Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü

İşletme Anabilim Dalı

ÇOK AŞAMALI STOK KONTROL YÖNETİMİ İÇİN BİR STOKASTİK PROGRAMLAMA YAKLAŞIMI

Bülent ÇEKİÇ

Doktora Tezi

Ankara, 2012

ÇOK AŞAMALI STOK KONTROL YÖNETİMİ İÇİN BİR STOKASTİK PROGRAMLAMA YAKLAŞIMI

Bülent ÇEKİÇ

Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü

İşletme Anabilim Dalı

Doktora Tezi

Ankara, 2012

KABUL VE ONAY

Bülent ÇEKİÇ tarafından hazırlanan "ÇOK AŞAMALI STOK KONTROL YÖNETİMİ İÇİN BİR STOKASTİK PROGRAMLAMA YAKLAŞIMI" başlıklı bu çalışma, 20/07/2012 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ülkü ŞİŞİK (Başkan)

Prof. Dr. Ş. Armağan TARIM (Danışman)

Yrd. Doç. Dr. Hatice ÇALIPINAR

Yrd. Doç. Dr. Ayşegül TAŞ

Mine

Yrd. Doç. Dr. Mine ÖMÜRGÖNÜLŞEN

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Yusuf ÇELİK

Enstitü Müdürü

BİLDİRİM

Hazırladığım tezin/raporun tamamen kendi çalışmam olduğunu ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt eder, tezimin/raporumun kağıt ve elektronik kopyalarının Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım:

- ☐ Tezimin/Raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir.
- ☐ Tezim/Raporum sadece Hacettepe Üniversitesi yerleşkelerinden erişime açılabilir.
- ■ Tezimin/Raporumun 3 yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin/raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir.

20/07/2012

Bülent ÇEKİÇ

Sevgili Eşime…

TEŞEKKÜR

Öncelikle bu zorlu sürecin tamamlanmasında aldığım en büyük manevi güç olan sevgili babam merhum Prof.Dr. Cihat ÇEKİÇ'in aziz hatırası karşısında saygıyla eğiliyorum.

Her zaman yanımda olan ve benden desteğini hiçbir zaman esirgemeyen sevgili eşime, çok kıymetli ve değerli anneme, kardeşime ve tüm aileme,

Akademik hayatımın her anında varlığı ve desteğiyle bana yardımcı olan ve yönlendiren değerli hocam Prof. Dr. Ülkü ŞİŞİK'e,

Bu çalışmanın hazırlanmasında ve bilimsel çalışmanın nasıl yapılması gerektiği hakkında bana yol gösteren sevgili hocam, danışmanım Prof.Dr. Armağan TARIM'a,

Görüşleri ve katkılarıyla bu çalışmanın ortaya çıkmasında emeği geçen değerli hocam Yrd.Doç.Dr. Ayşegül TAŞ'a,

Akademik zorlukların üstesinden gelmemde hiçbir zaman desteğini esirgemeyen sevgili hocam Yrd.Doç.Dr. Hatice ÇALIPINAR'a,

Bana her konuda destek veren ve yardımcı olan sevgili arkadaşım Yrd.Doç.Dr. Mine ÖMÜRGÖNÜLŞEN'e,

Karşılaştığım problemlerin çözümüne yönelik fikirleriyle bu çalışmaya büyük katkısı olan sevgili arkadaşım Dr. Onur Alper KILIÇ'a,

İsmini burada sayamadığım ancak üzerimde her zaman emekleri olan ve olacak olan Hacettepe Üniversitesi İşletme Bölümündeki tüm saygıdeğer hocalarıma teşekkürü bir borç bilirim.

ÖZET

ÇEKİÇ, Bülent. Ç*ok Aşamalı Stok Kontrol Yönetimi İçin Bir Stokastik Programlama Yaklaşımı*. Doktora Tezi, Ankara, 2012.

İşletmelerin varlıklarını sürdürebilmeleri için kar elde etme çabaları, global ticaretin beraberinde getirdiği değişen rekabet koşullarında oldukça zorlaşmaya başlamıştır. Bu koşullar için de firmalar gerek hammadde temini gerekse de nihai ürünlerini pazara ulaştırmada büyük maliyetlere katlanmaktadırlar. Bu düşünce çerçevesinde de en kritik nokta firmaların envanter kontrollerini sağlıklı bir biçimde yönetmesinden geçmektedir. Bu anlamda, değişen rekabet koşullarına uyum sağlamak ve pazar paylarını kaybetmek istemeyen firmalar maliyetlerini azaltmak veya kontrol edebilmek ve uzun dönemli planlar yapabilmek amacıyla envanter bulundurma yoluna giderler. Envanter kontrolü bütün firmaların karşı karşıya geldiği ortak bir problemdir.

Bu çalışma durağan olmayan stokastik talep ve sabit sipariş maliyetleri içeren envanter problemlerinin çok stok noktalı sistemlerde uygulanabilirliği ve bu zor envanter kontrolü problemine esnek bir modelleme yaklaşımı olarak bilinen stokastik programlama tabanlı çözüm önerileri sunmaktadır. Bu kapsamda burada belirtilen envanter kontrol yaklaşımları için optimal maliyeti sağlayacak envanter kontrol kararlarını belirlemek amacıyla matematiksel modeller geliştirilmiş ve bunlar çeşitli talep ve maliyet parametreleri altında bu yaklaşımlar sonucu elde edilecek maliyet değerleri açısından karşılaştırılmaktadır.

Bu çalışma kapsamında geliştirilen modeller, hipotetik envanter test problemleri üzerinde uygulanmıştır ve sonuçlarla ilgili yorum yapılmıştır. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar özellikle seri tip ağ yapılarında ve periyot sayısı arttıkça ağaç tipi ağ yapılarına oranla dinamik modellerin statik modellerden çok daha iyi maliyet performansı sergilediğini göstermektedir.

Anahtar Sözcükler

Çok Aşamalı Envanter Yönetimi, Durağan Olmayan Stokastik Talep, Stokastik Programlama

ABSTRACT

ÇEKİÇ, Bülent. *A Stochastic Programming Approach For Multi-Echelon Inventory Control Management*. Ph.D. Dissertation, Ankara, 2012.

The changing competitive environment of global trade has quite tricky for enterprises who are striving to make profit to survive. Under these conditions, the companies are suffering with significant transportation costs as well as supplying raw materials or consigning the final products to the marketplace. The most critical point in the frame of thought for companies should be managing their inventory in a logical way. In this sense, companies who want to adapt to changing competitive conditions and do not want to lose market share, should be able to control and reduce costs in order to make long-term plans, keeping track of inventory costs. Inventory control is a common problem for all firms to face.

In this study, the inventory problems with fixed ordering costs under stochastic and non-stationary demand were adapted to multi-echelon inventory systems and offering flexible stochastic programming approaches to this difficult inventory control problem. In this manner, two mathematical models were develeoped in order to obtain optimal cost under these assumptions of inventory control approaches. Also these models are compared in terms of cost values to be obtained as a result of these approaches under various demand and cost parameters.

The models develeoped in this study, carried out on hypothetical inventory test problems and the results were commented on. The results obtained in this study, dynamic model exhibit a much better cost performance compared to the static model especially with the serial network structures and when the number of periods increases comparing to the arborescent network structures.

Key Words

Multi-Echelon Inventory Management, Non-Stationary Stochastic Demand, Stochastic Programming

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ

ŞEKİL LİSTESİ

GİRİŞ

Son dönemlerde işletmelerin varlıklarını sürdürebilmeleri için kar elde etme çabaları, global ticaretin beraberinde getirdiği değişen rekabet koşullarında oldukça zorlaşmaya başlamıştır. Bu koşullar için de firmalar gerek hammadde temini gerekse de nihai ürünlerini pazara ulaştırmada büyük maliyetlere katlanmaktadırlar. Bu tip lojistik kaynaklı maliyetlerin azaltılabilmesi ve aynı zamanda malların doğru zamanlamayla firmaya ve pazara ulaşması iyi bir tedarik zinciri yönetimiyle mümkün olmaktadır. Bu düşünce çerçevesinde de en kritik nokta firmaların envanter kontrollerini sağlıklı bir biçimde yönetmesinden geçmektedir.

Bu anlamda, değişen rekabet koşullarına uyum sağlamak ve pazar paylarını kaybetmek istemeyen firmalar maliyetlerini azaltmak veya kontrol edebilmek ve uzun dönemli planlar yapabilmek amacıyla envanter bulundurma yoluna giderler. Envanter kontrolü bütün firmaların karşı karşıya geldiği ortak bir problemdir. Kullanılan çeşitli envanter kontrol politikaları vardır. Bunlar, çeşitli varsayımlar ve koşullar altında firmaların kararlarına temel oluşturacak araçlardır. Bu varsayımlar ve koşullar envanter kontrol politikasının çalışabileceği ortamı ifade eder ve envanter kontrol politikasının girdi olarak kullandığı her bir parametre ile ilgili olabilir.

Envanter kontrol politikasının girdi olarak kullandığı bileşenler, çeşitli maliyet bileşenleri ve talep bileşeni olarak tanımlanabilir. Her bileşen için birçok farklı varsayım kullanılabilir ve bu varsayımlar envanter kontrol politikasının matematiksel karmaşıklığını etkiler. Birçok örnekte görüldüğü gibi, gerçek yaşamda karar vericiler bu politikaların çözüm aşamasındaki karmaşıklığını bahane ederek uygun envanter planını kullanmamaktadırlar, bu da doğal olarak kendilerine hesap etmedikleri artı maliyet getirmektedir.

Gerçek hayatta ve bunun bir yansıması olam modelleme ortamında çok kademeli tedarik zincirlerinde envanter yönetiminin tek stok noktalı sistemlere göre çok daha zor olduğu bilinmektedir. Ancak bu kapsamda özellikle durağan olmayan stokastik talep ve sabit sipariş maliyetleri içeren envanter problemleri matematiksel açıdan güçlükler içermektedir. Tek aşamalı tek stok noktalı sistemler için bu belirtilen özellikleri içeren çok sayıda çalışma mevcutsa da, bunların çok stok noktalı sistemlerde uygulanabilirliği oldukça düşüktür. Bu çalışma kapsamında yapılan çalışmalar bu zor envanter kontrolü problemine esnek bir modelleme yaklaşımı olarak bilinen stokastik programlama tabanlı çözüm önerileri sunmaktadır.

Bu çalışmada temel olarak iki stokastik programlama yaklaşımı ele alınacaktır. Bunlardan ilki literatürde iki aşamalı diğeri de çok aşamalı telafi (recourse) modeli olarak bilinen stokastik programlama modellerine dayanmaktadır. Bu iki yaklaşımın her biri tedarik zincirlerini envanter kontrolünde kullanılabilirler. Ancak bunun yanı sıra, envanter kontrol kararlarınn alınması noktasında iki farklı öneri sunmaktadırlar. İlk model sipariş zamanlarının ve miktarlarının planlama ufku başında daha hiç talep gerçekleşmeden belirlenmesi durumunu ele alırken, ikinci model ne zaman ve ne kadar sipariş verileceğini her dönem başında elde bulunan envanter miktarını da göz önünde bulundurarak dinamik olarak karar verir.

Bu çalışma kapsamında yukarıda belirtilen envanter kontrol yaklaşımları için optimal maliyeti sağlayacak envanter kontrol kararlarını belirlemek amacıyla matematiksel modeller geliştirilecek ve çeşitli talep ve maliyet parametreleri altında bu yaklaşımlar sonucu elde edilecek maliyet değerleri karşılaştırılacaktır.

Bu tez çalışması altı bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde envanter yönetimi ile ilgili genel bilgiler verilecek, tanımlar ve varsayımlar anlatılacaktır. İkinci bölümde geleneksel envanter kontrol politikaları hakkında bilgi verilecektir

Üçüncü bölümde bu çalışmanın modellenmesinde temel yaklaşım olarak ele alınan stokastik programlama kavramı ve bu kavramla ilişkili modeller anlatılacaktır.

Dördüncü bölümde bu çalışmanın da temelini oluşturan çok aşamalı envanter sistemleri ve bunlara ilişkin modeller literatür doğrultusunda anlatılacaktır.

Beşinci bölümde bu çalışmanın amacı ve önemi anlatılacak daha sonra da bu tez çalışmasındaki problem tanımı yapılacak ve bu problemin çözümünde kullanılacak yöntem anlatılacaktır. Altıncı bölümde ise bu yöntem yardımıyla oluşturulmuş matematiksel model anlatılacak ve bu modeli açıklayan bir örnek gösterilecektir. Bu bölüm aynı zamanda oluşturulan modellerin test tasarımını ve modelin uygulama sonuçlarını içermektedir. Son bölüm ise sonuç ve önerilerin yer aldığı bölümdür

1. ENVANTER YÖNETİMİ

Bu bölümde, sonraki bölümlere temel teşkil etmesi açısından, envanter kavramları, envanterlerin işletme ekonomisindeki yeri, envanter maliyetleri ve talep yapıları hakkında genel bilgiler verilecektir.

1.1 TEMEL KAVRAMLAR

Envanter, işletmelerin ileriki dönemlerde gereksinimlerini karşılamak amacıyla, depoladıkları materyal ya da üretim sürecinde herhangi bir sorunla karşılaşmamak için elde bulundurdukları fiziksel mal stokudur (Demir ve Gümüşoğlu, 1998: 539). Bir üretim sisteminde son ürünün üretimine dolaylı veya dolaysız olarak katılan tüm fiziksel varlıklar ve mamuller stok kavramı içinde düşünülebilir (Kobu, 2006: 303). Stok yönetimi ise, stok kapsamındaki materyallerin planlanması, alımı, depolanması, bakımı ve dağıtımı faaliyetlerinin tek bir yönetimsel fonksiyon altında ele alınması olarak açıklanabilir (Beekman-Love ve Nieger, 1978: 23). Dolayısıyla, gerek üretim, gerekse hizmet sektöründe yer alan organizasyonlar için stok yönetimi oldukça önemlidir. Ayrıca, envanter problemleri sadece özel şirketleri değil, aynı zamanda kar amacı gütmeyen kurumları da ilgilendirmektedir (Arrow, Harris ve Marschak, 1951: 250). Hizmet sektöründe faaliyet gösteren firmalar için stok olarak genellikle, verilen hizmeti gerçekleştirmek için kullanılan malzemeler ve/veya eğer varsa satılan somut ürün gösterilebilir. Üretim yapan firmalar için ise, temel olarak şu şekilde bir stok sınıflandırması yapılmaktadır:

i. Hammaddeler,
ii. Ürün bileşenleri,
iii. Ara ürünler ve
iv. Nihai ürünler (Nahmias, 1997: 213).

Firmaların envanter bulundurmalarının temel amacı, talebin gerçekleştiği anda, fiziksel olarak istenilen ürünün sağlanmasının imkansız olması ya da sağlanabilse bile, böyle bir yöntemin ekonomik olmamasıdır (Hadley ve Whitin, 1963: 1). Bununla birlikte firmalar farklı nedenlerden dolayı envanter bulundurma yoluna giderler. Firmaların envanter bulundurma nedenleri aşağıda yer alan beş ana başlık üzerinden açıklanabilir (Chase, Aquilano ve Jacobs, 1998: 583).

i. Operasyonların bağımsızlığını sürdürmek: Üretim süreçlerinde birbirinden farklı işlemlerin yapıldığı iş merkezleri bulunmaktadır. Bu iş merkezlerinde stok bulundurma, sistem içerisinde esnekliği daha da arttırma imkanı tanımaktadır. Bu sayede herhangi bir iş merkezinde olası kötü performans sergilendiği durumlarda, stoklar kullanılarak ortaya çıkan aksaklıklar rahatlıkla kompanse edilebilmekte ve ortalama çıktı düzeyi belirli bir seviyede tutulabilmektedir.

ii. Ürün talebindeki değişimleri karşılamak: Çoğu zaman firmalar ileride karşılaşacakları talebi kesin olarak bilememektedirler. Bu yüzden, firmalar talepte meydana gelebilecek değişikliklerle başa çıkabilmek için tampon veya emniyet stok bulundurma gereksinimi duymaktadırlar.

iii. Üretim planında esneklik sağlamak: Envanter kullanılması üretim sistemi üzerindeki baskıyı azaltarak, gerekli durumlarda üretim planlarının değiştirilmesine olanak tanımaktadır.

iv. Hammadde teslim zamanlarında yaşanabilecek değişikliğe karşı önlem almak: Birçok farklı nedenden dolayı, üretimde kullanılacak malzemelerin tedarik süreleri beklenenden uzun olabilir. Bu gibi durumlarda envanter bulundurulması talebin karşılanmasında meydana gelebilecek sorunları engellemektedir.

v. Ekonomik sipariş miktarından faydalanmak: Envanter sistemlerinde sabit üretim/sipariş maliyetleri bulunmaktadır. Bu nedenle, çoğu durum için, maliyet temel alınarak değerlendirme yapıldığında, yüksek miktarda alım yapıp az sayıda sipariş vermek, az miktarda alım yapıp çok sayıda sipariş vermekten daha avantajlıdır. Dolayısıyla, envanter bulundurmak amacıyla fazla materyal alımı yapmak, firmalara maliyet avantajı sağlayabilmektedir.

Firmalar, ürün üretiminde doğrudan yer almayan fakat temizlik, bakım ve onarım gibi faaliyetlerde kullandıkları materyaller için de, operasyonların sağlıklı ilerlemesi için bakım stoğu bulundurmaktadırlar. Bunun dışında, ürünün müşteriye teslim anına kadar nakil aşamasında hala elde bulundurulan stoklar ise nakil stoğu olarak değerlendirilmektedir (Reid ve Sanders, 2005: 421).

Firmalar açısından düşünüldüğünde, müşteriler tarafından talep edilen herhangi bir son ürünü veya bu ürünü üretmek için gerekli ara ürünleri zamanında temin edememek istenmeyen bir durumdur. Günümüzde müşteri memnuniyetinin artan önemi göz önüne alındığında, bir müşterinin tam anlamıyla tatmin edilememesi firmalar için ciddi bir sorun teşkil etmektedir. Dolayısıyla, müşterinin talep ettiği ürünü, istediği şekilde ve istediği zamanda vermek oldukça önemlidir. Bu noktada, zaman konusunda meydana gelebilecek problemlerle başa çıkabilmek için doğru bir envanter yönetimi izlenmesi gerekmektedir İlk bakışta, tam anlamıyla müşteri memnuniyetini sağlamak için yüksek miktarlarda envanter bulundurmak mantıklı görülebilir; fakat unutulmamalıdır ki, envanter bulundurmanın faydaları yanında, firmaya yüklediği değişik maliyetler de bulunmaktadır. Bu nedenle üretim/sipariş zamanlarının ve elde tutulacak envanter miktarlarının belirlenmesi firmalar için verilmesi gereken önemli bir karar haline gelmektedir.

Envanter problemleri yukarıda bahsedilen farklı motivasyonlarla ortaya çıkmaktadır. Envanter yönetiminde temel olarak iki problemin cevabı bulunmaya çalışılmaktadır (Gaither, 1983: 411; Heisig, 2002: 7; Taha, 2000: 433):

i. Sipariş verme veya üretim yapma kararlarının verileceği zamanları belirlemek,
ii. Belirlenen bu zamanlarda ne kadar sipariş verileceğine veya üretim yapılacağına karar vermek.

Bu doğrultuda, envanter problemlerini çözebilmek için literatürde, envanter planları oluşturmak amacıyla değişik matematiksel envanter modellerinin geliştirildiği görülmektedir. Envanter planlarında hangi tür stok türünden, ne zaman ve ne kadar sipariş edileceği/üretileceği belirlenmeye çalışılmaktadır. Doğal olarak, gerçek hayatı tam olarak modellerde yansıtmak zordur (Bellman, Glicksberg ve Gross, 1955: 83; Hadley ve Whitin, 1963: 2). Bunun nedeni ise, gerçek hayatta modellere dahil edilmesi imkansız olan ve/veya dahil edilirse modelin çözülmesini olanaksız hale getiren birçok değişkenin ve faktörün var olmasıdır. Dolayısıyla, matematiksel envanter modelleri geliştirilirken, kaçınılmaz olarak bir takım varsayımlar ve basitleştirmelerde bulunulur (Hadley ve Whitin, 1963: 2).

Genel olarak envanter modellerini şu şekillerde sınıflandırmak mümkündür:

a) *Tek Ürünlü/Çok Ürünlü Envanter Modelleri:* Envanter planları yapılırken, kullanılan modellerde
yalnızca bir ürün ele alınıyorsa tek ürünlü, birden çok ürün ele alınıyorsa çok ürünlü envanter modelleri kullanılır. Çok ürünlü envanter modellerinin kurulması ve çözülmesi, tek ürünlü envanter modellerine göre daha zordur.

b) *Tek Dönemli/Çok Dönemli Envanter Modelleri:* Tek dönemli envanter modellerinde sadece bir dönem için envanter planı oluşturulmaktadır. Dolayısıyla, karar verilmesi gereken konu ne kadar sipariş verileceği ve/veya üretim yapılacağıdır. Diğer taraftan, çok dönemli envanter modellerinde ise, birden fazla dönem için envanter planları yapılmakta ve ne kadar sorusuna ek olarak, ne zaman sipariş verileceği ve/veya üretim yapılacağı sorusuna da cevap aranmaktadır.

c) *Kapasite Kısıtlı/Kapasite Kısıtlı Olmayan Envanter Modelleri:* İşletmelerde, depolama sorunları, finansman problemleri ve tedarikçilerden kaynaklanan sorunlar gibi çeşitli nedenlerden dolayı, sipariş/üretim miktarları belirli bir seviyenin altında kalmak zorunda olabilir. Bu durumlarda kullanılan envanter modelleri kapasite kısıtlı envanter modelleri olarak ifade edilmektedir.

d) *Tek Kademeli/Çok Kademeli Envanter Modelleri:* Envanter sistemi içerisinde herhangi bir stok türü tek bir yerde veya birden fazla yerde depolanabilmektedir. Çok kademeli envanter modellerinde birden fazla yerde stok depolama durumu mevcuttur ve stok bulundurulan bu farklı yerlerden direkt olarak farklı müşteri talepleri karşılanabilmektedir. Gerçek hayatta çoğu envanter sistemi bu yapıdadır (Hadley ve Whitin, 1963: 5). Tek kademeli envater sistemlerinde ise, sadece bir depolama yeri bulunmakta ve gelen müşteri talebi sadece buradan karşılanmaktadır. Çok kademeli envanter modellerinin analitik yapısı oldukça karmaşıktır.

e) *Sürekli Zamana Sahip/Kesikli Zamana Sahip Envanter Modelleri:* Sürekli zamana sahip envanter modellerinde talep dönem içerisinde süreklilik arz eden bir fonksiyonla temsil edilmekte ve talebin herhangi bir noktada tamamen toplanması söz konusu olmamaktadır. Diğer bir ifadeyle, talep sürekli olarak gelmekte ve herhangi bir anda üretim yapılabilmekte ve/veya sipariş verilebilmektedir. Kesikli zamana sahip envanter modellerinde ise, dönem içinde talep dönem başlarında veya sonlarında olmak üzere tek bir noktada toplanmakta ve üretim/sipariş zamanları sadece önceden belirlenmiş belirli noktalarda yapılabilmektedir.

Envanter problemlerinde modellemelerde kullanılan ve farklı konumlardaki envanter düzeylerini ifade etmeye yarayan, envanter pozisyonu, envanter seviyesi, eldeki envanter miktarı, henüz elde edilmemiş sipariş miktarı ve birikmiş siparişler olmak üzere beş temel envanter terimi bulunmaktadır.

a) Eldeki Envanter Miktarı: Genellikle OH *(On Hand Inventory)* terimi kullanılarak ifade edilir ve hiçbir zaman eksiye düşemez. Firmanın eline ulaşmış veya üretimi tamamlanmış ve dilediği zaman kullanabileceği envanter miktarını ifade etmektedir.

b) Henüz Elde Edilmemiş Sipariş Miktarı: Genellikle OO *(Outstanding Orders)* terimi kullanılarak ifade edilir. Firma tarafından ihtiyaç doğrultusunda talep edilmiş veya üretimine başlanmış, fakat henüz firmanın eline geçmemiş ya da üretimi tamamlanmamış envanter miktarını ifade etmektedir.

c) Birikmiş Siparişler: Genellikle BO *(Backorders)* terimi kullanılarak ifade edilir. Müşteriler tarafından daha önceki zamanlarda talep edilmiş, fakat zamanında yerine getirilmemiş sipariş miktarını ifade etmektedir. Genellikle firmalar müşteri memnuniyeti açısından, ellerine ürün geçtikleri zaman ilk olarak birikmiş siparişleri yerine getirme yolunu seçmektedirler.

d) Envanter Pozisyonu: Genellikle IP *(Inventory Position)* terimi kullanılarak ifade edilir. Eldeki envanter miktarıyla henüz elde edilmemiş sipariş miktarlarının toplamından, birikmiş siparişlerin çıkarılmasıyla $(IP = OH + OO - BO)$ hesaplanmaktadır.

e) Envanter Seviyesi: Genellikle IL *(Inventory Level)* terimi kullanılarak ifade edilir. Eldeki envanter miktarından, birikmiş siparişlerin çıkarılmasıyla *(IL = OH — BO)* hesaplanmaktadır.

1.2 ENVANTERLERİN İŞLETME EKONOMİSİNDEKİ YERİ

Ülke ve işletme ekonomilerinde envanterlere yapılan yatırımlar önemli bir yer tutmakta ve bu yatırımlar firmaların daha da gelişmesi için önemli bir potansiyel olarak görülmektedir (Axsater,2006: 1). Stok fazlalığı veya azlığı tarım, demir-çelik, tekstil, gübre, çimento, şeker gibi temel endüstrilerde ciddi sorunlara sebebiyet verebilmektedir (Kobu, 2006: 305). Dolayısıyla, envanter yönetimi işletme içerisinde, her kademeden yöneticinin ilgilenmesi gereken bir alan olarak görülebilir. İşletme bünyesindeki birimlerin değişik yükümlülükleri nedeniyle, envanter bulundurma eğilimleri birbirinden farklılık gösterebilmektedir. (Schroeder, 1989: 416; Tersine,1988: 18). Örneğin, finans biriminin yükümlülüğü işletmeye fon teminidir, dolayısıyla fınans birimi etkin bir sermaye kullanımıyla düşük miktarlarda envanter bulundurma eğilimindedir. Bunun aksine, üretim birimi ise mamul üretimi yükümlülüğü altında, optimal miktarda üretim yapmayı hedefleyerek, yüksek miktarlarda envanter bulundurma eğilimi içerisine girer. Bu tür çatışmaların önlenmesi için tüm birimlerin katkısı ile etkin ve iyi işleyen bir envanter kontrol sistemi kurulmalıdır. Böyle bir sistemin kurulması ve başarıyla yönetilmesi işletmeye ve dolaylı olarak ülke ekonomisine şu faydaları sağlayabilir:

a. Üretim süreci içerisinde makine, insan ve malzeme kaynaklarından daha yararlı bir şekilde faydalanılır (Kobu, 2006: 305). Bu şekilde etkinliğin ve toplam verimliliğin artması sağlanabilir.

b. Sistemli bir envanter yönetimi ile üretim ve istihdam düzenliliği sağlanabilir (Yüksel, 1975: 233).

c. İşletme içerisinde stoklar gereğinden fazla bulundurulmayarak, envanter finansmanına olan ihtiyaç azalabilir (Tersine, 1988: 22).

d. Stoklarla ilgili maliyet kalemlerinde belirli azalmalar sağlanabilir (Magad ve

Amos, 1989: 18).

e. Dikkatsizlik ve farklı hatalar yüzünden kaybedilen malzeme ve mamullerin miktarı azaltılabilir ve bu hataların telafisi için çok fazla zaman geçmeden müdahale edilebilir (Kobu, 2006: 305).

f. Müşteri hizmet seviyesinde olumlu anlamda iyileşmeler sağlanabilir, çok sayıda müşteriye istediği anda, istediği miktarda ürün sunulabilir (Arnold, 1991: 147).

g. Üretim programlarının daha kolay ve gerçeğe yakın planlanması mümkün olabilir (Kobu, 2006: 305).

