

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

DOKTORA TEZİ

**SONLU FARKLAR VE SONLU ELEMANLAR MELEZ DÜZ ÇÖZÜMÜ
İLE MT VERİLERİNİN HIZLI 3B TERS ÇÖZÜMÜ**

Deniz VARILSÜHA

JEOFİZİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**ANKARA
2019**

Her hakkı saklıdır

TEZ ONAYI

Deniz Varılsüha tarafından hazırlanan "**Sonlu Farklar ve Sonlu Elemanlar Melez Düz Çözümü ile MT Verilerinin Hızlı 3B Ters Çözümü**" adlı tez çalışması **04/10/2019** tarihinde aşağıdaki jüri tarafından **oy birliği** ile Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı' nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Prof. Dr. M. Emin CANDANSAYAR
Ankara Üniversitesi / Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı



Jüri Üyeleri:

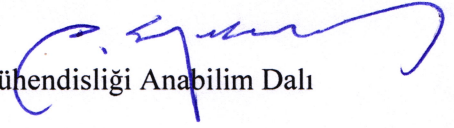
Başkan: Prof. Dr. Emin U. ULUGERGERLİ
Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı



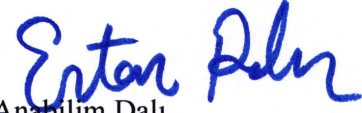
Üye : Prof. Dr. Bahadır AKTUĞ
Ankara Üniversitesi, Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı



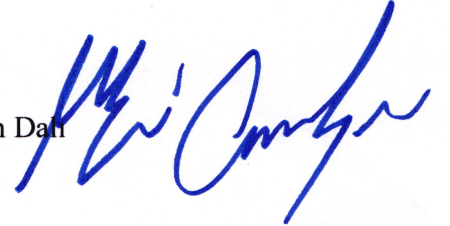
Üye : Prof. Dr. A. Egemen YILMAZ
Ankara Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı



Üye : Dr. Öğretim Üyesi Dr. Ertan PEKŞEN
Kocaeli Üniversitesi, Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı



Üye : Prof. Dr. M. Emin CANDANSAYAR
Ankara Üniversitesi, Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı



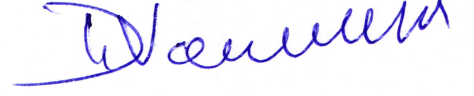
Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Özlem YILDIRIM
Enstitü Müdürü

ETİK

Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez içindeki bütün bilgilerin doğru ve tam olduğunu, bilgilerin üretilmesi aşamasında bilimsel etiğe uygun davrandığımı, yararlandığım bütün kaynakları atıf yaparak belirttiğimi beyan ederim.

04.10.2019



Deniz VARILSÜHA

ÖZET

Doktora Tezi

SONLU FARKLAR VE SONLU ELEMANLAR İLE MELEZ DÜZ ÇÖZÜMÜ İLE MT
VERİLERİNİN HIZLI 3B TERS ÇÖZÜMÜ

Deniz VARILSÜHA

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. M. Emin CANDANSAYAR

Bu tez çalışmasında, jeofizik elektromanyetik yöntemlerinden manyetotellürik yöntem için hızlı bir ters çözüm algoritması geliştirilmiştir. Tezin ilk kısmında elektromanyetik yöntemler için kullanılabilen kısmi diferansiyel denklemlerin çözüm hızına ve doğruluğuna etkisi araştırılmıştır. Literatürde bulunan 4 farklı yöntem ek olarak yeni bir formülasyon da literatüre katılmıştır. Manyetik vektör ve skaler potansiyel yaklaşımının yinelemeli çözüm için en hızlı yaklaşım olduğu görülmüştür. İkinci aşamada sonlu farklar ve sonlu elemanlar sayısal çözüm yöntemlerinin avantajlarını kullanmak için melez bir düz çözüm algoritması geliştirilmiştir. Bu algoritma hem sonlu farklar kadar hızlı ve bilgisayar kaynaklarını az tüketen bir algoritma olmuş hem de sonlu elemanlar gibi topoğrafyanın modellemesini kolaylaştıran bir yaklaşım olmuştur. Tezin son aşamasında manyetotellürik verilerin üç boyutlu ters çözümünde kullanılabilen veri türleri incelenmiştir. Distorsiyon ve gürültü içeren verilerin ters çözümünde hangi ters çözüm yaklaşımının daha başarılı olduğu araştırılmıştır. Distorsiyon tensörünün empedans verisi ile kullanılmasının hem ters çözüm hızı açısından hem de elde edilen sonucun netliği açısından faz tensörünün ters çözümüne nazaran daha başarılı olduğu görülmüştür. Empedans ve manyetik transfer fonksiyonunun birleşik ters çözümünün ise anomalileri daha da belirgin bulduğu kaydedilmiştir. Aynı zamanda deniz etkisinin manyetotellürik verisine olan bozucu etkisi araştırılmıştır. Sonrasında denize yakın bir arazide toplanan gerçek bir verinin ters çözümü yapılmış ve bölgenin jeolojisi ile karşılaştırılarak yorumlanmıştır. Yapay veri ve arazi verileri ile yapılan denemeler sonunda, geliştirilen algoritmanın başarılı olduğunu göstermektedir.

Ekim 2019, 164 sayfa

Anahtar kelimeler: Manyetotellürik, Üç boyutlu, Ters Çözüm, Sonlu Farklar, Sonlu Elemanlar, Melez düz çözüm

ABSTRACT

Ph.D. Thesis

Fast Three Dimensional Inversion of Magnetotelluric data based on Finite Difference and Finite Element Hybrid Forward Modeling

Deniz VARILSÜHA

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Geophysical Engineering

Supervisor: Prof. Dr. M. Emin CANDANSAYAR

A new algorithm is developed for the inversion of the data of the magnetotelluric method which is a sub-branch of the electromagnetic prospecting methods. In the first section, different partial differential equations that can be used for the forward modeling is investigated with respect to accuracy and speed. In addition to four different formulations existing in literature, a new one is also added to literature. The magnetic and scalar potential formulation is found to be the fastest and the most suitable for the iterative solution of the linear systems. In the second section, the accuracy and the speed of the finite-difference and the finite-elements numerical methods are investigated. Even though the finite elements is found to be slightly more accurate, the finite difference approach is shown to be much faster. That is why a new hybrid approach that consists of these two techniques are developed for the forward solution of the magnetotelluric method. This new algorithm is as fast as and also being less computer resource-demanding as the finite difference approach and it can also incorporate the topography as easily as the finite element method. In the last section, the effects of the different data types on the inversion are investigated. The data with noise and distortion is used in the inversion to determine which setup might be the most suitable. Using the impedance tensor and the distortion tensor in inversion gave more robust results when compared to the use of the phase tensor data. The joint inversion of the impedance and the magnetic transfer function along with the distortion tensor resulted in even more clear images of the subsurface. The deployment of the graphical processing units in the calculations resulted in significant speed-ups. The sea-effect that affects the impedance tensor is also investigated. A field data collected in a field near the sea is inverted and the results are compared to the geological map of the area. The results suggest that the newly developed algorithm can successfully invert a real-world data.

October 2019, 164 pages

Key Words: Magnetotellurics, Three-dimensional, Inversion, Finite Difference, Finite Element, Hybrid Forward Solution

ÖZSÖZ VE TESEKKÜR

Bu dönemde bana destek olan aileme teşekkür ederim. Ayrıca bana kodlama ve bilgisayar konusunda yardımcı olan Recep Kürşad Erson'a, bana ters çözüm teorisi konusunda yardımcı olan Colin Glennie Farquharson'a teşekkür ederim. Aynı zamanda bana destek olan ve fikir veren Ayşe Kaşlılar'a teşekkür ederim. Yoshua Usui, Mikhail Kruglyakov ve Michael Kordy'e kendi çalışmalarında ürettikleri veriyi paylaştıkları için teşekkür ederim. Son olarak Fabio Zyserman makalemin incelenmesindeki titizliği ve olumlu görüşleri için teşekkür ederim. Aynı zamanda Eldad Haber ve Gary Egbert'ın yayımlarının tez ve makalelerimde bana çok yardımcı olduğunu belirtmek isterim. Bu tez çalışması, doktora bursiyer olduğum TÜBİTAK 105G145 numaralı projesi kapsamında yapılmıştır. Tezin GPU ekran kartları üzerinden düz çözüm bölümü bu proje önerisi kapsamındadır. Desteklerinden dolayı TÜBİTAK'a teşekkür ederim.

Deniz VARILSÜHA

Ankara, Ekim 2019

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI	
ETİK.....	i
ÖZET.....	ii
ABSTRACT	iii
ÖZSÖZ VE TESEKKÜR	iv
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ	xiii
1. GİRİŞ	1
2. MAXWELL DENKLEMLERİ VE TÜRETİLEN KISMİ DİFERANSİYEL DENKLEMLER	4
2.1 Genel Elektrik Alan Yaklaşımı	5
2.2 Diverjans Düzeltmesi.....	6
2.3 Değiştirilmiş Elektrik Alan Yaklaşımı.....	8
2.4 Manyetik Vektör ve Skaler Elektrik Yaklaşımı ('Ungauged' yaklaşımı)	9
2.5 Gauge Dönüşümü ve Axial Gauge Yaklaşımı	11
2.6 Coulomb Gauge Yaklaşımı	12
2.7 Lorenz Gauge Yaklaşımı.....	13
2.8 Diğer Yaklaşımlar.....	14
2.9 Modelleme	15
2.10 Bölümün Genel Değerlendirmesi	25
3. SONLU FARKLAR SONLU ELEMANLAR İLE MELEZ DÜZ ÇÖZÜM...27	
3.1 Sonlu Elemanlar Yöntemi.....	28
3.2 Sonlu Farklar Yöntemi	33
3.3 Melez Yöntem	35
3.4 Modelleme	39
3.5 Sonlu Elemanlar Bölgesi ve Hız Karşılaştırması	44
3.6 Ağ Oluşturulması ve Ağın Esnetilmesi	48
3.7 Bölümün Genel Değerlendirmesi	50
4. TERS ÇÖZÜM ALGORİTMALARI VE MANYETOTELLÜRİK VERİSİ.51	
4.1 Distorsiyon Dizeyi ve Distorsiyonsuz Veri.....	53
4.2 Başlangıç Modeli.....	56
4.3 Düzgünleştiricili Ters Çözüm	57
4.4 Amaç fonksiyonunun En Küçüklenmesi	60
4.5 Düzgünleştirici Parametrelerinin (λ ve κ) Belirlenmesi.....	63
4.6 Ters Çözüm Algoritmasının Özeti	64
5. SENTETİK MT VERİSİNİN TERS ÇÖZÜMÜ.....	66
5.1 DSM2 verisi	66
5.2 DSM1 Verisi	69
5.3 Çift Dağ Modeli Verisi	73
5.4 Bir Jeotermal Sahanın Modellemesi ve Ters Çözümü	77
5.5 Bölümün Genel Değerlendirmesi	82
6. DENİZ ETKİSİNİN TERS ÇÖZÜME ETKİSİ	84
6.1 Manyetotellürik Veri Üzerindeki Deniz Etkisi	84
6.2 Yüksek İletkenlikli Yarımada Modeli	88

6.3	Sahil Modeli.....	91
6.4	Bölümün Genel Değerlendirmesi	94
7.	ARAZİ VERİSİ KULLANARAK TERS ÇÖZÜM	96
7.1	Aydın Söke Verisi	96
7.2	Bölgenin Jeolojisi	96
7.3	Verinin Ters Çözümü	99
8.	SONUÇLAR	104
	KAYNAKLAR	107
	EKLER	117
EK 1	Kısmi Diferansiyel Denklemlerin Sonlu Farklar ile Ayrıklaştırılması	118
EK 2	Sonlu Elemanlar ile Yerel Katsayı Dizeyinin Hesabı.....	123
EK 3	Genel Katılık Dizeyinin Frekans ve Parametrenin Doğrusal bir Fonksiyonuna Getirilmesi	128
EK 4	Duyarlılık Dizeyinin Eldesi.....	132
EK 5	Faz Tensörü ve Yöneyi için Standart Sapma Hesabı.....	141
EK 6	Faz Tensörü Elipslerinin Çizdirilmesi.....	145
EK 7	Bir Boyutlu Düz Çözüm ve Ters Çözüm	147
EK 8	En uygun Ters Çözüm Algoritmasının Seçimi	149
EK 9	Duyarlılık Dizeyi ile Bir Yöneğin Çarpımının Hesabı	152
EK 10	Ters Çözüm Algoritmasının Genel Akışı	156
EK 11	Ekran Kartı ile Hesaplamalar için Özet.....	160
EK 12	İngilizce Terimlerin Türkçe Karşılıkları	162
	ÖZGEÇMİŞ	164

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

ω	Açısal frekans (Radyan/s)
E	Elektrik Alan Şiddeti (V/m)
H	Manyetik Alan Şiddeti (A/m)
σ	İletkenlik (Siemens/m)
ρ	Özdirenç (Ohm.m)
ϵ	Elektrik geçirgenlik (Farad/m)
f	Frekans (Hz)
μ	Manyetik geçirgenlik (Henry/m)
I	Akım (A)
ρ_a	Görünür özdirenç (ohm.m)
∇	Nabla Operatörü
$\nabla \cdot$	Iraksama/Yakınsama (Divergence)
$\nabla \times$	Dönel (Rotation)
Ω	Ohm
∂	Kısmi türev
Δ_m	Parametre düzeltme yöneyi
J	Kısmi türevler dizeyi
Δ_d	Ölçülen ile kuramsal veri farkları
$F(m_\sigma, m_C)$	Düz çözüm işleci
m	Parametre yöneyi
m_σ	İletkenlik parametrelerinin yöneyi
m_C	Distorsiyon parametre dizeyi
Z	Empedans
T	Manyetik transfer fonksiyonu
Φ	Faz tensörü
Ψ	Faz yöneyi
λ	Yuvarlatma dizeyi için denge katsayısı
κ	Distorsiyon için denge katsayısı
C	Yuvarlatma dizeyi
$S(\omega, m)$	Katılık dizeyi için lineer fonksiyon

Δx	Ağın x yönündeki aralık uzunluğu (m)
Δy	Ağın y yönündeki aralık uzunluğu (m)
Δz	Ağın z yönündeki aralık uzunluğu (m)
\Re	Gerçel bileşen
\Im	Sanal bileşen
v	Varyans
$ \cdot $	Dizeyin determinanı
$\ \cdot\ _2$	L2 normu
α	Ters çözüm için adım boyu

Kısaltmalar

E	Elektrik Alan
EM	Elektromanyetik
MT	Manyetotellürik
BiCGStab	Bi Conjugate Gradient Stabilized
ILU(0)	Incomplete Lower Upper with zero fill-in
3B	Üç boyutlu
SE	Sonlu elemanlar
SF	Sonlu farklar
MLZ	Melez
CG	Eşlenik türev
NLCG	Lineer olmayan eşlenik türev
nRMS	Normalize edilmiş ortalama karekök
FT	Faz tensörü
FV	Faz yöneyi
MTF	Manyetik transfer fonksiyonu
DT	Distorsiyon tensörü
KDD	Kısmi Diferansiyel Denklem
d	Dakika
nnz	Seyrek dizey içindeki sıfırdan farklı girdi sayısı

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1 Yee Hücresi.....	6
Şekil 2.2 DTM1 modeli (Miensopust vd., 2013)	16
Şekil 2.3 ‘Centre’ profili için kesit, önerilen bağıntılar ile IE çözümü empedansın dört bileşeninden hesaplanan görünür öz dirençler için karşılaştırılmaktadır. RMS değerleri verilmektedir	21
Şekil 2.4 ‘Centre’ profili için kesit, önerilen bağıntılar ile IE çözümü empedansın dört bileşeninden hesaplanan faz değerleri için karşılaştırılmaktadır	22
Şekil 3.1 a) Esnetilmiş bir altıyüzlü b) Üzerine haritalanan referans küp	29
Şekil 3.2 Sonlu farklar yöntemi için İki farklı yaklaşım, a) bir nokta için türevler çizgi integraline dönüştürülmüş, b) 4 nokta arasında kalan alana düşen 4 çizgi integrali gruplandırılmış	34
Şekil 3.3 a) Üç boyutlu bir modelin kesiti verilmektedir. a) İlk başta düzgün bir ağ oluşturulur b) Sonrasında topoğrafya, ağ esnetilerek eklenir. Esnetilen bölge sonlu elemanlar bölgesi (SE bölgesi), geri kalan bölge sonlu farklar bölgesi (SF bölgesi) olarak tanımlanır.....	36
Şekil 3.4 Üç boyutta melez yöntem için ağ verilmektedir. Siyah çerçeve modelleme alanını, mavi çizgiler sonlu farklar ve sonlu elemanlar arasındaki sınırı göstermektedir.....	37
Şekil 3.5 Sonlu farklar ve sonlu elemanlar için olan katsayı düzeylerinin (SSF ve SSE) toplamı ile melez katsayı düzeyi (SMLZ) bulunur. Aynı işlem koşullandırıcı düzeyleri (M) için de yapılır	38
Şekil 3.6 DBM modelinin, a) üstten görünümü verilmektedir. Siyah çizgi ile sonlu farklar ve sonlu elemanlar bölgeleri arasındaki geçiş sınırları verilmektedir. Kesikli çizgi ile düz çözüm model tepkisinin hesaplandığı profil verilmektedir. b) Modelin yandan görünümü verilmektedir.....	39
Şekil 3.7 DBM modelinin tepkisi 0.001Hz için verilmektedir. Empedansın a) Z_{xx} b) Z_{xy} c) Z_{yx} d) Z_{yy} bileşenlerinin gerçel kısımları, empedansın e) Z_{xx} f) Z_{xy} g) Z_{yx} h) Z_{yy} bileşenlerinin sanal kısımları, manyetik transfer fonksiyonunun T_{zx} bileşeninin i) gerçel ve j) sanal kısımları, T_{zy} bileşeninin k) gerçel ve l) sanal kısımları verilmiştir. Integral yöntemler (IY) sonuçları, sonlu farklar (SF), sonlu elemanlar (SE) ve melez yöntem (MLZ) ile elde edilmiş sonuçlar ile karşılaştırılmıştır	40
Şekil 3.8 DBM modelinin tepkisi 0.1Hz için verilmektedir. Empedansın a) Z_{xx} b) Z_{xy} c) Z_{yx} d) Z_{yy} bileşenlerinin gerçel kısımları, empedansın e) Z_{xx} f) Z_{xy} g) Z_{yx} h) Z_{yy} bileşenlerinin sanal kısımları, manyetik transfer fonksiyonunun T_{zx} bileşeninin i) gerçel ve j) sanal kısımları, T_{zy} bileşeninin k) gerçel ve l) sanal kısımları verilmiştir. Integral yöntemler (IY) sonuçları, sonlu farklar (SF),	

- sonlu elemanlar (SE) ve melez yöntem (MLZ) ile elde edilmiş sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Hata oranları IY ile kıyaslanarak hesaplanmıştır..... 41
- Şekil 3.9 Tepe modelinin yüzeyi ayrıklaştırılmış olarak verilmektedir. Beyaz kesikli çizgi ile düz çözüm ile model tepkisinin hesaplandığı profil görülmektedir..... 43
- Şekil 3.10 Tepe modelinin ortasından alınan bir kesit için ayrıklaştırma görülmektedir. Sonlu farklar bölgesi beyaz renkle sonlu elemanlar bölgesi diğer renklerle ifade edilmiştir. Sonlu elemanlar bölgesi içinde yamuk elemanlar kırmızı ile, kırmızı elemanlar arasında kalan düzgün elemanlar yeşil ile, yamuk elemanlar ile sonlu farklar bölgesi arasında kalan düzgün elemanlar mavi ile temsil edilmektedir..... 43
- Şekil 3.11 Tepe modelinin 2Hz için tepkisi verilmektedir. Empedansın Zxy bileşeni için a) görünür öz direnç b) görünür faz, Zyx bileşeni için c) görünür öz direnç d) faz değerleri, manyetik transfer fonksiyonunun Tzx bileşeninin e) gerçel bileşeni f) sanal bileşeni verilmektedir. Sonuçlar sonlu elemanlar (SE), melez yaklaşım (MLZ) kullanılarak Kordy vd. (2016a) ile elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır 44
- Şekil 3.12 Melez yöntem için sonlu elemanlar bölgesinin oluşturabileceği farklı şekiller. a) Kare, b) üç boyutlu artı işareti, c) yumurta şeklinde d) Torus şeklinde e) ince plaka şeklinde f) birden fazla sonlu elemanlar bölgeleri görülmektedir 45
- Şekil 4.1 Yuvarlatma düzeyinin bir satırı için orta eleman ve çevresindeki elemanların dizilimleri verilmektedir. Çevre elemanların orta eleman ile olan ilişkileri renklendirilmiş yüzeyler aracılığı ile olmaktadır 59
- Şekil 5.1 DSM2 modeli için ayrıklaştırmaya ile birlikte yüzey verilmektedir. Alıcılar kırmızı üçgen ile temsil edilmektedir..... 67
- Şekil 5.2 DSM2 verisinin ters çözümü, a) Gerçek model b) 1 boyutlu ters çözüm sonucu elde edilen başlangıç modeli, c) distorsiyon tensörü (DT) olmadan sadece empedans (Z) için ters çözüm d) faz tensörü (FT) ile ters çözüm, empedansın (Z) distorsiyon tensörü (DT) ile beraber ters çözümü DT e) gerçel ve frekans bağımsız f) karmaşık ve frekans bağımsız g) karmaşık ve frekans bağımlı olarak tanımlanarak verilmektedir 68
- Şekil 5.3 DSM2 verisinin Usui (2015) tarafından ters çözümü sonucu elde edilen kesitler solda ve Miensopust vd. (2013) tarafından yayımlanan çalışmada farklı kişilerin yaptığı ters çözüm sonuçları görülmektedir. Siyah çizginin sağındaki tüm ters çözümlerde distorsiyon tensörü kestirilmezken, soldaki sonuçta distorsiyon tensörü (DT) empedans ile birlikte parametre olarak kestirilmiştir 70
- Şekil 5.4 DSM1 verisinin oluşturulduğu model, (Miensopust vd., 2013) 70
- Şekil 5.5 DSM1 verinin ters çözümünde kullanılan yüzey, yüzeydeki ayrıklaştırma ve istasyonlar görülmektedir..... 71
- Şekil 5.6 DSM1 verinin ters çözümü sonucunda elde edilen model ve gerçek model verilmiştir. Kat kat kesitler 5, 10, 20 ve 30 km'ler için verilmektedir. En solda

- gerçek model ve sırasıyla başlangıç modeli, empedans verisinin ters çözümü ve Faz tensörünün (FT) ters çözüm sonucu verilmektedir.....72
- Şekil 5.7 DSM1 verinin ters çözümü sonucunda elde edilen model ve gerçek model verilmiştir. Düşey kesitler $x=12.5$, $x=-2.5$ km için, $y=22.5$ ve $y=-7.5$ için verilmektedir. En solda gerçek model ve sırasıyla başlangıç modeli, empedans verisinin ters çözümü ve Faz tensörünün (FT) ters çözüm sonucu verilmektedir73
- Şekil 5.8 Miensopust vd. (2013) tarafından verilen DSM1 verisinin farklı kişiler tarafından ters çözümü sonucu elde edilmiş kesitler.....74
- Şekil 5.9 Çift dağ modeli için kullanılan yüzey ve ayırıklaştırma verilmektedir. Kırmızı üçgenler ile alıcı noktaları ifade edilmektedir.....75
- Şekil 5.10 $y=0$ profili için ağın kesiti verilmektedir. Kesikli çizgi ile sonlu elemanlar ve sonlu farlar bölgeleri arasındaki sınır verilmektedir. Hava blokları çekilde gösterilmemiştir.....76
- Şekil 5.11 Çift dağ modeli için ters çözüm sonuçları, a) Gerçek model b) 1 boyutlu ters çözüm ile elde edilen başlangıç modeli c) Empedans (Z) ve distorsiyon tensörü (DT) ile, d) manyetik transfer tensörü (T) ve DT ile e) faz tensörü (FT) ile f) faz yöneyi (FV) ile g) Z, T ve DT ile birleşik ters çözüm h) FT ve FV ile birleşik ters çözüm sonuçları verilmektedir. Kesikli çizgiler ile anomali konumları, nokta ile ise alıcı konumları temsil edilmektedir.....78
- Şekil 5.12 Usui (2015) tarafından verilen ve yayımlanmış tepe modeline ait ters çözüm sonuçları. Birinci kolonda gerçek model görülürken, sırayla empedans tensörü (Z), MTF yöneyi (T), MTF ve empedansın birleşik ters çözümü ve en son kolonda faz tensörü (FT) ters çözümü görülmektedir. DT ile distorsiyon tensörünün parametre olarak kestirildiği belirtilmektedir.....79
- Şekil 5.13 Bir jeotermal alanın şeması Pellerin vd. (1996) tarafından verilmiştir ve türkçeleştirilmiştir79
- Şekil 5.14 Jeotermal model için kullanılan yüzey ayırıklaştırma ile verilmektedir. Kırmızı üçgenler ile alıcıların yerleri verilmiştir.....80
- Şekil 5.15 Solda jeotermal model verilmektedir. Ortada bir boyutlu düz çözüm ile elde edilen başlangıç modeli bulunmaktadır. Sağda ise bu modelden elde edilen verinin ters çözümü sonucu elde edilen model bulunmaktadır.....81
- Şekil 6.1 Ada modelinin üstten ve yandan özdirenç dağılımı görülmektedir84
- Şekil 6.2 A ve B noktası için düz çözüm sonucu elde edilen empedans değerlerinden hesaplanan görünür özdirenç (G.Ö) ve faz değerleri verilmektedir. Yeşil çizgi ile ise ortamda deniz olmaması durumunda elde edilecek değerler gösterilmektedir.....85
- Şekil 6.3 Ada modelinin düz çözümünün Yang vd. (2010) tarafından elde edilen sonuçları86

Şekil 6.4 Ada modeli için elde edilen distorsiyon tensörünün bileşenleri frekansa bağlı olarak verilmektedir	86
Şekil 6.5: Farklı derinlikteki (100m, 200m, 500m, 1km ve 2km) denizin MT eğrilerindeki etkileri empedansın Z_{xy} ve Z_{yx} bileşenleri için verilmektedir	87
Şekil 6.6 Yarımada modeli. İlk tabaka $1\Omega m$ ve yarı sonsuz tabaka $100\Omega m$ olarak belirlenmiştir. Deniz sahanın kuzeyinde ve batısında konuşlanmaktadır	88
Şekil 6.7 Yarımada modeli için elde edilen empedans bileşenlerinden elde edilen görünür özdirenç ve faz eğrileri.....	89
Şekil 6.8 Yarımada modeli için elde edilen MTF verisinin iki bileşeninin de gerçel ve sanal bileşenleri verilmektedir	90
Şekil 6.9 3km derinlikli yarımada modelinden elde edilen MTF verisindeki distorsiyon için hesaplanan distorsiyon yöneyleri	91
Şekil 6.10 Soldaki şekilde düz çözümün gerçekleştirildiği deniz modelinin yüzeyi görülmektedir. Sağ şekilde ise denizin modellenmediği ters çözümde kullanılacak yüzey verilmektedir	92
Şekil 6.11 Sahil modeli için kesitler, soldaki kesit $z=5km$ için ortadaki kesit $y=3km$ için sağdaki kesit $y=-3km$ için verilmektedir. Beyaz noktalar alıcıları temsil etmektedir.....	93
Şekil 6.12 İlk kolonda bir boyutlu ters çözüm sonucu elde edilen ilk parametre değerleri verilmektedir. İkinci ve üçüncü kolonlarda denizin modellenmesi ile ve modellenmeden elde edilen ters çözüm sonuçlarıdır	93
Şekil 7.1 Aydın Söke'de toplanan MT verisinin haritadaki yeri ve 37 adet MT istasyonunun yeri kırmızı nokta ile gösterilmektedir.....	97
Şekil 7.2 Büyük menderes grabeninin litosferik kolon kesiti (Kırhan, 2016)	98
Şekil 7.3 Çalışma alanının jeoloji haritası. (Konak ve Şenel, MTA, 2002).....	98
Şekil 7.4 Söke verisinin ters çözümü için kullanılan yüzey ve ayrıklaştırması verilmektedir. İstasyonlar siyah nokta ile gösterilmektedir. İstasyonların isimleri beyaz font ile yazılmıştır.....	99
Şekil 7.5 Aydın, Söke de ölçülen arazi verilerinin 3B ters çözüm sonucu bulunan özdirenç modelinin farklı özdirenç aralıkları ile eş yüzey (isosurface) şeklinde 3B görünümü: a) $\rho < 5 \Omega m$, b) $5\Omega m < \rho < 25 \Omega m$, c) $\rho > 25 \Omega m$. Üçgen ile MT istasyonları verilmektedir.....	101
Şekil 7.6 Söke verisinin ters çözümü sonucu elde edilen üç boyutlu modelinde, ölçü doğrultularını temsil eden x-z kesitleri. İlk satırda başlangıç modeli ve sonraki satırda ters çözüm sonucu elde edilen özdirenç modelleri x-z kesitleri.....	102
Şekil 7.7 Her doğrultudaki verinin ayrı ayrı 2B ters çözümü sonucu elde edilen özdirenç modelleri: (a) Doğrultu 1, (b) Doğrultu 2, (c) Doğrultu 3 (Candansayar, 2011)	102

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 Kullanılan yaklaşımlar, çözücüler ve koşullandırıcılar	16
Çizelge 2.2 Farklı araştırmacıların kullandıkları yaklaşımlar, sayısal yöntemler.....	19
Çizelge 2.3 Doğrusal denklem setinin değişik nispi normlarda çözülmesi için gereken yineleme sayıları. Parantez içinde diverjans düzeltmesi algoritması için gereken yineleme sayısı verilmiştir.....	23
Çizelge 2.4 Farklı yaklaşımlar ve bu yaklaşımların sabit bir model için katılık düzeylerindeki girdi sayıları.....	25
Çizelge 3.1 Çalışmada verilen iki model için kullanılan üç farklı sayısal yöntemin çözümü için oluşturulan düzeylerin bellek kullanımları verilmiştir. Sonlu farklar (SF), sonlu elemanlar (SE) ve melez yaklaşım (MLZ) karşılaştırılmıştır.....	45
Çizelge 3.2 DBM modeli için çözüm süreleri ve yinelemeli çözüm için gereken yineleme sayısı parantez içinde verilmektedir. Verilen sayılar 16 frekans için elde edilmiştir.....	46
Çizelge 3.3 Tepe modeli için çözüm süreleri ve yinelemeli çözüm için gereken yineleme sayısı verilmektedir	47
Çizelge 3.4 Çoklu ekran kartları ve çok çekirdekli işlemcinin düz çözüm süreleri verilmektedir	47
Çizelge 3.5 Yeraltında ilk 9 bloğun esnetilmeden ve esnetildikten sonraki kalınlıkları verilmektedir. Verilen örnek ağ 40m havaya doğru esnetilmiştir.....	49
Çizelge 3.6 Ağın 40m havaya doğru esnetilmesi için hava bloklarının sıkışma oranları verilmektedir.	49
Çizelge 4.1 4 ana veri grubu ve bu veri gruplarının alt bileşenleri verilmektedir	55
Çizelge 4.2 m_c yöneyinin boyutları farklı ayarlar için verilmektedir. Nsve Nf istasyon ve frekans sayısını temsil etmektedir.	58
Çizelge 5.1 DSM2 modelinin verisi için ters çözüm istatistikleri verilmektedir. D1, D2 ve D3, gerçel ve frekans bağımsız, karmaşık ve frekans bağımsız, karmaşık ve frekans bağımlı distorsiyon tensörü tanımlanarak yapılan ters çözümlerdir. 5 farklı ters çözüm için toplam zaman, nRMS, misfit ve yineleme sayısı verilmektedir. FT faz tensörünü, DT distorsiyon tensörünü, Z empedans verisini temsil etmektedir	69
Çizelge 5.2 DSM1 verisinin ters çözümü için harcanan toplam zaman, elde edilen son nRMS ve Misfit değerleri, gereken ters çözüm adım sayısı ile verilmektedir. Bu değerler empedans tensörü (Z) ile birlikte kestirilen distorsiyon tensörü (DT) için ve faz tensörü (FT) için verilmiştir	72
Çizelge 5.3 Çift dağ modelinin farklı veri türlerinin tekil ve birleşik ters çözümlerinin için istatistikler: ters çözüm için toplam zaman, nRMS, misfit ve yineleme sayıları verilmektedir.....	77

1. GİRİŞ

Elektromanyetik yöntemler, yeraltı yapılarının iletkenlik değişimine duyarlı yöntemlerdendir. Bu yöntemlerden Manyetotellürik (MT) yöntem en yaygın kullanılan jeofizik elektromanyetik yöntemdir. Son yıllarda Manyetotellürik yöntem yeraltı kaynaklarının araştırılmasında özellikle hidrokarbon ve jeotermal sahaların bulunmasında yaygın olarak kullanılmaktadır. Yöntemin harici bir kaynak gerektirmemesi açısından daha kolay olması bir üstünlüktür.

MT yöntemde üç boyutlu (3B) modelleme ve ters çözüm çalışmaları 1980'li yıllarda başlamıştır (Park, 1983; Smith ve Booker, 1991; Mackie vd., 1994; Newman ve Alumbaugh, 2000; Sasaki, 2001). MT yöntemdeki 3B düz çözümde elektromanyetik (EM) için kullanılan Helmholtz denklemleri frekans ortamında çözülür. Bu denklemler sayısal yöntemlerden integral denklemi (Ting ve Hohmann, 1981; Wannamaker, 1991), sonlu farklar (Mackie vd., 1994; Newman ve Alumbaugh, 2000; Sasaki, 2001) veya sonlu elemanlar (Zyserman ve Santos, 2000; Mitsuhata ve Uchida, 2004; Franke vd., 2007; Nam vd. 2007; Liu vd., 2008) yöntemleri ile çözülmektedir. Son yıllarda ağ kullanmadan yapılan örnekler de literatüre girmiştir (Wittke ve Tezkan, 2014; Long ve Farquharson, 2017).

MT düz çözüm probleminde elektrik (E) veya manyetik alan (H) için elde edilen EM Helmholtz denklemlerinden birisi çözülür. Elde edilen alan değeri (E veya H) kullanılarak diğer alan değeri (H veya E) elde edilir. MT 3B düz çözümde, manyetik alan (Mackie vd., 1993) veya elektrik alan E (Siripunvaraporn vd. 2005) için çözüm elde edilmektedir. MT verilerinin 3B düz çözümünde, EM dalga denklemi farklı biçimlere dönüştürülerek genelde sonlu farklar veya sonlu elemanlar sayısal çözüm teknikleri ile çözülmektedir. Manyetik alan (H) veya elektrik alanı (E) bir yöney ve skalerin toplamı şeklinde ifade edilerek ayrıklaştırılabilir (Manyetik vektör ve skaler potansiyel yaklaşımı) (Muhherjee ve Everett, 2011; Ansari ve Farquharson, 2014). Coulomb gauge ilişkisi ile kısmi diferansiyel denklem sadeleştirilip çözülebilmektedir (Haber vd., 2000; Mitsuhata ve Uchida, 2004; Jahandari ve Farquharson, 2015). Lorenz gauge ilişkisi ile de bir tanım yapmak olanaklıdır (Um vd., 2010; Bossavit, 1999). Bu tez çalışmasının amaçlarından birisi, MT 3B düz çözümde kullanılan bu farklı yaklaşımların çözüm zamanına ve doğruluğuna göre karşılaştırarak, ters çözüme en uygun düz çözüm yaklaşımını

belirlemektir. Bu yaklaşımların karşılaştırıldığı bir çalışma daha önce yapılmamıştır. Bu tez çalışmasında ters çözüme en uygun yaklaşım olan 'ungauged' yaklaşımı kullanılmıştır.

Tezin ikinci kısmında sonlu farklar ve sonlu elemanlar sayısal yöntemlerini kapsayan melez bir düz çözüm algoritması geliştirilmiştir. Literatürde sayısal integral yöntem ve sonlu elemanlar ile melez düz çözüm yapılmıştır (Ren vd., 2014). İki boyutta elektrostatik problem için sonlu farklar sonlu elemanlar melez düz çözümü yapılmıştır (Vachirastienchai vd., 2010). Manyetotellürik ters çözümünde, sonlu elemanlar düz çözümünü kullanan örnekler (Nam ve Kim 2010; Kordy vd. 2015; Jahandari ve Farquharson, 2017) mevcuttur. Sonlu farklar ile düz çözüm kullanılarak yapılan ters çözüm için birçok çalışma (Singh vd., 2017; Kelbert vd., 2014; Siripunvaraporn ve Egbert, 2009; Zhang vd., 2014; Lin vd., 2011) vardır. Yine, integral yöntemi kullanarak düz çözümü ile ters çözüm yapan çalışma bulunmaktadır (Avdeev ve Avdeeva 2009). Fakat üç boyutta hem düz çözüm hem de ters çözümün gerçekleştirildiği sonlu farklar ve sonlu elemanların kullanıldığı bir melez algoritma bulunmamaktadır. Sonlu elemanları içeren bir melez yöntemin kullanılması ile daha az eleman veya blok kullanarak arazinin topoğrafya etkisi modellenebilecektir.

MT yönteminde en yüksek frekanslarla bile çözülemeyecek küçüklükte yapılar, ölçülen elektrik ve manyetik alanlarda bozulmalara yol açar (Chave ve Smith, 1994). Bu etki daha çok görünür öz direnç eğrilerinde y-ekseni boyunca bir kayma şeklinde görülür ve sabit kayma (static shift) olarak isimlendirilir. Genellikle faz verilerinde sabit kayma etkisi görülmemesine rağmen 3B ortam için fazlarda da bozulmalar özel durumlarda görülebilmektedir (Ledo vd., 1998). Bu bozulmalara galvanik etkiler yol açmaktadır. Bu galvanik etkiler hem hesaplanan empedans değerlerinde hem de manyetik transfer fonksiyonunda bozulmalara yol açar (Chave ve Smith, 1994). Bu etkilerden arınmak için empedans tensöründen elde edilen faz tensörü verisinin kullanılması önerilmiştir (Caldwell vd. 2004). Aynı zamanda faz yöneyi, manyetik transfer fonksiyonu üzerinden hesaplanabilir (Booker 2014). Son 10 yılda empedans kullanılarak hesaplanan faz tensörü ters çözümde veri olarak kullanılmaya başlanmıştır (Patro, 2012; Tietze vd. 2015; Usui, 2015).

Ayrıca yeryüzeyindeki küçük yapıların empedansa olan etkilerini tanımlayan distorsiyon düzeyi de gerçel bir parametre olarak kestirilebilmektedir (Avdeeva vd. 2015; Kordy vd. 2015). Distorsiyon düzeyi gerçel olabileceği gibi kompleks bir sayı olarak da kestirilebilir (Baba vd. 2013; Gribenko ve Zhdanov, 2015). Distorsiyon düzeyi aynı zamanda istasyonlardaki bozucu etkilerinin iletkenliğinin yön bağımlılığını da içermektedir (Groom ve Bailey, 1989). Bozucuların yön bağımlı iletkenliği ölçülen elektrik ve manyetik alanları etkilemektedir fakat distorsiyon düzeyi bu etkiyi temsil edebilmekte ve aynı zamanda faz tensörü ve yöneyi bu bozucuların sahip olduğu yön bağımlılıktan etkilenmemektedir (Martí, 2014). Bu sebepten dolayı bu tezde, ters çözümde, hem faz tensörü ve yöneyi veri olarak kullanılacak hem de distorsiyon düzeyi parametre olarak kestirilecektir.

Özetle, bu tezin ilk kısmında, farklı elektromanyetik kısmi diferansiyel denklemlerin, düz çözüm için, doğrusal denklem takımlarının çözüm hızları ve çözümün doğruluğuna etkisi araştırılacaktır. İkinci kısımda en hızlı çözülebilen kısmi diferansiyel denklem kullanılarak sonlu farklar ve sonlu elemanların oluşturduğu melez bir düz çözüm yöntemi geliştirilecektir. Üçüncü kısımda melez düz çözüm yöntemi kullanılarak bir ters çözüm algoritması geliştirilecektir. Ters çözümde farklı veri türlerinin ve parametrelerin ters çözüme etkisi incelenmiştir. Ters çözüm algoritmasının sınaması sırasında sentetik veriler kullanıldığı gibi gerçek bir arazi verisi de kullanılmıştır.

2. MAXWELL DENKLEMLERİ VE TÜRETİLEN KISMİ DİFERANSİYEL DENKLEMLER

Çalışmada ilk önce Maxwell denklemleri verilecek ve daha sonra bu denklemler kullanılarak genel elektromanyetik dalga denklemi çıkarılacaktır.

Maxwell denklemleri (Jin, 2014) Manyetotellürük yaklaşım için aşağıdaki biçimde verilir:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{B}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu(\sigma \mathbf{E} + i\omega \mathbf{D}), \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = q. \quad (2.4)$$

Burada SI ölçü birimiyle \mathbf{E} elektrik alan şiddetini (V/m) \mathbf{B} manyetik alanı (Tesla), \mathbf{H} manyetik alan şiddetini (A/m), j^{ext} terimi kaynak akımı (A/m^2), \mathbf{D} elektrik yerdeğiştirmeyi (Coulomb/m^2), σ ortamın iletkenliğini (S/m), ϵ ortamın dielekrik katsayısını (Farad/m), q yük yoğunluğunu (Coulomb/m^3) ve μ manyetik geçirgenliği belirtir. Ayrıca \mathbf{D} ve \mathbf{B} daha açık biçimde aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad (2.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu(\mathbf{H}). \quad (2.6)$$

Maxwell denklemlerinden anlaşılacağı üzere MT yöntemi yeraltının iletkenliğine (σ), ϵ ve manyetik geçirgenliğine (μ) duyarlıdır ve bu değişkenler bir ters çözümde parametre olarak kestirilebilir.

Manyetotellürük çalışmalarda toplanan veri genelde $10^{-4} - 10^4$ Hz bandındadır. Frekansın düşük olması dolayısıyla yerdeğiştirme akımlarının (\mathbf{D}) çok ufak olduğu ve ihmal edilebileceği düşünülebilir. Manyetik geçirgenliğin (μ) ise vakum için olan değer olduğu ($\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$) varsayımı sıklıkla yapılır. Bu yüzden sadece iletkenlik (σ) bu çalışmada parametre olarak kestirilmektedir. ϵ , μ ve σ üç boyutlu ortam için $\mathfrak{R}^{3 \times 3}$ boyutundadır. Fakat bu çalışmada ortamın yön bağımsız olduğu düşünüldüğü için bu sabitler ve parametreler skaler olarak kullanılmaktadır.

2.1 Genel Elektrik Alan Yaklaşımı

Maxwell denklemleri kullanılarak elektrik alana (\mathbf{E}) ya da manyetik alana (\mathbf{H}) bağlı kısmi diferansiyel denklemler (KDD) yazılabilir. İkinci dereceden KDD elektrik alana bağlı olarak şu şekilde verilir:

$$\nabla_x \nabla_x \mathbf{E} + i\omega\mu_0 \sigma \mathbf{E} = 0. \quad (2.7)$$

Aynı zamanda elektrik alan çözmek yerine manyetik alan da çözülebilir. Bu da aşağıdaki şekilde verilir:

$$\nabla_x \frac{1}{\sigma} \nabla_x \mathbf{H} + i\omega\mu \mathbf{H} = 0. \quad (2.8)$$

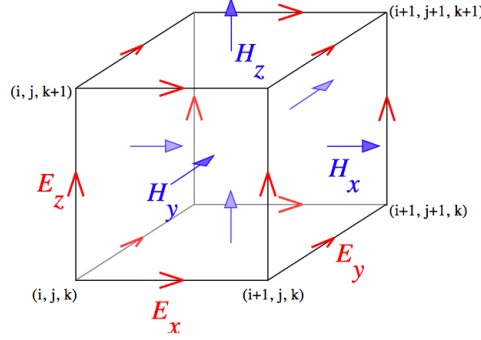
Her iki denklem kullanılarak, MT problemleri için hesaplanması gereken empedans değerleri elde edilebilir. Siripunvaraporn vd. (2002) tarafından yapılan çalışmada sık bölünmüş bir ağda yapılan düz çözümde \mathbf{E} ya da \mathbf{H} alanı çözenin doğruluk açısından bir fark yaratmadığı söylenmektedir. Bunun aksine, sık bölünmemiş bir ağ kullanıldığında \mathbf{E} alan çözenin daha az hata ile sonuç verdiği vurgulanmaktadır (Siripunvaraporn vd., 2002). Bu sebeple, bu çalışmada elektrik alan için kullanılan KDD öncelikli olarak incelenecektir.

Sonlu farklar ve sonlu elemanlar yoluyla bu denklemin çözümü bir Yee hücresi (Yee, 1966) kullanılarak yapılır. Elektrik alan (\mathbf{E}) bir yöneydir ve tanımlanan altıyüzlü hacmin kenarları üzerinde tanımlanır. Şekil 2.1'de Yee hücresi ve kenarlarda tanımlanan elektrik alanların bileşenleri ve buna karşılık yüzeylerde tanımlanmış manyetik alanlar görülmektedir. Bu şekilde verilen \mathbf{E} ve \mathbf{H} 'ların konumları denklem 2.7'nin çözümü için verilmiştir. Eğer 2.8 denklemini çözülyorsa \mathbf{E} ve \mathbf{H} 'ların konumları yer değiştirir yani manyetik alanlar (\mathbf{H}) kenarlarda, elektrik alanlar (\mathbf{E}) ise yüzeylerde tanımlanır.

Eğer bir model N adet bağımsız hacimden oluşuyor ise 2.7 denkleminin sonlu farklar ile ayrıklaştırılması ile oluşacak seyrek katsayı dizeyinin boyutu $3N \times 3N$ kadar olacaktır. Aşağıda denklem 2.7'den elde edilecek katsayı dizeyi ve çözülmesi gereken doğrusal denklem takımı verilmektedir.

$$\begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{yz} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Denklem (2.9) un çözümünden elektrik alanlar elde edilir. Buradaki katılık düzeyinin (S) her satırında 13 eleman vardır. Denklem (2.9)' un sonlu farklar ile çözümü için EK 1'e bakılabilir.



Şekil 2.1 Yee Hücresi

2.2 Diverjans Düzeltmesi

Denklem (2.7) ile verilen ifadenin çözümünde düşük frekanslar kullanıldığında sorunlar yaşanmaktadır. Bu denklemde frekansın 10^{-2} Hz'den küçük olduğu durumlarda, ' $i\omega\mu\sigma\mathbf{E}$ ' ifadesi çok küçülmekte ve sifıra yaklaşmaktadır. Serbest hava için manyetik geçirgenlik ($\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$) ve havanın iletkenliğinin de çok küçük değerler alacağı ($\sigma_{\text{hava}} = 10^{-8}$ S/m) düşünüldüğünden $i\omega\mu\sigma\mathbf{E}$ ifadesi sifıra çok yakın bir değer almaktadır. Ayrıca çift rotasyon ($\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = 0$) ifadesi ise tekildir ve tek bir çözümü yoktur. Başka bir deyişle aynı denklemi sağlayan çok sayıda \mathbf{E} değeri bulunmaktadır. Böyle bir durumda denklem (2.7)' nin çözülmesi ile elde edilecek elektrik alanlar bu denklemi kısmen sağlasa dahi aşağıdaki denklemi sağlamazlar:

$$\nabla \cdot \sigma \mathbf{E} = 0. \quad (2.10)$$

Eğer bilgisayar ortamında kullanılan kayan noktalı sayılar sonlu basamaklı olmasaydı denklem (2.7)' den elde edilen elektrik alanlar denklem (2.10)' u sağlardı. Fakat çift duyarlıklı basamaklar noktadan sonra yaklaşık 16 basamağa kadar işlem yaptığından ve yuvarlama hatalarından dolayı bir hacmin içinde akımların korunduğunu ifade eden denklem (2.10) sağlanamaz. Bu durumda elde edilecek elektrik alanlar gerçek değerlerinden farklı elde edilecektir (Pinchuk vd., 1988; Lynch ve Paulsen, 1991). Aynı zamanda diverjans düzeltmesi olmadan havada elde edilen elektrik alanlar gerçek elektrik alanlardan çok farklı elde edilecektir (Kordy vd., 2016a).

Bu problemin aşılması için denklem (2.10)' un haricen sağlatılması gereklidir. Bunun için denklem (2.7) denklemini bir Krylov Subspace yöntemlerinden (Saad, 2003) biri ile (Örn. BiCGSTAB, QMR, GMRES gibi) yinelemeli olarak çözülmeye başlanır. Diverjans düzeltilmesi olmayan durumda denklem çözülene kadar yineleme devam ettirilmelidir (Örn. 500 yineleme). Fakat diverjans düzeltilmesinde belirli bir yineleme adımına ulaşıldığında işlem durdurulur (Örn. 50 yineleme). Bu yineleme adımında elde olan elektrik alanların diverjansı hesaplanır:

$$\nabla \cdot \sigma \mathbf{E} = \psi. \quad (2.11)$$

Yuvarlama hatalarından dolayı ψ değerinin sıfırdan farklı bir değer aldığı görülür. Bir başka deyişle elektrik alanların diverjansı kaymıştır. Düzeltmek için aşağıdaki denklem çözülmelidir:

$$\nabla \cdot \sigma \nabla \phi = \psi. \quad (2.12)$$

Bu denklemden çözülen ϕ değerleri kullanılarak elektrik alanların diverjansı aşağıdaki denklem kullanılarak düzeltilir:

$$\mathbf{E}_{\text{yeni}} = \mathbf{E}_{\text{eski}} - \nabla \phi. \quad (2.13)$$

Böylelikle 50 adım sonrasında elde edilmiş elektrik alanların diverjansı düzeltilmiş olur ve denklem (2.7)' nin çözümüne devam edilir. Bu işlem her 50 yinelemede tekrarlanır.

Diverjans düzeltilmesi hem denklem (2.7)'nin çözümü için gereken yineleme sayısını düşürür hem de çözülen elektrik alanların daha doğru çözümlerini sağlar. Diverjans düzeltilmesi ilk olarak Mackie vd. (1994) tarafından denklem (2.8)' in çözümü için verilmiştir. Bir başka deyişle bu işlem manyetik alan çözerken de yapılabilmektedir. Smith (1996) bu işlemi bu çalışmada anlatıldığı gibi elektrik alanların çözümü için göstermiştir.

Diverjans düzeltilmesi her ne kadar ana denklemin çözümünü hızlandırırsa da ek bir denklem çözümünü de zorunlu kılmaktadır. Eğer ortam N adet küp ile modellenirse denklem (2.11)' in oluşturacağı seyrek düzey NxN kadar olacaktır. Bu denklemin periyodik olarak çözülmesi gerekmektedir. Bu işlemi daha az sıklıkta yapmak toplam çözüm zamanını azaltacaktır. Örnekte verilen 50 yinelemede bir yerine arzu edilen yinelemede bir yapmak düşünülebilir. 20,30,50 ya da 100 yineleme gibi rakamlar sıklıkla

kullanılır. Smith (1996) ayrıca denklem (2.12)'nin düşük hassasiyetli olarak çözülmesinin kâfi olduğunu ileri sürmüştür. Düşük hassasiyetle çözmek de toplam çözümü işlemi hızlandıracaktır. Wang vd. (2016) ise ψ değeri belli bir eşikten yüksekse diverjans düzeltmesinin yapılabileceğini söylemiştir. Bu durumda diverjansın yeterince kaymış olduğu durumlar için düzeltme yapılacaktır ve gereksiz düzeltme işleminden kaçınılacak ve süreden kazanılacaktır.

Diverjans düzeltmesi sonlu farklar sayısal çözümü için yapılabileceği gibi sonlu elemanlar sayısal çözümü için de uygulanabilir. Sonlu elemanlar kullanarak elektromanyetik modelleme yaparken elektrik alanların kenarlarında sürekli olarak tanımlanmasından dolayı (Şekil 2.1), kenar tabanlı (edge-based) şekil fonksiyonları kullanılmaktadır (Jin, 2014). Bu şekil fonksiyonlarının diverjansı sıfıra eşittir. Bu yüzden, teorik olarak ek olarak bir diverjans düzeltmesine ihtiyaç duyulmamaktadır. Birçok çalışmada denklem (2.7)'nin çözümü sonlu elemanlar ile yapılmış ve diverjans düzeltmesi kullanılmamıştır (Nam vd., 2007; Chung vd., 2014; Usui, 2015). Fakat sonlu eleman kullanıp diverjans düzeltmesi yapan çalışmalarda literatürde mevcuttur (Schwarzbach, 2009; Farquharson ve Miensopust, 2011; Kordy vd., 2016). Bu bilgiler ışığında sonlu farklar sayısal yöntemi ile modelleme yaparken özellikle düşük frekanslar ile çalışırken diverjans düzeltmesi bir zorunluluk iken sonlu elemanlar ile modelleme yaparken diverjans düzeltmesi isteğe bağlı olarak uygulanmaktadır. Bir başka deyişle sonlu elemanlar ile modelleme yapıp diverjans düzeltmesi yapmayan çalışmalar da mevcuttur.

2.3 Değiştirilmiş Elektrik Alan Yaklaşımı

Diverjans düzeltmesinin yapılabilmesi için ana denklem çözümünün durdurulması ve farklı bir denklemin çözülmesi gerekmektedir. Bu işlemi daha kolaylaştırmak için Schwarzbach (2009) tarafından diverjans düzeltmesinin ana denklem içine eklenmesi önerilmiştir. Denklem (2.7)'yi çözmek yerine aşağıdaki denklem takımı çözülmelidir:

$$\nabla_x \nabla_x \mathbf{E} + i\omega\mu\sigma\mathbf{E} + \mu\sigma\nabla\phi = 0, \quad (2.14)$$

$$\nabla \cdot \sigma\mathbf{E} + \gamma\phi = 0. \quad (2.15)$$

Burada γ skaler bir fonksiyondur ve 2.14 ile 2.15 denklemleri beraber çözülmelidir. Bu denklemlerin ayrıklaştırılması ile elde edilecek doğrusal denklem takımı sonlu farklar için aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} & S_{x\phi} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{yz} & S_{y\phi} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_{zz} & S_{z\phi} \\ S_{\phi x} & S_{\phi y} & S_{\phi z} & S_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ E_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \\ b_\phi \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Denklem 2.16'da görüldüğü gibi ortam N adet bağımsız hacimden oluşuyorsa, çözülmesi gereken dizey boyutu $4N \times 4N$ kadar olacaktır. Fakat diverjans düzeltilmesinde çözülmesi gereken $N \times N$ büyüklüğündeki dizeyin çözülmesi gerekmektedir. Bu düzeltme işlemi ana denklemin içine girmiştir. Bu yaklaşım aynı zamanda Grayver (2013) tarafından da önerilmiştir.

2.4 Manyetik Vektör ve Skaler Elektrik Yaklaşımı ('Ungauged' yaklaşımı)

Bu bölümde denklem (2.7) denklemindeki elektrik alan (\mathbf{E}) ifadesi ayrıklaştırılacaktır. Elektrik alan, vektör manyetik ve skaler elektrik potansiyel alan cinsinden ifade edilecektir. Bu sayede denklem (2.10) katsayı dizeyinin içine doğrudan katılabilecektir.

Aşağıdaki iki bağıntı her yöney (\mathbf{A}) ve skaler (ϕ) değer için her zaman doğrudur:

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0, \quad (2.17)$$

$$\nabla \times (\nabla \phi) = 0. \quad (2.18)$$

2.17'ye göre bir yöneysel ifadenin rotasyonunun diverjansı her zaman sifıra eşittir. 2.18'ye göre ise skaler bir ifadenin eğiminin döneli her zaman sifıra eşittir. Eğer Maxwell bağıntılarından denklem 2.3'de manyetik akının diverjansının sifıra eşit olduğu veriliyorsa bu manyetik akı bir yöneyin (\mathbf{A}) rotasyonuna eşitlenebilir:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.19)$$

Yukarıdaki denklem, denklem 2.3'de yerine yazıldığında denklem 2.17 sebebiyle eşitlik bozulmaz. Sonrasında manyetik akı denklem 2.1'de yerine yazılabilir ve sonrasında düzenlenirse:

$$\nabla \times (\mathbf{E} + i\omega \mathbf{A}) = 0, \quad (2.20)$$

elde edilir. Denklem 2.20’de rotasyon ifadesinin sıfır olduğu görülmektedir. 2.18 bağıntısından hareketle 2.20’deki parantez içerisindeki ifade bir skaler değerin gradyeniye eşitlenebilir ve denklem düzenlenirse aşağıdaki ifade elde edilmiş olur:

$$\mathbf{E} = -i\omega\mathbf{A} - \nabla\phi, \quad (2.21)$$

Denklem 2.21 ile elektrik alan (\mathbf{E}) bir yöneysel (\mathbf{A}) ve bir skaler (ϕ) değer ile ifade edilebilmektedir. Bu şekildeki bir ifade Maxwell denklemleri ile uyumludur. Eğer 2.21 bağıntısı 2.7’de yerine yazılırsa ve sadeleştirilirse

$$\nabla_x \nabla_x \mathbf{A} + \mu\sigma(i\omega\mathbf{A} + \nabla\phi) = 0 \quad (2.22)$$

bağıntısı elde edilecektir. Burada \mathbf{A} yöneyi üç bilinmeyen ve ϕ skaleri bir bilinmeyen içerir. Toplam dört bilinmeyen olmasına rağmen denklem (2.22)’de üç adet skaler denklem bulunmaktadır. Bunun çözülebilmesi için diverjans düzeltmesinde kullanılan (2.10) bağıntısına denklem (2.21)’de elektrik alan için verilen ifade yazılır ve düzenlenirse,

$$i\omega\nabla \cdot \sigma\mathbf{A} + \nabla \cdot \sigma\nabla\phi = 0 \quad (2.23)$$

denklemleri dördüncü denklem olarak elde edilir. Denklem (2.21) ve (2.22)’nin birlikte çözülmesi gerekir. Denklem (2.21) ile elektrik alanlar hesaplanır. Denklem (2.22) ve (2.23)’ün sonlu farklar ile ayrıklaştırılması sonucu elde edilecek doğrusal denklem seti izleyen şekilde verilebilir

$$\begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} & S_{x\phi} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{yz} & S_{y\phi} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_{zz} & S_{z\phi} \\ S_{\phi x} & S_{\phi y} & S_{\phi z} & S_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \\ b_\phi \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Denklem (2.24)’ün solundaki dizey katsayı dizeyi (coefficient matrix) olarak isimlendirilmektedir. Bu dizeyin katsayı dizeyi katsayıları EK 1’de sunulmuştur. Elde dizey simetrikleştirilebilmektedir. Bu yaklaşımda elektrik alanı temsil eden \mathbf{A} yöneyi ve ϕ skaleri vardır. \mathbf{A} yöney elemanları (A_x , A_y ve A_z) elektrik alanı oluşturan frekansa bağlı manyetik alan değişimlerini temsil etmektedir. ϕ skalerini ifade eden A_ϕ değerleri ise yük hareketlerinin oluşturduğu elektrik alanı ifade eder. Bu yaklaşımda önemli olan nokta, denklem 2.24’ün çözümünden elde edilecek olan \mathbf{A} ve ϕ değerlerinin denklemin çözüm yöntemine göre (yinemelemeli ya da doğrudan) değişmesidir. Her durumda

denklem (2.21) bağıntısıyla elde edilecek elektrik alanların (\mathbf{E}) değişmemesine rağmen \mathbf{A} ve ϕ değerleri değişebilmektedir. Bir başka deyişle aynı elektrik alanı ifade edebilen sonsuz adet $\mathbf{A} - \phi$ çifti vardır. Bu durumun fiziksel olarak bir anlamı olsada jeofizik açısından hesaplanan \mathbf{E} değerlerinin değişmemesi dolayısıyla bir manası yoktur. Denklem (2.23) ile ifade edilen manyetik vektör ve skaler elektrik potansiyel bağıntısı aynı zamanda $\mathbf{A} - \phi$ formülasyonu, manyetik vektör ve skaler potansiyel yaklaşımı veya ‘ungauged’ yaklaşımı olarak da adlandırılır.

2.5 Gauge Dönüşümü ve Axial Gauge Yaklaşımı

Eğer aynı elektrik alanı (\mathbf{E}) ifade eden sonsuz adet $\mathbf{A} - \phi$ çifti var ise bu çift üzerinde aşağıdaki işlemler uygulanabilir,

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla g, \quad (2.25)$$

$$\phi' = \phi - i\omega g. \quad (2.26)$$

Tanımlanan skaler bir g fonksiyonun gradyenin \mathbf{A} yöneyine eklenmesi ve aynı zamanda ϕ skalerinden bu fonksiyonun zamana göre türevinin çıkarılması hesaplanan elektrik alanı (Denklem 2.21) değiştirmeyecektir:

$$\mathbf{E} = -i\omega\mathbf{A} - \nabla\phi = -i\omega\mathbf{A}' - \nabla\phi'. \quad (2.27)$$

Bu bilgiden hareketle Denklem 2.24’de verilen katılık düzeyinin boyutunun düşürülmesi için \mathbf{A} yöneyinin düşey bileşeni sıfırlanmak istenebilir. Bunun için bir g fonksiyonu bulmak gerekir. Böyle bir fonksiyon aşağıdaki şekilde verilir:

$$g = - \int A_z dz + h(x, y). \quad (2.28)$$

Denklem (2.28) ile \mathbf{A} yöneyinin düşey bileşenini sıfır yapacak bir g fonksiyonu tanımlanmıştır. Bu g fonksiyonunu sayısal olarak hesaplanmasına gerek yoktur. Sadece böyle bir fonksiyonun var olduğunun ispatına gerek vardır. \mathbf{A} yöneyinin bir bileşeninin ‘gauge’ dönüşümü ile sıfırlanması ile elde edilen denklem sistemine ‘axial gauge’ ismi verilebilir. ‘Axial gauge’da, denklem (2.22) ve (2.23) çözülür. Fakat denklem setinin ayrıklaştırılması sırasında \mathbf{A} yöneyinin düşey bileşeni (A_z) sıfır olarak alınır ve doğrusal denklem sistemi içinde çözülmez. Denklem (2.29)’da çözülmesi gereken doğrusal denklem sistemi verilmektedir.

$$\begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{x\phi} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{y\phi} \\ S_{\phi x} & S_{\phi y} & S_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x' \\ A_y' \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_\phi \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Görüldüğü üzere $A_z = 0$ olduğu için çözülmesine gerek kalmamış ve denklem seti $3N \times 3N$ boyutuna inmiştir. Burada elde edilen dizey simetriktir. Fakat bu yöntem $\mathbf{A} - \phi$ çiftini tam olarak sabitlemez bunun nedeni denklem (2.28) sonundaki $h(x,y)$ fonksiyonudur. Yani hala bu $g(x,y)$ fonksiyonunun izin verdiği ölçüde $\mathbf{A} - \phi$ çifti üzerinde gauge dönüşümü yapmak mümkündür.

2.6 Coulomb Gauge Yaklaşımı

Coulomb gauge $\mathbf{A} - \phi$ çiftini tam olarak sabitleyen bir gauge türüdür ve aşağıdaki bağıntı ile verilir:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0. \quad (2.30)$$

Denklem (2.22) ve (2.23) içine yukarıda verilen denklem (2.30) yazılarak sadeleştirilmesi sonucunda izleyen denklem takımı elde edilir:

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \mu\sigma(i\omega\mathbf{A} + \nabla\phi) = 0, \quad (2.31)$$

$$i\omega\mathbf{A} \cdot \nabla\sigma + \nabla \cdot \sigma\nabla\phi = 0. \quad (2.32)$$

Denklem (2.31) ve (2.32)'nin çözülmesi ile elde edilen $\mathbf{A} - \phi$ değerleri tektir, çözüm yöntemine göre değişmez, gauge dönüşümüne tabi tutulamaz. Bu denklem setinin ayrıklaştırılması ile elde edilecek doğrusal denklem seti eşitlik (2.33)'de verilmektedir.

Bu sistemden elde edilen katılık dizeyi simetrik değildir. $S_{\phi x}$, $S_{\phi y}$ ve $S_{\phi z}$ katsayıları denklem 2.32'deki $\nabla\sigma$ 'ya bağlıdır.

$$\begin{bmatrix} S_{xx} & 0 & 0 & S_{x\phi} \\ 0 & S_{yy} & 0 & S_{y\phi} \\ 0 & 0 & S_{zz} & S_{z\phi} \\ S_{\phi x} & S_{\phi y} & S_{\phi z} & S_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \\ b_\phi \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Coulomb yaklaşımı LaBrecque (1999) tarafından ilk kez kaynak eklenerek ve isotropik ortam için verilmiştir. Aruliah vd. (2001) Yee hücresi yerine değişkenleri hacmin köşesinde tanımlayarak 2.31 ve 2.32 denklemlerini ikincil alanlar için çözmüştür. Irons

(2012) ise 2.31 ve 2.32 denklemlerini çözmek yerine 2.30 ve 2.31 bağıntılarını Schur ayrıklaştırılması yolu ile çözmeyi önermiştir.

2.7 Lorenz Gauge Yaklaşımı

Lorenz gauge $\mathbf{A} - \phi$ çifti arasında bir bağıntı kuran bir yaklaşımdır. İlk olarak Ludvig Lorenz tarafından önerilmiştir. Daha sonraları aynı öneri Hendrik Lorentz tarafından yapıldığı için bazı kaynaklarda Lorentz koşulu olarak da adlandırılmaktadır. 1950'lerin sonunda Lorenz'in bu koşulun ilk öneren kişi olduğu kararına varılmıştır (Nevels ve Shin, 2001).

Lorenz koşulu frekans ortamında aşağıdaki gibi verilmektedir:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \mu(i\omega\epsilon)\phi = 0. \quad (2.34)$$

MT yönteminde, modelleme düşük frekanslı dalgalar ile çalışıldığından ve μ , ϵ gibi sabitlerin çok küçük olması dolayısıyla (2.34) bağıntısı pekçok kişi tarafından değiştirilmiştir.

Tyler vd. (2004) ile Kordy vd. (2015) aşağıdaki bağıntıyı önermişlerdir:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \mu(\sigma + i\omega\epsilon)\phi = 0. \quad (2.35)$$

Burada $(\sigma + i\omega\epsilon)$ ifadesi karmaşık iletkenlik olarak da adlandırılır. Karmaşık iletkenlik modellemede yerdeğiştirme akımlarının da hesaba katılmak istenmesi durumunda kullanılır. Bossavit (1999) ayrıklaştırma sonucu elde edilen katılık düzeyinin simetrik çıkması için aşağıdaki denklemi önermiştir

$$\nabla \cdot \sigma \mathbf{A} + \mu\sigma^2\phi = 0. \quad (2.36)$$

Bu çalışmada ise yer değiştirme akımlarının ihmal edildiği varsayılmıştır. O yüzden 2.36 denklemindeki kompleks iletkenlik ifadesi $(\sigma + i\omega\epsilon)$ gerçel iletkenlik ifadesine dönüştürülmüştür:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \mu(\sigma)\phi = 0. \quad (2.37)$$

Denklem (2.37)' den $\nabla\phi$ çekilirse

$$\nabla\phi = -\nabla \left(\frac{\nabla \cdot \mathbf{A}}{\sigma\mu} \right) \quad (2.38)$$

elde edilir. Bunun denklem 2.22'de yerine yazılması ile

$$\nabla_x \nabla_x \mathbf{A} + i\omega\mu\sigma\mathbf{A} - \mu\sigma\nabla\left(\frac{\nabla \cdot \mathbf{A}}{\mu\sigma}\right) \quad (2.39)$$

elde edilir. Denklem (2.39)' da üç bilinmeyen olduğu için dördüncü bir bağıntıya ihtiyaç duyulmaz. Bu bağıntıdan çözülecek \mathbf{A} yöneyinden elektrik alanlar aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır.

$$\mathbf{E} = -i\omega\mathbf{A} + \nabla\left(\frac{\nabla \cdot \mathbf{A}}{\mu\sigma}\right) \quad (2.40)$$

Denklem (2.39)'ın ayrıklaştırılması ile elde edilecek doğrusal denklem sistemi aşağıdaki gibi verilebilir:

$$\begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{yz} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Görüldüğü üzere sadece \mathbf{A} yöneyinin bileşenleri çözülmektedir. Bir başka deyişle ϕ skaleri \mathbf{A} yöneyi cinsinden ifade edilebilmiştir. Çözülecek katılık düzeyinin boyutu $3N \times 3N$ 'ye inmiştir. Fakat katılık düzeyi yapısal olarak simetrik olmakla beraber sayısal olarak simetrik değildir.

