T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ÜST DÜZEY UZAMSAL YETENEĞE SAHİP MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ DÜŞÜNME YAPILARINA GÖRE SOLO TAKSONOMİSİ DÜZEYLERİNİN BELİRLENMESİ

Osman KÖSE

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DANIŞMAN
Dr. Öğr. Üyesi Ayşe Yavuz

Konya–2018

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

BİLİMSEL ETİK SAYFASI

Öğrencinin	Adı Soyadı	Osman KÖSE
	Numarası	16830201006
	Ana Bilim Dalı	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
	Bilim Dalı	İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı
	Programı	Tezli Yüksek Lisans
	Tezin Adı	Üst Düzey Uzamsal Yeteneğe Sahip Matematik Öğretmen Adaylarının Düşünme Yapılarına Göre SOLO Taksonomisi Düzeylerinin Belirlenmesi

Bu tezin proje safhasından sonuçlanmasına kadarki bütün süreçlerde bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını bildiririm.

Öğrencinin
Adı Soyadı İmzası

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975	T.C. SELÇUK ÜNİVERSİTESİ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü	SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

YÜKSEK LİSANS TEZİ KABUL FORMU

Öğrencinin	Adı Soyadı	Osman KÖSE
	Numarası	16830201006
	Ana Bilim Dalı	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
	Bilim Dalı	İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı
	Programı	Tezli Yüksek Lisans
	Tez Danışmanı	Dr. Öğr. Üyesi Ayşe YAVUZ
	Tezin Adı	Üst Düzey Uzamsal Yeteneğe Sahip Matematik Öğretmen Adaylarının Düşünme Yapılarına Göre SOLO Taksonomisi düzeylerinin Belirlenmesi

Yukarıda adı geçen öğrenci tarafından hazırlanan ***Üst Düzey Uzamsal Yeteneğe Sahip Matematik Öğretmen Adaylarının Düşünme Yapılarına Göre SOLO Taksonomisi düzeylerinin Belirlenmesi*** başlıklı bu çalışma **27/04/2018** tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunarak, jürimiz tarafından yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

	Ünvanı Adı Soyadı	İmza
Danışman	Dr. Öğr. Üyesi Ayşe YAVUZ	
Jüri Üyesi	Prof. Dr. Bünyamin AYDIN	
Jüri Üyesi	Dr. Öğr. Üyesi Selin ÇENBERCİ	

ÖNSÖZ

Tez çalışmam boyunca yardımlarını esirgemeyen tez danışmanım Dr. Öğretim Üyesi Ayşe YAVUZ' a, çalışmamın şekillenme sürecinde yardımlarından dolayı Dr. Öğretim Üyesi Selin ÇENBERCİ' ye ve tüm süreç boyunca her zaman yanımda olan değerli eşim Sinem KÖSE ve tüm destekleri için aileme en içten duygularımla teşekkür ederim.

Osman KÖSE

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975	T.C. SELÇUK ÜNİVERSİTESİ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü	SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Öğrencinin	Adı Soyadı	Osman KÖSE
	Numarası	16830201006
	Ana Bilim Dalı	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
	Bilim Dalı	İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı
	Programı	Tezli Yüksek Lisans
	Tez Danışmanı	Dr. Öğr. Üyesi Ayşe YAVUZ
	Tezin Adı	Üst Düzey Uzamsal Yeteneğe Sahip Matematik Öğretmen Adaylarının Düşünme Yapılarına Göre SOLO Taksonomisi Düzeylerinin Belirlenmesi

ÖZET

Birçok alanda olduğu gibi matematikte de yetenek önemlidir. Yetenekler, bireysellikten ötürü benzerlik ve farklılıklara sahiptir. Bu durum bireylerin uzamsal düşünebilme yeteneği ve düşünme yapılarında da farklılıklara sebep olmuştur. Uzamsal düşünme yeteneği üst-orta-alt olarak üç düzeye ayrılır. Düşünme yapıları ise analitik, geometrik ve harmonik düşünme yapıları şeklinde üçe ayrılmıştır. Araştırmada matematik öğretmen adaylarından üst düzey uzamsal düşünme yeteneğinde olanlarının SOLO düzeylerinin düşünme yapıları bağlamında nasıl değiştiği araştırılmıştır.

Araştırma amaçları doğrultusunda nitel ve nicel yöntemler birlikte kullanılmıştır. Araştırma deseni olarak açıklayıcı desen anlayışı tercih edilmiştir. Öncelikle nicel veri toplama yöntemleri kullanılarak sonuçlar doğrultusunda nitel veri toplama yöntemlerini kullanılmıştır. Örneklem ise amaçlı örnekleme tekniği ile belirlenmiş olup 2017-2018 yılında bir devlet üniversitesinde matematik öğretmenliği lisans düzeyindeki analitik geometri dersini alan 92 öğretmen adayından oluşmaktadır. Veri toplama sürecinde ilk aşamada PUGT ve MSA uygulanmıştır. PUGT öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerini, MSA ise öğretmen adaylarının düşünme yapıları belirlemiştir. Nicel verilerin analizinden sonra PUGT'nin sonuçlarına göre üst düzey uzamsal yetenekli 11 matematik öğretmen adayı ile SOLO düzeylerini belirlemek için mülakatlar yapılmıştır. Nicel veriler incelenirken istatistiksel yöntemler kullanılmıştır. Nitel veriler için betimsel istatistik ve içerik analiz yöntemleri çerçevesinde SOLO düzeyleri belirlenmiştir.
Araştırmanın sonuçlarına göre üst düzey uzamsal yetenekli öğretmen adaylarının büyük

bir kısmı “Çok Yönlü Yapı” seviyesindedir. Öğretmen adaylarının problem çözümlerinde sorunun farklı yönlerinin farkında olduğu ancak çözüm için tam bütünlük sağlayamadığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının çok az bir kısmı geometrik düşünme yapısına sahip olduğu görülmüştür. Bu da öğretmen adaylarının problem çözümünde zihnin görsel-resimsel tercihlerini az kullandığını göstermiştir.

Anahtar Kelimeler: Uzamsal Yetenek, Düşünme Yapıları, SOLO taksonomisi, Matematik Öğretmen Adayı

	T.C. SELÇUK ÜNİVERSİTESİ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü	

Öğrencinin	Adı Soyadı	Osman KÖSE
	Numarası	16830201006
	Ana Bilim Dalı	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
	Bilim Dalı	İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı
	Programı	Tezli Yüksek Lisans
	Tez Danışmanı	Dr. Öğr. Üyesi Ayşe YAVUZ
	Tezin İngilizce Adı	Determination of SOLO Taxonomy Levels of Mathematics Teacher Candidates with High Level Saptial Ability Accordingto Thinking Structures

SUMMARY

Talent is also important in mathematics as it is in many field. Abilities have similarities and differences due to individuality. This situation has led to differences in the students' spatial thinking abilities and thinking structure. Spatial thinking ability is divided into three levels as upper-middle-lower. Thinking structures are divided into analytical, geometric and harmonic thinking structures. In the study, it was investigated how the math teacher candidates with high level of spatial thinking ability changed the SOLO levels according to thinking structures.

Qualitative and quantitative methods have been used together for research purposes. Explanatory design, which uses quantitative data collection methods and qualitative data collection methods in the direction of the results, has been chosen as the most appropriate pattern. The study group was determined by a probabilistic sampling technique, which is part of a non-probabilistic sampling method. The selected group is composed of 92 teacher candidates who have taken a course in analytical geometry under the bachelor level of elementary mathematics teaching at a state university in 2017-2018. During the data collection process, PUGT and MSA tests were applied to 92 mathematics teacher candidates in the first stage. Spatial abilities were determined by applying the PUGT. After the data were collected, 11 mathematics teacher candidates with high-level spatial ability were identified according to the results of the PUGT. İnterviews were conducted with this group to determine SOLO levels. When quantitative data were analysed, statistical methods were used. For qualitative data, the levels of SOLO were determined by using descriptive statistics and content analysis methods.

According to the results of the research, most of the teacher candidates with high spatial abilities are at the level of "Multi-Directional Structure". According to these results, it is seen that teacher candidates are aware of different aspects of the question in problem solving but can’t establish a whole organization for the solution. When the findings are examined, it is seen that only a small part of the teacher candidates have geometric thinking structure. This shows that in the problem solving of the teacher candidates, the visual-pictorial preferences of the mind are less.

Keywords: Spatial Ability, Thinking Structure, SOLO taxonomy, Mathematics Teacher Candidate

KISATLAMALAR

PUGT: Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi

MSA: Matematiksel Süreç Aracı

SOLO: Structure of Observed Learning Outcomes

ADUY: Alt Düzey Uzamsal Yetenek

ODUY: Orta Düzey Uzamsal Yetenek

ÜDUY: Üst Düzey Uzamsal Yetenek

ADY: Analitik Düşünme Yapısı

HDY: Harmonik Düşünme Yapısı

GDY: Geometrik Düşünme Yapısı

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR

ŞEKİLLER

BÖLÜM 1

GİRİŞ

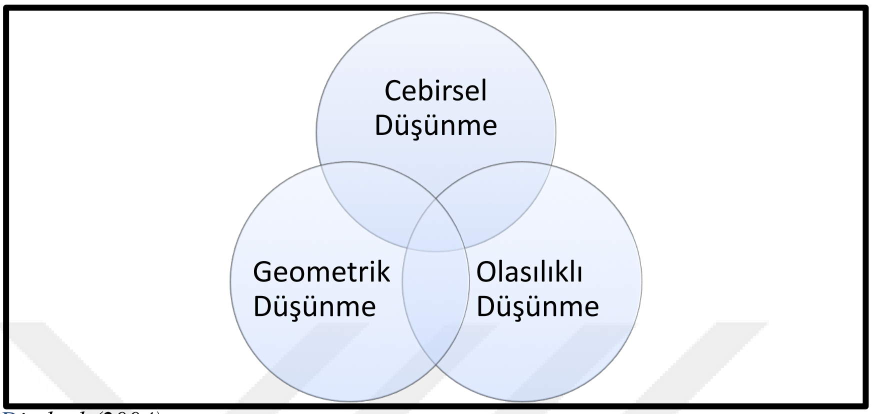
Bu bölümde, çalışmanın temel çerçevesi oluşturularak araştırmanın problem durumu, amacı, önemi, sınırlılıkları, çalışma soruları ve varsayımları ortaya konmuştur.

1.1. Problem Durumu

Düşünmenin sözlük tanımına bakacak olursak *"Bir sonuca varmak amacıyla bilgileri incelemek, karşılaştırmak ve aradaki ilgilerden yararlanarak düşünce üretmek, zihinsel yetiler oluşturmak, muhakeme etmek"* olarak tanımlanır (TDK). Düşünme insanı diğer varlıklardan ayıran en belirgin özellik olarak karşımıza çıkmaktadır. Düşünme belli bir amaç doğrultusunda bilginin işlenmesi sürecinde bireylerin aktif olarak yer aldığı zihinsel bir organizasyon sürecidir. Düşünme, bireylerin toplamış olduğu bilgileri sorgulama ve muhakeme yoluyla yeni bilgiler oluşturma sürecinde temel unsurlardan bir tanesidir. Düşünme bir beceri olduğundan gerekli materyaller kullanılarak geliştirilebilir. Muhakeme gücü yüksek aynı zamanda yaratıcı düşünebilen bireylerin yetiştirilmesi toplumun geleceği açısından önemlidir. Bu bağlamda düşünmenin öğretimi yapılırken öğretmenler, karşılaşılan problem durumlarında eleştirel açıdan bakabilmeyi, farklı bakış açılarını ortaya çıkarabilmek adına öğrenme çevrelerini düzenlemeli ve oluşturmalıdır (Çubukçu, 2004). Düşünmenin özgünlüğü her bireyin farklı düşünme yapılarının ve stillerinin oluşumunu sağlar (Taşdemir, Taşdemir, & Geçer, 2016). Bireylerin düşünme stilleri bir beceriden öte düşünmede tercih edilen yöntem olarak karşımıza çıkar. Stiller zaman ve koşullara göre farklılık gösterebilir. Bazı bireyler grafikler, şemalar veya diyagramlar yardımıyla bilginin görsel olarak öğrenme stilini tercih ederken bazıları ise bilginin sözel ifade ve statik olan yazı tarafını kullanmayı ister (Zhang, 2003). Öğrenme stilleri, genel anlamda bireylerin çevresini psikolojik olarak nasıl algılandığına bunun sonucunda algılarının çevreyle olan etkileşiminde nasıl bir etkiye sahip olduğuna ve bu etkileşim sonucunda verdiği tepkinin boyutlarını ortaya koyan tercihler olarak tanımlanır. Bireyin bu tercihleri düşünme biçimi (way of thinking) olarak karşımıza çıkar (N. Şimşek, 2002). Matematiksel düşünme ise bu düşünme biçimlerinin önemli bir parçası olarak ifade edilir.

Matematiksel düşünme, farklı birçok öğrenme alanını kapsar. Tüm bu öğrenme alanları birbiriyle bağlantılı olsa da matematiksel düşünmenin farklı boyutlarına değinmek gerekmektedir. Dindyal (2004) Matematiksel düşünmenin farklı boyutlarına dikkat çekmek için önemli bir modelleme ortaya koymuştur.

Şekil 1: Düşünme biçimleri için bir model



Dindyal (2004)

Düşünmenin farklı biçimlerine değinen modelde matematiksel düşünme, düşünmenin alt kümesi olarak kabul edilir. Ancak matematiksel düşünme kendine özgü dinamikleri olduğundan diğer düşünme türlerine göre farklılık göstermektedir (Schoenfeld, 1992). Ayrıca matematiksel düşünme bireysel farklılıklardan ötürü kendi içinde yapısal farklılıklar göstermektedir. Bireylerin yaşam boyu elde ettiği bilgi birikimleri, yaşanmışlıkları neticesinde benzer olay ve durumlar karşısında yapıları gereği farklı reaksiyonlarda bulunur. Dolayısıyla matematiksel düşünmenin bireylerin yapısal farklılıklarından kaynaklı değişik durumların ortaya çıkması olması gereken sonuçtur (Alkan & Güzel, 2005).

Matematiksel düşünme yapıları yetenekten ziyade bireylerin problem durumlarında sözel-mantıksal ya da görsel-resim yöntemleri kullanmaya olan yatkınlığının hangi düzeyde olduğunu gösteren tercihleridir (Birinci, 2016). Matematik düşünme yapıları bireylerin bilişsel ve sosyal gelişimiyle yakından ilişkili olduğundan bu doğrultudaki ilerlemeler matematiksel düşünme yapısında gelişme sağlayacaktır (Taşova, 2011). Kaydedilen ilerleme neticesinde düşünme yapılarında çeşitlilik göstermesi beklenmektedir. Bu sebepten dolayı düşünme yapıları çeşitli sınıflandırmalara sahiptir. (Clements,1982; Ferri,2003; Presmeg,1992; Krutetskii,1976; Akt. Taşova, H. İ., 2011). Krutetskii (1976), matematiksel faaliyetlerde başarılı olma sürecinde zihnin görsel-uzamsal ve sözel-mantıksal bağlamda farklı matematiksel düşünme tarzlarını olduğunu ortaya koymuştur. Bunlar analitik düşünme yapısı (ADY), geometrik düşünme yapısı (GDY) ve harmonik düşünce yapısı (HDY) olmak üzere üçe ayrılmıştır.

Düşünmenin başka bir boyutu olarak uzamsal düşünme de mevcuttur. Uzamsal düşünme, birden fazla parçadan oluşan cisimlere ait görüntülerin uzayda hareketi sonucunda ortaya çıkan yeni durmaların zihinsel olarak canlandırılabilmesi olarak ifade edilir (Sevimli, 2009). Bireyin düşünme tercihlerinin uzamsal düşünme becerisi ile bağının olduğu düşünülmektedir. Bireyin sahip olduğu düşünme yapısının uzamsal yeteneği ne derecede ve nasıl etkilediğini belirlemek önemlidir. Krutetskii'nin (1976) yapmış olduğu sınıflamaya göre uzamsal düşünme becerisinin düşünme yapısıyla olan ilişkisi hangi düzeyde olduğu belirlenmek istenmiştir.

Son yıllarda uzamsal yeteneğin geliştirilmesi üzerine çalışmalar yapılmıştır. Teknolojinin sağladığı kolaylık sayesinde çeşitli testler ve materyaller hazırlanıp uzamsal yeteneğin alt bileşenleri ölçülmek istenmiştir (D. Clements, 1998). Bunun doğal sonucu olarak uzamsal yeteneğin farklı sınıflandırmaları ve tanımlamaları ortaya çıkmıştır. Birçok araştırmacı uzamsal yeteneği açıklama ve tanımlama yoluna gitse de yapılan çalışmalarda uzamsal yeteneğin farklı bileşenleri incelendiğinden net bir tanım ortaya çıkmamıştır. Uzamsal yeteneği tanımlamadan önce uzamsal yeteneğin yerine kullanılan terimler karşımıza çıkmaktadır. Bunlar uzamsal beceri, uzamsal algı, uzamsal his, uzamsal düşünme gibi terimlerdir (Battista, 1990; Bishop, 1980; Turgut, 2007; Wheatley, 1990)**.**

Uzamsal yetenek üzerine farklı araştırmacılar tarafından farklı tanımlar yapılmıştır. Thurstone (1938) uzamsal yeteneği, bir objeyi farklı açılardan değerlendirebilme, nesnenin hareketini ve yer değiştirmesini hayal edebilme ve bireyin kendi konumuna göre nesnenin uzamsal değişimine karar verebilme olarak tanımlamıştır. Uzamsal yetenek uzayda objelerin hareket ve konumlarının canlandırılması ve zihin aracılığıyla konumunun değiştirilmesi ve hareket ettirilmesi olarak ifade edilmiştir (French, 1951;). Lohman (1979), uzamsal yeteneği görsel bir imgeyi ortaya çıkarabilme zihinde şekli devam ettirebilme, formunu değiştirme ya da yeniden düzenleme olarak ifade etmiştir (akt. Kösa, 2016). Olkun (2003) uzayın ve geometrik formun kullanımını kapsayan yetenek olarak tanımlanmıştır. Turgut (2007) ye göre bir veya daha fazla parçadan oluşan şekillerin üç boyutlu uzayda hareketini ve canlandırılmasını içeren yetenek şeklinde tanımlanmaktadır. (Sevimli, 2009), iki ve üç boyutlu cisimlerin bütün veya parçalar halinde hareket ettirilmesi doğrultusunda oluşan yeni durum ve formların canlandırılabilme beceresi olarak tanımlamaktadır. Bu tanımlamalardan yararlanarak uzamsal yetenek, boyutlu bir objenin bütününün ya da parçasının zihin ortamında farklı hareketlerinin canlandırılması şeklinde ifade edilebilir. Farklı tanımların oluşmasında araştırmacıların uzamsal yeteneğin farklı bileşenlerini incelemişler ve araştırmacıların bir kısmı bu bileşenlerin, uzamsal yeteneği temsil ettiğini ifade etmişlerdir. Aşağıdaki verilen tabloda çeşitli araştırmacıların uzamsal yeteneği hangi bileşenler bağlamında inceledikleri verilmiştir.

Tablo 1: Uzamsal yeteneğin bileşenleri

Bileşenler	**Araştırmacılar**					
	McGee (1979), Lohman (1979), Clements (1998), Sorby (1999)	Lohman (1988), Smith (1998)	Linn ve Petersen (1985), Okagaki ve Frensch (1996)	Maier (1996)	Pellegrino et al. (1984), Olkun ve Altun (2003)	Colom et al. (2001), Contero et al. (2005)
Uzamsal Algılama			X	X		
Uzamsal Yönelim	X	X		X		X
Uzamsal Görselleştirme	X	X	X	X	X	X
Zihinsel Döndürme		X	X	X		
Uzamsal İlişkiler				X	X	X

SOLO taksonomisi (Structure of the Observed Learning Outcome) gözlenebilir öğrenme çıktılarının yapısını açıklamak üzere Biggs and Collis (1982) tarafından genel bilişim modeli olarak geliştirilmiştir. Bu model öğrenme ortamlarıyla ilişkili olarak öğrencilerin bilgi ve becerilerini değerlendirmek için tasarlanmıştır. Bu taksonomi yüksek öğrenim başta olmak üzere öğrencilerin belli bir uyarıcıya verdiği cevapları, niteliği ve yapısı açısından tutarlı bir şekilde yorumlayarak sınıflandırmak için kullanıma olanak sağlamaktadır (Göktepe, 2013).

SOLO taksonomisi, konunun anlaşılıp anlaşılmadığına değerlendirme yapmak yerine konunun ne düzeyde anlaşıldığı ile ilgilenmektedir. Matematik dersinin öğrenme çıktıları, bu taksonomiyle değerlendirilen araştırmalarda cebirsel düşünme, istatiksel düşünme ve geometrik düşünme gibi matematiksel düşünme biçimlerinin SOLO taksonomisiyle ölçülebileceği söylenebilir (Çetin & İlhan, 2016).

1.2. Araştırmanın Amacı

Geleceğin öğretmenleri olarak matematik öğretmen adaylarının eğitiminde bireysel farklılıklarının dikkate alınması önemlidir. Çünkü öğretmen adaylarının uzamsal yetenek ve sahip oldukları düşünme yapılarının yetenek bağlamında bireysel farklılık oluşturduğu düşünülmektedir. Bireylerin hem uzamsal yeteneği hem de düşünme yapısındaki değişim ve gelişimler başarıyı ve öğrenmeyi etkilediği ifade edilmektedir (Birinci, 2016; Olkun, 2003) Uzamsal yetenek, bütün ya da bütüne ait parçaların üç boyutlu uzayda hareket ettirilmesi ve oluşacak yeni durumun zihinde canlandırılmasını ifade etmektedir (Sevimli, 2009). Matematiksel düşünme yapıları ise matematiksel düşünmeyi açıklamak için kullanılan bir teorik çatı olup Presmeg (1986) tarafından ileri sürülen matematiksel düşünme sürecinde bireyin sahip olduğu bilişsel becerileri kullanma noktasındaki tercihi olarak açıklamaktadır. Bu sebeple çalışmada matematik öğretmen adaylarının uzamsal yeteneğinin ve düşünme yapılarının SOLO taksonomisi çerçevesinde seviyelerinin ne düzeyde olduğu değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Bu araştırmanın yürütülmesinin temel amacı üst düzey uzamsal yeteneğe sahip olan matematik öğretmen adaylarının Krutetskii (1976) tarafından yapılan düşünme yapı sınıflandırmalarının SOLO taksonomisi seviyelerine göre nasıl farklılaştığını incelenmiştir. Bu doğrultuda yapılmış olan çalışmada aşağıdaki sorulara cevap aranacaktır.

1.3. Araştırmanın Soruları

Yapılacak araştırmada literatürün incelenmesinden sonra en genel araştırma başlığı "Uzamsal yeteneği yüksek olan matematik öğretmen adaylarının düşünme yapısı SOLO seviyelerinde nasıl değişim gösterir?". Ayrıca analiz sürecinde cevabı bulunmaya çalışılan sorular şu şekildedir;

1) Matematik öğretmen adaylarının üst düzey uzamsal yeteneğe sahip olanların diğer uzamsal yetenek düzeyleri ile olan ilişkisi nasıldır?
2) Matematik öğretmen adaylarının düşünme yapıları nelerdir?

3) Üst düzey uzamsal yeteneğe sahip olan matematik öğretmen adaylarının sahip olduğu düşünme yapıları arasındaki ilişki nasıldır?
4) Üst düzey uzamsal yeteneğe sahip olan matematik öğretmen adaylarının SOLO seviyeleri nelerdir?
5) Matematik öğretmen adaylarının düşünme yapılarının SOLO seviyeleriyle olan ilişkileri nasıldır.
6) Matematik öğretmen adaylarının genel olarak SOLO seviyeleri nasıl dağılım göstermektedir.

1.4. Araştırmanın Önemi

Öğretmen adaylarının sahip oldukları uzamsal beceriler düşünme yapıları üzerine belirlemenin yapılan çalışmaların sayısının çok az olduğundan literatüre çok önemli katkısı olacağı düşünülmektedir. Bununla beraber öğretmen adaylarının düşünme yapıları ile uzamsal yeteneğin bileşenleri arasındaki ilişkinin SOLO taksonomisi bağlamında değerlendirmesine ve uzamsal yeteneğin belirli seviyesinden seçilen öğretmen adaylarına yönelik çalışmaya rastlanmamıştır. Bunula beraber Krutetskii (1976) düşünme yapılarının SOLO taksonomisi düzeyleri çerçevesinde incelenmesi literatürde yeni bir bakış açısı kazandıracağı düşünülmektedir.

1.5. Varsayımlar

- Araştırmada öğretmen adaylarının gerçek duygu ve düşüncelerini verdiği cevaplara yansıttığı varsayılmıştır.
- Araştırma sürecinde hazırlanacak olan düzey belirleme ve mülakat sorularında uzman görüşünün ve kullanılan ders kitabının yeterli olacağı kabul edilmektedir
- Araştırmada seçilecek olan grubun gerekli nitelikleri taşıdığı kabul edilmektedir.
- Araştırmada kullanılan ölçme araçlarının istenilen bilgileri verdiği kabul edilecektir.

1.6.Sınırlılıklar

- Araştırma matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları düşünme yapıları ve uzamsal yeteneklerinin SOLO taksonomisine göre hangi seviyede olduğunu incelediği için kullanılan veri toplama araçları izlenecek olan veri toplama yöntem ve teknikleriyle sınırlıdır.

- Örneklem açısından Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Analitik Geometri dersini alan olan gönüllü öğretmen adayları ile sınırlıdır.
- Süre açısından 2017-2018 eğitim öğretim yılı ile sınırlıdır.

1.7. Tanımlar

Uzamsal yetenek: Zihinde iki ve üç boyutlu cisimlerin bütün veya parçalar halinde hareket ettirilmesi doğrultusunda oluşan yeni durum ve formların canlandırılabilmesi beceresidir (Sevimli, 2009).

Matematiksel Düşünme Yapısı: Bireyin matematiksel düşünme sürecinde sahip olduğu bilişsel becerileri kullanmadaki tercihidir.

SOLO (Structure of the Observed Learning Outcomes): Farklı alanlarda öğrencilerin bilgi ve becerilerini değerlendirmek amacıyla kullanılan taksonomidir. SOLO taksonomisi öğrencinin bir soruya verdiği cevaptan hareketle niceliksel ve niteliksel bağlamda düzey belirtecek şekilde açıklar

BÖLÜM 2

KURAMSAL AÇIKLAMALAR ve İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde uzamsal yetenek, düşünme yapıları ve SOLO Taksonomisi ilgili yapılan araştırmalara ve kuramsal bilgilere yer verilmiştir.

2.3. Uzamsal Yetenek

Uzamsal yetenekle ilgili yapılan çalışmalar, Francis Galton tarafından 1980 yılı öncesine, insan zekasını ölçme araştırmalarına kadar dayanmaktadır. Uzamsal yeteneğin zaman içinde ilerleyişi üzerine yapılan çalışmalara ait dönemler tabloda incelenmiştir (Mohler, 2009).

Tablo 2: Uzamsal Yetenek Üzerine Yapılan Çalışmaların Dönemleri

Tarih	Konu Kapsamı
1980-1940	Uzamsal yeteneğin genel zekadan ayrı olarak kabul edildiği ve zekanın parçası olup olmadığı araştırılmıştır.
1840-1960	Uzamsal yeteneğin tek bir faktörden oluşmadığının farkına varıldığı ve farklı bileşenlerinin ortaya çıktığı üzerinde durulmuştur.
1960-1980	Uzamsal yeteneğin etkilendiği diğer yetenekler ve ölçüm testlerinin etkilendiği faktörler araştırılmıştır.
1980-	Uzamsal yeteneğin gelişiminde teknolojinin etkisi araştırılmış ve farklı alt bileşenleri tanımlanmıştır.

Mohler (2009)'dan uyarlanmıştır.

Uzamsal düşünme; psikoloji, tıp, matematik gibi farklı alanlarda incelenen kavramdır. Yapılan tüm çalışmalarda uzamsal yeteneğin tanımı konusunda bir fikir birliği yoktur. Çoğu araştırmada "görsel" ve "uzamsal kelimelerinin bazı kelimelerle çeşitli birleşimleri sonucu oluşan ifadelere yer verilmiştir. Bunlar uzamsal beceri, uzamsal muhakeme, uzamsal yetenek, görsel muhakeme, görsel düşünme, görsel-uzamsal yetenek, görsel muhakeme, uzamsal his, görsel-uzamsal zekâ, uzamsal oryantasyon, uzamsal ilişki, uzamsal görselleme, uzamsal düşünme, uzamsal algı şeklindedir. Uzamsal yeteneğin farklı terimlerle temsil edilmesinden kaynaklı farklı tanımları ortaya çıkmıştır. Sonuç olarak uzamsal yetenek için evrensel bir tanımdan bahsetmek pek mümkün değildir.

Linn and Petersen (1985), uzamsal yeteneği sembolik yani sözel olmayan bilgileri ifade etme, dönüştürme, üretme ve hatırlama olarak açıklamıştır. Tartre (1990) tarafından yapılan tanıma göre ise uzamsal düşünme görsel olarak idrak edebilme, manipüle etme, yeniden düzenleyip kullanabilmeyi içine alan bir yetenek olarak ifade edilmektedir. Lean and Clements (1981) uzamsal yeteneği zihinsel imajların formüle edilip bu imajları zihinde yönlendirebilme olarak açıklamaktadır. Yakimanskaya (1991), çalışmasında ise zihinsel imgelerin kullanımına dayanan bir akıl yürütme şekli olarak açıklamıştır." Uzamsal Düşünmenin" hem teorik hem pratik problem çözüm sürecinde uzamsal imgeler oluşturmayı ve manipüle etmeyi mümkün kılan zihinsel bir aktivite şekli olduğunu vermektedir. Lord (1985), uzamsal yeteneği zihinde modele ait imgeyi kurabilme, oluşturulan bu görüntüyü düzenleyip kontrol edebilme becerisi, Lohman (1993) ise bir modeli zihinde tasarlayabilme, yeniden şekillendirebilme ve bunun sonucunda yeni bir model oluşturabilme olarak ifade etmiştir. Turgut (2007), uzamsal yeteneği üç boyutlu uzayda nesneleri ve nesnelere ait bileşenlerin zihinde canlandırılabilmesi ve hareket ettirilebilmesi olarak açıklamaktadır. Olkun (2003), uzamsal yeteneği genel olarak üç boyutlu uzayla ilgili bir yetenek olarak ifade etmiştir. Nesnelerin ve nesnelere ait parçaların iki ve üç boyutlu uzayda zihinsel manipülasyonu şeklinde ve Göktepe (2013), ise bireylerin zihinlerinde imajlar oluşturması ve bu imajları zihinde döndürme, nesnelerin kapalı ve açık formlarının farklı konumlardan canlandırılabilmesi olarak ifade etmektedir.

Görüldüğü üzere uzamsal yeteneğin açıklanmasında farklı araştırmacılar tarafından yapılan çeşitli tanımlar mevcuttur. Bu çeşitliliğin temel sebebi de her araştırmacının uzamsal yeteneğin farklı bileşenlerden oluştuğu iddiasına sahip olmasıdır (Birinci, 2016).

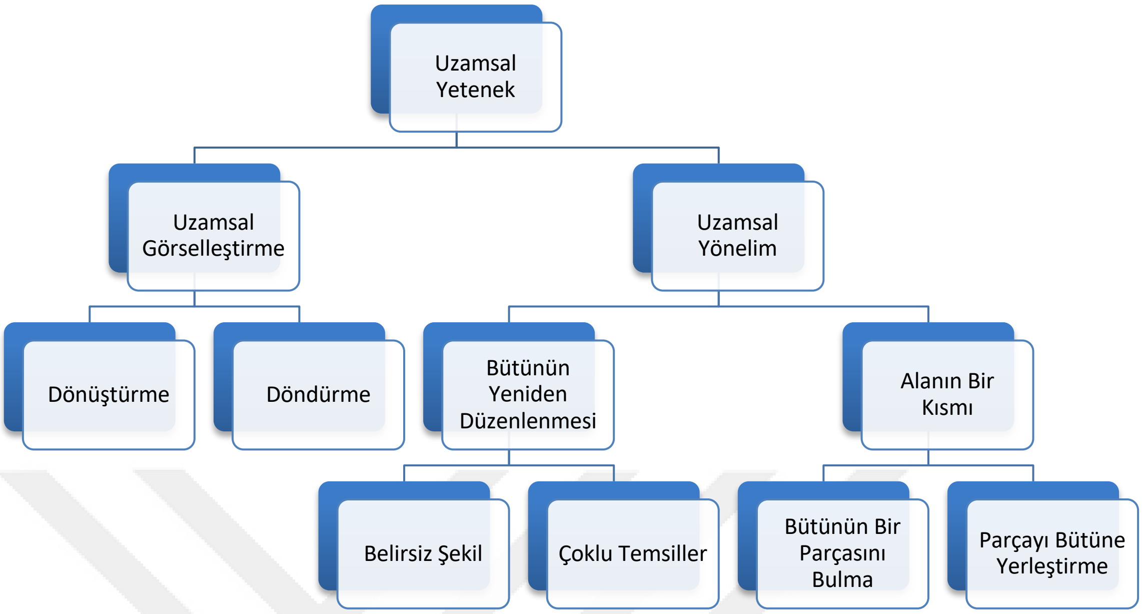
Yapılacak olan araştırmada uzamsal yeteneğin bileşeni olarak uzamsal yönelim ve uzamsal görselleştirme becerileri esas alınacaktır. Uzamsal görselleştirmeyi D. Clements (1998), iki boyutlu ve üç boyutlu nesnelerin ve bunların parçalarının üç boyutlu uzaydaki hareketlerini anlamak ve bu yeni durumları canlandırabilme becerisi olarak tanımlarken, McGee (1979) görsel bir nesneyi zihinde açma, döndürme, bükme ve alt üst olacak şekilde form değişikliği yapabilme olarak tanımlamıştır. Uzamsal yeteneğin bir diğer bileşeni olan uzamsal yönelimi, D. Clements (1998) kişinin kendi konumunu dikkate alarak uzaydaki farklı perspektifler ve pozisyonlar üzerine yapılan işlemleri anlama becerisi olarak tanımlarken, McGee (1979) sabit konumdaki nesneye başka bir açıdan bakmak ya da bakış noktasını zihinde hareket ettirme becerisi olarak tanımlamaktadır (Birinci, 2016).

Ayrıca McGee (1979) uzamsal yönelim bileşeni için altı farklı yetenekten bahsetmiştir;

- Üç boyutlu nesnelerin arasındaki ilişkiyi anlayabilme
- Üç boyutlu bir nesneyi farklı perspektiflerden durağan ya da hareketi ettirilmiş nesneleri açıklayabilme
- Üç boyutta nesneye bakılan yerin değişmesi sonucunda uzamsal ilişkiyi çözümleyebilme
- Nesnelerin uzamsal ilişkilerini sezebilme ve bu doğrultuda bu ilişkileri neticelendirebilme
- Komplike bir şekilde verilmiş nesnenin ilk haline gelecek şekilde düzenleyebilme
- Üç boyutlu nesneleri belirleyebilme ve bunu yanında boşluktaki nesneleri referans alacak şekilde yön tayin edebilme

Tartre (1984) uzamsal yeteneğin bileşenlerini uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelim olarak ikiye ayırmış ve bu bileşenleri de kendi içinde çeşitli alt başlıklara ayırmıştır.

Tablo 3: Uzamsal yeteneğin bileşenlerinin sınıflandırması



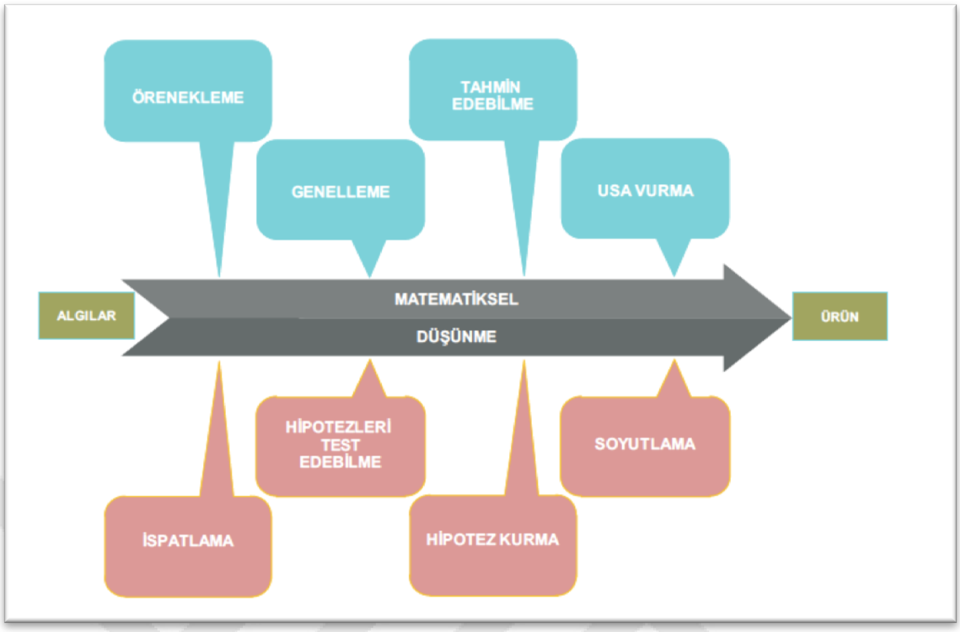
Tatre (1984)'dan uyarlanmıştır.

Tartre (1984), yaptığı sınıflandırmada uzamsal görselleştirmeyi dönüştürme ve döndürme olarak ikiye ayırırken uzamsal yönelimi ise bütünün yeniden düzenlenmesi ve alanın bir parçasını bileşenlerine ayırmaktadır.

2.1. Düşünme Yapıları

Matematiksel düşünme yapılarını incelemeden önce matematiksel düşünmenin açıklanması ve tanımlanması önemlidir. Matematiksel düşünme Liu (2003) tarafından "tümevarım, tümdengelim, tanımlama, genelleme, örnekleme, biçimsel ve biçimsel olmayan akıl yürütme, doğrulama ve emsal teşkil eden karmaşık süreçlerin bir sentezi olarak ifade edilmektedir. Matematiksel düşünme birçok unsuru içinde bulunduran bir işleyiş yapısına sahiptir. Her düşünme sisteminde olduğu gibi matematiksel düşünmede algılarımızı anlamlı hale getirme amacı taşır (Tall, 1995).

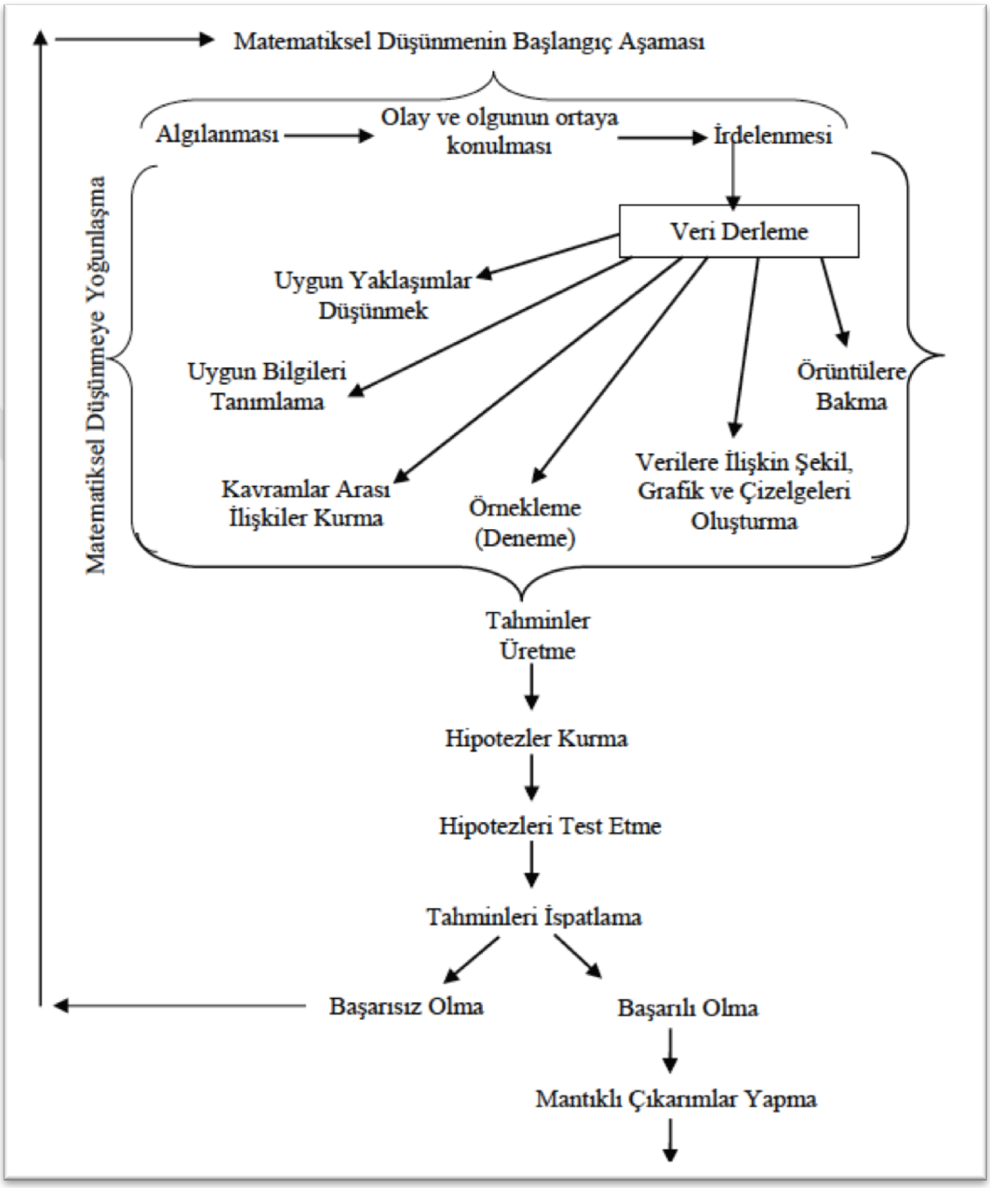
Şekil 2: Matematiksel düşünme sürecinin işleyişi



Alkan & Güzel, (2005)

Şekilde görüldüğü gibi matematiksel düşünme sürecimde algılarımızdan yola çıkarak bir ürün ortaya çıkarma çabası vardır. Üretilen her düşünce sürekli kendini tekrar ederek bir sonraki düşüncenin başlangıcı olma özelliğini taşır.

Şekil 3: Matematiksel düşünmenin oluşum süreci



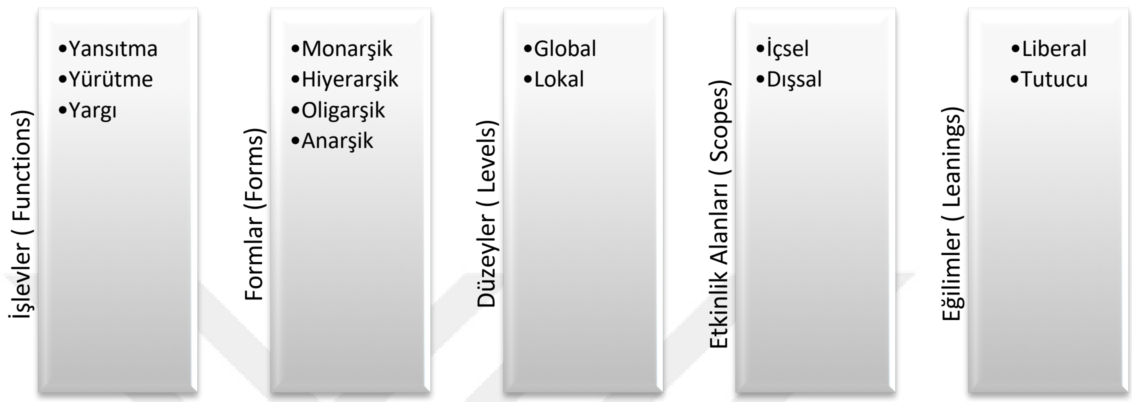
Alkan & Güzel, (2005)

Bu sürecin işleyişi esnasında bireysel farklılıklar ortaya çıkmaktadır (Alkan & Güzel, 2005). Bu noktadan yola çıkarak bireylerin düşünme şekli zamana, duruma ve içinde bulunan farklı koşullara göre değişir (Çubukçu, 2004; Tekin, Özmutlu, & Erhan, 2009).

Matematiksel düşünmenin oluşum sürecini farklılıkları açıklayan ifadeler içerik olarak benzerlik taşısalar da çeşitlilik gösteren kuramsal çerçeveler de vardır. Stenberg

(1999) matematiksel düşünme sürecindeki tercihleri "*düşünme stili"* olarak adlandırmıştır. Stenberg (1999) Zihinsel Benlik Kuramına göre düşünme stillerini 5 kategoride 13 alt bileşen olarak sınıflamıştır.

Şekil 4: Zihinsel Benlik -Yönetim Kuramı Düşünme Stilleri



Sternberg, (1999)

Matematiksel düşünmeye yönelik başka bir yaklaşım aşağıdaki gibi üç gruba ayrılmıştır (Borromeo Ferri, 2010)

Görsel düşünme stili: Bireyler, Matematiksel gerçeklerin ve ilişkilerin anlaşılması için grafik, resim, çizelge ve şekiller kullanmayı tercih ederler.

Analitik düşünme stili: Bu stile sahip birey, Matematiksel gerçekleri sembolik ya da sözlü temsil yoluyla kavrayabilirler.

Bütünleşik düşünme: Görsel ve analitik düşünme biçimlerinin birlikte kullanan bireylerde oluşur. Ayrıca farklı temsil ve yöntemler arasında rahatlıkla geçiş yapabilir

Matematik düşünmeye yönelik yapılan başka bir sınıflamada Burton (2001) tarafından yapılmıştır. Bu sınıflamaya göre;

- Stil A: Görsel,
- Stil B: Analitik
- Stil C: Kavramsal olmak üzere üçe ayrılmıştır.

Bu stillerin ikili durumlarının bir arada görüldüğü öğrenci örnekleri şöyledir;

Stil A/B: "Ben görsel olarak düşünüyorum ve ispat yapmam gerektiği zaman cebire çok fazla yöneliyorum"

Stil A/C: "Tamamen görsel olmayan bir şekilde düşünmeyi hayal edemiyorum. Ancak sorunun ne olduğuna bağlı olarak genelde kaç çözüm yolunun olduğunu hesaplamaya çalışıyorum. Böylelikle farklı çözüm yollarını sınıflandırarak istediğim zaman bu sınıflandırmalarım arasından tercih edebiliyorum"

Stil B/C: "Görsel bir insan değilim, bence denklemler acısından problem odaklı. Uzay geometriyle başa çıkabileceğimi hiç sanmıyorum. Eğer bir taksonomi ararsam, hiyerarşi ve sınıflandırıcı resimleri kullanırım.

Duffin and Simpson (2006)**,** sınıflandırmasında dört çeşit sınıflandırma mevcuttur;

Yabancı: Mevcut bilgiyle bağlantı kurmaya çalışmaksızın yeni bilgileri özümsemeyi tercih eder.

Doğal: Yeni ve eski bilgilerin global yapıyı uyumlu bir şekilde birleştirmeyi tercih eder

Uyum: Yeni bilgide lokal bir yapı bulma tercih eder.

Esnek: Farklı durumlara bağlı olarak farklı düşünme yollarını tercih eder.

Matematiksel düşünme yapılarına ait başka bir sınıflandırmada K. Clements (1982) tarafından yapılmıştır. Bu sınıflandırmalar aşağıdaki gibidir;

Görselleyenler: Problem çözerken resimsel veya imgesel gösterimlerden faydalanır.

Görsellemeyenler: Görsel imgeler veya resimsel gösterimlerden ziyade sözlü açıklama eğilimindedirler.

Karma: Belirli bir yöne eğilimde olmayan, problem çözümlerinde her iki yöntemi de kullanabilirler.

Matematiksel düşünme sürecinin başka bir sınıflandırması da Krutetskii (1976) tarafından yapılmıştır. Krutetskii'ye göre yapılan sınıflandırmada öğrencilerin sahip olduğu düşünme yapıları analitik, geometrik ve harmonik düşünme olmak üzere üç gruba ayrılmıştır.

Analitik düşünme yapısına sahip olan bireyler, problem çözüm sürecinde güçlü bir şekilde sözel-mantıksal yöntemlerin kullanımına yönelirler. Geometrik düşünme yapısına sahip bireyler problem çözme sürecinde görsel- resimsel yöntemlere yönelimleri fazladırlar. Harmonik düşünme yapısına sahip bireylerin problem çözümündeki tercihleri sözel-mantıksal ve görsel-resimler yöntemlerini birlikte kullanmaya eğilimleri vardır.

Aşağıdaki bölümde Krutetskii'nin yapmış olduğu sınıflandırmalar ayrıntılı bir şekilde incelenmiş ve yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

2.2. Krutetskii Düşünme Yapıları

Krutetskii (1976), yapmış olduğu çalışmada bireylerin matematiksel bilgiye nasıl yaklaştıklarını üç düşünme yapısı şeklinde kategorize edilebileceğini ortaya koymuştur. Bu sınıflamanın ilki analitik düşünme yapısında olanlardır. Analitik düşünenler problem çözme sürecinde sözel-mantıksal yöntemleri kullanmayı tercih eden ve yatkınlığı bu yönde olanlardır. Sınıflamanın diğer bir kısmı ise geometrik düşünme yapısında olanlardır. Bu düşünme yapısında olanlar görsel öğeleri kullanmak isterler ve yatkınlıkları bu yöndedir. Bu grup görsel öğeler ve sözel- mantıksal yöntemleri kullanmaya net bir eğilim göstermezken, tercihlerini ikisini birlikte kullanmaya yönelik yatkınlığa sahiptirler(Aspinwall, Shaw, & Unal, 2005; Kozhevnikov, Hegarty, & Mayer, 2002; Siswono, 2005).

2.2.1. Analitik Düşünme Yapısı

Analitik düşünme yapısındaki bireyler sözel-mantıksal bileşenler, görsel- resimsel bileşenlere nazaran daha üstündür. Analitik düşünen bireyler soyut kavramlar üzerine çalışmaya daha yatkındır (Presmeg, 1985). Problem durumlarında ve çözümlerinde görsel kavramların kullanılması aşikâr olmasına rağmen görsel kaynakları kullanmayı tercih etmezler. Soyut ifade edilmiş problemlerde başarılı olmakla beraber somut ifadeleri olabildiğince soyut forma dönüştürme eğilimindedirler (Delice & Taşova, 2012). Analitik düşünme yapısının daha iyi anlaşılması adına Krutetskii (1976) yürüttüğü çalışmada dik üçgene ait kenarlardan hipotenüs dışındaki kenarlar etrafında döndürülmesi sonucunda oluşan şekli sorduğunda, analitik düşünme yapısındaki bir öğrencinin cevabı;

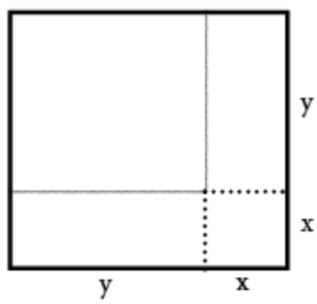
> "*Bir dik üçgen hipotenüs olmayan kenarı etrafında döndürülürse, Şimdi düşünüyorum… En üst nokta dönmeyecektir. Bu taban olmayan kenarın üzerindedir. Diğer kenardaki noktalar eksenden farklı uzaklıklarda dönecektir. Fakat her biri eşit mesafeleri alacaktır. Mademki her biri eşit uzaklıkta, her biri bir çemberi temsil eder. Ve hep beraber bir daire oluşturur. Bu şu anlama gelir, altta bir daire ve en üstte bir nokta ve hipotenüs döndürüldüğünde bunları birbirine bağlar. Bir koni elde edilir, doğru mudur?*"

şeklinde olmuştur (akt. Tasova, 2011).

Diğer taraftan geometrik düşünme yapısına sahip olan bir öğrenci de yapılan faaliyeti basit anlamda zihinde canlandırıp döndürülebileceğini ifade etmiştir. Cevabını da *"İşte, dönüş yolunu resmediyorum ve apaçık bir koni ortaya çıkıyor"* şeklinde açıklamıştır. Kısaca bu türde düşünenler sözel-mantıksal yönlerini problem çözme aşamasında daha baskın kullanırken görsel-resimsel yönlerini daha az kullanmaktadır. Ancak problem çözümlerinde matematikçilerin görselliği kullanmaları gereklidir.

2.2.2. Geometrik Düşünme Yapısı

Geometrik düşünme yapısındaki bireyler görsel-resimsel bileşenlerinden dolayı soyut olan matematiksel durumları görsel olarak ifade etme eğilimindedirler. Ancak diğer taraftan görselliğin kullanılmasına gerek olmayan durumlarda bile görsel şema resim ve kavramları kullanmayı isterler (Aspinwall et al., 2005). Bu düşünme yapısındaki bireyler çizim ve grafiklerin analizlerini kavram ve tanımların analizlerine içeren durumlara göre daha kolay sonuçlandırır ve soruda verilen sözel ifadeler zihinde canlandırılıp ardından çözüm için gerçek şeklin modelini çizerek çözüm yoluna giderler ((Hacıömeroğlu, Hacıömeroğlu, Güzel, & Kula, 2014). Örnek olarak Krutetskii (1976) yapmış olduğu çalışmada öğrencilere *" Bir karenin her kenarı 3 cm artırıldığında alan 39 cm^2 artar. Oluşan karenin kenarını bulun"* şeklinde bir soru yöneltiyor. Yetenekli öğrenciler için oldukça kolay olan bir problem ve $(x+3)^2 - x^2 = 39$ eşitliğiyle çözülebileceği ortadadır. Ancak diğer taraftan geometrik düşünme yapısına sahip öğrenciler bu soruya daha karmaşık cevap verdiler.



> *"Kenarı x cm ve uzunluğu 3 cm olan bir kare olsun, balanı 9 cm^2 olur. Bir kenarı y cm olan iki tane dikdörtgen oluşur ve dikdörtgenlerin alanları toplam 30 cm^2 olur. Her biri 15 cm^2 dir. Oluşan dikdörtgenin bir kenarı 3 cm olduğu için diğer kenarı 5 cm*

olur. O zaman oluşan karenin kenarı 8 cm² olur."

