

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**STANDART MODEL VE SAĞ-SOL SİMETRİK MODELDE NÖTRİNO KÜTLE  
KAZANMA MEKANİZMALARI**

**İbrahim ÜLGEN**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**ANKARA  
2014**

**Her hakkı saklıdır**

## ETİK

Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez içindeki bütün bilgilerin doğru ve tam olduğunu, bilgilerin üretilmesi aşamasında bilimsel etiğe uygun davrandığımı, yararlandığım bütün kaynakları atıf yaparak belirttiğimi beyan ederim.

04/02/2014

İbrahim ÜLGEN

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### STANDART MODEL VE SAĞ-SOL SİMETRİK MODELDE NÖTRİNO KÜTLE KAZANMA MEKANİZMALARI

İbrahim ÜLGEN

Ankara Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Satılmış ATAĞ

Standart Model’de baskın olarak solak etkileşimler ve solak parçacıklar bulunmaktadır.  $W$  bozonları ve nötrinolar solaktır. Doğada parite simetrisinin neden bu kadar fazla kırıldığı sorusu önemlidir. Güncel deneysel sonuçlar nötrinoların küçük kütleyle sahip olduğunu göstermiştir. Bu, sağlak nötrinoların doğada varolabileceği anlamına gelmektedir. Kütleli nötrinoları hesaba katmak için daha büyük simetri grubundan başlayarak nötrino kütlelerinin Standart Model mekanizması dışında bir mekanizmayla oluşturulması akla yatkındır. Standart Modeli genişleten Sol-Sağ Simetrik Model için en basit simetri grubu  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$  ‘dir. Genişletilmiş Higgs sektörleri ve kendiliğinden simetri kırılmasından yararlanarak, Seesaw Mekanizması çerçevesinde uygun nötrino kütleleri oluşturmak mümkündür.

Bu çalışmada, nötrinoların kütle kazanma mekanizmasının anlaşılması için  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$  simetri grubunu temel alan Sol-Sağ Simetrik Model tanıtılmaktadır. Yüksek enerjilerden başlayarak, birden fazla Higgs sektörüyle kendiliğinden simetri kırılmasının aşamaları ve Standart Model enerjilerine nasıl ulaşıldığı incelenmiştir. Modelin Majorana fermiyonlarını nasıl içerdiği açıklanmakta ve sağlak nötrinolarla sağlak ayar bozonlarının etkileşimleri tartışılmaktadır. Seesaw Mekanizması içinde solak nötrino kütlelerinin neden hafif olması gerektiği gösterilmektedir.

**Şubat 2014, 76 sayfa**

**Anahtar Kelimeler:** Sol-Sağ Simetrik Model, Standart Model, Seesaw Mekanizması, Triplet Higgs, Majorana Nötrinosu, Steril Nötrino.

## ABSTRACT

Master Thesis

### NEUTRINO MASS GENERATION MECHANISMS AT STANDARD MODEL AND LEFT-RIGHT SYMMETRIC MODEL

İbrahim ÜLGEN

Ankara University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Satılmış ATAĞ

In Standard Model left handed interactions and particles appear dominantly. W bosons and neutrinos are left handed. It is natural to ask why parity is broken such drastically. Recent experimental results showed that neutrinos have small masses. This means that right handed neutrinos should exist. In order to consider massive neutrinos it is reasonable to start from larger symmetry group and to generate neutrino masses by different mechanism than Standard Model. The simplest group to extend the Standard Model to become Left-Right Symmetric is  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ . Using extended Higgs multiplets and spontaneous symmetry breaking it is possible to create proper neutrino masses in the framework of Seesaw Mechanism.

In this work, the Left-Right Symmetric Model based on the symmetry group  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$  is described to understand mechanism of obtaining massive neutrinos. Starting from higher energies, spontaneous symmetry breaking steps with more than one Higgs sectors are examined to reach SM energy level. How to include Majorana fermions into the model is explained and interactions with right handed neutrinos and right handed gauge bosons are discussed. The description of the smallness of the left handed neutrino masses within the Seesaw Mechanism is presented.

**February, 76 pages**

**Key Words:** Left-Right Symmetric Model, Standard Model, Seesaw Mechanism, Triplet Higgs, Majorana Neutrino, Sterile Neutrino

## TEŞEKKÜR

Tez çalışmam boyunca bana her konuda destek olan danışman hocam sayın Prof. Dr. Satılmış ATAĞ 'a teşekkür ederim. Hayatım boyunca bana hep destek olan aileme ve ailem kadar sevdiğim değerli dostlarıma ayrıca teşekkür ederim.

İbrahim ÜLGEN

Ankara, Şubat 2014

## İÇİNDEKİLER

### TEZ ONAY SAYFASI

ETİK.....	i
ÖZET .....	ii
ABSTRACT.....	iii
TEŞEKKÜR .....	iv
SİMGELER DİZİNİ.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	x
1. GİRİŞ .....	1
2. TEMEL PARÇACIKLAR VE TEMEL KUVVETLER.....	3
2.1 Temel Parçacıklar ve Temel Kuvvetler .....	3
3. STANDART MODEL ve ÖTESİ .....	6
3.1 Standart Model.....	6
3.2 Standart Model'in Başlıca Eksiklikleri.....	12
3.3 Standart Model Ötesi Fizik Araştırmaları .....	13
4. NÖTRİNOLAR.....	14
4.1 Nötrinonun Keşfi.....	14
4.2 Helisite ve Ellilik (Chirality) .....	15
4.3 Parite Simetrisinin Kırılması .....	20
4.4 Nötrino Salınımları .....	22
4.5 Nötrino Kütleleri.....	23
4.5.1 Dirac kütleleri.....	23
4.5.2 Majorana nötrinoları.....	24
4.5.3 Majorana kütle terimi .....	26
4.6 Seesaw Mekanizması .....	27
5. SAĞ-SOL SİMETRİK MODEL .....	34
5.1 Fermiyon Alanları.....	37
5.2 Skaler Alanlar .....	37
5.3 Modelin Lagranjyeni .....	40
5.3.1 Kinetik lagranjyen .....	40

5.3.2 Yukawa lagranjyeni.....	42
5.3.3 Skaler alanların potansiyel terimleri .....	42
5.4 Sağ-Sol Simetrik Modelde Kendiliğinden Simetri Kırılması.....	43
5.4.1 Ayar bozonlarının kütleleri.....	44
5.4.2 Fermiyonların kütleleri .....	48
5.5 Elektrik Yükü Formülü.....	50
5.6 Sağ-Sol Simetrik Model'de Elektrozayıf Etkileşmeler .....	52
5.6.1 Elektromanyetik etkileşmeler .....	54
5.6.2 Yüksüz akım etkileşmeleri .....	56
5.6.3 Yüklü akım etkileşmeleri .....	58
5.7 Lepton Sayısı .....	59
5.7.1 Dirac tipi nötrino için lepton sayısı korunumu .....	59
5.7.2 Majorana tipi nötrino için lepton sayısı korunumu.....	60
5.8 Nötrinosuz Çift Beta ( $\beta$ ) Bozunumu.....	60
6. SONUÇ.....	65
KAYNAKLAR .....	69
EKLER.....	72
EK 1 PAULI VE DIRAC MATRİSLERİ.....	73
EK 2 TEKNİK TERİMLER .....	75
ÖZGEÇMİŞ.....	76

## SİMGELER DİZİNİ

$\Psi$	Dirac Spinörü
$\Psi_{L(R)}$	Dirac Spinörünün Solak veya Sağlak Bileşenleri
$e_{L(R)}$	Solak (Sağlak) Elektron Alanı
$\nu_{L(R)}$	Solak (Sağlak) Dirac Tipi Nötrino Alanı
$N_L$	Solak Majorana Tipi Nötrino Alanı
$u_{L(R)}$	Solak (Sağlak) Yukarı Kuark Alanı
$d_{L(R)}$	Solak (Sağlak) Aşağı Kuark Alanı
$\gamma^\mu$	Gamma Matrisi Temsili
$\sigma$	Pauli Matrisi Temsili
$m$	Fiziksel alanların kütle temsili
$P_{L(R)}$	Sol (Sağ) İzdüşüm İşlemcisi
$H$	Helisite İşlemcisi
$C$	Yük Eşleniği Matrisi
$y_i$	Yukawa Bağlaşım Sabiti
$\Psi^C$	Dirac Spinörünün Yük Eşleniği
$m_D$	Dirac Tipi Nötrino Kütle Temsili
$m_L$	Solak Nötrino Kütle Temsili
$m_R$	Sağlak Nötrino Kütle Temsili
$M$	Kütle Matrisi
$\overline{\overline{M}}$	Köşegenleştirilmiş Kütle Matrisi
$U$	Üniter Dönüşüm Matrisi
$\partial_\mu$	4-lü Kısmi Türev
$D_\mu$	Kovaryant Türev



$L_{L(R)}$	Solak (Sağlak) Tek Lepton Ailesi Temsili
$Q_{L(R)}$	Solak (Sağlak) Tek Kuark Ailesi Temsili
$W_{\mu L(R)}^{\pm}$	Solak (Sağlak) $W^{\pm}$ Bozonu
$Z_{\mu L(R)}$	Solak (Sağlak) Z Bozonu
$A_{\mu}$	Foton Alanı
$B_{\mu}$	Hiperyük Alanı
$\Phi$	Bi-doublet Higgs Alanı
$\Delta_{L(R)}$	Solak (Sağlak) Triplet Higgs Alanı
Tr	İz İşlemcisi
$\langle \rangle$	Beklenen Değer
$\phi$	$SU(2)_R$ Grubu ile $SU(2)_L \times U(1)_Y$ Grubu Ayar Bozonları Arasındaki Karışım Açısı
$\theta_w$	Weinberg Açısı
J	Fermiyon Akımı
$g_L$	$SU(2)_L$ ayar grubu bağlaşım sabiti
$g_R$	$SU(2)_R$ ayar grubu bağlaşım sabiti
$g'$	$U(1)$ ayar grubu bağlaşım sabiti
$v_L$	Solak Triplet Higgs Alanının Vakum Beklenen Değeri
$v_R$	Sağlak Triplet Higgs Alanının Vakum Beklenen Değeri
$\kappa, \kappa'$	Bi-doublet Higgs Alanının Vakum Beklenen Değeri Bileşenleri

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1 Standart Model'in temel parçacıkları.....	10
Şekil 4.1 Spin-1/2 parçacığının helisite durumları ve ayna görüntüsü .....	16
Şekil 4.2 Elektron ve kütsesiz nötrinin Standart Model çerçevesinde helisite ve ellilik durumları.....	19
Şekil 4.3 Kütleli nötrinoların helisite ve ellilik durumları.....	19
Şekil 5.1 Nötrinösüz Çift Beta Bozunumu Süreci .....	62
Şekil 5.2 Elektron sayısı-Elektronun toplam enerji spektrumu.....	63
Şekil 5.3 Sağ-Sol Simetrik Model'e $0\nu\beta\beta$ sürecinden gelen katıklar.....	64
Şekil 6.1 Sağlak W bozonu üretimi.....	67
Şekil 6.2 Sağ-Sol Simetrik Model'in temel parçacıkları ve skaler alanları.....	68

## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 Leptonlar, kuarklar ve kuvvet taşıyıcı bozonlar .....	5
Çizelge 3.1 Standart Model’de alanlar ve $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetri grubu içinde alanların sahip olduğu kuantum sayıları.....	11
Çizelge 4.1 Lepton ailesi ve leptonların kütleleri.....	22
Çizelge 5.1 Sağ-Sol Simetrik Model’de alanlar ve alanların sahip olduğu kuantum sayıları.....	36

## 1. GİRİŞ

Evrendeki dört temel etkileşmenin üçünü açıklayan Standart Model'in kayıp halkası Higgs bozonu, 2012 yılında CERN 'de parçacık çarpıştırıcıları kullanılarak keşfedilmiştir (Aad vd. 2012 ve Chatrchyan vd. 2012). Öngörülleri ve elde edilen deney sonuçlarının uyumuna karşın Standart Model tarafından cevapsız bırakılan önemli sorular, Standart Model ötesi yeni teorilerin geliştirilmesi noktasında bilim insanlarına sağlam bir basamak olduğu söylenebilir.

Standart Model'de kütleli kabul edilen nötrinoların son yıllarda yapılan nötrino salınım deneyleri sonucunda kütleli oldukları anlaşılmıştır. Bu sonuç Standart Model'in nötrinolar ile ilgili öngörüsüyle çelişmektedir. Ayrıca zayıf etkileşimlerde parite simetrisinin korunmaması Standart Model tarafından açıklanamamaktadır.

Standart Model ötesi araştırmalar; süpersimetri, sol-sağ simetrik genişletilmiş modeller, teknikolor, ekstra boyutlu modeller, büyük birleşik teoriler (GUT), (süper)sicim teorisi, kuantum kütleçekimi, vb. gibi modeller ve teoriler şeklinde sıralanabilir. Bu araştırmalardan bazıları çeşitli sebeplerden dolayı "her şeyin teorisi" olma adaylığını yitirmiş ya da yitirecektir. Bu tez çalışmasında Standart Model'in problemlerine açıklama getirme adına atılmış adımlardan bir tanesi incelenmiştir: Sağ-Sol Simetrik Model.

Sağ-Sol Simetrik Model; Standart Model'in sağ-sol simetrik genişletilmiş biçimi olan bir modeldir ve  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$  simetri grubuna sahiptir. Simetri grubunun genişletilmesi lepton, bozon ve Higgs sektörlerine yeni parçacıkların katılmasını beraberinde getirmektedir. Ayrıca Sağ-Sol Simetrik Model; nötrino kütlelerinin hafifliğini açıklayan ve nötrinolar için yeni bir karakter (Majorana nötrinusu) tanımlayan Seesaw Mekanizması 'nı içerdiği için büyük önem taşımaktadır.

İkinci bölümde kısaca temel parçacıklar ve temel etkileşmelerden bahsedilmiştir. Üçüncü bölümde Standart Model matematiksel ayrıntısına girilmeden özetlenmiştir.

Ayrıca bu bölümde Standart Model 'in temel problemleri ve bu problemlere çözüm olarak önerilen yeni fizik araştırmaları yer almaktadır.

Kütleli nötrinolar Standart Model ötesi teori ve modellerde incelenmektedir. Bu yüzden nötrinoların özelliklerinin bilinmesi önemlidir. Tezin dördüncü bölümü nötrinolarla ayrılmıştır. Bu bölümde nötrinoların temel özelliklerine ve olası karakterlerine değinilmiştir. Ayrıca nötrino hafifliğini açıklamak için öne sürülen Seesaw Mekanizması incelenmiş ve mekanizmanın sonuçları ortaya konmuştur.

Beşinci bölümde günümüz parçacık fiziğinin temel modeli kabul edilen Standart Model'in parite eşi Sağ-Şol Simetrik Model genel yapısıyla incelenmiştir. Modelin iğerdiği parçacıklar sahip oldukları özelliklere göre ayrı ayrı sınıflandırılmış ve tanıtılmıştır. Modelin lagranjien yoğunluğu sınıflara ayrılarak incelenmiş; modele göre parçacıkların sahip olması gereken kütle terimleri ve etkileşme tipleri belirlenmiştir. Çalışmada, ayar grubunun genişletilmesiyle modele katılan sağlak nötrinolar, sağlak W ve Z bozonları ve triplet (üçlü) yapıdaki solak ve sağlak Higgs bozonlarının özellikleri vurgulanmıştır. Ayrıca model üzerine yapılmış fenomenolojik çalışmaların sonuçlarına değinilmiştir.

## **2. TEMEL PARÇACIKLAR ve TEMEL KUVVETLER**

En büyüğü, en uzaktakini veya en küçüğü keşfetme isteği yüz yıllardır insanlarda vardır. Tarihe bakılacak olursa insanların büyük ve uzaktaki nesnelere inceleme gayretinde oldukları anlaşılabilir. Bunu yaparken gözlerinin yetersiz kaldığı noktada teleskop, uzay aracı gibi yardımcı elemanlar üretmiş ve kullanmışlardır. Küçük nesnelere incederken de nesnelere bölme ya da başka nesnelere karşılaştırarak parçalarına ayırma yöntemlerini kullanmışlardır. Bu aşamada yetersiz kaldıklarında ise mikroskop, karşılaştırıcı gibi yardımcı araçlarla gereksinimlerini karşılamışlardır. Bunların tümünü yaparken matematik ve fiziği kullanarak doğayı modelleme ve geliştirdikleri aletlerle modelleri sınama yolunu seçmişlerdir. Keşfetme isteği var oldukça yeni modeller ve yeni yardımcı elemanlara ihtiyaç devam edecek ve bunun paralelinde bilgi birikimi ve teknoloji de gelişecektir.

Bu bölümde evrende hakim olan temel etkileşimlere ve gelişen teknoloji ve bilgi birikimi ışığında günümüzde temel kabul edilen parçacıkların özelliklerine yer verilmiştir.

### **2.1 Temel Parçacıklar ve Temel Kuvvetler**

“Maddeyi oluşturan en küçük şeyler nelerdir?”, “Bu en küçüklerin doğası ve işleyişi nasıldır?” sorularına parçacık fiziği cevap aramaktadır. Günümüz bilgi birikimi ve teknolojisi baz alınacak olursa parçacık fiziği, maddeyi oluşturan temel parçacıkları ve bunları bir arada tutan temel kuvvetleri, sahip oldukları özelliklere göre sınıflandırmıştır.

Temel parçacıklar iki sınıfta incelenir: Fermiyonlar ve bozonlar. Fermi-Dirac istatistiğine uyan, buçuklu iç açısal momentum (spin) kuantum sayısına sahip olan parçacıklar fermiyon; Bose-Einstein istatistiğine uyan tam sayı spin kuantum sayısına sahip olana parçacıklar ise bozon olarak adlandırılır. Pauli dışarılama ilkesi gereği bozonlar aynı kuantum durumunda bulunabilirken fermiyonların aynı kuantum durumunda bulunmaları yasaktır.

Doğada dört temel kuvvet vardır. Şiddetlerine göre bunlar güçlü kuvvet, elektromanyetik kuvvet, zayıf kuvvet ve kütleçekim kuvvetidir. Güçlü kuvvet, elektromanyetik kuvvet ve zayıf kuvvet sırasıyla Kuantum Renk Dinamiği (QCD), Kuantum Elektrodinamiği (QED) ve Kuantum Çeşni Dinamiği (QFD) olarak adlandırılan ve kuantumlu olma özelliğine sahip matematiksel çerçevelerde incelenir. Kütleçekimi kuvveti kuantumlu özellik sergilemeyen Genel Görelilik Teorisi ile açıklanır. Kütleçekimi kuvvetinin de kuantumlu bir matematiksel çerçeve ile açıklanabileceği düşünülmektedir ve bu konu üzerine çalışmalar devam etmektedir.

Fermiyonlar, leptonlar ve kuarklar olmak üzere iki gruba ayrılır. Kuarkları leptonlardan ayıran temel özellik kuarkların güçlü etkileşmelere de girmeleridir. Leptonlar güçlü etkileşme dışında diğer üç etkileşmeye girmektedir. Leptonlar (-1)e birim yüküne sahip elektron, müon ve tau ile yüksüz elektron nötrinosu, müon nötrinosu ve tau nötrinosundan oluşur. Her bir lepton, lepton sayısı adı verilen kuantum sayısına sahiptir. Kuarklar kesirli yük değerlerine sahip yukarı (up) kuark u, aşağı (down) kuark d, garip (strange) kuark s, tılsım (charm) kuark c, alt (bottom) kuark b ve üst (top) kuark t 'den oluşur. Doğada kuarklar tek başlarına bulunamazlar. Ancak iki veya daha fazla kuarkın oluşturduğu hadron yapısında bulunabilirler. Bu yüzden elektrik yükleri kesirli sayılardan oluşur. Ayrıca renk yükü taşırlar. Fermiyonlar; kuarklar, leptonlar ve bunların karşı parçacıklarından oluşur.

Dört temel kuvveti taşıyan aracı parçacıklar bozondur. Güçlü kuvvetin aracı parçacığı kütleli gluon; elektromanyetik kuvvetin aracı parçacığı kütleli foton; zayıf etkileşmelerin aracı parçacığı kütleli  $W^{\pm}$ , Z bozonları ve kütleçekim kuvvetin aracı parçacığı var olduğu kabul edilen kütleli gravitondur. Foton ve graviton kütleli oldukları için elektromanyetik ve kütleçekim kuvvetleri sonsuz erimlidir. Zayıf etkileşme aracı bozonu kütleli oldukları için etkileşme kısa menzillidir. Güçlü etkileşmenin aracı bozonu gluon kütleli olmasına rağmen hapsileme mekanizması denilen fiziksel bir özellik nedeniyle güçlü kuvvetin erimi yaklaşık hadron büyüklüğündedir. Kuvvet taşıyıcısı olmasa da temel parçacıklara kütle kazandıran Higgs parçacığı da bir bozondur.

Temel parçacıklar karşı parçacıklara sahiptirler. Karşı parçacıklara ait yük kuantum sayıları; parçacıkların sahip olduğunun ters işaretlisine eşittir. Çizelge 2.1’de temel parçacıklar ve temel kuvvetlerin özellikleri gösterilmektedir.

Çizelge 2.1 Leptonlar, kuarklar ve kuvvet taşıyıcı bozonlar (PDG 2012)

Leptonlar	Elektrik Yükü	Kütlesi		Kuarklar	Elektrik Yükü	Kütlesi
$e^-$	$- e $	0.510 MeV		u	$+\frac{2}{3} e $	$2.3^{+0.7}_{-0.5}$ MeV
$\mu^-$	$- e $	105.65 MeV		d	$-\frac{1}{3} e $	$4.8^{+0.5}_{-0.3}$ MeV
$\tau^-$	$- e $	1776 MeV		c	$+\frac{2}{3} e $	$1.275^{+0.025}_{-0.025}$ GeV
$\nu_e$	0	$< 2$ eV		s	$-\frac{1}{3} e $	$95^{+5}_{-5}$ MeV
$\nu_\mu$	0	$< 0.19$ MeV		t	$+\frac{2}{3} e $	$173.07^{+0.72}_{-0.72}$ GeV
$\nu_\tau$	0	$< 18.2$ MeV		b	$-\frac{1}{3} e $	$4.18^{+0.03}_{-0.03}$ GeV

Kuvvet	Aracı Bozon	Etkilenen Parçacıklar	Elektrik Yükü	Kütlesi
Elektromanyetik Kuvvet	Foton	Yüklü Parçacıklar	0	0
Zayıf Kuvvet	W ve Z bozonları	Kuarklar ve Leptonlar	$\pm  e $ ve 0	$80.385^{+0.015}_{-0.015}$ GeV $91.18^{+0.002}_{-0.002}$ GeV
Güçlü Kuvvet	Gluon	Kuarklar	0	0
Kütleçekim Kuvveti	Graviton	Tüm parçacıklar	0	0



### 3. STANDART MODEL ve ÖTESİ

#### 3.1 Standart Model

Bu bölümde Standart Model'in yapısı, modelde parçacıklara kütle kazandırma mekanizması, Standart Model'in problemleri ve Standart Model ötesi yeni fizik teorileri üzerine kısaca bilgi verilmiştir. Tezin konusunu oluşturan modelin yapısı incelenirken Standart Model'deki işlemlere benzer işlemler yapılacağından bu bölümde gerekmedikçe matematiksel ayrıntıya girilmemiştir.

Standart Model; güçlü kuvvet, zayıf kuvvet ve elektromanyetik kuvveti  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  ayar grubu altında açıklayan parçacık fiziğinin kuantumlu alan teorisidir. 1968 yılında Weinberg ve Salam tarafından yapılan çalışmalar sonucu  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  simetri grubu kullanılarak elektromanyetik ve zayıf etkileşimler “elektrozayıf etkileşim” adı altında birleştirilmiştir. 1973 yılında Wilczek, Grossi ve Politzer'in çalışmalarıyla güçlü etkileşimlerin simetri grubu olan  $SU(3)_C$ 'nin  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  grubuna eklenmesiyle Standart Model'in ayar grubu böylece oluşturulmuştur (C indisi ile “renk”, Y indisi ile “hiperyük”, L indisi ile “sol”- bazen bunun yerine “zayıf izospin” i temsilen W kullanılır- temsil edilmektedir).