1.3 ENVANTER MALİYETLERİ

İşletmeler faaliyet giderlerini azaltabilmek ve karlılıklarını daha da artürabilmek için belirli düzeylerde envanter bulundurmaktadırlar. Envanter yönetiminin amacı ise; müşteri taleplerini sekteye uğratmadan, envanter maliyetlerini mümkün olduğunca düşürmeye çalışmaktır.

Temel olarak envanter maliyetleri dört ana başlıkta ele alınabilir:

a. Bulundurma Maliyetleri
b. Sipariş/Kurulum Maliyetleri
c. Bulundurmama/Ceza Maliyetleri
d. Diğer Maliyetler (Axsater, 2006: 44; Silver, 1981: 630).

1.3.1 Bulundurma Maliyetleri

Elde tutma maliyeti olarak da ifade edilmektedir. Yalın bir ifadeyle, herhangi bir zamanda fiziksel olarak elde bulundurulan envanterlerin belirli bir yüzdesinden oluşmaktadır. Temin edilen envanterleri depolayacak alanları sağlamada katlanılan masraflar, vergi ve sigorta giderleri, kırılma, bozulma, zarar görme veya tamamen kullanılamaz hale gelme durumunda ortaya çıkan zararlar ve envantere yapılan yatırımın fırsat maliyeti, elde bulundurma maliyeti içinde yer almaktadır. Çoğu durumda, firmalar için bu maliyet türleri içinde, yatırımın fırsat maliyeti en önemli kalem olarak görülmektedir (Nahmias, 1997: 216; Plossl, 1985: 24; Winston, 2004: 847). Genellikle h sabiti kullanılarak ifade edilir. Bulundurma maliyetleri, sabit bir sayı kullanılarak, ya da eldeki envanterin değerinin belirli bir yüzdesi alınarak hesaplanabilir.

Örneğin, h= Elde bulundurma maliyeti, I = Yüzde oranı, c = Bir birimlik envanterin maddi değeri olarak belirtildiğinde, aşağıda verilen basit denklem bulundurma maliyetini hesaplamada kullanılır.

$$h = Ic \tag{1}$$

1.3.2 Sipariş/Kurulum Maliyetleri

Başka bir firmadan satın alma durumunda sipariş, firmanın kendisi tarafından üretimi durumunda ise kurulum maliyetleri olarak ifade edilir. Bulundurma maliyetleri elde tutulan envanter üzerinden hesaplanırken, sipariş/kurulum maliyetleri, sipariş edilecek veya üretilecek envanter göz önünde bulundurularak hesaplanır.

Çoğu durumda, sabit ve değişken maliyetler olmak üzere iki bileşenden oluştuğu kabul edilmektedir. Bu bileşenler içinde sabit maliyet, sipariş miktarından bağımsızdır. Bu bağlamda sipariş düzenleme masrafları, teslim alma masrafları, makine ve taçhizat kurulumu ve/veya alımı ile ilgili masraflar sabit maliyetler içinde ele alınmaktadır. Sabit maliyet genellikle K sabiti kullanılarak ifade edilir. Ancak sipariş miktarı 0'a eşit olursa, sabit maliyet de doğal olarak 0'a eşit olacaktır. Değişken maliyet ise, sipariş edilen veya üretilen mal için katlanılan maliyettir ve genellikle c sabiti kullanılarak ifade edilir. Çoğunlukla sipariş/üretim miktarından bağımsız bir değer olarak ele alınmakta ve değişken maliyetin sipariş/üretim miktarıyla çarpılmasıyla hesaplanmaktadır. Ancak gerçek hayatta ticari faliyetlerde miktar iskontoları söz konusu olabilir. Böyle durumlarda toplam değişken maliyet $C(q)$ gibi bir fonksiyon olarak tanımlanarak, birim değişken maliyet $C(q)/q$ olarak hesaplanabilir. Değişken maliyetin, sipariş/üretim miktarından bağımsız bir değer olarak ele alınması durumunda ve *cq* ifadesi, *q* birim mal sipariş etmek veya üretmek için katlanılan maliyet olarak ifade edildiğinde, aşağıda verilen denklem sipariş/kurulum maliyetlerini hesaplamada kullanılır.

$$C(x) = \begin{cases} 0 & \text{eğer } q = 0, \\ K + cq & \text{eğer } q > 0, \end{cases} \tag{2}$$

1.3.3 Bulundurmama / Ceza Maliyetleri

Stoksuz kalma maliyetleri olarak da ifade edilmektedir. Müşteri talebinin oluştuğu anda, bu talebi karşılayacak yeterli stok düzeyinin olmaması durumunda karşı karşıya kalınan maliyetleri içermektedir. Genellikle *p* sabiti kullanılarak ifade edilir. Firmalar için envanter yönetiminde dikkatle üzerinde durulması gereken bir maliyet kalemi olarak görülmektedir. Gecikmeli teslim ve kayıp satış (yok satma) olmak üzere iki farklı durum çerçevesinde incelenmektedir (Aft, 1987: 139).

Gecikmeli teslim durumunda, zamanında karşılanamayan müşteri talebi daha sonraki ilk fırsatta karşılanmaya çalışılmaktadır. Böyle bir durumda, firma için müşteri memnuniyetsizliğinden kaynaklanan itibar ve güven kaybı söz konusu olacaktır. Firmalar bu zararı, talebi karşılanamayan birim başına sabit bir maliyet kullanarak hesaplayabilmektedirler. Farklı bir yaklaşımla, sabit maliyet zamana bağlı bir fonksiyon tanımlanarak da hesaplanabilmektedir. Örneğin, *p(t),t* (gecikme süresi) zamanına bağlı bir fonksiyon olarak ifade edilebilir.

Kayıp satış durumunda ise, müşteri talep ettiği ürün için beklememekte, diğer bir ifadeyle talebini karşılamak üzere tekrar firmaya geri dönmemektedir. Bu da satış gelirlerinden direkt bir azalma anlamına gelmektedir.

Bulundurmama/Ceza maliyetleri kapsamında yer alan, itibar kaybı ve/veya müşteri kaybı gibi bileşenlerin uygulamada ölçülmesinin zor olması, bu tür maliyetleri hesaplamayı güçleştirmektedir.

1.3.4 Diğer Maliyetler

Envanter yönetimini doğru ve planlı biçimde yürütmek için, firma içinde iyi işleyen bir envanter kontrol sistemi bulunması gerekmektedir. Bunun için ise düzgün organize edilmiş bir bilgi ağı sistemine gereksinim vardır. Dolayısıyla, sistem kontrol maliyetleri, bu sistem içerisinde kullanılacak elemanların eğitimi ve düzenli bilgi akışı için gerekli maliyetler diğer envanter maliyetleri kapsamında düşünülebilir.

1.4 TALEP YAPISI

İşletmeler ellerinde bulundurdukları stokları, yeri geldiğinde talep karşısında kullanma ihtiyacı duyarlar. Talep olarak ifade edilen kavram kapsamında, müşteriden son ürüne yönelik olan talebin yanısıra, firma içinde bu ürünü üretmek için gerekli olan ara ürünlere ve bu ürünün bileşenlerine yönelik talep de bulunmaktadır. Firmaların piyasaya arz ettikleri son ürünlere olan talep bağımsız talep olarak ifade edilmektedir. Daha düzgün envanter planları yapabilmek için firmalar nihai ürünlerine olan talepleri matematiksel veya yargısal yöntemler kullanarak tahmin etmeye çalışırlar. Bu sayede yaklaşık olarak da olsa talebi daha önceden öngörmek, firmalara büyük avantaj sağlamaktadır. Son ürünü üretmek için kullanılan ara ürünlere ve bu ürünün bileşenlerine yönelik talep ise, bağımlı talep olarak ifade edilmektedir; çünkü bu ürünlere olan talep son ürüne olan talepten dolaylı olarak etkilenir. Nihayetinde, son ürüne gelen talep miktarı göz önüne alınarak üretim gerçekleştirilecek ve belirlenen bu üretim düzeyine bağlı olarak ara ürünlere ihtiyaç duyulacaktır. Dolayısıyla, ilk olarak son ürüne olan bağımsız talep belirlenmekte, sonrasında da ara ürünlere ve bileşenlere yönelik bağımlı talep hesaplanmaktadır.

Talebin daha önceden kesin olarak bilinip bilinmemesi durumu da, envanter yönetimi açısından bir diğer önemli noktadır. Eğer işletme ileriki dönemlerde karşılaşacağı talep miktarlarını ve zamanlarını planlama ufkunun başında kesin olarak biliyorsa, deterministik talep söz konusudur (Petrovic, Senborn ve Vujosevic, 1986: 7). Fakat, gerçek hayatta çoğu zaman talebi daha önceden kesin olarak öngörmek veya bilmek oldukça zor rastlanılan bir durumdur; ancak deterministik talep varsayımı altında çalışan envanter modelleri envanter teorisinde önemli bir temel oluşturmaktadır. Bunun tam aksine talebin daha önceden kesin olarak bilinmediği ve ancak olasılıklar çerçevesinde tahmin yapılabildiği durumda ise, stokastik talep söz konusudur (Taha, 2000: 433). Diğer bir ifadeyle, stokastik talep durumunda taleple ilgili bilgi, ne zaman ve ne kadar taleple, hangi olasılıkla karşılaşılacağı düzeyindedir. Gerçek hayatta firmalar genellikle stokastik taleple karşı karşıya kaldıkları için, envanter modellerinin bir bölümü talepteki bu belirsizliği ele almaktadır.

Talep yapısının tüm dönemler için sabit veya değişken olmasına göre de bir sınıflandırma bulunmaktadır. Deterministik talep ortamında, her dönem için sabit talep yapısına sahip envanter sistemleri statik, değişken talep yapısına sahip envanter sistemleri ise dinamik envanter sistemleri olarak ifade edilir. Stokastik talep ortamında ise, her dönem için sabit talep yapısına sahip envanter sistemleri durağan, değişken talep yapısına sahip envanter sistemleri ise durağan olmayan envanter sistemleri olarak ifade edilir.

Talebin kesin olarak bilinip bilinmemesine ve karşılaşılabilecek talep yapılarına göre sınıflandırmayı kısaca şu şekilde özetlemek mümkündür:

a) *Deterministik - Statik Envanter Sistemleri:* Talep kesin olarak bilinir ve talep yapısı her dönem
için aynıdır.

b) *Deterministik - Dinamik Envanter Sistemleri:* Talep kesin olarak bilinir, fakat talep yapısı her dönem için farklıdır.

c) *Stokastik - Durağan Envanter Sistemleri:* Talep olasılıksal olarak bilinir ve talep dağılımları her dönem için aynıdır.

d) *Stokastik - Durağan Olmayan Envanter Sistemleri:* Talep olasılıksal olarak bilinir, fakat talep dağılımları her dönem için farklıdır.

1.5 DİĞER KAVRAMLAR

Bu bölümde envanter yönetimiyle ilgili envanter takip sistemleri, tedarik, planlama ufku ve hizmet düzeyi gibi diğer kavramlar ve bileşenler hakkında bilgi verilecektir.

1.5.1 Envanter Takip Sistemlerinin Sınıflandırılması

Envanter yönetiminde, sürekli takip ve periyodik takip olmak üzere iki farklı envanter kontrol yaklaşımı bulunmaktadır. Eğer işletmede her an envanter seviyesi biliniyorsa, sürekli takip sistemi uygulanıyor demektir. Örneğin, süpermarketlerde tüketiciler tarafından alınan her ürün, anında kurulmuş olan sistem sayesinde stoktan direkt düşürülür; dolayısıyla bu gibi işletmelerde gelen talep, aynı zamanda işlenmekte ve envanter seviyesi hakkında her an bilgi alınabilmektedir (Hax ve Candea, 1984: 219; Krajewski ve Ritzman, 2002: 673). Bunun tam aksine, envanter seviyeleri sadece belirli zamanlarda tam olarak biliniyorsa, periyodik takip sisteminin varlığından söz edilir. Bir işletmede dönem içinde gelen taleplerin, direkt envanterden düşürülmemesi; dönem sonunda envanter seviyesinin belirlenmesi için stok sayımlarının yapılması, bu işletmede periyodik kontrolün uygulandığını gösterir.

1.5.2 Tedarik

Tedarik, hammadde, levazım, yedek parça, mamul gibi işletmenin ihtiyaç duyduğu materyalleri temin etmesi anlamına gelmektedir. Bu yüzden, tedarik stokların artmasını sağlayan bir özelliktir. Tedarik zinciri ise, malzemelerin tedarikçiden son kullanıcıya ulaşmasını sağlayan faaliyetler topluluğudur (Russel ve Taylor, 2003: 268).

Hemen hemen bütün sektörlerde faaliyet gösteren firmalar için, tedarik zinciri yönetimi, üzerinde durulması gereken önemli bir konudur (Axsater, 2006: 1). Stok alımına veya üretilmesine karar verilmesinden itibaren başlayan ve üretilen veya sipariş edilen materyallerin talebi karşılamaya hazır hale gelmesine kadar geçen süre tedarik süresi olarak ifade edilir. Envanter modellerinde bu süre kesin veya olasılıksal olarak bilinebilir, aynı zamanda tedarik süresinin tamamen belirsiz olduğu durumlar da söz konusu olabilmektedir.

1.5.3 Planlama Ufku

Envanter planları geleceğe yönelik olarak oluşturulurlar. Planlama ufku ise envanter planının kapsayacağı, diğer bir ifadeyle etkileyeceği süreyi ifade eder. Bu süre sonlu veya sonsuz olabilir. Fakat, genellikle işletmeler tarafından sonlu planlama ufkuna sahip envanter planları yapılır. Bunun sebebi ise, planlama ufku arttıkça, envanter planlarında hata yapma ihtimalleri de artar. Nihayetinde envanter planları talep tahmini içerir, dolayısıyla uzun dönemi az hatayla tahmin etmek oldukça güçtür.

1.5.4 Hizmet Düzeyi

Firmaların stoksuz kalma maliyetlerinden biri de, talep zamanında karşılanamadığında envanter modellerinde kullanılmak üzere belirli bir ceza maliyetiydi. Bu yaklaşıma alternatif olarak, ceza maliyetlerini kullanmadan, hizmet düzeyi yaklaşımıyla da envanter modelleri geliştirilebilmektedir.

Hizmet düzeyi, modellemeler içine farklı şekillerde dahil edilebilmektedir (Axsater, 2006: 95; Fogarty, Blackstone ve Hoffman, 1991: 166). Örneğin, modele olasılıksal olarak hizmet düzeyinin belirli bir seviyenin altına düşmemesi veya ortalama bekleme zamanının belirli bir oranı geçmemesi şeklinde değişik kısıtlar getirerek hizmet düzeyi modelleme içine alınabilmektedir.

2. ENVANTER POLİTİKALARI

Bu bölümde, envanter planları oluşturmada kullanılan envanter politikaları ile ilgili literatüre yer verildikten sonra, temel envanter politikaları ve modelleri hakkında bilgi verilecektir.

2.1 İLGİLİ LİTERATÜR

Üretim endüstürisiyle, çeşitli mühendislik dallarının, özellikle endüstri mühendisliğinin, eş zamanlı olarak gelişmesi, envanter problemlerinde matematiksel modellerin kullanılması konusunda itici güç oluşturmuştur (Hadley ve Whitin, 1963: 2). Buna bağlı olarak, 20. yüzyılın başlarından itibaren envanter kontrolleri için matematiksel modellere olan ilgi artmaya başlamıştır (Nahmias, 1997: 253). Optimal envanter politikaları ilk olarak, talebin ve ilgili miktarların kesin olarak bilindiğini varsayan basit modeller üzerinde geliştirilmiş; sonrasında ise belirsizlik içeren modeller üzerinde politikalar geliştirilmeye çalışılmıştır (Arrow ve diğer., 1951: 250). Nihayetinde, deterministik talep varsayımı çoğu üretim ve dağıtım durumlarında geçersiz bir hal almaktadır (Silver, Pyke ve Peterson, 1998: 232); çünkü tedarik süresi, üretim süreleri, alınan materyallerin kalitesi ve talep gibi birçok faktör belirsizliğe neden olabilmektedir (Lee ve Billington, 1992: 68).

Envanter yönetiminde deterministik talep altında yapılan başlıca çalışmalar incelendiğinde ilk olarak, Ford Harris (1915) ekonomik sipariş modelini *(Economic order quantity- EOQ)* geliştirdiği görülmektedir. Sonrasında ise Wilson (1934), envanter yönetimi alanında ne zaman ve ne kadar sipariş verileceği/üretim yapılacağı gibi ortak sorulara cevap aramak için bir çalışma ortaya koymuştur. Envanter problemlerini ele alan ilk kitap ise F.E.Raymond (1931) tarafından kaleme alınmıştır. Söz konusu çalışmada, teorik bilgi veya derivasyonlar bulunmamakta, sadece ekonomik sipariş miktarı modelinin farklı varyasyonlarının uygulamada nasıl kullanıldığı anlatılmaktadır. Wagner ve Whitin (1958) ise, belirli varsayımlar altında, envanter problemleri için optimal politikayı veren algoritmayı geliştirmişlerdir.

Envanter yönetiminde matematiksel teorinin geliştirilmesi konusunda, daha sonraki çalışmalara yol gösteren çalışmalar (Arrow ve diğer., 1951; Bellman ve diğer., 1955; Dvoretzky, Kiefer ve Wolfowitz, 1952, 1953) 1950'li yıllarda ortaya konmuştur.

Envanter yönetimiyle ilgili stokastik talep altında yapılan başlıca çalışmalar incelendiğinde ise, Scarf (1959) bulundurma ve ceza maliyetlerinin doğrusal olması durumunda, çok dönemli, sonlu planlama ufkuna sahip ve dönemler arası talebin birbirinden bağımsız olduğu stokastik envanter problemleri için (s,S) politikasının optimal olduğunu ispatlamıştır. Scarf tarafından geliştirilen (s,S) politikasının farklı durumlar altında optimal olduğunu ispat eden değişik çalışmalar da (Ehrhardt, 1984; Iglehart, 1963; Sethi ve Cheng, 1997; Sobel ve Zhang, 2001) bulunmaktadır. Örneğin, Ehrhardt, envanter probleminin stokastik tedarik süreleri içermesi; Iglehart, planlama ufkunun sonsuz sayıda dönemden oluşması; Sethi ve Cheng ise, dönemler arası talebin birbirinden bağımsız olmamaması durumlarında da belirli varsayımlar altında (s,S) politikasının optimal olduğunu ispatlamışlardır.

Stokastik talep durumlarında, envanter planlamasında sabit bir programın izlenebilmesi, tedarikçilerle koordinasyon bakımından firmalar için oldukça önemlidir. Literatürde, sistem sinirliliği *(system nervousness)* adı altında farklı çalışmalarda (Blackburn, Kropp ve Millen, 1986; Heisig, 2001; Inderfurth, 1994; Kok ve Inderfurth, 1997) bu konu ele alınmıştır. Doğal olarak, sadece sabit bir program izleyebilmek amacıyla envanter planlarında hiçbir değişiklik yapmamak mantıklı değildir. Önemli olan, envanter planında değişiklik yapıldığında elde edilecek fayda ile, katlanılacak maliyeti göz önünde bulundurarak doğru bir karar vermektir (Carlson, Jucker ve Kropp, 1979: 761). Sistem sinirliliği açısından bakıldığında, Bookbinder ve Tan (1988) tarafından stokastik talep durumunda geliştirilen "statik-dinamik belirsizlik" stratejisinin, (s,S) politikasına göre daha verimli olduğunu söylemek mümkündür; çünkü geliştirilen bu strateji sayesinde stok yenileme zamanları dönem başında sabitlenebilmektedir. Ancak, bu dönemlerde ne kadar sipariş verileceği gerçekleşen talebe göre değişiklik gösterebilmektedir. Diğer bir ifadeyle, planlama ufkunun başında sipariş miktarları net olarak belirlenememekte, sadece sipariş dönemleri belirlenebilmektedir. Tarım ve Kingsman (2004) tarafından yine stokastik talep durumunda ortaya konulan model sayesinde ise, planlama ufkunun başında eş zamanlı olarak stok yenileme zamanları ve sipariş miktarları belirlenebilmektedir. Bookbinder, Tan ve Tarım, Kingsman (2004) çalışmalarıyla ortak varsayımları kullanarak, Tarim ve Kingsman (2006) yeni bir karışık tamsayılı programlama modeli geliştirmişlerdir. Diğer iki çalışmadan farklı olarak bu çalışmada minimum hizmet düzeyi kısıtı yerine, ceza maliyetleri modele adapte edilmiştir. Farklı çalışmalarda, stokastik ve durağan olmayan talep altında Rossi, Tarim, Hnich ve Prestwich (2007) kısıt programlama yaklaşımı kullanarak, Vaughan (2005) ise dinamik programlama modeli kullanarak değişik envanter modelleri geliştirmişlerdir.

Stokastik talep altında envanter problemleri, ceza maliyetli ve minimum hizmet düzeyi kısıtlı olmak üzere iki türlü modellenebilmektedir. Yapılan bir çalışmada (Chen ve Krass, 2001), minimum hizmet düzeyi kısıtına sahip envanter modellerinin, ceza maliyetli modellere göre hesaplanabilirliğinin daha kolay olduğu ve minimum hizmet düzeyi kısıtına sahip her envanter modelinin aynen ceza maliyetli hale çevrilmesinin mümkün olmayacağı görüşü belirtilmiştir.

Diğer çalışmalardan farklı olarak, Xu (2009) kapasite kısıtını ele almış ve tek ürünlü, çok dönemli bir envanter problemi için, stokastik talep durumunda optimal politikayı ve kapasiteyi veren modeli; Sox (1997) ise, zaman içerisinde değişen maliyetleri ele alarak, yine stokastik talep altında karışık tam sayılı doğrusal olmayan programlama modeli geliştirmişlerdir.

2.2 TEMEL ENVANTER POLİTİKALARI

Envanter politikaları çerçevesinde, planlama ufku boyunca genel olarak ne zaman ve ne kadar sipariş verileceği/üretim yapılacağı kararları belirlenmeye çalışılır. Ne zaman ve ne kadar sorularına verilen farklı cevaplar, envanter politikalarını birbirinden ayırmaktadır. Envanter siparişinin verileceği/üretim yapılacağı zaman konusunda, önceden belirlenmiş belirli aralıklar veya envanter miktarının belirlenen bir düzeyin altına indiği zamanlar olmak üzere izlenebilecek iki ayrı yol bulunmaktadır. Aynı şekilde, belirlenen bu zamanlarda sipariş verilecek/üretim yapılacak miktar konusunda da, önceden belirlenmiş sabit bir değer kadar veya envanter miktarını belirli bir seviyeye çıkaracak kadar olmak üzere uygulanabilecek iki ayrı yol bulunmaktadır. Bu politikalarda kullanılan, S, s, R ve Q ifadeleri şunları ifade etmektedir:

S: Envanter pozisyonunun yükseltileceği düzey,

s: Envanter siparişinin verileceği veya üretim yapılacağı miktar (s'in altına düşünce sipariş verilir/üretim yapılır.),

R: Sipariş veya üretim zamanları arasındaki zaman aralığı,

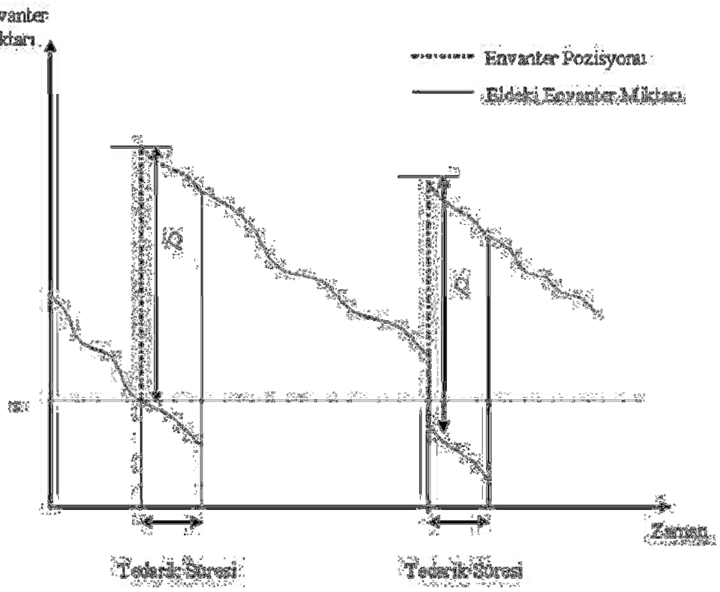
Q: Sipariş veya üretim miktarı,

2.2.1 Sürekli Takip Sistemleri *(Continuous Review Systems)*

İşletme içerisinde, envanter miktarının belirlenen bir düzeyin altına indiği zamanları sürekli gözlemleyebilmek için, bir önceki bölümde bahsedilen, sürekli takip sisteminin uygulanması gerekir. Sürekli takip sistemlerinde (s,Q) ve (s,S) olmak üzere iki temel envanter politikası bulunmaktadır (Blumenfeld, 2001: 106; Silver ve diğer., 1998: 237).

a) (s,Q) Politikası

Bu politika, planlama ufku sürecinde envanter pozisyonunun, daha önceden belirlenen s miktarına veya bunun altına düştüğü zamanlarda, sabit bir Q miktarı kadar tedarik yapılması şeklinde uygulanır. Uygulama olarak oldukça basittir, en önemli nokta s düzeylerinin dikkatle takip edilmesidir. Şekil l'de (s,Q) politikasının uygulaması gösterilmiştir.



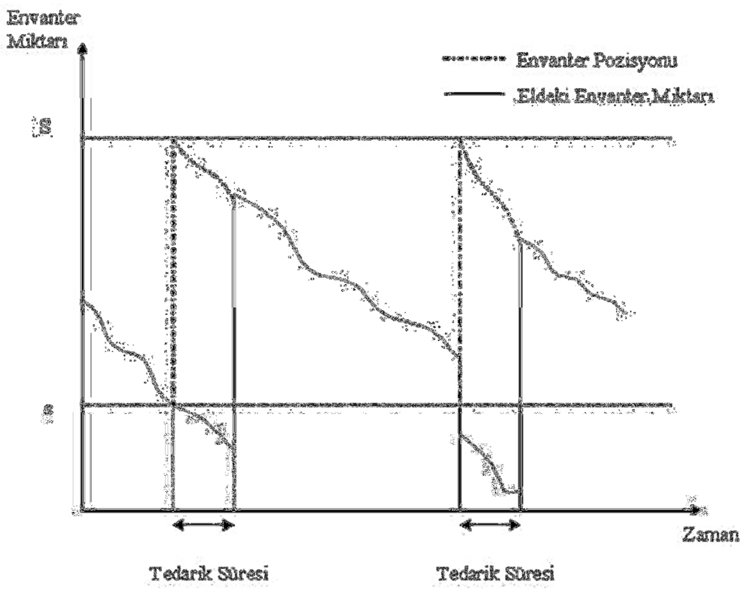
Şekil 1: (s,Q) Politikası

b) (s,S) Politikası

Bu politika, (s,Q) politikasına benzer bir politikadır. Fakat (s,Q) politikasından farklı olarak, planlama ufku sürecinde envanter pozisyonu belirlenen s miktarına veya bunun altına düştüğü zamanlarda, S düzeyine çıkartacak kadar tedarik yapılması şeklinde uygulanır. Dolayısıyla, sabit bir Q miktarı söz konusu değildir. Durağan talep durumunda, politika tarafından belirlenen s ve S parametreleri her dönem için aynı olacakır.

Talep bir birim büyüklüğünde gelirse, (s,Q) ve (s,S) politikaları birbirinin aynısı olacaktır. Bunun nedenini ise şöyle açıklamak mümkündür; (s,Q) politikasında talep birer birim büyüklüğünde geldiği için, envanter pozisyonu s'e düştüğünde, s + Q seviyesine çıkartılır. (s,S) politikasında, s + Q seviyesini S şeklinde yorumlamak mümkündür. Dolayısıyla, bu iki politikada, birim talep durumunda, envanter pozisyonu s'e düştüğünde, s + Q (S) seviyesine çıkartılır. Talep parti halinde geliyorsa, politikalar birbirinden farklı sonuçlar ortaya koyacaktır. Talebin parti halinde gelmesi durumunda, envanter pozisyonu birden s'in altına, örneğin s - q seviyesine düşebilir. Böyle bir durumda, (s,Q) politikası, envanter pozisyonunu s - q + Q seviyesine çıkarırken, (s,S) politikası envanter pozisyonunu diğer dönemlerde olduğu gibi sabit bir S (S - (s - q)) seviyesine çıkarır. Şekil

2'de (s,S) politikasının uygulaması gösterilmiştir.



