



T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SÜT SIĞIRCILIĞINDA
BULANIK REGRESYON MODELLERİNİN
KULLANIMI

Derviş TOPUZ

DOKTORA TEZİ

Zootekni Anabilim Dalı

Ocak 2018
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

TEZ KABUL VE ONAYI

Devriş TOPUZ tarafından hazırlanan "Süt Sıgırcılığında Bulanık Regresyon Modellerinin Kullanımı" adlı tez çalışması 29/12/2017 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliğı ile Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Zootekni Anabilim Dalı'nda DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Başkan
Prof. Dr. Saim BOZTEPE



Danışman
Prof. Dr. İsmail KESKİN



Üye
Prof. Dr. Suat ŞAHİNLER



Üye
Doç. Dr. Ali KARABACAK



Üye
Yrd. Doç. Dr. Nazire MİKAIL



Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Mustafa YILMAZ
FBE Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdaki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Derviş TOPUZ

Tarih: 29/12/2017

ÖZET

DOKTORA TEZİ

SÜT SIĞIRCILIĞINDA BULANIK REGRESYON MODELLERİNİN KULLANIMI

Derviş TOPUZ

Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Zootekni Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. İsmail KESKİN

2018, 196 Sayfa

Jüri

Prof. Dr. İsmail KESKİN

Prof. Dr. Saim BOZTEPE

Prof. Dr. Suat ŞAHİNLER

Doç. Dr. Ali KARABACAK

Yrd. Doç. Dr. Nazire MİKAİL

Regresyon analizi, aralarında sebep-sonuç ilişkisi bulunan iki veya daha fazla değişken arasındaki ilişkileri belirlemek ve bu ilişkileri kullanarak tahminler ya da kestirimler yapabilmek amacıyla kullanılan istatistiksel bir araçtır.

Verilerin doğal yapısından kaynaklanan belirsizlikler açıklanmak istendiğinde klasik istatistiksel yöntemlerin varsayımlarının gerçekleşmemesi bu geleneksel model yapılarının yetersiz kalması nedeniyle bakış açılarının değiştirilmesi gerekliliğini ortaya çıkarmıştır.

Veri kümesindeki tek bir değer bile regresyon modelindeki parametre tahminleri üzerinde büyük bir etkiye sahip olabileceği gerçeği göz önünde bulundurulduğunda geçerli ve güvenilir bir regresyon modeli oluşturabilmenin önemi daha iyi anlaşılmaktadır. Küçük veri grupları söz konusu olduğunda ise böyle bir modelin oluşturulması, değişkene ait herbir değer, ait olduğu değişkenin özelliklerine uygun olmayan ölçüm aletlerinden, araştırmacı ya da bilgi eksikliğinden kaynaklanabilecek hataları minimuma indirecek değişkenler arasındaki ilişkilerin belirsiz olduğu durumlarda ilişkinin tahmini için kullanılacak bulanık katsayıların hesaplanmasında bulanık doğrusal regresyon çözümlene yaklaşımları bir çözümlene yöntemi olmuştur.

Bu tez çalışmasında, bulanık doğrusal regresyon çözümlene yaklaşımlarının teorik temellerinden bahsedilerek literatürde olan bulanık regresyon çözümlene yaklaşımlarından (Tanaka'nın bulanık doğrusal regresyon çözümlene yaklaşımı, Tanakanın revize çoklu bulanık doğrusal regresyon

Çözümleme yaklaşımı, Bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşımı, Aralık (Interval) regresyon çözümleme yaklaşımı ve bulanık lojistik regresyon çözümleme yaklaşımı) kullanılarak laktasyon süt verimi üzerine etkili faktörleri belirlemek için laktasyon süt verimine etki ettiği düşünölen değişkenlerden oluşan veriler üzerinde uygulamaları yapılarak, bulanık katsayı değerlerinin tahmini üzerine çalışılmıştır. Tahmin edicilerin, yayılım, ortalama üyelik derecesi ve hata kareler ortalaması uyum istatistikleri bakımından performanslarını karşılaştırmak için gerçek veri kümeleri üzerinde örnek uygulama çalışması yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Bulanık Küme, Bulanık regresyon çözümleme yaklaşımları, Bulanık Mantık, Bulanık Korelasyon Katsayısı, Bulanık Lojistik Regresyon özümleme Yaklaşımı, Bulanık En Küçük Kareler Yöntemi



ABSTRACT

Ph.D THESIS

USE OF FUZZY REGRESSION MODELS IN DAIRY CATTLE

Derviş TOPUZ

**THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF
SELÇUK UNIVERSITY**

THE DOCTOR OF ANIMAL SCIENCE IN AGRICULTURAL FACULTY

Advisor: Prof. Dr. İsmail KESKİN

2018, 196 Pages

Jury

Prof. Dr. İsmail KESKİN

Prof. Dr. Saim BOZTEPE

Prof. Dr. Suat ŞAHİNLER

Doç. Dr. Ali KARABACAK

Yrd. Doç. Dr. Nazire MİKAİL

Regression analysis is a statistical tool used to determine the relationship between two or more variables using a causal relationship between them and to estimate or predict using this relation. To explain the uncertainties arising from the natural structure of the data, the lack of the assumptions of classical statistical methods has led to the necessity of changing the view points due to the insufficiency of these traditional model structures.

Given the fact that even a single value in the dataset can have a great influence on the parameter estimates in the regression model, the prospect of creating a valid and reliable regression model is better understood. In the case of small data groups, in the calculation of the fuzzy coefficients, which can be used for the estimation of the relationship between the values of each value of the variable and the variables which are not fit to the properties of the variables, the relations between the variables that will be minimized by the investigator or the information deficiency are uncertain, fuzzy linear regression analysis approaches have become an analytical method.

In this thesis study, the theoretical bases of fuzzy regression analysis approaches are discussed and fuzzy regression analysis approaches (Tanaka's fuzzy regression analysis approach,

Tanakan's revised multiple linear fuzzy regression analysis approach, Fuzzy least squares regression analysis method, Interval regression analysis approach and fuzzy logistic regression analysis approach, etc.) were used to estimate the effect of lactation on lactation milk yield and to study the estimation of fuzzy coefficient values by applying them on the data which are thought to affect lactation milk yield. In addition, systematic representations of the statistical values related to the sample data set and interpretation phases were made by applying the mean membership grade and error square average test criteria from the compliance goodness test criteria to determine the validity and reliability of the data on the established equations.

Keywords: Fuzzy Set, Fuzzy Regression Analysis Approaches, Fuzzy Correlation Coefficient, Fuzzy Logic, Fuzzy Logistic Regression Analysis Approach, Fuzzy Least-Squares Methods



ÖNSÖZ

Fen, matematik, mühendislik, doğa, sağlık bilimleri ve sosyal bilimlerde geniş bir uygulama alanına sahip olan bulanık mantık teorisinin, hayvancılıkla ilgili yapılan araştırmalar sonucunda toplanan verilerin değerlendirilmesi ve yorumlanması aşamalarında farklı çözümler üretebileceği düşüncesi ile yapılan bu çalışmada, bulanık mantık teorisinin temel mantığı ve teorik temelleri incelenerek üzerinde durulan karakterlerden elde edilen gerçek veriler üzerindeki uygulanabilirlikleri araştırılmaya çalışılmıştır.

Çalışmamın planlanmasında, araştırılmasında, yürütülmesinde ilgi ve desteğini esirgemeyen, engin bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren, yönlendirme ve bilgilendirmeleriyle çalışmamı bilimsel temeller ışığında şekillendiren, değerli danışman hocam, Sayın Prof. Dr. İsmail KESKİN'e, tez çalışmam süresince, sabırla tezimin her cümlesinde sağladığı destek, öneriler ve esprileri ile beni yönlendiren değerli Tez İzleme Komitesi üyeleri Prof. Dr. Saim BOZTEPE'ye ve Prof. Dr. Suat ŞAHİNLER'e, ayrı ayrı teşekkür ederim. Doktora eğitimi boyunca bir birimize hep destek olduğumuz hayatımda önemli bir yere sahip olan bana her konuda yardımcı olup, fikirlerini esirgemeyen canım arkadaşım araştırma görevlisi Yasin ALTAY'a çok teşekkür ederim. Hayatımın her aşamasında sağladıkları maddi ve manevi destek ile bugünlere ulaşmamda en büyük katkıyı sağlayan canım ablalarım ve kardeşlerim Emine ÖZDOĞAN'a ve Aynur YAKUT'a, İsmail TOPUZ, Mustafa TOPUZ, Burhan TOPUZ'a, her zaman yanımda duran, beni destekleyen, hayat görüşleri ile bana her zaman ışık tutarak çalışmalarımı beni motive eden eşim Özlem TOPUZ'a ve kızlarım Züleyha, Sevde Sultan, Azra TOPUZ'a, hayatın tüm güçlüklerine rağmen maddi ve manevi destek ile her zaman yanımda duran, bugünlere ulaşmamda en büyük katkıyı sağlayan, Babam Duran TOPUZ ve Annem Hatın TOPUZ'a gönül dolusu teşekkür ederim.

Derviş TOPUZ
KONYA-2017

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
ÖNSÖZ	viii
İÇİNDEKİLER	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR	xi
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	5
3. MATERYAL VE YÖNTEM	10
3.1. Materyal	10
3.2. Yöntem.....	11
3.2.1. Klasik Küme Teorisi	12
3.2.2. Klasik Kümeler İçin Karakteristik Fonksiyon	14
3.2.3. Bulanık Küme Teorisi.....	15
3.2.4. Bulanık Kümeler İçin Üyelik Fonksiyonları (Üyelik Derecesi).....	17
3.2.5. Bulanık sayılar	21
3.2.5.1. Üçgen bulanık sayılar	22
3.2.5.2. L-R tipi ve Aralık tipi bulanık sayılar.....	24
3.2.6. Genişleme Teorisi	25
3.2.7. Üçgensel Bulanık Sayılarda Cebirsel İşlemler	26
3.2.7.1. Toplama işlemi	26
3.2.7.2. Çıkarma işlemi.....	27
3.2.7.3. Çarpma işlemi	28
3.2.7.4. Bölme işlemi	30
3.2.7.5. Bulanık kümelerin birleşimi	31
3.2.7.6. Bulanık kümelerin kesişimi	33
3.2.7.7. Bulanık kümenin tümleyeni.....	34
3.2.7.8. Bulanık kümelerde alt küme bulma	36
3.2.7.9. Bulanık kümelerin eşitliği.....	36
3.2.8. Bulanık Denetim Sistemlerin Yapısı	37
3.2.8.1. Bulanıklaştırma.....	37
3.2.8.2. Durulaştırma (Defuzzification).....	37
3.2.8.3. Ağırlık merkezi (Centroid) yöntemi	38
3.2.8.4. Ağırlıklı ortalama yöntemi.....	39
3.2.9. Doğrusal Programlama	40
3.2.9.1. Doğrusal programlama modeline ait varsayımlar.....	41
3.2.9.2. Doğrusal programlama eşitliğinin oluşturulması.....	41
3.2.9.2.1. Amacın belirlenmesi	41
3.2.9.2.2. Karar değişkenlerinin tanımlanması	42
3.2.9.2.3. Amaç fonksiyonunun matematiksel olarak oluşturulması.....	42

3.2.9.2.5. Sapma değişkenleri	44
3.2.9.2.6. İşaret kısıtlaması	45
3.2.10. Pearson Korelasyon Katsayısı	45
3.2.11. Bulanık (Fuzzy) Korelasyon Katsayısı	48
3.2.12. Klasik Doğrusal Regresyon Çözümleme Yöntemi	53
3.2.12.1. Doğrusal regresyon çözümleme modeline ait katsayıların tahmini	55
3.2.12.2. Klasik en küçük kareler regresyon çözümleme yöntemi	55
3.2.12.2.1. Varsayımlar	57
3.2.12.2.2. En küçük kareler yöntemine ait standart tahmin sonuçları	57
3.2.12.2.3. Regresyon katsayısının önem testi	60
3.2.13. Bulanık Doğrusal Regresyon Çözümleme Yaklaşımı ve Bulanık Doğrusal Regresyon Çözümleme Yaklaşımında Kullanılan Yöntemler	61
3.2.13.1. Tanaka'nın bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı	63
3.2.13.2. Bulanık doğrusal regresyon çözümleme eşitliği	64
3.2.13.3. Bulanık katsayılara ait bulanık fonksiyon	64
3.2.13.4. Bulanık regresyon çözümleme yaklaşımına ait üyelik fonksiyonu	70
3.2.13.5. Simetrik üçgensel bulanık sayı olarak tahmin edilen \tilde{Y}_i değişkenine ait alt sınır, üst sınır ve yayılım değerlerinin belirlenmesi	75
3.2.13.6. Tanaka'nın yeniden (revize) gözden geçirilmiş çoklu doğrusal bulanık regresyon çözümleme yaklaşımı	79
3.2.13.7. Bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşımı	81
3.2.13.7.1. Celmins tarafından maksimum uyum ölçütü kullanılarak oluşturulan en küçük kareler regresyon çözümleme modeli	84
3.2.13.8. Aralık (Interval) regresyon modeli	86
3.2.13.9. Bulanık (fuzzy) lojistik regresyon çözümleme eşitliği	91
3.2.13.9.1. Bulanık lojistik regresyon çözümleme modeline ait katsayıların tahmini	94
3.2.13.9.2. Bulanık lojistik regresyon çözümleme modeli için uyum iyiliği test ölçütleri	100
3.2.13.9.2.1. Ortalama Üyelik Derecesi (MDM)	100
3.2.13.9.2.2. Hata kareler ortalaması test ölçütü (MSE)	100
4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA	103
4.1. Araştırma Bulguları	103
4.1.1. Laktasyon süt verimi ile üreme özellikleri arasındaki ilişkilerin klasik ve bulanık (fuzzy) pearson korelasyon katsayı hesaplama yöntemi ile tespiti	105
4.1.2. Klasik en küçük kareler regresyon çözümleme yöntemi ile hesaplanan regresyon analiz sonuçları	111
4.1.3. Tanaka'nın bulanık regresyon çözümleme eşitliği ile hesaplanan regresyon analiz sonuçları	113
4.1.4. Tanaka'nın yeniden (revize) gözden geçirilmiş bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı ile tahmin edilen regresyon analiz sonuçları	123
4.1.5. Bulanık en küçük kareler (diamond ve celmins'in) regresyon çözümleme yaklaşımı ile tahmin edilen analiz sonuçları	132
4.1.6. Aralık (Interval) regresyon çözümleme yaklaşımı ile tahmin edilen regresyon analiz sonuçları	139
4.1.7. Bulanık lojistik regresyon çözümleme modelinin uygulanışı	149
4.2. Tartışma	167
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	172

KISALTMALAR

GLSV: Gözlenen laktasyon süt verimi

TLSV: Tahmin edilen laktasyon süt verimi

SGS: Sağılan gün sayısı

SP: Servis periyodu

İBY: İlk buzağlama yaşı

LSV: Laktasyon süt verimi

BTS: Bulanık tolerans seviyesi

EKK: En küçük kareler

TEOSVD: Tahmin edilen ortalama süt verim değeri

TSVABSD: Tahmin edilen süt verimlerinin alt bulanık sınır değeri

TSVÜBSD: Tahmin edilen süt verimlerinin üst bulanık sınır değeri

GLSVD: Gerçek laktasyon süt verim değeri

TBRY: Tanakanın bulanık regresyon yaklaşımı

TRÇDRY: Tanakanın revize çoklu doğrusal regresyon yöntemi

BEKKRY: Bulanık en küçük kareler regresyon yaklaşımı

ARY: Aralık regresyon yaklaşımı

1. GİRİŞ

Gelişen dünyada her alanda çarpıcı değişiklikler görülmekle birlikte, karmaşık bir çevre içinde yaşama zorunluluğu da ortaya çıkmaktadır. Bu zorunluluk karşısında tarımsal ürün üretimi yapan işletmelerin varlıklarını sürdürebilmeleri ve rekabet ortamına ayak uydurabilmeleri için, geleceğe yönelik bir takım tahminlerde bulunmaları ve stratejilerini bu tahmin sonuçlarına göre belirlemeleri önemlidir. Farklı bilim alanlarında çalışmalar yapan araştırmacılar, üretim sektörleri, üst düzey yöneticiler, gerçekleşen olaylardan elde ettikleri bilgileri kullanarak gelecekteki durumların ne gibi sonuçlar doğurabileceğini önceden tahmin ederek gerekli stratejik planların yapılmasını arzu etmişlerdir. Tahmin yöntemleri de bu ihtiyaçlara cevap verebilmek için geliştirilerek çeşitlilik kazanmış ve yeni yöntemlerin geliştirilmesinde temel olmuşlardır. İnsanoğlu eski çağlardan beri gelecekte gerçekleşmesini beklediği olayların muhtemel sonuçları hakkında önceden fikir yürütmüş ve bir takım tahminlerde bulunmaya çalışmıştır. Tahmin yapma ve yapılan tahmin sonuçlarına göre stratejik kararlar alma anlayışı günümüze kadar ulaşmış, tahmin yapmanın ve tahminle ilgili yapılan çalışmaların önemi gün geçtikçe artmıştır.

Tarımsal ürün üreten işletmeler ile ilgili verilecek bir takım kararların ve yapılacak planların temellerini geçmiş dönemlere ait işletme ile ilgili bilgiler oluşturmaktadır. Geçmiş dönemlere ait bilgiler kullanılarak geleceğe ait bir takım tahminlerde bulunma önemli bir süreç oluşturmaktadır (Şahin, 2015). Bu süreç boyunca işletmeler problemlerinin çözümü için üretim alanları ile ilgili uygulayabilecekleri en uygun tahmin yöntemlerini ve analiz yöntemlerini belirlemek zorundadır. Bu düşüncelerden yola çıkarak, son yıllarda üst düzey yönetim bilişim sistemleri ile geleceğe yönelik stratejik kararlar verebilmek için, farklı bilim dallarında araştırma yapan birçok araştırmacı tarafından yeni çözümleme yöntemleri geliştirilerek geçerli ve güvenilir tahminlerin yapılması sağlanmıştır.

Gelecekle ilgili tahminlerin hesaplanmasını sağlayan istatistik biliminin en önemli konularından birisini regresyon yöntemi oluşturmaktadır. Regresyon yöntemi biyoloji, matematik, ekonomi, mühendislik, tıp ve tarım gibi bilim alanlarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Regresyon yöntemi uygulanırken, gözlem değerlerinin ve etkilenen olaylarının bir matematik gösterimle, yani bir fonksiyon yardımıyla

gösterilmesi gerekmektedir. Regresyon yöntemi bağımlı değişken ile bağımsız değişkenler arasındaki sebep-sonuç ilişkisini bulmamıza imkân veren, ilişkilerin incelenmesinde ve bir fonksiyonun uygun değerleri için katsayılarının belirlenmesinde kullanılan istatistik bir analiz yöntemidir (Alpar, 2011; Kocabaş ve ark., 2013).

Regresyon analizi, bilinen değerlerden yararlanarak bilinmeyen durumların tahmin edilmesinde kullanılan bir yöntem olması nedeniyle, veri kümesindeki tek bir değer bile regresyon modelindeki parametre tahminleri üzerinde büyük bir etkiye sahip olabileceği gerçeği göz önünde bulundurulduğunda geçerli ve güvenilir bir regresyon modeli oluşturabilmenin önemi daha iyi anlaşılmaktadır. Küçük veri grupları söz konusu olduğunda ise böyle bir modelin oluşturulması, veriye ait her bir değer, ait olduğu değişkenin toplanmasında oluşan (özelliklerine uygun olmayan ölçüm aletlerinden, araştırmacı ya da bilgi eksikliğinden kaynaklanabilecek) hataları minimuma indirecek sistemlerin geliştirilmesi ile mümkün olacağı sonucuna varılmıştır. Ancak, gerçek hayatta bu koşulların sağlanması çoğu kez mümkün olamamaktadır. Örneğin, hayvanlar çeşitli verim özelliklerine göre (et verimlerine göre, süt verimlerine göre, yapağı verimlerine göre, yumurta verimlerine göre vb.) sınıflandırılmak istendiğinde bu durum araştırmacılar arasında birçok belirsizliklere neden olabilmektedir. Bu nedenlerden dolayı problemleri analiz etme ve modelleme için konu ile ilgili raporları düzenleyen araştırmacılar, sayısal değerlerden daha ziyade sözel (dilsel) ifadelerle fikirlerini açıklamaktadırlar. Dolayısıyla klasik istatistik modellerin varsayımlarının gerçekleşmemesi bu geleneksel model yapılarının ve bakış açılarının değiştirilmesi gerekliliğini ortaya çıkarmıştır. Böylece birçok alanda bulanık küme ve mantık uygulamalarının etkinlik kazanması ihtiyacı doğmuştur.

İnsanlığın varoluşundan itibaren düşünürlerin yoğunlaştığı alanlardan birisi de mantık felsefesidir. İnsanlar, gerçekleşen ve gerçekleşmesi muhtemel olaylar üzerine düşünüp sonuçlar çıkarmaya çalışmışlardır. Bu da mantık biliminin kuruluşuna ortam hazırlamıştır. Mantık biliminde çığır açan düşünürlerden birisi de Aristoteles olarak kabul edilmektedir. Mantık ilmindeki bu katkısından dolayı Aristoteles'in oluşturduğu mantığa "klasik mantık" ismi verilerek mantık ilminin gelişimindeki önemine vurgu yapılmaktadır (Şahin, 2005).

Doğrusal programlama temeline dayanan bulanık regresyon çözümleme yaklaşımları, ilk olarak 1982’de Tanaka, Uejima ve Asai tarafından klasik regresyon analiz yönteminin teorik temellerine ait temel bilgilerin genişletilmesiyle ortaya çıkmıştır (Tanaka ve ark., 1982). Bu yaklaşıma göre; gözlenen değerler ile hesaplanan değerler arasındaki sapmalar, klasik regresyon analiz yöntemindeki gibi ölçüm ve gözlem hatalarından değil, sistem parametrelerinin bulanıklığından veya regresyon katsayılarının bulanıklığından kaynaklanmaktadır (Yurtçu ve İçağa, 2007). Yaklaşım, klasik regresyon çözümleme yönteminin uygulanamadığı durumlarda kullanılan alternatif bir yöntemdir. Klasik regresyon çözümleme yönteminin uygulamalarında kesin veriler kullanılırken, bulanık regresyon çözümleme yaklaşımının uygulanmasında kesin verinin yanı sıra bulanık veriler de kullanılmaktadır. Önemi gittikçe artan bulanık regresyon çözümleme yaklaşımı; sosyal bilimlerden mühendislik ve fen alanlarına varıncaya kadar yaşam içindeki tüm alanlarda yaygın bir şekilde kullanılmaktadır.

Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi tanımlayan, değişkenlere ait ilgili parametrelerin tahmini değerlerinin hesaplanmasına yönelik olarak geliştirilen alternatif yöntemlerden bir diğeri de bulanık lojistik regresyon analizi yaklaşımıdır. Yaklaşım, son yıllarda biyolojik bilimler ile ilgili birçok alanda yaygın olarak uygulamaları yapılan klasik lojistik regresyon analizi yönteminin, üzerinde inceleme yapılan verilere kolay uygulanabilmesi ve hesaplanan sonuçların kolay bir şekilde yorumlanabilmesi gibi nedenlerden dolayı birçok bilim insanı tarafından, teorik temelleri esas alınarak geliştirilmiştir. Alternatif olarak geliştirilen bu yaklaşımlardan bulanık lojistik regresyon çözümleme yaklaşımı, üzerinde inceleme yapılan bağımlı değişkenin kategorik, ikili, üçlü ve sürekli olduğu durumlar ile bağımsız değişkenlerin her türden olduğu durumlarda değişkenler arasındaki neden sonuç ilişkilerini olasılık kurallarına göre belirlemektedir. Örneğin, üzerinde inceleme yapılan bağımlı değişken “ekonomik ekonomik değil”, gibi kategorilerden oluştuğunda ya da “laktasyon süt verimi yüksek -laktasyon süt verimi düşük” gibi laktasyon süt verim değerlerinin bulunduğu durumlarda bulanık lojistik regresyon analizi yaklaşımı tercih edilmektedir.

Günlük yaşam dilinde kullanılan kesin sınırları belirlenemeyen birçok sözel verinin doğal yapısında bulunan belirsizliklerin nesnel olarak araştırılması ve analiz edilmesi için çeşitli yöntemler, algoritmalar ve yaklaşımlar ile matematik fonksiyonların dışında belirsizlikleri ölçebilecek ve sayısal değerlere dönüştürebilecek özel kuralları

olan yeni yöntemlere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu ihtiyaçları karşılamak amacı ile geliştirilen bulanık yaklaşımlar, doğada bulunan birçok veri kümesinin doğal yapısında bulundurduğu tüm belirsizliklerin modele dahil edilmesine imkan tanıyarak analiz edilmesini sağlamıştır.

Bulanık modellere ait belirsizliklerin kesin olmayan veri kümelerinden ve insanlardan kaynaklı olduğu varsayılmaktadır. Bulanık yaklaşımlar bulanık veri kümelerini ve klasik kesin (crisp) veri kümelerini kullanarak işlemler yapmaktadır. Bulanık küme ve mantık teorisinin temel özellikleri kullanılarak birçok bulanık yaklaşım geliştirilmiştir. Bulanık regresyon çözümleme yaklaşımları, bulanık c-regresyon çözümleme yaklaşımı, bulanık fonksiyonlar yaklaşımına dayalı yöntemler ve bulanık çıkarsama sinir yöntemi gibi yöntemler örnek olarak verilebilir.

Bu çalışmada, bulanık üyelik fonksiyonlarının uygulanmasına dayanan Tanaka'nın bulanık regresyon çözümleme yaklaşımı, Tanaka'nın revize bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı, Bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşımı, Aralık (Interval) regresyon çözümleme yaklaşımları ve bulanık lojistik regresyon çözümleme yaklaşımı kullanılarak laktasyon sırası, sağılan gün sayısı, ilk buzağlama yaşı, servis periyodu ve hayvanın sağımdaki yaşı özelliklerine göre laktasyon süt veriminin tahmin edilmesi amaçlanmıştır.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Bu tez çalışmasında kullanılan, bulanık doğrusal regresyon çözümlene yaklaşımları ve bulanık lojistik regresyon çözümlene yaklaşımına ilişkin yapılan çalışmalardan bazıları aşağıda verilmiştir.

Klasik regresyon çözümlene yöntemlerine ilişkin varsayımları esneterek, bulanık doğrusal regresyon çözümlene yaklaşımı ile ilgili ilk çalışmalar Tanaka ve ark. (1982)'ları tarafından önerilmiştir. Çalışmada bağımlı ve bağımsız değişkenlerin bulanık olmadığı, fakat sistem bilgisinin bulanık olduğu varsayılmıştır. Çalışma ile ilgili verilerin analizini ise doğrusal programlama yöntemi kullanarak yapmışlardır. Burada amaç fonksiyonu, bağımlı değişkenin hesaplanan değerinin yayılımını (sapmasını) en aza indirmeye dayanmaktadır. Hesaplanan sonuçlar kullanılarak bulanık regresyon çözümlene yaklaşım modelinin, sistemin belirsizliğini değerlendirmede kullanışlı olabileceği vurgulanmaktadır.

Daha sonraki yıllarda Tanaka (1987) yaptığı çalışmada, bulanık veri kümelerinin analizi için olabilirlik (ihtimal) doğrusal programlama modellerini önermiştir. Araştırmacı bu modele göre, tahmin edilen olabilirliklerin çözümlerini doğrusal programlama ile hesaplamıştır. Ayrıca hata değerlerinin uygun olup olmadığını belirleyebilmek için ölçüt çalışmasının yapılması gerektiğini önermiştir.

Diamond (1988), klasik en küçük kareler regresyon çözümlene yönteminin teorik temellerini kullanan bulanık en küçük kareler regresyon çözümlene yaklaşımına ait simetrik üçgensel özellik yapısındaki bulanık katsayılar hesaplamak için rastgele belirlenen veri kümeleri üzerinde örnek uygulamalar yapmıştır.

Moskowitz ve Kim (1993), bulanık doğrusal regresyon çözümlene yaklaşımına ait bulanık katsayıların yayılmalarını ve hesapladıkları katsayılara ait üyelik fonksiyonlarının aldığı şekiller ile h tolerans düzeyi arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır.

Chang (1996), yaptıkları çalışmada veri kümelerinde aykırı değerlerin olduğu durumlar için problem çözümlerinde uzman kişiler ile etkileşime dayanan ve üyelik dereceleriyle ağırlıklandırma yapan klasik en küçük kareler yönteminin teorik

temellerine dayalı olarak geliştirilen bulanık ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemini inceleyerek önermişlerdir.

Diamond ve Körner (1997), bulanık doğrusal en küçük kareler regresyon çözümüyle yaklaşımı ile negatif yayılımların olduğu durumların minimize edilebileceğini yaptıkları çalışmalarında göstermişlerdir.

Kim ve Chen (1997), bulanık doğrusal regresyon çözümüyle yaklaşımı ve parametrik olmayan doğrusal regresyon çözümüyle yönteminin teorik temelleri üzerinde çalışmalar yapmışlardır. Yaptıkları bu çalışmada belirsizlik içeren veri kümelerinin olduğu durumlarda kullanılacak çözümüyle yaklaşımını belirtmişlerdir.

Ming ve ark. (1997), bulanık veri kümelerinin analizi için yeni bir denklem geliştirerek teorik temellerini belirlemişler ve en küçük kareler yönteminin teorik temellerinden bahsederek Diamond (1988) tarafından daha önce geliştirilen yöntem ile karşılaştırılmalı olarak uygulanabilirliğini göstermişlerdir.

Kim ve Bishu (1998), gözlenen ve tahmin edilen bulanık veri kümeleri arasındaki farkları en aza indirmek için gerekli en uygun sınırlamalar kullanarak bulanık regresyon çözümüyle yaklaşımını ile araştırmacının alacağı riskleri azaltmayı amaçlayan çalışmalar yapmışlar.

D'Urso ve Gastaldi (2000), bulanık regresyon çözümüyle yaklaşımına yeni bir bakış açısı getiren ve iki doğrusal modele dayanan, ikili doğrusal uyarlamalı modelleri önermişlerdir. Bunlardan birincisi çekirdek regresyon modeli ve yayılım regresyon modeli olarak adlandırılmıştır. Birinci model bulanık gözlemlerin merkez (orta) değerlerini esas almakta iken ikincisinde ise merkez değerlerine ait yayılım değerleri temel alınmıştır.

Wang ve ark. (2000), bağımsız değişkenlerin herhangi bir ölçüm sonucunda elde edilen değerlerden olduğu ve bağımlı değişkeninde bulanık değerlerden olduğu durumlardaki problem çözümleri için Tanaka tarafın dan önerilmiş olan Tanakanın revize edilmiş bulanık en küçük kareler yaklaşımının kullanılmasının daha uygun olduğunu belirtmişlerdir.

Wang ve Tsaur (2000b), teorik temelleri Tanaka tarafından geliştirilen, bulanık en küçük kareler yaklaşımını önermişlerdir. Önerilen bu yöntemi Tanakanın bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı ile karşılaştırmışlardır. Bağımlı değişkenin bulanık olduğu ve bağımsız değişkenlerin ise bulanık olmadığı (kesin) durumlardaki örnek veri kümeleri üzerinde uygulamalarını yapmışlardır.

Chang ve Ayyub (2001), çalışmalarında klasik regresyon analizi yöntemi ile bulanık regresyon çözümleme yaklaşımı arasındaki en önemli farklılıkları karşılaştırmalı olarak belirlemişlerdir. Her bir bulanık regresyon çözümleme yaklaşımı ile klasik regresyon çözümleme yöntemi arasındaki farklılığı değerlendirmek için sayısal örnekler ve grafiksel sunumları kullanmışlardır.

Kao ve Chyu (2002), bulanık regresyon çözümleme yaklaşımının uygulamalarında, bağımsız değişkenlerin sayısının artmasına bağlı olarak tahmin edilen bağımlı değişkenlerin yayılımlarının artmasından dolayı iki aşamalı bir model geliştirmişlerdir. Birinci aşama, klasik en küçük kareler yönteminin uygulanabilmesi için bulanık gözlemlerin bulanıklığının giderilmesini içermektedir. İkinci aşamada, bulanık regresyon çözümleme modelindeki verilerin bulanıklığını gösteren hata terimi belirlenmektedir. Çalışmada, geliştirilen iki aşamalı yöntemin daha önceki çalışmalara göre daha iyi performans sergilediği sonucuna varılmıştır.

Kao ve Chyu (2003), bulanık regresyon eşitliğine ait katsayı değerlerini hesaplamak için en küçük kareler yöntemini kullanarak bir çalışma yapmışlardır. Hata kareleri toplamının üyelik fonksiyonları oluşturulmuş ve regresyon katsayılarının fonksiyonu olarak belirlemişlerdir. Oluşturdukları model için, kesin girdi-bulanık çıktı, bulanık girdi-bulanık çıktı ve üçgensel olmayan bulanık gözlemlerin olduğu üç farklı durum için araştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar, en küçük kareler yönteminin regresyon katsayılarını açıklamakta ve üçgensel olmayan durum da dâhil olmak üzere çoğu durum için daha geçerli ve güvenilir sonuçlar verdiği sonucuna varılmıştır.

Nasrabadi ve Nasrabadi (2004), bağımlı ve bağımsız değişkenlerin bulanık ve bulanık olmadığı durumlarda bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımının kullanılmasının faydalı olduğunu önermişlerdir. Bu tahmin yaklaşımının programlama ve

hesaplamadaki avantajlarını değerlendirerek, gözlenen değerler ile beklenen değerler arasındaki toplam yayılımın minimize edildiğini de savunmuşlardır.

Modarres ve ark. (2005), bağımsız değişkenlerin kesin ve bağımlı değişkenlerin bulanık olduğu durumlarda bulanık regresyon çözümleme eşitliğine ait parametre değerlerini tahmin etmek için bir matematiksel programlama yöntemi geliştirmişlerdir. Yöntem, gözlenen ve tahmin edilen yayılım değerleri arasındaki toplam farkın karesinin minimize edilmesine (hataların karelerinin minimize edilmesine) dayanmaktadır. Çalışmada önerilen yöntemin diğer yöntemlerle karşılaştırmaları yapılarak hesaplama işlemlerinde kolaylıklar sağladığı sonucuna varılmıştır.

İşbilen (2005), tez çalışmasında bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımını kullanarak, Türkiye’de 1980-2004 yılları arasındaki kayıt dışı ekonominin tahmin edilmesine yönelik bir uygulama yapmıştır. Elde edilen bulgular kayıt dışı ekonominin büyüklüğünü ölçebilecek nitelikte olmasa da, nakit para oranının artmasına ve azalmasına bakılarak, oranın büyüdüğü dönemlerde kayıt dışı ekonominin de büyüdüğünü tahmin etmiştir.

Başer (2007), tez çalışmasında bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşımı için geliştirilen melez (hybrit) bulanık en küçük kareler doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımının temellerini inceleyerek, sigorta hasar karşılıklarının tahmin edilmesi ile ilgili bir uygulama gerçekleştirmiştir.

Nagar ve Srivastava (2008), bağımlı değişkenin iki seviyeli olduğu durumlarda tahmin değerini hesaplayabilmek için bir uyum yöntemini önermişlerdir. Bu yöntem klasik lojistik regresyon çözümleme yöntemi ile bulanık mantık düşüncesinin zihindeki soyut ve genel tasarımını birleştirmektedir. Bahsettikleri çözümleme modeli kanser hastalarından elde edilen veriler üzerinde uygulamasını yapmışlardır.

Düzyurt (2008), tez çalışmasında klasik ve bulanık regresyon yöntemleri hakkında teorik temel bilgileri vererek i) Tanaka’nın regresyon çözümleme yaklaşımı, ii) revize Tanaka regresyon çözümleme yaklaşımı ve iii) bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşımının uygulanabilirliği ile ilgili Ankara’nın farklı

semtlerinde bulunan konutların fiyatları ve konut fiyatlarını etkileyen faktörleri kullanarak uygulamalar yapmıştır.

Pourahmad (2011a) klasik lojistik regresyon çözümleme yönteminin bazı hastalıkların teşhis edilmesinde geçerli ve güvenilir sonuçlar üretmediğinden dolayı Possibilistic odds kavramına dayalı olan bulanık lojistik regresyon çözümleme yaklaşımının teorik temellerini tanıtmışlardır. Bulanık lojistik regresyon analizi yaklaşımına ait katsayı değerlerinin tahmin edilmesinde kullanılan model uyum iyiliği test ölçütleri olan ortalama üyelik derecesi ve hata kareler ortalamasından bahsetmişler ve önerdikleri modeli şeker hastalığı verileri üzerinde incelemişlerdir.

Pourahmad ve ark., (2011b), bulanık lojistik regresyon analizi yaklaşımına ait katsayıların tahmin edilebilmesi için klasik en küçük kareler yöntemini temel alarak geliştirilen yeni bir yaklaşım önermişlerdir. Bu modelin uygulanabilirliğini göstermek için Lupus Eritematozus hastalığı verilerinde uygulamalarını yapmışlardır. Modelin uyum iyiliğinin ölçülmesi için “capability index” adı verilen bir ölçütten bahsetmişlerdir.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Materyal

Araştırmanın materyalini Kayseri ili Develi ilçesinde bulunan özel bir işletmede yetiştirilen Siyah Alaca inekleri içerisinde rastgele seçilen 138 baş Siyah Alaca ineğe ait 2016 yılı süt verimi kayıtları oluşturmuştur. Develi ilçesinin yerleşimi Google Earth koordinat sistemi ise N 38° 23' 6", E 35° 30", E 35° 29' 24", N 38° 23' 42" ve E 35° 28' 48" şeklinde belirlenirken, çiftlik aynı zamanda İç Anadolu Bölgesinin Orta Kızılırmak bölümünün 38° 27' kuzey enlemi ile 33° 17' doğu boylamları arasında yer almaktadır. Develi Ovası İç Anadolu Bölgesinde Erciyes Dağının Güney ve Güneybatısında yer almaktadır. Ovanın yüz ölçümü 2072 km² olup, Rakım 1225 metredir. Toplam arazi varlığı 200.133 hektardır. Bunun 85.353 hektar tarım arazisi, 84.363 hektarı çayır-mera, 21.899 hektarı Orman ve Fundalık alan, 8.518 hektarı tarım dışı alandır. Ovada da yapılan en önemli faaliyetler tarım ve hayvancılıktır. Çiftliğin coğrafi özellikleri; doğusunda Develi ilçesi, Güneyinde Orta Toroslar içinde yer alan Bakırdağ'(3.767 m) ve Seyhan nehrinin en büyük kolu olan Zamantı ırmağı yer alırken, Güney batısında Yahyalı ilçesi, Kuzey batısında Sultan sazlığı ve Yeşil hisar ilçesi ile Güney doğusunda strato volkan yapıdaki Erciyes (3917 m) dağı bulunmaktadır.

Hayvanların laktasyon süt verimine (Y_i) (kg) etki ettiği düşünülen, hayvanın laktasyondaki yaşı (ay) (X_1), sağılan gün sayısı (X_2), servis periyodu (gün) (X_3), ilk buzağılama yaşı (gün) (X_4), laktasyon sırası (X_5) gibi özellikler modelde bağımsız değişkenler olarak kullanılmıştır. Bağımlı değişken olan laktasyon süt veriminin normal değerlere sahip olup-olmadığını belirlemek için olabilirlik (Possibilistic odds) oran değerleri ile ortalama bulanık korelasyon katsayısı değerleri, bulanık standart hata değerleri, ortalama süt verim değerleri, yayılım değerleri, güven aralıkları gibi bulanık istatistik değerler ile uyum iyiliği test ölçütlerinden Ortalama üyelik derecesi ve Hata kareler ortalaması test ölçüleri 138 baş Siyah Alaca inek için hesaplanmıştır. Ayrıca değişkenler arasındaki ilişkiler, klasik Pearson ve bulanık korelasyon katsayıları hesaplanarak her bir katsayı için güven aralıkları oluşturularak karşılaştırılmıştır.

Bu verilerin analizi için EXCEL 2016, LINGO 16.0 ve SPSS for WINDOWS Version 24.0 paket programları kullanılmıştır.

3.2. Yöntem

Bu bölümde önce klasik küme ve bulanık küme kavramları ile bulanık regresyon çözümleme yaklaşımlarının daha iyi anlaşılması için bu yöntemlere temel oluşturan doğrusal programlama, klasik Pearson katsayı hesaplama yöntemi bulanık Pearson katsayı hesaplama yaklaşımı ile klasik regresyon çözümleme yönteminin bazı özelliklerinin bilinmesinde fayda olacağı düşüncesinden yola çıkılarak bulanık regresyon yaklaşımları genel olarak ele alınacak daha sonra her bir bulanık regresyon yaklaşımının özellikleri ayrı ayrı irdelenecektir.

Bütün bilim dallarında yapılan araştırmaların amacı elde edilen örneklerden yararlanarak üzerinde çalışılan populasyonun bilinmeyen parametreleri hakkında sonuç çıkarmaktır. Sonuç çıkarma populasyonu temsil edecek parametrelerin tahmini ve populasyon parametreleri ile ilgili hipotezlerin test edilmesi şeklinde yapılabilir (Düzgüneş ve ark., 1993). Hem bulanık regresyon yaklaşımları hem de klasik regresyon yöntemleri bu amaçlara sahiptir. Ancak, iki yöntem arasındaki temel fark katsayı değerlerinin bulanık olması nedeniyle dağılımının nasıl elde edildiği konusundadır.

Herhangi bir tahmin ediciye ait örnekleme dağılımının şekli örnek genişliğine, örneklerin çekildiği populasyonun şekline ve parametrelerine bağlıdır. Bir tahmin edicinin ($\hat{\theta}$) örnekleme dağılımı, n hacimlik tüm örneklerin tahmin edicilerinin dağılımı demektir. Genellikle istatistik yöntemler tahmin edicilerin örnekleme dağılımının belli koşullarda normal dağılıma sahip olduğunu gösteren merkezi limit teoremine dayanır.

Bulanık kümelerle ilgili yapılan araştırmalarda incelenen özelliklerin hangi kümeye ait olduğunu, kümeler arasındaki ilişkilerin derecesini belirlemek gibi karşılaşılan bir çok belirsizliklerin çözümü için alternatif bulanık korelasyon katsayısı hesaplama yöntemini kullanılarak kesin olmayan bilgiler ışığında daha güvenilir ve tutarlı sonuçların elde edilebileceği gösterilmiştir (Elmas, 2003; Şentürk ve Aslan, 2007) Bulanık korelasyon katsayısı, Pearson korelasyon katsayısı yöntemindeki mantığı temel alarak geliştirilmiş olan ve bulanık kümeler arasındaki ilişkinin gücünü ortaya koymaya çalışan bir yöntemdir.

Tahmin yöntemlerine parametrik olmayan bir yaklaşım sağlayan bulanık regresyon yaklaşımlarının ne olduğunu ve klasik regresyon yöntemlerinden farkını anlamak için katsayı dağılımları ve bunların özellikleriyle ilgili düşüncelere temel oluşturan tesadüfi gözlemler kavramından hareket etmekte fayda vardır.

Tahmin yöntemlerinin zayıflıklarını ve dezavantajlarını ortadan kaldırmaya yönelik tahmin etmede katsayı değerlerinin bulanıklaştırılması düşüncesi populasyon hakkında gerçekçi olmayan varsayımlar yapmak yerine eldeki örnekten populasyonun özellikleri (standart sapma ve hata tahminleri) hakkında daha iyi sonuçlar elde etme amacına yöneliktir. Bulanık regresyon yaklaşımları yeni yaklaşımlar değildir. Uzun bir geçmişe sahiptir ve parametrik olmayan en önemli bulanık regresyon yaklaşımlarından olan Tanaka'nın bulanık doğrusal regresyon çözümü eşitliği, Tanaka'nın yeniden (revize) gözden geçirilmiş bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümü yaklaşımı, Bulanık en küçük kareler regresyon yaklaşımı, Aralık (Interval) regresyon çözümü yaklaşımı ve bulanık lojistik regresyon çözümü yaklaşımları, tahmin edicinin varyansını bir takım model ve karmaşık formüllere gerek olmaksızın elde edilmesini sağlar. Üzerinde inceleme yapılan bu yaklaşımların daha iyi bir şekilde anlaşılmasının sağlanabilmesi için bazı temel kavramlar olan, klasik küme teorisi, bulanık mantık teorisi, bulanık küme teorisi ve üyelik fonksiyonu gibi kavramlar açıklanmıştır. Ayrıca bulanık kümeler üzerindeki aritmetik işlemler tanımlanarak örnekler verilmiştir. Çalışmada çok amaçlı karar verme yöntemlerinden olan doğrusal programlama yöntemi kullanılmıştır.

3.2.1. Klasik Küme Teorisi

Küme terimi, klasik ve bulanık kümeler şeklinde sınıflandırılabilir. Küme teriminin ilk kullanımının matematikte Georg Cantor (1845-1918) tarafından kullanıldığı kabul edilir. Küme terimine olasılık ve istatistik ile ilgili çalışmalarda matematiğin temel fikirlerinden biri olarak bakılır. Kümenin elemanlarını daha somut ya da daha kolay algılanır biçimde: gerektiğinde sözel, gerektiğinde matematiksel bir ifade olarak ortaya koymak için küme terimi kullanılır. Bu terim, nesnelerin tümünü kapsar. Tanımdaki "nesne" soyut ya da somut olan herhangi bir şeydir; fakat her ne olursa olsun klasik anlamda iyi tanımlanmış nesnelere topluluğuna küme denir. İyi tanımlanmış demekteki amaç her bir nesnenin kümeye ait olup olmadığına kesin olarak

karar verilebilmelidir. Örneğin, "Siyah Alaca süt inekleri" kümesinin üyesi olan her bir ineğe o kümenin elmanı denir. Küme; A, B, C, ... gibi büyük harflerle gösterilir. Evrendeki her bir eleman ya kümenin içindedir ya da değildir yani, kesin sınırlamalarla birbirinden ayrılır. x nesnesi B kümesinin bir elmanı ise $x \in B$ şeklinde gösterilir. Kümenin elemanı olmayan nesnelere ise $x \notin B$ şeklinde gösterilir (Pourahmad 2013). Klasik bir küme (kesin küme-crisp set), kümeye tam üye olan elemanların oluşturduğu küme türüdür. Bu tanıma göre, üzerinde inceleme yapılan herhangi bir özellik ile ilgili oluşturulan topluluğu küme olarak tanımlayabilmek için hangi elemanların bu kümenin birer elemanı olduğu, hangi elemanların da bu kümenin elemanı olmadığı kesinlikle belirlenebilmelidir. Üzerinde herhangi bir özellik ile ilgili inceleme yapılan kümelerin her birini alt küme kabul eden daha geniş kümeye *evrensel küme* denir. Evrensel küme genellikle E harfi ile gösterilir. $E = \{a, b, c\}$ ile evrensel kümeyi gösterelim, $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$ kümelerinin her biri evrensel kümenin bir alt kümesidir.

Klasik bir kümenin elemanları farklı biçimlerde ifade edilebilmektedir. En çok tercih edilen *liste yöntemi* ile gösterim şeklidir. Bu yöntemle göre kümenin elemanları $\{ \}$ sembolü içine, her bir elemanın arasına virgül konularak, $B = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_n\}$ veya $B = \{b_1, b_2, \{b_1, b_2, b_3\}\}$ şeklinde gösterilir. Eleman sayılarının çok olduğu durumlarda *venn şemasının*, ya da liste yönteminin kullanılması oldukça zordur. Bu gibi durumlarda kümenin elemanlarını; daha somut ya da daha kolay algılanır biçimde, gerektiğinde sözel, gerektiğinde matematiksel bir ifade olarak küme içerisinde gösterebilmek için *ortak özellik yöntemi* kullanılmaktadır. Ortak özellik yöntemi; $B = \{x | P(x)\}$ şeklinde ifade edilir. B kümesi P(x) önermesini sağlayan b'lerden oluşur. $\{x | P(x)\} = \{x : P(x)\}$ kümelerinde, | ve : işaretinin anlamı "öyleki" demektir. Örneğin, yüksek doğum ağırlığı sınıfına giren buzağılardan oluşan klasik bir B kümesini ortak özellik yöntemi ile aşağıdaki gibi gösterilir:

$$B = \{x | x > 40 \text{ ve } b \in E \},$$

Burada eğer b buzağısı 40 kg dan daha fazla ağırlığa sahip ise b buzağısı B kümesine aittir, aksi takdirde b buzağısı B kümesine ait değildir. Buzağıların doğum ağırlıklarını gösteren evrensel küme de $E = [33, 48]$ kg olsun, b de bu evrensel kümeye ait buzağıları temsil etsin. Evrensel kümenin (E) bir alt kümesi olan B kümesi de 41 ile 48 kg

arasındaki buzağuların doğum ağırlıklarını temsil eden bir klasik küme ($B=[41,48]$) olsun. Bu durumda her bir b_i buzağısı için bu B kümesine aittir ya da ait değildir denir.

3.2.2. Klasik Kümeler İçin Karakteristik Fonksiyon

Klasik kümeler üzerinde inceleme yapılan özelliklere ait her hangi bir elemanın hangi kümenin elemanıdır veya hangi kümenin elemanı değildir mantığı üzerine geliştirilmiş bir küme türüdür. Bu mantık yaklaşımına göre hayvanlar çeşitli verim, et verimi, süt verimi, yumurta verimi gibi özelliklere göre sınıflandırılmak istendiğinde bu özelliklere ait kümelerin oluşturulmasında, hangi kümenin elemanı olduğu veya olmadığını belirlemek ve bu özelliklere ait rastgele değişkenlerin dağılımının şeklini ortaya koymak için karakteristik fonksiyonlara gereksinim duyulur. Her dağılımın karakteristik fonksiyonu mutlaka vardır. Karakteristik fonksiyon ile olasılık yoğunluk fonksiyonu arasındaki ilişkiden yararlanılarak, bunlardan biri bilindiğinde diğerini de bulabiliriz. Karakteristik fonksiyonlar, Fourier dönüşümlerinin genel teorisinin özel bir durumudur. Olasılık kuramına göre herhangi bir rassal değişken için karakteristik fonksiyon bu değişkenin olasılık dağılımının bir bütünü olarak tanımlanır.

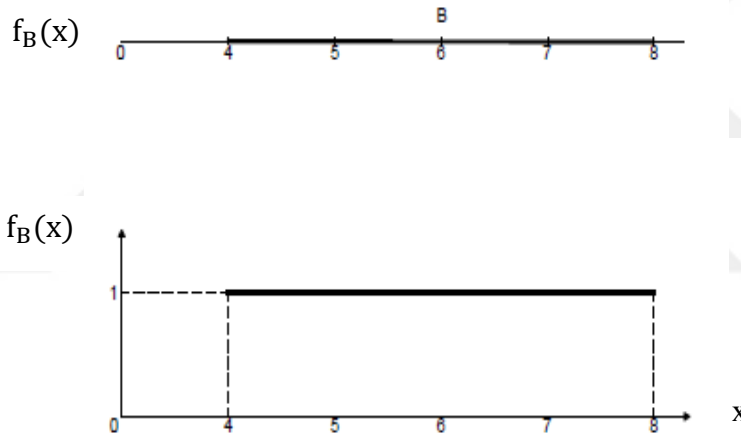
Klasik kümeler, karakteristik fonksiyonlarla $f_B(x)$ tanımlanırlar (Tanaka ve Guo, 1999). Karakteristik fonksiyon kullanılarak üzerinde inceleme yapılan her bir elemanı sadece 0 ve 1 değerlerinden birine atanır. Bu elemanlarını kümeye aitlik durumuna göre atayan evrensel küme üzerinde tanımlanan ve üzerinde inceleme yaptığımız özelliklere (süt verimi, et verimi, yumurta verimi vb) sahip hayvanların oluşturduğu kümeyi tanımlamamıza yardımcı olur. Karakteristik fonksiyon yardımı ile B kümesine ait elemanlar 1 değerini alırken B kümesine ait olmayan elemanlar ise 0 değerini almaktadır. Kümedeki her bir eleman ya bir kümeye aittir ya da değildir. Hiçbir zaman kısmi üyeliğe izin verilmez, dolayısıyla klasik küme teorisi, kümelerin sınırlarını ve kümeye ait elemanların özelliklerini kesin olarak belirlemektedir. Fakat pratikte oluşturulacak herhangi bir kümenin sınırlarını ve bu kümeyi oluşturacak elemanların genel özellikleri her zaman kesin olarak belirlenememektedir. Bu gibi durumlarda klasik küme teorisine ait temel bilgilerin günlük yaşantımızdaki bazı belirsizlikleri sınıflandırma konusunda yetersiz kaldığı açıktır.

Klasik küme teorisine göre, evrensel kümeye ait üzerinde inceleme yapılan özelliklerle ilgili herhangi bir x elemanının evrensel kümenin herhangi bir alt kümesinin B ye ait olup olmadığını karakteristik fonksiyon $f_B(x)$ ile temsil edilir. Klasik olan B kümesinin karakteristik fonksiyonu;

$$f_B(x) = \begin{cases} 1, & x \in B \text{ ise} \\ 0, & x \notin B \text{ ise} \end{cases} \quad (3.1)$$

şeklinde tanımlamak mümkündür (Ross, 2004; Tansu, 2011; Bede, 2013; Trilas ve Eciolaza., 2015). Burada ki $f_B(x): E \rightarrow \{0,1\} \rightarrow R$ (reel sayılar kümesi) fonksiyonuna, evrensel kümenin bir alt kümesi olan B kümesinin karakteristik (üyelik) fonksiyonu denir.

B kümesine ait verilerin üyelik değerlerinin karakteristik fonksiyon $f_B(x)$ ile bir örnek üzerindeki uygulaması Şekil 3.1' deki gibi gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Klasik küme kuralına göre herbir verinin üyelik derecesi ile gösterimi

3.2.3. Bulanık Küme Teorisi

Bulanık mantık konusunun temelini bulanık küme teorisi oluşturmaktadır. Bulanık mantık teorisi aslında insana özgü olan bu davranışları taklit etmektedir. Örneğin biraz pahalı, çok acı, hafif tatlı, aşırı sıcak, yarım yağlı gibi sözel ifadeler kesin hükümler belirtmediği için klasik mantık kurallarına göre önerme olarak kabul edilemezler. Bu sebepten dolayı klasik anlamda küme oluşturmazlar. Sözel olarak ifade edilen fakat matematiksel olarak ifade edilmesi zor olan bu tür önermelere *bulanık önermeler* ve bunlarla uğraşan mantık türüne de *bulanık mantık* denir.

Standart bulanık küme teorisi, klasik küme teorisi için yapılan işlemlerin bulanık küme teorisi için de yapılabilmesi için temel küme teorisinin genişletilmesi ile oluşturulmuştur. Standart bulanık küme teorisi, sözel olarak ifade edilen değişkenlerin mantıksal kurallar çerçevesinde temsil edilmelerini ve işleme tabi tutulmalarını sağlayarak geçerli, güvenilir sonuçlara ulaşılmasını sağlar.

Bulanık mantık teorisi için bulanık küme kavramı kadar önemli bir diğer kavram dilsel (linguistic) değişken kavramıdır. Bulanık kümelerin teorik temellerini tanımlamada kullanılan dilsel değişken kavramı ilk kez “Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes” makalesinde bahsedilmiştir (Zadeh, 1973). Bu yazıda anlatılan yaklaşım, sistem analizinin geleneksel niceliksel tekniklerinden önemli bir ayrımı temsil etmektedir. Bu sistem, sayısal değişkenlerin yerine ya da sayısal değişkenlere ek olarak "dilsel" değişkenlerin kullanılması; değişkenler arasındaki basit ilişkilerin bulanık koşullu ifadelerle belirlenmesi ve bulanık algoritmalar ile karmaşık ilişkilerin belirlenmesi gibi üç farklı özelliğe sahiptir. Dilsel belirsizlikler için bulanık sayılar kullanılarak üyelik fonksiyonları oluşturulur. Oluşturulan bu üyelik fonksiyonları ile birçok belirsizlik matematiksel olarak ifade edilerek ortadan kaldırılır.

Bulanık kümeler, çok karmaşık olan ya da kesin olarak tanımlanamamış günlük yaşam dilinde kullanılan kelime ya da kelime gruplarının olduğu dilsel değişkenlerin değerlerini sayısal olarak değerlendirebilmek amacıyla kullanılmaktadır (Zadeh, 1987; Vrusias, 2009). Herhangi bir bilimsel veriye dayalı, kanıtlanabilir özellikteki bilgileri ifade ederken doğal olarak bir belirsizlik kolayca fark edilebilir (Paksoy ve ark., 2013). Örneğin hayvancılıkla uğraşan bir kişi ahır sıcaklığı için, “soğuk”, “normal”, “sıcak”, vb gibi ifadeleri kullanırken, bileşik bulanık ifadeler; “çok soğuk”, “normal”, “çok sıcak”, gibi kelimelerle ifade edilen dilsel (Linguistic Variable) değişkenlerden oluşmaktadır.

Bulanık önermelerin temellerini oluşturan bulanık kavramların her biri bir bulanık küme ile modellenir. Bunun dışında kesin olarak ölçebildiğimiz pek çok değer aslında tam bir kesinliği ifade etmez. Bulanık kümeler bu tür belirsiz ifadeleri modelleyen bir matematiksel fonksiyonlar kümesidir. Bilimsel olarak kesin sonuç olarak verdiğimiz ifadeler aslında istatistik bilimine ve kabullerine dayanmaktadır.

Hâlbuki istatistik bilimi aslında belirsizlik içeren kümelerden oluşmaktadır. Örneğin fiziksel istatistikte “en büyük düzen, en büyük düzensizlikte oluşur” ifadesinde olduğu gibi belirsizlikler bulunmaktadır.

Bulanık küme teorisi, klasik küme teorisinin aksine, günlük konuşma dilinde sözel olarak ifade edilen, dilsel belirsizliklerin modellenmesine ve çeşitli hesaplama işlemlerine dâhil edilebilmesine imkân tanır. Bu, dildeki belirsizlik içeren kavramların net bir şekilde ifade edilmelerini sağlayan küme türüdür. Belirsizliklerin nesnel olarak incelenebilmesi için, bazı özel yöntemlere, algoritmalara ve alışıla gelmiş klasik istatistik yöntemlere ve özel fonksiyonların yanı sıra belirsizlikleri ölçebilecek ve sayısal değerlere dönüştürebilecek temel bilgileri bilinen farklı bilimsel yöntemlere de ihtiyaç duyulmaktadır. Örneğin istatistik, stokastik, fraktal gibi değişik belirsizlik yöntemlerinin kolay bir şekilde uygulanabilmesi için yöntemlerin temelini oluşturan olasılık teorisinin kurallarının iyi bilinmesi gereklidir.

Kümeler hakkında sözel olarak ifade edilebilen dilsel ifadeler, bilgisayar diline çevrilirken algoritmalar içerisinde komutlar ve fonksiyonlar tanımlanarak çözümler bulmaya çalışılır. Bu sürece ise *bulanık modelleme süreci* denir. Bulanık modelleme süreci bilgisayar dilinde genel anlamda bulanıklaştırma, bulanık sonuç çıkarma ve durulaştırma işlemlerinden oluşur.

3.2.4. Bulanık Kümeler İçin Üyelik Fonksiyonları (Üyelik Derecesi)

Klasik küme teorisine göre bulanık kümeler, üzerinde inceleme yapılan bulanık özelliklerden oluşan herhangi bir evrensel kümeye ait elamanların aldıkları üyelik dereceleriyle kümeye aitlikleri belirlenir. Bulanık küme, kümeler arası geçişlerini üyelik derecelerine bağlı olarak sağladığı için, her hangi bir elaman birden fazla kümeye ait olabilmektedir. Yani bulanık küme teorisi yönteminde herhangi bir elamanın, hangi kümenin elamanı olacak ise, kümenin elamanı olabilmesi için üyelik dereceleri verilerek kümenin sınırlarına belirsizlik (kesinlik kavramı olmayan) özelliği katar. Dolayısıyla sınır değerleri kesin olmayan bir küme türü oluşturulmaktadır (Dubois ve Prade, 1998). Her bir elemanın kümeye aitlik derecesi "kümeye ait olan elemanlardan" "kümeye ait olmayan elemanlara" geçişleri aşamalı bir şekilde olduğu için modellemede çoğunlukla dilsel açıklamalarda esneklik kazandıran düzgün geçişler *üyelik*

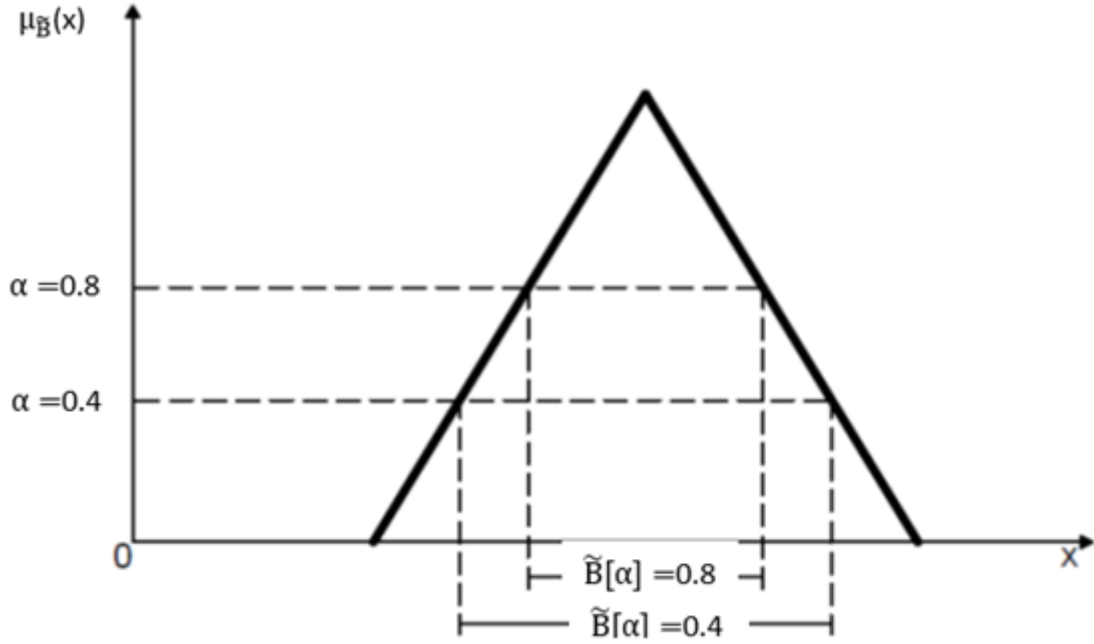
fonksiyonları olarak tanımlanmaktadır. Bu üyelik fonksiyonları sayesinde her eleman her kümenin elemanı olabilir ancak her küme için bir üyelik derecesi oluşturulur (Şanlı, 2005). Aslında bu üyelik derecelerinin de her biri birer bulanık sayıdır. Bulanık kümeler, nitel ve nicel uzayda tanımlana bilen bir küme türüdür.

Üyelik fonksiyonları (üyelik dereceleri) subjektif olarak belirlendiği için bazı değerler klasik küme teorisindeki gibi kolayca sınıflandırılmazlar (Zadeh, 1987). Sınıflandırılmış olsa bile ait olduğu kümenin ve diğer başka bir kümenin özelliklerini aynı anda göstermeleri nedeniyle yapılan sınıflandırmanın ne kadar yanlış olduğu açıktır. Gerçek hayatta kullandığımız canlılardan elde edilen verilerin doğal yapısında genellikle bazı belirsizlikler bulunduğu için yapılan sınıflandırmaların çoğu bulanıklık içermektedir. Örnek olarak: {Yüksek süt verimli sığır ırkları}, {Düşük süt verimli keçi ırkları}, {Yüksek et verimli sığır ırkları}, {Yağlı kuyruklu koyun ırkları}, {Yapağ verimi yüksek koyun ırkları} vb. dilimizin doğasından gelen bu gibi tanımlanması zor belirsizlik içeren kavramlara üyelik dereceleri verilerek, doğru bir sınıflandırmanın yapılması sağlanmıştır. Bulanık kümeler kesin çizgilerle gösterilemeyeceğinden dolayı Venn şeması ile gösterilmeleri kabul görmez. Bulanık kümeler ancak kullanılan üyelik fonksiyonlarına ait grafiklerin oluşturulması ile gösterilebilmektedirler (Şekil 3.2).

Örneğin bulanık küme yöntemi ile Siyah Alaca ineklerin günlük süt verim değerlerine göre sınıflandırmasını yapmak istediğimizde, bildiğimiz kesin mantıkta süt verimi 35 litre ve yukarı olan bir ineği yüksek verimli olarak ifade etmek gerekirse, 34 litre süt verimine sahip olan bir inek yüksek verimli gruba dahil olmadığından normal veya düşük verimli olarak ifade edilecektir (Memmedova ve Keskin, 2009). Bulanık mantıkta küme teorisi ise çok düşük, düşük, normal (orta), biraz yüksek, yüksek ve çok yüksek gibi ifadeleri kullanarak dereceli veri modellemesini gerçekleştirmektedir. Böylece olayların modellenmesinde daha gerçekçi ve doğala yakın sonuçların elde edilmesi sağlanmış olur.

(Zadeh, 1965) bulanık kümeyi, klasik kümeler için geçerli olan iki değerli karakteristik fonksiyon değer kümesini $\{0,1\}$ çeşitli üyelik dereceleri alabilen çok değerli bulanık küme teorisi ile ifade edebilmek için kümeye ait her bir elemanı $[0,0,1,0]$ aralığında küme içerisinde herhangi bir üyelik derecesine sahip nesnelere oluşan bir sınıf olarak tanımlamış ve kümeyi \tilde{B} ile göstermiştir. Yeni üyelik

fonksiyonunu da $\mu_{\tilde{B}}(x_i): E \rightarrow [0,1]$ şeklinde tanımlamıştır (Sivanandam ve ark., 2007; Bede, 2013; Pourahmad, 2013). Bu tanımlamaya göre, bulanık kümelerin, klasik kümelere bir alternatif değil, onların genelleştirilmiş özel bir durumu olduğu sonucu ortaya çıkmaktadır. Sonuçta aynı eleman aynı anda birden fazla kümeye ait olabilmektedir. Bulanık kümeler üyelik fonksiyonları $\mu_{\tilde{B}}(x_i)$ ile ifade edilen küme türüdür (Tanaka, 1997; Bede, 2013; Pourahmad, 2013). Bulanık küme gösterimi Şekil 3.2.'de verilmiştir.



Şekil 3.2. Bulanık kümenin gösterimi

Bulanık küme teorisinin temelini oluşturan üyelik fonksiyonları, herhangi bir elemanın herhangi bir kümeye olan üyeliğini belirlemek için kullanılmaktadır. Üyelik fonksiyonu, üzerinde inceleme yapılan herhangi bir bulanık kümeye ait elemanların kümeye aitlik derecesini $[0.0, 1.0]$ aralığında çeşitli üyelik derecelerine sahip bir sayıya karşılık getiren matematiksel fonksiyona “*üyelik fonksiyonu*” denir. Bu ise $\mu_{\tilde{B}}(x_i): E \rightarrow [0.0, 1.0]$ şeklinde gösterilir (Zimmermann, 1994; Nguyen ve Wakler 2000)

Kantitatif değişkenlere üyelik fonksiyonları yardımı ile üyelik dereceleri verilerek daha anlamlı hale getirilirler. Üyelik fonksiyonları ile hesaplanan değerlere *üyelik derecesi* denir. Üyelik derecesi, herhangi bir nesnenin evrensel kümeye ne düzeyde üyesi olduğunun derecesini ifade eder. Örneğin bulanık bir küme; $E = \{x_i | i = 1, 2, \dots, n\}$ evrensel bir küme olsun, bu evrensel kümede, bulanık bir \tilde{B} alt kümesi,

(üyelik derecesi / küme elemanı) üzerinde inceleme yapılan bir özelliği ve bu özelliğin ilgili kümeye üyelik derecesini gösteren sıralı çiftler $E \rightarrow \{x, \mu_{\tilde{B}}(x_i)\}$ şeklinde tanımlanır. Bu tanım bir veri kümesi çiftini temsil edecek olur ise, x_i elemanının bulanık \tilde{B} kümesine olan üyeliği $\tilde{B} = \{(x_n, \mu_{\tilde{B}}(x_n)) | x \in E\}$ şeklinde tanımlarken üyelik fonksiyonu da $\mu_{\tilde{B}}(x_i)$, $\tilde{B} = \{x \in E: \mu_{\tilde{B}}(x_i) \in [0,1]\}$ şeklinde tanımlanır. Burada; \tilde{B} : bulanık kümeyi temsil eden değer olup $\tilde{B} = \{x_i, \mu_{\tilde{B}}(x_i) | x \in E \quad i = 1,2,3, \dots, n\}$ ya da (üyelik derecesi / küme elemanı) eşitliği ile ifade edilir. E: üzerinde inceleme yapılan özelliğe ait tüm elemanların oluşturduğu kümeye evrensel küme denir ve E harfi ile gösterilir. Evrensel kümenin elemanlarını $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n\} \in E$ şeklinde ifade edebiliriz. x_i : Evrensel kümenin her bir elemanını temsil eden değerdir.

Bu tanımlamalar sonucunda evrensel kümenin bulanık bir alt kümesi olan \tilde{B} kümesini sıralı ikililerden oluşan liste yöntemi ile,

$$\tilde{B} = \{(x_1, \mu_{\tilde{B}}(x_1)), (x_2, \mu_{\tilde{B}}(x_2)), \dots, (x_n, \mu_{\tilde{B}}(x_n)) | x_n, \mu_{\tilde{B}}(x_n) \quad x \in E\} \quad (3.2)$$

şeklinde gösterilir. Burada $\mu_{\tilde{B}}(x_i)$: Bulanık kümeleri ifade eden üyelik derecesi olup bulanık \tilde{B} kümesine ait her bir x_i elemanının \tilde{B} bulanık kümesine ne kadarlık bir derece ile üye olduğunun ölçüsünü gösterir. Üyelik derecesi $\mu_{\tilde{B}}(x_i) \in [0,1]$ şeklinde ifade edilir.

$$\mu_{\tilde{B}}(b_i) = \left\{ \begin{array}{l} \mu_{\tilde{B}}(x_i) = 1 \text{ ise, } x_i \text{ tamamen } \tilde{B} \text{ kümesinin üyesidir } \quad x_i \in \tilde{B} \\ 0 < \mu_{\tilde{B}}(x_i) < 1 \text{ ise, } x_i \text{ kısmen } \tilde{B} \text{ kümesinin üyesidir} \\ \mu_{\tilde{B}}(x_i) = 0 \text{ ise, } x_i \text{ } \tilde{B} \text{ kümesinin üyesi değildir } \quad x_i \notin \tilde{B} \end{array} \right\} \quad (3.3)$$

şeklinde tanımlanır (Zadeh, 1965; Abdalla, 2012; Atanassov, 2012).

Üzerinde inceleme yapılan veri kümesinin yapısına uygun üyelik fonksiyonlarından herhangi biri uygulanarak kümeye ait her bir eleman için bir üyelik derecesi hesaplanır. Üyelik derecesi $\mu_{\tilde{B}}(x_i)$ ' nin değeri 1'e yakın olan elemanlar kümenin yüksek dereceden elemanı iken, üyelik derecesi 0'a yakın olanlar ise bu kümenin daha düşük dereceden elemanı olmaktadır (Sakawa, 1993).

Üzerinde inceleme yapılan özellikle ilgili herhangi bir bulanık \tilde{B} kümesinin her bir elemanı, bir evrensel kümenin $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n\}$ de elemanı ise \tilde{B} ' ye E nin bir alt kümesi denir. $\tilde{B} \subseteq E$ olarak yazılabildiğini sağlayan “kesikli” yada “sürekli”

olarak ifade edilen iki farklı gösterim şekli vardır. Üyelik fonksiyonunun şekli, kümenin ifade etmek istediği uygulama alanına göre değişiklik gösterir. Üyelik fonksiyonlarının belirlenmesinde kullanılan başlıca yöntemler; a) Sezgi, b) Çıkarım, c) Derecelendirme, d) Açılı bulanık kümeler, e) Yapay sinir ağları, f) Genetik algoritmalar, g) Çıkarımcı muhakeme gibi yaklaşımlardır (Şenol, 2000).