2.8 Diğer Yaklaşımlar

Denklem (2.7) ile elektrik alanlar çözülmektedir. Aynı zamanda denklem (2.8) ile manyetik alan da çözülebilir. Denklem (2.8)'de verilen manyetik alan bağıntısı da tıpkı elektrik alan bağıntısının \mathbf{A} yöneyi ve ϕ skaleri ile temsil edilebildiği gibi bir yöney ve skaler ile temsil edilebilir. Bu ayrıklaştırmayı yapmak için diverjans düzeltmesinde kullanılan denklem (2.10) kullanılır. Bu ayrıklaştırmada da kaynak teriminin olmadığı varsayımı yapılmaktadır:

$$\nabla \cdot \sigma\mathbf{E} = \nabla \cdot \mathbf{j} = 0. \quad (2.42)$$

Eğer bir yöneyin (\mathbf{j}) diverjansı sıfır ise bu yöney başka bir yöneyin rotasyonu cinsinden ifade edilebilir (denklem 2.17). Bu sebepten dolayı \mathbf{j} yöneyi, \mathbf{T} yöneyi ile aşağıdaki şekilde ilişkilendirilmiştir:

$$\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{T}. \quad (2.43)$$

2.43 bağıntısı $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}$ 'de yerine yazılırsa ve denklem düzenlenirse

$$\nabla_x(\mathbf{H} - \mathbf{T}) = 0 \quad (2.44)$$

elde edilir. Eşitlik (2.44)' de bir yöneyin rotasyonunun sıfır olduğu görülmektedir. Eşitliği bozmadan denklem (2.18)' den yararlanarak aşağıdaki denklik kurulur:

$$\mathbf{H} = \mathbf{T} - \nabla\Omega. \quad (2.45)$$

Denklem 2.45 ile \mathbf{H} yöneyi bir $\mathbf{T} - \Omega$ çifti ile temsil edilmiştir. Ayrıklaştırılmış manyetik alan 2.8'de yerine yazılırsa

$$\nabla_x \frac{1}{\sigma} \nabla_x \mathbf{T} + i\omega\mu(\mathbf{T} - \nabla\Omega) = 0 \quad (2.46)$$

elde edilir. Bu bağıntıda üç denklem ve dört bilinmeyen vardır. Dördüncü denklem ise 2.3 bağıntısına denklem 2.45'in yazılması ile aşağıdaki şekilde elde edilir:

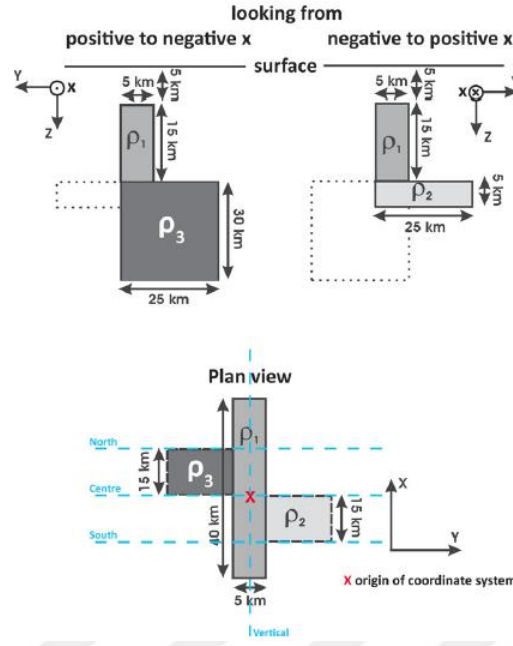
$$\nabla \cdot (\mathbf{T} - \nabla\Omega) = 0. \quad (2.47)$$

Bu yaklaşımda 2.46 ve 2.47 bağıntıları eş zamanlı olarak çözülecek ve denklem 2.45 ile de manyetik alanlar hesaplanacaktır. Lorenz haricindeki tüm gauge koşulları 2.45 için de geçerlidir. Mitsuhata ve Uchida (2004) Coulomb Gauge ve manyetik alan yaklaşımını kullanarak literatüre bir örnek sunmuştur.

2.9 Modelleme

Bu çalışmada, yukarıda anlatılan beş yaklaşım (genel elektrik alan, 'axial gauge', Coulomb gauge, Lorenz gauge ve manyetik vektör ve skaler elektrik ('ungauged') yaklaşımları) çözüm duyarlılığı ve çözüm süreleri bakımından karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma için Miensopust vd. (2013) tarafından verilen DTM1 (Dublin Test Model 1) modeli kullanılmıştır. Bu model şekil 2.2'de verilmektedir. Bu modelde arka plan öz direnci $\rho_b = 100\Omega\text{m}$ olarak belirlenmiştir. Yüze en yakın konumdaki yapı $\rho_1 = 10\Omega\text{m}$, bu yapının altında ise iki adet yapı bulunmakta ve bunların öz dirençleri $\rho_2 = 1\Omega\text{m}$ ve $\rho_3 = 10000\Omega\text{m}$ olarak belirlenmiştir. Şekil 2.2' deki model yaklaşık bir milyon hücre kullanarak modellenmiştir.

Çizelge 2.1'de görüldüğü gibi beş farklı yaklaşım bağıntısı karşılaştırılmaktadır. Bu yaklaşımlardan elde edilecek doğrusal denklem seti için yinelemeli çözücü dört yaklaşım için BiCGStab olarak belirlenmiştir. BiCGStab bir yinelemeli Krylov subspace çözücüsüdür ve BiCG algoritmasına alternatif olarak önerilmiştir.



Şekil 2.2 DTM1 modeli (Miensopust vd., 2013)

BiCG algoritmasında yaşanan kararsızlıkların önüne geçmek için önerilmiştir (van der Vorst, 1992). Coulomb gauge ile elde edilen sistem BiCGStab ile çözülemediğinden, bunun yerine GMRES algoritması kullanılmıştır. GMRES algoritması BiCGStab algoritmasına göre daha yavaş olmasına rağmen çözüme kararlı bir şekilde ulaşmaktadır (Saad ve Schultz, 1986). Bütün işlemler çift duyarlıklı kayan noktalı aritmetik ile (Double Precision Arithmetic) yapılmıştır. Yinelemeli düz çözüm için kullanılan koşullandırıcı dizeyin ayrıklaştırılması için ise ILU(0) algoritması (incomplete-lower-upper with zero fill-in) kullanılmıştır. Bu algoritma Saad (1996) tarafından önerilmiştir. Yinelemeli çözümlerde sıklıkla kullanılan bir algoritmadır.

Çizelge 2.1 Kullanılan yaklaşımlar, çözücüler ve koşullandırıcılar

Yaklaşım	Çözücü ve Koşullandırıcı
Doğrudan E. Alan	BiCGStab + ILU(0)
Coulomb Gauge	GMRES + ILU(0)
Ungauged	BiCGStab + ILU(0)
Lorenz gauge	BiCGStab + ILU(0)
Axial gauge	BiCGStab + ILU(0)

Haber vd. (2000) Coulomb gauge ile ayrıklaştırdığı denklemi BiCGStab ile çözebilmekteyken bu çalışmada ilgili çözücü kullanılmamaktadır. Bunun sebebi izleyen şekilde açıklanabilir. Haber vd. (2000) bilinmeyenleri bu çalışmada olduğu gibi kenarlarda değil yüzeylerde tanımlamaktadır. Kullandığı Coulomb gauge yaklaşımındaki ikinci denklem ($i\omega\nabla\cdot\sigma\mathbf{A} + \nabla\cdot\sigma\nabla\phi = 0$) bu çalışmada kullanılan ikinci denklemden (Denklem 2.32) biraz daha farklıdır. Aynı zamanda o çalışmada da belirtildiği üzere Denklem 2.33'de gösterilen katılık dizeyinin köşegen alt dizeylerini koşullandırıcı düzey olarak kullanırken bu dizeyleri ILU(0) ile ayrıklaştırmamanın ana denklem takımının çözümünde yetersiz kaldığı söylenmektedir. Bu sebeple Denklem 2.33'de gösterilen $S_{\phi\phi}$ dizeyi ILU ile ayrıklaştırılırken ILU(0) yerine ILU(10^{-3}) kullanılması gerektiği söylenmiştir. Bu yaklaşımın farkı şudur: ILU(0)'da ayrıklaştırılan dizeyin girdi sayısı değişmezken (zero fill-in), ILU(10^{-3}) yaklaşımında 10^{-3} gibi bir eşik değeri kullanarak ayrıklaştırma yapılır ve ayrıklaştırılmış dizeyin girdi sayısı orijinal dizeyden kat ve kat daha fazla olabilmektedir. Haber vd. (2000) çalışmasındaki aynı sayısal yaklaşım bu çalışmada da denenmiş ve gerçekten ana denklem dizeyinin belli bir eşığe kadar çözülebildiği görülmüştür. Aynı zamanda bu yaklaşımın olumsuz yanlarına da rastlanmıştır. Örneğin ILU(10^{-3}) algoritması ile koşullandırıcı dizeyin ayrıklaştırılması ILU(0)'a göre çok daha fazla süre gerektirdiği görülmüştür. Bunun üzerine elde edilen ayrık dizeylerin standart ILU(0) ayrıklaştırmasına göre çok daha fazla girdi içermesi dolayısıyla daha fazla bellek tükettiği görülmüştür. Daha fazla girdi içeren bu dizeylerin eşlenik gradyan algoritmasında uygulanması sırasında daha fazla işlem gerektirmesi ve daha fazla süre alması durumuyla karşılaşılmıştır. Aynı zamanda bu yaklaşım ile ana denklem takımının her zaman $\epsilon = 10^{-9}$ seviyesine kadar çözülemediği görülmüştür. Bu sebeple bu çalışmada iki seçenekten birinin seçilmesi gerekmiştir. İlk seçenek diğer dört yöntem ile aynı olan BiCGStab algoritması seçilecek fakat diğer dört KDD'in çözümünde kullanılan koşullandırıcı düzey için seçilen ILU(0) algoritması kullanılmayacaktı. Aynı zamanda denklem takımı $\epsilon = 10^{-9}$ seviyesine kadar çözülemeyecekti. İkinci seçenekte ise Coulomb gauge gibi farklı bir eşlenik gradyan algoritması belirlenecekti. Ancak, koşullandırıcı düzey için ILU(0) algoritması diğer dört yaklaşım için olduğu gibi kullanılabilirdi. Aynı zamanda denklem takımları istenilen eşik değere ($\epsilon = 10^{-9}$) kadar çözülebilecekti. Bu çalışmadaki asıl öncelik karşılaştırılan beş KDD'in aynı sonucu verdiğini göstermek olduğu için daha hassas çözebilen eşlenik gradyan algoritması

(GMRES) ve dolayısıyla ikinci seçenek seçilmiştir. Aynı zamanda bu konu ile alakalı bir literatür çalışması yapılmış ve farklı araştırmacıların çok farklı şekillerde bu denklem takımlarını çözdüğü görülmüştür. Seçilen bazı çalışmalar Çizelge 2.2’de verilmektedir.

Krylov subspace yöntemlerinden olan BiCGStab ve GMRES gibi algoritmaların çözme hızı çözme işleminde kullanılan koşullandırıcılara çok bağlıdır. Doğru seçilen bir koşullandırıcı yinelemeli çözümü çok hızlandıracağı gibi bunun tam tersi de doğrudur. Yanlış seçilen bir koşullandırıcı dizey denklem setinin hiç çözülememesine de yol açabilir. Denklem (2.9), (2.24), (2.16), (2.29) ve (2.33)’de kullanılan yaklaşımlardan elde edilen doğrusal denklem setleri görülmektedir. Bu setlerde katılık düzeylerinin köşegen üzerindeki alt dizeyleri koşullandırıcı dizey olarak kullanılmıştır. Bu köşegen üzerindeki alt dizeyler ILU(0) (Incomplete LU with zero fill-in) yöntemi ile ayrıklaştırılarak Krylov algoritması içinde kullanılmıştır. Eldeki $\mathbf{Sx}=\mathbf{b}$ biçimindeki denklemlerin çözümü aşağıdaki koşulu sağlayıncaya kadar yinelemeli olarak devam ettirilmiştir:

$$\epsilon = \frac{\|\mathbf{b}-\mathbf{Ax}\|_2}{\|\mathbf{b}\|_2} = 10^{-9}. \quad (2.48)$$

Yani görel norm değeri, $\epsilon = 10^{-9}$ değerine ulaşıncaya kadar yinelemeye devam edilmiştir. Bu model için $10^1 - 10^{-4}$ Hz arasında 21 adet frekans belirlenmiştir. Her frekansta 2 polarizasyon için çözüm yapılması gerektiği düşünülürse, her yaklaşım için doğrusal denklem seti ($\mathbf{Sx}=\mathbf{b}$ denklemi) 42 defa çözülmüştür. Çözüm sonrası elektrik ve manyetik alanlar hesaplanmış ve empedans tensörü aşağıdaki bağıntı ile hesaplanmıştır.

$$\begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{x1} & E_{x2} \\ E_{y1} & E_{y2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{x1} & H_{x2} \\ H_{y1} & H_{y2} \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.49)$$

Burada E_{x1}, E_{y1}, H_{x1} ve H_{y1} birinci polarizasyon ile çözülen elektrik ve manyetik alanları ifade ederken E_{x2}, E_{y2}, H_{x2} ve H_{y2} ise birinci polarizasyona dik ikinci polarizasyon için çözülen alanları ifade etmektedir. Aynı şekilde manyetik transfer fonksiyonu (\mathbf{T}) aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\begin{bmatrix} H_{z1} & H_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{zx} & T_{zy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{x1} & H_{x2} \\ H_{y1} & H_{y2} \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.50)$$

Çizelge 2.2 Farklı araştırmacıların kullandıkları yaklaşımlar, sayısal yöntemler

Yaklaşım	Çalışma	Sayısal Yöntem	Çözücü + Koşullandırıcı	Notlar
Doğrudan EM	Mackie vd. (1994)	SF	MRA + Incomplete Cholesky	Diverjans düzeltmesi var, manyetik alan (H) çözülmüş
Doğrudan EM	Newman ve Alumbaugh (1995)	SF	QMR + Jacobi	
Doğrudan EM	Sasaki (2001)	SF	BiCG + IC	Diverjans düzeltmesi
Doğrudan EM	Nam vd. (2007)	SE	BiCG + Jacobi	Altı yüzlüler ile sonlu elemanlar
Coulomb gauge	Haber vd. (2000)	SF	BiCGStab + ILU	Alanlar küplerin yüzeyinde tanımlanmış
Coulomb gauge	Badea vd. (2001)	SE	QMR + Jacobi	Dörtüzlü elemanlar, CSEM
Coulomb gauge	Jahandari ve Farquharson (2015)	SE	MUMPS doğrudan çözücü	Düzensiz dörtüzlü-ve voronoı cell
Ungauged	Ansari ve Farquharson (2014)	SH (Sonlu Hacimler)	GMRES + ILU	Düzensiz dörtüzlü elemanlar
Ungauged	Mukherjee ve Everett (2011)	SE	QMR	CSEM, dörtüzlü eleman
Lorenz gauge	Um vd. (2010)	SE	CG + IC	CSEM, dörtüzlü elemanlar, zaman ortamı düz çözümler
Axial gauge	Varılsüha ve Candansayar (2018)	SF	BiCGStab + ILU	

Burada H_{z1} ve H_{z2} birinci ve ikinci polarizasyondan elde edilen düşey manyetik alanlardır. Elde edilen empedans tensöründen görünür özdirençler aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır.

$$\rho_{a(i,j)} = \frac{|Z_{ij}|^2}{\mu\omega}, i = x, y \text{ ve } j = x, y \quad (2.51)$$

Burada Z empedans tensörünün herhangi bir bileşenidir (Denklem 2.49). Empedans tensörünün bileşenlerinin faz açıları ise izleyen bağıntı ile hesaplanır.

$$\phi_{a(i,j)} = \tan^{-1} \frac{\Im(Z_{ij})}{\Re(Z_{ij})} \quad (2.52)$$

Eğer elde görünür özdirenç ve faz değerleri varsa bu değerlerden empedans aşağıdaki formülle hesaplanabilir.

$$Z_{ij} = \sqrt{\mu\omega\rho_{a(i,j)}} e^{i\phi_{a(i,j)}} \quad (2.53)$$

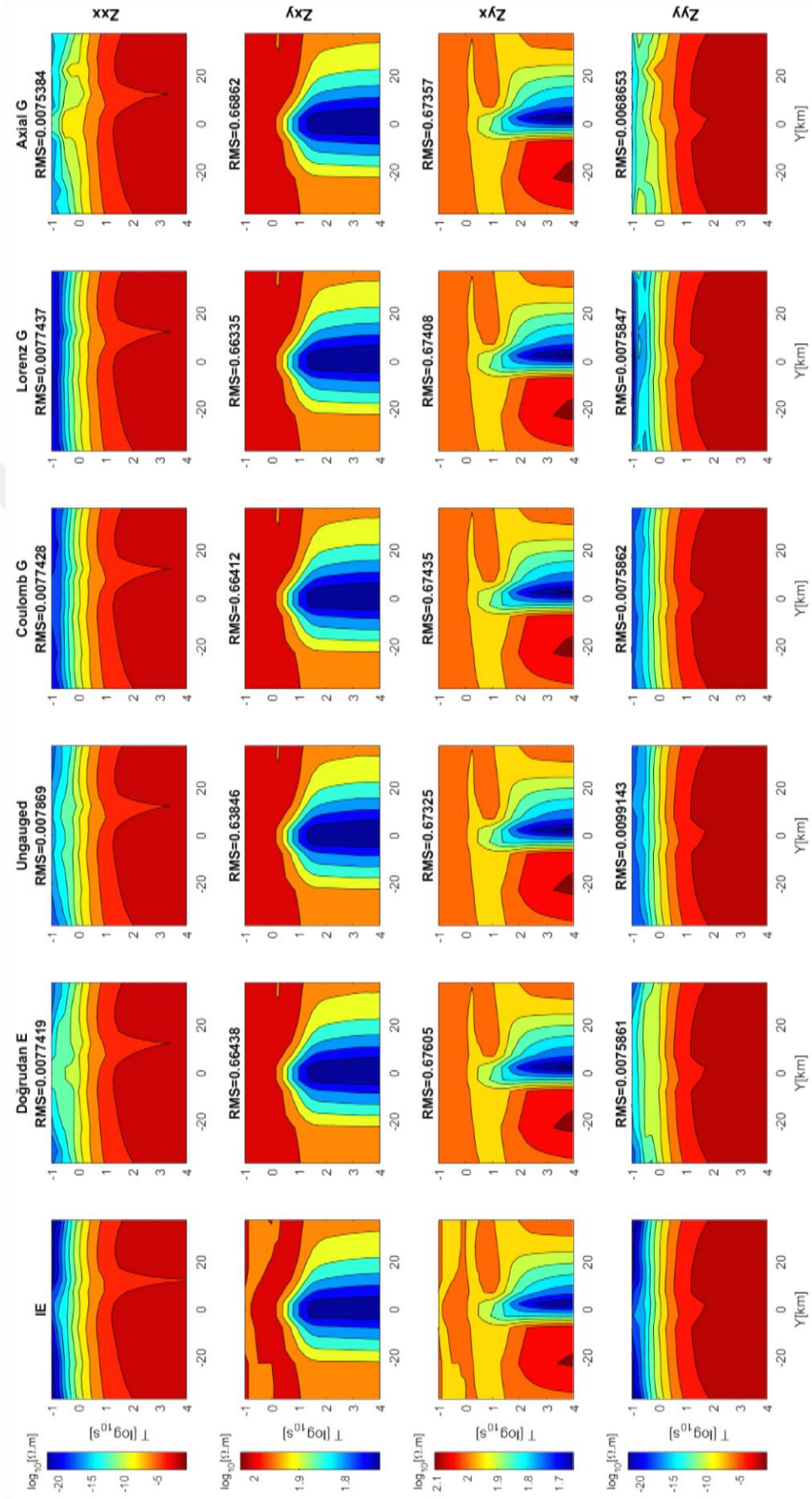
Burada $\rho_{a(i,j)}$, ω ve μ ifadelerinin tamamı birer pozitif sayıdır bu sebeple $\sqrt{\mu\omega\rho_{a(i,j)}}$ ifadesi pozitif olarak hesaplanmalıdır.

Düz çözüm sonucunda elde edilen empedans tensöründen hem görünür özdirençler hem de faz açıları hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçların doğruluğunu test edebilmek için Miensoop vd. (2013) tarafından verilen aynı modelin sayısal integral (IE) kullanılmıştır. Bu çalışmada kullanılan Sonlu Farklar (SF) ile IE arasındaki hata miktarı aşağıdaki bağıntı ile hesaplanmıştır.

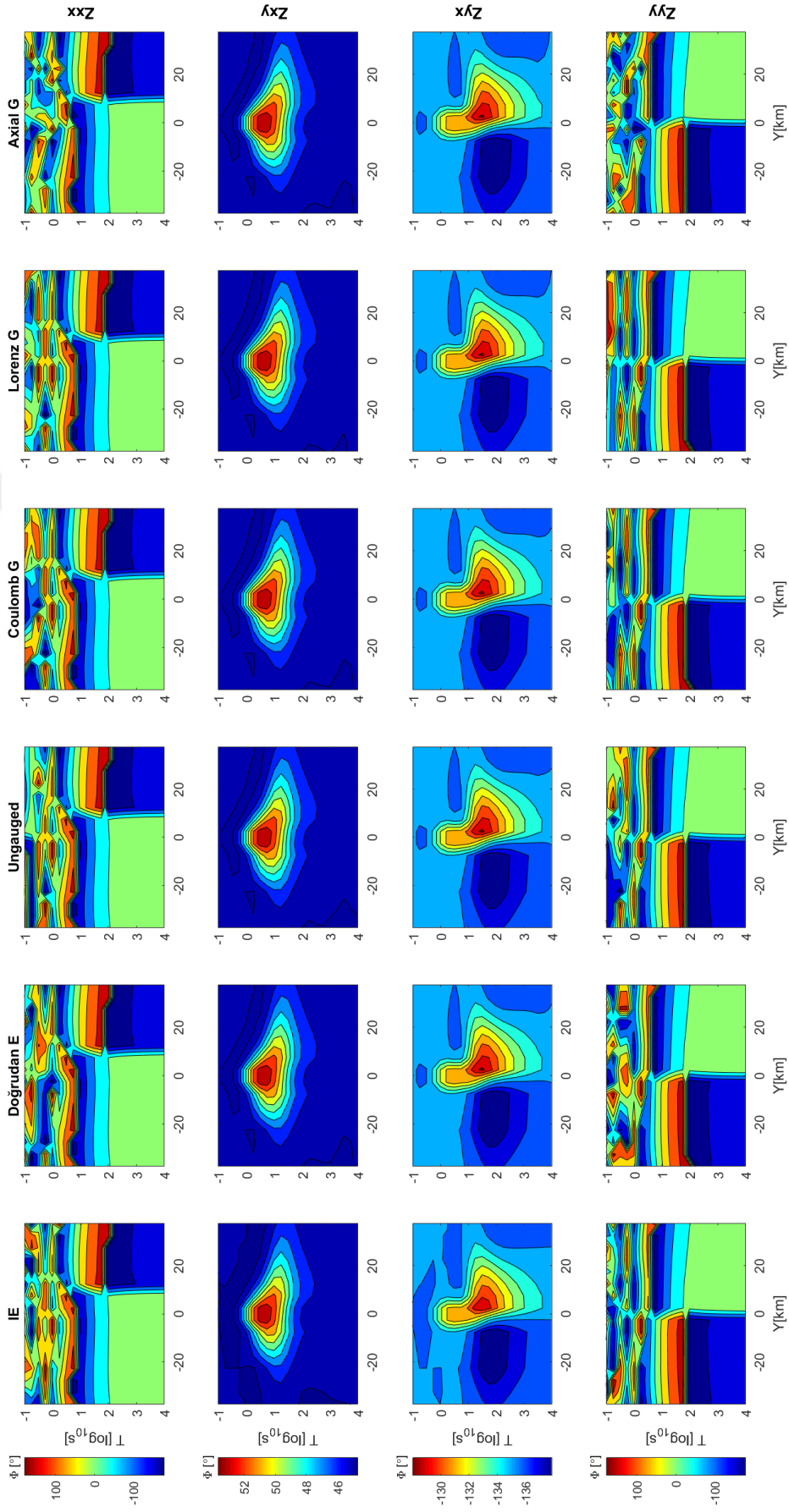
$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{\sum(\text{IE} - \text{SF})^2}{N_d}} \quad (2.54)$$

Burada N_d veri sayısını ifade etmektedir ve RMS (root mean square) karekök ortalama hatayı ifade etmektedir. Şekil 2.2’de verilen ‘Centre’ profili için (Merkez profili) görünür özdirenç ve faz değerleri frekansa bağlı olarak hesaplanmış ve IE çözümüyle karşılaştırılmıştır elde edilen sonuçlar şekil 2.3’de görünür özdirenç için şekil 2.4’de empedans fazı için verilmektedir.

Şekil 2.3’de her satır için empedans bileşenlerinden hesaplanan görünür özdirençler sırası ile Z_{xx} , Z_{xy} , Z_{yx} ve Z_{yy} bileşenleri için verilmiştir. Şekilde en sol kolonda IE çözümü en doğru çözüm olarak kabul edilmiştir ve diğer kolonlardaki model bağıntıları IE çözümü ile karşılaştırılmıştır. Her model bağıntısının ve bileşenin IE çözümü ile arasındaki hata oranı (2.54) bağıntısı ile hesaplanmış ve ilgili grafiğin üstünde verilmiştir. Grafikler logaritmik uzayda çizdirilmiştir. Z_{xx} ve Z_{yy} bileşenlerinden hesaplanan görünür özdirençlerin logaritmik uzayda genlikleri -3 ile -21 arasında değişmektedir. Bu da bu bileşenlerin genliklerinin çok küçük ve sifıra yakın olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla, bu kadar küçük genlikli değerlerin, özellikle 10^{-5} seviyesinden daha küçük değerlerin pratikte bir anlamı yoktur. Bu sebeple Z_{xx} ve Z_{yy} bileşenleri için gözükten farklılıkların ters çözüm için bir anlamı yoktur. Bunun aksine yüksek genlikli bileşenler olan Z_{xy} ve Z_{yx} bileşenleri iyi bir şekilde kestirilmiştir. Şekil 2.4’da ise yine her empedans değerinden hesaplanan faz açıları verilmektedir. Yine Z_{xy} ve Z_{yx} bileşenleri için faz değerleri tüm model bağıntıları için neredeyse aynı bulunmuştur.



Şekil 2.3 ' Centre' profili için kesit, önerilen bağıntılar ile IE çözümü empedansın dört bileşeninden hesaplanan görünür öz dirençler için karşılaştırılmaktadır. RMS değerleri verilmektedir



Şekil 2.4 ‘ Centre’ profili için kesit, önerilen bağıntılar ile IE çözümü empedansın dört bileşeninden hesaplanan faz değerleri için karşılaştırılmaktadır

Z_{xx} ve Z_{yy} bileşenleri için ise periyodu 10s ve daha büyük periyodlar için sonuçlar IE sonuçları ile çok benzer çıkmıştır. Periyodun 10s'nin altındaki değerleri için ise farklılıklar göze çarpmaktadır. Bunun sebebi bu periyodlarda hesaplanan empedans değerlerinin genliğinin çok düşük olması ve bu empedansların bilgisayar hesaplamalarında mevcut olan yuvarlama hatalarından dolayı gerçek değerlerinden sapmalarıdır. Kullanılan çift duyarlılıklı (double precision) işlemler sıfırdan sonra 16 basamağa kadar işlem yapabilmektedir fakat empedansın Z_{xx} ve Z_{yy} bileşenleri ortamın 1B olması durumunda teorik olarak sıfıra gitmektedir ve elde edilen görünür özdirenç ve faz değerlerini işlem duyarlılığına bağlı olmaksızın doğru kestirmek mümkün değildir.

Bu sebeple düşük genlikli empedansları tam olarak hesaplamının mümkün olmadığını düşünürsek elde edilen sonuçların çok iyi olduğu düşünülebilir. Karşılaştırılan tüm model bağıntılarının RMS hatalarına bakıldığında neredeyse aynı sonucu verdiği görülebilir. Buradan, önerilen model bağıntısının elde edilecek sonucun doğruluğuna etki etmediği sonucuna varılabilir.

Denklem takımlarının $\epsilon = 10^{-8}$ seviyesine kadar çözülmesi ile elde edilen sonuçlar genel olarak kâfi kabul edilmiştir (Alumbaugh vd., 1996; Siripunvaraporn vd., 2005; Grayver ve Bürg, 2014). Hatta Grayver (2013), $\epsilon = 10^{-7}$ kadar çözmenin bile yeterli olacağını ileri sürmüştür. Fakat deneysel sonuçlar bu seviyenin doğruluk bakımından her zaman yeterli olmadığını göstermiştir. Bu sebeple denklem takımları $\epsilon = 10^{-9}$ seviyesine kadar çözülmüş ve sonuçlar her üç seviye için de verilmiştir (Çizelge 2.3).

Çizelgede verilen yineleme sayıları $\mathbf{Sx}=\mathbf{b}$ denklem setinin 42 defa çözülmesi gereken toplam yineleme sayısıdır. 21 frekans için çözüm, her frekansta iki polarizasyon için çözüm yapmak gerektiği düşünüldüğünde toplamda 42 adet ayrı çözüm gerektirir.

Çizelge 2.3 Doğrusal denklem setinin değişik nispi normlarda çözülmesi için gereken yineleme sayıları. Parantez içinde diverjans düzeltmesi algoritması için gereken yineleme sayısı verilmiştir

Yaklaşım	Doğrudan E Alan	Ungauged	Axial g.	Lorenz g.
$\epsilon = 10^{-7}$	4172 (20072)	2381	2672	36657
$\epsilon = 10^{-8}$	6809 (43352)	3434	5372	52190
$\epsilon = 10^{-9}$	10937(83846)	8120	49893	68718

Bu çalışmada çizelge 2.3’de olmayan fakat doğruluk bakımından karşılaştırılan Coulomb gauge bulunmamaktadır. Bunun nedeni incelenen tüm yaklaşımlardan farklı olarak Coulomb gauge GMRES algoritması ile çözülmüştür. Diğer dört yaklaşım ise BiCGStab ile çözülmüştür. GMRES algoritması BiCGStab’a göre çok daha yavaş olduğu için zaman bakımından karşılaştırılmaya alınmamıştır. Bir başka deyişle Coulomb gauge diğer dört yöntemden kat ve kat daha yavaş çözülmektedir. Sonuç olarak, Coulomb gauge en yavaş yöntemdir denebilir.

Çizelgede görüldüğü üzere Lorenz gauge yaklaşımı için gereken yineleme sayısı tüm ϵ değerleri için diğer yöntemlere oranla çok daha yüksektir. Lorenz gauge aynı zamanda çizelgedeki yaklaşımlar arasındaki simetrik katılık düzeyi vermeyen tek yaklaşımdır. Onun dışında ‘ungauged’ ve axial gauge yöntemleri $\epsilon = 10^{-9}$ dışındaki ϵ değerleri için benzer yineleme sayısı gerektirmektedir. Doğrudan elektrik alan yaklaşımında ise verilen yineleme sayıları içine diverjans düzeltmesi için çözülen denklem seti için yapılan yineleme sayıları dahil değildir ve parantez içinde ek olarak verilmektedir. Bu çalışmada diverjans düzeltmesi 50 yinelemede bir yapılmıştır ve (2.12) bağıntısı $\epsilon = 10^{-7}$ seviyesine kadar çözülmüştür. Çizelge 2.3’de görüldüğü üzere doğrudan elektrik alanın çözümü, diverjans düzeltmesi için yapılan yinelemelerin hesaba katılmaması durumunda bile diğer iki (‘Ungauged’ ve Axial gauge) yaklaşımdan fazla yineleme gerektirmektedir. Çizelge 2.4’de ise kullanılan model için elde seyrek katılık düzeylerinin içindeki girdi sayıları karşılaştırılmıştır. En az girdi sayısı yeni önerilen axial gauge yaklaşımı ile elde edilmiştir. ‘Ungauged’ yaklaşımında ise en fazla girdi sayısı bulunmaktadır fakat en az yineleme ile bu yaklaşım sonuç vermektedir. Süre bazında karşılaştırma yapıldığında $\epsilon = 10^{-9}$ seviyesi için ‘ungauged’ yaklaşımının ekran kartları kullanılması ile 5 dakika gibi sürede tüm frekanslarda çözümü bitirdiği kaydedilmiştir. Axial gauge için ise yine aynı seviye için çözümün yaklaşık 30 dakika aldığı görülmüştür. Bunun sebebi $\epsilon = 10^{-9}$ seviyesi için axial gauge yaklaşımının 6 kat daha fazla yineleme gerektirmesidir.

Sonuç olarak tüm hassasiyet değerleri için (ϵ) ‘ungauged’ yaklaşımının en hızlı çözüm olduğu sonucuna varılmıştır. Bu yöntemin ardından axial gauge yaklaşımı da diğer yöntemlere göre çok hızlıdır. EK 1’de manyetik vektör ve skaler potansiyel yaklaşımının (‘ungauged’) sonlu farklar için ayrıklaştırılması verilmektedir.

Çizelge 2.4 Farklı yaklaşımlar ve bu yaklaşımların sabit bir model için katılık düzeylerindeki girdi sayıları

Yaklaşım	KDD	Katılık düzeyindeki girdi (nnz)	Axial gauge'e göre nnz artışı
Doğruda E	$\nabla_x \nabla_x \mathbf{E} + i\omega \mu_0 \sigma \mathbf{E} = 0$	40.8 M	%18
Ungauged	$\nabla_x \nabla_x \mathbf{A} + \mu_0 \sigma (i\omega \mathbf{A} + \nabla \phi) = 0$ $i\omega \nabla \cdot \sigma \mathbf{A} + \nabla \cdot \sigma \nabla \phi = 0$	60,6 M	%75
Coulomb Gauge	$\nabla^2 \mathbf{A} - \mu_0 \sigma (i\omega \mathbf{A} + \nabla \phi) = 0$ $i\omega \mathbf{A} \cdot \nabla \sigma + \nabla \cdot \sigma \nabla \phi = 0$	39.7 M	%15
Lorenz gauge	$\nabla_x \nabla_x \mathbf{A} + i\omega \mu_0 \sigma \mathbf{A} - \mu_0 \sigma \nabla \left(\frac{\nabla \cdot \mathbf{A}}{\mu_0 \sigma} \right) = 0$	45.1 M	%31
Axial Gauge	$\nabla_x \nabla_x \mathbf{A}' + \mu_0 \sigma (i\omega \mathbf{A}' + \nabla \phi') = 0$ $i\omega \nabla \cdot \sigma \mathbf{A}' + \nabla \cdot \sigma \nabla \phi' = 0$	34.5 M	%0

2.10 Bölümün Genel Değerlendirmesi

Bu bölümde MT yöntemi için kullanılabilir beş farklı model bağıntısı incelenmiştir. Farklı araştırmacılar tarafından önerilen model bağıntıları doğrudan elektrik alan, Coulomb gauge, axial gauge, Lorenz gauge ve manyetik vektör ve skaler elektrik alan ('ungauged') yaklaşımlarıdır. Bu model bağıntıları çalışma içinde hız ve doğruluk bakımından karşılaştırılmıştır.

Doğruluk bakımından önerilen model bağıntıları karşılaştırıldığında önerilen bağıntıların hepsinin benzer çözümü verdiği görülmüştür. Beklendiği üzere, elde edilen sonuçlar integral çözümü ile karşılaştırıldığında elde edilen ortalama karekök hataların birbirine çok yakın olduğu görülmüştür. Buradan sonuçla çözülecek KDD, elde edilecek sonuçları etkilememektedir.

Doğruluk bakımından bir fark olmamasına rağmen, farklı KDD'lerin sayısal çözümlerinin süreleri farklılık göstermektedir. Coulomb gauge yaklaşımı diğer dört yaklaşımdan farklı olarak sadece GMRES algoritması ile çözülebildiğinden bu yaklaşım en yavaş yaklaşım olmuştur. Bunun sebebi, GMRES algoritmasının diğer dört yaklaşımda kullanılan BiCGStab algoritmasından daha yavaş olmasıdır. Diğer dört model bağıntısı yaklaşımına bakıldığında en hızlı yaklaşımın 'ungauged' yaklaşımı olduğu görülmüştür.

Küçük katılık düzeyi üretmesi ve az yinelemeli şekilde çözülebilmesi açısından axial gauge yaklaşımı da ‘ungauged’ yaklaşımının ardından ikinci tercih olabilir.

Bir sonraki aşamada bu çalışmada tespit edilen en hızlı yaklaşım kullanılarak sonlu farklar ve sonlu elemanlar sayısal yaklaşımlarını içeren melez bir düz çözüm algoritması geliştirilecektir.



3. SONLU FARKLAR SONLU ELEMANLAR İLE MELEZ DÜZ ÇÖZÜM

Kısmi diferansiyel denklemlerinin sayısal çözümünde kullanılan başlıca çözüm yöntemleri; sonlu farklar (SF), sonlu elemanlar (SE), ve sayısal integral yöntemlerdir. Ayrıca bunlara ek olarak bu yöntemlerin birlikte kullanılması ile melez yöntemler de bulunmaktadır.

SF ve SE sayısal çözüm yöntemleri elektromanyetikte kullanılan kısmi diferansiyel denklemlerin çözümünde sıkça kullanılan yöntemlerdendir. MT yöntemde 3B çözümünde genellikle SF sayısal çözüm yöntemi kullanılmaktadır (Mackie vd., 1994; Newman ve Alumbaugh, 2000; Sasaki, 2001; Siripunvaraporn vd., 2005). MT yöntemde, 3B düz çözümde en çok kullanılan ikinci sayısal çözüm yöntemi ise SE (altı yüzlü elemanlar ile) yöntemidir (Mogi, 1996; Mitsuhata ve Uchida, 2004; Nam vd., 2007; DaSilva vd., 2012; Cai vd., 2014; Chung vd., 2014; Rivera-Rios, 2014; Kordy vd., 2016). Aynı zamanda SE ve dört yüzlü elemanlar (tetrahedral elemanlar) kullanılan çalışmalar da mevcuttur (Badea vd., 2001; Mukherjee ve Everett, 2011; Ansari ve Farquharson, 2014).

SE'nin tercih edilmesinin birinci sebebi ortamda modellenmek istenen topoğrafya ya da batimetri yapısının kolay bir şekilde temsil edilebilmesidir. Her ne kadar topoğrafya etkisinin veriden giderilmesine yönelik çalışmalar (Baba ve Chave, 2005; Nam vd., 2008) mevcut olsa da günümüzde tercih edilmemektedir. SF'nin avantajı ise KDD'lerin hızlı bir şekilde ayrıklaştırılabilmesi ve hızlı bir şekilde çözülebilmesidir. SE ile ayrıklaştırılan KDD'den elde edilen doğrusal sistemin çözülmesi SF'a nazaran daha yavaş olmaktadır. Bunun sebebi SE ile ayrıklaştırmanın katsayı düzeyinde daha fazla sıfırdan farklı elemanın olmasıdır.

SF ve SE'nin kendilerine has avantajları vardır. Her iki yöntemin eş zamanlı olarak kullanılması ve her iki yöntemin avantajlarından faydalanma fikri daha önce denenmiştir. İki boyutta manyetotellürik yöntemin düz çözümü, bu iki sayısal yöntem kullanılarak dikdörtgen ve dörtgen (quadrilateral) elemanlar kullanılarak Sarakorn ve Vachiratienchai (2018) tarafından yapılmıştır. İki boyutta ayrıca doğru akım öz direnç yönteminin modellenmesi dikdörtgen ve üçgen elemanların eş zamanlı olarak kullanıldığı çalışma bulunmaktadır (Vachiratienchai vd., 2010). Şu ana kadar üç boyutta hem SF hem SE kullanan melez sayısal bir yöntem geliştirilmemiştir.

Her ne kadar düşük frekanslı elektromanyetik modelleme genelde ikinci dereceden Maxwell denklemlerinin frekans ortamında çözülyorsa da zaman ortamında gerçekleştirilen çalışmalar da mevcuttur (Maaφ, 2007; de la Kethulle de Ryhove ve Mittet, 2014). Fakat hem zaman ortamında (Lu vd., 2013; Zhao vd., 2016) hem de frekans ortamında (Tuo vd., 2012; He vd., 2016) yapılan modellemelerin ekran kartları üzerinde gerçekleştirilmesi işlemci üzerinde yapılmasına nazaran hesaplama süresini ciddi oranda azaltmaktadır. Fakat ekran kartlarının en önemli problemlerinden birisi de sahip oldukları kısıtlı bellek miktarlarıdır (Newman, 2014). Bu problemi aşmanın yollarından birisi, birden fazla ekran kartını kullanarak çözüm yapmak olabilir. Bir diğey yaklaşım ise bu çalışmada gösterilmektedir. Geliştirilen melez sayısal sistem ile SF ve SE sayısal çözüm yöntemi kullanılarak aynı modelleme ağından elde edilen doğrusal denklem sistemi, SE yaklaşımına göre daha az bellek ihtiyacı duymaktadır.

Kullanılan SE ve SF sayısal yöntemlerin dereceleri çözümün doğruluğunu doğrudan etkilemektedir. SE için 2. ve 3. dereceden kenar-bazlı şekil fonksiyonlarının kullanılmasının doğruluğu arttırdığı bilinmektedir (Rivera-Rios, 2014). Aynı zamanda 4. dereceden SF ayrıklaştırılması Maxwell denklemleri için daha önce yapılmıştır (Li vd., 2018). Bu çalışmada SE için doğrusal şekil fonksiyonları kullanılmıştır ve SF için de 2. dereceden ayrıklaştırma tercih edilmiştir.

Bu çalışmada, üç boyutlu manyetotellürük düz çözümü için kullanılan ağı, SF için dikdörtgen prizma ve SE için altıyüzlü (hexahedral) elemanlar ile tasarlanacak ve modelin tepkisi SF ile SE sayısal yöntemlerinin melezi bir algoritma kullanılarak çözülecektir. Yeni geliştirilen melez yöntemin sayısal doğruluğu ve çözüm hızı SF, SE ve sayısal integral yöntemler ile karşılaştırılacaktır.

3.1 Sonlu Elemanlar Yöntemi

Manyetotellürük için KDD, Maxwell denklemleri kullanılarak elde edilir ve elektrik alan için Denklem 2.7'de verilmektedir. Aynı zamanda manyetik vektör ve skaler elektrik potansiyel yaklaşımının daha hızlı çözüldüğü önceki bölümde gösterilmişti. Bu yaklaşım için Denklem 2.22 ve 2.23 çözülmelidir.

SF için, diverjans düzeltmesi bir zorunluluktur. Fakat sonlu elemanlar için neredeyse her zaman kenar temelli (edge-based) şekil fonksiyonlarının kullanılması sebebiyle zorunluluk ortadan kalkmaktadır. Çünkü bu şekil fonksiyonlarının diverjansı analitik

olarak sıfırdır ve bir hacimdeki akımların korunumunu ifade eden denklem (2.9) bağıntısı analitik olarak sağlanmış olur (Jin, 2014). Bu sebeple sonlu elemanlar kullanılarak yapılan çalışmalarda genelde (2.7) bağıntısı kullanılmakta ve diverjans düzeltmesi yapılmamaktadır (Nam vd., 2007; Chung vd., 2014; Usui, 2015). Buna ek olarak yapılan diverjans düzeltmesinin faydalı olduğunu bildiren çalışmalarda olmuştur (Schwarzbach, 2009; Farquharson ve Miensopust, 2011; Kordy vd., 2016a). Bu çalışmada kullanılan (2.22) ve (2.23) bağıntılarının içinde dahili olarak diverjans düzeltmesi olduğu için harici bir düzeltmeye gerek duyulmamıştır.

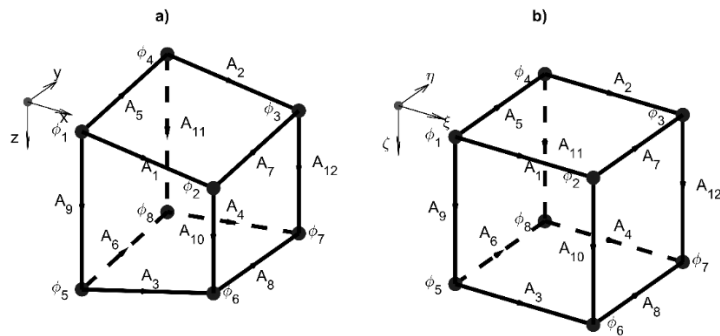
Sonlu elemanlar yönteminde yamuk bir altıyüzlü, düzgün bir küpe koordinat dönüşümü ile haritalandırılmalıdır (Şekil 3.1). Bu haritalandırma Jin (2014) tarafından aşağıdaki şekilde verilir.

$$x = \sum_{j=1}^8 \varphi_j^e(\xi, \eta, \zeta) x_j^e, \quad (3.1)$$

$$y = \sum_{j=1}^8 \varphi_j^e(\xi, \eta, \zeta) y_j^e, \quad (3.2)$$

$$z = \sum_{j=1}^8 \varphi_j^e(\xi, \eta, \zeta) z_j^e. \quad (3.3)$$

Burada x_j^e , y_j^e ve z_j^e yamuk altıyüzlünün köşelerinin kordinatlarını temsil etmektedir. $\varphi_j^e(\xi, \eta, \zeta)$ ise dönüştürülen koordinat düzlemindeki düzgün bir küpün köşe noktaları için şekil fonksiyonlarıdır ve aşağıda açık biçimde verilir.



Şekil 3.1 a) Esnetilmiş bir altıyüzlü b) Üzerine haritalanan referans küp

$$\varphi_j^e(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1 + \xi_j \xi) (1 + \eta_j \eta) (1 + \zeta_j \zeta) \quad j=1-8. \quad (3.4)$$

ξ, η ve ζ dönüştürülen koordinattaki eksenleri temsil eder ve bu değişkenler -1 ile +1 arasında değişmektedir. Başka bir ifadeyle, üstüne haritalanan küpün hacmi 8 birimdir.

Bağıntı (3.20) ve (3.21)'de verilen KDD'ler şekil fonksiyonu ile çarpılır ve her bir eleman için integrali alınırsa aşağıdaki form oluşturulur. Bu yaklaşım Galerkin ayrıklaştırması olarak da bilinir.

$$R_i^1 = \int_{\Omega} \mathbf{N}_i \cdot (\nabla_x \nabla_x \mathbf{A} + \mu_0 \sigma (i\omega \mathbf{A} + \nabla \phi)) dv = 0, \quad i = 1 - 12, \quad (3.5)$$

$$R_j^2 = \int_{\Omega} \varphi_j \left(\mu_0 \nabla \cdot \sigma \mathbf{A} + \frac{\mu_0}{i\omega} \nabla \cdot \sigma \nabla \phi \right) dv = 0, \quad j = 1 - 8, \quad (3.6)$$

Elektrik alanlar altıyüzlünün kenarlarında tanımlanmaktadır ve bu yüzden kenar temelli şekil fonksiyonları (\mathbf{N}) kullanılmaktadır. Bu fonksiyonlar aşağıdaki şekilde verilir,

$$\mathbf{N}_i^e(\xi, \eta, \zeta) = \frac{l_i}{8} (1 + \eta_i \eta)(1 + \zeta_i \zeta) \nabla \xi, \quad i=1-4, \quad (3.7)$$

$$\mathbf{N}_i^e(\xi, \eta, \zeta) = \frac{l_i}{8} (1 + \xi_i \xi)(1 + \zeta_i \zeta) \nabla \eta, \quad i=5-8, \quad (3.8)$$

$$\mathbf{N}_i^e(\xi, \eta, \zeta) = \frac{l_i}{8} (1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta) \nabla \zeta, \quad i=9-12, \quad (3.9)$$

Burada 12 kenar için 12 farklı şekil fonksiyonu kullanılmaktadır. l_i ilgili kenarın uzunluğunu temsil etmektedir. Her bir şekil fonksiyonun hangi kenar için olduğu Şekil 3.1'de (\mathbf{A} ve ϕ) verilmektedir.

Bir altıyüzlünün herhangi bir yerindeki elektrik alanlar ve potansiyel skaler bileşen aşağıdaki bağıntı ile hesaplanabilir.

$$\mathbf{A}^e = \sum_{i=1}^{12} \mathbf{A}_i^e \mathbf{N}_i^e, \quad (3.10)$$

$$\phi^e = \sum_{j=1}^8 \phi_j^e \varphi_j^e. \quad (3.11)$$

Sonlu elemanlar için, bir altıyüzlü eleman için düzey denklemi katsayı dizeyi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^e + \mathbf{T}^e & \mathbf{U}^e \\ (\mathbf{U}^e)^T & \mathbf{L}^e \end{bmatrix}_{20 \times 20} \begin{Bmatrix} \mathbf{A}^e \\ \Phi^e \end{Bmatrix}_{20 \times 1} = \{b^e\}, \quad (3.12)$$

Bu denklem e-numaralı eleman için $\mathbf{S}^e \mathbf{x}^e = \mathbf{b}^e$ şeklinde doğrusal bir dizey denklemdir. Burada \mathbf{b}^e yöneyi ile \mathbf{K} , \mathbf{T} , \mathbf{U} ve \mathbf{L} terimleri aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\mathbf{b}^e = \begin{Bmatrix} \int_{\Gamma} \mathbf{N}^e \cdot \mathbf{A}^0 dS \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (3.13)$$

$$\mathbf{K}^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (\nabla_x \mathbf{N}^e) (\nabla_x \mathbf{N}^e) |\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta)| d\xi d\eta d\zeta, \quad (3.14)$$

$$\mathbf{T}^e = i\omega \mu_0 \sigma \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{N}^e \cdot \mathbf{N}^e |\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta)| d\xi d\eta d\zeta, \quad (3.15)$$

$$\mathbf{U}^e = \mu_0 \sigma \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{N}^e \cdot \nabla \varphi |\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta)| d\xi d\eta d\zeta, \quad (3.16)$$

$$\mathbf{L}^e = \frac{\mu_0 \sigma}{i\omega} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \nabla \varphi \cdot \nabla \varphi |\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta)| d\xi d\eta d\zeta. \quad (3.17)$$

Burada \mathbf{A}^0 sınırdaki \mathbf{A} yöneyinin değerleridir ve sıfırdan farklı bir sayıdır. Sınırlarda kullanılmak üzere hesaplanması gereken elektrik alanlar bu sayıları oluşturur. Bu değerlerin hesaplanması EK 1'de verilmiştir. Jacobian dizeyi, $\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta)$ ise aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 \begin{bmatrix} \xi_j (1 + \eta_j \eta) (1 + \zeta_j \zeta) [x_j^e, y_j^e, z_j^e] \\ \eta_j (1 + \xi_j \xi) (1 + \zeta_j \zeta) [x_j^e, y_j^e, z_j^e] \\ \zeta_j (1 + \xi_j \xi) (1 + \eta_j \eta) [x_j^e, y_j^e, z_j^e] \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

Yöneysel şekil fonksiyonlarının dönelleri ve skaler şekil fonksiyonunun eğimi de aşağıdaki gibidir:

$$\nabla \varphi_j^e = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} \xi_j (1 + \eta_j \eta) (1 + \zeta_j \zeta) \nabla \xi + (1 + \xi_j \xi) \eta_j (1 + \zeta_j \zeta) \nabla \eta \\ + (1 + \xi_j \xi) (1 + \eta_j \eta) \zeta_j \nabla \zeta \end{pmatrix} \quad j=1-8, \quad (3.19)$$

$$\nabla_x \mathbf{N}_i^e = \frac{l_i}{8} (\eta_i \nabla \eta + \zeta_i \nabla \zeta + \eta_i \zeta_i \zeta \nabla \eta + \zeta_i \eta_i \eta \nabla \zeta) x \nabla \xi \quad i=1-4, \quad (3.20)$$

$$\nabla_x \mathbf{N}_i^e = \frac{l_i}{8} (\xi_i \nabla \xi + \zeta_i \nabla \zeta + \xi_i \zeta_i \zeta \nabla \xi + \zeta_i \xi_i \xi \nabla \zeta) x \nabla \eta \quad i=5-8, \quad (3.21)$$

$$\nabla_x \mathbf{N}_i^e = \frac{l_i}{8} (\xi_i \nabla \xi + \eta_i \nabla \eta + \xi_i \eta_i \eta \nabla \xi + \eta_i \xi_i \xi \nabla \eta) x \nabla \zeta \quad i=9-12. \quad (3.22)$$

3.18'den 3.22'ye olan bağıntılardaki integraller Gaussian quadrature yöntemi ile aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n w_i w_j w_k f(\xi_i, \eta_j, \zeta_k). \quad (3.23)$$

Burada ξ_i, η_j ve ζ_k integral noktalarıdır. w_i, w_j ve w_k ağırlıklardır ve n sayısı her bir ekseninde integrali alırken kaç nokta kullanılacağını belirtmektedir. Bu çalışmada n sayısı 3 olarak belirlenmiş ve integraller bir altıyüzlü içinde toplamda 27 nokta kullanılarak hesaplanmıştır. Genel olarak $n=3$ sayısı sayısal integralin hata oranını ihmal edilebilir düzeye indirdiği varsayılmaktadır. Fakat Nam vd. (2007) $n=2$ kullanmış ve 8 nokta kullanarak sayısal integrali hesaplamıştır. Bir eleman için yerel denklem takımının hesabı EK 2'de daha ayrıntılı anlatılmaktadır.

En son, tümel katılık dizeyi bağıntı (3.14)'den (3.17)'ye kadar verilen yerel katılık dizeylerinin birleştirilmesi ile elde edilir. Aynı işlem denklemin sağında \mathbf{b}^e yöneyleri (Denklem 3.13) için de yapılır. Sonuç olarak SE ağı içindeki tüm altıyüzlü eleman için elde edilecek (3.12) dizey denklemlerinin birleştirilmesi ile $\mathbf{Sx}=\mathbf{b}$ formunda doğrusal genel dizey denklemi oluşturulur. Bu denklemde \mathbf{S} katsayı dizeyi ile eşitliğin diğer tarafındaki sınır değerlerini içeren \mathbf{b} yöneyi aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\mathbf{S}^{SE} = \begin{bmatrix} \sum_{e=1}^{N_e} (\mathbf{K}^e + \mathbf{T}^e) & \sum_{e=1}^{N_e} \mathbf{U}^e \\ \sum_{e=1}^{N_e} (\mathbf{U}^T)^e & \sum_{e=1}^{N_e} \mathbf{L}^e \end{bmatrix}, \quad (3.24)$$

$$\mathbf{b} = \sum_{e=1}^{N_e} \mathbf{b}^e. \quad (3.25)$$

Burada N_e düz çözümdeki eleman sayısıdır. Aynı zamanda $\mathbf{Sx}=\mathbf{b}$ denkleminin çözümü için kullanılacak koşullandırıcı dizey de oluşturulmalıdır. Sonlu farklar için bilindiği ve kullanıldığı üzere katılık dizeyinin köşegen alt bloklarından oluşan bir koşullandırıcı

dizey (\mathbf{M}) yinelemeli çözüm için başarılı bir tercihtir (Mackie, 1994; Siripunvaraporn vd., 2005). Aynı yaklaşım bu tez çalışmasında düzgün altıyüzlülerden oluşan bir sonlu elemanlar ağı için de test edilmiş ve işe yaradığı görülmüştür. Düzgün (esnetilmemiş) bir ağda \mathbf{A}_{1-4} , kübün kenarlarında tanımlanan \mathbf{A} yöneylerinin x bileşenini, \mathbf{A}_{5-8} ve \mathbf{A}_{9-12} ise y ve z bileşenini temsil edecektir (Şekil 3.1). Bu çalışmada ağ esnetilirken köşe noktaları yukarı ve aşağı yönde hareket ettirilir. Bu sebepten dolayı \mathbf{A}_{9-12} her zaman \mathbf{A} yöneyinin z bileşenini temsil edecektir. Aynı zamanda esnetilmiş bir ağda, \mathbf{A}_{1-4} ve \mathbf{A}_{5-8} kenarları, \mathbf{A}_{9-12} kenarlarına dik olmayacaktır. Bu nedenle bir eleman esnetilmişse eğer aşağıdaki gibi bir koşullandırıcı dizey hazırlamanın en iyi sonucu verdiği görülmüştür.

$$\mathbf{M}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{[1:4][1:4]}^e + \mathbf{T}_{[1:4][1:4]}^e & 0 & \mathbf{T}_{[1:4][9:12]}^e & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_{[5:8][5:8]}^e + \mathbf{T}_{[5:8][5:8]}^e & \mathbf{T}_{[5:8][9:12]}^e & 0 \\ \mathbf{T}_{[9:12][1:4]}^e & \mathbf{T}_{[9:12][5:8]}^e & \mathbf{K}_{[9:12][9:12]}^e + \mathbf{T}_{[9:12][9:12]}^e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{L}_{20 \times 20}^e \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Burada $\mathbf{K}^e \in \mathfrak{R}^{12 \times 12}$, $\mathbf{T}^e \in \mathfrak{S}^{12 \times 12}$ ve $\mathbf{L}^e \in \mathfrak{S}^{12 \times 12}$ boyutlarındadır. Köşe parantez ile bu dizeylerin indis aralıkları verilmektedir. Eğer eleman esnetilmişse 3.26 denklemini kullanılır. Esnetilmemiş ise yukarıda verilen dizeyin sadece köşegen elemanları kullanılır. Diğer elemanları sıfır olarak alınır. Tümel koşullandırıcı dizey ise tüm elemanlar için aşağıdaki gibi birleştirilmelidir:

$$\mathbf{M}^{SE} = \sum_{e=1}^{N_e} (\mathbf{M}^e). \quad (3.27)$$

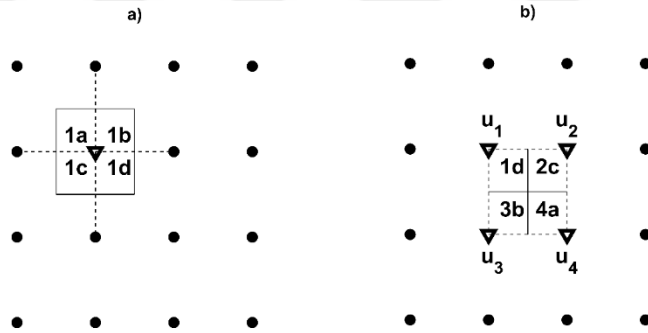
Denklem (3.24), verilen sonlu elemanlar için olan katsayı dizeyi hem iletkenlik değerine (σ) hem de açılal frekansa (ω) bağlıdır. Bu katsayı dizeyini iletkenliğin ve frekansın doğrusal bir formunda yazmak mümkündür. Bu sayede katsayı dizeyinin $\partial(\mathbf{S}\mathbf{x}_0)/\partial\mathbf{m}$ şeklindeki parametreye (\mathbf{m}) göre türevi rahatça hesaplanabilir. Bu ters çözüm sırasında hesaplanması gereken önemli bir dizeydir. Egbert ve Kelbert (2012) doğrudan elektrik alan yaklaşımı ve sonlu farklar için bunu göstermiştir. EK 3’de bu yöntem sonlu elemanlar ve manyetik vektör ve skaler potansiyel yaklaşımı (‘ungauged’ yöntemi) için verilmektedir.

3.2 Sonlu Farklar Yöntemi

SF için SE yönteminde olduğu gibi yöneysel bileşenler kenarlarda, skaler bileşenler köşelerde tanımlanır. Sonlu elemanlarda olduğu gibi (2.22) ve (2.23) bağıntıları

ayrıklaştırılır. Bu bağıntının sonlu farklar ile ayrıklaştırılması ile tümel katsayı dizeyi elde edilir. Elde edilen dizey simetrik ve karmaşık sayılardan oluşur fakat tıpkı sonlu elemanlar çözümünden elde edilen katsayı dizeyinde olduğu gibi elde edilen dizey ‘Hermitian’ değildir.

Programlama bakış açısından sonlu farklar ya da düzenli bir ağ üzerindeki sonlu hacimler birkaç farklı biçimde düşünülebilir. Bunlardan ikisi örnekler aracılığı ile verilecektir. Bir örnek olarak $\nabla^2 u = 0$ şeklindeki bir kısmi diferansiyel denklemin iki boyutta düzenli bir ağ üzerinde çözülecek olsun. Şekil 3.2’de böyle bir ağ ve ağı oluşturan noktalar verilmektedir. Şekilde ayrıca türevin hesaplanması gereken nokta üçgen gösterilmiş ve türevler hesaplanırken kullanılması gereken noktalara kesikli çizgilerle bağlantılar yapılmıştır. Üçgen ile sembolize edilen bilinmeyen için katsayılar hesaplanırken kısmi diferansiyel denklem çizgi integraline çevrilmelidir. Bu integral 1a, 1b, 1c ve 1d parçaları için hesaplanmalıdır (Şekil 3.2a). Tümel katsayı dizeyi aynı işlemin tüm noktalar için yapılması ile elde edilecektir.



Şekil 3.2 Sonlu farklar yöntemi için İki farklı yaklaşım, a) bir nokta için türevler çizgi integraline dönüştürülmüş, b) 4 nokta arasında kalan alana düşen 4 çizgi integrali gruplandırılmış

İkinci yöntem ise birinci yöntemden biraz farklıdır. u_1 , u_2 , u_3 ve u_4 bilinmeyenlerinin arasındaki alan içine düşen çizgi integralleri gruplandırılmıştır. Bu yöntem ile aşağıdaki gibi bir yerel katsayı dizeyi elde edilir:

$$\begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & 0 \\ c_2 & c_1 & 0 & c_3 \\ c_3 & 0 & c_1 & c_2 \\ 0 & c_3 & c_2 & c_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} = \{0\}. \quad (3.28)$$

c_1 , c_2 ve c_3 SF için elde edilen yerel katsayı dizeyinin katsayılarıdır. Bu yaklaşımın sonlu elemanlardan farkı ise elde edilen yerel katsayı dizeyinin seyrek olmasıdır. Bu seyrek

dizeylerin sonlu elemanlar gibi birleştirilmesi ile geleneksel yolla elde edilen tümel katsayı dizeyi sonlu farklar için elde edilebilir.

Programlama yönünden SE'in SF'dan daha kolay olduğu söylenebilir çünkü sonlu elemanlar yönteminde programlama esnasında elemanları takip etmek gerekirken sonlu farklarda düğüm noktaları, kenarlar ve türevleri hesaplayabilmek adına bunların yanındaki diğer düğüm noktaların ve kenarların takibi gereklidir. Burada anlatılan ikinci yaklaşım gibi sonlu farklar yöntemi tıpkı sonlu elemanlar gibi kodlanabilmektedir. Bu şekilde bağıntı 2.22 ve 2.23'in sonlu farklar ile ayrıklaştırılması ile bir hücre için aşağıdaki yerel dizey denklemini elde edilecektir:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^b + \mathbf{T}^b & \mathbf{U}^b \\ (\mathbf{U}^b)^T & \mathbf{L}^b \end{bmatrix}_{20 \times 20} \begin{Bmatrix} \mathbf{A}^b \\ \phi^b \end{Bmatrix}_{20 \times 1} = \{\mathbf{0}\}. \quad (3.29)$$

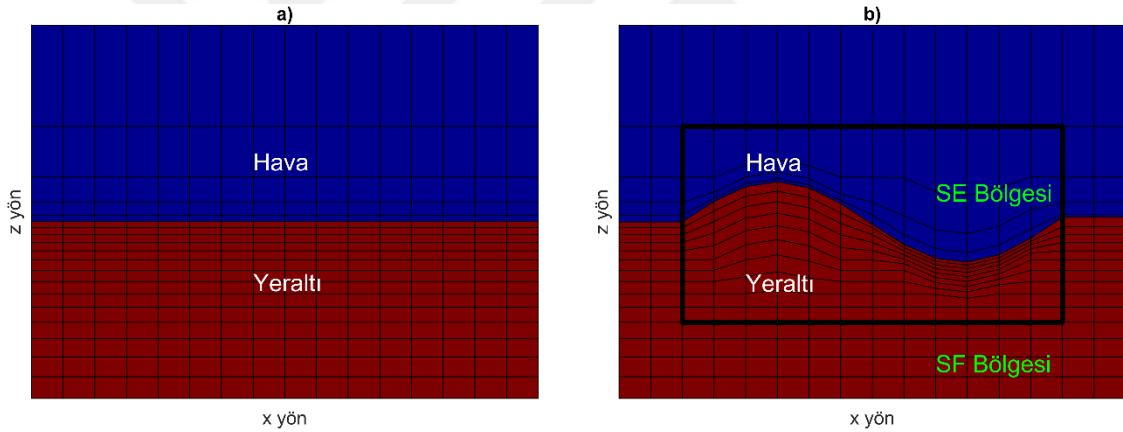
Burada, \mathbf{K}^b , $(\mathbf{U}^b)^T$ ve $\mathbf{L}^b = \int \mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{A} d\Gamma$, $\mu_0 \int \mathbf{n} \cdot \mathbf{A} d\Gamma$ ve $\mu_0 / i\omega \int \mathbf{n} \cdot \nabla \phi d\Gamma$ yüzey integrallerinin katsayılarını temsil etmektedir. \mathbf{U}^b ve \mathbf{T}^b ise $\mu_0 \sigma \int \nabla \phi d\Omega$ ve $i\omega \mu_0 \sigma \int \mathbf{A} d\Omega$ hacim integrallerini temsil eder. Buradaki b üsttakısı bu katsayıların düzgün bir blok ve sonlu farklar için olduğunu sembolize eder. Sonlu farklar için katsayı dizeyi bu yerel katsayı dizeylerinin birleştirilmesi ile elde edilir. Sonlu elemanlar için EK 3'de gösterilen katsayı dizeyini doğrusallaştırma işlemi sonlu farklar için de aynen geçerlidir.

3.3 Melez Yöntem

Bu çalışmada kullanılan melez yöntem SF ve SE sayısal yöntemler birlikte kullanılması ile gerçekleştirilmiştir. Sonlu elemanların tercih edilmesinin sebebi modellenmek istenen topoğrafya ya da batimetri yapılarının kullanılan ağın esnetilerek rahatça modellenebilmesidir. Sonlu farkların avantajı da eğer model düz bir topoğrafyaya sahipse ortamın çok kolay bir biçimde modellenebilmesi ve modelin tepkisinin hızlı bir şekilde sayısal olarak hesaplanabilmesidir.

Eğer düz bir yüzeye sahip bir model düzgün bir ağ ile modellenirse, aynı ağ kullanıldığında, sonlu farkların sonlu elemanlara göre çözüm hızı açısından daha hızlı olduğu bilinmektedir. Fakat dağ, tepe ve vadi gibi yapıların modellenmesi sonlu farklar sayısal yöntemine uygun değildir. Bunun sebebi bu tip yapıları sonlu elemanlar için olan ağlar çok daha az eleman ile modelleyebilirken sonlu farklar ağının çok fazla blok kullanmaya ihtiyaç duymasıdır.

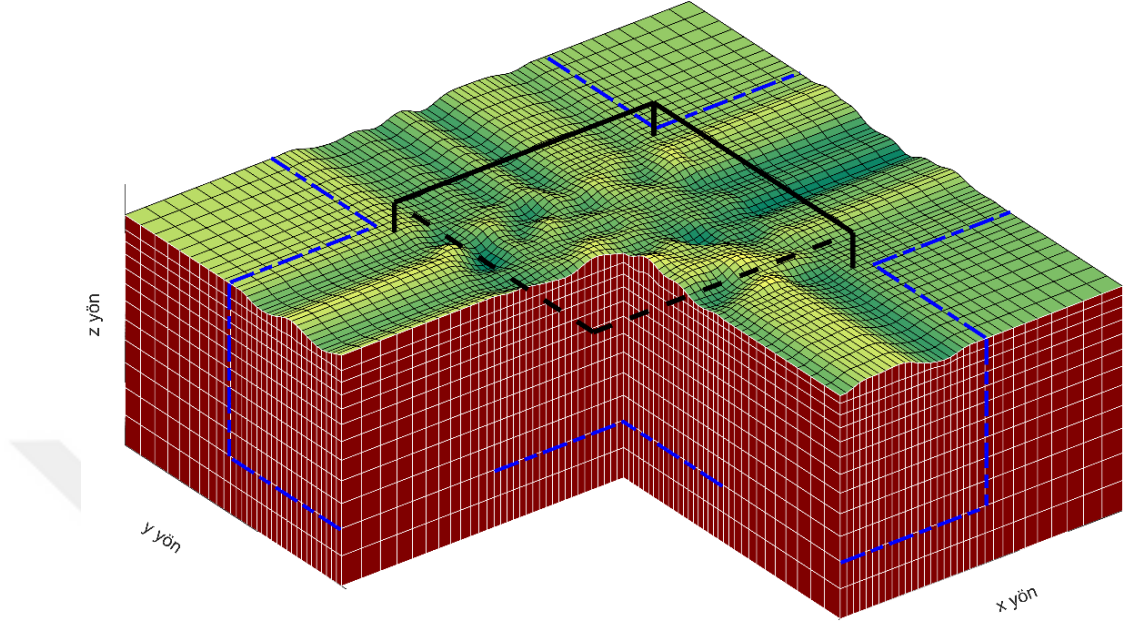
Şekil 3.3’de 3 boyutlu bir ağın kesiti görülmektedir. İlk başta sonlu farklar ile çözülebilecek bir ağ tasarımı yapılmıştır (Şekil 3.3a). Daha sonrasında modellenmek istenen yapıda var olan tepe ve vadiler ağın esnetilmesi ile oluşturulur. Ağın esnetilen kısımları elemanların düzgün olmaması sebebi ile sonlu farklar ile artık çözülemeyecektir. Fakat sonlu elemanlar bu bölge için kullanılabilir. Bu sebeple ağın esnetilmiş kısımları sonlu elemanlar sayısal yöntemi ile çözüleceği için sonlu elemanlar bölgesi olarak sınıflandırılır. Ağın geri kalan kısmına dokunulmadığı için elemanlar düzgündür ve sonlu farklar ile çözülebilir. Bu yüzden ağın geri kalan kısmı sonlu farklar bölgesi olarak isimlendirilir (Şekil 3.3b). Sonlu farklar ve sonlu elemanlar bölgeleri birbirlerine sadece değmektedirler, üst üste binmemektedirler. Sismik yöntemlerde zaman ortamı için yapılan modellemeler için birbiri üzerine binen bölgelerin tanımlandığı görülmektedir (Galis, 2008) fakat elektromanyetik yöntemler ve frekans ortamı için yapılan çalışmalarda buna gerek yoktur.