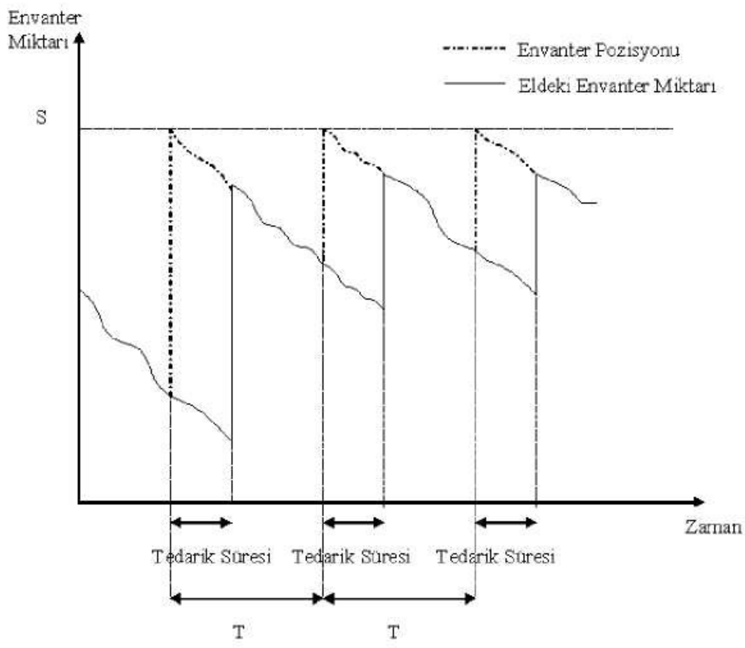
Şekil 2: (s,S) Politikası

2.2.2 Periyodik Takip Sistemleri *(Periodic Review Systems)*

Önceden belirlenmiş aralıklarla sipariş verme/üretim yapma yolunun seçilmesi durumunda, periyodik kontrol sisteminin uygulanması yeterli olmaktadır. Periyodik takip sistemlerinde (R,S) ve (R,s,S) olmak üzere iki temel envanter politikası bulunmaktadır (Blumenfeld, 2001: 106; Silver ve diğer., 1998: 237).

a) (R,S) Politikası

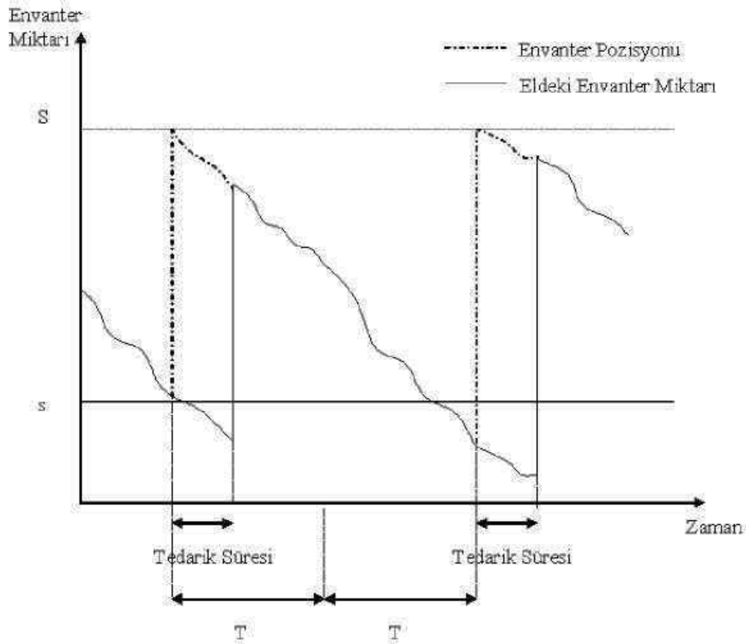
Bu politika çerçevesinde, önceden belirlenen her R aralığında bir envanter kontrolü yapılır. Yapılan bu kontrollerde, o andaki envanter pozisyonu belirlenir ve sonrasında envanter pozisyonunu S seviyesine çıkaracak kadar tedarik yapılır. Şekil 3'de (R,S) politikasının uygulaması gösterilmiştir.



Şekil 3: (R,S) Politikası

b) (R,s,S) Politikası

Bu politikada da, (R,S) politikasında olduğu gibi her R aralığında bir envanter kontrolü yapılarak, envanter pozisyonları belirlenir. Ancak, (R,S) politikasından farklı olarak, bu dönemlerde eldeki envanter miktarına bakılmaksızın envanter pozisyonu direkt olarak S seviyesine çıkarılmaz. Eğer, envanter pozisyonu s'in altına düşmüşse, envanter pozisyonunu S'e çıkaracak kadar sipariş verilir; aksi takdirde envanter pozisyonu s'in üstündeyse sipariş veya üretim emri verilmez. Dolayısıyla, (R,s,S) politikası, (s,S) politikasının periyodik versiyonu olarak görülebilir. Şekil 4'de (R,s,S) politikasının uygulaması gösterilmiştir.



Şekil 4: (R,s,S) Politikası

2.3 ENVANTER MODELLERİ

Bu bölümde, araştırmacılar tarafından geliştirilen EOQ ve Wagner Whitin olmak üzere iki temel envanter modeli ve bu çalışmada incelenmeyen ancak gelecek çalışmalara yol göstermesi açısından faydalı olacağı düşünülen Gazeteci Çocuk, Durağan Olmayan (s,S) ve Durağan Olmayan (R,S) modelleri hakkında bilgi verilmiştir.

2.3.1 Ekonomik Sipariş Miktarı Modeli *(Economic Order Quantity Model - EOQ Model)*

Harris (1915) tarafından geliştirilen EOQ modeli bütün envanter modelleri içerisinde en basit ve en önemli olanıdır (Nahmias, 1997: 222). Bu model kompleks sistemlerin analizi için temel teşkil etmektedir. Envanter modelleri oluşturulurken zorunlu olarak çeşitli varsayımların yapılması gerekmektedir, EOQ modelinin geçerli olabilmesi için kabul edilen varsayımlar şu şekildedir (Bartmann ve Beckmann, 1992: 2; Silver ve Peterson, 1985: 174; Winston, 2004: 848):

a. Talep deterministik ve statiktir.

b. Sipariş miktarı ve üretim düzeyi üzerinde kısıtlama yoktur.

c. Birim başına maliyetlerde, farklı durumlar için iskonto yapılmamaktadır.

d. Kurulum/sipariş, birim başına maliyet ve bulundurma maliyetleri sabittir.

e. Stoksuz kalmaya izin verilmemektedir.

f. Tedarik süresi 0'dır, dolayısıyla tedarik için beklenmemektedir. Ayrıca tedarik edilen miktarın tümü aynı zamanda ulaşmaktadır.

Model kapsamında,

K: Sipariş verme veya üretim yapmak için katlanılan sabit maliyetleri,

c: birim başına maliyeti,

h: birim zamanda bir birim ürünü tutma maliyetini ifade etmektedir.

Planlama ufkunun başında eldeki envanter miktarı 0 olarak başlanıldığı düşünüldüğünde, stoksuz kalmaya izin verilmediği için, başlangıç zamanında belirli bir miktar ürün tedarik edilmesi gerekmektedir. Q (optimal düzey) kadar sipariş verildiği kabul ediliğinde, $t = 0$ anında, tedarik süresi 0 olduğu için eldeki envanter miktarı birden Q seviyesine çıkmaktadır. Daha sonra dönem içinde, önceden bilinen ve sabit bir talep ile karşı karşıya kalınır. Talep sonucu eldeki envanter zamanla eriyecek ve bulundurma maliyetinin olması, stoksuz kalmaya izin verilmemesi, tedarik süresinin 0 olması gibi nedenlerle eldeki envanter miktarı O'a ulaştığı anda tekrar sipariş veya üretim emri vermek mantıklı olmaktadır. İkinci dönemde verilecek sipariş miktarı da tekrar Q kadar olur; çünkü aynı ilk dönem de olduğu gibi, döneme başlangıç envanter miktarı ve talep parametreleri aynıdır. İzleyen dönemlerde de süreç bu şekilde işlemekte, eldeki envanter miktarı 0'a düştüğünde, Q kadar sipariş verilmektedir.

EOQ modelinde amaç birim zaman başına düşen ortalama maliyeti minimize edecek Q miktarını bulmaktır. Her bir dönem için, sabit ve değişken maliyetlerin toplamı, *C(Q), Q'ya* bağlı bir fonksiyon olarak şu şekilde ifade edilebilir:

$$C(Q) = K + cQ \tag{3}$$

Birim zaman başına düşen maliyeti bulmak için, *C(Q),* dönem uzunluğu olan *R*'ye bölünmektedir. Her dönem tüketilen envanterin aynı *(Q* kadar) olduğu göz önünde bulundurulur, ayrıca gelen talebin sabit ve A'ya eşit olduğu kabul edilirse, *R* şu şekilde hesaplanabilir:

$$R = Q/\lambda \tag{4}$$

Tüm dönemler için, ortalama envanter seviyesi *Q/2* oranına eşittir, çünkü envanter seviyesi her dönemde doğrusal bir biçimde *Q* seviyesinden 0'a düşmektedir. Buradan, ortalama yıllık maliyet, *G(Q),* şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$\begin{aligned} G(Q) &= ((K + cQ)/R) + ((hQ)/2) = ((K + cQ)/(Q/\lambda)) + ((hQ)/2) \\ &= ((K\lambda)/Q) + (\lambda c) + ((hQ)/2) \end{aligned} \tag{5}$$

G(Q) fonksiyonunda yer alan üç bileşen sırasıyla, yıllık kurulum/sipariş maliyetlerini, yıllık değişken maliyetleri ve yıllık bulundurma maliyetlerini ifade etmektedir.

$$G^{'}(Q) = -K\lambda/Q^2 + h/2 \tag{6}$$

$$G^{''}(Q) = -K\lambda/Q^3 > 0, \;\; Q > 0 \;\; iken. \tag{7}$$

G(Q) fonksiyonunun ikinci türevi O'dan büyük olduğu için, bu fonksiyonun konveks bir yapıda olduğu söylenebilir. Dolayısıyla, *G (Q)* = 0 eşitliğini sağlayan *Q* değeri ekonomik sipariş miktarını göstermektedir. Kısaca, ekonomik sipariş miktarı, *Q*,* aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanabilir:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h}} \quad (8)$$

2.3.2 Wagner - Whitin Modeli

Wagner ve Whitin (1958), belirli varsayımlar altında, envanter problemleri için optimal politikayı gösteren algoritmayı geliştirmişlerdir. Bu varsayımlar şunlardır (Silver ve Peterson, 1985: 227):

a. Talep kesin olarak bilinmektedir, fakat her dönem için talep dağılımları, *D(j) j*=(1, 2,..., *N),*değişkenlik gösterebilir.

b. Tedarik edilen ürünler sadece dönem başlarında gelebilmektedir.

c. Birim başına maliyetlerde, farklı durumlar için iskonto yapılmamaktadır.

d. Tedarik süresi kesin olarak bilinmektedir, ayrıca tedarik edilen miktarın hepsi aynı zamanda ulaşmaktadır.

e. Stoksuz kalmaya izin verilmemektedir.

f. Planlama ufku sonlu sayıda dönemden oluşmaktadır.

Modelin algoritması bir dinamik programlama uygulaması şeklindedir ve sıralı karar problemlerini çözen matematiksel bir prosödür içerir (Silver ve Peterson, 1985: 227). Bir önceki dönemde verilen karar, direkt olarak sonraki dönemlerde verilecek kararları etkiler. Wagner ve Whitin tarafından belirlenen, optimal çözümde bulunması gereken iki özellik şunlardır:

a. Stokların yenilenmesi *(replenishment),* sadece envanter seviyesi 0'a düştüğü zamanlarda yapılabilir.
b. Bir dönemde yapılan sipariş, bir veya birden fazla dönemin talebini

karşılayacak şekilde yapılır. Ancak, taşıma maliyetleri olduğu için, çok ileriki dönemlerin taleplerini karşılamak üzere, şimdiden stok bulundurmak mantıklı olmayabilir.

Yukarıda yer alan iki özelliğinden dolayı, optimal çözüm en kısa yol problemi şeklinde formüle edilerek dinamik programlama yardımıyla bulunabilmektedir. Talep deterministik olduğu için, uygulanabilecek her türlü politikanın maliyeti kolaylıkla hesaplanabilir. Özellikle son dönemden başlayıp ilk döneme doğru geri gelerek, dinamik programlama yaklaşımıyla bu maliyetleri hesaplamak oldukça basittir. Tüm maliyetler hesaplandıktan sonra ise, Djikstra'nın (1959) en kısa yol algoritması kullanılarak optimal politika elde edilebilir.

2.3.3 GAZETECİ ÇOCUK MODELİ *(The Newsboy Model)*

Gazeteci çocuk modeli tek dönemli stokastik envanter modellerinden biridir. Tek dönemli bu tür modellerde temel amaç, fazla sipariş ve eksik sipariş dengesini iyi planlamaktır (Nahmias, 1997: 267, Porteus, 2002: 7). Dinamik programlama yaklaşımı ile çok dönemli olarak da uygulanabilmektedir. Çabuk bozulabilen yiyecek sektöründe ve gazeteler gibi yaşam ömrü kısa olan ürünlerde envanter planlaması için kullanılmaktadır. Modelin varsayımları şu şekildedir:

a. Dönem başında sadece tek tür ürün sipariş edilebilmektedir.

b. Talep, *D,* sürekli bir dağılımdan, *f(x)* yoğunluk fonksiyonuna ve *F(x)* kümülatif dağılım fonksiyonuna sahip, negatif değer alamayan rassal bir değişken şeklinde gelmektedir.

c. Bütün maliyetler dönem sonu kapanış envanteri üzerinden hesaplanabilmektedir.

Yukarıdaki varsayımlar altında, dönem sonunda elde kalan fazla envanter miktarı için birim maliyet, c_o ve dönem sonunda karşılanamayan talebe neden olan eksik envanter miktarı için birim maliyet, c_u şeklinde tanımlanarak; dönem başında alınacak envanter miktarına, *Q,* karar verilmeye çalışılmaktadır.

Dönem başında *Q* kadar sipariş edildiği ve dönem içinde *D* kadar talep geldiği durumda, *G(Q,D),* dönem sonu oluşacak toplam maliyeti ifade edecek şekilde tanımlandığında, eğer $Q > D$ ise, dönem sonunda $Q — D$ kadar envanter kalmakta, eğer $Q < D$ ise, dönem sonunda elde envanter kalmamaktadır. Dolayısıyla, dönem sonunda oluşacak toplam maliyet aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$G(Q,D) = c_o max(0, Q - D) + c_u max(0, D - Q) \tag{9}$$

$$G(Q) = E(G(Q,D)) \tag{10}$$

$$\begin{aligned} G(Q) &= c_o \int_0^\infty max(0, Q - x) f(x) dx + c_u \int_0^\infty max(0, x - Q) f(x) dx \\ &= c_o \int_0^Q (Q - x) f(x) dx + c_u \int_Q^\infty (x - Q) f(x) dx \end{aligned} \tag{11}$$

G(Q) fonksiyonunu tanımladıktan sonra amaç, bu fonksiyonu minimize eden *Q* değerini bulmaktır. Bunun için, *G(Q)* fonksiyonunun birinci ve ikinci türevlerine bakılması gerekmektedir.

$$\begin{aligned} \frac{dG(Q)}{dQ} &= c_o \int_0^Q 1 f(x) dx + c_u \int_Q^\infty (-1) f(x) dx \\ &= c_o F(Q) - c_u (1 - F(Q)) \end{aligned} \tag{12}$$

$$\frac{d^2G(Q)}{dQ^2} = (c_o + c_u) f(Q) \geq 0 \ \forall \ Q \geq 0 \tag{13}$$

G(Q) fonksiyonunun ikinci türevi, (13), negatif değer almadığı için, bu fonksiyon konvekstir denilebilir. Dolayısıyla, optimal çözüm, *Q**, *G{Q)* fonksiyonunun birinci türevinin O'a eşit olduğu yerde olacaktır.

$$G'(Q^*) = (c_o + c_u)F(Q^*) - c_u = 0 \tag{14}$$

$$F(Q^*) = \frac{c_u}{c_o + c_u} \tag{15}$$

Denklem (15)'de *F(Q*)*, talebin *Q** değerini geçmeme olasılığını ifade etmektedir; diğer bir ifadeyle, dönem başında *Q** kadar sipariş verildiğinde dönem içinde gelen tüm talebi karşılama olasılığını ifade etmektedir.

Dönem başında başlangıç envanter miktarı, *b*, 0'dan büyükse, optimal sipariş miktarında, *Q**, herhangi bir değişiklik olmayacaktır. Bu durumda $b < Q^*$ ise, $Q^* - b$ kadar sipariş vermek; $b > Q^*$ ise sipariş vermemek optimal politikalar olacaktır.

2.3.4 DURAĞAN OLMAYAN (s,S) MODELİ

Scarf (1959), elde tutma ve ceza maliyetlerinin doğrusal olması durumunda, durağan olmayan stokastik talep yapısı için, planlama ufku boyunca her dönem optimal politikanın (s,S) politikası olduğunu ispatlamıştır. Bu bölümde Scarf tarafından ortaya konulan çalışma anlatılmıştır. Söz konusu modelin varsayımları aşağıdaki şekildedir:

a. Planlama ufku içinde yer alan her dönemde talep olasılıksal olarak bilinmekte ve planlama ufku belirli sayıda dönemden oluşmaktadır.

b. Bulundurma ve bulundurmama maliyetleri dönem sonlarında, sipariş maliyetleri ise sipariş verilen dönem başlarında oluşmaktadır. Ayrıca, tedarik süresi yoktur, tedarik edilen her ürün dönem başlarında gelmektedir.

c. Bulundurma, bulundurmama ve birim maliyetleri doğrusaldır.

d. Karşılanamayan talep gecikmeli olarak teslim edilmekte, dolayısıyla yok satma durumu olmamaktadır.

e. Kurulum/sipariş maliyeti sabittir.

Genel olarak modelde, bulundurma, bulundurmama ve kurulum/sipariş maliyetleri olmak üzere üç tip maliyet bulunmaktadır. Bulundurma maliyetleri, dönem sonunda talep karşısında fazla gelen tedariğin fonksiyonu şeklinde ele alınmakta ve *h(.)* olarak ifade edilmektedir. Bulundurmama maliyetleri, dönem sonunda tedarikten fazla gelen talebin fonksiyonu şeklinde ele alınmakta ve *p(.)* olarak ifade edilmektedir. Son olarak, kurulum/sipariş maliyetleri ise, *c(z)* fonksiyonu ile ifade edilmektedir, fonksiyon içindeki *z* terimi tedarik edilen miktarı göstermektedir.

Tedarik edilen malların ulaşmasından sonra, stok seviyesinin *y* düzeyine çıkması durumunda, bu dönemde oluşacak bulundurma ve bulundurmama maliyetlerinin beklenen değeri şu şekilde hesaplanmaktadır: (φ talep dağılımının yoğunluğunu ifade etmektedir.)

$$L(y) = \begin{cases} \int_0^y h(y-\xi)\varphi(\xi)\,d\xi + \int_y^\infty p(\xi - y)\varphi(\xi)\,d\xi, & y \geq 0 \\ \\ \int_0^\infty p(\xi - y)\varphi(\xi)\,d\xi, & y < 0 \end{cases} \tag{16}$$

Envanter planının *n* dönemden oluştuğu ve başlangıç envanter miktarının *x* birim olduğu varsayılır-sa, tüm dönemler süresince hesaplanmış maliyetlerin beklenen değeri, $C_n(x)$, şu şekilde gösterilebilir: (İndirgeme faktörü, α, 0 ile 1 arasında değişmektedir.)

$$C_n(x) = \min_{(y \geq x)} \left\{ c(y-x) + L(y) + \alpha \int_0^\infty C_{n-1}(y-\xi)\varphi(\xi)\,d\xi \right\}, \tag{17}$$

Eğer, (17) numaralı denklemde yer alan $C_n(x)$ fonksiyonunu minimize eden değer *y* değeriyse ve bu değer $y_n(x)$ şeklinde *x'e* bağlı bir fonksiyon olarak gösterilirse, $y_n(x) — x$ optimal ilk tedarik miktarını verecektir.

Planlama ufkunun bir dönem (n = 1) ve kurulum/sipariş maliyetlerinin, $c(z) = cz$ şeklinde doğrusal bir fonksiyon olması durumunda, tek dönemlik envanter modeli için optimal politika $\bar{x}$ kadar tedarikte bulunmak olacaktır (Co = 0). Eğer, başlangıç envanter miktarı optimal sipariş miktarının altındaysa $(x < \bar{x})$ aradaki fark kadar $(x - \bar{x})$ tedarik yapılacak, aksi durumda ise $(x \geq \bar{x})$, herhangi bir tedarik yapılmayacakır. Çok dönemli envanter problemleri için de benzer bir durum söz konusu olacaktır. Bu durumda, her dönem için birbirinden farklı olabilen, x_1, x_2, … x_n şeklinde optimal sipariş düzeyleri bulunacaktır. Ancak, her dönem için elde edilen optimal sipariş düzeyi miktarlarının doğru olabilmesi için, *L(y)* fonksiyonunun konveks bir yapıda olması gerekmektedir. *L(y)* fonksiyonunun konveks olması için ise, bulundurma ve bulundurmama maliyet fonksiyonları, orjinde 0 değeri alan, konveks ve artan bir yapıda olmak zorundadır.

Kurulum/sipariş maliyetleri fonksiyonu, *c(z),* doğrusal bir yapıda değilse, model daha karmaşık bir hal alacaktır. Doğrusal olmayan maliyetin en basit şekli aşağıda verilmiştir:

$$c(z) = \begin{cases} 0 & z = 0 \\ K + cz & z > 0 \end{cases} \tag{18}$$

Yukarıdaki formülasyonda, *K* sabit üretim/sipariş maliyetini, c birim üretim/satın alma maliyetini, *z* ise üretilen ve/veya satın alınan miktarı ifade etmektedir. Yukarıdaki yapıda olduğu gibi, doğrusal olmayan üretim/sipariş maliyeti fonksiyonuna sahip tek dönemli bir modelde, çoğu kez optimal politika (s,S) çiftlerinden oluşmaktadır. Eğer $x < s$ ise, $(S - x)$ kadar sipariş verilir; $x > s$ ise, sipariş verilmez. Fakat tek dönemli modellerde (s,S) politikasının optimal olmadığı örnekler de vardır. Ancak, bulundurma ve bulundurmama maliyetleri aşağıdaki gibi doğrusal ise, diğer bir ifadeyle, *L(y)* fonksiyonu konveks bir yapıda ise, tek dönemli modelde optimal envanter politikası (s,S) şeklinde olacakır. Aşağıdaki formülasyonda, *h* birim elde bulundurma maliyetini, *p* birim bulundurmama maliyetini, *u* ise miktarı ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} h(u) &= hu \\ p(u) &= pu \end{aligned} \tag{19}$$

Scarf (1959) yaptığı bu çalışmada, her zaman ve ek bir koşul olmadan, maliyet fonksiyonları ((18), (19)) yukarıdaki şekilde olduğunda, envanter problemi için optimal politikanın, (s,S) tipinde olacağını ispatlamıştır.

Her zaman ve ek bir koşul olmadan, optimal politikanın (s,S) olduğu aşağıdaki fonksiyona, (20), dayanmaktadır.

$$G_n(y) = cy + L(y) + \alpha \int_0^{\infty} C_{n-1}(y-\xi)\varphi(\xi)\, d\xi \qquad (20)$$

Başlangıç envanter düzeyi x seviyesinde iken, rc'den büyük y envanter değerleri varsa ve bu değerlerden bazıları $G_n(x) > K + G_n(y)$ koşulunu sağlıyorsa, sipariş vermek optimal bir karar olacaktır. Diğer bir ifadeyle, böyle bir durumda $G_n(y)$ fonksiyonunu minimize eden ve $y > x$ özelliklerine sahip bir y envanter düzeyine kadar sipariş verilmelidir. Eğer $G_n(y)$ fonksiyonunu minimize eden y değerinin S_n olduğu bilinirse, s_n aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$G_n(s_n) = G_n(S_n) + K \qquad (21)$$

Bu durumda da (s_n,S_n) parametreleriyle tanımlanan politika optimal politika olacaktır. Ancak, G_n fonksiyonu her zaman tek bir minimum noktasına sahip değildir, bazı durumlarda birden fazla minimum ve maksimum noktalarına sahip olabilir. Scarf, G_n fonksiyonunun çok sayıda yerel maksimum ve minimum noktalarına sahip olduğu durumlarda bile, G_n fonsiyonunda meydana gelen bu salınımların, (s,S) politikasından sapmaya neden olacak kadar büyük olmayacağını ispatlamıştır.

Tanım: $K > 0$ ve $f(x)$ türevi alınabilen bir fonksiyon olmak üzere, $f(x)$ aşağıdaki eşitsizliği sağlıyorsa K-konvekstir (Scarf,1959: 199).

$$K + f(a+x) - f(x) - af'(x) \geq 0, \forall \text{ pozitif } a \text{ ve } \forall x \qquad (22)$$

K-konveks yapıda olan fonksiyonların bazı basit özellikleri şu şekildedir:

a. 0-konveksite, sıradan konveksiteyi ifade etmektedir.
b. Eğer $f(x)$ K-konveks ise, $f(x + h)$ bütün h değerleri için K-konvekstir.
c. Eğer f K-konveks ve g M-konveks ise, x ve y'nin pozitif olduğu durumlarda $xf + yg$, $(xK + y M)$ - konvekstir.

Dolayısıyla, eğer $L(y)$ fonksiyonu konveks ise, aşağıdaki eşitsizlik sağlanır.

$a \geq 0$ olmak üzere,

$$K + G_n(a + x) - G_n(x) - aG'_n(x) \geq 0 \tag{23}$$

(23) numaralı eşitsizliğin ispatı ise şu şekildedir; G_n fonksiyonunun K-konveks bir yapıda olabilmesi için, $G_1(x)$, $G_2(x)$, ... dizisinde yer alan fonksiyonların her birinin K-konveks olması gerekmektedir. $G_1(x)$ fonksiyonu $cx + L(x)$ toplamına eşittir ve $G_1(x)$ fonksiyonu 0-konveks, dolayısıyla K-konveks bir yapıdadır. Buradan, $G_{n+1}(x)$ fonksiyonunun K-konveks olduğunu ispatlamak için, $C_n(x)$ fonksiyonunun K-konveks olduğunun gösterilmesi yeterlidir.

$G_n(x)$ fonksiyonunun K-konveks olması sonucunda, n periyotluk bir problem için optimal politikanın (s,S) olacağı görülmektedir. Diğer bir ifadeyle, eğer S_n, $G_n(x)$ fonksiyonunun minimum seviyesi ise ve s_n, $K+G_n(S_n) = G_n(s_n)$ eşitliğini sağlayan $x,(x < S_n)$, değeri olarak tanımlanırsa, optimal politika $x < s_n$ olduğu durumda S_n'e kadar sipariş vermek, aksi durumda ise sipariş vermemek olacaktır. Dolayısıyla, $C_n(x)$ aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

Eşitlik (24) , $C_n(x)$ fonksiyonunun K-konveks bir yapıda olduğunun ispatlanabilmesi için kullanılacaktır. Aşağıda (22) 'deki notasyon kullanılarak, 3 değişik durum ele alınmıştır.

$$C_n(x) = \begin{cases} K + c(S_n - x) + C_n(S_n) = K - cx + G_n(S_n) & x < s_n, \\ \\ -cx + G_n(x) & x > s_n, \end{cases} \tag{24}$$

Durum 1: $x > s_n$

Bu aralıkta, $C_n(x)$, doğrusal bir fonksiyonla, K-konveks yapıda bir fonksiyonun toplamına eşit olduğu için K-konvekstir.

