışmalarının yanı sıra, Sowder ve Schappelle editörlüğünde Ulusal Bilim Vakfı tarafından desteklenen ve 1989 yılında San Diego'da düzenlenen konferansta da sayı duyusunun teorik yapısı üzerinde tartışılmıştır. Bu konferans, sayı duyusunun tanımı ve bileşenleri hakkındaki sorulara cevap vermek için matematik eğitimcilerini ve bilişsel psikologları bir araya getirmiştir. Konferansın asıl amacı sayı duyusu alanında devam eden araştırmalar için daha iyi bir teorik temel oluşturmaktır. Konferans sonunda görüş birliğine ulaşılamadığı için katılımcılardan konferansta tartışılan konular hakkında ayrı ayrı görüş ve önerilerini bildirmeleri istenmiştir. Sowder, konferansta tartışılan tüm konuları her bir araştırmacı görüşüyle özetleyen bir rapor hazırlamıştır. Bu raporda psikologlar ve matematik eğitimcileri tarafından yapılan tanımlamalara ve sınıflandırmaya yer verilmiştir.

Raporda Resnick ilk olarak bilgi ve yetenek hakkındaki düşüncelerin temelini oluşturan varsayımlar üzerinde durmuştur. Resnick'e göre sayı duyusu, bir bilgi parçası veya bununla ilgili becerileri içeren bir derleme değildir ve sayı duyusu için diğer matematiksel bilgilerin altında yatan varsayımlar üzerinde çalışılamaz. Tercihen sayı duyusu üst düzey düşünme biçiminin altında yatan varsayımlarla nitelendirilebilir. Bu yüzden üst düzey düşünmede olduğu gibi tanımlanması ve ölçülmesi zordur. Ayrıca Resnick raporda, sayı duyusunun değerlendirilmesinin şu andaki değerlendirme biçiminden farklı olması gerektiği konusunu vurgulamıştır.

Sayı duyusu ve genel duyu arasındaki Marshall'ın benzetmesi de Resnick'in sayı duyusunu nitelendirmesinden çok farklı değildir. Marshall, sayı duyusunu birbirine bağlı ve bütünleştirilmiş bilgiler ile tanımlamıştır. Sayı duyusunun, zekâ konusundaki çalışmalarda olduğu gibi ancak çok yönlü bakış açısıyla araştırılabileceğini savunmuştur. Marshall'a göre sayı duyusu için araştırılabilir bir tanım geliştirilmesi matematiksel bilgi ile ilişkilendirme yapılabildiğinde mümkündür. Böyle bir tanım, bilginin kendisinin elde edilmesiyle değil, ancak bu bilgi parçaları arasındaki bağlantıların kurulmasıyla gerçekleşebilecektir.

Greeno ise sayı duyusunu sunuluş biçimi ile açıklamıştır. Esnek düşünme, hesaplamada tahmin becerisi ve sayısal miktarlar hakkındaki çıkarım ve muhakeme yeteneğini, sayı duyusunun özellikleri olarak tanımlamıştır. Bu becerilerin gelişimi için öğretim etkinliklerini desteklemek yerine sayı duyusunu genel bir matematiksel bilgi ve beceri olarak tanımlayan daha evrensel bir görüş önermiştir.

Konferanstaki diğer bir grup, özellikle tahmin ve zihinden hesaplama gibi sayı duyusuyla ilişkili konular üzerinde araştırma yürütmüş olan matematik eğitimcileridir. Matematik eğitimcileri bu konferansa, sayı duyusuyla ilgili araştırmalara temel oluşturabilecek teorik bir model geliştirebilmek amacıyla katılmışlardır. Ne yazık ki konferans sonunda araştırmacılar tarafından kabul edilebilir ortak bir model geliştirilememiştir. Reys raporunda, sayı duyusunun bir şemsiye gibi düşünülerek tahmin ve hesaplama gibi konuların bu şemsiye altında toplanması konusunda sayı duyusunun bunlardan ibaret sanılması tehlikesinden bahsetmiş ve bu becerilerin ayrı konular olarak tartışılması gerektiğini savunmuştur.

Markovits raporunda farklı bir perspektiften yaklaşarak sayı duyusu için uygulamalı bir tanım önermiştir. Markovits'e göre sayı duyusuna sahip biri, problemleri sadece kuralları uygulayarak değil, sayı duyusu becerisini kullanarak yani daha kolay ve daha etkili bir yolla çözmelidir. Ayrıca sayı duyusuna sahip biri, kuralı hemen uygulamak yerine problemin geneline bakarak, sayılar ile işlemler arasındaki ilişkinin farkına varıp, verilen problemler için en uygun yöntemi seçer. Aynı zamanda Markovits raporunda sayı duyusunun; yaş, tecrübe ve genel duyu gibi konularla ilişkisini sorgulamıştır.

Konferans sonunda birçok soru cevapsız kalmış ve ortak bir düşünce birliğine varılamamıştır. Fakat sayı duyusunun, tahmin becerilerinin ve zihinden hesaplama becerilerinin araştırılması gereken çok önemli konular olduğu konusunda hem fikir olunmuştur. Aynı zamanda sayı duyusu alanında yapılacak daha fazla araştırmaların, öğrencilerin matematik öğrenme sürecine çok önemli bir katkısı olacağından bu konuda daha fazla araştırma yapılması önerilmiştir.

1.1. SAYI DUYUSU

Araştırmacılar tarafından sayı duyusu hakkında daha sonra çok sayıda çalışma yapılmış, birçok farklı tanım kullanılmıştır. Bu bölümde sayı duyusu, farklı araştırmacılar gözüyle detaylı olarak tartışılacaktır (Hope, 1989; Howden, 1989; Greeno, 1991; McIntosh ve diğ., 1992; Dehaene, 1997; Gersten ve Chard, 1999; Reys, Reys, McIntosh, Emanuelsson, Johansson, ve Yang, 1999; Kaminski, 2002; Lipton ve Spelke, 2003; Griffin, 2004; Howell ve Kemp, 2005; Berch, 2005).

Sayı duyusu en genel tanımı ile sayıların çeşitli kullanım alanları hakkında mantıklı tahminler yapabilme, aritmetik hataları fark edebilme, en etkili hesaplama yolunu seçebilme ve sayı örüntülerini fark edebilme hissidir (Hope, 1989).

Howden (1989), sayı duyusuna sahip çocukların özelliklerini birinci sınıfa giden öğrencilere yönelttiği "24 sayısını duyduğunuzda aklınıza ilk gelen şey nedir?" sorusuyla açıklamaya çalışmıştır. Bu soruya öğrenciler tarafından verilen cevaplar şu şekildedir: "iki onluk ve dört kuruş", "iki düzine yumurta", "üç onluktan 6 kuruş çıkarılmış", "Cumartesi günü amcamın doğum günüydü ve 24 yaşına bastı", "17 yıl sonra 24 yaşına basacağım" ve "24 sayısı 20 ile 30 sayısının neredeyse ortasında". Howden'e göre bu çocuklar sayıları sadece kendi tecrübeleriyle ilişkilendirmemiş aynı zamanda bu tecrübeyi genişletebilmişlerdir. Bu örnekten yola çıkarak Howden sayı duyusunu, sadece uygulanması gereken bir dizi kural yerine mantıklı çıkarımlar yaparak bir çözüme ulaşabilmek için birden fazla yolun olduğunu fark edebilme becerisi olarak tanımlamıştır. Howden, sayı duyusunu öğrencilerin doğal kavrayışı ve sezgisi olduğunu söylemektedir. Bu özellikler diğer araştırmacılar tarafından da belirtilmiştir (Kaminski, 2002; Griffin, 2004; Berch, 2005).

Tanımından çok teorik analizlerle ilgilenen Greeno (1991) sayı duyusunu, bilişsel bir uzmanlık olarak tanımlamıştır. Greeno'ya göre sayı duyusu, insanların çevreleri ile başarılı bir şekilde etkileşimde bulundukları etkinliklerden elde ettikleri bilgilerdir. Aynı zamanda çevrenin sunduğu kaynakların neler olduğunu, etkinlikler içinde bu kaynakların nasıl bulunacağını, nasıl kullanılacağını bilmek, gizli örüntüleri anlamak ve kavramaktır.

McIntosh ve diğerleri (1992) ve Reys ve diğerleri (1999) sayı duyusunu; sayı ve işlemleri genel olarak kavrama, sayı ve işlemlerle uğraşırken kullanışlı stratejiler geliştirme ve esnek bir biçimde matematiksel muhakeme kurabilme becerisi olarak tanımlamıştır. Buna benzer bir tanım, Berch (2005) tarafından yapılmıştır. Berch sayı duyusunu, sayıların anlamlarına ilişkin sahip olunan duyu olarak tanımlar. Berch'e göre sayı duyusu; farkındalık, sezgi, tanıma, bilgi, beceri, yetenek, his, süreç, kavramsal yapı ve zihinsel etkinliklerdir.

Gersten ve Chard (1999) araştırmalarında birçok çocuğun bu kavramsal yapıyı informal bir biçimde anaokuluna gitmeden çevresindekilerle etkileşimleri sonucunda kazandıklarını belirtmişlerdir. Fakat her çocuğun aynı sayı duyusu becerisiyle okula başlamadıklarını da vurgulamışlardır. Örneğin bir çocuk okula 8'in 5'ten üç fazla olduğunu bilerek gelebilir. Sayı duyusu çok iyi gelişmemişse sadece 8'in 5'ten büyük olduğunu bilir fakat sayı duyusu gelişmişse 8'in 5'den neden büyük olduğunu anlamıştır ve bunu göstermesi istendiğinde parmaklarını veya blokları kullanarak bir strateji geliştirebilir.

Öte yandan, Howell ve Kemp (2005) informal olarak kazanılan sayı duyusunun işlemsel tanımının henüz yapılmadığını vurgulamıştır. Öncelikle okul öncesindeki çocuklar tarafından kazanılan hangi becerilerin sayı duyusunu gösterdiği konusunda görüş birliği içinde olunması gerektiğini savunmuştur.

Alanyazın incelendiğinde sayı duyusunun kökenine ilişkin psikologlar ve nörologlar tarafından yapılan çalışmalara da rastlamak mümkündür (Dehaene, 1997; Lipton ve Spelke, 2003). Bu çalışmalarda sayı duyusunun kökenine ilişkin öne sürülmüş farklı görüşler vardır. Bazı kuramlar, insanların, tıpkı renk duyusu gibi sayı duyusuna sahip olduğunu ve bu duyulara sahip bir şekilde doğduğunu öne sürmektedir. Bir nörolog ve aynı zamanda matematikçi olan Dehaene (1997) *Sayı Duyusu* adlı kitabında, insanların içgüdüsel olarak beyninde sayıları algılayan bir sayı hücresi olduğunu ve yapılan hesaplamaların hepsinin beyin korteksimizdeki uzmanlaşmış nöron hücrelerinin harekete geçmesiyle meydana geldiğini iddia etmektedir. Dehaene (1997) sayı duyusunun belirli bir eğitime ihtiyaç duymadan kendiliğinden meydana geldiğini de savunmaktadır. Sayı duyusunun tamamen beynin yapısıyla ilişkili biyolojik bir donanım olduğunu iddia eden bu görüşe karşın diğer bir görüş de, sayı duyusuna içsel bir süreçten öte bir bilgi ve beceri olarak bakılmasıdır. Çoğunlukla matematik eğitimcileri tarafından benimsenen bu görüşe göre sayı duyusu durağan ve değişmez bir şey değildir. Bu anlamda bakıldığında, daha çok bir duyu olarak kabul edilen bu yetinin geliştirilebilmesi ve anlaşılabilmesi için nöropsikoloji alanında daha fazla teorik ve deneysel bulgulara ihtiyaç vardır.

1.2. SAYI DUYUSU BİLEŞENLERİ

Birçok araştırmacı sayı duyusunu tanımladıktan sonra bu becerinin bileşenleri için kavramsal bir çatı ve fikir ortaya atarak bu alandaki ihtiyaca cevap vermeye çalışmıştır

(Greeno, 1991; McIntosh, Reys ve Reys, 1992; Markovits ve Sowder, 1994; Sowder ve Schappelle, 1994; Reys, Reys, McIntosh, Emanuelsson, Johansson ve Yang, 1999). Sayı duyusunun bileşenlerinin psikolojik ve teorik temellerine ilişkin birçok çalışma yapılmasına rağmen araştırmacılar henüz ortak bir yapıda birleşememişlerdir. Sayı duyusu bileşenleri için ortaya atılan bu yapıların benzerlik ve farklılıklarının ortaya konulması, bu yapıların güçlü ve zayıf yönlerinin tartışılması gerekir. Bu bölümde alandaki öncüler tarafından sayı duyusu bileşenleri için ortaya atılan kavramsal yapılar tartışılmıştır. Diğer sınıflandırmalar genellikle bu öncülerin çalışmalarını temel almaktadır.

1.2.1. Greeno'nun Sınıflandırması

Greeno (1991) psikolojik perspektiften yaklaşıp, sayı ve miktar kavramlarını tartışarak sayı duyusunun önemli özellikleri konusunda fikirler ortaya atmıştır. Sayı duyusunun üç bileşenini (1) *sayısal hesaplamada esneklik*, (2) *sayısal tahmin*, (3) *niceliksel muhakeme ve çıkarım* olarak sıralamıştır. Sayısal hesaplamadaki esneklik, zihinden hesaplama yaparak sayıların denkliklerini fark etme becerisini içerir. Örneğin "25 x 48" işlemini "($\frac{100}{4}$) x 48, 100 x $\frac{48}{4}$ ve 100 x 12"'e çevirme işlemlerini yapmak, daha üst düzeyde bir sayı duyusu becerisini yansıtır.

Greeno tarafından tanımlanan ikinci özellik, yaklaşık sayısal değerleri fark etme becerisi olarak tanımlanan sayısal tahmin bileşenidir. Greeno (1991)'nun çalışmasında aktarıldığı üzere bu özellik 9. sınıf öğrencisinin şu çözüm yoluyla açıklanabilir:

> "$\frac{347x6}{43}$ işleminin yaklaşık değerini bulurken ilk önce 43 ile 6 sayısını kısaltmak daha kolaydır ve sonra $\frac{347}{7}$ işlemini yaparız ve yaklaşık olarak 50 buluruz" (Reys, Rybolt, Bestgen, ve Wyatt, 1982).

Son bileşen ise niceliksel muhakeme ve çıkarımdır. Greeno (1991, s. 173)'nun çalışmasında aktarıldığı üzere, "1128 asker, her bir otobüs 36 kişiyi alacak şekilde taşınacaktır. Tüm askerlerin taşınması için ne kadar otobüs olması gerekir?" sorusu sorulduğunda alınan cevap “31 otobüs geriye 12 kalıyor” şeklindedir (Schoenfeld, 1988). Verilen bu cevap, yaklaşık olarak bir sayının anlamının ne demek olduğuna ilişkin duyuya sahip olmayan öğrencilerin sadece aritmetik hesaplama yaptıklarını göstermektedir. Öğrenciler burada cevabı bir miktarın sayısal değeri olarak düşünmemişlerdir.

1.2.2. McIntosh ve Diğerlerinin Sınıflandırması

Yukarıdaki çalışmanın dışında McIntosh ve diğerleri (1992) sayı duyusunun bileşenlerini (1) *sayı kavramı*, (2) *sayılarla işlemler* ve (3) *sayı ve işlemlerin uygulamaları* olmak üzere üçe ayırmışlardır. Sayı kavramını; rasyonel sayılar, sayıları karşılaştırma ve sıralama, bir sayı veya miktarın diğer bir sayı ile ilgili olarak göreceli değerini fark etme, sayıların başka biçimlerde gösterimini fark etme (örneğin 30 dakikanın ½ saat olduğunu fark etme gibi) ve kıyaslama (referans) noktası kullanma (örneğin iki basamaklı sayıların toplamının 200’den az, 0.98’in 1 sayısına yakınlığı veya $\frac{4}{9}$’ün ½’den çok az küçük olması gibi) becerisi olarak tanımlamışlardır. Sayı duyusunun ikinci bileşeni olarak tanımlanan sayılarla işlemler becerisi, işlemlerin etkisini anlama ve işlemler arasındaki ilişkileri fark etme becerisi olarak ifade edilmiştir. Örneğin bir sayıyı 0,1 ile bölmek o sayıyı 10 ile çarpmak demektir. Diğer taraftan, sayı ve işlemlerin uygulamaları bileşeni, sorunun çözümü için hangi cevabın daha uygun olduğuna karar verme, hesaplama araçlarının hangisinin daha etkili ve ulaşılabilir olduğuna karar verme (örneğin 8 + 2 + 5 işlemini 10 + 5 şeklinde yapma), bir strateji seçme, stratejiyi uygulama, verileri gözden geçirme ve mantıklı sonuca ulaşma ve belki alternatif bir strateji kullanarak süreci tekrar etme becerisi ile ilişkilidir (McIntosh ve diğ., 1992, s. 7). McIntosh ve diğerleri sayı duyusunun temel özelliklerini derinlemesine tanımlayarak alana çok önemli katkılarda bulunmuşlardır.

1.2.3. Reys ve Diğerlerinin Sınıflandırması

McIntosh ve diğerleri (1992) tarafından ortaya atılan yapıya dayanarak oluşturulan sayı duyusu bileşenleri, Reys ve diğerleri (1999) tarafından beş bileşen altında toplanmıştır.

Bu bileşenler (1) *sayıların anlam ve büyüklüklerini anlama* (örneğin "$\frac{2}{5}$ kesrini $\frac{1}{2}$ kesri ile karşılaştırınız"), (2) *sayıların denk gösterimlerini kullanma* (örneğin "$\frac{2}{5}$ kesrini farklı gösterim biçimleri ile gösteriniz"), (3) *işlemlerin etkileri ve anlamları* (örneğin "70 ÷ 0,5 işlemi 70 x 2 işlemine eşit midir?"), (4) *ölçmede kıyaslama (referans) noktası kullanma* (örneğin "çok büyük bir nesnenin boyunu nasıl tahmin edebilirsiniz? Bir referans ölçümünden yararlanır mısınız?") ve (5) *zihinden hesaplama ve yazılı hesaplama için sayma stratejilerinde ve hesaplamada esneklik* (örneğin "6 x 98 işlemini zihinden çarpabilir misiniz?").

1.2.4. Sowder, Markovits ve Schappelle'in Sınıflandırması

Sayı duyusu bileşenleri için ortaya atılan bir diğer yaklaşım Sowder ve Schappelle (1994) ile Markovits ve Sowder (1994)'in çalışmalarıdır. Diğer araştırmacılardan farklı olarak Sowder ve Schappelle (1994) sayı duyusu bileşenlerini, (1) *sayıları anlama* ile (2) *yeniden düşünerek hesaplama* olarak iki grupta toplamıştır. İlk bileşen basamak değeri, sayı büyüklüğü ve kesirlerden oluşmaktadır. İkinci bileşen ise hesaplamadaki tahmindir ve zihinden hesap yapma, yuvarlama becerisi olarak tanımlanmıştır. Örneğin "549 – 331" işlemini yaparken öncelikle 500 sayısından 300 çıkartılıp 200 elde edilir; 549 sayısındaki 40, 200 sayısına eklenip 331'deki 30 sayısı 240'dan çıkartılır ve 210 bulunur. Son olarak 9'dan 1 çıkartılıp 210'a eklenir ve sonuç 218 olarak bulunur.

1.3. SAYI DUYUSU BİLEŞENLERİNE İLİŞKİN OLUŞTURULAN KAVRAMSAL YAPILARIN KARŞILAŞTIRILMASI

Sayı duyusunun bileşenlerinin psikolojik ve teorik temellerine ilişkin birçok çalışma yapılmasına rağmen, daha önce de belirtildiği gibi araştırmacılar henüz ortak bir yapıda birleşememişlerdir. Sayı duyusunun bileşenlerine ilişkin bu eksikliğin nedenlerinden biri, ilgili alanyazında sayı duyusunun her bir bileşeni için ortak ve kesin bir tanımın ve örneğin olmaması olabilir. Yani, sayı duyusunun bileşenlerine ilişkin bu eksiklik her bir bileşen için ortak bir terminoloji üzerinde anlaşılamamasından kaynaklanıyor olabilir.

Terminolojideki bu çelişki, *farklı kavramların aynı yapı olarak nitelendirilmesi* olarak isimlendirilebilir. Farklı kavramların aynı yapılar olarak nitelendirilmesi ifadesi ile araştırmacılar tarafından tanımlanan, aynı beceriyi ölçen fakat farklı kavramlarla açıklanan bileşenler kastedilmektedir. Aşağıda bu konudaki örneklere yer verilmiştir.

Markovits ve Sowder (1994) sayı duyusunun *tahmin* bileşenini, yuvarlama ve zihinden hesaplama becerisini kastederek şu görüşme sorusuyla örneklendirmiştir: "18 x 86 işleminin sonucunun en yakın tahmini için, (a) 20 x 90 veya (b) 20 x 86 veya (c) 18 x 90 işlemlerinden hangisini seçmeliyiz?" (s. 18). Yang (1995) tez çalışmasında aynı beceriyi (*hesaplama durumlarında sayılarla ve işlemlerle esneklik olarak adlandırmıştır*) benzer bir görüşme sorusuyla örneklendirmiştir: "38 x 86 işleminin en yakın tahmini hangisidir? (a) 40 x 90 veya (b) 40 x 86 veya (c) 38 x 90?" (s. 141).

Araştırmacıların aynı beceriler ve yapılar için farklı kavramlar kullanmasına ilişkin başka örnekler de verilebilir (Greeno, 1991; Yang, 1995). Greeno'nun çalışmasında "1128 asker, her bir otobüs 36 kişiyi alacak şekilde taşınacaktır. Tüm askerlerin taşınması için ne kadar otobüs olması gerekir?" (s. 172–173) problemi *niceliksel muhakeme ve çıkarım* olarak tanımlanmasına karşın bu soruya çok benzeyen "Bir okul otobüsü 45 öğrenciyi taşımaktadır. Müzeye getirilmek istenen 915 öğrenci vardır. Bu öğrencilerin müzeye taşınması için kaç tane otobüse gerek vardır?" sorusu Yang (1995, s. 143)'ın çalışmasında *hesaplama durumlarında sayılarla ve işlemlerle esneklik* olarak adlandırmıştır.

McIntosh ve diğerleri (1992) tarafından yapılan araştırmada, *sayıların göreceli ve mutlak büyüklükleri* olarak ortaya atılan bileşen şu örnekle açıklanmıştır: "1000 günden daha mı fazla yoksa daha mı az yaşadınız?" (s. 6). Bu örneğe çok benzer bir diğer soru da Reys ve diğerleri tarafından (1999) zaman ve gün kavramları birleştirilerek sorulmuştur: "Barb okulumdaki 5. sınıf öğrencisidir. Barb, 30.000 gün yaşadığını söylüyor. Acaba bu mümkün mü?" (Reys ve diğ., 1999, s. 64). Reys ve diğerleri tarafından geliştirilen bu soru *zihinden hesaplama ve yazılı hesaplama için sayma stratejilerinde ve hesaplamada esneklik* olarak adlandırılmıştır.

Bundan başka, Greeno (1991) tarafından “ $\frac{347x43}{6}=?$” sorusu ile örneklendirilen *sayısal tahmin* bileşeni Sowder ve Schappelle (1994) tarafından benzer bir soruda *yeniden düşünerek hesaplama* olarak tanımlanmıştır. Araştırmacılar, bu bileşen ile “sayılar küçük olduğunda zihinden hesaplama metodu geliştirme veya sayılar zihinden hesaplama için çok büyük olduğunda yazılı metotlar geliştirme” becerisini kastetmektedirler.

