T.C.

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

WOLFRAM|ALPHA BİLGİ MOTORUNDA MATEMATİKSEL VE İSTATİSTİKSEL İŞLEMLER

Seçkin YILMAZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İstatistik Anabilim Dalı

Ekim-2011
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

TEZ KABUL VE ONAYI

..... tarafından hazırlanan "....."
adlı tez çalışması .../.../... tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü ... ... Anabilim Dalı'nda YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri	**İmza**
Başkan Prof. Dr. Aşır GENÇ	.....
Danışman Yrd. Doç. Dr. Buğra SARAÇOĞLU	.....
Üye Yrd. Doç. Dr. Hasan KÖSE	.....

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Bayram SADE
FBE Müdürü

Bu tez çalışması ..... tarafından ..... nolu proje ile desteklenmiştir.

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Seçkin YILMAZ

Tarih:

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

WOLFRAM|ALPHA BİLGİ MOTORUNDA MATEMATİKSEL VE İSTATİSTİKSEL İŞLEMLER

Seçkin YILMAZ

Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Buğra SARAÇOĞLU

Yıl, 2011 Sayfa 89

Jüri
Yrd. Doç. Dr. Buğra SARAÇOĞLU
Prof. Dr. Aşır GENÇ
Yrd. Doç. Dr. Hasan KÖSE

İstatistiksel ve matematiksel işlemlerin çözümünde paket programlar kullanılmaktadır. Paket programların çoğunun ücretli olması, kullanılacak bilgisayarda kurulu olması ve uygun işletim sisteminin yüklü olması gibi faktörler kullanıcıları birden fazla etmene bağlı kılmaktadır. Kullanıcıların istatistiksel ve matematiksel problemleri çözebilmesi için paket program kullanmak yerine internet üzerinden hizmet veren Wolfram|Alpha bilgi motorunu kullanarak bu işlemleri yapabilmektedir. Bu bilgi motorunun internetten ücretsiz hizmet vermesi, kullanıcıların bilgisayarlarına herhangi bir paket program kurmayı gerektirmemesi, kullanıcıların istatistik ve matematik ile ilgili herhangi bir konu arattığında detaylı bir şekilde bilgi sunması kullanıcıya sağlamış olduğu başlıca kolaylıklardır. Bu çalışmada Wolfram|Alpha bilgi motorunun bazı matematiksel ve istatistiksel uygulamaları verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Bilgi Motoru, Mathematica, Paket programlar, WebMathematica, Wolfram|Alpha, Wolfram Workbench

ABSTRACT

MATHEMATICAL AND STATISTICAL PROCEDURES IN WOLFRAM|ALPHA KNOWLEDGE ENGINE

Seçkin YILMAZ

THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF SELÇUK UNIVERSITY
THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE
IN STATISTICS

Advisor: Asst. Prof. Dr. Buğra SARAÇOĞLU

Year, 2011 Pages 89

Jury
Advisor Asst. Prof. Dr. Buğra SARAÇOĞLU
Prof. Dr. Aşır GENÇ
Asst. Prof. Dr. Hasan KÖSE

Pack programs are used to solve mathematical and statistical processes. Some factors such as most of the Pack Programs' being paid and set up on the computers used and appropriate operating systems' being set up condemn the users to more than one factor. Instead of using pack programs users can transact using Wolfram|Alpha search engine which serve on the net to solve mathematical and statistical processes. This search engine's being free of charge and not requiring from users to set up any pack programs on their computers and performing a detailed information when users serach anything about mathematics or statistics are principal conveniences supplied to users. İn this study, some mathematical and statistical applications of Wolfram|Alpha search engine are represented.

Keywords: Knowledge Engine, Mathematica, Pack programs, WebMathematica, Wolfram|Alpha, Wolfram Workbench

ÖNSÖZ

Bu çalışmamda hiçbir zaman desteğini benden esirgemeyen ve bana yol gösteren değerli danışmanım Yrd. Doç. Dr. Buğra SARAÇOĞLU'na, bize her konuda yardımcı olan bölüm başkanımız Prof. Dr. Aşır GENÇ'e ve yardımlarını esirgemeyen Artvin Çoruh Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü'nde Araş. Gör. Mustafa Çağatay KORKMAZ'a, ayrıca hiçbir zaman desteğini esirgemeyen aileme teşekkürlerimi bir borç bilirim.

Seçkin YILMAZ
KONYA-2011

İÇİNDEKİLER

ÖZET ..... **iv**

ABSTRACT ..... **v**

ÖNSÖZ ..... **vi**

İÇİNDEKİLER ..... **vii**

SİMGELER VE KISALTMALAR ..... **xii**

1. GİRİŞ **1**

2. TEMEL TANIM VE KAVRAMLAR **3**

2.1. Matematik İle İlgili Temel Kavramlar 3

2.1.1. Matrisler 3

2.1.1.1. Matrislerde Toplama ve Çıkarma İşlemi 3

2.1.1.2. Matrislerde çarpma işlemi 4

2.1.1.3. Matrisin tersi 4

2.1.2.4. Matrislerin özdeğeri ve öz vektörleri 5

2.1.1.5. Matrisin rankı 6

2.1.2. Limit 6

2.1.3. Türev 6

2.1.4. İntegral 7

2.2. İstatistikle İlgili Temel Kavramlar 7

2.2.1. Betimsel istatistik 7

2.2.1.1. Merkezsel konum ölçümleri 8

2.2.1.2. Yaygınlık ölçüleri 11

2.2.2. Çarpıklık ve basıklık katsayıları 13

2.2.2.1 Bir dağılımda çarpıklık(skewness) 13

2.2.2.2. Bir dağılımda basıklık (kurtosis) 13

2.2.3. Olasılık Uzayları ve Rasgele Değişkenler 14

2.2.4. Beta ve Gamma fonksiyonları 16
2.2.5. Bazı sürekli ve kesikli dağılımlar 17
2.2.5.1. Normal dağılım 17
2.2.5.2. Üstel Dağılım 17
2.2.5.3. Weibull dağılımı 18
2.2.5.4. Gamma dağılımı 19
2.2.5.5. Beta dağılımı 20
2.2.5.6. Ki-kare dağılımı 21
2.2.5.7. Bernoulli dağılımı 22
2.2.5.8. Binom dağılımı 22
2.2.5.9. Poisson dağılımı 23
2.2.5.10. Çok terimli dağılım (multinomial distribution) 23
2.2.5.11. Geometrik dağılım 24
2.2.5.12. Negatif binom dağılımı 24
2.2.5.13. Hipergeometrik dağılım 25
2.2.6. Regresyon analizi 25
2.2.6.1. Basit doğrusal regresyon 26
2.2.6.2. En küçük kareler yöntemi 26
2.2.6.3. Belirleyicilik katsayısı 27
2.2.6.4. AIC (Akaike bilgi kriteri) ve BIC 28
3. WOLFRAM|ALPHA BİLGİ MOTORU 29
3.1.Tarihçe 29
3.2. Wolfram|Alpa'nın Çalışma Prensibi 30
3.2.1. Wolfram|Alpha bilgi motorunda kullanılan teknolojiler 30
3.2.2. Wolram|Alpha bilgi motorunda Mathematica teknolojisinin kullanılma nedenleri 32
3.2.2.1.Geliştirme ortamı 32
3.2.2.2. Mantıksal işlemler ve hesaplanabilir bilgi 32

3.2.2.3. Ölçeklendirilebilir sistem hesaplaması 32
3.2.2.4. Yüksek performanslı iş dağıtımı 33
3.2.2.5. Dâhili, hesaplanabilir veri 33
3.2.2.6. Bağdaşık bir mimari 34
3.2.2.7. Ustaca method seçimi 34
3.2.2.8. Dinamik rapor jenerasyonu 34
3.2.2.9. Veritabanı bağlanılabilirliği 34
3.2.2.10. Yüksek seviye programlama dili 35
3.2.2.11. Etkili metin işlemesi ve dilbilimsel analiz 35
3.2.2.12. Geniş kapsamlı, otomatik görselleştirme kapasitesi 35
3.2.2.13. Otomatik veri alma 36
3.3. Wolfram|Alpha Bilgi Motoru'nun Kullanımı 36
4.WOLFRAM|ALPHA BİLGİ MOTORUNDA MATEMATİKSEL İŞLEMLERİN UYGULANMASI 44
4.1. Denklem Çözme 44
4.2. Matris Hesaplamaları 45
4.2.1. Matrislerde aritmetiksel işlemler 45
4.2.2. Bir matrisin kuvvetinin alınması 46
4.2.3. Matrisin özdeğer ve özvektörlerinin bulunması 46
4.2.4. Matrisin tersi 47
4.2.5. Matrisin determinantı 48
4.2.6. Matrisin izi 49
4.2.7. Matrisin rankı 50
4.3. Limit 50
4.4. Türev 51
4.5. İntegral 52

5. WOLFRAM|ALPHA BİLGİ MOTORUNDA İSTATİSTİKSEL İŞLEMLERİN UYGULANMASI 54

5.1. Wolfram|Alpha'da Betimsel İstatistiklerin Hesaplanması 54

5.1.1. Merkezsel konum ölçüleri 54

5.1.1.1. Aritmetik ortalama 54

5.1.1.2. Medyan(ortanca) 55

5.1.1.3. Tepe değeri (mod) 56

5.1.1.4. Geometrik ortalama 57

5.1.1.5. Harmonik Ortalama 58

5.1.1.6. Karesel ortalama 59

5.1.2. Yaygınlık Ölçüleri 61

5.1.2.1. Dağılım Aralığı (Range) 61

5.1.2.2. Çeyreklikler arası dağılım aralığı 63

5.1.2.3.Çeyrek sapma 63

5.1.2.4. Standart Sapma 65

5.1.2.5. Varyasyon 65

5.1.2.6. Varyans 65

5.2. Wolfram|Alpha Bilgi Motorunda Sürekli ve Kesikli Tipteki Bazı İstatistiksel Dağılımlar 66

5.2.1. Bazı kesikli olasılık dağılımları 67

5.2.1.1. Bernoulli dağılımı 67

5.2.1.2. Binom dağılımı 68

5.2.1.3. Poisson dağılımı 69

5.2.1.4. Çok terimli dağılım (multinomial distribution) 70

5.2.1.5. Geometrik dağılım 71

5.2.1.6. Negatif binom dağılımı (negative binomial distribution) 72

5.2.1.7. Hipergeometrik dağılım (hypergeometric distribution) 73

5.2.2. Bazı sürekli rasgele değişkenlerin dağılımları 74

5.2.2.1. Normal dağılım (normal distribution) 74
5.2.2.2. Üstel dağılım (exponential distribution) 76
5.2.2.3. Weibull dağılımı 77
5.2.2.4. Gamma dağılımı (gamma distribution) 78
5.2.2.5. Beta dağılımı (beta distribution) 79
5.2.2.6. Ki-Kare dağılımı (chi-squared distribution) 80
5.3. Regresyon Analizi (Regressıon Analysis) 81
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER 85
6.1 Sonuçlar 85
6.2 Öneriler 85
KAYNAKLAR 87
ÖZGEÇMİŞ 89

SİMGELER VE KISALTMALAR

Kısaltmalar

AIC: Akaike bilgi kriteri
BIC: Bayescil bilgi kriteri
Oyf: Olasılık yoğunluk fonksiyonu
CDF: Kümülâtif dağılım fonksiyonu
PDF: Olasılık yoğunluk fonksiyonu

1. GİRİŞ

Günümüz teknolojisinde insanlar çoğu işlemlerini artık internet üzerinden yapmaktadır. Herhangi bir konu hakkında bir bilgiye ulaşmak için ise kütüphaneye gitmek yerine internet üzerinden arama motorlarını kullanarak araştırma yapmaktadır. Geliştirilen sunucu teknoloji sayesinde bilgilere internet üzerinden herhangi bir platforma bağlı kalmadan ulaşılabilmektedir. Kullanıcılar arama motorlarını kullanarak istatistik ve matematik alanında bilgi arattığında o konunun geçtiği web siteleri listelenmektedir. Kullanıcılar listelenen bu web siteleri arasından bilgiyi kendisinin derlemesi gerekmektedir. Wolfram|Alpha bilgi motorunu kullandığında ise arama motorlarındaki gibi o konuyla ilgili web siteleri listelenmemektedir. Aratılan konuyla ilgili bilgiler derlenip kullanıcıya sunulmaktadır. Bu durum kullanıcının bilgiye en hızlı ve en doğru şekilde ulaşmasını sağlamaktadır.

Kullanıcılar matematiksel ve istatistiksel problemlerin çözümünde paket programlar kullanmaktadır. Kullanılan paket programların çoğunun ücretli olması, kullanıcının bilgisayarındaki işletim sistemine uyumlu olması, herhangi bir analiz yapılacağında, problem çözüleceğinde kullanılacak bilgisayarda kurulu olmasının gerekmesi, kullanıcıyı birden fazla etmene bağlı bırakmaktadır. Kullanıcıların istatistiksel ve matematiksel analizleri yapması için paket program kullanmak yerine internetten hizmet veren Wolfram|Alpha bilgi motorunu kullanarak, yapacağı işlemlerin çoğunu yapabilirler. Wolfram|Alpha bilgi motoru, internetten ücretsiz hizmet vermektedir, herhangi bir platforma bağlı değildir. Kullanıcıların bilgisayarlarına herhangi bir program kurması gerekmemektedir. İstenildiği zaman internet üzerinden Wolfram|Alpha bilgi motoruna erişilebilmektedir.

Günümüz teknolojisinde akıllı telefonların çıkması ile birlikte insanlar akıllı telefonlardan internete bağlanıp işlerinin çoğunu bu telefonlar üzerinden yapmaktadır. Ayrıca akıllı telefonlarla internete bağlanıp Wolfram|Alpha bilgi motorun kullanılarak matematiksel ve istatistiksel işlemler yapılabilmektedir. Bu durum kullanıcıların işlerini oldukça kolaylaştırmaktadır. Paket programlar ile Wolfram|Alpha bilgi motoru arasındaki en büyük farklardan biri, kullanılacak aygıta paket programların yüklenmesi gerekirken, Wolfram|Alpha bilgi motoru için herhangi bir kurulum gerektirmemesidir.

Bu çalışmada Wolfram|Alpha bilgi motorunun bazı matematiksel ve istatistiksel uygulamaları verilmiştir. Bölüm 2 de matematik ve istatistikle ilgili temel tanım ve kavramlardan bahsedilmiştir. Bölüm 3'te Wolfram|Alpha bilgi motoru ile ilgili genel

bilgilerden bahsedilmiştir. Bölüm 4'te Wolfram|Alpha bilgi motorunda matematiksel işlemlerin uygulanması ele alınmıştır. Bölüm 5'te ise Wolfram|Alpha bilgi motorunda istatistiksel işlemlerin uygulanması ele alınmıştır.

2. TEMEL TANIM VE KAVRAMLAR

Bu bölümde matematikle ve istatistikle ilgili bazı temel kavramlardan bahsedilmiştir.

2.1. Matematik İle İlgili Temel Kavramlar

Bu kısımda matrisler, türev, limit, integral ele alınmıştır.

2.1.1. Matrisler

Matris sözcüğü, sayısal verilerin dikdörtgen biçiminde (çoğunlukla karesel formda) gösterimi şeklinde ifade edilir (Alpar, 1997). Herhangi bir F cisminin elemanlarından mxn tanesinin, m tane satır ve n tane sütun olarak dizilmesiyle elde edilen tabloya mxn tipinde bir matris denir.

Eğer yukarıdaki tanımda, m≠ n ise matrise dikdörtgen matris, m=n ise kare matris denir. Böyle bir matris A ile gösterildiğinde, a_{ij} bu matrisin her bir elemanını göstermek üzere A

$$A=[a_{ij}]=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & . & . & . & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & . & . & . & a_{2n} \\ . & . & & . & & . \\ . & . & & . & & . \\ . & . & & . & & . \\ a_{m1} & a_{m2} & . & . & . & a_{mn} \end{bmatrix}$$

şeklinde yazılır (Bozkurt ve ark., 2006).

2.1.1.1. Matrislerde Toplama ve Çıkarma İşlemi

A=[a_{ij}] ve B= [b_{ij}] matrisleri aynı tipte matrisler ise bu iki matrisin toplamı C matrisi kabul edildiğinde C matrisi $c_{ij}=a_{ij}+b_{ij}$ (i=1,2,…,m; j=1,2,…,n) olmak üzere $C=A\pm B=[c_{ij}]=[a_{ij}+b_{ij}]$ şeklinde elde edilmektedir (Bozkurt ve ark., 2006).

İki matrisin toplanabilmesi veya çıkarılabilmesi için verilen matrislerin satır ve sütun sayıları eşit olmalıdır (Alpar, 1997).

2.1.1.2. Matrislerde çarpma işlemi

İki matrisin çarpımı aşağıdaki gibi ifade edilir.

A= $[a_{ij}]$ mxn tipinde B=[b_{ij}], nxp tipinde matrisler ve C matrisi de elemanları $c_{ij}=\sum_{k=1}^{n} a_{ik}\, b_{kj}$ olan bir mxp matris olduğu kabul edildiğinde C matrisi A ve B matrisinin çarpımı olmaktadır.

İki matrisin çarpılabilir olması için, birinci matrisin sütun sayısı ile ikinci matrisin satır sayısının eşit olması gerekir (Bozkurt ve ark., 2006).

Bir matrisle skaler sayının çarpımı ise aşağıdaki gibi ifade edilir.

Bir matrisin tüm elemanları $k \in$ R ile çarpılırsa matris de k ile çarpılmış olur. k.A= $[k.\, a_{ij}]_{mxn}$ şeklinde ifade edilir.

2.1.1.3. Matrisin tersi

A bir kare matris ise A'nın tersi(inversi) A^{-1} ile gösterilir ve A A^{-1} =I'dır. Bir matrisin tersi ile çarpımı, birim matrise eşittir. Bir matrisin tersinin alınabilmesi için kare matris olması gerekmektedir. Her kare matrisinde tersi yoktur. Bir matrisin tersi varsa, hem sağ hem sol tersi(inversi) birbirine eşit ($A^{-1}\, A_l$=$A^{-1}\, A_r$=I) ve tektir (Bozkurt ve ark., 2006; Alpar 1997).

Birim Matris aşağıdaki gibi ifade edilir.

A matrisi kare matris iken i=j için a_n=1 (köşegen elemanları 1) ve i≠ j için a_{ij}=0 (köşegen dış elemanları 0) ise A matrisine birim matris denir (Alpar, 1997).

Determinant aşağıdaki gibi ifade edilir.

A=(a_{ij}) biçiminde n. Dereceden bir kare matrisin determinantı, belirli bir işlem sonucunda bulunan bir sabit değerdir ve |A| şeklinde gösterilir (Bozkurt ve ark., 2006).

Minörler ve kofaktörler aşağıdaki gibi ifade edilir.

A=$(a_{ij})_{nm}$ matrisinin i. satır ve j. sütunu çıkarttırılırsa geriye kalan matrisin determinantına a_{ij}'nin minörü adı verilir ve $|M_{ij}|$ ile gösterilir. Matrisin boyutları (n-1)(n-1) 'dir. a_{ij}'nin $a_{ij}=(-1)^{i+j}\, |M_{ij}|$ biçimindeki işaretli minörüne a_{ij}'nin kofaktörü denir (Alpar, 1997).

Bir matrisin determinant değeri A'nın kofaktörü ile çarpımının toplamına eşittir (Alpar, 1997). A matrisinin determinantı; det(A)=|A|=$a_{11}\, a_{11} + a_{12}\, a_{12} + a_{13}\, a_{13}$ şeklinde

bulunmaktadır. Bu işlemler herhangi bir satır ya da sütun için yapılabilir ve sonuç değişmez (Alpar, 1997).

$A^{-1}=\frac{1}{|A|}Adj(A)$ dır.

$A_K=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ şeklindedir. Bu matrisin transpozu alındığında elde edilen matrise A'nın adjoint matrisi adı verilir (Alpar, 1997). A'_K şeklinde gösterilir.

$A'_K = \text{Adj(A)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ şeklinde tanımlanabilir. Bir matrisin determinantı 0'a eşitse bu matrisin tersi yoktur (Alpar, 1997).

2.1.2.4. Matrislerin özdeğeri ve öz vektörleri

$(\lambda - a_{11})x_1 - a_{12}x_2 - \dots a_{1n}x_n = 0$

$-a_{21}x_1 + (\lambda - a_{22})x_2 - \dots a_{2n}x_n = 0$

.....

$-a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \cdots + (\lambda - a_m)x_n = 0$

Lineer homojen denklem sistemi göz önüne alındığında bu sistem $(\lambda I - A)x = 0$ veya $Ax = \lambda x$ şeklinde matematiksel olarak gösterilebilir. Lineer homojen sisteminin sıfır çözümünden başka çözümünün olabilmesi için

$$\det(\lambda I - A)=\begin{vmatrix} \lambda - a_{11} - & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ -a_{21} & \lambda - a_{22} & \dots & -a_{2n} \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & \lambda - a_{mn} \end{vmatrix}=0$$

şeklinde olması gerekir (Bozkurt ve Türen, 2003).

$\Delta_A(\lambda) = \det(\lambda I - A)$ polinomuna A matrisinin karekteristik polinomu denir (Bozkurt ve Türen, 2003). $\Delta_A(\lambda) = \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \cdots + a_{n-1}\lambda + a_n$ şeklinde de yazılabilir (Bozkurt ve Türen, 2003).

Karakteristik denklem: $\Delta_A(\lambda) = 0$ denklemine A matrisinin karekteristik denklemi denir (Bozkurt ve Türen, 2003).

Öz değer: $\Delta_A(\lambda) = 0$ denkleminin köklerine A matrisinin öz değeri denmektedir (Bozkurt ve Türen, 2003).

Öz vektörü: λ_i $(1 \leq i \leq n)$için $(\lambda I - A)x = 0$ denkleminin x_i çözüm vektörüne A matrisinin öz vektörü veya karakteristik değerleri veya aygen değerleri denir (Bozkurt ve Türen, 2003).

Matrisin izi aşağıdaki gibi ifade edilir.

nxn boyutlu bir A matrisinin izi, köşegen elemanlarının toplamına eşittir ve tr(A) ile gösterilir (Alpar, 1997).

tr(A)=$\sum_{i=1}^{n} a_{ii} = a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn}$ şeklinde matrisin izi tanımlanabilir (Bozkurt ve Türen, 2003).

2.1.1.5. Matrisin rankı

nxp boyutlu bir A matrisi için belirli sayıda satır ya da sütunların çıkartılmasıyla elde edilen tüm olası kare alt matrislerin determinantları bulunduğunda, determinantı sıfır olmayan matrisler arasında en yüksek mertebeli alt matrisin mertebesi A matrisinin rankını verir ve rank(A) veya r(a) ile gösterilir (Bozkurt ve ark., 2006).

2.1.2. Limit

y=f(x) fonksiyonu x=a noktası civarında tanımlı bir fonksiyon olduğunda her $\varepsilon > 0$ sayısı için |x-a| < δ iken |f(x)-b|<ε olacak şekilde $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ pozitif sayı varsa x→ a yaklaşırken fonksiyonun limiti b olmaktadır ve $\lim_{x \to a} f(x) = b$ ile gösterilir (Bozkurt ve ark., 2006).

Limitin a noktasına nasıl yaklaşacağı hakkında sınırlama konulduğunda x ve a reel eksen üzerinde birer nokta olduğu kabul edilirse a sabit olmak üzere, x,a noktasına sağdan veya soldan yaklaşabilmektedir (Bozkurt ve ark., 2006).

Eğer $\lim_{x \to a^+} f(x) = L_1$ ise L_1'e f(x)'in sağdan limiti, $\lim_{x \to a^-} f(x) = L_2$ ise L_2'ye f(x)'in soldan limiti denmektedir (Bozkurt ve ark., 2006).

2.1.3. Türev

(a,b) ⊆ R aralığında tanımlı f fonksiyonu ile $x_0 \in (a, b)$ noktası verilsin. Eğer

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

eşitliğin limiti varsa bu iki değerine f 'nin x_0 noktasındaki türevi denir ve f´(x_0) simgesiyle gösterilir. f´(x_0) değeri varsa f fonksiyonuna x_0 noktasında türevlenebilir denir (Dost, 2010).

2.1.4. İntegral

F:(a,b) → R fonksiyonu türevlenebilir olduğu kabul edildiğinde her x ∈ (a, b) için F' (x)=f(x) ise, F fonksiyonuna f'nin bir ilkel fonksiyonu denir (Dost, 2010).

f: (a,b) → R fonksiyonunun tüm ilkel fonksiyonlarının kümesine f'nin (a,b) üzerinde belirsiz integral denir ve $\int f(x)dx$ şeklinde gösterilmektedir.

F:(a,b)→ R fonksiyonu f'nin bir ilkel fonksiyonu ise c ∈ R keyfi sabit olmak üzere, $\int f(x)dx = F(x) + c$ biçiminde yazılmaktadır. Burada c'ye integral sabiti denmektedir (Dost, 2010).

Belirli integral aşağıdaki gibi ifade edilir.

f: [a,b] → R sınırlı bir fonksiyon, P kümesi [a,b] aralığının bir bölüntüsü ve her i=1,2,…,n için $X \in [t_{i-1}, t_i]$ olduğu farz edildiğinde eğer $\lim_{||p||\to 0} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)h_i$ limiti varsa, f fonksiyonuna [a,b] aralığında integrallenebilir denir. Limit değerine de, f'nin a'dan b'ye belirli integral adı verilir ve $\int_a^b f(x)dx$ şeklinde gösterilmektedir (Dost, 2010).

F: [a,b]→R fonksiyonu sürekli ve F:[a,b]→ R, f'nin ilkel fonksiyonu ise, $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$ eşitliği geçerli olmaktadır (Dost, 2010).

2.2. İstatistikle İlgili Temel Kavramlar

Bu bölümde istatistikle ilgili temel kavramlardan bahsedilmektedir.

2.2.1. Betimsel istatistik

Betimsel istatistik, istatistik bilim alanında üç temel kısmından biridir. Sayısal verilerinin derlenmesi, toplanması, özetlenmesi ve analiz edilmesi ile ilgili istatistiktir (Anonim, 2010). Genelde istatistik, geçmişi ve içinde bulunulan durumu tanımlayarak özet bilgiler ve grafikler ortaya koyduğunda betimsel adını alır.

Tablolar veya grafikler yardımı ile verilerin özetlenmesi ve çok sayıda sayıdan oluşan bir veri grubunun ortalamalar gibi tek bir sayıya indirgenmesi yine bu alan için geçerlidir. Kısaca betimsel istatistik bir veri kümesinde bulunan bilgiyi sayısal ve grafiksel yöntemleri kullanarak özetler ve sunar (Anonim, 2010).

2.2.1.1. Merkezsel konum ölçümleri

Bu kısımda aritmetik ortalama, medyan, mod, geometrik ortalama, harmonik ortalama ele alınmıştır.

Gözlenen değerlerin tümü toplanarak toplam sayısına bölündüğünde elde edilen değere **aritmetik ortalama** denir (Akdeniz, 2002).

Aritmetik ortalama(ya da sadece "ortalama" sözcüğüde kullanılır), çoğunlukla tek tepeli simetrik bir yapıya sahip sürekli sayısal verilerde kullanılan bir ortalama ölçüsüdür. Ancak, bir büyüklük belirtmesi açısından kesikli sayısal verilerde de kullanılabilir (Alpar, 2006).

Aritmetik ortalama $\bar{x}$ ile gösterilir ve sınıflandırılmamış ve sınıflandırılmış veriler için ayrı formüllerle hesaplanır.

Sınıflandırılmamış verilerde aritmetik ortalama aşağıdaki gibi ifade edilir. Sınıflandırılmamış verilerde aritmetik ortalama, her bir gözleme ilişkin değerlerin toplamının denek sayısına bölünmesi ile bulunur.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad \text{i=1,2,… ,n}$$

Burada , $\sum_{i=1}^{n} x_i$: gözlemlerin toplamı, n: gözlem sayısıdır.

Sınıflandırılmış verilerde aritmetik ortalama aşağıdaki gibi ifade edilir.

Sınıflandırılmış verilerde aritmetik ortalamanın hesaplanması için değişik formüllerden yararlanılabilir.

Sınıflandırılmış verilerde aritmetik ortalama,

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \cdot s_i}{n}$$

eşitliği ile ifade edilir.

Burada, k: sınıf sayısı f_i: i. Sınıfın frekansı s_i : i. Sınıfın sınıf değeridir.

Büyüklüklerine göre sıralanmış gözlemler grubunun merkezine **medyan** denir (Akdeniz, 2002).

Veriler küçükten büyüğe doğru veya büyükten küçüğe doğru sıralandıklarında tam ortadaki değerdir. Medyan bir dağılımdaki değerleri iki eşit parçaya böler. Diğer bir deyişle, gözlemlerin %50 si ortancanın altında,%50'si de ortancanın üzerindedir (Alpar, 2006).

Gruplandırılmamış (sınıflara ayrılmamış) gözlemler için medyan aşağıdaki yöntem kullanılarak hesaplanabilir.

Veri sınıflandırılmamış olduğunda ortanca değer aşağıdaki yöntemle de hesaplanabilir. Buna göre, veriler küçükten büyüğe doğru sırasıyla dizildikten sonra; gözlem sayısı tek sayılı bir değer ise ortanca; ((n+1)/2)'inci gözlem değeri iken, gözlem sayısı çift sayılı bir değer ise ortanca;((n/2))'inci ile (n+2)/2'inci değerlerinin toplanıp ikiye bölünmesiyle bulunur.

$$M=\begin{cases} x\ \left(\frac{n+1}{2}\right) & \text{n tek ise} \end{cases}$$

$$M=\begin{cases} \left(\frac{X_{\frac{n}{2}}+X_{\frac{(n+2)}{2}}}{2}\right) & \text{n çift ise} \end{cases}$$

formülleri kullanılarak hesaplanır (Akdeniz, 2002).

Gruplandırılmış (sınıflara ayrılmış) gözlemler için medyan aşağıdaki yöntemler kullanılarak hesaplanır.

n=Gözlem sayısı

L_m=Medyan sınıfın alt sınırı

H=Sınıf genişliği

f_m=Medyan sınıfın frekansı

n_m=Medyan sınıfından önceki sınıfların frekansları toplamı olmak üzere

Medyan=$L_m+\frac{\left(\frac{n}{2}-n_m\right).h}{f_m}$ dir.

$f_1\ f_2 \ldots f_1 \geq \left(\frac{n}{2}\right)$ olan ilk sınıfa medyan sınıfı denir.

Bir veri grubunda en çok tekrarlanan değere **tepe değeri (mod)** denir. Her değer yalnız bir kez elde edilmişse mod yoktur (Akdeniz, 2002).

Dağılımda en sık tekrarlanan değerdir. Sınıflandırılmamış verilerde en sık tekrarlanan değer doğrudan doğruya tepe değeri olarak alınır. Sınıflandırılmış verilerde ise, frekansı en yüksek olan sınıf **modal sınıf** olarak isimlendirilir. Modal sınıfın **sınıf değeri** tepe değeri olarak kabul edilebilir (Anonim, 2010).

Sınıflara ayrılmış gözlemlerde mod'un hesaplanabilmesi için mod sınıfını saptamak gerekir. Mod sınıfı ise en çok gözlem sayısına sahip olan sınıftır.

L_{td}=Mod sınıfın alt sınıf sınırı

Δ_1=Mod sınıfın frekansı ile bir önceki sınıfın frekans farkı

Δ_2=Mod sınıfın frekansı ile bir sonraki sınıfın frekans farkı

h=Sınıf genişliği (Mod sınıfın)

$$\text{Mod}=L_{td+}\frac{\Delta_1}{\Delta_2}.h$$

Geometrik artış gösteren verilerde **geometrik ortalama** kullanılır. Birbirinin katları şeklinde artan veriler (2,4,8,16,32,64...) geometrik diziye sahiptir (Anonim, 2010).

Verilerin logaritmaları ortalamasının anti logaritmasıdır. Geometrik ortalama mikroorganizmalar ve nüfus gibi geometrik bir dizi halinde değişim gösteren değişkenlerde kullanılır. Ancak birbirinin katları şeklinde artan bir dağılıma pek rastlanmaz (Anonim, 2010).

.n tane $x_1,x_2,\ldots,x_n$ değerinin çarpımının n. Kökü geometrik ortalama olarak tanımlanır.

Geometrik ortalama

$$\text{G.O}=\sqrt[n]{x_1.x_2\ldots x_n}$$

eşitliği ile ifade edilir.

Gözlem sonuçlarının (birim değerlerinin) terslerinin aritmetik ortalamasının tersine **harmonik ortalama** denir (Anonim, 2010).

Birim değerleri x_1, x_2, ... , x_n gibi gösterilirse harmonik ortalama

$$H=\frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{X_2}+\cdots+\frac{1}{X_n}}$$

eşitliği ile ifade edilir (Anonim, 2010).

Verilerin kareleri ortalamasının karekökü karesel ortalamayı verir (Anonim, 2010).

Karesel ortalama

$$\text{K.O}=\sqrt{\frac{\Sigma X^2{}_i}{n}}$$

eşitliği ile ifade edilir (Anonim, 2010).

2.2.1.2. Yaygınlık ölçüleri

Yaygınlık ölçüleri, bir dağılımdaki değerlerin farklılıkların ölçüsünü tanımlar. Şöyle ki, bir dağılımdaki değerlerin ortalama değere olan uzaklıkları farklılıklar gösterir (Alpar, 2006).

Sayısal verinin bir ortalama değer etrafındaki yayılma eğiliminin derecesine o verinin yayılımı ya da değişimi denir (Spiegel M. ve ark., 1999).

En basit yaygınlık ölçüsüne **dağılım aralığı genişliği (ranj)** denir. Dağılımdaki en büyük değerden en küçük değerin çıkartılmasıyla bulunur.

Dağılım A: 0 0 2 3 3 4 5 6 8 9 10 10 10
Dağılım B: 0 4 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 10

A dağılımı daha yaygın olmakla birlikte B dağılımı ile aynı dağılım aralığına (genişliğine) sahiptir. B dağılımında, en büyük ve en küçük değer çıkartıldığında, dağılım aralığı 10'dan 2'ye düşmektedir. Ayrıca gözlemlerin çoğunun en büyük ya da en küçük değere yakın olduğu durumlarda da gerçek değişkenlik hakkında bilgi vermez. Dağılım aralığı ileri düzeydeki istatistiksel hesaplamalarda pek kullanılmaz (Alpar, 2006).

Puanların sıralanmış olması gerekmez. Grubun homojen ya da heterojen bir dağılım gösterdiği hakkında bilgi verir (Anonim, 2010).

Çeyrekler arası dağılım aralığı (iqr) aşağıdaki gibi ifade edilir.