Standart Model'de parçacıkların serbest hareketleri ve etkileşimleri Lagrange yoğunluğuyla (çoğu zaman “lagranjiyen” olarak ifade edilir) belirlenir. Lagrange yoğunluğu bozonların hareketini betimleyen Klein-Gordon denklemi ve fermiyonların hareketini betimleyen Dirac denklemi temel alınarak yazılır. Lagrange yoğunluğu ile yazılan eyleme uygulanan varyasyon ilkesi parçacıkların hareket denklemlerini verir. Lagrange yoğunluğu parçacıkların enerjilerine ilişkin bilgi içerir ve iki kısımdan oluşur: Parçacıkların serbest hareket enerjilerini içeren kısım ve parçacıkların etkileşmelerini içeren kısımdır.

Doğada simetriler korunum yasalarını beraberinde getirir. Standart Model'in kuantumlu ayar teorisinde global ve yerel (lokal) olmak üzere iki türlü simetri vardır. Global ayar

simetrisi uzay ve zamanın koordinatlarından bağımsızdır. Global ayar simetrisi tüm uzay-zamanda korunan nicelikleri verir. Yerel ayar dönüşümünde uzay-zaman bağımlılığı vardır. Yerel olarak korunan nicelikler tanımlanır. Yerel ayar simetrisi uzay-zamanın herhangi bir yerindeki etkileşmeyi verir. Standart Model Lagrange yoğunluğundaki alanlar üzerine global ve yerel ayar dönüşümler yapılarak korunan nicelikler ve parçacıkların etkileşimleri belirlenebilmektedir.

Elektromanyetik etkileşmelerin  $U(1)$  global ayar simetrisi sonucunda, bu etkileşmenin şiddetini belirleyen elektrik yükü korunur. Zayıf etkileşmenin  $SU(2)$  ayar simetrisi sonucunda zayıf izospin yükü; kuvvetli etkileşmelerin  $SU(3)$  ayar simetrisi sonucunda ise renk yükü korunur. Standart Model Lagrange yoğunluğunun  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  global ayar dönüşümü altında simetrik kalması hiperyük ve izospinin korunumunu beraberinde getirmektedir.

Alanlar üzerine uygulanan yerel ayar dönüşümlerinin Lagrange yoğunluğunu simetrik bırakması; Lagrange yoğunluğunun ayar simetrisi dikkate alınarak tekrar düzenlenmesi şartıyla mümkün olmaktadır. Aksi takdirde yerel ayar simetrisi fazladan bir vektör parçacık tarafından kırılmış olacaktır. Bu parçacık ayar bozonuna karşılık gelmektedir. Yerel ayar simetrisinin sağlanması amacıyla yapılan ayar düzenlemesi sonucunda vektör parçacık, Lagrange yoğunluğunda fazladan bir terim olarak yerini alacaktır.

Standart Model'e göre parçacıklar; "kendiliğinden simetri kırılması ve Higgs mekanizması" yoluyla kütle kazanırlar. Standart Model'i başarılı ve tutarlı kılan bu mekanizmadır. Öyle ki parçacıklarla etkileşerek onlara kütle kazandırdığı düşünülen Higgs alanının kaynağı Higgs bozonu 4 Temmuz 2012'de CERN'de keşfedilmiştir<sup>1</sup>. Ayrıca bu mekanizma 2013 Nobel Fizik Ödülü ile ödüllendirilmiştir.

Higgs mekanizması, ilk defa 1962 yılında Philip Warren Anderson tarafından ortaya atılmıştır. 1964'de bu mekanizma, Robert Brout ve Francois Englert; Peter Higgs; Gerald Guralnik, C. R. Hagen ve Tom Kibble'dan oluşan üç farklı grup tarafından

---

<sup>1</sup> Keşfedilen Higgs bozonu Standart Model'in öngördüğü özelliktedir.

görelilik kuramına uygun hale getirilmiştir (Englert ve Brout 1964, Higgs 1964, Guralnik vd. 1964).

Doğadaki her etkileşme için bir alandan (elektromanyetik, zayıf, güçlü, kütleçekim alanları) ve her alan için o alanın kuantumundan söz edilir (Örneğin; elektromanyetik alanın kuantumu fotondur). Vakumun alanlarla dolu olduğu düşünülmektedir ve Higgs mekanizmasına göre parçacıklar vakumu dolduran Higgs alanları ile etkileşerek kütle kazanmaktadırlar.

$U$ ; simetri grubunun bir elemanı ( $U \in G$ ) ve serbest parçacık Hamiltoniyeni ( $H_0$ )'ni değişmez bırakan bir dönüşüm olsun<sup>2</sup>.

$$UH_0U^\dagger = H_0 \quad (3.1)$$

Ayrıca  $U$ ; grubun indirgenemez temsilleri (bazları) arasında

$$U|A\rangle = |B\rangle \quad (3.2)$$

ilişkisini sağlayan bir dönüşüm olmak üzere

$$E_A = \langle A|H_0|A\rangle = \langle B|H_0|B\rangle = E_B \quad (3.3)$$

tanımı yapılsın. Bu sonuca göre serbest parçacık hamiltonyeninin simetrisi enerji öz değerlerinin dejenereliğini beraberinde getirmektedir.  $|A\rangle$  ve  $|B\rangle$  durumları,  $|0\rangle$  taban durumuna yaratıcı işlemciler uygulanarak elde edilir<sup>3</sup>.

$$|A\rangle = \phi_A|0\rangle \quad , \quad |B\rangle = \phi_B|0\rangle \quad (3.4)$$

$$U\phi_AU^\dagger = \phi_B \quad (3.5)$$

---

<sup>2</sup> Hamiltoniyen yerine Lagranjiyen de kullanılabilir.

<sup>3</sup> Kuantumlu alanlar kuramına göre parçacıkları temsil eden dalga fonksiyonları yaratıcı ve yok edici işlemcileri içermektedir.

Bu durumda (3.2) bağıntısının

$$U|0\rangle = |0\rangle \quad (3.6)$$

şartı sağlanmadığı sürece (3.3) şartı sağlanamaz. Böylece simetri kırılmış ve enerji dejenereliği ortadan kalkmış olur. Bu durum “kendiliğinden simetri kırılması” olarak bilinmektedir. Başka bir deyişle vakumu dolduran skaler alan  $\langle 0|\phi_j|0\rangle \neq 0$  olacak şekilde sıfırdan farklı vakum beklenen değeri kazanmıştır<sup>4</sup>. Bu alanla etkileşen parçacıklar kütle kazanmaktadırlar.

Standart Model’in simetri grubu  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ’dir. Standart Model’e göre vakumu dolduran Higgs alanı, sıfırdan farklı vakum beklenen değeri kazanarak simetriyi kırar. Sonuç olarak  $SU(3)_C \times U(1)_Q$  simetrisi arda kalır.

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\langle 0|\phi|0\rangle \neq 0} SU(3)_C \times U(1)_Q \quad (3.7)$$

Fermiyon ve ayar bozonları Higgs alanı ile etkileşerek Higgs alanının vakum beklenen değeriyle orantılı kütle kazanırlar. Higgs alanıyla etkileşmeyen fotonlar ve gluonlar kütsüz kalırlar. Standart Model’in temel parçacıklarının özellikleri Şekil 3.1’de gösterilmektedir. Ayrıca Çizelge 3.1’de Standart Model’in içerdiği alanların modelin simetri grubu içinde sahip oldukları kuantum sayıları verilmiştir.

---

<sup>4</sup> Ayrıntılı bilgi için (Cheng 1982) referansındaki kitaba bakınız.

Kütle →	$\approx 2.3 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.275 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.07 \text{ GeV}/c^2$	0	$\approx 126 \text{ GeV}/c^2$
Yük →	$2/3$	$2/3$	$2/3$	0	0
Spin →	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	0
K	u	c	t	g	H
u	Up(Yukarı)	Charm(Tılsım)	Top(Üst)	Gluon	Higgs Bozonu
a					Higgs Bozonu
r					
k	$\approx 4.8 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 95 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 4.18 \text{ GeV}/c^2$	0	
l	$-1/3$	$-1/3$	$-1/3$	0	
a	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	
r	d	s	b	$\gamma$	
	Down(Aşağı)	Strange(Garip)	Bottom(Alt)	Foton	
L					
e	$0.511 \text{ MeV}/c^2$	$105.7 \text{ MeV}/c^2$	$1.777 \text{ GeV}/c^2$	$91.2 \text{ GeV}/c^2$	
p	-1	-1	-1	0	
t	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	
o	e	$\mu$	$\tau$	Z	
n	Elektron	Müon	Tau	Z Bozonu	
l					
a	$< 2.2 \text{ eV}/c^2$	$< 0.17 \text{ MeV}/c^2$	$< 15.5 \text{ MeV}/c^2$	$80.4 \text{ GeV}/c^2$	
r	0	0	0	$\pm 1$	
	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	
	$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$	W	
	Elektron Nötrinosu	Müon Nötrinosu	Tau Nötrinosu	W Bozonu	

Şekil 3.1 Standart Model'in temel parçacıkları<sup>5</sup>

<sup>5</sup> Şekil 3.1 'de nötrinoların kütleleri yazılmışsa da Standart Model'e göre nötrinolar kütesizdir.

Çizelge 3.1 Standart Model’de alanlar ve  $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  simetri grubu içinde alanların sahip olduğu kuantum sayıları

ALANLAR	BİLEŞENLER	$SU(3)_C$	$\times$	$SU(2)_L$	$\times$	$U(1)_Y$
<b>Fermiyonlar</b>						
$L$	$\begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$	1		2		-1
$e$	$e_R$	1		1		+2
$Q$	$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	3		2		$\frac{1}{3}$
$u$	$u_R$	$\bar{3}$		1		$-\frac{4}{3}$
$d$	$d_R$	$\bar{3}$		1		$\frac{2}{3}$
<b>Ayar Bozonları</b>						
$B_\mu$	$B_\mu^0$	1		1		0
$W_\mu$	$W_\mu^-, W_\mu^+, W_\mu^0$	1		3		0
$G_\mu$	$G_\mu^a$ (a=1...8)	8		1		0
<b>Higgs Alanı</b>						
$\Phi$	$\begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$	1		2		1

### 3.2 Standart Model'in Başlıca Eksiklikleri

Standart Model'in öngörülleri deneylerle son derece uyum içinde olsa da Standart Model'in yorum getirmekte yetersiz kaldığı sorular vardır. Bunlardan birkaçı aşağıda sıralanmıştır.

- Standart Model'de birçok serbest parametre vardır. Parçacıkların kütlelerini, diğer parçacıklarla etkileşimlerinin şiddetlerini, vb. belirleyen bu parametreler ancak deneysel olarak ölçülebilmekte, kuramsal olarak tahmin edilememektedir. Bu parametrelerle ilgili "Nötrinolar niçin bu kadar hafiftir?" , "İnce yapı sabitinin düşük enerjilerde yaklaşık 1/137 olmasının sebebi nedir?" gibi ve benzeri sorulara Standart Model cevap bulamamaktadır.
- Standart Model üç temel kuvveti bir arada açıklamaya çalışmaktadır. Fakat bu kuvvetler tam anlamıyla birbirleriyle karışmış değildir. Her ne kadar elektromanyetik kuvvet ve zayıf kuvvet birbiriyle karışıp elektrozayıf kuvveti oluştursa da güçlü kuvvet bu kuvvetle Standart Model çerçevesinde birleştirilememiştir. Güçlü etkileşimler elektrozayıf etkileşimlere sonradan ilave edilmiştir.
- Hiyerarşi problemi
- Parite asimetrisi
- Kütle çekimi kuvveti Standart Model dahilinde değildir.
- Standart Model'de kütesiz kabul edilen nötrinoların gerçekte kütleli olmaları Standart Model'in büyük eksikliklerindedir.

Bu maddeler çoğaltılabilir. Problemlerin varlığı, Standart Model enerji skalasında Standart Model ile uyumlu ve modelce yanıtız bırakılan soruların cevaplarını bulmaya yönelik Standart Model ötesi yeni modeller ve teorilerin geliştirilmesinde bilim insanlarını güdüleyici bir faktör olmuştur.

### 3.3 Standart Model Ötesi Fizik Araştırmaları

Standart Model ötesi teori ve modeller arasında çokça çalışılanları şoyledir: Süpersimetri teorileri, Büyük Birleşik Teoriler, Standart Model'in parite eşleri Sağ-Sol Simetrik Modeller, Standart Model'deki Higgs sektörünü genişleten modeller, Ekstra Boyutlar, (Süper)Sicim Teorisi<sup>6</sup> vb.. Bunlardan bir tanesi (Sağ-Sol Simetrik Model) bu tez çalışmasının kapsamı dahilindedir (Bkz. Bölüm 5).

Sağ-Sol Simetrik Model; Standart Model'in sağ-sol parite simetrik genişletilmiş versiyonudur. Standart Model'in elektrozayıf etkileşmelerinin ayar grubu  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  yerine  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$  ayar grubuna sahiptir. Bunun sonucu olarak modelde nötrinolar kendiliğinden simetri kırılması yoluyla kütle kazanmaktadır.

---

<sup>6</sup> Ayrıntılar için (Mohapatra 2002) referansındaki kitaba bakabilirsiniz.



## 4. NÖTRİNOLAR

Nötrinolar sahip oldukları özellikler bakımından Standart Model temel parçacıkları içinde ayrı öneme sahip parçacıklardır. Öyle ki Standart Model ötesi yeni fizik araştırmalarına nötrinolar sağlam bir dayanak oluşturmaktadır. Bu yüzden nötrinoların özelliklerinin bilinmesi yeni fizik modellerinin geliştirilmesi bakımından büyük önem taşımaktadır.

Bu bölüm nötrinolar için ayrılmıştır. Bu bölümde nötrinoların temel özelliklerine, olası nötrino tiplerine ve Seesaw Mekanizması'na yer verilmiştir.

### 4.1 Nötrininin Keşfi

Nötrinolar; dört temel kuvvet içinde zayıf ve kütle çekim kuvvetlerinden etkilenen yüksüz temel parçacıklardır. Elektrik yükü ve renk yükü taşımadıkları için elektromanyetik ve güçlü etkileşimlere girmezler. Çok küçük kütleyle sahip olan nötrinolar ışık hızına yakın hızlarda hareket etmektedirler. Maddeyle etkileşimleri çok zayıftır. Bu yüzden ancak özel detektörler kullanılarak deneysel olarak gözlemlenmektedirler.

Büyük patlama, süpernovalar, güneş ve atmosferik reaksiyonlar başlıca doğal nötrino kaynaklarıdır. Hızlandırıcılar ve nükleer reaktörlerde de kontrollü olarak nötrino üretilebilmektedir. Nötrinolar yüklü leptonlar ve kuarklar gibi üç aile (çeşni) altında toplanmaktadır. Bunlar: elektron nötrinosu, müon nötrinosu, tau nötrinosu ve bunların karşı parçacıklarıdır.

Nötrininin kuramsal olarak ilk keşfi 1930 yılında Avusturyalı fizikçi Wolfgang Pauli tarafından yapılmıştır. Pauli, radyoaktif beta (nötron) bozunmasında enerji ve momentumun korunması için yüksüz ve çok küçük kütleyle sahip bir parçacığın varlığının gerekliliğini öngörmüştür. İlk defa F. Reines ve C. Cowan tarafından yürütülen deneysel çalışmalar sonucunda 1956 yılında elektron nötrinosunun izine rastlanmıştır (Cowan vd. 1956). 1962 yılında Leon Lederman, Melvin Schwartz ve Jack

Steinberg müon nötrinosunu deneysel olarak keşfetmişlerdir (Danby vd. 1962). Tau nötrinosunu ise 2000 yılında Fermilab' da gözlenmiştir (Kodama vd. 2001).

#### 4.2 Helisite ve Ellilik (Chirality)<sup>7</sup>

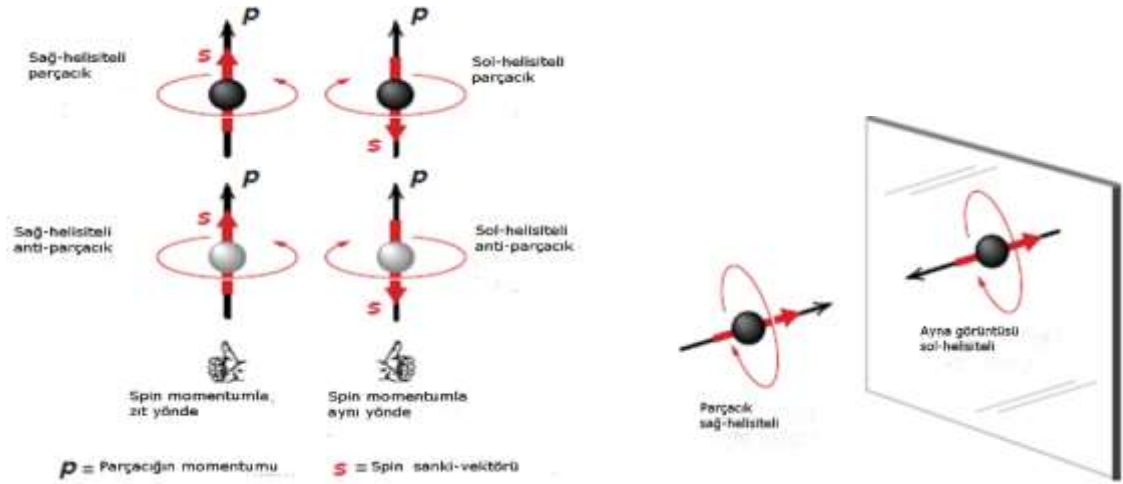
Helisite; parçacığın spini ve hareket yönü ile ilişkili bir kavramdır. Spin kuantumludur. Spin-1/2 parçacıkları, seçilen bir eksene göre iki spin bileşenine sahiptir (Spin yukarı  $S_z = 1/2$  ve spin aşağı  $S_z = -1/2$ ). Spin vektörü şekil 4.1'de olduğu gibi sanki-vektör (pseudovector) ile temsil edilebilir. Helisite, parçacığın spin vektörünün çizgisel momentum vektörü üzerine izdüşümü şeklinde tanımlanmaktadır. H; helisite işlemcisini temsil etmek üzere kuantumlanma eksenini momentumun yönü seçilen spin-1/2 parçacığı için helisite

$$H = \frac{\vec{S} \cdot \vec{p}}{s |\vec{p}|} = \frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \quad , \quad S^k = \frac{1}{2} \Sigma^k \quad , \quad \Sigma^k = \gamma^0 \gamma^k \gamma^5 \quad (4.1)$$

iki duruma sahiptir. +1/2 sağ helisiteli durumu yani parçacığın ya da karşı parçacığın spin ve momentumunun aynı yönde olduğu durumu; -1/2 sol helisiteli durumu yani parçacığın ya da karşı parçacığın spin ve momentumunun zıt yönde olduğu durumu işaret etmektedir. Şekil 4.1' deki gibi spin-1/2 parçacığın dört bağımsız durumu vardır (Sağ ya da sol helisiteli parçacık ve sağ ya da sol helisiteli karşı parçacık). Yine Şekil 4.1'de görüldüğü gibi sağ helisiteli bir parçacığın ayna görüntüsü (parite simetriği) sol helisitelidir.

---

<sup>7</sup> Bu kısım ile ilgili ayrıntılı bilgiye (Giunti 2007) ve (Zuber 2004) referanslarındaki kitaplardan ulaşabilirsiniz.



Şekil 4.1 Spin-1/2 parçacığın helisite durumları ve ayna görüntüsü (Slansky vd. 1997)

Spin 1/2 parçacıkların rölativistik dalga denklemi olan Dirac denklemi aşağıdaki gibidir:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\Psi = 0 \quad (4.2)$$

$\Psi$  dört bileşenli Dirac spinörü ve  $\gamma$  farklı temsillerde yazılabilen 4x4 'lük Dirac (Gamma) matrisleridir<sup>8</sup>.

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1_{2 \times 2} \\ 1_{2 \times 2} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} -1_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & 1_{2 \times 2} \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

$\gamma$  matrislerinin aralarındaki ilişki şöyledir<sup>9</sup>:

$$\{\gamma^\alpha, \gamma^\beta\} = 2g^{\alpha\beta}I, \quad \{\gamma^\alpha, \gamma^5\} = 0, \quad \gamma^\alpha = \gamma^0\gamma^5\sigma^\alpha. \quad (4.5)$$

<sup>8</sup>Dirac (Gamma) matrisleri Clifford cebirini sağlayacak şekilde farklı temsillerde yazılabilir. Bu çalışmada Weyl temsili dikkate alınmış ve kullanılmıştır. Diğer temsiller EKLER kısmında yer almaktadır.

<sup>9</sup>  $g^{\alpha\beta}$  metrik tensördür.  $g=(1,-1,-1,-1)$

$\gamma^5$  matrisi “chirality” ya da ellilik matrisi olarak da bilinmektedir. Öyle ki solak ve sağlak “chiral” alanlar olarak tanımlanan  $\Psi_L$  ve  $\Psi_R$ ; bu matrisin ya da işlemcinin sırasıyla -1 ve +1 özdeğerli özfonksiyonlarıdır.

$$\gamma^5\Psi_L = -\Psi_L \quad , \quad \gamma^5\Psi_R = +\Psi_R \quad (4.6)$$

$\Psi$  spinörü her zaman solak ve sağlak bileşenlerinin toplamı şeklinde yazılabilir.

$$\Psi = \Psi_L + \Psi_R \quad (4.7)$$

$$\Psi_L = \frac{I - \gamma^5}{2} \Psi \quad , \quad \Psi_R = \frac{I + \gamma^5}{2} \Psi \quad (4.8)$$

$$\Psi = \begin{pmatrix} \chi_L \\ \chi_R \end{pmatrix} \quad ; \quad \Psi_L = \begin{pmatrix} \chi_L \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \Psi_R = \begin{pmatrix} 0 \\ \chi_R \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

$$P_L = \frac{I - \gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad P_R = \frac{I + \gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

$P_L$  ve  $P_R$  sol ve sağ izdüşüm işlemcileri (matrisleri)dir. Bu işlemciler aşağıdaki bağıntıları sağlarlar:

$$P_L P_R = P_R P_L = 0 \quad , \quad P_L + P_R = 1 \quad , \quad P_L^2 = P_L \quad , \quad P_R^2 = P_R \quad (4.11)$$

$$\psi_L = P_L \psi \quad , \quad \psi_R = P_R \psi \quad (4.12)$$

$$P_L \psi_R = P_R \psi_L = 0 \quad (4.13)$$

$$P_L^\dagger = P_L \quad , \quad P_R^\dagger = P_R \quad (4.14)$$

Bu özellikler kullanılarak Dirac denklemini veren lagranjiyen Dirac spinörünün solak ve sağlak bileşenleri türünden yazılabilir.

$$L = (\overline{\psi}_L + \overline{\psi}_R)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)(\Psi_L + \Psi_R)$$

$$L = \overline{\psi}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi_L + \overline{\psi}_R i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi_R - m(\overline{\Psi}_L \Psi_R + \overline{\Psi}_R \Psi_L) \quad (4.15)$$

Bu lagranjiyeden alan denklemleri bulunabilir.

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi_L = m\Psi_R \quad (4.16)$$

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi_R = m\Psi_L \quad (4.17)$$

Bu denklemler kütleli parçacıklar için

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi_L = 0 \quad , \quad i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi_R = 0 \quad (4.18)$$

şeklinde yazılır. Son denklemlerden anlaşıldığı gibi solak ve sağlak alanlar böylece ayrılmış olur. Bu durumda bu alanlardan bir tanesi kütleli alanı betimlemek için yeterlidir.

$\Psi(x, p)$  kütleli parçacık için Dirac denkleminin çözümü olsun.