Başka bir örnek de, Markovits ve Sowder (1994) ve Tsao (2005) tarafından yapılan çalışmalardan verilebilir. Markovits ve Sowder (1994) *tekrar düzenleyerek standart olmayan yol* olarak tanımladığı bileşeni, hesaplamada standart olmayan yolları keşfetme süreci olarak açıklamıştır. Araştırmacılar tarafından bu bileşen için şu şekilde bir örnek verilmiştir: Bir öğrenci “86 – 38 işlemini 88 – 40 işlemine dönüştürerek hesapladı.” (s. 14). Tsao (2005) ise bu beceriyi *sayı duyusuna ilişkin bilgiyi hesaplama durumlarına uygulamadaki esneklik* olarak tanımlamış ve bu bileşen için, “252 – 194 = 58 işlemi 247 – 189 işleminin sonucunu bulmak için kullanılabilir” örneğini vermiştir. Aynı bileşen için verdiği bir diğer örnek ise şu şekildedir: “248 – 189 işlemi 59’a eşit ise 258 – 189 işlemi neye eşittir?” (s.654).

Son olarak McIntosh ve diğerleri (1992), *sayılar için çoklu gösterimler* bileşenini “30 cent, bir çeyreklik ve 1 nikele eşittir” veya “30 dakikanın ½ saate eşit olduğunu fark etmek bazı durumlar için faydalıdır” örnekleri ile açıklamışlardır (s. 6). Greeno (1991) ise bu beceriyi *sayısal hesaplamada esneklik* olarak adlandırmakta ve “bazı öğrenciler, 25 x 48 işlemini $\frac{100}{4}$ x 48 işlemine dönüştürerek ve sonra 48’i 4’e bölüp, 100 x 12 şeklinde çözmüşlerdir” (s. 171) diyerek zihinden çarpma işleminde sayıları yeniden gruplandırma süreci olarak anlatmaktadır. Diğer taraftan Tsao (2005) bu bileşeni, sayıların farklı gösterim biçimlerini yapabilme ve bazı hesaplama durumlarında en uygun, en kullanışlı gösterimi seçebilme becerisini kastederek *sayıları parçalama ve birleştirme* olarak tanımlamıştır. Tsao’ya göre, “240 x 0,5” işlemini kolaylaştırmak için 0,5 ondalık sayısı $\frac{1}{2}$ olarak değiştirilebilir (s. 650)

1.4. ÇALIŞMANIN AMACI VE ÖNEMİ

Sayı duyusu kavramı üzerinde çalışılmasının nedeni matematik eğitiminin önemli bir konusu olması ve dünyada son yıllarda üzerinde sıklıkla çalışılmasına karşın ülkemizde bu konuda yapılmış çalışmalar olmayışıdır. 2004 yılında değişen matematik dersi öğretim programında da içerikte bazı yansımaları bulunmakla birlikte sayı duyusu ve kazandırılması ile ilgili kavramsal eksikliklerle karşılaşılmaktadır. Matematik dersi 1.–5. sınıf öğretim programının NCTM prensip ve standartlarına göre incelendiği bir araştırmada Umay, Akkuş ve Duatepe Paksu (2006), öğretim programında sayı ve işlem duyusunun öneminin vurgulandığını ancak sayı duyusu oluşturma anlamında kazanım ya da etkinlik bulunmadığını belirtmişlerdir. Görece olarak dünyada da yeni kullanılan bu kavramla ilgili hem teorik hem de uygulamaya yönelik yanıtlanmamış pek çok soru vardır. İlköğretim düzeyindeki öğrencilerin sahip olması gereken becerilerden biri olan sayı duyusunun doğal yapısının derinlemesine incelenmesinin, bu becerinin ölçülmesi ve eğitimde daha fazla yer verilmesi açısından alana katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

Bu çalışmada, 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyularını; sınıf düzeyine, cinsiyete ve sayı duyusu bileşenlerine göre incelemek ve aynı zamanda sayı duyusu ile matematik performansı arasındaki ilişkinin saptanması amaçlanmıştır. Daha önce de belirtildiği gibi sayı duyusunun yapısına ilişkin alanyazında ortak bir anlayış bulunmamaktadır. Bu nedenle öncelikle alanyazındaki sınıflandırmaları kapsayan boyutları içerecek şekilde bir ölçek geliştirilmiştir. Daha sonra ölçekten elde edilen veriler yardımıyla sayı duyusunun yapısı incelenmiş, bileşenleri ortaya konulmaya çalışılmıştır. Ortaya konulan bileşenler temelinde sayı duyusunun; sınıf düzeyi, cinsiyet ve sayı duyusu bileşenleri açısından değişimi incelenmiştir.

1.5. ARAŞTIRMA PROBLEMİ VE ALT PROBLEMLER

6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu ne düzeydedir, bu duyu sınıf düzeyi, cinsiyet ve sayı duyusu bileşenlerine göre nasıl değişmektedir ve matematik performansı ile sayı duyusu arasında nasıl bir ilişki vardır?

Araştırmanın alt problemleri aşağıda maddeler halinde belirtilmiştir.

1- 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyuları ne düzeydedir?

2- 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyuları, sınıf düzeyine göre nasıl değişmektedir?

3- 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyuları, cinsiyete göre nasıl değişmektedir?

4- 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyuları, sayı duyusu bileşenlerine göre nasıl değişmektedir?

5- 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyuları ile sayı duyusu testinde göstermiş oldukları matematik performansları arasında nasıl bir ilişki vardır?

6- 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyuları ile sayı duyusu testinde göstermiş oldukları matematik performansları arasında nasıl bir ilişki vardır?

1.6. ÖNEMLİ KAVRAMLARIN TANIMLARI

Araştırmada kullanılan kavramların tanımları aşağıda sıralanmıştır.

Sayı duyusu: Sayıları esnek bir biçimde kullanma, sayılarla işlemlerde pratik düşünme, en etkin ve kullanışlı çözümü seçme, bazı durumlarda duruma uygun standart olmayan yolları yaratma, problemi kolaylaştırıcı durumlarda kıyaslama (referans) noktasını kullanma, kesirlerde kavramsal düşünme ve kesirlerde farklı gösterim biçimlerini kullanma.

Matematik performansı: Sayı duyusu testinde matematiksel olarak verilen doğru cevaplar.

Hesaplamada esneklik: Matematiksel işlemlerde pratik düşünme, sayıların farklı gösterimlerini fark etme ve problemi kolaylaştırıcı yolu seçme.

Kesirlerde kavramsal düşünme: Kesirlerin anlamını kavrama; kesirleri sayı doğrusu, tablo ve daire modellerinden yararlanarak gösterebilme.

Kıyaslama (referans) noktası kullanma: Bir problemi kolaylaştırmada 0, 100, $\frac{1}{2}$ gibi sayıları referans noktası alarak kullanma.

Standart (rutin) hesaplama: Matematiksel işlemlerde kural odaklı çözüm yolunu kullanma.

1.7. SAYILTILAR

Araştırmanın sayıltıları şu şekildedir:

1. Cevaplayıcılar ölçme aracındaki soruları çözerken içten ve kesin olarak cevaplamışlardır.

2. Sayı duyusu ile ilgili alanyazında ortaya atılan bileşenler sayı duyusunun boyutlarını ortaya koymak için yeterlidir.

1.8. SINIRLILIKLAR

Araştırmanın sınırlılıkları şu şekildedir:

1. Araştırmada kullanılan ölçme aracındaki sorular daha önce alanyazında tanımlanan sayı duyusu bileşenleri ile sınırlıdır.

2. BÖLÜM

İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde alanyazındaki konuyla ilgili araştırmaların özetleri sunulmuştur. Sayı duyusu ile ilgili yapılan çalışmalar üç başlık altında toplanmıştır. Birinci bölüm, farklı kültürlerdeki bireylerin sayı duyuları ve bileşenleri ile ilgili çalışmalardır. İkinci bölüm, sayı duyusunun gelişimine yönelik yapılan araştırmalardır. Sayı duyusunun diğer becerilerle olan ilişkisini inceleyen araştırmalar ise üçüncü bölümü oluşturmaktadır.

2.1. SAYI DUYUSU VE BİLEŞENLERİNE İLİŞKİN YAPILAN ÇALIŞMALAR

İlgili alanyazın incelendiğinde farklı kültürdeki öğrencilerin sayı duyularını, bileşenlerini, kullandıkları stratejileri inceleyen araştırmalara rastlanmaktadır. Bu araştırmalar farklı kültürlerdeki çoğunlukla ilköğretim seviyesindeki çocukların sahip oldukları sayı duyusu ile ilgilidir.

Sayı duyusu stratejilerinden biri kıyaslama (referans) noktası kullanımıdır. Bu stratejinin matematiğin çeşitli konularında kullanımına yönelik çalışmalar yapılmıştır. Bu konulardan biri ölçmede tahmin yürütmedir. Joram, Gabriele, Bertheau, Gelman ve Subrahmanyam (2005) araştırmalarında, bu stratejinin kullanımı ile öğrencilerin standart ölçme birimlerinin gösterimi ve ölçmedeki doğruluk arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Bu amaçla 44 üçüncü sınıf öğrencisi üzerinde bir araştırma yürütmüşlerdir. Sınıfları 22’şer kişilik olmak üzere ikiye ayırmışlar. Bir gruba ölçmede tahmin yürütürken bu stratejinin kullanımına ilişkin bir öğretim uygulamışlar, diğer gruba ise sadece tahmin ve kontrol etme yöntemini kullanmaları konusunda yönlendirmeler yapmışlardır. Bu yöntemde öğrencilerden sadece bir nesnesin (örneğin bir kalemin boyu) boyutlarını tahmin etmelerini ve daha sonra tahminlerini cetvelle kontrol etmelerini istemişlerdir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin kıyaslama noktası kullanımları, tahminlerindeki doğrulukları ile standart birimlerin doğru gösterimleri arasında istatistiksel olarak bir ilişki bulunmuştur. Kıyaslama (referans) noktası stratejisini kullanan öğrenciler doğru gösterimler kullanarak daha doğru tahminler yapmıştır.

Gay ve Aichele (1997) tarafından yapılan bir diğer çalışmada ise sayı duyusunun yüzde konusundaki kullanımına değinilmiştir. Araştırmacılar sayı duyularına odaklanarak ortaokul öğrencilerinin yüzde kavramı hakkındaki anlamalarını araştırmışlardır. Araştırmanın çalışma grubunu 106 yedinci sınıf, 93 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Öğrencilere 21 soruluk açık uçlu ve çoktan seçmeli sorulardan oluşan bir test uygulanmıştır. Test uygulandıktan sonra 28 öğrenci ile görüşme yapılmıştır. Öğrencilerden, dikdörtgen şeklindeki çizimlerin ve bir grup halinde ayrık olarak verilen dairelerin boyalı kısımlarını yüzde olarak ifade etmeleri istenmiştir. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin dikdörtgen şeklinde verilen resimlerin boyalı kısımlarını yüzde olarak ifade ederken, ayrık olarak verilen dairelerin taralı kısımlarını yüzde olarak ifade etmeye göre daha başarılı oldukları bulunmuştur. Ayrıca araştırmacılar öğrencilerin yüzdeleri karşılaştırırken sayı duyusu stratejilerinden biri olan kıyaslama (referans) noktası kullanımını ve tahmin, zihinden hesaplama stratejilerini başarılı bir şekilde uygulayabildiklerini saptamışlardır. Yanlış cevapların çoğunluğu ise rutin hesaplama işlemleri ve sayısal karşılaştırmalardır.

Alanyazında öğretmen adaylarının sayı duyusu becerileri ve bu problemlerde kullandıkları stratejiler konusunda yapılmış çalışmalara da rastlamak mümkündür. Örneğin Yang (2007) tarafından yapılan araştırmada sayı duyusu ile ilgili sorularda öğretmen adayları tarafından kullanılan stratejiler incelenmiştir. Bu amaçla, 15 Tayvanlı öğretmen adayı ile görüşmeler yapılmıştır. Sayı duyusu problemlerinin geliştirilmesinde kullanılan sayı duyusu bileşenleri şu şekildedir: (1) sayıları, işlemleri ve ilişkilerin anlamlarını anlama, (2) göreceli sayı büyüklüklerini fark etme, (3) kıyaslama (referans) noktasını uygun bir şekilde kullanma ve geliştirme, (4) tahmin stratejileri kullanarak hesaplama yapma. Sayı duyusu problemleri bu bileşenler dikkate alınarak oluşturulmuştur. Sonuçlar, görüşme yapılan öğretmen adaylarının ancak üçte birinin sayı duyusu stratejilerini (sayı büyüklüğünü fark edebilme, kıyaslama noktası kullanımı vb.) kullanabildiklerini, üçte ikisinin ise problemlerin çözümünde genellikle yazılı hesap yapma işlemlerini tercih ettiklerini göstermektedir. Örneğin öğretmen adaylarının tümü $\frac{30}{31}$ ile $\frac{36}{37}$ kesirlerini karşılaştırırlarken yazılı teknikleri kullanarak ortak bir payda bulma yolunu tercih etmişlerdir. Başka bir yolla yapmaları istendiğinde başka bir yolu bilmediklerini belirtmişlerdir. Bu sonuç, öğretmen adaylarının sayı duyusu becerilerinin düşük olduğunu göstermektedir. Diğer taraftan, “61027 ÷ 33.275” işlemini “66000 ÷ 33 = 2000” işlemine dönüştürerek sayıları esnek bir şekilde hesaplamak ve çözmek sayı duyusu becerilerini yansıtmaktadır.

Öğretmen adayları üzerinde yapılan bir diğer çalışma Tsao (2005) tarafından yapılmıştır. Çalışmanın amacı öğretmen adaylarının sayı duyusu problemlerini çözerken kullandıkları bilişsel süreci açığa çıkarmaktır. Bu amaçla Yang (1997) tarafından geliştirilen 25 soruluk sayı duyusu testi kullanılmıştır. Test; kesir, ondalık sayı, tam sayılar ve işlemlerle ilgili sayı duyusu problemlerinden oluşmaktadır. Sayı duyusu testi uygulandıktan sonra elde edilen puanlardan en yüksek puan alan yüzde 10’luk ve en düşük puan alan yüzde 10’luk kısım görüşme yapılmak üzere seçilmiştir. Görüşme verilerine göre düşük gruptaki öğretmen adayları tarafından en çok zorlanılan bölüm kesirlerle ilgili olan sayı duyusu problemleridir. Aynı zamanda düşük gruptaki öğretmen adayları, yüksek gruptaki öğretmen adaylarına göre sayı duyusu odaklı yöntemler yerine daha çok standart yazılı metotlar ve kural odaklı çözüm yolları kullanmışlardır. Yüksek gruptaki öğrenciler, düşük gruptaki öğrencilere kıyasla daha çok sayı duyusuna başvurmuşlardır. Yüksek gruptaki öğrenciler, kıyaslama (referans) noktası kullanımı, sayılarla verilen problemleri parçalayarak veya birleştirerek yeniden düzenleme ve işlemleri esnek bir biçimde cevaplama konusunda başarılılardır. Görüşme sırasında araştırmacılar öğretmen adaylarının kâğıt-kalem kullandıklarında daha rahat olduklarını, tahmin yapmaları istendiğinde ise daha gergin ve rahatsız olduklarını gözlemlemiştir.

Yang, Reys ve Reys (2009) tarafından yapılan bir diğer çalışma da öğretmen adaylarının sayı duyularının saptanması ile ilgilidir. Bu çalışma, 280 Tayvanlı öğretmen adaylarının sayı duyusu problemlerinde kullandıkları stratejilerin bulunması üzerine yapılan bir çalışmadır. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının beşte birinin, kıyaslama (referans) noktası kullanımı ve sayı büyüklüklerini farkına varma gibi sayı duyusu stratejilerini kullandıkları bulunmuştur. Diğer taraftan öğretmen adaylarının birçoğu kural odaklı yöntemleri kullanmıştır. Bu çalışma öğretmen adaylarının sayı duyularının oldukça düşük olduğunu göstermektedir. Araştırmacılar, öğretmen adaylarının sayı duyusu konusundaki bilgilerini ve kullanımlarını artırmak için bazı önlemlerin alınması gerektiğini vurgulamışlardır.

Alanyazında farklı kültürlerdeki çocukların sahip oldukları sayı duyularının karşılaştırılması ile ilgili yapılan çalışmalara da rastlamak mümkündür. Örneğin Reys ve diğerleri (1999) Avustralya, İsveç, Amerika ve Tayvan olmak üzere 4 farklı ülkenin 8 – 14 yaş aralığındaki öğrencilerinin sayı duyusu becerilerini incelemişlerdir. Araştırmalarında, McIntosh ve diğerleri (1992) tarafından geliştirilen sayı duyusu bileşenlerini dikkate alarak 6 bileşen üzerinde durmuşlardır. Bu bileşenler (1) sayıların anlamlarını ve büyüklüklerini anlama, (2) sayıların denk gösterimlerini anlama ve kullanma, (3) işlemlerin etkilerini anlama, (4) denk açıklamaları anlama ve kullanma, (5) zihinden ve yazılı hesaplama için esnek hesaplama ve sayma stratejileri kullanma ve (6) ölçmede referans noktası kullanımıdır. Tüm bu bileşenler tanımlandıktan sonra yaş ve ülke özellikleri dikkate alınarak araştırmacılar tarafından 30 – 45 soruluk sayı duyusu testi geliştirilmiştir. Testin uygulanması sırasında öğrencilere her soru için 30 – 45 saniye arasında belirtilenden fazla süre harcamamaları söylenmiştir. Böylece öğrenciler soruların çözümlerinde hesaplama yerine sayı duyusu becerilerini kullanmaları için cesaretlendirilmişlerdir. Öğrencilere verilen toplam süre 30 dakikadır. Araştırmanın sonucunda her bir bileşen altında öğrenci başarıları değerlendirilmiş ve ülkeler arasında öğrencilerin sayı duyusu problemlerindeki başarılarının farklılık gösterdiği bulunmuştur. Genel olarak bakıldığında 4 ülkede de sayı duyusu problemlerindeki başarı düşüktür. Örneğin işlemlerin etkisini anlama bileşeni altında sorulan "29 x 0,8" sorusu için öğrencilerin çoğu sayı duyusu stratejilerinden biri olan kıyaslama (referans) noktası stratejisini kullanmak yerine genellikle yazılı hesaplama tekniğine başvurma eğiliminde olmuşlardır. Araştırmacılar bu sonucu, okullardaki matematik müfredatının hala hesaplama işlemlerine ağırlık vermesine bağlamaktadırlar. Son olarak bu çalışmanın ileride yapılacak kültürlerarası çalışmalara da ışık tutacağını vurgulamışlardır.

Aunio, Ee, Lim, Hautamaki ve Van Luit (2004) Finlandiya (n = 254), Hong Kong (n = 246) ve Singapur (n = 130) olmak üzere 3 farklı ülkenin 4 – 8 yaş aralığındaki çocuklarının sayı duyusu becerilerini incelemişlerdir. Çocukların sayısal ve sayısal olmayan miktar bilgilerini, karşılaştırma, sınıflandırma, bire-bir eşleme ve sayı kelimelerini kullanma gibi becerilerini ölçmeye yönelik 40 soruluk Erken Dönem Sayı Testini (Early Numeracy Test) kullanmışlardır. Testi cevaplamaları için çocuklara 30 dakika süre verilmiştir. Analiz sonuçlarına göre istatistiksel olarak sadece ülke değişkeninin öğrencilerin sayı duyusuna önemli bir etkisi olduğu bulunmuştur. Singapurlu öğrenciler, sırasıyla Hong Kong ve Finlandiyalı öğrencilere göre istatistiksel olarak daha başarılı bulunmuştur. Çoklu karşılaştırma sonuçlarına göre cinsiyet ve dil değişkenleri açısından istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmamıştır. Araştırmacıların hipotezlerinden biri olan, Asyalı öğrencilerin özellikle Singapur ve Hong Kong'daki öğrencilerin Finlandiya'daki çocuklara göre sayısal becerilerinin daha fazla gelişmiş olması, ülke etkisinin sayı duyusu başarısı üzerinde anlamlı bulunmasıyla kanıtlanmıştır. Yaş değişkeni ile ilgili olarak ülkelere göre çocukların başarılarına bakıldığında her yaş düzeyinde Singapur ve Hong Kong'lu öğrencilerin Finlandiyalı öğrencilere göre daha başarılı olduğu bulunmuştur.

Sayı duyusunun kültürlerarası incelenmesi konusunda yapılan bir diğer çalışma Aunio, Niemivirta, Hautamaki, Van Luit, Shi ve Zhang (2006) tarafından yapılmıştır. Yukarıda bahsedilen çalışmadan farklı olarak bu çalışmada sadece Çinli (n = 130) ve Finlandiyalı (n = 203) çocuklar üzerinde araştırma gerçekleştirilmiştir. Araştırmacılar bir önceki çalışmalarına paralel olarak yine yaş, ülke ve cinsiyet değişkenlerinin öğrencilerin sayı duyuları üzerindeki etkilerini incelemişlerdir. Çocukların sayı duyularının ölçülmesinde 40 soruluk Utrecht Erken Dönem Sayı Testi (Utrecht Early Numeracy Test) kullanılmıştır. Bu testteki ilk 20 soru çocukların verilen bilgiyi karşılaştırmaları ve düzenlemeleri konusundaki yeteneklerini ölçerken, diğer 20 soru sayı-kelime dizisiyle işlem yapma becerilerini ölçmektedir. Araştırmacılar ilk beceriyi genel sayısal beceri (ilişkisel beceri) ile ikinci beceriyi ise spesifik sayısal beceri (sayma becerileri gibi) olarak tanımlamışlardır. Araştırmanın sonucunda yaş değişkeni dikkate alındığında her iki örneklemde de hem ilişkisel hem de sayma becerilerinde sistematik bir artış görülmüştür. Bu da çocukların sayı duyusu becerilerinde gelişimsel bir etkiyi açıkça göstermektedir. Aynı zamanda, cinsiyet faktörünün önemli bir etkisi de görülmemiştir. Sayma becerileri dikkate alındığında Çinli öğrenciler yaştan bağımsız bir şekilde Finlandiyalı öğrencilere göre daha başarılı olmuşlardır. İlişkisel becerilerde ise bu durum sadece yaşı büyük öğrenciler için geçerlidir.

Zanzali ve Ghazali (1999), McIntosh, Reys ve Reys (1992) tarafından geliştirilen sayı duyusu yapısındaki beş bileşeni dikkate alarak 10 yaşındaki Malezyalı çocukların (n = 406) sayı duyularını araştırmışlardır. Ölçülen bu beş bileşen; (1) sayıların büyüklüklerini anlama, (2) sayıların denk gösterimlerini kullanma, (3) işlemlerin etkisini anlama, (4) denk açıklama kullanımı ve hesaplama ve (5) sayma stratejileridir. Araştırmacılar ayrıca öğrencilerin sayı problemlerini çözerken kullandıkları stratejiler ile sayı duyusu arasında bir ilişki olup olmadığını incelemişlerdir. Bu amaçla iki test geliştirmişlerdir. Birinci test öğrencilerin sayı duyusunun beş bileşenine ilişkin becerileri değerlendirmek amacıyla geliştirilmiştir. İkinci test sayı duyusu testinin içeriğinde yer alan benzer maddeler kullanılarak oluşturulan yazılı hesaplama testidir. Verilerin analizinde görüşme tekniğinden yararlanılarak öğrencilerin sayı kavramlarını anlamaları ile hesaplama becerileri arasındaki ilişki araştırılmıştır. Yazılı hesaplama testinden elde edilen bulgular, öğrencilerin yazılı testte sayı duyusu testine göre daha başarılı olduğunu göstermektedir. Sonuçlar başarının çok geniş bir alana yayıldığını göstermektedir. Genel olarak bakıldığında öğrenciler denk açıklama kullanımı - hesaplama ve sayma stratejileri bileşeni dışındaki sayı duyusunun diğer bileşenlerinde zorluklar yaşamışlardır. Bu sonucu, araştırmacılar sayı duyusunun diğer becerilerinin mekanik hesaplamalardan öte daha çok derinlemesine anlama gerektirebileceği şeklinde yorumlanmıştır.