Şekil 3.3 a) Üç boyutlu bir modelin kesiti verilmektedir. a) İlk başta düzgün bir ağ oluşturulur b) Sonrasında topoğrafya, ağ esnetilerek eklenir. Esnetilen bölge sonlu elemanlar bölgesi (SE bölgesi), geri kalan bölge sonlu farklar bölgesi (SF bölgesi) olarak tanımlanır

Şekil 3.4’de melez yöntemin 3B bir tasviri verilmektedir. Siyah çizgi ile sınırlandırılan alan modelleme alanıdır. Modellenen alan görüldüğü üzere tepe ve vadiler içermektedir. Siyah çizginin dışındaki alan ise sınır bölgelerini temsil etmektedir. Model alanındaki tepe ve çukurların modellenebilmesi için yüzeyin altında kalan bloklar aşağı ya da yukarı yönde esnetilmiştir. Aynı işlem yüzeyin üzerinde bulunan fakat şekilde gösterilmeyen hava blokları için de yapılmıştır. Yüzeyin altında görülen bloklar mavi kesikli çizgi ile belirlenen derinliğe kadar esnetilmiştir ve düzgün değildir. Mavi çizginin altındaki bloklar ise düzgündür. Bu sebeple mavi kesikli çizgi sonlu elemanlar ile sonlu farklar

bölgeleri arasındaki yüzeyi temsil etmektedir. Şekil 3.4’de görülen tüm kesikli mavi çizgiler bu iki bölge arasındaki geçiş yüzeylerini temsil etmektedir.



Şekil 3.4 Üç boyutta melez yöntem için ağ verilmektedir. Siyah çerçeve modelleme alanını, mavi çizgiler sonlu farklar ve sonlu elemanlar arasındaki sınırı göstermektedir

Melez yöntemin işleyebilmesi için modelde belirlenen sonlu farklar bölgesi sonlu farklar ile ayrıştırılmalı ve tümel katsayı dizeyi elde edilmelidir,

$$\mathbf{S}^{\text{SF}} \mathbf{x} = \mathbf{b}^{\text{SF}}. \quad (3.30)$$

Burada dikkat edilmesi gereken nokta sonlu farklar ile ayrıştırması yaparken sonlu elemanlar-sonlu farklar bölgelerinin temas ettiği alanlarda (mavi çizgi, Şekil 3.4) bulunan kenar ve noktalar için de katsayıların katsayı dizeyine alınmasıdır.

Aynı işlem sonlu elemanlar bölgesi içinde kalan elemanlar için sonlu elemanlar sayısal yönteminin kullanılması ile katsayı dizeyinin elde edilmesi ile devam eder,

$$\mathbf{S}^{\text{SE}} \mathbf{x} = \mathbf{b}^{\text{SE}}. \quad (3.31)$$

Her iki yöntem için de katsayı dizeyleri elde edildikten sonra melez yöntem için katsayı dizeyi aşağıdaki şekilde hesaplanır,

$$\mathbf{S}^{\text{MLZ}} = \mathbf{S}^{\text{SF}} + \mathbf{S}^{\text{SE}}. \quad (3.32)$$

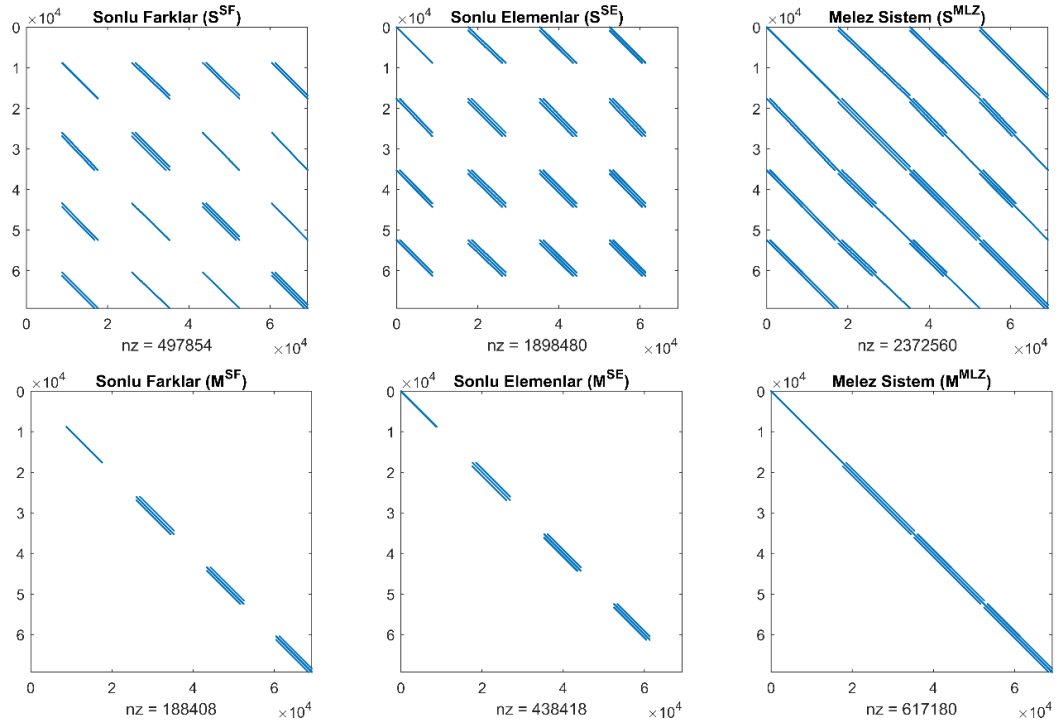
Doğrusal denklem takımının sağ tarafı ise her iki yöntemden elde edilen yöneylerinin toplanmasıyla oluşur.

$$\mathbf{b}^{\text{MLZ}} = \mathbf{b}^{\text{SF}} + \mathbf{b}^{\text{SE}}. \quad (3.33)$$

Denklem takımının yinelemeli çözülebilmesi bir koşullandırıcı dizey tanımlanmalıdır. Melez yöntem için aşağıdaki şekilde elde edilir,

$$\mathbf{M}^{\text{MLZ}} = \mathbf{M}^{\text{SF}} + \mathbf{M}^{\text{SE}}. \quad (3.34)$$

Yüzde 50'si sonlu elemanlar ve kalan yüzde 50'si sonlu farklar olarak işaretlenmiş örnek bir düz çözüm ağının katsayı dizeyleri şekil 3.5'de verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi melez sistemin katsayı dizeyi sonlu farklar ve elemanlar katsayı dizeyelerinin toplamından oluşur. Yinelemeli çözümde kullanılmak üzere hazırlanması gereken koşullandırıcı dizey (\mathbf{M}) aynı şekilde elde edilir.



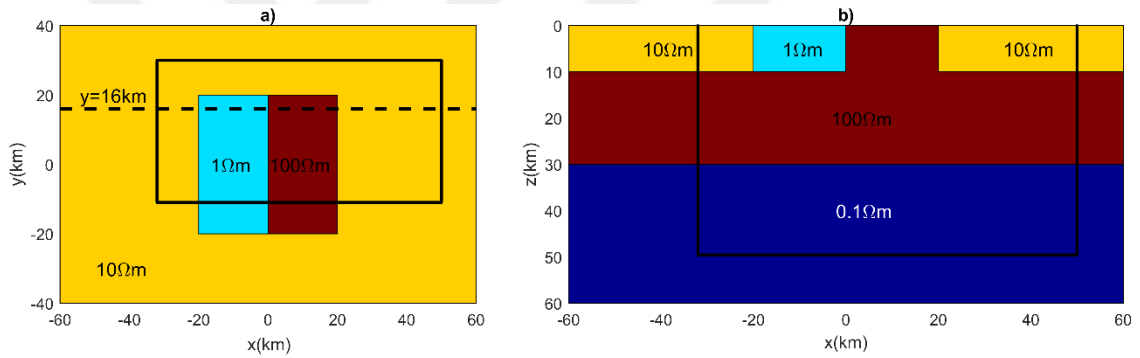
Şekil 3.5 Sonlu farklar ve sonlu elemanlar için olan katsayı dizeyelerinin (\mathbf{S}^{SF} ve \mathbf{S}^{SE}) toplamı ile melez katsayı dizeyi (\mathbf{S}^{MLZ}) bulunur. Aynı işlem koşullandırıcı dizeyleri (\mathbf{M}) için de yapılır

Şekil 3.5'de her şeklin altında 'nz' ile girdi sayıları verilmektedir. Göze çarptığı üzere \mathbf{S}^{SE} , \mathbf{S}^{SF} 'ye göre yaklaşık 4 kat, \mathbf{M}^{SE} ise \mathbf{M}^{SF} 'ye göre yaklaşık 2,5 kat daha fazla girdiye sahiptir.

3.4 Modelleme

Sonlu farklar, sonlu elemanlar ve bu iki yöntemden türetilen yeni melez yaklaşım birbirleri karşısında doğruluk ve doğrusal düzey sisteminin çözüm hızı bakımından karşılaştırılmıştır. Bunun için iki adet model kullanılmıştır.

Birinci model ‘Double Brick Model’ (DBM) modelidir. Modelin sayısal integral yöntem ile düz çözüm sonucu Kordy vd. (2016a) tarafından verilmiştir. Şekil 3.6’da model görülmektedir. Modelde yatay 3 tabaka vardır ve öz dirençleri sırasıyla $10\Omega\text{m}$, $100\Omega\text{m}$ ve $0.1\Omega\text{m}$ ’dir. İlk 10 km içine iki adet tuğla şeklinde yapı yerleştirilmiştir. Bunların öz dirençleri $1\Omega\text{m}$ ve $100\Omega\text{m}$ ’dir. Modelin tepkisi değişik frekanslar için kesikli çizgi ile belirtilen profil üzerinde hesaplanmıştır (Şekil 3.6a).



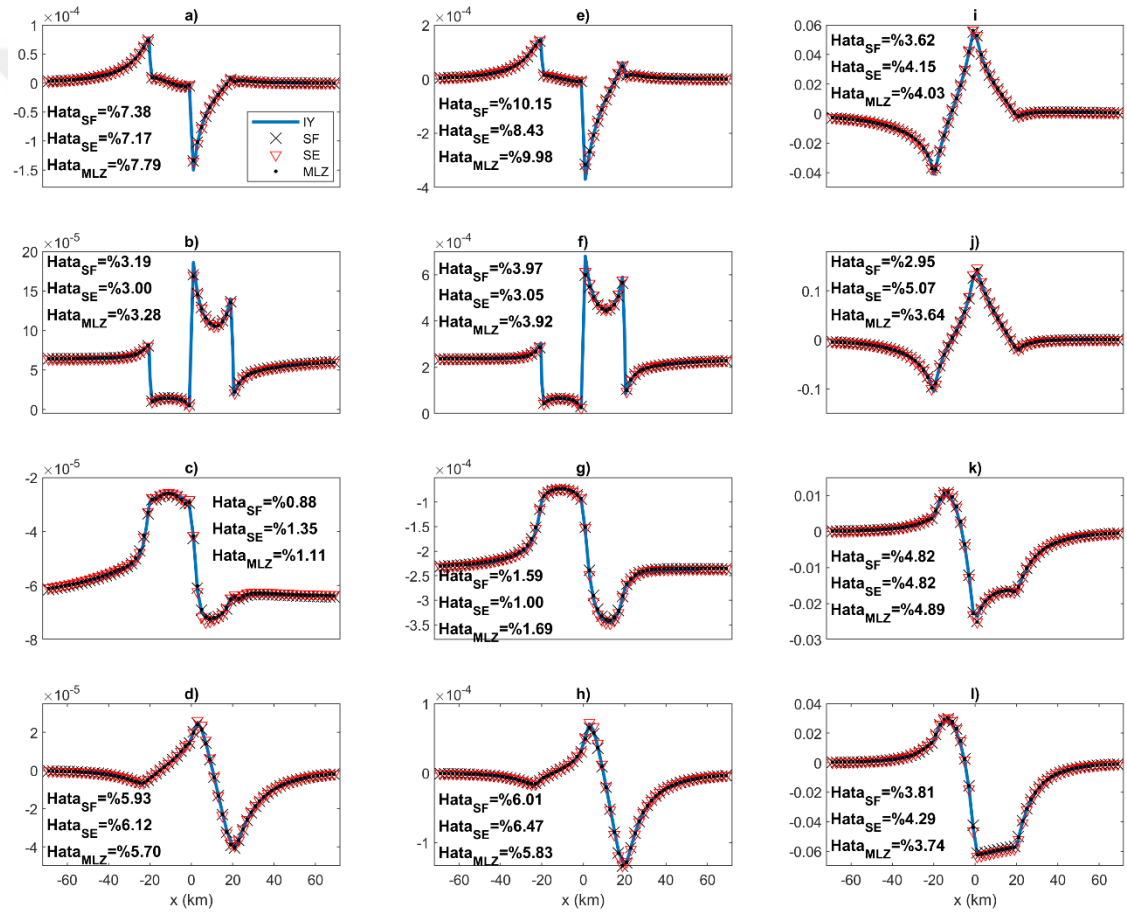
Şekil 3.6 DBM modelinin, a) üstten görünümü verilmektedir. Siyah çizgi ile sonlu farklar ve sonlu elemanlar bölgeleri arasındaki geçiş sınırları verilmektedir. Kesikli çizgi ile düz çözüm model tepkisinin hesaplandığı profil verilmektedir. b) Modelin yandan görünümü verilmektedir.

Modelde görüldüğü üzere bir topoğrafya yoktur. O yüzden kullanılan ağ düzgün altıyüzlülerden oluşmaktadır. Bu çalışmada, bu model için oluşturulan ağ üç sayısal yöntem için de değiştirilmeden kullanılmıştır. Melez yöntem için sonlu elemanlar bölgesinin sınırları Şekil 3.6’da düz çizgi ile belirtilmiştir. Yöntemin doğru çalıştığından emin olmak adına sonlu elemanlar bölgesinin düşeyde farklı tabakaları kesmesine ve yatayda profil çizgisini kesmesine özellikle dikkat edilmiştir. Böylece hesaplanan model tepkisinin etkilenip etkilenmediği test edilecektir.

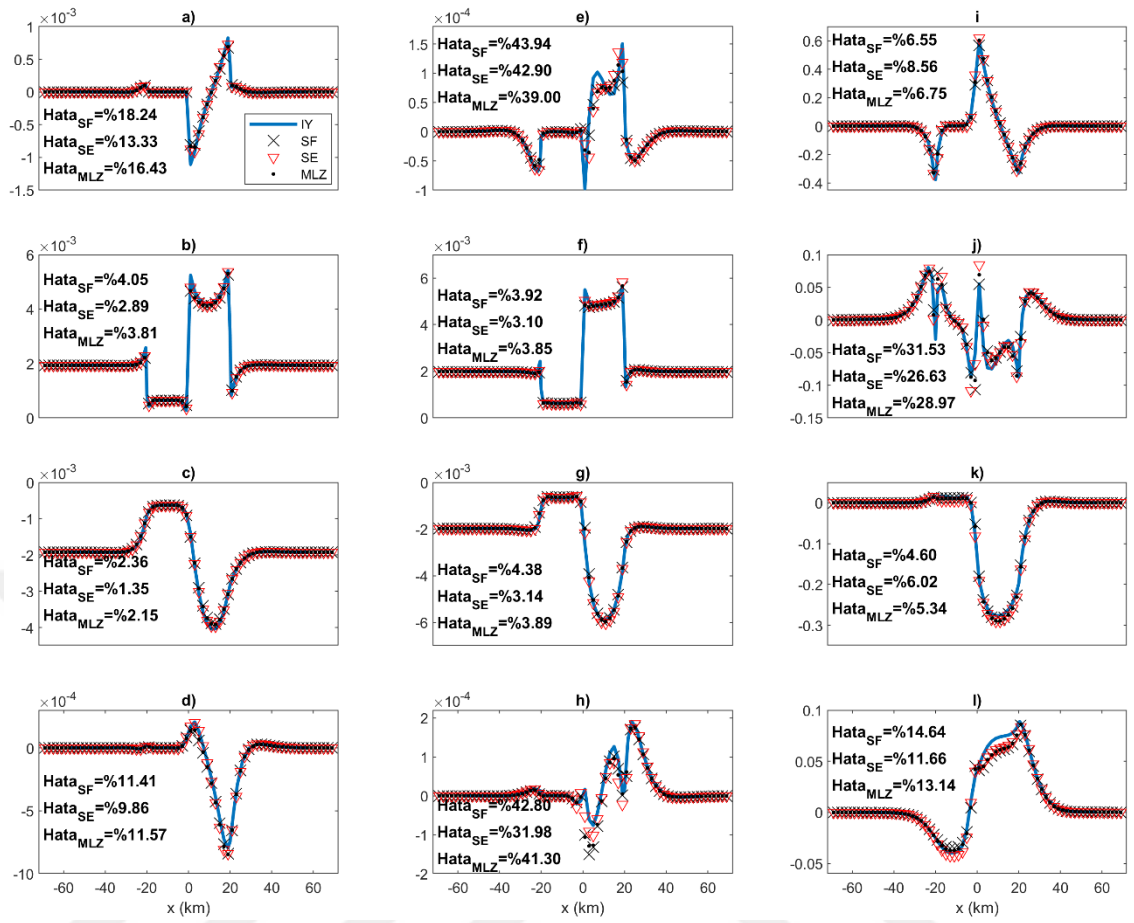
Model x, y ve z yönlerinde 94, 65 ve 74 adet düzgün altıyüzlü içermektedir. Melez yöntem için belirlenen sonlu elemanlar bölgesi x, y ve z yönlerinde 41, 21 ve 56 adet blok içermektedir. Sonlu elemanlar bölgesinde kullanılan blok sayısı tüm modelde kullanılan

blok sayısının %10,7'sini oluşturmaktadır. Çözülmesi gereken denklem takımlarının büyüklüğü her üç sayısal yöntem için de aynı olup yaklaşık 1.75 milyondur.

Doğrusal denklem takımlarını çözmek için BiCGStab algoritması seçilmiştir. Koşullandırıcı dizeyinin uygulanabilmesi için ILU(0) (Incomplete Lower Upper with zero fill-in) algoritması kullanılmıştır. Üç sayısal yöntem için denklem takımları çözüldükten sonra şekil 3.6'a da verilen profil üstünde 0.001Hz ve 0.1Hz frekansları için modelin tepkisi hesaplanmıştır. Hesaplanan değerler Kordy vd. (2016a) çalışmasında verilen integral yöntem çözümü ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar 0.001Hz için şekil 3.7'de ve 0.1Hz için şekil 3.8'de verilmektedir.



Şekil 3.7 DBM modelinin tepkisi 0.001Hz için verilmektedir. Empedansın a) Z_{xx} b) Z_{xy} c) Z_{yx} d) Z_{yy} bileşenlerinin gerçel kısımları, empedansın e) Z_{xx} f) Z_{xy} g) Z_{yx} h) Z_{yy} bileşenlerinin sanal kısımları, manyetik transfer fonksiyonunun T_{zx} bileşeninin i) gerçel ve j) sanal kısımları, T_{zy} bileşeninin k) gerçel ve l) sanal kısımları verilmiştir. Integral yöntemler (IY) sonuçları, sonlu farklar (SF), sonlu elemanlar (SE) ve melez yöntem (MLZ) ile elde edilmiş sonuçlar ile karşılaştırılmıştır



Şekil 3.8 DBM modelinin tepkisi 0.1Hz için verilmektedir. Empedansın a) Zxx b) Zxy c) Zyx d) Zyy bileşenlerinin gerçel kısımları, empedansın e) Zxx f) Zxy g) Zyx h) Zyy bileşenlerinin sanal kısımları, manyetik transfer fonksiyonunun Tzx bileşeninin i) gerçel ve j) sanal kısımları, Tzy bileşeninin k) gerçel ve l) sanal kısımları verilmiştir. Integral yöntemler (IY) sonuçları, sonlu farklar (SF), sonlu elemanlar (SE) ve melez yöntem (MLZ) ile elde edilmiş sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Hata oranları IY ile kıyaslanarak hesaplanmıştır

Çakışmaların iyiliğini tespit edebilmek için hata oranları hesaplanmıştır. Bu amaçla tüm veri grubu için hata ya da MISFIT değeri (Goodarzi vd., 2009) aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$\text{Hata}(\%) = \sqrt{\frac{\sum_i (\mathbf{d}_i - \mathbf{f}_i)^2}{\sum_i (\mathbf{d}_i)^2}} \times 100 \quad (3.35)$$

Bu formül aynı zamanda NRMSE (Normalized Root Mean Squared Error) olarak da adlandırılmaktadır. Burada \mathbf{d}_i üzerine çakıştırılan veriyi temsil eder \mathbf{f}_i ise çakışan veri için kullanılır. Elde edilen değer yüzde cinsinden ifade edilir. Bu algoritmanın diğer

algoritmalarla göre avantajı şudur: 0 noktasını kesen veya paralel giden eğrilerin ve çok küçük genlikli eğrilerdeki hata oranını yüzde (%) cinsinden verebilmesidir.

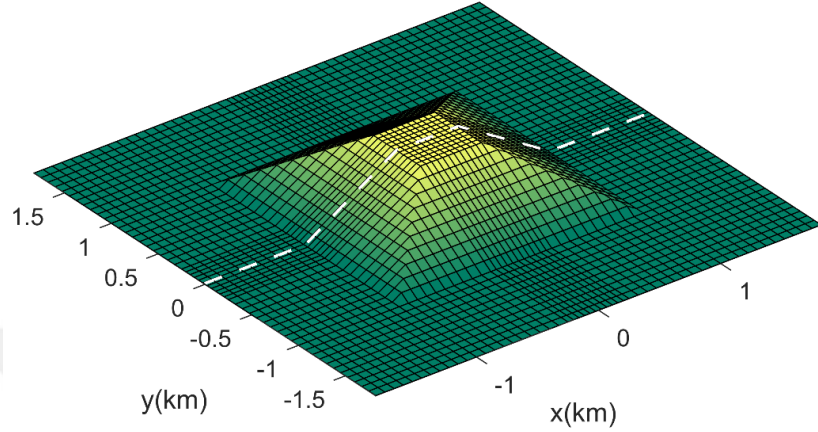
Şekil 3.7 ve 3.8'den görüldüğü üzere üç sayısal yöntemde neredeyse aynı sonucu vermiştir ve bu üç yöntem integral yöntemden elde edilen sonuçlarla çok benzeşmektedir. Her şeklin üzerindeki RSEP değerleri göz önüne alındığında empedansın Z_{xy} ve Z_{yx} bileşenleri için hata oranının çok küçük olduğu görülmektedir. Diğer Z_{xx} ve Z_{yy} bileşenleri üzerindeki yüzde hatanın daha yüksek olmasına rağmen bu eğrilerin genlikleri düşük olduğu için ters çözümde etkisi çok az olacaktır.

Her ne kadar DBM modelinin tepkisinin hesaplanabilmesi için sadece sonlu farklar sayısal yöntemi yeterli olmasına rağmen üç farklı sayısal yöntem de kullanılmıştır. Bu vesile ile sonlu elemanlar ve sonlu farklar sayısal yöntemlerinin doğruluk bakımından gözle görünür bir farkı olmadığı sonucuna varılmıştır. Melez yöntem için tanımlanan sonlu elemanlar bölgesinin farklı öz dirence sahip tabakaları kesmesinin ve empedansın hesaplandığı profili kesmesinin doğruluk açısından bir sorun teşkil etmediği görülmüştür.

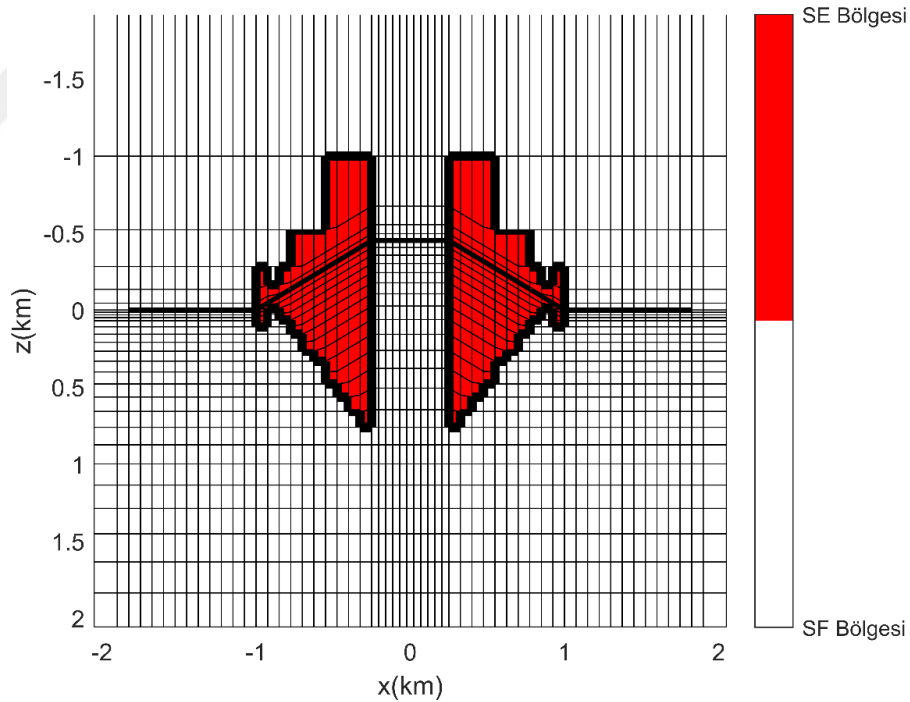
İkinci model olarak tepe modeli kullanılmıştır. Kordy vd. (2016a) tarafından sonlu elemanlar sayısal yöntemi kullanılarak düz çözümü sonucu verilmiştir. Tepe modelinin yüzeyi şekil 3.9'da görülmektedir. Şekilde görülen tepenin tabanı 2km'ye 2km'dir. Tepe 450m yüksekliğinde olup tepesini oluşturan plato 500 metreye 500 metredir. Model homojendir ve öz direnci $100\Omega\text{m}$ 'dir. Model yamacındaki eğim yaklaşık 31 derecedir. Beyaz kesikli çizgi ile model tepkisinin hesaplandığı profil verilmektedir. Model, x ve y yönlerinde 75 blok, z yönünde ise 85 bloğa sahip bir ağ kullanılarak modellenmiştir. Modelin ortasındaki bloklar z yönünde esnetilerek modeldeki tepe oluşturulmuştur. Bu model için sadece sonlu elemanlar ve melez yöntem kullanılmıştır. Sonlu farklar ile modellenmesi için farklı bir ağ kullanmak gerekeceği için bu modelde bu sayısal yöntem kullanılmamıştır.

Şekil 3.9'da görülen beyaz kesikli çizgi ile belirtilen profilden bir kesit alınmış ve şekil 3.10'da bu profil için ayrıklaştırma görselleştirilmiştir. Tepelyi oluşturabilmek için bazı altıyüzlüler hava katmanlarına doğru esnetilmiştir. Aynı işlem hava bloklarının ters yönde sıkıştırılması ile devam etmiştir. Melez yöntem için sonlu elemanlar bölgesinin sınırları kalın çizgi ile gösterilmiştir. Modelin tepkisinin hesaplandığı profil yine kalın çizgi ile görülmektedir. Şekilde görüldüğü üzere kırmızı ile temsil edilen bloklar yamulmuştur.

İki yamuk kırmızı eleman bölgesinin arasında kalan esnetilmiş fakat yamulmamış elemanlar görülmektedir. Bu elemanlar esnetilmiş olmasına rağmen yamuk olmadığı için sonlu farklar ile çözülmektedir. Bu model için oluşturulan sonlu elemanlar bölgesi (SE bölgesi) torus (Şekil 3.11d) şeklindedir.

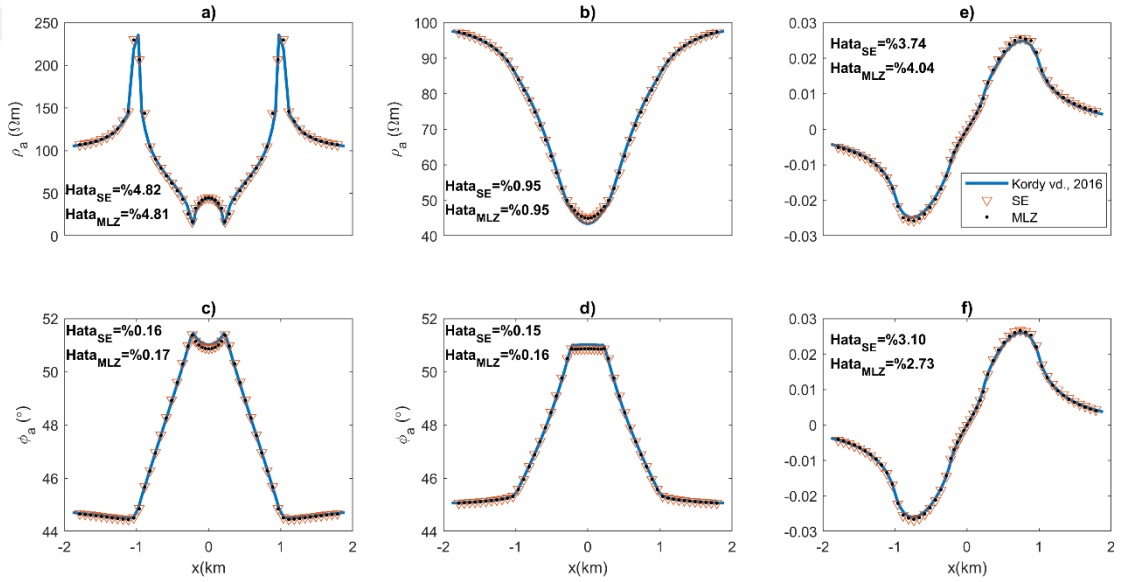


Şekil 3.9 Tepe modelinin yüzeyi ayrıklaştırılmış olarak verilmektedir. Beyaz kesikli çizgi ile düz çözüm ile model tepkisinin hesaplandığı profil görülmektedir



Şekil 3.10 Tepe modelinin ortasından alınan bir kesit için ayrıklaştırma görülmektedir. Sonlu farklar bölgesi beyaz renkle sonlu elemanlar bölgesi diğer renklerle ifade edilmiştir. Sonlu elemanlar bölgesi içinde yamuk elemanlar kırmızı ile, kırmızı elemanlar arasında kalan düzgün elemanlar yeşil ile, yamuk elemanlar ile sonlu farklar bölgesi arasında kalan düzgün elemanlar mavi ile temsil edilmektedir

Tepe modelinin tepkisi 2Hz ile 2000Hz arasındaki 16 frekans için hesaplanmıştır. 2Hz için sonuçlar şekil 3.12’de verilmektedir. Empedansın Zxy ve Zyx bileşenleri için görünür özdirenç ve fazları, manyetik transfer fonksiyonunun Tzx bileşeninin gerçel ve sanal kısımları Kordy vd. (2016) tarafından elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Sonlu elemanlar ve melez sayısal yöntemlerinin sonuçları birbirleri ile çok benzer çıkmıştır. Bu iki yöntem aynı zamanda Kordy vd. (2016a) tarafından verilen sonuçlarla neredeyse aynıdır. Hesaplanan hata oranları özellikle fazlar için çok küçük elde edilmiştir. Görünür özdirenç eğrileri için de bu oran yüzde 5’in altındadır. Tepe modelinden görüldüğü üzere sonlu elemanlar ve melez yöntem doğruluk bakımından birbirlerinden farklı değildir.

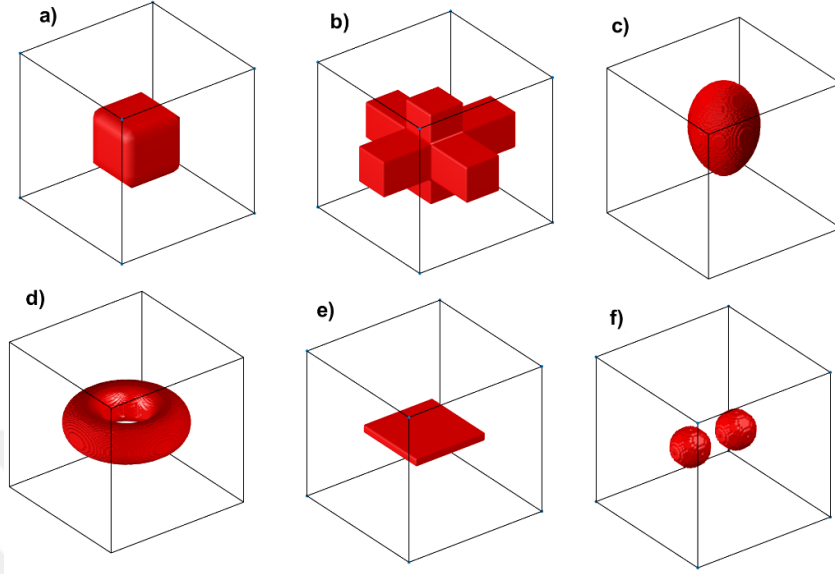


Şekil 3.11 Tepe modelinin 2Hz için tepkisi verilmektedir. Empedansın Zxy bileşeni için a) görünür özdirenç b) görünür faz, Zyx bileşeni için c) görünür özdirenç d) faz değerleri, manyetik transfer fonksiyonunun Tzx bileşeninin e) gerçel bileşeni f) sanal bileşeni verilmektedir. Sonuçlar sonlu elemanlar (SE) , melez yaklaşım (MLZ) kullanılarak Kordy vd. (2016a) ile elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır

3.5 Sonlu Elemanlar Bölgesi ve Hız Karşılaştırması

Sonlu elemanlar bölgesi pek çok şekilde tanımlanabilmektedir. Şekil 3.12’de farklı sonlu eleman bölgesi hacimleri verilmektedir. Bu çalışmayı hazırlarken yapılan denemeler sonucunda, sonlu elemanlar bölgesi kare ya da artı şeklinde ya da yumurta şeklinde olmasının doğruluğa bir etkisinin olmadığı görülmüştür Aynı zamanda deniz tipi çalışmalarda modellenen batimetrisinin topoğrafyasının çok az engebeli olmasından dolayı sonlu elemanlar bölgesi ince bir plaka şeklinde de olabilmektedir (Şekil 3.11e). Aynı

zamanda birden fazla ayrı SE bölgesi tanımlamanın da (Şekil 3.11f) çözüm üzerinde olumsuz bir etkisinin olmadığı görülmüştür.



Şekil 3.12 Melez yöntem için sonlu elemanlar bölgesinin oluşturabileceği farklı şekiller. a) Kare, b) üç boyutlu artı işareti, c) yumurta şeklinde d) Torus şeklinde e) ince plaka şeklinde f) birden fazla sonlu elemanlar bölgeleri görülmektedir

Düz çözümün gerçekleştirilebilmesi için doğrusal düzey sistemine ($\mathbf{Sx}=\mathbf{b}$) ek olarak sistemin koşul sayısını düşürecek olan koşullandırıcı düzey (\mathbf{M}) gerekmektedir. Burada \mathbf{S} ve \mathbf{M} dizeyleri bilgisayar belleğinde asıl yer tutan bileşenlerdir. Bu çalışmada verilen iki model için kullanılan bellek miktarları üç sayısal yöntem için Çizelge 3.1’de verilmiştir. Görüldüğü üzere sonlu elemanlar sonlu farklara göre neredeyse 4 kat daha fazla bellek kullanmaktadır. Melez yöntem ise bu iki model göz önüne alındığında ve melez yöntemin sonlu elemanlar bölgesinin toplam modelin yüzde 11’i olduğu hatırlanırsa sonlu elemanlar sayısal yöntemine göre yaklaşık 3 kat daha az bellek kullandığı görülmektedir.

Çizelge 3.1 Çalışmada verilen iki model için kullanılan üç farklı sayısal yöntemin çözümü için oluşturulan dizeylerin bellek kullanımları verilmiştir. Sonlu farklar (SF), sonlu elemanlar (SE) ve melez yaklaşım (MLZ) karşılaştırılmıştır

Bellek Gereksinimi			
Model	SF	SE	MLZ
DBM	0.80 GB	2.78 GB	1.03 GB
Tepe Modeli	-	3.01 GB	1.17 GB

Çizelge 3.2’de DBM modeli için oluşturulan doğrusal denklem sistemlerini çözmek için harcanan süreler verilmiştir. Verilen süreler 16 farklı frekansın çözümü için gereken toplam sürelerdir. Aynı zamanda sistemin yinelemeli olarak çözülürken gereken yineleme sayısı parantez içinde verilmektedir. Denklem takımları $\epsilon = 10^{-8}$ ve $\epsilon = 10^{-9}$ görelî normuna kadar çözülmüş ve sonuçlar her iki seviye için de verilmiştir. Hız bakımından sonlu farkların sonlu elemanlardan iki kat hızlı olduğu görülmüştür. Fakat sonlu elemanlar sonlu farklara göre daha az yinelemeye gereksinim duymuştur. Bunun sebebi sonlu elemanlar için kullanılan koşullandırıcı dizeyin sonlu farklar için olandan daha başarılı olmasıdır. Bir başka deyişle denklem takımının koşul sayısını daha fazla düşürebilmesidir. Sonlu elemanların daha az yinelemeyi daha uzun sürede yapmasının sebebi sonlu elemanlar için elde edilen koşullandırıcı ve katılık dizeylerinin içindeki girdi sayısının sonlu farklara ait dizeylerinkine göre 3-4 kat daha fazla olmasıdır (Çizelge 3.1). Melez yöntem ise sonlu farklar ve sonlu elemanlar yöntemlerinin arasında bir yere oturmuştur. DBM modeli için sonlu elemanlar bölgesi ağdaki toplam blok sayısının yaklaşık %11’i olduğu düşünüldüğünde melez yöntemler için elde edilen sürelerin sonlu farklar için olanlara yakın çıkması beklenen bir sonuçtur.

Çizelge 3.2 DBM modeli için çözüm süreleri ve yinelemeli çözüm için gereken yineleme sayısı parantez içinde verilmektedir. Verilen sayılar 16 frekans için elde edilmiştir

Çözüm Hassasiyeti (ϵ)	Süre (Yineleme Sayısı)		
	SF	SE	MLZ
10^{-8}	1d 38s (1546)	3d 46s (1570)	1d 58s (1804)
10^{-9}	1d 55s (3129)	4d 5s (2122)	2d 21s (3220)

Çizelge 3.3’de tepe modelinin tepkisini hesaplamak için gereken süreler görülmektedir. Sonuçlar 16 farklı frekans için elde edilmiştir. Melez yöntem için kullanılan ağın yaklaşık %11’i sonlu elemanlar bölgesi olduğu bilgisi ile melez yöntemin sonlu elemanlar sayısal yöntemine göre yaklaşık iki kat hızlı olduğu görülmüştür. Yine sonlu elemanların çözümü için daha az yineleme sayısı gerektiği görülmüştür bunun sebebi DBM modeli için verilen sebeple aynıdır.

Çizelge 3.3 Tepe modeli için çözüm süreleri ve yinelemeli çözüm için gereken yineleme sayısı verilmektedir

Çözüm Hassasiyeti (ϵ)	Süre (Yineleme Sayısı)	
	SE	MLZ
10^{-8}	4d 59s (2380)	2d 36s (2876)
10^{-9}	5d 20s (3245)	2d 48s (3612)

Düz çözümün gerçekleştirilebilmesi için farklı frekanslar için farklı denklem takımlarının ($\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$) çözülmesi gerekmektedir. Bu çalışmada ise frekans bazlı paralelleştirme yapılmıştır. Bir başka deyişle farklı frekanslar için denklemler işlemcinin farklı çekirdekleri kullanılarak çözülmüştür. Bu anlayış aynı zamanda ekran kartlarına da uygulanmıştır. Bu çalışmada kullanılan dört adet ekran kartına farklı denklem takımları dağıtılmış ve paralel olarak çözüm sağlanmıştır. Aşağıdaki çizelgede ekran kartları ile işlemci arasındaki hız farkı görülmektedir.

Çizelge 3.4 Birden fazla ekran kartı ve çok çekirdekli işlemcinin düz çözüm süreleri verilmektedir

	DBM	Tepe Modeli
İşlemci (8 çekirdekli)	8d 02s	9d 29s
Ekran Kartı (4 adet)	2d 21s	2d 48s

Verilen süreler iki modelin (DBM ve tepe modeli) yukarıda bahsedilen tüm frekanslar için düz çözümünün elde edilmesi için gereken sürelerdir. Kullanılan işlemcinin modeli Intel 5960X olup sekiz adet fiziki çekirdeği bulunmaktadır. Ekran kartı olarak ise dört adet Nvidia 1080 Ti kullanılmıştır. Düz çözüm sırasında hem işlemcinin tüm çekirdekleri hem de ekran kartlarının hepsi paralel olarak hesaplamaya dahil edilmiştir. Elde edilen süreler ekran kartınının 3-4 kat hızlanma sağladığını göstermektedir. Birden fazla ekran kartı ile düz çözümün kodlamasına dair bir özet EK 11'de verilmektedir.

3.6 Ağ Oluşturulması ve Ağın Esnetilmesi

Algoritma eldeki frekanslar ile en kısa deri kalınlığını (nüfuz derinliği) hesaplar ve bu kalınlığın 80'de biri ilk tabaka kalınlığı olarak belirlenir. Sonrasında yerin altına doğru tabaka kalınlıkları 1,1 ila 1,3 kat arasında bir önceki bloğa göre artarak gider. Hava yönündeki tabaka kalınlık artışları ise yaklaşık 2 kat olarak belirlenmiştir. Eldeki frekanslardan aynı zamanda en uzun deri kalınlığı bilgisi de elde edilir. En uzun deri kalınlığının yaklaşık 10 ila 50 katı bir alan modellenmek istenen alana ek olarak sınırlarda modellenmelidir. Bu yüzden yerin altına üstüne ve çevresine doğru bloklar genişleyerek gitmektedir. Böyle bir tasarım yapıldıktan sonra elde edilen ağ sonlu farklar ile çözülebilmektedir.

Aynı zamanda bir topoğrafya bilgisi de algoritmaya verildiği zaman algoritma eldeki düzgün ağı esnetmeye başlar. Eğer bir tümsek var ise ilk bloktan başlayarak tümseğin yüksekliğine ulaşana kadar yer altındaki her bloğun düşey kenarı 1,5 kat esnetilir. Buna zıt olarak hava bloklarının da sıkışması gerekmektedir. Bunun için yine yeryüzeyinden başlayarak havaya doğru her bloğun yüksekliğini yarıya indirilerek sıkışma sağlanır. Esnetme ve sıkıştırma sırasında işlem yeryüzüne en yakın bloktan başlanır ve sınır bloklara doğru devam edilir. Gerekli sıkışma ve esnetme sağlandığında işlem durur bu sebeple modelin sınırına kadar her blok esnetilmez. Sadece gerekli miktardaki blok esnetilir. Böylece diğer bloklar esnetilmeden korunmuş olur ve bu sayede bu bloklar için SF sayısal yöntemi kullanılabilir.

Bir örnek aşağıdaki çizelge 3.5'de verilmektedir. Esnetme işlemi için yeryüzeyine en yakın bloğun üst üste gelen iki noktası arasındaki uzaklık (ya da bir başka deyişle düşey kenarı) ile işleme başlanır. Çizelgede yerin altındaki ilk 9 bloğun kalınlığı verilmektedir. Bu kalınlıklar bir önceki blok kalınlığının 1,1 katı olacak şekilde ayarlanmıştır. Esnetme işlemi havaya doğru yapılmak istenmektedir ve 40m'lik bir esnetme yapılmaktadır. Bunun için ilk 6 blok %50 oranında esnetilmiştir ve toplamda 38.57m esnetme sağlanmıştır. 7. blok ise %8,1 oranında esnetilerek ulaşılmak istenen 40m'ye varılmıştır.

Yeryüzeyinin altındaki bloklar esnetilirken yeryüzeyindeki bloklar ise sıkıştırılmalıdır. Bunun için çizelge 3.6'da önceki örneğin devamı verilmektedir. Çizelgede görüldüğü üzere yerüstündeki ilk 3 hava bloğunun kalınlıkları %50 oranında azaltılmış ve 30m

sıkışma sağlanmıştır. 4. hava bloğu ise %25 oranında sıkıştırılmış ve istenen 40m sıkıştırmaya ulaşılmıştır.

Çizelge 3.5 Yeraltında ilk 9 bloğun esnetilmeden ve esnetildikten sonraki kalınlıkları verilmektedir. Verilen örnek ağ 40m havaya doğru esnetilmiştir.

Sıra	Esnetilmemiş kalınlık (m)	Esnetme Oranı	Esnetilmiş kalınlık (m)	Kazanç (m)	Toplam Kazanç (m)
1.	10	%50	15	5	5
2.	11	%50	16.5	5.5	10.5
3.	12.1	%50	18.15	6.05	16.55
4.	13.31	%50	19.96	6.65	23.21
5.	14.64	%50	21.96	7.32	30.53
6.	16.11	%50	24.16	8.05	38.57
7.	17.71	%8.1	19.14	1.43	40.0
8.	19.49	%0	19.49	0	40.0
9.	21.44	%0	21.44	0	40.0

Çizelge 3.6 Ağın 40m havaya doğru esnetilmesi için hava bloklarının sıkışma oranları verilmektedir.

Sıra	Esnetilmemiş kalınlık (m)	Esnetme Oranı	Esnetilmiş kalınlık (m)	Kazanç (m)	Toplam Kazanç (m)
1.	10	-%50	5	-5	-5
2.	20	-%50	10	-10	-15
3.	30	-%50	15	-15	-30
4.	40	-%25	30	-10	-40
5.	80	%0	80	0	-40
6.	160	%0	160	0	-40

Bu işlem yeryüzeyindeki tüm noktalar için yapılmalıdır. Her nokta için yapılabilmesi için her noktanın yükseklik bilgisine ihtiyaç vardır. Ağ esnetildikten sonra geliştirilen algoritma, her bir bloğu inceler. Bunun için her bloğu oluşturan 8 köşe noktasına bakar. Eğer 8 köşe noktası düzgün bir blok oluşturuyorsa bu bloğu SF bölgesine ait listeye koyar. Diğer durumda ise 8 köşe yamuk bir altıyüzlü oluşturacaktır. Böyle bir durumda o blok SE listesine atanır. SF listesindeki bloklar ile denklem 3.30'daki sistem hazırlanır. SE listesindeki bloklar ile de denklem 3.31'deki sistem kurulur. Ardından bu iki sistem Denklem 3.32 ve 3.33'de gösterildiği gibi toplanır ve melez sistem elde edilmiş olunur.

3.7 Bölümün Genel Değerlendirmesi

Sonlu farklar ve sonlu elemanlar sayısal yöntemlerinin bir karması olan bir melez sayısal yöntem geliştirilmiştir. Geliştirilen yeni yöntemin doğruluk bakımından sonlu farklar ve sonlu elemanlar kadar isabetli olduğu görülmüştür. Çözüm hızı açısından bakıldığında sonlu farkların sonlu elemanlardan daha hızlı olduğu görülmüştür. Melez yöntemin ise hız bakımından, doğal olarak, bu iki yöntemin arasında olduğu kaydedilmiştir.

Geliştirilen melez sistemin asıl avantajı kullanılan bilgisayar kaynaklarının kullanımı açısından önemli olduğu görülmüştür. Sonlu farkların sonlu elemanlara göre 3,5 kat daha az bellek ihtiyacı duyduğu görülmüştür. Melez sistem ile çözülen modeller ise sonlu elemanlardan 3 kat daha verimli olduğu görülmüştür. 3 kat bellek verimliliği elde edilmesinin anlamı ekran kartları üzerinde 3 kat daha büyük modellerin çözülebileceği demektir. Ekran kartlarının bellek miktarlarının sınırlı olduğu düşünüldüğünde bu durum önem kazanmaktadır.

4. TERS ÇÖZÜM ALGORİTMALARI VE MANYETOTELLÜRİK VERİSİ

Bilgisayar teknolojisinin son 20 yıldaki gelişimi sayesinde yeraltı öz direnç dağılımı, manyetotellürik verilerin 3B ters çözümü ile araştırılmaktadır (Newman ve Alumbaugh, 2000; Sasaki, 2001; Siripunvaraporn vd., 2005; Kelbert vd., 2014). MT verilerinin türev tabanlı 3B ters çözüm algoritmaları; düz çözümde kullanılan sayısal çözüm tekniğine göre sınıflandırılabilir. Bunlar; sonlu farklar (Zhang vd., 2013, Kelbert vd., 2014, Singh vd., 2017), sonlu elemanlar (Nam vd., 2010; Usui, 2015, Kordy vd., 2016; Jahandari ve Farquharson, 2017) ve sayısal integral (Avdeeva vd., 2015) kullanılarak geliştirilen algoritmalarıdır. Ters çözüm algoritmaları genelde türev tabanlı ters çözüm algoritmaları ile yapılmaktadır. Günümüzde henüz MT verilerinin 3B ters çözümünde global optimizasyon teknikleri (Particle Swarm Optimization, Neural Network vb.) çözüm süresinin çok uzun olması nedeni ile kullanılmamaktadır.

Önceki bölümde sonlu farkların hesaplama kolaylığı açısından daha hızlı olduğu fakat sonlu elemanların topoğrafyanın modellenmesinde daha verimli olduğu görülmüştür. Pek çok araştırmacı jeofizik yöntemlerin düz çözümünde iki farklı sayısal yöntemin birlikte kullanılmasını öneren çalışmalar yapmıştır. (Galis vd., 2008; Vachiratienchaia vd., 2010; Sarakorn ve Vachiratienchai, 2018). Doğru akım öz direnç yönteminde melez düz çözüm kullanan ters çözüm algoritmaları bulunmaktadır (Vachiratienchai ve Siripunvaraporn., 2013). Bu bölümde ise manyetotellürik verilerin 3B ters çözümü için sonlu farklar ve sonlu elemanlar yöntemlerinin melezi, kuramsal veri hesabı ve kısmi türevler dizeyi hesabında literatürde ilk kez kullanılacaktır.

Manyetotellürik verilerin 3B ters çözümünde kullanılan veri türü konusunda farklı öneriler vardır. Genelde empedans ve MTF tensörleri ters çözümde kullanılmaktadır. Bundan başka, son yıllarda distorsiyondan etkilenmeyen faz tensörü de veri olarak kullanılmaktadır (Tietze vd., 2015; Usui, 2015; Avdeeva vd., 2015). Ayrıca, MTF'nundan da faz yöneyi hesaplanarak ters çözümü yapılabilir. Bu tez çalışmasında literatürde ilk kez MTF tensöründen faz tensörü elde edilerek 3B ters çözümü yapılmıştır. Bu tez çalışmasında, empedans tensörü, MTF yöneyi, empedans ve MTF den elde edilen faz tensörü ve yöneyleri verilerinin ayırık ve birleşik ters çözümleri denenmiştir.

MT verilerinin 3B ters çözümünde diğer bir problem, 3B bozucu yapıların veri üzerindeki etkisidir. Bu bozucu etkilerin giderilmesi için MT verilerinin 2B ters çözümünde

kullanılan birçok ayrıştırma analizi (decomposition analysis) yöntemi vardır (Bahr, 1988; Groom ve Bailey, 1989) MT verilerinin 3B ters çözümünde ise ayrıştırma analizinde tanımlanan g , T , S , A parametrelerinin çarpımları tek bir parametre olarak ters çözüme dahil edilmektedir (Baba vd., 2013; Avdeeva vd., 2015). Bu çalışmada da benzer yaklaşım kullanılmıştır. Sadece statik kaymanın ters çözümde parametre olarak kestirildiği çalışmalar da mevcuttur (Sasaki ve Meju, 2006). Ayrıştırma analizinde verilen g , T , S , ve A parametrelerinden sadece g parametresi statik kaymayı temsil etmektedir (Martí vd., 2009). Tüm bu parametrelerin çarpımı ise distorsiyon tensörünü oluşturur. Tüm bu etkilerin hesaba katılması bakımından çalışmada distorsiyon tensörünün tamamı parametre olarak kestirilmektedir. Distorsiyon tensörü genel olarak gerçel ve frekans-bağımsız olarak tanımlanmasına rağmen bu çalışmada geliştirilen algorithmada hem karmaşık ya da gerçel hem de frekans bağımlı ya da bağımsız olarak ters çözümde kestirilmesi olanaklıdır.

Bozucu etkilerin 3B ters çözümde giderilmesi için diğer bir seçenek ise; 3B ters çözümde ölçü alınan noktalarının çevresinin sık bölünebilmesi için düzensiz dörtyüzlü elemanlar (Liu vd., 2008; Ren vd., 2013; Jahandari ve Farquharson, 2015) veya altı yüzlülerin oluşturduğu düzensiz (octree) ağlar (Haber ve Heldman, 2007; Grayver ve Kolev, 2015) kullanmaktır. Bu durumda distorsiyon parametrelerini ek olarak ters çözüme bilinmeyen olarak katmaya ihtiyaç yoktur. Ancak, x ve y -yönünde çok fazla hücre tanımlanmaktadır. Bu ise çözüm süresini artırmaktadır. Bu nedenle bu yaklaşım bu tez kapsamında denenmemiştir.

Ters çözümün hızını etkileyen diğer bir etmen ise en küçüklenen fonksiyonel için kullanılan ters çözüm algoritmasıdır. Düz çözüm için üretilen doğrusal dizey denkleminin LU algoritması (lower-upper) ile ayrıklaştırılması hızlı bir biçimde mümkünse, Gauss-Newton (GN) algoritması ters çözüm için kullanılabilir. GN algoritmasıyla türetilen denklem takımlarını, duyarlılık düzeyini kurmadan yinelemeli olarak çözen (Jahandari ve Farquharson, 2017) veya duyarlılık düzeyini tam olarak hesaplayarak çözen (de la Kethulle de Ryhove ve Mittet, 2016; Kordy vd., 2016) algoritmalar mevcuttur. Yinelemeli yaklaşım ile Gauss-Newton (GN-CG) algoritmasının çözümü, düz çözümde kullanılan katsayı dizeyinin LU ile ayrıklaştırılması sonucunda hızlı bir şekilde yapılabilmektedir. Fakat LU ayrıklaştırmasının maliyeti dizey boyutu büyüdükçe çok pahalı ya da imkânsız hale gelmektedir. O yüzden LU ayrıklaştırması yapılmadan da GN

algoritmasının çözümü MT verilerinin 2B ters çözümü için önerilmiştir (Rodi ve Mackie, 2001). Fakat bu şekilde ters çözüm algoritmasının çok yavaş olması problemi ortaya çıkmıştır. Bu sebeple pek çok araştırmacı NLCG (Non Linear Conjugate Gradient) algoritmasını önermiş ve kullanmıştır (Newman ve Alumbaugh 2000; Kelbert vd., 2008; Commer ve Newman 2009; Zhang vd., 2013). Bu algoritmanın GN-CG algoritması ile karşılaştırıldığında çok daha hızlı olduğu görülmüştür (Rodi ve Mackie, 2001). Bu sebeple bu çalışmada NLCG algoritması kullanılmıştır. Ayrıca, bu çalışmada GPU ekran kartları denklem takımlarının çözümündeki sayısal hesaplamalar için kullanılmıştır.

Ters çözüm için kullanılabilir olan algoritmaların bir özeti EK 8’de verilmektedir.

4.1 Distorsiyon Dizeyi ve Distorsiyonsuz Veri

Empedans tensörü, elektrik alan \mathbf{E} ve manyetik alan \mathbf{H} ’nin yatay bileşenlerinin oranı olarak hesaplanmaktadır:

$$\mathbf{E} = \mathbf{Z} \mathbf{H}. \quad (4.15)$$

Alıcıların yakınında bulunan küçük boyutlu yapılar içindeki elektrik yükler galvanik distorsiyona sebep olmaktadır. (Chave ve Smith, 1994). Galvanik ve indüktif distorsiyonlar hem elektrik alanları hem manyetik alanları etkilemektedir. (Brown, 2016). Distorsiyondan etkilenip bozulmuş empedans tensörü aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır:

$$\mathbf{Z}^D = \mathbf{C}_h \mathbf{Z} (\mathbf{I} + \mathbf{D} \mathbf{Z})^{-1}. \quad (4.16)$$

Burada \mathbf{I} birim dizey, \mathbf{C}_h elektrik alan için yatay distorsiyon dizeyi, \mathbf{D} ise manyetik alan için distorsiyon tensörüdür. \mathbf{Z}^D bozulmuş empedans tensörüdür. Manyetik distorsiyon tensörü \mathbf{D} kara bazlı manyetotellürik çalışmalar için sıfır kabul edilebilir (Jones, 2011; Jones, 2012) ve bu sebeple geliştirilen algoritmada $\mathbf{D}=\mathbf{0}$ kabulü yapılmıştır.

Caldwell (2004) distorsiyondan etkilenmeyen faz tensörünü aşağıdaki şekilde tanımlamaktadır:

$$\Phi = \Re(\mathbf{Z}^D)^{-1} \Im(\mathbf{Z}^D). \quad (4.17)$$

Faz tensörü galvanik etkilenme içermemektedir. Faz tensörünün görselleştirilmesi konusunda Caldwell (2004) ve Booker (2014) tarafından gösterilen yöntemler mevcuttur. Bu yöntemler EK 6'da verilmektedir.

Manyetik transfer fonksiyonu (MTF) yatay ve düşey manyetik alanların oranı olarak hesaplanmaktadır ve \mathbf{T} ile sembolize edilir:

$$\mathbf{H}_z = \mathbf{T}\mathbf{H}. \quad (4.18)$$

\mathbf{T} 'de distorsiyondan etkilenebilmekte ve bozulabilmektedir. (Garcia vd., 2003). Bozunmuş MTF aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\mathbf{T}^D = (\mathbf{T} + \mathbf{C}_z\mathbf{Z})(\mathbf{I} + \mathbf{D}\mathbf{Z})^{-1}. \quad (4.19)$$

Burada \mathbf{T}^D bozulmuş MTF yöneyidir ve \mathbf{C}_z MTF için distorsiyon yöneyidir. Empedans genlikleri (\mathbf{Z}) frekans düştükçe azalmakta olduğu için distorsiyon MTF için ihmal edilebilir fakat distorsiyondan etkilenmeyen faz yöneyi aşağıdaki şekilde hesaplanabilir (Pankratov ve Kuvshinov, 2010):

$$\mathbf{\Psi} = \Im(\mathbf{T}^D\mathbf{A}^D)\Re(\mathbf{A}^D)^{-1}. \quad (4.20)$$

Burada $\mathbf{\Psi}$ faz yöneyidir, \mathbf{A}^D ise bozulmuş admittance tensörü olarak adlandırılır ve aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\mathbf{A}^D = (\mathbf{Z}^D)^{-1}. \quad (4.21)$$

Geliştirilen algoritmada sadece \mathbf{C}_h ve \mathbf{C}_z bileşenlerini kestirmektedir. Literatürde galvanik distorsiyon ilk başta gerçel ve frekans bağımsız olarak tanımlanmış olmasına rağmen (Groom ve Bailey, 1989), Ledo vd. (1998) 3 boyutlu yapıların frekans bağımlı distorsiyon ürettiğini hatta distorsiyonun çok şiddetli olması sebebi ile fazların bile etkilenebileceğini söylemiştir. Bu sebepten dolayı, Gribenko ve Zhdanov (2015) çalışmalarında karmaşık bir distorsiyon tensörü kestirmiş, Baba vd. (2013) ise deniz tipi bir çalışmada kompleks ve frekans bağımlı bir distorsiyon tensörü kestirmiştir. Bu sebeplerle geliştirilen algoritmada \mathbf{T} ve \mathbf{Z} için olan distorsiyon parametreleri hem karmaşık ya da gerçel hem de frekans bağımlı ya da bağımsız olarak kestirilebilmektedir.

Distorsiyon tensörü Groom ve Bailey (1989) tarafından aşağıdaki şekilde ayrıklaştırılmıştır.

$$\mathbf{C}_h = g\mathbf{TSA} \quad (4.22)$$

Burada g site-gain olarak adlandırılır ve skaler bir sayıdır. \mathbf{T} twist, \mathbf{S} shear ve \mathbf{A} anizotropi için dizey olarak ifade edilir ve açık şekilde aşağıdaki şekilde verilir.

$$\mathbf{T} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(t)}} \begin{bmatrix} 1 & -\tan(t) \\ \tan(t) & 1 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(s)}} \begin{bmatrix} 1 & \tan(s) \\ \tan(s) & 1 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(a)}} \begin{bmatrix} 1 + \tan(a) & 0 \\ 0 & 1 - \tan(a) \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Burada t , s ve a twist, shear ve anizotropi için açı değerleridir ve 0 ile $\pi/2$ arasında değişir.

Eğer üzerinde ölçü alınan ortamın öz direnç değişimi sadece iki boyutta ise yani ortam iki boyutlu ise distorsiyon tensörünün bileşenleri çözülebilmektedir. Ortamın iki boyutlu olup olmadığını saptamak için empedans tensöründen boyutluluk analizi yapmak gerekir (Weaver vd., 2000; Martí vd., 2009). Boyutluluk analizinden ayrıca ölçü alınan sahada elektriksel anizotropi olup olmadığı da bulunabilmektedir. (Martí vd., 2010). Fakat ortamın iletkenlik değişiminin üç boyutlu olması durumunda sadece toplanan veriden distorsiyon tensörünün bileşenleri çözülememektedir fakat distorsiyon tensörünün bileşenleri ters çözüme parametre olarak sokulabilir ve ters çözüm sonucunda bu bileşenler kestirilebilir. Bu yüzden bu çalışmada, distorsiyon tensörünün bileşenleri ters çözümde parametre olarak kestirilmektedir. Kullanılan veri gruplarının bir özeti çizelge 4.1'de verilmektedir. 4 ana veri grubunu dizey ve yöneylerden oluşmaktadır.

Çizelge 4.1 4 ana veri grubu ve bu veri gruplarının alt bileşenleri verilmektedir

Veri Grubu	Alt Bileşenleri
Empedans Tensörü (\mathbf{Z})	Z_{xx} Z_{xy} Z_{yx} Z_{yy}
MTF (\mathbf{T})	T_{zx} , T_{zy}
Faz Tensörü (Φ)	Φ_{xx} , Φ_{xy} , Φ_{yx} , Φ_{yy}
Faz Yöneyi (Ψ)	Ψ_{zx} , Ψ_{zy}

4.2 Başlangıç Modeli

En küçüklenmesi gereken amaç fonksiyonelinin içinde parametrelerin komşu parametreler ile olan ilişkisini sağlayan bir terim daha eklenmelidir. Bunun sayesinde ters çözümün tekilliği düşürülebilir ve ters çözüm daha kararlı bir hale gelir (Zhdanov, 2015):

$$\phi_m = \|\mathbf{W}_r \mathbf{m}\|^2. \quad (4.26)$$

Burada \mathbf{m} parametreleri \mathbf{W}_r yuvarlatma düzeyini temsil eder. Eğer çalışma alanının jeolojisi biliniyorsa amaç fonksiyonuna bir terim daha eklenebilir. Bu terim yakınlık terimi olarak da adlandırılır (Lelievre vd., 2008; Jahandari ve Farquharson, 2017),

$$\phi_s = \|\mathbf{W}_s(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{ref})\|^2, \quad (4.27)$$

Burada \mathbf{m}_{ref} referans modelini temsil eder. Yapılan arazi çalışmalarında her zaman jeoloji bilgisine ulaşmak mümkün olmayabilir. Böyle durumlarda başlangıç modeli isabetli bir ters çözüm için önemlidir.

Bir başlangıç modeli elde etmek için bir boyutlu ters çözüm tercih edilebilir. Bir boyutlu ters çözüm için Berdichevsky ortalaması (Berdichevsky ve Dmitriev, 1976) ile bir istasyondaki empedans tensörünün ortalaması hesaplanabilir ve bu yaklaşım daha önce pek çok çalışmada kullanılmıştır (Baba vd., 2013; Avdeeva vd., 2015). Berdichevsky ortalamasının bir eksik yönü şudur: Eğer ortalaması alınacak veri distorsiyon ile bozulmuş ise, hesaplanan ortalama ile gerçekleştirilen bir boyutlu ters çözümü, gerçek modelden farklı çıkabilir. Bu problemin giderilmesi için Rung-Arunwan vd. (2017) ssq (Sum of the squared) ortalaması yöntemini önermiş ve distorsiyondan çok daha az etkilendiğini söylemiştir:

$$Z_{ssq} = \sqrt{(Z_{xx}^2 + Z_{xy}^2 + Z_{yx}^2 + Z_{yy}^2)/2}. \quad (4.28)$$

Sonrasında bölgesel empedans verisi frekansa bağlı olarak aşağıdaki şekilde geometrik ortalama olarak hesaplanır:

$$Z_{ssq}^R(\omega) \approx \left[\prod_{i=1}^{N_s} Z_{ssq}^i(\omega) \right]^{\frac{1}{N_s}}. \quad (4.29)$$

Burada N_s istasyon sayısıdır. Başlangıç modeli $Z_{ssq}^R(\omega)$ verisinin 1 boyutlu ters çözümü ile elde edilir. 1 boyutlu ters çözüm için algoritma EK 7'de verilmektedir. Özdirenc

dağılımı elde edildikten sonra ortalama iletkenlik derinliğe bağlı olarak aşağıdaki şekilde hesaplanabilir (Spies, 1989):

$$\sigma_a(z) = \frac{\int_0^z \sigma(z) dz}{z}. \quad (4.30)$$

Burada z derinliği temsil eder. Aynı zamanda bir frekansın anlamlı bilgi getirebildiği en derin nokta aşağıdaki formül ile hesaplanır. (Spies, 1989),

$$d_{\max} = 750 \sqrt{\rho_a/f}, \quad (4.31)$$

Bu formül elektromanyetik dalga'nın genliğinin $1/e$ seviyesine indiği derinliği ifade eder. Buradaki e sayısı Euler sayısıdır. Bu iki denklem ile parametre modelinin sınırları belirlenebilir. Kaba bir tahmin olmasına rağmen parametreleştirmede işe yaramaktadır.