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi(x, p) = \gamma^\mu p_\mu \Psi(x, p) = 0$$

$$(\gamma^0 |\vec{p}| - \vec{\gamma} \cdot \vec{p}) \Psi(x, p) = 0 \quad (4.19)$$

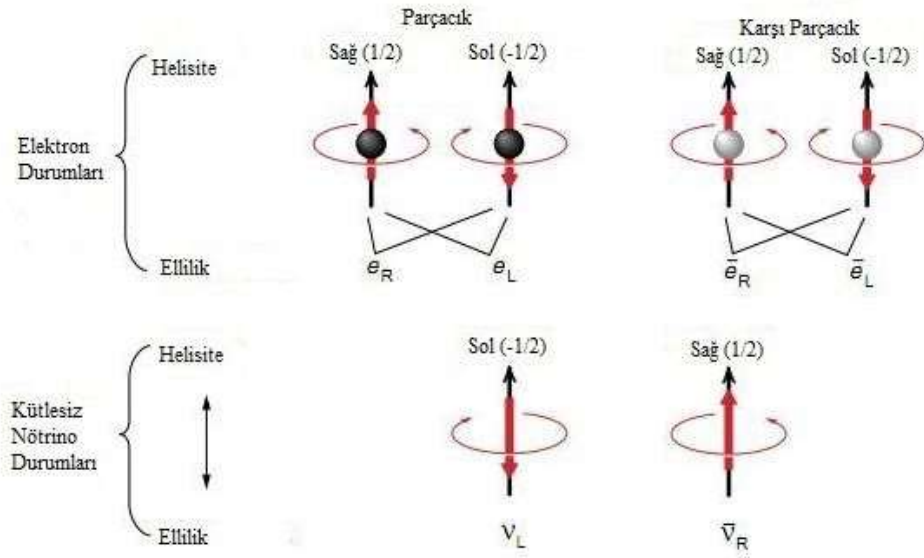
(4.19) denklemini sol taraftan  $\gamma^5 \gamma^0$  ile çarpılır ve (4.1)'deki üçüncü özdeşlik kullanılırsa aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$\frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \Psi(x, p) = \gamma^5 \Psi(x, p) \quad . \quad (4.20)$$

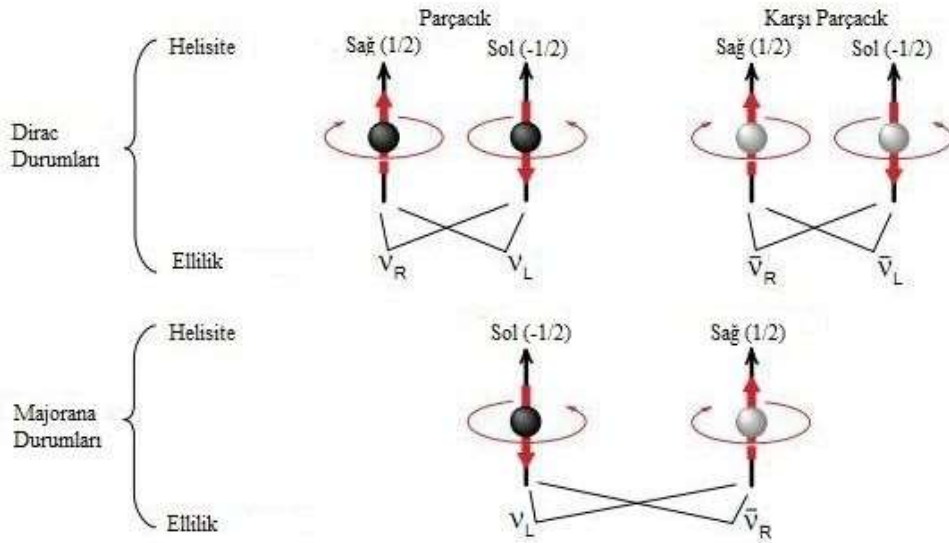
Bu denkleme göre kütleli parçacık helisite ve ellilik (chirality) eşittir.

$$\frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \Psi_L(x, p) = -\Psi_L(x, p) \quad , \quad \frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \Psi_R(x, p) = \Psi_R(x, p) \quad (4.21)$$

(4.21)'a göre kütleli solak alan negatif helisiteli ve sağlak alan pozitif helisitelidir. Kütleli parçacıklar için helisite ve ellilik kavramları farklıdır.



Şekil 4.2 Elektron ve kütleli nötrinin Standart Model çerçevesinde helisite ve ellilik durumları (Slansky vd. 1997)



Şekil 4.3 Kütleli nötrinoların helisite ve ellilik durumları (Slansky vd. 1997)

Şekil 4.2’de Standart Model çerçevesinde incelenen elektron ve nötrinin helisite ve ellilik durumları temsilen gösterilmiştir. Şekil 4.3 ’e göre elektronun dört helisite ve dört ellilik durumu vardır. Solak ve sağak elektron alanları helisite durumlarının çizgisel bileşimi şeklinde yazılabilmektedir. Nötrino kütleli olduğu için sadece iki durumu vardır.

Şekil 4.3’de kütleli nötrinoların durumları gösterilmektedir. Kütleli Dirac nötrinosu dört duruma sahip iken, karşı parçacığı kendisi olduğu kabul edilen kütleli Majorana nötrinosu iki duruma sahiptir.

Elektrik yükü, Standart Model’ in fermiyonları arasında parçacık ile karşı parçacık arasındaki farkı ortaya koyan bir kuantum sayısıdır. Nötrinolar yüksüz olduğu için bu durum nötrinolar için bu kadar açık değildir. Eğer parçacık ve karşı parçacığı özdeş değilse bu tür fermiyonlara Dirac fermiyonları denir ve bu fermiyonlar dört bağımsız bileşenli spinörlerle temsil edilir. Parçacık ve karşı parçacığı özdeş ise bu tür fermiyonlara Majorana fermiyonları denir ve bu fermiyonlar iki bağımsız bileşenli spinörlerle temsil edilir. Bir sonraki bölümde bu tür nötrinolar ve bunların kütle terimlerine yer verilmiştir.

Parçacık ile karşı parçacık arasındaki ilişkiyi belirleyen yük eşleniği matrisi C olmak üzere herhangi bir Dirac alanının yük eşleniği ya da karşı parçacığı

$$\psi \xrightarrow{c} \psi^c = C\bar{\psi}^T \quad (4.22)$$

şeklinde yazılır. 4x4 ‘lük yük eşleniği matrisi C aşağıdaki özelliklere sahiptir:

$$\begin{aligned} C &= i\gamma^2\gamma^0 \\ C^{-1}\gamma^\mu C &= -(\gamma^\mu)^T \quad , \quad C^{-1}\gamma^5 C = (\gamma^5)^T \\ C^\dagger &= C^{-1} = C^T = -C \quad . \end{aligned} \quad (4.23)$$

Solak ve sağlak fermiyon alanlarının yük eşlenikleri aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$P_{L,R}\psi = \psi_{L,R} \xrightarrow{c} P_{L,R}\psi^c = (\psi^c)_{L,R} = (\psi_{R,L})^c \quad (4.24)$$

(4.24) ifadesinden anlaşılmaktadır ki yük eşleniği alma işlemi solak (sağlak) fermiyon alanını sağlak (solak) karşı fermiyon alanına dönüştürmektedir.

### 4.3 Parite Simetrisinin Kırılması

1950'li yıllara kadar fizik yasalarının parite simetrisine ya da ayna simetrisine uyduğuna kesin gözüyle bakılmaktaydı. Parite simetrisinin var olması, doğadaki tüm gözlenebilir sol helisiteli parçacıkların sağ helisiteli eşlerinin de bulunmasını gerektirmektedir. 1956 yılında C. N. Yang ve T. D. Lee zayıf etkileşimlerde parite simetrisinin korunmayabileceği fikrini öne sürmüşlerdir (Slansky vd. 1997). Bu hipotez C. S. Wu tarafından deneyde Cobalt-60 çekirdeği kullanılarak deneysel olarak doğrulanmıştır. Yang ve Lee parite simetrisinin kırılmasını açıklamak için doğada tüm nötrinolar sol helisiteli ve karşı nötrinolar sağ helisiteli olduğunu varsaymışlardır (Slansky vd. 1997). Eğer nötrinolar tüm referans çerçevelerinde sol helisiteli ise bu varsayıma göre sol helisiteli nötrinolar ışık hızında hareket eden kütsüz parçacıklar olmalıdır. Aksi takdirde nötrinolardan daha hızlı hareket eden bir referans çerçevesindeki gözlemci düşünülecek olursa bu gözlemci sol helisiteli nötrinoları sağ helisiteli görecektir (Slansky vd. 1997). O halde bu durumda helisite; rölativistik olarak değişmez özellikli olan "chirality" ya da "ellilik" 'e özdeştir<sup>10</sup>. Bunun sonucu olarak nötrinolar solak, karşı nötrinolar sağlak kütsüz parçacıklardır.

Standart Model; doğada sadece solak nötrinoların ve sağlak karşı nötrinoların varlığı temel alınarak kurulmuş ve geliştirilmiştir. Bu yüzden nötrinolar Standart Model' de kütsüzdür. Ayrıca zayıf etkileşimlerde solak nötrino ve sağlak karşı nötrino dışında diğer sağlak nötrino ve solak karşı nötrino gözlenmediği için Standart Model'in zayıf etkileşmelerinde parite simetrisi maksimal kırılmaktadır.

Nötrinoların kütsüz oluşu aile lepton sayısının etkileşimlerde korunması şartını beraberinde getirmektedir. Standart Model'de üç lepton ailesi üç lepton çiftinden oluşur. Elektron ve elektron nötrinosu elektron ailesini, müon ve müon nötrinosu müon ailesini, tau ve tau nötrinosu tau ailesini oluşturur. Aile lepton sayısının korunumuna göre müon zayıf etkileşme sonucunda müon nötrinosuna dönüşebilmektedir. Fakat müon doğrudan elektrona dönüşemez. Aile lepton sayısının korunumunun sonucu olarak herhangi bir ailedeki nötrino başka aileden bir nötrinoya dönüşemez. Fakat yakın zamanda yapılmış nötrino salınım deneyleri bu düşüncüyü haksız çıkarmıştır.

---

<sup>10</sup> Kütsüz parçacıklar için helisite ve ellilik özdeştir.



#### 4.4 Nötrino Salınımları

Standart Model zayıf etkileşmelerinin kuark sektöründe kuarklar arasında bir karışım söz konusudur. Benzer şekilde bu karışım lepton sektöründeki nötrinolar arasında da olmaktadır. Nötrinolar bir kütle durumundan başka bir kütle durumuna periyodik olarak geçerek salınım hareketleri yapmaktadırlar.

Nötrino salınımları fikri ilk defa 1957 yılında Bruno Pontecorvo tarafından önerilmiştir (Slansky vd. 1997). Deneysel olarak Güneş'ten gelen nötrino akısıyla yeryüzünde ölçülen nötrino akısı arasındaki uyumsuzluk sonucunda fark edilmiştir. Yeryüzünde ölçülen akının Güneş'ten gelen nötrino akısından az olması, Güneş'ten gelen nötrinoların hareketleri sırasında başka tür nötrinoya dönüşmesi ve böylece yeni tür nötrinonun dedektörlerde teknik sebeplerden dolayı gözlenememesi sonucunda açıklanmıştır. Nötrino salınımları ilk kez 1998 yılında Süper-Kamiokande deneyi sonucunda gözlemlenmiştir (Fukuda vd. 1998).

Nötrinoları gözlemlemek zor olduğu için kütlelerini tam olarak ölçmek şimdiye kadar mümkün olmamıştır, ancak nötrinoların kütleleri için üst limit getirilebilmiştir. Deneyler sonucunda belirlenen kütle limitleri çizelge 4.1 'de verilmiştir.

Çizelge 4.1 Lepton ailesi ve leptonların kütleleri (PDG 2012)

	Aile (Çeşni)	Kütle(GeV/c <sup>2</sup> )
$\nu_e$	Elektron nötrinosu	$< 2,0 \times 10^{-9}$
e	Elektron	$5,10 \times 10^{-4}$
$\nu_\mu$	Müon nötrinosu	$< 1,9 \times 10^{-4}$
$\mu$	Müon	0,105
$\nu_\tau$	Tau nötrinosu	$< 1,82 \times 10^{-2}$
$\tau$	Tau	1,77

## 4.5 Nötrino Kütleleri

Bu bölümde nötrinoların olası doğası ele alınmaktadır. Ayrıca nötrinoların Dirac, Majorana ve genel formda Dirac-Majorana olası durumları incelenerek nötrinolar için kütle lagranjyenleri yazılacak ve nötrino kütlelerine efektif bir yorum olan Seesaw Mekanizması incelenmiş ve sonuçları yorumlanmıştır.

### 4.5.1 Dirac kütlesi

Dirac lagranjyeninde kütle terimi  $m_D \bar{\psi}\psi$  şeklinde yazılır.  $m_D$  Dirac parçacığının kütlesi olmak üzere Dirac kütle lagranjyeni  $\psi$  spinör alanının Lorentz grubunun en küçük indirgenemez temsilleri olan sol ve sağ bileşenlerinin toplamı biçiminde yazılabilir.

$$m_D \bar{\psi}\psi = m_D (\bar{\psi}_L + \bar{\psi}_R)(\psi_L + \psi_R) = m_D (\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L) \quad (4.25)$$

$$\bar{\psi}_L \psi_L = 0 \quad , \quad \bar{\psi}_R \psi_R = 0 \quad (4.26)$$

Standart Model solak nötrino ve sağlak karşı nötrinoyu içerir. Standart Model'e göre sağlak nötrino ve solak karşı nötrino yoktur. Dolayısıyla lagranjyende kütle terimi nötrinolar için  $m_\nu (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L)$  şeklinde yazılamaz. Bu yüzden Standart Model'e göre nötrinolar kütesizdir. Fakat nötrinolar kütleli parçacıklardır. Standart Model'in bu eksik kalan yanı bir şekilde tamamlanmalıdır.

Sağlak nötrinolar Standart Model ayar simetrileri altında tekli (singlet) yapıdadır. Bu nötrino alanlarını temsil eden terimlerin Standart Model lagranjyenine yazılması modelin simetrilerini bozmaz. Sağlak nötrinolar sahip oldukları bu özellikle solak nötrinolardan farklıdır. Kütleçekimi dışında başka etkileşmeye girmezler. Solak ve sağlak nötrinoları birbirinden ayırt etmek için sağlak nötrinolar “steril nötrino”; solak nötrinolar ise “aktif nötrino” terimleri kullanılır.

Sağlak nötrino terimlerinin Standart Model lagranjiyenine eklenmesiyle, simetri kırılması sonrasında elde edilen kütle özdeğerleri, Higgs alanı vakum beklenen değeri  $v$  ile orantılı olacak şekilde aşağıdaki ifadedeki gibi bulunur:

$$m_i^{\nu} = \frac{y_i^{\nu} v}{\sqrt{2}}. \quad (4.27)$$

Higgs mekanizmasıyla kütle kazanan fermiyonların kütle temsilleri (4.27)'deki gibidir. Parçacıkların kütlelerini farklı kılan  $y_i^{\nu}$  Yukawa katsayılarıdır. Standart Model bu katsayı değerlerini önceden öngörememekte ve dolayısıyla kütle hiyerarşisine yanıt verememektedir. Böyle bir sonuç Standart Model' in düşük enerjilerde geçerli etkin (efektif) bir model olduğu ve Standart Model ötesi yeni modellerin geliştirilmesi fikrini akıllara getirmektedir.

#### 4.5.2 Majorana Nötrinoları

Dirac lagranjiyeni solak ve sağlak alan temsilleri dikkate alınarak

$$\begin{aligned} L &= \bar{\psi}(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\psi \\ &= (\bar{\psi}_L i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m\bar{\psi}_R)\psi_L + (\bar{\psi}_R i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m\bar{\psi}_L)\psi_R \end{aligned} \quad (4.28)$$

şeklinde ayrıştırılabilir.

$$\bar{\psi}_R \gamma^{\mu} \partial_{\mu} \psi_L = \bar{\psi} P_L \gamma^{\mu} \partial_{\mu} P_L \psi = \bar{\psi} \gamma^{\mu} \partial_{\mu} P_R P_L \psi = 0 \quad (4.29)$$

$$\bar{\psi}_L \gamma^{\mu} \partial_{\mu} \psi_R = 0 \quad , \quad m\bar{\psi}_L \bar{\psi}_L = 0 \quad , \quad m\bar{\psi}_R \bar{\psi}_R = 0 \quad (4.30)$$

Euler-Lagrange denklemi kullanılarak alan denklemleri ayrı ayrı yazılabilir.

$$i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi_L = m\psi_R \quad (4.31)$$

$$i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi_R = m\psi_L \quad (4.32)$$

Bu bağıntılardan açıkça anlaşılmaktadır ki solak ve sağlak fermiyon alanları birbirlerinden bağımsız değişimlerdir ve aralarında matematiksel bir ilişki vardır. Fermiyon kütsüz ise bu fermiyon iki serbestlik derecesine sahip solak ve sağlak Weyl spinörleri ile ifade edilebilir.

Fiziksel parçacığın Weyl spinörü ile tasvir edilmesi fikrine 1933 yılında W. Pauli karşı çıkmıştır. 1956 yılına kadar zayıf etkileşmelerde parite korunduğu bilinmekteydi. Bu gerekçe ile bu fikir Pauli bu tarafından reddedilmiştir. Çünkü parite korunumu  $\psi_L$  ve  $\psi_R$  gibi solak ve sağlak alanların var olmasını gerektirmektedir. 1956-1957 yıllarında yapılan deneylerle parite simetrisinin zayıf etkileşmelerde kırıldığı anlaşılmıştır. Bu sonuç fiziksel parçacıkların Weyl spinörü ile tanımlanma fikrini tekrar gündeme getirmiştir. Deney sonuçları dikkate alınarak Landau (1957), Lee ve Yang (1957) ve Salam (1957) tarafından nötrinoların solak Weyl spinörü ile tanımlanması önerilmiştir. Bu yüzden nötrinolar Standart Model'de solak Weyl spinörü ile tasvir edilir.

Ettore Majorana, nötrinoları alanların sadece solak temsillerini kullanarak yazmaya çalışmıştır. Fakat bu mümkün değildir. Çünkü Dirac kütle terimi yazabilmek için sağlak alan temsillerini de yazmak gerekir (Majorana 1937). Majorana (4.31), (4.32) bağıntılarını ve gamma matrislerinin özelliklerinin kullanarak solak alan ile sağlak alan arasındaki ilişkiyi göstermiştir:

$$i\gamma^\mu \partial_\mu C\bar{\psi}_R^{-T} = mC\bar{\psi}_L^{-T} \quad (4.33)$$

Dikkat edilirse (4.33) denkleminin (4.31) denklemi ile aynı formda olduğu anlaşılabilir.

$$\psi_R \equiv C\bar{\psi}_L^{-T} \quad (4.34)$$

(4.34) eşitliği sol taraftan  $P_L$  ile çarpılarak bu varsayım sınanabilir.

$$P_L\psi_R = P_L P_R\psi = P_L C\bar{\psi}_L^{-T} = CP_L^T \bar{\psi}_L^{-T} = C(\bar{\psi}_L P_L) \quad (4.35)$$

$$\bar{\psi}_L P_L = (P_L\psi)^\dagger \gamma_0 P_L = \psi^\dagger P_L^\dagger \gamma_0 P_L = \psi^\dagger \gamma_0 P_R P_L = 0 \quad (4.36)$$

Bunu göre (4.33) eşitliğinin sağ tarafındaki alan sağlak karakter sergilemektedir. Ayrıca  $C\bar{\psi}_L^{-T}$  ifadesinin  $\psi_L$  alanının yük eşleniğine eşit olduğu bilinmektedir. Öyleyse

$$\psi_R \equiv (\psi_L)^C = C\bar{\psi}_L^{-T} \quad (4.37)$$

yazılabilir. Böylece bir fermiyon alanı sadece solak bileşeni kullanılarak

$$\psi = \psi_L + \psi_L^C \quad (4.38)$$

şeklinde yazılabilir. Bu durumda aşağıdaki sonuca varılabilir:

$$\psi = \psi^C \quad (4.39)$$

Bu sonuç önemli bir yorumu beraberinde getirmektedir. Öyle ki (4.39) ile temsil edilen fiziksel bir fermiyon alanı için, fermiyonun yük eşleniği yani karşı parçacığı kendisine eşittir. Bu koşula Majorana koşulu denir ve karşı parçacığı kendine eşit olan parçacığa Majorana parçacığı denir.

Yük eşleniği alma işlemi parçacığın yük kuantum sayısını değiştirmektedir. Bu yüzden Majorana şartının geçerli olması için parçacık yüksüz olmalıdır. Standart Model'in parçacıkları içinde yüksüz fermiyonlar ancak Majorana fermiyonu olabilir. Tek aday nötrinodur. Dirac spinörünün serbestlik derecesi dört iken Majorana spinörünün serbestlik derecesi ikidir. Bu yüzden nötrinoların Majorana karakterinin Dirac karakterinden daha doğal olduğu düşünülmektedir. Nitekim göz atılacak olursa Standart Model ötesi birçok model ve teorilerde nötrinolar Majorana karakterlidir (Giunti 2007).

### 4.5.3 Majorana kütle terimi

Tek nötrino ailesi baz alınarak Dirac nötrinosu için kütle lagranjyeni şöyle yazılır:

$$L_{Kütle}^{Dirac} = -m\bar{\nu}\nu = -m(\bar{\nu}_R\nu_L + \bar{\nu}_L\nu_R) \quad (4.40)$$

Bir sistemin hareket denklemlerini belirleyen lagranjiyen, hareket denklemlerinin tüm gözlem çerçevelerinde aynı kalması için Lorentz skaleri olmalıdır. Başka bir deyişle

lagranjiyen, alanların Lorentz dönüşümleri sonucunda değişmez kalması gerekir. (4.40) bağıntısındaki kütle lagranjiyeni buna bir örnektir.

Lorentz skaleri Majorana kütle terimi oluşturmak için terimler uygun seçilmelidir. Sadece solak nötrino alanının temsili kullanılarak Majorana kütle terimi oluşturmak istenirse, lagranjiyende uygun yere Lorentz dönüşümü altında solak nötrino alanının temsili gibi dönüşen, sağlak etkileşen ve  $\nu_L$ 'nin fonksiyonu olan bir alan temsili eklenmelidir.

$$\nu_L^C = C \overline{\nu_L}^T \quad (4.41)$$

Bu durumda solak nötrino alanı temsili kullanılarak Majorana kütle lagranjiyeni yazılabilir.

$$L_{Kütle,L}^{Majorana} = -\frac{1}{2} m_L \overline{\nu_L^C} \nu_L - \frac{1}{2} m_L \overline{\nu_L} \nu_L^C \quad (4.42)$$

Benzer işlemler yapılarak sadece sağlak nötrino alanının temsili kullanılarak Majorana kütle lagranjiyeni aşağıdaki gibi yazılır<sup>11</sup>:

$$L_{Kütle,R}^{Majorana} = -\frac{1}{2} m_R \overline{\nu_R^C} \nu_R - \frac{1}{2} m_R \overline{\nu_R} \nu_R^C \quad (4.43)$$

#### 4.6 Seesaw Mekanizması

Seesaw mekanizması, Dirac ve Majorana kütle terimlerini temel alan, 1970'li yılların sonunda nötrinoların kütle hiyerarşisini ve karakterini açıklamaya dönük önerilen doğal ve akla uygun bir mekanizmadır.

Doğada solak nötrinoların ( $\nu_L$ ) varolduğu bilinmektedir. Sağlak nötrinolar ( $\nu_R$ ) için bu durum belirsizdir. Doğada sadece solak nötrinolar var ise nötrino lagranjiyeni sadece

---

<sup>11</sup>  $\overline{\nu_L^C} \nu_L = \overline{\nu_L} \nu_L^C$  olduğu için lagranjiyende  $\frac{1}{2}$  çarpanı yer almaktadır.