Verilerin kesikli ya da sürekli sayısal veri tipinde olduğu durumlarda eğer dağılımlar çarpıksa (dolayısıyla, ortalama ölçüsü olarak ortanca kullanılıyorsa) ya da veri sıralı bir veri (1,2…,10…,… gibi) ise yaygınlık ölçüsü olarak çeyrekler arası dağılım aralığından sıklıkla yararlanılır. Çeyrekler arası dağılım aralığı, 75. Değerinden 25. Yüzdelik değerinin çıkartılmasıyla bulunur. Dağılım aralığı aşırı uç değerlerden etkilendiği halde çeyrekler arası dağılım aralığı aşırı uç değerlerden etkilenmez. Çünkü çeyrekler arası dağılım aralığı, dağılımdaki değerlerin %50'si ile ilgilenilir. İncelenen dağılım simetrik ise 25. Ve 75. Yüzdelikler ortancadan eşit uzaklıktadır.

Çeyrek sapma aşağıdaki gibi ifade edilir.

25. ve 75. yüzdelikler arasındaki mesafenin yarısı; bu yüzdeliklerle ortanca arasındaki mesafenin ortalama bir ölçüsü olup bir yaygınlık ölçüsü olarak kullanılabilir.

25. ve 75. yüzdelikler arasındaki mesafenin yarısına (ya da çeyreklikler arası genişliğin yarısına) **çeyrek sapma ya da çeyreklikler arası dağılım** aralığı adı verilir.

Standart sapma aşağıdaki gibi ifade edilir.

Standart sapma dağılımdaki tüm değerleri dikkate alır ve dağılımdaki tüm değerlerin aritmetik ortalamaya uzaklıklarının ortalama bir göstergesi" olarak tanımlanır (Alpar, 2006).

Dağılımdaki tüm verilerin aritmetik ortalamaya göre sapmalarının standart ölçüsüdür (Anonim, 2010).

Standart sapma s veya S ile gösterilir.

$S=\sqrt{\frac{\sum(X_i-\overline{X})^2}{n-1}}$ Sınıflandırılmış verilerde standart sapma eşitliği ile verilir.

Sınıflandırılmamış verilerde ise standart sapma aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$S=\sqrt{\frac{\sum X_i^2-\frac{(\sum X_i^2)}{n}}{n-1}}$$

Burada;

S: Standart sapma

X_i: i. gözlem değeri, i=1,2,…,n

$\overline{X}$: n sayıda gözlem değerinin ortalaması

n: gözlem Sayısı

Standart sapmaya bakarak bir dağılımın yaygınlığı konusunda yargıya varmak güçtür. Diğer taraftan iki ya da daha fazla dağılımın yaygınlığını karşılaştırmak istenildiğinde standart sapmayı doğrudan kullanılmaz. Bu gibi nedenlerle, dağılımların göreceli değişkenlerine gereksinim duyulur. **Değişim katsayısı (coefficient of variation)**, standart sapmanın ortalama etrafında yüzde kaçlık bir değişim gösterdiği konusunda bilgi verir (Alpar, 2006).

Değişim katsayı,

$DK=\frac{S}{\overline{X}}\cdot 100$

eşitliği ile verilir. Burada S; standart sapmayı ve $\overline{X}$ ile aritmetik ortalamayı ifade etmektedir.

Standart sapmanın karesine **varyans** denir.

Varyans, $V=S^2$ eşitliği ile ifade edilir.

Varyansın birimi karedir. Bu nedenle varyans, istatistiksel hesaplamalar dışında, yaygınlık ölçüsü olarak veriyi tanımlamakta pek kullanılmaz (Alpar, 2006).

2.2.2. Çarpıklık ve basıklık katsayıları

Bu kısımda çarpıklık ve basıklık katsayılar ele alınmıştır.

2.2.2.1 Bir dağılımda çarpıklık(skewness)

Çarpıklık, bir dağılımda simetriden ayrılışın derecesidir. Dağılımın frekans eğrisi merkezsel maksimum sağında daha uzun uzantıya sahipse dağılım için sağa çarpık denir. Bunun tersi bir durum ise sola çarpık denir. Simetrik dağılımlar için çarpıklık sıfıra eşittir (Akdeniz, 2002). Ayrıca bütün dağılımlar için çarpıklık katsayısı formülleri mevcuttur.

2.2.2.2. Bir dağılımda basıklık (kurtosis)

Basıklık ölçüsü olarak bazen ortalamaya göre dördüncü moment kullanılır. Yoğunluk fonksiyonunun grafiğinin merkezine yakın yerde düzlük (yassılık) derecesidir.

Basıklık katsayısı,

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$$

eşitliği ile ifade edilir.

Burada μ_4 : basıklık ölçüsünü, σ^4 : varyansın karesini ifade eder.

$\gamma_2 < 0$ için merkeze yakın yerde eğri normal dağılım eğrisine göre fazla düzdür. $\gamma_2 > 0$ için merkeze yakın yerde eğri normal dağılım eğrisinden daha dar ve yüksektir. Normal dağılım için $\gamma_2 = 0$ dır. Ayrıca bütün dağılımlar için basıklık katsayılar mevcuttur.

2.2.3. Olasılık Uzayları ve Rasgele Değişkenler

İstatistik, rasgelelik içeren olaylar, süreçler ve sistemler hakkında matematiksel modeller kurmada ve bu modellerin uyumluluğuna ve bu modellerden sonuç çıkarmada gerekli bilgi ve yöntemleri ortaya koyan bir bilim dalıdır.

Tanım 2.2.3.1. Sonuçların kümesi belli olan ancak gerçeklendiğinde hangi sonucun ortaya çıkacağı önceden bilinmeyen işleme "**Olasılık deneyi**" denir.

Tanım 2.2.3.2. Bir olasılık deneyinin tüm olabilir sonuçlarının kümesine "**örnek uzay**" denir. Ve genelde Ω ile gösterilir.

Tanım 2.3.3.3. Örnek uzayın bir alt kümesine "**Olay**" denir. Bir olayın gerçekleşmesi deney sonucunun bu kümenin elemanı olması demektir.

Tanım 2.2.3.4. Bir Ω cümlesinin alt cümlelerinden oluşan bir U sınıfı,

i. $\Omega \in U$ (2.1)

ii. $A \in U$ cümlesi için $\overline{A} \in U$ (2.2)

iii. U 'da her (A_n) dizisi için $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in U$ (2.3)

özelliklerine sahipse U sınıfına Ω'da bir "***σ*- cebir**" denir.

Tanım 2.2.3.7. U,Ω'da bir $\sigma-$ cebir olmak üzere,

$P : U \to R$

$A \to P(A)$

Tanımlanan fonksiyon için,

i. $A \in U$ için $P(A) \geq 0$

ii. $P(\Omega) = 1$

iii. U 'daki ayrık cümlelerin her (A_n) dizisi için $P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$

özelliklerine sahipse P 'ye U üzerinde "**Bir olasılık ölçüsü**" denir. $P(A)$ değerine A'nın olasılık ölçüsü veya A'nın olasılığı denir.

Tanım 2.2.3.8. Ω boş olmayan bir küme, U, Ω'da bir $\sigma-$ cebir ve P, U üzerinde bir olasılık ölçüsü olmak üzere, (Ω, U, P)üçlüsüne "**Olasılık uzayı**" denir.

Tanım 2.2.3.9. R'deki açık aralıkların sınıfını kapsayan en küçük σ-cebire borel cebiri denir ve B ile gösterilir.

Tanım 2.2.3.10. (Ω, U, P) olasılık uzayı ve

$$X : \Omega \to R$$
$$w \to X(w)$$

bir fonksiyonu, $\forall B \in \mathbf{B}$ için $X^{-1}(B) \in U$ koşulunu sağlıyorsa X 'e "**rasgele değişken**" denir. Burada B borel kümesini B borel $\sigma - cebir$ 'ini göstermektedir.

Tanım 2.2.3.11. (Ω, U, P) olasılık uzayı ve X rasgele değişken olmak üzere,

$$F : R \to [0,1]$$
$$x \to F(x) = P(X \le x)$$

fonksiyonuna " X rasgele değişkenin "**dağılım fonksiyonu**" denir.

Tanım 2.2.3.12. X rasgele değişkenin $X(\Omega)$ değer kümesi sayılabilir olduğunda X 'e kesikli rasgele değişken ve X 'in belirlediği olasılık dağılımına da "kesikli dağılım" denir. X 'in $x \in X(\Omega)$ değerini alması olasılığı $P(X = x) = P\{w \in \Omega : X(w) = x\}$ olmak üzere,

$$\sum_{x \in X(\Omega)} P(X = x) = P\left(\bigcup_{x \in X(\Omega)} (X = x) \right) = 1$$

dir. Kesikli *x* rasgele değişkenin dağılım fonksiyonu

$$F(x) = P(X \le x)$$
$$= \sum_{\substack{a \le x \\ a \in X(\Omega)}} P(X = a), \quad -\infty < x < \infty$$

ve *F* basamak fonksiyonudur.

Tanım 2.2.3.13. (Ω, U, P) olasılık uzayı ve X rasgele bir değişken olmak üzere,

$$f : X(\Omega) \to R$$
$$x \to f(x) = P(X = x)$$

fonksiyonuna X rasgele değişkenin "olasılık fonksiyonu" denir.

Tanım 2.2.3.14. Bir $f : R \to R$ fonksiyonu için

i. $f(x) \ge 0$, $x \in R$

ii. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

özellikleri sağlanıyorsa f fonksiyonuna "**olasılık yoğunluk fonksiyonu**" denir.

Tanım 2.2.3.15. Bir x rasgele değişkenin *F* dağılım fonksiyonu bir f olasılık yoğunluk fonksiyonu yardımıyla,

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)dx\ ,\ -\infty<x<\infty$$

şeklinde yazılabiliyorsa X rasgele değişkenine "**mutlak sürekli**" veya kısaca "**sürekli rasgele değişken**" ve f fonksiyonuna "**olasılık yoğunluk fonksiyonu**" denir.

Tanım 2.2.3.16. X, bir rasgele değişken ve $g:R\to R,\ \forall B\in \mathrm{B}(R)$ için $\{x:g(x)\in B\}\in \mathrm{B}(R)$ özelliğine sahip bir fonksiyon olmak üzere:

i. X kesikli ve $\sum_{x}|g(x)|f(x)<\infty$ olduğunda

$$E(g(X))=\sum_{x} g(x)f(x)$$

ii. X sürekli ve $\int_{-\infty}^{\infty}|g(x)|f(x)dx<\infty$ olduğunda,

$$E(g(X))=\int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$$

değerine $g(X)$'in beklenen değeri denir (Öztürk, 1993).

2.2.4. Beta ve Gamma fonksiyonları

Beta fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$B(\alpha,\beta)=\int_{0}^{1} t^{\alpha-1}(1-t)^{\beta-1}dt=\frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)},\ \alpha>0,\beta>0 \qquad (2.4)$$

Gamma fonksiyonu $\forall x\in \mathbf{R}$ için aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\Gamma(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{n!\,n^{x-1}}{(x)_n}=\int_{0}^{\infty} t^{x-1}exp(-t)dt,\ x>0 \qquad (2.5)$$

Burada

$$(x)_n=x(x+1)\ldots(x+n-1)\ ,n>0,(x)_0=1,x\in \mathbf{R}^{+} \qquad (2.6)$$

dır. $\forall x\in \mathbf{R}^{+}$ için

$$\Gamma(x+1)=x\Gamma(x) \qquad (2.7)$$

Ve $\forall x\in N^{+}$ için

$$\Gamma(x+1)=x!$$

dir.

2.2.5. Bazı sürekli ve kesikli dağılımlar

Aşağıda sürekli dağılımlardan normal dağılım, üstel dağılım, weibull dağılımı, gamma dağılımı, beta dağılımı ile ki-kare dağılımları ele alınmıştır.

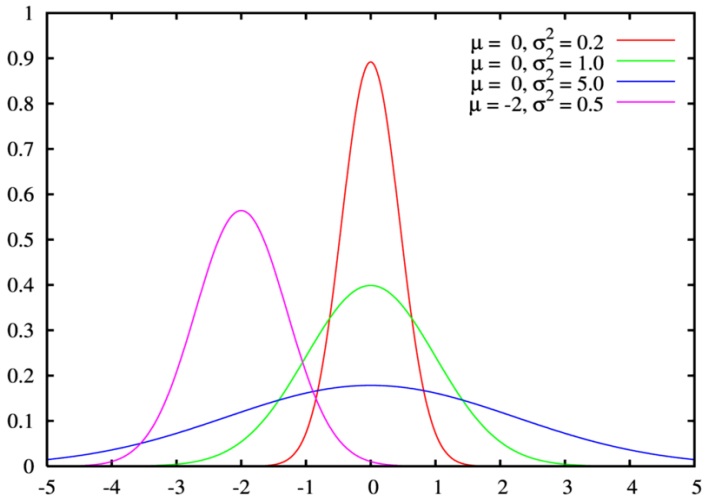
2.2.5.1. Normal dağılım

Normal dağılım, uygulama alanı çok geniş olan ve istatistikte sıkça kullanılan sürekli bir dağılımdır. μ ortalamalı ve σ^2 varyanslı normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu ve moment çıkaran fonksiyonu sırasıyla,

$$f(x;\mu,\sigma)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right\},\quad -\infty<x<\infty\ ;\ -\infty<\mu<\infty,\sigma>0$$

$$M_x(t)=\exp\left(\mu t+\frac{1}{2}\sigma^2t^2\right)$$

biçimindedir.



Şekil 2.1 Normal dağılıma ait farklı parametre değerlerine göre oyf grafiği

Şekil 2.1 de farklı parametre değerlerine göre normal dağılım grafiği verilmiştir. μ, parametresi ve σ^2 yayılım parametresidir. Normal dağılımın çarpıklık katsayısı sıfırdır.

2.2.5.2. Üstel Dağılım

X rasgele değişkeni, Üstel dağılıma sahip ise, sırasıyla, olasılık yoğunluk, dağılım ve yaşam fonksiyonu,

$$f(x)=\lambda\exp(-\lambda x),\quad x>0,\ \lambda>0$$

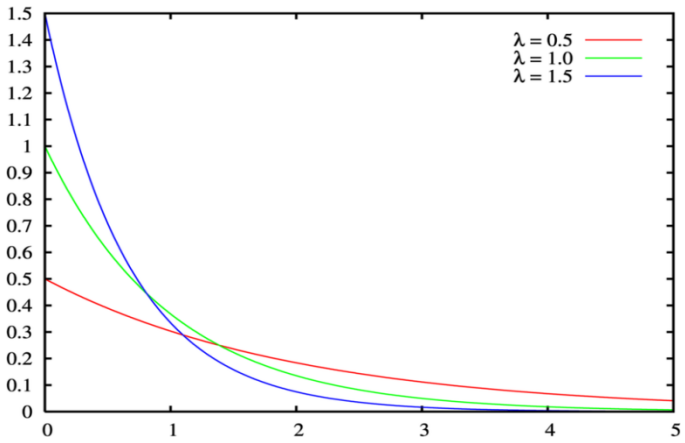
$$F(x)=1-\exp(-\lambda x)$$

$$\overline{F}(x)=\exp(-\lambda x)$$

şeklindedir. Şekil 2.2'de üstel dağılıma ait olasılık yoğunluk fonksiyonu grafiği verilmiştir. Üstel dağılımın Beklenen değer ve varyansı, sırasıyla,

$E(X)=\lambda^{-1},\ Var(X)=\lambda^{-2}$

biçimindedir.



Şekil 2.2. Üstel dağılıma olasılık yoğunluk fonksiyonu oranı grafiği

Şekil 2.2'de farklı ortalamalara sahip olan üstel dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu grafikleri görülmektedir. Grafiğe bakıldığında ortalama değerden başlayan ve sonsuzda sıfırda değerine ulaşan eğriler görülmektedir.

2.2.5.3. Weibull dağılımı

X rasgele değişkeni, Weibull dağılımına sahip ise, sırasıyla, olasılık yoğunluk, dağılım ve yaşam fonksiyonu,

$$f(x)=k\lambda^{-k}x^{k-1}\exp\left\{-\left(\lambda^{-1}x\right)^{k}\right\}\quad,\quad x>0\ ,\ \lambda>0\ ,\ k>0$$

$$F(x)=1-\exp\left\{-\left(\lambda^{-1}x\right)^{k}\right\}$$

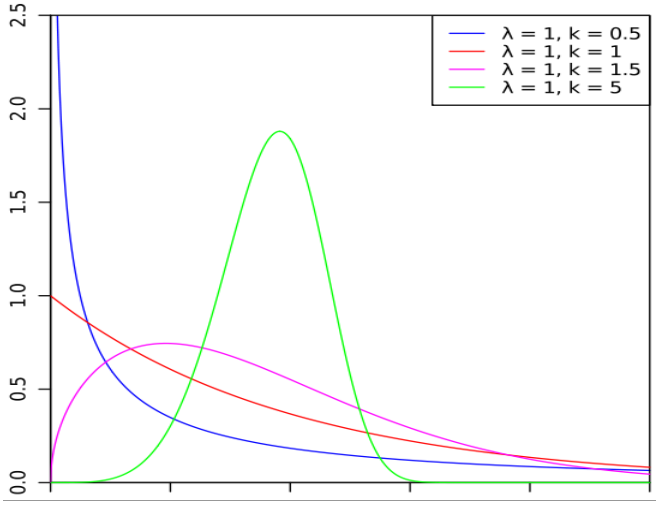
$$\overline{F}(x)=\exp\left\{-\left(\lambda^{-1}x\right)^{k}\right\}$$

biçimindedir. Burada k şekil, λ ölçek parametresidir. k=1 için üstel dağılımı olan Weibull dağılımının beklenen değer ve varyansı sırasıyla ,

$E(X)=\lambda\left(1+k^{-1}\right)$

$Var(X) = \lambda^2 \left\{ \Gamma\left(1 + 2k^{-1}\right) - \Gamma^2\left(1 + k^{-1}\right) \right\}$

şeklindedir.



Şekil 2.3. $\lambda = 1$ ve farklı k parametre değerlerine ait Weibull dağılımına olasılık yoğunluk fonksiyonu grafikleri

Şekil 2.3'e bakıldığında Weibull dağılımının farklı veri setlerini modellemede ne kadar kullanışlı olduğu görülmektedir.

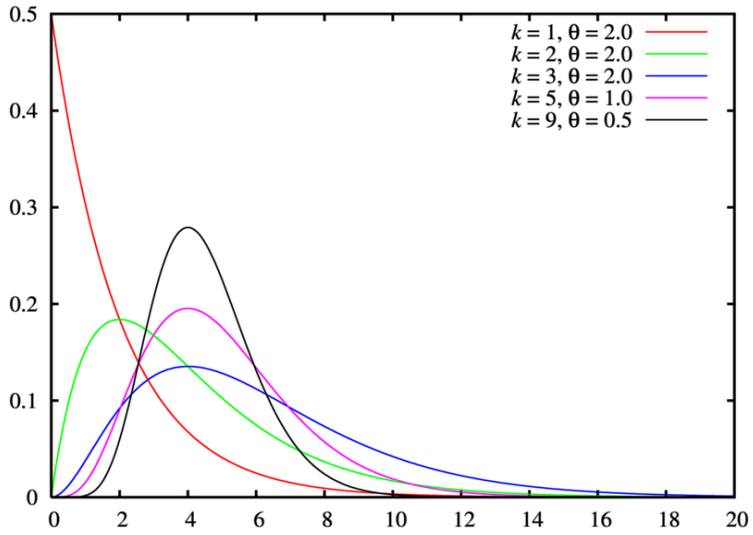
2.2.5.4. Gamma dağılımı

X rasgele değişkeni Gamma dağılımına sahip ise olasılık yoğunluk fonksiyonu ve yaşam fonksiyonu sırasıyla,

$f(x) = \Gamma^{-1}(k)\theta^k x^{k-1} \exp(-\theta x) \quad , \; x > 0 \, , \, \theta > 0 \, , \, \beta > 0$

$\overline{F}(x) = \Gamma^{-1}(k) \int_x^{\infty} \theta^k x^{k-1} \exp(-\theta x) dx$

şeklindedir. Ayrıca Gamma dağılımı için; beklenen değer $E(X) = \theta \cdot k$, varyans $Var(X) = \theta^{-2} k$ dir.



Şekil 2.4. Farklı parametre değerlerine ait Gamma dağılımı olasılık yoğunluk fonksiyonu grafikleri

Şekil 2.4'e bakıldığında Gamma dağılımının Weibull dağılımı gibi kullanışlı bir dağılım olduğu görülmektedir. $k = 1$ parametreli Gamma dağılımı Üstel dağılıma dönüşmektedir.

2.2.5.5. Beta dağılımı

X rasgele değişkeni, Beta dağılıma sahip ise olasılık yoğunluk fonksiyonu,

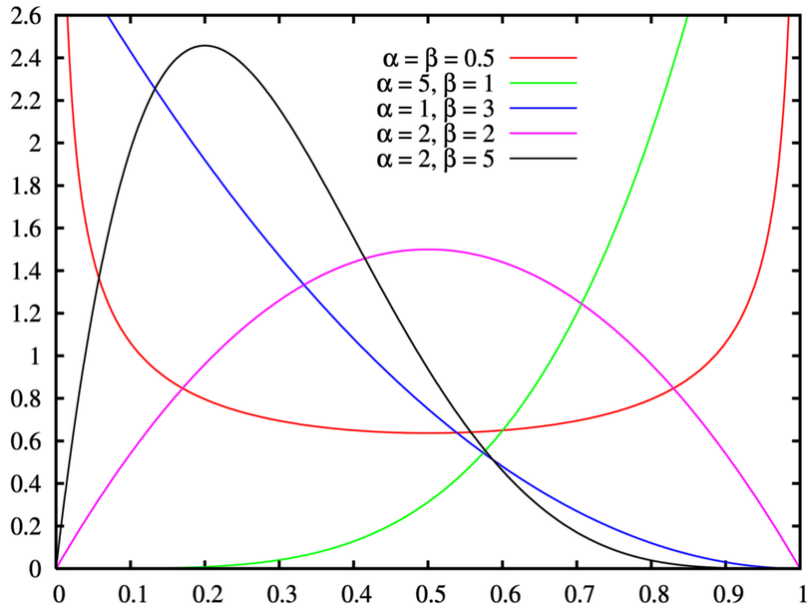
$$f(x) = \Gamma(\alpha+\beta)\Gamma^{-1}(\alpha)\Gamma^{-1}(\beta)x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1},\ \ 0<x<1,\ \alpha,\beta>0$$

biçimindedir. Beta dağılımında $\alpha = 1$ ve $\beta = 1$ alınırsa $Düzgün(0,1)$ dağılımı elde edilir. Beta dağılımının beklenen değer ve varyansı, sırasıyla,

$$E(X) = \alpha(\alpha+\beta)^{-1}$$

$$Var(X) = \alpha\beta(\alpha+\beta)^{-2}(\alpha+\beta+1)^{-1}$$

şeklindedir.



Şekil 2.5. Farklı parametre değerli Beta dağılımına ait olasılık yoğunluk fonksiyonu grafikleri
Şekil incelendiğinde beta dağılımının çok esnek bir dağılım olduğu görülmektedir.

2.2.5.6. Ki-kare dağılımı

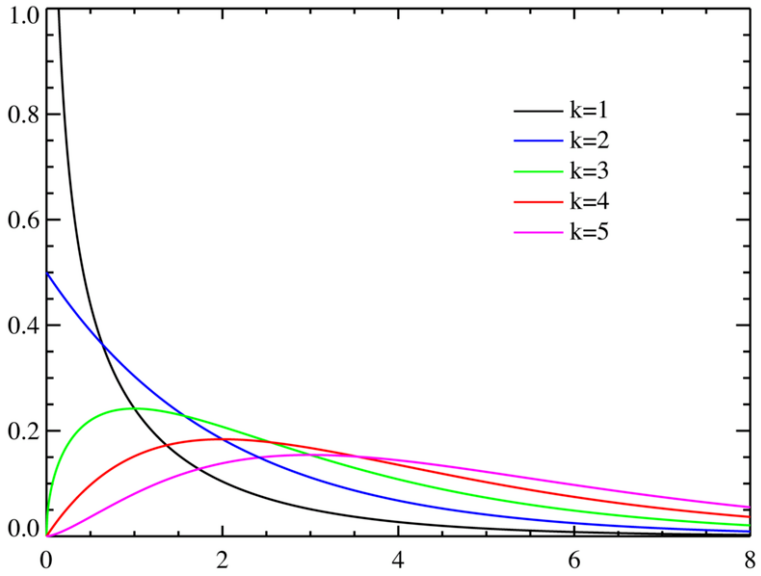
X rasgele değişkeni, Ki-kare dağılıma sahip ise olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(x)=\left\{\Gamma\left(2^{-1}k\right)2^{k/2}\right\}^{-1}x^{k/2}\exp\left(-2^{-1}x\right) \quad , \quad x>0 \ , k>0 \qquad (2.8)$$

şeklindedir. Ki-kare dağılımının beklenen değer ve varyansı, sırasıyla,

$E(X)=k \qquad Var(X)=2k$

biçimindedir.



Şekil 2.6. Ki-kare dağılımı

Aşağıda kesikli dağılımlardan bernoulli, binom, poisson, çok terimli (multinomial distribution), geometrik , negatif binom ve hipergeometrik dağılımları ele alınmıştır.

2.2.5.7. Bernoulli dağılımı

Bir rasgele değişken için yalnız iki sonuç varsa, bu rasgele değişken için Bernoulli rasgele değişkeni denir. bir denemede elde edilecek iki sonuç için genellikle 0 ve 1 değerleri kullanılır. 1 değeri denemenin başarılı olduğu, 0 değeri ise başarısız olduğu anlamına gelir. Bir rasgele değişken bernoulli dağılımına sahip ise olasılık fonksiyonu, beklenen değeri, varyansı ve moment çıkaran fonksiyonu sırasıyla,

$f(x) = P(X = x) = p^x (1-p)^{1-x}$, $x = 0,1;\ 0 < p < 1$

$E(X) = p$

$Var(X) = p(1-p)$

$M(t) = p\exp(t) + (1-p)$

şeklinde tanımlanır.

2.2.5.8. Binom dağılımı

n tane bağımsız bernoulli denemelerinde rasgele değişken, başarıların sayısı olsun. Bu durumda rasgele değişken için Binom dağılımına sahiptir denir. Binom dağılımının olasılık fonksiyonu, beklenen değeri, varyansı ve moment çıkaran fonksiyonu sırasıyla,

$f(x) = P(X = x) = C_x^n p^x (1-p)^{n-x}$, $x = 0,1,\cdots n;\ 0 < p < 1$

$E(X) = np$

$Var(X) = np(1-p)$

$M(t) = \{p\exp(t) + (1-p)\}^n$

şeklinde tanımlanır.

2.2.5.9. Poisson dağılımı

Poisson dağılımı sürekli bir olasılık uzayında kesikli sonuçlar veren ve bu özelliğinden dolayı istatistikte ve diğer alanlarda çok sık kullanılan bir dağılımdır. Bir rasgele değişken poisson dağılımına sahip ise olasılık fonksiyonu, beklenen değeri, varyansı ve moment çıkaran fonksiyonu sırasıyla,

$$f(x)=P(X=x)=\frac{\lambda^x \exp(-\lambda)}{x!}, x=0,1,\cdots, \lambda>0$$

$$E(X)=Var(X)=\lambda$$

$$M(t)=\exp\left\{\lambda\left(e^t-1\right)\right\}$$

şeklindedir.

2.2.5.10. Çok terimli dağılım (multinomial distribution)

Bir rasgele deney n kez, bağımsız olarak tekrarlansın. Fakat deney, $C_1, C_2, \cdots C_k$ diyeceğimiz k taneden birinde sonlandırılsın. Yani $C_1, C_2, \cdots C_k$ ayrık sonuçlarının elde edildiğini kabul edelim. p_i , (i=1,2,…,k), sabit olmak üzere C_i , (i=1,2,…,k) nin her bir elemanının sonucunun olasılığını ifade etsin. X_i rasgele değişkeni, C_i nin elemanlarının sonuçlarının toplamı olarak tanımlansın.

i=1,2,…,k-1 için $x_1, x_2, \cdots x_{k-1}$ negatif olmayan tam sayılar ve $x_1+x_2+\cdots+x_{k-1}\le n$ olsun. Deneyin, x_1 tanesi C_1 de; x_2 tanesi C_2 de; … x_{k-1} tanesi C_{k-1} de ve $n-\left(x_1+x_2+\cdots+x_{k-1}\right)$ tanesinin de C_k da olması olasılığı çok terimli dağılım ile ifade edilir. Çok terimli dağılımın olasılık fonksiyonu,

$$P(X_i=x_i)=\frac{n!}{x_1!x_2!\cdots x_k!}p_1^{x_1}p_2^{x_2}\cdots p_k^{x_k},$$

her i için $x_i=0,1,2,\cdots n$, $\sum_{i=1}^{k}x_i=n$ ve $\sum_{i=1}^{k}p_i=1$

şeklinde tanımlanır. Buradan her bir değişkenli marjinal olasılık fonksiyonları binom, her iki değişkenli marjinal olasılık fonksiyonları üç terimli dağılıma sahiptir.

$x_1, x_2, \cdots x_k$ rasgele değişkeni çok terimli dağılıma sahip ise beklenen değer ve varyans sırasıyla,

$E(X_i) = np_i$

$Var(X_i) = np_i(1-p_i),\ i = 1,2,\cdots k$

dır.

2.2.5.11. Geometrik dağılım

Bir deneyin bağımsız Bernoulli denemelerinden oluştuğunu kabul edildiğinde ilk başarıyı elde edinceye kadar bağımsız denemeler yapılmaya devam edilirse, ilk başarının elde edilebilmesi için gereken denemelerin sayısı, geometrik rasgele değişkendir. Geometrik dağılıma sahip rasgele değişkenin olasılık fonksiyonu, beklenen değeri, varyansı ve moment çıkaran fonksiyonu sırasıyla,

$f(x) = P(X = x) = p(1-p)^{x-1} \quad x = 1,2,...,\ p \in (0,1)$

olasılık fonksiyonu ile belirtilen geometrik dağılıma sahiptir. Beklenen değeri ve varyansı sırasıyla,

$E(X) = p^{-1}$

$Var(X) = (1-p)p^{-2}$

$M(t) = p\exp(t)(1-(1-p)\exp(t))^{-1}$

şeklindedir.

2.2.5.12. Negatif binom dağılımı

Negatif binom dağılımı, geometrik dağılımın genel halidir. k başarının elde edilmesi için gerekli denemelerin sayısı negatif binom rasgele değişkenidir. Negatif binom dağılımında denemelerin sayısı bir rasgele değişken ve başarıların sayısı sabittir. Negatif binom dağılımının olasılık fonksiyonu, beklenen değeri, varyansı ve moment çıkaran fonksiyonu sırasıyla,

$f(x) = P(X = x) = C_{k-1}^{x-1}\, p^k (1-p)^{x-k}\ ,\ x = k, k+1, \cdots; 0 < p < 1, k \in N^+$

$E(X) = k\, p^{-1}$

$Var(X) = k(1-p)p^{-2}$

$M(t) = \left\{p\exp(t)(1-(1-p)\exp(t))^{-1}\right\}^k$

şeklindedir.

2.2.5.13. Hipergeometrik dağılım

Sonlu bir kitledeki elemanların sayısı N ve özel A özelliğinden olan elemanların sayısı a olduğu kabul edilsin. Bu durumda, büyüklüğü n olan bir örneklemde A özelliğine sahip öğelerin sayısı olarak tanımlanan rasgele değişken hipergeometrik dağılım gösterir ve olasılık fonksiyonu,

$$f(x)=P(X=x)=\frac{\binom{a}{x}\binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}},\ x=01,2,\cdots,n$$

biçiminde ifade edilir. Beklenen değer ve varyansı sırasıyla,

$$E(X)=naN^{-1}$$

$$Var(X)=\frac{N-n}{N-1}naN^{-1}\left(1-aN^{-1}\right)$$

şeklindedir.

2.2.6. Regresyon analizi

Y bağımlı ve X_i i=1,2,…,k bağımsız değişkenler olmak üzere, Y ile X_i değişkenleri arasındaki sebep-sonuç ilişkisini matematiksel model olarak ortaya koyan yönteme regresyon adı verilir (Özdamar, 2004).

Regresyon analizinin uygulanabilmesi için değişkenlerin bağımlı ve bağımsız olmak üzere ayrılması ve uygun regresyon modelinin kurulması gerekir.

Bağımlı değişken: Değer başka değişkenler tarafından etkilenen ve diğer değişkenlerin değeri değiştiğinde bu değişimden etkilenen ve ilgilenilen olayı tanımlayan rastlantı değişkenine denir (Özdamar, 2004).

Bağımsız değişken: Değeri rasgele koşullara göre belirlenen, bağımsız olarak değişim gösteren ve başka değişkenlerin değişimi üzerine etkide bulunan değişkenlere bağımsız değişken ya da açıklayıcı değişken denir.Bağımsız değişken genelde X ile gösterilir (Özdamar, 2004).

2.2.6.1. Basit doğrusal regresyon

Y bağımlı değişken ve X bağımsız değişken olmak üzere bu iki değişken arasındaki sebep sonuç ilişkisini doğrusal bir model ile ortaya koyan yönteme basit doğrusal regresyon denir (Özdamar, 2004).

X ,(x_1,x_2,…,x_n) değerlerini alan ve Y ,(y_1,y_2,…,y_n) değerlerini alan iki rastlantı değişkeni arasındaki neden-sonuç ilişkisi $Y=\beta_0+\beta_1 X+\varepsilon$ biçiminde bir denklem(model) ile ortaya konulur. Bu denklemde β_0, doğrunun Y eksenini kestiği nokta, β_1'de doğrunun eğimini ve X bağımsız değişkenindeki bir birim değişime(artış veya azalış) karşı Y bağımlı değişkenindeki değişimi ifade eder. X bağımsız değişkeni, Y bağımlı değişkeni, ε ise hata terimidir. Tahmin edilen hata, bağımlı değişkenin gerçek değeri ile gözlenen değer arasındaki farkı gösterir.

Kitleden seçilen n birimlik örneklem için doğrusal regresyon denklemi, $y_j=b_0+b_1x_j+e_j$ (j=1,…,n) biçiminde tanımlanır (**a**).

Bilinen bir x_j değeri için, y_j değeri tahmin edilir. Tahmini doğrusal regresyon denklemi ise $\hat{y}_j=b_0+b_ix_j$ (j=1,…, n) biçimindedir (**b**).

a ve **b** eşitliklerinde,

y_j: j'inci gözleme ilişkin gerçek y değeri,

$\hat{y}_j$: j'inci gözleme ilişkin y_j'nin tahmin değeri

X_j: j'inci gözleme ilişkin bağımsız değişkenin alacağı değer,

b_0: Regresyon doğrusunun y eksenini kestiği noktayı gösteren kesim noktasıdır. β_0'ın tahminidir.

b_1: Regresyon katsayısıdır. Doğrunun eğimini gösterir. Bağımsız değişkenindeki bir birimlik değişmenin bağımlı değişkende yapacağı değişikliği gösterir. β_1'in tahminidir.

e_j: j'inci gözlem hata terimidir. Gözlenen değer(y_j) ile tahmini($\hat{y}_j$) arasındaki farktır.

Burada hata terimleri ortalaması 0, varyansı σ^2 olan normal dağılıma sahiptirler.