Analitik ve geometrik düşünme yapıları bireylerin, problem çözme sürecinde sahip oldukları geometrik veya analitik bilgileri kullanmada yapmış olduğu tercih olarak karşımıza çıkar. Geometrik düşünme yapısındakiler şekillerden yararlanarak çözüm yapma yolunu seçerler. Ancak diğer taraftan analitik düşünme yapısına sahip olan bireyler matematik sorularını çözebilmenin, formül ve kuralların ezberlenmesiyle orantılı olduğuna inanmaktadır (Presmeg, 1986)

2.2.3. Harmonik Düşünme Yapısı

Harmonik düşünme yapısına sahip bireylerden analitik ve geometrik düşünme yapısını dengeli bir şekilde kullanması beklenir (Aspinwall et al., 2005) Bu düşünme yapısına ait bireylerde uzamsal yetiler ileri seviyededir. Ayrıca soyut ifadelerin görsel bağlamda yorumlanması durumuna oldukça yatkındırlar. Tersine durumlarda yani görsel olan ifadeleri sözel-mantıksal olarak ifade etmekte de zorluk yaşamaktadırlar. Verilen matematiksel sorularda, cebirsel ifadelerle işlemin sonucunu bulsalar bile sırf görselleştirmek adına grafik ya da diyagramlardan yararlanmaktadırlar. Ayrıca vurgulanması gereken önemli bir noktada harmonik düşünme yapısına sahip bireyler analitik düşünme yapısına mı yoksa geometrik düşünme yapısına mı daha yatkın olduğunun belirlenmesidir (Delice & Taşova, 2012; Hacıömeroğlu et al., 2014)

Krutetskii (1976), çalışmasında öğrenciye yöneltilen "$a^2 + b^2 = c^2$ a, b, c> 0 ifadesinde a, b, c sayıları arasındaki ilişki için ne söyleyebilirsiniz?" sorusuna harmonik düşünme yapısına sahip öğrencilerin analitik ve geometrik düşünme yapısına uygun çözümler sunmuştur. Çözümler şu şekilde:

Çözüm 1:

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$a^2 + b^2 + 2ab = c^2 + 2ab$$
$$(a + b)^2 = c^2 + 2ab$$
$$(a + b)^2 > c^2$$
$$a + b > c$$

Çözüm 2: a, b, c bir dik üçgenin kenarları ve bu nedenle a + b> c olur.

Analitik düşünme yapısına sahip öğrenciler birinci çözümü kullanırken, geometrik düşünme yapısına eğilimliler ikinci çözümü tercih ederler.

2.4. Solo Taksonomisi

SOLO taksonomisi (Structure of the Observed Learning Outcome), öğrenenlerin verdiği cevaplardan yola çıkarak bilişsel bilgi ve becerilerini belirli bir sistematik çerçeve içerisinde değerlendirmede kullanılan bir modeldir. (Biggs & Collis, 1991). SOLO kelimesi açılımındaki baş harflerin kısaltılmasıyla oluşturulmuş ve modelin literatürdeki adını ortaya çıkarmıştır. Açılımının Türkçe karşılığı olarak "Gözlemlenebilir Öğrenme Çıktılarının Yapısı" olarak ifade edilir. SOLO taksonomisi Piaget'in bilişsel gelişim teorisinden yola çıkarak geliştirilmiştir. Her iki modeldeki evreler birbirine benzerlik göstermektedir. Aynı zamanda beş düşünme evresinden oluşmaktadır. SOLO taksonomisinde Piaget'in modelinden farklı olarak işlem öncesi evresi, imgesel evre olarak karşımıza çıkarken Piaget'in modelinden farklı olarak ek bir evre olan soyut dönem sonrası evre karşımıza çıkmaktadır.

Tablo 4: Piaget'in Bilişsel Gelişim Evreleri ile SOLO Düşünme Evrelerinin Karşılaştırılması

Piaget'in Evreleri	SOLO Taksonomisi Evreleri
Duyusal Motor (0-2 yaş)	Duyusal Motor (0-18 ay)
İşlem Öncesi (2-6 yaş)	İmgesel (18 ay-6 yaş)
Somut İşlemler (6-11 yaş)	Somut sembolik (6-14 yaş)
Soyut İşlemler (11-18 yaş)	Soyut (14-20 yaş)
	Soyut sonrası (20 yaş üstü-)

Tablo incelendiğinde her iki modelde de belirleyici kriterlerden biri yaş olarak karşımıza çıkar. Piaget'in modelinde yaşlarından yola çıkarak aynı evrede olduğu düşünülen çocuklarda sonrasında yapılan farklı etkinliklerde önceden bulunduğu evrenin özelliklerinin yerine başka evrelerin özellikleri görülebilmektedir. Piaget, her çocuğun bilişsel gelişimindeki farklılıklarından kaynaklanan bu durumu nadiren görünen kararsızlık olarak açıklamıştır. Ancak bu durum okullarda sıkça rastlanan bir durum olarak karşımıza çıkar. Öğrenciler okullarda bazen soyut işlemler düzeyindeyken bazen somut işlemler düzeyinde karşımıza çıkabilir. İşte bu noktada SOLO taksonomisi bu eksikliğin giderilmesi için Biggs and Collis (1991) tarafından geliştirilmiştir. SOLO taksonomisi yaşanan bu tutarsızlığa çözüm olarak öğrencilerin problemlere vermiş olduğu cevapları değerlendirmeyi kriter olarak almıştır. SOLO taksonomisi bulunduğu evrenin konunun içeriğine göre farklılık gösterebileceğine odaklanırken, Piaget modelinde öğrencinin bulunduğu gelişim basamağı konudan ve öğrenilen şeyin içeriğinden bağımsızdır. SOLO taksonomisi, öğrencinin cevapları verirken geçtiği düşünme sürecinin niteliğine ve verilen cevapların yapısına önem vermektedir.

SOLO taksonomisi belirli bir zaman diliminde öğrencinin vermiş olduğu cevaba göre değerlendirme yapıp, ait olduğu düzeyi belirler. Ancak bireyin bulunduğu genel evreye referans verme amacı taşımaz. Yani SOLO taksonomisi öğrencileri sınıflandırmaktan çok öğrencilerin vermiş olduğu cevaplara ait düzeylerin sınıflandırmasıyla ilgilenir. SOLO taksonomisinin her düşünme evresi kendi içerisinde beş tane alt basamaktan meydana gelmektedir (Çelik, 2007). SOLO taksonomisi genel olarak hiyerarşik özelliğe sahip beş düzeyli bir yapı olarak karşımıza çıkmaktadır (Biggs & Collis, 1982).

Şekil 5: SOLO Taksonomisi Düzeylerinin Hiyerarşik Yapısı

(Çetin & İlhan, 2016)

Yukarıda ifade edilen düzeyler öğrencinin vereceği cevapların beş farklı şekilde alınabileceğini ifade etmektedir (Callingham, 1999). Piramitte üst basamaklara doğru çıktıkça verilen cevaplarda tutarlılık ve ilişkilendirmenin artmasının yanında çok yönlü değerlendirmelerde artmaktadır (İlhan, 2015).

2.4.1. Yapı Öncesi

SOLO taksonomisinin en alt basamağı olarak kabul edilen bu seviyede, bireyler üzerinde çalışılan konuyu anlama seviyeleri oldukça düşüktür. Verilen cevaplar problemin çözümüyle alakalı değildir ve ondan beklenen görevi yerine getiremez aynı zamanda sıklıkla soruyu tekrar ederek istenilenden uzaklaşır.

2.4.2. Tek Yönlü Yapı

Tek Yönlü Yapı düzeyinde bulunanlar, konuyu yüzeysel olarak algılarlar. Genel olarak problemin tek bir yönüne yönelmektedirler. Bu durumda, verilen cevaplar arasında tutarsızlık oluşmaktadır. Bu seviyedeki bireyler, konuya ait kavramlar arasındaki ilişki kuramamakta ve kavramlar ilişkilendirerek konu bütünlüğünü oluşturamamaktadır.

2.4.3. Çok Yönlü Yapı

Çok Yönlü Yapı düzeyinde olan bireyler, probleme ilişkin birçok detayın farkındadırlar. Ancak probleme ait bir bütünlük oluşturamazlar ancak bağımsız olarak çözüm üretirler. Bundan dolayı, problem çözüm aşamasında sorun yaşamaktadır. Dolayısıyla verilen farklı cevaplar arasında tutarsızlık görülmektedir.

2.4.4. İlişkisel Yapı

İlişkisel Yapı düzeyindeki bireyler, problem çözümünde yer alan kavramlar arasındaki ilişkiyi kurabilirler. Problemin çözümüne ulaşırken gerekli kavramdan yararlanırlar. Bu düzeyde bulunanlar mevcut bilgiler ışığında genellemeler yapabilirler. Ancak verilenlerin ötesinde bir sonuçta çıkarım yapmakta ya da genellemeye ulaşmakta yeterli değillerdir.

2.4.5. Soyutlaşmış Yapı

SOLO taksonomisinin en üst basamağı olarak kabul edilen yapıdır. Bu seviyedeki bireyler anlamlı ve tutarlı bir şekilde bir araya getirilen bütünün yüksek seviyede soyutlayarak daha ileri seviye olacak şekilde yeniden yapılandırabilirler. Bu seviyedeki bireyler, mevcut bilgilerin de çok ötesinde çözümler sunarlar. Hipotezler üretip genellemelerle farklı bakış açıları oluştururlar. Mevcut bir teoriyi farklı bir alana uygulayıp derinlemesine analiz gerçekleştirebilirler.

SOLO taksonomisini oluşturan düzeyler ve bu düzeye ait özellikler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 5: SOLO Taksonomisini Oluşturan Düzeyler ve Düzeylerin Temel Özellikleri

	Niceliksel Artış ve Yüzeysel Öğrenme			Niteliksel Artış ve Derin Öğrenme	
SOLO Düzeyleri	Yapı Öncesi	Tek Yönlü Yapı	Çok Yönlü Yapı	İlişkisel Yapı	Soyutlanmış Yapı
Temel Özellikler	Konu ile ilgili öğrenilenler yanlıştır veya bir şey öğrenilmemiştir	Çalışılan konun tek bir yönüne odaklanılır	Çalışılan konunun iki veya daha fazla yönü anlaşılır, fakat parçalar arasında bağ kurulamaz	Çalışılan konun farklı yönleri ilişkilendirilir, bu sebepten ötürü tutarlı bir yapıya sahip bütüne ulaşılır	Mevcut bilgilerin ötesinde akıl yürütülür ve genellemeler ulaşılır. Farklı alanlarda kullanabilir

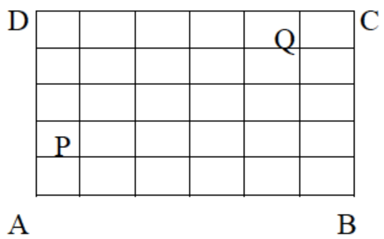
Gösterge Fiilleri	-problemlerde verilenleri tekrar etmek - "bilmiyorum" cevabını vermek - bir cevap belirtememek	- Açıklamak - Tanımlamak - Ezberlemek - Basit bir işlemi uygulamak -Adlandırmak - Sıralamak -Saymak	-Birleştirmek - Sınıflandırmak - Numaralandırmak - Listelemek -Tanımlamak -Analoji kullanmak -Planlamak -Algoritmaları uygulamak	-Analiz etmek -Karşılaştırmak -Birleştirmek -İlişkilendirmek - *X* ve *Y* gibi bilinmeyenler arasında ilişki kurmak -Sebep- Sonuç ilişkisini izah etmek -Bir teoriyi ilgili bölüme uygulamak	-Kuram oluşturmak -Genellemeler yapmak -Tahmin etmek -Hipotez kurmak -Değerlendirmek -Yansıtmak - Teoriyi yeni bir alana uygulamak -Tartışmak -Derinlemesine incelemek

Çetin ve İlhan (2016)'dan uyarlanmıştır.

Aşağıdaki örnekte (Göktepe, 2013), SOLO taksonomisi ayrıntılı olarak incelenecektir.

Problem

Birim karelerden oluşan dikdörtgen biçimindeki aşağıdaki kartonun AB ve CD kenarları yapıştırılarak bir silindir elde ediliyor.



Bu silindirin P noktasında bulunan bir karınca en kısa yoldan giderek Q noktasına ulaştığına göre, bu karınca kaç birim yol almıştır?

Yapı Öncesi (YÖ)	Öğrenci sorunun ne istediğini anlayamaz, sonuç olarak çözüm için hiçbir açıklama yapamaz.

Tek Yönlü Yapı (TY)	Öğrenci sorunun tek bir özelliğine odaklanmaktadır. P noktasından Q noktasına ulaşırken izlenilebilecek sadece bir yolu düşünür. Alternatif yollar düşünerek mesafeler arasında karşılaştırma yapamaz. Neden izlediği yolun en kısa olduğu konusunda tatmin edici bir açıklama yapamaz.
Çok Yönlü Yapı (ÇY)	Öğrenci karıncanın silindir üzerinde izleyebileceği birkaç tane yol belirler. Farklı yollar üzerinden mesafeyi hesaplarlar. Ancak yaptığı açıklamalar yine ezber üzerindendir, çok fazla düşünmeden hesap yapmaya başlar. Yani derinlemesine bir düşünme yoktur daha yüzeysel olarak soru incelenir.
İlişkisel Yapı (İY)	Öğrenci birden fazla durumu ilişkilendirerek cevap verir. Ezberden değil düşünerek sonuca ulaşmaya çalışır. Neden bu yolu seçtiğini gerekçeleri ile birlikte açıklar.
Genişletilmiş Soyut Yapı (GSY)	Öğrenci verilenlerin ötesinde akıl yürütebilir ve genellemelere ulaşabilir.

Matematiğin birçok alanında olduğu gibi geometri dersi içinde öğrenme çıktıları SOLO taksonomisi ile değerlendirilebilir. Jurdak (1991), SOLO taksonomisi ile Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin benzerlik taşıdığını ve geometri dersinde SOLO taksonomisinden yararlanılabileceğini ifade etmiştir.

Tablo 6: SOLO Taksonomisi ve Van Hiele Düzeylerinin İlişkisi

SOLO Düzeyleri	Van Hiele Düzeyleri	Düzeylerin Karakteristik Özellikleri
Tek Yönlü Yapı	Düzey 0	Bu düzeydeki bireyler şekilleri sadece olduğu gibi algılar, şekillere ait özelliklerin farkında değillerdir. Şekilleri sadece görünüşlerine göre sınıflandırdılar.
Çok Yönlü Yapı	Düzey 1	Bu düzeydeki bireyler şekilleri sahip olduğu özelliklere göre adlandırıp sınıflandırmada bulunabilir. Ancak şekillerin özellikleri arasında bağlantı kurmazlar
İlişkisel Yapı	Düzey 2	Bu düzeyde özellikler arasında ilişkilerin farkındadır. Şekiller için olan tanımlar aksiyomlar anlamlıdır ancak mantıksal çıkarımda bulunamazlar.
Soyutlanmış Yapı	Düzey 3	Bu düzeydeki bireyler aksiyomatik yapıyı kullanarak ispat yapabilirler ve bilgilerini kullanarak matematiğin farklı alanlarına genelleyebilirler

2.5. Konularla İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu bölümde uzamsal yetenek, Krutetskii düşünme yapıları ve SOLO taksonomisi ile ilgili literatür taramasına yer verilecektir.

Kayhan (2005), yapmış olduğu çalışmada okul türünün lise öğrencilerinin uzamsal yeteneklerini matematik başarısı ve mantıksal düşünme becerisi açılarından teknik resim dersinin bir farklılaşmaya sebep olup olmadığını araştırmıştır. Çalışma neticesinde okul türü bakımından anlamlı derecede bir etkiye sahip olmadığı ancak diğer taraftan matematik başarısı ve mantıksal düşünme becerisi bağlamında pozitif yönlü bir ilişkinin olduğu ortaya çıkmıştır. Araştırma neticesinde teknik resim derslerinin uzamsal yeteneğin üzerinde pozitif yönlü bir ilişkinin olduğu sonucuna varılmıştır.

Turgut (2007), çalışmasında İlköğretim II. Kademe öğrencilerinin uzamsal yeteneklerini çeşitli değişkenler açısından (cinsiyet, bilgisayar oyunu oynama sıklıkları, oyuncak tecrübeleri, müziğe olan ilgileri, okul öncesi eğitim durumları, kullanılan el) incelemiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda uzamsal yeteneğin genel olarak düşük seviyede olduğu gözlenmiştir. Müziğe olan ilgi ve bilgisayar oyunu oynama sıklıklarıyla uzamsal yetenek arasında pozitif yönlü bir ilişki olduğu saptanmıştır. Bununla birlikte okul öncesi eğitim ve lego oyuncak tecrübesine sahip olanların araştırmanın uzamsal yetenek testinde daha başarılı performans sergilemişlerdir. Ayrıca matematik başarısı ile uzamsal yetenek arasında pozitif yönde ve orta düzeyde anlamlı bir ilişkinin olduğu sonucu ortaya çıkmıştır.

Birinci (2016), matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarını anlama performanslarını uzamsal yetenek ve düşünme yapıları açısından incelemiştir. Lineer cebir kavramı için kullandıkları çeşitli imgelerin kavrama göre çeşitlilik gösterdiği ancak yapılan tanım ve kavram tariflerinde ortak kelime yüzdelerinin yüksek olduğu ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının performanslarının kavram yönünden farklılaşmasının yanında uzamsal yetenek ve düşünme yapıları bakımından da farklılaşmıştır. Diğer bir farklılaşmada hem uzamsal yetenek hem düşünme yapıları öğretmen adaylarının anlama boyutları yönünden de farklılaştığı sonucu elde edilmiştir.

Taşova (2011), yüksek lisans tez çalışmasında öğretmen adaylarının modelleme sürecinde sergiledikleri performanslarının görselleme beceri düzeylerini nasıl etkilediğini araştırmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının sahip olduğu düşünme yapılarının neler olduğunun tespiti üzerine yürütülmüştür. Çalışma neticesinde öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yapabilme bakımından zayıf kaldığı, ayrıca uzamsal görselleştirme yeteneğinin zihinde döndürme yeteneğine nazaran daha düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Düşünme yapıları bakımından da öğretmen adaylarının problem durumlarında sözel-mantıksal çözümleri görsel-resimsel çözümlere göre daha az tercih ettikleri ortaya çıkmıştır.

Sevimli (2009), yaptığı çalışmasında belirli integral konusunda kullanılan temsillerin görsel-uzamsal yetenek ve akademik başarı bağlamında incelemiştir. Araştırmanın sonucunda matematik öğretmen adaylarının belirli integral konusunda temsil kullanımın düşük düzeyde olduğunu göstermiştir. Uzamsal görselleştirmenin farklı temsillerinin kullanımı pozitif yönde etkilediğini ortaya çıkarmıştır. Ayrıca belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile uzamsal görselleme yeteneği arasında pozitif yönde anlamlı ilişkiye ulaşmıştır.

Göktepe (2013), yaptığı çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının uzamsal yeteneğin bileşeni olan uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelim bileşenlerini SOLO modeline göre incelemiştir. Araştırmanın bulguları değerlendirdikten sonra öğretmen adaylarının büyük bölümünün orta düzeyde uzamsal yeteneğe sahip oldukları ortaya çıkmıştır. Uzamsal yeteneğin bileşenleri olan uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelim becerileri SOLO evrelerine göre "Çok Yönlü Yapı" seviyesinde yer almaktadır. Farklı boyutlarda geçiş yaptırmayı gerektiren sorularda derinlemesine bir öğrenmenin gerçekleşmediğini ifade etmiştir.

Sevimli (2013), yaptığı araştırmada Bilgisayar Cebir Sistemi (BCS) destekli öğretimde öğretmen adaylarının integral konusundaki becerileri temsil kullanımı sürecine etkisi düşünme yapıları çerçevesinde incelemiştir. İntegral konusuna dair yeterliliklerine bakıldığında, BCS grubundaki öğretmen adaylarının geleneksel gruba kavramsal ve işlemsel yetenekler yönünden daha baskın olduğu ortaya çıkmıştır. Araştırma sonucunda BCS grubundaki öğretmen adaylarının düşünme yapılarına göre harmonik düşünme yapısına sahip olanlar ile geleneksel grupta analitik düşünme yapısına sahip olanlar temsil dönüşümünü diğer gruplara kıyasla daha başarılı bir şekilde yaptığı belirlenmiştir. Buna ilave olarak BCS destekli bir öğretim modelinin düşünme yapısı bakımında farklı gruplardaki öğretmen adaylarının bilişsel tercihlerini ortaya çıkarabileceği bir ortam hazırladığı ifadesine ulaşılmıştır.

Delice and Sevimli (2012), yapmış oldukları çalışmada öğretmen adaylarının farklı düşünme yapısında olmalarının integral hesabıyla hacim problemlerini çözme yaklaşımlarını incelemişlerdir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının farklı düşünme yapısında olmalarının problem çözme yaklaşımlarına doğrudan bir etkide bulunmadığını tespit etmişlerdir.

Delice and Taşova (2012), yaptıkları araştırmada öğretmen adaylarının düşünme yapılarının matematiksel modelleme becerilerine olan etkisini araştırmışlardır. Soruları cevaplama oranı doğrultusunda düşünme yapılarının modelleme becerilerini etkileyen bir temel faktör olmadığını gözlemlemişlerdir. Bununla birlikte modelleme testindeki doğru cevap oranının düşünme yapılarına göre farklılık gösterdiği ifade etmiştir.

BÖLÜM 3

YÖNTEM

Bilimsel araştırma süreci, hedeflenen araştırma sorularının cevabı için verilerin belirli plan çerçevesinde toparlanarak, analiz edilmesi sonucunda yorumlanması süreci olarak ifade edilebilir. Araştırmanın bu bölümünde araştırmanın modeli, araştırmada yer alacak çalışma grubu, araştırmanın verilerinin toplanacağı veri toplama araçları, veri toplama süreci ve bunun yanında bu verilerin nasıl analiz edileceğine yönelik bilgiler verilecektir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Yapılan çalışmalarda yaygın olarak nitel ve nicel olmak üzere iki yaklaşım kullanılmaktadır. Nicel çalışmalar verilerin sayısal olarak ifade edilmesi ve ölçülmesi prensibini benimser. Nitel çalışmalar sosyal yaşamın içindeki olayların ve algıların doğal ortamın içerisinde gerçeğe uygun ve bütüncül olarak yorumlandığı araştırma sürecidir (Merriam, 2015). Bu iki araştırma yaklaşımının birbirlerine üstün olan yanlarının olmasıyla birlikte zayıf kaldığı yanları da vardır. Araştırmalarda hangi yaklaşımın kullanılacağı, araştırmanın doğasına ve konusuna hangisinin uygun olacağıyla ilgilidir. Ancak son yıllarda araştırmaların güvenirliğini ve niteliğini artırmak için iki çalışmanın da birlikte kullanıldığı araştırmalar sınırlı sayıda olsa da mevcuttur (Onwuegbuzie & Leech, 2004). Üst düzey uzamsal yeteneğe sahip ilköğretim matematik öğretmen adaylarının düşünme yapılarının SOLO seviyelerine göre nasıl dağılım gösterdiğini belirlemek amacıyla yapılan bu çalışmada hem nitel hem de nicel yöntem kullanılmıştır. Karma yöntemlerin kullanıldığı araştırmalarda üç farklı araştırma deseni mevcuttur. Bu desenleri Creswell (2003) araştırmanın yapılma zamanına ve sırasına göre üçü eş zamanlı ve üçü eş sıralı olarak sınıflandırmıştır. Aşağıda eş sıralı desenlere dair bilgiler verilmiştir.

- Zenginleştirilmiş desen (Triangulation design), nicel ve nitel yöntemlerle veriler eş zamanlı olarak toplanır ve bu verilerin birbirlerini destekleme durumları incelenir.
- Keşfedici desen (Exploratory design), öncelikle nitel veri toplama yöntemleri kullanıp sonuçlar doğrultusunda nicel veri yöntemleri kullanılır.
- Açıklayıcı desen (Explanatory design), nicel veri toplama yöntemlerini kullanıp sonuçlar doğrultusunda nitel veri toplama yöntemleri kullanılır.

Şekil 6: Açıklayıcı Desen Süreci

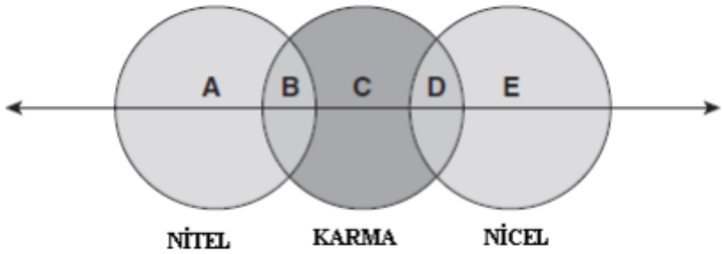
(Creswell, 2003) uyarlanmıştır.

Bu çalışma sürecinde açıklayıcı desen anlayışı benimsenmiştir. Nicel veri toplama yöntemleri kullanılarak öğretmen adaylarından veriler toplanıp ardından SOLO seviyelerini belirlemek amacıyla nitel veri toplama yöntemleri kullanılıp derinlemesine inceleme yapılmıştır. Araştırmanını nicel bölümünde veriler PUGT (Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi) ve MSA (Matematiksel Süreç Aracı) veri toplama araçları kullanılmıştır. Bu veri toplama araçlarıyla uzamsal yetenek ve düşünme yapılarını gösteren nicel veriler toplanmıştır. Araştırmanın nitel kısmında PUGT sonuçlarına göre seçilen öğretmen adaylarının SOLO seviyelerini belirlemek amacıyla klinik mülakatlar yardımıyla niçin ve nasıl sorusunun yanıtları aranmıştır. Elde edilen nitel verilerin analizinde betimsel analiz tercih edilmiştir. Nitel verilerin kendi içerisinde derinlemesine incelenmesini ve çözümlenmesini amaçlayan durum çalışması bu çalışmanın yöntemi olarak belirlenmiştir (Yin, 2017).

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın verimliliği ve niteliği açısından örneklemin seçiminde doğru karar verilmelidir. Bu sebepten ötürü araştırmayı destekler nitelikte örneklem seçimi yapılması doğru değerlendirmeler bakımından önemlidir. Bu amaçla seçim amaçlı örneklem tekniği kullanılarak yapılmıştır. Olasılıksız örnekleme yöntemlerinden olan amaçlı örnekleme, amacın genelleme yapmak olmadığı katılımcıların belirli bir durum hakkında bilgilerinin ve sahip olduğu özellikleri belirlemede kullanılır (Cohen, Manion, & Morrison, 2013) .

Şekil 7: Amaçlı Karma Olasılıklı Örnekleme Süreci



(Baki & Gökçek, 2012) uyarlanmıştır

A bölgesi seçildiğinde nitel bir araştırmayı; E bölgesi nicel bir araştırmayı, B bölgesi ağırlıklı olarak nitel ancak kısmen nicel araştırmayı, D bölgesi ağırlıklı olarak nicel ancak kısmen nitel araştırmayı, C bölgesiyle tam olarak bir karma örneklemi temsil etmektedir. Bu araştırmada öncelikle E bölgesi için örneklem seçilip ardından D bölgesindeki örneklem kullanılmıştır.

Çalışma 2017-2018 yılında bir devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliği lisans düzeyindeki Analitik Geometri dersini alan 92 öğretmen adayı üzerine yapılmıştır. Ancak veriler nitel ve nicel olarak iki şekilde değerlendirme yöntemi kullanılacağı için PUGT (Bkz. Ek-1) ve MSA (Bkz. Ek-2) ölçme araçları tüm öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Ancak PUGT sonuçlarından seçilecek olan üst düzey uzamsal yeteneğe sahip 14 adaydan 11 adayla gönüllük esasına dayanarak klinik mülakat yapılmıştır.

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırma toplanan veriler için üç farklı ölçme aracı kullanılmıştır. Aşağıdaki tabloda veriler ve bunlar için kullanılacak ölçme araçları gösterilmiştir.

Araştırılan Problem Durumu	Veri Toplama Aracı
Uzamsal Yetenek	Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi
Krutetskii Düşünme Yapıları	Matematiksel Süreç Aracı
SOLO Seviyeleri	Analitik Geometri Testi

Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarından Matematiksel Süreç Aracı

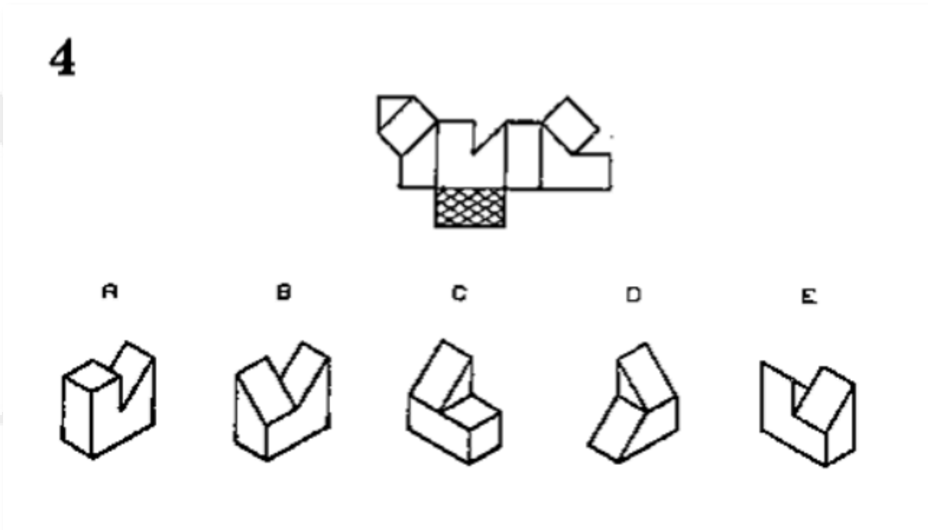
(MSA) öğretmen adaylarının düşünme yapılarının belirlenmesi için kullanılmıştır. Matematik öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerinin ölçülmesi ve klinik mülakatlara katılacak adayları belirlemek için Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi kullanılmıştır. Ayrıca matematik öğretmen adaylarının SOLO seviyelerini belirlemek için Analitik Geometri Testi (Bkz. Ek-3) ve görüşmeler kullanılmıştır. Bundan sonraki bölümde veri toplama araçları hakkında bilgi verilecektir.

3.3.1. Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi

Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi (Purdue Spatial Visualization Test) klinik mülakatlar için üst düzey yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının belirlenmesi için kullanılmıştır. PUGT uzamsal yeteneği ölçmek için Roland Guay tarafından 1977 yılında geliştirilen ve Sevimli (2009) tarafından Türkçeye adaptasyonu gerçekleştirilen bir ölçme aracıdır. PUGT testi kullanılarak yapılan birçok araştırmanın (Birinci, 2016; Göktepe, 2013; Sevimli, 2009) olması bu testin güvenilir ve geçerli bir ölçme aracı olduğunu göstermektedir. PUGT testi Açılımlar (Developments), Döndürme (Rotation) ve Görünümler (Views) olmak üzere üç bölümden oluşmaktadır ve her bölümde 12 adet çoktan seçmeli soru bulunmaktadır. Her bölümde gerekli yönergeler ve örnek sorulara yer verilmiştir. Bu açıklama ve çözümlü sorular sayesinde öğretmen adaylarının test sürecini daha kolay anlamlandırması ve özümsemesini sağlamıştır. PUGT testi 24 dakikalık süre zarfı içerisinde kâğıt kalem ile çözülmesi gereken bir hız testidir. PUGT testinin uygulanabileceği yaş aralığı 13 yaş ve üzeri gruptaki bireylerdir.

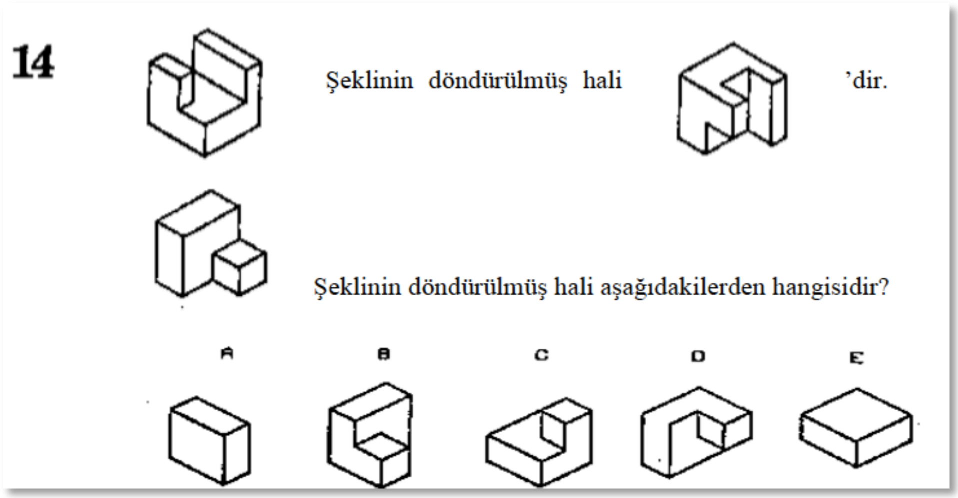
Sevimli (2009), PUGT'nin Türkçeye uyarlanması sürecinde asıl çalışmada kullanılacak problemleri özellikleri bakımından benzer olduğu bir gruba uygulayıp gerekli düzenlemeleri uzman görüşleri doğrultusunda yapmıştır. Ayrıca 2 uzman yardımıyla önce Türkçeye daha sonra dilbilimci tarafından İngilizceye çevirerek aslına uygun olması durumunu incelenmiştir. Ardından problemler; 110 öğrenciye uygulayıp çeviri kaynaklı anlam ve dilbilgisi hataları uzman görüşleri neticesinde giderilmiştir. Yapılan deneme çalışması sonunda test-yarılama (split-half) yöntemi kullanılarak ölçülen güvenirlik katsayısı α=.82 olarak bulunmuştur. Ayrıca formlar arası güvenirlik katsayısı r=.23 olup, paralel-test yöntemi sonucundaki güvenirlik katsayısı α=.88 elde edilmiştir. Araştırmacı testtin daha sonraki çalışmalarda kullanılabilirliğini belirlemek adına ilk uygulamadan iki ay sonra tekrar uygulamıştır. Sonuçlar doğrultusunda sırasıyla

oluşturma, döndürme ve görünümler için r=.91, r=.77 ve r=.85 genel olarak ise r=.84 sonuçları doğrultusunda test verilerinin güvenir olduğuna ulaşmıştır. Tüm bu çalışmalar sonunda yapılan deneme çalışması neticesinde soruların çeviriden kaynaklı hataları giderilmiştir. Yapılan tüm bu çalışmalar neticesinde PUGT testine son hali verilmiştir. PUGT testinin son hali üzerinden her bölümden birer örnek soru aşağıdaki gibidir.
PUGT testinin ilk bölümünü oluşturan toplam 12 soru ve bu soruların çözümü için nesnelerin katlayarak nasıl görselleştirileceğini belirleme amacı taşımaktadır. Buldukları üç boyutlu şekilleri şıklar arasından bulmaları istenmiştir. Bu bölüm için örnek soru aşağıda verilmiştir.



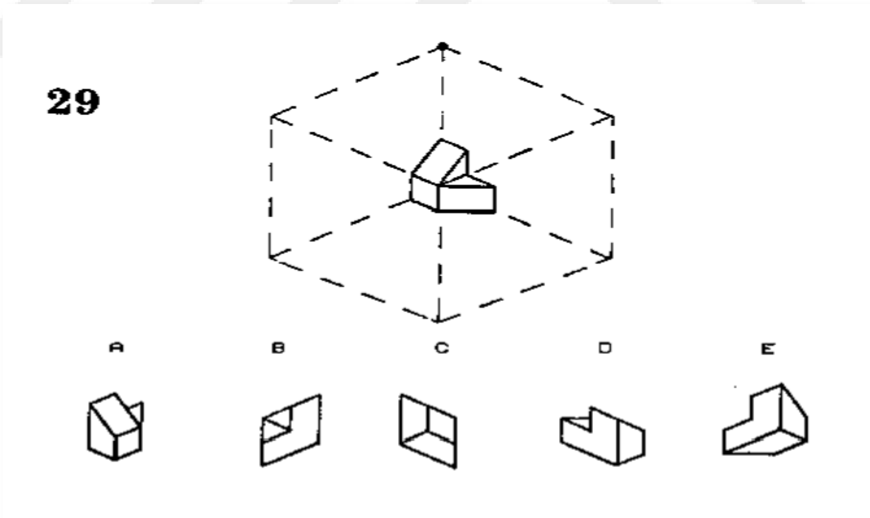
Şekil 8: PUGT Oluşturma Bölümü Örnek Sorusu

PUGT testinin ikinci bölümünü oluşturan sorular içerisinde nesnelerin döndürülmesi ve oluşacak yeni şeklin görsel olarak zihinde canlandırılabilmesi beklenmekte olup verilen üç boyutlu şekilleri şıklar arasından işaretlemeleri istenmiştir. Bu bölüm için örnek soru aşağıda verilmiştir



Şekil 9: PUGT Döndürme Bölümü Örnek Sorusu

PUGT testinin üçüncü bölümünü oluşturan ve nesnelerin farklı bakış açılarından bakıldığındaki görselinin belirlenmesi amacı taşımaktadır. Görünümler bölümü için örnek soru aşağıda verilmiştir.



Şekil 10: PUGT Görünümler Bölümü Örnek Sorusu

3.3.2. Matematiksel Süreç Aracı

Araştırmada matematik öğretmen adaylarının Krutetskii (1976) tarafından teorik çerçevesi oluşturulan Presmeg (1985) tarafından düşünme yapılarının belirlenmesi için geliştirilen Matematiksel Süreç Aracı (Mathematical Process Instrument) kullanılacaktır.

MSA, lise ve yüksek öğrenim öğrencilerinin rutin olmayan matematik problem çözümlerinde görsel ya da görsel olmayan çözüm tercihlerini belirlemek için oluşturulmuştur. Presmeg (1985) bu testte düşünme yapılarını analitik, harmonik ve geometrik olarak sınıflama yapımıştır. MSA A, B, C olmak üzere üç bölümden oluşmaktadır. Üç bölüm arasından A ve B bölümleri lise öğrencilerinin düşünme yapılarını, B ve C bölümleri de yükseköğrenim öğrencilerinin düşünme yapılarını belirlemek üzere hazırlanmıştır. Bu araştırmada da MSA'nın B ve C bölümünün kullanılmasının temel nedeni de budur. Bu araştırmada kullanılacak olan B bölümünde rutin olmayan 12, C bölümünde rutin olmayan 6 problem vardır. MSA, soruların yer aldığı 18 soruluk "Sorular" bölümü ve muhtemel cevapların yer aldığı "Cevap Anahtarı" kısmı öğretmen adaylarına dağıtılmıştır. Bu işlemden sonra öğretmen adaylarından "Sorular" kısmındaki çözümlerine uygun olanları işaretlemesi istenmiştir. Eğer çözümleri arasında yoksa cevap anahtarındaki ilgili yerin işaretlenmesi istenmiştir. Aşağıdaki tabloda bunu yansıtacak MSA içinden bir örneğe yer verilmiştir.

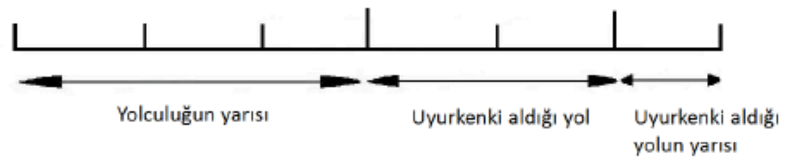
Şekil 11: MSA örnek soru ve olası çözümleri

Problem

Yolculuğunun yarısını tamamladıktan sonra uykuya dalan bir yolcu, uyandığında uyurkenki aldığı yolun yarısı kadar daha yol gitmesi gerektiğini görüyor. Buna göre yolculuğunun ne kadarlık kısmını uyuyarak geçirmiştir?

Olası Çözümler

B-9. **Çözüm 1:** Yolculuğun tamamını temsilen bir diyagram çizdim.



Diyagramdan: yolculuğu tamamı 6 parçadan oluşursa, iki parçalık kısmında uyumuştur, yani yolculuğun $\frac{1}{3}$ 'i kadarında uyumuştur.

B-9. **Çözüm 2:** Birinci çözümdeki gibi, fakat diyagramı zihnimde "canlandırdım".

B-9. **Çözüm 3:** Bu soruyu sembol ve eşitlik kullanarak çözdüm, örneğin; uyuyarak geçirdiği mesafeye x birim diyelim. Uyandığında kalan mesafe $\frac{1}{2}$x birim olacaktır.

Buradan $(x + \frac{1}{2}x)$ birim yolculuğun yarısını oluşturmaktadır. Yani yolculuğun tamamı $2(x + \frac{1}{2}x) = 3x$ birimdir.

Böylelikle, yolculuğun $\frac{1}{3}$'i kadarında uyumuştur.

Taşova (2011) uyarlanmıştır

MSA'nın B ve C bölümlerinin adaptasyonu ile güvenirlik ve geçerlilik çalışmaları Taşova (2011) tarafından yapılmıştır. Pilot çalışmada asıl çalışmanın benzeri olan sorular seçilen bir gruba uygulanıp verilen cevapların revize edilmesi ve eksikliklerin giderilmesi için uzman görüşleri alınarak adaptasyon sürecini yürütmek hedeflenmiştir. Uzman görüşü yardımıyla İngilizceden Türkçeye Bölüm B ve Bölüm C çevrilmiştir. Çevirisi yapılan testin güvenirliği için yapılan testi-yarılama (split-half) yöntemi kullanılarak ölçülen güvenirlik katsayısı α=.89 olarak saptanmıştır. Bunun yanında Sağlam and Bülbül (2010) yapılan Bölüm B için yapılan adaptasyon çalışmasında testi-yarılama yöntemi için güvenirlik katsayısı α=.96 bulunurken tekrar-test-tekrar güvenirlik katsayısının r=.803 olarak bulunmuştur. Bu sonuçlar MSA'nın orijinalinde olduğu gibi yüksek güvenirlik oranını olduğunu göstermiştir. Bu iki araştırma yapı geçerliliği açısından değerlendirildiğinde Spearman sıralama korelasyon katsayısı r=.713 çıkmıştır. Bu sonuç doğrultusunda MSA nın adaptasyonu sırasında çıkan anlam hataları ve dilbilgisi hataları düzeltilip araç kullanılmaya hazır hale gelmiştir.

3.3.3. Analitik Geometri Testinin (AGT) Hazırlanması

Klinik mülakatlar için hazırlanacak sorular 2 uzman görüşü yardımıyla 3 tane Analitik Geometri lisans düzeyi ders kitabı içerisinden ve literatürden (Biggs & Collis, 1982; Çetin & İlhan, 2016; Göktepe, 2013; Jurdak, 1991) yararlanarak SOLO taksonomisi için kullanılabilecek şekilde 10 soru seçilmiştir. Soruların açık uçlu olması öğrencilere çözüm esnasında daha çok özgürlük tanıyacağından SOLO taksonomisi için daha uygundur (Leung, 2000). Seçilen sorular uzman bir öğretim üyesi ve Analitik Geometri dersini veren öğretim üyesi desteğiyle 6 soruya indirilmiştir. Bu soruların azaltılması yapılırken vize sorularına verdiği cevaplar, araştırma öncesi yapılan dersin öğretim üyesi soru çözümlerindeki gözlemleri, pilot çalışma verileri, soruların görünüş geçerliliği ve kapsam geçerliliği dikkate alınarak yapılmıştır.
Literatür incelendiğinde Analitik Geometri konusun kapsamında lisans düzeyinde SOLO taksonomisi seviyelerini nasıl yorumlanacağına dair bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu sebepten ötürü yapılan çalışmanın SOLO seviyelerinin yorumlanmasına katkı sağlayacağı düşünülmüştür. Hazırlanan 10 soru için 7 öğretmen adayı ile bazılarıyla birden fazla olacak şekilde klinik mülakatlar yapılmıştır. Elde dilen verilerin doğrultusunda dersin öğretim üyesi yardımıyla testin güvenirlilik çalışması yapıldıktan sonra sorulara son şekli verilmiştir. Pilot çalışmanın araştırmaya olan faydaları şu şekildedir

- Araştırmacının klinik mülakatlar için deneyim kazanması ve muhtemel aksaklıklar karşısında alınabilecek tedbirleri gözden geçirmesi
- Klinik mülakatlarda kullanılacak soruların son hale getirilmesi için soruların bazılarında öğretmen adaylarının SOLO seviyelerini gösteren cevapları veremeyeceğine bazılarında ise derslerde verilen yanıtlara ve vize performanslarına bakılarak cevaplanma oranının düşük olabileceğinin görülmesi şeklinde ifade edilebilir.

Pilot çalışmadan elde edilen cevaplar benzerlik ve farklılıkları bakımından sınıflandırılmıştır. Bu işlem yapılırken SOLO taksonomisinin her bir seviyesinin özellikleri dikkate alınarak yapılmıştır. Klinik mülakatlar için kullanılacak 6 soru belirlendikten sonra verilen cevaplardan yararlanarak SOLO taksonomisinin her seviyesi için literatür (Biggs & Collis, 1982; Çetin & İlhan, 2016) desteğiyle nitel tanımlamalar yapılmıştır. Bazı seviyeler için öğrenci cevabı bulunmaması durumunda diğer seviyelerden yararlanarak bu seviyeler için de nitel tanımlamalar oluşturulmuştur. Yapılan bu nitel tanımlamalar asıl çalışmada öğretmen adaylarının SOLO seviyelerini analiz etmede veri olarak kullanılmıştır. Tüm bu çalışmalar doğrultusunda son şeklini alan bu test Ekler kısmında verilmiştir.

3.3.3.1. Testin Görünüş Geçerliliği (Face Validity)

Ölçme araçlarının hazırlanış amacı hakkında bilgiler içermesi ve bakıldığında içeriğin hangi konu ile ilgili olduğu anlaşabilmesidir. Bu amaçla iki dilbilimci olmak üzere 4 uzmanın görüşü alınmıştır. Alınan görüşler doğrultusunda dilbilgisi hataları düzeltilmiştir. Ayrıca sorularda kullanılan sembol ve terimlerden doğabilecek anlam hataları giderilmiştir. Ölçeğin sayfa yapısı, yazı puntosu ve okunabilirlik açıdan incelenmiştir. Alınan uzman görüşleri doğrultusunda testin görünüş geçerliliğinin istenilen düzeyde olduğu kabul edilmiştir.

3.3.3.2 Testin Kapsam Geçerliliği (Content Validity)

Kapsam geçerliliği hazırlanan ölçme aracının ölçülmek istenen konuyu, davranışları ya da özellikleri temsil etmesi durumudur. Kapsam geçerliliğinin sağlanmasının bir yolu da uzman görüşleridir (H. Şimşek & Yıldırım, 2011). İlk olarak dersin öğretim üyesi ve bir uzman tarafından Lisans düzeyinde kitaplardan ve dersi veren öğretim üyesinin görüşlerinden yaralanarak rutin olmayan 10 soru belirlenmiştir. Belirlenen bu sorular tercih edilen sorularda testin kapsam geçerliliğini sağlayacak ve SOLO seviyelerini belirlemek üzere klinik mülakatlarda kullanılmak üzere seçilmiştir. Seçilen sorular danışman ve 2 uzman tarafından verilen dönütler ve değerlendirme formaları kullanılarak sorular düzenlenip kapsam geçerliliği sağlanmıştır.

3.3.3.3 Testin Güvenirliği (Reliability)

Testin güvenirliğini sağlamak için kullanılan yöntem Miles and Huberman (1994) tarafından tanımlanan çift taraflı kodlama (double-coding procedure) yöntemidir. Bu amaç doğrultusunda iki araştırmacı öğretmene SOLO taksonomisi hakkında bilgi verilmiştir. İki araştırmacı pilot çalışmalardan elde edilen veriler doğrultusunda hazırlanan seviyeleri belirlemiş ve seviyeler için yazılmış tanımları içeren ölçeği kullanarak öğretmen adaylarının cevapların uygun olan seviyeye atamışlardır. Bu atamalar esnasında araştırmacılar üç durumla karşılaşmışlardır.

1. Öğretmen adayının cevabı ölçekteki tanım yardımıyla gerekli seviyeye uygunluğunu sağlamışlardır.
2. Öğretmen adayının cevabına ilişkin tanımlar yetersiz kalmıştır.
3. Öğretmen adayının cevabı için uygun bir tanımlama bulunmamaktadır.

Araştırmacılar ikinci ve üçüncü durum ile karşılaşmaları durumunda öğretmen adaylarının dönütlerini dikkate alınarak düzenlemiş ya da yeniden tanımlamıştır. Bu işlemler sonrasında öğretmen adaylarının verdiği cevaplar doğrultusunda seviyeleri belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının düzeylere atandıktan sonra araştırmacılar arası güvenirliği tespit etmek için (intercoder reliability) Miles and Huberman (1994) tarafından belirtilen aşağıdaki formül kullanılmıştır.

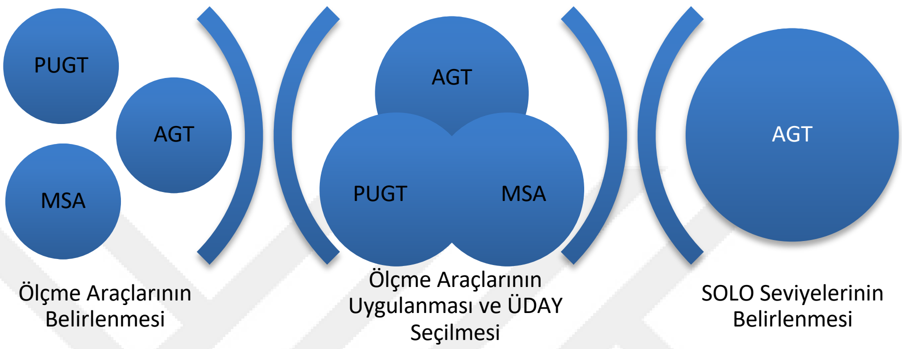
$$\textbf{Güvenirlik} = \frac{\textbf{Anlaşılan Durumların Sayısı}}{\textbf{Anlaşılan Durumların Sayısı+ Anlaşılamayan Durumların Sayısı}}$$

Miles and Huberman (1994), bulunan değerin %70 üzerinde ise bu kodlamanın güvenilir olacağını belirtmişlerdir. Bu araştırma için sonuç %82 çıkmıştır. Bu sonuç SOLO seviyelerini belirlemek için hazırlanan bu ölçeğin güvenilir ve tutarlı olduğunun bir göstergesidir.

3.4. Veri Toplama Süreci

Bundan önceki bölümde veri toplama araçları ve SOLO seviyelerini belirlemek için klinik mülakatlar için hazırlanan soruların bu sürecinden bahsedilmiştir. Araştırma için örneklem, araştırma modeli ve veri toplama araçları kadar uygulanma süreci de önemlidir.

Tüm bu ölçme araçları matematik öğretmen adaylarına 2017-2018 güz yarıyılında uygulanmıştır. İlk olarak MSA ve PUGT testi öğretmen adaylarına uygulanmıştır. PUGT testinin sonuçlarından çıkan veriler analiz edilip üst düzey uzamsal yeteneğe sahip öğretmen adayları belirlenmiştir. Ardından bu öğretmen adaylarının SOLO seviyelerini belirlemek amacıyla klinik mülakatlar yapılmıştır. Aşağıda bu süreci temsil eden bir akış şemasına yer verilmiştir.



Şekil 12: Ölçme Araçlarının Uygulanma Süreci

3.5. Veri Analiz Süreci

Yapılan araştırma, farklı kaynak ve ölçme araçlarından elde edilmiş işlenmemiş veriler betimsel ve içerik analizi teknikleri kullanılarak çözümlenmiştir. Betimsel analiz kullanarak işlenen veriler daha kapsamlı ve derin irdelenmesi için içerik analiz kullanılmıştır (H. Şimşek & Yıldırım, 2011). Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının nasıl analiz edildiğine dair bilgiler verilmiştir.

3.5.1. MSA Verilerinin Analizi

Matematiksel Süreç Aracı Bölüm B ve Bölüm C olmak üzere iki bölümden oluşmuştur. Bölüm B de 12 soru ve Bölüm C ise 6 soru olmak üzere toplam rutin olmayan 18 soru vardır. Araştırmanın ikinci kısmında Bölüm B ve Bölüm C bulunan soruların muhtemel çözümlere yer verilmiştir. Ardından Bölüm B ve Bölüm C kısmında çözdüğü soruları baz alarak kendisine uygun olan çözümleri işaretlemesi ve orijinal çözümleri var ise cevap anahtarında işaretlemesi için bir boşluk bırakılmıştır. Soruların doğruluk değerine bakılmaksızın görsel olan çözümler için 2, görsel olmayan çözümler için 0 ve karma çözümler için 1 puan verilmiştir. Bu puanlama sonucu MSA'dan alınabilecek en yüksek puan 36 olabilir. Bu doğrultuda MSA sonuçlarına göre öğretmen adaylarını 0-12 analitik, 13-24 harmonik ve 25-36 geometrik sınıflamak için Presmeg (1985) tarafından çalışmasında kullandığı mutlak değerlendirmenin yanında bağıl değerlendirme yapılmıştır. Bu bağlamda alınan puanlar arasında en düşük puan alan grup analitik, orta olan grup harmonik ve en yüksek olan grupsa geometrik düşünme yapısına sahiptir. Bu araştırmada sınıflandırma için kullanılan yöntem için MSA'dan elde edilen puanlar arasından en büyüğünden en küçüğü çıkarılarak grubun puan aralığı bulunur. Bulunan puan aralığı grup sayısı üçe bölünür. Bu şekilde bulunan sınıf aralığı en küçük puana eklenir ve analitik düşünme yapısına sahip olanların üst sınırını ve harmonik düşünme yapısının alt sınırını oluşur. Ardından en düşük puana sahip sınıf aralığı iki kere eklendiğinde harmonik düşünme yapısının üst sınıfını ve geometrik düşünme yapısının alt sınırı oluşturulur.

Araştırmada en düşük puan 6, en yüksek puan 28 olmuştur. Grubun puan aralığı 28-6=22 ve sınıf aralığı 22/3=7,33 olarak bulunmuştur. Bu bağlamda 13 ve altı puan analitik düşünme yapısı, 14 ile 21 puan alanlar harmonik düşünme yapısı, 22 ve üzeri puan alanlar geometrik düşünme yapısına ait olarak belirlenmiştir.