4.3 Düzgünleştiricili Ters Çözüm

EM verilerin ters çözümünde genellikle Tikhonov düzgünleştiricisi (regularization) tekniği kullanılmaktadır. Bu teknikte aşağıdaki parametrik fonksiyonelin en küçüklenmesine çalışılır (Tikhonov ve Arsenin, 1977);

$$\phi(\mathbf{m}_\sigma, \mathbf{m}_C) = \phi_d(\mathbf{m}_\sigma, \mathbf{m}_C) + \lambda \phi_m(\mathbf{m}_\sigma) + \kappa \phi_C(\mathbf{m}_C). \quad (4.32)$$

Burada,

$$\phi_m(\mathbf{m}_\sigma) = \|\mathbf{W}_r \mathbf{m}_\sigma\|^2, \quad (4.33)$$

$$\phi_d(\mathbf{m}_\sigma, \mathbf{m}_C) = \|\mathbf{W}_d(\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m}_\sigma, \mathbf{m}_C))\|^2, \quad (4.34)$$

$$\phi_C(\mathbf{m}_C) = \|\mathbf{m}_C\|^2. \quad (4.35)$$

\mathbf{W}_d veri ağırlık dizeyi, \mathbf{W}_r parametre ağırlık dizeyi, \mathbf{d} ve \mathbf{F} ise sırayla ölçülen ve kuramsal veriyi temsil etmektedir. λ ve κ , ϕ_m ve ϕ_C için düzgünleştirici parametreleridir (regularization parameter). \mathbf{m}_σ iletkenlik değerlerini taşıyan parametre yöneyidir. \mathbf{m}_C ise distorsiyon parametrelerini içeren yöneydir ve aşağıdaki şekilde açık olarak verilebilir,

$$\mathbf{m}_C = (c'_{xx} \ c'_{xy} \ c'_{yx} \ c'_{yy} \ c'_{zx} \ c'_{zy} \ \dots \ c'_{xx} \ c'_{xy} \ c'_{yx} \ c'_{yy} \ c'_{zx} \ c'_{zy})^T \in \mathbb{R}^{6 \times N_s}, \quad (4.36)$$

$$\mathbf{C}' = \begin{pmatrix} c'_{xx} - 1 & c'_{xy} - 0 \\ c'_{yx} - 0 & c'_{yy} - 1 \\ c'_{zx} - 0 & c'_{zy} - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c'_{xx} & c'_{xy} \\ c'_{yx} & c'_{yy} \\ c'_{zx} & c'_{zy} \end{pmatrix}. \quad (4.37)$$

N_s istasyon sayısını ifade eder. Distorsiyon düzeyi, karmaşık ya da gerçel sayı olarak tanımlanabilir ve aynı zamanda frekans bağımlı ya da bağımsız olarak tanımlanabilir. Çizelge 4.2’de \mathbf{m}_c yöneyinin boyutları 4 farklı durum için verilmiştir. Çizelgedeki N_f ifadesi frekans sayısını belirtmektedir.

Çizelge 4.2 \mathbf{m}_c yöneyinin boyutları farklı ayarlar için verilmektedir. N_s ve N_f istasyon ve frekans sayısını temsil etmektedir.

	Gerçel	Karmaşık
Frekans bağımsız	$\mathbb{R}^{6 \times N_s}$	$\mathbb{R}^{12 \times N_s}$
Frekans bağımlı	$\mathbb{R}^{6 \times N_s \times N_f}$	$\mathbb{R}^{12 \times N_s \times N_f}$

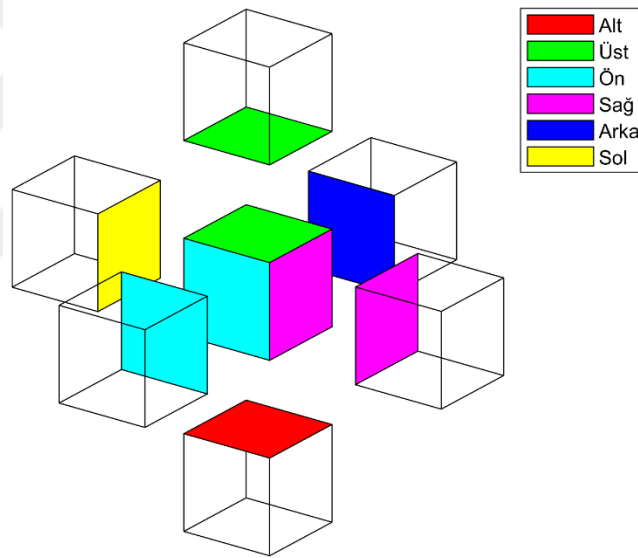
Denklem 4.33’deki \mathbf{W}_r iletkenlik parametreleri arasında bağlantı kuran bir yuvarlama düzeyidir. Her bir altıyüzlü eleman, çevresindeki elemanlar ile bir bağ kurmalıdır. $\mathbf{W}_r \mathbf{m}_\sigma = 0$ denkleminin bir satırı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$m_{sol} \left[\frac{S_{sol}}{S_T} \right] + m_{sağ} \left[\frac{S_{sağ}}{S_T} \right] + m_{üst} \left[\frac{S_{üst}}{S_T} \right] + m_{alt} \left[\frac{S_{alt}}{S_T} \right] + m_{ön} \left[\frac{S_{ön}}{S_T} \right] + m_{arka} \left[\frac{S_{arka}}{S_T} \right] + [-1]m_{orta} = 0, \quad (4.38)$$

burada m_{sol} , $m_{sağ}$, $m_{üst}$, m_{alt} , $m_{ön}$ ve m_{arka} parametreleri m_{orta} parametresinin solunda, sağında, üstünde, altında, önünde ve arkasında konuşlanmış parametrelerdir. Aynı zamanda S_{sol} , $S_{sağ}$, $S_{üst}$, S_{alt} , $S_{ön}$ ve S_{arka} alanları m_{orta} parametresinin temsil ettiği altıyüzlünün sol, sağ, üst, alt, ön ve arka yüzlerinin alanlarını ifade eder. S_T ise bu yüzlerin toplam alanıdır. Bu yaklaşım ile \mathbf{W}_r düzeyinin girdileri +1 ile -1 arasında değişir yani elemanlar arasındaki uzaklık bilgisi bu yaklaşımda kullanılmamıştır. Bu yaklaşım Lelievre ve Farquharson (2013) tarafından önerilen tekniğin daha basit bir versiyonudur. Şekil 4.1’de bu yaklaşımın bir görseli verilmektedir. Ortadaki eleman ve çevresindeki elemanlar görülmektedir. Orta elemanın ilişki kurduğu çevre elemanların yüzey alanları farklı renklerle ifade edilmiştir.

Bağıntı 4.34’de verilen \mathbf{W}_d düzeyi köşegen bir düzeydir ve toplanan verinin varyanslarının tersini ihtiva eder. Eğer eldeki veri bir varyans bilgisi içermiyorsa $\max(|Z_{xy}|, |Z_{xx}|)$ değerinin yüzde 5’i empedansın Z_{xy} ve Z_{xx} bileşenleri için kullanılabilir. Aynı şekilde $\max(|Z_{yx}|, |Z_{yy}|)$ değerinin yüzde 5’i Z_{yx} ve Z_{yy} bileşenleri için kullanmak daha uygundur zira verideki gürültü kara bazlı çalışmalarda yoğunlukla elektrik alan

üzerindedir (Miensopust, 2017). Faz tensörü ve yöneyi için varyans hesabı delta metodu ile gerçekleştirilebilir. Tietze vd., (2015) faz tensörü için varyansın, empedans için olduğu gibi eldeki değerlerin bir yüzdesi olarak hesaplanabileceğini söylemiştir. Bu çalışmada gözlemlendiği üzere gürültülü empedans verisi çok daha gürültülü faz tensörü verisine sebebiyet vermektedir. Bu yüzden faz tensörünü kendi değerleri ile ağırlıklandırmanın hatalı ters çözüme yol açtığı saptanmıştır. Bu yüzden Patro vd. (2013) tarafından önerilen delta metodu uygulamasına gidilmiştir. Booker (2014) tarafından delta metodunun işletilmesinde varyanslar kadar kovaryanslarında önemli olduğu vurgulansa da gürültülü faz tensörü ve faz yöneyinin ters çözümünde bir problem ile karşılaşılmamıştır. MTF (**T**) verisinin ağırlıklandırılmasında ise her veri için sabit bir değer kullanılmıştır ($\sigma_T=0.03$). Faz tensörü ve yöneyi için delta metodu ile standart sapmanın hesabı EK 5’de verilmektedir.



Şekil 4.1 Yuvarlatma dizeyinin bir satırı için orta eleman ve çevresindeki elemanların dizilimleri verilmektedir. Çevre elemanların orta eleman ile olan ilişkileri renklendirilmiş yüzeyler aracılığı ile olmaktadır

Bağıntı 4.34’deki ölçülen (**d**) ve kuramsal veri (**F**) için karmaşık empedans değerlerinin kendisi kullanılmıştır. Bazı çalışmalarda bu değerler görünür öz direnç ve faz olarak da kullanılabilir (Wheelock vd., 2015). Fakat empedans tensörünün köşegenleri üzerindeki elemanlar (Z_{xx} ve Z_{yy}) çok küçük değerler alabildiğinden eğer dikkat edilmezse bu ters çözümde hataya yol açabilmektedir. O yüzden genel uygulama 3B ters çözümde empedans değerlerini karmaşık sayı olarak kullanmak yönündedir. Ayrıca manyetotellürik yöntem dahil olmak üzere pek çok jeofizik yöntemin düz çözümü

doğrusal olmayan yapıdadır. Buna istinaden toplanan verinin logaritmasını kullanmak doğrusal olmayan problemi daha fazla doğrusal olmayan bir duruma taşıyacağından verinin olduğu gibi ters çözüme sokulması daha mantıklıdır. Farklı veriler arasındaki genlik farkının etkisini azaltmak için ise ağırlıklandırma düzeyi kullanılmalıdır.

Bu çalışmada, faz tensörü için misfit fonksiyonu ($\mathbf{d} - \mathbf{F}$) faz tensörünün kuramsal ve ölçülen verilerin farkı cinsinden belirlenmiştir:

$$\Delta \mathbf{d}_\phi = \phi_{\bar{o}} - \phi_k. \quad (4.39)$$

$\phi_{\bar{o}}$ ölçülen faz tensörü verisini, ϕ_k ise kuramsal faz tensörü verisini belirtir. Bu çalışmada faz tensörü için misfit hesabı 4.39'da verilen bağıntı ile yapılmıştır fakat aynı zamanda faz tensörü için farklı çakışmazlık fonksiyonları da literatürde önerilmiştir (Heise vd., 2007).

$$\Delta \mathbf{d}_\phi = \mathbf{I} - 0.5(\phi_{\bar{o}}^{-1} \phi_k + \phi_k \phi_{\bar{o}}^{-1}). \quad (4.40)$$

Bu yaklaşımda ölçülen faz tensörünün tersi soldan ve sağdan kuramsal faz tensörü ile çarpılır ve ters çözümde bu fonksiyon en küçüklenir. Bu yaklaşım ile faz tensörünün veri olarak kullanıldığı ters çözüm algoritmalarının daha iyi sonuç verdiği iddia edilmiştir. Denklem 4.34'de verilen fonksiyon, yapılacak ters çözümün L2 tipi yani çakışmazlık ölçütünün karelerinin en küçükleneceğini ifade etmektedir. L2 tipi ters çözüm dışında ayrıca L1 tipi yani çakışmazlık ölçütünün mutlak değerinin en küçüklendiği algoritmalar da mevcuttur. Bu ve benzeri tür algoritmalar ile ters çözüme gidilmesi halinde yeraltı anomalilerinin daha az yayvan ve daha keskin olarak kestirilebileceği savunulmaktadır (Farquharson, 2008). Farquharson (2008) ters çözümde en küçüklenebilecek değişik misfit fonksiyonlarını vermektedir. Bu çalışmada ise kolaylık açısından L2 tipi ters misfit fonksiyonu kullanılmıştır.

4.4 Amaç fonksiyonunun En Küçüklenmesi

Denklem 18'de verilen amaç fonksiyonunun en küçüklenmesi için koşullandırılmış NLCG algoritması kullanılmıştır. 3B MT çalışmalarında daha farklı ters çözüm algoritmaları kullanan çalışmalar da mevcuttur. 3B MT için kullanılacak algoritmaların bir özeti EK 8'de verilmektedir. Bu çalışmada kullanılan NLCG algoritması aşağıdaki şekilde verilir:

Döngü $k=1, k++$

$$\mathbf{r}_k = -\nabla\phi_k(\mathbf{m}_k) \quad (4.41)$$

$$\mathbf{p}_k = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{r}_k + \beta\mathbf{p}_{k-1}$$

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \alpha\mathbf{p}_k$$

Burada \mathbf{M} koşullandırıcı dizeyi, \mathbf{p} arama doğrultusu ve \mathbf{r} amaç fonksiyonelinin türevidir. Nocedal ve Wright (2006) NLCG algoritmasının her ters çözüm adımında hesaplanması gereken adım boyu (α) için iyi bir hat arama (line-search) algoritmasına ihtiyaç duyduğuna işaret etmektedir. Çok çeşitli hat arama algoritmaları olmasına rağmen bu çalışmada daha basit bir yaklaşım kullanılmıştır. Rodi ve Mackie'nin (2001) adım boyu için olan yaklaşımı kullanılarak hesaplama kolaylığı sağlanmıştır. Bu yaklaşımda amaç fonksiyonunun ikinci dereceden doğrusal olduğu varsayımı yapılmaktadır ve adım boyu formülü aşağıda verilmektedir:

$$\alpha = \frac{\mathbf{p}^T\mathbf{r}}{\mathbf{p}^T\mathbf{H}\mathbf{p}} \quad (4.42)$$

Burada \mathbf{H} amaç fonksiyonunun ikinci türevidir. Beta parametresinin hesabında pek çok bağıntı üretilmiştir. Bunlardan en popülerleri Polak-Ribiere algoritmasıdır ve aşağıdaki şekilde verilir ve bu çalışmada bu şekilde kullanılmıştır.

$$\beta_{PR} = \frac{r_k^T(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_{k-1})}{r_{k-1}^T r_{k-1}} \quad (4.43)$$

Aynı zamanda beta parametrenin hesaplanmasında Hestenes-Stiefel, Fletcher-Reeves, Lui-Storey, Dai-Yuan ve Hager-Zhang gibi algoritmalar da mevcuttur. Hager ve Zhang (2006) bu algoritmaların incelemesini yapmıştır ve Zbinden (2015) farklı beta parametrelerinin manyetotellürik verilerinin ters çözümünde uygulamış ve benzer sonuçlara ulaştığını bildirmiştir. Bu çalışmada ise Polak-Ribiere algoritması kullanılarak beta parametresi hesaplanmıştır.

\mathbf{r} ve \mathbf{H} daha açık biçimde aşağıdaki şekilde tanımlanır,

$$\mathbf{r} = \mathfrak{R}\left(\mathbf{J}^{*T}\mathbf{W}_d^2(\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m}_\sigma, \mathbf{m}_c))\right) - \begin{bmatrix} \lambda\mathbf{W}_r^T\mathbf{W}_r\mathbf{m}_\sigma \\ \kappa\mathbf{m}_c \end{bmatrix}, \quad (4.44)$$

$$\mathbf{H} = \mathfrak{R}\left(\mathbf{J}^{*T}\mathbf{W}_d^2\mathbf{J}\right) + \begin{bmatrix} \lambda\mathbf{W}_r^T\mathbf{W}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \kappa\mathbf{I}_{N_{m_c} \times N_{m_c}} \end{bmatrix}, \quad (4.45)$$

Burada \mathbf{I} birim dizedir. N_{m_c} distorsiyon parametrelerinin sayısıdır. \mathbf{J} ise duyarlılık dizedir ve Φ_d 'nin parametre yöneyine (\mathbf{m})göre türevi alınarak hesaplanır:

$$\mathbf{J} = [\mathbf{L} (\mathbf{S}_0^{\text{HYB}})^{-1} \mathbf{P} \quad \mathbf{G}] \quad (4.46)$$

$$\mathbf{L} = \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{m}_\sigma, \mathbf{m}_c)}{\partial \mathbf{x}_0}, \quad (4.47)$$

$$\mathbf{P} = \left(\frac{\partial (\mathbf{S}^{\text{FD}} \mathbf{x}_0)}{\partial \mathbf{m}_\sigma} + \frac{\partial (\mathbf{S}^{\text{FE}} \mathbf{x}_0)}{\partial \mathbf{m}_\sigma} \right), \quad (4.48)$$

$$\mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{m}_\sigma, \mathbf{m}_c)}{\partial \mathbf{m}_c}. \quad (4.49)$$

Burada \mathbf{x}_0 düz çözüm sonucu elde edilen ($\mathbf{S}\mathbf{x}=\mathbf{b}$) yöneysel ve skaler potansiyelleri içermektedir. $\mathbf{S}_0^{\text{HYB}}$ melez yöntem için elde edilen katsayı dizedir. \mathbf{S}^{FD} ve \mathbf{S}^{FE} melez yöntem için olan katsayı dizeyini oluşturan sonlu farklar ve elemanlar için katsayı dizeylerdir. \mathbf{L} düz çözümde elde edilen potansiyelleri alıcı noktalarına haritalayan seyrek bir dizedir. \mathbf{P} ise katsayı dizeylerinin iletkenlik parametrelerine (\mathbf{m}_σ) göre türevlerinin hesabını içeren seyrek bir dizedir. \mathbf{G} dizeyi yine bir seyrek dizedir ve düz çözüm operatörünün distorsiyon parametrelerine (\mathbf{m}_c) göre türevini içerir. \mathbf{J} dizeyi hiçbir zaman harici olarak hesaplanmamaktadır. Her zaman bir yöney ile olan çarpımı hesaplanmaktadır. Bir yöneyle olan çarpımına yapay düz çözüm (pseudo-forward solution) denilmektedir. \mathbf{J} , \mathbf{P} , \mathbf{G} ve \mathbf{L} dizeylerinin kurulumu EK 4'de verilmektedir.

NLCG algoritması için koşullandırıcı dize aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \lambda (\mathbf{W}_r^T \mathbf{W}_r + c \mathbf{I}_{N_{m_\sigma} \times N_{m_\sigma}}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \kappa (1 + c) \mathbf{I}_{N_{m_c} \times N_{m_c}} \end{bmatrix}, \quad (4.50)$$

burada c bir sabit sayıdır ve 0.12 olarak belirlenmiştir. Koşullandırıcı dizeyin köşegen elemanlarına bir sayı eklemek daha önce pek çok çalışmada uygulanmıştır, ters çözümün kondisyon sayısını düşürdüğü ve ters çözümün daha az sayıda yineleme ile bitmesine yardımcı olduğu görülmüştür (Farquharson vd., 2002; Zhang vd., 2017).

Her ters çözüm adımı 1 düz çözüm (forward solution) ve 2 adet yapay düz çözüm (pseudo-forward solution) gerektirmektedir. Düz çözüm, $\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{b}$ şeklindeki denklem takımlarının iki polarizasyon için frekans sayısı kadar çözümünü içermektedir. Yapay düz çözümde de benzer şekilde benzer denklem takımları iki polarizasyon için frekans sayısı kadar çözülmelidir. Düz ve yapay-düz çözümlerin hesabında eşlenik gradient (BiCGStab)

kullanıldığında, yapay-düz çözümün hesabı normal düz çözüme göre daha fazla yineleme ve zaman gerektirmektedir. Bunun sebebi Siripunvaraporn (2012) tarafından şöyle verilmektedir: Düz çözümde çözülen doğrusal denklem takımının ($\mathbf{Sx}=\mathbf{b}$) sağ tarafındaki \mathbf{b} yöneyi sanki düz çözüm için hesaplanan yöneye göre daha seyrek bir yapıdadır. Bu sebeple daha seyrek bir yöney daha az yineleme ile çözülebilmektedir. Bu çalışmada tüm denklem takımı çözümleri BiCGStab eşlenik gradient algoritması ile çözülmektedir. Koşullandırma algoritması olarak ise ILU(0) ayrıklaştırması kullanılmıştır. Ters çözümde uygulanması gereken ve denklem 4.41’de verilen algoritmanın daha detaylı sayısal uygulaması EK 9’da verilmektedir.

4.5 Düzgünleştirici Parametrelerinin (λ ve κ) Belirlenmesi

Ters çözümde, düzgünleştirici parametreleri (regularization parameters), κ ve λ , belirlenmesinde kullanılan en iyi bir yöntem yoktur. Farklı ters çözüm probleminde farklı düzgünleştirici parametreleri kullanılmaktadır (L-curve, GCV) (Farquharson ve Oldenburg, 2004). Eğer κ parametresini atarsak, λ parametresinin belirlenmesinde pekçok otomatik algoritma önerilmiştir (Johnston ve Gulrajani, 2000; Farquharson ve Oldenburg, 2004). Bu algoritmalar her ters çözüm adımında amaç fonksiyonunu en küçükleyecek λ parametresini bulmaya çabalamaktadır. Bu algoritmaların hızlı uygulanmasının yolları mevcut olmasına rağmen ek hesaplama maliyeti oluşturmaktadır. Bu sebeple bu çalışmada ampirik bir yol takip edilmiştir.

Misfit fonksiyoneli (ϕ_d) veri varyansları ile normalize edilmiştir. Durağanlaştırıcı için kullanılan \mathbf{W}_r dizeyinin köşegen değerleri -1 ve bir satırı için köşegen dışı değerlerinin toplamı +1’dir. Durum böyle olunca κ ve λ parametreleri için iyi bir tahmin yapmak mümkündür. Denemeler sonucunda ters çözüme 100 ile 1000 arasında bir λ değeri ile başlatmanın iyi seçim olduğu görülmüştür. κ değeri ise λ değerinin 10 ila 100 katı bir değer olabilir. Bu yaklaşımın ters çözüme başlarken ilk değer olarak iyi çalıştığı denemeler sonucunda gözlemlenmiştir.

Her ters çözüm adımında λ parametresinin belli bir oranda küçültülmesi olağan bir uygulamadır. Bu parametrelerin küçültülmesi için bu çalışmada farklı bir yol izlenmiştir. κ parametresi için her adımda aşağıdaki denklem işletilmiştir,

$$\text{RDMD}^k(\%) = \frac{\Phi_d^{k-1} - \Phi_d^k}{\Phi_d^{k-1}} \times 100, \quad (4.52)$$

eğer RDMD -%1 den büyük ise κ değeri yarılanmaktadır. λ parametresi için ise aşağıdaki denklem kontrol edilir ve sağlanmıyorsa λ yarılanmaktadır.

$$\|\delta \mathbf{m}_\sigma^k\|_2 < 1, \quad (4.53)$$

Burada $\delta \mathbf{m}_\sigma^k$ k'inci ters çözüm adımındaki iletkenlik parametreleri için düzeltme yöneyidir.

Ters çözümü durdurmak için birkaç kritere bakılmaktadır. Bunlardan ikisi nRMS ve Misfit değerleridir ve aşağıdaki biçimde tanımlanır

$$\text{nRMS} = \sqrt{\frac{1}{N_d} (\mathbf{d} - \mathbf{F})^T \mathbf{W}_d^2 (\mathbf{d} - \mathbf{F})}, \quad (4.54)$$

$$\text{Misfit} = (\mathbf{d} - \mathbf{F})^T \mathbf{W}_d^2 (\mathbf{d} - \mathbf{F}), \quad (4.55)$$

Burada N_d veri sayısıdır. Gözlemsel sonuçlar göstermiştir ki sadece nRMS ya da Misfit ile ters çözümün durdurulması her zaman doğru değildir. Çünkü her durumda veri üzerindeki gürültü oranının bilinmesi mümkün değildir. Bu sebeple ek bir durdurma kriteri daha geliştirilen algoritmaya eklenmiştir. 15 defa κ ya da 10 defa λ parametreleri yarılandıktan sonra ters çözüm sonlandırılmaktadır.

4.6 Ters Çözüm Algoritmasının Özeti

Algoritma empedans (\mathbf{Z}) ve manyetik transfer fonksiyonu (\mathbf{T}) verilerini kullanmaktadır. Eğer mevcutsa bu verilerin varyanslarını okumaktadır. Aynı zamanda verilerin toplandığı yüzey topoğrafya bilgisi okunmaktadır.

Programa girdi verildikten sonra ilk olarak, verilerin frekans aralığı kullanılarak model ağı tasarlanır. Her istasyonundaki empedans tensörünün “ssq” ortalaması eşitlik (4.28) ile hesaplandıktan ve ortalaması eşitlik (4.29) ile alındıktan sonra bir boyutlu ters çözüm ile yer altının tabakalı yapısı elde edilir. Bu bir boyutlu öz direnç modeli başlangıç modeli olarak atanır. Eşitlik (4.30) ve (4.31) kullanılarak model ağı belirlenen derinlikte kesilir.

Eldeki topoğrafya yüzeyine bakarak parametre ağı yüzeyden başlanarak esnetilir. Aynı zamanda sınır blokları parametre ağına eklenir. Sonrasında tüm ağ incelenerek esnetilmiş bloklar belirlenir. Esnetilmiş olanlar sonlu elemanlar ile ve diğerleri sonlu farklar sayısal

yöntemleri ile çözümlenerek her sayısal yöntem için elde edilen doğrusal denklem takımları toplanarak genel düzey denklemi elde edilir. Melez yöntem için olan sistem ise bu iki sistemin toplamı ile elde edilir (Denklem 3.32-3.33) hazırlanır.

Ters çözüm NLCG algoritması kullanılarak amaç fonksiyonunun (Eşitlik 4.32) en küçüklenmesiyle devam eder ve gerekli durdurma koşulları sağlandığında ters çözüm biter. Ters çözüm algoritmasının genel bir özeti EK 10'da verilmektedir.



5. SENTETİK MT VERİSİNİN TERS ÇÖZÜMÜ

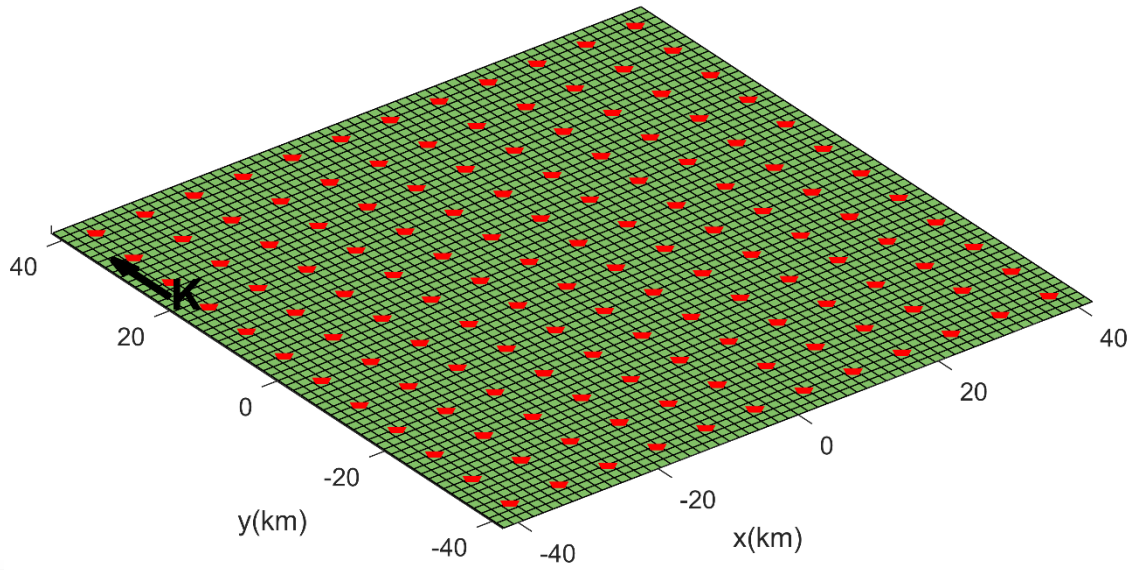
Bu çalışmada geliştirilen algoritmanın doğruluğunu test etmek için üç adet sentetik veri kullanılmıştır. Üç veri de daha önce yayınlanmış ve farklı kişi ve kodlar tarafından ters çözümü yapılmıştır. Bu sayede elde edilen sonuçlar daha objektif olarak yorumlanabilecektir. İki sentetik veri hem distorsiyon hem de gürültü içermektedir. Önceki bölümde anlatılan ters çözüm algoritmasının başarısı, distorsiyon tensörünün parametre olarak kestirmenin ters çözüme etkisi, distorsiyondan etkilenmeyen veri türlerinin ters çözümdeki etkisi bu testler sonucunda anlaşılacaktır. Bölümün sonunda ayrıca bir jeotermal sahada ölçülen arazi verilerinin 3B ters çözümü yapılarak geliştirilen algoritmanın arazi verisi ile başarısı gösterilecektir.

5.1 DSM2 verisi

Birinci test verisi Dublin Secret Model 2 adlı (DSM2) modelidir (Miansopust vd.,2013). Bu model için üretilen veri grubu farklı araştırmacılar tarafından ters çözümü yapılarak karşılaştırılmıştır Model ve üzerinde MT istasyonları şekil 5.1’de görülmektedir. Şekil 5.2.a’ da verilen model üç tabakalıdır ve en üstteki tabakada bir iletken ($\rho = 1 \Omega\text{m}$) ve bir yalıtkan ($\rho = 100 \Omega\text{m}$) blok bulunmaktadır. Aynı veri grubu bu tez kapsamında geliştirilen ters çözüm algoritmasının test edilmesinde kullanılmıştır. Ters çözüm için kullanılan modelin yüzeyi 80km’ye 80km olarak belirlenmiştir. Bu model üzerinde x ve y yönünde 12’ şer olmak üzere toplam 144 MT istasyonunda, 100Hz ile 0.0001Hz aralığında 30 farklı frekans için veri hesaplanmıştır. Veri distorsiyon ve gürültü içermektedir. Distorsiyon rastgele üretilmiş twist ($\pm 60^\circ$ arasında), shear ($\pm 45^\circ$ arasında) ve anizotropi ($\pm 1^\circ$ arasında) değerleri içermektedir.

Bu verinin düz bir yüzeyi olduğu için tez kapsamında geliştirilmiş algoritma varsayılan olarak sonlu farklar sayısal yöntemi ile çalışmaktadır.

Ters çözüm için 227K adet parametre kullanılmıştır. Sınır ve hava blokları ile düz çözüm ağı x, y ve z yönlerinde 88, 88 ve 96 adet blok içermektedir. Düz çözüm için oluşturulan doğrusal denklem sistemlerinde yaklaşık 3 milyon bilinmeyen vardır. Bu da yaklaşık ağın 750K adet bloktan oluştuğunu göstermektedir. Parametre ağı yeraltında 53km’ye kadar uzanmaktadır. Empedans verisinin ters çözümü için $\lambda=300$ $\kappa=9000$ olarak seçilmiştir. Faz tensörü içinse $\lambda=30$ olarak belirlenmiştir.

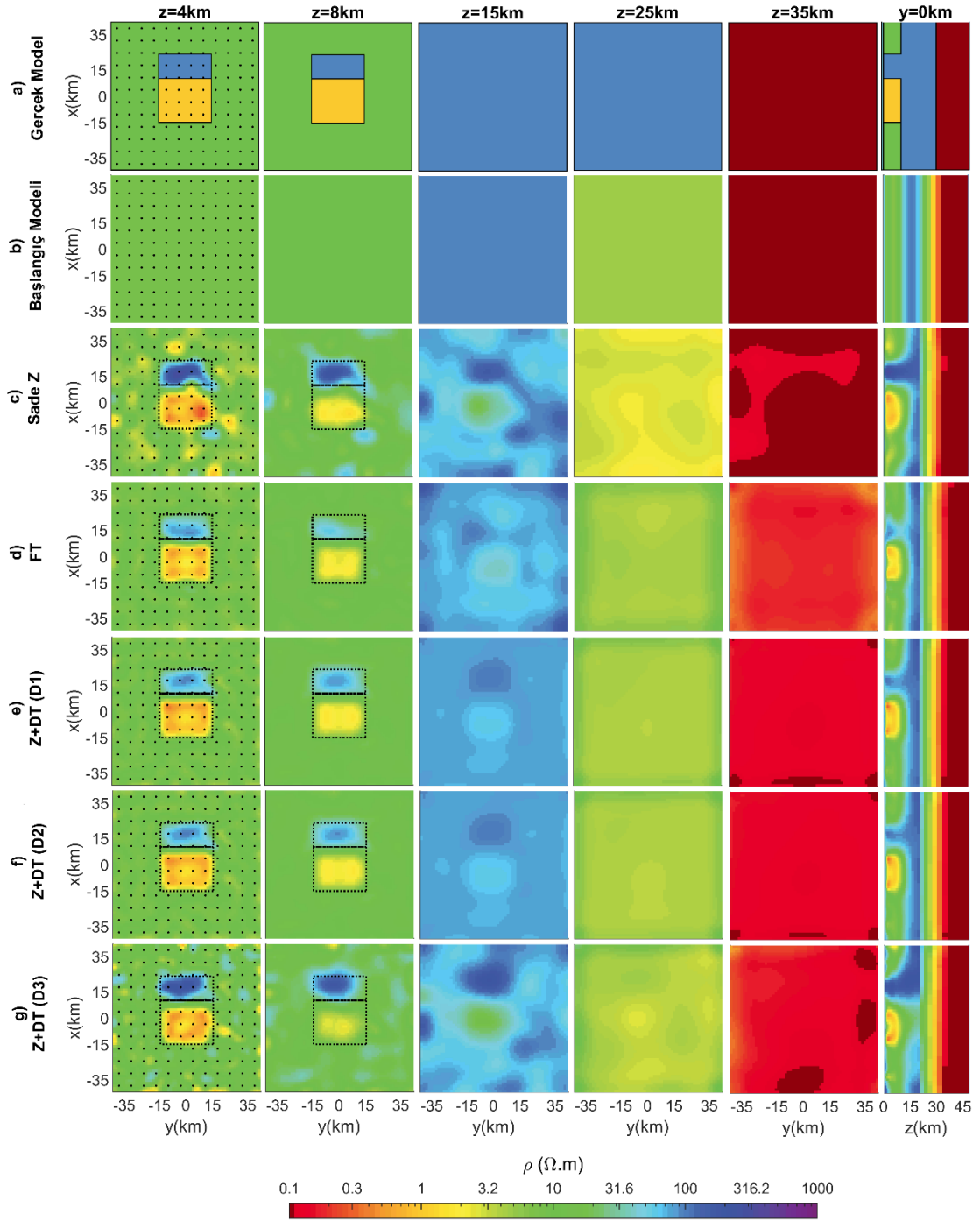


Şekil 5.1 DSM2 modeli için ayrıklaştırmaya ile birlikte yüzey verilmektedir. Alıcılar kırmızı üçgen ile temsil edilmektedir

Şekil 5.2a ve 5.2b'de gerçek model ve bir boyutlu ters çözüm sonucu elde edilen başlangıç modeli görülmektedir. Bir boyutlu ters çözüm ile gerçek tabakalı model kestirilebilmiştir. Şekil 5.2c'de distorsiyon tensörünün (**DT**) kestirilmediği durum için elde edilen ters çözüm sonuçları verilmiştir. Görüldüğü üzere verideki distorsiyon, ters çözümde kestirilen modelde yalancı belirtiler olarak yansımıştır. Faz tensörü verisi kullanılarak yapılan ters çözüm ise gerçek modele çok yakın sonuç vermiştir (Şekil 5.2d). Empedans verisi (**Z**) için distorsiyon tensörü (**DT**) üç farklı şekilde tanımlanarak ters çözüme sokulmuştur. Verinin gerçel ve frekans bağımsız distorsiyon ile bozulduğu bilinmektedir. Bu sebeple şekil 5.2e'de gerçel ve frekans bağımsız (D1) şekil 5.2f'de karmaşık ve frekans bağımsız (D2), şekil 5.5g'de ise karmaşık ve frekans bağımlı (D3) olarak tanımlanarak ters çözüm gerçekleştirilmiştir. Görüldüğü üzere şekil 5.2e ve 5.2f'deki sonuçlar birbirlerine ve gerçek modele yakın çıkmıştır. Şekil 5.5g'deki ters çözüm sonucunda çok daha düşük nRMS değerleri (Çizelge 5.1) elde edilmesine rağmen ters çözüm sonucunda elde edilen modelde bozulmalar ile karşılaşmıştır.

Çizelge 5.1'de nRMS ve ters çözüm için gereken yineleme sayıları verilmektedir. Distorsiyon tensörü olmadan yapılan ters çözüm diğerlerine göre daha fazla yinelemeye ihtiyaç duymuştur. Aynı zamanda nRMS değeri diğerlerine göre çok daha yüksek olarak elde edilmiştir. Distorsiyon tensörü frekans bağımlı olarak tanımlamak nRMS'nin çok

daha düşük değerlere ulaşmasına sebep olmasına rağmen elde edilen ters çözüm sonuçları gerçek modelden uzaklaşmıştır.



Şekil 5.2 DSM2 verisinin ters çözümü, a) Gerçek model b) 1 boyutlu ters çözüm sonucu elde edilen başlangıç modeli, c) distorsiyon tensörü (**DT**) olmadan sadece empedans (**Z**) için ters çözüm d) faz tensörü (**FT**) ile ters çözüm, empedansın (**Z**) distorsiyon tensörü (**DT**) ile beraber ters çözümü **DT** e) gerçel ve frekans bağımsız f) karmaşık ve frekans bağımsız g) karmaşık ve frekans bağımlı olarak tanımlanarak verilmektedir

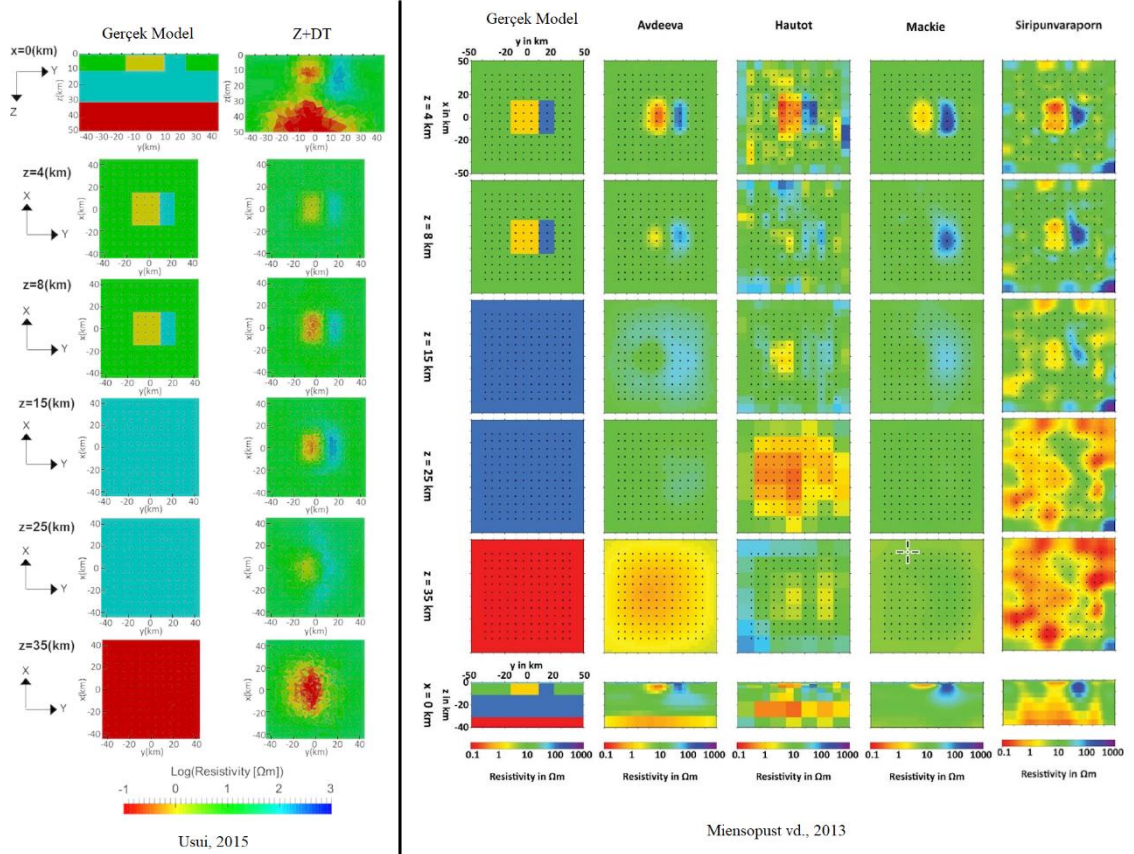
Çizelge 5.1 DSM2 modelinin verisi için ters çözüm istatistikleri verilmektedir. D1, D2 ve D3, gerçel ve frekans bağımsız, karmaşık ve frekans bağımsız, karmaşık ve frekans bağımlı distorsiyon tensörü tanımlanarak yapılan ters çözümlerdir. 5 farklı ters çözüm için toplam zaman, nRMS, misfit ve yineleme sayısı verilmektedir. **FT** faz tensörünü, **DT** distorsiyon tensörünü, **Z** empedans verisini temsil etmektedir

	FT	Sade Z	Z+DT (D1)	Z+DT (D2)	Z+DT (D3)
Toplam Veri Sayısı	4320	8640	8640	8640	8640
Toplam Parametre Sayısı	227K	227K	227K+144	227K+288	227K+8640
Toplam zaman	26.5s	37.0s	19.7s	19.2s	33.2s
nRMS	0.35	2.1	0.56	0.56	0.10
Misfit	2192	76322	5585	5577	184
Yineleme sayısı	43	60	32	32	54

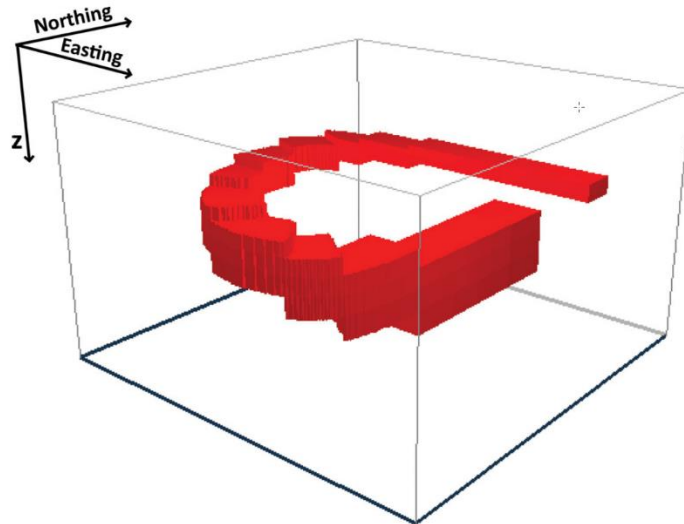
DSM2 verisi aynı zamanda başka pek çok yazar tarafından ters çözüm algoritmalarını test etmek için kullanılmıştır (Miensopust vd. 2013). Usui (2015) dörtyüzlü düzensiz ağ kullanmış ve aynı zamanda distorsiyon tensörünü parametre olarak kestirerek aynı veri grubunun ayrıca ters çözümünü yapmıştır. Miensopust vd. (2013) ile Usui (2015)' nin ters çözüm sonuçları şekil 5.3' de verilmiştir. Şekilden anlaşıldığı üzere bu çalışmada geliştirilen algoritma ile elde edilen sonuçların başarılı olduğu diğer algoritmaların sonuçlarına ve gerçek modele bakıldığında söylenebilir.

5.2 DSM1 Verisi

İkinci veri Dublin Secret Model 1 (DSM1) olarak adlandırılan ve yine Miensopust vd. (2013) tarafından verilen bir veridir. Bu veride gürültü ve distorsiyon yoktur. Veriye ait olan gerçek model şekil 5.4'da verilmiştir. Modelde görünen belirti düşük öz dirençlidir ve spiral şeklinde kıvrılarak derine inmektedir. Toplamda 100 istasyon ve 18 adet frekansta veri vardır. Bu frekanslar 1.7Hz ile 0.0001Hz arasında değişmektedir. Kullanılan yüzey ve ayırıklaştırma şekil 5.5'de verilmektedir.

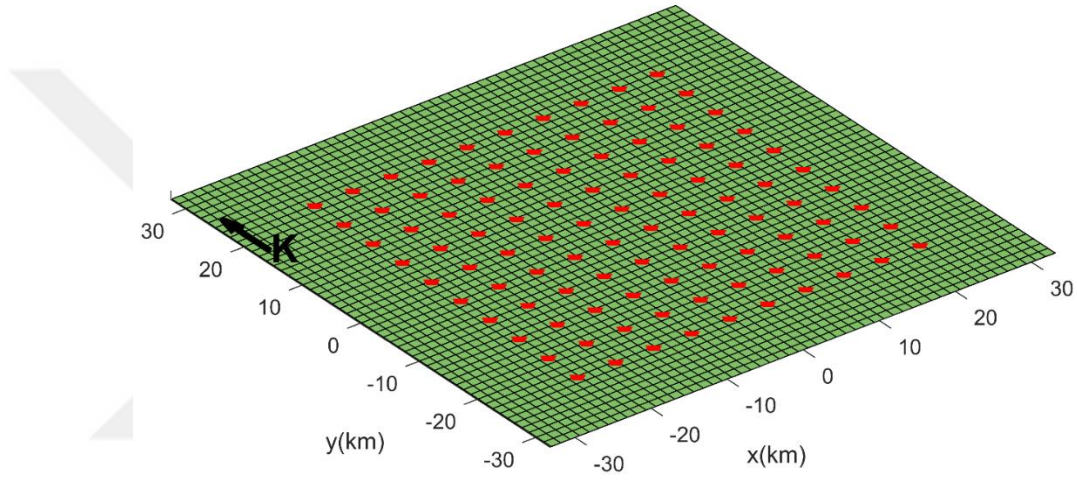


Şekil 5.3 DSM2 verisinin Üsüi (2015) tarafından ters çözümü sonucu elde edilen kesitler solda ve Miensopust vd. (2013) tarafından yayımlanan çalışmada farklı kişilerin yaptığı ters çözüm sonuçları görülmektedir. Siyah çizginin sağındaki tüm ters çözümlerde distorsiyon tensörü kestirilmeyenken, soldaki sonuçta distorsiyon tensörü (DT) empedans ile birlikte parametre olarak kestirilmiştir



Şekil 5.4 DSM1 verisinin oluşturulduğu model, (Miensopust vd., 2013)

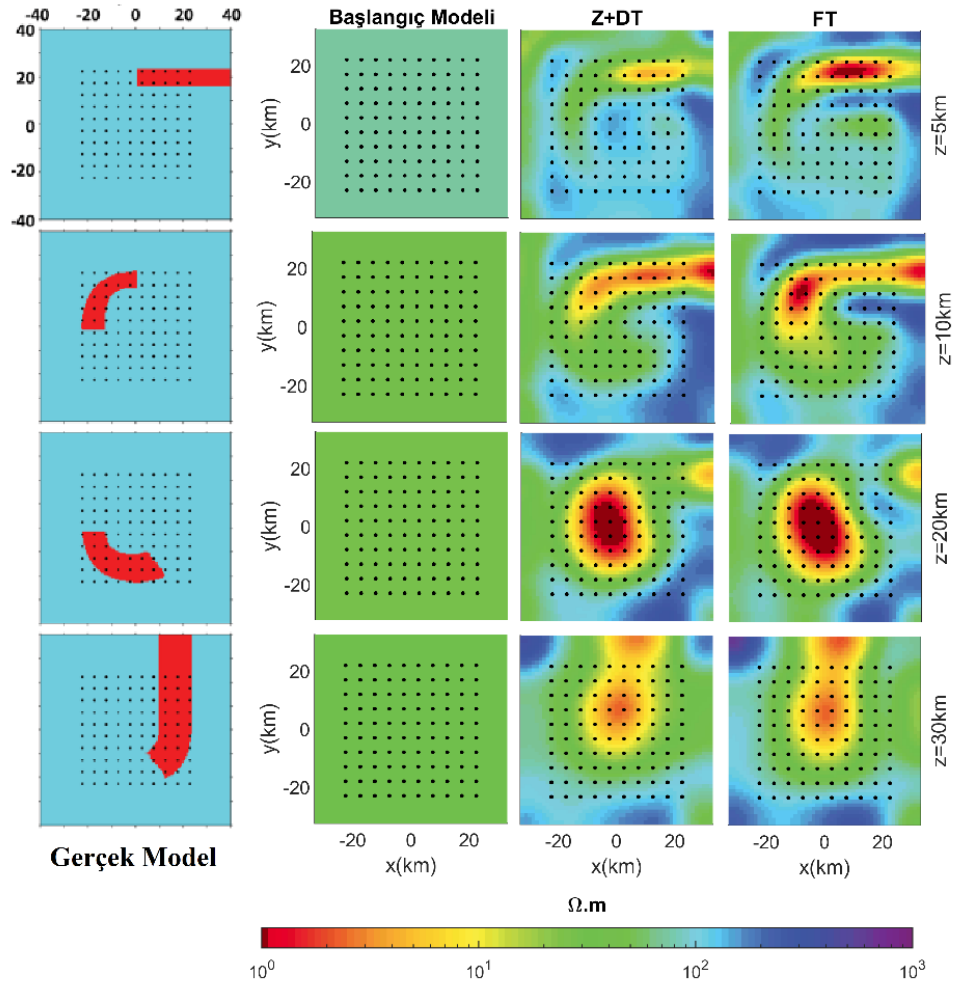
Ters çözüm ağında x, y ve z yönünde sırasıyla 81, 80 ve 98 adet blok kullanılmıştır. Bu sebeple düz çözümde çözülmesi gereken denklem takımlarının boyutu yaklaşık 2.5M olarak elde edilmiştir. Ortamda herhangi bir topoğrafya mevcut olmadığından algoritma tamamen sonlu farklar ile çalışmaktadır. Modelleme alanında kalan blok sayısı ve parametre sayısı 195K olarak bulunmuştur. Ters çözüme girecek veri adedi 7200'dür. Ters çözüm için iki adet veri tipi kullanılmıştır. İlki empedans (**Z**) verisidir ve ikincisi empedanstan elde edilen faz tensörü (**FT**) verisidir. Empedans verisi kullanılırken ayrıca distorsiyon tensörü (**DT**) de parametre olarak kestirilmiştir. şekil 5.6'da düşey yönde kat kat ters çözüm sonuçları gerçek model ile beraber verilmektedir.



şekil 5.5 DSM1 verinin ters çözümünde kullanılan yüzey, yüzeydeki ayrıklaştırma ve istasyonlar görölmektedir

şekil 5.7'de ise yanal kesitler gerçek model ile beraber verilmektedir. Bu iki şekil beraber yorumlandığında düşük öz dirençli spiral anomalinin kestirilebildiği fakat spiralin kollarının yerlerinin tam doğru bulunamadığı görölmektedir. Derine gidildikçe spiral modelin ortasında tek parça olarak kestirildiği görölmektedir. Yüzeye yakın yerlerde spiral çok daha doğru kestirilmiştir. Çizelge 5.2'de her iki ters çözüm için yineleme sayısı, nRMS ve toplam hesaplama süreleri verilmektedir.

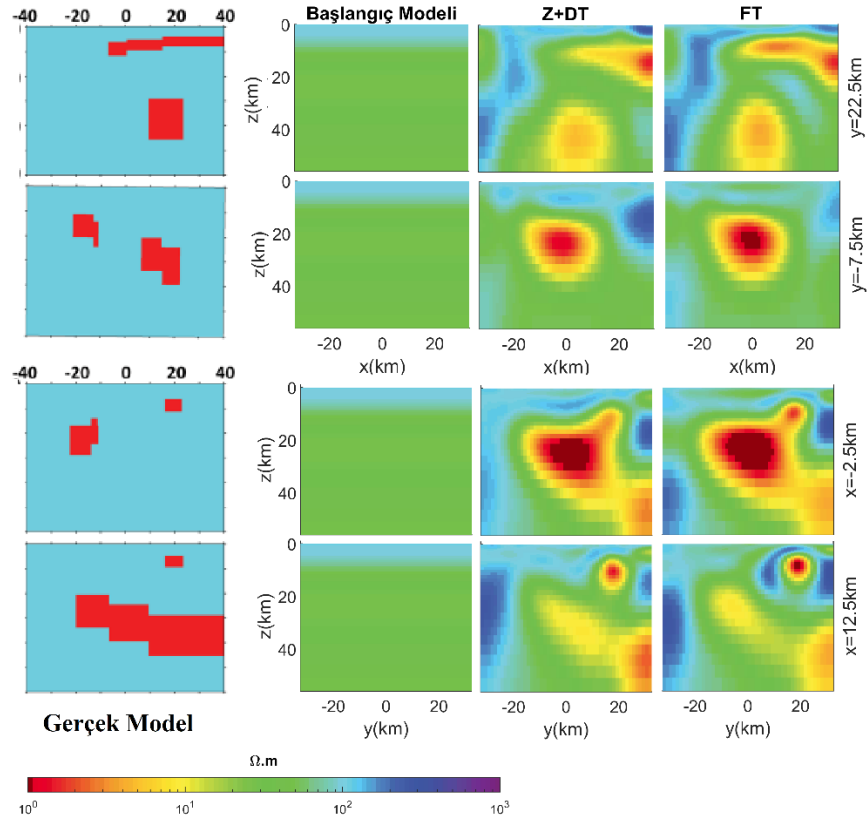
Algoritmanın önceki verilerde olduğu gibi çok iyi çalışmamasının sebebi modelin ters çözüm için zor bir model olmasıdır. Eldeki veriyi temsil edecek birden fazla model olduğu görölmektedir. Veride gürültü olmaması tekilliği arttıran bir etmendir. Çizelge 5.2'de verilen nRMS değerlerinin düşük olması yani ölçülen veriye kuramsal verinin çakışması dolayısı ile aslen ters çözümün başarılı olduğu söylenebilir.



Şekil 5.6 DSM1 verinin ters çözümü sonucunda elde edilen model ve gerçek model verilmiştir. Kat kat kesitler 5, 10, 20 ve 30 km'ler için verilmektedir. En solda gerçek model ve sırasıyla başlangıç modeli, empedans verisinin ters çözümü ve Faz tensörünün (FT) ters çözüm sonucu verilmektedir

Çizelge 5.2 DSM1 verisinin ters çözümü için harcanan toplam zaman, elde edilen son nRMS ve Misfit değerleri, gereken ters çözüm adım sayısı ile verilmektedir. Bu değerler empedans tensörü (Z) ile birlikte kestirilen distorsiyon tensörü (DT) için ve faz tensörü (FT) için verilmiştir

	Z+DT	FT
Toplam zaman	19.5s	43.8s
nRMS	0.42	0.17
Misfit	1270	218
Yineleme sayısı	46	100

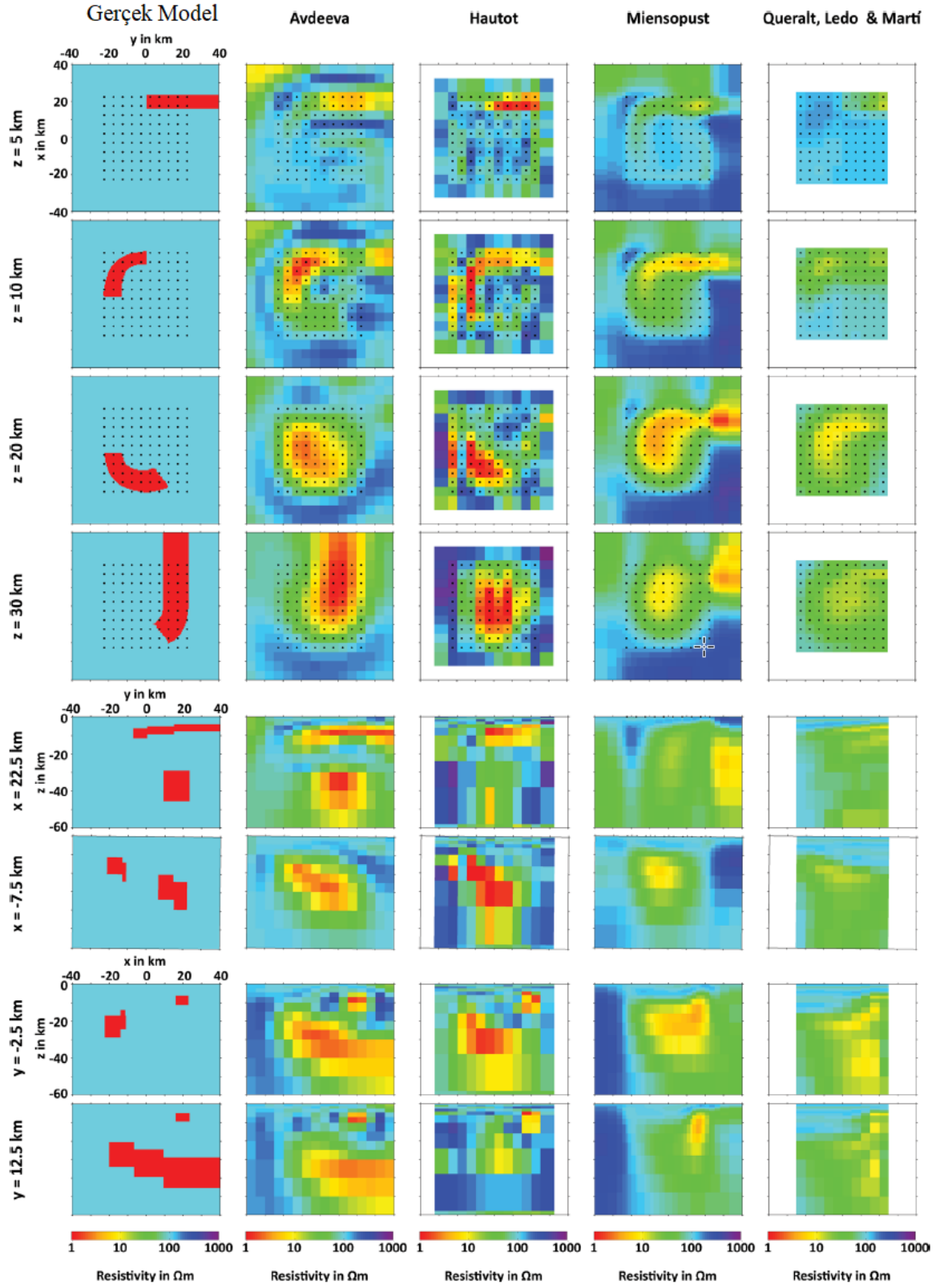


Şekil 5.7 DSM1 verinin ters çözümü sonucunda elde edilen model ve gerçek model verilmiştir. Düşey kesitler $x=12.5$, $x=-2.5$ km için, $y=22.5$ ve $y=-7.5$ için verilmektedir. En solda gerçek model ve sırasıyla başlangıç modeli, empedans verisinin ters çözümü ve Faz tensörünün (FT) ters çözümü sonucu verilmektedir

Bu veri aynı zamanda yine yayımlandığı makalede (Miensopust vd., 2013) farklı kişiler tarafından kullanılmış ve ters sonuçları verilmektedir (Şekil 5.8). Şekilde ikinci kolonda verilen 'Avdeeva' tarafından geliştirilen algoritmanın bu çalışmada elde edilen sonuçlardan daha iyi sonuçlar elde ettiği görülmektedir. Bunun sebebinin, Avdeeva'nın kullandığı algoritmanın sayısal integral yöntemi olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

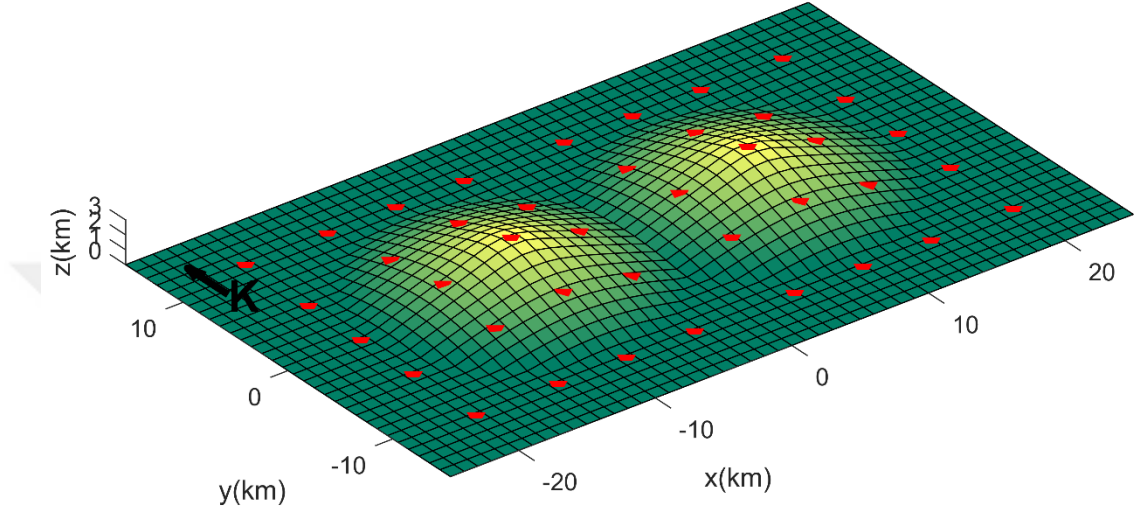
5.3 Çift Dağ Modeli Verisi

Üçüncü veri, çift dağ modeli olarak adlandırılan modelin düz çözümünden elde edilen ve Usui (2015) tarafından yayımlanan veriye aittir. Veri 10Hz ile 0.001Hz arasında logaritmik uzayda eşit aralıklı olarak 16 farklı frekans için hesaplanmıştır. Empedans verisi hem distorsiyon hem de gürültü içermektedir. Distorsiyon rastgele üretilmiş twist ($\pm 60^\circ$ arasında), shear ($\pm 45^\circ$ arasında) ve anizotropi ($\pm 1^\circ$ arasında) içermektedir. MTF verisine ise sadece gürültü eklenmiştir.



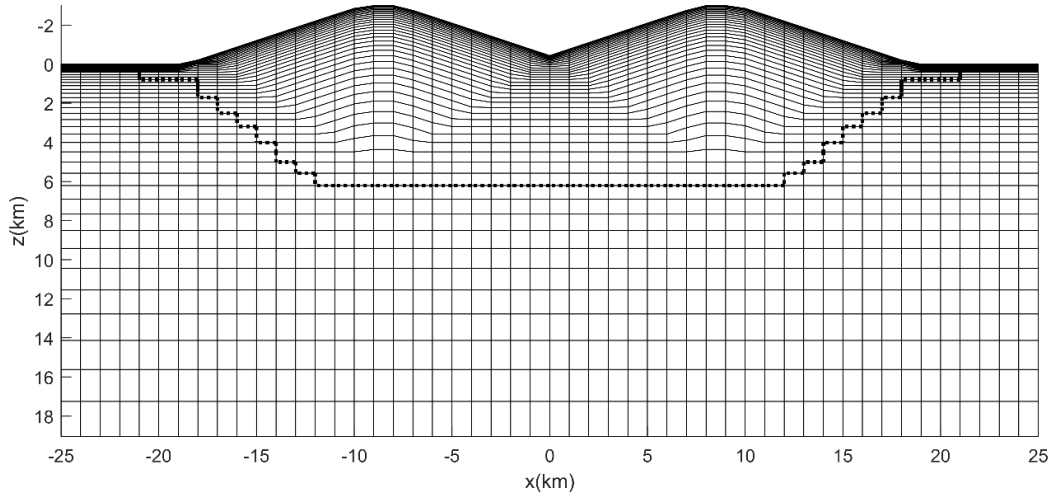
Şekil 5.8 Miensopust vd. (2013) tarafından verilen DSM1 verisinin farklı kişiler tarafından ters çözümü sonucu elde edilmiş kesitler

Şekil 5.9’da bu veri için kullanılan yüzey ve alıcı noktaları verilmektedir. Şekil aynı zamanda yüzeydeki ayrıklaştırmayı da göstermektedir. Gerçek model iki belirti içermektedir. Biri iletken bir yapıda olup $10 \Omega\text{m}$ öz dirence sahiptir diğeri ise $1000 \Omega\text{m}$ öz dirençtedir. Arka plan öz direnci ise $100 \Omega\text{m}$ ’dir. Bu yapıların konumları şekil 5.11a’da verilmektedir.



Şekil 5.9 Çift dağ modeli için kullanılan yüzey ve ayrıklaştırma verilmektedir. Kırmızı üçgenler ile alıcı noktaları ifade edilmektedir

Ters çözüm ağı yaklaşık 110K parametre içermektedir. Bu değer x, y ve z yönündeki 50 31 ve 70 adet blokun çarpımı ile elde edilmiştir. Sınır blokları ile birlikte düz çözüm ağında 76, 57 ve 97 adet blok sırasıyla x, y ve z yönlerinde mevcuttur. Yüzeyde toplamda 40 adet MT istasyonu vardır. Frekans sayısı gözetildiğinde 2560 adet empedans verisinin olduğu, bu rakamın yarısı kadar da MTF verisi olduğu görülür. Distorsiyon parametreleri bu veri için gerçel ve frekans bağımsız olarak belirlenmiştir. Bu sebeple 160 adet distorsiyon parametresi **Z** için ve 80 adedi **T** için tanımlanmıştır. Parametre ağının $y=0$ için kesiti şekil 5.10’da verilmiştir. Bu şekilde kesikli çizgi ile sonlu farklar ve sonlu elemanlar bölgeleri arasındaki sınır verilmektedir. Bu ters çözüm ağı için üretilen ağın %7,7’i sonlu elemanlar ile çözülmektedir. Geri kalan kısmı sonlu farklar ile çözülecektir. Çözülecek denklem takımları yaklaşık 1,6 milyon bilinmeyen içermektedir. Şekil 5.10’daki ağ 20km’ye kadar çizilmesine rağmen parametreleştirme 260km’ye kadar uzamaktadır.



Şekil 5.10 $y=0$ profili için ağın kesiti verilmektedir. Kesikli çizgi ile sonlu elemanlar ve sonlu farlar bölgeleri arasındaki sınır verilmektedir. Hava blokları çekilde gösterilmemiştir

Empedans (\mathbf{Z}) ve MTF (\mathbf{T}) verilerinin ters çözümü için $\lambda=300$ $\kappa=9000$ olarak seçilmiştir. Faz tensörü ve yöneyi ters çözümleri için $\lambda=30$ olarak belirlenmiştir. Şekil 5.11’de farklı verilerin ters çözümü görülmektedir. Şekilde $y=0$ için dikey kesit, $z=2\text{km}$, 6m ve 12km için 3 farklı yatay kesit görülmektedir. Gerçek model şekil 5.11a’da verilmektedir. Şekil 5.11b’de bir boyutlu ters çözüm ile elde edilen başlangıç modeli verilmiştir. Modelde topoğrafya olmasına rağmen bir boyutlu ters çözüm yaklaşık $100\Omega\text{m}$ değerini doğru olarak vermektedir. Empedans (\mathbf{Z}) ve distorsiyon tensörünün (\mathbf{DT}) beraber kullanıldığı $\mathbf{Z}+\mathbf{DT}$ ters çözümü yalıtkan yapıyı en iyi bulan düzen olmuştur. Aynı zamanda faz tensörü çözümü de yalıtkan yapıyı iyi kestirebilmiştir. Bu iki veri tipi yalıtkan yapıyı 300 ila $400\Omega\text{m}$ civarında bulmaktadır. Diğer ters çözüm denemelerinde yalıtkan yapı $200\Omega\text{m}$ olarak bulunmuştur ve bu değer gerçek değer olan $1000\Omega\text{m}$ değerinden uzaktır. İletken yapının sınırları $\mathbf{Z}+\mathbf{T}+\mathbf{DT}$ düzeninde en keskin şekilde kestirilmiştir. Çizelge 5.3’ye bakıldığında bu ters çözümler için gereken toplam zaman, nRMS, misfit ve toplam yineleme sayıları verilmektedir. $\mathbf{T}+\mathbf{DT}$ ve \mathbf{FV} ters çözümleri diğer veri tiplerine göre daha az yineleme ile sonuca ulaşmıştır.

Şekil 5.11’de kullanılan renk aralığı Usui (2015) tarafından kullanılan aralık ile aynı olarak belirlenmiştir. Usui (2015) tarafından kullanılan Gauss-Newton algoritması yalıtkan yapıyı daha belirgin bulabilmiştir. İletken yapı ise tüm veri türleri için gerçek modele çok yakın çıkmıştır.

Usui (2015) tarafından aynı verinin ters çözümünden elde edilen sonuçlar şekil 5.12’de verilmektedir. Ters çözümde Gauss-Newton algoritması kullanılan o çalışmada yalıtkan yapıların (mavi renk ile gösterilmektedir) daha belirgin bulunduğu görülmektedir. Fakat **Z+DT** ters çözümünde kestirilen anomalilerin olması gereken derinlikten daha derinde bulunduğu göze çarpmaktadır. Diğer veri türleri ile ters çözüm ve birleşik ters çözüm ile elde edilen sonuçlar bu çalışmada elde edilen sonuçlarla benzerlik göstermektedir.