2.2.6.2. En küçük kareler yöntemi

Serpilme diyagramındaki (x_1,y_1),(x_2,y_2), …,(x_N,y_N) noktaları göz önüne alındığında pek çok doğru çizgiler çizilebildiğinden "en uygun " olanı seçilmesi gerekmektedir.

Hataların karelerinin toplamı gerçek y değerleri ile regresyon doğrusu ile tahmin edilen $\hat{\mu}_{Y/X}=\hat{y}$ değerleri ile arasındaki farkların kareler toplamı a ve b değişkenlerinin fonksiyonu olmaktadır. A ve b ye göre kısmi türev alıp, bu kısmi türevleri sıfıra eşitlediğimizde a ve b için çözülecek denklem elde edilmektedir.

Hata kareler toplamı: S.S.E=$\sum_{i=1}^{n} e_i{}^2=\sum_{i=1}^{n}(y_i - a - bx_i)^2$ dir. a ve b ye göre türev alınırsa;

$\frac{\partial \text{S.S.E}}{\partial \text{a}} = -2\sum_{\text{i=1}}^{\text{n}}(\text{y}_\text{i} - \text{a} - \text{bx}_\text{i})$

$\frac{\partial S.S.E}{\partial b} = -2\sum_{i=1}^{n}(y_i - a - bx_i)x_i$

elde edilir. Bu kısmi türevlerin sıfıra eşitlenmesiyle normal denklemler denen aşağıdaki denklemler bulunur.

$\text{na+b}\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i$

$\text{a}\sum_{i=1}^{n} x_i\text{+b}\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i$

bu denklemin çözümünden α ve β için en küçük kareler tahmini olarak

$\text{b}=\frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} x_i)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)}$

şeklinde bulunur.

Burada

$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}$, $\text{y}=\frac{\sum y_i}{n}$

dir.

2.2.6.3. Belirleyicilik katsayısı

Tahmin edilen bir regresyon modelinin genel başarısı yüzdelik bir derece olarak belirleme katsayısı R^2 ile değerlendirilir. Gerçekte, belirleme katsayısı modeldeki iki değişken arasındaki Pearson korelasyon katsayısının karesidir. Bu katsayı ile modelin toplam varyansı ne oranda açıklandığı belirlenir.

$R^2=r^2$

burada

$\text{r}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 \quad \sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$

belirleme katsayısı kareler toplamından da hesaplanabilir. Varyans kareler toplamı cinsinden yazıldığında:

$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$

$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$: Toplam kareler toplamı

$\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2$: Regresyon modeliyle açıklanan kareler toplamı

$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$: Hata kareler toplamı

Regresyon kareler toplamını toplam kareler toplamına oranlayarak belirleme katsayısını aşağıdaki formülle hesaplanabilir.

$R^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}$

2.2.6.4 .AIC (Akaike bilgi kriteri) ve BIC

AIC ve BIC bilgi kriterleri, en uygun modelin seçilmesine yardımcı olur. İki modelin AIC (veya BIC) değerleri karşılaştırıldığında AIC(veya BIC) değeri küçük olan model daha uygun model olarak kabul edilir. Modele ilave edilen yeni bir açıklayıcı bir değişkenin açıklayıcılık gücü ne kadar düşük ise, modelin AIC (veya BIC) değerleri yükselir. Bu iki modelin formülleri sırasıyla aşağıdaki gibidir.

AIC=T ln(kalıntıların kareleri toplamı) +2n

BIC=Tln(kalıntıların kareleri toplamı)+n ln(T) şekilindedir.

Burada n= tahmin edilen parametre sayısı(sabit terim dahil) ,T ise gözlem sayısıdır.

3. WOLFRAM|ALPHA BİLGİ MOTORU

Wolfram|Alpha, çevrimiçi bir hizmet olarak var olan sistematik bilgilere herkesin doğrudan erişebilmesini sağlar ve sistematik bilgileri hesaplanabilir kılar. Mathematica yazılımının geliştiricisi Stephen Wolfram'ın sahibi olduğu Wolfram Research tarafından geliştirilen bir bilgi motorudur. Wolfram|Alpha matematiksel ve bilgiye dayalı, kendini arama motoru gibi gösteren, kullanıcının girmiş olduğu verileri hesaplamaya çalışan ve sorulan soruları cevaplamaya çalışan bir bilgi motorudur.

3.1.Tarihçe

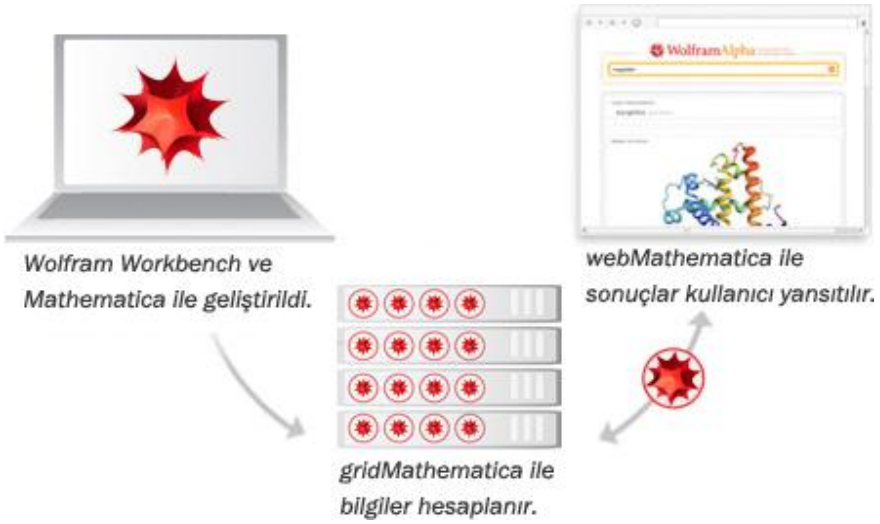
Bilgi motorunun bilgiyi hesaplanabilir kılabilmesi için uzun bir geçmişe sahiptir. Şuan için ise Wolfrram|Alpha bilgi motoru sorulan birçok soruyu cevaplayabilmektedir. Wolfram|Alpha bilgi motorunun bu aşamaya gelebilmesi için başlıca teknolojik gelişmelerin yaşanması gerekmiştir. Bunlar; işlem kapasitesi güçlü bilgisayarlar, gelişmiş web teknolojileri ve Stephen Wolfram tarafından ileri sürülen ve yaklaşık 30 yıla yakın sürede geliştirilmeye çalışan Mathematica programıyla ilgili teknolojik gelişmelerdir. Bu teknolojik gelişmelerden ilki Mathematica'nın sistematik yapısıdır. Mathematica'da kullanılan çok genel sembolik dil, Wolfram|Alpha'nın çeşitli bilgilerini ve temsil edildiği yapıyı sağlar. Ve bütün yetenekleri yerine getirilir. İkincisi ise Mathematica'nın kullanmış olduğu algoritma yapısıyla oluşturulan mükemmel Web teknolojisidir. Bu teknoloji birçok alanda model ve metotları yerine getirebilmek için makul pratiklik sağlar. Bir yazılım mühendisliği olarak Mathmematica'nın geliştirme platformu ve gücü Wolfram|Alpha'nın teknik yönden başarılı olmasını mümkün kılmaktadır (Anonymous, 2011).

Wolfram|alpha bilgi motorunun sistematik yapısı, 1988'den beri Mathematica programının geliştirilmesi birlikte oluşturulmaya başlamıştır. Stephen Wolfram, yazmış olduğu "A New Kind of Science" kitabında Wolfram|Alpha bilgi motorunu mümkün kılan Mathematica hakkında ve teknolojiyle ilgili birçok özel fikirlerden, yaklaşımlardan ve algoritmalardan bahsedilmiştir. Bu kitap, Wolfram|Alpha'nın tarihsel gelişim süreci ile ilişkili bir kaynak sayılabilir. Mart 2009'da Stephen Wolfram tarafından internet camiasına duyurulan bilgi motoru, 15 Mayıs 2009'da halk kullanımına açılmıştır.

Bilgi motorunun geliştirilme aşaması halen devam etmektedir. Geliştirilmeye devamlı olarak devam edilecektir. Yapılan değişiklikler için sıklıkla güncelleme yapılmaktadır (Anonymous, 2011).

3.2. Wolfram|Alpa'nın Çalışma Prensibi

Wolfram|Alpha bütün sistematik bilgiyi anında hesaplanabilir hale getiren bir ana yazılım mühendisliği aracıdır. Mathematica ve Wolfram Workbench tarafından geliştirilmiş, gridMathematica ile hesaplanmış ve webMathematica ile yaygınlaştırılmıştır. Aslında Wolfram|Alpha'nın çalışmasını mümkün kılan Mathematica teknolojisidir. Wolfram|Alpha bilgi motorunun geliştirilmesinde kullanılan teknolojiler aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 3.1. Wolfram|Alpha bilgi motorunun çalışma prensibi

3.2.1. Wolfram|Alpha bilgi motorunda kullanılan teknolojiler

Wolfram|Alpha bilgi motorunda Mathematica, webMathematica ve gridMathematica teknolojileri kullanılmıştır.

3.2.1.1. Mathematica

Her türlü sayısal, sembolik ve grafiksel hesaplamayı yapan, bir programdır.

Stephen Wolfram 1988 yılında ilk sürümü yayınlanmıştır(Anonim, 2011). Bu program ile sembolik hesaplamalar ve cebir işlemlerinin yanı sıra iki ve üçboyutlu grafikler üretebilir, ses elde edebilir ve çeşitli animasyonlar oluşturulabilir (Çınar ve Çınar, 2000). Veri analizi, fonksiyonların grafiklerine dair animasyonlar, olasılık işlemlerinde zenginlik, fizik, kimya, biyoloji ve mühendislikteki çeşitli uygulamalar, görüntü işleme (image-processing), vb. alanlarda kullanılan Mathematica güçlü bir yazılımdır (Ufuktepe ve ark., 2002).

3.2.1.2. Webmathematica

Mathematica'da model geliştiren insanların geliştirmiş olduğu modellerin veya yapmış olduğu hesaplamaları diğer insanlara da yaptırabilmesi için webMathematica teknolojisi geliştirilmiştir. WebMathematica teknolojisi, Mathematica programında yapılan işlemlerin web sayfalarında da yapılabilmesini mümkün kılar. WebMathematica teknolojisi ile geliştirilen web sayfalarını kullanan kullanıcıların Mathematica programını bilmeden hesaplama yapabilmesini sağlar. MSP teknolojisi webMathematica'nın temelidir. MSP teknolojisi HTML sayfalarından oluşan bir sitenin Mathematica komutlarını da içermesine izin verir. Bu sayfaların herhangi birinden bu komutların çalışmasını gerektiren bir talep geldiğinde (bunlara MSP scriptleri denir) Mathematica komutları işletilir ve hesap edilen sonuçlar sayfada gösterilir (Ufuktepe ve ark., 2002).

3.2.1.3. Gridmathematica

Gridmathematica ekstra hesaplama çekirdekleri (kernel) ve otomatik ağ dağıtım araçları ekleyerek Mathematica gücünü artırır. GridMathematica, Mathematica programının paralel çalışma yeteneklerini arttırmak ve işlemci üzerinde paralel işlemlerin daha hızlı yürütülmesi için kullanılır. GridMathematica, uzak veya yerel işlemciler üzerinde veya her ikisi üzerinde görev dağıtılıp dağıtılmadığını, işlem koordinasyonunu ve yönetimini tamamen otomatikleştirir. Ayrıca kod değişikliği gerekmeden paralel işlemleri hızlı bir şekilde çalıştırır (Anonymous, 2011).

3.2.2. Wolram|Alpha bilgi motorunda Mathematica teknolojisinin kullanılma nedenleri

Wolfram|Alpha bilgi motorunun nelere ihtiyaç duyduğu ve bu ihtiyaçları gidermek için neden Mathematica teknolojisi kullandığı bazı başlıklar altında aşağıdaki gibi verilmiştir.

3.2.2.1.Geliştirme ortamı

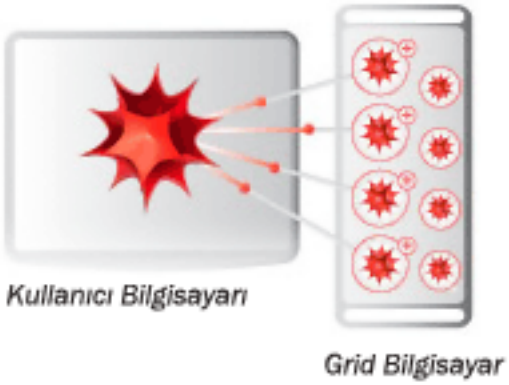
Wolfram|Alpha, hızlı, etkili ve sağlam bir gelişim için geniş ölçekli çalışma grubuna ihtiyaç duyar. Bu ise gelişmiş hatalardan arındırma, tekrar çözümleme, kaynak kontrolü ve birim-test entegrasyonu sunan Mathematica ve Wolfram Workbench ile yapılır.

3.2.2.2. Mantıksal işlemler ve hesaplanabilir bilgi

Wolfram|Alpha, geniş çeşitlilikte hesaplanabilir kapasitelere ihtiyaç duyar. Bu ihtiyacı dünyanın en büyük algoritma ağına, uygulanabilirlik için dâhili beyine ve doğru bilgiler elde etmek için kendi kendini kontrol etme kabiliyetine sahip Mathematica ile karşılamaktadır.

3.2.2.3. Ölçeklendirilebilir sistem hesaplaması

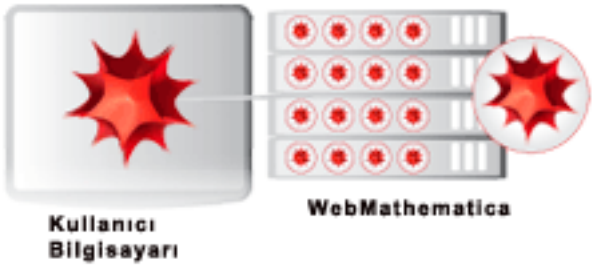
Wolfram|Alpha, binlerce sonucu aynı anda hesaplama yetisine, çoklu işlemciler üzerinde paralel görevler yürütebilmeye ihtiyaç duyar. Bu ise çoklu-terabayt veritabanlarına ulaşabilen ve paralelinde binlerce hesaplama yapabilmek için yerel ve uzak ölçüm motorlarının etkili ve güvenilir bir şekilde sınıflandırılabilen gridMathematica teknolojisi ile yapılır. Aşağıdaki şekilde bu durum örneklendirilmiştir.



Şekil 3.2. Ölçeklendirilebilir sistem hesaplaması

3.2.2.4. Yüksek performanslı iş dağıtımı

Wolfram|Alpha, ağ üzerinden gelen saniyede binlerce sorgunun işlenebilmesi için büyük çapta ölçeklendirilmeye ihtiyaç duyar. Bu ise modern web standartlarının ve servislerinin kullanıldığı, yoğun ağ trafiğinde işi sorunsuz bir şekilde derecelendirebilen güçlü, otomatik konuşlanma seçenekleri olan sunucuya sahip webMathematica ile yapılır. Aşağıdaki şekilde bu durum örneklendirilmiştir.



Şekil 3.3. Yüksek performanslı iş dağıtımı

3.2.2.5. Dâhili, hesaplanabilir veri

Wolfram|Alpha, hesaplanabilir çok çeşitli verilere ve daha fazla veri eklenebilmesi için uygun bir metoda ihtiyaç duyar. Bu ise sembolik dil teknolojisine entegre edilmiş, anında hesaplanabilen çeşitli kaynakları içinde barındıran Mathematica programı ile yapılmaktadır. Mathematica Wolfram|Alpha'nın diğer birçok kaynağı için büyük bir temel oluşturur.

3.2.2.6. Bağdaşık bir mimari

Wolfram|alpha, her tür bilgileri-algoritmaları, verileri ve daha bir çok içerikleri yükleyebilmeyi, saklayabilmeyi gerektiren ve bu bilgilerle çalışmak için sistematik bir yola ihtiyaç duyar. Bu ise her şeyi, veri, grafik, program, matematiksel işlemleri birleştirilmiş bir yapıda saklayan ama hemen hemen her şeyin orijinal formunu da saklayabilecek kadar esnek eşsiz bir sembolik mimari sunan Mathematica programı ile yapılır. Bu durum Wolfram|Alpha programcılarının her zaman aynı yapı üzerinden çalışabilmelerine imkân tanır.

3.2.2.7. Ustaca method seçimi

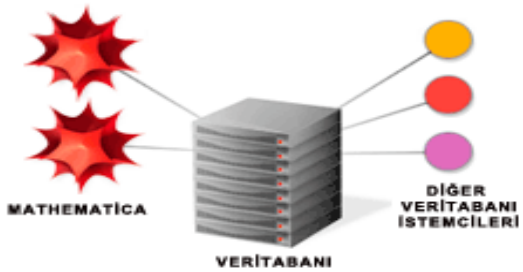
Wolfram|Alpha, sözel bilgileri oluşturmak için en yüksek derecede uzmanlığa ihtiyaç duyar. Bu ise kullanıcıların detaylı algoritmik bilgiye ihtiyaç duymaksızın programı kullanabilmesi için görev ve metot ayrımını sunan Mathematica programı ile yapılabilmektedir. Wolfram|Alpha'nın doğal dil işleme amacı bu taban olmadan mümkün olamayacaktır.

3.2.2.8. Dinamik rapor jenerasyonu

Wolfram|Alpha, ulaşılması gereken hesaplanmış herhangi bir sonuca ulaşmak için optimize edilmiş görünüme ve aramaya ihtiyaç duyar. Bu ise otomatik düzen, estetik renk, boyut ve dizgi seçenekleri ile doküman oluşturabilen Mathematica programı ile yapılabilmektedir. Wolfram|Alpha, programcıları sadece çıktı türünü seçer, Mathematica görünüş ve izlenimi optimize etme konusunda profesyonel bir programdır.

3.2.2.9. Veritabanı bağlanılabilirliği

Wolfram|Alpha, esnek, etkili, terabaytlarca veriye ulaşabilir ve kolay çalışılabilir olmaya ihtiyaç duyar. Bu ise verileri sembolik ifadeler olarak kendi veritabanına ekleyebilen bir yapıyla bütünleştirilmiş olan Mathematica programı ile yapılır. Aşağıdaki şekilde bu durum anlatılmıştır.



Şekil 3.4. Veritabanı bağlanılabilirliği

3.2.2.10. Yüksek seviye programlama dili

Wolfram|Alpha, dil bilimi (linguistic) ve diğer uzmanlık alanlarını programlayabilmek için anlamlı bir yola ihtiyaç duyar. Bu ise dünyanın en gelişmiş model eşleştirmesi ile en yüksek seviyede fonksiyonel programlama kullanan, programları okunabilir ve verimli kılan Mathematica ile yapılır.

3.2.2.11. Etkili metin işlemesi ve dilbilimsel analiz

Wolfram|Alpha, yüksek seviyede ve etkili metin işlemeye ihtiyaç duyar. Bu ise otomatik algoritma ve metot seçimi ile en iyi derecede performans getiren, çok çeşitli dahili kapasiteyi sahip Mathematica programı ile yapılır.

3.2.2.12. Geniş kapsamlı, otomatik görselleştirme kapasitesi

Wolfram|Alpha, verileri, veri yapılarıyla ilgili ağaç yapılarını, grafik düzeni ve diğer dinamik grafikleri en estetik şekilde görselleştirmek için bir yola ihtiyaç duymaktadır. Bu ise metot ve parametre ayarına gerek kalmadan kesin, otomatik çizim, ölçeklendirme, düzen, renklendirme, aydınlatma ve diğer estetik optimizasyonları içinde barındıran Mathematica ile yapılır. Wolfram|Alpha programcıları görsel çıktı türünü belirler ve geri kalan iş ise Mathematica programı tarafından otomatikman yapılmaktadır.

3.2.2.13. Otomatik veri alma

Wolfram|Alpha, yapılandırılmış veriyi almak için kolay bir yola ihtiyaç duymaktadır. Bu ise eksiksiz entegrasyonu sağlamak için alınan verileri otomatik olarak Mathematica'nın sembolik, fonksiyonel yapısına çeviren yüzlerce veri alma filtresiyle yapılmaktadır.

3.3. Wolfram|Alpha Bilgi Motoru'nun Kullanımı

Wolfram|Alpha yeni çıkan bir bilgi motoru olduğundan her türlü bilgiye ulaşılamamaktadır. Arattırma yapılacak kelimelerin İngilizce girilmesi gerekmektedir. Türkçe dil desteği yoktur. Ancak gelecek yıllarda başka dileri de desteklemesi planlanmaktadır.

Wolfram|Alpha ücretsiz hizmet sunmaktadır. Wolfram|Alpha, sistem gereksinimi olarak IE 7+;Firefox 3+; Safari 3+; Opera 9+;vb. tarayıcıların daha düşük sürümlerinde de çalışabilir. Ayrıca akıllı cep telefonlarında da çalışabilmektedir. Wolfram|Alpha geliştiricileri akıllı cep telefonlarında kullanılmak üzere uygulamalar da geliştirmektedir.

Wolfram|Alpha bilgi motorunun yayınlandığı web sitesi olan "**http://www.wolframalpha.com"** web sitesi ziyaret edildiğinde şekil 3.5'teki gibi arattırma ve hesaplamaların yapılacağı bir ara yüz ile karşılaşılmaktadır. Şekildeki bu kutucuğa sorular sorulabilir veya hesaplamalar yapılacak bilgiler girilebilir.

Wolfram|Alpha bilgi motorunun nasıl kullanılacağı ile ilgili tanıtım videoları "**http://www.wolframalpha.com/screencast/introducingwolframalpha.html**" adresinden ulaşılabilmektedir.

"**http://www.wolframalpha.com/tour1.html**" adresinden Wolfram|Alpha'nın ne olduğu, nasıl kullanıldığı, neler için kullanılabileceği ve kullanıcıların kullanmaya nasıl başlayacağı hakkında bilgiler verilmektedir.

"**http://www.wolframalpha.com/examples/**" adresinden birçok bilim dalları ile ilgili örneklere ulaşılabilmektedir.

Şekil 3.5. Wolfram|Alpha bilgi motoru arama çubuğu

Hesaplamaların yapılacağı veya soruların sorulacağı kutucuğun hemen altında yukarıdaki şekilde görülen menüler bulunmaktadır ve bu menülerle ilgili açıklayıcı bilgi aşağıda verilmiştir.

About: Wolfram|Alpha'nın tarihi, gelişim süreci ve ne olduğu hakkında bilgileri yer almaktadır.

Product: Wolfram|alpha bilgi motorunun tarayıcılara eklenti olarak eklenebilecek araç çubukları, mobil telefonlarda kullanılması için geliştirilen programlar, geliştiricilerin uygulama geliştirmesi için kullanabilecekleri bileşenler yer almaktadır. Ayrıca ana makinelerde Wolfram|alpha bilgi motorunun alt yapısının kullanılması ve Mathematica programında bazı uygulamaların Wolfram|Alpha ile bütünleştirilebilmesi ile ilgili bilgiler de yer almaktadır.

Business solutions: İş ortamında Wolfram|Alpha teknolojisinin kullanılması ile ilgili bilgiler, üretilen ürünler ve iş ortamı için geliştirilen çözümler yer almaktadır. Wolfram|Alpha, birçok alanla ilgili veriler üzerinden hesaplamalar yapabildiği için isteyen şirketler Wolfram|Alpha'nın bilgi motorunu kendi web sitelerine ekleyebilir. Business solutions bağlantısına tıklayıp kullanıcılar detaylı bilgiyi ulaşabilir.

For developers: Wolfram|Alpha teknolojisini kullanarak uygulama yapabilecek geliştiricilerin kullanılabileceği eklentiler, bileşenler bulunmaktadır.

Resource & tools: Wolfram|Alpha ile ilgili kaynaklar ve geliştirilen araçlar bu menüde bulunmaktadır.

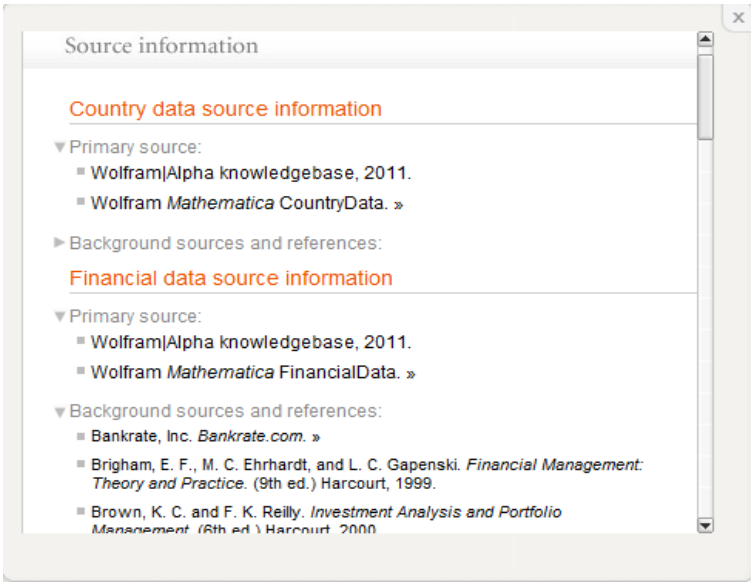
Blog: Wolfram|Alpha ile ilgili gelişmelerin, güncellemelerin, haberlerin ve bilgi motorunun yapmış olduğu hesaplamalar hakkında kullanıcıların yapmış oldukları tartışmalar bu sayfada yer almaktadır.
Forums: Wolfram|Alpha bilgi motoru ile ilgi forum sayfasıdır.
Participate: Wolfram|Alpha projesine geliştiricilerin katılımlar yaptığı sayfadır.
Contact: Wolfram|Alpha bilgi motorunun iletişim sayfasıdır.
Follow: Wolfram|Alpha'nın Facebook, Twitter, Rss ile veya kullanıcıya otomatik mail gönderme işlemi ile takibinin yapıldığı kısımdır.

Wolfram|alpha bilgi motoruna sözel sorular da sorulabilmektedir. Bilgi motoru geliştirilme aşamasında olduğu için sözel olarak sorulan tüm sorulara cevap verememektedir.

Örneğin Wolfram|Alpha bilgi motorunda bir şehir aratıldığında aratılan bu şehrin nüfus bilgileri, haritada konumunu, hava durumu, koordinatları, yerel tarih ve saati, tarihsel bazda hava durumu ile yakın olduğu iller arasındaki mesafe bilgilerini vermektedir. Wolfram|Alpha bilgi motoru, arama motorlarındaki gibi şehrin isminin geçtiği web sitelerini listelemez. Bunun yerine aratılan şehir ile ilgili tüm bilgileri, kendi veritabanlarından veya referans olarak kullandığı bilgi bankalarından mantıksal ilişkiler kurarak derlenmiş bir şekilde, kullanıcıya sunmaktadır. Genel kültür ve genel yetenek ile ilgili sorulara da cevap verebilmektedir. Örneğin Türkiye'nin gayri safi milli hâsılası nedir diye sorulduğunda aşağıdaki şekildeki gibi cevaplayabilmektedir. Bu yönüyle Wolfram|Alpha, arama motorlarından farklılık göstermektedir.

Şekil 3.6. Wolfram|Alpha bilgi motorunda Türkiye'nin gayri safi milli hâsılası

Sonuç sayfası pdf şeklinde kaydedilebilmektedir. "**Source information**" linkine tıklanıldığında ise bilgilerin hangi kaynaklardan alındığı aşağıdaki şekildeki gibi görülmektedir.



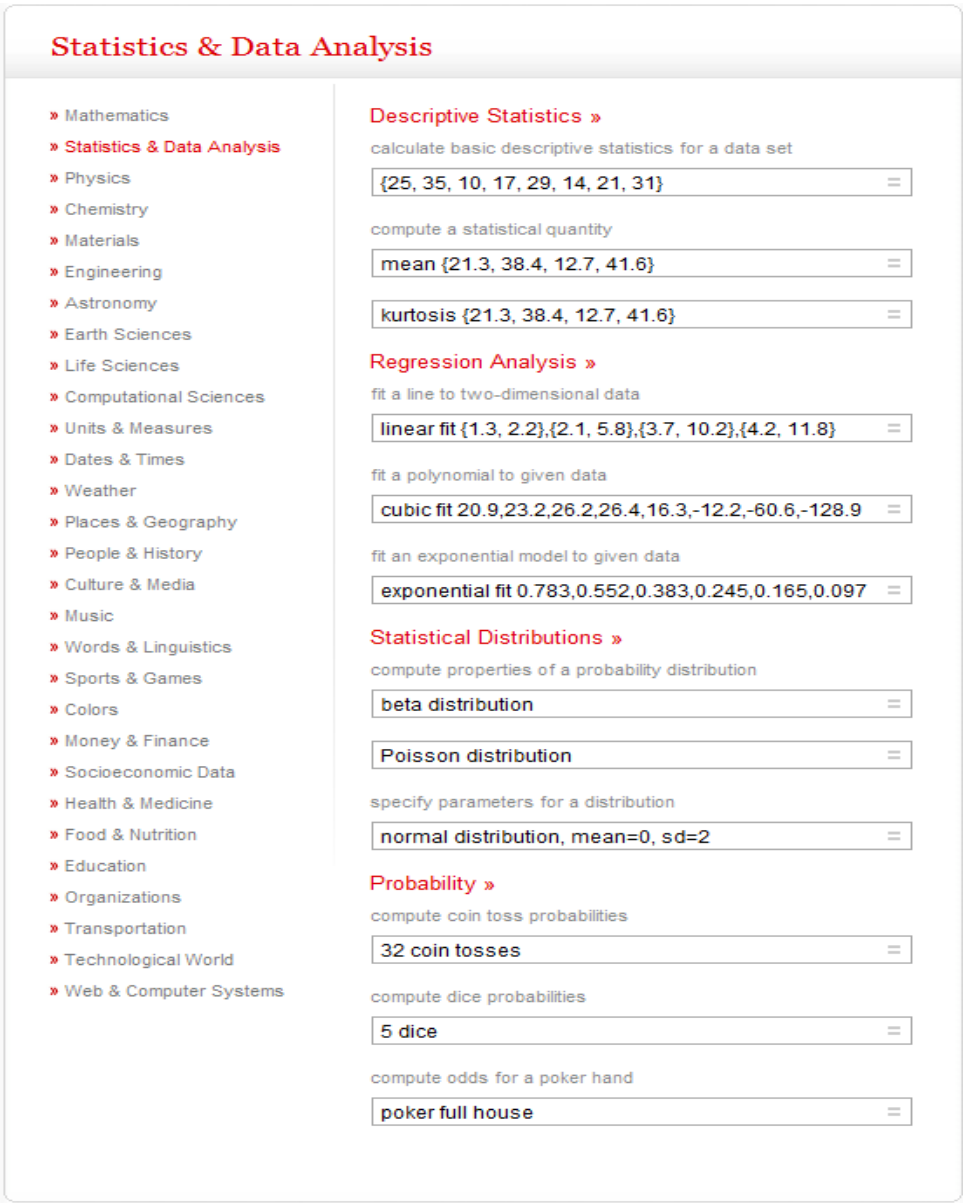
Şekil 3.7. Wolfram|Alpha bilgi motorunda örnek soru ile ilgili kullanılan referans kaynaklar

Ayrıca yapılan sorguyla ilgili anahtar kelimelerin Wikipedia'daki linki ve ilişkili diğer sorguların bulunduğu kısımda sonuç sayfasının hemen sağında aşağıdaki gibi yer almaktadır.

Şekil 3.8. Wolfram|Alpha bilgi motorunda sorguyla ilişkili bağlantılar

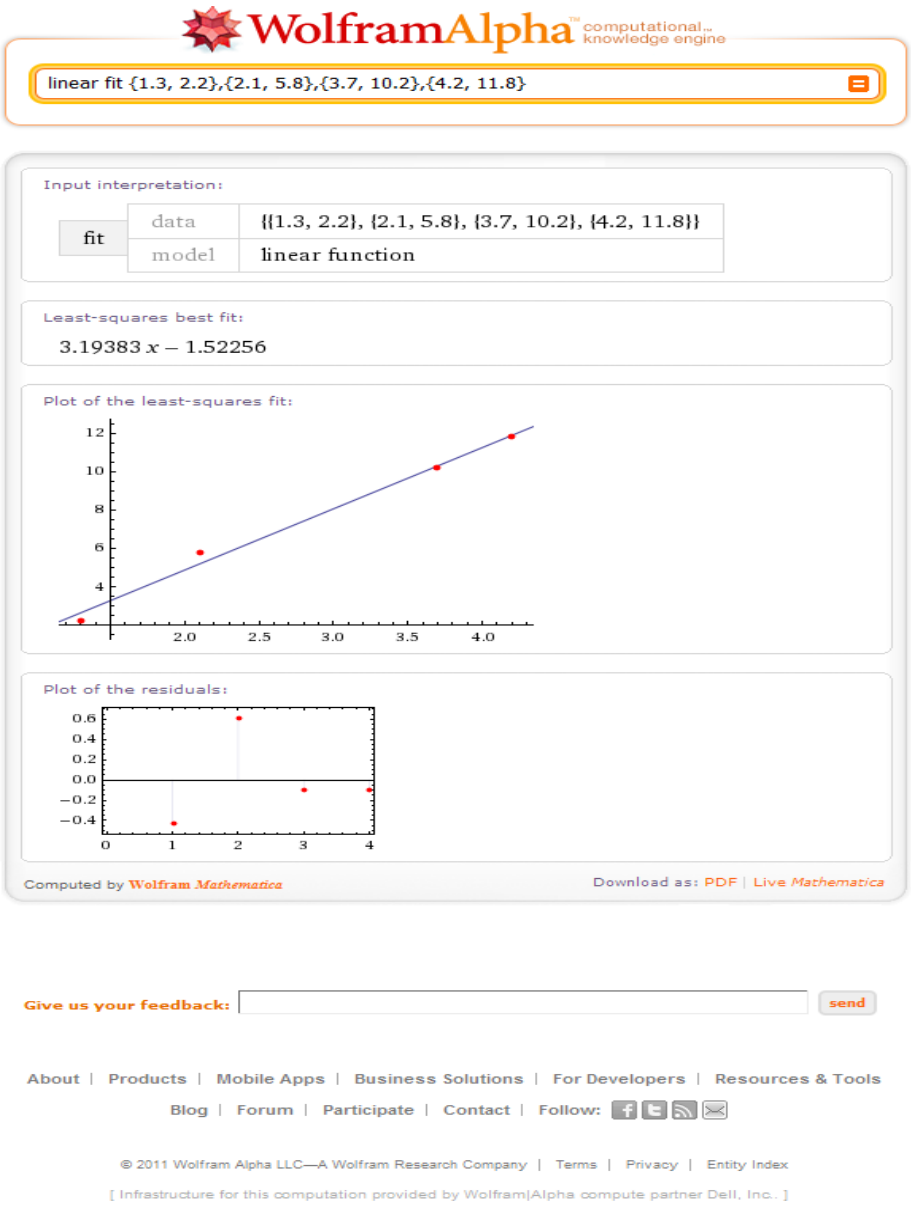
Wolfram|Alpha bilgi motoru, birçok bilim dalları ile ilgili sorulara cevap verebilmekte ve hesaplamalar yapmaktadır.

