

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DOKTORA TEZİ**

**DOĞRU AKIM ÖZDİRENÇ VERİLERİNİN  
ÜÇ BOYUTLU DÜZGÜNLEŞTİRİCİLİ ARDIŞIK TERS ÇÖZÜMÜ**

**N. Yıldırım GÜNDOĞDU**

**JEOFİZİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**ANKARA  
2013**

**Her hakkı saklıdır**

## TEZ ONAYI

N. Yıldırım GÜNDOĞDU tarafından hazırlanan “**Doğru Akım Özdirenç Verilerinin Üç Boyutlu Düzgünleştiricili Ardışık Ters Çözümü**” adlı tez çalışması 23.12.2013 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı’nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

**Danışman:** Doç. Dr. M. Emin CANDANSAYAR  
Ankara Üniversitesi Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı

### Jüri Üyeleri:

**Başkan:** Prof. Dr. Gülçin ÖZÜRLAN AĞAÇGÖZGÜ  
İstanbul Teknik Üniversitesi Maden Fakültesi  
Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı

**Üye :** Prof. Dr. Ahmet T. BAŞOKUR  
Ankara Üniversitesi Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı

**Üye :** Doç. Dr. M. Emin CANDANSAYAR  
Ankara Üniversitesi Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı

**Üye :** Doç. Dr. Selma KADIOĞLU  
Ankara Üniversitesi Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı

**Üye :** Yrd. Doç. Dr. Ertan PEKŞEN  
Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fakültesi  
Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı

**Yukarıdaki sonucu onaylarım**

**Prof. Dr. İbrahim DEMİR**  
Enstitü Müdürü

## ETİK

Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez içindeki bütün bilgilerin doğru ve tam olduğunu, bilgilerin üretilmesi aşamasında bilimsel etiğe uygun davrandığımı, yararlandığım bütün kaynakları atıf yaparak belirttiğimi beyan ederim.

15.01.2014



N. Yıldırım GÜNDOĞDU

## ÖZET

Doktora Tezi

### DOĞRU AKIM ÖZDİRENÇ VERİLERİNİN ÜÇ BOYUTLU DÜZGÜNLEŞTİRİCİLİ ARDIŞIK TERS ÇÖZÜMÜ

N. Yıldırım GÜNDOĞDU

Ankara Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. M. Emin CANDANSAYAR

Doğru akım öz direnç (DAÖ) verileri çoğunlukla çok elektrotlu, çok kanallı aletler kullanılarak, birbirine paralel hatlar boyunca sondaj-profil ölçüleri şeklinde toplanmaktadır. Bu verilerin iki boyutlu veya üç boyutlu (3B) ters çözüm sonuçları yorumlamada kullanılmaktadır. Gerçek 3B öz direnç modelinin elde edilmesi için verilerin 3B ters çözümü yapılmalıdır. Bu çalışmada DAÖ verilerinin 3B ters çözümü için yeni bir algoritma geliştirilmiştir. Bu algoritmada, düzgünleştiricili ters çözüm için Tikhonov parametrik fonksiyoneli kullanılmıştır. Bugüne kadar DAÖ verilerinin 3B ters çözümünde genellikle yuvarlatıcı durağanlaştırıcı tercih edilmiştir. Geliştirilen algoritmada farklı durağanlaştırıcılar kullanılmış ve 3B ters çözüm üzerindeki etkileri incelenmiştir. “Minimum Support ve First-Order Minimum Entropy” durağanlaştırıcılarının, yuvarlatıcı durağanlaştırıcısına göre daha keskin sınırlı sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Geliştirilen algoritmada parametrik fonksiyonelin çözümü Gauss-Newton veya eşlenik gradyan yöntemi ile yapılabilmektedir. Bu iki çözücünün çözüm güçleri, ters çözüm sonuçları ve CPU zamanına göre karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada her iki yöntemin üstün yönlerinden yararlanmak için ardışık kullanımları önerilmiştir. Ardışık çözüm, yöntemlerin ayrı ayrı kullanımından elde edilen çözümlere göre daha iyi sonuç vermektedir. Geliştirilen algoritma, arkeolojik alanlardaki gömülü yapıları temsil eden iki farklı model için üretilen yapay veriler ile test edilmiştir. Bu test çalışmasında farklı durağanlaştırıcı tanımlarının ve çözücülerin, ters çözüme etkisi ve önerilen ardışık ters çözümün üstün yönleri gösterilmiştir. Son olarak, Batman Kuriki Höyük arkeolojik kazı alanında ölçülen veriler ile geliştirilen algoritmanın kullanılabilirliği gösterilmiştir.

**Aralık 2013, 83 sayfa**

**Anahtar Kelimeler:** Doğru akım öz direnç, üç boyutlu, düzgünleştiricili ters çözüm, durağanlaştırıcı, Gauss-Newton, eşlenik gradyan, ardışık çözüm

## ABSTRACT

Ph.D. Thesis

### THREE DIMENSIONAL REGULARIZED CONSECUTIVE INVERSION FOR DIRECT CURRENT RESISTIVITY DATA

N. Yıldırım GÜNDOĞDU

Ankara University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Geophysical Engineering

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. M. Emin CANDANSAYAR

Direct current resistivity (DCR) data are generally collected along parallel lines by using multi-electrode and multi-channel instrument. The two dimensional or three dimensional (3D) inversion results of these data sets are used in interpretation. To obtain real 3D resistivity model, 3D inversion of the apparent resistivity data set is required. In this study, a new three dimensional DCR data inversion algorithm is developed. In the developed algorithm, Tikhonov parametric functional is used for regularized inversion. Mostly, smoothing stabilizer is preferred in 3D inversion algorithms of DCR data. In the developed algorithm, different stabilizers are used and their effects on the inverse solution are investigated. It is showed that, inversion with “minimum support” and “first-order minimum entropy” stabilizers gives results with sharper boundaries than inversion with smoothing stabilizer. In the developed algorithm, parametric functional can be solved by using Gauss-Newton or conjugate gradient methods. These two solution methods are also compared according to inversion results and CPU time. In this study, to take the advantage of both solution techniques, consecutive use of them is suggested. Sequential use of Gauss-Newton and conjugate gradient method is giving better result than individual solution of them. The algorithm is tested with synthetic data calculated for two different models simulating buried archaeological structures. In this test study, we showed effect of usage of various stabilizer and solver on inversion result and advantage of suggested consecutive use of two solvers on inversion result. Finally, usage of the developed algorithm is showed by using the field data collected in an archeological site, Kuriki Höyük, located in Batman.

**December 2013, 83 pages**

**Key Words:** Direct current resistivity, three dimensional, regularized inversion, stabilizer, Gauss-Newton, conjugate gradient, consecutive solution

## ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR

Sadece bu tez çalışması kapsamında değil, akademik, mesleki ve gündelik hayat konusunda da hiçbir zaman bilgisini, desteğini ve maddi-manevi varlığını esirgemeyen, sıkıştığım her anda yardımlarıyla yolumu aydınlatan danışmanım, hocam Sayın Doç. Dr. M. Emin CANDANSAYAR'a (Ankara Üniversitesi) teşekkür ederim.

Doktora çalışmamın başlangıç aşamasında danışmanım olan, danışman değişikliği talebimi bütün demokratlığı ile entelektüel kişiliği ile kabul eden; bilgisinden, kütüphanesinden ve sohbetlerinden sonsuz fayda sağladığım hocam Sayın Prof. Dr. Ahmet T. BAŞOKUR'a (Ankara Üniversitesi) teşekkür ederim.

Tez izleme komitesi toplantıları için belirli aralıklarla şehir dışından seyahatlerle Ankara'ya gelen; verdiği fikirler ile tezin oluşmasında katkıları olan hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Ertan PEKŞEN'e (Kocaeli Üniversitesi), tez jürisindeki hocalarım Sayın Prof. Dr. Gülçin ÖZÜRLAN AĞAÇGÖZGÜ (İstanbul Teknik Üniversitesi) ve Sayın Doç. Dr. Selma KADIOĞLU'na (Ankara Üniversitesi), tez çalışmasının uluslararası makaleye dönüşmesi için verdiği destek ve fikirlerden dolayı Sayın Prof. Dr. Klaus SPITZER'e (TU Bergakademie Freiberg) teşekkür ederim. Kuriki Höyük kazı başkanı Sayın Yrd. Doç. Dr. Elif GENÇ (Çukurova Üniversitesi) ve kazı ekibine arazi çalışmalarında verdikleri arkeolojik bilgi ve yardımlardan dolayı teşekkür ederim.

Tez çalışması sırasında fikir alış-verişlerinde bulunduğum, haftalık yaptığımız makale toplantıları ile bilimsel açıdan kendimi zinde tutmama yardımcı olan "Jeofizik Modelleme Grubu" üyesi arkadaşlarım Erhan ERDOĞAN, İsmail DEMİRCİ, Özcan ÖZYILDIRIM ve Cem DEMİREL'e teşekkür ederim.

Doktora çalışmamın bir bölümünde bir yıl süre ile ziyarette bulunduğum "TU Bergakademie Freiberg, Institute of Geophysics and Geoinformatics" akademik personeline sıcak ve içten ev sahipliklerinden dolayı teşekkür ederim.

Zamanlarından çaldığım, kimi zaman ihmal ettiğim ama bunu hiçbir zaman sorun etmeyen, her zaman bana güvenen ve destekleyen canım anneme, babama, dedeme, babaanneme ve her türlü sorunuma katlanıp her an bana yardımcı olmak için çabalayan sevgili eşime sonsuz teşekkür ederim.

Son olarak, tez çalışmamın son zamanlarında hayatıma katılan, çalışmayı tamamlamak için ihtiyacım olan gücü veren, yoğun çalışma günlerinin ardından gün ışığı gülümsemesi ile beni karşılayıp bütün yorgunluğumu alan canım kızım Elif Nazlı GÜNDOĞDU'ya çok teşekkür ederim.

Bu tez çalışması Ankara Üniversitesi BAP Koordinasyon Birimi Koordinatörlüğü (10B4343003) ve TÜBİTAK (110Y343) no'lu projeler tarafından desteklenmiştir.

N. Yıldırım GÜNDOĞDU  
Ankara, Aralık 2013

## İÇİNDEKİLER

|  |     |
|--|-----|
| TEZ ONAY SAYFASI   |     |
| ETİK.....  | i   |
| ÖZET.....  | ii  |
| ABSTRACT .....   | iii |
| ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR.....   | iv  |
| SİMGELER DİZİNİ .....  | vi  |
| ŞEKİLLER DİZİNİ .....  | vii |
| ÇİZELGELER DİZİNİ .....  | ix  |
| 1. GİRİŞ .....   | 1   |
| 2. DOĞRU AKIM ÖZDİRENÇ YÖNTEMİNDE ÜÇ BOYUTLU DÜZ ÇÖZÜM... 8                |     |
| 2.1 Düz Çözüm Bağıntısı.....   | 8   |
| 2.2 Ayrıklaştırma.....   | 9   |
| 2.3 Sonlu Farklar Yöntemi ile 3B Modelleme.....                            | 10  |
| 2.4 Gerilim Alanının Çözümü ve Görünür Özdirenç Hesabı.....                | 13  |
| 2.5 Tekillik Sorunu .....  | 14  |
| 2.6 3B Düz Çözüm Algoritmasının Test Edilmesi .....                        | 16  |
| 3. PARALEL HESAPLAMA ve DÜZ ÇÖZÜM UYGULAMASI.....                          | 18  |
| 4. DOĞRU AKIM ÖZDİRENÇ YÖNTEMİNDE ÜÇ BOYUTLU TERS ÇÖZÜM22                  |     |
| 4.1 Tikhonov Düzgünleştiricisi.....  | 23  |
| 4.2 Ağırlıklı Ters Çözüm .....   | 24  |
| 4.3 Kısmi Türevler Dizeyinin Hesaplanması .....                            | 25  |
| 4.3.1 Kısmi türevler dizeyinin Broyden güncellemesi.....                   | 27  |
| 4.4 Durağanlaştırıcı Tanımları .....                                       | 28  |
| 4.5 Düzgünleştirici Parametresinin $\alpha$ seçimi.....                    | 31  |
| 4.6 Parametrik Fonksiyonelin Çözümü.....                                   | 32  |
| 4.6.1 Parametrik fonksiyonelin Gauss-Newton yöntemi ile çözümü .....       | 33  |
| 4.6.2 Parametrik fonksiyonelin eşlenik gradyan yöntemi ile çözümü .....    | 34  |
| 5. YAPAY VERİNİN ÜÇ BOYUTLU TERS ÇÖZÜMÜ .....                              | 37  |
| 5.1 Model 1: Gömülü Bir Oda ve Giriş Koridoru .....                        | 38  |
| 5.2 Model 2: Duvar-Blok .....  | 48  |
| 6. ARAZİ VERİSİNİN ÜÇ BOYUTLU TERS ÇÖZÜMÜ .....                            | 59  |
| 6.1 Çalışma Alanı ve Ölçülerin Toplanması .....                            | 59  |
| 6.2 3B Ters Çözüm ve Yorum .....   | 62  |
| 7. SONUÇLAR .....  | 72  |
| KAYNAKLAR .....  | 75  |
| EK 1 Sonlu Farklar Ayrıklaştırmasında Kullanılan Bağlantı Katsayıları..... | 81  |
| ÖZGEÇMİŞ.....  | 83  |

## SİMGELER DİZİNİ

|                                    |   |
|------------------------------------|---|
| $\sigma$                           | İletkenlik  |
| $\varphi$                          | Gerilim   |
| $J_s$                              | Akım yoğunluğu  |
| $I$                                | Akım  |
| $V$                                | Hacim   |
| $C$                                | Bağlantı katsayıları                                  |
| $\mathbf{C}$                       | Kapasitans dizeyi                                     |
| $\Phi$                             | Gerilim yöneyi  |
| $\mathbf{S}$                       | Kaynak yöneyi   |
| $k$                                | Geometrik faktör                                      |
| $\rho_a$                           | Görünür özdirenc                                      |
| $\Delta\varphi$                    | Gerilim farkı   |
| $f(\mathbf{m})$                    | Düz çözüm işleci                                      |
| $\mathbf{d}^{\ddot{o}}$            | Ölçülen veri yöneyi                                   |
| $\mathbf{d}^k$                     | Kuramsal veri yöneyi                                  |
| $\Delta\mathbf{d}$                 | Veri farklar yöneyi                                   |
| $\mathbf{m}$                       | Parametre yöneyi                                      |
| $P^\alpha(\mathbf{m}, \mathbf{d})$ | Parametrik fonksiyonel (parametric functional)        |
| $\Phi(\mathbf{m}, \mathbf{d})$     | Misfit fonksiyoneli                                   |
| $S(\mathbf{m})$                    | Durağanlaştırıcı (stabilizer)                         |
| $\alpha$                           | Düzenleştirici parametresi (regularization parameter) |
| $\mathbf{W}_d$                     | Veri ağırlık dizeyi                                   |
| $\mathbf{W}_m$                     | Model ağırlık dizeyi                                  |
| $\mathbf{W}_e$                     | Durağanlaştırıcılar için doğrusal işleç               |
| $\mathbf{A}$                       | Kısmi türevler dizeyi                                 |
| $\beta$                            | Eşlenik katsayısı                                     |



## ŞEKİLLER DİZİNİ

|   |    |
|---|----|
| Şekil 2.1 Hesaplama ağı.....  | 10 |
| Şekil 2.2 Sonlu farklar yönteminde hacim ayrıklaştırması .....  | 12 |
| Şekil 2.3 Düz çözüm algoritmasının test edilmesi için fay modeli.....   | 16 |
| Şekil 2.4 Fay modeli için analitik çözüm, tekil (+) ve tekil olmayan (tekilliğin kaldırıldığı) durumlar için hesaplanan görünür özdirençler .....   | 17 |
| Şekil 3.1 MATLAB Dağıtık hesaplama yönteminin işleyiş şeması .....  | 20 |
| Şekil 3.2 Dağıtık ve çok çekirdekli hesaplamaların bir arada kullanılması. ....   | 20 |
| Şekil 4.1 Düz çözüm ve ters çözüm .....   | 22 |
| Şekil 5.1 Özdirenç modeli. 3B görünüm (üstte) ve farklı derinlik seviyeleri için XY kesitleri (altta). ....   | 39 |
| Şekil 5.2 Farklı durağanlaştırıcılar için Model 1'in Gauss-Newton ters çözüm sonuçları .....  | 41 |
| Şekil 5.3 Farklı durağanlaştırıcılar için Model 1'in eşlenik gradyan ters çözüm sonuçları .....   | 42 |
| Şekil 5.4 SM durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları .....  | 44 |
| Şekil 5.5 MS durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları .....  | 45 |
| Şekil 5.6 ME1 durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları .....   | 46 |
| Şekil 5.7 Şekil 5.6'da verilen ME1 durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan ardışık çözüm sonucunda sadece $\rho > 175 \Omega.m$ için "isosurface" geçirilerek çizilen 3B özdirenç modeli. ....                    | 48 |
| Şekil 5.8 Özdirenç modeli. 3B görünüm (üstte) ve farklı derinlik seviyeleri için XY kesitleri (altta). ....   | 49 |
| Şekil 5.9 Farklı durağanlaştırıcılar için duvar-blok modelinin Gauss-Newton ters çözüm sonuçları.....   | 51 |
| Şekil 5.10 Farklı durağanlaştırıcılar için duvar-blok modelinin eşlenik gradyan ters çözüm sonuçları .....  | 52 |
| Şekil 5.11 SM durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları .....   | 55 |
| Şekil 5.12 MS durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları .....   | 56 |
| Şekil 5.13 ME1 durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları .....  | 57 |
| Şekil 5.14 Şekil 5.13'da verilen ME1 durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan ardışık çözüm sonucunda $\rho < 20 \Omega.m$ ve $\rho > 175 \Omega.m$ için "isosurface" geçirilerek çizilen 3B özdirenç modeli. .... | 58 |
| Şekil 6.1 Kuriki Höyük'ün genel görüntüsü ve çalışma alanının konumu .....  | 60 |
| Şekil 6.2 Ölçü profilleri ve elektrotların konumları .....  | 61 |
| Şekil 6.3 25 elektrot, 5 seviye pol-dipol sondaj-profil ölçüsünde görünür özdirenç veri noktaları .....   | 61 |
| Şekil 6.4 SM durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları ve yapı sınırları (siyah çizgi).....   | 63 |

|   |    |
|---|----|
| Şekil 6.5 MS durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları ve yapı sınırları (siyah çizgi).....   | 64 |
| Şekil 6.6 ME1 durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları ve yapı sınırları (siyah çizgi).....  | 65 |
| Şekil 6.7 SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcılı kullanılarak yapılan ardışık ters çözüm sonuçları ve yapı sınırları (siyah çizgi).....   | 66 |
| Şekil 6.8 Tüm ters çözüm yöntemleri ve durağanlaştırıcılar için ölçülen ve hesaplanan veri çakışması.....   | 67 |
| Şekil 6.9 Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık çözüm için farklı durağanlaştırıcılar kullanıldığında her bir yinelemedeki RMS değerleri.....  | 68 |
| Şekil 6.10 Şekil 6.7’de verilen ME1 durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan ardışık çözüm sonucunda sadece $\rho > 225 \Omega.m$ için “isosurface” geçirilerek çizilen 3B özdirenç modeli. .... | 70 |
| Şekil 6.11 Çalışma alanındaki kazı sonucunda bulunan duvar yapıları.....  | 71 |

## ÇİZELGELER DİZİNİ

|   |    |
|---|----|
| Çizelge 1.1 DAÖ verilerinin 3B ters çözümü için yapılan çalışmalarda kullanılan ters çözüm yöntemleri ve durağanlaştırıcılar .....                              | 6  |
| Çizelge 2.1 Farklı denklem çözücülerin işlemci zamanı açısından karşılaştırılması.....  | 13 |
| Çizelge 2.2 Ağ üzerinde iyileştirme sonucu değişen zaman ve hata değerleri .....  | 15 |
| Çizelge 3.1 Seri ve paralel hesaplama yöntemleri işlemci zamanları, hızlanma ve etkinlik değerleri .....  | 21 |
| Çizelge 4.1 Farklı durağanlaştırıcı fonksiyonel tanımları.....  | 29 |
| Çizelge 5.1 Gauss-Newton çözümlerine ait değerler .....   | 40 |
| Çizelge 5.2 Eşlenik gradyan çözümlerine ait değerler.....   | 40 |
| Çizelge 5.3 SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcıları kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık çözümlere ait değerler .....                       | 47 |
| Çizelge 5.4 Gauss-Newton çözümlerine ait değerler .....   | 50 |
| Çizelge 5.5 Eşlenik gradyan çözümlerine ait değerler.....   | 50 |
| Çizelge 5.6 Duvar-blok modeli için SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcıları kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık çözümlere ait değerler..... | 58 |
| Çizelge 6.1 Arazi verisi için SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcıları kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık çözümlere ait değerler .....     | 69 |

## 1. GİRİŞ

Jeofizik aramalar veri toplama, veri sunumu, veri işlem, yorum ve karar aşamalarından oluşur. Veri işlem aşamasında kullanılan bilgisayar yazılımları genellikle ters çözüm algoritmalarıdır. Bu işlem ile ilgilenilen fiziksel parametrenin yer altındaki değer ve dağılımı bulunur. Diğer bir deyişle nicel yorum yapılır.

Doğru akım öz direnç (DAÖ) yönteminde veri işlem aşamasında kullanılan ters çözüm algoritmaları, yer altı öz direnç yapısını bir, iki veya üç boyutlu kabul etmesine göre sınıflandırılır. Bir boyutlu (1B) algoritmalarda, yer altının tek düze ve izotrop tabakalardan oluştuğu varsayılır. İki boyutlu (2B) algoritmalarda yer altı öz direnç yapısının, sadece ölçü doğrultusu (profil) ve derinlik yönünde (x ve z yönleri) değişen bloklardan oluştuğu varsayılır. Gerçek yer altı yapısına en yakın temsili yapıldığı üç boyutlu (3B) algoritmalarda ise, öz direnç dağılımının bütün yönlerde (x, y ve z yönleri) değişen, kendi içinde tek düze ve izotrop küplerden veya tetrahedronlardan oluştuğu kabul edilir. 2B ve 3B ters çözüm algoritmalarında genellikle, ağı oluşturan elemanların belirli bir düzende sıralandığı düzenli ağlar kullanılmaktadır (Loke ve Barker 1996a, 1996b).

DAÖ çalışmalarında veri toplama aşaması çoğunlukla birbirine paralel sondaj-profil ölçüleri şeklinde yapılmaktadır. Bu verilerin değerlendirilmesi ve yorumu genellikle her bir profilin ayrı ayrı 2B ters çözümünün yapılması, profillere ait yer elektrik kesitlerinin elde edilmesi ve bunların birlikte görüntülenmesi şeklinde yapılmaktadır. Bu şekilde elde edilen sonuç modeli "yapma" bir 3B yer elektrik modeli olacaktır. Yer altının gerçek 3B yer elektrik modeli için 3B ters çözüm yapılması zorunludur.

Ters çözüm algoritmalarının ilk adımı olan düz çözüm, belirli bir model yapısı için kuramsal verinin hesaplanmasıdır. DAÖ yönteminde 3B modelleme kuramı çok daha öncelere dayanmasına rağmen, etkili bir 3B veri yorumlama günümüz hesaplama ve görüntüleme olanakları ile yapılabilmektedir.

DAÖ yönteminde ilk 3B modelleme çalışmaları Lee (1975), Daniels (1977) ve Dey ve Morrison (1979) tarafından yapılmıştır. Lee (1975), integral denklemi yöntemini kullanarak belirli bazı modeller için gerilim farkı hesabı yapmıştır. Daniels (1977) Barnett yüzey-integralini kullanarak gömülü elektrotlar için 3B bir modelleme yöntemi önermiştir. Dey ve Morrison (1979) tarafından, sonlu farklar yaklaşımı ile 3B modelleme yapılmıştır.

Pridmore vd. (1981) sonlu elemanlar, Xu vd. (1988) integral denklemleri, Spitzer (1995) sonlu farklar ve Zhao ve Yedlin (1996b) Chebyshev spektral sayısal çözüm yöntemlerini kullanarak 3B modelleme çalışmaları yapmışlardır. Spitzer ve Wurmstich (1999) modelleme algoritmalarında kullanılan farklı ayırıştırma yöntemleri ve denklem çözücülerin, doğruluk ve hızlarını karşılaştıran bir çalışma yapmışlardır. Spitzer (1998), sonlu farklar algoritmasını kullanarak yüzey ve gömülü kaynak için duyarlılık analizleri yapmıştır.

Kaynak etrafındaki tekillik sorunundan dolayı 2B ve 3B sayısal çözümdeki hataları gidermek için Lowry vd. (1989) ve Zhao ve Yedlin (1996a) çeşitli yaklaşımlar önermişlerdir.

Bing ve Greenhalgh (2001) farklı eleman türleri kullanarak geliştirdikleri 3B sonlu elemanlar algoritması ile doğruluk ve çeşitli düzey çözücüler ile etkinlik çalışması yapmışlardır. Wang ve Mezzatesta (2001), “sweeping-seed” kullanarak eşlenik gradyan ile çalışan bir 3B sonlu farklar modelleme çalışması yapmışlardır. Li ve Spitzer (2002) 3B sonlu elemanlar ve sonlu farklar algoritmalarını karşılaştırmışlardır. Ma (2002) sınır eleman yöntemini kullanarak tabakalı ortamlarda gömülü yapılar için 3B modelleme çalışması yapmıştır. Wu vd. (2003), ikincil potansiyel tanımını, Boulanger ve Chouteau (2005), şarj yükü yoğunluğunu kullanarak 3B modelleme çalışmaları yapmışlardır. Marescot vd. (2006), sonlu elemanlar çözümü kullanarak laboratuvar ortamında 3B modelleme çalışması yapmışlardır. Blome vd. (2008) bilinmeyen sayısını azaltan farklı bir sınır koşulu (open boundary) ve topoğrafyalı ortam durumunda tekillik sorununu ortadan kaldırmak için yeni bir sayısal yöntem önermişlerdir. Plattner vd. (2009) 3B

çalışmalarındaki işlem fazlalığını göz önünde bulundurarak, en uygun iş/doğruluk oranını uyarlanmış dalgacık (adaptive wavelet) algoritması ile bulmaya çalışmışlardır.

İlk olarak 3B ters çözüm algoritmaları, “ridge regression” yöntemi kullanılarak Petrick vd. (1981) ve pol-pol elektrot diziliminde toplanmış verilerin en küçük kareler yöntemi ile ters çözümü için Park ve Van (1991) tarafından geliştirilmiştir. Dabas vd. (1994) Born ve “localized non-linear (LN)” yaklaşımlarını içeren en küçük kareler yöntemini kullanarak bir çalışma yapmışlardır. Ellis ve Oldenburg (1994) pol-pol dizimli verilerin 3B ters çözümünde, doğrusal olmayan parametrik fonksiyoneli, eşlenik gradyan yöntemi ile en-küçüklemiştir ve parametrik fonksiyonelin türevini hesaplamak için “adjoint equation” yöntemini kullanmışlardır.

Zhang vd. (1995) eşlenik gradyan yöntemini kullanmışlar ve hesaplama zamanını azaltmak için önerilerde bulunmuşlardır. Loke ve Barker (1996b), arazi çalışmalarında ve 3B ters çözüm algoritmalarında bazı kullanışlı yöntemler önermişlerdir. Brunner vd. (1999) veri sayısının fazla olduğu durumlar için önerdikleri SIRT (simultaneous iterative reconstruction technique) yöntemini kullanarak 3B görüntüleme çalışması yapmışlardır. Tsourlos ve Ogilvy (1999) OCCAM ters çözümü kullanarak geliştirdikleri sonlu elemanlar algoritmasını, karşılıklı kuyu içinde (crosshole) toplanan özdirenç ve yüklenebilirlik verilerini değerlendirmek için kullanmışlardır. Pain vd. (2002) geliştirdikleri 3B sonlu elemanlar ters çözüm algoritmasını pol-pol elektrot dizilimi ile elde edilen yapay veri ile test etmişlerdir. Algoritmada en küçük kareler yöntemini kullanmışlar ve yuvarlatma operatörleri, düzgünleştirici, veri ağırlıklandırma işlemlerinin etkilerini araştırmışlardır. Oldenborger vd. (2007), 2B çalışmalarda kullanılan araştırma derinliği kavramını (depth of investigation index – DOI) 3B çalışmalara araştırma hacimi olarak uygulamışlar (volume of investigation index VOI) ve algoritmalarını zamana bağlı özdirenç ölçülerinde test etmişlerdir.

Papadopoulos vd. (2007, 2011) farklı yönlerde (x, y, hem x hem de y) 2B paralel profiller boyunca ölçülen verileri geliştirdikleri 3B ters çözüm algoritmasında değerlendirerek, yaklaşık 3B ve 3B özdirenç modellerini karşılaştırmışlardır. Algoritmalarında duyarlılık (Jacobian, sensitivity) düzeyinin güncellemesi için quasi-

Newton yöntemini kullanmış ve arkeolojik alanda gömülü yapılar için test etmişlerdir. Pidlisecky vd. (2007), açık kaynak kodlu, MATLAB tabanlı 3B bir Gauss-Newton ters çözüm algoritmasını yüzey ve kuyu yapay verileri ile test etmişlerdir. Alaia vd. (2008) daha önce 2B çalışmalara uyguladıkları olasılık tomografisi (probability tomography) algoritmalarını arkeolojik alanlarda 3B çalışmalarda kullanmışlardır. Marescot vd. (2008), farklı yuvarlatma operatörleri ve ön bilginin olup olmaması durumunu araştırdıkları bir eşlenik gradyan algoritmasını laboratuvar ortamında test etmişlerdir.

Yer altı yapısının, 3B modelleme ile gerçeğe daha yakın olarak temsil edilmesinin yanı sıra yüzey topoğrafyasının ölçü alanına uygun bir şekilde algoritmaya katılması da önemlidir. Günümüzde kullanılan birkaç algoritma dışında yüzey topoğrafyası düz olarak kabul edilir. Yüzey topoğrafyasının temsili için genelde sonlu elemanlar ile 2B algoritmalarda üçgen, 3B algoritmalarda dört üçgen yüzlü (tetrahedron) eleman kullanılmaktadır. Üçgen ve tetrahedron elemanlar yüzey topoğrafyasının düzgün olarak temsil edilmesine ek olarak, yer altı öz direnç dağılımını da (tabaka geçişleri, jeolojik yapılar, hedef yapının daha iyi sınırlandırılması vb.) daha iyi çözmeye yardımcı olmaktadır.

İlk olarak, Holcombe ve Jiracek (1984), topoğrafyalı ortamları, ortam etkisini düzelten bir yaklaşım ile sayısal çözüme eklemişlerdir. Topoğrafyalı ortamları ters çözüm algoritmasına ekleyen çalışma ise Sasaki (1994) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada, her bir küp eleman 5 tetrahedron elemana bölünmüştür ve en küçük kareler yöntemi kullanılmıştır. Yi vd. (2001) ters çözüm algoritmasında topoğrafyayı çözüme ekledikleri çalışmalarında “active constraint balancing” adını verdikleri bir yöntemi önermişlerdir. Rucker vd. (2006), yapısal olmayan tetrahedral ağlar ile karmaşık topoğrafyalı modeller için 3B modelleme yapmışlardır. Dizey çözücü olarak farklı ön koşulları karşılaştırarak “incomplete cholesky conjugate gradient-ICCG” yöntemini kullanmışlardır. Günther vd. (2006), Rucker vd. (2006) modelleme algoritmasını kullanarak, topoğrafyalı ters çözüm algoritması önermişlerdir. Bu çalışmada Gauss-Newton yöntemini kullanmışlardır. Zhou vd. (2009), “Gaussian quadrature grids” yöntemiyle, Ren ve Tang (2010) ise tetrahedral elemanlar kullanarak 3B modelleme algoritmaları

geliştirmişlerdir. Ren ve Tang (2010), algoritma içinde model ağının amaca uygun olarak yeniden tasarlanması (mesh refinement) için yeni bir yöntem önermişlerdir.

Papadopoulos vd. (2010), topoğrafyalı ortamlar için 3B bir Gauss-Newton en küçük kareler yöntemi kullanarak tümölüs üzerinde ölçtükleri verileri değerlendirmişlerdir.