Markovits ve Pang (2007)'ın araştırmalarında ise Kore ve İsrail'deki 6. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu kullanımı gerektiren sorulardaki becerileri karşılaştırılmıştır.

Araştırmanın sonucunda Koreli öğrencilerin İsrailli öğrencilere göre hesaplama yöntemlerini kullanmaya daha fazla eğilimli olduğu bulunmuştur. İsrailli öğrenciler ise problemlerin çözümlerinde hesaplama yerine daha çok sayı duyularını kullanmışlardır. Strateji kullanımına ilişkin belirli bir yönlendirme olmayan sorularda bile İsrailli öğrenciler sayı duyularını kullanabilmişlerdir. Araştırmacılar İsrailli öğrencilerin sayı duyularını kullanmaları konusundaki başarılarını birçok faktöre bağlamışlardır. Birinci faktör Koreli öğrencilerin matematikte direk hesaplamalara alışkın olmalarıdır. İlköğretim okullarında yeni programda hesaplamaya yapılan vurgu azalsa da hesaplama becerisi yine değerlidir. Bu da Koreli öğrencilerin hesaplama gerektirmeyen durumlarda bile niçin bu yöntemi tercih ettiklerini açıklamaktadır. İsrail'de ise araştırmacıların testi uyguladıkları sırada sayı duyusu kavramı müfredatta veya ders kitaplarında olmasa bile hizmet içi eğitimlerde konuşulmaktadır. Çünkü İsrail'in yeni müfredatında sayı duyusuna yer verilmektedir. Bu da öğretmenlerin matematik derslerinde bu konuya önem vermiş olabileceğini göstermektedir. Bu farklılığı açıklayan bir diğer neden ise kültürel farklılıklar olabilir. Koreli öğrenciler testteki tüm sorulara cevap vermeye çalışmışlar ve nadiren soruları atlamışlardır. İsrailli öğrenciler ise testteki her soruyu cevaplamak için kendilerine tanıdık gelmeyen veya zor gelen soruları atlamışlardır. Kore'de tüm soruları ciddiyetle cevaplamak bir kuraldır.

2.2. SAYI DUYUSUNUN GELİŞTİRİLMESİNE YÖNELİK YAPILAN ÇALIŞMALAR

İlgili alanyazında özellikle ilköğretim seviyesindeki çocuklarda sayı duyusunun gelişimine yönelik birçok çalışmaya rastlanmıştır. Bu bölümde sayı duyusunun gelişimi ile ilgili yapılan araştırmalar incelenip tartışılmıştır.

Markovits ve Sowder (1994), 7. sınıf öğrencilerinin sayı duyularını geliştirmek amacıyla deneysel bir çalışma yapmışlardır. Bunun için öğrenciler sınıf öğretmenleri tarafından sayı büyüklüğü, zihinsel hesaplama ve tahmin becerileri konuları başlığı altında eğitime tabi tutulmuştur. Geliştirilen öğretim yöntemi, öğrencilere sayılar ve işlemler arasındaki ilişkileri keşfetmeleri için zengin ortamlar sunmaktadır. Araştırmacılar tarafından sınıf öğretmenlerinin kullanımına yönelik dört ünite geliştirilmiştir. Bunlardan ilki zihinden hesaplama konusunda geliştirilen bir derstir. Bu ders, iki basamaklı sayıların toplama ve çıkarma işlemlerini 10'un kuvvetleriyle çarpma, 2, 4 ve 8 rakamlarıyla çarpma, 10'un katlarına bölme ve birden çok işlem olan problemlerde hangi işlemin daha önce yapılması gerektiğine karar verme problemleri ile ilgilidir. Bu ünitede öğrencilerden basamak kavramını ve sayı özelliklerini geliştirmeleri beklenmektedir. İkinci ünite ise sayı büyüklüğü kavramına odaklanılmaktadır. Bu kapsamda ondalık sayılar ve kesirler için bir ders planı hazırlanmıştır. 12,7 ve 12,31 gibi ondalık sayı örnekleri verilerek öğrencilerin bu sayıları karşılaştırması istenmiştir. Diğer bir ünite ise kesir ünitesidir. Kesirlerin karşılaştırılması kapsamında öğrencilerden kesirler ile ondalık sayılar arasındaki ilişkileri keşfetmeleri ve büyüklük olarak karşılaştırmaları istenmiştir. Son ünite ise tahmin becerileri ile ilişkilidir. Bu ünitede öğrencilerden ilk önce tahmin yapmaları ve tahminlerinin doğruluğu konusunda tartışmaları istenmiştir. Araştırmanın sonunda araştırmacılar geliştirilen bu öğretim yönteminin öğrencilerin sayı duyusu becerisini yansıtan stratejileri kullanmasında etkili olduğunu bulmuşlardır.

İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin kesir konusundaki tahmin becerilerini geliştirmek amacıyla yapılan bir diğer çalışma Reys, Kim ve Bay (1999) tarafından yapılmıştır. Araştırmacılar görüşme tekniği kullanarak 5. sınıf öğrencilerine üç adet kesir problemi sormuşlardır. Birinci problemde, öğrencilerden $\frac{2}{5}$ kesrini düşünmeleri istenmiştir. İkinci problemde, öğrencilerden $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{8}$ ve $\frac{3}{5}$ kesirlerini karşılaştırmaları istenmiştir. Son problemde ise, öğrencilerden "$\frac{3}{8} + \frac{4}{9}$" işleminin sonucunu tahmin etmeleri istenmiştir. Görüşme sırasında öğrenciler kesir problemlerinin çözümünde kıyaslama (referans) noktası kullanımı konusunda yönlendirilmişlerdir. Araştırmacılar görüşme sırasında öğrencilerin ½ kesrini kıyaslama (referans) noktası alarak karşılaştırma yapmaları konusunda cesaretlendirmişlerdir. Araştırmanın sonunda öğrencilerin kesirler ve tahmin sürecinde bazı kavram yanılgılarına sahip oldukları bulunmuştur. Aynı zamanda araştırmacılar kesirleri karşılaştırmada kıyaslamalı değerlendirme yöntemini (örneğin ½ kesrini kullanma) kullanmanın, öğrencilerin kesirleri kavramsallaştırmaları konusunda etkili olduğunu vurgulamışlardır.

Kıyaslama (referans) noktası kullanımına yönelik yapılan bir diğer araştırma, Bay (2001) tarafından yapılmıştır. Bay, ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin büyük sayılar, rasyonel sayılar ve cebir konularında sayı duyularını geliştirmek amacıyla sayı doğrusu etkinliğini geliştirmiştir. Bu etkinlikte sınıf ortamında sayı doğrusunu temsil eden bir ip kullanılmıştır. Büyük sayılar konusu için öğrenciler ipin bir ucundaki 0, diğer ucundaki 10.000 yazılı sayı kartlarını tutarlar. Öğrencilere ilk olarak 3108 sayısının yeri sorulmuştur. Bu etkinlikte öğrenciler uygun konumu bulmak için izlenebilecek stratejileri tartışmışlardır. Örneğin bir öğrenci bu sayının ipin onda üçlük kısmına yakın bir yerde durması gerektiğini düşünürken bir diğer öğrenci 2500'e yani ipin dörtte birine yakın bir yerde durması gerektiğini düşünmüştür. Rasyonel sayılardaki sayı duyusunu geliştirmek maksadıyla yine aynı ip etkinliği kullanılmıştır. Öğrencilere üzerinde $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$ gibi sık karşılaşabildikleri ve $\frac{23}{45}$ veya $\frac{16}{17}$ gibi okulda yaptıkları işlemlerde sıklıkla karşılaşmadıkları kesirlerin yazılı olduğu kartlar verilmiştir. Öğrencilerden bu kesirleri 0 , ½ ve 1 gibi sayı doğrusu üzerinde belirlenmiş noktalar arasında yerleştirmeleri istenmiştir. Cebir konusunda sayı duyusunu geliştirmek maksadıyla öğrencilere x, 3x, $\frac{x}{2}$, x – 4 ve x + 3 gibi ifadelerin yazılı olduğu kartlar verilir. 0 sayısı ipin ortalarında bir yere yerleştirilir. X'in yazılı olduğu kartın verildiği öğrenciden kartını ip üzerinde keyfi bir yere yerleştirmesi istenir. Daha sonra öğrencilerden bu konum dikkate alınarak $\frac{x}{2}$ ve 2x gibi kartların ip üzerine yerleştirmeleri istenir. Buradaki etkinlikler araştırmacı tarafından sayıların büyüklüklerinin karşılaştırılmasında oldukça etkili görsel etkinlikler olarak önerilmiştir.

Kesirlerde ve ondalık sayılarda sayı duyusu kullanımına ilişkin bir diğer çalışma Suh, Johnston, Jamieson ve Mills tarafından 2008 yılında yapılmıştır. Araştırmacılar 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılarda sayı duyusunu geliştirmek ve matematiksel gösterimlerde akıcılığı artırmak amacıyla bir ders geliştirmişlerdir. Matematiksel gösterimlerde akıcılığı çoklu gösterimlerden yararlanma yeteneği olarak tanımlamışlardır. Geliştirilen bu derste öğrencilere ilk olarak 10 x 10'luk yüzlük tablolar verilmiştir. Bu tablolar farklı ondalık sayıları temsil edecek şekilde boyanmıştır. Öğrencilerden hangi kartın 1'e daha yakın olduğunu bulmaları istenmiştir.

Daha sonra verilen ondalık sayıları bu kartlar üzerinde boyayarak göstermeleri ve ayrıca öğrencilerden ondalık sayıları kesirler biçiminde ifade etmeleri istenmiştir. Son olarak öğrencilerden iki ondalık sayının toplamını kartlar üzerinde boyayarak bulmaları istenmiştir. Tüm bu gösterimleri kullanmaları öğrencilerin düşünmede esnek olmalarını ve genellemeler yapmalarını kolaylaştırmıştır. Öğrencilerin bu gösterimleri esnek bir şekilde kullanmaları onların ondalık sayıları basitçe anlamalarını, farklı bir sistem olmadığını ve 10'luk sistemin bir uzantısı olarak düşünülmesi gerektiğini sağlamıştır. Buna ek olarak gösterimler öğrencilerin sayılar ve basamak değerleri arasındaki ilişkiler hakkında genelleme yapmalarını sağlamıştır.

Zaslavsky (2001), araştırmasında ilköğretim öğrencilerinin sayı duyularının gelişiminde kültürel farklılıkları dikkate alarak bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmada 3. ve 4. sınıf öğrencilerinden insanlar tarafından çok eskiden bu yana kullanılan sayı sistemleri hakkında araştırma yapmaları istenmiştir. Öğrenciler bu araştırmayı yapmak için kitap, materyaller ve internet kullanmışlardır. Araştırmacı öğrencilerin diğer kültürlerdeki sistemleri öğrenirken insanların sayma ve sayıları kaydetme sürecinde kullandıkları yöntemleri araştırdıklarını, bir yandan da sayı duyularını geliştirdiklerini vurgulamıştır.

Çok basamaklı sayılarla ilgili sayı duyusunu geliştirmek amacıyla yapılan çalışmalardan biri Diezmann ve English (2001)'ın çalışmalarıdır. Araştırmacılar küçük yaştaki çocukların büyük sayılar için sayı duyularını geliştirme amacıyla etkinlik tasarlamışlardır. Bu etkinlikler öğrencilerin bir bağlam içinde büyük sayıları anlamlaştırmalarını amaçlamaktadır. Bunun için geliştirilen etkinlikler; büyük sayıların okunması, büyük sayıların anlaşılması, binin keşfedilmesi, bir milyonun keşfedilmesi, para posteri ve monopoli parası etkinlikleridir. Büyük sayıların okunmasındaki örüntü ile ilk etkinlik başlamıştır. Bir basamaklı sayılardan başlayarak, bin ve son olarak milyon sayısına gelerek öğrencilerden bu sayıları okumaları istenmiştir. Daha sonra miktar, uzaklık ve para ile ilişkili olarak öğrencilere büyük sayıların kavranması için diğer etkinlikler tasarlanmıştır. İkinci etkinlikte çocuklara yemek yiyen bir çocuğun masaya kazayla döktüğü börülce sayısını tahmin etmeleri istenmiştir. Çocuklar bu etkinlikte ilk olarak 100, 1000 ve 1.000.000 cevaplarını vermişler fakat nasıl tahmin ettikleri konusunda bir açıklama yapamamışlardır. Cevabı nasıl buldukları sorulduğunda sadece "sayarak" şeklinde cevap vermişlerdir. Üçüncü etkinlikte öğrencilerin dörde bölünmüş bir ekmek diliminin üstüne belirli bir örüntüde renkli noktalar koymaları istenmiştir. Birinci dilime 1 nokta, ikinci dilime 10 nokta, üçüncü dilime 100 nokta ve son olarak son dilime 1000 nokta koymaları istenmiştir. Bu etkinlikle öğrencilerden 1000'e kadar olan sayılar için kıyaslamalı değerlendirme yaparak sayıların büyüklüklerini anlamaları hedeflenmektedir. Diğer etkinlikte ise öğrencilerden 1 milyon doları taşımak için ne kadar yük sandığına ihtiyaç duyulacağı sorulmuştur. Bu etkinlik için çocuklardan ilk önce para posteri ve monopoli etkinliğini tamamlamaları istenmiştir. Para posteri etkinliğinde öğrencilere 1, 10, 100, 1000, 10.000, 100.000, 1.000.000 dolar para ile yaklaşık ücreti bu para miktarlarıyla yakın olan magazin reklam dergisindeki ürünlerin resmi verilmiştir. Çocuklardan bu paralar ile hangi ürünlerin alınabileceği konusunda bir poster oluşturmaları istenmiştir. Daha sonra monopol oyununda ne kadar para olacağını hesaplamaları istenmiştir. Bu etkinlik sonunda bir milyon doları taşıyabilmek için gerekli olan yük sandığı sayısını tahmin etme sorusuna dönülmüştür. Bu problemi çözmek için öğrenciler monopoli oyundaki para etkinliğinden yararlanmışlardır. Araştırmacılar etkinlik sonunda öğrencilerin sayı duyularını geliştirmede bu etkinliklerin faydalı olabileceği sonucuna varmışlardır.

İlköğretim öğrencilerinden farklı olarak farklı yaştaki öğrenciler üzerinde de sayı duyusunun gelişimine yönelik yapılan çalışmalar vardır. Örneğin Kaminski (2002) sayı duyusunun gelişimine yönelik olarak 43 tane öğretmen adayı üzerinde bir çalışma yürütmüştür. Araştırmacı sınıf öğretmenliği 2. sınıf öğrencilerinin aldıkları bir eğitim dersinde matematik eğitimi ünitesinin bir bileşeni olan sayı duyusu programı geliştirmiştir. Bu program sosyal yapılandırmacılık yaklaşımına göre geliştirilmiştir. Öğrenciler bu program boyunca (12 hafta-haftada 4 saat) arkadaşlarıyla iletişimlerinde matematiksel bilgileri yapılandırmıştır. Öğretmen adayları sayı duyusu programında grup tartışmalarına katılmaları için cesaretlendirilmiştir. İlk 4 hafta boyunca sayı duyusu programındaki seçilmiş etkinlikler; basamak değeri, gruplama, tekrar gruplandırma, karşılaştırma gibi fikirleri içermektedir. Beşinci haftadan yedinci haftaya kadar sonucu elde etmede hesaplamanın gerekli olup olmadığına karar verme süreci ile ilgilenilir. Son beş haftada ise zihinsel hesaplama ve tahmin becerileri üzerinde durulmuştur. Çalışmanın verilerini araştırmacının gözlemleri, öğrenciler tarafından tutulan haftalık günlükler, kavram haritaları, ünite değerlendirme formları ve değerlendirme maddeleri oluşturmaktadır. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının sayılar arasındaki çoklu ilişkileri geliştirdikleri ve kullandıkları işlemler için mantıklı açıklamalar yaptıkları saptanmıştır. Ayrıca sosyal yapılandırmacılık yaklaşımı ile geliştirilen sayı duyusu programı öğretmen adaylarının işbirlikli olarak çalışmalarını sağlamış ve bu yaklaşım öğretmen adaylarının matematiğe karşı olan ilgilerini artırmıştır.

Sayı duyusunun gelişimine yönelik işbirlikli öğrenme yönteminin kullanıldığı bir diğer çalışma Yang (2002) tarafından yapılmıştır. Kaminski (2002)' nin çalışmasından farklı olarak Yang araştırmasını 6. sınıf öğrencileri üzerinde yürütmüştür. Araştırmasının amacı bir öğretmenin süreç odaklı etkinlik yoluyla kesirlerde sayı duyusunu nasıl geliştirebileceğini tanımlamaktır. Aynı zamanda araştırmasında iyi bir öğrenme ortamı geliştirmek için ilginç, değerli bir matematik sorusunun nasıl sorulması gerektiği konusuna da cevap aramaktadır. Bu amaçla 29 altıncı sınıf öğrencisini gruplara ayırmış ve onlara yönelttiği sorular üzerinde tartışmalarını istemiştir. Etkinlik "$\frac{3}{8}$' mü yoksa $\frac{7}{13}$'mi $\frac{1}{2}$'ye yakındır?" sorusu üzerinde tartışmayı içermektedir. Öğretmen rahat bir öğrenme ortamı oluşturmuştur. Öğrenciler tarafından yapılan açıklamaları dinlemiş ve onları sınıf ortamında tartışmaları için cesaretlendirmiştir. Daha sonra bu kesirleri şekil çizerek göstermelerini istemiştir. Grup tartışması tekrar başlamıştır. Öğrenciler çizdikleri kesirler üzerinde görsel olarak kesirleri karşılaştırmaya başlamışlardır. Farklı gruplar sorunun çözümünde farklı stratejiler geliştirmişlerdir. Bir grup, sorunun çözümü için paydaları eşitleme yöntemini kullanırken, diğer gruplar cevaplarını açıklamak için şekil gösteriminden yararlanmışlardır. Araştırmanın sonunda araştırmacı sınıf tartışması ve işbirlikli öğrenme ile geliştirilen bu etkinliğin öğrencilerin kesir konularındaki zorlanmalarının azalmasında etkili olduğunu belirtmiş ve sayı duyusunun iletişim ve tartışma ile gelişebileceğini ileri sürmüştür.

Sayı duyusunu geliştirme amaçlı Yang (2003) tarafından yapılan çalışmalardan bir diğeri gerçek durum problemleridir. Yang araştırmasında 5. sınıf öğrencilerinin (37 kişi) sayı duyularını geliştirmek amacı ile bir gerçek durum problemi geliştirmiştir. Bu problemde öğrencilerden kendi okul bahçelerindeki oyun alanına kaç kişinin sığabileceğini tahmin etmelerini istemiştir. Öğretmen bu etkinlik için ilk olarak öğrencileri gruplara ayırarak kendi aralarında tartışmalarını sağlayıp grup tartışmalarını bir yere not etmelerini istemiştir. Öğrenciler kendi aralarında tartışırken problemin çözümü için gerekli olabilecek sorular yöneltmişlerdir. Örneğin bir öğrenci okuldaki sınıf sayısını ve her sınıftaki öğrenci sayılarının kaç olduğunu öğrenmek istemiştir. Grup tartışması bittikten sonra her grup tahminlerine nasıl ulaştıkları konusunda bir sunum yapmışlardır. Öğretmen tartışma ortamını gözlemiş ve bazı öğrencilerin tahmin etmenin ne demek olduğunu anlayamadıklarını fark etmiştir. Fakat bazı çocuklar tam sonucu bulmak için hesaplama yapmaya gerek olmadığını ima ederek tahmin kavramını ayırt edebilmişlerdir. Araştırmanın sonunda araştırmacı geliştirilen gerçek durum problemlerinin öğrencilerin sayı duyularını geliştirmede oldukça etkili olduğunu vurgulamıştır. Aynı zamanda gerçek durum problemlerinin; öğrencilerin büyük sayıları, kıyaslama (referans) noktası kullanımını ve tahmin becerilerini geliştirmede de etkili olduğunu savunmuştur.

Problem çözmeye dayalı öğretimin sayı duyusu üzerindeki etkisini inceleyen Tsao (2004), araştırmasını 115 öğretmen adayı üzerinde yürütmüştür. Bu amaçla tamamen problem çözmeye dayalı ders geliştirmiştir. Öğretmen adayları için geliştirilen problem çözmeye dayalı matematik dersleri; materyallerin kullanıldığı, problem çözme yaklaşımlarından yararlanıldığı ve işbirlikli öğrenme ortamlarının geliştirildiği ortamlar dikkate alınarak geliştirilmiştir. Öğrenciler bu etkinliklere aktif olarak katılmamışlardır. Araştırma tek grup ön test son test deneme modelli bir çalışma olarak desenlenmiştir. Öğretmen adaylarının sayı duyusu becerilerinin zamana göre değişimini incelemek maksadıyla t-testi kullanılmıştır. Araştırmanın sonunda Tsao, öğretmen adaylarının sayı duyusu becerilerinin problem çözmeye dayalı dersin sonunda olumlu yönde değiştiğini bulmuştur. Öğretmen adayları zihinsel hesaplama becerileri ile sayı duyusu becerilerini geliştirebilmişlerdir.

2.3. SAYI DUYUSUNUN DİĞER BECERİLER İLE İLİŞKİSİNİ İNCELEYEN ÇALIŞMALAR

İlgili alanyazın incelendiğinde sayı duyusunun matematik başarısı, hesaplama becerisi, tahmin becerisi, uzamsal beceri ve zihinden hesaplama becerileri gibi birçok matematiksel beceriler ile ilişkili olduğu saptanmıştır. Bu bölümde sayı duyusunun diğer beceriler ile ilişkisini inceleyen araştırmalar tartışılmıştır.

Pike ve Forrester (1996), sayı duyusu becerisinin tahmin becerisi üzerindeki etkisini araştırmışlardır. Sayı duyularını ve tahmin becerilerini ölçmek amacıyla 62 ilköğretim öğrencisi (6 – 11 yaş arası) üzerinde yedi aylık süren bir uygulama tasarlamışlardır. Bu uygulamada Macromedia ve çoklu ortamlardan yararlanılmış ve öğrencilere küçük diz üstü bilgisayarda sunumlar yapılmıştır. Öğrencilerin sayı duyuları; zihinsel hesaplama, sayıların büyüklüklerini anlama ve sayı ilişkilerini anlama bileşenleri kapsamında değerlendirilmiştir. Öğrencilerin tahmin becerilerinin değerlendirilmesinde bilgisayar ortamında tasarlanan bir öykü uygulamasından yararlanılmıştır. Geliştirilen bu öyküde, öğrencilerden bir yaprak üzerinde sıralanan uğurböceği sayısının kaç olabileceği konusunda tahmin yürütmeleri istenmiştir. Bilgisayarda geliştirilen bu öyküde, öğrencilerin sorulan bu uzunluğu bulmaları için bilgisayar ekranında verilen birim uzunluktan yararlanmaları istenmiştir. Tahmin becerilerinin değerlendirilmesinde alan kavramından da yararlanılmıştır. Aynı öyküde öğrencilerden bir yaprağa sığabilecek uğur böceği sayısını yine verilen birim dikdörtgenden yararlanarak tahmin etmeleri istenmiştir. Araştırmanın sonunda alan konusundaki tahmin becerileri ile sayı duyusunun bileşenleri arasında çok yüksek bir ilişki bulunurken, uzunluk konusundaki tahmin ile sayı duyusu bileşenleri arasında bir ilişki bulunamamıştır.

