

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

DOKTORA TEZİ

**PARÇACIK ÇARPIŞTIRICILARINDA TAU LEPTONUNUN
ELEKTROMANYETİK MOMENTLERİNİN ARAŞTIRILMASI**

Emre GÜRKANLI

FİZİK ANABİLİM DALI

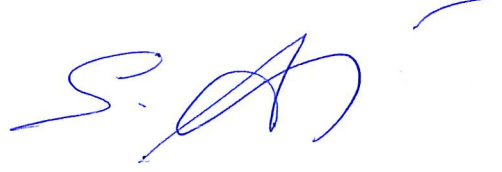
**ANKARA
2017**

Her hakkı saklıdır

TEZ ONAYI

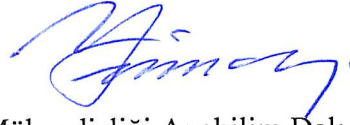
Emre GÜRKANLI tarafından hazırlanan “Parçacık çarpıştırıcılarında tau leptonunun elektromanyetik momentlerinin araştırılması” adlı tez çalışması 07.02.2017 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı’nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. Satılmış ATAĞ



Jüri Üyeleri :

Başkan : Prof. Dr. Yiğit GÜNDÜÇ



Hacettepe Üniversitesi Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı

Üye : Prof. Dr. Satılmış ATAĞ



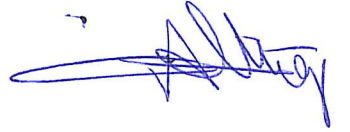
Ankara Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı

Üye : Prof. Dr. Ali Ulvi YILMAZER



Ankara Üniversitesi Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı

Üye : Prof. Dr. Altuğ ÖZPİNECİ



Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı

Üye : Prof. Dr. İnanç ŞAHİN



Ankara Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı

Yukarıdaki sonucu onaylarım

Prof. Dr. Atila YETİŞEMİYEN

Enstitü Müdürü

ETİK

Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez içindeki bütün bilgilerin doğru ve tam olduğunu, bilgilerin üretilmesi aşamasında bilimsel etiğe uygun davrandığımı, yararlandığım bütün kaynakları atıf yaparak belirttiğimi beyan ederim.

07.02.2017



Emre GÜRKANLI

ÖZET

Doktora Tezi

PARÇACIK ÇARPIŞTIRICILARINDA TAU LEPTONUNUN ELEKTROMANYETİK MOMENTLERİNİN ARAŞTIRILMASI

Emre GÜRKANLI

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Satılmış ATAĞ

Bu tezde tau lepton ve foton köşesi Standart Model ötesi katkılar kapsamında incelenmiştir. CP simetrisini bozan elektromanyetik etkileşme, tau leptonunun elektrik dipol momenti (EDM) vasıtasıyla çalışmaya dahil edilmiştir. EDM terimine Standart Modelden gelen katkı hemen hemen sıfıra yakındır. EDM sınırlarını belirlemek amacıyla LHC ve CLIC parametreleri kullanılarak, $\gamma\gamma \rightarrow \tau^+\tau^- \rightarrow \pi^+\pi^-\nu\bar{\nu}$ alt sürecinin tesir kesiti hesaplanmıştır. Üretilen tau leptonlarının spin bilgileri tesir kesiti içinde elde edilmiş ve son durumdaki hadronların faz uzayında kullanılmıştır. Tau çifti üretim tesir kesiti ile bozunum kısmını birleştirme yöntemi olarak dar-genişlik yaklaşımı göz önüne alınmıştır. Sürecin tesir kesitinde CP-tek terimlere duyarlı gözlenebilir olarak azimutal asimetri uygun bulunmuştur. CP-tek EDM etkileşmesinin sınırları χ^2 analizi ile elde edilmiş ve BELLE sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

Şubat 2017, 77 sayfa

Anahtar Kelimeler: Standart Model ve ötesi, CP bozulumu

ABSTRACT

Ph. D. Thesis

INVESTIGATION OF ELECTROMAGNETIC MOMENTS OF TAU LEPTON AT PARTICLE COLLIDERS

Emre GÜRKANLI

Ankara University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Satılmış ATAĞ

In this thesis, the interaction vertex between tau lepton and photon has been studied with information beyond Standard Model. CP symmetry breaking electromagnetic coupling has been included by means of electric dipole moment (EDM) of tau lepton which takes almost vanishing contribution from the Standard Model. In order to determine limits of EDM, the cross section of the subprocess $\gamma\gamma \rightarrow \tau^+\tau^- \rightarrow \pi^+\pi^-\nu\bar{\nu}$ has been calculated with LHC and CLIC parameters. Spin information of tau leptons has been obtained in the cross section to use it in the final state hadron phase space. The method of narrow width approximation has been taken into account to join the production of tau pair and their decay parts. The azimuthal asymmetry has been found to be sensitive to CP-odd terms in the cross section. The computed limits of CP-odd EDM coupling with χ^2 analysis have been compared to BELLE results.

February 2017, 77 pages

Key Words: Standard Model, Beyond Standard Model, CP violation

TEŐEKKÖR

Doktora tezi alıŐmalarımın her aşamasında bana yol gÖsteren ve yakın ilgisiyle bÖyÖk destek sağlayan Ankara Öniversitesi Fen Bilimleri EnstitÖsÖ Fizik Anabilim Dalı ÖĐretim üyelerinden danışman hocam, Sayın Prof. Dr. Satılmış ATAĞ'a ve tÖm eğitim ÖĐretim hayatım boyunca desteklerini, tecrÖbelerini ve sevgilerini esirgemeyen aileme en içten teŐekkÖrlerimi sunarım.

Emre GÖRKANLI

Ankara, Şubat 2017



İÇİNDEKİLER

TEZ ONAYI SAYFASI

ETİK.....	i
ÖZET.....	ii
ABSTRACT.....	iii
TEŞEKKÜR	iv
SİMGELER DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ	ix
1. GİRİŞ	1
2. TEMEL ETKİLEŞMELER VE STANDART MODEL	3
2.1 Temel Parçacıklar	3
2.2 Elektrozayıf Etkileşme.....	3
2.3 Higgs Mekanizması	5
2.4 Ayar Bozonlarının Kütle Kazanması	6
2.5 Fermiyonların Kütle Kazanması	8
2.6 Standart Modelin Sınırları ve Ötesi	12
3. KESİKLİ SİMETRİLER	14
3.1 C, P ve T Simetrileri	14
3.2 CPT Korunumu.....	18
3.3 CP Simetrisi ve Bozulumu.....	20
4. ELEKTROMANYETİK MOMENT ETKİLEŞMELERİ.....	28
4.1 Standart Modelde Elektromanyetik Etkileşmeler	28
4.2 Standart Model Ötesi Elektromanyetik Etkileşmeler	33
5. $\gamma\gamma \rightarrow \tau^+\tau^-$ SÜRECİNDE τ LEPTONUNUN ELEKTRİK DİPOL MOMENTİ.....	42
5.1 Spin Bağımlı Tesir Kesiti ve Spin-Spin Korelasyonu	42
5.2 Tüm Süreç için Dar Genişlik Yaklaşımı	49
5.3 Azimutal Asimetrisi.....	52
5.4 CLIC da CP Bozulmuş Düzeyi Limitleri.....	54
5.5 LHC de CP Bozulmuş Düzeyi Limitleri	63

6. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	68
KAYNAKLAR	69
EKLER.....	72
EK 1 İndirgenmiş Genlikler	73
EK 2 Enine Momentum Dağılımı	76
ÖZGEÇMİŞ.....	77



SİMGELER DİZİNİ

b	Alt kuark
d	Aşağı kuark
e^-	Elektron
ν_e	Elektron nötrinosu
γ	Foton
A_μ	Foton alanı
s	Garip kuark
H	Higgs bozonu
m_H	Higgs bozonunun kütlesi
Y	Hiperyük
α	İnceyapı sabiti
μ	Müon
ν_μ	Müon nötrinosu
e^+	Pozitron
g	$SU_L(2)$ Etkileşme sabiti
τ	Tau
ν_τ	Tau nötrinosu
c	Tılsımlı kuark
g'	$U_Y(1)$ Etkileşme sabit
t	Üst kuark
W	W bozonu
m_W	W bozonunun kütlesi
u	Yukarı kuark
I^w	Zayıf izospin
Z	Z bozonu
m_Z	Z bozonunun kütlesi

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1 Yük eşlenikliği dönüşümü.....	14
Şekil 3.2 Pionun zayıf bozunumunun yük eşlenikliği dönüşümü altındaki davranışı.....	15
Şekil 3.3 Parite dönüşümü.....	16
Şekil 3.4 Pionun zayıf bozunumunun parite dönüşümü altındaki davranışı.....	17
Şekil 3.5 Zaman tersinmesi dönüşümü.....	18
Şekil 3.6 CPT simetrisi.....	19
Şekil 3.7 Pionun bozunumunun CP dönüşümü altındaki davranışı.....	20
Şekil 4.1 $g=2$ ve en düşük mertebeden ışımsal düzeltme diyagramları.....	32
Şekil 4.2 Etkin foton fermiyon köşesi	34
Şekil 5.1 $\gamma\gamma \rightarrow \tau^+\tau^-$ sürecinin bütünleşik üretim ve bozunum Feynman diyagramları.....	42
Şekil 5.2 Tau leptonu çifti için üretim diyagramı.....	42
Şekil 5.3 Tau leptonu çifti için ikinci üretim diyagramı.....	43
Şekil 5.4 Tau leptonu için bozunum diyagramı.....	45
Şekil 5.5 Etkin foton ışınlılığının, gelen fotonların değişmez kütleline göre grafiği.....	55
Şekil 5.6 Azimutal asimetrinin τ leptonu saçılma açısına göre grafiği	57
Şekil 5.7 Tau leptonu çifti için doğrudan üretim diyagramları.....	60
Şekil 5.8 Tau çiftinin oluşumu için arkaplan süreci ile birlikte verilen enine momentum dağılımı.....	61
Şekil 5.9 Tau oluşumu ve bozunumunda birincil, ikincil köşeler ve vurma parametresi.....	63
Şekil 5.10 LHC parametreleri kullanılarak çizilen azimutal asimetri grafiği.....	65

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 Fermiyon aileleri ve Higgs alanının izospin, zayıf izospin, hiperyük ve elektrik yükleri	4
Çizelge 2.2 Elektrozayıf ve Güçlü Etkileşmeler için Ayar Bozonları	7
Çizelge 2.3 Leptonlar ve kuarklar	9
Çizelge 3.1 Alanların parite altında dönüşümleri.....	17
Çizelge 3.2 Temel etkileşmelerin kesikli simetri dönüşümleri altındaki Davranışları.....	19
Çizelge 3.3 Bazı matematiksel yapıların kesikli simetriler altında dönüşümleri.....	24
Çizelge 4.1 Bazı fiziksel niceliklerin C,P ve T simetrileri altındaki davranışları.....	40
Çizelge 5.1 Farklı foton sanallıkları ve kütle merkezi enerjilerine karşılık Hesaplanan Standart Model tesir kesitleri.....	56
Çizelge 5.2 Farklı ışınılık ve kütle merkezi enerjileri kullanılarak hesaplanan elektrik dipol moment sınırları	59
Çizelge 5.3 LHC parametreleri kullanılarak farklı ışınılık ve kütle merkezi enerjilerine karşılık hesaplanmış elektrik dipol momenti sınırları.....	66

1. GİRİŞ

Fermiyonların fotonlar ile etkileşme köşelerinde Standart Modelden gelen katkıların yanında Standart Model ötesinden geldiği düşünülen katkıların da belirlenmesi özellikle kütlesi büyük olan fermiyonlar için hem teorik hem de deneysel yönden önemlidir. Bu anlamda bazı etkileşme köşelerindeki simetri özelliklerinin ortaya çıkarılması spin bağımlı hesaplamalar ve ölçümler gerektirir. Basit anlamda spin; bir parçacığın açısai momentumlarından biri olup, parçacığın içsel bir özelliğidir. İlk kez varlığı Stern-Gerlach deneyi ile ortaya konulmuştur. Bu deneyde, atomik düzeyde mıknatıs gibi davranan parçacıkların bu davranışları ilk kez spin kavramı ile etiketlenmiştir. Böylece spin, yörünge açısai momentumu ile birlikte bir parçacığın açısai momentumu kavramını bütünlemiştir. Spin kuantumlu bir niceliktir ve yalnızca izinli değerler alır. Bu sebeple parçacık spininin klasik fizikte bir karşılığı yoktur.

Bu tez çalışmasında üzerinde durulan manyetik moment ve elektrik dipol moment gibi kavramlar, bir parçacığın spininin manyetik ve elektrik alanla etkileşmesini açıklamada önemli rol oynayan kavramlardır. Tezin ilk kısmında genel olarak form faktörleri adı altında incelenecek olan bu kavramlar $q^2 = 0$ limiti ile birlikte statik momentler adını alacaktır. Elektrik dipol moment etkileşmesinin en önemli etkisi CP simetrisini kırmasıdır. Standart Model çerçevesinde halka düzeltmeleri dışında elektromanyetik etkileşme için CP kıran EDM katkısı beklenmez. Tau lepton kütlesinin büyüklüğü ve ömrünün kısa olması, deneylerde EDM katkısının belirlenmesini hafif leptonlara kıyasla oldukça kısıtlamaktadır. Bu durumda Standart Model ötesi katkıların da etkisi göz önüne alınmalıdır. Yani ölçümlerde CP simetrisindeki bozulma Standart Model ötesi katkıların etkilerini görmek açısından önemli bir yere sahiptir. Bu nedenle çalışmanın özgün kısmını oluşturan tau leptonunun fotonla etkileşme köşelerindeki CP-tek EDM katkılarının belirlenmesinde Standart Model dışından gelen terimler elektromanyetik etkileşme köşesine dahil edilmiştir. $\gamma\gamma \rightarrow \tau\tau$ alt süreci tau leptonunun elektromanyetik köşelerini incelemek için etkin bir süreç olduğu gibi proton-proton(LHC) ve elektron-pozitron(CLIC) çarpıştırıcılarında önemli uygulama potansiyeline sahiptir.

Tezin ikinci bölümünde temel parçacıklar ve temel etkileşmeler özetlenmiş ve Standart Modelin ana basamakları verilmiştir. Üçüncü bölüm kesikli simetrilere ayrılmış olup, CP simetri bozulmasının hangi durumlarda ortaya çıktığı ve evrenin yapılanmasındaki rolü tartışılmıştır. Elektromanyetik momentlerin etkileşme biçimleri ve düşük enerjilerdeki davranışları dördüncü bölümün içeriğini oluşturmaktadır. Beşinci bölümde, LHC ve CLIC parametreleri ile $\gamma\gamma \rightarrow \tau^-\tau^+ \rightarrow \pi^-\pi^+\nu\bar{\nu}$ alt süreci kullanılarak EDM sınırları belirlenmiş ve CP simetrisindeki bozulma düzeyi ölçüm yöntemiyle birlikte tartışılmıştır.



2. TEMEL ETKİLEŞMELER VE STANDART MODEL

2.1 Temel Parçacıklar

Temel parçacıklar iç yapısı olmayan noktasal parçacıklar olarak düşünülebilir. Temel parçacıklar genel olarak spinlerinin tamsayı ve buçuklu olmasına göre bozonlar ve fermiyonlar olarak sınıflandırılırlar. Bu nedenle spin, parçacık doğası ve karakterizasyonunu belirleyen önemli bir fiziksel olgudur. Temel parçacıklar sınıflandırılırken spini tam sayı olan parçacıklar bozon, spini buçuklu olan parçacıklar ise fermiyon olarak adlandırılmaktadır. Fermiyonlar Fermi-Dirac istatistiğine uyan parçacıklardır. Dalga fonksiyonları antisimetrik yapıdadır. Bu sebeple de Pauli dışarlama ilkesine uyar. Bu durum şu şekilde betimlenebilir. İki fermiyon aynı kuantum durumunda bulunamaz. Temel fermiyonlar etkileşmelerine göre leptonlar ve kuarklar olmak üzere iki gruba ayrılır. Yüklü leptonlar elektromanyetik ve zayıf etkileşirken, yüksüz leptonlar ise sadece zayıf etkileşmektedir. Kuarklar zayıf, güçlü ve elektromanyetik olarak etkileşirler. Kuarklar bir araya gelerek proton, nötron ve piyon gibi kompozit parçacıkları oluştururlar. Bozonlar kendi ismini aldığı Bose-Einstein istatistiğine uyan parçacıklardır. Dalga fonksiyonları simetrik yapıdadır. Bu sebeple bozonlar aynı kuantum durumunda bulunabilirler. Bir başka deyişle Pauli dışarlama ilkesine uymazlar. Bozonlar yine kendi aralarında spinlerine göre sınıflandırılabilirler. Spin-0, spin-1 ve spin-2 parçacıklar sırasıyla skaler, vektör ve tensör bozonlar olarak adlandırılırlar. Ayar teorisi kapsamında bozonlara örnek olarak Higgs (H) bozonu, foton, W, Z ve gluon sayılabilir. Graviton ise henüz gözlenmemiş olmasına rağmen tensör bozona örnek olarak verilebilir. Standart Model bir ayar teorisidir, temel parçacıklar arasındaki temel etkileşmeleri betimlemesine karşın parçacık sayıları ve kütleleri konusunda bilgi vermez.

2.2 Elektrozayıf Etkileşme

Leptonlar ve kuarklar $SU(2)_L \times U_Y(1)$ ayar grubu kapsamında yapılandırılarak global ve yerel ayar dönüşümleri ile elektromanyetik ve zayıf etkileşme terimlerinin yapısı ayar alanı kavramı vasıtasıyla elde edilir. Kütsüz fermiyon ve ayar alanları için

lagranjiyenler ayar grubu altında simetrik olmasına rağmen kütleli durumda bu simetri kısmen kırılacaktır. Ancak kütle kazanma mekanizması, kendiliğinden simetri kırılması ile gerçekleşirse teori renormalize edilebilir olacaktır. Modelde sol eli fermiyonlar dubletler, sağ eli fermiyonlar ise singletler olarak gösterilmektedir. Burada kuark dubletleri ve singletleri

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, d_R, u_R, s_R, c_R, b_R, t_R \quad (2.1)$$

iken lepton dubletleri ve singletleri ise 2.2 eşitliğindeki gibidir

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, e_R, \mu_R, \tau_R. \quad (2.2)$$

Modelin ayar grubu $SU(2)_L \times U_Y(1)$ dir. Çizelge 2.1’de temel parçacıkların ayar grubu altında dönüşüm özellikleri ile zayıf izospin, hiperyük, elektrik yükü gibi bazı kuantum sayılarının değerleri verilmiştir.

Çizelge 2.1 Fermiyon aileleri ve Higgs alanının izospin, zayıf izospin, hiperyük ve elektrik yükleri

Alan	Bileşen	I^w	I_3^w	Y	Q
Leptonlar	$\psi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$1/2$	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	-1	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
	$\psi_R = e_R$	0	0	-2	-1
Kuarklar	$q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$1/2$	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	$1/3$	$\begin{pmatrix} 2/3 \\ -1/3 \end{pmatrix}$
	u_R	0	0	$4/3$	$2/3$
	d_R	0	0	$-2/3$	$-1/3$
Higgs	$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$	$1/2$	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	1	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Bu kuantum sayılarından elektrik yükü, hiperyük ve zayıf izospin arasındaki ilişki 2.3 eşitliğindeki Gell-Mann-Nishijima formülü ile verilir

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}. \text{(Gell-Mann-Nishijima)} \quad (2.3)$$

Başlangıçta elektrozayıf etkileşmeleri betimleyen lagranjiyen lepton, kuark ve skaler bozonların kinetik terimleri, skaler bozonların potansiyel terimi ve Yukawa teriminden oluşur. Burada L_f fermiyon lagranjiyeni olup lepton ve kuarklar için kinetik terimleri içermektedir

$$L = L_f + L_s + L_Y . \quad (2.4)$$

2.4 eşitliğinde, yerel ayar dönüşümleri altında altı değişmezlik koşulunu sağlamak için türev tanımında değişiklik yaparak kovaryant türev tanımına geçilmelidir

$$D_\mu = \partial_\mu - i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{A}_\mu + i \frac{g'}{2} Y B_\mu . \quad (2.5)$$

2.5 eşitliğindeki kovaryant türev tanımında A_μ ve B_μ yeni ayar alanlarıdır. Kovaryant türev tanımı ile yeni lagranjiyen yazıldığında ayar alanları ile fermiyonların etkileşme terimleri ortaya çıkmaktadır. g ve g' bu etkileşmelerin bağlaşım sabitleridir. Daha sonraki bölümde belirtileceği üzere modele dahil edilen ayar alanları fiziksel değildir. Fiziksel alanlar bu alanların karışımlarından oluşmaktadır.

2.3 Higgs Mekanizması

Başlangıçta, modelde bulunan parçacıklar ve kovaryant türev tanımı ile sonradan dahil edilen ayar bozonları ayar grubu simetrisi nedeniyle kütesizdir. Deneysel veriler ise bu parçacıkların belli bir kütlesi olduğunu söylemektedir. Yüksek mertebeye düzeltme terimlerinde iraksaklıktan kurtulmak için parçacıklara Higgs mekanizması ile kütle

kazandırılır. Bu yöntemde vakum durumu Higgs alanı ile doludur ve alan ile etkileşen parçacıklar kütle kazanırlar. Bunun için iki kompleks bileşenli bir skaler alan modele dahil edilir

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Toplam lagranjiyendeki skaler alanın potansiyel terimi aşağıda verilmiştir

$$V(\phi^+, \phi) = -\mu^2 \phi^+ \phi + \lambda (\phi^+ \phi)^2. \quad (2.7)$$

Higgs mekanizması ile kendiliğinden simetri kırılmasından sonra skaler lagranjiyen şu şekilde bulunur

$$\begin{aligned} L &= (D_\mu \phi)^+ (D_\mu \phi) + \mu^2 \phi^+ \phi - \lambda (\phi^+ \phi)^2 \\ &= \frac{1}{2} (\partial_\mu H) (\partial^\mu H) + \frac{1}{2} (\eta + H)^2 \left[\frac{g^2}{4} \vec{A}_\mu \cdot \vec{A}^\mu + \frac{g'^2}{4} B_\mu B^\mu - \frac{gg'}{2} A_\mu^3 B^\mu \right] + \mu^2 \phi^+ \phi - \lambda (\phi^+ \phi)^2. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Burada ϕ skaler alanı aşağıdaki gibidir

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + H(x) \end{pmatrix} \\ \eta &= \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

2.4 Ayar Bozonlarının Kütle Kazanması

2.8 eşitliğinde A_μ ve B_μ içeren terimler köşegen hale getirilerek fiziksel olan ayar bozonları için kütle matrisi elde edilir. 2.10 eşitliğinin sağ tarafında bir skaler alanın kinetik terimi ile üç vektör alanın kütle terimleri ve etkileşme terimleri görülmektedir.

$$(D_\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) = \frac{1}{2} (\partial_\mu H) (\partial^\mu H) + \left(\frac{g\eta}{2}\right)^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2} \frac{\eta \sqrt{g'^2 + g^2}}{2} Z_\mu Z^\mu + \frac{1}{2} (H^2 + 2\eta H) \left[\frac{g^2}{2} W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{g'^2 + g^2}{4} Z_\mu Z^\mu \right]. \quad (2.10)$$

A ve B alanlarının karışımı ile oluşan fiziksel ayar alanlarının tanımları aşağıdaki gibidir. Burada θ_w weinberg açısıdır

$$\begin{aligned} W_\mu^\mp &= \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 \mp iA_\mu^2) & \sin(\theta_w) &= \frac{g'}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \\ Z_\mu &= A_\mu^3 \cos(\theta_w) - B_\mu \sin(\theta_w) & \cos(\theta_w) &= \frac{g}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \\ A_\mu &= A_\mu^3 \sin(\theta_w) + B_\mu \cos(\theta_w). \end{aligned} \quad (2.11)$$

2.10 eşitliğinde vektörel bozonların kütle terimleri ve Higgs bozonları ile olan etkileşimleri görülmektedir. Buna göre ayar bozonlarının kütleleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$m_w = \frac{g\eta}{2}, \quad m_z = \frac{\eta \sqrt{g'^2 + g^2}}{2}, \quad m_A = 0. \quad (2.12)$$

Çizelge 2.2'de elektrozayıf ve güçlü etkileşimler için ayar bozonlarının kütle ve elektrik yük değerleri verilmiştir.