3.5.2. PUGT Verilerin Analizi

Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi çoktan seçmeli ve bir tane doğru cevabı olan bir testtir. Test Oluşturma, Döndürme ve Görünümler olmak üzere toplamda üç bölümden oluşmaktadır. Her bölümde 12 soru olmak üzere toplamda 36 soru bulunmaktadır. Testte yapılacak değerlendirmeler Roland Guay (1977)'ın çalışmasındaki gibi doğru cevaplar üzerinden yapılmıştır. Testin bir bölümünden en fazla 12, tamamından da 36 puan almak mümkündür. PUGT için sınıflandırma yapılırken en düşük ve en yüksek puanlar dikkate alınarak ortalamaya bulunan standart sapmanın bir kere eklenip çıkarılmasıyla düzeylerin sınırları belirlenmiştir. Bu araştırmada ortalamaya eklenen bir standart sapma eklenerek orta düzey uzamsal yeteneğin üst, üst düzey uzamsal yeteneğin alt sınırını oluşturmuştur. Ortalamadan bir standart sapma çıkarılarak orta düzey uzamsal yeteneğin alt sınırı, alt düzey uzamsal yeteneğin üst sınırı oluşturulmuştur.

Bu araştırmada sınırlar 22 ve üzeri ÜDUY, 11-21 ODUY ve 10 ve altı ADUY olarak belirlenmiştir.

3.5.3. Analitik Geometri Testinin Analizi

Araştırmada PUGT testi sonuçlarına göre ÜDUY olan 11 matematik öğretmen adayına SOLO seviyelerini belirlemek adına nasıl düşündüklerini ve çözüm sürecini anlamak için araştırmacıyla öğretmen adayları arasında geçen diyaloglara değerlendirme sırasında yer verilmiştir. Bunu yanında 11 öğretmen adayını her bir sorusu için başlık açılıp cevapları ayrıntılı olarak çözümlenmiştir. Ayrıca her bir sorunun bitiminde katılımcı öğretmen adaylarının SOLO seviyelerini gösteren grafik ve açıklamalara yer verilmiştir. Araştırmada öğretmen adaylarını gerçek isimleri kullanılmayıp $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$ şeklinde adlar kodlanmıştır. Değerlendirme sırasında doğrudan diyaloglara yer verilirken araştırmacının mülakat sırasındaki gözlemlerine dayanarak araya açıklamalar ve olay örgüsünü anlatacak şekilde ifadelere yer verilmiştir.

BÖLÜM 4

BULGULAR

Araştırmanın bu bölümünde matematik öğretmen adaylarına yönelik yapılan ölçme araçlarından elde edilen bulgular beş kısımda incelenmiştir.

- Birinci kısımda öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerini belirlemek üzere Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi sonuçlarından elde edilen bulgular değerlendirilmiştir.
- İkinci kısımda öğretmen adaylarının düşünme yapılarını belirlemek üzere Matematiksel Süreç Aracı sonuçlarından elde edilen veriler değerlendirilmiştir.
- Üçüncü kısımda matematik öğretmen adaylarının düşünme yapıları ve uzamsal yetenekleri arasındaki ilişkiyi gösteren bulgular değerlendirilmiştir.
- Dördüncü kısımda üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının SOLO düzeylerini belirlemek için verdikleri cevaplar doğrultusunda değerlendirmelerde bulunulmuştur.
- Beşinci kısımda düşünme yapıları ve SOLO düzeyleri arasındaki ilişki belirlemek üzere değerlendirmelerde bulunulmuştur.

Yapılan araştırmada nicel veri bakımından PUGT ve MSA verileri değerlendirilmiş ve nitel veri bakımından matematik öğretmen adaylarının SOLO düzeylerini belirlemek için hazırlanan klinik mülakat verileri değerlendirilmiştir.

4.1 Uzamsal Yeteneklerin Belirlenmesi

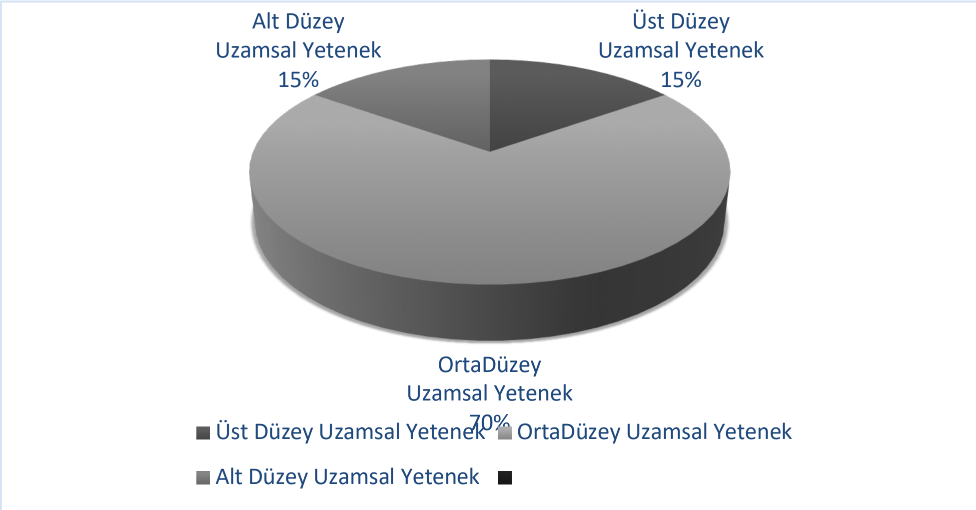
Bu bölümde öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerinin belirlenmesi için Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi kullanılarak elde edilen verilere yer verilecektir. PUGT, çoktan seçmeli bir sınav olup her bir sorunun tek bir cevabının olduğu bir testtir. PUGT testini kullanan çalışmalarda da olduğu gibi doğru verilen cevaplara 1 puan bunun dışında yanlış cevap verilen veya boş bırakılan sorulardan öğrencilere 0 puan verilmiştir. Testin her bir bölümünden alınacak maksimum puan 12 puan olup tüm testten alınabilecek en yüksek puan 36 puan olabilmektedir. Aşağıdaki tabloda testin uygulandığı matematik öğretmen adaylarının her alt bölümden aldıkları ortalama doğru cevap sayısı standart sapmasına yer verilmiştir. Ayrıca teste verilen ortalama cevap sayısı ve bu cevapların standart sapmasına yer verilmiştir.

Tablo 7: PUGT'ye verilen cevaplara ait bulgular

	Minimum	Maksimum	Ortalama	Standart Saapma
Oluşturma	.00	12.00	6.608	2.680
Döndürme	1.00	10.00	5.173	2.226
Görünümler	.00	10.00	3.923	2.615
Toplam	5	32	15.684	5.676

PUGT verilerine baktığımızda alt bölümler arasında doğru cevap sayısı bakımdan çok büyük farklılık olmadığı gözlemlenmiştir. Ancak "Görünümler" alt kısımı 3.923 ortalamayla en düşük puanı almıştır. Bu durum öğretmen adaylarının üç boyutlu bir nesneye farklı perspektiflerden bakmayı gerektiren durumlarda zayıf kaldıklarını göstermektedir. Diğer yandan öğretmen adaylarının alt kısımlardan olan "Oluşturma" sorularının yer aldığı bölümde daha başarılı bir performans sergiledikleri ortaya çıkmıştır. PUGT sonuçlarına baktığımızda en yüksek puanın 32 ve en düşük puanın 5 olduğu ayrıca ortalamanın da yaklaşık 15 puan olduğu görülmektedir.

Sınıflama yapılırken ortalamaya bir standart puan ekleyip çıkartılarak oluşturulmuştur. Bu sınıflamaya göre 22 ve üzeri puan alan matematik öğretmen adayları "Üst Düzey Uzamsal Yetenek" olarak kabul edilmiştir. PUGT testine ait ortalamadan çıkarılan bir standart puan neticesinde 10 ve altında puan alan matematik öğretmen adayları "Alt Düzey Uzamsal Yetenek" olarak kabul edilmiştir. PUGT testinden 21 ve 11 puan alan matematik öğretmen adayları "Orta Düzey Uzamsal Yetenek" olarak kabul edilmiştir. Bundan sonraki kısımda "Üst Düzey Uzamsal Yetenek" ÜDUY olarak; "Orta Düzey Uzamsal Yetenek" ODUY olarak; "Alt Düzey Uzamsal Yetenek" olarak kısaltılıp kullanılacaktır.



Şekil 13:Matematik Öğretmen Adaylarının Uzamsal Yeteneklerini Gösteren Betimsel Değerler

Yukarıdaki şekilde matematik öğretmen adaylarının PUGT testinde aldıkları puanlar sonucunda adayların %15'nin ADUY, %70'nin ODUY ve %15'nin ÜDUY oldukları belirlenmiştir. SOLO taksonomisi düzeylerini belirlemek için yapılan mülakatlar için öğrenciler ÜDUY sahibi olan öğrenciler arasından seçileceğinden PUGT'nin alt birimlerini yakından irdelemek adına aşağıdaki tabloda daha ayrıntılı bir tablo sunulmuştur.

Tablo 8:PUGT testinin alt bölümlerindeki uzamsal yetenek seviyeleri

	ÜDUY		**ODUY**		**ADUY**	
	Kişi Sayısı	**Yüzde**	**Kişi Sayısı**	**Yüzde**	**Kişi Sayısı**	**Yüzde**
Oluşturma	14	15.2	66	71.7	12	13.0
Döndürme	13	14.1	66	71.7	13	14.1
Görünümler	17	18.5	60	65.2	15	16.3
Toplam	14	15.2	64	69.6	14	15.2

Yukarıdaki tablodan da anlaşılacağı gibi ÜDUY olarak kabul edilen matematik öğretmen aday grubunun en başarılı olduğu alt bölüm olarak %18,5 ile "görünümler" karşımıza çıkmaktadır. ÜDUY matematik öğretmen adayı grubunun başarılarının düşük seviyede olduğu alt bölüm olarak %14,1 ile "döndürme" tespit edilmiştir.

Matematik öğretmen adaylarının PUGT testinde sorulara verdiği doğru-yanlış-boş cevapların analiz edilmesi ve uzamsal yetenekleri hakkında bilgi sahibi olmak adına verilen tablo yorumlanacaktır.

Tablo 9: PUTGT testinin cevaplanma dağılımı

	Doğru Cevap	**Yanlış Cevap**	**Boş Cevap**
Oluşturma	%55	%41	%4
Döndürme	%44	%55	%1
Görünümler	%32	%50	%18
Toplam	%44	%48	%8

Yukarıdaki veriler ışığında matematik öğretmen adaylarının en çok zorlandığı bölüm olarak "Görünümler" bölümünün olduğu ve bu bölümde verilen cevapların %32 sinin doğru, %50 sinin yanlış olduğu %18 inin boş olduğu görülmektedir. Bölümler arasındaki durum incelendiğinde %55 ile matematik öğretmen adaylarının "Oluşturma" bölümünde diğer bölümlere nazaran daha başarılı olduğu görülmektedir. Bölümler arasında en çok yanlış cevap verilen bölümün %55 ile "Döndürme" olduğu gözlemlenmektedir. Genel olarak bakıldığında öğrencilerin soruların yaklaşık olarak yarısına yanlış cevap verdiği görülmekte ve bu durumun sebebi öğrencilerin boş bırakmaktansa doğru çıkma ihtimaline karşı işaretlemede bulunduğu söylenebilir. Ayrıca PUGT testinin bir hız testi olduğu düşünülürse, soruların çözümü için verilen sürede yetiştirememesinden kaynaklı zaman yönetimi sorunundan dolayı bu sonucun ortaya çıkmasındaki etkenlerden biri olduğu söylenebilir.

Tablo 10: Uzamsal Yeteneğin Cinsiyete Göre Dağılımı

Uzamsal Yetenek Düzeyleri	Erkek		Kız		Toplam	
	Kişi Sayısı	%	Kişi Sayısı	%	Kişi Sayısı	%
ÜDUY	5	5	9	10	14	15
ODUY	12	13	52	57	64	70
ADUY	2	2	12	13	14	15
TOPLAM	19	20	73	80	92	100

Uzamsal yeteneğin cinsiyete göre değişimi çalışmanın ana sorularından biri olmasa da yapılacak olan araştırmalara katkısı bakımından önemli olduğu düşünülmüştür. Bu doğrultuda erkek matematik öğretmen adaylarının %25 ile kız matematik öğretmen adaylarının %12 si uzamsal yetenekleri üst düzeydir. Bu durumda erkeklerin kızlara nazaran daha başarılı olduğu söylenebilir. Diğer taraftan düşük uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarından %38 erkek ve %62 kız olarak elde edilmiştir.

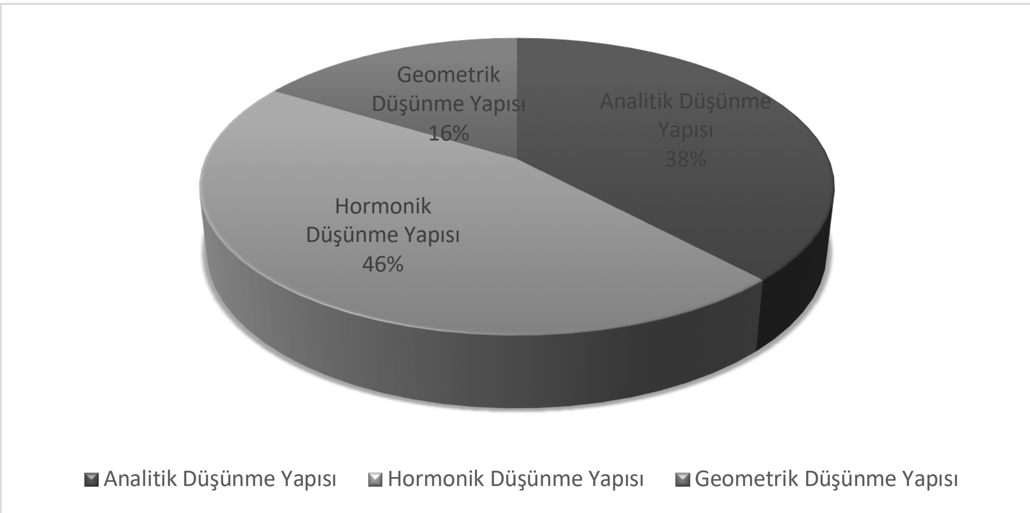
4.2. Düşünme Yapılarının Belirlenmesi

Matematik öğretmen adaylarının düşünme yapılarını belirlemek için Presmeg (1986) yapmış olduğu araştırmada kullanılan Matematiksel Süreç Aracı (MSA) kullanılmıştır. Aşağıdaki tabloda, matematik öğretmen adaylarının MSA'dan aldıkları puan ve frekanslarına yer verilmiştir.

Tablo 11: Düşünme yapıları ve Frekans-Puan ilişkisi

Analitik Düşünme Yapısı		Harmonik Düşünme Yapısı		Geometrik Düşünme Yapısı	
Puan	**Frekans**	**Puan**	**Frekans**	**Puan**	**Frekans**
6	3	14	9	22	5
8	3	15	4	23	1
9	4	16	10	24	2
10	6	17	4	25	2
11	5	18	3	26	3
12	9	19	2	28	2
13	5	20	5		
		21	5		

Tabloyu incelediğimizde matematik öğretmen adaylarının MSA'dan aldıkları en yüksek puanın 28 ve en düşük puanın 6 olduğu gözlenmektedir. En fazla yığılmanın 16 puan civarında olduğu görülürken 7 ve 27 puan alan matematik öğretmen adayı olmadığı tablodan çıkarılan önemli sonuçtur. Genel olarak matematik öğretmenlerinin düşünme yapıları aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir.

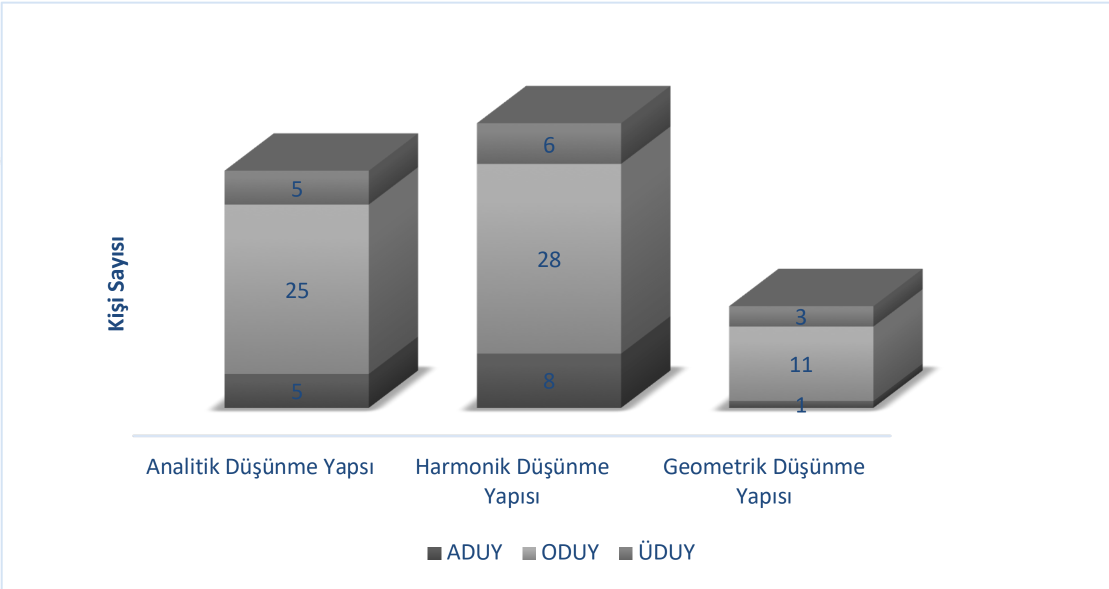


Şekil 14: Düşünme Yapılarının Dağılımı

Elde edilen sonuçlara göre matematik öğretmen adayları verdikleri cevaplarda zihnin sözel-mantıksal tercihlerinin görsel-resimler tercihlere nazaran daha ön planda olduğu söylenebilir.

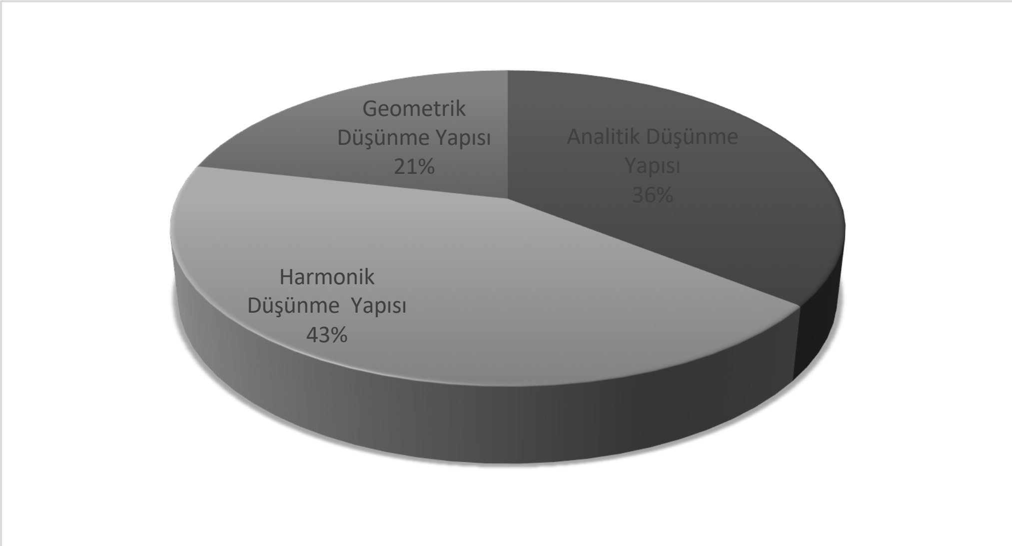
4.3. Uzamsal Yetenek ile Düşünme Yapılarının İlişkisi

Bu bölümde matematik öğretmen adaylarının uzamsal yetenek-düşünme yapıları arasındaki ilişkileri ortaya koymak amaçlanmıştır. Bu bağlamda daha anlaşılır olması için aşağıdaki şekilde bu ilişkiyi gösteren bir görsele yer verilmiştir.



Şekil 15: Matematik öğretmen adaylarının düşünme yapılarının uzamsal yeteneklerinin dağılımı

Yukarıdaki şekilden de görüldüğü gibi matematik öğretmen adaylarının üst düzey uzamsal yeteneğe sahip olanların %5,4’ü (5 kişi) analitik düşünme yapısına; %6,5’i (6 kişi) harmonik düşünme yapısına ve %3,3’ü (3 kişi) geometrik düşünme yapısına sahip olduğu görülmüştür. Ayrıca matematik öğretmen adaylarının orta düzeyde uzamsal yeteneğe sahip olanlarının %27,2’si (25 kişi) analitik düşünme yapısına; %30,4’ü (28 kişi) harmonik düşünme yapısına ve %12,0’si (11 kişi) geometrik düşünme yapısına sahiptir. En son olarak matematik öğretmen adaylarının alt düzeyde uzamsal yeteneğe sahip olanlarının %5,4’ü (5 kişi) analitik düşünme yapısına; %8,7’si (8 kişi) harmonik düşünme yapısına ve %1,1’i (1 kişi) geometrik düşünme yapısına sahiptir. SOLO taksonomisi düzeylerini belirlemek için mülakat yapılan üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının düşünme yapılarının dağılımını gösteren grafik aşağıda verilmiştir



Şekil 16: Üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının düşünme yapısı

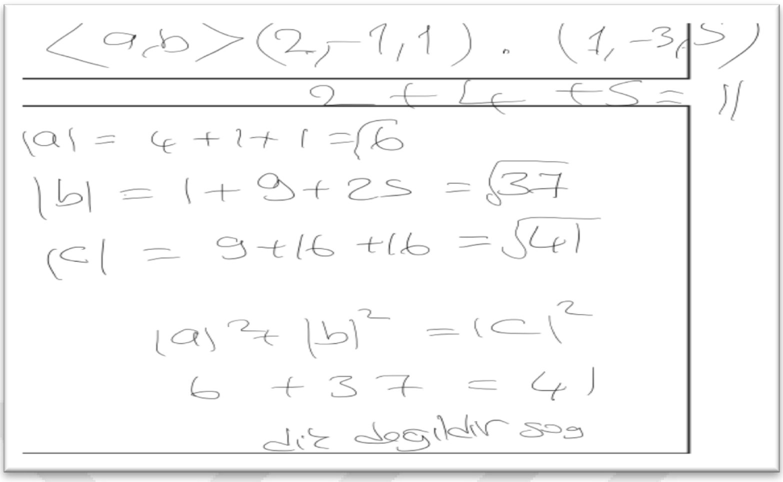
Yukarıdaki grafikten de anlaşılacağı üzere üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun %43 oranıyla harmonik düşünme yapısına sahiptir. Üst düzey uzamsal yeteneğe sahip adayların geometrik düşünme yapısına sahip olanların düşük oranda kaldığını diğer bir deyişle zihnin görsel-resimsel tercihlerini az kullandığı görülmektedir.

4.4. Solo Taksonomisi Düzeylerinin İncelenmesi

Bu bölümde PUGT testinin sonuçlarına göre uzamsal yetenekleri üst düzey olan matematik öğretmen adaylarının SOLO taksonomisine göre hangi düzeyde olduğuna ilişkin toplanan bilgilere yer verilmiştir. Uzamsal yeteneği yüksek olan 11 matematik öğretmen adayı ile gerçekleştirilen mülakatlar neticesinde toplanan bulgular, betimsel olarak analiz edilmiştir. Her öğrencinin verdiği cevaplara doğrudan alıntılar şeklinde yer verilmiştir. Ayrıca öğrencilere ait kodlar $Ö_1$ $Ö_2$ $Ö_3$ $Ö_4$ $Ö_5$ $Ö_6$ $Ö_7$ $Ö_8$ $Ö_9$ $Ö_{10}$ $Ö_{11}$ şeklindedir.

4.4.1. Matematik Öğretmen Adaylarının Birinci Probleme Verdikleri Cevaplar

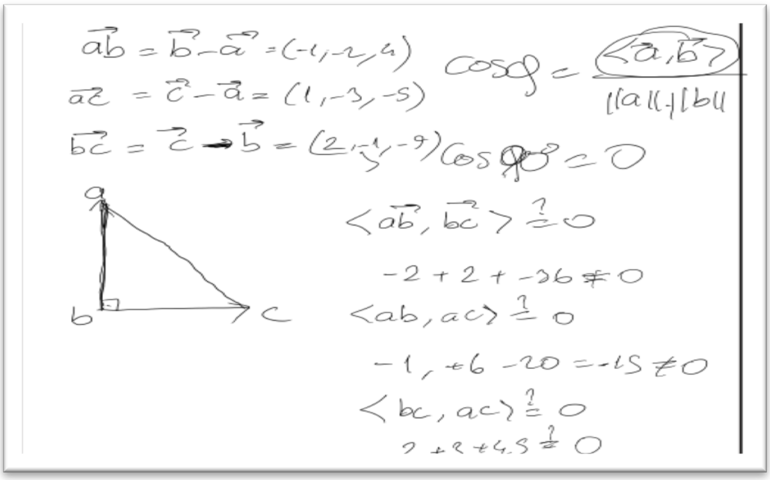
Ö$_1$'in Birinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 17: Ö$_1$ matematik öğretmen adayının birinci soruya verdiği cevap

Ö$_1$ matematik öğretmen adayı önce verilen $\vec{a}, \vec{b}$ ve $\vec{c}$ vektörlerinin boyunu hesaplamıştır. Ancak bu aşamada doğru cevaba ulaşamamıştır. Uzunluklarını bulduktan sonra *"Dik üçgen olabilmesi için $a^2 + b^2 = c^2$ ifadesinin sağlanmalıdır"* ifadesini kullanmıştır. Ancak yapmış olduğu cebirsel işlemin yanlış olmasından sonra "*6 + 37 = 41 sağlamadı o yüzden dik değildir"* ifadesinde bulunmuştur. Ardından başka bir yolla yapılabilir mi sorusuna verdiği cevap *"Şunu da söyleyebiliriz herhangi iki vektörün iç çarpımı 0 ise o zaman diktir"* şeklindedir. Ardından iç çarpım işlemlerini hesaplamıştır. Ancak yapılan işlem hatasından dolayı 0 değeri bulunamamıştır. Matematik öğretmen adayı bu verdiği iki değerlendirmenin birbirinden bağımsız olduğunu vurguladığından "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

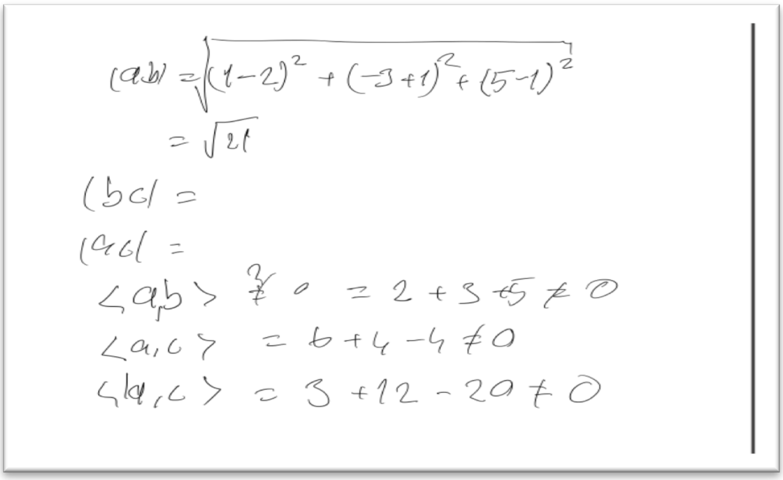
Ö$_2$'nin Birinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 18 : Ö$_2$ matematik öğretmen adayının birinci soruya verdiği cevap

Ö$_2$ matematik öğretmen adayı öncelikle üç boyutlu uzayı temsil eden koordinat düzlemi çizmeye çalışmıştır. Ancak amacının ne olduğu sorulduğunda çizdiği koordinat düzleminden vazgeçmiş ve $\vec{a}, \vec{b}$ ve $\vec{c}$ vektörlerini nokta olarak kabul etmiş ve $\overrightarrow{ab}$, $\overrightarrow{ac}$ ve $\overrightarrow{bc}$ olarak yeni bir vektör olarak hatalı tespitte bulunmuştur. Öğretmen adayına amacının ne olduğu sorulduğunda *"Bu vektörlerin iç çarpımının 0 olması gerekir dik kesişmesi için"* açıklamasında bulunur. Öğretmen adayı açıklamasının devamında bu kuralın sebebine yönelik açıklamasında "*kosinüsün formülünden dolayı geliyor"* ifadesinde bulunmuştur. Daha sonra yukarıda görüldüğü gibi denklemi yazmış ve ardından aradaki açının 90^o olmasından dolayı $\cos 90^0 = 0$ olacağından çarpımların sonucunun 0 olması gerektiğini söylüyor. Sorunun devamında $\overrightarrow{ab}$, $\overrightarrow{ac}$ ve $\overrightarrow{bc}$ vektörlerini bulup bunları çarpımının değerlerini hesaplamıştır. Daha sonra çarpımlarının sonucunun 0 olmamasından ötürü dik olmadığını ifade etmiştir. Sonuç olarak hatalı çözüm yapsa da öğretmen adayı dik olma şartının sadece vektörlerin iç çarpımının sonucunun 0 olması gerektiğine odaklanmıştır. Bundan ötürü Ö$_2$ öğretmen adayı "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir.

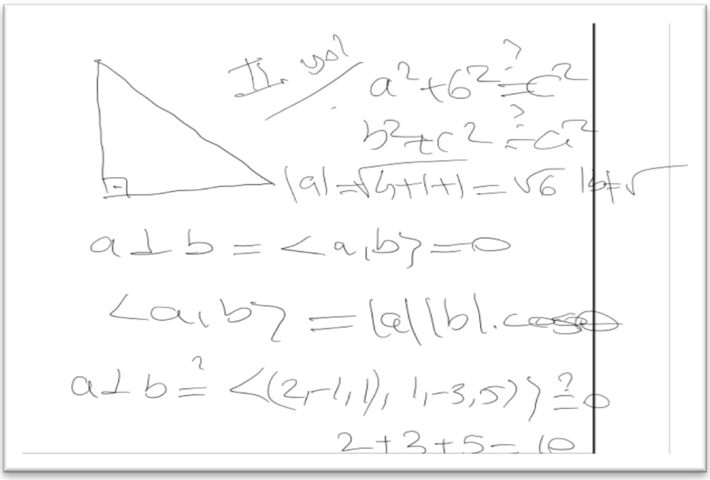
Ö₃'ün Birinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 19 : $Ö_3$ matematik öğretmen adayının birinci soruya verdiği cevap

$Ö_3$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için öncelikle $\vec{a}, \vec{b}$ ve $\vec{c}$ vektörleri arasındaki mesafeyi hesaplamanın gerektiğini vurgulamıştır. Bu doğrultuda $\vec{a}, \vec{b}$ ve $\vec{c}$ vektörlerini nokta gibi düşünüp vektörler arasındaki mesafeyi yukarıda görüldüğü gibi hesaplama yoluna gitmiştir. Bu mesafeleri bulduktan sonra ne yapacaksın sorusana "*Toplamları diğerinin farkından büyük farkları da diğerlerinin toplamlarından küçük diye üçgen eşitsizliği yazacağım* "açıklamasında bulunmuştur. Daha sonra bundan sonra ne yapacaksın sorusuna yönelik *"hımmm dik üçgen olma şartını atlamışım ben bunu yaparken… dik üçgen çıkacak…dik olması için iç çarpımlara* bakarım*"* açıklamasında bulunmuştur. Ardından iç çarpım <a,b> , <a,c> ve <b,c> değerlerini hesaplamak istemiştir. Eğer bu çarpımların sonucu 0 ise dik üçgen olabileceğini ifade etmiştir. Bunun gerekçesinin ne olabileceği hakkında fikrinin olmadığını ifade etmiştir. Hatalı işlem yapmasından dolayı 0 değerini bulamamış ve dik üçgen olmadığını belirtmiştir. Farklı bir çözüm için ekleyebileceği bir değerlendirmesinin bulunmadığını açıklamıştır. Sonuç olarak $Ö_3$ matematik öğretmen adayı hatalı bir süreç takip etmiş olsa da dik üçgen olması için sadece iç çarpımın 0 olması gerektiğine odaklanmasından dolayı $Ö_3$ matematik öğretmen adayı "Tek Yönlü Yapı" seviyesinde olduğu söyleyebiliriz.

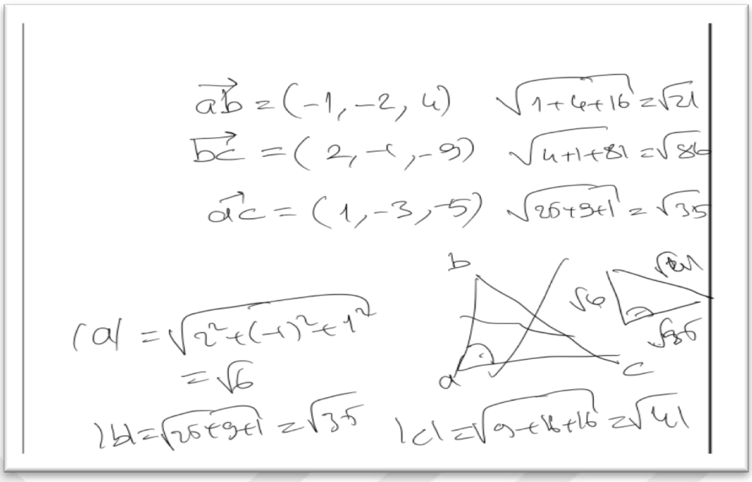
$Ö_4$'ün Birinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 20: $Ö_4$ matematik öğretmen adayının birinci soruya verdiği cevap

$Ö_4$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için ilk önce bir üçgen çizdikten sonra *"iki nokta arasındaki uzaklığa bakarım… birbirinin karesi olabilir mi diye bakmak istiyorum… ya da iç çarpımlarda 0 olabilir. Dik olduğu için"* şeklinde ifadede bulunmuştur. Daha sonra a, b ve c vektörleri için ve $\overrightarrow{ab}$, $\overrightarrow{ac}$ ve $\overrightarrow{bc}$ ifadelerini hatalı bir şekilde bulmaya çalışmıştır. Sonra $\vec{a}, \vec{b}$ ve $\vec{c}$'nin her birinin vektör olduğunun farkına vardıktan sonra $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörleri için dik ise iç çarpımlarının 0 olacağını söylemiştir. Neden bu çarpımın sonucunun 0 olması gerektiğini açıklaması istendiğinde "$< a, b >= \| a \|. \| b \|. cos\theta$ *yazarız ve aradaki açı 90º olduğu için iç çarpımı 0 eşittir"* açıklamasını getirdikten sonra iç çarpımlarla ilgili işlemleri yapmıştır. Eşitliğin 0 olması halinde dik olacağını belirtmiştir ancak işlem hatasından dolayı dik olmadığını ifade etmiştir. Başka bir şekilde ifade etmek adına *"eğer bunlar bir dik üçgenin kenarları ise herhangi ikisinin normlarının diğerinin normuna eşit olması gerekir"* bir cümle kullanmıştır. Daha sonra bu işlemleri yapmıştır ancak bunu ikinci bir yol olarak düşünmüştür. $Ö_4$ matematik öğretmen adayı verdiği cevapların birbirinden bağımsız olduğunu düşündüğü için "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

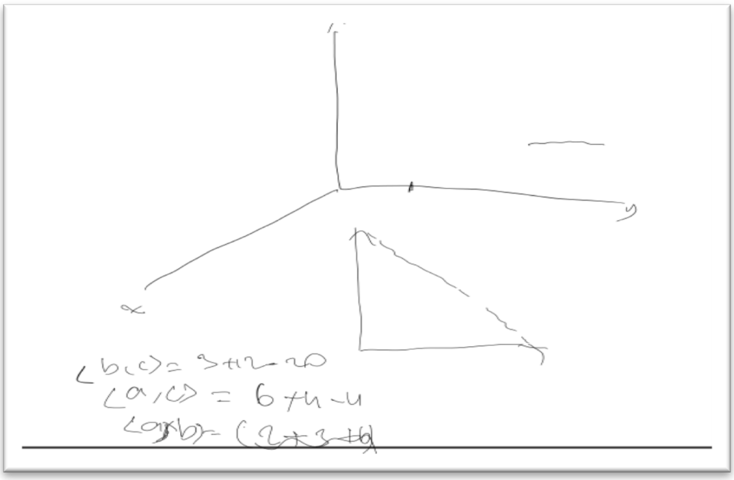
Ö₅'in Birinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 21: $Ö_5$ matematik öğretmen adayının birinci soruya verdiği cevap

$Ö_5$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için $\vec{a}, \vec{b}$ ve $\vec{c}$ vektörlerini birer nokta olarak algılayıp $\overrightarrow{ab}$, $\overrightarrow{ac}$ ve $\overrightarrow{bc}$ şeklinde vektörler bulup sebebini de *"kenarları bulup üçgenin dik olup olmadığını bulmak için yapıyorum"* şeklinde açıklamada bulunmuştur. Daha sonra bulduğu vektörlerin boylarını hesaplamıştır. Bundan sonra ne yapacağını bilmediğini söyleyerek bir üçgen çizip bu uzunluklarla Pisagor bağıntısı yapıp istenilen bir eşitlik bulup bulamayacağını denemiştir. Sonra hatalı olduğunu söyleyip $\vec{a}, \vec{b}$ ve $\vec{c}$ vektörlerin uzunluklarını bulup Pisagor bağıntısının sağlandığını göstererek ve bunun dik üçgen olması için yeterli olduğunu belirtmiştir. $Ö_5$ matematik öğretmen adayı verilen vektörlerin dik üçgen olması için tek bir değerlendirmenin yeterli olacağını düşünmüştür. Bu sebeple $Ö_5$ matematik öğretmen adayı "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir.

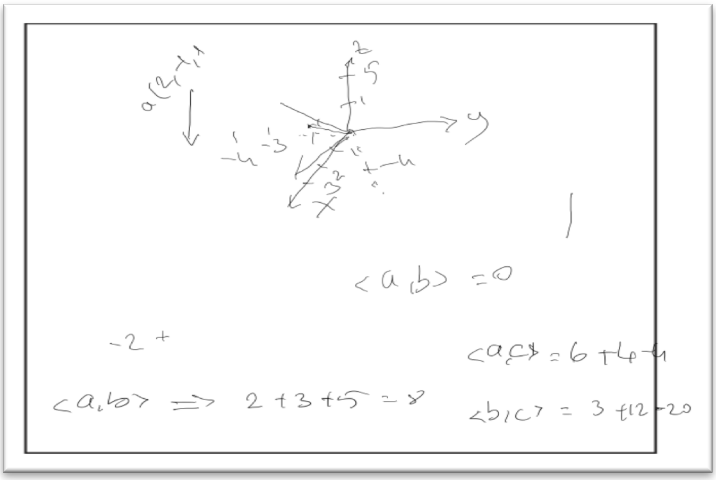
Ö$_6$'nın Birinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 22: Ö$_6$ matematik öğretmen adayının birinci soruya verdiği cevap

Ö$_6$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için öncelikle koordinat düzlemi çizip vektörleri nokta gibi *düşündüğünden "öncelikle koordinat düzleminde noktaları gösteririm"* şeklinde ifade de bulunmuştur. Daha sonra uzun bir süre düşündükten *"iki vektörün dik olması için skaler çarpımının 0 olması gerekiyor"* ifadesini kullanmıştır. Ardından *"iki vektörü çarpardım 0 olanları dik kenar alır diğerini de öbür kenar alırdım" diye belirtmiştir*. Ö$_6$ yapmış olduğu çarpımlarda işlem hatası yapmış ve ardından hiçbir çarpımı 0 bulamamıştır. Sonuç olarak eğer sonuç 0 olsaydı dik üçgen olması için yeterli olacağını açıklamıştır. Ö$_6$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için tek bir açıdan değerlendirmede bulunduğu için "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir.

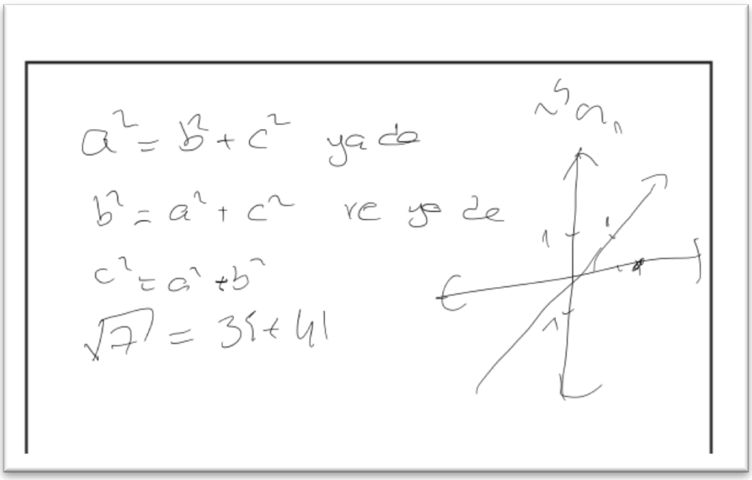
Ö$_7$'nin Birinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 23: Ö$_7$ matematik öğretmen adayının birinci soruya verdiği cevap

Ö$_7$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için öncelikle "*vektörleri hayali olarak çizebilirim"* ifadesini kullanarak $\vec{a}$ vektörünü temsil eden bir vektör çizmiştir. Daha sonra *"en başta üçgen olabilmesi için ortak noktalarının olması gerekiyor çünkü birbirine aykırı olursa nasıl üçgen oluşturabilir ki o yüzden ortak noktalarının olması gerekiyor"* ifadesini kullanmıştır. Daha sonra bu vektörleri koordinat düzleminde çizme yoluna gitmiştir. Çizdikten sonra *"acaba vektörlerin ucundan bir vektör çıkabilir mi"* sorusuna yanıt düşünmüştür. Ardından *"ben öncelikle üçgen olup olamayacağına bakıyorum daha sonra dik olup olamayacağına bakmak gerekiyor. Eğer dik olsaydı doğrultularının iç çarpımının 0 olması gerekirdi"* ifadesini kullanmıştır. Böylece iç çarpımların sonucu 0'a eşit ise o zaman iki kenar dik olacağını söyleyip işlemleri yapmıştır. İşlemler sonucunda hatalı işlem yaptığı için sıfıra eşit bir değer bulamamıştır. Daha sonrasında herhangi iki kenarın çarpımının 0 olmadığından dik üçgen olmaması için yeterli olacağını söylemiştir. Ö$_7$ matematik öğretmen adayı dik üçgen olabilmesi için vektörlerin ortak noktası olması gerektiğini vurgulamış ancak vektör toplamını ele alamamıştır. Diğer taraftan iç çarpımların diklikten dolayı 0 olması gerektiğini belirtmiştir. Ancak Ö$_7$ matematik öğretmen adayı bu durumları birbirleriyle bağdaştıramamıştır. Bu durumdan dolayı matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

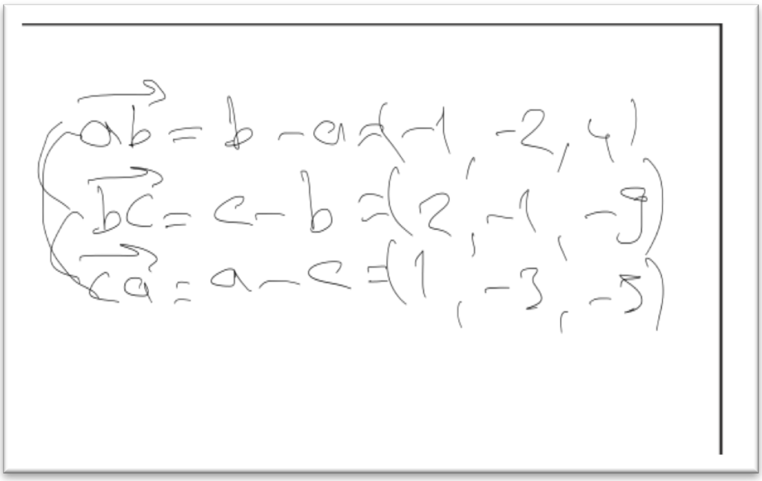
Ö₈'in Birinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 24: $Ö_8$ matematik öğretmen adayının birinci soruya verdiği cevap

$Ö_8$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için öncelikle yapacağı işlemlerden önce *"bu soruda en fazla* $a^2 + b^2 = c^2,$ $a^2 + c^2 = b^2$ *ve* $c^2 + b^2 = a^2$ *şeklinde yazılabilir"* ifadesinde bulunmuştur. Ardından hesaplamaların yapılabileceğini ve bunun nasıl olacağını sözel olarak ifade etmiştir. Yukarıda şekilden de görüldüğü gibi hatalı işlem yapmıştır. Daha sonra yanlış yaptığının farkına varıp bu ifadelerin vektör olduğunu bu şekilde işlem yapılamayacağını söylemiştir. Ancak devamında bu ifadesini destekleyen bir çözüm getirmemiştir. $Ö_8$ matematik öğretmen adayının vermiş olduğu açıklamaların sorunun çözümüyle doğrudan bir ilişkisi yoktur. Sadece daha önce dik üçgenle ilgili bildiği Pisagor bağıntısını konuyla örtüşmeyecek bir şekilde uygulamıştır. Bu sebepten dolayı $Ö_8$ matematik öğretmen adayı "Yapı Öncesi" seviyesindedir.

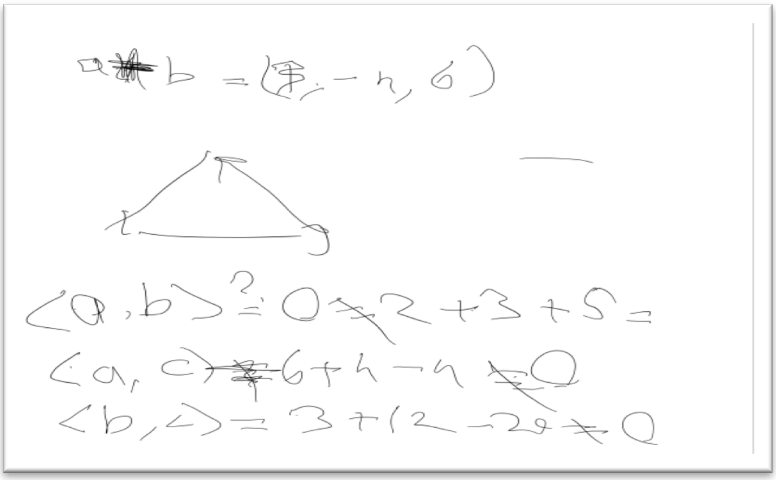
Ö9'un Birinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 25: Ö9 matematik öğretmen adayının birinci soruya verdiği cevap

Ö9 matematik öğretmen adayı öncelikle sorunun çözümü için *"$\overrightarrow{ab}$ kenarını oluştururum deneyerek"* ifadesinde bulunmuştur. Daha sonra verilen vektörleri nokta olarak algılayarak $\overrightarrow{ab}$, $\overrightarrow{ac}$ ve $\overrightarrow{bc}$ şeklinde istenilen üçgenin kenarlarını temsil eden bir vektör bulduğunu göstermeye çalışmıştır. Bundan sonra ne yapacağı sorulduğunda *"şimdi bunları deneyeceğim ikili ikili iç çarpımlarının 0 olması lazım çünkü dikse 0 olması lazım"* açıklamasını getirmiştir. Daha sonra *"bir tane bulduk mu bu dik üçgendir"* ifadesini kullanmıştır. Ö9 matematik öğretmen adayı hatalı işlemler yapsa da vektörlerin dik olma durumunda iç çarpımlarının 0 olacağını ancak bunun sorunun tamamında ne anlam ifade ettiği hakkında fikir sahibi değildir. Sadece dik olunca vektör çarpımının 0 olması gerektiğine odaklanmıştır. Bu sebepten ötürü Ö9 matematik öğretmen adayı "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir.

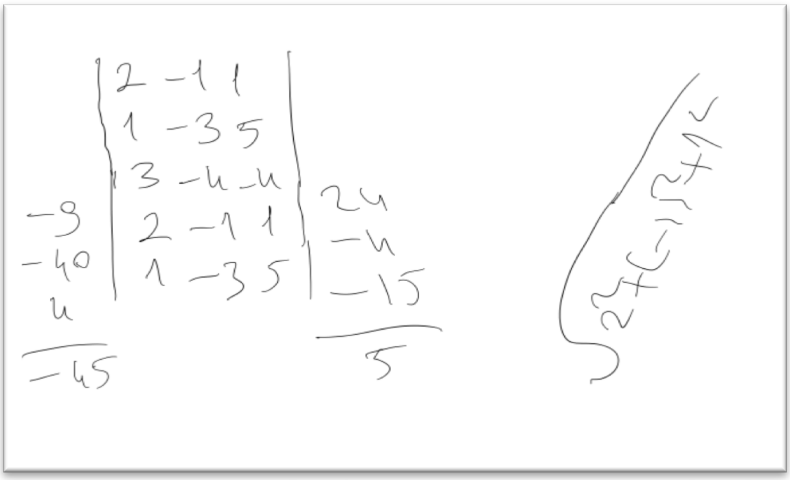
Ö$_{10}$'un Birinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 26: Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayının birinci soruya verdiği cevap

Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için "Öncelikle iki vektörün farkından yola çıkarım "ifadesini kullanıp önce $\overrightarrow{a-b}$ ifadesini yazmaya çalışıp duraksadıktan sonra vektörleri uç uca ekleyerek yukarıdaki şekli çizmiştir. Ardından sebebi sorulduğunda *"şayet bu bir dik üçgenin kenarı ise birbirlerini oluşturması gerekiyor"* bu cümlesini kurmuştur. Sonra açıklayıcı olacak şekilde biriyle diğerinin toplamının diğerini vermesi gerektiğini ifade etmiştir. Sonrasında "şayet iç çarpımları 0 ise dik olacaktır" açıklamasını getirip gerekli hesaplamaları yapmıştır. Ancak bu çözümler sırasında da işlem hatası yapmıştır. Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı bu iki işleminde farklı yollar olduğunu ifade etmiştir. Alternatif bir çözüm yani dik olma durumunu farklı yoldan gösterme şekli olarak düşünmüştür. Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı işlem hatası yapıp doğru cevaba ulaşamaması ve değerlendirdiği iki durumunda birbirinden bağımsız olduğunu aradaki ilişkiyi kuramamış olmasından dolayı tespit edememesi "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

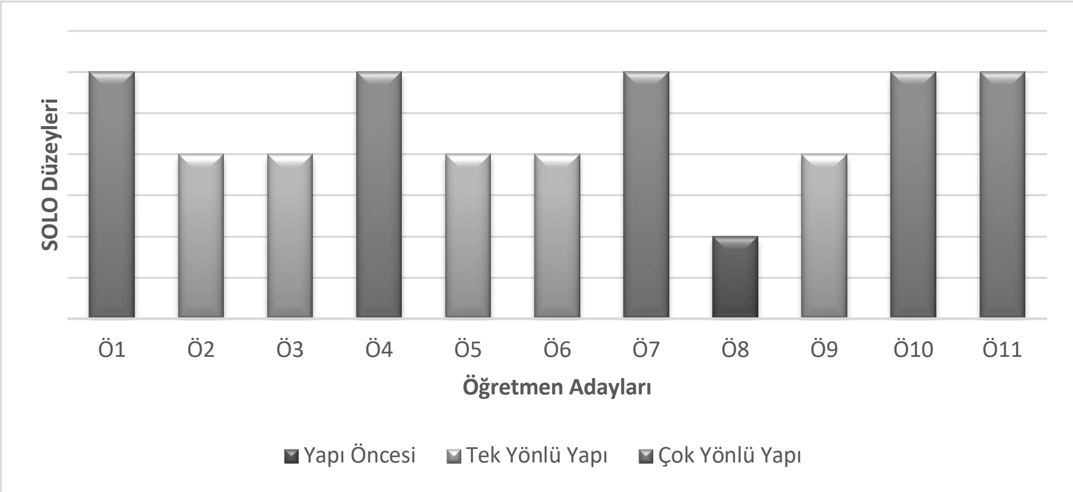
Ö$_{11}$'in Birinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 27: Ö$_{11}$ matematik öğretmen adayının birinci soruya verdiği cevap

Ö$_{11}$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için "*öncelikle iç çarpımları 0 olacaktır"* ifadesini kullanmıştır. Vektörler yardımıyla matrisi oluşturmuştur ve bu matrisin determinantının 0 olması gerektiğini söylemiş ancak gerekçesini açıklamamıştır. Ardından yapabileceği başka bir durum var mı diye sorulduğunda *"kenarları bulurum uzunluklarını çizerim... Çizdiğim zaman büyük olan hipotenüs olur daha sonra sağlayıp sağlamadığına bakarım"* şeklinde ifadede bulunup bir vektörün uzunluğunun nasıl bulunacağını göstermiştir. Ardından Pisagor bağıntısından yararlanarak uzunlukları arasındaki kenar ilişkilerini incelenebileceğini ifade etmiştir. Araştırmacı arasında değerlendirmede bulunduğu bu iki durum arasında bir bağlantının olup olmadığı sorulduğunda öğretmen adayı iki durumunda farklı olduğunu açıklamıştır. Yani Ö$_{11}$ matematik öğretmen adayı değerlendirmelerinin dik üçgen çizimi için farklı iki çözüm olduğu ifadesinde bulunmuştur. Bu sebepten ötürü çözüm için verdiği değerlendirmelerin arasında ilişki kuramadığı için Ö$_{11}$ matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

Öğretmen adaylarının birinci soru için vermiş olduğu cevapların değerlendirmesi incelendiğinde genel olarak işlem hatası sıklıkla yapıldığı söylenebilir. Ayrıca verilen vektörleri üçgenin birer köşesi ya da birer nokta olarak algılamışlardır. Bu da çözümlere başlamadan önce dikkatli olunmadığını ve tam olmayan bilgilerle ya da ezberlenmiş çözüm yöntemlerine dayanarak direk işlemler yapıldığının bir göstergesidir. Buda çoğu zaman işlem hatasına ya da tekrardan başa dönülmesine sebep olmuştur. Çözüm için gerekli olan değerlendirmelere sahip olan öğrencilerde de genel olarak bilgilerini organize edeme sorunuyla karşılaşılmıştır. Aşağıdaki tabloya baktığımızda üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının birinci soru için SOLO seviyelerini genel bir çerçeveden görebiliriz

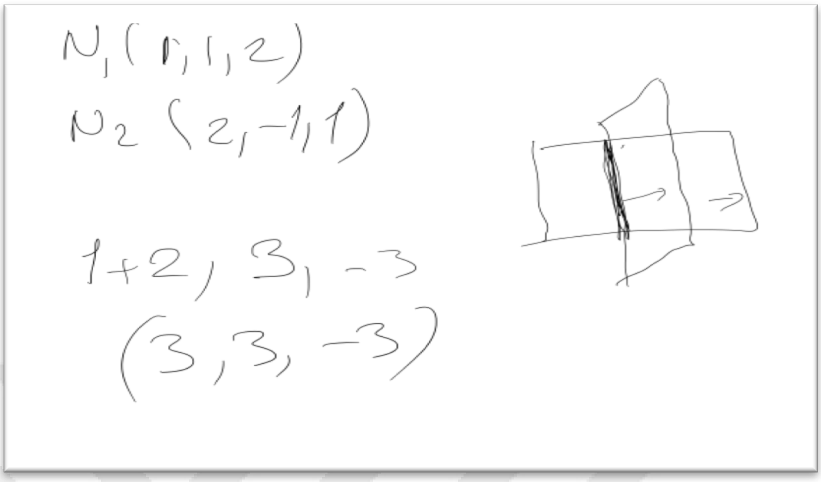


Şekil 28: Matematik öğretmen adaylarının 1. soru için verdikleri cevapların SOLO seviyeleri

Verilen cevaplar doğrultusunda öğretmen adaylarından 5 kişi Çok Yönlü Yapı, 5 kişi Tek Yönlü Yapı ve 1 kişide Yapı Öncesi seviyesindedir. Öğrencilerin verdiği cevaplar doğrultusunda büyük çoğunluğun iki düşünme seviyesi etrafında yığılma olmuştur. Sadece bir öğrenci Yapı Öncesi seviyesindedir. Birinci soru için verilen cevaplar arasında İlişkisel Yapı ve Soyutlanmış Yapı seviyesinde bir cevaba rastlanmamıştır.