3B çalışmalarda toplanan fazla sayıda verinin aynı anda algoritmada değerlendirilmesi, yer altı yapısının daha detaylı ve doğru çözümlenmesi amacıyla parametre olarak kullanılan elemanların çokluğu nedeniyle 3B algoritmaların hesaplama zamanı oldukça fazladır. Bu hesaplama zamanını azaltmak amacıyla paralel programlama yöntemleri kullanılabilir. Birçok bilim dalındaki araştırmalarda sıkça kullanılmaya başlanan paralel programlama yöntemleri, jeofizik çalışmalarda da oldukça yenidir. Loke vd. (2010) 2B DAÖ çalışmaları için GPU (Graphics Processor Unit), Maris ve Wannamaker (2010) ise 3B MT ters çözüm algoritmasında çok çekirdekli işlemci teknolojisini kullanarak paralel programlama yöntemini kullanmışlardır.

Çizelge 1.1’de DAÖ verilerinin 3B ters çözümü için yapılan çalışmaların başlıcaları bir arada gösterilmiştir. Bu çizelgede de görölmektedir ki; yapılan çalışmaların tamamında ters çözüm yöntemi olarak türev tabanlı yöntemlerden Gauss-Newton veya eşlenik gradyan yöntemi kullanılmıştır. Daha dikkat çekici bir nokta ise, tüm çalışmalarda durağanlaştırıcı fonksiyonel olarak yuvarlatıcılı durağanlaştırıcı (smoothing stabilizer – SM) kullanılmıştır.



Çizelge 1.1 DAÖ verilerinin 3B ters çözümü için yapılan çalışmalarda kullanılan ters çözüm yöntemleri ve durağanlaştırıcılar

|                                  | <b>Sayısal Çözüm Yöntemi</b> | <b>Ters Çözüm Yöntemi</b> | <b>Durağanlaştırıcı</b> |
|----------------------------------|------------------------------|---------------------------|-------------------------|
| <b>Park ve Van (1991)</b>        | Sonlu farklar                | Gauss-Newton              | -                       |
| <b>Sasaki (1994)</b>             | Sonlu elemanlar              | Gauss-Newton              | SM                      |
| <b>Ellis ve Oldenburg (1994)</b> | Sonlu farklar                | Eşlenik gradyan           | SM                      |
| <b>Loke ve Barker (1996)</b>     | Sonlu farklar                | Gauss-Newton              | SM                      |
| <b>Pain vd. (1992)</b>           | Sonlu elemanlar              | Gauss-Newton              | SM                      |
| <b>Günther vd. (2006)</b>        | Sonlu elemanlar              | Gauss-Newton              | SM                      |
| <b>Papadopoulos vd. (2007)</b>   | Sonlu farklar                | Gauss-Newton              | SM                      |
| <b>Pidlisecky vd. (2007)</b>     | Sonlu elemanlar              | Eşlenik gradyan           | SM                      |

Bu tez çalışmasının amacı, DAÖ verilerinin 3B ters çözümünü yapan yeni bir algoritma geliştirmektir. Bu algoritma geliştirilirken, ters çözüm yönteminde sıkça kullanılan türev tabanlı yöntemlerin çözüme etkisi tartışılarak, çözüm için yeni bir yöntem önerilmiştir. Ayrıca doğrusal olmayan problemlerin çözümünde kullanılan parametrik fonksiyonelin içerdiği durağanlaştırıcı için var olan algoritmaların kullanmadığı farklı tanımlar kullanılmış ve çözüm üzerindeki etkisi araştırılmıştır.

Genel olarak bir ters çözüm algoritması; düz çözüm, kısmi türevler dizeyinin (Jacobian, duyarlılık) hesaplanması ve parametrik fonksiyonelin çözümü bölümlerinden oluşur.

Kuramsal veri hesabının yapıldığı düz çözüm tezin ikinci bölümünde anlatılmıştır. Kullanılan bağıntılar ve sayısal çözüm yöntemi olan sonlu farklar yöntemi açıklanmıştır. 3B çalışmalarda karşılaşılan tekillik sorunu ve giderilmesi hakkında bilgiler verilmiştir. Geliştirilen düz çözüm algoritması, fay modelinin analitik çözümü ile test edilmiştir.

Tezin özgün bölümlerinden birini oluşturan paralel hesaplama, üçüncü bölümde yer almıştır. Paralel hesaplama hakkında genel bilgiler ve algoritmanın düz çözüm bölümünde yer alan paralel hesaplama teknikleri detaylı olarak bu bölümde anlatılmıştır. Paralel hesaplamanın işlemci zamanı üzerindeki etkisi farklı örneklerle irdelenmiştir.

Kısmi türevler düzeyinin hesaplanmasına dördüncü bölümde yer verilmiştir. Şimdiye kadar, DAÖ verilerinin 3B ters çözümü için geliştirilen düzgünleştiricili ters çözüm algoritmalarında model parametrelerinin L2-normu veya yuvarlatıcılı durağanlaştırıcısı kullanılmıştır. Tezin diğer bir özgün bölümü, DAÖ verilerinin 3B ters çözümünde önceden kullanılmamış olan farklı durağanlaştırıcı fonksiyonları geliştirilen algoritma ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca, geliştirilen algoritma ile parametrik fonksiyonelin çözümünde çözücü olarak kullanılan Gauss-Newton ve eşlenik gradyan (conjugate gradient) yöntemleri detaylı olarak ele alınmıştır.

Beşinci bölümde, geliştirilen algoritmanın yapay veri ile test edilmesi yer almaktadır. Arkeolojik alanlarda sıkça karşılaşılan yapıları temsil eden farklı modeller kullanılarak ters çözüm algoritması farklı çözüm yöntemleri için denenmiştir. Ayrıca farklı durağanlaştırıcı tanımlarının algoritma üzerindeki etkisi karşılaştırmalı olarak bu bölümde ele alınmıştır.

Altıncı bölümde bir arkeolojik alan üzerinde toplanan arazi verisi için geliştirilen ters çözüm algoritmasının kullanılabilirliği gösterilmiştir.

Tezin son bölümü olan yedinci bölümde, elde edilen sonuçlar tartışılmıştır.

Tez kapsamında, DAÖ verilerinin 3B ters çözümünü yapan yeni bir algoritma MATLAB' da geliştirilmiştir. Candansayar (2008)'in manyetotellürik verilerin 2B ters çözümünde önerdiği iki çözücünün ardışık kullanımının başarısı, DAÖ verilerinin 3B ters çözümünde incelenmiştir. Önceki çalışmalardan farkı olarak, geliştirilen algoritma ile ilk kez SM dışında farklı durağanlaştırıcı tanımlarının ters çözüme etkisi Gauss-Newton ve eşlenik gradyan çözücüleri için incelenmiştir. Ayrıca, DAÖ verilerinin 3B ters çözümünde ilk kez Gauss-Newton ve eşlenik gradyan çözücülerinin ardışık kullanımı bu tezde önerilmiştir.

## 2. DOĞRU AKIM ÖZDİRENÇ YÖNTEMİNDE ÜÇ BOYUTLU DÜZ ÇÖZÜM

Düz çözüm, belirli bir model yapısı için kuramsal verinin (model yanıtı) hesaplanmasıdır. Model yapısını temsil eden model parametreleri  $\mathbf{m}$ , düz çözüm işleci  $f$  ve kuramsal veri  $\mathbf{d}^k$  olarak ifade edilirse, düz çözüm basitçe,

$$\mathbf{d}^k = f(\mathbf{m}) \quad (2.1)$$

olarak ifade edilebilir.

Düz çözüm algoritmaları, jeofizik verilerinin yorumunda kullanılan ters çözüm algoritmalarının bir parçasıdır. Arazide ölçülen veriye benzeştirilmeye çalışılan kuramsal veri, düz çözüm işlemi elde edilir. Ayrıca düz çözüm algoritmaları tek başlarına bir modelleme aracı olarak da kullanılırlar. Görüntülenmek istenilen yer altı yapısının olası cevabının nasıl olacağı, hangi arazi parametreleri ile daha iyi bir sonuç alınabileceği vb. soruların cevapları düz çözüm algoritmaları ile bulunabilir. Bu nedenle düz çözüm işlemi modelleme olarak da adlandırılır.

### 2.1 Düz Çözüm Bağıntısı

DAÖ yönteminde 3B modellemede aşağıdaki Poisson denklemi kullanılmaktadır:

$$-\nabla \cdot (\sigma(x, y, z) \nabla \varphi(x, y, z)) = \nabla \cdot \mathbf{J}_s \quad (2.2)$$

Burada  $\vec{\mathbf{J}}_s$  kaynak civarında akım yoğunluğudur. 3B uzayda herhangi bir  $(x_s, y_s, z_s)$  noktasından uygulanan  $I$  akımı için,

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{J}}_s = I \delta(x - x_s) \delta(y - y_s) \delta(z - z_s) \quad (2.3)$$

şeklindedir.

(2.2) denkleminde bilinmeyen, gerilim dağılımıdır  $(\varphi(x, y, z))$ . Sadece kaynak çevresinde geçerli ve sürekli olan bu denklem, elektromanyetik teoremin temelini

oluşturan Maxwell denklemlerinden elde edilir. Poisson denkleminin ayrıntılı olarak elde edilişi Candansayar (1997) ve Gündoğdu (2005) tarafından verilmiştir.

(2.2) denklemi ile verilen denklem düz çözüm bağıntısı olarak da ifade edilir. Bu düz çözüm bağıntısı aşağıdaki sınır koşulları kullanılarak çözülür.

1.  $\varphi(x, y, z)$  gerilimi,  $\sigma(x, y, z)$  iletkenlik dağılımının her sınırında sürekli olmalıdır.
2.  $\vec{J}_s$  akım yoğunluğunun normal bileşeni her sınırdaki sürekli olmalıdır (Dey ve Morrison 1979).

Denklem (2.2) sürekli bir fonksiyondur. Sürekli bir fonksiyonun sayısal olarak çözülebilmesi için ilk önce çözüm bölgesinin (alan veya hacim) ayrıklaştırılması gerekmektedir.

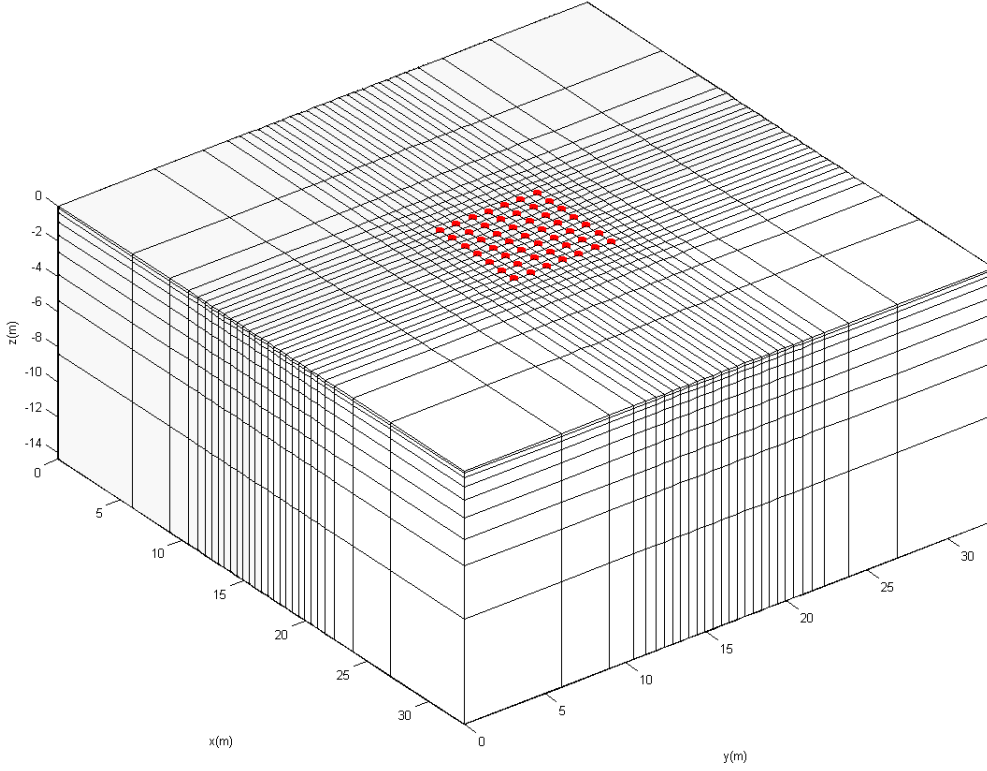
## 2.2 Ayrıklaştırma

Ayrıklaştırma ile bir ağ yapısı elde edilir. Sayısal çözümde kullanılan ağlar, yapısal ve yapısal olmayan ağlar olmak üzere ikiye ayrılırlar. Yapısal ağlar, düğüm noktaları belirli bir düzen içinde, grid çizgilerinin kesim noktalarında bulunan ağlardır. Bu ağlarda hücrelere ve/veya düğüm noktalarına ve onların komşularına erişim oldukça hızlıdır. Bu nedenle yapısal ağların kullanıldığı algoritmalarda hafıza daha etkili olarak kullanılır. Ancak yapısal ağlar karmaşık yapıların temsiline çok fazla tercih edilmemektedir. Sınır geçişlerinin temsili tam sağlanamadığından sayısal çözüm bir miktar hata içerir. Bu sorunu aşmak için ağ daha fazla eleman ile oluşturulabilir. Fakat bu işlem hesaplama zamanının oldukça artmasına neden olur. Diğer bir yöntem kullanılan elemanın, sınırın şekline göre esnetilmesidir (stratigrafik grid). Ancak bu yöntem de ek matematik zorluklar getirmektedir (Frank 2006).

3B karmaşık modeller için analitik çözüm olası değildir. Bu nedenle sayısal yöntemler kullanılır. Sonlu farklar (SF) ve sonlu elemanlar (SE) en çok kullanılan sayısal yöntemlerdir. İki yönteminde kendine özgü üstün ve zayıf yanları bulunmaktadır. Tez

çalışması kapsamında geliştirilen algoritmada SF yöntemiyle ayrıklaştırma kullanılmıştır.

Şekil 2.1’de 49 elektrot (7x7) için oluşturulan bir hesaplama ağı verilmiştir. Her bir elektrot arası iki blok ile temsil edilmiştir. Sınır koşullarının uygulanması amacıyla ölçüm alanının dışına x- ve y-yönlerinde büyüklükleri giderek artan bloklar (8’er adet) yerleştirilmiştir. Aynı şekilde z-yönündeki blokların büyüklükleri de derinlikle artmaktadır. Verilen hesaplama ağı 7056 blok ve 8410 düğüm noktasından oluşmaktadır.



Şekil 2.1 Hesaplama ağı (Kırmızı noktalar elektrot yerlerini göstermektedir)

### 2.3 Sonlu Farklar Yöntemi ile 3B Modelleme

Sonlu farklar (SF) yöntemi, diferansiyel denklemlerin çözümünde en çok kullanılan sayısal yöntemlerden biridir. DAÖ yöntemi 3B modellemede SF ile ilk uygulama Dey ve Morrison (1979) tarafından yapılmıştır. Tez çalışması kapsamında geliştirilen sonlu

farklar algoritmasında Dey ve Morrison (1979) tarafından önerilen hacim ayrıklaştırılması kullanılmıştır.

SF yöntemine uygun olarak oluşturulan ayrık bir yer modelinin her düğüm noktası (hesaplama ağı) için (2.2) bağıntısı yazılır. Bu işlem  $\Delta\varphi$  gibi bir hacim içerisinde kalan her düğüm noktası için geçerlidir. Hesaplama ağının içindeki her düğüm noktası için bu hacim,

$$\Delta V = \frac{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \cdot (\Delta y_j + \Delta y_{j-1}) \cdot (\Delta z_k + \Delta z_{k-1})}{8} \quad (2.4)$$

ve yüzeydeki ( $z \rightarrow 0$ ) her düğüm noktası için,

$$\Delta V = \frac{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \cdot (\Delta y_j + \Delta y_{j-1}) \cdot \Delta z_k}{8} \quad (2.5)$$

olacaktır (Dey ve Morrison 1979).

SF yönteminde çözülecek olan diferansiyel denklem fark denklemleri ile ifade edilir. Hesaplama ağındaki bir nokta  $(i, j, k)$  için (2.2) denkleminde gerilim değerinin çözümü,

$$C_U \varphi_{i,j,k-1} + C_D \varphi_{i,j,k+1} + C_L \varphi_{i-1,j,k} + C_R \varphi_{i+1,j,k} + C_F \varphi_{i,j-1,k} + C_B \varphi_{i,j+1,k} + C_P \varphi_{i,j,k} = I \delta(x - x_s) \delta(y - y_s) \delta(z - z_s) \quad (2.6)$$

şeklindedir. Bu ifadenin ayrıntılı elde edilişi Dey ve Morrison (1979)'da verilmiştir.

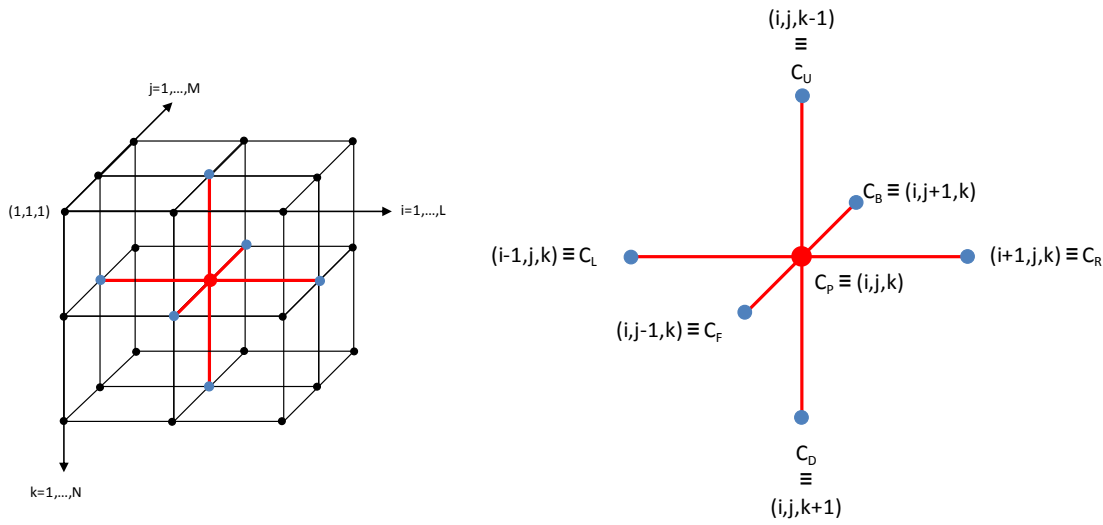
(2.6) bağıntısında bulunan ve fark denklemlerini içeren  $C$  bağlantı katsayılarının indisleri, gerilim değeri çözülen  $(i, j, k)$  düğüm noktasının komşu düğüm noktalarını ifade etmektedir (Şekil 2.2). Bu bağlantı katsayılarının açık ifadesi EK 1'de verilmiştir.

Bir önceki bölümde açıklanan sınır koşullarının, hesaplama ağında temsil edilebilmesi için ağın boyutlarına göre yeterince uzaklıkta sınırlar kullanılır. Sınır bölgelerindeki düğüm noktalarına ait (alt, sol, sağ, arka ve ön yüzeyler, tüm kenar ve köşe noktaları)

bağlantı katsayılarının hesabındaki hataları gidermek için Dey ve Morrison (1979) karışık sınır koşulu kullanmışlardır:

$$\frac{\partial \varphi(x, y, z)}{\partial \eta} + \frac{\gamma \varphi(x, y, z)}{r} = 0 \quad , \quad \gamma = \cos \theta \quad (2.7)$$

Burada  $\theta$ , akım kaynağının bulunduğu nokta ile sınır noktasının arasındaki radyal uzaklık ( $r$ ) ile sınır noktasının dışa doğru normali ( $\eta$ ) arasındaki açıdır.



Şekil 2.2 Sonlu farklar yönteminde hacim ayrıklaştırması

Hesaplama ağının tüm noktaları için ( $i = 1, \dots, L ; j = 1, \dots, M ; k = 1, \dots, N$ ) hesaplanan bağlantı katsayıları, kapasitans dizeyinin oluşturulmasında kullanılır. Katsayı değerleri, bilinmeyen gerilim değerleri ve kaynak arasındaki ilişki

$$\mathbf{C}_{(LMN \times LMN)} \boldsymbol{\Phi}_{(LMN \times 1)} = \mathbf{S}_{(LMN \times 1)} \quad (2.8)$$

şeklinde dizelerle ifade edilir. Hacim ayrıklaştırması ile elde edilen kapasitans dizeyinin ( $\mathbf{C}$ ) en fazla 7 adet sıfırdan farklı elemanı bulunmaktadır (Dey ve Morrison 1979, Spitzer 1995).

## 2.4 Gerilim Alanının Çözümü ve Görünür Özdirenç Hesabı

Ayrıklaştırılmış yer altı modeli için elde edilen (2.8) dizey denkleminin çözümü için temel olarak yapılması gereken işlem, kapasitans dizeyinin tersinin alınarak çarpan olarak diğer tarafa geçirilmesidir. Ancak 3B çalışmalarda bu dizeyin boyutu oldukça büyüktür ve dizey tersleme işlemi çok zaman almaktadır. Bu nedenle dizey denklemlerinin çözümü doğrudan veya yinelemeli yöntemler kullanılarak yapılır. DAÖ yöntemi 3B modellemede kullanılan denklem çözücüler Spitzer ve Wurmsitch (1995) tarafından karşılaştırılmıştır.

Bu çalışmada da birkaç yöntemin karşılaştırılması yapılmıştır. Algoritma MATLAB yazılım dilinde geliştirilmiştir. MATLAB yazılım dilinin hazır kütüphanelerinde bulunan LU ayrıklaştırma, Cholesky ayrıklaştırma ve ön-koşullu eşlenik gradyan (precondition conjugate gradient-PCCG) programları kullanılmıştır. Sayısal sonuçlar aynı olmasına rağmen, işlem sürelerinin oldukça farklı ve uzun oldukları görülmüştür. Üç yöntem arasında en hızlısı ön-koşullu eşlenik gradyandır. Daha sonra hazır kütüphane fonksiyonlarından vazgeçilerek amaca uygun bir ön-koşullu eşlenik gradyan algoritması yazılmıştır. Ön-koşul olarak SSOR (Symmetric Successive Overrelaxation Method) kullanılmıştır. SSOR ön koşulu, terslenmek istenen dizeyin, alt (**E**) ve üst (**F**) üçgenleri ile köşegen elemanları (**D**) kullanılarak;

$$PC_{SSOR} = ((\mathbf{D} - \mathbf{E})\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{D} - \mathbf{F}))^{-1} \quad (2.9)$$

ile verilir. Yeniden yazılan bu algoritma ile işlem süresinde oldukça iyileştirme kaydedilmiştir (Çizelge 2.1).

Çizelge 2.1 Farklı denklem çözücülerin işlemci zamanı açısından karşılaştırılması (7056 blok, 8410 düğüm noktası)

| Denklem çözücü                | CPU zamanı (s) |
|-------------------------------|----------------|
| LU (MATLAB Kütüphanesi)       | 129.9          |
| Cholesky (MATLAB Kütüphanesi) | 18.2           |
| PCCG (MATLAB Kütüphanesi)     | 13.6           |
| PCCG                          | 5.7            |



Dizey denklem sisteminin çözümü ile bilinmeyen gerilim değerleri elde edilir. Yüzeyden yapılan ölçümlerde sadece yüzeydeki düğüm noktalarına ait gerilim değerleri kullanılarak görünür öz direnç hesabı yapılır. Gerilim değerleri ve kullanılan akım değerleri ile görünür öz direnç arasındaki ilişki şu şekilde verilir:

$$\rho_a = k \frac{\Delta\varphi}{I} \quad (2.10)$$

Bu denklemde  $k$ , ölçümde kullanılan elektrotların yer yüzündeki geometrisine bağlı bir katsayıdır (geometrik faktör).  $A$  ve  $B$  akım elektrotları,  $M$  ve  $N$  gerilim elektrotları olmak üzere,

$$k = 2\pi / (1/|\overline{AM}| - 1/|\overline{BM}| - 1/|\overline{BN}| + 1/|\overline{AN}|) \quad (2.11)$$

şeklinde hesaplanır. Bu şekilde ters çözüm işlemi için gerekli olan iki veri kümesinden biri olan kuramsal veri elde edilmiş olur.

## 2.5 Tekillik Sorunu

Tekillik (singularity), eliptik kısmi türevli denklemlerin sayısal çözümünde, etki fonksiyonun yumuşak davranışlı olmamasından kaynaklanan ve sayısal çözümde hataya neden olan bir sorundur.

DAÖ yönteminde 3B düz çözüm bağıntısı olarak verilen (2.2) denkleminin sağ tarafında bulunan ve etki fonksiyonu olarak adlandırılan kaynak terimi yumuşak bir davranış göstermemekte, kaynağın bulunduğu düğüm noktasında ani iniş-çıkışlar göstermektedir. Bu durum kaynak etrafında sayısal çözümde hatalara neden olmaktadır.

Sayısal çözümde hataya neden olan tekillik sorunun ortadan kaldırılması için bir çok yöntem önerilmiştir. Bu yöntemler genel olarak ağ üzerinde iyileştirme ve matematik yöntemler olarak ikiye ayrılabilir.

Ağın sık elemanlar ile temsil edilmesi, elektrot aralarının çok sayıda elemana bölünmesi, sınır elemanlarının sayılarının artırılması gibi ağ üzerinde yapılacak

iyileştirme yöntemleri, sayısal çözümdeki doğruluğu arttırmakta ancak hesaplama zamanını oldukça arttırmaktadır. Özellikle 3B modellemede bu süre oldukça fazladır. Bu nedenle ağ üzerinde iyileştirme çok fazla kullanılmamaktadır.

Örnek olarak 49 (7x7) elektrottan oluşan bir ölçü sistemi için iki elektrotlar arasının iki blok yerine 4 blok ile temsil edilmesiyle yüzde bağıl hata 8.1'den 4.1'e düşmektedir. Ancak işlemci zamanı 5.7 s'den 11.2 s'ye çıkmaktadır (Çizelge 2.2).

Çizelge 2.2 Ağ üzerinde iyileştirme sonucu değişen zaman ve hata değerleri

| Elektrot sayısı | Elektrotlar arası blok sayısı | Toplam blok | CPU zamanı (s) | Hata (%)   |
|-----------------|-------------------------------|-------------|----------------|------------|
| 49              | 4                             | 14400       | 11.2           | <b>4.1</b> |
| 49              | 2                             | 7056        | 5.7            | 8.1        |
| 49              | 1                             | 4356        | <b>2.1</b>     | 13.1       |

Lowry vd. (1989), kaynak teriminin ortadan kaldırılması için (2.2) ile verilen düz çözüm bağıntısındaki gerilim değerlerini, tekil durum ( $\varphi_p$ ) ve tekil olmayan durum ( $\varphi_s$ ) için ikiye ayırmıştır:

$$\varphi(x, y, z) = \varphi_p(x, y, z) + \varphi_s(x, y, z) \quad (2.12)$$

Burada;

$$\varphi_p(x, y, z) = \frac{I}{2\pi\bar{\sigma}r} \quad (2.13)$$

ile verilir ve analitik çözüm olarak da tanımlanabilir.  $r$ , tekillikten (kaynaktan) uzaklık,  $\bar{\sigma}$ , ortamın ortalama iletkenliğidir:

$$\bar{\sigma} = \sum_{i,j,k=1}^{L,M,N} \frac{\sigma_{i,j,k}}{LMN} \quad (2.14)$$

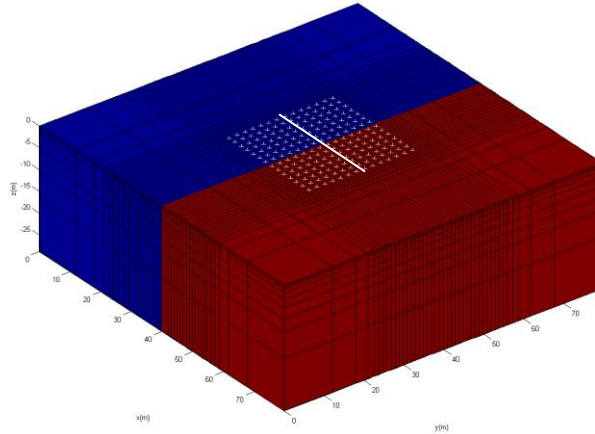
(2.2) bağıntısı ( $\varphi_p$ ) ve ( $\varphi_s$ ) için iki defa yazılır ve taraf tarafa çıkarılır ise;

$$-\nabla \cdot (\sigma(x, y, z)\nabla\varphi_s(x, y, z) + [\sigma(x, y, z) - \bar{\sigma}]\nabla\varphi_p(x, y, z)) = \mathbf{0} \quad (2.15)$$

elde edilir. Bu ifadede kaynak terimi bulunmamaktadır ve bilinmeyen sadece tekil olmayan duruma ait gerilim değerleridir ( $\varphi_s$ ). Fark denklemleri ve katsayı dizeyi bu bağıntı için kurularsa, tekil olmayan duruma ait gerilim değerleri elde edilmiş olur ve tekillik sorunu ortadan kalkar.

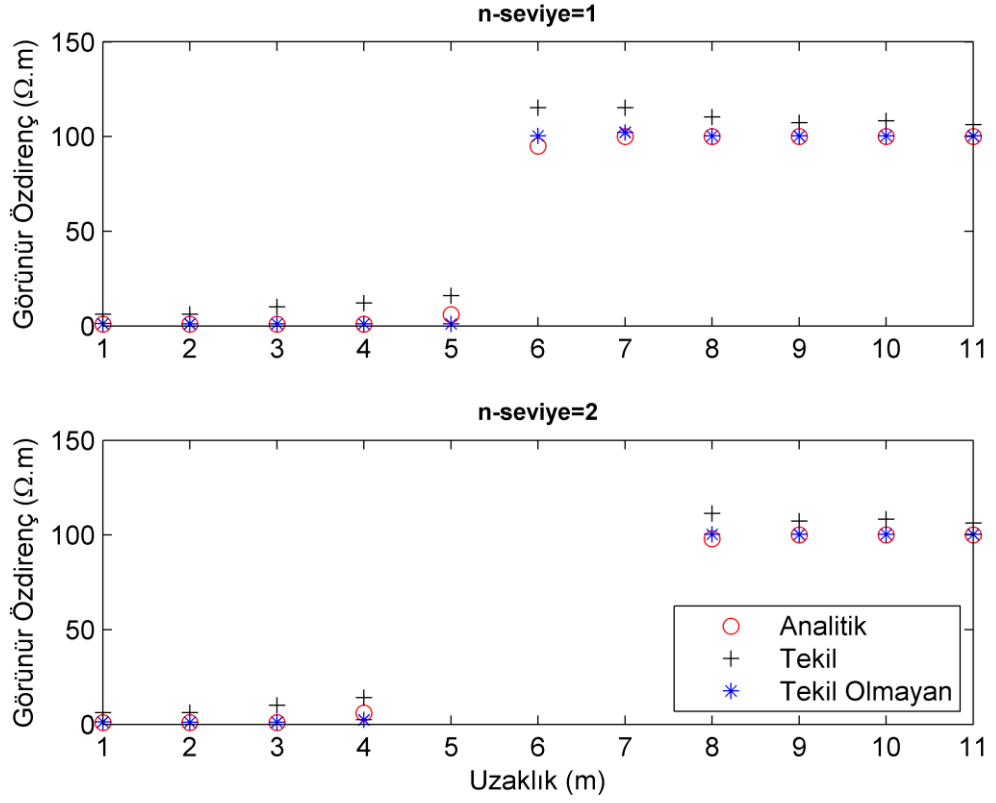
## 2.6 3B Düz Çözüm Algoritmasının Test Edilmesi

Geliştirilen düz çözüm algoritmasının test edilmesi için analitik çözümü Van Nostrand ve Cook (1966) tarafından verilen fay modeli kullanılmıştır. 1  $\Omega.m$  ve 100  $\Omega.m$  öz dirence sahip iki bloktan oluşan fay modeli (Şekil 2.3) için hesaplanan görünür öz direnç değerleri bu model için yapılan analitik çözüm sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Tekillik sorununun olduğu ve kaldırıldığı durum için düz çözüm iki defa yapılmıştır. Şekil 2.4'te birinci ve ikinci seviyeler için analitik çözüm, tekil ve tekil olmayan durumlar için hesaplanan görünür öz dirençlerin karşılaştırılması verilmiştir. Birinci seviye için tekil durumda yüzde bağıl hata %14.7'dir. Tekilliğin kaldırılması ile bu değer %3.2'ye düşmüştür. İkinci seviye için ise tekil durumda yüzde bağıl hata %11.7, tekil olmayan durumda ise %2.2'dir. Tekillik sorununun kaldırılması ile elde edilen kuramsal öz direnç değerleri analitik çözüme oldukça yakındır (Şekil 2.4).