Kümelere ait her bir elemanın üyelik derecelerini hesaplaya bilmek için ise en çok tercih edilen üyelik fonksiyonları üçgen, yamuk, çan eğrisi v.b. fonksiyonlardır. Üyelik fonksiyonu tanımından yararlanarak, bir bulanık \tilde{B} kümesinin üyelik derecesi, eğer evrensel küme sonlu ise:

$$\tilde{B} = \sum_{x \in E} \frac{\mu_{\tilde{B}}(x_i)}{x_i} = \left\{ \frac{\mu_{\tilde{B}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{B}}(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_{\tilde{B}}(x_n)}{x_n} \right\} = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{\tilde{B}}(x_i)}{x_i} \right\} \quad (3.4)$$

(3.4)' teki biçimde gösterilir. Evrensel kümenin sonsuz olması halinde ise bulanık \tilde{B} kümesi eşitlik (3.5) teki gibi:

$$\tilde{B} = \left\{ \int_{x \in E} \frac{\mu_{\tilde{B}}(x_i)}{x_i} \right\} \quad (3.5)$$

şeklinde gösterilir (Ross, 2004; Dymowa, 2011; Rillas ve Eciolaza, 2015). Eşitlik (3.4)'deki “ \sum ” sigma işareti kesikli toplama işlemi için matematiksel bir anlam ifade etmez. Evrensel kümeye ait verilerin sürekli olduğu durumda bir bulanık \tilde{B} kümesine ait olan üyelik değerlerini belirleyen bir semboldür. Eşitliklerde kullanılan integral “ \int ” işareti grafiksel anlamda bir araya getirme, birleştirme anlamına gelir. “+” işareti grafiksel anlamda bir araya getirme, birleştirme anlamına gelmekte olup küme işlemlerindeki birleşim işleminin fonksiyonel özel bir gösterimidir. “ \sim ” işareti kümenin hangi x değeri için hangi üyelik derecesini aldığını gösterir (Ross, 2004).

3.2.5. Bulanık sayılar

Üyelik fonksiyonları ile üyelik dereceleri $\mu_{\tilde{B}}(x)$, kesikli ve sürekli olarak hesaplanabilen ve \mathcal{R} gerçel (bulanık) sayılar kümesinden $[0,1]$ aralığına tanımlanmış bir X fonksiyonuna bulanık sayı denir (Zadeh, 1965). Herhangi bir sayının bulanık bir sayı olup olmadığını belirlemek için sağlaması gereken şartlar, i) normallik, ii) konveks (Dış bükey), iii) α -kesim ve iv) kapalılık özellikleridir.

Bulanık bir sayı matematiksel olarak ifade edilmek istendiğinde, bulanık bir \tilde{B} kümesinin her bir elemanı; i) herhangi bir x bulanık sayıyı; bulanık bir \tilde{B} kümesinin herhangi bir x elemanının maksimum üyelik derecesi,

$$\max\{\mu_{\tilde{B}}(x) = 1\} \quad (3.6)$$

$$\tilde{B}[\alpha] = \mu_{\tilde{B}}\{\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2\} \geq \min\{\mu_{\tilde{B}}(x_1), \mu_{\tilde{B}}(x_2)\}, \quad (3.7)$$

$$\forall x_1, x_2 \in E \text{ ve } \lambda \in [0,1]$$

koşulları sağlanıyor ise bulanık kümenin her bir elemanı bulanık sayıdır (Zadeh, 1987). Eşitlik (3.6) bulanık sayıların normallliğini ve Eşitlik (3.7) ise bulanık kümelerin α -kesiminin kapalı olmasını ve bulanık kümenin konveks olmasını ifade etmektedir.

Bir bulanık küme çok boyutlu uzayda tanımlandığında, çok boyutlu bulanık küme olarak adlandırılır. Bulanık sayı \mathcal{R} gerçel sayılar kümesinde bulanık aralık olarak tanımlanan bir bulanık küme olarak ifade edildiği için bu aralığa ait sınırların belirsiz olması nedeniyle, aralıklar aynı zamanda bir bulanık küme olarak kabul edilir. Üçgen bir bulanık sayı için bulanık aralıklar sırasıyla,

$$\tilde{B} = \{b_1, b_2, b_3\}$$

şeklinde ifade edilen ve alt sınır değeri b_1 , mod(tepe) değeri b_2 ve üst sınır değeri b_3 ile gösterilen bir sayı türüdür. Bulanık aralık için, $\mu_{\tilde{B}}(x) = 1, x \in [a, b]$ ifadesi bulanık \tilde{B} kümesinin normal bir küme olduğunu ifade ederken, bulanık \tilde{B} kümesinin h seviyeleri kapalı aralık olurken kümenin desteği $\text{Destek}(\tilde{B}) = \{x \in E | \mu_{\tilde{B}}(x_i) > 0\}$ koşulu ile sınırlandırılmaktadır.

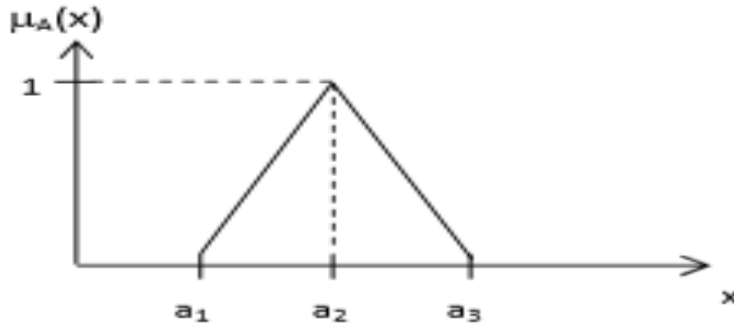
3.2.5.1. Üçgen bulanık sayılar

İşlem kolaylığı nedeniyle en fazla tercih edilen bulanık sayı türünün üçgen bulanık sayı türü olduğunu Sanchez ve Gomez (2003) yaptıkları çalışmada belirtmişlerdir.

Evrensel küme (E) üzerinde tanımlanan $b_1, b_2, b_3 \in \mathcal{R}$ ve $b_1 < b_2 < b_3$ olmak üzere üç parametrelili üçgen bulanık sayısı $\tilde{B} = \{b_1, b_2, b_3\}$ şeklinde ifade edilmektedir. Bulanık sayının alt sınır değeri b_1 , mod (tepe değeri) b_2 ve üst sınır değeri b_3 ile gösterilir. Üçgen bulanık sayıların üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir (Namdari ve ark., 2014).

$$\tilde{B}(x) = \begin{cases} 0 & , x < b_1 \\ \frac{x-b_1}{b_2-b_1} & , b_1 \leq x \leq b_2 \\ \frac{b_3-x}{b_3-b_2} & , b_2 \leq x \leq b_3 \\ 0 & , x > b_3 \end{cases} \quad (3.8)$$

Bu tür bulanık sayıların üyelik fonksiyonu ile tanımlanmış durumlarına üçgen bulanık sayı denir ve $\tilde{B}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x; b_1, b_2, b_3)$ şeklinde ifade edilir. Eğer $b_2 - b_1 = b_3 - b_2$ ise simetrik üçgensel özellik yapısına sahip bulanık sayı olarak isimlendirilir. Simetrik üçgensel özellik yapısına sahip üyelik fonksiyonunun gösterimi Şekil 3.3'deki gibi görülmektedir (Lee, 2005; Şahin, 2015).



Şekil 3.3. Simetrik Üçgensel Özellik yapısına sahip üyelik fonksiyonunun gösterimi

Güven aralıkları yöntemi kullanılarak bulanık sayılarla yapılan aritmetik işlemlerde bilgilerin kesin olması büyük öneme sahiptir. Bunun sağlanması ile hesaplanan sonuçların da kesin (net) olması anlamına gelir. Bulanık bir \tilde{B} kümesinin $\forall \alpha \in [0,1]$ bir alt kümesi olmak üzere \tilde{B} bulanık kümesi α seviyesinde güven aralığına sahiptir. α seviyesinde simetrik üçgensel bulanık bir $\tilde{B} = \{b_1, b_2, b_3\}$ sayı için $\tilde{B}[\alpha]$ güven aralığı ise;

$$\tilde{B}[\alpha] = [b_1^\alpha, b_3^\alpha] = [(b_2 - b_1)\alpha + b_1, -(b_3 - b_2)\alpha + b_3] \quad (3.9)$$

eşitliği ile ifade edilir. Bir $\tilde{B} = \{b_1, b_2, b_3\}$ üçgensel bulanık sayısı için $\tilde{B}[\alpha]$ güven aralığı Şekil 3.2'deki gibi gösterilmektedir.

3.2.5.2. L-R tipi ve Aralık tipi bulanık sayılar

Dubois ve Prade (1998) tarafından yapılmış çalışma ile temel özellikleri belirlenen L-R türü simetrik bulanık sayılar tanımlanmıştır. Üyelik değerleri aralık sayı şeklinde ifade edilen bulanık sayılara denir. Herhangi bir \tilde{p} bulanık sayısının L-R türü bulanık sayı olup olmadığını belirleyebilmek için,

$$\mu_{\tilde{p}}(x) = \begin{cases} L\left\{\frac{(n-c)}{a}\right\}, & \text{eğer } c \leq n, \quad a > 0, \\ R\left\{\frac{(c-n)}{b}\right\}, & \text{eğer } c \geq n, \quad b > 0, \end{cases} \quad (3.10)$$

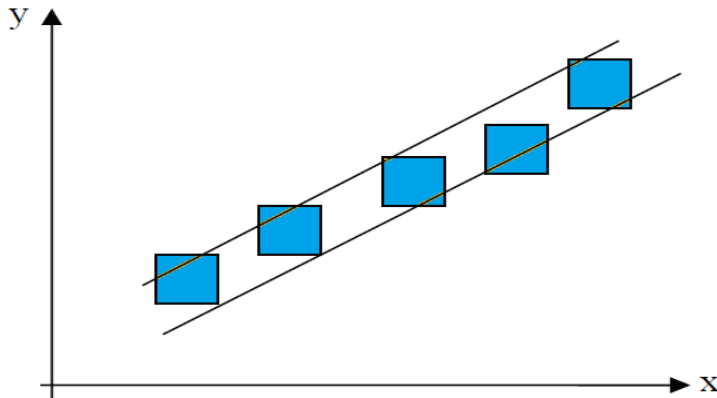
sağlanması gerekmektedir. Burada; n: bulanık sayı olan \tilde{p} nin merkez (orta) değerini, a: sol yayılım, b: sağ yayılım, L: Sol referans noktasını, R: Sağ referans noktasını göstermektedir.

Örneğin referans fonksiyonları olarak tanımlanan L(x) ve R(x) üyelik fonksiyonları $R^+ \rightarrow [0,1]$ olmak üzere şu özelliklere sahiptirler (Modares ve ark., 2005).

- 1) $L(x) = L(-x)$ ve $R(x) = R(-x)$ 2) $L(0) = 1, L(1) = 0$ ve $R(0) = 1, R(1) = 0$,
- 3) $L \rightarrow [0, \infty]$ ve $R \rightarrow [0, \infty]$ aralığında azalan fonksiyonlardır.

Sol ve sağ yayılım değerlerinin sıfır olması durumunda bulanık sayı olan \tilde{p} sayısı klasik sayı formatına dönüşmektedir. Bulanık \tilde{p} sayısının genel gösterimi $\tilde{p} = (a; n; b)_{L-R}$ şeklindedir.

Bulanık aralık türündeki sayıların grafik yardımıyla gösterimi Şekil 3.4'deki gibidir (Yongshen, 2005).



Şekil 3.4. Bir aralık türündeki veri kümesi

3.2.6. Genişleme Teorisi

Genişleme teorisi temel matematiksel terimlerin bulanık kümeler içinde kullanılabilmesini sağlayan önemli bir unsurdur (Zadeh 1965; Dubois ve Prade. 1998). Çok sayıdaki doğal gözlemleri birbirine bağlayan değişkenler arasındaki ilişkiyi basit ve anlaşılır bir biçimde bulanık doğrusal fonksiyonlar ile ifade etmek için genişleme teorisinden yararlanmıştır. Zadeh (1978) genişleme teorisini (extension principle) açıklığa kavuşturmuştur. Evrensel kümelerin $E = E_1 \times E_2 \times \dots \times E_n$ kartezyen çarpımı ve evrensel kümeler üzerinde tanımlı bulanık kümeler $\tilde{B} = \tilde{B}_1, \tilde{B}_2, \dots, \tilde{B}_n$ olsun. Bulanık kümelerin kartezyen çarpımları $\tilde{B}_1 \times \tilde{B}_2 \times \dots \times \tilde{B}_n$; herhangi bir f fonksiyonu yardımı ile evrensel kümedeki elemanları herhangi bir X uzayına götüren fonksiyondur. Yani f fonksiyonu E evrensel kümesinden X evrensel kümesine tanımlı olan $f(E_1, E_2, \dots, E_n): E \rightarrow X$ fonksiyonudur.

$\tilde{B} = \{y, \mu_{\tilde{B}}(y) \mid y = f(x_1, x_2, \dots, x_n), (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \tilde{B}\}$ ve $\forall x \in X$ için $x_i \in \tilde{B}$ şartı ile X evrensel kümesi üzerinde tanımlanan \tilde{B} kümesi f fonksiyonu ile elde edilmektedir. O halde her bir bulanık kümenin $\tilde{B}_1, \tilde{B}_2, \dots, \tilde{B}_n$ üyelik değerlerini üyelik fonksiyonu yardımı ile hesaplanır (Namdari ve ark., 2014). Bu ise:

$\mu_{\tilde{B}}(x)$: üyelik fonksiyonu olup $\mu_{\tilde{B}}(x_1) \times \mu_{\tilde{B}}(x_2) \times \dots \times \mu_{\tilde{B}}(x_n)$ olan ve,

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \begin{cases} \sup_{y = f(x_1, \dots, x_n)} \min\{\mu_{\tilde{B}}(x_1), \dots, \mu_{\tilde{B}}(x_n)\} & \text{eğer } f^{-1}(x) \neq \emptyset \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

ile verilir. Burada; $f^{-1}(x)$: X 'in tersine görüntüsünü ifade eder.

Örneğin, genişleme teorisinin sayısal bir örnek üzerindeki uygulanabilirliğini göstermek için $X < 11$ den küçük sayma sayılardan oluşan bulanık küme \tilde{B} ,

$$\tilde{B} = \{1,1\}, \{2,1\}, \{3,0.9\}, \{4,0.6\}, \{5,0.4\}, \{6,0.3\}, \{7,0.2\}, \{8,0.1\}, \{9,0\}, \{10,0\}$$

olarak verilsin. \tilde{B} 'nin $y = f(X) = X + 2$ fonksiyonu altında oluşan yeni \tilde{C} bulanık kümesini genişleme teorisinin temel kurallarından faydalanarak:

$$\tilde{C} = f(\tilde{B}) = \sum_{x \in \tilde{B}} \frac{\mu_{\tilde{B}}(x_i)}{x_i} = \left\{ \frac{\mu_{\tilde{B}}(x_1)}{(x_1 + 2)} + \frac{\mu_{\tilde{B}}(x_2)}{(x_2 + 2)} + \dots + \frac{\mu_{\tilde{B}}(x_{10})}{(x_{10} + 2)} \right\} = \left\{ \sum_{i=1}^{10} \frac{\mu_{\tilde{B}}(x_i)}{x_i} \right\}$$

$$\tilde{C} = \{1/3\}, \{1/4\}, \{0.9/5\}, \{0.6/6\}, \{0.4/7\}, \{0.3/8\}, \{0.2/9\}, \{0.1/10\}, \{0/11\}, \{0/12\}$$

oluşur.

3.2.7. Üçgensel Bulanık Sayılarda Cebirsel İşlemler

3.2.7.1. Toplama işlemi

\tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki bulanık kümenin cebirsel toplamı;

$$\tilde{A} + \tilde{B} \Leftrightarrow \{a_1, a_2, a_3\} + \{b_1, b_2, b_3\} = \{a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3\} \quad (3.11)$$

eşitliği şeklinde yine bir üçgensel bulanık sayı tanımlanır. Bu kümelerin üyelik fonksiyonlarını kullanarak yapılacak aritmetik işlem ise $\tilde{A} + \tilde{B}$ 'nin üyelik fonksiyonu (Buckley, 2004),

$$\mu_{\tilde{A}+\tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - \mu_{\tilde{A}}(x) * \mu_{\tilde{B}}(x), x \in E \quad (3.12)$$

eşitliği ile tanımlanır.

$\tilde{A}, \tilde{B} \subset R$ olmak üzere ve $\alpha \in [0,1]$ seviyesindeki güven aralığını kullanarak

$$\tilde{A}[\alpha] = \{x | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$$

$$\tilde{B}[\alpha] = \{x | \mu_{\tilde{B}}(x) \geq \alpha\}$$

ile tanımlanan $\tilde{A}[\alpha]$ ve $\tilde{B}[\alpha]$ bulanık sayılarının toplamı;

$$\tilde{A}[\alpha] + \tilde{B}[\alpha] = [a_1^\alpha + b_1^\alpha, a_2^\alpha + b_2^\alpha] \quad (3.13)$$

şeklindedir.

Örnek 1. $\tilde{A} = \{3,4,6\}$ ve $\tilde{B} = \{2,5,9\}$ şeklinde tanımlanan iki bulanık veri kümesi için;

$$\begin{aligned} \tilde{A} + \tilde{B} &= \{3,4,6\} + \{2,5,9\} \\ &= \{3 + 2, 4 + 5, 6 + 9\} \\ &= \{5,9,15\} \end{aligned}$$

şeklinde hesaplanır. Güven aralıkları yaklaşımı ile bu iki bulanık sayının toplamı ise,

$$\begin{aligned} \tilde{A}[\alpha] &= \{(4 - 3)\alpha + 3, -(6 - 4)\alpha + 6\} \\ &= \{\alpha + 3, -2\alpha + 6\} \\ \tilde{B}[\alpha] &= \{(5 - 2)\alpha + 2, -(9 - 5)\alpha + 9\} \\ &= \{3\alpha + 2, -4\alpha + 9\} \end{aligned}$$

bulunur. Hesaplanan bu iki üçgensel bulanık sayının toplamı ise;

$$\tilde{A}[\alpha] + \tilde{B}[\alpha] = [4\alpha + 5, -6\alpha + 15]$$

şeklindedir.

$\alpha = 0$ ve $\alpha = 1$ için güven aralıkları hesaplanmak istendiğinde;

$\alpha = 0$ için

$$\tilde{A}[0] + \tilde{B}[0] = [4 * 0 + 5, -6 * 0 + 15] = [5,15]$$

$\alpha = 1$ için

$$\tilde{A}[1] + \tilde{B}[1] = [4 * 1 + 5, -6 * 1 + 15] = [9,9]$$

olarak hesaplanmıştır.

3.2.7.2. Çıkarma işlemi

Evrensel küme (E) üzerinde tanımlanan \tilde{A} ve \tilde{B} gibi bulanık kümelerin cebirsel farkı,

$$\tilde{A} - \tilde{B} = \{a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1\} \quad (3.14)$$

şeklinde ifade edilen bir üçgensel bulanık sayı olmaktadır.

$\tilde{A} - \tilde{B}$ ' nin üyelik fonksiyon değerini, fonksiyon teorisi formunda (Buckley, 2004);

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A}-\tilde{B}}(x) &= \min[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}'}(x)], \quad x \in E \text{ şeklinde ifade edilir. Burada;} \\ \mu_{\tilde{B}'}(x) &= 1 - \mu_{\tilde{B}}(x) \text{ dir.} \end{aligned} \quad (3.15)$$

eşitliği ile hesaplanır.

$\tilde{A}, \tilde{B} \subset R$ olmak üzere ve $\alpha \in [0,1]$ seviyesindeki güven aralığını kullanarak

$$\tilde{A}[\alpha] = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$$

$$\tilde{B}[\alpha] = \{x \mid \mu_{\tilde{B}}(x) \geq \alpha\}$$

şeklinde tanımlanan $\tilde{A}[\alpha]$ ve $\tilde{B}[\alpha]$ bulanık sayılarının farkı;

$$\tilde{A}[\alpha] - \tilde{B}[\alpha] = [a_1^\alpha - b_1^\alpha, a_2^\alpha - b_2^\alpha] \quad (3.16)$$

şeklinde dir.

Örnek 2. $\tilde{A} = \{3,4,6\}$ ve $\tilde{B} = \{2,5,9\}$ şeklinde tanımlanan iki bulanık veri kümesi için;

$$\begin{aligned} \tilde{A} - \tilde{B} &= \{3,4,6\} - \{2,5,9\} \\ &= \{3 - 9, \quad 4 - 5, \quad 6 - 2\} \\ &= \{-6, -1, 4\} \end{aligned}$$

şeklinde hesaplanır. Güven aralıkları yaklaşımı ile bu iki bulanık sayının farkı ise,

$$\begin{aligned} \tilde{A}[\alpha] &= \{(4 - 3)\alpha + 3, -(6 - 4)\alpha + 6\} \\ &= \{\alpha + 3, -2\alpha + 6\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{B}[\alpha] &= \{(5 - 2)\alpha + 2, -(9 - 5)\alpha + 9\} \\ &= \{3\alpha + 2, -4\alpha + 9\} \end{aligned}$$

şeklinde hesaplanmıştır.

Hesaplanan bu iki üçgen bulanık sayının farkı ise;

$$\begin{aligned}\tilde{A}[\alpha] - \tilde{B}[\alpha] &= [\alpha + 3 - 3\alpha - 2, -2\alpha + 6 + 4\alpha - 9] \\ &= [-2\alpha + 1, 2\alpha - 3]\end{aligned}$$

şeklindedir.

$\alpha = 0$ ve $\alpha = 1$ için güven aralıklarını hesaplamak istersek;

$\alpha = 0$ için

$$\begin{aligned}\tilde{A}[0] - \tilde{B}[0] &= [-2 * 0 + 1, 2 * 0 - 3] \\ &= [1, -3]\end{aligned}$$

$\alpha = 1$ için

$$\begin{aligned}\tilde{A}[1] + \tilde{B}[1] &= [-2 * 1 + 1, 2 * 1 - 3] \\ &= [-1, -1]\end{aligned}$$

olarak hesaplanmıştır.

3.2.7.3. Çarpma işlemi

Bulanık kümelerde çarpma işlemi sadece pozitif reel sayılar için tanımlanır. Evrensel küme (E) üzerinde tanımlanan \tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki bulanık kümenin cebirsel çarpımı,

$$\tilde{A} \times \tilde{B} = \{a_1 \times b_1, a_2 \times b_2, a_3 \times b_3\} \quad (3.17)$$

ifade edilen bir üçgensel bulanık sayı olmaktadır.

Bu kümelerin üyelik fonksiyonları kullanılarak yapılan çarpma işlemi, fonksiyon teorisi formunda (Buckley, 2004);

$$\mu_{\tilde{A} \cdot \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) * \mu_{\tilde{B}}(x), x \in E \quad (3.18)$$

ile tanımlanır.

Eğer aralık sayı türünde ise cebirsel çarpım,

$$\begin{aligned}\tilde{A} &= \{a_1, a_2\} \quad \tilde{B} = \{b_1, b_2\} \\ \tilde{A} \times \tilde{B} &= \begin{aligned} &\min\{a_1 \times b_1; a_1 \times b_2; a_2 \times b_1; a_2 \times b_2\} \\ &\max\{a_1 \times b_1; a_1 \times b_2; a_2 \times b_1; a_2 \times b_2\} \end{aligned}\end{aligned}$$

ifade edilen bir aralık sayı olmaktadır.

Örnek 3. Düşük süt verim değerlerine sahip hayvanların bulanık kümesi \tilde{A} olsun, Orta düzeyde süt verim değerlerine sahip hayvanların bulanık kümesi de \tilde{B} olsun. Bu iki kümenin üyelik fonksiyonları kullanılarak çarpma işlemi;

$$\tilde{A} = \{P(x_1, 0.4), (x_2, 0.9), (x_3, 0)\} \text{ ve } \tilde{B} = \{P(x_1, 0.6), (x_2, 0.3), (x_3, 3)\}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A} * \tilde{B} &= \mu_{\tilde{A}\tilde{B}}(x_1) \\ &= \mu_{\tilde{A}}(x_1) * \mu_{\tilde{B}}(x_1) \\ &= 0.4 * 0.6 \\ &= 0.24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{A} * \tilde{B} &= \mu_{\tilde{A}\tilde{B}}(x_2) \\ &= \mu_{\tilde{A}}(x_2) * \mu_{\tilde{B}}(x_2) \\ &= 0.9 * 0.3 \\ &= 0.27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A}\tilde{B}}(x_3) &= \mu_{\tilde{A}}(x_3) * \mu_{\tilde{B}}(x_3) \\ &= 0 * 3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\tilde{A} * \tilde{B} = \{(x_1, 0.24, x_2, 0.27, x_3, 0)\} \text{ şeklinde hesaplanır.}$$

\tilde{A} ve \tilde{B} pozitif reel sayılar kümesinde tanımlı iki bulanık sayı ve bu sayıların α güven aralıkları olmak üzere

$$\tilde{A}[\alpha] = [a_1^\alpha, a_2^\alpha]$$

$$\tilde{B}[\alpha] = [b_1^\alpha, b_2^\alpha]$$

ise iki bulanık sayı için güven aralığındaki çarpımı

$$\tilde{A}[\alpha] \times \tilde{B}[\alpha] = [a_1^\alpha b_1^\alpha, a_2^\alpha b_2^\alpha] \quad (3.19)$$

ile verilir.

Örnek 4. $\tilde{A} = \{3,4,6\}$ ve $\tilde{B} = \{2,5,9\}$ ile tanımlanan iki bulanık veri kümesi üzerinde;

$$\tilde{A} \times \tilde{B} = \{3,4,6\} * \{2,5,9\}$$

şeklinde hesaplanır. Güven aralıkları yaklaşımı ile bu iki bulanık sayının çarpımı,

$$\begin{aligned} \tilde{A}[\alpha] &= \{(4 - 3)\alpha + 3, -(6 - 4)\alpha + 6\} \\ &= \{\alpha + 3, -2\alpha + 6\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{B}[\alpha] &= \{(5 - 2)\alpha + 2, -(9 - 5)\alpha + 9\} \\ &= \{3\alpha + 2, -4\alpha + 9\} \end{aligned}$$

olur. Hesaplanan bu iki üçgen bulanık sayının çarpımı ise;

$$\tilde{A}[\alpha] \times \tilde{B}[\alpha] = [(\alpha + 3) \times (3\alpha + 2), (-2\alpha + 6) \times (-4\alpha + 9)]$$

$$= [3\alpha^2 + 11\alpha + 6, 8\alpha^2 - 42\alpha + 54]$$

şeklindedir.

$\alpha = 0$ ve $\alpha = 1$ için güven aralıklarını hesaplamak istersek;

$\alpha = 0$ için

$$\begin{aligned}\tilde{A}[0] \times \tilde{B}[0] &= [3 \times 0^2 + 11 \times 0 + 6, \quad 8 \times 0^2 - 42 \times 0 + 54] \\ &= [6, 54] \text{ ve}\end{aligned}$$

$\alpha = 1$ için

$$\begin{aligned}\tilde{A}[1] \times \tilde{B}[1] &= [3 \times 1^2 + 11 \times 1 + 6, \quad 8 \times 1^2 - 42 \times 1 + 54] \\ &= [20, 20] \text{ hesaplanır.}\end{aligned}$$

3.2.7.4. Bölme işlemi

Bulanık veri kümeleri için bölme işlemi pozitif gerçel sayılar kümesinde tanımlıdır. Evrensel küme (E) üzerinde tanımlanan \tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki bulanık kümenin cebirsel bölme işlemi, $\tilde{A} = \{a_1, a_2\}$ $\tilde{B} = \{b_1, b_2\}$

$$\tilde{A} : \tilde{B} = \left\{ \frac{a_1}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_1} \right\} \quad (3.20)$$

şeklinde bir üçgensel bulanık sayıdır. Eğer aralık sayı türünde ise,

$$\tilde{A} : \tilde{B} = \left\{ \frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2} \right\} = \begin{aligned} &\min \left\{ \frac{a_1}{b_1}; \frac{a_1}{b_2}, \frac{a_2}{b_1}, \frac{a_2}{b_2} \right\} \\ &\max \left\{ \frac{a_1}{b_1}; \frac{a_1}{b_2}, \frac{a_2}{b_1}, \frac{a_2}{b_2} \right\} \end{aligned}$$

şeklinde bir aralık türünde bulanık sayıdır.

$b_1^\alpha > 0$ ve $b_2^\alpha > 0$ ise her $\alpha \in [0,1]$ için bölme işlemi güven aralığı cinsinden,

$$\frac{\tilde{A}[\alpha]}{\tilde{B}[\alpha]} = \left[\frac{a_1^\alpha}{b_2^\alpha}, \frac{a_2^\alpha}{b_1^\alpha} \right] \quad (3.21)$$

eşitliği ile tanımlanır (Buckley, 2004),.

Örnek 5. $\tilde{A} = \{3,4,6\}$ ve $\tilde{B} = \{2,5,9\}$ şeklinde tanımlanan iki bulanık veri kümesi için

$$\tilde{A} / \tilde{B} = \{3,4,6\} / \{2,5,9\}$$

şeklinde hesaplanır. Aralık türü bulanık sayı için ise $\tilde{A} = \{3,4,6\}$ ve $\tilde{B} = \{2,5,9\}$ şeklinde tanımlanan iki bulanık veri kümesi için,

$$\frac{\tilde{A}}{\tilde{B}} = \frac{\{3,4,6\}}{\{2,5,9\}} = \begin{matrix} \min \left\{ \frac{3}{2}; \frac{3}{5}; \frac{3}{9}; \frac{4}{2}; \frac{4}{5}; \frac{4}{9}; \frac{6}{2}; \frac{6}{5}; \frac{6}{9} \right\} \\ \max \left\{ \frac{3}{2}; \frac{3}{5}; \frac{3}{9}; \frac{4}{2}; \frac{4}{5}; \frac{4}{9}; \frac{6}{2}; \frac{6}{5}; \frac{6}{9} \right\} \end{matrix}$$

şeklinde hesaplanır.

Güven aralıkları yaklaşımı ile bu iki bulanık sayının toplamı,

$$\begin{aligned} \tilde{A}[\alpha] &= \{(4-3)\alpha + 3, -(6-4)\alpha + 6\} \\ &= \{\alpha + 3, -2\alpha + 6\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{B}[\alpha] &= \{(5-2)\alpha + 2, -(9-5)\alpha + 9\} \\ &= \{3\alpha + 2, -4\alpha + 9\} \end{aligned}$$

bulunur. Hesaplanan bu iki üçgen bulanık sayının bölümü ise;

$$\frac{\tilde{A}[\alpha]}{\tilde{B}[\alpha]} = \left[\frac{\alpha+3}{-4\alpha+9}, \frac{-2\alpha+6}{3\alpha+2} \right]$$

Şeklindedir (Buckley, 2004),.

$\alpha = 0$ ve $\alpha = 1$ için güven aralıklarını hesaplamak istersek;

$\alpha = 0$ için

$$\frac{\tilde{A}[0]}{\tilde{B}[0]} = \left[\frac{0+3}{-4*0+9}, \frac{-2*0+6}{3*0+2} \right] = \left[\frac{3}{9}, \frac{6}{2} \right] = \left[\frac{3}{9}, 3 \right]$$

$\alpha = 1$ için

$$\frac{\tilde{A}[1]}{\tilde{B}[1]} = \left[\frac{1+3}{-4*1+9}, \frac{-2*1+6}{3*1+2} \right] = \left[\frac{4}{5}, \frac{4}{5} \right]$$

hesaplanır.

3.2.7.5. Bulanık kümelerin birleşimi

Evrensel küme (E) üzerinde tanımlanan \tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki bulanık kümenin birleşim kümesi üyelik fonksiyonları ile tanımlanan \tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki bulanık kümenin birleşiminden yeni bir bulanık (\tilde{C}) kümesi elde edilir. Bu ise $\tilde{C} = \tilde{A} \cup \tilde{B} = \{x | x \in \tilde{A} \text{ veya } x \in \tilde{B}\}$ eşitliği ile gösterilir. Üyelik derecelerine göre, birleşim işlemi kümelere ait elemanların üyelik dereceleri maksimum işlemci (operatörü) ile veya "V" işlemci ile göstererek fonksiyon teorisi formunda (Enric, 2015);

$$\begin{aligned} \tilde{C} &= \tilde{A} \cup \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_{\tilde{C}}(x) \\ &= \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \max[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)] = \mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x), x \in E \end{aligned} \quad (3.22)$$

eşitliği ile üyelik fonksiyonları maksimum olarak tanımlanır (Buckley, 2004; Tansu, 2011; Ross, 2004; Sivanandam ve ark., 2007; Atanassov, 2012).

Örnek 6. Evrensel küme ($E = \{3,4,5,6, \}$) üzerinde tanımlanan \tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki bulanık kümenin birleşim kümesini elde etmek amacıyla Eşitlik 3.22 tanımı kullanılarak;

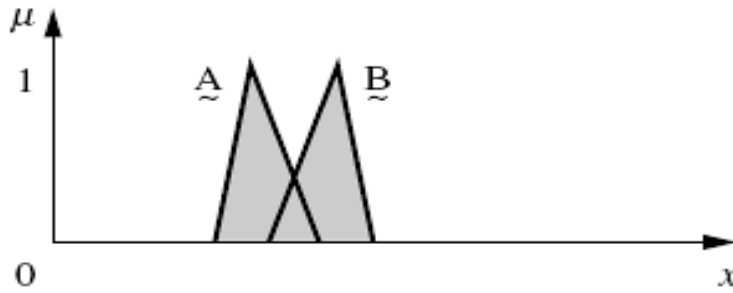
$$\tilde{A} = \left\{ \frac{1}{3} + \frac{0.6}{4} + \frac{0.4}{5} + \frac{0.3}{6} \right\}$$

$$\tilde{B} = \left\{ \frac{0.6}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{0.3}{5} + \frac{0.5}{6} \right\}$$

olsun. Birleşimleri ise

$$\tilde{C} = \tilde{A} \cup \tilde{B} = \left\{ \frac{1}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{0.4}{5} + \frac{0.5}{6} \right\}$$

şeklinde hesaplanır. Hesaplanan değerlere ait birleşim işleminin grafiksel olarak gösterimi Şekil 3.5'deki gibidir (Sivanandam ve ark., 2007).



Şekil 3.5. \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin birleşim kümesi

Örnek 7. Düşük süt verim değerlerine sahip hayvanların bulanık kümesi \tilde{A} , orta düzeyde süt verim değerlerine sahip hayvanların bulanık kümesi de \tilde{B} olsun. $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x)$ gibi üyelik fonksiyonları ile tanımlanan iki bulanık kümenin birleşiminden yeni bir bulanık küme $\tilde{C} = \tilde{A} \cup \tilde{B}$ elde etmek için;

$$\tilde{A} = \{P(x_1, 0.4), (x_2, 0.9), (x_3, 0)\} \text{ ve } \tilde{B} = \{P(x_1, 0.6), (x_2, 0.3), (x_3, 3)\}.$$

Eşitlik 3.34' deki tanım kullanılarak;

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x_1) = \max[\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{B}}(x_1)] = \max(0.4, 0.6) = 0.6$$

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x_2) = \max[\mu_{\tilde{A}}(x_2), \mu_{\tilde{B}}(x_2)] = \max(0.9, 0.3) = 0.9$$

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x_3) = \max[\mu_{\tilde{A}}(x_3), \mu_{\tilde{B}}(x_3)] = \max(0, 3) = 3$$

$$\tilde{C} = \tilde{A} \cup \tilde{B} = \{(x_1, 0.6), (x_2, 0.9), (x_3, 3)\}$$

elde edilir. Hesaplanan bu bulanık değeri, Şekil 3.5'deki birleşim değerleri ile uyum içerisindedir.

3.2.7.6. Bulanık kümelerin kesişimi

1978'li yıllara kadar bulanık kümelerin kesişim işlemlerinde, bulanık kümelere ait üyelik fonksiyonların hesaplanmasında minimum " \wedge " operatörleri kullanıldı ve (mantıksal) "veya" bağlacına karşılık geldiği farz edildi. Yaptıkları çalışmalarda karar vericilerin bulanık küme teorisinde, kullandıkları bulanık kümelerin kesişimi genellikle mantığa bağlı olarak "ve" dir.

Evensel küme (E) üzerinde tanımlanan \tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki bulanık kümenin ortak elemanlarının üyelik dereceleri dikkate alınarak, \tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki bulanık kümenin kesişiminden yeni bir bulanık \tilde{D} kümesi elde edilebilir. Bu ise $\tilde{D} = \tilde{A} \cap \tilde{B} = \{x | x \in \tilde{A} \text{ ve } x \in \tilde{B}\}$ şeklinde ifade edilir (Sivanandam ve ark., 2007). Üyelik derecelerine göre kesişim işlemi fonksiyon teorisi formunda, kümelere ait elemanların üyelik fonksiyon değeri minimum işlemci (operatörü) ile veya " \wedge " işlemci kullanılarak;

$$\begin{aligned} \tilde{D} &= \tilde{A} \cap \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_{\tilde{D}}(x) \\ &= \mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \min[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)] = \mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(x), x \in E \end{aligned} \quad (3.23)$$

şeklinde tanımlanır (Buckley, 2004; Ross, 2004; Tansu, 2011; Dymowa, 2011; Atanassov, 2012).

İki bulanık kümenin kesişimi, birim aralıkta tanımlı ikili işlem ile daha geniş olarak $i: [0.0, 1.0] \times [0.0, 1.0] \rightarrow [0.0, 1.0]$ şeklinde verilir (Enric, 2015).

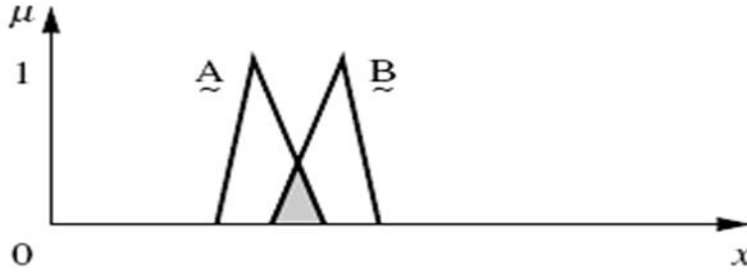
\tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelere ait kesişim kümesi eşitlik 3.23.deki tanıma göre

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \left\{ \frac{1}{3} + \frac{0.6}{4} + \frac{0.4}{5} + \frac{0.3}{6} \right\} \\ \tilde{B} &= \left\{ \frac{0.6}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{0.3}{5} + \frac{0.5}{6} \right\} \end{aligned}$$

olsun. Kesişimleri ise

$$\tilde{D} = \tilde{A} \cap \tilde{B} = \left\{ \frac{0.6}{3} + \frac{0.6}{4} + \frac{0.3}{5} + \frac{0.3}{6} \right\}$$

olarak hesaplanır. Bu değerlere göre bulanık iki kümenin kesişim işlemi Şekil 3.6'daki gibi kesişim değerleri ile uyum içerisindedir.



Şekil 3.6. \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin kesişim kümesi.

Örnek 8. Düşük süt verim değerlerine sahip hayvanların bulanık kümesi \tilde{A} olsun, Orta düzeyde süt verim değerlerine sahip hayvanların bulanık kümesi de \tilde{B} olsun. Kesin formda, yani $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ bulmak için;

$$\tilde{A} = \{P(x_1, 0.4), (x_2, 0.9), (x_3, 0)\} \text{ ve } \tilde{B} = \{P(x_1, 0.6), (x_2, 0.3), (x_3, 3)\}$$

Kullanım formülü $\tilde{A} \cap \tilde{B}$;

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x_1) = \min[\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{B}}(x_1)] = \min(0.4, 0.6) = 0.4$$

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x_2) = \min[\mu_{\tilde{A}}(x_2), \mu_{\tilde{B}}(x_2)] = \min(0.9, 0.3) = 0.3$$

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x_3) = \min[\mu_{\tilde{A}}(x_3), \mu_{\tilde{B}}(x_3)] = \min(0, 3) = 0$$

Yani: $\tilde{D} = \tilde{A} \cap \tilde{B} = \{(x_1, 0.4), (x_2, 0.3), (x_3, 0)\}$ elde edilir. Hesaplanan bu bulanık değer Şekil 3.6'daki gibi verilmiş kesişim değerleri ile uyum içerisindedir.

3.2.7.7. Bulanık kümenin tümleyeni

Bir bulanık kümenin tersi, evrensel küme (E) üzerinde tanımlanan \tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki bulanık küme olsun. \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin tersi \tilde{A}' ve \tilde{B}' ile gösterilir ve her $x \in E$ için tümleyen değerlerini fonksiyon teorisi formunda;

$$\tilde{A}' = \{x | x \notin \tilde{A}, x \in E\}$$

şeklinde ifade edilerek, $\forall x \in E$ için;

$$\tilde{A}' \Leftrightarrow \mu_{\tilde{A}'}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) \quad (3.24)$$

\tilde{B} bulanık kümesi için tümleyen değeri $\tilde{B}' = \{x | x \notin \tilde{B}, x \in E\}$ olmak üzere, $\forall x \in E$ için;

$$\tilde{B}' \Leftrightarrow \mu_{\tilde{B}'}(x) = 1 - \mu_{\tilde{B}}(x) \quad (3.25)$$

ile gösterilir (Zadeh, 1965; Pourahmad, 2013; Ross, 2004; Dymowa, 2011).

Örnek 9. \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin (Örnek 6' da verilen) tümleyen değer kümesi Eşitlik 3.24 'de ve Eşitlik 3.25' de verilen tanımlar uygulanarak,

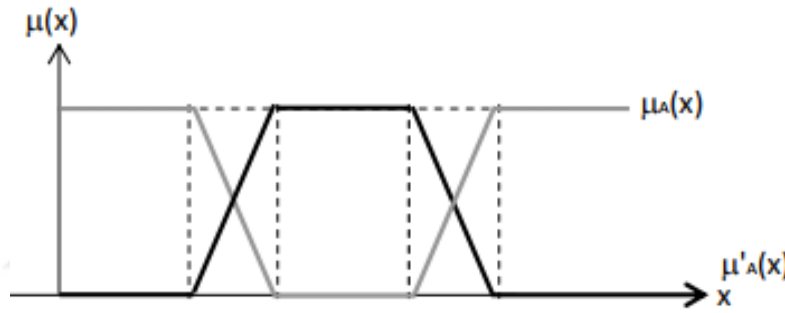
$$\mu_{\tilde{A}}(x)' = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{0}{3} + \frac{0.4}{4} + \frac{0.6}{5} + \frac{0.2}{6} \right\}$$

$$\mu_{\tilde{B}}(x)' = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{0.4}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{0.7}{5} + \frac{0.5}{6} \right\}$$

$$(\tilde{A}|\tilde{B}) = \tilde{A} \cap \mu_{\tilde{B}}(x)' = \left\{ \frac{1}{3} + \frac{0.4}{4} + \frac{0.2}{5} + \frac{0.3}{6} \right\}$$

$$(\tilde{B}|\tilde{A}) = \tilde{B} \cap \mu_{\tilde{A}}(x)' = \left\{ \frac{0}{3} + \frac{0.4}{4} + \frac{0.3}{5} + \frac{0.2}{6} \right\}$$

şeklinde hesaplanır (Dymowa, 2011). Hesaplanan değerlere ait kesişim işleminin grafiksel olarak gösterimi Şekil 3.7'deki gibidir.



Şekil 3.7. \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerde tümleyen

Örnek 10. Düşük süt verim değerlerine sahip hayvanların tamamı bulanık bir \tilde{A} kümesi oluştursun. Düşük süt verim değerlerine sahip olmayan hayvanların tümleyen kümesi "düşük süt verimli değil" \tilde{A}' olarak tanımlanır. Ayrık form biçiminde, x_1, x_2, x_3 için

$$\tilde{A} = \{P(x_1, 0.4), (x_2, 0.9), (x_3, 0)\}$$

tanımlanarak, bu fonksiyonu tümleyen;

$$\tilde{A}' = \mu_{\tilde{A}}(x_1)' = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x_1) = 1 - 0.4 = 0.6$$

$$\tilde{A}' = \mu_{\tilde{A}}(x_2)' = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x_2) = 1 - 0.9 = 0.1$$

$$\tilde{A}' = \mu_{\tilde{A}}(x_3)' = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x_3) = 1 - 0 = 1$$

$$\tilde{A}' = \mu_{\tilde{A}}(x_i)' = \{(x_1, 0.6, x_2, 0.1, x_3, 1)\}$$

elde edilir. Bu işlemler, klasik kümede kullanılan Venn Şemasına benzerdir. Hesaplanan bu bulanık değer Şekil 3.7'deki gibi verilmiş olan tümleyen değerleri ile benzerdir.

3.2.7.8. Bulanık kümelerde alt küme bulma

Evrensel küme (E) üzerinde üyelik fonksiyonları ile tanımlanan \tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki bulanık kümede yer alan elemanların her birinin \tilde{A} bulanık kümesindeki üyelik dereceleri \tilde{B} kümesindeki üyelik derecelerine eşit ya da küçük ise \tilde{A} , \tilde{B} 'nin bir alt kümesidir denir. Alt küme işleminin üyelik fonksiyon değerini, fonksiyon teorisi formunda;

$$\tilde{A} \subseteq \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}}(x), \forall x \in E \quad (3.26)$$

ile tanımlanır (Ross, 2004; Dymowa, 2011).

3.2.7.9. Bulanık kümelerin eşitliği

Evrensel küme (E) üzerinde tanımlanan \tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki bulanık küme $\tilde{A}, \tilde{B} \subseteq E$ ile gösterilsin ve bu durumda bulanık iki kümenin eşitliği $\tilde{A} = \tilde{B}$ şeklinde gösterilerek her x için karşılıklı bütün üyelik fonksiyonlarının eşitliği anlamına gelir. Bu üyelik fonksiyonlarının eşitliği;

$$\tilde{A} = \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x) \text{ yada } \{\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x)\}, \forall x \in E \quad (3.27)$$

ile tanımlanır. Kümelerin karşılıklı elemanlarından biri eşitliği sağlamıyor ise bu iki küme bir birine eşit değildir (Abdalla, 2012).

Örnek 5' de verilen \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerinin eşitliği kümesi Eşitlik 3.27'deki verilen tanıma uymadığı için ($\tilde{A} \neq \tilde{B}$) eşit değilken, verilen tanıma uyması durumunda ($\tilde{A} = \tilde{C}$) kümeleri eşit olmaktadır.

$$\tilde{A} = \tilde{C}$$

$$\tilde{A} = \tilde{B} \Leftrightarrow (a_1, a_2, a_3) = (b_1, b_2, b_3) \Leftrightarrow a_1 = b_1, \quad a_2 = b_2, \quad a_3 = b_3$$

şeklindedir.

$$\tilde{A} = \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x) \Leftrightarrow (a_1, a_2, a_3) = (b_1, b_2, b_3) \Leftrightarrow a_1 = b_1, \\ a_2 = b_2, \quad a_3 = b_3$$

olmak üzere

$$\tilde{A} = \{(x_1, 0.4), (x_2, 0.7)\}$$

$$\tilde{B} = \{(x_1, 0.5), (x_2, 0.7)\}$$

$$\tilde{C} = \{(x_1, 0.4), (x_2, 0.7)\}$$

$$\mu_{\tilde{A}}(x_1) \neq \mu_{\tilde{B}}(x_1) \rightarrow \mu_{\tilde{A}}(0.4) \neq \mu_{\tilde{B}}(0.5)$$

$$\mu_{\tilde{A}}(x_2) = \mu_{\tilde{B}}(x_2) \rightarrow \mu_{\tilde{A}}(0.7) = \mu_{\tilde{B}}(0.7)$$

$$\text{Yani, } \tilde{A} \neq \tilde{B}$$

$$\mu_{\tilde{A}}(x_1) = \mu_{\tilde{C}}(x_1) \rightarrow \mu_{\tilde{A}}(0.4) = \mu_{\tilde{C}}(0.4)$$

$$\mu_{\tilde{A}}(x_2) = \mu_{\tilde{C}}(x_2) \rightarrow \mu_{\tilde{A}}(0.7) = \mu_{\tilde{C}}(0.7)$$

olur.

3.2.8. Bulanık Denetim Sistemlerin Yapısı

3.2.8.1. Bulanıklaştırma

Bulanıklaştırma, bulanık kümeyi net bir değer ile belirleme işlemidir. Yani bağımsız (giriş) değişkenlere ait herhangi bir ölçüm sonucunda elde edilen değerlerin üyelik fonksiyonu yardımıyla bulanık değerlere dönüştürülmesi işlemine bulanıklaştırma denir. Matematikte, benzer özellikler gösteren elemanların bir arada gruplandırılmasına "küme" adı verilir. Pratikte, klasik küme şeklinde beliren değişim aralıklarının bulanıklaştırılması, bulanık küme işlemleri için gereklidir. Bunun için, bir aralıkta bulunabilecek öğelerin hepsinin, 1'e eşit üyelik derecesine sahip olması yerine, 0 ile 1 arasında değişik değerlere sahip olduğu kabul edilir. Bu durumda, bazı öğelerin belirsizlik içerdikleri kabul edilir. Bu belirsizliklerin, sayısal olmayan durumlardan kaynaklanması halinde bulanıklıktan söz edilir (Şen, 2001). Bulanıklaştırma sürecinde ele alınan üyelik fonksiyonları, problemin yapısına ve amacına uygun olmalıdır.

Bulanık sayıların çok çeşitli formatları olmasına karşın, hangi tür bulanık sayının kullanımının daha faydalı olabileceği gibi sorular zihinleri karıştırmaktadır. Bulanık sayıların uygulamaları arasında bulanık regresyon çözümlene yaklaşımları, bulanık programlama ve bulanık karar verme konuları ön plana çıkmaktadır. Uygulanabilir problemlerde popüler olan bulanık kümeler ve matematiksel hesaplamalar spesifik belirli teorik temelleri takip etmesi gerektiğinden dolayı, üçgen bulanık sayılar olarak bilinirler. Üçgen bulanık sayıların çoğu, yönetim karar alma, işletme, finans ve sosyal bilimlerde kullanılması nedeniyle bu çalışmada da üçgen bulanık sayının ve aralık bulanık sayının özelliklerinden bahsedilmiştir.

3.2.8.2. Durulaştırma (Defuzzification)

Bu yöntemde bulanık değerler kesin değere dönüştürülmektedir. Bu adımda bulanık sayılar ile yapılan aritmetik işlemler sonucunda hesaplanan yeni bulanık sonuçlar (bağımlı değişken), sayısal (kesin) değerlere dönüştürülür. Yani durulaştırma işlemi, bulanıklaştırılan giriş değerlerinin tüm kurallara tabi tutulduktan sonra, her bir giriş için bulanık bir çıkarım değeri oluşturulur. Bu bulanık değerlerin tekrar giriş değerleri gibi kesin değerlere dönüştürülmeleri olayına ***durulaştırma*** denir. Literatürde

çok sayıda durulaştırma yöntemi vardır. En çok kullanılan durulaştırma yöntemleri aşağıdaki gibidir.

- i) Maksimum üyelik teorisi (Max-membership),
- ii) Ağırlık Merkezi (COG - center of gravity/area),
- iii) Ağırlıklı Ortalama (Weighted average-W)
- iv) Ortalama Maksimum Üyelik Yöntemi (Mean max membership)

Bunlardan ağırlık merkezi ve ağırlıklı ortalama yöntemlerinden bahsedilecektir.

3.2.8.3. Ağırlık merkezi (Centroid) yöntemi

Literatürde en çok tercih edilen durulaştırma yöntemlerinden biri olan bu yöntemde göre, evrensel küme $M = \{m_1, m_2, m_3, \dots, m_n\}$ ile gösterilir ise bu kümenin her bir elemanının üyelik derecesi $\mu_M = \{\mu_{\tilde{B}}(m_1), \mu_{\tilde{B}}(m_2), \dots, \mu_{\tilde{B}}(m_n)\}$ ile gösterilen bulanık bir \tilde{B} kümesi,

$$\tilde{B} = \sum_{m \in M} \frac{\mu_{\tilde{B}}(m_i)}{m_i} = \left\{ \frac{\mu_{\tilde{B}}(m_1)}{m_1} + \frac{\mu_{\tilde{B}}(m_2)}{m_2} + \dots + \frac{\mu_{\tilde{B}}(m_n)}{m_n} \right\} \quad (3.28)$$

ile ifade edilir (Alıcı ve Engin., 2002).

Üzerinde inceleme yapılan veri kümesine ait üyelik fonksiyonu sürekli ise üyelik fonksiyonunun altındaki alanın ağırlık merkezi durulaştırma işlemine göre,

$$M_{\text{COG}}(\mu_{\tilde{B}}) = \frac{\int_{m \in M} (\mu_{\tilde{B}}(m_i)) (z \times \mu_{\tilde{B}}(m_i)) dz}{\int_{m \in M} (\mu_{\tilde{B}}(m_i)) (\mu_{\tilde{B}}(m_i)) dz} \quad (3.29)$$

Eşitlik (3.29) 'ile hesaplanır (Sivanandam ve ark., 2007; Pourahmad, 2013). Üzerinde inceleme yapılan üyelik fonksiyonu kesikli ise üyelik fonksiyonunun altındaki alanın ağırlık merkezi durulaştırma işlemine göre,

$$M_{\text{COG}} = \frac{\sum_{i=1}^n (z \times \mu_{\tilde{B}}(m_i))}{\sum_{i=1}^n (\mu_{\tilde{B}}(m_i))} \quad (3.30)$$

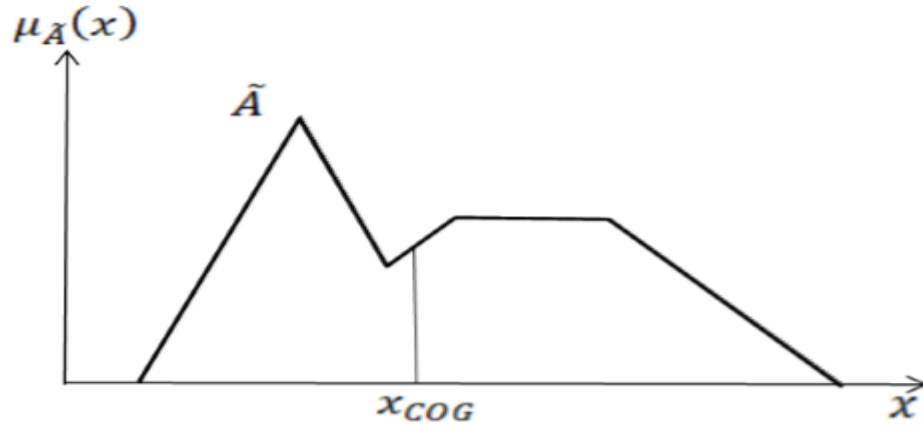
eşitlik (3.30) 'ile hesaplanır.

Örneğin: Kesin değerler hesaplaya bilmik için, $X = \{4, 0, 0, -4\}$ verikümesi ve bu kümeye ait verilerin üyelik dereceleri ise $\mu(x) = \{0.4, 0.6, 0.3, 0.3\}$ şeklinde olsun bu veri setine ait durulaştırma işlemini Eşitlik 3.30'u uygulayarak,

$$X_{\text{COG}} = 0.4 * (4) + 0.6 * (0) + 0.3 * (0) + 0.3 * \frac{-4}{0.4} + 0.6 + 0.3 + 0.3$$

$$X_{COG} = \frac{1.6+0+0-1.2}{1.6} = \frac{0.40}{1.6} = 0.25 \text{ olan durulaştırılmış değeri hesaplandı.}$$

Hesaplanan bu durulaştırılmış değere ait grafik Şekil 3.8'deki gibidir (Roos, 2004; Atalık, 2014)



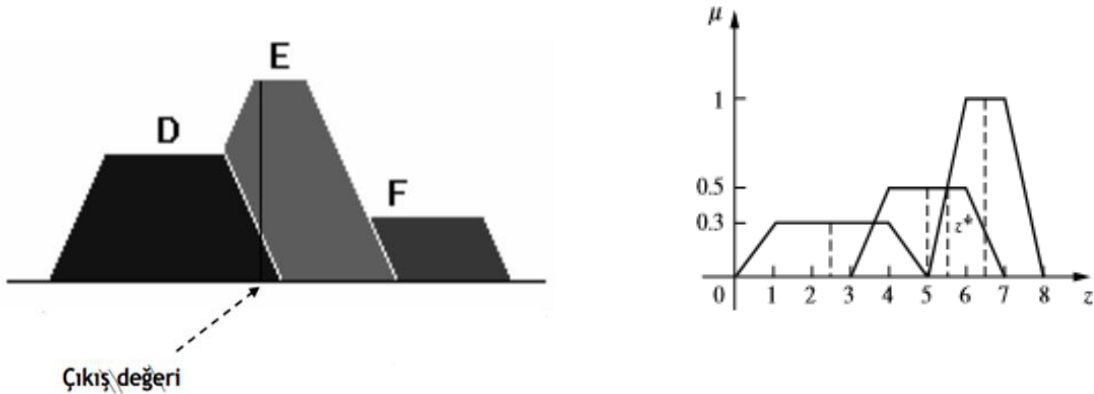
Şekil 3.8. Ağırlık merkezi yöntemine göre durulaştırma

3.2.8.4. Ağırlıklı ortalama yöntemi

Simetrik üyelik fonksiyonlarına sahip bulanık kümelerin durulaştırılmasında kullanılabilen bu yöntemde, sürecin çıktısını oluşturan her bir üyelik fonksiyonunun en büyük değerini aldığı değerlerin ağırlıklı ortalaması alınır (Eşitlik 3.31).

$$X_{WA} = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} \times \mu_{\tilde{B}}(\bar{x}))}{\mu_{\tilde{B}}(\bar{x})} \quad (3.31)$$

Yöntemin grafik yardımıyla gösterimi Şekil 3.9'daki gibidir (Alıcı ve Engin., 2002; Sivanandam ve ark., 2007; Roos, 2004; Yılmaz, 2006).



Şekil 3.9. Ağırlık ortalama yöntemi

3.2.9. Doğrusal Programlama

Karar verme işlemi, karar vericinin değişik seçeneklerle karşı karşıya bulunduğu durumlarda, bunlar arasından kendisine belirlenmiş ölçütlere en uygun olanı seçebilmesidir. Karar verme günlük hayatımızın bir parçasıdır. Çeşitli alternatifler arasından birini seçme işlemi olan karar verme, aynı zamanda problem çözme işlemi içeren faaliyetleri düşünme ve sonuca varma sürecidir (Güleş ve Özata, 2005). Karar vermede etkin yöntemlerden biri de matematiksel modeller kurarak en iyi sonuca ulaşmaktır.

Doğrusal programlama, sınırlı kaynakların kullanımını optimize etmek için tasarlanmış bir matematiksel modelleme yöntemidir (Taha, 2000). Doğrusal programlama, modellemenin en iyi hale getirilmesi (optimizasyon) problemlerinin çözümünde kullanılan matematiksel bir yöntemdir. Doğrusal programlama, değişkenlere ve kısıtlayıcılara bağlı kalarak amaç fonksiyonunun maksimum veya minimum değerlerini belirleyerek en uygun şekilde oluşturulmasını sağlar. Doğrusal programlama yöntemi ile ilgili ilk sistematik çalışma 1949 yılında George B. Dantzig tarafından yapılan araştırma ile yayımlanmıştır.

Doğrusal programlama, en iyi hale getirilmesi ölçütüne bağlı kalarak belirli bir amacı gerçekleştirmek için sınırlı sayıdaki veri kaynaklarının etkin ve verimli bir şekilde kullanılmasını sağlar. Ayrıca yöntem mantıksal bir karar verme aracı olarak kaynakların en uygun (optimal) kullanılması/dağıtılması ile ilgili problemlerin çözümünde ve birçok seçenek arasından en uygun olanın dağıtımının gerçekleştirilmesinde sıklıkla tercih edilmektedir. Birden fazla değişken ve kısıtlayıcının olduğu problemlerin bilgisayar destekli çözümlenmesinde geliştirilen yazılımlar sayesinde doğrusal programlama geniş bir uygulama alanı bulmuştur. Tarımsal üretimden ekonomiye ve hatta mühendislik uygulamalarından ulaştırma ve sağlık bilişim sistemlerine varıncaya kadar hayatın pek çok alanında kullanılmaktadır.

Doğrusal programlama eşitliği olarak ifade edilebilen herhangi bir problem, aynı zamanda kaynakların dağılımını sağlayan problem olarak da tanımlanmaktadır. Böyle bir problemde gerçekleşmesi arzu edilen amacın açık ve ölçülebilir bir biçimde bir doğrusal fonksiyon ile ifadesi gerekmekte, diğer taraftan bu amacın gerçekleşme

derecesini kısıtlayan sınırlı kaynakların da aynı biçimde doğrusal eşitlik ya da eşitsizlikler olarak ifade edilmesi gerekmektedir. Dolayısıyla bir doğrusal programlama modeli aşağıdaki üç bileşenden oluşur (Coşkunırmak, 2010):

- i) Amaç fonksiyonu,
- ii) Kısıtlar,
- iii) İşaret kısıtları

Diğer yandan bir problemin doğrusal programlama eşitliği olarak modellenebilmesi için çeşitli varsayımlara da uygun olması gerekmektedir. İzleyen kısımlarda doğrusal programlamanın varsayımları ve modellemenin aşamaları yukarıda sıralanan bileşenlerle birlikte verilmiştir.

3.2.9.1. Doğrusal programlama modeline ait varsayımlar

Doğrusal programlama eşitliği ile geçerli ve güvenilir sonuçların hesaplanabilmesi için, i) Toplanabilirlik, ii) Doğrusallık, iii) Bölünebilirlik, iv) Kesinlik, v) Negatif olmama varsayımı gibi varsayımlarının yerine getirilmesi gerekmektedir (Öztürk, 2011).

3.2.9.2. Doğrusal programlama eşitliğinin oluşturulması

Herhangi bir probleme ait doğrusal programlama eşitliğinin oluşturulabilmesi için yapılacak işlemler aşağıdaki gibi sıralanabilir (Coşkunırmak, 2010):

- i) Amacın belirlenmesi, ii) Karar değişkenlerinin tanımlanması, iii) Amaç fonksiyonunun matematiksel olarak oluşturulması, iv) Kısıtlayıcı koşullarla ilgili bilgilerin net bir şekilde belirtilmesi, v) Sağ taraf değerlerinin belirtilmesi, vi) Her bir kısıtlayıcı koşullara göre eşitsizliğe ait katsayıların ve değerlerinin belirlenmesi, vii) Sınırların matematiksel olarak oluşturulması.

3.2.9.2.1. Amacın belirlenmesi

Bir doğrusal programlama eşitliğinden beklenen sonuçların elde edilebilmesi için problemin amaçlarının kesin ve açık bir şekilde belirlenerek matematiksel olarak ifade edilebilir olması gerekir. Problemin çözümünden önce amaç ve amaçlara ait kısımlar açık olarak belirlenerek en uygun amaçların belirlenmesi gerekmektedir.

Örneğin hayvansal ürün üreten işletmenin amacı, hayvansal ürün çeşitliliğini (et, süt) artırarak pazar payını genişletmek gibi amaçları olabilir. İşte bu tür amaçlar problemin tanımlanması adımıyla önemli olmaktadır.

3.2.9.2.2. Karar değişkenlerinin tanımlanması

Herhangi bir doğrusal programlama eşitliğinin oluşturulabilmesi için karar değişkenlerinin tanımlanması gerekir. Karar vericinin kontrolü altında bulunan değişkene *karar değişkeni* denir. Karar değişkenleri uygulanacak kararlara ilişkin faaliyetlerin düzeyini gösterir. Yani karar değişkenlerinin alınacak kararları tamamen temsil etmesi gerekir. Karar değişkenleri genellikle x_{ij} ($j = 1, 2, \dots, n$) şeklinde ifade edilir. Örneğin herhangi bir hayvansal ürün üreten işletmede et ve süt ürünleri gibi iki farklı ürünün üretildiği varsayıldığında uygulanacak karar değişkenlerini sırasıyla x_1 (kesif yem miktarı) ve x_2 (slaj uygulaması) ile göstererek üretilecek olan et ve sütün üretim miktarları belirlenir.

3.2.9.2.3. Amaç fonksiyonunun matematiksel olarak oluşturulması

Bir doğrusal programlama probleminde maksimumlaştırılacak veya minimumlaştırılacak fonksiyona, yani karar verici tarafından maksimum ya da minimum olması istenen değişkenlerin bulunduğu matematiksel fonksiyona “amaç fonksiyonu” denir. Doğrusal fonksiyon karar değişkenleri ile bu değişkenlere ait parametrelerden oluşan en uygun maksimum ya da minimum çözümün gerçekleşmesini sağlar. Modelden beklenen sonucun elde edilebilmesi için amacın kesin ve matematiksel olarak ifade edilmesi gerekmektedir. Amaç fonksiyonu, problemin çözüm sürecine ilişkin performansın en uygun olduğu değeri verir. Performans değeri (Z), maksimumlaştırılacak veya minimumlaştırılacak x_{ij} ($j = 1, 2, \dots, n$) değişkenlerinin değerini bulur.

Oluşturulacak modele ait amaç fonksiyonunda karar değişkenleri, $x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n$ ve bu değişkenlere ait katsayı değerleri de (c_1, c_2, \dots, c_n) ile gösterilirse klasik bir doğrusal programlama eşitliği için amaç fonksiyonu Z :

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_jx_j + \dots + c_nx_n \quad (3.32)$$

$$[\text{Mak veya Min}] Z = f(x), x \in \mathbb{R}^n$$

[Mak veya Min] $Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \dots + c_j x_j + \dots + c_n x_n$ ile ifade edilir (Can, 2015). Bura; Z : Amaç fonksiyonu ve c_j : j 'inci karar değişkeninin amaç fonksiyonuna olan katkısını gösteren $1 \times n$ boyutlu katsayı vektörüdür.

3.2.9.2.4. Kısıtlayıcıların belirlenmesi

Oluşturulan bir modeldeki her biri doğrusal eşitlik ve doğrusal eşitsizlik olan değerleri kısıtlayan karar değişkenleri ya da karar değişkenleri ile parametreler arasındaki zorunlu ilişkilerin her birine “kısıt” adı verilir (Coşkunırmak, 2010).

Doğrusal programlama ile modellenecek problemler için, problemin konusuna bağlı olarak kısıt kaynaklar söz konusudur. Örneğin, işletmelerin kullandığı tarımsal makine kapasitesi, üretim için gerekli olan teknoloji, işgücü olanakları, enerji gereksinimi, üretim sermayesi, herhangi bir hayvansal ürün üretimi için gerekli hammadde miktarı ve diğer malzeme çeşitleri gibi üretim faktörleri ile üretilecek ürünlere olan talepler kısıtlı olabilmektedir. Zaten ekonomilerde üretim kaynakları veya üretim faktörleri kısıtlıdır. Dolayısıyla, bu durumda karar değişkenlerinin miktarı da sınırlıdır.

İşletmenin faaliyetlere dağıtabileceği kaynak miktarı b_i ($i = 1, 2, \dots, m$) ve ürünlerin seçenekli üretim yapısı veya teknoloji katsayılarını da (a_{ij}) semboli ile gösterelim. Bazen bir fonksiyonu belli kısıtlara bağlı olarak maksimum seviyeye çıkarmamız ya da minimum seviyeye indirmemiz istenebilir. Örneğin, süt üretimi yapan bir işletme yıllık kâr fonksiyonunu maksimum yapmak isteyebilir. Bu isteğini yerine getirilebilmesi çeşitli kısıtlamalara (çevresel faktörler, genetik faktörler, arz ve talep vb) bağlı olabilmektedir.

Maksimum seviyeye çıkarılacak veya minimum seviyeye indirilecek fonksiyonun doğrusal olduğu durumlarda, problemlerin nasıl çözülebileceği ($m \times n$) boyutlu maksimizasyon amaçlı bir standart doğrusal programlama problemi için gerekli kısıt denklemleri:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \{ \leq, =, \geq \} \leq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (3.33)$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1,$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, \dots, n)$$

ile ifade edilen kısıtlara bağlı olarak maksimum seviyeye çıkarılabilmekte ya da minimum seviyeye indirilebilmektedir (Öztürk, 2011).

Burada;

x_j : Araştırmacının kontrolü altında bulunan bilinmeyen özellikleri ifade eden $1 \times n$ boyutlu karar değişkenleri $(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)$ vektörü,

a_{ij} : j 'inci karar değişkeninin i 'inci kısıt altındaki katkısını ifade eden $m \times n$ boyutlu katsayı vektörü

b_i : i 'nci kısıta ait sağ taraf değerini ifade eden $m \times 1$ boyutlu karar değişkenleri vektörü olup bu değişkenlere ait katsayı değerleri b_1, b_2, \dots, b_m negatif olmayan reel sayılardır.

3.2.9.2.5. Sapma değişkenleri

Sapma değişkenleri çözümlerle sağlanan gerçek performans seviyesi ile modelde belirlenen amaç arasındaki farktır. Her bir amaç için belirlenen istenmeyen değişkenler pozitif ve negatif sapma değişkenleri kullanılarak ölçülür. Ölçülen değerler amacın başarısını veya başarısızlığını gösterir. Sapma değişkenleri amaç programlamada genellikle d_i^+ ve d_i^- simgesi ile gösterilir. Sapma değişkenleri negatif değerli olamazlar ve aynı zamanda bir amacın hem üstünde ve hem altında olamayacağından, bunlardan birinin değeri de daima sıfır olur.

3.2.9.2.6. İşaret kısıtlaması

Doğrusal programlama problemini matematiksel eşitlikler ile tanımlamak için karar değişkenlerinin tamamının sadece pozitif olması gerekir. Yani karar değişkenlerin hem pozitif ve hem de negatif değerli olamayacağı varsayılmalıdır.

Doğrusal programlamada amaç kâr maksimizasyonu ya da maliyet minimizasyonudur. Gerçek yaşam içindeki karar problemlerinde tek bir amaç bulunmamaktadır. Gerek araştırmacılar, gerekse hayvansal ürün üreten işletmeler aynı anda birden fazla amacı gerçekleştirmek isteyebilmektedirler. Birçok açıdan çelişen amaçlar içeren problemlerin tüm kriterlerinin aynı anda gerçekleşmesi mümkün olamamaktadır. Bu tür problemlerin çözümünü gerçekleştirebilmek için çok amaçlı karar verme yöntemleri kullanılmaktadır.

3.2.10. Pearson Korelasyon Katsayısı

İki değişken etkileşiminde ilişki yönünün, derecesinin ve bu ilişkinin istatistik açıdan anlamlılığının belirlenmesi oldukça önemlidir. Birçok uygulamada en temel kavramlardan biri korelasyon kavramıdır. Korelasyon, iki veya daha fazla değişken arasında bir ilişki olup olmadığını, eğer varsa bu ilişkinin derecesini ve yönünü sayısal bir değer olarak hesaplamamızı sağlayan klasik bir istatistik yöntemidir. Korelasyon analizi sonucunda, bir doğrusal ilişki tespit edilir ise bu ilişkinin ölçüsü korelasyon katsayısı (r_{xy}) ile hesaplanır. Eğer iki değişken birbiriyle ilişkiliyse, bunun anlamı, bu değişkenlerden her hangi birinin değerlerini tahmin edebilmemiz için diğer değişken hakkındaki bilgiyi kullanabileceğiniz anlamına gelir.