Çizelge 2.2 Elektrozayıf ve Güçlü Etkileşimler için Ayar Bozonları

Elektrozayıf ve Güçlü Etkileşimler için Ayar Bozonları		
İsim	Kütle	Elektrik Yüğü
γ	0	0
W^-	80.39	-1
W^+	80.39	+1
Z^0	91.188	0
g	0	0

Skaler bozonların potansiyel terimi incelenirse Higgs bozonunun kendisiyle olan etkileşimleri görülebilir

$$V(\phi^+, \phi) = -\frac{\mu^2}{4\lambda} + \mu^2 H^2 + (\lambda\eta)H^3 + \frac{\lambda}{4}H^4. \quad (2.13)$$

Buradan Higgs bozonunun kütlesi aşağıdaki gibi bulunur

$$m_H = \sqrt{2}\mu. \quad (2.14)$$

2.5 Fermiyonların Kütle Kazanması

Lepton ve kuarkların kütle kazanma durumları için Yukawa lagranjyeninin incelenmesi gerekir

$$L_{yukawa} = \sum f_e \bar{\psi}_L \phi \psi_R. \quad (2.15)$$

ϕ nin tanımı kullanılarak elektron için

$$L_{yukawa} = \frac{f_e}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_L \quad \bar{e}_L) \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + H \end{pmatrix} e_R + h.c \quad (2.16)$$

şeklindedir. Burada vakum beklenen değeri ile orantılı olan terim elektronun kütle terimidir

$$-\frac{f_e \eta}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) = \frac{f_e \eta}{\sqrt{2}} e \bar{e} \quad (2.17)$$

$$m_e = \frac{f_e \eta}{\sqrt{2}}.$$

2.16 eşitliğinde görülen ikinci terim ise elektronun Higgs alanı ile olan etkileşme terimidir. Çizelge 2.3’de lepton ve kuarklar için kütle ve elektrik yük değerleri verilmiştir.

Çizelge 2.3 Leptonlar ve Kuarklar

Leptonlar			Kuarklar		
Çeşni	Kütle GeV/c ²	Elektrik Yükü	Çeşni	Kütle GeV/c ²	Elektrik Yükü
ν_e	(0-0.13)x10 ⁻⁹	0	u (yukarı)	0.002	2/3
e elektron	0.000511	-1	d (aşağı)	0.005	-1/3
ν_μ	(0.009-0.13)x10 ⁻⁹	0	c (tılsımlı)	1.3	2/3
μ muon	0.106	-1	s (garip)	0.1	-1/3
ν_τ	(0.04-0.14)x10 ⁻⁹	0	t (üst)	173	2/3
τ tau	1.777	-1	b (alt)	4.2	-1/3

Kuark kütlelerini elde etmek için de benzer bir yol izlenebilir. Lepton ve kuarklar için Yukawa lagranjienini en genel olarak aşağıdaki gibidir

$$L_{Yukawa} = \sum_{i,j=1}^3 (f_{ij}^e \bar{L}_i \phi E_j + f_{ij}^u \bar{Q}_i \phi U_j + f_{ij}^d \bar{Q}_i \phi D_j) + h.c$$

$$\begin{aligned}
L_L^e &= \{e, \mu, \tau\}_L & Q_L^u &= \{u, c, t\}_L \\
L_L^v &= \{\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau\}_L & Q_L^d &= \{d, s, b\}_L \\
E &= \{e, \mu, \tau\}_R & U &= \{u, c, t\}_R \\
&& D &= \{d, s, b\}_R.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

2.18 eşitliğindeki Yukawa lagranjieninde f_{ij} , 3x3 lük kompleks matrisleri göstermektedir. Bu matrisler diagonal yapıda değildir. 2.18 eşitliği sadece u tipi kuarklar için yeniden düzenlendiğinde aşağıdaki ifade elde edilir.

$$L_{Yukawa} = \sum_{i,j=1}^3 f_{ij}^u Q_i \phi U_j = \sum_{i,j=1}^3 f_{ij} \bar{u}_{iL} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta + H \end{pmatrix} u_{jR} + h.c \quad (2.19)$$

$$L_{Yukawa} = \bar{u}_L (M^u + h^u H) u_R + h.c + \dots$$

2.19'deki ikinci eşitlikte M^u kuarklar için 3x3 lük kütle matrisi, h ise yine 3x3 lük Yukawa bağlaşımı matrisidir

$$M^u = f_{ij}^u \frac{\eta}{\sqrt{2}}. \quad (2.20)$$

Benzer şekilde d tipi kuarklar için bir M^d matrisi yazılabilir. M^u ve M^d matrisleri köşegen yapıda değildirler. Kuark kütlelerini tanımlayabilmek için zayıf öz durumlardan kütle öz durumlarına geçilmelidir. u, d tipi kuarklar ve leptonların herbiri için ayrı ayrı bu matrisler tanımlıdır. Bu sebeple herbir matrisi köşegenleştirmek için farklı üniter matrisler kullanılır. Bu şekilde elde edilen Yukawa lagranjiyeni aşağıdaki gibidir

$$L_Y = \frac{\eta + H}{\sqrt{2}} \left[(\bar{u}_L \bar{c}_L \bar{t}_L) P_u P_u^\dagger M_u T_u T_u^\dagger \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix} + (\bar{d}_L \bar{s}_L \bar{b}_L) P_d P_d^\dagger M_d T_d T_d^\dagger \begin{pmatrix} d_R \\ s_R \\ b_R \end{pmatrix} \right] \quad (2.21)$$

$$P_u^\dagger M_u T_u = \tilde{M}_u$$

$$P_d^\dagger M_d T_d = \tilde{M}_d.$$

Burada \tilde{M}_u ve \tilde{M}_d , kuarklar için köşegenleştirilmiş kütle matrislerini göstermektedir.

Kuarkların kütle öz durumları aşağıdaki gibidir

$$\begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L = P_u^\dagger \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_R = T_u^\dagger \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_R, \quad \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L = P_d^\dagger \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_R = T_d^\dagger \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_R. \quad (2.22)$$

Köşegenleştirmeden sonra kuarklar için kütle öz durumlarına geçilmiştir. Böylece 2.19 eşitliğindeki ifadeye kuark alanlarının kütle terimleri ve Higgs ile olan etkileşme terimleri görülmektedir. Köşegenleştirmeden sonra elde edilen kütle öz durumları kullanılarak Yukawa lagranjyeni tekrar düzenlendiğinde elektromanyetik ve zayıf nötral akımlar değişmeden kalırken yüklü akımlarda değişiklik meydana gelmektedir. Bu durum, u tipi kuarklar için aşağıda yazılan yüklü akım lagranjyeninde görülmektedir

$$L_{YA} = (\bar{u}' \quad \bar{c}' \quad \bar{t}')_L \gamma^\mu P_u^+ P_d \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L W_\mu^- + h.c \quad (2.23)$$

$$V = P_u^+ P_d.$$

$V = P_u^+ P_d$ matrisine Cabbibo-Kobayashi-Maskawa (CKM) matrisi ya da zayıf karışım matrisi denir. CKM matrisi farklı tip kuarklar arasındaki zayıf karışımları veren 3x3 lük bir matristir. Burada yüklü akım lagranjyeni açık bir biçimde aşağıdaki gibi yazılabilir

$$L_{YA} = (\bar{u}' \quad \bar{c}' \quad \bar{t}')_L \gamma^\mu V_{ij} \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L W_\mu^- + (\bar{d}' \quad \bar{s}' \quad \bar{b}')_L \gamma^\mu V_{ij}^* \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L W_\mu^+. \quad (2.24)$$

2.24 eşitliğindeki lagranjyeni CP dönüşümü altında aşağıdaki gibi dönüşür

$$L_{YA} = (\bar{d}' \quad \bar{s}' \quad \bar{b}')_L \gamma^\mu V_{ij} \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L W_\mu^+ + (\bar{u}' \quad \bar{c}' \quad \bar{t}')_L \gamma^\mu V_{ij}^* \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L W_\mu^-. \quad (2.25)$$

2.24 ve 2.25 eşitliklerinden açıkça görüldüğü gibi lagranjyenin CP dönüşümü altında değişmez kalması için $V_{ij} = V_{ij}^*$ olması gerekmektedir. CKM matrisinin kompleks yapıda olması Standart Modeldeki CP bozulununun temelini oluşturmaktadır. CKM matrisi aşağıdaki biçimde verilebilir.

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \quad (2.26)$$

Elemanları $V_{ij} = R_{ij} e^{i\delta_{ij}}$ şeklinde yazılabilen CKM matrisi dokuz tane reel ve dokuz tane kompleks parametre içermektedir. Kuark alanlarının yeniden tanımlanmasıyla ve üniterlik koşulu ile bağımsız parametre sayısı dört olan CKM matrisi, euler açıları ve CP simetrisini bozan δ fazı cinsinden aşağıdaki gibi yeniden tanımlanabilir.

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{13}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

Burada $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ dir.

2.6 Standart Modelin Sınırları ve Ötesi

Standart Model doğadaki temel etkileşmeleri ayar teorisi kapsamında birleştirerek açıklayan bütünlükçü bir teoridir. Sağlam bir teorik altyapı ile kurulan model deneysel sonuçlarla uyum sağlamaktadır. 1973 yılında nötral akım ile başlayan ve 2012 yılında Higgs bozonunun keşfi ile tamamlanan deneysel bulgular sayesinde Standart Modelden beklenen öngörüler açıklığa kavuşmuştur. Aslında bu durum modelin teorik beklentilerinin ne denli önemli olduğunu ortaya koymaktadır. Buna rağmen Standart Model sınırları içinde açıklanmayan önemli sorular söz konusudur. Bunların başında kütle problemi gelir. Parçacıkların sayısı, kütlesi ve aralarındaki büyüklük sıralaması konusunda Standart Modelin öngörüsü yoktur. Serbest parametre olarak tanımlanan parçacık kütleleri yanında kuark kütleleri arasındaki karışım açıları ve CKM matrisi içindeki δ faz parametresi ile bağlaşım sabitleri sayılabilir.

Model, kütleçekimsel etkileşmeyi içerisinde bulundurmamaktadır. Kütleçekimsel etkileşme temel etkileşmeler arasında mertebe olarak en küçük olanıdır ve ayar teorisi

kapsamında açıklanamamaktadır. Standart Model açısından deneysel olarak test edilebilen bölge 10^{-17} cm ve daha yukarıdır. Kuantum kütleçekimsel etkilerin önemli olduğu uzaklık ise (veya enerji ölçeği) 10^{-33} cm Planck uzaklığı (veya 10^{19} GeV Planck enerjisi) bölgesindedir. Kütleçekim etkileşmesini de içeren temel etkileşmelerin birleştirilmiş bir teorisi aranacaksa enerji mertebesi Planck ölçeğinde (veya Planck uzaklığı) olmalıdır.

Standart Model kapsamındaki teorik bir tartışma da kütlelere kuantum düzeltmeleri eklendiğinde ortaya çıkan kararlılık problemi. Enerji yükseldikçe Higgs kütlelerinde yapılan kuantum düzeltmeleri kütle ıraksamasına neden olmaktadır. Bu durumdan iki şekilde kurtulmak mümkündür. Bunlardan ilki Planck ölçeği ile Standart Model ölçeği arasında yeni bir teori geliştirmektir. Bir diğeri ise Higgs kütlelerine gelen ıraksamayı kontrol altına alan ince ayar içeren bir yöntem geliştirmektir. Bu ise Standart Model ötesi modellerden Süpersimetrisinin güçlü olduğu konulardan biridir.

Standart Model çerçevesinde cevabı olmayan bir başka olgu ise evrendeki madde-antimadde orantısızlığıdır. Bu gözlem ile evrenin oluşumunun ilk zamanlarında antimaddenin oluşumunun baskılandığı düşünülebilir. Evrendeki bu madde antimadde dengesizliği CP simetrisindeki bozulma ile açıklanır. Gözlenen evrende neredeyse %100 CP asimetrisi mevcuttur. Standart modelde ise CP simetrisindeki bozulmanın kaynağını kuark karışımlarını veren CKM matrisinde bulunan δ fazı oluşturur. Fakat bu kaynak evrendeki CP asimetrisini açıklamak için yeterli değildir. Bu sebeple Standart Modelin ötesinde yeni kaynakların araştırılması önemli bir yere sahiptir.

Bu eksikliklere cevap bulabilmek için Standart Modelin dışında yeni fiziği öngörecekle süpersimetri (Ellis vd. 1982), büyük birleşim kuramı (BBK) ve ekboyutlar gibi Standart Model ötesi modeller güncel çalışma alanlarını oluşturmaktadır.

3. KESİKLİ SİMETRİLER

Doğadaki en önemli kavramlardan biri simetri kavramıdır. Simetri kavramı en genel anlamda, bir sistemin iç özelliklerinin veya gözlenebilirlerinin belirli dönüşümler altında değişmemesi olarak tanımlanabilir. Fiziksel sistemlerde bu durum fiziksel niceliklerin korunum yasalarına karşılık gelmektedir. Buna örnek olarak zaman öteleme altında değişmezliğin enerjinin korunumunu vermesi söylenebilir. Matematiksel olarak bakıldığında ise simetriler, sürekli ve kesikli simetriler olarak iki sınıfta incelenebilir. Sürekli simetriler bir fiziksel sistemin sürekli bir dönüşüm altındaki davranışları olarak betimlenebilir. Sürekli simetrilere uzay-zaman simetrisi örnek olarak verilebilir. Noether teoremi, uzay ve zamana bağlı dönüşümler ile elde edilen simetrilerin, bazı fiziksel niceliklerin korunumuna karşılık geldiğini söylemektedir.

Etkileşmeler üzerinde etkin olan bir diğer simetri türü ise bu çalışmanın da ana motivasyon kaynağını oluşturan kesikli simetrilerdir. Kesikli simetriler bir sistem üzerinde, sürekli olmayan değişiklikler olarak tanımlanabilir. Fizikte kesikli simetriler üç başlık altında toplanabilir. Bunlar yük eşlenikliği (C), parite (P) ve zaman tersinmesi (T) simetrisidir. Örnek olarak, yük eşlenikliği dönüşümü uygulandığı her parçacığın kendi antiparçacığına dönüşmesini sağlar.

3.1 C, P ve T Simetrisi

Yük eşlenikliği (C) dönüşümü: Yük eşlenikliği dönüşümü, uygulandığı parçacığın kendi antiparçacığına dönüşmesini sağlar. Doğada güçlü, elektromanyetik ve kütleçekimsel etkileşimler tarafından korunmasına rağmen zayıf etkileşim tarafından kırılır.



Şekil 3.1 Yük eşlenikliği dönüşümü

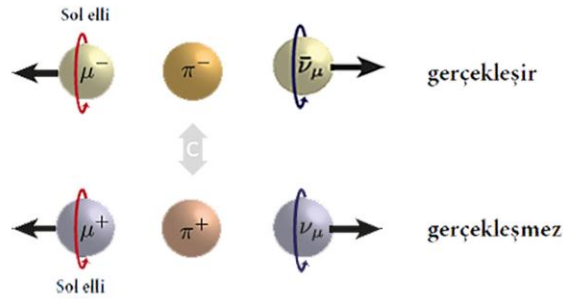
Bu durum matematiksel olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir

$$C|p\rangle = |\bar{p}\rangle. \quad (3.1)$$

Yük eşlenikliği dönüşümü uygulandığı parçacığın yük, baryon sayısı, lepton sayısı ve acayıklık gibi iç kuantum sayılarının işaretini değiştirirken kütle, enerji, momentum ve spin gibi özelliklerini değiştirmeden bırakır. Art arda iki dönüşüm uygulanmasıyla ilk durum elde edileceğinden dolayı ± 1 özdeğerlere sahiptir. Bu durumda özdeğer eşitliği aşağıdaki gibi verilir

$$C|p\rangle = \pm|p\rangle. \quad (3.2)$$

3.2 eşitliğinden C operatörünün öz durumlarının, γ, π^0 gibi antiparçacığı kendisine eş olan parçacıklar olduğu açıktır. Yük eşlenikliği dönüşümü elektromanyetik, güçlü ve kütleçekim etkileşmelerinde simetrik olmasına rağmen zayıf etkileşmelerde bir simetri oluşturmaz. Bu durum, pionun müon ve antinötrinoya bozunumunda aşağıdaki gibi gösterilebilir.



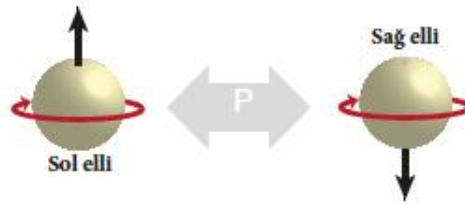
Şekil 3.2 Pionun zayıf bozunumunun yük eşlenikliği dönüşümü altındaki davranışı

Burada π spin 0 bir parçacık olduğu için bozunum ürünlerinin birbirine zıt spinli olması beklenir. Şekildeki ilk süreç doğal olarak gerçekleşirken, yük eşlenikliği dönüşümünden sonraki süreç, doğanın sağ eli nötrinoyu dışarlamasından dolayı gerçekleşmez. Bu durum zayıf etkileşmede, yük eşlenikliği dönüşümü altında bir asimetri meydana getirir. Yük eşlenikliği dönüşümü kuantum alan teorisi dilinde ise

aşağıdaki gibidir. Bu dönüşüm fermiyonlar için geçerli olan yük eşlenikliği dönüşümüdür

$$C\psi(x)C = -i(\bar{\psi}\gamma^0\gamma^2)^T. \quad (3.3)$$

Parite (P) dönüşümü: Parite, uygulandığı fiziksel durumun uzaysal koordinatlarının işaretini değiştiren bir işlemcidir.

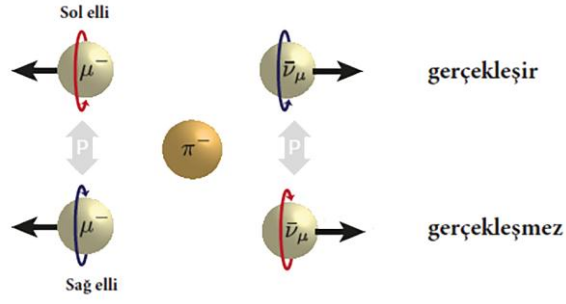


Şekil 3.3 Parite dönüşümü

Parite, spinin yönünü değiştirmez. Momentumun yönünü değiştirdiği için parçacığın helisite durumunu değiştirir. Şekil 3.3 de sağ ve sol eli ifadeleri helisite için kullanılmıştır. Şekil 3.3 de sol eli bir parçacık parite dönüşümü altında sağ eli bir parçacığa dönüşmektedir. Parite dönüşümü tek boyutta matematiksel olarak aşağıdaki gibi gösterilir

$$P|p(x,t)\rangle = |p(-x,t)\rangle. \quad (3.4)$$

İlk defa 1956 yılında Lee ve Yang ın önerdiği Co-60 için beta bozunması deneyinde korunmadığı gözlemlenmiştir. Parite de yük eşlenikliği gibi elektromanyetik, güçlü ve kütleçekimsel etkileşmelerde korunmasına rağmen zayıf etkileşmelerde korunmaz. Bu durum yine pion bozunması altında aşağıdaki gibi gösterilebilir.



Şekil 3.4 Pionun zayıf bozunumunun parite dönüşümü altındaki davranışı

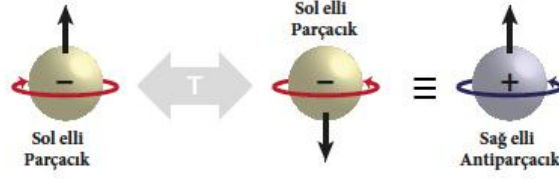
Şekil 3.4 de ise benzer biçimde ilk süreç fiziksel olarak gözlenirken, parite dönüşümü uygulandıktan sonraki ikinci süreç, oluşan sol eli antinötrino dışarılandığından fiziksel değildir. Bu durum zayıf etkileşmenin pariteyi kırması olarak adlandırılır. Parite dönüşümü altında alanların nasıl dönüştüğü çizelge 3.1 de verilmiştir.

Çizelge 3.1 Alanların parite altında dönüşümleri

Alan	Parite
Skaler	Çift
Sözde Skaler	Tek
Vektör	Tek
Sözde Vektör	Çift

Çizelge 3.1’de çift ve tek parite durumları, paritenin korunduğu ve korunmadığı durumları belirtmektedir.

Zaman tersinmesi(T) dönüşümü: Zaman tersinmesi dönüşümü, uygulandığı fiziksel süreçte zaman koordinatında $t \rightarrow -t$ değişikliği yapar. Bu durum şekil 3.5’de parçacığın helisite durumları göz önüne alınarak şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.5 Zaman tersinmesi dönüşümü

Burada zaman tersinmesi işlemi hem spini hem de parçacığın momentumunun yönünü ters çevirmiştir. zaman ekseninde yukarı doğru hareket eden sol elli bir parçacık zaman tersinmesi dönüşümü altında yine sol elli fakat zaman ekseninde aşağı doğru hareket eden bir parçacığa dönüşmüştür. Bu ise zamanda yukarı doğru hareket eden sağ elli bir antiparçacığa eşittir. Bu işlemcinin fiziksel durumlara etkisi matematiksel olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir

$$T|p(x,t)\rangle = p(x,-t)\rangle$$

(3.5)

$$T\psi(x,t)T = -(\gamma^1\gamma^3)\psi(x,-t).$$

Zaman tersinmesi de diğer kesikli simetriler gibi güçlü, elektromanyetik ve kütleçekimsel etkileşmelerde korunur. Zayıf etkileşmenin ayrı ayrı kırdığı C ve P simetrileri C,P ve T simetrilerinin çarpımının korunduğu doğada T simetrisinin de korunmasını gerektirir. Fakat CP simetrisindeki bozulma, T simetrisinin de kırılması anlamına gelir.

3.2 CPT Korunumu

CPT simetrisi, evrendeki fiziksel olayların yük, parite ve zaman tersinmesi altındaki eş zamanlı dönüşümlerinin simetrik kaldığını söyler. Şekil 3.6 da bu durum şematik olarak verilmiştir.



Şekil 3.6 CPT Simetrisi

CPT simetrisinin korunması şartı bizi, simetri çiftlerindeki bozulunun, kalan üçüncü simetride de bozuluma neden olması sonucuna götürür. Bu, simetri çiftleri ya da üçlünün, çarpımsal olarak türetilmesinin bir sonucudur. Buna örnek olarak; CP simetrisindeki bozulunun, T simetrisinde bir bozulumu gerektireceği verilebilir.

$$CP \Leftrightarrow T \quad (3.6)$$

Çizelge 3.2 de temel etkileşmelerdeki simetri kırılmaları verilmiştir.