(4.42) ile ifade edilen Majorana terimini içerebilir. Bu durumda nötrinolar Majorana tiplidir. Eğer doğada sağlak nötrinolar da var ise nötrino lagranjiyeni (4.40) ile ifade edilen Dirac kütle terimini içerebilir ki bu nötrinoların Dirac tipli olduğunu gösterir. Ancak sağlak nötrinolar doğada var ise nötrino lagranjiyeni Dirac kütle terimi yanında (4.43) ile ifade edilen Majorana kütle terimini de içerebilir. Doğada hangi tip nötrinoların olduğu tam olarak bilinmediği için nötrinolar için kütle lagranjiyenini Dirac ve Majorana kütle terimlerinin toplamı şeklinde genel formda ifade etmek mümkündür.

$$L_{Kütle}^{Dirac+Majorana} = -\frac{1}{2}m_D(\bar{\nu}_L\nu_R + \bar{\nu}_L^C\nu_R^C + \bar{\nu}_R\nu_L + \bar{\nu}_R^C\nu_L^C) - \frac{1}{2}m_L(\bar{\nu}_L\nu_L^C + \bar{\nu}_L^C\nu_L) - \frac{1}{2}m_R(\bar{\nu}_R\nu_R^C + \bar{\nu}_R^C\nu_R) \quad (4.44)$$

Bu ifade düzenlenerek aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$-2L_{Kütle}^{D+M} = \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L^C & \bar{\nu}_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{\nu}_R^C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^C \\ \nu_R \end{pmatrix} - 2L_{Kütle}^{D+M} = \bar{N}_L^C M N_L + h.e. \quad (4.45)$$

$$N_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^C \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \quad (4.46)$$

Dirac-Majorana kütle lagranjiyeni solak ve sağlak nötrino temsilleri kullanılarak (4.45) bağıntısındaki gibi ifade edilmektedir. M kütle matrisi köşegen olmadığı için hem nötrinoların kütle öz durumları hem de nötrino alanlarının kütle özdeğerleri henüz belirli değildir. Lagranjiyendeki  $\nu_L$  ve  $\nu_R$  terimleri fiziksel nötrino alanının kütle öz durumları değildir. Fiziksel parçacıklara karşılık gelen kütle öz durumları ve bu durumlara ait kütle özdeğerleri M kütle matrisinin köşegenleştirilmesi sonucunda belirlenmektedir.

M kütle matrisinin elementlerinin özelliklerini bilmek matrisi köşegenleştirmek için seçilecek uygun dönüşümü belirlemede faydalı olacaktır. Öyle ki  $m_D$  ve  $m_R$ ,  $\nu_L$  ve  $\nu_R$  alanlarının uygun faz dönüşümleri dikkate alınarak yazılmasıyla pozitif ve reel seçilebilir. Fakat  $\nu_L$  alanı üzerinde tekrar faz dönüşümü yapılamayacağı için  $m_L$

karmaşık sayı (kompleks) alınır. Bu durumda kompleks bileşenli M kütle matrisi üniter dönüşümle köşegenleştirilebilir:

$$L_{Kütle}^{D+M} = -\frac{1}{2} \overline{N_L^C} (UU^\dagger) M (UU^\dagger) N_L + h.e. \quad (4.47)$$

$$UU^\dagger = U^\dagger U = 1 \quad (4.48)$$

$$\overline{M} = U^\dagger M U = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

$\overline{M}$  köşegen kütle matrisini,  $m_1$  ve  $m_2$  nötrino alanlarının kütle özdeğerlerini temsil etmektedir. (4.47) de açıkça görüldüğü gibi üniter dönüşüm, kütle matrisi dışında satır ve sütun matrislerine de etki etmektedir. Öyle ki aşağıda gösterildiği gibi nötrino alanlarının etkileşme öz durumları üniter dönüşüm ile kütle öz durumlarına dönüşmüştür.

$$U^\dagger \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix} \quad \leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^C \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix} \quad (4.50)$$

$$\begin{aligned} \nu_{1L} &= U_{11}^\dagger \nu_L + U_{12}^\dagger \nu_R^C \\ \nu_{2L} &= U_{21}^\dagger \nu_L + U_{22}^\dagger \nu_R^C \end{aligned} \quad \leftrightarrow \quad \begin{aligned} \nu_L &= U_{11} \nu_{1L} + U_{12} \nu_{2L} \\ \nu_R^C &= U_{21} \nu_{1L} + U_{22} \nu_{2L} \end{aligned} \quad (4.51)$$

(4.49) bağıntısındaki  $m_1$  ve  $m_2$  değerleri M kütle matrisinin karakteristik polinomu çözülerek bulunur.

$$\det \left[ \begin{pmatrix} m_L - \lambda & m_D \\ m_D & m_R - \lambda \end{pmatrix} \right] = 0 \quad (4.52)$$

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} [m_L + m_R \mp \sqrt{(m_L - m_R)^2 + 4m_D^2}] \quad (4.53)$$

(4.53) ifadesine göre  $m_1$  değerinin negatif değer alması muhtemeldir. Bu yüzden kütle matrisini köşegenleştiren U matrisi, O ortogonal matris ve  $\rho$  gibi bir faz matrisinin çarpımı şeklinde belirlenebilir.



$$U = O\rho \quad (4.54)$$

$$O = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (4.55)$$

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_1 & 0 \\ 0 & \rho_2 \end{pmatrix} \quad (4.56)$$

Bu durumda köşegenleştirilmiş kütle matrisi ve nötrino kütle özdeğerleri için aşağıdaki sonuçlara ulaşılır:

$$U^\dagger M U = \rho^\dagger O^\dagger M O \rho = \overline{\overline{M}} = \begin{pmatrix} \rho_1^2 m_1' & 0 \\ 0 & \rho_2^2 m_2' \end{pmatrix} \quad (4.57)$$

$$m_k = \rho_k^2 m_k' \quad , \quad (k=1,2) \quad (4.58)$$

$\rho_k^2$ , kütlelerin negatif değer almasını önlemek için uygun seçilmelidir.

Dirac-Majorana nötrinolarının temsilleri için

$$\nu_k = \nu_{kL} + \nu_{kL}^C = \nu_{kL} + C \overline{\nu_{kL}}^T \quad (4.59)$$

tanımlaması yapılır. Bu durumda Dirac-Majorana kütle lagranjyeni şöyle yazılır:

$$L_{Kütle}^{D+M} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1,2} m_k \overline{\nu_k} \nu_k \quad (4.60)$$

Bu lagranjyen kütleli nötrinoların Majorana parçacıkları olduğunu işaret etmektedir.

(4.51), aktif nötrino alanı  $\nu_L$  ve steril alan  $\nu_R^C$ 'nin  $\nu_{1L}$  ve  $\nu_{2L}$  kütleli nötrino alanlarının çizgisel bileşimi biçiminde yazıldığını belirten bir karışım bağıntısıdır. Bu karışımın büyüklüğünü belirleyen karışım açısı  $\alpha$

$$\tan 2\alpha = \frac{2m_D}{m_R - m_L} \quad (4.61)$$

bağıntısına uymaktadır.

Nötrinolar arasındaki karışım aktif ve steril nötrinolar arasında nötrino salınımlarını mümkün kılmaktadır. Bu salınımlar karışım açısına ve nötrinoların kütle-kare farkına bağlıdır.

$$\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2 = (m_L + m_R) \sqrt{(m_L - m_R)^2 + 4m_D^2} \quad (4.62)$$

(4.53) denkleminde  $m_L$ ,  $m_R$  ve  $m_D$  terimlerine çeşitli sınırlamalar getirilerek nötrinoların muhtemel doğası hakkında yorumlar yapılabilir. Fakat bu çalışmada sadece  $m_L = 0$  ve  $m_D \ll m_R$  koşullarının getirdiği sonuçlara yer verilmiştir.

Standart Model'in  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  dönüşümleri altında değişmez kalmadığı için (4.42)'de verilen solak nötrino alanıyla oluşturulmuş Majorana kütle teriminin Standart Model çerçevesinde yazılması yasaktır. Bu yüzden  $m_L = 0$  alınır. Oysa sağlak nötrino alanının Standart Model ayar simetrileri altında tekli (singlet) yapıda olması sebebiyle (4.43)'deki sağlak nötrino alanıyla oluşturulmuş Majorana kütle teriminin yazılması mümkündür (Giunti 2007).

$m_L = 0$  ve  $m_D \ll m_R$  seçimi ile birlikte aşağıdaki sonuçlar elde edilir<sup>12</sup>:

$$m_1' \approx m_L - \frac{m_D^2}{m_R} = -\frac{m_D^2}{m_R}, \quad m_2' = m_R \left(1 + \frac{m_D^2}{m_R}\right) \approx m_R \quad (4.63)$$

$\rho_1^2 = -1$  seçimi yapılırsa şu sonuçlar ortaya çıkar:

$$m_1 \approx \frac{m_D^2}{m_R}, \quad m_2 \approx m_R \quad (4.64)$$

---

<sup>12</sup>  $m_D \ll m_R$  nötrinoların baskın olarak Majorana karakterli olduğunu işaret etmektedir.

$$m_1 m_2 = m_D^2. \quad (4.65)$$

$m_1$  ve  $m_2$  sırasıyla  $\nu_1$  ve  $\nu_2$  nötrino alanlarının kütlelerini temsil etmektedir. (4.64)'den  $\nu_1$  hafif,  $\nu_2$  ağır nötrinoyu temsil ettiği açıkça anlaşılmaktadır. Ayrıca bu sonuca göre aktif ve steril nötrinolar arasındaki karışım açısı (4.61) çok küçüktür ki bu,  $\nu_1$ 'in baskın olarak aktif ( $\nu_L$ ),  $\nu_2$ 'nin ise baskın olarak steril nötrino ( $\nu_R$ ) alanını temsil ettiğini işaret etmektedir<sup>13</sup>.

$$\tan 2\alpha = \frac{2m_D}{m_R} \ll 1 \quad (4.66)$$

Standart Model'de parçacıkların kütleleri parçacıklar ile Higgs bozonunun bağlaşım şiddetleri ile orantılıdır. Elektron nötrinosu için bu sabit elektronun bağlaşım sabitinin çok küçük bir değerle çarpımına eşdeğerdir. Oysa elektron ve elektron nötrinosu aynı zayıf ikili (doublet)nin bileşenleridir. Bağlaşım sabitleri arasındaki büyük uçurumun bir açıklaması olmalıdır. Bağlaşım sabitleri hesaba katılmadan kütle terimleri elle konularak nötrino kütleleri için (4.64) ve (4.65) sonuçlarını veren çeşitli mekanizmalar geliştirilmiştir. Bu mekanizmaya "Seesaw Mekanizması" denir.

Seesaw mekanizmasına göre günümüz çarpıştırıcılarında gözlenemeyen  $m_R$  kütleyle sahip sağlak Majorana tipli ağır steril nötrino ve  $\frac{m_D^2}{m_R}$  kütleyle sahip solak Majorana tipli hafif aktif nötrino vardır. Bu mekanizma doğada gözlenebilen ve çarpıştırıcılarda üretilebilen aktif nötrinoların hafifliğini, tahterevalli ile benzerlik kurarak<sup>14</sup>, henüz gözlenemeyen ağır steril nötrinoların varlığıyla ilişkilendirmektedir. Bu sebeple bu mekanizma "Seesaw Mekanizması" olarak adlandırılmaktadır<sup>15</sup>.

<sup>13</sup> (4.54), (4.55), (4.56) ve (4.51) bağıntılarına bakınız.

<sup>14</sup> Tahterevallinin uçlarında nötrinoların olduğunu ve tahterevallinin dengede olmadığını varsayınız. Bu durumda uçlarda bulunan nötrinolardan bir tanesinin hafif diğerinin ağır olduğu anlaşılır. Bu ilişki (4.65)'de matematiksel olarak ifade edilmiştir. Öyle ki aktif nötrino ne kadar hafif olursa olsun (4.65) bağıntısını sağlanması için o kadar büyük kütleli bir steril nötrino var olmalıdır.

<sup>15</sup> "Seesaw" İngilizce'de "Tahterevalli" anlamına gelmektedir.

Yukarıdaki sonuçları veren fakat yapı itibariyle fermiyon ve Higgs sektörleri farklı özellikte olan üç tip Seesaw mekanizması vardır. Bu alt bölümde incelenen birinci tip (Tip I Seesaw) Seesaw mekanizmasıdır ve orijinal mekanizma budur (Mohapatra ve Senjanovic 1980). Dirac ve Majorana kütle terimleri oluşturmak amacıyla Standart Model kütle lagranjyenine sağlak nötrino ve solak karşı-nötrino terimlerinin yerleştirilmesi esasına dayanır.

Seesaw mekanizmasına farklı bir yaklaşım Higgs sektörünün genişletilmesi esasına dayanır. Bu yaklaşımda Standart Model' e yeni nötrino alanlarının bileşenleri eklenmektense nötrinolar Majorana tipli varsayılmıştır ve nötrinolarla etkileşecek yeni bir tip Higgs alanı tercih edilmiştir. Bu alan  $Y=2$  hiperyük kuantum sayısına ve  $\Delta \equiv \frac{\vec{\Delta} \cdot \vec{\sigma}}{\sqrt{2}}$  şeklinde gösterilen triplet (üçlü) yapısına sahip olmalıdır (Mohapatra ve Senjanovic 1981). Bu mekanizma ikinci tip (Tip II Seesaw) Seesaw mekanizması olarak bilinir. Bu mekanizma beraberinde getirdiği sınırlama açısından önemlidir. Öyle ki bu mekanizmaya göre yazılan Majorana kütle lagranjyeni lepton sayısı korunumunu bozmaktadır.

Üçüncü tip (Tip III Seesaw) Seesaw mekanizması ise Standart Model'e hiperyükü  $Y=0$  olan  $SU(2)_L$  üçlü (triplet) fermiyon alan eklenerek kurulur.

Seesaw mekanizması nötrino kütleleri arasındaki ilişkiyi yorumlayan güçlü bir yaklaşımdır. Fakat bu bölümde incelendiği üzere Seesaw mekanizmasında kütle terimleri modele elle konulmuştur. Parçacıkların doğasını anlama adına öne sürülen ve Seesaw mekanizmasının varsayımlarıyla tutarlı olan Standart Model ötesi yeni model ve teorilerde nötrinolar simetri kırılması ile doğal yoldan kütle kazanmalıdır. Sonraki bölümde bölümünde bu modellerden birisi olan Sağ-Sol Simetrik Model tartışılacak ve bulgular yorumlanacaktır.

## 5. SAĞ-SOL SİMETRİK MODEL

Standart Model düşük enerji skalasında çok iyi işleyen bir model olmasına rağmen, bazı soruları yanıtlamada yetersiz kalmıştır. Bunlardan bazıları; zayıf etkileşimlerin V-A (vektör-aksiyel vektör) karakteri sergilemesi, Standart Model enerji skalasında zayıf etkileşimlerde parite simetrisinin korunmaması ve deney sonuçlarının nötrinoların kütleli olduğunu göstermesi şeklinde sıralanabilir ve bunlar çoğaltılabilir. Bu sorulara cevap bulmak amacıyla öne sürülen “Sağ-Sol Simetrik Model” bu tezin konusunu oluşturmaktadır.

Sağ-Sol Simetrik Model, Standart Model’in aksine sağlak nötrinoları da içerir ve bu modele göre parite simetrisi yüksek enerji seviyelerinde korunmaktadır. Sağlak nötrinolar modelde ikili (doublet) içinde incelendiği için modele göre nötrinolar kütlelidir.

Standart Model’de sağlak nötrinolar olmadığı için nötrinolar kütesiz kabul edilmektedir. Nötrino kütesini Standart Model’e ilave etmenin en kolay yolu modele sağlak nötrinoları koymaktır. Bu durumda solak ( $\nu_L$ ) ve sağlak ( $\nu_R$ ) nötrinolar bir kütle terimi oluşturacaktır. Böylece Yukawa katsayısı ile orantılı nötrino kütle terimi ( $m_{Dirac} = y_\nu \frac{U}{\sqrt{2}}$ ) yazılır fakat nötrino kütesinin eV mertebesinde olduğu dikkate alınırsa  $y_\nu \simeq 10^{-11}$  kadar olacaktır. Bu kadar küçük bağlaşım sabiti modele göre doğal (natural) kabul edilmemektedir (Mohapatra 2003).

Kuramsal olarak doğal yoldan kütleli nötrinoları modele dahil etmek Seesaw Mekanizması’nın kendiliğinden simetri kırılması sonucu elde edilmesi ile mümkündür. Bunun için Standart Model’ in simetri grubu genişletilir, sağlak nötrino terimleri Standart Model simetrilerini bozmayacak şekilde yeni simetri grubu altında modele dahil edilir ve simetri kırılmasıyla yeni durumlar ve nötrino kütle terimleri incelenir.

$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$  ayar simetrisine sahip Sağ-Sol Simetrik Model ilk defa 1974 yılında Pati ve Salam tarafından önerilmiş (Pati ve Salam 1974) , başta R.

Mohapatra ve G. Senjanovic olmak üzere bilim insanları tarafından geliştirilmiştir ve geliştirilmektedir<sup>16</sup>.

Standart Modelde  $SU(2)_L$  ayar grubuna göre aynı aileden solak nötrinolar ve yüklü leptonlar bir arada ikili (doublet) yapıda ifade edilirken sağlak fermiyonlar tekli (singlet) yapıda ifade edilir. Sağ-Sol Simetrik Model’de  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  ayar grubuna göre hem solak hem de sağlak alanlar uygun ikili (doublet)lere yazılır. Yüksek enerji düzeyinde parite korunmaktadır, fakat  $\nu_R$  sağlak nötrinoların kütle kazandığı enerji düzeyinde bu simetri kırılmaktadır.

Sağ-Sol Simetrik Modeli Standart Model’den ayıran özelliklerden birisi  $U(1)$  üreticisidir. Sağ-Sol Simetrik Model’de  $U(1)$  üreticisi Baryon kuantum sayısı (B) – Lepton kuantum sayısı (L) ile belirlenir (Mohapatra 1980).

$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$  ayar grubuna sahip Sağ-Sol Simetrik Model için elektrik yükü

$$Q = I_{3L} + I_{3R} + \frac{B-L}{2} \quad (5.1)$$

şeklinde yazılır (Mohapatra 1980).

$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$  ayar grubuna sahip çeşitli Sağ-Sol Simetrik Modeller vardır (Babu vd. 1998). Bu modeller kullanılarak

- Çarpıştırıcılarda ekstra(farklı) ayar bozonları
- İkili (doublet), tekli (single) ve nötral Higgs parçacıkları
- Düşük ve yüksek enerjilerde lepton sayısı korunumunu ihlal eden durumları
- Higgs, kuark ve lepton sektöründe CP etkileri
- Nötrinoların doğası ve elektromagnetik özellikleri
- Çeşni değiştiren yüksüz akımlar hakkında bilgi toplanmaktadır (Duka 1999).

---

<sup>16</sup> L, İngilizce’de sol anlamına gelen “Left” kelimesinin ilk harfi; R ise sağ anlamına gelen “Right” kelimesinin ilk harfidir.

Sağ-Sol Simetrik Model'in ayar grubunun Standart Model'in ayar grubundan geniştir. Bu yüzden Standart Model'den farklı olarak fazladan fermiyon alanları, ayar alanları ve skaler alanlar içerir. Modelin lagranjiyen yapısı alt başlıklar halinde bu bölümde incelenmiştir.

Çizelge 5.1 Sağ-Sol Simetrik Model'de alanlar ve alanların sahip olduğu kuantum sayıları (Hayreter 2012)

ALANLAR	BİLEŞENLER	$SU(2)_L$	$x$	$SU(2)_R$	$x$	$U(1)_{B-L}$
<b>Fermiyonlar</b>						
$L_L$	$\begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$	2		1		-1
$L_R$	$\begin{pmatrix} \nu_R \\ e_R \end{pmatrix}$	1		2		-1
$Q_L$	$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	2		1		1/3
$Q_R$	$\begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix}$	1		2		1/3
<b>Ayar Bozonları</b>						
$W_L$	$W_L^+, W_L^-, A_L^3$	3		1		0
$W_R$	$W_R^+, W_R^-, A_R^3$	1		3		0
$V$	$V_0$	1		1		0
<b>Higgs Alanları</b>						
$\Phi$	$\begin{pmatrix} \Phi_1^0 & \Phi_1^+ \\ \Phi_2^- & \Phi_2^0 \end{pmatrix}$	2		2		0
$\Delta_L$	$\begin{pmatrix} \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}_L$	3		1		2
$\Delta_R$	$\begin{pmatrix} \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}_R$	1		3		0

## 5.1 Fermiyon Alanları

$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$  ayar grubu altında solak ve sağlak kuark (Q) ve lepton (L) alanları ikililer (doublet) halinde yazılır.

$$L_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_i \\ l_i \end{pmatrix}_L : (2, 1, -1) \quad L_{iR} = \begin{pmatrix} \nu_i \\ l_i \end{pmatrix}_R : (1, 2, -1) \quad (5.2)$$

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L : (2, 1, \frac{1}{3}) \quad Q_{iR} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_R : (1, 2, \frac{1}{3}) \quad (5.3)$$

$i = 1, 2, 3$  aile sayısını, parantez içindeki sayılar  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$  ayar grubu altında alanların kuantum sayılarını belirtmektedir. Örnek vermek gerekirse  $L_{1L}$ ;  $SU(2)_L$  ayar dönüşümü altında ikili,  $SU(2)_R$  ayar dönüşümü altında tekli yapıda olan ve  $Y = B-L$  kuantum sayısı -1 olan birinci aile solak fermiyon alanlarını temsil etmektedir.

$\Psi_{L,R} = (Q, L)_{L,R}$  olmak üzere fermiyon alanlarının ayar dönüşümleri altındaki davranışı

$$\Psi_H \rightarrow U_H \Psi_H \quad ; \quad H = L, R \quad (5.4)$$

şeklindedir. Buna göre solak ve sağlak fermiyon alanlarının ayar dönüşümleri şöyledir:

$$\Psi_L \rightarrow [\exp(-i \frac{g_{B-L}}{2} \theta(x)) \exp(-i \frac{g_L}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{\alpha}_L(x))] \Psi_L \quad (5.5)$$

$$\Psi_R \rightarrow [\exp(-i \frac{g_{B-L}}{2} \theta(x)) \exp(-i \frac{g_R}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{\alpha}_R(x))] \Psi_R . \quad (5.6)$$

## 5.2 Skaler Alanlar

Sağ-Sol Simetrik Model, Standart Model'den farklı olarak ikili (doublet) yapıda sağlak fermiyonları, Standart Model zayıf etkileşimlerinin ayar bozonlarının parite eşlerini ve birden fazla Higgs alanı içermektedir. Bu fiziksel alanlara kütle kazandıracak mekanizma, Standart Model'den yapıcı farklıdır.



Sağ-Sol Simetrik Model'in Dirac alanları için yazılan Yukawa lagranjiyeni aşağıda verilmektedir.

$$-L_{Yukawa}^{Dirac} = \sum_{i,j=1}^3 (y_{ij}^L \bar{L}_{Li} \Phi L_{Rj}^j + \tilde{y}_{ij}^L \bar{L}_{Li} \widetilde{\Phi} L_{Rj} + y_{ij}^Q \bar{Q}_{Li} \widetilde{\Phi} Q_{Rj} + \tilde{y}_{ij}^Q \bar{Q}_{Li} \widetilde{\Phi} Q_{Rj}) + h.e \quad (5.7)^{17}$$

Solak ve sağlak Dirac alanları modelde ikili yapıda oldukları için bu alanlara kütle kazandıracak  $\Phi$  skaler alanı 2x2 'lik bi-doublet yapıda olmalı ve ayar dönüşümleri altında

$$\Phi \rightarrow U_L \Phi U_R^\dagger \quad (5.8)$$

şeklinde dönüşür.  $\widetilde{\Phi} = \sigma_2 \Phi^* \sigma_2$  ayar dönüşümleri altındaki davranışı  $\Phi$  alanınıninki gibidir. Majorana tipi kütle terimi B-L simetrisini iki kez kırmaktadır. Bu yüzden bu tip alanlara kütle kazandıracak skaler alanlar etkileşimlerinde B-L simetrisini kırarak özellikte olmalıdır ve bu alanlar  $SU(2)_H$  grubunun triplet temsiliyle ifade edilmelidir (Senjanovic 1979, Mohapatra ve Senjanovic 1980).