4.4.2. Matematik Öğretmen Adaylarının İkinci Probleme Verdikleri Cevaplar

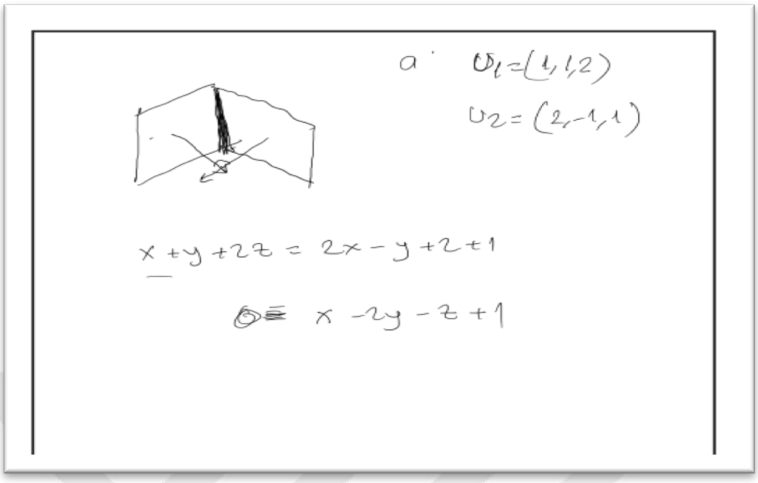
$Ö_1$'in İkinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 29: $Ö_1$ matematik öğretmen adayının ikinci soruya verdiği cevap

$Ö_1$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için *"ilk önce bunları bir parametre olarak yazmamamız gerekiyor"* şeklinde ifadede bulunmuştur. Gerekçesi içinde "*eğer parametre şeklinde yazarsak ikisini sağlayan bir nokta buluyorduk"* açıklamasında bulunmuştur. Daha sonra düzlemlerin normallerini yazmış ancak bunun işe yarayacağından emin olmadığını ifade etmiştir. Bir parametre aracılığıyla bir nokta bulacağını dile getirmiş ancak bu aşamada kararsızlığa düşmüştür. Ardından düzlemleri çizerek istenilen doğruyu yapmış olduğu çizim üzerinde göstermiştir. Biraz kararsızlığa düştükten sonra doğruyu bulması için nelerin gerekli olduğu sorusuna "bir nokta ve *u* gerekli ve *u*'yu bulabiliriz" cevabını vermiştir. Sonra normalleri çizdiği düzlemde gösterip bu normallerin iç çarpımının istenilen doğrunun u doğrultmanını vereceğini ifade etmiştir. Ancak iç çarpım ifadesini kullanmasına rağmen kavram yanılgısından dolayı vektörel çarpım yapmıştır. Ardından *"eğer parametre oluşturduğumuz zaman ortak noktayı biliyoruz sonra bir noktası ve doğrultusu verilen doğru denklemi yazarım"* cümlesini kurmuştur. Ancak parametreyi kullanarak noktayı nasıl bulabileceğini hatırlayamadığını ifade etmiştir. Sonuç olarak $Ö_1$ matematik öğretmen adayı cevaba ulaşmak için farklı değerlendirmelerde bulunmuştur, ancak bazı eksikliklerden ötürü sunduğu değerlendirmelerin organizasyonunu yapamadığında tam bir cevap verememiştir. Bundan dolayı $Ö_1$ matematik öğretmen adayının cevabı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

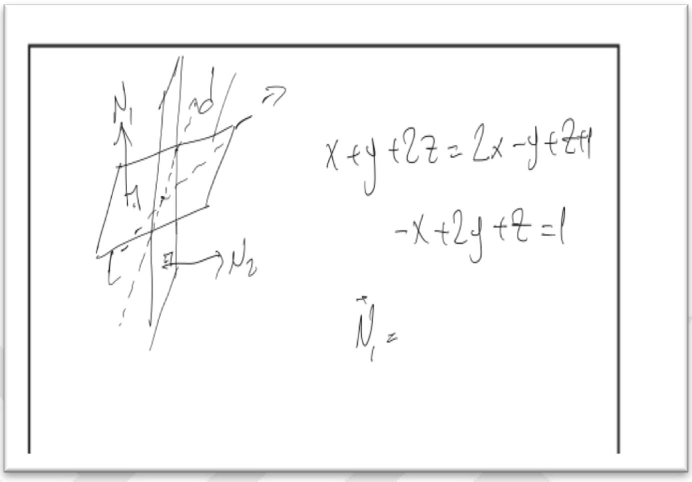
Ö₂'nin İkinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 30: $Ö_2$ matematik öğretmen adayının ikinci soruya verdiği cevap

$Ö_2$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için öncelikle *"soruda kesiştikleri arakesit doğrusunun denklemini istiyor galiba"* ifadesini kullanmıştır. Ardından ifade ettiği gibi öncelikle düzlemleri çizip hangi doğruyu istediğini vurgulamıştır. Devamında *"düzlemler kesiştiklerine göre bunları eşitleriz"* cümlesini kurmuştur. Bunu yapmasının sebebi olarak noktaları buluruz ifadesini kullanmıştır. Burada noktalarla kastettiği düzlemlerin kesişmesinden doğan doğru üzerindeki noktalardır. Sonrasında doğru için ne gerekli sorusuna *"iki noktası bilinmesi ya da bir noktası ve eğimi gerekir ancak biz burada bunları kullanmıcaz"* açıklamıştır. Açıklamasının devamında doğru için düzlemlerin normallerinden yararlanılabileceğini şeklinde cevap vermiştir. Daha sonra düzlemlerin normallerini yazmış ve bu normallerin birbirine dik olması gerektiğini ifade etmiştir. Ardından dik olma zorunluluğunun olmadığını çünkü düzlemlerin her zaman dik kesişmediğini ifade etmiştir. Öğretmen adayı ardından düzlemleri ortak çözüm yapıp *"Acaba bu bize doğrumuzun denklemini mi verdi"* şeklinde denklem üzerine değerlendirmede bulunmuştur. Ve bunun da doğrunun denklemi olarak söyleyebileceğimizi belirtmiştir. $Ö_2$ matematik öğretmen adayı istenilen doğru çizimi için ne gerektiğini tam olmadan ifade etmiştir. Ayrıca düzlemlerin normallerini bulmuş, kesişme sırasında şekilde sorun yaşasa da konunun bu kısmının farkındalığına sahiptir. Tüm bunlara rağmen $Ö_2$ matematik öğretmen adayı bu farklı değerlendirmelerin gerekli bağlantısını kuramamış ve tutarlı bir çözüm sergileyememiştir. Bu yüzden $Ö_2$ matematik öğretmen adayının cevabı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

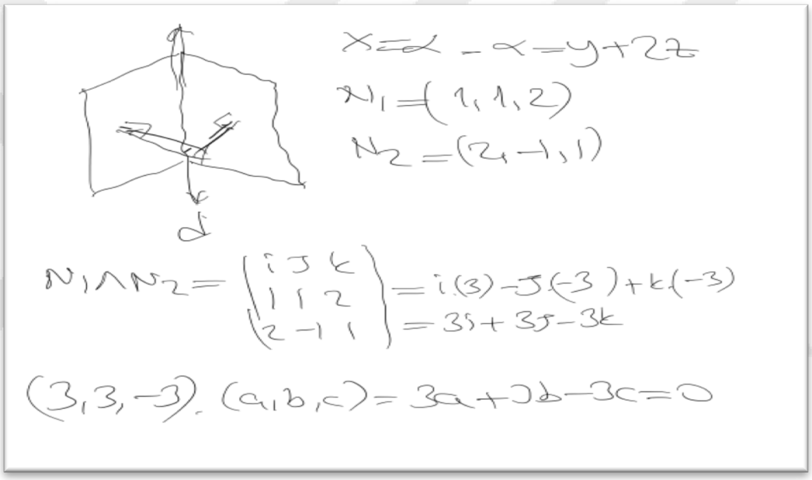
$Ö_3$'ün İkinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 31: $Ö_3$ matematik öğretmen adayının ikinci soruya verdiği cevap

$Ö_3$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için öncelikle istenilen doğrunun ne olduğunu görsel olarak ifade etmek adına düzlemleri çizmiştir. Sonra bu doğruyu şekil üzerinde göstermiştir ve istenilen doğruyu bulmak için ne yapılacağı sorusuna *"verilen iki düzlem arasında ortak çözüm yapmamız lazım"* ifadesini kullanmıştır. Bu işlem yapıldıktan sonra iki parametreli denkleme ulaşacağımızı ifade etmiştir. Sonrasında matematik öğretmen adayı denklemleri eşitleyip ortak çözüm yapmıştır ancak bunun sonrasında değişken sayısında bir azalma olmadığını ifade etmiştir. İşlemlerin bitiminden sonra $-x + 2y + z = 1$ denkleminin ne olduğu sorulduğunda *"Bu bir doğru denklemi… üç boyutlu olacak"* cevabını vermiştir. Ardından bulduğu bu ifadenin aradığımız doğru denklemi ile olan bir ilişkisinin varlığına dair soruya *"Bu yeterli bir cevap değil en azından bir nokta bulmam gerekir ya da doğrultmana ihtiyacımız var "*cevabını vermiştir. Doğru üzerindeki bir noktayı deneme yanılma yoluyla sağlattırıp bulabileceğini ifade eden öğretmen adayı örnek olarak (0,0,1) noktasının sağlayacağını ifade etmiştir. Bu noktanın da iki düzlemin kesiştiği noktalardan biri olduğunu söylemiştir. Ardından *"Bu doğruyu yazmak için birde doğrultman lazım"* ifadesini kullanmıştır ve düzlemlerin normallerini bulabileceğimiz ifade etmesine rağmen normalin düzlem denkleminden nasıl bulacağını hatırlayamamıştır. Sadece çizmiş olduğu düzlemler üzerinde gösterebilmiştir. $Ö_3$ matematik öğretmen adayı istenilen doğruyu yazabilmek için ortak çözüm yapıp bir nokta bulmuş olsa da bu süreci tutarlı bir şekilde yürütememiştir. Doğrultmanın doğru için gerektiğini söylemiş ancak bunu bulmak için herhangi bir çözüm geliştirememiştir. $Ö_3$ matematik öğretmen adayı sadece arakesit doğrusu için ne gerektiğine odaklanmış. Düzlemlerin soru içerisindeki pozisyonunu değerlendiremeyip doğrunun çizimi için gerekli işlemleri yaparken de gerekli organizasyonu sağlayamamıştır. $Ö_3$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü tek bir açıdan değerlendirdiği için "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir.

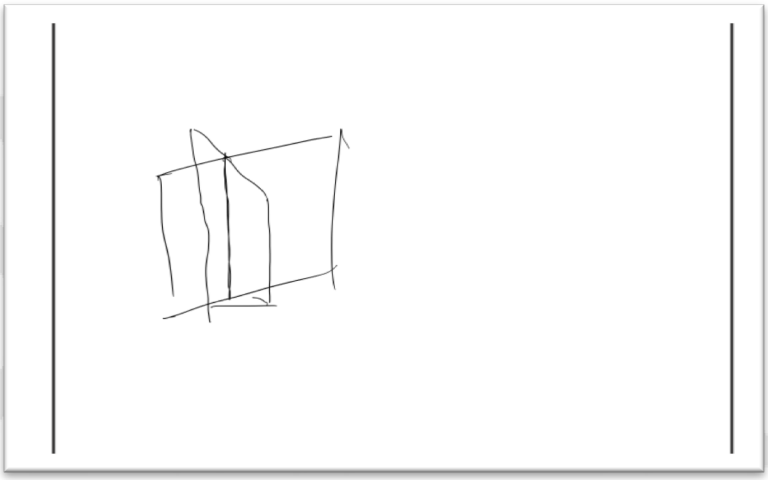
$Ö_4$'ün İkinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 32: $Ö_4$ matematik öğretmen adayının ikinci soruya verdiği cevap

$Ö_4$ matematik öğretmen adayı arakesit doğrusunun yerini göstermek amacıyla düzlemleri çizmiş ve "düzlemlerin ortak çözümünü yapıp doğru üzerindeki noktaları bulabiliriz" şeklinde ifade etmiştir. Ardından bir tane değişkeni çekeceğini söyleyip $x=\alpha$ değerini verip sonra bilinmeyen sayasını azaltmak için *"hepsini bir cinsten yazacaktım parametreye bağlı olarak mesela $x=\alpha$ dersek y ve z 'yi o cinsten yazacaktım"* gibi bir ifade kullanmıştır. Ancak işlemleri yaparken doğru üzerinde nokta bulma amacını taşısa da işlemi nasıl yapacağını gösterememiştir. Doğruyu oluşturabilmesi için ne gerekli olduğu sorusuna "*Noktanın ve doğrultmanın bulunması gerekir.*" cevabını vermiştir. Noktayı bulmak için çözüm tıkansa da doğrultman için "*Bunların normallerini bulurum… normaller birbirine dik olur bunların ikisinin vektörel çarpımı kendilerine dik olan üçüncüsünü verecektir"* açıklamasında bulunmuştur. Düzlemlerin normallerini yazıp bunların vektörel çarpımlarını bulmuştur. Bulduğu vektörün doğruyla olan ilişkisini kurarken *“doğrunun doğrultmanıyla bulunan vektörün iç çarpımlarının 0 olur”* ifadesini dile getirmiştir. Diğer taraftan hatalı olsa da normallerin vektörel çarpımının sonucunun doğrultmanla ilişkisi olduğunu açıklamıştır. Ancak iki değerlendirmesinde de tam bir organizasyon sağlayıp sonuca ulaşamamıştır. $Ö_4$ matematik öğretmen adayı “Çok Yönlü Yapı” seviyesindedir.

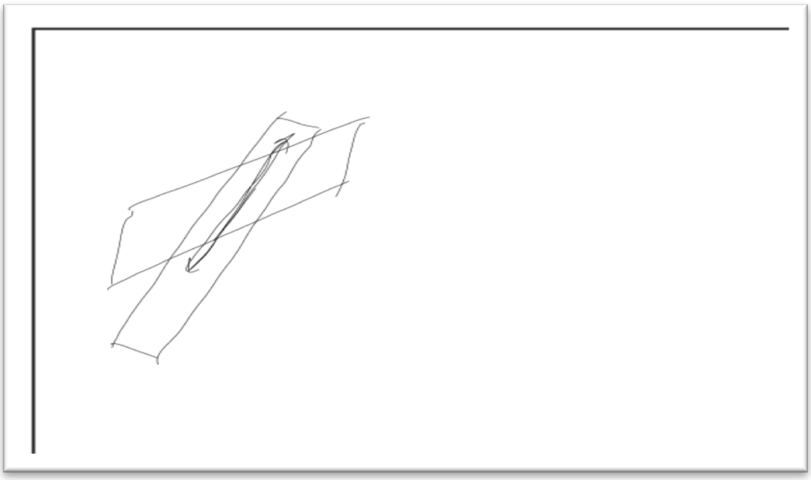
$Ö_5$'in İkinci* Probleme *Verdiği Cevap



Şekil 33:$Ö_5$ matematik öğretmen adayının ikinci soruya verdiği cevap

$Ö_5$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için “*nasıl olduğunu biliyorum da nasıl çözüldüğünü bilmiyorum”* ifadesini kullanmıştır. Sonrasında düzlemlerin kesişmesini gösteren ve istenilen arakesit doğrusunu temsil eden bir şekil çizmiştir. Ancak $Ö_5$ matematik öğretmen adayı devamında bir cevap veremeyeceğini söylemiştir. Bu sebepten ötürü “Yapı Öncesi” seviyesindedir.

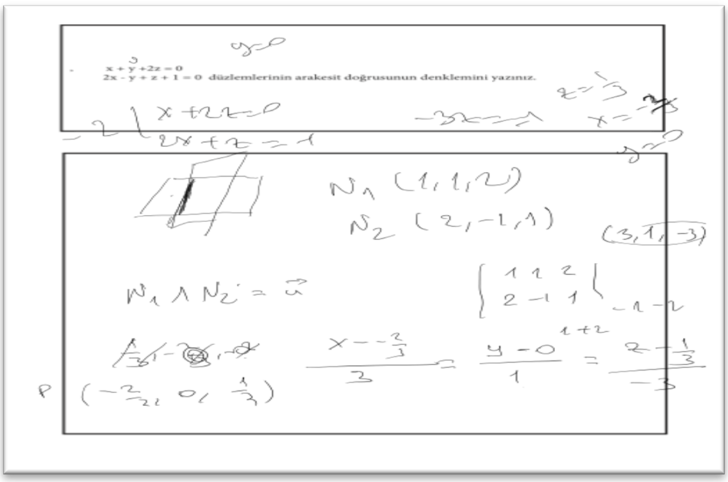
Ö₆'nın İkinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 34: $Ö_6$ matematik öğretmen adayının ikinci soruya verdiği cevap

$Ö_6$ matematik öğretmen adayı bu soru için iki tane düzlem çizmekten ve buradaki arakesit doğrusu göstermekten öte bir cevap sunamamıştır. Bu yüzden de $Ö_6$ matematik öğretmen adayı "Yapı Öncesi" seviyesindedir.

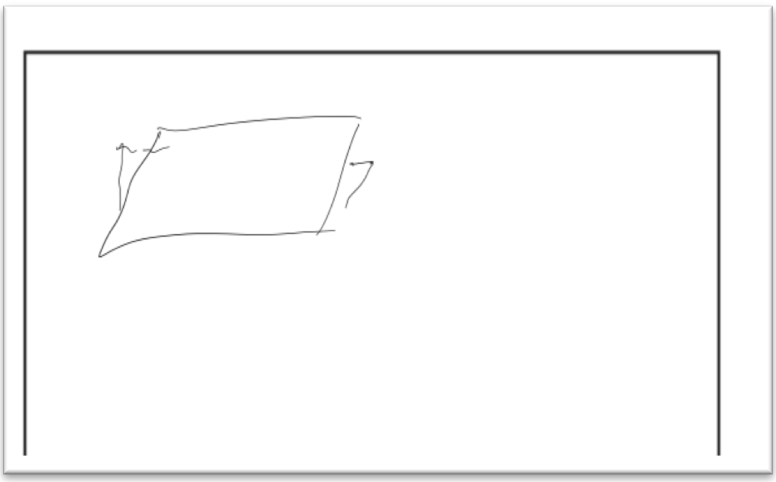
Ö₇'nin İkinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 35: $Ö_7$ matematik öğretmen adayının ikinci soruya verdiği cevap

$Ö_7$ matematik öğretmen adayı bu soru için öncelikle *"iki düzlemin arakesiti bir doğru olacaktır"* ifadesini kullanarak düzlemleri çizmiş ve arakesit doğrusunu bu çizim üzerinde göstermiştir. Ardından doğru için öncelikle düzlemlerin normlarını bilmesi gerektiğini ifade edip düzlemlerin normlarını yazmıştır. Ardından "*normların iç çarpımları doğrunun doğrultmanına eşit olacak"* ifadesini kullanmıştır. İç çarpım yapacağını söylemesine rağmen vektörel çarpım yapmıştır. Sadece anlık bir kafa karışıklığından dolayı bu ifadeyi farkında olmadan kullanmış olabilir. Sonrasında vektörel çarpım sırasında işlem hatası yaptığı için istenilenden farklı bir ifade bulmuştur. Sözlerine devam ederek *"bu düzlemlerin ortak noktası doğruyu da sağlayacaktır… her iki denklemi de sağlayan bir nokta olacaktır. Bunun için örneğin y'yi parametreye bağlı olarak seçeriz… atıyorum y'yi 0 seçeriz"* açıklamasında bulunmuştur. Sonra y=0 için x ve z cinsinden denklemler elde edip denklem çözümlerini gerçekleştirmiştir. Yaptığı işlemler sonrasında doğru üzerinde olduğunu ifade ettiği bir nokta bulmuştur. Doğruyu nasıl yazacağına dair *"doğru denklemini doğrultmanı ve bir noktası bilinen doğru denkleminden buluruz"* ifadesini kullanmıştır. Ardından bulduğu verilerle doğrunun denklemini yazmıştır. Ö$_7$ matematik öğretmen adayı soru çözüm sürecinde küçük de bir işlem hatası yapmış olsa da sorunun cevabı için ortaya koyduklarını anlamlı bir şekilde değerlendirmiş ve sürecin sonunda ne yapması gerektiğini açıklayarak uygulayabilmiştir. Sorunun çözüm sürecinde elde ettiği bilgileri organize edebilmiştir. Ancak tüm süreç boyunca matematiksel dili kullandığı ve söylemlerinde matematiksel gerekçelere yer verdiği söylenemez. Tüm bunlar doğrultusunda Ö$_7$ matematik öğretmen adayı "İlişkisel Yapı" seviyesindedir.

Ö$_8$'in İkinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 36: Ö$_9$ matematik öğretmen adayının ikinci soruya verdiği cevap

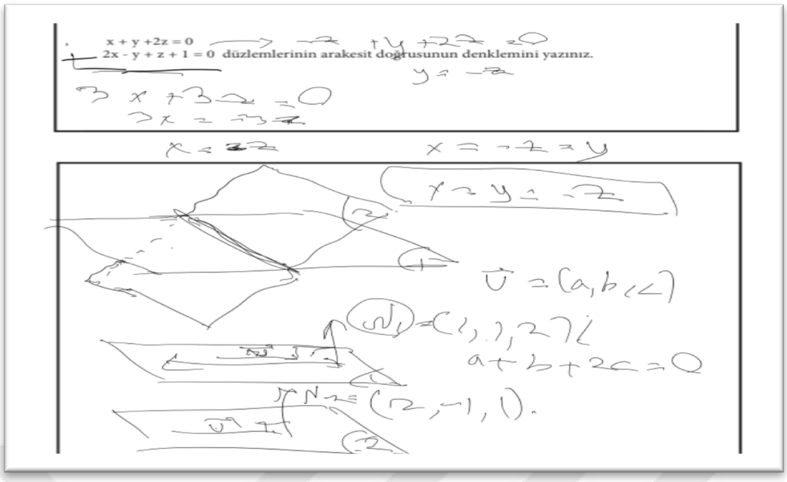
Ö$_8$ matematik öğretmen adayı bu soru için kâğıt üzerinde düzlem çizmeye çalışmıştır ancak herhangi bir şey hatırlayamadığını söyleyip soruyu çözmemiştir. $Ö_8$ matematik öğretmen adayı "Yapı Öncesi" seviyesindedir.

$Ö_9$'un İkinci Probleme Verdiği Cevap

Şekil 37: $Ö_9$ matematik öğretmen adayının ikinci soruya verdiği cevap

$Ö_9$ matematik öğretmen adayı bu soru için sadece düzlemleri kâğıt üzerine çizip arakesit doğrusunu şekil üzerinde gösterebilmiştir. Düzlemler dik kesiştiği taktirde yapabileceğini ifade etmiştir. Bu iki düzlemden yararlanarak ortak bir nokta bulabileceğini ancak üç bilinmeyen olmasının buna engel olduğunu ifade etmiştir. Ancak sorunun çözümü için yeterli bir açıklamada bulunamadığı için $Ö_9$ matematik öğretmen adayı "Yapı Öncesi" seviyesindedir.

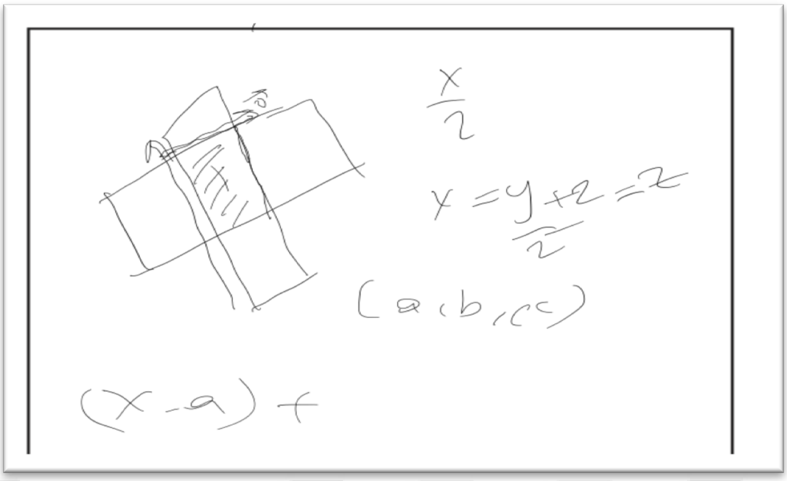
Ö$_{10}$'un İkinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 38: Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayının ikinci soruya verdiği cevap

Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı bu soru için öncelikle istenilen arakesit noktasını göstermek için düzlemleri gösteren bir şekil çizmiştir. Doğruyu bulmak için kesişimde yer alan bir nokta bulmak gerektiğini vurgulamıştır. Ancak uzun süre verilen denklemleri nasıl kullanacağını düşünmüştür ancak bir sonuca ulaşamamıştır. Ardından*" Düzlemin doğrultmanıyla doğrunun doğrultmanı diktir."* ifadesini kafası karışmış şekilde söylemiştir. Kullandığı ifadeyi göstermek adına ayrı düzlemler çizip normalleri yazmıştır. Sonrasında normalle doğrultmanı çarpıp 0'a eşitlemiştir. Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için süreci tutarlı bir şekilde yürütememiştir. Sorunun çözümü için doğru tespitlerde bulunsa da çözüm için denemelerinde hatalı işlemler yapıp sadece çözümlerini doğrultman üzerine yoğunlaştırmıştır. Bu yüzden Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir.

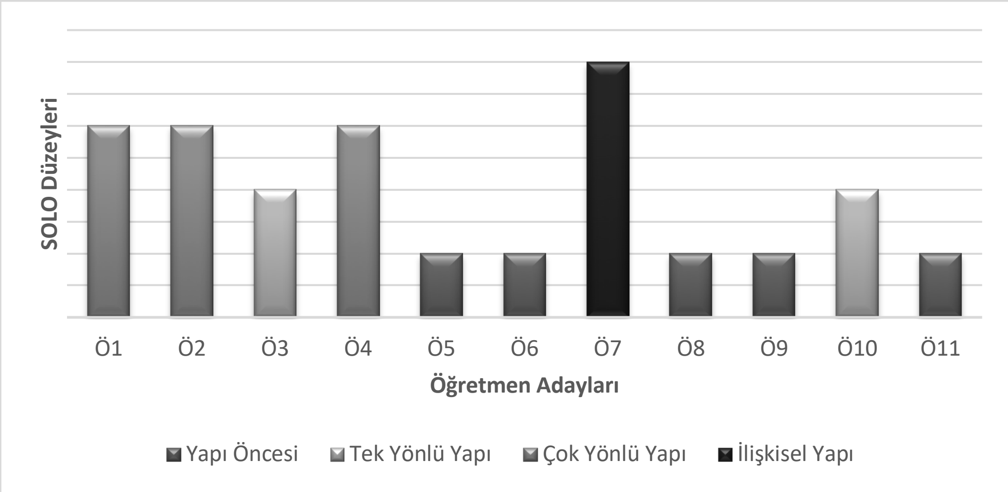
$Ö_{11}$'in İkinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 39: *$Ö_{11}$ matematik öğretmen adayının ikinci soruya verdiği cevap*

$Ö_{11}$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için öncelikle temsili olarak düzlemleri çizip arakesit doğrusunu göstermek istemiştir. Doğruyu yazabilmesi için düzlemlerin ortak noktası olması gerektiğini söylemiştir. Fakat bunu nasıl yapacağını gösterememiştir. Ardından doğrunun doğrultusunu göstermek adına düzlem denklemlerinde ki bilinmeyenlerin katsayılarını oranlamak istemiştir. Ancak bunun sonucunda da anlamlı bir değerlendirmede bulunmamıştır. Daha sonra sorudan bağımsız doğru denklemi yukarıda yazdığı gibi olsaydı paydalarından yararlanarak doğrultuyu bulacağını ifade etmiştir. Sonuç olarak $Ö_{11}$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için anlamlı ve konuya ilişkin doğru bir değerlendirmede bulunamamıştır. Bu sebepten ötürü $Ö_{11}$ matematik öğretmen adayı "Yapı Öncesi" seviyesindedir.

Genel olarak matematik öğretmen adaylarının ikinci sorunun çözümünde işlem hatasının yanında konuya dair kavram yanılgıları ve unutkanlığın varlığı tespit edilmiştir. Aşağıdaki tabloya baktığımızda üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının ikinci soru için SOLO seviyelerini genel bir çerçeveden görebiliriz.

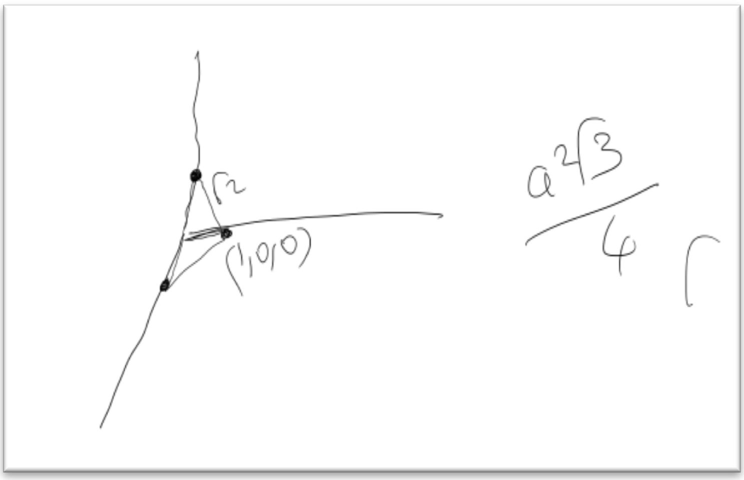


Şekil 40 : Matematik öğretmen adaylarının 2. soru için verdikleri cevapların SOLO seviyeleri

İkinci soruya verilen cevaplar doğrultusunda 5 kişi "Yapı Öncesi", 2 kişi "Tek Yönlü Yapı", 3 kişi "Çok Yönlü Yapı" ve 1 kişi "İlişkisel Yapı" seviyesindedir. Verilen cevaplara bakıldığında matematik öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu "Yapı Öncesi" seviyesindedir. Yukarıdaki tablo incelendiğinde sadece bir matematik öğretmen adayı "İlişkisel Yapı" seviyesindedir. Ancak "Soyutlanmış Yapı "seviyesinde bulunan matematik öğretmen adayı mevcut değildir.

4.4.3. Matematik Öğretmen Adaylarının Üçüncü Probleme Verdikleri Cevaplar

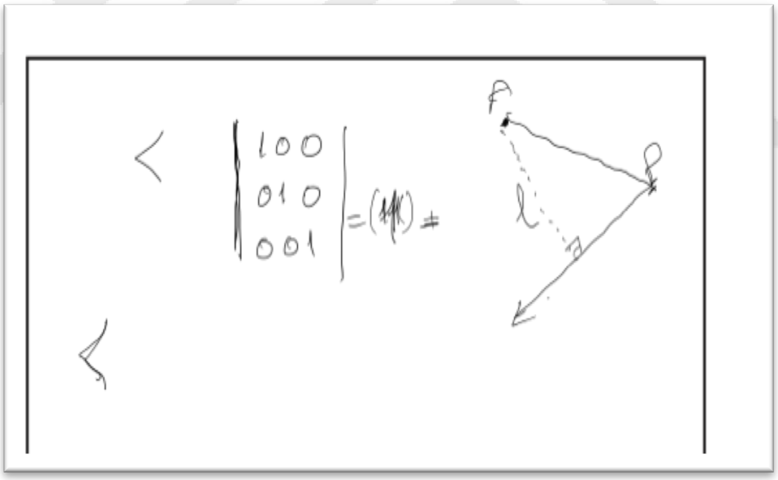
Ö$_1$'nin Üçüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 41: Ö$_1$ matematik öğretmen adayının üçüncü soruya verdiği cevap

Ö$_1$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için öncelikle *"Ben böyle bir soruda bunu* *çizmek isterdim."* ifadesini kullanmıştır. Daha sonra bunları kartezyen koordinat sisteminde göstermiş ve bu noktaları birleştirerek bir üçgen elde etmiştir. Sonra *"bir kenarı $\sqrt{2}$ olan eşkenar üçgen oldu bunun da alanı eşkenar üçgenin alanını veren formülden buluruz*" ifadesini kullanmıştır. $Ö_1$ matematik öğretmen adayının verdiği cevap incelendiğinde alan bulmak için oluşturduğu üçgenin kenarlarını bulup daha önceden bildiği formülde yerine koyarak alan bulma yoluna gitmiştir. Ancak kenarların nasıl bulduğunu açıkça ifade etmeyip uyguladığı formülün nasıl ortaya çıktığını göstermemiştir. Ayrıca soruyu Analitik Geometri dersinde öğrendiği vektör oluşturarak alan bulma yoluyla yapmamıştır. Sonuç olarak yapmış olduğu değerlendirme sadece kenar uzunluğunu bulup alan formülünde yerine koymak olmuştur. Çözümü ders içeriği ve soru kapsamı dahilinde yüzeysel kalmıştır. Bu sebepten ötürü $Ö_1$ matematik öğretmen adayı "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir.

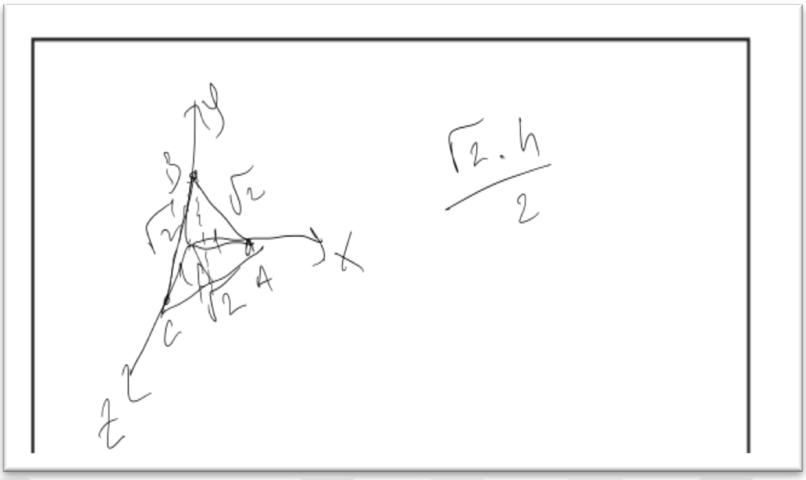
$Ö_2$'nin Üçüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 42: $Ö_2$'nin Üçüncü Probleme Verdiği Cevap

$Ö_2$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için ilk olarak *"Soruyu sanırsam Öklid iç çarpım yardımıyla yapıyorduk."* açıklamasında bulunmuştur. Sonrasında verilen noktalarla bir matris oluşturarak determinantını hesaplamış ve bu işlemin üçgenin alanını vereceğini ifade etmiştir. $Ö_2$ matematik öğretmen adayı bu soru için doğru açıklamalarda bulunamamış ve yazdıklarında çözümle ilişkisi olmayan ifadeler kullanmıştır. $Ö_2$ matematik öğretmen adayı "Yapı Öncesi" seviyesindedir.

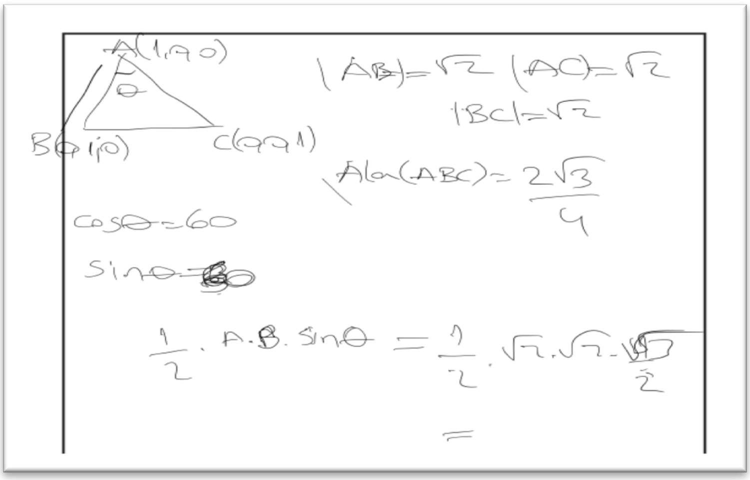
Ö$_3$'ün Üçüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 43: Ö3'nin Üçüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_3$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için *"bu noktalar birim vektörlerdir"* ifadesini kullanıp koordinat düzleminde göstermiştir. Sonrasında üçgeni oluşturup direkt olarak kenarların uzunluklarının $\sqrt{2}$ olduğunu ifade etmiştir. Eşkenar üçgen alan formülünü hatırlayamadığını söylemiş ve yüksekliği h olarak kabul edip alanı veren ifadeyi yazmıştır. Başka bir çözümünün olup olmadığına dair soruya *"şey... hatırlıyordum... determinant tarzıyla üçüyle ilgili bir çözüm yapabiliyorduk"* cevabını vermiştir. Ö$_3$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için oluşturduğu üçgenin kenarını bulup alanı, cevabı yazamamasına rağmen bulabileceğini ifade etmiştir. Ancak çözümü yaparken sadece kenarı bularak alan hesaplamaya odaklanmıştır. Farklı bir değerlendirmede bulunamayıp yapmış olduğu çözüm, ders içeriği ve kapsamı dahilinde yüzeysel ve eksik kalmıştır. Bu sebeplerden ötürü Ö$_3$ matematik öğretmen adayı "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir.

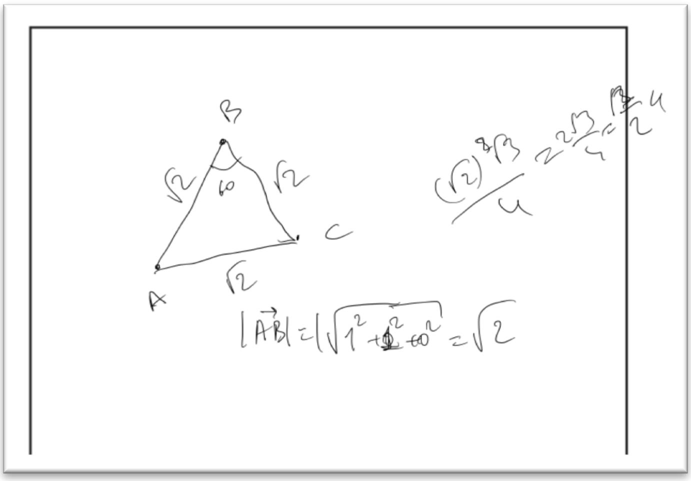
Ö$_4$'ün Üçüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 44: Ö$_4$'nin Üçüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_4$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için öncelikle bir üçgen çizip verilen noktaları üçgenin köşeleri olacak şekilde yazmıştır. Ardından AB, AC ve BC uzunluklarını bulmuştur ve eşkenar üçgen olduğunu söyleyip eşkenar üçgen alan formülünü uygulayıp alanı bulmuştur. Sonrasında başka bir çözümü olup olmadığı sorusuna *"sinüs alan formülü kullanarak yapabiliriz"* şeklinde cevap ve aradaki açının 60^o olduğunu belirtmiştir. Sonrasında üçgenin alanını veren sinüs alan formülünü yazmıştır. Çözümleri arasında bir fark var mıdır sorusuna *"birbirinin çıkış yeri sanırım, eşkenar üçgen alan formülü buradan çıkmış oluyor"* cevabını vermiştir. Ö$_4$ matematik öğretmen adayı verdiği cevaplar incelendiğinde çözüm için farklı önerilerde bulunup bunların arasındaki ilişkiyi gerekçelendirip açıklayabilmiştir. Çözüm yaparken matematiksel dilden yararlanmıştır. Bu sebeplerden ötürü Ö$_4$ matematik öğretmen adayı "Soyutlanmış Yapı" seviyesindir.

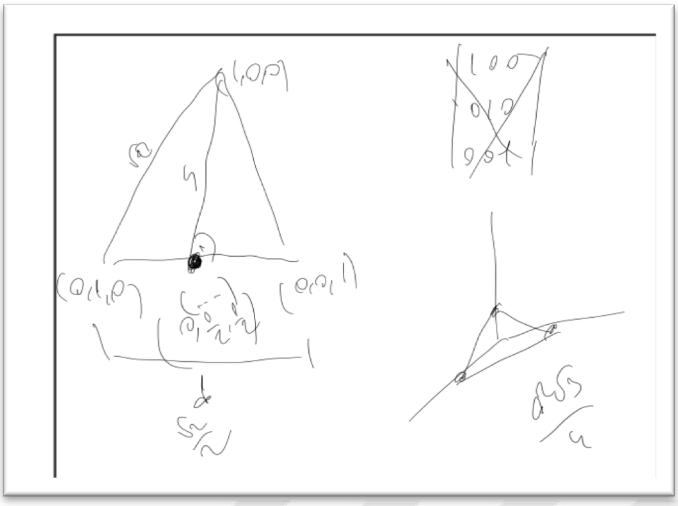
Ö$_5$'in Üçüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 45: Ö5'nin Üçüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_5$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için öncelikle ABC üçgenini çizmiş ve *"kenar uzunluklarını ve aradaki açıyı bulmam gerekir"* ifadesini kullanmıştır. Sonrasında AB vektörünün uzunluğunu bulmuş ve tüm kenarların uzunluklarının aynı olacağını belirtmiştir. Çizilen üçgen eşkenar üçgen olacağından ilişkili olarak açının da 60^o olacağını ifade etmiş ve eşkenar üçgenin alanı formülünden üçgenin alanını bulmuştur. Ö$_5$ matematik öğretmen adayı alanı bulurken kenarları vektör olarak yazmış ve bu vektörlerin uzunluklarını bulmasına rağmen arasındaki açıyla olan bağını ifade edememiştir. Çözümde bulmuş olduğu kenar uzunluğunu vektörel olarak açıklayamamıştır. Birbirinden bağımsız olarak süreci ilerletmiştir. Ö$_5$ matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

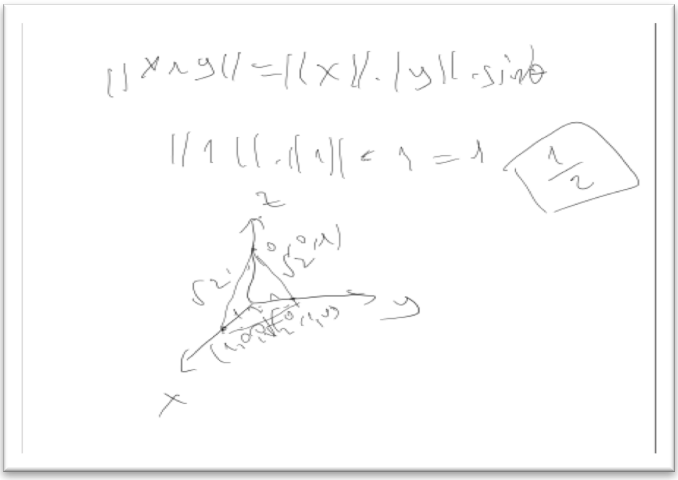
Ö$_6$'nın Üçüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 46: Ö$_6$'nın Üçüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_6$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için öncelikle üçgen çizip ardından noktaları, köşeleri temsil edecek şekilde yazmıştır. Daha sonrasında ne yapacağı sorulduğunda "*bir formül var determinantı kullanıyorsun ancak ben bunu kullanmam*" ifadesinde bulunup verilen noktalardan bir matris oluşturmuştur. Sonrasında üçgenin bir kenarının orta noktasını bulmak istemiştir. Bulduğu noktadan köşeye kadar çizdiği doğruyu yükseklik kabul edip sonra bulduğu yüksekliği kullanarak alanı bulabileceğini ifade etmiştir. Ancak yüksekliğin neden orta noktaya denk geldiğini açıklayamamıştır. Üçgenin bir kenarının $\sqrt{2}$ olduğunu söylemiştir. Bunu açıklarken de koordinat düzleminde başlangıç noktasına olan uzaklıklarından yararlanarak hesaplamıştır. Bahsetmiş olduğu orta noktanın koordinatlarını yazmıştır. Sonrasında iki nokta arası uzaklıktan yüksekliği bulacağını söylemiştir. Başka bir şekilde çözümün varlığı sorulduğunda "*eşkenar üçgenin alan formülünü uygularım*" ifadesini kullanmıştır. Sonuç olarak Ö$_6$ matematik öğretmen adayı soru çözümünde orta nokta bulup yüksekliği tespit etmeye çalışmış ve alanı bulabileceğini ifade etmiştir. Diğer taraftan eşkenar üçgen alan formülünü uygulamadan önce kenar uzunluğunu koordinat düzleminden yararlanarak bulmuştur. İki çözüm şeklini de birbirinden farklı yollar olarak algılamıştır. Ancak sunduğu değerlendirmelerde soruların vektörel açıdan ilişkisini kuramamış ve bir değerlendirmede bulunamamıştır. Ö$_6$ matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

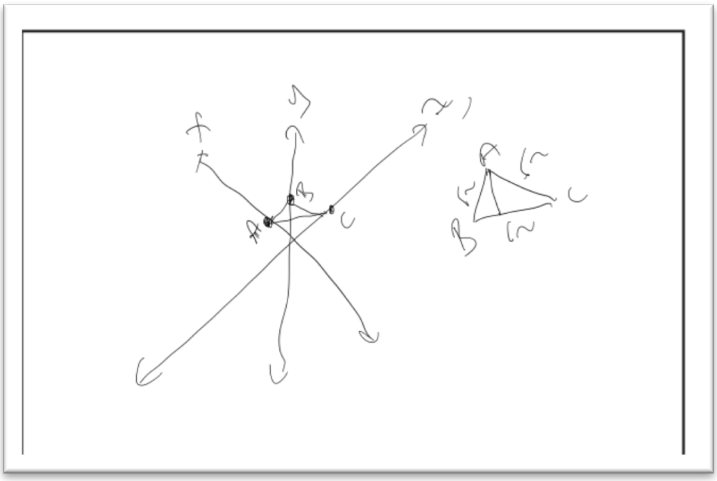
Ö$_7$'nin Üçüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 47: Ö7'nin Üçüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_7$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için *"iki tane vektörün iç çarpımının normu x ve y ile oluşan paralel kenarın alanını oluşturur"* ifadesini kullanmış ve ||xΛy||=||x||.||y||.sinθ eşitliğini yazmıştır. Sonrasında "*Eğer bu eşitlikten bulduğumuzu ikiye bölersek üçgenin alanını buluruz"* açıklamasında bulunmuştur. Ancak işlemleri yaparken noktaları vektör olarak algıladığı ve aradaki açının değerini yanlış değerlendirdiği için doğal olarak sonucu yanlış bulmuştur. Ö$_7$ matematik öğretmen adayı soru çözümünün devamında bu değerlendirmeyi koordinat düzleminde göstermek istemiştir. Ancak bu sefer vektör yerine nokta olarak kabul ederek koordinat düzlemine konumlandırma yapmıştır. Çizdikten sonra alanı nasıl bulacağı sorusuna cevaben *"başlangıç noktasına olan uzaklığı bir birim olan dik üçgenden yararlanarak üçgenin kenar uzunluğunu bulurum"* demiştir. Açıklamalarını *"eşkenar üçgenin alanı teoreminden yararlanarak alanı bulmaya çalışırım"* diye sürdürmüştür. Bu iki değerlendirme arasında bir ilişkisi sorulduğunda *"sanırsam bir tanesi vektör boyutu diğeri de nokta boyutu. İlk işlemde vektör olarak alsaydım doğru olacaktı ancak almadığım için farklı çıktı"* açıklamasında bulunmuştur. Sonuç olarak Ö$_7$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için farklı açılardan değerlendirmelerde bulunmuştur. Ancak bu değerlendirmeler arasında tutarlı bir yapı kuramadığı bölümler görülmüştür. Sorunun çözümü farklı bakış açıları olsa da cevap için tam bir organizasyon sağlayamamıştır. Bu yüzden de Ö$_7$ matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

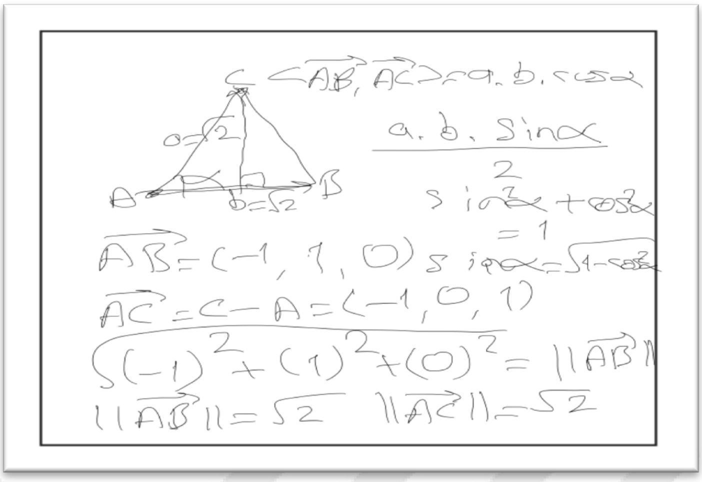
Ö$_8$'in Üçüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 48: Ö$_8$'in Üçüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_8$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için öncelikle koordinat düzlemini çizmiş ve soruda verilen noktaları yerleştirmiştir. Üçgeni çizdikten sonra alanı bulmak için "*B noktasından AC uzunluğuna dik indirirsek alanı bulma ihtimalimiz artar*" ifadesini kullanmıştır. Sonrasında farklı bir yerde koordinat ekseninde yerleştirdiği üçgeni temsil eden bir üçgen çizmiştir. Önce AC kenarını koordinat ekseninden yaralanarak Pisagor bağıntısıyla bulmuş ve $\sqrt{2}$ olduğunu ifade etmiştir. Gerekçesini tam olarak açıklamasa da diğer kenarları da $\sqrt{2}$ kullanmıştır. Üçgenin alanı formülünden bulunabileceğini ifade etmiştir. Ancak çözümü sonuçlandıramamıştır. Sonuç olarak Ö$_8$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için sadece kenar uzunluğunu bulmuş ve buradan alanı hesaplamak istemiştir. Problem sürecinde tam bir çözüm sağlayamamıştır. Ö$_8$ matematik öğretmen adayı "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir.

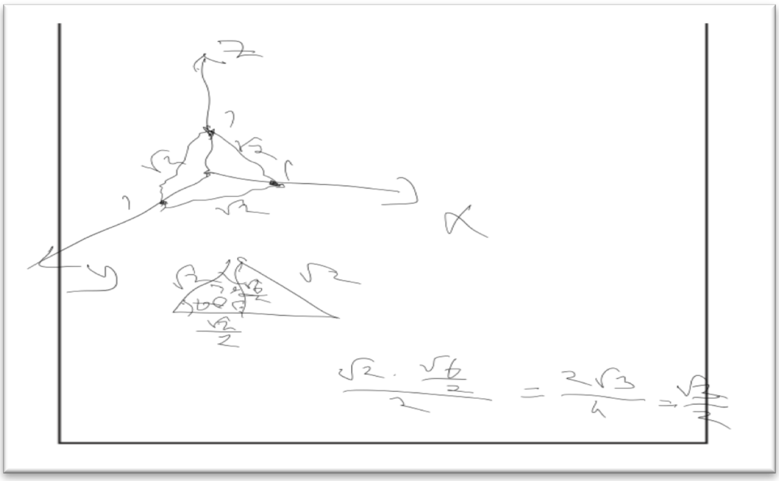
Ö$_9$'un Üçüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 49: Ö$_9$'un Üçüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_9$ matematik öğretmen adayı öncelikle bir üçgen çizmiş ve sinüs alan formülünün üçgenin alanını vereceğini göstermiştir. Üçgenin kenar uzunlukları için *"a ve b kenarlarını koordinatlardan vektör oluşturarak buluruz"* ifadesini kullanmış, AB ve AC vektörlerini ve bu vektörlerin uzunluklarını bulmuştur. Sıra aradaki açının sinüs değerine geldiğinde *"sinüs değerinin iç çarpım formülünden yararlanarak bulunabileceğini"* ifade etmiştir. İşlemin sonucunda kosinüs değerini bulup buradan açı hakkında fikir sahibi olabileceğini öne sürmüştür. Sonrasında $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ ifadesinde kosinüsü yerine yazarak sinüs değerini bulmayı hedeflemiştir. İlerleyen süreçte bu işlemlerin kolaylıkla yapılabileceğini düşünüp sonuçlandırılabileceğinden yazmak istememiştir. Sözlü olarak açıklamanın yeterli olduğu düşüncesindedir. Sonuç olarak Ö$_9$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için birçok veriyi doğru bir şekilde kullanmış ve süreci tutarlı bir şekilde matematiksel dili kullanarak sorunun değerlendirmesinde bulunmuştur. Matematiğin farklı bölümleriyle ilgili özellikleri anlamlı bir şekilde, çözüm sürecinde, ilişkilendirebilmiştir. Tüm bu bilgiler doğrultusunda Ö$_9$ matematik öğretmen adayı "Soyutlanmış Yapı" seviyesindedir.