Örneğin aşağıdaki şekilde Wolfram|Alpha bilgi motorunda bilim dalları listelenmiştir. Listelenen bilim dallarından biri tıklanıldığında seçilen bilim dalı ile ilgili konular verilmektedir. Konularla ilgili örnekler verilmiş olup örneklere tıklanıldığında ise örneklerin hesaplanması yapılmaktadır. İstatistik ve veri analizi başlığına tıklanıldığında; istatistikle ilgili betimleyici istatistik, regresyon analizi, istatistiksel dağılımlar ve olasılık konularını ve alt konuları listelemektedir.



Şekil 3.9. Wolfram|Alpha bilgi motorunda hesaplamalar yapılabildiği bilim dalları

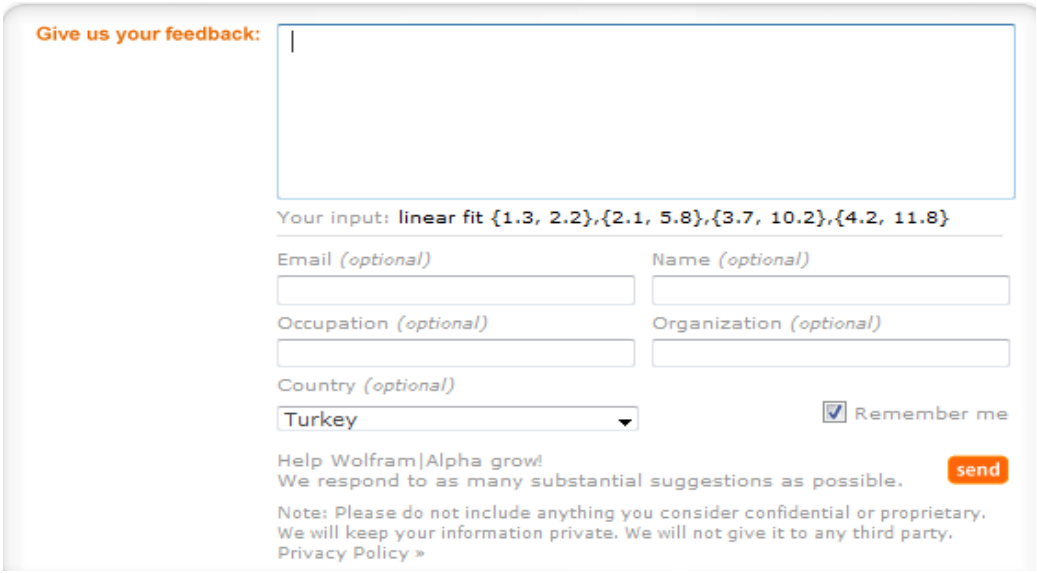
Regresyon analizinde "**lineerfit**" alt konusunda tıklanıldığında verilen örneği aşağıdaki şekildeki hesaplayıp şeklini çizebilmektedir.



Şekil 3.10 Wolfram|Alpha bilgi motorunda basit regresyon örneği ve sonuçları

Wolfram|Alpha bilgi motorunda sorulan sorularla ilgi veya yapılan hesaplamalarla ilgili karşılaşılan durumlar hakkında kullanıcılardan geri bildirim alınması için "**Give your feedback**" yazan kutucuğa tıklanıldığında aşağıdaki şekildeki iletişim formu açılmaktadır. Formda; email adresi, mesleki uğraş, organizasyon ve ülke

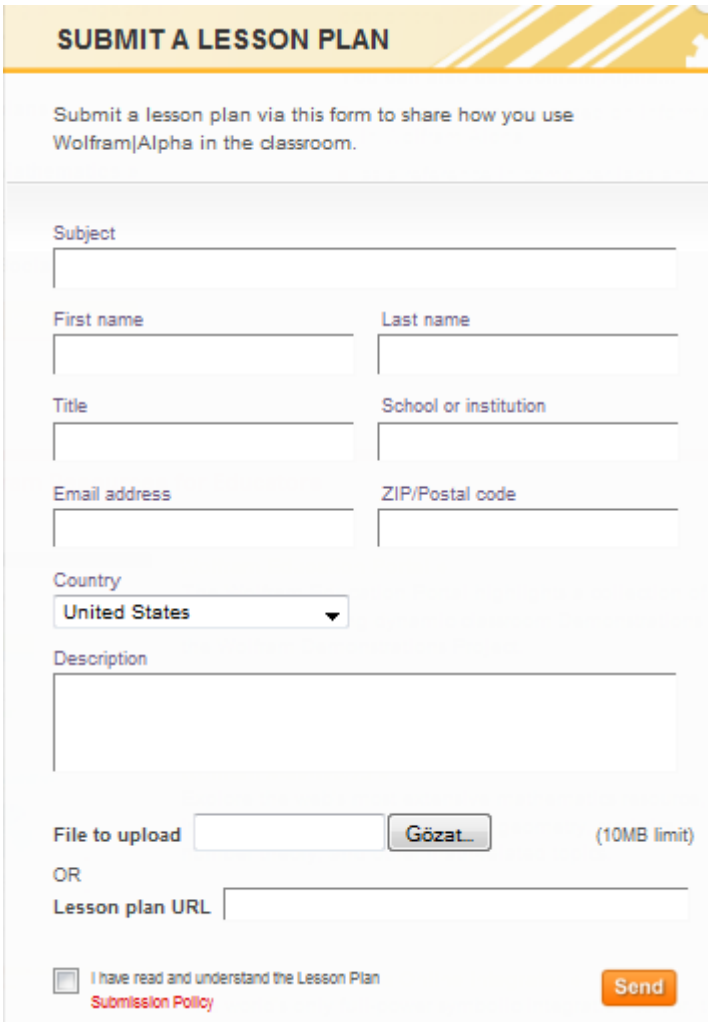
kısımları doldurularak Wolfram|Alpha geliştiricilerine hesaplanan problemle ilgili email gönderilebilmektedir.



Şekil 3.11. Wolfram|Alpha bilgi motorunda kullanıcı ile geri bildirim formu

Kullanıcılar tarafından gelen bu bilgiler Wolfram|Alpha çalışma ekibi tarafından değerlendirilmektedir. Wolfram|Alpha'da bu bilgiler de kullanılmaktadır. "**http://www.wolframalpha.com/privacypolicy.html**" adresinden Wolfram|Alpha'nın gizlilik politikası ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

Wolfram|Alpha eğitim-öğretimde faydalı olabilecek bir bilgi motorudur. Eğitimciler için "**http://www.wolframalpha.com/educators**" adresinde Wolfram|Alpha'nın sınıf ortamında kullanımı ile ilgili bilgiler, videolar ve örnek olarak hazırlanan ders planına göre Wolfram|Alpha'da yapılan uygulamalar vardır. Eğitimciler isterlerse kendi dersleri için ders planı hazırlayıp Wolfram|Alpha ekibine gönderebilmektedir. Bunun için "Submit a lesson plan" butonuna tıklamalıdır. Butona tıklanıldığında aşağıdaki form doldurulmalıdır.



Şekil 3.12. Ders planı gönderme formu

Wolfram|Alpha ekibi eğitimcilerin göndermiş olduğu ders planına göre Wolfram|Alpha da uygulamaları hazırlayıp pdf dosyası halinde eğitimcinin mail adresine göndermektedir.

4.WOLFRAM|ALPHA BİLGİ MOTORUNDA MATEMATİKSEL İŞLEMLERİN UYGULANMASI

Wolfram|Alpha bilgi motoru, geliştirilme aşamasında olduğu için matematiksel işlemlerin bazılarını yapabilmektedir. Wolfram|Alpha bilgi motoru; denklem çözme, matris, limit, türev ve integral ile ilgili işlemlerin çoğunu yapabilmektedir.

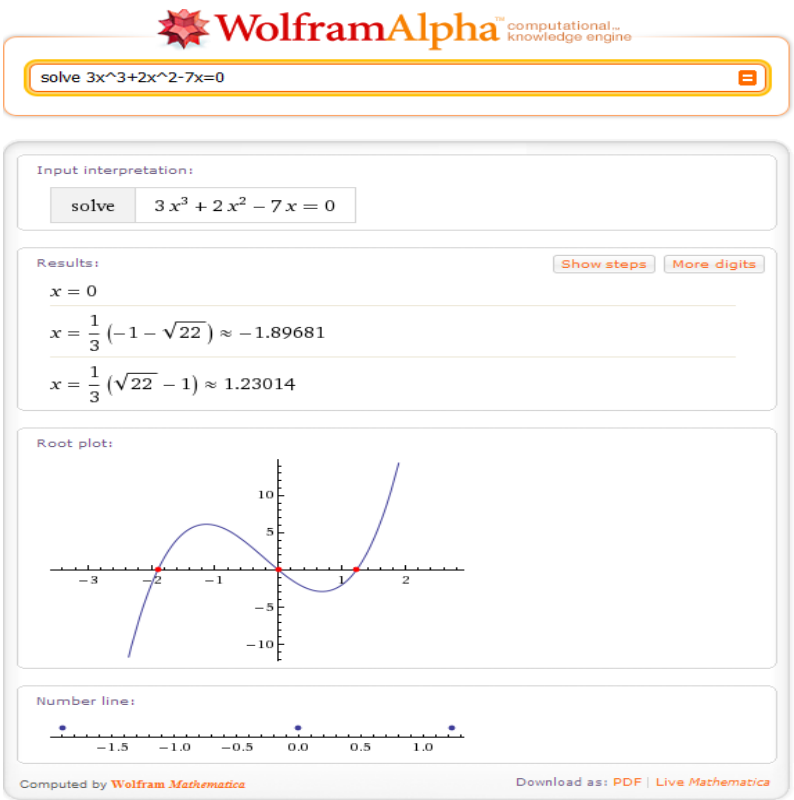
4.1. Denklem Çözme

Wolfram|Alpha bilgi motorunda denklemlerle ilgili işlemlerin yapılabilmesi için aşağıdaki komutların kullanılması gerekir.

Solve: Yazılan denklemi çözer. Bu komutun yanına ilgili denklem yazılması gerekir.

Plot: Denklemle ilgili grafik çizer. Bu komutun yanına grafiği çizilecek denklem yazılması gerekir.

Örneğin Wolfram|Alpha bilgi motoru, $3x^3+2x^2-7x=0$ denkleminin köklerini bulunabilmekte ve grafiğini çizilebilmektedir. Bir sayının kuvveti ^ simgesini kullanılarak aldırılmış olur.



Şekil 4.1. Wolfram|Alpha bilgi motorunda örnek bir denklem çözümü

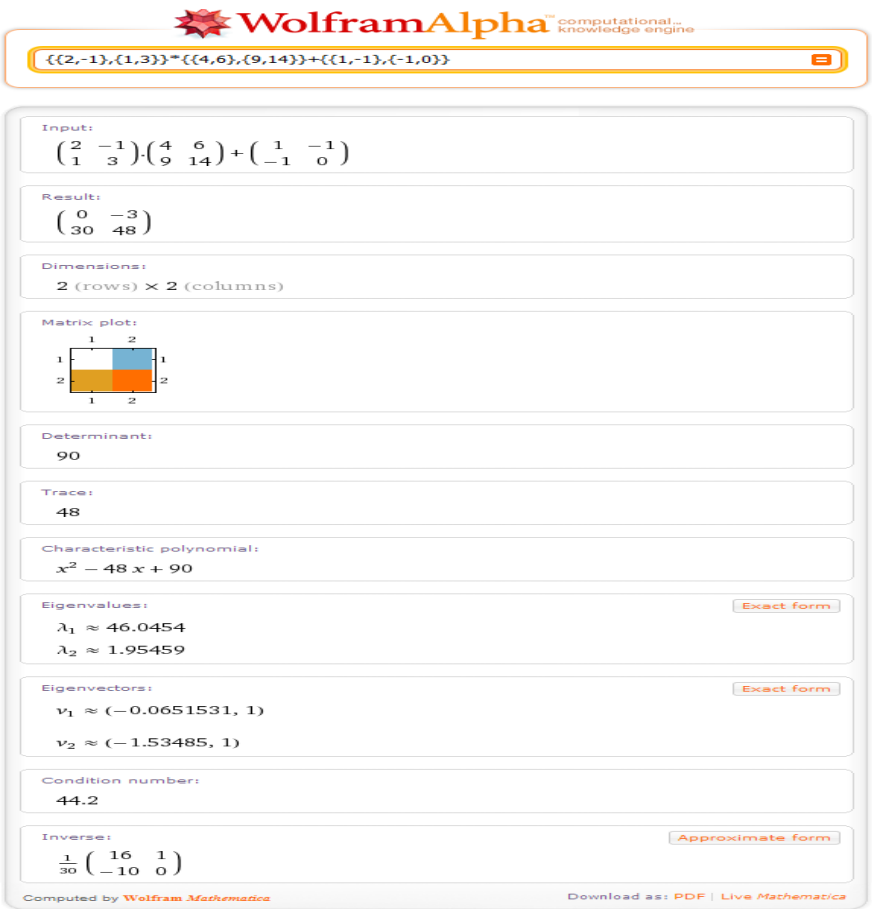
4.2. Matris Hesaplamaları

Wolfram|alpha bilgi motoru birden fazla matris ile ilgili aritmetik işlemleri yapabilmektedir. Matrisin kuvvetlerini, tersini, transpozesini de alabilmektedir. Wolfram|alpha bilgi motorunda 3x3 ve 2x2 boyutlu matrislerin tersleri, kuvvetleri, determinantları, izleri ve öz değerleri elde edilebilmektedir. Ancak, 4x4 ve daha büyük boyutlu matrislere ilişkin sadece pozitif kuvvetlerini hesaplayabilir.

4.2.1. Matrislerde aritmetiksel işlemler

Wolfram|alpha bilgi motorunda aritmetiksel işlemler için ilgili matrisler yazılıp hangi işlem yapılacaksa o işlemle ilgili operatörün yazılması gerekir.

Örneğin $A=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 1 & 3\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}4 & 6\\ 9 & 14\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$ matrislerin verildiği düşünülsün A*B+C işlemi Wolfram|Alpha bilgi motorunda aşağıdaki şekildeki gibi çözülür.

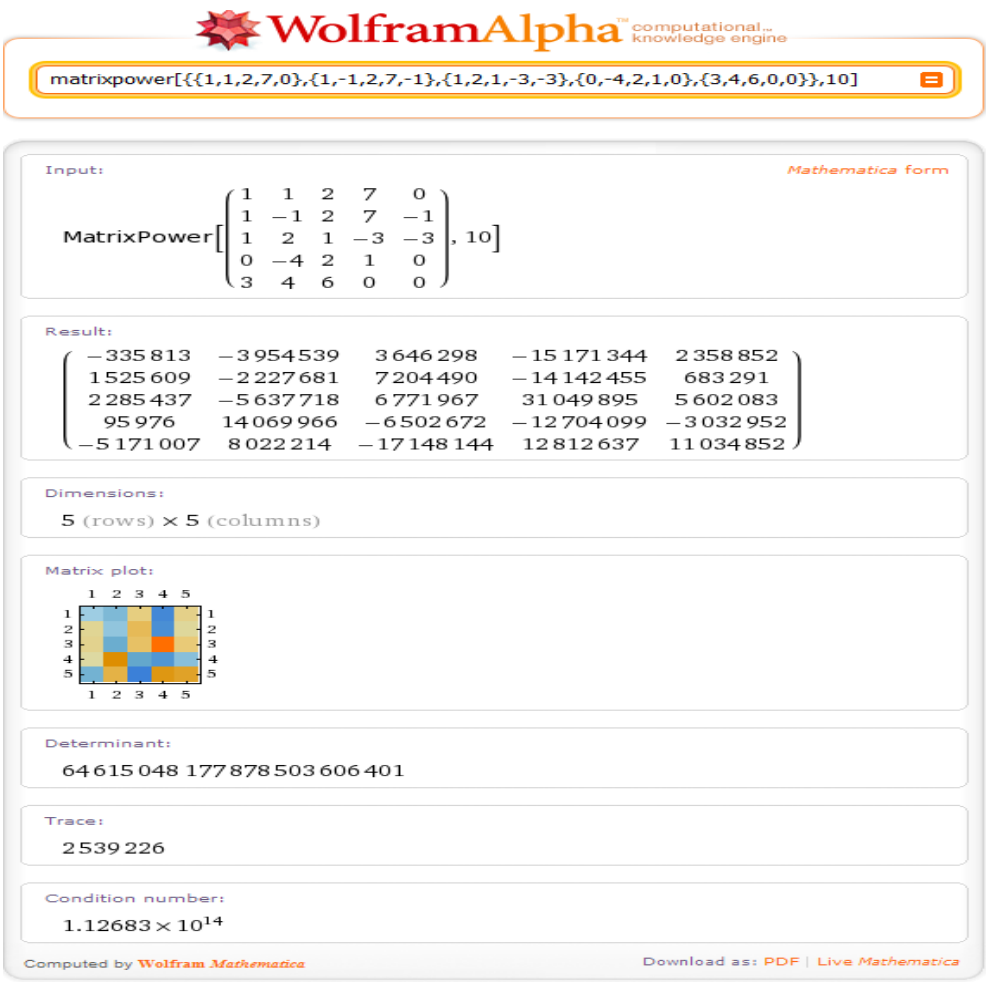


Şekil 4.2. Wolfram|Alpha bilgi motorunda matrislerde aritmetiksel işlemler

4.2.2. Bir matrisin kuvvetinin alınması

MatrixPower[m,n]: Matrisin kuvvetini alır. M (matris) matrisin verilerini n ise matrisin kuvvetini ifade eder.

Örneğin Wolfram|Alpha bilgi motorunda 5 x 5 boyutlu bir matrisin 10. kuvveti aşağıdaki şekildeki gibi alınır.



Şekil 4.3. : Wolfram|Alpha bilgi motorunda matrisin kuvvetini alma işlemi

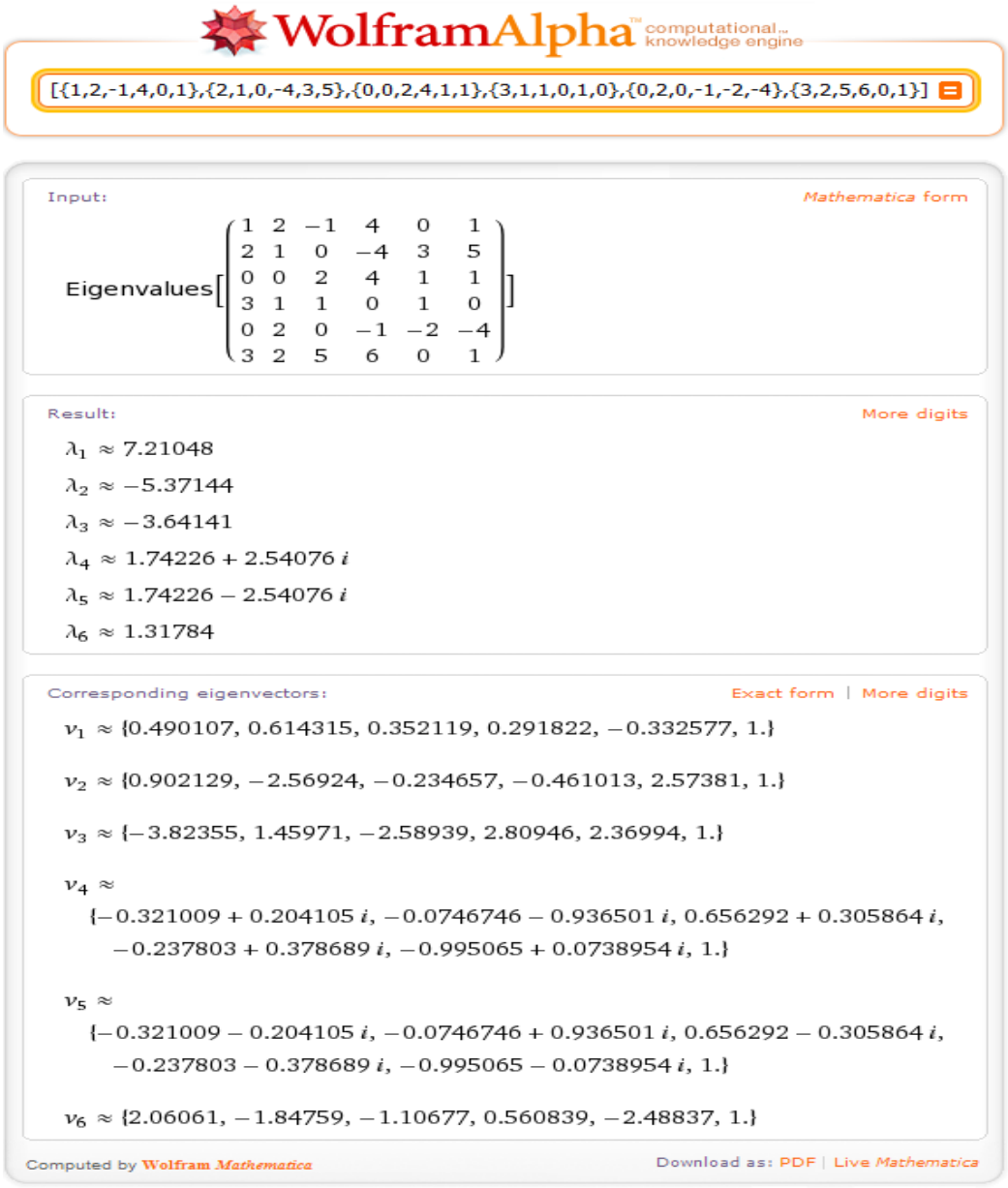
4.2.3. Matrisin özdeğer ve özvektörlerinin bulunması

Matrisin öz değer ve özvektörlerinin bulunması için aşağıdaki formülleri kullanılır.

Eigenvalues[m] : Matrisin özdeğerini bulur. M (matris) yerine matrisin yazılması gerekir.

Eigenvectors [m] : Matrisin özvektörlerini bulmaktadır. M (matris) yerine matrisin yazılması gerekir.

Örneğin 6x6 boyutlu bir matrisin özdeğer ve öz vektörleri Wolfram|Alpha bilgi motoru yardımıyla aşağıdaki şekildeki gibi bulunur.



Şekil 4.4.: Wolfram|alpha bilgi motorunda özdeğer ve öz vektörlerin bulunması

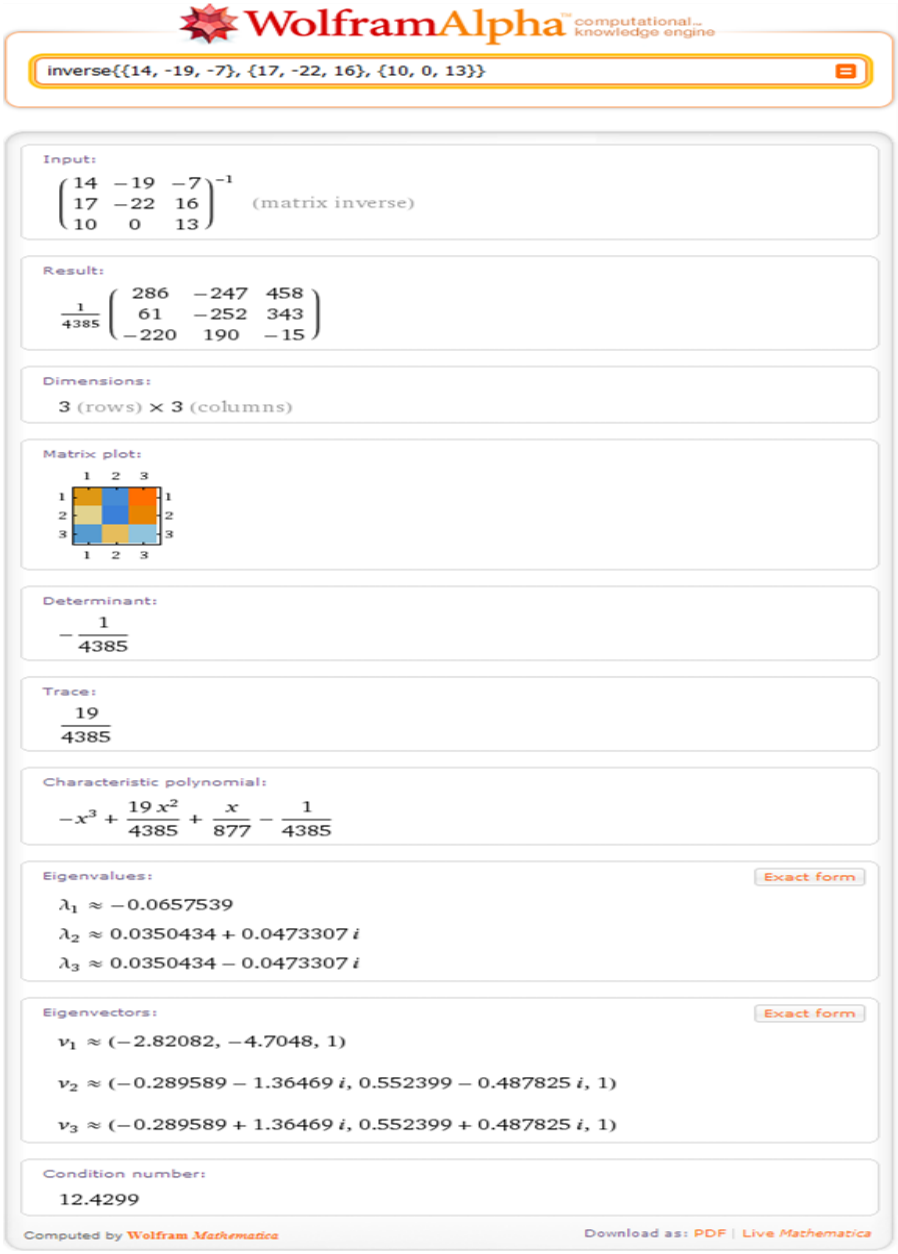
4.2.4. Matrisin tersi

Matrisin tersinin bulunması için aşağıdaki formüllerden birinin kullanılması yeterlidir.

inverse: Matrisin tersini buldurur. Matrisin tersinin bulunması için bu komutun yanına matrisin yazılması gerekir.

inv: inverse komutuyla aynı işleve sahiptir.

Örneğin $\begin{bmatrix} 14 & -19 & 7 \\ 17 & -22 & 16 \\ 10 & 0 & 13 \end{bmatrix}$ matrisinin tersi Wolfram|Alpha bilgi motoru kullanılarak aşağıdaki şekildeki gibi bulunur.

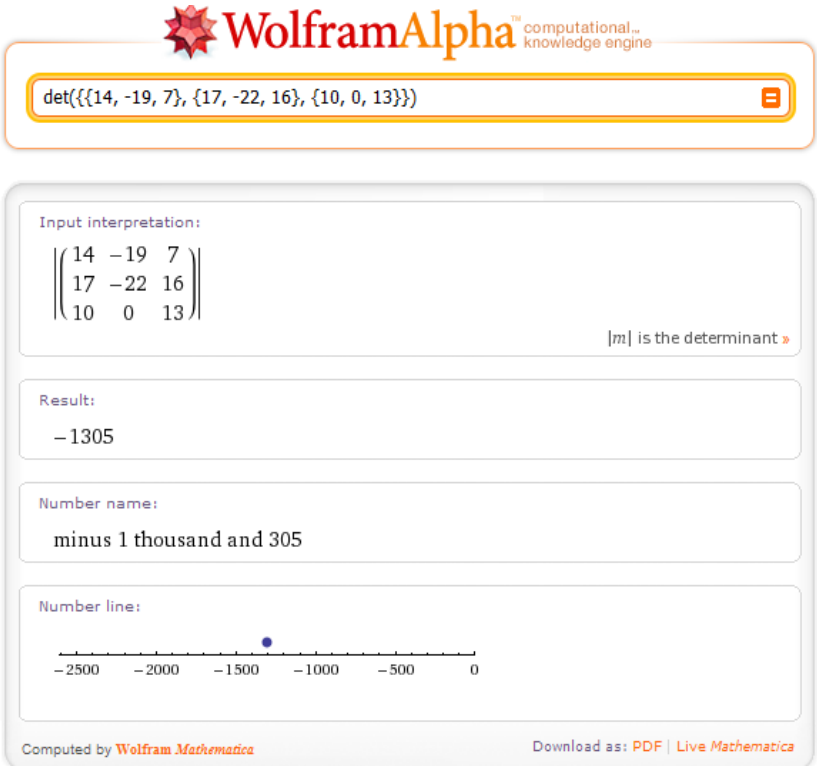


Şekil 4.5. Wolfram|alpha bilgi motorunda matrisin tersinin bulunması

4.2.5. Matrisin determinantı

det: Matrisin determinantı bulur. Bu komutun yanına matris yazılması gerekir.

Örneğin $\begin{bmatrix} 14 & -19 & 7 \\ 17 & -22 & 16 \\ 10 & 0 & 13 \end{bmatrix}$ matrisinin determinantı Wolfram|Alpha bilgi motoru kullanılarak aşağıdaki şekildeki gibi bulunmaktadır.

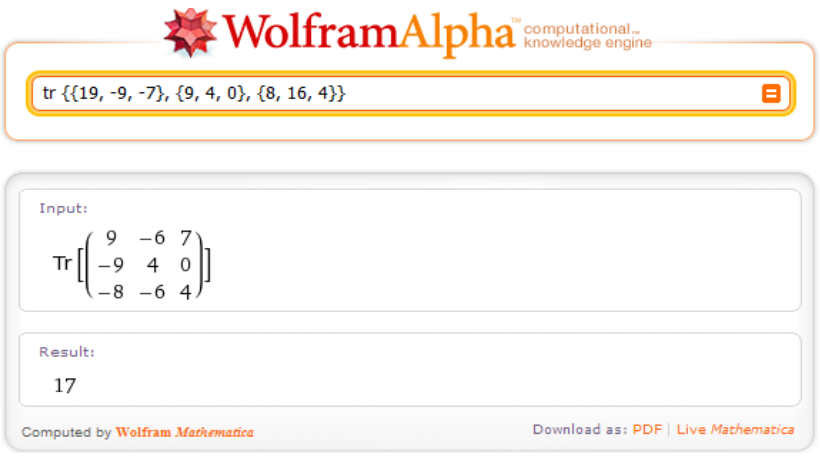


Şekil 4.6. Wolfram|Alpha bilgi motorunda matrisin determinantı bulunması

4.2.6. Matrisin izi

tr: Matrisin izi alır. Matrisin izinin bulunması için bu komutun yanına matrisin yazılması gerekir.

Örneğin $\begin{bmatrix} 19 & -9 & -7 \\ 9 & 4 & 0 \\ 8 & 16 & 4 \end{bmatrix}$ matrisinin rankı Wolfram|Alpha bilgi motoru kullanılarak aşağıdaki şekildeki gibi bulunmaktadır.



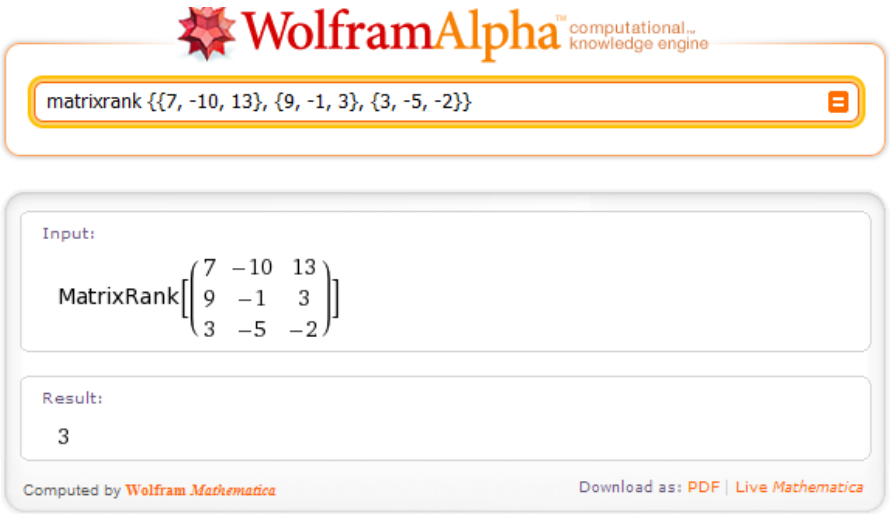
Şekil 4.7. Wolfram|alpha bilgi motorunda matrisin izi

4.2.7. Matrisin rankı

matrixrank: Matrisin rank'ını bulmaktadır. Bu komutun yanına ilgili matris yazıldığında bilgi motorunda matrisin rank'ını hesaplanır.

Rank: matrixrank komutu ile aynıdır.

Örneğin $\begin{bmatrix} 7 & -10 & 13 \\ 9 & -1 & 3 \\ 3 & -5 & -2 \end{bmatrix}$ matrisinin rankı Wolfram|Alpha bilgi motoru kullanılarak aşağıdaki şekildeki gibi bulunmaktadır.

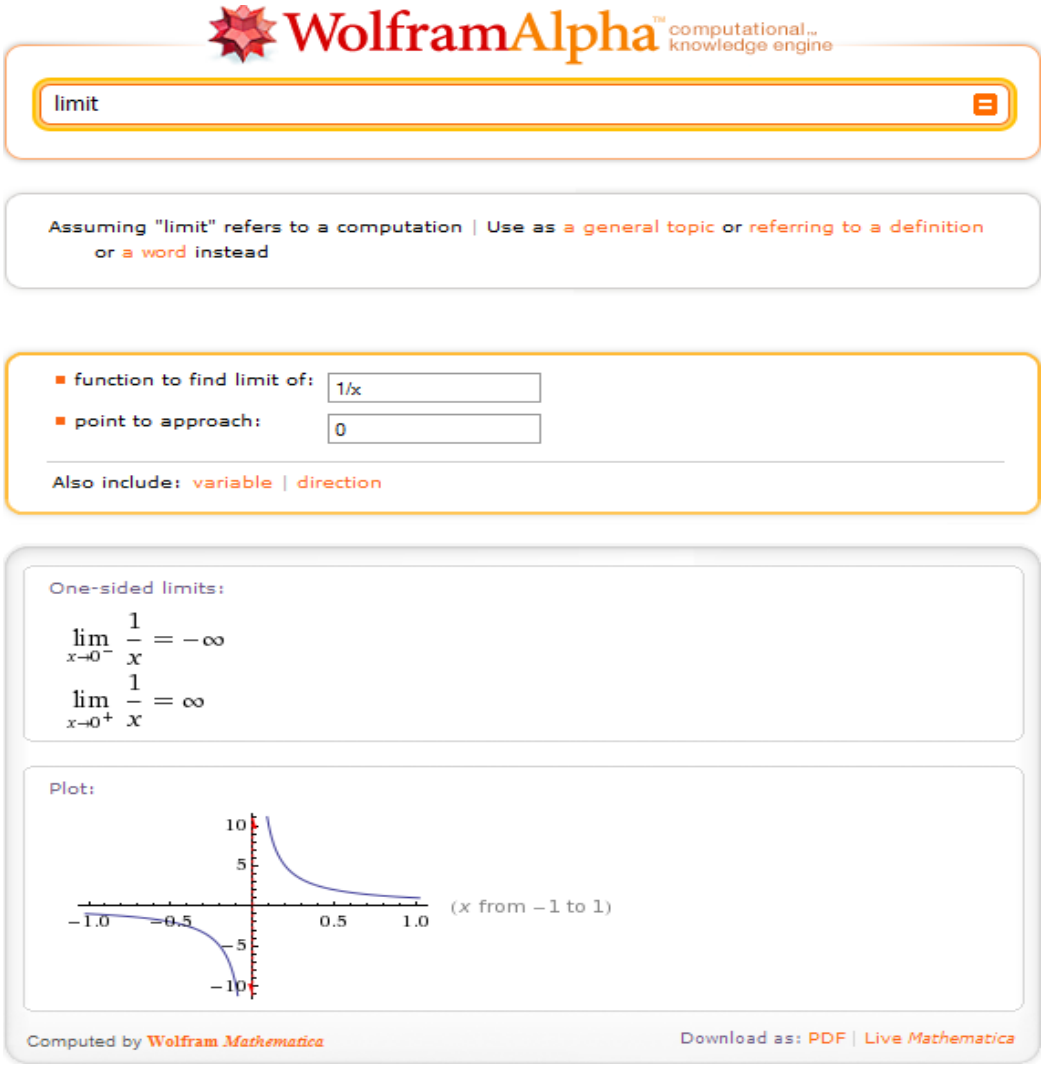


Şekil 4.8. Wolfram|alpha bilgi motorunda matrisin rankının bulunması

4.3. Limit

Wolfram|Alpha bilgi motorunda limit ile ilgili işlemlerin yapılabilmesi için işlem yapılacak kutucuğa "**limit**" yazılması gerekmektedir. Daha sonra fonksiyon girilecek kısım ile fonksiyon değişkeninin yakınsadığı değerlerin girilebileceği alanlar doldurulmalıdır. Variable kısmına tıklanıldığında fonksiyon değişkeni girilebilmektedir. Direction kısmına tıklanıldığında ise limitin sağdan veya soldan limit değerleri hesaplanabilir.