Majorana tipi alanlar için yazılmış Yukawa lagranjiyeni aşağıdaki gibidir

$$-L_{Yukawa}^{Majorana} = y_{ij}^\Delta (L_{Li}^T i \sigma_2 \Delta_L L_{Lj} + L_{Ri}^T i \sigma_2 \Delta_R L_{Rj}) . \quad (5.9)$$

Parite simetrisinin varlığı Yukawa bağlaşım sabitini teke indirmiştir.  $\Delta_L$  ve  $\Delta_R$  sırasıyla solak ve sağlak triplet yapıdaki skaler alanları temsil etmektedir. Bu alanların ayar dönüşümleri şöyledir

$$\Delta_H \rightarrow U_H \Delta_H U_H^\dagger \quad , \quad H=L,R \quad (5.10)$$

Skaler alanların  $q_{B-L}$  yük kuantum sayıları (5.7) ve (5.9) denklemlerinden bulunabilir. Bunu göre  $\Phi$  skaler alanı için  $q_{B-L} = 0$  iken,  $\Delta_H$  alanları için  $q_{B-L} = +2$  dir.

---

<sup>17</sup> H.e , “Hermitik eşlenik” anlamında kullanılmıştır.

+2 değerli B-L yük kuantum sayısına sahip  $\Delta_H$  alanlarının, Dirac fermiyonlarıyla etkileşimi, lagranjiyenin B-L simetrisini bozduğu için izinli değildir. Diğer bir deyişle bu skaler alanlar sadece Majorana fermiyonlarına kütle kazandırmaktadır.

$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$  ayar grubu altında skaler alanlar  $\Phi(2,2,0)$ ,  $\Delta_L(3,0,2)$ ,  $\Delta_R(0,3,2)$  kuantum sayılarına sahiptirler. Bu alanların matris gösterimleri

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_3 \\ \phi_2 & \phi_4 \end{bmatrix}, \quad \Delta_L = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{bmatrix}_L, \quad \Delta_R = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{bmatrix}_R \quad (5.11)$$

Triplet alanların kovaryant türevleri sadece adjoint temsillerinde yazılabilir.

$$D_\mu \Delta = (\partial_\mu - ig \epsilon^{ijk} W_\mu^j) \Delta^k \quad (5.12)$$

Bu sebeple triplet alanlar aşağıdaki gibi 2x2' lik bi-doublet eşdeğerine dönüştürülmelidir.  $\Delta$  alanının bi-doublet yapısında matris gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$\Delta \rightarrow \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{\Delta}}{\sqrt{2}} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta_3}{\sqrt{2}} & \frac{\Delta_1 - i\Delta_2}{\sqrt{2}} \\ \frac{\Delta_1 + i\Delta_2}{\sqrt{2}} & -\frac{\Delta_3}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Bileşenlerinin (5.1) koşulunu sağlamaları koşulu dikkate alınarak (5.13) matrisi şöyle yazılır:

$$\Delta_H = \begin{bmatrix} \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}_H \quad (5.14)$$

$$\frac{\Delta_1 + i\Delta_2}{\sqrt{2}} = \Delta^0, \quad \frac{\Delta_1 - i\Delta_2}{\sqrt{2}} = \Delta^{++}, \quad \Delta_3 = \Delta^+ \quad (5.15)$$

### 5.3 Modelin Lagranjyeni

Sağ-Sol Simetrik Model'in elektrozayıf lagranjyeni başlangıçta; lepton, kuark ve skaler alanların kinetik terimlerini, lepton ve kuark alanları ile skaler alanların etkileşimlerini içeren Yukawa terimlerini ve skaler alanların potansiyel terimini içerir.

#### 5.3.1 Kinetik lagranjiyen

Modelin lagranjyeni oluştururken izlenecek yöntem Standart Model'in lagranjyeni oluşturulurken izlenen yol ile benzerdir.

Sağ-Sol Simetrik Model'in lagranjyeni  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$  global ayar dönüşümleri altında değişmez olmasına rağmen yerel ayar dönüşümleri altında değişmez yapıda değildir. Yerel ayar simetrisini kinetik lagranjiyende alanların kısmi türevlerini içeren terimler bozmaktadır. Lagranjiyenin yerel ayar dönüşümleri altında değişmez yapıda kalması için kısmi türevler ( $\partial_\mu$ ), Standart Model lagranjyeni olduğu gibi kovaryant türevlerle ( $D_\mu$ ) değiştirilir.

Ayar dönüşümleri dikkate alınarak kovaryant türevler fermiyon alanları kullanılarak aşağıdaki gibi yazılır:

$$D_\mu L_H = (\partial_\mu - i \frac{g_H}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{W}_{\mu H} + i \frac{g_{B-L}}{2} V_\mu) L_H \quad (5.16)$$

$$D_\mu Q_H = (\partial_\mu - i \frac{g_H}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{W}_{\mu H} - i \frac{g_{B-L}}{6} V_\mu) Q_H \quad (5.17)$$

Ayrıca skaler Higgs alanlarının kovaryant türevi de şöyledir:

$$D_\mu \Phi = \partial_\mu \Phi - i \frac{g_L}{2} (\vec{\sigma} \cdot \vec{W}_{\mu L}) \Phi + i \frac{g_R}{2} \Phi (\vec{\sigma} \cdot \vec{W}_{\mu R}) \quad (5.18)$$

$$D_\mu \Delta_H = (\partial_\mu - i g_{B-L} \frac{B-L}{2} V_\mu) \Delta_H - i \frac{g_H}{2} [\vec{\sigma} \cdot \vec{W}_\mu^H, \Delta_H] \quad (5.19)$$

Fermiyonların kinetik lagranjiyeni kovaryant türevler yerine konarak yazılır.

$$L^{Kinetik} = i \sum_{j=1}^3 (\overline{L_{Lj}} \gamma^\mu D_\mu L_{Lj} + \overline{L_{Rj}} \gamma^\mu D_\mu L_{Rj} + \overline{Q_{Lj}} \gamma^\mu D_\mu Q_{Lj} + \overline{Q_{Rj}} \gamma^\mu D_\mu Q_{Rj}) \quad (5.20)$$

Vektör alanların yerel ayar dönüşümleri

$$W_\mu^{i,L} \rightarrow U_L W_\mu^{i,L} U_L^\dagger - \frac{i}{g_L} (\partial_\mu U_L) U_L^\dagger \quad (5.21)$$

$$W_\mu^{i,R} \rightarrow U_R W_\mu^{i,R} U_R^\dagger - \frac{i}{g_R} (\partial_\mu U_R) U_R^\dagger \quad (5.22)$$

$$V_\mu \rightarrow V_\mu - \frac{i}{g_{B-L}} \partial_\mu \alpha \quad (5.23)$$

Kovaryant türevlerin lagranjiyene yazılmasıyla modele dahil edilen vektörel ayar alanların hareket denklemlerini veren lagranjiyenler de olmalıdır. Bu ayar lagranjiyenleri

$$V_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu \quad (5.24)$$

$$W_{L\mu\nu}^i = \partial_\mu W_{\nu L}^i - \partial_\nu W_{\mu L}^i - g_L \epsilon^{ijk} W_{j\mu L} W_{k\nu L} \quad (5.25)$$

$$W_{R\mu\nu}^i = \partial_\mu W_{\nu R}^i - \partial_\nu W_{\mu R}^i - g_R \epsilon^{ijk} W_{j\mu R} W_{k\nu R} \quad (5.26)$$

$W_{\mu H}$  ve  $V_\mu$  alanlarının kinetik terimleri lagranjiyene ilave edilir.

$$L^{Ayar} = -\frac{1}{4} V_{\mu\nu} V^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \overrightarrow{W_{L\mu\nu}} \overrightarrow{W^{L\mu\nu}} - \frac{1}{4} \overrightarrow{W_{R\mu\nu}} \overrightarrow{W^{R\mu\nu}} \quad (5.27)$$

Sağ-Sol Simetrik Model'e göre lagranjiyen başlangıçta parite simetrisini korumaktadır. Böyle bir simetrinin var olması bağlaşım sabitleri ve Yukawa etkileşme sabitleri üzerinde bir sınırlama getirmektedir. Öyle ki  $g_L = g_R = g$  ve Yukawa etkileşme sabitlerinin oluşturduğu matrisler hermitsel olmalıdır.

(5.18) ve (5.19) eşitlikleri dikkate alınarak skaler alanların kinetik terimi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$L_{Skaler}^{Kinetik} = Tr[(D_\mu \Delta_L)^\dagger (D^\mu \Delta_L) + (D_\mu \Delta_R)^\dagger (D^\mu \Delta_R) + (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi)] \quad (5.28)$$

### 5.3.2 Yukawa lagranjyeni

Fermiyon ve skaler alanlar arasındaki etkileşmeyi belirleyen Yukawa lagranjyeni aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{aligned} -L_{Yukawa} = & \sum_{i,j=1}^3 (y_{ij}^L \overline{L_{Li}} \Phi L_{Rj} + \tilde{y}_{ij}^L \overline{L_{Li}} \widetilde{\Phi} L_{Rj} + y_{ij}^O \overline{Q_{Li}} \Phi Q_{Rj} + \tilde{y}_{ij}^O \overline{Q_{Li}} \widetilde{\Phi} L_{Rj} \\ & + y_{ij}^\Delta (L_{Li}^T i\sigma_2 \Delta_L L_{Lj} + L_{Ri}^T i\sigma_2 \Delta_R L_{Rj})) + h.e. \end{aligned} \quad (5.29)$$

Bu eşitliğinindeki  $y_{ij}^L$ ,  $\tilde{y}_{ij}^L$ ,  $y_{ij}^O$ ,  $\tilde{y}_{ij}^O$ ,  $y_{ij}^\Delta$  simgeleri 3x3 'lük hermitsel Yukawa matrislerinin bileşenlerini temsil etmektedir.

### 5.3.3 Skaler alanların potansiyel terimleri

Modelin simetrisi ve CP simetrisi altında değişmez kalan ve renormalize edilebilir en genel Higgs potansiyeli aşağıda verilmiştir (Deshpande vd. 1991).

$$\begin{aligned} V_{Higgs} = & -\mu_1^2 Tr(\Phi^\dagger \Phi) - \mu_2^2 [Tr(\widetilde{\Phi} \Phi^\dagger) + Tr(\widetilde{\Phi}^\dagger \Phi)] - \mu_3^2 [Tr(\Delta_L \Delta_L^\dagger) + Tr(\Delta_R \Delta_R^\dagger)] \\ & + \lambda_1 [Tr(\Phi \Phi^\dagger)]^2 + \lambda_2 \{ [Tr(\widetilde{\Phi} \Phi^\dagger)]^2 + [Tr(\widetilde{\Phi}^\dagger \Phi)]^2 \} + \lambda_3 [Tr(\widetilde{\Phi} \Phi^\dagger) Tr(\widetilde{\Phi}^\dagger \Phi)] \\ & + \lambda_4 \{ Tr(\Phi \Phi^\dagger) [Tr(\widetilde{\Phi} \Phi^\dagger) + Tr(\widetilde{\Phi}^\dagger \Phi)] \} + \rho_1 \{ [Tr(\Delta_L \Delta_L^\dagger)]^2 + [Tr(\Delta_R \Delta_R^\dagger)]^2 \} \\ & + \rho_2 [Tr(\Delta_L \Delta_L) Tr(\Delta_L^\dagger \Delta_L^\dagger) + Tr(\Delta_R \Delta_R) Tr(\Delta_R^\dagger \Delta_R^\dagger)] + \rho_3 [Tr(\Delta_L \Delta_L^\dagger) Tr(\Delta_R \Delta_R^\dagger)] \\ & + \rho_4 [Tr(\Delta_L \Delta_L) Tr(\Delta_R^\dagger \Delta_R^\dagger) + Tr(\Delta_L^\dagger \Delta_L^\dagger) Tr(\Delta_R \Delta_R)] \\ & + \alpha_1 \{ Tr(\Phi \Phi^\dagger) [Tr(\Delta_L \Delta_L^\dagger) + Tr(\Delta_R \Delta_R^\dagger)] \} + \alpha_2 [Tr(\Phi \widetilde{\Phi}^\dagger) + Tr(\Phi^\dagger \widetilde{\Phi})] \\ & \times [Tr(\Delta_L \Delta_L^\dagger) + Tr(\Delta_R \Delta_R^\dagger)] + \alpha_3 [Tr(\Phi \Phi^\dagger \Delta_L \Delta_L^\dagger) + Tr(\Phi^\dagger \Phi \Delta_R \Delta_R^\dagger)] \\ & + \beta_1 [Tr(\Phi \Delta_R \Phi^\dagger \Delta_L^\dagger) + Tr(\Phi^\dagger \Delta_L \Phi \Delta_R^\dagger)] + \beta_2 [Tr(\widetilde{\Phi} \Delta_L \Phi^\dagger \Delta_L^\dagger) \\ & + Tr(\widetilde{\Phi}^\dagger \Delta_L \Phi \Delta_R^\dagger)] + \beta_3 [Tr(\Phi \Delta_R \widetilde{\Phi}^\dagger \Delta_L^\dagger) + Tr(\Phi^\dagger \Delta_L \widetilde{\Phi} \Delta_R^\dagger)] \end{aligned} \quad (5.30)$$

#### 5.4 Sağ-Sol Simetrik Modelde Kendiliğinden Simetri Kırılması

Modelin lagranjyeni, modelin ayar simetrilerini bozduğu için fermiyon ve ayar alanlarının kütle terimlerini içermez ve bu aşamada alanlar kütesizdir. Bu alanlar tıpkı Standart Model' deki gibi kendiliğinden simetri kırılması yoluyla kütle kazanmaktadırlar.

Sağ-Sol Simetrik Model'de kendiliğinden simetri kırılması iki aşamada gerçekleşmektedir. Birinci aşamada skaler alanlarla dolu olduğu kabul edilen vakumda, sağlak Higgs alanının yüksüz bileşeni (5.31)' de gösterildiği gibi sıfırdan farklı bir değer kazanarak vakum dejenereliğini bozar. Böylece sol-sağ simetri kırılmış ve  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  elektrozayıf simetrisi arda kalmış olur. Fiziksel  $W_{R\mu}^\pm, Z_{R\mu}^0$  ayar bozonları ve Seesaw Mekanizması'nın öngördüğü Majorana tipi ağır nötrinolar bu aşamada kütle kazanırlar.

$$\langle \Delta_R \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \nu_R & 0 \end{pmatrix} \quad (5.31)$$

$$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L} \xrightarrow{\langle \Delta_R \rangle} SU(2)_L \times U(1)_Y \quad (5.32)$$

İkinci aşamada solak ve bi-doublet yapıdaki Higgs alanları sıfırdan farklı vakum beklenen değerleri kazanırlar. Böylece elektrozayıf simetri kırılmakta ve elektromanyetik simetri artık simetri olarak kalır.

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \kappa & 0 \\ 0 & \kappa' \end{pmatrix}, \quad \langle \Delta_L \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \nu_L & 0 \end{pmatrix} \quad (5.33)$$

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\langle \Phi \rangle, \langle \Delta_L \rangle} U(1)_{EM} \quad (5.34)$$

(5.31) ve (5.33) ifadelerindeki parametreler arasında  $\nu_R \gg (\kappa, \kappa') \gg \nu_L$  ve  $\sqrt{\kappa^2 + \kappa'^2} = \nu = 246$  GeV ilişkisi vardır.

### 5.4.1 Ayar bozonlarının kütleleri

Birinci aşamada  $SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$  simetrisi kırılmaktadır. Vakum dejenereliği ortadan kalkmakta ve sağlak triplet yapıdaki Higgs alanı  $\Delta_R$  sıfırdan farklı vakum beklenen değerine (5.31) sahip olmaktadır. Simetrinin kırılması ile sağlak nötrinolar ve sağlak ayar alanları kütle kazanmaktadır.

Sağlak skaler alanın kinetik lagranjiyeni şöyledir:

$$Tr |D_\mu \Delta_R|^2 = Tr[(D^\mu \Delta_R)^\dagger (D_\mu \Delta_R)] \quad (5.35)$$

Kovaryant ve kontravaryant türevler uygun düzenleme yapıldıktan sonra (5.35) denkleminde yerine yazılır.

$$D_\mu \Delta_R = \frac{i}{2\sqrt{2}} \nu_R \begin{pmatrix} -\sqrt{2} g_R W_\mu^+ & 0 \\ 2g_R W_{3\mu} - g_{B-L} V_\mu & \sqrt{2} g_R W_\mu^+ \end{pmatrix} \quad (5.36)$$

$$W_{\mu R}^\pm = \frac{W_{\mu R}^1 \mp iW_{\mu R}^2}{\sqrt{2}} \quad (5.37)$$

Bu durumda

$$Tr |D_\mu \Delta_R|^2 = \frac{\nu_R^2}{2} g_R^2 W_{\mu R}^+ W_{\mu R}^- + \frac{\nu_R^2}{2} (g_R W_{3\mu R} - g_{B-L} V_\mu)(g_R W_{3\mu R} - g_{B-L} V_\mu) \quad (5.38)$$

sonucu elde edilir.  $W_{\mu R}^\pm$  fiziksel sağlak W bozonlarına karşılık gelmektedir.  $A_{3\mu}$  ve  $V_\mu$  alanları fiziksel değildir, bunların karışımı fiziksel  $Z_{\mu R}$  alanı ve  $B_\mu$  hiperyük alanına karşılık gelmektedir. (5.38) denkleminin ikinci kısmı fiziksel olmayan alanların kütle matrisi içerecek şekilde şöyle yazılır:

$$M = \begin{pmatrix} 4g_R^2 & -2g_R g_{B-L} \\ -2g_R g_{B-L} & g_{B-L}^2 \end{pmatrix} \quad (5.39)$$

Ortogonal dönüşümle bu matris köşegenleştirilebilir. Böylece fiziksel olmayan alanların birbirleriyle karışımı sonucunda fiziksel alanların temsilleri açıkça görülebilir.

$$\begin{pmatrix} Z_{\mu R} \\ B_{\mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{\mu R}^3 \\ V_{\mu} \end{pmatrix} \quad (5.40)$$

$\varphi$ , karışım açısı olmak üzere aşağıdaki bağıntıları sağlamaktadır:

$$\cos \varphi = \frac{g_R}{\sqrt{g_R^2 + g_{B-L}^2}} \quad , \quad \sin \varphi = \frac{g_{B-L}}{\sqrt{g_R^2 + g_{B-L}^2}} \quad (5.41)$$

İkinci aşamada  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  simetrisi kırılacak ve geriye  $U(1)_{EM}$  simetrisi kalmaktadır. Bu aşamada solak ve bi-doublet Higgs alanlarının vakum dejenerelikleri ortadan kalkmaktadır. Bi-doublet Higgs alanı Standart Model ayar bozonlarına ve fermiyonlara kütle kazandırırken, solak Higgs alanı solak Majorana nötrinolarına kütle kazanmasını ve parite simetrisinin devamlılığını sağlamaktadır (Pati ve Salam 1974).

Ayar bozonlarının kütle özdeğerleri Higgs alanlarının kinetik lagranjiyenlerinden (5.18), (5.19) ve (5.33) bağıntıları kullanılarak türetilir. Higgs alanlarının kinetik terimleri

$$Tr |D_{\mu} \Delta_L|^2 = \frac{v_L^2 g_L^2}{2} W_{\mu L}^+ W_L^{\mu-} + \frac{v_L^2}{2} (g_L W_{3\mu L} - g_{B-L} V_{\mu}) (g_L W_{3L}^{\mu} - g_{B-L} V^{\mu}) \quad (5.42)$$

$$\begin{aligned} Tr |D_{\mu} \Phi|^2 &= Tr [(D^{\mu} \Phi)^{\dagger} (D_{\mu} \Phi)] \\ &= \frac{v^2}{8} (g_L W_L^{3\mu} - g_R W_R^{3\mu}) (g_L W_{\mu L}^3 - g_R W_{\mu R}^3) \\ &\quad + \frac{v^2}{4} (g_L^2 W_L^{\mu+} W_{\mu L}^{-} + g_R^2 W_R^{\mu+} W_{\mu R}^{-}) \\ &\quad - \frac{g_L g_R \mathcal{K} \mathcal{K}^{\dagger}}{2} (W_L^{\mu+} W_{\mu R}^{-} + W_R^{\mu+} W_{\mu L}^{-}) \end{aligned} \quad (5.43)$$

$$W_{\mu L}^{\pm} = \frac{W_{\mu L}^1 \mp i W_{\mu L}^2}{\sqrt{2}} \quad (5.44)$$



Fiziksel  $Z_L$  ve  $A_\mu$  foton alanları  $W_{\mu L}^3$  ve  $V_\mu$  alanlarının karışımlarından oluşmaktadır.

$$\begin{pmatrix} Z_{\mu L} \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{\mu L}^3 \\ V_\mu \end{pmatrix} \quad (5.45)$$

$\theta_W$  zayıf karışım açısıdır (Weinberg açısı) ve bağlaşım sabitleri cinsinden aşağıdaki gibi yazılır:

$$\cos \theta_W = \frac{g_L}{\sqrt{g_L^2 + g_Y^2}} \quad , \quad \sin \theta_W = \frac{g_Y}{\sqrt{g_L^2 + g_Y^2}} \quad , \quad g_Y = \frac{g_R g_{B-L}}{\sqrt{g_R^2 + g_{B-L}^2}} \quad (5.46)$$

$g_Y$  hiperyük bağlaşım sabitidir.

Fiziksel ayar alanları ile fiziksel olmayan ayar alanları arasındaki ilişki ve bu ilişkiyi belirleyen karışım açıları aşağıda özetlenmiştir:

$$\begin{pmatrix} W_{\mu R}^- \\ W_{\mu R}^+ \\ Z_{\mu R} \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-i}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{\mu R}^1 \\ W_{\mu R}^2 \\ W_{\mu R}^3 \\ V_\mu \end{pmatrix} \quad (5.47)$$

$$\begin{pmatrix} W_{\mu L}^- \\ W_{\mu L}^+ \\ Z_{\mu L} \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-i}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ 0 & 0 & \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{\mu L}^1 \\ W_{\mu L}^2 \\ W_{\mu L}^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \quad (5.48)$$

$$\cos \varphi = \frac{g_R}{\sqrt{g_R^2 + g_{B-L}^2}} \quad , \quad \sin \varphi = \frac{g_{B-L}}{\sqrt{g_R^2 + g_{B-L}^2}} \quad , \quad g_Y = \frac{g_R g_{B-L}}{\sqrt{g_R^2 + g_{B-L}^2}}$$

$$\cos \theta_W = \frac{\sqrt{g_L^2 + g_{B-L}^2}}{\sqrt{g_L^2 + 2g_{B-L}^2}} \quad , \quad \sin \theta_W = \frac{g_{B-L}}{\sqrt{g_L^2 + 2g_{B-L}^2}} \quad , \quad e = \frac{g_L g_Y}{\sqrt{g_L^2 + g_Y^2}}$$

$$g_L = \frac{e}{\sin \theta_W}, \quad g_Y = \frac{e}{\cos \theta_W}, \quad g_R = \frac{e}{\sin \varphi \cos \theta_W}, \quad g_{B-L} = \frac{g_Y g_R}{\sqrt{g_R^2 - g_Y^2}} \quad (5.49)$$

Parite simetrisinin getirdiği sınırlamadan dolayı bağlaşım sabitleri arasında  $g_L = g_R = g$  ilişkisi olduğu unutulmamalıdır.