Sayı duyusu ile hesaplama becerisi arasındaki ilişkileri inceleyen bir çalışma Reys ve Yang (1998)'in çalışmalarıdır. Bu çalışmanın bir önceki çalışmadan farkı, sayı duyusu ile yazılı hesaplama becerisi arasındaki ilişkiyi incelemesidir. 6. ve 8. sınıf Tayvanlı öğrenciler (234 öğrenci) ile yapılan bu çalışmada veriler yazılı hesaplama ve sayı duyusu olmak üzere iki ayrı test ile toplanmıştır. 20 soruluk yazılı hesaplama testi araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir. 40 soruluk sayı duyusu testindeki bazı sorular araştırmacılar tarafından geliştirilmiş, bazıları ise daha önce geliştirilen testlerden alınmıştır. Sayı duyusu testindeki 20 soru yazılı testindeki sorular ile paraleldir. İki testte de aynı sayılar kullanılmıştır fakat soruların sorulma şekilleri birbirinden farklıdır. İki test de belirli aralıklarla uygulanmıştır. Uygulamadan sonra rastgele seçilen 17 kişiyle görüşme yapılmıştır. Araştırmanın sonunda 6. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu testindeki başarılarının, benzer problemlerin kullanıldığı yazılı hesaplama testindeki başarılarına göre daha düşük olduğu bulunmuştur. Yazılı hesaplama testinde öğrencilerin yazılı hesaplama yaparak tam sonucu bulmaları gerekmektedir. Sayı duyusu testi ise öğrencilerin aynı hesaplama için sayı duyusunun farklı özelliklerini kullanabilme becerisini ölçmektedir. Tayvanlı öğrenciler kâğıt-kalem kullanarak yaptıkları hesaplamalarda oldukça başarılı olmalarına rağmen bu başarılarını hesaplama gerektirmeyen becerilerin ölçüldüğü ve benzer soruların olduğu sayı duyusu testinde gösterememişlerdir. Yapılan görüşmeler sonucunda testten aldıkları puanlara göre yüksek ve orta düzeydeki öğrencilerin daha çok okulda öğretilen hesaplama tekniklerini kullanmaya eğilimli oldukları saptanmıştır. Yüksek seviyedeki öğrenciler bu kuralı kırma yoluna gitse de bu ancak “Başka bir yolla çözebilir misin?” gibi sorularla cesaretlendirildiğinde ortaya çıkmaktadır.

Hesaplama becerilerinin yanı sıra sayı duyusunun resimli ve sembolik gösterimlerle olan ilişkisi de incelenmiştir. Yang ve Huang (2004), 10 okuldan seçtikleri 627 Tayvanlı 6. sınıf öğrencileri ile bir çalışma yürütmüşlerdir. Veri toplamak amacıyla araştırmacılar tarafından 16 soruluk 4 farklı tipte test geliştirmişlerdir. Bu testler; hesaplama testi, resimli gösterim testi, sembolik gösterim testi ve sayı duyusu testidir. İlk üç test içerik olarak aynıdır: testte kullanılan sorular aynı fakat farklı yolla sunulmuştur. Örneğin hesaplama testinde sorulan “$0.98 + \frac{98}{100}$” sorusu, resimli gösterim testinde “$0.98 + \frac{98}{100}$ işlemini temsil eden şekli seçiniz” ve sembolik gösterim testinde “$0.98 + \frac{98}{100}$ işlemini temsil eden ifadeyi seçiniz” şeklinde sorulmuştur. Bu testler her hafta bir test uygulanacak şekilde dört haftada uygulanmıştır. Sayı duyusu testi sayı duyusu bileşenleri dikkate alınarak geliştirilmiştir (sayıları ve işlemlerin etkisini kavrayabilme, sayıların büyüklüklerini anlayabilme, kıyaslama (referans) noktasnı kullanma, uygun stratejiyi seçme ve mantıklı karar verme). Veriler dört testten alınan puanlar arasında anlamlı farklılıklar olduğunu göstermektedir. 6. sınıf öğrencilerinin en başarılı olduğu test türü yazılı hesaplama testidir. Bu başarılarını diğer testler için sürdürememişlerdir. Örneğin öğrencilerin % 76'sı "0,98 + $\frac{98}{100}$" işlemini doğru olarak hesaplayabilmelerine rağmen sembolik gösterim için öğrencilerin ancak % 28,6' sı "1 – 0.02 + 1 – $\frac{2}{100}$" ifadesinin "0.98 + $\frac{98}{100}$" işlemi için en uygun seçim olduğuna karar vermişlerdir. Araştırmacılar bu bulgulara dayanarak hesaplama becerilerinin matematiksel anlamayı içermesi gerektiğini vurgulamışlardır.

Sayı duyusu ile hesaplama akıcılığı arasındaki ilişkiyi inceleyen bir diğer araştırma ise Locuniak ve Jordan (2008) tarafından yapılmıştır. 2. sınıf öğrencilerinin birçok matematik probleminin çözümü için önemli bir araç olan hesaplamadaki kolaylık ve akıcılığı yordamak amacı ile anaokulu öğrencilerinin sayı duyusu becerilerini incelemişlerdir. Bu amaçla 198 anaokuluna devam etmekte olan çocuklar üzerinde araştırma yapmışlardır. Regresyon modeli anaokuluna devam etmekte olan çocukların sayı duyusu becerilerinin yanı sıra bu beceriyle ilişkili birçok değişkeni içerir. Yordayıcı değişken olarak ele alınan bu değişkenler; yaş, okuma, sözel dil, hafıza ve uzamsal becerilerdir. Boylamsal olan bu çalışmada ilk olarak anaokuluna devam etmekte olan çocukların sayı duyuları daha sonra birinci sınıfta bilişsel ölçümler ve ikinci sınıfta hesaplama akıcılığı ölçümleri yapılmıştır. Anaokuluna devam etmekte olan çocukların sayı duyusu becerileri şu başlıklar altında ölçülmüştür: sayma, sayı bilgisi, sözel olmayan hesaplama, hikâye problemleri, sayı kombinasyonları gibi. Sayma başlığı altında öğrencilerden bir kâğıt üzerinde verilen yıldızları saymaları, verilen sayıları okumaları ve en yüksek sayıya kadar saymaları (50 sayısına ulaştıklarında durdurulmuşlardır) istenmiştir. Sayı bilgisi kısmında ise verilen iki sayıdan hangisinin daha büyük olduğunu bulmaları istenmiştir. Sözel olmayan hesaplama becerisinde ise öğrencilere dört toplama ve dört çıkarma işlemi gerektiren bir problemi yapmaları istenmiştir (2 + 1, 4 + 3, 2 + 4, 3 + 2, 3 – 1, 7 – 3, 5 – 2, 6 – 4). Sözel olmayan hesaplamadaki işlemlerin aynısı sözel olarak hikâye problemlerinde öğrencilere sorulmuştur. Burada sözel olmayan hesaplama problemlerinden farklı olarak öğrencilere toplama ile ilgili problemler şu şekilde sorulmuştur: "Jill'in m tane madeni parası var. Eğer Jim n tane daha madeni para verirse, Jill'in kaç tane madeni parası olur?" Çıkarma problemleri ise aynı şekilde sorulmuştur: "Mark'ın m tane kurabiyesi vardır. Colleen n tane kurabiyesini alırsa, Mark'ın kaç kurabiyesi kalır?" Sayı kombinasyonları başlığı altındaki problemler de, "m ve n ne kadardır?", "m'den n çıkınca ne kalır?" şeklinde sorulmuştur. Daha sonra ise 2. sınıf öğrencilerinin hesaplamadaki akıcılıkları ölçülmüştür. Burada kullanılan değerlendirmede öğrencilere bir kâğıtta yatay olarak verilen 25 adet toplama ve çıkarma problemleri verilmiş ve 1 dakika içerisinde kalem kullanarak çözebildikleri kadar problem çözmeleri istenmiştir. Toplama ve çıkarma problemlerinden aldıkları toplam puan hesaplama akıcılığı puanları olarak kaydedilmiştir.

Araştırmanın sonunda araştırmacılar 2. sınıf öğrencilerinin hesaplama akıcılıklarının en güçlü; sayı kombinasyonları ($r = .57$), hikâye problemleri ($r = .51$) ve sözel olmayan problemler ($r = .51$) ile ilişkili olduğunu bulmuşlardır. Regresyon analizi genel ve sayı duyusu değişkenlerini ayrı ayrı dikkate alarak 2. sınıf seviyesindeki hesaplama akıcılığını tahmin etmeyi olanaklı kılmıştır. Araştırmanın sonunda çalışmada ölçülen tüm alanlar birbirleriyle pozitif ilişkili bulunmuştur. Fakat regresyon analizinin sonucunda anaokuluna devam etmekte olan çocukların sayı duyularının yaş, okuma, sözel dil, hafıza ve uzamsal muhakeme yordayıcılarından daha fazla önemli bir yordayıcı olduğu bulunmuştur. Temel olarak basit toplama ve çıkarmayı iyi bir şekilde kavrayan anaokuluna devam etmekte olan çocuklar ikinci sınıfta daha iyi bir akıcılık kazanma eğilimindedirler.

Sayı duyusunun diğer beceriler ile ilişkisini inceleyen araştırmalar arasında uzamsal beceriler ile ilişkilerden de söz edilmektedir. Bunlardan biri Nes ve Lange (2007) tarafından yapılan araştırmadır. Nes ve Lange (2007) çalışmalarında erken uzamsal duyuları, sayı duyusunu tanımlamış ve uzamsal yapıların sayı duyusunun gelişmesindeki öneminden bahsetmişlerdir. Yazarlar, sayı duyusunun gelişiminde uzamsal yapıların çok önemli bir destekleyici rolü olduğunu öne atmışlardır. Araştırmacılara göre eğer bir çocuk belirli sayıdaki nesneleri kafasında canlandırabiliyorsa (uzamsal olarak görselleştirme), şekil oluşturan nesnelerin dış görünüşünü canlandırabiliyorsa, sayma sürecinin yanı sıra miktarları anlamayı öğrenmesi basitleşir.

Yukarıdaki becerilerden farklı olarak sayı duyusunun genel matematik başarısıyla ilişkisini inceleyen araştırmalar da vardır. Yang, Li ve Lin (2008) geliştirmiş oldukları bilgisayar donanımlı bir sayı duyusu testini 1212 tane 5. sınıf Tayvanlı öğrenciye uygulamışlardır. Bu test sayı duyusunun dört faktöründen oluşmaktadır. Bunlar; sayı büyüklüklerini fark etme, sayı ve işlemlerin çoklu gösterimlerini kullanma, hesaplama işlemlerinde mantıklı tahminler yapma ve işlemlerin sayılar üzerindeki etkisini anlamadır. Araştırmalarında öğrencilerin en çok hangi faktörde başarılı olduklarını incelenmişler ve sayı duyusu ile genel matematik başarısı arasındaki ilişkiye bakmışlardır. Araştırmanın sonucunda 5. sınıf öğrencilerinin en çok sayı büyüklüklerini fark etme faktöründe başarılı oldukları hesaplama işlemlerinde mantıklı tahminler yapma faktöründe ise başarılarının oldukça düşük olduğu saptanmıştır. Son olarak araştırmalarında 5. sınıf öğrencilerinin sayı duyuları ile matematik başarıları arasında anlamlı bir şekilde ilişkili bulunmuştur. 5. sınıf öğrencilerinin sayı duyularının düşük olmasının sebebi olarak Tayvan'daki geleneksel eğitimi göstermişlerdir.

Sayı duyusu ile matematik başarısı arasındaki ilişkiyi inceleyen bir diğer çalışma Jordan, Kaplan, Locuniak ve Ramineni (2007)'nin çalışmalarıdır. Araştırmacılar sayı duyusunun gelişimini incelemek amacıyla öğrencileri anaokulundan birinci sınıfın ortasına kadar takip etmişlerdir. 277 çocuğun genel matematik başarısı birinci sınıf sonunda ölçülmüştür. Araştırmanın sonucunda anaokulunda sahip olunan sayı duyusu birinci sınıfın sonundaki matematik başarısıyla yüksek düzeyde ilişkili bulunmuştur ($r = 0.70$). Sayı duyusu düşük bir şekilde anaokuluna başlayan çocukların anaokulunun ortalarında geliştirdikleri sayı duyusu hiçbir ilerleme göstermeyen ve benzer düşük sayı duyusuna sahip çocuklara göre 1. sınıfta daha yüksek bir matematik başarısına sahip olmuştur. Sayı duyusunun erken yaşlardaki gelişimi daha sonra matematikte zorlanacak olan çocuklar hakkında bize bilgi vermesi açısından faydalıdır.

3. BÖLÜM

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın türü, çalışma grubu, değişkenler, veri toplama aracı, veri toplama aracının geliştirilmesi ve verilerin analizinde kullanılan istatistiksel yöntem ve teknikler açıklanmıştır.

3.1. ARAŞTIRMANIN TÜRÜ

İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyuları ile ilgili durumların ortaya çıkarılması amaçlandığından bu araştırma "betimsel araştırma" olarak belirlenmiştir.

3.2. ÇALIŞMA GRUBU

Araştırmanın çalışma grubu elverişli örneklem yoluyla belirlenen, Ankara ilinin Çankaya ve Gölbaşı ilçesine bağlı dört ilköğretim okulunda öğrenim gören ikinci kademe öğrencileridir. İkisi devlet ikisi özel olmak üzere dört ilköğretim okulunun ikinci kademesine devam etmekte olan 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sınıf düzeyine göre dağılımı Tablo 3-1'de verilmiştir.

Tablo 3-1 İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sınıf düzeyine göre dağılımı

Sınıf Düzeyi	Toplam f (%)
6. sınıf	184 (31,5)
7. sınıf	253 (43,3)
8. sınıf	147 (25,2)
Toplam	584

Tablo 3-1'de görüldüğü gibi veri toplama aracı ilköğretim ikinci kademede okumakta olan toplam 584 öğrenciye uygulanmıştır. Çalışmaya katılan öğrencilerin % 31,5'i 6. sınıf, % 43,3'ü 7. sınıf ve % 25,2'si 8. sınıf öğrencileridir. Ayrıca çalışma grubunun % 48'i kız öğrencilerden % 52'si erkek öğrencilerden oluşmaktadır. Dolayısıyla ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin cinsiyet ve sınıf düzeyi dağılımlarının birbirine oldukça yakın olduğu söylenebilir.

3.3. DEĞİŞKENLER

Araştırmada bir bağımlı ve üç bağımsız değişken ele alınmıştır.

3.3.1. Bağımlı Değişkenler

Öğrencilerin sahip oldukları sayı duyuları bu çalışmanın bağımlı değişkenini oluşturmaktadır.

3.3.2. Bağımsız Değişkenler

Çalışmanın bağımsız değişkenleri; sınıf düzeyi, cinsiyet ve sayı duyusu bileşenleri olarak belirlenmiştir.

i. **Sınıf düzeyleri**, altıncı, yedinci ve sekizinci sınıf olmak üzere üç kategoride sınıflandırılmıştır.

ii. **Cinsiyet**, kız ve erkek olmak üzere iki kategoride sınıflandırılmıştır.

iii. **Sayı duyusu bileşenleri**, hesaplamada esneklik, kesirlerde kavramsal düşünme ve kıyaslama (referans) noktası kullanımı olmak üzere üç kategoride sınıflandırılmıştır.

3.3.3. VERİ TOPLAMA ARACI: SAYI DUYUSU TESTİ

Araştırmacı tarafından geliştirilen veri toplama aracında 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyularının belirlenmesi hedeflenmiştir. Geliştirilen ölçme aracı, sayılar ve işlemlerle ilgili açık uçlu ve çoktan seçmeli tipinde toplam 17 sorudan oluşmaktadır (Ek-6). Veri toplama aracının geliştirilme süreci ve içeriği bir sonraki bölümde ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

Sayı duyusu testinin güvenirliğinin belirlenmesinde Cronbach-α güvenirlik katsayısı hesaplanmış ve 0.86 olarak bulunmuştur. 17 maddelik bir ölçek için güvenirliğin 0.86 bulunmuş olması oldukça tatmin edicidir.

Testin geçerliğini hesaplamak için uygun bir ölçüt bulunmadığından geçerlik katsayısı hesaplanmamış, geçerliği güvence altına almak için uzman görüşüne başvurulmuştur. Ölçme aracındaki maddeler, asıl uygulama öncesinde sayı duyusu konusunda çalışma yapmış olan 2 konu alanı uzmanı ve 3 deneyimli öğretmen ve 8 akademisyen tarafından incelenmiştir. İlk olarak kapsam geçerliğini saptamak üzere uzmanlara ölçme aracındaki soruların ilgili alanyazında tanımlanan değişik tipteki sayı duyusu bileşenlerini temsil edip etmediği sorulmuştur. Uzmanlar aynı zamanda ölçme aracındaki maddelerin değişik zorlukta olup olmadığını, maddelerin ifade ediliş biçimini, yanlış yorumlamalara meydan verip vermemesini, ölçmek istediği şeyi ne derecede ölçtüğünü incelemişlerdir. Görüşler doğrultusunda ölçekte gerekli düzenlemeler yapılmıştır.

3.4. SAYI DUYUSU TESTİNİN GELİŞTİRİLMESİ

Sayı duyusu testi 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyularını ve sayı duyusunun boyutlarını belirlemek amacıyla araştırmacı tarafından ilgili alanyazında tartışılan problemlerden yararlanılarak geliştirilmiştir (Yang, 1995; TIMSS, 1999; Kaminski, 2002; NAEP, 2005). Öncelikle sayı duyusu bileşenleri için ortaya atılan farklı sınıflandırılmalar incelenmiş, ortaya atılan bu farklı sınıflandırmaların ortak özellikleri dikkate alınmıştır. Son olarak Yang (1995) tarafından belirlenen ortak altı boyutun ele alınmasına karar verilmiştir. Ortak olan bu boyutlar; (1) *sayıların anlamlarının anlaşılması* (well-understood number meaning), (2) *sayıları ayrıştırma ve yeniden birleştirme* (decomposition / recomposition of numbers), (3) *sayı büyüklükleri* (number magnitude), (4) kıyaslama *(referans) noktası kullanımı* (the use of benchmark), (5) *işlemlerin sayılar üzerindeki etkisini anlama* (understanding the relative effects of operations on numbers) ve (6) *sayı ve işlem bilgisini hesaplama durumlarına uygulamadaki esneklik* (flexibility applying the knowledge of numbers and operations to computational situations) bileşenleridir. Sayı duyusu bileşenlerine ilişkin ele alınan bu ortak altı bileşenin her biri için 4'er tane olmak üzere toplam 24 soru geliştirilmiştir Geliştirilen taslak test Ek-1'de sunulmuştur.

3.4.1. Sayı Duyusu Testindeki Soruların Öngörülen Boyutlara Göre Dağılımı

Taslak sayı duyusu testindeki sorular öngörülen boyutlara göre aşağıdaki bölümde ayrıntılı olarak tartışılmıştır.

3.4.1.1.Sayıların Anlamlarının Anlaşılması

Taslak testteki **5. 7. 10. ve 19. sorular** sayı duyusu bileşenlerinden biri olan *sayı anlamlarının anlaşılması* ile ilgilidir. Sayı anlamlarının anlaşılması ile ilgili bu bileşen sayıların temsil ettiği miktarları anlayabilme boyutunu göstermektedir (Yang, 1995). Bu soruların kaynağı, içerikleri ve sorulardan beklenenler aşağıda ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

5. soru alanyazındaki sorulardan yararlanılarak araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Bu soruda öğrencilerden ondalık iki sayının çarpılması sonucunda elde edilen sayıda virgülü yerleştirmeleri istenmiştir. Sayı duyusu gelişmiş bir çocuğun bu soruda işlem yapmak yerine 0,535 ondalık sayısının yarıma yakın olduğunu fark etmesi ve bir sayıyla çarpıldığında sonucun çarpılan sayının yaklaşık olarak yarısına eşit olacağını bulmaları beklenmektedir.

7. soru NAEP (National Assessment of Educational Progress)'in, 2005 yılındaki test maddelerinden adapte edilmiştir. Öğrencilere 0,002 ile 0,003 arasında hangi sayının olabileceği sorulmuştur. Burada sayı doğrusu üzerinde verilen bu iki nokta arasındaki orta noktanın 0, 0025'i temsil edecek şekilde tasarlanmıştır.

10. soru ondalık sayılarda toplama işlemi ile ilgilidir. Burada öğrencilerden verilen dört çözüm yolundan birini seçmeleri istenmektedir. Sayıların anlamlarını kavrayan bir öğrencinin 4,358 ondalık sayısının 10 fazlasının 4,458 olamayacağını bulması beklenmektedir. Bu soruda öğrenciler sadece tam kısımları toplayarak cevabın 14,358 olması gerektiğini söyleyen Mert'in yolunu seçmelidirler.

19. soru, Yang (1995)'in çalışmasından alınmıştır. Bu soruda öğrencilerden sayı doğrusu üzerinde işaretli noktalardan hangisinin payı paydasından çok az büyük olan kesri temsil ettiğini belirlemeleri istenmiştir. Kesirlerin anlamlarını kavramsallaştıran bir öğrencinin bu kesirleri kolaylıkla bulmaları beklenmektedir. Burada öğrenciler payı paydasından çok az büyük olan kesrin bileşik kesri temsil ettiğini fark edip 1'den büyük bir kesri ifade eden sayıyı işaretlemelidirler.

3.4.1.2. Sayıları Ayrıştırma ve Yeniden Birleştirme

1. 15. 21. ve 22. sorular sayı duyusu bileşenlerinden biri olan *sayıları ayrıştırma ve yeniden birleştirme* bileşeni ile ilgilidir. Bu beceri sayıların farklı gösterim biçimlerini esnek bir biçimde kullanma ve hesaplamayı kolaylaştırıcı uygun gösterim biçimini seçme becerisi ile ilgili bir bileşendir. 15. soru dışındaki diğer sorular araştırmacı tarafından geliştirilmiştir.

1. soruda öğrencilerden 0,25 ondalık sayısı ile 16 sayısını en kısa yoldan çarpmaları istenmektedir. Burada öğrencilerden 0,25 ondalık sayısının diğer bir gösterim biçimi olan $\frac{1}{4}$ kesrini fark etmeleri beklenmektedir.

15. soru 2005 yılında NAEP (National Assessment of Educational Progress) tarafından geliştirilen sorulardan adapte edilerek hazırlanmıştır. Bu sorunun çözümünde öğrencilerden 6 x 6’lık bir karenin $\frac{4}{9}$’nün boyanması istenmiştir. Sayı duyusu gelişmiş öğrenciler farklı gösterim biçimlerini esnek olarak kullanarak $\frac{4}{9}$ kesrini $\frac{16}{36}$ kesrine genişletmeyi fark etmelidirler.

21. soruda öğrencilerden, 86424 sayısını 500 ile çarpmak yerine bu sayıyı ilk olarak 1000 ile çarpıp sonra ikiye bölmeleri beklenir. 86424 kolayca 2 ile bölünebilen bir sayıdır. O halde cevap 43212’dir.

22. soruda da aynı şekilde öğrenciler işlem yapmak yerine (630 x 45) + (8 x 45) işleminin 638 x 45 olduğunu fark etmelidirler.

3.4.1.3. Sayı Büyüklükleri

Sayı duyusu testindeki **2. 13. 23. ve 24. sorular** sayı duyusu bileşenlerinden biri olan *sayı büyüklükleri* ile ilgilidir. Bu bileşen Yang (1995)’a göre sayıların karşılaştırılmasını, verilen iki sayının hangisinin üçüncü sayıya daha yakın olduğunu bulma becerisini, sayıları sıralama becerisini ve verilen iki sayı arasındaki sayıları tanımlama becerisini içermektedir.