Durum 2: $x < s_n < x + a$

Bu durumda $C_n(x)$ fonksiyonunun aşağıdaki ifadeyi sağlaması gerekir:

$$K + C_n(x+a) - C_n(x) - aC_n'(x) \geq 0 \tag{25}$$

$$K + C_n(x+a) - C_n(x) - ac \geq 0 \tag{26}$$

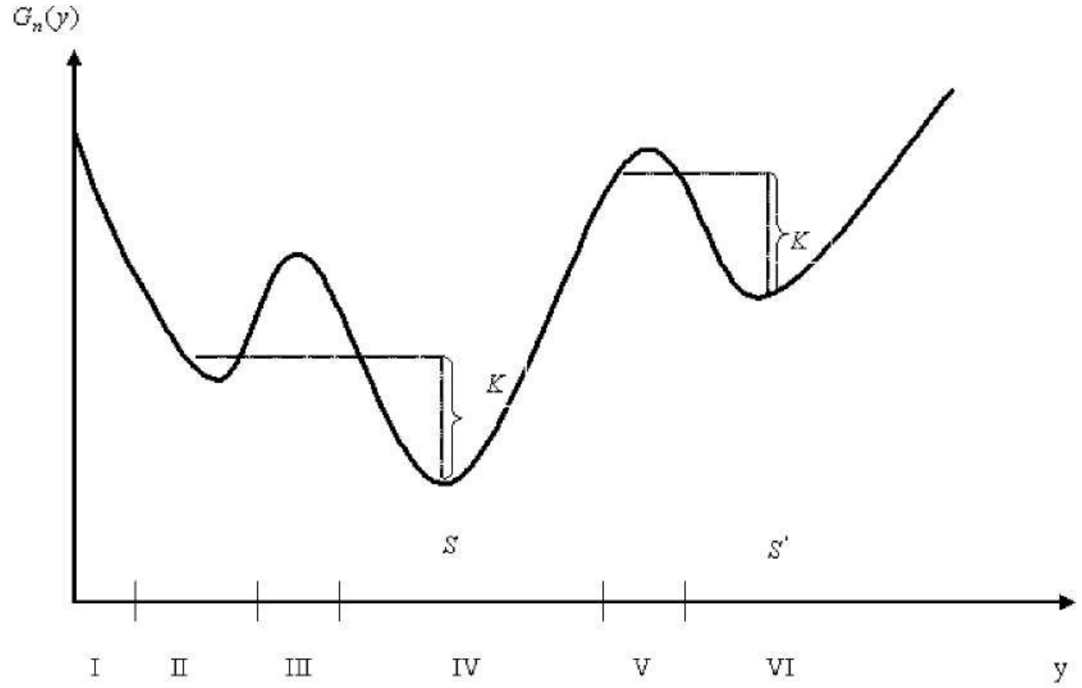
$$G_n(x+a) - G_n(S_n) \geq 0 \tag{27}$$

$G_n(x)$ fonksiyonunu minimize eden x değeri S_n olduğu için, bu ifadenin sağlandığı açıkça görülmektedir.

Durum 3: $x + a < s_n$

Bu aralıkta, $C_n(x)$ doğrusal ve dolayısıyla K-konvekstir. Bu üç durumun ayrı ayrı ele alınması ile birlite, C_n ve G_n fonksiyonlarının K-konveks bir yapıda olduğu ve dolayısıyla her dönem için optimal politikanın (s,S) olduğu ispatlanmıştır.

(23) numaralı eşitsizliğin, (s,S) politikasının optimalliğine işaret ettiğini anlamak için, $G_n(x)$ grafiğinin gösterildiği Şekil 5'i incelemek yararlı olacaktır.



Şekil 5: *G_n (x)* Grafiği

$G_n(x)$ grafiğine bakıldığında, bu grafiğin daha kompleks politikaların beklendiği bir durumu örneklendirdiği görülmektedir. G_n grafiğine göre, I aralığında S noktasına kadar sipariş verilecek, II aralığında sipariş verilmeyecek, III aralığında S noktasına kadar sipariş verilecek, IV aralığında sipariş verilmeyecek, V aralığında S' noktasına kadar sipariş verilecek, son olarak VI aralığında ise sipariş verilmeyecektir. Ancak, (23) numaralı eşitsizliğe göre, böyle bir grafik imkansızdır. III aralığında maksimum nokta x ve $x + a = S$ olmak üzere, böyle bir durumda, $G'_n\ (x) = 0$ olacaktır. Bu durumda, (23) numaralı eşitsizlik aşağıda verilen şekli alacaktır:

$$K + G_n(a + x) - G_n(x) >= 0 \qquad (28)$$

Yukarıdaki şekli alan eşitsizlik, verilen grafikle çelişmektedir, çünkü grafiğe bakıldığında $G_n(S)$ ile $G_n(x)$ arasındaki fark K'dan fazladır. Sonuç olarak hiçbir zaman, salınımlar arasındaki büyüklük K değerini aşamayacak, dolayısıyla bu salınımlar (s,S) politikasının optimalliğini engellemeyecektir. Aynı çıkarım S` noktası için de yapılabilir. Kısacası, (18) ve (19)'de verilen maliyet fonksiyonlarıyla, optimal politika her dönem için (s,S) tipinde olacaktır.

2.3.5 DURAĞAN OLMAYAN (R,S) MODELİ

Tarım ve Kingsman (2006) tarafından yapılan çalışmada, durağan olmayan stokastik talep altındaki envanter problemleri için, durağan olmayan (R,S) modeli geliştirilmiştir. Durağan olmayan (R,S) politikasında genel amaç, eşit olmak zorunda olmayan denetim aralıklarını *(replenishment time)* ve tedarik yapılacak dönemler için sipariş üst limitlerini *(order up to level)* planlama ufkunun başında belirleyip, beklenen toplam maliyeti minimize etmektir. Bu çerçevede, planlama ufku boyunca denetim aralığı ve sipariş üst limiti parametrelerini belirlemek amacıyla, maliyet fonksiyonunda yer alan doğrusal olmayan terimler için parça doğrusal yaklaşımlar yapılarak, bir karışık tamsayılı programlama modeli geliştirilmiştir.

Diğer envanter modellerinde olduğu gibi, durağan olmayan (R,S) modeli için de belirli varsayımlarda bulunulmuştur. Örneğin, talebin planlama ufku boyunca tüm dönemlerde normal dağılımdan rassal bir sayı şeklinde geldiği kabul edilmiştir. Bunun yanında envanter maliyetleri olarak, kurulum/sipariş, bulundurma, birim ve ceza maliyetleri olduğu kabul edilmiştir. Söz konusu varsayımlar altında, maliyet fonsksiyonunda yer alan doğrusal olmayan terimlerden dolayı model oldukça kompleks bir hal almaktadır. Parça doğrusal yaklaşımlar kullanılarak doğrusal olmayan model, karışık tamsayılı doğrusal programlama modeli haline çevrilmiştir. Geliştirilen bu modelin çözümü sonucunda, denetim aralıkları R^n ve sipariş üst limitleri S^n belirlenebilmektedir. Bu model sayesinde, stokastik ve durağan olmayan talebe sahip envanter problemleri için, planlama ufkunun başında siparişlerin zamanları açısından sabit bir program izlenebilmektedir, çünkü sipariş zamanları model tarafından planlama ufkunun başında $t = 0$ anında belirlenmektedir. Belirli varsayımlar altında, durağan olmayan (S,s) modeli optimal çözümü vermektedir, ancak sistem sinirliliği açısından ele alındığında durağan olmayan (S,s) modelinin oldukça kötü bir performans izleyeceği ortadır, çünkü $t = 0$ anında bu politika kullanıcıya sipariş zamanlarını net olarak verememektedir. Dolayısıyla, sistem sinirliliği bakımından durağan olmayan (R,S) modeli, durağan olmayan (S,s) modelinden daha başarılıdır.

Aşağıda stokastik talep durumunda, çok dönemli envanter problemleri için beklenen toplam maliyeti minimize etmeye yönelik genel formülasyon verilmiştir. Formülasyonun amacı, N döneme sahip bir envanter problemi için ne zaman ve ne kadar sipariş verileceğini belirlemektir. Herhangi bir t döneminde gelen talep, d_t, bilinen bir olasılık dağılım fonksiyonuna sahip, $g_t(d_t)$, rassal bir değişkendir ve dönem başlarında aniden oluşmaktadır. Ayrıca, farklı dönemlerde oluşan talepler birbirinden bağımsızdır ve farklı dönemlerde değişik talep ortalamaları olabilmektedir. Bir dönemden diğerine taşınan her birim envanter için, sabit bir bulundurma maliyeti, h, oluşmaktadır. Eğer talep oluştuğunda bunu karşılayacak yeterli envanter yoksa, bu talep gecikmeli teslim yoluyla daha sonraki ilk tedarikte yerine getirilmektedir ve geç teslim edilen her birim için, bulundurmama maliyeti, s, oluşmaktadır. Siparişin büyüklüğüne bakılmaksızın, her sipariş için sabit bir kurulum/sipariş maliyetine, a, katlanılmaktadır. Bunun yanında oransal bir birim maliyet, v, hesaba katılmaktadır. Ayrıca, başlangıç envanter seviyesi 0 olarak kabul edilmiş ve tedarik süresi modele katılmamıştır.

$$\mathrm{E\{TC\}} = \int_{d_1} \dots \int_{d_N} \sum_{t=1}^{N} (a\delta_t + vX_t + hI_t^+ + sI_t^-) g_1(d_1) \dots g_N(d_N) d(d_1) \dots d(d_N) \quad (29)$$

$$\text{s.t.} \quad (30)$$

$$X_t - M\delta_t \leq 0, \quad t = 1, \dots, N, \quad (31)$$

$$I_t = \sum_{i=1}^{t} (X_i - d_i), \quad t = 1, \dots, N, \quad (32)$$

$$I_t^+ = max(0, I_t), \quad t = 1, \dots, N, \quad (33)$$

$$I_t^- = -min(0, I_t), \quad t = 1, \dots, N, \quad (34)$$

$$X_t, \ I_t^+, \ I_t^- \geq 0, \quad I_t \in R, \quad \delta_t \in 0, 1, \quad t = 1, \dots, N, \quad (35)$$

dt : t döneminde gelen ve $g_t(d_t)$ olasılık dağılım fonksiyonuna sahip talep,

a : sabit sipariş maliyeti,

v : oransal birim maliyet,

h : oransal stok tutma maliyeti,

s : oransal bulundurmama maliyeti,

δ_t*:* t döneminde stok yenileme olduğunda 1 değerini, aksi durumda 0 değerini alan bir değişken,

I_t *:* t döneminin sonunda envanter seviyesi, $-\infty < I_t < +\infty$, $I_0 = 0$,

I_t^+*:* t döneminin sonunda diğer döneme taşınan fazla envanter miktarı, $0 < I_t^+$

I_t^-*:* t döneminin sonunda negatif envanter miktarı, $0 < I_t^-$,

X_t *:* t döneminde verilmiş sipariş sonucu aynı dönemde elde edilen sipariş miktarı, $0 < X_t$, *M* herhangi büyük bir sayı,

Durağan olmayan (R,S) modelinin çözümü sonucunda, envanter yenileme zamanları ve ilgili sipariş üst düzeyleri belirlenmektedir. *N* dönemden oluşan bir envanter problemi için, ilki $T_1 = 1$ ve en sonuncusu $T_{m+1} = N + 1$ olmak üzere m tane stok yenileme, T_1, T_2,..., T_m, $T_j > T_{j-1}$, olduğu düşünüldüğünde, toplam beklenen maliyet fonskiyonu, formül (29), formül (36) şeklinde ifade edilebilir.

$$\mathrm{E}\{\mathrm{TC}\} = \int_{d_1} \cdots \int_{d_N} \sum_{i=1}^{m} \sum_{t=Ti}^{Ti+1-1} (a\delta_t + vX_t + hI_t^+ + sI_t^-) g_1(d_1)...g_N(d_N)d(d_1)...d(d_N), \quad (36)$$

Formül (36)' de, siparişler, X_t, stok yenileme zamanları, T_1, T_2,..., T_m, dışında 0'a eşittir.

Herhangi bir *t* döneminde, *t* + 1 dönemine taşınan envanter miktarını, I_t , bulmak için *t* dönemi dahil olmak üzere bu döneme kadar gelen siparişlerin toplamından, yine *t* dönemi dahil olmak üzere bu döneme kadar gelen toplam talep çıkarılır.

$$I_t = \sum_{j=1}^{i} X_{Tj} - \sum_{k=1}^{t} d_k, \quad T_i \leq t < T_{i+1}, \quad i = 1, ..., m. \tag{37}$$

$$S_t = X_t + I_{t-1}, \quad t = 1, ..., N, \tag{38}$$

Herhangi bir *t* döneminde stok yenileme yoksa $(t \neq T_j$ ve $X_t = 0)$, S_t *t* dönemi için açılış stok seviyesini, eğer stok yenileme varsa $(t = T_i$ ve $X_t > 0)$, S_t,*t* dönemi için sipariş üst seviyesini ifade eder. Formulasyon (37)'den yola çıkıldığında, sipariş miktarları ve envanter düzeyleri ile ilgili aşağıdaki eşitliğe ulaşılır:

$$I_t = S_{T_i} - \sum_{k=T_i}^{t} d_k, \quad T_i \leq t < T_{i+1}, \quad i = 1, ..., m. \tag{39}$$

Denklemler (33), (34) ve (39)' den yola çıkıldığında ise, *t* dönemindeki envanter seviyeleri ile ilgili aşağıdaki iki denklem elde edilir:

$$I_t^+ = max(0, I_t) = max\left(0, S_{T_i} - \sum_{k=T_i}^{t} d_k\right), \quad T_i \leq t < T_{i+1}, \quad i = 1, ..., m, \tag{40}$$

$$I_t^- = -min(0, I_t) = -min\left(0, S_{T_i} - \sum_{k=T_i}^{t} d_k\right), \quad T_i \leq t < T_{i+1}, \quad i = 1, ..., m, \tag{41}$$

(40) ve (41) numaralı denklemlerde, S_{Ti}, deterministik bir karar değişkenidir; ancak I_t^+ ve I_t^- değişkenleri için, talep rassal bir bileşendir. Dolayısıyla, $D_{t1,t2} = \sum_{j=t1}^{t2} d^j$

olarak tanımlandığında, beklenen maliyet fonksiyonu, (36), T_i'den T_{i+1}'e (i = 1,..., m) m tane aralığın toplamı şeklinde ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} E\{TC\} &= \sum_{i=1}^{m}\left(a\delta_{T_i} + \sum_{t=T_i}^{T_{i+1}-1}\int_{d_{T_i}}\dots\int_{d_t}(hI_t^+ + sI_t^-)g_{T_i}(d_{T_i})\dots g_t(d_t)d(d_{T_i})\dots d(d_t)\right) + vI_N \\ &+ v\int_{D_{1,N}} D_{1,N} * g(D_{1,N})d(D_{1,N}), \end{aligned} \quad (42)$$

$$E\{TC\} = \sum_{i=1}^{m}\left(a\delta_{T_i} + \sum_{t=T_i}^{T_{i+1}-1} E\{C_{Ti,t}\}\right) + vI_N + v\int_{D_{1,N}} D_{1,N} * g(D_{1,N})d(D_{1,N}) \quad (43)$$

$E(C_{Ti,t})$ eşitliğinde I_t^+ ve I_t^- yerlerine yazılırsa, formülasyon şu şekli alır:

$$E\{C_{Ti,t}\} = \int_{d_{T_i}}\dots\int_{d_t}\left[hmax\left(0, S_{T_i} - \sum_{j=T_i}^{t} d_j\right) - smin\left(0, S_{T_i} - \sum_{j=T_i}^{t} d_j\right)\right]g_{T_i}(d_{T_i})\dots g_t(d_t)d(d_{T_i})\dots d(d_t). \quad (44)$$

Talepler, d_t, birbirinden bağımsız olduğu için, bunların toplamının yoğunluğu kendilerinin yoğunluklarının Fourier konvolüasyonlarına eşit olur (Tarım ve Kingsman, 2006: 5). Dolayısıyla, denklem (44) şu şekilde ifade edilebilir:

$$E\{C_{Ti,t}\} = \int_{-\infty}^{S_{T_i}} h(S_{T_i} - D_{T_i,t}) * g(D_{T_i,t})d(D_{T_i,t}) - \int_{S_{T_i}}^{\infty} s(S_{T_i} - D_{T_i,t}) * g(D_{T_i,t})d(D_{T_i,t}) \quad (45)$$

Yukarıdaki formülasyondan, *$E(C_{Ti,t})$*nin, tek dönemlik envanter problemi için beklenen maliyet fonksiyonu olduğu görülmektedir. Formülasyonda, S_{Ti} ninci kontrol dönemi, T_i, için sipariş üst düzeyini ve $(S_{Ti} - D_{Ti,t})$ ise, tek dönem için dönem sonu envanter düzeyini ifade etmektedir.

Basitleştirmek adına, denklem (45) 'deki *Ti* ve *t* alt indisleri kaldırıldığında, tek dönemlik beklenen maliyet modeli, bulundurma ve ceza maliyetleri olmak üzere iki bileşenden oluşarak şu şekli alır:

$$E\{C\} = \int_{-\infty}^{S} (S-D)g(D)d(D) - s\int_{S}^{\infty} (S-D)g(D)d(D) \tag{46}$$

Dönem boyunca ortalama talep, μ, ve stokastik bileşenin, 0 ortalama, σ^2 varyans ve $\Phi(x,\sigma)$ dağılıma sahip normal dağılan rassal bir değişken, *x,* olduğu kabul edildiğinde, beklenen maliyetler şu şekilde yeniden ifade edilebilir:

$$E\{C\} = \int_{-\infty}^{S-\mu} (S-\mu-x)\phi(x;\sigma)dx - s\int_{S-\mu}^{\infty} (S-\mu-x)\phi(x;\sigma)dx \tag{47}$$

Denklem (47) yeniden düzenlendiğinde, aşağıdaki iki alternatif denklem elde edilmektedir:

$$E\{C\} = h(S-\mu) - (h+s)(S-\mu)\int_{S-\mu}^{\infty} \phi(x;\sigma)dx + (h+s)\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{-(S-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \tag{48}$$

$$E\{C\} = -s(S-\mu) - (h+s)(S-\mu)\int_{-\infty}^{S-\mu} \phi(x;\sigma)dx + (h+s)\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{-(S-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \tag{49}$$

Denklem (48)'de, $h(S - \mu)$ terimi, beklenen fazla kapanış envanteri için bulundurma maliyetini, diğer iki terimse kapanış envanteri pozitif olduğunda, stokastik düzensizliklerden kaynaklanan beklenen maliyetleri ifade etmektedir. Aynı şekilde, denklem (49)'de yer alan, $-s(S - \mu)$ terimi, beklenen gecikmeli teslimler için ceza maliyetini, geri kalan iki terim ise, kapanış envanteri negatif olduğunda, stokastik düzensizliklerden kaynaklanan beklenen maliyetleri ifade etmektedir. Dolayısıyla, tek dönemlik beklenen envanter maliyeti, dönem sonu beklenen envanter ile stokastik bileşenin etkilerinin toplamından oluşur. İki denklemde de üçüncü terimler birbirinin aynısıdır, bu yüzden üçüncü terimler karşılaştırmadan çıkarılmıştır.

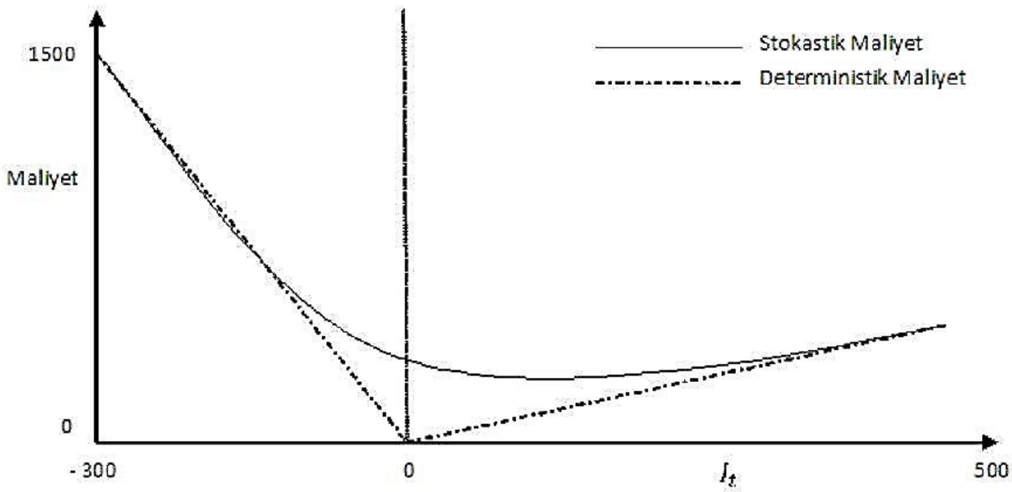
$$\left\{\begin{array}{ll} -(h+s)(S-\mu)\int_{S-\mu}^{\infty}\phi(x;\sigma)dx & S\geq\mu \\ (h+s)(S-\mu)\int_{-\infty}^{S-\mu}\phi(x;\sigma)dx & S\leq\mu \end{array}\right\} = -(h+s)|S-\mu|\int_{|S-\mu|}^{\infty}\phi(x;\sigma)dx \quad (50)$$

Dağılımın normal ve dolayısıyla simetrik olduğu kabul edildiği için, denklem (50), stokastik maliyet bileşeninin kapanış envanteri büyüklüğünün fonksiyonu olduğunu göstermektedir. Genel olarak stokastik maliyet bileşeninin tamamı şu şekildedir:

$$-(h+s)|S-\mu|\int_{|S-\mu|}^{\infty}\phi(x;\sigma)dx + (h+s)\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{-(S-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (51)$$

Şekil 6, deterministik ve stokastik durumlar için, tek dönemlik envanter maliyet fonksiyonunun biçimini göstermektedir.

$\Phi(k,\sigma)=\int_{-\infty}^{k}\phi(x,\sigma)dx$ ise, stokastik maliyet bileşeni şu şekilde yazılabilir:



Şekil 6: Deterministik ve Stokastik Durumlar İçin Maliyet Fonksiyonları (h=l,s=5,<r=100)

$$-(h+s)|S-\mu|+(h+s)|S-\mu|\Phi(|S-\mu|,\sigma)+(h+s)\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{-(S-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (52)$$

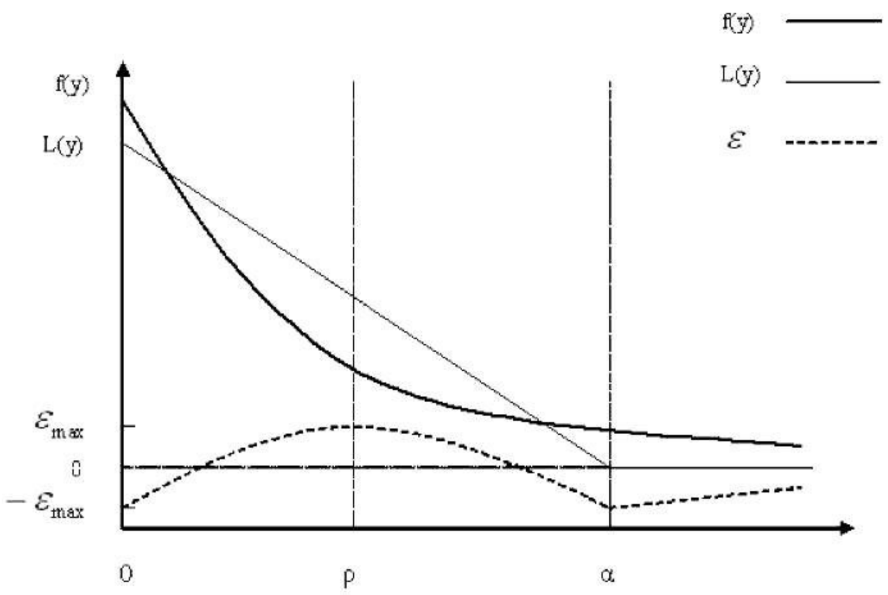
Tek dönemlik envanter maliyetlerinin stokastik bileşeni, $y = \backslash S - \mu| / \sigma$ şeklinde bir değişken tanımlandığında, şu şekilde yazılabilmektedir:

$$\sigma(h+s)(-y+y\Phi(y)+\Phi(y)) = \sigma(h+s)f(y) \quad (53)$$

Denklem (53), stokastik talebin standart deviasyonu, envanter maliyetlerinin toplamı ve normalize edilmiş beklenen kapanış envanteri büyüklüğünün bir fonksiyonunun çarpımıyla oluşmaktadır. Stokastik maliyet bileşeni, *σ(h + s)f(y),* kolay işlenebilir bir ifade olmadığı için, *f(y)* bileşenine aşağıdaki şekilde bir parça doğrusal yaklaşımı geliştirilmiştir.

$$L(y) = \begin{cases} \beta(1-y)/\alpha & y \leq \alpha \\ 0 & y > \alpha \end{cases} \quad (54)$$

Değişkenlerden biri olan *y,* herhangi bir değer alabilmektedir. Burada analizin amacı, S_t için en iyi değerleri bulabilmektir. Dolayısıyla, y'nin alabileceği her olası değer için, mantıklı bir yaklaşım gereklidir. Şekil 7'de, örnek olarak *f(y)* ve doğrusal yaklaşım *L(y)* fonksiyonları gösterilmektedir. İki fonksiyonun aldığı değerler arası fark, e = *L(y) — f (y)* ve ε = |e| şeklinde ifade edildiğinde, en yüksek e değerleri *y* = 0, α (parça doğrusal yaklaşımın kırılma noktası) ve *p* noktalarında olmaktadır. Aradaki bu farkı minimize etmeye yönelik farklı derivasyonlardan sonra, (48). ve (49). denklemler yerine, tek dönemlik beklenen envanter maliyetleri aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:



Şekil 7: Parça Doğrusal Yaklaşım

$$E\{C\} = \begin{cases} h(S-\mu) + max(0,(h+s)(0.362\sigma - 0.260|S-\mu|)), & S \geq \mu \\ -s(S-\mu) + max(0,(h+s)(0.362\sigma - 0.260|S-\mu|)), & S < \mu \end{cases} \tag{55}$$

Tek dönemlik envanter modelinde toplam envanter maliyetleri, beklenen dönem sonu envanter maliyetiyle, stokastik düzensizlik maliyetlerinden oluşmaktadır. Stokastik düzensizlik etkisi, beklenen dönem sonu envanter miktarına ve gelen talebin standart sapmasına bağlı olarak değişmektedir. Denklem (55)'den yola çıkıldığında, *E{*$C_{Ti,t}$*}* için doğrusal yaklaşım şu şekilde olacaktır: *(*S_{ti}, sipariş üst limitini, T_i ise i'ninci denetim dönemini ifade etmektedir.)

$$E\{C_{T_i,t}\} = \begin{cases} h(S_{T_i} - \tilde{D}_{T_i,t}) + max(0,(h+s)(0.362\sigma_{T_i,t} - 0.260|S_{T_i} - \tilde{D}_{T_i,t}|)), & S_{T_i} \geq \tilde{D}_{T_i,t} \\ -s(S_{T_i} - \tilde{D}_{T_i,t}) + max(0,(h+s)(0.362\sigma_{T_i,t} - 0.260|S_{T_i} - \tilde{D}_{T_i,t}|)), & S_{T_i} < \tilde{D}_{T_i,t} \end{cases} \tag{56}$$

Yukarıdaki formülasyonda, $D_{Ti,t} = \sum_{j=Ti}^{t} d^j$ terimi, T_i döneminden t dönemine kadar (t dönemi dahil) beklenen kümülatif talebi, dj, j döneminde tahmin edilen ortalama talebi ve $\sigma_{Ti,t}$ ise kümülatif talebin standart sapmasını ifade etmektedir.

Herhangi bir t dönemi sonunda beklenen fazla envanter, $I_t^+ = max(0, I_t)$ ya da $I_t^+ = S_{Ti} - D_{Ti,t}$ eğer $S_{Ti} \geq D_{Ti,t}$, $t = 1,\ldots, N$ ve beklenen eksik envanter ise, $I_t^- = -min(0, I_t)$ ya da $I_t^- = D_{Ti,t} - S_{Ti}$ eğer $S_{Ti-L} \geq D_{Ti,t}$, $t = 1,\ldots, N$, şeklinde hesaplanabilir.