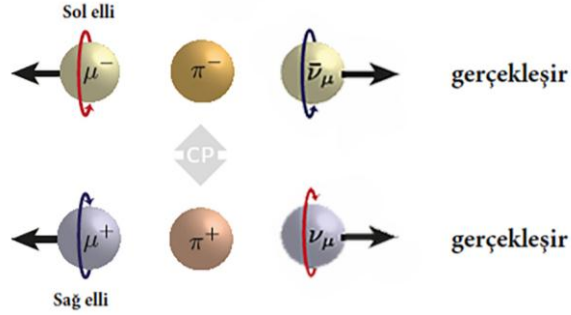
Çizelge 3.2 Temel etkileşmelerin kesikli simetri dönüşümleri altındaki davranışları

Etkileşme Tipi	C	P	T	CP	CPT
Güçlü	+	+	+	+	+
Elektromanyetik	+	+	+	+	+
Kütleçekim	+	+	+	+	+
Zayıf Etkileşme	-	-			+

Çizelge 3.2 de CPT nin, tüm temel etkileşmeler için korunduğu açıkça görülmektedir. CPT simetrisinin korunumu Lorentz değişmez bir yerel alan teorisinin varlığını gerektirir. Bu şartlardan en az birisinin doğru olmaması CPT simetrisinde bozuluma sebep olur.

3.3 CP Simetrisi ve Bozulumu

Zayıf etkileşmenin daha önce verilen C ve P simetrisini ayrı ayrı kırdığı görülmektedir. Bu durumda CP simetrisinin çarpımsal olarak korunması beklenir. Bu durum pion bozunmasında Şekil 3.7 de gösterilebilir.



Şekil 3.7 Pion bozunumunun CP dönüşümü altındaki davranışı

Burada bozunma süreci, CP dönüşümü sonrasında da fiziksel olarak gerçekleşebilir. CP simetrisindeki bu korunumun, 1964 yılında yapılan gözlemlerde nötral kaon sistemlerinin bozunumunda kırıldığı görülmüştür. Nötral kaon, aşağı(d) ve acayıp(s) kuarktan meydana gelen mezon sistemidir

$$|K^0\rangle = d\bar{s} \quad , \quad |\bar{K}^0\rangle = s\bar{d}. \quad (3.7)$$

Burada $|K^0\rangle$ ve $|\bar{K}^0\rangle$ ifadeleri çeşni öz durumlarını göstermektedir. Çeşni öz durumlarının CP dönüşümü altında birbirine dönüştüğü açıktır. Bu sebeple kaonun CP öz durumları, çeşni öz durumlarının bir bileşimi şeklinde aşağıdaki gibi yazılabilir

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad CP = +1$$

$$|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad CP = -1. \quad (3.8)$$

Burada $|K_1^0\rangle$, CP işlemcisinin +1 özdeğerli öz durumunu oluştururken $|K_2^0\rangle$, -1 özdeğerli öz durumunu oluşturmaktadır. Bu öz durumların CP dönüşümü altındaki davranışları, bozunum ürünlerinin de CP dönüşümü altındaki davranışlarını belirler. Bu sebeple K_1^0 mezonunun CP çift olan 2 piona bozunması beklenirken, K_2^0 mezonunun CP tek olan 3 piona bozunması beklenir. Burada K_2^0 mezonu, K_1^0 e göre daha uzun ömürlü bir parçacıktır bu sebeple isimlerinde aşağıdaki gibi değişiklik yapılabilir

$$K_S = K_1^0 \quad (3.9)$$

$$K_L = K_2^0.$$

CP nin bozulmadığı durum göz önüne alınırsa, K_S nin yalnızca 2 piona K_L nin ise yalnızca 3 piona bozunduğu durumlar gözlenmelidir. Ters durumlar CP simetrisinin bozulması anlamına gelmektedir. 1964 yılında James Cronin ve Val Fitch (Christenson vd. 1964) yaptıkları deneylerde bu tür bozunmalar gözlemiştir. Bu durumu ifade edebilmek için K_S ve K_L , CP öz durumları cinsinden tekrar tanımlanır

$$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} (|K_2^0\rangle + \varepsilon |K_1^0\rangle)$$

$$|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} (|K_1^0\rangle + \varepsilon |K_2^0\rangle) \quad (3.10)$$

$$\varepsilon \approx 2.3 \times 10^{-3}.$$

3.10 eşitliğinde ε karışım sabiti, CP bozulma düzeyini belirleyen bir parametredir. ε bozunum kanallarından bağımsız bir parametre olup, CP nin korunduğu durumda sıfır olmalıdır. CP simetrisinin bozulumu doğrudan ve dolaylı CP bozulumu olmak üzere iki başlık altında incelenebilir

$$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \left(\underbrace{|K_2^0\rangle}_{\text{doğrudan}} + \varepsilon \underbrace{|K_1^0\rangle}_{\text{dolaylı}} \right). \quad (3.11)$$

Burada CP nin -1 özdeğerli öz durumunu oluşturan K_L parçacığının K_1^0 bileşeni 2 piona bozularak +1 özdeğeri alır ve dolaylı yoldan CP yi bozar. Benzer biçimde K_2^0 bileşeni 2 piona bozularak doğrudan CP bozulmasını meydana getirir.

Nötral kaon sistemlerindeki CP bozulmasını gözlemleri ile James Cronin ve Val Fitch 1980 yılında nobel fizik ödülünü kazanmıştır. CP simetrisindeki bozulma CPT simetrisinin korunduğu durumda T simetrisinin de bozulmasını gerektirir. Standart Modelde CP bozulması, kuark karışma matrisindeki (CKM) CP simetrisini bozan kompleks faz nedeniyle oluşmaktadır. Standart Modelin CP bozulma öngörüsü 10^{-38} mertebesinde. CP bozulma düzeyinin belirlenmesi ile ilgili çalışmalar hem Standart Modelin hassasiyeti hem de Standart Model ötesinden gelen katkıları belirlemek açısından önemlidir. Bunun dışında CP bozulması evrenin ilk zamanlarındaki madde antimadde asimetrisini anlamak açısından önemlidir. Büyük patlamadan sonraki süreçte madde ve antimadde üretiminin eşit miktarda oluşması beklenir. Bu durum $\gamma + \gamma \rightarrow p + \bar{p}$ süreci ile anlatılabilir. Burada γ yüksek enerjili fotonları, p ve \bar{p} ise madde ve antimaddeyi göstermektedir. Üretilen madde ve antimadde arasındaki bu simetri madde lehine kırılmış ve günümüzde maddenin baskın olduğu evren tanımını ortaya çıkarmıştır. Bu durum baryon asimetrisi olarak adlandırılır. Bu simetrisinin kırılması durumu Sakharov koşulları ile anlatılır. Buna göre maddenin antimaddeye baskın olduğu bir evreni açıklayacak mekanizma aşağıdaki koşulların her üçünü de sağlamalıdır.

- Baryon sayısı bozulması
- C ve CP bozulması
- Termal denge dışında etkileşimler

Yukarıda verilen koşullardan, bu çalışma ile ilgisinden dolayı sadece C ve CP bozulumu kısmının üzerinde durulacaktır. Eğer C, doğanın bir simetrisi olarak kabul edilirse, $X \rightarrow Y + B$ şeklinde gerçekleşen bir bozunma sürecinin yük eşlenikliği dönüşümü altında bozunum genişliği ilk durumdaki bozunum genişliği ile aynı olmak durumundadır. Bu süreçte B, baryonik bir parçacığı göstermektedir. Burada baryon sayısının korunmadığı da açıkça görülmektedir

$$\Gamma(X \rightarrow Y + B) = \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{Y} + \bar{B}). \quad (3.12)$$

3.12 eşitliğinden, üretilen baryon ve antibaryon sayısında bir asimetri meydana gelmediği açıkça görülmektedir. Bu sebeple C simetrisinin bozulumu baryon asimetrisi için gereklidir fakat yeterli koşul değildir. Bunun için gerçekleşmesi gereken bir başka koşul CP bozulumdur. Bu durum $X \rightarrow q_L q_L$ süreci üzerinde gösterilebilir. Bu süreçte X parçacığı sol elli baryonlara bozunmaktadır. Süreç CP simetrisi altında $\bar{X} \rightarrow \bar{q}_R \bar{q}_R$ şeklinde dönüşmektedir. Eğer CP, doğanın bir simetrisi olarak kabul edilirse aşağıdaki eşitlik yazılabilir

$$\Gamma(X \rightarrow q_L q_L) = \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{q}_R \bar{q}_R) \quad (3.13)$$

$$\Gamma(X \rightarrow q_R q_R) = \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{q}_L \bar{q}_L).$$

Burada C bozulumu ise aşağıdaki durumu gerektirir

$$\Gamma(X \rightarrow q_L q_L) \neq \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{q}_L \bar{q}_L). \quad (3.14)$$

3.13 eşitlikleri taraf tarafa toplanarak 3.15 eşitliği elde edilir. 3.15 eşitliği, yukarıdaki bozunma sürecinin CP altında simetrik olma koşulunu göstermektedir

$$\Gamma(X \rightarrow q_L q_L) + \Gamma(X \rightarrow q_R q_R) = \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{q}_R \bar{q}_R) + \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{q}_L \bar{q}_L). \quad (3.15)$$

Burada ilk durumdaki X ve \bar{X} parçacıklarının sayısı eşit olduğu sürece son durumda baryon asimetrisi oluşmamaktadır. Bu sebeple CP simetrisinin de ayrı olarak bozulumu gerekmektedir. Bu şekilde C ve CP simetrisinin bozulumu ile baryon üretimi genişliği, antibaryon üretimi genişliğine üstün gelmekte ve madde baskın evren oluşmaktadır.

Bu çalışmada tau leptonunun elektrik dipol momenti aracılığı ile CP bozulum düzeyi araştırılmıştır. Elektrik dipol momentin varlığı CP simetrisini bozmaktadır. Bu durum, elektrik dipol moment için lagranjiyen teriminin CP dönüşümü altındaki davranışına bakarak görülebilir

$$L_{EDM} = \bar{\psi} \left(-\frac{id}{2} \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 F_{\mu\nu} \right) \psi. \quad (3.16)$$

Çizelge 3.3 de elektrik dipol moment lagranjiyeni ve lagranjiyen içinde görünen matematiksel yapıların kesikli simetrilerin altında dönüşümleri verilmiştir.

Çizelge 3.3 Bazı matematiksel yapıların kesikli simetriler altında dönüşümleri

	$i\bar{\psi}\gamma^5\psi$	$\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$	$\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi$	$\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi$	$F_{\mu\nu}$	$\bar{\psi}\left(-\frac{id}{2}\sigma^{\mu\nu}\gamma^5F_{\mu\nu}\right)\psi$
P	-1	$(-1)^\mu$	$-(-1)^\mu$	$(-1)^\mu(-1)^\nu$	$(-1)^\mu(-1)^\nu$	-1
T	-1	$(-1)^\mu$	$(-1)^\mu$	$-(-1)^\mu(-1)^\nu$	$-(-1)^\mu(-1)^\nu$	-1
C	+1	-1	+1	-1	-1	+1
CP	-1	$-(-1)^\mu$	$-(-1)^\mu$	$-(-1)^\mu(-1)^\nu$	$-(-1)^\mu(-1)^\nu$	-1
CPT	+1	-1	-1	+1	+1	+1

Burada $\mu=0$ için $(-1)^\mu = 1$, $\mu=1,2,3$ değerleri için $(-1)^\mu = -1$ dir. Çizelge 3.3 deki dönüşümler doğrultusunda elektrik dipol moment lagranjiyeninin CP dönüşümü altında değişmez kalmadığı açıkça görülmektedir. Bunun için lagranjiyene P dönüşümünü aşağıdaki gibi uygulayalım

$$\begin{aligned}
P\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\gamma^5 F_{\mu\nu}\psi P &= P\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\gamma^5 F_{\mu\nu}\psi P \\
&= \eta^* \bar{\psi}\gamma^0 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 F_{\mu\nu} \eta \gamma^0 \psi \\
&= \bar{\psi}\gamma^0 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \gamma^0 F_{\mu\nu} \psi.
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Parite dönüşümü altındaki dönüşüm, μ ve ν indislerinin aldığı farklı değerler için ayrı ayrı değerlendirilmelidir. μ veya ν indislerinden birinin sıfır olması durumunda lagranjiyen aşağıdaki gibi elde edilir

$$\gamma^0 \sigma^{0i} = -\sigma^{0i} \gamma^0 \tag{3.18}$$

$$P\bar{\psi}\sigma^{0i}\gamma^5 F_{0i}\psi P = -\bar{\psi}\sigma^{0i}\gamma^5 F_{0i}\psi.$$

Burada elektromanyetik alan tensörünün birinci satır ve sütun elemanları elektrik alanı verir. Elektrik alan, vektör olmasından dolayı parite dönüşümü altında negatif dönüşmektedir. Benzer biçimde μ ve ν indislerinin sadece uzaysal bileşenleri olması durumunda ise lagranjiyen 3.19 eşitliğindeki gibi bulunur. Bu durumda elektromanyetik alan tensörü sadece manyetik alan bileşenlerini alabilir. Manyetik alan aksiyal vektör olmasından dolayı pozitif paritelidir

$$\gamma^0 \sigma^{ij} = -\sigma^{ij} \gamma^0 \tag{3.19}$$

$$P\bar{\psi}\sigma^{ij}\gamma^5 F_{ij}\psi P = (-)\bar{\psi}\sigma^{ij}\gamma^5 F_{ij}\psi.$$

Bu iki durum birleştirildiğinde ise genel olarak elektrik dipol moment lagranjiyeninin parite dönüşümü altında korunmadığı açıkça görülmektedir. Benzer bir biçimde yük eşlenikliği dönüşümü de yapılabilir

$$\begin{aligned}
C\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\gamma^5 F_{\mu\nu}\psi C &= (-i\gamma^0\gamma^2\psi)^T \sigma^{\mu\nu}\gamma^5 F_{\mu\nu} (-i\bar{\psi}\gamma^0\gamma^2)^T \\
&= \bar{\psi}\gamma^0\gamma^2 (\sigma^{\mu\nu}\gamma^5 F_{\mu\nu})^T \gamma^0\gamma^2\psi \\
&= \bar{\psi}\gamma^0\gamma^2 F_{\nu\mu}\gamma^5 (\sigma^{\mu\nu})^T \gamma^0\gamma^2\psi.
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Burada gama matrisleri için 3.21 eşitlikleri kullanılarak 3.20 eşitliği daha sade bir hale getirilebilir

$$\begin{aligned}
(\gamma^0)^T &= \gamma^0, (\gamma^1)^T = -\gamma^1, (\gamma^2)^T = \gamma^2, (\gamma^3)^T = -\gamma^3 \\
(\sigma^{01})^T &= \sigma^{01} & (\sigma^{12})^T &= \sigma^{12} \\
(\sigma^{02})^T &= -\sigma^{02} & (\sigma^{13})^T &= -\sigma^{13} \\
(\sigma^{03})^T &= \sigma^{03} & (\sigma^{23})^T &= \sigma^{23}.
\end{aligned} \tag{3.21}$$

3.21 eşitlikleri kullanılarak aşağıdaki ifade rahatlıkla oluşturulabilir

$$(\sigma^{\mu\nu})^T \gamma^0 \gamma^2 = -\gamma^0 \gamma^2 \sigma^{\mu\nu}. \tag{3.22}$$

Bu ifade, lagranjiyenin yük eşlenikliği dönüşümünde kullanıldığında aşağıdaki ifade elde edilir

$$\begin{aligned}
C\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\gamma^5 F_{\mu\nu}\psi C &= \bar{\psi}\gamma^0\gamma^2 F_{\nu\mu}\gamma^5 (\sigma^{\mu\nu})^T \gamma^0\gamma^2\psi \\
&= -\bar{\psi}\gamma^0\gamma^2 F_{\nu\mu}\gamma^5\gamma^0\gamma^2\sigma^{\mu\nu}\psi \\
&= -\bar{\psi}F_{\nu\mu}\gamma^5\sigma^{\mu\nu}\psi \\
&= \bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\gamma^5 F_{\mu\nu}\psi.
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Burada elektrik dipol moment lagranjiyenin yük eşlenikliği dönüşümü altında değişmez kaldığı açıkça görülmektedir. Lagranjiyenin parite dönüşümü altında negatif işaretli kaldığı da göz önüne alındığında CP simetrisini korumadığı görülmektedir. Bu durum CPT nin korunduğu doğada T simetrisinin de bozulmasını gerektirir. Bu simetri bozulumu, lagranjiyenin T dönüşümü altındaki davranışına bakılarak görülebilir

$$T\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\gamma^5 F_{\mu\nu}\psi T = -\bar{\psi}\gamma^1\gamma^3\sigma^{*\mu\nu}\gamma^5 F_{\mu\nu}\gamma^1\gamma^3\psi. \tag{3.24}$$

3.24 eşitliğinde yine μ ve ν indislerinin uzaysal ve zamansal kısımları için ayrı ayrı incelendiğinde aşağıdaki durumlar elde edilir. $\mu = 0$ için

$$T\bar{\psi}\sigma^{0i}\gamma^5 F_{0i}\psi T = -\bar{\psi}\sigma^{0i}\gamma^5 F_{0i}\psi \quad (3.25)$$

μ ve ν nün uzaysal kısımları için ise

$$T\bar{\psi}\sigma^{ij}\gamma^5 F_{ij}\psi T = -\bar{\psi}\sigma^{ij}\gamma^5 F_{ij}\psi \quad (3.26)$$

sonucu bulunur. En genel olarak ise lagranjiyenin zaman tersinmesi altında negatif olarak dönüştüğü görülmektedir

$$T\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\gamma^5 F_{\mu\nu}\psi T = -\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\gamma^5 F_{\mu\nu}\psi. \quad (3.27)$$

Burada elektrik dipol moment etkileşme lagranjiyeninin CP ve T simetrilerini kırdığı dolayısıyla CPT yi koruduğu görülmektedir.

4. ELEKTROMANYETİK MOMENT ETKİLEŞMELERİ

Bir leptonun elektromanyetik alan ile etkileşmesi, o parçacığın noktasal yük etkileşmesi, elektrik dipol moment ve manyetik dipol moment aracılığı ile anlatılır. Bu etkileşmelerden noktasal yük etkileşmesi, leptonun elektromanyetik alanda elektrik yükü aracılığı ile etkileşmesini anlatır. Bu, ağaç seviyesinde etkileşme olarak da betimlenebilir. Noktasal yük etkileşmesi dışında leptonun elektromanyetik alanla farklı türde etkileşme terimleri mevcuttur. Bu terimler lepton spini ile elektromanyetik alanın etkileşme terimleridir. Leptonun manyetik moment ve elektrik dipol moment olarak adlandırılan fiziksel nicelikleri ile spin manyetik alan ve spin elektrik alan etkileşmeleri anlatılır. Noktasal yük ve spin manyetik alan etkileşmesi Standart Model dahilinde gelen etkileşme terimleridir. Bu etkileşmeler Dirac lagranjyeninin düşük enerji limitinde görülebilir. Yine Dirac lagranjyeni düşük enerjilerde jromanyetik faktörün doğal olarak 2 değeri aldığını öngörür. Spin manyetik alan etkileşmesine, dolayısıyla jromanyetik faktöre Standart Model ve ötesinden ek katkılar gelmektedir. Bu katkılar yüksek mertebelerden halka düzeltmeleri ile hesaplanabilir. Bu katkıların hesaplanması Standart Modelin hassasiyetinin belirlenmesi açısından önemlidir. Bu çalışmanın özünü oluşturan spin elektrik alan etkileşmesi dolayısıyla elektrik dipol moment terimi, CP simetrisini bozmasından dolayı Standart Model tarafından büyük oranda dışlanır. Elektrik dipol momentin varlığı CP simetrisini bozacağından bu tür etkileşmeleri incelemek CP bozulmuş düzeyinin belirlenmesi ve Standart Model ötesinden gelen katkılarının belirlenmesi açısından önemlidir. Bütüne bakıldığında, bu terimler Standart Model ve Standart Model ötesi katkılar altında ele alınabilir.

4.1 Standart Modelde Elektromanyetik Etkileşmeler

Daha önceki bölümde tartışıldığı gibi bir leptonun elektromanyetik alanla etkileşmesine Standart Model içinden gelen katkılarını incelemek için işe Dirac lagranjyeni kullanılarak başlanabilir. Dirac lagranjyeninin standart formundaki kısmi türev yerine kovaryant türev tanımı kullanılmıştır. Daha sonra spin ve elektromanyetik alanın etkileşme terimlerini daha açık biçimde görebilmek için Dirac lagranjyeninin düşük enerji

limitine gidilmiştir. Görelî olmayan limitte elde edilecek Pauli hamiltonyeninde bu etkileşme terimleri çarpımlar biçiminde görülecektir

$$L_{DIRAC} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \quad (4.1)$$

$$D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu \quad A_\mu = (\phi, \vec{A}).$$

Kovaryant türev içindeki A_μ , dörtlü elektromanyetik potansiyel ifadesidir ve gama matrisleri ile çarpımından spin manyetik alan etkileşme terimleri ortaya çıkacaktır. Burada $H\psi = \varepsilon\psi$ özdeğer eşitliği yardımıyla düşük enerji limitine geçileceğinden hamilton formalizmine geçiş tercih edilmiştir. Aşağıdaki ifadede kovaryant türevin zamansal bileşeni hamilton formalizmine geçilirken eşlenik momentumların çarpımıyla sadeleşmektedir. \vec{D} ve $\vec{\gamma}$ vektörleri kovaryant türevin ve gama matrisinin uzaysal bileşenlerini göstermektedir

$$H = \gamma^0 m + \gamma^0 \vec{\gamma} \cdot \vec{D} + e\phi. \quad (4.2)$$

Gama matrislerinin açık hali kullanılarak $H\psi = \varepsilon\psi$ özdeğer eşitliği matris biçiminde aşağıdaki gibi yazılmıştır. Burada gama matrisleri için standart temsil seçilmiştir. ψ dalga fonksiyonu Dirac denkleminin çözümü olan 4 bileşen biçimindedir. Buradaki ψ_+ ve ψ_- lerde kendi içinde iki bileşenli yapıdadır

$$\begin{pmatrix} e\phi + m - \varepsilon & \vec{\sigma} \cdot \vec{D} \\ -\vec{\sigma} \cdot \vec{D} & -e\phi + m + \varepsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} = 0. \quad (4.3)$$

4.3 eşitliğinde görülen matris eşitliği iki denklem anlamına gelmektedir. Görelî olmayan limitte iki bileşenin etkisi diğer ikisine göre küçük kalmaktadır. Burada ψ_+ ikilisi görelî olmayan limitte baskın olan bileşeni gösterir. Elde edilen denklem takımı eş zamanlı olarak çözülebilir. Bu eşitlikler 4.4 eşitliğinde verilmiştir

$$(e\phi + m - \varepsilon)\psi_+ + \vec{\sigma} \cdot \vec{D}\psi_- = 0 \quad (4.4)$$

$$-\vec{\sigma} \cdot \vec{D}\psi_+ + (-e\phi + m + \varepsilon)\psi_- = 0.$$

Yaklaşık olarak durgun kabul edilen (düşük hızlarda) bir lepton için $\varepsilon - e\phi \approx m$ kabul edilebilir. Böylece 4.4 eşitliğindeki ikinci terim aşağıdaki gibi yazılır

$$-\vec{\sigma} \cdot \vec{D}\psi_+ = -2m\psi_- \quad (4.5)$$

$$\psi_- = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{D}}{2m} \psi_+ .$$

ψ_- ifadesi 4.4 eşitliğindeki birinci eşitlikte yerine yazılırsa, düşük enerji limitinde spin ile vektör potansiyelin etkileşme terimleri ortaya çıkarılmış olur

$$(e\phi + m - \varepsilon)\psi_+ + \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{D})(\vec{\sigma} \cdot \vec{D})}{2m} \psi_+ = 0. \quad (4.6)$$

$$(\varepsilon - m)\psi_+ = \left(\frac{1}{2m} (\vec{\sigma} \cdot \vec{D})^2 + e\phi \right) \psi_+$$

Burada yardımcı eşitlik olarak 4.7 eşitliği ile verilen Pauli spin özdeşliği kullanılarak görelili olmayan kuantum mekaniksel hamiltonyen ifadesi sadeleştirilmiştir

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{a})(\vec{\sigma} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{b} - i\vec{\sigma} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}). \quad (4.7)$$

Bu özdeşlik doğrultusunda 4.6'daki birinci eşitliğinin sol tarafındaki ikinci terim aşağıdaki gibi bulunur

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{D})(\vec{\sigma} \cdot \vec{D}) = (\vec{\nabla} - ie\vec{A})^2 + e\vec{\sigma} \cdot \vec{B}. \quad (4.8)$$

Kovaryant türevin uzaysal kısmının kendisiyle olan vektörel çarpımı, operatör özelliğinden dolayı sıfır değildir. 4.8 eşitliğindeki spin manyetik alan etkileşme terimi bu şekilde gelmektedir. Burada ek olarak $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ eşitliği de kullanılmıştır. Son olarak $\vec{\nabla} \rightarrow i\vec{p}$ değiştirmesi yapılarak düşük enerji limitindeki kuantum mekaniksel hamiltonyen aşağıdaki son haline getirilir

$$H = \frac{(\vec{p} - e\vec{A})^2}{2m} + \frac{e}{2m} \vec{\sigma} \cdot \vec{B} + e\phi . \quad (4.9)$$

4.9 eşitliğindeki ikinci terim spin manyetik alan etkileşmesidir. Bu ifade manyetik moment cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir

$$H = \frac{(\vec{p} - e\vec{A})^2}{2m} + \vec{\mu} \cdot \vec{B} + e\phi . \quad (4.10)$$

4.10 eşitliği, spin manyetik alan etkileşmesinin Dirac lagranjiyeninin düşük enerji limitinde doğal olarak geldiğini göstermektedir. Burada $\vec{\mu}$, leptonun manyetik dipol momentini olup spine bağımlı bir ifadedir. Manyetik moment, bohr magnetonu ve jiromanyetik faktör cinsinden aşağıdaki gibi yazılır

$$H_{MM} = \vec{\mu} \cdot \vec{B} = \mu \vec{\sigma} \cdot \vec{B} \quad (4.11)$$

$$\vec{\mu} = g \left(\frac{e}{2m} \right) \vec{S} .$$

Etkileşme hamiltonyeninde $\vec{\sigma} = 2\vec{S}$ alınarak spine göre yeniden düzenlendiğinde jiromanyetik faktör veya Lande-g faktörünün doğal olarak 2 olduğu görülmektedir. Bu Dirac lagranjiyeninin düşük enerji limitindeki önemli bir öngörüsüdür. Bir leptonun anormal manyetik momentine Standart Modelin hem kendisinden hem de model dışından ek katkılar gelmektedir. Bu ek katkılar jiromanyetik faktörün $g=2$ değerinde sapmaya neden olmaktadır. Jiromanyetik faktörün 2 değerinden sapması anormal manyetik moment olarak adlandırılır. Anormal manyetik momente gelen ek katkılar

Standart Model içinden olsun ya da olmasın, yüksek mertebeden halka diyagramları ile hesaplanmaktadır.