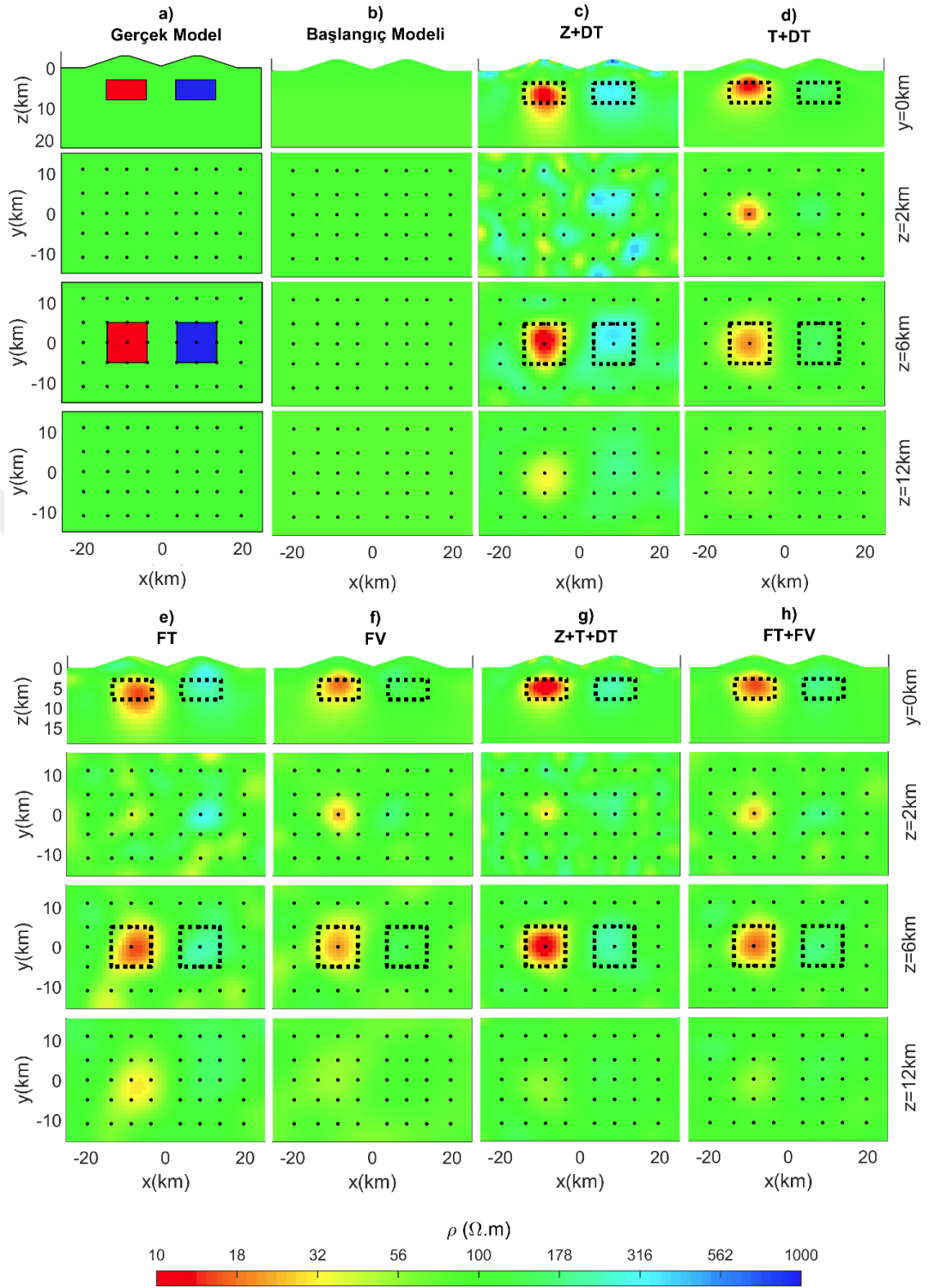
Çizelge 5.3 Çift dağ modelinin farklı veri türlerinin tekil ve birleşik ters çözümlerinin için istatistikler: ters çözüm için toplam zaman, nRMS, misfit ve yineleme sayıları verilmektedir

	Z+DT	T+DT	FT	FV	Z+T+DT	FV+FT
Toplam Zaman	10.9s	7.0s	9.9s	8.7s	10.2s	10.4s
nRMS	0.71	0.81	0.42	0,30	0.78	0.39
Misfit	1279	829	442	113	2343	582
Yineleme Sayısı	44	28	40	35	41	42

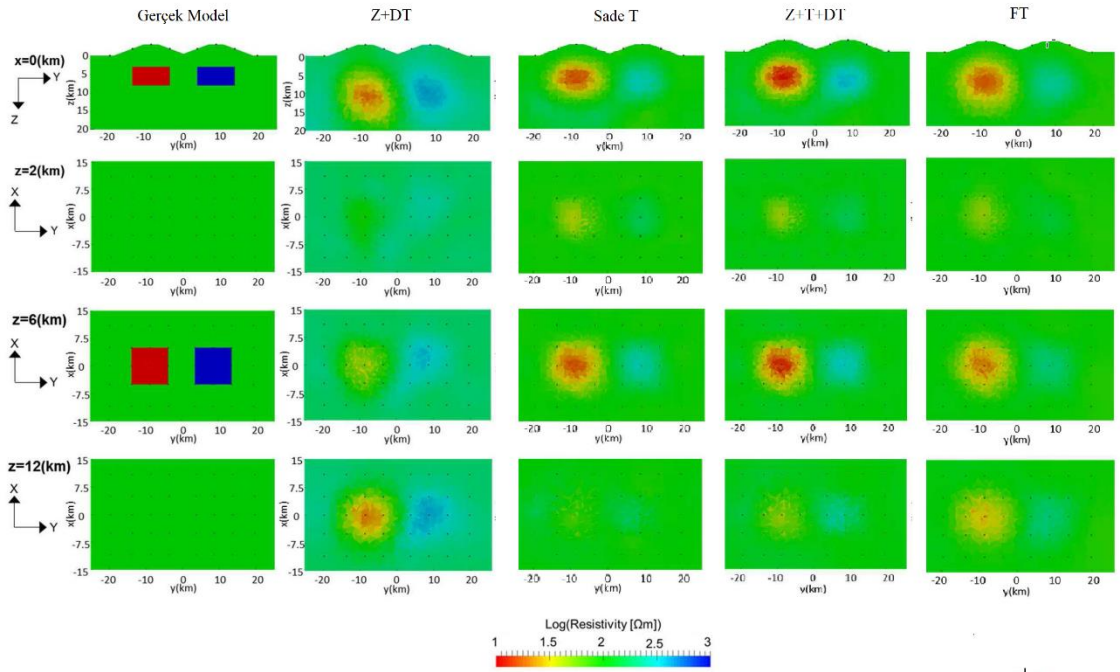
5.4 Bir Jeotermal Sahanın Modellemesi ve Ters Çözümü

Bu bölümde bir jeotermal sahanın modellemesi yapılacak ve ardından elde edilen sentetik verinin ters çözümü gerçekleştirilecektir. Bu jeotermal model için Pellerin vd. (1996) tarafından verilen model kullanılmıştır.

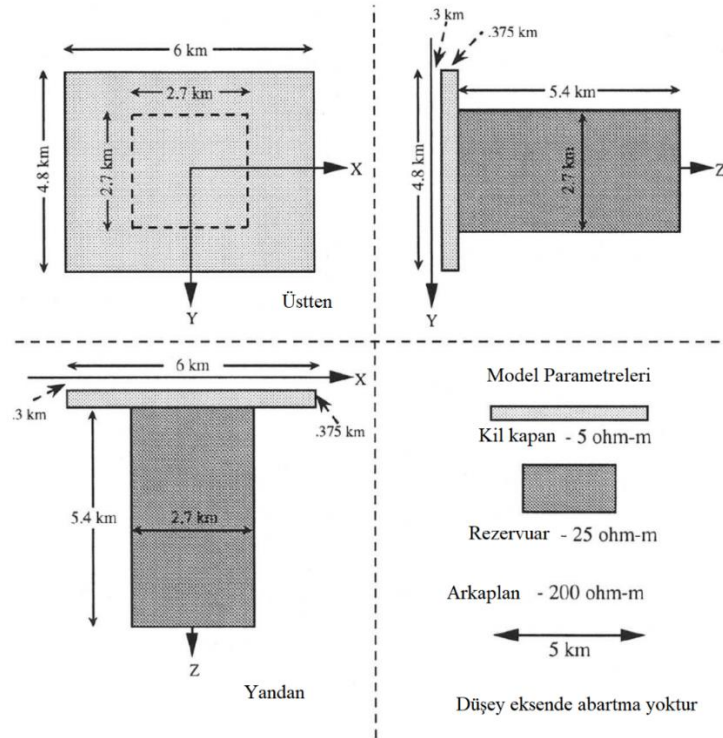
Modelin bir şeması şekil 5.13’de verilmektedir. Model için arka plan özdirenci $200\Omega\text{m}$ olarak belirlenmiştir. Yeryüzünden 3km derinde, $6\text{km}\times 4.8\text{km}$ genişliğinde ve 375m kalınlığında örtü kayacı temsil eden (kil şapka) ve özdirenci $5\Omega\text{m}$ olan bir belirti bulunmaktadır. Onun altında $2.7\text{km}\times 2.7\text{km}$ genişliğinde ve 5.4km kalınlığında ve $25\Omega\text{m}$ özdirencinde bir rezervuar kayacı temsil eden başka bir anomali bulunmaktadır.



Şekil 5.11 Çift dağ modeli için ters çözüm sonuçları, a) Gerçek model b) 1 boyutlu ters çözüm ile elde edilen başlangıç modeli c) Empedans (Z) ve distorsiyon tensörü (DT) ile, d) manyetik transfer tensörü (T) ve DT ile e) faz tensörü (FT) ile f) faz yöneyi (FV) ile g) Z, T ve DT ile birleşik ters çözüm h) FT ve FV ile birleşik ters çözüm sonuçları verilmektedir. Kesikli çizgiler ile anomali konumları, nokta ile ise alıcı konumları temsil edilmektedir

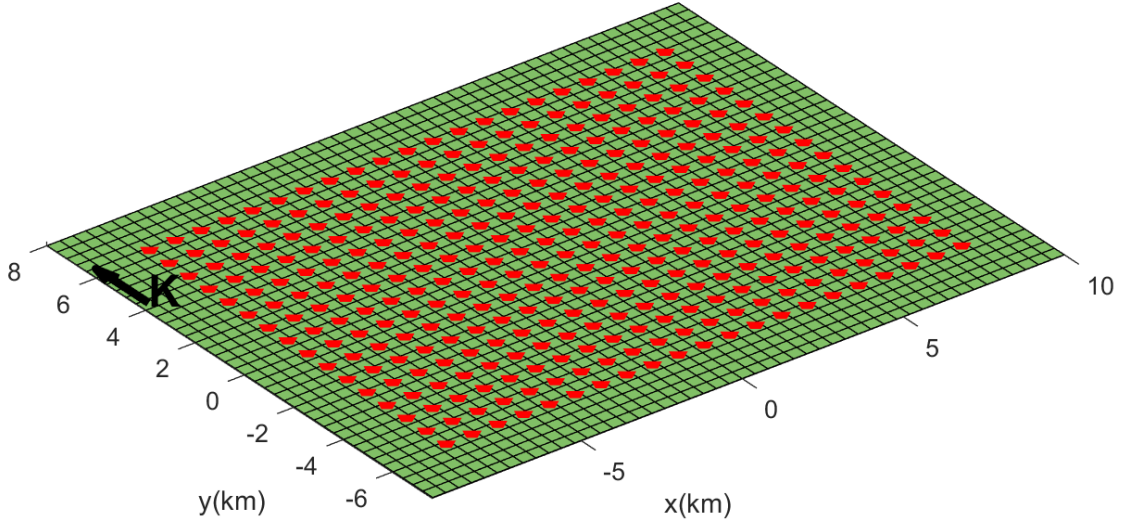


Şekil 5.12 Usui (2015) tarafından verilen ve yayımlanmış tepe modeline ait ters çözüm sonuçları. Birinci kolonda gerçek model görülürken, sırayla empedans tensörü (Z), MTF yöneyi (T), MTF ve empedansın birleşik ters çözümü ve en son kolonda faz tensörü (FT) ters çözümü görülmektedir. DT ile distorsiyon tensörünün parametre olarak kestirildiği belirtilmektedir



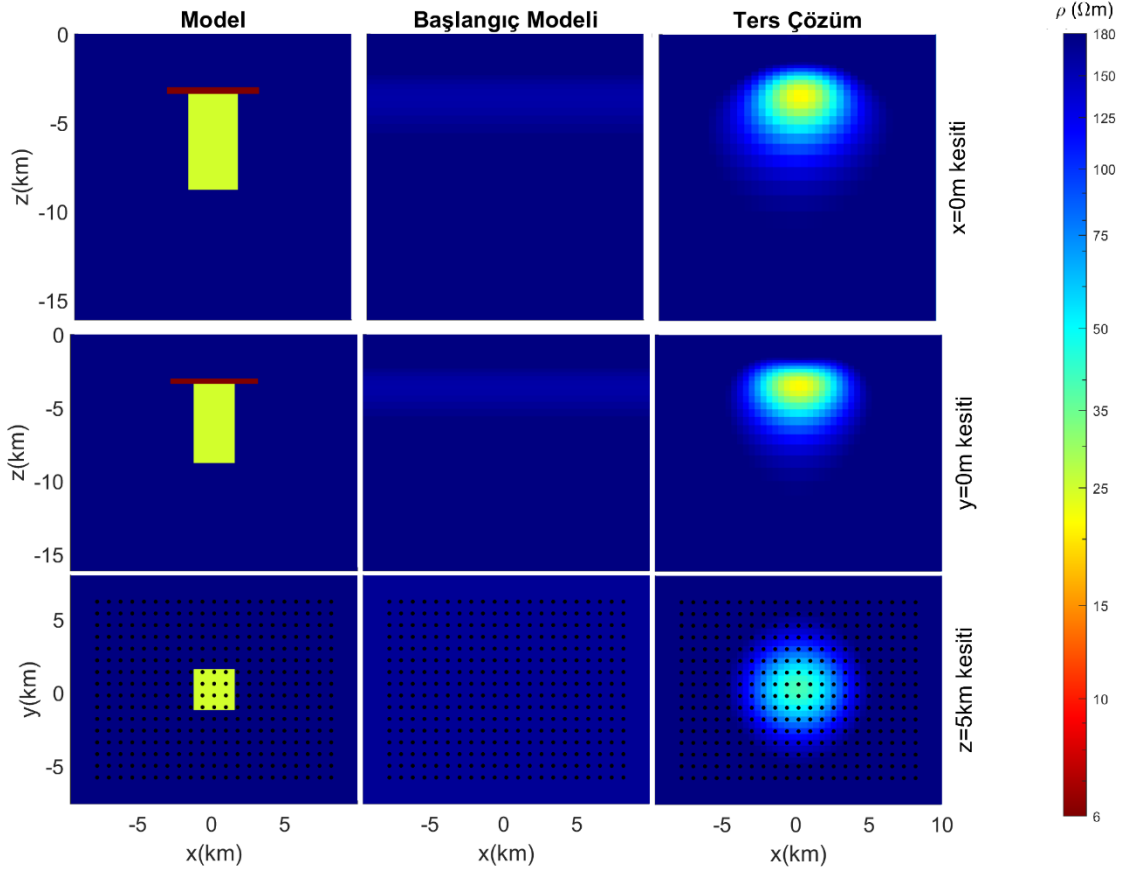
Şekil 5.13 Bir jeotermal alanın şeması Pellerin vd. (1996) tarafından verilmiştir ve türkçeleştirilmiştir

Şekil 5.13’de verilen anomaliler x-yönünde 20km ve y-yönünde 16 km açılarak oluşturulan bir model içine yerleştirilmiş ve modelin düz çözüm tepkisi 100Hz ile 0.01Hz arasında her logaritmik aralıkta 4 frekans alınacak şekilde 17 frekans için hesaplanmıştır. Kullanılan ortam sınır blokları olmadan x, y ve z yönünde sırasıyla 49 39 ve 71 adet blok içermektedir. Kullanılan yüzey ve MT istasyon konumları şekil 5.14’de görülmektedir. Sınır blokları eklenince blok sayıları x, y ve z yönünde sırasıyla 73, 63 ve 100 adede çıkmaktadır.



Şekil 5.14 Jeotermal model için kullanılan yüzey ayrıklaştırma ile verilmektedir. Kırmızı üçgenler ile alıcıların yerleri verilmiştir

Ters çözümün duyarlılığını arttırmak adına 336 adet istasyon kullanılmıştır. Toplamda 34272 adet veri üretilmiştir. Bu verilerin üzerine %2 gaussian gürültü eklenerek ters çözümü yapılmıştır. Bir istasyonda ve bir frekans için olan empedans tensörüne gürültü eklenirken o tensörün en yüksek genlikli bileşeni kullanılmıştır. Aynı şekilde bir MTF yöneyinin en yüksek genlikli bileşeni o MTF yöneyine eklenecek gürültünün hesabında kullanılmıştır. Elde edilen ters çözüm sonuçları ve düz çözümde kullanılan model şekil 5.15’de verilmektedir. Şeklin ilk satırında verilen, $x=0$ profili için yz kesiti, ikinci satırda $y=0$ için xz kesiti ve son satırda ise $z=5$ km derinliği için bir xy kesiti bulunmaktadır.



Şekil 5.15 Solda jeotermal model verilmektedir. Orta da bir boyutlu düz çözüm ile elde edilen başlangıç modeli bulunmaktadır. Sağda ise bu modelden elde edilen verinin ters çözümü sonucu elde edilen model bulunmaktadır

Ters çözüm 26 adımda sonuçlanmıştır. Hesaplanan nRMS değeri 0,47 değerinden başlamış ve 0,07 değerine ters çözüm sonucunda inmiştir.

Şekil 5.15'e bakıldığında orta kolonda 1B ters çözümden elde edilen iletkenlikler görülmektedir. Görüldüğü üzere 1B ters çözüm ile arka plan öz direnci doğru bir şekilde kestirilebilmiştir. Sağ kolonda ise ters çözüm sonucu görülmektedir. Sağ kolondaki şekillerde jeotermal sistemi kapatan düşük öz dirençli kil yapının iyi bir şekilde kestirildiği görülmektedir. Jeotermal sistem bu modelde yaklaşık 3km ile 8 km derinlikleri arasındadır. Ters çözüm sonucu ise 5 km'ye kadar iletken bir belirtinin varlığını işaret etmektedir. Şekilde 8 km'ye kadar 100-125 Ωm aralığında bir hale görülmektedir. Aynı zamanda 3 km'de başlaması gereken iletken anomali ters çözümde 2 km'ye kadar çıkmıştır.

5.5 Bölümün Genel Değerlendirmesi

Bu bölümde MT verilerin 3B ters çözümü için geliştirilen algoritma daha önce başka makalelerde yayımlanan üç adet sentetik veri kullanılarak test edilmiştir. İlk iki veride hem gürültü hem de distorsiyon bulunmaktadır. Çift dağ modelinin verisi ile farklı veri tiplerinin ters çözüme etkisi incelenmiştir. Her veri türünün iletken yapıyı rahatça bulduğu görülmüştür. Yalıtkan yapı ise gerçek değerine yakın bulunamamasına rağmen tespit edilebilmiştir. Sadece empedans verisinin ve empedans ile MTF verisinin birlikte kullanımıyla gerçekleştirilen ters çözümünün gerçeğe en yakın sonucu verdiği görülmüştür. Aynı zamanda diğer tüm veri türlerinin iletken yapıyı bulabildiği görülmüştür.

DSM2 modelinin verisi ile distorsiyonun veriye etkisi ve ters çözümde distorsiyon tensörünün tanımlanma biçiminin ters çözüme etkisi incelenmiştir. Bir distorsiyon tensörü tanımlanmazsa, ters çözüm sonucunda modelde bozulmalar olduğu görülmüştür. Verinin gerçek ve frekans bağımsız bir distorsiyon ile bozulduğu bilinerek hem karmaşık hem de gerçel distorsiyon tensörü tanımlayıp ters çözüm yapılmıştır. Sonuçlar birbirine çok yakın elde edilmiştir. Aksine, karmaşık ve frekans bağımlı bir tensör tanımlamanın nRMS değerini çok daha fazla düşürmekte fakat sonuç modelinde bozulmalara yol açtığı görülmüştür.

Her iki verinin ters çözümünde de empedans verisinin distorsiyon tensörü ile ters çözümünün başarılı olduğu görülmüştür. Faz tensörü ile ters çözümlerinin neredeyse empedans verisi kadar iyi sonuç verdiği görülmüştür. Distorsiyon tensörünün ters çözüme katılmasının önemli olduğu, bu tensörün kestirilmemesinin hatalı ters çözüm modelleri kestirilmesine neden olduğu görülmüştür. Empedans tensörünün MTF yöneyi ile birleşik ters çözümünün ise kestirilen anomali sınırlarını daha belirgin hale getirdiği görülmüştür.

Üçüncü test verisi olarak DSM1 verisi kullanılmıştır. Bu veride gürültü ve distorsiyon bulunmadığı bilinerek ters çözüm yapılmış ve algoritmanın performansı gözlenmiştir. Her ne kadar ters çözümde kestirilen modelin ürettiği kuramsal veri ölçülen veriye çakışmış olsa da özellikle yeraltının derinlerinde gerçek modelden uzaklaşıldığı görülmüştür.

Bölüm sonunda bir adet jeotermal alanın modellenmesi yapılmıştır. Seçilen model daha önce yayınlanmış ve bir jeotermal sahayı iyi temsil ettiği varsayılan bir modeldir.

Modelin düz çözümü yapılmış ve elde edilen empedans ve MTF verileri üzerine gürültü eklenmiştir. Ardından elde edilen verinin ters çözümü gerçekleştirilmiştir. Geri kestirilen modele bakıldığında jeotermal sistemin üstünü kapayan düşük öz dirençli yapının iyi kestirildiği görülmüştür. Yine düşük öz dirençli jeotermal sistemin derinlerdeki uzantısının öz direnci tam olarak kestirilememiştir.

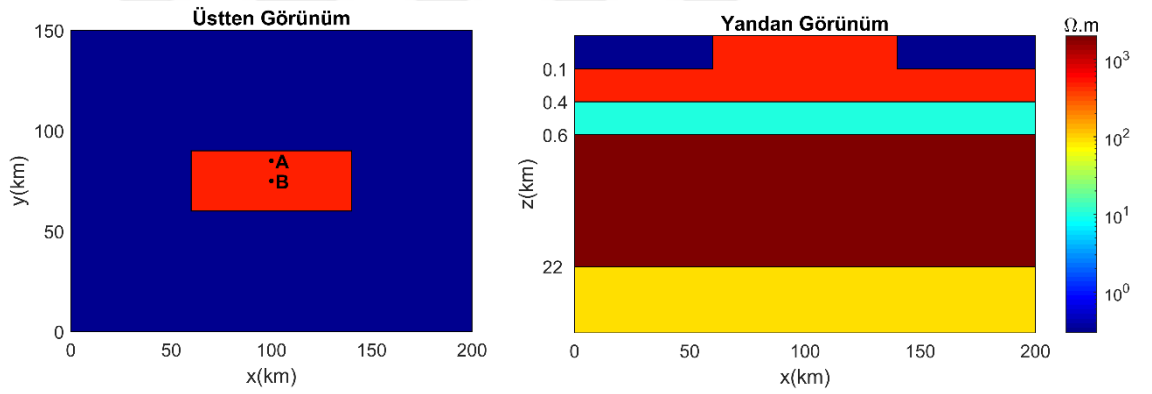


6. DENİZ ETKİSİNİN TERS ÇÖZÜME ETKİSİ

Bu bölümde denize yakın alanlarda toplanan manyetotellürik verilerdeki bozulmalar incelenecektir. Bu bozulmaların şiddeti ve ters çözüme olan etkisi yapılacak sentetik modelleme ve ters çözüm denemeleri ile gözlemlenecektir. Gerçek arazi verisinde de karşılaşılan deniz etkisinin önüne geçmek için neler yapılması gerektiğine bakılacaktır.

6.1 Manyetotellürik Veri Üzerindeki Deniz Etkisi

Deniz, göl veya okyanusa yakın yerlerde ölçülen MT verilerinin, bu ortamlardan etkilendiği bilinmektedir (Yang vd., 2010). Bu etkinin büyüklüğünü saptayabilmek için bir sentetik model üzerinden düz çözüm yapılmış ve tuzlu deniz suyunun empedans tensörüne etkisine bakılmıştır. Yang vd. (2010) tarafından kullanılan model Şekil 6.1’de verilmektedir. Modelin hem üstten hem de yandan özdirenç dağılımı görülmektedir.



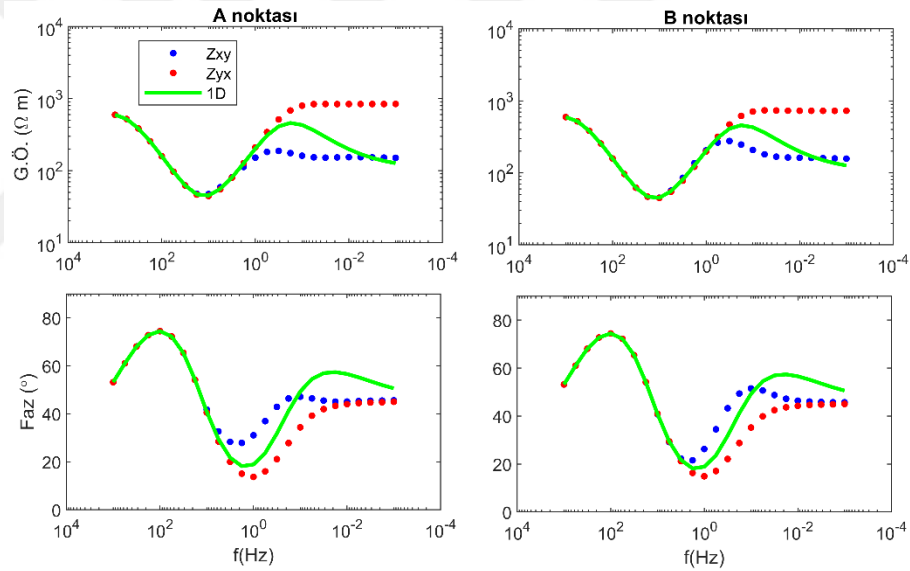
Şekil 6.1 Ada modelinin üstten ve yandan özdirenç dağılımı görülmektedir

Modelde mavi renk ile deniz suyu temsil edilmektedir ve deniz suyunun özdirenci $0.33\Omega\text{m}$ olarak atanmıştır. Eğer modelde deniz olmasa ortamın bir boyutlu olduğu varsayımı yapılabilecektir. Bu sebeple şekil 6.1’de verilen modelin 10^3Hz ve 10^{-3}Hz arasındaki frekanslar için düz çözümü yapılmıştır. Buna mütakip deniz suyunu temsil eden bölgeye turuncu renk ($500\Omega\text{m}$) ile belirtilen tabaka atanmış, ortam gerçek 1B haline getirilip tekrar düz çözüm yapılmıştır.

Şekil 6.1’de iki adet nokta (A ve B) görülmektedir. Bu iki nokta için düz çözüm sonucunda elde edilen frekanslarda görünür özdirenç (G.Ö) ve faz eğrileri şekil 6.2’de verilmektedir. Mavi renk ile empedans tensörünün Z_{xy} bileşeni kırmızı renk ile de Z_{yx}

bileşeni deniz olan ortamın model tepkisini ifade eder. Yeşil çizgi ile de deniz olmayan modelin düz çözümü sonucu elde edilen eğrilerdir.

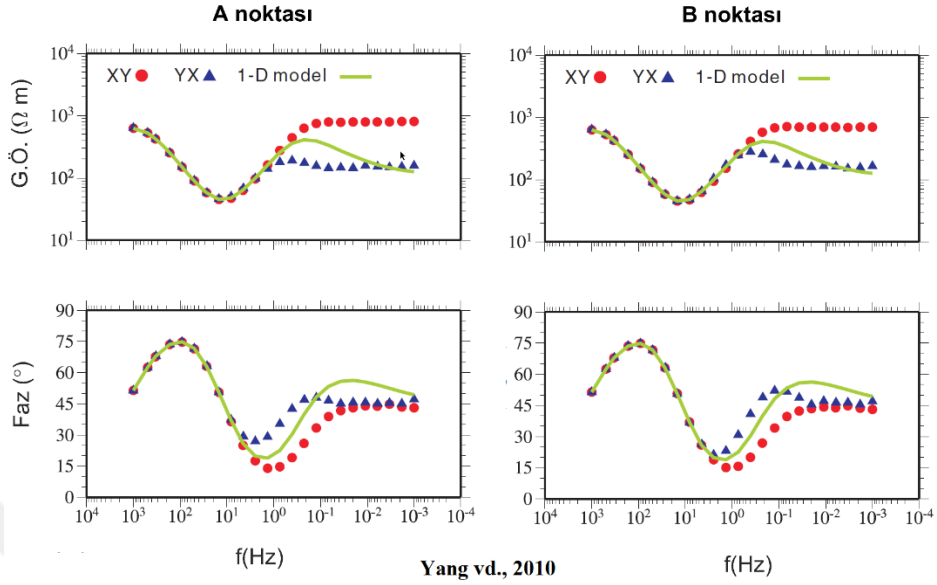
Şekil 6.1’de görüldüğü üzere A noktası denize B noktasına nazaran daha yakındır. A noktası modelin kuzeyindeki denize 7 km uzaklıktadır. Doğu batı ekseninde ise denize uzaklığı 32 km’dir. B noktası ise kuzeydeki ve güneydeki denize 16 km uzaklıktadır. Bu sebepten dolayı şekil 6.2’de verilen Z_{xy} ve Z_{yx} bileşenlerindeki ayrışma A noktasında daha yüksek frekanslarda başlarken B noktasında bu bozulma daha düşük frekanslarda görülmektedir. Şekil 6.2’de dikkat edilmesi gereken bir husus ise fazlar üzerinedir. Her iki nokta için de fazlardaki ayrılma görünür özdirenç eğrilerindeki ayrılmadan çok daha önce başlamaktadır. Buradan deniz etkisi görünür özdirençten daha önce fazları etkiler sonucu çıkabilir. Aynı zamanda görünür özdirençlerdeki sapmaların fazlardaki sapmalara göre bir logaritmik basamak kadar geç ortaya çıktığı gözlemlenmiştir.



Şekil 6.2 A ve B noktası için düz çözüm sonucu elde edilen empedans değerlerinden hesaplanan görünür özdirenç (G.Ö) ve faz değerleri verilmektedir. Yeşil çizgi ile ise ortamda deniz olmaması durumunda elde edilecek değerler gösterilmektedir

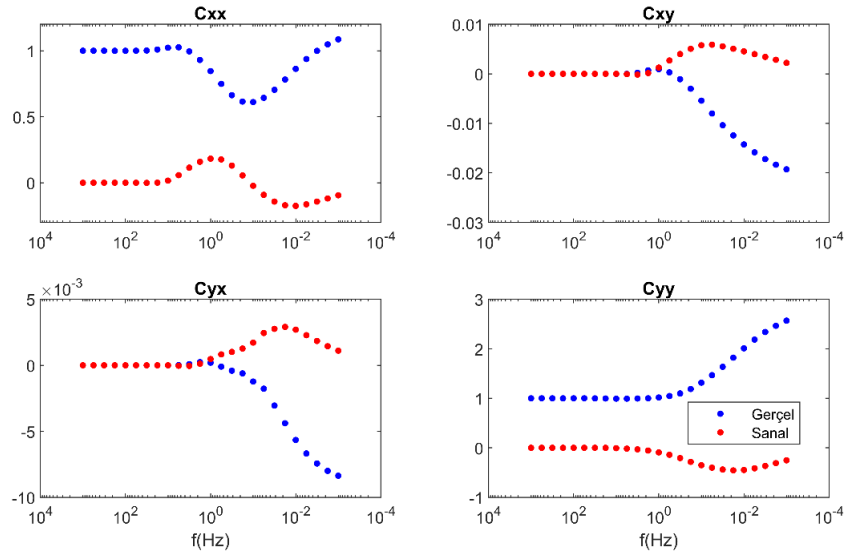
Bu bölümde kullanılan modelin aynısı Yang vd. (2010) tarafından da kullanılmış ve düz çözümü gerçekleştirilmiştir. O çalışmada elde edilen görünür özdirenç ve faz eğrileri ile şekil 6.2’de gösterilen eğriler uyuşmaktadır. Aynı makale içinde deniz etkisinin MT tensörü üzerindeki etkisinin karmaşık bir distorsiyon tensörü ile açıklanabileceği söylenmektedir. Yang vd. (2010) tarafından verilen eğriler karşılaştırma yapabilmek için

şekil 6.3’de verilmektedir. Şekil 6.3’deki eğrilerle şekil 6.2’deki eğriler birbirleriyle aynıdır.



Şekil 6.3 Ada modelinin düz çözümünün Yang vd. (2010) tarafından elde edilen sonuçları

Şekil 6.2’de hem denizden etkilenmiş sonuç hem de etkilenmemiş sonuç olduğu için bu model için karmaşık distorsiyon tensörü hesaplanabilir. A noktası için frekansa bağlı olarak hesaplanmış bu tensörün bileşenleri şekil 6.4’deki gibi bulunmuştur.



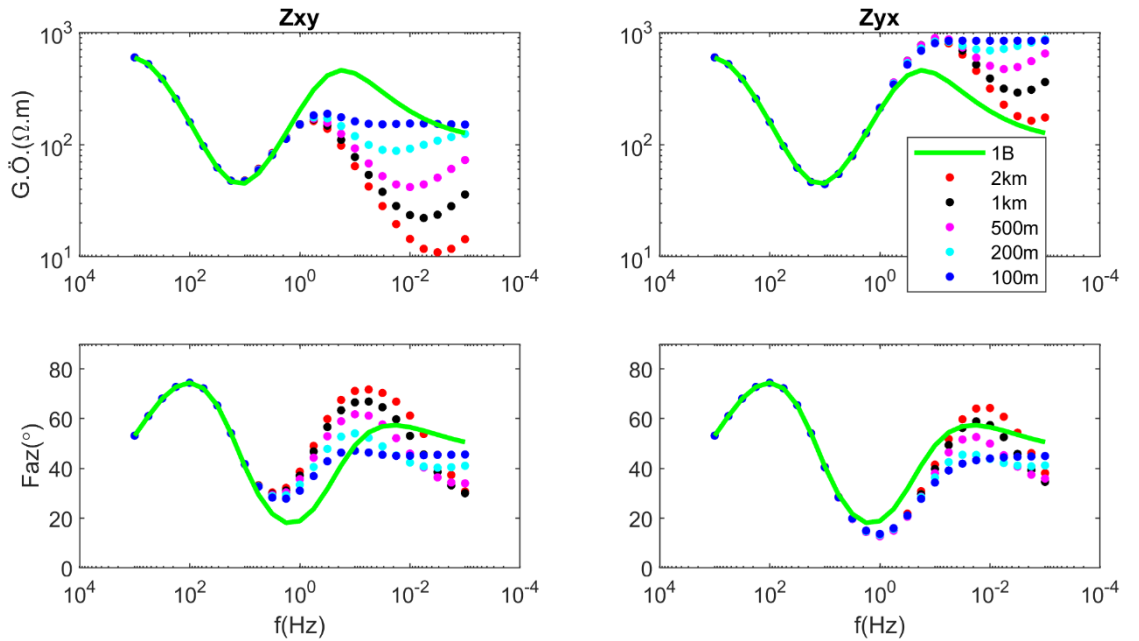
Şekil 6.4 Ada modeli için elde edilen distorsiyon tensörünün bileşenleri frekansa bağlı olarak verilmektedir

Distorsiyon içermeyen veride sanal bileşenlerin sıfır olması gerekir. Gerçek bileşenler ise Cxx ve Cyy için 1 olmalı Cxy ve Cyx için ise 0 olmalıdır. A noktası için faz eğrileri şekil

6.2’de 10Hz civarında bozulmaya başladığı görülmektedir. Şekil 6.4’de ise 10Hz civarında Cxx bileşeninin hem gerçel hem de sanal kısmı distorsiyonsuz değerlerinden sapmaya başlamaktadır. Görünür öz direnç eğrileri ise 1Hz civarında birbirinden ayrılmaya başlamaktadır. Buna bağlı olarak 1Hz civarında distorsiyon tensörünün tüm bileşenleri anomali vermeye başlamıştır.

Bu örnekten görüldüğü üzere deniz etkisini hesaba katmanın iki yolu bulunmaktadır. Birinci yöntem denizi modellemek ve etkisini hesaplanan empedans değerlerinde elde etmektedir. İkinci yöntem ise denizi modellemeden denizin etkisini distorsiyon tensörü ile veriye eklemektir. Sonraki bölümde her iki yöntem ile de ters çözüm yapılacaktır ve bu iki yaklaşımın arasındaki fark görülecektir.

Denize 7km uzaklıkta bulunan A noktası için MT eğrilerindeki bozulma şekil 6.2’de verilmiştir. İkinci testte ise denizin derinliğine bağlı olarak eğrilerdeki kayma miktarına bakılmıştır. Denizin derinleşmesinin eğrilerdeki kaymayı artırıp arttırmadığı gözlemlenmiştir. Model olarak yine şekil 6.1’deki ada modeli aynen kullanılmıştır fakat denizin derinliği değiştirilmiştir. Diğer tabakaların derinlikleri aynen korunarak denizin derinliği 4 farklı derinliğe çekilerek modelin tepkisi hesaplanmıştır. Bu derinlikler 200m, 500m, 1km ve 2km olarak belirlenmiştir. Farklı deniz derinlikleri ile yapılan modellemeler sonucunda elde edilen empedans bileşenleri şekil 6.4’de verilmektedir.

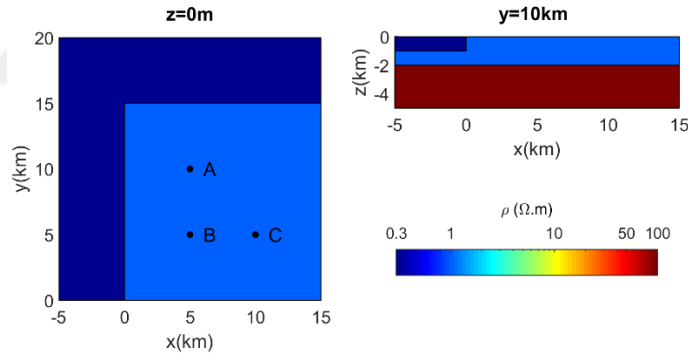


Şekil 6.5 Farklı derinlikteki (100m, 200m, 500m, 1km ve 2km) denizin MT eğrilerindeki etkileri empedansın Zxy ve Zyx bileşenleri için verilmektedir

Şekilde yeşil çizgi ile deniz olmayan durumda elde edilen eğriler verilmektedir. Empedansın Z_{xy} bileşeni için denizin derinliği arttıkça eğrideki kayma düşük frekanslar için artmıştır. Z_{yx} bileşeni için de benzer bir durum vardır. Fakat Z_{xy} bileşeninden farklı olarak 5 farklı deniz derinliğine sahip ortamın tepkisinin 1Hz ile 0.1Hz arasında görünür özdirenç ve faz eğrileri 1B ortamın eğrisinden sapmış fakat birbirlerinden sapmamış bir şekilde ilerledikleri görülmektedir. Buradan Z_{yx} bileşeni için deniz tabakasının artmasına bağlı olarak beklenen sapmaların geciktiği sonucuna varılmıştır. Bu modelleme çalışmasından farklı deniz derinliklerinin eğrilerdeki sapmaları değiştirdiği ve hatta sapma miktarını arttırdığı söylenebilir.

6.2 Yüksek İletkenlikli Yarımada Modeli

Elektromanyetik dalgaların düşük özdirençli yapılarda daha hızlı soğurulduğu deri kalınlığı bağıntısından anlaşılabilir (Denklemler 4.31). Bu sebeple düşük özdirençli yapıların var olduğu bir yarımada modelinin deniz etkisinden nasıl etkilendiği merak edilebilir. Bu sebeple aşağıdaki şekildeki gibi bir model tasarlanmıştır.

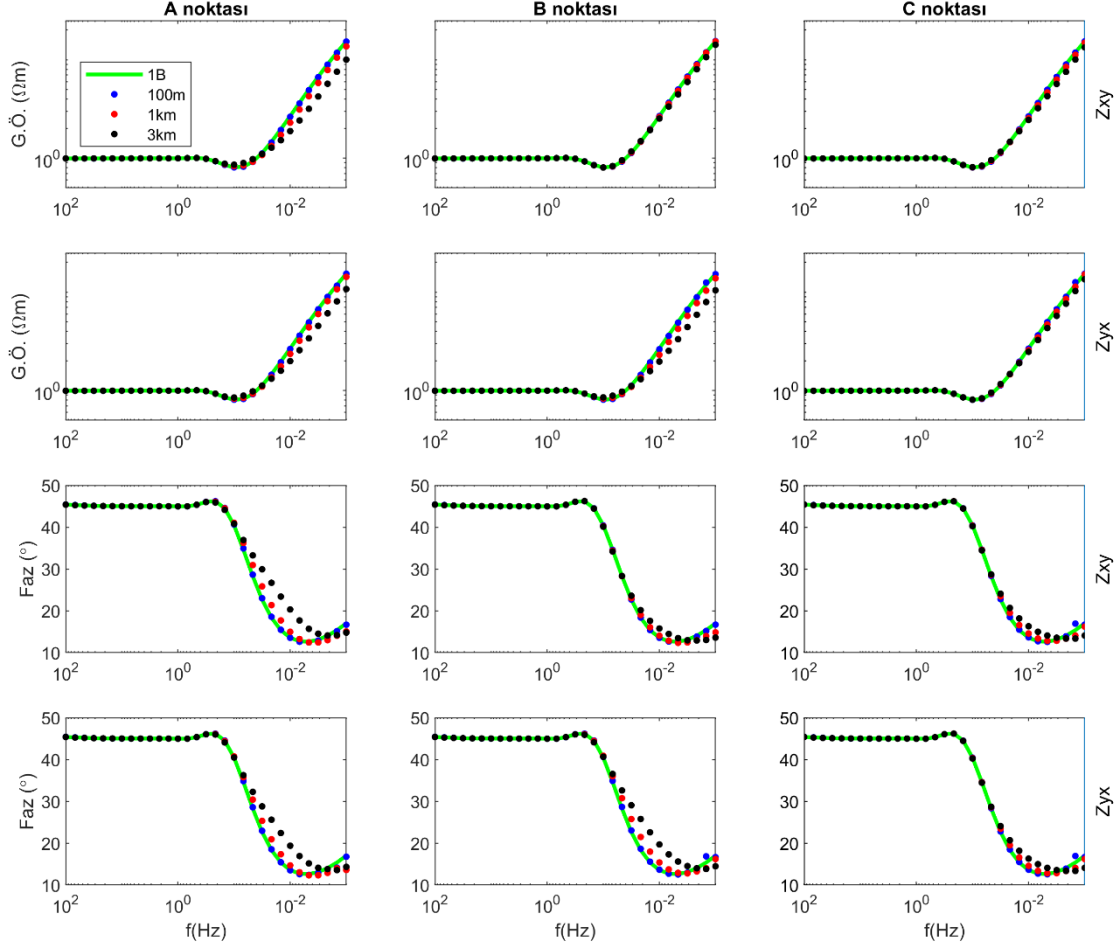


Şekil 6.6 Yarımada modeli. İlk tabaka $1\Omega m$ ve yarı sonsuz tabaka $100\Omega m$ olarak belirlenmiştir. Deniz sahanın kuzeyinde ve batısında konuşlanmaktadır

Modelde iki adet düşey yönde tabaka bulunmaktadır. İlk tabaka $1\Omega m$ ve son tabaka $100\Omega m$ özdirençine sahiptir. Deniz, modelin kuzeyinde ve batısında bulunmakta ve sonsuza kadar uzandığı varsayımı yapılmaktadır. Deniz özdirenç $0.3\Omega m$ ve derinliği şekilde $1000m$ olarak verilmektedir. Modelde A, B ve C harfleri ile verilen üç adet nokta bulunmaktadır. Bu noktalarındaki modelin tepkisi düz çözüm ile hesaplanacaktır.

Modelleme için $100Hz$ ile $0.001Hz$ arasında her logaritmik basamakta 6 frekans olacak şekilde 31 adet frekans seçilmiştir. Modelleme sırasında şekil 6.6'de verilen modeldeki

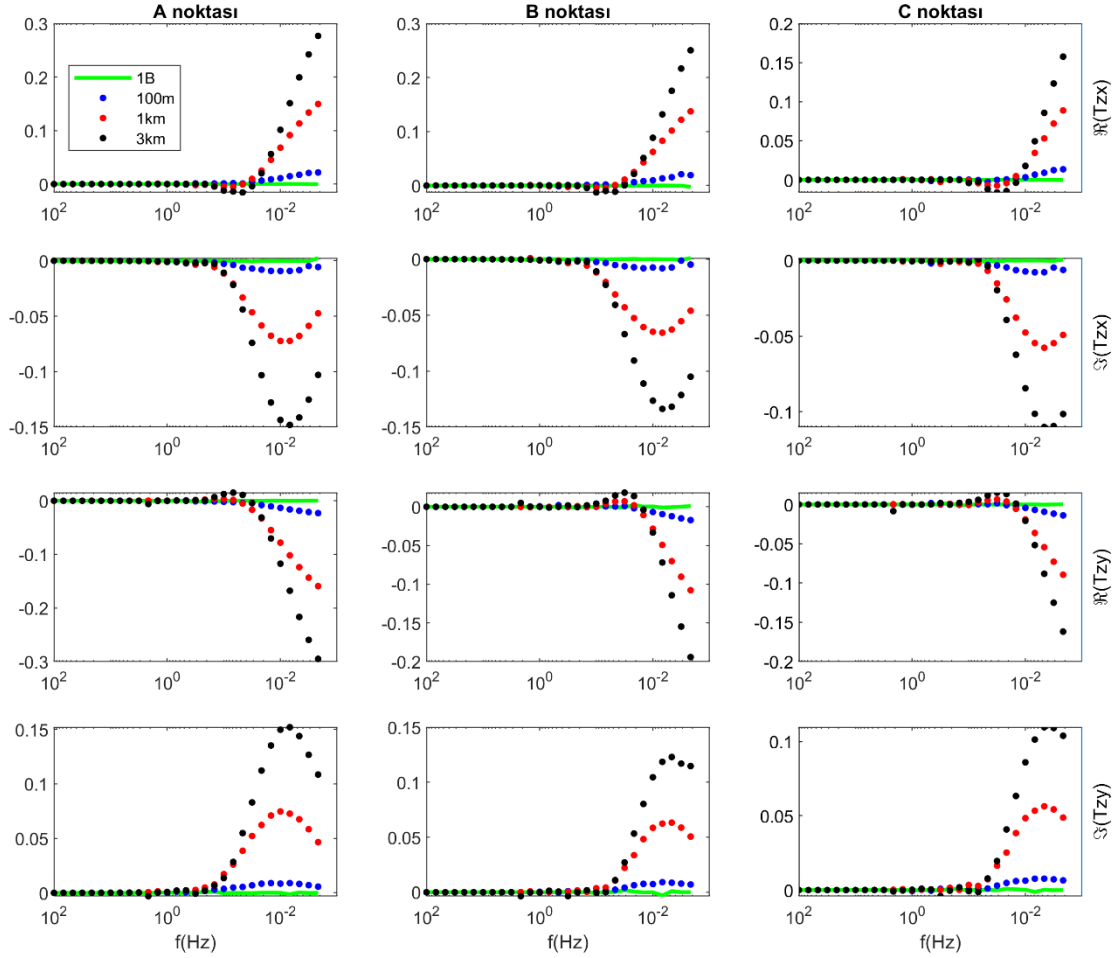
deniz seviyesi 1000m'den 100m'ye ve 3km'ye değiştirilmiştir. Byylelikle farklı derinliklerin modellemeye etkisi gözlemlenmiştir. Aşağıdaki şekilde farklı deniz seviyeleri için empedans verisinin Z_{xy} ve Z_{yx} bileşenleri için sonuçlar görülmektedir.



şekil 6.7 Yarımada modeli için elde edilen empedans bileşenlerinden elde edilen görünür özdirenç ve faz eğrileri

şekilde 1B ile verilen eğriler denizin olmadığı durum için elde edilmiştir. şekil 6.6'de görüldüğü üzere, A noktası hem kuzeyde hem batı yönünde denize 5 km uzaklıktadır. C noktası ise yine aynı yönlerde denize 10 km uzaklıktadır. Yani A noktası C noktasına göre denize daha yakındır. Bu sebepten dolayı deniz seviyesi arttıa A noktası için olan eğrilerde ki bozulmanın daha fazla olduğu görülmektedir. Ayrıca A ve C noktaları için verilen Z_{xy} ve Z_{yx} bileşenleri için eğrilerin Z_{yx} ve Z_{xy} bileşenleri ile olan eğriler ile aynı olduğu gözlemlenmektedir. Buna zıt olarak B noktası için Z_{xy} için olan eğriler Z_{yx} için olan eğrilerle aynı değildir. Bunun sebebi B noktasının batı yönünde denize uzaklığı 5 km iken kuzeydeki uzaklığın 10 km olmasıdır.

Genel olarak empedans eğrilerine bakıldığında sapmanın bir önceki bölümde incelenen ada modeli kadar olmadığı göze çarpmaktadır. Sapmaların empedans verisi için ihmal edilebilir boyutta olduğu düşünülmektedir. Bu sebeple empedans verisine ilaveten bir de MTF verisindeki sapmalar incelenmiştir. Aşağıdaki şekilde sonuçlar verilmektedir.

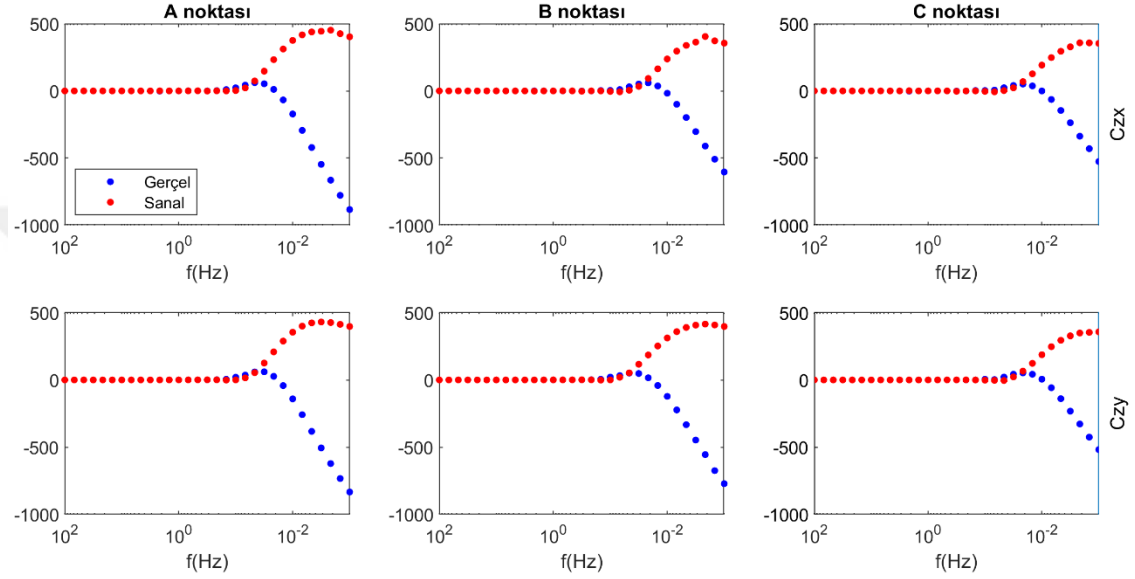


Şekil 6.8 Yarımada modeli için elde edilen MTF verisinin iki bileşeninin de gerçel ve sanal bileşenleri verilmektedir

Şekilde her satırda Tzx ve Tzy bileşenlerinin gerçel ve sanal bileşenleri verilmektedir. 1B durum için MTF verisinin teorik olarak sıfır çıkması gerekir. Deniz etkisi ile düşük frekanslar için eğrilerin sıfırdan saptıkları görülmektedir. Daha derin deniz seviyelerinde görülen anomalilerin belirginleştiği kaydedilmiştir. Özellikle 1km ve 3km deniz seviyeleri için elde edilen ve 0.01Hz frekansında tepe yapan eğrilerin genlikleri yüksektir. Bu sonuçlar, MTF verisi ters çözümde kullanılacaksa eğer deniz etkisinin göz ardı edilmemesi gerektiğini göstermektedir. Buna zıt olarak 100m deniz seviyesi için elde edilen MTF verilerin genlikleri 0.01 civarlarında ölçülmüştür. Diğer iki eğriye göre bu

değer çok küçüktür. Bu da düşük derinlikli su seviyelerinin MTF verisini çok etkilemeyeceğini göstermektedir.

Şekil 6.4’de deniz etkisinin empedans tensörüne etkisinin distorsiyon düzeyi ile temsil edilebileceği gösterilmişti. Şekil 6.9’da ise yarımada modelindeki deniz etkisinin MTF verisine etkisinin distorsiyon düzeyi olarak ifadesi verilmektedir. Distorsiyon tensörü her üç nokta için de 3km derinlikteki deniz için elde edilen MTF verisinden hesaplanmıştır.



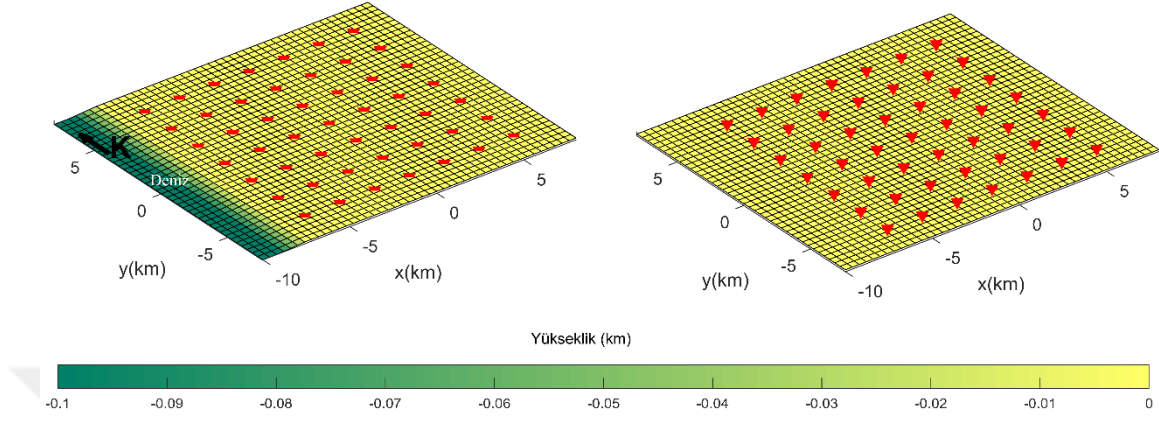
Şekil 6.9 3km derinlikli yarımada modelinden elde edilen MTF verisindeki distorsiyon için hesaplanan distorsiyon yöneyleri

Şeklin ilk satırında MTF yöneyi için olan tanımlanan distorsiyon tensörünün C_{zx} bileşeni görülmektedir. İkinci satırda C_{zy} bileşeni verilmektedir. Mavi renk ile distorsiyon bileşeninin gerçel kısmı kırmızı ile ise sanal kısmı verilmektedir. Distorsiyon içermeyen durumlar için gerçel ve sanal bileşenler sıfır olmalıdır. Şekilde görüldüğü üzere denize daha yakın olan A noktası için eğriler sıfırdan ayrılmaya C noktasına göre daha yüksek frekanslarda başlamaktadır. Aynı zamanda daha büyük genlikli anomaliler denize daha yakın olan A noktası için görülmektedir.

6.3 Sahil Modeli

Deniz etkisinin veriye etkisi önceki bölümlerde modelleme çalışması ile ispatlanmıştır. Bu bölümde ise denizin ters çözümde modellenmesinin ters çözüm sonucuna katkı verip vermediği araştırılacaktır. Bu sebeple bir sahil modeli geliştirilmiştir. Bu modelin yüzeyi şekil 6.10’de verilmektedir. Sol şekilde düz çözümde kullanılacak yüzey görülmektedir.

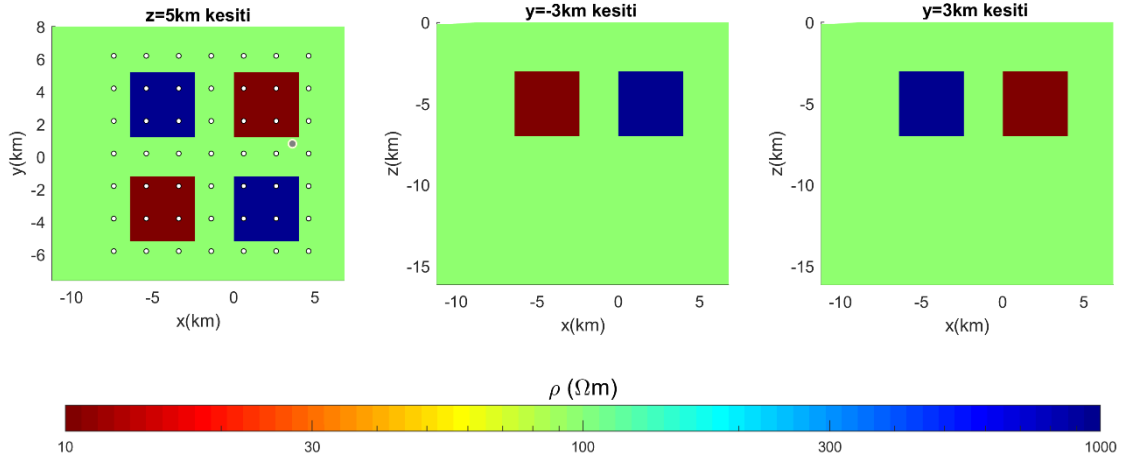
Yeşil renkli bölüm 100 metre derinliğindeki denizi ifade etmektedir. Sağ taraftaki şekilde ise deniz yoktur.



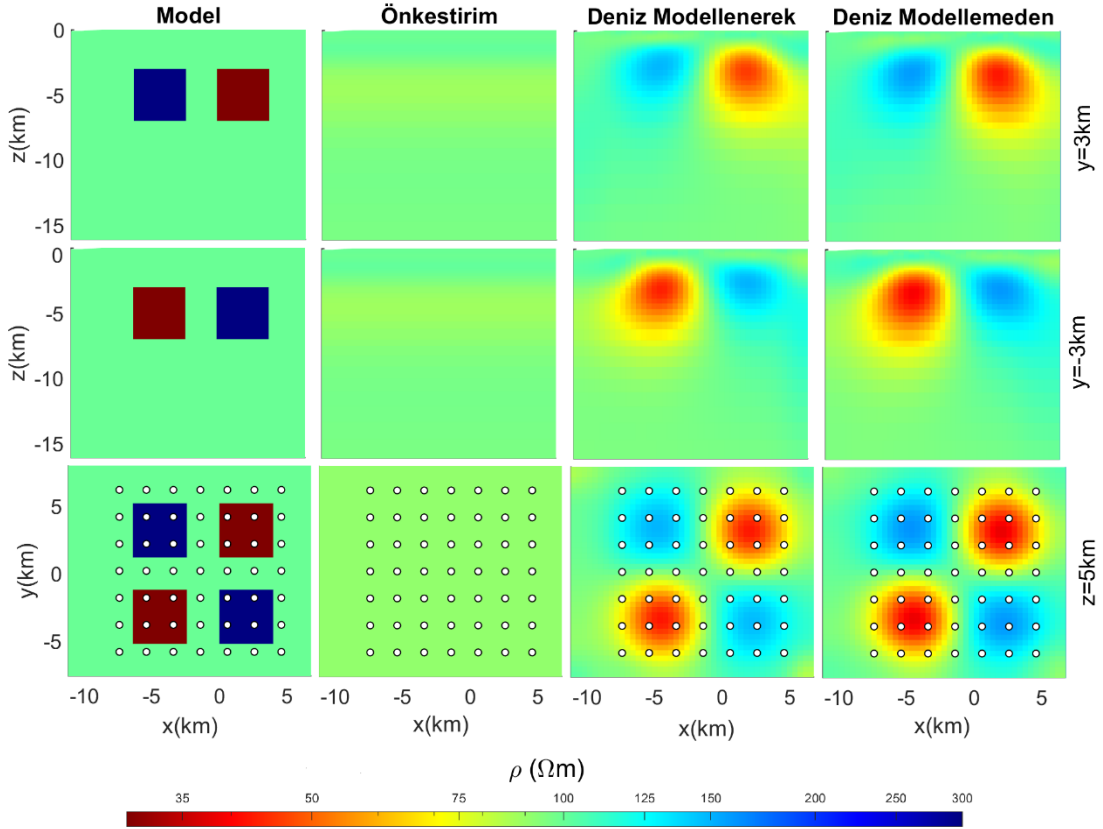
Şekil 6.10 Soldaki şekilde düz çözümün gerçekleştirildiği deniz modelinin yüzeyi görülmektedir. Sağ şekilde ise denizin modellenmediği ters çözümde kullanılacak yüzey verilmektedir

Şekil 6.11’da düz çözümü hesaplanan model görülmektedir. Modelde dört adet anomali bulunmaktadır. Her anomali x, y ve z yönünde 4 km uzunluğundadır. Her biri yeraltında 3 km derinliğe yerleştirilmiştir. Yüzeydeki modelin solunda bulunan ve sonsuza gittiği varsayılan denizin derinliği 100m’dir. Arkaplan öz direnci $100\Omega m$ olarak belirlenmiştir. Böylelikle deniz etkisinin alıcılara etki edeceği garantilenmiştir. Model, sınır blokları dışında x, y ve z yönünde sırasıyla 45 39 ve 83 adet blok içermektedir. Sınır bloklarıyla beraber blok sayıları x, y ve z yönünde 73, 67 ve 110 adet bloka çıkmaktadır.

Denizi de içerecek şekilde oluşturulan model kullanarak 100Hz ile 0.001 Hz arasındaki her logaritmik basamaktan 4 frekans seçerek ve toplamda 21 adet frekans kullanarak modelin tepkisi hesaplanmıştır. Elde edilen empedans ve MTF değerlerine %2 kadar gaussian gürültü eklenmiştir. Sonrasında ise ters çözüme geçilmiştir. Ters çözüm için iki farklı yüzey bilgisi kullanılmıştır. Birincisinde şekil 6.10’de solda görülen denizin modellendiği yüzey ile ters çözüme gidilmiştir. İkincisinde ise deniz modellenmemiş ve düz bir topografya varsayımı ile ters çözüm gerçekleştirilmiştir. Her iki ters çözüm için de empedans ve MTF verilerinin birleşik ters çözümü yapılmıştır. Aynı zamanda ikisinde de karmaşık ve frekans bağımlı distorsiyon tensörü tanımlanmış ve parametre olarak kestirilmiştir. Elde edilen sonuçlar şekil 6.11’da verilmektedir.



Şekil 6.11 Sahil modeli için kesitler, soldaki kesit $z=5\text{km}$ için ortadaki kesit $y=3\text{km}$ için sağdaki kesit $y=-3\text{km}$ için verilmektedir. Beyaz noktalar alıcıları temsil etmektedir



Şekil 6.12 İlk kolonda bir boyutlu ters çözüm sonucu elde edilen ilk parametre değerleri verilmektedir. İkinci ve üçüncü kolonlarda denizin modellenmesi ile ve modellenmeden elde edilen ters çözüm sonuçlarıdır

Denizin modellendiği durumda, ters çözüm 21 adımda sonuca ulaşmıştır. nRMS değeri ters çözümün başındaki 0,49 değerinden ters çözümün sonunda 0,078'e düşmüştür. Denizin modellenmediği durumda ise ters çözüm 27 adımda bitmiştir. Son nRMS değeri

olarak 0,084 değerine ulaşılmıştır. Çıkan görsellere bakıldığında iki sonuç arasında ciddi bir fark yoktur denebilir. İki ters çözümde de modeldeki iletken yapılar daha belirgin şekilde kestirilmiştir. Yalıtkan yapılar ise gerçek değerinden daha uzak bir değerde bulunmuştur fakat hem iletken hem de yalıtkan yapıların yerleri doğru bir şekilde saptanabilmiştir.

6.4 Bölümün Genel Değerlendirmesi

Bu bölümde 3 adet sentetik veri ile deniz etkisinin manyetotellürik veriye etkisi araştırılmıştır.

İlk olarak bir ada modeli ile deniz etkisinin empedansa etkisi araştırılmıştır. Ölçü alınan noktanın denizden uzaklığına göre deniz etkisinin belirli bir frekansta başladığı ve daha düşük frekanslara doğru görünür öz direnç ve faz eğrilerinde daha belirgin kaymalara sebep olduğu görülmüştür. Kaymanın ilk başta fazları etkilediği sonrasında ise görünür öz dirençlerin etkilendiği kaydedilmiştir. Deniz tabakasının kalınlığının artmasının sapmaları arttırdığı görülmüştür.

İkinci model olarak, yüksek iletkenlikli yapılardaki deniz etkisi araştırılmıştır. Bunun için, ilk yatay tabakası yüksek iletkenlikli bir yarımada modeli üretilmiş ve düz çözüm ile deniz etkisi araştırılmıştır. Yüksek iletkenlikli yapıların elektromanyetik dalgaları daha iyi soğurduğu bilindiği üzere, deniz etkisinin empedans üzerindeki etkisinin önceki modele göre çok daha sınırlı olduğu sonucuna varılmıştır. Bunun üzerine bir de MTF verisindeki etkilere bakılmıştır. MTF verisindeki etkilerin çok derin deniz seviyeleri için çok belirgin olduğu sonucuna varılmıştır. Fakat 100m gibi sığ su yapılarının etkisinin yine çok kısıtlı olduğu gözlemlenmiştir.

Bölümün sonunda, bir sahil modeli yaratılmış ve deniz etkisinin ters çözüme olası etkileri incelenmiştir. Bunun için deniz etkisi altında bir düz çözüm verisi oluşturulmuş ardından bu veri ters çözümde deniz modellenerek ve modellenmeyerek kullanılmıştır. Elde edilen ters çözüm sonuçları birbirine çok benzer çıkmıştır. Bunun sebebi deniz etkisinden olumsuz yönde etkilenen frekansların düşük frekanslar olmasıdır. Düşük frekansların ise gerçekte sondaj yapılabilecek derinlikler düşünüldüğünde ve jeotermal sistemlerin araştırıldığı ilk 10-20km derinliğin çözümüne etkisinin düşük olmasıdır. Bir başka deyişle deniz etkisiyle bozulmamış yüksek frekanslar ilk 10km'ye çok daha duyarlı iken düşük

frekanslı ve deniz etkisinden etkilenmiş dalgaların ilk 10 km'ye duyarlılığının daha az olmasıdır. Bu sebepten dolayı eğer ilk 10-20km'lik bir araştırma yapılıyorsa eğer deniz etkisinin ters çözüme etkisinin sınırlı olduğu varsayımı, yapılan çalışmanın sonuçları dikkate alınır, yapılabilir. Öte yandan distorsiyon tensörünü karmaşık ve frekans bağımlı olarak tanımlamanın deniz etkisini giderebileceği de saptanmıştır.



7. ARAZİ VERİSİ KULLANARAK TERS ÇÖZÜM

Bu bölümde geliştirilen ters çözüm algoritmasının gerçek arazi verisi ile test edilmiştir. Arazi verisi, Aydın ilinin Söke ilçesinde jeotermal arama amaçlı toplanmıştır. İzleyen bölümde ölçülen verilerin 3B ters çözümü sonuçları önceden yapılmış 2B ters çözüm sonuçları ile karşılaştırılmış ve bölgenin jeoloji verisi kullanılarak yorumlanmaya çalışılmıştır.