2. soruda öğrencilerden, verilen iki kesir arasında bir kesir yazmaları istenir. Sayı duyusuna sahip bir çocuğun bu problemi kesirlerde payda eşitlemesi yapmadan kesirlerin büyüklüklerini düşünerek cevaplaması beklenir. Bu soru Kaminski (2002)’nin araştırmasındaki “$\frac{7}{8}$ ile 1 arasında bir kesir yazınız” sorusundan yola çıkılarak geliştirilmiştir.

13. soruda öğrencilerden, verilen çeşitli ondalık sayıları sıralamaları istenmiştir. Burada da öğrencilerin ondalık sayıları kesir biçimine çevirme işlemi yapmaya gereksinim duymadan ondalık sayıların tam kısımlarını dikkate alarak karşılaştırma yapmaları gerekir.

Bu bileşenin ölçülmesinde kullanılan bir diğer soru **23. sorudur**. Bu soru sınıftaki öğrenciler tarafından en çok sevilen ve en az sevilen sporlar bağlamında kesirlerin karşılaştırılmasını gerekli kılan bir problemdir. Sayı duyusu gelişmiş bir çocuğun bu problemi her bir spor çeşidini seven öğrenci sayısını hesaplama gereği duymadan kesir büyüklüklerini düşünerek çözmesi beklenir.

24. soruda ise öğrencilerin nar içindeki tane sayısının karpuzun içindeki çekirdek sayısına kıyasla daha fazla olduğunu bulması beklenmektedir.

3.4.1.4. Kıyaslama (Referans) Noktası Kullanımı

Sayı duyusu testindeki **3. 12. 16. ve 20. sorular** sayı duyusu bileşenlerinden biri olan *kıyaslama noktası (referans noktası) kullanımı* ile ilgilidir. Bu bileşen 1, $\frac{1}{2}$ gibi sayıları veya kesirleri kıyaslama (referans) noktası olarak kullanma ile ilgili bir beceridir. Genellikle bir büyüklüğe karar verme sürecinde ve zihinden işlem yapmanın kolaylaştırılmasında yardımcı olan bir özelliktir.

3. soruda öğrencilerden "6464 x 0,54" işleminin sonucunun 3232'den büyük mü yoksa küçük mü olduğunu bulmaları istenmektedir. Bu sorunun çözümünde öğrencilerin 0,54 sayısını yarım ile kıyaslama yaparak cevaba ulaşmaları beklenir.

Yang (1995) tarafından geliştirilen **12. soru** toplamları 1'den büyük olan kesirlerin bulunması ile ilgili bir sorudur. Sayı duyusu gelişmiş biri kıyaslama (referans) noktasını kullanarak kesirlerin büyüklüklerini saptayarak toplamların yaklaşık değerlerini tahmin etmelidir.

16. soru TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) tarafından 1999 yılında geliştirilen sorulardan adapte edilerek hazırlanmıştır. Bu soruda öğrencilerden boyalı olarak verilen şekli kesir biçiminde ifade etmeleri istenmiştir. Sayı duyusu becerisi gelişmiş bir öğrencinin bu sorunun çözümünde $\frac{1}{2}$ ve 1 sayılarını kıyaslama (referans) noktası olarak kullanması beklenmektedir.

Aynı şekilde araştırmacı tarafından geliştirilen **20. soruda** öğrencilerden $\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{4}$ kesirlerini sayı doğrusu üzerinde göstermeleri istenmiştir. Burada da öğrenciler yarımı referans noktası alarak diğer kesirleri sayı doğrusu üzerinde yerleştirmelidir.

3.4.1.5. İşlemlerin Sayılar Üzerindeki Etkisini Anlama

4. 8. 9. ve 17. sorular sayı duyusu bileşenlerinden i*şlemlerin sayılar üzerindeki etkisini anlama* bileşeni ile ilgilidir. Bu bileşen hesaplama durumlarında bir sayının veya işlemin değeri değiştiği zaman sonucun nasıl değişeceğini fark etme becerisi ile ilgilidir. Bu bileşendeki sorular araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Bu bileşen verilen işlemlerin değeri değiştiğinde işlemin sonucunun nasıl değişeceğini bulma, hangi işlemin en büyük sonucu vereceğini hesap yapmadan bulma gibi sorulardan oluşmaktadır.

4. soruda “372 – 38 = 334” işlemi öğrencilere verilmiştir. İstenilen şey “372 – 18” işleminin cevabının en kısa yoldan bulunmasıdır. Burada sayı duyusunu kullanan bir öğrenci, verilen bir önceki işlemi kullanarak hesaplama yapmadan 334 sayısına 20 eklemelidir.

8. ve 17. soruda yine hesaplama yapmadan hangi işlemin daha büyük sonucu vereceğini bulmaları istenmektedir. Öğrencilerden çarpma işleminin her zaman sonucu büyütmeyeceğini bilmeleri beklenmektedir.

9. soruda ise “50 + (   ) ÷ (   ) = 65” işleminde öğrencilerden boş bırakılan yere gelmesi gereken sayıları bulmaları istenmektedir. Boş bırakılan yerlere (15:1); (30:2); (45:3) şeklinde işlemler yazmaları istenmektedir.

3.4.1.6. Sayı ve İşlem Bilgisini Hesaplama Durumlarına Kullanımındaki Esneklik

Sayı duyusunun son bileşeni olan *sayı ve işlem bilgisini hesaplama durumlarına kullanımındaki esneklik* karar verme süreci ile ilgili bir beceridir. Hangi cevabın daha uygun olduğuna karar verme, hangi hesaplama aracının en etkili ve ulaşılabilir olduğuna karar verme, bir strateji seçme ve uygulama becerisini içerir. Bu beceriyi ölçmek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen **6., 11., 14. ve 18. sorular** tamsayılarda toplama, çarpma ve bölme işlemlerini en kısa yoldan yapma becerisi ile ilgilidir.

6. soruda öğrencilerden 8 ile 98 sayısını kısa yoldan çarpmaları istenmektedir. Sayı duyusu gelişmiş bir çocuk bu sorunun çözümünde şu şekilde düşünebilir: “8 x 100 = 800, 800 – 16 = 784”.

11. ve 14. sorular da ise ilk olarak birbirini tamamlayan sayılar da işlemleri yapmaları beklenir. Örneğin 14. soru için ilk olarak 61 ile 9 sayısının toplanması veya 42 ile 28 sayısının toplanması gibi.

18. soruda da öğrencilerden 200.000 sayısının 132 ile bölümünün yaklaşık olarak neye eşit olduğunu bulmaları istenmektedir. Bu soru çoktan seçmeli bir sorudur. Öğrencilerden yaklaşık değerin dört basamaklı bir sayı olduğunu fark edip işlem yapmadan seçim işlemini yapması beklenir.

3.4.2. Madde Analizi-Madde Ayırıcılık

Bir testin geçerliği, onu oluşturan maddelerin her birinin geçerli olmasıyla mümkündür. Madde ayırıcılıkları teste bulunan maddelerin geçerlik katsayılarını gösterir. Bir başka deyişle, madde ayırıcılıkları o maddenin ölçülmek istenen değişkeni ne derecede ölçtüğünü gösteren katsayıdır (Umay, 1997).

Madde ayırıcılıklarının hesaplanması sorulardan elde edilen puanlar ile testin bütününden elde edilen toplam puanlar arasındaki madde-test korelasyonudur. Testteki maddelerin ayırt edicilikleri Ek-2’de verilmiştir. Hesaplanan madde ayırıcılıkları sonucunda 5. 18. ve 24. soruların ayırıcılıkları sırasıyla 0,215, 0,340 ve 0,272 olarak bulunmuştur. Ebel (1965), madde-test korelasyonlarının değerlendirilmesi durumunu şu şekilde açıklamıştır (Turgut, 1997, s. 270):

> "Korelasyon katsayısı 0,40 ve daha yukarı değerde ise madde çok iyi, 0,30–0,40 arasında ise iyidir. Bu gibi maddeler genellikle düzeltme gerektirmez. Bu korelasyon 0,20–0,30 arasında ise, madde zorunlu hallerde aynen kullanılabilir. Ayırıcılık indisi 0,20'den küçük maddeler kullanılmamalıdır".

Bu sınıflandırmaya göre madde ayırıcılıkları 0,40'ın altında olan üç soru (5. 18. ve 24. sorular) testten çıkarılmıştır.

3.4.3. Sayı Duyusu Testinin Faktör Analizi Sonuçları

Faktör analizi aynı yapıyı ya da niteliği ölçen değişkenleri bir araya toplayarak ölçüp, az sayıda faktör ile açıklamayı amaçlayan bir istatistiksel tekniktir (Crocker ve Algina, 1986; Büyüköztürk, 2002). Özellikle eğitimde soru sayısını azaltarak daha ekonomik veri toplama işleminden çok yapısı tam olarak bilinemeyen değişkenlerin boyutlarının ortaya koyulabilmesi amacıyla kullanılmaktadır. Sayı duyusuna ilişkin yapılan araştırmalar giriş bölümünde de belirtildiği üzere ortak bir yapıyı işaret etmemektedir. Yapılan çalışma ile sayı duyusunu oluşturan boyutların ortaya koyulması ve araştırma probleminin bu boyutlar temelinde incelenmesi hedeflenmiştir.

Faktör analizi yapılabilmesi için ölçekte yer alan soru sayısının en az 10 katı kadar bir gruba ölçeğin uygulanması gerekir. Hazırlanan ölçek 584 kişi üzerinde uygulanmıştır. Bundan dolayı bu araştırma için seçilen örneklem büyüklüğünün faktör analizinin güvenirliği açısından yeterli olduğu düşünülmektedir.

Faktör analizindeki ilk adım testin uygulandığı grubun faktör analizi için uygun olup olmadığına bakmaktır. Bunun için Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) değerinin 0,60 ve üzerinde olması beklenmektedir. KMO değerinin 1'e yaklaşması yapılan faktör analizinin belirgin ve güvenilir faktörleri ortaya çıkaracağı anlamına gelir. Uygulanan testin KMO değeri 0,91 olarak bulunmuştur. Bu da faktör analizinin bu veriler için uygun olduğunu göstermektedir. Verilerin çok değişkenli normal dağılımdan gelip gelmediği ise Bartlett testi ile test edilmektedir. Elden edilen verilere uygulanan Bartlett testi anlamlı ($p = 0{,}00$) bulunmuştur. Bu sonuç verilerin normal dağılımla uyumlu olduğunu göstermektedir.

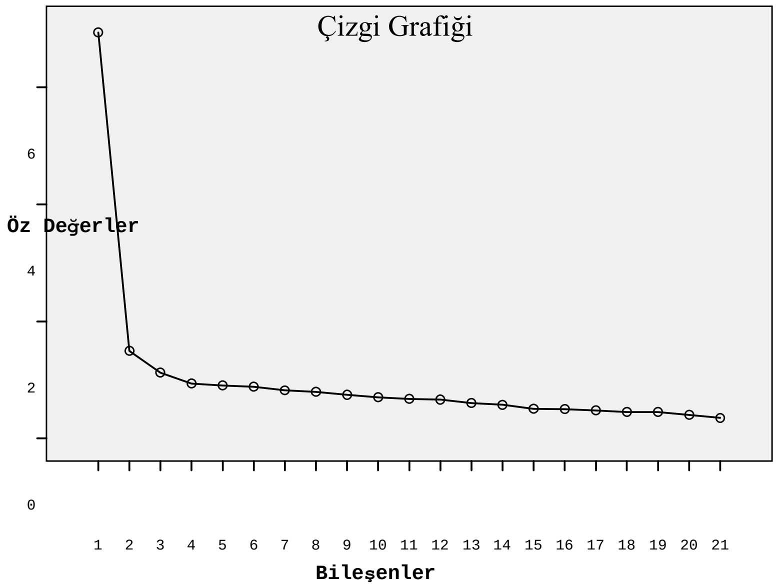
Faktör analizi sürecindeki ikinci aşama her bir bileşenle (faktörle) ilişkili öz değerlerin (eigenvalues) bulunmasıdır. Öz değer hem faktörlerce açıklanan varyansı hesaplamada hem de önemli faktör sayısına karar vermede dikkate alınan bir katsayıdır. Faktör analizinde başlangıçta genel olarak öz değeri 1 ya da 1'den daha büyük olan faktörler önemli faktörler olarak alınır (Büyüköztürk, 2002).

Tablo 3-2 Faktör analizi sonucunda elde edilen değerler

Açıklanan Toplam Varyans									
	Özdeğerler			Kareler Toplamı			Döndürülmüş Kareler Toplamı		
Bileşenler	Toplam	Varyans (%)	Birikimli Toplam (%)	Toplam	Varyans (%)	Birikimli Toplam (%)	Toplam	Varyans (%)	Birikimli Toplam (%)
1	**7,056**	33,598	**33,598**	7,056	33,598	33,598	3,703	17,632	**17,632**
2	**1,513**	7,205	**40,803**	1,513	7,205	40,803	3,131	14,910	**32,542**
3	**1,110**	5,286	**46,089**	1,110	5,286	46,089	2,845	13,548	**46,089**
4	,929	4,424	50,514						
5	,904	4,303	54,816						
6	,824	3,923	58,739						
7	,801	3,813	62,553						
8	,773	3,679	66,232						
9	,755	3,595	69,827						
10	,701	3,339	73,165						
11	,679	3,232	76,397						
12	,626	2,980	79,378						
13	,587	2,793	82,171						
14	,575	2,736	84,907						
15	,514	2,449	87,356						
16	,502	2,391	89,747						
17	,481	2,292	92,039						
18	,460	2,191	94,231						
19	,449	2,138	96,369						
20	,408	1,941	98,310						
21	,355	1,690	100,000						

Tablo 3.2.' de görüldüğü üzere ilk faktör toplam varyansın % 33,598'ini, ikinci faktör % 40,803'ünü açıklamaktadır. Üç faktörün tümü toplam varyansın % 46,089'unu açıklamaktadır.

Analizde önemli faktör sayısı öz değer ölçütüne göre üç olarak tanımlanmıştır. Bu durum öz değerlere göre çizilen çizgi grafiğinde de açıkça görülmektedir. Grafikte birinci faktörden sonra yüksek ivmeli bir düşüş görülmektedir. Çalışmaya ani değişikliğe kadar olan ilk üç faktör ile devam edilmesine karar verilmiştir.



Şekil 3-1 Çizgi Grafiği

Üçüncü faktörlerden sonraki faktörlerde önemli bir düşüş eğilimi gözlenmemektedir. Yani, üçüncü faktörden sonraki faktörlerin varyansa olan katkıları birbirine yakındır.

Faktör analizi sürecindeki bir sonraki aşama ayırma işleminden önce ve sonraki ortak varyans faktörlerinin hesaplanmasıdır. (Ek. 3) Temel bileşenler analizi tüm varyanslar ortaktır varsayımı üzerinde çalışır. Bundan dolayı ayırma işleminden önceki tüm ortak faktör varyans değerleri 1'e eşittir.

"Component Matrix" tablosu incelendiğinde (Ek - 4.) , 21 maddenin çoğunun birinci faktör yük değerlerinin 0,347 ve üzerinde olduğu görülmektedir. Döndürme öncesinde birinci faktörün yol açtığı varyansın % 33,598 olması da genel bir faktörün varlığının bir başka kanıtıdır. Maddelerin kaç faktörde toplandığına ilişkin daha kolay tanımlanabilmeye olanak sağlayan analiz faktör döndürme ("Rotated Component Matrix") sonuçlarıdır.

Tablo 3-3 Faktör döndürme sonuçları

	Bileşenler		
s3b	**,608**		,425
s1b	**,602**	,115	,324
s11b	**,584**		,243
s9b	**,582**	,323	
s17b	**,565**	,145	,162
s10b	**,541**	,147	
s4b	**,503**	,369	,216
s13b	**,493**	,256	,215
s6b	**,478**	,247	,398
s14b	**,451**	,391	,217
s20b		**,782**	,213
s19b	,162	**,727**	,173
s16b	,278	**,694**	
s15b	,323	**,677**	
s22b	,360	**,475**	,415
s2b			**,666**
s7b	,107	,231	**,597**
s12b	,387	,246	**,590**
s21b	,179	,106	**,580**
s23b	,249	,298	**,518**
s8b	,395	,169	**,407**

Faktör döndürme sonuçları incelendiğinde, 1.,3., 4., 6., 9., 10., 11., 13., 14., ve 17. sorular birinci faktörde 15., 16., 19., 20., ve 22. maddeler ise ikinci faktörde 2., 7., 8., 12., 21., ve 23. maddeler de üçüncü faktörde toplandığı görülmektedir. Faktör yük değerlerinin tamamı 0, 407 ve üzerindedir. Faktör yük değerlerinin, 0,45 ya da daha yüksek olması seçim için önemlidir (Büyüköztürk, 2002).

Bir maddenin faktörlerdeki en yüksek yük değeri ile bu değerlerden sonra en yüksek olan yük değeri arasındaki farkın olabildiğince yüksek olması beklenir. Ancak yüksek iki yük değeri arasındaki farkın en az 0.10 olmasına dikkat edilmelidir (Büyüköztürk, 2002). Tabloda görüldüğü gibi 6., 8., 14. ve 22. maddelerin her iki faktörde de yüksek değere sahip olduğu görülmektedir. 6. maddenin yük değeri, birinci faktör için 0, 478 iken üçüncü faktör için yük değeri 0,398'dir. 8. 14. ve 22. maddelerde aynı fark görülmektedir. İki yük arasındaki farkın 0.10'dan az olmasından dolayı iki faktörde de yüksek yük değerine sahip olan 6., 8., 14. ve 22. maddelerin ölçekten çıkarılmasına karar verilmiştir. Bu maddeler atıldıktan sonra 17 madde üzerinden tekrar faktör analizi yapılmıştır. Faktör döndürme sonuçları Ek-5'dedir.

17 madde üzerinden yapılan son döndürme sonuçları kısaca şöyle özetlenebilir:

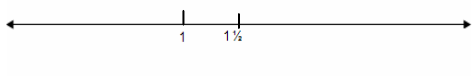
- ✔ Sayı duyusu testi üç faktörlüdür. Önemli olarak belirlenen faktörlerden birincisi ölçeğe ilişkin toplam varyansın % 18,099'unu, ikinci faktör % 15,728'ini, üçüncü faktör % 14,051'ini açıklamaktadır.

- ✔ Döndürme sonrasında ölçeğin birinci faktörünün 8 maddeden, ikinci faktörünün 4 maddeden ve üçüncü faktörünün de 5 maddeden oluştuğu belirlenmiştir. Birinci faktörde yer alan maddelerin faktördeki yük değerleri 0,498 ve 0,607 arasında değişmektedir. Aynı değerler, ikinci faktörde yer alan dört madde için 0,676–0,789 arasındadır. Son faktör için bu değerler 0,514 ve 0,682 aralığındadır.

- ✔ Faktörler maddelerin içerikleri dikkate alınarak isimlendirilmiştir. İlk faktörde yer alan maddelerin tümünün sayısal hesaplamalarda esnek düşünme, basit işlemlerde pratik yolu seçme ile ilgili olduğu dikkate alınarak bu faktöre "*hesaplamalarda esneklik*" adı verilmiştir. İkinci faktörde yer alan maddeler ise kesir kavramıyla ilgili sorulardan oluşmaktadır. Alanyazındaki bazı sınıflamalarda da kesirlerin ayrı bir boyut olarak ele alındığı görülmektedir. Bu nedenle ikinci faktöre, "*kesirlerde kavramsal düşünme*" adı verilmiştir. Üçüncü faktörde toplanan maddeler yine daha önceki çalışmalarda sayı duyusunun bir boyutu olarak isimlendirilmiş olan "*kıyaslama (referans) noktası kullanımı*" ile ilgilidir.

- ✔ Yapılan faktör analizi sonucunda sayı duyusu testi 17 soruya indirilmiştir. Faktör analizine göre oluşan boyutların adı, örnek maddeleri ve taslak testteki eski madde numaraları (Ek-1) Tablo 3.4'de özetlenmiştir.

Tablo 3-4 Faktör analizi sonucunda ölçeğin boyutlarının adı, örnek maddeleri ve madde numaraları

Alt Boyutlar	Örnek Madde	Madde Numaraları	
		24 maddelik test	17 maddelik test
Hesaplamada esneklik	1- 0,25 x 16 işlemini kısa yoldan nasıl çözersiniz? Nasıl yaptığınızı gösterin.	1, 3, 4, 9, 10, 11, 13, 17	1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 13
Kesirlerde kavramsal düşünme	20- Aşağıda verilen sayı doğrusundaki noktaları düşünerek, ½, 2 ½ ve ¼ kesirlerini yerleştirin. Nasıl yerleştirdiğinizi açıklayın. 	15, 16, 19, 20	11, 12, 14, 15
Kıyaslama (referans) noktası kullanımı	12- Hangi toplam 1'den büyüktür? Nasıl düşündüğünüzü açıklayın. a. $\frac{5}{11}+\frac{3}{7}$ b. $\frac{7}{15}+\frac{5}{12}$ c. $\frac{1}{2}+\frac{4}{9}$ d. $\frac{5}{9}+\frac{8}{15}$	2, 7, 12, 21, 23	2, 5, 9, 16, 17

3.5. VERİ TOPLAMA ARACININ UYGULANMASI

Sayı duyusu testi için cevaplama süresi ilköğretim ikinci kademe öğrencilerine birer ders saati olarak verilmiştir. Sınıf içi uygulamalar ders öğretmenleri gözetmenliğinde araştırmacı tarafından yapılmıştır. Sayı duyusu testinin uygulanması sırasında öğrencilere araştırmacının kimliği, testin konusu, cevaplama süresi hakkında kısaca bilgi verilmiştir. Ayrıca öğrencilere ölçme aracına verdikleri cevapların puanlanmayacağı ve nota dönüşmeyeceği de söylenmiştir.

3.6. VERİLERİN ÇÖZÜMLENMESİ

İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyularının ölçülmesi için uygulanan sayı duyusu testinin puanlanması iki kategoride yapılmıştır. Birinci puanlama kategorisinde doğru yanıt verenlere 1 puan, yanlış cevap verenlere 0 puan verilerek toplam 17 puan üzerinden öğrencilerin matematik performans puanları hesaplanmıştır. İkinci puanlama kategorisinde ise öğrencilerin soruları çözerken sayı duyularını kullanma durumlarına göre puanlama yapılmıştır. Soruyu, sayı duyusunu kullanarak çözen öğrencilere 1 puan, hesap yaparak, standart-rutin yolla çözenlere ve doğru sonuca ulaşamayanlara 0 puan verilmiştir. Örneğin, sayı duyusu testinin 22. sorusunda "639 x 45" işleminin ve "(630 x 45) + (8 x 45)" işleminin sonucunu ayrı ayrı hesaplama yapıp bulan bir öğrenciye 0 puan verilmiştir. Öte yandan hesaplama işlemi yapmadan "(630 x 45) + (8 x 45)" işleminin "638 x 45" işlemine eşit olduğunu fark edenlere ise 1 puan verilmiştir.

3.7. VERİLERİN ANALİZİ

6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyularına ilişkin mevcut durumu saptamak için asıl uygulamadan önce yapılan pilot çalışma (179 öğrenci) için başarı testinin madde analizi SPSS 16.0 paket programı kullanılarak yapılmıştır. Pearson korelasyonu hesaplanarak her bir sorunun ayırt edicilikleri belirlenmiştir. Ayrıca testte yer alan her bir soru için aritmetik ortalama, standart sapma, minimum ve maksimum puanlar gibi bazı betimsel istatistikler hesaplanmış, sayı duyusunun bileşenlerini ortaya koymak amacıyla faktör analizi yapılmıştır.