Şekil 4.1 $g=2$ ve en düşük mertebeden ışınasal düzeltme diyagramları

Standart Model çerçevesinde bir leptonun anormal manyetik momentine gelen ek katkılar en genel haliyle aşağıdaki gibi verilebilir

$$a^{SM} = a^{QED} + a^{EW} + a^{HAD} . \quad (4.12)$$

Burada QED katkıları foton ve lepton halkalarından gelen katkıları, EW ise W ve Z bozonu halkaları aracılığı ile gelen farklı tipte bir katkıyı gösterir. Bu tezde sadece QED katkılarıyla ilgilenilecektir.

Tüm bu katkılar göz önüne alındığında Standart Model çerçevesinde gelen en büyük katkı kuantum elektrodinamiği ışınasal düzeltmeleri adı altında 1948 yılında Schwinger tarafından $a_e = \alpha / 2\pi$ olarak hesaplanmıştır. Kütlelen bağımsız bu düzeltme terimi bütün leptonlar için aynıdır. Kütleyle bağımlı üst mertebeden halka düzeltmeleri de hesaplanarak Standart Modelin katkıları farklı leptonlar için belirlenmiştir. Elektron için kuantum elektrodinamiğinden gelen üst mertebe halka düzeltmelerinin etkisi, elektronun kütlelenin diğer leptonlara göre çok küçük olmasından dolayı azdır. Fakat müon ve tau gibi ağır leptonlarda durum tam tersidir. Bu leptonlara kendinden düşük kütleli lepton halkalarından gelen katkıların etkisi büyük olmaktadır. Örnek olarak muonun anormal manyetik momenti için elektron halkasından gelen katkı $\frac{m_\mu}{m_e} = 2 \times 10^2$ faktörü kadar etki etmektedir. Buradan tau leptonu için üst mertebe halka katkılarının

çok daha fazla etki edeceği söylenebilir. 4.13 eşitliğinde farklı leptonların anormal manyetik momentlerine Standart Model ve kuantum elektrodinamiği düzeyinden teorik olarak gelen katkılar verilmiştir

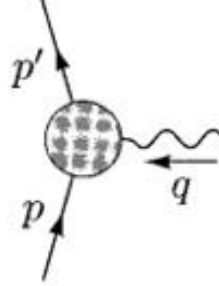
$$\begin{aligned}
a_e^{SM} &= 1159652188.34 \times 10^{-12} & a_e^{QED} &= 115965218178.77 \times 10^{-12} \\
a_\mu^{SM} &= 116591804.51 \times 10^{-11} & a_\mu^{QED} &= 116584718.09 \times 10^{-11} \\
a_\tau^{SM} &= 117721 \times 10^{-8} & a_\tau^{QED} &= 117324 \times 10^{-8}.
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Bu konuda yapılan deneysel ve teorik çalışmalar α ince yapı sabitinin daha duyarlı belirlenmesini sağlar. Çok sayıda deneysel ve teorik çalışma ile elektron ve muonun anormal moment terimleri için duyarlı değerler elde edilerek Standart Modelin testleri yapılmıştır. Yukarıdaki sonuçlarda lepton kütesinin büyümesi ile anormal katkıların arttığı açıkça görülmektedir. Bu durum tau leptonu ile yapılan çalışmaların önemini artırmaktadır.

4.2 Standart Model Ötesi Elektromanyetik Etkileşmeler

Standart Model içinden gelen katkıların yanında Standart Model ötesinden gelen katkıların etkilerinin de araştırılması son derece önemlidir. Bu araştırmalar, Standart Modelin hassasiyetinin belirlenmesinin yanı sıra yeni fizik arayışı için kilit taşı rolündedir. Bu katkılar yüksek enerjilerde çalışan daha temel bir teorinin düşük enerji limitinden gelen katkılar olarak da düşünülebilir. Bu açıdan, anormal manyetik momente gelen Standart Model ötesi katkıların belirlenmesi, Standart Modelin büyük oranda dışarıladığı elektrik dipol moment etkileşmeleri ve dolayısıyla CP bozulum düzeyinin belirlenmesi önemli olup bu çalışmanın temel motivasyon kaynağını oluşturmaktadır. Bir elektromanyetik etkileşme köşesinin, Standart Model ve ötesinden ne tür etkileşmeler içerdiğinin araştırılması aşamasında form faktörü kavramı güzel bir başlangıç noktasıdır. En genel anlamda form faktörleri bir fermiyonun elektromanyetik alanla etkileşme biçimini anlatır. Bir fermiyon akımı, foton ile en düşük mertebede noktasal olarak etkileşir. Daha yüksek duyarlıkları hesaplar için yüksek mertebeye düzeltme

köşelerine ihtiyaç vardır. Form faktörleri ise bu noktada devreye girer. En genel biçimde bir fermiyon akımının elektromanyetik alanla etkileşmesi aşağıdaki gibi verilir



Şekil 4.2 Etkin foton fermiyon köşesi

$$-e\bar{u}_f(p')\Gamma^\mu u_f(p). \quad (4.14)$$

Burada Γ^μ yüksek mertebeye düzeltmeleri de içeren elektromanyetik köşe ifadesidir ve vektör gibi dönüşmesinden dolayı γ^μ ve parçacıkların dörtlü momentumları cinsinden en genel biçimde aşağıdaki gibi yazılabilir

$$\Gamma^\mu = A\gamma^\mu + Bp'^\mu + Cp^\mu + Dq^\mu + A'\gamma^\mu\gamma^5 + B'p'^\mu\gamma^5 + C'p^\mu\gamma^5 + D'q^\mu\gamma^5. \quad (4.15)$$

Burada γ^5 CP simetrisini bozmaktadır. Dolayısıyla elektromanyetik köşenin Standart Model ötesi katkıları da içerdiği görülmektedir. 4.15 eşitliğinde katsayılar arasındaki ilişkiler Ward özdeşliği kullanılarak belirlenebilir. Ward özdeşliği aşağıda verilmiştir

$$q_\mu\Gamma^\mu = 0. \quad (4.16)$$

Buna göre

$$\begin{aligned}
q_\mu \Gamma^\mu &= (p' - p)_\mu (A\gamma^\mu + Bp'^\mu + Cp^\mu + Dq^\mu + A'\gamma^\mu\gamma^5 + B'p'^\mu\gamma^5 + C'p^\mu\gamma^5 + D'q^\mu\gamma^5) \\
&= A\not{p}' - A\not{p} + Bp'_\mu p^\mu - Bp_\mu p'^\mu + Cp'_\mu p^\mu - Cp_\mu p'^\mu + Dq_\mu q^\mu \\
&\quad + A'\gamma^\mu\gamma^5 p'_\mu - A'\gamma^\mu\gamma^5 p_\mu + B'p'_\mu p'^\mu\gamma^5 - B'p_\mu p'^\mu\gamma^5 \\
&\quad + C'p'_\mu p^\mu\gamma^5 - C'p_\mu p'^\mu\gamma^5 + D'q_\mu q^\mu\gamma^5 = 0
\end{aligned} \tag{4.17}$$

elde edilir. Burada Dirac denklemi yardımıyla 4.17 eşitliği sade bir biçime getirilebilir. Söz konusu olan foton kütle kabuğu üzerinde yani gerçel bir foton ise $q^2 = m_\gamma^2 = 0$ yazılır. Bu durumda $q_\mu q^\mu$ şeklindeki terimler doğal olarak sıfır olacağından D ve D' katsayıları üzerine herhangi bir kısıtlama konulmasını engeller

$$\begin{aligned}
\not{p}\psi &= m\psi, \quad \not{p}'\psi = m\psi \\
q_\mu \Gamma^\mu &= m^2(B - C) + p^\nu p_\nu(C - B) + Dm_\gamma^2 + mA'\gamma^5 - mA'\gamma^5 \\
&\quad + (B' - C')m^2\gamma^5 - (C' - B')p^\nu p'_\nu\gamma^5 + D'm_\gamma^2\gamma^5 = 0.
\end{aligned} \tag{4.18}$$

4.18 eşitliğinin sıfır olması $B = C$, $B' = C'$ olmasını gerektirir. Buna göre elektromanyetik köşe ifadesi (4.19) eşitliğindeki gibi elde edilir

$$\Gamma^\mu = A\gamma^\mu + B(p'^\mu + p^\mu) + Dq^\mu + A'\gamma^\mu\gamma^5 + B'(p'^\mu + p^\mu)\gamma^5 + D'q^\mu\gamma^5. \tag{4.19}$$

4.19 eşitliğinde Gordon özdeşliğinden yararlanılarak $p'^\mu + p^\mu$ ifadeleri yerine yazılırsa elektromanyetik köşenin son haline ulaşılır. Gordon özdeşliği aşağıda verilmiştir

$$\begin{aligned}
\bar{u}(p')\gamma^\mu u(p) &= \bar{u}(p')\left[\frac{p'^\mu + p^\mu}{2m} + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m}\right]u(p) \\
\frac{p'^\mu + p^\mu}{2m} &\Rightarrow \gamma^\mu - \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m}.
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Buna göre elektromanyetik köşenin son hali aşağıdaki gibi yazılabilir

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\mu} = & F_1^{\gamma}(q^2)\gamma_{\mu} + F_2^{\gamma}(q^2)\frac{i}{2m}\sigma_{\mu\nu}q^{\nu} + F_3^{\gamma}(q^2)\frac{1}{2m}\sigma_{\mu\nu}\gamma_5q^{\nu} \\
& + G_1^{\gamma}(q^2)\gamma_{\mu}\gamma_5 + G_2^{\gamma}(q^2)\frac{i}{2m}q_{\mu} + G_3^{\gamma}(q^2)\frac{1}{2m}q_{\mu}\gamma_5
\end{aligned} \tag{4.21}$$

$$q = p' - p, \quad \sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma_{\mu}\gamma_{\nu} - \gamma_{\nu}\gamma_{\mu}).$$

Burada q^2 bağımlı F ve G katsayıları elektromanyetik form faktörleridir. 4.21 eşitliğinde form faktörleri $q^2 \rightarrow 0$ limitinde özel olarak elektromanyetik momentler olarak adlandırılır. Elektromanyetik köşe ifadesinde $F_1(q^2)$ noktasal etkileşme form faktörüdür. Yük renormalizasyonu ile $q^2 \rightarrow 0$ limitinde $F_1(0) = 1$ dir. Bu durum ağaç seviyesinde etkileşmeye karşılık gelmektedir. $F_2(0) = a_l$ ise leptonun anormal manyetik momentidir ve daha öncede belirtildiği gibi jiromanyetik faktörün 2 değerinden sapsması olarak tanımlanır. Bir diğer form faktörü ise elektrik dipol form faktörüdür ve $q^2 \rightarrow 0$ limitinde elektrik dipol momente aşağıdaki gibi bağlıdır

$$d_l = \frac{e}{2m} F_3(0). \tag{4.22}$$

Bu terimlerin dışında 4.21 eşitliğinde G_1 ve G_3 form faktörleri $q^2 \rightarrow 0$ limitinde anapol momentini (A) oluşturmaktadır. Burada G_1 ve G_3 ile orantılı terimler, G_4 ortak katsayısı ile birlikte yazılmıştır

$$G_4(q^2)(q^2\gamma_{\mu}\gamma_5 - 2m\gamma_5q_{\mu}) \tag{4.23}$$

$$A = 8\pi e G_4(0).$$

4.21 eşitliğinde verilen elektromanyetik köşe ifadesinde anormal manyetik ve elektrik dipol moment terimlerinin düşük enerji limitinde de incelemek yararlı olabilir. Toplam lagranjiyen aşağıdaki gibi yazılabilir

$$L = L_{DIRAC} + L_{g-2} + L_{EDM}$$

$$L_{DIRAC} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi$$

(4.24)

$$L_{g-2} = -a \frac{\mu}{2} \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi F_{\mu\nu}$$

$$L_{EDM} = \bar{\psi} \left(-\frac{id}{2} \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 F_{\mu\nu} \right) \psi.$$

4.24 eşitliğinde $F_{\mu\nu}$ elektromanyetik alan tensörüdür ve açık hali aşağıdaki gibidir

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (4.25)$$

Daha önce Dirac lagranjiyeninde yapıldığı gibi hamilton formalizmine geçildikten sonra düşük enerji limitinde görelî olmayan kuantum mekaniksel hamiltonyen ifadesi elde edilmiştir. Bu hamiltonyen içinde, manyetik moment terimi yanısıra anormal manyetik moment terimi ve elektrik dipol moment terimi elde edilir. a burada anormal manyetik moment d ise elektrik dipol momenttir. Bu durumda $H\psi = \varepsilon\psi$ özdeğer eşitliği şu şekilde yazılır

$$\begin{pmatrix} e\phi + m - \varepsilon + a\mu\vec{\sigma}\cdot\vec{B} + id\vec{\sigma}\cdot\vec{E} & \vec{\sigma}\cdot\vec{D} + ia\mu\vec{\sigma}\cdot\vec{E} + d\vec{\sigma}\cdot\vec{B} \\ -\vec{\sigma}\cdot\vec{D} + ia\mu\vec{\sigma}\cdot\vec{E} + d\vec{\sigma}\cdot\vec{B} & -e\phi + m + \varepsilon - a\mu\vec{\sigma}\cdot\vec{B} + id\vec{\sigma}\cdot\vec{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} = 0. \quad (4.26)$$

4.26 eşitliği kullanılarak denklem takımı oluşturulurken yardımcı olarak aşağıdaki eşitlikten faydalanılmıştır. Burada gama matrisleri için standart temsil kullanılmıştır

$$\frac{1}{2} \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = -\vec{\Sigma}\cdot\vec{B} + i\vec{\alpha}\cdot\vec{E}$$

(4.27)

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} -\vec{\sigma} & 0 \\ 0 & -\vec{\sigma} \end{pmatrix}.$$

Özdeğer eşitliğindeki ψ_+ düşük enerji limitinde baskın olan bileşeni göstermektedir. Bu matris denklemi aşağıdaki denklem takımını verir

$$\begin{aligned} (e\phi + m - \varepsilon + a\mu\vec{\sigma}\cdot\vec{B} + id\vec{\sigma}\cdot\vec{E})\psi_+ + (\vec{\sigma}\cdot\vec{D} + ia\mu\vec{\sigma}\cdot\vec{E} + d\vec{\sigma}\cdot\vec{B})\psi_- &= 0 \\ (-\vec{\sigma}\cdot\vec{D} + ia\mu\vec{\sigma}\cdot\vec{E} + d\vec{\sigma}\cdot\vec{B})\psi_+ + (-e\phi + m + \varepsilon - a\mu\vec{\sigma}\cdot\vec{B} + id\vec{\sigma}\cdot\vec{E})\psi_- &= 0. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Görelili olmayan limitte $\varepsilon - e\phi \approx m$ kabul edilebilir. Böylece 4.28 eşitliğindeki ikinci terim aşağıdaki gibi yazılır

$$(-\vec{\sigma}\cdot\vec{D} + ia\mu\vec{\sigma}\cdot\vec{E} + d\vec{\sigma}\cdot\vec{B})\psi_+ = -(2m - a\mu\vec{\sigma}\cdot\vec{B} + id\vec{\sigma}\cdot\vec{E})\psi_- . \quad (4.29)$$

4.29 eşitliğinin sağ tarafındaki spin manyetik alan ve spin elektrik alan etkileşimleri durgun kütle yanında ihmal edilebilir. Bu durumda ψ_- aşağıdaki gibi bulunur

$$\psi_- = -\frac{(-\vec{\sigma}\cdot\vec{D} + ia\mu\vec{\sigma}\cdot\vec{E} + d\vec{\sigma}\cdot\vec{B})}{2m}\psi_+ . \quad (4.30)$$

ψ_- ifadesi 4.28 eşitliğindeki birinci eşitlikte yerine yazılarak düşük enerji limitinde spin ile elektromanyetik alanın etkileşme terimleri ortaya çıkarılmış olur. Bu ifade aşağıdaki gibidir

$$\begin{aligned} (\varepsilon - m)\psi_+ &= \left(\frac{1}{2m}(\vec{\sigma}\cdot\vec{D})^2 + \frac{d^2}{2m}(\vec{\sigma}\cdot\vec{B})^2 + \frac{a^2\mu^2}{2m}(\vec{\sigma}\cdot\vec{E})^2 - \frac{d}{2m}[\vec{\sigma}\cdot\vec{D}, \vec{\sigma}\cdot\vec{B}]\right. \\ &\quad \left. + \frac{a\mu}{2m}[\vec{\sigma}\cdot\vec{E}, \vec{\sigma}\cdot\vec{D}] + \frac{ad\mu}{2m}[\vec{\sigma}\cdot\vec{E}, \vec{\sigma}\cdot\vec{B}] + d\vec{\sigma}\cdot\vec{E} + a\mu\vec{\sigma}\cdot\vec{B} + e\phi\right)\psi_+ . \end{aligned} \quad (4.31)$$

Burada yardımcı eşitlik olarak aşağıdaki Pauli spin özdeşliği kullanılmış, E ve B nin sadece doğrusal terimleri alınarak hamiltonyen ifadesi sadeleştirilebilir. Pauli spin özdeşliği ve bu özdeşlik yardımıyla daha önce bulunan bazı terimler aşağıda tekrar verilmiştir

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{a})(\vec{\sigma} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{b} - i\vec{\sigma}(\vec{a} \times \vec{b})$$

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{D})(\vec{\sigma} \cdot \vec{D}) = (\vec{\nabla} - ie\vec{A})^2 + e\vec{\sigma} \cdot \vec{B} \quad (4.32)$$

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{B})(\vec{\sigma} \cdot \vec{B}) = B^2 .$$

Gerekli sadeleştirmeler yapıldıktan sonra görelî olmayan kuantum mekaniksel hamiltonyenin son hali aşağıdaki gibi bulunur

$$H = \frac{(\vec{p} - e\vec{A})^2}{2m} + (1+a)\mu(\vec{\sigma} \cdot \vec{B}) + d(\vec{\sigma} \cdot \vec{E}) + e\phi + \dots \quad (4.33)$$

4.33 eşitliğinde spin elektrik alan ve spin manyetik alan etkileşmeleri açıkça görülmektedir. Spin manyetik alan etkileşmesini veren katsayı jiromanyetik katsayı g cinsinden yazılabilir. Buna göre anormal manyetik moment tanımı aşağıdaki gibi bulunur

$$a = \frac{g-2}{2} . \quad (4.34)$$

4.33 eşitliğinde verilen hamiltonyen içindeki bir başka etkileşme spin elektrik alan etkileşmesidir. Burada \vec{d} leptonun elektrik dipol momenti olup, etkileşme terimi P ve T simetrilerini dolayısıyla CP simetrisini bozar. Bu durum aşağıdaki tablodan açıkça görülebilir.

Çizelge 4.1 Bazı fiziksel niceliklerin C,P ve T simetrisi altındaki davranışları

	C	P	T
\vec{E}	-	-	+
\vec{B}	-	+	-
$\vec{\mu}$	-	+	-
\vec{d}	-	+	-

Elektrik dipol momentin varlığı CP simetrisini bozacağından dolayı elektrik dipol momentini ile ilgili deneyler ve teorik çalışmalar CP simetrisini bozan yeni kaynakların araştırılmasında ve Standart Model ötesi yeni teorilerin araştırılmasında büyük rol oynamaktadır. Ağaç diyagramı düzeyinde Standart Model CP bozulmasını dışarılar. Kuark sektöründen gelen üç halkalı köşe düzeltmesi leptonlar için CP simetrisini bozan terimler getirir (Kobayashi ve Maskawa 1973, Hooft ve Veltman 1973). Fakat bu katkılar günümüzde deneysel olarak ölçülemeyecek kadar küçüktür. Standart Modelin, elektronun elektrik dipol momentini için öngörüsü 10^{-38} e.cm düzeyindedir. Burada e elektronun yüküdür.

Bunun dışında Standart Model ötesi teorilerden nötrino karışımları (Weinberg 1976, Barr ve Zee 1990), Higgs multiplerleri (Barr ve Marciano 1989), sol-sağ simetrik model (Pati ve Salam 1975), süpersimetri (Ellis vd. 1982) ve Leptokuark (Ma ve Brandenburg 1992, Barr 1986) gibi modellerden gelen katkılar CP simetrisinin bozulmasının kaynağını araştırmak açısından önemlidir. Bu çalışmalar Standart Modelin testleri açısından tamamlayıcı rol oynamaktadır.