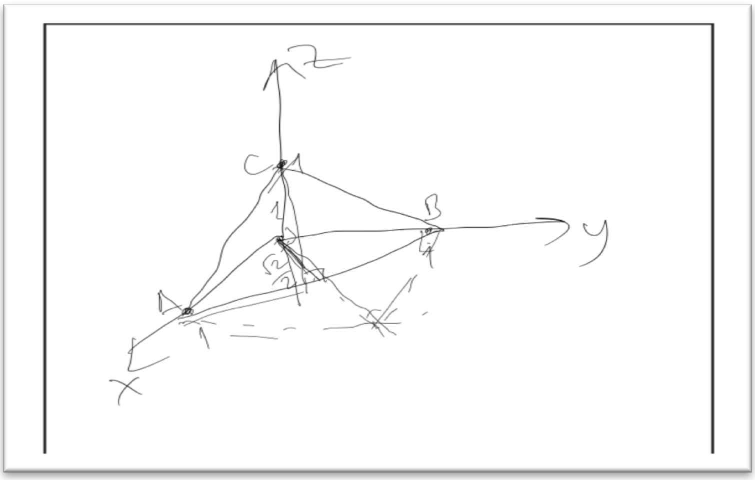
Ö$_{10}$'un Üçüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 50: Ö$_{10}$'un Üçüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı öncelikle *"u'lu bir teorem vardı kenarlarıyla ilgili olan bir teoremdi o yüzden iki nokta arasındaki uzaklıklardan gidebiliriz"* ifadesiyle sorunun çözümüne başlamıştır. Sonrasında verilen noktaları koordinat düzleminde konumlandırıp birleştirilmesiyle bir üçgen elde etmiş ve noktaların koordinat düzleminde oluşturduğu dik üçgenlerden yararlanarak kenar uzunluklarını bulmuştur. Oluşan üçgenin eşkenar üçgen olduğunu düşünüp açılardan yararlanarak yüksekliği bulmuş ve alanı hesaplamıştır. Bunların dışında bir çözüm için *"u"* diye bahsettiği formülden yapabileceğini söylemiş olsa da bir çözüm sunmamıştır. Sonuç itibarıyla Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için sadece kenar uzunluklarında yararlanarak alan bulmaya odaklanmıştır. Çözüm için farklı bir fikir ileri sürse de bununla ilgili bir çözüm yapmamıştır. Sorunun çözümünü tek bir bakış açısıyla ele aldığından Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir.

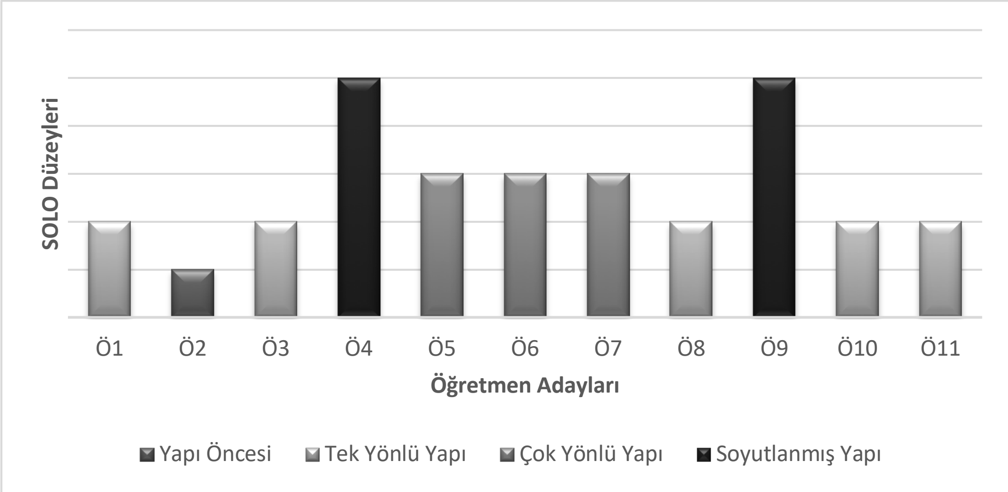
Ö$_{11}$'in Üçüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 51: Ö$_{11}$'in Üçüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_{11}$ matematik öğretmen adayı ilk önce koordinat düzlemini çizip soruda verilen noktaları yerleştirmiş ve *"üçgenin alanını hesaplamak için dikliğini bulmam gerekiyor"* ifadesini kullanmıştır. Ardından koordinat düzlemi yardımıyla üçgenler oluşturarak istediği üçgenin yüksekliğini bulmayı amaçlamıştır. Fakat sorunun çözümünü ilerletememiştir. Sonuç olarak çözmek için birtakım yerleştirmeler ve işlemler yapmış olsa da bunun ötesine geçememiştir. Basit düzeyde odaklandığı tek şey üçgenin alanını kenar ve yükseklikten yararlanarak bulma isteğidir. Ö$_{11}$ matematik öğretmen adayı "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir

Genel olarak matematik öğretmen adaylarının üçüncü soru için verdikleri cevaplarda çok zorlanmadığını ancak çözümlerinin matematiksel ifade adına zayıf kaldığı ve yüzeysel alışkanlıkları ön plana çıktığı gözlemlenmiştir. Aşağıdaki tabloya baktığımızda üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının üçüncü soru için SOLO seviyelerini genel bir çerçeveden görebiliriz.

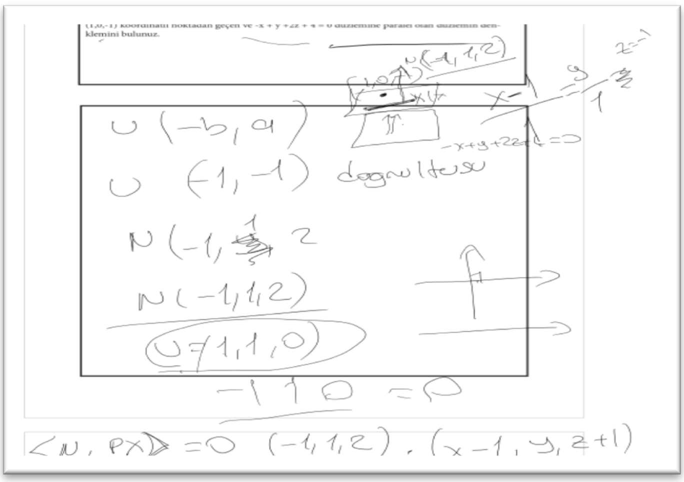


Şekil 52: Matematik öğretmen adaylarının 3. soru için verdikleri cevapların SOLO seviyeleri

Matematik öğretmen adaylarının üçüncü soruya verdikleri cevaplar doğrultusunda 1 kişi "Yapı Öncesi", 5 kişi "Tek Yönlü Yapı", 3 kişi "Çok Yönlü Yapı" ve 2 kişi "Soyutlanmış Yapı" seviyesindedir. Verilen cevaplara bakıldığında büyük çoğunluğu "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir. Ancak "İlişkisel Yapı" seviyesinde matematik öğretmen adayı yoktur.

4.4.4. Matematik Öğretmen Adaylarının Dördüncü Probleme Verdikleri Cevaplar

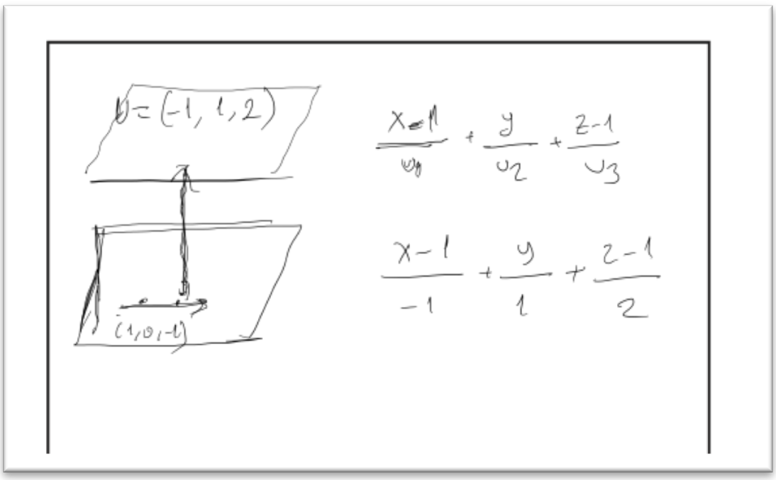
Ö$_1$'in Dördüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 53: Ö$_1$'in Dördüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_1$ matematik öğretmen adayı ilk önce *"eğer paralel ise u'ları yani doğrultuları aynıdır. Eğer bir noktasını ve doğrultusunu bilirsem denklemi yazabilirim"* ifadesini kullanmıştır. Burada doğrultu demesine rağmen kastettiği düzlemin normalidir ve düzlemin normalini bulmuştur. Normale dik olan bir doğrultu bulmak için iç çarpımları 0 olacak şekilde bir *u* yazmıştır. Bunu yapmasının sebebi istenilenin bir doğru olduğunu düşünmesidir. O yüzden bir noktası ve doğrultusu bilinen doğrunun denklemini yazabileceğini ifade etmiş ve doğrunun parametrik denklemini yazmıştır. Alternatif bir yolda olduğunu söylemiş ve çizerek göstermeye başlamıştır. Düzlemleri paralel olarak çizmiş ve normallerinin aynı olduğunu ifade etmiştir. Devamında P noktasının bilindiğini söylemiş ve düzlem üzerinde rastgele bir x noktası almıştır. *"Normal ile Px ifadeleri dik olduğu için iç çarpımı 0 olacaktır"* açıklamasını bulmuştur. İç çarpım ifadesinin sonucunda da aynı denklemi bulabileceğimizi ifade etmiştir. Sonuç olarak Ö$_1$ matematik öğretmen adayı iki farklı değerlendirme yapmıştır. Ancak soruyu düzlem yerine doğru olarak algılamıştır. İkinci çözümün ilk yaptığı çözümle işlem yapmamasına rağmen örtüştüğünü ifade etmiştir. Matematik öğretmen adayı farklı bakış açıları olsa da tutarlı bir yapı ve organizasyon yapamamıştır. Bu yüzden de Ö$_1$ matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

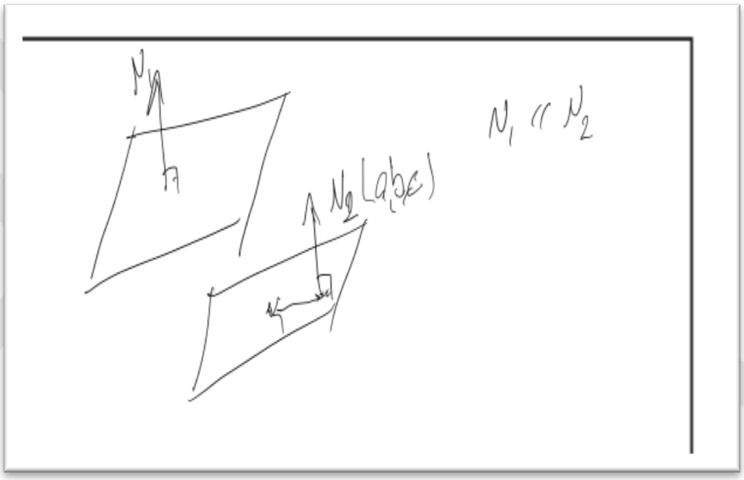
Ö$_2$'nin Dördüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 54: Ö$_2$'in Dördüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_2$ matematik öğretmen adayı ilk önce *"Düzlemin normalinden yararlanarak yapabiliriz."* açıklamasında bulunmuştur. İstenilen düzlemin normalinin de aynı olacağını ifade etmiş ve düzlemleri çizip verilen bilgileri yerleştirmiştir. Ancak düzlem denklemiyle doğru denklemini karıştırıp düzlem denklemi yerine doğru denklemini yazmıştır. Sonuç olarak Ö2 matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için basit düzeyde yerleştirme yapmış olsa da süreç boyunca kavramları karıştırmış ve çözüm ile doğrudan alakalı olmayan açıklamalarda bulunmuştur. Çözüm olarak sunduğu değerlendirmede yanlış ve yüzeysel bilgileriyle tutarlı bir cevap oluşturamamıştır. Ö2 matematik öğretmen adayı vermiş olduğu cevaplar doğrultusunda “Yapı Öncesi” seviyesindedir.

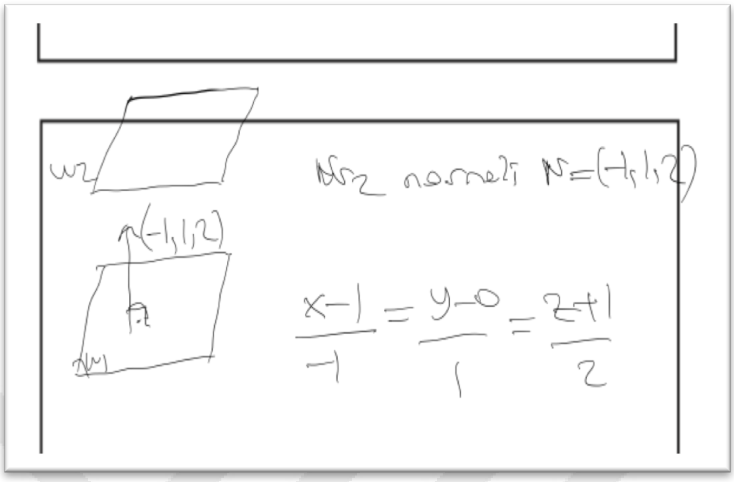
Ö3’ün Dördüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 55: Ö3’ün Dördüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö3 matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için *“eğer verilen düzleminin normalini bulursak istenilen düzlemin normaline eşit olabilir”* ifadesinde bulunmuştur. Ancak matematik öğretmen adayı düzlemin normalinin nasıl bulunduğunu unutmuş ve değerlendirmelerini normali bulmadan yapmıştır. Ardından matematik öğretmen adayı düzlemleri çizmiş ve bu normallerin eşit ve paralel olduğunu belirtmiştir. Varsayımda bulunarak düzlem üzerinde bir nokta alıp bir doğru oluşturulacağını ve bu düzlemin normaliyle dik olacağı için çarpımını 0’a eşitleneceğini ifade etmiştir. Sonuç olarak matematik öğretmen adayı iki düzlem arasındaki bağlantıyı doğru bir biçimde bulmuş ve düzlem üzerindeki noktayı nasıl kullanması gerektiğini doğru tespitlerle açıklamıştır. Ancak tüm bu değerlendirmeleri sonuçlandıramamıştır. Yani verilen bilgileri tam anlamıyla organize edememiş elindeki verilerle bir cevap sunamamıştır. Tüm bu değerlendirme doğrultusunda Ö3 matematik öğretmen adayı “Çok Yönlü Yapı” seviyesindedir.

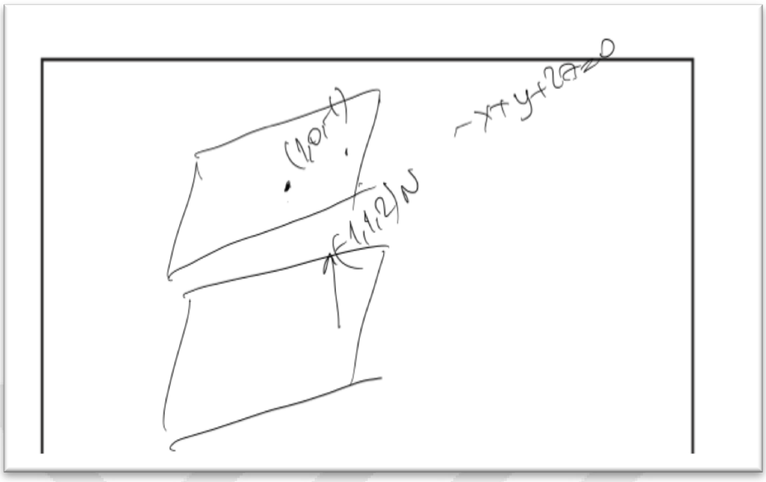
Ö4'ün Dördüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 56: Ö4'ün Dördüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö4 matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için öncelikle paralel iki düzlem çizmiş ve düzlemin normalini belirlemiştir. Ardından *"düzlemler birbirine paralel olduğu için normalleri de eşittir"* ifadesini kullanmıştır. Bir noktası ve normali bilinen düzlemin denklemini yazabileceğini ifade etmiştir. Ancak düzlem denklemi yazdığını düşünerek doğru denklemini yazmıştır. Bu çözüm için emin olduğunu ifade etmiştir. Sonuç olarak matematik öğretmen adayı birçok değerlendirmeyi doğru olarak ifade etmiştir. Hem normallerin birbiriyle eşit olduğunu hem de düzlem denklemi için gerekli olan bilgiler açıkça ifade etmiştir. Soru için gerekli bilgiler gerekçeleriyle birlikte sunmuştur. Fakat sorunun çözümü için bulduğu bilgileri düzlem denklemini bulma bağlamında ilişkilendirememiştir. Uygulamada yanlış öğrenme ya da geçici bir unutkanlık sorunu yaşamış olabilir. Tüm bu bilgiler doğrultusunda Ö4 matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

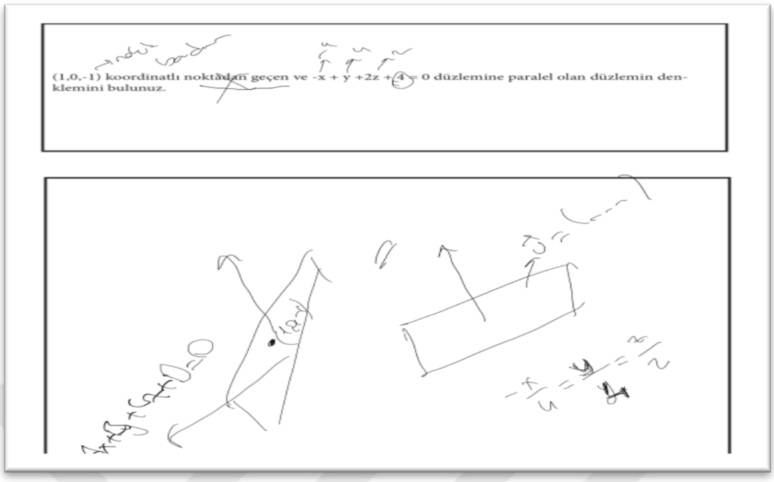
Ö$_5$'in Dördüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 57: Ö$_5$'in Dördüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_5$ matematik öğretmen adayı düzlemleri çizerek sorunun çözümüne başlamıştır. Ardından *"bu düzlemin normali istenilen düzleme diktir"* ifadesini kullanmıştır. Düzlemin normalini ve noktayı çizdiği şekil üzerinde göstermiştir. Düzlem denkleminin yazılması için istenilen düzlem üzerinde bir nokta seçilmesi gerektiğini belirtmiş ve ulaşılmak istenen düzlem üzerinde bir doğru oluşturup bu doğrunun normale dik olacağını söylemiştir. Sorunun çözüm sürecinde *"Bu düzlemler birbirine paralel olduğu için –x + y + 2z kısmı aynı olacak sadece d kısmı değişecektir"* açıklamasında bulunmuştur. Ancak düzlem denkleminin sabitini nasıl oluşturacağını bilmediğini ifade etmiştir. Sonuç olarak matematik öğretmen adayı istenilen düzlemin normalini verilmiş düzlemin normaliyle olan ilişkisini kurmuştur. Ayrıca istenilen düzlem üzerindeki doğruların normale dik olduğunu ifade etmiştir. Sorunun çözüm sürecinde paralel olduğu için x, y ve z kısmının aynı olacağı ifade etmiştir. Ancak bu eşitliğin normalle olan ilişkisini açıklayamamıştır. Düzlemin üzerindeki noktanın o düzlemi sağlamasıyla olan ilişkisini kuramamıştır. Tüm bunlardan yola çıkarak matematik öğretmen adayı verdiği değerlendirme ve açıklamalar arasında tutarlı ve anlamlı bir bağ kuramamıştır. Bazı bölümlerde bağımsız değerlendirmelerde bulunup cevaplamadan bıraktığı olmuştur. Kısaca tam bir organizasyondan bahsetmek mümkün değildir. Ö$_5$ matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

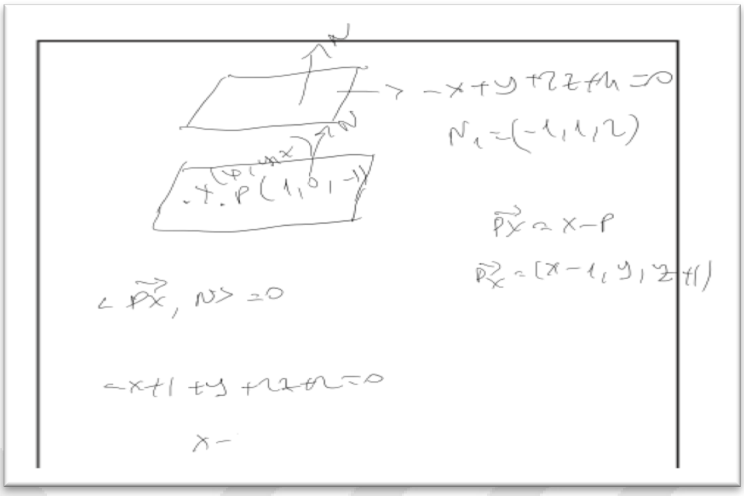
$Ö_6$'nın Dördüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 58: $Ö_6$'nın Dördüncü Probleme Verdiği Cevap

$Ö_6$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için öncelikle iki düzlem çizmiş ve soruda verilen düzlemi yerleştirmiştir. Ardından *"bunlar paralel ise doğrultmanları da paralel olmalı"* ifadesini kullanmıştır. Normalinin nasıl olduğunu çizmiş ancak değerleri tespit edememiş ve konuyla alakası olmayan denemeler yapmıştır. Birtakım varsayımlarda bulunarak çözüm için tahminlerden öteye geçmeyen değerlendirmeler yapmıştır. Sonuç olarak $Ö_6$ matematik öğretmen adayı çözümle ilişkili veriler sunamamıştır. Süreç içindeki açıklamalar yüzeysel kalmış, anlamlı ve tutarlı açıklamalardan uzak bir yol izlemiştir. Tüm bu veriler doğrultusunda $Ö_6$ matematik öğretmen adayı "Yapı Öncesi" seviyesindedir

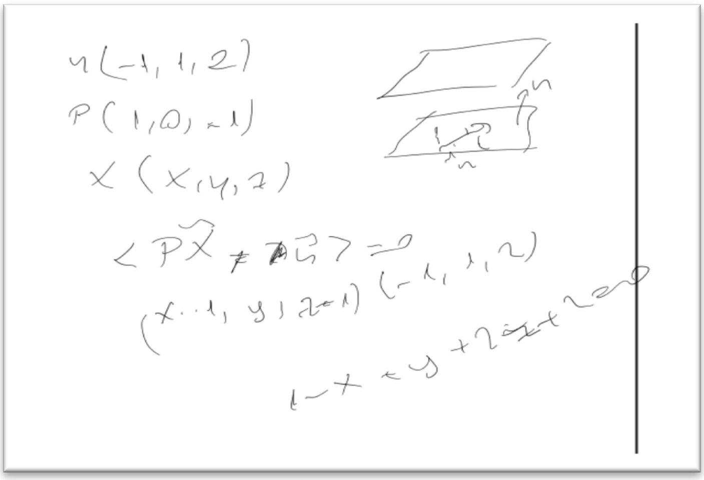
Ö$_7$’nin Dördüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 59: Ö$_7$’nin Dördüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_7$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için birbirine paralel iki düzlem çizerek başlamıştır. Ardından verilen noktayı düzlem üzerine konumlandırmış ve normallerin birbirine paralel olacağını belirtmiştir. Düzlemlere ait normali bulmuş ve *“geriye bir noktası ve normali bilinen doğrunun denklemini yazmak kalıyor”* ifadesini kullanmıştır. İstenilen düzlem üzerinde bir (x,y,z) noktasını almıştır. Bu noktayı kullanarak XP vektörünü bulabileceğini ifade etmiş ve bulmuştur. Vektörü bulduktan sonra *“XP vektörü ve düzlemin normali birbirine dik ve birbirlerine dik oldukları için iç çarpımları 0 olacaktır”* açıklamasında bulunmuştur. İç çarpımı gerçekleştirip düzlemin denklemini bulmuştur. Sonuç olarak matematik öğretmen adayı soru çözümünde normaller arasındaki ilişkiyi kurmuş ve düzlem çizimi için gerekli olan verileri doğru bir şekilde açıklamıştır. Sonrasında istenilen düzlemde bir vektör oluşturup düzlemin normaliyle olan ilişkisini kurmuş ve iç çarpımın 0 eşit olmasını açıklayabilmiştir. Tüm bu işlemleri matematiksel dile ve işaretlere dikkat ederek gerçekleştirmiştir. Görüldüğü üzere Ö$_7$ matematik öğretmen adayı değerlendirmelerini tutarlı bir şekilde organize edebilmiştir. Tüm bu değerlendirmeler sonucunda Ö$_7$ matematik öğretmen adayı “Soyutlanmış Yapı” seviyesindedir.

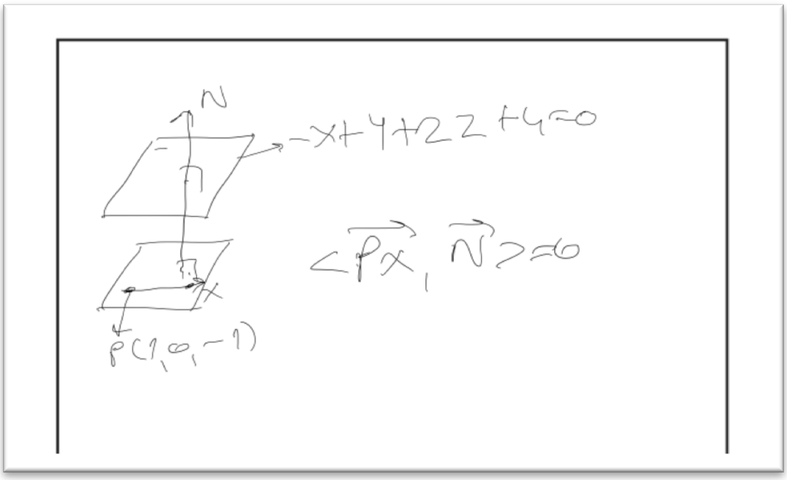
Ö8’in Dördüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 60: Ö8’in Dördüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö8 matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için öncelikle *“düzlemler birbirlerine paralel olduğuna göre normalleri de aynı olur zaten”* ifadesini kullanmış ve temsili olarak paralel düzlemler çizmiştir. Ardından istenilen düzlemin denklemi için noktanın da bilindiğini ve denklemi yazabileceğini belirtmiştir. İstenilen düzlem üzerinde bir vektör oluşturmak için X= (x, y z) noktası seçmiş ve “*PX ile düzlemin normali dik o yüzden iç çarpımları 0’ dır”* ifadesini kullanmıştır. Problemin çözümü için iç çarpımı gerçekleştirip düzlemin denklemini bulmuştur. Sonuç olarak matematik öğretmen adayı normallerin birbiriyle olan eşitliğini gerekçesiyle açıklamıştır. Düzlemin denklemini bulmak için gerekli olan unsurların tespitini yapmıştır. Bu unsurları belirlerken matematiksel sembolleri kullanıp açıklamalarını da bu doğrultuda yürütmüştür. Çözüm sürecinde gerekli organizasyonu tam saplayıp soru için gerekli matematiksel ifadeleri yeterli düzeyde kullandığı için Ö8 matematik öğretmen adayı “Soyutlanmış Yapı” seviyesindedir.

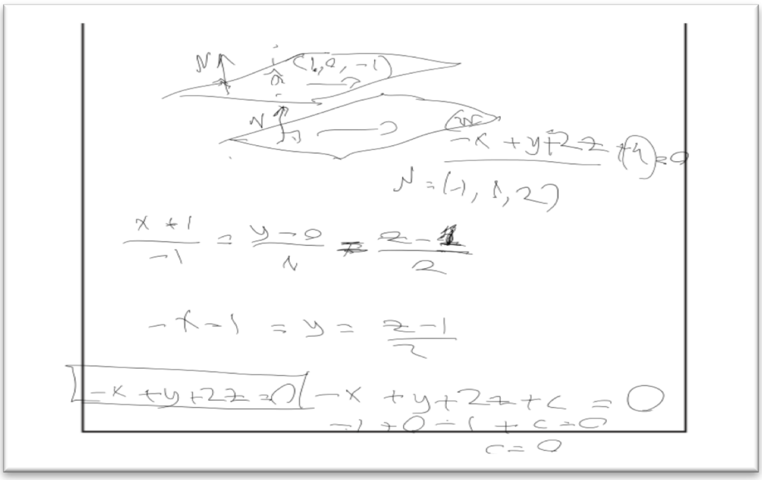
Ö$_9$'un Dördüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 61 : Ö$_9$'un Dördüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_9$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı *"eğer iki düzlem paralel normalleri aynıdır"* ifadesini kullanmıştır. Ardından paralel olacak şekilde iki tane temsili düzlem çizmiş ve verilen düzlem denklemi ile noktayı çizimi üzerine konumlandırmıştır. Düzlemin denklemini yazmak için değişken bir nokta olan bir *x* noktası alacağını belirtmiştir. Seçilen *x* noktası ve verilen noktayla bir vektör oluşturmuştur. Sonrasında *"Bu vektör ve normalin iç çarpımı sıfırdır"* ifadesini kullanmıştır. Ancak düzlemin normalini bulmada sorun yaşadığı için denklemi tam olarak yazamamıştır. Sonuç olarak Ö$_9$ matematik öğretmen adayı düzlemlerin normal ilişkisini doğru kurmuş ve istenilen düzlem üzerinde bir vektör oluşturup bu vektörün normalle iç çarpımının sıfır olacağını açıklayabilmiştir. Ancak tüm süreç boyunca soru için basit düzeyde bilgi eksikliğinden dolayı düzlemin normalini tespit edememiştir. Sonuç olarak Ö$_9$ matematik öğretmen adayı birçok doğru değerlendirmede bulunmuştur ancak bunları tutarlı bir şekilde ilişkilendirememiştir. Gerekli cevabı öne sürdüğü bilgiler doğrultusunda neticelendiremediği için Ö$_9$ matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

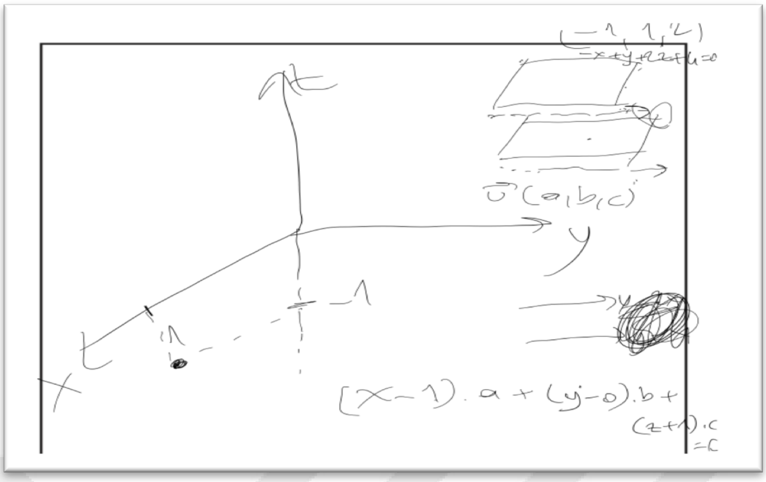
Ö$_{10}$'un Dördüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 62: Ö$_{10}$'un Dördüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı "E*ğer paraleller ise normaller eşittir*" ifadesini kullanıp temsili olarak düzlemleri çizmiştir. Verilen noktayı ve denklemi çizimi üzerinde konumlandırmıştır. Ardında verilen düzlemin normalini bulmuş ve istenilen düzlemin normali ile aynı olacağını belirtmiştir. Öncelikle bir noktası ve doğrultusu verilen doğru denklemi bulması gerektiğini düşünmüş ancak hatasını anlayıp düzlemin denklemini yazması gerektiğini ifade etmiştir. Düzlemin denklemini yazmak için *"-x + y + 2z kısmının eşit 4 olan kısım değişecek*" ifadesini kullanmıştır. Sorunun devamında istenilen düzlem denkleminin -x + y + 2z + c =0 şeklinde olacağını söylemiş ve soruda verilen noktayı sağlayacağını belirtmiştir. Ancak noktayı -x + y + 2z + c =0 ifadesinde yerine yazarken işlem hatası yapmış ve *c* değerini yanlış bulmuştur. Sonuç olarak Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı birçok veriyi ve değerlendirmeyi çözüm sürecinde sunmuştur. Fakat değerlendirmelerinde tutarlı bir organizasyon sağlayamamış ve soruyu neticelendirememiştir. Bu sebeplerden ötürü Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

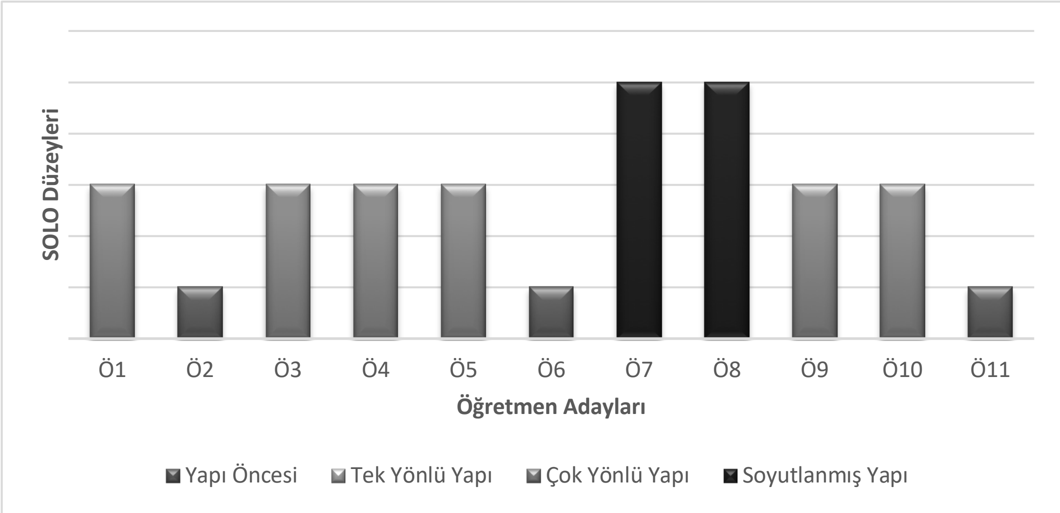
Ö$_{11}$'in Dördüncü Probleme Verdiği Cevap



Şekil 63: Ö$_{11}$'in Dördüncü Probleme Verdiği Cevap

Ö$_{11}$ matematik öğretmen adayı öncelikle verilen noktayı koordinat düzleminde göstermiştir. Amacının verilen noktadan geçen düzlem denklemini bulmak olduğunu ifade etmiştir. Verilen ve istenilen düzlemleri temsili olarak çizmiş, verilen denklemi ve noktayı bu çizimler üzerine yerleştirmiştir. Devamında paralel doğrulardan yararlanarak düzlem denkleminin nasıl yazılacağına ilişkin fikir yürütmüştür ancak başarısız olmuştur. Düzlem denklemini yazmak için düzlemin doğrultusunun bilinmesi gerektiğini fark etmiştir ve doğrultmanlarının iç çarpımlarının 1 olacağını ifade etmiştir. Ancak varsayımda bulunarak bir düzlem denklemi yazmaya çalışmıştır. Görüldüğü üzere Ö$_{11}$ matematik öğretmen adayı soruyla ilgili olarak sadece basit düzeyde verilenleri çizmekten ve noktayı düzlem üzerine yazmanın dışında öte bir değerlendirmede bulunamamıştır. Ayrıca konuya ilişkin bilgi eksikliği ve kavram yanılgıları yüksek düzeydedir. Sonuç olarak Ö$_{11}$ matematik öğretmen adayı çözüm için herhangi doğru bir öneri ve değerlendirmede bulunamadığı için "Yapı Öncesi" seviyesindedir.

Genel olarak dördüncü soru için verilen cevaplarda yanlış algılama ya da dikkat dağınıklığından dolayı düzlem denklemi yerine doğru denklemi yazma hatası yapıldığı gözlemlenmiştir. Matematik öğretmen adaylarının soruda verilen bilgileri büyük oranda doğru yerleştirmiş ve ifade etmişlerdir. Aşağıdaki tabloya baktığımızda üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının dördüncü soru için SOLO seviyelerini genel bir çerçeveden görebiliriz.

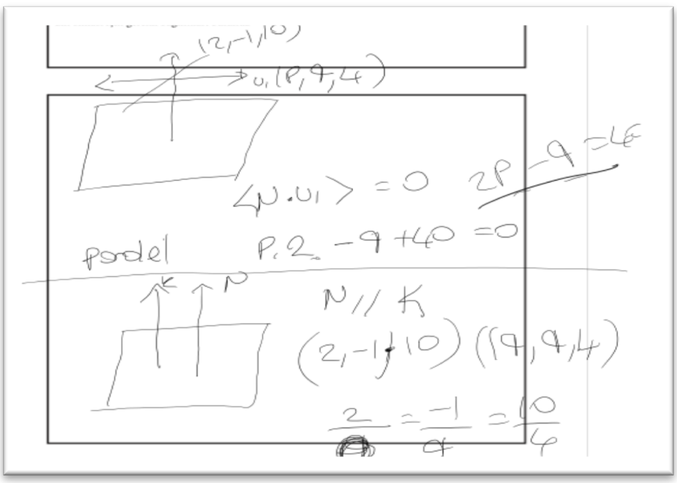


Şekil 64: Matematik öğretmen adaylarının 4. soru için verdikleri cevapların SOLO seviyeleri

Matematik öğretmen adaylarının dördüncü soruya verdikleri cevaplar doğrultusunda 2 kişi "Yapı Öncesi", 6 kişi "Çok Yönlü Yapı" ve 2 kişi "Soyutlanmış Yapı" seviyesindedir. Verilen cevaplara bakıldığında büyük çoğunluğu "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir. Görüldüğü üzere matematik öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu dördüncü soru için "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir. Matematik öğretmen adaylarının dördüncü soru için verdikleri cevaplara bakıldığında "Tek Yönlü Yapı" ve "İlişkisel Yapı" seviyesinde cevap bulunmamaktadır.

4.4.5. Matematik Öğretmen Adaylarının Beşinci Probleme Verdikleri Cevaplar

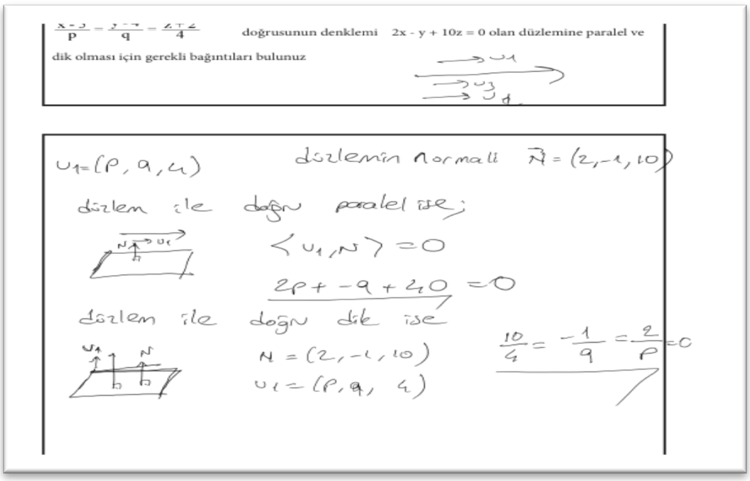
Ö$_1$'in Beşinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 65: Ö$_1$'in Beşinci Probleme Verdiği Cevap

$Ö_1$ matematik öğretmen adayı öncelikle düzlemi çizmiş ve doğrunun düzleme paralel olma durumunu inceleyeceğini belirtmiştir. Doğruya ait doğrultuyu yazdıktan sonra düzlemin normali bulup *"eğer paralellerse düzlemin normaliyle doğrunun doğrultusu diktir. O zaman <N, u_1> iç çarpımı sıfırdır."* açıklamasında bulunmuştur. Sorunun devamında iç çarpımı gerçekleştirip istenilen bağıntıyı yazmış ve dik olması durumunu incelemiştir. Ardından düzlem ve doğrunun birbirine dik olduğu temsili şekli çizmiştir. Düzlemin normali ve doğrunun doğrultmanının paralel olacağını belirtmiştir. Düzlem ve doğruyu kastederek "*Eğer paralel ise aralarında bir orantı var. Çünkü k katıdır"* ifadesini kullanarak istenilen bağıntıyı yazmıştır. Ayrıca *p* ve *q* değerlerindeki değişimin doğruyu değiştireceğini belirtmiş ancak iki değerlendirme için *p* ve *q* değişkenlerindeki değişimin bağıntıları nasıl etkileyeceğini tam olarak ifade edememiştir. Sonuç olarak $Ö_1$ matematik öğretmen adayı dik ve paralel olma durumlarında doğrultman-normal ilişkilerini doğru ve tutarlı bir şekilde kurmuş ve sorunun cevabını vermiştir. Ancak çözüm sürecinde matematiksel dili kullanımı ve p ve q değerlerinin değişiminin matematiksel olarak açıklama gibi genelleme gerektiren üst düzey düşünmeyi gerçekleştirememiştir. Tüm bu bilgiler doğrultusunda $Ö_1$ matematik öğretmen adayı doğru cevabı bulması ve çıkarımları arsında bağlantı kurabilmesinden dolayı "İlişkisel Yapı" seviyesindedir.

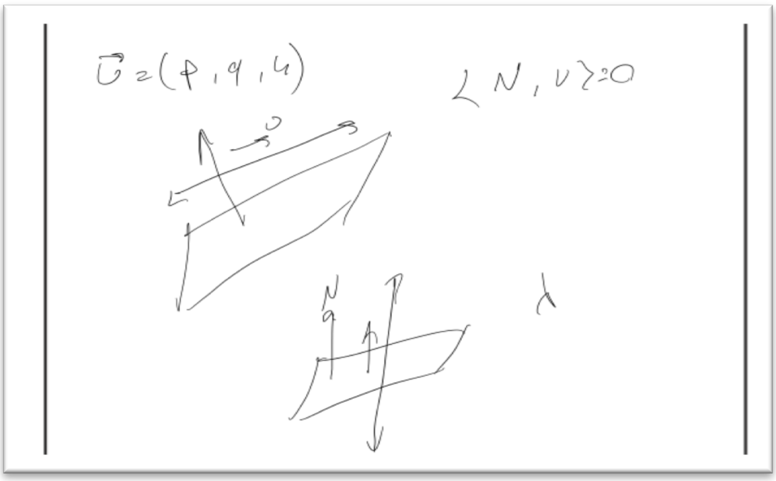
$Ö_2$'nin Beşinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 66 : $Ö_2$'nin Beşinci Probleme Verdiği Cevap

$Ö_2$ matematik öğretmen adayı öncelikle *"doğru düzleme paralel ise doğrunun* *normali ile düzlemin normali birbirine diktir"* ifadesini kullanmıştır. Kullandığı ifadede *"doğrunun normali"* ibaresi kullanırken doğrunun doğrultmanını kastetmiştir. Cevabının devamında *"sonuç yine Öklid dik iç çarpımından sıfır olur"* açıklamasında bulunmuştur. Doğruya ait doğrultmanı (öğretmen adayına göre normal) ve düzlemin normalini belirtmiş. Sonrasında belirlediği verileri temsili şekil üzerinde konumlandırmıştır. Temsili şekil üzerinde fikir yürüttükten sonra iç çarpımı bulmak için gerekli eşitliği yazıp çözmüştür. Diğer taraftan *"düzlem ile doğru dik ise düzlemin normali ile doğrunun normali birbirine paralel"* olacağını belirtmiştir. Sorunun çözümü sırasında "*düzlemin normali doğrunun normalinin 2,5 katı olacaktır"* ifadesini kullanmıştır. Ardından doğrunun doğrultmanı ile düzlemin normalini birbirine eşitleyerekten istenilen bağıntıya ulaşmıştır. Sonrasında *p* ve *q* değerlerindeki değişimin yazılan bağıntıları nasıl etkileyeceğini aynı zamanda *p* ve *q* arasındaki iki bağıntıdaki değerlerin ilişkisinin durumu sorulduğunda matematiksel olarak bir açıklama getirememiştir. Görüldüğü üzere Ö$_2$ matematik öğretmen adayı verilen bilgileri doğru tespit etmiş ancak doğrunun doğrultmanının normalmiş gibi isimlendirmesi ön plana çıkmıştır. Sonra elindeki bilgileri tutarlı bir şekilde kullanaraktan cevaba ulaşmıştır. Ancak bulduğu bağıntılardan genellemelere ulaşması beklendiğinde bunu gerçekleştirememiştir. Tüm bunların sonucunda Ö$_2$ matematik öğretmen adayı "İlişkisel Yapı" seviyesindedir.

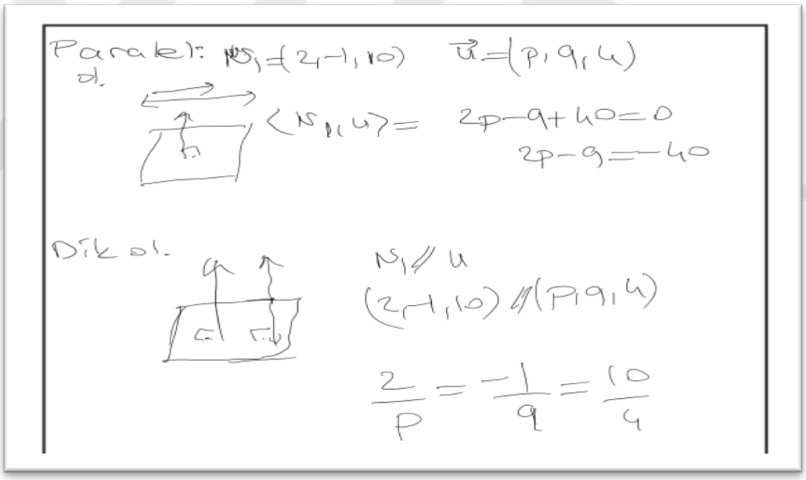
Ö$_3$'ün Beşinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 67 : Ö3'ün Beşinci Probleme Verdiği Cevap

Ö$_3$ matematik öğretmen adayı öncelikle verilen doğrunun doğrultusunu bulabileceğini ifade edip u= (p, q,4) ifadesini yazmıştır. "*Eğer normalini bulabilirsem düzlemin normali u'ya dik olacak ve iç çarpımı sıfır olacaktır*" açıklamasında bulunmuştur. Diğer taraftan "*doğru düzleme dik olsaydı eğer doğrunun doğrultmanıyla düzlemin normali birbirine paralel olacaktır. Burada birbirinin λ katı kadar olacaktır*" açıklamasında bulunmuştur. Ancak matematik öğretmen adayı normali bulmada sorun yaşadığı için işlemlerin devamını getirememiştir. Sonuç olarak $Ö_3$ matematik öğretmen adayı doğrunun düzlem ile olan durumlarını doğru tespit etmiş ancak normalin değerini hesaplayamadığı için öne sürdüğü değerlendirmelerin uygulamasını yapamamıştır. Sonuç olarak matematik öğretmen adayı soru için farklı değerlendirmelerde bulunsa da soru için gerekli organizasyonu yapamadığı için cevap verememiştir. Tüm bu bilgiler doğrultusunda $Ö_3$ matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

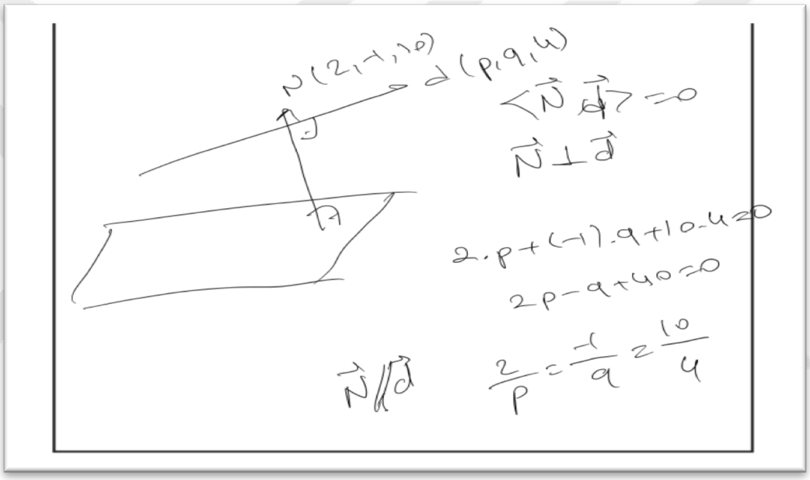
$Ö_4$'ün Beşinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 68 : $Ö_4$'ün Beşinci Probleme Verdiği Cevap

$Ö_4$ matematik öğretmen adayı öncelikle düzlemin normalini ve doğrunun doğrultmanını yazmıştır. Sonrasında doğru ve düzlemi temsil eden şekiller çizmiştir. Ardından *"düzlemin normali ve doğrunun doğrultmanı birbirine dik olduğu için iç çarpımları sıfıra eşittir"* ifadesini kullanmıştır. Sorunun devamında ise iç çarpımı yapıp bağıntıyı yazmıştır. Dik olma durumunu göstermek için verilen bilgileri temsil eden şekli çizmiş ve *"doğru düzleme dikse normale paralel oluyor"* açıklamasında bulunmuştur. N_1//u ifadesini yazarak *"eğer paralel ise oranları birbirine eşittir çünkü λ katı kadar olacaktır"* açıklamasında bulunmuştur. Son olarak *p* ve *q* değerlerinin iki değerlendirme için aynı olmadığını çünkü aynı değerleri alamayacağını belirtmiştir. Ardından p ve q değerleri kendi içerisinde bağımlı ancak dik olma ve paralel olma durumlarıyla bağımsız olacağını ifade etmiştir. Kısaca p ve q değerlerinin alacağı değerlerin iki bağıntıyı da sağlamayacağını açıklamıştır. Sonuç olarak matematik öğretmen adayı farklı durumların organizasyonunu tutarlı bir cevap oluşturacak şekilde yazmıştır ayrıca bunu yaparken de matematiksel dili ve sembolleri doğru bir şekilde kullanmıştır. Daha sonrada p ve q hakkında genelleyici bir fikir beyan edebilmiştir. Tüm bu bilgiler doğrultusunda $Ö_4$ matematik öğretmen adayı "Soyutlanmış Yapı" seviyesindedir.

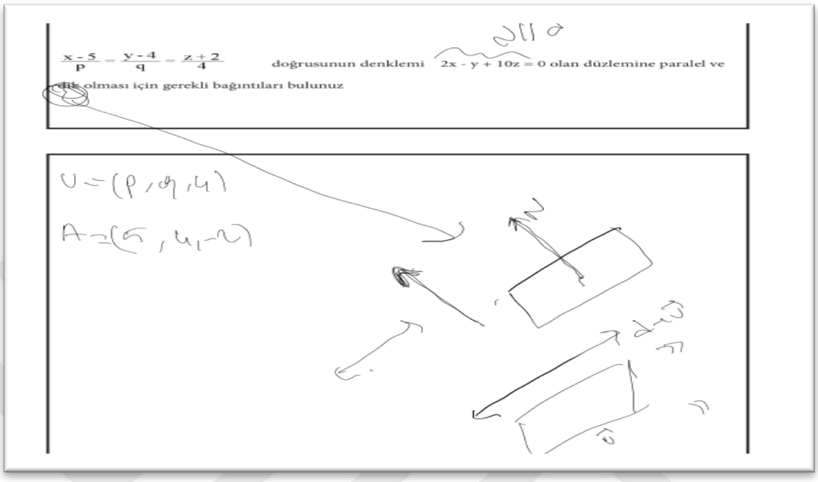
$Ö_5$'in Beşinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 69 : $Ö_5$'in Beşinci Probleme Verdiği Cevap

$Ö_5$ matematik öğretmen adayı öncelikle *"eğer doğru düzleme paralel ise düzlemin normali ile doğrusu birbirine diktir"* ifadesini kullanıp doğru ve düzlemi temsil eden şekilleri çizmiş ayrıca düzlemin normalinin ve doğrunun doğrultmanının değerlerini yerleştirmiştir. <N,d> ifadesinin çarpımının 0 a eşit olacağını belirtmiş ve iç çarpımın değerini hesaplayıp istenilen bağıntıyı kurmuştur. Diğer taraftan *"dik olduğu durumda N//d olacaktır. Paralel olduğu zamanda oranlıyorduk"* ifadesini kullanmıştır. Sonra bahsettiği oranlamayı yapmış ve istenilen bağıntıyı kurmuştur. Sonuç olarak $Ö_5$ matematik öğretmen adayı paralel ve dik olma durumlarında doğrultman ve normalin birbirine göre olan durumlarını açıklamıştır. İç çarpımın sıfır olmasını gerekçelendirse de oranlama yapmasının gerekçesini açıklayamamıştır. Ancak $Ö_5$ matematik öğretmen adayı verilen bilgileri doğru bir şekilde belirtmiş ve değerlendirmeleri arasında tutarlı cevap oluşturabilmiştir. Çözümleri sırasında matematiksel sembolleri zayıf düzeyde olsa da doğru kurmasına rağmen istenilen genellemelerde bulunamamıştır. Tüm verilenler doğrultusunda $Ö_5$ matematik öğretmen adayı "İlişkisel Yapı" seviyesindedir.