Klasik istatistik yöntemlerden Pearson korelasyon katsayısı, iki değişken arasındaki ilişkinin derecesini ve yönünü belirlerken değişkenlerin bağımlı veya bağımsız olma durumlarını dikkate almamaktadır (Alpar, 2011). Pearson korelasyon katsayısı eşitliği ise:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2}} \quad (3.34)$$

ile hesaplanır. Üzerinde inceleme yapılan veri kümesine ait verilerin normal dağılıma sahip olması durumunda Pearson korelasyon katsayısı, verilerin normal dağılıma sahip olmaması durumunda ise Spearman Rank korelasyon katsayısı hesaplama yöntemi kullanılır. Hesaplanan korelasyon katsayısı değerinin anlamlı olup olmadığını yorumlayabilmek için p önem düzeyinin 0.05 den daha küçük olması gerekir (Alpar, 2011)

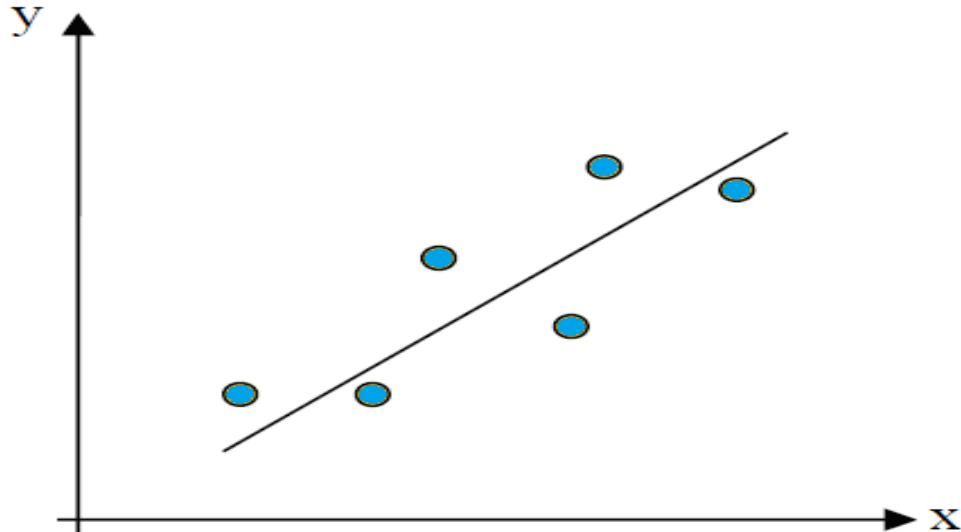
Korelasyon çözümleme yönteminde amaç; bağımsız değişken (X) değiştiğinde, bağımlı değişkenin (Y) hangi yönde değişeceğini ve değerini hesaplamaktır. Klasik korelasyon çözümleme yöntemi ile hesaplama yapabilmek için, üzerinde inceleme yapılan her iki değişkenin de sürekli ve normal dağılım göstermeleri gerekmektedir. Eğer değişkenlerdeki artış veya azalış birbirine bağlı değilse, hesaplanan korelasyon katsayısı değeri $r_{xy} = 0$ olur. Bu katsayı sonucu değişkenler arasında bir ilişki olmadığı anlamına gelir.

Eşitlik (3.34)'deki verilen korelasyon katsayı hesaplama formülünü esas alan, Pearson'un klasik korelasyon katsayısı r_{xy} ait özellikler aşağıdaki gibi verilebilir.

1- Korelasyon katsayısı " r_{xy} " değer aralığı -1 ile +1 arasında, yani $-1 \leq r_{xy} \leq 1$ ile tanımlıdır.

2-Bir birinden bağımsız x ve y gibi iki değişken için hesaplanan korelasyon katsayısı $r_{xy} = 0$ dır.

3- İki sürekli değişken arasında $y = ax + b$ gibi bir doğrusal ilişki var ise derecesi 1'e eşittir. İki değişken arasında anlamlı bir ilişki korelasyon katsayısı hesaplama yöntemi kullanılarak araştırılır. Korelasyon katsayısı hesaplanmadan ilk önce serpilme grafiği (Şekil 3.10'da görülmektedir) yardımıyla doğrusal ilişki olup olmadığı kontrol edilir.



Şekil 3.10. Bağımlı ve bağımsız değişkene ait klasik kümeler arasındaki doğrusal ilişki

4- Bir birinden bağımsız x ve y gibi iki rastgele değişkene ait doğrusal ilişki; artan yönde değişiyor ise $r_{xy} > 0$ olur; eğer azalan yönde değişiyor ise $r_{xy} < 0$ olur.

Yani:

$$r_{xy} = \begin{cases} +1 & a > 0 \\ -1 & a < 0 \end{cases}$$

olur.

Korelasyon katsayısı, değişkenler arasındaki sebep sonuç ilişkilerini açıklamaz. Hesaplanan korelasyon katsayısına bağlı olarak doğrusal ilişki değerleri, korelasyon katsayısı, 0.00-0.25 arasında ilişki derecesinin çok zayıf, 0.26-0.49 arasında zayıf, 0.50-0.69 arasında orta, 0.70-0.89 arasında kuvvetli ve 0.90-1.00 arasında ise çok kuvvetli bir doğrusal ilişki olduğu belirtilmiştir (Alpar, 2011).

Korelasyon katsayısının önem testi için kontrol ve karşıt hipotezler, $H_0: \rho = 0$ ve $H_1: \rho \neq 0$ şeklinde kurulabilir. Pearson korelasyon katsayılarının hipotez kontrolü ve güven sınırlarının tahmininde kullanılacak test istatistiği t testidir. Hipotez testi için test istatistiği Eşitlik 3.35 ile hesaplanır (Elmas, 2003; Mendeş, 2012; Kocabaş ve ark., 2013);

$$t = \frac{r_{xy} - \rho}{S_r} \quad (3.35)$$

olup, burada; $S_r = \sqrt{\frac{1-r_{xy}^2}{n-2}}$ formülü ile hesaplanan standart hata değeridir. Güven sınırlarının tahmininde ise; $\rho = r_{xy} \pm t_{\alpha/2} * S_r$ formülü kullanılır (Özdamar, 1999; Mendeş, 2012). Korelasyon katsayısı ρ 'nun % 95'lik güven aralığı ise;

$$r_{xy} - t_{\frac{\alpha}{2}} * S_r < \rho < r_{xy} + t_{\alpha/2} * S_r \quad (3.36)$$

eşitliği ile hesaplanır.

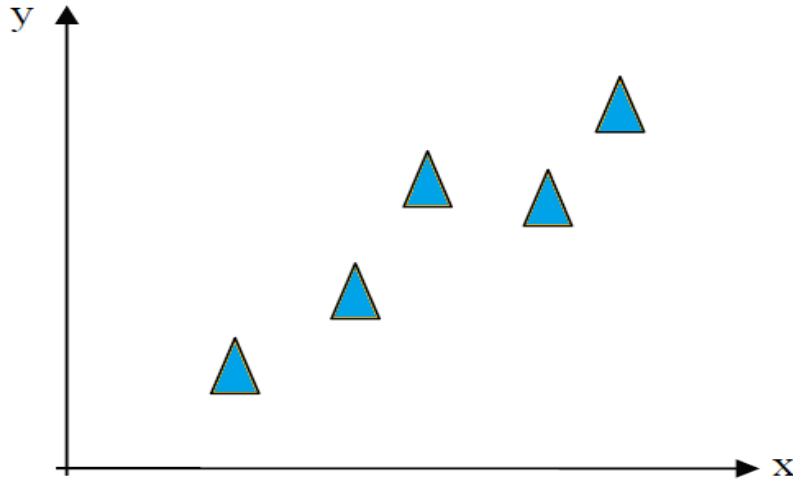
3.2.11. Bulanık (Fuzzy) Korelasyon Katsayısı

Bir birinden bağımsız x ve y gibi iki veya daha fazla değişkenler arasındaki ilişkiyi hesaplayabilmek ve geleneksel veri kümelerini tanımlayabilmek için klasik istatistik yöntemler yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Ancak klasik istatistik yöntemler, verilerin doğal yapısında bulunan belirsizlikleri çok iyi bir şekilde yönetemezler. Çünkü verilerin doğal yapısında bulunan belirsizliklerin kaynağının birçok faktör etkilemektedir. Verilerdeki belirsizliklerin kaynağını belirsizlik olarak değerlendirirsek veriyi bulanık kümeler yöntemi ile modellemek daha uygun olur. Belirsizlik, bulanık ölçümleri tanımlayabilir ve her bir basamaktaki ölçümleri matematiksel olarak ifade edebiliriz. Örneğin, bulanık bir veri kümesi için korelasyon katsayısı hesaplanırsa, o zaman iki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin doğasında olan belirsizliklerin tanımlanmasında bağımsız değişkenin (X) tüm değerleri için aynı olması varsayımı yerine getirilebilir.

Bulanık mantık teorisi, bulanık kümeleri kullanarak kümeler arasındaki ilişkinin derecesini belirli üyelik derecesi ile hesaplayarak daha güvenilir ve tutarlı sonuçların elde edilmesini sağlaması nedeniyle zaman içerisinde, alternatif istatistik yöntemlerin geliştirilmesine de neden olmuştur.

Bulanık kümeler, üyelik fonksiyonları ile karakterize edilirler ve bu üyelik fonksiyonları da birer bulanık kümedir. Bu bulanık kümeler arasındaki doğrusal ilişkinin derecesinin belirlenmesi için de bulanık Pearson korelasyon katsayısı hesaplama yöntemi kullanılmaktadır. Bulanık Pearson korelasyon katsayısı hesaplama yöntemi klasik Pearson korelasyon katsayısı hesaplama yöntemindeki teorik mantık

esas alınarak geliştirilmiştir. Geliştirilen bu yöntem, bulanık kümeler arasındaki ilişkinin kuvvetini ortaya koymanın yanı sıra, bulanık kümelerin pozitif (artan) veya negatif (azalan) ilişkili olup olmadığını da ortaya koymaktadır (Lin ve Chen, 2007). Bir bulanık veri kümesi için aralık ve üçgen türündeki veri kümelerinin grafik yardımıyla Şekil 3.4 ve Şekil 3.11'deki gibi gösterilmektedir (Yongshen, 2005).

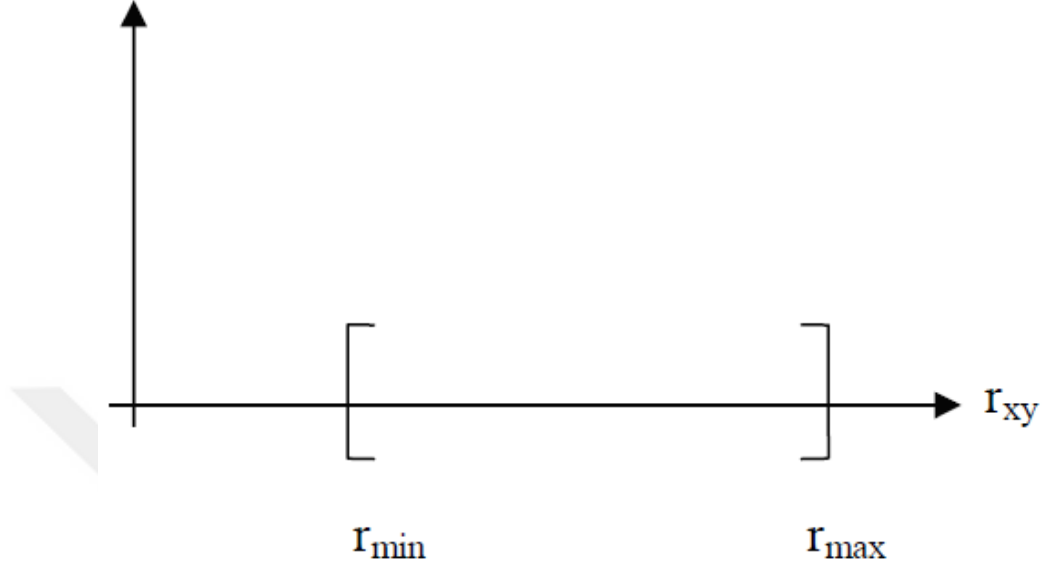


Şekil 3.11. Üçgen üyelik fonksiyonuna sahip bulanık bir veri kümesi

\tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki bulanık (fuzzy) küme arasındaki ilişkide klasik kümelerdeki gibi doğrusal olmaktadır. Bu doğrusal ilişkinin derecesini belirleyen değere de bulanık korelasyon katsayısı denir. \tilde{A} ve \tilde{B} gibi iki bulanık küme arasındaki ilişkinin derecesini gösteren bulanık korelasyon katsayısı $\tilde{r}_{A,B}$ Eşitlik (3.40) yardımıyla hesaplanır (Arnold, 1990). Eşitlik 3.40'ın uygulanabilmesi için en az iki farklı bulanık kümenin olması gerekir. Eğer bulanık korelasyon katsayısı $\tilde{r}_{A,B} > 0$ ise; \tilde{A} ve \tilde{B} gibi bulanık kümeler pozitif olarak ilişkilidir ve kümeye tam dahil olanların üyelik değerlerine ait bulanık korelasyon katsayısı değeri de $\tilde{r}_{A,B} = 1$ 'dir (Yu, 1993; Chiang ve Lin, 2000).

Eğer bulanık korelasyon katsayısının değeri $\tilde{r}_{A,B} < 0$ ise \tilde{A} ve \tilde{B} gibi bulanık kümeler arasındaki ilişki negatiftir. Bulanık korelasyon katsayısının değeri $\tilde{r}_{A,B} = 0$ ise \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümeleri arasında hiçbir ilişki yoktur yani korelasyon yoktur ve kümeye dahil olmayan elamanların üyelik değerlerine ait bulanık korelasyon katsayısının değeri $\tilde{r}_{A,B} = 0$ dır. Kümeye dahil olup olmadıkları belirsiz olan ara değerler ise belirsizlik durumuna göre eşitlik (3.38) ve eşitlik (3.41) yardımıyla hesaplanan bulanık korelasyon katsayısının değerleri $0 \leq \mu_{\tilde{A},\tilde{B}}(x_i) \leq 1$ aralığında çok farklı üyelik dereceleri

almaktadır (Yu, 1993; Lin ve Chen, 2007). Şekil 3.4' deki gibi gösterilen bir aralık sayı türündeki veri kümesinin aralık türünde hesaplanan korelasyon katsayısı değerlerinin grafik ile gösterimi Şekil 3.12'deki gibi verilmektedir (Yongshen, 2005).



Şekil 3.12. Aralık sayı türünde hesaplanan korelasyon katsayısının gösterimi

Buulanık korelasyon katsayısı $\tilde{r}_{A,B}$, Eşitlik (3.34)'e benzer şekilde;

$$\bar{\mu}_A = \frac{\sum_{i=1}^n (\mu_A(x_i))}{n} \quad \text{ve} \quad \bar{\mu}_B = \frac{\sum_{i=1}^n (\mu_B(y_i))}{n} \quad (3.37)$$

$$\tilde{S}_A^2 = \frac{\sum_{i=1}^n ((\mu_A(x_i) - \bar{\mu}_A)^2)}{n-1} \quad \text{ve} \quad \tilde{S}_B^2 = \frac{\sum_{i=1}^n ((\mu_B(x_i) - \bar{\mu}_B)^2)}{n-1} \quad (3.38)$$

$$\tilde{S}_A = \sqrt{\tilde{S}_A^2} \Rightarrow \tilde{S}_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n ((\mu_A(x_i) - \bar{\mu}_A)^2)}{n-1}} \quad \text{ve} \quad \tilde{S}_B = \sqrt{\tilde{S}_B^2} \Rightarrow \tilde{S}_B = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n ((\mu_B(x_i) - \bar{\mu}_B)^2)}{n-1}} \quad (3.39)$$

$$\tilde{r}_{A,B} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n ((\mu_A(x_i) - \bar{\mu}_A) \times (\mu_B(x_i) - \bar{\mu}_B))}{n-1}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n ((\mu_A(x_i) - \bar{\mu}_A)^2)}{n-1} \times \frac{\sum_{i=1}^n ((\mu_B(x_i) - \bar{\mu}_B)^2)}{n-1}}} \quad (3.40)$$

$$\tilde{I}_{A,B} = \frac{\sum_{i=1}^n ((\mu_A(x_i) - \bar{\mu}_A) \times (\mu_B(x_i) - \bar{\mu}_B))}{\frac{n-1}{\tilde{S}_A \cdot \tilde{S}_B}} \quad (3.41)$$

biçiminde elde edilmektedir. Burada,

$\mu_{\tilde{A}}(x_i)$: x kesin sayılarının \tilde{A} gibi bir bulanık kümesindeki karşılığını ifade eden üyelik fonksiyonunu,

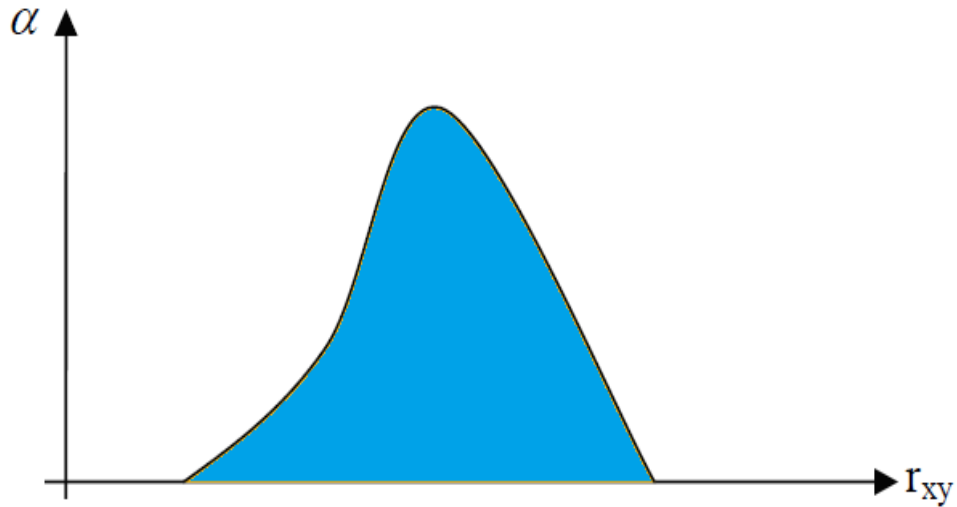
$\mu_{\tilde{B}}(x_i)$: x kesin sayılarının \tilde{B} gibi bir bulanık kümesindeki karşılığını ifade eden üyelik fonksiyonunu,

\sim : Bulanık kümelere ait değerleri temsil etmektedir.

$\bar{\mu}_{\tilde{A}}$ ve $\bar{\mu}_{\tilde{B}}$: \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerine ait üyelik fonksiyonlarının ortalama değerlerini,

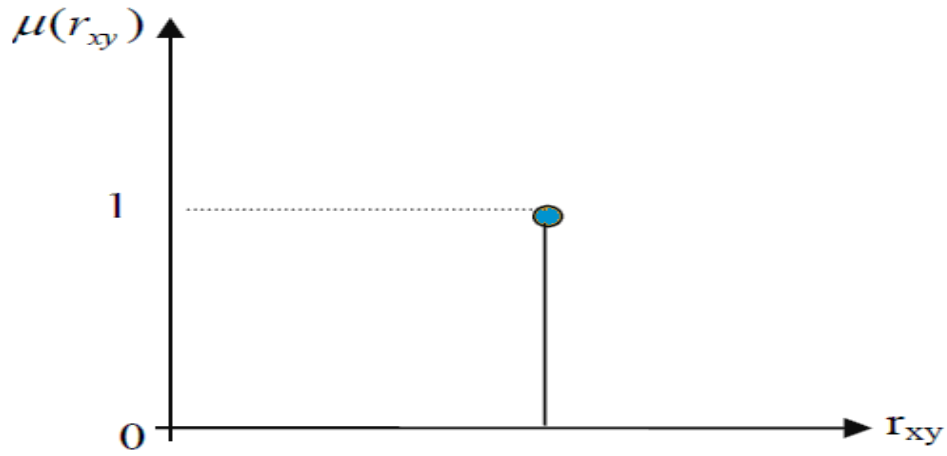
\tilde{S}_A ve \tilde{S}_B : \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümelerine ait üyelik fonksiyonlarının ortalamalarına ait standart sapma değerlerini göstermektedir (Yongshen, 2005).

Bulanık Pearson korelasyon katsayısı değerlerinin dağılımına ait üyelik dereceleri ile gösterimi grafik yardımıyla Şekil 3.13'deki gibi gösterilmektedir (Yongshen, 2005).



Şekil 3.13. Bulanık Pearson korelasyon katsayısı değerlerinin dağılımının üyelik dereceleri ile gösterimi

Klasik Pearson korelasyon katsayısı değerinin üyelik derecesiyle birlikte gösterimini grafik yardımıyla, Şekil 3.14 'teki gibi gösterilmektedir (Yongshen, 2005).



Şekil 3.14. Klasik Pearson korelasyon katsayısının üyelik derecesi ile gösterimi

Bulanık Pearson korelasyon katsayısının önem testi için kurulan bulanık hipotez testi aşağıdaki gibi kurulabilir (Buckley, 2006).

$$H_0: \tilde{\mu} = 0 \text{ ve } H_1: \tilde{\mu} \neq 0$$

Burada; $\tilde{\mu}$ bulanık korelasyon katsayılarının ortalamasıdır.

Bulanık Pearson korelasyon katsayılarının hipotez kontrolü ve güven sınırlarının tahmininde kullanılacak test istatistiği \tilde{t} testidir (Buckley, 2006). Hipotez testi için test istatistiği Eşitlik (3.35)'dekine benzer şekilde düzenlenerek aşağıdaki biçimde elde edilmektedir (Arnold, 1990; Chiang ve Lin, 2000; Yongshen, 2005).

$$\tilde{t} = \frac{\tilde{r}_{A,B} - \tilde{\mu}}{\tilde{S}_r} t_{n-2, \frac{\alpha}{2}} \quad (3.42)$$

Burada;

\tilde{S}_r : Bulanık standart hata değeri olup,

$$\tilde{S}_r = \sqrt{\frac{1 - \tilde{r}_{A,B}^2}{n-2}} \quad (3.43)$$

ile verilir. Güven sınırlarının tahmininde ise;

$$\tilde{\mu} = \tilde{r}_{A,B} \pm \tilde{t} \frac{\alpha}{2}; \tilde{S}_r$$

eşitliği kullanılır. Bulanık korelasyon katsayısı $\tilde{r}_{A,B}$ 'nin % 95'lik güven aralığının tahmini ise Eşitlik (3.36) 'e benzer şekilde düzenlenerek;

$$\tilde{r}_{A,B} - \tilde{t} \frac{\alpha}{2}; \tilde{S}_r < \tilde{\mu} < \tilde{r}_{A,B} + \tilde{t} \frac{\alpha}{2}; \tilde{S}_r = 1 - \alpha \quad (3.44)$$

şeklindeki eşitlik ile elde edilir (Arnold, 1990; Buckley, 2006).

Eşitlik 3.41 ile hesaplanan bulanık Pearson korelasyon katsayısı sadece rastgele değişkenler arasındaki ilişkinin gücünü, aynı zamanda dağılımını göstermektedir. Bu korelasyon yöntemi için korelasyon katsayısının alacağı değerler de $[-1, 1]$ aralığı arasında olmaktadır.

3.2.12. Klasik Doğrusal Regresyon Çözümleme Yöntemi

Regresyon analizi, aralarında sebep-sonuç ilişkisi bulunan iki veya daha fazla değişken arasındaki ilişkiyi belirlemek ve bu ilişkiyi kullanarak tahminler (estimation) ya da kestirimler (prediction) yapabilmek amacıyla kullanılan istatistiksel bir araçtır.

Doğrusal ya da doğrusal olmayan regresyon çözümlerini yapabilmek ve kullanabilmek için değişkenler arasındaki ilişkiler temel alınarak bir değişkenin değerlerine bakılarak diğer değişkenlerin değerleri tahmin edilebilmektedir. Örneğin bir matematiksel eşitlik iki değişken arasındaki ilişkiyi ifade edebiliyorsa, ilişki işlevseldir. Bağımsız değişkenin belirli bir değeri verildiğinde, işlevsel ilişki bağımlı değişkenin karşılık gelen değerini gösterebilir.

Fonksiyonel bir ilişkiden farklı olarak istatistik bir ilişki, bağımlı değişkenin değerine bakıldığında bağımlı değişkenin mükemmel bir karşılık gelen değerini veremez. Regresyon terimi, değişkenler arasındaki istatistik ilişkilerin tanımı olarak da adlandırılır. Bir regresyon modeli genel olarak aşağıdaki iki özelliğe dayanmaktadır: (1) Bağımsız değişkenin her bir seviyesi için bağımlı değişkenin değişme eğiliminin olasılık dağılımı vardır, (2) bu olasılık dağılımlarının araçları değişir.

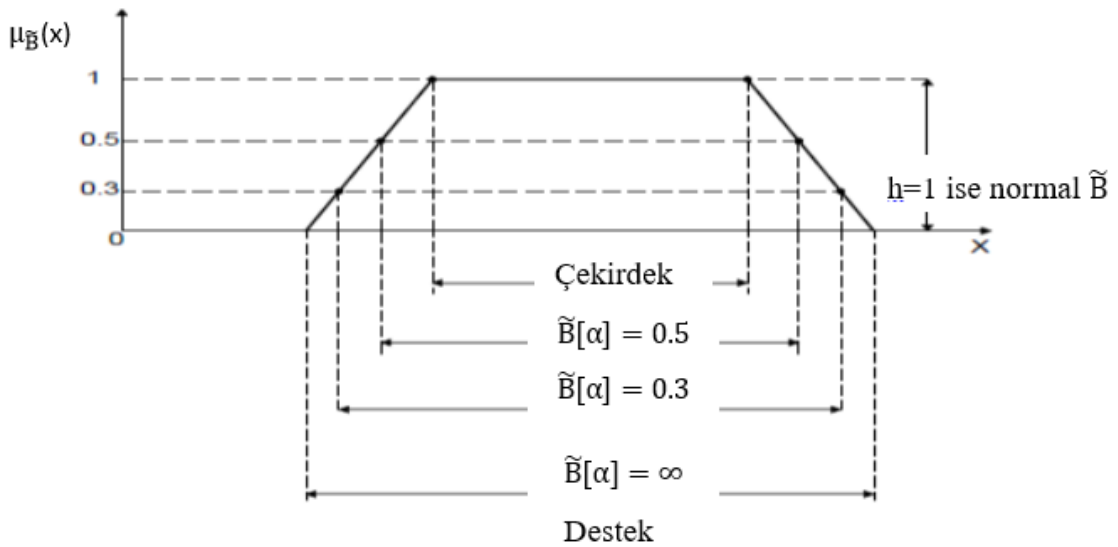
Bununla birlikte bazı durumlarda bağımlı değişkenin olasılık dağılımını bulmak güçtür, özellikle bağımlı değişken uzman kişinin vereceği öznel yargılardan etkilenmeye meyilli olduğundan dolayı Tanaka'nın geliştirmiş olduğu bulanık doğrusal regresyon yaklaşımının, olasılık dağılımı yerine bağımlı değişkenin üyelik değerlerini yansıtan bir olasılık dağılımına dayanmaktadır. Bu yaklaşımla bağımlı değişken ile bağımsız değişken (ler) arasındaki ilişki istatistiksel kavram yerine bulanık kavram kullanılarak tanımlanmıştır.

Temel varsayımlardan bağımsız olarak, bir regresyon modelinin en önemli hedeflerinden biri, bağımsız değişken(ler) ile ilişkili bağımlı değişkenin değerini mümkün olduğunca gözlenen verilere yakın olarak tahmin etmektir. Bulanık doğrusal regresyon modelinde, tahmin edilen bulanık doğrusal modelin verilen veriye uyma derecesi, olasılık dağılımının α -düzeyi ile tanımlanmıştır. Bulanık kümede α -kesim kümesi,

Evrensel küme (E) üzerinde tanımlı bulanık bir \tilde{B} kümesi ve herhangi bir α -sayısı, $\alpha \in [0.0, 1.0]$ ile verilsin. Bu durumda, $\tilde{B}[\alpha]$ ile gösterilen bir α -kesimi, evrensel küme uzayında üyelik dereceleri α 'ya eşit veya büyük olan tüm $x \in E$ elemanlardan oluşan alt kesit kümesidir α -kesim operatörü, ($\tilde{B}[\alpha]$) şeklinde gösterilir.

$$\tilde{B}[\alpha] = \{x \in E | \mu_{\tilde{B}}(x_i) \geq \alpha, \alpha \in [0.0, 1.0] \} \quad (3.45)$$

ile verilir (Buckley, 2006; Tansu, 2011; Ross, 2004; Dymowa, 2011). Yapılan bu kesme işlemi, bir çeşit durulaştırma (defuzzification) işlemidir. Bulanık bir küme, sonsuz sayıda α seviyesinde kesilebileceği için, bir bulanık kümeden sonsuz sayıda klasik küme oluşturulabilir.



Şekil 3.15. Bulanık kümelerin farklı α düzeylerinde kesimi (derecesi 0 dan 1'kadar sınırsız değer alır)

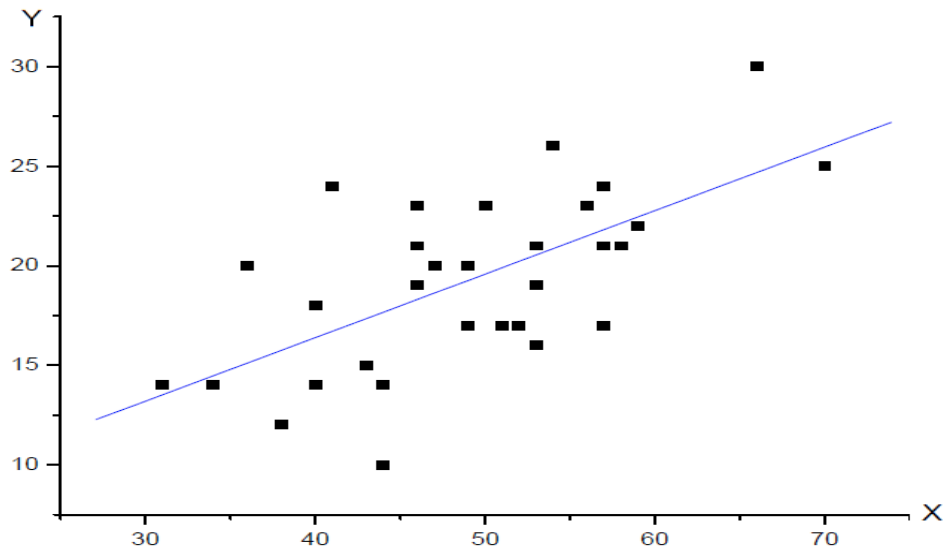
Bununla birlikte, bağımlı değişken üyelik fonksiyonuna sahip olduğundan, bir üyelik fonksiyonu tarafından da temsil edilen tahmini bulanık çıktı, gerçek verilerin üyelik fonksiyonuna yakın olmalıdır (Yalaz ve ark., 2015).

3.2.12.1. Doğrusal regresyon çözümleme modeline ait katsayıların tahmini

Regresyon yönteminin uygulamaları yapılırken bağımsız değişken veya değişkenlerin bağımlı değişkeni ne oranda etkilediğine katsayılar yardımı ile bakılmaktadır. Genelde modele ait bu katsayıların değerlerinin tahmin sürecinde en küçük kareler ve en büyük olabilirlik (maximum likelihood) yöntemleri olarak bilinen iki yöntemden birisi kullanılır. Eğer hata teriminin normal dağılım göstermesi şeklinde bir varsayım varsa en büyük olabilirlik (tahmin edilen parametreler olabilirlik fonksiyonunu maksimize eder), hata teriminin dağılışı ile ilgili herhangi bir varsayım söz konusu değilse en küçük kareler yöntemi kullanılarak parametreler tahmin edilir.

3.2.12.2. Klasik en küçük kareler regresyon çözümleme yöntemi

Herhangi bir problemin incelenmesinde birden fazla sayıda önemli bağımsız (açıklayıcı) değişkenin bulunduğu durumlarda değişkenler arasındaki ilişki belirlene bilmektedir. Belirlenen bu ilişki doğrusal bir fonksiyonla ifade edilebilir. İki ya da daha fazla değişken arasında bir ilişkinin bulunup bulunmadığını test eden ve bunu doğrusal veya eğrisel olarak ifade eden denklemlerin elde edilmesine regresyon çözümlemesi denir. Bir bağımlı değişken ile birden çok bağımsız değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi açıklayan regresyon çözümlemesine “çoklu doğrusal regresyon çözümleme yöntemi” denir. Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişki Şekil 3.16’daki gibi görülmektedir.



Şekil 3.16. Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki doğrusal ilişki

$p-1$ tane bağımsız değişken $X_{ij} = [x_{i1}, x_{i2} \dots x_{i(p-1)}]^t$ $j = 1, 2, \dots, p-1$, $i=1, 2, \dots, n$ ve tek bağımlı Y_i değişken ile n tane gözlem değerinin bulunduğu en küçük kareler yöntemiyle uydurulan çoklu doğrusal regresyon çözümleme eşitliği genelde;

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \dots + \beta_{p-1} x_{i(p-1)} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.46)$$

ile tanımlanır (Kaps ve Lamberson., 2004).

n : gözlem sayısını,

p : bağımsız değişken sayısını;

$$Y_i: \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (n \times 1) \text{ boyutlu } i\text{'nci örneğe ait } (n \times 1) \text{ boyutlu bağımlı (açıklanan ya da}$$

tahmin edilen) değişken vektörü olup belli bir hataya sahip olduğu varsayılır, $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

$$\beta_j: \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \dots \\ \beta_{p-1} \end{bmatrix}_{p \times 1} \quad (p \times 1) \text{ boyutlu bilinmeyen katsayıları (regresyon katsayılarını)}$$

temsil eden vektördür. Bu katsayılar, bağımsız değişkendeki bir birimlik değişimin, bağımlı değişkendeki yaratacağı ortalama değişimi göstermektedir (Şahinler, 1997; Alpar, 2011; Pourahmad, 2013).

$$X_{ij}: \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{2p-1} \\ 1 & x_{12} & x_{2p-1} \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{1n} & x_{np-1} \end{bmatrix}_{n \times p} \quad n \times p \text{ boyutlu } i\text{'nci örneğin } j\text{'nci bağımsız (sebep)}$$

değişkeni olup hatasız ölçüldüğü varsayılır. Regresyon modelinde bağımsız (açıklayıcı) değişken değeri olup; bağımlı değişkenin değerini tahmin etmek için kullanılır.

$$\varepsilon_i: \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \dots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (n \times 1) \text{ boyutlu hata vektörü olup (ortalaması sıfır } (E(\varepsilon) = 0), \text{ varyansı}$$

($\text{var}(\varepsilon) = \sigma^2 I$) (sabit) olan bağımsız şans değişkenleri vektörünü göstermektedir).

3.2.12.2.1. Varsayımlar

i) Doğrusallık varsayımı; Bu varsayım $Y_i = \beta_0 + \beta X_i + \varepsilon_j$ modelinin tanımında gereklidir ve her bir gerçek (gözlenen) Y_i değeri X_i 'ininci satırının (x_i) doğrusal bir fonksiyonudur. Yani,

$$[Y_i, X_{j1}, \dots, X_{jn}] = [Y_i, X_j] \quad (3.47)$$

$$E(Y_i) = \begin{bmatrix} E(Y_1) \\ E(Y_2) \\ \dots \\ E(Y_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_0 + \beta_1 X_1 \\ \beta_0 + \beta_1 X_2 \\ \dots \\ \beta_0 + \beta_1 X_n \end{bmatrix} = \beta X_i \quad (3.48)$$

ii) Hesaplama bilme varsayımı; β 'nın tek tahmin edicisini bula bilmek için $(X^t X)^{-1}$ 'in hesaplanabilmesi veya $\text{rank}(X) = P$ olması gerekir. Burada P, parametre sayısıdır.

iii) Dağılımla ilgili varsayımlar; En küçük karelere bağlı istatistik analizlerde (örneğin; t-testi ve F-testi gibi)

a) X' in hatasız ölçüldüğü,

b) ε_j 'lerin x_i ($j=1,2,\dots,n$) değerlerine bağlı olmadığı,

c) $\varepsilon_j \approx N(0, \sigma^2 I)$ olduğu varsayılır. $\varepsilon_j = Y_i - E(Y_i)$, her bir gözlem çiftindeki bağımlı değişkene ilişkin gerçek değer ile modelden tahmin edilen değer arasındaki farktır.

iv) Genel varsayım; Tüm gözlemler aynı oranda güvenilir ve en küçük kareler yönteminin sonuçlarını belirlemede eşit role sahip olmalıdır.

3.2.12.2.2. En küçük kareler yöntemine ait standart tahmin sonuçları

Klasik regresyon çözümlene eşitliğine ait katsayı değerleri en küçük kareler yöntemi kullanılarak katsayılara ait hataların toplamının mümkün olduğunca minimum olması koşulu ile hesaplanmaktadır. Eşitliğe ait hata değerleri gerçek gözlem değerleri ile tahmin edilen değerler arasındaki farkın bir ölçü birimi ile ifade edilebilmesini sağlayarak eşitlik (3.49 ve 3.50) yardımı ile hesaplanmaktadır. Sayısal değerleri bilinmeyen her bir eşitlik katsayılarının ayrı ayrı kısmi türevleri alınarak eşitlikler oluşturulur. Oluşturulan eşitlikler sıfıra eşitlenerek normal eşitlikler oluşturulur. Oluşturulan eşitliklerde yer alan değişken sayısına göre matris sistemi tanımlanarak regresyon çözümlene eşitliğine ait regresyon katsayılarının her bir değeri hesaplanır.

Regresyon çözümlene modeline ait katsayı değerlerinin matris ile hesaplaması eşitlik (3.49) deki formülasyondaki gibidir. Klasik en küçük kareler yöntemi ile geçerli ve güvenilir tahminler yapabilmek için bir takım varsayımların gerçekleşmesi gerekmektedir. Eğer yukarıda verilen varsayımlar sağlanırsa en küçük kareler yöntemiyle elde edilen standart tahmin sonuçları ve önemli bazı özellikleri aşağıdaki gibi özetlenebilir (Şahinler, 1997).

β 'nin en küçük kareler tahmini, $\min_{\beta} e^t e = (Y - X\hat{\beta})(Y - X\hat{\beta})$ 'nin minimizasyonu sonucunda

$$\hat{\beta} = (X^t X)^{-1} X^t Y \quad (3.49)$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} \\ 1 & x_{12} & x_{22} \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} \end{bmatrix}_{n \times p} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \dots \\ \beta_{p-1} \end{bmatrix}_{p \times 1} + \varepsilon_i: \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \dots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

eşitliği ile elde edilir (Kaps ve Lamberson., 2004).

1) $p \times 1$ boyutlu $\hat{\beta}$ vektörünün özellikleri;

a) $\hat{\beta}$, β 'nin sapmasız tahmincisidir, yani

$$E(\hat{\beta}) = \beta \quad (3.50)$$

ile elde edilir (Armutlu ve Yazıcı., 2012).

b) $\hat{\beta}$, β için en iyi doğrusal sapmasız tahmincisidir, yani doğrusal sapmasız tahminciler arasında en küçük varyansa sahiptir. $\hat{\beta}$ 'nin varyansı,

$$\text{Var}(\hat{\beta}) = \sigma^2 (X^t X)^{-1} \quad (3.51)$$

olup $\hat{\beta}$ nin, ortalaması μ ($p \times 1$ vektör) ve varyansı Σ ($p \times p$ matris) olan p boyutlu çok değişkenli normal dağılışı $\hat{\beta} \approx N_p[\beta, \sigma^2 (X^t X)^{-1}]$ gösterir.

2) $n \times 1$ boyutlu tahmin değerleri vektörü (\hat{Y}_i),

$$E(Y_i) = \hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{1i} + \dots + \hat{\beta}_{p-1} x_{(p-1)i} + e_i = X(X^t X)^{-1} X^t Y \quad (3.52)$$

ile elde edilir. Burada;

$$P = X(X^t X)^{-1} X^t \quad (3.53)$$

ile verilir, simetrik ve kendileyen bir matristir. \hat{Y}_i 'nin özellikleri;

$$\text{a) } E(\hat{Y}_i) = \hat{\beta} X_i = E(\beta) + (X^t X)^{-1} X^t E(\varepsilon) = \beta \quad (3.54)$$

$$\text{b) } \text{Var}(\hat{Y}_i) = E[(\hat{Y}_i - \beta) + (\hat{Y}_i - \beta)^t] = \sigma^2 (X^t X)^{-1} = \sigma^2 P \quad (3.55)$$

$$\text{c) } \hat{Y}_i \approx N_n[X\beta, \sigma^2 P] \quad (3.56)$$

Burada, P: eşitlik (3.53)' deki gibi verilen matristir.

$$\mathbf{d)} E(\hat{Y}_i), V(\hat{Y}_i) = \beta, \sigma^2(X^tX)^{-1} \quad (3.57)$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}) = \sigma^2(X^tX)^{-1} = \begin{bmatrix} \text{Var}(\hat{\beta}_0) & \text{Cov}(\hat{\beta}_0\hat{\beta}_1) \dots & \text{Cov}(\hat{\beta}_0\hat{\beta}_p) \\ \text{Cov}(\hat{\beta}_2\hat{\beta}_1) & \text{Var}(\hat{\beta}_1) \dots & \text{Cov}(\hat{\beta}_1\hat{\beta}_p) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{Cov}(\hat{\beta}_p\hat{\beta}_1) & \text{Cov}(\hat{\beta}_p\hat{\beta}_1) \dots & \text{Var}(\hat{\beta}_p\hat{\beta}_p) \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$$\text{Cov}(Y_i, Y_j) = 0, \forall i, j \neq i \quad (3.59)$$

3) nx1 boyutlu hata değerleri vektörü, bir tahmin modelinde tahmin hatalarını hesaplamak ve modelin doğruluğunu belirlemek mümkündür. Bir tahmin modelinin doğruluğu, tahmin değerlerinin (\hat{Y}_i) gerçek gözlem değerlerine (Y_i) ne kadar yakın olduğuna bağlıdır. Uygulamada gerçek gözlem değerleri ile tahmin edilen değerler arasındaki tahmin hatası şu şekilde hesaplanır;

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i = Y_i - X(X^tX)^{-1}X^tY_i \quad (3.60)$$

Tahmin hatası küçüldükçe oluşturulan eşitlik ile gerçek gözlem değerlerine yakın tahmini değerler hesaplanabilmektedir. Bir regresyon eşitliğinin türetilmesinde temel amaç, gerçek gözlem değeri ile tahmin edilen değerler arasındaki farkın olmaması ya da minimuma indirilmesidir. Bir eşitliğin doğruluğunu ölçmek için çeşitli istatistik ölçüt yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemler mutlak hataların toplamını veya hata kareler toplamını kullanarak hesaplama yapan ölçüt yöntemleri olup,

1) Ortalama mutlak hata (MAE)

$$\text{MAE} = \frac{\sum_{i=1}^n |e_i|}{n} \quad (3.61)$$

2) Hata kareler ortalaması (MSE)

$$\text{MSE} = \frac{\sum_{i=1}^n (e_i)^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n} \quad (3.62)$$

3) Hata kareler ortalamasının karekökü (RMSE)

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (e_i)^2}{n}} \quad (3.63)$$

şeklinde ifade edilmektedirler. Bu istatistik ölçüt yöntemleri ile hesaplanan değerler ne kadar küçük olursa eşitliğin uyumluluğu da o kadar yüksek olacaktır. Tahmin hatası şu özelliklere sahiptir;

$$\mathbf{a)} E(e_i) = 0 \rightarrow \bar{e} = \sum_{i=1}^n e_i/n = 0 \quad (3.64)$$

$$\mathbf{b)} \text{Var}(e_i) = \sigma^2(1 - P) \quad (3.65)$$

$$\mathbf{c)} e_i \approx N_n[0, \sigma^2(1 - P)]. \quad (3.66)$$

$$\mathbf{d)} \frac{e_i^2}{\sigma^2} \approx \chi_{(n-p)}^2 \quad (3.67)$$

$$e) \text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_k) = 0, \forall i, k; i \neq k, i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.68)$$

örnekler bağımsız olduğu için ε nin değeri iki örnek için ilişkisizdir.

Burada,

$\chi^2_{(n-p)}$: n-p serbestlik dereceli χ^2 dağılımını,

e/e : hata kareler toplamını göstermektedir.

e_i ise i'inci gözlemdeğeri için Y_i 'nin tahmin edilen \hat{Y}_i değeriyle gözlenen değeri arasındaki fark olup gözlem hatası olarak da düşünülmektedir.

Bir modelin doğruluğunu ölçmek için bu ölçüt yöntemlerinden hangilerinin kullanılması gerektiğine, üzerinde inceleme yapılan verinin özelliğine bakılarak karar verilmektedir. Örneğin i) Hata değerleri arasındaki varyasyon küçük ise hata kareler ortalaması istatistik ölçütü kullanılır ii) Modele ait bir veya daha fazla aykırı ya da uç hata değerlerinin bulunması durumunda ise ortalama mutlak hata ölçütü kullanılır, iii) Birden fazla oluşturulan modellerin karşılaştırılması durumunda ortalama mutlak hata, hata kareler ortalaması, hata kareler ortalamasının karekökü ölçütlerinden herhangi birisinin kullanılması uygun olmaktadır.

4) σ^2 'nin sapmasız tahmincisi,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-p} = \frac{\sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e})^2}{n-p} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-p} = \frac{e'e}{n-p} = \text{MSE} \quad (3.69)$$

ile elde edilir.

Uygun bir regresyon modelinin nasıl olması gerektiğini belirleyen yaygın olarak kullanılan istatistiklerden biri olan belirtme katsayısı (R^2) dir. R^2 değeri regresyon varyansının toplam varyasyona bölünmesi ile elde edilen orandır. Aslında olabilecek toplam varyasyon oranını ifade etmektedir.

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (3.70)$$

Burada r^2 önemli bir istatistik değer olan belirtme katsayısı olarak da tanımlanmaktadır (Kaps ve Lamberson, 2004).

3.2.12.2.3. Regresyon katsayısının önem testi

Her bir β_i için basit t-testi ile hipotez testleri yapılabilir:

$$H_0: \beta_i = 0 \quad (3.71)$$

$$H_1: \beta_i \neq 0 \quad (3.72)$$

Kullanılacak test istatistiği

$$t = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{S_{(\hat{\beta}_i)}} : t_{n-2, \alpha/2}, \quad (3.73)$$

olup burada,

$$S_{(\hat{\beta}_i)} = \sqrt{\frac{S_{y.x}^2}{S_{xx}}} = \sqrt{\frac{[S_{yy} - (S_{xy})^2 / S_{xx}] / (n-2)}{S_{xx}}}. \quad (3.74)$$

Kolay güven aralıkları elde etmek için genellikle, $\hat{\beta}_i \pm t_{\alpha/2, n-(k-1)} * se(\hat{\beta}_i)$ güven aralığı oluşturulur. En küçük kareler regresyonunda sonuçlar üzerinde tüm gözlemler eşit öneme sahip değildir. Bundan dolayı bir analizci için bu tip gözlemlerin belirlenmesi ve analizin değişik sonuçlarına olan etkilerinin gösterilmesi çok önemlidir.

3.2.13. Bulanık Doğrusal Regresyon Çözümleme Yaklaşımı ve Bulanık Doğrusal Regresyon Çözümleme Yaklaşımında Kullanılan Yöntemler

Herhangi bir regresyon çözümleme yönteminde, i) üzerinde inceleme yapılan karakterlere ait verilerle ilgili en uygun matematik modelin belirlenmesi ile ii) veri kümesinin yapısına en uygun katsayıların hangi yöntemlerle hesaplanacağı gibi sorulara Çizelge 3.1'deki veri seti için cevap aranır.

Çizelge 3.1. İncelenen karakterlere ait bağımlı ve bağımsız değişkenlerin veri kümesi

Örnek No	Gözlenen bağımlı değişken (Y_i)	Gözlenen bağımsız değişkenler (X_i)				
		X_1	X_2	X_3, \dots	$X_{(p-1)i}$	
1	Y_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}, \dots	$x_{(p-1)1}$	
2	Y_2	x_{21}	x_{22}	x_{23}, \dots	$x_{(p-1)2}$	
3	Y_3	x_{31}	x_{32}	x_{33}, \dots	$x_{(p-1)3}$	
.	
.	
n	Y_n	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}, \dots	$x_{(p-1)n}$	

Herhangi bir bulanık doğrusal regresyon çözümleme eşitliği, verinin doğal yapısında bulunan belirsizlikleri belirleme kadar, belirsizliğe neden olan birçok faktörün belirlenmesinde fayda sağlamaktadır.

Üzerinde inceleme yapılan bulanık olmayan bağımlı ve bağımsız değişkenlere ait veri kümesi için genel olarak bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme eşitliğini belirleyebilecek bulanık bağımlı değişken (çıkış) değerleri ve bağımsız değişkenlere (giriş) ait gözlenen veriler Çizelge 3.2'deki gibi verilmektedir.

Çizelge 3.2. Bulanık çıkış değerleri ile bulanık olmayan giriş değerlerine ait veri kümesi

Bulanık çıkış değerleri (\tilde{Y}_i)	Bulanık Katsayılar	Bağımlı değişken (Y_i)	Bağımsız (giriş) değişkenlere ait değerler (X_i)			
			x_1	x_2		$x_{(p-1)}$
\tilde{Y}_i	$\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \dots + \tilde{A}_{p-1} X_{i(p-1)}$	Y_i	x_1	x_2		$x_{(p-1)}$
$\tilde{Y}_1 = (\tilde{Y}_c, \tilde{Y}_s)$	$\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \dots + \tilde{A}_{p-1} X_{i(p-1)}$	Y_1	x_{11}	x_{12}		$x_{(p-1)}$
$\tilde{Y}_2 = (\tilde{Y}_c, \tilde{Y}_s)$	$\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \dots + \tilde{A}_{p-1} X_{i(p-1)}$	Y_2	x_{21}	x_{22}		$x_{(p-1)}$
$\tilde{Y}_3 = (\tilde{Y}_c, \tilde{Y}_s)$	$\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \dots + \tilde{A}_{p-1} X_{i(p-1)}$	Y_2	x_{31}	x_{32}		$x_{(p-1)}$
.
.
$\tilde{Y}_n = (\tilde{Y}_c, \tilde{Y}_n)$	$\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \dots + \tilde{A}_{p-1} X_{i(p-1)}$	Y_n	x_{n1}	x_{n2}		$x_{(p-1)}$

Çizelge 3.1.'deki gibi tasarlanan bağımlı ve bağımsız değişkenlere ait veri kümeleri için değişkenler arasındaki ilişkinin düzeyini belirleyen, simetrik üçgensel bulanık sayı türündeki katsayıların bulanıklığını temsil eden bir olasılık dağılımının olması varsayılmaktadır. Bu katsayılara ait tahmini değerlerin hesaplanabilmesi için en uygun katsayı hesaplama yöntemlerinin kullanılması gerekir çünkü hesaplanacak katsayı değerlerindeki bulanıklık tolerans düzeyinin minimum seviyeye indirilmesi ile gözlenen gerçek bağımlı değişkenin değerleri ile tahmin edilen bulanık değerlerin belirli bir olasılık seviyesinde uyumlu olması varsayılmaktadır. Bu varsayımın yerine getirilmesinin ancak en uygun yeni yaklaşımlarla mümkün olmaktadır. Hesaplanacak katsayı değerleri için bulanık bir olasılık fonksiyon (Yen ve ark., 1999);

$$f = X \times \tilde{A} \rightarrow \tilde{Y}_i, \tilde{Y}_i = f(\tilde{A}, X) \quad (3.75)$$

ile verilir. Burada; \tilde{Y}_i , simetrik üçgensel özellik yapısındaki bulanık bir sayı olarak tahmin edilen bağımlı değişkeni ifade etmekte olup $\tilde{Y}_i = (\tilde{Y}_c, \tilde{Y}_s)$ şeklinde gösterilir.

\tilde{Y}_c , ortalama değeri (merkezi) ve \tilde{Y}_s , yayılım değerini ifade etmektedir. $\{y_i, x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{(p-1)n}\} = \{y_i, x_i\}$ bağımlı ve bağımsız değişkenlere ait gerçek gözlem değerlerini gösteren küme ile, $\{Y_i, X_{i1}, X_{i2}, X_{i3}, \dots, X_{(p-1)n}\} = \{Y_i, X_i\}$ şeklinde oluşan bağımlı ve bağımsız değişkenler kümesi olup $x \in X$ şeklinde ifade edilir ($j = 1, 2, \dots, p - 1$).

Bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımlarının temel amacı, bulanık modeller için kullanılan uyum iyiliği test ölçütleri ile üzerinde inceleme yapılan bulanık verilere uyan bir regresyon modelinin nasıl oluşturula bileceğini ortaya koymaktır. Bulanık regresyon çözümleme yaklaşımlarının çeşitli endüstri (elektrik ve elektronik, bitkisel yağ, kimya, kereste, süt ve süt ürünleri, otomotiv, dokuma, kimya, cam, seramik sanayi vb) alanındaki uygulamalarının artması nedeniyle farklı uyum ölçütlerine göre farklı bulanık doğrusal regresyon çözümleme modellerinin geliştirilmesi sağlanmıştır.

3.2.13.1. Tanaka'nın bulanık çoklu doğrusal (Possibilistic) regresyon çözümleme yaklaşımı

Tanaka ve arkadaşları (1982)'nin geliştirmiş olduğu bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı, klasik doğrusal regresyon çözümleme $Y_i = \beta_0 + \beta X_i + \varepsilon_i$ yöntemi ile yapılan hesaplama sonucunda genellikle, bağımlı değişkenin, tahmin edilen değerleri ile gerçek gözlem değerleri arasında normal dağılıma sahip olduğu varsayılan gözlem hatasından kaynaklanan ortalaması sıfır ($E(\varepsilon) = 0$), varyansı ($\text{var}(\varepsilon) = \sigma^2 I$) (sabit) olan $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$ şeklinde bir sapma oluşmaktadır. Bu sapsmalar, bulanık doğrusal regresyon çözümleme modeli ile hesaplanan katsayıların simetrik üçgensel özellik türündeki bulanık sayı olmasından kaynaklandığı varsayılmaktadır. Yani, bulanık doğrusal regresyon çözümleme modeline ait hata değerlerinin toplamı, her bir katsayıya ait değerlerin bulanıklıklarının toplamına eşit olduğu varsayılmaktadır. Dolayısıyla klasik regresyon çözümleme modelindeki gibi hata (ε_i) değerleri bulunmamaktadır. Bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme modelinin yaygın olarak kullanıma sahip olmasının ve popüler olmasının nedeni, her bir gözlem değerinin sahip olduğu üyelik derecelerine göre, katsayıların tahmin edilmesinde kullanılabilir olmasıdır.

Tahmin edilen değerler ile gözlem değerleri arasındaki sapmaları kabul edilebilir bir bulanıklık tolerans seviyesinde minimum düzeye indirmek için Tanaka ve arkadaşları tarafından bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı geliştirilmiştir (Tanaka ve ark., 1982). Klasik doğrusal regresyon çözümleme yönteminin uygulanmasında belirli i) gözlenen veri sayılarının yetersiz olması, ii) bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkinin belirsizliği, iii) model ile ilgili varsayımların doğruluğunun test edilmesinde karşılaşılan zorluklar, iv) veriler normal dağılım göstermiyor ve değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal olmaması gibi kısıtlamalar sebebiyle, bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı ile çözümlerinin yapılması zorunlu hale gelmiştir (Yalaz ve ark., 2015).

3.2.13.2. Bulanık doğrusal regresyon çözümleme eşitliği

Bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımları, bulanık en küçük kareler yöntemine ve doğrusal programlama yöntemine dayalı olarak iki kısma ayrılmaktadır. Bu yaklaşımlar iki farklı şekilde oluşturulabilmektedir; i) üzerinde inceleme yapılan özelliklere ait değişkenler arasındaki ilişkilerin bulanık olduğu durumları modellemek için, ii) üzerinde inceleme yapılan özelliklere ait değişkenlerin bulanık olduğu durumları modelleye bilmek için oluşturula bilmektedir.

3.2.13.3. Bulanık katsayılara ait bulanık fonksiyon

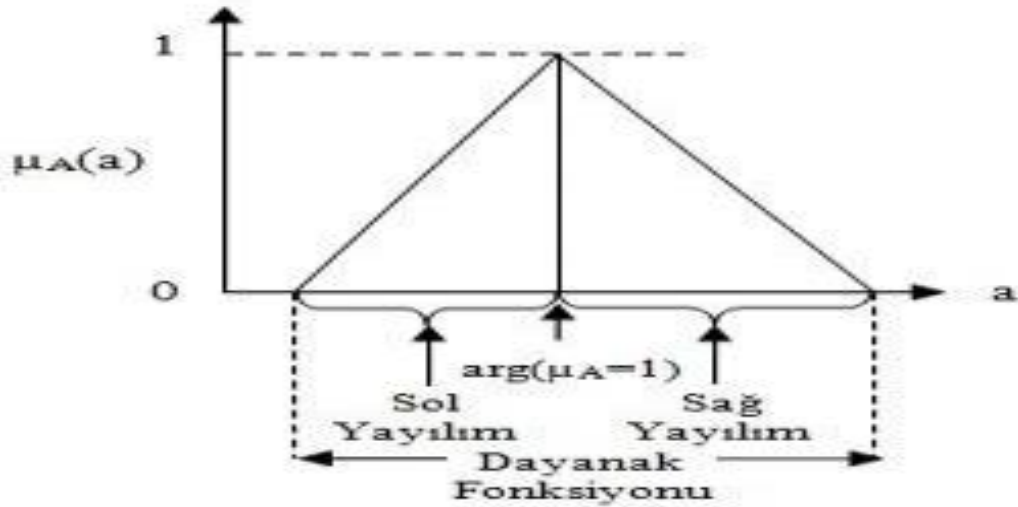
Bulanık doğrusal regresyon çözümleme eşitliğinde, bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki regresyon katsayıları klasik regresyon çözümleme eşitliğindeki gibi kesin olarak belirlenemez. Hesaplanan bulanık katsayı değerlerinin sistemin bulanıklığına uygun olası dağılımlar olarak hesaplanarak diğer hesaplamalara dahil edilirler.

Klasik yöntemle hesaplanan katsayılara ait olasılık fonksiyonu $f(A, X)$ şeklinde ifade edilirken, hesaplanacak katsayı değerleri için bulanık bir olasılık fonksiyon $f = X \times \tilde{A} \rightarrow \tilde{Y}_i, \tilde{Y}_i = f(\tilde{A}, X)$ şeklinde ifade edilerek bulanık fonksiyona ait bulanık katsayı değerleri \tilde{A}_j bulanık kümesi ile gösterilir. Bu fonksiyona ait katsayı değerleri $\tilde{A}_j = \{\tilde{A}_0 \text{ ve } \tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{A}_3, \dots, \tilde{A}_j, \dots, \tilde{A}_{p-1}\}$ bulanık doğrusal regresyon modelinin bulanık

katsayıları olup özel bulanık kümeler şeklinde temsil edilir (Yen ve ark., 1999; Eini, 2009).

Bulanık doğrusal regresyon çözümlene modeli ile ilgili problemlere çözüm üretmek için, üzerinde inceleme yapılan her bir karaktere ait veri noktalarından oluşan $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ kümeyle ait en uygun bulanık doğrusal regresyon çözümlene modelinin oluşturulabilmesi için $\tilde{A}_j = \{\tilde{A}_0 \text{ ve } \tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{A}_3, \dots, \tilde{A}_j, \dots, \tilde{A}_{p-1}\}$ simetrik üçgen özellik yapısına sahip bulanık katsayıların hesaplanması gerekir.

Hesaplanacak bulanık katsayıların gösterimi $\tilde{A}_j = \{a_i^L, a_i^C, a_i^R\}$ şeklinde olup, a_i^L , alt sınır değerini, a_i^C , katsayıların orta noktasını yani merkez değerini gösteren $\mu_{\tilde{A}_j}(a_i^C) = 1$ değeridir. a_i^R , üst sınır değeridir. a_i^S , bulanık regresyon çözümlene modeline ait katsayıların (\tilde{A}_j) dağılım değerini (yayılım) (spread) göstermektedir. Hesaplanacak bulanık katsayıların \tilde{A}_j geometrik yapısının grafik yardımı ile gösterimi Şekil 3.17'deki gibidir (Arnold ve ark., 2005).



Şekil 3.17. Bulanık katsayının geometrik yapısı

Eğer hesaplanacak katsayı değerleri simetrik üçgensel bir bulanık sayı yapısına sahip ise,

$$a_i^C = \frac{(a_i^L + a_i^R)}{2} \text{ ve } a_i^S = \{a_i^C - a_i^L\} = \{a_i^R - a_i^C\} \quad (3.76)$$

$$a_i^C = [a_1^C, a_2^C, a_3^C, \dots, a_n^C]^t \text{ ve } a_i^S = [a_1^S, a_2^S, a_3^S, \dots, a_n^S]^t$$

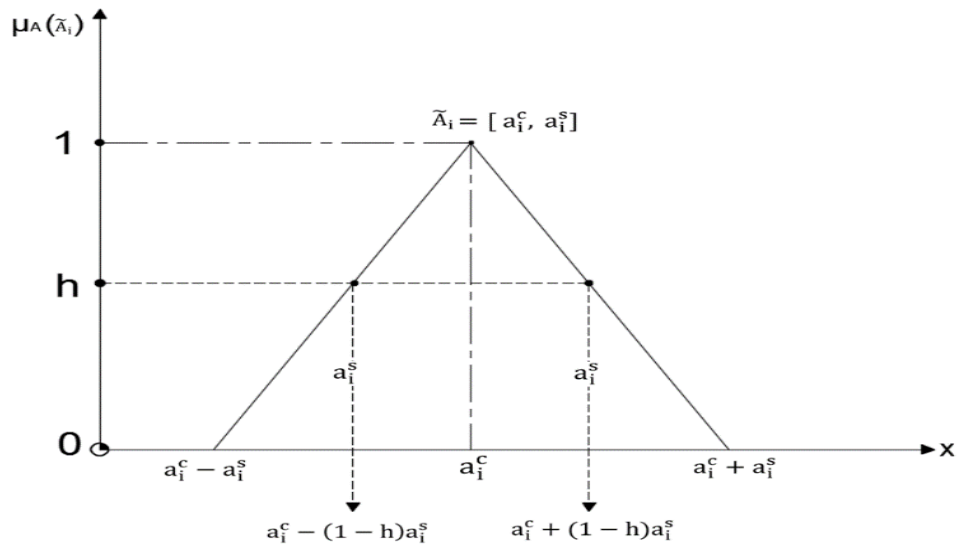
$\tilde{A}_j = \{\tilde{A}_0 \text{ ve } \tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{A}_3, \dots, \tilde{A}_j, \dots, \tilde{A}_{p-1}\}$ bulanık doğrusal regresyon modeline ait bu katsayılar $\tilde{A}_j = \{a_i^C, a_i^S\} = \{\tilde{A}_j: a_i^C - a_i^S \leq \tilde{A}_j \leq a_i^C + a_i^S\}$ simetrik üçgen özellik yapısına sahip bir bulanık küme (model parametreleri) olup \tilde{A}_j ($j: 0,1,2,3,\dots,p-1$) dir (Yen ve ark., 1999). Her bir katsayı değeri $\tilde{A}_j = \{a_i^C, a_i^S\}$ veya $\tilde{A}_j = \{a_i^L, a_i^R\}$ şeklindedir. En çok tercih edilen şekli ise $\tilde{A}_j = \{a_i^C, a_i^S\}$ dir. Bu gösterimler (3.32) eşitliğindeki doğrusal programlama modelinin çözümünün temellerini oluşturmaktadır (Redden ve Woodall, 1996; Ghoshray, 1997; Yen ve ark., 1997).

Bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımına ait katsayıların \tilde{A}_j üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A}_j}(a_j)$; $\mu_{\tilde{A}_j}(a_j) = \min_i [\mu_{\tilde{A}_j}(a_j)]$

$$\mu_{\tilde{A}_j}(a_j) = \begin{cases} 1 - \frac{|a_i^C - a_j|}{a_i^S}, & a_i^C - a_i^S \leq \tilde{A}_j \leq a_i^C, & \forall j = 1,2,\dots,n \\ 1 - \frac{|a_j - a_i^C|}{a_i^S}, & a_i^C \leq a_j \leq \tilde{A}_j + a_i^S & \forall j = 1,2,\dots,n \\ 0, & \text{diğer durumlar} \end{cases} \quad (3.77)$$

ile her bir bulanık \tilde{A}_j katsayılar için üyelik fonksiyonu tanımlanır (Yen ve ark., 1999 ; Namdari ve ark., 2014).

Bu bulanık katsayılar için noktaların grafik yardımı ile gösterimi Şekil 3.18'deki gibidir (Arnold ve ark., 2005; Yongshen, 2005).



Şekil 3.18. Herhangi bir h seviyesinde simetrik üçgensel bir bulanık sayı yapısına sahip olan bulanık katsayılar \tilde{A}_j için üyelik fonksiyonu

Şekil 3.18'deki noktalı çizgiler tahmin edilen bulanık katsayıların bulanıklık tolerans seviyesini göstermektedir.

Bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme modeline ait belirsizliklerin çözümü için kullanılan amaç fonksiyonu, modele ait katsayıların bulanıklığını ve yayılımını minimize ederek, üzerinde inceleme yapılan özelliklere ait veri kümelerinin oluşturulan modelle uyum içerisinde olması sağlanmaya çalışılır.

Tanaka ve arkadaşları (1982)'nin geliştirdiği minimum bulanıklık ilkesine dayalı bulanık doğrusal regresyon çözümleme probleminin bulanıklık tolerans seviyesi belirli bir olasılık seviyesinde olmalıdır. Modele ait simetrik üçgensel bulanık sayı yapısına sahip olan bulanık katsayıların $\tilde{A}_j = \{a_j^C, a_j^S\}$ değerini hesaplamak için doğrusal programlama problemi (Arnold ve ark., 2005),

$$\min Z = \sum_{i=0}^n a_i^S \quad (3.78)$$

$$\min Z = ma_0^S + \sum_{i=1}^n a_i^S \left[\sum_{j=1}^m |X_{ji}| \right], \quad X_{ji} = 1 \text{ için } j = 1, 2, \dots, m \quad (3.79)$$

ile ifade edilen amaç fonksiyonunun uygulanması için gereken kısıtlar kümesini;

$$Y_i \in \{(f(X_j))\}_h = \{\tilde{A}_0\}_h + \{\tilde{A}_1\}_h X_{j1} + \dots + \{\tilde{A}_n\}_h X_{jn} \quad j=1, 2, \dots, m \quad (3.80)$$

ile eşitlik (3.85a) ve (3.85b) birleştirilerek n tane (Y_i, X_i) şeklinde nicel bağımlı değişken ve herhangi bir ölçüm sonucunda elde edilen verilerden oluşan bağımsız değişkenlere ait değerlerin bulunduğu bir modelde, bulanık regresyon katsayılarının \tilde{A}_j tahmin edilebilmesi için doğrusal programlama yöntemi uygulanmaktadır (Yongshen, 2005; Gua ve Tanak., 2006).

Eşitlik (3.85a) ve (3.85b) de verilen bulanık doğrusal regresyon çözümleme modelinde herhangi bir ölçüm sonucunda elde edilen veri kümelerinin kullanılması nedeniyle, gerçek gözlem değerlerine ait yayılım değerinin minimize edilmesi gerekmektedir.

$$a_i^S |X_{ij}| \quad (3.81)$$

$$\sum_{i=0}^{p-1} a_i^c X_{ij} + (1-h) \sum_{j=0}^{p-1} a_i^s |X_{ij}| \geq Y_i + (1-h)\tilde{Y}_s \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.82)$$

$$\sum_{i=0}^{p-1} a_i^c X_{ij} - (1-h) \sum_{j=0}^{p-1} a_i^s |X_{ij}| \leq Y_i - (1-h)\tilde{Y}_s \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.83)$$

$$a_i^s \geq 0, \quad a_i^c \quad i = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$\tilde{Y}_i = \tilde{A}_0 + \sum_{i=1}^n \tilde{A}_i X_i \quad (3.84)$$

ile verilirler. Eşitlik (3.78) deki verilen amaç fonksiyonu toplam bulanıklığı minimize etmek amacı ile eşitlik (3.80), (3.81), (3.82) ve (3.83) deki bahsedilen kısıtlar altında uygulanarak geçerli sonuçların elde edilmesi sağlanır (Hojati ve ark., 2005; Guo ve Tanak., 2006).

Tanaka modeline ait regresyon katsayılarının belirli bir bulanıklık tolerans seviyesinde hesaplanan simetrik üçgensel özellik yapısındaki bulanık sayılar olması nedeniyle tahmin edilen bağımlı (çıkış) değişken değerleride simetrik üçgensel özellik yapısına sahip bulanık bir sayı olmaktadır. $p-1$ tane bağımsız değişken $X_{ij} = [x_1, x_2 \dots x_{(p-1)n}]^t$ $j = 1, 2, \dots, p-1$ ve tek bağımlı Y_i değişken ile n tane gözlem değerinin bulunduğu en küçük kareler yöntemiyle uydurulan bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme modelinin genel yapısı;

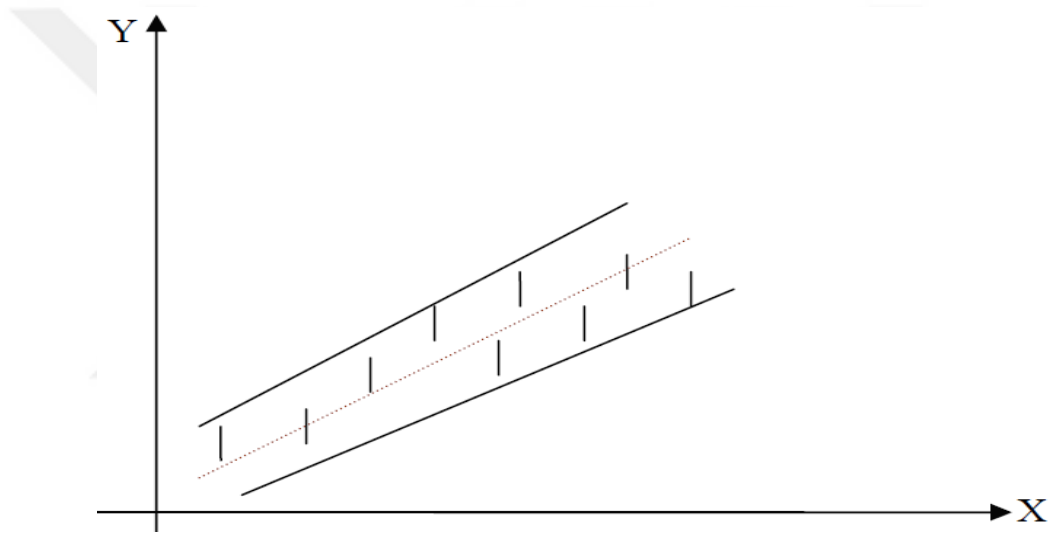
$$\tilde{Y}_i = f(\tilde{A}, X) = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \dots + \tilde{A}_{p-1} X_{i(p-1)} = \tilde{A}_0 + \sum_{i=1}^n \tilde{A}_i X_i \quad (3.85a)$$

$$\tilde{Y}_i = \{a_0^c, a_0^s\} + \{a_1^c, a_1^s\} X_{i1} + \{a_2^c, a_2^s\} X_{i2} + \dots + \{a_{p-1}^c, a_{p-1}^s\} X_{i(p-1)} \quad (3.85b)$$

ile tanımlanır ($i = 1, 2, 3, \dots, n$). Burada, bağımsız değişkenlere ait gözlem değerlerinin herhangi bir ölçüm sonucu elde edilen kantitatif değerlerden, katsayıların belirlenen herhangi bir bulanıklık tolerans (h) seviyesinden büyük olan Y_i değerlerini kapsayacak şekilde hesaplanmaktadır. Bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı, bağımsız değişkenlere ait, veri kümeleri ile bağımlı değişkene ait veri kümeleri arasındaki ilişkiyi olasılık sistemi ile tanımlayabilen bir eşitlik olarak tanımlanmaktadır ya da modellenen sistemlerdeki belirsizliklerin olabilirliklerini açıklayan regresyon modellerine bulanık regresyon modelleri denir (Düzyurt, 2008).

Bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme modeli, verilerin doğal yapısında bulunan belirsizliklerin tahmini değerlerini bulanık bağımlı değişken (\tilde{Y}_i) değerleri ile temsil ederek bağımlı değişkene ait değerlerin tahmin edilmesi amacı ile kullanılır.

Hesaplanan simetrik üçgensel özellik yapısındaki bulanık katsayı ile tahmin edilen bağımlı değişkene ait değerlerinde simetrik üçgensel özellik yapısındaki bulanık sayılardan olduğu durumlar için bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasındaki ilişkiyi ortaya koymak için oluşturulan bulanık doğrusal regresyon çözümleme modelinin gösterimini sağlayan Eşitlik (3.85a ve 3.85b)'nin geometrik yapısının grafik ile gösterimi Şekil 3.19'daki gibidir (Yongshen, 2005).



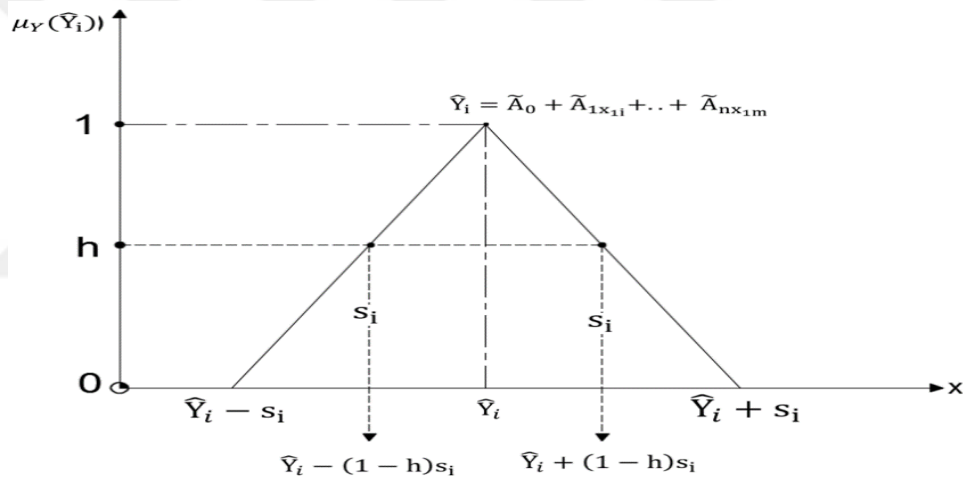
Şekil 3.19. Bağımsız değişkene ait değerlerin kesin, katsayıların bulanık ve bağımlı değişkene ait tahmin edilen değerlerin bulanık sayı olması durumlarını gösteren doğrusal regresyon

Şekil 3.19'daki noktalı çizgi klasik regresyon çözümleme yöntemi ile hesaplanan sonuçları veya gerçek gözlenen değerleri ifade eder. Kesintisiz çizgiler ise bulanık regresyon çözümleme yaklaşımı ile hesaplanan regresyon doğrularını ve regresyon modellerinin bulunabileceği aralığı göstermektedir.

Araştırmacılar tarafından, bağımlı değişkenin tahmin edilen $\tilde{Y}_i = (\tilde{Y}_c, \tilde{Y}_s)$ değerlerini, belirlenen her hangi bir h seviyesinden daha büyük üyelik derecelerine sahip her bir tahmin edilen bulanık bağımlı değişkenin değerlerinin minimum bulanıklık seviyesinde tahmin edebilmek için modele ait katsayı değerlerinin en uygun yöntemle minimum bulanıklığa sahip olacak bir şekilde hesaplanması gerekir.

3.2.13.4. Bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımına ait üyelik fonksiyonu

Üyelik fonksiyonunun şekli, uygulama alanlarına göre değişiklik gösterdiği için bu çalışmada simetrik üçgensel özellik yapısına sahip bir üyelik fonksiyonu üzerinde durulacaktır. Herhangi bir bulanık doğrusal regresyon çözümleme modeline ait bulanık katsayı değerlerinin olasılık dağılımını oluşturmak için çözümleme eşitliğinin bulanıklık değerinin hesaplanması gerekir. Bulanık katsayı değerlerinin hesaplanmasında kullanılan en uygun üyelik fonksiyonu çeşidi simetrik üçgensel bulanık sayı özelliğindeki katsayılar söz konusu olduğunda tahmin edilen bulanık bağımlı değişken değerleri \tilde{Y}_i herhangi bir bulanıklık tolerans h-seviyesinde tahmin edilen simetrik üçgensel bulanık çıkış değerlerine ait üyelik fonksiyonunun geometrik yapısı grafik yardımıyla gösterilmek istendiğinde Şekil 3.20'deki gibidir (Arnold ve ark., 2005).



Şekil 3.20. Herhangi bir bulanıklık tolerans h-seviyesinde tahmin edilen simetrik üçgensel özellik yapısındaki bulanık çıkış değerlerinin geometrik yapısı

Bulanık regresyon çözümleme modelleri, eşitlik (3.75) deki belirli şartlar altında her bir Y_i gözlem değerinin tahmincisi olan \tilde{Y}_i nin en az üzerinde inceleme yapılan veri kümeleri ile regresyon çözümleme modeli arasındaki uyumu gösteren bulanıklık tolerans seviyesinin tahmin edilen bağımlı değişkenin üyelik derecesine eşit veya küçük $\mu_{\tilde{Y}_i}(Y_i) \geq h$ $i=1,2,\dots,m$. bulanıklık tolerans değerinin olması gerektiğini varsayar (Tanaka ve ark., 1982). Yani, üzerinde inceleme yapılan bağımlı değişkene ait veri kümesine, Y_1, Y_2, \dots, Y_n uyan bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme modelinin uyum derecesi için gerekli en önemli varsayımın gerçek Y_i değerlerinin tahmin edilen \tilde{Y}_i değerlerinin alt bulanık sınır ve üst bulanık sınır değerleri arasında yer almasının

gerekliliğini varsaymıştır. Bu varsayımın gösterimini de $Y_i \in \{\tilde{Y}_i\}_h$ $i=1,2,\dots,n$ ile ifade edilmesi sağlanmıştır (Gua ve Tanak., 2006).

$Y_i^h \in \tilde{Y}_i^h$ ifadesindeki h değerini maksimize eder.

Burada;

$Y_i^h = [(Y_i | \mu_{Y_i}(Y_i) \geq h)]$ $i = 1, 2, \dots, m$ dir.

Buradaki h değeri Eşitlik (3.85a ve 3.85b) ile gösterilen doğrusal programlama çözüm eşitliğindeki kısıt değerlerinin hesaplanması için gerekli olan tolere edilebilir bulanıklık seviyesi (h); modele ait tahmin edilen değerler ile üzerinde inceleme yapılan veri kümesine ait gözlem değerleri arasındaki uyumun ölçüsünü gösteren değer olup, değişkenler arasındaki tam olarak tanımlanamayan bazı belirsiz ilişkileri regresyon modeline dahil edebilmek amacı ile kullanılan değer olup Eşiklik 3.85a ve 85b deki bulanık doğrusal fonksiyonuna ait bulanık sayı olan bağımlı değişken (\tilde{Y}_i) için üyelik fonksiyonu (Yen ve ark., 1999; Namdari ve ark., 2014);

$$\mu_{\tilde{Y}}(Y) = \begin{cases} \left\{ \left\{ \tilde{A}_i | Y = \max_f(\tilde{A}, x) \right\} \min_f \mu_{\tilde{A}_i}(x_i), \left\{ \tilde{A}_i | Y = f(\tilde{A}, x) \right\} \neq \emptyset \right\} \\ 0, \quad \text{aksi durumda} \end{cases} \quad (3.86a)$$

Eşiklik 3.85a ve 85b deki bulanık doğrusal fonksiyonuna ait bulanık sayı olan \tilde{Y}_i nin üyelik fonksiyonunu $\mu_{\tilde{Y}_i}(Y_i)$ genişleme ilkesi kullanılarak; $\mu_{\tilde{Y}_i}(Y_i)$;

$$= \begin{cases} \left(1 - \frac{|Y_i - a_i^c X_{ij}|}{a_i^s |X_{ji}|} \right) & a_i^c X_{ij} - a_i^s |X_{ij}| \leq Y_i \leq a_i^c X_{ij} + a_i^s |X_{ij}|, X_i \neq 0 \\ 1 & , X_i = 0, Y_i \neq 0 \\ 0 & , X_i = 0, Y_i = 0 \end{cases} \quad (3.86b)$$

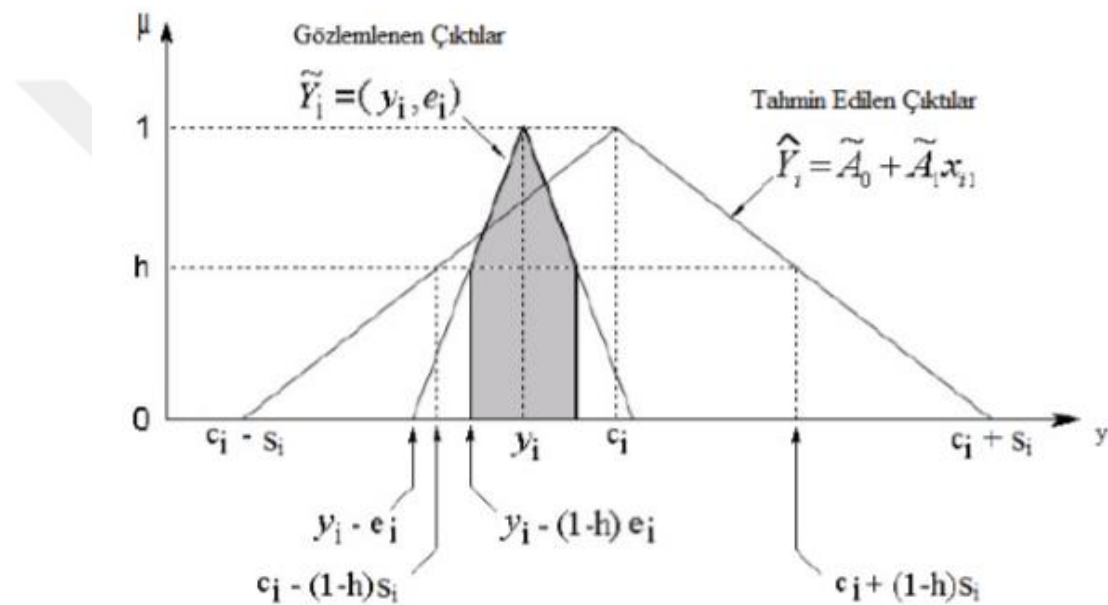
$\forall i = 1, \dots, n$

ile hesaplanır.

Burada; $|X_i| = \{|X_1|, |X_2|, \dots, |X_{ij}|$ ve $a_i^s |X_{ji}| \leq |Y_i - X_{ji} a_i^c|\}$ olduğu zaman $\mu_{\tilde{Y}_i}(Y_i) = [0,1]$ olmaktadır.

Eşitlik (3.85a) yardımı ile tahmin edilen Eşitlik 86b' deki bulanık \tilde{Y}_i çıkış değerleri h derecesinden büyük olan Y_i değerlerini içermektedir (Namdari ve ark., 2014).

Bulanık regresyon çözümleme modellerinde hata değeri genel olarak modele ait katsayı değerlerine dağıtılmış durumda bulunduğundan dolayı her bir katsayı belirli bir bulanıklık tolerans seviyesinde tahmin edilir. Belirli bir tolerans seviyesinde tahmin edilen bulanık bağımlı değişken \tilde{Y}_i değerleri ile gözlenen bağımlı Y_i değişkenine ait veriler arasındaki uyumluluk derecesi Şekil 3.21'deki gibi gösterilmektedir (Arnold ve ark., 2005; Yücel, 2005).



Şekil 3.21. Gözlenen bağımlı Y_i değişkenine ait veriler ile tahmin edilen bulanık bağımlı değişken \tilde{Y}_i değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Veri kümeleri ile ilgili bazı belirsizlikleri ve üzerinde inceleme yapılan veri kümelerinin modelle uyum içerisinde olup olmadığını gösteren bulanıklık tolerans katsayısı (h) seviyesinin değerinin veri kümesinin özelliğine bakılarak önceden araştırmacılar tarafından belirlenmesine bırakılmıştır. Bulanıklık tolerans katsayısının (h) değeri $0 \leq h \leq 1$ aralığında sonsuz sabit bir girdi değeri olarak modele eklenmektedir (Tanaka ve ark., 1982). Bulanıklık tolerans katsayısı h 'ın belirlenmesi ile ilgili herhangi bir ölçü bulunmamaktadır. Model katsayıları için sonsuz sayıda güven aralıkları oluşturulabilmektedir. Çalışmanın amacına ve veri kümesinin yapısına göre en uygun bulanıklık tolerans hata miktarı olan $(1 - h)$ değeri ile çalışılabilmektedir

(Moskowitz ve Kim, 1993; Şanlı, 2005). Bulanıklık tolerans seviyesi h 'ın sıfır değerini alması oluşturulan model ile veri kümesinin uyumsuz olduğunu, h 'ın bir değerini alması ise uyumlu olduğu anlamına gelmektedir (Yücel, 2005). Konu ile ilgili çalışmış olan bazı bilim adamları bulanıklık tolerans seviyesinin olması gereken en ideal değerinin belirlenmesi için, optimum değerlerin hesaplanarak bu değerler üzerinden bulanık değerlerin tahmin edilmesinin doğru bir yol olduğu sonucuna varılmışlardır (Moskowitz ve Kim., 1993). “ h ” ne kadar farklı değer alırsa alsın hesaplanan bulanık ortalama değerler değişmemektedir (Chang ve Ayyub, 2001). Genellikle tavsiye edilen ideal bulanıklık tolerans seviyesi değerinin $h = 0.5$ olması sebebiyle (Yücel, 2005; Uras, 1998) bu çalışmada da $h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$ için olabirlik değerleri (posibilistik odds) tahmin edilecektir.

Böylece bulanık doğrusal regresyon çözümleme modelinin bulanıklığı ve incelenen verilerin tamamının bulanıklık tolerans h seviyesinde oluşan kümesi en düşük bulanıklık düzeyine indirilmesi sağlanır. Tanaka ve arkadaşları, bulanıklık tolerans seviyesinin h değerini $1 > h \geq 0$ koşulu dikkate alınarak araştırmacılar tarafından karar verilmesinin gerekliliğini belirtmişlerdir (Tanaka ve ark., 1982; Modares ve ark., 2005).

Bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme modelinde kullanılacak bağımsız değişkenlerin (X_i) almış olduğu değerler doğal sayılar kümesinden oluşmaktadır. Bu sebepten dolayı bağımlı değişken (Y_i) ile bağımsız değişkenler (X_i) arasındaki ilişkilerde bir takım belirsizlikler oluşmaktadır. Bu belirsizliklerin çözümünün ancak bulanık regresyon çözümleme yaklaşımları ile kesinlik kazanacağı varsayılmıştır. Modele ait katsayı değerlerinin herbirinin simetrik üçgen özellik yapısına sahip bulanık bir sayı olması nedeniyle, herbir bağımsız değişken için tahmin edilen bağımlı \tilde{Y}_i değişkene ait değerlerin de simetrik üçgensel özellik yapısına sahip bulanık bir sayı olarak hesaplanmaktadır.

Örneğin, $\tilde{Y}_i = f(\tilde{A}, X) = (3,1) + (1,0.5)X_{i1}$ şeklinde olan basit bulanık doğrusal bir regresyon çözümleme eşitliğinin grafiğini elde edebilmek için eşitliğe ait katsayı değerleri ve bulanıklık tolerans seviyesi, $\tilde{A}_0 = (3,1)$, $\tilde{A}_1 = (1,0.5)$ ve $h = 0.5$ şeklinde belirlenmiştir. Bağımsız değişkene ait değerler ise $X = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ şeklindeki çift sayılardan oluşmuştur. X kümesine ait değerler x ekseninde gösterilmiştir. Bağımsız

değişkene ait her bir (x_i) değerleri için tahmin edilen \tilde{Y}_i değerlerinin merkez değerini ve yayılım değerlerini basit bulanık doğrusal regresyon çözümleme eşitliği ile hesaplanmak istendiğinde aşağıdaki gibi değerler hesaplanmıştır.

$$\tilde{Y}_i = f(\tilde{A}, X) = (3,1) + (1,0.5)X_{i1}$$

eşitliği kullanılarak $x = 0$ için hesaplanan tahmini \tilde{Y}_0 değeri,

$$\tilde{Y}_0 = (3,1) + (1,0.5) * 0 = (3,1) + 0 = (3,1)$$

$x = 2$ için hesaplanan tahmini \tilde{Y}_1 değeri,

$$\tilde{Y}_1 = (3,1) + (1,0.5) * 2 = (3,1) + (2,1) = (5,2)$$

$x = 4$ için hesaplanan tahmini \tilde{Y}_2 değeri,

$$\tilde{Y}_2 = (3,1) + (1,0.5) * 4 = (3,1) + (4,2) = (7,3)$$

$x = 6$ için hesaplanan tahmini \tilde{Y}_3 değeri,

$$\tilde{Y}_3 = (3,1) + (1,0.5) * 6 = (3,1) + (6,3) = (9,4)$$

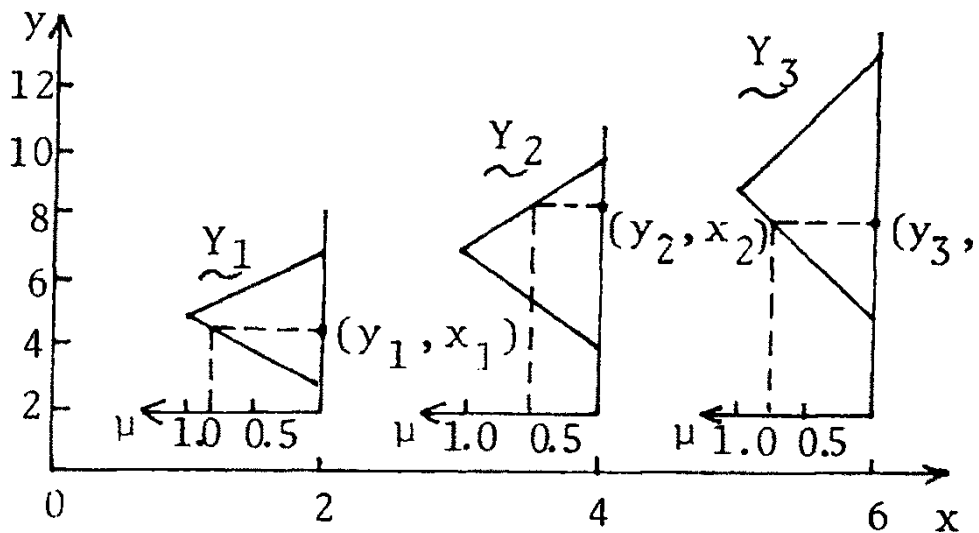
$x = 8$ için hesaplanan tahmini \tilde{Y}_4 değeri,

$$\tilde{Y}_4 = (3,1) + (1,0.5) * 8 = (3,1) + (8,4) = (11,5)$$

$x = 10$ için hesaplanan tahmini \tilde{Y}_5 değeri,

$$\tilde{Y}_5 = (3,1) + (1,0.5) * 10 = (3,1) + (10,5) = (13,6)$$

hesaplanan bağımlı değişkene \tilde{Y}_i ait merkez değerleri ile bağımsız değişkene (X_i) ait değerler arasında Şekil 3.22'deki grafik elde edilmiştir (Tanaka ve ark., 1982).



Şekil 3.22. Basit bir bulanık doğrusal regresyon çözümleme modelinin grafik yardımıyla gösterimi

Elde edilen grafikten anlaşılacağı gibi merkez değerler y ekseninde belirtilirken bağımsız değişkene ait değerler x ekseninde gösterilmiştir. Şekil 3.22'deki grafik basit bulanık doğrusal regresyon çözümlene eşitliğinin çeşitli değerleri için Tanaka ve arkadaşları tarafından hesaplanan grafikten esinlenerek oluşturulmuştur.

3.2.13.5. Simetrik üçgensel bulanık sayı olarak tahmin edilen \tilde{Y}_i değişkenine ait alt sınır, üst sınır ve yayılım değerlerinin belirlenmesi

Eşitlik 3.85a ve 85b deki bulanık doğrusal regresyon çözümlene modeli için, tahmin edilen bulanık bağımlı değişkene ait değerler $\tilde{Y}_i = (\tilde{Y}_c, \tilde{Y}_s)$ şeklinde gösterilmekte olup, $i = 1, 2, \dots, m$ şeklindedir (Pourahmad, 2013).

Bağımlı $\tilde{Y}_i = (\tilde{Y}_c, \tilde{Y}_s)$ ' değişkeninin $f(\tilde{A}, X)$ sonuç fonksiyonu bulanık aritmetik işlemler kullanılarak,

$$\tilde{Y}_i = f(X) = (\tilde{Y}_c, \tilde{Y}_s) \quad (3.87)$$

ile verilir.

Simetrik üçgensel bulanık sayı yapısına ait bir sayı olarak tahmin edilen bağımlı \tilde{Y}_i değişkeni için alt ve üst bulanık regresyon doğrularının tolera edilebilir bulanıklık sınır değerleri $\tilde{Y}_i = [\tilde{Y}_i^L, \tilde{Y}_i^{h=1}, \tilde{Y}_i^U]$ nin belirlenmesinde Zadeh'in genişleme kuramı kullanılmaktadır.

Üzerinde inceleme yapılan herhangi bir veri çifti (X_i, Y_i) için; Bağımlı değişken \tilde{Y}_i nin alt bulanıklık sınır değeri;

$$\tilde{Y}_i^L = \sum_{j=0}^p (a_i^C - a_i^S) X_{ij} \quad (3.88)$$

ile sınırları tahmini olarak belirlenen iki veya daha fazla veri noktasından geçen alt doğrusal regresyon modeli oluşturulur.

\tilde{Y}_c , bulanık doğrusal regresyon çözümlene modeli ile tahmin edilen bulanık bağımlı değişken \tilde{Y}_i değerlerinin merkezini yani (Orta) noktasını (mod değerini);

$$\tilde{Y}_i^{h=1} = \tilde{Y}_c = \sum_{j=0}^p a_i^C X_{ij} = a_0^C + \sum_{i=1}^n a_i^C x_i = a_0^C + a_1^C x_1 + \dots + a_n^C x_n \quad (3.89)$$

ile ifade edilmektedir (Gök, 2010; Pourahmad, 2013).

Hesaplanan bu $\tilde{Y}_i^{h=1}$ değeri üst bulanıklık tolerans seviyesinde oluşturulan regresyon doğrusu ile alt bulanık tolerans seviyesinde oluşturulan regresyon doğrusu arasındaki doğru olup simetrik üçgensel bulanık sayı yapısına sahip bağımlı değişkenin bulanık sayı olması durumunda $h = 1$ olmaktadır (Pourahmad, 2013).

Bağımlı değişken \tilde{Y}_i nin üst bulanık tolerans sınır değeri: İki veya daha fazla veri noktasından geçen üst regresyon doğrusu,

$$\tilde{Y}_i^{\bar{U}} = \sum_{j=0}^p (a_j^C + a_j^S) X_{ij} \quad (3.90)$$

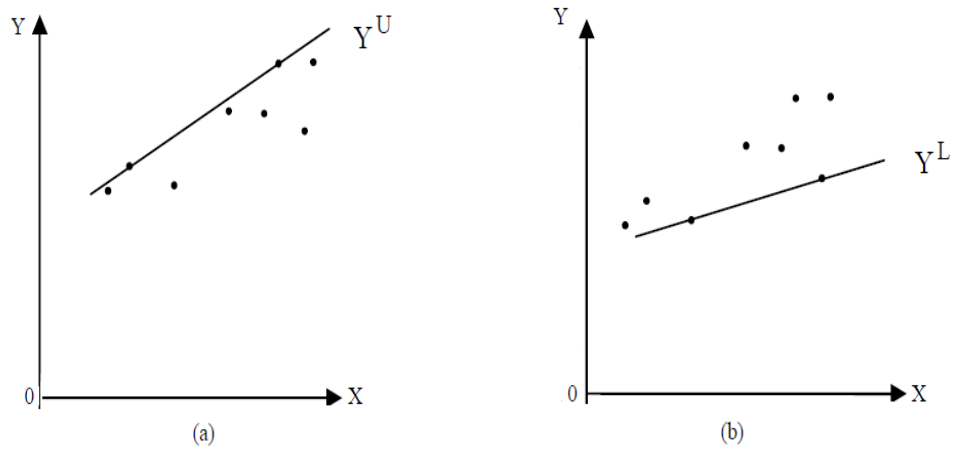
eşitlik ile hesaplanmaktadır.

\tilde{Y}_s , bulanık doğrusal regresyon çözümleme modeli ile tahmin edilen bağımlı değişkene ait \tilde{Y}_i değerlerin genişliğini veya bulanıklık seviyesini, yayılımını gösteren değeri olup,

$$\tilde{Y}_s = a_0^S + \sum_{i=1}^n a_i^S |X_{ji}| = a_0^S + a_1^S |x_1| + \dots + a_n^S |x_n| \quad (3.91)$$

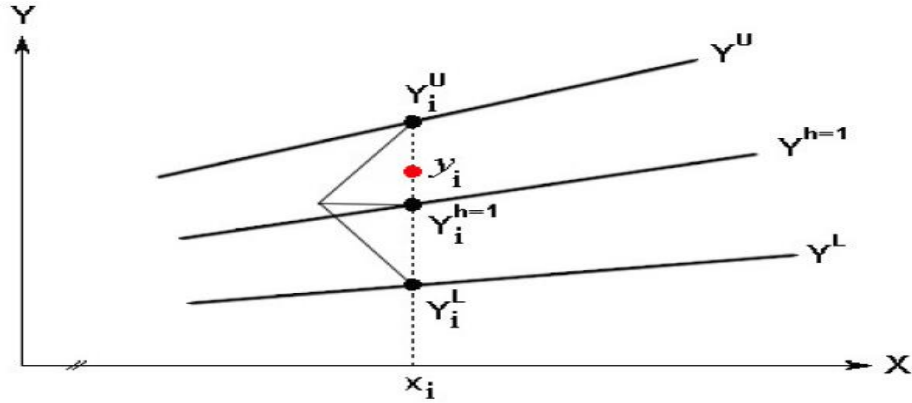
şeklinde verilir.

Üzerinde inceleme yapılan veri kümeleri Eşitlik 3.79, Eşitlik 3.89 ve Eşitlik 3.91'de kullanılarak bulanık regresyon çözümleme doğruları oluşturulmaktadır. Oluşturulan doğrular üzerinde tesadüfi olarak belirlenen noktalardan geçen alt ve üst bulanık regresyon doğrularına ait grafiksel gösterim Şekil 3.23'deki gibidir (Arnold ve ark., 2005; Yurçu ve İçağa., 2007; Gök, 2010).



Şekil 3.23. a) Bulanık doğrusal regresyon çözümleme eşitliği için üst regresyon doğrusu, b) alt regresyon doğrusu

Bulanık doğrusal regresyon çözümleme modelinde her bir X_i' değeri için simetrik üçgensel bulanık sayı olarak herhangi bir bulanıklık tolerans h seviyesinde tahmin edilen bulanık bağımlı değişken \tilde{Y}_i değerinin \tilde{Y}_i^L ve \tilde{Y}_i^U sınırları ile tanımlanan bir aralık arasında yer almasının gerekliliğini varsaymıştır. $\tilde{Y}_i^{h=1}$ olması tam orta noktayı göstermektedir. Alt ve üst regresyon doğrularının tam orta noktasından geçen doğruyu gösteren grafik Şekil 3.24'deki gibidir (Arnold ve ark., 2005).



Şekil 3.24. Bulanık doğrusal regresyon çözüm aralıkları

Bulanık \tilde{Y}_i değerine ait alt sınır \tilde{Y}_i^L ve üst sınır \tilde{Y}_i^U aralıklarının toplam değerini integral hesaplamaları yaparak bulunur.

$$\tilde{Y}_i = \int_{i=1}^p 1 d_y$$

$\tilde{Y}_i^{h=1}$ bulanık regresyon çözümleme eşitliğinden hesaplanan bulanık bağımlı değişkene \tilde{Y}_i ait değerler ile bağımsız değişkene ait gözlenen değerler arasında regresyon çözümlemesi yapılarak bulanık katsayı değerleri hesaplanır (Wang ve Tsaur, 2000a). Çünkü bulanık bağımlı değişken \tilde{Y}_i nin sahip olduğu alt sınır değeri \tilde{Y}_i^L ve üst sınır değeri de \tilde{Y}_i^U sınırlarından oluşmaktadır.

$$\tilde{Y}_i^L = \tilde{Y}_i^{h=1} - \sum_{i=1}^n a_i^s |X_{ji}| \quad (3.92)$$

$$\tilde{Y}_i^U = \tilde{Y}_i^{h=1} + \sum_{i=1}^n a_i^s |X_{ji}| \quad (3.93)$$

olduğu hesaplanır. Daha sonra \tilde{Y}_i^U ve \tilde{Y}_i^L bulanık regresyon çözümleme eşitlikleri kullanılarak \tilde{Y}_i^U ve \tilde{Y}_i^L bulanık değerleri hesaplanır. Hesaplanan bu değerlerden kullanılarak yayılım değerleri $\tilde{Y}_s = \frac{\tilde{Y}_i^L + \tilde{Y}_i^U}{2}$ ile değerleri hesaplanır (Uras, 1998). Bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme modeli ile daha güvenilir ve tutarlı sonuçların elde edilebilmesi için aşağıdaki gibi sistematik bir yolun takip edilmesi daha faydalı olacaktır.

1. adım: Bağımlı ve bağımsız değişkenler belirlenir,

2. adım: Bağımlı ve bağımsız değişkenlere ait en uygun modelin oluşturulabilmesi için gerekli “h” tolerans (güven) seviyesi belirlenir,

3. adım: “h” tolerans seviyesinde oluşturulacak modele ait bulanık katsayılar \tilde{A}_j için üyelik fonksiyonu tanımlanır,

4. adım: Bağımlı değişkene ait bulanık değerlerin hesaplanabilmesi için bağımlı değişken \tilde{Y}_i için üyelik fonksiyonu tanımlanır,

5. adım: Bağımlı değişken \tilde{Y}_i ye ait bulanık değerler tahmin edilir,

6. adım: Modele ait alt ve üst regresyon doğruları oluşturulur,

7. adım: $\tilde{Y}_i^{h=1}$ değeri hesaplanır,

8. adım: Bulanık regresyon çözümleme yaklaşımı ile bağımlı değişkenin tahmin edilen ortalama değerleri $\tilde{Y}_i^{h=1}$ ile gerçek (X_i) değerleri arasında klasik regresyon çözümleme yöntemi uygulanarak bulanık regresyon çözümleme modelinin katsayıları hesaplanır.

9. adım: Alt ve üst regresyon doğruları kullanılarak bulanık alt ve bulanık üst değerler hesaplanır,

10. adım: Bulanık regresyon çözümleme modeli oluşturulur,

11. adım: Katsayılar a_i^S = $\frac{\tilde{Y}_i^U - \tilde{Y}_i^L}{2}$ ile hesaplanır. Hesaplanan yayılım değerleri ile (X_i) gerçek değerleri arasında klasik regresyon çözümleme yöntemi uygulanarak bulanık regresyon çözümleme modelinin yayılımları hesaplanır (Wang ve Tsaur, 2000a).

3.2.13.6. Tanaka'nın yeniden (revize) gözden geçirilmiş çoklu doğrusal bulanık regresyon çözümleme yaklaşımı

Tanaka'nın bulanık regresyon çözümleme modeli için kullanılan tolera edilebilir bulanıklık katsayısı (h) değerinin sadece tahmin edilen \tilde{Y}_i 'lerin yayılımlarına ($s_0 + \sum_{j=0}^n s_j |X_{ij}|$) bağlı olmadığı, aynı zamanda \tilde{Y}_i 'lerin merkezi (orta) değerleri ile gözlemlenen Y_i değerleri arasındaki uzaklıklara da ($m_0 + \sum_{j=0}^n m_j |X_{ij}|$) bağlı olduğu He ve arkadaşları (2007) tarafından yapılan çalışma ile açıklığa kavuşturulmuştur.

Tanaka'nın bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımındaki temel amaç, tahmin edilen \tilde{Y}_i 'lere ait değerlerin oluşturduğu dağılımların toplamının minimize edilerek veri kümesi ile oluşturulan modelin yüksek oranda uyumlu olması varsayımı koşulunun yerine getirilmesi şartının sağlanması gerekmektedir. Bu varsayımın yerine getirilebilmesi için He ve arkadaşları (2007) tarafından yeni bir amaç fonksiyonunun geliştirilmesi için bir çalışma yaparak,

$$\min \left(SF + \sum_{i=1}^n R_i \right) = \sum_{i=1}^n \left[s_0 + \sum_{j=0}^n s_j |X_{ij}| \right] + \sum_{i=1}^n R_i \quad (3.94)$$

Kısıtları altında;

$$0 \leq h_i = \frac{1 - R_i}{\left[s_0 + \sum_{j=0}^n s_j |X_{ij}| \right]}$$

$$R_i = \left| y_i - \left[m_0 + \sum_{j=0}^n m_j |X_{ij}| \right] \right| \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.95)$$

ile gösterilen geliştirdikleri amaç fonksiyonunu önermişlerdir (He ve ark., 2007). Tanaka'nın bulanık regresyon modeline ait bulanık model katsayılarını tahmin etmek için eşitlik (3.94) deki amaç fonksiyonu ile bu amaç fonksiyonu için gerekli kısılar eşitlik (3.95) da verilmiştir. Problem çözümlü LİNGO paket programı kullanılarak yapılmıştır. Araştırmacının belirlediği herhangi bir bulanıklık tolerans seviyesi olan h derecesine bağlı olarak Tanakanın yeniden gözden geçirilmiş bulanık doğrusal regresyon çözümlüme yaklaşımına ait bulanıklık seviyesinin, Tanaka'nın bulanık doğrusal regresyon çözümlüme yaklaşım modeline göre daha küçük bir bulanıklık tolerans seviyesinde hesaplanabildiği yaptıkları çalışma sonucunda belirtilmiştir (He ve ark., 2007).

Yaklaşım üzerinde inceleme yapılan veri kümesi ile bu veri kümesine uyum sağlayan en uygun modelin belirlene bilmesi için uyum iyiliği test ölçütlerinden olan klasik regresyon yöntemi için kullanılan R^2 değerinin hesaplanması gerekmektedir. Ortalama uyum ölçütü olan R^2 nin değeri $0 \leq R^2 \leq 1$ arasında herhangi bir değer olup, bire yaklaşıkça üzerinde inceleme yapılan veri kümesi ile oluşturulan modelin geçerliliği ve güvenilirliği artmaktadır. Tanakanın yeniden gözden geçirilmiş bulanık doğrusal regresyon modeline ait hesaplanan ortalama uyum ölçütü değerinin, Tanaka'nın bulanık doğrusal regresyon çözümlüme modeline göre daha yüksek bir üyelik deresi ile veri kümesine uyumlu olduğu yaptıkları çalışma ile ortaya konulmuştur (He ve ark., 2007).

3.2.13.7. Bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşımı

Bu bölümde, geliştirilmiş tüm bulanık regresyon çözümleme yaklaşımları, oluşturulan modellerle ilgili bulanıklığın minimum düzeye indirilmesini amaçlamıştır. Bulanık regresyon çözümleme yaklaşımlarında, modele ait katsayı değerlerinin hesaplanmasında sıklıkla tercih edilen klasik en küçük kareler yöntemini ilk olarak 1988 yılında Diamond tarafından bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımına uyarlayarak bulanık regresyon çözümleme modeline ait katsayı değerlerini, üyelik dereceleri ile ifade edilen simetrik üçgen özellik yapısına sahip birer bulanık sayı olarak hesaplamıştır. Yöntem her bir katsayının tahmincisinin hesaplanması sırasında kaynaklanan birçok hesap hatasını minimize etmektedir.

Klasik regresyon çözümleme yöntemi ile yapılan uygulamalarda bağımsız değişken veya değişkenlerin bağımlı değişkeni ne oranda etkilediğine katsayılar yardımı ile bakılmaktadır. Genelde modele ait bu katsayıların değerlerinin tahmin sürecinde hata teriminin dağılışı ile ilgili herhangi bir varsayım söz konusu değilse en küçük kareler yöntemi kullanılarak modele ait katsayıların değerleri tahmin edilir. Bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşımında ise hata terimleri, modele ait katsayılardaki belirsizliklere göre ifade edilmektedir. Bağımlı değişkenin tahmin edilen değerlerinin belirli bir aralıktaki tüm değerleri alabileceği varsayılmaktadır. Bu varsayımlardan dolayı bulanık regresyon çözümleme yaklaşımı olasılık ve bulanık küme teorisi ile açıklana bilmektedir.

Bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşımı, klasik en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşımındaki amaca uygun tahmin edilen değerler ile üzerinde inceleme yapılan değerler arasındaki farkı bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı için kullanılan amaç fonksiyonu yardımı ile modele ait bulanıklığı minimize etmektedir. Modele ait bulanık katsayıların değerleri ile bağımlı (çıktı) değişkenin bulanık tahmini değerlerinin hesaplanması, doğrusal programlama yöntemleri ve en küçük kareler yöntemi kullanılarak hesaplanmaktadır.

Yaklaşımına ait eşitliğin oluşturulması için, her bir bulanık değerler klasik en küçük kareler regresyon çözümleme modelinde kullanılarak verilere uygun bir regresyon doğrusu elde edilir. Modele ait katsayıların tahmin edilen değerleri regresyon

katsayılarının orta değeri olarak ifade edilir. Bulanık çoklu regresyon çözümleme modeline ait simetrik üçgensel bulanık bir sayı yapısına sahip olan katsayılar minimum bulanıklık kriteri baz alınarak değerleri hesaplanır. Hesaplanan bulanık katsayıların yayılımları eşitlik (3.96) yardımı ile hesaplanmaktadır.

$$\min_{c,s} s^t |X_i| = \min_{c,s} \left[s_0 + \sum_{j=0}^n s_j |X_{ij}| \right] \quad (3.96)$$

$$\min_{c,s} J = c_1, c_2, \dots, c_n, c_j \geq 0, \forall i; i = 1, 2, \dots, m \quad \text{ve} \quad \min_{c,s} J = s_1, s_2, \dots, s_n, s_j \geq 0$$

$$\forall i; j = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$a_0 + \sum_{j=0}^n a_j X_{ij} + (1-h) \left[c_0 + \sum_{j=0}^n c_j |X_{ij}| \right] \geq Y_i + (1-h)e_i \quad \forall i; i = 1, 2, \dots, n$$

$$a_0 + \sum_{j=0}^n a_j X_{ij} - (1-h) \left[c_0 + \sum_{j=0}^n c_j |X_{ij}| \right] \leq Y_i - (1-h)e_i \quad \forall i; i = 1, 2, \dots, n$$

Önerilen bulanık en küçük kareler yaklaşımı, klasik en küçük kareler yöntemi temeline dayandırılarak geliştirilmiş bir yaklaşımdır. Buna göre gözlenen değerler ile tahmin edilen değerler arasındaki sapmalar, klasik regresyon çözümleme yönteminin aksine ölçüm ve gözlem hatalarından kaynaklı değildir. Yani, regresyon çözümleme modeline ait katsayıların bulanıklığı ile ilgili varsayımlardır.

Bu düşünce varsayımından hareketle bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme modeli;

$$\tilde{Y}_i = f(\tilde{\beta}, x) = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 X_{i1} + \dots + \tilde{\beta}_{p-1} X_{i(p-1)} + \tilde{\epsilon}_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (3.97)$$

ile tanımlanır. Bulanık regresyon modellerinde bağımlı Y_i değişkene ait verilerin gerçek sayı veya bulanık sayı olabilir. Genellikle, bağımlı Y_i değişkene ait verilerin aralık türündeki simetrik bulanık sayılar olduğu varsayılır (Kim ve Bishu, 1998).

Burada; \tilde{Y}_i , bulanık bir sayı olarak tahmin edilen bağımlı değişkeni ifade etmekte olup $\tilde{Y}_i = (\tilde{y}_i, \tilde{\epsilon}_i)$ şeklinde gösterilir.

$\tilde{\beta}_j = [\tilde{\beta}_0 \text{ ve } \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{\beta}_3, \dots, \tilde{\beta}_j \dots \dots, \tilde{\beta}_{p-1}]^t$ simetrik üçgensel bulanık sayı yapısına sahip bulanık regresyon katsayıları vektörleri olup $\tilde{\beta}_j = (c_j, s_j) \quad \tilde{\beta}_j, (j: 0, 1, 2, 3, \dots, p-1)$

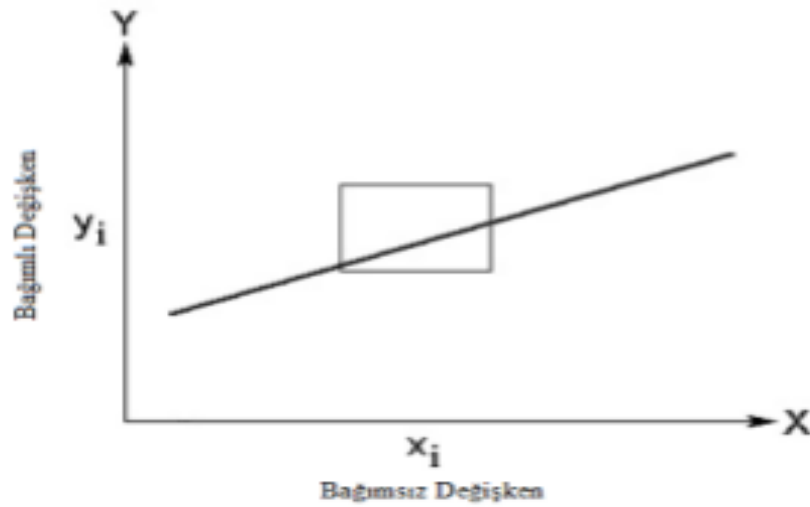
şeklinde birer bulanık sayılardır. c_j , merkez değerini, s_j , dağılım değerini göstermektedir.

$$X_{ij} = [X_1, X_2, \dots, X_{(p-1)n}]^t \text{ ise bağımsız değişkenlere ait vektördür. (j = 1, 2, \dots, p - 1)}$$

Çizelge 4.1’de Üzerinde inceleme yapılan karakterlere ait bağımlı ve bağımsız değişkenlerle ilgili bulanık olmayan veri kümesi için çözülmesi gereken en önemli problemin 3.97 eşitliğine ait bulanık katsayı $\tilde{\beta}_j$ değerlerinin tahmin edilmesidir. Eşitlik (3.100), $X(X^tX)^{-1} X^tY$ şeklinde çok değişkenli olup $\tilde{\beta}_0$ ve $\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{\beta}_3, \tilde{\beta}_4, \tilde{\beta}_5$ ve $h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$ olarak belirlenmiştir (Arnold ve ark., 2005; Gök, 2010).

$$\begin{aligned} d(\tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 X_{i1}, \tilde{Y}_i)^2 &= \min_{A, B} \sum d(\tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 X_{i1}, \tilde{Y}_i)^2 \\ &= (c_0 + s_0 + c_1 X_{i1} + s_1 X_{i1} - y_i - e_i)^2 + (c_0 + c_1 X_{i1} - y_i - e_i)^2 + \\ &\quad (c_0 - s_0 + c_1 X_{i1} - s_1 X_{i1} - y_i - e_i)^2 \end{aligned} \quad (3.98)$$

Eşitlik (3.98) c_0, c_1 ve s_0, s_1 değerlerine göre türevleri alınarak sıfıra eşitlenir. Daha sonra eşitlik çözümlenerek bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşımına ait katsayı değerleri hesaplanır. Bağımlı değişkenin tahmin edilen bulanık değerleri ile herhangi bir ölçüm sonucunda elde edilen bağımsız değişkenlerin geometrik olarak gösterimi Şekil 3.25’deki gibidir (Hojati ve ark., 2005).



Şekil 3.25. Bağımlı değişkenin tahmin edilen bulanık değerleri ile herhangi bir ölçüm sonucunda elde edilen bağımsız değişkenlerin geometrik olarak gösterimi

$j = 1, 2, \dots, p - 1$ 'e kadar olsun eşitlik 3.97 yeniden düzenlenerek eşitlik (3.99) elde edilir.

$$\tilde{\varepsilon}_j = \tilde{Y}_i - \tilde{\beta}_0 - \tilde{\beta}_{p-1}X_{i(p-1)}, (j = 1, 2, \dots, p - 1) \quad (3.99)$$

$j = 1, 2, \dots, p - 1$ e kadar hata değerleri hesaplanır. En küçük kareler regresyon çözümlene yaklaşımı ile eşitlik (3.99)

$$\min \sum_{i=1}^n (\tilde{Y}_i - \tilde{\beta}_0 - \tilde{\beta}_{p-1}X_{i(p-1)})^2 \quad (3.100)$$

eşitlik (3.100) şekline dönüştürülür.

Bulanık en küçük kareler yöntemini en iyi şekilde temsil eden Diomond modeli örnek verilebilir.

3.2.13.7.1. Celmins tarafından maksimum uyum ölçütü kullanılarak oluşturulan en küçük kareler regresyon çözümlene modeli

Üzerinde inceleme yapılan karakterlere ait veri kümeleri ile oluşturulan regresyon çözümlene modeli arasındaki uyum ölçüsünün derecesini belirlemek için uyum ölçütü değerine dayanan bir yaklaşımı Celmins (1987) tarafından geliştirmiştir. Yaklaşımın temel amacı veri ve model arasında maksimum genel uyum derecesine sahip bir modelin oluşturulmasıdır.

\tilde{A} ve \tilde{B} herhangi iki bulanık küme olmak üzere bu kümenin üyelik fonksiyonlarını sırası ile $\mu_{\tilde{A}}(x_i)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x_i)$ ler temsil etsin bu durumda iki bulanık kümenin uyum iyiliği ölçüsünü $\gamma(\tilde{A}, \tilde{B})$ şeklinde ifade edilmektedir. Normalleştirilmiş simetrik üçgensel bulanık bir sayı yapısına sahip $\mu_{\tilde{A}}(x_i)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x_i)$ üyelik fonksiyonlarını,

$$\gamma(\tilde{A}, \tilde{B}) = \max_x \min\{\mu_{\tilde{A}}(x_i), \mu_{\tilde{B}}(x_i)\} \rightarrow \gamma \in [0, 1] \quad (3.101)$$

şeklinde ifade edilir (Celmins, A., 1987b). İki bulanık kümenin merkezleri çakışıyor ve örtüşüyor ise γ nin değerleri sırasıyla $\gamma = 1$ ve $\gamma = 0$ değerini almaktadır.

Celmins yaklaşımına göre maksimum uyum ölçütü $\gamma(\tilde{A}, \tilde{B})$ kullanılarak bulanık en küçük kareler regresyon çözümlene modeli,

$$\tilde{Y}_i = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \tilde{A}_2 X_{i2} + \tilde{A}_3 X_{i3} + \dots + \tilde{A}_{p-1} X_{i(p-1)} = \tilde{A}_i X_i$$

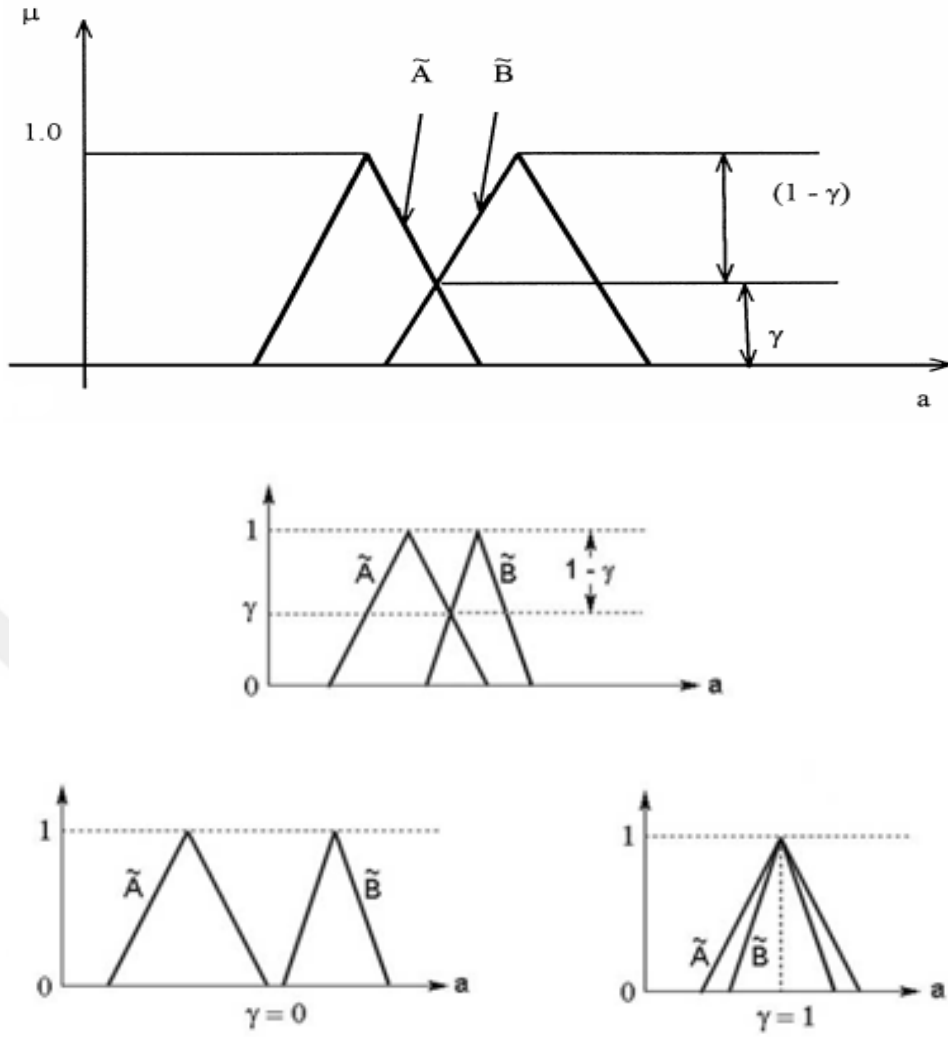
= $a_0^c + a_1^c x \pm \sqrt{s_0^2 + 2s_{01}x + s_1^2 x^2}$ şeklinde ifade edilir ((Arnold ve ark., 2005; Abdalla., 2012).

Burada, $a_0^c + a_1^c x$ bulanık regresyon çözümleme modelinin merkez doğrusunu gösteren değerlerdir. $\sqrt{s_0^2 + 2s_{01}x + s_1^2 x^2}$ bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme modelinin alt ve üst sınır değerlerini temsil etmektedir. s_0^2 ve s_1^2 bulanık \tilde{A}_0 ve \tilde{A}_1 katsayılarının yayılımını temsil eden değerlerdir. Katsayı değerleri ağırlıklı en küçük kareler yöntemi ile hesaplanmaktadır. Celmins \tilde{A}_0 ve \tilde{A}_1 katsayıları arasındaki uyumluluğun bulanıklığını s_{01} ile belirtmiştir. Bu değer klasik yöntemle hesaplanan katsayılar için kullanılan kovaryans değerine eşdeğer bir değer olduğunu vurgulamıştır. Genel olarak bu değerlerin sayısal değeri $[0,1]$ aralığında olmaktadır.

Maksimum uyum iyiliği ölçüsü olarak belirlenen γ değeri, minimum bulanıklık tolerans seviyesi olarak belirlenen h derecesi ile aynı amaç için kullanılmaktadır. Maksimum uyum ölçütü ile bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşıma göre amaç, üzerinde inceleme yapılan karakterlere ait veri kümesi ile oluşturulan model arasında maksimum düzeyde genel bir uyum derecesine sahip bir modelin oluşturulabilmesidir. Veri kümesi ile tahmin edilen model arasındaki uyum derecesi γ değeri ile gösterildiğinde, genel uyum ölçütünün γ nin 1 den farklarının kareleri toplamı alınarak f fonksiyonunun değeri minimum seviyeye indirilecek şekilde hesaplanır. Genel uyum iyiliği ölçütünün değerini f ,

$$\min f = \sum_{i=1}^m (1 - \gamma_i)^2 \quad (3.102)$$

şeklinde ifade edilen f fonksiyonunun minimuma indirilmesi amacını taşımaktadır. Genel uyum iyiliği ölçütünün geometrik olarak gösterimi Şekil 3.26'daki gibidir (Arnold ve ark., 2005; Armutlu ve Yazıcı., 2012)

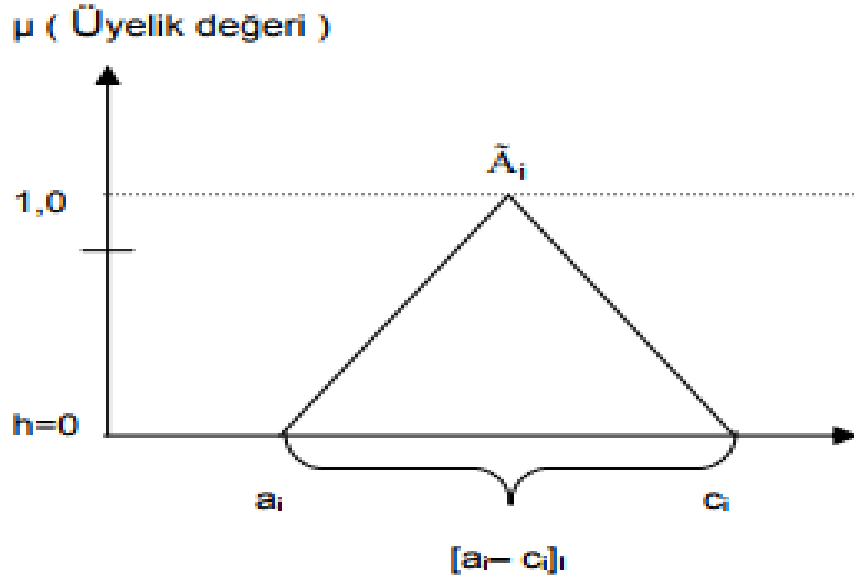


Şekil 3.26. Uyum iyiliği ölçütünün geometrik olarak gösterimi

3.2.13.8. Aralık (Interval) regresyon modeli

Bulanık regresyon çözümleme yaklaşımlarından biri de aralık regresyon çözümleme yaklaşımıdır. Bu yaklaşım Ishibuschi tarafından önerilen olabilirlik (Possibilistic) regresyon çözümleme yönteminin en basit şeklidir. Yaklaşımın temel özelliği; üzerinde inceleme yapılan verilerin ve bulanık doğrusal regresyon katsayılarının aralık sayı türünde hesaplanmasıdır. Aralık sayı türünde hesaplanan katsayı değerlerinden dolayı, bağımlı değişkenin tahmin edilen tüm bulanık \tilde{Y}_i değerleri en geniş yayılıma (bulanıklık) sahip belirli bir aralıktaki en uygun değerlerin alması sağlanacak şekilde hesaplanmaktadır. Yani bulanıklık tolerans seviyesini gösteren h değerinin $h = 0$ seviyesinde olması durumunda oluşturulan bulanık doğrusal regresyon

çözümleme modeline *aralık regresyon çözümleme modeli* denir. Aralık regresyon çözümleme modeline ait aralık türünde hesaplanan katsayıların bileşenleri ile birlikteki geometrik yapısı Şekil 3.27'deki gibidir.



Şekil 3.27. Aralık sayı türündeki katsayıların bileşenleri ile birlikteki geometrik yapısı

Herhangi bir ölçüm sonucunda elde edilen veri kümeleri için bulanık çoklu doğrusal aralık regresyon çözümleme yaklaşımı ile daha güvenilir ve tutarlı sonuçların elde edilebilmesi için aşağıdaki belirtildiği gibi sistematik bir yolu takip edilir;

i) Herhangi bir ölçüm sonucunda elde edilen veri kümeleri (y_i, x_i) , $j=1, \dots, n$ şeklinde düzenlenir

ii) Veriler Eşitlik 3.103a, 3.103b ve 3.103c 'deki aralık modeli ile temsil edilebilecek şekilde uygulanarak,

$$\tilde{Y}_i = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \tilde{A}_2 X_{i2} + \tilde{A}_3 X_{i3} + \dots + \tilde{A}_{p-1} X_{i(p-1)} = \tilde{A}_i X_i \quad (3.103)$$

$$\tilde{Y}_i = \{r_0, s_0\} + \{r_1, s_1\} X_{i1} + \dots + \{r_{(p-1)}, s_{(p-1)}\} X_{i(p-1)} \quad (3.103.a)$$

$$\tilde{Y}_i = \{r_0, s_0\} + \{r_1 X_{i1}, s_1 |X_{i1}|\} + \dots + \{r_{(p-1)} X_{i(p-1)}, s_{(p-1)} |X_{i(p-1)}|\} \quad (3.103.b)$$

$$\tilde{Y}_i = \{r_0 + r_1 X_{i1}, s_0 + s_1 |X_{i1}|\} + \dots + \{r_{(p-1)} X_{i(p-1)}, s_{(p-1)} |X_{i(p-1)}|\} \quad (3.103.c)$$

aralık regresyon çözümleme modeli oluşturulur. Modele ait aralık sayı özelliğindeki katsayı \tilde{A}_i değerleri şu şekilde gösterilir: $\tilde{A}_i = (r_i, s_i)$ burada r_i , katsayıların merkezini ve s_i kat sayıların yayılımı olup $s_i \geq 0$ dir. Dolayısıyla \tilde{A}_i ,

$$\tilde{A}_i = \{a | r_i - s_i \leq a \leq r_i + s_i\} \quad (3.104)$$

ile ifade edilmektedir.

iii) Üzerinde inceleme yapılan özelliklere ait verileri temsil edebilecek, X_{ij} bağımsız (girdi) değişkenleri ile aralık sayı türündeki model katsayılarının \tilde{A}_i çarpılması sonucu aralık sayı türünde değerleri hesaplanan bulanık bağımlı değişken \tilde{Y}_i hesaplanır. \tilde{Y}_i 'nin değerinin hesaplanması sırasında, yapılan aritmetik işlemler sonucunda aralık çıkış işlemleri aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\tilde{Y}_i = (r_i^t x_j, s_i^t |x_j|) \quad (3.105)$$

Burada,

$$r_i = (r_0, r_1, r_2, \dots, r_n)^t, \quad s_i = (s_1, s_2, s_3, \dots, s_n)^t \quad \text{ve} \quad |X_j| = (|X_{1j}|, |X_{2j}|, \dots, |X_{ij}|)^t$$

dir.

$$r_i^t x_j - s_i^t |x_j| \leq \tilde{Y}_i \leq r_i^t x_j + s_i^t |x_j|, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.106)$$

ile ifade edilir (Slowinski,1998).

Hesaplanan tüm bulanık bağımlı değişken \tilde{Y}_i değerleri, bulanık regresyon eşitliğine eklenerek regresyon katsayıları aralık sayı türünde tanımlanır.

Eşitlik 3.103.c'deki $r_0 + r_1 X_{i1} + \dots + r_{(p-1)} X_{i(p-1)}$ değerleri bağımlı değişken \tilde{Y}_i nin orta (merkez) değeri, $s_0 + s_1 |X_{i1}| + \dots + s_{(p-1)} |X_{i(p-1)}|$ değerleri ise \tilde{Y}_i nin yayılım değerini ifade etmektedir.

Bulanık aralık regresyon çözümleme yaklaşımı ile geçerli ve güvenilir sonuçların hesaplanmasının bağlı olduğu varsayımlar;

i) Üzerinde inceleme yapılan bağımlı Y_i değişkene ait gözlem değerlerinin, aralık sayı olarak tahmin edilen bağımlı değişken \tilde{Y}_i değerlerinin sahip olduğu aralık sınırları içinde $Y_i \in |\tilde{Y}_i|_h$ olması gerekliliği.

ii) Bulanık aralık sayı olarak tahmin edilen bağımlı değişken \tilde{Y}_i değerlerinin yayılım değeri $(s_0 + s_1 |X_{i1}| + \dots + s_{(p-1)} |X_{i(p-1)}|)$ şeklinde ifade edilmekte olup yayılım değeri küçüldükçe j.ci tahmin edilen bulanık değer gerçekte gözlem değerlerine yakın bir değer olarak hesaplanabilme varsayımının sağlanması şartlarının yerine getirilmesi gerekmektedir (Tanaka ve ark., 1982).

iii) Oluşturulan aralık regresyon modeli için, doğrusal programlama probleminin çözümlenmesi ile aralık modelin yayılım ölçütü için tanımlanan amaç fonksiyonu "J";

$$\min J = ns_0 + s_1 \sum_{j=1}^n |X_{ij}| \quad \text{veya} \quad \sum_{j=1}^n s_i^t |X_{ij}| \quad (3.107)$$

ile ifade edilen eşitlik (3.108) deki amaç fonksiyonu toplam bulanıklığı minimize edecek biçimde uygulanmalıdır (Hojati ve ark., 2005). Eşitlik (3.109) ve Eşitlik (3.110) deki kısıtlar, üzerinde inceleme yapılan bulanık verilerin bulanık regresyon çözümleme yaklaşımı ile belirli değerler arasında sınırlandırılabilmesi için amaç fonksiyonu ile kısıt değerlerinin birleştirilmesi sonucunda aralık regresyon çözümleme modeli oluşturularak uygulanmaktadır (Chang ve Ayyub, 2001).

Aralık regresyon çözümleme yöntemi, amaç fonksiyonu J değerini minimize eden aralık sayı türündeki katsayıları \tilde{A}_i , $i=1,2,\dots,n$, Eşitlikler 3.103a, 3.103b, 3.103c yardımı ile hesaplayarak doğrusal programlama (LP) sorununa yol açtığını göstermek gerekir.

$$\begin{aligned} \min_{r_i, s_i} J &= \sum_{j=1}^n s_i^t |X_{ij}| \\ s_i^t |X_{ij}| & \\ s_i &\geq 0, \quad r_i \quad i = 0,1,2, \dots, n \end{aligned} \quad (3.108)$$

Eşitlik(3.108) deki kısıtlar altında

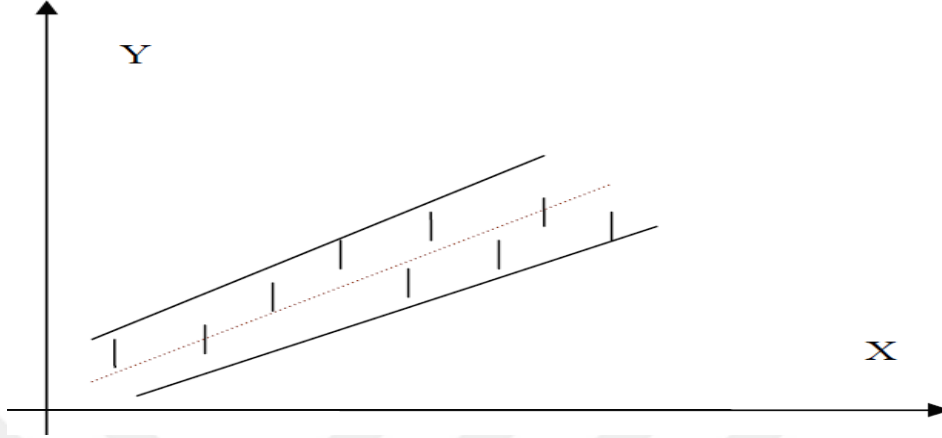
$$\{r_0 - s_0\} + \{r_1 - s_1\}X_{ij} \leq \tilde{Y}_i^L \quad \forall i; i = 1,2, \dots, n \quad (3.109)$$

$$\{r_0 - s_0\} + \{r_1 - s_1\}X_{ij} \geq \tilde{Y}_i^U \quad \forall i; i = 1,2, \dots, n \quad (3.110)$$

ile hesaplanır (Hojati ve ark., 2005). Hesaplanan bu değerler bağımlı değişken \tilde{Y}_i değerlerinin sahip olduğu aralık sınırları içinde $Y_i \in [\tilde{Y}_i]_h$ olmalı varsayımı için alt sınır koşullarını oluşturmaktadır. Amaç fonksiyonu ile kısıtlar birleştirilerek aralık regresyon çözümleme modeli oluşturulur. Bulanık doğrusal regresyon çözümleme yöntemine ait kısıtlamalar herhangi bir h_i seviyesinde oluşturularak araştırmacı istediği h_i seviyesinde yapabilir (Slowinski,1998).

Genişleme (extension) ilkeleri uygulanarak, her bir gözlenen bağımlı değişkenin Y_i değeri, simetrik üçgensel bulanık bir sayı $\tilde{Y}_i = (\tilde{Y}_c, \tilde{Y}_s)$ olarak tahmin edilir. Bu

doğrusal programlama probleminin çözümlenmesi ile aralık regresyon çözümleme modeline ait katsayı değerleri hesaplanır. Gerçek Y_i nin tahmin edilen aralık türündeki bulanık sayıların grafik yardımıyla gösterimi Şekil 3.28'deki gibidir (Yongshen, 2005).



Şekil 3.28. Herhangi bir ölçüm sonucu elde edilen bağımsız X değişkenleri ile bulanık katsayılar \tilde{A}_i ve bulanık \tilde{Y}_i değerleri için aralık regresyon

Eşitlik 3.88'deki \tilde{Y}_i^L her bir bulanık bağımlı değişken \tilde{Y}_i değerinin alt bulanıklı tolerans sınır değerini, \tilde{Y}_i^U : her bir bulanık bağımlı değişken \tilde{Y}_i değerinin üst bulanıklı tolerans sınır değerini ifade etmektedir.

Bulanık aralık regresyon çözümleme yaklaşımında kareler toplamı;

i) kareler toplamı (SST),

$$SST = \sum_{i=1}^n (Y_i - \tilde{Y}_i^L)^2 + (Y_i - \tilde{Y}_i^U)^2$$

ii) regresyon kareler toplamı (SSR);

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\tilde{Y}_i^{h=1} - \tilde{Y}_i^L)^2 + \sum_{i=1}^n (\tilde{Y}_i^U - \tilde{Y}_i^{h=1})^2$$

iii) hata kareler toplamı (SSE),

$$SSE = \sum_{i=1}^n (\tilde{Y}_i^{h=1} - Y_i)^2$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bulanık aralık regresyon çözümleme yaklaşımı için genel kareler toplamı, klasik doğrusal regresyon çözümleme yöntemindeki gibi kareler toplamı (SST) = regresyon kareler toplamı (SSR) + hata kareler toplamı (SSE) değerlerinin toplamına eşit olmaktadır. Kareler toplamı aralık regresyon yaklaşımında,

tahmin edilen bulanık bağımlı \tilde{Y}_i değişkeninin alt ve üst bulanıklı tolerans sınırlar arasındaki değişimin ölçüsünü ifade etmektedir. Regresyon kareler toplamı (SSR), $\tilde{Y}_i^{h=1}$ nin alt ve üst bulanıklı tolerans sınırlar arasındaki değişimin ölçüsünü ifade etmektedir. Hata kareler toplamı (SSE), bulanık bağımlı \tilde{Y}_i değişkeninin tahmin edilebilmesi için bağımlı değişkenin merkez $\tilde{Y}_i^{h=1}$ değerinin kullanılması durumunda oluşacak farklılıkların değişimin ölçüsünü ifade etmektedir (Tanaka ve ark., 1982).

3.2.13.9. Bulanık (Fuzzy) lojistik regresyon çözümleme eşitliği

Bulanık mantık yaklaşımı, uzman bilgisini kullanması, esnek olması, bilinmeyen değerleri büyük bir doğrulukla tahmin etmesi, kümeler arasında ilişkiler araması, kolay anlaşılır olması, insan diline yakın olması, vb. özellikleri nedeni ile günümüzün karmaşık problemlerinin çözümünde kullanışlı bir araç haline gelmiştir (Şen, 2009). Bu özelliklerinden dolayı farklı alanda çalışmalar yapan birçok araştırmacının ilgisini çekmesi alanları ile ilgili çalışmalara uygulayarak günümüzde ki doruk noktasına ulaşmıştır. Artık günümüzde hemen her alanda (mühendislik, tıp, sosyoloji, psikoloji, işletme, tarım, eczacılık, veterinerlik, optimizasyon, regresyon analizi, olasılık kuramı, uzman sistemler, yapay zeka, sinyal işleme, ulaştırma vb.) bulanık mantık uygulamalarına rastlamak mümkündür (Yılmaz, 2006; Paksoy ve ark., 2013).

Bulanık lojistik regresyon analiz yaklaşımı, klasik lojistik regresyon analiz yöntemi varsayımların geçerli olmadığı ya da verilerin yapısı gereği bulanık olduğu durumlarda kullanılan bulanık küme teorisine dayalı bir regresyon analiz yaklaşımıdır (Tanak ve Wadata, 1988).

Bilimsel çalışmanın aşamalarında birçok belirsizliğin bir problem olarak ortaya çıkması bu belirsizliklerin sayısallaştırılarak modellenebilmesi için, algoritmaların ve yeni yaklaşımların geliştirilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Model, araştırma konusu ile ilgili üzerinde inceleme yapılan herhangi bir özelliğe ait bilgi ya da düşüncelerin belirli kurallar çerçevesine bağlı olarak şekillenmesidir (Tatlıdil, 1996).

Alternatif bir yaklaşım sağlamak amacı ile geliştirilen bulanık lojistik regresyon analiz yaklaşımı, geleneksel modellerden farklı olarak günlük konuşma dilindeki sözel belirsizlikleri klasik istatistik analiz yöntemleri ile olasılık (probabilistic) kurallarına

göre değil de “olabilirlik” (possibilistik) özellikleri dikkate alarak modellemeler yapabilmesinden dolayı günümüzde oldukça yaygın bir şekilde kullanılmaktadır (Şen, 2009).

Üzerinde inceleme yapılan özelliklere ait belirsizliğin derecesi “olabilirlik” (possibilistik) ölçüsü ile değerlendirilmektedir (Ross, 2004). Çünkü bulanık regresyon analiz yaklaşımlarında modele ait hata değerleri, katsayı değerlerine dağıtılmış durumda bulunduğundan dolayı her bir katsayı değeri belirli bir bulanıklık tolerans katsayısı (h) kadarlık bir üyelik seviyesinde tahmin edilmektedir. Bulanık katsayılara ait belirsizliklerin sayısal ölçüm değerleri ancak olabilirlik yöntemi gibi bir ölçüm ile değerlendirilebilmektedir.

Yaklaşım eşitliğinin birçok çalışmada uygulanmasının en uygun yaklaşım olduğunu araştırmacıların geneli bildirmiştir (Ming ve ark., 1997; Nagar ve Srivastava, 2008). Bu klasik lojistik regresyon analiz yöntemi için gerekli olan bağımlı değişkenin kategorik, ikili ve üçlü olma ön koşuluna bağlı kalmadan, bağımlı değişkenin sürekli ve belirsiz olduğu durumlarda da, belirsizlikleri (bulanıklığı) sayısal değerlere dönüştürerek daha güvenilir ve tutarlı sonuçların hesaplanabilmesi amacı taşıyan bir olabilirlik (possibilistik) yaklaşımıdır.