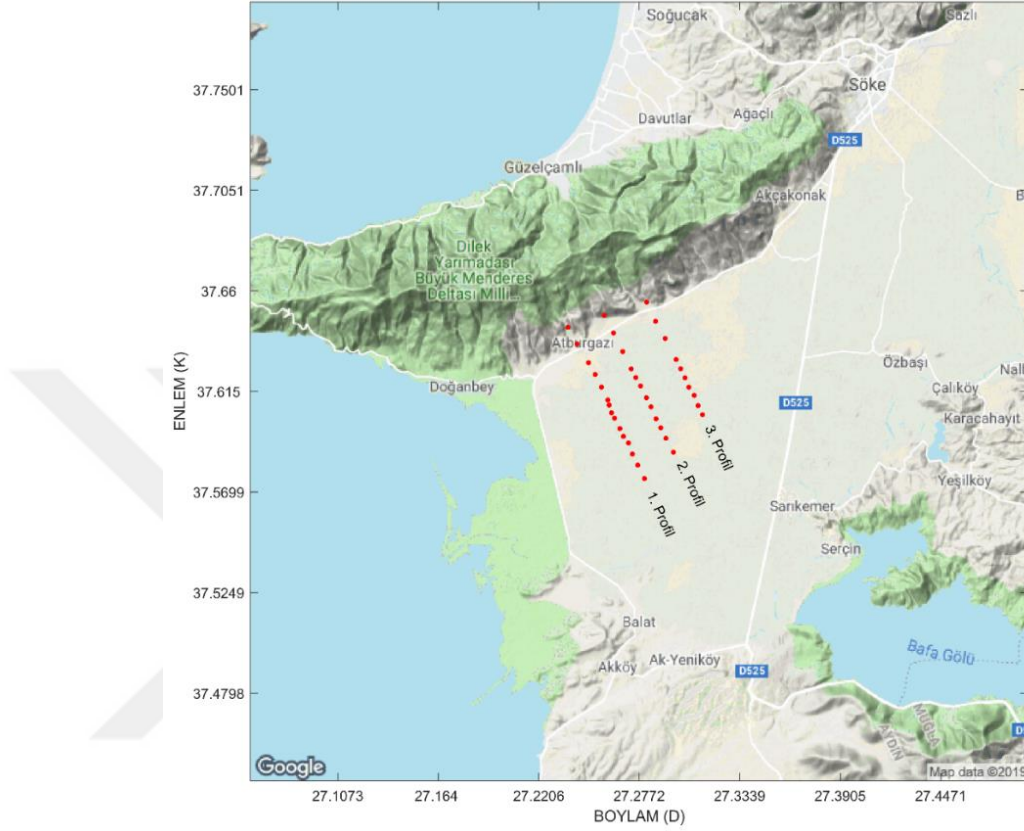
7.1 Aydın Söke Verisi

Manyetotellürik veriler Söke ilçesinde birbirine paralel hat boyunca toplam 37 MT istasyonunda ölçülmüştür. İstasyonların buldukları nokta itibari ile denize olan uzaklık yaklaşık 8km'dir. Ölçü sahasının güneydoğusunda 13km uzaklıkta Bafa Gölü olduğu görülmektedir. Veri toplanan sahanın kuzeyinde Dilek yarımadası bir yükselti olarak görülmektedir. MT istasyonları yaklaşık deniz seviyesinden 5 metre yükseklikte Söke ovası üzerinde kalmaktadır. Ölçülen verilerin zaman serisi analizi sonunda 100 Hz ile 0.0034 Hz frekans aralığında toplam 33 frekans için MT empedans tensörü ve MTF yöneyi elde edilmiştir.

7.2 Bölgenin Jeolojisi

Ölçü alınan nokta Büyük Menderes Grabeni üzerindedir. Büyük Menderes Grabenin stratigrafisi Şen ve Seyitoğlu (2009) ve Çiftçi vd. (2011) tarafından verilmiş ve Uzel vd. (2017) tarafından bölgenin diğer yapıları ile beraber derlenmiştir. Bu çalışmalardan özetle, Büyük Menderes Grabeni için en üst katmanda alüvyon Holosen devirde birikmiştir. Onun altında Pliosen yaşlı Asartepe formasyonu bulunmaktadır. Asartepe formasyonu akarsu ortamında çökelmiş çakıllı konglemera, kumtaşı kıltaşı gibi kayaçların ard arda gelmesi ile oluşmaktadır. Asartepe formasyonunun altına ise Miyosen yaşlı Gökkıranstepe formasyonu gelmektedir. Bu formasyonda kumtaşı çakıltaşı ve çamurtaşı gibi birimlerin ardalanması bulunmaktadır. Temel kayacın üstünde ise Hasköy formasyonu bulunmaktadır. Bu formasyonda konglamera kumtaşı çamurtaşı ve kömür katmanları bulunmaktadır. En altta Paleozoyik-Mesozoik yaşlı menderes masifi metamorfik kayaç olarak görülmektedir. Bu kayaçta mermer ve şist ardalanması onun altında ise metamorfizma geçirmiş gnays ve kuvarsitler görülmektedir. Büyük menderes

grabenin litostratigrafik kolon kesitinin özeti Şekil 7.2’de Kırhan (2016)’dan alınarak verilmiştir.



Şekil 7.1 Aydın Söke’de toplanan MT verisinin haritadaki yeri ve 37 adet MT istasyonunun yeri kırmızı nokta ile gösterilmektedir

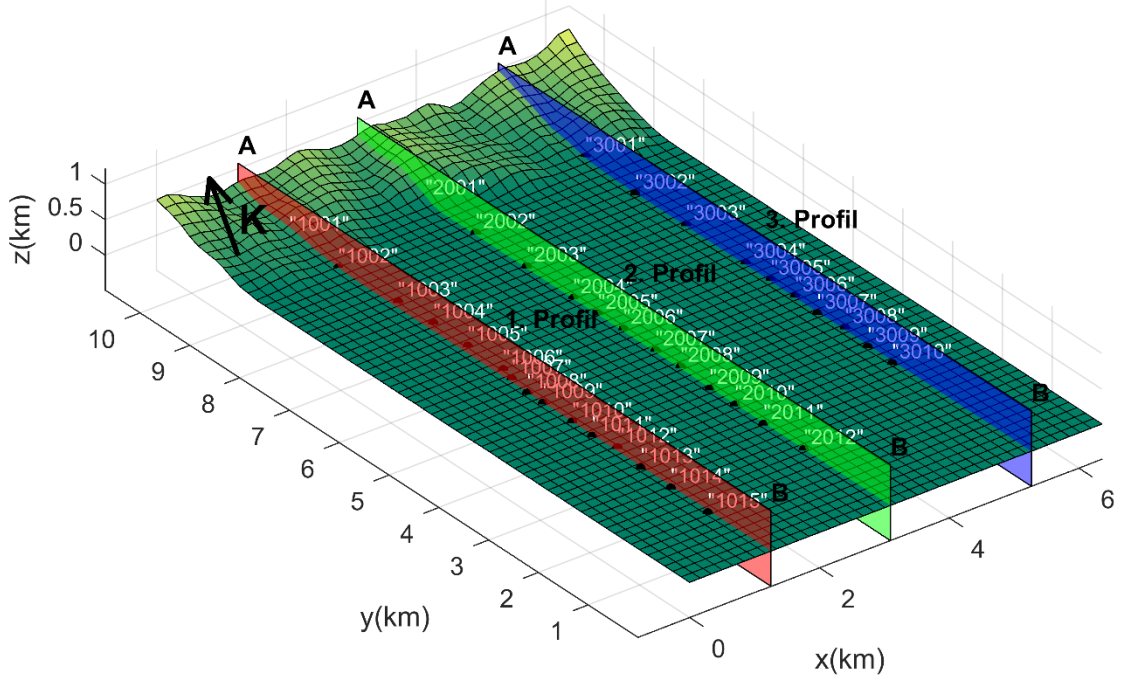
Kaba bir tabirle çalışma alanının en az ilk 500 metresi alüvyon olarak tanımlanmaktadır. Ardından gelen 2.5km’lik bölüm ise sedimanter kayalardan oluştuğu söylenebilir. Temel kayaç ise metamorfiktir. Çalışma alanı tamamen ayrılmamış kuvaterner havza üzerindedir (Şekil 7.1). Sadece 1001, 2001 ve 3001 noktaları Meryemana formasyonuna ait, Paleozoik yaşlı mermer ve şist (Pzm) temel üzerindedir (Çakmakçoğlu, 2007).

Şekil 7.3’de bölgenin jeolojisi verilmektedir. Gri renk Büyük Menderes Grabenini ifade göstermektedir ve alüvyon yüzey jeolojisini oluşturmaktadır. Kırmızı renk ile Menderes Çekirdek Kompleksi verilmektedir. Kuzeyde Dilek Yarımadası bulunmaktadır ve kahverengi ile Kikladik Çekirdek Kompleksi temsil edilmektedir. Konak ve Şenel (2002) tarafından bölgenin daha geniş bir haritası ve bölgenin yüzey kayaçları verilmektedir.

7.3 Verinin Ters Çözümü

Ters çözüm için kullanılan model ağı x, y ve z yönünde sırasıyla 38, 64 ve 69 adet blok içermektedir. Düz çözüm için sınır blokları eklenince blok sayıları sırasıyla 66, 92 ve 97 adet bloğa çıkmaktadır. Buna bağlı olarak düz çözümde toplam bilinmeyen sayısı 2.3M'dur. Ters çözümde ise toplam 167.808 adet iletkenlik parametresi çözülmüştür. Topoğrafyayı temsil edebilmek için ağın yaklaşık %19'i esnetilmiştir bu sebeple ağın %19'i SE ile çözülmektedir. Ölçü alınan bölgenin denize uzaklığı yaklaşık 8 km olduğu bilindiği için distorsiyon tensörü karmaşık ve frekans bağımlı olarak tanımlanmıştır. Bu sebeple ek olarak 11928 adet distorsiyon tensörü için parametre tanımlanmış ve ters çözümde kestirilmiştir.

Ters çözüm, eldeki empedansın 4 bileşeni ve MTF verisinin beraber veri olarak kullanılması ile gerçekleştirilmiştir. Ters çözüm için hazırlanan yüzey topoğrafyası şekil 7.4'de MT istasyonları ile birlikte görülmektedir. Eldeki istasyonlar görselleştirmenin kolaylaştırılması açısından üç adet profil olarak gruplandırılmıştır. Ters çözüm 58 yinelemede, 0.65 nRMS değeri ile elde edilmiştir.



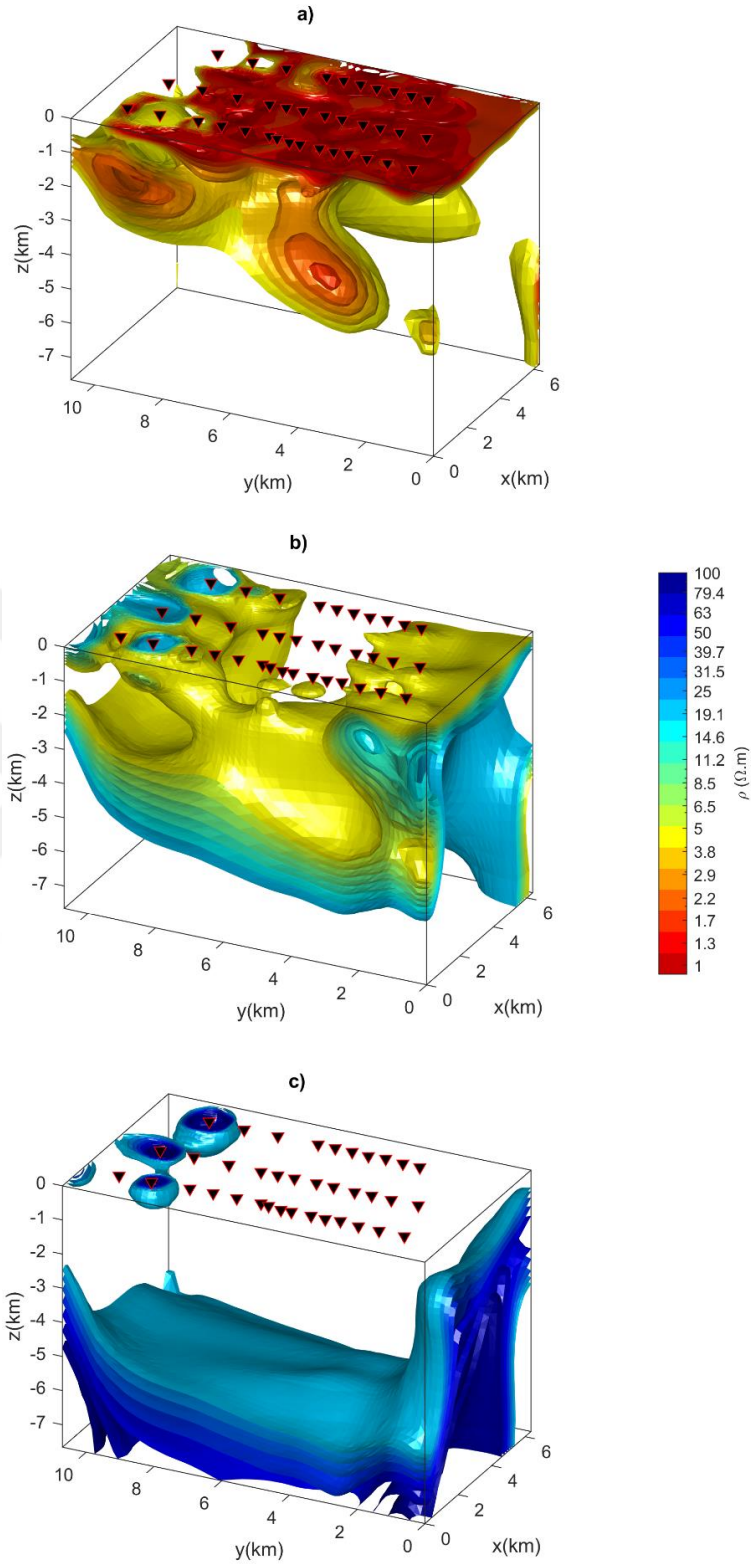
Şekil 7.4 Söke verisinin ters çözümü için kullanılan yüzey ve ayrıklaştırması verilmektedir. İstasyonlar siyah nokta ile gösterilmektedir. İstasyonların isimleri beyaz font ile yazılmıştır

Ters çözümün sonucunda 3B öz direnç modeli elde edilmiştir. Bu model farklı öz direnç aralıkları için eş yüzeyler geçirilerek sunulmuştur (Şekil 7.5).

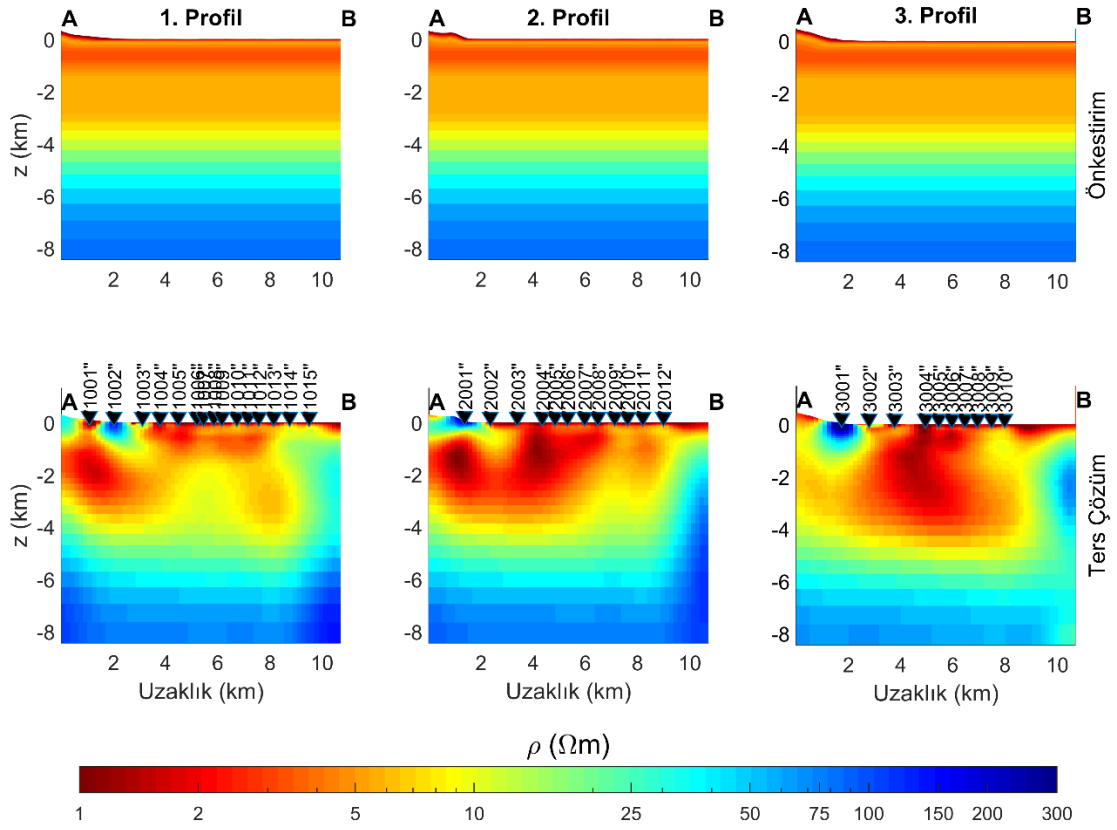
Elde edilen 3B öz direnç modelinden, 3 MT ölçü doğrultusu için xz-kesitleri çizilmiştir (Şekil 7.6.). Bu şekilde ilk satırda verilen öz dirençler haritaları verinin 1B ters çözümü ile elde edilen başlangıç modelidir. Altında ise ters çözüm sonucunda elde edilen model görülmektedir. Bu modelde ilk göze çarpan, ilk 4 km'ye kadar olan kısımda düşük öz dirençli bir sediman tabakası olduğudur. Modelde A noktalarının olduğu bölüm Dilek yarımadasının başladığı bölümlerdir. Bu sebeple A noktasına yakın kısımlarda yüksek öz dirençli yapılar göze çarpmaktadır. Profillerin B noktası tarafında ise yine yüzeye yakın yüksek öz dirençli bir yapı olduğu görülmektedir.

Her doğrultu için MT verilerinin iki boyutlu ters çözümü Candansayar (2008) tarafından geliştirilen algoritma ile yapılmıştır. Elde edilen 2B ve 3B ters çözüm sonuçları karşılaştırılmıştır (bkz. Şekil 7.6 ve 7.7). MT verilerinin 2B ve 3B ters çözüm sonuçlarının ayrıntılı bir çalışması Erdoğan ve Candansayar (2017) tarafından verilmiştir.

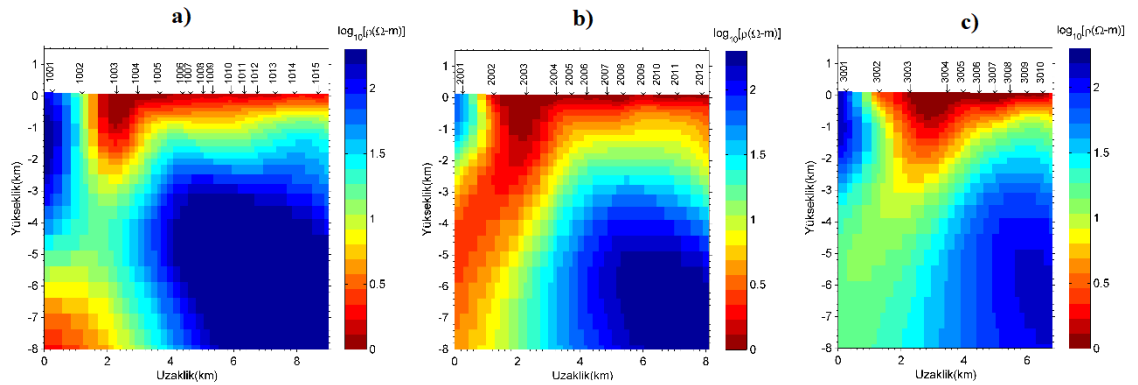
Erdoğan ve Candansayar (2017)'in çalışmasında, 2B ters çözümün, yapı alt sınırlarını 3B ters çözüme göre daha geniş ve yuvarlatılmış olarak bulduğu yapay veri ve arazi verileri ile gösterilmiştir. Yanal yöndeki öz direnç sınırlarını da 3B ters çözüme göre benzer fakat daha yuvarlatılmış olarak bulduğunu göstermişlerdir. Bu çalışmada da önceki çalışmanın sonuçları göz önünde bulundurularak karşılaştırma yapılmıştır. MT verilerinin 2B ve 3B ters çözümlerin her ikisinde de yüzeyde çok iletken ($\rho < 10 \Omega m$) bir tabaka görülmektedir. Ancak bu tabaka kalınlığı 3B ters çözümde, 2B ters çözüm sonucuna göre daha kalın görülmektedir. Derindeki yalıtkan temel birim her iki ters çözümde de görülmektedir. Ancak 3B ters çözüm sonuçlarında bu temel daha derinde ve daha düşük öz direnç sahip olarak elde edilmiştir. Bunun sebebi başlangıç modelinin tabakalı seçilmiş olmasıdır.



Şekil 7.5 Aydın, Söke de ölçülen arazi verilerinin 3B ters çözüm sonucu bulunan öz direnç modelinin farklı öz direnç aralıkları ile eş yüzey (isosurface) şeklinde 3B görünümü: a) $\rho < 5 \Omega m$, b) $5 \Omega m < \rho < 25 \Omega m$, c) $\rho > 25 \Omega m$. Üçgen ile MT istasyonları verilmektedir



Şekil 7.6 Söke verisinin ters çözümü sonucu elde edilen üç boyutlu modelinde, ölçü doğrultularını temsil eden x-z kesitleri. İlk satırda başlangıç modeli ve sonraki satırda ters çözüm sonucu elde edilen öz direnç modelleri x-z kesitleri



Şekil 7.7 Her doğrultudaki verinin ayrı ayrı 2B ters çözümü sonucu elde edilen öz direnç modelleri: (a) Doğrultu 1, (b) Doğrultu 2, (c) Doğrultu 3 (Candansayar, 2011)

Tüm profiller için $1\Omega m$ öz direncindenki iletken bir yapının 4 km derinliğe kadar gittiği görülmektedir. İletken yapıdan sonra yalıtkan bir yapının 4. km'den itibaren başladığı görülmektedir. Bu yapının jeolojiye paralel olarak yorumladığımızda metamorfik temel

kayaç olduğu düşünölmektedir. Profillerin B ucunda ya da başka bir değişle çalışma arazisinin güneyinde mavi renk ile gösterilen temel kayacın 2 km derinliğe kadar çıktığı görölmektedir. Elde edilen sonuçlar jeolojiye uygun olarak bulunmuştur. Yapılan ters çözümün başarılı olduğu yorumu yapılabilir.



8. SONUÇLAR

Elektromanyetik dalga denklemleri için çözülen kısmi diferansiyel denklem en yaygın olarak doğrudan elektrik alan yaklaşımıdır. Aynı zamanda elektrik alanın ayrıklaştırılması ile manyetik vektör ve skaler potansiyel yaklaşımı da elde edilebilir. Bu yaklaşımın bir avantajı da doğrudan elektrik alan formülasyonunun çözümünde ilaveten uygulanması gereken diverjans düzeltmesinin doğrusal denklem takımının içine dahil edilmesidir. Bu karşılaştırma sonucu manyetik vektör ve skaler potansiyel yaklaşımının ('ungauged') uygulamasının doğrudan elektrik alan yaklaşımına göre daha kolay ve çözümünün daha hızlı olduğu gösterilmiştir.

Manyetik vektör ve skaler potansiyel yaklaşımına ek olarak bu yöney ve potansiyeller arasında bir ilişki tanımlayan Coulomb ve Lorenz gauge yaklaşımları da incelenmiştir. Ayrıca literatürde manyetotellürük düz çözüm bağlamında daha önce kullanılmamış olan axial gauge ilişkisi tanımlanmış ve düz çözümde kullanılmıştır. Bu yaklaşımın manyetik vektör ve skaler potansiyel yaklaşımından sonra en hızlı yaklaşım olduğu bulunmuştur. Ek olarak bu yaklaşımdan elde edilen katsayı dizeyinin diğer yaklaşımlara nazaran en az girdiye sahip olduğu görülmüştür. Bunun önemi denklem takımının yinelemeli yöntemler yerine doğrudan yöntemler ile çözülmek istenmesi durumunda hızla olumlu olarak etkimesi olacaktır.

Bu tez çalışmasında MT yöntemde 3B modellemede beş farklı formülasyon için 3B düz çözüm yapan bir sonlu farklar algoritması geliştirilerek karşılaştırılmıştır. Yukarıda özeti verilen sonuçların anlatıldığı bir makale yayınlanmıştır (Varılsüha ve Candansayar, 2018).

MT verilerinin 3B düz çözümünde kullanılacak en uygun kısmi diferansiyel denklem belirlendikten sonra, sonlu farklar ve sonlu elemanlar ile düz çözümün doğruluğu ve çözüm hızı araştırılmıştır. Sonlu farkların sonlu elemanlara göre daha hızlı çözüm ürettiği bilinmektedir. Sonlu elemanlar yönteminin ise karmaşık modellerin tanımlanması ve özellikle yüzey topoğrafyasının kolayca modelde tanımlanması bakımından sonlu farklara göre daha avantajlı olduğu bilinmektedir. Bu tez çalışması kapsamında her iki sayısal çözüm yönteminin avantajlarını birleştirmek için bu iki sayısal çözüm yönteminin birlikte kullanıldığı yeni bir 3B melez düz çözüm algoritması geliştirilmiştir. Bu

geliştirilen algoritma, sonlu elemanlardan daha hızlı ve sonlu farklara göre karmaşık modellerin daha kolay tanımlanabildiği bir algoritmadır.

Tezin son aşamasında, tezin ana konusu olan MT verilerinin 3B hızlı ters çözünü yapan yeni bir algoritma geliştirilmiştir. Algoritma MATLAB da geliştirilmiştir. Algoritmanın literatürde kullanılan algoritmalarından temel farkı, kuramsal veri ve kısmi türevler düzeyinin hesabını melez düz çözüm algoritması ile yapması ve topoğrafyalı ters çözüm yapılabilmesidir. Ayrıca geliştirilen algoritma, empedans tensörü, MTF (veya Tipper) yöneyini, faz tensörünü ve faz yöneyi verilerini ayrı ayrı ve birleşik ters çözümünü yapabilmektedir. Manyetotellürik veride sıkça karşılaşılan distorsiyon probleminin çözümü için distorsiyon tensöründeki parametrelerde ters çözüm ile belirlenebilmektedir. Tüm veri gruplarının ters çözümünde distorsiyon parametreleri de özdirence ek olarak parametre olarak çözülebilmektedir. Distorsiyonun dikkate alınmadığı durumlarda kestirilen modelin gerçek modelden saptığı ve veriye çakışmanın zorlaştığı gözlemlenmiştir. Geliştirilen algoritmada manyetik transfer fonksiyonu ile empedansın birlikte kullanımının daha belirgin anomaliler verdiği gözlemlenmiştir.

Üç boyutlu elektromanyetik problemlerin ters çözümü yüksek hesaplama gücü gerektirmektedir. Hesaplama gücünün yanında bol miktarda bellek gereksinimi oluşmaktadır. Bu sebeplerle bu çalışmada GPU ekran kartları kullanılmıştır. Birden fazla ekran kartının kullanılması problemlerin çözümünü daha da hızlandırmaktadır. Bu çalışmada kullanılan dört adet ekran kartı ile yapılan hesaplamalar işlemci ile yapılan paralel hesaplama göre çözümü üç-dört kat hızlandırmıştır. Hızlanmanın büyüklüğü kullanılan işlemci ve ekran kartlarının gücüne göre değişiklik gösterebilmektedir. Bu hız farkı veri ve parametre sayısı ile frekansa bağlı olarak da değişkenlik gösterebilir. Fakat birden fazla çekirdek kullanmak yerine birden fazla ekran kartı kullanmanın işlem zamanını azalttığı görülmektedir.

Manyetotellürik verilerin deniz kıyılarına yakın noktalarda toplandığı durumlarda oluşan deniz etkisi bu tez kapsamında da araştırılmıştır. Denize 10 km ve daha yakın olan istasyonlarda ve özellikle düşük frekanslarda deniz etkisinin hem görünür özdirenci hem de fazı etkilediği gösterilmiştir. Verideki faz bilgisinin görünür özdirenci bilgisine göre daha yüksek frekanslarda etkilenmeye başladığı belirlenmiştir. Buna karşılık deniz etkisinin frekans bağımlı ve karmaşık bir distorsiyon tensörü ile temsil edilebileceği ve

buna bağlı olarak böyle tanımlanmış bir distorsiyon tensörü ile deniz modellemesi yapılmadan deniz etkisinin giderilebileceği yapay veri ile gösterilmiştir. Denizin modellendiği ve modellenmediği iki durum için de ters çözüm yapıldığında elde edilen sonuçların ilk 10 km derinlik için çok benzer olduğu görülmüştür. Ancak deniz derinliğinin büyük olması durumunda deniz etkisi özellikle düşük frekanslarda veriyi aşıı bozmaktadır. Dolayısıyla derin kabuk ve tektonik araştırmalarda deniz etkisinin mutlaka göz önünde bulundurulması gerekmektedir.

Geliştirilen ters çözüm algoritması sentetik verilerle test edildiği gibi aynı zamanda bir arazi verisi ile de sınanmıştır. Aydın'ın Söke ilçesinde toplanan arazi verisinin ters çözümü sonucu elde edilen model, 2B ters çözüm ile karşılaştırılmıştır. 2B ve 3B ters çözüm farklılıkları gösterilmiştir. Bölgenin jeoloji bilgisi kullanılarak olası sedimanter kalınlığı ve fay bölgeleri belirlenmiştir.

KAYNAKLAR

- Alumbaugh D. L., Newman, G. A., Prevost, L. and Shadid, J. N. 1996. Three-dimensional wideband electromagnetic modeling on massively parallel computers: *Radio Science*, **31**, 1-23.
- Anjam, I., Valdman, J. 2015. Fast MATLAB assembly of FEM matrices in 2D and 3D: Edge elements, *Applied mathematics and Computation*, **267**, 252-263.
- Ansari, S., Farquharson, C.G. 2014. 3D finite-element forward modeling of electromagnetic data using vector and scalar potentials and unstructured grids, *Geophysics*, 79(4), E149-E165.
- Aruliah, D.A., Ascher U.M., Haber E., Oldenburg D. 2001. A method for forward modelling of 3D electromagnetic quasi-static problems, *Math. Models Methods Appl. Sci.*, 11 , 1-21
- Avdeev, D. and Avdeeva, A. 2009. 3D magnetotelluric inversion using a limited-memory quasi-Newton optimization, *Geophysics*, vol. 74, p. F45-F57.
- Avdeeva, A., Moorkamp, M., Avdeev, D., Jegen, M., Miensopust, M. 2015. Three-dimensional inversion of magnetotelluric impedance tensor data and full distortion matrix, *Geophysical Journal International*, 202, 464-481.
- Baba, K. and Chave, A.D. 2005. Correction of seafloor magnetotelluric data for topographic effects during inversion, *Journal of Geophysical Research*, 110, B12105.
- Baba, K., Tada, N., Utada, H., Siripunvaraporn, W. 2013. Practical incorporation of local and regional topography in three-dimensional inversion of deep ocean magnetotelluric data, *Geophysical Journal International*, 194, 348-361.
- Badea, E.A., Everett, M. E., Newman, G. A. and Biro, O. 2001. Finite-element analysis of controlled-source electromagnetic induction using Coulomb-gauged potentials: *Geophysics*, 66, 786-799.
- Bahr, K. 1988. Interpretation of the magnetotelluric impedance tensor: regional induction and local telluric distortion, *Journal of Geophysics*, 62, 119-127.
- Berdichevsky, M. and Dmitriev, V. 1976. Basic principles of interpretation of magnetotelluric sounding curves, in *Geoelectric and Geothermal Studies*, KAPG Geophysical Monograph, 165–221, ed. Adam, A., Akademiai Kaido, Budapest, Hungary.
- Booker, J.R. 2014. The magnetotelluric Phase Tensor: A Critical Review, *Survey Geophysics*, 35, 7-40.
- Bossavit, A. 1999. On the Lorenz gauge, *COMPEL*, 18, 323-336.
- Brown, C. 2016. Magnetotelluric tensors, electromagnetic field scattering and distortion in three-dimensional environments, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 121, 7040-7053.
- Cai, H., Xiong, B., Han, M., Zhdanov, M. 2014. 3D controlled-source electromagnetic modeling in anisotropic medium using edge-based finite element method: *Computers and Geosciences*, 73, 164–176.

- Caldwell, T.G., Bibby, H.M., Brown, C. 2004. The magnetotelluric phase tensor, *Geophysical Journal International*, 158, 457-469.
- Candansayar, M.E. 2008. Two-dimensional inversion of magnetotelluric data with consecutive use of conjugate gradient and least-squares solution with singularvalue decomposition algorithms. *Geophys. Prospect.* 56, 141–157.
- Chave, A.D., Smith, J.T. 1994. On electric and magnetic galvanic distortion tensor decompositions, *Journal of Geophysical Research*, 99, 4669-4682.
- Chung, Y., Son, Y., Lee T.J., Kim, H.J. and Shin, C. 2014. Three-dimensional modelling of controlled-source electromagnetic surveys using an edge finite-element method with a direct solver: *Geophysical Prospecting*, 62, 1468-1483.
- Commer, M. and Newman, G.A. 2009. Three-dimensional controlled-source electromagnetic and magnetotelluric joint inversion, *Geophysical Journal International*, 178, 1305-1316.
- Constable, S.C, Parker, R.L. and Constable C.G. 1987. Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data, *Geophysics*, 52, 289-300.
- Çakmakoğlu, A. 2007. Dilek Yarımadası, Söke ve Selçuk Çevresinin Neojen Öncesi Tektonostratigrafisi, *MTA Dergisi*, 135, 1-17.
- Çiftçi, N.B. ve Bozkurt, E. 2009.. Evolution of the Miocene sedimentary fill of the Gediz Graben, SW Turkey. *Sedimentary Geology*, 216, 49–79.
- da Silva, N. V., Morjan, J. V., MacGregor, L. and Warner, M. 2012. A finite element multifrontal method for 3D CSEM modeling in the frequency domain: *Geophysics*, 77, E101-E115.
- de la Kethulle de Ryhove, S. and Mittet, R. 2014. 3D marine magnetotelluric modeling and inversion with the finite-difference time-domain method, *Geophysics*, 79, E269-E286.
- de la Kethulle de Ryhove, S. and Mittet, R. 2016. Full-Jacobian Gauss-Newton 3D marine magnetotelluric inversion, *SEG International Exposition and 86th Annual Meeting*, 992-997.
- Egbert D. G. and Kelbert, A. 2012. Computational recipes for electromagnetic inverse problems: *Geophysical Journal International*, 189, 251-267.
- Egbert, G.D., Bennett, A.F. and Foreman, M.G.G. 1994. TOPEX/POSEIDON tides estimated using a global inverse model, *Journal of Geophysical Research*, 99, 24821-24852.
- Erdoğan, E. and Candansayar, M.E. 2017. The conductivity structure of the Gediz Graben geothermal area extracted from 2D and 3D magnetotelluric inversion: Synthetic and field data applications, *Geothermics*, 65, 170-179.
- Farquharson C. G. and Miensopust, M. P. 2011. Three-dimensional finite-element modelling of magnetotelluric data with a divergence correction: *Journal of Applied Geophysics*, 75, 699-710.
- Farquharson, C.G. 2008. Constructing piecewise-constant models in multidimensional minimum-structure inversions, *Geophysics*, 73, K1-K9.

- Farquharson, C.G. and Oldenburg, D.W. 2004. A comparison of automatic techniques for estimating the regularization parameter in non-linear inverse problems, *Geophysical Journal International*, 156, 411-425.
- Farquharson, C.G., Oldenburg, D.W., Haber, E. and Shekhtman, R. 2002. An algorithm for the three-dimensional inversion of magnetotelluric data, *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 649-652.
- Franke A., Börner R.U and Spitzer K. 2007. 3D finite element simulation of magnetotelluric fields using unstructured grids, 4th International Symposium on Three-Dimensional Electromagnetics.
- Galis M., Moczo, P. and J. Kristek, J. 2008. A 3-D hybrid finite-difference – finite-element viscoelastic modelling of seismic wave motion: *Geophysics Journal International*, 175, 153-184.
- Garcia, X., Boerner, D., Pedersen, L.B. 2003. Electric and magnetic galvanic distortion decomposition of tensor CSAMT data. Application to data from the Buchans Mine (Newfoundland, Canada), *Geophysical Journal International*, 154, 957-969.
- Goodarzi, M., Shahbazikhah, P., Sohrabi, M.R., Fathabadi, M. and Nouri, S.H. 2009. Direct Orthogonal Signal Correction-Partial Least Squares For Simultaneous Spectrophotometric Determination of Sulfamethoxazole and Trimethoprim in Pharmaceutical Formulation and Synthetic Samples, *Journal of the Chilean Chemical Society*, 54, 309-313.
- Grayver, A. V. 2013. Three-dimensional controlled-source electromagnetic inversion using modern computational concepts, Phd thesis.
- Grayver, A. V. and Bürg, M. 2014. Robust and scalable 3-D geo-electromagnetic modelling approach using the finite element method: *Geophysical Journal International*, 198, 110-125.
- Grayver, A.V. and Kolev, T.V. 2015. Large-scale 3D geoelectromagnetic modeling using parallel adaptive high-order finite element method, *Geophysics*, 80(6), E277-E291.
- Gribenko, A. and Zhdanov, M.S. 2015. 3D inversion of regional MT data distorted by near-surface inhomogeneities using a complex distortion matrix. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2015*, 984-989.
- Groom, R.W. and Bailey, R.C. 1989. Decomposition of Magnetotelluric Impedance Tensors in the Presence of Local Three-Dimensional Galvanic Distortion, *Journal of Geophysical Research*, 94, 1913-1925.
- Haber E., Ascher, U.M, Aruliah, D.A. and Oldenburg, D. 2000. Fast simulation of 3D electromagnetic problems using potentials, *Journal of Computational Physics*, 163, 150-171.
- Haber, E. 2014. *Computational Methods in Geophysical Electromagnetics*, SIAM-Society for Industrial and Applied Mathematics, Vancouver.
- Haber, E. and Heldman, S. 2007. An Octree multigrid method for quasi-static Maxwell's equations with highly discontinuous coefficients, *Journal of Computational Physics*, 223, 783-796.

- Haber, E., Ascher, U.M. and Oldenburg, D. 2000. On optimization techniques for solving nonlinear inverse problems, *Inverse Problems*, 16, 1263-1280.
- Hager, W.W. and Zhang, H. 2006. A Survey of Nonlinear Conjugate Gradient Methods, *Pacific Journal of Optimization*, 2(1).
- He, L., Bai, H., Li, X., Wang, Y. and Ouyang, D. 2016. 2-D Electromagnetic Modelling by Finite Element Method on GPU: *Optik*, 127, 9026-9036.
- Heise, W., Bibby, H.M., Caldwell, T.G., Bannister, S.C., Ogawa, Y., Takakura, S. and Uchida, T., 2007, Melt distribution beneath a young continental rift: The Taupo Volcanic Zone, New Zealand, *Geophysical Research Letters*, 34, 1-6.
- Irons, T. 2012. 3D frequency-domain electromagnetics modelling using decoupled scalar and vector potentials, *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2012*.
- Jahandari, H. and Farquharson, C.G. 2015. Finite-volume modelling of geophysical electromagnetic data on unstructured grids using potentials, *Geophysical Journal International*, 202, 1859-1876.
- Jahandari, H. and Farquharson, C.G. 2017. 3-D minimum-structure inversion of magnetotelluric data using the finite-element method and tetrahedral grids, *Geophysical Journal International*, 211, 1189-1205.
- Jin, J. 2014. *Finite Element Method in Electromagnetics Third edition*: Wiley-IEEE Press, Hoboken.
- Johnston, P.R. and Gulrajani, R.M. 2000. Selecting the Corner in the L-curve Approach to Tikhonov Regularization, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 47, 1293-1296.
- Jones, A. 2012. Distortion of magnetotelluric data: Its identification and removal, *The Magnetotelluric Method: Theory and Practice*, Cambridge: Cambridge University Press, 219-302.
- Jones, A.G. 2011. Three-dimensional galvanic distortion of three-dimensional regional conductivity structures: Comment on “Three-dimensional joint inversion for magnetotelluric resistivity and static shift distributions in complex media” by Yutaka Sasaki and Max A. Meju, *Journal of Geophysical Research*, 116, B12104.
- Kelbert, A., Egbert, G.D. and Schultz, A. 2008. Non-linear conjugate gradient inversion for global EM induction: resolution studies, *Geophysical Journal International*, 173, 365-381.
- Kelbert, A., Meqbel, N., Egbert G.D. and Tandon, K. 2014. ModEM: A modular system for inversion of electromagnetic geophysical data, *Computers and Geosciences*, 66, 40-53.
- Kırhan, E. 2016. Sultanhisar Segmentinin (Aydın) Paleosismolojisi ve Yüzey Faylanması Tehlike Kuşağı Oluşturma Kriterleri Açısından Değerlendirilmesi, Bitirme Tezi Poster, Web Sitesi: [ftp://ftp.deu.edu.tr/muhendis/2016 Bitirme Proje Sergisi/2015 2016 JEO Proje e2.pdf](ftp://ftp.deu.edu.tr/muhendis/2016_Bitirme_Proje_Sergisi/2015_2016_JEO_Proje2.pdf), Erişim tarihi: 29.08.2019
- Konak, N. ve Şenel, M. 2002. Türkiye jeoloji haritası, Denizli paftası 1: 500 000. Maden Tetkik ve Arama Genel Müdürlüğü, Ankara.

- Kordy, M., Cherkaev, E. and Wannamaker, P. 2015. Variational formulation for Maxwell's equations with Lorenz gauge: Existence and uniqueness of solution, *International Journal of Numerical Analysis and Modeling*, 12(4), 731-749.
- Kordy, M., Wannamaker, P., Maris, V., Cherkaev, E. and Hill G., 2016b. 3-dimensional magnetotelluric inversion including topography using deformed hexahedral edge finite elements and direct solvers parallelized on symmetric multiprocessor computers – Part II: direct data-space inversion solution, *Geophysical Journal International*, 204, 94-110.
- Kordy, M., Wannamaker, P., Maris, V., Cherkaev, E. and Hill, G. 2016a. 3-D magnetotelluric inversion including topography using deformed hexahedral edge finite elements and direct solvers parallelized on SMP computers – Part I: forward problem and parameter Jacobians: *Geophysical Journal International*, 204, 74-93.
- LaBrecque, D.J. 1999. Finite difference modeling of 3-D EM fields with scalar and vector Potentials, *Three-dimensional Electromagnetics*, 146–160, SEG monograph.
- Ledo, J., Queralt, P. and Pous, J. 1998. Effects of galvanic distortion on magnetotellurics data over a three-dimensional regional structure, *Geophysical Journal International*, 132, 295-301.
- Lelievre, P., Oldenburg, D. and Williams, N. 2008. Constraining geophysical inversions with geologic information, *SEG Technical Program Expanded Abstracts*: 1223-1227.
- Lelievre, P.G. and Farquharson, C.G. 2013. Gradient and smoothness regularization operators for geophysical inversion on unstructured meshes, *Geophysical Journal International*, 195, 330-341.
- Lin, C.H., Tan, H.D. and Tong, T. 2011. Three-dimensional conjugate gradient inversion of magnetotelluric full information data, *Applied Geophysics*, 8, 1-10.
- Liu, C., Ren, Z., Tang, J. and Yan, Y. 2008. Three-dimensional magnetotellurics modeling using edge-based finite-element unstructured meshes, *Applied Geophysics*, 5(3), 170-180.
- Loke, M. H. and Barker, R.D. 1996. Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections by a quasi-Newton method, *Geophysical Prospecting*, 44, 131-152.
- Long, J. and Farquharson, C. 2017. Three-dimensional controlled-source EM modeling with radial basis function-generated finite differences: A meshless approach: *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 1209-1213.
- Lu, X., Li, X., Sun, H. and Qi, Z. 2013. A parallel 3-D finite difference, time domain method for modeling of transient electromagnetic diffusion phenomena in tunnels: *Near Surface Geophysics Asia Pacific Conference*, 488-491.
- Lynch, D. R., and Paulsen, K.D. 1991. Origin of vector parasites in numerical Maxwell equations: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 39, p. 383–394.
- Maaφ, F.A. 2007. Fast finite-difference time-domain modeling for marine-subsurface electromagnetic problems, *Geophysics*, 72, A19-A23.

- Mackie, R.L., Madden, T.R. and Wannamaker, P.E. 1993. Three-dimensional magnetotelluric modeling using difference equations- Theory and comparisons to integral equation solutions, *Geophysics*, 59, 215-226.
- Mackie, R.L., Smith, J.T. and Madden T.R. 1994. Three-dimensional electromagnetic modeling using finite difference equations: The magnetotelluric example, *Radio Science*, 29, 923-935.
- Mandolesi, E., Ogaya, X., Campanya, J., Agostinetti, N. P. 2018. A reversible-jump Markov chain Monte Carlo algorithm for 1D inversion of magnetotelluric data, *Computers and Geosciences*, 113, 94-105.
- Martakusumah, R. and Srigutomo, W. 2015. Comparison of 1D Magnetotelluric Inversion using Levenberg-Marquardt and Occam's Inversion Schemes, *AIP Conference Proceedings*, 1656, 070014.
- Martí, A. 2014. The Role of Electrical Anisotropy in Magnetotelluric Responses: From Modelling and Dimensionality Analysis to Inversion and Interpretation, *Survey Geophysics*, 35, 179-218.
- Martí, A., Queralt, P., Ledo, J. 2009. WALDIM: A code for the dimensionality analysis of magnetotelluric data using the rotational invariants of the magnetotelluric tensor, *Computers and Geosciences*, 35, 2295-2303.
- Martí, A., Queralt, P., Ledo, J. and Farquharson, C.G. 2010. Dimensionality imprint of electrical anisotropy in magnetotelluric responses, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 182, 139-151.
- Miensopust, M.P. 2017. Application of 3-D Electromagnetic Inversion in Practice: Challenges, Pitfalls and Solution Approaches, *Survey Geophysics*, 38, 869-933.
- Miensopust, M.P., Queralt, P., Jones, A.G. and 3D MT modellers 2013. Magnetotelluric 3-D inversion—a review of two successful workshops on forward and inversion code testing and comparison, *Geophysical Journal International*, 193, 1216-1238.
- Mitsuhata, Y., T. Uchida, 2004, 3D magnetotelluric modeling using the T- Ω finite-element method: *Geophysics*, 69, 108-119.
- Mogi, T. 1996. Three-dimensional modeling of magnetotelluric data using finite element method: *Journal of Applied Geophysics*, 35, 185-189.
- Mukherjee, S. and Everett, M.E. 2011. 3D controlled-source electromagnetic edge-based finite element modeling of conductive and permeable heterogeneities: *Geophysics*, 76, F215-F226.
- Nam, M.J. and Kim, H.J. 2010. 3D MT Inversion Using an Edge Finite Element Modeling Algorithm, *Geosystem Engineering*, 13(2), 43-52.
- Nam, M.J., Kim, H.J., Song, Y., Lee, T.J. and Suh, J.H. 2008. Three-Dimensional Topographic Correction Methods for Magnetotelluric Data, *Jeophysical Journal International*, 174, 464-474.
- Nam, M.J., Kim, H.J., Song, Y., Lee, T.J., Son, J. and Suh, J.H. 2007. 3D magnetotelluric modeling including surface topography: *Geophysical Prospecting*, 55, 277-287.
- Nevels, R. and Shin, C. 2001. Lorenz, Lorentz, and the Gauge, *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 43(3), 70-72.

- Newman, G. A. 2014. A Review of High-Performance Computational Strategies for Modeling and Imaging of Electromagnetic Induction Data: *Survey Geophysics*, 35, 85-100.
- Newman, G.A. and Alumbaugh, D.L. 1995. Frequency-domain modelling of airborne electromagnetic responses using staggered finite differences, *Geophysical Prospecting*, 43, 1021-1042.
- Newman, G.A. and Alumbaugh, D.L. 2000. Three-dimensional magnetotelluric inversion using non-linear conjugate gradients, *Geophysical Journal International*, 140, 410-424.
- Nocedal, J. and Wright, S. 2006. *Numerical Optimization*, Springer-Verlag, New York.
- Pankratov, O.V. and Kuvshinov, A.V. 2010. Fast Calculation of the Sensitivity Matrix for Responses to the Earth's Conductivity: General Strategy and Examples, *Physics of the Solid Earth*, 46, 788-804.
- Park, S.K. 1983. *Three-Dimensional Magnetotelluric Modelling and Inversion 1983*. Massachusetts Institute of Technology, PhD. thesis.
- Patro, P.K., Uyeshima, M. and Siripunvaraporn, W. 2013. Three-dimensional inversion of magnetotelluric phase tensor data, *Geophysical Journal International*, 192, 58-66.
- Pellerin, L., Johnston, J. M. and Hohmann, G.W. 1996. A numerical evaluation of electromagnetic methods in geothermal exploration, *Geophysics*, 46, 121-130.
- Pinchuk, A. R., Crowley, C.W. and Silvester, P.P. 1988. Spurious solutions to vector diffusion and wavefield problems: *IEEE Transactions on Magnetics*, 24, 158-161.
- Rahman, T. and Valdman, J. 2013. Fast MATLAB assembly of FEM matrices in 2D and 3D: Nodal elements, *Applied Mathematics and Computation*, 219, 7151-7158.
- Ren, Z., Kalscheuer, T., Greenhalgh, S. and Maurer, H. 2013. A goal-oriented adaptive finite-element approach for plane wave 3-D electromagnetic modelling, *Geophysical Journal International*, 194(2), 700-718.
- Ren, Z., Kalscheuer, T., Greenhalgh, S. and Maurer, H. 2014. A hybrid boundary element-finite element approach to modelling plane wave 3D electromagnetic induction responses in the earth: *Journal of Computational Physics*, 258, 705-717.
- Rivera-Rios, A.M. 2014. *Multi-order Vector Finite Element Modeling of 3D Magnetotelluric Data Including Complex Geometry and Anisotropy*: Ph.D. thesis, The University of Adelaide.
- Rodi, W. and Mackie, R.L. 2001. Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion, *Geophysics*, 66, 174-187.
- Rung-Arunwan, T., Siripunvaraporn, W. and Utada, H. 2017. Use of ssq rotational invariant of magnetotelluric impedances for estimating informative properties for galvanic distortion, *Earth, Planets and Space*, 69, 80.
- Saad, Y. 2003. *Iterative Methods For Sparse Linear Systems 2nd Edition*, Society for Industrial and Applied Mathematics.

- Saad, Y. and Schultz, M.H. 1986. GMRES: a generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems, *SIAM Journal on Scientific Computing*, 7, 856-869.
- Sarakorn, W. and Vachiratienchai, C. 2018. Hybrid finite difference-finite element method to incorporate topography and bathymetry for two-dimensional magnetotelluric modeling, *Earth, Planets and Space*, 70, 1-14.
- Sasaki, Y. 2001. Full 3-D inversion of electromagnetic data on PC, *Journal of Applied Geophysics*, 46, 45-54.
- Sasaki, Y. and Meju, M.A. 2006. Three-dimensional joint inversion for magnetotelluric resistivity and static shift distributions in complex media, *Journal of Geophysical Research*, 111, B05101.
- Schwarzbach, C. 2009. Stability of Finite Element solutions to Maxwell's Equations in Frequency Domain, Ph.D. thesis, Freiberg University of Mining and Technology.
- Singh, A., Dehiya, R., Gupta, P.K. and Israil, M. 2017. A MATLAB based 3D modeling and inversion code for MT data, *Computers and Geosciences*, 104, 1-11.
- Siripunvaraporn, W. 2012. Three-Dimensional Magnetotelluric Inversion: An Introductory Guide for Developers and Users, *Survey Geophysics*, 33, 5-27.
- Siripunvaraporn, W., Egbert, G. 2009. WSINV3DMT: Vertical magnetic field transfer function inversion and parallel implementation: *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 173, 317-329.
- Siripunvaraporn, W., Egbert, G. and Lenbury, Y. 2002. Numerical accuracy of magnetotelluric modeling: A comparison of finite difference approximations, *Earth Planets Space*, 54, 721-725.
- Siripunvaraporn, W., Egbert, G., Lenbury, Y. and Uyeshima, M. 2005. Three-dimensional magnetotelluric inversion: data-space method, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 150, 3-14.
- Siripunvaraporn, W., Egbert, G., Lenbury, Y. and Uyeshina M. 2005. Three-dimensional magnetotelluric inversion: data-space method, *Physics Earth Planetary Interiors*, 150, 3-14.
- Smith, J.T. 1996. Conservative modeling of 3-D electromagnetic fields, Part II: Biconjugate gradient solution and an accelerator, *Geophysics*, 61, 1319-1324.
- Smith, J.T. and Booker, R.B. 1991. Rapid Inversion of Two- and Three-Dimensional Magnetotelluric Data, *Journal of Geophysical Research*, 96, 3905-3922.
- Spies, B.R. 1989. Depth of investigation in electromagnetic sounding methods, *Geophysics*, 54, 872-888.
- Şen, S. ve Seyitoğlu, G. 2009. Magnetostratigraphy of early-middle Miocene deposits from east-west trending Alaşehir and Büyük Menderes grabens in western Turkey, and its tectonic implications. In: van Hinsbergen, D.J.J., Edwards, M.A. & Govers, R. (eds) *Collision and Collapse at the Africa-Arabia-Eurasia Subduction Zone*. Geological Society, London, Special Publications, 311, 321-342.

- Tietze, K., Ritter, O. and Egbert, G.D. 2015. 3-D joint inversion of the magnetotelluric phase tensor and vertical magnetic transfer functions, *Geophysical Journal International*, 203, 1128-1148.
- Tikhonov, A.N. and Arsenin, V.Y. 1977. *Solution of ill-posed problems*: V.H. Winston and Sons.
- Ting, S.C. and Hohmann, G.W. 1981. Integral equation modeling of three-dimensional magnetotelluric response, *Geophysics*, 46, 182-197.
- Tuo, T., Han-Dong, T. and Chang-hong, L. 2012. GPGPU-based Parallel Computing Three-dimensional Forward Modeling of Magnetotelluric: Proceedings of 2012 International Conference on Measurement, Information and Control.
- Tyler, R.H., Vivier, F. and Li, S. 2004. Three-dimensional modelling of ocean electrodynamics using gauged potentials, *Geophysical Journal International*, 158, 874-887.
- Um, E.S., Alumbaugh, D.L. and Harris, J.M. 2010. A Lorenz-gauged finite-element solution for transient CSEM modeling: 80th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 748–752.
- Usui, Y. 2015. 3-D inversion of magnetotelluric data using unstructured tetrahedral elements: applicability to data affected by topography: *Geophysical Journal International*, 202, 828-849.
- Uzel, B., Sümer, Ö., Özkaptan, M., Özkaymak, Ç., Kuiper, K., Sözbilir, H., Kaymakçı, N., İnci, U. and Langereis C.G. 2017. Paleomagnetic and geochronological evidence for a major middle Miocene unconformity in Söke Basin (western Anatolia) and its tectonic implications for the Aegean region, *Journal of the Geological Society*, 174(4):721.
- Vachiratiengchai, C. and Siripunvaraporn, W. 2013. An efficient inversion for two-dimensional direct current resistivity surveys based on the hybrid finite difference–finite element method, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 215, 1-11.
- Vachiratiengchai, C., Boonchaisuk, S. and Siripunvaraporn, W. 2010. A hybrid finite difference–finite element method to incorporate topography for 2D direct current (DC) resistivity modeling, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 183, 426-434.
- van der Vorst, H.A. 1992. BI-CGSTAB: a fast and smoothly converging variant of bi-CG for solution of non-symmetric linear systems, *SIAM Journal on Scientific Computing*, 13, 631-644.
- Varılsüha, D. and Candansayar, M. E. 2018. 3D magnetotelluric modeling by using finite-difference method: Comparison study of different forward modeling approaches: *Geophysics*, 83, WB51-WB60.
- Wang, K., Tan, H., Zhang, Z., Li, Z. and Cao, M. 2016. Divergence correction schemes in finite difference method for 3D tensor CSAMT in axial anisotropic media, *Exploration Geophysics*, online.
- Wannamaker, P.E. 1991. Advances in three-dimensional magnetotelluric modeling using integral equations, *Geophysics*, 56, 1716–1728.

- Ward, S. H. and Hohmann, G. W. 1987. 4. Electromagnetic theory for geophysical applications, in M. N. Nabighian, and J. D. Corbett, eds., *Electromagnetic methods in applied geophysics Theory: SEG*, 131–312.
- Weaver, J.T., Agarwal, A.K. and Lilley, E.M. 2000. Characterization of the magnetotelluric tensor in terms of its invariants, *Geophysics*, 141, 321-336.
- Wheelock, B., Constable, S. and Kerry, K. 2015. The advantages of logarithmically scaled data for electromagnetic inversion, *Geophysical Journal International*, 201, 1765-1780.
- Wittke, J. and Tezkan. B. 2014. Meshfree magnetotelluric modelling: *Geophysical Journal International*, 198, 1255-1268.
- Yang, J., Min, D.J. and Yoo, H.S. 2010. Sea effect correction in magnetotelluric (MT) data and its application to MT soundings carried out in Jeju Island, Korea, *Geophysical Journal International*, 182, 727-740.
- Yee, K.S. 1966. Numerical Solution of Initial Boundary Value Problem Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14, 302-307.
- Yiliang, G., Yuguo, L., Zuzhi, H., Jiangbo, H. and Hiangyun, H. 2014. Nonlinear conjugate gradients algorithm for 1D magnetotelluric inversion, *Geophysical Prospecting for Petroleum*, 53, 752-759.
- Zbinden, D. 2015. Inversion of 2D Magnetotelluric and Radiomagnetotelluric Data with Non-Linear Conjugate Gradient Techniques, PhD Thesis, Uppsala University.
- Zhang, K., Dong, H., Yan, J.Y, Lü, Q.T., Wei, W.B. and He, Y.X. 2013. A NLCG 3-D Inversion Method of Magnetotellurics with Parallel Structure, *Chinese Journal of Geophysics*, 56, 754-765.
- Zhang, K., Yan, J., Lü, Q. and Hu, H. 2017. Three-dimensional non-linear conjugate gradient parallel inversion with full information of marine magnetotellurics, *Journal of Applied Geophysics*, 139, 144-157.
- Zhao, L., Chen, G. and Yu, W. 2016. GPU Accelerated Discontinuous Galerkin Time Domain Algorithm for Electromagnetic Problems of Electrically Large Objects: *Progress In Electromagnetics Research B*, 67, 137-151.
- Zhdanov, M. S. 2015. *Inverse Theory and Applications in Geophysics*, Elsevier Science; 2 edition.
- Zyserman, F.I. and Santos, J.E. 2000. Parallel finite element algorithm with domain decomposition for three-dimensional magnetotelluric modelling, *Journal of Applied Geophysics*, 44, 337-351.

EKLER

EK 1 Kısmi Diferansiyel Denklemlerin Sonlu Farklar ile Ayrıklaştırılması

EK 2 Sonlu Elemanlar ile Yerel Katsayı Dizeyinin Hesabı

EK 3 Genel Katsayı Dizeyinin Frekans ve Parametrenin Doğrusal bir Fonksiyonuna Getirilmesi

EK 4 Duyarlılık Dizeyinin Eldesi

EK 5 Faz Tensörü ve Yöneyi için Standart Sapma Hesabı

EK 6 Faz Tensörü Elipslerinin Çizdirilmesi

EK 7 Bir Boyutlu Düz Çözüm ve Ters Çözüm

EK 8 En uygun Ters Çözüm Algoritmasının Seçimi

EK 9 Duyarlılık Dizeyi ile Bir Yöneyin Çarpımının Hesabı

EK 10 Ters Çözüm Algoritmasının Genel Akışı

EK 11 Ekran Kartı ile Hesaplamalar için Özet

EK 12 İngilizce Terimlerin Türkçe Karşılıkları

EK 1 Kısmi Diferansiyel Denklemlerin Sonlu Farklar ile Ayırıklaştırılması

Sonlu farklar sayısal yöntemi için oluşturulan bir düz çözüm ağında x yönünde toplam nx adet blok vardır. Aynı zamanda y ve z yönünde ny ve nz adet blok olacaktır. Ayrıca x, y ve z yönleri i, j ve k indisleri ile ifade edilebilir. Bu bilgiler ışığında bir bloğun kenarlarında tanımlanan elektrik alanların ve köşelerinde tanımlanan potansiyel alanların bir kısmı, modellenen hacmin sınır yüzeylerinde kalacaktır. Bu sebeple sınırdan kalan elektrik ve potansiyel alanlar düz çözümde çözülmeyecektir. Çizelge E1.1’de elektrik alanların x, y ve z bileşenleri ve skaler potansiyelin bir düz çözüm ağında x, y ve z yönündeki elemanları verilmiştir. Parantez içinde ise çözülmesi gereken elemanları bulunmaktadır. Parantez içinde verilen indis aralığı düz çözüm için yazılan program için önem teşkil etmektedir.

Çizelge E1.1 Bir düz çözüm ağında kenarlarda tanımlanan elektrik alanların (\mathbf{E}) ve potansiyellerin (ϕ) sayısı ve parantez içinde sınırlara denk gelmeyen ve çözülmesi gereken elemanlar (\mathbf{E} ve ϕ) verilmiştir.

	\mathbf{E}_x	\mathbf{E}_y	\mathbf{E}_z	ϕ
x-yön (i)	1:nx (1:nx)	1:nx+1 (2:nx)	1:nx+1 (2:nx)	1:nx+1 (2:nx)
y-yön (j)	1:ny+1 (2:ny)	1:ny (1:ny)	1:ny+1 (2:ny)	1:ny+1 (2:ny)
z-yön (k)	1:nz+1 (2:nz)	1:nz+1 (2:nz)	1:nz (1:nz)	1:nz+1 (2:nz)

Modelde Δx , Δy ve Δz , x, y ve z yönünde blok aralıklarını ifade ettiği söylenirse doğrudan elektrik alan yaklaşımının ayırıklaştırması ise aşağıdaki şekilde olacaktır.

$$\begin{aligned}
 & E_{i,j,k}^x \left[\frac{2}{\Delta z_k \Delta z_{k-1}} + \frac{2}{\Delta y_j \Delta y_{j-1}} + i\omega\mu\sigma_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}} \right] + E_{i,j,k+1}^x \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta z_k} \right] + E_{i,j,k-1}^x \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta z_{k-1}} \right] \\
 & + E_{i,j+1,k}^x \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta y_j} \right] + E_{i,j-1,k}^x \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta y_{j-1}} \right] \\
 & + E_{i+1,j,k}^y \left[\frac{2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta x_i} \right] + E_{i,j,k}^y \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta x_i} \right] + E_{i+1,j-1,k}^y \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta x_i} \right] \\
 & + E_{i,j-1,k}^y \left[\frac{2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta x_i} \right] + E_{i+1,j,k}^z \left[\frac{2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta x_i} \right] + E_{i+1,j,k}^z \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta x_i} \right] \\
 & + E_{i+1,j,k-1}^z \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta x_i} \right] + E_{i,j,k-1}^z \left[\frac{2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta x_i} \right] = 0
 \end{aligned} \tag{E1.1}$$

$$\begin{aligned}
& E_{i,j,k}^y \left[\frac{2}{\Delta z_k \Delta z_{k-1}} + \frac{2}{\Delta x_i \Delta x_{i-1}} + i\omega\mu\sigma_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}} \right] + E_{i,j,k+1}^y \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta z_k} \right] + E_{i,j,k-1}^y \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta z_{k-1}} \right] \\
& + E_{i+1,j,k}^y \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})\Delta x_i} \right] + E_{i-1,j,k}^y \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})\Delta x_{i-1}} \right] \\
& + E_{i,j+1,k}^x \left[\frac{2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})\Delta y_j} \right] + E_{i,j,k}^x \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})\Delta y_j} \right] + E_{i-1,j+1,k}^x \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})\Delta y_j} \right] \quad (E1.2) \\
& + E_{i-1,j,k}^x \left[\frac{2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})\Delta y_j} \right] + E_{i,j+1,k}^z \left[\frac{2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta y_j} \right] + E_{i,j,k}^z \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta y_j} \right] \\
& + E_{i,j+1,k-1}^z \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta y_j} \right] + E_{i,j,k-1}^z \left[\frac{2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta y_j} \right] = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& E_{i,j,k}^z \left[\frac{2}{\Delta x_i \Delta x_{i-1}} + \frac{2}{\Delta y_j \Delta y_{j-1}} + i\omega\mu\sigma_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k} \right] + E_{i,j+1,k}^z \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta y_j} \right] + E_{i,j-1,k}^z \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta y_{j-1}} \right] \\
& + E_{i+1,j,k}^z \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})\Delta x_i} \right] + E_{i-1,j,k}^z \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})\Delta x_{i-1}} \right] \\
& + E_{i,j,k+1}^x \left[\frac{2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})\Delta z_k} \right] + E_{i,j,k}^x \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})\Delta z_k} \right] + E_{i-1,j,k+1}^x \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})\Delta z_k} \right] \quad (E1.3) \\
& + E_{i-1,j,k}^x \left[\frac{2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})\Delta z_k} \right] + E_{i,j,k+1}^y \left[\frac{2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta z_k} \right] + E_{i,j,k}^y \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta z_k} \right] \\
& + E_{i,j-1,k+1}^y \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta z_k} \right] + E_{i,j-1,k}^y \left[\frac{2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta z_k} \right] = 0
\end{aligned}$$

Katsayı dizeyini simetrik yapmak için E1.1, E1.2 ve E1.3 sırasıyla $\Delta x_i(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})/4$, $\Delta y_j(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})/4$, ve $\Delta z_k(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})/4$ ile çarpılmalıdır.