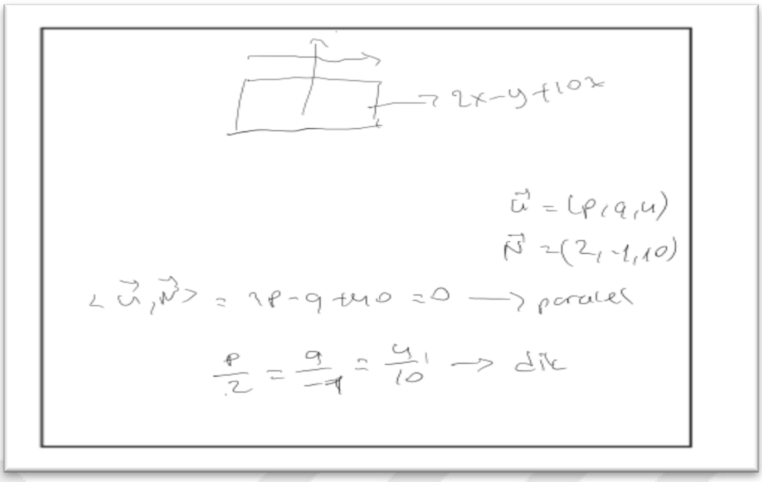
$Ö_6$'nın Beşinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 70 : $Ö_6$'nın Beşinci Probleme Verdiği Cevap

$Ö_6$ matematik öğretmen adayı öncelikle doğruya ait *u* doğrultmanını yazmış ve doğruyu sağlayan A noktasını belirtmiştir. Ardından verilenleri temsil eden şekilleri çizmiş ve *"düzlemin normali ile doğru birbirine paralel olacaktır"* ifadesini kullanmıştır. Doğrunun düzleme dik olduğu durumda "*düzlemin normali ile doğru birbirine paralel olur sonra oranlarım*" açıklamasında bulunmuştur. Ancak $Ö_6$ matematik öğretmen adayının yapmış olduğu tespitler yüzeysel kalmış ve tutarlı bir çerçeve çizememiştir. Basit düzeyde verileri yerleştirmiş, sadece normal ve doğru ilişkisi üzerine odaklanmıştır. $Ö_6$ matematik öğretmen adayı bu verilenler doğrultusunda "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir.

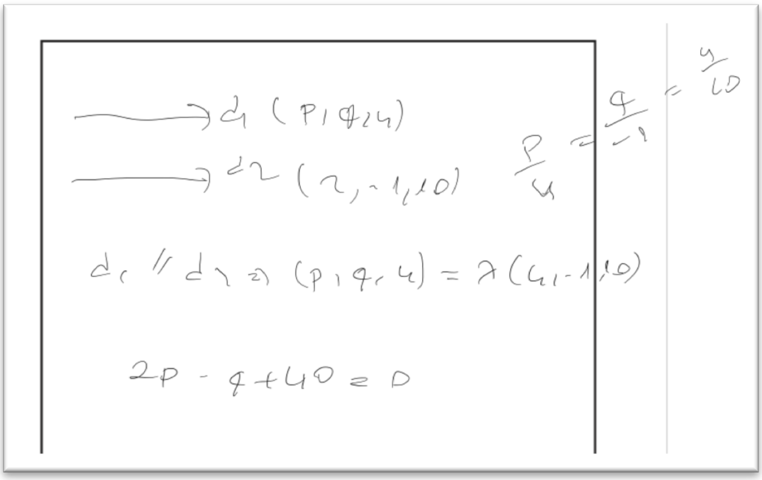
Ö$_7$'nin Beşinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 71 : Ö$_7$'nin Beşinci Probleme Verdiği Cevap

Ö$_7$ matematik öğretmen adayı sorunun cevabı için öncelikle verilenleri şekil üzerinde göstermek ve yorumlamak istemiştir. Ardından "*eğer birbirine paralel ise doğrumuzun doğrultusuyla düzlemin normali birbirine diktir*" açıklamasında bulunmuş ve doğrunun doğrultusunu, düzlemin normalini yazmıştır. Bu durumda iç çarpımlarının sıfıra eşit olacağını belirtmiş ve iç çarpımı yaparak istenilen bağıntıyı yazmıştır. Diğer taraftan doğrunun düzleme dik olma durumu için *"doğrunun doğrultmanı ile düzlemimizin normali birbirine paraleldir."* açıklamasını yapmıştır. Uzun süre düşündükten sonra doğrunun doğrultmanı ve düzlemin normalinin katsayıları oranının eşit olacağını düşünmüştür. Kullandığı ifade düşük olsa da istenilen bağıntıyı yazabilmiştir. Sonuç olarak Ö$_7$ matematik öğretmen adayı normal ve doğrultman arasındaki ilişkileri doğru ifade etmesine rağmen kullanılan terimlerin yazılan ifadelerin karşılığı olmadığı zamanlar olmuştur. Örneğin normal yerine norm ifadesini çok sık kullanmıştır. Çözüm sürecinde sonuçları doğru bulsa da gerekçelendirmelerindeki düşüklük ve çözüm sürecindeki yüzeysellik değerlendirmelerinde tam manasıyla bir organizasyon sağlayamamıştır. Bu sebeplerden ötürü Ö$_7$ matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir

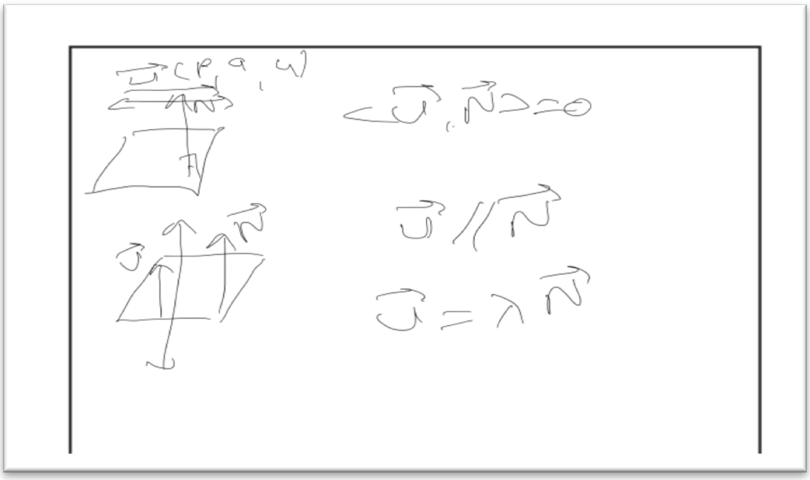
Ö8'in Beşinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 72 : Ö8'in Beşinci Probleme Verdiği Cevap

Ö8 matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için doğru ve düzlemi ikisini de doğru gibi algılayıp doğrultularını yazmıştır. Aslında d_2 olarak kabul ettiği doğrultman düzlemin normalidir. Sonrasında "*d_1 // d_2 ise (p,q,4)=λ(4,-1,10) yani bunların oranlarıdır*" açıklamasını yazmıştır. Ardından normalle doğrultmanın değerlendirilmesi sonucu istenilen bağıntılardan birini yazmıştır. Ancak bu bağıntının doğrunun düzleme göre hangi durumuna göre olduğunu açıkça söylememiştir. İç çarpımlarının sıfır olacağını söyledikten sonra iç çarpımı yapıp istenilen bağıntıyı bulmuştur. Sonuç olarak Ö8 matematik öğretmen adayı bağıntıları bulmuş olsa da normallerin ve doğrultmanın durumuna göre değerlendirmiş ve bunu yaparken doğrunun düzleme göre olan konumlarını açıklamasından bağımsız olarak yapmıştır. Her ne kadar bağıntıları düzgün yazsa da çoğu işlemde birbirinden bağımsız hareket etmiş tam bir ilişkilendirme yapamamıştır. Ayrıca konuya ilişkin kavram yanılgısı mevcuttur. Tüm bunlar göz önünde bulundurulduğunda Ö8 matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

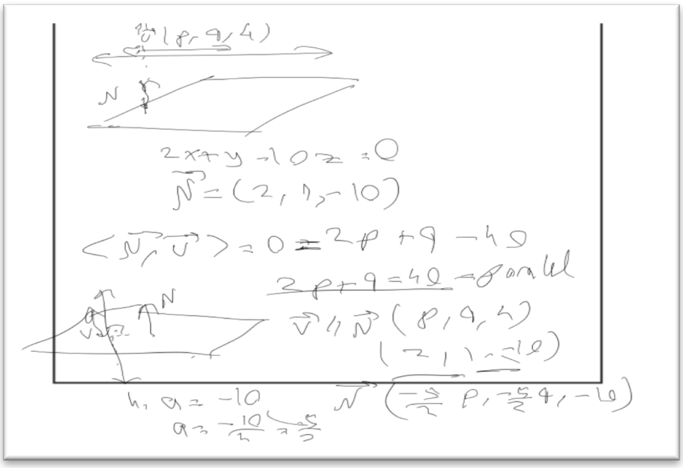
Ö$_9$'un Beşinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 73 : Ö$_9$'un Beşinci Probleme Verdiği Cevap

Ö$_9$ matematik öğretmen adayı doğruyla düzlemin paralel olma durumunu temsil eden geometrik şekilleri çizmiştir. Sonra doğrunun doğrultmanını tespit etmiş ancak normali yazamamıştır. Ardından "*bunların normali ve doğrultmanı dikmiş o zaman iç çarpımı sıfırdır*" açıklamasında bulunmuştur. Ancak normali bulamadığı için istenilen bağıntıyı yazamamıştır. Diğer durum için temsili şekilleri çizmiş ve "*normal ve doğrultman paralel oluyor yani u=λN gibi u N'in belli bir katı oluyor*" ifadesiyle açıklamıştır. Ancak matematik öğretmen adayı düzlemin normalini bulamadığı için istenilen bağıntıları yazamamıştır. Sonuç olarak sorunun cevabı için farklı değerlendirmeler sunmuştur ancak birtakım bilgi eksiklilerinden dolayı bunlar arasında organizasyonu sağlayamamıştır. Ö$_9$ matematik öğretmen adayı bu bilgiler doğrultusunda "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

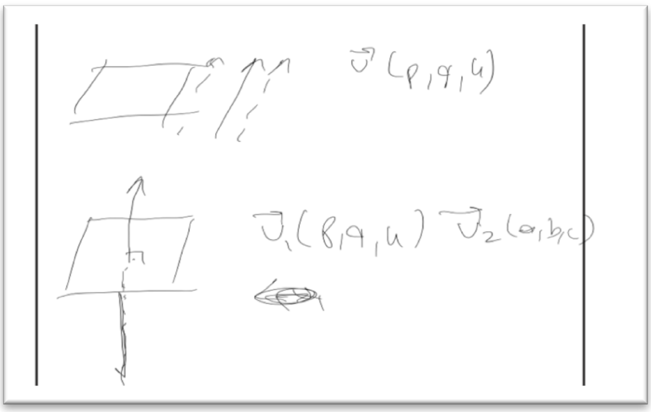
Ö$_{10}$'un Beşinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 74 : Ö$_{10}$'un Beşinci Probleme Verdiği Cevap

Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı öncelikle birinci durum için verilenleri temsili olarak çizmiştir. Sonra verilen bilgileri bu çizimi üzerine yerleştirmiş ve *"dikse şayet iç çarpımlar sıfır olur"* ifadesini kullanmıştır. İç çarpımı yapıp istenilen bağıntıyı bulmuştur. Diğer taraftan dik olma durumu için temsili şekilleri çizip verilen bilgileri yerleştirmiştir. Doğrunun doğrultmanı ve düzlemin normali birbirine paralel ise birbirinin katıdır düşüncesiyle istenilen bağıntıyı yazmıştır. Sonuç olarak Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı farklı değerlendirmeleri doğru bir şekilde organize etmiştir. Tutarlı bir cevap oluşturarak gerekli ilişkilendirmeleri yapmıştır. Tüm bu nedenlerden dolayı Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı "İlişkisel Yapı" seviyesindedir.

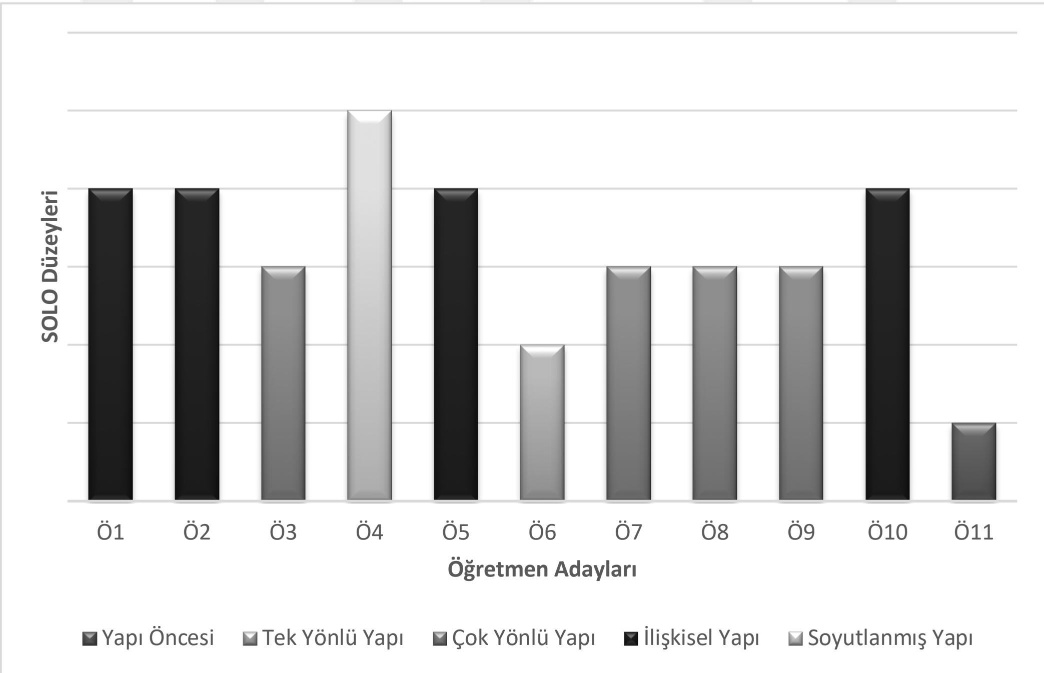
Ö$_{11}$'in Beşinci Probleme Verdiği Cevap



Şekil 75 : Ö$_{11}$'in Beşinci Probleme Verdiği Cevap

$Ö_{11}$ matematik öğretmen adayı öncelikle *"eğer paralel olsaydı ikisinin doğrultmanları aynı olacaktır"* ifadesini kullanmış ve ifadesini temsil eden şekli çizmiştir. Sonra doğrunun doğrultmanını yazmıştır. Ardından düzlemin doğrultmanıyla çarptığında çarpımların bir olacağını ifade etmiştir. Dik olma durumu içinde *"doğrultmanları birbirine dik olacak ve iç çarpımları sıfır olacaktır"* ifadesini kullanmıştır. Sonuç olarak matematik öğretmen adayının cevabında sık sık kavramları karıştırma ve bilgi eksikliği mevcuttur. Öğretmen adayı ifadeleri doğru çizse de açıklamaları yanlıştır. Değerlendirmelerinin çözüm için geçerli ve tutarlı yönleri çok azdır. Tüm bu sebeplerden ötürü $Ö_{11}$ matematik öğretmen adayı "Yapı Öncesi" seviyesindedir.

Genel olarak matematik öğretmen adaylarının beşinci soru için verdikleri cevaplarda doğrultman ve normal ilişkisini doğru ifade etmişlerdir. Ancak bunları gerekçelendirmek ve matematiksel bir dilde aktarmak konusunda sorun yaşamışlardır. Aşağıdaki tabloya baktığımızda üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının beşinci soru için SOLO seviyelerini genel bir çerçeveden görebiliriz.



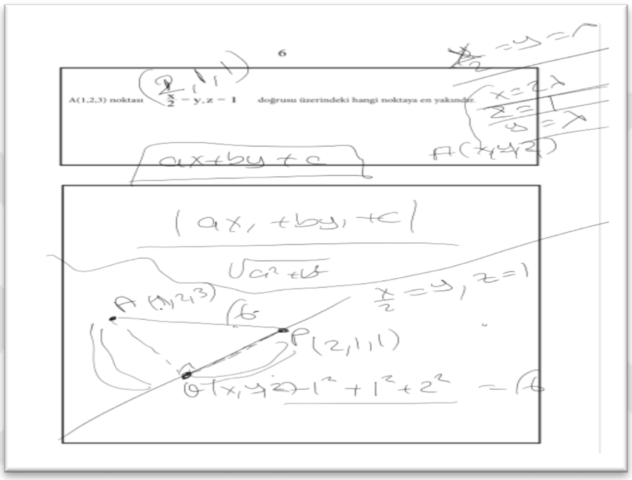
Şekil 76: Matematik öğretmen adaylarının 5. soru için verdikleri cevapların SOLO seviyeleri

Matematik öğretmen adaylarının beşinci soruya verdikleri cevaplar doğrultusunda 1 kişi "Yapı Öncesi", 4 kişi "Çok Yönlü Yapı", 1kişi "Tek Yönlü Yapı", 4 kişi "İlişkisel

Yapı” ve 1 kişi “Soyutlanmış Yapı” seviyesindedir. Verilen cevaplara bakıldığında matematik öğretmen adaylarının “İlişkisel Yapı” ve “Çok Yönlü Yapı” seviyesindeki sayıları aynıdır. Matematik öğretmen adaylarının beşinci soru için verdikleri cevaplara bakıldığında tüm seviyelerden kişi bulunmaktadır.

4.4.6. Matematik Öğretmen Adaylarının Altıncı Probleme Verdikleri Cevaplar

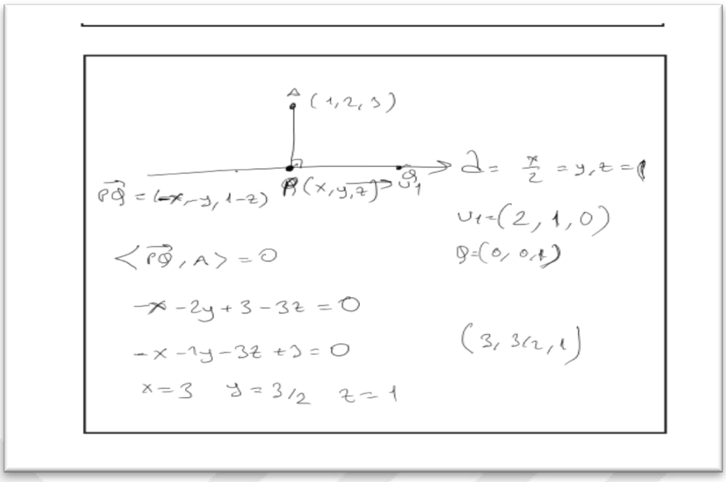
Ö$_1$’in Altıncı Probleme Verdiği Cevap



Şekil 77: Ö$_1$’in Altıncı Probleme Verdiği Cevap

Ö$_1$ matematik öğretmen adayı öncelikle bir noktanın doğruya olan uzaklığını verdiğini söylediği bir formül yazmıştır. Sonra soruda verilen doğru denklemini buna uyarlamak istemiş ancak başarısız olmuştur. Bir doğru çizip doğrunun dışında bir A noktası seçmiş ve A(1,2,3) noktasından doğruya bir dik indirip doğruya değdiği noktaya Q noktası ismini vermiştir. Doğru üzerinde başka bir P(2,1,1) noktası seçmiş ve bunu denklemden yararlanarak belirlemiştir. Sonrasında AP arası uzaklığı bulmuş ancak bu uzunluğun önemli olmadığını fark etmiştir. Denklemden yararlanarak *x* ve *y* değerlerini tek bir değişken cinsinden yazmıştır. Ancak sorunun devamında bulduklarını nasıl kullanabileceğini ifade edememiştir. Sonuç olarak matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için birbirinden bağımsız birçok değerlendirmede bulunup kısa sürede devam ettirmeyip vazgeçmiştir. Tüm bu bilgiler doğrultusunda “Çok Yönlü Yapı” seviyesindedir.

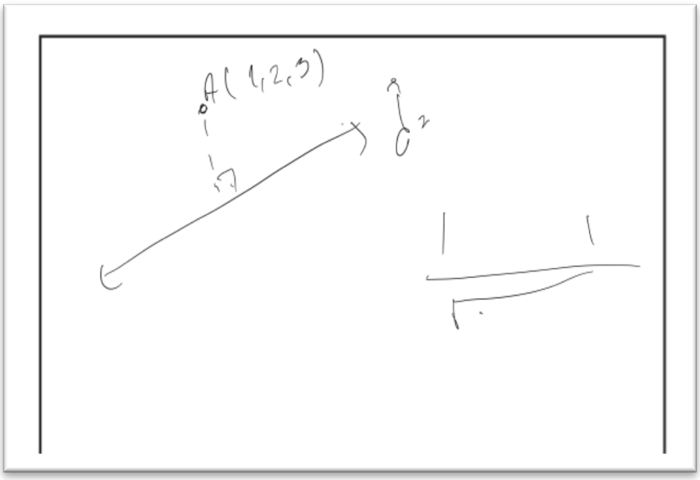
Ö$_2$'nin Altıncı Probleme Verdiği Cevap



Şekil 78 : Ö$_2$'nin Altıncı Probleme Verdiği Cevap

Ö$_2$ matematik öğretmen adayı öncelikle denklemi verilen doğruyu temsili olarak çizmiş ve denklemi yazmıştır. Dışardan bir nokta alıp *"En kısa olması için dik olması gerekiyor."* ifadesini kullanmış, dışarda seçtiği A noktasının değerini yazıp doğruya bir dik çizmiştir. Sonrasında *"Eğer dik ise iç çarpımları sıfıra eşitleriz."* açıklamasında bulunmuş, doğrunun doğrultmanını belirlemiştir. Doğru üzerinde çizdiği dikin doğruya değdiği noktayı P noktası olarak göstermiş ve denklemden yararlanarak doğru üzerinde Q noktasını yazmıştır. PQ vektörünü elde edip A noktası ile iç çarpım yapıp sonucu sıfıra eşitlemiş ve işlemin sonunda y ve z değerlerini 0 eşitleyip x değerini bulmuştur. Bulduğu değeri denklemde kullanarak y ve z değerlerini göstermiştir. Sonuç olarak Öğretmen adayı iç çarpımı nokta ve vektör arasında yaptığı için hatalı çözüm gerçekleştirmiştir. Ancak çözüme ulaşamasa da farklı değerlendirme ve bilgiler sunmuştur. Tüm bunlara rağmen tutarlı bir cevap için gerekli organizasyonu sağlayamamıştır. Bu verilenler doğrultusunda Ö$_2$ matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

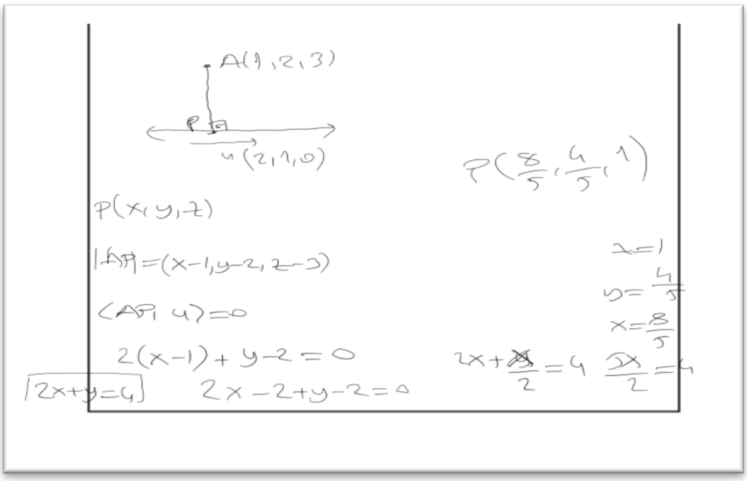
Ö$_3$'ün Altıncı Probleme Verdiği Cevap



Şekil 79 : Ö$_3$'ün Altıncı Probleme Verdiği Cevap

Ö$_3$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için bir doğru ve dışarda bir nokta çizmiştir. Bu noktayı doğruyla birleştirip dik olduğunu göstermiştir. Bu gösterimini de farkında olmadan yapmıştır. Sonuç olarak Ö$_3$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için yüzeysel çizimlerden öte bir değerlendirme sunmadığı için "Yapı Öncesi" seviyesindedir.

Ö$_4$'ün Altıncı Probleme Verdiği Cevap

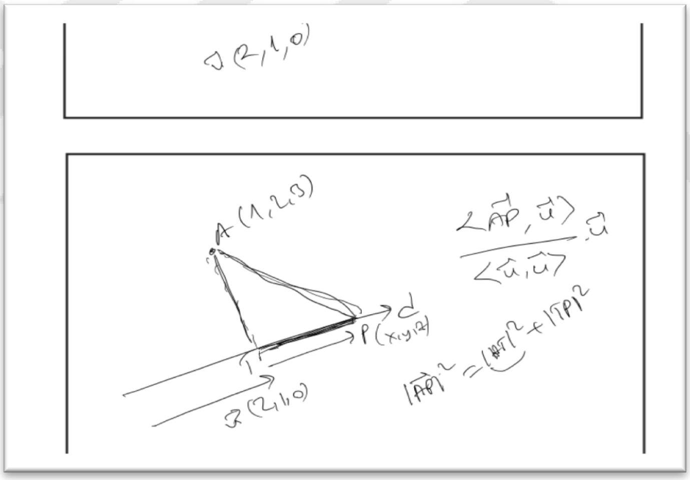


Şekil 80: Ö$_4$'ün Altıncı Probleme Verdiği Cevap

Ö$_4$ matematik öğretmen adayı öncelikle bir doğru ve doğru üzerinde olmayan bir

A(1,2,3) noktası çizmiştir. Sonra doğrunun doğrultmanını belirtmiş ve "*yakın olması için dik olması gerekir*" açıklamasında bulunmuştur. A noktasından doğruya dik indirip değme noktasına P(x,y,z) noktası demiş ve AP vektörünü bulmuştur. Ardından "AP doğru parçası doğruya dik o zaman doğrultmana dik oluyor bunların iç çarpımı da sıfır olur" ifadesini söylemiştir. Sorunun devamında iç çarpımı gerçekleştirip denklemden yararlanarak x ve y değerlerini hesaplamış, bulduğu değerlerin P noktası olduğunu söyleyip istenilen cevabı vermiştir. Ö4 matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için gerekli tüm bilgileri göstermiş ve bunlarla anlamlı bir bütün oluşturacak şekilde cevaba ulaşmıştır. Tüm bu süreç boyunca gerekçelerini açıklamış ve matematiksel dile yer vermiştir. Bu bilgiler doğrultusunda Ö4 matematik öğretmen adayı "Soyutlanmış Yapı" seviyesindedir.

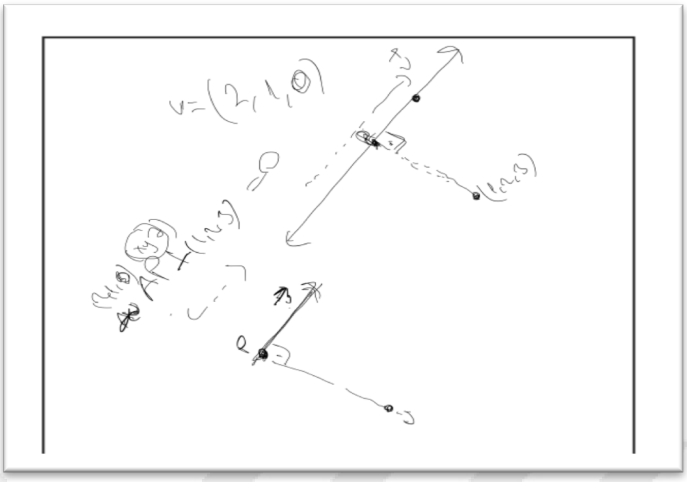
Ö5'in Altıncı Probleme Verdiği Cevap



Şekil 81: Ö5'in Altıncı Probleme Verdiği Cevap

Ö5 matematik öğretmen adayı ilk olarak bir A noktası, doğru ve doğrunun doğrultmanını belirten temsili şekli çizmiştir. Sonrasında *"en yakın noktanın dik olduğu nokta"* olduğunu ifade etmiştir. Doğru üzerinde T ve P noktaları seçip burada oluşturulacak dik üçgende Pisagor bağıntısı kurulursa istenilenin bulunacağını öne sürmüştür. Sonra iz düşüm formülünü hatırlamak adına bazı yazımlar yapmıştır. Ancak sorunun cevabında öğretmen adayı sadece dik üçgen oluşturmaya yani uzunluklara odaklanmıştır. En kısa uzaklığın yükseklik olacağını söylese de bunun sorunun cevabı için neden gerekli olduğunun tam olarak ifade edememiştir. Bu bilgiler doğrultusunda Ö5 matematik öğretmen adayı "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir.

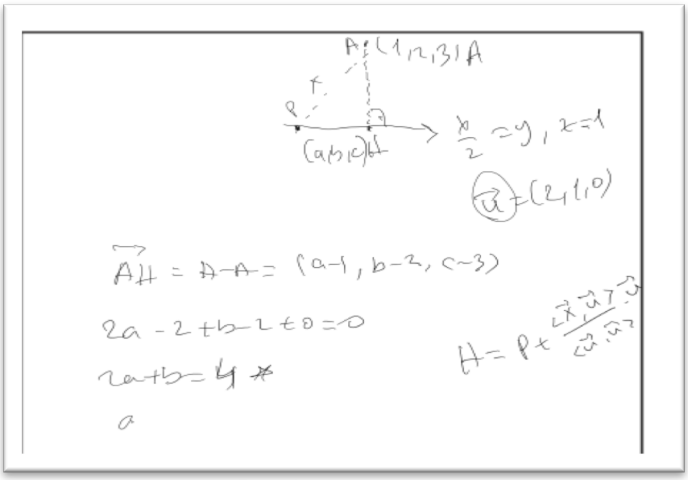
Ö$_6$'nın Altıncı Probleme Verdiği Cevap



Şekil 82: Ö$_6$'nın Altıncı Probleme Verdiği Cevap

Ö$_6$ matematik öğretmen adayı öncelikle doğrunun doğrultmanı yazmıştır. Sorunun devamında bir doğru çizip doğrultmanı göstermiş ve dışarda bir nokta seçmiştir. Ardından "*en kısa uzaklık için A noktasından doğruya dik atmam gerekiyor*" açıklamasında bulunmuş ve çizdiği dik doğrunun verilen doğruya değme noktasına P demiştir. Ancak sonrasında AP değerinde A'ya doğrultmanın değerlerini P'ye rastgele seçilen bir nokta olarak belirtip AP ile (1,2,3) noktasının dik olacağını ve çarpımlarının 0 olacağını ifade etmiştir. Ancak matematik öğretmen adayı soruyu yüzeysel olarak algıladığı için öne sürdüğü değerlendirmeler karmaşaya ve yanlışa sebep olmuştur. Diğer taraftan en kısa uzaklığın dik olduğunu düşünmüş ve tüm soruyu sadece bu veri etrafında değerlendirmiştir. Bu sebepten ötürü Ö$_6$ matematik öğretmen adayı "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir.

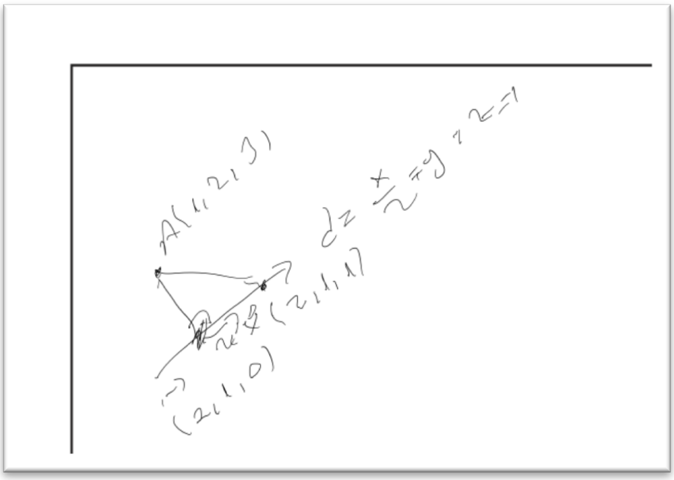
Ö$_7$'nin Altıncı Probleme Verdiği Cevap



Şekil 83: Ö$_7$'nin Altıncı Probleme Verdiği Cevap

Ö$_7$ matematik öğretmen adayı bunun öncelikle bir izdüşüm sorusu olduğunu ifade etmiş, verilenleri temsili olarak bir doğru ve dışarda bir A noktası olacak şekilde çizmiştir. Sonrasında "*en yakın olması için dik olması gerekiyor* "açıklamasında bulunup A noktasından doğruya dik çizmiş ve doğruya değme noktasına H noktası adını vermiştir. Doğrunun doğrultusunu belirtmiş ve "*AH vektörü ile doğrunun doğrultmanının iç çarpımı 0 olacaktır*" cümlesini kurmuştur. İfadesinden sonra AH vektörünü belirleyip iç çarpımı gerçekleştirmiş ve bir denklem bulmuştur. Çözüm için bir tane daha denklemin olması gerektiğini belirtmiştir. Buradan bir ifade bulamayınca daha önce hatırladığı iz düşüm formülünü yazmış ve istenilen H noktasının bulunabileceğini belirtmiştir. Sonuç olarak Ö$_7$ matematik öğretmen adayı birçok değerlendirmede bulunmuş ancak bunları kullanamamıştır. İlk bulduğu denklemi tek değişkene indirebilseydi sonucu bulabilirdi. Bu bilgiler doğrultusunda Ö$_7$ matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

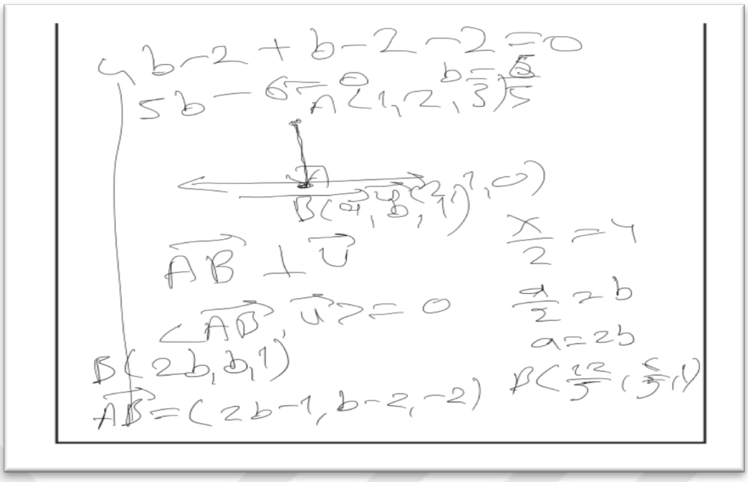
Ö$_8$'in Altıncı Probleme Verdiği Cevap



Şekil 84: Ö$_8$'in Altıncı Probleme Verdiği Cevap

Ö$_8$ matematik öğretmen adayı öncelikle verilen bilgiler temsil eden şekli çizmiş; çizimi üzerinde verilen denklemi, A noktasının değerlerini verilen denklemin doğrultmanını ve doğru üzerinde aldığı bir noktayı yazmıştır. Sonrasında "*noktanın en yakın olması için dik olması lazım*" cümlesini kullanarak çiziminin gerekçesini açıklamaya çalışmıştır. Ancak sorunun çözümü için verdiği bilgiler dışında bir ilerleme kaydedememiştir. Çünkü sorunun çözümü için söylemiş olduğu en kısa uzaklığın dik olmasından kaynaklı olarak oluşturduğu üçgen üzerinden bir cevaba odaklanmıştır. Kısaca soruyu tek bir bakış açısından değerlendirmiştir. Bu sebepten ötürü Ö$_8$ matematik öğretmen adayı "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir.

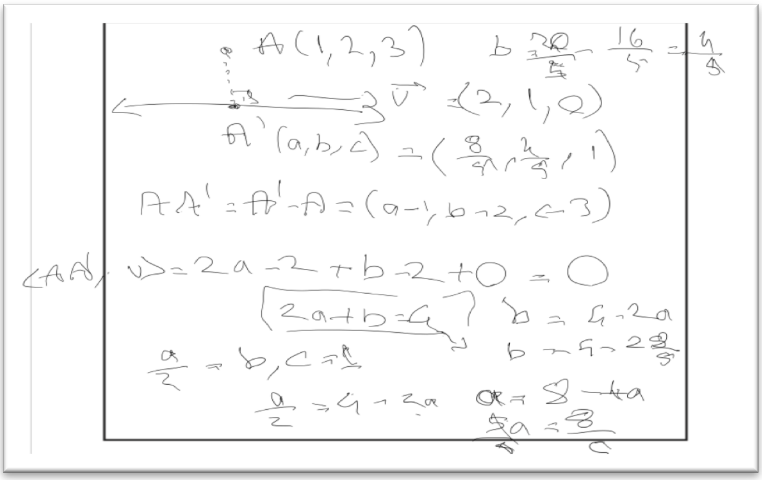
Ö$_9$'un Altıncı Probleme Verdiği Cevap



Şekil 85: Ö9'un Altıncı Probleme Verdiği Cevap

Ö$_9$ matematik öğretmen adayı ilk önce verilen bilgileri temsil eden A noktasından geçen bir doğru çizmiş ve bu doğrunun denklemini yazmıştır. A noktasından doğruya diklik indirmiş, gerekçesini de *"en yakın olması için dik olması lazım "*şeklinde sunmuştur. Ardından çizilen dikliğin doğruya değme noktasına B(a,b,1) olarak belirlemiş, doğrunun doğrultmanını belirleyip AB vektörü ve doğrultmanın dik olmasından dolayı iç çarpımın 0 olacağını belirtmiştir. Denklemi kullanarak *a* ve *b* değerlerini birbiri cinsinden yazarak bilinmeyeni teke indirmiş ve iç çarpımı gerçekleştirip *b* değerini hesaplamıştır. Ancak işlemin çarpımı sırasında işlem hatası yaptığı için istenilen B noktasının değerlerini yanlış bulmuştur. Sonuç olarak matematik öğretmen adayı birçok değerlendirmeyi tutarlı olarak değerlendirmiş ancak sonuca ulaşırken işlem hatasından dolayı neticelendirememiştir. Başka bir ifadeyle sorunun çözümü için yeterli dikkati olmadığı için tam manasıyla sunduğu değerlendirmelerin organizasyonunu sağlayamamıştır. Tüm bu bilgiler doğrultusunda Ö$_9$ matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

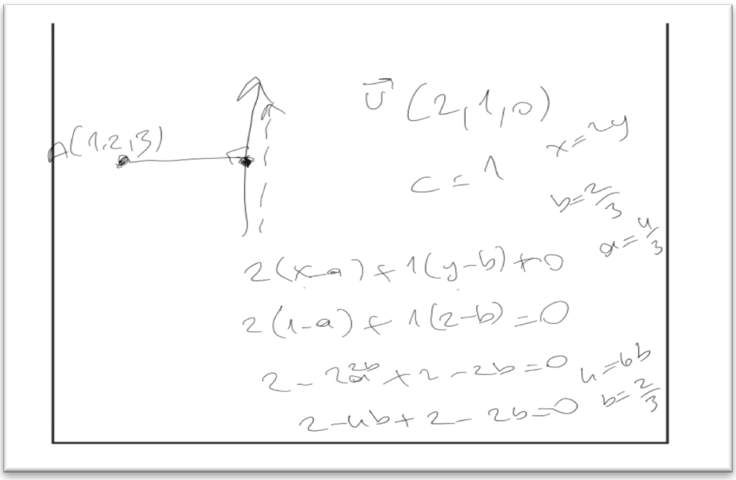
Ö$_{10}$'un Altıncı Probleme Verdiği Cevap



Şekil 86: Ö$_{10}$'un Altıncı Probleme Verdiği Cevap

Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı sorunun çözümü için verilenleri temsil eden bir doğru ve bir nokta çizmiş ardından da noktadan doğruya dik indirmiştir. A'(a,b,c) noktası için "*en yakın nokta dik olandır"* ifadesini kullanmıştır. Sorunun devamında verilen doğrunun doğrultusunu tespit etmiş, $\overrightarrow{AA}$ olacak şekilde bir vektör oluşturmuş ve *"$\overrightarrow{AA}$' ile doğrultman dik olacağı için iç çarpımları 0 olur"* cümlesini belirtmiştir. Sonrasında a ve b cinsinden bir denklem bulmuş ve başta verilen denklemden yararlanarak bilinmeyen sayısını bire indirip A' noktasının koordinatlarını bulmuştur. Sonuç olarak matematik öğretmen adayı sunmuş olduğu bilgilerini tutarlı bir şekilde organize edip istenilen cevaba ulaşılmıştır. Ancak matematiksel dili kullanım seviyesi düşük ve genellemelere ulaşamadığı için Ö$_{10}$ matematik öğretmen adayı "İlişkisel Yapı" seviyesindedir.

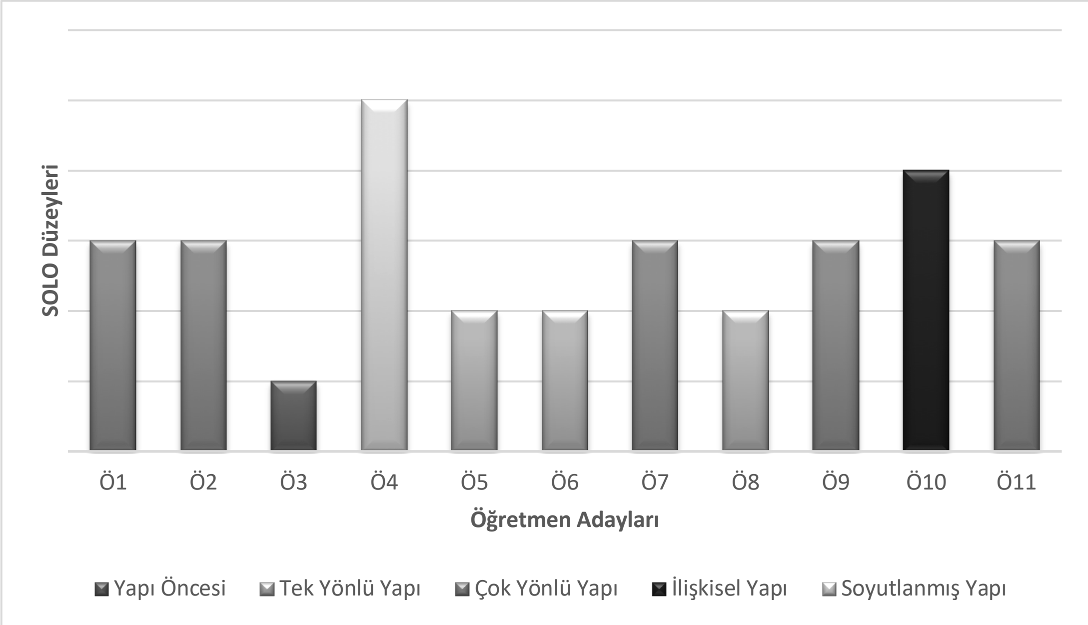
Ö$_{11}$'in Altıncı Probleme Verdiği Cevap



Şekil 87 : Ö$_{11}$'in Altıncı Probleme Verdiği Cevap

Ö$_{11}$ matematik öğretmen adayı öncelikle verilen bilgileri temsil eden bir nokta ve doğru çizmiş ve en yakın olan noktanın dik olan nokta olacağını belirtmiştir. Sonrasında verilen doğruya ait doğrultmanı bulmuş, doğru üzerinde bir nokta seçeceğini belirtip doğrultman ile (x-a,y-b,z-c) ifadesini çarptığını belirtmiştir. Ardından (x,y,z) ifadesinin (1,2,3) olarak yazacağını belirtmiş, *a* ve *b* cinsinden bir denklem bulmuştur. Başta verilen denklemden yaralanarak değişken sayısını bire indirmiş ve b değeri bulmuştur. Ancak işlem hatası yaptığı için b değeri hatalı, dolayısıyla istenilen noktayı da yanlış bulmuştur. Sonuç olarak Ö$_{11}$ matematik öğretmen adayı birçok değerlendirmede bulunmuş ancak gerekli organizasyonu yapmadığı ve süreç içerisinde yazdıklarından şüphelendiği için hatalı sonuca ulaşmıştır. Tüm bu bilgiler ışığında Ö$_{11}$ matematik öğretmen adayı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir

Genel olarak matematik öğretmen adayları altıncı sorunun cevabında iz düşüm yapmak istemiş ancak tam hatırlayamadıkları için çözümlerini ilerletememişlerdir. Diğer taraftan öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu en kısa uzaklığın dik olan uzaklık olduğunun farkındadır. Aşağıdaki tabloya baktığımızda üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının altıncı soru için SOLO seviyelerini genel bir çerçeveden görebiliriz.



Şekil 88: Matematik öğretmen adaylarının 6. soru için verdikleri cevapların SOLO seviyeleri

Matematik öğretmen adaylarının altıncı soruya verdikleri cevaplar doğrultusunda 1 kişi “Yapı Öncesi”, 5 kişi “Çok Yönlü Yapı”, 3kişi “Tek Yönlü Yapı”, 1 kişi “İlişkisel Yapı” ve 1 kişi “Soyutlanmış Yapı” seviyesindedir. Verilen cevaplara bakıldığında matematik öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu “Çok Yönlü Yapı” seviyesindedir. Matematik öğretmen adaylarının altıncı soru için verdikleri cevaplara bakıldığında tüm seviyelerden en az bir kişi bulunmaktadır.

Tablo 12 : Matematik öğretmen adaylarının verdiği cevapların SOLO seviyeleri

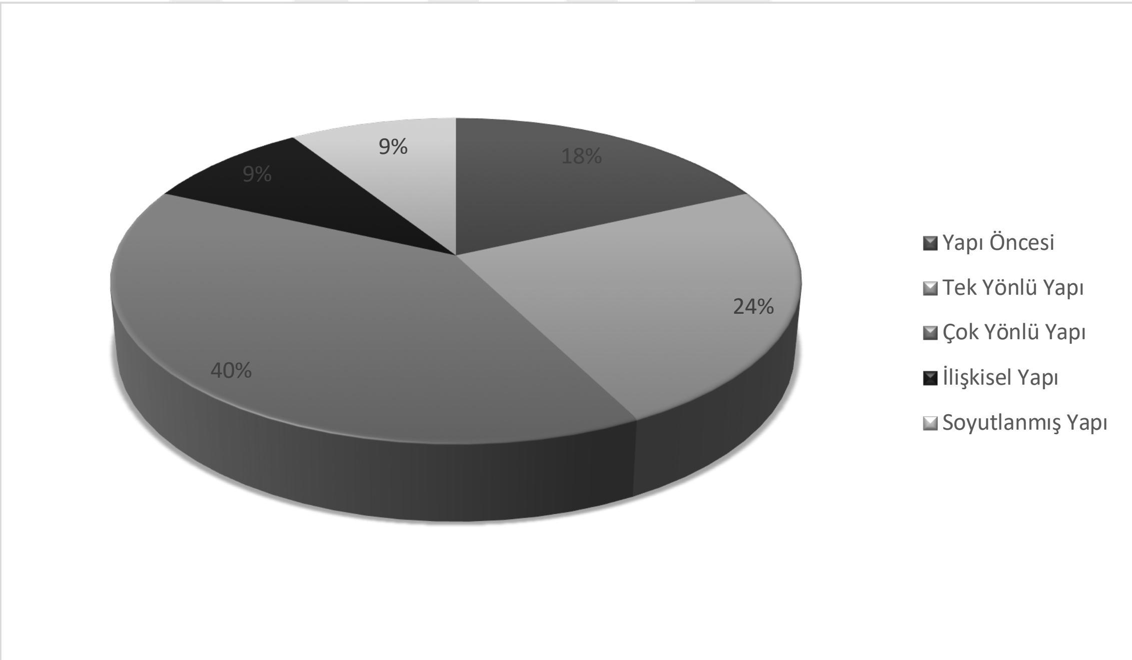
	Yapı Öncesi	Tek Yönlü Yapı	Çok Yönlü Yapı	İlişkisel Yapı	Soyutlanmış Yapı
$Ö_1$		3	6,4,2,1	5	
$Ö_2$	4,3	1	6,2	5	
$Ö_3$	6	3,1,2	5,4		
$Ö_4$			4,1,2		6,5,3
$Ö_5$	2	6,1	4,3	5	
$Ö_6$	4,2	6,5,1	3		
$Ö_7$			6,5,3,1	2	4
$Ö_8$	1,2	6,3	5		4
$Ö_9$	2	1	6,5,4		3
$Ö_{10}$		3,2	4,1	6,5	
$Ö_{11}$	5,4,2	3	6,1		

Yukarıdaki tabloda matematik öğretmen adaylarının cevapladıkları soruların SOLO seviyelerine göre dağılımı gösterilmiştir. Verilen cevaplara bakıldığında $Ö_1$, $Ö_4$, $Ö_7$ ve $Ö_{10}$ öğretmen adaylarının verdiği cevaplardan "Yapı Öncesi" seviyesinde olan yoktur. Diğer taraftan $Ö_4$, $Ö_7$, $Ö_8$ ve $Ö_9$ verdiği cevapların "Soyutlanmış Yapı" seviyesine ulaşabildiği gömülmektedir.

Birinci soruya verilen cevapların büyük çoğunluğu "Tek Yönlü Yapı" ve "Çok Yönlü Yapı" seviyesinde verilmiştir. İkinci soruya verilen cevapların büyük çoğunluğu "Yapı Öncesi" seviyesindedir. Üçüncü soruya verilen cevapların büyük çoğunluğu "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir. Dördüncü soruya verilen cevapların büyük çoğunluğu "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir. Beşinci soruya verilen cevapların büyük çoğunluğu "Çok Yönlü Yapı" ve "İlişkisel Yapı" seviyesindedir. Altıncı soruya verilen cevapların büyük çoğunluğu "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir.

$Ö_1$ matematik öğretmen adayının verdiği cevapların büyük çoğunluğu "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir. $Ö_2$ matematik öğretmen adayının verdiği cevaplarının "Yapı Öncesi" ve "Çok Yönlü Yapı" seviyesindeki sayıları eşittir. $Ö_3$ matematik öğretmen adayının verdiği cevaplarının büyük çoğunluğu "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir. $Ö_4$ matematik öğretmen adayının verdiği cevapların "Çok Yönlü Yapı" ve "Soyutlanmış Yapı" seviyesinde olanlar eşittir. $Ö_5$ matematik öğretmen adayının verdiği cevapların "Tek Yönlü Yapı" ve

"Çok Yönlü Yapı" seviyesinde olanların sayısı eşittir. $Ö_6$ matematik öğretmen adayının verdiği cevapların büyük çoğunluğu "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir. $Ö_7$ matematik öğretmen adayının verdiği cevapların büyük çoğunluğu "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir. $Ö_8$ matematik öğretmen adayının verdiği cevapların "Yapı Öncesi" ve "Tek Yönlü Yapı" seviyesinde olanlar eşittir. $Ö_9$ matematik öğretmen adayının verdiği cevapların büyük çoğunluğu "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir. $Ö_{10}$ matematik öğretmen adayının verdiği cevapların "Tek Yönlü Yapı", "Çok Yönlü Yapı" ve "İlişkisel Yapı" seviyesinde olanların sayısı eşittir. $Ö_{11}$ matematik öğretmen adayının verdiği cevapların büyük çoğunluğu "Yapı Öncesi" seviyesindedir. Verdiği cevapların tek bir seviyede en yüksek oranda yığılan matematik öğretmen adaylarının $Ö_1$ ve $Ö_7$ gözlemlenmiştir. Diğer taraftan verdiği cevapların büyük çoğunluğu en yüksek seviyede olan $Ö_4$ matematik öğretmen adayıdır.

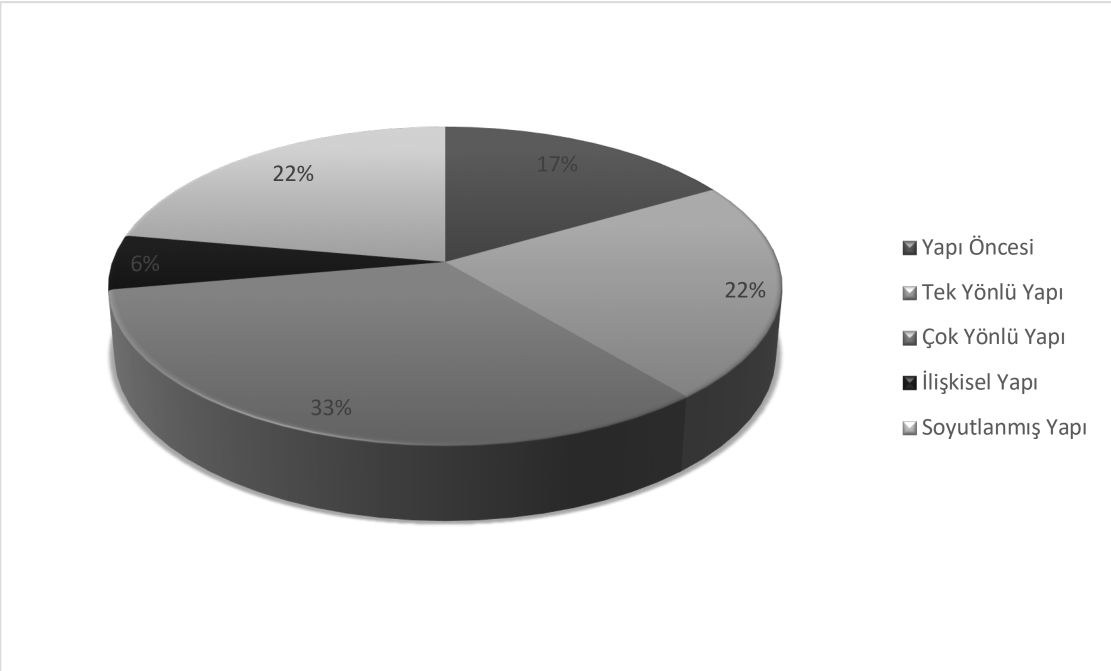


Şekil 89: Üst düzey uzamsal yeteneğe sahip öğretmen adaylarının verdiği cevapların SOLO seviyeleri

Yukarıda verilen grafikte görüldüğü gibi sorulara verilen cevapların büyük çoğunluğu %40 oranında "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir. Diğer taraftan verilen cevapların seviyesi incelendiğinde %9 oranında olan "İlişkisel Yapı" ve "Soyutlanmış Yapı" seviyesindeki cevap sayısı eşittir.