Klasik lojistik regresyon analiz yöntemi temel alınarak, $X_i = [X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{i(p-1)}, \mu_i]$ $i=1,2,\dots,n$ (n, gözlem sayısı) şeklinde olan bir klasik (kesin) veri kümesi ve p tane bağımsız değişken için geliştirilen çoklu fuzzy (bulanık) lojistik regresyon eşitliği (3.111a ve 3.111b);

$$\tilde{\mu}_i = \frac{\exp(\tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 X_{i1} + \tilde{\beta}_2 X_{i2} + \tilde{\beta}_3 X_{i3} + \dots + \tilde{\beta}_{p-1} X_{i(p-1)})}{1 + \exp(\tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 X_{i1} + \tilde{\beta}_2 X_{i2} + \tilde{\beta}_3 X_{i3} + \dots + \tilde{\beta}_{p-1} X_{i(p-1)})} \quad (3.111a)$$

$$\tilde{W} = f(x, \tilde{\beta}) = \ln \left\{ \frac{\tilde{\mu}_i}{1 - \tilde{\mu}_i} \right\} = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 X_{i1} + \tilde{\beta}_2 X_{i2} + \dots + \tilde{\beta}_{p-1} X_{i(p-1)} \quad (3.111b)$$

şeklinde elde edilir ve $i = 1, \dots, n$. (Ghoshray, 1997; Agresti, 2002; Namdari ve ark., 2014). Burada; X_i : i'nci hayvan için canlı ağırlık, ırk, yaş, sağılan gün, servis periyodu, ilk buzağlama yaşı ve laktasyon sırası gibi bağımsız değişkenlere ait gözlem vektörü olup, $i: 1,2,3,\dots,p$ (p, bağımsız değişkenlerin sayısı).

$\tilde{W}_i = \log_e \left(\frac{\tilde{\mu}_i}{1-\tilde{\mu}_i} \right)$: $i = 1, \dots, n$ (fuzzy outputs) bulanık çıkış değerlerini temsil eden değer olup, i 'nci hayvanın üzerinde inceleme yapılan özelliğe sahip olmasının posibilistik odds oran (olabilirlik ihtimalinin doğal logaritmasıdır) değerlerinin doğal logaritması alınarak elde edilen logit değerlerinin tahmincisi şeklinde tanımlanır (Zadeh, 1978 ; Namdari ve ark., 2014).

$x \in X$; X :klasik küme (kesin küme) olmak üzere $\tilde{\beta}_j = [\tilde{\beta}_0$ ve $\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{\beta}_3, \dots, \tilde{\beta}_j, \dots, \tilde{\beta}_{p-1}]$ bulanık lojistik regresyon modeline ait simetrik üçgensel bulanık regresyon katsayılarını temsil eden bir bulanık küme (model parametreleri) olup; $\tilde{\beta}_j$ ($j: 0, 1, 2, \dots, p-1$) ile tanımlıdır (Ghoshray, 1997). Burada, $\tilde{\beta}_0$: Bulanık sabit katsayısı ve $\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_p$ bulanık kısmi regresyon katsayılarıdır. $w_i = \log_e \left\{ \frac{\tilde{\mu}_i}{1-\tilde{\mu}_i} \right\}$ ise posibilistik odds oran (olabilirlik ihtimalinin) değerine logaritmik (logit) dönüşüm uygulanması sonucunda tahmin edilen poss değeri olup bağımlı değişkene (Y_i) ait değerlerin yerine kullanılmaktadır ($i=1,2,\dots,m$). \tilde{P}_i : i 'nci hayvan için üzerinde inceleme yapılan bağımlı değişkenin (laktasyon süt verimi) istenilen özelliğe sahip olması olabilirliğini gösteren (tahmin edilen olasılık) değer olup,

$$\tilde{\mu}_i = \text{poss}(Y_i = 1) \text{ şeklindedir ve } \tilde{\mu}_i \in R: 0 \leq \mu_i \leq 1 \quad i=1,2,3,\dots,n.$$

İlgili bulanık gözlem değerlerinin belirli bir özelliğe sahip olması olabilirliğinin olmaması olabilirliğine ait oranını gösteren eşitlik (3.112) “posibilistik odds” olarak adlandırılır (Modares ve ark., 2005),

$$\frac{\tilde{\mu}_i}{[1 - \tilde{\mu}_i]} \quad (3.112)$$

$i=1,2,3,\dots,m$

olup burada ($\tilde{\mu}_i$), her bir bulanık gözlem değerleri için tahmin edilen olasılık değerlerini göstermekte olup $0 \leq \tilde{\mu}_i \leq 1$ aralığında değer alır, her bir bulanık gözlem değerleri için üzerinde inceleme yapılan (laktasyon süt verimi) özelliğe ait olmaması değerleri ise $(1 - \tilde{\mu}_i)$ ile gösterilmekte olup tahmin edilen olasılık değerleri ise $0 \leq 1 - \tilde{\mu}_i \leq 1$ aralığında değerler alırken bazen de posibilistik odds oranı değerleri 1'den büyük olabilmektedir (Pourahmad ve ark., 2011a).

3.2.13.1. Bulanık (Fuzzy) lojistik regresyon çözümleme modeline ait katsayıların tahmini

Bulanık regresyon çözümleme modellerine ait katsayı değerlerinin tahmin edilmesinde bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşımı kullanılmaktadır. Yaklaşım, bulanıklığı minimize etmektedir. İlk olarak Tanaka ve arkadaşları (1982) tarafından geliştirilmiş olan yöntem ile hesaplanan katsayı değerleri ($\tilde{\beta}_j$), üyelik dereceleri ile temsil edilebilen simetrik üçgensel özelliğe sahip birer bulanık sayı olduğu için, tahmin edilen bağımlı değişken (\tilde{W}_i) değerleri de simetrik üçgensel özelliğe sahip birer bulanık sayı olarak tahmin edilmektedir.

Bulanık regresyon çözümleme yaklaşımında, gözlenen değerler ile tahmin edilen değerler arasındaki sapmaların, modele ait tahmin edilen katsayı değerlerinin birer simetrik üçgensel özelliğe sahip bulanık sayı olmasından kaynaklandığı varsayılmaktadır (Tanaka ve ark., 1982). Tanaka'nın geliştirmiş olduğu yöntemle göre bulanık regresyon çözümleme yaklaşımına ait hatanın (yayılım) derecesi modele ait hesaplanan tüm katsayıların (parametrelerinin) toplam bulanıklığına (derecesine) eşdeğerdir. Bulanık katsayıların

$$\tilde{\beta}_j = [\tilde{\beta}_0 \text{ ve } \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{\beta}_3, \dots, \tilde{\beta}_j \dots \dots, \tilde{\beta}_{p-1}]$$

değerlerini tahmin etmek için, bulanık olmayan bağımsız değişkenlere ait değerler ile bağımlı değişkene ait değerleri fuzzy doğrusal regresyon modelinde birlikte kullanarak olasılık (posibilistik) değeri hesaplanır. Yaklaşımına ait tahmin edilen simetrik üçgensel özelliğe sahip bulanık bu katsayıların geçerliliği ve güvenilirliği için gerekli olan bazı varsayımların gerçekleşmesi gerekmektedir. Bu varsayımlar aşağıdaki gibi:

1- Her bir hayvana ait bağımlı değişkenin gözlenen değerinin (w_i), tahmin edilen olasılık odds oran (\tilde{W}_i) değerinden, en az bulanıklık tolerans katsayısı (h) değeri kadarlık bir üyelik derecesi ile tahmin edilmelidir. ($\tilde{W}_i(w_i) \geq h$). Buradaki $w_i = \log_e \left\{ \frac{\tilde{\mu}_i}{1-\tilde{\mu}_i} \right\}$, $h \in (0, 1)$ şeklindedir ($i = 1, 2, \dots, m$).

2- Bir modelin belirsizliğini (bulanıklığını) temsil eden simetrik üçgensel özelliğe sahip olan katsayıların ($\tilde{\beta}_j$), modelin bulanıklığını minimum düzeye

indirebilecek özellikte olmalıdır. Katsayılara ait belirsizliğin derecesi yayılımların (bulanıklığın) artmasına paralel olarak arttığı için oluşturulan modelin bulanıklığını ancak tahmin edilen bulanık çıkış değerlerinin (\tilde{W}_i) yayılımlarının toplamını minimize etmekle mümkün olabileceği sonucuna varılmıştır (Chang ve Ayyub, 2001).

Simetrik üçgensel özelliğe sahip her bir katsayı değerlerini herhangi bir bulanık fonksiyon ile şu şekilde tanımlaya biliriz;

$$f: X \times \tilde{\beta}_j \rightarrow w_i; w_i = f(x, \tilde{\beta}_j)$$

Eğer bulanık katsayı değerleri ($\tilde{\beta}_j$) simetrik üçgensel özellikleri taşıyan üyelik fonksiyona sahip ise, her bir bulanık ($\tilde{\beta}_j$) katsayı değerini eşitlik (3.113), eşitlik (3.114) ve eşitlik (3.115)' deki gibi tanımlayabiliriz (Modares ve ark., 2005).

$$\tilde{\beta}_j = [a_i^L, a_i^C, a_i^R] \quad j=0,1,2,\dots,p-1 \quad (3.113)$$

$$a_i^C = \frac{(a_i^L + a_i^R)}{2} \quad (3.114)$$

$$a_i^S = a_i^C - a_i^L = a_i^R - a_i^C \quad (3.115)$$

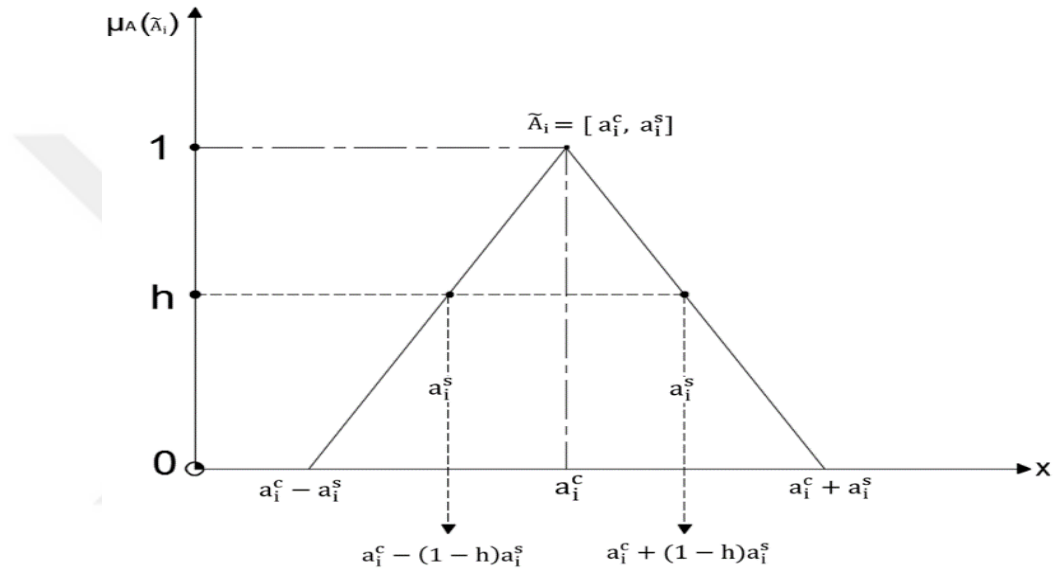
Burada, a_i^L sol alt limit değerini, a_i^C bulanık katsayıların merkezini gösteren mod (tepe) değeri olup $a_i^C = [a_1^C, a_2^C, a_3^C, \dots, a_n^C]$ şeklindedir. a_i^R ise sağ üst limit değerini göstermektedir. a_i^S bulanık katsayıların ($\tilde{\beta}_i$) yayılımını (bulanıklığını) (spread) gösteren değer olup $a_i^S = [a_0^S, a_1^S, a_2^S, a_3^S, \dots, a_n^S]$ şeklindedir.

Bulanık katsayılar $\tilde{\beta}_j = [\tilde{\beta}_0 \text{ ve } \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{\beta}_3, \dots, \tilde{\beta}_j, \dots, \tilde{\beta}_{p-1}]$ kümesindeki her bir $\tilde{\beta}_j$ bulanık katsayısı, $\tilde{\beta}_j = [a_i^C, a_i^S]$ veya $\tilde{\beta}_j = [a_i^L, a_i^R]$ parametre çiftlerinden herhangi birisini kullanmakta olup genellikle $\tilde{\beta}_j = [a_i^C, a_i^S]$ ile temsil edilmektedir.

$\tilde{\beta}_0 = [a_0^C, a_0^S]$, $\tilde{\beta}_1 = [a_1^C, a_1^S]$, $\tilde{\beta}_2 = [a_2^C, a_2^S]$, $\tilde{\beta}_3 = [a_3^C, a_3^S]$, $\tilde{\beta}_4 = [a_4^C, a_4^S]$, $\tilde{\beta}_5 = [a_5^C, a_5^S]$ $\tilde{\beta}_j = 0,1,2,\dots,p$ ile tanımlanır (Wang ve Tsaur, 2000a). Simetrik üçgensel özelliğe sahip bulanık katsayılara ait üyelik derecelerinin hesaplanması için gerekli olan üyelik fonksiyonu;

$$h = \mu_{A_i}(\tilde{\beta}) = \begin{cases} 1 - \frac{a_i^C - x}{a_i^L} & a_i^C - a_i^L \leq x \leq a_i^C - a_i^L \\ 1 - \frac{x - a_i^C}{a_i^R} & a_i^C \leq x \leq a_i^C + a_i^R \\ 0, & x > a_i^C + a_i^R \text{ veya } x < a_i^C - a_i^L \end{cases} \quad (3.116)$$

Eşitlik (3.116)' deki gibi tanımlanır. Her bir bulanık ($\tilde{\beta}_j$) katsayı değerleri için gerekli olan parametre değerlerini grafik yardımı ile göstermek istediğimizde;



Şekil 3.29. Simetrik üçgensel bulanık katsayılar $\tilde{\beta}_j$ için üçgensel üyelik fonksiyonunun gösterimi

Şekil 3.29'daki simetrik üçgensel özellik yapısındaki bulanık katsayılar $\tilde{\beta}_j$ için üçgensel üyelik fonksiyonunun şeklini göstermektedir. Bulanık katsayı ($\tilde{\beta}_j$) değerlerine ait üyelik fonksiyonunu tanımladıktan sonra, bulanık lojistik regresyon yaklaşımı ile tahmin edilen bulanık logit değerlerini (\tilde{W}_i), bulanık aritmetik işlemlere göre Eşitlik (3.111b) kullanarak eşitlik (3.117) deki gibi tanımlanmaktadır (Ghoshray 1997).

$$\tilde{W}_i = f(x, \tilde{\beta}) = [f_i^C(x), f_i^S(x)] = [f_i^C(x), f_{iS}^L(x), f_{iS}^R(x)]_T \quad (3.117)$$

Eşitlik (3.117) deki her bir katsayı değerlerinin simetrik üçgensel özelliğe sahip birer bulanık sayı olması nedeni ile tahmin edilen bulanık logit (\tilde{W}_i) değerleri de simetrik üçgensel özelliğe sahip birer bulanık sayı olmaktadır. Burada, $f_i^S(x)$ bulanık lojistik regresyon yaklaşımının yayılımı olup, $f_i^S(x) = [a_0^S + a_1^S x_{i1} + a_2^S x_{i2} + a_3^S x_{i3} + \dots + a_n^S x_{in}]$ şeklindedir. $f_i^C(x)$ bulanık lojistik regresyon yaklaşımının mod değeri olup Eşitlik (3.118)' deki gibidir (Yen ve ark., 1999, Atalık, 2014).

$$\begin{aligned}
f_i^C(x) &= a_0^C + a_1^C X_{i1} + \dots + a_{p-1}^C X_{i(p-1)} \\
f_{is}^L(x) &= s_0^L + s_1^L X_{i1} + \dots + s_{p-1}^L X_{i(p-1)} \\
f_{is}^R(x) &= s_0^R + s_1^R X_{i1} + \dots + s_{p-1}^R X_{i(p-1)}
\end{aligned} \tag{3.118}$$

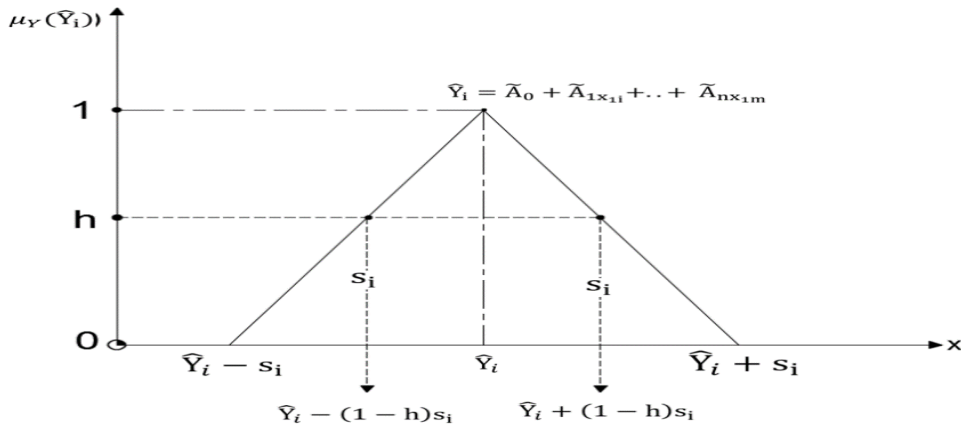
Simetrik üçgensel özelliğe sahip, tahmin edilen bulanık logit (\tilde{W}_i) değerlerini üyelik fonksiyonu (membership function) yardımı ile;

$$\tilde{W}_i(X) = \begin{cases} 1 - \frac{f_i^C(X) - X}{f_{is}^L(X)}, & f_i^C(X) - f_{is}^L(X) \leq X \leq f_i^C(X), \\ 1 - \frac{X - f_i^C(X)}{f_{is}^R(X)}, & f_i^C(X) < X \leq f_i^C(X) + f_{is}^R(X), \\ 0 & \text{ve diğer durumlar} \end{cases} \tag{3.119}$$

Eşitlik (3.119)'deki gibi hesaplanmaktadır. Eğer $\tilde{W}_i = f(x, \tilde{\beta}) = [f_i^C(X), f_i^S(X)]$ $\tilde{\beta}_j = (a_j, s_j)$: $s_j^L = s_j^R = s_j$ $j = 1, \dots, p - 1$ değerleri birbirine eşit ise hesaplanan bu üçgen bulanık sayıya simetrik üçgensel özelliğe sahip bulanık sayı denir. Bu durumda tahmin edilen posibilistik odds oran değeri,

$$\tilde{W}_i = [f_i^C(X), f_i^S(X)] = f_{is}^L(X) = f_{is}^R(X) = f_i^S(X) \quad (i=1,2,3,\dots,m)$$

şeklinde ifade edilir (Yen ve ark., 1999). Bu değerlerde birbirine eşit olan simetrik üçgensel özelliğe sahip birer bulanık sayı olarak elde edilecektir. Üyelik fonksiyonunun şekli, uygulama alanlarına göre değişiklik gösterdiği için bu çalışmada simetrik üçgensel özelliğe sahip bir üyelik fonksiyonu üzerinde durulacaktır. Simetrik üçgensel bir özelliğe sahip tahmin edilen posibilistik odds oran $\exp[\tilde{W}_i]$ değerine ait parametre değerlerinin simetrik üçgensel özelliğe sahip üyelik fonksiyonu üzerinde gösterimi Şekil 3.30'deki gibi verilmektedir.



Şekil 3.30. Simetrik üçgensel özelliğe sahip tahmin edilen posibilistik odds oran (\tilde{W}_i) değerlerine ait üyelik fonksiyonu

Şekil 3.30'daki gibi gösterilen, posibilistik odds oran değerlerine ait üyelik fonksiyonu posibilistik odds oran (olabilirlik ihtimalinin) tahmini değerinin genişleme teorisinden (extension principle) yararlanarak hesaplamak istediğimizde gerekli olan üyelik fonksiyonunu $\exp [\tilde{W}_i]$, $x > 0$ Eşitlik (3.120)'deki gibi oluşturulur (Tanaka ve Guo, 1999).

$$\exp [\tilde{W}_i] = \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{f_i^C(x) - \ln(x)}{f_i^L(x)}, f_i^C(x) - f_i^L(x) \leq \ln(x) \leq f_i^C(x), \\ 1 - \frac{\ln(x) - f_i^C(x)}{f_i^R(x)}, f_i^C(x) < \ln(x) \leq f_i^C(x) + f_i^R(x). \end{array} \right\} \quad (3.120)$$

burada, $\exp[\tilde{W}_i]$ genişleme teorisi kullanılarak geliştirilen üyelik fonksiyonu ile tahmin edilen posibilistik odds oranı. Araştırmaya yeni eklenen her bir hayvan için tahmini posibilistik odds oran değerleri $\exp [\tilde{W}_i(x)]$, Eşitlik (3.120) kullanılarak hesaplanır. Bulanık lojistik regresyon çözümlene modeline ait geçerli ve güvenilir katsayıların hesaplanabilmesi için eşitlik (3.113, 3.114 ve 3.115) kullanılmaktadır. Amaç fonksiyonu ile tahmin edilecek bulanık çıkış değerlerine (\tilde{W}_i) ait yayılımların (bulanıklığını, hatasını) minimize edilebilmesi için araştırmada kullanılan bağımlı ve bağımsız değişkenlere ait veri kümelerinin bulanıklığının minimum seviyeye indirilmesi gerekmektedir. Bu minimizasyonu gerçekleştirecek olan amaç fonksiyonu ise eşitlik (3.121)'deki şekilde modellenmektedir ((Yen ve ark., 1999; Pourahmad ve ark., 2011b);

$$Z = [n(s_0^L + s_0^R)] + \sum_{j=1}^{p-1} \left[(s_j^L + s_j^R) \sum_{i=1}^n X_{ij} \right] \quad (3.121)$$

Burada, bağımlı değişkene ilişkin gözlem sayısı n 'dir. Bağımsız değişken sayısı k 'dir. X_{ik} ise k 'nci bağımsız değişkenin i 'nci gözlem değeridir. Kısıt sayısını gözlem sayısı n belirlemektedir çünkü \hat{Y}_i için soldan ve sağdan yaklaşarak bir aralık tahmin edilmektedir. Tahmin edilen her bir \tilde{W}_i gözlem değeri için iki kısıt yazılması kuralı nedeni ile kısıt sayısı, $2xn$ olmalıdır (Moskowitz ve Kim, 1993). Hesaplanan kısıt değerleri klasik istatistik yöntemler için güven aralıkları görevini görmektedir. Doğrusal programlama problemleri için geliştirilen amaç fonksiyonu $a_i^S x_{np}$ minimize ederek doğrusal modeldeki belirsizliği en düşük seviyeye indirilmektedir. Böylece doğrusal

programlama problemi bulanık doğrusal modelin bulanıklığını belirli bir bulanıklık tolerans katsayı (h) seviyesinde en az seviyeye indirgemektedir.

Oluşturulacak bulanık lojistik regresyon çözümlene eşitliğinin toplam bulanıklığının minimum düzeye indirgenmesi indirilmesi amacı ile Tanaka ve ark. (1982) (tarafından eşitlik 3.121 ve 3.122) daki gibi modele ait $\tilde{\beta}_i = [a_i^C, a_i^S]$ bulanık katsayı değerlerinin hesaplanabilmesi için bir doğrusal programlama problemi eşitliği geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri eşitlik (3.121) amaç fonksiyonu olup, modelin toplam bulanıklığını göstermektedir. Eşitlik (3.121) ile doğrusal programlama problemi çözümlenerek eşitliğe ait bulanık sistem parametreleri $\tilde{\beta}_i$ nin merkez ve yayılım değerleri $[a_i^C, a_i^S]$ doğrusal programlama ile hesaplanmaktadır (Tanaka ve ark., 1982).

$\tilde{\beta}_j$ katsayılarına ait toplam yayılımları temsil eden, $a_i^S x_{ik} = [a_1^S + a_2^S + a_{3+}^S, \dots, a_n^S]$ fonksiyonunun eşitlik (3.122)'deki koşullar altında minimize edilerek, doğrusal programlama problemleri için geliştirilmiş olan Eşitlik (3.121) ile gösterilen amaç fonksiyonu (Z) için kısıt değeri Eşitlik (3.122) yardımcı ile;

$$\tilde{W}(w_i) \geq h$$

$$1 - \frac{f_i^C(x) - w_i}{f_{is}^L(x)} \geq h \Rightarrow (1 - h)f_{is}^L(x) - f_i^C(x) \geq -w_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.122)$$

$$1 - \frac{w_i - f_i^C(x)}{f_{is}^R(x)} \geq h \Rightarrow (1 - h)f_{is}^R(x) + f_i^C(x) \geq w_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$(1 - h)s_0^L + (1 - h) \sum_{j=1}^{p-1} (s_j^L x_{ij}) - a_0^C - \sum_{j=1}^{p-1} a_j^C x_{ij} \geq -w_i \quad \forall i; i = 1, 2, \dots, n$$

$$(1 - h)s_0^R + (1 - h) \sum_{j=1}^{p-1} (s_j^R x_{ij}) + a_0^C + \sum_{j=1}^{p-1} (a_j^C x_{ij}) \geq w_i \quad \forall i; i = 1, 2, \dots, n$$

(Tanaka ve Guo., 1999; Modares ve ark., 2005)). Burada, $a_j^C x_{ik}$ tahmin edilen simetrik üçgensel özelliğe sahip bir sayı olan (w_i) bağımlı değişkenin değeri için bulanık aralığın merkezini, $a_i^S x_{np}$: (w_i) değerleri için tahmin edilen bulanık aralık değerlerinin merkez değerlerine olan uzaklığını ifade eden yayılım değeridir (standart sapma gibi algılanmalıdır).

Gözlemlenen verilere ait kümenin klasik kümeden oluştuğu durumlarda yayılım (a_i^S) değeri sıfır olarak hesaplanmaktadır (Hojati ve ark., 2005).

3.2.14.2. Bulanık lojistik regresyon çözümleme modeli için uyum iyiliği test ölçütleri

Klasik istatistik yöntemlerde olduğu gibi bulanık bir modelin optimizasyonunda da uyum iyiliği test ölçütleri kullanılarak (model fit), oluşturulan modellerin üzerinde inceleme yapılan verilerin doğal yapısına uyup uymadığının, geçerliliğinin ve güvenilirliğinin belirlenmesi test edilir (Atalık, 2014). Bu çalışmada, bulanık modellerin optimizasyonunda çok sık kullanılan uyum iyiliği test ölçütlerinden iki tanesi;

i) Ortalama üyelik derecesi (posibilistic odds) (Mean Degree of Memberships (MDM))

ii) Hata kareler ortalaması (Mean of Squares Errors (MSE))

3.2.14.2.1. Ortalama Üyelik Derecesi (MDM)

Ortalama üyelik derecesi, klasik regresyon çözümleme eşitliği için bağımlı değişkende gözlenen değişimin ne kadarının bağımsız değişkende gözlenen değişim ile açıklandığını gösteren belirtme katsayısına (isabet derecesi) (R^2) benzer bir ölçütdür. Ölçüt üzerinde inceleme yapılan veri kümeleri ile oluşturulan bulanık (fuzzy) lojistik regresyon çözümleme eşitliğinin uyum derecesini belirtmektedir. Ortalama üyelik derecesi 0 ile 1 arasında değerler almaktadır. Ortalama üyelik derecesi eşitlik (3.123) 'yardımıyla;

$$MDM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{W}_i(w_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \exp \left[\hat{W}_i \left(\frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]} \right) \right] \quad (3.123)$$

ile hesaplanabilmektedir. Burada; $\exp \left[\hat{W}_i \left(\frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]} \right) \right] = \frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]}$ i'ci gözleme ait tahmin edilen posibilistik odds oran değerinin üyelik derecesi olup, eşitlik (3.124) yardımıyla;

$$\exp \left[\hat{W}_i \left(\frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]} \right) \right] = 1 - \frac{(w_i - f_i^c(x))}{f_i^s(x)} \text{ veya } 1 - \frac{(f_i^c(x) - w_i)}{f_i^s(x)} \quad (3.124)$$

ile hesaplanabilmektedir. Hesaplanan üyelik derecelerinin ortalamasının 1'e yakın çıkması üzerinde inceleme yapılan veri kümeleri ile oluşturulan model arasında iyi bir uyumun olduğunu gösteren en önemli göstergedir.

3.2.14.2.2. Hata kareler ortalaması test ölçütü (MSE)

Tahmin edilen değerler ile gerçek gözlem değerleri arasındaki farkı(hatanın ortalamasını) ölçen uyum iyiliği test ölçütüdür. Üzerinde inceleme yapılan veri kümesi

ile oluşturulan modelin uyum iyiliğini değerlendirmede kullanılan bir ölçüt olup hesaplama formülü eşitlik (3.125)' deki gibidir (Dubois ve Prade, 1993).

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\text{defCoG} \left\{ \exp \left[\widehat{W}_i \right] \right\} - \left(\frac{\tilde{\mu}_i}{[1 - \tilde{\mu}_i]} \right) \right]^2 \quad (3.125)$$

burada; $\text{defCoG} \left\{ \exp \left[\widehat{W}_i \right] \right\} : \exp \left[\widehat{W}_i \left(\frac{\tilde{\mu}_i}{[1 - \tilde{\mu}_i]} \right) \right]$ tahmin edilen posibilistik odds oran değerinin defuzikasyonudur. Tahmin edilen bulanık değerlerin sayısal (kesin, net) değerlere dönüştürülmesi gerekeceği için durulaştırma yöntemlerinden ağırlık merkezi defuzikasyon (center of Gravity defuzzication yöntem) yöntemi kullanılarak durulaştırılma işlemi eşitlik (3.126) ile $\text{def CoG} \left\{ \exp \left[\widehat{W}_i \right] \right\}$,

$$= \frac{\int_{\exp(f_1^C(x)) - f_1^S(x)}^{\exp(f_1^C(x))} x \left(1 - \frac{f_1^C(x) - \ln(x)}{f_1^S(x)} \right) dx + \int_{\exp(f_1^C(x))}^{\exp(f_1^C(x) + f_1^S(x))} x \left(1 - \frac{\ln(x) - f_1^C(x)}{f_1^S(x)} \right) dx}{\int_{\exp(f_1^C(x)) - f_1^S(x)}^{\exp(f_1^C(x))} x \left(1 - \frac{f_1^C(x) - \ln(x)}{f_1^S(x)} \right) dx + \int_{\exp(f_1^C(x))}^{\exp(f_1^C(x) + f_1^S(x))} x \left(1 - \frac{\ln(x) - f_1^C(x)}{f_1^S(x)} \right) dx} \quad (3.126)$$

şeklinde yapılmaktadır (Pourahmad ve ark. 2011a). Burada; $f_1^C(x)$ tahmin edilen bağımlı $[\widehat{W}_i(x)]$ değişkenin ortalaması, $f_1^S(x)$ tahmin edilen bağımlı $[\widehat{W}_i(x)]$ değişkenin yayılımını ifade eden değer (Tanaka ve Guo, 1999). Tahmin edilen değerler ile gözlemlenen (gerçek) değerler arasındaki fark azaldıkça oluşturulan modelin gerçek durumları (düşük, normal, yüksek et, süt, yumurta verimli) tahmin edebilme gücü artmaktadır.

Bulanık lojistik regresyon çözümlene yaklaşımı ile daha güvenilir ve tutarlı sonuçların elde edilebilmesi için aşağıdaki gibi sistematik bir yolun takip edilmesi daha faydalı olur. Nagar ve Srivastava, (2008)' de benzer bir yol önermektedir.

1. Üzerinde inceleme yapılacak bağımlı ve bağımsız değişkenlere ait veri kümelerinin modelde kullanılabilecek şekilde düzenlenerek hazır hale getirilir.

2. Veriler arasındaki doğrusallık varsayımı (Scatter Plot yöntemi ile) belirlendikten sonra bağımlı değişken (Y_i) değerlerinin yerine kullanılarak, bağımsız değişkenlere ait veri kümeleri ile birlikte bulanık lojistik regresyon modelinde uygulamaları için "Logit (logistic)" uygun analizleri yapılır.

3. Bulanık lojistik regresyon çözümlene eşitliğine ait katsayı değerleri, bulanıklık tolerans katsayısı seviyesi $h = 0.5$ göre Lingo 16.0, WINQSP gibi doğrusal paket programlarından herhangi birisi ile çözümlenerek hesaplanır.

4. Hesaplanan bulanık katsayı değerlerini modelde yerine koyarak bulanık lojistik regresyon çözümleme eşitliği oluşturulur.

5. Oluşturulan bulanık lojistik regresyon çözümleme eşitliği ile her bir hayvana ait özellikler kullanılarak gözlenen logit $w_i = \ln \left\{ \frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]} \right\}$ değerlerine ait tahmini bulanık logit değerleri ($\tilde{W}_i = \ln \left\{ \frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]} \right\}$) hesaplanır.

6. Üzerinde inceleme yapılan değişkenlere ait veriler amaç fonksiyonunda kullanılarak belirli kısıtlara (gözlem sayısı x 2) göre oluşturulan eşitliğin bulanıklık düzeyi hesaplanır.

7. $\frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]}$ = odds oran değerleri 0 ile $+\infty$ arasında değer alabildikleri için odds değerlerinin doğal logaritmaları alınarak logit dönüşümü yapılır (logit; bir olayın odds değerinin doğal logaritması alınarak yapılır). Dönüşüm sonucunda logit değerlerinin $-\infty$ ile $+\infty$ sonsuz arasında değer almaları sağlanarak doğrusal olmayan lojistik regresyon fonksiyonu doğrusal simetrik hale dönüştürülür.

8. Dönüşüm sonucunda $w_i = \ln \left\{ \frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]} \right\}$ değerlerinin sınırlarını $(0, +\infty)$ aralığından $(-\infty, +\infty)$ sınır aralığına doğal logaritması alınarak dönüştürme işlemi yapılır.

9. Gözlenen posibilistik odds oran (w_i) değerlerinin, tahmini posibilistik odds oran ($\exp \left[\tilde{W}_i \right] = \frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]}$) değerleri genişleme teorisine göre hesaplanır.

10. Tahmin edilen posibilistik odds oran değerlerine transformasyon uygulanarak tahmini bulanık olasılık (\hat{P}_i) değerleri hesaplanır.

11. Oluşturulan bulanık lojistik regresyon çözümleme eşitliğinin üzerinde inceleme yapılan veri kümelerine uyumunu belirlemek için uyum iyiliği test ölçütleri kullanılarak “Ortalama üyelik derecesi (Mean Degree of Memberships MDM)” ve “Hata kareler ortalaması (Mean of Squares Errors (MSE))” uyum istatistikleri hesaplanır. Hesaplanan değerlere göre sonuçların geçerliliği ve güvenilirliği test edilir.

12. Tahmin edilen bulanık çıkış değerleri durulaştırma yöntemlerinden ağırlık merkezi defuzikasyon (center of Gravity defuzzication yöntem) def CoG $\left\{ \exp \left[\tilde{W}_i \left(\frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]} \right) \right] \right\}$ yöntemi ile durulaştırılarak kesin değerlere dönüştürülür.

Bilimsel çalışmaların aşamalarındaki birçok belirsizliğin çözüme kavuşturulabilmesi için araştırmacıların bu aşamaları titizlikle uygulamaları gerekir.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

4.1. Araştırma Bulguları

Bu bölümde her bir hayvana ait laktasyon süt verim değerinin tahmin edilebilmesi için, hayvanın laktasyondaki yaşı (ay) (X_1), sağılan gün sayısı (X_2), servis periyodu (gün) (X_3), ilk buzağılama yaşı (gün) (X_4), laktasyon sırası (X_5) gibi özellikler kullanılarak, hesaplanan parametrelerin, klasik tahmin edicilerle mi yoksa bulanık regresyon yaklaşımları kullanılarak elde edilen tahmin edicilerle mi daha iyi tahmin edilebildiğini ortaya koymak amacıyla parametreler tahmin edilmiştir.

Her bir hayvana ait laktasyon süt verim değerinin tahmin edilebilmesi için, hayvanın laktasyondaki yaşı (ay) (X_1), sağılan gün sayısı (X_2), servis periyodu (gün) (X_3), ilk buzağılama yaşı (gün) (X_4), laktasyon sırası (X_5) gibi özellikler için normallik varsayımının sağlanıp sağlanmadığını ölçmek için, Shapiro-Wilk testi uygulanmıştır. Ayrıca değişkenler arasındaki ilişkilerin düzeyini ölçmek için de, laktasyon süt verimi (kg) (Y_i) değerleri ile (X_1), (X_2), (X_3), (X_4), (X_5) değerleri arasındaki ilişki düzeyleri klasik Pearson ve bulanık Pearson ilişki katsayı değerleri hesaplanarak ölçülmüş, güven aralıkları oluşturulmuştur. Oluşturulan güven aralıkları sayesinde hesaplanan ilişki katsayıları karşılaştırılarak yorumlanmıştır. Daha sonra da her bir hayvanın laktasyon süt verim değerleri, klasik en küçük kareler yöntemi, Tanaka'nın bulanık regresyon çözümleme yaklaşımı, Tanaka'nın yeniden (revize) gözden geçirilmiş bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı, bulanık en küçük kareler (Diamond ve Celmins) regresyon çözümleme yaklaşımı, aralık (Interval) regresyon çözümleme yaklaşımı ve bulanık lojistik regresyon çözümleme yaklaşımında uygulanarak her bir yöntem için ortalama bulanık katsayı değerleri ile bu katsayılara ait sapma (yayılım) değerleri hesaplanarak alt bulanıklık sınır değerleri ve üst bulanıklık sınır değerleri hesaplanmıştır. Tanaka'nın bulanık regresyon çözümleme yaklaşımına ait hesaplamalar Çizelge 4.5, Çizelge 4.6, Çizelge 4.7, Çizelge 4.8.'de, Tanaka'nın yeniden (revize) gözden geçirilmiş bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı ile yapılan hesaplamalar Çizelge 4.9, Çizelge 4.10, Çizelge 4.11, Çizelge 4.12.'de, bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşımı ile yapılan hesaplamalar Çizelge 4.13, Çizelge 4.14, Çizelge 4.15, Çizelge 4.16'de, aralık (Interval) regresyon çözümleme yaklaşımı ile yapılan hesaplamalar, Çizelge 4.17 Çizelge 4.18, Çizelge 4.19. Çizelge

4.20’de ve bulanık lojistik regresyon çözümleme yaklaşımı ile yapılan hesaplmalar ise Çizelge 4.21, Çizelge 4.22, Çizelge 4.23, Çizelge 4.24, Çizelge 4.25.’de verilmiştir. Daha sonra klasik en küçük kareler regresyon çözümleme yöntemin ile hesaplanan istatistik değerler ile herbir bulanık regresyon çözümleme yöntemi ile hesaplanan istatistik sonuçlar karşılaştırılarak süt üreten işletmelerde de uygulanabilirlikleri gösterilmiştir.

Laktasyon süt verimine etki ettiği düşünülen değişkenlerin dışında da bağımsız değişkenlerin olduğu veya olabileceği, yapılan ve devam eden birçok araştırma ile belirlenmeye çalışılmaktadır. Bu yapılan çalışmalar sonucunda ulaşılan sonuçlar üretici bazında birçok belirsizliklere neden olmaktadır. Hayvanların laktasyon süt verimleri ile ilgili kafalardaki birçok belirsizliğin bu çalışmayla da çözümlenmesi amacıyla önce bağımlı ve bağımsız değişkenlere ait veri kümeleri ile ilgili değişkenlerin Çizelge 4.1’deki gibi tanımlanarak çeşitli eşitlikler oluşturulmuştur.

Çizelge 4.1. 138 Siyah Alaca ineğin çeşitli özelliklerine ait örnek veri kümesi

No	LSV (Y _i)	HLY (X ₁)	SGS (X ₂)	SP (X ₃)	(X ₄)	(X ₅)
1	9619	1453	320	142	768	2
2	7203	1830	331	161	777	4
3	3121	1465	324	179	776	2
4	8756	1084	317	152	767	1
5	4176	1093	326	185	767	1
6	7728	1481	310	123	774	3
7	8734	1486	347	193	774	3
8	6392	1851	322	214	773	4
9	8709	1119	346	171	773	1
10	6691	1445	318	166	772	2
.
.
.
132	7601	1458	321	184	772	2
133	9617	1098	327	197	771	1
134	6720	1097	327	193	770	1
135	6825	1451	317	190	769	2
136	7597	1092	323	183	769	1
137	7079	1092	324	198	768	1
138	8890	1840	322	180	767	4
Toplam	1114780	181414	45083	23980	102845	251

(LSV: laktasyon süt verimi, HLY: hayvanın laktasyondaki yaşı (gün), SGS: sağılan gün sayısı, SP: servis periyodu (gün), İBY: ilk buzağılama yaşı (gün), LS: laktasyon sırası)

4.1.1. Laktasyon süt verimi ile üreme özellikleri arasındaki ilişkilerin klasik ve bulanık (fuzzy) pearson korelasyon katsayı hesaplama yöntemi ile tespiti

Değişkenler arasındaki ilişkilerin düzeyini ölçmek için, 138 baş Siyah Alaca ineğe ait laktasyon süt verimi (Y_i) değerleri ile hayvanların laktasyondaki yaşı (X_1), sağılan gün sayısı (X_2), servis periyodu (X_3), ilk buzağılama yaşı (X_4) değerleri ile laktasyon sırası (X_5) değerleri arasındaki ilişki düzeyleri klasik Pearson ve bulanık Pearson katsayı hesaplama yöntemleri ile hesaplanan ilişki katsayıları için güven aralıkları oluşturulmuştur. Oluşturulan güven aralıkları sayesinde ilişki katsayıları karşılaştırılarak yorumlanmıştır. Ayrıca bu özelliklere ait tanıtıcı istatistikler aşağıdaki gibi tespit edilmiştir (Çizelge 4.2.).

Çizelge 4.2. Laktasyon süt verimi ve üreme özelliklerine ait tanıtıcı istatistikler

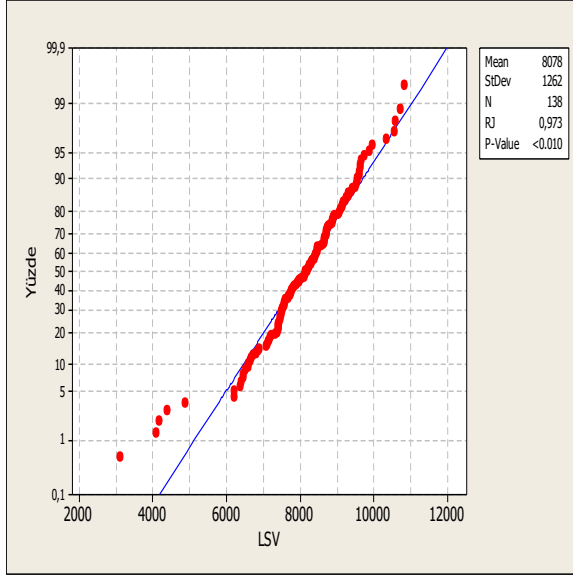
Özellikler	$\bar{x} \pm mS_x$
Laktasyon süt verimi (Y_i)	8078±107
Hayvanın laktasyondaki yaşı (X_1)	1314 ± 32.1
Sağılan gün sayısı (X_2)	326.69 ± 1.19
Servis periyodu (X_3)	173.77 ± 2.49
İlk buzağılama yaşı (X_4)	745.25 ± 1.69

Normallik varsayımının sağlanıp sağlanmadığı, Shapiro-Wilk testi uygulanarak tespit edilmiştir. Normallik testleri yapılırken kontrol (H_0) ve karşıt (H_1) hipotezleri aşağıdaki gibi kurulmuştur.

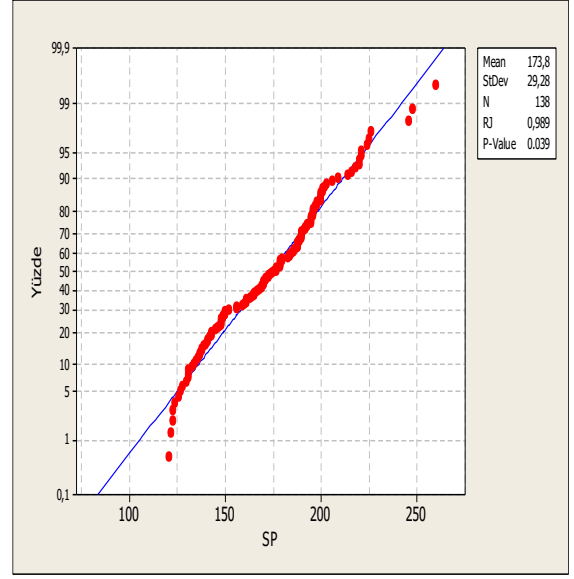
H_0 : Veriler normal dağılım göstermektedir.

H_1 : Veriler normal dağılım göstermemektedir.

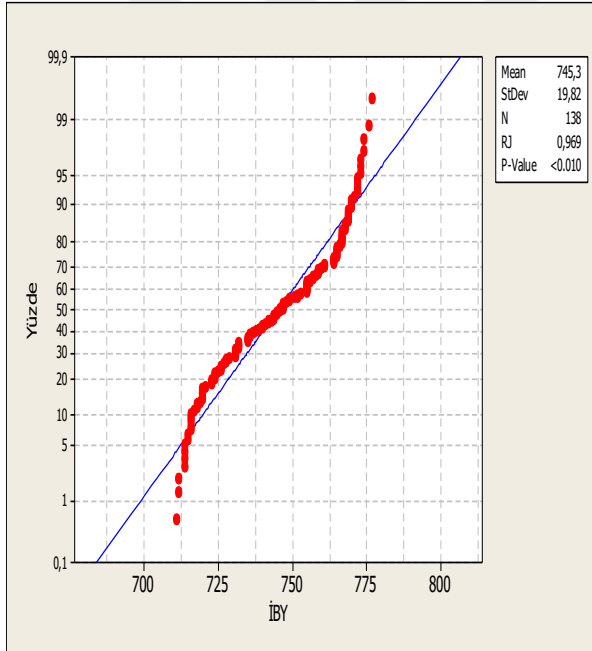
Yapılan hipotez kontrolü sonucunda kontrol (H_0) hipotezinin kabul edilmesi durumunda ($p>0.05$) verilerin normal dağılım gösterdiği sonucuna varılır. Laktasyon süt verimleri ile servis periyodu, laktasyon sırası ve ilk buzağılama yaşına ait özellikler için Shapiro-Wilk normallik testleri yapılarak bu özelliklerin normal dağılım göstermediği tespit edilmiştir (Şekil 4.1.a ve b, Şekil 4.2.a ve b ve Şekil 4.3a).



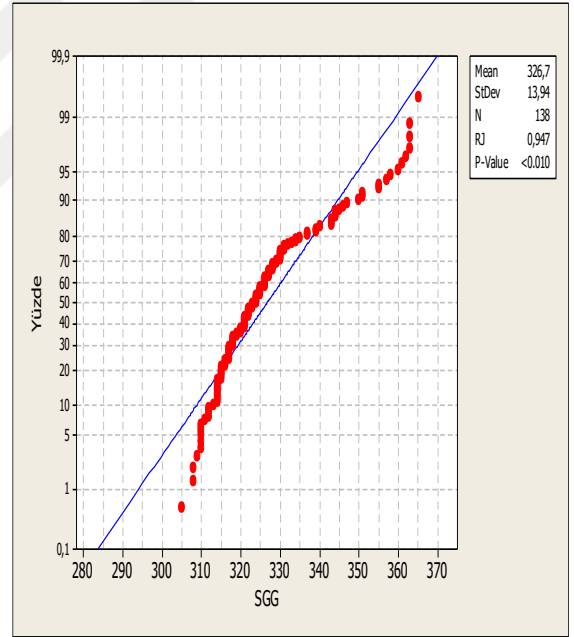
Şekil 4. 1. a) Laktasyon süt verimi



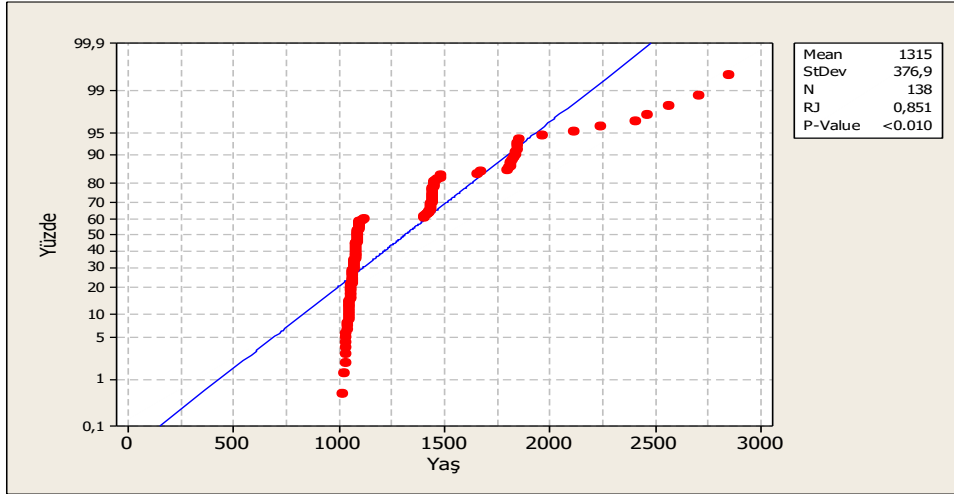
Şekil 4. 1. b) Servis periyoduna ait normallik testleri



Şekil 4.2. a) İlk buzağlama yaşı



Şekil 4.2. b) Sağılan gün sayısına ait normallik testleri



Şekil 4.3. a) Hayvanın laktasyondaki yaşına ait normalite testi

Klasik Pearson ve bulanık Pearson korelasyon katsayı değerlerinin ve ilgili istatistiklerin hesaplanması için sırası ile Eşitlik (3.34), Eşitlik (3.35), Eşitlik (3.36) Eşitlik (3.41), Eşitlik (3.42), Eşitlik (3.43) ile Eşitlik (3.44) uygulanarak Çizelge 4.3'deki değerler elde edilmiştir.

Çizelge 4.3. Laktasyon süt verimi ile üreme özellikleri arasındaki klasik Pearson ve bulanık Pearson korelasyon katsayı değerleri ile ilgili istatistikler

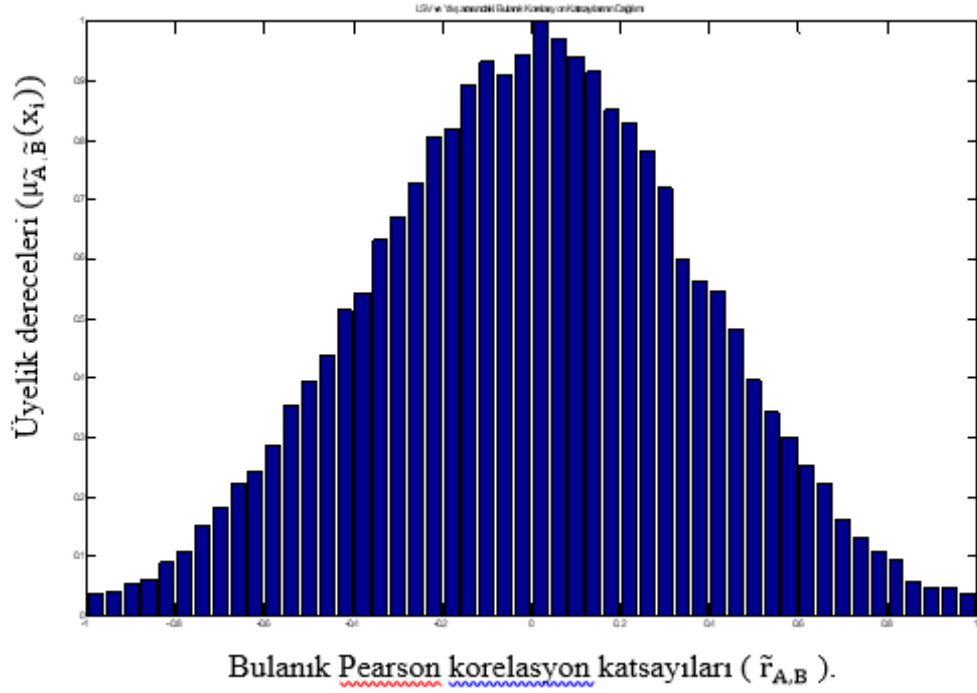
Yöntemler	Değişkenler	r	$\mu(x)$	SH	t	GA
Pearson Korelasyon	HLY (X)	0.064	-	0.208	0.307	(-0.069) - (0.197)
Bulanık Korelasyon	HLY (X)	-0.0056	0.95	0.144	0.027	(-0.006) - (0.017)
Pearson Korelasyon	SGS (X)	0.318	-	0.198	1.606	(-0.347) - (0.983)
Bulanık Korelasyon	SGS (X)	0.1419	0.98	0.206	0.688	(-0.155) - (0.438)
Pearson Korelasyon	SP (X)	0.064	-	0.208	0.308	(-0.069) - (0.198)
Bulanık Korelasyon	SP (X)	-0.272	1.0	-1.36	0.200	(-0.296) - (0.840)
Pearson Korelasyon	İBY (X)	-0.349	-	0.195	-1.79	(-0.380) - (1.070)
Bulanık Korelasyon	İBY (X)	-0.2543	0.90	0.200	-0.270	(-0.277) - (0.785)
Pearson Korelasyon	LS (X)	0.00	---	---	---	---
Bulanık Korelasyon	LS (X)	0.0474	1.0	0.207	0.229	(-0.552) - (0.146)

(r: korelasyon katsayısı, $\mu(x)$: üyelik derecesi, SH: standart hata, t: test değeri, GA: güven aralığı)

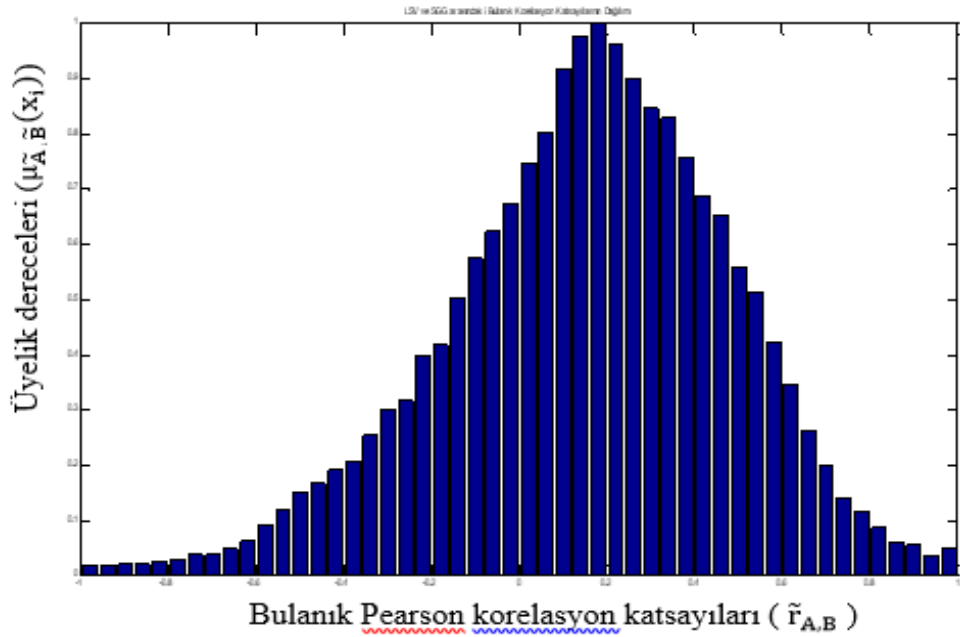
Çizelge 4.3'den de görüldüğü gibi laktasyon süt verimi ile servis periyodu arasındaki Pearson korelasyon katsayısı 0.064 olarak hesaplanmıştır. Bu durum iki özellik arasında düşük ve istatistik olarak önemli olmayan doğrusal bir ilişkinin varlığını göstermektedir. Bu özellikler arasındaki bulanık korelasyon katsayısı değeri ise -0.272 olarak hesaplanmış olup hesaplanan katsayı değerinin verileri 1.0'lik (% 100) gibi yüksek oranda bire yakın üyelik derecesi ile temsil edildiği tespit edilmiştir ($p < 0.01$) (Çizelge 4.3. ve Şekil 4.6).

Çizelge 4.3'den de görüldüğü gibi laktasyon süt verimi ile ilk buzağılama yaşı arasındaki Pearson korelasyon katsayı değeri -0.349 olarak hesaplanırken, bulanık korelasyon katsayısı değeri ise -0.2543 gibi daha düşük bir sayı olarak hesaplanmış olup hesaplanan bu katsayı değerinin verileri 0.9 (% 90)' luk bir üyelik derecesi ile temsil ettiği hesaplanmıştır (Şekil 4.7). Laktasyon süt verimi ile sağılan gün sayısı arasında hesaplanan Pearson korelasyon katsayı değeri ise 0.318 olarak bulunurken bulanık korelasyon katsayı değeri 0.1419 gibi yine düşük bir sayı olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan katsayı değerinin verileri 0.98 (% 98)' lik bire yakın bir üyelik derecesi ile temsil ettiği hesaplanmıştır (Çizelge 4.3 ve Şekil 4.5). Ancak her iki yöntemle, laktasyon süt verimi ile hayvanın yaşı arasında hesaplanan katsayı değerlerine bakıldığında bulanık korelasyon değerinin düşük olmasına rağmen hesaplanan katsayının verileri 0.95 (% 95) lik gibi daha yüksek bir üyelik derecesi ile temsil ettiği sonucuna varılmıştır (Çizelge 4.3 ve Şekil 4.4). Verilerin normal dağılım göstermediği durumlarda Pearson korelasyon katsayı değerinin yerine temsil gücü (üyelik derecesi) hesaplanabilen bulanık korelasyon katsayısı değerinin hesaplanması ile daha güvenilir ve tutarlı sonuçların elde edilmesi oluşturulan güven aralıkları ile sağlanmıştır. Bu ve buna benzer türdeki yapılan çalışmalarda hesaplanan ilişki katsayılarının büyüklüğü araştırmacılar tarafından çoğu zaman üzerinde çalışılan özellikler arasında kuvvetli bir ilişkinin olduğunu göstermesi düşüncesi araştırmacıların yanlış yorum yapmalarına ve yanlış karar vermelerine neden olduğu bu çalışma ile de ortaya konulmaya çalışılmıştır. Bu sonuçları hesap edebilmek için gerekli olan örnek Matlab kodları oluşturulmuştur.

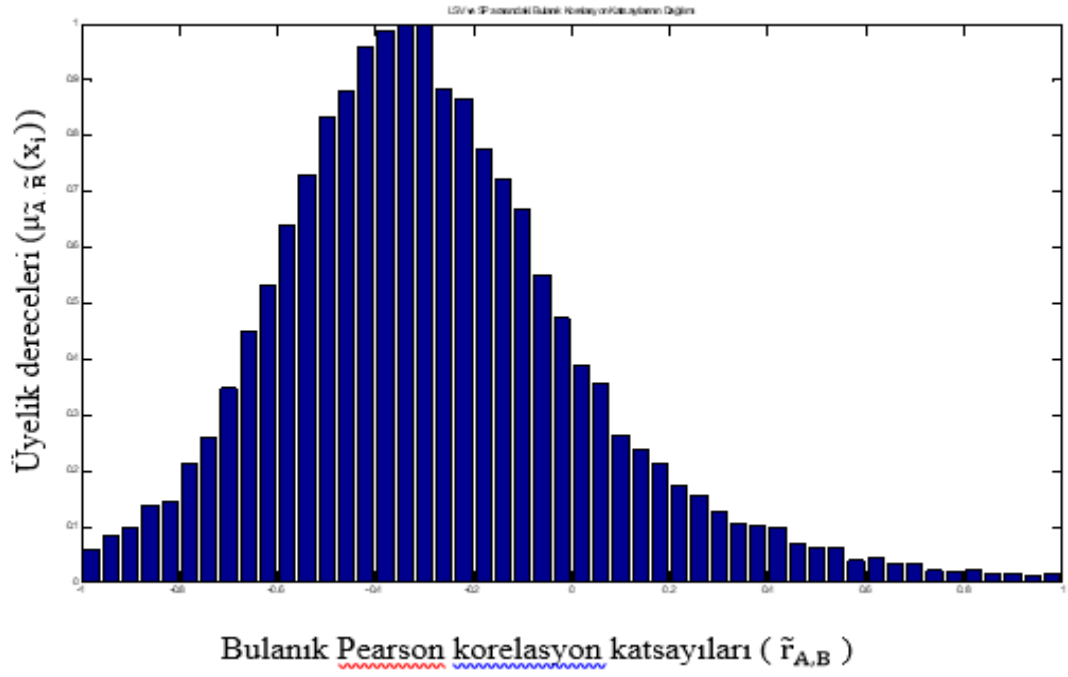
Hesaplanan bulanık korelasyon katsayılarının üyelik dereceleri ile birlikteki gösterimleri grafik yardımıyla aşağıdaki şekillerdeki gibidir. Grafiklerde düşey eksen üyelik $\mu_{\tilde{A},\tilde{B}}(x_i)$ derecelerini, yatay eksen hesaplanan bulanık Pearson korelasyon katsayılarını $\tilde{r}_{A,B}$ göstermektedir.



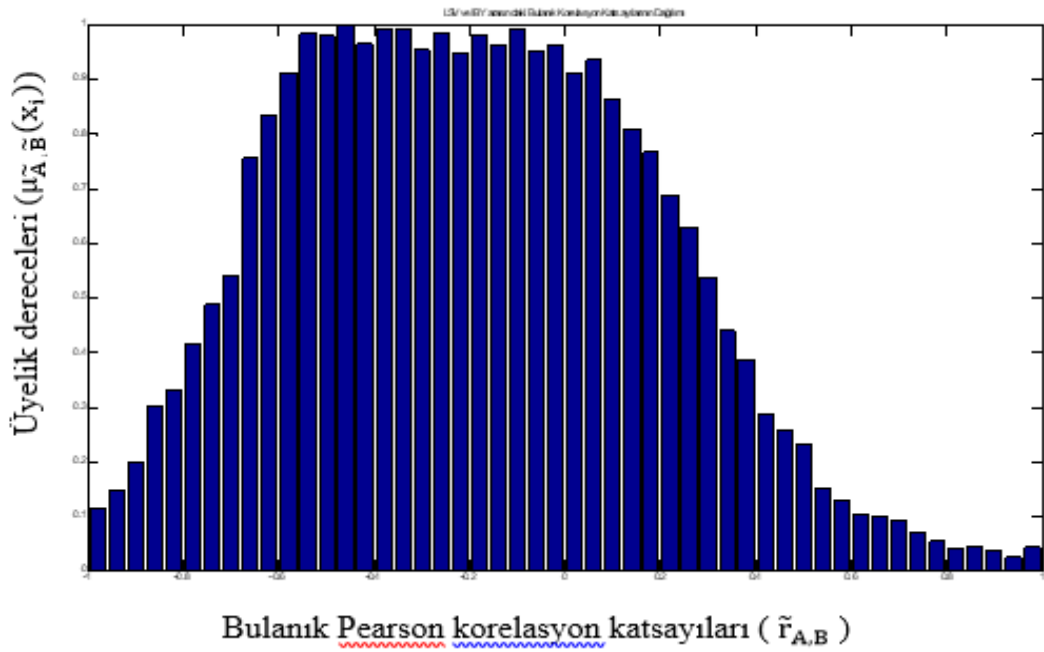
Şekil 4.4. Laktasyon süt verimi ile hayvanın laktasyondaki yaşı arasındaki bulanık korelasyon katsayılarının dağılımı ve üyelik dereceleri



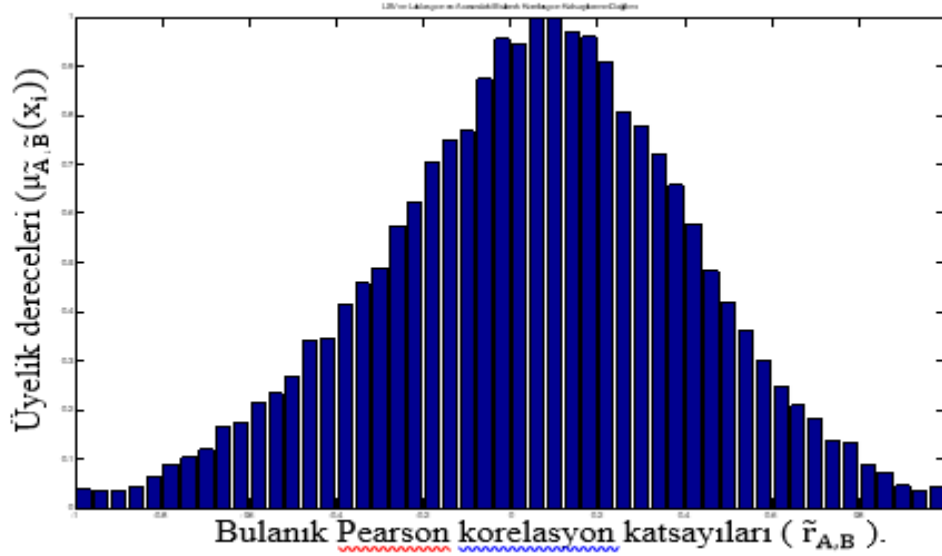
Şekil 4.5. Laktasyon süt verimi ile sağılan gün sayısı (SGS) arasındaki bulanık korelasyon katsayılarının dağılımı ve üyelik dereceleri



Şekil 4.6. Laktasyon süt verimi ile servis periyodu arasındaki bulanık korelasyon katsayılarının dağılımı ve üyelik dereceleri



Şekil 4.7. Laktasyon süt verimi ile ilk buzağılama yaşı arasındaki bulanık korelasyon katsayılarının dağılımı ve üyelik dereceleri



Şekil 4.8. Laktasyon süt verimi ile laktasyon sırası arasındaki bulanık korelasyon katsayılarının dağılımı ve üyelik dereceleri

4.1.2 Klasik en küçük kareler regresyon çözümleme yöntemi ile hesaplanan regresyon analiz sonuçları

Geçerli ve güvenilir bir regresyon çözümleme eşitliğinin oluşturulup oluşturulmadığının belirlenmesi çözümleme sürecinde önem arz etmektedir. Üzerinde inceleme yapılan değişkenlerin Eşitlik 3.46'nin uygulaması yapılarak oluşturulan yeni Eşitlik (4.1),

$$\hat{Y}_i = (15097) + (-0.93)X_{11} + (22.2)X_{12} + (-2.95)X_{13} + (-17.8)X_{14} + (428)X_{55} \quad (4.1)$$

$$i = 1, 2, \dots, 138$$

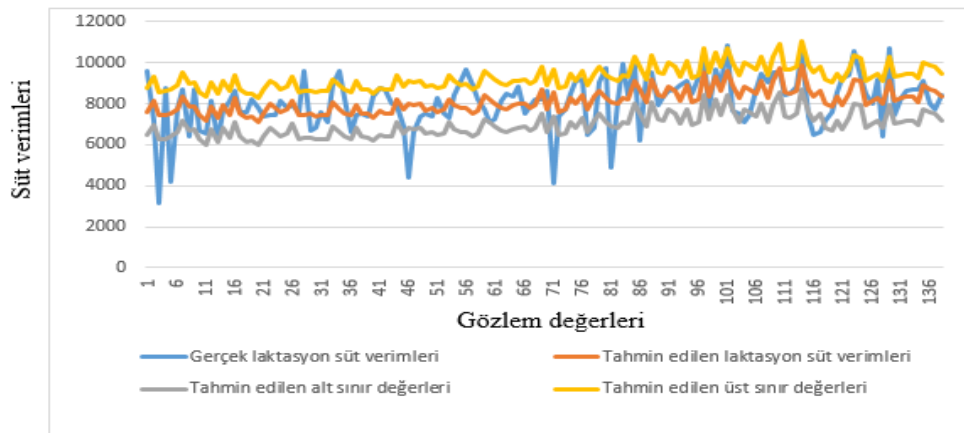
şeklinde olup üzerinde inceleme yapılan $(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$ değişkenlerle uyum içerisinde olup olmadığının belirlenmesi için uyumluluk (belirlilik) katsayısı olarak bilinen R^2 değerleri 19.9 olarak hesaplanmıştır (Şekil 4.10). Bu ilişki analizleri sonucunda her bir hayvanın laktasyon süt veriminin tahmin edilmesi için klasik en küçük kareler regresyon çözümleme yöntemi ile oluşturulan Eşitlik 4.1 uygulanmış, daha sonra her bir hayvan için tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri Çizelge 4.4'deki gibi verilmiştir.

Çizelge 4.4. Örnek veri kümesine ait klasik en küçük kareler regresyon çözümleme yöntemi ile tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri

No	TLSV (\hat{Y}_i)	GLSV (Y_i)	HY (X_1)	SGS (X_2)	SP (X_3)	İBY (X_4)	LS (X_5)
1	7616.41	9619	1453	320	142	768	2
2	8149.75	7203	1830	331	161	777	4
3	7442.5	3121	1465	324	179	776	2
4	7453.28	8756	1084	317	152	767	1
5	7547.36	4176	1093	326	185	767	1
6	7745.62	7728	1481	310	123	774	3
7	8355.87	8734	1486	347	193	774	3
8	7845.27	6392	1851	322	214	773	4
9	7901.68	8709	1119	346	171	773	1
10	7437.45	6691	1445	318	166	772	2
.
.
.
13	7438.86	7601	1458	321	184	772	2
13	7458.31	9617	1098	327	197	771	1
13	7488.84	6720	1097	327	193	770	1
13	7392.27	6825	1451	317	190	769	2
13	7451.99	7597	1092	323	183	769	1
13	7447.74	7079	1092	324	198	768	1
13	8062.6	8890	1840	322	180	767	4
Toplam		1114780	181414	45083	23980	102845	251

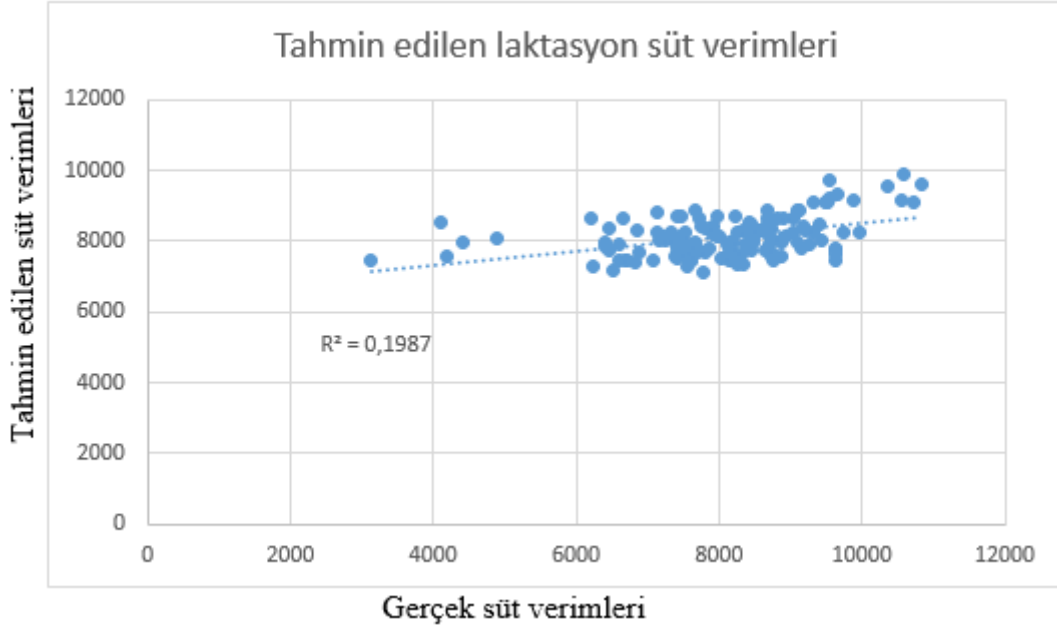
(TLSV: Tahmin edilen laktasyon süt verimleri, GLSV: Gözlenen laktasyon süt verimleri, HY: Hayvanın laktasyondaki yaşı (gün), SGS: sağılan gün sayısı, SP: Servis periyodu (gün), İBY: İlk buzağılama yaşı, LS: Laktasyon sırası)

Çizelge 4.4'deki verilere Eşitlik 3.46, Eşitlik 3.70 eşitlikleri sırasıyla uygulanarak gerçek süt verimleri ile tahmin edilen süt verimlerinin bir uyum içerisinde olup olmadıkları Şekil 4.9'daki gibi bulunmuştur.