Sağ-Sol Simetrik Model'in elektrozayıf etkileşmelerinin  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$  simetri grubu altında sahip olduğu fiziksel yedi ayar alanının alan bileşenleri aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} A_\mu &= \sin \theta_W (W_{\mu L}^3 + W_{\mu R}^3) + \sqrt{\cos 2\theta_W} V_\mu \\ Z_{\mu L} &= \cos \theta_W W_{\mu L}^3 - \sin \theta_W \tan \theta_W W_{\mu R}^3 - \tan \theta_W \sqrt{\cos 2\theta_W} V_\mu \\ Z_{\mu R} &= \frac{\sqrt{\cos 2\theta_W}}{\cos \theta_W} W_{\mu R}^3 - \tan \theta_W V_\mu \\ W_{\mu L}^\pm &= \frac{W_{\mu L}^1 \mp i W_{\mu L}^2}{\sqrt{2}} \\ W_{\mu R}^\pm &= \frac{W_{\mu R}^1 \mp i W_{\mu R}^2}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (5.50)$$

Bu ayar alanlarının kütlelerinin kareleri şöyledir:

$$\begin{aligned} m_A^2 &= 0 \\ m_{Z_L}^2 &= \frac{g^2}{4 \cos^2 \theta_W} (\kappa^2 + \kappa'^2 + 4\nu_L^2) \\ m_{Z_R}^2 &= (g^2 + g_{B-L}^2) \nu_R^2 \\ m_{W_L^\pm}^2 &= \frac{g^2}{4} (\kappa^2 + \kappa'^2 + 4\nu_L^2) \end{aligned}$$

$$m_{W_R^\pm}^2 = \frac{g^2}{2} v_R^2 \quad (5.51)$$

$\Phi$  alanı hem  $SU(2)_L$  hem de  $SU(2)_R$  ayar dönüşümünden etkilendiği için  $W_L$  ve  $W_R$  ayar alanları arasında küçük bir karışım vardır. Bu karışım  $\kappa \gg \kappa'$  koşulu gereği ihmal edilebilir.

### 5.4.2 Fermiyonların kütleleri

Sağ-Sol Simetrik Model'de fermiyonların kütle kazanma mekanizması tezin amacı açısından önemlidir. Modelde Majorana karakterli nötrinolar, Seesaw Mekanizması'nın öngördüğü kütle terimlerini doğal yoldan elde etmektedirler. Dirac fermiyonlarının kütleleri ise Standart Model'in öngörülerıyla uyumludur.

Fermiyon alanlarının kütle terimleri, kendiliğinden simetri kırılmasından sonra vakum dejenereliği ortadan kalkan ve bir vakum beklenen değeri kazanan skaler Higgs alanları ile fermiyon alanlarının bağlaşımlarını içeren, modelin Yukawa lagranjyeninde aranmalıdır.

Simetri iki aşamada kırılmaktadır. Birinci aşamada (5.31) ile belirtilen değere sahip sağlak triplet Higgs alanı fermiyon alanları ile etkileşerek, simetrinin kırıldığı enerji skalasında sağlak Majorana tipi nötrinolara kütle kazandırmakta; ikinci aşamada (5.34) ile belirtilen değerlere sahip solak triplet Higgs ve bi-doublet Higgs alanları fermiyon alanları ile etkileşerek sırasıyla solak Majorana tipi nötrinolara ve Dirac fermiyonlarına kütle kazandırmaktadır.

Üç fermiyon ailesini de içerecek şekilde Yukawa lagranjyeni aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{aligned} -L_{Yukawa} = & \sum_{i,j=1}^3 \{ \bar{L}_{Li} (y_{ij}^L \Phi + \tilde{y}_{ij}^L \widetilde{\Phi}) L_{Rj} + \bar{Q}_{Li} (y_{ij}^Q \Phi + \tilde{y}_{ij}^Q \widetilde{\Phi}) Q_{Rj} \\ & + y_{ij}^\Delta (L_{Li}^T C i \sigma_2 \Delta_L L_{Lj} + L_{Ri}^T C i \sigma_2 \Delta_R L_{Rj}) \} + h. e. \end{aligned} \quad (5.52)$$

$\widetilde{\Phi}$  bi-doublet yapıdaki Higgs alanının eşleniğidir ve ikili (doublet) yapıdaki Dirac fermiyonların üst bileşenlerine kütle kazandırmaktadır. Ayrıca  $y_{ij}$ 'ler, bağlaşım şiddetini belirleyen Yukawa katsayıların oluşturduğu matrisinin bileşenleridir. Nötrino dışındaki birinci aile Dirac fermiyonlarının köşegen olmayan kütle matrisleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$M_e = \frac{1}{\sqrt{2}}(y_{ij}^L \kappa' + \tilde{y}_{ij}^L \kappa) , M_u = \frac{1}{\sqrt{2}}(y_{ij}^Q \kappa' + \tilde{y}_{ij}^Q \kappa) , M_d = \frac{1}{\sqrt{2}}(y_{ij}^Q \kappa' + \tilde{y}_{ij}^Q \kappa) \quad (5.53)$$

(5.52)' deki Yukawa Lagranjyeni kullanılarak nötrinoların kütle terimleri birinci nötrino ailesi için şöyle yazılır<sup>18</sup>:

$$\begin{aligned} L_{Kütle}^{\nu} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(y_{ij}^L \kappa + \tilde{y}_{ij}^L \kappa')(\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L + \bar{\nu}_L^C \nu_R^C + \bar{\nu}_R^C \nu_L^C) + \frac{1}{\sqrt{2}} y_{ij}^{\Delta} \nu_L (\bar{\nu}_L^C \nu_L + \bar{\nu}_L \nu_L^C) \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2}} y_{ij}^{\Delta} \nu_R (\bar{\nu}_R^C \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_R^C) \end{aligned} \quad (5.54)$$

$$L_{Kütle}^{\nu} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L^C & \bar{\nu}_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^C \end{pmatrix} + h.e. \quad (5.55)$$

$$m_D = \frac{1}{\sqrt{2}}(y_{ij}^L \kappa + \tilde{y}_{ij}^L \kappa') , m_L = \sqrt{2} y_{ij}^{\Delta} \nu_L , m_R = \sqrt{2} y_{ij}^{\Delta} \nu_R \quad (5.56)$$

(5.55)'deki kütle matrisinin köşegenleştirilmesi sonucunda fiziksel nötrino alanlarının özdeğerleri ve bu özdeğerlere karşılık gelen kütle özdeğerleri bulunur. Köşegenleştirme işlemi sonucunda hafif ve ağır nötrino kütle terimleri için aşağıdaki ifadeler yazılır:

$$m_{\nu} = \sqrt{2} y_{ij}^{\Delta} \nu_L - \frac{(y_{ij}^L \kappa + \tilde{y}_{ij}^L \kappa')^2}{2\sqrt{2} y_{ij}^{\Delta} \nu_R} \quad (5.57)$$

$$m_N = \sqrt{2} y_{ij}^{\Delta} \nu_R \quad (5.58)$$

<sup>18</sup> Alanların Higgs bozonlarıyla etkileşmeleri tezin içeriği dikkate alınarak yazılmamıştır.

$m_\nu$  hafif nötrino kütesini  $m_N$  ise ağır nötrino kütesini temsil etmektedir.  $m_\nu$ 'nin karşılık geldiği nötrino alanı 4.61'deki karışım açısı dikkate alınacak olursa baskın olarak solaktır.  $m_N$  ise baskın olarak sağlak nötrino alanının kütle temsilidir. Tek nötrino ailesi için yapılan bu işlemler üç nötrino ailesi için genişletilebilir.

5.30'daki skaler alanların potansiyelinin minimizasyonu sonucunda  $\nu_L \propto \frac{\kappa^2 + \kappa'^2}{\nu_R}$  orantısı elde edilmektedir (Deshpande vd. 1991). 5.57 ve 5.58

bağıntılarına göre  $\nu_R$  ne kadar büyük olursa sağlak nötrino o kadar ağır, solak nötrino ise hafif olacaktır.

Seesaw mekanizmasının açıklığa kavuşturduğu hafif ve ağır nötrino kütle terimleri Sağ-Sol Simetrik Model' de kendiliğinden simetri kırılması sonucu doğal olarak böylece elde edilmiş olur.

## 5.5 Elektrik Yükü Formülü

Sağ-Sol Simetrik Model' e göre simetri kırılması iki aşamada gerçekleşmektedir. Simetri kırılmalarının sonucunda vakumu değişmez bırakan  $U(1)_{EM}$  gurubunun üreticisi, elektrik yükü, arda kalmaktadır. Bu üretici diğer üreticilerin lineer bileşiminden oluşur. Vakumu değişmez bırakan dönüşümler incelenerek modelin elektrik yükü formülü ve skaler alanların matris temsillerinin bileşenlerinin yükleri hakkında yorum yapılabilir.

Skaler alanların  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$  ayar grubu altında dönüşümleri aşağıda verilmiştir.

$$\phi \rightarrow U_L \phi U_R^+ \quad , \quad \Delta_L \rightarrow U_L \Delta_L U_L^+ \quad , \quad \Delta_R \rightarrow U_R \Delta_R U_R^+ \quad (5.59)$$

$U_L = \exp(-i\vec{\alpha}_L \cdot \vec{\sigma} / 2)$  ,  $U_R = \exp(-i\vec{\alpha}_R \cdot \vec{\sigma} / 2)$  ve  $U_{B-L} = \exp(-iq_{B-L} \beta / 2)$  olmak üzere skaler alanların vakum beklenen değerlerinin ayar dönüşümleri altında

değişmezliğinden yararlanarak  $\alpha$  ve  $\beta$  parametreleri yorumlanabilir. Sağlak Higgs alanının vakum beklenen değerinin simetri dönüşümü aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} e^{-i\beta} e^{-i\vec{\alpha}_R \cdot \vec{\sigma}/2} \langle \Delta_R \rangle e^{i\vec{\alpha}_R \cdot \vec{\sigma}/2} &\approx \langle \Delta_R \rangle - i[\vec{\alpha}_R \cdot \vec{\sigma} / 2, \langle \Delta_R \rangle] - i\beta \langle \Delta_R \rangle \\ &\approx \langle \Delta_R \rangle - \frac{iv_R}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \alpha_R^1 - i\alpha_R^2 & 0 \\ 2(\beta - \alpha_R^3) & -\alpha_R^1 + i\alpha_R^2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5.60)$$

Bu dönüşüm vakumu değişmez bırakmalıdır. Bu nedenle  $\alpha_R^1 = \alpha_R^2 = 0$  ve  $\alpha_R^3 = \beta$  olmalıdır. Benzer işlemler diğer bi-doublet Higgs alanı için de yapılacak olursa aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$$e^{-i\vec{\alpha}_L \cdot \vec{\sigma}/2} \langle \Phi \rangle e^{i\vec{\alpha}_L \cdot \vec{\sigma}/2} \approx \langle \Phi \rangle - i[\vec{\alpha}_L \cdot \vec{\sigma} / 2, \langle \Phi \rangle] \quad (5.61)$$

$$\alpha_L^3 = \alpha_R^3 = \beta \quad . \quad (5.62)$$

$\alpha_L^3 = \alpha_R^3 = \beta$  bağıntısı dikkate alınarak yapılan ayar dönüşümüne göre  $\sigma_L^3 + \sigma_R^3 + \frac{B-L}{2} I_{2 \times 2}$  bileşimi simetri kırılmalarından sonra arda kalan üreticiyi yani elektrik yükünü temsil etmektedir (Senjanovic ve Mohapatra 1981).

$$Q = I_L^3 + I_R^3 + \frac{B-L}{2} \quad (5.63)$$

Elektrik yükü formülü Standart Model' deki Gell-Mann Nishijima bağıntısına benzemektedir. Kendiliğinden simetri kırılmasından sonra sadece elektriksel yük simetrisi kırılmadan kalmaktadır. Bu özellik (5.59), (5.60) ve (5.61)' de kullanılarak Higgs alanlarının matris bileşenlerinin yük özdeğerleri hesaplanabilir. Sağlak Higgs alanı için bu durum örnek olması açısından aşağıdaki gibi incelenebilir.

$$\Delta_R \rightarrow \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{\Delta}_R}{\sqrt{2}} \text{ olmak üzere}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_R &\rightarrow e^{-i\beta} e^{-i\beta\frac{\sigma_3}{2}} \Delta_R e^{i\beta\frac{\sigma_3}{2}} \\
&\approx (1-i\beta)(1-i\beta\frac{\sigma_3}{2})\Delta_R(1+i\beta\frac{\sigma_3}{2}) \\
&= \Delta_R - i\beta(\Delta_R + [\frac{\sigma_3}{2}, \Delta_R]) + \dots \\
&= \Delta_R - i\beta \begin{pmatrix} \frac{\Delta_3}{\sqrt{2}} & \frac{2(\Delta_1 - i\Delta_2)}{\sqrt{2}} \\ 0 & -\frac{\Delta_3}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} + \dots
\end{aligned} \tag{5.64}$$

dır. (5.63) ifadesinden açıkça görülmektedir ki elektrik yük operatörü

$$Q(\Delta_R) = \sigma_3 \Delta_R - \Delta_R \sigma_3 + \Delta_R \tag{5.65}$$

dir. Ayrıca (5.64) ifadesinden sağlak skaler alan için (5.14) sonucuna ulaşılır. Benzer işlemler diğer skaler Higgs alanları için de uygulanırsa aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$$\Delta_R = \begin{bmatrix} \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}_R, \quad \Delta_L = \begin{bmatrix} \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}_L, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1^0 & \Phi_1^+ \\ \Phi_2^- & \Phi_2^0 \end{bmatrix} \tag{5.66}$$

## 5.6 Sağ-Sol Simetrik Model'de Elektrozayıf Etkileşmeler

Fermiyon alanlarının ayar alanları ile etkileşme terimleri modelin fermiyonların kinetik lagranjiyeninden türetilir.

$$\begin{aligned}
\bar{L}_L \gamma^\mu D_\mu L_L &= \bar{L}_L \gamma^\mu (\partial_\mu - i \frac{g_L}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{W}_\mu^L + i \frac{g_{B-L}}{2} V_\mu) L_L \\
\bar{L}_R \gamma^\mu D_\mu L_R &= \bar{L}_R \gamma^\mu (\partial_\mu - i \frac{g_R}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{W}_\mu^R + i \frac{g_{B-L}}{2} V_\mu) L_R \\
\bar{Q}_L^a \gamma^\mu D_\mu Q_L^b &= \bar{Q}_L^a \gamma^\mu [(\partial_\mu - i \frac{g_L}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{W}_\mu^L - i \frac{g_{B-L}}{2} V_\mu) \delta_{ab} - i \frac{g_s}{2} \vec{\lambda}_{ab} \cdot \vec{G}_\mu] Q_L^b
\end{aligned} \tag{5.67}$$

Bu denklemler kullanılarak modelin kinetik lagranjiyeni yazılabilir.

$$\begin{aligned}
L_{kinetik} &= i \sum \bar{\Psi} \gamma^\mu D_\mu \Psi \\
&= i \sum_{j=1}^3 (\bar{L}_{Lj} \gamma^\mu D_\mu L_{Lj} + \bar{L}_{Rj} \gamma^\mu D_\mu L_{Rj} + \bar{Q}_{Lj} \gamma^\mu D_\mu Q_{Lj} + \bar{Q}_{Rj} \gamma^\mu D_\mu Q_{Rj})
\end{aligned} \tag{5.68}$$

$$\begin{aligned}
L_{kinetik} &= i \bar{L}_L \gamma^\mu \partial_\mu L_L + i \bar{L}_R \gamma^\mu \partial_\mu L_R + i \bar{Q}_L \gamma^\mu \partial_\mu Q_L + i \bar{Q}_R \gamma^\mu \partial_\mu Q_R \\
&+ (\bar{\nu}_e \quad \bar{e})_L \frac{\gamma^\mu}{2} \begin{pmatrix} g_L W_{\mu L}^3 - g_{B-L} V_\mu & \sqrt{2} g_L W_{\mu L}^+ \\ \sqrt{2} g_L W_{\mu L}^- & -g_L W_{\mu L}^3 - g_{B-L} V_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \\
&+ (\bar{\nu}_e \quad \bar{e})_R \frac{\gamma^\mu}{2} \begin{pmatrix} g_R W_{\mu R}^3 - g_{B-L} V_\mu & \sqrt{2} g_R W_{\mu R}^+ \\ \sqrt{2} g_R W_{\mu R}^- & -g_R W_{\mu R}^3 - g_{B-L} V_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_R \\
&+ (\bar{u} \quad \bar{d})_L \frac{\gamma^\mu}{2} \begin{pmatrix} g_L W_{\mu L}^3 + \frac{g_{B-L}}{3} V_\mu & \sqrt{2} g_L W_{\mu L}^+ \\ \sqrt{2} g_L W_{\mu L}^- & -g_L W_{\mu L}^3 + \frac{g_{B-L}}{3} V_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \\
&+ (\bar{u} \quad \bar{d})_R \frac{\gamma^\mu}{2} \begin{pmatrix} g_R W_{\mu R}^3 + \frac{g_{B-L}}{3} V_\mu & \sqrt{2} g_R W_{\mu R}^+ \\ \sqrt{2} g_R W_{\mu R}^- & -g_L W_{\mu R}^3 + \frac{g_{B-L}}{3} V_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_R
\end{aligned} \tag{5.69}$$

Fermiyon alanlarının kinetik lagranjiyeni sadece birinci aile fermiyonlar için incelenmiş ve kuvvetli etkileşimler hesaba katılmamıştır.

Fiziksel ayar alanlarının fiziksel olmayan alanların karışımı şeklinde yazıldığı bilinmektedir. Ters dönüşümle

$$\begin{aligned}
A_{\mu L}^3 &= \cos \theta_W Z_{\mu L} + \sin \theta_W A_\mu & A_{\mu R}^3 &= \cos \theta_W Z_{\mu R} + \sin \theta_W B_\mu \\
B_\mu &= -\sin \theta_W Z_{\mu L} + \cos \theta_W A_\mu & V_\mu &= -\sin \theta_W Z_{\mu R} + \cos \theta_W B_\mu
\end{aligned} \tag{5.70}$$

bağıntıları elde edilir ve bağıntılar (5.69) denkleminde uygun yerlerine konursa lepton ve kuarklar için etkileşme lagranjiyeni yazılır.



$$\begin{aligned}
L_{Etkileşme} = & \bar{v}_L \frac{\gamma^\mu}{2} [g_L (Z_{\mu L} \cos \theta_W + \sin \theta_W A_\mu) v_L - g_{B-L} (-Z_{\mu R} \sin \varphi - Z_{\mu L} \sin \theta_W \cos \varphi \\
& + \cos \theta_W \cos \varphi A_\mu) v_L + \sqrt{2} g_L W_{\mu L}^+ e_L] \\
& + \bar{e}_L \frac{\gamma^\mu}{2} [\sqrt{2} g_L W_{\mu L}^- v_L - g_L (Z_{\mu L} \cos \theta_W + \sin \theta_W A_\mu) e_L - g_{B-L} (-Z_{\mu R} \sin \varphi \\
& - Z_{\mu L} \sin \theta_W \cos \varphi + \cos \theta_W \cos \varphi A_\mu) e_L] \\
& + \bar{v}_R \frac{\gamma^\mu}{2} [g_R (Z_{\mu R} \cos \varphi - Z_{\mu L} \sin \theta_W \sin \varphi + \cos \theta_W \sin \varphi A_\mu) v_R \\
& - g_{B-L} (-Z_{\mu R} \sin \varphi - Z_{\mu L} \sin \theta_W \cos \varphi + \cos \theta_W \cos \varphi A_\mu) v_R + \sqrt{2} g_R W_{\mu R}^+ e_R] \\
& + \bar{e}_R \frac{\gamma^\mu}{2} [\sqrt{2} g_R W_{\mu R}^- v_R - g_R (Z_{\mu R} \cos \varphi - Z_{\mu L} \sin \theta_W \sin \varphi + \cos \theta_W \sin \varphi A_\mu) e_R \\
& - g_{B-L} (-Z_{\mu R} \sin \varphi - Z_{\mu L} \sin \theta_W \cos \varphi + \cos \theta_W \cos \varphi A_\mu) e_R] \\
& + \bar{u}_L \frac{\gamma^\mu}{2} [g_L (Z_{\mu L} \cos \theta_W + \sin \theta_W A_\mu) u_L + \frac{g_{B-L}}{3} (-Z_{\mu R} \sin \varphi - Z_{\mu L} \sin \theta_W \cos \varphi \\
& + \cos \theta_W \cos \varphi A_\mu) u_L + \sqrt{2} g_L W_{\mu L}^+ d_L] \\
& + \bar{d}_L \frac{\gamma^\mu}{2} [\sqrt{2} g_L W_{\mu L}^- u_L - g_L (Z_{\mu L} \cos \theta_W + \sin \theta_W A_\mu) d_L + \frac{g_{B-L}}{3} (-Z_{\mu R} \sin \varphi \\
& - Z_{\mu L} \sin \theta_W \cos \varphi + \cos \theta_W \cos \varphi A_\mu) d_L] \\
& + \bar{u}_R \frac{\gamma^\mu}{2} [g_R (Z_{\mu R} \cos \varphi - Z_{\mu L} \sin \theta_W \sin \varphi + \cos \theta_W \sin \varphi A_\mu) u_R + \frac{g_{B-L}}{3} (-Z_{\mu R} \sin \varphi \\
& - Z_{\mu L} \sin \theta_W \cos \varphi + \cos \theta_W \cos \varphi A_\mu) u_R + \sqrt{2} g_R W_{\mu R}^+ d_R] \\
& + \bar{d}_R \frac{\gamma^\mu}{2} [\sqrt{2} g_R W_{\mu R}^- u_R - g_R (Z_{\mu R} \cos \varphi - Z_{\mu L} \sin \theta_W \sin \varphi + \cos \theta_W \sin \varphi A_\mu) d_R \\
& + \frac{g_{B-L}}{3} (-Z_{\mu R} \sin \varphi - Z_{\mu L} \sin \theta_W \cos \varphi + \cos \theta_W \cos \varphi A_\mu) d_R]
\end{aligned} \tag{5.71}$$

### 5.6.1 Elektromanyetik etkileşmeler

Elektromanyetik etkileşmenin aracı parçacıkları fotonlardır. Bu yüzden elektromanyetik etkileşme terimleri (5.71) içinde  $A_\mu$  foton alanının olduğu terimlerde aranmalıdır.

$$\begin{aligned}
L_{EM} = & \{\bar{v}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (g_L \sin \theta_W - g_{B-L} \cos \theta_W \cos \varphi) v_L \\
& + \bar{e}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (-g_L \sin \theta_W - g_{B-L} \cos \theta_W \cos \varphi) e_L \\
& + \bar{v}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (g_R \cos \theta_W \sin \varphi - g_{B-L} \cos \theta_W \cos \varphi) v_R \\
& + \bar{e}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (-g_R \cos \theta_W \sin \varphi - g_{B-L} \cos \theta_W \cos \varphi) e_R \\
& + \bar{u}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (g_L \sin \theta_W + \frac{g_{B-L}}{3} \cos \theta_W \cos \varphi) u_L \\
& + \bar{d}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (-g_L \sin \theta_W + \frac{g_{B-L}}{3} \cos \theta_W \cos \varphi) d_L \\
& + \bar{u}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (g_R \cos \theta_W \sin \varphi + \frac{g_{B-L}}{3} \cos \theta_W \cos \varphi) u_R \\
& + \bar{d}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (-g_R \cos \theta_W \sin \varphi + \frac{g_{B-L}}{3} \cos \theta_W \cos \varphi) d_R \} A_\mu
\end{aligned} \tag{5.72}$$

(5.49)'daki bağıntılar kullanılarak

$$\begin{aligned}
L_{EM} = & \{\bar{v}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (g_L \frac{e}{g_L} - g_{B-L} \frac{e}{g_{B-L}}) v_L + \bar{e}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (-g_L \frac{e}{g_L} - g_{B-L} \frac{e}{g_{B-L}}) e_L \\
& + \bar{v}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (g_R \frac{e}{g_R} - g_{B-L} \frac{e}{g_{B-L}}) v_R + \bar{e}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (-g_R \frac{e}{g_R} - g_{B-L} \frac{e}{g_{B-L}}) e_R \\
& + \bar{u}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (g_L \frac{e}{g_L} + \frac{g_{B-L}}{3} \frac{e}{g_{B-L}}) u_L + \bar{d}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (-g_L \frac{e}{g_L} + \frac{g_{B-L}}{3} \frac{e}{g_{B-L}}) d_L \\
& + \bar{u}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (g_R \frac{e}{g_R} + \frac{g_{B-L}}{3} \frac{e}{g_{B-L}}) u_R + \bar{d}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (-g_R \frac{e}{g_R} + \frac{g_{B-L}}{3} \frac{e}{g_{B-L}}) d_R \} A_\mu
\end{aligned} \tag{5.73}$$

elektromanyetik etkileşmelerin lagranjiyenini daha sade biçimde göstermek mümkündür.

$$\begin{aligned}
L_{EM} = & \{\bar{v}_L \gamma^\mu (0e) v_L + \bar{e}_L \gamma^\mu (-e) e_L \\
& + \bar{v}_R \gamma^\mu (0e) v_R + \bar{e}_R \gamma^\mu (-e) e_R \\
& + \bar{u}_L \gamma^\mu (\frac{2e}{3}) u_L + \bar{d}_L \gamma^\mu (\frac{-e}{3}) d_L \\
& + \bar{u}_R \gamma^\mu (\frac{2e}{3}) u_R + \bar{d}_R \gamma^\mu (\frac{-e}{3}) d_R \} A_\mu
\end{aligned} \tag{5.74}$$

Bu ifadesinden açıkça görülmektedir ki foton sadece yüklü fermiyonlar ile etkileşmektedir.

$$L_{EM} = eA_\mu J_A^\mu \quad (5.75)$$

$J_A^\mu$  tek aile fermiyonların elektromanyetik akımını temsil etmektedir. Tüm fermiyon aileleri için elektromanyetik akım

$$J_A^\mu = \sum_i Q^i \bar{f}_i \gamma^\mu f_i \quad (5.76)$$

$$J_A^\mu = Q^e \bar{e} \gamma^\mu e + Q^u \bar{u} \gamma^\mu u + Q^d \bar{d} \gamma^\mu d$$

şeklinde yazılarak genellenebilir.  $Q$  fermiyon alanlarının elektrik yüküdür. (5.76) ifadesindeki akım Standart Model'deki elektromanyetik akım ile aynıdır. Sağ-Sol Simetrik Model Feynman diyagramlarının köşe faktörleri akım ifadeleri kullanılarak bulunabilir. Fakat tezin konusu olmadığı için bu hesaplamalara tezde yer verilmemiştir.