4.5. Üst Düzey Uzamsal Yeteneğe Sahip Matematik Öğretmen Adaylarının Düşünme Yapılarının SOLO Seviyeleri Bağlamında İncelenmesi

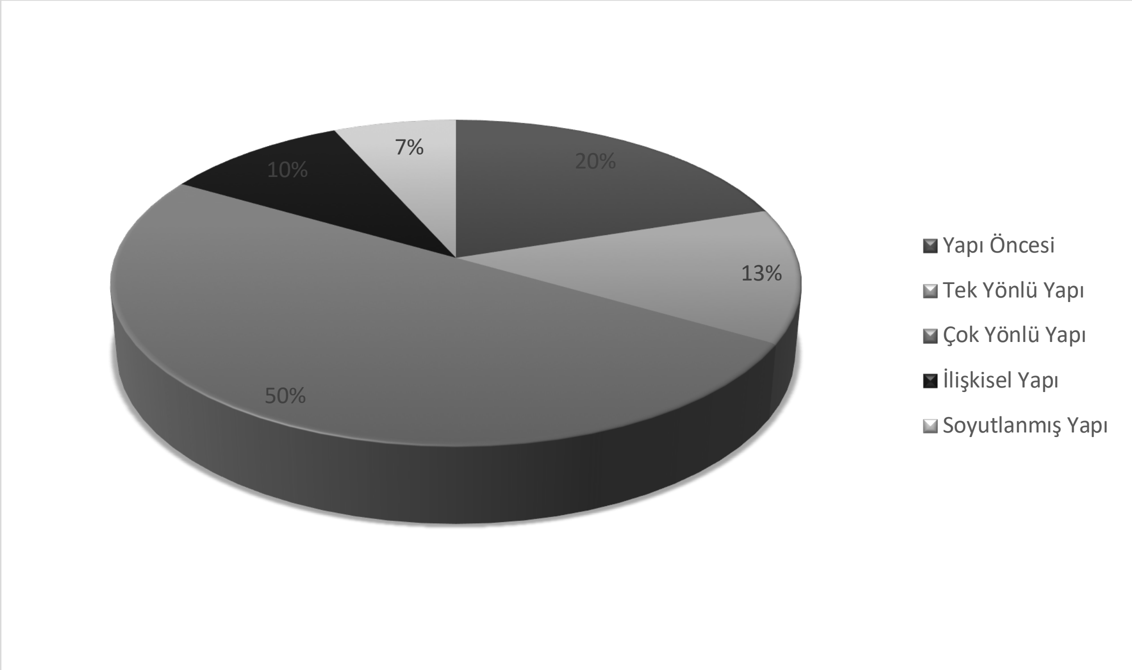
Bu bölümde üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının verdiği cevapların her bir düşünme yapısındaki SOLO seviyelerinin dağılımı verilecektir. İlk olarak Analitik Düşünme yapısındaki $Ö_4$, $Ö_5$ ve $Ö_8$ matematik öğretmen adaylarının cevaplarının SOLO seviyelerini inceleyelim.



Şekil 90: Üst düzey uzamsal yeteneğe sahip öğretmen adaylarının analitik düşünme yapısında olanların SOLO seviyelerinin yüzdelik dağılımı

Yukarıdaki grafik incelendiğinde Analitik Düşünme Yapısındaki matematik öğretmen adaylarının verdiği cevapların büyük çoğunluğu "Çok Yönlü Yapı" seviyesinde, en düşük oranda olanı ise "İlişkisel Yapı" seviyesinde olanlardır. Ayrıca "Yapı Öncesi" ve "Tek Yönlü Yapı" seviyesinde olan cevapların sayısı da eşittir.

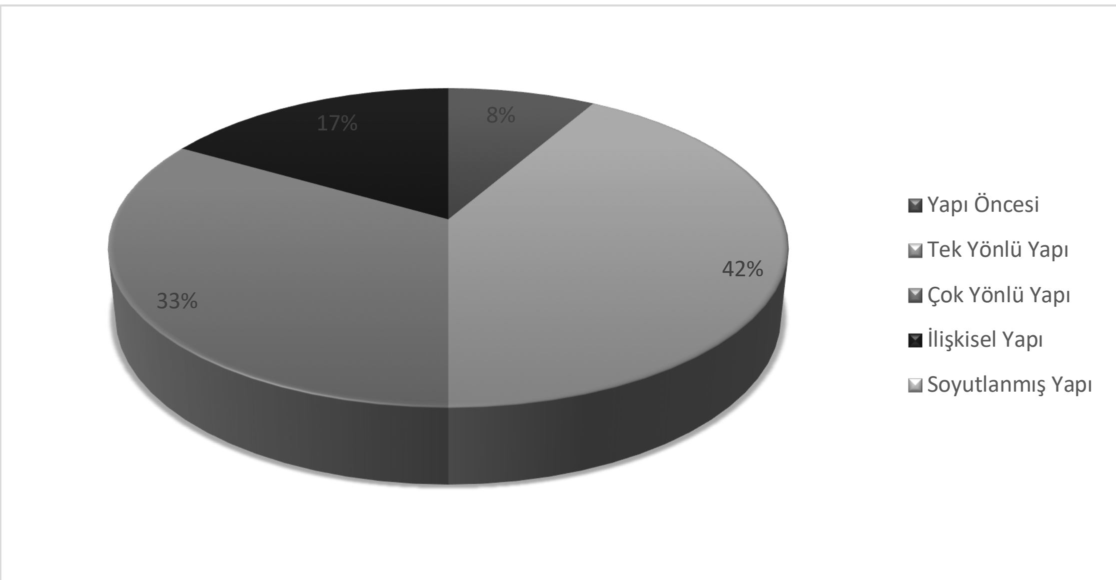
Harmonik Düşünme yapısına sahip $Ö_7$, $Ö_1$, $Ö_9$, $Ö_2$, $Ö_{11}$ ve $Ö_6$ matematik öğretmen adaylarının SOLO seviyelerini inceleyelim.



Şekil 91: Üst düzey uzamsal yeteneğe sahip öğretmen adaylarının harmonik düşünme yapısında olanların SOLO seviyelerinin yüzdelik dağılımı

Yukarıdaki grafik incelendiğinde Harmonik Düşünme Yapısına sahip matematik öğretmen adaylarının cevaplarının büyük çoğunluğu "Çok Yönlü Yapı" seviyesinde olmakla beraber en düşük orana sahip cevap seviyesi de "İlişkisel Yapı" olanlardır.

Geometrik Düşünme yapısına sahip $Ö_3$ ve $Ö_{10}$ matematik öğretmen adaylarının SOLO seviyelerini inceleyelim



Şekil 92: Üst düzey uzamsal yeteneğe sahip öğretmen adaylarının geometrik düşünme yapısında olanların SOLO seviyelerinin yüzdelik dağılımı

Yukarıdaki grafik incelendiğinde Geometrik Düşünme yapısına sahip matematik öğretmen adaylarının cevaplarının büyük çoğunluğu "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir. Verilen cevaplar arasında en düşük oranda olan "Yapı Öncesi" seviyesine ait cevaplar olmasının yanında "Soyutlanmış Yapı" seviyesine ait cevap bulunmamaktadır.

BÖLÜM 5

TARTIŞMA SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırma problemleri için test, görüşme, gözlem tekniklerinden yararlanarak elde edilen bulgular daha önce yapılmış araştırmalar göz önünde bulundurularak tartışılmış olup gelecekte yapılan çalışmalara yönelik önerilerde bulunulmuştur.
Bu araştırmada matematik öğretmen adaylarının üst düzey uzamsal yeteneğe sahip olanlarının düşünme yapılarının ve SOLO taksonomisi düzeylerinin nasıl değişim gösterdiği tespit edilmek amaçlanmıştır. Bu amaçla üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarına SOLO düzeylerini belirlemek için klinik mülakatlar yapılmıştır. Aynı zamanda matematik öğretmen adaylarının düşünme yapılarını belirlemek amacıyla Matematik Süreç Aracı (MSA) uygulanmıştır. Klinik mülakatlar için seçilen üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adayları da Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi (PUGT) sonuçlarına göre belirlenmiştir. Tüm bu testlerden elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir.

PUGT'nin sonuçlarına bakıldığında testin üç bölümü arasında matematik öğretmen adaylarının en yüksek ortalamaya sahip oldukları bölüm olarak "Oluşturma" karşımıza çıkmaktadır. En düşük ortalamanın "Görünümler" bölümüne ait olduğu tespit edilmiştir. Araştırmacının gözlemleri ve veri analizi (öğretmen adaylarının test kağıtlarının analizi) incelemeleri doğrultusunda PUGT'nin zaman kısıtlaması olmasından dolayı "Görünümler" bölümünde düşük ortalamanın ortaya çıktığı tahmin edilmektedir. PUGT'nin "Açılımlar" bölümü uzamsal yeteneğin uzamsal görselleştirme bileşenini, "Görünümler" bölümü ise uzamsal yönelim bileşenini temsil etmektedir. Bu iki bileşen arasındaki temel fark hareket ettirme durumunun varlığıdır. Yani uzamsal görselleştirmede zihnin yapacağı aktivitede hareket veya değişim barındırırken uzamsal yönelim için durağanlık ve farklı perspektiften algılama söz konusudur (McGee, 1979). Diğer taraftan matematik öğretmen adaylarının geneli incelendiğinde büyük çoğunluğunun uzamsal yeteneği orta düzeyde olduğu görülmektedir. Üst düzey uzamsal yeteneğe sahip adayların sayısı ise genele göre oldukça düşüktür. Bu sonuçlar daha önce yapılmış çalışmaların sonuçlarını destekler niteliktedir (Birinci, 2016; Göktepe, 2013; Sevimli, 2009). Literatür incelendiğinde uzamsal yeteneğin geliştirilmesine yönelik çalışmalara çok rastlanmamaktadır. Ülkemizdeki mevcut kaynak ve eğitim modeli incelendiğinde çeşitli değerlendirme ortamlarında cisimlerin açık-kapalı halleriyle ve döndürülmesiyle ilgili sorulara yer verildiği görülmektedir. Dolayısıyla matematik öğretmen adaylarının "Oluşturma" ve "Döndürme" bölümlerindeki sorulara yönelik yaşantıları olduğu için "Görünümler" bölümüne nazaran ortalamaları daha yüksek çıkmıştır. Ancak uzamsal yetenek geliştirilebilen bir yetenek olarak karşımıza çıkmaktadır (Çetin & İlhan, 2016; Kösa, 2011). Elde edilen sonuçlara bakıldığında üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adayların sayısının az olması eğitim modelimiz açısından düşündürücü olsa da uzamsal yeteneği orta düzeyde olanların çok olması eğitim modelimizi düzenleyip edip uzamsal becerinin geliştirilebilmesi adına önemlidir. Diğer taraftan PUGT'ne verilen cevapların nerdeyse yarısı yanlış olduğu karşımıza çıkmaktadır. PUGT bölümleri arasında doğru cevabın en az verildiği bölüm "Görünümler" olmakla birlikte en fazla boşun yine bu bölümde olduğu görülmektedir. En fazla doğrunun yapıldığı bölüm ise "Oluşturma" bölümü olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu sonuçlar testin çözümü esnasında zaman yönetimi ve bölümlerde yer alan sorulara yönelik aşina olması sebebinden dolayı ortaya çıkmaktadır.

SOLO seviyelerinin belirlenmesi için seçilen üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının her bölüm için toplam puanı baz alındığında en başarılı olduğu bölüm "Oluşturma" olarak ve en başarısız bölüm olarak "Döndürme" karşımıza çıkmaktadır. Üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının en başarılı olduğu bölüm tüm katılımcılarda benzerlik gösterirken en başarısız olduğu bölümün farklılık gösterdiği tespit edilmiştir. PUGT'nin her bir bölümü için tüm öğretmen adaylarının verdiği cevapları kendi içinde seviyelere ayırdığımızda "Görünümler" (17 kişi) bölümünde üst düzey uzamsal yeteneğe sahip adaylar en fazla iken "Döndürme" (13 kişi) bölümünde üst düzey uzamsal yeteneğe sahip adaylar en azdır. Diğer bir deyişle, matematik öğretmen adaylarının "Döndürme" bölümündeki performansları genellikle üst düzey uzamsal yeteneğe sahip kişi sayısını düşürmüştür. Bu da bize uzamsal yeteneğin gelişmesi için öncelikle hangi bileşenler üzerine geliştirme çalışmaları yapılması gerektiği hakkında fikir verebilir. Yukarıdaki iki farklı değerlendirmeye bakıldığında öğretmen adaylarının "Döndürme" bölümünde düşük performans sergilediğini söyleyebiliriz. Uzamsal yetenek cinsiyet bağlamında incelendiğinde olursak üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının genelinde %5 ini erkekler, %10 unu kızlar oluşturmaktadır.

Matematik öğretmen adaylarının düşünme yapıları, analitik düşünme yapısı, harmonik düşünme yapısı ve geometrik düşünme yapısı olmak üzere Krutetskii (1976) tarafından yapılan sınıflamaya göre üç farklı gruba ayrılmıştır. MSA, araştırmada kullanılan iki bölüm ve toplam 18 sorudan oluşmaktadır. Araştırmanın sonucu incelendiğinde, matematik öğretmen adaylarının cevaplarında, zihnin görsel-resimsel bileşenleri tercihlerinin sözel-mantıksal bileşenlere nazaran daha düşük oranda olduğu gözlenmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının neredeyse yarısı cevaplarında zihnin hem görsel-resimsel hem de sözel-mantıksal bileşenlerini kullanmayı tercih etmişlerdir. Matematik öğretmen adaylarının analitik düşünme yapısında olanların geometrik düşünme yapısında olanlara nazaran fazla olmasının sebepleri arasında öğrencilik hayatında olsun üniversite giriş sınavlarında olsun yapılan sınavların ve testlerin cebir odağında toplanması etkilidir. Ayrıca eğitim ortamlarındaki öğreticilerin ve eğitim amaçlarının hedefinin kısa sürede çözüm yapıp formülleştirme amacında olmasıdır. Harmonik düşünme yapısındaki öğretmen adaylarının fazlalığı zihnin görsel-resimsel bileşenleri ile sözel-mantıksal bileşenlerinin keskin olarak birbirinden ayrılmadığını iki bileşeninde bir arada kullanılabildiğini göstermektedir. Bu iddiayı destekler nitelikte olan Presmeg (1986) görsel-resimsel bileşenin ve sözel-mantıksal bileşenin birlikte kullanıldığında daha faydalı olabileceğini çalışmasında vurgulamıştır. Çünkü analitik düşünme yapısındaki öğretmen adayı sorunun içerisinde görsel ifadelerden yararlanması gerekirken, geometrik düşünme yapısına sahip matematik öğretmen adayı görsel olarak çizdiği bir ifadenin çözümü için cebirsel olarak yararlanabilir. Başka bir ifadeyle, analitik düşünme tarzını geometri içinde kullanabilir, geometrik düşünme tarzını da cebirde kullanabiliriz (Krutetskii, 1976).

Matematik öğretmen adaylarının düşünme yapılarının uzamsal bileşenle olan ilişkilerine incelendiğinde üç düşünme yapısındaki adayların büyük çoğunluğu orta düzeyde uzamsal yeteneğe sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Alt düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının çok azı geometrik düşünme yapısına sahip olduğu görülmektedir. Bunun sebebi olarak analitik düşünme yapısındaki adayların zihnin görsel-resimsel bileşenlerini kullanımı oldukça kısıtlıdır (Krutetskii, 1976). Diğer taraftan üst düzey uzamsal yeteneğe sahip öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun harmonik düşünme yapısında olduğu gözlenmektedir. Yani üst düzey uzamsal yetenekteki adaylar zihnin sözel-mantıksal bileşeni ve görsel-resimsel bileşenlerini birlikte kullanabildiklerini göstermektedir. Bu da bize eğitim programlarında uzamsal yeteneği geliştirmek istiyorsak hazırlanacak olan materyallerin zihnin bu iki bileşenini birlikte kullanmayı gerektiren nitelikte olması noktasında bilgi vermektedir. Uzamsal yetenek üzerinde çalışmalar yaparken bileşenlerini de göz önünde bulundurmak önemlidir. Analitik düşünme yapısına sahip matematik öğretmen adaylarının en başarılı olduğu PUGT bölümü "Oluşturma" bölümü, en başarısız olduğu bölüm ise "Görünümler" bölümüdür.

Harmonik düşünme yapısına sahip matematik öğretmen adaylarının en başarılı olduğu PUGT bölümü "Oluşturma" bölümü, en başarısız bölüm ise "Görünümler" bölümüdür. Geometrik düşünme yapısına sahip matematik öğretmen adaylarının en başarılı olduğu PUGT bölümü "Oluşturma" bölümü, en başarısız bölüm ise "Görünümler" bölümüdür. Diğer taraftan harmonik düşünme yapısındaki adayların "Oluşturma" bölümünden aldığı puanlar tüm bölümler arasında en yüksektir. Diğer taraftan tüm bölümler arasında en düşük puana sahip olan öğretmen adayları analitik düşünme yapısında olup "Görünümler" bölümünden de en düşük puanları almışlardır. Bu değerlendirmeler doğrultusunda hazırlanacak olan eğitim araç ve materyallerinde uzamsal yeteneğinde farklı bileşenleri de göz önünde bulundurulması önemlidir. Diğer taraftan analitik düşünme yapısında olanların yani zihnin söze-mantıksal bileşenlerini kullananların uzamsal yeteneğin uzamsal yönelim bileşenini temsil eden PUGT'ndeki "Görünümler" bölümünden daha yüksek puan elde edebilecekleri şekilde düzenleme yapıl. Buradan yola çıkarak zihnin düşünme yapısı tercihleriyle uzamsal yeteneğin bileşenleri gerekli biçimde düzenlenerek eğitim modellerinde düzenlemelere gitmek önemlidir.

Araştırmanın amaçlarından biri üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının SOLO düzeylerini belirlemek ve düşünme yapıları çerçevesinde değerlendirmektir. Bu sebeple üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adayları PUGT'nin sonuçlarına göre belirlenmiştir. SOLO seviyelerinin belirleneceği üst düzey uzamsal yeteneğe sahip 11 matematik öğretmen adayına araştırmacı tarafından hazırlanan 6 soru çerçevesinde klinik mülakatlar yapılmıştır. Bulgular incelendiğinde matematik öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu "Çok Yönlü Yapı" seviyesinde olduğu tespit edilmiştir. Bu bilgi doğrultusunda üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının büyük bir bölümü problem çözümlerinde birden fazla bilgiyi değerlendirebildiği ancak verdiği cevaplarda tam bir organizasyon sağlayamadığı söyleyebiliriz (Biggs & Collis, 1982). Matematik öğretmen adaylarının en az oranda bulunduğu SOLO seviyesi "Soyutlanmış Yapı" seviyesindedir. Bu bilgi doğrultusunda öğretmen adaylarının çok az bir kısmı problem çözümü için gerekli bilgileri birbiriyle ilişkilendirebildiği ve genellemelere ulaşan cevapları verebildiği görülmektedir. SOLO taksonomisinde ilk üç seviye niceliksel öğrenmeleri belirtirken, son iki seviye de niteliksel öğrenmeleri belirtir (Çetin & İlhan, 2016). Bulgular bölümündeki öğretmen adaylarının cevapları incelendiğinde neredeyse son iki seviyeye ulaşan cevapların %20 düzeyinde kaldığı görülmektedir. Başka bir ifadeyle her beş öğretmen adayından biri niteliksel öğrenme gerçekleştirebilmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının eğitimlerinin niteliğini artırmak için bazı düzenlemelerin gerekliliğinin bir göstergesidir. Bulgular incelendiğinde öğretmen adaylarının diğer beşte biri "Yapı Öncesi" düzeyde olduğu görülmektedir. Diğer bir ifadeyle bu öğretmen adaylarının konuya dair yeterli bilgi ya da ilgisinin olmamasıdır. Seçilen öğretmen adayları üst düzey uzamsal yetenekte olmalarına rağmen bu öğretmen adaylarının sadece beşte biri niteliksel öğrenme gerçekleştirebilmiştir. Bu da bize uzamsal yeteneğin tek başına niteliksel öğrenme üzerinde etkili olmadığını gösterebilir. Başka bir söylemle yetenek sahibi olmakla onu geliştirip kullanabilmek ve nitelikli hale getirmek aynı değildir.

Verilen cevaplar soru bazında incelendiğinde; birinci soruya verilen cevapların büyük çoğunluğu "Tek Yönlü Yapı" ve "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir. İkinci soruya verilen cevapların büyük bir kısmı "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir. Üçüncü soru için verilen cevaplara bakıldığında önemli bir kısmı "Tek Yönlü Yapı" seviyesindedir. Dördüncü soru için verilen cevapların önemli bir kısmı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir. Beşinci soruya verilen cevaplar incelendiğinde büyük bir kısmı "İlişkisel Yapı" seviyesindedir. Altıncı soru için verilen cevaplara bakıldığında önemli bir kısmı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir. Genel olarak değerlendirildiğinde birinci soru için niteliksel düzeyde cevap veren öğretmen adayı bulunmamaktadır. Niteliksel düzeyde en çok cevap verilen soru beşinci sorudur.

Matematik öğretmen adaylarının SOLO seviyelerini düşünme yapıları açısından inceleyebiliriz. Analitik düşüme yapısındaki matematik öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir. Ancak analitik düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının çok az bir kısmı "İlişkisel Yapı" ve "Soyutlanmış Yapı" seviyesindedir. Bu da bize zihnin sözel-mantıksal taraflarını kullananların niteliksel öğrenme bakımından zayıf olduklarını göstermektedir. Aynı zamanda eğitim sistemimizdeki formül ezberleme, hızlı test çözme üzerine kurulmuş yapının revize edilmesi ve niteliğin artırılması bakımından bilgi verebilir.

Geometrik düşünme yapısına sahip matematik öğretmen adaylarını yaklaşık olarak beşte biri "İlişkisel Yapı" seviyesindedir. Başka bir ifadeyle cevaplarında görsel-resimsel tercih edenlerin çok az bir kısmı değerlendirmelerini tutarlı bir şekilde ilişkilendirip matematiksel genellemeleri kullanmaktadır. Bunu sebebi ise görsel-resimsel sorularda geometride olduğu gibi sorulara şeklin üzerinden yüzeysel olarak birtakım işlemler yapıp sonuca ulaşmak istemesidir. Yani Geometrik düşünme yapısındaki matematik öğretmen adaylar matematiksel ilişkilendirmeler ve gerekçeler üzerinde yoğunlaşmadığı görülmektedir. Bu sebepten ötürü zihnin görsel-resimsel tercihlerini içeren sorularda niteliksel öğrenmeleri artırıcı önlemler alınmalıdır. Ülkemizde yapılan sınavların geometri sorularında öğrenciler her konuya ilişkin formül ve kısa yol öğrenip hazırlanmaktadır. Soruların ve öğrenilen formüllerin arkasındaki matematiksel gerçekleri ön plana çıkarmak eğitimin kalitesi açısından önemlidir.

Harmonik düşünme yapısındaki matematik öğretmen adaylarının yarısı "Çok Yönlü Yapı" seviyesindedir. Bu da bize problem çözümlerinde zihnin hem sözel-mantıksal hem de görsel-resimsel bileşenlerini birlikte kullanan matematik öğretmen adaylarının birbirinden farklı değerlendirme ve verileri tutarlı bir şekilde ilişkilendiremediğini göstermektedir. Diğer bir açıdan bakıldığında "Çok Yönlü Yapı" seviyesinde bulunan matematik öğretmen adaylarının görsel-resimsel ve sözel- mantıksal çözüm tercihlerini tam manasıyla yapamadığının göstergesi olabilir.

5.4. Öneriler

Yapılan bu çalışmada uzamsal yetenek bakımından belirli bir seviyede olan öğretmen adaylarının düşünme yapılarının SOLO taksonomisi seviyeleri bağlamında değerlendirilmesi yapılmıştır. Bu araştırmadan elde edilen veriler doğrultusunda aşağıda bazı önerilere yer verilecektir.

- Yapılan çalışmada matematik öğretmen adayları sadece üst düzey uzamsal yeteneğe sahip olanlar arasından seçilmiştir. Uzamsal yeteneğin farklı seviyelerinde yapılacak olan çalışmalar aracılığıyla mevcut çalışma genişletilebilir.
- SOLO seviyelerini seçmek için belirlenen üst düzey uzamsal yetenekli öğretmen adaylarının sayısı oldukça azdır. Lisans düzeyindeki öğrencilerin uzamsal yeteneğinin üst düzeyde olanların sayısının artırılmasına yönelik çalışmaların yapılması öğretmen adaylarının gelişimi ve niteliği açısından önemlidir.
- Bu çalışmada uzamsal yeteneği belirlemek için PUGT kullanılmıştır. Gelecekte yapılacak olan çalışmalarda farklı testler kullanılıp ya da geliştirilip

karşılaştırılması önemlidir. Uzamsal yeteneğin birçok farklı araştırmacılar tarafından çeşitli bileşenleri olduğu ifade edilmektedir. Farklı bileşenlerle değişimin nasıl olduğunu ve sonuçların ne derecede benzediğini görmek faydalı olacaktır.

- Uzamsal yeteneğin farklı seviyelerindeki öğretmen adayları bilgisayar ortamı ya da çeşitli materyaller kullanılarak uzamsal yeteneği geliştirilmek istendiğinde nasıl sonuçların ortaya çıkacağının incelenmesi ve sonuçların karşılaştırılması faydalı olabilir.
- Analitik düşünme yapısında olanlar formüllerin ve kısa yolların esas alındığı çözümlerle ilgilenirken Geometrik düşünme yapısında olanların grafik ve şekillerle ifade ettikten sonra çözümü tercih ettikleri gözlemlenmiştir. Ancak SOLO seviyeleri incelendiğinde Analitik düşünme yapısında olanlar her ne kadar sözel-mantıksal çözümleri tercih etse de araştırmada bunların tam bir organizasyonunu sağlayamadığı görülmektedir. Diğer taraftan Geometrik düşünme yapısında olanlar her ne kadar görsel- resimsel çözümleri tercih etse de çözümleri niteliksel değil sadece verilenlerin niceliksel olarak aktarılmasıdır. Bu sebepten ötürü hazırlanacak olan sınavlar, kitaplar ya da ölçme değerlendirme araçları sadece görsel-resimsel ya da sözel- mantıksal çözümlere yönlendiren değil aynı zamanda SOLO seviyelerinde daha üst basamaklara çıkaracak şekilde geliştirilmelidir.
- Bu araştırmada düşünme yapıları SOLO taksonomisi bağlamında değerlendirilmiştir. İlerde yapılacak başka taksonomi ya da değerlendirme kriterleriyle ele alınıp sonuçların karşılaştırılması yapılabilir.
- Mevcut çalışmada öğretmen adaylarının düşünme yapılarını geliştirmeye yönelik bir çalışma yapılmamıştır. Bu doğrultuda geliştirme faaliyetleri yürütülüp SOLO seviyelerindeki değişim gözlemlenebilir.

KAYNAKLAR

Alkan, H., & Güzel, E. B. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25*(3).

Aspinwall, L., Shaw, K. L., & Unal, H. (2005). How series problems integrating geometric and arithmetic schemes influenced prospective secondary teachers pedagogical understanding. *International Group for the Psychology of M athematics Education*, 89.

Baki, A., & Gökçek, T. (2012). Karma yöntem araştırmalarına genel bir bakış. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi, 11*(42), 1-21.

Battista, M. T. (1990). Spatial visualization and gender differences in high school geometry. *Journal for research in mathematics education*, 47-60.

Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluation the quality of learning: the SOLO taxonomy (structure of the observed learning outcome)*: Academic Press.

Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligent behaviour. *Intelligence: Reconceptualization and measurement*, 57-76.

Birinci, D. K. (2016). *Matematik öğretmen adaylarının lineer cebir kavramlarını anlayışlarının düşünme yapıları ve uzamsal yetenekleri bağlamında incelenmesi*: İstanbul : , 2016.

Bishop, A. J. (1980). Spatial abilities and mathematics education—A review. *Educational studies in mathematics, 11*(3), 257-269.

Borromeo Ferri, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modeling behavior. *Journal für Mathematik-Didaktik, 31*(1), 99-118.

Burton, L. (2001). Research mathematicians as learners—and what mathematics education can learn from them. *British Educational Research Journal, 27*(5), 589-599.

Callingham, R. A. (1999). *Developing performance assessment tasks in mathematics: a case study.* Paper presented at the Making the Difference (Proceedings of the 22nd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 135–142). MERGA: Adelaide, SA.

Çelik, D. (2007). Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi, Yayımlanmamış doktora tezi. *Fen Bilimleri Enstitüsü, KTÜ.*

Çetin, B., & İlhan, M. (2016). SOLO taksonomisi. *Matematik eğitiminde teoriler*, 861-879.

Clements, D. (1998). Geometric and Spatial Thinking in Young Children.

Clements, K. (1982). Visual imagery and school mathematics. *For the learning of mathematics, 2*(3), 33-39.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2013). *Research methods in education*: Routledge.

Creswell, J. W. (2003). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*: Sage publications.

Çubukçu, Z. (2004). Öğretmen Adaylarinin Düşünme Stillerinin Öğrenme Biçimlerini Tercih Etmelerindeki Etkisi.

Delice, A., & Sevimli, E. (2012). Analiz dersi öğrencilerinin integral hacim hesabı problemlerindeki çözüm süreçlerinin düşünme yapısı farklılıkları bağlamında değerlendirilmesi.

Delice, A., & Taşova, H. İ. (2012). An Investigation of Mathematics Teacher Trainees' Modelling Skills Based on Their Thinking Structures. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24*(24).

Dindyal, J. (2004). Algebraic thinking in geometry at high school level.

Duffin, J., & Simpson, A. (2006). The transition to independent graduate studies in mathematics *Issues in mathematics education.* (Vol. 6, pp. 233-246): Oxford University Press.

Göktepe, S. (2013). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Uzamsal Yeteneklerinin SOLO Modeli ile İncelenmesi. *Unpublished doctoral dissertation). Marmara University, Institute of Educational Sciences, İstanbul, Turkey*.

Hacıömeroğlu, Erhan Selçuk, Hacıömeroğlu, Güney, Güzel, E. B., & Kula, S. (2014). TÜREV VE İNTEGRAL PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜNDE GÖRSEL, ANALİTİK VE HARMONİK ÇÖZÜM TERCİHLERİ.

İlhan, M. (2015). *Standart ve SOLO taksonomisine dayalı rubrikler ile puanlanan açık uçlu matematik sorularında puanlayıcı etkilerinin çok yüzeyli Rasch modeli ile incelenmesi [The identification of rater effects on open-ended math questions rated through standard rubrics and rubrics based on the SOLO taxonomy in reference to the many facet Rasch model].* Doctoral dissertation, Gaziantep University, Gaziantep, Turkey). Retrieved from https://tez/. yok. gov. tr/UlusalTezMerkezi.

Jurdak, M. (1991). Van Hiele levels and the SOLO taxonomy. *International Journal of*

Mathematical Education in Science and Technology, 22(1), 57-60.

Kayhan, E. B. (2005). Investigation of high school students' spatial ability. *Middle East Technical University, Turkey. Retrieved from* https://etd/. *lib. metu. edu. tr/upload/12605771/index. pdf.*

Kösa, T. (2011). Ortaöğretim öğrencilerinin uzamsal becerilerinin incelenmesi. *Unpublished doctoral dissertation). Karadeniz Technical University, Institute of Educational Sciences, Trabzon, Turkey*.

Kozhevnikov, M., Hegarty, M., & Mayer, R. E. (2002). Revising the visualizer-verbalizer dimension: Evidence for two types of visualizers. *Cognition and Instruction, 20*(1), 47-77.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*: University of Chicago Press.

Lean, G., & Clements, M. K. (1981). Spatial ability, visual imagery, and mathematical performance. *Educational studies in mathematics, 12*(3), 267-299.

Leung, C. (2000). Assessment for learning: Using SOLO taxonomy to measure design performance of design & technology students. *International Journal of Technology and Design Education, 10*(2), 149-161.

Linn, M. C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: A meta-analysis. *Child development*, 1479-1498.

Lohman, D. F. (1993). *Spatial Ability and G. Paper presented at the First Spearman Seminar*. Retrieved from Plymouth, United Kingdom: http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.111.7385&rep=rep1&type=pdf adresinden 07.01. 2018 tarihinde alınmıştır

Lord, T. R. (1985). Enhancing the visuo-spatial aptitude of students. *Journal of Research in Science Teaching, 22*(5), 395-405.

McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological bulletin, 86*(5), 889.

Merriam, S. (2015). Nitel Araştırma Desen ve Uygulama için Bir Rehber, çev. *SelahattinTuran, Nobel Akademik yayıncılık*.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). Qualitative data analysis: An expanded sourcebook. 1994. *Beverly Hills: Sage Publications*.

Mohler, J. L. (2009). A review of spatial ability research. *Engineering Design Graphics Journal, 72*(2).

Olkun, S. (2003). *Making Connections: Improving Spatial Abilities with Engineering Drawing Activities*.

Onwuegbuzie, A. J., & Leech, N. L. (2004). Enhancing the interpretation of significant findings: The role of mixed methods research. *The qualitative report, 9*(4), 770-792.

Presmeg, N. (1985). *The role of visually mediated processes in high school mathematics: A classroom investigation.* University of Cambridge.

Presmeg, N. (1986). Visualisation in high school mathematics. *For the learning of mathematics, 6*(3), 42-46.

Sağlam, Y., & Bülbül, A. (2010). Adaptation of mathematical processing instrument into Turkish. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 2*(2), 3558-3562.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. *Colección Digital Eudoxus*(7).

Sevimli, E. (2009). Matematik öğretmen adaylarının belirli integral konusundaki temsil tercihlerinin uzamsal yetenek ve akademik başarı bağlamında incelenmesi. *Yüksek Lisans Tezi. İstanbul*.

Sevimli, E. (2013). Bilgisayar Cebiri Sistemi destekli öğretimin farklı düşünme yapısındaki öğrencilerin integral konusundaki temsil dönüşüm süreçlerine etkisi. *Marmara Üniversitesi, Türkiye*.

Şimşek, H., & Yıldırım, A. (2011). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. *Ankara: Seçkin Yayıncılık*.

Şimşek, N. (2002). Big 16 Öğrenme Biçemleri Envanteri. Eğitim Bilimleri ve Uygulama, 1 (1): 33-47.

Siswono, T. Y. E. (2005). Student Thinking Strategies in Reconstructing Theorems. *International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4*, 193-200.

Tall, D. (1995). *Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking.* Paper presented at the PME conference.

Tartre, L. A. (1984). he Role Of Spatial Orientation Skill In The Solution Of Mathematics Problems And Associated Sex-related Differences Order No. 8422713). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (303313619). Retrieved from https://search.proquest.com/docview/303313619?accountid=12251.

Tartre, L. A. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving.

Journal for research in mathematics education, 216-229.

Taşdemir, M., Taşdemir, F., & Geçer, Y. (2016). Öğretmen Adaylarının Düşünme Türleri Bilgi Düzeyleri. (Turkish). *Preservice Teachers' Knowledge Levels on Thinking Forms. (English), 17*(3), 377-395.

Taşova, H. (2011). Matematik öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri ve performansı sürecinde düşünme ve görselleme becerilerinin incelenmesi. *Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul*.

Tekin, M., Özmutlu, İ., & Erhan, S. E. (2009). ÖZEL YETENEK SINAVLARINA KATILAN ÖĞRENCİLERİN KARAR VERME ve DÜŞÜNME STİLLERİNİN İNCELENMESİ. *Journal of Physical Education and Sport Sciences, 11*(3).

Turgut, M. (2007). İlköğretim II. kademede öğrencilerin uzamsal yeteneklerinin incelenmesi. *Yayımlanmamış yüksek lisans*.

Wheatley, G. H. (1990). One point of view: Spatial sense and mathematics learning. *The Arithmetic Teacher, 37*(6), 10-11.

Yakimanskaya, I. S. (1991). *The Development of Spatial Thinking in Schoolchildren. Soviet Studies in Mathematics Education. Volume 3*: ERIC.

Yin, R. K. (2017). *Case study research and applications: Design and methods*: Sage publications.

Zhang, L. (2003). Contributions of thinking styles to critical thinking dispositions. *JOURNAL OF PSYCHOLOGY, 137*(6), 517-544.

EKLER

Ek-1

009199-1

PURDUE UZAMSAL GÖRSELLEME TESTİ

Roland Guay, PhD

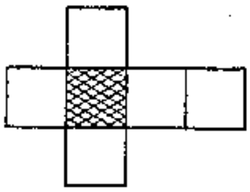
Lütfen size testi nasıl cevaplayacağınız anlatılana kadar kitapçığı açmayınız

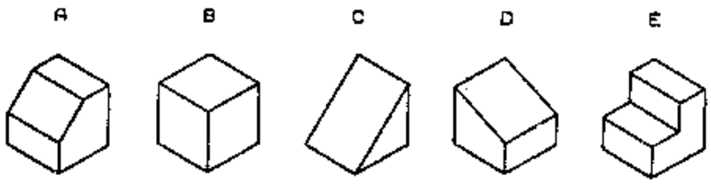
Uyarı: Bu kitapçık üzerine herhangi bir işaretleme yapmayınız. Cevaplarınızı cevap kâğıdına işaretleyiniz.

BÖLÜM–1: OLUŞTURMA

YÖNERGE

Bu testin ilk bölüm 12 sorudan oluşmaktadır. Bu sorular sizin üç boyutlu nesneleri katlayarak ne şekilde görselleştireceğinizi belirlemek üzere tasarlanmıştır. Aşağıda bu testin ilk bölümünde yer alan soru tiplerine yönelik bir örnek verilmiştir.





Yukarıda beş tane üç boyutlu cisim ve bir tane açılım bulunmaktadır. Açılım üç boyutlu bir nesnenin iç yüzeyini göstermektedir. Açılımdaki taralı kısımlar cismin tabanını göstermektedir. Sizden istenen;

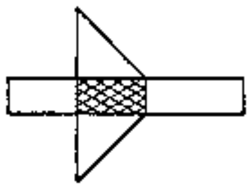
1) Bu açılımın üç boyutlu nesne olarak katlandığında, zihninizde nasıl gözüktüğünü belirlemeniz,

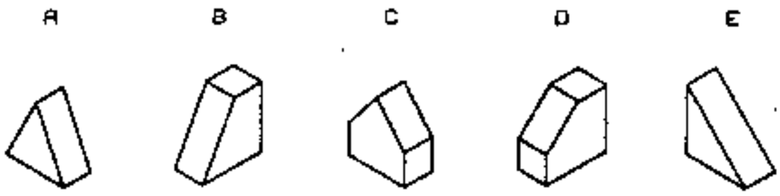
2) Yapılan katlamalar ile oluşan üç boyutlu şekli, A, B, C, D, E şıkları arasından seçmenizdir.

Yukarıda gösterilen örneğin doğru cevap hangisidir?

A, C, D, E şıkları yanlıştır. Verilen açılımın katlanmasıyla B şıkkındaki gibi bir nesne elde edilebilir. Bu testin üç bölümündeki her bir sorunun yalnızca bir doğru cevabı bulunmaktadır.

Şimdi aşağıdaki örneğe bakınız ve verilen açılım katlandığında elde edilebilecek üç boyutlu cismi şıklar arasından belirlemeye çalışınız? Verilen açılımın cismin içerisini ve taralı kısmın cismin alt yüzeyini gösterdiğini unutmayınız.



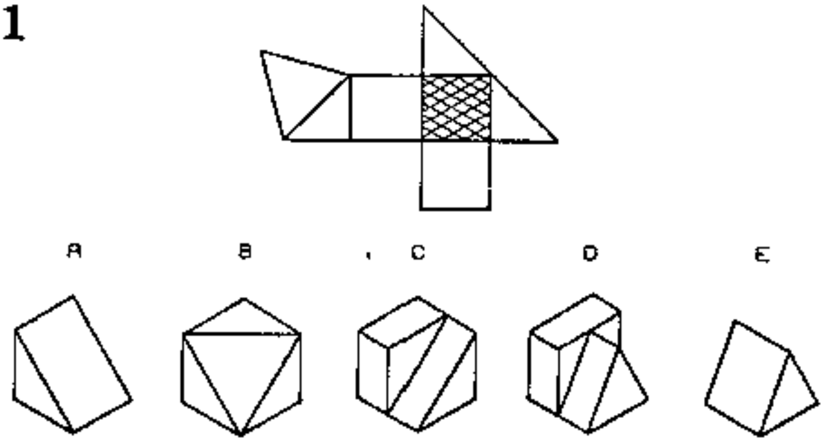


Örnekteki doğru cevap E şıkkıdır.

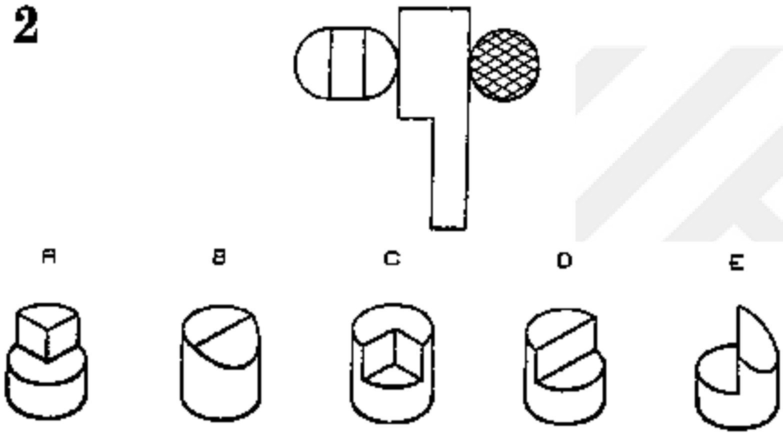
Test boyunca her bir soru için belirlediğiniz cevapları, cevap anahtarına koyu renkli kalemle işaretleyiniz.

Uyarı: Bu kitapçık üzerine herhangi bir işaretleme yapmayınız. Cevaplarınızı cevap kâğıdına işaretleyiniz. Başlarken gerekli açıklamalar yapılacaktır.

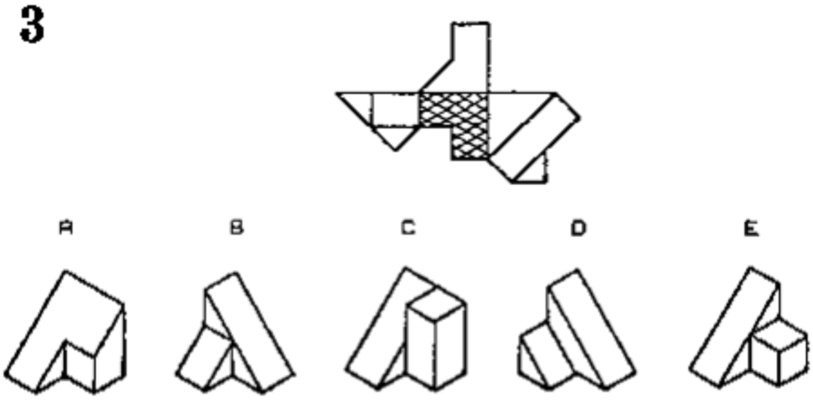
1



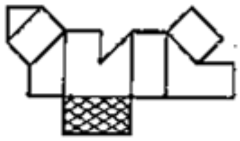
2



3

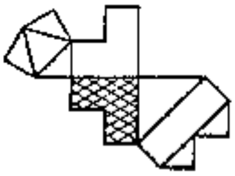


4



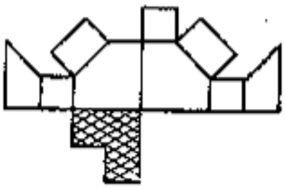
A B C D E

5



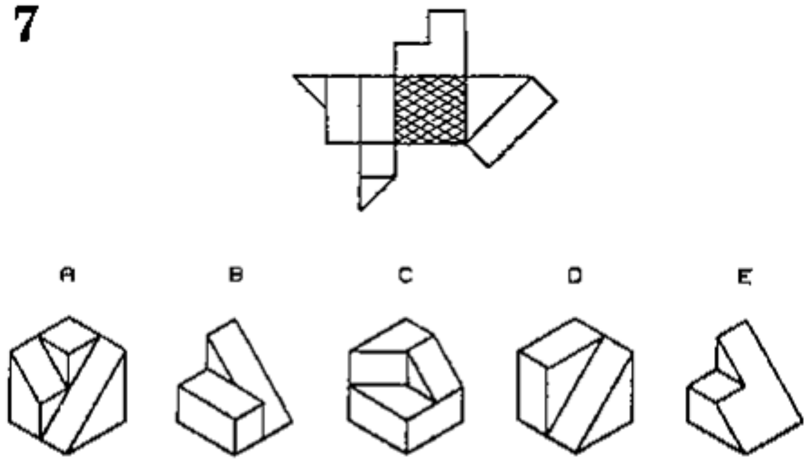
A B C D E

6

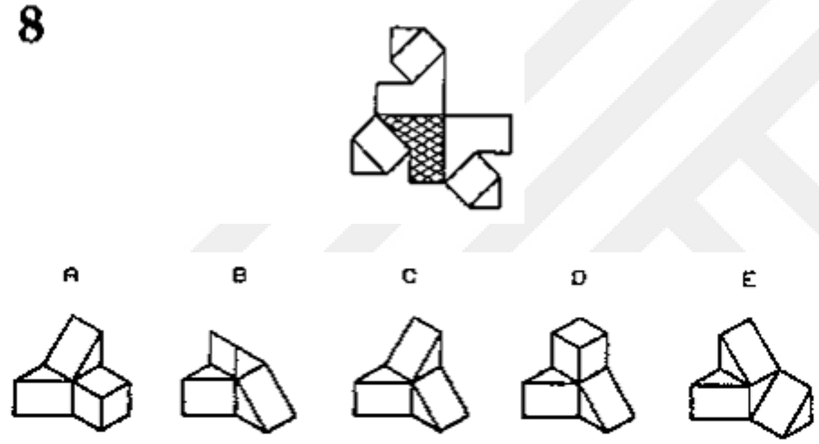


A B C D E

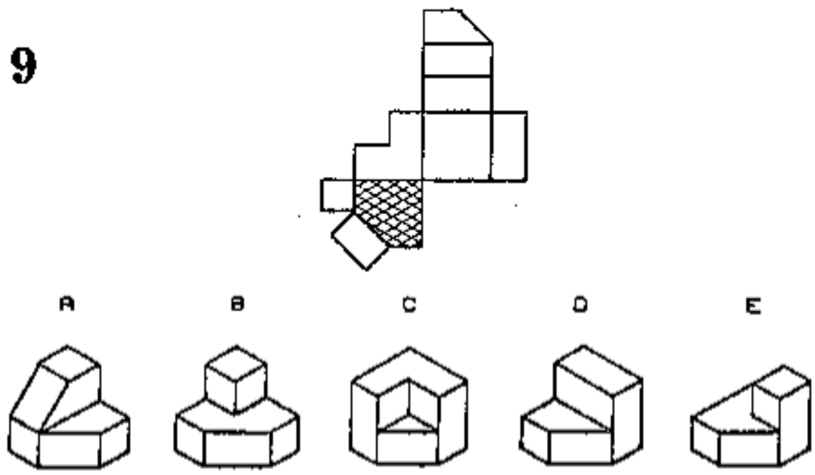
7



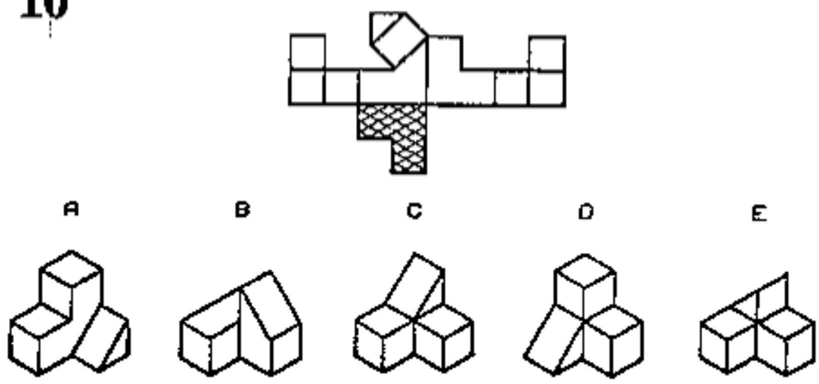
8



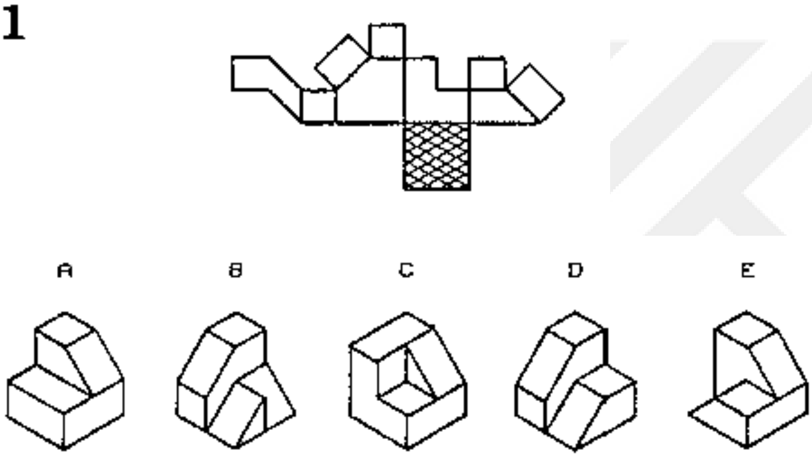
9



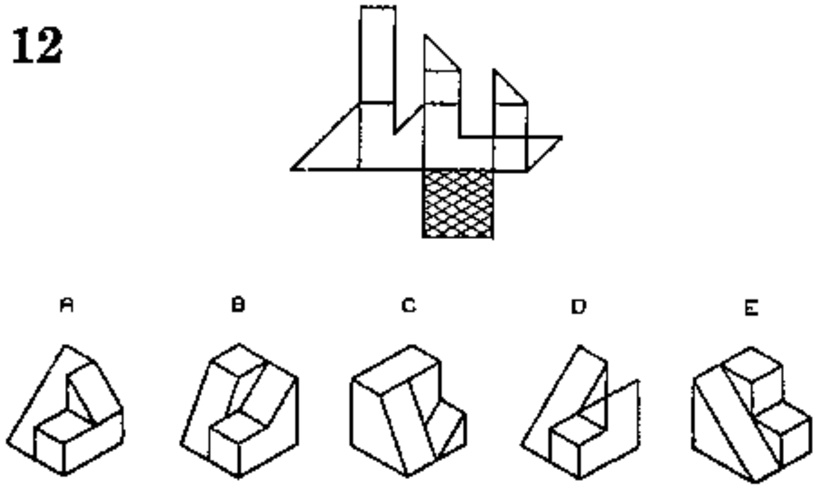
10



11



12

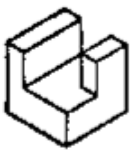


Uyarı: Bu kitapçık üzerine herhangi bir işaretleme yapmayınız. Cevaplarınızı cevap kâğıdına işaretleyiniz.

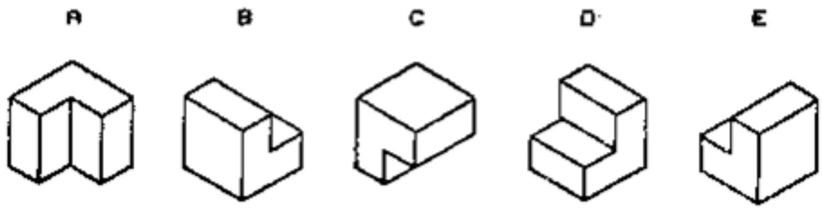
BÖLÜM–2: DÖNDÜRME

YÖNERGE

İkinci bölüm 12 sorudan oluşmaktadır. Bölümdeki sorular üç boyutlu nesnelerin döndürülmesini ne şekilde görselleştireceğinizi belirlemek üzere tasarlanmıştır. Aşağıda görülen soru tipi ikinci bölümde bulanan soru tipilerine bir örnektir.

 Şeklinin döndürülmüş hali  ’dir

 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?



Sizden istenen,

1) Sol üst kısmında yer alan nesnenin, sağ üst kısımdaki nesneye dönüşmesi için gerekli adımları bulmanız,

2) Sorunun orta kısmında bulunan nesnenin tam olarak aynı adımlar ile döndürüldüğü zaman nasıl göründüğünü bulmanız,

3) Orta kısımda bulunan cisim, gerekli adımlar uygulanarak döndürüldüğünde, elde edilen görünümün verilen şıklardan hangisinde (A, B, C, D veya E) doğru olarak gösterildiğini bulmanız, istenmektedir.

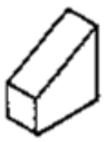
Yukarda gösterilen örnekte doğru cevap hangisidir?

A, B, C, E cevapları yanlıştır. Gerekli döndürme adımları uygulandığında D şıkkının doğru olduğu görünmektedir. Her sorunun yalnızca bir doğru cevabı olduğunu hatırlayınız.

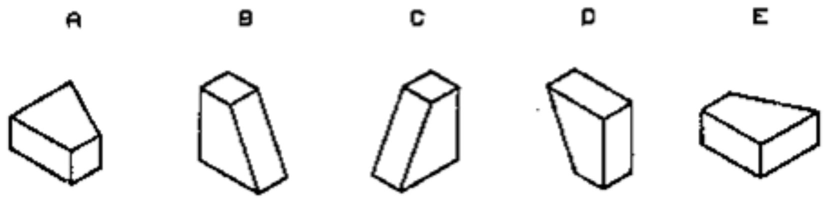
Şimdi bir diğer örneğe geçelim. Aşağıda verilen örnekte döndürülme işlemi uygulandıktan sonra doğru pozisyonda bulunan şekli belirlemeye çalışınız.

Şeklinin döndürülmüş hali

’dir.

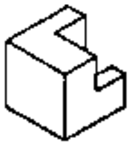


Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

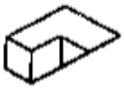


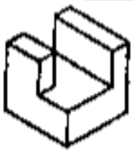
Dikkat ederseniz, bu örnekte verilen döndürme yönergesi daha karmaşıktır. Bu örnek için doğru cevap B şıkkıdır.

Uyarı: Bu kitapçık üzerine herhangi bir işaretleme yapmayınız. Cevaplarınızı cevap kâğıdına işaretleyiniz. Başlarken gerekli açıklamalar yapılacaktır.

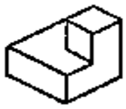
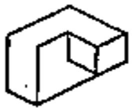
13  Şeklinin döndürülmüş hali  'dir.

 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A 
B 
C 
D 
E 

14  Şeklinin döndürülmüş hali  'dir.

 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A 
B 
C 
D 
E 

15  Şeklin döndürülmüş hali  'dir.

 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A 
B 
C 
D 
E 

16  Şeklinin döndürülmüş hali  ‘dir?

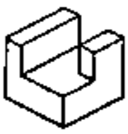
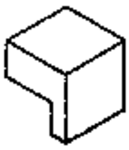
 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A B C D E

17  Şeklin döndürülmüş hali  ’dir.

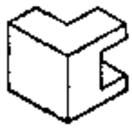
 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A B C D E

18  Şeklin döndürülmüş hali  ’dir.