Manyetik vektör ve skaler elektrik potansiyel yaklaşımı için ayrıklaştırma doğrudan elektrik alan yaklaşımına benzer şekilde yapılır. Çizelge E1.1’de verilen \mathbf{E} alanlar bu sefer \mathbf{A} yöneyi için kullanılmalıdır. Sonlu farklar için ayrıklaştırma aşağıdaki şekildedir.

$$\begin{aligned}
& A_{i,j,k}^x \left[\frac{2}{\Delta z_k \Delta z_{k-1}} + \frac{2}{\Delta y_j \Delta y_{j-1}} + i\omega\mu\sigma_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}} \right] + A_{i,j,k+1}^x \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta z_k} \right] + A_{i,j,k-1}^x \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta z_{k-1}} \right] \\
& + A_{i,j+1,k}^x \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta y_j} \right] + A_{i,j-1,k}^x \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta y_{j-1}} \right] \\
& + A_{i+1,j,k}^y \left[\frac{2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta x_i} \right] + A_{i,j,k}^y \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta x_i} \right] + A_{i+1,j-1,k}^y \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta x_i} \right] \quad (E1.4) \\
& + A_{i,j-1,k}^y \left[\frac{2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})\Delta x_i} \right] + A_{i+1,j,k}^z \left[\frac{2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta x_i} \right] \\
& + A_{i+1,j,k}^z \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta x_i} \right] + A_{i+1,j,k-1}^z \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta x_i} \right] \\
& + A_{i,j,k-1}^z \left[\frac{2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})\Delta x_i} \right] + \phi_{i,j,k} \left[\frac{-\mu\sigma_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}}{\Delta x_i} \right] + \phi_{i+1,j,k} \left[\frac{\mu\sigma_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}}{\Delta x_i} \right] = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_{i,j,k}^y \left[\frac{2}{\Delta z_k \Delta z_{k-1}} + \frac{2}{\Delta x_i \Delta x_{i-1}} + i\omega \mu \sigma_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}} \right] + A_{i,j,k+1}^y \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1}) \Delta z_k} \right] + A_{i,j,k-1}^y \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1}) \Delta z_{k-1}} \right] \\
& + A_{i+1,j,k}^y \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \Delta x_i} \right] + A_{i-1,j,k}^y \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \Delta x_{i-1}} \right] \\
& + A_{i,j+1,k}^x \left[\frac{2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \Delta y_j} \right] + A_{i,j,k}^x \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \Delta y_j} \right] + A_{i-1,j+1,k}^x \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \Delta y_j} \right] \\
& + A_{i-1,j,k}^x \left[\frac{2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \Delta y_j} \right] + A_{i,j+1,k}^z \left[\frac{2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1}) \Delta y_j} \right] + A_{i,j,k}^z \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1}) \Delta y_j} \right] \\
& + A_{i,j+1,k-1}^z \left[\frac{-2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1}) \Delta y_j} \right] + A_{i,j,k-1}^z \left[\frac{2}{(\Delta z_k + \Delta z_{k-1}) \Delta y_j} \right] + \phi_{i,j,k} \left[\frac{-\mu \sigma_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}}{\Delta y_j} \right] \\
& + \phi_{i,j+1,k} \left[\frac{\mu \sigma_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}}{\Delta y_j} \right] = 0
\end{aligned} \tag{E1.5}$$

$$\begin{aligned}
& A_{i,j,k}^z \left[\frac{2}{\Delta x_i \Delta x_{i-1}} + \frac{2}{\Delta y_j \Delta y_{j-1}} + i\omega \mu \sigma_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k} \right] + A_{i,j+1,k}^z \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1}) \Delta y_j} \right] + A_{i,j-1,k}^z \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1}) \Delta y_{j-1}} \right] \\
& + A_{i+1,j,k}^z \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \Delta x_i} \right] + A_{i-1,j,k}^z \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \Delta x_{i-1}} \right] \\
& + A_{i,j,k+1}^x \left[\frac{2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \Delta z_k} \right] + A_{i,j,k}^x \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \Delta z_k} \right] + A_{i-1,j,k+1}^x \left[\frac{-2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \Delta z_k} \right] \\
& + A_{i-1,j,k}^x \left[\frac{2}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \Delta z_k} \right] + A_{i,j,k+1}^y \left[\frac{2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1}) \Delta z_k} \right] + A_{i,j,k}^y \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1}) \Delta z_k} \right] \\
& + A_{i,j-1,k+1}^y \left[\frac{-2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1}) \Delta z_k} \right] + A_{i,j-1,k}^y \left[\frac{2}{(\Delta y_j + \Delta y_{j-1}) \Delta z_k} \right] + \phi_{i,j,k} \left[\frac{-\mu \sigma_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}}{\Delta z_k} \right] \\
& + \phi_{i,j,k+1} \left[\frac{\mu \sigma_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}}{\Delta z_k} \right] = 0
\end{aligned} \tag{E1.6}$$

$$\begin{aligned}
& \phi_{i,j,k} \left[\frac{-2\sigma_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}}{\Delta x_i (\Delta x_i + \Delta x_{i-1})} + \frac{-2\sigma_{i-1,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i-1} (\Delta x_i + \Delta x_{i-1})} + \frac{-2\sigma_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}}{\Delta y_j (\Delta y_j + \Delta y_{j-1})} + \frac{-2\sigma_{i-\frac{1}{2},j-1,k-\frac{1}{2}}}{\Delta y_{j-1} (\Delta y_j + \Delta y_{j-1})} \right. \\
& \left. + \frac{-2\sigma_{i-\frac{1}{2},j-1,k-\frac{1}{2}}}{\Delta y_{j-1} (\Delta y_j + \Delta y_{j-1})} + \frac{-2\sigma_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}}{\Delta z_k (\Delta z_k + \Delta z_{k-1})} + \frac{-2\sigma_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k-1}}{\Delta z_{k-1} (\Delta z_k + \Delta z_{k-1})} \right] \\
& + \phi_{i+1,j,k} \left[\frac{2\sigma_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}}{\Delta x_i (\Delta x_i + \Delta x_{i-1})} \right] + \phi_{i-1,j,k} \left[\frac{2\sigma_{i-1,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i-1} (\Delta x_i + \Delta x_{i-1})} \right] \\
& + \phi_{i,j+1,k} \left[\frac{2\sigma_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}}{\Delta y_j (\Delta y_j + \Delta y_{j-1})} \right] + \phi_{i,j-1,k} \left[\frac{2\sigma_{i-\frac{1}{2},j-1,k-\frac{1}{2}}}{\Delta y_{j-1} (\Delta y_j + \Delta y_{j-1})} \right] \\
& + \phi_{i,j,k+1} \left[\frac{2\sigma_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}}{\Delta z_k (\Delta z_k + \Delta z_{k-1})} \right] + \phi_{i,j,k-1} \left[\frac{2\sigma_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k-1}}{\Delta z_{k-1} (\Delta z_k + \Delta z_{k-1})} \right] + A_{i,j,k}^x \left[\frac{2i\omega \sigma_{i,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} \right] \\
& + A_{i-1,j,k}^x \left[\frac{-2i\omega \sigma_{i-1,j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} \right] + A_{i,j,k}^y \left[\frac{2i\omega \sigma_{i-\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}}{\Delta y_j + \Delta y_{j-1}} \right] + A_{i,j-1,k}^y \left[\frac{-2i\omega \sigma_{i-\frac{1}{2},j-1,k-\frac{1}{2}}}{\Delta y_j + \Delta y_{j-1}} \right] \\
& + A_{i,j,k}^z \left[\frac{2i\omega \sigma_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}}{\Delta z_k + \Delta z_{k-1}} \right] + A_{i,j,k-1}^z \left[\frac{2i\omega \sigma_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k-1}}{\Delta z_k + \Delta z_{k-1}} \right] = 0
\end{aligned} \tag{E1.7}$$

Yine katsayı dizeyini simetrik yapmak adına E1.4, E1.5, E1.6 ve E1.7 denklemleri sırasıyla $\Delta x_i(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})/4$, $\Delta y_j(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})/4$, $\Delta z_k(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})/4$ ve $\frac{-\mu}{8i\omega}(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})(\Delta y_j + \Delta y_{j-1})(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})$ ile çarpılmalıdır. Aşağıdaki şekilde elde edilecek katsayı dizeyinin bir şeması verilmektedir.

$$\begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} & S_{x\phi} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{yz} & S_{y\phi} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_{zz} & S_{z\phi} \\ S_{\phi x} & S_{\phi y} & S_{\phi z} & S_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \\ b_\phi \end{bmatrix}$$

Şekil E1.1 Manyetik Vektör ve Skaler Elektrik yaklaşımı ile elde edilen doğrusal denklem seti

Denklem E1.4 denklemini yukarıda verilen dizeyin ilk satırını temsil eder. Bu denklemdeki A^x katsayıları Şekil E1.1'deki S_{xx} alt dizeyini oluşturur. Aynı şekilde A^y ve A^z için olan katsayılar sırasıyla S_{xy} ve S_{xz} alt dizeylerini oluşturacaktır. Denklem E1.4'deki ϕ değerleri ise $S_{x\phi}$ dizeyinde yer alacaktır. Denklem E1.4'den E1.7'ye olan tüm katsayıların Şekil E1.1'de yerleri aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

Çizelge E1.2 Farklı denklemler için hesaplanan katsayıların oluşturacağı seyrek dizeler.

Denklem	A^x	A^y	A^z	ϕ
E1.4	S_{xx}	S_{xy}	S_{xz}	$S_{x\phi}$
E1.5	S_{yx}	S_{yy}	S_{yz}	$S_{y\phi}$
E1.6	S_{zx}	S_{zy}	S_{zz}	$S_{z\phi}$
E1.7	$S_{\phi x}$	$S_{\phi y}$	$S_{\phi z}$	$S_{\phi\phi}$

Sınır koşulları ayrıklaştırma sırasında uygulanmalıdır. Çizelge E1.1'de parantez içinde çözülmesi gereken bilinmeyenler verilmektedir. Bu bilinmeyenler dışındaki kenar ve potansiyeller sınırlara düşmektedir ve sınırlara düşen kenar ve potansiyellerin değerleri bilinmektedir. Sınırlara düşen potansiyeller ayrıklaştırma sırasında sıfır alınmaktadır. MT probleminin çözümü birbirine dik iki adet polarizasyon için yapıldığından dolayı birinci polarizasyon için sınırlara düşen E_x değerleri sıfırdan farklı değerler alırken E_y ve E_z değerleri sıfır olarak kabul edilir. İkinci polarizasyon için ise sınırlara denk gelen E_y değerleri sıfırdan farklı değer alırken E_x ve E_z değerleri sıfır olarak belirlenir. Sıfırdan

farklı elektrik değerlerin hesabı birkaç şekilde olabilir. Sınırdaki bulunan blokların derinlikle değişen özdirencilerine bir boyutlu düz çözüm uygulayarak elektrik alan değerleri elde edilebilir. İkinci yöntemde ise sınırdaki yüzeyi kaplayan blokların özdirençleri kullanılarak iki boyutlu düz çözüm yapılır ve elde edilen elektrik alanlar sınırlarda kullanılır (Usui, 2015). Üçüncü yöntem ise sınıra düşen tüm elektrik alanlara sabit ve tek bir değer atamaktır. Bu çalışmada duyarlılık düzeyinin hesabında kolaylık sağlanması bakımından üçüncü yöntem seçilmiştir. Bu sabit değer 1 olarak alınmıştır.



EK 2 Sonlu Elemanlar ile Yerel Katsayı Dizeyinin Hesabı

‘Ungauged’ yaklaşımı ve bir altıyüzlü eleman için yerel katsayı dizeyi aşağıdaki şekilde ifade edilir

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^e + \mathbf{T}^e & \mathbf{U}^e \\ (\mathbf{U}^e)^T & \mathbf{L}^e \end{bmatrix}_{20 \times 20} \begin{Bmatrix} \mathbf{A}^e \\ \Phi^e \end{Bmatrix}_{20 \times 1} = \{\mathbf{b}^e\}, \quad (\text{E2.1})$$

Burada $\mathbf{K}^e \in \mathfrak{R}^{12 \times 12}$, $\mathbf{U}^e \in \mathfrak{R}^{12 \times 8}$, $\mathbf{L}^e \in \mathfrak{S}^{8 \times 8}$, $\mathbf{T}^e \in \mathfrak{S}^{12 \times 12}$ ve $\mathbf{b}^e \in \mathbb{C}^{20 \times 1}$ boyutlarındadır ve aşağıdaki biçimde ifade edilirler.

$$\mathbf{K}^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (\nabla \mathbf{x} \mathbf{N}^e) (\nabla \mathbf{x} \mathbf{N}^e) |\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta)| d\xi d\eta d\zeta, \quad (\text{E2.2})$$

$$\mathbf{T}^e = i\omega\mu_0\sigma \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{N}^e \cdot \mathbf{N}^e |\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta)| d\xi d\eta d\zeta, \quad (\text{E2.3})$$

$$\mathbf{U}^e = \mu_0\sigma \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{N}^e \cdot \nabla \varphi |\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta)| d\xi d\eta d\zeta, \quad (\text{E2.4})$$

$$\mathbf{L}^e = \frac{\mu_0\sigma}{i\omega} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \nabla \varphi \cdot \nabla \varphi |\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta)| d\xi d\eta d\zeta. \quad (\text{E2.5})$$

$\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta)$ harfi jacobiani temsil eder ve aşağıdaki biçimde verilir.

$$\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 \begin{bmatrix} \xi_j(1 + \eta_j\eta)(1 + \zeta_j\zeta)[x_j^e, y_j^e, z_j^e] \\ \eta_j(1 + \xi_j\xi)(1 + \zeta_j\zeta)[x_j^e, y_j^e, z_j^e] \\ \zeta_j(1 + \xi_j\xi)(1 + \eta_j\eta)[x_j^e, y_j^e, z_j^e] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix}. \quad (\text{E2.6})$$

Buradaki x_j^e , y_j^e ve z_j^e bir altıyüzlü elemanın 8 ($j=1-8$) köşesinin koordinatlarını belirtir. Aynı zamanda E2.2’den E2.5’e kadar olan denklemlerin içindeki yöneysel ifadeler,

$$\mathbf{N}_i^e(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1 + \eta_i\eta)(1 + \zeta_i\zeta)\nabla\xi, \quad i=1-4, \quad (\text{E2.7})$$

$$\mathbf{N}_i^e(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1 + \xi_i\xi)(1 + \zeta_i\zeta)\nabla\eta, \quad i=5-8, \quad (\text{E2.8})$$

$$\mathbf{N}_i^e(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1 + \xi_i\xi)(1 + \eta_i\eta)\nabla\zeta, \quad i=9-12, \quad (\text{E2.9})$$

$$\nabla_x \mathbf{N}_i^e = \frac{l_i}{8} (\eta_i \nabla \eta + \zeta_i \nabla \zeta + \eta_i \zeta_i \zeta \nabla \eta + \zeta_i \eta_i \eta \nabla \zeta) x \nabla \xi \quad i=1-4, \quad (\text{E2.10})$$

$$\nabla_x \mathbf{N}_i^e = \frac{l_i}{8} (\xi_i \nabla \xi + \zeta_i \nabla \zeta + \xi_i \zeta_i \zeta \nabla \xi + \zeta_i \xi_i \xi \nabla \zeta) x \nabla \eta \quad i=5-8, \quad (\text{E2.11})$$

$$\nabla_x \mathbf{N}_i^e = \frac{l_i}{8} (\xi_i \nabla \xi + \eta_i \nabla \eta + \xi_i \eta_i \eta \nabla \xi + \eta_i \xi_i \xi \nabla \eta) x \nabla \zeta \quad i=9-12. \quad (\text{E2.12})$$

$$\nabla \varphi_i^e = \frac{1}{8} \left(\begin{array}{l} \xi_i (1 + \eta_i \eta) (1 + \zeta_i \zeta) \nabla \xi + (1 + \xi_i \xi) \eta_i (1 + \zeta_i \zeta) \nabla \eta \\ + (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta) \zeta_i \nabla \zeta \end{array} \right) \quad i=1-8 \quad (\text{E2.13})$$

şeklinde hesaplanır. Burada ξ_i , ζ_i ve η_i ifadeleri buldukları köşelere göre +1 ya da -1 değerlerini alacaktır. Aşağıdaki çizelgede farklı alt indisler (i) için bu değerler verilmektedir.

Çizelge E2.1 ξ_i , ζ_i ve η_i sabitlerinin alacakları değerler.

i	ξ_i	η_i	ζ_i
1	-1	-1	-1
2	+1	-1	-1
3	+1	+1	-1
4	-1	+1	-1
5	-1	-1	+1
6	+1	-1	+1
7	+1	+1	+1
8	-1	+1	+1

Denklem E2.2 ile E2.5 arasında verilen \mathbf{K}^e , \mathbf{T}^e , \mathbf{U}^e ve \mathbf{L}^e dizeyleri Denklem E2.7 ile E2.13 arasında ifade edilen integrallerin hesabını gerektirmektedir fakat bu integrallerin bir analitik ifadesi bulunmamaktadır. Bu sebeple integraller sayısal yöntemler ile alınmalıdır. Denklem E2.2'den E2.5'e kadar olan integrallerin hepsi +1 ve -1 aralığında olduğu için, sayısal integrasyon olarak Gaussian quadrature yöntemi kullanılmaktadır. Bu sayısal yaklaşımın özelliği +1 ve -1 aralığında alınması gereken integralleri çok az sayıda nokta kullanarak ve çok az hata ile hesaplayabilmesidir. Gaussian quadrature yaklaşımı aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n w_i w_j w_k f(\xi_i, \eta_j, \zeta_k). \quad (\text{E2.14})$$

Denklem E2.14'de 'w' ile gösterilen sayılar ağırlıklandırma katsayılarıdır. n harfi ile her bir yönde kaç nokta kullanılacağı belirtilmektedir. Genel olarak n=3 alınması kafidir. Her yönde üç nokta kullanılması ile $\mathbf{K}^e, \mathbf{T}^e, \mathbf{U}^e$ ve \mathbf{L}^e dizyelerinin hesabı 27 nokta ile sağlanmaktadır. Kullanılacak ağırlıklar ve integrasyonun alınması gereken aralık olan +1 ile -1 aralığında seçilmesi gereken noktalar (ξ, η ve ζ) aşağıdaki çizelgede n=3 için verilmektedir. Daha fazla nokta kullanarak integrasyon yapmak da mümkündür. 4 veya daha fazla nokta için ağırlıklar (w) literatürde ve internette mevcuttur.

Çizelge E2.2 Gaussian quadrature sayısal yöntemini 3 nokta kullanarak uygulamak için seçilmesi gereken noktalar ve bu noktalar için kullanılması gereken ağırlıklar.

Nokta (ξ, η ya da ζ)	Ağırlık (w)
0	$\frac{8}{9}$
$\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{5}{9}$
$-\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{5}{9}$

Denklem E2.6'da verilen dizeyin devriği aşağıdaki şekilde verilir.

$$\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta)^{-1} = \mathbf{J}(x, y, z) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (\text{E2.15})$$

Bu dizeyin önemi şudur: Denklem E2.7 ile E2.13 arasında verilen ifadelerde geçen $\nabla \xi, \nabla \eta$ ve $\nabla \zeta$ terimlerinin hesabı için Denklem E2.15 kullanılmalıdır. Çizelgede E2.3'de sayısal integralin bir özeti verilmektedir.

Sonlu elemanlar yönteminde sınıra gelen ve bilinen yöneysel ve skaler değerler genel olarak denklem takımına bilinmeyen olarak sokulabileceği gibi bu elemanlar denklem takımına sokulmadan da çözüm sağlanabilir.

Çizelge E2.3 Gaussian quadrature sayısal integralini almak için özet verilmektedir.

Adım	Yapılacaklar
1.	ξ, η ve ζ noktaları için Çizelge E2.2'den nokta ve ağırlık seçilir
2.	Seçilen noktalar ile Denklem E2.6'daki düzey hesaplanır. Ayrıyeten bu düzeyin determinantı 5. adımda kullanılmak üzere hesaplanır.
3.	Önceki adımda hesaplanan düzeyin tersi alınarak Denklem E2.15 hesaplanır. Böylece $\nabla\xi, \nabla\eta$ ve $\nabla\zeta$ ifadelerinin sayısal karşılıkları elde edilmiş olunur.
4.	Eldeki nokta değerleri (ξ, η, ζ) ve eğim değerleri ($\nabla\xi, \nabla\eta$ ve $\nabla\zeta$) bilindiği için E2.7 ila E2.13 arasındaki formüller işletilebilir.
5.	Önceki adımda hesaplanan yöneysel değerler ve 2. adımda hesaplanan determinant değeri kullanılarak Denklem E2.2 ile E2.5 arasındaki düzeyler hesaplanır.
6.	Bu adımda Denklem E2.14 işletilmelidir. Bir önceki adımda elde edilen değerler ($f(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)$) seçilen noktaların ağırlıkları (w_i, w_j ve w_k) ile çarpılmalı ve bir kenara yazılmalıdır.
7.	1. adıma dönülür ve Çizelge E2.2'deki farklı noktalar ve ağırlıklar seçilerek aynı işlemler tekrar edilir. 6. adıma gelindiğinde kenara yazılmış değerler ile elde edilen değerler toplanır. Her bir yönde 3 nokta ($n=3$) kullanılması durumunda bu döngü 27 defa dönmelidir.

Bir örnek aşağıdaki gibi verilmiştir. İki boyutlu bir ortamda dört kenarlı elemanlarla çalışılıyor olsun ve sınıra komşuluğu olan bir dörtkenarlı eleman için yerel katsayı sistemi aşağıdaki gibi olsun:

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & -2 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & -2 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{12} \\ u_{14} \\ u_{28} \\ u_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{E2.16})$$

Görüldüğü üzere u_{12} ve u_{28} değerleri sınırdadır ve değerleri bilindiği için denklemin sağ tarafında sıfırdan farklı değerler almaktadırlar. Yukarıdaki yerel denklemi tümel denkleme birleştirmek mümkündür fakat sınır koşullarını farklı bir şekilde uygulamak da mümkündür. u_{12} ve u_{28} değerlerinin sınırdaki 4 ve 7 olduğunu varsayalım o zaman Denklem E2.16'yı aşağıdaki şekilde sadeleştirmek mümkün olacaktır:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{12} \\ u_{14} \\ u_{28} \\ u_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{E2.17})$$

Sonrasında Gauss eliminasyon ile bilinmeyen u_{14} ve u_{34} ile ilgili 2. ve 4. satırdaki denklemleri sadeleştirmek mümkün hale gelir:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{12} \\ u_{14} \\ u_{28} \\ u_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 11 \\ 7 \\ 11 \end{bmatrix} \quad (\text{E2.18})$$

Sonrasında u_{12} ve u_{28} terimleri denklem takımından çıkartılırsa elde aşağıdaki denklem takımı kalır.

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{14} \\ u_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 11 \end{bmatrix} \quad (\text{E2.19})$$

Sonrasında Denklem E2.19 tümel katsayı dizeyine birleştirilebilir. Böylece sınırdaki u_{12} ve u_{28} ana denklem takımından çıkmış olur. Bu yaklaşımın avatajı SF ile SE sayısal yöntemlerinin melezi olan yaklaşımda ortaya çıkmaktadır. SF yönteminde sınırlara düşen kenar ve noktalar denklem takımı içinde çözülmez. Burada anlatıldığı gibi SE için de aynı yaklaşım uygulanırsa bu iki sayısal yöntem beraber kullanılabilir.

EK 3 Genel Katılık Dizeyinin Frekans ve Parametrenin Doğrusal bir Fonksiyonuna Getirilmesi

Sonlu elemanların bir elemanı için yerel düzey sistemi aşağıdaki şekildedir,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^e + \mathbf{T}^e & \mathbf{U}^e \\ (\mathbf{U}^e)^T & \mathbf{L}^e \end{bmatrix}_{20 \times 20} \begin{Bmatrix} \mathbf{A}^e \\ \Phi^e \end{Bmatrix}_{20 \times 1} = \{\mathbf{b}^e\} \quad (\text{E3.1})$$

Burada \mathbf{K} , \mathbf{T} , \mathbf{U} ve \mathbf{L} aşağıdaki gibidir,

$$\mathbf{K}^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (\nabla_x \mathbf{N}^e)(\nabla_x \mathbf{N}^e) |\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta)| d\xi d\eta d\zeta, \quad (\text{E3.2})$$

$$\mathbf{T}^e(\omega, \sigma) = i\omega\mu_0\sigma \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{N}^e \cdot \mathbf{N}^e |\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta)| d\xi d\eta d\zeta, \quad (\text{E3.3})$$

$$\mathbf{U}^e(\sigma) = \mu_0\sigma \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{N}^e \cdot \nabla\varphi |\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta)| d\xi d\eta d\zeta, \quad (\text{E3.4})$$

$$\mathbf{L}^e(\omega, \sigma) = \frac{\mu_0\sigma}{i\omega} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \nabla\varphi \cdot \nabla\varphi |\mathbf{J}(\xi, \eta, \zeta)| d\xi d\eta d\zeta. \quad (\text{E3.5})$$

Sonlu elemanlar için tüm elemanlar için elde edilen (E3.1) denklemlerinin birleştirilmesi ile genel düzey denklemindeki katsayı dizeyi aşağıdaki gibi verilebilir,

$$\mathbf{S}^{SE} = \begin{bmatrix} \sum_{e=1}^{N_e} (\mathbf{K}^e + \mathbf{T}^e) & \sum_{e=1}^{N_e} \mathbf{U}^e \\ \sum_{e=1}^{N_e} (\mathbf{U}^T)^e & \sum_{e=1}^{N_e} \mathbf{L}^e \end{bmatrix}, \quad (\text{E3.6})$$

$$\mathbf{b} = \sum_{e=1}^{N_e} \mathbf{b}^e, \quad (\text{E3.7})$$

Denklem E3.6'deki katsayı dizeyi ne zaman frekans (ω) ya da iletkenlik değerleri (σ) değişirse tekrar kurulmalıdır. 3B manyetotellürik yöntem için yüzbinlerce eleman kullanıldığı düşünüldüğünde bu işlem hesaplama açısından pahalıdır. Hızlı katsayı dizeyi kurma teknikleri kenar-tabanlı sonlu elemanlar için (Anjam ve Valdman, 2015) ve köşe tabanlı sonlu elemanlar (Rahman ve Valdman, 2013) için literatürde mevcut olsada, bu bölümde anlatılan teknik ile katsayı dizeyi frekansın ve iletkenliğin bir lineer fonksiyonu olarak yazılacak ve bu sayede katsayı dizeyi her ters çözüm adımında yeni iletkenlik değerleri için çok hızlı bir şekilde kurulabilirken aynı zamanda sonlu elemanlar ve hatta melez yöntem için iletkenliğe göre türevler çok kolay bir şekilde alınabilecektir.

Görüldüğü üzere Denklem E3.3'de ve E3.5'de verilen \mathbf{T} ve \mathbf{L} dizeyleri hem açısal frekansa (ω) hem de iletkenlik değerine (σ) bağlıdır. Denklem E2.4'deki \mathbf{U} dizeyi ise sadece iletkenliğe bağlıdır. Denklem E3.1'deki \mathbf{K} ise frekans ve iletkenlikten bağımsızdır. Manyetotellürik yöntemde ve genel olarak elektromanyetik yöntemlerde düz

çözümde kullanılan her iletkenlik (σ) değeri ters çözümde parametre olarak kullanılmaz. Buna örnek olarak havanın iletkenliği verilebilir. Manyetotellürik yöntem için yer altındaki tüm elemanlar parametre olarak kabul edilebilir. Bu yeraltındaki elemanlar için hazırlanacak olan \mathbf{T} , \mathbf{U} ve \mathbf{L} dizeyleri aşağıdaki şekilde dönüştürülebilir,

$$\bar{\mathbf{T}}^{e,Y} = \mathbf{T}^{e,Y}/(\omega\sigma), \quad (\text{E3.8})$$

$$\bar{\mathbf{U}}^{e,Y} = \mathbf{U}^{e,Y}/\sigma, \quad (\text{E3.9})$$

$$\bar{\mathbf{L}}^{e,Y} = \mathbf{L}^{e,Y}\omega/\sigma. \quad (\text{E3.10})$$

Burada Y üst takısı bu dizeylerin parametreleştirme ağındaki elemanlar için olduğunu işaret etmektedir. Daha sonrasında, dönüştürülmüş olan bu dizeyler tümel katsayı dizyelerine aşağıdaki gibi belirli kolonları kullanılarak birleştirilirler.

$$\bar{\mathbf{T}}^{i,Y} = \sum_e \bar{\mathbf{T}}_{[:,i,4+i,8+i]}^{e,Y}, \quad i=1-4 \quad (\text{E3.11})$$

$$\overline{(\mathbf{U}^T)^{i,Y}} = \sum_e \overline{(\mathbf{U}^T)_{[:,i,4+i,8+i]}^{e,Y}}, \quad (\text{E3.12})$$

$$\bar{\mathbf{U}}^{j,Y} = \sum_e \bar{\mathbf{U}}_{[:,j]}^{e,Y}, \quad j=1:8 \quad (\text{E3.13})$$

$$\bar{\mathbf{L}}^{j,Y} = \sum_e \bar{\mathbf{L}}_{[:,j]}^{e,Y}. \quad (\text{E3.14})$$

Çizelge E3.1'de hangi kolonların birleştirilmesi gerektiği daha açık bir şekilde belirtilmektedir. $[j][i]$ gibi bir indis ifadesi j 'inci satır ve i 'inci kolondaki değeri ifade eder. $[:,i]$ ifadesiyle de tüm satır ya da sütun değerlerin alınması gerektiği belirtilmektedir.

Yukarıdaki frekans ve iletkenlik bileşenleri ayıklanmış tümel dizeyler bir araya getirilirse eğer ve ayıklanmış frekans bileşeni ile çarpılırsa aşağıdaki dizeyler elde edilecektir.

$$\mathbf{X}^n = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}^{n,L}\omega & \bar{\mathbf{U}}^{n,L} \\ \overline{(\mathbf{U}^T)^{n,L}} & \bar{\mathbf{L}}^{n,L}/\omega \end{bmatrix}, \quad n=1-4, \quad (\text{E3.15})$$

$$\mathbf{X}^n = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \bar{\mathbf{U}}^{n,L} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{L}}^{n,L}/\omega \end{bmatrix}, \quad n=5-8. \quad (\text{E3.16})$$

Denklem E3.15 ve E3.16, 8 farklı dizey üretmektedirler. Örnek olarak \mathbf{X}^1 'i ele alırsak bu dizeyin $\bar{\mathbf{T}}^{1,Y}$, $\overline{(\mathbf{U}^T)^{1,Y}}$, $\bar{\mathbf{U}}^{1,Y}$ ve $\bar{\mathbf{L}}^{1,Y}$ dizyelerinin toplamından oluştuğu görülür. Bu dizyelerde yerel katsayı dizyelerinin 1. 5. 9. ve 13. kolonlarının toplamından oluşmaktadır. Bu kolonlarda \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_5 , \mathbf{A}_9 ve ϕ_1 elemanların katsayıları ile ilişkilidir (Şekil 3.1). Bu elemanların tümel dizeye birleştirilmesi ile de tümel dizeyin hiçbir kolonunun

iki farklı yerel dizeyinin katsayıları barındırmadığı görülebilir. Bu sebepten dolayı \mathbf{X}^1 dizeyinin her kolonu daha önceden ayıklanmış iletkenlik değerleri ile çarpılabilir. Bunun için bir haritalama dizeyi tanımlanır ve parametre olarak tanımlanan iletkenlik değerlerini her elemanın iletkenlik değerlerine haritalar.

$$\sigma(\mathbf{m}) = \mathbf{W}\mathbf{m}. \quad (\text{E3.17})$$

Sonrasında her bir \mathbf{X} dizeyi eksik iletkenlik değerleri ile çarpılır

$$\mathbf{Y}^Y = \sum_{n=1}^8 \mathbf{X}^n \text{diag}(\mathbf{W}^n \mathbf{m}), \quad (\text{E3.18})$$

Burada \mathbf{Y}^Y parametreleştirilen hacimde kalan elemanların yerel katsayı dizyelerinin birleştirilmesi ile elde edilmiştir.

Çizelge E3.1 Birleştirilmesi gereken yerel dizey sistemlerinin hangi kolonlarının kullanılması gerektiği gösterilmektedir.

i yada j	$\bar{\mathbf{T}}^{i,Y}$	$\overline{(\mathbf{U}^T)^{i,Y}}$	$\bar{\mathbf{U}}^{j,Y}$	$\bar{\mathbf{L}}^{j,Y}$
1	$\sum_e \bar{\mathbf{T}}_{[:,[1\ 5\ 9]]}^{e,Y}$	$\sum_e \overline{(\mathbf{U}^T)}_{[:,[1\ 5\ 9]]}^{e,Y}$	$\sum_e \bar{\mathbf{U}}_{[:,1]}^{e,Y}$	$\sum_e \bar{\mathbf{L}}_{[:,1]}^{e,Y}$
2	$\sum_e \bar{\mathbf{T}}_{[:,[2\ 6\ 10]]}^{e,Y}$	$\sum_e \overline{(\mathbf{U}^T)}_{[:,[2\ 6\ 10]]}^{e,Y}$	$\sum_e \bar{\mathbf{U}}_{[:,2]}^{e,Y}$	$\sum_e \bar{\mathbf{L}}_{[:,2]}^{e,Y}$
3	$\sum_e \bar{\mathbf{T}}_{[:,[3\ 7\ 11]]}^{e,Y}$	$\sum_e \overline{(\mathbf{U}^T)}_{[:,[3\ 7\ 11]]}^{e,Y}$	$\sum_e \bar{\mathbf{U}}_{[:,3]}^{e,Y}$	$\sum_e \bar{\mathbf{L}}_{[:,3]}^{e,Y}$
4	$\sum_e \bar{\mathbf{T}}_{[:,[4\ 8\ 12]]}^{e,Y}$	$\sum_e \overline{(\mathbf{U}^T)}_{[:,[4\ 8\ 12]]}^{e,Y}$	$\sum_e \bar{\mathbf{U}}_{[:,4]}^{e,Y}$	$\sum_e \bar{\mathbf{L}}_{[:,4]}^{e,Y}$
5	-	-	$\sum_e \bar{\mathbf{U}}_{[:,5]}^{e,Y}$	$\sum_e \bar{\mathbf{L}}_{[:,5]}^{e,Y}$
6	-	-	$\sum_e \bar{\mathbf{U}}_{[:,6]}^{e,Y}$	$\sum_e \bar{\mathbf{L}}_{[:,6]}^{e,Y}$
7	-	-	$\sum_e \bar{\mathbf{U}}_{[:,7]}^{e,Y}$	$\sum_e \bar{\mathbf{L}}_{[:,7]}^{e,Y}$
8	-	-	$\sum_e \bar{\mathbf{U}}_{[:,8]}^{e,Y}$	$\sum_e \bar{\mathbf{L}}_{[:,8]}^{e,Y}$

Aynı zamanda bu işlem, manyetotellürik yöntem için parametre olarak kabul edilmeyen ve havayı temsil eden elemanlar içinde yapılmalıdır. Ters çözüm için havanın iletkenliği değişmediği için sadece frekans bileşeni aşağıdaki dizyelerden ayıklanır.

$$\bar{\mathbf{T}}^{e,H} = \mathbf{T}^{e,H}/\omega, \quad (\text{E3.19})$$

$$\bar{\mathbf{L}}^{e,H} = \mathbf{L}^{e,H}\omega. \quad (\text{E3.20})$$

Buradaki H üsttakısı bu dizyelerin hava elemanları için olduğu sembolize eder. Sonrasında bu dizyeler ve hava elemanı için \mathbf{U} dizeyi (Denklem E2.4) tümel dizeye birleştirilmelidir.

$$\bar{\mathbf{T}}^H = \sum_e \bar{\mathbf{T}}^{e,H}, \quad (\text{E3.21})$$

$$\bar{\mathbf{L}}^H = \sum_e \bar{\mathbf{L}}^{e,H}, \quad (\text{E3.22})$$

$$\mathbf{U}^H = \sum_e \mathbf{U}^{e,H}. \quad (\text{E3.23})$$

Sonrasında önceden ayıklanan frekans bileşeni eklenirse parametreleştirilmeyen kısım için tümel katsayı dizeyi elde edilir,

$$\mathbf{Y}^H = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}^A \omega & \mathbf{U}^A \\ (\mathbf{U}^A)^T & \bar{\mathbf{L}}^A / \omega \end{bmatrix}. \quad (\text{E3.24})$$

Sonlu elemanlar için son katsayı dizeyi önceden elde edilen tümel katsayı dizyelerinin toplamıdır.

$$\mathbf{S} = \mathbf{Y}^H + \mathbf{Y}^Y + \mathbf{K}, \quad (\text{E3.25})$$

burada,

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \sum_{e=1}^{ne} \mathbf{K}^e & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (\text{E3.26})$$

olarak bulunur. Denklem E3.25 ile elde edilen dizey Denklem 3.24 ile elde edilen dizey ile tamamen aynıdır. Aynı zamanda daha açık şekilde E3.25 aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(\omega, \mathbf{m}) = \mathbf{K} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}^A \omega & \mathbf{U}^A \\ (\mathbf{U}^A)^T & \bar{\mathbf{L}}^A / \omega \end{bmatrix} + \sum_{n=1}^4 \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}^{n,L} \omega & \bar{\mathbf{U}}^{n,L} \\ (\bar{\mathbf{U}}^T)^{n,L} & \bar{\mathbf{L}}^{n,L} / \omega \end{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{W}^n \mathbf{m}) \\ + \sum_{n=5}^8 \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \bar{\mathbf{U}}^{n,L} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{L}}^{n,L} / \omega \end{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{W}^n \mathbf{m}) \end{aligned} \quad (\text{E3.27})$$

E3.27 denkleminin içinde birbirinden bağımsız 35 adet dizey bulunmaktadır. Bu sayı yüksek gözüксе de bu dizeyler seyrek dizeylerdir. Aynı zamanda bu denklem herhangi bir frekans (ω) ya da \mathbf{m} değeri için çok hızlı bir şekilde hesaplanabilmektedir.

EK 4 Duyarlılık Dizeyinin Eldesi

Elektromanyetik problemler için hesaplanması gereken duyarlılık dizeyi (Jacobian matrix) elde edilmesinde Egbert ve Kelbert (2012)' in yaklaşımı kullanılmıştır. Aşağıda bu yaklaşımın sonlu farklar, sonlu elemanlar veya melez düz çözümde uygulanabilecek şekilde aşağıda açıklanmıştır.

Manyetotellürik yöntemin düz çözümünde aşağıdaki iki denklem çözülür. İki denklem çözülmesinin sebebi problemin iki farklı polarizasyon için çözülmesi gerekliliğidir.

$$\mathbf{Sx}_1 = \mathbf{b}_1 \quad (\text{E4.1})$$

$$\mathbf{Sx}_2 = \mathbf{b}_2 \quad (\text{E4.2})$$

Burada \mathbf{b}_1 birinci polarizasyon için \mathbf{b}_2 ikinci polarizasyon için sınır koşullarını içeren yöneylerdir. Düz çözümün sonunda iki farklı (\mathbf{x}_1 ve \mathbf{x}_2) yöney elde edilecektir. Burada, eğer doğrudan elektrik alanlar çözülüyor ise \mathbf{x} yöneyleri elektrik alanları temsil edecektir. Bu çalışmada 'ungauged' yaklaşımı düz çözümde kullanıldığı için \mathbf{x} yöneyleri manyetik vektör (\mathbf{A}) ve skaler elektrik potansiyelleri içermektedir (ϕ). Aynı zamanda λ_{Ex} λ_{Ey} λ_{Hx} λ_{Hy} λ_{Hz} biçiminde 5 adet seyrek yöney tanımlanır ve bu yöneylerin \mathbf{e} ile çarpımı yeryüzündeki ilgili noktada (ölçü alınan bir noktada) elektrik ve manyetik alanları verir.

$$H_x = \lambda_{Hx} \mathbf{x} \quad (\text{E4.3})$$

$$H_y = \lambda_{Hy} \mathbf{x} \quad (\text{E4.4})$$

$$H_z = \lambda_{Hz} \mathbf{x} \quad (\text{E4.5})$$

$$E_x = \lambda_{Ex} \mathbf{x} \quad (\text{E4.6})$$

$$E_y = \lambda_{Ey} \mathbf{x} \quad (\text{E4.7})$$

Düz çözüm ile elde edilen \mathbf{x} yöneylerinin bir fonksiyon ile yeryüzünde ölçülen büyüklüklere çevrilmesi mümkündür.

$$[\mathbf{Z}^D, \mathbf{T}^D, \phi, \Psi] = \mathbf{F}(\mathbf{x}(\mathbf{m}_\sigma), \mathbf{m}_c) \quad (\text{E4.8})$$

Burada \mathbf{F} fonksiyonu yeryüzünde hesaplanan verileri (bozulmuş empedans (\mathbf{Z}^D), bozulmuş manyetik transfer fonksiyonu (\mathbf{T}^D), faz tensörü (ϕ), faz yöneyi (Ψ) vb.) verir. Duyarlılık dizeyi ise aşağıdaki şekilde türevde zincir kuralı ile elde edilir.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}} & \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{m}_\sigma} & \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{m}_C} \end{bmatrix} \quad (\text{E4.9})$$

Burada \mathbf{m}_σ ve \mathbf{m}_C iletkenlik ve distorsiyon için parameter değerleridir. Eğer distorsiyon tensörü parametre olarak kestirilmiyorsa $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{m}_C}$ ifadesi gider. \mathbf{x} iki adet polarizasyon içermektedir. Bu sebeple

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{m}_\sigma} = \mathbf{L}_1 \mathbf{S}^{-1} \mathbf{P}_1 + \mathbf{L}_2 \mathbf{S}^{-1} \mathbf{P}_2 \quad (\text{E4.10})$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{m}_C} = \mathbf{G} \quad (\text{E4.11})$$

şeklinde yazılır. Burada \mathbf{L} , \mathbf{S} , \mathbf{G} ve \mathbf{P} karmaşık sayılardan oluşan seyrek dizelerdir. \mathbf{P} dizeleri aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\mathbf{P}_1 = \frac{\partial (\mathbf{S} \mathbf{x}_1^0)}{\partial \mathbf{m}_\sigma} \quad (\text{E4.12})$$

$$\mathbf{P}_2 = \frac{\partial (\mathbf{S} \mathbf{x}_2^0)}{\partial \mathbf{m}_\sigma} \quad (\text{E4.13})$$

\mathbf{x}^0 türevin hesaplanması gereken noktada düz çözüm değerleridir. Eğer katılık dizeyinin aşağıdaki şekilde oluşturulduğu biliniyorsa (EK 3),

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(\omega, \mathbf{m}_\sigma) = & \mathbf{K} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}^A \omega & \mathbf{U}^A \\ (\mathbf{U}^A)^T & \bar{\mathbf{L}}^A / \omega \end{bmatrix} + \sum_{n=1}^4 \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}^{n,L} \omega & \bar{\mathbf{U}}^{n,L} \\ (\mathbf{U}^T)^{n,L} & \bar{\mathbf{L}}^{n,L} / \omega \end{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{W}^n \mathbf{m}_\sigma) \\ & + \sum_{n=5}^8 \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \bar{\mathbf{U}}^{n,L} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{L}}^{n,L} / \omega \end{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{W}^n \mathbf{m}_\sigma) \end{aligned} \quad (\text{E4.14})$$

E4.13 bağıntısının parametreye göre türevi aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$\frac{\partial \mathbf{S} \mathbf{x}^0}{\partial \mathbf{m}_\sigma} = \sum_{n=1}^4 \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}^{n,L} \omega & \bar{\mathbf{U}}^{n,L} \\ (\mathbf{U}^T)^{n,L} & \bar{\mathbf{L}}^{n,L} / \omega \end{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{x}^0) \mathbf{W}^n + \sum_{n=5}^8 \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \bar{\mathbf{U}}^{n,L} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{L}}^{n,L} / \omega \end{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{x}^0) \mathbf{W}^n \quad (\text{E4.15})$$

Katılık dizeyi, hem sonlu farklar hem de sonlu elemanlar katılık dizyelerinin melez bir yaklaşımı ile oluşturulduğu durumda aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\mathbf{S}^{\text{MLZ}} = \mathbf{S}^{\text{SE}} + \mathbf{S}^{\text{SF}}. \quad (\text{E4.16})$$

Böyle bir durumda ise türev ifadesi şu şekilde olacaktır:

$$\frac{\partial(\mathbf{S}^{\text{MLZ}}\mathbf{x}^0)}{\partial\mathbf{m}_\sigma} = \frac{\partial(\mathbf{S}^{\text{SE}}\mathbf{x}^0)}{\partial\mathbf{m}_\sigma} + \frac{\partial(\mathbf{S}^{\text{SF}}\mathbf{x}^0)}{\partial\mathbf{m}_\sigma} \quad (\text{E4.17})$$

Distorsiyon tensörünün empedans (\mathbf{Z}) ve manyetik transfer fonksiyonu (\mathbf{T}) üzerindeki etkisi ise aşağıdaki biçimde verilmektedir.

$$\begin{bmatrix} Z_{xx}^D & Z_{xy}^D \\ Z_{yx}^D & Z_{yy}^D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{xx}Z_{xx} + C_{xy}Z_{yx} & C_{xx}Z_{xy} + C_{xy}Z_{yy} \\ C_{yx}Z_{xx} + C_{yy}Z_{yx} & C_{yx}Z_{xy} + C_{yy}Z_{yy} \end{bmatrix} \quad (\text{E4.18})$$

$$\begin{bmatrix} T_{zx}^D & T_{zy}^D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{zx} & T_{zy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{zx} & C_{zy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{zx} + C_{zx}Z_{xx} + C_{zy}Z_{yx} & T_{zy} + C_{zx}Z_{xy} + C_{zy}Z_{yy} \end{bmatrix} \quad (\text{E4.19})$$

Eğer \mathbf{F} fonksiyonunun \mathbf{Z}^D ve \mathbf{T}^D dizey ve yöneylerinin elemanlarını da oluşturduğu biliniyorsa, bu fonksiyonun parametre olarak kestirilen distorsiyon tensörünün (\mathbf{m}_C) elemanlarına göre türevi hesaplanabilir. $\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{m}_C}$ ifadesi şablon halinde Çizelge E4.1'de verilmiştir.

Çizelge E4.1 Bozulmuş empedans tensörünün (\mathbf{Z}^D ve manyetik transfer fonksiyonunun (\mathbf{T}^D) distorsiyon tensörlerine göre (C_h ve C_z) türevleri verilmektedir.

\mathbf{F}	$\partial\mathbf{m}_{C_{xx}}$	$\partial\mathbf{m}_{C_{xy}}$	$\partial\mathbf{m}_{C_{yx}}$	$\partial\mathbf{m}_{C_{yy}}$	$\partial\mathbf{m}_{C_{zx}}$	$\partial\mathbf{m}_{C_{zy}}$
\mathbf{Z}_{xx}^D	Z_{xx}	Z_{yx}	-	-	-	-
\mathbf{Z}_{xy}^D	Z_{xy}	Z_{yy}	-	-	-	-
\mathbf{Z}_{yx}^D	-	-	Z_{xx}	Z_{yx}	-	-
\mathbf{Z}_{yy}^D	-	-	Z_{xy}	Z_{yy}	-	-
\mathbf{T}_{zx}^D	-	-	-	-	Z_{xx}	Z_{yx}
\mathbf{T}_{zy}^D	-	-	-	-	Z_{xy}	Z_{yy}

$\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{m}_C}$ ifadesi faz tensörü (Φ) ve faz yöneyi (Ψ) için sıfırdır. Çünkü bu veriler distorsiyondan etkilenmemektedir.

\mathbf{L} dizeyinin eldesi için yeryüzünde hesaplanan verilerin nasıl elde edildiği anlaşılmalıdır. Bozulmamış empedans tensörü aşağıdaki biçimde elde edilir.

$$\begin{bmatrix} E_{x1} & E_{x2} \\ E_{y1} & E_{y2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{x1} & H_{x2} \\ H_{y1} & H_{y2} \end{bmatrix} \quad (\text{E4.20})$$

Burada Manyetik H_{x1}, H_{y1}, E_{x1} ve H_{y1} birinci polarizasyon için elde edilmiş elektrik ve manyetik alanlardır. Buna mukabil H_{x2}, H_{y2}, E_{x2} ve H_{y2} ikinci polarizasyon için elde edilen alanlardır. Transfer fonksiyonunun eldesi için aşağıdaki denklem takımı çözülmelidir.

$$\begin{bmatrix} H_{z1} & H_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{zx} & T_{zy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{x1} & H_{x2} \\ H_{y1} & H_{y2} \end{bmatrix} \quad (E4.21)$$

Burada H_{z1} birinci polarizasyon, H_{z2} ise ikinci polarizasyon için elde edilen düşey manyetik alanlardır. Empedans ve manyetik transfer fonksiyonu beraber olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} E_{x1} & E_{x2} \\ E_{y1} & E_{y2} \\ H_{z1} & H_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \\ T_{zx} & T_{zy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{x1} & H_{x2} \\ H_{y1} & H_{y2} \end{bmatrix} \quad (E4.22)$$

Bu ifade aşağıdaki şekilde düzenlenebilir.

$$\begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{yx} & T_{zx} \\ Z_{xy} & Z_{yy} & T_{zy} \end{bmatrix} = \Theta = \begin{bmatrix} H_{x1} & H_{y1} \\ H_{x2} & H_{y2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E_{x1} & E_{y1} & H_{z1} \\ E_{x2} & E_{y2} & H_{z2} \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{H}} \quad (E4.23)$$

Θ 'nin \mathbf{x}_1 ve \mathbf{x}_2 ye göre türevinin alınması gerekir.

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{x}} = \Theta' = \frac{\mathbf{Q}'\mathbf{H}^0 - \mathbf{H}'\mathbf{Q}^0}{\mathbf{H}^{0^2}} = \frac{1}{\mathbf{H}^0} (\mathbf{Q}' - \mathbf{H}'\Theta^0) = [\mathbf{L}_{z1} \quad \mathbf{L}_{z2}] = \begin{bmatrix} \lambda_{Zxx1} & \lambda_{Zxx2} \\ \lambda_{Zxy1} & \lambda_{Zxy2} \\ \lambda_{Zyx1} & \lambda_{Zyx2} \\ \lambda_{Zyy1} & \lambda_{Zyy2} \\ \lambda_{Tzx1} & \lambda_{Tzx2} \\ \lambda_{Tzy1} & \lambda_{Tzy2} \end{bmatrix} \quad (E4.24)$$

Burada $\mathbf{Q}^0, \mathbf{H}^0$ ve Θ^0 duyarlılık düzeyinin hesaplandığı elektrik alan, manyetik alan ve empedans değerleridir. $1/\mathbf{H}^0$ aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\frac{1}{\mathbf{H}^0} = \begin{bmatrix} H_{x1}^0 & H_{y1}^0 \\ H_{x2}^0 & H_{y2}^0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \quad (E4.25)$$

Buradan hesapla Θ' aşağıdaki şekilde elde edilir,

$$\Theta' = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \lambda_{Ex1} & \lambda_{Ey1} & \lambda_{Hz1} \\ \lambda_{Ex2} & \lambda_{Ey2} & \lambda_{Hz2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda_{Hx1} & \lambda_{Hy1} \\ \lambda_{Hx2} & \lambda_{Hy2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{xx}^0 & Z_{yx}^0 & T_{zx}^0 \\ Z_{xy}^0 & Z_{yy}^0 & T_{zy}^0 \end{bmatrix} \right) \quad (E4.26)$$

$$\Theta' = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{Ex1} - Z_{xx}^0 \lambda_{Hx1} - Z_{xy}^0 \lambda_{Hy1} & \lambda_{Ey1} - Z_{yx}^0 \lambda_{Hx1} - Z_{yy}^0 \lambda_{Hy1} & \lambda_{Hz1} - T_{zx}^0 \lambda_{Hx1} - T_{zy}^0 \lambda_{Hy1} \\ \lambda_{Ex2} - Z_{xx}^0 \lambda_{Hx2} - Z_{xy}^0 \lambda_{Hy2} & \lambda_{Ey2} - Z_{yx}^0 \lambda_{Hx2} - Z_{yy}^0 \lambda_{Hy2} & \lambda_{Hz2} - T_{zx}^0 \lambda_{Hx2} - T_{zy}^0 \lambda_{Hy2} \end{bmatrix} \quad (E4.27)$$

Buradan hesapla L matrisini oluşturacak λ değerleri sırasıyla,

$$\begin{aligned}
\lambda_{Zxx1} &= X_{11}(\lambda_{Ex1} - Z_{xx}^0 \lambda_{Hx1} - Z_{xy}^0 \lambda_{Hy1}) \text{ ve } \lambda_{Zxx2} = X_{12}(\lambda_{Ex2} - Z_{xx}^0 \lambda_{Hx2} - Z_{xy}^0 \lambda_{Hy2}), \\
\lambda_{Zyx1} &= X_{11}(\lambda_{Ey1} - Z_{yx}^0 \lambda_{Hx1} - Z_{yy}^0 \lambda_{Hy1}) \text{ ve } \lambda_{Zyx2} = X_{12}(\lambda_{Ey2} - Z_{yx}^0 \lambda_{Hx2} - Z_{yy}^0 \lambda_{Hy2}), \\
\lambda_{Zxy1} &= X_{21}(\lambda_{Ex1} - Z_{xx}^0 \lambda_{Hx1} - Z_{xy}^0 \lambda_{Hy1}) \text{ ve } \lambda_{Zxy2} = X_{22}(\lambda_{Ex2} - Z_{xx}^0 \lambda_{Hx2} - Z_{xy}^0 \lambda_{Hy2}), \\
\lambda_{Zyy1} &= X_{21}(\lambda_{Ey1} - Z_{yx}^0 \lambda_{Hx1} - Z_{yy}^0 \lambda_{Hy1}) \text{ ve } \lambda_{Zyy2} = X_{22}(\lambda_{Ey2} - Z_{yx}^0 \lambda_{Hx2} - Z_{yy}^0 \lambda_{Hy2}), \\
\lambda_{Tzx1} &= X_{11}(\lambda_{Hz1} - T_{zx}^0 \lambda_{Hx1} - T_{zy}^0 \lambda_{Hy1}) \text{ ve } \lambda_{Tzx2} = X_{12}(\lambda_{Hz2} - T_{zx}^0 \lambda_{Hx2} - T_{zy}^0 \lambda_{Hy2}), \\
\lambda_{Tzy1} &= X_{21}(\lambda_{Hz1} - T_{zx}^0 \lambda_{Hx1} - T_{zy}^0 \lambda_{Hy1}) \text{ ve } \lambda_{Tzy2} = X_{22}(\lambda_{Hz2} - T_{zx}^0 \lambda_{Hx2} - T_{zy}^0 \lambda_{Hy2})
\end{aligned}$$

olarak elde edilecektir. λ_{Zxx1} , λ_{Zxy1} , λ_{Zyx1} , λ_{Zyy1} , λ_{Tzx1} ve λ_{Tzy1} L_1 dizeyinin satırlarını oluştururken λ_{Zxx2} , λ_{Zxy2} , λ_{Zyx2} , λ_{Zyy2} , λ_{Tzx2} ve λ_{Tzy2} L_2 dizeyinin satırlarını oluşturur.

Aynı zamanda distorsiyon tensörü de işin içine katıldığında (Denklem E4.18), bozulmuş empedans tensörü için seyrek yöneyler,

$$\begin{aligned}
\lambda_{Zxx1}^D &= C_{xx}^0 \lambda_{Zxx1} + C_{xy}^0 \lambda_{Zyx1} \text{ ve } \lambda_{Zxx2}^D = C_{xx}^0 \lambda_{Zxx2} + C_{xy}^0 \lambda_{Zyx2} \\
\lambda_{Zyx1}^D &= C_{yx}^0 \lambda_{Zxx1} + C_{yy}^0 \lambda_{Zyx1} \text{ ve } \lambda_{Zyx2}^D = C_{yx}^0 \lambda_{Zxx2} + C_{yy}^0 \lambda_{Zyx2} \\
\lambda_{Zxy1}^D &= C_{xx}^0 \lambda_{Zxy1} + C_{xy}^0 \lambda_{Zyy1} \text{ ve } \lambda_{Zxy2}^D = C_{xx}^0 \lambda_{Zxy2} + C_{xy}^0 \lambda_{Zyy2} \\
\lambda_{Zyy1}^D &= C_{yx}^0 \lambda_{Zxy1} + C_{yy}^0 \lambda_{Zyy1} \text{ ve } \lambda_{Zyy2}^D = C_{yx}^0 \lambda_{Zxy2} + C_{yy}^0 \lambda_{Zyy2}
\end{aligned}$$

olarak bulunur.

Bozulmuş manyetik transfer fonksiyonu Denklem E4.19'da verilmektedir. Buradan seyrek yöneyler,

$$\begin{aligned}
\lambda_{Tzx1}^D &= \lambda_{Tzx} + C_{zx}^0 \lambda_{Zxx1} + C_{zy}^0 \lambda_{Zyx1} \text{ ve } \lambda_{Tzx2}^D = \lambda_{Tzx} + C_{zx}^0 \lambda_{Zxx2} + C_{zy}^0 \lambda_{Zyx2}, \\
\lambda_{Tzy1}^D &= \lambda_{Tzy} + C_{zx}^0 \lambda_{Zxy1} + C_{zy}^0 \lambda_{Zyy1} \text{ ve } \lambda_{Tzy2}^D = \lambda_{Tzy} + C_{zx}^0 \lambda_{Zxy2} + C_{zy}^0 \lambda_{Zyy2}
\end{aligned}$$

olarak elde edilecektir. Distorsiyon tensörünün (C) elemanları üzerindeki 0 üst takısı türevin alınmak istendiği noktadaki distorsiyon tensörünün elemanlarının değerlerini ifade eder.

Distorsiyondan etkilenmeyen faz tensörü aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\Phi = \Re(\mathbf{Z})^{-1} \Im(\mathbf{Z}) = \begin{bmatrix} \Phi_{xx} & \Phi_{xy} \\ \Phi_{yx} & \Phi_{yy} \end{bmatrix} \quad (E4.28)$$

Aşağıda verilen \mathbf{X} ve \mathbf{Y} dizeyleri empedansın gerçel ve sanal kısımları olarak tanımlanırsa,

$$\mathbf{X} = \Re(\mathbf{Z}^0) = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix}, \quad (\text{E4.29})$$

$$\mathbf{Y} = \Im(\mathbf{Z}^0) = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}, \quad (\text{E4.30})$$

elde edilir. Burada \Re ile gerçel kısım, \Im ile ise sanal kısım ifade edilmektedir. Faz tensörünün \mathbf{x} 'ye göre türevi aşağıdaki şekilde olacaktır.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}} = [\mathbf{L}_{\phi 1} \quad \mathbf{L}_{\phi 2}] = \begin{bmatrix} \lambda_{\phi_{xx1}} & \lambda_{\phi_{xx2}} \\ \lambda_{\phi_{xy2}} & \lambda_{\phi_{xy2}} \\ \lambda_{\phi_{yx1}} & \lambda_{\phi_{yx2}} \\ \lambda_{\phi_{yy1}} & \lambda_{\phi_{yy2}} \end{bmatrix} \quad (\text{E4.31})$$

$\lambda_{\phi_{xx}}$, $\lambda_{\phi_{xy}}$, $\lambda_{\phi_{yx}}$ ve $\lambda_{\phi_{yy}}$ faz tensörünün ϕ_{xx} , ϕ_{xy} , ϕ_{yx} ve ϕ_{yy} bileşenleri için türevleri içeren seyrek yöneylerdir ve aşağıdaki şekilde iki polarizasyon için tanımlanırlar. $\mathbf{L}_{\phi 1}$ birinci polarizasyon için yöneyleri içerirken $\mathbf{L}_{\phi 2}$ ise ikinci polarizasyon için olanları ihtiva eder.

$$\lambda_{\phi_{xx1}} = \left(\frac{-X_{22}\Phi_{11}^0}{|\mathbf{X}|} - i \frac{X_{22}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xx1}} + \left(\frac{-Y_{21} + X_{21}\Phi_{11}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xy1}} + \left(\frac{X_{12}\Phi_{11}^0}{|\mathbf{X}|} + i \frac{X_{12}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yx1}} + \left(\frac{Y_{11} - X_{11}\Phi_{11}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yy1}} \quad (\text{E4.32})$$

$$\lambda_{\phi_{xx2}} = \left(\frac{-X_{22}\Phi_{11}^0}{|\mathbf{X}|} - i \frac{X_{22}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xx2}} + \left(\frac{-Y_{21} + X_{21}\Phi_{11}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xy2}} + \left(\frac{X_{12}\Phi_{11}^0}{|\mathbf{X}|} + i \frac{X_{12}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yx2}} + \left(\frac{Y_{11} - X_{11}\Phi_{11}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yy2}} \quad (\text{E4.33})$$

$$\lambda_{\phi_{xy1}} = \left(\frac{-X_{22}\Phi_{12}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xx1}} + \left(\frac{-Y_{22} + X_{21}\Phi_{12}^0 - i \frac{X_{22}}{|\mathbf{X}|}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xy1}} + \left(\frac{X_{12}\Phi_{12}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yx1}} + \left(\frac{Y_{12} - X_{11}\Phi_{12}^0 + i \frac{X_{12}}{|\mathbf{X}|}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yy1}} \quad (\text{E4.34})$$

$$\lambda_{\phi_{xy2}} = \left(\frac{-X_{22}\Phi_{12}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xx2}} + \left(\frac{-Y_{22} + X_{21}\Phi_{12}^0 - i \frac{X_{22}}{|\mathbf{X}|}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xy2}} + \left(\frac{X_{12}\Phi_{12}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yx2}} + \left(\frac{Y_{12} - X_{11}\Phi_{12}^0 + i \frac{X_{12}}{|\mathbf{X}|}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yy2}} \quad (\text{E4.35})$$

$$\lambda_{\phi_{yx1}} = \left(\frac{Y_{21} - X_{22}\Phi_{21}^0}{|\mathbf{X}|} + i \frac{X_{21}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xx1}} + \left(\frac{X_{21}\Phi_{21}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xy1}} + \left(\frac{-Y_{11} + X_{12}\Phi_{21}^0 - i \frac{X_{11}}{|\mathbf{X}|}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yx1}} + \left(\frac{-X_{11}\Phi_{21}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yy1}} \quad (\text{E4.36})$$

$$\lambda_{\phi_{yx2}} = \left(\frac{Y_{21} - X_{22}\Phi_{21}^0}{|\mathbf{X}|} + i \frac{X_{21}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xx2}} + \left(\frac{X_{21}\Phi_{21}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xy2}} + \left(\frac{-Y_{11} + X_{12}\Phi_{21}^0 - i \frac{X_{11}}{|\mathbf{X}|}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yx2}} + \left(\frac{-X_{11}\Phi_{21}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yy2}} \quad (\text{E4.37})$$

$$\lambda_{\phi_{yy1}} = \left(\frac{Y_{22} - X_{22}\Phi_{22}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xx1}} + \left(\frac{X_{21}\Phi_{22}^0}{|\mathbf{X}|} + i \frac{X_{21}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xy1}} + \left(\frac{-Y_{12} + X_{12}\Phi_{22}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yx1}} + \left(\frac{-X_{11}\Phi_{22}^0}{|\mathbf{X}|} - i \frac{X_{11}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yy1}} \quad (\text{E4.38})$$

$$\lambda_{\phi_{yy2}} = \left(\frac{Y_{22} - X_{22}\Phi_{22}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xx2}} + \left(\frac{X_{21}\Phi_{22}^0}{|\mathbf{X}|} + i \frac{X_{21}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{xy2}} + \left(\frac{-Y_{12} + X_{12}\Phi_{22}^0}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yx2}} + \left(\frac{-X_{11}\Phi_{22}^0}{|\mathbf{X}|} - i \frac{X_{11}}{|\mathbf{X}|} \right) \lambda_{Z_{yy2}} \quad (\text{E4.39})$$

Φ_{11}^0 , Φ_{12}^0 , Φ_{21}^0 ve Φ_{22}^0 türevin hesaplandığı faz tensörü değerleridir.

Faz yöneyinin (Ψ) hesabı için öncelikle admittance tensörü (\mathbf{A}) elde edilmelidir. Empedans tensörünün tersi admittance tensörü olarak adlandırılır.

$$\begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xy} \\ A_{yx} & A_{yy} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \quad (\text{E4.40})$$

Faz yöneyi ise aşağıdaki biçimde tanımlanır

$$\Psi = \Im(\mathbf{TA})\Re(\mathbf{A})^{-1} = [\Psi_{zx} \quad \Psi_{zy}] \quad (\text{E4.41})$$

Faz yöneyi için ayrıca admittance tensörü (\mathbf{A}) için gerekli olan ve türevleri içeren seyrek dizeler (λ) hesaplanmalıdır ve aşağıdaki şekilde empedans tensörü için olan yöneylere çok benzer bir biçimde yazılabilir,

$$\lambda_{A_{xx1}} = Y_{11}(\lambda_{Hx1} - A_{xx}^0 \lambda_{Ex1} - A_{xy}^0 \lambda_{Ey1}) \text{ ve } \lambda_{A_{xx2}} = Y_{12}(\lambda_{Hx2} - A_{xx}^0 \lambda_{Ex2} - A_{xy}^0 \lambda_{Ey2})$$

$$\lambda_{A_{yx1}} = Y_{11}(\lambda_{Hy1} - A_{yx}^0 \lambda_{Ex1} - A_{yy}^0 \lambda_{Ey1}) \text{ ve } \lambda_{A_{yx2}} = Y_{12}(\lambda_{Hy2} - A_{yx}^0 \lambda_{Ex2} - A_{yy}^0 \lambda_{Ey2})$$

$$\lambda_{A_{xy1}} = Y_{21}(\lambda_{Hx1} - A_{xx}^0 \lambda_{Ex1} - A_{xy}^0 \lambda_{Ey1}) \text{ ve } \lambda_{A_{xy2}} = Y_{22}(\lambda_{Hx2} - A_{xx}^0 \lambda_{Ex2} - A_{xy}^0 \lambda_{Ey2})$$

$$\lambda_{A_{yy1}} = Y_{21}(\lambda_{Hy1} - A_{yx}^0 \lambda_{Ex1} - A_{yy}^0 \lambda_{Ey1}) \text{ ve } \lambda_{A_{yy2}} = Y_{22}(\lambda_{Hy2} - A_{yx}^0 \lambda_{Ex2} - A_{yy}^0 \lambda_{Ey2})$$

olarak bulunur. '0' üsttakısı türevin hesaplandığı noktaları belirtir. \mathbf{Y} dizeyi ise aşağıdaki biçimde tanımlanır.

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} E_{x1}^0 & E_{y1}^0 \\ E_{x2}^0 & E_{y2}^0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{E4.42})$$

Faz yöneyinin \mathbf{e} 'ye göre türevi aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{e}} = [\mathbf{L}_{\Psi_1} \quad \mathbf{L}_{\Psi_2}] = \begin{bmatrix} \lambda_{\Psi_{zx1}} & \lambda_{\Psi_{zx2}} \\ \lambda_{\Psi_{zy1}} & \lambda_{\Psi_{zy2}} \end{bmatrix} \quad (\text{E4.43})$$

Burada \mathbf{L}_{Ψ_1} birinci polarizasyon, \mathbf{L}_{Ψ_2} ise ikinci polarizasyon için türevleri içerir. Bu türevler aşağıdaki biçimdedir.

$$\begin{aligned} \lambda_{\Psi_{zx1}} = & \frac{-K_{22}\Psi_{11}^0}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{xx1}} + \frac{K_{21}\Psi_{11}^0}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{xy1}} + \frac{-g_{12} + K_{12}\Psi_{11}^0}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{yx1}} + \frac{g_{11} - K_{11}\Psi_{11}^0}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{yy1}} \\ & - i \frac{K_{22}}{|\mathbf{K}|} (A_{xx}^0 \lambda_{Tzx1} + A_{yx}^0 \lambda_{Tzy1} + T_{zx}^0 \lambda_{A_{xx1}} + T_{zy}^0 \lambda_{A_{yx1}}) \\ & + i \frac{K_{21}}{|\mathbf{K}|} (A_{xy}^0 \lambda_{Tzx1} + A_{yy}^0 \lambda_{Tzy1} + T_{zx}^0 \lambda_{A_{xy1}} + T_{zy}^0 \lambda_{A_{yy1}}) \end{aligned} \quad (\text{E4.44})$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{\Psi_{zx2}} &= \frac{-K_{22}\Psi_{11}^0}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{xx2}} + \frac{K_{21}\Psi_{11}^0}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{xy2}} + \frac{-g_{12} + K_{12}\Psi_{11}^0}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{yx2}} + \frac{g_{11} - K_{11}\Psi_{11}^0}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{yy2}} \\
&\quad - i \frac{K_{22}}{|\mathbf{K}|} (A_{xx}^0 \lambda_{T_{zx2}} + A_{yx}^0 \lambda_{T_{zy2}} + T_{zx}^0 \lambda_{A_{xx2}} + T_{zy}^0 \lambda_{A_{yx2}}) \\
&\quad + i \frac{K_{21}}{|\mathbf{K}|} (A_{xy}^0 \lambda_{T_{zx2}} + A_{yy}^0 \lambda_{T_{zy2}} + T_{zx}^0 \lambda_{A_{xy2}} + T_{zy}^0 \lambda_{A_{yy2}})
\end{aligned} \tag{E4.45}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{\Psi_{zy1}} &= \frac{-g_{12} - K_{22}\Psi_{12}}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{xx1}} + \frac{-g_{11} + K_{21}\Psi_{12}}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{xy1}} + \frac{K_{12}\Psi_{12}}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{yx1}} + \frac{-K_{11}\Psi_{12}}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{yy1}} \\
&\quad + i \frac{K_{12}}{|\mathbf{K}|} (A_{xx}^0 \lambda_{T_{zx1}} + A_{yx}^0 \lambda_{T_{zy1}} + T_{zx}^0 \lambda_{A_{xx1}} + T_{zy}^0 \lambda_{A_{yx1}}) \\
&\quad - i \frac{K_{11}}{|\mathbf{K}|} (A_{xy}^0 \lambda_{T_{zx1}} + A_{yy}^0 \lambda_{T_{zy1}} + T_{zx}^0 \lambda_{A_{xy1}} + T_{zy}^0 \lambda_{A_{yy1}})
\end{aligned} \tag{E4.46}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{\Psi_{zy2}} &= \frac{-g_{12} - K_{22}\Psi_{12}}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{xx2}} + \frac{-g_{11} + K_{21}\Psi_{12}}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{xy2}} + \frac{K_{12}\Psi_{12}}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{yx2}} + \frac{-K_{11}\Psi_{12}}{|\mathbf{K}|} \lambda_{A_{yy2}} \\
&\quad + i \frac{K_{12}}{|\mathbf{K}|} (A_{xx}^0 \lambda_{T_{zx2}} + A_{yx}^0 \lambda_{T_{zy2}} + T_{zx}^0 \lambda_{A_{xx2}} + T_{zy}^0 \lambda_{A_{yx2}}) \\
&\quad - i \frac{K_{11}}{|\mathbf{K}|} (A_{xy}^0 \lambda_{T_{zx2}} + A_{yy}^0 \lambda_{T_{zy2}} + T_{zx}^0 \lambda_{A_{xy2}} + T_{zy}^0 \lambda_{A_{yy2}})
\end{aligned} \tag{E4.47}$$

$A_{xx}^0, A_{xy}^0, A_{yx}^0, A_{yy}^0, T_{zx}^0, T_{zy}^0, \Psi_{11}^0$ ve Ψ_{12}^0 türevi alınmak istenen değer için \mathbf{A} , \mathbf{T} ve Ψ değerleridir. Aynı zamanda \mathbf{K} ve \mathbf{G} dizeyleri aşağıdaki biçimde tanımlanır.

$$\mathbf{K} = \Re(\mathbf{A}^0) = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \tag{E4.48}$$

$$\mathbf{g} = \Im(\mathbf{T}^0 \mathbf{A}^0) = [g_{11} \quad g_{12}] \tag{E4.51}$$

Aşağıdaki çizelgede yukarıda verilen seyrek yöneylerin kullanımına dair bir özet vardır. Bir istasyonda ve bir frekansta veri toplanmış olsun. Eldeki veri empedansın 4 adet bileşenini içersin ve aynı zamanda MTF verisi de toplanmış olsun. Empedans (\mathbf{Z}) ve MTF (\mathbf{T}) verisinden aynı zamanda faz tensörü (Φ) ve faz yöneyi de (Ψ) hesaplanmış olsun. Toplamda ters çözüme girecek 12 adet veri olsun. Aynı zamanda ters çözümde distorsiyon tensörü parametre olarak kestirilecek olsun. Bu durumda ters çözümde veriyi içerecek olan \mathbf{d} yöneyinin 12 adet girdisi olacaktır. Bu girdilerin sıraları çizelge E4.2'de ilk kolonda verilmektedir. Buna karşılık Denklem E4.10 için hazırlanması gereken \mathbf{L}_1 ve \mathbf{L}_2 dizeylerinin satır sayısı yine 12 olmalıdır. Her satır için kullanılması gereken λ 'lar yine aynı çizelgede verilmektedir.