Her iki I_t^+ , I_t^- terimleri de negatif değer alamayan değişkenlerdir, ayrıca ikisi de aynı anda 0 olmayan bir değer almamalıdır. Aşağıdaki üç koşulu sağlayan, I_t^+ , I_t^- terimleri, her ikisinin de aynı anda 0 olmayan bir değer almasını engellemektedir. Dolayısıyla, her iki terimde aynı anda 0 olmayan bir değer alamayacağı için, denklem (56) şu şekilde yeniden ifade edilebilir:

$$E\{C_{T_i,t}\} = h\tilde{I}_t^+ + s\tilde{I}_t^- + max(0, (h+s)[0.362\sigma_{T_i,t} - 0.260(\tilde{I}_t^+ + \tilde{I}_t^-)]) \qquad (57)$$

Yukarıdaki ifade de, stokastik maliyet terimi, sürekli ve negatif değer almayan bir değişken, $Q_{Tl,\,t}$ kullanılarak ifade edilebilir.

$$E\{C_{T_i,t}\} = h\tilde{I}_t{}^+ + s\tilde{I}_t{}^- + Q_{T_i,t} \qquad (58)$$

Bu durumda, denklem (43)'ten yola çıkarak, toplam beklenen maliyetler, değişkenlerin doğrusal toplamı şeklinde yazılabilir.

$$E\{TC\} = v\tilde{I}_N + v\tilde{D}_{1,N} + \sum_{i=1}^{m} \sum_{t=T_i}^{T_{i+1}-1} (a\delta_t + h\tilde{I}_t{}^+ + s\tilde{I}_t{}^- + Q_{T_i,t}) \qquad (59)$$

Böylelikle, başlangıçta stokastik durumda olan amaç fonksiyonu, dönem sonu beklenen stok seviyesi temel alınarak, eşdeğer ve deterministik bir hala getirilmiştir.

Herhangi bir t dönemi sonunda beklenen envanter seviyesi, I_t şu şekilde basitçe ifade edilebilir:

$$\tilde{I}_t = S_t - \tilde{d}_t, \quad t = 1, ..., N \qquad (60)$$

Eğer t döneminde sipariş gelmediyse, S_t, S_{t-1} değerine eşit olmak zorundadır; bu da aşağıdaki iki doğrusal eşitsizlik sayesinde sağlanmaktadır.

$$\left.\begin{array}{l} S_t \geq \tilde{I}_{t-1} \\ S_t \leq M\delta_t + \tilde{I}_{t-1} \end{array}\right\} \quad t = 1, ..., N \qquad (61)$$

Yukarıdaki eşitsizliklerde M, çok büyük bir pozitif sayıyı ifade etmektedir. Eğer $\delta = 0$ ise, S_t, I_{t-1}'e eşit olmak zorundadır, çünkü bu durumda yukarıdaki iki eşitsizlik $S_t \leq I_{t-1}$ ve $S_t \geq I_{t-1}$ şeklini alacaktır. Aksi durumda, $\delta = 1$ ise, S_t, I_{t-1} değerine eşit veya bundan büyük herhangi bir sipariş üst limiti olacaktır. Planlama ufku içinde, $\delta = 1$ olan t dönemleri, stok denetiminin yapıldığı ve siparişin verildiği dönemler olmaktadır. İstenen açılış stok seviyeleri ise, $\delta = 1$ durumundaki, S_t değerleri olacaktır.

Amaç fonksiyonunda, (59), $Q_{Tt,t}$ faktörü, T_i dönemindeki stok denetim zamanından t dönemine kadar yer alan dönemlerin standart sapmalarına bağlı olan, stokastik maliyet elemanını temsil etmektedir. Dolayısıyla, stokastik bu terimi belirlemek için, öncelikle denetim zamanları, T, belirlenmelidir. Ancak, T_i zamanlarını belirlemek için, uygun standart sapma değerlerinin bilinmesi gerekmektedir, en son hangi zaman sipariş verildiğini bilmeden de standart sapmalar hesaplanamaz. Burada açık bir sirkülasyon durumu söz konusudur. Tarım ve Kingsman (2004) yapmış oldukları çalışmayla, karışık tam sayı doğrusal programlama modeli geliştirerek bu problemi çözmüşlerdir. Geliştirilmiş olan bu yaklaşım burada da kullanılmıştır.

Kümulatif talebin standart sapması, $t - j+1$ döneminden başlayarak t dönemine kadar (t dahil), ζ_{tj} şeklinde ifade edilirse, planlama ufkunun sonlu (N) olmasından dolayı, her durum için standart sapmaları hesaplamak mümkündür. Eğer P_{tj} şeklinde, en son firmaya ulaşan siparişin $t - j + 1$ döneminde verilmesi durumunda 1 ve başka zamanlarda verilmesi durumunda 0 değerlerini alabilen bir değişken tanımlanırsa, standart sapmalar şu şekilde ifade edilebilir:

$$\sigma_{T_i,t} = \sum_{j=1}^{t} P_{tj}\xi_{tj}, \quad t = 1, \ldots, N \tag{62}$$

Yukarıdaki eşitlikte, $P_{tj} = 1$, stok denetiminin 1.periyotta yapıldığını ve en son alınan siparişin 1. dönemde verildiğini ifade etmektedir. $P_{t1} = 1$ ise, stok denetiminin t döneminde yapıldığını ve en son alınan siparişin t döneminin başında verildiğini ifade etmektedir. Aynı zamanda, t döneminden önce en fazla bir tane en son alınmış sipariş bulunmalıdır. Bu yüzden, P_{tj} aşağıdaki eşitsizliği sağlamalıdır.

$$\sum_{j=1}^{t} P_{tj} = 1, \quad t = 1, \ldots, N \tag{63}$$

Herhangi bir t döneminden önce, en son alınan sipariş zamanını net olarak belirlemek için aşağıdaki üç durum da gereklidir.

a. Eğer $\delta_{t-j+1} = 1$ ve $\sum_{k=t-j+2}^{t} \delta_k = 0$ $i$se $P_{tj} = 1$ olmalıdır. Bu durumda, $t - j + 1$, $t$döneminden önce en son stok denetim zamanıdır.
b. Eğer $\delta_{t-j+1} = 0$ ve $\sum_{k=t-j+2}^{t} \delta_k = 0$ ise, $P_{tj} = 0$ olmalıdır, çünkü t döneminden önce en son stok denetim, $t - j + 1$ döneminden daha önce bir zamanda yapılmış olmalıdır
c. Eğer $\delta_{t-j+1} = 1$ ve $\sum_{k=t-j+2}^{t} \delta_k \geq 1$ ise, $P_{tj} = 0$ olmalıdır, çünkü t döneminden önce diğer denetimler, $t - j + 1$ döneminden sonra yapılmış olmalıdır.

Yukarıda yer alan üç durum, (63) numaralı denklem ve aşağıdaki tek bir kısıtla sağlanmaktadır.

$$P_{tj} \geq \delta_{t-j+1} - \sum_{k=t-j+2}^{t} \delta_k, \quad t = 1, ..., N, \quad j = 1, ..., t \tag{64}$$

$$Q_t \geq \begin{cases} (h+s)(0.362 \sum_{j=1}^{t} P_{tj}\xi_{tj} - 0.260(\tilde{I}_t^+ + \tilde{I}_t^-)) \\ 0 \end{cases} \quad t = 1, ..., N \tag{65}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{t=T_i}^{T_{i+1}-1} Q_{T_i,t} = \sum_{t=1}^{N} Q_t \tag{66}$$

$$E\{TC\} = v\tilde{I}_N + v\tilde{D}_{1,N} + \sum_{i=1}^{N} (a\delta_t + h\tilde{I}_t{}^+ s\tilde{I}_t{}^- + Q_t) \tag{67}$$

Geliştirilmiş olan bu model sayesinde, minimum beklenen toplam maliyetle, denetim zamanları ve sipariş miktarları belirlenebilmektedir. Modelde amaç, δ_t, t = 1,..., N ve P_{tj}, t = 1,..., N tamsayı değişkenler, I_t^+ , I_t^- ve Q_t, t = 1, …, N negatif değer almayan sürekli değişkenler, I_t ve S_t, t=1,…, N kısıtlanmamış sürekli değişkenler için, amaç fonksiyonunu (67) yukarıda değinilen kısıtları sağlayarak minimize edecek değerleri bulmaktır. Aşağıda durağan olmayan stokastik talep durumunda kullanılmak üzere geliştirilen, durağan olmayan (R,S) modeli tüm kısıtları ve amaç fonksiyonuyla birlikte verilmiştir.

$$E\{TC\} = v\tilde{I}_N + v\tilde{D}_{1,N} + \sum_{i=1}^{N}(a\delta_t + h\tilde{I}_t^{\,+} + s\tilde{I}_t^{\,-} + Q_t), \tag{68}$$

s.t. (69)

$$\tilde{I}_t = S_t - \tilde{d}_t, \;\; t = 1, ..., N, \tag{70}$$

$$S_t \geq \tilde{I}_{t-1}, \;\; t = 1, ..., N, \tag{71}$$

$$S_t \leq M\delta_t + \tilde{I}_{t-1}, \;\; t = 1, ..., N, \tag{72}$$

$$\tilde{I}_t^+ \geq \tilde{I}_t, \;\; \tilde{I}_t^{\,-} \geq -\tilde{I}_t, \;\; \tilde{I}_t - \tilde{I}_t^+ + \tilde{I}_t^{\,-} = 0, \;\; t = 1, ..., N, \tag{73}$$

$$\sum_{j=1}^{t} P_{tj} = 1, \;\; t = 1, ..., N, \tag{74}$$

$$P_{tj} \geq \delta_{t-j+1} - \sum_{k=t-j+2}^{t} \delta_k, \;\; t = 1, ..., N, \;\; j = 1, ..., t, \tag{75}$$

$$Q_t \geq (h+s)\left(0.362\sum_{j=1}^{t} P_{tj}\xi_{tj} - 0.260(\tilde{I}_t^+ + \tilde{I}_t^-)\right), \;\; t = 1, ..., N, \tag{76}$$

$$Q_t, \tilde{I}_t^+, \tilde{I}_t^- \geq 0, \;\; -\infty < S_t, \;\; \tilde{I}_t < +\infty, \;\; \delta_t, P_{tj} \in \{0, 1\} \tag{77}$$

Yukarıdaki modelde, stok denetim zamanları, $\delta_i = 1$ için ilgili sipariş üst limitleri S_i şeklinde verilmiştir. Modelde, tek kırılma noktası ele alınarak stokastik maliyet terimi için, parça doğrusal yaklaşımında bulunulmuştur. Yeni kırılma noktaları eklenerek, yaklaşımın doğruluğu daha da arttırılabilir.

3. STOKASTİK PROGRAMLAMA

Stokastik programlama literatürü incelendiğinde, teoride ve çeşitli uygulama alanlarında 1950'lerin ikinci yarısından günümüze kadar çok sayıda çalışma yapıldığı görülmektedir. Dantzig'in belirsizlik altında optimizasyonu gündeme getirmesi ve izleyen süreçte yine Dantzig'in Madansky ile beraber belirsizlik altında optimizasyonla ilgili çalışmaları stokastik programlama yöntemleri üzerinde ilgi doğurmuştur (Dantzig, 1955).

Günümüze gelene kadar stokastik programlama alanında çalışan araştırmacılar tarafından birçok teori ve uygulama çalışması raporlanmıştır. Kall ve Wallace tarafından 1994 yılında yayınlanan *"Stochastic Programming"* kitabı bu alanda en büyük eksik olan ders kitabı boşluğunu doldurmuştur. Ayrıca Birge ve Louveaux'nun 1997 yılında yayınladığı "*An Introduction to Stochastic Programming"* adlı kitap konuya yeni giriş yapmak için ideal bir kaynak olarak önerilmektedir.

Yine stokastik programlamanın teorisi ve uygulamalarının ele alındığı (Prekopa, 1995) konu üzerinde yazılmış ders kitabı niteliğinde temel bir referanstır. Her üç kitap da olgunlaşma sürecini tamamlamış ve konuyu öğrenmek için ilk önerilen başvuru kaynaklarından olma özelliğini kazanmış eserlerdir. Günümüze gelene kadar stokastik programlamanın teorisinin yanında başta finans, tedarik zinciri yönetimi, enerji üretim ve dağıtım sistemleri gibi birçok alanda uygulanan modelleri ele alan çok sayıda makale yayınlanmış olup belirli konu başlıkları altında değişik yazarların çalışmalarının toplandığı derleme yayınlar da mevcuttur. Örneğin; SIAM (Society for Industrial and Applied Mathematics) tarafından yayınlamış olan stokastik programlamanın değişik endüstri dallarındaki uygulamalarını ele alan "*Handbooks in Operations Research*" serisinin stokastik programlamaya ayrılmış bir sayısı mevcuttur (Wallace ve Ziemba, 2003). Ayrıca stokastik programlamanın finansal yönetim, risk yönetimi ve aktüerya uygulamalarının yer aldığı çok sayıda makale ve derleme yayın da literatürde vardır (Ziemba ve Vickson, 1975 ; Ziemba and Mulvey, 1998). Görüldüğü gibi stokastik programlama belirsizlik altında optimizasyonun gerekli olduğu her durumda araştırmacıların ilgisini çekmiş bir yöntemdir.

3.1 STOKASTİK PROGRAMLAMA NEDİR ?

Stokastik programlama genel olarak belirsizlik altında karar vermek için kullanılabilecek matematiksel programlama modellerini kapsayan bir yöntemdir (Wallace ve Ziemba, 2003). Matematiksel programların bir ya da daha çok bileşeninin stokastik parametre ile ifade edilebildiği durumlarda bu modeller ancak stokastik programlar olarak modellenebilir.

Aslında stokastik programlama; belirsizliği matematiksel modele dahil edebildiği için matematiksel programlama ile karar verme modellerini bir araya getiren bir yaklaşımdır (Bienstock ve Shapiro, 1988).

Genel doğrusal programlama modeli bilindiği üzere amaç fonksiyonu ve çözüm kümesi üzerindeki kısıtlardan oluşan aşağıdaki gibi doğrusal bir sistemdir.

$$\left.\begin{array}{lccccccccc} min & \{c_1x_1 & + & c_2x_2 & + & \cdots & + & c_nx_n\} & & \\ s.t. & & & & & & & & & \\ & a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ & a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ & \vdots & & \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\ & a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \\ & & & & & x_1, x_2, & \ldots & , x_n & \geq & 0 \end{array}\right\} \quad (1)$$

Matris - vektör notasyonu kullanılarak yukarıdaki ifade aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$\left.\begin{array}{lccc} min & c^T x & & \\ s.t. & Ax & = & b \\ & x & \geq & 0 \end{array}\right\} \quad (2)$$

Gerçek hayat problemlerini modelleyebilmek için lineer programlama modelinin dışına çıkmak gerekebilir. En genel ifade ile genel bir matematiksel programlama modeli şöyle bir matematiksel programdır:

$$\left.\begin{array}{lrcl} min & g_0(x) & & \\ s.t. & g_i(x) & \leq & 0, \quad i=1,2,\ldots,m \\ & x & \in & X \end{array}\right\} \qquad (3)$$

Yukarıda tanımlanan model $g_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}, i = 0,1,\ldots,m$ fonksiyonları ve X kümesinin özelliklerine göre değişik bir nitelik kazanacaktır. Eğer;

a. X kümesi konveks (dışbükey) polihedral bir küme ve $g_i, i = 1,2,\ldots,m$ fonksiyonları konveks ise bu program *doğrusal(lineer)* bir programdır.

b. $g_i, i = 1,2,\ldots,m$ fonksiyonlarından en az bir tanesi doğrusal olmayan bir fonksiyon ise veya X kümesi konveks polihedral bir küme değilse bu matematiksel program *doğrusal olmayan* bir matematiksel programdır.

Doğrusal olmayan programlar;

a. eğer $X \cap \{x \mid g_i(x) \leq 0, i = 1,2,\ldots,m\}$ kümesi konveks bir küme ve $g_o x$ fonksiyonu konveks ise *konveks;*

b. eğer $X \cap \{x \mid g_i(x) \leq 0, i = 1,2,\ldots,m\}$ kümesi veya g_0 amaç fonksiyonu konveks değilse *non-konveks* olarak adlandırılır.Bu sınıfa giren problemler *global optimizasyon* problemleri olarak da anılmaktadır.

Yukarıdaki sınıflandırmaya göre; matematiksel programlama modellerinde eğer $x_i, i = 1,2,\ldots n,$ değişkenlerinin tamamı veya bir kısmı tam sayı değerler alıyorsa bu modeller *tamsayılı veya karışık tamsayılı (MIP)* programlar olarak tanımlanır.

Optimize etmeye çalıştığımız fonksiyonun konvekslik özelliklerini iyi incelememiz çok önemlidir.Herhangi iki x_1 ve x_2 noktası için bir $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ fonksiyonu:

a. $f(\alpha x_1 + (1-\alpha)x_2) \leq \alpha f(x_1) + (1-\alpha)f(x_2) \forall \alpha \in (0,1)$ ise *konveks (dışbükey)*

b. $f(\alpha x_1 + (1-\alpha)x_2) \geq \alpha f(x_1) + (1-\alpha)f(x_2) \forall \alpha \in (0,1)$ ise *konkav (içbükey)*

c. eğer iki durumu da sağlamıyorsa; *non-konveks (konveks olmayan)* bir fonksiyondur.

Konveks bir matematiksel programda herhangi bir yerel optimum aynı zamanda global optimumdur. Konveks olmayan bir modelde ise yerel optimal noktaları global optimum için iyi birer çeldiricidir. Konveks bir matematiksel programda böyle bir durumla karşılaşılmaz çünkü; *eğer (3) matematiksel programı konveks bir program ise herhangi bir yerel minimum global minimumdur.* Daha detaylı incelemek gerekirse; eğer $\bar{x}$, (3) probleminin yerel minimumu ise $\bar{x} \in B := X \cap \{x \mid g_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \ldots, m\}$ doğrudur. Burada *B* kümesi *uygun bölge* olarak adlandırılan bölgedeki noktaların oluşturduğu kümedir. Herhangi bir $K_\varepsilon := \{x \mid \| x - \bar{x} \| \leq \varepsilon\}$, $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_0$ komşuluğunu sağlayan bir $\varepsilon_o > 0$ için $g_0(\bar{x}) \leq g_0(x) \forall x \in K_\epsilon \cap B$ doğrudur. Herhangi bir $y \in B, y \neq \bar{x}$ seçilirse. $0 < \varepsilon < \| y - x \|$ ve $\varepsilon < \varepsilon_0$ olan bir ε değeri seçilebilir. *B* kümesinin konveks bir küme ve g_o amaç foksiyonunun konveks bir fonksiyon olduğu varsayımı göz önünde bulundurulursa $\overline{\bar{x}y}$ doğru parçası K_ε komşuluğunun yüzeyi ile $\hat{x} = \alpha\bar{x} + (1-\alpha)y, \alpha \in (0,1)$ eşitliğini sağlayan öyle bir *x* noktasında kesişir ki $g_0(\bar{x}) \leq g_0(\hat{x}) \leq \alpha g_0(\bar{x}) + (1-\alpha) g_0(y), \alpha \in (0,1)$ eşitsizlikleri elde edilir ve $g_0(\bar{x}) \leq g_0(y)$ sağlanmış olur (Kall and Wallace,1994 ; Chong and Zak, 2001).

Gerçek yaşamda karşılaşılan birçok durumda (2) doğrusal programındaki gibi bir program için *A* teknoloji matrisinin, *b* sağ taraf sabitleri veya c^T katsayı vektörlerinin veya daha genel bir matematiksel program olan (3)'teki g_i fonksiyonlarının ya da *X* kümesinin deterministik olarak belli olduğunu düşünmek gerçekçi değildir. Örnek vermek gerekirse, tarımsal üretim yapan bir çiftlik hasat mevsiminde birim alan başına ne kadar ürün elde edeceğini, benzer şekilde bir hidroelektrik santrali rezarvuarlarına ne kadar su akışı olacağını bilemez çünkü ikisi de yağış miktarına veya daha genel olarak hava durumunun gelecekte getireceği koşullara bağlıdır. Bu şekilde içerisinde *belirsizliği* barındıran bir durumu modelleyebilmek için modelde belirsiz parametreler bir şekilde yer almalıdır. Genel olarak bilinmeyen parametreler, belirli bir istatistiksel dağılıma uyan rassal birer değişken olarak nitelendirilebilir. Ancak yukarıdaki basit örneklere benzer parametrelerde belirsizliğin bu parametrelerin gerçekleşecek değerleri üzerindeki etkisi, daha önce gözlenen değerlerin ortalaması ya da daha değişik bir tahmini ile çoğu zaman giderilemez. Bu yüzden matematiksel programları stokastik parametreler ile ilgili bilgileri de dahil ederek rnodellemek gerçek yaşamdaki şartları yansıtmak adına gerekli olup bu şekilde modellenen programlar *stokastik programlar* adını alır. En genel gösterimle stokastik bir program şu şekilde ifade edilebilir:

$$\left.\begin{array}{llcll} "min" & g_0(x,\tilde{\xi}) & & & \\ s.t. & g_i(x,\tilde{\xi}) & \leq & 0, & i=1,2,\ldots,m \\ & x & \in & X & \subset \mathbb{R}^n \end{array}\right\} \qquad (4)$$

Burada $\tilde{\xi}$; $\Xi \subset \mathbb{R}^k$ kümesinde rassal değerler alan rassal bir vektördür. Buradaki temel varsayım $\mathcal{F} \subset \Xi$ olaylarına ait P olasılık dağılımının bilindiği varsayımıdır. Yani bütün $F \in \mathcal{F}$ olayları için $P(F)$ bilinmekte ve dahası $g_i(x,.) : \Xi \rightarrow \mathbb{R} \forall x, i$ fonksiyonları rassal değişkenler olup P olasılık fonksiyonu x karar değişkenlerinin alacağı değerlerden bağımsızdır. Burada $g_i : \Xi \rightarrow \mathbb{R} \forall x, i$ kısıt denklemlerinin $\tilde{\xi}$ rassal vektörünün gerçekleşmesine bağlı olduğun düşünüldüğünde modelin ihtiyaçlarımızı karşılamadığı ortaya çıkmaktadır. Bu amaçla ileride detaylı olarak değineceğimiz, *deterministik eşdeğer* kavramı ortaya çıkmaktadır (Kall ve Wallace, 1994). Deterministik eşdeğer stokastik bir denklemin bilinen olasılık dağılımı kullanılarak deterministik olarak ifade edilmesidir.Stokastik programların deterministik eşdeğerlerine değinilmeden önce olasılık teorisine ve bazı temel bileşenlere değinmekte fayda vardır.

3.2 STOKASTİK PROGRAMLAMANIN OLASILIK TEORİSİ TEMELLERİ

Stokastik programlamada özellikle de programların dışbükeyliğinin sağlanması konusunda olasılık teorisi temel teşkil etmiştir. Özünde olasılığın bir *"ölçü"* olarak matematikteki *"metrik uzaylar"* dalında ele alınan ölçülebilir her hangi bir "*doğal ölçüden"* farkı yoktur. Sonlu sayıda ve ölçülebilir ayrık kümelerin *birleşiminin* ölçümü, bu kümelerin sonlu sayıdaki ölçümlerinin *toplamına* eşittir.

Olasılık teorisinden de bilindiği gibi, ω *sonuçlarından* oluşan Ω uzayının altkümeleri olan $F \subset \Omega$ *olaylarının* oluşturduğu $F \in \mathcal{F}$ kümesine ait her F olayı için bir gerçekleşme olasılığı P mevcuttur.Aşağıda sıralanan özelliklere sahip $(\Omega, \mathcal{F}, F)$ sistemi *"olasılık uzay"* olarak adlandırılır.

a. $P(\Omega) = 1$; tüm sonuçların gerçekleşme olasılıklarının toplamı l'e eşittir,

b. $P(F) \geq 0, \forall F \in \mathcal{F}$;tüm olayların meydana gelme olasılığı sıfıra eşit veya büyüktür,

c. Herhangi bir; $i \neq j$ için $F_i \cap F_j = \emptyset$ ise $P(\bigcup_{i=1}^{\infty}) = \sum_{i=1}^{\infty} P(F_i)$; yani olaylar *bağımsız* ise, olayların bileşim kümesinin meydana gelme olası lığı, tüm olayların tek tek gerçekleşme olasılıkların toplamına eşittir.

Yukarıdaki özellikleri taşıyan ve $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ile gösterilen uzay *olasılık uzayı* olarak adlandırılır. $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ olasılık uzayına ait P olasılığının, $\mathbb{R}^k$ vektör uzayında bulunan herhangi bir metrik uzaydaki ölçülerden tek farkının $P(F) \leq 1 \forall F \in \mathcal{F}$ olduğunu eklemekte de fayda vardır.

Olasılık teorisi ile ilgili bu kısa hatırlatmalardan sonra notasyonda karşımıza çıkan *rassal değişken* ve *rassal vektörlere*$(\tilde{\xi})$ ilişkin şu bilgileri aktarabiliriz. $\mathcal{A}$, $\mathbb{R}^k$ vektör uzayında bulunan ölçülebilir kümeleri kapsıyorsa, bir rassal vektör, $\hat{\xi} : \Omega \to \mathbb{R}^k$ şeklinde bir fonksiyon olup, bütün $A \in \mathcal{A}$ için, $\hat{\xi}^{-1}[A] := \{\omega | \hat{\xi}(\omega) \in A\} \in \mathcal{F}$ geçerlidir. Bu durum $\mathbb{R}^k$'daki herhangi ölçülebilir bir A kümesinin $\tilde{\xi}$ fonksiyonuna göre "tersi"nin, Ω 'da bir olay olmasını gerektirir (Kall ve Wallace, 1994).

Bu durumda rassal vektör $\tilde{\xi} : \Omega \to \mathbb{R}^k$ $\mathcal{A}$'da tanımlı bir $P_{\tilde{\xi}}$ fonksiyonuna sahiptir.Bu fonksiyon da aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$P_{\tilde{\xi}}(A) = P(\{\omega | \tilde{\xi}(\omega) \in A\}) \forall A \in \mathcal{A}.$$

3.3 STOKASTİK PROGRAMLAMA PROBLEMLERİ

Dış dünyaya bağlı bilinmeyen bir parametrenin gerçekleşmesinden önce karar verici *tam olmayan* bilgiye sahiptir, bir diğer deyişle karar değişkenleri üzerinde etkisi olacak parametreler üzerinde *a priori (önceki)* bilgiye sahip değildir ve kararını bu şartlar altında verir. Rassal olayın gerçekleşmesi ile beraber karar verici *tam* bilgiye sahip hale gelir ve verdiği kararı tamamlayıcı *telafi eylemi* kararını verir.Telafi eylemi rassal olayın etkisini gidermek veya azaltmak amacıyla yapılan eylemdir. Örneğin, teslim etmesi gereken ürünü zamanında teslim edemeyen bir tedarikçinin ürünü spot piyasadan satın alıp müşterisine teslim etmesi bir çeşit telafi eylemidir. Rassal olayın etkisi, tam olmayan bilgiye dayanarak verilmiş kararın niteliğine göre çok büyük olabilir.

İşte bu noktada amaç fonksiyonunun beklenen değerini optimize etmek için stokastik programın deterministik eşdeğeri şeklinde ifade edilmesi modeli anlaşılır hale getirecektir.Şimdi deterministik eşdeğer kavramına geri dönmek gerekirse, (4) programı için ,

$$g_i^+(x,\xi) = \begin{cases} 0 & , \quad if \;\; g_i(x,\xi) \le 0, \\ g_i(x,\xi) & , \quad o.w. \end{cases}$$

şeklinde tanımladığımız g_i^+ fonksiyonunun sıfırdan büyük değerler alması, belirli bir x karar değişkeni değeri ve $\tilde{\xi}$ rassal vektörünün ξ gerçekleşmesi için (4) programına ait i kısıt denkleminin ihlal edildiği anlamına gelir.Böjdece her kısıt denklemi için bir *telafi* veya bir başka deyişle *ikinci-aşama eylemi* tanımlanabilir. Öyle ki, $y_i(\xi)$ şeklinde tanımlayabileceğimiz bu telafi eylemi fonksiyonu , ξ'm gerçekleşmesinden sonra, eğer bir kısıt ihlal edilmişse ilgili kısıtm ihlalim telafi edecek şekilde seçilen bir eylem olup $g_i(x,\xi) - y_i(\xi) \le 0$ eşitsizliğini (doğal olarak) sağlar.