İlk olarak yapı geçerliği için verilerin faktör analizine uygun olup olmadığı Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) katsayısı ve Barlett testi ile kontrol edilmiştir. Verilerin faktör analizi için uygun çıkması üzerine sayı duyusu testinin yapı geçerliğini ve faktör yapısını incelemek amacıyla açımlayıcı faktör analizi (exploratory factor analysis), faktörleştirme tekniği olarak ise temel bileşenler analizi (principal component analysis) kullanılmıştır. Analizlerde faktörlerin her değişken üzerindeki ortak faktör varyansı, maddelerin faktör yükleri, varyans oranları ve çizgi grafiği incelenmiş ve maddelerin faktör yükleri en az 0.498 olarak seçilmiştir. Yorumlamada kolaylık sağlamak amacıyla varimax dik döndürme tekniği kullanılmıştır. Ayrıca öğrencilerin sayı duyularının; sınıf düzeyine, cinsiyete, ve sayı duyusu bileşenlerine göre farklılıklarının anlamlılığını test etmek üzere alt problemlere yönelik varyans analizi ve t testinden yararlanılmıştır. Son olarak öğrencilerin sayı duyuları ile matematik performansı arasındaki ilişkinin saptanmasında Pearson korelasyon katsayısı hesaplanmıştır.

4. BÖLÜM

BULGULAR VE YORUMLAR

Araştırmada 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyularının; sınıf düzeyine, cinsiyete ve sayı duyusu bileşenlerine göre değişiminin anlamlılığını test etmek ve ayrıca matematik performansı ile sayı duyusu arasındaki ilişkiyi test etmek amaçlanmıştır. Araştırmadan elde edilen bulgular ve yorumları aşağıda alt problemlerine göre ele alınmıştır.

4.1. BİRİNCİ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR

"6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyuları ne düzeydedir?"

İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyusu testindeki sorularda kullandıkları çözüm yolları, standart (rutin) hesaplama ve sayı duyusu kullanarak hesaplama olmak üzere iki kategoride kodlanmıştır. Sayı duyusu kullanımı ile standart (rutin) hesaplamaların kullanım yüzdeleri soru bazında Tablo 4. 1.'de verilmiştir.

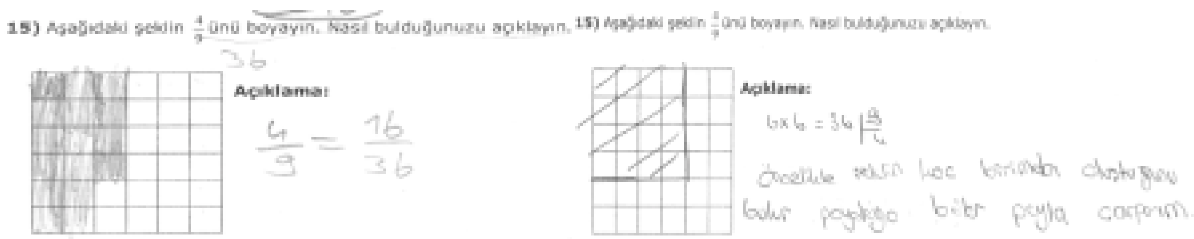
Tablodaki verilere dayanarak öğrencilerin genel olarak soruların çözümlerinde sayı duyusu yerine standart (rutin) hesaplamaları tercih ettikleri söylenebilir. Bu bulgu daha önce yapılmış bir çok araştırma bulgularıyla paralellik göstermekte ve onları desteklemektedir (Markovits ve Sowder, 1994; Reys ve Yang, 1998; Reys ve diğ., 1999; Tsao, 2005; Yang, 2007). Bu standart (rutin) hesaplamalar; paydaları eşitleme, rutin çarpma ve bölme işlemi yapma, ondalık sayıları kesirlere çevirme gibi tam sonuç bulmaya odaklı cevaplardır. Bu tür cevaplar öğrencilerin sayı duyusu becerilerini geliştirmelerine yardımcı olmamaktadır (Markovits ve Sowder, 1994).

Tablo 4-1 İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin kullandıkları çözüm yollarının dağılımı

		Yüzde			**Yüzde**
1.soru	Standart hesaplama	62,7	13. soru	Standart hesaplama	75,2
	Sayı duyusu	*37,3*		*Sayı duyusu*	*24,8*
2. soru	Standart hesaplama	87,2	15. soru	Standart hesaplama	36,3
	Sayı duyusu	***12,8***		*Sayı duyusu*	***63,7***
3. soru	Standart hesaplama	76,4	16. soru	Standart hesaplama	55,5
	Sayı duyusu	*23,6*		*Sayı duyusu*	***44,5***
4. soru	Standart hesaplama	50,7	17. soru	Standart hesaplama	77,2
	Sayı duyusu	***49,3***		*Sayı duyusu*	*22,8*
7. soru	Standart hesaplama	83,7	19. soru	Standart hesaplama	64,9
	Sayı duyusu	*16,3*		*Sayı duyusu*	*35,1*
9. soru	Standart hesaplama	53,1	20. soru	Standart hesaplama	69,3
	Sayı duyusu	***46,9***		*Sayı duyusu*	*30,7*
10. soru	Standart hesaplama	57,9	21. soru	Standart hesaplama	90,6
	Sayı duyusu	***42,1***		*Sayı duyusu*	***9,4***
11. soru	Standart hesaplama	83,7	23. soru	Standart hesaplama	78,6
	Sayı duyusu	*16,3*		*Sayı duyusu*	*21,4*
12. soru	Standart hesaplama	77,2	Toplam		100
	Sayı duyusu	*22,8*			

Sayı duyusunu kullanma yüzdeleri soru bazında incelendiğinde ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin en çok 15. soruda sayı duyusundan yararlandıkları görülmüştür (% 63,7). 15. soru ikinci faktörde (kesirlerde kavramsal düşünme) yer alan bir sorudur. 6 x 6’lık bir karenin $\frac{4}{9}$’nün boyanması ile ilgili bir sorudur. Bu soruda, öğrencilerin % 63,7’si diğer sorulardan farklı olarak sayı duyusu becerisini kullanarak sonuca ulaşmıştır. 7. sınıfa giden bir öğrencinin sayı duyusunu kullandığı çözüm yolu ile 8.sınıfa giden bir öğrencinin kural odaklı çözüm yolu aşağıda verilmiştir. (Şekil 4.1)

Şekil 4-1 On beşinci sorunun çözümü için verilen öğrenci cevapları



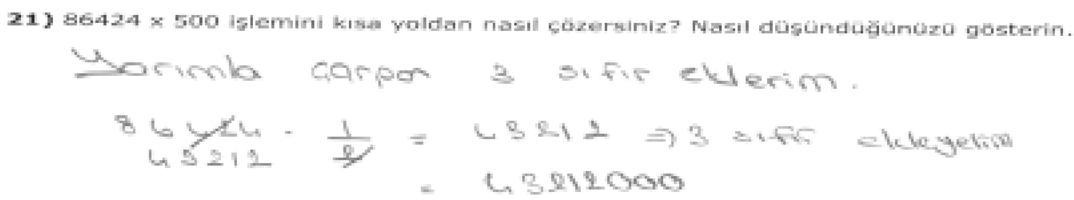
Bu problemi sayı duyusu ile çözen öğrenci problemi standart yolla çözen öğrencilerde olduğu gibi 36 sayısının $\frac{4}{9}$'ünü hesaplamak yerine $\frac{4}{9}$ kesrini parçaları kolayca boyayabileceği denk $\frac{16}{36}$ kesrine çevirerek işlem yapmıştır. Bir başka örnek 4. soru için verilebilir. Öğrencilerin yarıya yakın yüzdesi (% 49,3) 4. sorunun çözümünde sayı duyusunu kullanabilmişlerdir. "372 – 18" işlemini yaparken tekrar çıkarma işlemi yapmakla uğraşmamış, daha önce verilen "372 – 38 = 334" işleminden yararlanarak sonuca kısa yoldan ulaşmışlardır.

Bu iki sorunun çözümünde de dikkati çeken nokta bu sorularda sayı duyusunun kullanımına dikkat çekecek unsurların yer almasıdır. Bir başka deyişle bu iki soru öğrencileri sayı duyusundan yararlanmaları konusunda cesaretlendirecek nitelikte hazırlanmıştır. Örneğin 4. soruda öğrenciler sorunun ifadesinde yer aldığı için "372 – 38 = 334" işlemini kullanmaları gerektiğini düşünmüş olabilirler. Sayı duyusu kullanımı yüksek olan 10. soruda (% 42,1) da aynı şey gözlenmektedir. Belki de çözümü kendisinin yapması istense sayı duyusu kullanmayacak öğrenciler farklı dört çözüm yolu arasından bir seçim yapması istendiğinde en mantıklı çözümün sayı duyusu kullanılarak yapılan çözüm olduğunu görebilmişlerdir. Bu gibi sorularda sayı duyusunun kullanım sıklığının yüksek olması sayı duyusunun kullanımına ilişkin daha dikkat çekici bir durum olmasına bağlanabilir.

21. soruda ise öğrencilerin ancak % 9,4'ü sayı duyusu becerisini kullanabilmiştir. Bu soru, sayı duyusu boyutlarından biri olan kıyaslama (referans) noktası kullanımı ile ilgili bir sorudur. Bu sorunun çözümünde öğrencilerin büyük bir çoğunluğu rutin hesaplama yaparak 86424 sayısı ile 500 sayısını çarpmışlardır. Oysa sayı duyusu

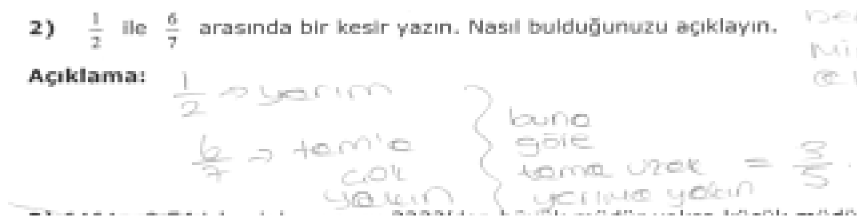
gelişmiş biri 500 sayısını $\frac{1000}{2}$ şeklinde düşünüp cevabı kolaylıkla bulabilir. Buna karşılık, kısa yoldan yapmaları istendiği halde öğrenciler 86424 sayısı ile 500 sayısını çarparak sonucu bulmaya çalışmışlardır. Bunun nedeni yukarıdaki sorulardan farklı olarak 500 sayısını $\frac{1000}{2}$ şekline dönüştürmenin ilk bakışta fark edilmesinin kolay olmaması olabilir. Bu öğrenciler düşünmeden uzaklaşıp sadece çözüme odaklanmışlardır. Ayrıca hızlı yapmaya çalışırken sık sık işlem hatası yaptıkları da gözlenmiştir. Şekil 4. 2’de sayı duyusunu kullanan bir öğrencinin çözüm yolu örnek olarak verilmiştir.

Şekil 4-2 Yirmi birinci sorunun çözümü için verilen öğrenci cevapları



Sayı duyusunun kullanım yüzdesinin düşük olduğu bir diğer soru ikinci sorudur (% 12,8). İki kesir arasında bir kesir yazmaları istenildiğinde öğrencilerin çoğu payda eşitleme, kesirleri ondalık sayıya çevirme gibi kural odaklı çözüm yollarına başvurmuşlardır. Bilindiği gibi öğrencilerin ezbere dayalı, kural odaklı çözüm yoluna eğilimli olmaları düşünmelerini ve muhtemelen sayı duyularının gelişmesini engelleyici bir unsurdur (Yang, 2007). Öte yandan sayı duyusu gelişmiş bir öğrenci ikinci sorunun çözümü için kıyaslama (referans) noktasını kullanarak şu şekilde cevap vermiştir: “ $\frac{1}{2}$ kesri yarımdır. $\frac{6}{7}$ kesri ise tama yakındır. O halde iki kesir arasında $\frac{3}{5}$ kesrini yazabiliriz.” (Şekil 4.3)

Şekil 4-3 İkinci sorunun çözümü için verilen öğrenci cevapları



Bu çözüm yolunu kullanan öğrenci kesirleri karşılaştırma veya sıralama işlemlerinde formül ya da kural ezberlemekten öte yarım, bütün gibi kesir kavramlarının anlamlarını oluşturabilmiştir.

4.2. İKİNCİ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR

"6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyuları, sınıf düzeyine göre nasıl değişmektedir?"

İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sınıf düzeylerine göre sayı duyusu testinden aldıkları puan ortalamalarına bakılmış ve sonuçlar Tablo 4.2'de verilmiştir.

Tablo 4-2 İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sınıf düzeyine göre sayı duyusu testinden aldıkları puanlar

Sınıf düzeyi	**N**	**Sayı Duyusu Ortalama**	**Standard Sapma**
6. sınıf	184	6,93	3,57
7. sınıf	253	4,99	4,49
8. sınıf	147	3,39	3,63
Toplam	584	5,20	4,22

Tablo incelendiğinde sayı duyusu testinden aldıkları puan ortalaması diğer gruplara göre en yüksek olan grubun 6. sınıf olduğu görülmektedir (6,93). İkinci sırada 4,99 ortalamayla 7. sınıflar son sırada ise 3,39 ortalama ile 8. sınıflar yer almaktadır. Bu durum sınıflar ilerledikçe sayı duyusunun düştüğü anlamına gelmektedir ki bu oldukça şaşırtıcıdır.

Öğrencilerin sayı duyularının sınıflara göre gösterdiği bu farklılığın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek amacıyla tek yönlü varyans analizi (One-Way Anova) yapılmış ve sonuçları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4-3 İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sınıf düzeyine göre sayı duyusu testinden aldıkları puanların varyans analizi sonuçları

ANOVA					
Varyansın Kaynağı	**Kareler toplamı**	**Serbestlik derecesi**	**Kareler ortalaması**	**F**	**p**
Gruplar içi	1043,995	2	521,998	32,475	,000
Gruplar arası	9338,964	581	16,074		
Toplam	10382,959	583			

Varyans analizi tablosu incelendiğinde de görülebileceği gibi ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyuları sınıf düzeyine göre farklılık göstermektedir [$F_{(2-581)}$= 32,475, p<0.01]. Başka bir deyişle öğrencilerin sayı duyuları sınıf düzeyine bağlı olarak anlamlı bir şekilde değişmektedir. Farklılığın hangi grup ya da gruplarda kaynaklandığını belirlemek amacıyla yapılan Scheffe testi sonucunda (Tablo 4.4) her üç sınıf için de ortalamalar arası farkın anlamlı olduğu sonucuna varılmıştır.

Tablo 4-4 İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sınıf düzeyine göre sayı duyusu testinden aldıkları puan ortalamalarına ilişkin Scheffe testi sonuçları

	Sınıf	N	alpha = 0.05		
			1	2	3
Scheffea	8	147	3,3878		
	7	253		4,9921	
	6	184			6,9293
	p.		1,000	1,000	1,000

Sayı duyusunun sınıf düzeyi arttıkça azalması bulgusu Yang (1995)'ın ve Aunio ve diğerleri (2006)'ın bulgularıyla çelişmektedir. Yang araştırmasında sekizinci sınıf öğrencilerinin altıncı sınıf öğrencilerine göre sayı duyularının daha çok gelişmiş olduğunu saptamıştır. Aunio ve diğerleri ise araştırmalarında sayı duyusunun yaşa bağlı olarak sistematik bir şekilde artış gösterdiğini saptamışlardır. Alanyazındaki bulguların tersine 8. sınıfların sayı duyularının 6. ve 7. sınıflara göre düşük olmasının bir nedeni Türkiye'deki sınav sisteminin ve buna bağlı olarak ortaya çıkan ezberci eğitim anlayışının bir sonucu olabilir. Bilindiği gibi öğrencilerin ortaöğretime yerleştirme işlemleri 2008 yılından önce 8. sınıfların sonunda girilen Ortaöğretim Kurumları Öğrenci Seçme Ve Yerleştirme Sınavından (OKS) ve o tarihten bu yana 6., 7. ve 8. sınıfların sonunda girdikleri Seviye Belirleme Sınavı'ndan (SBS) aldıkları puanlara göre yapılmaktadır. Bu sınavların öğrenciler ve velileri için önemli ölçüde bir gerginlik kaynağı olduğu, öğrencilerin iyi bir kuruma yerleşmek için dershanelere yöneldiği bilinmektedir. SBS için ortaöğretime yerleştirme puanı; 6. sınıfın puanının % 25'i, 7. sınıf puanının % 35'i ve 8. sınıf puanının % 40'ı toplanarak elde edilen puandır. Bulgulara bu bağlamda bakıldığında 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyularının düşük olmasının bir nedeni girmek zorunda oldukları sınav için hazırlanırken dershanelerde verilmekte olan düşünmeden, hızlıca cevabı bulmaya yönelik ezbere dayalı bir düşünme öğretimin bir sonucu olabilir.

Sayı duyusunun yaşa ve alınan eğitime bağlı olarak artması beklenirken sınıf düzeyleri arttıkça azalmasının bir diğer nedeni, yine Türkiye'de Milli Eğitim Bakanlığı tarafından 2004–2005 öğretim yılında yeniden yapılandırılan matematik dersi programları kapsamında tanımlanan kazanımlar ve bu kazanımların sınıf içi uygulamalarındaki eksiklikler ile açıklanabilir. Sayılar öğrenme alanına 6. sınıfta daha çok değinilirken 8. sınıfa doğru gidildikçe bu vurgunun azaldığı görülmektedir. 6. sınıf düzeyinde sayılar öğrenme alanında verilen etkinlik örneklerinde öğrenciler tarafından şu becerilerin gerçekleştirilmesi beklenmektedir: verilen bir doğal sayıyı birden fazla doğal sayının çarpımı olarak yazma; pozitif ve negatif sayıları, sayı doğrusu modeli üzerinde gösterme; kesirleri karşılaştırırken bütüne yakınlık, yarıma yakınlık gibi çeşitli tahmin stratejilerini kullanma; ondalık kesirleri karşılaştırılırken sayı doğrusu, yüzlük kartlar ve basamak tablosu gibi modellerden yararlanma ve kesirlerle yüzde arasındaki ilişkiyi açıklama. Tüm bu becerilerin sayı duyusunu geliştirmeye yönelik olduğu söylenebilir. Bu da, 6. sınıf düzeyindeki öğrencilerin sayı duyularının diğer sınıf düzeylerine göre daha yüksek olmasının bir diğer nedeni olabilir. 7. sınıf düzeyinde sayılar öğrenme alanında şu becerilerle karşılaşılmaktadır: rasyonel sayılarla tam sayılar arasındaki farkı sezdirmek için iki tam sayı verilerek bu iki tam sayı arasındaki tam sayıları yazma; seçilecek herhangi iki rasyonel sayının toplamı için tahmin stratejisi kullanılarak işlem sonucu ile karşılaştırma; sayma pulları, sayı doğrusu vb. modeller kullanılarak problemler çözdürme. 8. sınıf düzeyindeki sayılar öğrenme alanında yer alan konular ise üslü sayılar, kareköklü sayılar ve gerçek sayılardan ibarettir ve tam kare olmayan sayıların kareköklerini strateji kullanarak tahmin eder, örüntülerden yararlanarak sayılar arasındaki ilişkileri yorumlar etkinlikleriyle sınırlıdır. Bu da 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyularının diğer sınıf öğrencilerinden düşük olmasını açıklamaktadır. Ayrıca unutmamak gerekir ki uygulama eksiklikileri de bu sonucun elde edilmesinde etkili olmuş olabilir.

4.3. ÜÇÜNCÜ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR

"6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyuları, cinsiyete göre nasıl değişmektedir?"

İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin cinsiyetlerine göre sayı duyusu testinden aldıkları puan ortalamaları arasında fark olup olmadığını belirlemek için t testi yapılmış, sonuçlar Tablo 4.5'de verilmiştir.

Tablo 4-5 İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin cinsiyetlerine göre sayı duyusu testinden aldıkları puan ortalamaları ve t testi sonuçları

Cinsiyet	N	Ortalama	Standart sapma	sd	t	p
Kız	244	4,42	3,95206	506	1,818	.070
Erkek	264	5,08	4,18148			

Tabloda görüldüğü üzere kız öğrencilerin sayı duyusu testinden almış oldukları puan ortalaması 4,42 iken erkek öğrencilerin puan ortalaması 5,08'dir. Ayrıca erkek öğrenciler için hesaplanan standart sapmanın kız öğrencilerinkinden daha yüksek olması erkek öğrencilerin kendi içinde daha heterojen bir dağılım gösterirken, kızların onlara göre daha homojen bir yapıya sahip olduğunu göstermektedir. Bu bulguya göre her ne kadar erkek öğrencilerinin kız öğrencilere göre sayı duyuları daha yüksek görünse de bu sonuç istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır ($p > .05$). Bu bulgu, Hong Kong, Tayvan, Singapur ve Çin gibi uzak doğu ülkeleri üzerinde yapılan araştırma sonuçları ile paralellik göstermektedir (Yang, 1995; Aunio ve diğ., 2004; Aunio ve diğ., 2006).

4.4. DÖRDÜNCÜ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR

"6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyuları, sayı duyusu bileşenlerine göre nasıl değişmektedir?"

İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyularının, sayı duyusu bileşenlerine göre dağılımı incelenmiş ve yüzde değerleri hesaplanmıştır. Tablo 4.6'da ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyularına ilişkin yüzde değerleri verilmiştir.

Sayı duyusunun ilk bileşeni bu araştırma kapsamında "hesaplamada esneklik" olarak adlandırılmıştır. Bu bileşen altında yer alan sorular 1., 3., 4., 9., 10., 11., 13. ve 17. sorulardır. Sayı duyusunun ikinci bileşeni "kesirlerde kavramsal düşünme" bileşeni olarak adlandırılmıştır. Bu bileşendeki sorular da 15., 16., 19. ve 20. sorulardır. Son olarak, sayı duyusunun üçüncü bileşeni 2., 7., 12., 21. ve 23. sorular olup, "kıyaslama (referans) noktası kullanımı" olarak isimlendirilmiştir.

Tablo 4-6 İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyularının sayı duyusu bileşenlerine ilişkin dağılımları

Faktör 1'deki sorular	**Yüzde (%)**	**Faktör 2'deki sorular**	**Yüzde (%)**	**Faktör 3'deki sorular**	**Yüzde (%)**
Standart-rutin (hesaplama)	67,1	Standart-rutin (hesaplama)	56,5	Standart-rutin (hesaplama)	83,5
Sayı duyusu	**32,9**	Sayı duyusu	**43,5**	Sayı duyusu	**16,5**
Toplam	100,0	Toplam	100	Toplam	100

Genel olarak yararlanılan çözüm yolları incelendiğinde sayı duyusunun her bileşeninde öğrencilerin sayı duyusundan çok standart-rutin hesaplamaları tercih ettikleri tablodan açıkça görülmektedir. Bu faktörlerdeki sorular arasındaki ilişkinin hesaplanmasına ilişkin sonuçlar Tablo 4.7.'de verilmiştir. Tabloda görüldüğü üzere faktörler arasında her biri için orta düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu görülmektedir. En yüksek ilişki 0,61 ile hesaplamada esneklik (birinci faktör) ile kıyaslama noktası kullanımı (üçüncü faktör) bileşenlerini oluşturan sorular arasındadır.