Şekil 2.3 Düz çözüm algoritmasının test edilmesi için fay modeli

(Lacivert bloğun öz direnci 1  $\Omega.m$ , kırmızı bloğun öz direnci 100  $\Omega.m$ 'dir. Beyaz noktalar elektrot yerlerini, beyaz çizgi karşılaştırma yapılan görünür öz dirençlerin ait olduğu profili göstermektedir)



Şekil 2.4 Fay modeli için analitik çözüm, tekil (+) ve tekil olmayan (tekilliğin kaldırıldığı) durumlar için hesaplanan görünür özdirençler

### 3. PARALEL HESAPLAMA ve DÜZ ÇÖZÜM UYGULAMASI

Bir hesaplama işleminin, belirli sayıda bölümlere ayrılarak, her bir bölümün aynı anda hesaplanması ile yapılmasına paralel hesaplama (paralel programlama) denir. Günümüzde hesaplama işlemlerinin çok yoğun olduğu bilimsel araştırmalar, yüksek kalitede görselleştirme ve işlemci üretiminde kullanılan teknolojinin fiziksel olarak sınıra dayanması paralel hesaplamayı bir ihtiyaç haline getirmiştir. Özellikle ağ teknolojisinin yaygınlaşması ile bu teknolojiyi kullanan paralel hesaplama arabirimleri olan donanımlara ulaşmayı kolaylaştırmış ve hesaplama tekniğinin hızla yayılmasını sağlamıştır.

Paralel hesaplama için birçok yöntem geliştirilmiştir:

1. Çok çekirdekli hesaplama: Günümüzde oldukça yaygınlaşan çok çekirdekli işlemciler kullanılarak yapılır. Çok çekirdekli işlemciler içerisinde birden fazla işlemi aynı anda yapmaya olanak sağlayan bir mimari söz konusudur. Uygun paralel programlama kodları ile her bir çekirdek ayrı bir işlemci olarak kullanılarak paralel hesaplama yapılabilir. Bu hesaplamanın önemli bir üstünlüğü, çekirdeklerin özdeş ve yakın olmasını işlem performansını oldukça arttırmasıdır.
2. Simetrik çok işleme: Bu hesaplama tekniğinde, veri yolları ile bağlı, bir hafızayı paylaşan birden çok özdeş işlemci kullanılır. Veri yolu problemleri en zayıf yönüdür. Çok yoğun hesaplamalarda genellikle bu problemten dolayı sorun yaratırlar. Daha düşük hız gerektiren hesaplamalarda tercih edilir.
3. Dağıtık hesaplama (distributed computing): Bu yöntemde, ağ üzerinde bağlı birimler ile hesaplama gerçekleştirilir. Bilgisayar kümeleri (cluster computing), güçlü paralel işleme (massive) ve grid hesaplama olarak üç farklı şekilde uygulanabilir.

Tüm bu yöntemler teknik olarak mesaj geçme (Message Passing) ile haberleşerek işlemlerini yaparlar. MPI olarak bilinen mesaj geçme ara yüzü (Message Passing Interface) programlama dillerinde bulunan ve en yaygın olarak kullanılan kütüphanedir.

Var olan bir kodu, paralel hesaplamaya uygun hale getirmek için şu adımlar eksiksiz izlenmelidir:

- Program kodundan hatalar tamamen ayıklanmalı, kod seri programlama ile çalışıyor olmalıdır.
- Programın eş zamanlı olarak çalışabilecek bölümleri belirlenmeli, çalışan seri kod, bu bağlamda yeniden gözden geçirilerek düzenlenmelidir.
- Görev ve iletişimi sağlayacak kod, çalışan seri koda eklenir.
- Derleme yapılır ve program çalıştırılarak bilinen bir sonuç için test edilir.
- Çalışan seri kod ile sonuçlar ve süre karşılaştırılır, performans belirlenir. Gerek varsa hem seri kod, hem de eş zamanlı çalışabilecek kısımlar düzenlenerek kod iyileştirilir.

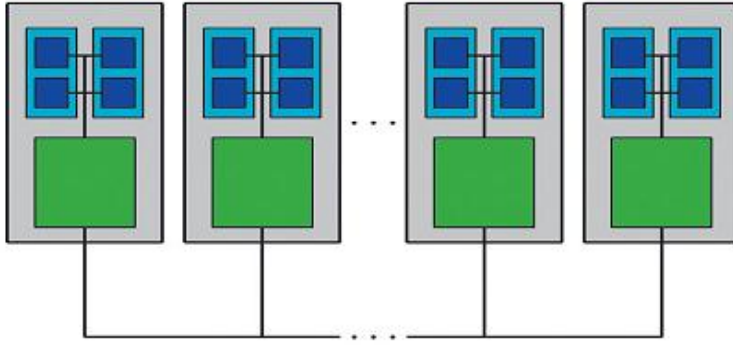
Paralel hesaplamanın düz çözüm bölümü üzerindeki etkisini göstermek amacıyla (2.8) ile verilen genel dizey denkleminin her bir kaynak terimi için çözümünde, çok çekirdekli ve dağıtık hesaplama yöntemleri kullanılarak zaman karşılaştırması yapılmıştır.

Dağıtık hesaplamada kullanılan bilgisayarlar, ağ üzerinden birbirleri ile iletişim haline geçirilirler. Ana bilgisayar ve işçi (worker) olarak çalışan bilgisayarlar haricinde ek olarak bir de planlayıcı (scheulder, job manager) bilgisayar bulunur. Bu bilgisayar, işi ana bilgisayardan alır, işçi bilgisayarlara dağıtır, sonuçları işçi bilgisayarlardan toplar ve ana bilgisayara gönderme işlerini yapar (Şekil 3.1) (www.mathworks.com 2008).



Şekil 3.1 MATLAB Dağıtık hesaplama yönteminin işleyiş şeması

İşçi bilgisayarlar içinde bulunan çok çekirdekli işlemcilere sahip olanlarda, çok çekirdekli hesaplama yöntemiyle işlem yapılacaktır (Moler 2007) (Şekil 3.2). Bu tür hesaplama örnekleri son yıllarda çok çekirdekli işlemci teknolojisinin yaygınlaşmasıyla sıkça kullanılır olmuş ve hesaplama zamanının oldukça düşmesini sağlamıştır (Luszczek 2008, Sharma ve Martin 2008).



Şekil 3.2 Dağıtık ve çok çekirdekli hesaplamanın bir arada kullanılması.

Seri ve çok çekirdekli paralel hesaplamalar dört çekirdekli 2.4 GHz hızında bir işlemci ile yapılmıştır. Dağıtık hesaplamalar ise aynı özellikteki yedi ve on altı bilgisayarlı iki küme üzerinde ayrı ayrı gerçekleştirilmiştir.

Paralel hesaplama yöntemlerinin sağladığı katkıyı ölçmek için iki kavram geliştirilmiştir. Bunlar hızlanma (speed-up) ve etkinliktir (efficiency).  $T_s$  seri hesaplama

zamanı,  $T_p$  paralel hesaplama zamanı ve  $m$  kullanılan işlemci (veya bilgisayar) sayısı olmak üzere;

$$\text{Hızlanma } (H) = \frac{T_s}{T_p} \quad (3.1)$$

$$\text{Etkinlik} = \frac{H}{m} \quad (3.2)$$

eşitlikleri ile ifade edilir.

Paralel hesaplama yöntemleri kullanılarak elde edilen işlemci zamanları, hızlanma ve etkinlik değerleri çizelge 3.1’de verilmiştir. Elde edilen değerler paralel hesaplama yöntemlerinin seri hesaplama yöntemine göre algoritmayı oldukça hızlandırdığını göstermektedir.

Tez çalışması kapsamında geliştirilen algoritmanın düz çözüm bölümünde genel düzey denkleminin çözümü, çok çekirdekli paralel hesaplama tekniğine uygun olarak yazılmıştır. Böylece, kullanılan bilgisayarın çekirdek sayısına bağlı olarak katsayı düzeyinin çözüm süresi üstel olarak azalacaktır.

Çizelge 3.1 Seri ve paralel hesaplama yöntemleri işlemci zamanları, hızlanma ve etkinlik değerleri (7056 blok, 8410 düğüm noktası)

| Denklem çözücü                    | CPU zamanı (s) | Hızlanma<br>(Seri hesaplama<br>zamanına göre<br>hızlanma oranı) | Etkinlik<br>(%) |
|-----------------------------------|----------------|---|-----------------|
| Seri Hesaplama                    | 5.7            | -   | -               |
| Çok Çekirdekli Hesaplama          | 2.01           | 2.8   | 70              |
| Dağıtık Hesaplama (7 bilgisayar)  | 1.04           | 5.5   | 78.6            |
| Dağıtık Hesaplama (16 bilgisayar) | 0.51           | 11.2  | 70              |

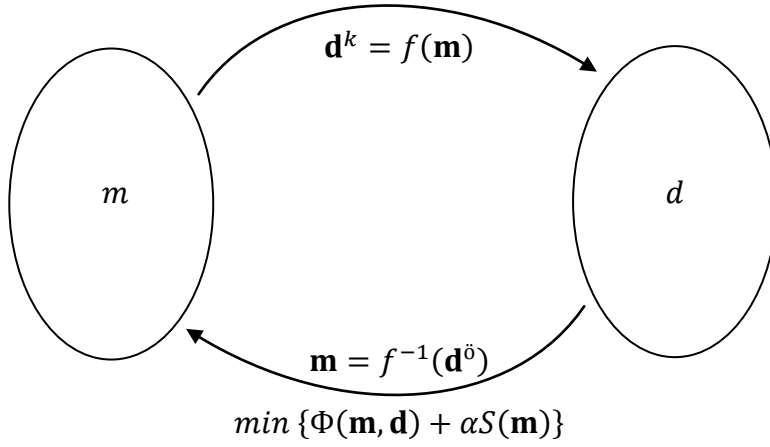


#### 4. DOĞRU AKIM ÖZDİRENÇ YÖNTEMİNDE ÜÇ BOYUTLU TERS ÇÖZÜM

Ters çözüm, ölçülen jeofizik veriden fiziksel parametrelerin hesaplanmasıdır. Arazide ölçülen jeofizik veri  $\mathbf{d}^{\ddot{o}}$ , bulunması amaçlanan fiziksel parametre  $\mathbf{m}$  ve  $f$  düz çözüm işleci ise,

$$\mathbf{m} = f^{-1}(\mathbf{d}^{\ddot{o}}) \quad (4.1)$$

ifadesi ile ters çözüm işlemi basitçe tanımlanabilir.



Şekil 4.1 Düz çözüm ve ters çözüm

Ters çözüm yöntemleri iki sınıfa ayrılabilir. Bunlar:

1. Türev tabanlı ters çözüm teknikleri (En dik iniş, Gauss-Newton (GN), En küçük kareler, Eşlenik gradyan (conjugate gradient) vb.)
2. Global ters çözüm teknikleri (Monte Carlo, genetik algoritma, Simulating Annealing, Partical Swarm Optimization vb.)

Global ters çözüm tekniklerinde, çözümü bulabilmek için çok sayıda düz çözüm yapmak gerekir. Dolayısıyla, türev tabanlı yöntemlere göre çok yavaştır. Bu nedenle, jeofizik verilerin 2B ve 3B ters çözümünde, genellikle türev tabanlı yöntemler tercih edilmektedir.

Elektrik ve elektromanyetik yöntemlerde, ters çözüm problemi doğrusal değildir (nonlinear), tek değildir (non-unique) ve durağan değildir (unstable). Farklı parametre kümelerinin aynı çözümü üretmeleri olarak bilinen çözümün tek olmama durumu ve verideki küçük değişimlerin çok farklı modeller üretmesi olarak bilinen durağan olmama kötü durumlu problemlerin özellikleridir. Tikhonov bu tür problemlerin çözülebileceğini göstermiştir (Tikhonov ve Arsenin 1977, Zhdanov 2002). Günümüze kadar yapılan DAÖ verilerinin 3B ters çözümü çalışmalarında çoğunlukla “Tikhonov Düzgünleştiricisi” (Tikhonov Regularization) kullanılmıştır (Park ve Van 1991, Sasaki 1994, Ellis ve Oldenburg 1994, Zhang vd. 1995, La Brecque vd.1996, Yi vd. 2001, Pain vd. 2002, Günther vd. 2006, Pidlisecky vd. 2007, Marescot vd. 2008, Papadopoulos vd. 2010). Ancak bu araştırmaların hepsinde, yuvarlatıcılı durağanlaştırıcısı (smoothing stabilizer) kullanılmıştır. Ayrıca Tikhonov düzgünleştiricisi yönteminde amaç fonksiyon olarak kullanılan "parametrik fonksiyonel" bu çalışmaların çoğunda eşlenik gradyan (conjugate gradient) yöntemi ile çözülmüştür (Ellis ve Oldenburg 1994, Zhang vd. 1995, Pain vd. 2002, Günther vd. 2006, Pidlisecky vd. 2007, Marescot vd. 2008).

Bu tez çalışmasında da Tikhonov düzgünleştiricisi kullanılmıştır. Önceki çalışmalardan farklı olarak, yuvarlatıcılı durağanlaştırıcısının yanında, farklı durağanlaştırıcıların 3B ters çözüme etkisi incelenmiştir. İlerleyen bölümde önce Tikhonov düzgünleştiricisinde kullanılan parametrik fonksiyonel tanımlanacaktır. Ardından, bu fonksiyonel içinde kullanılan farklı durağanlaştırıcı tanımları verilecektir. Bu bölümün sonunda ise bu parametrik fonksiyonelin farklı durağanlaştırıcılar için Gauss-Newton, eşlenik gradyan yöntemleri ve bu yöntemlerin ardışık kullanımı ile çözümü anlatılacaktır.

#### 4.1 Tikhonov Düzgünleştiricisi

Tikhonov ve Arsenin (1977) kötü durumlu problemlerin çözümü için amaç fonksiyonu olarak aşağıdaki parametrik fonksiyoneli tanımlamışlardır:

$$P^\alpha(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = \Phi(\mathbf{m}, \mathbf{d}) + \alpha S(\mathbf{m}) \quad (4.2)$$

Burada,  $\Phi(\mathbf{m}, \mathbf{d})$  ölçülen ( $\mathbf{d}^0$ ) ve kuramsal veri ( $\mathbf{d}^k$ ) arasındaki uzaklığı tanımlayan misfit fonksiyoneli,  $\alpha$  düzgünleştirici parametre (regularization parameter veya penalty

parameter) ve  $S(\mathbf{m})$  durağanlaştırıcı fonksiyoneli (stabilizing functional, model objective functional veya stabilizer). Sonuç olarak Tikhonov parametrik fonksiyoneli; misfit fonksiyonel, durağanlaştırıcı fonksiyonel ve düzgünleştirici parametresinin doğrusal bir birleşimidir (Zhdanov 2002).

$$P^\alpha(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = \|\Delta\mathbf{d}\|^2 + \alpha S(\mathbf{m}) \quad (4.3)$$

Burada  $\Delta\mathbf{d}$  veri farklar vektörüdür ve

$$\Delta\mathbf{d} = \mathbf{d}^k - \mathbf{d}^0 \quad (4.4)$$

olarak verilir.

## 4.2 Ağırlıklı Ters Çözüm

Jeofizik veriler her zaman bir miktar gürültü ile ölçülürler. Bazı ölçü değerleri diğerlerine göre daha az veya fazla gürültülü olabilir. Verinin değişen gürültü içeriğinin ters çözüm işlemine etkisini azaltmak için ağırlıklı ters çözüm yapılır. Bu durumda ağırlıklandırılmış parametrik fonksiyonel,

$$P_w^\alpha(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = \|\mathbf{W}_d \Delta\mathbf{d}\|^2 + \alpha S(\mathbf{W}_m \mathbf{m}) \quad (4.5)$$

şeklinde yazılır. Burada  $\mathbf{W}_d$ ,  $N$  veri sayısı olmak üzere  $(N \times N)$  boyutlarında köşegen “veri ağırlık dizeyi”,  $\mathbf{W}_m$  ise  $M$  parametre sayısı olmak üzere  $(M \times M)$  boyutunda köşegen “parametre ağırlık dizeyi”. Günümüzde kullanılan çok elektrotlu-çok kanallı öz direnç aletleri, bir ölçü noktasında birden fazla ölçü alarak bir standart sapma değeri vermektedirler. Bir ölçü noktasındaki gürültünün diğerlerinden bağımsız olduğu düşünülürse bu noktadaki standart sapma  $\sigma_i$  olmak üzere,  $\mathbf{W}_d$  ‘nin köşegen değerleri bu değerlerin tersi olarak alınabilir:

$$\mathbf{W}_d = \text{diag} \left( \frac{1}{\sigma_i} \right) \quad (4.6)$$

Standart sapma değerlerinin hesaplanamaması durumunda ölçülen verinin genliğinin belirli bir oranda yüzdesi kullanılarak  $\mathbf{W}_d$  dizeyi elde edilebilir.

(4.5) denkleminde  $\mathbf{W}_m$  ise kısmi türevler dizeyi kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir (Dimitriev 1990, Zhdanov 2002).

$$\mathbf{W}_m = \text{diag} \left( \sqrt[4]{\sum_{i=1}^N (A_{ik})^2} \right) = \text{diag}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{1/4} \quad (4.7)$$

Burada  $\mathbf{A}$  kuramsal verinin parametrelere göre türevlerini içeren dizeydir. Bu dizey kısmi türevler, duyarlılık (sensitivity) veya Jacobian dizeyi olarak adlandırılır. Kısmi türevler dizeyinin hesaplanması ters çözüm algoritmasının başlıca bölümlerinden birini oluşturmaktadır.

### 4.3 Kısmi Türevler Dizeyinin Hesaplanması

Kısmi türevler dizeyi, kuramsal verinin model parametrelerindeki değişime duyarlılığının bir ölçüsüdür. Doğru bilgiye ulaşılmasında oldukça önemli olan bu dizeyin hesaplanması, ters çözüm algoritmalarının en önemli ve zaman alan adımlarından birisidir. Kısmi türevler dizeyinin her bir elemanı,

$$A_{ij}(m) = \frac{\partial d_i^k}{\partial m_j} \quad i = 1, \dots, N \quad j = 1, \dots, M \quad (4.8)$$

olmak üzere, hesaplanan tüm kuramsal verilerin tüm model parametrelerine göre türevleri kullanılarak,

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial d_1^k}{\partial m_1} & \dots & \frac{\partial d_1^k}{\partial m_M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial d_N^k}{\partial m_1} & \dots & \frac{\partial d_N^k}{\partial m_M} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

şeklinde hesaplanır. Veri sayısı  $N$ , parametre sayısı  $M$  olmak üzere kısmi türevler dizeyinin boyutları  $(N \times M)$ 'dir.

Dizeyin herhangi bir satırı bir alıcı-verici konumu için verinin tüm parametrelere göre türevlerinden oluşur. Diğer bir deyişle elektrotların bir konumu için yarım küre boyunca duyarlılık bilgisini içerir. Bu bilgi kullanılarak alıcı-verici konumları için yarım kürede hangi bölgelerin yüksek veya düşük duyarlıklılı olduğu belirlenebilir. Dizeyin herhangi bir kolonu ise bütün alıcı-verici konumları için tek bir parametreye göre türevlerden oluşur. Bu bilgi, ilgili parametrenin veri üzerindeki etkisinin anlaşılmasını sağlar. Örneğin, hedef yapı hakkında bir ön bilgi bulunması durumunda, yapının en iyi çözünürlükle tespit edilebilmesi için elektrot konumları bu bilgiye göre belirlenebilir (Spitzer 1998).

Kısmi türevler dizeyinin hesaplanması için bir çok yöntem önerilmiştir. Tek düze ortamlar için, Ohm Kanunu'ndan türetilmiş bir analitik çözüm yapılabilirken (Loke ve Barker 1996a, Friedel 2000), tek düze olmayan ortamlar için analitik çözüm mümkün değildir. Bu tür ortamlar için genel olarak üç yöntem kullanılmaktadır.

Bunlardan ilki Geselowitz (1971) tarafından önerilen ve elektrik empedans tomografi çalışmasında karşıtlık ilkesinin kullanıldığı yöntemdir. Bu yöntemde sonlu farklar yaklaşımı kullanılarak hesaplanan gerilim farkı değerlerinden elde edilen akım yoğunluğu kullanılmaktadır (Park ve Van 1991). "Potansiyel yaklaşımı" olarak da bilinen bu yöntem ağ elemanlarının sık olduğu durumlarda oldukça fazla zaman almaktadır.

Diğer bir yöntem ise "pertürbasyon yöntemi" kullanılarak kısmi türevler dizeyinin hesaplanmasıdır. Bu yöntemde bütün model parametrelerine küçük değişimler uygulanır ve kuramsal verideki değişimler hesaplanarak kısmi türevler dizeyinin sütun değerleri hesaplanır. Pertürbasyon yöntemi ağdaki parametre sayısı kadar düz çözüme ihtiyaç duyduğundan bu yöntemin uygulanması çok zordur.

Üçüncü yöntem, düz çözümün duyarlılığı olarak adlandırılır ve düz çözüm bağıntısının sayısal çözümünü sırasında elde edilen denklem sistemi (2.8) kullanılır. Elde edilen denklem sisteminin her iki tarafının parametreye göre türevi alınırsa,

$$\mathbf{C} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \sigma_j} + \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \sigma_j} \boldsymbol{\varphi} = \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \sigma_j} \quad (4.10)$$

elde edilir. Kaynak teriminin parametreye göre türevi (eşitliğin sağ tarafı) sıfıra eşittir. Denklem yeniden düzenlenirse,

$$\mathbf{C} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \sigma_j} = - \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \sigma_j} \boldsymbol{\varphi} \quad (4.11)$$

elde edilir. Kapasitans dizeyi  $\mathbf{C}$ 'nin parametreye göre türevi alınırken, ilgili parametrenin değeri 1, diğer bütün değerler 0 yapılır ve sistem dizeyi hesaplanır. Bu şekilde kapasitans dizeyinin türevi elde edilmiş olur. Daha sonra (4.10) eşitliğinin sağ tarafı bir çarpma işlemi daha yapılarak hesaplanır ve eşitlik tekrar bir denklem sistemine dönüşür. Bu denklem sisteminin de çözülmesi ile gerilim değerlerinin parametrelere göre türevleri elde edilir. Bu türev değerleri kullanılarak hesaplanan görünür öz direnç değerleri kısmi türevler dizeyinin elemanlarını oluşturacaktır. Bu yöntem yukarıda açıklandığı gibi her parametre için ek iki düz çözüm yapılmasını gerektirmektedir. Diğer iki yöntem ile karşılaştırıldığında bu yöntem daha hızlıdır (Spitzer 1998). Bu tez çalışmasında da düz çözüm duyarlılığı olarak adlandırılan bu yöntem kullanılmıştır.

#### 4.3.1 Kısmi türevler dizeyinin Broyden güncellemesi

Kısmi türevler dizeyinin hesaplanması ters çözüm algoritmalarının en çok zaman alan bölümüdür. Her yinelemede bu dizeyin hesaplanması toplam çözüm süresini oldukça uzatmaktadır. Bu zaman yükünden kurtulmak amacıyla başlangıç modeli için bu dizeyin sadece bir kez hesaplanması, her yinelemede yapılacak bir güncelleme ile gerçek kısmi türevler dizeyine bir yaklaşım elde edilmesi ve bu dizeyin kullanılması tercih edilmektedir. Bu işlem Broyden güncelleme olarak bilinmektedir (Broyden 1972). Geliştirilen algoritmada da bu yöntem kullanılmıştır.

Ters çözüm ilk yinelemesinde ( $i = 1$ ) kullanılacak kısmi türevler dizeyi ( $\mathbf{A}_1$ ) tek düze yer modeli için bir önceki bölümde verilen (4.10) ve (4.11) ifadeleri kullanılarak hesaplanır.

Daha sonraki yinelemeler için, kısmi türevler düzeyine bir yaklaşım aşağıdaki gibi yapılır:

$$\mathbf{A}_{i+1} = \mathbf{A}_i + \frac{(\mathbf{y}_i - \mathbf{A}_i \mathbf{s}_i) \mathbf{s}_i^T}{\mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i} \quad (4.12)$$

Burada sırasıyla  $i$ . ve  $(i + 1)$ . yinelemelerdeki parametre vektörleri  $\mathbf{m}_i$  ve  $\mathbf{m}_{i+1}$ , kuramsal veri vektörleri  $\mathbf{d}_{i+1}^k$  ve  $\mathbf{d}_i^k$  olmak üzere,  $\mathbf{s}_i$  ve  $\mathbf{y}_i$  aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\mathbf{s}_i = (\mathbf{m}_{i+1} - \mathbf{m}_i), \mathbf{y}_i = (\mathbf{d}_{i+1}^k - \mathbf{d}_i^k) \quad (4.13)$$

#### 4.4 Durağanlaştırıcı Tanımları

Denklem (4.2) ile tanımlanan Tikhonov parametrik fonksiyoneli bulunan durağanlaştırıcı fonksiyonel ( $S(\mathbf{m})$ ), ters çözüm problemine uygun yaklaşık bir model sınıfı olarak seçilir ve kötü durumlu problemin çözümündeki durağan olmama durumunu, istenilen özellikte bir ön bilginin katılması ile gidermemize katkı sağlar (Candansayar 2002).  $S(\mathbf{m})$  için çeşitli tanımlar vardır (Candansayar 2002, Zhdanov 2002). Bu tanımlar çizelge 4.1’de verilmiştir.

Model parametrelerinin L2-normu (L2) daha çok bir boyutlu ters çözüm algoritmalarında kullanılmaktadır.

“Maximum smoothness (SM)” durağanlaştırıcısı kullanan algoritmalar daha yuvarlatılmış sonuçlar verir ve bu çözüm OCCAM ters çözümü olarak bilinir. İlk olarak Constable vd. (1987) tarafından elektromanyetik verilerinin ters çözümü için uygulanmıştır. Doğru akım özdirenç verilerinin ters çözümü için ise ilk olarak Sasaki (1989) uygulamıştır.

Çizelge 4.1 Farklı durağanlaştırıcı fonksiyonel tanımları ( $\epsilon$  çok küçük pozitif bir sayı olarak tanımlanmaktadır ve 10-15 alınmıştır)

|  |  |
|--|--|
| <b>L2-normu (L2)</b>                           | $S_{L2}(\mathbf{m}) = \ \mathbf{m}\ ^2$  |
| <b>"Maximum smoothness" (SM)</b>               | $S_{SM}(\mathbf{m}) = \ \nabla^2 \mathbf{m}\ ^2$   |
| <b>"Minimum support" (MS)</b>                  | $S_{MS}(\mathbf{m}) = \int_V \frac{\mathbf{m}^2}{\mathbf{m} + \epsilon^2} dv$  |
| <b>"Minimum gradient support" (MGS)</b>        | $S_{MGS}(\mathbf{m}) = \int_V \frac{\nabla \mathbf{m} \cdot \nabla \mathbf{m}}{\nabla \mathbf{m} \cdot \nabla \mathbf{m} + \epsilon^2} dv$                                       |
| <b>"The minimum first-order entropy" (ME1)</b> | $S_{ME1}(\mathbf{m}) = - \sum_{j=1}^{M-1} \frac{ \nabla m_j  + \beta}{q} \log \left( \frac{ \nabla m_j  + \epsilon}{q} \right)$ $q = \sum_{i=1}^{M-1} ( \nabla m_i  + \epsilon)$ |
| <b>Toplam değişim-"total variation" (TV)</b>   | $S_{TV}(\mathbf{m}) = \int_V \sqrt{ \nabla \mathbf{m} ^2 + \epsilon^2} dv$   |

“Minimum support (MS)” (Last ve Kubik 1983) ve “Minimum gradient support (MGS)” (Portniaguine ve Zhdanov 1999) durağanlaştırıcıları keskin sınırları olan bir çözüm verir ve odaklanmış ters çözüm (focusing) olarak da bilinir. Bu durağanlaştırıcılar araştırmacılar tarafından daha çok gravite ve manyetotellürik verilerinin ters çözümünde kullanılmıştır (Zhdanov ve Hursan 2000, Mehanee ve Zhdanov 1999, Candansayar 2002).

Keskin sınırlar veren diğer bir durağanlaştırıcı ise Ramos vd. (1999) tarafından önerilen ve entropi kuramını kullanan “the minimum first-order entropy (ME1)” durağanlaştırıcısıdır. Bu durağanlaştırıcı sadece manyetotellürik verilerinin 2B ters çözümünde kullanılmıştır (Candansayar 2002).

Toplam değişim (total variation – TV) durağanlaştırıcısı gürültülü ve saçılmış yapıların bulunmasında kullanılır (Rudin vd. 1992). Bu durağanlaştırıcı tanımında sıfır noktasında türev alınmadığından, küçük bir sayı eklenerek ( $\beta$ ), Acar ve Vogel (1994) tarafından yeniden düzenlenmiştir. TV durağanlaştırıcısı, keskin sınırlardaki saçılmaları



önlemesinden dolayı tercih edilmektedir. Bu durağanlaştırıcı Portniaguine ve Zhdanov (1999) tarafından gravite verilerinin ters çözümünde kullanılmıştır.

Parametrik fonksiyonelde bulunan, misfit fonksiyoneli “kuadratik” fonksiyoneldir (parametrenin ikinci dereceden bağımlı olduğu fonksiyonel). Bu nedenle durağanlaştırıcı fonksiyonelinin de bu şekilde tanımlanması gerekmektedir. Bunun için  $\mathbf{W}_e$  (model parametrelerinin çarpımından oluşan doğrusal işleç) gibi bir işleç tanımlanarak durağanlaştırıcı fonksiyonel şu şekilde yazılabilir (Zhdanov 2002):

$$S(\mathbf{m}) = \|\mathbf{W}_e \mathbf{W}_m \mathbf{m}\|^2 \quad (4.14)$$

Buna göre (4.2) denklemi ile verilen parametrik fonksiyonel yeniden yazılacak olursa,

$$P_w^\alpha(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = \|\mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}\|^2 + \alpha \|\mathbf{W}_e \mathbf{W}_m \mathbf{m}\|^2 \quad (4.15)$$

elde edilir.

$\mathbf{W}_e$ 'nin model parametrelerine bağlı olmadığı durumlarda (“maximum smoothness” gibi) parametrenin ikinci dereceden bağımlı olduğu fonksiyoneller elde edilir. Aksi durumda (“minimum support” veya “minimum gradient support” gibi)  $\mathbf{W}_e$  doğrusal olmayan bir fonksiyonel olur ki elde edilen fonksiyoneller hemen hemen ikinci dereceden bağımlıdır (pseudo-quadratic functional).

MS, MGS, ME1 ve TV durağanlaştırıcıları için herhangi bir  $i$ . yineleme adımında  $\mathbf{W}_{e(i)}$  aşağıdaki gibi verilebilir:

$$\mathbf{W}_{e_i}^{MS} = \text{diag} \left[ \frac{1}{(\mathbf{m}_i^2 + \varepsilon^2)^{1/2}} \right]$$

$$\mathbf{W}_{e_i}^{MGS} = \text{diag} \left[ \frac{\nabla \mathbf{m}_i}{((\nabla \mathbf{m}_i)^2 + \varepsilon^2)^{1/2} (\mathbf{m}_i^2 + \varepsilon^2)^{1/2}} \right]$$

$$\mathbf{W}_{e_i}^{ME1} = \text{diag} \left[ - \left( \frac{|m_{j+1} - m_j| + \varepsilon}{\sum_{j=1}^{M-1} (|m_{j+1} - m_j| + \varepsilon)} \right) \log \left( \frac{|m_{j+1} - m_j| + \varepsilon}{\sum_{j=1}^{M-1} (|m_{j+1} - m_j| + \varepsilon)} \right) \frac{1}{(m^2 + \varepsilon^2)^{1/2}} \right]$$

$$\mathbf{W}_{e_i}^{TV} = \text{diag} \left[ \frac{|\nabla \mathbf{m}_i|^2 + \varepsilon^2}{(\mathbf{m}_i^2 + \varepsilon^2)^{1/2}} \right]$$

Durağanlaştırıcı fonksiyonelin bu şekilde tanımlanması ters çözüm algoritmasında farklı durağanlaştırıcıların kullanılmasını kolaylaştırmaktadır. Model parametrelerinin ikinci dereceden ve hemen hemen ikinci dereceden bağımlı olduğu durağanlaştırıcıların detaylı açıklaması için Candansayar (2002, 2008) ve Zhdanov (2002)'ye bakılabilir.