Bu çalışmanın özünde elektrik dipol momentini aracılığı ile CP simetrisindeki bozulma düzeyini belirlemek vardır. Çalışmada kullanılan tau leptonunun ömrünün çok kısa olması (10^{-13} s) nedeniyle spin presesyon deneyleri ile anormal momentlerin sınırlarını ölçmek mümkün değildir. Bu sebeple tau leptonunu oluşturmak için parçacık çarpıştırıcılarına ve uygun detektörlere ihtiyaç vardır. Bu çalışmada farklı çarpıştırıcı

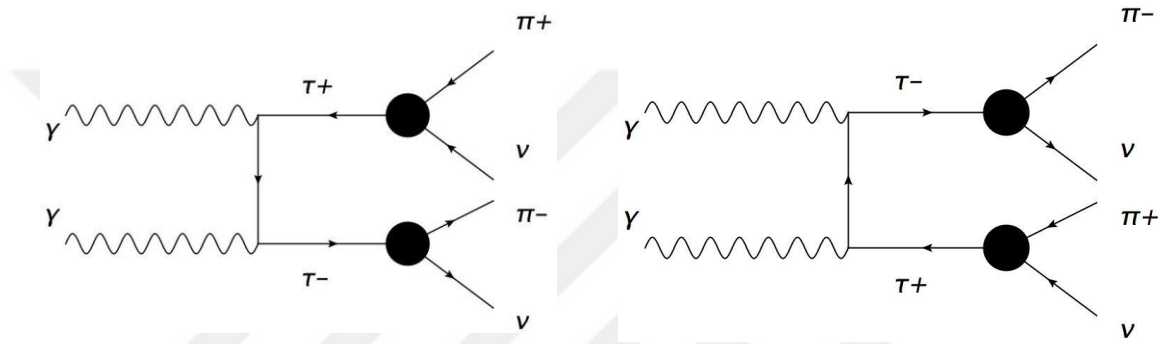
parametreleri kullanılarak tau leptonunun elektrik dipol momenti aracılığıyla CP bozulum düzeyi araştırılmıştır.



5. $\gamma\gamma \rightarrow \tau^+\tau^-$ SÜRECİNDE τ LEPTONUNUN ELEKTRİK DİPOL MOMENTİ ARACILIĞIYLA CP BOZULUM DÜZEYİNİN BELİRLENMESİ

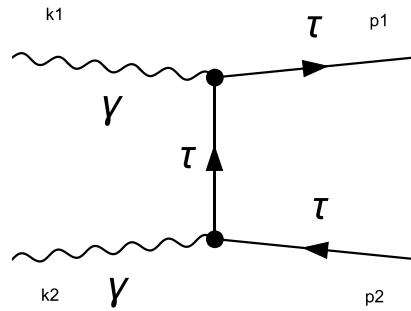
5.1 Spin Bağımlı Tesir Kesiti ve Spin-Spin Korelasyonu

İncelenecek sürecin olası Feynman diyagramları aşağıda verilmiştir. Tesir kesiti hesaplanırken üretim ve bozunum kanallarının tesir kesitleri ayrı ayrı spin bağımlı olarak hesaplanarak, rezonans bölgesinde, dar genişlik yaklaşımı ile birleştirilebilir.



Şekil 5.1 $\gamma\gamma \rightarrow \tau^+\tau^-$ sürecinin bütünleşik üretim ve bozunum Feynman diyagramları

Tau çiftinin pion ve nötrinoya bozunumu hesaplanırken yukarıda siyahla gösterilen etkin köşeler kullanılmıştır. İlk olarak tau üretimi genliği hesaplanacaktır



Şekil 5.2 Tau leptonu çifti için üretim diyagramı

$$\Gamma^\mu = F_1 \gamma^\mu + \frac{F_2 \sigma^{\mu\nu} k_\nu}{2m} + \frac{iF_3 \gamma_5 \sigma^{\mu\nu} k_\nu}{2m} \quad (5.1)$$

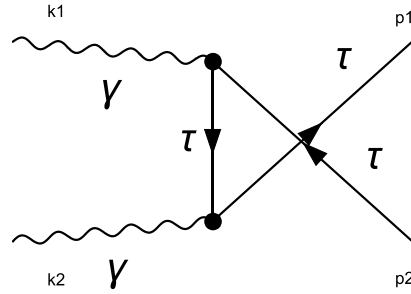
$$M_1 = \left[\bar{u}(1) \Gamma^\mu (\not{q}_1 + m_\tau) \Gamma^\nu P_L(2) v(2) \varepsilon_\mu(k_1) \varepsilon_\nu(k_2) \right].$$

5.1 eşitliğindeki ilk eşitlikte elektromanyetik köşe faktörü Γ^μ içindeki F_1 , F_2 ve F_3 elektromanyetik form faktörleridir (Grimus 1988, Bernreuther ve Nachtmann 1997).

Ayrıca k_1 ve k_2 foton momentumlarını göstermektedir

$$\begin{aligned} |M_1|^2 &= Tr \left[\Gamma_\nu (\not{q}_1 + m_\tau) \Gamma_\mu P_R(1) (\not{p}_1 + m_\tau) \Gamma^\mu (\not{q}_1 + m_\tau) \Gamma^\nu P_L(2) (\not{p}_2 - m_\tau) \right] \\ \sum_s u \bar{u} &= \frac{1}{2} (1 + \gamma_5 \not{\not{p}}) (\not{p} + m) = P_R (\not{p} + m) \\ \sum_s v \bar{v} &= \frac{1}{2} (1 - \gamma_5 \not{\not{p}}) (\not{p} - m) = P_L (\not{p} - m). \end{aligned} \quad (5.2)$$

Olası ikinci diyagramdan gelen katkı ise 5.3 eşitliğindeki gibi hesaplanır



Şekil 5.3 Tau leptonu çifti için ikinci üretim diyagramı

$$M_2 = \left[\bar{u}(1)\Gamma^\nu(\not{q}_2 + m_\tau)\Gamma^\mu P_L(2)v(2)\varepsilon_\mu(k_1)\varepsilon_\nu(k_2) \right] \quad (5.3)$$

$$|M_2|^2 = Tr \left[\Gamma^\mu(\not{q}_2 + m_\tau)\Gamma^\nu P_R(1)(\not{p}_1 + m_\tau)\Gamma_\nu(\not{q}_2 + m_\tau)\Gamma_\mu P_L(2)(\not{p}_2 - m_\tau) \right].$$

Girişim terimi için ise genlik kare ifadesi aşağıdaki gibidir

$$M_1^+ M_2 = Tr \left[\Gamma^\nu(\not{q}_1 + m_\tau)\Gamma^\mu P_R(1)(\not{p}_1 + m_\tau)\Gamma_\nu(\not{q}_2 + m_\tau)\Gamma_\mu P_L(2)(\not{p}_2 - m_\tau) \right] \quad (5.4)$$

$$M_2^+ M_1 = Tr \left[\Gamma^\mu(\not{q}_2 + m_\tau)\Gamma^\nu P_R(1)(\not{p}_1 + m_\tau)\Gamma_\mu(\not{q}_1 + m_\tau)\Gamma_\nu P_L(2)(\not{p}_2 - m_\tau) \right].$$

Genlik kareler için iz hesapları Mathematica programı kullanılarak yapılmıştır. Yapılan hesaplamalar tau çiftinin kütle merkezi sistemindedir. Üretilen tau çifti z ekseninde seçilmiş ve genlik kare ifadeleri spine bağlı olarak hesaplanmıştır. Burada tau leptonunun 4-boyutlu spin vektörleri aşağıdaki gibidir

$$s_-^\mu = \left(\frac{p_{1z}}{m} s_{1z}, s_{1x}, s_{1y}, \frac{E}{m} s_{1z} \right) \quad (5.5)$$

$$s_+^\mu = \left(\frac{-p_{1z}}{m} s_{2z}, s_{2x}, s_{2y}, \frac{E}{m} s_{2z} \right).$$

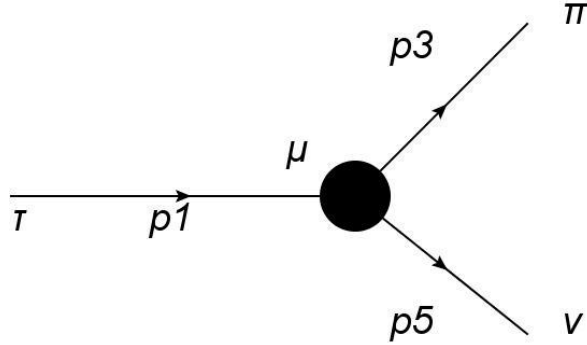
5.5 eşitliğindeki \vec{s}_1 ve \vec{s}_2 vektörleri, son durumdaki tau leptonlarının durgun sistemindeki 3-boyutlu spin vektörleridir. p_{1z} ve E tau leptonunun momentumu ve enerjisidir. Hesaplanan genlik kare ifadeleri indirgenmiş genlikler ve 3-boyutlu tau spininin kartezyen bileşenleri cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir (Tsai 1976)

$$|M_1|^2 = \frac{16\pi^2\alpha^2}{(\hat{t} - m^2)^2} [C_0 + C_{xx}s_{1x}s_{2x} + C_{yy}s_{1y}s_{2y} + C_{zz}s_{1z}s_{2z} + C_{xy}^-(s_{1x}s_{2y} - s_{1y}s_{2x}) + C_{yz}^-(s_{1y}s_{2z} - s_{1z}s_{2y}) + C_{xz}^+(s_{1x}s_{2z} + s_{1z}s_{2x})] \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned}
|M_2|^2 &= \frac{16\pi^2\alpha^2}{(\hat{u}-m^2)^2} [D_0 + D_{xx}s_{1x}s_{2x} + D_{yy}s_{1y}s_{2y} + D_{zz}s_{1z}s_{2z} \\
&+ D_{xy}^-(s_{1x}s_{2y} - s_{1y}s_{2x}) + D_{yz}^-(s_{1y}s_{2z} - s_{1z}s_{2y}) \\
&+ D_{xz}^+(s_{1x}s_{2z} + s_{1z}s_{2x})]
\end{aligned} \tag{5.7}$$

$$\begin{aligned}
|M_{12}| + |M_{21}| &= \frac{16\pi^2\alpha^2}{(\hat{u}-m^2)(\hat{t}-m^2)} [G_0 + G_{xx}s_{1x}s_{2x} + G_{yy}s_{1y}s_{2y} + G_{zz}s_{1z}s_{2z} \\
&+ G_{xy}^-(s_{1x}s_{2y} - s_{1y}s_{2x}) + G_{yz}^-(s_{1y}s_{2z} - s_{1z}s_{2y}) \\
&+ G_{xz}^+(s_{1x}s_{2z} + s_{1z}s_{2x})].
\end{aligned} \tag{5.8}$$

5.6, 5.7 ve 5.8 eşitliklerinde verilen indirgenmiş genlik ifadeleri C_{ij}, D_{ij}, G_{ij} $i, j = 0, x, y, z$ ek-1 bölümünde verilmiştir. Bu eşitliklerde görüldüğü gibi CP-Tek terimlerin içinde sadece tau leptonlarının spinlerinin çarpımları bulunmaktadır. Bu terimler spin korelasyon terimleridir. Tüm tesir kesiti ifadesi içinde tek spin içeren terimler yoktur. Leptonlardan birinin spini göz önüne alınmadığında CP-Tek terimi tamamen yok olur. Üretilen tau çiftinin tercih ettiğimiz $\pi\nu$ kanalına bozunum ifadeleri aşağıdaki gibi hesaplanır



Şekil 5.4 Tau leptonu için bozunum diyagramı

$$M = \left[\bar{u}(5) \left(\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}m_w} \right)^2 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u(1) \right] F^\mu \tag{5.9}$$

$$F^\mu = f^\pi p_3^\mu.$$

Şekil 5.4'de siyahla gösterilen köşe terimi etkin olarak alınmış ve bozunum için genlik ifadesi yukarıda verilmiştir. Burada F^μ , pionun dörtlü momentumunu da içeren etkin bir dört vektör şeklinde verilmiştir

$$M^+M = \frac{g_w^4}{64m_w^4} f_\pi^2 \text{Tr} \left[(1 + \gamma_5) \not{p}_3 \not{p}_5 \not{p}_3 (1 + \gamma_5 \not{s}) (\not{p}_1 + m) \right]. \quad (5.10)$$

5.10 eşitliğinde iz ifadesi hesaplanarak aşağıdaki sonuç elde edilir

$$|M|^2 = \frac{g_w^4 f_\pi^2}{8m_w^4} (p_1 \cdot p_3) (p_1 \cdot p_3 - m p_3 \cdot s). \quad (5.11)$$

Bozunum genişliği ifadesi tau leptonunun hareketli sisteminde hesaplanmıştır. Momentumun korunumu ile faz uzayı integralleri yeniden düzenlenerek aşağıdaki biçime getirilebilir

$$\begin{aligned} d\Gamma &= \frac{|M|^2}{(2\pi)^2 2E_1} \delta(p_1 - p_3 - p_5) \frac{d^3 p_3}{2E_3} \frac{d^3 p_5}{2E_5} \\ &= \frac{|M|^2}{(2\pi)^2 2E_1} \frac{d^3 p_3}{2E_3} d^4 p_5 \delta(p_1 - p_3 - p_5) \delta(p_5^2 - m_\nu^2) \\ &= \frac{|M|^2}{(2\pi)^2 4E_1 E_3} d^3 p_3 \delta(p_5^2 - m_\nu^2) \quad p_5 = p_1 - p_3. \end{aligned} \quad (5.12)$$

5.12 eşitliğinde nötrino kütesiz bir parçacık olarak kabul edilmiş ayrıca pion kütlesi de ihmal edilmiştir

$$d\Gamma = \frac{|M|^2}{(2\pi)^2 4E_1 E_3} E_3^2 dE_3 d\Omega \delta(m_\tau^2 - 2E_1 E_3 + 2\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_3). \quad (5.13)$$

Buna göre bozunum genişliği ifadesi tau leptonunun hareketli sisteminde aşağıdaki gibidir

$$\begin{aligned}
\frac{d\Gamma}{d\Omega} &= \int \frac{|M|^2}{8} \frac{E_3}{(2\pi)^2 E_1^2} dE_3 \delta\left(E_3 - \frac{m_\tau^2}{2E_1} - \frac{E_3}{E_1} \vec{p}_1 \cdot \hat{p}_3\right) \\
&= \int \frac{|M|^2}{8} \frac{E_3}{(2\pi)^2 E_1^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{\vec{p}_1 \cdot \hat{p}_3}{E_1}\right)} dE_3 \delta\left(E_3 - \frac{m_\tau^2}{2E_1 \left(1 - \frac{\vec{p}_1 \cdot \hat{p}_3}{E_1}\right)}\right) \quad |\vec{p}_3| = E_3 \quad (5.14) \\
&= \frac{|M|^2}{(2\pi)^2 16E_1^3} \frac{m_\tau^2}{\left(1 - \frac{\vec{p}_1 \cdot \hat{p}_3}{E_1}\right)^2} = \frac{|M|^2}{(2\pi)^2 16E_1} \frac{m_\tau^2}{(E_1 - \vec{p}_1 \cdot \hat{p}_3)^2}.
\end{aligned}$$

5.14 eşitliğindeki genlik kare ifadesi de aşağıdaki gibidir

$$\begin{aligned}
|M|^2 &= \frac{g_w^4 f_\pi^2}{8m_w^4} \frac{m^2}{2} \left(\frac{m^2}{2} - m p_3 \cdot s \right) \\
&= \frac{g_w^2 f_\pi^2}{32m_w^4} m^4 \left[1 + \frac{2}{m} \left(- \left(\frac{m + 2E_3}{2(E_1 + m)} \right) \vec{p}_1 + \vec{p}_3 \right) \cdot \vec{s}' \right] \quad (5.15)
\end{aligned}$$

$$s^\mu = \left(\frac{\vec{p}_1 \cdot \vec{s}'}{m}, \vec{s}' + \frac{(\vec{p}_1 \cdot \vec{s}') \vec{p}_1}{m(E_1 + m)} \right).$$

$|M|^2$ ifadesi içerisinde dört boyutlu s spin vektörü açılarak \vec{s}' vektörü cinsinden yazılmıştır. Burada \vec{s}' vektörü taunun durgun sistemindeki 3 boyutlu spin vektörüdür. $|M|^2$ ifadesinin açık biçimi bozunum genişliği ifadesinde yerine koyulup gerekli sadeleştirmeler yapıldığında diferansiyel bozunum genişliği ifadesi aşağıdaki gibi elde edilmiştir

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{g_w^4 f_\pi^2 m^6}{8(2\pi)^2 64 E_1 m_w^4} \frac{1}{(E_1 - \vec{p}_1 \cdot \hat{p}_3)^2} (1 + \vec{V} \cdot \vec{s}') \quad (5.16)$$

$$\vec{V} = \frac{1}{(E_1 - \vec{p}_1 \cdot \hat{p}_3)} \left[- \left(1 - \frac{\vec{p}_1 \cdot \hat{p}_3}{(E_1 + m)} \right) \vec{p}_1 + m \hat{p}_3 \right].$$

5.16'daki birinci eşitlikte $\vec{p}_1 = 0$, $E_1 = m$ alınarak tau leptonunun durgun sistemine geçilebilir. Bu durumda bozunum genişliği aşağıdaki biçime girer

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{g_w^4 f_\pi^2}{64(2\pi)^2 m_w^4} \left(\frac{m}{2} \right)^3 (1 + \hat{p}_3 \cdot \vec{s}') \quad (5.17)$$

5.17 eşitliğindeki $d\Omega$, π mezonuna ait katı açıdır. Açı integralleri alındığında toplam bozunum genişliği aşağıdaki gibi bulunur

$$\Gamma = \frac{g_w^4 f_\pi^2}{64(2\pi)^2 m_w^4} \left(\frac{m}{2} \right)^3 4\pi \quad (5.18)$$

5.19 eşitliğinde bu ifadeler, toplam genişliğe bölünerek tekrar verilmiştir

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi} (1 + \hat{p}_3 \cdot \vec{s}')$$

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{m^3}{4\pi E_1} \frac{1}{(E_1 - \vec{p}_1 \cdot \hat{p}_3)^2} (1 + \vec{V} \cdot \vec{s}') \quad (5.19)$$

$$\vec{V} = \frac{1}{(E_1 - \vec{p}_1 \cdot \hat{p}_3)} \left[- \left(1 - \frac{\vec{p}_1 \cdot \hat{p}_3}{(E_1 + m)} \right) \vec{p}_1 + m \hat{p}_3 \right].$$

Tersine, 5.19 eşitliğindeki ilk diferansiyel bozunum genişliği ifadesine, üretilen tau yönünde (veya ters yönde) aşağıdaki Lorentz dönüşümü uygulanırsa tekrar hareketli sistemdeki bozunum ifadesini elde etmek mümkündür

$$\vec{p}_3' = \vec{p}_3 + F\vec{p}_1, \quad F = \frac{1}{m} \left(\frac{\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_3}{E_1 + m} - E_3 \right) \quad (5.20)$$

$$E_3' = \frac{1}{m} (E_1 E_3 - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_3).$$

5.20 eşitliğindeki dönüşüm ifadeleri 5.19 eşitliğindeki ilk ifade kullanılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \left[1 - \frac{\left(-\vec{p}_3 + \frac{\vec{p}_1}{m} \left(\frac{\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_3}{E_1 + m} - E_3 \right) \right) \cdot \vec{s}_1}{\frac{E_3}{m} (E_1 - \vec{p}_1 \cdot \hat{p}_3)} \right] \quad (5.21)$$

$$= \frac{1}{4\pi} \left(1 - \frac{2}{m} \left(-\vec{p}_3 + \vec{p}_1 \left(\frac{m + 2E_3}{2(E_1 + m)} \right) \right) \cdot \vec{s}_1 \right).$$

Burada taunun durgun sisteminde hesaplanan bozunum genişliğinin Lorentz dönüşümleri ile hareketli sistemde hesaplanan bozunum genişliğine özdeş bir biçimde dönüştüğü açıkça görülmektedir.

5.2 Tüm Süreç için Dar Genişlik Yaklaşımı

Şimdi üretim ve bozunum adımlarını birlikte veren bileşik tesir kesitini göz önüne alalım. Burada tüm süreç aşağıdaki gibi verilmektedir

$$d\sigma = \gamma\gamma \rightarrow \tau^+ \tau^- \rightarrow (\pi^+ \bar{\nu})(\pi^- \nu). \quad (5.22)$$

5.22 eşitliğindeki tüm süreç için diferensiyel tesir kesiti ifadesi aşağıdaki gibi yazılır

$$d\sigma = \frac{1}{2s} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} \frac{d^3 p_5}{(2\pi)^3 2E_5} \frac{d^3 p_6}{(2\pi)^3 2E_6} |M|^2 (2\pi)^4 \delta(k_1 + k_2 - p_3 - p_4 - p_5 - p_6). \quad (5.23)$$

$|M|^2$ tüm sürecin saçılma genliğinin karesidir. p_1 ve p_2 üretilen tau çiftinin; p_3, p_4, p_5 ve p_6 ise sırası ile bozunma ürünleri olan pion ve nötrino çiftlerinin momentumlarını göstermektedir. Burada tau propagatörlerinin paydası rezonans civarında dar genişlik yaklaşımı ile incelenecektir. Propagatörlerin payları ise yeniden düzenlenerek aşağıdaki ifade elde edilebilir (Şahin 2005)

$$|M|^2 (2\pi)^4 \delta\left(\sum p_i - \sum p_f\right) = \int \frac{d^4 p_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 p_2}{(2\pi)^4} |M_a(s_1, s_2) D(p_1^2) D(p_2^2) M_b(s_1) M_c(s_2)|^2 \times (2\pi)^4 \delta(k_1 + k_2 - p_1 - p_2) \times (2\pi)^4 \delta(p_1 - p_3 - p_5) \times (2\pi)^4 \delta(p_2 - p_4 - p_6). \quad (5.24)$$

Burada,

$$D(p_1^2) = \frac{1}{p_1^2 - m^2 - im\Gamma_\tau} \quad (5.25)$$

$$D(p_2^2) = \frac{1}{p_2^2 - m^2 - im\Gamma_\tau}$$

şeklinde tanımlıdır. Ayrıca 5.24 eşitliğinde M_a üretim kısmının, M_b ve M_c ise tau leptonlarının bozunum genliklerini vermektedir. Üretilen tau çifti kütle kabuğuna yakın kabul edilerek propagatör paydaları için dar genişlik yaklaşımı aşağıda verilmiştir

$$|D(q^2)|^2 = \frac{1}{(q^2 - m^2)^2 + m^2 \Gamma_\tau^2} \approx \frac{\pi}{\Gamma_\tau m} \delta(q^2 - m^2). \quad (5.26)$$

5.26 eşitliği ile verilen yaklaşım ve propagatör payları düzenlenerek bulunan 5.27 eşitliği kullanılarak tüm sürecin tesir kesiti, üretim kısmı ve bozunum kısmı olarak aşağıdaki gibi birbirinden ayrılmıştır

$$\begin{aligned}
d\sigma &= \frac{1}{2s} \left(\frac{1}{2\Gamma_1 m} \right) \left(\frac{1}{2\Gamma_2 m} \right) |M_a(s_1, s_2) M_b(s_1) M_c(s_2)|^2 \\
&\times \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} (2\pi)^4 \delta(k_1 + k_2 - p_1 - p_2) \\
&\times \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \frac{d^3 p_5}{(2\pi)^3 2E_5} (2\pi)^4 \delta(p_1 - p_3 - p_5) \\
&\times \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} \frac{d^3 p_6}{(2\pi)^3 2E_6} (2\pi)^4 \delta(p_2 - p_4 - p_6) .
\end{aligned} \tag{5.27}$$