Şekil 4.9. Gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen süt verim değerlerinin uyumu

Çizelge 4.4'deki gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen süt verim değerleri arasındaki uyumun derecesini belirlemek için Eşitlik 3.70, uygulanarak Şekil 4.10'elde edilmiştir.



Şekil 4.10. Gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen süt verim değerlerinin arasındaki uyumluluk derecesi

4.1.3. Tanaka'nın bulanık regresyon çözümleme eşitliği ile hesaplanan regresyon analiz sonuçları

Bölüm 3.2.13.5'deki bulanık regresyon çözümleme algoritması Çizelge 4.1'deki örnek verilere aşağıdaki şekilde uygulanmıştır.

1) Tanaka'nın bulanık regresyon çözümleme eşitlikleri 3.85a ve eşitlik 3.85b uygulanarak farklı ölçütlerdeki minimum bulanıklık seviye $h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$ değerleri için oluşturulan Tanaka'nın bulanık doğrusal regresyon çözümleme eşitliklerine ait simetrik üçgensel özellik yapısına sahip bulanık regresyon katsayı \tilde{A}_j , $j = 0, \dots, 5$ değerleri ve yayılım (s_j) değerleri LİNGO 16.0 paket programı yardımı ile hesaplandı. Hesaplanan katsayı değerleri ve yayılım değerleri Çizelge 4.5'de verilmiştir.

2) Oluşturulan bulanık regresyon çözümlene eşitliklerinin veri kümeleri ile bir uyum içerisinde olup olmadığının kontrol edilebilmesi için, kısıt eşitlikleri olan (Eşitlik 3.78 ve Eşitlik 3.79, Eşitlik 3.80, Eşitlik 3.81, Eşitlik 3.82, Eşitlik 3.83)'deki bulanık tolerans katsayısı “h” değeri $h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$ bulanıklık tolerans düzeylerinde belirlenerek eşitliklere ait sistem bulanıklığını temsil eden amaç fonksiyonu (Z)' nun değerleri Eşitlik 3.79 yardımıyla hesaplanmıştır.

3) Eşitlik (3.85a) ve (3.85b) farklı bulanık tolerans düzeylerinde uygulanarak 138 tane tahmini laktasyon süt verim değerleri $\tilde{Y}_i = (\tilde{Y}_c, \tilde{Y}_s)$ hesaplanmıştır hesaplanan değerler (Çizelge 4.6, Çizelge 4.7 ve Çizelge 4.8).

4) Her bir hayvan için tahmini ortalama (\tilde{Y}_c) süt verim değerleri hesaplandı. Hesaplanan ortalama süt verim değerlerinin dağılımlarına ait yayılım değerleri,

$\tilde{Y}_s =$ Tahmin edilen ortalama (\tilde{Y}_c) nin üst bulanıklık sınır değeri – \tilde{Y}_c değeri ile hesaplanmıştır.

5) Her bir hayvan için Eşitlik 3.89 ile hesaplanan ortalama süt verim değerleri (\tilde{Y}_c) için EXCEL 2016 paket programında alt bulanıklık sınır değerleri ve üst bulanıklık sınır değerleri oluşturulmuştur oluşturulan değerler (Çizelge 4.6, Çizelge 4.7, Çizelge 4.8).

Çizelge 4.5. Örnek verilere ait ($n = 138$) katsayı değerlerinin bulanıklaştırılmasına dayanan bazı tanımlayıcı istatistikler ($h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$).

Değişkenler	$\tilde{A}_j = (c_j; s_j)$						
	Katsayılar	h = 0		h = 0.5		h = 0.7	
		Merkez değeri (c_j)	Sapma (s_j)	Merkez değeri (c_j)	Sapma (s_j)	Merkez değeri (c_j)	Sapma (s_j)
Sabit	\tilde{A}_0	36755.48	0.000	21868.390	220.113	21871.980	3442.357
X ₁	\tilde{A}_1	-3.921	0.338	-1.844	0.000	-3.864	0.000
X ₂	\tilde{A}_2	-24.577	6.431	9.483	14.359	22.980	15.179
X ₃	\tilde{A}_3	-7.067	0.411	-19.015	0.000	-19.209	0.000
X ₄	\tilde{A}_4	-24.260	0.408	-17.886	1.059	-21.940	1.412
X ₅	\tilde{A}_5	1569.820	0.000	508.407	0.000	1385.745	0.000

Çizelge 4.5' deki $h = 0$ bulanıklık tolerans seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri eşitlik 3.85a ve 3.85b eşitlikleri yardımıyla Çizelge 4.1'deki verilere uygulanarak,

$$\tilde{Y}_i = f(\tilde{A}, X) = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \tilde{A}_2 X_{i2} + \tilde{A}_3 X_{i3} + \tilde{A}_4 X_{i4} + \tilde{A}_5 X_{i5} = \tilde{A}_0 + \sum_{i=1}^{138} \tilde{A}_i X_i$$

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_i &= (36755.48; 0.000) + (-3.921063; 0.3377)X_{i1} + (-24.57786; 6.43)X_{i2} \\ &\quad + (-7.067466; 0.4117)X_{i3} + (-24.260; 0.4088)X_{i4} \\ &\quad + (1569.820; 0.0)X_{i5} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Oluşturulan eşitliğin (4.2) veri kümesine uyup uymadığının kontrol edilmesi için, sistem bulanıklığı değerinin hesaplanması için kısıt eşitlikleri olan (Eşitlik 3.81, 3.82 ve Eşitlik 3.83)'deki bulanık tolerans katsayısı "h" değerinin analiz yapılmadan önce h = 0.0 olarak belirlendi. Eşitliğe ait bulanıklığı temsil eden amaç fonksiyonu Z(x) nun değeri eşitlik (3.78 ve 79) den yararlanılarak,

$$\begin{aligned} Z &= [138 \times a_0^S + 181414 \times a_1^S + 45083 \times a_2^S + 23980 \times a_3^S + 102845 \times a_4^S + 251 \times a_5^S] \\ Z &= [138 \times 0.0000 + 181414 \times 0.3377520 + 45083 \times 6.431798 \\ &\quad + 23980 \times 0.411715 + 102845 \times 0.4088359 + 251 \times 0.0000] \end{aligned}$$

Z = 403.154 olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan bu katsayı değerinin bulanıklığı üzerinde inceleme yapılan verilerin yayılımı ile açıklanabilmektedir.

h = 0.0 düzeyinde 1, nolu hayvan için tahmini laktasyon süt verim değeri eşitlik 4.2 yardımıyla hesaplanmak istenirse,

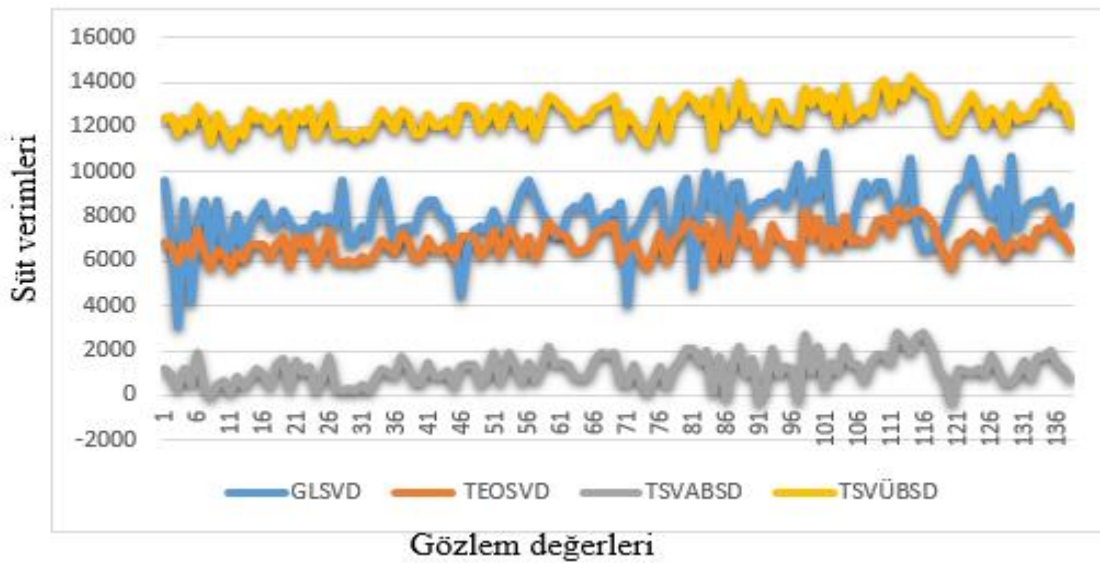
$$\begin{aligned} \tilde{Y}_1 &= (36755.48; 0.0) + (-3.921063; 0.337) * 1453 + (-24.57786; 6.431) * 320 + \\ &\quad (-7.067466; 0.411) * 142 + (-24.26004; 0.4088) * 768 + (1569.820; 0.0) * 2 \\ \tilde{Y}_1 &= (36755.48; 0.0) + (-5997.3045; 490.7536) + (-7864,9152; 2058.1753) + \\ &\quad (-1003.5801; 58.4635) + (-18631.7107; 313,9859) + (3139.64; 0.00) \\ \tilde{Y}_1 &= (6697.6095; 2921.3783) \end{aligned}$$

olarak değeri hesaplanmıştır. Diğer her bir hayvan için de laktasyon süt verim değerleri Tanaka'nın bulanık regresyon çözümlene eşitliği 3.85a ve 3.85b ile h = 0.0 düzeyinde hesaplanarak Çizelge 4.6'daki değerler oluşturulmuştur.

Çizelge 4.6. $h = 0.0$ seviyesinde tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri (\hat{Y}_i) ile ilgili istatistikler

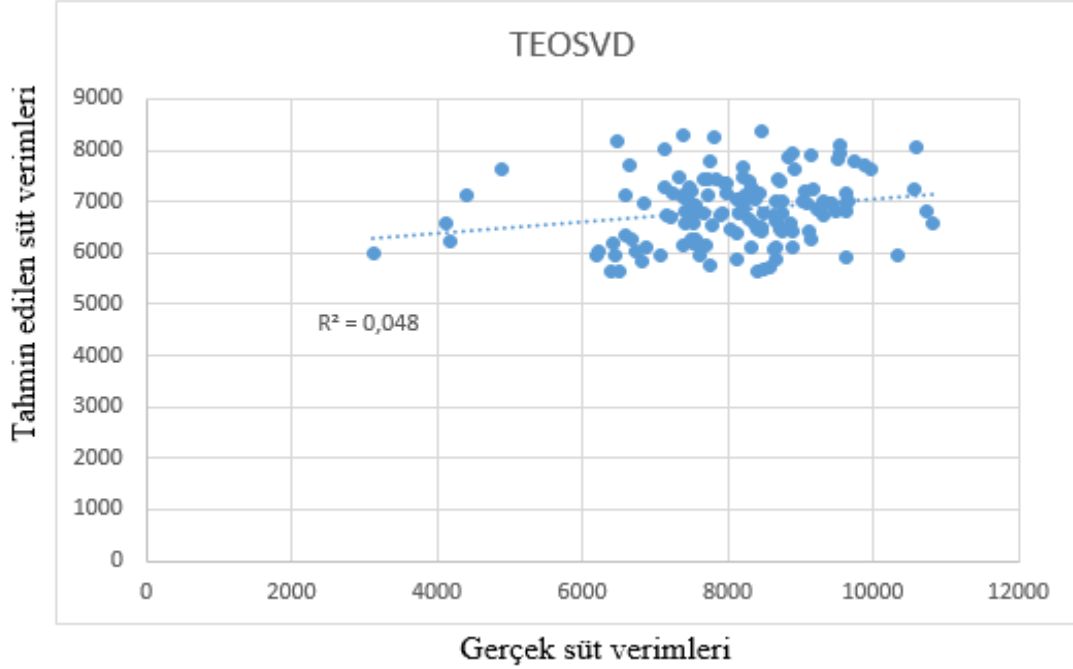
No	GLSV (Y_i)	Tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri (\hat{Y}_i) için			
		\hat{Y}_c	\hat{Y}_s	Alt bulanıklık sınır değerleri	Üst bulanıklık sınır değerleri
1	9619	6697.609	2921.378	3776.231	9618.987
2	7203	7736.030	3130.962	4605.067	10866.992
3	3121	6096.668	2969.662	3127.006	9066.331
4	8756	6601.980	2781.160	3820.819	9383.141
5	4176	6112.263	2855.673	3256.590	8967.937
6	7728	8392.139	2861.148	5530.991	11253.287
7	8734	6968.431	3129.633	3838.797	10098.064
8	6392	7597.352	3100.355	4496.997	10697.707
9	8709	5472.143	2989.780	2482.363	8461.923
10	6691	6511.474	2917.329	3594.144	9428.803
.
132	7601	6259.552	2948.426	3311.126	9207.978
133	9617	5886.230	2870.369	3015.860	8756.6009
134	6720	5942.681	2867.976	3074.705	8810.658
135	6825	6415.686	2921.578	3494.107	9337.265
136	7597	6155.533	2836.034	3319.498	8991.567
137	7079	6049.203	2848.233	3200.970	8897.436
138	8890	8026.338	3080.188	4946.150	11106.527

Çizelge 4.6'daki gözlenen laktasyon süt verimleri, tahmin edilen ortalama süt verimleri ve bu tahmin edilen ortalama süt verimlerine ait alt ve üst bulanıklık sınır değerlerinin birlikte grafik yardımıyla gösterimi Şekil 4.11'deki gibidir.



Şekil 4.11. Gerçek süt verim değerleri, tahmin edilen ortalama süt verim değerleri ve bu değerlere ait alt, üst bulanıklık sınır değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.6'daki gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen süt verim değerleri arasındaki uyumun derecesini belirlemek için Eşitlik 3.70, uygulanarak Şekil 4.12'elde edilmiştir.



Şekil 4.12. Gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen ortalama süt verim değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.5' deki $h = 0.5$ bulanıklık tolerans seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri eşitlik 3.85a ve 3.85b eşitlikleri yardımıyla Çizelge 4.1'deki verilere uygulanarak,

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_i = & (21868.39; 220.113) + (-1.844743; 0.0)X_{i1} + (9.483; 14.359)X_{i2} \\ & + (-19.00154; 0.0)X_{i3} + (-17.88612; 1.0596)X_{i4} \\ & + (508.4069; 0.0)X_{i5} \end{aligned} \quad (4.3)$$

şeklinde eşitlik oluşturulur. Eşitlik 4.3'ün bulanıklık seviyesini temsil eden amaç fonksiyonu $Z(x)$ nin değeri Eşitlik 3.79' dan yararlanılarak,

$$\begin{aligned} Z = & [138 \times a_0^S + 181414 \times a_1^S + 45083 \times a_2^S + 23980 \times a_3^S + 102845 \times a_4^S + 251 \times a_5^S] \\ Z = & [138 \times 220.1131 + 181414 \times 0.000 + 45083 \times 14.35895 + 23980 \times 0.000 \\ & + 102845 \times 1.059526 + 251 \times 0.000] \end{aligned}$$

$Z = 786707.09$ olarak hesaplanmıştır.

$h = 0.5$ bulanıklık seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri kullanılarak 1, nolu hayvan için tahmini laktasyon süt verim değerleri Eşitlik 4.3 yardımıyla hesaplanmak istenirse,

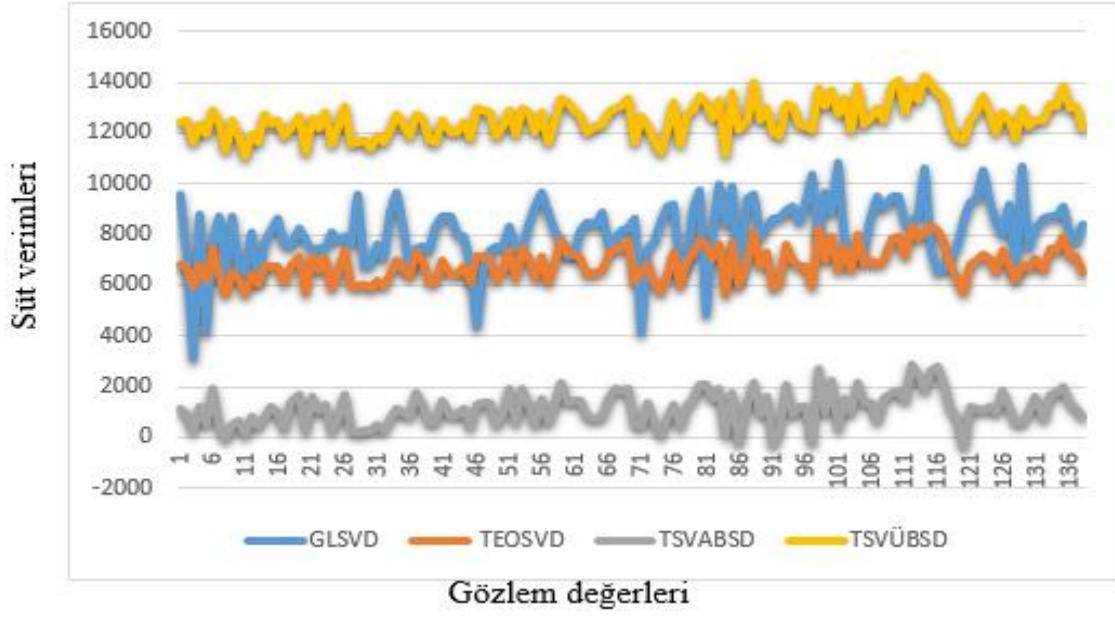
$$\begin{aligned} \tilde{Y}_1 = & (21868.39; 220.1131) + (-1.844743; 0.000) * 1453 + (9.483180; 14.35895) \\ & * 320 + (-19.00154; 0.000) * 142 + (-17.88612; 1.059526) * 768 \\ & + (508.4069; 0.000) * 2 \end{aligned}$$

$\tilde{Y}_1 = (6804,650981; 5628,501068)$ olarak hesaplanmıştır. Veri kümesindeki diğer herbir hayvan için benzer hesaplamalar yapılarak tahmini laktasyon süt verim değerlerine ait bazı hesaplanan istatistik değerler Çizelge 4.7'deki gibi hesaplanmıştır.

Çizelge 4.7. $h = 0.5$ seviyesinde tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri (\tilde{Y}_i) ile ilgili istatistikler.

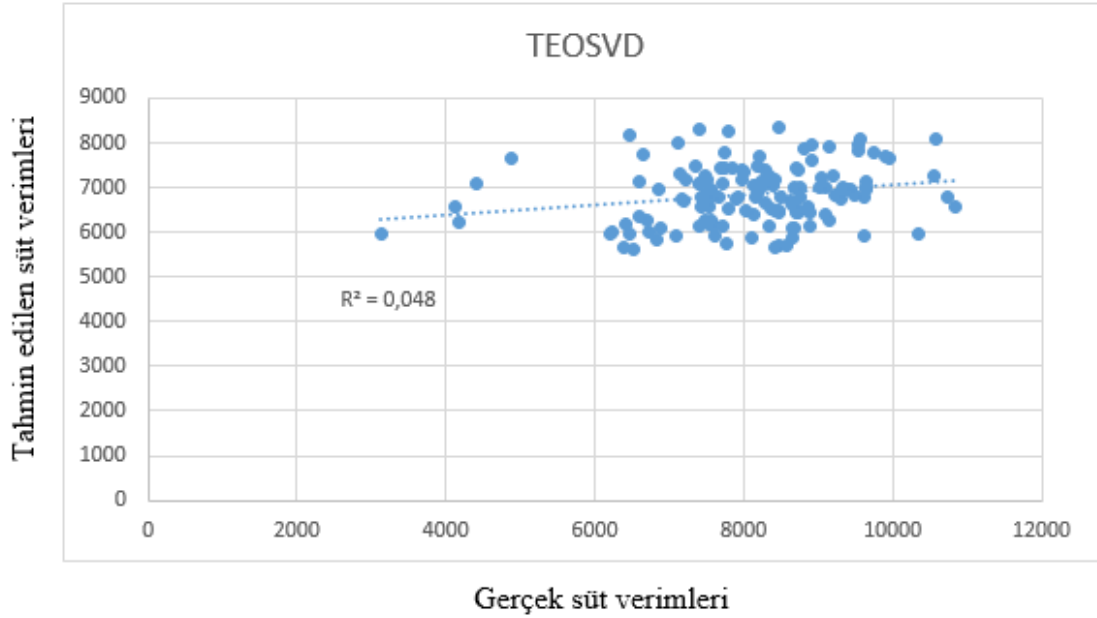
No	GLSV (Y_i)	Tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri (\tilde{Y}_i) için			
		\tilde{Y}_c	\tilde{Y}_s	Alt bulanıklık sınır değerleri	Üst bulanıklık sınır değerleri
1	9619	6804.650	5628.501	1176.149	12433.152
2	7203	6708.307	5795.978	912.328	12504.285
3	3127	5974.300	5694.410	279.890	11668.711
4	8756	6776.375	5584.366	1192.008	12360.741
5	4176	6218.070	5713.591	504.478	11931.662
6	7728	7420.285	5491.274	1929.011	12911.560
7	8734	6431.831	6022.533	409.298	12454.365
8	6392	5648.681	5662.515	-13.833	11311.197
9	8709	6518.475	6007.115	511.359	12525.591
10	6691	6272.861	5604.022	668.838	11876.883
.
.
132	7601	5935.301	5647.097	288.203	11582.398
133	9617	5918.767	5732.188	186.578	11650.955
134	6720	6014.504	5731.128	283.375	11745.632
135	6825	5849.930	5586.485	263.445	11436.416
136	7597	6193.696	5672.635	521.060	11866.332
137	7079	5936.042	5685.934	250.108	11621.977
138	8890	6422.343	5656.158	766.184	12078.501

Çizelge 4.7'deki gözlenen laktasyon süt verimleri, tahmin edilen ortalama süt verimleri ve bu tahmin edilen ortalama süt verimlerine ait alt ve üst bulanıklık sınır değerlerinin birlikte grafik yardımıyla gösterimi Şekil 4.13'deki gibidir.



Şekil 4.13. Gerçek süt verim değerleri, tahmin edilen ortalama süt verim değerleri ve bu değerlere ait alt, üst bulanıklık sınır değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.7'deki gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen süt verim değerleri arasındaki uyumun derecesini belirlemek için Eşitlik 3.70, uygulanarak Şekil 4.14'elde edilmiştir.



Şekil 4.14. Gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen ortalama süt verim değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.5' deki $h = 0.7$ bulanıklık tolerans seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri Eşitlik 3.85a ve 3.85b eşitlikleri yardımıyla Çizelge 4.1'deki verilere uygulanarak,

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_i = & (21871.98; 3442.357) + (-3.864436; 0.000)X_{i1} + (22.98032; 15.17381)X_{i2} \\ & + (-19.20894; 0.000)X_{i3} + (-21.94053; 1.412564)X_{i4} \\ & + (1385.745; 0.000)X_{i5}\end{aligned}\quad (4.4)$$

şeklinde eşitlik oluşturulur. Eşitlik 4.4'ün bulanıklık seviyesini temsil eden amaç fonksiyonu $Z(x)$ nin değeri Eşitlik 3.79' dan yararlanılarak,

$$Z = [138 \times a_0^S + 181414 \times a_1^S + 45083 \times a_2^S + 23980 \times a_3^S + 102845 \times a_4^S + 251 \times a_5^S]$$

$$Z = [138 \times 3442.357 + 181414 \times 0.000 + 45083 \times 15.17381 + 23980 \times 0.000 \\ + 102845 \times 1.412564 + 251 \times 0.0000]$$

$$Z = 1304400.82 \text{ olarak hesaplanmıştır}$$

$h = 0.7$ bulanıklık seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri kullanılarak 1, nolu hayvan için tahmini laktasyon süt verim değerleri Eşitlik 4.4 yardımıyla hesaplanmak istenirse,

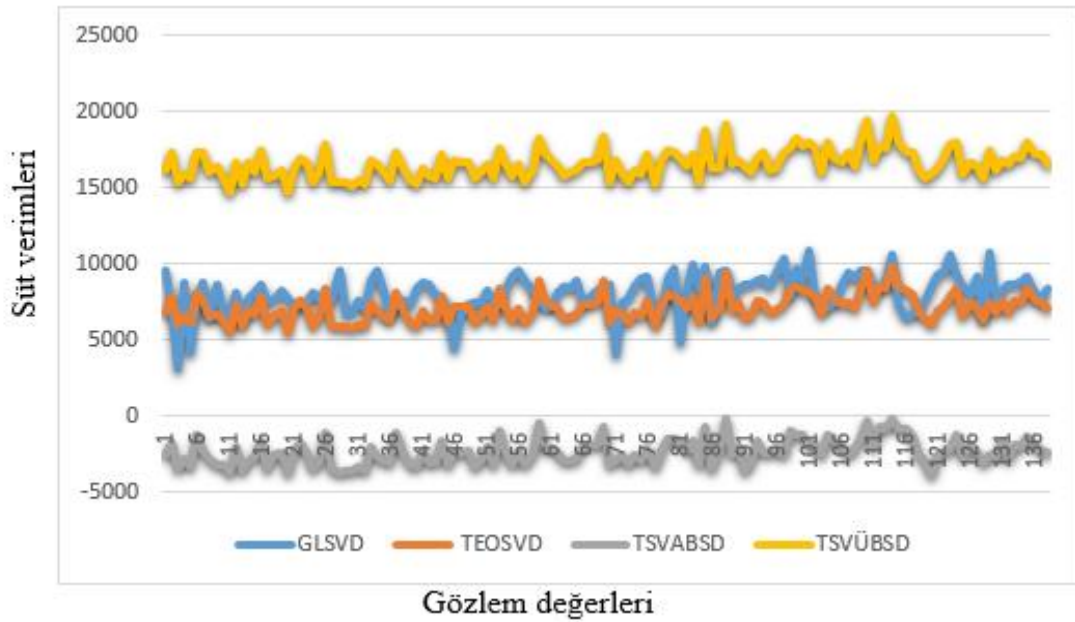
$$\begin{aligned}\tilde{Y}_1 = & (21871.98; 3442.357) + (-3.864436; 0.000) * 1453 + (22.98032; 15.17381) \\ & * 320 + (-19.20894; 0.000) * 142 + (-21.94053; 1.412564) * 768 \\ & + (1385.745; 0.000) * 2\end{aligned}$$

$\tilde{Y}_1 = (6804,150372; 9382,822)$ olarak hesaplanır. Diğer her bir hayvan için de benzer hesaplamalar yapılarak tahmini laktasyon süt verim değerleri Çizelge 4.8'deki gibi hesaplanmıştır.

Çizelge 4.8'deki gözlenen laktasyon süt verimleri, tahmin edilen ortalama süt verimleri ve bu tahmin edilen ortalama süt verimlerine ait alt ve üst bulanıklık sınır değerlerinin birlikte grafik yardımıyla gösterimi Şekil 4.14'deki gibidir.

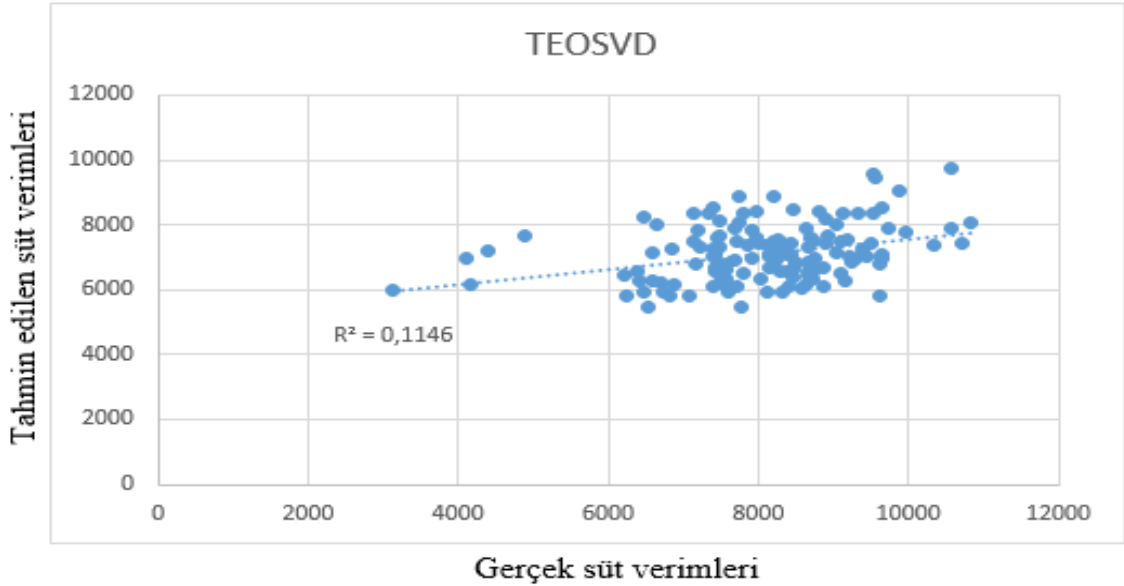
Çizelge 4.8. $h = 0.7$ seviyesinde tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri (\tilde{Y}_i) ile ilgili istatistikler

No	GLSV (Y_i)	Tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri (\tilde{Y}_i) için			
		\tilde{Y}_c	\tilde{Y}_s	Alt bulanıklık sınır değerleri	Üst bulanıklık sınır değerleri
1	9619	6804.150	9382.822	-2578.671	16186.972
2	7203	7809.096	9562.447	-1753.350	17371.543
3	3127	5963.443	9454,817	-3491,374	15418,261
4	8756	6605,292	9335,888	-2730,595	15941,180
5	4176	6143,440	9472,452	-3329,012	15615,892
6	7728	8085,214	9239,559	-1154,344	17324,774
7	8734	7571,538	9800,990	-2229,451	17372,528
8	6392	6590,809	9420,232	-2829,423	16011,041
9	8709	6639,853	9784,403	-3144,550	16424,257
10	6691	6240,328	9358,124	-3117,796	15598,453
.
.
132	7601	5913.270	9403.646	-3490.375	15316.917
133	9617	5828.829	9493.276	-3664.447	15322.105
134	6720	5931.469	9491.863	-3560.394	15423.333
135	6825	5798.968	9338.713	-3539.744	15137.681
136	7597	6072.900	9429.756	-3356.855	15502.656
137	7079	5829.687	9443.517	-3613.829	15273.204
138	8890	7418.065	9411.757	-1993.692	16829.822



Şekil 4.14. Gerçek süt verim değerleri, tahmin edilen ortalama süt verim değerleri ve bu değerlere ait alt, üst bulanıklık sınır değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.8'deki gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen süt verim değerleri arasındaki uyumun derecesini belirlemek için Eşitlik 3.70, uygulanarak Şekil 4.15'elde edilmiştir.



Şekil 4.15. Gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen ortalama süt verim değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Tanakanın farklı minimum bulanıklık ölçütleri $h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$ seviyesinde oluşturulan Eşitlik 4.2, Eşitlik 4.3, Eşitlik 4.4 eşitlikleri klasik regresyon çözümlene yaklaşımı uygulanarak orta çizgi eşitliği elde edilir. Klasik regresyon çözümlene yöntemi ile hesaplanan eşitlik (4.1) incelendiğinde, belirlenen h uyum ölçütüne göre üzerinde inceleme yapılan her bir hayvana ait verinin h uyum ölçütü değeri, h ile 1 arasında dağılım göstermiştir. Farklı uyum ölçütleri için, uyum ölçütü yükseldikçe bulanık regresyon çözümlene eşitlikleri olan, Eşitlik 4.2, Eşitlik 4.3, Eşitlik 4.4 eşitliklerine ait bulanıklık derecesinin yükseldiği gözlemlenmiştir. Uyum ölçütü $h = 0.0$ ' a eşit olduğunda, bulanık regresyon çözümlene eşitliğindeki tüm h değerleri 0.0 ile 1.0 arasında en dar bulanık büyüklük değerlerine sahip olmaktadır. Yani h değeri büyüdükçe sistem bulanıklığı'nın derecesi büyümektedir. Uyum ölçütü olan h 'ın derecesi ne kadar büyür ise oluşturulan eşitlik tahmin edilen laktasyon süt verim değerlerinin gözlemlenen değerler ne kadar yakın olması gerekliliğini göstermektedir. Bu gerekliliğe bağlı olarak tahmin edilen \tilde{Y}_i laktasyon süt verim değerlerinin dağılımı ve sistem bulanıklığı büyür (Şekil 4.1, Şekil 4.12, Şekil 4.13, Şekil 4.14, Şekil 4.15 ve Şekil 4.16).

4.1.4. Tanaka'nın yeniden (revize) gözden geçirilmiş bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı ile tahmin edilen regresyon analiz sonuçları

Bölüm 3.2.13.5'deki bulanık regresyon çözümleme algoritması Çizelge 4.1'deki örnek verilere aşağıdaki şekilde uygulanmıştır.

1) Tanaka'nın yeniden (revize) gözden geçirilmiş çoklu bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşım eşitlikleri 3.85a ve eşitlik 3.85b uygulanarak farklı ölçütlerdeki minimum bulanıklık seviye $h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$ değerleri için oluşturulan Tanaka'nın yeniden (revize) gözden geçirilmiş çoklu bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşım eşitliklerine ait simetrik üçgensel özellik yapısına sahip bulanık regresyon katsayı \tilde{A}_j , $j = 0, \dots, 5$ değerleri ve yayılım (s_j) değerleri LINGO 16.0 paket programı yardımı ile hesaplanmıştır. Hesaplanan katsayı değerleri ve yayılım değerleri Çizelge 4.9'da verilmiştir.

2) Oluşturulan bulanık regresyon çözümleme eşitliklerinin veri kümeleri ile bir uyum içerisinde olup olmadığının kontrol edilebilmesi için, kısıt eşitlikleri olan (Eşitlik 3.94 ve Eşitlik 3.95)'deki bulanık tolerans katsayısı "h" değeri $h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$ bulanıklık tolerans düzeylerinde belirlenerek eşitliklere ait sistem bulanıklığını temsil eden amaç fonksiyonu (Z)'nin değerleri Eşitlik 3.94. ile hesaplanmıştır.

3) Eşitlik (3.85a) ve (3.85b) farklı bulanık tolerans düzeylerinde uygulanarak 138 tane tahmini laktasyon süt verim değerleri $\tilde{Y}_i = (\tilde{Y}_c, \tilde{Y}_s)$ hesaplanmıştır hesaplanan değerler (Çizelge 4.10, Çizelge 4.11, Çizelge 4.12).

4) Her bir hayvan için tahmini ortalama (\tilde{Y}_c) süt verim değerleri Eşitlik 3.89 ile hesaplandı. Hesaplanan ortalama süt verim değerlerinin dağılımlarına ait yayılım değerleri,

$\tilde{Y}_s =$ Tahmin edilen ortalama (\tilde{Y}_c) nin üst bulanıklık sınır değeri – \tilde{Y}_c değeri ile hesaplanmıştır.

5) Her bir hayvan için Eşitlik 3.89 ile hesaplanan ortalama süt verim değerleri (\tilde{Y}_c) için EXCEL 2016 paket programında alt bulanıklık sınır değerleri ve üst bulanıklık sınır değerleri oluşturulmuştur oluşturulan değerler (Çizelge 4.10, Çizelge 4.11, Çizelge 4.12).

Çizelge 4.9. Örnek verilere ait ($n = 138$) Tanakanın revize bulanık katsayılarına ait tanımlayıcı istatistikleri ($h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$).

Değişkenler	$\tilde{A}_j = (c_j; s_j)$						
	Katsayılar	h = 0		h = 0.5		h = 0.7	
		Merkez değeri (c_j)	Sapma (s_j)	Merkez değeri (c_j)	Sapma (s_j)	Merkez değeri (c_j)	Sapma (s_j)
Sabit	\tilde{A}_0	460292.300	0.000	229233.700	0.000	160210.3	0.000
X_1	\tilde{A}_1	-4.852	0.000	-1.958	0.000	-1.366	0.000
X_2	\tilde{A}_2	46.325	0.000	90.810	0.000	28.862	0.000
X_3	\tilde{A}_3	-50.373	0.000	-33.488	0.000	-25.313	0.000
X_4	\tilde{A}_4	-594.406	0.000	-317.472	0.000	-204.768	0.000
X_5	\tilde{A}_5	2605.300	3302.940	1028.936	7706.128	779.993	9965.430

Çizelge 4.9’ daki $h = 0$ bulanıklık tolerans seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri eşitlik 3.85a ve 3.85b eşitlikleri yardımıyla Çizelge 4.1’deki verilere uygulanarak oluşturulan tanakanın yeniden gözden geçirilmiş bulanık regresyon çözümleme eşitliği;

$$\tilde{Y}_i = (460292.3; 0.0) + (-4.852587; 0.0)X_{i1} + (46.32537; 0.0)X_{i2} + (-50.37346; 0.0)X_{i3} + (-594.4065; 0.0)X_{i4} + (2605.300; 3302.940)X_{i5} \quad (4.5)$$

şeklinde eşitlik oluşturulur. Oluşturulan eşitlik (4.5) için veri kümesine uyup uymadığının kontrol edilmesi için, sistem bulanıklığı değerinin hesaplanması gerekeceğinden dolayı kısıt eşitliği olan (Eşitlik 3.95)’deki bulanık tolerans katsayısı “h” değerini analiz yapmadan önce $h=0.0$ olarak belirlendi. Eşitlik 4.5’in bulanıklık seviyesini temsil eden amaç fonksiyonu $Z(x)$ nin değeri eşitlik (3.94) den yararlanılarak,

$$Z = [138 \times a_0^S + 181414 \times a_1^S + 45083 \times a_2^S + 23980 \times a_3^S + 102845 \times a_4^S + 251 \times a_5^S]$$

$$Z = [138 \times 0.0000 + 181414 \times 0.000 + 45083 \times 0.000 + 23980 \times 0.000 + 102845 \times 0.000 + 251 \times 3302.940]$$

$Z = 829037,925$ olarak hesaplanmıştır.

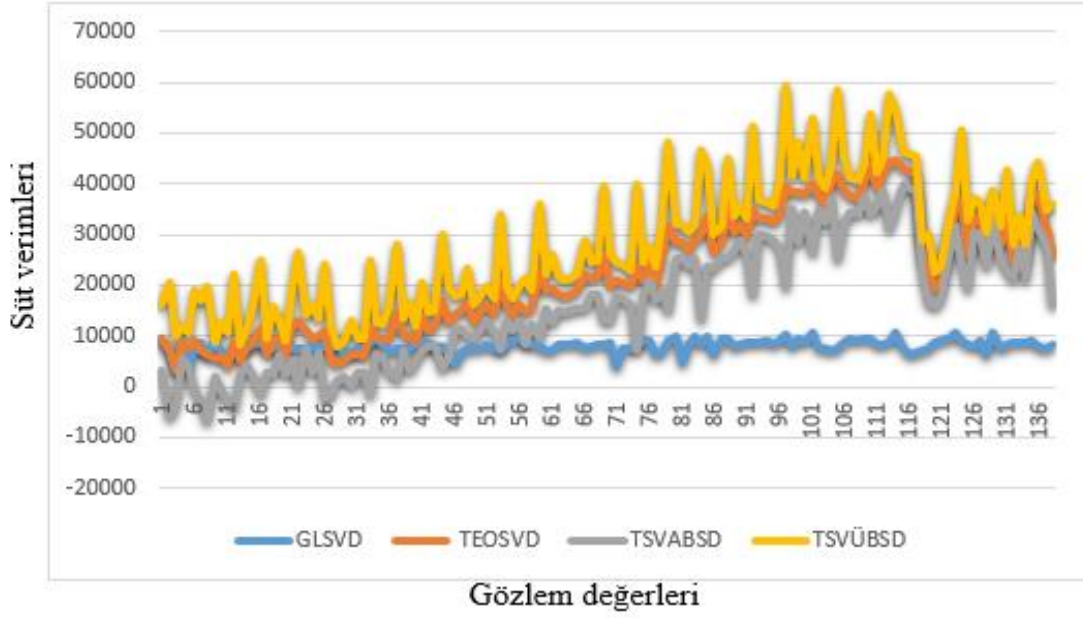
$h = 0.0$ bulanıklık seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri kullanılarak Eşitlik 4.5 yardımıyla her bir hayvan için tahmini laktasyon tüt verim değerleri hesaplanarak Çizelge 4.10'deki gibi değerler oluşturulmuştur.

Çizelge 4.10. $h = 0.0$ minimumluk ölçütü için tahmin edilen laktasyon süt verim değerlerine (\tilde{Y}_i) ait istatistikler

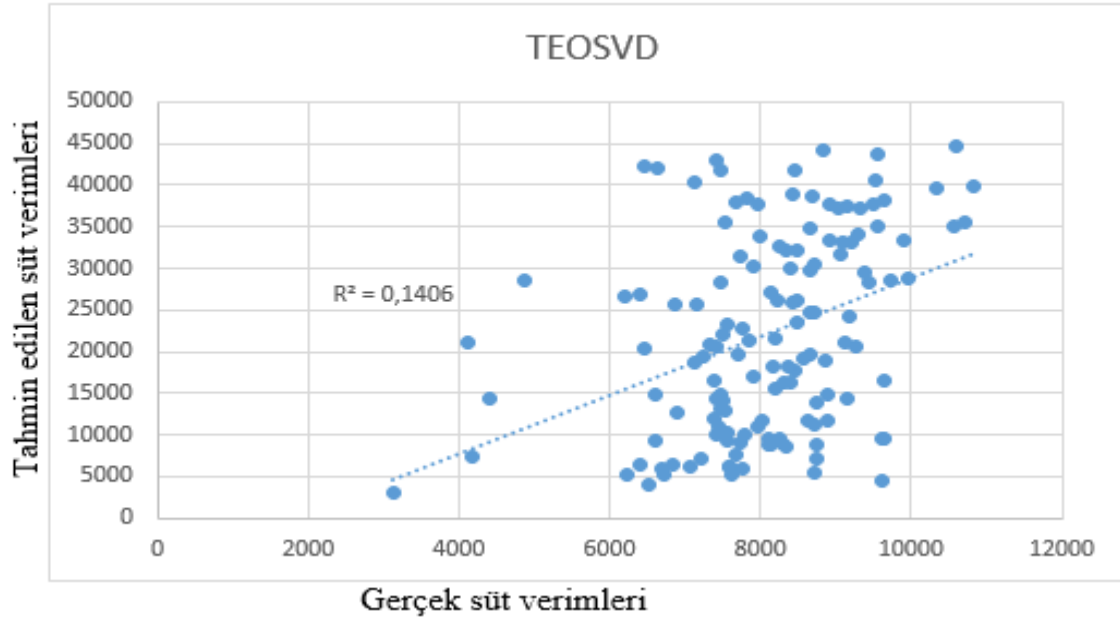
No	GLSV (Y_i)	Tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri (\tilde{Y}_i) için			
		\tilde{Y}_c	\tilde{Y}_s	Alt bulanıklık sınır değerleri	Üst bulanıklık sınır değerleri
1	9619	9618.986	6605.88	3013.106	16224.866
2	7203	7202.985	13211.76	-6008.774	20414.745
3	3127	3126.986	6605.88	-3478.893	9732.866
4	8756	8755.986	3302.94	5453.046	12058.926
5	4176	7466.917	3302.94	4163.977	10769.857
6	7728	9015.816	9908.82	-893.003	18924.636
7	8734	7179.450	9908.82	-2729.369	17088.270
8	6392	6391.985	13211.76	-6819.774	19603.745
9	8709	5406.047	3302.94	2103.107	8708.987
10	6691	5978.567	6605.88	-627.312	12584.447
.
.
.
132	7601	5147.737	6605.88	-1458.142	11753.617
133	9617	4506.872	3302.94	1203.932	7809.812
134	6720	5307.625	3302.94	2004.685	8610.565
135	6825	6477.382	6605.88	-128.497	13083.262
136	7597	6244.727	3302.94	2941.787	9547.667
137	7079	6129.857	3302.94	2826.917	9432.797
138	8890	11724.500	13211.76	-1487.259	24936.260

Çizelge 4.10'daki gözlenen laktasyon süt verimleri, tahmin edilen ortalama süt verimleri ve bu tahmin edilen ortalama süt verimlerine ait alt ve üst bulanıklık sınır değerlerinin birlikte grafik yardımıyla gösterimi Şekil 4.16'deki gibidir.

Çizelge 4.10'daki gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen süt verim değerleri arasındaki uyumun derecesini belirlemek için Eşitlik 3.70, uygulanarak Şekil 4.17'elde edilmiştir



Şekil 4.16. Gerçek süt verim değerleri, tahmin edilen ortalama süt verim değerleri ve bu değerlere ait alt, üst bulanıklık sınır değerleri arasındaki uyumluluk derecesi



Şekil 4.17. Gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen ortalama süt verim değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.9' daki $h = 0.5$ bulanıklık tolerans seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri eşitlik 3.85a ve 3.85b eşitlikleri yardımıyla Çizelge 4.1'deki verilere uygulanarak oluşturulan tanakanın yeniden gözden geçirilmiş bulanık regresyon çözümlene eşitliği;

$$\tilde{Y}_i = (229233.7; 0.000) + (-1.958611; 0.000)X_{i1} + (90.81034; 0.000)X_{i2} + (-33.48842; 0.000)X_{i3} + (-317.4727; 0.000)X_{i4} + (1028.936; 7706.128)X_{i5} \quad (4.6)$$

şeklinde oluşturulur.

Oluşturulan eşitlik (4.6) için veri kümesine uyup uymadığının kontrol edilmesi için, sistem bulanıklığı değerinin hesaplanması gerekeceğinden dolayı kısıt eşitliği olan (Eşitlik 3.94)'deki bulanık tolerans katsayısı "h" değerini analiz yapmadan önce $h=0.5$ olarak belirlendi. Eşitlik 4.6'in bulanıklık seviyesini temsil eden amaç fonksiyonu $Z(x)$ nin değeri eşitlik (3.94) den yararlanılarak,

$$Z = [138 \times a_0^S + 181414 \times a_1^S + 45083 \times a_2^S + 23980 \times a_3^S + 102845 \times a_4^S + 251 \times a_5^S]$$

$$Z = [138 \times 0.0000 + 181414 \times 0.000 + 45083 \times 0.000 + 23980 \times 0.000 + 102845 \times 0.000 + 251 \times 7706.128]$$

$$Z = 1934238.128 \text{ olarak hesaplanmıştır.}$$

$h = 0.5$ bulanıklık seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri kullanılarak 1, nolu hayvan için tahmini laktasyon süt verim değerleri Eşitlik 4.6 yardımıyla hesaplanmak istenirse,

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_1 &= (229233.7; 0.000) + (-1.958611; 0.000) * 1453 + (90.81034; 0.000) * 320 \\ &\quad + (-33.48842; 0.000) * 142 + (-317.4727; 0.000) * 768 \\ &\quad + (1028.936; 7706.128) * 2 \end{aligned}$$

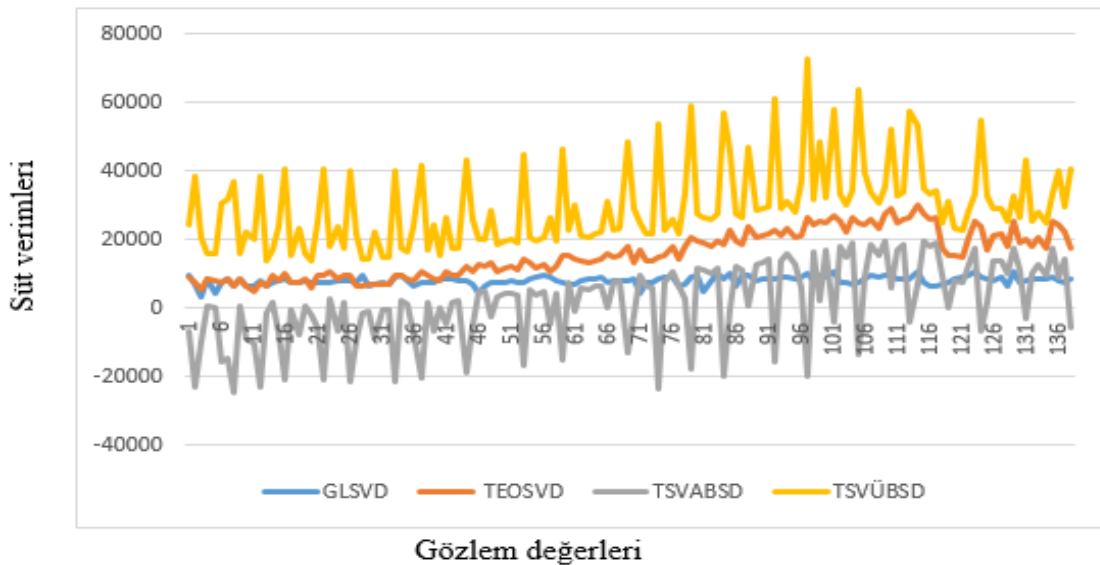
$$\tilde{Y}_1 = (8930,629777; 15412,256) \text{ şeklinde hesaplanır.}$$

Diğer her bir hayvan içinde laktasyon tüt verim değerleri $h = 0.5$ bulanıklık seviyesinde hesaplanarak Çizelge 4.11'deki gibi değerler hesaplanmıştır.

Çizelge 4.11. $h = 0.5$ minimumluk ölçütü için tahmin edilen laktasyon süt verim değerlerine (\tilde{Y}_i) ait istatistikler

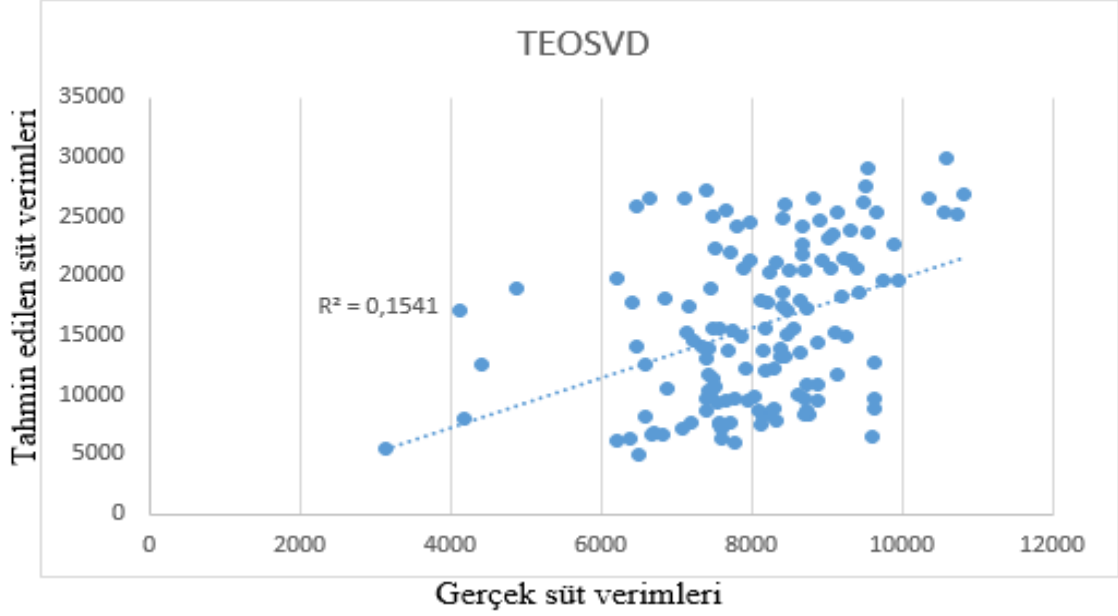
No	GLSV (Y_i)	Tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri (\tilde{Y}_i) için			
		\tilde{Y}_c	\tilde{Y}_s	Alt bulanıklık sınır değerleri	Üst bulanıklık sınır değerleri
1	9619	8930.629	15412.256	-6481.626	24342.885
2	7203	7755.484	30824.512	-23069.027	38579.996
3	3127	5491.514	15412.256	-9920.741	20903.770
4	8756	8334.578	7706.128	628.450	16040.706
5	4176	8029.126	7706.128	322.998	15735.254
6	7728	7728.065	23118.384	-15390.318	30846.449
7	8734	8734.065	23118.384	-14384.318	31852.449
8	6392	6392.065	30824.512	-24432.446	37216.577
9	8709	8358.411	7706.128	652.283	16064.539
10	6691	6691.065	15412.256	-8721.190	22103.321
.
.
132	7601	6335.242	1541.256	-9077.013	21747.498
133	9617	6438.391	7706.128	-1267.736	14144.519
134	6720	6891.776	7706.128	-814.351	14597.904
135	6825	6737.199	1541.256	-8675.056	22149.455
136	7597	7190.685	7706.128	-515.442	14896.813
137	7079	7096.642	7706.128	-609.485	14802.770
138	8890	9457.052	3082.512	-21367.459	40281.564

Çizelge 4.11'deki gözlenen laktasyon süt verimleri, tahmin edilen ortalama süt verimleri ve bu tahmin edilen ortalama süt verimlerine ait alt ve üst bulanıklık sınır değerlerinin birlikte grafik yardımıyla gösterimi Şekil 4.18'deki gibidir.



Şekil 4.18. Gerçek süt verim değerleri, tahmin edilen ortalama süt verim değerleri ve bu değerlere ait alt, üst bulanıklık sınır değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.11'deki gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen süt verim değerleri arasındaki uyumun derecesini belirlemek için Eşitlik 3.70, uygulanarak Şekil 4.19'elde edilmiştir.



Şekil 4.19. Gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen ortalama süt verim değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.9' daki $h = 0.7$ bulanıklık tolerans seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri eşitlik 3.85a ve 3.85b eşitlikleri yardımıyla Çizelge 4.1'deki verilere uygulanarak oluşturulan tanakanın yeniden gözden geçirilmiş bulanık regresyon çözümlene eşitliği;

$$\tilde{Y}_i = (160210.3; 0.000) + (-1.366027; 0.000)X_{i1} + (28.86224; 0.000)X_{i2} + (-25.31374; 0.000)X_{i3} + (-204.7687; 0.000)X_{i4} + (779.9930; 9965.430)X_{i5} \quad (4.7)$$

şeklinde eşitlik oluşturulur. Oluşturulan eşitlik (4.7) için veri kümesine uyup uymadığının kontrol edilmesi için, sistem bulanıklığı değerinin hesaplanması gerekeceğinden dolayı kısıt eşitliği olan (Eşitlik 3.95)'deki bulanık tolerans katsayısı "h" değerini analiz yapmadan önce $h = 0.7$ olarak belirlendi. Eşitlik 4.7'nin bulanıklık seviyesini temsil eden amaç fonksiyonu $Z(x)$ nin değeri Eşitlik (3.94) den yararlanılarak,

$$Z = [138 \times a_0^S + 181414 \times a_1^S + 45083 \times a_2^S + 23980 \times a_3^S + 102845 \times a_4^S + 251 \times a_5^S]$$

$$Z = [138 \times 0.0000 + 181414 \times 0.000 + 45083 \times 0.000 + 23980 \times 0.000 + 102845 \times 0.000 + 251 \times 9965.430]$$

$Z = 2501322.93$ olarak hesaplanmıştır. $h = 0.7$ bulanıklık seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri kullanılarak 1, nolu hayvan için tahmini laktasyon süt verim değerleri Eşitlik 4.7 yardımıyla hesaplanmak istenirse,

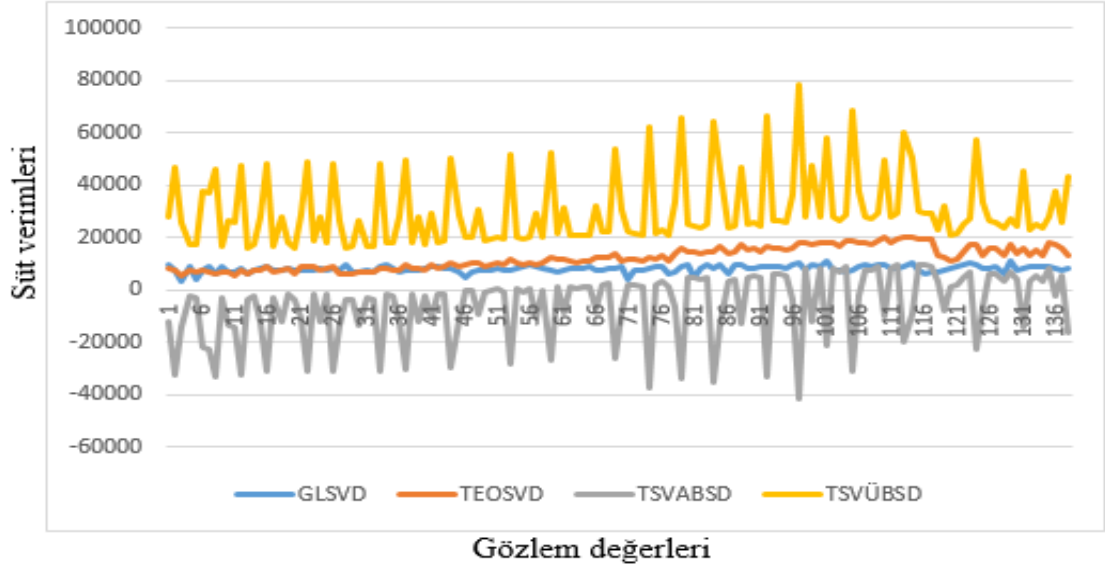
$$\begin{aligned} \tilde{Y}_1 &= (160210.3; 0.000) + (-1.366027; 0.000) * 1453 + (28.86224; 0.000) * 320 \\ &+ (-25.31374; 0.000) * 142 + (-204.7687; 0.000) * 768 \\ &+ (779.9930; 9965.430) * 2 \end{aligned}$$

$\tilde{Y}_1 = (8164,452889; 19930,86)$ şeklinde hesaplanmıştır. Diğer her bir hayvan içinde laktasyon tüt verim değerleri hesaplanarak Çizelge 4.12'deki gibi değerler hesaplanmıştır.

Çizelge 4.12. $h = 0.7$ minimumluk ölçütü için tahmin edilen laktasyon süt verim değerlerine (\tilde{Y}_i) ait istatistikler

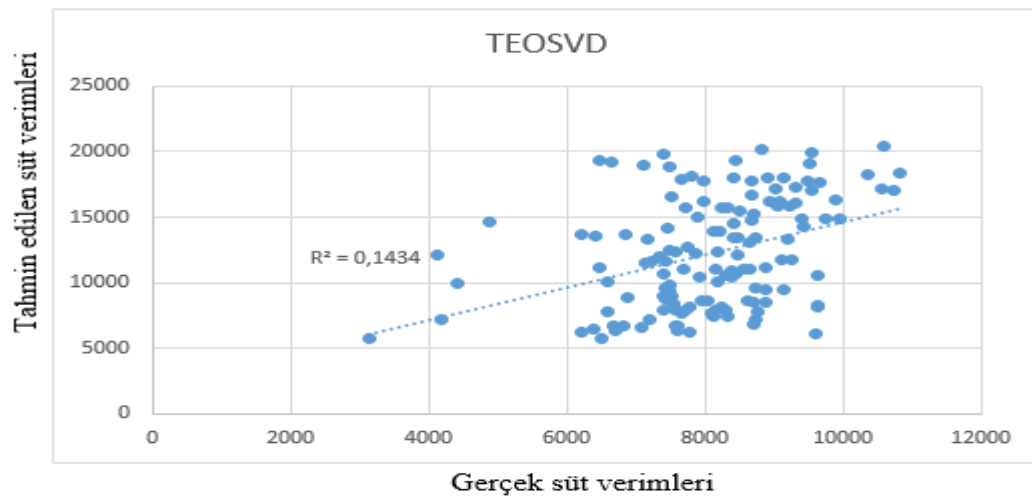
No	GLSV (Y_i)	Tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri (\tilde{Y}_i) için			
		\tilde{Y}_c	\tilde{Y}_s	Alt bulanıklık sınır değerleri	Üst bulanıklık sınır değerleri
1	9619	8164.452	19930.86	-11766.407	28095.312
2	7203	7203.051	39861.72	-32658.668	47064.771
3	3127	5688.751	19930.86	-14242.108	25619.611
4	8756	7753.568	9965.43	-2211.861	17718.998
5	4176	7165.680	9965.43	-2799.749	17131.110
6	7728	7869.923	29896.29	-22026.366	37766.213
7	8734	7159.034	29896.29	-22737.255	37055.324
8	6392	6392.051	39861.72	-33469.668	46253.771
9	8709	6833.189	9965.43	-3132.240	16798.619
10	6691	6691.052	19930.86	-13239.807	26621.912
.
.
132	7601	6304.233	19930.86	-13626.626	26235.093
133	9617	6064.873	9965.43	-3900.556	16030.303
134	6720	6372.263	9965.43	-3593.166	16337.693
135	6825	6660.770	19930.86	-13270.090	26591.630
136	7597	6721.550	9965.43	-3243.879	16686.980
137	7079	6575.475	9965.43	-3389.954	16540.905
138	8890	8496.357	39861.72	-31365.362	48358.077

Çizelge 4.12'deki gözlenen laktasyon süt verimleri, tahmin edilen ortalama süt verimleri ve bu tahmin edilen ortalama süt verimlerine ait alt ve üst bulanıklık sınır değerlerinin birlikte grafik yardımıyla gösterimi Şekil 4.20'deki gibidir.



Şekil 4.20. Gerçek süt verim değerleri, tahmin edilen ortalama süt verim değerleri ve bu değerlere ait alt, üst bulanıklık sınır değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.12'deki gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen süt verim değerleri arasındaki uyumun derecesini belirlemek için Eşitlik 3.70, uygulanarak Şekil 4.21'elde edilmiştir.



Şekil 4.21. Gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen ortalama süt verim değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

4.1.5. Bulanık en küçük kareler (diamond ve celmins'in) regresyon çözümleme yaklaşımı ile tahmin edilen analiz sonuçları

Bağımsız değişkenlerin herhangi bir ölçüm sonucunda elde edilen değerlerden oluştuğu, bağımlı değişkenlerin de bulanık sayılardan oluştuğu durumlarda 1988 yılında Diamond tarafından önerilen en küçük kareler yönteminin teorik temelleri kullanılarak geliştirilen bulanık en küçük kareler yaklaşımına göre

Bölüm 3.2.13.5'deki bulanık regresyon çözümleme algoritması Çizelge 4.1'deki örnek verilere aşağıdaki şekilde uygulanmıştır.

1) Bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşım eşitlikleri 3.97 ve Eşitlik 3.98 uygulanarak farklı ölçütlerdeki minimum bulanıklık seviye $h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$ değerleri için oluşturulan bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşım eşitliklerine ait simetrik üçgensel özellik yapısına sahip bulanık regresyon katsayı \tilde{A}_j , $j = 0, \dots, 5$ değerleri ve yayılım (s_j) değerleri LINGO 16.0 paket programı yardımı ile hesaplandı. Hesaplanan katsayı değerleri ve yayılım değerleri Çizelge 4.13'de verilmiştir.

2) Oluşturulan bulanık regresyon çözümleme eşitliklerinin veri kümeleri ile bir uyum içerisinde olup olmadığının kontrol edilebilmesi için, kısıt eşitlikleri olan (Eşitlik 3.96)'daki bulanık tolerans katsayısı "h" değeri $h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$ bulanıklık tolerans düzeylerinde belirlenerek eşitliklere ait sistem bulanıklığını temsil eden amaç fonksiyonu (Z)' nun değerleri Eşitlik 3.79 ile hesaplanmıştır.

3) Eşitlik (3.97) ve (3.98) farklı bulanık tolerans düzeylerinde uygulanarak 138 tane tahmini laktasyon süt verim değerleri $\tilde{Y}_i = (\tilde{Y}_c, \tilde{Y}_s)$ hesaplanmıştır hesaplanan değerler (Çizelge 4.14, Çizelge 4.15 ve Çizelge 4.16).

4) Her bir hayvan için tahmini ortalama (\tilde{Y}_c) süt verim değerleri hesaplandı. Hesaplanan ortalama süt verim değerlerinin dağılımlarına ait yayılım değerleri,

$\tilde{Y}_s =$ Tahmin edilen ortalama (\tilde{Y}_c) nin üst bulanıklık sınır değeri – \tilde{Y}_c değeri ile hesaplanmıştır.

5) Her bir hayvan için Eşitlik 3.89 ile hesaplanan ortalama süt verim değerleri (\tilde{Y}_c) için EXCEL 2016 paket programında alt bulanıklık sınır değerleri ve üst bulanıklık sınır değerleri oluşturulmuştur oluşturulan değerler (Çizelge 4.14, Çizelge 4.15, Çizelge 4.16).

Çizelge 4.13. Örnek verilere ait (n =138) Katsayı değerlerinin bulanıklaştırılmasına dayanan en küçük kareler regresyon yaklaşımına ait tanımlayıcı İstatistikleri (h = 0.0, h = 0.5 ve h = 0.7).

Değişkenler	$\tilde{A}_j = (c_j; s_j)$						
	Katsayılar	h = 0		h = 0.5		h = 0.7	
		Merkez değeri (c _j)	Sapma (s _j)	Merkez değeri (c _j)	Sapma (s _j)	Merkez değeri (c _j)	Sapma (s _j)
Sabit	\tilde{A}_0	15029.25	0.000	52502.95	0.000	5618.804	0.000
X ₁	\tilde{A}_1	-6.050579	0.185	-9.632	1.413	-5.268	5.453
X ₂	\tilde{A}_2	4.119097	4.917	-18.785	0.000	22.146	0.000
X ₃	\tilde{A}_3	-6.846523	0.000	-9.189	21.062	-4.957	0.000
X ₄	\tilde{A}_4	-4.522284	0.524	-39.307	0.264	-0.317	3.361
X ₅	\tilde{A}_5	1724.153	407.313	2996.288	0.000	1181.828	0.000

Çizelge 4.13’ deki h = 0.0 bulanıklık tolerans seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri eşitlik 3.97 ve 3.98 yardımıyla Çizelge 4.1’deki verilere uygulanarak oluşturulan bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme eşitliği;

$$\tilde{Y}_i = (15029.25; 0.0) + (-6.050579; 0.185)X_{i1} + (4.119097; 4.917)X_{i2} + (-6.846523; 0.0)X_{i3} + (-4.522284; 0.524)X_{i4} + (1724.153; 407.313)X_{i5} \quad (4.8)$$

şeklinde eşitlik oluşturulur. Oluşturulan eşitlik (4.8) için veri kümesine uyup uymadığının kontrol edilmesi için, sistem bulanıklığı değerinin hesaplanması gerekeceğinden dolayı kısıt eşitliği olan (Eşitlik 3.96)’deki bulanık tolerans katsayısı “h” değerini analiz yapmadan önce h = 0.0 olarak belirlendi. Eşitlik 4.8’in bulanıklık seviyesini temsil eden amaç fonksiyonu Z(x) nin değeri Eşitlik (3.79) den yararlanılarak,

$$Z = [138 x a_0^S + 181414x a_1^S + 45083x a_2^S + 23980x a_3^S + 102845x a_4^S + 251x a_5^S]$$

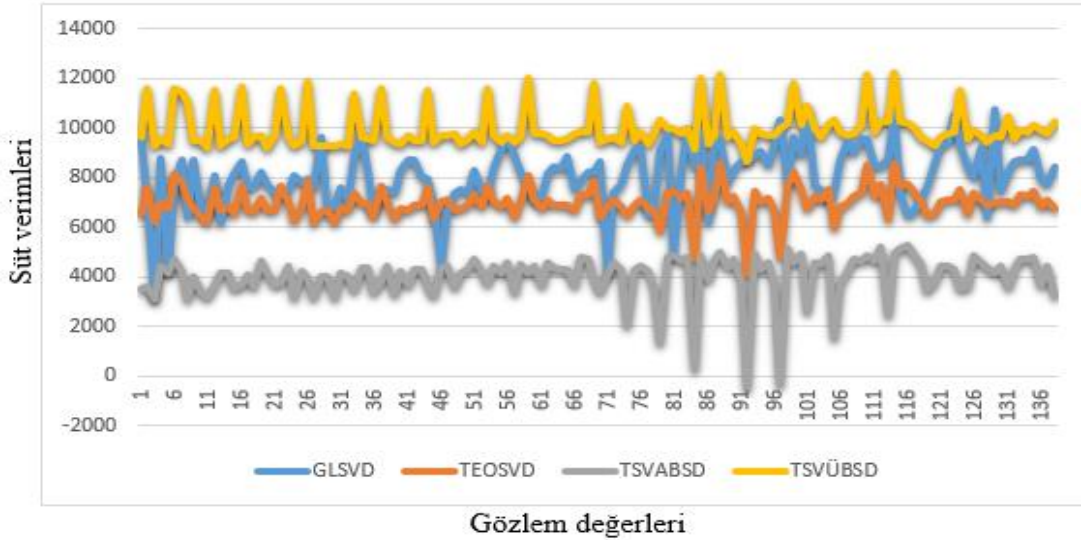
$$Z = 2[138 x 0.0000 + 181414 x 0.1853745 + 45083 x 4.917287 + 23980 x 0.000 + 102845 x 0.5242617 + 251 x 407.3136]$$

Z = 411468.97 olarak hesaplanmıştır. h = 0.0 bulanıklık seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri kullanılarak her bir hayvana ait tahmini laktasyon süt verim değerleri Çizelge 4.14’deki gibidir.

Çizelge 4.14. $h=0.0$ minimum bulanıklık ölçütü kullanılarak bulanık en küçük kareler regresyon çözümüyle yaklaşım ile tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri ne (\tilde{Y}_i) ait istatistikler

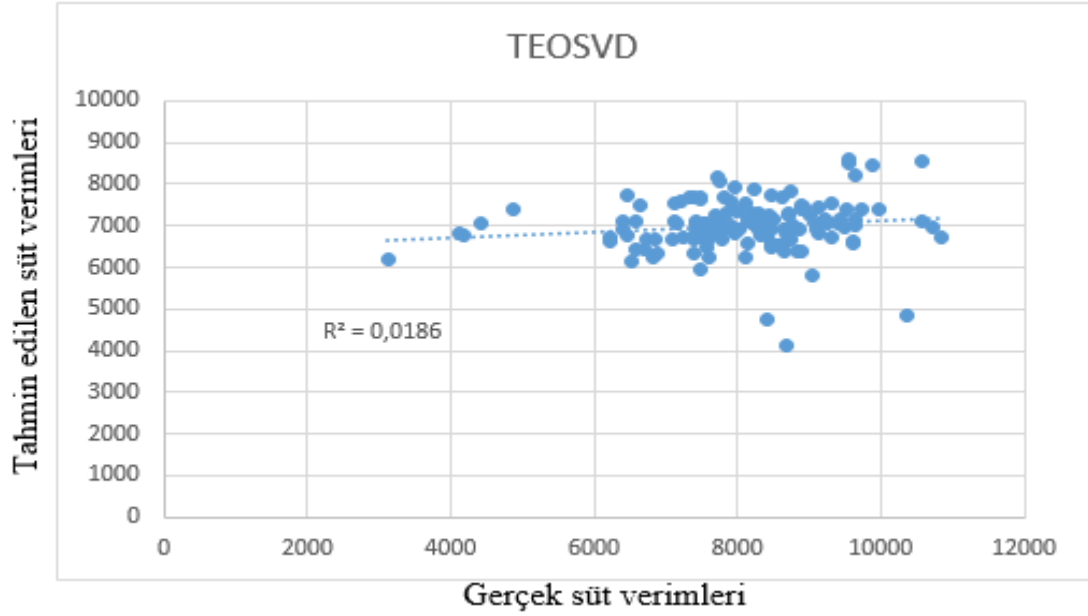
No	GLSV (Y_i)	Tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri (\tilde{Y}_i) için			
		\tilde{Y}_c	\tilde{Y}_s	Alt bulanıklık sınır değerleri	Üst bulanıklık sınır değerleri
1	9619	6558.855	3060.141	3498.714	9618.996
2	7203	7600.618	4003.463	3597.155	11604.081
3	3127	6213.225	3086.228	3126.996	9299.454
4	8756	6991.065	2569.148	4421.917	9560.214
5	4176	6747.747	2615.072	4132.674	9362.819
6	7728	8175.351	3426.617	4748.733	11601.969
7	8734	7818.248	3609.484	4208.764	11427.732
8	6392	7091.708	3961.003	3130.704	11052.711
9	8709	6741.531	2721.383	4020.148	9462.914
10	6691	6416.616	3050.920	3365.695	9467.536
.
.
132	7601	6227.078	3068.082	3158.996	9295.160
133	9617	6621.365	2623.0134	3998.352	9244.379
134	6720	6659.324	2622.303	4037.021	9281.628
135	6825	6225.443	3045.542	3179.901	9270.986
136	7597	6746.088	2601.183	4144.905	9347.272
137	7079	6652.032	2605.576	4046.455	9257.609
138	8890	7418.179	3955.818	3462.361	11373.998

Çizelge 4.14'deki gözlenen laktasyon süt verimleri, tahmin edilen ortalama süt verimleri ve bu tahmin edilen ortalama süt verimlerine ait alt ve üst bulanıklık sınır değerlerinin birlikte grafik yardımıyla gösterimi Şekil 4.22'deki gibidir.