Örneğin $\lim_{x\to 0} 1/x$ probleminin Wolfram|Alpa bilgi motoru tarafından aşağıdaki gibi çözülmektedir.

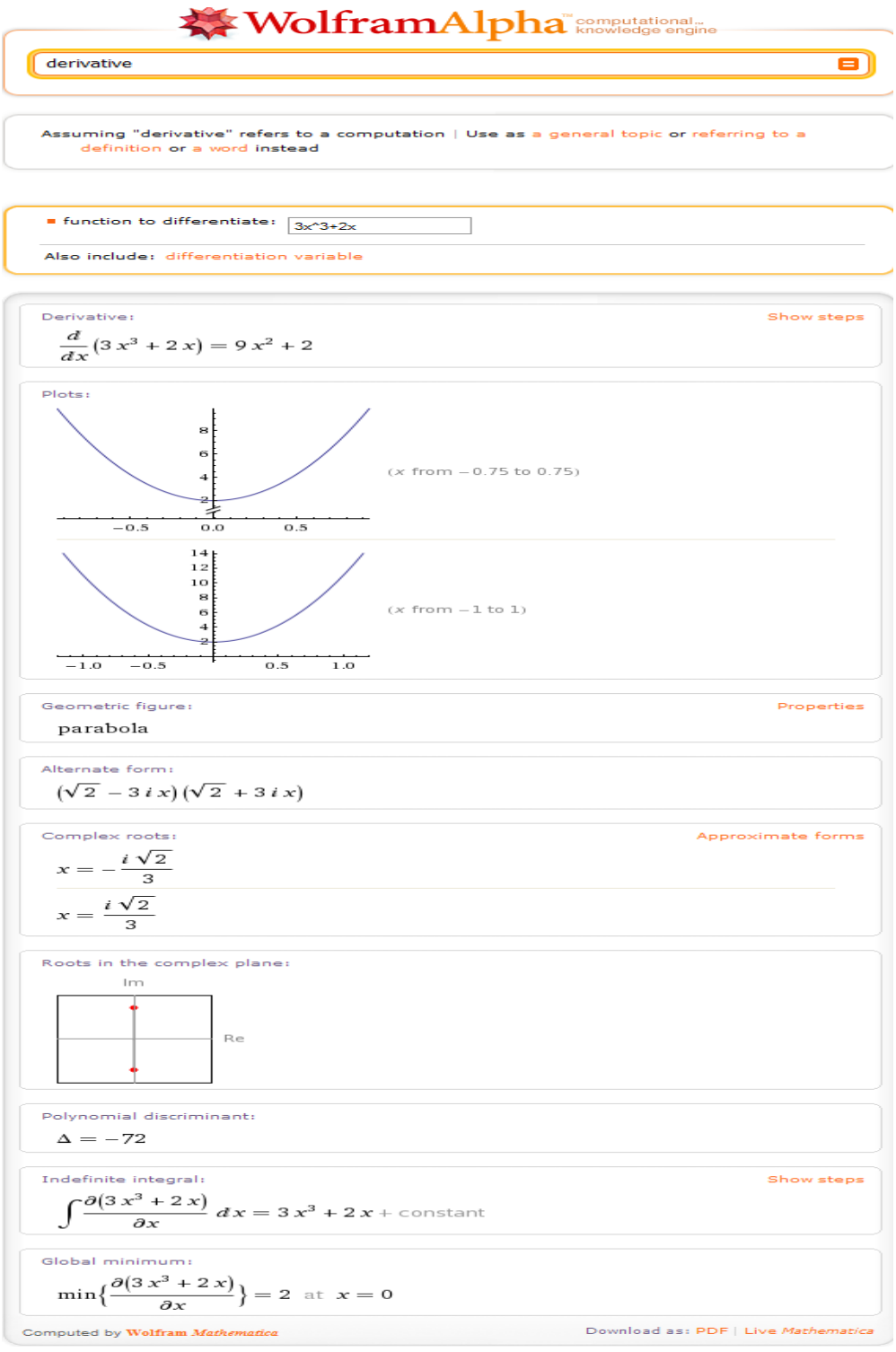


Şekil 4.9. Wolfram|Alpha bilgi motorunda limit işlemi

Wolfram|Alpha bilgi motoru, yukarıdaki şekildeki gibi limit hesaplamasını doğru bir şekilde yapıp grafiğini çizebilmektedir.

4.4. Türev

Wolfram|alpha bilgi motorunda türev ile ilgili işlemler yapabilmek için işlem yapılacak kutucuğa "derivative" yazılması gerekmektedir. Daha sonra türevi alınacak fonksiyonun ve fonksiyon değişkeninin girileceği alanların doldurulması gerekmektedir. Wolfram|alpha bilgi motoru girilen fonksiyonun türevini alabilmekte ve çıkan sonucun grafiğini çizebilmektedir. Ayrıca türev alındığında çıkan sonucun grafik türünü, denklemini, köklerini, diskriminantını, integralini ve global minumunu bulabilmektedir.



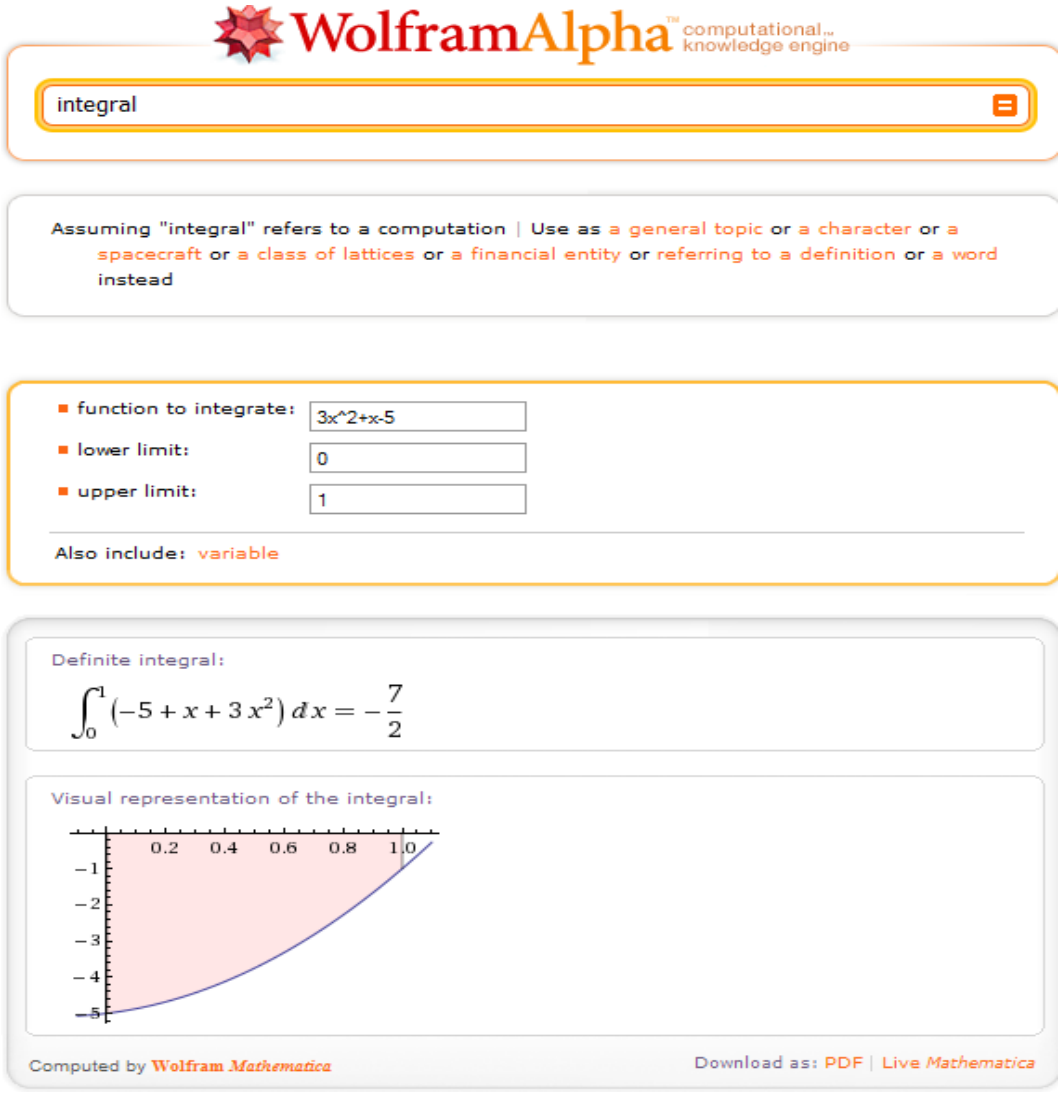
Şekil 4.10. Wolfram|alpha bilgi motorunda türev alma işlemi

4.5. İntegral

Wolfram|alpha bilgi motorunda belirli ve belirsiz integral ile ilgili işlemleri yapabilmek için işlem yapılacak kutucuğa "integral" yazılması gerekmektedir. Belirsiz integral alma işleminde integral alınacak fonksiyonun ilgili kısma yazılması gerekir.

Belirli integral alınması için “domain of integration” kısmına tıklanılıp integralin başlangıç ve bitiş değerlerinin girilmesi gerekir.

Örneğin $\int_0^1 (3x^2 + x - 5)dx$ işleminin Wolfram|Alpha bilgi motoru tarafından aşağıdaki şekildeki gibi hesaplanır.



Şekil 4.11. Wolfram|Alpha bilgi motorunda integral alınma işlemi

5. WOLFRAM|ALPHA BİLGİ MOTORUNDA İSTATİSTİKSEL İŞLEMLERİN UYGULANMASI

Wolfram|Alpha bilgi motoru geliştirilme aşamasında olduğu için istatistiksel işlemlerin bazılarını yapabilmektedir. Wolfram|Alpha bilgi motoru betimsel istatistik, istatistiksel dağılımlar, veri analizi ile ilgili işlemleri yapabilmektedir. Wolfram|Alpha'da analiz yapılacak veriler harici bir dosyada saklanılıp (excel, metin belgesi vb.) istenildiğinde bilgi motoruna gönderilip analiz işlemi yapılamamaktadır. Wolfram|Alpha bilgi motorunda veriler girilip istenilen grafik türünde grafikler çizdirilememektedir.

5.1. Wolfram|Alpha'da Betimsel İstatistiklerin Hesaplanması

Wolfram|Alpha bilgi motoru betimsel istatistik konusuyla ilgili aritmetik ortalama, medyan, mod, geometrik ortalama, harmonik ortalama, karesel ortalama işlemleri ile dağılım aralığı, çeyreklikler arası dağılım aralığı, çeyrek sapma, standart sapma, değişim katsayısı ve varyans ile ilgili işlemleri yapabilmektedir.

Wolfram|Alpha bilgi motoru sınıflandırılmış verilerde frekans tablosu oluşturamamaktadır. Sınıflandırılmış verilerle ilgili işlemler yapamamaktadır.

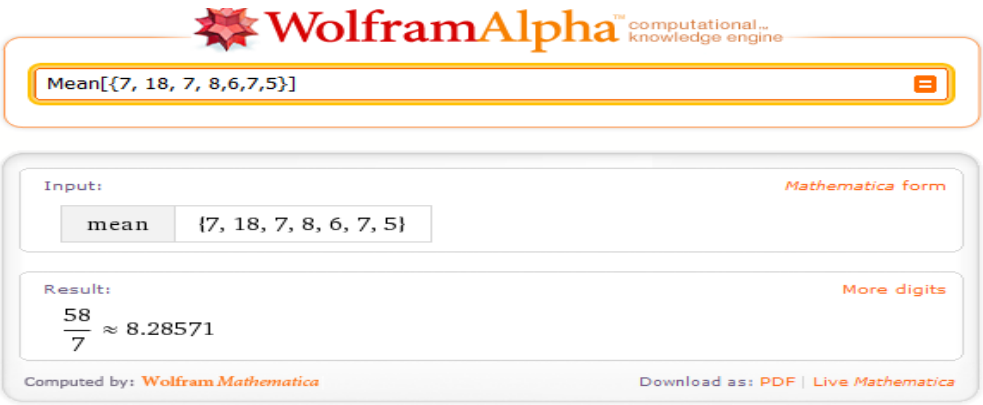
5.1.1. Merkezsel konum ölçüleri

Wolfram|Alpha bilgi motorunda aritmetik ortalama, medyan, mod, geometrik ortalama, harmonik ortalama, karesel ortalama ile ilgili hesaplamalar yapabilmektedir.

5.1.1.1. Aritmetik ortalama

Wolfram|Alpha bilgi motorunda aritmetik ortalama ile ilgili işlemler yapılabilmektedir. Aritmetik işlem formülü: Mean[list] istatistiksel ortalaması alınacak elemanların listesi "**list**" kısmına yazılmalıdır.

Örneğin 7 18 7 8 6 7 5 verilerin ortalaması Wolfram|Alpha bilgi motoru tarafından aşağıdaki şekildeki gibi hesaplanır.

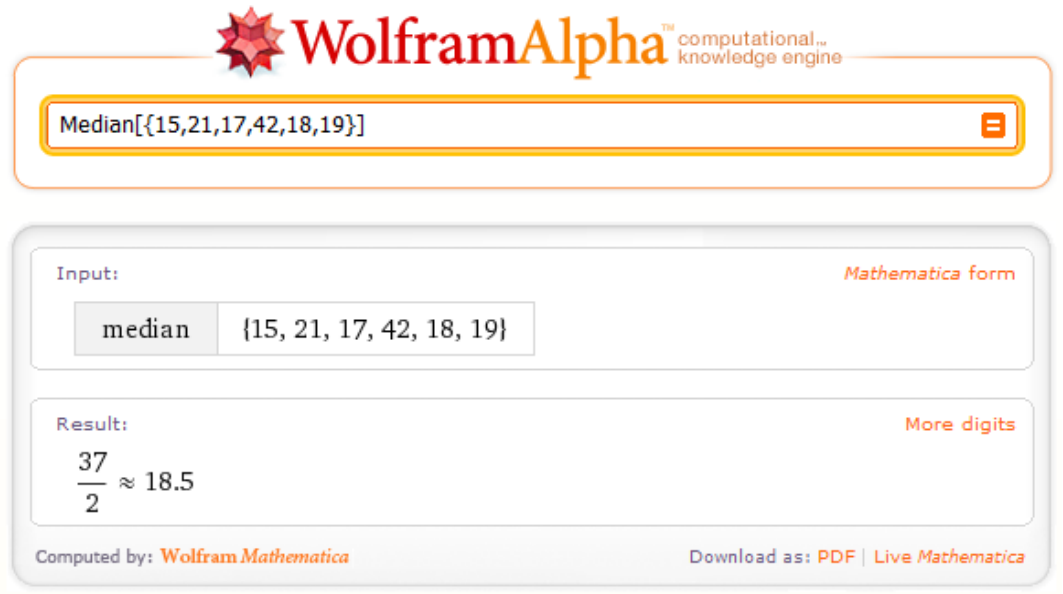


Şekil 5.1. Wolfram|alpha bilgi motorunda ortalama alma işlemi

5.1.1.2. Medyan(ortanca)

Wolfram|Alpha bilgi motorunda medyan ile ilgili işlemler yapılabilmektedir. Medyan formülü Median[list], "**list**" ifadesi yerine sıralanmış elemanlar yazılması gerekir.

Örneğin 15,21,17,42,18,19 verilerinin medyanı Wolfram|Alpha bilgi motoru yardımıyla aşağıdaki şekildeki gibi kolayca çözülebilmektedir.

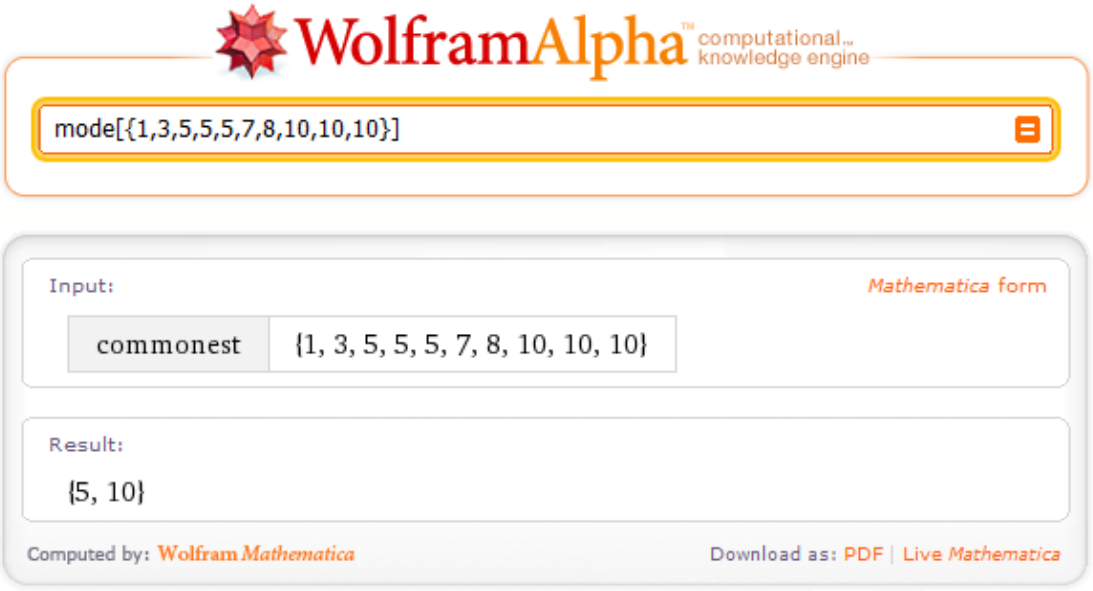


Şekil 5.2. Wolfram|alpha bilgi motorunda çift gözlem sayısına sahip verilerin medyanı

5.1.1.3. Tepe değeri (mod)

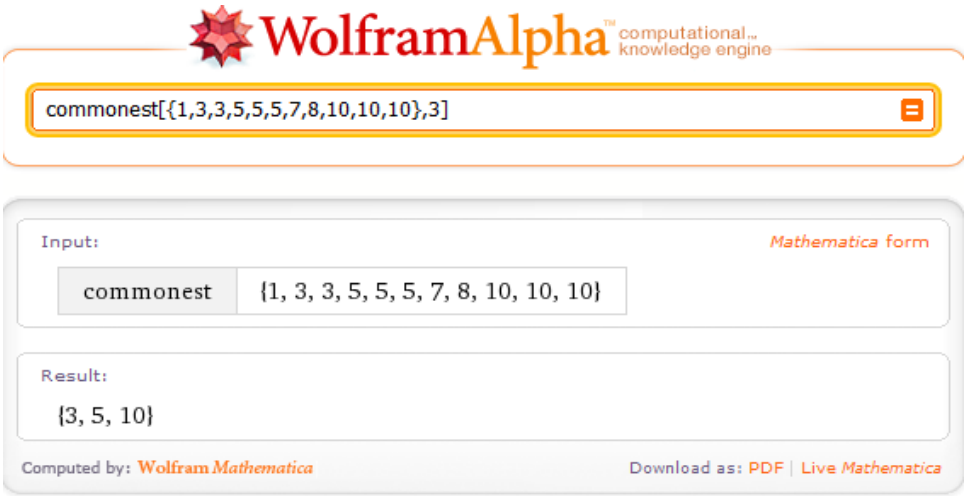
Wolfram|alpha bilgi motorunda tepe değer(mod) ile ilgili işlemler yapılabilmektedir. Mod ile ilgili işlemler yapacağımız zaman Wolfram|alpha bilgi motorunun arama kısmına mode[data] veya commonest[list] fonksiyonunu yazılması gerekir. "data" ve "list" kısmına değerler girilmesi gerekmektedir. commonest[list,n] formulü ise listedeki en yüksek frekansa sahip n tane değeri gösterir. Yani listede en yüksek frekensa sahip değerleri kaçarlı sıra halinde sonuç olarak gözükmesi istenebilmektedir.

Örneğin 1,3,5,5,5,7,8,10,10,10 verilerinin tepe değerini Wolfram|Alpha bilgi motorunu kullanılarak aşağıdaki şekildeki gibi hesaplanır.



Şekil 5.3. Wolfram|Alpha bilgi motorunda mod alma işlemi

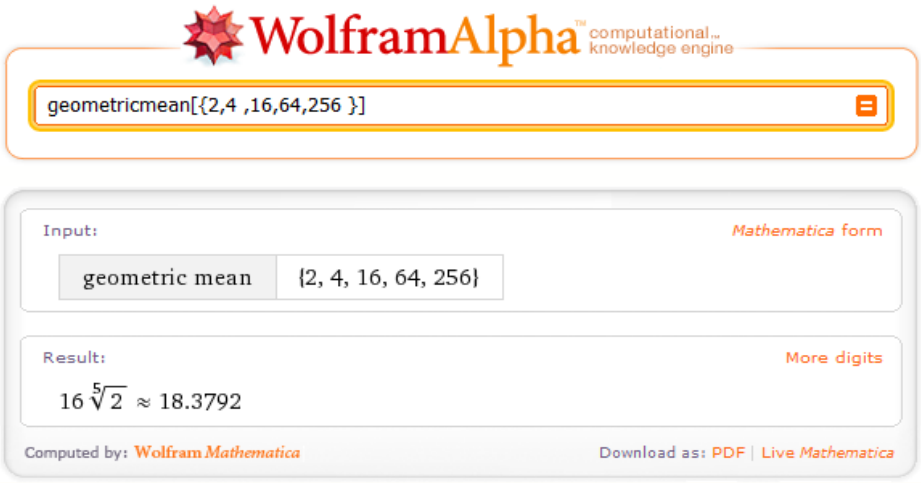
Örneğin 1,3,3,5,5,5,7,8,10,10,10 verilerinin tepe değeri için en yüksek frekansa sahip 3 veri bulunur. Bunun için commonest[list,n] formülünün kullanılması gerekir.



Şekil 5.4. Wolfram|Alpha bilgi motorunda mod alma işlemi

5.1.1.4. Geometrik ortalama

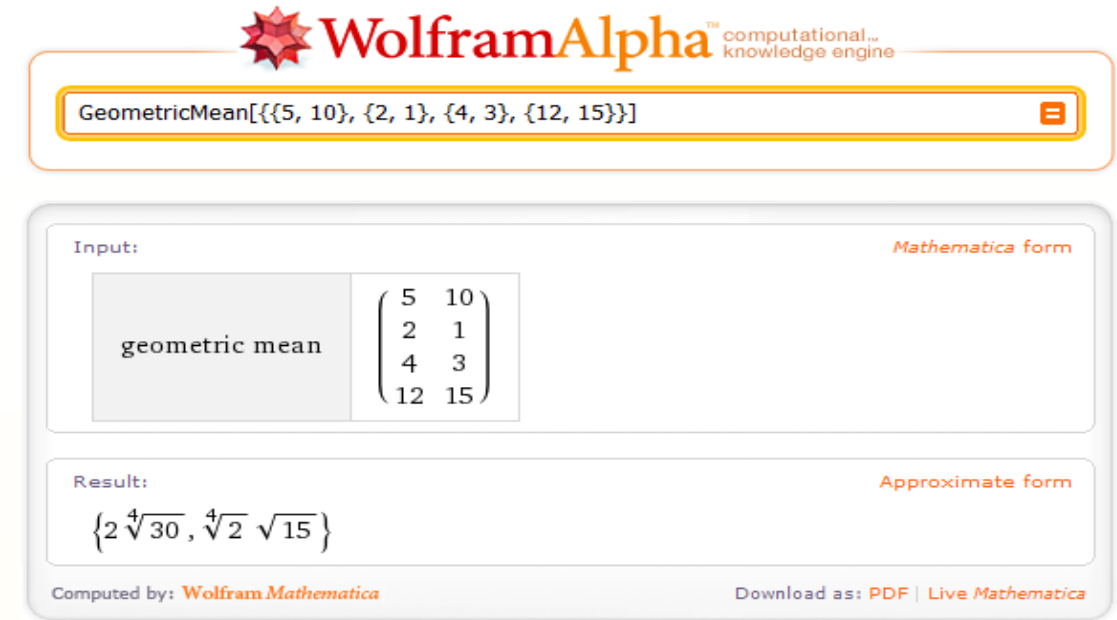
Bilgi motoru girilen verilerin geometrik ortalamasını hesaplayabilir. Örneğin 2,4,16,64,256 verilerinin geometrik ortalaması Wolfram|Alpha bilgi motorunda aşağıdaki şekildeki gibi hesaplanmaktadır.



Şekil 5.5. Wolfram|alpha bilgi motorunda geometrik ortalama alma işlemi

Bir matrisin sütunlarının geometrik ortalaması alınmak istenildiğinde ise "**list**" yerine satırların ayrı ayrı yazılması gerekir.

Örneğin $\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 2 & 1 \\ 4 & 3 \\ 12 & 15 \end{bmatrix}$ matrisinin geometrik ortalaması aşağıdaki şekildeki gibi Wolfram|Alpha bilgi motoru tarafından hesaplanır.

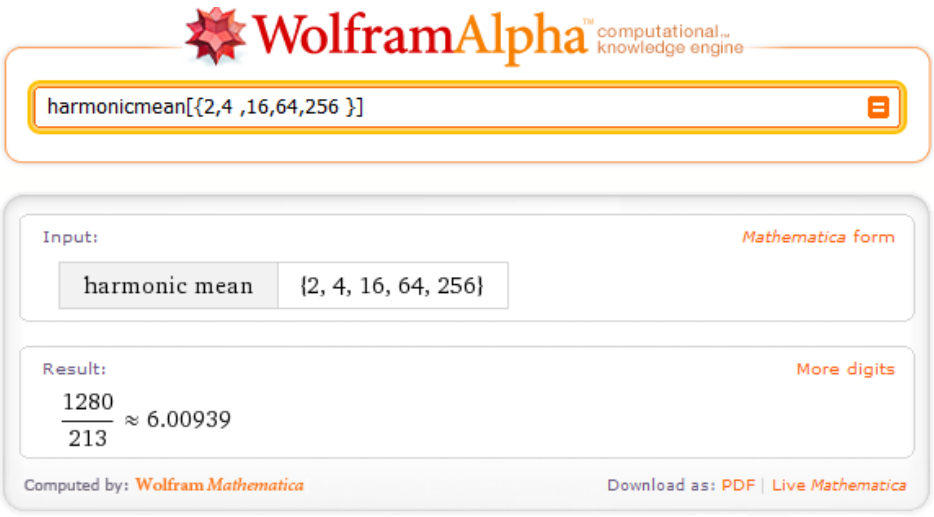


Şekil 5.6. Wolfram|alpa bilgi motorunda matrislerin geometrik ortalaması alınması

5.1.1.5. Harmonik Ortalama

Wolfram|Alpha bilgi motorunda harmonik ortalama aldırma işlemini yapılabilmektedir. Bunun için Wolfram|Alpha bilgi motoruna HarmonicMean[list] fonksiyonunu yazılması gerekir. "**list**" kelimesi harmonik ortalaması alınacak verilerdir.

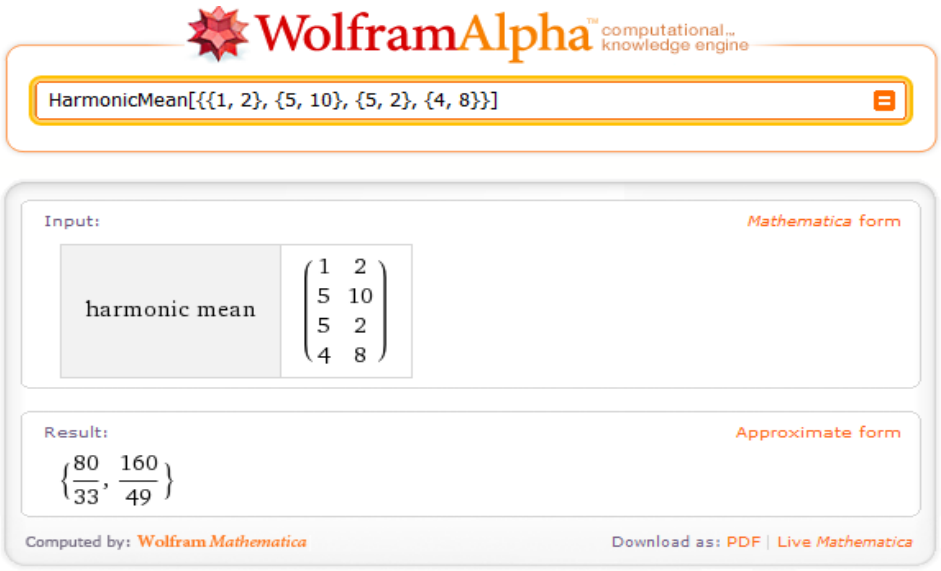
Örneğin 3,9,27,45,135 verilerinin harmonik ortalaması Wolfram|Alpha bilgi motoru yardımıyla aşağıdaki şekildeki gibi kolayca hesaplanmaktadır.



Şekil 5.7. Wolfram|alpa bilgi motorunda harmonik ortalama alınması

Wolfram|Alpha bilgi motorunda matrislerin sütunlarının harmonik ortalaması da aldırılabilinir.

Örneğin: $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 10 \\ 5 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$ matrisinin harmonik ortalaması Wolfram|Alpha bilgi motoru tarafından aşağıdaki şekildeki gibi hesaplanır.

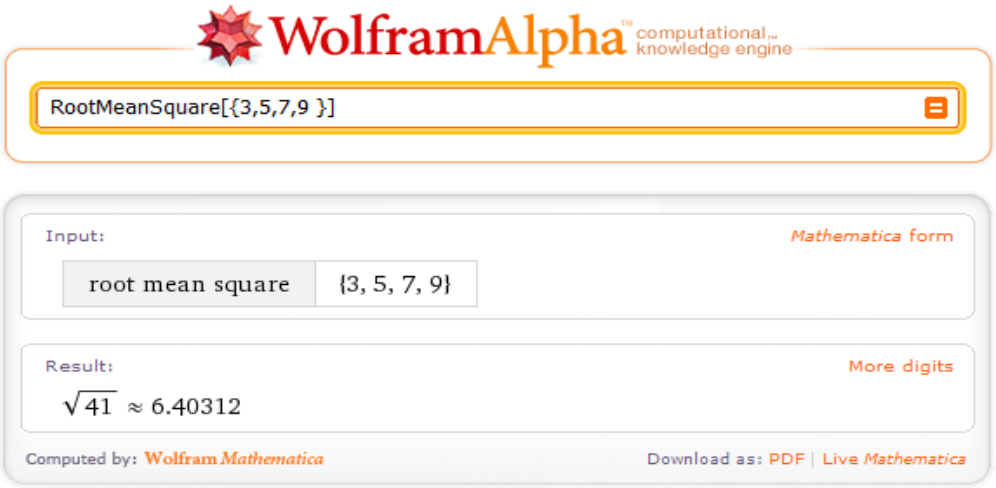


Şekil 5.8. Wolfram|alpha bilgi motorunda matrislerin harmonik ortalama alınması

5.1.1.6. Karesel ortalama

Wolfram|Alpha bilgi motorunda karesel ortalama işlemi yapılabilmektedir. Bu işlemi RootMeanSquare[list] formülü kullanılarak yapabilmektedir.”list” kelimesi yerine verilerin listesini yazılması gerekmektedir.

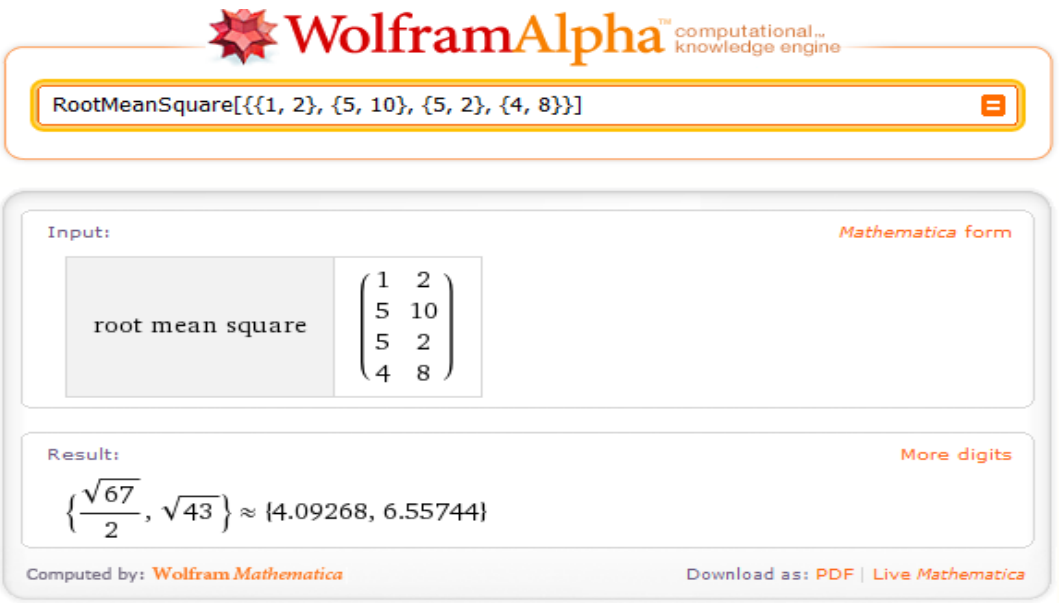
Örneğin 3,5,7,9 verilerinin karesel ortalaması Wolfram|Alpha bilgi motoru yardımıyla aşağıdaki şekildeki gibi kolayca alınabilmektedir.