Başlangıçta üretim ve bozunum kısmının faz uzayı integrallerinin açısal kısımları dışında spine bağımlı ifadeleri ayrı ayrı hesaplanmıştı. Bu aşamada daha önce hesaplanan faz uzayı integralleri yerinde kullanılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir

$$\frac{d\sigma(\text{tüm süreç})}{d \cos \theta_\tau d\Omega_3 d\Omega_4} = \frac{1}{16\pi^2} \sum (A + B^{ij} s_1^i s_2^j) (1 + V_3^k s_1^k) (1 + V_4^m s_2^m) BR(\tau^- \rightarrow \pi^- \nu) . BR(\tau^+ \rightarrow \pi^+ \bar{\nu}) . \tag{5.28}$$

5.28 eşitliğinde $BR(\tau \rightarrow \pi \nu)$ ifadesi dallanma oranını vermektedir. Ayrıca buradaki çarpımlar sembolik olarak yazılmıştır. Spin yoğunluk matrisi yöntemi ile aşağıdaki biçime getirilebilir (Tsai 1976). Burada B_{ij} , kartezyen bazdaki spin çarpımlarının katsayılarını göstermektedir. A ve B katsayılarının açık hali aşağıda verilmiştir

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma(\text{tüm süreç})}{d \cos \theta_\tau} &= \frac{1}{16\pi^2} \int d\Omega_3 d\Omega_4 (A + B^{ij} V_3^i V_4^j) BR . BR \\
A &= \frac{\pi\alpha^2}{2\hat{s}} \left[\frac{C_0}{(\hat{t} - m^2)^2} + \frac{D_0}{(\hat{u} - m^2)^2} + \frac{G_0}{(\hat{t} - m^2)(\hat{u} - m^2)} \right] \\
B_{xy} &= \frac{\pi\alpha^2}{2\hat{s}} \left[\frac{C_{xy}^-}{(\hat{t} - m^2)^2} + \frac{D_{xy}^-}{(\hat{u} - m^2)^2} + \frac{G_{xy}^-}{(\hat{t} - m^2)(\hat{u} - m^2)} \right]
\end{aligned} \tag{5.29}$$

$$B_{yx} = -B_{xy}, \quad B_{zy} = -B_{yz}, \quad B_{xz} = B_{zx} .$$

5.29 eşitliğinde A ve B_{ij} tensörlerinin açık ifadeleri yazıldığında aşağıdaki biçime ulaşılır

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d \cos \theta_r d\Omega_3 d\Omega_4} = & \frac{d\sigma^0}{d \cos \theta_r d\Omega_3 d\Omega_4} + (V_3^y V_4^x - V_3^x V_4^y) \left[\frac{C_{xy}^-}{(\hat{t}-m^2)^2} + \frac{D_{xy}^-}{(\hat{u}-m^2)^2} + \frac{G_{xy}^-}{(\hat{t}-m^2)(\hat{u}-m^2)} \right] \\ & + (V_3^y V_4^z - V_3^z V_4^y) \left[\frac{C_{yz}^-}{(\hat{t}-m^2)^2} + \frac{D_{yz}^-}{(\hat{u}-m^2)^2} + \frac{G_{yz}^-}{(\hat{t}-m^2)(\hat{u}-m^2)} \right] + \dots \end{aligned} \quad (5.30)$$

5.30 eşitliğinde $d\sigma^0$, standart modelden gelen katkıdır. Diğer katkılar EDM terimlerini içerir. Yine 5.30 eşitliğinde görülen V_3 ve V_4 vektörleri taunun hareketli sisteminde tanımlanmış ve bileşenleri aşağıdaki gibi verilmiştir

$$\begin{aligned} V_{3x} &= \left[p_{3x} - p_{1x} \left(\frac{m + 2E_3}{2(E_1 + m)} \right) \right] \frac{2}{m} & V_{4x} &= \left[p_{4x} - p_{2x} \left(\frac{m + 2E_4}{2(E_2 + m)} \right) \right] \frac{2}{m} \\ V_{3y} &= \frac{2}{m} p_{3y} & V_{4y} &= \frac{2}{m} p_{4y} \\ V_{3z} &= \left[p_{3z} - p_{1z} \left(\frac{m + 2E_3}{2(E_1 + m)} \right) \right] \frac{2}{m} & V_{4z} &= \left[p_{4z} - p_{2z} \left(\frac{m + 2E_4}{2(E_2 + m)} \right) \right] \frac{2}{m} \end{aligned} \quad (5.31)$$

5.3 Azimutal Asimetri

Burada F_3 ile orantılı CP tek terimleri yalnız bırakmak için bozunum ürünlerinin açısal dağılımları kullanılarak bir asimetri tanımı yapılmıştır (Bernabeu 2004). Üretilen tau çifti z-ekseninde olduğundan tau momentumu yönünde uygulanacak bir öteleme bozunum ürünlerinin azimutal açıları üzerinde herhangi bir değişiklik yaratmayacaktır. Azimutal açılar üzerinden integraller asimetri bölgesi sınırlı olacak biçimde, kalan integraller ise tüm açısal bölgeyi kapsayacak biçimde alınmıştır. Bu durumda hesaplamalarda kolaylık olması açısından $V_h^i V_{h^+}^j \rightarrow \hat{p}_{h^-}^i \hat{p}_{h^+}^j$ değişikliği yapılabilir. Burada $\hat{p}_{h^-}^i$ ve $\hat{p}_{h^+}^j$ hadron momentumlarının yönelimleri olup aşağıdaki gibi verilmiştir

$$\begin{aligned}\hat{p}_{h^-} &= (\sin \theta_- \cos \phi_-, \sin \theta_- \sin \phi_-, \cos \theta_-) \\ \hat{p}_{h^+} &= (\sin \theta_+ \cos \phi_+, \sin \theta_+ \sin \phi_+, \cos \theta_+).\end{aligned}\quad (5.32)$$

5.30 eşitliğinde verilen tesir kesiti ifadesi içerisinde, F_3 ile orantılı terim $B_{xy}(\hat{p}_{h^-}^x \hat{p}_{h^+}^y - \hat{p}_{h^-}^y \hat{p}_{h^+}^x)$ dir. Bu terimde parantez içinde kalan ifade aşağıdaki biçimde verilmiştir

$$(\hat{p}_{h^-}^x \hat{p}_{h^+}^y - \hat{p}_{h^-}^y \hat{p}_{h^+}^x) = \sin \theta_- \sin \theta_+ \sin(\phi_- - \phi_+). \quad (5.33)$$

ϕ_- ve ϕ_+ azimutal açıları için integral bölgesi $\delta = \sin(\phi_- - \phi_+)$ nin işaretine bağlı olarak belirlenmiştir. Bu aşamada üretim düzleminin sağına ve soluna dik saçılan parçacıkların sayısını karşılaştırmak üzere aşağıdaki gibi bir asimetri tanımı yapılır. Bu tanımda düzlemden sağa ve sola saçılan parçacıklar δ nin işaretine göre belirlenmiştir

$$A_{az} = \frac{\int_{\delta>0} d\sigma - \int_{\delta<0} d\sigma}{\int_{\delta>0} d\sigma + \int_{\delta<0} d\sigma}. \quad (5.34)$$

5.34 eşitliği ile verilen asimetri tanımının pay kısmında sadece F_3 katsayılı terimler, payda kısmında ise standart model terimlerine ek olarak F_3^2 li ve daha üst mertebeden terimler bulunmaktadır. Paydadaki üst mertebe terimler standart model terimleriyle karşılaştırıldığında çok küçük olduğundan ihmal edilmiştir. 5.34 eşitliği ile verilen asimetri integrallerinin sınırları daha açık bir biçimde aşağıda verilmiştir

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma^+}{d\cos\theta_\tau} &= \int d\cos\theta_3 d\cos\theta_4 \left(\int_0^\pi d\phi_3 \int_{3\pi/2}^{5\pi/2} d\phi_4 + \int_\pi^{2\pi} d\phi_3 \int_{\pi/2}^{3\pi/2} d\phi_4 \right) (d\sigma^0 + d\sigma^{CP}) \\ \frac{d\sigma^-}{d\cos\theta_\tau} &= \int d\cos\theta_3 d\cos\theta_4 \left(\int_0^\pi d\phi_3 \int_{\pi/2}^{3\pi/2} d\phi_4 + \int_\pi^{2\pi} d\phi_3 \int_{3\pi/2}^{5\pi/2} d\phi_4 \right) (d\sigma^0 + d\sigma^{CP}).\end{aligned}\quad (5.35)$$

Azimutal asimetri hesaplanırken bütün açısal integraller analitik yolla, foton spektrumu ve kütle merkezi açısı integralleri ise nümerik olarak alınmıştır.

5.4 CLIC da CP Bozulum Düzeyi Limitleri

CLIC(Compact Linear Collider) yüksek ışınılığa sahip TeV mertebesine kadar çıkabilen bir elektron-pozitron çarpıştırıcısıdır. Düşük enerjilerde daha çok Higgs araştırmaları yapılırken birkaç TeV lik enerji değerlerinde ise Standart Modelin testleri ve yüksek kütleli parçacıkların özellikleri ile ilgili araştırmalar yapılmaktadır. CLIC çarpıştırıcısı, enerjisi 250-1500 GeV arasında olan elektron pozitron çiftlerinden hemen hemen gerçek foton üretebilecek bir potansiyele sahiptir. Üretilen her bir foton üzerinden alınacak foton spektrumu integralleri için eşdeğer foton yaklaşımı kullanılmıştır (Budnev vd. 1975).

$$\frac{dN}{dE_\gamma} = f(x) = \frac{\alpha}{\pi E_b} \left[\left(\frac{1-x-x^2}{x} \right) \log \frac{Q_{\max}^2}{Q_{\min}^2} - \frac{m_e^2 x}{Q_{\min}^2} \left(1 - \frac{Q_{\min}^2}{Q_{\max}^2} \right) \right] - \frac{1}{x} (1-x/2)^2 \log \frac{x^2 E_b^2 + Q_{\max}^2}{x^2 E_b^2 + Q_{\min}^2} . \quad (5.36)$$

Burada E_b demetin enerjisi, m_e elektronun kütlesi, $x = \frac{E_\gamma}{E_d}$ ve Q_{\max}^2 foton için maksimum sanallıktır. Q_{\min}^2 in kinematik limiti ise aşağıdaki gibidir

$$Q_{\min}^2 = \frac{m_e^2 x^2}{1-x} . \quad (5.37)$$

$f(x_1)$, $f(x_2)$ foton dağılım fonksiyonları ve E_1 , E_2 foton enerjileri kullanılarak tüm sürecin tesir kesiti aşağıdaki gibi yazılabilir

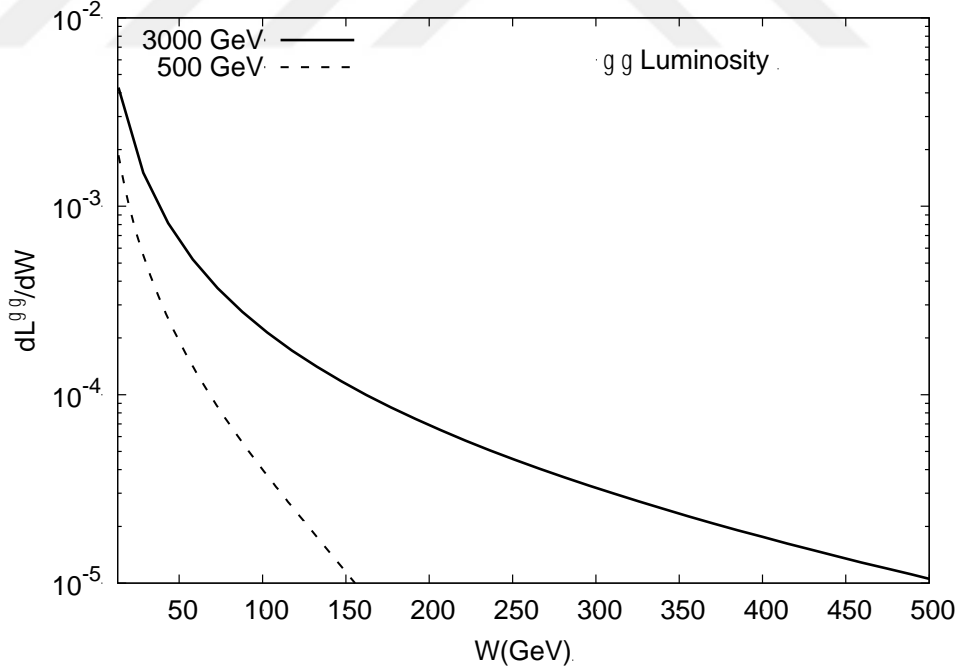
$$\begin{aligned}
d\sigma &= \int dE_1 dE_2 f(x_1) f(x_2) d\hat{\sigma}(\hat{s}) \\
&= \int \frac{dL^{\gamma\gamma}}{dW} d\hat{\sigma}(W) dW
\end{aligned} \tag{5.38}$$

$$\hat{s} = W^2 .$$

Burada W gelen fotonların değişmez kütlesi ve $\frac{dL^{\gamma\gamma}}{dW}$ etkin foton ışınllığı olarak tanımlanmıştır

$$\frac{dL^{\gamma\gamma}}{dW} = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} dy \frac{W}{2y} f_1\left(\frac{W^2}{4y}\right) f_2(y) \tag{5.39}$$

$$y_{\min} = \max\left(\frac{W^2}{4E_2^{\max}}, E_1^{\min}\right), \quad y_{\max} = E_1^{\max} .$$



Şekil 5.5 Etkin foton ışınllığının gelen fotonların değişmez kütlesine karşılık grafiği

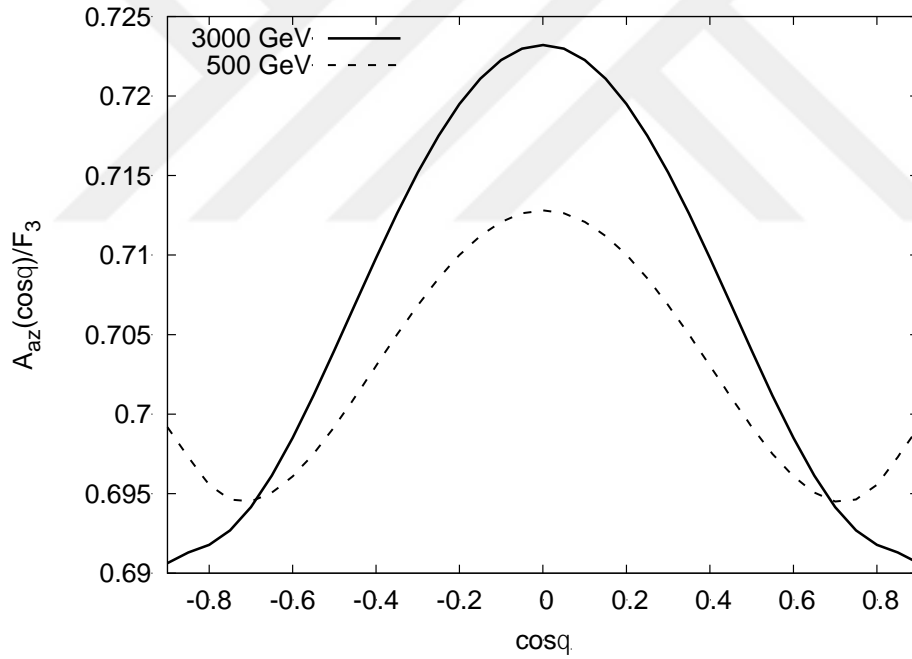
Eğer saçılan elektron ve pozitron çifti bir ileri dedektör yardımıyla dedekte edilebilirse gelen fotonların enerjileri deneysel olarak ölçülebilir. Üretilen tau çifti üzerine konulan enerji ve momentum sınırlamaları da minimum foton enerjisini belirlemek için kullanılabilir. Etkin foton ışınlılığını daha iyi analiz edebilmek için 5.38 eşitliğinin grafiği $\sqrt{s} = 500$ ve 3000 GeV de $Q^2 = 2 \text{ GeV}^2$ de çizilmiştir (Braun vd. 2008, Lebrun vd. 2012). Grafikte de görüldüğü gibi gelen fotonun enerjisinin düşük olduğu bölgeler tesir kesiti üzerinde daha etkilidir. Burada toplam tesir kesitinin yarısına $W_{\max} = 0.03\sqrt{s} = 15,90 \text{ GeV}$ $\sqrt{s} = 500, 3000 \text{ GeV}$ gibi bir değerde ulaşıyor. Küçük Q_{\max}^2 ve düşük çarpıştırıcı enerjilerinde 5.36 eşitliğindeki son terimin etkinliği azalır ve ihmal edilebilir. Fakat küçük x değerleri, büyük çarpıştırıcı enerjileri ve Q_{\max}^2 değerlerinde bu terim etkin hale gelir ve toplam tesir kesitini azaltır. CompHep/CalcHep ya da benzeri programlarda, Weizsaecker-Williams foton spektrumu $f(x)$ 5.36 eşitliğindeki son terim olmadan kullanılmaktadır (Pukhov 2000, 2009). Bu farkı göstermek amacıyla son terimi içerecek ve içermeyecek biçimde, farklı Q_{\max}^2 değerlerine karşılık gelen standart model tesir kesitleri hesaplanarak çizelge 5.1 oluşturulmuştur.

Çizelge 5.1 Farklı foton sanallıkları ve kütle merkezi enerjilerine karşılık hesaplanan Standart Model tesir kesitleri

$Q_{\max}^2 (\text{GeV}^2)$	$\sqrt{s} (\text{GeV})$	$\sigma_{SM} (pb)$	$\sigma_{SM}^{PT} (pb)$
2	500	332 (360)	56 (58)
2	1500	523 (578)	99 (103)
2	3000	667 (744)	131 (139)
16	500	371 (428)	65 (70)
16	1500	581 (680)	112 (123)
16	3000	737 (869)	148 (163)
64	500	392 (478)	70 (78)
64	1500	613 (753)	120 (136)
64	3000	776 (958)	158 (181)

Çizelge 5.1’de parantez içindeki değerler foton spektrumunda son terimin olmadığı durumda hesaplanan standart model tesir kesitlerini vermektedir. Son sütunda ise $W_{\min} = 2\sqrt{m_\tau^2 + p_T^2}$ olarak alınmıştır. Burada herbir tau leptonun enine momentumuna $p_T = 5$ GeV lik bir sınırlama konulmuştur. Çizelge 5.1’de görüldüğü üzere foton spektrumunun tümünün kullanıldığı durumlarda tesir kesiti düşmektedir. Enine momentum sınırlaması konulduğu durumlarda ise tam foton spektrumu ile son terimin ihmal edildiği spektrum arasındaki farkın azaldığı görülmektedir.

Bu aşamadan sonra azimutal asimetrinin büyüklüğünün hangi parametrelere bağlı olduğunu araştırmak amacıyla farklı demet enerjileri için, tau leptonunun saçılma açısına göre davranışı şekil 5.6’da gösterilmiştir.



Şekil 5.6 Azimutal asimetrinin τ leptonu saçılma açısına göre grafiği

Hesaplamalar sırasında her bir pionun enerjisi ve enine momentumu üzerine 0.2 GeV sınır konulmuştur. Asimetrinin özellikleri Şekil 5.6 daki grafikte $\sqrt{s} = 500$ GeV ve $\sqrt{s} = 3000$ GeV için açıkça görülmektedir. Buna göre en yüksek asimetri değeri, tau çiftinin gelen fotonların eksenine dik bir biçimde çıkması durumunda oluşmaktadır. Ancak

farklı kütle merkezi enerjileri $\sqrt{s} = 500, 1500, 3000 \text{ GeV}$ için θ açısı üzerinden integral alınması durumunda ise hemen hemen aynı asimetri değeri $\frac{A_{az}}{F_3} = 0.70$ elde edilir.

χ^2 **analizi:** Tau leptonunun elektrik dipol momenti tesir kesiti düzeyinde CP yi bozmaktadır. Burada EDM i belirlemek, CP bozulma düzeyinin dolaylı belirlenmesini sağlamaktadır. Bunun için uygulanan standart χ^2 analizinde azimutal asimetri kullanılmaktadır

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \frac{(A_{az}(F_3) - A_{az}(F_3 = 0))^2}{\delta_{SM}^2} \\ \delta_{SM} &= \sqrt{(\delta^{st})^2 + (\delta^{sys})^2} \\ \delta^{st} &= \frac{1}{\sqrt{N_{SM}}} \\ N_{SM} &= L_{int} \sigma_{SM} BR.\end{aligned}\tag{5.40}$$

Burada σ_{SM} , BR , N_{SM} ve δ_{SM} sırasıyla standart model tesir kesiti, dallanma oranı, standart model olay sayısı ve anormal bağlaşım içermeyen belirsizlik ifadesidir. Ayrıca L_{int} toplam ışınlılık, δ^{st} ve δ^{sys} ise istatistiksel ve sistematik belirsizliklerdir. Çizelge 5.2 de farklı CLIC ışınlıkları ve sistematik belirsizlikler için hesaplanmış CP-Tek anormal elektrik dipol momentleri verilmiştir. Burada Weizsacker-Williams fotonlarının maximum sanallığı $Q_{max}^2 = 2 \text{ GeV}^2$ olarak alınmıştır.

Çizelge 5.2 Farklı ışınılık ve kütle merkezi enerjileri kullanılarak hesaplanan elektrik dipol moment sınırları

$L_{\text{int}}(\text{fb}^{-1})$	$\sqrt{s}(\text{GeV})$	$ d_{\tau} (\text{e.cm})$	$ d_{\tau} (\text{e.cm}), \delta_1^{\text{sys}}$	$ d_{\tau} (\text{e.cm}), \delta_2^{\text{sys}}$
50	500	3.34×10^{-17}	3.69×10^{-17}	1.59×10^{-16}
100	500	2.36×10^{-17}	2.82×10^{-17}	1.57×10^{-16}
230	500	1.56×10^{-17}	2.20×10^{-17}	1.56×10^{-16}
100	1500	1.86×10^{-17}	2.50×10^{-17}	1.56×10^{-16}
200	1500	1.32×10^{-17}	2.08×10^{-17}	1.56×10^{-16}
320	1500	1.04×10^{-17}	1.90×10^{-17}	1.56×10^{-16}
200	3000	1.16×10^{-17}	1.94×10^{-17}	1.56×10^{-16}
400	3000	8.23×10^{-18}	1.76×10^{-17}	1.55×10^{-16}
590	3000	6.77×10^{-18}	1.69×10^{-17}	1.55×10^{-16}

χ^2 analizi yapılırken son iki sütunda toplam sistematik belirsizlik $\delta_1^{\text{sys}} = 0.001$ ve $\delta_2^{\text{sys}} = 0.01$ olarak alınmıştır. Hesaplamalar %95 güvenilirlik düzeyinde yapılmıştır. En fazla τ leptonu, yüksek tesir kesiti ve ışınılığından dolayı B-fabrikalarından (BELLE, BABAR) elde edilmektedir. Burada yapılan çalışmaların temelinde τ leptonunun özelliklerini hassasiyetle belirlemek yatmaktadır. CP-Tek elektrik dipol form faktörü için en iyi deneysel sonuçlar BELLE grubu tarafından $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \tau^+\tau^-$ sürecinde $Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$ için bulunmuştur(Inami vd. 2003).

$$\begin{aligned} -0.22 < \text{Re}(d_{\tau}) < 0.45 (10^{-16} \text{ e cm}) \\ -0.25 < \text{Im}(d_{\tau}) < 0.08 (10^{-16} \text{ e cm}) \end{aligned} \quad (5.41)$$

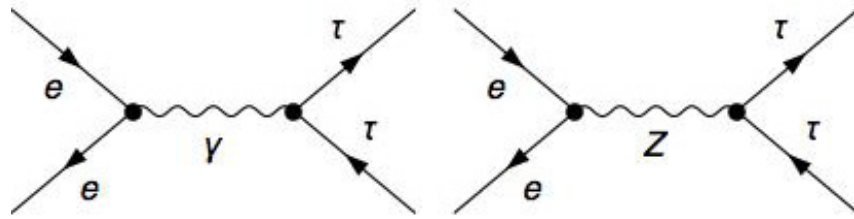
Bu tezde yapılan hesaplamada ise Q^2 nin ortalama değeri 2 GeV^2 den düşüktür. Bunun anlamı tau leptonları ile bağlaşım yapan fotonlar, gerçek foton tanımına daha yakın olduğudur. Bu sebeple bu çalışmada bulunan sonuçların BELLE sonuçlarıyla birebir karşılaştırılması oldukça kaba bir değerlendirmedir.