Şekil 4.22. Gerçek süt verim değerleri, tahmin edilen ortalama süt verim değerleri ve bu değerlere ait alt, üst bulanıklık sınır değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.14'deki gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen süt verim değerleri arasındaki uyumun derecesini belirlemek için Eşitlik 3.70, uygulanarak Şekil 4.23'elde edilmiştir.



Şekil 4.23. Gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen ortalama süt verim değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.13' deki $h = 0.5$ bulanıklık tolerans seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri eşitlik 3.97 ve 3.98 yardımıyla Çizelge 4.1'deki verilere uygulanarak oluşturulan bulanık en küçük kareler regresyon çözümlene eşitliği;

$$\tilde{Y}_i = (52502.95; 0.0) + (-9.632610; 1.413)X_{i1} + (-18.78575; 0.0)X_{i2} + (-9.189016; 21.062)X_{i3} + (-39.30735; 0.264)X_{i4} + (2996.288; 0.0)X_{i5} \quad (4.9)$$

şeklinde oluşturulmuştur. Eşitliğe ait bulanıklığı temsil eden amaç fonksiyonu (Z) nun değeri eşitlik (3.79) den yararlanılarak,

$$Z = [138 \times a_0^S + 181414 \times a_1^S + 45083 \times a_2^S + 23980 \times a_3^S + 102845 \times a_4^S + 251 \times a_5^S]$$

$$Z = [138 \times 0.0 + 181414 \times 1.4134 + 45083 \times 0.0 + 23980 \times 21.06236 + 251 \times 0.0]$$

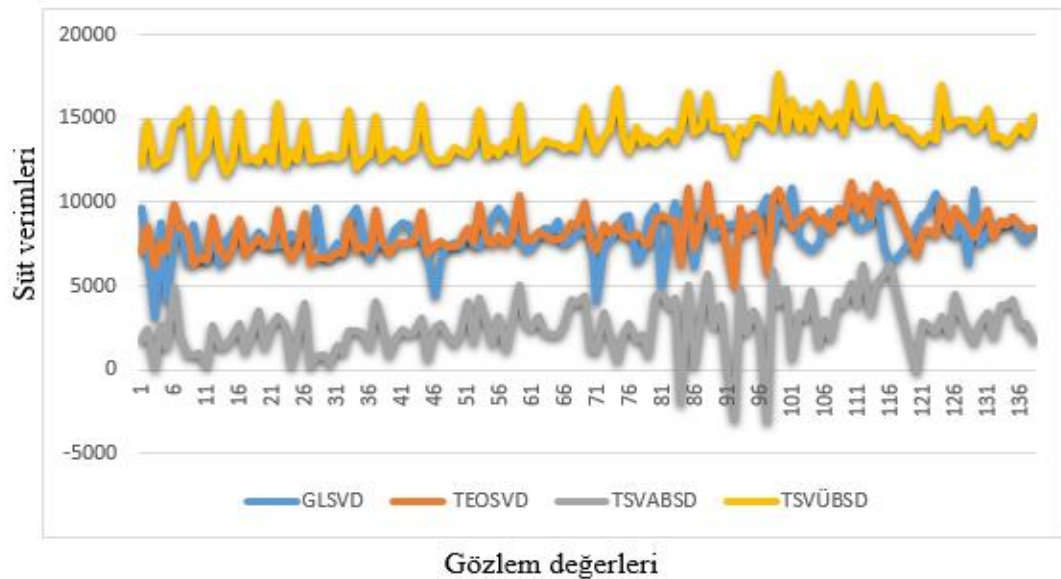
$Z = 761486.3032$ olarak hesaplanmıştır.

$h = 0.5$ bulanıklık seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri kullanılarak Eşitlik 4.9 yardımıyla her bir hayvan için laktasyon tüt verim değerleri hesaplanarak Çizelge 4.15'deki değerler oluşturulmuştur.

Çizelge 4.15. $h = 0.5$ minimum bulanıklık ölçütü kullanılarak bulanık en küçük kareler regresyon çözümlene Yaklaşım ile tahmin edilen laktasyon süt verim değerlerine (\tilde{Y}_i) ait istatistikler

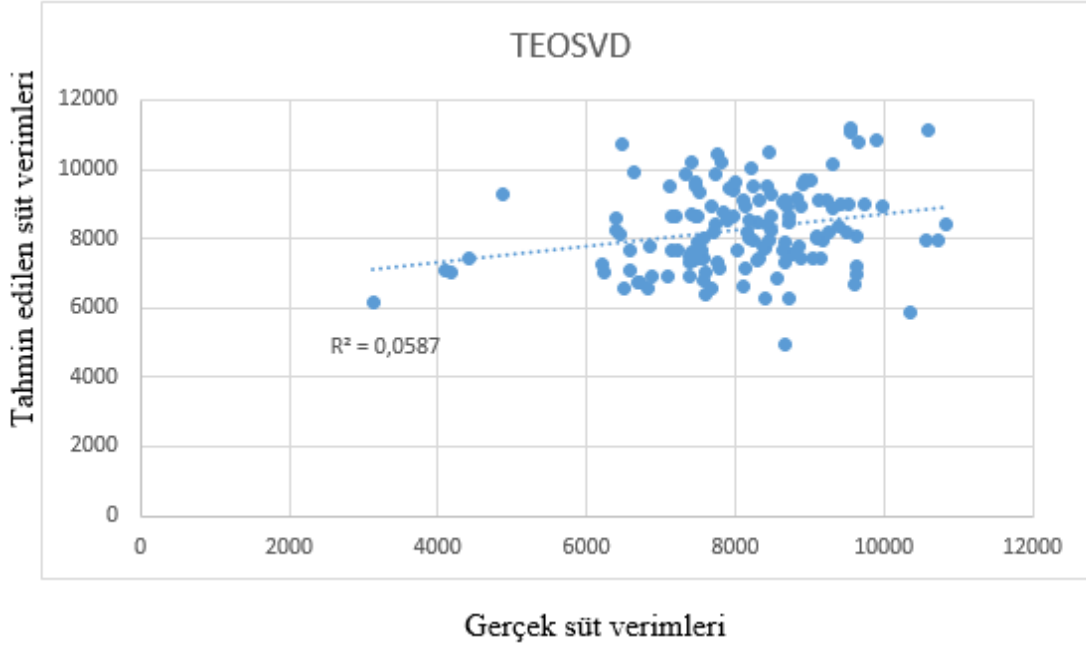
No	GLSV (Y_i)	Tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri (\tilde{Y}_i) için			
		\tilde{Y}_c	\tilde{Y}_s	Alt bulanıklık sınır değerleri	Üst bulanıklık sınır değerleri
1	9619	6995.018	5247.622	1747.395	12242.641
2	7203	8621.099	6183.040	2438.059	14804.140
3	3127	6149.831	6046.006	103.825	12195.838
4	8756	7556.938	4936.436	2620.501	12493.374
5	4176	6997.935	5644.215	1353.720	12642.150
6	7728	9848.1982	4888.599	4959.598	14736.798
7	8734	8461.731	6370.032	2091.699	14831.763
8	6392	8258.098	7327.968	930.129	15586.067
9	8709	6264.574	5387.677	876.897	11652.251
10	6691	6731.885	5742.869	989.015	12474.755
.
.
132	7601	6384.901	6140.366	244.535	12525.268
133	9617	6663.488	5905.088	758.400	12568.577
134	6720	6749.184	5819.160	930.024	12568.345
135	6825	6590.260	6256.053	334.207	12846.314
136	7597	7003.688	5601.205	1402.482	12604.894
137	7079	6886.374	5916.876	969.498	12803.251
138	8890	8912.327	6594.714	2317.613	15507.042

Çizelge 4.15'deki gözlenen laktasyon süt verimleri, tahmin edilen ortalama süt verimleri ve bu tahmin edilen ortalama süt verimlerine ait alt ve üst bulanıklık sınır değerlerinin birlikte grafik yardımıyla gösterimi Şekil 4.24'deki gibidir.



Şekil 4.24. Gerçek süt verim değerleri, tahmin edilen ortalama süt verim değerleri ve bu değerlere ait alt, üst bulanıklık sınır değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.15'deki gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen süt verim değerleri arasındaki uyumun derecesini belirlemek için Eşitlik 3.70, uygulanarak Şekil 4.25'elde edilmiştir.



Şekil 4.25. Gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen ortalama süt verim değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.13' deki $h = 0.7$ bulanıklık tolerans seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri eşitlik Eşitlik 3.97 ve 3.98 yardımıyla Çizelge 4.1'deki verilere uygulanarak oluşturulan bulanık en küçük kareler regresyon çözümlene eşitliği;

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_i = & (5618.804; 0.00) + (-5.268065; 5.453)X_{i1} + (22.14661; 0.00)X_{i2} \\ & + (-4.957316; 0.00)X_{i3} + (-0.3174364; 3.361)X_{i4} \\ & + (1181.828; 0.00)X_{i5} \end{aligned} \quad (4.10)$$

şeklinde bulanık en küçük kareler çözümlene eşitliği oluşturuldu. Eşitliğe ait bulanıklığı temsil eden amaç fonksiyonu (Z) nun değeri Eşitlik (3.79) den yararlanılarak,

$$\begin{aligned} Z = & [138 \times a_0^S + 181414 \times a_1^S + 45083 \times a_2^S + 23980 \times a_3^S + 102845 \times a_4^S + 251 \times a_5^S] \\ Z = & [138 \times 0.0000 + 181414 \times 5.453832 + 45083 \times 0.000 + 23980 \times 0.000 \\ & + 102845 \times 3.361669 + 251 \times 0.000] \end{aligned}$$

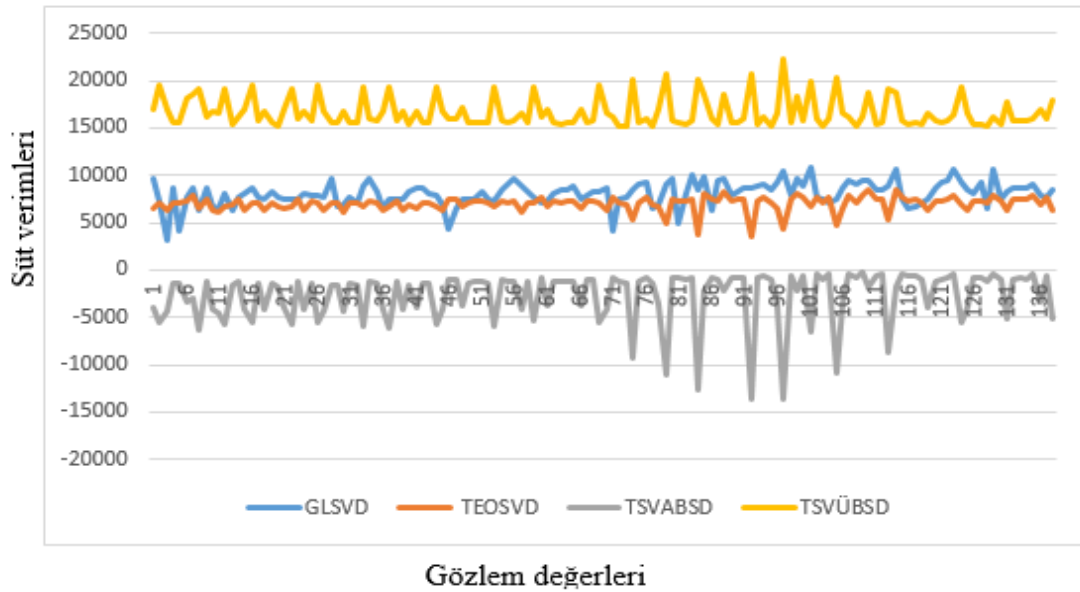
$Z = 1335132.318$ olarak hesaplandı.

$h = 0.7$ bulanıklık seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri kullanılarak Eşitlik 4.10 yardımıyla her bir hayvan için laktasyon tüt verim değerleri hesaplanarak Çizelge 4.16'daki değerler oluşturulmuştur.

Çizelge 4.16. $h=0.7$ minimum bulanıklık ölçütü kullanılarak bulanık en küçük kareler regresyon çözümlene yaklaşım ile tahmin edilen laktasyon süt verim değerlerine (\tilde{Y}_i) ait istatistikler

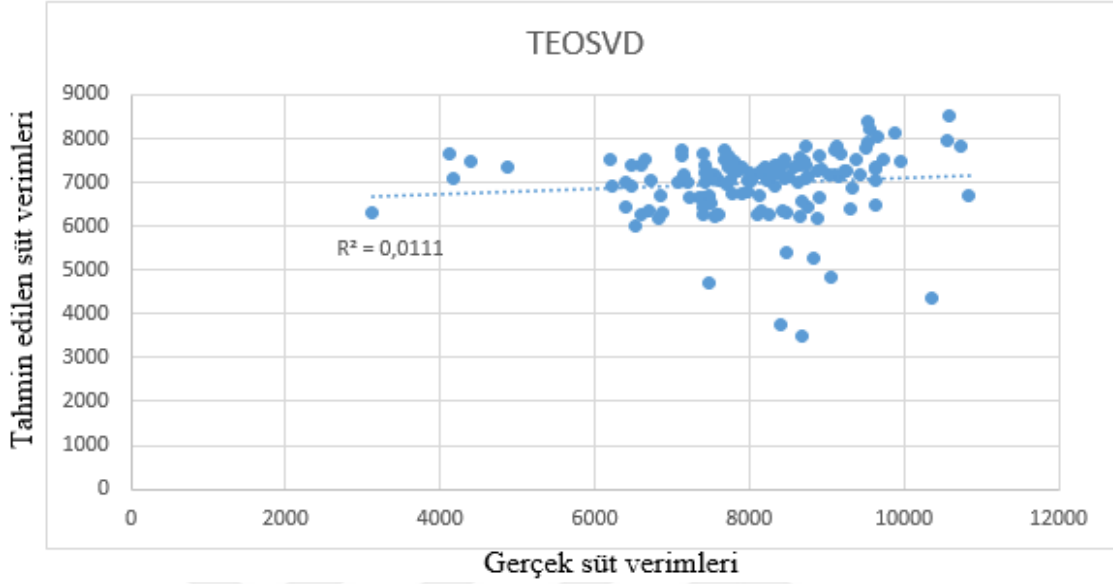
No	GLSV (Y_i)	Tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri (\tilde{Y}_i) için			
		\tilde{Y}_c	\tilde{Y}_s	Alt bulanıklık sınır değerleri	Üst bulanıklık sınır değerleri
1	9619	6467.146	10506.179	-4039.032	16973.326
2	7203	6991.309	12592.529	-5601.220	19583.838
3	3127	6306.556	10598.519	-4291.962	16905.075
4	8756	7113.539	8490.354	-1376.814	15603.893
5	4176	7101.854	8539.438	-1437.583	15641.293
6	7728	7372.287	10679.057	-3306.769	18051.344
7	8734	7818.359	10706.326	-2887.966	18524.685
8	6392	6419.892	12693.613	-6273.721	19113.505
9	8709	7475.3149	8701.408	-1226.093	16176.723
10	6691	6344.752	10475.995	-4131.243	16820.748
.
.
132	7601	6253.475	10546.895	-4293.419	16800.371
133	9617	7036.903	8580.154	-1543.250	15617.057
134	6720	7062.318	8571.338	-1509.020	15633.656
135	6825	6172.974	10498.633	-4325.659	16671.608
136	7597	7049.962	8540.708	-1490.745	15590.670
137	7079	6998.066	8537.346	-1539.279	15535.413
138	8890	6648.294	12613.451	-5965.156	19261.745

Çizelge 4.16'deki gözlenen laktasyon süt verimleri, tahmin edilen ortalama süt verimleri ve bu tahmin edilen ortalama süt verimlerine ait alt ve üst bulanıklık sınır değerlerinin birlikte grafik yardımıyla gösterimi Şekil 4.26'deki gibidir.



Şekil 4.26. Gerçek süt verim değerleri, tahmin edilen ortalama süt verim değerleri ve bu değerlere ait alt, üst bulanıklık sınır değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.16'deki gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen süt verim değerleri arasındaki uyumun derecesini belirlemek için Eşitlik 3.70, uygulanarak Şekil 4.27'elde edilmiştir.



Şekil 4.27. Gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen ortalama süt verim değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

4.1.6. Aralık (Interval) regresyon çözümleme yaklaşımı ile tahmin edilen regresyon analiz sonuçları

Bu regresyon çözümleme eşitliğinin amacı üzerinde inceleme yapılan tüm karakterlere ait veri kümeleri için minimum düzeye sahip olabilecek tahmin aralıklarını bulabilmektir.

Bölüm 3.2.13.5'deki bulanık regresyon çözümleme algoritması Çizelge 4.1'deki örnek verilere aşağıdaki şekilde uygulanmıştır.

1) Aralık (Interval) regresyon çözümleme yaklaşımı eşitlikleri 3.103a, 3.103b, 3.103c eşitlikleri uygulanarak farklı ölçütlerdeki minimum bulanıklık seviye $h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$ değerleri için oluşturulan Aralık regresyon çözümleme yaklaşım eşitliklerine ait simetrik üçgensel özellik yapısına sahip bulanık regresyon katsayı \tilde{A}_j ,

$j = 0, \dots, 5$ değerleri ve yayılım (s_j) değerleri LINGO 16.0 paket programı yardımı ile hesaplanmış, hesaplanan katsayı ve yayılım değerleri Çizelge 4.17’de verilmiştir.

2) Oluşturulan bulanık regresyon çözümlene eşitliklerinin veri kümeleri ile bir uyum içerisinde olup olmadığının kontrol edilebilmesi için, kısıt eşitlikleri olan (3.108, 3.109, 3.110)’daki bulanık tolerans katsayısı “h” değeri $h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$ bulanıklık tolerans düzeylerinde belirlenerek eşitliklere ait sistem bulanıklığını temsil eden amaç fonksiyonu (Z)’ nun değerleri Eşitlik 3.107 ile hesaplanmıştır.

3) Eşitlik (3.103a) ve (3.103b) farklı bulanık tolerans düzeylerinde uygulanarak 138 tane tahmini laktasyon süt verim değerleri $\tilde{Y}_i = (\tilde{Y}_c, \tilde{Y}_s)$ hesaplanmış, hesaplanan değerler (Çizelge 4.18, Çizelge 4.19, Çizelge 4.20).

4) Her bir hayvan için tahmini ortalama (\tilde{Y}_c) süt verim değerleri hesaplanmıştır. Hesaplanan ortalama süt verim değerlerinin dağılımlarına ait yayılım değerleri,

$\tilde{Y}_s =$ Tahmin edilen ortalama (\tilde{Y}_c) nin üst bulanıklık sınır değeri – \tilde{Y}_c değeri ile hesaplanmıştır.

5) Her bir hayvan için Eşitlik 3.89 ile hesaplanan ortalama süt verim değerleri (\tilde{Y}_c) için EXCEL 2016 paket programında alt bulanıklık sınır değerleri ve üst bulanıklık sınır değerleri oluşturulmuştur oluşturulan değerler (Çizelge 4.18, Çizelge 4.19, Çizelge 4.20).

Çizelge 4.17. Örnek verilere ait ($n = 138$) bulanık aralık katsayı değerlerine ait Tanımlayıcı İstatistikleri ($h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$).

Değişkenler	$\tilde{A}_j = (r_j; s_j)$						
	Katsayılar	h = 0		h = 0.5		h = 0.7	
		Merkez değeri (r_j)	Sapma (s_j)	Merkez değeri (r_j)	Sapma (s_j)	Merkez değeri (r_j)	Sapma (s_j)
Sabit	\tilde{A}_0	36755.140	0.000	21786.310	0.2446.398	36755.00	0.000
X_1	\tilde{A}_1	-3.921	0.337	-1.287	0.000	-3.921	0.337
X_2	\tilde{A}_2	-24.575	6.448	18.906	0.000	-24.574	6.454
X_3	\tilde{A}_3	-7.066	0.411	-19.595	0.000	-7.066	0.410
X_4	\tilde{A}_4	-24.260	0.408	-22.237	0.496	-24.261	0.408
X_5	\tilde{A}_5	1569.882	0.000	345.580	0.000	1569.907	0.000

Çizelge 4.17' deki $h = 0$ bulanıklık tolerans seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri Eşitlik 3.103a, 3.103b, 3.103c eşitlikleri yardımıyla Çizelge 4.1'deki verilere uygulanarak,

$$\tilde{Y}_i = (36755.14; 0.0) + (-3.921055; 0.337)X_{i1} + (-24.57574; 6.4481)X_{i2} + (-7.066789; 0.411)X_{i3} + (-24.26077; 0.4088)X_{i4} + (1569.882; 0.0)X_{i5} \quad (4.11)$$

şeklinde hesaplanmıştır. Eşitlik 4.11' e ait bulanıklık değerinin hesaplanabilmesi için kısıt eşitlikleri olan (3.108, 3.109, 3.110)'daki bulanık tolerans katsayısı "h" değerini analiz yapmadan önce $h = 0.0$ olarak belirlendi. Eşitlik 4.11'in bulanıklık seviyesini temsil eden amaç fonksiyonu $Z(x)$ nin değeri eşitlik (3.107) den yararlanılarak,

$$Z = [138 \times a_0^S + 181414 \times a_1^S + 45083 \times a_2^S + 23980 \times a_3^S + 102845 \times a_4^S + 251 \times a_5^S]$$

$$Z = [138 \times 0.0000 + 181414 \times 0.3377039 + 45083 \times 6.448100 + 23980 \times 0.4110625 + 102845 \times 0.4087693 + 251 \times 0.000]$$

$$Z = 403860.372 \text{ olarak hesaplanmıştır.}$$

$h = 0.0$ bulanıklık seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri kullanılarak 1, nolu hayvan için tahmini laktasyon süt verim aralık değeri değerleri Eşitlik 4.11 yardımıyla hesaplanmak istenirse,

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_1 &= (36755.14; 0.000) + (-3.921055; 0.3377) * 1453 + (-24.57574; 6.4481) \\ &\quad * 320 + (-7.066789; 0.4110) * 142 + (-24.26077; 0.4087) * 768 \\ &\quad + (1569.882; 0.000) * 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_1 &= (36755.14; 0.000) + (-5697.2929; 490.6837) + (-7864.2368; 2063.392) \\ &\quad + (-1003.4840; 58.3708) + (-18632.2713; 313.9348) \\ &\quad + (3139.76; 0.000) \end{aligned}$$

$$\tilde{Y}_1 = (6697.615; 2926.3814)$$

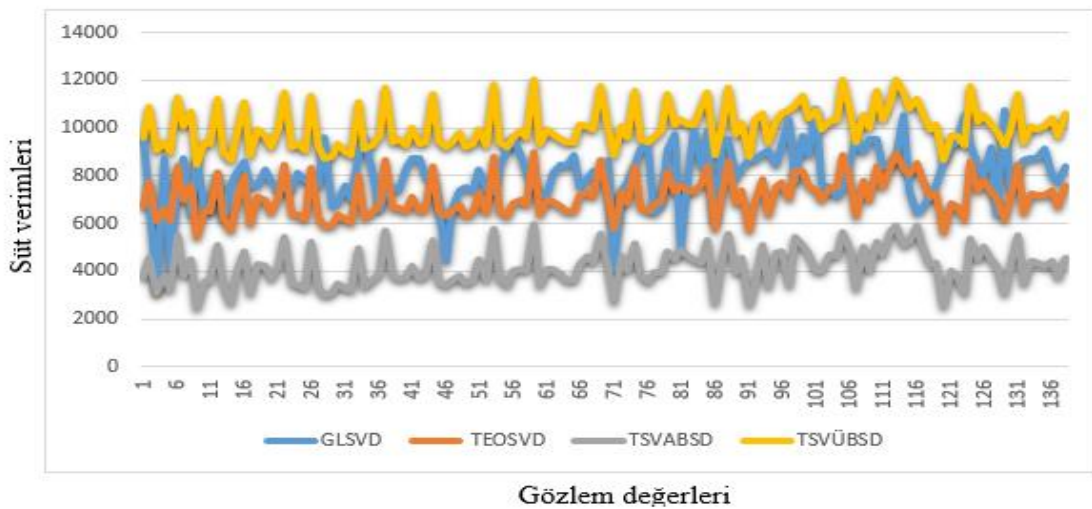
şeklinde değerler hesaplanmıştır. Diğer her bir hayvan için de laktasyon süt verim değerleri aralık regresyon modeli ile $h = 0.0$ düzeyinde hesaplanarak Çizelge 4.18'deki değerler hesaplanmıştır.

Çizelge 4.18. $h = 0.0$ seviyesinde Aralık (Interval) regresyon çözümleme yaklaşım eşitliği ile tahmin edilen laktasyon süt verim değerlerine (\tilde{Y}_i) ait istatistikler

No	GLSV (Y_i)	Tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri (\tilde{Y}_i) için			
		\tilde{Y}_c	\tilde{Y}_s	Alt bulanıklık sınır değerleri	Üst bulanıklık sınır değerleri
1	9619	6697.615	2926.381	3771.230	9623.990
2	7203	7736.283	3136.113	4600.169	10872.390
3	3127	6096.702	2974.705	3121.996	9071.407
4	8756	6601.926	2786.126	3815.800	9388.052
5	4176	6112.251	2860.763	3251.487	8973.014
6	7728	8392.173	2865.998	5526.174	11258.171
7	8734	6968.590	3135.041	3833.549	10103.631
8	6392	7597.538	3105.324	4492.214	10702.863
9	8709	5472.159	2995.203	2476.955	8467.362
10	6691	6511.492	2922.284	3589.208	9433.777

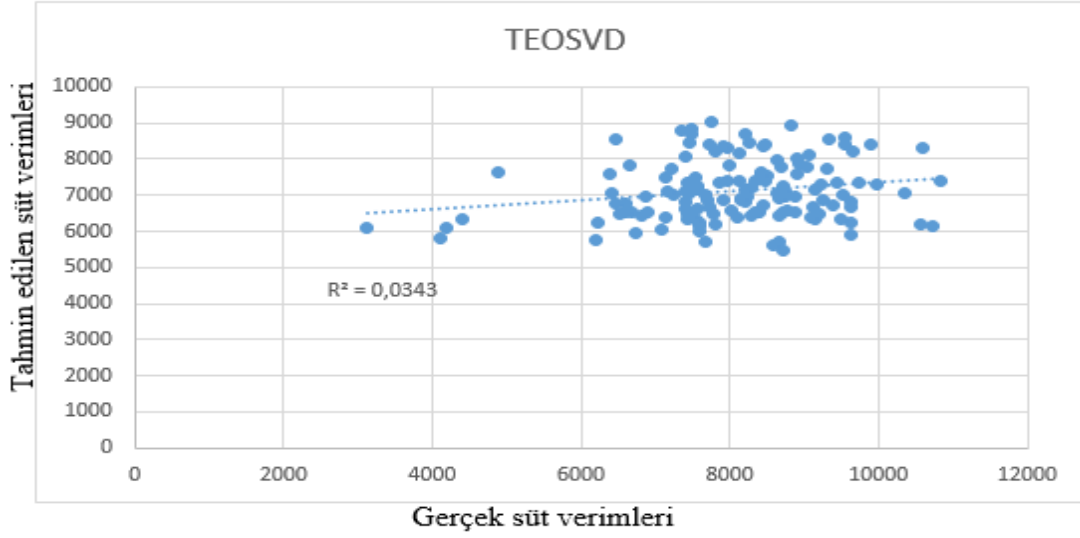
132	7601	6259.589	2953.417	3306.171	9213.007
133	9617	5886.225	2875.468	3010.757	8761.693
134	6720	5942.674	2873.077	3069.597	8815.751
135	6825	6415.721	2926.501	3489.220	9342.223
136	7597	6155.511	2841.076	3314.434	8996.588
137	7079	6049.194	2853.282	3195.912	8902.476
138	8890	8026.505	3085.180	4941.325	11111.686

Çizelge 4.18'deki gözlenen laktasyon süt verimleri, tahmin edilen ortalama süt verimleri ve bu tahmin edilen ortalama süt verimlerine ait alt ve üst bulanıklık sınır değerlerinin birlikte grafik yardımıyla gösterimi Şekil 4.28'deki gibidir.



Şekil 4.28. Gerçek süt verim değerleri, tahmin edilen ortalama süt verim değerleri ve bu değerlere ait alt, üst bulanıklık sınır değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.18'deki gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen süt verim değerleri arasındaki uyumun derecesini belirlemek için Eşitlik 3.70, uygulanarak Şekil 4.29'elde edilmiştir.



Şekil 4.29. Gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen ortalama süt verim değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.17' deki $h = 0.5$ bulanıklık tolerans seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri eşitlik 3.103a, 3.103b, 3.103c eşitlikleri yardımıyla Çizelge 4.1'deki verilere uygulanarak,

$$\tilde{Y}_i = (21786.31; 2446.398) + (-1.287240; 0.0)X_{i1} + (18.90658; 0.0)X_{i2} + (-19.59589; 0.0)X_{i3} + (-22.23727; 0.4964)X_{i4} + (345.5809; 0.00)X_{i5} \quad (4.12)$$

şeklinde hesaplanmıştır. Eşitlik 4.12'ye ait bulanıklık değerinin hesaplanabilmesi için kısıt eşitliği olan (3.108, 3.109, 3.110)'deki bulanık tolerans katsayısı "h" değerini analiz yapmadan önce $h = 0.5$ olarak belirlendi. Eşitlik 4.12'in bulanıklık seviyesini temsil eden amaç fonksiyonu $Z(x)$ nin değeri eşitlik (3.107) den yararlanılarak,

$$Z = [138 \times a_0^S + 181414 \times a_1^S + 45083 \times a_2^S + 23980 \times a_3^S + 102845 \times a_4^S + 251 \times a_5^S]$$

$$Z = [138 \times 2446.398 + 181414 \times 0.000 + 45083 \times 0.000 + 23980 \times 0.000 + 102845 \times 0.4963970 + 251 \times 0.000]$$

$$Z = 388654.8694 \text{ olarak hesaplanmıştır.}$$

$h = 0.5$ bulanıklık seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri kullanılarak 1 nolu hayvan için tahmini laktasyon süt verimi aralık değeri hesaplanmak istenirse,

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_1 = & (21786.31; 2446.398) + (-1.287240; 0.000) * 1453 + (18.90658; 0.0) * 320 \\ & + (-19.59589; 0.0) * 142 + (-22.23727; 0.4963) * 768 \\ & + (345.5809; 0.0) * 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_1 = & (21786.31; 2446.398) + (-1870.3597; 0.0) + (6050.1056; 0.0) \\ & + (-2782.6163; 0.0) + (-17078.2233; 381.2328) + (691.1618; 0.0)\end{aligned}$$

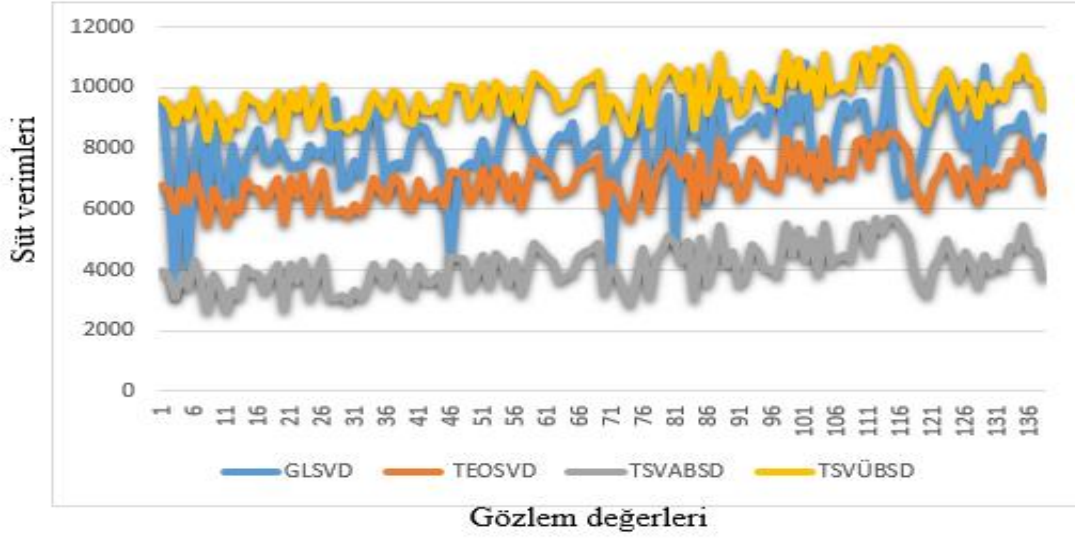
$$\tilde{Y}_1 = (6796.3781; 2827.6308)$$

şeklinde değerler elde edilir. Diğer her bir hayvan içinde laktasyon tüt verim değerleri hesaplanarak Çizelge 4.19'daki gibi değerler hesaplanmıştır.

Çizelge 4.19. $h = 0.5$ seviyesinde Aralık (interval) regresyon çözümleme yaklaşım eşitliği ile tahmin edilen laktasyon süt verim değerlerine (\tilde{Y}_i) ait istatistikler

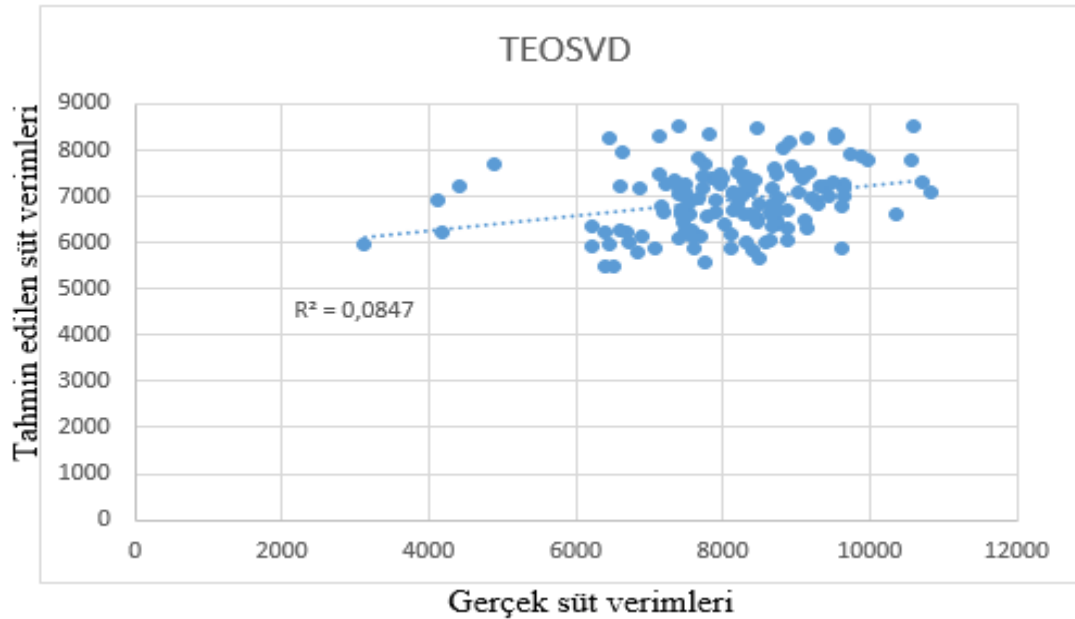
No	GLSV (Y_i)	Tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri (\tilde{Y}_i) için			
		\tilde{Y}_c	\tilde{Y}_s	Alt bulanıklık sınır değerleri	Üst bulanıklık sınır değerleri
1	9619	6697.615	2926.381	3771.230	9623.990
2	7203	6637.765	2832.098	3805.666	9469.863
3	3127	5953.611	2831.602	3122.009	8785.213
4	8756	6695.347	2827.134	3868.212	9522.481
5	4176	6207.256	2827.134	3380.122	9034.391
6	7728	7155.748	2830.609	4325.139	9986.357
7	8734	6477.143	2830.609	3646.534	9307.752
8	6392	5490.940	2830.112	2660.828	8321.053
9	8709	6692.839	2830.112	3862.726	9522.952
10	6691	6637.765	2832.098	3805.666	9469.863
.
.
132	7601	5896.871	2829.616	3067.255	8726.488
133	9617	5895.627	2829.120	3066.507	8724.747
134	6720	5997.535	2828.623	3168.911	8826.159
135	6825	5779.392	2828.127	2951.265	8607.519
136	7597	6146.541	2828.127	3318.414	8974.668
137	7079	5893.747	2827.630	3066.116	8721.378
138	8890	6304,784	2827,134	3477,649	9131,918

Çizelge 4.19'deki gözlenen laktasyon süt verimleri, tahmin edilen ortalama süt verimleri ve bu tahmin edilen ortalama süt verimlerine ait alt ve üst bulanıklık sınır değerlerinin birlikte grafik yardımıyla gösterimi Şekil 4.30'daki gibidir.



Şekil 4.30. Gerçek süt verim değerleri, tahmin edilen ortalama süt verim değerleri ve bu değerlere ait alt, üst bulanıklık sınır değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.19'daki gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen süt verim değerleri arasındaki uyumun derecesini belirlemek için Eşitlik 3.70, uygulanarak Şekil 4.31'elde edilmiştir.



Şekil 4.31. Gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen ortalama süt verim değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.17' deki $h = 0.7$ bulanıklık tolerans seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri eşitlik 3.103a, 3.103b, ve 3.103c eşitlikleri yardımıyla Çizelge 4.1'deki verilere uygulanarak;

$$\tilde{Y}_i = (36755.000; 0.000) + (-3.921051; 0.3376)X_{i1} + (-24.5749; 6.455)X_{i2} + (-7.066; 0.4107)X_{i3} + (-24.261; 0.4087)X_{i4} + (1569.907; 0.0)X_{i5} \quad (4.13)$$

şeklinde hesaplanmıştır. Eşitliğe ait bulanıklığı temsil eden amaç fonksiyonu (Z) nin değeri eşitlik (3.107) den yararlanılarak,

$$Z = [138 \times a_0^S + 181414 \times a_1^S + 45083 \times a_2^S + 23980 \times a_3^S + 102845 \times a_4^S + 251 \times a_5^S]$$

$$Z = [138 \times 0.0000 + 181414 \times 0.3376 + 45083 \times 6.4546 + 23980 \times 0.4107 + 102845 \times 0.4087 + 251 \times 0.000]$$

$Z = 404119.43$ olarak hesaplanmıştır.

$h = 0.7$ bulanıklık seviyesinde hesaplanan katsayı değerleri kullanılarak 1 nolu hayvan için tahmini laktasyon süt verimi aralık değeri hesaplanmak istenirse,

$$\tilde{Y}_1 = (36755.0; 0.0) + (-3.921051; 0.3376) * 1453 + (-24.57489; 6.4546) * 320 + (-7.066518; 0.4107) * 142 + (-24.26107; 0.4087) * 168 + (1569.907; 0.000) * 2$$

$$\tilde{Y}_1 = (36755.0; 0.0) + (-5697.2871; 490.6549) + (-7863.965; 2065.4784) + (-1003.4455; 58.33) + (-4075.8597; 68.6687) + (3139.814; 0.0)$$

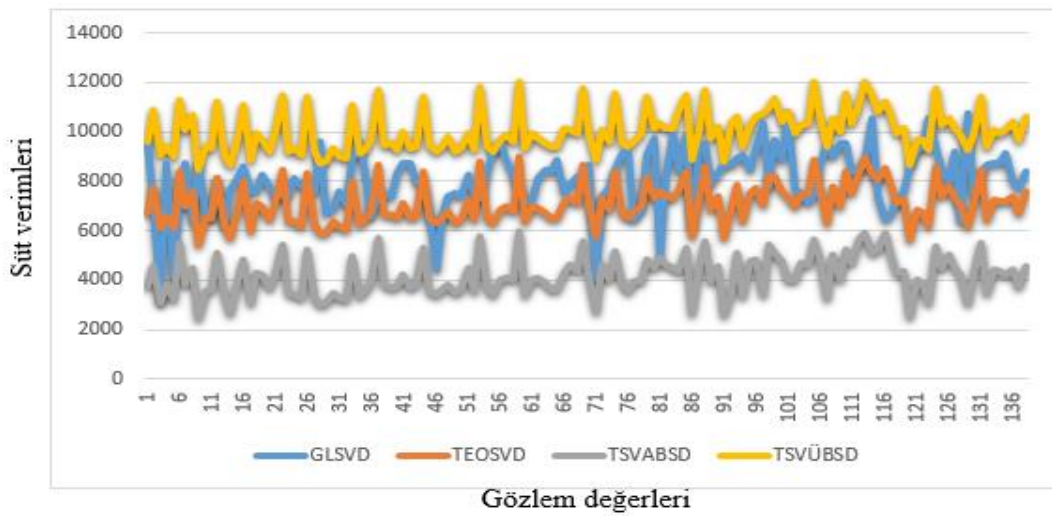
$$\tilde{Y}_1 = (6697.615; 2926.3814)$$

şeklinde değerler hesaplanmıştır. Diğer her bir hayvan için tahmini laktasyon süt verim değerleri hesaplanarak Çizelge 4.20'deki değerler oluşturulmuştur.

Çizelge 4.20. $h = 0.7$ seviyesinde Aralık (Interval) regresyon çözümleme yaklaşım eşitliği ile tahmin edilen laktasyon süt verim değerlerine (\tilde{Y}_i) ait istatistikler

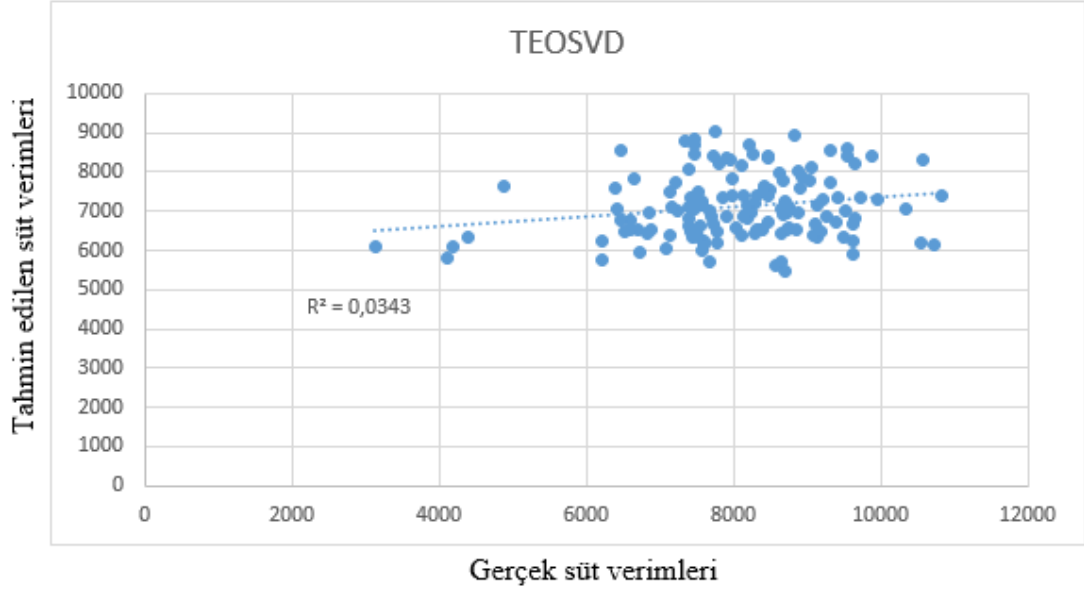
No	GLSV (Y_i)	Tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri (\tilde{Y}_i) için			
		\tilde{Y}_c	\tilde{Y}_s	Alt bulanıklık sınır değerleri	Üst bulanıklık sınır değerleri
1	9619	6697.615	2926.381	3771.230	9623.990
2	7203	7736.283	3136.113	4600.169	10872.390
3	3127	6096.712	2976.540	3120.171	9073.253
4	8756	6601.896	2787.965	3813.930	9389.862
5	4176	6112.237	2862.648	3249.588	8974.886
6	7728	8392.178	2867.761	5524.417	11259.940
7	8734	6968.646	3137.018	3831.627	10105.660
8	6392	7597.606	3107.093	4490.512	10704.699
9	8709	5472.157	2997.220	2474.936	8469.378
10	6691	6511.492	2924.087	3587.404	9435.579
.
.
132	7601	6259.596	2955.232	3304.364	9214.829
133	9617	5886.214	2877.354	3008.860	8763.569
134	6720	5942.663	2874.965	3067.697	8817.628
135	6825	6415.727	2928.289	3487.438	9344.016
136	7597	6155.494	2842.943	3312.550	8998.437
137	7079	6049.182	2855.149	3194.032	8904.332
138	8890	8026.565	3086.964	4939.601	11113.529

Çizelge 4.20'deki gözlenen laktasyon süt verimleri, tahmin edilen ortalama süt verimleri ve bu tahmin edilen ortalama süt verimlerine ait alt ve üst bulanıklık sınır değerlerinin birlikte grafik yardımıyla gösterimi Şekil 4.32'deki gibidir.



Şekil 4.32. Gerçek süt verim değerleri, tahmin edilen ortalama süt verim değerleri ve bu değerlere ait alt, üst bulanıklık sınır değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Çizelge 4.20'deki gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen süt verim değerleri arasındaki uyumun derecesini belirlemek için Eşitlik 3.70, uygulanarak Şekil 4.33'elde edilmiştir.



Şekil 4.33. Gerçek süt verim değerleri ile tahmin edilen ortalama süt verim değerleri arasındaki uyumluluk derecesi

Aralık regresyon çözümü eşitliği, minimum bulanıklık ölçütü kullanan bulanık en küçük kareler regresyon çözümü eşitliğinin özel bir hali olarak da ifade edilebilmektedir. Klasik en küçük kareler yöntemi ile bulanık regresyon çözümü yöntemleri ile hesaplanan bazı istatistikler değerlerin karşılaştırmalı olarak gösterimi Çizelge 4.27'de verilmiştir.

4.1.7. Bulanık lojistik regresyon çözümleme modelinin uygulanışı

Tez çalışmasının bu bölümünde, teorik temelleri detaylı bir şekilde açıklanan bulanık lojistik regresyon çözümleme yaklaşımı ile laktasyon süt verim değerlerini etkilediği düşünülen değişkenlerin oluşturduğu veri kümesine uygulanışının gösterilmesine yer verilmiştir. İlgili değişkenler bulanık lojistik regresyon çözümleme eşitliğinde kullanılarak laktasyon süt verimini etkilediği düşünülen değişkenlere ait posibilistik odds değerleri hesaplanmıştır. Burada amaç bağımlı değişkenin sürekli ve belirsiz (bulanık) olduğu durumlar ile yetersiz örnek büyüklüklerinin olduğu durumlarda bulanık lojistik regresyon çözümleme yaklaşımının kullanılabilirliğini göstermektir. Bulanık lojistik regresyon çözümleme yaklaşımı ile daha güvenilir ve tutarlı sonuçların hesaplanabilmesi için yaklaşımın adımlarını Çizelge 4.21'deki 138 baş Siyah alaca ineklere ait verilere sırası ile uyguladığımızda;

1. adım da veriler modelde kullanılacak şekilde düzenlenerek Çizelge 4.21'deki değerler oluşturulmuştur. Örnek uygulama için kullanılacak veri kümelerinin genel özelliği, bağımsız değişkenler klasik veri kümesine ait kesin değerlerden oluşurken, bağımlı değişken bulanık kümenin özelliklerini taşıyan değerlerden oluşmaktadır.

2. adım da bağımlı değişken olarak alınan laktasyon süt verim (Y_i) değerlerinin, bağımsız değişkenlere göre normal değerlere sahip olup olmadığı test edildi. Bu test işlemi sonucunda (Y_i) değerleri, bağımsız değişkenler ile birlikte klasik lojistik regresyon eşitliğinde kullanılarak gözlenen olasılık değerleri (p_i) hesaplanmıştır. Hesaplanan değerler Çizelge 4.21'deki gibidir.

Çizelge 4. 21. 138 büyük baş hayvanın çeşitli özelliklerine ait örnek veri kümesi

No	LSV (Y_i)	HY (X_1)	SGS (X_2)	SP (X_3)	İBY (X_4)	LS (X_5)	Gözlenen olasılık değerleri (P_i)
1	9619	1453	320	142	768	2	0.77
2	7203	1846	310	131	765	4	0.908
3	3127	1465	324	179	776	2	0.581
4	8756	1084	317	152	767	1	0.851
5	4176	1094	335	150	759	1	0.756
6	7728	1481	310	123	774	3	0.999
7	8734	2465	325	134	737	5	0.999
.
136	7597	1092	323	183	769	1	0.861
137	7079	1092	324	198	768	1	0.899
138	8890	1840	322	180	767	4	0.999
Toplam	1114780	181414	45083	23980	102845	251	

3. adım da Bulanık lojistik regresyon modelinde kısıtlar oluşturulurken gözlemlerin bulanıklığını ifade eden en uygun bir h seviyesinin araştırmacı tarafından belirlenmesi gerekir. Genellikle $h = 0.5$ alınır. Bu çalışmada da $h = 0.5$ alınmıştır. Tahmin aralığını oluşturan kısıtlar bu tolerans seviyesine göre oluşturulmuştur

4. adım da Her bir hayvana ait laktasyon sütverim değeri Y_i için bir alt ve bir de üst sınırdeğeri hesaplaya bilmek için kısıtlar oluşturulur. Modelimizde 5 adet açıklayıcı değişken olduğu için, sabit terim de dâhil olmak üzere 6 adet a_i^c merkez değeri ve 6 adet a_i^s yayılım değeri hesaplamamız gerekeceği için bir sonraki adıma geçilir.

5. adımda dördüncü adımdaki amaçların uygulanması için Çizelge 4.21'deki 138 hayvana ait verilerin kullanılması nedeniyle 276 kısıt ortaya çıkmaktadır. Bu değerler doğal logaritmaları alınarak doğrusallaştırılmış değerlerdir. $h = 0.5$ düzeyinde oluşturulmak istenen kısıtlar aşağıdaki gibi oluşturularak gözlenen logit (kısıt) değerleri

aşağıdaki gibi hesaplanmıştır $w_1 = \log_e \left\{ \frac{\mu_1}{[1-\mu_1]} \right\}$;

$$w_1 = \begin{bmatrix} a_0^c + 1453 * a_1^c + 320 * a_2^c + 142 * a_3^c + 768 * a_4^c + 2 * a_5^c - 0.5 * a_0^s - 0.5 * 1453 * a_1^s \\ -0.5 * 320 * a_2^s - 0.5 * 142 * a_3^s - 0.5 * 768 * a_4^s - 0.5 * 2 * a_5^s \leq -\ln Y_1 \\ a_0^c + 1453 * a_1^c + 320 * a_2^c + 142 * a_3^c + 768 * a_4^c + 2 * a_5^c + 0.5 * a_0^s + 0.5 * 1453 * a_1^s \\ +0.5 * 320 * a_2^s + 0.5 * 142 * a_3^s + 0.5 * 768 * a_4^s + 0.5 * 2 * a_5^s \geq \ln Y_1 \end{bmatrix}$$

bir nolu hayvan için gözlenen logit değeri: $w_1 = \log_e \left\{ \frac{\mu_1}{[1-\mu_1]} \right\} = -3.032$ olarak bulunmuştur. İki nolu hayvan için de gözlenen logit değeri hesaplanmak istendiğinde ise,

$$w_2 = \begin{bmatrix} a_0^c + 1846 * a_1^c + 310 * a_2^c + 131 * a_3^c + 765 * a_4^c + 4 * a_5^c - 0.5 * a_0^s - 0.5 * 1846 * a_1^s \\ -0.5 * 310 * a_2^s - 0.5 * 131 * a_3^s - 0.5 * 765 * a_4^s - 0.5 * 4 * a_5^s \leq -\ln Y_2 \\ a_0^c + 1846 * a_1^c + 310 * a_2^c + 131 * a_3^c + 765 * a_4^c + 4 * a_5^c + 0.5 * a_0^s + 0.5 * 1846 * a_1^s \\ +0.5 * 310 * a_2^s + 0.5 * 131 * a_3^s + 0.5 * 765 * a_4^s + 0.5 * 4 * a_5^s \geq \ln Y_2 \end{bmatrix}$$

$w_2 = \log_e \left\{ \frac{\mu_2}{[1-\mu_2]} \right\} = -1.228$ olarak hesaplanmıştır. Üç nolu hayvan için,

$$w_3 = \begin{bmatrix} a_0^c + 1465 * a_1^c + 324 * a_2^c + 179 * a_3^c + 776 * a_4^c + 2 * a_5^c - 0.5 * a_0^s - 0.5 * 1465 * a_1^s \\ -0.5 * 324 * a_2^s - 0.5 * 179 * a_3^s - 0.5 * 776 * a_4^s - 0.5 * 2 * a_5^s \leq -\ln Y_3 \\ a_0^c + 1465 * a_1^c + 324 * a_2^c + 179 * a_3^c + 776 * a_4^c + 2 * a_5^c + 0.5 * a_0^s + 0.5 * 1465 * a_1^s \\ +0.5 * 324 * a_2^s + 0.5 * 179 * a_3^s + 0.5 * 776 * a_4^s + 0.5 * 2 * a_5^s \geq \ln Y_3 \end{bmatrix}$$

$$w_3 = \log_e \left\{ \frac{\mu_2}{[1-\mu_2]} \right\} = -2.867$$

.

.

.

$$w_{136} = \begin{bmatrix} a_0^c + 1092 * a_1^c + 323 * a_2^c + 183 * a_3^c + 769 * a_4^c + 1 * a_5^c - 0.5 * a_0^s - 0.5 * 1092 * a_1^s \\ -0.5 * 323 * a_2^s - 0.5 * 183 * a_3^s - 0.5 * 769 * a_4^s - 0.5 * 1 * a_5^s \leq -\ln Y_{136} \\ a_0^c + 1092 * a_1^c + 323 * a_2^c + 183 * a_3^c + 769 * a_4^c + 1 * a_5^c + 0.5 * a_0^s + 0.5 * 1092 * a_1^s \\ + 0.5 * 323 * a_2^s + 0.5 * 183 * a_3^s + 0.5 * 769 * a_4^s + 0.5 * 1 * a_5^s \geq \ln Y_{136} \end{bmatrix}$$

$$w_{136} = \log_e \left\{ \frac{\mu_2}{[1-\mu_2]} \right\} = -0.070$$

$$w_{137} = \begin{bmatrix} a_0^c + 1092 * a_1^c + 324 * a_2^c + 198 * a_3^c + 768 * a_4^c + 1 * a_5^c - 0.5 * a_0^s - 0.5 * 1092 * a_1^s \\ -0.5 * 324 * a_2^s - 0.5 * 198 * a_3^s - 0.5 * 768 * a_4^s - 0.5 * 1 * a_5^s \leq -\ln Y_{137} \\ a_0^c + 1092 * a_1^c + 324 * a_2^c + 198 * a_3^c + 768 * a_4^c + 1 * a_5^c + 0.5 * a_0^s + 0.5 * 1092 * a_1^s \\ + 0.5 * 324 * a_2^s + 0.5 * 198 * a_3^s + 0.5 * 768 * a_4^s + 0.5 * 1 * a_5^s \geq \ln Y_{137} \end{bmatrix}$$

$$w_{137} = \log_e \left\{ \frac{\mu_2}{[1-\mu_2]} \right\} = -3.511$$

$$w_{138} = \begin{bmatrix} a_0^c + 1840 * a_1^c + 322 * a_2^c + 180 * a_3^c + 767 * a_4^c + 4 * a_5^c - 0.5 * a_0^s - 0.5 * 1840 * a_1^s \\ -0.5 * 322 * a_2^s - 0.5 * 180 * a_3^s - 0.5 * 767 * a_4^s - 0.5 * 4 * a_5^s \leq -\ln Y_{138} \\ a_0^c + 1840 * a_1^c + 322 * a_2^c + 180 * a_3^c + 767 * a_4^c + 4 * a_5^c + 0.5 * a_0^s + 0.5 * 1840 * a_1^s \\ + 0.5 * 322 * a_2^s + 0.5 * 180 * a_3^s + 0.5 * 767 * a_4^s + 0.5 * 4 * a_5^s \geq \ln Y_{138} \end{bmatrix}$$

$w_{138} = \log_e \left\{ \frac{\mu_2}{[1-\mu_2]} \right\} = -3.832$ şeklinde hesaplamaları yapılarak Çizelge 4.23 deki değerler elde edilmiştir.

Bu şekilde oluşturulan 138 adet (2 x 138) kısıtın oluşturduğu katsayılar matrisi elde edilir. Bu katsayılar matrisinin her bir satırındaki ilk altı elamanı a_i^c merkez değerlerini, son altı elamanı ise a_i^s yayılım değerlerini göstermektedir. Her bir satır “;” işareti ile birbirinden ayrılmaktadır. Katsayılar matrisinin boyutu 138 x 12’dir. 2016 yılına ait 138 Siyah Alaca ineğe ait değerler oluşturmaktadır. Modelimizde beş adet açıklayıcı değişken ve bir de sabit terim olması nedeniyle katsayılar matrisinin sütun

sayısı $6 \times 2 = 12$ olacaktır. Burada her bir katsayı değerinin bir merkez ve bir de yayılım değeri bulunmaktadır.

6. adım da Değeri tahmin edilecek bağımlı değişkenler vektörü, Y_i gerçek gözlem değerlerinin sırasıyla bir pozitif, bir de negatif değerlerin hesaplanarak sıralanmasıyla elde edilir. Bağımlı değişkenler vektörünün elemanları $[-Y_1; Y_1; -Y_2; Y_2; \dots, -Y_{138}; Y_{138};]$ şeklinde hesaplanarak Çizelge 4.22'deki değerler elde edilmiştir. Elde edilen bağımlı değişkenler vektörü (1 x 276) boyutundadır. Her bir hayvana ilişkin bir alt ve bir de üst sınır değerinin hesaplanabilmesi için, bağımlı değişkenin doğal logaritması alınarak doğrusallaştırılmış değerleri; bir negatif, birde pozitif olarak kısıtların sağ tarafına eklenmektedir.

7. adım da Minimize edilmek istenen amaç fonksiyonunun katsayı değerleri, yayılımların minimum olması şartını sağlayan Eşitlik (3.121)'deki amaç fonksiyonunda Çizelge 4.21'deki veriler uygulanarak eşitlik (4.14) hesaplanmıştır.

$$Z = 2 \left[138 a_0^S + a_1^S \sum_{i=1}^{138} x_{1i} + a_2^S \sum_{i=1}^{138} x_{2i} + a_3^S \sum_{i=1}^{138} x_{3i} + a_4^S \sum_{i=1}^{138} x_{4i} + a_5^S \sum_{i=1}^{138} x_{5i} \right] \quad (4.14)$$

$$Z = 2[138 \times a_0^S + 181414 \times a_1^S + 45083 \times a_2^S + 23980 \times a_3^S + 102845 \times a_4^S + 251 \times a_5^S]$$

$$Z = 2[138 \times 0.0000 + 181414 \times 0.0000 + 45083 \times 0.0000 + 23980 \times 0.0917$$

$$+ 102845 \times 0.0000 + 251 \times 0.0000]$$

$$Z_{1 \times 12} = 2198.966$$

Eşitlik (4.14) de hesaplanan amaç fonksiyonunun 276 kısıt altında (138 gözlem x 2) çözülmesi gerekmektedir. Oluşturulan modelin veri kümesine uyup uymadığının kontrol edilmesi için, kısıt eşitliği olan (3.122)'deki bulanık tolerans katsayısı "h" değerini analiz yapmadan önce $h = 0.5$ olarak belirleyerek model bulanıklığını temsil eden amaç fonksiyonu (Z) nun değeri $Z = 2198.966$ olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan amaç fonksiyonunu toplam yayılımı, toplam hatayı minimize eden bulanık katsayıları tahmin etmek amacıyla oluşturulan Z amaç fonksiyonunun katsayılar vektörü, (1x12) boyutundadır. Amaç fonksiyonu Z'nin ilk altı unsuru a_i^c merkez değerlerini, son altı unsuru ise a_i^s yayılımdeğerlerini ifade etmektedir. Doğrusal programlama yöntemiyle minimizasyon problemini çözebilmek için gerekli olan Z amaç fonksiyonu, katsayılar

matrisi ve çözüm vektörü elde edildikten sonra çözümleme işlemi sekizinci adımdaki şekilde elde edilmiştir.

8. adım da Çizelge (4.22)'ile gösterilen katsayı değerlerinin Pourahmad ve ark. (2011a) tarafından önerilmiş olan yaklaşıma göre tahmin edilebilmesi için eşitlik (3.121)'deki amaç fonksiyonunun Eşitlik (3.122)'deki kısıtlara göre çözülmesi gerekmektedir. Çizelge 4.21 da logit transformasyonu ile hesaplanan olasılık (P_i) değerleri, bağımlı değişken Y_i kabul edilip, bağımsız değişkenlerle doğrusal bir ilişki sağlamasından dolayı birlikte "Lingo 16.0" yazılımı ile hesaplayarak Çizelge 4.22'deki değerler elde edilmiştir.

Çizelge 4.22. Örnek deki verilere ait ($n = 138$) bulanık lojistik regresyon katsayı değerleri ile ilgili istatistikler

Değişkenler	$\tilde{\beta}_j = (a_j^c; a_j^s)$	Merkez değeri (a_j^c)	Sapma (a_j^s)
Sabit	$\tilde{\beta}_0$	20.311	0.000
X_1	$\tilde{\beta}_1$	-0.029	0.000
X_2	$\tilde{\beta}_2$	-5.312	0.000
X_3	$\tilde{\beta}_3$	-0.013	0.098
X_4	$\tilde{\beta}_4$	-1.054	0.000
X_5	$\tilde{\beta}_5$	-1.387	0.000

Burada; a_j^c bulanık sayıların merkezini, a_j^s : yayılım değerini göstermektedir. Hesaplanan bu katsayı değerleri sonucunda oluşturulan Eşitlik 4.15 teorik olarak eşitlik (3.111b) kullanılarak,

$$\tilde{W}_i = f(x, \tilde{\beta}) = \ln \left\{ \frac{\mu_i}{[1 - \mu_i]} \right\} = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 X_{i1} + \tilde{\beta}_2 X_{i2} + \tilde{\beta}_3 X_{i3} + \dots + \tilde{\beta}_5 X_{i5} \quad (4.15)$$

$i = 1, 2, \dots$, olup

$$\tilde{\beta}_j; \tilde{\beta}_0 = [a_0^c, a_0^s], \tilde{\beta}_1 = [a_1^c, a_1^s], \tilde{\beta}_2 = [a_2^c, a_2^s], \tilde{\beta}_3 = [a_3^c, a_3^s], \tilde{\beta}_4 = [a_4^c, a_4^s], \tilde{\beta}_5 = [a_5^c, a_5^s] \text{ ve } \tilde{\beta}_j = [a_j^c, s_j^L, s_j^R]_{\mathcal{T}} \quad j = 0, 1, 2, \dots, 5 \text{ şeklindedir.}$$

Buna göre her bağımlı değişken için elde edilen bulanık katsayılar, bulanık lojistik regresyon modelinde yerine konulduğunda aşağıda gösterilen Eşitlik 4.15 oluşturulmuştur.

$$\widehat{W}_i(w_i) = (20.3117, 0.00) + (-0.0295, 0.0)X_1 + (-5.3128, 0.0)X_2 + (-0.0133, 0.0917)X_3 + (-1.054, 0.0)X_4 + (-1.3872, 0.0)X_5 \quad (4.15)$$

9. adım da Eşitlik (4.15) yardımıyla Çizelge 4.21'deki bir nolu hayvana ait gözlenen logit değerinin, bulanık lojistik regresyon yaklaşımı ile tahmin edilen logit değeri $\widehat{W}_1 = \left[\log\left(\frac{\mu_1}{1-\mu_1}\right) \right]$;

$$\begin{aligned} \widehat{W}_1 &= (20.3117, 0.0) + (-0.0295, 0.0)x 1453 + (-5.3128, 0.0)x 320 + (-0.0133, 0.092)_T x 142 + (-1.0540, 0.0)x 768 + (-1.3872, 0.0)x 2 \\ &= (20.3117, 0.0) + (-4.6905, 0.0) + (-15.9384, 0.0) + (-0.7714, 5.319)_T \\ &\quad + (-2.108, 0.000) + (0.000, 0.000) = (-3.1966, 5.3186)_T \\ \widehat{W}_1 &\cong (-3.197; 5.319)_T \end{aligned}$$

Eşitlik (4.15) ile simetrik üçgensel özelliğe sahip olan bir bulanık sayı olarak hesaplanmıştır. Her bir hayvan için Eşitlik (4.15) deki gibi hesaplamalar yapılarak Çizelge 4.23'deki değerler elde edilmiştir.

Çizelge 4.23. Örnek veri kümesine ait bazı hesaplanan bulanık istatistik değerler

No	Bulanık yaklaşımla Tahmin edilen Logit Değerleri aralığı: $\widehat{W}_i = \ln \left\{ \frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]} \right\}$		Gözlenen Logit Değerleri: $w_i = \log_e \left(\frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]} \right)$
	$f_i^C(x)$	$f_i^S(x)$	
1	(-3.197	- 5.319)	-3.032
2	(-3.257	- 4.125)	-1.228
3	(-3.853	- 4.218)	-2.867
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
136	(-0.071	- 3.923)	-0.070
137	(-3.571	- 4.035)	-3.511
138	(-2.852	- 1.926)	-3.832

Bulanık lojistik regresyon analiz yaklaşımının önemli bir diğer özelliği araştırmada kullanılan materyallerin dışında yeni materyallerin araştırmaya veya işletmeye eklenmesi durumunda eklenen materyallere ait posibilistik odds oran değerlerinin tahmin edilebilir olmasıdır. Örneğin laktasyon süt verim değeri 8320 kg

olan. bağımsız değişkenler ($x_1 = 1450, x_2 = 330, x_3 = 150, x_4 = 710, x_5 = 2$) özelliklerine sahip olan 139 nolu yeni bir hayvanın araştırmaya dahil edildiğini varsayalım. Eşitlik (4.14) deki gibi bu yeni eklenen hayvanın normal süt verimli bir hayvan olup olmadığının olabilirlik ihtimalinin (posibilistik odds değerinin) tahmin edilen değeri Eşitlik (4.15) dekine benzer şekilde hesaplanmıştır $\widehat{W}_{139} = \left[\log_e \left(\frac{\mu_{139}}{1-\mu_{139}} \right) \right]$;

$$\begin{aligned} \widehat{W}_{139} &= (20.3117, 0.0) + (-0.0295, 0.0)x1450 + (-5.3128, 0.0)x330 \\ &\quad + (-0.0133, 0.0917)_T x 150 + (-1.0540, 0.0)x710 \\ &\quad + (-1.3872, 0.0)x 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widehat{W}_{139} &= (20.3117, 0.0) + (-13.570, 0.0) + (-5.3128, 0.0) + \\ &\quad (-0.8778, 6.052)_T + (-3.162, 0.0) + (0.0, 0.0) = (-2.611, 6.052)_T \end{aligned}$$

Bu hesaplama sonucunda simetrik üçgensel özelliğe sahip bir bulanık (fuzzy) sayı olarak hesaplanmıştır.

10. ve 11. adımlar da Genişleme prensibine göre eşitlik (3.120) kullanılarak bir nolu hayvana ait tahmin edilen posibilistik odds oran $\widehat{\mu}_1(x) = \widehat{W}_1 \left[\ln \frac{x}{1-x} \right]$ değeri Eşitlik (4.16), deki işlem sıraları izlenerek; $\widehat{\mu}_1(x)$;

$$\widehat{\mu}_1(x) = \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-3.197 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{5.319}, \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) - (-3.197)}{5.319}, \end{array} \right\} \quad (4.16)$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} -3.197 - 5.319 \leq \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -3.197 [e^{-3.197-5.319} \leq x \leq e^{-3.197}] \\ -3.197 < \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -3.197 + 5.319 [e^{-3.197} \leq x \leq e^{-3.197+5.319}] \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-3.197 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{5.319}, -8.516 \leq \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -3.197 [e^{-8.516} \leq x \leq e^{-3.197}] \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) + (3.197)}{5.319}, -3.197 < \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq 2.122 [e^{-3.197} \leq x \leq e^{2.122}] \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-3.197 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{5.319}, -8.516 \leq \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -3.197 [2.002 \leq x \leq 0,0408] \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) + (3.197)}{5.319}, -3.197 < \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq 2.122 [0,0408 \leq x \leq 8.3478] \end{array} \right\}$$

Eşitlik (4.16) daki sonuçlar incelendiğinde bir nolu hayvana ait tahmin edilen posibilistik odds oran değeri, üyelik fonksiyonu $\hat{\mu}_1(x) = \hat{W}_1 \left[\ln \frac{x}{1-x} \right] = \hat{W}_1(-3.032) = \exp(\tilde{W}_1(0.048)) = 0.0408$ olarak hesaplanmıştır. Bu değer, laktasyon süt verim miktarının normal olması olabilirliğinin olmaması olabilirliğine oranını göstermektedir. Tahmin edilen bu olabilirlik değerine ters dönüşüm (transformasyon) uygulanarak, $0,0408 = \frac{\hat{\mu}_1}{[1 - \hat{\mu}_1]}$ olduğundan, $\hat{\mu}_1 = 0,0408 - 0,0408 * \hat{\mu}_1 \rightarrow \hat{\mu}_1 + 0,0408 * \hat{\mu}_1 = 0,0408 \rightarrow 1,0408 * \hat{\mu}_1 = 0,0408 \rightarrow \hat{\mu}_1 = \frac{0.0408}{1.0408} = 0,0392$ olarak hesaplanmıştır.

Hesaplanan bu değer tahmin edilen olasılık ($\hat{\mu}_1$) değeridir. Hesaplanan bu değere göre bir nolu hayvanın laktasyon süt verim değerinin normal değerde olduğunu 0,0392 olabilirlik gibi düşük düzeyde de olsa $h = 0,50$ olabilirlik düzeyine göre söyleyebiliriz. Diğer her bir hayvan için hesaplamalar yapılarak, $\hat{\mu}_2(x)$;

$$= \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-3.257 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{4.125}, -3.257 - 4.125 \leq \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -3.257 [e^{-3.257-4.125} \leq x \leq e^{-3.257}] \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) - (-3.257)}{4.125}, -3.257 < \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -3.257 + 4.125 [e^{-3.257} \leq x \leq e^{-3.257+4.125}] \end{array} \right\}$$

$$\hat{\mu}_2(x) = (-1.228) = 0,0385$$

$$\hat{\mu}_3(x);$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-3.853 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{4.218}, -3.853 - 4.218 \leq \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -3.853 [e^{-3.853-4.218} \leq x \leq e^{-3.853}] \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) - (-3.853)}{4.218}, -3.853 < \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -3.853 + 4.218 [e^{-3.853} \leq x \leq e^{-3.853+4.218}] \end{array} \right\}$$

$$\hat{\mu}_3(x) = (-2.867) = 0,0212$$

.