Tablo 4-7 Faktörler arasındaki ilişki

Korelasyon				
		faktör1	faktör2	faktör3
faktör1	Pearson Korelasyon	1	**,543****	**,610****
	p		,000	,000
	N	584	584	584
faktör2	Pearson Korelasyon	,543**	1	**,457****
	p	,000		,000
	N	584	584	584
faktör3	Pearson Korelasyon	,610**	,457**	1
	p	,000	,000	
	N	584	584	584

**. Korelasyon 0.01 düzeyinde anlamlıdır.

Bununla birlikte 6., 7. ve 8. sınıf öğrencileri en çok "kesirlerde kavramsal düşünme" (faktör 2) bileşenindeki sorularda sayı duyusuna başvurmuşlardır. Öğrencilerin % 43,5'i bu sorularda sayı duyusunu kullanmışlardır. Öğrencilerin sayı duyusuna en az başvurdukları soru tipi ise üçüncü bileşendeki sorulardır. Bu bileşen "kıyaslama (referans) noktası kullanımı" bileşenidir. Öğrencilerin sadece % 16,5'i bu tip soruların çözümünde sayı duyusunu kullanırken büyük çoğunluğu (% 83,5'i) standart-rutin yollarla hesaplama yoluna gitmiştir. Alanyazında bu stratejinin kullanımına ilişkin çalışmalara da rastlamak mümkündür. Reys, Kim ve Bay (1999) çalışmalarında öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun kesirleri karşılaştırırken denk kesirleri bulma veya payda eşitlemesi gibi yolları tercih ettiklerini saptamışlardır. Öğrencilerle yaptıkları görüşme sırasında kıyaslama (referans) noktası stratejisini kullanmaları konusunda cesaretlendirildiklerinde ise her bir kesrin $1/2$ ile karşılaştırabileceklerini fark etmişlerdir.

İkinci faktörlerde yer alan soruların özellikleri incelendiğinde bu faktörde toplanan soruların ikisinin kesirlerin sayı doğrusu üzerinde gösterimi ile diğer ikisinin ise kesirlerin şekil üzerinde gösterimi ile ilgili olduğu görülür. İlköğretim matematik dersi öğretim programlarının 6. sınıf düzeyinde sayılar öğrenme alanında özellikle kesirler konusu üzerinde sayı duyularını geliştirici birçok etkinlik örnekleri bulunmaktadır (MEB, 2008, s. 135). Bu etkinlikler, kesirleri sayı doğrusunda yerleştirme ve kesirlerin temsil ettikleri büyüklüklere karar verebilmek için modeller kullanma ile ilgilidir

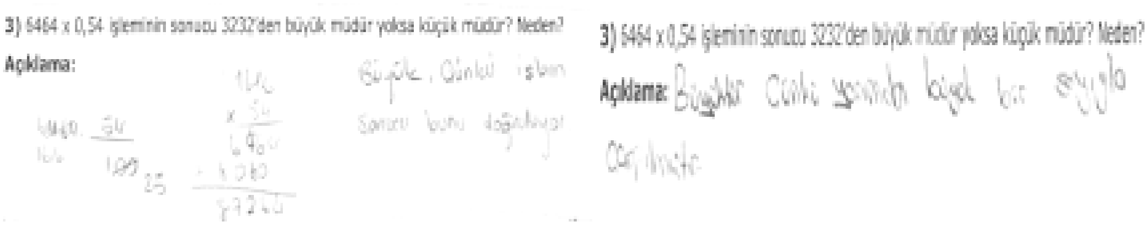
(MEB, 2008, s. 135–136). Bu modellemeler alan ve sayı doğrusu modellemeleridir. Kesirler soyut bir kavram olduğu için öğretiminde modellerden yararlanılmaktadır. 1. – 5. sınıf matematik programında da "bir kesri; bir bütünün parçası, sayı doğrusu üzerinde bir yer, doğal sayıların bölümü olduğunu anlayabilme" gibi ya da "kesirlerin temsil ettikleri büyüklüklere karar verebilmek için modeller kullanma" gibi sayı duyusunu geliştirici birçok etkinlik görülmektedir (Umay ve diğ., 2006; MEB, 2009).

İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin özellikle bu faktörde toplanan sorularda sayı duyularını kullanmaları yeni programdaki ilköğretimin ilk kademelerinden itibaren görülen bu etkinliklerden kaynaklanıyor olabilir. Buna karşın öğrencilerin sayı duyularını üçüncü faktörde (kıyaslama-referans noktası kullanımı) toplanan sorular için kullanamamaları ilginçtir. Çünkü kıyaslama noktasına ilişkin örnek etkinlikler direk bu isimde olmasa bile dolaylı olarak programda yer almaktadır. Bu faktörde toplanan soruların çoğu kesirlerde kıyaslama (referans) noktası kullanımı ile ilgili sorulardır. Bu soruların ikinci faktördeki kesir sorularından farkı kesirlerin gösteriminden öte kesirleri karşılaştırırken uygun stratejiye karar verme ve bu stratejiyi uygulama ile ilgili bir akıl yürütme gerektirmesidir. Burada ikinci faktördeki sorulardan farklı olarak öğrencilerden kıyaslama noktasına karar verme ve bu stratejiyi uygulaması beklenmektedir.

Matematik programında dikkati çeken bir diğer nokta bu stratejinin programda genellikle kesirler için kullanılmasıdır. Tamsayılar için bu stratejinin kullanımına programda rastlanmamaktadır. Öğrencilerin üçüncü faktörde yer alan 21. soruda 500 sayısını $\frac{1000}{2}$ şeklinde düşünememeleri bu eksiklikten kaynaklanıyor olabilir. Nitekim öğrencilerin çoğu bu faktörde toplanan sorularda rutin çarpma işlemi yaparak cevaba ulaşmışlardır.

6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin "kesirlerde kavramsal düşünme" (faktör 2) bileşenindeki sorulardan sonra en çok sayı duyusunu kullandıkları bileşen (% 32,9) "hesaplamada esneklik" ile ilgili sorulardır (faktör 1). Bu bileşendeki sorular sayıları esnek bir biçimde kullanma, pratik düşünme, en etkin ve kullanışlı stratejiyi seçme becerileri ile ilgilidir. Bu bileşendeki sayı duyusu kullanımının diğer bileşendeki sorulara göre fazla olması, birinci alt problemde belirtildiği gibi buradaki sorularda sayı duyusunun kullanımına dikkat çekecek unsurların yer almasıdır (4. 9. ve 10. sorular). Bu bileşendeki diğer sorularda (3. 11. ve 17.) ise sayı duyusu kullanımı oldukça düşüktür (bkz. Tablo 4.1.). Şekil 4.4'de üçüncü sorunun çözümünde uzun yoldan çarpma işlemi yaparak cevaba ulaşan bir öğrenci ile hesaplama yapmaya gerek duymadan esnek, pratik ve hızlı bir şekilde sayı duyusunu kullanan bir öğrencinin çözüm yolları görülmektedir.

Şekil 4-4 Üçüncü sorunun çözümü için verilen öğrenci cevapları



11. soru da benzer durum gözlenmektedir. Öğrencilerin birçoğu bu sorunun çözümünde, sayıları alt alta yazarak toplama işlemi yapmışlardır. Bu durum Kaminski (2002)'nin öğretmen adayları üzerinde yaptığı bir çalışmasında da görülmektedir. Kaminski (2002), "26 + 32 + 9 + 24 + 18 + 41" işleminin sonucunda öğretmen adaylarının ¾'nün standart toplama işleminde olduğu gibi alt alta yazarak toplama yaptıklarını saptamıştır.

4.5. BEŞİNCİ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR

"6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyuları ile sayı duyusu testinde göstermiş oldukları matematik performansı arasında nasıl bir ilişki vardır?"

İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyusu puanları ve sayı duyusu testinden aldıkları matematik performans puan ortalamaları sınıf düzeyine göre Tablo 4.8'de verilmiştir. Öğrencilerin sayı duyusu testinden aldıkları matematik performansı puanları 0 ve 1 olarak kodlanmıştır. Sayı duyusu testinden alınabilecek en yüksek matematik performans puanı 17 puandır.

Tablo 4-8 İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sınıf düzeyine göre sayı duyusu testinden aldıkları performans puan ortalamaları

Sınıf düzeyi	N	Performans Ortalama	Standart Sapma	Sayı Duyusu Ortalama	Standard Sapma
6. sınıf	184	10,97	3,19	6,93	3,57
7. sınıf	253	8,58	4,80	4,99	4,49
8. sınıf	147	6,77	4,19	3,39	3,63
Toplam	584	8,88	4,49	5,20	4,22

Tabloda görüldüğü üzere öğrencilerin sınıf düzeyi arttıkça matematik performansları sayı duyusuna paralel olarak azalmaktadır. Çalışma grubunu oluşturan öğrencilerin sayı duyusu testinden aldıkları performans puanları ile aynı testten aldıkları sayı duyusu puanları arasındaki ilişkinin belirlenmesinde Pearson korelasyonu kullanılmıştır. Hesaplanan korelasyon katsayısı Tablo 4.9'da verilmiştir.

Tablo 4-9 İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyuları ile matematik performansları arasındaki korelasyon

Korelasyon			
Performans	Pearson Korelasyon	1	**,877****
	p		,000
	N	584	584
Sayı duyusu puanı	Pearson Korelasyon	**,877****	1
	p	,000	
	N	584	584

Tablodan da açıkça görüleceği üzere, öğrencilerin performansları ile sayı duyusu puanları arasında pozitif yönde, yüksek bir ilişki bulunmuştur (0,877). Bu sonuç bazı araştırmacının sonuçlarıyla paralellik göstermektedir (Jordan ve diğ., 2007; Yang ve diğ., 2008). Ayrıca sayı duyusu kullanımlarının öğrencileri diğer yöntemlere göre daha doğru sonuca ulaştırdığı da söylenebilir. Sınıf düzeyi arttıkça matematik performansının düşmesi bu durumu desteklemektedir.

5. BÖLÜM

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırma bulgularına bağlı olarak elde edilen sonuçlar üzerinde durulmuş ve bu sonuçlara dayanarak bazı önerilerde bulunulmuştur.

5.1. SONUÇLAR

Tanımlanması oldukça zor bir kavram olan sayı duyusu araştırmacılar, matematik eğitimcileri, sınıf öğretmenleri, program geliştirme uzmanları ve hatta nöropsikologlar tarafından tartışılan bir konudur. Bu tartışmalar genellikle sayı duyusunun bileşenlerinin sınıflandırılması (Sowder and Schappelle, 1989; McIntosh ve diğ., 1992), sayı duyusuna sahip çocukların hangi özelliklere sahip olması gerektiği (Howden, 1989), sayı duyusunun psikolojik açıdan teorik analizi (Greeno, 1991) ve kökeni ile ilgilidir (Groen ve Resnick, 1977; Antel ve Keating, 1983; Starkey, 1992; Wynn, 1992; Dehaene, 1997; Lipton ve Spelke, 2003; Berch, 2005). Alanyazında sayı duyusunun bileşenleri üzerinde ortak bir görüş oluşmadığından bu araştırmada çeşitli araştırmacılar tarafından ortaya atılmış farklı sınıflandırmalar dikkate alınarak 6. – 8. sınıf düzeyinde bir sayı duyusu testi geliştirilmiş ve geliştirilen bu test yardımıyla sayı duyusunun boyutları belirlenmeye çalışılmıştır. Belirlenen bu üç boyut; hesaplamada esneklik, kesirlerde kavramsal düşünme ve kıyaslama (referans) noktası kullanımıdır. Sayı duyusunun açık ve net bir şekilde tanımlanabilmesi ancak onu oluşturan bileşenlerin belirlenmesiyle mümkündür (McIntosh ve diğ., 1992, s. 8). O halde sayı duyusu;

> *sayıları esnek bir biçimde kullanma, sayılarla işlemlerde pratik düşünme, en etkin ve kullanışlı çözümü seçme, bazı durumlarda, duruma uygun standart olmayan yolları yaratma, problemi kolaylaştırıcı durumlarda kıyaslama (referans) noktasını kullanma, kesirlerde kavramsal düşünme ve kesirlerde farklı gösterim biçimlerini kullanma*

olarak tanımlanabilir. Bu yapıda dikkati çeken nokta kesirler konusunun ayrı bir boyut olarak ortaya çıkmasıdır. Kesirler, Sowder ve Schappelle (1994)'nin tanımladığı sınıflandırmada ve diğer bazı kaynaklarda da (Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2010) aynı şekilde ayrı bir boyut olarak görülmektedir. Bu araştırma diğer araştırmalardan farklı olarak sayı duyusunun boyutlarına ilişkin istatistiksel kanıta dayalı bir yapı sunmayı hedeflemiştir. Ortaya çıkan sınıflandırma tartışmaya açık olmakla birlikte ileride bu alanda çalışma yapmak isteyen araştırmacılar için bir başlangıç noktası olabilir. Aynı zamanda sayı duyusunu ölçmek için geliştirilen bu test öğretmenlere, öğrencilerin zayıf yönlerini tespit etmede ve sayı duyusunu geliştirmede sayı duyusunun bileşenlerinden yararlanarak öğretimin nasıl düzenleneceğine ilişkin bir ipucu verebilir.

Sayı duyusunun bileşenleri tanımlandıktan sonra bu becerinin; sınıf düzeyi, cinsiyet ve sayı duyusu bileşenleri açısından değişimi incelenmiştir. Ayrıca ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyuları ile matematik performansları arasındaki ilişkiye bakılmış, alanyazında görülen durumlarla karşılaştırılmıştır.

Araştırma, ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyularının oldukça düşük olduğunu, cinsiyetler açısından anlamlı bir fark bulunmadığını ortaya koymuştur. Bu sonuç kültürlerarası yapılan birçok çalışmada da görülmektedir. Hem erkek hem de kız öğrenciler, sayı duyusu gerektiren problemlerde genellikle ezbere dayalı yöntemler kullanmışlardır. Daha kısa, etkili ve pratik yöntemler yerine kavramsal düşünmeden uzak, hesaplama gerektiren ve uzun zaman alan çözüm yöntemlerini tercih etmişlerdir. Öğrencilerin bu yaklaşımı uzun hesaplama işlemleri ve payda eşitleme gibi işlemsel yöntemlerdir. Matematik sadece uygulanacak bir dizi kuraldan ibaret değildir. Bu nedenle kural öğretiminden öte anlamlar üzerinde durulması ve tartışılması gerekir.

Hatta bir probleme birden fazla çözüm yolunun ortaya atılması yeterli sayılmamalı, bu çözümlerin hangisinin daha etkili ve kısa olduğu, neden farklı oldukları hakkında sorgulamalar yapılmalıdır.

Dikkat çekici bir durum da, öğrencilerin sınıf düzeyi arttıkça sayı duyularının azalmasıdır. Sayı duyusu kazanımı formal eğitim başlamadan çok önce edinilen aşamalı ve gelişimsel bir süreçtir. Sayı duyusunun erken yaşlarda kazanımına ilişkin deliller olmasına rağmen ilerleyen yaşlar, sayı duyusunun gelişimini garanti etmemektedir. İlginçtir ki öğrencilerin teknik matematik bilgisi arttıkça sayı duyusu stratejilerini kullanmaları azalmaktadır. Bu çalışmanın sonucunda elde edilen sınıf düzeyi arttıkça öğrencilerin sayı duyularının azalması bulgusu bunu desteklemektedir. Çok küçük yaşlarda sayılarla işlemlerde, yaratıcı ve etkili stratejiler sergileyenler bile, daha sonraki yaşlarda bu yaratıcı stratejileri daha az kullanmaktadır. Yüzeysel düşünmenin yeterli olduğu, geleneksel kâğıt-kalem hesaplama işlemleri gibi algoritmik ve ezbere dayalı yöntemlerin öğrenimi zaman içinde arttıkça bazı öğrenciler tarafından da daha sıklıkla benimsenmektedir (McIntosh ve diğ., 1992; Markovits and Sowder, 1994). Sayı duyusu kullanımına engel olan bu tür yollar, işlemsel olduğundan aynı zamanda öğrencilerin daha çok hata yapmasına da neden olmaktadır. Markovits ve Sowder (1994) öğrencilerin, zihinden hesaplanması kolay durumlarda bile tanıdık, standart çözüm yollarını kullanmakta ısrarlı olduklarını saptamışlardır. Benzer durumlarla bu araştırmada da karşılaşılmaktadır.

Araştırmada ortaya çıkan bir diğer önemli sonuç, kıyaslama (referans) noktası kullanımı ile ilgilidir. Öğrencilerin çoğu, bu stratejiyi sayı duyusu problemlerinde kullanamamıştır. Matematik ders programlarında bu stratejinin kullanımına ilişkin etkinlikler olmasına rağmen, bu stratejinin kullanımındaki eksiklik oldukça şaşırtıcıdır. Kuşkusuz öğrencilerin sayı duyusu bileşenlerinden biri olan kıyaslama (referans) noktasını tercih etmemeleri onların bu stratejiyi bilmemeleri anlamına gelmemektedir. Bu yöntemi tercih etmemeleri onların bu yöntemi içselleştirmemelerinden kaynaklanmış olabilir. Nitekim alanyazında yönlendirme yapıldığında bazı öğrencilerin bu yöntemi kullandıklarını kanıtlayan çalışmalar da vardır (Reys, Kim ve Bay, 1999).

Matematik programında olduğu halde öğrencilerin bu bileşendeki düşük performansı, öğretmenlerin sınıf ortamında sayı duyusunun gelişiminden çok hesaplama işlemlerinin gelişimine önem vermesinden kaynaklanıyor olabilir. Kıyaslama (referans) noktası kullanımının doğal ve içgüdüsel bir süreç haline dönüşmesi ancak öğretmenlerin öğrencileri bu stratejinin kullanımına ilişkin cesaretlendirmesiyle gerçekleşebilir. Öğretmenler, öğrencilerin birçok durumda sesli düşünmelerini sağlayarak kıyaslama (referans) noktası kullanımının etkililiğini fark edilmesini sağlayabilir. Araştırmacılar bu stratejinin payda eşitleme veya şekil çizme yollarına göre öğrencileri daha doğru cevaba ulaştırdıklarını belirtmişlerdir. Bu strateji doğru cevabı bulmaya yönlendirmesinin yanında uygulanması çok az vakit alan bir stratejidir (Reys, Kim ve Bay, 1999).

Öğrencilere payda eşitleme veya diğer hesaplama işlemlerinin öğretimi sırasında veya öncesinde sayı duyularını geliştirmeleri için fırsatlar verilmesi oldukça önemlidir. Özellikle kesirler konusunun eğitimi sırasında zamanından önce verilen kuralların çok ciddi engelleri vardır. Bu kuralların hiç biri, öğrencilere işlemler ve anlamlar üzerinde düşünme fırsatı vermez. Öğrenciler anlamadıkları bir dizi kuralı takip ettiklerinde işlemlerin sonuçlarının mantıklı olup olmadığına ilişkin bir değerlendirme yapamayabilir ve ezberlenen bu kurallar kısa sürede unutulabilir (van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2010). Mekanik olarak payda eşitlemesi yapmak yerine, akıl yürütmeye, tahmine ve sayı duyusuna dayanan bir yola başvurmak anlamlı öğrenmeyi sağlayıcı ve problem çözmede başarıyı artırıcı bir rol oynar (Dougherty ve Crites, 1989).

Araştırmadan elde edilen önemli bir sonuç da çalışma grubunu oluşturan öğrencilerin matematik performansları ile aynı testten aldıkları sayı duyusu puanları arasında bulunan yüksek ilişkidir. Bu sonuç, sayı duyusuna sahip çocukların matematikte başarılı olduklarını göstermektedir. Bu anlamda bakıldığında zamanında geliştirilecek olan sayı duyusunun ileride matematik konusunda oluşabilecek öğrenme güçlüklerini de ortadan kaldırmada etkili olabileceği söylenebilir.

5.2. ÖNERİLER

Yukarıdaki araştırma sonuçlarına dayanılarak yapılabilecek öneriler iki başlık altında toplanabilir.

5.2.1. İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Sayı Duyularını Geliştirmeye Yönelik Öneriler

İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin sayı duyularını geliştirmeye yönelik olarak aşağıdaki öneriler verilebilir.

1. Öğretmen yetiştirme programlarının ders içeriklerinin yeniden yapılandırılmasıyla daha güçlü ve derin bir sayı duyusu bilgisine sahip öğretmenler yetiştirmek mümkün olabilir. Öğretmen yetiştirme kurumlarında öğretmen adaylarının yeterliliklerini artırmak için derslerde sayı duyusunun öğrenimi ve öğretimine daha fazla yer ayrılmalı ve önem verilmelidir. Öğretmen adayları sayı duyusunu, önemini ve nasıl geliştirilmesi gerektiğini anladıklarında, öğrencilerin de sayı duyularının gelişimine yardımcı olabilirler.

2. Öğrencilerin sayıları, sayılar arasındaki ilişkileri anlamlandırabilmeleri için sayı duyusu matematik müfredatına ayrı kazanımlar olarak eklenmeli ve diğer kazanımlarla bütünleştirilmelidir. Verilen etkinlik örnekleri arasına yerleştirilecek sayı duyusu kullanımına dikkat çeken uyarılar ve ders kitaplarına eklenebilecek etkinlikler öğrencilerin sayı duyularının gelişimine katkıda bulunabilir.

3. Milli Eğitim Bakanlığı da vereceği hizmet içi eğitimlerle öğretmenlerin bu konuya dikkatlerinin çekilmesini sağlayabilir. Sayı duyusunun ilköğretim öğrencilerinin matematikteki gelişimlerindeki önemi konusunda öğretmenlerin farkındalıklarını sağlamak oldukça önemlidir.

5.2.2. Sayı Duyusuyla ilişkili İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler

İleride yapılabilecek araştırmalara yönelik öneriler şunlar olabilir:

1. Sayı duyusu gelişmemiş bir öğretmenin öğrencilerine bu konuda önemli bir destek sağlaması oldukça zordur. Bu nedenle öncelikle öğretmenlerin sayı duyularının ne kadar gelişmiş olduğu araştırılabilir. Ayrıca öğretmenlerin sayı duyusuna ilişkin görüşleri de alınabilir.

2. Öğrencilerin sayı duyusu ve bileşenleri hakkında nasıl düşündükleri nitel bir çalışma yapılarak görüşme yoluyla araştırılabilir; nedenleri üzerinde derinlemesine tartışılabilir. Sayı duyusu yüksek ve düşük olan öğrencilerin sayı duyusu testindeki sorulara verdikleri cevaplar görüşme yoluyla ayrıntılı bir şekilde incelenebilir.

KAYNAKÇA

Antel, S. E. ve Keating, D. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, 54, 695–701.

Aunio, P., Ee, J., Lim, S. E. A., Hautamaki, J., ve Van Luit, J. E. H. (2004). Young children's number sense in Finland, Hong Kong and Singapore. *International Journal of Early Years Education*, 12 (3), 195–216.

Aunio, P., Niemivirta, M., Hautamaki, J., Van Luit, J. E. H., Shi, J. ve Zhang, M. (2006). Young children's number sense in China and Finland. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 50 (5), 483–502.

Bay, J. M. (2001). Developing number sense on the number line. *Mathematic Teaching in the Middle School*, 6 (8), 448–451.

Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38 (4), 333–339.

Büyüköztürk, Ş. (2002). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı. İstatistik, araştırma deseni, SPSS uygulamaları ve yorum.* Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Crocker, L. ve Algina, J. (1986). *Introduction to classical and modern test theory*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.

Diezmann, C. M. ve English, L. D. (2001). Developing young children's multidigit number sense. *Roeper Review*, 24 (1), 11–13.

Doughery, B. J. ve Crites, T. (1989). Applying number sense to problem solving. *Arithmetic Teacher*, 22–25.

Gay, S. A. ve Aichele, D. B. (1997). Middle school students' understanding of number sense related to percent. *School Science and Mathematics*, 97 (1), 27–36.

Gersten, R. ve Chard, D. (1999). Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *The Journal of Special Education*, 33 (1), 18–28.

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain source. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22 (3), 170–218.

Griffin, S. (2004). Teaching number sense. *Educational Leadership*, 61 (5), 39–42.

Groen, G. ve Resnick, L. (1977). Can preschool children invent addition algorithms? *Journal of Educational Psychology*, 69, 645–652.

Hope, J. (1989, Feb). Promoting number sense in school. *Arithmetic Teacher*, 12–16.

Howden, H. (1989, Feb). Teaching number sense. *Arithmetic Teacher*, 6–11.

Howell, S. ve Kemp, C. (2005). Defining early number sense: A participatory Australian study. *Educational Psychology*, 25 (5), 555–571.