Fakat bu durumda dahi $\sqrt{s} = 3000$ GeV ve sistematik belirsizliğin $O(10^{-3})$ mertebede olduğu durumda alınan sonuçlar BELLE ile rekabet edebilir düzeydedir. Ayrıca LEP çarpıştırıcısındaki farklı deney gruplarının saptadığı CP-Çift EDM sınırları ise 5.42 eşitliğinde verilmiştir (Acciarri vd. 1998, Abdallah vd. 2004)

$$\begin{aligned} |d_\tau| &< 3.1 \times 10^{-16} \text{ e cm (L3)} \\ |d_\tau| &< 3.7 \times 10^{-16} \text{ e cm (OPAL)} \\ |d_\tau| &< 3.1 \times 10^{-16} \text{ e cm (DELPHI)}. \end{aligned} \quad (5.42)$$

Çizelge 5.2 de yüksek sistematik hata ile hesaplanan sonuçların dahi deneysel sonuçlarla karşılaştırılabilir olduğu görülmektedir. CLIC çarpıştırıcısı parametreleriyle yapılan bir başka çalışmada ise τ leptonunun elektrik dipol momentinin sınırları belirlenmiştir (Billur ve Köksal 2014). Fakat bu çalışmada CP çift elektrik dipol moment göz önüne alındığından karşılaştırma yapılmamıştır.

Arkaplan süreçleri: Yukarıda incelenen süreç, son durumları aynı olan arkaplan etkilerini görmek açısından doğrudan tau çifti üretimi $ee \rightarrow \tau\tau$ tesir kesiti ile karşılaştırılmıştır. Aşağıda bu sürecin olası Feynman diyagramları ve tesir kesitleri Şekil 5.7 de verilmiştir

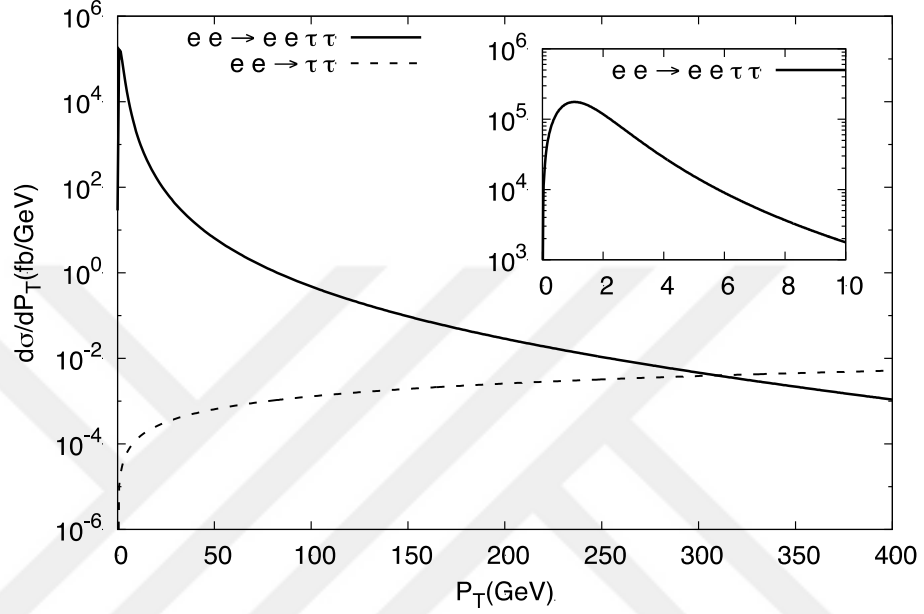


Şekil 5.7 Tau leptonu çifti için doğrudan üretim diyagramları

$$\sqrt{s} = 500 \text{ GeV için } \sigma = 0.45 \text{ pb}$$

$$\sqrt{s} = 3000 \text{ GeV için } \sigma = 0.01 \text{ pb}. \quad (5.43)$$

5.43 eşitliğindeki değerler çizelge 5.1 ile karşılaştırıldığında doğrudan üretimin tesir kesitinin foton indüklü sürece göre $10^{-3} - 10^{-4}$ kat küçük olduğu açıkça görülmektedir. İki süreci daha detaylı karşılaştırmak için enine momentum dağılımı şekil 5.8'deki grafikte çizilmiştir.



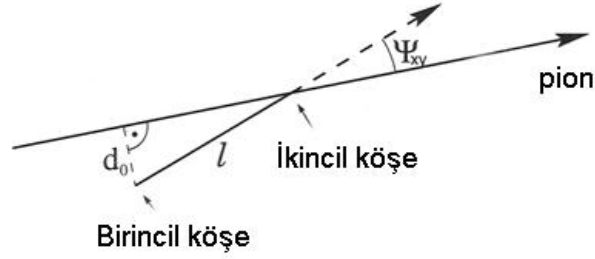
Şekil 5.8 Tau çiftinin oluşumu için arkaplan süreci ile birlikte verilen enine momentum dağılımları

Şekil 5.8 deki grafikte foton indüklü üretim $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\tau^+\tau^-$ ve doğrudan s-kanal üretimi $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ için değişik p_T değerlerine karşılık tesir kesitleri verilmiştir. $p_T < 150$ bölgesinde foton indüklü sürecin daha baskın olduğu açıkça görülmektedir. Bu sürecin grafiğinde düşük p_T bölgelerine gidildikçe tesir kesitinin arttığı, tau kütesinin yarısı seviyelerinde en yüksek değerini alarak $p_T \rightarrow 0$ da küçülerek sıfıra gittiği görülmektedir. Bu durum t-kanalı propagatörünün paydasının düşük p_T değerlerinde küçülmesi ile açıklanabilir. Bu davranış “colinear” büyüme olarak adlandırılır. Ek2 bölümünde verilen diferensiyel tesir kesiti ifadesi $p_T \cong m/2$ civarında bir maksimum yapmaktadır. Eğer tau leptonunun kütesi ihmal edilirse “colinear” iraksaklık meydana gelmektedir. Bu nedenle tau kütesi küçük p_T bölgesindeki

iraksamayı kontrol altında tutmaktadır. Buna ek olarak konulan birkaç GeV büyüklüğünde enine momentum alt sınırı tepe bölgesini dışarlar. Ayrıca bu alt sınır τ leptonunun dedektörde saptanması için gereklidir. Aynı zamanda bu p_T kısıtlaması tepe bölgesini dışarlayarak duyarlılık değerlerini güvende tutmaktadır. Bir başka durum ise üstteki eğrinin tüm \sqrt{s} değerleri üzerinden integrali alınarak, doğrudan üretimin ise sadece tek bir enerji değeri $\sqrt{s} = 3000$ GeV kullanılarak hesaplandığıdır. İki süreçte belirgin bir şekilde farklılık gösteren niceliklerden biri de tau çiftinin değişmez kütesidir. Foton indüklü süreçte tau çiftinin değişmez kütesi iki fotonun etkin değişmez kütesine eşit olmalıdır. Bu değer 15-90 GeV den az olmalıdır. s-kanalı sürecinde ise tau çiftinin değişmez kütesi gelen e^+e^- çiftinin kütle merkezi enerjileri 500-3000 GeV ile aynıdır. Bu süreçte toplam tesir kesiti t-kanalına kıyasla daha küçüktür. Daha önce de belirtildiği üzere düşük p_T bölgesinde doğrudan üretimin etkileri kolaylıkla yok edilebilir.

Dedektörde tau leptonunun tanımlanması: Ölçüm açısından önemli nokta son durum tau leptonlarının mümkün olan en az hata ile tanımlanabilmesidir. Bu tanımlama, tau çiftinin bozunum ürünlerinden giderek yapılabilir. τ leptonunun hadronik bozunumunda $\tau \rightarrow \pi\nu$, yüklü pion dedektörle yakalanabilirken nötrino yakalanamayacaktır. Tau leptonu enerjisi için $m \ll E$ olduğu durumlarda bozunum ürünleri, m/E mertebesinde küçük açılı bir koni içine dağılacaktır. Eğer saçılan e^+e^- çiftinin enerjileri ölçülebilirse, gelen ve saçılan e^+e^- çiftinin enerjileri farkı kullanılarak fotonların enerjisi belirlenebilir. Daha sonra ise fotonların momentumundan yola çıkılarak τ çiftinin değişmez kütesi belirlenebilir. Burada her bir tau leptonunun enerjisi tau çiftinin değişmez kütesi cinsinden tanımlanır. Daha sonrasında ise tau leptonu enerjisi kullanılarak momentumun büyüklüğü de bulunabilir. Burada belirlenmesi gereken bir başka şey ise tau momentumunun yönüdür. Tau leptonunun enerjisinin bilindiği bu durumda momentumun yönü, genişliğini hadronik bozunum ürünlerinin belirlediği bir koni içinde kalacak biçimde sınırlanır. Bu sınır yüksek enerji değerlerinde küçük açılı bir koni oluşturacağından tau momentumunun yönünün belirlenmesinde daha hassas bilgi verir. Her bir tau leptonunun bir nötrino içeren bozunum durumlarında bu yöntem yüksek verimlilikle kullanılabilir (Heister vd. 2001, Belous vd. 2014).

Eğer saçılan e^+e^- çifti gözlenemez ise, bu durumda τ çiftinin değişmez kütlelerini dolayısıyla τ leptonun enerjisini kayıp nötrinodan dolayı belirlemek mümkün değildir. Bu durumda τ leptonunu belirlemek için τ çiftinin oluştuğu köşeye ve tau leptonun bozunduğu köşenin bilinmesine ihtiyaç vardır. τ leptonunun bozunmadan önce aldığı ortalama yol $l = \beta\gamma\tau_\tau$ ile verilir. Burada $\gamma = 1/\left(\sqrt{1-\beta^2}\right)$ relativistik faktör, τ_τ ise taunun ömrüdür. Enerjinin $E > 20$ GeV olduğu durumlarda, ortalama yol mm mertebesinde olduğundan ölçülebilir düzeydedir. Deneysel olarak tau leptonunun piyon ve nötrinoya bozunduğu köşe vurma parametresi metodu ile saptanabilir. Vurma parametresi yüklü hadron momentumu ile τ çiftinin oluştuğu köşeler arasındaki en yakın mesafedir. Vurma parametresi $d_0 = l \sin \psi_{xy}$ şeklinde verilmektedir. Birincil, ikincil köşeler ve vurma parametresi şekil 5.9’da gösterilmiştir.



Şekil 5.9 Tau oluşumu ve bozunumunda birincil, ikincil köşeler ve vurma parametresi

Şekil 5.9’da ψ tau momentumu ile yüklü pion arasındaki açıdır. Bu metot yüklü hadron ve tek nötrinoya bozunum durumlarında nötrino momentumunun belirlenmesinde iyi çalışır (Jeans 2016). Genel olarak bakıldığında tek nötrino bozunmalarında her iki durumda da tau leptonunun yeniden yapılandırılması mümkündür.

5.5 LHC de CP Bozulmuş Düzeyi Limitleri

Bu bölümde $\gamma\gamma \rightarrow \tau\tau$ süreci LHC de incelenmiştir. Burada gelen proton çiftinden küçük açılarla çıkan fotonların etkileşmesiyle tau çifti ortaya çıkmaktadır. Tau leptonunun elektrik dipol momentinin sınırlarının belirlenmesi aşamasında CLIC için

izlenen yol izlenmiştir. Elektron-positron çiftinden farklı olarak burada proton çiftinden gelen fotonlar için foton spektrumu ve etkin $\gamma\gamma$ ışınlılığı farklılık göstermektedir

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dE_\gamma} &= f(x) = \frac{\alpha}{\pi E_\gamma} \frac{dQ^2}{Q^2} \left[\left(1 - \frac{E_\gamma}{E}\right) \left(1 - \frac{Q_{\min}^2}{Q^2}\right) F_E + \frac{E_\gamma^2}{2E^2} F_M \right] \\ Q_{\min}^2 &= \frac{m_p^2 E_\gamma^2}{E(E - E_\gamma)}, \quad F_E = \frac{4m_p^2 G_E^2 + Q^2 G_M^2}{4m_p^2 + Q^2} \\ G_E^2 &= \frac{G_M^2}{\mu_p^2} = \left(1 + \frac{Q^2}{Q_0^2}\right)^{-4}, \quad F_M = G_M^2, \quad Q_0^2 = 0.71 \text{ GeV}^2. \end{aligned} \quad (5.44)$$

5.44 eşitliğinde E proton demetinin enerjisi, $E_\gamma = \xi E$ fotonun enerjisi, m_p ise proton kütlesidir. F_E ve F_M protonun elektrik ve manyetik form faktörleridir. Alt süreç ile ilgili hesaplar tamamen aynı olduğundan sadece foton spektrumu üzerinden integral alınacaktır

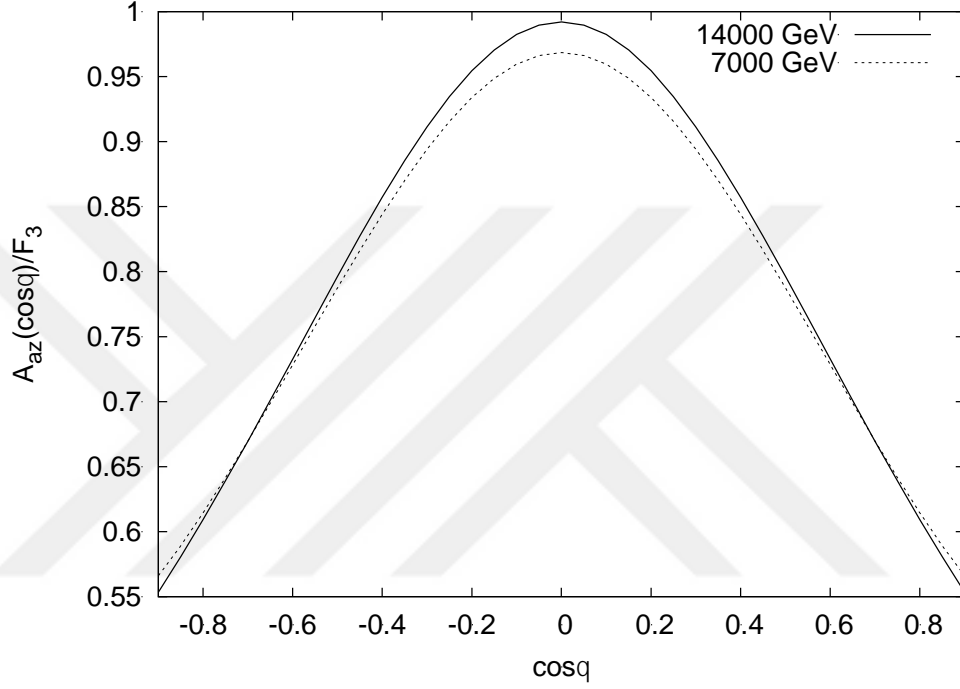
$$d\sigma = \int \frac{dL^{\gamma\gamma}}{dW} d\hat{\sigma}(W) dW. \quad (5.45)$$

Burada $W = 2E\sqrt{\xi_1\xi_2}$ gelen fotonların değişmez kütlesi, Q_{\max}^2 fotonların maksimum sanallığı, $\frac{dL^{\gamma\gamma}}{dW}$ ise etkin foton ışınlılığıdır

$$\begin{aligned} \frac{dL^{\gamma\gamma}}{dW} &= \int_{Q_{1\min}^2}^{Q_{1\max}^2} dQ_1^2 \int_{Q_{2\min}^2}^{Q_{2\max}^2} dQ_2^2 \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} dy \frac{W}{2y} f_1\left(\frac{W^2}{4y}, Q_1^2\right) f_2(y, Q_2^2) \\ y_{\min} &= \max\left(\frac{W^2}{4\xi_{\max} E}, \xi_{\min} E\right), \quad y_{\max} = \xi_{\max} E, \quad f = \frac{dN}{dE_\gamma dQ^2}. \end{aligned} \quad (5.46)$$

LHC, merkez detektörde yakalanamayan parçacıkları kaçırmamak için ileri dedektörlere sahiptir. ATLAS ve CMS gruplarının programlarına göre bu ileri dedektörlerin çarpışma noktasının yaklaşık 100m-400m ilerisine kurulması planlanmaktadır. Bu

dedektörlere gelen protonların enerji kaybı $\xi = \frac{E_{kayıp}}{E_{demet}}$ gibi bir oran cinsinden ölçülebilir. Bu özellik yüksek enerjilerde foton indüklü süreçler için gelen fotonların değişmez kütesini belirlemek için kullanılır. Şekil 5.10'da, kütle merkezinde τ saçılma açısına karşılık asimetri grafiği görülmektedir.



Şekil 5.10 LHC parametreleri kullanılarak çizilen azimutal asimetri grafiği

Hesaplamalar sırasında tau leptonuna farklı enerji ve enine momentum sınırlamaları konulmuştur. Burada hesaplamalar $\sqrt{s} = 7000$ GeV ve $\sqrt{s} = 14000$ GeV için yapılmış ve grafikler çizdirilmiştir. Kütle merkezi açısı θ integrali de alındığında asimetri değeri $\sqrt{s} = 7000, 14000$ GeV için $A_{az} / F_3 = 0.69$ ve $A_{az} / F_3 = 0.67$ bulunur. Tau leptonunun CP-Tek elektrik dipol momentleri sınırları, farklı LHC ışınlıklarında ve sistematik belirsizliklerde hesaplanmış ve çizelge 5.3 oluşturulmuştur. Burada Weizsacker-Williams fotonlarının maximum sanallığı $Q_{max}^2 = 2$ GeV² olarak alınmıştır.

Çizelge 5.3 LHC parametleri kullanılarak farklı ışınılık ve kütle merkezi enerjilerine karşılık hesaplanmış elektrik dipol momenti sınırları

$L_{int} (\text{fb}^{-1})$	$\sqrt{s} (\text{GeV})$	σ_{SM}	$ d_\tau (e.cm)$	δ^{sys}	$ d_\tau (e.cm)$
$0.0015 < \xi < 0.15$					
100	7000	8867	1.52×10^{-16}	0.01	2.19×10^{-16}
200	7000	8867	1.08×10^{-16}	0.01	1.91×10^{-16}
100	14000	2531	2.94×10^{-16}	0.01	3.36×10^{-16}
200	14000	2531	2.08×10^{-16}	0.01	2.60×10^{-16}
$p_T < 5 \text{ GeV}$					
100	7000	4238	1.98×10^{-16}	0.01	2.43×10^{-16}
200	7000	4238	1.40×10^{-16}	0.01	1.98×10^{-16}
100	14000	2261	3.02×10^{-16}	0.01	3.41×10^{-16}
200	14000	2261	2.14×10^{-16}	0.01	2.65×10^{-16}
$p_T < 10 \text{ GeV}$					
100	7000	874	4.30×10^{-16}	0.01	4.50×10^{-16}
200	7000	874	3.00×10^{-16}	0.01	3.34×10^{-16}
100	14000	1166	3.72×10^{-16}	0.01	3.98×10^{-16}
200	14000	1166	2.63×10^{-16}	0.01	2.98×10^{-16}
ξ Kinematik sın.					
100	7000	97377	4.5×10^{-17}	0.01	1.6×10^{-16}
200	7000	97377	3.2×10^{-17}	0.01	1.6×10^{-16}
100	14000	138828	3.8×10^{-17}	0.01	1.6×10^{-16}
200	14000	138828	2.7×10^{-17}	0.01	1.6×10^{-16}

Çizelge 5.3'te $pp \rightarrow pp\tau^+\tau^- \rightarrow pp\pi^+\pi^-\nu\bar{\nu}$ süreci aracılığıyla CP-Tek tau leptonunun anormal elektrik dipol momentinin sınırları farklı LHC ışınlıkları ve $\sqrt{s} = 7000, 14000$ GeV kütle merkezi enerjilerinde verilmektedir. Hesaplamalar sırasında her bir tau leptonunun enine momentumuna $p_T = 5, 10$ GeV sınırlama getirilmiştir. Çizelgenin alt kısmında ise ξ için kinematik sınırlar seçilerek hesaplar tekrarlanmıştır.

Çizelge 5.3 ile verilen sonuçlar CLIC sonuçlarıyla karşılaştırılabilir düzeydedir. Yukarıda da görüldüğü gibi enerji arttıkça standart model tesir kesiti düşmektedir. Hesaplamalar her ne kadar $0.0015 < \xi < 0.15$ bölgesi kullanılarak yapılsa da, ileri dedektörlerin sınırları gelecek planında $0.015 < \xi < 0.15$ olarak güncellenmiştir. Bu yeni sınırlar kullanılarak hesaplar tekrarlandığında tesir kesiti şiddetli biçimde küçülmektedir. Bu sebeple foton indüklü bu süreçten önceki çalışmalara göre daha az duyarlı sonuçlar elde edilmektedir.



6. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu tez çalışmasında foton indüklü süreç yardımıyla oluşturulan tau çifti ile tau leptonunun elektrik dipol momenti belirlenmeye çalışılmıştır. Elektrik dipol moment terimi CP simetrisini bozduğundan aynı zamanda CP bozulum düzeyinin de belirlenmesi amaçlanmıştır. CP bozulumu Standart Modelde kuark sektöründeki karışımı veren CKM(Cabbibo-Kobayashi-Maskawa) matrisi dışında Standart Model ötesinden gelen katkıları öngörmektedir. Bu açıdan bakılırsa Standart Model ötesi modellerin araştırılması aşamasında önemi büyüktür. Bunların dışında evrendeki madde antimadde orantısızlığının kaynağını oluşturan CP simetrisi maddenin antimaddeye baskın geldiği evreni açıklamak konusunda kilit taşıdır. Bu hesap yapılırken tau leptonu ve fotonun elektromanyetik köşe faktörü kullanılmıştır. Bu yapı içinde noktasal etkileşme terimi dışında, anormal manyetik moment, elektrik dipol moment ve anapol momentler de mevcuttur. Foton indüklü olarak seçilen alt sürece ana süreç olarak elektron-pozitron ve proton-proton çarpışmaları seçilmiş ve buna bağlı olarak hesaplamalar yapılırken CLIC ve LHC çarpıştırıcılarının parametreleri kullanılmıştır. Proton proton ve elektron pozitron çifti için yapılan hesaplamalar sonucunda tau leptonunun elektrik dipol momenti için literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılabilir sonuçlar elde edilmiştir. Çoğu çalışmadan farklı olarak bu çalışmada CP-tek elektrik dipol form faktörünün sınırları belirlenmiştir. Buna benzer bir çalışma BELLE grubu tarafından $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \tau^+\tau^-$ sürecinde $Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$ foton sanallığı kullanılarak yapılmıştır. Fakat iki çalışmada kullanılan foton sanallıkları arasında ciddi fark vardır. Bu sebeple sonuçların birebir karşılaştırılması doğru değildir. Elektromanyetik form faktörlerinin $Q^2 = 0$ limitinde statik momentler olduğu tanımından yola çıkarak tezde yapılan çalışmanın statik moment tanımına daha yakın durulduğu sonucuna varılabilir. Bu ise hesabın güçlü noktalarından birini oluşturur. Hesaplamalar sonucunda elektron pozitron çiftinden gelen foton indüklü süreçte, tau leptonunun elektrik dipol momenti için oldukça duyarlı sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca LHC için yapılan hesaplamalarda ise literatürdeki sonuçlar ile karşılaştırılabilir sonuçlar bulunsada LHC nin gelecek planları kapsamında ileri dedektör parametrelerinde yaptığı değişiklikler ile yapılan hesaplamalarda daha az duyarlı sonuçlar elde edilmiştir. Sonuç olarak bu çalışma ile Standart Model ötesi fiziğin katkısının belirlenmesinde CLIC ve LHC nin potansiyeli tartışılmıştır.