.

.

$$\hat{\mu}_{136}(x);$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-0.071 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{3.923}, -0.071 - 3.923 \leq \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -0.071 [e^{-0.071-3.923} \leq x \leq e^{-0.071}] \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) - (-0.071)}{3.923}, -0.071 < \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -0.071 + 3.923 [e^{-0.071} \leq x \leq e^{-0.071+3.923}] \end{array} \right\}$$

$$\hat{\mu}_{136}(x) = (-0.070) = 0,9314$$

$$\hat{\mu}_{137}(x);$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-3.571 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{4.035}, -3.571 - 4.035 \leq \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -3.571 [e^{-3.571-4.035} \leq x \leq e^{-3.571}] \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) - (-3.571)}{4.035}, -3.571 < \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -3.571 + 4.035 [e^{-3.571} \leq x \leq e^{-3.571+4.035}] \end{array} \right\}$$

$$\hat{\mu}_{137}(x) = (-3.511) = 0,0281$$

$$\hat{\mu}_{138}(x);$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-2.852 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{1.926}, -2.852 - 1.926 \leq \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -2.852 [e^{-2.852-1.926} \leq x \leq e^{-2.852}] \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) - (-2.852)}{1.926}, -2.852 < \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -2.852 + 1.926 [e^{-2.852} \leq x \leq e^{-2.852+1.926}] \end{array} \right\}$$

$\hat{\mu}_{138}(x) = (-3.832) = 0,0577$ olarak hesaplanmıştır. Her bir hayvan için bu şekilde hesaplanan değerler Çizelge 4.24'deki gibidir.

Çizelge 4.24. Örnek veri kümesine ait gözlenen ve tahmin edilen bulanık İstatistik değerler

No	Bulanık yaklaşımla Tahmin edilen Logit Değerleri: $\hat{W}_i(x)$		Gözlenen Logit Değerleri: $w_i = \log_e \left(\frac{\hat{\mu}_i}{[1 - \hat{\mu}_i]} \right)$	Genişleme Prensibine Göre Tahmin edilen Posibilistik odds Değerleri: $\exp \left[\hat{W}_i \left(\frac{\hat{\mu}_i}{[1 - \hat{\mu}_i]} \right) \right] = \hat{W}_i(w_i)$	Bulanık yaklaşımla Tahmin edilen Olasılık Değerleri ($\hat{\mu}_i$)	Gözlenen odds Değerleri: $w_i = \log_e \left(\frac{\hat{\mu}_i}{[1 - \hat{\mu}_i]} \right)$
	$f_i^C(x)$	$f_i^S(x)$				
1	(-3.197 - 5.319)		-3.032	$\hat{W}_1(-3.032)$ $= \exp(\hat{W}_1(0.0482))$ $= 0.0408$	0.0392	0.0482
2	(-3.257 - 4.125)		-1.228	0.0385	0.0370	0.293
3	(-3.853 - 4.218)		-2.867	0.0212	0.0207	0.057
4	(-5.193 - 6.327)		-2.909	0.0555	0.0526	0.055
.
.
136	(-3.571 - 4.035)		-0.070	0.9314	0.0273	0.030
137	(-2.852 - 1.926)		-3.511	0.0281	0.0545	0.022
138	(-3.914 - 2.934)		-3.832	0.0577	0.0195	0.085

Araştırmaya yeni eklenen her bir hayvan için bu işlemdeki gibi hesaplamalar yapılabilmektedir. Genişleme prensibine göre Eşitlik (3.120) kullanılarak yüz otuz dokuz nolu hayvana ait posibilistik odds oran değerinin tahmin edilen değerini Eşitlik

$$(4.17), \text{deki işlem sıraları izlendiğinde; } \hat{\mu}_{139}(x) = \hat{W}_{139} \left[\ln \frac{x}{1-x} \right] =$$

$$\begin{aligned}
&= \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-2.61 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{6.05}, -2.61 - 6.05 \leq \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -2.611 [e^{-2.61-6.05} \leq x \leq e^{-2.61}] \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) - (-2.61)}{6.05}, -2.61 < \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -2.61 + 6.05 [e^{-2.61} \leq x \leq e^{-2.61+6.05}] \end{array} \right\} (4.17) \\
&= \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-2.611 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{6.052}, -8.663 \leq \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -2.611 [e^{-8.663} \leq x \leq e^{-2.611}] \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) + (2.611)}{6.052}, -2.611 < \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq 3.441 [e^{-2.611} \leq x \leq e^{3.441}] \end{array} \right\} \\
&= \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-2.611 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{6.052}, -8.663 \leq \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq -2.611 [0.000172 \leq x \leq 0.073] \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) + (2.611)}{6.052}, -2.611 < \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq 3.441 [0.0734 \leq x \leq 31.218] \end{array} \right\}
\end{aligned}$$

Yüz otuz dokuz nolu hayvan için üyelik fonksiyonu ile tahmin edilen posibilistik odds oran değeri $\hat{\mu}_{139}(x) = (-2.462) = 0,0734$ olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değer yüz otuz dokuz nolu hayvanın normal süt verimli bir hayvan olup olmadığını belirten değerdir. Hesaplanan posibilistik odds oran değerlerine ters dönüşüm uygulanarak, tahmin edilen olasılık değeri ($\hat{\mu}_{139}$), Eşitlik (3.112) yardımı ile; $0,0734 = \frac{\hat{\mu}_{139}}{1 - \hat{\mu}_{139}}$ olduğundan $\hat{\mu}_{139} = 0,0734 - 0,0734 * \hat{\mu}_{139} \rightarrow \hat{\mu}_{139} + 0,0734 * \hat{\mu}_{139} = 0,0734 \rightarrow 1,0734 * \hat{\mu}_{139} = 0,0734 \rightarrow \hat{\mu}_{139} = \frac{0,0734}{1,0734} = 0,0683$ şeklinde hesaplanmıştır. Yüz otuz dokuz nolu hayvanın laktasyon süt verim değerinin normal değerde olduğunu 0,0683 gibi düşük bir olasılık değeri ile düşük düzeyde de olsa $h = 0.50$ olabilirlik düzeyine göre söylenebilmektedir.

12. adım da Bulanık lojistik regresyon analiz yaklaşımı için gerekli olan uyum iyiliği test ölçütlerinden biri olan “Ortalama Üyelik Derecesinin (MDM)” değerini Çizelge 4.24’deki değerleri Eşitlik (3.123) ve (3.124) ‘de kullanarak,

Her bir hayvana için tahmin edilen posibilistik odds oran değerlerinin üyelik derecesini hesaplamak istediğimizde;

$$\exp \left[\widehat{W}_i \left(\frac{\tilde{\mu}_i}{[1 - \tilde{\mu}_i]} \right) \right] = 1 - \frac{(w_i - f_i^C(x))}{f_i^S(x)} \text{ veya } 1 - \frac{(f_i^C(x) - w_i)}{f_i^S(x)}$$

$$\tilde{W}_1(x) = \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-3.197 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{5.319} \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) - (-3.197)}{5.319} \end{array} \right\} \Rightarrow \tilde{W}_1(x) = 1 - \frac{(-3.032) - (-3.197)}{5.319} = 1 - 0.031$$

$$\tilde{W}_1(x) \cong 0.97$$

$$\tilde{W}_2(x) = \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-3.257 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{4.125} \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) - (-3.257)}{4.125} \end{array} \right\} \Rightarrow \tilde{W}_2(x) = 1 - \frac{(-1.228) - (-3.257)}{4.125} = 1 - 0.492$$

$$\tilde{W}_2(x) \cong 0.51$$

$$\tilde{W}_3(x) = \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-3.853 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{4.218} \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) - (-3.853)}{4.218} \end{array} \right\} \Rightarrow \tilde{W}_3(x) = 1 - \frac{(-2.867) - (-3.853)}{4.218} = 1 - 0.233$$

$$\tilde{W}_3(x) \cong 0.77$$

·
·
·

$$\tilde{W}_{136}(x) = \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-3.571 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{4.035} \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) - (-3.571)}{4.035} \end{array} \right\} \Rightarrow \tilde{W}_{136}(x) = 1 - \frac{(-3.511) - (-3.571)}{4.035} \cong 0.99$$

$$\tilde{W}_{137}(x) = \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-2.852 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{1.926} \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) - (-2.852)}{1.926} \end{array} \right\} \Rightarrow \tilde{W}_{137}(x) = 1 - \frac{(-3.832) - (-2.852)}{1.926} \cong 0.49$$

$$\tilde{W}_{138}(x) = \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{-3.914 - \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}{2.934} \\ 1 - \frac{\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) - (-3.914)}{2.934} \end{array} \right\} \Rightarrow \tilde{W}_{138}(x) = 1 - \frac{(-2.462) - (-3.914)}{2.934} \cong 0.51$$

Her bir hayvan için hesaplamalar eşitlik (3.123) ve (3.124) birlikte kullanılarak tahmin edilen posibilistik odds oran değerlerine ait üyelik dereceleri hesaplanarak Çizelge 4.25'deki değerler elde edilmiştir. Çizelge 4.25'deki hesaplanan $\exp\left[\hat{W}_i\left(\frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]}\right)\right] \geq h = 0.5$ değerlerin tolerans katsayısı (h) değerlerine eşit veya daha büyük değerler şeklinde hesaplandığı görülmekte olup buda geçerli ve güvenilir sonuçlar için gerekli olan varsayımların sağlandığı anlamına gelmektedir.

Çizelge 4.25. Örnek veri kümesine ait her bir hayvan için tahmin edilen posibilistik odds oran değerlerine ait üyelik derece değerleri

No	Bulanık yaklaşımla Tahmin edilen Logit Değerleri aralığı: $\hat{W}_i = \ln\left\{\frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]}\right\}$		Gözlenen Logit Değerleri: $w_i = \log_e\left(\frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]}\right)$	Gözlenen odds Değerleri: $\frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]}$	Tahmin edilen Posibilistik odds değerlerinin Üyelik Dereceleri $\exp\left[\hat{W}_i\left(\frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]}\right)\right]$
	$f_i^c(x)$	$f_i^s(x)$			
1	(-3.197 - 5.319)		-3.032	0.048	0.97
2	(-3.257 - 4.125)		-1.228	0.293	0.51
3	(-3.853 - 4.218)		-2.867	0.057	0.77
.
.
136	(-3.571 - 4.035)		-0.070	0.030	0.99
137	(-2.852 - 1.926)		-3.511	0.022	0.49
138	(-3.914 - 2.934)		-3.832	0.085	0.51
Toplam					96.23
MDM					0.6973

Çizelge 4.25'de her bir hayvan için tahmin edilen posibilistik odds değerlerinin hesaplanan üyelik derece değerlerini $\exp\left[\hat{W}_i\left(\frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]}\right)\right]$ Eşitlik (4.18) da yerine koyarak;

$$\text{MDM} = \frac{1}{138} \sum_{i=1}^{138} \exp\left[\hat{W}_i\left(\frac{\tilde{\mu}_i}{[1-\tilde{\mu}_i]}\right)\right] + \dots + \exp\left[\hat{W}_{138}\left(\frac{\mu_{138}}{[1-\mu_{138}]}\right)\right] \quad (4.18)$$

$$= \frac{1}{138} \sum_{i=1}^{138} 0.97 + 0.51 + 0.77 + \dots + 0.99 + 0.49 + 0.51$$

Ortalama üyelik derecesi değeri $MDM = 0.6973$ olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değer Eşitlik (4.15) de oluşturulan bulanık lojistik regresyon analiz modeli için uyum iyiliği ölçütünü göstermektedir. Bu değer oluşturulan Eşitlik (4.15) ün üzerinde inceleme yapılan veri kümesi için iyi bir model olduğu sonucunu ifade etmektedir. Hesaplanan bu test ölçüt değeri, Çizelge 4.25’deki üzerinde inceleme yapılan bağımlı değişkenin bulanık ortamda bağımsız değişkenler tarafından 0,6973 lik gibi bir oran değeri ile açıklana bildiğini göstermektedir.

13. adım da Modelin uyum iyiliğini değerlendirmede kullanılan bir diğer ölçüt ise “Ortalama hata kareler” test ölçütü olup Çizelge 4.25 deki değerleri Eşitlik (3.125) ve (3.126) de kullanarak,

Tahmin edilen posibilistik odds oran değerlerinin durulaştırılmış değerleri $\text{defCoG} \left\{ \exp \left[\widehat{W}_i \right] \right\}$ ile hesaplanabilmektedir. Bir nolu hayvan için $\text{defCoG} \left\{ \exp \left[\widehat{W}_i \right] \right\}$ değerini hesaplamak istediğimizde;

$$= \frac{\int_{\exp(-3.197-5.319)}^{\exp(-3.197)} x \left(1 - \frac{-3.197 - \ln(x)}{5.319} \right) dx + \int_{\exp(-3.197)}^{\exp(-3.197+5.319)} x \left(1 - \frac{\ln(x) - (-3.197)}{5.319} \right) dx}{\int_{\exp(-3.197-5.319)}^{\exp(-3.197)} x \left(1 - \frac{-3.197 - \ln(x)}{5.319} \right) dx + \int_{\exp(-3.197)}^{\exp(-3.197+5.319)} x \left(1 - \frac{\ln(x) - (-3.197)}{5.319} \right) dx} \quad (4.19)$$

$$\int_{\exp(-3.197-5.319)}^{\exp(-3.197)} x \left(1 - \frac{-3.197 - \log_e(x)}{5.319} \right) dx = X^2 [0.0940557 \log(x) + 0.753668]$$

$$\int_{\exp(-3.197)}^{\exp(-3.197+5.319)} x \left(1 - \frac{\log_e(x) - 3.197}{5.319} \right) dx = X^2 [0.847724 - 0.0940557 \log(x)]$$

$$\int_{\exp(-3.197-5.319)}^{\exp(-3.197)} x \left(1 - \frac{-3.197 - \log_e(x)}{5.319} \right) dx = X [0.188111 \log(x) + 1.41328]$$

$$\int_{\exp(-3.197)}^{\exp(-3.197+5.319)} x \left(1 - \frac{\log_e(x) - 3.197}{5.319} \right) dx = X [1.7895 - 0188111 \log(x)]$$

Eşitlik (4.19) deki her bir integral değerleri <http://integrals.wolfram.com/index.jsp> adresi kullanılarak hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değerlerden de yararlanılarak her bir integral değeri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır;

$$\begin{aligned} & \int_{\exp(f_1^C(x)-f_1^S(x))}^{\exp(f_1^C(x))} x \left(1 - \frac{f_1^C(x)-\ln(x)}{f_1^S(x)} \right) dx; \\ & = (e^{f_1^C(x)})^2 * (X^2(0,0940557 * \ln(e^{f_1^C(x)}) + 0,753668)) - (e^{f_1^C(x)-f_1^S(x)})^2 \\ & \quad * (X^2(0,0940557 * \ln(e^{f_1^C(x)-f_1^S(x)}) + 0,753668)) \\ & = (e^{-3.197})^2 * (0,0940557 * \ln(e^{-3.197}) + 0,753668)) - (e^{-3.197-5.319})^2 \\ & \quad * (0,0940557 * \ln(e^{-3.197-5.319}) + 0,753668)) \\ & = 0.0075 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_{\exp(f_1^C(x))}^{\exp(f_1^C(x)+f_1^S(x))} x \left(1 - \frac{\ln(x)-f_1^C(x)}{f_1^S(x)} \right) dx; \\ & = (e^{f_1^C(x)+f_1^S(x)})^2 * (X^2(0,847724 - 0,0940557 * \ln(e^{f_1^C(x)+f_1^S(x)}))) - (e^{f_1^C(x)})^2 \\ & \quad * (X^2(0,847724 - 0,0940557 * \ln(e^{f_1^C(x)}))) \\ & = (e^{-3.197+5.319})^2 * (0,847724 - 0,0940557 * \ln(e^{-3.197+5.319})) - (e^{-3.197})^2 \\ & \quad * (0,847724 - 0,0940557 * \ln(e^{-3.197})) \end{aligned}$$

$$\int_{\exp(f_1^C(x))}^{\exp(f_1^C(x)+f_1^S(x))} x \left(1 - \frac{\ln(x) - f_1^C(x)}{f_1^S(x)} \right) dx = 44.9136$$

$$\int_{\exp(f_1^C(x)-f_1^S(x))}^{\exp(f_1^C(x))} x \left(1 - \frac{f_1^C(x)-\ln(x)}{f_1^S(x)} \right) dx;$$

$$= e^{f_i^C(x)} * (0,188111 * \ln(e^{f_i^C(x)} - 1,41328) - (e^{f_i^C(x)-f_i^S(x)} * (0,188111 * \ln((e^{f_i^C(x)-f_i^S(x)} - 1,41328)))$$

$$= e^{-3.197} * (0,18811 * \ln(e^{-3.197} - 1,41328) - (e^{-3.197-5.319} * (0,18811 * \ln(e^{-3.197-5.319} - 1,41328)))$$

$$\int_{\exp(f_i^C(x)-f_i^S(x))}^{\exp(f_i^C(x))} x \left(1 - \frac{f_i^C(x) - \ln(x)}{f_i^S(x)} \right) dx = 0.0332$$

$$\int_{\exp(f_i^C(x))}^{\exp(f_i^C(x)+f_i^S(x))} x \left(1 - \frac{\ln(x)-f_i^C(x)}{f_i^S(x)} \right) dx;$$

$$= e^{f_i^C(x)+f_i^S(x)} * (1,7895 - 0,18811 * \ln(e^{f_i^C(x)+f_i^S(x)})) - (e^{f_i^C(x)} * (1,7895 - 0,18811 * \ln(e^{f_i^C(x)})))$$

$$= e^{-3.197+5.319} * (1,7895 - 0,18811 * \ln(e^{-3.197+5.319})) - (e^{-3.197} * (1,7895 - 0,18811 * \ln(e^{-3.197})))$$

$$= 8.3228 * (1,7895 - 0,18811 * \ln(8.3228)) - (0.0408) * (1,7895 - 0,18811 * \ln(0.0408))$$

$$= 8.3228 * (1,7895 - 0,18811 * 2.1189) - (0.0408) * (1,7895 - 0,18811 * (-3.199))$$

$$= 8.3228 * (1,7895 - 0.398586) - (0.0408) * (1,7895 + 0.601777)$$

$$= 8.3228 * (1.3909) - (0.0408) * (1,7895 + 0.601777)$$

$$= 8.3228 * (1.3909) - (0.09756)$$

$$\int_{\exp(f_i^C(x))}^{\exp(f_i^C(x)+f_i^S(x))} x \left(1 - \frac{\ln(x) - f_i^C(x)}{f_i^S(x)} \right) dx \cong 11.478$$

şeklinde hesaplanan bu değerler eşitlik (4.20) de yerine konularak,

$$\text{defCoG} \left\{ \exp \left[\widehat{W}_i \right] \right\} = \frac{0.0075+44.9136}{0.0332+11.478} = \frac{44.921}{11.511} = 3,90 \text{ olarak hesaplanır. Diğer}$$

her bir hayvan için çıkış değerlerinin durulaştırılmış (kesin) değerlerini bu şekilde hesaplayarak Çizelge 4.26'daki $\text{defCoG} \left\{ \exp \left[\widehat{W}_i \right] \right\}$ değerleri elde edilmiştir.

Çizelge 4.26. Örnek veri kümesi için her bir hayvana ait hesaplanan defCoG (çıkış değerlerinin durulaştırılmış kesin) değerleri

No	Gözlenen odds Değerleri: $\frac{\tilde{\mu}_i}{[1 - \tilde{\mu}_i]}$	$\text{def CoG} \left\{ \exp \left[\widehat{W}_i \right] \right\}$	$\text{defCoG} \left\{ \exp \left[\widehat{W}_i \right] \right\} = \left[\text{defCoG} \left\{ \exp \left[\widehat{W}_i \right] \right\} - \left(\frac{\tilde{\mu}_i}{[1 - \tilde{\mu}_i]} \right) \right]^2$
1	0.048	3.90	14.84
2	0.293	1.12	0.68
3	0.057	0.69	0.40
4	0.055	1.49	2.06
.	.	.	.
.	.	.	.
136	0.030	0.77	0.55
137	0.022	0.22	0.04
138	0.085	0.19	0.01
Toplam			1687.22
MSE			12.22

Çizelge 4.26'de hesaplanan her bir defCoG değerinden gözlenen posiblistik odds değeri çıkartılarak kareleri alınmıştır $\left[\text{defCoG} \left\{ \exp \left[\widehat{W}_i \right] \right\} - \left(\frac{\tilde{\mu}_i}{[1 - \tilde{\mu}_i]} \right) \right]^2$. Kareleri alınan her bir değer Eşitlik (3.125) de yerine konularak MSE değeri hesaplanmıştır;

$$= \frac{1}{138} \sum_{i=1}^{138} \left[\text{defCoG} \left\{ \exp \left[\widehat{W}_1 \right] \right\} - \left(\frac{\tilde{\mu}_1}{[1 - \tilde{\mu}_1]} \right) \right]^2 + \dots + \left[\text{defCoG} \left\{ \exp \left[\widehat{W}_{138} \right] \right\} - \left(\frac{\tilde{\mu}_{138}}{[1 - \tilde{\mu}_{138}]} \right) \right]^2$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{138} \sum_{i=1}^{138} [3,90 - 0,048]^2 + [1,12 - 0,293]^2 + \dots + [0,19 - 0,085]^2 \quad (4.20)$$

Eşitlik (4.20) ile hesaplanan MSE değeri 12.22 olarak elde edilmiştir ve $\sqrt{\text{MSE}} = 3.49$ dir. Hesaplanan bu değer Eşitlik (4.15) de oluşturulan bulanık lojistik regresyon çözümlene modelinin Çizelge 4.1'deki üzerinde inceleme yapılan veri kümesi için iyi bir uyum iyiliği test ölçüt değeri olduğu ve Şekil 3.9 ile uyumlu olduğu

sonucuna varılmıştır. Hesaplanan bu değer tahmin edilen bulanık değerler ile gerçek gözlem değerleri arasındaki ortalama uzaklığı göstermektedir. Tahmin edilen bulanık model yaklaşımının doğruluk derecesini gösteren bir test ölçütü olup test ölçütü değerinin genellikle sifıra yakın çıkması arzu edilir. Çünkü küçük çıkması üzerinde inceleme yapılan veri kümeleri ile kurulan model arasında iyi bir uyum olduğunu göstermektedir. Hesaplanan bu değerler sonucunda üzerinde inceleme yapılan veri kümesi ile oluşturulan modelin uyumlu olduğu sonucuna varılmıştır.



4.2.Tartışma

Araştırmanın amaçları doğrultusunda, bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımlarına ait katsayı değerleri simetrik üçgensel özellik türündeki bulanık katsayılar şeklinde hesaplanmıştır. Daha sonra bulanık regresyon aralığına ilişkin örnek çözümlenmeleri yapılmıştır. Hesaplanan sonuçlar bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımlarında, merkezi regresyon çizgisi olan Y'nin, verileri en iyi şekilde açıklama gücüne sahip olduğunu göstermiştir.

Bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımları teorik olarak basit bir matematiksel programlamayla sonuçlandırılabilir. Ancak bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımlarının bulanıklığı daha çok matematiksel hesaplamalardan dolayı değil, karar vericinin kararı ve verilerin doğasından kaynaklanmaktadır. Üzerinde inceleme yapılan yaklaşımların veri sayısının yetersiz olduğu değişkenler için yararlı olabileceği bu çalışmayla da ortaya konmuştur.

Yapılan uygulamalarda, her bir hayvana ait laktasyon süt verimlerinin tahmin edilebilmesi için, bulanık regresyon çözümlenmeleri için doğrusal programlama yöntemi kullanılmış ve bağımlı değişkeni etkilediği düşünülen bağımsız değişkenler, hayvanın laktasyondaki yaşı (ay) (X_1), sağılan gün sayısı (X_2), servis periyodu (gün) (X_3), ilk buzağılama yaşı (gün) (X_4), laktasyon sırası (X_5) gibi, beş adet bağımsız değişken, Klasik en küçük kareler yöntemi, Tanaka'nın bulanık regresyon çözümleme yaklaşımı, Tanaka'nın yeniden (revize) gözden geçirilmiş bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı, Bulanık en küçük kareler (Diamond ve Celmins) regresyon çözümleme yaklaşımı, Aralık (Interval) regresyon çözümleme yaklaşımı gibi yaklaşımlarda uygulanarak her bir yaklaşım için ortalama bulanık katsayı değerleri ile bu katsayılara ait sapma (yayılm) değerleri Çizelge 4.27'deki gibi hesaplanmıştır.

Çizelge 4.27. Klasik ve Bulanık yaklaşımlara ait katsayı, yayılım ve bulanıklık (Z) istatistik değerleri

BTS	EKK	TBRY		TRÇDRY	BEKKRY	ARY	
h = 0.0	15097	C ₀	36755.480	460292.3	15029.25	36755.14	
	-0.93	C ₁	-3.921	-4.852	-6.050	-3.921	
	22.2	C ₂	-24.577	46.325	4.119	-24.575	
	-2.95	C ₃	-7.067	-50.373	-6.846	-7.066	
	-17.8	C ₄	-24.260	-594.406	-4.522	-24.260	
	428	C ₅	1569.820	2605.300	1724.153	1569.882	
	Yayılm Değerleri	S ₀	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
		S ₁	0.337	0.000	0.185	0.337	0.337
		S ₂	6.431	0.000	4.917	6.448	6.448
		S ₃	0.411	0.000	0.000	0.411	0.411
		S ₄	0.408	0.000	0.524	0.408	0.408
		S ₅	0.000	3302.940	407.313	0.000	0.000
	Sistem bulanıklığı (Z)		403.154	829037.925	411468.97	403860.372	
h = 0.5	Katsayılar	C ₀	21868.39	229233.7	52502.95	21786.31	
		C ₁	-1.844	-1.958	-9.632	-1.287	
		C ₂	9.483	90.810	18.785	18.906	
		C ₃	-19.015	-33.488	-9.189	-19.595	
		C ₄	-17.886	-317.472	-39.307	-22.237	
		C ₅	508.406	1028.936	2996.288	345.580	
	Yayılm Değerleri	S ₀	220.113	0.000	0.000	2446.398	0.000
		S ₁	0.000	0.000	1.4134	0.000	0.000
		S ₂	14.358	0.000	0.000	0.000	0.000
		S ₃	0.000	0.000	21.062	0.000	0.000
		S ₄	1.059	0.000	0.264	0.496	0.496
		S ₅	0.0000	7706.128	0.000	0.000	0.000
	Sistem bulanıklığı (Z)		786707.09	1934238.128	761486.300	388654.86	
h = 0.7	Katsayılar	C ₀	21871.98	160210.3	5618.804	36755.00	
		C ₁	-3.864	-1.366	-5.268	-3.921	
		C ₂	22.980	28.862	22,146	-24.574	
		C ₃	-19.208	-25.313	-4.957	-7.066	
		C ₄	-21.940	-204.767	-0.317	-24.261	
		C ₅	1385.745	779.993	1181.828	1569.907	
	Yayılm Değerleri	S ₀	3442.357	0.000	0.000	0.000	0.000
		S ₁	0.000	0.000	5.453	0.337	0.337
		S ₂	15.173	0.000	0.000	6.454	6.454
		S ₃	0.000	0.000	0.000	0.410	0.410
		S ₄	1.412	0.000	3.361	0.408	0.408
		S ₅	0.000	9965.430	0.000	0.000	0.000
	Sistem bulanıklığı (Z)		1304400.82	2501322.93	1335132.318	404119.43	

(BTS: Bulanıklık tolerans seviyesi, EKK: klasik en küçük kareler yöntemi, TBRY: Tanaka'nın bulanık regresyon çözümleme yaklaşımı, TRÇDRY: Tanaka'nın yeniden (revize) gözden geçirilmiş çoklu doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı, BEKKRY: Bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşımı, ARY: Aralık regresyon çözümleme yaklaşımı)

Çizelge 4.27'deki hesaplanan sonuçlara göre, Tanaka'nın Bulanık doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımlarında kısıtlar oluşturulurken gözlemlerin bulanıklığını ifade eden uygun bir tolerans h düzeyinin belirlenmesi gerekmektedir, Araştırmacılar genellikle bu seviyeyi 0.5 olarak aldıklarından yapılan bu çalışmada da laktasyon süt verimlerinin tahmin edilebilmesi için Bulanık regresyon çözümleme yaklaşımları ile gözlemlerin bulanıklığını ifade eden $h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$ belirlenen tolerans seviyelerinde verilere uygulanmış tahmin aralığını oluşturan kısıtlar buna göre oluşturulmuştur. Tahmin edilen regresyon analiz sonuçlarına göre tüm değişkenlerin belirli oranlarda katkısı bulunmakta olup ancak farklı yayılım değerlerine sahiptir. Burada sağılan gün sayısı (X_2) değişkenine ait katsayı değerinin yayılım genişliği belirlenen h seviyelerine göre sırası ile 6.4317, 14.3589 ve 15.1738 olarak hesaplanmıştır. Bu bize sağılan gün sayısı (X_2) değişkeninin, laktasyon süt verim değerlerinin tahmin edilmesinde bulanıklığa neden olduğunu yani etkisiz olduğunu göstermektedir. Çünkü gerçek etkiyi gösterecek diğer değişkenlerin yayılım parametrelerinin modeldeki değeri sıfıra yakın bir değer olarak hesaplanmıştır.

Tanaka'nın yeniden (revize) gözden geçirilmiş bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı ile gözlemlerin bulanıklığını ifade eden $h = 0.0$, $h = 0.5$ ve $h = 0.7$ seviyelerinde tahmin edilen regresyon analiz sonuçlarına göre özellikle $h = 0.0$ seviyesinde gerçek süt verimlerine yakın birebir laktasyon süt verimlerinin tahmin edildiği Çizelge 4.12'de görülmektedir. Hesaplanan bu sonuçlara göre yaklaşımın hayvancılıkla ilgili çalışmalarda geçerli ve güvenilir bir şekilde kullanılabileceği bu çalışma da ortaya konulmuştur.

Çizelge 4.27'den görüldüğü gibi $h = 0.0$, $h = 0.5$, $h = 0.7$ düzeyinde geçerlilik aralığı daha genişleyerek gerçek verilerin tümünü içine almıştır. Geçerlilik aralığı ortalamayı kapsamaktadır. İlgili parametredeki bulanıklık artmıştır. Yani h tolerans seviyesi arttırıldıkça her parametrenin regresyon modelinde bulunma olasılığı azalmaktadır. Regresyon modelin geçerlilik aralığında anlamsız noktalar elde edilmiştir.

Bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme modelinde $h = 0.0$ için regresyon geçerlilik aralığı daha dar olmasına karşılık $h = 0.7$ de regresyonun geçerlilik aralığı daha geniş olmaktadır. Ancak katsayılar da önemli değişiklik olmamaktadır. Servis periyodu (gün) (X_3) için $h = 0.0$ 'dan $h = 0.7$ 'ye bulanıklık artmaktadır. Servis periyodu (gün) (X_3) 'nun bulanıklığının artması regresyon modelinde etkili parametre olmaktan çıkmaktadır. Dolayısıyla bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme yaklaşımı ile oluşturduğumuz eşitlik servis periyodu (gün) (X_3) 'nun önemini içermeyecektir.

Diğer parametreler daha önem kazanmaktadır. Bulanık regresyon modelinin geçerliliği için parametre sayısında azalma olacağını göstermektedir. Bu bize Servis periyodu (gün) (X_3), değişkeninin laktasyon süt verimine etkisinin bulanık olduğunu göstermektedir. Bulanık en küçük kareler regresyon çözümleme modelinde $h = 0.5$ seviyesinde hesaplanan katsayı ve yayılım değerleri ile oluşturulan eşitlik ile hesaplanan laktasyon süt verimlerinin gerçek süt verimlerine daha yakın olduğu Çizelge 4.20'de görülmektedir.

Aralık regresyonunda sistem parametreleri (Bulanık doğrusal regresyon katsayıları) aralıklar halinde tanımlanırlar. Modeldeki bulanık \tilde{Y}_i tahminleri en geniş yayılımlarına (bulanıklığa) sahiptirler. Bu nedenle artık sadece bir aralık sayı ile gösterilirler. Çizelge 4.27'den görüldüğü gibi $h = 0.0$, $h = 0.5$, $h = 0.7$ düzeyinde tüm gerçek değerleri kapsayacak sonsuz sayıda laktasyon süt verim değerleri tahmin edilebilmektedir. Ayrıca bulanık doğrusal regresyon analizindeki kısıtlar herhangi bir h seviyesinde oluşturulduktan sonra, başka herhangi bir h seviyesi için dönüştürme yapılabilmektedir. Bu özellik, kısıtların tekrar tekrar yazılmasına gerek duyulmadan, rahatlıkla farklı bulanıklık seviyelerinde hesaplamaların yapılabilmesi imkânı oluşturmaktadır. Tahmin edilen laktasyon süt verim değerleri ile \tilde{Y}_i ölçüm sonucunda elde edilen gerçek Y_i değerleri arasındaki farkın maksimum olduğu noktadır. Dolayısıyla modele uymayan hiçbir veri yoktur. Hepsini belli bir derecede modelle ilişkili ve tanımlı hale getirilmiştir.

Araştırmanın Bulanık lojistik regresyon çözümleme yaklaşımının uygulama aşamasında Pourahmad ve ark. (2011a) tarafından önerilmiş olan yaklaşım laktasyon süt verimlerine ait verilere $h = 0.5$ düzeyinde uygulanmış ve hesaplanan sonuçlar uyum

iyiliği test ölçütleri olan ortalama üyelik derecesine (MDM) ve Ortalama hata kareler test ölçütüne göre yorumlanmaya çalışılmıştır. $h = 0.5$ için oluşturulan lojistik regresyon çözümleme eşitliğinde Pourahmad ve ark.(2011a) tarafından önerilen yaklaşım için MDM ölçütünün değeri 0.6973 olarak hesaplanmıştır. Modelin uyum iyiliğini değerlendirmede kullanılan bir diğer test ölçüt ise “Hata kareler ortalaması” test ölçütü olup MSE değeri 12.22 olarak hesap edilmiştir ve $\sqrt{MSE} = 3.49$ dir. Hesaplanan bu değer Eşitlik (4.15) de oluşturulan bulanık lojistik regresyon çözümleme modelinin Çizelge 4.21’deki üzerinde inceleme yapılan veri kümesi için iyi bir uyum iyiliği test ölçüt değeri olduğu sonucuna varılmıştır. Sonuç olarak hem doğası gereği bulanıklık içeren veri kümelerinin olduğu durumlarda hem de klasik istatistik yöntemlerin varsayımlarının sağlanamadığı durumlarda kullanılan yöntemlerden biri olan bulanık lojistik regresyon çözümleme yaklaşımının laktasyon süt verim değerleri ile ilgili verilere uygulanabilirliği gösterilmeye çalışılmıştır.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Son yıllarda günlük yaşam içindeki problemlerin şartlara göre değişmesi ve sürekli gelişmesi yapılan araştırmaların daha karmaşık yapıya sahip olmasını beraberinde getirmiştir. Bu zaman içerisinde meydana gelen gelişmeler geleneksel analiz yöntemlerinin ve bakış açılarının bilim ve tekniğin gelişmesine bağlı olarak değiştirilmesi gerekliliğini ortaya çıkarmıştır. Yeni alternatif yaklaşımların geliştirilmesi ile mühendislik, tıp, psikoloji, işletme, tarım, eczacılık, veterinerlik, gibi birçok alanda uygulamasının etkinlik kazanması sağlanmıştır. Bulanık modelleme süreci, bulanıklaştırma, bulanık sonuç çıkarma ve durulaştırma temel aşamalarından oluşan bir süreçtir. Süreç sonunda verilecek kararın doğruluğu, süreci oluşturan her aşamada araştırmacının konu ile ilgili tecrübesi, uzman görüşü ve kullanılan yöntemlerin uygunluğuna bağlı olacaktır. Oluşturulan bulanık eşitliklerin üyelik fonksiyonlarının, x eksenindeki konumlarının belirlenmesi önem arz eder. Üyelik fonksiyonlarının x eksenindeki konumlarını belirleyebilmek için uzman görüşünün, aritmetik ortalama değeri ile minimum ve maksimum istatistik değerlere bağlı olarak yapılan yorumların doğruluğunu arttırmaktadır.

Pearson korelasyon katsayısı değerinin hesaplanması için gerekli teorik temeller ve mantık esas alınarak, araştırmacılara bulanık korelasyon katsayısı değerinin ve bu katsayı değerlerine ait üyelik değerlerinin üyelik fonksiyonu ile nasıl hesaplanacağını, oluşturulan Matlab kodları ile bir örnek veri seti üzerinde uygulaması yapılarak daha güvenilir sonuçlara ulaşılabileceği gösterilmeye çalışılmıştır. Araştırmacıların herhangi bir durum karşısında karar verirken kesinlik ifade etmeyen bilgilerle, yaklaşık sonuçlara ulaşabilmek istediklerinde “bulanık” yöntemi kullanmalarının uygun olacağı sonucuna varılmıştır. Ayrıca çalışmada klasik Pearson korelasyon katsayısı hesaplama yöntemi ile hesaplanan katsayı değerinin, bulanık Pearson korelasyon katsayısı hesaplama yaklaşımı ile hesaplanan katsayı değerleri ile aynı olduğu ancak hesaplanan üyelik derecelerinin, katsayı değerlerinin değişkenlere ait kümeler arasındaki ilişkilerin derecelerini hangi oranda temsil ettiğini belirtmesi nedeniyle daha güvenilir ve tutarlı bir katsayı olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Çizelge 4.3).

Bu çalışmada, bağımlı değişkenin sürekli ve belirsiz olduğu, bağımsız değişkenlerin ise her türdeki değişkenlerden oluştuğu durumlarda gözlemlerin gruplara ayrılmasında bir ayırimsama modeli olarak kullanılabilirdiği gösterilmeye çalışılmıştır. Ülkemizde hayvancılık alanında yapılan çalışmalarda kullanımı çok yaygın olmayan bulanık regresyon çözümleme modellerinin uygulanabilirliği Çizelge 4.1'deki örnek veri kümesi üzerinde gösterilmeye çalışılmıştır. Bulanık regresyon çözümleme modellerinin uygulanma süreci sonunda, süreci oluşturan her adımın titizlikle uygulanması ve araştırmacıların konu ile ilgili tecrübeleri, uzman görüşleri ve kullanılan modelin veri kümesine uyup uymadığının ortalama üyelik derecesi ve hata kareler ortalaması gibi uyum iyiliği ölçütleri ile hesaplanarak güvenilir sonuçların hesaplanabilirdiği gösterilmiştir.

Bulanık regresyon çözümleme modelleri, örnek büyüklüğünün yetersiz olduğu durumlar ile üzerinde inceleme yapılan veri kümelerinin doğal yapısından kaynaklanan belirsizliklerin açıklığa kavuşturulmasının gerekli olduğu durumlarda kullanılmaktadır. Klasik regresyon analiz yöntemlerinin varsayımlarının sağlanamadığı durumlarda bulanık mantık yöntemlerinin kullanılması araştırmacılar için alternatif bir yaklaşım olmuştur. Söz konusu durumlarla ilgili çözümlerinin yapılabilmesinde modellerin birçok alanda uygulanabilirliğini de artırmıştır. Tüm bu avantajlar dikkate alındığında diğer mühendislik uygulamalarında geniş bir uygulama alanı bulan bulanık mantık teorisinin, yapılan bu çalışmayla da tarımsal ürün (süt) üretimi yapan işletmeler için yaygın olarak kullanılabilirdiği gibi, bundan sonraki yapılacak benzer çalışmalar için de temel oluşturabileceği düşünülmektedir.

Sonuç olarak laktasyon süt veriminin tahmin edilmesinde kullanılan bağımsız değişkenler (hayvanın laktasyondaki yaşı (ay) (X_1), sağılan gün sayısı (X_2), servis periyodu (gün) (X_3), ilk buzağılama yaşı (gün) (X_4), laktasyon sırası (X_5)) Klasik en küçük kareler yöntemi, Tanaka'nın bulanık regresyon çözümleme yaklaşımı, Tanaka'nın yeniden (revize) gözden geçirilmiş bulanık çoklu doğrusal regresyon çözümleme yaklaşımı, Bulanık en küçük kareler (Diamond ve Celmins) regresyon çözümleme yaklaşımı, Aralık (Interval) regresyon çözümleme yaklaşımı gibi yöntemlere uygulanabilirliği gösterilmiştir. Bu çalışmada ele alınan tüm yöntemlerde de hayvanın laktasyondaki yaşı, sağılan gün sayısı, servis periyodu ve ilk buzağılama yaşının laktasyon süt veriminin tahmin edilmesinde kullanılabilirdiği ifade edilmiştir.

KAYNAKLAR

- Arnold, S. F., 1990, *Mathematical Statistics*, Prentice Hall, New Jersey.p.17
- Alicı, M., Karatepe, E.,2002, *Bulanık Mantık Ve Matlab Uygulamaları*. Bornova -İzmir. p.1-118.
- Agresti, A., 2002, *Categorical Data Analysis*, Second Edition, USA John Wiley&Sons
- Arnold, S.F., 2005, *Fuzzy Regression Models*. Smeal college of business, Univesity Park, Pa 16802 USA.
- Alpar, R., 2011, *Çok Değişkenli İstatistiksel Yöntemler*, Ankara, Detay Yayıncılık, p.853
- Abdalla, H.A., 2012, *Possibilistic Logistic Regression in Fuzzy Environment*, Germany., Saarbrücken, p.99
- Atanassov, K.T., 2012, *On Intuitionistic Fuzzy Sets Theory* ISSN 1860-0808. p.1-321.
- Armutlu, İ.H., Yazıcı, M., 2012, *Fuzzy Robust Regresyon'un Diğer Regresyon Teknikleriyle Karşılaştırılması Ve Bir Uygulama* p.33-51.
- Atalık, G., 2014, *Bulanık Lojistik Regresyonda Parametre Tahminleri İçin Yeni Bir Yaklaşım Ve Bir Uygulama*, *Anadolu Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü*, Eskişehir.
- Buckley, J.J., 2004, *Fuzzy Statistics, Regression and Prediction*, Soft Computing. To appear. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. p.1-155.
- Buckley, J.J., 2006, *Fuzzy Probability and Statistics*, Studfuzz p.1-255.
- Başer F., 2007, *Aktüeryal Modellemede Melez Bulanık Regresyon Analizi*, Yüksek Lisans Tezi, *Ankara Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü*, Ankara.
- Bede, B., 2013, *Mathematics of Fuzzy Sets and Fuzzy Logic*, Redmond, (Springer, London).p 1-276
- Celmins, A., 1987b, *Least-Squares Model Fitting To Fuzzy Vector Data*. *Fuzzy Sets and Systems* (22), p. 245-269
- Chang, D.Y., 1996, *Applications Of The Extent Analysis Method On Fuzzy AHP*, *European Journal of Operational Research*, 95, p. 649-655.
- Chiang, D.A., Lin, N.P., 2000. *Partial Corelation of Fuzzy sets, Fuzzy sets and systems*, Vol.110, p.209-215.

- Coskunirmak, Y., 2010, Bulanık Doğrusal Programlama Ve Yerel Yönetimlerde Bir Bulanık Hedef Programlama Uygulaması, Yüksek Lisans Tezi, *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*, Adana.
- Chang, Y.H.O. ve Ayyub, B. M., 2001, Fuzzy Regression Methods-A Comparative Assessment, *Fuzzy Sets and Systems*, 119 (2), p. 187-203.
- Diamond, P., 1988. Fuzzy Least Squares, *Information Sciences*, 46, p. 141-157.
- Düzgüneş, O., Kesici, T. ve Gürbüz, F., 1993, İstatistik Metotları, *Ankara*, Ankara Üniversitesi. Ziraat Fakültesi Yayınları: 1291, Ders Kitabı, p.369
- Diamond, P. ve Körner, R., 1997, Extended Fuzzy Linear Models and Least Squares Estimates, *Computers Math Applications*, Vol.33, No.9, p.15-32
- Dubois, D. ve Prade, H., 1998, An Introduction To Fuzzy Systems Clinica, *Chimica Acta*, 270, p. 3-29.
- D'Urso, P. ve Gastaldi, T., 2000, A Least Squares Approach to Fuzzy Linear Regression Analysis, *Computational Statistics and Data Analysis* 34, p.427,430
- Düzyurt, S., 2008, Bulanık Regresyon İle Tahmin Ve Bir Uygulama, *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara.
- Dymowa, L., 2011, Soft Computingin Economics And Finance Volumes 6.p 295.
- Elmas, Ç., 2003. Bulanık Mantık Denetleyiciler, Kuram, Uygulama, Sinirsel Bulanık Mantık, Seçkin Yayıncılık San. ve Tic. A.Ş., Ankara, p. 230.
- Emi, S., 2009, Bulanık Doğrusal Regresyon Uygulaması, Yüksek Lisans Tezi, *Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü*.Ankara.
- Ghoshray, S., 1997, Fuzzy Linear Regression Analysis By Symmetric Triangular, Fuzzy Number Coefficients, *IEEE*. p. 307 – 313.
- Güleş, H.K., ve Özata, M., 2005,Sağlık Bilişim Sistemleri. *Nobel Yayın Dağıtım*.Ankara. p.234.
- Guo, P., Tanaka, H., 2006, Dual Models For Possibilistic Regression Analysis Computational Statistics Ve Data Analysis (51). p. 253-25566.
- Gök, A.C., 2010, İşletmelerin Tahminleme Sürecinde Bulanık Doğrusal Regresyon Analizi Ve Lojistik Regresyon Analizinin Uygulaması, Yüksek Lisans Tezi, *Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*. İzmir.

- Hojati, M., Bector, C. R. ve Smimou, K., 2005, A Simple Method For Computation Of Fuzzy Linear Regression, *European Journal of Operational Research*, 166(1), p.172-184.
- He, Y.Q., Chan, L.K., Wu, M.L., 2007, Balancing Productivity And Consumer Satisfaction For Profitability, Statistical And Fuzzy Regression Analysis, *European Journal of Operational Research*, 176(1).p.252-263,
- Kao, C. ve Chyu, C., 2002, A Fuzzy Linear Regression Model with Better Explanatory Power, *Fuzzy Sets and Systems* 126, p. 401-409
- Kao, C. ve Chyu, C., 2003, Least-Squares Estimates İn Fuzzy Regression Analysis, *European Journal of Operational Research*, 148, p. 426-435.
- Kim, B. ve Bishu, R.R., 1998, Evaluation of Fuzzy Linear Regression Models by Comparing Membership Functions, *Fuzzy Set and Systems*, 100, p.342-352
- Kaps, M., Lamberson W., 2004, Biostatistics for Animal Science.USA. p.1-445.
- Kaya, H. S., 2010, Bulanık Regresyon ve Bir Uygulama, Yüksek Lisans Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Isparta.
- Kocabaş, Z., Özkan, M. M. ve Başpınar, E., 2013, Temel Biyometri, *Ankara*, p.381
- Lowen, R., 1990. A fuzzy language interpolation theorem, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 34, p. 33-38.
- Lee, H.T., Chen, S.H., 2001, Fuzzy Regression Model With Fuzzy Input And Output Data For Manpower Forecasting, *Fuzzy Sets and Systems*, 119(2). p. 205-213
- Lee, K.H., 2005, First Course on Fuzzy Theory and Applications, Springer Verlag, New York, A.B.D.
- Lin, N. P., Chen, H.E., 2007. A Fuzzy Statistics based Method for Mining Fuzzy Correlation Rules”, *WSEAS Transactions on Mathematic*, Vol.6, No. 11, p. 852-858.
- Lingo 16.0, 2017, Linear programming, Integer programming, Optimization Modeling with LINGO, and Quadratic programming products , http://www.lindo.com/downloads/LINGO-WINDOWS_64x86-16.0.zip. LINDO Systems Inc.1415 North Dayton Street,Chicago.
- Moskowitz, H. ve Kim, K., 1993, On Assesing The H Value İn Fuzzy Linear Regression, *Fuzzy Sets and Systems*, p. 303-327.

- Ming, M., Friedman, M. ve Kandel, A., 1997, General Fuzzy Least Squares, *Fuzzy Sets and Systems* 88, p.107-118
- Memmedova, N. ve Keskin, İ., 2009, Hayvancılıkta Bulanık Mantık Uygulamaları., *Selçuk tarım ve gıda bilimleri dergisi* 23(47), p.89-95.
- Nasrabadi, M. M. ve Nasrabadi, E., 2004, A Mathematical-Programming Approach to Fuzzy linear regression analysis, *Applied Mathematics And Computation*, 155 (3), p. 873-881.
- Mendeş, M., 2012, Uygulamalı Bilimler İçin İstatistik Ve Araştırma Yöntemleri, Kriter Yayınevi. İstanbul.p 632.
- Nguyen, H. T. ve Wakler, E. A., 2000, First Course In Fuzzy Logic, Secont Editionn, *New York, Chapman and Hall.CRC*, p.373.
- Nagar, P. ve Srivastava, S., 2008, Adaptive Fuzzy Regression Model for the Prediction of Dichotomous Response Variables Using Cancer Data A Case Study, *Journal of Applied Mathematics, Statistics and Informatics*, 4(2), p.183-191.
- Namdari, M., Yoon, J.H., Abadi, A., Thari. S.M., Chai,S.H., 2014, Fuzzy Logistic Regression With Least Absolute Deviations Estimators, *Soft computers* (19).p.909-917. Berlin.
- Özdamar, K., 1999, SPSS ile Biyoistatistik, Eskişehir, p. 513
- Öztürk, A., 2011, Yöneylem Araştırması, Genişletilmiş V. Basım, Bursa, Ekin kitapevi yayınları, p.877
- Pourahmad, S., Ayatollahi, S.M.T., ve Taheri, S.M., 2011a, Fuzzy Logistic Regression, A New Possibilistic Regression And Its Application In Clinical Vague Status, *Fuzzy Syst.: Iran*, 8(1), p.1-17.
- Pourahmad, S., Ayatollahi, S.M.T. ve Taheri, S.M., Agahi ZH., 2011b, Fuzzy Logistic Regression Based on The Least Squares Approach with Application in Clinical Studies, *Computers and Mathematics with Applications* (62), p.3353-3365.
- Paksoy, T., Yapıcı Pehlivan, N. ve Özceylan, E., 2013, Bulanık Küme Teorisi, *Ankara, Nobel yayınları*, p.214
- Pourahmad, S., 2013, Fuzzy Logistik Regression Models With Their Application In Medicine, *Germany, Saarbrücken*, p.176

- Redden, D. T. ve Woodall, W. H., 1996, Further Examination Of Fuzzy Linear Regression, *Fuzzy Sets and Systems*, 79(2), p. 203-211.
- Ross, T. J., 2004, Fuzzy Logic With Engineering Applications, *Fuzzy Sets ,New York*, John Willey and Sons Inc, p.230
- Rillas, E., Eciolaza, L., 2015, Fuzzy logic. Studies in fuzziness and soft computing. Springer. ISBN 978-3-319-14203-6.
- Sakawa, M., 1993, Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization, *New York.*, Plenum Pres, p.120
- Slowinski, R., 1998, Fuzzy Sets In Decision Analysis, Operations Research And Statistics. *Boston/London.* p.453
- Stahl, C., 2006, A Strong Consistent Least-Squares Estimator In A Linear Fuzzy Regression Model With Fuzzy Parameters And Fuzzy Dependent Variables, *Fuzzy Sets and Systems*, 157(19), p. 2593 – 2607
- Sivanandam, S.N., Sumathi, S., Deepa, S.N., 2007, Introduction To Fuzzy Logic Using Matlab. Springer. Verlag Berlin Heidelberg. p.429.
- Stölzle, T. R., Koissi M. C. ve Shapiro A. F., 2010, Detecting Fuzzy Relationships In Regression Models, The Case of Insurer Solvency Surveillance in Germany, *Insurance: Mathematics and Economics* 46, p.554-567
- Şahinler, S., 1997, Regresyon Analizinde Etkili Gözlemlerin Belirlenmesinde Kullanılan İstatistiklerin Karşılaştırmalı olarak İncelenmesi, Doktora Tezi, *Çukurova Üniversitesi Fenbilimler Enstitüsü*, Adana.
- Şenol, F., 2000, Bulanık Mantık Kontrolcüsü, *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Yüksek Lisans Tezi, Ankara.
- Şen, Z., 2001, Bulanık Mantık ve Modelleme İlkeleri, *Bilge Kültür Sanat Kitabevi*, İstanbul, p.172.
- Şanlı, K., 2005, Bulanık Robust Regresyon Çözümlemesi, Doktora Tezi, *Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara
- Şahin, M., 2005, Yönetim Bilgi Sistemi, *TC Anadolu Üniversitesi*, Eskişehir
- Şentürk, S. ve Aslan, Z., 2007, Bulanık mantıkta korelasyon katsayısı; Meteorolojik olaylarda bir uygulama, *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Müh. Mim. Fak. Dergisi*, 20 (1).
- Şen, Z., 2009, Bulanık Mantık İlkeleri Ve Modelleme, *İstanbul*, Su vakfı yayınları.
- Şahin, M., 2015, Bulanık Tahmin Yöntemleri ve iki farklı alanda uygulanması, *Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul.

- Tanaka, H., Uejima, S. ve Asai, K., 1982, Linear regression analysis with fuzzy model, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics SMC-2*, 12 (6), p. 903-907.
- Tanaka, H., 1987, Fuzzy Data Analysis By Possibilistic Linear Models, *Fuzzy Sets and Systems*, 24 (3), p.363-375.
- Tanaka, K., 1997, An Introduction to Fuzzy Logic for Practical Applications, *Rassel Inc*, New York
- Tanaka, H., Watada, J., 1988. Possibilistic linear systems and its application to modeling and control, *IEEE Transactions on Systems*, (27). p. 275-289.
- Tatlıdıl, H., 1996, Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz, Engin Yayınları, Ankara.
- Tanaka, H., 1998, Interval regression analysis by quadratic programming approach, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*.
- Tanaka, H. ve Guo, P., 1999, Possibilistic Data Analysis For Operations Research, *New York*, Physica-Verlag Heidelberg.
- Taha, H., 2000, Yöneylem Araştırması, 6. Basımdan Çeviri, (Çeviren ve Uyarlayanlar: Ş. Alp Baray ve Şakir Esnaf), Literatür Yayınları:43, İstanbul.
- Tansu, A., 2011, Fuzzy Linear Regression, *Germany*. , Saarbrücken, p.196
- Uras.,Y., 1998, Bulanık Mantığın Doğrusal Regresyon Analizinde Kullanılmasına İlişkin Bir Uygulama. Yüksek Lisans Tezi, *Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*, İzmir.
- Ishibuchi, H., Manabu, N., 2001, Fuzzy Regression Using Asymmetric Fuzzy Coefficient And Fuzzified Neural Networks, *Fuzzy Sets and Systems*, 119 (2).p. 273-290
- Vrusias, L. B., 2009, Fuzzy Logic. Artificial Intelligence Lectures Notes, In, Eds, *London*, p.140
- Wang, H. F., ve Tsaur , R. C., 2000a, Insight of A Fuzzy Regression Model, *Fuzzy Sets and Systems*, 112, p.355-369.
- Wang, H.F. ve Tsaur, R.C., 2000b, Resolution of a Fuzzy Regression Model, *European Journal of Operational Research* 126, p..637-650
- Wu, H. C., 2003, Linear Regression Analysis for Fuzzy Input and Output Data Using the Extension Principle, *Computers and Mathematics with Applications*, 45(12), p. 1849-1859.
- Yu, C., 1993. Corelation of Fuzzy numbers, *Fuzzy sets and Systems*, Vol.55, p.303-

307.

- Yen, K.K., Ghoshray, S., Roig, G., 1999, A Linear Regression Model Using Triangular Fuzzy Number Coefficients, *fuzzy sets and Sytems* (106).p. 167-177.
- Yang, M.S., Lin, T.S., 2002 Fuzzy Least Squares Regression Analysis For Fuzzy Inputoutput Data, *Fuzzy Sets and Systems*, 126 (3). p. 389-399
- Yang, M.S., Liu, H.H., 2003, Fuzzy Least-Squares Algorithms For Interactive Fuzzy Linear Regression Models , *Fuzzy Sets and Systems*, 135, (2). p. 305–316
- Yücel, İ.L., 2005, Bulanık Regresyon: Türkiye’de 1980-2004 Döneminde Kayıt Dışı Ekonominin Bulanık Yöntemlerle Tahminine İlişkin Bir Uygulama, Yüksek Lisans Tezi, *İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*, İstanbul
- Yongshen, Ni., 2005, Fuzzy Correlation And Regression Analysis. University Of Oklahoma Graduate College. Doctor of Philosophy Norman, UMI number: 3163014. Oklahoma
- Yılmaz, S., 2006, Bulanık Mantık Ve Mühendislik Uygulamaları Ders Notları. Kocaeli Üniversitesi
- Yurtçu, Ş. ve İçağa, Y., 2007, Bulanık Doğrusal Regresyona Genel Bir Bakış, *Yapı teknolojileri elektronik dergisi*, 2, p.37-43.
- Yıldız, M., 2013, Parametrik Olmayan Bulanık Regresyon Modelleri Analizi , Doktora Tezi, *Anadolu Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü*, Eskişehir.
- Yalaz, S., Atay, A., Toprak, Z.F., 2015, Smrgt Yöntemi İle Bulanıklaştırılmış Veriler İçin Bulanık Doğrusal Regresyon, *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 31(3), 152-158, ISSN. p.1012-2354
- Zadeh, L. A., 1965, Information and Control, *Fuzzy sets*, 8, p. 338-353.
- Zadeh, L.A., 1973, Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Trans Syst Man Cybern SMC-3*. p.28–44.
- Zadeh, L. A. (1978). "Fuzzy Sets As a Basis for a Theory of Possibility", *Fuzzy Sets and Systems*, 1(1), p. 3-28.
- Zadeh, L. A., 1987, Fuzzy Sets And Appllications, *New York*, John Wiley AND Sons.
- Zimmermann, H. J., 1994, Fuzzy Set Theory And İts Applications, *London.*, Kluwer Academic Publishers.
- Zadeh, L. A., 2008, Is There A Need For Fuzzy Logic, *Information Sciences*.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Derviş TOPUZ
Uyruğu : T.C
Doğum Yeri ve Tarihi : Pınarbaşı / 20.01.1972
Telefon: 05068813838
Faks :
e-mail : topuz@ohu.edu.tr

EĞİTİM

Derece	Adı, İlçe, İl	Bitirme Yılı
Lise :	Kayseri Lisesi, Melikgazi, Kayseri	1991
Üniversite :	Mustafa Kemal Üniversitesi, Serinyol, Hatay	1997
Yüksek Lisans:	Niğde Üniversitesi, Merkez, Niğde	2002
Doktora :	Selçuk Üniversitesi, Selçuklu, Konya	2017

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	Kurum	Görevi
1998	Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi	Öğretim Görevlisi

UZMANLIK ALANI

Uygulamalı İstatistik

YABANCI DİLLER

İngilizce

YAYINLAR*

A-2	SCI, SCI-expanded, SSCI, AHCI'de yer alan ve Impact faktörü 0.1 - 0.9 arası olan uluslararası dergilerde yayımlanan araştırma makalesi
1	Kayakırılmaz K., Bayol E., Battaloğlu R., Topuz D. , Özbek T., Uçar S., Usta N., 2008 Nutritional Status And Calcium Levels in Serum and Urine of Primary Hypertensives and Normotensives, Turkey "Asian Journal of chemistry" Volume 20 NO.5 3898-3616
2	Yalçın G., Battaloğlu R., Tümüklü A., Topuz D. , 2007 'Heavy metal contamination along the niğde Adana highway, Turkey "Asian Journal of chemistry' Volume19 NO.2 (INDIA)
3	Sahinler S. And Topuz D. , 2007. Bootstrap And Jackknife Resampling Algorithms

	for Estimation of Regression Parameters, Journal of Applied Quantitative Methods, 2(2), 188-199. [Yüksek Lisans Tezinden Elde Edilen Makale]
A-3	Diğer uluslararası hakemli dergilerdeki yayınlar
1	Topuz D. , Çakır M., 2004 Applicability of Logistic Regression Analysis Technique in Stock-Breeding Research. Cilt-3 sayı 12, Известия Вузов (İzvestiya VUZOV). pp. 129-134 .
2	Aytekin İ., Mikail N., Altay Y., Topuz D. , Keskin İ., 2016. Determination of the Factors Effecting Lactation Milk Yield of Holstein Friesian Cows by the Path Analysis. Selcuk Journal of Agriculture and Food Sciences ISSN: 2458-8377 cilt no30:sayı:1 pp. 44-48.
A-4	Ulusal hakemli dergilerde yayımlanan makaleler
1	Ergülen A., Topuz D. , 2009. İşletmelerdeki Verimliliğin Tahmin Edilebilmesi ve Bu Verimliliği Etkileyen Faktörlerin MLP Tipi Yapay Sinir Ağları Tekniği İle Belirlenmesi. Mustafa Kemal University Journal of Social Sciences Institute " Cilt/Volume: 6 " Sayı/Issue: 10 " ISSN: 1304-429-X Antakya, pp.219-231.
2	Inal M., Topuz D. , Uçan O., 2006. Doğrusal Olasılık ve Logit Modelleri ile Parametre Tahmini. Hacettepe Üniversitesi Sosyoekonomi Dergisi. 2006-2 / 060106. Ankara, pp.45-72.
3	Topuz D. , Çakır M., 2004. Lojistik Regresyon Analiz Tekniğinin Eğitim Bilimleri Araştırmalarında Uygulana Bilirliği İle İlgili Bir Araştırma. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi Bolu, cilt-2. Sayı: 6, pp. 61-88.
B. Uluslararası Bildiriler	
B-1	Yabancı dilde sözlü sunulan ve tam metni yayımlananlar
1	Dağ B., Mammadova N., Keskin İ., Altay Y., Topuz D. , 2015. Developing Expert Systems Based on Fuzzy Logic in Dairy Cattle Husbandry The Role of Business in Sustainable Development in the Western Balkans 15-16 September 2015, Pristina and Mitrovica . The first Mitrovica Innovations Scientific International Conference – MISIC.
2	Aytekin İ., Mammadova N., Altay Y., Topuz D. , Keskin İ., 2015. Determination of the Factors Effecting Lactation Milk Yield of Holstein Friesian Cows by the Path Analysis. The Role of Business in Sustainable Development in the Western Balkans 15-16 September 2015, Pristina and Mitrovica. The first Mitrovica Innovations Scientific International Conference – MISIC.
3	Keskin İ., Mammadova N., Topuz D. , Altay Y, Aytekin İ., 2015. Development of Support Decision Systems in Agriculture by Using Artificial Intelligent Systems. The Role of Business in Sustainable Development in the Western Balkans 15-16 September 2015, Pristina and Mitrovica. The first Mitrovica Innovations Scientific International Conference – MISIC.
B-1.1 Yabancı dilde sözlü sunulan ve özeti yayımlananlar	
1	Topuz D. , Keskin İ., Altay Y., Şahinler S., 2014. Fuzzy Correlation Coefficient And A Sample Matlab Application. 9th International Statistics Day Symposium ISDS 2014 (İGS 2014), May 10-14, Antalya, pp.99. [Doktora Tezinden Elde Edilen Bildiri]
2	Topuz D. , Altay Y., Keskin İ., Şahinler S., 2016. Fuzzy Logistic Regression Model And An Application. International conference on information complexity And Statistical Modeling In High Dimensions With Applications(Ic-Smhd-2016.), May 18-21, Cappadocia/Nevşehir, pp.36. [Doktora Tezinden Elde Edilen Bildiri]
3	Topuz D. , Keskin İ., 2017. Test Criterion of Model Fit For Fuzzy Models and an Application. 3 rd .International Researchers, Statisticians and Young Statisticians Congress May 24-26, Konya, pp.56. [Doktora Tezinden Elde Edilen Bildiri]
4	Topuz D. , Keskin İ., Şahinler S., Altay Y., 2017. Interval Regression Model and an Application. 3 rd .International Researchers, Statisticians and Young Statisticians Congress May 24-26, Konya, pp.81. [Doktora Tezinden Elde Edilen Bildiri]
D. Ulusal Çalışmalar	
E. Ulusal Bildiriler	
E-1	Sözlü sunulan ve tam metin yayımlananlar
1	Kayakırılmaz K., Bayol E., Battaloğlu R., Topuz D. , Özbek T., Uçar S., Usta N., 2006. Beslenme Durumu, Diyet, İdrar Ve Serum Magnezyum Ve Kalsiyum Düzeylerinin Kan Basıncına Etkileri. XX Ulusal Kimya Kongresi 4-8 Eylül, Kayseri pp.29.

2	Topuz D. , 2013. MLP Tipi Yapay Sinir Ağları Yöntemi İle Laktasyon Süt veriminin tahmini. İç Anadolu Bölgesi 1.Tarım Gıda Kongresi 2-4 Ekim, Niğde, pp.122-129.
3	Altay Y., Mikail N., Topuz D. , Keskin İ., 2015. Hayvancılıkta Yanıt Yüzey Yönteminin Kullanımı. 9. Ulusal Zootekni Bilim Kongresi, 3-5 Eylül, Konya.
E-1.1	Sözlü sunulan ve özeti yayımlananlar
1	Topuz D. , Şahinler S., Görgülü Ö., 2002. Regresyonda Yeniden Örneklemeye Yöntemlerinin (Bootstrap ve Jackknife) S-Plus Paket Programında Uygulanışları Üzerine Bir Araştırma. III. Ulusal Zootekni Bilim Kongresi, 14-16 Ekim, Ankara, pp.180. [Yüksek Lisans Tezinden Elde Edilen Makale]
2	Görgülü Ö., Şahinler S., Topuz D. , 2002. Tekrar Eden Ölçümlü Deneme Desenlerinin Spss 9.05 Paket Programı ile Analiz Edilmesi; III. Ulusal Zootekni Bilim Kongresi, 14-16 Ekim, Ankara, pp.179.
F-1	Katıldığı Seminerler
1	Niğde üniversitesi Orta ve üst düzey yönetici eğitim seminerleri "Değişim yönetimi: İletişim, Liderlik, Motivasyon", "Kurumsal Gelişimin Yönetimi", "Stratejik Planlamanın Temelleri", 10-13 Aralık 2009 Ürgüp/Nevşehir
2	Statistical Methods for the Service Quality Measurement" held at Niğde University on June 20-25, 2011. Niğde/TURKEY
3	IPM Uluslararası Proje Yönetimi "For the completion of 60-hour intermediate level course "from 07/05/2011 to 29/05/2011. English Ankara/TURKEY
4	Workshops on Mixed Teaching Research Methodology, Reference Manager with EndNote Software and Writing Article Skills Based on ISI rules, 3-6 June 2013, Niğde Üniversitesi, Niğde.
G-1	Yürütülen Projeler
	TUBİTAK-ÇAGDAY (106Y307), "Erciyes Strato Volkanından Püskürtülen Ana Materyaller Üzerinde Oluşmuş Topraklar ve Çevre ile Etkileşimleri", Başlangıç tarihi: Haziran 2007 Bitiş tarihi: MART 2010. (362.000 YTL)
H-1	Teşvik ödülleri
1	Niğde Üniversitesi Uluslararası Bilimsel Yayınları Teşvik Ödülü (2009)
2	Niğde Üniversitesi Uluslararası Bilimsel Yayınları Teşvik Ödülü (2010)

EK-9

Kontrol Edilecek Hususlar	Evet	Hayır
Sayfa yapısı uygun mu?		
Şekil ve çizelge başlık ve içerikleri uygun mu?		
Denklemler yazımları uygun mu?		
İç kapak, onay sayfası, tez bildirim, özet, abstract, önsöz ve/veya teşekkür uygun yazıldı mı?		
Tez yazımı; Giriş, Kaynak Araştırması, Materyal ve Yöntem (veya Teorik Esaslar), Araştırma Bulguları ve Tartışma, Sonuçlar ve Öneriler sıralamasında mıdır?		
Kaynaklar soyadı sırasına göre verildi mi?		
Kaynaklarda verilen her bir yayına tez içerisinde atıfta bulunuldu mu?		
Kaynaklar açıklanan yazım kuralına uygun olarak yazıldı mı?		
Tez içerisinde kullanılan şekil ve çizelgelerde kullanılan ifadeler Türkçe'ye çevrilmiş mi? (Latince ve Özel kelimeler hariçtir)		
Tezin içindekiler kısmı, tez içerisinde verilen başlıklara uygun hazırlanmış mı?		
*Tez Önerisi Formunun (FBE Form 22) ilk sayfası ile birlikte materyal ve yöntem kısımlarını içeren sayfaların fotokopisini tezinizin içindekiler sayfasından önce telli zımbalı formda koydunuz mu?		

Yukarıdaki verilen cevapların doğruluğunu kabul ediyorum.

	<u>Unvanı Adı SOYADI</u>	<u>İmza</u>
Öğrenci:	Derviş TOPUZ
Danışman:	Prof. Dr. İsmail KESKİN

Tez tesliminde enstitü web sayfası veri tabanında yayınlanmasına **izin veriyorum /vermiyorum**.

Fen Bilimleri Enstitüsü Onayı

Bu tez S.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygundur.

Onaylayan Adı SOYADI	Tarih	İmza
.....

*Seminer, Yüksek Lisans ve doktora tezleri FBE tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanmalıdır. Tezler FBE'ne teslim edilmeden önce yukarıdaki kontrol listesi öğrenci ve danışman tarafından imzalanmalıdır. Bu sayfa tez teslimi esnasında en üst sayfa olarak verilmelidir.

*Tez ilk savunmaya sunulduğunda spiral cilt veya clip dosya formunda FBE teslim edilmelidir.

*Bu bilgi Jüri Önerisi Formu(FBE Form 8) ile birlikte Enstitüye verilen nüshada da olmalıdır. Ayrıca, görevlendirilen Jüri Üyelerine de gönderilmelidir.

TESEKKÜR

Doktora çalışmalarım boyunca bilgi ve deneyimlerini benimle paylaşan, çalışmamın her aşamasında sağladığı yol gösterici, katkı ve önerileri ile beni yönlendiren tez çalışmamın ortaya çıkmasında emek esirgemeyen çok değerli danışmanım, Sayın Prof. Dr. İsmail KESKİN'e, sonsuz teşekkürlerimi sunarım

Akademik kariyerimin başlangıcından itibaren bana danışmanlık ederek, beni yönlendiren ve her türlü olanağı sağlayan tüm tez izlemelerim boyunca Uşak'tan gelerek zahmet çeken ve tez çalışmamın her aşamasında yapmış olduğu eleştiriler, öneriler ve katkılarda bulunan çok kıymetli hocam Sayın Prof. Dr. Suat ŞAHİNLER'e, Ayrıca tez izlemelerimde yer alan, pek çok konuda desteğini gönülden hissettiğim, her sınav öncesi motivasyon kaynağım olan değerli hocam Sayın Prof. Dr. Saim BOZTEPE'ye, Bölüm içinde bana destek olan tüm değerli hocalarıma ve tecrübelerinden faydalandığım ve bana her konuda yardımcı olup, fikirlerini esirgemeyen sevgili arkadaşım araştırma görevlisi Yasin ALTAY'a, en içten teşekkürlerimi sunarım.

Güven, anlayış ve manevi desteklerini hayatımın her aşamasında daima hissettiğim sevgili babam Duran TOPUZ, annem Hatın TOPUZ, a. Doktora eğitimim boyunca özveri ve desteğini bir an olsun eksik etmeyen sevgili eşim Özlem TOPUZ'a, sonsuz teşekkür ederim.

Derviş TOPUZ
KONYA, Aralık 2017