Joram, E., Gabriele, A. J., Bertheau, M., Gelman, R., ve Subrahmanyam, K. (2005). Children’s use of the reference point strategy for measurement estimation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36 (1), 4–23.

Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N., ve Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22 (1), 36–46.

Kaminski, E. (2002). Promoting mathematical understanding: Number sense in action. *Mathematics Education Research Journal*, 14 (2), 133–149.

Lipton, J. S. ve Spelke, E. S. (2003). Origins of number sense: Large-number discrimination in human infants. *Psychological Science*, 14 (5), 396–401.

Locuniak, M. N. ve Jordan, N. C. (2008). Using kindergarten number sense to predict calculation fluency in second grade. *Journal of Learning Disabilities*, 41 (5), 451–459.

Markovits, Z. ve Sowder, J. (1994). Developing number sense: An intervention study in grade 7. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25 (1), 4–29.

Markovits, Z. ve Pang, J. (2007). The ability of sixth grade students in Korea and Israel to cope with number sense tasks. In Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S., & Seo, D. Y. (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 241–248*)* Seoul: PME.

McIntosh, A., Reys, B. J., ve Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12 (3), 2–9.

MEB (2009). *İlköğretim matematik dersi 1–5. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

MEB (2008). *İlköğretim matematik dersi 6–8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Center for Education Statistics (2005). *NAEP Questions Tool, Sample Questions*, Retrieved June 2, 2010, from http://nces.ed.gov/nationsreportcard/itmrlsx /search.aspx?subject=mathematics

Nes, F. V. ve Lange, J. D. (2007). Mathematics education and neurosciences: Relating spatial structures to the development of spatial sense and number sense. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 4 (2), 210–229.

Pike, C. D. ve Forrester, M. A. (1996). The role of number sense in children's estimating ability. *Proceedings of the Day Conference, British Society for Research into Learning Mathematics (pp. 43–48)*. Institute of Education, London:

BSRLM. Retrieved May 28, 2010, from http://bsrlm.org.uk/IPs/ip16-3/BSRLM-IP-16-3-Full.pdf

Reys, R., Reys, B., McIntosh, A., Emanuelsson, G., Johansson, B., ve Yang, D. C. (1999). Assessing number sense of Students in Australia, Sweeden, Taiwan, and the United States. *School Science and Mathematics*, 99 (2), 61–70.

Reys, B. J., Kim, O. K., ve Bay, J. M. (1999). Establishing fraction benchmarks. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 4 (8), 530–532.

Reys, R. E. ve Yang, D. C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth- and eighth- grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29 (2), 225–237.

Sowder, J. T. ve Schappelle, B. P. (Eds.) (1989). *Establishing foundations for research on number sense and related topics*: Report of a conference. San Diego, CA: San Diego State University, Center for Research in Mathematics and Science Education.

Sowder, J. ve Schappelle, B. (1994, Feb). Number sense-making. *Arithmetic Teacher*, 342–345.

Starkey, P. (1992). The early development of numerical reasoning. *Cognition*, 43, 93–126.

Suh, J. M., Johnston, C., Jamieson, S., ve Mills, M. (2008). Promoting decimal number sense and representational fluency, *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14 (1), 44–50.

Turgut, F. (1997). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme metotları*. Ankara: Yargıcı Matbaası.

Tsao, Y. L. (2005). The number sense of preservice elementary school teachers. *College Student Journal*, 39 (4), 647–679.

Trends in International Mathematics and Science Study [PDF document]. TIMSS 1999 Mathematics Items: Released Set for Eighth Grade. Retrieved June 2, 2010, from http://timss.bc.edu/timss1999i/pdf/t99math_items.pdf

Umay, A. (1997). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme*. İzmir: ÖES Yayınları.

Umay, A., Akkuş, O., ve Duatepe Paksu, A. (2006). Matematik dersi 1. – 5. sınıf öğretim programlarının NCTM prensip ve standartlarına göre incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 198–211.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., ve Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Boston, MA: Allyn & Bacon.

Wynn, K. (1992). Addition and substraction by human infants. *Nature*, 358 (27), 749–750.

Yang, D. C. (1995). Number sense performance and strategies possessed by sixth and eighth grade students in Taiwan (Doctor of Philosophy, University of Missouri-Columbia, 1995). *Dissertation Abstracts International*, UMI No. AAT 9705388.

Yang, D. C. (2002). Teaching and learning number sense: One successful process-oriented activity with sixth grade students in Taiwan. *School Science and Mathematics*, 102 (4), 152–157.

Yang, D. C. (2003). Developing number sense through realistic settings. *APMC*, 8 (3), 12–17.

Yang, D. C. ve Huang, F. Y. (2004). Relationships among computational performance, pictorial representation, symbolic representation, and number sense of sixth grade students in Taiwan. *Educational Studies*, 30 (4), 373–389.

Yang, D. C. (2007). Investigating the strategies used by pre-service teachers in Taiwan when responding to number sense questions, *School Science and Mathematics,* 107 (7), 293–301.

Yang, D. C., Li, M. N., ve Lin, C. I. (2008). A Study of the performance of 5th graders in number sense and its relationship to achievement in mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6, 789–807.

Yang, D. C., Reys, R. E., ve Reys, B. J. (2009). Number sense strategies used by pre-service teachers in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education,* 7, 383–403.

Zanzali, N. A. A. ve Ghazali, M. (1999). Assessment of school children's number sense. *Proceedings of the International Conference on Mathematics Education into the 21st Century*: Societal Challenges: Issues and Approaches. Cairo, Egypt. Retrieved May 28, 2010, from http://math.unipa.it/~grim/ENoor8

Zaslavsky, C. (2001). Developing number sense: What can other cultures tell us? *Teaching Children Mathematics*, 7 (6), 312–319.

EKLER

Ek-1: 24 Soruluk Taslak Test

ADI, SOYADI:

Sınıf: 6. sınıf 7. sınıf 8. sınıf

Cinsiyet: Kız Erkek

SORULAR

1) 0,25 x 16 işlemini kısa yoldan nasıl çözersiniz? Nasıl yaptığınızı gösteriniz.

Açıklama:

2) $\frac{1}{2}$ ile $\frac{6}{7}$ arasında bir kesir yazınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Açıklama:

3) 6464 x 0,54 işleminin sonucu 3232'den büyük müdür yoksa küçük müdür? Neden?

Açıklama:

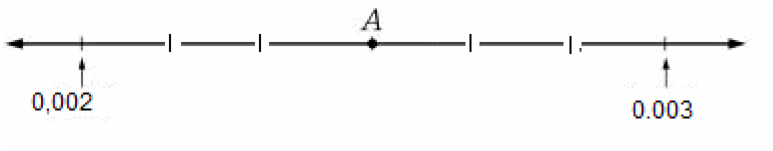
4) 372 – 38 = 334 ise 372 – 18 işleminin sonucunu kısa yoldan bulunuz? Nasıl bulduğunuzu gösteriniz.

5) Aşağıdaki çarpma işleminin doğru olabilmesi için eşitliğin sağ tarafında virgülü yerleştirin. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

856.6 x 0.535 = 458281

6) 8 x 98 işlemini kolay yoldan nasıl çözersiniz? Nasıl yaptığınızı gösteriniz.

7) Aşağıdaki sayı doğrusunda A yerine gelecek sayı hangisi olmalıdır? Neden?



8) Aşağıdaki işlemlerden hangisinin sonucunda elde edilen sayının en büyük olacağını hesap yapmadan bulup, işaretleyin. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

a. 32 ÷ 0,4   b. 32 + 0,4   c. 32 x 0,4   d. Hesap yapmadan söyleyemem

Açıklama:

9) Aşağıdaki eşitliğin sağlanması için parantezlerin içine hangi sayılar yazılabilir? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

50 + (   ) ÷ (   ) = 65

Açıklama:

10) "4,358 ondalık sayısının 10 fazlası kaçtır?" sorusu için dört öğrencinin çözüm yolu aşağıda verilmiştir. Size en yakın gelen yol hangisidir? Neden?

Gökşin'in yolu	İhsan'nın yolu	Mirkan'ın yolu	*Mert'in yolu*
4,358 *+ 10* *14, 358'dir.*	*4, 358* *+ 10* *4, 368'dir.*	*4,358* *+ 10* *4,458'dir.*	*Tam kısımları toplasam yeter.* *4 + 10 = 14* *Cevap 14,358'dir.*

Açıklama:

11) Aşağıdaki işlemi kolay yoldan nasıl yaparsınız? Nasıl yaptığınızı açıklayınız.

5 000 032 + 2 000 725 + 1 000 068 – 1 000 725

12) Hangi toplam 1'den büyüktür? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

a. $\frac{5}{11}+\frac{3}{7}$ b. $\frac{7}{15}+\frac{5}{12}$ c. $\frac{1}{2}+\frac{4}{9}$ d. $\frac{5}{9}+\frac{8}{15}$

Açıklama:

13) Aşağıdaki ondalık sayıları sıraladıktan sonra ortaya düşen sayıyı kolayca bulmanın yolu nedir? Sayıyı bulun ve nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

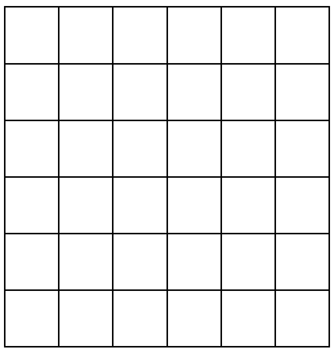
0,10 0,98 0,198 1,3 1,6 1,602 0,835 9,345 0,01

Açıklama:

14) Aşağıdaki işlemi kolay yoldan nasıl yaparsınız? Nasıl yaptığınızı açıklayınız.

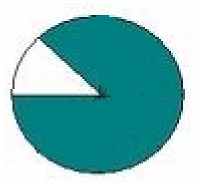
$$61 + 42 + 36 + 28 + 34 + 9$$

15) Aşağıdaki şeklin $\frac{4}{9}$ ünü boyayın. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.



Açıklama:

16) Boyalı alanı (siyah kısmı) ifade eden sayı hangi aralıktadır? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.



a. 0 ile ¼

b. ¼ ile ½

c. ½ ile ¾

d. ¾ ile 1

Açıklama:

17) “9468 x $\frac{1}{2}$ işleminin sonucu, $\dfrac{9468}{\frac{1}{2}}$ işleminin sonucundan büyüktür.” Sizce bu ifade doğru mudur? Açıklayınız.

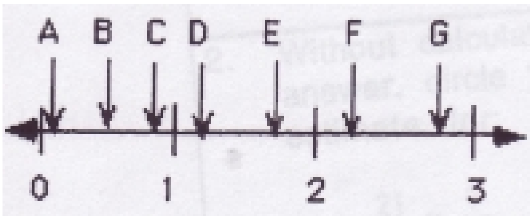
Açıklama:

18) Özge ve Ercan çifti, Eryaman’da yeni bir ev almak için bankadan kredi alacaklardır. Evin fiyatı 250 000 TL’dir. Ev için peşinat olarak 50 000 TL ödemişlerdir. Geri kalanı, 132 ay bankaya faizsiz olarak ödeyeceklerdir. Bu ev için yaklaşık olarak aylık ödemeleri ne kadardır? En kısa yoldan bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

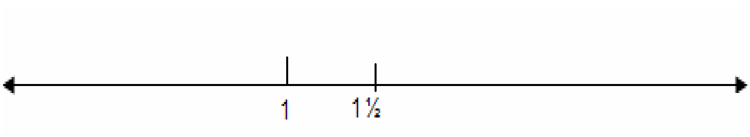
A) 1,500 TL B) 150 TL C) 15,000 TL D) 1,5TL

19) Sayı doğrusu üzerindeki hangi harf, payı paydasından çok az büyük olan bir kesre karşılık gelir? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Açıklama:



20)



Yukarıda verilen sayı doğrusundaki noktaları düşünerek $\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{4}$ kesirlerini yerleştirin. Nasıl yerleştirdiğinizi açıklayınız.

Açıklama:

21) 86424 x 500 işlemini kısa yoldan nasıl çözersiniz? Nasıl düşündüğünüzü gösteriniz.

22) 639 x 45 işleminin sonucu mu yoksa (630 x 45) + (8 x 45) işleminin sonucu mu daha büyüktür? Açıklayınız.

Açıklama:

23) Ayşegül öğretmen, sınıfındaki 60 öğrenciye sevdikleri spor dallarını sormuştur. Yandaki tabloda spor dallarının sevilme oranları gösterilmiştir. Sınıftaki öğrenciler tarafından en çok sevilen spor dalının hangisi olduğunu kısa yoldan nasıl bulursunuz? Nasıl düşündüğünüzü açıklayın.

Açıklama:

EN ÇOK SEVİLEN SPORLAR	
Sporlar	*Öğrenciler*
Futbol	*2/5*
Basketbol	*7/12*
Masa Tenisi	*1/12*
Voleybol	*1/10*

24) Bir karpuzun içindeki çekirdek sayısı mı yoksa bir nar içindeki tane sayısı mı daha fazladır? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

Ek-2: Testteki Maddelerin Ayırt Edicilikleri

Korelasyon	
	top24a
1a	,719
2a	,587
3a	,361
4a	,508
5a	,262
6a	,473
7a	,441
8a	,655
9a	,679
10a	,517
11a	,576
12a	,571
13a	,617
14a	,539
15a	,653
16a	,461
17a	,597
18a	,311
19a	,571
20a	,670
21a	,517
22a	,594
23a	,526
24a	,232
top24a	1

Ek-3: Temel Bileşenler Analizi Sonuçları

Communalities

	Initial	Extraction
s1b	1,000	,481
s2b	1,000	,446
s3b	1,000	,555
s4b	1,000	,436
s6b	1,000	,448
s7b	1,000	,421
s8b	1,000	,350
s9b	1,000	,443
s10b	1,000	,315
s11b	1,000	,400
s12b	1,000	,559
s13b	1,000	,355
s14b	1,000	,403
s15b	1,000	,564
s16b	1,000	,568
s17b	1,000	,366
s19b	1,000	,585
s20b	1,000	,658
s21b	1,000	,379
s22b	1,000	,528
s23b	1,000	,419

Ek-4: Component Matris Tablosu

Component Matrix[a]			
	Component		
	1	2	3
S22b	,712		,121
S12b	,697	,203	,179
S3b	,658	,326	-,124
S6b	,656	,129	
S4b	,644		-,136
S1b	,628	,234	-,180
S14b	,622		
S16b	,609	-,444	
S15b	,601	-,445	
S23b	,597		,236
S19b	,592	-,463	,142
S13b	,575		-,151
S8b	,564	,176	
S9b	,558	-,105	-,347
S17b	,534	,118	-,259
S11b	,508	,286	-,245
S7b	,508	,142	,377
S21b	,478	,256	,291
S10b	,423		-,369
S20b	,526	-,537	,306
S2b	,347	,383	,423

Ek-5: 17 Maddelik Testin Faktör Analizi Sonuçları

Betimsel İstatistik			
	Ortalama	Standart Sapma	N
s1b	,37	,484	584
s2b	,13	,335	584
s3b	,24	,425	584
s4b	,49	,500	584
s7b	,16	,369	584
s9b	,47	,499	584
s10b	,42	,494	584
s11b	,16	,369	584
s12b	,23	,420	584
s13b	,25	,432	584
s15b	,64	,481	584
s16b	,45	,497	584
s17b	,23	,420	584
s19b	,35	,478	584
s20b	,31	,461	584
s21b	,09	,292	584
s23b	,21	,411	584

KMO and Bartlett's Test		
Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		,914
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	2,677E3
	df	136
	Sig.	,000

Communalities		
	Initial	Extraction
s1b	1,000	,474
s2b	1,000	,468
s3b	1,000	,564
s4b	1,000	,428
s7b	1,000	,443
s9b	1,000	,455
s10b	1,000	,355
s11b	1,000	,419
s12b	1,000	,585
s13b	1,000	,373
s15b	1,000	,574
s16b	1,000	,580
s17b	1,000	,364
s19b	1,000	,602
s20b	1,000	,664
s21b	1,000	,381
s23b	1,000	,410

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Açıklanan Toplam Varyans									
Bileşenler	Özdeğerler			Kareler Toplamı			Döndürülmüş Kareler Toplamı		
	Toplam	Varyans (%)	Birikimli (%)	Toplam	Varyans (%)	Birikimli (%)	Toplam	Varyans (%)	Birikimli (%)
1	5,562	32,720	32,720	5,562	32,720	32,720	3,077	18,099	18,099
2	1,478	8,693	41,413	1,478	8,693	41,413	2,674	15,728	33,827
3	1,099	6,465	47,878	1,099	6,465	47,878	2,389	14,051	47,878
4	,891	5,243	53,121						
5	,841	4,944	58,066						
6	,808	4,751	62,817						
7	,722	4,245	67,062						
8	,707	4,156	71,218						
9	,702	4,128	75,346						
10	,675	3,968	79,314						
11	,668	3,932	83,246						
12	,546	3,212	86,458						
13	,527	3,098	89,556						
14	,482	2,838	92,394						
15	,470	2,765	95,159						
16	,456	2,681	97,840						
17	,367	2,160	100,000						

Component Matrix[a]			
	Component		
	1	2	3
s12b	,711	,218	,179
s3b	,664	,331	-,116
s4b	,642		-,119
s1b	,626	,227	-,174
s15b	,621	-,429	
s16b	,621	-,440	
s19b	,604	-,463	,152
s23b	,590	,108	,225
s13b	,586		-,162
s9b	,576		-,338
s17b	,534		-,264
s7b	,517	,143	,393
s11b	,516	,326	-,214
s21b	,474	,272	,286
s10b	,440		-,402
s20b	,533	-,536	,305
s2b	,360	,393	,429

Rotated Component Matrix[a]			
	Component		
	1	2	3
s3b	,607		,436
s1b	,596	,120	,323
s9b	,594	,320	
s11b	,578		,290
s10b	,577	,143	
s17b	,564	,158	,146
s13b	,516	,240	,222
s4b	,498	,357	,230
s20b		,789	,203
s19b	,171	,737	,174
s16b	,288	,698	
s15b	,337	,676	
s2b			,682
s7b	,103	,248	,609
s12b	,401	,248	,602
s21b	,184		,581
s23b	,260	,281	,514

Ek-6: 17 Soruluk Sayı DuyusuTesti

ADI, SOYADI:

Sınıf: 6. sınıf 7. sınıf 8. sınıf

Cinsiyet: Kız Erkek

SORULAR

1) 0,25 x 16 işlemini kısa yoldan nasıl çözersiniz? Nasıl yaptığınızı gösteriniz.

Açıklama:

2) $\frac{1}{2}$ ile $\frac{6}{7}$ arasında bir kesir yazın. Nasıl bulduğunuzu açıklayın.

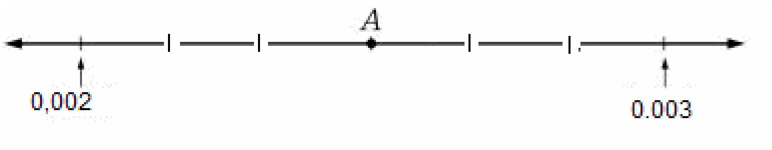
Açıklama:

3) 6464 x 0,54 işleminin sonucu 3232'den büyük müdür yoksa küçük müdür? Neden?

Açıklama:

4) 372 – 38 = 334 ise 372 – 18 işleminin sonucunu kısa yoldan bulunuz? Nasıl bulduğunuzu gösteriniz.

5) Aşağıdaki sayı doğrusunda A yerine gelecek sayı hangisi olmalıdır? Neden?



6) Aşağıdaki eşitliğin sağlanması için parantezlerin içine hangi sayılar yazılabilir? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

$$50 + (\quad\quad) \div (\quad\quad) = 65$$

Açıklama:

7) “4,358 ondalık sayısının 10 fazlası kaçtır?” sorusu için dört öğrencinin çözüm yolu aşağıda verilmiştir. Size en yakın gelen yol hangisidir? Neden?

Gökşin’in yolu	İhsan’nın yolu	Mirkan’ın yolu	*Mert’in yolu*
4,358 *+ 10* *14, 358’dir.*	*4, 358* *+ 10* *4, 368’dir.*	*4,358* *+ 10* *4,458’dir.*	*Tam kısımları toplasam yeter.* *4 + 10 = 14* *Cevap 14,358’dir.*

Açıklama:

8) Aşağıdaki işlemi kolay yoldan nasıl yaparsınız? Nasıl yaptığınızı açıklayınız.

5 000 032 + 2 000 725 + 1 000 068 – 1 000 725

9) Hangi toplam 1’den büyüktür? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

a. $\frac{5}{11}+\frac{3}{7}$ b. $\frac{7}{15}+\frac{5}{12}$ c. $\frac{1}{2}+\frac{4}{9}$ d. $\frac{5}{9}+\frac{8}{15}$

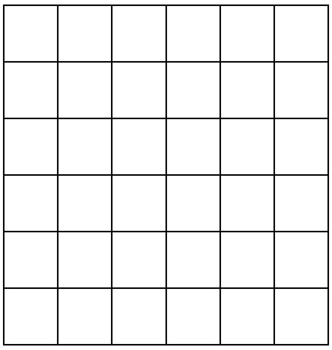
Açıklama:

10) Aşağıdaki ondalık sayıları sıraladıktan sonra ortaya düşen sayıyı kolayca bulmanın yolu nedir? Sayıyı bulun ve nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

0,10 0,98 0,198 1,3 1,6 1,602 0,835 9,345 0,01

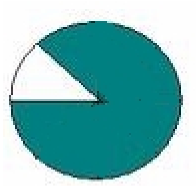
Açıklama:

11) Aşağıdaki şeklin $\frac{4}{9}$ ünü boyayın. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.



Açıklama:

12) Boyalı alanı (siyah kısmı) ifade eden sayı hangi aralıktadır? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.



a. 0 ile ¼

b. ¼ ile ½

c. ½ ile ¾

d. ¾ ile 1

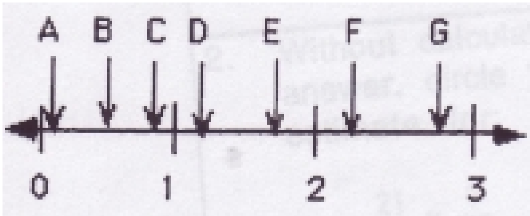
Açıklama:

13) "9468 x $\frac{1}{2}$ işleminin sonucu, $\frac{9468}{\frac{1}{2}}$ işleminin sonucundan büyüktür." Sizce bu ifade doğru mudur? Açıklayınız.

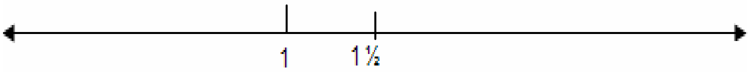
Açıklama:

14) Sayı doğrusu üzerindeki hangi harf, payı paydasından çok az büyük olan bir kesre karşılık gelir? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Açıklama:



15)



Yukarıda verilen sayı doğrusundaki noktaları düşünerek $\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{4}$ kesirlerini yerleştirin. Nasıl yerleştirdiğinizi açıklayınız.

Açıklama:

16) 86424 x 500 işlemini kısa yoldan nasıl çözersiniz? Nasıl düşündüğünüzü gösteriniz.

17) Ayşegül öğretmen, sınıfındaki 60 öğrenciye sevdikleri spor dallarını sormuştur. Yandaki tabloda spor dallarının sevilme oranları gösterilmiştir. Sınıftaki öğrenciler tarafından en çok sevilen spor dalının hangisi olduğunu kısa yoldan nasıl bulursunuz? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Açıklama:

EN ÇOK SEVİLEN SPORLAR	
Sporlar	*Öğrenciler*
Futbol	*2/5*
Basketbol	*7/12*
Masa Tenisi	*1/12*
Voleybol	*1/10*