KAYNAKLAR

- Abdallah, J. vd. 2004. Study of tau-pair production in photon-photon collisions at LEP and limits on the anomalous electromagnetic moments of the tau lepton. *Eur. Phys. J. C* 35, 159.
- Acciarri M. vd. 1998. Measurement of the anomalous magnetic and electric dipole moments of the tau lepton. *Phys. Lett. B* 434, 169.
- Ackersta, K. vd. An Upper limit on the anomalous magnetic moment of the tau lepton. *Phys. Lett. B* 431, 188.
- Anonymous. 2016. Web Sitesi : www.dampt.cam.ac.uk/user/db275/symmetry.pdf , Erişim tarihi: 30.11.2016
- Atağ, S. and Gürkanlı, E. 2016. Prediction for CP violation via electric dipole moment of τ lepton in $\gamma\gamma \rightarrow \tau^+\tau^-$ process at CLIC. *JHEP* 06, 118.
- Barr, S. M. 1986. A Survey of a New Class of Models of CP Violation. *Phys. Rev. D* 34, 1567.
- Barr, S. M. and Marciano, W. J. 1989. Electric Dipole Moments in CP Violation. World Scientific, 455 p. Singapore.
- Barr, S. M. and Zee, A. 1990. Electric Dipole Moment of the Electron and of the Neutron. *Phys. Rev. Lett.* 65 21.
- Belous K. vd. 2014. Measurement of the τ -lepton lifetime at Belle. *Phys. Rev. Lett.* 112, 031801.
- Bernabeu, J. , Gonzalez-Sprinberg, G. A. and Vidal, J. 2004. CP violation and electric-dipole-moment at low energy tau-pair production, *Nucl. Phys. B* 701,87.
- Bernreuther, W. and Nachtmann, O. 1997. Some remarks on the search for CP-violation in Z decays. *Z. Phys. C* 73, 647.
- Billur, A.A. 2011. Gloun kutuplanmasının üst kuark son durumlarıyla incelenmesi. Doktora tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Billur, A.A. and Koksal, M. 2014. Probe of the electromagnetic moments of the tau lepton in gamma-gamma collisions at the CLIC. *Phys. Rev. D* 89, 037301.
- Braun H. vd. 2008. CLIC 2008 parameters. CLIC- NOTE-764. Switzerland.
- Budnev, V. M., Ginzburg, I. F., Meledin, G. V. and Serbo, V. G. 1975. The two photon particle production mechanism. Physical problems. Applications. Equivalent photon approximation. *Phys. Rept.* 15, 181.

- Buldu, M. 2013. Dalitz grafiği analizi ile hadronik bozunumların incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, İnönü Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Christenson, J. H. ,Cronin, J. W. ,Fitch, V. L. and Turlay, R. 1964. Evidence for the 2π decay of the K_2^0 meson. *Physical Review Letters*. 13, 138.
- Dannheim, D. 2013 CLIC e^+e^- Linear Collider Studies.
- Ellis, J. R. , Ferrara, S. and Nanopoulos, D. V. 1982. CP Violation and Supersymmetry. *Phys. Lett. B* 114 231.
- Galtieri, A. B. , Margaroli, F. and Volobouev, I. 2012. Precision measurements of the top quark mass from the Tevatron in the pre-LHC era. *Rept.Prog.Phys.*75, 056201.
- Grimus, W. 1988. CP Violating Phenomena and Theoretical Results. *Fortsch. Phys.* 36, 201.
- Han, T. 2005. Collider phenomenology, basic knowledge and techniques. Print.
- Hayreter, A. 2012 Production and decay of W_R gauge bosons in left-right symmetric models at the TEVATRON and the LHC. Doktora tezi, Concordia University
- Heister, A. vd. 2001. Measurement of the tau polarization at LEP. *Eur. Phys. J. C* 20, 401.
- Hoogeveen, F. 1990. The Standard Model Prediction for the Electric Dipole Moment of the Electron. *Nucl. Phys. B* 341, 322.
- Inami K. vd. 2003. Search for the electric dipole moment of the tau lepton. *Phys. Lett. B* 551, 16.
- Jeans, D. 2016. Tau lepton reconstruction at collider experiments using impact parameters. *Nucl. Instrum. Meth. A* 810, 51.
- Kobayashi, M., and Maskawa, T. 1973. Cp-Violation in Renormalizable Theory of Weak interaction. *Progress of Theoretical Physics*, 49(2), 652-657.
- Lebrun, P., Linssen L., Lucaci-Timoce, A., Schulte, D., Simon, F., Stapnes, S., Toge, N., Weerts H., Wells, J. 2012. The CLIC Programme: Towards a Staged e^+e^- Linear Collider exploring the Terascale: CLIC Conceptual Design Report .
- Ma, J. P. and Brandenburg, A. 1992. CP violation and top quark decays. *Z. Phys. C* 56, 97.
- Morris, J. 2002. CP Violation and the Dominance of Matter. Reviews in undergraduate

- research, 1, 38-43.
- Pati, J. C. and Salam, A. 1974. Lepton Number as the Fourth Color. *Phys. Rev. D* 10,275.
- Perepelitsa, D. V. 2008. Sakharov conditions for baryogenesis. Print
- Peskin, M. E. and Schroeder, D. V. 1995. An introduction to quantum field theory. Westview Press, 842p, USA.
- Pukhov, A. vd. 2000. CompHEP: A package for evaluation of Feynman diagrams and integration over multiparticle phase space. Russia.
- Pukhov, A. 2009. CalcHEP 2.3: MSSM, structure functions, event generation, batchs and generation of matrix elements for other packages.
- Stahl, A. 2000. Physics with Tau Leptons. Springer,317s. , Berlin.
- Şahin, B. 2005. ep çarpışmasında üst kuarkın spin polarizasyonu. Doktora tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Şahin İ. 2005. Polarize elektron-gama çarpışmasında üçlü ayar bozonu etkileşmeleri. Doktora tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Tsai, Y. S. 1976. Decay Correlations of Heavy Leptons in $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$. *Phys. Rev. D* 4, 2821.
- Weinberg, S. 1976. Gauge Theory of CP-violation *Phys. Rev. Lett.* 37, 657

EKLER

EK 1 İndirgenmiş Genlikler.....	73
EK 2 Enine Momentum Dağılımı.....	76

EK 1 İndirgenmiş Genlikler

İndirgenmiş genlik ifadeleri aşağıdaki gibidir

$$C_0 = \left[(m^2 - \hat{t})(9m^4 + m^2(8\hat{s} - 22\hat{t} + 4\hat{u}) + \hat{t}(9\hat{t} - 4\hat{s})) / 4m^2 \right] F_3^2 + 2(3m^4 - m^2(2\hat{s} + 5\hat{t} + 3\hat{u}) + \hat{t}\hat{u}) \quad (1.1)$$

$$D_0 = \left[(m^2 - \hat{u})(9m^4 + m^2(8\hat{s} + 4\hat{t} - 22\hat{u}) + \hat{u}(9\hat{u} - 4\hat{s})) / 4m^2 \right] F_3^2 + 2(3m^4 - m^2(2\hat{s} + 3\hat{t} + 5\hat{u}) + \hat{t}\hat{u}) \quad (1.2)$$

$$G_0 = \left[(-44m^6 + m^4(32\hat{s} + 34\hat{t} + 34\hat{u}) - 2m^2(16\hat{s}^2 + 8\hat{s}(\hat{t} + \hat{u}) - 9\hat{t}^2 + 20\hat{t}\hat{u} - 9\hat{u}^2) + 5\hat{s}^3 + 8\hat{s}^2(\hat{t} + \hat{u}) - 5\hat{s}(\hat{t} - \hat{u})^2 - 2(\hat{t} + \hat{u})(4\hat{t}^2 - 3\hat{t}\hat{u} + 4\hat{u}^2)) / 8m^2 \right] F_3^2 - 4(6m^4 - m^2(4\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) + \hat{s}(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u})) \quad (1.3)$$

$$C_{xx} = \left[(-m^6 + m^4(12\hat{s} + 5\hat{t} - 2\hat{u}) + m^2(\hat{s}(14k_{1x}^2 - 3\hat{s} + 4\hat{t}) - 6\hat{t}\hat{u} + 3\hat{u}^2) + \hat{t}(2k_{1x}^2\hat{s} - \hat{s}^2 + \hat{u}^2)) / 4m^2 \right] F_3^2 + 4m^2(m^2 + 2k_{1x}^2 + \hat{t}) \quad (1.4)$$

$$C_{yy} = \left[(-m^6 + m^4(12\hat{s} + 5\hat{t} - 2\hat{u}) + m^2(-3\hat{s}^2 + 4\hat{s}\hat{t} + 3\hat{u}(\hat{u} - 2\hat{t})) + \hat{t}(\hat{u}^2 - \hat{s}^2)) / 4m^2 \right] F_3^2 + 4m^2(m^2 + \hat{t}) \quad (1.5)$$

$$C_{zz} = \left[(E_1^2(-m^6 + m^4(-56p_{1z}(k_{1z} + p_{1z}) + 12\hat{s} + 5\hat{t} - 2\hat{u}) + m^2(14k_{1z}^2\hat{s} - 4k_{1z}p_{1z}(5\hat{s} + 6\hat{t} - 2\hat{u}) + p_{1z}^2(54\hat{s} - 56\hat{t} + 40\hat{u}) - 3\hat{s}^2 + 4\hat{s}\hat{t} - 6\hat{t}\hat{u} + 3\hat{u}^2) + \hat{t}(\hat{s}(2k_{1z}^2 + 4k_{1z}p_{1z} + 10p_{1z}^2 - \hat{s}) + 8p_{1z}\hat{u}(k_{1z} + p_{1z}) + \hat{u}^2)) - p_{1z}^2(m^6 + m^4(-12\hat{s} - 5\hat{t} + 2\hat{u}) + m^2(3\hat{s}^2 - 4\hat{s}\hat{t} + 6\hat{t}\hat{u} - 3\hat{u}^2) + \hat{t}(\hat{s} - \hat{u})(\hat{s} + \hat{u}))) / 4m^4 \right] F_3^2 + 4(m^2(E_1^2 + p_{1z}^2) + E_1^2(2(k_{1z} - p_{1z})^2 + \hat{t}) + p_{1z}^2\hat{t}) \quad (1.6)$$

$$C_{xy}^- = \left[-4E_1(3m^2 + \hat{t})(k_{1z} - p_{1z}) \right] F_3 \quad (1.7)$$

$$C_{yz}^- = \left[-4E_1k_{1x}(3m^2 + \hat{t}) / m \right] F_3$$

$$C_{xz}^+ = \left[E_1k_{1x}(-22m^4p_{1z} + m^2(7k_{1z}\hat{s} - p_{1z}(\hat{s} + 2\hat{t} - 6\hat{u})) + \hat{s}\hat{t}(k_{1z} + p_{1z}) + 2p_{1z}\hat{t}\hat{u}) / 2m^3 \right] F_3^2 + 8E_1mk_{1x}(k_{1z} - p_{1z}) \quad (1.8)$$

$$D_{xx} = \left[(-m^6 + m^4(12\hat{s} - 2\hat{t} + 5\hat{u}) + m^2(\hat{s}(14k_{1x}^2 - 3\hat{s} + 4\hat{u}) - 6\hat{t}\hat{u} + 3\hat{t}^2) + \hat{u}(2k_{1x}^2\hat{s} - \hat{s}^2 + \hat{t}^2)) / 4m^2 \right] F_3^2 + 4m^2(m^2 + 2k_{1x}^2 + \hat{u}) \quad (1.9)$$

$$D_{yy} = \left[(-m^6 + m^4(12\hat{s} + 5\hat{u} - 2\hat{t}) + m^2(-3\hat{s}^2 + 4\hat{s}\hat{u} + 3\hat{t}(\hat{t} - 2\hat{u})) + \hat{u}(\hat{t}^2 - \hat{s}^2)) / 4m^2 \right] F_3^2 + 4m^2(m^2 + \hat{u}) \quad (1.10)$$

$$D_{zz} = \left[(E_1^2(-m^6 + m^4(56p_{1z}(k_{1z} - p_{1z}) + 12\hat{s} + 5\hat{u} - 2\hat{t}) + m^2(14k_{1z}^2\hat{s} + 4k_{1z}p_{1z}(5\hat{s} + 6\hat{u} - 2\hat{t}) + p_{1z}^2(54\hat{s} - 56\hat{u} + 40\hat{t}) - 3\hat{s}^2 + 4\hat{s}\hat{u} - 6\hat{t}\hat{u} + 3\hat{t}^2) + \hat{u}(\hat{s}(2k_{1z}^2 - 4k_{1z}p_{1z} + 10p_{1z}^2 - \hat{s}) + 8p_{1z}\hat{t}(-k_{1z} + p_{1z}) + \hat{t}^2)) - p_{1z}^2(m^6 + m^4(-12\hat{s} - 5\hat{u} + 2\hat{t}) + m^2(3\hat{s}^2 - 4\hat{s}\hat{u} + 6\hat{t}\hat{u} - 3\hat{t}^2) + \hat{u}(\hat{s} - \hat{t})(\hat{s} + \hat{t}))) / 4m^4 \right] F_3^2 + 4(m^2(E_1^2 + p_{1z}^2) + E_1^2(2(k_{1z} + p_{1z})^2 + \hat{u}) + p_{1z}^2\hat{u}) \quad (1.11)$$

$$D_{xy}^- = \left[4E_1(3m^2 + \hat{u})(k_{1z} + p_{1z}) \right] F_3 \quad (1.12)$$

$$D_{yz}^- = \left[-4E_1^2k_{1x}(3m^2 + \hat{u}) / m \right] F_3$$

$$D_{xz}^+ = \left[E_1k_{1x}(22m^4p_{1z} + m^2(7k_{1z}\hat{s} + p_{1z}(\hat{s} - 6\hat{t} + 2\hat{u})) + \hat{s}\hat{u}(k_{1z} - p_{1z}) - 2p_{1z}\hat{t}\hat{u}) / 2m^3 \right] F_3^2 + 8E_1mk_{1x}(k_{1z} + p_{1z}) \quad (1.13)$$

$$G_{xx} = \left[(20m^6 + 2m^4(72k_{1x}^2 + 5(8\hat{s} + 3\hat{t} + 3\hat{u})) - 2m^2(20k_{1x}^2(3\hat{s} + 2\hat{t} + 2\hat{u}) - 4\hat{s}^2 + 8\hat{s}(\hat{t} + \hat{u}) + 5(\hat{t}^2 + 4\hat{t}\hat{u} + \hat{u}^2)) + 4k_{1x}^2(3\hat{s}^2 + 7\hat{s}(\hat{t} + \hat{u}) + (\hat{t} + \hat{u})^2) - 3\hat{s}^3 - 4\hat{s}^2\hat{t} - 4\hat{s}^2\hat{u} + 3\hat{s}\hat{t}^2 + 10\hat{s}\hat{t}\hat{u} + 3\hat{s}\hat{u}^2 + 4\hat{t}^3 + 6\hat{t}^2\hat{u} + 6\hat{t}\hat{u}^2 + 4\hat{u}^3) / 8m^2 \right] F_3^2 + 2(2m^4 + 4m^2(\hat{t} + 2k_{1x}^2 + \hat{u}) - 4k_{1x}^2\hat{s} + \hat{s}^2 - \hat{t}^2 - \hat{u}^2) \quad (1.14)$$

$$G_{yy} = \left[(-20m^6 + 10m^4(8\hat{s} + 3\hat{t} + 3\hat{u}) + 2m^2(4\hat{s}^2 - 8\hat{s}(\hat{t} + \hat{u}) - 5(\hat{t}^2 + 4\hat{t}\hat{u} + \hat{u}^2)) - 3\hat{s}^3 - 4\hat{s}^2\hat{t} - 4\hat{s}^2\hat{u} + 3\hat{s}\hat{t}^2 + 10\hat{s}\hat{t}\hat{u} + 3\hat{s}\hat{u}^2 + 4\hat{t}^3 + 6\hat{t}^2\hat{u} + 6\hat{t}\hat{u}^2 + 4\hat{u}^3) / 8m^2 \right] F_3^2 + 2(2m^4 + 4m^2(\hat{t} + \hat{u}) + \hat{s}^2 - \hat{t}^2 - \hat{u}^2) \quad (1.15)$$

$$\begin{aligned}
G_{zz} = & \left[\left(E_1^2 (-20m^6 + 2m^4 (72k_{1z}^2 - 152p_{1z}^2 + 5(8\hat{s} + 3\hat{u} + 3\hat{t}))) \right. \right. \\
& - 2m^2 (20k_{1z}^2 (3\hat{s} + 2\hat{t} + 2\hat{u}) + 32k_{1z}p_{1z} (\hat{u} - \hat{t}) + p_{1z}^2 (76\hat{s} \\
& + 8\hat{u} + 8\hat{t})) - 4\hat{s}^2 + 8\hat{s}\hat{t} + 8\hat{s}\hat{u} + 5\hat{t}^2 + 20\hat{t}\hat{u} + 5\hat{u}^2) + 4k_{1z}^2 (3\hat{s}^2 \\
& + 7\hat{s}(\hat{t} + \hat{u}) + (\hat{t} + \hat{u})^2) - 8k_{1z}p_{1z} (\hat{t} - \hat{u})(\hat{s} + 4(\hat{t} + \hat{u})) \\
& + 36p_{1z}^2 \hat{s}^2 + \hat{u}^2 (28p_{1z}^2 + 6\hat{t} + 3\hat{s}) + 2\hat{u} (2p_{1z}^2 (19\hat{s} + 6\hat{t}) \\
& - (\hat{s} - 3\hat{t})(2\hat{s} + \hat{t})) + 76p_{1z}^2 \hat{s}\hat{t} + 28p_{1z}^2 \hat{t}^2 - 3\hat{s}^3 - 4\hat{s}^2\hat{t} + 3\hat{s}\hat{t}^2 \\
& + 4\hat{t}^3 + 4\hat{u}^3) + p_{1z}^2 (-20m^6 + 10m^4 (8\hat{s} + 3(\hat{t} + \hat{u}))) + 2m^2 (4\hat{s}^2 \\
& - 8\hat{s}(\hat{t} + \hat{u}) - 5(\hat{t}^2 + 4\hat{t}\hat{u} + \hat{u}^2)) - 3\hat{s}^3 - 4\hat{s}^2(\hat{t} + \hat{u}) + \hat{s}(3\hat{t} \\
& + \hat{u})(\hat{t} + 3\hat{u}) + 2(\hat{t} + \hat{u})(2\hat{t}^2 + \hat{t}\hat{u} + 2\hat{u}^2) \left. \right) / 8m^4 \Big] F_3^2 \\
& + 2(2m^4 (E_1^2 + p_{1z}^2) + 4m^2 (E_1^2 (2k_{1z}^2 + p_{1z}^2 + \hat{t} + \hat{u}) + p_{1z}^2 (\hat{t} + \hat{u}))) \\
& - E_1^2 (4k_{1z}^2 \hat{s} + 8k_{1z}p_{1z} (\hat{u} - \hat{t}) + 4p_{1z}^2 (3\hat{s} + 2(\hat{t} + \hat{u}))) - \hat{s}^2 + \hat{t}^2 + \hat{u}^2 \\
& - p_{1z}^2 (-\hat{s}^2 + \hat{t}^2 + \hat{u}^2) / m^2 \tag{1.16}
\end{aligned}$$

$$G_{xy}^- = F_3 \left[4E_1 (k_{1z} (\hat{t} - \hat{u}) + 4m^2 p_{1z} + p_{1z} (5\hat{s} + 2\hat{t} + 2\hat{u})) \right] \tag{1.17}$$

$$G_{yz}^- = F_3 \left[4E_1^2 k_{1x} (\hat{t} - \hat{u}) / m \right]$$

$$\begin{aligned}
G_{xz}^+ = & \left[E_1 k_{1x} (36m^4 k_{1z} - 2m^2 (5k_{1z} (3\hat{s} + 2(\hat{t} + \hat{u}))) + 3p_{1z} (\hat{u} - \hat{t})) \right. \\
& + k_{1z} (3\hat{s}^2 + 7\hat{s}(\hat{t} + \hat{u}) + (\hat{t} + \hat{u})^2) + 3p_{1z} (\hat{u}^2 - \hat{t}^2) \left. \right] / 2m^3 \Big] F_3^2 \\
& + 8E_1 k_{1x} (2m^2 k_{1z} - k_{1z} \hat{s} + p_{1z} (\hat{t} - \hat{u})) / m \tag{1.18}
\end{aligned}$$

Burada k_1, k_2, p_1 ve p_2 gelen fotonların ve son durumdaki tau leptonlarının momentumudur. Mandelstam değişkenleri $\hat{s} = (k_1 + k_2)^2$, $\hat{t} = (k_1 - p_1)^2$ ve $\hat{u} = (k_1 - p_2)^2$ şeklinde tanımlanmıştır. E_1 , KM sisteminde tau leptonunun enerjisi, m ise kütesidir.

EK 2 Enine Momentum Dağılımı

Son durumda ki tau çifti için enine momentum dağılımı p_T ifadesi aşağıda verilmiştir

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dp_T} = \frac{p_T |M|^2 \delta(y_\tau - y_0)}{8\hat{s}\pi (2\sqrt{\hat{s}}E_T \sinh y_0)} dy_\tau$$

$$y_0 = \arccos h \left(\frac{\sqrt{\hat{s}}}{2E_T} \right) \quad (2.1)$$

$$E_T = \sqrt{p_T^2 + m^2} .$$

Burada y_τ tau leptonunun rapidite ifadesidir

$$y_\tau = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right) . \quad (2.2)$$

Genlik kare ifadesi içindeki mandelstam değişkenleri de p_T ve y_τ cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir

$$\hat{t} = m^2 - \sqrt{\hat{s}}E_T e^{-y_\tau} \quad (2.3)$$

$$\hat{u} = m^2 - \sqrt{\hat{s}}E_T e^{y_\tau} .$$

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Emre GÜRKANLI

Doğum Yeri : SAMSUN

Doğum Tarihi : 16.07.1985

Medeni Hali : Bekar

Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu:

Lise : Samsun Milli Piyango Anadolu Lisesi (2003)

Lisans : 19 Mayıs Üniversitesi Fizik Bölümü (2008)

Yüksek Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik
Anabilim Dalı (2011)

Çalıştığı Kurum:

Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü, Araş. Gör. (2011-)

Yayın (SCI):

Atağ, S. and **Gürkanlı, E.** 2016, Prediction for CP violation via electric dipole moment of τ lepton in $\gamma\gamma \rightarrow \tau^+\tau^-$ process at CLIC. JHEP 06, 118.

DOI: 10.1007/JHEP06(2016)118