Şekil 5.9. Wolfram|Alpha bilgi motorunda karesel ortalama alınma işlemi

Wolfram|Alpha bilgi motorunda matrislerin sütunlarının karesel ortalamasını da aldırılabilir.

Örneğin $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 10 \\ 5 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$ matrisinin karesel ortalamasının aşağıdaki şekildeki gibi Wolfram|Alpha bilgi motoru tarafından hesaplanır.



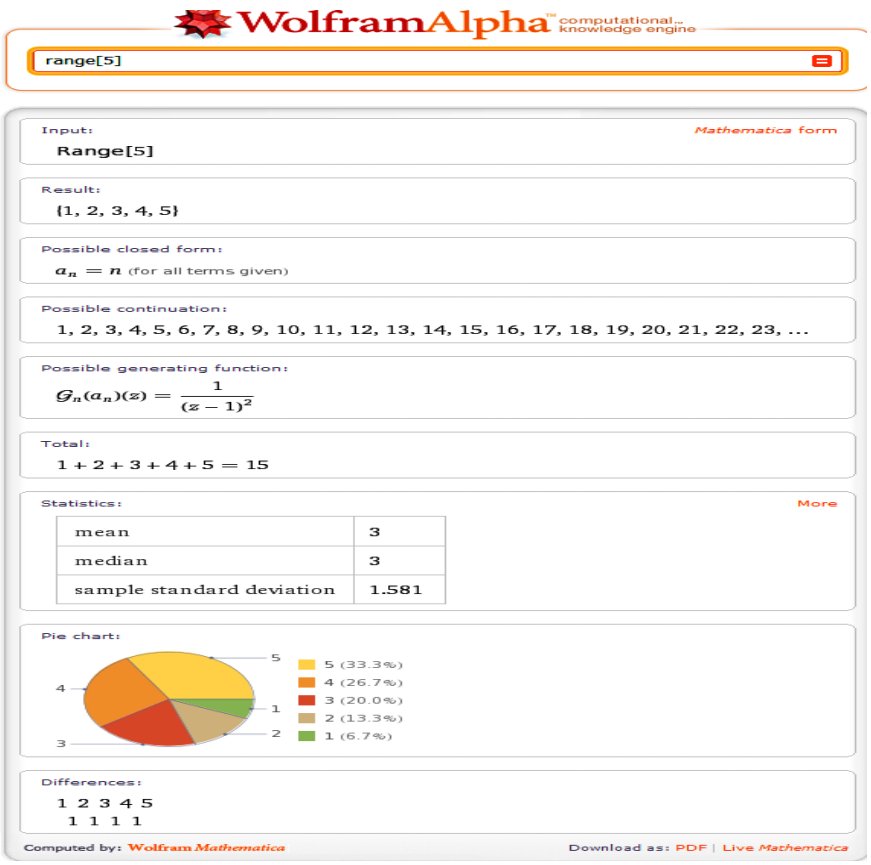
Şekil 5.10. Wolfram|alpha bilgi motorunda matrisin karesel ortalaması alınması

5.1.2. Yaygınlık Ölçüleri

Wolfram|Alpha bilgi motoru, dağılım aralığı(range), çeyreklikler arası dağılım, çeyrek sapma, standart sapma, varyasyon ve varyans ile ilgili hesaplamalar yapabilmektedir.

5.1.2.1. Dağılım Aralığı (Range)

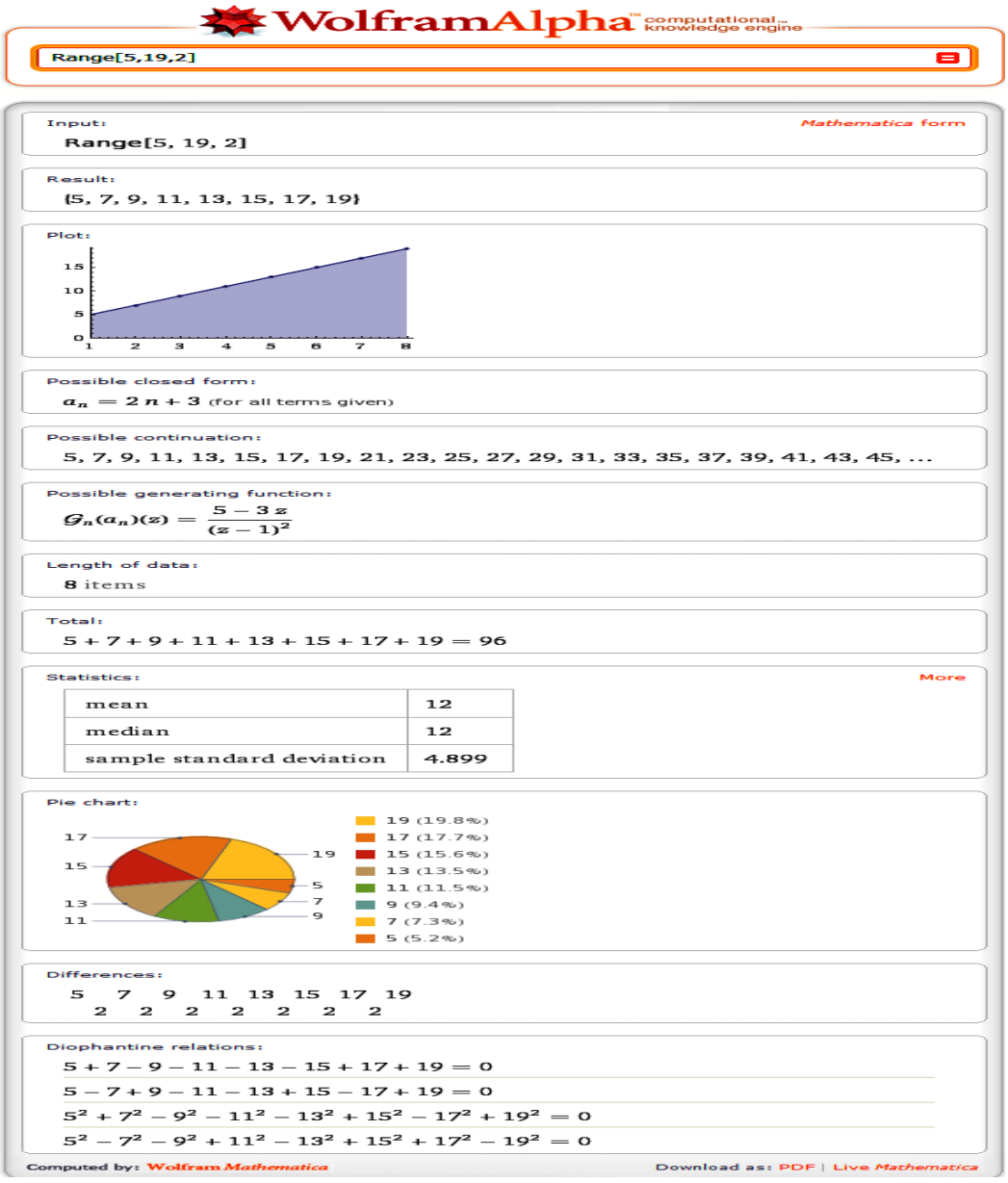
Wolfram|alpha bilgi motorunda dağılım aralığı(ranj) ile ilgili hesaplamalar yapılabilmektedir. Dağılım aralığı ile ilgili Range[i_{max}], Range[i_{min}, i_{max}], Range[i_{min}, i_{max}, di] fonksiyonlarını kullanılması gerekir.”i_{max}” ifadesi dağılım en yüksek değeri anlamına gelir.”i_{min}” ifadesi ise dağılımın en küçük değeri anlamına gelmektedir.
Örneğin Wolfram|Alpha bilgi motoruna range [5] yazıldığında; bilgi motoru 5 sayısına kadar liste oluşturmaktadır. Sonra bu listenin mod, meydan, ortalama işlemleri, standart sapma vb. işlemleri yapıp bilgiler aşağıdaki şekildeki gibi sunulmaktadır.



Şekil 5.11. Wolfram|Alpha bilgi motorunda Range işlemi

Örneğin Wolfram|Alpha bilgi motorunda, Range[i_{min}, i_{max}] işlemi için ; Range[5,19] yazıldığında dağılım değerinin en küçük değeri 5 ve en yüksek değeri 19 olduğu belirtilmiş olur. 5'ten başlayıp sayı değerini birer artırıp dağılım değerini 19 sayısına kadar oluşturmaktadır. Wolfram|Alpha bilgi motorunda dağılımın başlangıç ve bitiş değerlerini belirtilip sayıların kaçar artığını da belirtilebilmektedir. Bunun için Range[i_{min}, i_{max}, di] fonksiyonunu kullanması gerekir.

Örneğin Wolfram|Alpha bilgi motoruna Range[5,19,2] yazıldığında dağılımın 5'ten başlayıp 19'da bittiğini ve sayıların 2'şer arttırılacağını belirtilmiş olur. Sonuçlar ise aşağıdaki şekildeki gibidir:



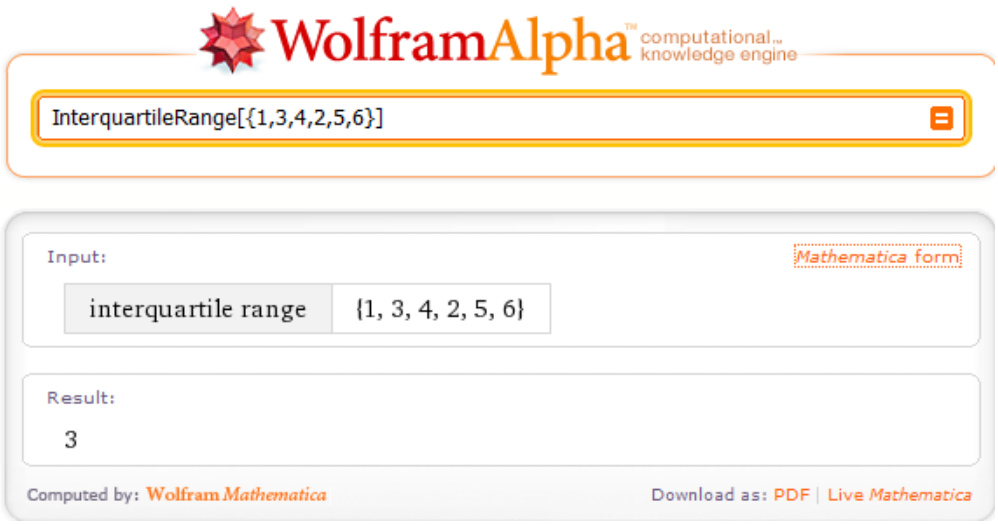
Şekil 5.12. Wolfram|Alpha bilgi motorunda range[5,19,2] işlemi

Wolfram|Alpha bilgi motorunda 5'ten başlayıp 19'a kadar sayılar 2'şerli artırılarak bir liste oluşturulmuştur. Sonra bu listenin mod, meydan, ortalama işlemleri, standart sapma, grafiksel gösterimi vb. işlemleri yapılmıştır.

5.1.2.2. Çeyreklikler arası dağılım aralığı

Çeyreklikler arası dağılım için interquartileRange[list] ve interquartileRange[dist] fonksiyonlarının kullanması gerekir. InterquartileRange[list] işlemi girilen sayısal veri listenin çeyreklikler arası dağılımını verir. InterquartileRange[dist] ise sembolik olarak girilen listenin çeyreklikler arası dağılım sonucunu verir.

Örneğin "1,3,4,2,5,6" verilerinin çeyrekler arası dağılım işleminin Wolfram|Alpha bilgi motoru yardımıyla aşağıdaki gibi hesaplanır.

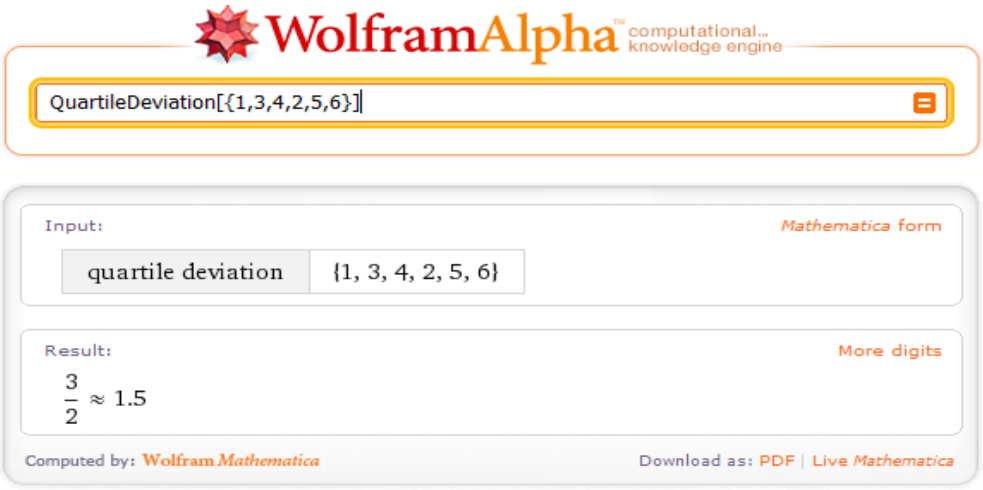


Şekil 5.13. Wolfram|alpha bilgi motorunda çeyrekler arası dağılım alma işlemi

5.1.2.3.Çeyrek sapma

Çeyrek sapma işlemi için QuartileDeviation[list], QuartileDeviation[dist] fonksiyonu kullanılması gerekmektedir. QuartileDeviation[list] fonksiyonu girilen sayısal verilerin çeyrek sapmasını bulmayı sağlar. QuartileDeviation[dist] ise girilen sembolik verilerin çeyrek sapmasını bulmayı sağlar.

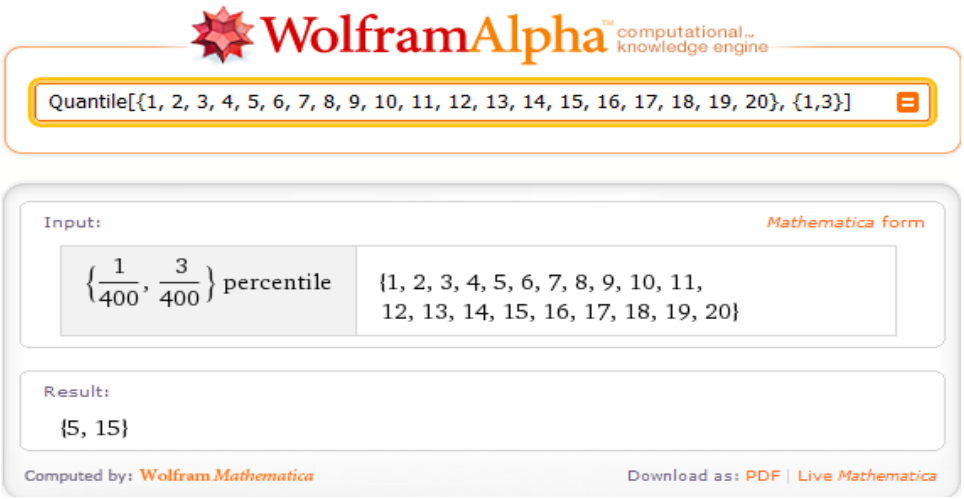
Örneğin "1,3,4,2,5,6" verilerin çeyrek sapmasının hesaplamak için Wolfram|Alpha bilgi motoruna QuartileDeviation[{1,3,4,2,5,6}] fonksiyonunu yazılması gerekir.



Şekil 5.14. Wolfram|Alpha bilgi motorunda çeyrek sapma işlemi

Wolfram|Alpha bilgi motoruna girilen listenin 25. veya 75. Çeyreğini hesaplaştırılabilinmektedir. Bunun için Quantile[list, q] fonksiyonunu kullanılması gerekir. "**list**" ifadesi girilen listedir."**q**" ifadesi ise bulunmak istenen yüzdeliktir. Birden fazla yüzdelik bulunmak istendiğinde ise Quantile[list, {q_1, q_2, ...}] fonksiyonu kullanılması gerekir.

Örneğin "1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20" verilerinin 25. ve 75. çeyreğini hesaplanması için bilgi motoruna Quantile[{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20},{1,3}] yazılması gerekir. {1,3} bu ifade 1. ve 3. çeyreğinin bulunmasını istenmiş olur.

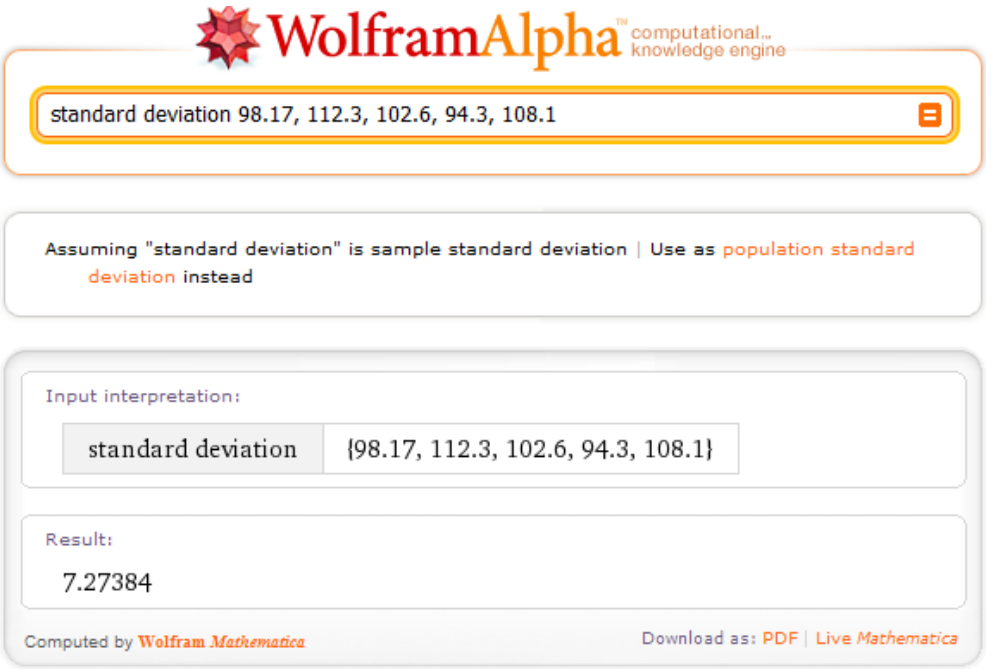


Şekil 5.15. Wolfram|alpha bilgi motorunda verilerin 1. ve 3. Çeyreğinin hesaplanması

5.1.2.4. Standart Sapma

Wolfram|alpha bilgi motoru girilen verilerin standart sapmasını kolayca hesaplayabilmektedir.

Örneğin Wolfram|alpha bilgi motoru yardımıyla girilen verilerin standart sapması aşağıdaki şekildeki gibi kolayca bulunabilmektedir. Wolfram|alpha bilgi motorunda standart sapmanın hesaplanabilinmesi için "Standard deviation" yazılıp yanına veriler girilmesi gerekir.



Şekil 5.16. Wolfram|Alpha bilgi motorunda standart sapmanın hesaplanması

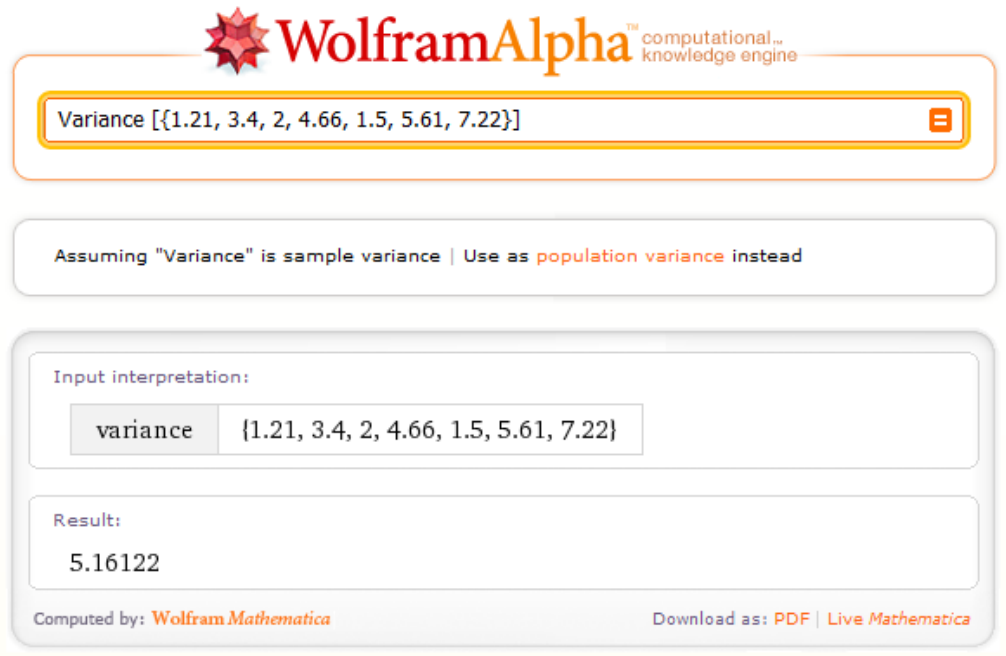
5.1.2.5. Varyasyon

Wolfram|Alpha bilgi motorunda varyasyon işlemi ile ilgili herhangi bir fonksiyon yoktur fakat standart sapması ve ortalaması bilinen verilerin hesaplattırılması için bu iki değeri matematiksel olarak birbirine oranlayıp yüz ile çarptığımızda sonuca ulaşabiliriz.

5.1.2.6. Varyans

Wolfram|Alpha bilgi motorunda Variance[list] fonksiyonu varyans alma işlemi için kullanılmaktadır. "**list**" varyansı bulunacak verilerin listesidir.

Örneğin “1.21, 3.4, 2, 4.66, 1.5, 5.61, 7.22” verilerin varyansını hesaplamak için Wolfram|Alpha bilgi motoruna Variance [{1.21, 3.4, 2, 4.66, 1.5, 5.61, 7.22}] yazılması gerekir.



Şekil 5.17. Wolfram|Alpha bilgi motorunda varyans işlemi

5.2. Wolfram|Alpha Bilgi Motorunda Sürekli ve Kesikli Tipteki Bazı İstatistiksel Dağılımlar

Bu bölümde bazı istatistiksel dağılımlar ve özellikleri hakkındaki bilgilere Wolfram|Alpha bilgi motoru yardımıyla ulaşılmıştır. İstatistiksel dağılımlar hakkında bilgilere ulaşılması için istatistiksel dağılımların İngilizce isimlerinin girilmesi yeterli olmaktadır. Parametre değerleri dışarıdan girileceği zaman dağılımın adının yanına parametre değerlerinin yazılması gerekmektedir. Wolfram|Alpha bilgi motoru girilen parametre değerlerine göre hesaplamalar yapabilmektedir.

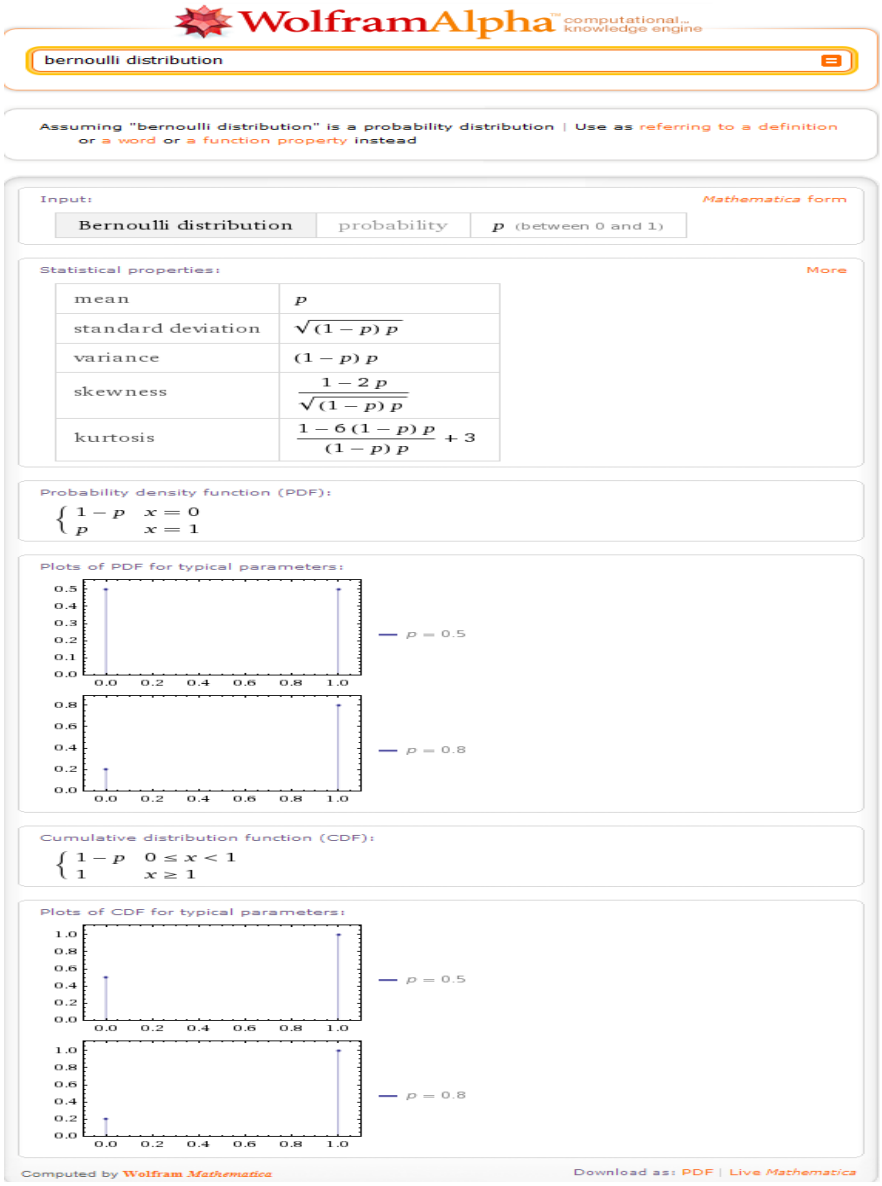
Wolfram|alpha bilgi motoru; istatistiksel dağılımların ortalaması, standart sapması, varyansı, çarpılık katsayısı (skewness), basıklık katsayısı (kurtosis), olasılık fonksiyonu (PF) ve olasılık fonksiyonun grafiksel gösterimi, olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF) ve olasılık yoğunluk fonksiyonunun grafiksel gösterimi, kümülatif (birikimli) dağılım fonksiyonu (CDF) ve kümülatif dağılım fonksiyonunun grafiksel gösterimi hakkında bilgiler verebilmektedir. Dağılımın parametre değerleri dışarıdan girildiği takdirde grafiksel gösterimi, girilen değere göre çizilebilmektedir.

5.2.1. Bazı kesikli olasılık dağılımları

Bu kısımda Wolfram|Alpha bilgi motorunda bernoulli dağılımı binom dağılımı, poisson dağılımı, çok terimli dağılım, geometrik dağılım, negatif binom dağılımı hipergeometrik dağılımı ile ilgili uygulamalar yapılmıştır.

5.2.1.1. Bernoulli dağılımı

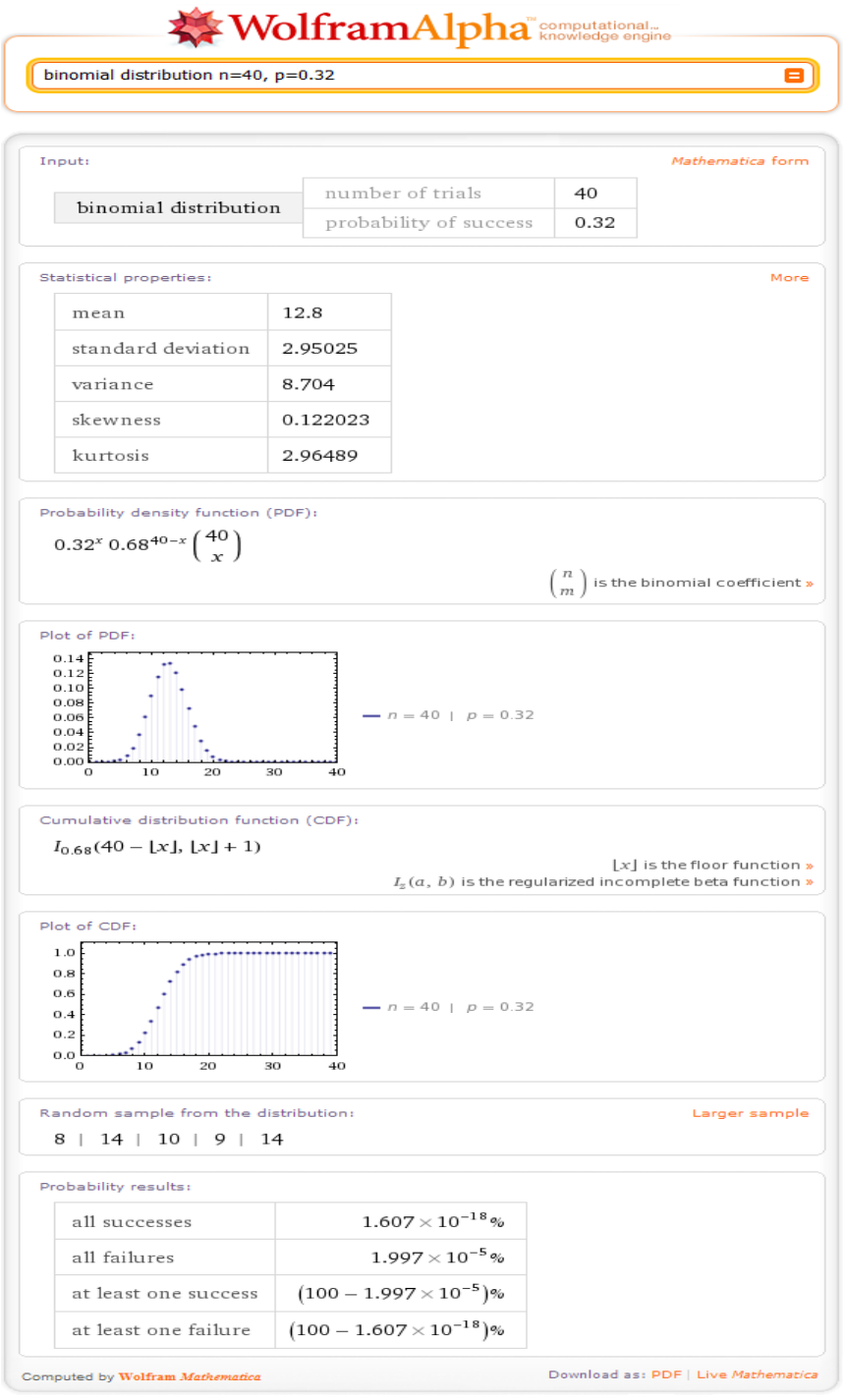
Wolfram|Alpha bilgi motorunda bernoulli dağılımı hakkında bilgilere ulaşılması "**bernoulli distribution**" yazılması gerekir.



Şekil 5.18. Wolfram|Alpha bilgi motorunda bernoulli dağılımı

5.2.1.2. Binom dağılımı

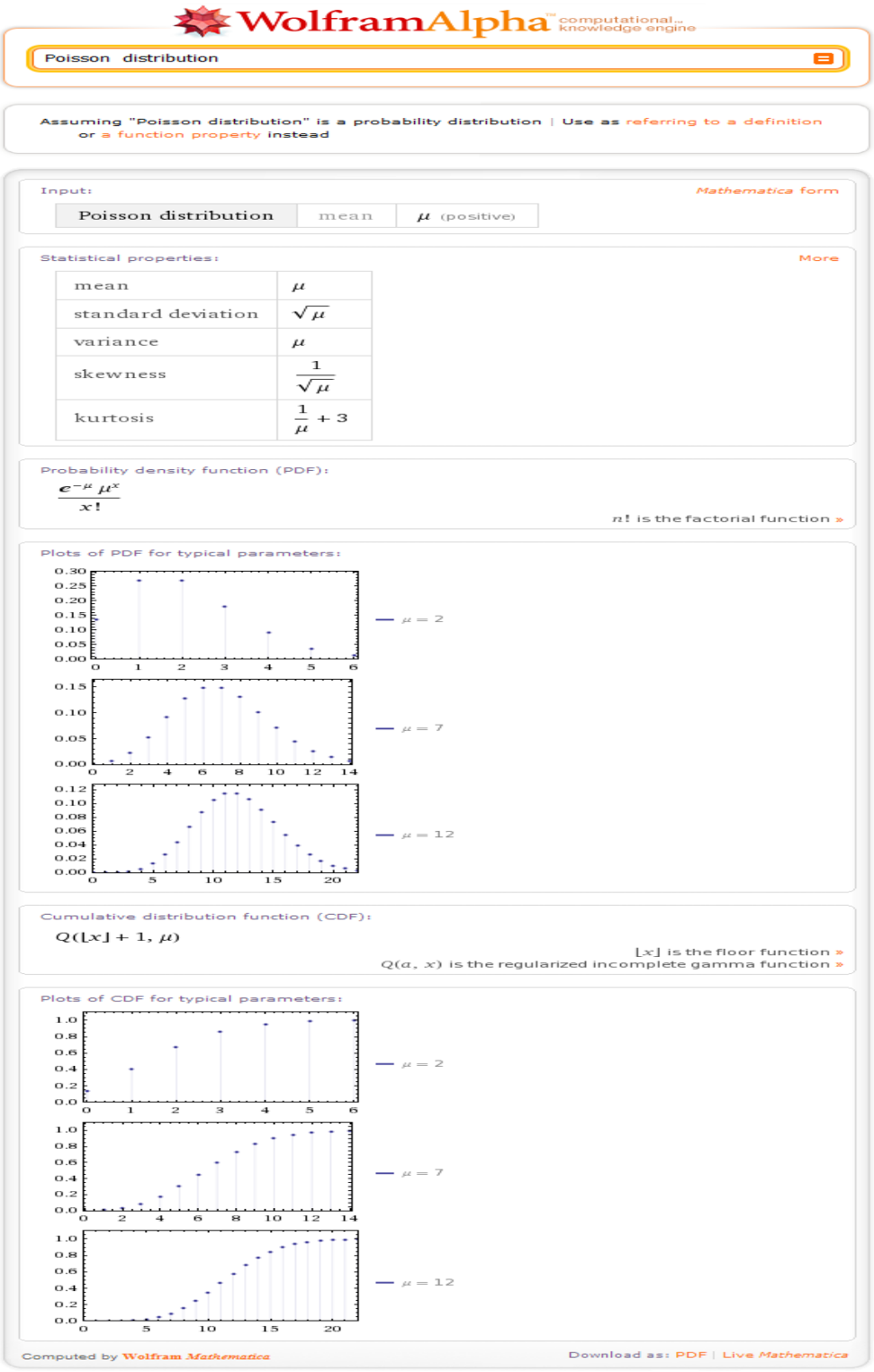
Wolfram|Alpha bilgi motorunda binom dağılımı hakkında bilgilere ulaşılmasıi için bilgi motoruna "**binomial distribution**" yazılması gerekir. İstenildiği takdirde binom dağılımındaki n ve p değerleri dışarıdan girebilir. Bunun için ise dağılımın yanına parametre değerlerinin girilmesi gerekir.