### 5.6.2 Yüksüz akım etkileşmeleri

Sağ-Sol Simetrik Model'de yüksüz akım etkileşmelerinde  $Z_L$  ve  $Z_R$  ayar bozonları aracılık eder. Yüksüz zayıf etkileşmeler için tüm etkileşme lagranjyeni içerisinde  $Z_L$  ve  $Z_R$  alanlarıyla etkileşme terimleri seçilmelidir.

$$\begin{aligned}
L_{Yüksüz} = & \left\{ \bar{v}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (g_L \cos \theta_W + g_{B-L} \sin \theta_W \cos \varphi) v_L + \bar{e}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (-g_L \cos \theta_W + g_{B-L} \sin \theta_W \cos \varphi) e_L \right. \\
& + \bar{v}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (-g_R \sin \theta_W \sin \varphi + g_{B-L} \sin \theta_W \cos \varphi) v_R + \bar{e}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (g_R \sin \theta_W \sin \varphi + g_{B-L} \sin \theta_W \cos \varphi) e_R \\
& + \bar{u}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (g_L \cos \theta_W - \frac{g_{B-L}}{3} \sin \theta_W \cos \varphi) u_L + \bar{d}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (-g_L \cos \theta_W - \frac{g_{B-L}}{3} \sin \theta_W \cos \varphi) d_L \\
& + \bar{u}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (-g_R \sin \theta_W \sin \varphi - \frac{g_{B-L}}{3} \sin \theta_W \cos \varphi) u_R + \bar{d}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (g_R \sin \theta_W \sin \varphi - \frac{g_{B-L}}{3} \sin \theta_W \cos \varphi) d_R \left. \right\} Z_{\mu L} \\
& + \left\{ \bar{v}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (g_{B-L} \sin \varphi) v_L + \bar{e}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (g_{B-L} \sin \varphi) e_L \right. \\
& + \bar{v}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (g_R \cos \varphi + g_{B-L} \sin \varphi) v_R + \bar{e}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (-g_R \cos \varphi + g_{B-L} \sin \varphi) e_R \\
& + \bar{u}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (-\frac{g_{B-L}}{3} \sin \varphi) u_L + \bar{d}_L \frac{\gamma^\mu}{2} (-\frac{g_{B-L}}{3} \sin \varphi) d_L \\
& + \bar{u}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (g_R \cos \varphi - \frac{g_{B-L}}{3} \sin \varphi) u_R + \bar{d}_R \frac{\gamma^\mu}{2} (-g_R \cos \varphi - \frac{g_{B-L}}{3} \sin \varphi) d_R \left. \right\} Z_{\mu R}
\end{aligned} \tag{5.77}$$

(5.49)'daki bağıntılar kullanılarak

$$\begin{aligned}
L_{Yüksüz} = & \left\{ \bar{v}_L \gamma^\mu \frac{g_L}{\cos \theta_W} \left( \frac{1}{2} \right) v_L + \bar{e}_L \gamma^\mu \frac{g_L}{\cos \theta_W} \left( -\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) e_L \right. \\
& + \bar{v}_R \gamma^\mu \frac{g_L}{\cos \theta_W} (0) v_R + \bar{e}_R \gamma^\mu \frac{g_L}{\cos \theta_W} (\sin^2 \theta_W) e_R \\
& + \bar{u}_L \gamma^\mu \frac{g_L}{\cos \theta_W} \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) u_L + \bar{d}_L \gamma^\mu \frac{g_L}{\cos \theta_W} \left( -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) d_L \\
& + \bar{u}_R \gamma^\mu \frac{g_L}{\cos \theta_W} \left( -\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) u_R + \bar{d}_R \gamma^\mu \frac{g_L}{\cos \theta_W} \left( \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) d_R \left. \right\} Z_{\mu L} \\
& + \left\{ \bar{v}_L \gamma^\mu \frac{g_Y}{\tan \varphi} \left( \frac{\tan^2 \varphi}{2} \right) v_L + \bar{e}_L \gamma^\mu \frac{g_Y}{\tan \varphi} \left( \frac{\tan^2 \varphi}{2} \right) e_L \right. \\
& + \bar{v}_R \gamma^\mu \frac{g_Y}{\tan \varphi} \left( \frac{1}{2} + \frac{\tan^2 \varphi}{2} \right) v_R + \bar{e}_R \gamma^\mu \frac{g_Y}{\tan \varphi} \left( -\frac{1}{2} + \frac{\tan^2 \varphi}{2} \right) e_R \\
& + \bar{u}_L \gamma^\mu \frac{g_Y}{\tan \varphi} \left( -\frac{\tan^2 \varphi}{6} \right) u_L + \bar{d}_L \gamma^\mu \frac{g_Y}{\tan \varphi} \left( -\frac{\tan^2 \varphi}{6} \right) d_L \\
& + \bar{u}_R \gamma^\mu \frac{g_Y}{\tan \varphi} \left( \frac{1}{2} - \frac{\tan^2 \varphi}{6} \right) u_R + \bar{d}_R \gamma^\mu \frac{g_Y}{\tan \varphi} \left( -\frac{1}{2} - \frac{\tan^2 \varphi}{6} \right) d_R \left. \right\} Z_{\mu R}
\end{aligned} \tag{5.78}$$

yüksüz akım lagranjyeni daha sade aşağıdaki gibi ifade edilebilir

$$L_{Yüksüz} = \frac{g_L}{\cos \theta_W} J_{Z_L}^\mu Z_{\mu L} + \frac{g_Y}{\tan \varphi} J_{Z_R}^\mu Z_{\mu R} \quad (5.79)$$

Burada  $J_{Z_L}^\mu$  ve  $J_{Z_R}^\mu$  yüksüz zayıf akımlar olup, tüm fermiyon aileleri için aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$J_{Z_L}^\mu = \sum_i (I_L^i P_L - Q^i \sin^2 \theta_W) \bar{f}_i \gamma^\mu f_i$$

$$J_{Z_R}^\mu = \sum_i (I_R^i P_R - \frac{Y_{B-L}^i}{2} \tan^2 \varphi) \bar{f}_i \gamma^\mu f_i \quad (5.80)$$

İfadedeki  $I_L^i$  ve  $I_R^i$  sol ve sağ zayıf izospin bileşenleri, Q elektrik yükü ve  $Y_{B-L}$  fermiyon alanlarının B-L kuantum numarasıdır.

$Z_L$  ve  $Z_R$  ayar alanları hem solak hem de sağlak fermiyon alanlarıyla bağlaşım halindedir. Fakat bunu yüklü zayıf etkileşim ayar alanları için söylemek mümkün değildir.

### 5.6.3 Yüklü akım etkileşimleri

Yüklü zayıf etkileşme lagranjienini

$$L_{Yüklü} = \frac{g_L}{\sqrt{2}} \gamma^\mu (\bar{e}_L \nu_L + \bar{d}_L u_L) W_{\mu L}^- + \frac{g_L}{\sqrt{2}} \gamma^\mu (\bar{\nu}_L e_L + \bar{u}_L d_L) W_{\mu L}^+$$

$$+ \frac{g_L}{\sqrt{2}} \gamma^\mu (\bar{e}_R \nu_R + \bar{d}_R u_R) W_{\mu R}^- + \frac{g_L}{\sqrt{2}} \gamma^\mu (\bar{\nu}_R e_R + \bar{u}_R d_R) W_{\mu R}^+ \quad (5.81)$$

$W_{\mu L}^-$  ve  $W_{\mu R}^-$  alanlarının sırasıyla sadece solak ve sağlak fermiyon alanlarıyla bağlaşım halinde olduğu açıktır. Bu ifadenin daha sade hali şöyledir:

$$L_{Yüklü} = \frac{g_L}{\sqrt{2}} (W_{\mu L}^- J_{W_L}^\mu + W_{\mu L}^+ J_{W_L}^{\mu \dagger}) + \frac{g_R}{\sqrt{2}} (W_{\mu R}^- J_{W_R}^\mu + W_{\mu R}^+ J_{W_R}^{\mu \dagger}) \quad (5.82)$$

U 3x3 'lük nötrino karışım matrisi, V ise 3x3 'lük kuark karışım matrisi olmak üzere her bir akım

$$\begin{aligned}
J_{W_L}^\mu &= \sum_{i,j} (\bar{e}_{Lj} \gamma^\mu \nu_{Li} U_{ij}^{L\dagger} + \bar{d}_{Lj} \gamma^\mu u_{Li} V_{ij}^{L\dagger}) \\
J_{W_L}^{\mu\dagger} &= \sum_{i,j} (\bar{\nu}_{Li} \gamma^\mu e_{Lj} U_{ij}^L + \bar{u}_{Li} \gamma^\mu d_{Lj} V_{ij}^L) \\
J_{W_R}^\mu &= \sum_{i,j} (\bar{e}_{Rj} \gamma^\mu \nu_{Ri} U_{ij}^{R\dagger} + \bar{d}_{Rj} \gamma^\mu u_{Ri} V_{ij}^{R\dagger}) \\
J_{W_R}^{\mu\dagger} &= \sum_{i,j} (\bar{\nu}_{Ri} \gamma^\mu e_{Rj} U_{ij}^R + \bar{u}_{Ri} \gamma^\mu d_{Rj} V_{ij}^R)
\end{aligned} \tag{5.83}$$

şeklinde yazılır. Tezin konusu dahilinde olmadığı için kuarklar için CKM ve nötrinolar için PNMS karışım matrislerinin içerik ve özelliklerine bu çalışmada yer verilmemiştir.

## 5.7 Lepton Sayısı

Nötrino salınım deneyleri sonucunda nötrinoların kütleli olduğu bilinmektedir. Fakat bu deneylerin verileri kütleli hangi tip nötrinoya ait olduğuna dair herhangi bir bilgi vermemektedir. Nötrino fiziğinde yanıtlanmayı bekleyen soruların başında da bu nötrino tipleri gelir: Acaba nötrino kütlesi Dirac nötrinosa mı yoksa Majorana nötrinosa mı aittir? Bu sorunun cevabı nötrino kütleleri ve karışımlarının anlaşılmasına ciddi katkı sağlayacaktır.

Nötrinoların doğasını anlamak için nötrinoların etkileşimlerinde lepton sayısının korunup korunmadığına bakılmalıdır. Etkileşimlerinde toplam lepton sayısı korunuyorsa nötrino Dirac fermiyonudur; korunmuyorsa Majorana fermiyonudur. Bu iki durum aşağıdaki iki alt başlık altında incelenmiştir.

### 5.7.1 Dirac tipi nötrino için lepton sayısı korunumu

Nötrinoların kütle lagranjyeni terimleri incelenerek, etkileşimlerinde toplam lepton sayısının korunup korunmadığı hakkında bilgi edinilebilir.

Dirac nötrino alanının  $\nu = \nu_L + \nu_R$  şeklinde sağlak ve solak bileşenlerinin toplamı şeklinde ifade edilebildiği bilinmektedir. Bu durumda nötrinolar için Dirac kütle terimi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$L_{K\u00fctle,\nu}^{Dirac} = -m_D (\overline{\nu}_L \nu_R + \overline{\nu}_R \nu_L) \quad (5.84)$$

N\u00f6trino Dirac fermiyonu ise n\u00f6trino ve anti-n\u00f6trino farklı par\u00e7acıklardır. Dolayısıyla bunları temsil eden kuantum sayıları da farklıdır. Nitekim n\u00f6trinonun lepton numarasını  $L=+1$  iken, anti-n\u00f6trinonun ki  $L=-1$  'dir. Bu durumda (5.84) e\u015fitli\u011finde a\u00e7ık\u00e7a g\u00f6r\u00fclmektedir ki lagranjiyen de lepton sayısı korunmaktadır. B\u00f6ylece e\u011fer n\u00f6trino Dirac fermiyonu ise etkile\u015fimlerinde toplam lepton sayısının korunaca\u011fı sonucuna varılır.

### 5.7.2 Majorana tipi n\u00f6trino i\u00e7in lepton sayısı korunumu

Majorana n\u00f6trinosunun kar\u015fı par\u00e7acığı kendisidir. Bu fermiyonlara ait lepton kuantum sayısı Dirac fermiyonlarının sahip oldukları ile aynıdır ve  $+1$  de\u011ferindedir. Majorana n\u00f6trinoları i\u00e7in k\u00fctle lagranjiyeni

$$L_{K\u00fctle,\nu}^{Majorana} = -\frac{1}{2} m_L (\nu_L^T C \nu_L - \nu_L^\dagger C \nu_L^*) - \frac{1}{2} m_R (\nu_R^T C \nu_R - \nu_R^\dagger C \nu_R^*). \quad (5.85)$$

olmak \u00fczere e\u011fer n\u00f6trino Majorana karakterli ise toplam lepton sayısı simetrisi iki kez kırılmaktadır ( $\Delta L = 2$ ).

### 5.8 N\u00f6trinossuz \u00c7ift Beta ( $\beta$ ) Bozunumu

N\u00f6trino salınımları ve tritium  $\beta$  bozunumu deneylerinden

- N\u00f6trino k\u00fctlelerinin sıfırdan farklı
- N\u00f6trino k\u00fctlelerinin y\u00fckl\u00fc fermiyon ve kuark alanların k\u00fctlelerinden \u00e7ok k\u00fc\u00e7\u00fck oldu\u011fu
- N\u00f6trino k\u00fctlelerinin (sadece) Standart Model Higgs k\u00f6kenli olmayabilece\u011fi

sonu\u00e7larına ula\u015fılmı\u015ftır.

N\u00f6trinolar i\u00e7in \u00e7e\u015fitli k\u00fctle kazanma mekanizmaları \u00f6nerilmi\u015ftir. Bunlar i\u00e7inde iyi bilineni, bu tezin i\u00e7eri\u011finin bir kısmını da olu\u015fturan, Seesaw Mekanizması'dır. Bu mekanizmaya g\u00f6re k\u00fc\u00e7\u00fck n\u00f6trino k\u00fctleleri, elektro-zayıf enerji d\u00fczeyinden y\u00fcsek bir

enerji düzeyinde toplam lepton kuantum sayısının korunmadığı Standart Model ötesi yeni etkileşmeler tarafından yaratılmaktadır.

Seesaw mekanizması nötrinoların araştırılmasında temel alınması gereken bir model ise nötrinolar Majorana karakterli olmalı, etkileşimlerde toplam lepton sayısının korunmadığı nötrinosuz çift Beta( $\beta$ ) bozunumu izinli olmalı ve bozunum deneysel olarak gözlenmelidir.

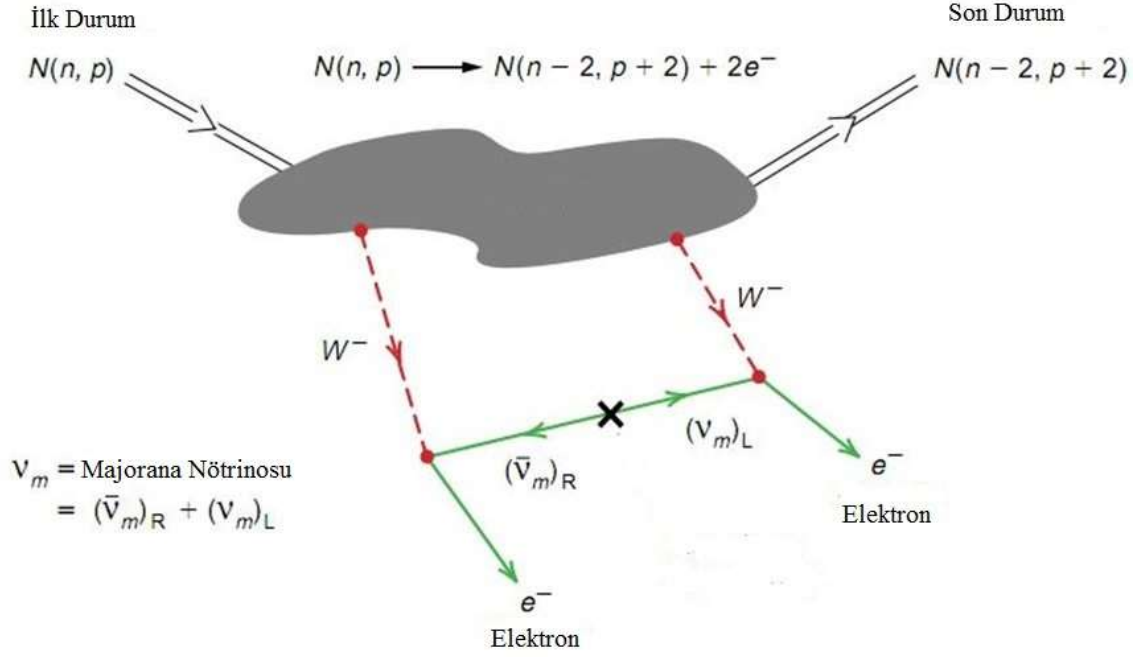
n nötron sayısı ve p proton sayısı olmak üzere nötrinosuz çift beta bozunum süreci aşağıda temsil edildiği gibi gerçekleşmektedir.

$$N(n, p) \rightarrow N(n-2, p+2) + e^- + e^- \quad (5.86)$$

Bu süreç kısaca  $0\nu\beta\beta$  ile gösterilir. Açıkça görülmektedir ki ilk durumda lepton kuantum sayısı sıfır  $L=0$ , son durumda ise  $L=2$ 'dir ve toplam lepton kuantum sayısı bozunumda korunmamaktadır.  $0\nu\beta\beta$ 'da Majorana nötrinosu  $n \rightarrow p + e^- + \nu_M$  şeklinde nötron tarafından salınır ve  $n' + \overline{\nu_M} \rightarrow p' + e^-$  şeklinde ikinci nötron tarafından yutulur. Bozunum sonunda nötrino ürün olarak çıkmaz; süreç içinde yaratılır ve yok edilir.

Çift beta bozunumu sürecinde çekirdekteki iki nötron iki protona dönüşür. Bu bozunum sadece çift sayıda proton ve nötrona sahip çekirdeklerde gerçekleşebilir. Şekil 5.1'de nötrinosuz çift beta bozunumu süreci temsilen gösterilmiştir.



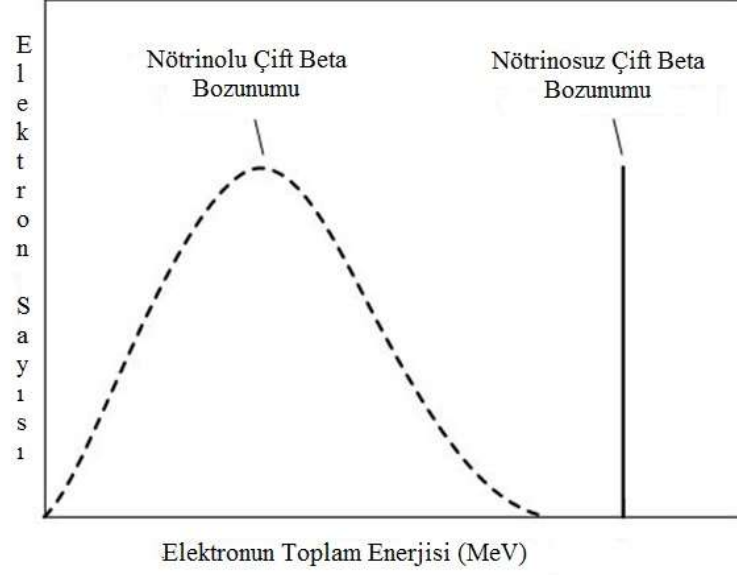


Şekil 5.1 Nötrinosuz Çift Beta Bozumunu Süreci (Slansky vd. 1997)

Başlangıçta nötron protona dönüşürken  $W$  ortaya çıkmaktadır. Sonrasında  $W$ , sağlak karşı-nötrino ve elektrona bozunmaktadır. Sağlak karşı-nötrino Higgs bozonu ile etkileşerek kütle (Majorana) kazanmakta ve solak nötrinoya dönüşmektedir. Süreç içinde ikinci nötron protona dönüşürken bir  $W$  bozonu daha ortaya çıkmaktadır. Solak nötrino bu  $W$  bozonu ile etkileşerek solak elektrona dönüşmektedir. Nötrinolar bu bozunumda sanal parçacık rolündedir ve ürün olarak arda kalmazlar. Bu süreçte toplam yük korunmasına rağmen lepton sayısı korunmaz. Başlangıçta toplam lepton sayısı 0 iken son durumda 2 'dir. Süreç sonunda sadece elektronlar arda kaldığı için enerjinin tamamı elektronlar tarafından taşınır.