#### 4.5 Düzgünleştirici Parametresinin ( $\alpha$ ) seçimi

Denklem (4.2) ile tanımlanan parametrik fonksiyonelin çözümünde düzgünleştirici parametresi  $\alpha$  'nın seçimi oldukça önemlidir.  $\alpha$  parametresi parametrik fonksiyonelde bulunan misfit fonksiyoneli ile durağanlaştırıcı arasındaki ilişkiyi kurar. Bu parametrenin çok büyük seçilmesi durağanlaştırıcının etkisini artırır ve çözümün ön kestirim civarında kalmasına neden olur. Düzgünleştirici parametresinin çok küçük seçilmesi durumunda ise, durağanlaştırıcının etkisi azalır ve parametrik fonksiyonel misfit fonksiyoneline eşit olur. Bu durumda problemin durağansızlığı devam eder.

$\alpha$ 'nın seçimi için önerilen farklı yöntemler bulunmaktadır. Bunlardan L-eğrisi (L-curve) (Hansen ve O'Leary 1998), GCV (Generalized Cross Validation) (Hansen 1992) yöntemleri oldukça zaman alıcıdır. Bir diğer yöntem "cooling" yaklaşımıdır (Newmann ve Alumbaugh 1997, Candansayar ve Tezkan 2008). Bu yöntemde  $\alpha$  ters çözümün ilk adımlarında büyük bir değer olarak alınır ve daha sonra belirli oranda küçültülür. Bunun nedeni yineleme yapıldıkça misfit fonksiyonelinin değerinin azalması ve çözüme yaklaşıldığı için durağanlaştırıcının etkisinin azaltılmak istenmesidir. "Cooling" yaklaşımında en önemli sorun başlangıçtaki  $\alpha$  değerinin belirlenmesidir. Bunun için araştırmacılar tarafından çeşitli yöntemler önerilmiştir (Newmann ve Alumbaugh 1997, Zhdanov 2002).

Bu çalışmada  $\alpha$ 'nın seçimi için "cooling" yaklaşımı kullanılmaktadır. Geliştirilen algoritmada farklı durağanlaştırıcılar ve çözüm yöntemleri karşılaştırıldığından tüm

denemelerde farklılık olmaması için aynı  $\alpha$  değerleri kullanılmıştır. Başlangıç değeri olarak tek düze yer modeli için hesaplanan kısmi türevler dizeyinin en büyük öz değeri alınmıştır. Daha sonra her yinelemede bu değer %25 oranında azaltılmıştır. Düzgünleştirici parametresi  $\alpha$ 'nın en küçük değerinin başlangıç değerinin 1/10'u olmasına izin verilmiştir. Bu değerden sonra parametre değeri sabit olarak alınmıştır.

#### 4.6 Parametrik Fonksiyonelin Çözümü

Doğrusal olmayan problemlerin çözümü yinelemeli olarak yapılır. Başlangıç olarak bir ön kestirim modeli seçilir. Her adımda elde edilen parametre düzeltme vektörü, model parametrelerine eklenir ve elde edilen parametre değerleri için çözüm tekrar yapılır. Bu işlem önceden belirlenen koşullar sağlanıncaya kadar devam edilir. Bu koşullar, parametrik fonksiyonelin değerinin azalmaması ve önceden belirlenen bir yineleme sayısına ulaşılması olarak belirlenmiştir. Ayrıca son yinelemenin ardından elde edilen çözümlerin karşılaştırılması amacıyla sonuçların RMS hata değerleri kullanılmıştır. Bu hata değeri  $N$  veri sayısı olmak üzere aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır:

$$RMS = \sqrt{\frac{\|\mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}\|^2}{N}} \quad (4.16)$$

Parametrik fonksiyonelin çözüm yöntemi olarak Gauss-Newton ve eşlenik gradyan yöntemleri kullanılmıştır. Farklı durağanlaştırıcılar için bu yöntemlerin sonuçları karşılaştırılmıştır. Bu yöntemlerin ayrı ayrı uygulanmasında ters çözüm algoritması parametrik fonksiyonelin değeri azalmadığı ana kadar devam ettirilmiştir.

Bu çalışmada DAÖ verilerin ters çözümünde yeni bir yöntem olarak bu iki türev tabanlı yöntemin ardışık kullanımı önerilmiştir. Bilindiği gibi Gauss-Newton yönteminde, ilk birkaç adımda adım büyüklüğü büyük olmakta ve RMS değerini hızlı düşürmektedir. Ardışık kullanımda yöntemin bu özelliği kullanılarak Gauss-Newton yöntemi ile çözüme başlanmış ve ardışık iki Gauss-Newton yinelemesi arasındaki RMS hata değeri 1'in altında olduğunda, bu yöntem ile yapılan yinelemeler durdurulmuş ve son yinelemede elde edilen parametre değerleri eşlenik gradyan algoritmasında başlangıç

modeli olarak kullanılmıştır. Ardışık çözüm, yinelemeleri parametrik fonksiyonel değerinin azalmadığı anda durdurulmuştur.

İzleyen bölümde geliştirilen algorithmada kullanılan Gauss-Newton ve eşlenik gradyan yöntemleri ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

#### 4.6.1 Parametrik fonksiyonelin Gauss-Newton yöntemi ile çözümü

Türev tabanlı yinelemeli yöntemlerden bir diğeri de Gauss-Newton yöntemidir. Bu yöntemde çözüm, ön kestirim modeline yakın olduğu varsayımı ile amaç fonksiyonunun Taylor serisine açılması ile elde edilir.

En küçüklenmesi amaçlanan parametrik fonksiyonel şu şekildedir:

$$P_w^\alpha(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = \Phi(\mathbf{m}, \mathbf{d}) + \alpha S(\mathbf{m}) = \|\mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}\|^2 + \alpha \|\mathbf{W}_e \mathbf{W}_m \mathbf{m}\|^2 \quad (4.17)$$

Amaç fonksiyonu ikinci ve daha yüksek dereceden terimler ihmal edilerek Taylor serisine açılırsa,

$$P_w^\alpha(\mathbf{m} + \Delta \mathbf{m}, \mathbf{d}) = P_w^\alpha(\mathbf{m}, \mathbf{d}) + (\nabla_m P_w^\alpha(\mathbf{m}, \mathbf{d}))^T + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{m}^T (\nabla_m^2 P_w^\alpha(\mathbf{m}, \mathbf{d}))^T \Delta \mathbf{m} \quad (4.18)$$

elde edilir. Denklem (4.18)'yi en küçüklemek amacıyla  $\Delta \mathbf{m}$  'ye göre türevi alınıp sıfıra eşitlenir. Bu durumda  $i$  yineleme sayısı olmak üzere,

$$(\nabla_m^2 P_w^\alpha(\mathbf{m}, \mathbf{d})) \Delta \mathbf{m}_i = -\nabla_m P_w^\alpha(\mathbf{m}, \mathbf{d}) \quad (4.19)$$

elde edilir. Denklem (4.19) parametrik fonksiyonelin dolayısıyla, misfit fonksiyoneli ve durağanlaştırıcı fonksiyonelin Hessian ve gradyanlarını içermektedir. Sırasıyla bu ifadeler yazılacak olursa ( $\mathbf{A}$ , kuramsal verinin parametrelere göre türevlerini içeren kısmi türevler dizeyi),

$$\nabla_m \Phi(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = \mathbf{A}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d} \quad (4.20)$$

$$\nabla_m^2 \Phi(\mathbf{m}, \mathbf{d}) \approx \mathbf{A}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \mathbf{A} \quad (4.21)$$

$$\nabla_m (\alpha S(\mathbf{m})) = \alpha \mathbf{W}_{me_i}^T \mathbf{W}_{me_i} \mathbf{m}_i \quad (4.22)$$

$$\nabla_m^2(\alpha S(\mathbf{m})) = \alpha \mathbf{W}_{me_i}^T \mathbf{W}_{me_i} \quad (4.23)$$

elde edilir. Burada,

$$\mathbf{W}_{me_i} = \mathbf{W}_m \mathbf{W}_{e_i}. \quad (4.24)$$

Bu ifadeler (4.19) denkleminde yerine koyulursa Gauss-Newton çözümü elde edilir:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \mathbf{A} + \alpha \mathbf{W}_{me_i}^T \mathbf{W}_{me_i}) \Delta \mathbf{m}_i = \mathbf{A}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d} - \alpha \mathbf{W}_{me_i}^T \mathbf{W}_{me_i} \mathbf{m}_i \quad (4.25)$$

(4.25) ifadesinden parametre düzeltme düzeyinin elde edilmesi için eşitliğin sol tarafında bu değerın çarpanı olarak bulunan düzeyin tersinin alınması gerekmektedir. Bu işlemin yapılması sırasında bazı durumlarda tersi alınacak düzeyin “condition” sayısı oldukça küçük olmakta ve ters alma işlemi doğru olarak yapılamamaktadır. Bunun önüne geçmek için (4.25) ifadesi eş değeri olarak

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}_d \mathbf{A} \\ \sqrt{\alpha} \mathbf{W}_{me_i} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{m}_i = - \begin{bmatrix} \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d} \\ -\sqrt{\alpha} \mathbf{W}_{me_i} \mathbf{m}_i \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

şeklinde yazılabilir (Haber 1997, Candansayar 2008). Bu denklem düzey ayrıştırma yöntemleri kullanılarak çözülür. Bu çalışmada QR ayrıştırma yöntemi kullanılmıştır.

#### 4.6.2 Parametrik fonksiyonelin eşlenik gradyan yöntemi ile çözümü

Eşlenik gradyan (conjugate gradient) yöntemi doğrusal olmayan problemlerin çözümünde kullanılan türev tabanlı yinelemeli bir yöntemdir. Yöntem ilk olarak doğrusal sistemlerin çözümü için Hestenes ve Stiefel (1952) tarafından önerilmiştir. Tüm türev tabanlı yöntemlerde olduğu gibi eşlenik gradyan yönteminin de amacı çözüme ulaşmak için parametre düzeltme vektörünün doğrultusunun belirlenmesidir.

Ağırlıklandırılmış veri farklar yöneyi,

$$\Delta \mathbf{d}^w = \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d} \quad (4.27)$$

ve ağırlıklandırılmış parametreler,

$$\mathbf{m}^w = \mathbf{W}_e \mathbf{W}_m \mathbf{m} \quad (4.28)$$

olmak üzere en küçüklenmesi amaçlanan ağırlıklandırılmış parametrik fonksiyoneli yeniden yazalım:

$$P(\mathbf{m}^w) = (\Delta \mathbf{d}^w)^T (\Delta \mathbf{d}^w) + \alpha (\mathbf{m}^w)^T (\mathbf{m}^w) \quad (4.29)$$

Eşlenik gradyan yönteminde vektör doğrultusu yinelemeli ve ardışık iki yineleme adımında bulunan doğrultular bir birine dikgendir:

$$\mathbf{m}_{i+1}^w = \mathbf{m}_i^w - k_i \tilde{\mathbf{I}}_w(\mathbf{m}_i^w) \quad (4.30)$$

Burada  $k_i$  yinelemenin boyu (adım büyüklüğü) ve  $\tilde{\mathbf{I}}(\mathbf{m}_i)$  parametre düzeltme vektörünün doğrultusu ve  $i$  yineleme sayısıdır.

İlk doğrultu olarak parametrik fonksiyonelin gradyanı (en dik iniş yönü) alınabilir. Diğer bir deyişle ilk adım en dik iniş yöntemi kullanılarak atılır:

$$\tilde{\mathbf{I}}_w(\mathbf{m}_0^w) = \mathbf{I}_w(\mathbf{m}_0^w) = \mathbf{W}_{e_0}^{-1} \mathbf{W}_m^{-1} \mathbf{A}_0^T \mathbf{W}_d (\Delta \mathbf{d}_0^w) + \alpha (\mathbf{m}_0^w). \quad (4.31)$$

Burada  $\mathbf{A}_0$  ön kestirim modeli için duyarlılık dizeyidir. İkinci adımda hesaplanacak doğrultu ( $\tilde{\mathbf{I}}_w(\mathbf{m}_1^w)$ ), birinci adımdaki en dik iniş yönü ( $\mathbf{I}_w(\mathbf{m}_1^w)$ ) ile bir önceki azalma yönünün ( $\tilde{\mathbf{I}}_w(\mathbf{m}_0^w)$ ) doğrusal birleşimidir. Yineleme adımları için genel bir ifade kullanılarak,

$$\tilde{\mathbf{I}}_w(\mathbf{m}_{i+1}^w) = \mathbf{I}_w(\mathbf{m}_{i+1}^w) + \beta_{i+1}^w \tilde{\mathbf{I}}_w(\mathbf{m}_i^w) \quad (4.32)$$

yazılabilir. Burada  $\beta$  eşlenik katsayısıdır. Eşlenik katsayısının hesaplanması için çeşitli bağıntılar türetilmiştir (Hestenes ve Stiefel 1952, Fletcher ve Reeves 1964, Polak ve Ribiere 1969). Bu çalışmada eşlenik katsayısı,

$$\beta_{i+1}^w = \frac{\|\tilde{\mathbf{I}}_w(\mathbf{m}_i^w)\|^2}{\|\tilde{\mathbf{I}}_w(\mathbf{m}_{i-1}^w)\|^2} \quad (4.33)$$

bağıntısı ile hesaplanmıştır.

Denklem (4.30)'deki  $k_i$  adım büyüklüğü doğrusal yaklaşım kullanılarak,

$$k_i = \frac{\tilde{\mathbf{I}}_w^T(\mathbf{m}_i^w) \mathbf{I}_w(\mathbf{m}_i^w)}{\tilde{\mathbf{I}}_w^T(\mathbf{m}_i^w) (\mathbf{A}_{w_i}^T \mathbf{W}_d^2 \mathbf{A}_{w_i} + \alpha \mathbf{I}) \tilde{\mathbf{I}}_w(\mathbf{m}_i^w)} \quad (4.34)$$

ile hesaplanır. Burada  $\mathbf{A}_{w_i}$  ilgili yinelemedeki duyarlılık düzeyidir ve

$$\mathbf{A}_{w_i} = \mathbf{W}_d \mathbf{A}_i \mathbf{W}_m^{-1} \mathbf{W}_{e_i} \quad (4.35)$$

şeklinde hesaplanır. En son olarak düzeltilmiş model parametreleri ağırlıklandırılmış parametrelerden aşağıdaki formül kullanılarak elde edilir:

$$\mathbf{m}_i = \mathbf{W}_m^{-1} \mathbf{W}_{e_i} \mathbf{m}_i^w \quad (4.36)$$

Bu şekilde ağırlıklandırılmış veri ve model parametreleri kullanılması durumunda yöntem yeniden ağırlıklandırılmış eşlenik gradyan yöntemi olarak adlandırılır (Portniaguine ve Zhdanov 1999).

Tez çalışmasında kullanılan yeniden ağırlıklandırılmış eşlenik gradyan algoritması şu şekilde verilebilir:

**döngü i=0,yineleme sayısı**

en dik iniş yönünü hesapla:  $\tilde{\mathbf{I}}_w(\mathbf{m}_i^w) = \tilde{\mathbf{I}}_w(\mathbf{m}_0^w)$

eşlenik katsayısını hesapla ve yönü belirle:  $\beta_i^w$ ,  $\tilde{\mathbf{I}}_w(\mathbf{m}_i^w) = \mathbf{I}_w(\mathbf{m}_i^w) + \beta_i^w \tilde{\mathbf{I}}_w(\mathbf{m}_{i-1}^w)$

adım büyüklüğünü hesapla:  $k_i$

yeni parametreleri bul:  $\mathbf{m}_{i+1}^w = \mathbf{m}_i^w - k_i \tilde{\mathbf{I}}_w(\mathbf{m}_i^w)$ ,  $\mathbf{m}_{i+1} = \mathbf{W}_m^{-1} \mathbf{W}_{e_i} \mathbf{m}_{i+1}^w$

durdurma koşulunu kontrol et: Eğer,  $\Phi(\mathbf{m}, \mathbf{d}) \leq \text{koşul}$ , **dur**

**döngü sonu**

**dur**

## 5. YAPAY VERİNİN ÜÇ BOYUTLU TERS ÇÖZÜMÜ

Tez çalışması kapsamında doğru akım öz direnç verilerinin üç boyutlu ters çözümü için geliştirilen algoritmanın test edilmesi için iki adet öz direnç modeli tasarlanmıştır. Bu modeller kullanılarak yapılan düz çözüm sonucunda elde edilen kuramsal veriler ters çözüm algoritmasına ölçülen veri olarak okutulmuş ve tasarlanan yapay öz direnç modelleri yeniden elde edilmeye çalışılmıştır.

Geliştirilen algoritmanın arazi verisine uygulaması arkeolojik alanda toplanan veri kullanarak yapıldığından, yapay modeller arkeolojik alanlarda karşılaşılan yapıların basitleştirilmiş hali olarak tasarlanmıştır. Her iki model de x- ve y- yönlerinde eşit ve  $a=1$  m aralıklı toplam 361 adet elektrot kullanılarak dipol-dipol elektrot dizilimi için  $n=8$  seviyede 1900 adet veri üretilmiştir. Elde edilen görünür öz direnç verilerine Gaussian dağılımında %3 gürültü eklenmiştir.

İki model için de ters çözüme giren parametre sayısı 3200'dür. Hesaplama ağında iki eşit parçaya bölünen iki bitişik elektrot arası tek bir parametre olarak ters çözüme dahil edilmiştir. Ayrıca ölçüm alanının dışına sınır koşulları için eklenen bloklardan ilk ikisi tek bir parametre olarak kabul edilmiştir. Diğer sınır bloklarına bu bloğun parametre değeri her yinelemede atanmış ve kuramsal veri bu şekilde hesaplanmıştır. Düşey yönde ise ters çözüme giren parametreler hesaplama ağı ile aynı alınmıştır.

Ters çözüm algoritmasının başlangıç modeli olarak, düz çözüm sonucu hesaplanan kuramsal görünür öz direnç verilerinin aritmetik ortalama değerine sahip tek düze bir yer modeli alınmıştır.  $1900 \times 3200$  boyutundaki kısmi türevler dizeyi bu tek düze yer modeli için başlangıçta yalnızca bir kez hesaplanmış daha sonra her yinelemede Broyden güncelleme yöntemi kullanılarak güncellenmiştir.

İzleyen bölümlerde yapay öz direnç modelleri için geliştirilen ters çözüm algoritmasının sonuçları, çözüm yöntemleri ve farklı durağanlaştırıcılar için işlemci zamanı ve çözümün kabul edilebilirliği açısından karşılaştırılmıştır.

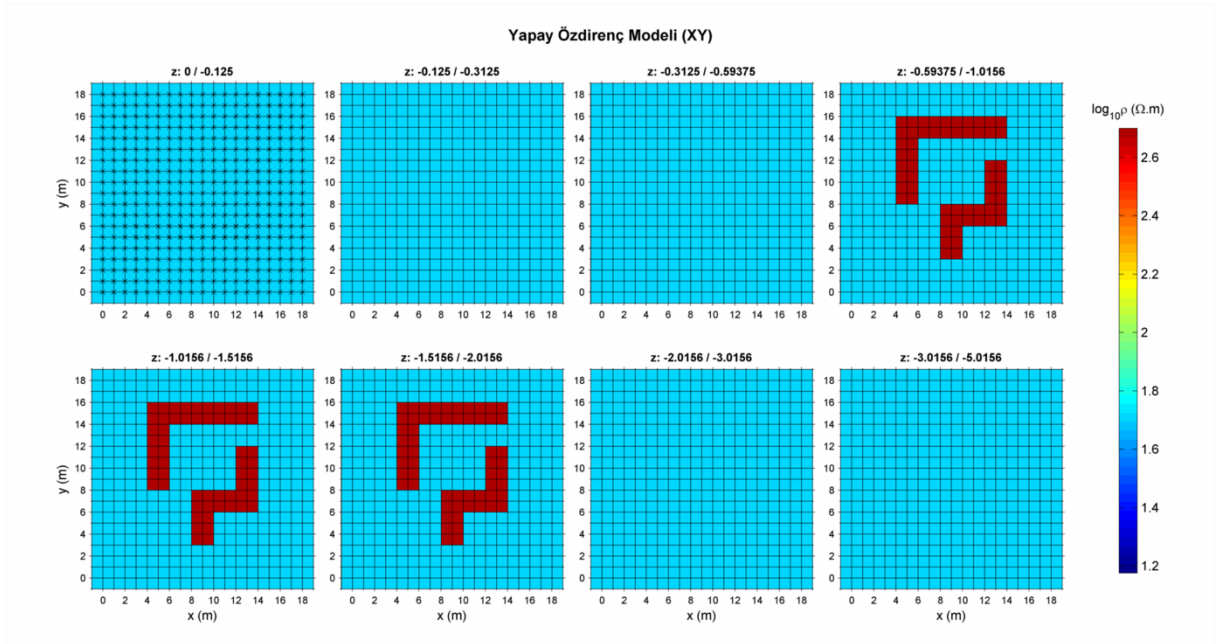
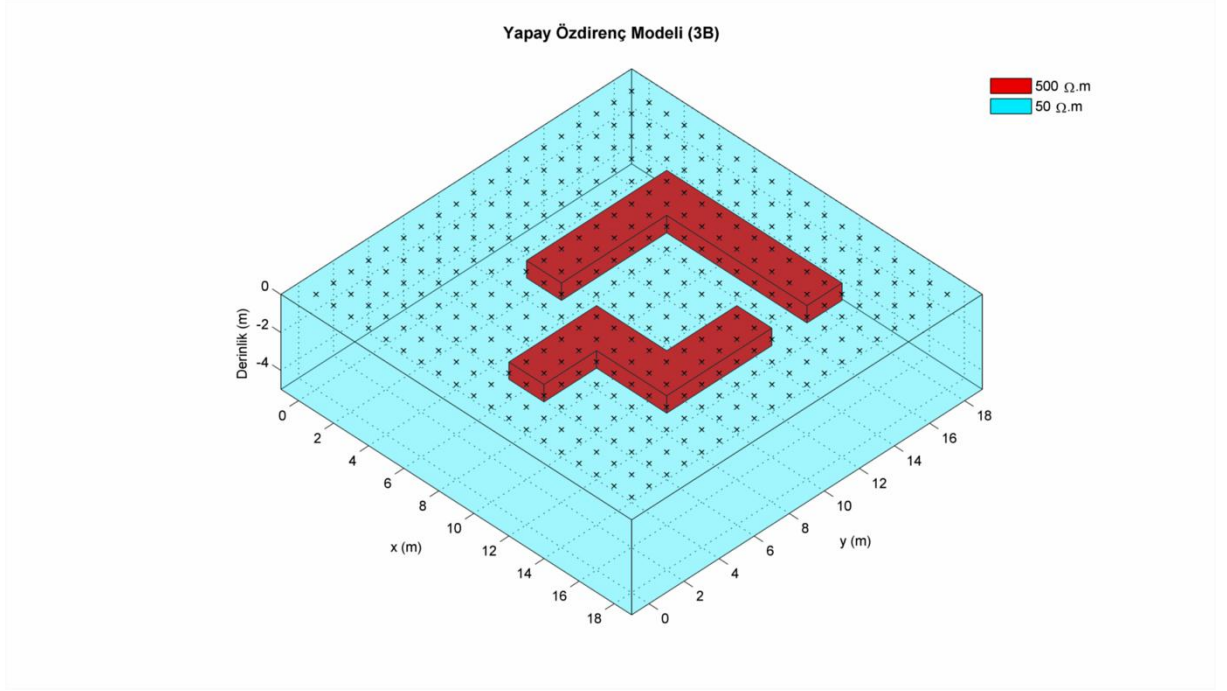


## 5.1 Model 1: Gömülü Bir Oda ve Giriş Koridoru

İlk olarak, arkeolojik alanlarda çok rastlanan gömülü oda ve bu odaya giriş olarak gizli geçit olarak kullanılan koridor yapısı tasarlanmıştır. Genelde bu tip yapılar çevresine göre yüksek öz dirençli kayalardan yapılmışlardır. Bu yapıların üzeri zaman içinde çevresindeki toprak ile örtülmüşlerdir. Dolayısıyla modelde 50  $\Omega$ .m öz dirençli bir ortam içerisindeki 500  $\Omega$ .m'lik gömülü oda ve koridor yapısı tasarlanmıştır. Oda ve koridoru oluşturan duvarın genişliği 2 m, z-yönünde kalınlığı ise 1.5 m'dir. Bu yapıların yüzeyden derinliği ise 0.6 m olarak alınmıştır (Şekil 5.1.a,b).

Oluşturulan modelin düz çözümü ile edilen görünür öz direnç değerleri en düşük 44.1  $\Omega$ .m ve en yüksek 131.5  $\Omega$ .m'dir. Görünür öz dirençlerin ortalama değeri ise 59.9  $\Omega$ .m'dir ve başlangıç modeli öz direnci bu değer olan yer modeli olarak seçilmiştir. Tek düze yer modeli için kısmi türevler dizeyi başlangıçta bir kez hesaplanmıştır. Bu dizeyin öz değerleri tekil değer ayrışımı kullanılarak hesaplatılmış ve en büyük değeri 1.716 bulunmuştur. Bu değer düzleştirici parametresi olan  $\alpha$  için başlangıç değeri olarak alınmıştır. Ters çözüm adımları sırasında  $\alpha$  parametresinin en düşük 0.1716 olmasına izin verilmiştir. Daha küçük değerler ile denemeler de yapılmıştır ancak bu durumda çoğunluklar çözümlerde bir iyileşme olduğu görülmüştür.

Düz çözüm sonucu hesaplanan kuramsal verinin farklı durağanlaştırıcılar kullanılarak Gauss-Newton ve eşlenik gradyan ters çözümü sonuçları sırasıyla şekil 5.2-5.3'te gösterilmiştir. Her bir çözüme ait yer elektrik modellerinin üzerinde yineleme sayısı ve son yinelemede ulaşılan RMS değeri verilmiştir. Farklı durağanlaştırıcılar için Gauss-Newton ve eşlenik gradyan çözümüne ait en düşük ve en yüksek öz direnç değerleri, son yinelemeye ait RMS ve parametrik fonksiyonel değerleri ile toplam işlemci zamanları sırasıyla çizelge 5.1-5.2'de verilmiştir.



Şekil 5.1 Özdirenç modeli.

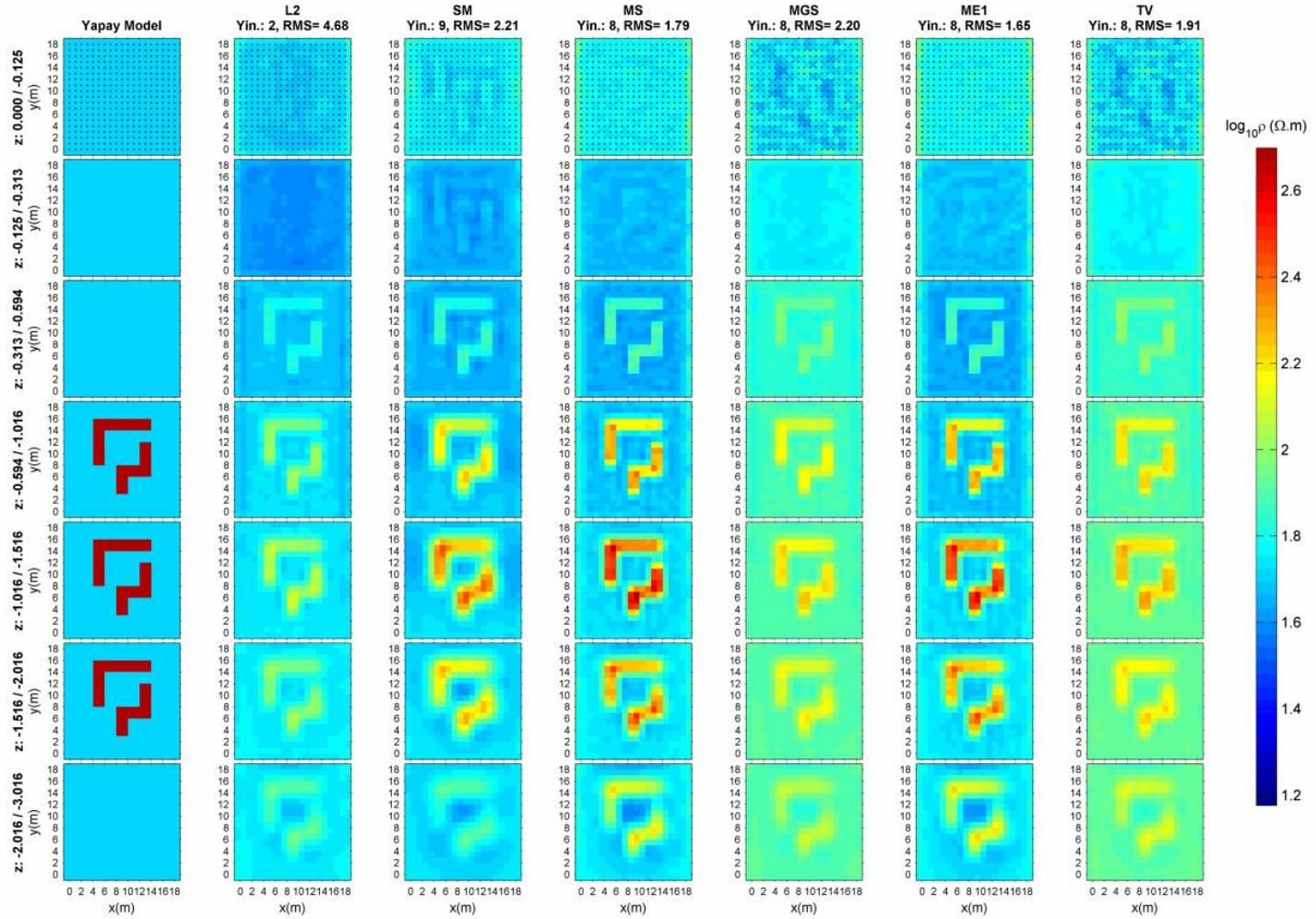
(3B görünüm (üstte) ve farklı derinlik seviyeleri için XY kesitleri (altta))

Çizelge 5.1 Gauss-Newton çözümlerine ait değerler

| Durağanlaştırıcı | Yineleme sayısı | En düşük özdirenç değeri ( $\Omega.m$ ) | En yüksek özdirenç değeri ( $\Omega.m$ ) | RMS  | Parametrik fonksiyonelin son değeri | CPU zamanı (s) |
|------------------|-----------------|---|--|------|-------------------------------------|----------------|
| L2               | 2               | 24.1                                    | 129.7                                    | 4.68 | 2070.9                              | 29.1           |
| SM               | 9               | 31.9                                    | 284.5                                    | 2.21 | 211.8                               | 145.6          |
| MS               | 8               | 29.1                                    | 480.8                                    | 1.79 | 102.6                               | 118.7          |
| MGS              | 8               | 18.6                                    | 762.6                                    | 2.20 | 723.2                               | 121.6          |
| ME1              | 8               | 31.8                                    | 405.6                                    | 1.65 | 73.7                                | 121.9          |
| TV               | 8               | 19.2                                    | 754.4                                    | 1.91 | 720.4                               | 123.3          |

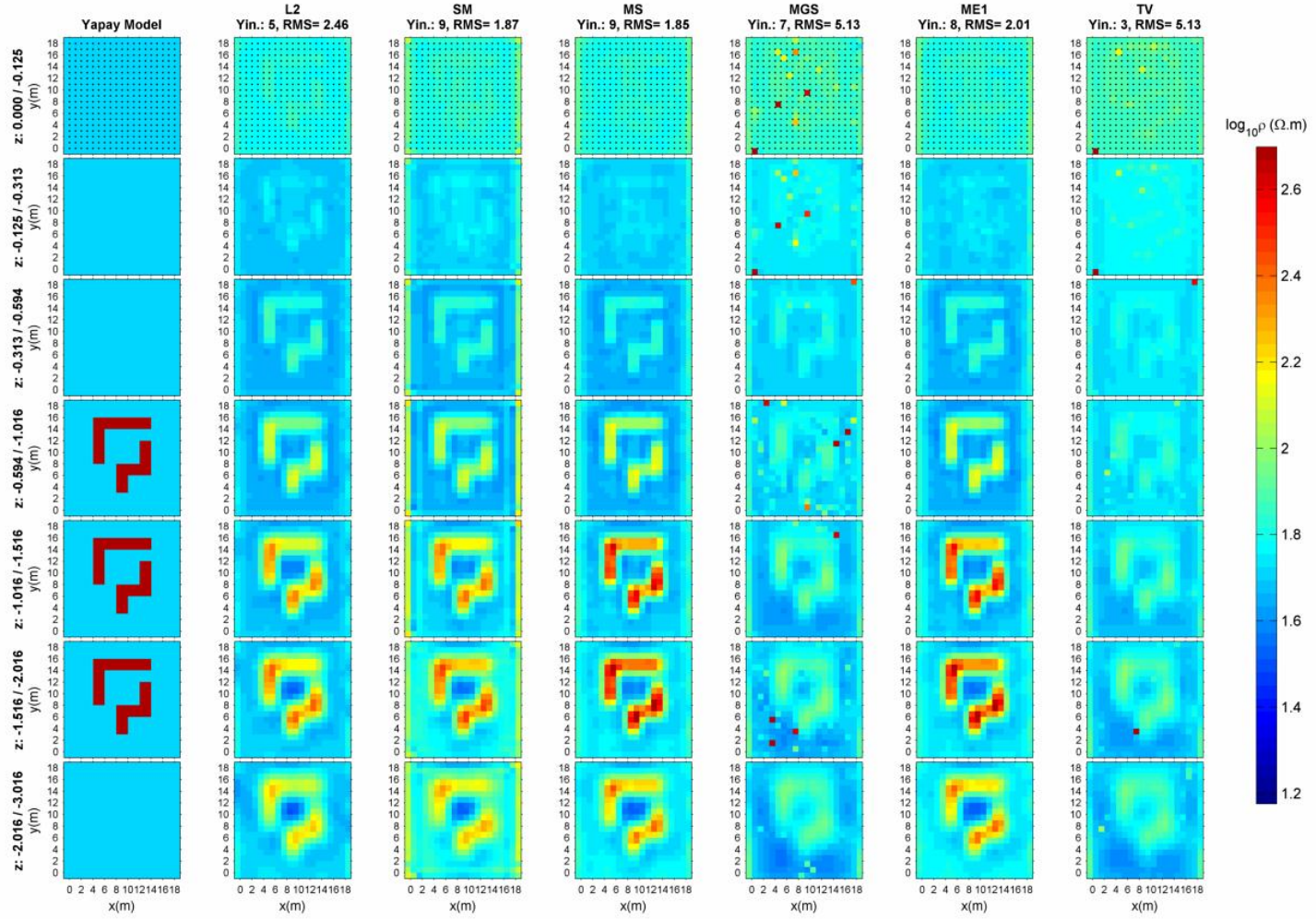
Çizelge 5.2 Eşlenik gradyan çözümlerine ait değerler

| Durağanlaştırıcı | Yineleme sayısı | En düşük özdirenç değeri ( $\Omega.m$ ) | En yüksek özdirenç değeri ( $\Omega.m$ ) | RMS  | Parametrik fonksiyonelin son değeri | CPU zamanı (s) |
|------------------|-----------------|---|--|------|-------------------------------------|----------------|
| L2               | 5               | 31.7                                    | 260.8                                    | 2.46 | 376.8                               | 4.9            |
| SM               | 9               | 32.6                                    | 304.4                                    | 1.87 | 230.6                               | 14.3           |
| MS               | 9               | 30.6                                    | 552.4                                    | 1.85 | 84.7                                | 8.8            |
| MGS              | 7               | 35.8                                    | 5410.8                                   | 5.13 | 1079.6                              | 9.1            |
| ME1              | 8               | 31.6                                    | 491.8                                    | 2.01 | 87.5                                | 10.6           |
| TV               | 3               | 36.4                                    | 2592.9                                   | 5.13 | 1001.7                              | 3.8            |



Şekil 5.2 Farklı durağanlaştırıcılar için Model 1'in Gauss-Newton ters çözüm sonuçları

(İlk sütun gerçek modeli, diğer sütunlar farklı durağanlaştırıcılar için ters çözüm sonuçlarını, satırlar ise model için ilgili derinlik seviyelerini göstermektedir).