Stokastik programların genel olarak belirsizlik altındaki durumları modelleyebilen matematiksel programlar olduğuna kısaca değinilmişti. Ancak belirsizliğin ele alınışı çok değişik şekillerde olabilir. Bu *iki veya çok-aşamalı telafi eylemli programlar* aracılığıyla olabileceği gibi *şans kısıtlı programlar* aracılığıyla da olabilir.

Stokastik programların çeşitliliklerine değinmeden önce, iki ve çok aşamalı programlar için temel olan *telafi fonksiyonu* kavramının açıklanmasında yarar bulunmaktadır.

3.4 TELAFİ FONKSİYONU

Telafi fonksiyonu, adından da anlaşılacağı üzere telafi eylemlerinin bir fonksiyonudur. Telafi eyleminin, kısıtlardan her hangi biri ihlal edildiğinde, bu ihlali telafi etmek amacıyla yapılan eylem(ler) olduğuna yukarıda değinilmiş; ancak bu eylemin maliyetinin amaç fonksiyonuna etkisi üzerinde durulmamıştı. Örneğin, bir tedarikçi, mal sağlamakla mükellef olduğu müşterisine karşın bu yükümlülüğünü yerine getiremediği takdirde, piyasadan spot fiyat üzerinden ürün temin ederek müşterisine aralarındaki kontrat çerçevesinde bunu iletmelidir. Bu durumda karşılanamayan talep için piyasadan alınan mal miktarı telafi fonksiyonun bir bileşeni iken diğer bileşeni de ürünün spot fiyatıdır. İşte bu ve benzeri durumlarda ihlal edilen kısıtlar için yapılan telafi eylemlerinin birim basma maliyeti g_i, ile gösterilirse, *telafi fonksiyonu* tabir edilen fonksiyon;

$$\{Q(x,\xi) = min_y \sum_{i=1}^{m} q_i y_i(\xi) | y_i(\xi) \geq g_i^+(x,\xi), i = 1,\ldots,m\}, \quad (5)$$

olup amaç fonksiyonunda bulunan *birinci aşama* maliyetine eklenerek amaç fonksiyonunun *birinci aşama* ve *telafi* maliyetlerinin ikisini de içerecek şekilde güncellenmesini sağlar. Amaç fonksiyonu bir başka deyişle toplam maliyet fonksiyonu artık şu şekilde ifade edilebilir.

$$f_0(x,\xi) = g_0(x,\xi) + Q(x,\xi) \quad (6)$$

Doğrusal telafi fonksiyonu (5)'den daha genel bir notasyonla gösterilmek istenirse, $y(\xi) \in Y \subset \mathbb{R}^{\bar{n}}$ *telafi vektörü* ve $Y, y|y \geq 0$ gibi bir polihedral küme olmak üzere, istenilen (problem durumunun gerektirdiği) $m \times \bar{n}$ sabit bir W telafi matrisi ve buna ilişkin birim maliyet vektörü $q \in \mathbb{R}^{\bar{n}}$ tanımlanabilir ve (6) şu biçimde güncellenebilir (Kall ve Wallace, 1994):

$$Q(x,\xi) = min_y\{q^T y | Wy \geq g^+(x,\xi), y \in Y,\} \quad (7)$$

Burada $g^{+}(x,\xi) = (g_1^{+}(x,\xi),\ldots,g_m^{+}(x,\xi))^T$ şeklinde bir vektör olduğunun hatırlatılmasında fayda vardır. Ayrıca belirtilmelidir ki, burada *W* aynı zamanda $m \times \bar{n}$ 'lik bir teknoloji matrisi olup (7) *ikinci-aşama* programının kısıt sistemini oluşturur.

Son olarak (6) toplam maliyet fonksiyonunun telafi fonksiyonu bileşeninin doğrusal olmayan bir durumuna değinmemiz gerekirse;

$$Q(x,\xi) = min\{q(y)|H_i(y) \geq g^{+}(x,\xi), i = 1,\ldots,m; y \in Y \subset \mathbb{R}^{\bar{n}},\} \quad (8)$$

telafi programı $q : \mathbb{R}^{\bar{n}} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $H_i : \mathbb{R}^{\bar{n}} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonlarının bilindiği varsayımıyla oluşturulabilir (Kall ve Wallace, 1994).

3.4 İKİ-AŞAMALI TELAFİ PROGRAMLARI

İki aşamalı telafi eylemli stokastik programlar, birinci aşamada verilen kararların ortaya çıkardığı kısıt ihlallerinin maliyetlerinin, ikinci aşamadaki telafi eylemleri yardımıyla dengelenmeye çalışıldığı programlar olduğuna daha önce değinmiştik. Bu durumda amaç fonksiyonun toplam maliyetleri yansıtacak bir fonksiyon olacak şekilde, birinci aşama maliyetleri ve telafi maliyetlerinin toplamının *beklenen değeridir.*

3.5 İKİ-AŞAMALI TELAFİ EYLEMLİ PROGRAMLARIN DETERMİNİSTİK EŞDEĞERİ

(4)'de gösterilen temel stokastik programın yerine aşağıdaki şekilde deterministik eşdeğerinin kullanılması daha uygun olacaktır. Dikkat edilirse (Kall ve Wallace, 1994)'den yararlanılarak oluşturduğumuz notasyonda. (4) 'de amaç fonksiyonunun içerdiği belirsizlikten dolayı "min" $g_0(x,\tilde{\xi})$ olarak yer almıştı.

Deterministik eşdeğer oluşturulduktan sonra amaç fonksiyonunun üzerindeki bu belirsizlik böylece kaldırılmıştır.

$$min_{x \in X} E_{\tilde{\xi}} f_0(x,\tilde{\xi}) = min_{x \in X} E_{\tilde{\xi}}\{g_0(x,\bar{\xi}) + Q(x,\bar{\xi})\} \quad (9)$$

3.6 ÇOK-AŞAMALI TELAFİ PROGRAMLARI

Çok-aşamalı telafi eylemli programlar, iki-aşamalı telafi eylemli programların genelleştirilmiş bir durumu olarak değerlendirilmektedir (Kall ve Wallace, 1994;Birge and Louveaux, 1997). Çok aşamalı telafi programlarında iki aşamalılardaki x ve y olarak değindiğimiz birinci ve ikinci aşama eylemlerinin yerine $\tau = 0, 1, \ldots, K$ aşama olmak üzere $K + 1$ karar aşaması yer alır. Bu $K + 1$ eylem kararının verildiği aşamaların bir zaman kesiti olma zorunluluğu yoktur (Kall ve Wallace, 1994).

$\tau = 0$ iken programın deterministik olduğu biliniyorsa, $\tau \geq 1$ olan τ aşamasında $\tilde{\xi_1}, \tilde{\xi_2} \ldots \tilde{\xi_\tau}$ rassal vektörlerinin $\xi_1, \xi_2 \ldots \xi_\tau$ gerçekleşen değerleri ve τ aşamasına kadar verilen kararlar $x_0, x_1, \ldots, x_{\tau-1}$ bilinmekte olup öyle bir x_τ seçilmelidir ki τ aşamasındaki kısıt denklemleri sağlanabilmelidir. Bu karar da önceki aşamalarda verilen kararlara ve buaşamlardaki rassal vektörlerin gerçekleşen değerlerine bağlıdır. Böylece $q_\tau(x_\tau)$ şeklinde bir maliyet fonksiyonu tanımlandığında $\tau \geq 1$ için,

$$Q_\tau(x_0, x_1, \ldots, x_{\tau-1}, \xi_1, \xi_2 \ldots \xi_\tau) =$$
$$min_{x_\tau}\{q_\tau(x_\tau) | g_\tau(x_0, x_1, \ldots, x_\tau, \xi_1, \xi_2 \ldots \xi_\tau) \leq 0\}$$

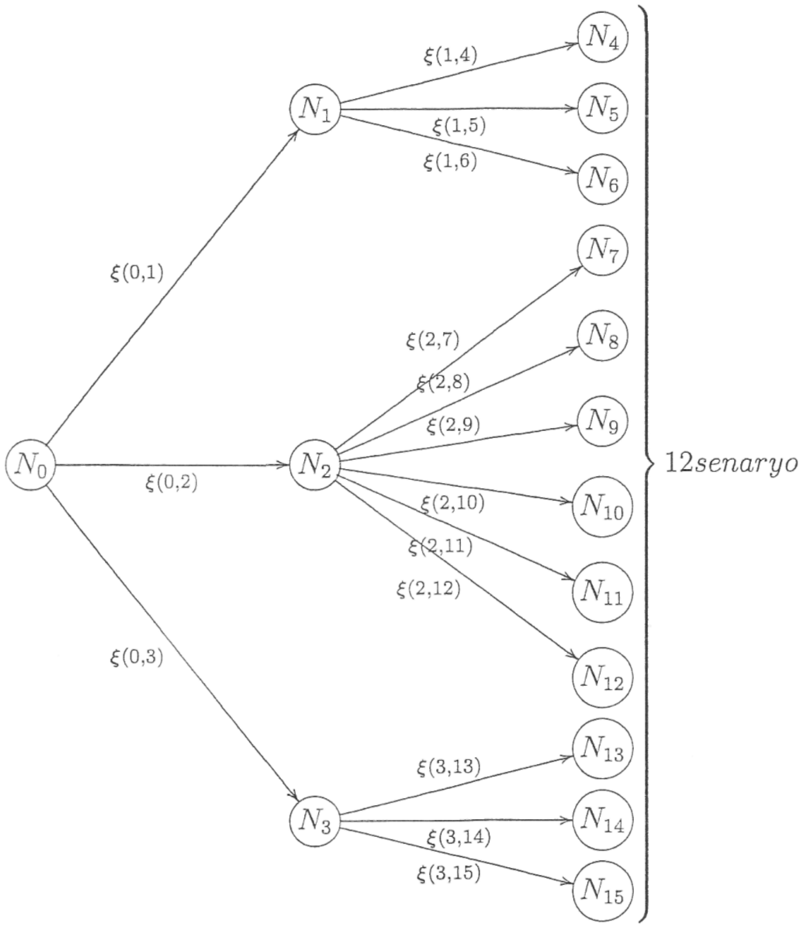
şeklinde bir telafi fonksiyonu oluşturulabilir. Programdaki $\tau = 0, 1, \ldots, K$ aşama düşünüldüğünde toplam maliyet fonksiyonu;

$$f_0(x_0, \xi_1, \ldots, \xi_K) =$$
$$g_0(x_0) + \sum_{\tau=1}^{K} Q_\tau(x_0, \hat{x}_1, \ldots, \hat{x}_{\tau-1}, \xi_1, \ldots, \xi_\tau)$$

şeklinde oluşturulabilir ve bu da bize çok-aşamalı stokastik programın deterministik eşdeğerini beklenen değer notasyonu üzerinden gösterme fırsatını sunar. Bu durumda sözkonusu fonksiyonun;

$$min_{x_0 \subset X} \left[g_0(x_0) + \sum_{\tau=1}^{K} E_{\tilde{\xi}_1, \ldots, \tilde{\xi}_\tau} Q_\tau(x_0, \hat{x}_1, \ldots, \hat{x}_{\tau-1}, \tilde{\xi}_1, \ldots, \tilde{\xi}_\tau) \right], \tag{10}$$

olup (9)'da verilen iki-aşamalı telafili stokastik programın deterministik eşdeğerinin genelleştirilmiş hali olduğu anlaşılır.



Şekil 8: T = 3 aşamalı (2 periyotlu), $|\mathcal{N}|=16$ ve 12 yaprağı olan bir senaryo ağacı

3.7 ŞANS KISITLI PROGRAMLAR

Şans kısıtlı programlarda, telafi eylemli programlardan farklı olarak kısıtların tutma olasılıkları modellenmeye çalışılmaktadır.Diğer bir ifade ile kısıtların yüzde yüz geçerli olduğu durumları değil de a gibi belirli bir olasılıkla tutması durumunun incelendiği modellerdir.

$$\left.\begin{array}{lll} min & E_\xi[f(x,\xi)] & \\ s.t. & P(x \in X(\xi)) & \geq \quad \alpha \end{array}\right\} \tag{11}$$

Denklem (11)'de belirtilen şekilde ifade edilebilen bu tür şans-kısıtlı problemlerin genellikle non-konveks ya da içbükeyimsi kısıt uzaylarına sahip olma eğilimleri olduğu bilinmektedir (Kall ve Wallace, 1994). Bu çalışmanın uygulama bölümünde ele alınacak olan matematiksel modelde şans-kısıtlı herhangi bir kısıt denklemi bulunmadığından, bu konunun detaylarına inilmeyecektir. Ancak şans-kısıtlarının ne gibi durumlarda modellere dahil edildiğine tek cümleyle değinmek gerekirse, şans kısıtlarının istenmeyen durumların meydana gelme olasılıklarının belirli bir düzeyde tutulması gerektiği durumlarda daha çok başvurulan bir model olduğu söylenebilir.

4. ÇOK KADEMELİ STOK SİSTEMLERİ

Çok kademeli stok kontrol modelleri, birden fazla kurulumdaki stok miktarlarının kontrolü amacı ile geliştirilmiş modellerdir. ilk defa (Clark, Scarf, 1960) tarafından araştırılmıştır. Bu modelde bir kademedeki stok maliyetleri ve miktarları, kendisi ile aynı sistemde yer alan diğer kademedeki elemanların maliyet ve miktarlarını da etkilemektedir. Aynı şekilde sipariş teslim süreleri de diğer sistem elemanlarından etkilenmektedir. Birden fazla kurulumdaki stok miktarları ele alındığından dolayı, diğer tek kademeli sistemlerden farklı olarak burada karşılaşılan sipariş süresi, sadece tedarikçisinden ona siparişin gelmesi için beklenmesi gereken zaman değildir. Örneğin bir kademeli stok sistemi 1,2.. N adet işletmeden oluşmaktadır ve 1. işletme siparişlerini 2. işletmeden, 2. işletme 3... vb. işletmeden almaktadır. Bu sistemde bir numaralı işletmenin vermiş olduğu siparişlerin süresi sadece ürürünün iki kurulum arasındaki aralıkta taşınması için geçen süreye bağlı olmayacaktır. Aradaki mesafeye ek olarak ikinci işletmenin elinde bulundurduğu stok miktarına da bağlı olarak degişecektir. (Clark, Scarf, 1960: 475)

Çok kademeli stok sistemleri talep ve sistemdeki diğer degişkenlerin sipariş süreleri vb. bilinirliğine göre iki ayrı başlık altında incelenebilir.

4.1 DETERMİNİSTİK MODELLER

Bu modeller diğer klasik stok modellerindeki ile aynıdır. Talep, bekleme zamanları gibi bütün degişkenler önceden belirlidir ve rassal değildir. Bu modellerde %100 servis düzeyine ulaşmak mümkündür. Ancak gerçek hayatta karşılaşılması çok da mümkün değildir.

4.2 STOKASTİK MODELLER

Bu modeller klasik modellerdeki gibi talebin veya sipariş. sürelerinin olasılıklı olması durumunda stok kontrolü amacıyla geliştirilmiştir.

Tedarik zinciri yönetiminde, talebin önceden kesin olarak bilinmemesi durumlarında bu stok kontrol modelleri kullanılmaktadır. (Q, r) modeli, ve temel-stok kontrol modeli gibi stok modelleri talebin olasılıklı olduğu durumlarda uygulanabilecek modellerdendir. (Verma, 2006: 446) Temel-stok kontrol modeli bu modeller arasında uygulamadaki basitliği nedeniyle en yaygın olarak kullanılan modeldir.

4.3 TEMEL-STOK KONTROL MODELİ

Çok kademeli sistemlerde, yalnızca bir alt kademenin talep durumuna bağlı olarak verilen yeniden sipariş verme kararları sırasında problemlerle karşılaşmak mümkündür. Temel-stok sistemi, bu problemlere bir çözüm olabilmektedir. (Silver, Peterson, 1985: 476)

Temel-stok sistemleri, stok kontrolünde elemanın stok miktarının hesaplanması yöntemlerine göre ikiye ayrılabilmektedir. Bunlardan birincisi kademeli temel-stok sistemi, bu sistemde bir elemanın stok miktarı hesaplanırken ve sipariş kararı alınırken bir önceki alt akış elemanının sipariş kararına veya stok durumuna göre değil, en alt akış elemanının stok miktarından kendisine kadar ki bütün alt akış elemanlarının stok durumuna göre hesaplamalar yapılır. Kurulum temel stok kontrolünde ise bir alt akış elemanının stok ve sipariş bilgilerine göre firma sipariş kararlarını belirler.

Bu sistemde stoklar önceden belirlenmiş periyodik zaman aralıklarıyla kontrol edilir. Ve stok seviyesi eğer önceden belirlenmiş olan temel-stok seviyesinin altına düşmüş ise, stok seviyesini o seviyeye yeniden getirecek miktarda sipariş verilir. Her kademedeki eleman diğerlerinden bağımsız bir temel-stok miktarı ve sipariş miktarına sahiptir ve her dönem sipariş miktarları değişebilmektedir. Genellikle az miktarda talebi olan, değerli ürünlerin stok kontrolünde bu yöntem kullanılmaktadır.

4.4 ÇOK KADEMELİ DAĞITIM SİSTEMLERİ

Bununla beraber şunu vurgulamak gerekir ki, çok kademeli stok sistemlerini gerek üretim, gerek dağıtımla ilgili problemlerin çözümünde bir ayrım yapılmaksızın kullanmak mümkündür; diğer bir ifade ile aynı stok modeli ve analiz teknikleri hem birden fazla mal, hem de birden fazla konum sözkonusu olduğunda hiçbir değişikliğe gerek kalmaksızın oldukları gibi kullanılabilirler. Bu benzerlik aslında doğaldır; gerek üretim, gerekse nakliye ayrıntılarda farklılıklar olmakla birlikte, stok yönetimi açısından her ikisi de sonuçta zaman ve para gerektiren fiziksel dönüşümlerdir. Buna göre çok elemanlı olarak adlandırılacak bir model farklı ürünlerin veya farklı coğrafi konumların veya her ikisinin birden mevcut olduğu bir model olarak anlaşılacaktır.

Çok kademeli stok sistemleri, elemanların düğüm noktaları (nodlar), bunlar arasındaki bağıntıların (arklar) da oklarla gösterildiği yönlendirilmiş bir ağ şebeke sistemi oluşturur. Amaca uygun olarak farklı stok sistemleri oluşturmak mümkündür. En genel hatları ile çok kademeli stok sistemleri beş ana gruba ayrılabilir (Zipkin, 2000).

a. Seri sistemler.

b. Üretim sistemleri.

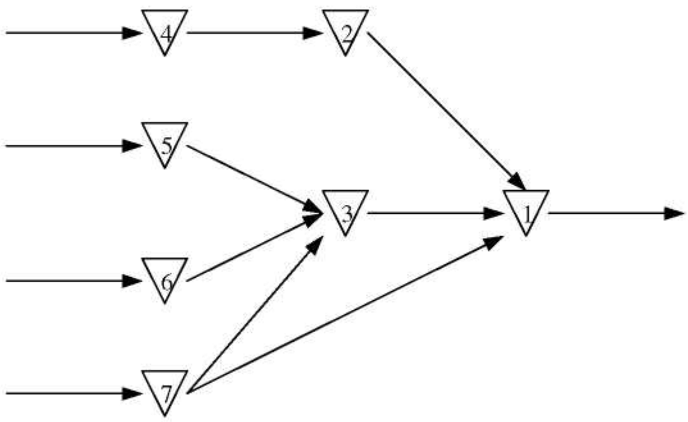
c. Dağıtım sistemleri.

d. Ağaç sistemler.

e. Genelleştirilmiş karma sistemler.

Bu sistemlerin en yalını Şekil 9'de gösterilen seri sistemlerdir. Burada müşteri talepleri *B* stok noktasından karşılanmakta, *B* noktası A'dan ve son olarak A da sistem dışındaki bir tedarikçiden ikmal edilmektedir. Böyle bir sistem dağıtım amaçlı ise, A işletmenin üretim tesisine yakın bir noktadaki ana ürün deposunu, *B* ise müşterilerin bulunduğu daha uzak bir bölgedeki yerel dağıtım deposunu betimler. *B* için tedarik süresi, A ile *B* arasındaki sevkiyat süresine eşittir. Üretim amaçlı benzer bir sistemde ise örneğin *B* son ürün stoku, A ise bunun üretilmesi için gerekli bir yarı ürün stoku olarak düşünülebilir. Bu durumda *B* için tedarik süresi ağırlıklı olarak üretim (veya montaj) süresine eşittir. Her iki sistemde de *B,* A'nın müşterisi, A ise B'nin tedarikçisi olarak ele alınır.

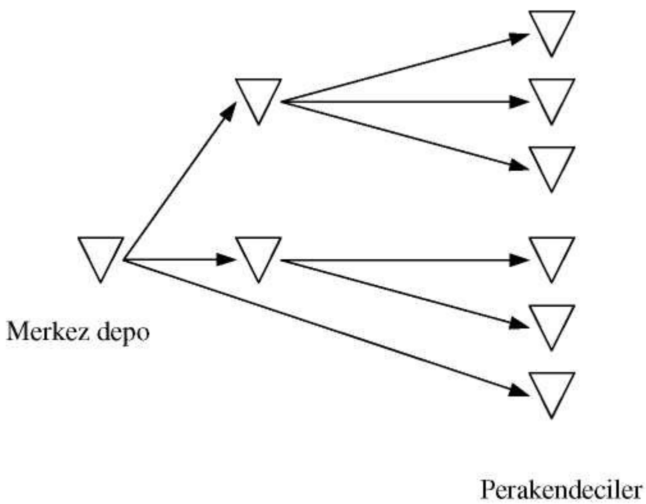
Şekil 9: Seri halde iki kademeli stok sistemi



Şekil 10: Çok kademeli bir üretim / montaj sistemi

Seri sistemin biraz daha gelişmişi üretim (montaj) sistemidir. Bu sistemler isimden de anlaşılacağı gibi daha çok üretim işlevleri ile ilgilidir. Oluşturulan ağ tamamlanmış ürünü temsil eden bir düğüm ile sona erer. Dış kaynaklardan tedarik edilen birden fazla kalem hammadde, parça vs. çeşitli işlemlerden geçirilerek, birleştirilerek ara ürünlere, daha sonra bu ara ürünler de yeniden montaj lanarak son ürüne dönüştürülür. Şebekedeki oklar çeşitli üretim istasyonları arasındaki malzeme, parça, ara ürün taşımalarını betimler (Şekil 10).

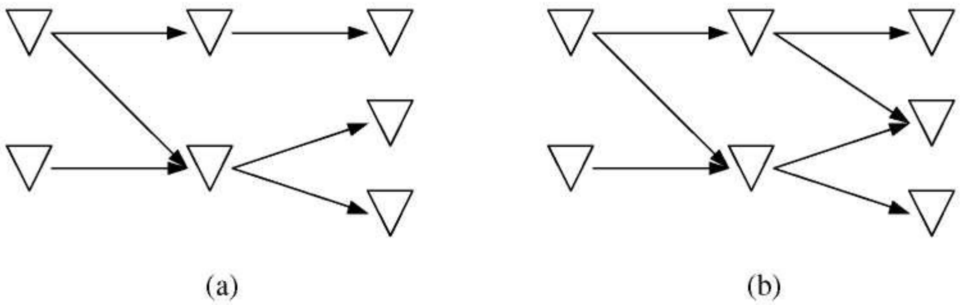
Dağıtım sistemi, bir anlamda üretim sisteminin geriye doğru yürüyeni gibi olup, ıraksak bir sistemdir. Üretim amaçlı olarak tek bir hammaddeden hareketle çeşitli ürünler elde edildiği durumlarda da (örneğin, sütü işleyerek pastorize süt, yağ, süttozu üretimi) kullanılır. Dağıtım amaçlı olarak ele alındıklarında ise şebekenin başlangıç düğümü merkez (ana) depo, son düğümleri ise perakendeciler veya nihai tüketicilerdir; ara düğümler ise bölgesel dağıtım depoları gibi ara stoklama birimlerine karşılık gelirler (Şekil 11). Bu sistemde her düğüm noktasının en fazla bir tane önceli vardır.



Şekil 11: Çok kademeli bir dağıtım sistemi

Dağıtım amaçlı bir sistemde, farklı bölgelerdeki hizmet seviyesini yüksek tutabilmek için ilgili perakendeciler için stok tutma gereksinimi vardır. Perakendeciler ise merkezi depo veya ara depolardan ikmal edilmektedir. Merkezi ve ara depolardaki stok seviyesi yüksek tutularak teslimat süreleri daha kısa ve daha az değişken hale getirelebilir; bu da perakendecilere stoklarını düşük tutma imkanı sağlar. Sistem içindeki toplam stok miktarının dağılımı sistemin yapısına, talepteki değişimlere, sevkiyat sürelerine ve birim maliyetlere bağlıdır. Merkez depoda çok miktarda stok tutulmasını gerektiren durumlar olmakla birlikte, çoğu zaman toplam stok miktarı beklenenden de oldukça düşük seviyede kalmaktadır (Wei-Shi, Jihong ve Chung-Piaw, 2003)

Ağaç sistemler, üretim ve dağıtım sistemlerinin birarada bulunduğu; genelleştirilmiş karma sistemler ise daha karmaşık ilişkiler içeren sistemler olarak karşımıza çıkmaktadırlar (Şekil 12). Bu sistemlerde her düğümün birden fazla öncülü ve ardılı bulunabilmektedir. Bu sebeple böyle sistemler için optimum çözümün elde edilmesi oldukça zahmetli olabilmektedir.



Şekil 12: Ağaç (a) ve genelleştirilmiş karma (b) sistemler

5. YÖNTEM ve PROBLEM TANIMI

Stok kontrol politikalarındaki varsayımlar, kurulan matematiksel modelleri içinde bulunulan duruma daha çok yaklaştırabilmek, dolayısıyla matematiksel modelin daha verimli ve anlamlı sonuç vermesini sağlamak amacıyla kullanılırlar. Kısaca, kullanılan matematiksel model, içinde bulunduğumuz gerçek yaşamı yansıttığı oranda bizim durumumuza uygun sonuçlar verecektir. Aslına bakılırsa, çoğu durumda gerçek yaşam matematiksel modellerle ifade edilemeyecek kadar karmaşık bir yapı göstermektedir.

Bu noktada bir ikilemin içine düşülmektedir. Bu ikilem, gerçeğe yakın modelin daha iyi sonuç vermesine rağmen, çoğunlukla çözüm ve modelleme açısından yüksek çaba gerektirmesidir. Bu durum matematiksel modellere dayanan envanter kontrol politikaları için de geçerlidir.

Günümüzde literatürde çok sayıda envanter kontrol politikası bulunmaktadır. Hatta envanter kontrol politikaları kendi varsayımlarını değiştirerek farklı politikalar oluşturmaktadır. Bu değişen varsayımlar, envanter politikasının matematiksel yapısını tamamen değiştirebilmektedirler. Dolayısıyla bu noktada, daha önce bahsedilen ikilem oluşabilmektedir. Optimal sonucu elde etmek için yüksek çaba gerektirecek problem çözülmeli mi, yoksa daha düşük eforla optimalden kötü sonuca razı mı olunmalı mıdır?

Bu tez çalışmasını daha iyi açıklayabilmek için öncelikle envanter modellerinin önemli bir bileşeni olan talep hakkında genel bir sınıflandırma yapmak gereklidir. Daha önce de değinildiği gibi envanter modelleri talep varsayımları açısından iki başlıkta incelenebilir. Bunlardan ilki talep bilgisinin kesin olarak bilindiği deterministik talep, diğeri ise belirsizlikleri de hesaplamaya katan ve talep bilgisinin olasılıksal olarak bilindiği stokastik taleptir.

İkinci bir sınıflandırma olarak da talep yapısının tüm dönemler için aynı ya da değişken olması gösterilebilir. Deterministik ve her dönem için aynı talep yapısına sahip envanter modelleri statik, her dönem için farklı talep yapısına sahip envanter modelleri ise dinamik olarak adlandırılır. Stokastik talep durumunda ise talep dağılımının tüm dönemler için aynı olduğu modeller durağan, farklı olduğu modeller ise durağan olmayan envanter modelleri olarak adlandırılır (Taha, 2000). Durağan envanter modelleri tüm planlama ufku boyunca döngüsel bir yapıya sahip olmaktadır. Durağan olmayan modeller ise farklı parametrelere sahip olduklarından dolayı döngüsel bir yapıya sahip değillerdir (Tarım ve Kingsman, 2006).