Şekil 5.19. Wolfram|alpha bilgi motorunda binom dağılımı

5.2.1.3. Poisson dağılımı

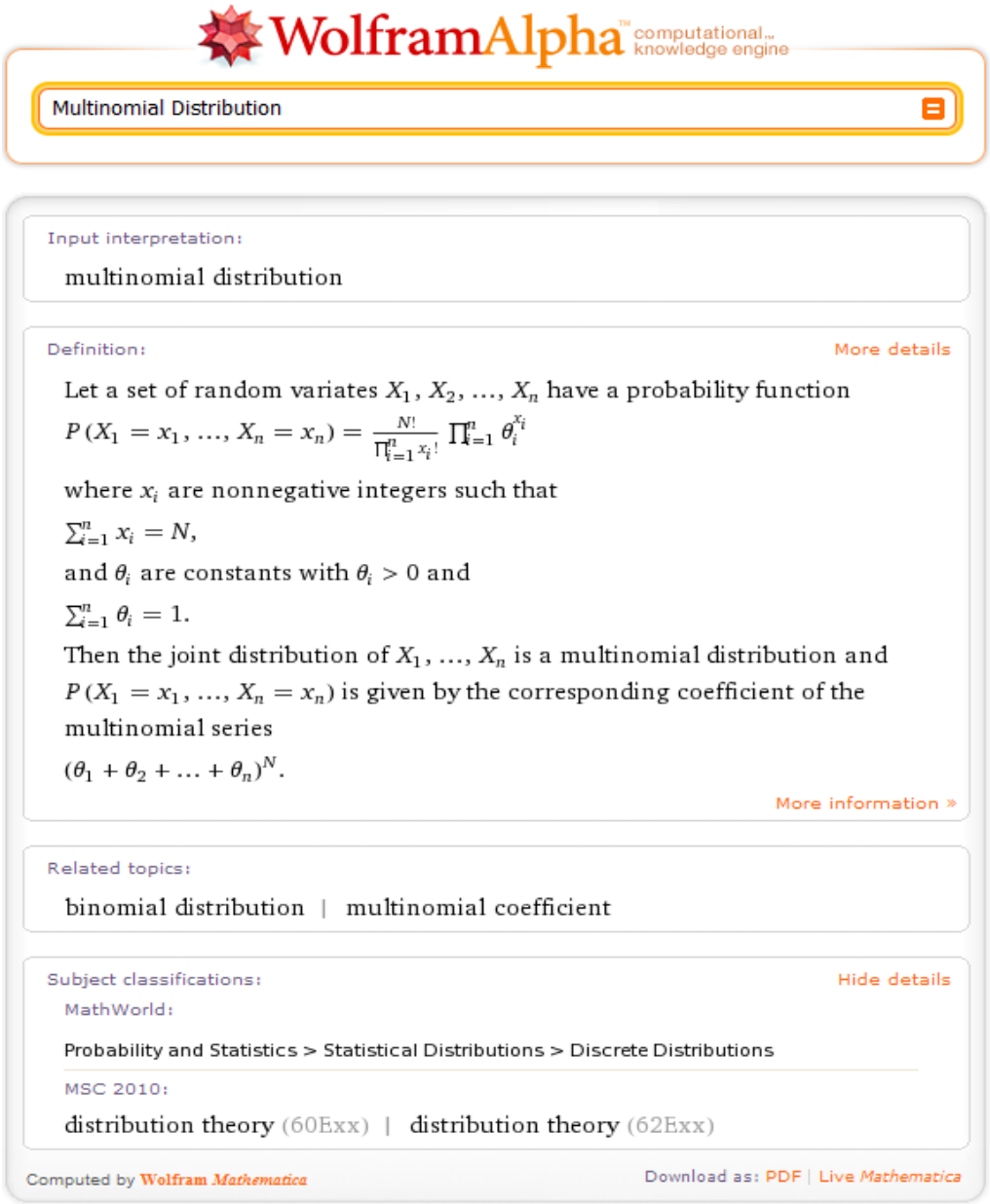
Wolfram|Alpha bilgi motorunda poisson dağılımı hakkında bilgilere ulaşmak için bilgi motoruna "**poisson distribution**" yazılması gerekir.



Şekil 5.20. Wolfram|Alpha bilgi motorunda poisson dağılımı

5.2.1.4. Çok terimli dağılım (multinomial distribution)

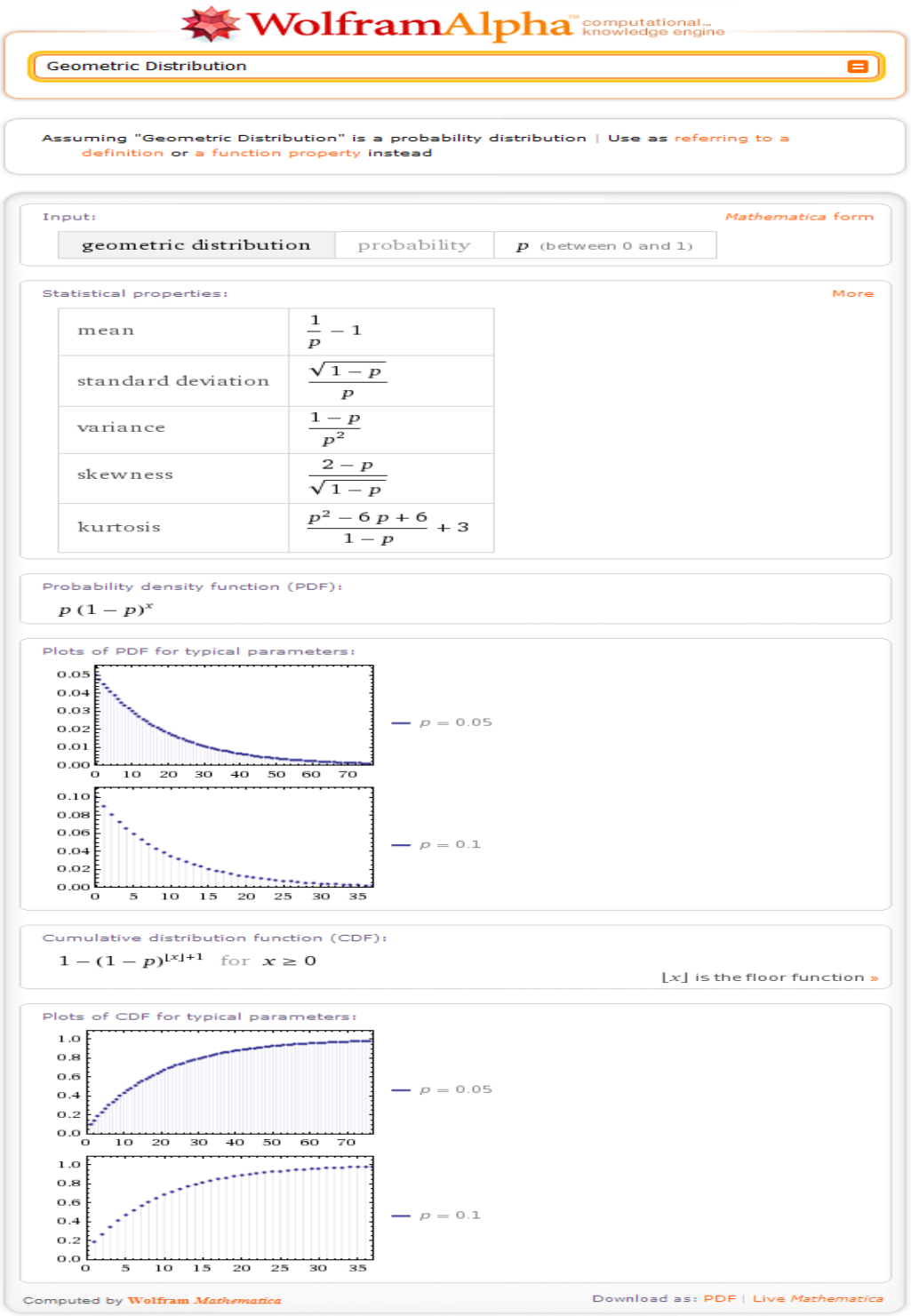
Wolfram|Alpha bilgi motorunda çok terimli dağılım hakkında bilgilere ulaşmak için bilgi motoruna "**multinomial distribution**" yazılması gerekir. Bilgi motoruna multinomial distribution yazıldığında bu dağılımla ilgili matematiksel formülüne, bağlantılı olduğu konulara ve konu sınıflandırma bilgilerine aşağıdaki şekildeki gibi ulaşılabilmektedir.



Şekil 5.21. Wolfram|alpha bilgi motorunda çok terimli dağılım

5.2.1.5. Geometrik dağılım

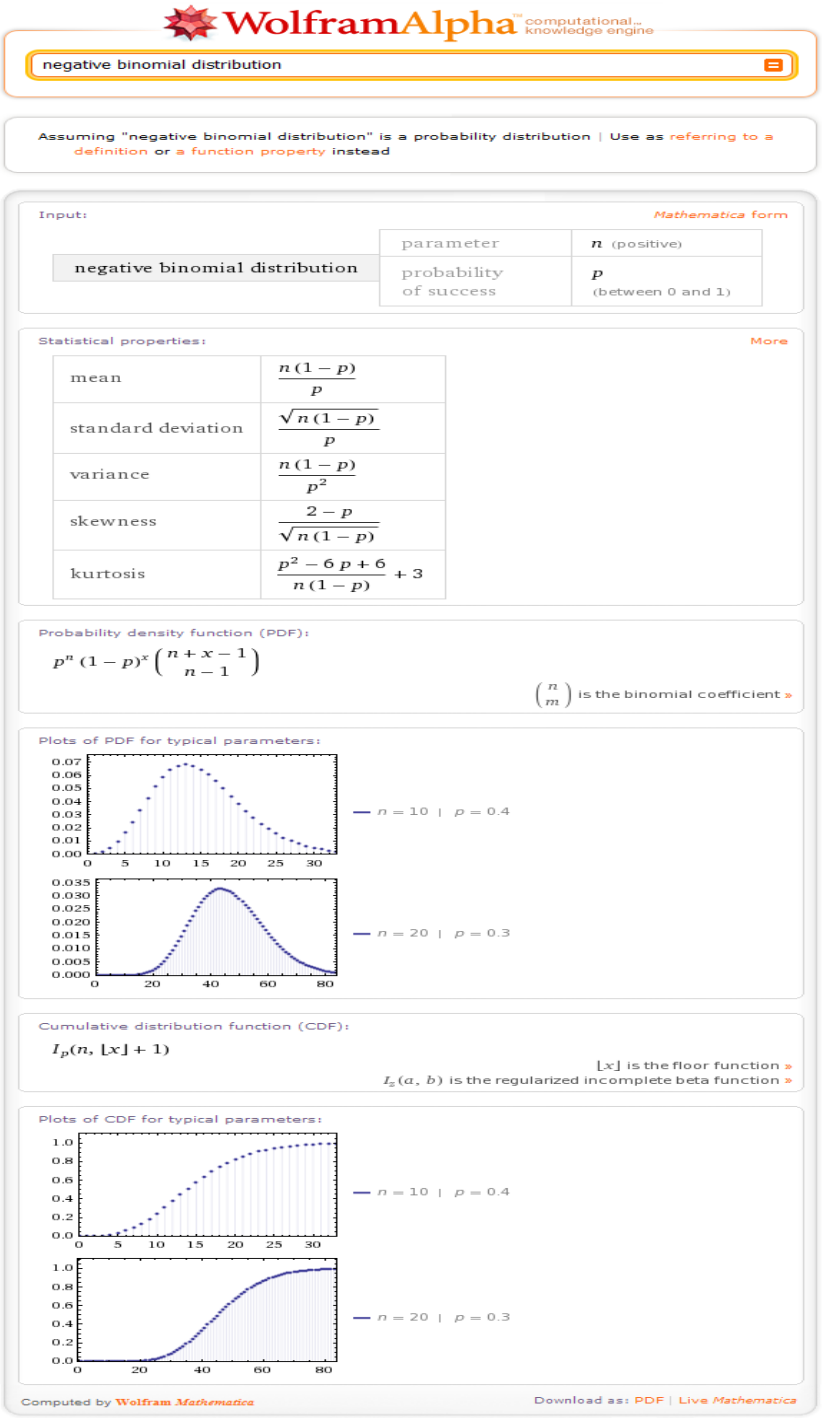
Wolfram|Alpha bilgi motorunda geometrik dağılım hakkında bilgilere ulaşabilmek için bilgi motoruna "**Geometric Distribution**" yazılması gerekir.



Şekil 5.22. Wolfram|alpha bilgi motorunda geometrik dağılım

5.2.1.6. Negatif binom dağılımı (negative binomial distribution)

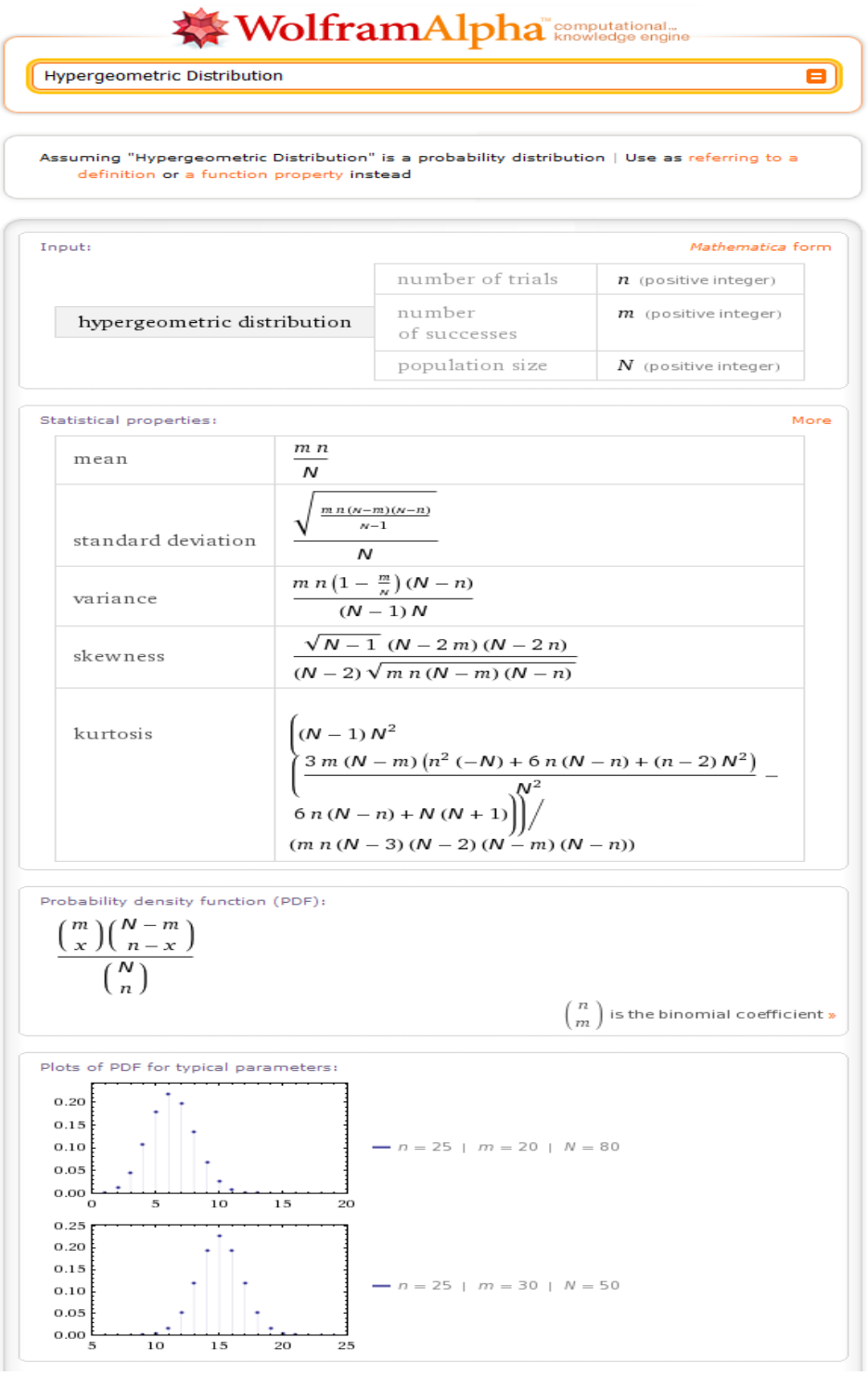
Wolfram|Alpha bilgi motorunda negatif binom dağılımı hakkında bilgilere erişmek için "**negative binomial distribution**" kelimelerinin girilmesi gerekir. Bu dağılım hakkındaki bilgilere aşağıdaki şekildeki gibi kolayca ulaşılmaktadır.

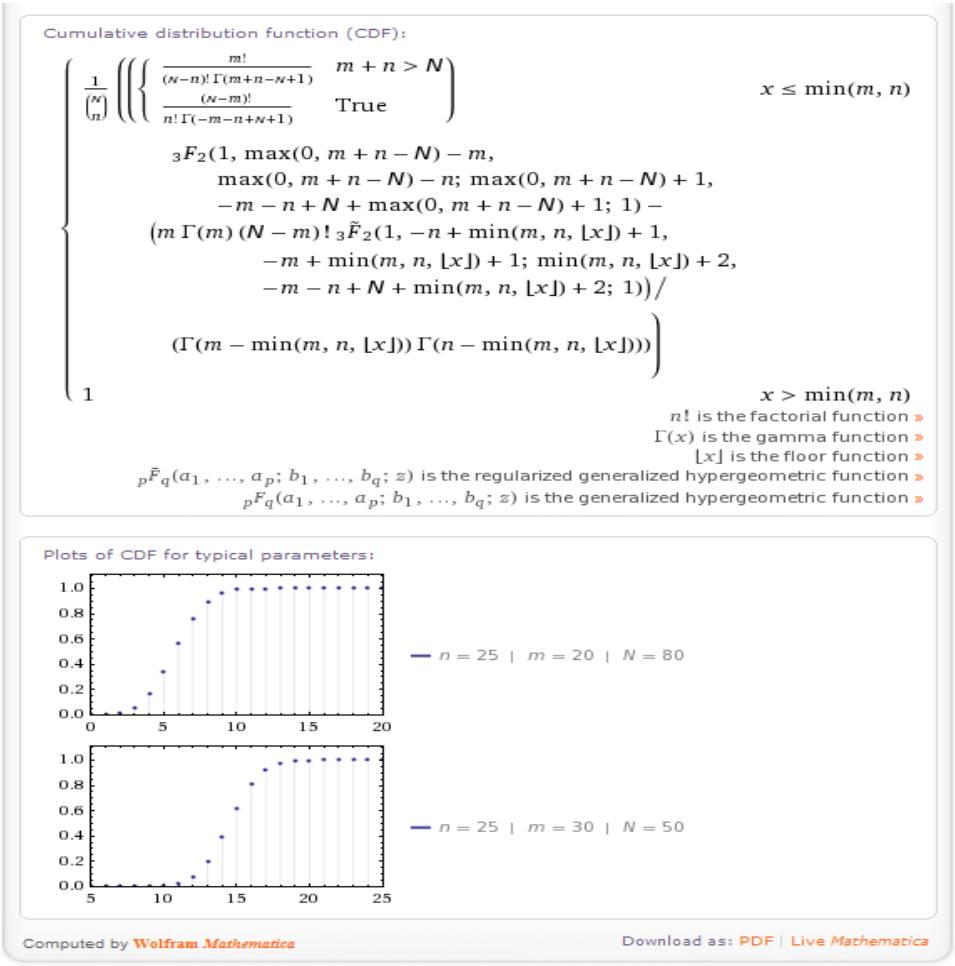


Şekil 5.23. Wolfram|Alpha bilgi motorunda negatif binom dağılımı

5.2.1.7. Hipergeometrik dağılım (hypergeometric distribution)

Wolfram|Alpha bilgi motorunda hipergeometrik dağılımı için "hypergeometric distribution" kelimelerinin girilmesi gerekir. Bu dağılım hakkındaki bilgilere aşağıdaki şekildeki gibi ulaşabilmektedir.





Şekil 5.24. Wolfram|alpha bilgi motorunda hipergeometrik dağılım

5.2.2. Bazı sürekli rasgele değişkenlerin dağılımları

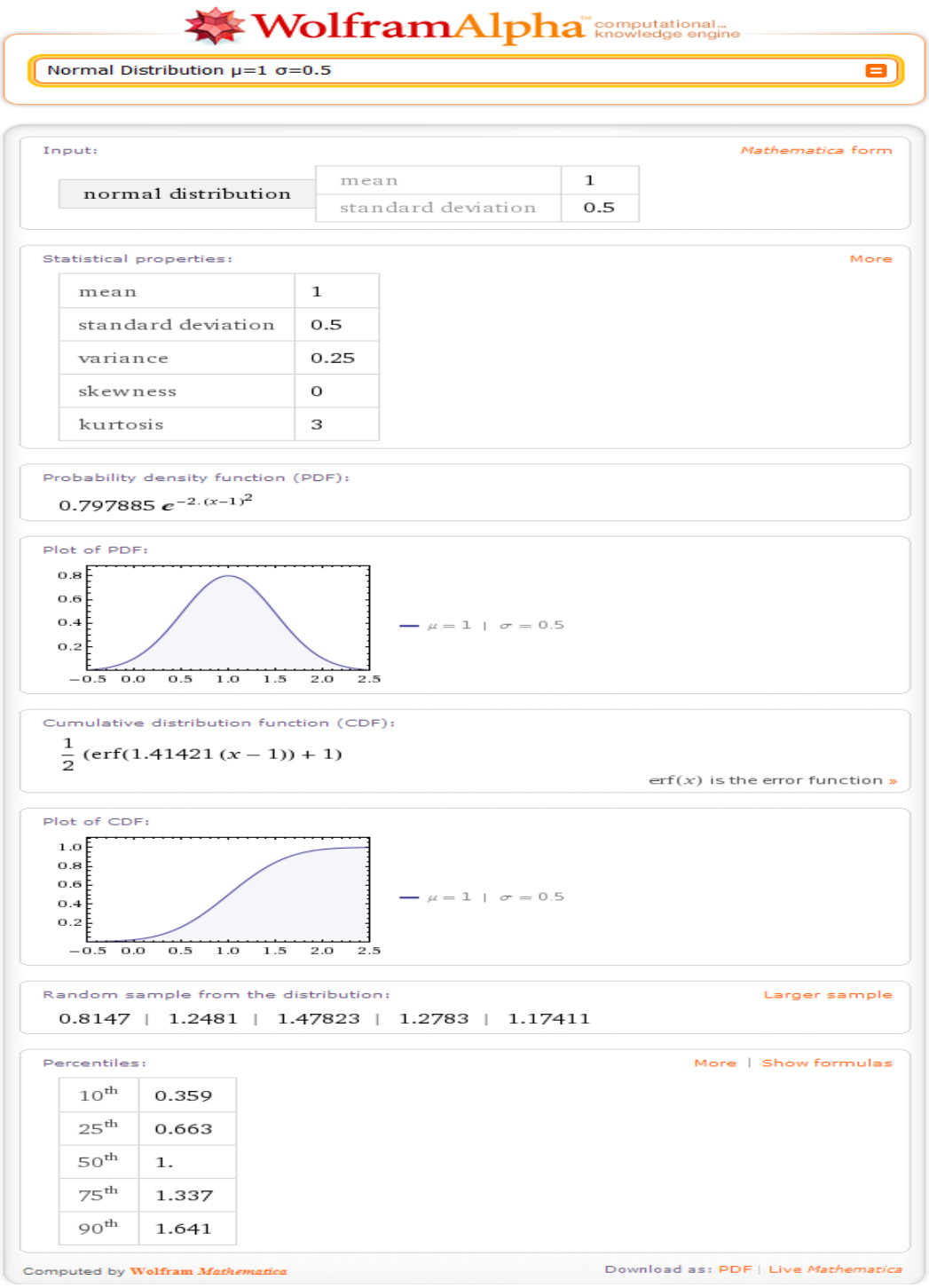
Bu kısımda Normal dağılım, Üstel dağılım, Weibull dağılımı, Gamma dağılımı, Beta dağılımı ve Ki-kare dağılımlarının bilgi motorundan hesaplanması ile ilgili bilgiler verilmiştir.

5.2.2.1. Normal dağılım (normal distribution)

Wolfram|alpha bilgi motorunda normal dağılım hakkında bilgilere ulaşabilmek için bilgi motoruna "Normal Distribution" yazılması gerekmektedir. Normal distribution yazıldığında dağılımın ortalaması, standart sapması, varyansı, çarpılık katsayısı (skewness), basıklık katsayısı(kurtosis), olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF), olasılık yoğunluk fonksiyonun grafiksel gösterimi, kümülatif dağılım fonksiyonu

(CDF), kümülatif dağılım fonksiyonun grafiksel gösterimini ve yüzdelikleri hakkındaki bilgilere kolayca ulaşılabilmektedir.

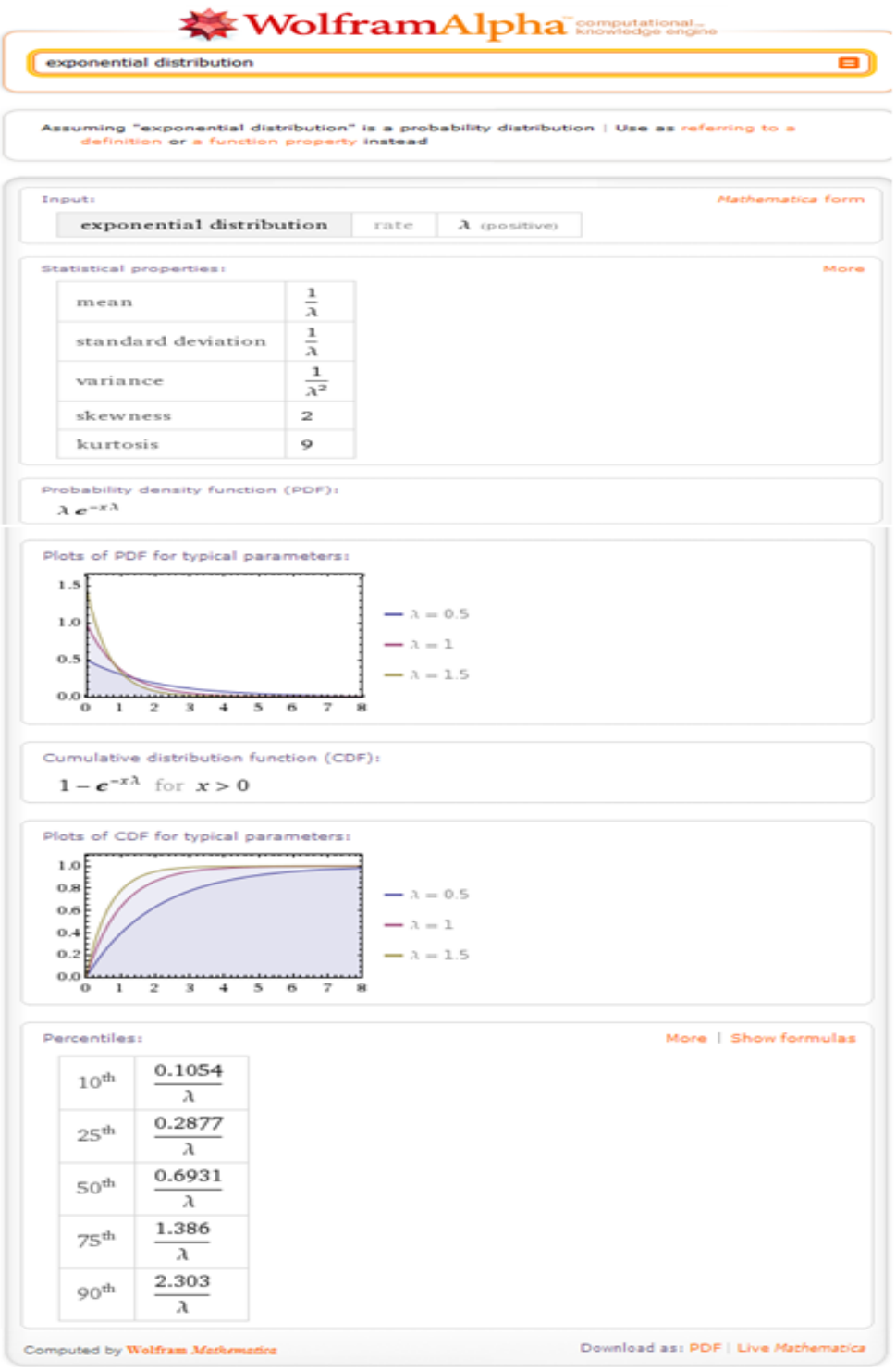
Örneğin Wolfram|Alpha bilgi motorunda Normal dağılımın μ (ortlaması) =1 σ (standart sapması)=0.5 değerleri için aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.



Şekil 5.25. Wolfram|alpha bilgi motorunda normal dağılım

5.2.2.2. Üstel dağılım (exponential distribution)

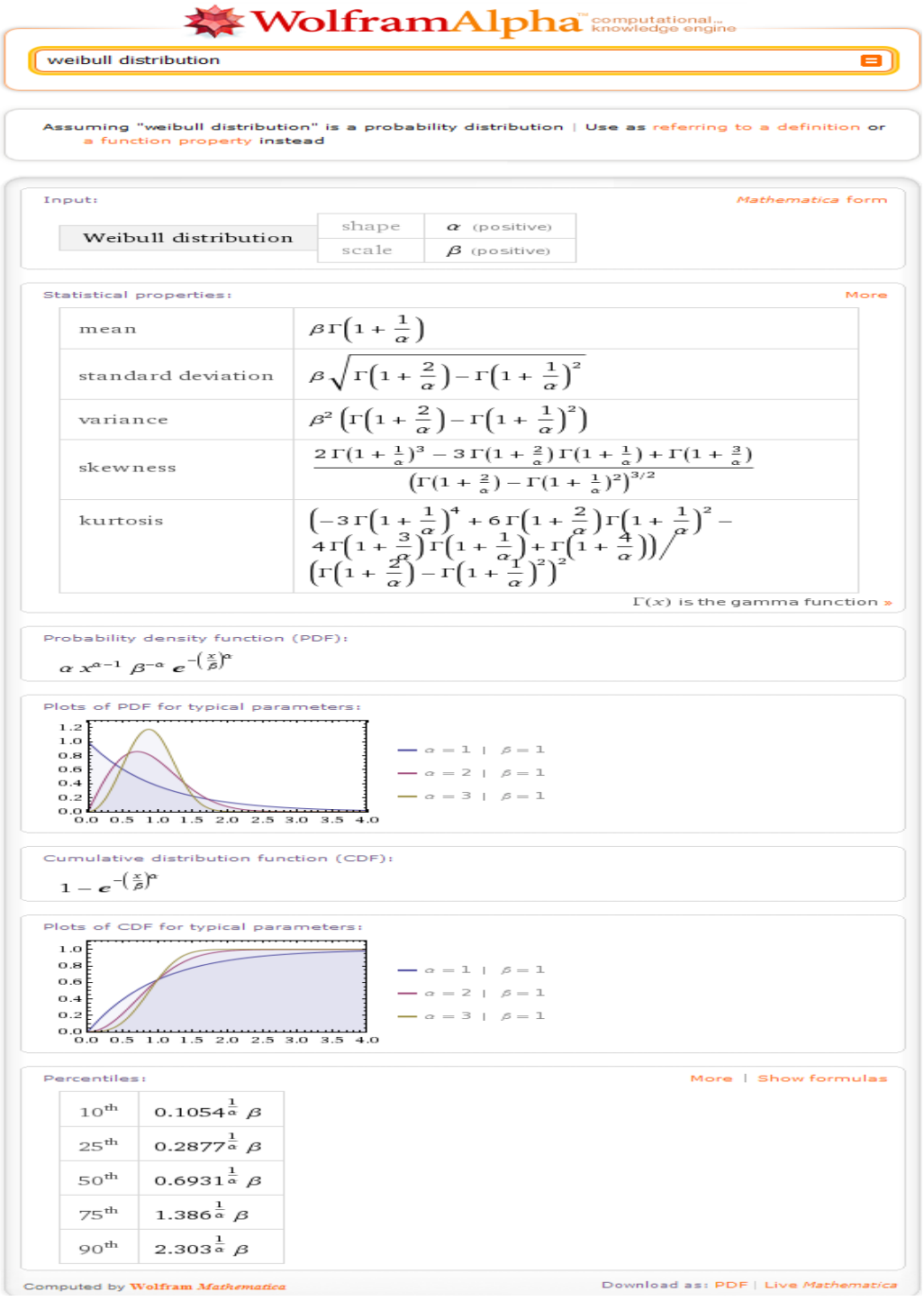
Wolfram|alpha bilgi motorunda üstel dağılım hakkında bilgilere ulaşabilmek için "**exponential distribution**" yazılması gerekir. Üstel dağılım hakkında bilgilere aşağıdaki şekildeki gibi kolayca ulaşılabilmektedir.