Şekil 5.3 Farklı durağanlaştırıcılar için Model 1'in eşlenik gradyan ters çözüm sonuçları

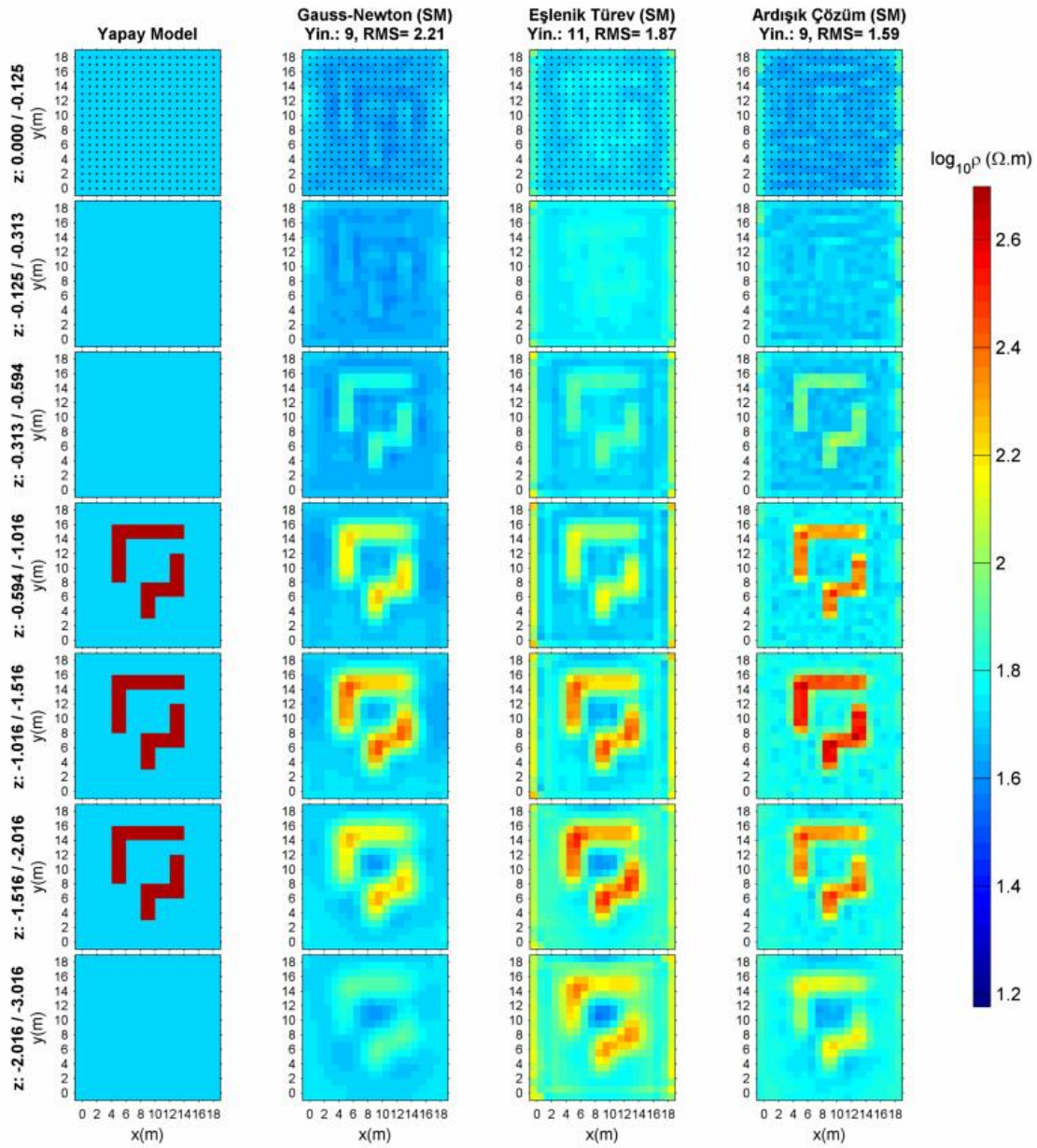
(İlk sütun gerçek modeli, diğer sütunlar farklı durağanlaştırıcılar için ters çözüm sonuçlarını, satırlar ise model için ilgili derinlik seviyelerini göstermektedir)

Bu model için farklı durağanlaştırıcılar kullanılarak yapılan çözümler incelendiğinde her iki çözüm yöntemi için de SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcılarının diğerlerine göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. SM durağanlaştırıcısının kullanıldığı her iki çözüm yönteminde de yapı sınırını daha yuvarlak şekilde bulunurken, yapı özdirenci diğer durağanlaştırıcılara göre daha düşük bulunmuştur. MS ve ME1 durağanlaştırıcıları kullanılarak yapılan çözümlerde ise yapı sınırları beklenildiği gibi daha keskin olarak belirlenmiştir. Bu durağanlaştırıcılar ile yapının özdirenci gerçeğe daha yakın bulunmuştur. Her üç durağanlaştırıcı için de eşlenik gradyan çözümlerinin daha yapı sınırlarını daha dağınık olarak belirlediğini söylemek mümkündür.

L2 durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton çözümü doğru sonuçlar üretmezken, eşlenik gradyan yönteminde diğer durağanlaştırıcılara göre daha kötü sonuçlar üretmiştir. MGS ve TV durağanlaştırıcıları kullanılarak yapılan Gauss-Newton çözümünde yapı sınırını hemen hemen bulmuşken yapı özdirenci için gerçek değere yaklaşılamamıştır. Bu iki durağanlaştırıcının kullanıldığı eşlenik gradyan yöntemi doğru sonuçlar üretmemiştir.

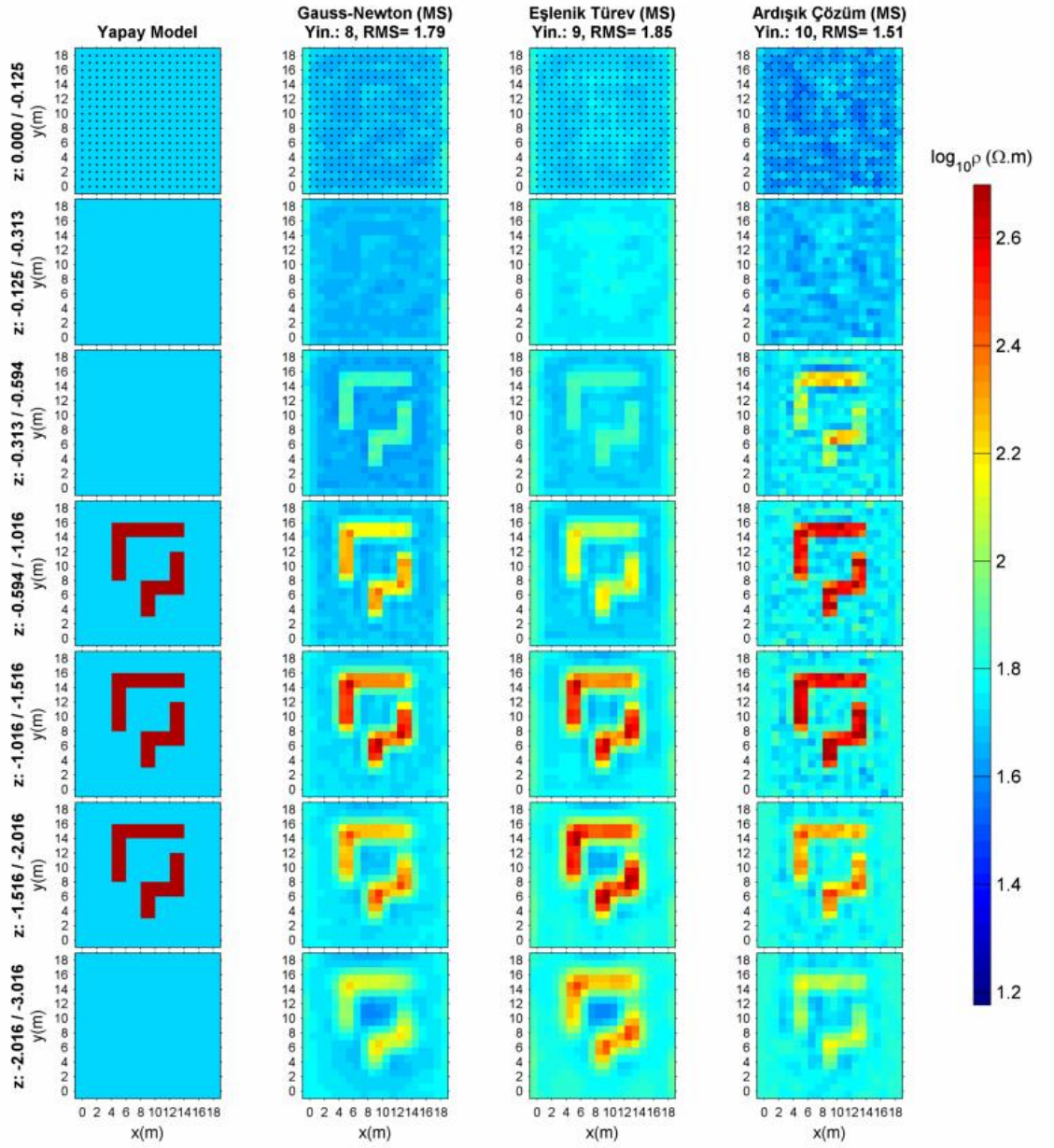
Çözüm süreleri karşılaştırıldığında Gauss-Newton çözümlerinin eşlenik gradyan yöntemine göre oldukça yavaş olduğu görülmektedir. Örneğin SM durağanlaştırıcısı kullanılarak Gauss-Newton yöntemi ile çözüme 9 yineleme yapılarak yaklaşık 145 s’de ulaşılrken, eşlenik gradyan yöntemi ile yine 9 yineleme yapılarak yaklaşık 14s’de ulaşılmıştır. Bu iki yöntem ile elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında Gauss-Newton çözümlerinin daha iyi olduğu ancak eşlenik gradyan çözümlerinin de kabul edilebilir olduğu RMS ve parametrik fonksiyonelin değerlerinden görülmektedir.

Yapılan denemelerde daha iyi sonuçlar verdiği gözlenen SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcıları ile Gauss-Newton ve eşlenik gradyan yöntemleri kullanılarak ardışık ters çözüm yapılmıştır. Ters çözümün ilk yinelemelerinde Gauss-Newton yöntemi kullanılmış RMS değerleri iyileşmediği durumda eşlenik gradyan yöntemi ile çözüme devam edilmiştir. Ardışık yineleme sonuçları SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcıları için yöntemlerin tek tek kullanılmasıyla elde edilen sonuçlarla karşılaştırmalı olarak şekil 5.4-5.6’da verilmiştir.



Şekil 5.4 SM durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları

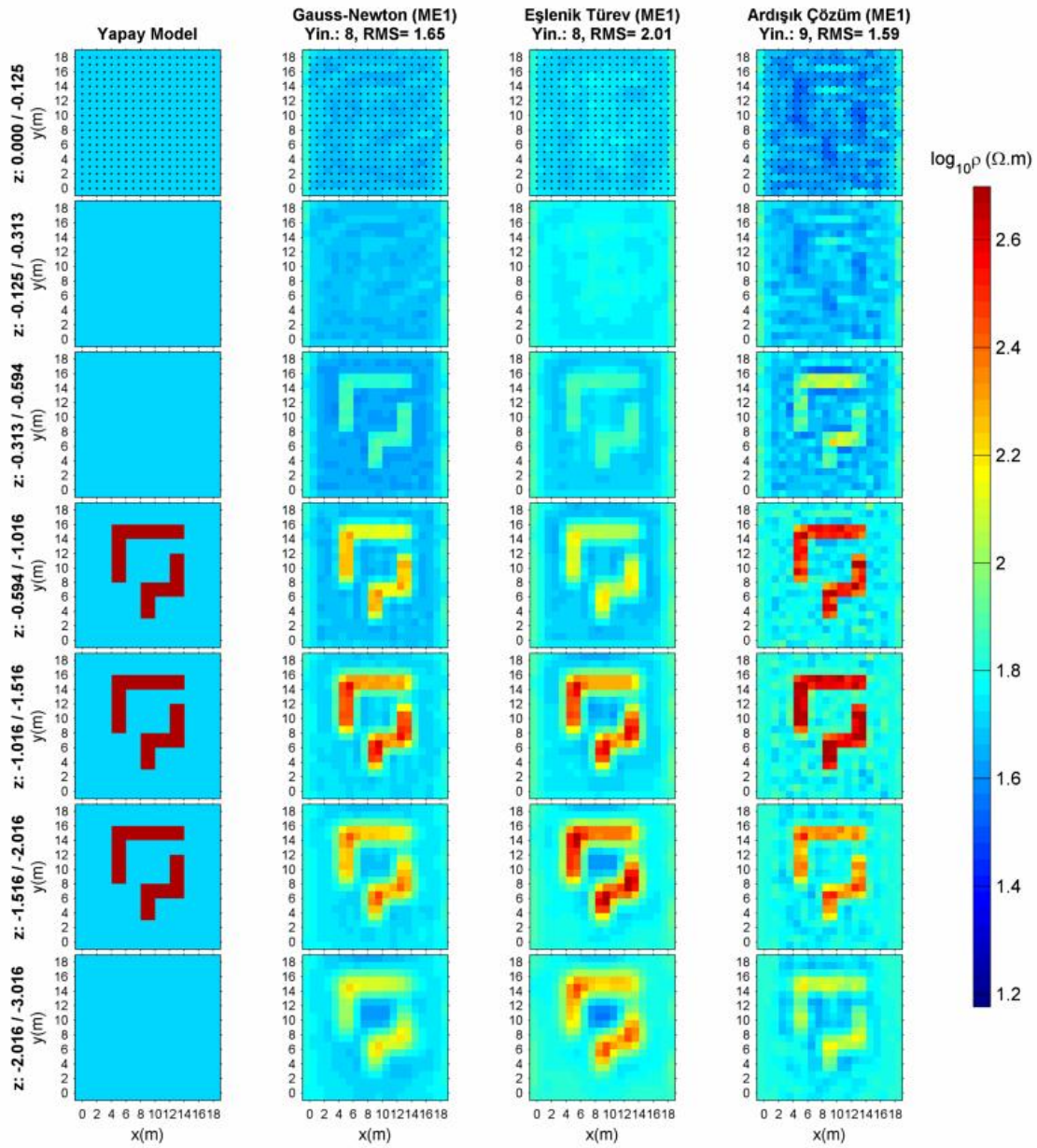
(İlk sütun gerçek modeli, diğer sütunlar farklı çözümler için ters çözüm sonuçlarını, satırlar ise model için ilgili derinlik seviyelerini göstermektedir)



Şekil 5.5 MS durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları

(İlk sütun gerçek modeli, diğer sütunlar farklı çözümler için ters çözüm sonuçlarını, satırlar ise model için ilgili derinlik seviyelerini göstermektedir)





Şekil 5.6 ME1 durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları

(İlk sütun gerçek modeli, diğer sütunlar farklı çözümler için ters çözüm sonuçlarını, satırlar ise model için ilgili derinlik seviyelerini göstermektedir)

Yukarıdaki şekillerden de görüleceği üzere üç farklı durağanlaştırıcı için de ardışık ters çözüm, her iki yöntemin ayrı ayrı kullanımından daha iyi sonuçlara ulaşmaktadır. Hem yapı sınırları hem de yapının öz direnç gerçek yer ve değerlere daha yakındır.

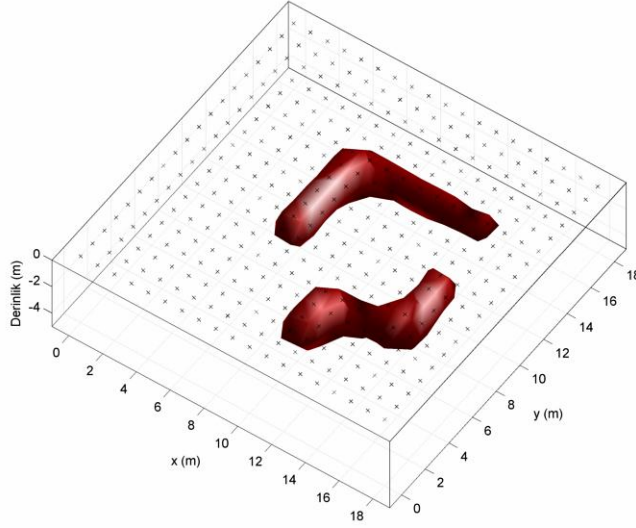
SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcıları kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözümlerine ait RMS, parametrik fonksiyonel değeri ve işlemci zamanları karşılaştırma amacıyla çizelge 5.3'te verilmiştir. Üç durağanlaştırıcı için de ardışık ters çözüm sonucu elde edilen yer elektrik kesitlerine ait RMS ve parametrik fonksiyonel değerleri, yöntemlerin ayrı ayrı uygulandığında elde edilen değerlerden daha düşüktür. Zaman olarak karşılaştırıldığında hemen hemen eşit sayıda yineleme yapılarak ardışık ters çözüm ile Gauss-Newton yöntemine göre daha kısa sürede daha iyi çözüme ulaşılmıştır.

Çizelge 5.3 Model 1 için SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcıları kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık çözümlere ait değerler

| Yöntem / Durağanlaştırıcı |     | Yineleme sayısı   | En düşük öz direnç değeri ( $\Omega.m$ ) | En yüksek öz direnç değeri ( $\Omega.m$ ) | RMS         | Parametrik fonksiyonelin son değeri | CPU zamanı (s) |
|---------------------------|-----|-------------------|--|---|-------------|-------------------------------------|----------------|
| Gauss-Newton              | SM  | 9                 | 31.9                                     | 284.5                                     | 2.21        | 211.8                               | 145.6          |
|                           | MS  | 8                 | 29.1                                     | 480.8                                     | 1.79        | 102.6                               | 118.7          |
|                           | ME1 | 8                 | 31.8                                     | 405.6                                     | 1.65        | 73.7                                | 121.9          |
| Eşlenik Türev             | SM  | 9                 | 32.6                                     | 304.4                                     | 1.87        | 230.6                               | 14.3           |
|                           | MS  | 9                 | 30.6                                     | 552.4                                     | 1.85        | 84.7                                | 8.8            |
|                           | ME1 | 8                 | 31.6                                     | 491.8                                     | 2.01        | 87.5                                | 10.6           |
| Ardışık                   | SM  | 9<br>(3 GN+6 ET)  | 23.3                                     | 412.3                                     | <b>1.59</b> | <b>139.4</b>                        | <b>55.3</b>    |
|                           | MS  | 10<br>(3 GN+7 ET) | 17.9                                     | 494.3                                     | <b>1.51</b> | <b>70.1</b>                         | <b>51.1</b>    |
|                           | ME1 | 9<br>(3 GN+6 ET)  | 21.1                                     | 406.6                                     | <b>1.59</b> | <b>71.2</b>                         | <b>52.8</b>    |

DAÖ verilerinin 3B ters çözüm sonucu, belirli bir öz dirençten küçük, büyük veya değerler için “isosurface” geçirilerek gösterilebilir. Yer altı modelinin bu şekilde gösterimi ile ilgilenilen öz dirence sahip yapı veya yapıya bir hacim olarak gösterilir ve etrafındaki öz direnç değerlerinden daha kolay ayırt edilerek sınırları daha kolay takip edilebilir.

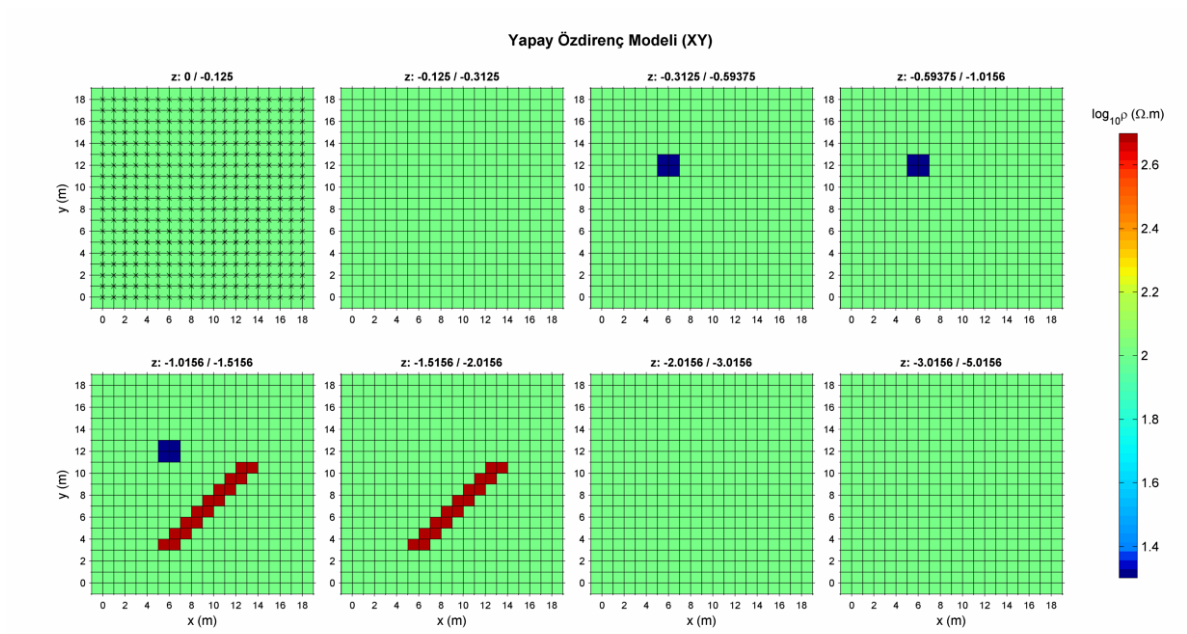
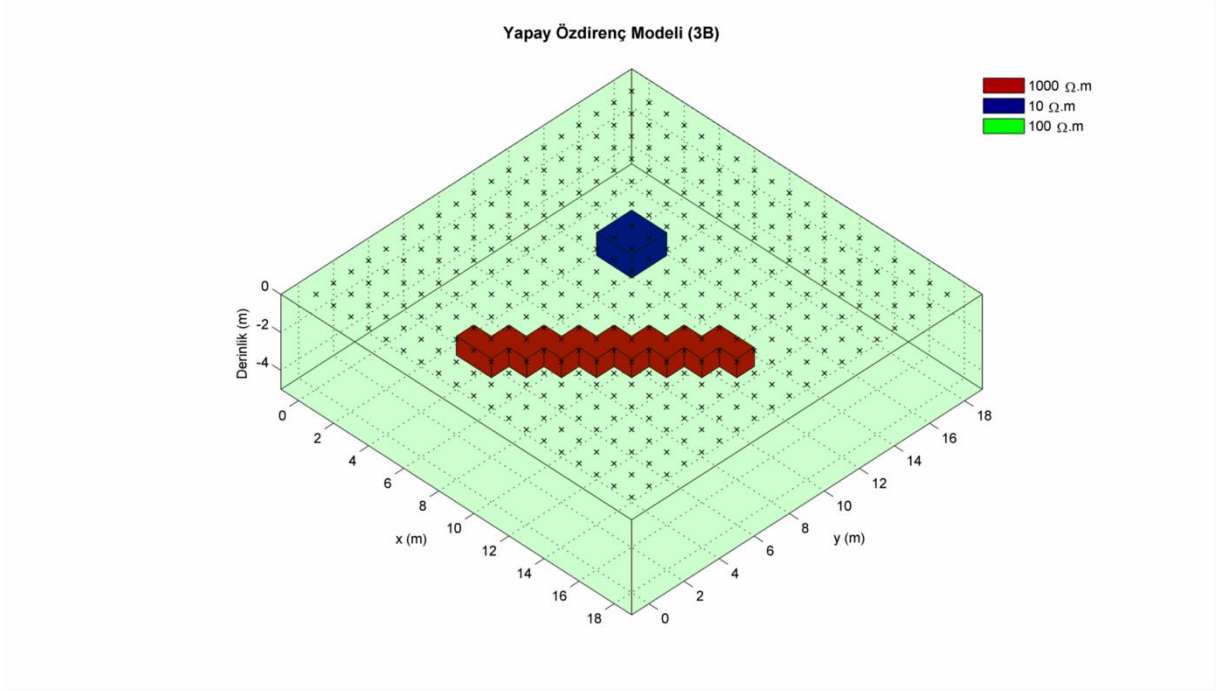
Model 1 için  $\rho > 175 \Omega.m$  özdirenç değerinden “isosurface” geçirilerek elde edilen 3B yer altı modeli şekil 5.7’de verilmiştir. Oda yapısının konum ve sınırları daha net ve anlaşılır olarak görülmektedir.



Şekil 5.7 Şekil 5.6’da verilen ME1 durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan ardışık çözüm sonucunda sadece  $\rho > 175 \Omega.m$  için “isosurface” geçirilerek çizilen 3B özdirenç modeli.

## 5.2 Model 2: Duvar-Blok

İkinci yapay özdirenç modeli  $100 \Omega.m$  tek düze bir ortam içinde yer alan hem x hem de y yönünde devam eden ve görece yalıtkan  $1000 \Omega.m$ ’lik bir duvar yapısı ile görece iletken  $10 \Omega.m$  özdirençli blok yapısından oluşmaktadır. İletken blok yapısının kare şeklinde ( $2 m \times 2 m$ ) ve yalıtkan duvar yapısına göre daha yüzeindedir. Bu modelin 3B görünümü ve XY kesiti görünümü şekil 5.8’de verilmiştir.



Şekil 5.8 Özdirenç modeli.

(3B görünüm (üstte) ve farklı derinlik seviyeleri için XY kesitleri (altta))

Oluşturulan modelin düz çözümü ile edilen görünür özdirenç değerleri en düşük 29.5  $\Omega.m$  ve en yüksek 138.8  $\Omega.m$ 'dir. Görünür özdirençlerin ortalama değeri ise 101.1  $\Omega.m$ 'dir ve başlangıç modeli özdirenç bu değer olan yer modeli olarak seçilmiştir. Tek

düze yer modeli için kısmi türevler dizeyi başlangıçta bir kez hesaplanmıştır. Bu dizeyin öz değerleri tekil değer ayrışımı kullanılarak hesaplanmış ve en büyük değeri 2.973 bulunmuştur. Bu değer düzgünleştirici parametresi olan  $\alpha$  için başlangıç değeri olarak alınmıştır. Ters çözüm adımları sırasında  $\alpha$  parametresinin en düşük 0.2973 olmasına izin verilmiştir.

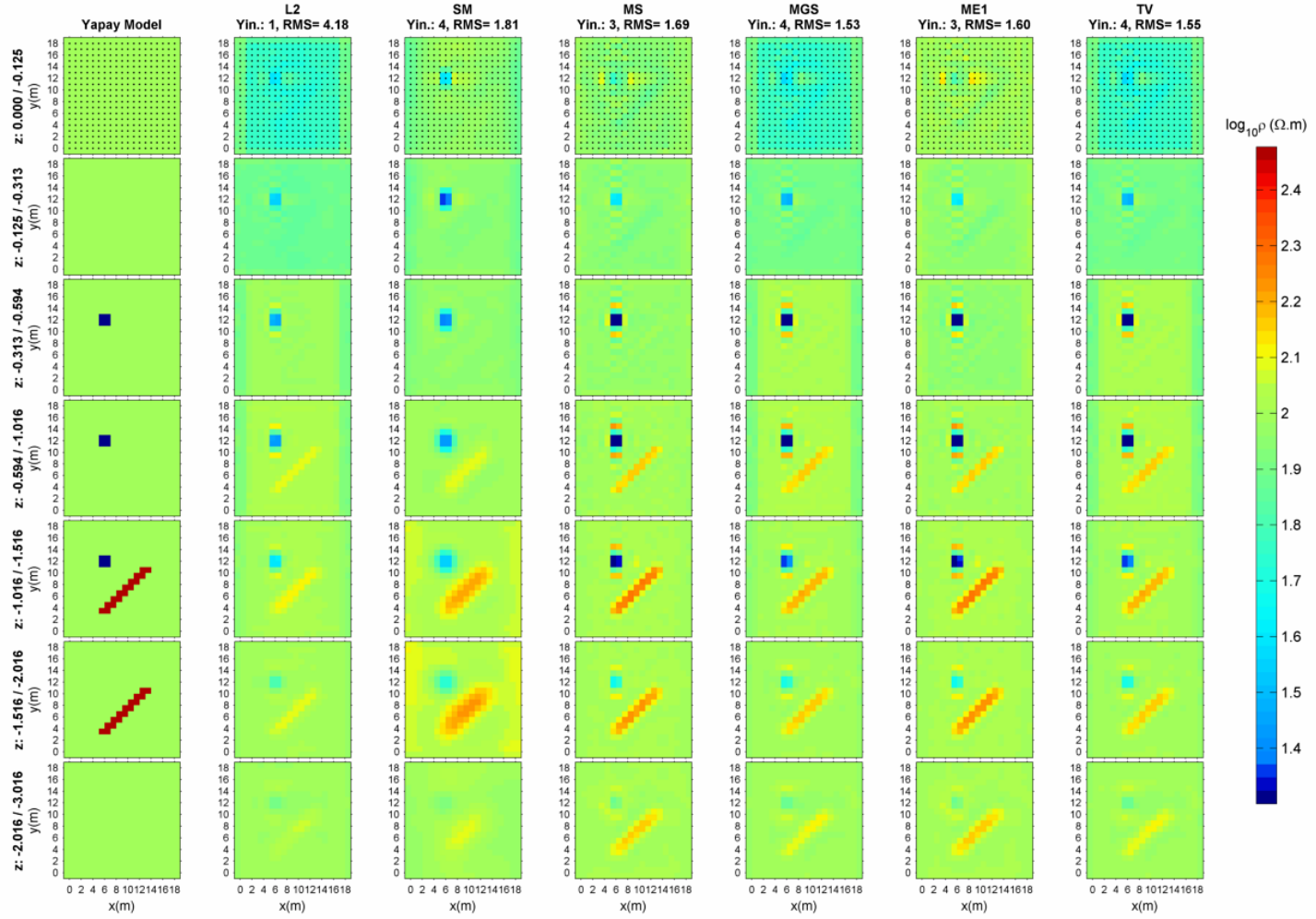
Duvar-blok modelinin düz çözümü ile hesaplanan kuramsal verinin farklı durağanlaştırıcılar kullanılarak Gauss-Newton ve eşlenik gradyan ters çözümü sonuçları sırasıyla şekil 5.9-5.10'da gösterilmiştir. Her bir çözüme ait yer elektrik modellerinin üzerinde yineleme sayısı ve son yinelemede ulaşılan RMS değeri verilmiştir. Farklı durağanlaştırıcılar için Gauss-Newton ve eşlenik gradyan çözümüne ait en düşük ve en yüksek özdirenç değerleri, son yinelemeye ait RMS ve parametrik fonksiyonel değerleri ile toplam işlemci zamanları sırasıyla çizelge 5.4-5.5'de verilmiştir.