Gerçek hayatta bu talep yapılarının birçoğu ile karşılaşılabilecek olsa bile gerçeğe daha yakın olanın durağan olmayan talep yapısı olduğu rahatlıkla söylenebilir. Daha önce de değinildiği gibi, model ve varsayımlar gerçek yaşama yaklaştıkça çözüm ve modelleme açısından ciddi zorluklar içermektedir. Bu, talep yapısı için de geçerlidir, şu çok açık bilinmektedir ki durağan olmayan talep yapısına sahip modeller ciddi karmaşıklıklar ve zorluklar içermektedir.

Literatürde gerek durağan olmayan modellerin optimal sonuçlarını bulmak, gerekse uygulaması daha kolay ama optimal sonuçtan belli bir hata terimiyle sapan sezgisel yaklaşımlar bulmak için bir çok çalışma yapılmıştır.

Gerçek yaşam uygulamalarında firmalar, kendi talep yapıları durağan olmayan yapıya sahip olsa bile durağan olmayan modeli kullanmayı tercih etmezler. Bunun en büyük nedeni daha önce de bahsedilen modelleme ve çözüm karmaşıklığıdır. Bu durumda firmaların katlandıkları bir maliyet vardır. Bu maliyetin ne büyüklükte olduğu ve hangi değişkenlere bağlı olduğu ciddi bir araştırma konusudur. Bu sorulara cevap bulunması firmaların verecekleri kararlarda şartlarına daha uygun karar vermelerini sağlayacaktır. Özellikle maliyet büyüklüğünün hangi değişkenlere bağlı olduğunun incelenmesi önemlidir.

Firmalar, talebin karşılanamaması veya gereğinden fazla envanter bulundurulması durumlarında fazladan maliyetlere katlanmak zorunda kalacaklardır. Ancak bu iki duruma karşı alınacak önlemler birbirleriyle çelişmektedir. Envanter planları ne zaman, ne kadar üretim/tedarik yapılacağını belirleyerek, bu maliyeter arasında bir denge oluşturur. En uygun envanter planının uygulanması, toplam sistem maliyetinin en aza indirilebilmesini sağlayacaktır. Özellikle büyük ölçekli firma-larda, yanlış üretim/tedarik kararları nedeniyle oluşacak maliyetler oldukça yüksektir. Bu durum envanter planlarının önemini arttırmaktadır.

Çok kademeli tedarik zincirlerinde envanter yönetiminin tek stok noktalı sistemlere göre çok daha zor olduğu bilinmektedir (Silver, Pyke ve Peterson, 1998: 494).Ancak bu kapsamda özellikle durağan olmayan stokastik talep ve sabit sipariş maliyetleri içeren envanter problemleri matematiksel açıdan güçlükler içermektedir. Tek aşamalı tek stok noktalı sistemler için bu belirtilen özellikleri içeren çok sayıda çalışma mevcutsa da, bunların çok stok noktalı sistemlerde uygulanabilirliği oldukça düşüktür. Bu tez kapsamında yapılan çalışmalar bu zor envanter kontrolü problemine esnek bir modelleme yaklaşımı olarak bilinen stokastik programlama tabanlı çözüm önerileri sunmaktadır.

Temel olarak iki stokastik programlama yaklaşımı ele alınacaktır. Bunlardan ilki literatürde iki aşamalı diğeri de çok aşamalı telafi (recourse) modeli olarak bilinen (Bertsekas, 1982) stokastik programlama modellerine dayanmaktadır. Bu iki yaklaşımın her biri tedarik zincirlerinin envanter kontrolünde kullanılabilirler. Ancak bunun yanı sıra, envanter kontrol kararlarınn alınması noktasında iki farklı öneri sunmaktadırlar. İlk model sipariş zamanlarının ve miktarlarının planlama ufku başında daha hiç talep gerçekleşmeden belirlenmesi durumunu ele alırken, ikinci model gerçeğe daha yakın olarak ne zaman ve ne kadar sipariş verileceğini her dönem başında elde bulunan envanter miktarını da göz önünde bulundurarak dinamik olarak karar verir.

Bu tez kapsamında yukarıda belirtilen envanter kontrol yaklaşımları için optimal maliyeti sağlayacak envanter kontrol kararlarını belirlemek amacıyla matematiksel modeller geliştirilecek ve çeşitli talep ve maliyet parametreleri altında bu yaklaşımlar sonucu elde edilecek maliyet değerleri karşılaştırılacaktır.

Stokastik programlar, bünyesinde en az bir tane rassal parametre içeren yapılardır. Literatürde stokastik programlama yaklaşımının farklılaştığı en temel nokta sistemin belirsizlik altında çalıştığı verisini modelleyebilmek için kullanılan stokastik yöntemlerdir. Bunlar da senaryo tabanlı dinamik telafi eylemi (scenario based dynamic recourse action) ve iki veya çok aşamalı telafi (two or multi-stage recourse action) olmak üzere en temel stokastik model bileşenleridir (Bertsekas,1982).

Önceki bölümde tanımlanan stok yönetimi problemine değişik matematiksel yaklaşımlar geliştirmek mümkündür. Bu çalışma kapsamında iki temel yaklaşım incelenecektir. Bu yaklaşımlar temel olarak sipariş kararlarının hangi anda verildiği noktasında birbirlerinden farklılaşmaktadır. Bunlar aşağıda açıklanmaktadır :

- *Statik Model:* Bu yaklaşımda tüm sipariş kararlarının planlama ufkunun başında verildiği varsayılacaktır. Bu yaklaşımın avantajı karar vericinin yada envanter yöneticisinin envanter kontrol eylemlerini önceden bilmesi açısından kararlı bir sistem yapısı önermesidir. Ancak, planlama ufku boyunca gerçekleşek taleplerin belirsizliği böyle bir yaklaşımın maliyet açısından etkinliğini azaltabilecektir.

- *Dinamik Model:* Bu yaklaşımda tüm sipariş kararlarının planlama ufku boyunca her bir periyotta o periyoda kadar gerçekleşen taleplerin de dikkate alınarak verildiği varsayılacaktır. Bu yaklaşımın avantajı statik yönteme göre daha fazla bilginin kullanılması ve dolayısıyla maliyet açısından daha etkin olmasıdır. Ancak, bu yöntem izlendiğinde sipariş kararları olası en geç noktada verildiğinden dolayı takip eden süreçte ne zaman ve ne kadar sipariş verileceğinin bilinmesi mümkün olmayacaktır. Bu durum yine karar vericinin yada envanter yöneticisinin envanter kontrol eylemlerini belirsiz hale getirebilir.

İleriki bölümlerde bu iki yaklaşım için verilen varsayımlar altında optimal envanter kararlarının belirlenebilemesi için kullanılabilecek matematiksel modeller geliştirilecektir.

5.1 VARSAYIMLAR ve NOTASYON

Problemimizde çok sayıda stok noktasından oluşan bir tedarik zincirinin maliyet minimizasyonu (enküçüklemesi) hedeflenmektedir.

Her bir stok noktasında elde tutulan stok kadar bir maliyet oluşur ve sabit sipariş maliyeti karşılanır. Müşteri talebi yalnızca tedarik zincirinin son stok noktasında oluşmaktadır (perakendeci), perakendeciler yalnızca depolardan tedarik sağlayabilirler. Müşteri taleplerinin zamanında karşılanamaması durumunda stoksuz kalma durumu oluşur ve her bir durum için ceza maliyetine katlanılır.

Belirli bir dönemde belirli bir depoya verilen sipariş miktarı yalnızca o depoda bulunan stok miktarıyla sınırlıdır. Dolayısıyla depoların stoksuz kalamayacağı ve sipariş miktarının kapasite kısıtına göre belirlendiği varsayılmıştır.

Planlama ufku sınırlı sayıda zaman periyodundan oluşmaktadır. Her bir periyotta ve her bir perakendeci noktasında oluşacak talep miktarı rassal bir değişkendir ve bu değişken bilinen kesikli bir olasılık dağılımını takip etmektedir.

Tedarik süresi sıfırdır. Talep edilen ürün periyot başında ulaşır. Başlangıç envanter düzeyi sıfırdır.

Maliyet farkının inceleneceği bir problem için öncelikle varsayımları ve notasyonlarını saymak yerinde olacaktır;

n : Periyot sayısı $n \in N$

j : Tedarik ağı üzerindeki stok noktalarından her biri ; $j \in J$

h (j) : Her bir stok noktasında oluşan elde bulundurma maliyeti

L (j) : Her bir stok noktasında oluşan sipariş maliyeti

Y(j) : stok noktası j'ye tedarik sağlayan stok noktaları

U(j) : stok noktası j'den tedarik sağlayan stok noktaları

i : Tedarik ağı üzerindeki müşteri talebini doğrudan karşılayan stok noktaları (perakendeci) $i \in I ; I \subset J$

p (i) : Her bir perakendecide oluşan elde bulundurmama maliyeti

Yukarıda tanımlanan problem rassal bir süreç kapsamında değerlendirilebilir. Burada durum uzayı gerçekleşmesi muhtemel talepler ile tanımlanabilir. Bu uzaydaki her bir durum bir düğüme karşılık gelmektedir. Aşağıda bu yapıyı tanımlamak için kullanılacak notasyon verilmiştir.

b : tedarik zinciri dışından tedarik sağlayan stok noktaları $b \in B ; B \subset J$

k : Olasılık ağacındaki düğümlerden (node) her biri ; $k \in K$

v(k) : Bir düğümün bağlı olduğu ana düğüm noktası (parent)

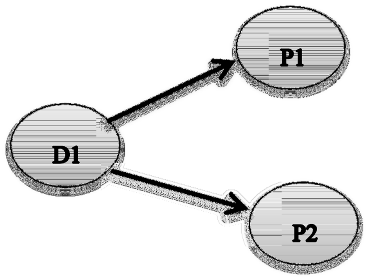
r(k) : Bir düğümün içinde bulunduğu periyot

D(k,j) : j'ninci stok noktasına k düğümünde gelen talep

ρ (k) : v(k) düğümünden k düğümüne geçiş olasılığı

P(k) : k düğümünün gerçekleşme olasılığı ($P(k) = \rho(k) \,.\, P(v(k))$)

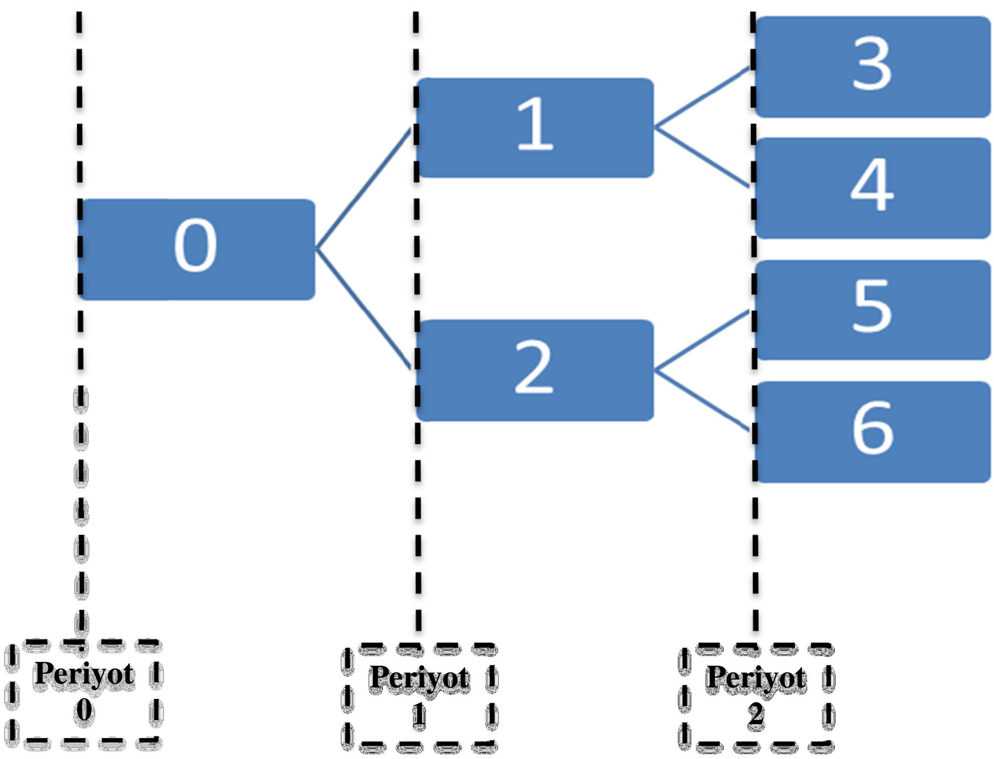
Problemde iki tip tedarik zinciri yapısı kullanılmıştır. Bunlardan ilki Şekil 13'de gösterilen ağaca benzer (arborescent) yapıda olan ve D1 ile ifade edline bir depo ve P1,P2 ile ifade edilen iki adet perakendeciden oluşan yapıdır. Bu zincirde P1 ve P2 tedariklerini D1'den karşılamaktadır. Diğer yapımız ise seri (serial) olarak adlandırdığımız ve Şekil 14'de görülen yapıdır. Bu yapıda ise D1 ve D2 olarak adlandırılan iki adet depo ve tedariği bunlardan sağlayan P1 adlı perakendeci mevcuttur.



Şekil 13: Ağaç tipi (arborescent) tedarik zinciri

Şekil 14: Seri tip (serial) tedarik zinciri

Problemin stokastik sürecini ifade eden yapıyı ise Şekil 15'de görebiliyoruz. Burada gösterilen bu yapının iki periyotlu hali olup altı adet düğüm noktasından, bir diğer ifadeyle karar noktasından, oluşmaktadır. Ağaca benzeyen yapının her bir ayrım (karar) noktası aynı zamanda durum uzayını da oluşturmaktadır. Periyot saysı arttıkça düğüm sayısıda dallanarak artar. Örneğin, 3 periyotluk bir yapıda bu 14 düğüme, 4 periyotluk bir yapıda ise 30 düğüme ulaşmaktadır.



Şekil 15: Stokastik süreci gösteren ağaç yapısı

6. MATEMATİKSEL MODEL

Bu bölümde bu iki yaklaşım için verilen varsayımlar altında optimal envanter kararlarının belirlenebilemesi için kullanılabilecek matematiksel modeller geliştirilecektir ve açıklanacaktır.

6.1 STATİK MODEL

Daha önce belirtildiği gibi statik modelde tüm envanter kararlarının planlama ufkunun başında verileceği varsayılmaktadır. Dolayısıyla planlama ufku dahilinde yer alan her bir dönem için hangi stok noktalarında ne kadar sipariş verileceği belirlenecektir. Bu kapsamda kullanılan karar değişkenleri aşağıdaki gibidir :

I_{jk} : stok noktası j'de nod (düğüm) k'da oluşan envanter düzeyi

I^{+}_{jk} : stok noktası j'de nod k'da oluşan envanter düzeyinin pozitif değeri

I^{-}_{jk} : stok noktası j'de nod k'da oluşan envanter düzeyinin negatif değeri

R_{jn} : stok noktası j'de periyot n'de sipariş kararı verilip verilmediğini gösteren 0-1 değişkeni

Q_{jn} : stok noktası j'de periyot n için sipariş miktarı

$V_{jj`n}$ : stok noktası j'de periyot n'de stok noktası j` ye gönderilen ürün miktarı

Min.

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} P_k \,.\, h_j \,.\, I^{+}_{jk} + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} P_k \,.\, \rho_i \,.\, I^{-}_{ik} + \sum_{n \in N} \sum_{j \in J} L_j \,.\, R_{jn} \qquad (1)$$

s.t.

$$I_{jk} = I^{+}_{jk} - I^{-}_{jk} \qquad \forall j \in J,\ k \in K \qquad (2)$$

$$I^{-}_{jk} = 0 \qquad \forall k \in K, j \in J/I \qquad (3)$$

$$I^{+}_{j0} = 0 \qquad \forall j \in J \qquad (4)$$

$$I_{jk} = I_{jv(k)} + Q_{jr(k)} - \sum_{j` \in U_j} V_{jj`r(k)} - D_{jk}\ ; \qquad \forall k \in K;\ j \in J \qquad (5)$$

$$Q_{jn} = \sum_{j` \in Y_j} V_{j`jn} \qquad \forall n \in N, j \in J/B \qquad (6)$$

$$Q_{jn} \leq M \,.\, R_{jn} \qquad \forall n \in N, j \in J \qquad (7)$$

Yukarıdaki formüllerden;

(1) Amaç fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada her bir stok noktası ve her bir düğüm için karşılaşılacak elde tutma maliyeti, her bir perakendeci ve her bir düğüm için stoksuz kalma maliyetlerinin ağırlıklı ortalaması ile her bir stok noktasının ve her bir periyot için sabit sipariş maliyetlerinin toplamı verilmiştir.

Kısıtlar ise şöyledir;

(2) Envanter düzeyinin pozitif ve nagatif değerleri arasındaki ilişkiyi açıklar.

(3) Depolar için stoksuz kalma durumunun gerçekleşmeyeceğini garanti eder.

(4) Başlangıç envanter düzeyinin tüm stok noktaları için 0 olduğunu belirtir.

(5) Tedarik zincirinde gerçekleşen ürün akışlarını açıklar.

(6) Tedarik miktarı ile stok noktaları arasında transfer edilen ürün miktarlarını birbiriyle ilişkilendirir.

(7) Sipariş kararı değişkeni ile tedarik miktarı arasındaki ilişkiyi belirtir.

6.2. DİNAMİK MODEL

Dinamik modelde tüm envanter kararlarının her dönem içinde dinamik olarak yapıldığı varsayılmaktadır. Dolayısıyla durum uzayını oluşturan her bir düğüm için hangi stok noktalarında ne kadar sipariş verileceği belirlenecektir. Bu modelin statik modelle matematiksel açıdan temel farkı anlaşıldığı üzere statik modelde periyoda bağlı olarak tanımlanmış olan R_{jn} ve $V_{jj`n}$ değişkenlerinin dinamik modelde nod'a bağlı olarak $R_{jk}$ ve $V_{jj`k}$ şeklinde tanımlanmalarıdır. Bu bağlamda kullanılan karar değişkenleri aşağıdaki gibidir :

I_{jk} : stok noktası j'de nod k'da oluşan envanter düzeyi

I^{+}_{jk} : stok noktası j'de nod k'da oluşan envanter düzeyinin pozitif değeri

I^{-}_{jk} : stok noktası j'de nod k'da oluşan envanter düzeyinin negatif değeri

R_{jk} : stok noktası j'de nod k'da sipariş kararı verilip verilmediğini gösteren 0-1 değişkeni

Q_{jk} : stok noktası j'de nod k için sipariş miktarı

$V_{jj`k}$ : stok noktası j'de nod k'da stok noktası j` ye gönderilen ürün miktarı

Min.

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} P_k \,(h_j \,.\, I^+_{jk} + L_j \,.\, R_{jk}) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} P_k \,.\, \rho_i \,.\, I^-_{ik} \qquad (1)$$

s.t.

$$I_{jk} = I^+_{jk} - I^-_{jk} \qquad \forall j \in J,\ k \in K \qquad (2)$$

$$I^-_{jk} = 0 \qquad \forall k \in K, j \in J/I \qquad (3)$$

$$I^+_{j0} = 0 \qquad \forall j \in J \qquad (4)$$

$$I_{jk} = I_{jv(k)} + Q_{jk} - \sum_{j` \in U_j} V_{jj`k} - D_{jk} \qquad \forall k \in K;\ j \in J \qquad (5)$$

$$Q_{jk} = \sum_{j` \in Y_j} V_{j`jk} \qquad \forall k \in K, j \in J/B \qquad (6)$$

$$Q_{jk} \leq M \,.\, R_{jk} \qquad \forall k \in K, j \in J \qquad (7)$$

Bu modelde de;

(1) Amaç fonksiyonunu ifade etmektedir. Burada her bir stok noktası ve her bir düğüm için karşılaşılacak elde tutma maliyeti ve sabit sipariş maliyetleri, her bir perakendeci ve her bir düğüm için stoksuz kalma maliyetlerinin ağırlıklı ortalaması toplamı verilmiştir.

Bu modeldeki kısıtlar ise şöyledir;

(2) Envanter düzeyinin pozitif ve nagatif değerleri arasındaki ilişkiyi açıklar.

(3) Depolar için stoksuz kalma durumunun gerçekleşmeyeceğini garanti eder.

(4) Başlangıç envanter düzeyinin tüm stok noktaları için 0 olduğunu belirtir.

(5) Tedarik zincirinde gerçekleşen ürün akışlarını açıklar.

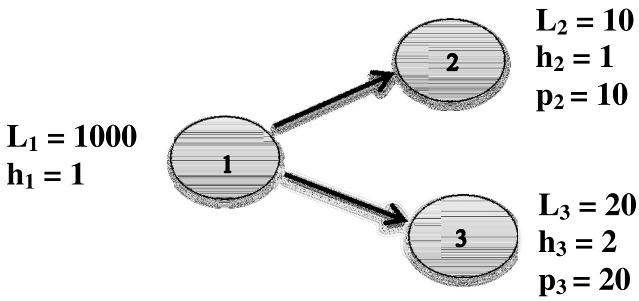
(6) Tedarik miktarı ile nodlar arasında transfer edilen ürün miktarlarını birbiriyle ilişkilendirir.

(7) Sipariş kararı değişkeni ile tedarik miktarı arasındaki ilişkiyi belirtir.

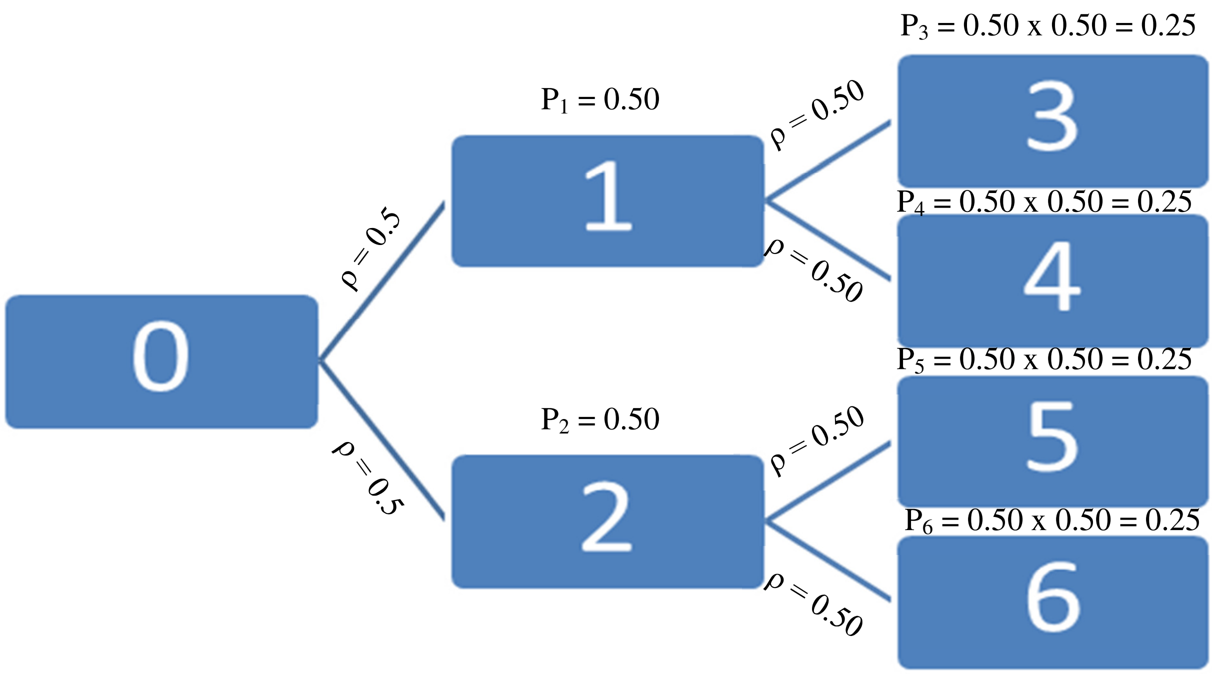
6.3. AÇIKLAYICI ÖRNEK

Bu örnekte modelin statik ve dinamik yapılarının nasıl çalıştığı bir örnekle açıklanacaktır. Bu kapsamda örnek oluşturması için model bilgisayar ortamında IBM ILOG programı yardımıyla kodlanarak CPLEX çözücüsüyle çalıştırılmış ve her iki durum için de optimal sonuçlar elde edilmiştir. Problemin küçük olması nedeniyle ne bu örnekte ne de diğer sayısal örneklerde çözücü için bir zaman kıyaslamasına girme ihtiyacı olmamıştır. Tüm örnekler ortalama 1-1.5 sn arasında optimal çözüm üretmişlerdir.

Örnek problem 2 (N=2) dönemli olacak şekilde tasarlanmış ve sınırlandırılıştır. Olasılık ağaç yapısından da bunu görülmektedir (Şekil 15 ve 17). Problemde 1 depo ve bu depoya bağlı 2 farklı bayi (perakendeci) bulunmaktadır, bu yapı da Şekil 16’da görülmektedir.



Şekil 16: Depo ve Bayiler



Şekil 17: Olasılık ağaç yapısı

Olasılık ağacı, her bir periyodun kademelerinin olasılık toplamı 1 olacak şekilde dallanarak büyümektedir. Örneğin 1. ve 2. düğümün olma olasılıkları 0.5 ve 0.5 olsun, bu durumda 3.,4.,5. ve 6. düğümlerinin her birinin oluşma olasılığı olasılıkları 0.25,0.25,0.25,0.25 olacaktır. Şekillerin üzerinde de görülebileceği gibi, probleme ait parametreler aşağıdaki şekilde tasarlanmıştır.

Depo : $\{L,h,p\} = (1000,1,0)$

Bayi : $\{L,h,p\} = \{(10,1,10);(20,2,20)\}$

Talep : $D = \{(50,100),(200,200)\};$

Olasılık : $P = (0.5, 0.5);$

Problem bilgisayar ortamında çözüldükten sonra beklendiği gibi tüm varyasyonlar için optimal değerler elde edildi. Bunlar Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1: Örnek Problem Çıktıları

	Statik				**Dinamik**		
Periyot 1	R_{11}: 1	Q_{11}: 550	V_{111}: 250	**Nod 0**	R_{10}: 1	Q_{10}: 400	V_{110}: 200
	R_{21} :1	Q_{21} : 250	V_{121}: 200		R_{20} :1	Q_{20} : 200	V_{120}: 200
	R_{31} : 1	Q_{31} : 200			R_{30} : 1	Q_{30} : 200	
Periyot 2	R_{12}: 0	Q_{12}: 0	V_{112}: 0	**Nod 1**	R_{11}: 0	Q_{11}: 0	V_{111}: 0
	R_{22} : 0	Q_{22} : 0	V_{122} : 100		R_{21} : 0	Q_{21} : 0	V_{121} : 0
	R_{32} : 1	Q_{32} : 100			R_{31} : 0	Q_{31} : 0	
				Nod 2	R_{12}: 1	Q_{12}: 400	V_{122}: 200
					R_{22}: 1	Q_{22}: 200	V_{132} : 200
					R_{32}: 1	Q_{32}: 200	

(R: sipariş kararını; Q: sipariş miktarını; V:dağıtım miktarını temsil etmektedir.)

	Statik	**Dinamik**	**% Değişim**
Optimal Değer	1975	1925	-2,53

Beklendiği gibi dinamik tasarımlı model , statik tasarımlı modele oranla daha az maliyetli bir optimal değer vermiştir. Yukarıda ki tablonun son bölümünde bu değişim görülmektedir. Olasılık ağaç yapısı, dolayısıyla periyot sayısı büyüdükçe bu değişim büyüklüğününde arttığı gözlemlenmektedir (Tablo 2). Bu noktada değişim göreceli olarak az görünüyor olsada, bu proje maliyetleri milyonlarla ölçülen sistemlerde oldukça büyük tasarruf anlamına gelmektedir. Bu da işletmeler için göz ardı edilemeyecek bir miktardır.