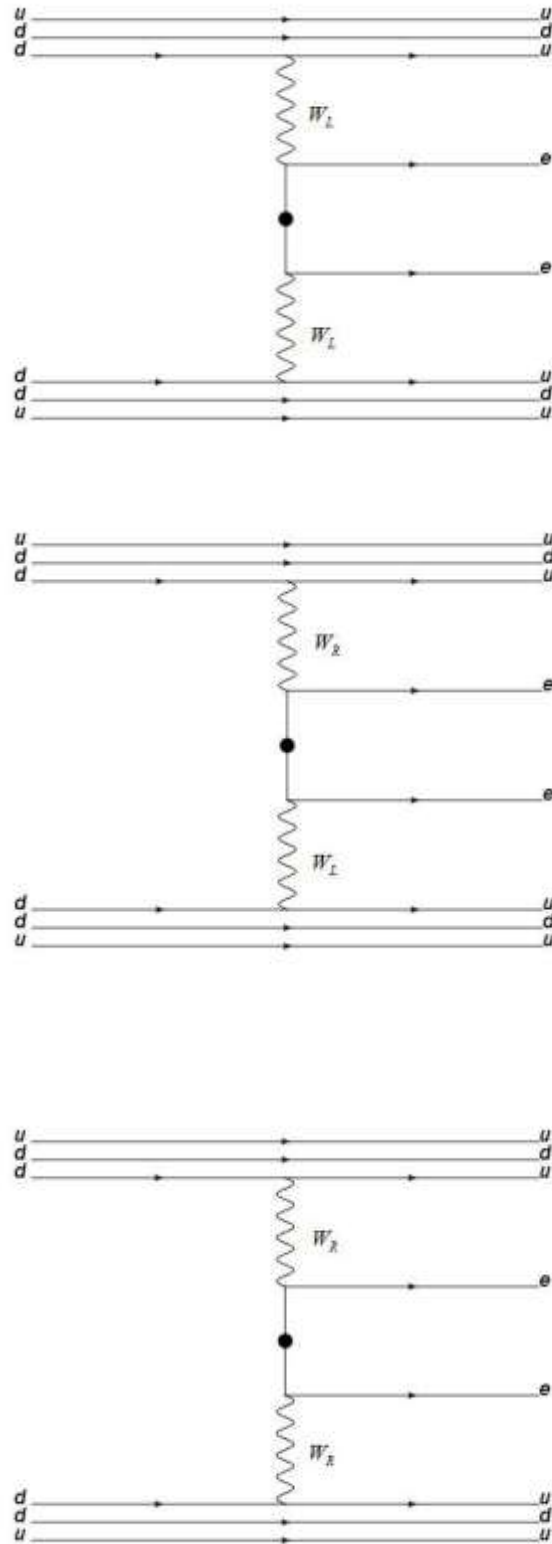
Şekil 5.2'de çift beta bozunumunun ürünleri ile bunların bozunum sonunda taşıdıkları enerji arasındaki ilişki gösterilmektedir. Nötrinosuz çift beta bozunumunda son durumda enerjinin tamamı elektronlar tarafından taşındığı için bu süreç grafikte tek çizgi ile temsil edilmiştir. Oysa normal çift beta bozunumu ( $2\nu\beta\beta$ ) sürecince son durum enerjisi iki elektronun yanında diğer bozunum ürünleri karşı nötrinolar tarafından da paylaşılmaktadır. Bu durumda elektron sayısı-elektron enerjisi ilişkisi

grafikteki gibi bir dağılım verir. Grafikteki enerji dağılımı  $0\nu\beta\beta$  ile  $2\nu\beta\beta$  süreçleri arasındaki farkı ortaya koymakta yararlı olacaktır.



Şekil 5.2 Elektron sayısı-Elektronun toplam enerji spektrumu (Slansky vd. 1997)

Aşağıdaki şekillerde Sağ-Sol Simetrik Model'e nötrinolu çift beta bozunumundan gelebilecek katkılar (LL, LR, RR) gösterilmektedir. İlk şekil standart  $0\nu\beta\beta$  sürecine (LL) aittir. İkinci ve üçüncü süreçler (LR, RR) ise yeni fizik katkılarını işaret etmektedir (Maiezza 2012).



Şekil 5.3 Sağ-Sol Simetrik Model'e  $0\nu\beta\beta$  sürecinden gelen katkılar (Maiezza 2012)

## 6. SONUÇ

Standart Model’de zayıf etkileşimlerin V-A yapısının sonucu olarak solak ve sağlak parçacıklar arasında parite asimetrisi vardır. Nötrinoların Standart Model’e göre kütesiz oluşu bu asimetrinin bir sonucudur. Yüksek enerjilerde parite simetrisinin var olması gerekliliği fikri Standart Model ötesi modellerde yer bulmaktadır. Sağ-Sol Simetrik Model bunlardan bir tanesidir.

Önceki bölümde modelin yapısı detaylıca tartışılmıştır. Bu bölümde ise Sağ-Sol Simetrik Model üzerine yapılmış fenomenolojik çalışmalara ve modelin geçerliliği üzerine yorumlara yer verilmektedir.

Sağ-Sol Simetrik Model’in ayar grubu, Standart Model’in ayar grubundan geniştir. Buna göre Sağ-Sol Simetrik Model Standart Model’den daha fazla parçacık ve etkileşme içerir. Daha fazla etkileşme fazladan serbest parametrelerin modele dahil olduğu anlamına gelir. Sağ-Sol Simetrik Model’in parçacıkların doğasını anlama adına geçerli bir model olabilmesi için Standart Model ile uyumlu olması gerekir. Bu yüzden teorik olarak değerleri öngörülemeyen serbest parametrelerin seçimi Standart Model parametrelerinin sahip olduğu değerlerle tutarlı olmalıdır.

Lepton ve ayar bozonlarının kütleleri skaler Higgs alanlarının vakum beklenen değerleri ve Yukawa bağlaşım sabitlerinden oluşur. Bu sabitler hem Standart Model parçacıkların kütle terimlerinde hem de yeni parçacıkların kütle terimlerinde yer almaktadır. Standart Model neredeyse tam bir modeldir fakat Sağ-Sol Simetrik Model için bunu söylemek mümkün değildir. Bu yüzden yeni modelin serbest parametrelerine getirilecek sınırlamalar hem Standart Model parçacıklarının kütle değerlerine uygun olmalı hem de yeni parçacıkların kütle değerleri hakkında yaklaşık değerler vermelidir. Parametrelere sınırlama getirirken doğallık (naturalness) dikkate alınmalıdır.

Sağ-Sol Simetrik Model’de Seesaw ilişkisinin gözlenmesi Higgs potansiyelinin minimizasyonu ile doğrudan ilişkilidir ve (5.30)’da gösterilen Higgs potansiyeli ifadesindeki parametrelerin seçimi büyük önem taşımaktadır (Van der Hoek 2007). Van der Hoek tez çalışmasında, yukarıda bahsedilen parametrelerin çeşitli limit durumları

dikkate alınarak yapılan çalışmaları derlemiş, Sağ-Sol Simetrik Model'in lepton ve ayar bozonlarının kütle değerlerini yorumlamıştır. Bu çalışmada çok küçük parametreleri içeren kütle değerlerini doğallık (naturalness) şartına uymadığı gerekçesiyle dışarılamıştır. Bu çalışmaya göre doğallık şartına uyan kütleye sahip parçacıkların ise 14 TeV'lik Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (LHC)' nda gözlenebilecek enerji skalasında olduğu anlaşılmaktadır.

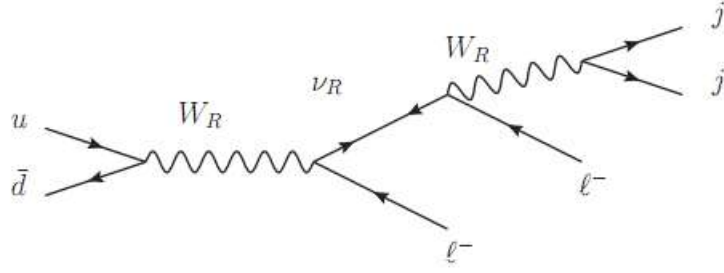
Sağ-Sol Simetrik Model'in cezbedici özelliklerinden bir tanesi Seesaw mekanizmasının bu modelin doğal bir sonucu olmasıdır ki bu mekanizmaya göre günümüzde detektörlerce algılanabilen nötrinolar, sağlak Higgs alanının vakum beklenen değer kazandığı ve sağlak W bozonunun kütle kazandığı enerji skalasında sağ-sol simetrisinin kırılmasının bir sonucu olarak bu kadar hafiftir. Bu yüzden nötrinoların kökeni hakkında edinilecek bilgi birikimi  $m_{W_R}$  enerji skalasıyla ilintilidir. Yüksüz K mezon sistemleri incelenerek  $m_{W_R}$  üzerine sınırlama getirilebilmektedir. Sol ve sağ CKM matrisleri arasındaki ilişki kullanılarak  $m_{W_R}$  için TeV mertebesinde bir alt sınır konulabilmektedir (Maiezza vd. 2011). Bu konuda çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Fenomenolojik olarak sağlak W bozonu kütlesine  $m_{W_R} > 2 - 3 \text{ TeV}$  değerinde limit getirilmiştir (Maiezza vd. 2011).

Nötrinosuz çift beta bozunumu dışında lepton sayısının korunmadığı ve hem sağlak W bozonunun hem de sağlak nötrininin sürece dahil olduğu bir süreç daha vardır (Senjanovic 2011, Maiezza 2012). Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (LHC)'nda düşük enerji skalasında sağlak W bozonunun gözlenebileceği düşünülen Drell-Yan saçılma süreci aşağıdaki gibidir (Maiezza vd. 2011, Senjanovic 2011, Maiezza 2012).

Lepton sayısının korunmadığı bu süreç üzerinde yapılan deneysel araştırmalar

- Sağ-sol parite simetrisinin korunduğu enerji skalası
- Nötrinoların Majorana karakteri
- Sağlak W bozonu ve sağlak nötrino kütleleri

hakkında parçacık çarpıştırıcılarında erişilebilecek bilgiler sunmaktadır.

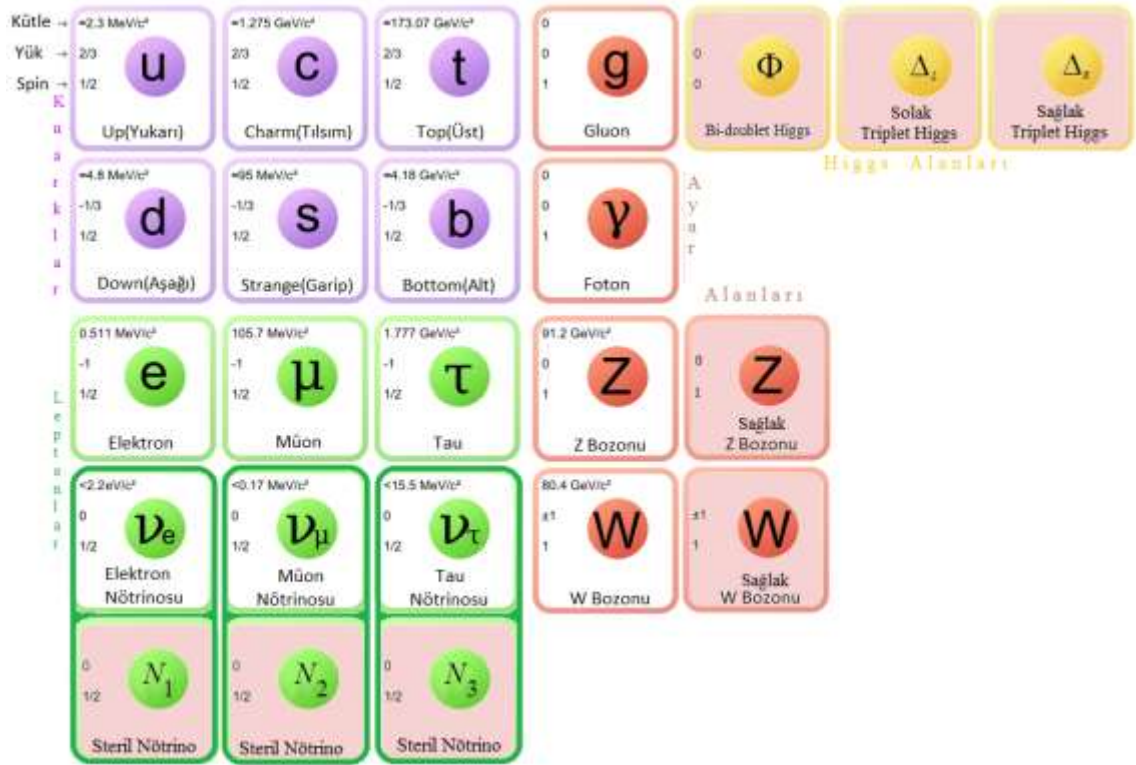


Şekil 6.1 Sağlak W bozonu üretimi

Sağlak W bozonu ve sağlak nötrino üretimi üzerine yapılmış kuramsal çalışmalar sonucunda 7 TeV'lik çarpışma enerjisinde sağlak W bozonu için 2 TeV ve sağlak nötrino için 100 MeV-1 TeV; 14 TeV'lik çarpışma enerjisinde sağlak W bozonu için 4 TeV ve sağlak nötrino için 100 MeV-2 TeV kadarlık kütle alt limitleri hesaplanmıştır<sup>19</sup>. CMS ve ATLAS dedektörlerinde yapılmış deneysel çalışmaların sonuçları ise 2,5 TeV skalasına kadar sağlak W bozonunu dışarılamıştır (CMS Collabrator 2012, ATLAS Collabrator 2012)

Bu çalışmada çeşitli Sağ-Sol Simetrik Modeller içinde minimal özellikli olan model ele alınmıştır. Deneysel çalışmalar Minimal Sağ-Sol Simetrik Model'in öngördüğü yeni parçacıkları ve modelin Standart Model ile tutarlılığını doğrularsa Standart Model'in temel parçacıklar tablosu yeni parçacıkları içerecek şekilde genişletilecektir. Aşağıdaki tabloda Sağ-Sol Simetrik Model'de yer alan temel parçacıklar ve skaler alanlar gösterilmektedir.

<sup>19</sup> Ayrıntılar için (Maiezza 2012) referansındaki doktora tezine bakabilirsiniz.



Şekil 6.2 Sağ-Sol Simetrik Model'in temel parçacıkları ve skaler alanları<sup>20 21</sup>

<sup>20</sup>Sağ-Sol Simetrik Model'in elektrozayıf kısmının temel parçacıkları

<sup>21</sup> Sağlak ayar bozonları ve steril nötrinolar deneysel olarak henüz gözlenememiştir.

## KAYNAKLAR

- Aad, G. et al. [ATLAS Collaboration]. 2012. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. *Physical Letters B*, 716, 1.
- Aad, G. et al. [ATLAS Collaboration]. 2012. Search for heavy neutrinos and right-handed  $W$  bosons in events with two leptons and jets in pp collisions at  $\sqrt{s}=7$  TeV with the ATLAS detector. *The European Physical Journal C*, 72, 2056.
- Babu, K.S., Kolda, C. and March-Russell, J. 1998. *Europ. Phys. J.*, C3, 252.
- Chatrchyan, S. et al. [CMS Collaboration]. 2012. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. *Physical Letters B*, 716, 30.
- Chatrchyan, S. et al. [CMS Collaboration]. 2012. Search for heavy neutrinos and  $W_R$  bosons with right-handed couplings in a left-right symmetric model in pp collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV. *Physical Review Letters*, 109, 261802.
- Cheng, T. and Li, L. 1982. *Gauge Theory of Elementary Particle Physics*. Clarendon Press, 543, Oxford.
- Cowan, C.L., Reines, F., Harrison, F.B., Kruse, H.W. and McGuire, A.D. 1956. Detection of the Free Neutrino: a Confirmation. *Science*, 124, 103–4.
- Danby, G., Gaillard, J.M., Goulianos, K., Lederman, L.M., Mistry, N.B., Schwartz, M. and Steinberger, J. (1962). Observation of high-energy neutrino reactions and the existence of two kinds of neutrinos. *Physical Review Letters*, 9, 36.
- Deshpande, N. G., Gunion, J. F., Kayser, B. and Olness, F. I. 1991. Left-Right-Symmetric Electroweak Models with Triplet Higgs Field. *Phys. Rev. D*, Vol. 44, 837.
- Duka, P., Gluza, J. and Zralek, M. 1999. Quantization and Renormalization of the Manifest Left-Right Symmetric Model of Electroweak Interactions. *Annals of Physics*, Vol. 280, 336-408.
- Englert, F. and Brout, R. 1964. Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons. *Physical Review Letters*, 13, 321–323.
- Fukuda, Y. et al. [Super-Kamiokande Collaboration]. 1998. Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos. *Physical Review Letters*, 81, 1562-1567.
- Giunti, C. 2007. *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. Oxford University Press, 710, New York.
- Guralnik, G.S., Hagen, C.R. and Kibble, T.W.B. 1964. Global Conservation Laws and Massless Particles. *Physical Review Letters*, 13, 585–587.



- Hayreter, A. 2012. Production and Decay of  $W_R$  Gauge Bosons in Left-Right Symmetric Models at the TEVATRON and the LHC. Doktora Tezi, Concordia Üniversitesi, Fizik Bölümü, 137, Canada.
- Higgs, P. W. 1964. Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons. *Physical Review Letters*, 13, 508–509.
- Kodama, K. et al. [DONUT Collaboration]. 2001. Observation of tau neutrino interactions. *Physics Letters B*, 504, 218.
- Landau, L. 1957. On The Conservation Laws for Weak Interactions. *Nuclear Physics*, Vol. 3,127-131.
- Lee, T. D. and Yang, C. N. 1957. Parity Nonconservation and a Two-Component Theory of the Neutrino. *Phys. Rev.*, Vol. 105, 1671-1675.
- Maiezza, A. 2012. Left-Right Symmetry at LHC and Phenomenological Implications. Doktora Tezi, Università Degli Studi Di L'aquila, 108, İtalya.
- Maiezza, A., Nemevsek, M., Nesti, F. and Senjanovic, G. 2011. Left-Right Symmetry at LHC. 48, İtalya. Web Sitesi: <http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1005/1005.5160.pdf> Erişim Tarihi: 24.12.2013
- Majorana, E. 1937. A Symmetric Theory of Electrons and Positrons. *Nuovo Cim.*, Vol. 14, 171–184.
- Mohapatra, R. N. and Pati, J. C. 1975. Left-Right Gauge Symmetry and An Isoconjugate Model of CP Violation. *Phys. Rev.*, D11, 566-571.
- Mohapatra, R. N. and Marshak, R. E. 1980. Quark-Lepton Symmetry and B – L as the U(1) Generator of the Electroweak Symmetry Group. *Phys. Lett.*, Vol. 91B, 222-224.
- Mohapatra, R.N. and Senjanovic, G. 1980. Neutrino Mass and Spontaneous Parity Nonconservation. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 44(14), 912-915.
- Mohapatra, R.N. and Senjanovic, G. 1981. Neutrino Masses and Mixings in Gauge Models with Spontaneous Parity Violation. *Phys. Rev. D*, D23, 165-180.
- Mohapatra, R. N. 2003. *Unification and Supersymmetry*. Springer, 421, New York.
- Particle Data Group (PDG), 2012. *Phys. Rev. D* 86, 010001.
- Pati, J. C. and Salam, A. 1974. Lepton Number as the Fourth Colour. *Phys. Rev.*, D10, 275-289.
- Peskin, M. E. and Schroeder, D. V. 1995. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Perseus Books, 864, USA.

- Salam, A. 1957. On Parity Conservation and Neutrino Mass. *Nuovo Cim.*, Vol. 5, 299-301.
- Senjanovic, G. and Mohapatra, R. N. 1975. Exact Left-Right Symmetry and Spontaneous Violation of Parity. *Phys. Rev.*, D12, 1502-1505.
- Senjanovic, G. 1979. Spontaneous Breakdown of Parity in a Class of Gauge Theories. *Nuclear Physics B*, Vol. 153, 334 – 364.
- Senjanovic, G. 2011. Neutrino Mass: From LHC to Grand Unification. *Rivista Del Nuovo Cimento*. Vol. 34, N.1, 1-68, Italy.
- Slansky, R., Raby, S., Goldman, S., T and Garvey, G. 1997. The Oscillating Neutrino. *Los Alamos Science*, 25, 8-40.
- Van der Hoek, D. J. 2007. Massive Neutrinos and Their Occurrence in a Left-Right Symmetric Model. *Yüksek Lisans Tezi*, Groningen Üniversitesi, 68, Hollanda.
- Zuber, K. 2004. *Neutrino Physics*. Taylor & Francis, 438, New York/Londra.

## **EKLER**

**EK 1 PAULI ve DIRAC MATRİSLERİ**

**EK 2 TEKNİK TERİMLER**

## EK 1 : PAULI ve DIRAC MATRİSLERİ

$$\text{Metrik tensör} \quad : \quad g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

$$\text{Kovaryant koordinat} \quad : \quad x_\mu = (t, -\vec{x}) \quad (1.2)$$

$$\text{Kontravaryant koordinat} \quad : \quad x^\mu = (t, \vec{x}) \quad (1.3)$$

$$\text{Skaler çarpım} \quad : \quad A \cdot B = A_\mu B^\mu = A^\mu B_\mu = A_0 B_0 - \vec{A} \cdot \vec{B} \quad (1.4)$$

$$\text{Kovaryant türev} \quad : \quad \partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left( \frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla} \right) \quad (1.5)$$

$$\text{Kontravaryant türev} \quad : \quad \partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left( \frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla} \right) \quad (1.6)$$

### Pauli Matrisleri

2x2'lik hermityen Pauli matrisleri Yunan alfabesindeki  $\sigma$  (sigma) ile gösterilir. Bu matrisler

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

şeklindedir. Pauli matrisleri aşağıdaki bağıntıları sağlar:

$$\sigma^i \sigma^j = \delta^{ij} + i \epsilon^{ijk} \sigma^k \quad (1.8)$$

$$[\sigma^i, \sigma^j] = i \epsilon^{ijk} \sigma^k, \quad \{\sigma^i, \sigma^j\} = 2\delta^{ij} \quad (1.9)$$

I birim matris olmak üzere

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

dir.

## Dirac (Gamma) Matrisleri

4-lü Pauli matrisleri<sup>22</sup>

$$\sigma^\mu = (1, \sigma^i) \quad \text{ve} \quad \bar{\sigma}^\mu = (1, -\sigma^i) \quad (1.11)$$

olmak üzere Dirac matrisleri  $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$  bağıntısını sağlayacak şekilde farklı temsillerde yazılabilir:

- Dirac Temsili

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & -I_{2 \times 2} \end{pmatrix}, \quad \gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ -\sigma^\mu & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I_{2 \times 2} \\ I_{2 \times 2} & 0 \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

- Weyl Temsili

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I_{2 \times 2} \\ I_{2 \times 2} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ -\sigma^\mu & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} -I_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & I_{2 \times 2} \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

- Majorana Temsili

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^1 = \begin{pmatrix} i\sigma_3 & 0 \\ 0 & i\sigma \end{pmatrix}, \quad \gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^3 = \begin{pmatrix} -i\sigma_1 & 0 \\ 0 & -i\sigma_1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} \sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_2 \end{pmatrix}. \quad (1.14)$$

$$\{\gamma^5, \gamma^\nu\} = 0 \quad (1.15)$$

$$\gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 = \gamma^{\mu\dagger} \quad (1.16)$$

$$(\gamma^5)^2 = 1 \quad (1.17)$$

## Yük Eşleniği Matrisi

$$C = i\gamma^2 \gamma^0, \quad C^T = C^\dagger = -C, \quad CC^\dagger = C^\dagger C = 1, \quad C^2 = -1$$

$$C^{-1} \gamma^\mu C = -\gamma^{\mu T}, \quad C^{-1} \gamma^5 C = \gamma^{5T}, \quad C^{-1} \gamma^5 \gamma^\mu C = (\gamma^5 \gamma^\mu)^T \quad (1.18)$$

<sup>22</sup> Bu gösterim Peskin ve Schroeder tarafından yazılmış kitapta yer almaktadır (Peskin ve Schroeder 1995).

## **EK 2 TEKNİK TERİMLER**

Solak : Left-Handed

Sağlak : Right-Handed

Sanki vektör : Pseudovector

## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : İbrahim ÜLGEN

Doğum Yeri : Nevşehir

Doğum Tarihi : 24.12.1987

Medeni Hali : Bekâr

Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : 2000 Evler Lisesi(Yabancı Dil Ağırlıklı)-NEVŞEHİR(Haziran 2005)

Lisans : Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü Fizik Öğretmenliği A.B.D.-SAMSUN(Haziran-2010)

Yüksek Lisans : Ankara Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Anabilim Dalı-ANKARA (Eylül 2011-Şubat 2014)

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl : Siirt Üniversitesi (Şubat 2011-Aralık 2011)

Ankara Üniversitesi(Aralık 2011-...)