Çizelge 5.4 Gauss-Newton çözümlerine ait değerler

| Durağanlaştırıcı | Yineleme sayısı | En düşük özdirenç değeri ( $\Omega.m$ ) | En yüksek özdirenç değeri ( $\Omega.m$ ) | RMS  | Parametrik fonksiyonelin son değeri | CPU zamanı (s) |
|------------------|-----------------|---|--|------|-------------------------------------|----------------|
| L2               | 1               | 27.3                                    | 131.5                                    | 4.18 | 2717.9                              | 14.5           |
| SM               | 4               | 16.9                                    | 447.9                                    | 1.81 | 217.6                               | 63.1           |
| MS               | 3               | 10.0                                    | 189.5                                    | 1.69 | 117.4                               | 44.3           |
| MGS              | 4               | 7.7                                     | 208.9                                    | 1.53 | 365.9                               | 60.4           |
| ME1              | 3               | 9.9                                     | 190.9                                    | 1.60 | 69.7                                | 45.5           |
| TV               | 4               | 7.9                                     | 199.4                                    | 1.55 | 389.9                               | 60.6           |

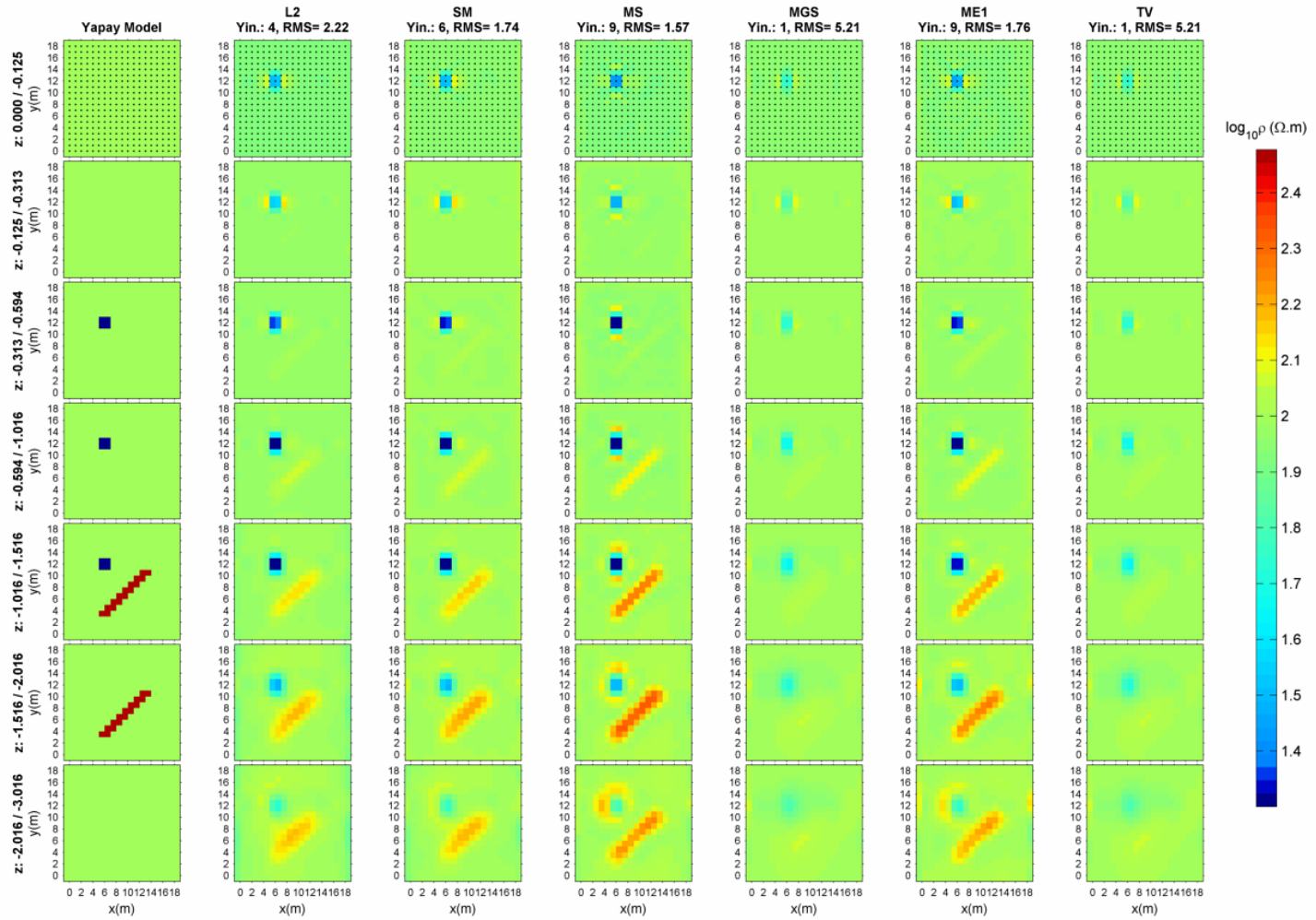
Çizelge 5.5 Eşlenik gradyan çözümlerine ait değerler

| Durağanlaştırıcı | Yineleme sayısı | En düşük özdirenç değeri ( $\Omega.m$ ) | En yüksek özdirenç değeri ( $\Omega.m$ ) | RMS  | Parametrik fonksiyonelin son değeri | CPU zamanı (s) |
|------------------|-----------------|---|--|------|-------------------------------------|----------------|
| L2               | 4               | 17.6                                    | 150.2                                    | 2.22 | 403.2                               | 3.9            |
| SM               | 6               | 14.6                                    | 186.2                                    | 1.74 | 198.9                               | 11.1           |
| MS               | 9               | 15.1                                    | 215.9                                    | 1.57 | 76.4                                | 8.8            |
| MGS              | 1               | 44.8                                    | 127.9                                    | 5.21 | 1117.9                              | 1.1            |
| ME1              | 9               | 18.2                                    | 207.3                                    | 1.76 | 76.5                                | 11.7           |
| TV               | 1               | 45.0                                    | 128.0                                    | 5.21 | 1115.4                              | 1.0            |



Şekil 5.9 Farklı durağanlaştırıcılar için duvar-blok modelinin Gauss-Newton ters çözüm sonuçları

(İlk sütun gerçek modeli, diğer sütunlar farklı durağanlaştırıcılar için ters çözüm sonuçlarını, satırlar ise model için ilgili derinlik seviyelerini göstermektedir)



Şekil 5.10 Farklı durağanlaştırıcılar için duvar-blok modelinin eşlenik gradyan ters çözüm sonuçları

(İlk sütun gerçek modeli, diğer sütunlar farklı durağanlaştırıcılar için ters çözüm sonuçlarını, satırlar ise model için ilgili derinlik seviyelerini göstermektedir)

Duvar-blok modeli için farklı durağanlaştırıcılar kullanılarak yapılan çözümler incelendiğinde, bir önceki yapay model örneğinde olduğu gibi her iki çözüm yöntemi için de SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcılarının diğerlerine göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

SM durağanlaştırıcısının kullanıldığı Gauss-Newton çözümü için hem iletken hem de yalıtkan yapının sınırları daha yuvarlak olarak bulunmuştur. Yapıların öz dirençleri ise diğer durağanlaştırıcılara bulunan değerlere göre daha düşüktür. Eşlenik gradyan yönteminde SM durağanlaştırıcısının kullanılması ile bulunan çözümlerde ise yapı sınırları yine yuvarlak şekilde bulunmuştur. Ancak iletken yapının öz direnci gerçek değere Gauss-Newton yöntemine göre daha yakındır.

MS ve ME1 durağanlaştırıcıları kullanılarak yapılan çözümlerde ise yapıların sınırları yine beklenildiği gibi daha keskin olarak belirlenmiştir. Bu durağanlaştırıcılar ile yapılan Gauss-Newton çözümlerinde iletken yapı etrafındaki yalancı etkiler dikkat çekmektedir. Ancak aynı durağanlaştırıcılar için eşlenik gradyan çözümünde bu etkiler izlenmemektedir. Yapıların öz direnci SM durağanlaştırıcısına göre gerçeğe daha yakın bulunmuştur.

L2 durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton çözümü yapıların konumlarını ve öz direnç değerlerini doğru olarak bulamamıştır. Bu durağanlaştırıcı ile yapılan eşlenik gradyan çözümünün görece daha iyi olduğu söylenebilir.

MGS ve TV durağanlaştırıcıları kullanılarak yapılan Gauss-Newton çözümünde iletken yapı, yalıtkan yapıya göre daha düzgün bulunmuştur. Ancak iletken yapının etrafındaki yapay etkiler bu durağanlaştırıcılar ile yapılan çözümlerde de görülmektedir. Bu iki durağanlaştırıcının kullanıldığı eşlenik gradyan yönteminde ise algoritma ilk yineleme sonrasında ilerleyememiş ve çözüm bulamamıştır.

Bu iki yöntem ile elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında eşlenik gradyan yöntemi ile iletken blok yapısı etrafındaki yapay etkiler olmadan daha iyi bulunurken, Gauss-

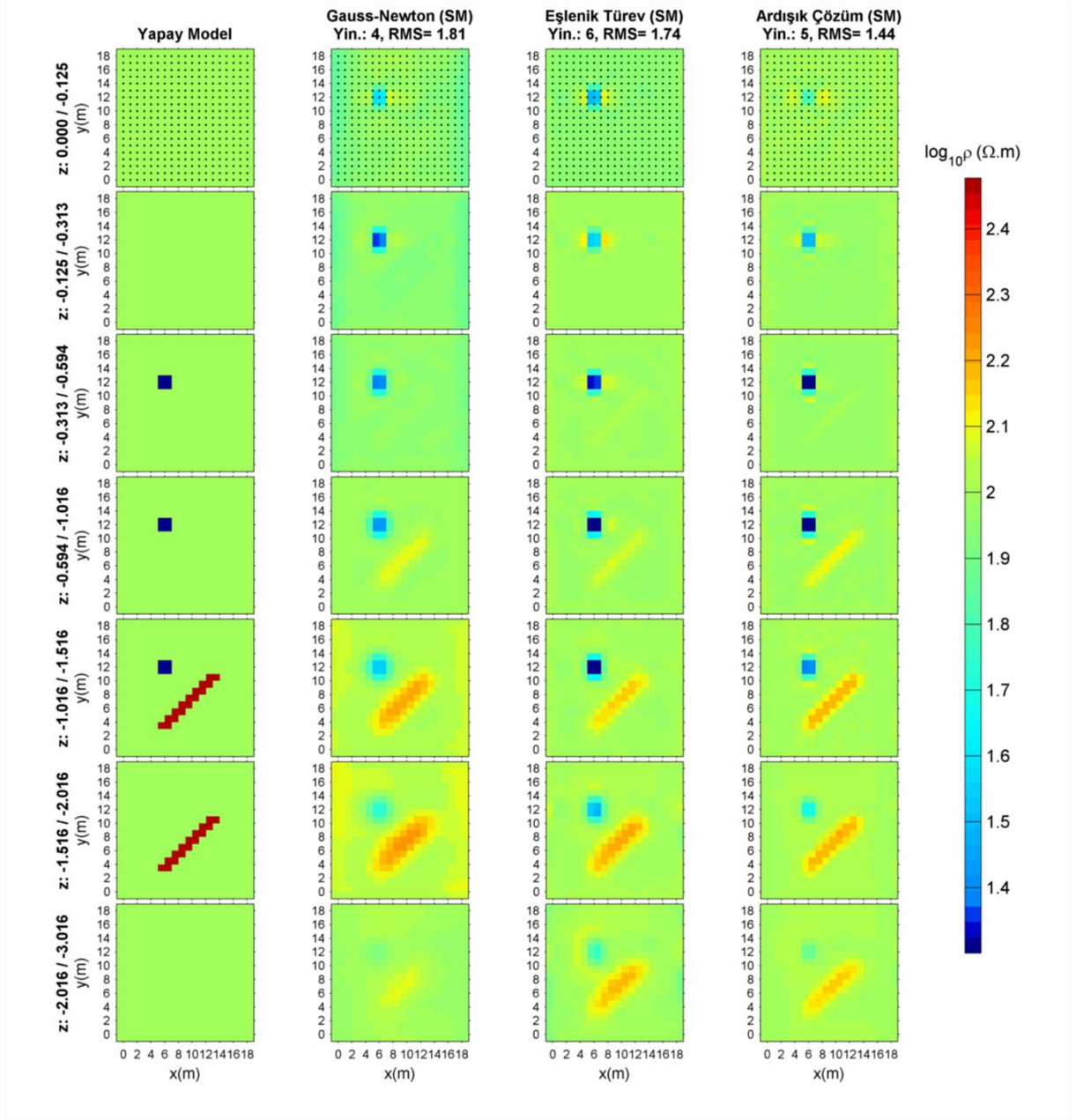


Newton çözümlerinde yalıtkan yapının yapı sınırlarının ve öz direncinin daha iyi bulunduğu görülmektedir.

Çözüm süreleri karşılaştırıldığında bir önceki modelde olduğu gibi Gauss-Newton çözümlerinin eşlenik gradyan yöntemine göre oldukça yavaş olduğu görülmektedir. Örneğin ME1 durağanlaştırıcısı için Gauss-Newton yöntemi ile bir çözüm adımı yaklaşık 15 s zaman alırken, aynı durağanlaştırıcı için eşlenik gradyan yönteminde bu süre yaklaşık 1.5 s'dir.

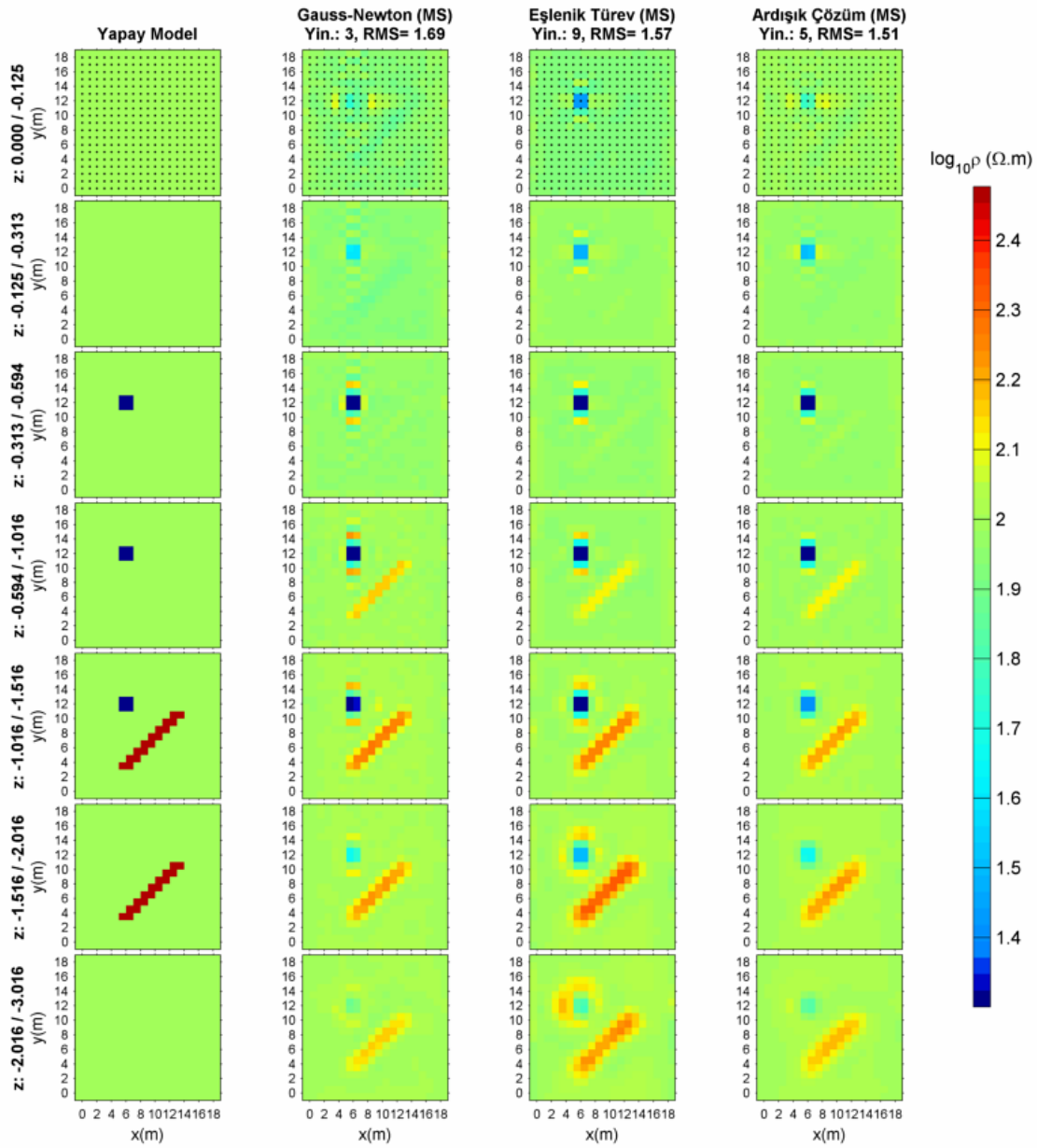
Tüm bu sonuçlar göz önüne alındığında daha iyi sonuçlar verdiği gözlenen SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcılarıyla Gauss-Newton ve eşlenik gradyan yöntemleri ile ardışık ters çözüm yapılmıştır. Ters çözümün ilk yinelemelerinde Gauss-Newton yöntemi kullanılmış RMS değerleri iyileşmediği durumda eşlenik gradyan yöntemi ile çözüme devam edilmiştir. Ardışık yineleme sonuçları SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcıları için yöntemlerin tek tek kullanılmasıyla elde edilen sonuçlarla karşılaştırmalı olarak şekil 5.11-5.13'te verilmiştir.

Görüleceği üzere üç farklı durağanlaştırıcı için de ardışık ters çözüm, her iki yöntemin ayrı ayrı kullanımından daha iyi sonuçlara ulaşmaktadır. İletken blok ve yalıtkan duvar yapılarının sınırları gerçek konumlarına daha yakındır. Bu yapıların öz dirençleri yapay modelde verilen değerlerine ardışık ters çözüm ile daha yakın bulunmuştur.



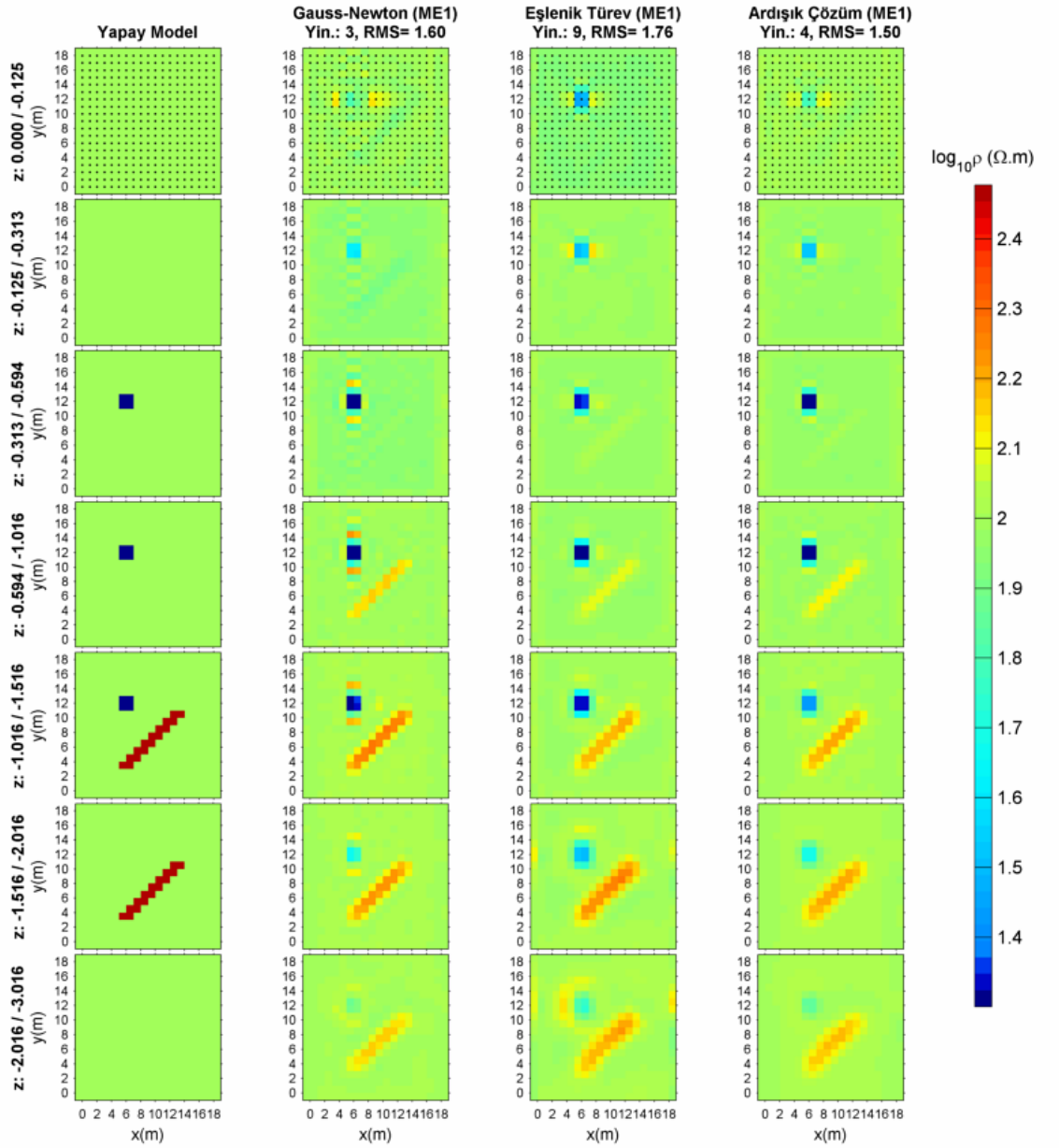
Şekil 5.11 SM durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları

(İlk sütun gerçek modeli, diğer sütunlar farklı çözümler için ters çözüm sonuçlarını, satırlar ise model için ilgili derinlik seviyelerini göstermektedir)



Şekil 5.12 MS durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları

(İlk sütun gerçek modeli, diğer sütunlar farklı çözümler için ters çözüm sonuçlarını, satırlar ise model için ilgili derinlik seviyelerini göstermektedir)



Şekil 5.13 ME1 durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları

(İlk sütun gerçek modeli, diğer sütunlar farklı çözümler için ters çözüm sonuçlarını, satırlar ise model için ilgili derinlik seviyelerini göstermektedir)

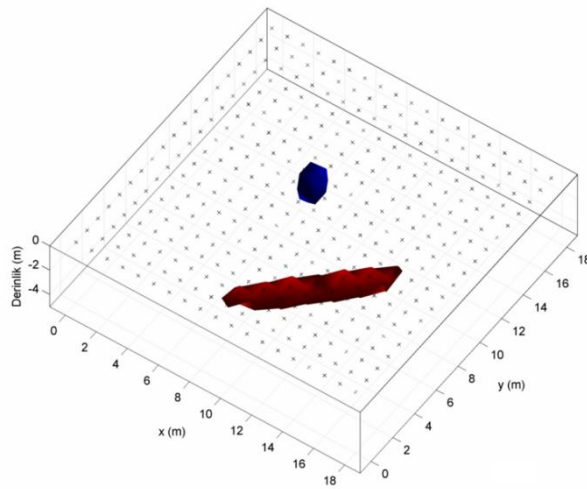
Duvar-blok modeli için SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcıları kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözümlerine ait RMS, parametrik fonksiyonel değeri ve işlemci zamanları karşılaştırma amacıyla çizelge 5.4'te verilmiştir. Üç durağanlaştırıcı için de ardışık ters çözüm sonucu elde edilen yer elektrik kesitlerine ait RMS ve parametrik fonksiyonel değerleri, yöntemlerin ayrı ayrı

uygulandığında elde edilen değerlerden daha düşüktür. Çözüm yöntemlerinin işlemci zamanları karşılaştırıldığında ise, ardışık ters çözüm ile Gauss-Newton yöntemine göre daha kısa sürede daha iyi çözüme ulaşılmıştır.

Çizelge 5.6 Duvar-blok modeli için SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcıları kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık çözümlere ait değerler

| Yöntem / Durağanlaştırıcı |     | Yineleme sayısı  | En düşük öz direnç değeri ( $\Omega.m$ ) | En yüksek öz direnç değeri ( $\Omega.m$ ) | RMS         | Parametrik fonksiyonelin son değeri | CPU zamanı (s) |
|---------------------------|-----|------------------|--|---|-------------|-------------------------------------|----------------|
| Gauss-Newton              | SM  | 4                | 16.9                                     | 204.9                                     | 1.81        | 217.6                               | 63.1           |
|                           | MS  | 3                | 13.7                                     | 189.5                                     | 1.69        | 117.4                               | 44.3           |
|                           | ME1 | 3                | 11.1                                     | 190.9                                     | 1.60        | 69.7                                | 45.5           |
| Eşlenik Türev             | SM  | 6                | 14.6                                     | 186.2                                     | 1.74        | 198.9                               | 11.1           |
|                           | MS  | 9                | 15.1                                     | 209.9                                     | 1.57        | 76.4                                | 8.8            |
|                           | ME1 | 9                | 18.2                                     | 198.3                                     | 1.76        | 76.5                                | 11.7           |
| Ardışık                   | SM  | 5<br>(2 GN+3 ET) | 9.9                                      | 351.9                                     | <b>1.44</b> | <b>140.2</b>                        | <b>32.5</b>    |
|                           | MS  | 5<br>(2 GN+3 ET) | 9.7                                      | 215.7                                     | <b>1.51</b> | <b>90.4</b>                         | <b>32.7</b>    |
|                           | ME1 | 4<br>(2 GN+2 ET) | 9.9                                      | 207.7                                     | <b>1.50</b> | <b>65.4</b>                         | <b>31.5</b>    |

Duvar-blok modeli için  $\rho < 20 \Omega.m$  ve  $\rho > 200 \Omega.m$  değerinden “isosurface” geçirilerek elde edilen 3B yer altı modeli şekil 5.14’te verilmiştir. Her iki yapının da konum ve sınırları daha net ve anlaşılır olarak görülmektedir.



Şekil 5.14 Şekil 5.13’da verilen ME1 durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan ardışık çözüm sonucunda  $\rho < 20 \Omega.m$  ve  $\rho > 175 \Omega.m$  için “isosurface” geçirilerek çizilen 3B öz direnç modeli

## **6. ARAZİ VERİSİNİN ÜÇ BOYUTLU TERS ÇÖZÜMÜ**

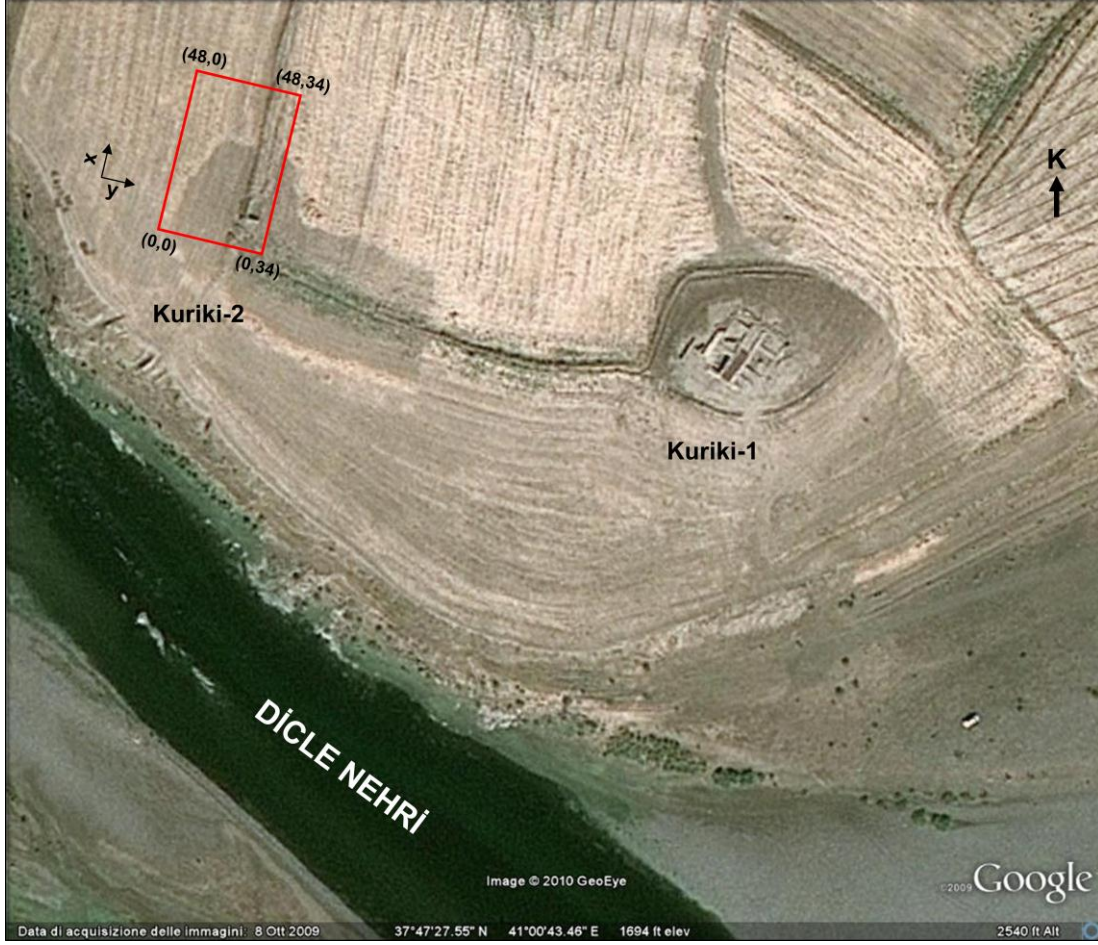
Doğru akım öz direnç verileri arazi çalışmalarında çoğunlukla birbirine paralel sondaj-profil ölçüleri şeklinde toplanmaktadır. Bu verilerinin ayrı ayrı iki boyutlu ters çözümleri ile elde edilen yer elektrik kesitlerinin bir arada gösterimi ile yaklaşık üç boyutlu yer elektrik modeli elde edilebilir. Yer altına ait gerçek 3B yer elektrik modeli için paralel profiller boyunca toplanan verilerin 3B ters çözümünün yapılması gerekmektedir.

Bu tez çalışmasında geliştirilen DAÖ verilerinin düzgünleştiricili 3B ters çözümü algoritmasının arazi verileriyle test edilmesi için Batman ilinde bulunan Kuruki Höyük arkeolojik kazı alanında toplanan veriler kullanılmıştır.