Çizelge: E4.2 Veri türleri ve \mathbf{L} dizeyi için onlara karşılık gelen seyrek yöneyler.

\mathbf{d} (veri)	\mathbf{L}_1	\mathbf{L}_2
Zxx	λ_{Zxx1}^D	λ_{Zxx2}^D
Zxy	λ_{Zxy1}^D	λ_{Zxy2}^D
Zyx	λ_{Zyx1}^D	λ_{Zyx2}^D
Zyy	λ_{Zyy1}^D	λ_{Zyy2}^D
Tzx	λ_{Tzx1}^D	λ_{Tzx2}^D
Tzy	λ_{Tzy1}^D	λ_{Tzy2}^D
Φ_{xx}	$\lambda_{\Phi_{xx1}}$	$\lambda_{\Phi_{xx2}}$
Φ_{xy}	$\lambda_{\Phi_{xy1}}$	$\lambda_{\Phi_{xy2}}$
Φ_{yx}	$\lambda_{\Phi_{yx1}}$	$\lambda_{\Phi_{yx2}}$
Φ_{yy}	$\lambda_{\Phi_{yy1}}$	$\lambda_{\Phi_{yy2}}$
Ψ_{zx}	$\lambda_{\Psi_{zx1}}$	$\lambda_{\Psi_{zx2}}$
Ψ_{zy}	$\lambda_{\Psi_{zy1}}$	$\lambda_{\Psi_{zy2}}$

Burada \mathbf{L}_1 birinci polarizasyon için, \mathbf{L}_2 ise ikinci polarizasyon için olan \mathbf{L} dizeyidir. \mathbf{L} dizyelerinin satırları, \mathbf{d} yöneyindeki veri türlerinin sırasına göre şekillenir.

Tüm lamda (λ) değerleri hesaplandıktan sonra duyarlılık dizeyi denklemi için gerekli olan \mathbf{L} dizyeleri kurulabilir.

EK 5 Faz Tensörü ve Yöneyi için Standart Sapma Hesabı

Ters çözümde çakışmazlık ölçütü ayrıca verinin standart sapmasının tersini içermektedir (Denklem 4.34). Empedans ve MTF verisi için varyans ve standart sapma değerleri bilinmektedir. Faz tensörü ve faz yöneyi de bu verilerden hesaplanmaktadır. Bu sebeple bu veri tipleri için standart sapma değerleri de hata yayılımı formülü ile hesaplanabilir.

Faz tensörü ve yöneyi için varyans değerleri empedans (**Z**) ve manyetik transfer yöneyinden (**T**) elde edilebilir. Eğer **Z** ve **T** için varyans değerleri biliniyorsa hata yayılımı denklemi ile hesaplanabilir. Standart sapmanın karesi varyans olarak bilinmektedir,

$$v = \sigma^2 \quad (E5.1)$$

Eğer üç farklı girdisi olan bir f fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanırsa

$$y = f(a, b, c) \quad (E5.2)$$

ve a, b ve c'nin varyans değerleri (v) biliniyorsa, y değerinin varyansı aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$v_y = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial a} & \frac{\partial f}{\partial b} & \frac{\partial f}{\partial c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a & v_{ab} & v_{ac} \\ v_{ba} & v_b & v_{bc} \\ v_{ca} & v_{cb} & v_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial a} \\ \frac{\partial f}{\partial b} \\ \frac{\partial f}{\partial c} \end{bmatrix} \quad (E5.3)$$

Denklemin ortasındaki kare dizeyin köşegenleri a, b ve c değerlerinin varyanslarını içerir. Köşegen dışı elemanlar ise bu değerler arasındaki kovaryans bilgileridir. Kovaryans değerlerine ulaşmanın pratikte zor olması sebebi ile sadece köşegen değerlerinin kullanılması pratik bir yaklaşımdır. Eğer f fonksiyonu karmaşık sayı üretiyorsa eğer varyans değeri yukarıdaki formülde aşağıdaki şekilde tanımlanır

$$v = \begin{bmatrix} v^r & v^{ir} \\ v^{ri} & v^i \end{bmatrix} \quad (E5.4)$$

Burada v^r ve v^i sırasıyla gerçel ve sanal bileşenler için varyanstır. v^{ir} ise gerçel ile sanal değerler arasındaki kovaryans değeridir ve bu çalışma için sıfır kabul edilmiştir. Karmaşık bir f fonksiyonun türevi ise aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$\mathbf{f}' = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{f}') & \Im(\mathbf{f}') \\ -\Im(\mathbf{f}') & \Re(\mathbf{f}') \end{bmatrix} \quad (\text{E5.5})$$

Faz tensörü aşağıdaki biçimde tanımlanır.

$$\mathbf{X} = \Re \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} \quad (\text{E5.6})$$

$$\mathbf{Y} = \Im \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} \quad (\text{E5.7})$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{xx} & \phi_{xy} \\ \phi_{yx} & \phi_{yy} \end{bmatrix} \quad (\text{E5.8})$$

Empedans tensörü için varyans değerleri v_{Zxx} , v_{Zxy} , v_{Zyx} ve v_{Zyy} biçiminde bilindiğine göre faz tensörünün bileşenleri için varyans değerleri aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\begin{aligned} v_{\phi_{xx}} = & \left(\frac{-X_{22}\phi_{xx}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zxx} + \left(\frac{-Y_{21} + X_{21}\phi_{xx}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zxy} + \left(\frac{X_{12}\phi_{xx}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zyx} \\ & + \left(\frac{Y_{11} - X_{11}\phi_{xx}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zyy} + \left(\frac{X_{22}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zxx} + \left(\frac{-X_{12}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zyx} \end{aligned} \quad (\text{E5.9})$$

$$\begin{aligned} v_{\phi_{xy}} = & \left(\frac{-X_{22}\phi_{xy}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zxx} + \left(\frac{-Y_{22} + X_{21}\phi_{xy}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zxy} + \left(\frac{X_{12}\phi_{xy}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zyx} \\ & + \left(\frac{Y_{12} - X_{11}\phi_{xy}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zyy} + \left(\frac{X_{22}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zxy} + \left(\frac{-X_{12}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zyy} \end{aligned} \quad (\text{E5.10})$$

$$\begin{aligned} v_{\phi_{yx}} = & \left(\frac{Y_{21} - X_{22}\phi_{yx}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zxx} + \left(\frac{X_{21}\phi_{yx}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zxy} + \left(\frac{-Y_{11} + X_{12}\phi_{yx}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zyx} \\ & + \left(\frac{-X_{11}\phi_{yx}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zyy} + \left(\frac{-X_{21}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zxx} + \left(\frac{X_{11}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zyx} \end{aligned} \quad (\text{E5.11})$$

$$\begin{aligned} v_{\phi_{yy}} = & \left(\frac{Y_{22} - X_{22}\phi_{yy}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zxx} + \left(\frac{X_{21}\phi_{yy}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zxy} + \left(\frac{-Y_{12} + X_{12}\phi_{yy}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zyx} \\ & + \left(\frac{-X_{11}\phi_{yy}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zyy} + \left(\frac{-X_{21}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zxy} + \left(\frac{X_{11}}{|\mathbf{X}|} \right)^2 v_{Zyy} \end{aligned} \quad (\text{E5.12})$$

Faz yöneyi ise aşağıdaki şekilde hesaplanır,

$$\Psi = \Im(\mathbf{TA})\Re(\mathbf{A})^{-1} = [\Psi_{zx} \quad \Psi_{zy}]. \quad (\text{E5.13})$$

Faz yöneyinin varyansının hesabı için **A** dizeyi ve **T** yöneyinin varyansı bilinmelidir. **T** için standart sapma değeri 0.03 gibi bir sayı kullanılabilir. **A** dizeyini ise empedansın tersidir,

$$\mathbf{A} = \mathbf{Z}^{-1}. \quad (\text{E5.14})$$

Bu sebepten dolayı **A** dizeyinin bileşenlerinin varyansı **Z** için elde olan varyanslardan aşağıdaki şekilde hesaplanabilir,

$$\mathbf{v}_A = \begin{bmatrix} \Re(K_{11}) & I(K_{11}) \\ -I(K_{11}) & \Re(K_{11}) \\ \Re(K_{12}) & I(K_{12}) \\ -I(K_{12}) & \Re(K_{12}) \\ \Re(K_{21}) & I(K_{21}) \\ -I(K_{21}) & \Re(K_{21}) \\ \Re(K_{22}) & I(K_{22}) \\ -I(K_{22}) & \Re(K_{22}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} v_{Zxx}^r & v_{Zxx}^{ri} \\ v_{Zxx}^{ir} & v_{Zxx}^i \\ & v_{Zxy}^r & v_{Zxy}^{ri} \\ & v_{Zxy}^{ir} & v_{Zxy}^i \\ & & v_{Zyx}^r & v_{Zyx}^{ri} \\ & & v_{Zyx}^{ir} & v_{Zyx}^i \\ & & & v_{Zyy}^r & v_{Zyy}^{ri} \\ & & & v_{Zyy}^{ir} & v_{Zyy}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Re(K_{11}) & I(K_{11}) \\ -I(K_{11}) & \Re(K_{11}) \\ \Re(K_{12}) & I(K_{12}) \\ -I(K_{12}) & \Re(K_{12}) \\ \Re(K_{21}) & I(K_{21}) \\ -I(K_{21}) & \Re(K_{21}) \\ \Re(K_{22}) & I(K_{22}) \\ -I(K_{22}) & \Re(K_{22}) \end{bmatrix} \quad (\text{E5.15})$$

Burada v_Z^r empedansın gerçel bileşeni için varyans, v_Z^i ise sanal bileşeni için varyanstır. v_Z^{ir} ise gerçel ve sanal bileşen arasındaki kovaryans değeridir fakat bu çalışmada kovaryans değerleri sıfır olarak alınmıştır. **K** dizeyi değerleri **A** dizeyinin bileşenleri için aşağıdaki şekilde verilir:

$$\mathbf{K}_{Axx} = \begin{bmatrix} \frac{-Z_{yy}Z_{yy}}{|Z|^2} & \frac{Z_{yy}Z_{yx}}{|Z|^2} \\ \frac{Z_{yy}Z_{xy}}{|Z|^2} & \frac{|Z|-Z_{xx}Z_{yy}}{|Z|^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}, \quad (\text{E5.16})$$

$$\mathbf{K}_{Axy} = \begin{bmatrix} \frac{-Z_{xy}Z_{yy}}{|Z|^2} & \frac{-|Z|-Z_{xy}Z_{yx}}{|Z|^2} \\ \frac{-Z_{xy}Z_{xy}}{|Z|^2} & \frac{Z_{xy}Z_{xx}}{|Z|^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}, \quad (\text{E5.17})$$

$$\mathbf{K}_{Ayx} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{yx}Z_{yy}}{|Z|^2} & \frac{-Z_{yx}Z_{yx}}{|Z|^2} \\ \frac{-|Z|-Z_{xy}Z_{yx}}{|Z|^2} & \frac{Z_{yx}Z_{xx}}{|Z|^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}, \quad (\text{E5.18})$$

$$\mathbf{K}_{Ayy} = \begin{bmatrix} \frac{|Z|-Z_{xx}Z_{yy}}{|Z|^2} & \frac{Z_{xx}Z_{yx}}{|Z|^2} \\ \frac{Z_{xx}Z_{xy}}{|Z|^2} & \frac{-Z_{xx}Z_{xx}}{|Z|^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}. \quad (\text{E5.19})$$

Bu yaklaşım ile **A** ve **T** değerlerinin çarpımı için varyans değerleri (v_{AT}) aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$v_{AT} = \begin{bmatrix} \Re(K_{11}) & I(K_{11}) \\ -I(K_{11}) & \Re(K_{11}) \\ \Re(K_{12}) & I(K_{12}) \\ -I(K_{12}) & \Re(K_{12}) \\ \Re(K_{21}) & I(K_{21}) \\ -I(K_{21}) & \Re(K_{21}) \\ \Re(K_{22}) & I(K_{22}) \\ -I(K_{22}) & \Re(K_{22}) \\ \Re(K_{31}) & I(K_{31}) \\ -I(K_{31}) & \Re(K_{31}) \\ \Re(K_{32}) & I(K_{32}) \\ -I(K_{32}) & \Re(K_{32}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} v_{Zxx}^r & v_{Zxx}^{ri} \\ v_{Zxx}^{ir} & v_{Zxx}^i \\ & v_{Zxy}^r & v_{Zxy}^{ri} \\ & v_{Zxy}^{ir} & v_{Zxy}^i \\ & & v_{Zyx}^r & v_{Zyx}^{ri} \\ & & v_{Zyx}^{ir} & v_{Zyx}^i \\ & & & v_{Zyy}^r & v_{Zyy}^{ri} \\ & & & v_{Zyy}^{ir} & v_{Zyy}^i \\ & & & & v_{Tzx}^r & v_{Tzx}^{ri} \\ & & & & v_{Tzx}^{ir} & v_{Tzx}^i \\ & & & & & v_{Tzy}^r & v_{Tzy}^{ri} \\ & & & & & v_{Tzy}^{ir} & v_{Tzy}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Re(K_{11}) & I(K_{11}) \\ -I(K_{11}) & \Re(K_{11}) \\ \Re(K_{12}) & I(K_{12}) \\ -I(K_{12}) & \Re(K_{12}) \\ \Re(K_{21}) & I(K_{21}) \\ -I(K_{21}) & \Re(K_{21}) \\ \Re(K_{22}) & I(K_{22}) \\ -I(K_{22}) & \Re(K_{22}) \\ \Re(K_{31}) & I(K_{31}) \\ -I(K_{31}) & \Re(K_{31}) \\ \Re(K_{32}) & I(K_{32}) \\ -I(K_{32}) & \Re(K_{32}) \end{bmatrix} \quad (E5.20)$$

Burada v_{Tzx}^r , v_{Tzx}^i , v_{Tzy}^r ve v_{Tzy}^i manyetik transfer fonksiyonu (\mathbf{T}) için varyans değerleridir. 0.03^2 biçiminde alınabilir. v_T^{ir} gibi kovaryans değerleri yine sıfır kabul edilmiştir.

$$\mathbf{K}_{ATzx} = \begin{bmatrix} \frac{-Z_{yy}T_{zx}Z_{yy} + Z_{yy}T_{zy}Z_{yx}}{|Z|^2} & \frac{Z_{yx}T_{zx}Z_{yy} - Z_{yx}T_{zy}Z_{yx}}{|Z|^2} \\ \frac{Z_{xy}T_{zx}Z_{yy} - T_{zy}|Z| - Z_{xy}T_{zy}Z_{yx}}{|Z|^2} & \frac{T_{zx}|Z| - Z_{xx}T_{zx}Z_{yy} + Z_{yx}T_{zy}Z_{xx}}{|Z|^2} \\ \frac{Z_{yy}}{|Z|} & \frac{-Z_{yx}}{|Z|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \\ K_{32} & K_{32} \end{bmatrix} \quad (E5.21)$$

$$\mathbf{K}_{ATzy} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{yy}T_{zx}Z_{xy} + T_{zy}|Z| - Z_{xx}T_{zy}Z_{yy}}{|Z|^2} & \frac{-T_{zx}|Z| - Z_{xy}T_{zx}Z_{yx} + Z_{xx}T_{zy}Z_{yx}}{|Z|^2} \\ \frac{-Z_{xy}T_{zx}Z_{xy} + Z_{xx}T_{zy}Z_{xy}}{|Z|^2} & \frac{Z_{xx}T_{zx}Z_{xy} - Z_{xx}T_{zy}Z_{xx}}{|Z|^2} \\ \frac{-Z_{xy}}{|Z|} & \frac{Z_{xx}}{|Z|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \\ K_{32} & K_{32} \end{bmatrix} \quad (E5.22)$$

v_{AT} hesaplandıktan sonra faz yöneyi için varyans değeri (v_Ψ) aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$v_{\Psi_{zx}} = \left(\frac{-U_{22}\Psi_{zx}}{|U|} \right)^2 v_{Axx} + \left(\frac{U_{21}\Psi_{zx}}{|U|} \right)^2 v_{Axy} + \left(\frac{-g_{12} + U_{12}\Psi_{zx}}{|U|} \right)^2 v_{Ayx} \\ + \left(\frac{g_{11} - U_{11}\Psi_{11}}{|U|} \right)^2 v_{Ayy} + \left(\frac{U_{22}}{|U|} \right)^2 v_{ATzx} + \left(\frac{-U_{21}}{|U|} \right)^2 v_{ATzy} \quad (E5.23)$$

$$v_{\Psi_{zy}} = \left(\frac{g_{12} - U_{22}\Psi_{zy}}{|U|} \right)^2 v_{Axx} + \left(\frac{-g_{11} + U_{21}\Psi_{zy}}{|U|} \right)^2 v_{Axy} + \left(\frac{U_{12}\Psi_{zy}}{|U|} \right)^2 v_{Ayx} \\ + \left(\frac{-U_{11}\Psi_{zy}}{|U|} \right)^2 v_{Ayy} + \left(\frac{-U_{12}}{|U|} \right)^2 v_{ATzx} + \left(\frac{U_{11}}{|U|} \right)^2 v_{ATzy} \quad (E5.24)$$

Burada \mathbf{U} ve \mathbf{g} aşağıdaki şekildedir,

$$\mathbf{U} = \Re \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xy} \\ A_{yx} & A_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}, \quad (E5.25)$$

$$\mathbf{g} = \Im[\mathbf{AT}] = [g_{11} \quad g_{12}]. \quad (E5.26)$$

EK 6 Faz Tensörü Elipslerinin Çizdirilmesi

Faz tensörü aşağıdaki şekilde bileşenleri ile ifade edilir,

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{xx} & \Phi_{xy} \\ \Phi_{yx} & \Phi_{yy} \end{bmatrix}. \quad (\text{E6.1})$$

Caldwell (2004) aşağıda verildiği şekilde faz tensörünün çizdirilebilmesi için gereken parametrelerin hesabını vermiştir:

$$\Phi_1 = \frac{\Phi_{xx} + \Phi_{yy}}{2}, \quad (\text{E6.2})$$

$$\Phi_2 = \sqrt{\Phi_{xx}\Phi_{yy} - \Phi_{xy}\Phi_{yx}}, \quad (\text{E6.3})$$

$$\Phi_3 = \frac{\Phi_{xy} - \Phi_{yx}}{2}, \quad (\text{E6.4})$$

$$\Phi_{\min} = \sqrt{\Phi_1^2 + \Phi_3^2} - \sqrt{\Phi_1^2 + \Phi_3^2 - \Phi_2^2}, \quad (\text{E6.5})$$

$$\Phi_{\max} = \sqrt{\Phi_1^2 + \Phi_3^2} + \sqrt{\Phi_1^2 + \Phi_3^2 - \Phi_2^2}, \quad (\text{E6.6})$$

$$\beta = 0.5 \tan^{-1} \left(\frac{\Phi_3}{\Phi_1} \right), \quad (\text{E6.7})$$

$$\alpha = 0.5 \tan^{-1} \left(\frac{\Phi_{xy} + \Phi_{yx}}{\Phi_{xx} - \Phi_{yy}} \right). \quad (\text{E6.8})$$

En son elipsin en kısa ve en uzun noktalarının olduğu $\mathbf{V} \in \mathfrak{R}^{2 \times 2}$ dizeyi aşağıdaki şekilde hesaplanır,

$$\mathbf{V} = \mathbf{R}^T(\alpha - \beta) \begin{bmatrix} \Phi_{\max} & 0 \\ 0 & \Phi_{\min} \end{bmatrix} \mathbf{R}(\alpha + \beta). \quad (\text{E6.9})$$

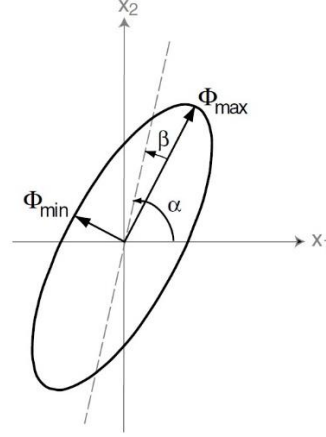
Burada \mathbf{R} rotasyon dizeyidir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\mathbf{R}(\omega) = \begin{bmatrix} \cos(\omega) & \sin(\omega) \\ -\sin(\omega) & \cos(\omega) \end{bmatrix} \quad (\text{E6.10})$$

\mathbf{V} dizeyinin kolonları aşağıdaki şekilde Φ_{\max} ve Φ_{\min} noktalarının koordinatlarını verir. Eğer bilgisayar ortamında elipsin tamamı çizdirilmek istenirse eğer \mathbf{V} dizeyi 1-2 derecelik adımlarla rotasyona tabi tutulmalıdır.

$$\mathbf{E}_\omega = \mathbf{V} \begin{bmatrix} \cos(\omega) \\ \sin(\omega) \end{bmatrix} \quad (\text{E6.11})$$

Burada ω , $-\pi$ ile π arasında olmalıdır. Elde edilecek yeni noktalar (E_ω) Şekil E6.1’de verilen faz tensörü elipsini oluşturacaktır.



Şekil E6.1 Faz tensörü elipsi (Caldwell, 2004)

Caldwell (2004)’e ek olarak ayrıca Booker (2014) farklı elips gösterimleri tanımlanmıştır.

Bunun için iki yeni parametre, Ψ ve θ tanımlanmıştır;

$$\Psi = \tan^{-1} \left(\frac{\Phi_3}{\Phi_1} \right) \quad (\text{E6.12})$$

$$\theta = \alpha - \beta \quad (\text{E6.13})$$

Sonrasında \mathbf{V} dizeyi aşağıdaki şekilde ifade edilir

$$\mathbf{V} = \mathbf{R}^T(\theta) \begin{bmatrix} \Phi_{\max} & 0 \\ 0 & \Phi_{\min} \end{bmatrix} \mathbf{R}(\Psi) \mathbf{R}(\theta) \quad (\text{E6.14})$$

Ψ ve θ kullanarak faz tensörü elipsi gösterim yöntemleri Booker (2014) tarafından verilmektedir.

EK 7 Bir Boyutlu Düz Çözüm ve Ters Çözüm

Bu bölümde başlangıç modeli olarak kullanılan modelin 1B ters çözüm ile eldesi anlatılmaktadır. Bu çalışmada 1B ters çözüm Gauss-newton algoritması ile yapılmaktadır. Gauss Newton algoritmasına çok benzer şekilde OCCAM algoritması ile de 1B ters çözüm yapılabilir (Martakusumah ve Srigutomo, 2015). Aynı zamanda Monte-Carlo yöntemleriyle (Mandolesi vd., 2018) veya NLCG ile de (Yiliang vd., 2014) aynı ters çözüm gerçekleştirilebilir. Yukarıda adı geçen çalışmalarda aynı zamanda aşağıda verilecek olan düz çözüm algoritması da verilmektedir.

Yeryüzünün altında N+1 adet blok olsun. Bu blokların kalınlıkları (Δz) ve iletkenlikleri (σ) biliniyor olsun. Yeryüzü üzerindeki noktadaki empedans değeri bu blokların iletkenlikleri ve kalınlıkları kullanılarak hesaplanabilir.

Ward ve Hohmann (1988) tarafından da verildiği üzere yüzeydeki empedansı hesaplamak için ilk olarak son tabakanın iletkenliği olan σ_{N+1} kullanarak aşağıdaki formül işletilir.

$$C_{N+1} = \frac{1}{\sqrt{i\omega\mu\sigma_{N+1}}} \quad (E7.1)$$

Sonrasında dögüsel olarak aşağıdaki formüller işletilir.

for i=N:1

$$k_i = \sqrt{i\omega\mu\sigma_i}$$

$$C_N = \frac{1}{k_N} \frac{C_{i+1}k_i + \tanh(k_i\Delta z_i)}{C_{i+1}k_i \tanh(k_i\Delta z_i) + 1} \quad (E7.2)$$

end

C_1 değeri elde edildikten sonra yüzeydeki empedans değeri aşağıdaki biçimde hesaplanır. Elde edilecek değer empedans tensörünün Z_{xy} bileşenidir.

$$Z_{xy} = i\omega\mu C_1 \quad (E7.3)$$

Denklem E7.1'den E7.3'e olan formüller ile bir fonksiyon (f) hazırlandıktan sonra bu fonksiyon kullanılarak duyarlılık düzeyi basit türev yolu ile aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$\mathbf{J}_k = \frac{f(\sigma_k + h) - f(\sigma_k)}{h} \quad (\text{E7.4})$$

Burada \mathbf{J} duyarlılık dizeyini, k sayısı parametre numarasını ifade eder ve $N+1$ adet farklı parametre için türev işlemleri yapılır. h sayısal türev için gerekli çok küçük bir sayıdır. Denklem E7.4'de verilen duyarlılık dizeyi hesaplama yöntemi aslında çok verimsizdir fakat hesaplanması gereken türev sayısı az olduğu için hesaplama gücü gerektirmez. Ardından her veri için bir ağırlıklandırma katsayısı hazırlanır. Bu katsayıları her verinin mutlak değerinin yüzde 5'i kadar olabilir. Sonuç olarak \mathbf{W} dizeyi aşağıdaki şekli olacaktır.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \frac{1}{|Z_{xy}^1| \times 0.05} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{1}{|Z_{xy}^M| \times 0.05} \end{bmatrix} \quad (\text{E7.5})$$

Burada M veri sayısını temsil eder. Z_{xy}^1 birinci verinin empedansı, Z_{xy}^M ise son verinin empedansıdır. Hazırlanan \mathbf{W} dizeyi köşegen, seyrek ve gerçeldir. Benzer şekilde parametreleri birbirleri ile ilişkilendirecek kovaryans dizeyi de aşağıdaki şekilde hazırlanır

$$\mathbf{C}_m^{-1} = \nabla^2 \mathbf{m} \quad (\text{E7.6})$$

Kovaryans dizeyi parametreleri birbirine bağlayan basit bir ikinci dereceden türev operatörüdür. \mathbf{m} ise iletkenlikleri barındıran bir yöneydir. Tüm dizeyler hazırlandıktan sonra aşağıdaki Gauss-Newton ters çözüm algoritması çözülür.

$$\Re(\mathbf{J}_m^{*T} \mathbf{W}^T \mathbf{W} \mathbf{J}_m + \lambda \mathbf{C}_m^{-1}) \Delta \mathbf{m} = \Re(\mathbf{J}_m^{*T} \mathbf{W}^T \mathbf{W} (\mathbf{d} - \mathbf{F}) - \lambda \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{m}) \quad (\text{E7.7})$$

$\Delta \mathbf{m}$ burada parametre düzeltme yöneyidir. \mathbf{d} ve \mathbf{F} sırasıyla ölçülen ve kuramsal veriyi temsil eder ve karmaşık sayılardan oluşur. Buradaki ters çözüm işlemi, 3B ters çözümün anlatıldığı 4. bölümdeki ters çözüm ile aynıdır. Tek farkı NLCG yerine Gauss-Newton algoritması kullanılmıştır.

Ters çözüm işlemi belli bir nRMS değerine ulaşıldığında sonlandırılır. Elde edilecek iletkenlik değerleri 3B ters çözüm için başlangıç modeli olarak kullanılır.

EK 8 En uygun Ters Çözüm Algoritmasının Seçimi

EM verilerinin ters çözümünde genellikle Tikhonov düzgünleştiricisi (regularization) tekniği kullanılmaktadır. Bu teknikte aşağıdaki parametrik fonksiyonelin en küçüklenmesine çalışılır (Tikhonov ve Arsenin, 1977). Bu fonksiyon aşağıdaki şekilde verilebilir:

$$U(\mathbf{m}) = (\mathbf{d} - \mathbf{F})^T \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{F}) + \lambda \mathbf{m}^T \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{m}. \quad (\text{E8.1})$$

Burada \mathbf{d} ölçülen veriyi \mathbf{F} kuramsal veriyi, \mathbf{C}_d^{-1} verinin kovaryans düzeyini, \mathbf{C}_m^{-1} ise parametre kovaryans düzeyini ifade etmektedir. λ ise denge parametresi temsil eder. Eğer U fonksiyoneli \mathbf{m} civarında taylor serisine açılır, yüksek türevli ifadeler atılır ve türevi alınırsa aşağıdaki denklem elde edilir (Siripunvaraporn, 2012):

$$(\mathbf{J}_{\mathbf{m}_k}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{J}_{\mathbf{m}_k} + \lambda \mathbf{C}_m^{-1}) \Delta \mathbf{m} = \mathbf{J}_{\mathbf{m}_k}^T \mathbf{C}_d^{-1} \Delta \mathbf{d} - \lambda \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{m}_k. \quad (\text{E8.2})$$

Burada $\mathbf{J}_{\mathbf{m}_k}$, \mathbf{m}_k civarında duyarlılık düzeyidir ve $\Delta \mathbf{m} = \mathbf{m}_{k+1} - \mathbf{m}_k$ olarak ifade edilir. k mevcut adımı ifade eder yani \mathbf{m}_k şimdiki adımdaki parametre değerleri \mathbf{m}_{k+1} ise sonraki adımın parametre değerleridir. Bağıntı E8.2'nin çözülmesi ile gerçekleştirilen ters çözüme Gauss-Newton algoritması ile ters çözüm denir. Eğer U fonksiyoneli taylora serisine açmak yerine \mathbf{F} düz çözüm fonksiyonu taylora açılır ve elde edilen denklem türevlenirse OCCAM algoritması elde edilecektir (Constable vd., 1987).

$$(\mathbf{J}_{\mathbf{m}_k}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{J}_{\mathbf{m}_k} + \lambda \mathbf{C}_m^{-1}) \mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{J}_{\mathbf{m}_k}^T \mathbf{C}_d^{-1} (\Delta \mathbf{d} + \mathbf{J}_{\mathbf{m}_k} \mathbf{m}_k) \quad (\text{E8.3})$$

Burada Gauss-Newton'dan farklı olarak bir sonraki ters çözüm adımı için olan parametreler (\mathbf{m}_{k+1}) doğrudan çözülür. Aynı zamanda OCCAM için olan denklem takımı aşağıdaki şekilde düzenlenebilir.

$$(\mathbf{J}_{\mathbf{m}_k} \mathbf{C}_m \mathbf{J}_{\mathbf{m}_k}^T + \lambda \mathbf{C}_d \mathbf{I}) \boldsymbol{\beta} = (\Delta \mathbf{d} + \mathbf{J}_{\mathbf{m}_k} \mathbf{m}_k) \quad (\text{E8.4})$$

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{C}_m \mathbf{J}_{\mathbf{m}_k}^T \boldsymbol{\beta} \quad (\text{E8.5})$$

Bu algoritma da Data-Space Occam (DSO) olarak adlandırılmıştır ve Siripunvaraporn vd. (2005) tarafından önerilmiştir. Bu algoritmanın düz OCCAM algoritmasından farkı denklemin sol tarafında (E8.4) oluşturulması gereken hessian düzeyi ($\mathbf{J}_{\mathbf{m}_k} \mathbf{C}_m \mathbf{J}_{\mathbf{m}_k}^T$) boyutu veri sayısı büyüklüğündedir. OCCAM ve Gauss Newton algoritmalarında ise hessian düzeyinin büyüklüğü ($\mathbf{J}_{\mathbf{m}_k}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{J}_{\mathbf{m}_k}$) parametre sayısı kadardır. Eğer veri sayısı büyükse

(problem aşırı tanımlıysa) OCCAM, parametre sayısı fazlaysa (az tanımlı) DSO kullanmanın avantajı vardır. Fakat DSO algoritmasının dezavantajı da vardır. Bu da parametre kovaryansı ile (\mathbf{C}_m) olan hesaplamalar konusundadır. Parametre kovaryans dizeyi pratikte aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\mathbf{C}_m^{-1} = \mathbf{L}^T \mathbf{L}. \quad (\text{E8.6})$$

Burada \mathbf{L} yuvarlatma dizeyidir. \mathbf{L} dizeyi düşük ranklı bir dizeydir ve DSO algoritmasındaki \mathbf{C}_m dizeyini hesabı yani $\mathbf{L}^{-1} \mathbf{L}^{-T}$ ifadesinin hesabı özel ilgi gerektirir. Bunu başarmak için \mathbf{C}_m^{-1} dizeyinin köşegenine küçük bir sabit eklemek şarttır ya da Egbert vd. (1994) önerdiği gibi \mathbf{C}_m ile çarpılacak yöneylerin hesabı için zaman ortami difüzyon denklemi çözülmelidir.

Bir başka ters çözüm algoritması ise non-linear conjugate gradient (NLCG) yöntemidir. NLCG yönteminde ise \mathbf{U} fonksiyonun doğrudan türevi alınır

$$\mathbf{g}_k = -2\mathbf{J}_{m_k}^T \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{F}_{m_k}) + 2\lambda \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{m}_k \quad (\text{E8.7})$$

Sonrasında arama doğrultusu yöneyi (\mathbf{p}) aşağıdaki şekilde hesaplanır

$$\mathbf{p}_k = -\mathbf{g}_k + \beta \mathbf{p}_{k-1} \quad (\text{E8.8})$$

Burada β bir katsayıdır ve Polak-Ribiere gibi algoritmalar ile hesaplanır. Bir sonraki adım için parametre yöneyi aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \alpha \mathbf{p}_k \quad (\text{E8.9})$$

Burada α adım boyudur ve hat arama (line search) algoritmaları ile bulunur.

Ters çözümde kullanılan Hessian dizeyinin tam olarak hesaplanmadığı ve yaklaşık değerlerinin kullanıldığı Quasi-Newton ters çözüm algoritmaları da mevcuttur. Quasi-Newton yaklaşımlarında, amaç fonksiyonunun ikinci türevi olan hessian dizeyini (\mathbf{H}) temsil eden bir dizey yaklaşık olarak hesaplanmaktadır. Quasi-Newton algoritma ailesinin bir üyesi de (Broyden-Fletcher-Goldstein-Shanno) BFGS yöntemidir. Bu algoritmada NLCG için denklem E8.7 hesaplanmış amaç fonksiyonunun türevi hesaplanır ve ardından aşağıdaki denklem işletilir:

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k - \alpha \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{g}. \quad (\text{E8.10})$$

Hessian dizeyi her adımda aşağıdaki şekilde güncellenir.

$$\mathbf{H}_k = \mathbf{H}_{k-1} + \frac{\mathbf{y}\mathbf{y}^T}{\mathbf{y}^T\mathbf{s}} - \frac{\mathbf{H}_{k-1}\mathbf{s}\mathbf{s}^T\mathbf{H}_{k-1}}{\mathbf{s}^T\mathbf{H}_{k-1}\mathbf{s}} \quad (\text{E8.11})$$

ile hesaplanır burada \mathbf{y} ve \mathbf{s} aşağıdaki şekilde hesaplanır

$$\mathbf{s}_k = \alpha_k \mathbf{p}_k \quad (\text{E8.12})$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{g}_k - \mathbf{g}_{k-1} \quad (\text{E8.13})$$

Bu algoritmanın avantajı şudur: Eğer hessian dizeyi ilk ters çözüm adımında kurulursa sonraki ters çözüm adımlarında hessian dizeyi denklem E8.11 ile güncellenebilmektedir. Bu sayede duyarlılık dizeyinin her ters çözüm adımında tekrardan hesaplanmasının önüne geçilmektedir. BFGS yaklaşımı ilk olarak doğru akım özdirenç yöntemin için Loke ve Barker (1996) tarafından kullanılmıştır. Quasi-Newton yöntemlerinden bir alt yöntemi olan LBFGS algoritması üç boyutlu manyetotellürük verilerin ters çözümünde Avdeev ve Avdeeva (2009) tarafından kullanılmıştır.

Aynı zamanda Haber vd. (2000) tarafından önerilmiş all-at-once yaklaşımı da mevcuttur. Düz çözümde için hazırlanan ve çözülen doğrusal denklem takımı $\mathbf{S}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ gibi ise all-at-once yaklaşımında en küçüklenmesi gereken denklem takımı aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$U(\mathbf{m}, \mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}) = (\mathbf{Q}\mathbf{x} - \mathbf{d})^T(\mathbf{Q}\mathbf{x} - \mathbf{d}) + \lambda \mathbf{m}^T \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{m} + \boldsymbol{\beta}^T(\mathbf{S}\mathbf{x} - \mathbf{b}) \quad (\text{E8.14})$$

Burada \mathbf{Q} düz çözümde çözülen \mathbf{x} yöneyini yeryüzündeki ölçü noktalarına taşıyan seyrek dizeydir. $\boldsymbol{\beta}$ ise bir yöney olup λ gibi dengeleme işlevi görür. Burada veri misfitinin yanında aynı zamanda düz çözümde çözülen denklem takımı da en küçüklenmektedir. Haber vd. (2000) göre özellikle gürültülü veri kullanıldığında Gauss-Newton algoritmasına nazaran daha az yineleme ile sonuca ulaşılmaktadır.

Gauss-Newton, OCCAM ve all-at-once yaklaşımlarının hepsinde hessian dizeyi veya bir başka deyişle ikinci dereceden türevlerin hesabına ihtiyaç vardır. BFGS algoritmasında ise bu ihtiyaç sadece ilk ters çözüm adımındadır. Hessian dizeyini kurmak 3B çalışmalarda hem çok işlem gücü gerektirmekte hem de kurulduğu zaman bellekte çok yer kaplamaktadır. NLCG algoritmasında ise ikinci dereceden türevler yoktur. Sadece en küçüklenmesi gereken fonksiyonun eğimi kullanılmaktadır. Bu büyük bir avantajdır. Bu sebeple bu çalışmada kullanmak üzere koşullandırılmış NLCG algoritması seçilmiştir. NLCG hem en hızlı algoritmalarından biridir hem de ayrıyeten koşullandırılmış olması hasebiyle daha da hızlı sonuca yakınsamaktadır.

EK 9 Duyarlılık Dizeyi ile Bir Yöneyn Çarpımının Hesabı

Bu bölümde duyarlılık dizeyi ile bir yöneyn çarpımının hesabı anlatılacaktır.

Duyarlılık dizeyi \mathbf{J} ile ifade edilir. EK 4’de \mathbf{J} dizeyinin açık bir şekilde aşağıdaki gibi yazılabileceği gösterilmiştir.

$$\mathbf{J} = [\mathbf{L}_1 \mathbf{S}^{-1} \mathbf{P}_1 + \mathbf{L}_2 \mathbf{S}^{-1} \mathbf{P}_2 \quad \mathbf{G}] \quad (\text{E9.1})$$

\mathbf{S} dizeyinin eldesi EK 3’de verilmektedir. Aynı zamanda \mathbf{L} , \mathbf{P} ve \mathbf{G} dizeylerinin hesabı da EK 4’de açıklanmaktadır.

Eğer Denklem E9.1’de verilen \mathbf{S} dizeyinin tersi alınacak olsa, ardından solunda ve sağında bulunan seyrek dizelerle çarpılacak olsa duyarlılık dizeyi hesaplanabilir. Fakat \mathbf{S} dizeyinin boyutunun birkaç milyon olabileceği düşünüldüğünde bu yaklaşımın uygulanabilir olmadığı görülür. Fakat \mathbf{J} dizeyinin bir dizey ile olan çarpımının hesabı çok daha basittir.

Denklem 4.44’de amaç fonksiyonunun parametreye göre türevi verilmektedir.

$$\mathbf{r} = \Re(\mathbf{J}^{*T} \mathbf{W}_d^2 \Delta \mathbf{d}) - \begin{bmatrix} \lambda \mathbf{W}_r^T \mathbf{W}_r \mathbf{m}_\sigma \\ \kappa \mathbf{m}_c \end{bmatrix} \quad (\text{E9.2})$$

Bu ifadenin içine \mathbf{J} dizeyinin açık hali yazıldığında aşağıdaki ifade elde edilir,

$$\mathbf{r} = \Re(\mathbf{P}_1^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{L}_1^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}^* + \mathbf{P}_2^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{L}_2^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}^* + \mathbf{G}^T \Delta \mathbf{d}^*) - \begin{bmatrix} \lambda \mathbf{W}_r^T \mathbf{W}_r \mathbf{m}_\sigma \\ \kappa \mathbf{m}_c \end{bmatrix} \quad (\text{E9.3})$$

Burada asteriks (*), bir dizeyin ya da yöneyn konjugesini ifade eder. \mathbf{W}_d köşegen bir dizeydir ve veri ağırlıklıklandırması için kullanılır. \mathbf{W}_r yuvarlatma dizeyi, \mathbf{m}_σ iletkenlikleri içeren parametre yöneyi, \mathbf{m}_c distorsiyon parametrelerini içeren parametre yöneyidir. Çakışmazlık ölçütü ise aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\Delta \mathbf{d} = (\mathbf{d} - \mathbf{F}) \quad (\text{E9.4})$$

Burada \mathbf{d} ölçülen veriyi \mathbf{F} ise kuramsal veriyi temsil eder. En son olarak adım adım Denklem E9.2’ün hesabı aşağıdaki çizelgede verilmiştir. Bu şekilde amaç fonksiyonunun parametreye göre eğimi bulunur.

Çizelge E9.1 Amaç fonksiyonunun parametreye göre eğiminin hesabı için yapılması gereken adımlar

Adım	Yapılacak
1.	P , S , G ve L seyrek dizeyleri EK 3 ve EK 4'de anlatıldığı gibi hazırlanır.
2.	$\mathbf{q}_1 = \mathbf{L}_1^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}^*$ ve $\mathbf{q}_2 = \mathbf{L}_2^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}^*$ işlemleri yapılır. Elde edilecek değerler iki adet dizey olacaktır.
3.	Bu adımda $\mathbf{S} \mathbf{u}_1 = \mathbf{q}_1$ ve $\mathbf{S} \mathbf{u}_2 = \mathbf{q}_2$ biçiminde iki adet denklem takımı çözülür. Bu işleme yapay düz çözüm denmektedir. Bu işlem sonunda \mathbf{u}_1 ve \mathbf{u}_2 dizeyleri elde edilir.
4.	Önceki adımda elde edilmiş olan dizeyler kullanılarak $\mathbf{v}_1 = \mathbf{P}_1^T \mathbf{u}_1$ ve $\mathbf{v}_2 = \mathbf{P}_2^T \mathbf{u}_2$ çarpımları gerçekleştirilir, \mathbf{v}_1 ve \mathbf{v}_2 dizeyleri elde edilir.
5.	$\mathbf{v}_3 = \mathbf{G}^T \Delta \mathbf{d}^*$ hesaplanır.
6.	$\mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} \lambda \mathbf{W}_r^T \mathbf{W}_r \mathbf{m}_\sigma \\ \kappa \mathbf{m}_c \end{bmatrix}$ hesaplanır.
7.	Son adımda denklem E9.2'nin sonucu $\mathbf{r} = \Re(\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3) + \mathbf{v}_4$ olarak bulunur.

Aynı zamanda ters çözümde parametre güncelleme dizeyi için olan adım büyüklüğünü ifade eden α katsayısının hesabı için aşağıdaki bağıntı kullanılır.

$$\alpha = \frac{\mathbf{p}^T \mathbf{r}}{\mathbf{p}^T \mathbf{H} \mathbf{p}} \quad (\text{E9.5})$$

Burada **H** amaç fonksiyonunun ikinci türevidir. Amaç fonksiyonunun ikinci dereceden türevi alındıktan sonra ikinci dereceden türevlerin atılması ile aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\mathbf{H} = \mathbf{J}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \mathbf{J} + \begin{bmatrix} \lambda (\mathbf{W}_r^T \mathbf{W}_r) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \kappa \mathbf{I}_{N_{m_c} \times N_{m_c}} \end{bmatrix} \quad (\text{E9.6})$$

Burada N_{m_c} distorsiyon tensörü için parametre sayısı, λ yuvarlatıcı dizey için katsayı, κ ise distorsiyon şiddeti için olan katsayıdır. \mathbf{W}_d ve \mathbf{W}_r sırasıyla veri ağırlıklandırma ve yuvarlatma dizeyleridir.

Bu işlemin sonucunda elde edilecek değer bir skalerdir. Bu eşitliğin hesabı aşağıdaki çizelgede adım adım anlatılmaktadır. Bu hesaplamalar için çizelge E9.1’de kullanılan **S**, **P**, **G** ve **L** dizeyleri kullanılacaktır. Aynı zamanda **p** ve **r** yöneyleri ters çözüm sırasında halihazırda hesaplanmış olmalıdır. **p** yöneyi arama doğrultusunu ifade eder ve daha açık şekilde aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_\sigma \\ \mathbf{p}_C \end{bmatrix} \quad (\text{E9.7})$$

Görülebileceği üzere bu yöney iki parçadan oluşmaktadır. Arama doğrultusu iletkenlik parametreleri için \mathbf{p}_σ ile gösterilirken \mathbf{p}_C ile ise distorsiyon parametreleri için arama doğrultusunu ifade edilir.

Çizelge E9.2 Ters çözümde kullanılan parametre düzeltme yöneyi için olan adım boyunun (α) hesabı için yapılması gereken adımlar

Adım	Yapılacak
1.	$\mathbf{q}_1 = \mathbf{P}_1 \mathbf{p}_\sigma$ ve $\mathbf{q}_2 = \mathbf{P}_2 \mathbf{p}_\sigma$ hesaplanmalıdır.
2.	Bu adımda $\mathbf{S} \mathbf{u}_1 = \mathbf{q}_1$ ve $\mathbf{S} \mathbf{u}_2 = \mathbf{q}_2$ biçiminde iki adet denklem takımı çözülür. Bu işleme yapay düz çözüm denmektedir. Bu işlem sonunda \mathbf{u}_1 ve \mathbf{u}_2 dizeyleri elde edilir.
3.	$\mathbf{v}_1 = \mathbf{L}_1 \mathbf{u}_1$, $\mathbf{v}_2 = \mathbf{L}_2 \mathbf{u}_2$ hesaplanır. Ardından $\mathbf{v}_3 = \mathbf{G} \mathbf{p}_C$ hesaplanır.
4.	$\mathbf{z} = \mathbf{W}_d [\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3]$ hesaplanır. Elde edilen değer (\mathbf{z}) bir yöneydir.
5.	$s = \mathbf{p}^T \begin{bmatrix} \lambda (\mathbf{W}_r^T \mathbf{W}_r) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \kappa \mathbf{I}_{N_{m_C} \times N_{m_C}} \end{bmatrix} \mathbf{p}$ hesaplanır. Elde edilen değer (s) skalerdir.
6.	$\alpha = \frac{\mathbf{p}^T \mathbf{r}}{\mathbf{z}^T \mathbf{z} + s}$ olarak elde edilir

Aynı zamanda arama yönü yöneyi **p** aşağıdaki şekilde her ters çözüm adımında hesaplanmaktadır.

$$\mathbf{p}_k = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{r}_k + \beta \mathbf{p}_{k-1} \quad (\text{E9.8})$$

Burada **M** koşullandırıcı dizeydir ve aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \lambda (\mathbf{W}_r^T \mathbf{W}_r + c \mathbf{I}_{N_{m_\sigma} \times N_{m_\sigma}}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \kappa (1 + c) \mathbf{I}_{N_{m_C} \times N_{m_C}} \end{bmatrix} \quad (\text{E9.9})$$

Burada $c=0.12$ olarak alınmıştır. $N_{m\sigma}$ ise iletkenlik parametrelerinin sayısıdır. Denklem E9.8'deki β ifadesi aşağıdaki biçimde Polak-Ribiere algoritması için verilir.

$$\beta_{PR} = \frac{\mathbf{r}_k^T(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_{k-1})}{\mathbf{r}_{k-1}^T \mathbf{r}_{k-1}}, \quad (\text{E9.10})$$

Denklem E9.8'deki ifadenin hesabı aşağıdaki çizelgede verilmektedir.

Çizelge E9.3 Hat arama yöneyinin (\mathbf{p}) hesabı için yapılması gereken işlemler

Adım	Yapılacak
1.	$[\mathbf{M}_L, \mathbf{M}_U] = \text{ilu}(\mathbf{M})$ şeklinde \mathbf{M} dizeyi \mathbf{M}_L ve \mathbf{M}_U şeklinde iki adet üçgen dizeye ilu (incomplete lower-upper) algoritması ile ayrıştırılır.
2.	$\mathbf{M}_L \mathbf{u} = \mathbf{r}_k$ şeklinde bir denklem takımı çözülür. \mathbf{u} yöneyi elde edilir.
3.	$\mathbf{M}_U \mathbf{v} = \mathbf{u}$ şeklindeki denklem takımı \mathbf{v} için çözülür.
4.	β değeri $\beta = \frac{\mathbf{r}_k^T(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_{k-1})}{\mathbf{r}_{k-1}^T \mathbf{r}_{k-1}}$ ile hesaplanır. Burada \mathbf{r}_k amaç fonksiyonunun türevinin güncel değeri, \mathbf{r}_{k-1} ise bir önceki ters çözüm adımındaki değeridir
5.	Son olarak $\mathbf{p}_k = \mathbf{v}_1 + \beta \mathbf{p}_{k-1}$ olarak bulunur. Burada \mathbf{p}_{k-1} bir önceki ters çözüm adımındaki arama doğrultusu dizeyidir.

EK 10 Ters Çözüm Algoritmasının Genel Akışı

Bu bölümde MT verilerinin ters çözümü için geliştirilen algoritmanın genel akışı verilmektedir. Algoritma hem düz çözümü hem de ters çözümü içermektedir.

1. adımda algoritmaya, arazide kurulan MT istasyonlarının koordinatları ve her istasyona ait veriler verilmelidir. Algoritmaya ayrıca ters çözüm yapılacak olan arazinin yüzeyi, topoğrafya bilgisini içerecek şekilde verilmelidir. Bir örnek şekil 5.9'da verilmektedir.

2. adımda düz çözümün gerçekleştirileceği düz çözüm ağı oluşturulmalıdır. Eldeki frekanslar ile deri kalınlığı hesabı denklem 4.31 ile elde edilir. Deri kalınlığının 80'de biri yükseklik değeri, yeryüzünün altındaki ilk bloğun kalınlığı olacak şekilde belirlenir. Bu bloktan sonra gelecek bloklar bir önceki bloğun kalınlığının 1,1 katı olacak şekilde ayarlanır. Hesaplanan deri kalınlığına ulaşılan kadar yeraltına yeni bloklar eklenir. Hesaplanan deri kalınlığına ulaşıldığında daha fazla blok eklenmez ve elde edilen hacim parametreleştirilecek alanı oluşturacaktır. Bu aşamada her bir kübe ayrı bir parametre olacak şekilde parametreleştirme yapılır.

3. adımda parametre ağının sınırlarına bloklar eklenerek yapay sonsuz sınırlar oluşturulur. Sınırlar yüzeyden yukarıya doğru hava bloklarını, diğer yönlerde doğru kara bloklarını içerecektir. Eklenecek bloklar, parametreleri içeren hacimden (2. adım) uzaklaştıkça büyümesi gerekmektedir. Bu yüzden, hava blokları için, yeryüzüne en yakın bloktan başlayarak yukarıya doğru gidildikçe hava bloklarının kalınlıkları 2 kat gibi bir oranda arttırılmalıdır. Yanlara eklenecek bloklar içinse, bu blokların genişlikleri yine bir önceki bloğun genişliğinden iki kat geniş olacak şekilde ayarlanmalıdır. İsteye bağlı olarak genişleme katsayısı değiştirilebilir fakat 2 katsayısı bu çalışma için ideal değer olarak tespit edilmiştir. Parametre ağındaki parametre değerleri sınırlara doğru uzatılır. Bu aşamada yeni parametre yaratılmaz. Hava blokları ise parametre olarak kabul edilmez.

4. adımda, topoğrafya bilgisi yaratılan modele eklenmelidir. Bir önceki adımda elde edilen ağ düzgün bir ağıdır ve bu ağın esnetilmesi ile topoğrafya modellenebilir. Her bir bloğun yada başka bir deyişle blokları oluşturan üst üsteki iki nokta arasındaki uzaklıklar bilinmektedir. Bu uzaklıkların arttırılması ya da azalması ile ağ esnetilebilmektedir. Esnetme işlemi bölüm 3.6'da anlatılmaktadır.

5. Adımda, esnetilmiş ağın hangi kısımlarının esnetildiği tespit edilmelidir. Bunun için bir bloğu oluşturan sekiz köşenin koordinatlarına bakarak incelenen bloğun esnetilip

esnetilmediği tespit edilebilir. Eğer söz konusu blok esnetilmiş ise bloğun numarası sonlu elemanlar listesine eklenir. Eğer blok esnetilmemiş ise sonlu farklar listesine eklenmelidir. Sonlu farklar listesindeki blokların katsayı dizeyi hazırlanır ve benzer şekilde sonlu elemanlar listesindeki bloklar için katsayı dizeyi hazırlanmalıdır. Hazırlanan dizeylerin toplanması ile melez sistem elde edilir. Genel katsayı dizeyinin parametreye ve frekansa bağlı olarak eldesi EK 3’de verilmektedir. Aynı zamanda sonlu elemanlar ile eldesi EK 2’de verilmektedir. Sonlu farklar ve sonlu elemanlar melez yöntemi bölüm 3’de anlatılmaktadır.

6. adımda, düz çözüm gerçekleştirilir. Önceki adımlarda hazırlanması gereken tüm dizeylerin hesabı işlemci üzerinde yapılırken, düz çözümün gerçekleştirilmesi için çözülmesi gereken denklem takımları ekran kartları üzerinde çözülür. Geliştirilen algoritma paralel bir yapıda çalışmaktadır. Paralleleştirme frekans düzeyinde gerçekleştirilmiştir. Örneğin elde 20 adet frekans varsa $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$ biçimindeki denklem takımları iki farklı polarizasyonu hesaba katınca 40 defa çözülmelidir. Eğer kullanılan bilgisayarda 4 adet ekran kartı bulunuyorsa her ekran kartı 5 farklı frekans için çözülmesi gereken denklem takımlarını çözecektir. Bu çalışmada geliştirilen kod Matlab programı ve diline uygun olarak yazılmıştır. Matlab, ekran kartları üzerinde kod koşturabilmektir fakat sadece CUDA kütüphanesini destekleyen ekran kartlarını kullanabilmektedir. Bu sebeple sadece Nvidia marka ekran kartları şu an Matlab ile çalışabilmektedir. AMD marka ekran kartları için destek bulunmamaktadır. Eldeki işlemci ve ekran kartları göz önüne alındığında (Intel 5960X ve Nvidia 1080Ti), Matlab üzerinde 4 ekran kartının paralel olarak kullanılması ile 8 çekirdekli işlemcinin çekirdeklerinin paralel olarak kullanılması karşılaştırıldığında, yaklaşık 3-4 kat hızlanma sağlandığı görülmüştür.

Düz çözüm gerçekleştirildikten ve kuramsal veri elde edildikten sonra misfit değeri hesaplanmalıdır. Bunun için aşağıdaki formül kullanılır:

$$\text{Misfit} = (\mathbf{d} - \mathbf{F})^* \mathbf{W}_d^2 (\mathbf{d} - \mathbf{F}), \quad (\text{E10.1})$$

Burada \mathbf{W}_d veri ağırlıklandırma dizeyi, \mathbf{d} ölçülen veri dizeyi ve \mathbf{F} kuramsal veri dizeyidir. Ağırlıklandırma dizeyi bölüm 4.3’de anlatılmaktadır. Aynı zamanda faz tensörü ve faz yöneyi için standart sapma değerlerinin hesabı EK5’de anlatılmaktadır.

7. adımda duyarlılık dizeyini oluşturan \mathbf{P} , \mathbf{S} , \mathbf{L} ve \mathbf{G} dizeyleri oluşturulmalıdır. Bu işlem için detaylı bilgi EK 3 ve EK 4’de verilmektedir.

8. adımda ters çözüme başlar. Bu aşamada amaç fonksiyonunu en küçükleme için aşağıdaki ters çözüm algoritması işletilecektir. İlk olarak aşağıdaki gibi amaç fonksiyonunun parametreye göre türevi alınacaktır.

$$\mathbf{r}_k = -\nabla\phi_k(\mathbf{m}_k) \quad (\text{E10.2})$$

Bu adımın hesabı EK 9'da verilmektedir. Elde edilen değer \mathbf{r} yöneyinde tutulur. Burada k alt indisi ters çözümdeki mevcut adım numarasını temsil etmektedir.

9. adımda arama doğrultusu olan \mathbf{p} yöneyi hesaplanmalıdır. Bunun için aşağıdaki bağıntı işletilmelidir.

$$\mathbf{p}_k = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{r}_k + \beta\mathbf{p}_{k-1} \quad (\text{E10.3})$$

Bu işlemin detayı yine EK 9'da verilmektedir.

10. adımda parametreler bir sonraki ters çözüm adımı için güncellenmelidir. Bunun için aşağıdaki denklik işletilir.

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \alpha\mathbf{p}_k \quad (\text{E10.4})$$

11. aşamada ters çözümün devam edip etmeyeceği belirlenmelidir. Aynı zamanda bu aşama, amaç fonksiyonundaki yuvarlatma işlecinin ve distorsiyon şiddetinin önemini belirleyen λ ve κ parametrelerinin değerinin değiştirilebileceği aşamadır. Bunun için iki adet formül işletilir. İlk olarak parametre düzeltme yöneyinin normuna bakılır,

$$v = \|\alpha\mathbf{p}_k\|_2, \quad (\text{E10.5})$$

Eğer $v < 1$ ise λ değeri yarılanır. İkinci koşul ise aşağıda verilmektedir.

$$\text{RDMD}^k(\%) = \frac{\text{Misfit}_{k-1} - \text{Misfit}_k}{\text{Misfit}_{k-1}} \times 100, \quad (\text{E10.6})$$

burada Misfit_k , güncel ters çözüm adımındaki misfit değeridir. Misfit_{k-1} bir önceki ters çözüm adımı için olan misfit değerini temsil etmektedir. Eğer RDMD değeri yüzde cinsinden %-1'den büyükse ise κ değeri yarılanmalıdır. Her iki koşul için de farklı eşik değerler denenebilir fakat bu eşik değerlerin iyi çalıştığı gözlemlenmiştir.

Bu adımda aynı zamanda durdurma kriterlerine bakılmalıdır. Geliştirilen algoritmada iki adet durdurma koşulu bulunmaktadır. Eğer κ değeri 15 kez yarılanmış ise ya da λ değeri 10 kez yarılanmış ise ters çözüm durdurulur. Bu eşik değerler de deneme yanılma ile elde edilmiş ampirik değerlerdir.

Ters çözüme devam edilmesi gerekiyor ise 6. adıma geri dönülür ve düz çözüm gerçekleştirilir. Ardından 11. adıma kadar tekrar gelinmelidir. Tüm düz çözümler ve yapay düz çözümler ekran kartı kullanılarak gerçekleştirilirken dizelerin hazırlanması ve diğer tüm küçük işlemler işlemci üzerinde gerçekleştirilir.



EK 11 Ekran Kartı ile Hesaplamalar için Özet

Bu çalışmada hesaplamaların bir kısmı ekran kartları üzerinde yapılmıştır. Geliştirilen kod Matlab üzerinde çalışmakta ve sadece CUDA kütüphanesi ile uyumlu ekran kartlarını desteklemektedir. Bu bölümde Matlab üstünde koşturulabilecek olan bir kod parçası verilecektir. Bu kodda birden fazla ekran kartının paralel olarak çalıştırılması söz konusudur. Özetle, düz çözüm ve yapay-düz çözümün ekran kartları üzerinde nasıl paralel bir şekilde gerçekleştirileceği anlatılmaktadır. Yapay düz çözümün normal düz çözümden farklı çözülmesi gereken $\mathbf{Sx}=\mathbf{b}$ biçimindeki denklem takımındaki \mathbf{b} yöneyinin içindeki değişkenlerin farklı olmasıdır.

İlk başta, aşağıdaki komut ile Matlab'ın paralel hesaplama ortamı başlatılır. Burada Ngpu ile sistemde halihazırda var olan ekran kartı sayısı temsil edilmektedir.

```
parpool(Ngpu);
```

 (E11.1)

Sonrasında genel dizey matrisini oluşturacak ($\mathbf{S}(\omega, \mathbf{m})$) olan matrisler EK 3'de anlatıldığı gibi hazırlanır. Elde edilecek olan tüm seyrek dizeler 'A' adında bir yapıda (structure) tutulsun. Bu yapının içindeki dizeler ve yöneyler genel katılık dizeyinin oluşturulmasında kullanılacaktır (Denklem E3.27). Bu dizeyi elde edecek olan fonksiyonun adı 'GenelDizeyveKosullandırıcı()' olsun.

Sonrasında aşağıdaki kod ile düz veya yapay düz çözüm, farklı ekran kartları üzerinde gerçekleştirilir. Burada Nfreq ile frekans sayısı ifade edilmektedir. \mathbf{f} yöneyi farklı frekansları barındıran bir yöneydir. spmd bloğu (Single Program Multiple Data) birden çok işçinin (çekirdeğin veya ekran kartının) paralel olarak çalışabileceği bir ortamı oluşturur.

```
spmd
    X=zeros(size(S,1),Nfreq);
    for i=Nfreq
        if(mod(i,numlabs)==labindex-1)
            [S,M]=GenelDizeyveKosullandırıcı(A, f(i));
            Sg=gpuArray(S); Mg=gpuArray(M); bg=gpuArray(b);
            xg=bicgstab(Sg, bg, Tolerans, Maxiter, Mg);
            X(:,i)=gather(xg);
        end
    end
X=gop(@plus, X, 1);
end
X=X{1};
```

 (E11.2)

E11.2’de verilen kodda ‘numlabs’ Matlab’ın içindeki kendine ait bir değişkendir ve paralel çalışan işçi sayısını verir. Burada, Ngpu olarak ilk başta belirlenmiştir (Denklem E11.1). ‘labindex’ ise bir işçiyi diğerlerinden ayıran bir numaradır. Bu numara 1’den başlar ve ‘numlabs’a kadar artarak gider.

E11.2’deki ‘if’ koşulu ile bir frekansa ait denklem takımlarının sadece bir işçi tarafından özölmesi sağlanmıştır. GenelDizeyveKosullandırıcı’ fonksiyonu ile her işçi kendisinin çözmesi gereken frekans için denklem takımını oluşturur. ‘gpuArray’ bilgisayarın belleğinde bulunan veya bir başka deyişle işlemcinin erişebildiği alanda bulunan veriyi kendine ait olan ekran kartının belleğine taşır. Kodda görölen Sg, Mg ve bg değişkenlerinin hepsi ekran kartının belleği üzerindedir. Bu fonksiyon ‘spmd’ bloğu içinde çağırıldığında her işçi farklı bir ekran kartının belleğine erişim sağlamış olacaktır. Böylece iki farklı işçi aynı ekran kartını kullanmamış olur. ‘Bicgstab’ fonksiyonu Matlab’ın kendi fonksiyonu olup özölmesi gereken $Sx=b$ denkleminin **S** ve **b** dizey ve yöneylerini giriş olarak alır. özölmesi gereken denklem takımları Ngpu adet ekran kartı üzerinde paralel bir şekilde özölür.

Tolerans değişkeni denklem takımının özölmesi gereken nispi normu ifade eder. Burada 10^{-9} değeri alınmıştır. ‘Maxiter’ ise, yinelemeli bir çözücü olan ‘bicgstab’ fonksiyonunun en fazla kaç yineleme yapabileceğini belirtir. Bu alışma için 200 değeri uygun görölmüştür. ‘gather’ fonksiyonu yine Matlab’ın kendi fonksiyonu olup ekran kartı belleğinde bulunan yöney, işlemcinin belleğine taşır.

Kod parçasının sonundaki ‘gop’ (Global Operations) fonksiyonu ile farklı ekran kartları ile elde edilmiş ve farklı işçilerin belleğinde bulunan X dizeyleri bir araya getirilir ve 1. işçide toplanır. Bu fonksiyon Matlab içinde halihazırda vardır. Bir ‘spmd’ bloğunda bir işçi tarafından oluşturulan veriye diğer işçilerin erişimi yoktur. ‘Spmd’ bloğu dışına çıkıldığında da hiçbir işçinin verisine erişim doğrudan mümkün değildir. Bu sebeple kodun en sonundaki ‘ $X=X\{1\}$ ’ ifade ile 1. İşideki **X** verisi paralel ortamdan çıkarılarak paralel olmayan ortama geçirilir böylece **X** dizeyi üzerinde normal bir şekilde işlem yapılabilir. Blok dışına ıkarılan **X** dizeyi tüm frekanslar için $Sx=b$ denkleminin çözümünü içerir. Bu aşamadan sonra eğer düz çözüm yapılıyorsa, göröür özdirenç, faz ya da empedans değerleri hesaplanabilir.

EK 12 İngilizce Terimlerin Türkçe Karşılıkları

Anisotropy	Yön bağımlı
Complex	Karmaşık
Distortion Tensor	Distorsiyon tensörü
Divergence	Iraksama
Double precision arithmetic	Çift duyarlıklı hesaplama
Edge finite element	Kenar tabanlı sonlu elemanlar
Edge-based	Kenar tabanlı
Finite differences (FD)	Sonlu farklar (SF)
Finite element (FE)	Sonlu elemanlar (SE)
Floating point	Kayar nokta
Forward modeling/solution	Düz Çözüm
Gauge	Değişimlilik
Gradient	Eğim
Hexahedral	Altı yüzlü
Impedance	Empedans
Integral Equation	İntegral denklem
Inversion	Ters Çözüm
Iteration	Yineleme
Line search	Hat arama
Magnetic Transfer Function	Manyetik Transfer Fonksiyonu
Matrix	Dizey
Nodal-based	Köşe tabanlı
Non-uniqueness	Tekil olmayan
Number of non-zero	Sıfırdan farklı girdi sayısı
Permittivity	Dielektrik sabiti, Elektriksel geçirgenlik
Phase Tensor	Faz tensörü
Phase Vector	Faz yöneyi
Preconditioner	Koşullandırıcı
Pseudo-forward solution	Yapay düz çözüm
Quadrilateral	Dörtgen
Rotation	Dönel
Scalar	Sayı

Sensitivity matrix

Sensitivity matrix equations

Shear

Single precision arithmetic

Static Shift

Stiffness matrix

Tetrahedral

Trade-off

Twist

Unique

Vector

Duyarlılık Dizeyi

Duyarlılık denklemleri bağıntısı

Kesme

Tek duyarlılık hesaplaması

Sabit kayma

Katsayı Dizeyi

Dört yüzlü

Denge

Yamulma

Tek

Yöney



ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Deniz Varılsüha

Doğum Yeri: İstanbul

Doğum Tarihi: 27/04/1988

Medeni Hali: Bekar

Yabancı Dili: İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise: İzmir Atatürk Lisesi (2006)

Lisans : İstanbul Teknik Üniversitesi (2011)

Yüksek Lisans: İstanbul Teknik Üniversitesi (Ağustos 2011 – Ocak 2015)

Doktora: Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Jeofizik Anabilim Dalı
(Şubat 2015 – Ekim 2019)

Yayınlar (SCI)

Varılsüha, D. and M.E. Candansayar, 2018, 3D Magnetotelluric Modeling by using Finite Difference Method: Comparison study of different forward modeling approaches, *Geophysics*, 83(2):1-38, DOI: 10.1190/geo2017-0406.1.

Uluslararası Kongre Sunum

Varılsüha D., 2018, A Hybrid Finite Difference Finite Element Approach for 3D Magnetotelluric Forward Modeling, 80th EAGE Conference and Exhibition 2018At: Copenhagen, DOI: 10.3997/2214-4609.201801208

Varılsüha D. and M.E. Candansayar, 2017, Comparison Study Of Different Formulations Used In 3D Magnetotelluric Modeling, 9th Congress of the Balkan Geophysical Society, DOI: 10.3997/2214-4609.201702546

Gundogdu, N.Y., Demirci, İ., Candansayar, M.E., **Varılsüha, D.** and Yilmaz, A.E., 2016 Acceleration of Three-Dimensional Direct Current Resistivity Modelling Using GPU Computing. The 22nd European Meeting of Environmental Engineering Geophysics, 4-8 September 2016, Barcelona. [Oral]

Candansayar, M.E., Demirci, İ., Gundogdu, N.Y., **Varılsüha, D.** and Yilmaz, A.E., 2016. Two Dimensional Joint Inversion of Magnetotelluric and Passive Seismic Data on GPU. The 23rd Electromagnetic Induction Workshop, 14-20 August 2016, Chiang Mai. [Poster]

Varılsüha D. and A. Kaslılar, 2012, Estimating Statistical Parameters from Travel Time Fluctuations of Non-gaussian Media, 74th EAGE Conference and Exhibition incorporating EUROPEC 2012, DOI: 10.3997/2214-4609.20148098