Şekil 5.26. Wolfram|Alpha bilgi motorunda üstel dağılım

5.2.2.3. Weibull dağılımı

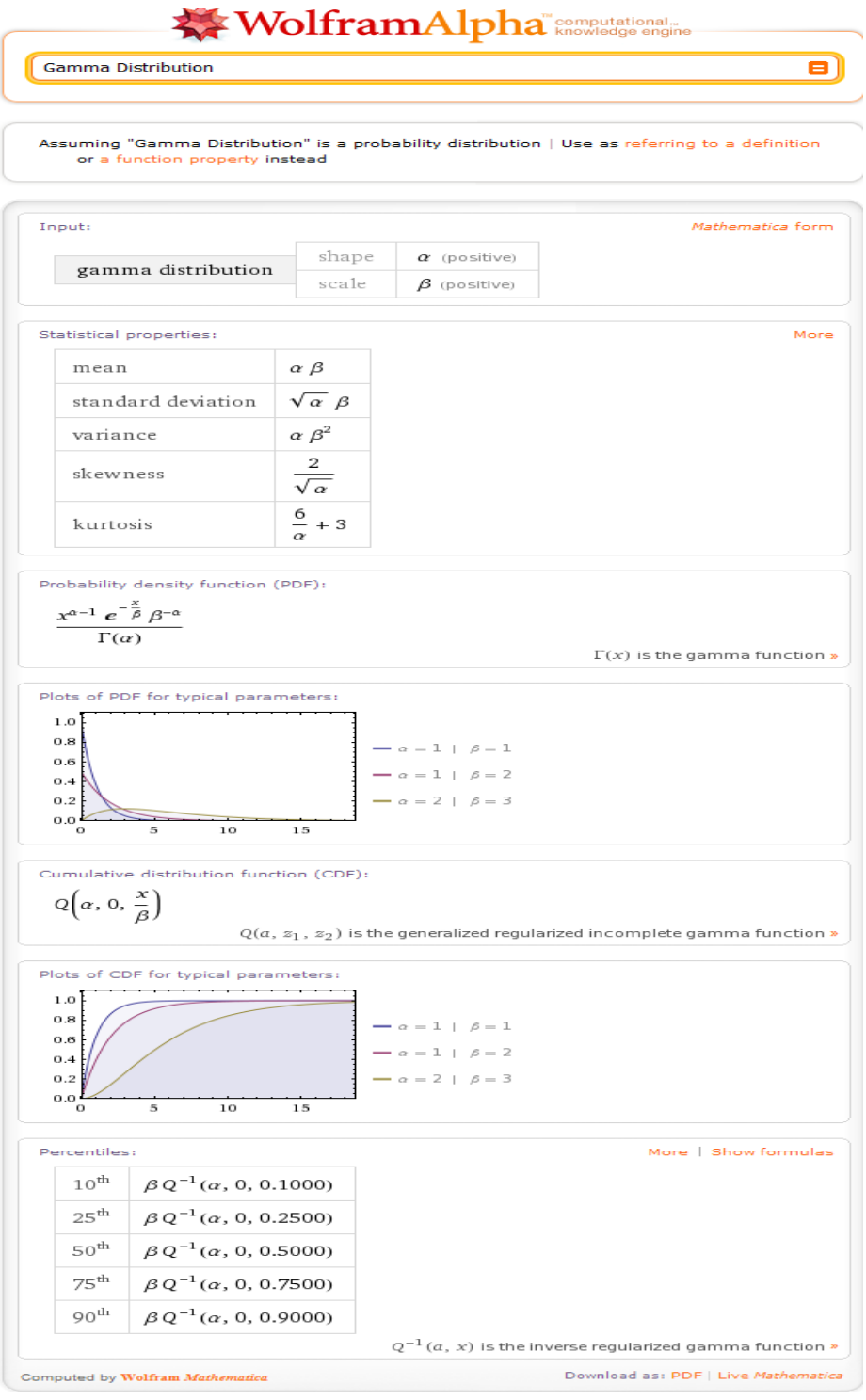
Wolfram|Alpha bilgi motorunda Weibull dağılımı hakkında bilgilere ulaşılması için "**weibull distribution**" yazılması gerekir. Weibull dağılımın hakkında bilgilere aşağıdaki şekildeki ulaşılır.



Şekil 5.27. Wolfram|alpha bilgi motorunda weibull dağılımı

5.2.2.4. Gamma dağılımı (gamma distribution)

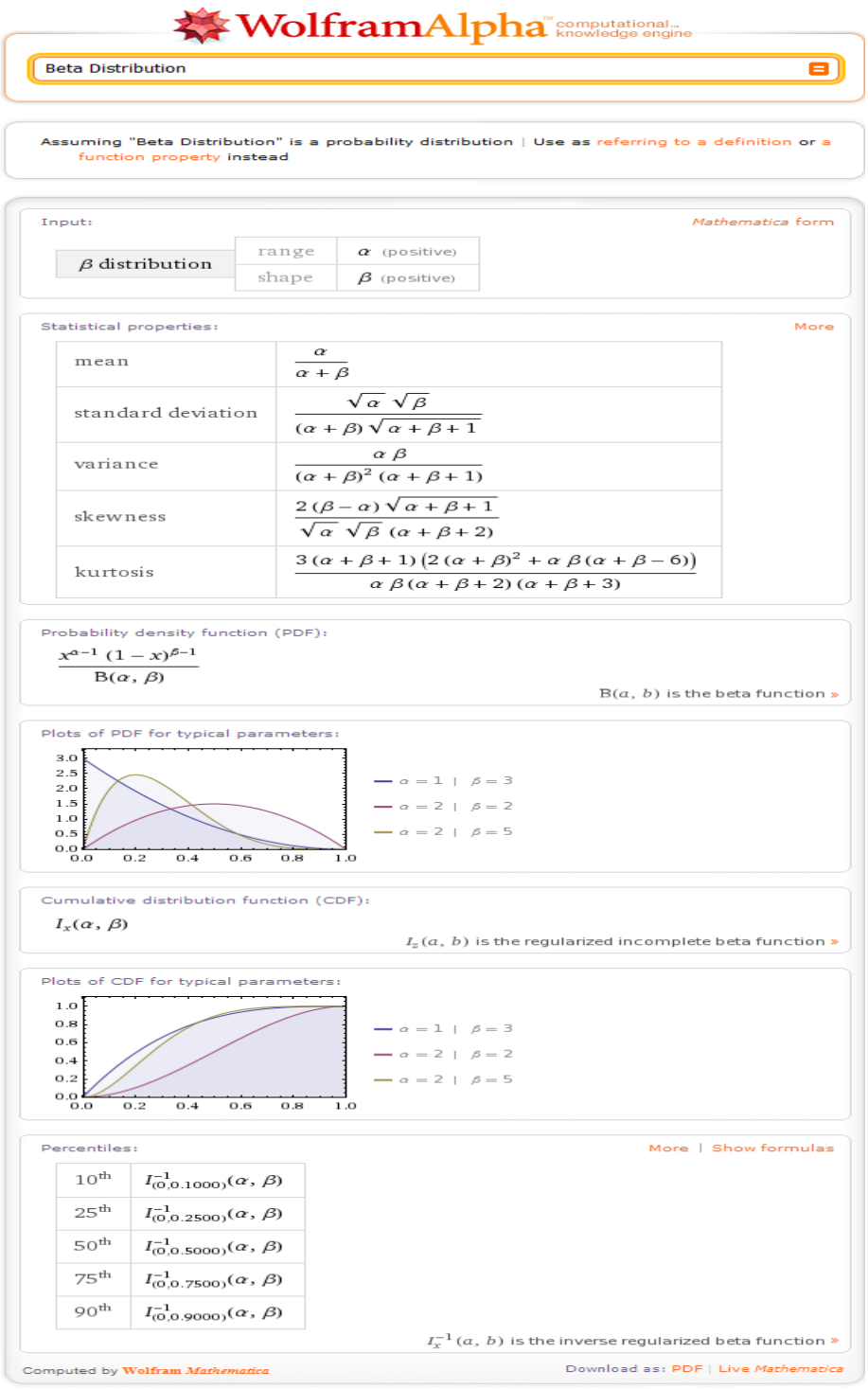
Wolfram|Alpha bilgi motorunda gamma dağılım hakkında bilgilere ulaşılması için "**gamma distribution**" yazılması gerekir. Gamma dağılım hakkında bilgilere aşağıdaki şekildeki gibi kolayca ulaşılır.



Şekil 5.28. Wolfram|Alpha bilgi motorunda gama dağılımı

5.2.2.5. Beta dağılımı (beta distribution)

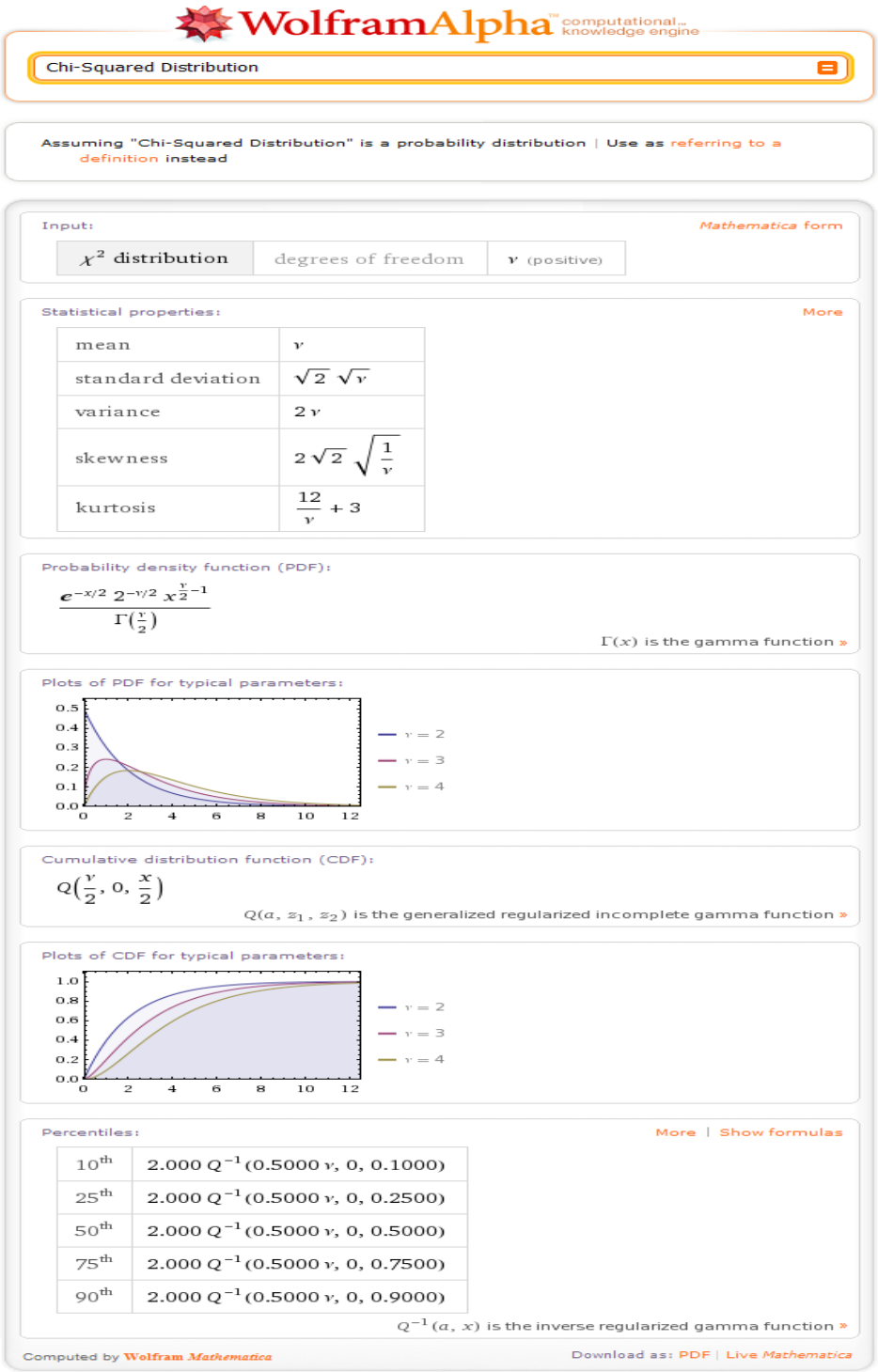
Bilgi motorunda beta dağılımı hakkında bilgilere ulaşmak için "**beta distribution**" yazılması gerekir. Wolfram|Alpha bu dağılım ile ilgili bilgileri aşağıdaki şekildeki gibi sunmaktadır.



Şekil 5.29. Wolfram|Alpha bilgi motorunda beta dağılımı

5.2.2.6. Ki-Kare dağılımı (chi-squared distribution)

Bilgi motorunda ki-kare dağılımı hakkındaki bilgilere ulaşmak için "**Chi-Squared Distribution**" yazılması gerekir. Bu dağılım hakkındaki bilgilere aşağıdaki şekildeki gibi ulaşılır.

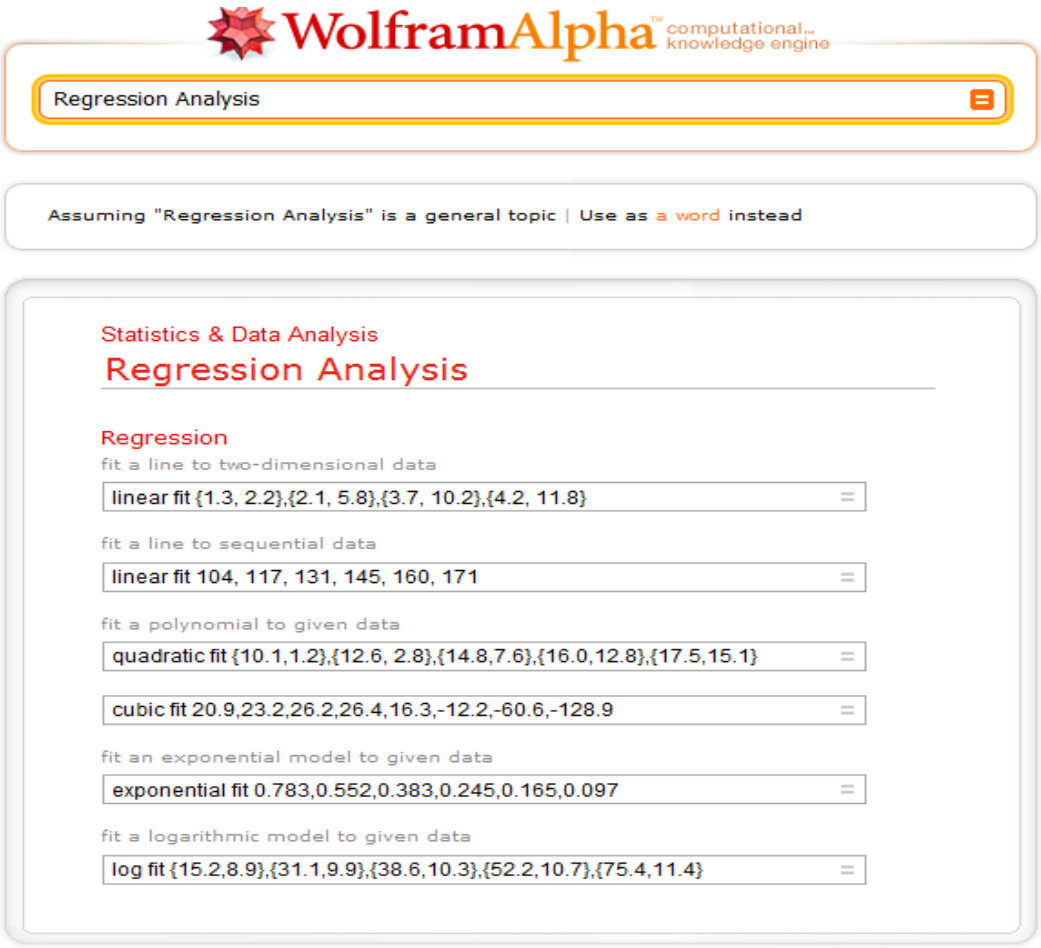


Şekil 5.30. Wolfram|alpha bilgi motorunda ki-kare dağılımı

5.3. Regresyon Analizi (Regressıon Analysis)

Regresyon analizi ve özellikleri hakkındaki bilgilere de Wolfram|alpha bilgi motoru yardımıyla ulaşılabilmektedir. Wolfram|Alpha bilgi motoru, girilen verilerin hangi modele göre analiz yapılabileceğinin bilgisini de verebilmektedir. Veri sayısının büyük olması durumunda analizin yavaş yapılması veya bazı durumlarda hiç yapılamaması Wolfram|Alpha bilgi motorunun eksikliklerinden biridir.

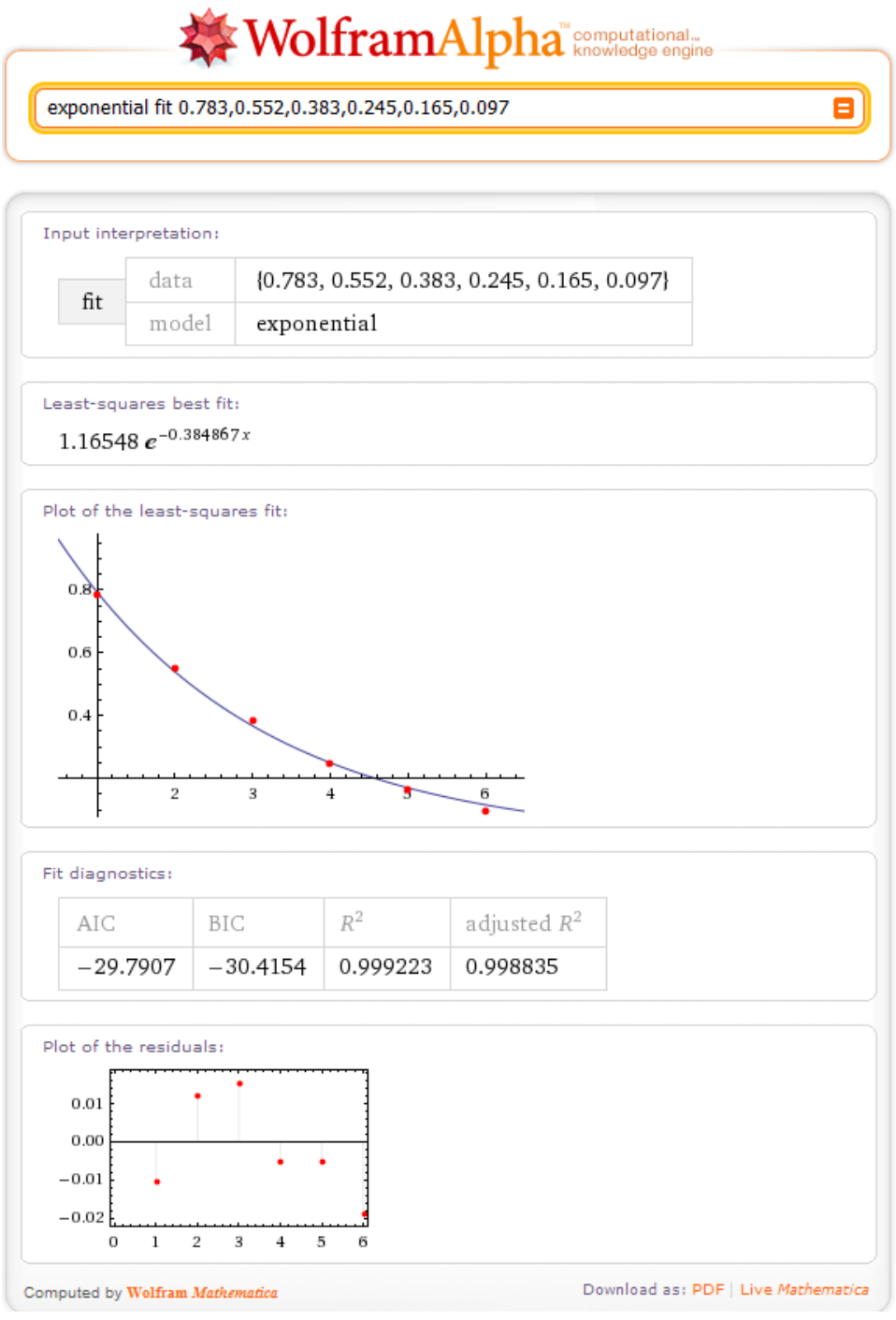
Wolfram|Alpha bilgi motoruna "**regression analysis**" yazıldığında regresyon ile ilgili alt konular aşağıdaki şekilde listelenir.



Şekil 5.31. Wolfram|Alpha bilgi motorunda regresyon analizi yazıldığında çıkan bilgiler

Wolfram|Alpha bilgi motorunda konularla ilgili birer örnek verilmiştir. İstenilen konuya tıklanıldığında konuyla ilgili verilen örneğin nasıl çözüldüğüne ulaşılabilinmektedir. Verilen örneklerle ilgili açıklayıcı bilgiler de mevcuttur.

Listelenen konu başlıklarındaki örneklerden üstel uygunluğa (exponential fit) tıklanıldığında aşağıdaki şekildeki gibi bilgilere ulaşılır.



Şekil 5.32. Wolfram|Alpha bilgi motorunda doğrusal regresyon çözümlemesi

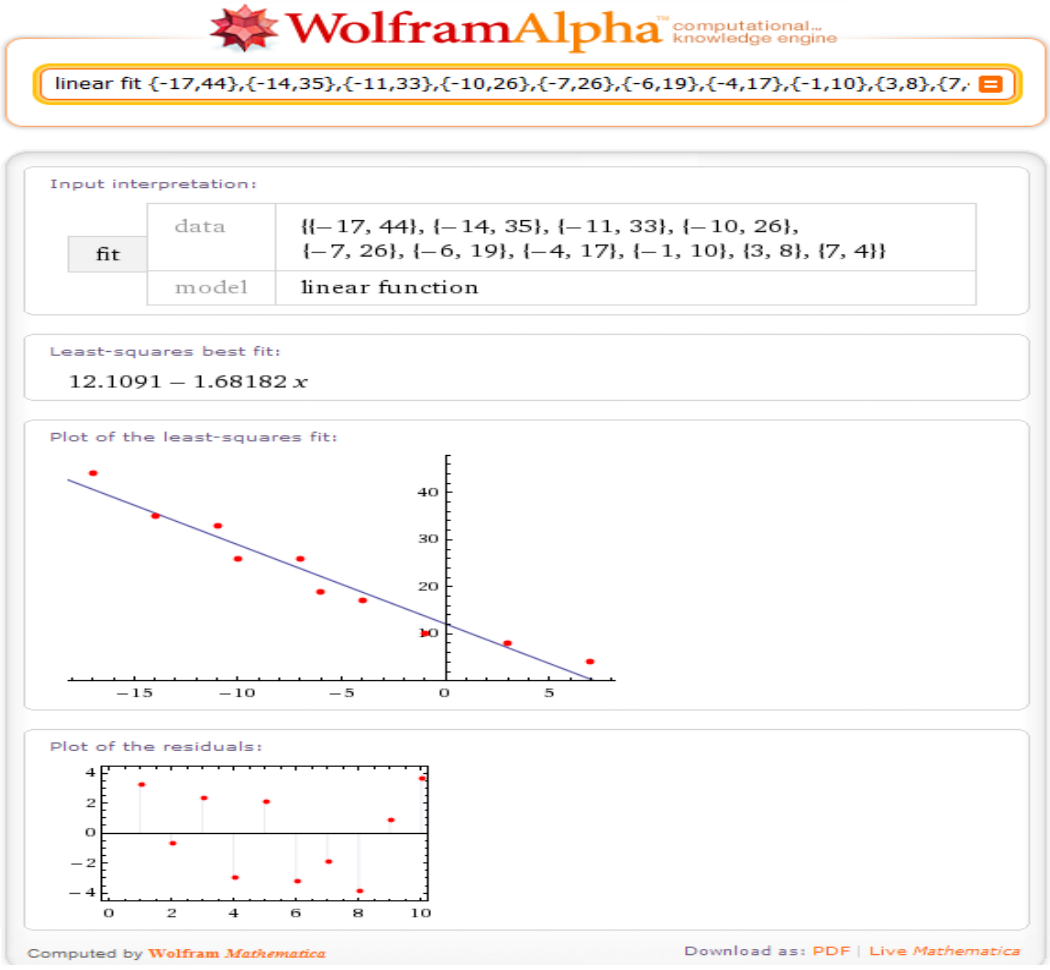
Bu çıktıya göre veriler üstel dağılıma uygunluğu görülür.

Örneğin bir akaryakıt şirketi ısınmak amacıyla sattığı gaz miktarı ve günlük sıcaklık arasındaki ilişkiyi belirtmek istemektedir. X günlük ortalama sıcaklığı, Y (bin litre

olarak) gaz satış miktarını göstermek üzere satış ve sıcaklık ile ilgili aşağıdaki tablo verilmiştir (Akdeniz, 2002). Wolfram|Alpha bilgi motoru kullanarak lineer regresyon analizin yapılması aşağıdaki gibi yapılmaktadır.

Günlük ortalama sıcaklık (X)	-17 ,-14,-11,-10,-7,-6,-4,-1,3,7
Satışlar (Bin litre olarak) (Y)	44,35,33,26,26,19,17,10,8,4

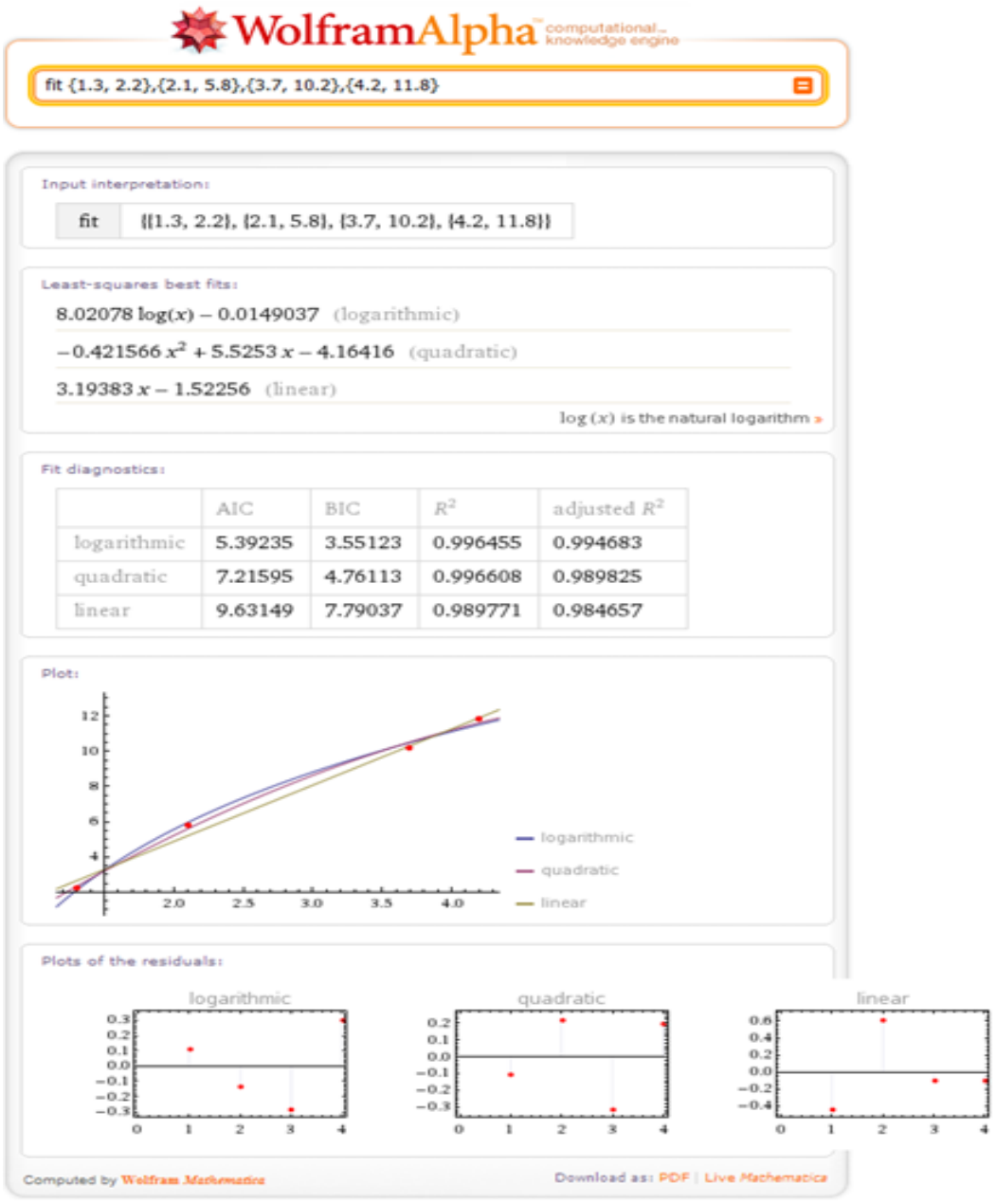
Wolfram|Alpha bilgi motorunda problemin çözümü için linear fit$\{x_1,y_1\},\{x_2,y_2\}, \ldots,\{x_n,y_n\}$ formülünü kullanılması gerekir.



Şekil 5.33. Wolfram|Alpha bilgi motorunda lineer regresyon analizi

Wolfram|Alpha bilgi motoruyla yapılan analizle bu analizin ilgili kitaptaki çözümünü aynı çıkmaktadır. Wolfram|Alpha bilgi motorunda sadece "**fit**" yazılıp hemen yanına veriler yazıldığında regresyon analizinin hangi modele uygun olabileceği hakkında bilgiler verebilmektedir. Model seçme kriterlerindeki değerlere bakılarak hangi modelin seçilebileceği konusunda yardımcı olabilmektedir.

Uygun olan modellere göre analizler yapabilmektedir. Ayrıca analizlerin sonucunda oluşan grafiklerin çizimini de yapabilmektedir.



Şekil 5.34. Wolfram|alpha bilgi motoruna regresyon analizi yapılacak verinin girilip uygun model seçilme işlemi

Wolfram|Alpha bilgi motoru, model seçme kriterlerin AIC(Akaike Bilgi Kriteri) ve BIC(Bayescil Bilgi Kriteri) hakkında veriler vermektedir. Kullanıcı bu kriterlere göre hangi modelin seçilebileceği hakkında bilgi sahibi olabilir.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

6.1. Sonuçlar

Wolfram|Alpha bilgi motorunu kullanarak istatistiksel ve matematiksel işlemler yapılabilmektedir. Matematik ve istatistik ile ilgili herhangi bir konu yazıldığında detaylı bilgilere ulaşılabilmektedir. Arama motorları kullanıldığında ise kullanıcıların bu bilgileri ilgili sitelerden bulup derlemesi gerekir. Wolfram|Alpha bilgi motorunu kullanarak istenilen bilgilere çok hızlı ve doğru şekilde ulaşılabilmektedir. Matematik ve istatistikle ilgili problemlerin çözümleri için Wolfram|Alpha bilgi motoru sonuca hızlı ve kolay bir şekilde ulaşabilir. Wolfram|Alpha bilgi motoru geliştirilme aşamasında olduğu için matematiksel ve istatistiksel işlemlerin hepsini yapamamaktadır.

Wolfram|alpha bilgi motoru, matematik ve istatistikle uğraşan lisans öğrencileri için faydalı olabilecek bir bilgi motorudur. Akıllı telefonlar kullanarak internete bağlanıp bilgi motoruyla hiçbir platforma bağlı kalmadan istenilen işlemlerin yapılması kullanıcılara oldukça esneklik sağlamaktadır.

6.2. Öneriler

Wolfram|Alpha bilgi motoru sadece İngilizce diliyle kullanılabilmektedir. Diğer dilleri desteklememesi belirli bir kullanıcı tarafından kullanılmasına yol açmaktadır. Bilgi motoru, diğer dilleri de desteklerse bilgi motorunun daha fazla kişi tarafından kullanılmasını ve bilinmesini sağlayabilir. Bilgi motoruna matematik ve istatistikle ilgili basit bazı sorular sorulabilmektedir. Daha karmaşık yapıda sorular sorulduğunda ise bilgi motoru sorular cevaplayamamaktadır. Bilgi motoru daha karmaşık yapıda sorulara cevap verebildiğinde kullanıcı açısından daha kullanışlı bir yapıya sahip olabilir. Wolfram|Alpha bilgi motorunda harici dosyalarda (exel, metin belgesi vb.) tutulan veriler üzerinden matematiksel ve istatistiksel işlemler yapamamaktadır. Bu durum bilgi motoruna kısıtlı sayıda veri girilmesine yol açmaktadır. Wolfram|Alpha bilgi motoru Wolfram Research tarafından geliştirilmektedir. Açık kaynak kodlu bir yapıda olması bilgi motorunun daha fazla kişi sayısı tarafından geliştirilmesini sağlayabilir. Wolfram|Alpha bilgi motorunun sadece kendi veritabanlarında ve referans olarak kabul ettiği veritabanlardan bilgiler alabilmesi bilgi motorunda istenilen her türlü bilgiye en güncel şekilde ulaşılmasını kısıtlamaktadır. Bu yapının daha da genişletilebilip arama motorlarında olduğu gibi bilgilerin saklandığı diğer web sitelerden alabilmesi

kullanıcının her türlü bilgiye ulaşmasını sağlayabilir. Ayrıca Wolfram|Alpha bilgi motoru veri sayısının fazla olduğu veya daha karmaşık yapıda matematiksel ve istatistiksel işlemleri de çözememektedir.

KAYNAKLAR

Akdeniz, F., 2002, Olasılık ve İstatistik, Baki Kitabevi, Adana.

Alpar, R., 1997, Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Yöntemlere Giriş-1, Spor Kitapevi, Ankara.

Alpar, R., 2006, Spor Bilimlerinde Uygulamalı İstatistik, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara, 34-50.

Anonim, Tanımlayıcı İstatistikler, Ankara, Hacettepe Üniversitesi, http://www.biyoistatistik.hacettepe.edu.tr/lisans/donemI/tanimlayici_istatistikler.pps [Ziyaret Tarihi: 5 Kasım 2010].

Anonim., Discrete Distributions Uk, Wolfram Research, http://mathworld.wolfram.com/topics/DiscreteDistributions.html [Ziyaret Tarihi: 13 Mart 2010].

Anonim, Betimsel İstatistik, US, San Francisco, http://tr.wikipedia.org/wiki/Betimsel_istatistik [Ziyaret Tarihi: 3 Kasım 2010].

Anonim, Tanımlayıcı İstatistikler tablo ve grafikleri, http://www.biyoistatistik.hacettepe.edu.tr/.../uygulama_I_tanimlayici_istatistikler_tablo_ve_grafikler.pps[Ziyaret Tarihi: 8 Kasım 2010].

Anonim, Harmonik Ortalama US, San Francisco, http://tr.wikipedia.org/wiki/Harmonik_ortalama[Ziyaret Tarihi: 5 Kasım 2010].

Bozkurt, D., Hatır E., Oturanç G., Taşkara N. 2006, Genel Matemtik I Dizgi Ofset Matbaacılık , Konya

Bozkurt, D., Türen B., 2003, Lineer Cebir , I Dizgi Ofset Matbaacılık, Konya

Çınar M., Çınar M., 2000, "Mathematica 3.0 ve 4.0 Sürümü", Seçkin Yayıncılık, Ankara

Dost Ş., 2010, Maple Yaklaşımıyla Matematik Uygulamaları, Hacettepe Üniversitesi Yayınları, Ankara

Özdamar, K., 2004, Paket Programlar ile İstatistiksel Veri Analizi, Kaan Kitabevi, Eskişehir

Ufuktepe, G.,Üfuktepe, U., 2002, Birgül, O., Uzaktan Eğitim ve webMathematica Uygulamaları, *VIII. "Türkiye'de Internet" Konferansı*,İstanbul, 35-41. 19-21 Aralik 2002

Spiegel M.R., Stephens J. L., 1999, Teori ve Problemlerle İstatistik

Wolfram S., Wolfram Mathematica 8 documentation Center, UK, Oxford University http://reference.wolfram.com/mathematica/guide/Mathematica.html [Ziyaret Tarihi: 3 Eylül 2010].

Wolfram, S., Wolfram Alpha, Uk, Oxford University, http://www.wolframalpha.com [Ziyaret Tarihi: 6 Eylül 2011].

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Seçkin YILMAZ
Uyruğu : T.C
Doğum Yeri ve Tarihi : Erbaa 1985
Telefon : 0544 202 25 25
Faks :
e-mail : syilmaz@artvin.edu.tr

EĞİTİM

Derece	Adı, İlçe, İl	**Bitirme Yılı**
Lise :	Yılmaz Kayalar Anadolu Lisesi Erbaa, TOKAT	2003
Üniversite :	Selçuk Üniversitesi	2008
Yüksek Lisans :		
Doktora :		

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	**Kurum**	**Görevi**
2009	Artvin Çoruh Üniversitesi	Öğretim Görevlisi

UZMANLIK ALANI

Bilgisayar programlama, Veri madenciliği, Bulanık Mantık, Bilgisayar grafikleri

YABANCI DİLLER

İnglizce