### **6.1 Çalışma Alanı ve Ölçülerin Toplanması**

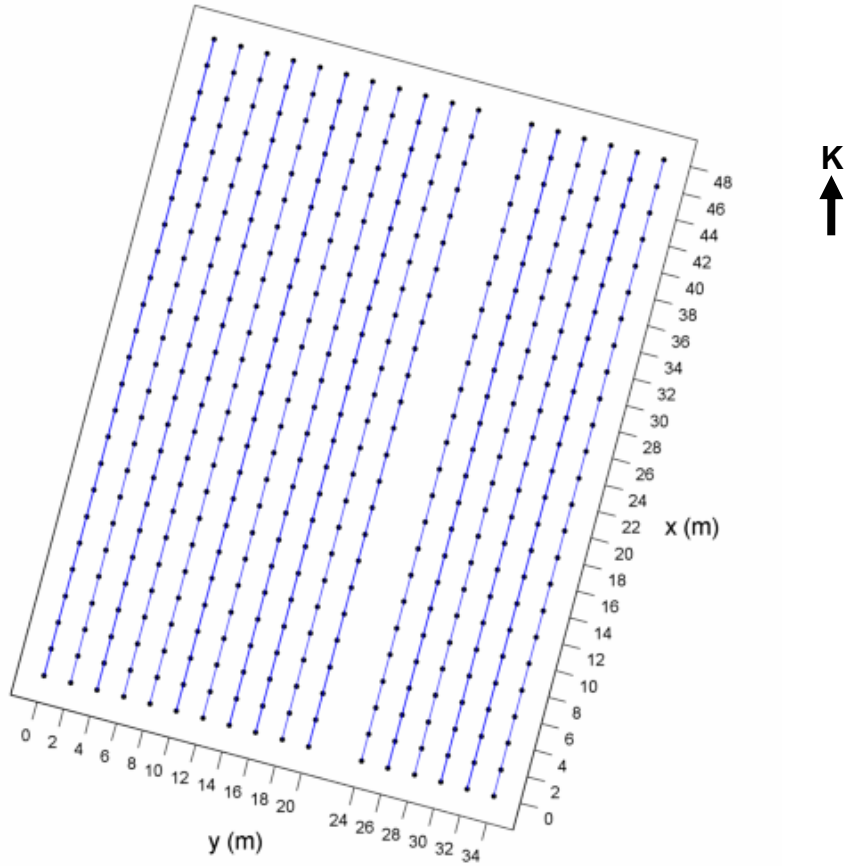
Kuriki Höyük, Batman ilinin 14 km güneyinde bulunan Oymataş Köyü'nün 1 km kadar güneybatısında birbirine yaklaşık 70 m uzaklıktaki iki tepeden oluşan eski bir yerleşim alanıdır. Coğrafi konumu tam olarak Batman Çayı ile Dicle Nehri'nin birleştiği yer olarak tarif edilebilir (Şekil 6.1). Bu alandaki ilk yerleşim yaklaşık olarak günümüzden beş bin yıl öncesine aittir.

Söz konusu iki tepeden Kuriki-1 olarak adlandırılan höyükte 2009 yılında kazı çalışmaları sonucunda MÖ 1. bin - MS 1. bin başlarında tarihlenen büyük bir yapı ortaya çıkartılmıştır. Aynı yıl içerisinde diğer tepe olan Kuriki-2 Höyük üzerindeki kazı çalışmalarını yönlendirmek amacıyla jeofizik çalışmalar yapılmıştır.



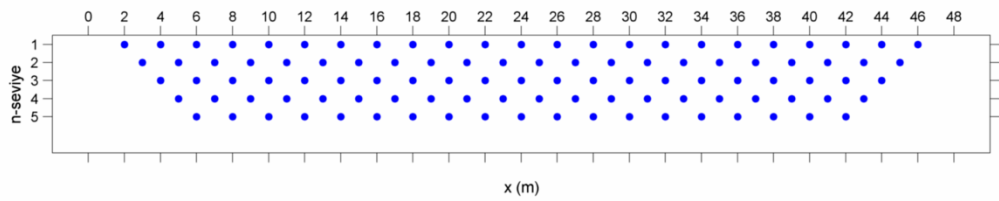
Şekil 6.1 Kuriki Höyük'ün genel görüntüsü ve çalışma alanının konumu

Kuriki-2 Höyük üzerindeki DAÖ verileri birbirine paralel 17 profil üzerinde sondaj-profil ölçüsü şeklinde toplanmıştır. Profillerin doğrultuları kazı çalışmalarını yönlendiren arkeologların önerileri, arazi gözlemleri ve arazi şartlarına göre yaklaşık GB-KD olarak belirlenmiştir. Profiller arası uzaklık 2 m olarak seçilmiştir. 11. ve 12. profiller arası uzaklık arazide bulunan sulama kanalında dolayı 4 m olarak alınmıştır. Her bir profile 2 m aralıklı 25 adet elektrot kullanılmıştır. Sonuç olarak 48 m x 34 m'lik bir çalışma alanının altı görüntülenmeye çalışılmıştır. Çalışma alanında ölçüm profillerinin ve elektrotlarının konumları şekil 6.2 'de verilmiştir.



Şekil 6.2 Ölçü profilleri ve elektrotların konumları

Elektrot dizilimi olarak pol-dipol (A-MN) elektrot dizilimi kullanılmış ve toplam 5 seviyede veriler toplanmıştır. Her bir profilde 105 adet olmak üzere toplam 1785 görünür öz direnç değeri ölçülen gerilim farklarından elde edilmiştir. Her doğrultu boyunca veri noktalarının yerleri şekil 6.3'te gösterilmiştir.



Şekil 6.3 25 elektrot, 5 seviye pol-dipol sondaj-profil ölçüsünde görünür öz direnç veri noktaları

Toplanan görünür öz direnç verilerinin en düşük değeri 12.3  $\Omega.m$  en yüksek değeri ise 406.1  $\Omega.m$ 'dir. Ortalama görünür öz direnç ise 71.6  $\Omega.m$ 'dir.



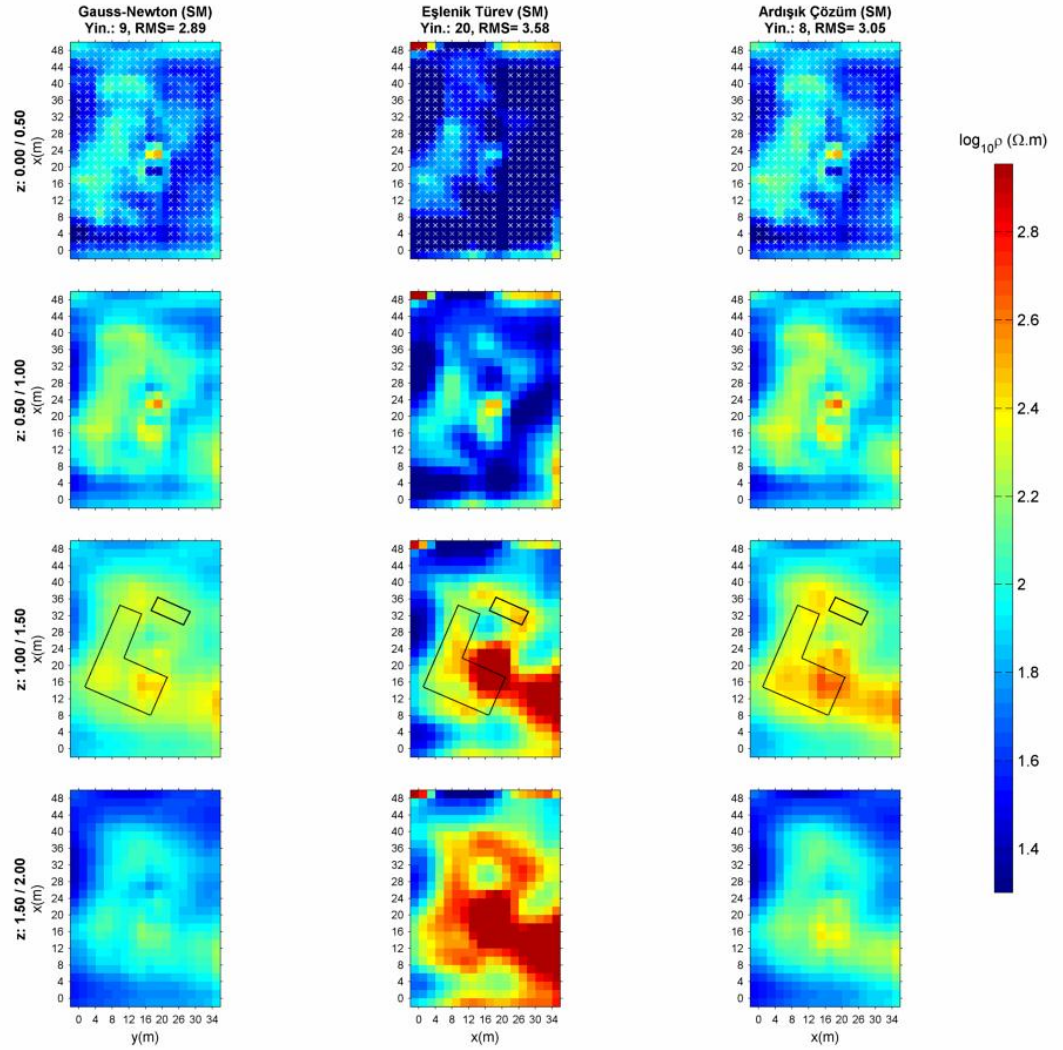
## 6.2 3B Ters Çözüm ve Yorum

Ters çözüm algoritmasının başlangıç modeli olarak ölçülen görünür öz dirençlerin ortalamasına sahip tek düze bir yer modeli seçilmiştir. Bu modelden hesaplanan kuramsal veri ile ölçülen veri arasındaki başlangıç RMS değeri 31.9 olarak hesaplanmıştır.

Kuramsal veri hesabında elektrotlar arası iki blok ile temsil edilmiştir. Ters çözümde kullanılan parametre ağında ise bu iki blok tek bir parametre olarak alınmıştır. Ölçüm alanının sonlarındaki birer blok da ters çözüm parametresi olarak çözülmüştür. Ters çözüme giren parametre sayısı x- yönünde 26, y- yönünde 18 ve z- yönünde 6 olmak üzere toplam 2808'dir. Boyutları 1785 x 2808 olan kısmi türevler dizeyi başlangıç modeli için yalnızca bir kez hesaplanmış ve diğer yineleme adımlarında Broyden güncelleme ile güncellenmiştir. Tek düze yer modeli için hesaplanan kısmi türevler dizeyinin öz değerlerinin en büyük değeri 1.134 olarak bulunmuştur. Bu değer düzgünleştirici parametresinin ilk değeri olarak alınmıştır. Düzgünleştirici parametresinin algoritma içerisinde en düşük 0.1134 olmasına izin verilmiştir.

Arazi verilerinin düzgünleştiricili 3B ters çözümü SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcıları kullanılarak Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve bu yöntemlerin ardışık kullanımı ile üç farklı şekilde yapılmıştır. Bu durağanlaştırıcılara ait çözümler sırasıyla şekil 6.4-6.6'da üç farklı yöntem için karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

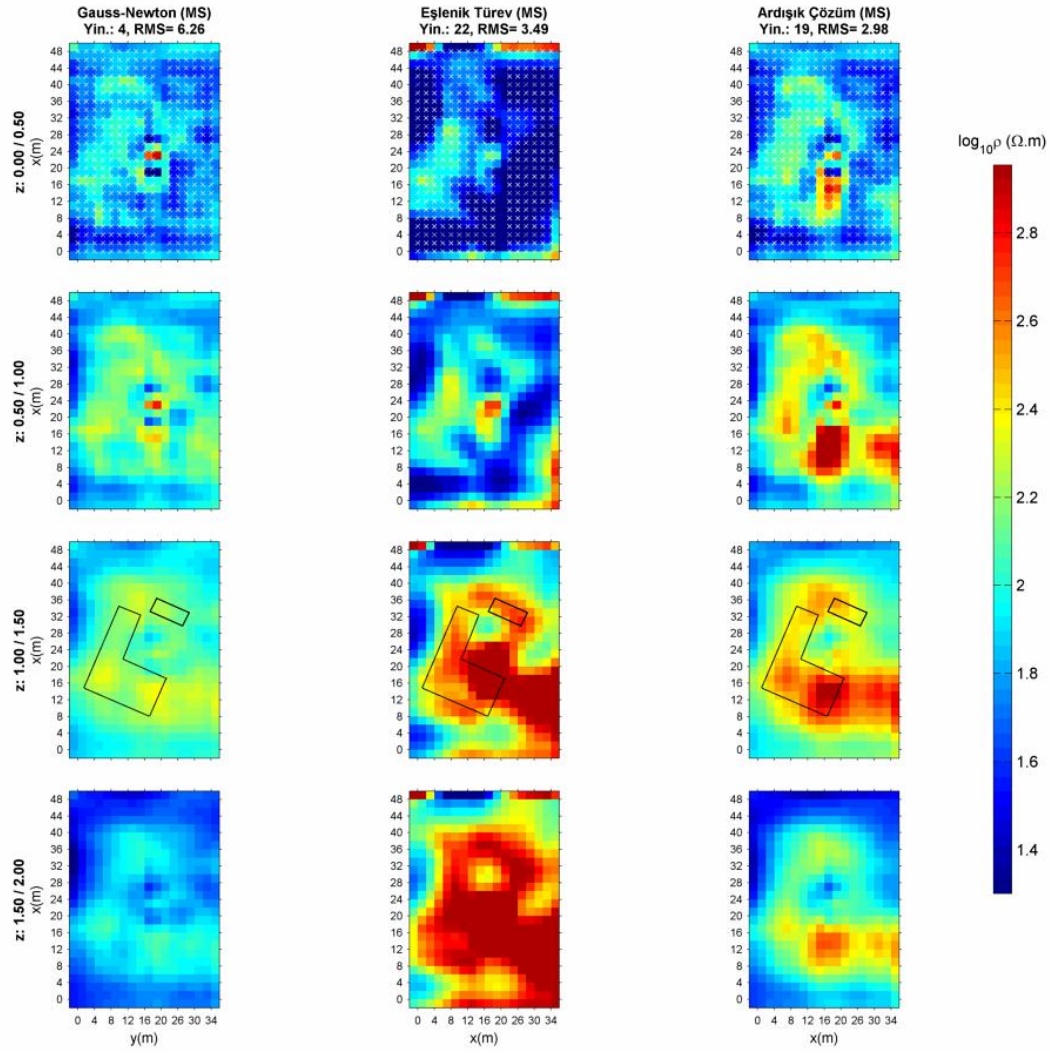
Şekiller üzerinde ters çözüm sonuçlarına göre önerilen yerde yapılan kazı çalışmalarında bulunan duvar yapısının sınırları gösterilmiştir (siyah çizgi). Bu gösterimin amacı geliştirilen düzgünleştiricili 3B ters çözüm algoritmasının farklı durağanlaştırıcılar ve çözüm yöntemleri ile elde ettiği sonuçların daha anlaşılır bir şekilde karşılaştırılmasıdır.



Şekil 6.4 SM durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları ve yapı sınırları (siyah çizgi)

(Sütunlar farklı çözümler için ters çözüm sonuçlarını, satırlar ise derinlik seviyelerini göstermektedir).

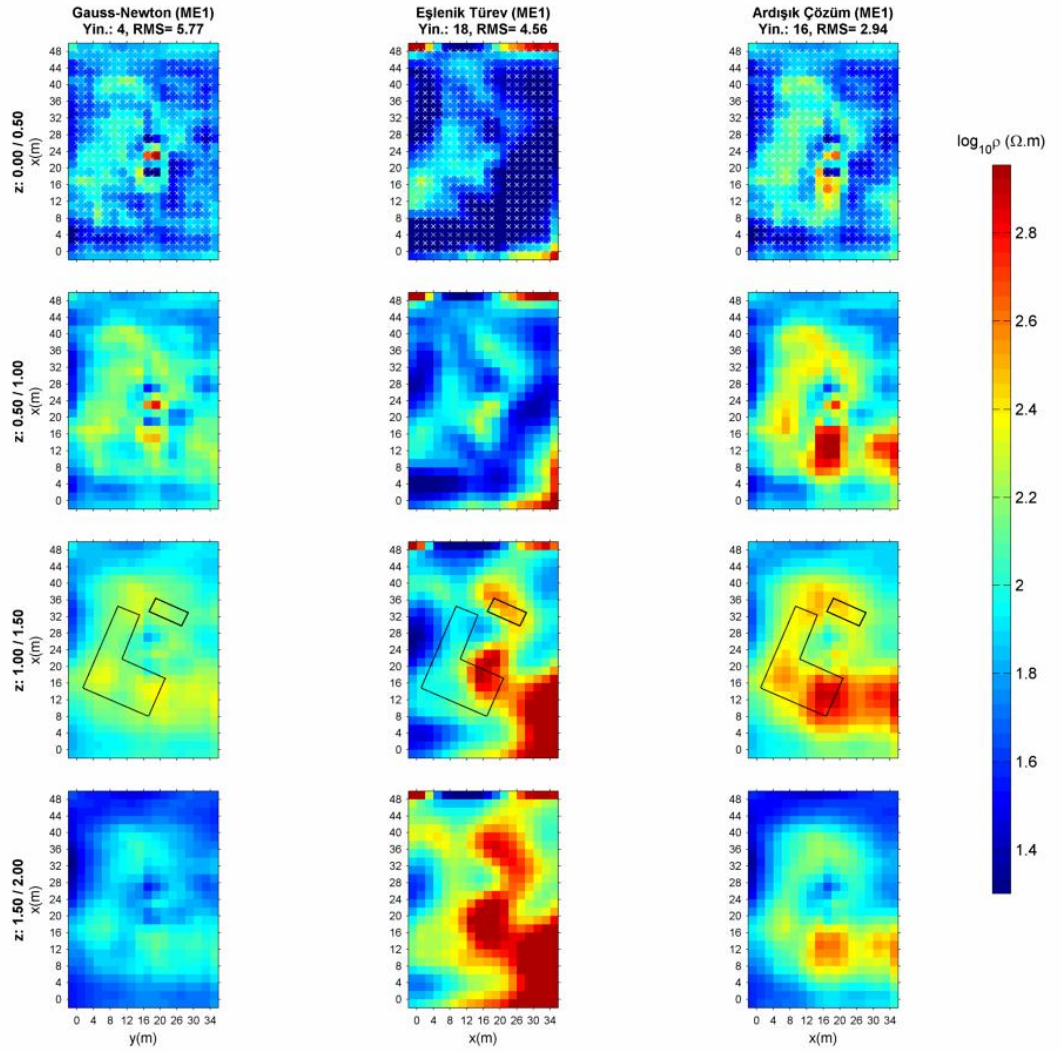
SM durağanlaştırıcısı için yapılan Gauss-Newton çözümünde yapının sınırları tam olarak belirlenmemiş ve çevresine göre daha yalıtkan yapının öz direnci tam olarak ayırt edilememektedir. Eşlenik gradyan çözümünde ise yapı sınırları x- ve y-yönünde tam olarak bulunamazken derinlik yönünde yapı gerçekte olmadığı şekilde devam ediyor şekilde bulunmuştur. Bu durağanlaştırıcı için yapılan ardışık ters çözümde, RMS değeri Gauss-Newton'a göre düşürülememesine rağmen yapı sınırları daha iyi belirlenmiş, yapının öz direnci diğer yöntemlere göre daha yüksek olarak belirlenmiştir.



Şekil 6.5 MS durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları ve yapı sınırları (siyah çizgi)

(Sütunlar farklı çözümler için ters çözüm sonuçlarını, satırlar ise derinlik seviyelerini göstermektedir)

MS durağanlaştırıcısı ile yapılan çözümlerde yapı sınırı ve yapının öz direnci için SM ile yapılan çözümlere benzer sonuçlar bulunmuştur. RMS değeri ardışık çözümde çok daha düşüktür. Yapı sınırları ve öz dirençler ardışık çözümde daha belirgin olarak ayırt edilmektedir.

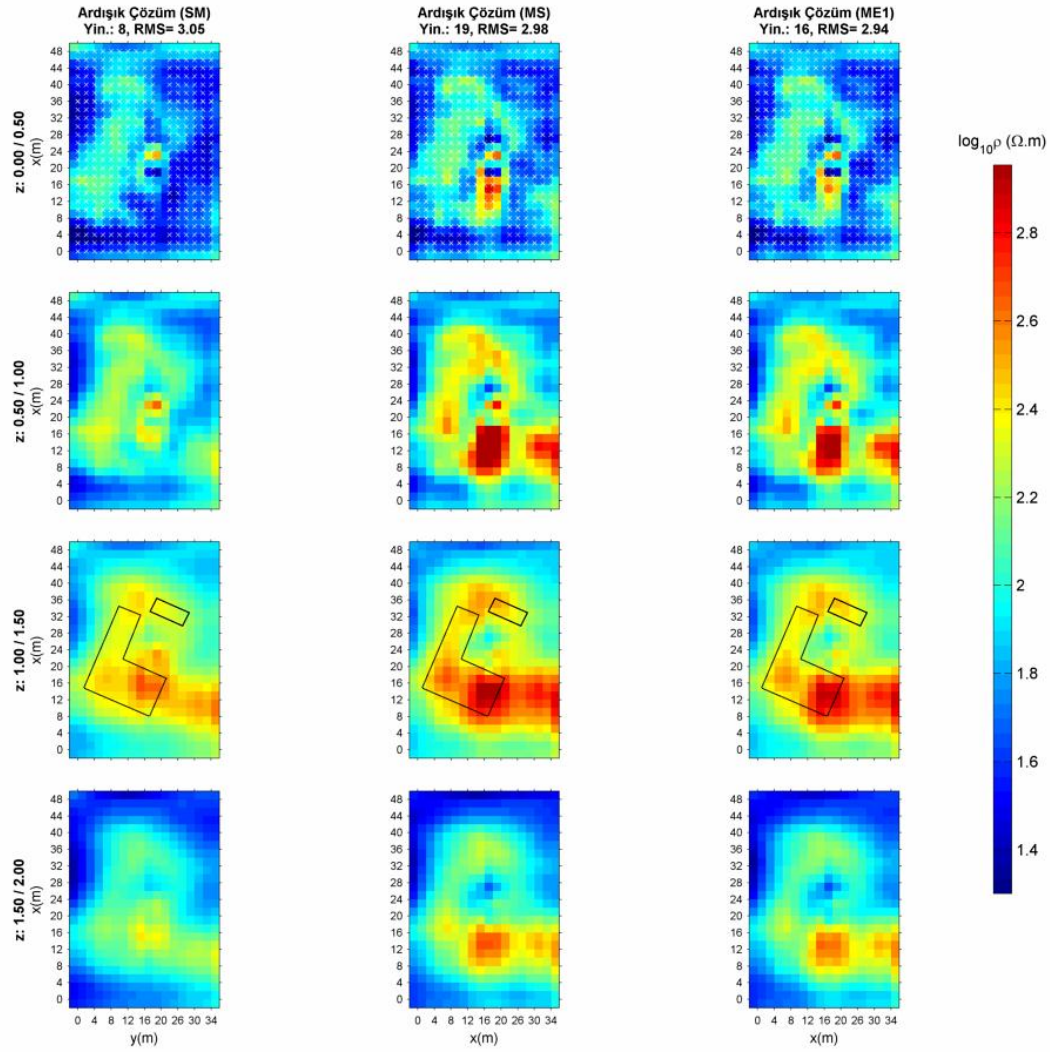


Şekil 6.6 ME1 durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözüm sonuçları ve yapı sınırları (siyah çizgi)

(Sütunlar farklı çözümler için ters çözüm sonuçlarını, satırlar ise derinlik seviyelerini göstermektedir)

ME1 durağanlaştırıcısı ile kullanılarak yapılan Gauss-Newton ve eşlenik gradyan çözümlerinde yapı sınırları ve öz direncinin belirlenmediği görülmektedir. Ardışık çözümde ise RMS değeri düşürülerek çok daha iyi bir çözüm bulunmuştur.

Karşılaştırma amacıyla üç farklı durağanlaştırıcı ile yapılan ardışık ters çözüm sonuçları şekil 6.6'da verilmiştir. SM durağanlaştırıcısı ile yapılan çözümde yapı sınırları daha yuvarlak olarak belirlenmiş ve yapı öz direnci daha düşük bulunmuştur. Diğer durağanlaştırıcılar da ise yapı sınırları daha keskin ve öz dirençler yüksektir. RMS değerleri birbirine yakın değerlerdedir.

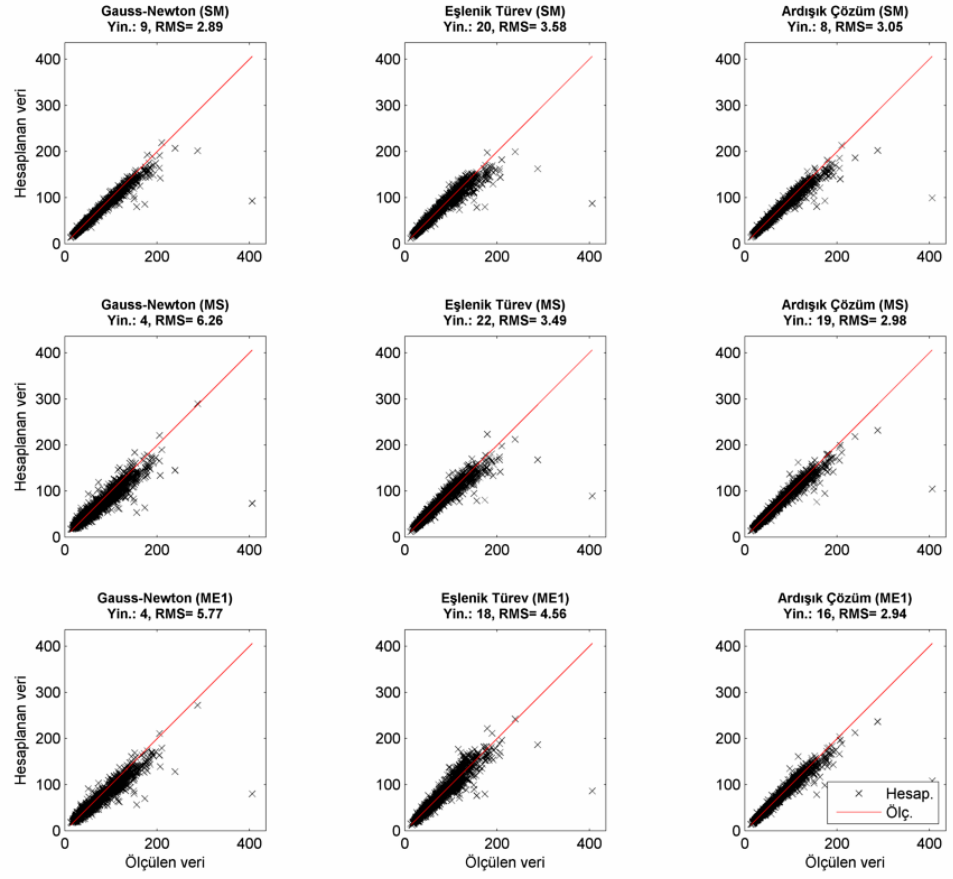


Şekil 6.7 SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcıları kullanılarak yapılan ardışık ters çözüm sonuçları ve yapı sınırları (siyah çizgi)

(Sütunlar farklı durağanlaştırıcılar için ardışık çözüm sonuçlarını, satırlar ise derinlik seviyelerini göstermektedir)

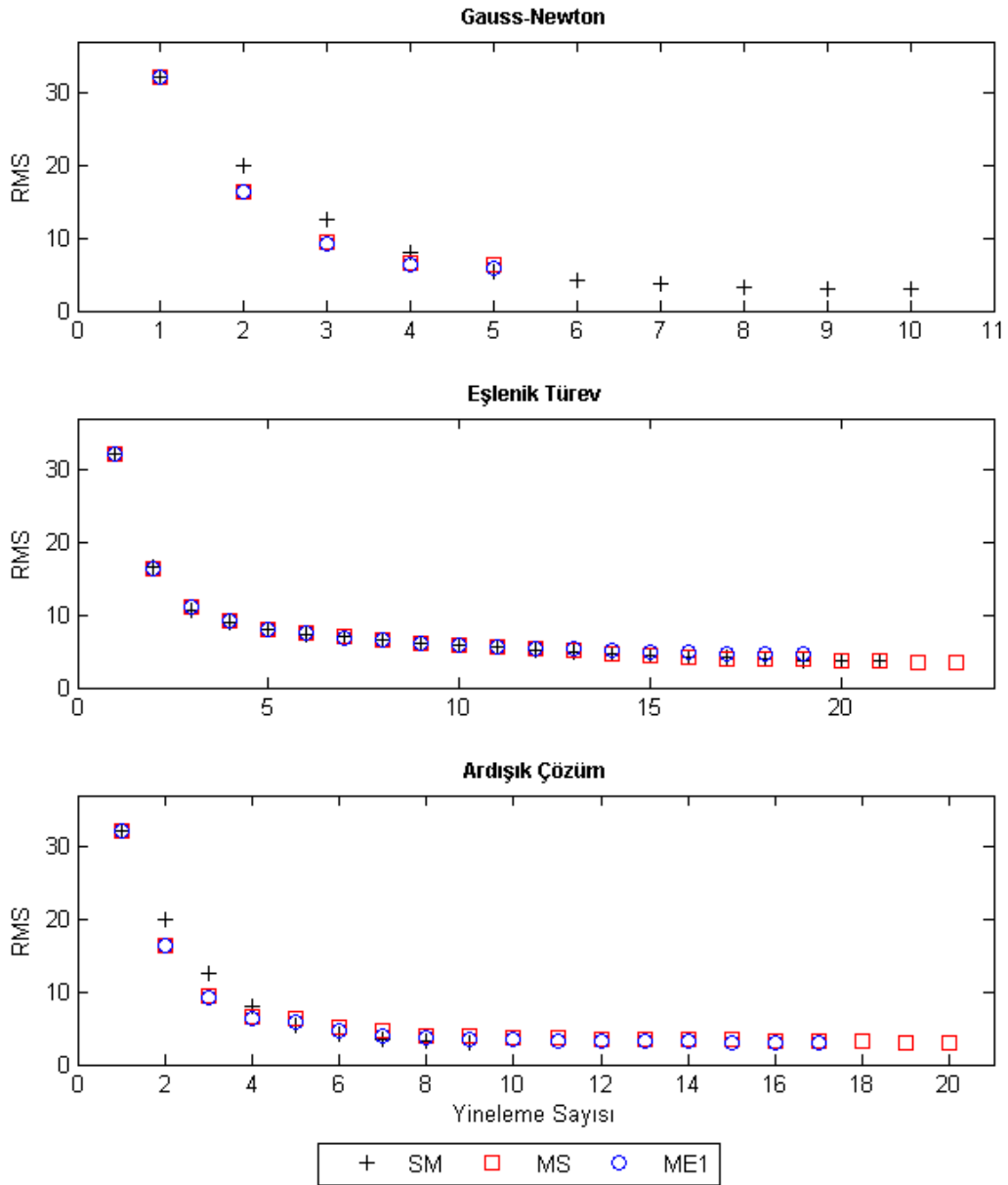
Tüm ters çözüm sonuçlarında elde edilen yer elektrik modellerine ait hesaplanan veri ile ölçülen verilerin çakışması şekil 6.7'de gösterilmiştir. Bu şekilden de görüleceği gibi tüm durağanlaştırıcılar için ardışık ters çözüm sonuçlarının çakışması daha iyidir.

Şekil 6.8'de ise kullanılan ters çözüm yöntemlerinde farklı durağanlaştırıcılar için her bir yinelemede RMS değerinin değişimi verilmiştir.



Şekil 6.8 Tüm ters çözüm yöntemleri ve durağanlaştırıcılar için ölçülen ve hesaplanan veri çakışması

(Sütunlar farklı durağanlaştırıcılar için, satırlar ise farklı çözümler için çakışmaları göstermektedir).