Her iki modelin nasıl işlediğine bakacak olunursa maliyet haricinde elimizde ne gibi ayırt edici özellikler var bunları da görmemiz gerekir. Statik model daha maliyetli olarak görünürken aynı zamanda daha kolay sonuca gidiyor denebilir. Dinamik model her periyotta herbir karar düğümü ve kademe için talep miktarlarını tekrar tekrar değerlendirirken, statik model her çalıştığında bu işlemi bir kez yapar ve tüm bayilere dağıtımı yapmaktadır. Bu durumda talebin karşılanamaması halinde statik model buna bir çözüm üretemezken, dinamik model önceki dönemden karşılanamamış talep olduğunu tetkik eder ve bir sonraki kararında o dönemki taleple beraber önceki dönem oluşan karşılanmamış talebi de tedarik etmeye çalışır. Bu durumda bayi sürekli olarak mal bulundurmamadan kaynaklı ceza maliyetlerinden kurtulmuş olur, bu da sonuca maliyet düşüşü olarak yansır.

Statik modelden çıkan sonuçlara bakılacak olunursa; depo ve bayilerin tümü sıfırıncı periyotta sipariş kararı vermişlerdir, bu seviyede Depo Q satırında görülen toplam 550 birimlik malı tedarik etmiş ve V satırından anlaşılıldığı gibi P1 ve P2 bayilerine 250 ve 200 birim olarak dağıtmıştır, bu durumda elinde 100 birimlik mal daha kalmıştır onu da yine, gelen talebi ve maliyeti de değerlendirerek P2'ye sevk etmiştir. Ancak bu sevkiyatı yapacağına birinci periyotta değil sıfırıncı periyotta karar vermiş olduğu kendi tedariğini karşılarken sipariş ettiği toplam miktardan anlaşılmaktadır.

Dinamik modelin sonuçları incelendiğinde; hem sıfırıncı hem de birinci periyotta sipariş kararı aldığını görülmektedir. Bu durum dinamik modelin sistemi gözlediğini ve gelen yeni talep doğrultusunda daha önceki dağıtım kararı sonrası negatif stok oluştuysa veya eksik tedarik varsa bunları da hesaba katarak birinci periyotta yeni bir sipariş kararı aldığını göstermektedir. Doğal olarak bu durum ek bir sipariş maliyeti getirse de toplam maliyette stoksuz kalma maliyetinin ortadan kalkmasıyla daha tasarruflu bir sonuca ulaştırmıştır.

6.4 DENEY TASARIMI VE SONUÇLARI

Bu bölümde çeşitli maliyet ve talep parametreleri ile ağ yapıları altında statik ve dinamik modeller maliyet açısından karşılaştırılacaktır. Böylece bir taraftan envanter yönetimine ilişkin kararların planlama ufku başında verilmesinin maliyet açısından dezavantajı sayısal olarak belirlenmiş olacaktır. Ayrıca modellerin maliyet açısından duyarlılık analizi de ortaya çıkmış olacaktır.

Kullandığımız maliyet ve taleplere ilişkin parametreler aşağıdaki gibidir:

i. Ağ yapısı : 2 tip ağ yapımız vardır. İlki ağaç tipi (arborescent) yani 1 depo ve 2 perakendiceden oluşmaktadır. İkincisi ise seri (serial) tiptir yani 2 depo ve 1 perakendeciden ibarettir.
ii. Periyot sayısı : Örnekler 3 değişik periyotta ayrı ayrı incelenmiştir (2,3,4).
iii. Sabit sipariş maliyeti ağaç tip yapıda depo için 1000, perakendeciler için sırasıyla 100,200 olarak belirlenmiştir. Seri tipte ise depolar için sırasıyla 500,300 ve perakendeci içinse 100 olarak alınmıştır.
iv. Elde tutma maliyeti ağaç tip yapıda depo için 1, perakendeciler için sırasıyla 3,4 olarak belirlenmiştir. Seri tipte ise depolar için sırasıyla 1,2 ve perakendeci içinse 4 olarak alınmıştır.
v. Ceza maliyeti ağaç tip yapıda perakendeciler için sırasıyla 4,8 ve 16,32 olmak üzere iki set olarak belirlenmiştir. Seri tipte ise perakendeci için yine iki set olmak üzere sırasıyla 4 ve 16'dır.
vi. Olasılık ağacı her nod için 2 farklı talep olasılığı olacak şekilde dizayn edilmiştir bu olasılık değerleri her periyot için (0,5:0,5) ve (0,9:0,1) olarak belirlenmiştir.
vii. Talep, her iki sistemde her dönem için 100 ile 300 arasında uniform (tekbiçimli) dağılımdan rassal olarak çekilmiştir.

Bu maliyet parametreleri seçilirken bir envanter planında mümkün olabilecek ihtimallerin bir kısmını yansıtabilecek olmasına dikkat edilmiştir. Örneğin sipariş maliyetinin çok yüksek olduğu bir durumda ortaya çıkacak envanter planı, firmanın mümkün olduğu kadar az sayıda sipariş vermesi hatta sipariş maliyetiyle karşılaşmamak için bir seviyeye kadar, yok satmadan kaynaklanan ceza maliyetine katlanması şeklinde gelişecektir. Bunun yanında sipariş maliyetinin çok düşük ceza maliyetinin ise göreceli olarak büyük olduğu bir durumda envanter planı çok sıklıkla sipariş verme ve mümkün olduğu kadar ceza maliyetinden kaçınma gibi yolları izleyecektir. Bu örneklerden daha rahat anlaşılabileceği gibi, yukarıda ifade edilen maliyet parametrelerinin değer kümeleri bu alternatif planların birçoğunu içerebilecek bir şekilde tasarlanmaya çalışılmıştır. Bu parametrelerin bütün kombinasyonları ile toplam 24 problem oluşturulmuştur.Her bir problem için kullanılan parametreler ve çözüm sonucu elde edilen maliyet değerleriyle beraber aşağıdaki tablolarda özetlenmiştir.

Bu oluşturulan modellerin çıktılarını (Tablo 1 ve Tablo 2) değerlendirecek olursak, şu çok açık görülmektedir ki stokastik yapı, seri sistemlerde maliyetlerin azaltılması açısından çok daha fazla yarar sağlamaktır. Test tasarımında deney yaptığımız parametreleri ele alacak olursak, her iki ağ tasarımında da, diğer değişkenlerin değiştiğini de göz önünde bulundururarak, çözüm periyodunu arttırdıkça dinamik model yönünde yüzdesel olarak pozitif artışlar diğer bir deyişle maliyet azalımını gözlemleyebiliyoruz. Bu durum deney tasarımının tamamında bu yönde işlemiştir ve seri ağ yapısı her durumda ağaç tipi ağ yapısı karşısında toplam maliyet açısından daha negatif seyir izlemiştir. Bunun dışında değişikliğe gittiğimiz parametrelerden olan olasılık, baskın veya meyilli (bias) olan değerde (0.9’a 0,1 değerinde) sistem karar vermede daha az zorluk yaşadığı için optimum sonuca dolayısıyla da minimum maliyete, daha rahat ulaşmıştır. Ceza maliyetinde yapmış olduğumuz değişiklikler de ceza maliyeti miktarı arttıkça toplam sipariş maliyetinin doğal olarak arttığını ancak statik ve dinamik yapılar arasındaki maliyet farkının dinamik yapı lehine artış gösterdiğini göstermektedir.

Deney ortamına periyotları arttırdığımızda hem seri tip hem ağaç tip ağ yapılarında statik modeldeki maliyet değişimi dinamik modele oranla beklendiği gibi daha fazla olmuştur. Her iki model kendi içinde karşılaştırıldığında seri sistemlerdeki değişimin daha yüksek olduğunu gözlemlenmektedir. Eğer sipariş maliyeti, bu tasarımdaki gibi deterministik bir değer yerine, bir fonksiyona bağlı doğrusal (linear) değişim gösterseydi, bu durumda sözünü ettiğimiz toplam maliyet farkları bu oranlarda oluşmayabilirdi. Aynı durumda ceza maliyetlerini değiştirdiğimizde diğer tüm koşullar aynı kalmak şartıyla, periyotlar arttıkça maliyetlerde artmaktadır. Burada yine her iki ağ yapısında da, dinamik model statik modele oranla daha iyi performans sergilemiştir. Ancak bias olduğu durumlarda periyotları da aynı ortamda arttırdığımızı göz önünde bulundurursak, bu artış doğrusal seyir izlemeyip kesikli bir hal almaktadır.

Bu farklı durumları göz önünde bulundurup, sistem sinirliliği açısından sonuçları ele aldığımızda statik modelin dinamik modele oranla daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. Ancak her iki modeli birlikte ele alındığında, durağan modellerle karşılaştırıldığında, talebin durağan olmamasından kaynaklı genel bir performans eksikliğinden söz edilebilinir.

Tablo 2 Ağaç Tipi (arborescent) Ağ Yapısının Sayısal Sonuçları

		L			h			p									Optimal Sonuç		
	#	D1	P1	P2	D1	P1	P2	D1	P1	P2	Probability		n1	n2	n3	n4	Statik	Dinamik	Fark
Ağaç Tipi Tedarik Zinciri (Arborescent)	1	1000	100	200	1	3	4	--	4	8	(0.5 , 0.5)	P1	183	201			2126,50	2126,50	0%
												P2	110	145					
	2	1000	100	200	1	3	4	--	4	8		P1	284	208	176		3804,50	3714,00	-2%
												P2	136	163	183				
	3	1000	100	200	1	3	4	--	4	8		P1	258	275	185	280	5934,94	5377,44	-9%
												P2	273	165	112	239			
	4	1000	100	200	1	3	4	--	16	32		P1	183	201			2237,00	2166,50	-3%
												P2	110	145					
	5	1000	100	200	1	3	4	--	16	32		P1	284	208	176		4218,00	3848,50	-9%
												P2	136	163	183				
	6	1000	100	200	1	3	4	--	16	32		P1	258	275	185	280	6967,75	5765,13	-17%
												P2	273	165	112	239			
	7	1000	100	200	1	3	4	--	4	8	(0.9 , 0.1)	P1	183	201			1998,60	1984,60	-1%
												P2	110	145					
	8	1000	100	200	1	3	4	--	4	8		P1	284	208	176		3586,40	3458,10	-4%
												P2	136	163	183				
	9	1000	100	200	1	3	4	--	4	8		P1	258	275	185	280	5097,02	4402,61	-14%
												P2	273	165	112	239			
	10	1000	100	200	1	3	4	--	16	32		P1	183	201			2230,00	2230,00	0%
												P2	110	145					
	11	1000	100	200	1	3	4	--	16	32		P1	284	208	176		3743,11	3634,68	-3%
												P2	136	163	183				
	12	1000	100	200	1	3	4	--	16	32		P1	258	275	185	280	7258,68	5391,96	-26%
												P2	273	165	112	239			

Tablo 3 Seri Tip (serial) Ağ Yapısının Sayısal Sonuçları

		L			*h*			*p*									Optimal Sonuç		
	#	**D1**	**D2**	**P1**	**D1**	**D2**	**P1**	**D1**	**D2**	**P1**	Olasılık		**n1**	**n2**	**n3**	**n4**	**Statik**	**Dinamik**	**Fark**
Seri Tip Tedarik Zinciri (Serial)	**1**	500	300	100	1	2	4	--	--	4	(0.5 , 0.5)	P1	121	144			852,0	852,0	0%
	2	500	300	100	1	2	4	--	--	4		P1	157	242	256		3330,0	2936,0	-12%
	3	500	300	100	1	2	4	--	--	4		P1	242	162	286	181	4760,0	3968,0	-17%
	4	500	300	100	1	2	4	--	--	16		P1	121	144			864,0	864,0	0%
	5	500	300	100	1	2	4	--	--	16		P1	157	242	256		4079,0	3188,0	-22%
	6	500	300	100	1	2	4	--	--	16		P1	242	162	286	181	6394,0	4230,0	-34%
	7	500	300	100	1	2	4	--	--	4	(0.9 , 0.1)	P1	121	144			800,8	800,8	0%
	8	500	300	100	1	2	4	--	--	4		P1	157	242	256		2907,1	2386,4	-18%
	9	500	300	100	1	2	4	--	--	4		P1	242	162	286	181	4666,3	3358,0	-28%
	10	500	300	100	1	2	4	--	--	16		P1	121	144			839,2	839,2	0%
	11	500	300	100	1	2	4	--	--	16		P1	157	242	256		3564,2	2961,6	-17%
	12	500	300	100	1	2	4	--	--	16		P1	242	162	286	181	5181,6	3358,0	-35%

SONUÇ

Gerçek hayatta envanter planları oluşturulurken faydalanılabilecek farklı matematiksel envanter modelleri geliştirilmektedir. Ancak söz konusu matematiksel modellerde gerçek hayatın birebir modellenmesi oldukça zordur; çünkü, gerçek hayatta birbirini etkileyen çok sayıda değişken bulunmakta ve oldukça karmaşık bir yapıyla karşılaşılmaktadır. Bazı özel durumlarda gerçek hayattaki durum modellere birebir yansıtılabilse bile, bu sefer de modelin çözülmesi imkansız ya da oldukça zor bir hal almaktadır. Dolayısıyla, araştırmacılar geliştirdikleri modellerde farklı varsayımlarda bulunmaktadırlar. Bu çalışmada incelenen matematiksel modellerde yer alan varsayımlardan bir tanesi, talebin stokastik ve durağan olmayan bir şekilde gerçekleştiği varsayımıdır. Bu yaklaşım gerçek hayatta firmaların karşılaşabileceği durumları daha net bir biçimde ortaya koymakla beraber günümüzde bu tür uygulamaların, gerek firma bilinçsizliğinden kaynaklı, gerekse de bu tip yazılımları geliştiren şirketlerin gelen taleplerin bu yönde oluşmamasından dolayı ek maliyetlere girmek istememelerinden kaynaklı, göz ardı edilmeleri söz konusudur. Günümüzde firmalar çok basit envanter kontrol yöntömlerini kullanmayı tercih etmektedirler. Ancak gelişen rekabet koşulları çerçevesinda artık nüansların kar marjlarını belirlediği bir ortamda ilerleyen yıllarda bu tip çalışmaların firmaların ilgisini çekmesi kaçınılmazdır. Özellikle çoklu belirsizlik ortamlarında, gerçek hayatta karşılaşılan durumları daha gerçekçi yansıtan bu çalışmada da geliştirilen bu tip modellere ihtiyaç duyulacağı çok açıktır.

Daha önde değinildiği gibi çok kademeli tedarik zincirlerinde envanter yönetiminin tek stok noktalı sistemlere göre çok daha zor olduğu bilinmektedir. Bu çalışma kapsamında yapılan çalışmalar, bu zor envanter kontrolü problemine esnek bir modelleme yaklaşımı olarak bilinen stokastik programlama tabanlı çözüm önerileri sunmuştur.

Temel olarak iki stokastik programlama yaklaşımı ele alınmış. Bunlardan ilki literatürde iki aşamalı diğeri de çok aşamalı telafi (recourse) modeli olarak bilinen stokastik programlama modellerine dayanmaktadır. Bu iki yaklaşımın her biri tedarik zincirlerinin envanter kontrolünde kullanılabilirler. Ancak bunun yanı sıra, envanter kontrol kararlarınn alınması noktasında iki farklı öneri sunmaktadırlar. İlk model sipariş zamanlarının ve miktarlarının planlama ufku başında daha hiç talep gerçekleşmeden belirlenmesi durumunu ele alırken, ikinci model ne zaman ve ne kadar sipariş verileceğini her dönem başında elde bulunan envanter miktarını da göz önünde bulundurarak dinamik olarak karar verir.

Bu çalışma kapsamında yukarıda belirtilen envanter kontrol yaklaşımları için optimal maliyeti sağlayacak envanter kontrol kararlarını belirlemek amacıyla matematiksel modeller geliştirilmiş ve çeşitli talep ve maliyet parametreleri altında bu yaklaşımlar sonucu elde edilecek maliyet değerleri karşılaştırılmıştır.

Bu çalışma kapsamında geliştirilen modeller, hipotetik envanter test problemleri üzerinde uygulanmıştır ve sonuçlarla ilgili yorum yapılmıştır. Tedarik zincirinin büyüklüğü ve gerçekleşebilecek talep düzeylerinin çok sayıda olması geliştirilen modellerin sayısal karmaşıklığını ciddi ölçüde arttıracağı açıktır. Bu nedenle daha verimli sezgisel yaklaşımların geliştirilmesi önemli bir araştırma alanı olarak görülebilir. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar özellikle seri tip tedarik zincirlerinde ve periyot sayısı arttıkça dinamik modellerin statik modellerden çok daha iyi maliyet performansı sergilediğini göstermektedir. Bu nedenle özellikle dinamik modellerin daha verimli çözülebilmesine yönelik çalışmaların önemi açıktır.

Bu çalışmada ele alınan envanter kontrol yaklaşımları saf dinamik ve saf statik politikaları içermektedir. Ancak uygulamada bu iki uç yönelimin hibritleri de kullanılmaktadır. Örneğin; sipariş zamanlarının planlama ufku başında belirlenip sipariş miktarlarının dinamik olarak sipariş dönemlerinde belirlendiği sistemlerle pratikte sıkça karşılaşılmaktadır. Envanter kontrol politikaları çerçevesinde (R,S) olarak adlandırılan bu politikanın tek stok noktalı sistemlere uygulanması konusunda çok sayıda bilimsel çalışma yapılmıştır. Bu tip hibrit statik-dinamik yaklaşımların çok aşamalı envanter sistemlerinde de yüksek maliyet performansı göstermesi beklenebilir. Dolayısıyla bu tez kapsamında değerlendirilen statik ve dinaik kontrol yaklaşımlarına ek olarak hibrit yaklaşımların da ele alınması önemli bir araştırma alanı olarak görülebilir.

Bunun yanı sıra gerçek hayat problemlerine uyarlanmak istendiğinde bu çalışma kapsamında geliştirilen modeller, firmaların tedarik zinciri yönetiminde, montaj hattı dengelemesinde ve envanter kontrolünde kullanılabilir.

KAYNAKÇA

Aft, L. S. (1987). *Production and inventory control.* Harcourt Brace Jovanovich, Inc.

Arnold, T. (1991). *Introduction to materials management* (1st Ed.). New Jersey: Prentice Hall, Inc.

Arrow, J. K., Harris, T. ve Marschak, J. (1951). Optimal inventory policy. *Econometrica,* 19,3, 250-272.

Axsater, S. (2006). I*nventory Control* (2nd Ed.). USA: Springer Science-Business Media, LLC.

Beekman-Love, G. K. ve Nieger, L. (1978). *Materials managemet.* Series on applied business logistics (Vol. l). Netherlands: Mennen, Asten.

Bellman, R., Glicksberg, I. ve Gross, O. (1955). On the optimal inventory equation. *Managemet Science, 2,* 1,83-104.

Bertsekas , D.P. *Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods*, Academic Press, New York, (1982).

Blackburn, J. D., Kropp, D. H. ve Millen, R. A. (1986). A comparison of strategies to dampen nervousness in MRP systems. *Management Science,* 32,4, 413-429.

Bienstock, D. ve Shapiro. J. (1988). Optimizing resource acquisition decisions by stochastic programming. *Management Science,* 34(2):215-229.

Birge, J. R. ve Louveaux, F. (1997). *Introduction to stochastic programming.* Springer-Verlag, New York. ISBN0-387-98217-5.

Blumenfeld, D. (2001). *Operations research calculations handbook.* USA: CRC Press LLC.

Bookbinder, J. H. ve Tan, J. (1988). Strategies for the probabilistic lot-sizing problem with service-level constraints. *Management Science,* 34, 9, 1096-1108.

Carlson, R. C, Jucker, J. V. ve Kropp, D. H. (1979). Less nervous MRP systems: A dynamic economic lot-sizing approach. *Management Science,* 25, 8, 754-761.

Chase, R. B., Aquilano, N. J. ve Jacobs, F. R. (1998). *Production and operations management: Manufacturing and Services* (8th Ed.). USA: McGraw-Hill Companies, Inc.

Chen, F. Y. ve Krass, D. (2001). Inventory models with minimal service level constraints. *Euro-pean Journal of Operational Research,* 134, 120-140.

Chong, E. K. P. ve Zak, S. H. (2001). *An introduction to optimization.*Wiley-Interscience series in discrete mathematics and optimization. John Wiley and Sons, Second Edt.

Clark, A. J. Ve Scarf H. (1960) Optimal Policies for a Multi-Echelon Inventory Problem. *Management Science*, Vol.5, No.4, 475-490.

Dantzig. G. (1955). Linear programming under uncertainty. *Management Science.* 1: 197-206.

Demir, M. H. ve Gümüşoğlu, Ş. (1998). *Üretim yönetimi - İşlemler yönetimi* (5.Baskı). İstanbul: Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş.

Dvoretzky, A., Kiefer, J. ve Wolfowitz, J. (1952). The inventory problem: I. Case of known disribution of demand. *Econometrica,* 20, 2, 187-222.

Dvoretzky, A., Kiefer, J. ve Wolfowitz, J. (1953). On the optimal character of the (s,S) policy in inventory theory. *Econometrica,* 21,4, 586-596.

Ehrhardt, R. (1984). (s, S) policies for a dynamic inventory model with stochastic lead times. *Operations Research,* 32, 1, 121-132.

Fogarty, D. W., Blackstone, J. H. ve Hoffman, T. R. (1991). *Production and inventory management.* Ohio: South-Western Publishing Co.

Gaither, N. (1983). *Production and operations management: a problem solving and decision making approach* (2nd Ed.). USA: Dryden Press.

Hadley, G. ve Whitin, T. M. (1963). *Analysis ofinventory systems.* Englewood Cliffs, N.J: Prentice-Hall, Inc.

Harris, F. (1915). *Operation and cost.* Chicago: A. W. Shaw Co.

Hax, A. C. ve Candea, D. (1984). *Production and inventory management.* Englewood Cliffs, N.J: Prentice-Hall, Inc.

Heisig, G. (2001). Comparison of (s, S) and (s, nQ) inventory control rules with respect to planning stability. *International Journal of Production Economics,* 73, 59-82.

Heisig, G. (2002). *Planning stability in material requirements planning systems.* Berlin: Springer-Verlag.

Iglehart, D. L. (1963). Optimality of (s,S) policies in the infinite horizon dynamic inventory problem. *Management Science,* 9, 2, 259-267.

Inderfurth, K. (1994). Nervousness in inventory control: analytical results. *OR Spectrum,* 16, 2, 113-123.

Kall, P. ve Wallace, S. W. (1994). *Stochastic Programming.* John Wiley and Sons, First Edt.

Kobu, B. (2006). *Üretim yönetimi* (13.Baskı). İstanbul: Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş.

Kok T. D. ve Inderfurth, K. (1997). Nervousness in inventory management: Comparison of basic control rules, *European Journal of Operational Research,* 103, 55-82.

Krajewski, L. J. ve Ritzman, L. P. (2002). *Operations management: processes and value chains* (7th Ed.). New Jersey: Pearson Education, Inc.

Lee, H. L. ve Billington, C. (1992). Managing supply chain inventory: Pitfalls and opportunities. *Sloan Management Review Reprint Series,* 33, 3, 65-73.

Lim, W., Ou, J. ve Teo, C. Inventory Cost Effect of Consolidating Several One-Warehouse Multiretailer Systems. *Operations Research*, Vol. 51, No.4, July-August 2003, s.668-672.

Magad, L. E. ve Amos, J. M. (1989). *Total materials management: The frontier for maximizing profit in the 1990's.* Newyork: Competitive Manufacturing Series.

Nahmias, S. (1997). *Production and operations analysis.* Singapore: McGraw-Hill Companies, Inc.

Petrovic, R., Senborn, A. ve Vujosevic, M. (1986). *Hierarchical spare parts inventory systems, studies in production and engineering economics 5.* Tokyo: Elsevier.

Plossl, G. W. (1985). *Production and inventory control: Principles and techniques* (2nd Ed.). Englewood Cliffs, N.J: Prentice-Hall, Inc.

Prekopa, A. (1995). *Stochastic Programming.* Kluwer Academic Publishers.

Raymond, F. (1931). *Quantity and economy in manufacture.* New York: McGraw-Hill Companies, Inc.

Reid, R. D. ve Sanders, N. R. (2005). *Operations management An integrated approach* (2nd Ed.). USA: John Wiley & Sons, Inc.

Rossi, R., Tarim, S. A., Hnich, B. ve Prestwich, S. (2007). Replenishment planning for stochastic inventory systems with shortage cost. Proceedings of the International Conference on In-tegration of Al and OR techniques in Constraint Programming for Combinatorial Optimiza-tion Problems CP-AI-OR, (p. 229-243). Springer

Verlag,2007. *Lecture Notes in Computer Science No. 4510.*

Russel, R. S. ve Taylor, B. W. (2003). *Operations management* (4th Ed.). New Jersey: Prentice Hall, Inc.

Scarf, H. (1959). Optimality of (s,S) policies in the dynamic inventory problem, in K.Arrow, S. Karlin ve P. Suppes (Eds.), *Mathematical Methods in the Social Sciences,* (p. 196-202). Stanford, CA: Stanford University Press.

Schroeder, R. G. (1989). *Operations management: Decision making in the operations function* (3th Ed.). Singapore: McGraw-Hill Companies, Inc.

Sethi, S. P. ve Cheng, F. (1997). Optimality of (s, S) policies in inventory models with Markovian Demand. *Operations Research,* 45, 6, 931-939.

Silver, E. A. (1981). Operations research in inventory management: A review and Critique. *Operations Research,* 29, 4, 628-645.

Silver, E. A. ve Peterson, R. (1985). *Decision systemsfor inventory management and production planning* (2nd Ed.). Singapore: John Wiley & Sons, Inc.

Silver, E. A., Pyke, D. F. ve Peterson, R. (1998). *İnventory management and production planning and scheduling* (3th Ed.). USA: John Wiley & Sons, Inc.

Sobel, M. J. ve Zhang R. Q. (2001). inventory policies for systems with stochastic and deterministic demand. *Operations Research,* 49, 1, 157-162.

Sox, C. R. (1997). Dynamic lot sizing with random demand and non-stationary costs. *Operations Research Letters,* 20, 155-164.

Taha, H. A. (2000). *Operations research an introduction* (ö.Baskı).(Ş. A. Baray ve Ş. Esnaf, *Çev.).* İstanbul: Literatür Yayıncılık Dağıtım Pazarlama San. ve Tic. Ltd. Şti.

Tarım, S. A. ve Kingsman, B. G. (2004). The stochastic dynamic production/inventory lot-sizing problem with service-level constraints. *International Journal of Production Economics,* 88, 105-119.

Tarım, S. A. ve Kingsman, B. G. (2006). Modelling and computing (Rn,Sn) policies for inventory systems with non-stationary stochastic demand. *European Journal of Operational Research,* 174,581-599.

Tersine, J. R. (1988). *Principles of inventory and materials management* (3rd Ed.). USA: Elsevier Science Publishing Co., Inc.

Verma, A. V. Improving agility of supply chains using base stock model and computer based simulations. *International Journal of Phycial Distribution & Logistics Management*, Vol.36, No,6, 2006, pp.445- 454

Vaughan, T. S. (2005). Failure replacement and preventive maintenance spare parts ordering policy. *European Journal of Operational Research,* 161, 183-190.

Wagner, H. ve Whitin, T. (1958). Dynamic version of economic lot size model. *Management Science,* 5, 89-96.

Wallace, S. W. ve Ziemba. W. T., editors (2003). *Applications of Stochastic Programming*. MPS SIAM - Series in Optimization, First Edt.

Wilson, R. H. (1934). A Scientific routine for stock control. *HarvardBusiness Review,* 13,116-28.

Winston, W. L. (2004). *Operations research: applications and algorithms* (4th Ed.). Canada: Thomson Learning, Inc.

Xu, N. (2009). Optimal policy for a dynamic, non-stationary, stochastic inventory problem with capacity commitment. *European Journal of Operational Research,* 199,400-408.

Yüksel, A. (1975). Stok-stok problemleri ve stok yönetim anlayışı. *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi,* 4, 2:233.

Ziemba, W. ve Mulvey, J.. editors (1998). *World Wide Asset and Liability Management.* Cambridge Univ. Press.

Ziemba. W. and Vickson, R., editors (1975). *Stochastic optimization models in finance.* Academic Press, New York.

Zipkin, P. H. (2000) Foundations of Inventory Management, USA: Mc Graw-Hill.