Şekil 6.9 Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık çözüm için farklı durağanlaştırıcılar kullanıldığında her bir yinelemedeki RMS değerleri

SM, MS ve ME1 durağanlaştırıcıları kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık ters çözümlerine ait RMS, parametrik fonksiyonel değeri ve işlemci zamanları karşılaştırma amacıyla çizelge 6.1’te verilmiştir. SM durağanlaştırıcısı için ardışık ters çözümün son yinelemesine ait RMS ve parametrik fonksiyonel değerleri Gauss-Newton çözümü ile hemen hemen aynı kalmıştır. Ancak ardışık çözümün daha doğru olduğu yukarıda verilen yer elektrik kesitlerinde gösterilmiştir (Şekil 6.4). Diğer iki durağanlaştırıcı için ardışık ters çözüm sonucu elde edilen yer elektrik kesitlerine ait

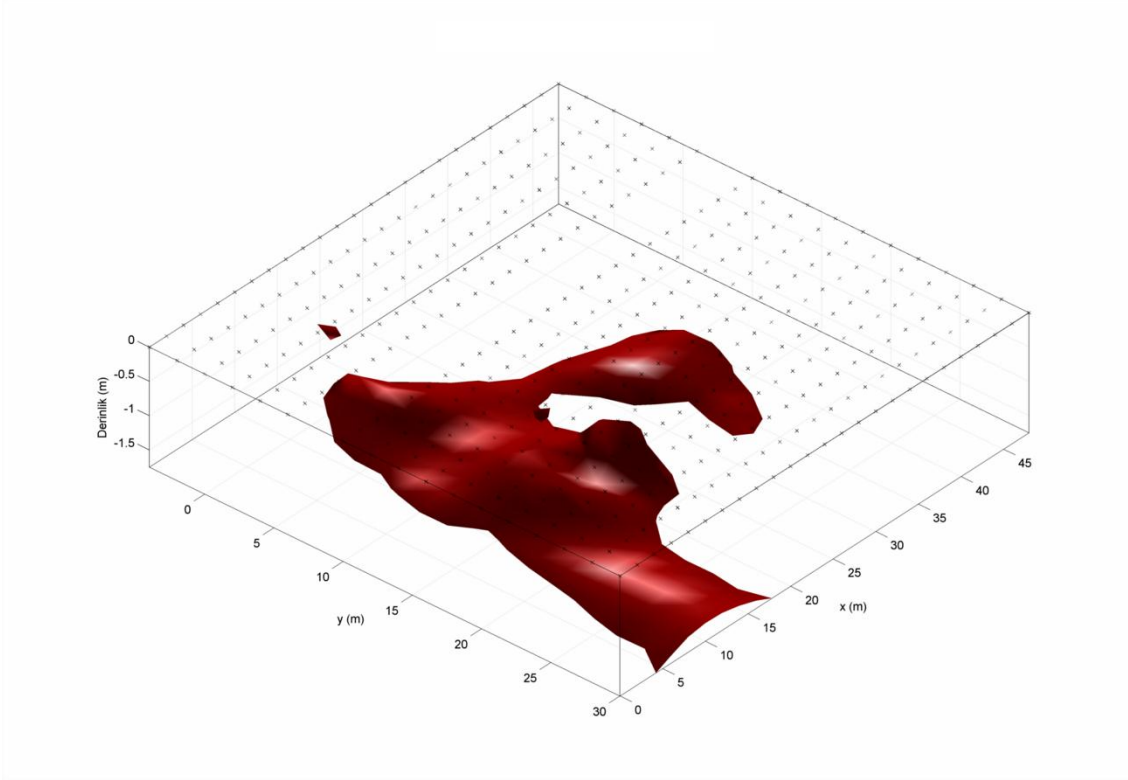
RMS ve parametrik fonksiyonel değerleri, yöntemlerin ayrı ayrı uygulandığında elde edilen değerlerden daha düşüktür. Çözüm yöntemlerinin işlemci zamanları karşılaştırıldığında ise, ardışık ters çözüm ile daha çok yineleme yapılarak Gauss-Newton yöntemine göre daha kısa sürede daha iyi çözüme ulaşılmıştır. Örneğin Gauss-Newton yönteminde ME1 durağanlaştıracısı için yineleme başına işlemci zamanı yaklaşık 28 s'dir. Aynı durağanlaştıracının kullanıldığı ardışık ters çözüm için bu zaman yaklaşık 6 s'dir.

Çizelge 6.1 Arazi verisi için SM, MS ve ME1 durağanlaştıracıları kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık çözümlere ait değerler

| Yöntem / Durağanlaştıracı |     | Yineleme sayısı    | En düşük özdirenç değeri ( $\Omega.m$ ) | En yüksek özdirenç değeri ( $\Omega.m$ ) | RMS         | Parametrik fonksiyonelin son değeri | CPU zamanı (s) |
|---------------------------|-----|--------------------|---|--|-------------|-------------------------------------|----------------|
| Gauss-Newton              | SM  | 9                  | 2.21                                    | 787.2                                    | 2.89        | 247.1                               | 200.8          |
|                           | MS  | 4                  | 3.52                                    | 799.7                                    | 6.26        | 375.9                               | 106.3          |
|                           | ME1 | 4                  | 3.38                                    | 774.1                                    | 5.77        | 343.8                               | 110.1          |
| Eşlenik Türev             | SM  | 20                 | 2.01                                    | 840.1                                    | 3.58        | 258.9                               | 32.6           |
|                           | MS  | 22                 | 4.07                                    | 858.7                                    | 3.49        | 150.07                              | 28.6           |
|                           | ME1 | 18                 | 3.99                                    | 851.1                                    | 4.56        | 192.6                               | 31.2           |
| Ardışık                   | SM  | 8<br>(5 GN+3 ET)   | 2.91                                    | 1000.4                                   | <b>3.05</b> | <b>249.9</b>                        | <b>111.7</b>   |
|                           | MS  | 19<br>(4 GN+15 ET) | 4.55                                    | 1026.1                                   | <b>2.98</b> | <b>128.6</b>                        | <b>86.3</b>    |
|                           | ME1 | 16<br>(4 GN+12 ET) | 4.17                                    | 1039.7                                   | <b>2.94</b> | <b>124.0</b>                        | <b>89.1</b>    |



Arazi verisi için  $\rho > 225 \Omega.m$  özdirenç değerinden “isosurface” geçirilerek elde edilen 3B yer altı modeli şekil 6.10’de verilmiştir. Duvarın konum ve sınırları daha net ve anlaşılır olarak görülmektedir.



Şekil 6.10 Şekil 6.7’de verilen ME1 durağanlaştırıcısı kullanılarak yapılan ardışık çözüm sonucunda sadece  $\rho > 225 \Omega.m$  için “isosurface” geçirilerek çizilen 3B özdirenç modeli.

Şekil 6.11’da Kuriki-1 Höyük’te DAÖ verilerinin toplandığı çalışma alanındaki kazıların başlangıcında ortaya çıkan duvar yapısı görülmektedir.



Şekil 6.11 Çalışma alanındaki kazı sonucunda bulunan duvar yapıları

## 7. SONUÇLAR

Yer altının gerçek üç boyutlu (3B) yer elektrik modelinin elde edilmesi için 3B ters çözüm yapılması gereklidir. Doğru akım öz direnç (DAÖ) verilerinin 3B ters çözümü problemi durağan olmayan bir problemdir. Bu çalışmada DAÖ verilerinin 3B ters çözümü için MATLAB tabanlı yeni bir bilgisayar algoritması geliştirilmiştir. Geliştirilen algoritmada bu durağanlık sorununu ortadan kaldırmak için düzgünleştiricili ters çözüm yapılmıştır.

Günümüzde kullanılan 3B ters çözüm algoritmalarının tamamı yuvarlaticılı durağanlaştırıcı kullanmaktadır. Geliştirilen algoritma farklı durağanlaştırıcı tanımları kullanmaya olanak vermektedir. Bu sayede yapılan çalışmalarda bulunması hedeflenen yer altı modelinin durumuna uygun durağanlaştırıcılar seçilebilir ve daha iyi sonuçlar elde edilebilir.

Durağanlaştırıcı tanımı içeren denklemin ters çözümü için genellikle türev tabanlı yöntemlerden Gauss-Newton veya eşlenik gradyan yöntemleri kullanılmaktadır. Geliştirilen algoritmada bu iki yöntem de kullanılabilir. Yöntemlerin üstün ve zayıf yönleri göz önüne alınarak bu iki yöntemin ardışık olarak kullanılması önerilmiş ve algoritmaya ardışık çözüm olarak eklenmiştir.

Geliştirilen ters çözüm algoritmasının düz çözüm bölümü analitik çözümü bilinen bir fay modeli için test edilmiştir. Düz çözümden elde edilen kuramsal veri ile analitik çözüm sonuçları oldukça iyi bir şekilde çakışmaktadır. 3B ters çözüm oldukça zaman alan bir işlemdir. Bu zaman kısıtını ortadan kaldırmak ve algoritmanın kullanılabilirliğini arttırmak amacıyla günümüzde henüz kullanılmaya başlanılan paralel hesaplama yöntemleri kullanılmıştır. Bu yöntemler düz çözüm bölümünde uygulanarak algoritmanın hızlanması sağlanmıştır. Geliştirilen ters çözüm algoritması iki farklı yapay model üzerinde test edilmiştir. Çözüm yöntemlerinin başarıları, farklı durağanlaştırıcıların çözüm üzerindeki etkileri ve ters çözüm işleminin aldığı zaman bakımından karşılaştırmalar yapılmıştır. Yapay modeller üzerinde yapılan denemelerde "maximum smoothness" (SM), "minimum support" (MS) ve "the first order minimum

entropy-1" (ME1) durağanlaştırıcı diğerlerine göre daha iyi sonuçlar vermiştir. Bu nedenle sadece bu durağanlaştırıcılar için ardışık ters çözüm denemeleri yapılmıştır. Gauss-Newton algoritması, eşlenik gradyan algoritmasına göre daha iyi sonuçlar üretmektedir. Eşlenik gradyan algoritmasının çözümleri de kabul edilebilir hata değerlerine ulaşmaktadır. Eşlenik gradyan algoritması daha fazla yineleme ile çözüme ulaşmaktadır. Ancak her bir yineleme için işlemci zamanı Gauss-Newton yöntemine göre yaklaşık %10 daha azdır. Bu nedenle toplam yineleme sayısı için eşlenik gradyan yöntemi Gauss-Newton yöntemine göre daha hızlıdır. Ardışık ters çözüm algoritması ilk yinelemeleri Gauss-Newton yöntemi kullanarak yapmaktadır. Hata değerinin azalmadığı durumda, eşlenik gradyan algoritması kullanılarak yineleme işlemine devam edilmektedir. Bu şekilde yapılan ters çözüm sonuçlarına bakıldığında yapay modeller hem Gauss-Newton hem de eşlenik gradyan yöntemine göre daha doğru bulunmuş ve hata değerleri oldukça düşmüştür. Süre olarak karşılaştırma yapıldığında ardışık ters çözüm algoritması Gauss-Newton yöntemine göre daha hızlı sonuca ulaşmıştır.

Geliştirilen algoritma daha sonra arkeolojik alanda toplanan DA verilerinin 3B ters çözümünde kullanılmıştır. Yapay veri üzerinde yapılan testlerin sonuçları gözönünde bulundurularak üç farklı durağanlaştırıcı ("maximum smoothness (SM), "minimum support (MS) ve "the first order minimum entropy-1 (ME1)") kullanılarak yapılan Gauss-Newton, eşlenik gradyan ve ardışık çözüm sonuçları karşılaştırılmıştır. Ardışık ters çözümün yine diğer iki yöntemin ayrı ayrı kullanılmasından daha iyi sonuçlar ürettiği alanda yapılan kazı çalışmaları sonucu ortaya çıkan yapıların konumu ile karşılaştırıldığında görülmektedir. Ayrıca ardışık çözüm ile bu çözüme Gauss-Newton'a göre daha kısa sürede ulaşılmıştır.

DA verilerinin 3B ters çözümünde genel olarak tercih edilen SM durağanlaştırıcısı ile yapı sınırları oldukça yuvarlak bulunmaktadır. Ayrıca yapıların, bu çözümle bulunan, özdirenç değerleri daha düşüktür. Bu çalışmada, özellikle arkeolojik alanlardaki duvar, dromos vb. yapıların aranmasında daha keskin sınırlar veren MS, ME1 durağanlaştırıcılarının daha iyi sonuç ürettiği gzlemlenmiştir.

Sonuç olarak, DAÖ verilerinin 3B ters çözümü için geliştirilen algoritma ile yapılan denemeler sonucunda, keskin sınırlı modellerin elde edilmesi için MS veya ME1 durağanlaştırıcısı ile ardışık ters çözüm yapılması önerilmektedir.

İleri dönemde yapılacak çalışmalarda, geliştirilen algoritmanın ters çözüm bölümünün paralel hesaplama tekniklerine uygun hale getirilmesi, engebeli arazi verilerinin ters çözümü için topoğrafyalı etkisinin ters çözüme eklenmesi düşünölmektedir.

## KAYNAKLAR

- Anonymous, 2008. Web Sitesi. [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com). Erişim tarihi: 29.12.2008.
- Acar, R. and Vogel, C.R. 1994. Analysis of total variation penalty methods: Inverse Problems, 10, 1217-1229.
- Alaia, R., Patella, D. and Mauriello P. 2008b. Application of geoelectrical 3D probability tomography in a test-site of the archaeological park of Pompei (Naples, Italy). J. Geophys. Eng., 5, 67-76.
- Bing, Z. and Greenhalgh, S.A. 2001. Finite element three-dimensional direct current resistivity modelling: accuracy and efficiency considerations. Geophys. J. Int. 145, 679-688.
- Blome, M., Maurer, H.R. and Schmidt, K. 2009. Advances in three-dimensional geoelectric forward solver techniques. Geophys. J. Int., 176, 740-752.
- Boulianger, O. and Chouteau, M. 2005. 3D modelling and sensitivity in DC resistivity using charge density. Geophysical Prospecting, 53, 579-617.
- Broyden, C.G. 1972. Quasi-Newton methods. In: Numerical Methods for Unconstrained Optimization (ed. \7. Murray), pp. 87-106. Academic Press, Inc.
- Brunner, I., Friedel, S., Jacobs, F. and Dackwardt, E. 1999. Investigation of a Tertiary maar structure using three-dimensional resistivity imaging. Geophys. J. Int., 136, 771-780.
- Candansayar, M. E. 1997. Doğru Akım Özdirenç Yönteminde Modelleme ve İki-Boyutlu Yapıların Aranmasında Elektrot Dizilimlerinin Ayrımlılıklarının Karşılaştırılması. Yüksek lisans tezi, Ankara Üniversitesi, Türkiye.
- Candansayar, M.E. 2002. Sönümlü En-Küçük Kareler ve Eşlenik Türev Algoritmalarının Ardışık Kullanımı ile Manyetotellürik Verilerin Düzgünleştiricili İki-Boyutlu Ters Çözümü. Doktora tezi, Ankara Üniversitesi, Türkiye.
- Candansayar, M. E. 2008. Two-dimensional inversion of magnetotelluric data with consecutive use of conjugate gradient and least-squares solution with singular value decomposition algorithms. Geophysical Prospecting, 56; 141-157.
- Candansayar, M. E. and Tezkan, B. 2008. Two-dimensional joint inversion of radiomagnetotelluric and direct current resistivity data. Geophysical Prospecting, 56, 737-749.

- Constable, S. C., Parker, R. L., and Constable, C. G. 1987. Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 52, 289-300
- Dabas, M., Tabbagh, A. and Tabbagh, J. 1994. 3-D inversion in subsurface electrical surveying: I. Theory. *Geophys. J. Int.*, 119, 975-990.
- Daniels, J.J. 1977. Three-dimensional resistivity and induced-polarization modeling using buried electrodes. *Geophysics*, 42, 1006-1019.
- Dey, A. and Morisson, H.F. 1979. Resistivity modelling for arbitrarily shaped three-dimensional structures. *Geophysics*, 44, 753-780.
- Dimitriev, V.I. 1990. Computational mathematics and techniques in exploration geophysics. Editor in chief, Nedra, Moscow, 498 pp.
- Ellis, R.G. and Oldenburg, D.W. 1994. The pole-pole 3-D DC-resistivity inverse problem: a conjugate gradient approach. *Geophys. J. Int.*, 119, 187-194.
- Fletcher, R. and Reeves, C.M. 1964. Function minimization by conjugate gradients, *Computer Journal*, 7, pp. 149–154.
- Frank, T. 2006. Advanced Visualization and Modeling of Tetrahedral Meshes. Ph.D. thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 121 p., Nancy.
- Friedel, S. 2003. Resolution, stability and efficiency of resistivity tomography estimated from a generalized inverse approach. *Geophys. J. Int.*, 153, 305-316.
- Geselowitz, D. B. 1971. An application of electrocardiographic lead theory to impedance plethysmography. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, BME-18(1), 38-41.
- Gündoğdu, N.Y. 2005. Zaman Ortamı Yapay Uçlaşma Verilerinin Mühendislik Jeofiziginde Kullanılabilirliğinin Araştırılması. Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi, Türkiye.
- Günther, T., Rücker, C. and Spitzer, K. 2006. Three-dimensional modelling and inversion of dc resistivity data incorporating topography – II. Inversion. *Geophys. J. Int.*, 166, 506-517.
- Haber, E. 1997. Numerical Strategies for the Solution of Inverse Problems. Ph.D. thesis, University of British Columbia, 231 p., Vancouver.
- Hansen, P. C. 1992. Regularization Tools - A Matlab packager for analysis and solution of discrete ill-posed problems. <http://www.imm.dtu.dk/~pch>.

- Hansen, P. C. and O'Leary, D. P. 1993. The use of the l-curve in the regularization of discrete ill-posed problems. *SIAM J. Sci. Comput.*, 14, 1487-1503.
- Hestenes, C. M. R. and Stiefel, E. 1952. Methods of conjugate gradients for solving linear systems. *J. Res. Nat. Bur. Stand.*, 49, 409-436.
- Holcombe H.T. and Jiracek G.R. 1984. Three-dimensional terrain corrections in resistivity surveys. *Geophysics*, 49, 439-452.
- LaBrecque, D. J., Miletto, M., Daily, W., Ramirez, A. and Owen, E. 1996. The effects of noise on Occam's Inversion of resistivity tomography data: *Geophysics*, 61, 538-548.
- Last, B.J. and Kubik, K. 1983. Compact gravity inversion. *Geophysics*, 48,713-721.
- Lee, T. 1975. An integral equation and its solution for some two- and three-dimensional problems in Resistivity and Induced Polarization. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 42, 81-95.
- Li, Y. and Spitzer, K. 2002. Three-dimensional DC resistivity forward modelling using finite elements in comparison with finite-difference solutions. *Geophys. J. Int.*, 151,924-934.
- Loke M.H. and Barker, R.D. 1996a. Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections by a quasi-Newton method. *Geophysical Prospecting*, 44, 131-152.
- Loke, M.H. and Barker, R.D. 1996b. Practical techniques for 3D resistivity surveys and data inversion. *Geophysical Prospecting*, 44, 499-523.
- Loke, M.H., Wilkinson, P.B. and Chambers, J.E. 2010. Parallel computation of optimized arrays for 2-D electrical imaging surveys. *Geophys. J. Int.*, 183, 1302-1315.
- Lowry, T., Allen. M.B. and Shive, P.N. 1989. Singularity removal: A refinement of resistivity modeling techniques. *Geophysics*, 54, 766-774.
- Luszczek, P. 2008. Enhancing Multicore System Performance Using Parallel Computing with MATLAB. *MATLAB Digest*, September.
- Ma, Q. 2002. The boundary element method for 3-D dc resistivity modeling in layered earth. *Geophysics*, 67, 610-617.
- Marescot, L., Rigobert, S., Palma Lopes, S., Lagabrielle, R. and Chapellier, D. 2006. A general approach for DC apparent resistivity evaluation on arbitrarily shaped 3D structures. *Journal of Applied Geophysics*, 60, 55-67.



- Marescot, L., Palma Lopes, S. and Green, A.G. 2008. Nonlinear inversion of geoelectric data acquired across 3D objects using a finite-element approach. *Geophysics*, 73, F121-F133.
- Maris, V. and Wannamaker, P.E. 2010. Parallelizing a 3D finite difference MT inversion algorithm on a multicore PC using OpenMP. *Computers & Geosciences*, 36, 1384-1387.
- Mehanee, S. and Zhdanov, M.S. 2002. Two-dimensional magnetotelluric inversion of blocky geoelectrical structures. *Journal of Geophysical Research, Solid Earth*, V. 107, No. B4.
- Moler, C. 2007. Parallel MATLAB: Multiple Processors and Multiple Cores. *The MathWorks News & Notes – June*.
- Newman, G. A. and Alumbaugh, D. L. 2000. Three-dimensional magnetotelluric inversion using non-linear conjugate gradients. *Geophysical Journal International*, 140, 410-424.
- Oldenborger, G.A., Routh, P.S. and Knoll, M.D. 2007. Model reliability for 3D electrical resistivity tomography: Application of the volume of investigation index to a time-lapse monitoring experiment. *Geophysics*, 72, F167-F175.
- Pain, C.C, Herwanger, J.V., Worthington, M.H. and Oliveira, C.R.E. 2002. Effective multidimensional resistivity inversion using finite-element techniques. *Geophys. J. Int.*, 151, 710–728.
- Papadopoulos, N.G., Tsourlos, P., Tsokas, G.N. and Sarris, A. 2007. Efficient ERT measuring and inversion strategies for 3D imaging of buried antiquities. *Near Surface Geophysics*, 349-361.
- Papadopoulos, N.G., Yi, M.J., Kim, J-H., Tsourlos, P. and Tsokas, G.N. 2010. Geophysical investigation of tumuli by means of surface 3D Electrical Resistivity Tomography. *Journal of Applied Geophysics*, 70, 192-205.
- Papadopoulos, N.G., Tsourlos, P., Papazachos, C., Tsokas, G.N., Sarris, A. and Kim, J.H. 2011. An algorithm for fast 3D inversion of surface electrical resistivity tomography data: application on imaging buried antiquities. *Geophysical Prospecting*, 59, 557-575.
- Park, S.K. and Van, G.P. 1991. Inversion of pole-pole data for 3-D resistivity structure beneath arrays of electrodes. *Geophysics*, 56, 951-960.
- Petrick, W.R. Jr., Sill, W.R. and Ward, S.H. 1981. Three-dimensional resistivity inversion using alpha centers. *Geophysics* 46, 1148-1163.
- Pidlisecky, A., Haber, E. and Knight, R. 2007. RESINVM3D: A 3D resistivity inversion package. *Geophysics*, 72, H1-H10.

- Plattner, A., Maurer, H.R., Vorloeper, J. And Dahmen, W. 2009. Three-dimensional geoelectric modelling with optimal work/accuracy rate using an adaptive wavelet algorithm. *Geophys. J. Int.*, 182, 741-752.
- Polak, B. and Ribiere, G. 1969. Note sur la convergence des méthodes de directions conjuguées. *Rev. Fr. Inform. Rech. Oper.*, 16, 35-43.
- Portniaguine, O. and Zhdanov M.S. 1999. Focusing geophysical inversion images. *Geophysics*, 64, 874-887.
- Pridmore, D.F., Hohmann, G.W., Ward, S.H. and Sill, W.R. 1981. An investigation of finite-element modeling for electrical and electromagnetic data in three dimensions. *Geophysics*, 46, 1009-1024.
- Ramos, F.M., Campos Velho H.F., Carvalho, J.C. and Ferreira, N.J. 1999. Novel approaches to entropic regularization. *Inverse Problems*, 15, 1139-1148.
- Ren, Z. and Tang, J. 2010. 3D direct current resistivity modeling with unstructured mesh by adaptive finite-element method. *Geophysics*, 75, H7-H17.
- Rudin, L.I., Osher, S. and Fatemi, E. 1992. Nonlinear total variation based noise removal algorithms: *Physica D*, 60, 259-268.
- Rücker, C., Günther, T. and Spitzer, K. 2006. Three-dimensional modelling and inversion of dc resistivity data incorporating topography – I. Modelling. *Geophys. J. Int.*, 166, 495-505.
- Sasaki, Y. 1989. Two dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data, *Geophysics* 54, 254-262.
- Sasaki, Y. 1994. 3-D resistivity inversion using the finite-element method. *Geophysics*, 59, 1839-1848.
- Sharma, G. and Martin, J. 2008. MATLAB : A Language for Parallel Computing. *International Journal of Parallel Programming*, September 2008.
- Spitzer, K. 1995. A 3-D finite-difference algorithm for DC resistivity modelling using conjugate gradient methods. *Geophys. J. Int.*, 123,903-914.
- Spitzer, K. and Wurmstich B. 1999. Speed and accuracy in 3D resistivity modeling, In: *Three-dimensional Electromagnetics*. Oristaglio, M. and Spies, B. (eds), no. 7 in *Geophysical Developments*, SEG, pp. 161-176.
- Spitzer, K. 1998. The three-dimensional DC sensitivity for surface and subsurface sources. *Geophysical Journal International* 134, 736-746.
- Tikhonov, A.N. and Arsenin, V.Y. 1977. *Solution of ill-posed problems*, 258 p., V.H. Winston and Sons, Washington D.C.

- Tsourlos, P.I. and Ogilvy, R.D. 1999. An algorithm for the 3-D inversion of tomographic resistivity and induced polarisation data: Preliminary results. *Journal of The Balkan Geophysical Society*, Vol. 2, No. 2, 30-45.
- Van Nostrand, R.G. and Cook K.L. 1966. *Interpretation of Resistivity Data*. US Government Printing Office, 307 p., Washington.
- Wang, T. and Mezzatesta, A. 2001. 3-D dc resistivity modeling using the sweeping-seed, conjugate-gradient method. *Geophysics*, 66, 441-447.
- Wu X., Xiao Y., Qi, C. and Wang, T. 2003. Computations of secondary potential of 3D DC resistivity modelling using an incomplete Choleski conjugate-gradient method. *Geophysical Prospecting*, 51, 567–577.
- Xui S., Gao, Z. and Zhao, S. 1988. An integral formulation for three-dimensional terrain modeling for resistivity surveys. *Geophysics*, 53, 546-552.
- Yi, M.-J., Kim, J.-H., Song, Y., Cho, S.-J., Chung, S.-H. and Suh, J.-H. 2001. Three-dimensional imaging of subsurface structures using resistivity data. *Geophysical Prospecting*, 49, 483-497.
- Zhang, J., Mackie, R.L., and Madden, T.R., 1995. 3-D resistivity forward modeling and inversion using conjugate gradients. *Geophysics*, 60, 5, 1313-1325.
- Zhao, S. and Yeldin, M.J. 1996a. Some refinements on the finite-difference method for 3-D dc resistivity modeling. *Geophysics*, 61, 1301-1307.
- Zhao, S. and Yeldin, M.J. 1996b. Multidomain Chebyshev spectral method for 3-D dc resistivity modeling. *Geophysics*, 61, 1616–1623.
- Zhdanov, M.S. 2002. *Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems*, Elsevier, 609 p., Amsterdam.
- Zhdanov, M. S. and Hursan, G. 2000. 3D electromagnetic inversion based on quasi-analytical approximation, *Inverse Problems*, 16, 1- 26.
- Zhou, B., Greenhalgh, M. and Greenhalgh, S.A. 2009. 2.5-D/3-D resistivity modelling in anisotropic media using Gaussian quadrature grids. *Geophys. J. Int.*, 176, 63-80.

## EK 1 Sonlu Farklar Ayırıklaştırmasında Kullanılan Bağlantı Katsayıları

Hesaplama ağının iç bölümünde kalan düğüm noktaları için:

$(i, j, k)$  noktası ile üst komşu nokta  $(i, j, k - 1)$  arasındaki ilişki,

$$C_U^{ijk} = -\frac{1}{\Delta z_{k-1}} \left( \sigma_{i-1,j,k-1} \frac{\Delta x_{i-1} \Delta y_j}{4} + \sigma_{i,j,k-1} \frac{\Delta x_i \Delta y_j}{4} + \sigma_{i-1,j-1,k-1} \frac{\Delta x_{i-1} \Delta y_{j-1}}{4} + \sigma_{i-1,j-1,k-1} \frac{\Delta x_i \Delta y_{j-1}}{4} \right)$$

$(i, j, k)$  noktası ile alt komşu nokta  $(i, j, k + 1)$  arasındaki ilişki,

$$C_D^{ijk} = -\frac{1}{\Delta z_k} \left( \sigma_{i-1,j,k-1} \frac{\Delta x_{i-1} \Delta y_j}{4} + \sigma_{i,j,k} \frac{\Delta x_i \Delta y_j}{4} + \sigma_{i-1,j-1,k} \frac{\Delta x_{i-1} \Delta y_{j-1}}{4} + \sigma_{i-1,j,k-1} \frac{\Delta x_i \Delta y_{j-1}}{4} \right)$$

$(i, j, k)$  noktası ile sol komşu nokta  $(i - 1, j, k)$  arasındaki ilişki,

$$C_L^{ijk} = -\frac{1}{\Delta x_{i-1}} \left( \sigma_{i-1,j-1,k-1} \frac{\Delta y_{j-1} \Delta z_{k-1}}{4} + \sigma_{i-1,j,k-1} \frac{\Delta y_j \Delta z_{k-1}}{4} + \sigma_{i-1,j-1,k} \frac{\Delta y_{j-1} \Delta z_k}{4} + \sigma_{i-1,j,k} \frac{\Delta y_j \Delta z_k}{4} \right)$$

$(i, j, k)$  noktası ile sağ komşu nokta  $(i + 1, j, k)$  arasındaki ilişki,

$$C_R^{ijk} = -\frac{1}{\Delta x_i} \left( \sigma_{i,j-1,k-1} \frac{\Delta y_{j-1} \Delta z_{k-1}}{4} + \sigma_{i,j,k-1} \frac{\Delta y_j \Delta z_{k-1}}{4} + \sigma_{i,j-1,k} \frac{\Delta y_{j-1} \Delta z_k}{4} + \sigma_{i,j,k} \frac{\Delta y_j \Delta z_k}{4} \right)$$

$(i, j, k)$  noktası ile ön komşu nokta  $(i, j + 1, k)$  arasındaki ilişki,

$$C_F^{ijk} = -\frac{1}{\Delta y_{j-1}} \left( \sigma_{i-1,j-1,k-1} \frac{\Delta x_{i-1} \Delta z_{k-1}}{4} + \sigma_{i,j-1,k-1} \frac{\Delta x_i \Delta z_{k-1}}{4} + \sigma_{i-1,j-1,k} \frac{\Delta x_{i-1} \Delta z_k}{4} + \sigma_{i,j-1,k} \frac{\Delta x_i \Delta z_k}{4} \right)$$

$(i, j, k)$  noktası ile arka komşu nokta  $(i, j + 1, k)$  arasındaki ilişki,

$$C_B^{ijk} = -\frac{1}{\Delta y_j} \left( \sigma_{i-1,j,k-1} \frac{\Delta x_{i-1} \Delta z_{k-1}}{4} + \sigma_{i,j,k-1} \frac{\Delta x_i \Delta z_{k-1}}{4} + \sigma_{i-1,j,k} \frac{\Delta x_{i-1} \Delta z_k}{4} + \sigma_{i,j,k} \frac{\Delta x_i \Delta z_k}{4} \right)$$

bağlantı katsayıları ile verilir.  $(i, j, k)$  iç düğüm noktası için tüm komşu düğüm noktalarından gelen katkılar ile katsayı,

$$C_P^{ijk} = -(C_U^{ijk} + C_D^{ijk} + C_L^{ijk} + C_R^{ijk} + C_F^{ijk} + C_B^{ijk})$$

olarak yazılır.

## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : N. Yıldırım GÜNDOĞDU  
Doğum Yeri : Ankara  
Doğum Tarihi : 27.07.1981  
Medeni Hali : Evli  
Yabancı Dili : İngilizce

### **Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)**

Lise : Çankaya Lisesi (1998)  
Lisans : Ankara Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Jeofizik Müh. Böl.  
(2002)  
Yüksek Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Jeofizik Müh.  
Anabilim Dalı (2005)

### **Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl**

Araştırma Görevlisi, Ankara Üniversitesi Jeofizik Mühendisliği Bölümü (2004-devam ediyor)

### **Hakemli Dergiler**

Akca, İ ve **Gündoğdu, N.Y.** 2010. Samsun-Baruthane tümülüslerinin doğru akım öz direnç yöntemi ile incelenmesi. *Yerbilimleri*, 31(3), 205-215.

### **Uluslararası Kongre Sunum**

**Gündoğdu, N.Y.** and Candansayar, M.E., 2013. A New Algorithm For Three-Dimensional Regularized Inversion of Direct Current Resistivity Data: Archaeological Field Applications. The 20<sup>th</sup> International Geophysical Congress & Exhibition of Turkey, 25-27 November 2013, Antalya.

**Gündoğdu, N.Y.** and Candansayar, M.E., 2012. A new algorithm for three-dimensional regularized inversion of direct current resistivity data: DCR3Dinv. The 21<sup>th</sup> International Workshop on Electromagnetic Induction in the Earth, 26-31 July 2012, Darwin.

Candansayar, M.E., **Gündoğdu N.Y.** and Aktarakçı H. 2011. Investigation of Landslide by using 2D/3D Resistivity Imaging. Near Surface 2011 – The 17<sup>th</sup> European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics, Leicester.

**Gündoğdu, N.Y.** and Candansayar, M.E. 2010. Three-Dimensional Direct Current Resistivity (DCR) Modelling Using Different Parallel Computing Methods. The 20<sup>th</sup> International Workshop on Electromagnetic Induction in the Earth, 18-24 September 2010, Giza.

**Gündoğdu, N.Y.** and Candansayar, M.E. 2008. Two-dimensional joint inversion of DC Resistivity data sets collected along parallel lines. The 19<sup>th</sup> International Workshop on Electromagnetic Induction in the Earth, Volume 1 of 2, p. 84.