 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A B C D E

19  Şeklin döndürülmüş hali  'dir.

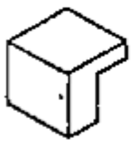
Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A B C D E

20  Şeklin döndürülmüş hali  'dir.

Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A B C D E

21  Şeklin döndürülmüş hali  'dir.

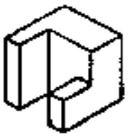
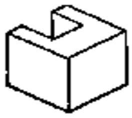
Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A B C D E

22  Şeklin döndürülmüş hali  ’dir.

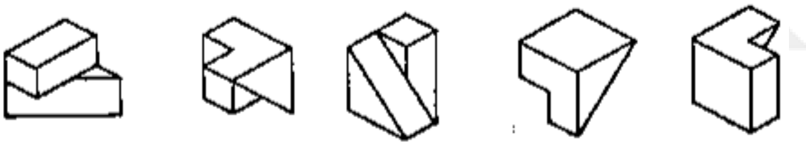
 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

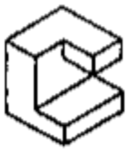
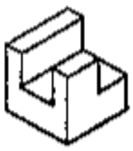
A B C D E

23  Şeklin döndürülmüş hali  ’dir.

 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A B C D E



24  Şeklin döndürülmüş hali  ’dir.

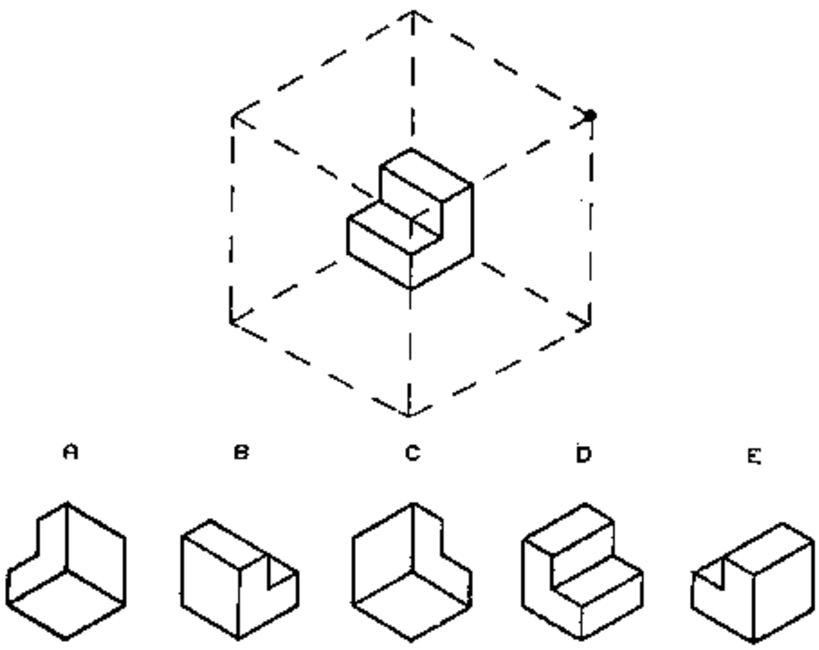
 Şeklinin döndürülmüş hali aşağıdakilerden hangisidir?

A B C D E

BÖLÜM–3: GÖRÜNÜMLER

YÖNERGE

Testin üçüncü bölümü 12 sorudan oluşmaktadır. Bu sorular, sizin çeşitli bakış açılarından, üç boyutlu cisimleri ne şekilde görselleyebileceğinizi belirlemeye yönelik olarak tasarlanmıştır. Aşağıda verilen soru, üçüncü bölümde yer alan soru tiplerine bir örnektir.



Yukarıdaki örnek saydam bir kutunun ortasına yerleştirilmiş bir cismi göstermektedir. Beş çizim aynı cismin farklı noktalardan bakıldığında oluşan görüntülerini temsil etmektedir. Saydam kutunun sağ üst köşesinde yer alan siyah nokta, cisme bakılması istenen durumu göstermektedir.

Sizden istenen;

1) Bu saydam kutunun köşesindeki siyah noktanın sizinle cam kutu arasında oluncaya kadar hareket etmesi gerektiğini hayal etmeniz,

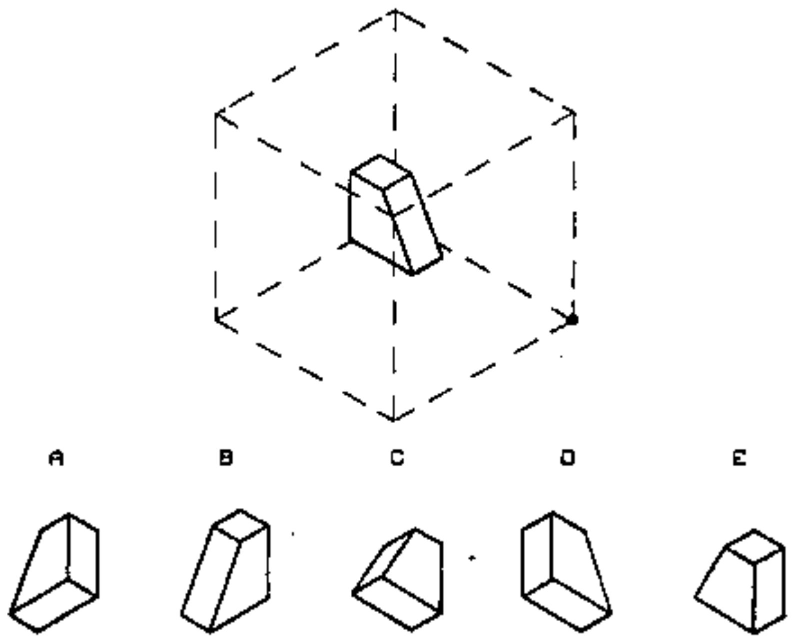
2) Bu bakış açısı doğrultusunda saydam kutuda içerisindeki nesnenin zihninizde nasıl göründüğünü bulmanız,

3) Verilen A, B, C, D ve E şıkları arasında size göre doğru olan cevabı işaretlemenizdir.

Yukarıda verilen örnekte doğru cevap hangisidir.

A, B, C ve D şıkları yanlıştır; sadece E şıkkı verilen bakış açısı doğrultusunda cismin görünümünü temsil etmektedir. Önceki bölümlerde olduğu gibi her sorunun yalnızca bir doğru cevabı bulunmaktadır.

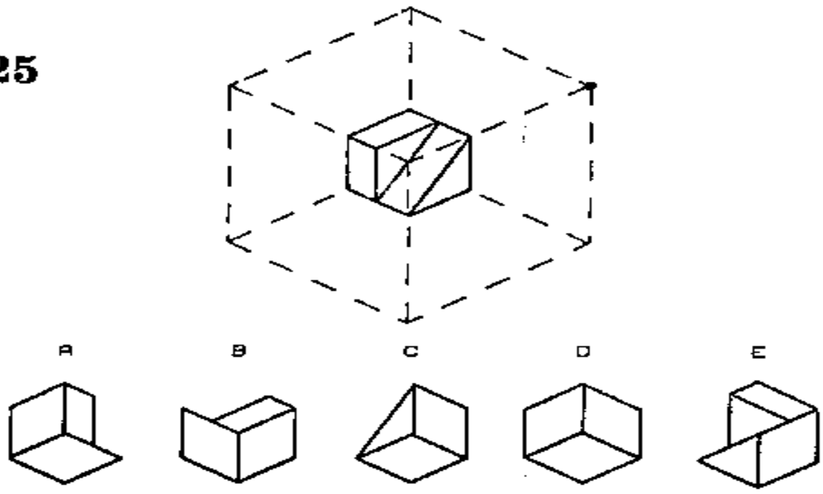
Şimdi aşağıda verilen bir sonraki örneğe bakarak, gösterilen noktadan cisme bakıldığında cismin nasıl göründüğünü bulunuz. Nesne saydam kutunun ortasına konumlandırılmıştır. Siyah nokta, sizinle nesne arasında kalacak şekilde cismi hareket ettirerek zihninizde görselleyiniz.



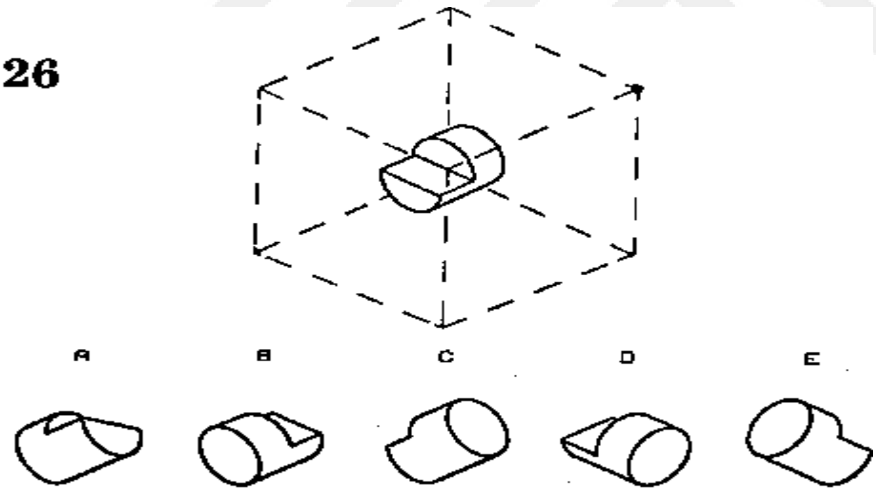
Bu örneğin doğru cevabı C şıkkıdır.

Ne zaman başlayacağınız size söylenecektir.

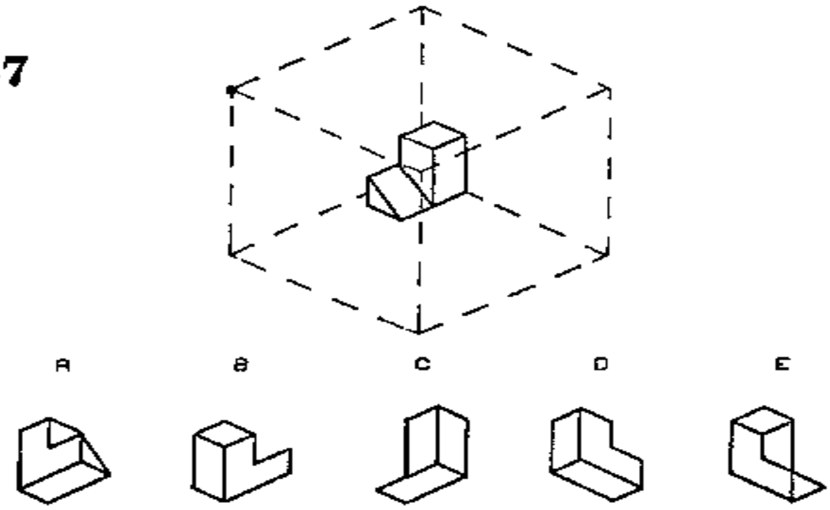
25



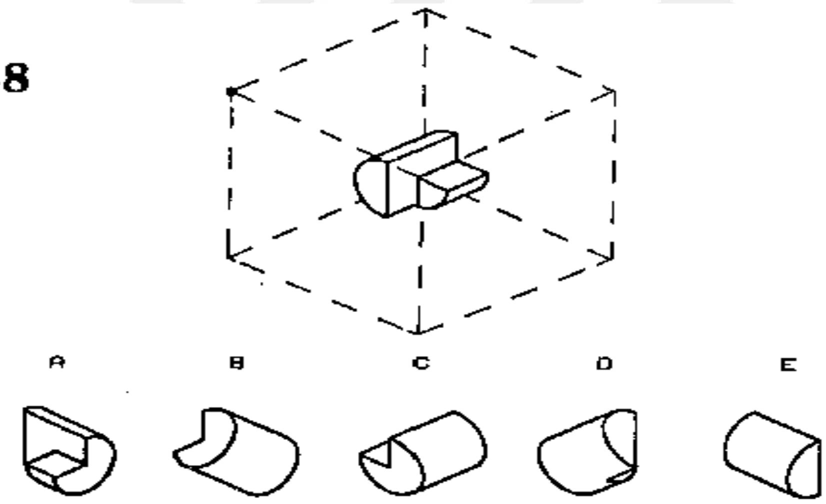
26



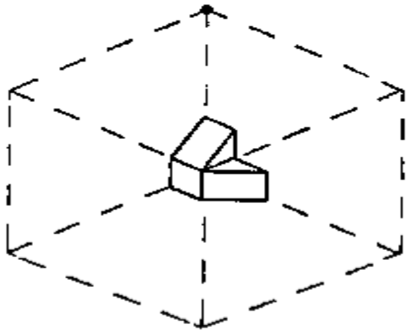
27

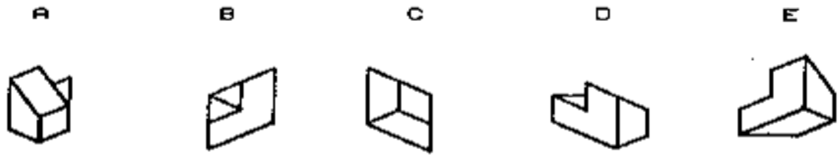


28

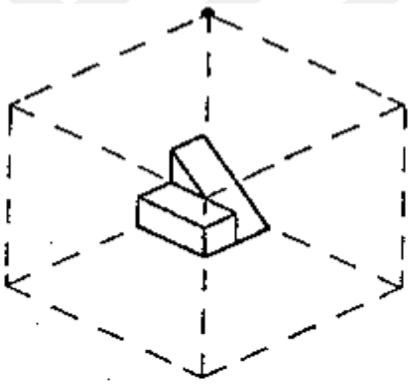


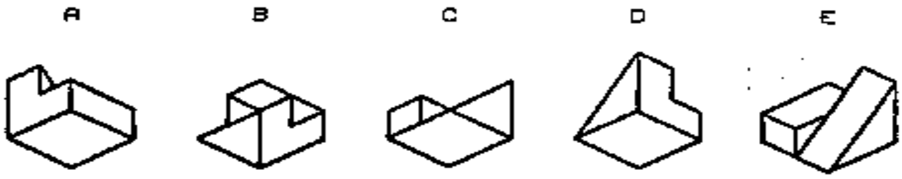
29



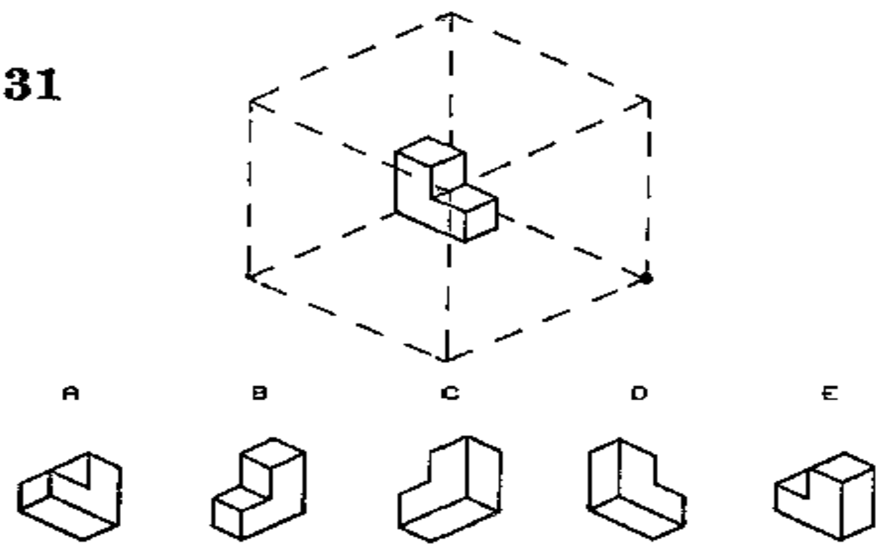


30

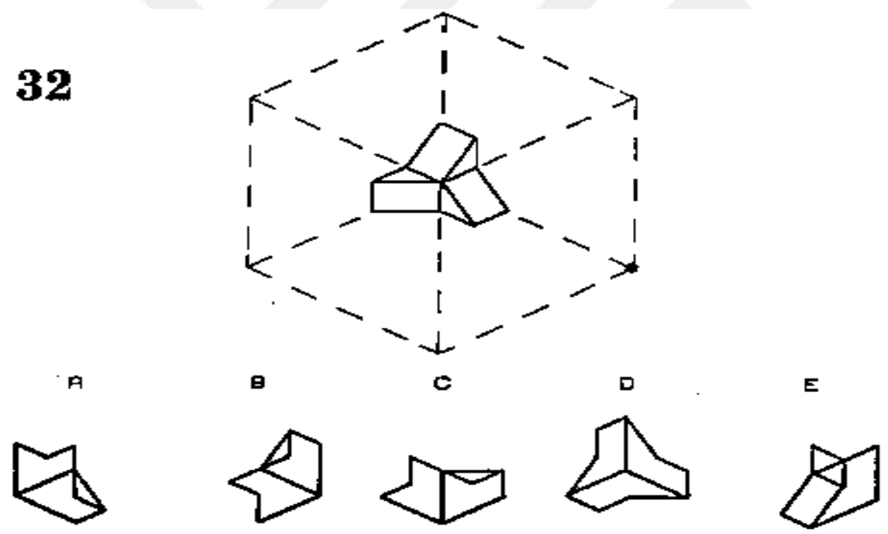




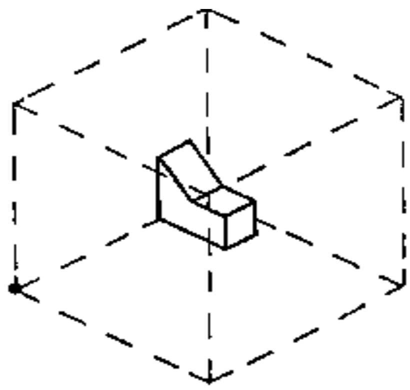
31



32

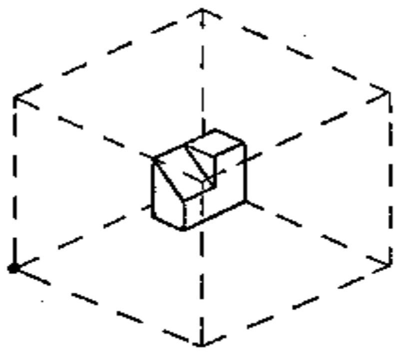


33



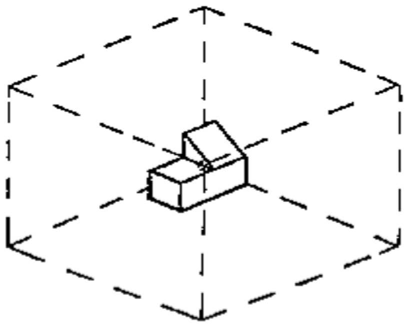
A B C D E

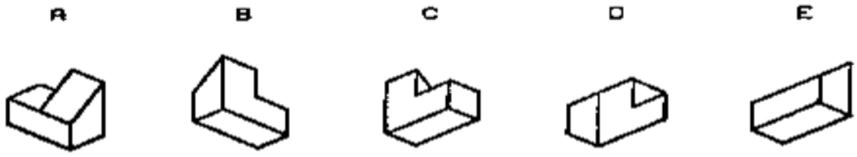
34



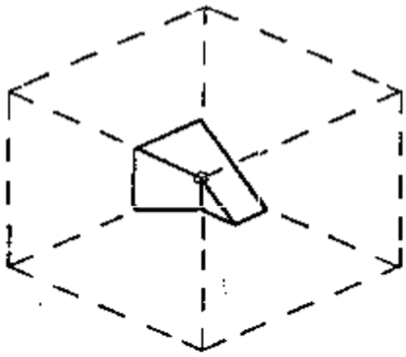
A B C D E

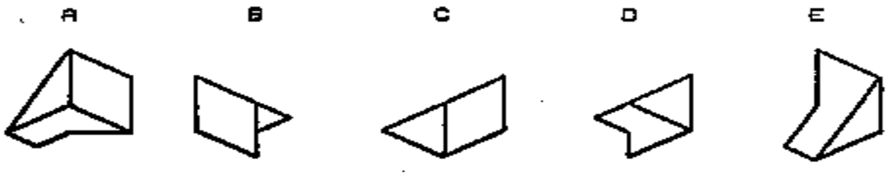
35





36





ARAŞTIRMA İZNİ

eyup.sevimli@gop.edu.tr
Ynt: Purdue Uzamsal Görselleme Testi
Kime: Osman Köse

6 Mart 2017 17:48

E

2017-03-04 01:50, Osman Köse yazmış:

Osman Köse adlı kişiye ait metnin **Daha Fazlasını Gör**

Osman Merhaba, gerekli referans verme süreçlerini takip etmek üzere Purdue Uzamsal Görselleme testini kullanmanız da bir sakınca yoktur.
Test ile ilgili yardıma ihtiyacınız olursa lütfen çekinmeyin. Başarılar dilerim.

Matematiksel Süreç Aracı- 1. Bölüm

Adı – Soyadı: ___________________________________

BÖLÜM-B

B-1: Bir atletizm yarış parkuru eşit olmayan üç bölüme ayrılıyor. Parkurun tüm uzunluğu 450m. Birinci ve ikinci bölümlerin uzunlukları toplamı 350m, ikinci ve üçüncü bölümlerin uzunlukları toplamı 250m'dir. Buna göre her bir bölüm ne kadar uzunluktadır?

B-2: Bir balon bulunduğu yerden 200m yüksekliğe çıkıyor ve 100m doğuya hareket ettikten sonra 100m alçalıyor. Daha sonra 50m daha doğuya hareket ediyor ve son olarak dümdüz yere iniyor. Bu balon başlangıç noktasına ne kadar uzaklıktadır?

B-3: Bir anne kızının yaşının yedi katı yaşındadır. Anne ile kızının yaşları farkı 24 olduğuna göre, annenin ve kızının yaşı nedir?

B-4: Bir atletizm yarışında Enes, Mustafa'nın 10 m önündedir. Yusuf, Burak'ın 4 m önünde ve Burak, Mustafa'nın 3 m önündedir. Buna göre Enes, Yusuf'un kaç metre önündedir?

B-5: En başta 1kg şekerin fiyatı 1kg tuzun fiyatının 3 katıdır. Daha sonra, tuzun 1 kilogramının fiyatı önceki fiyatının yarısı kadar artırılırken şekerin fiyatı değiştirilmiyor. Tuzun kilogramının şuan ki fiyatı 30 Krş olduğuna göre şekerin kilogramı ne kadardır?

B-6: İki ağaçta aynı sayıda serçe bulunmaktadır. Birinci ağaçtan kalkan 2 serçe ikinci ağaca konmuştur. Buna göre ikinci ağaçtaki serçe sayısı birinci ağaçtakinden kaç fazladır?

B-7: Bir kerestecide, her biri 16m uzunlukta olan kütükler 2m uzunluğunda eşit boylarda testereler yardımıyla kesilmektedir. Eğer her bir kesme işlemi 2 dakika sürüyorsa uzun kütükleri 8 eşit parçaya ayırmak ne kadar sürer?

B-8: Tamamı gazyağı ile dolu olan bir cam şişe, toplam 8kg ağırlığındadır. Gazyağının yarısı döküldükten sonra, cam şişenin ağırlığı içindekiyle birlikte 4,5 kilogramdır. Buna göre cam şişenin ağırlığı nedir?

B-9: Yolculuğunun yarısını tamamladıktan sonra uykuya dalan bir yolcu, uyandığında uyurkenki aldığı yolun yarısı kadar daha yol gitmesi gerektiğini görüyor. Buna göre yolculuğunun ne kadarlık kısmını uyuyarak geçirmiştir?

B-10: Terazinin bir kefesine bir tam dilim peynir, diğer kefesine de 3 tane çeyrek dilim peynir ve $\frac{3}{4}$ kg ağırlık konursa terazinin kefeleri dengede kalmaktadır. Buna göre bir tam dilim peynirin ağırlığı nedir?

B-11: Biri diğerinin iki katı kadar süt bulunduran süt tanklarının ikisinden de 20 litre süt dökülüyor. Son durumda, tanklarda kalan süt miktarı biri diğerinin 3 katı olacak şekildedir. Buna göre ilk başta, tanklardaki süt miktarı ne kadardı?

B-12: 10 tane eriğin ağırlığı, 3 kayısı ve 1 mangonun ağırlığı kadardır. 6 erik ve 1 kayısı, 1 mangonun ağırlığına eşittir. Buna göre kaç tane erik 1 mangoyu terazide dengede tutar?

BÖLÜM-C

C-1: Bir turistin trenle aldığı mesafe, vapurla aldığı mesafeden 150 km, yürüyerek aldığı mesafeden ise 750 km daha uzundur. Yürüyerek aldığı mesafe, vapurla aldığı mesafenin $\frac{1}{3}$'i olduğu biliniyorsa, seyahatin toplam uzunluğunu hesaplayınız.

C-2: Öğleden (12:00) beri geçen süre, gece yarısına (00:00) kalan sürenin 3'te 1'ini oluşturuyorsa, şimdi saat kaçtır?

C-3: Bir çocuk, evinden okula 30 dk'da yürüyorken, kardeşi 40 dk'da yürüyor. Kardeşi, abisinin çıktığı saatten 5 dakika erken çıkarsa; çocuk kardeşini kaç dakika sonra yakalar?

C-4: Ağabey, kardeşine "Bana 8 tane ceviz ver ki, senin cevizlerinin 2 katına sahip olayım" diyor. Fakat kardeşi ona "Sen bana 8 ceviz verirsen, eşit sayıda cevizimiz olacak" diyor. O hâlde her birinin kaç tane cevizi vardır?

C-5: Farklı uzunluk ve kalınlığa sahip iki mumdan, uzun olan mum $3\frac{1}{2}$ saat yanarken, kısa olan 5 saat yanabiliyor. 2 saat yandıktan sonra, mumlar eşit uzunluğa eriştiklerine göre; kısa mumun, uzun muma göre ilk baştaki uzunluğunun oranı nedir?

C-6: Bir tren, bir telgraf direğini $\frac{1}{4}$ dakikada geçiyor ve 540 m uzunluğundaki tünelden tam olarak $\frac{3}{4}$ dakikada geçiyor. Trenin dakikadaki hızı ve trenin uzunluğu kaç metredir?

Matematiksel Süreç Aracı - 2. Bölüm

Cevap Kâğıdı

Adı – Soyadı: ______________________________________

ÇÖZÜM

	1	2	3	4	5	6	Hiçbiri
B-1							
B-2							
B-3							
B-4							
B-5							
B-6							
B-7							
B-8							
B-9							
B-10							
B-11							
B-12							

ÇÖZÜM

	1	2	3	4	5	6	Hiçbiri
C-1							
C-2							
C-3							
C-4							
C-5							
C-6							

Matematiksel Süreç Aracı - 2. Bölüm

- Bu ankette sizden matematiksel süreç aracı 1. Bölüm'de yer alan problemlere nasıl yanıt verdiğinizi düşünmeniz istenmektedir. Her problemin üç veya daha fazla çözümü vardır.

- Problemi ilk çözüşünüzde kullandığınız yolla aynı veya çok benzer olanı aşağıda verilen çözüm yöntemleri arasından seçerek cevap kâğıdına işaretleyiniz. Problemi tamamlayıp tamamlamamış olmanız veya yanıtınızın doğru olup olmaması önemli değildir.

- Çözüm yolunuz verilen seçeneklerden ikisine benziyorsa bu iki çözüm yollarını da işaretleyebilirsiniz.

- Problemlerden herhangi biri için verilen çözüm yollarından hiçbiri sizin çözüm yolunuzla aynı veya çok benzer değilse "Hiçbiri" şıkkını işaretleyiniz.

ÇÖZÜMLER

BÖLÜM – B

B-1

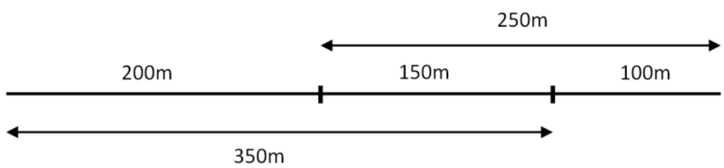
B-1. <u>Çözüm 1:</u> Bu problemi yarış pistini hayal ederek çözdüm ve her bir Bölümün uzunluğunu hesapladım.

Üçüncü bölümün uzunluğu $= 450 -$ m.

Birinci bölümün uzunluğu $= 450 - 250$ m.

Ve böylece ikinci bölümün uzunluğu m.

B-1. <u>Çözüm 2:</u> Yarış pistini temsilen bir diyagram çizdim ve her bir bölümün uzunluğunu böyle hesapladım.



İlk bölümün uzunluğu 200 m, ikinci bölümün uzunluğu 150 m ve üçüncü bölümün uzunluğu 100 m’dir.

B-1. **<u>Çözüm 3:</u>** Bu problemi çözmek için, verilenlerden yola çıkarak (cebirsel veya cebirsel olmayan) bir sonuca ulaştım ve herhangi bir resim hayal edip çizmedim.

Parkurun tüm uzunluğu 450m.
<u>Birinci ve ikinci bölümlerin uzunlukları toplamı 350 m’dir.</u>
Sonuç: Üçüncü bölümün uzunluğu = $450 - 350$ m.

<u>İkinci ve üçüncü bölümlerin uzunlukları toplamı 250 m’dir.</u>
Sonuç: Birinci bölümün uzunluğu $-$ m.

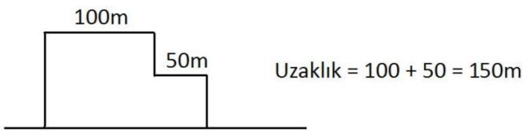
Böylece ikici bölümün uzunluğu = $-$ $-$ m olur.

B-2

B-2. **<u>Çözüm 1</u>:** Balon tarafından alınan yolu hayal ederek başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafeyi hesapladım.

Mesafenin m olacağını buldum.

B-2. **<u>Çözüm 2:</u>** Balon tarafından alınan yolu temsilen bir diyagram çizdim ve başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki mesafeyi buldum.



B-2. **<u>Çözüm 3:</u>** Bu soruyu çözmek için, çözüm için önemli olan bilgilere dikkat ettim (balonun aldığı yolu hayal etmeden). Böylelikle başlangıç ve varış noktaları arasındaki mesafe m’dir.

B-3

B-3. <u>Çözüm 1:</u> Bu soruyu deneme yanılma yoluyla çözdüm.

Kızın yaşı	Annenin yaşı	
2	26	Hayır
3	27	Hayır
4	28	Evet

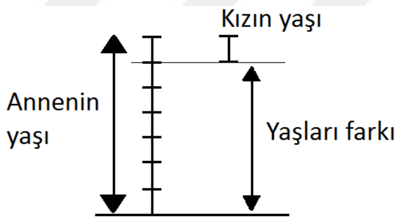
Böylece, anne 28, kızı 4 yaşındadır.

B-3. <u>Çözüm 2:</u> Bu soruyu, sembol ve eşitlik kullanarak çözdüm.

Mesela kızın yaşı olsun. Buradan anne x yaşındadır. Yaşlarının farkı yıldır. Bundan dolayı ve olur.

Böylece kız 4 yaşındadır ve anne 28 yaşındadır.

B-3. <u>Çözüm 3:</u> Bu soruyu, yaşları temsil eden diyagram çizerek çözdüm.



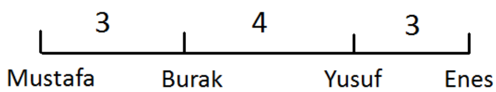
Diyagramdan, yaşları arasındaki fark 6 parçadır. Bu fark 24 yıla eşittir. Bundan dolayı her bir parça 4 yılı temsil etmektedir, böylece kız 4 yaşında ve anne 28 yaşındadır.

B-3. <u>Çözüm 4:</u> Çözüm 3'teki gibi bir diyagram hayal ettim ve 6 parçanın 24 yılı temsil ettiği sonucuna ulaştım, dolayısıyla bir parça 4 yılı temsil eder. Böylece, kızın yaşı 4, annenin yaşı 28'dir.

B-4

B-4. <u>Çözüm 1:</u> Dört kişi hayal ederek, Enes ve Yusuf'un arasındaki mesafeyi hesapladım. Enes, Yusuf'un 3m önündedir.

B-4. <u>Çözüm 2:</u> Dört kişiyi temsil eden bir diyagram çizerek, Enes ve Yusuf arasındaki mesafeyi hesapladım.



Enes, Yusuf'un 3m önündedir.

B-4. **<u>Çözüm 3:</u>** Bu problemi, sadece soruda geçen cümlelerden yola çıkarak çözdüm:

Yusuf, Burak'ın 4m önünde ve Burak, Mustafa'nın 3m önündedir.

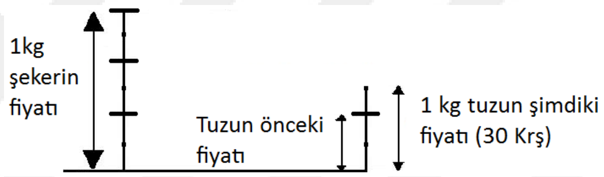
Sonuç: Yusuf, Mustafa'nın 7m önündedir.

Enes, Mustafa'nın 10m önündedir.

Sonuç: Enes, Yusuf'un 3m önündedir.

B-5

B-5. **<u>Çözüm 1:</u>** Bu problemi, şekerin ve tuzun fiyatlarını temsil eden bir diyagram çizerek çözdüm.



Diyagramdan da görülebileceği üzere, tuzun fiyatı artırıldıktan sonra 1kg şekerin fiyatı 1kg tuzun fiyatının iki katıdır (şu an 30 Krş). Böylece 1kg şekerin fiyatı 60 Krş'tur.

B-5. **<u>Çözüm 2:</u>** Birinci çözümdeki yöntemi kullanarak çözdüm, fakat diyagramı "zihnimde" canlandırdım. (kağıt üzerine çizmedim)

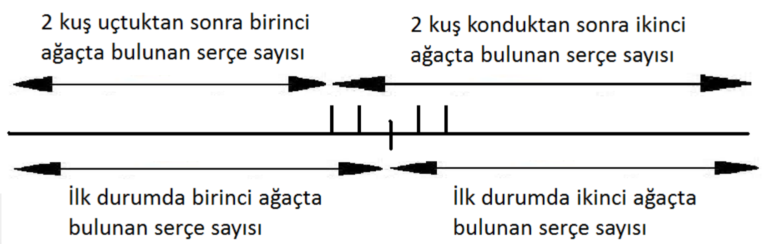
B-5. **<u>Çözüm 3:</u>** Soruyu muhakeme ederek çözdüm. 1kg tuz şu an 30 krş. Bu, bir önceki fiyatının − katı olduğuna göre bir önceki kg fiyatı 20 Krş'tur. Böylelikle şekerin kg fiyatı dir, yani 60Krş.

B-5. **<u>Çözüm 4:</u>** Soruyu, sembol ve eşitlik kullanarak çözdüm. Örneğin, tuzun bir önceki kg fiyatının x kuruş olduğunu farz edersek, şekerin kg fiyatı kuruştur. Artıştan sonra tuzun kg fiyatı − Krş'tur. Şekerin kg fiyatı şu an ki tuz fiyatının iki katı olduğuna göre şekerin kg fiyatı 60 Krş'tur.

B-6

B-6. <u>Çözüm 1:</u> Soruyu muhakeme yoluyla çözdüm. İki serçe birinci ağaçtan uçup ikinci ağaca konduklarında, birinci ağaçtaki serçe sayısı öncekine göre 2 tane azalırken, ikinci ağaçta öncekine göre 2 tane artmıştır. Böylelikle ikinci ağaçta birinci ağaca göre 4 tane daha fazla serçe vardır.

B-6. <u>Çözüm 2:</u> Bir diyagram çizdim.



İkinci ağaçta birinciye göre 4 tane daha fazla serçe vardır.

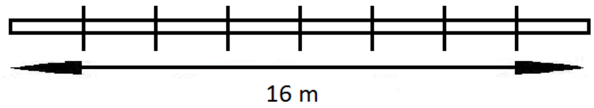
B-6. <u>Çözüm 3:</u> İkinci çözümdeki yöntemi kullandım, fakat diyagramı "zihnimde" canlandırdım. (kâğıt üstüne çizmedim)

B-6. <u>Çözüm 4:</u> Bu soruyu bir örnek kullanarak çözdüm. Örneğin; her iki ağaçta 8 tane serçe olsun. 2 tane serçe birinci ağaçtan ikinci ağaca uçtuktan sonra, birinci ağaçta 6 tane, ikinci ağaçta 10 tane serçe vardır. Buradan; ikinci ağaçta birinciye göre 4 tane daha fazla serçe vardır.

B-6. <u>Çözüm 5:</u> Bu soruyu semboller kullanarak çözdüm. En başında, her iki ağaçta bulunan serçe sayısına x diyelim. 2 tane serçe birinci ağaçtan ikinci ağaca uçtuktan sonra; birinci ağaçta $x - 2$, ikinci ağaçta tane serçe bulunur. Serçe sayıları arasındaki fark =

B-7

B-7. <u>Çözüm 1:</u> Soruyu çözmek için, kısa parçalara kesilecek uzun kütüğü temsilen bir diyagram çizdim.



Diyagramdan, 8 tane kısa kütüğü üretmek için 7 kere kesme işlemi gerekmektedir. Buradan gereken süre $7 \times 2 = 14$ dakikadır.

B-7. **Çözüm 2:** Birinci çözümle aynı yöntemi kullandım, fakat diyagramı kafamda canlandırdım.

B-7. **Çözüm 3:** Soruyu muhakeme yoluyla çözdüm:

Eğer uzun kütükler 16 m'den uzun olsaydı, 8 tane kısa kütük elde etmek için 8 kesme işlemi gerekirdi. Fakat son kesme işlemi gereksizdir, yani 7 kesme işlemi yeterlidir. Geçen süre = $7 \times 2 = 14$ dakikadır.

B-8

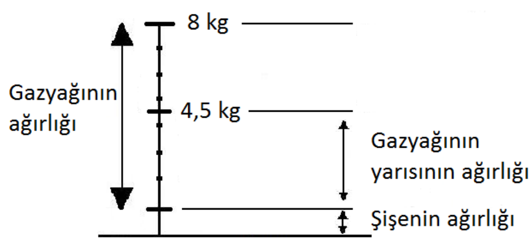
B-8. **Çözüm 1:** Bu soruyu sembol ve eşitlik kullanarak çözdüm. Örneğin; şişenin ağırlığının x kg olduğunu varsayalım.

Buradan gaz yağının ağırlığı (8 kg'dır.

Yani gaz yağının yarısının ağırlığı – – x) kg'dır.

Buradan – – 1. Böylelikle şişenin ağırlığı 1 kg'dır.

B-8. **Çözüm 2:** Sırasıyla ağırlıkları temsil eden bir diyagram çizdim.



Diyagramdan yarım gaz yağının ağırlığı = 8 – 4,5 = 3,5

Böylece gaz yağının ağırlığı 7 kg'dır. Ve şişenin ağırlığı 1 kg'dır. (Ya da doğrudan: şişenin ağırlığı = 4,5 – 3,5 = 1 kg)

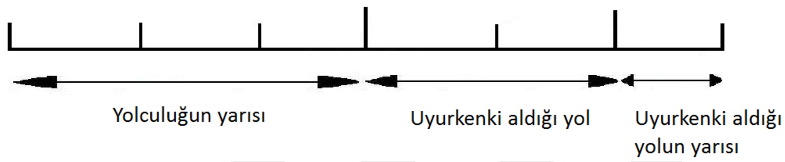
B-8. <u>Çözüm 3:</u> İkinci çözümdeki gibi, fakat diyagramı zihnimde "canlandırdım".

B-8. <u>Çözüm 4:</u> İkinci çözümdeki gibi, fakat herhangi bir diyagram veya benzetme kullanmadan

---

B-9

B-9. <u>Çözüm 1:</u> Yolculuğun tamamını temsilen bir diyagram çizdim.



Diyagramdan: yolculuğu tamamı 6 parçadan oluşursa, iki parçalık kısmında uyumuştur, yani yolculuğun $\frac{1}{3}$ 'i kadarında uyumuştur.

B-9. <u>Çözüm 2:</u> Birinci çözümdeki gibi, fakat diyagramı zihnimde "canlandırdım".

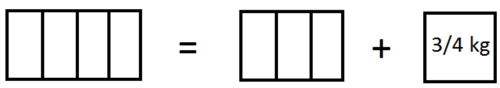
B-9. <u>Çözüm 3:</u> Bu soruyu sembol ve eşitlik kullanarak çözdüm, örneğin; uyuyarak geçirdiği mesafeye x birim diyelim. Uyandığında kalan mesafe − birim olacaktır.

Buradan (x − birim yolculuğun yarısını oluşturmaktadır. Yani yolculuğun tamamı − birimdir.

Böylelikle, yolculuğun $\frac{1}{3}$'i kadarında uyumuştur.

B-10

B-10. <u>Çözüm 1:</u> Bu soruyu nesneleri temsil eden diyagram çizerek çözdüm.



Her iki kefeden de 3 çeyrek dilim peynir çıkartılırsa, bir çeyrek dilim peynir $\frac{3}{4}$ kg ile dengede kalır. Buradan bir tam peynirin ağırlığı $4 \times \frac{3}{4}$ kg, yani 3 kg'dır.

B-10. **Çözüm 2:** Birinci çözümdeki gibi, fakat diyagramı zihnimde "canlandırdım".

B-10. **Çözüm 3:** Bu soruyu, sembol ve eşitlik kullanarak çözdüm, örneğin; bir tam dilim peynirin ağılığına x kg diyelim.

Buradan $\mathrm{x} = \frac{3}{4}\mathrm{x} + \frac{3}{4}$, dolayısıyla x

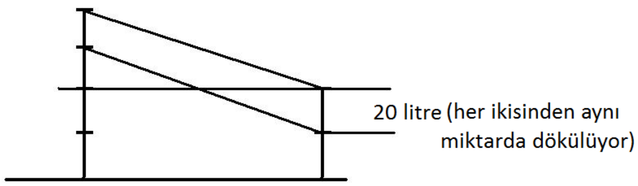
Böylece, bir tam dilim peynirin ağırlığı 3 kg'dır.

B-10. **Çözüm 4**: $\frac{1}{4}$ peynirin ağırlığı $\frac{3}{4}$ kg'dır. Buradan bir tam dilim peynir 3 kg'dır. (herhangi bir diagram veya benzetme kullanmadan)

B-11

B-11. **Çözüm 1:** Bu soruyu sembol ve eşitlik kullanarak çözdüm, örneğin; ilk başta tanklarda bulunan süt miktarlarına x litre ve $2x$ litre diyelim.
Daha sonra $3(x - 20) = 2x - 20$, böylece $x =$
Buradan, en baştaki süt miktarları 40 litre ve 80 litre'dir.

B-11. **Çözüm 2:** Sütlerin miktarını temsilen bir diyagram çizdim.



Diyagramdan, her bir tanktan süt boşaltıldıktan sonra biri diğerinden 3 katı kadar daha fazla süt bulundurması için, ikinci tankta 20 litre süt kalması gerekmektedir. Böylece, en başta 40 litre ve 80 litre süt bulunmaktadır.

B-11. **Çözüm 3:** İkinci çözümdeki gibi, fakat diyagramı zihnimde "canlandırdım".

B-12

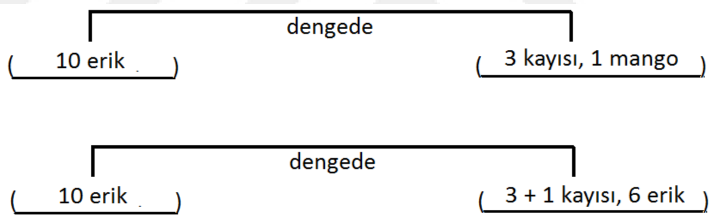
B-12. **Çözüm 1:** Sembol ve eşitlik kullandım, örneğin; bir eriğin ağırlığı birim ve bir kayısının ağırlığı y birim olsun.

Buradan bir mango birimdir.

Böylece, $10x$ yani $x = y$ dir.

Buradan, mangonun ağırlığı $6x$ x, yani $7x$ birimdir. Böylece, 7 erik 1 mangoyu terazide dengede tutar.

B-12. **Çözüm 2:** Bu problemi, ağırlıkları temsil eden bir diyagram çizerek çözdüm.



Terazinin her kefesinden 6 erik alırsak, 4 erik ile 4 kayısı dengede kalır. Yani 1 erik 1 kayısıyla eşit ağırlıktadır.1 mango, 6 erik ve 1 kayısı ile dengelenmektedir. Buradan 7 erik 1 mangoyu dengede tutabilir.

B-12. **Çözüm 3:** İkinci çözümdeki gibi, fakat diyagramı kafamda canlandırdım.

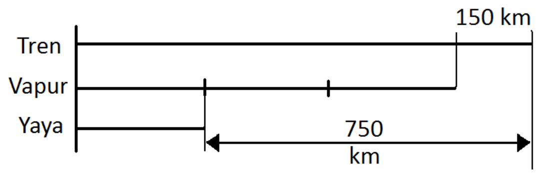
B-12. **Çözüm 4:** Bu soruyu muhakeme yoluyla çözdüm. (her hangi bir resim hayal etmeden)

1 mango, 6 erik ve 1 kayısı ile dengede kalabilmektedir, buradan 3 kayısı + 6 erik + 1 kayısı ile 10 erik dengede kalabilmektedir. Yani 4 erik, 4 kayısıyı dengelemektedir. Böylece 1 mango, 7 erik ile dengelenmektedir.

BÖLÜM – C

C-1

C-1. **<u>Çözüm 1:</u>** Uzunlukları temsilen bir diyagram çizdim.



Diyagramdan görüleceği üzere, vapurla gerçekleştirilen seyahatin 3'te 2'lik kısmı = 750 – 150 = 600 km.

Böylece, vapurla seyahatin uzunluğu 900 km, trenle 1050 km ve yürüyerek 300 km'dir, bundan dolayı bütün seyahatin uzunluğu 2250 km'dir.

C-1. **<u>Çözüm 2:</u>** Çözüm 1'de olduğu gibi, fakat diyagramı hayal ettim.

C-1. **<u>Çözüm 3:</u>** Soruyu, sembol ve denklem kullanarak çözdüm.

Örneğin; Yürüyerek alınan yola x km diyelim.

Bundan dolayı vapurla alınan yol km ve trenle alınan yol km'dir.

Böylece ve

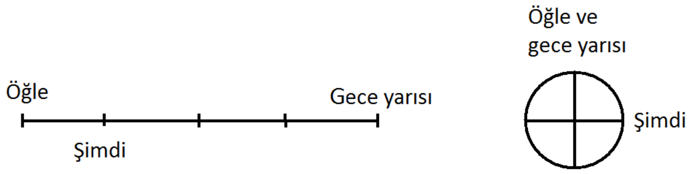
Demek ki yürüyerek alınan yol 300 km, vapurla 900 km ve trenle 1050 km; böylece bütün seyahatin uzunluğu 2250 km.

C-2

C-2. **<u>Çözüm 1</u>:** Sembol ve denklem kullandım. Örneğin,

Öğleden beri geçen süreye x saat diyelim. Gece yarısına kadar kalan süre de saat olur. Böylece – ve Bu nedenle şu anda saat öğlen 3'tür.

C-2. **<u>Çözüm 2:</u>** Zamanı temsilen bir diyagram çizdim. (çizgi veya saat kadranı)

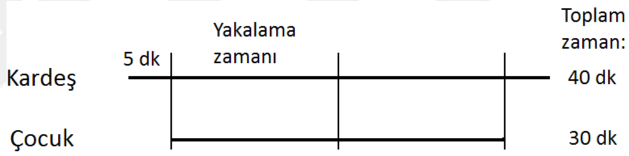


C-2. <u>Çözüm 3:</u> (Diyagramdan, saat öğleden sonra ıayal ettim.

C-2. <u>Çözüm 4:</u> Herhangi bir şekil veya diyagram kullanmadan, akıl yürüterek öğlen ve gece yarısı arasındaki sürenin $\frac{1}{4}$ 'inin geçtiğini anladım, böylece saat öğleden sonra 3'tür.

C-3

C-3. <u>Çözüm 1:</u> Zamanları temsilen bir diyagram çizdim.



Diyagramdan: Çocuk, kardeşinden 5 dk önce okula ulaşacaktır, böylece şeklin iki yarısı simetrik olmalı, bundan dolayı çocuk kardeşini yarı yolda yakalayacaktır, yani 15 dk sonra.

C-3. <u>Çözüm 2:</u> Çözüm 1'de olduğu gibi, fakat diyagramı hayal ettim.

C-3. <u>Çözüm 3:</u> Sembol ve denklem kullandım, örneğin:

Okula olan mesafenin birim olduğunu ve kardeşini dakikada yakaladığını varsayalım.

Buradan kardeşinin yürüdüğü süre $(x + 5)$ dakika olur.

Çocuğun hızı dakikada $\frac{\mathrm{d}}{30}$ birim, kardeşinin ki ise $\frac{\mathrm{d}}{40}$ birimdir.

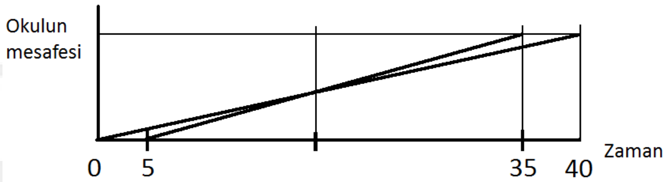
Çocuk, kardeşini yakaladığı zaman; ikisi de aynı mesafeyi gitmiş olur.

Böylece — — ve buradan 15. Çocuk kardeşini 15 dakikada yakalar.

C-3. **<u>Çözüm 4:</u>** Bu problemi, çocuk ve kardeşinin yarı yola ulaşma sürelerini hesaplayarak çözdüm.

Bu süre, çocuk için 15 dakika ve kardeşi için de 20 dakikadır. Fakat kardeşi yola 5 dakika erken çıkmıştır, böylece yarı yola aynı anda ulaşacaklardır. Çocuk, kardeşini 15 dakikada yakalar.

C-3. **<u>Çözüm 5:</u>** Grafik çizdim.



Simetriden grafikler orta noktada kesişir. Bu yüzden çocuk kardeşini 15 dakikada yakalar.

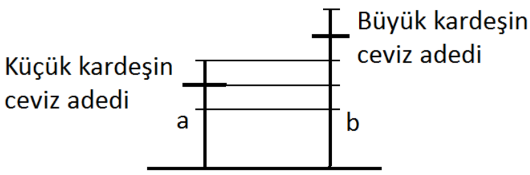
C-4

C-4. **<u>Çözüm 1:</u>** Sembol ve denklem kullandım. Örneğin; küçük kardeşte ceviz olduğunu, büyüğündeyse y ceviz olduğunu varsayalım.

–

Denklemleri aynı anda çözülürse: ve 56. Küçük kardeşin 40, ağabeyin ise 56 cevizi vardır.

C-4. **<u>Çözüm 2:</u>** Cevizlerin adedini temsilen bir diyagram çizdim.



Sorudaki durumlardan, b çizgisinin üst yarısı, her biri 8 cevizi temsil eden 4 eşit parçaya bölünürse, bu bölmelerin 7 tanesi ağabeyin ceviz sayısını gösterirken, 5 tanesi küçük kardeşinkileri gösterir. Bu yüzden kardeş 40 adet, ağabeyi 56 adet cevize sahiptir.

C-4. **<u>Çözüm 3:</u>** Çözüm 2'de olduğu gibi, fakat diyagramı hayal ettim.

C-5

C-5. **<u>Çözüm 1:</u>** Verilen bilgi üzerinden akıl yürüttüm.

2 saatten sonra, uzun olan mumun 7'de 4'ü tükenir, bu yüzden 7'de 3'lük kısmı geriye kalır. Bu arada, kısa mumun 5'te 2'lik kısmı tükenir, geriye 5'te 3'lük kısmı kalır.

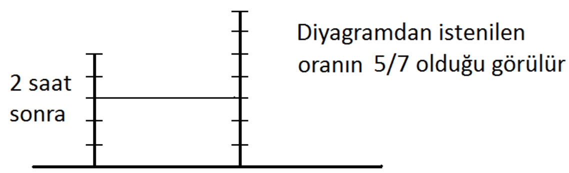
Fakat geriye kalan uzunlukları eşittir.

Bu yüzden − uzun mumun uzunluğu. − kısa mumun uzunluğu.

Buna bağlı olarak gerekli orantı = −

C-5. **<u>Çözüm 2:</u>**Çözüm 1'deki gibi akıl yürüttüm, fakat matematiksel(cebirsel) denklem ve semboller kullandım.

C-5. **<u>Çözüm 3:</u>** Mumların uzunluklarını temsilen diyagram çizdim. 2 saat geçtiğini düşündükten sonra; uzun mumun 7'de 4'ü, kısa mumun 5'te 2'si tükenir.



C-5. **<u>Çözüm 4:</u>** Çözüm 3'te olduğu gibi, fakat diyagramı hayal ettim.

C-5. **<u>Çözüm 5:</u>** Çözüm 3'te olduğu gibi bir diyagram çizdim veya hayal ettim ve aşağıdaki sonuca ulaştım;

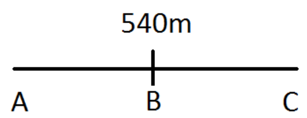
2 saat sonra, küçük olan mumun tamamen yanması için 3 saati ve uzun mumun tamamen yanması için 1,5 saati vardır. Boyları eşit olduğuna göre, küçük mumun kalınlığı uzun mumun kalınlığının iki katıdır.

Buradan; istenilen orantı —, yani −

C-5. <u>Çözüm 6:</u> Çözüm 5' teki gibi düşündüm, fakat herhangi bir şekil çizmedim veya hayal etmedim.

C-6

C-6. <u>Çözüm 1:</u> Tüneli temsilen bir diyagram çizdim.



B, doğru parçasının orta noktasıdır. Trenin, A noktasını geçmesi $\frac{1}{4}$ dakika alıyor ve trenin ön tarafı B noktasına ulaşıyor. Diğer $\frac{1}{4}$ 'lük dakikada trenin ön tarafı C noktasına ulaşıyor ve bir sonraki $\frac{1}{4}$ 'lük dakikada tren tünelden tamamıyla çıkıyor.

Böylece; trenin uzunluğu 270m'dir. Ve trenin hızı m/dk'dır.

C-6. <u>Çözüm 2:</u> Çözüm 1'de olduğu gibi, fakat diagramı hayal ettim.

C-6. <u>Çözüm 3:</u> Her hangi bir şekil veya diyagram kullanmadan, sembol ve denklem kullandım; örneğin:

Trenin uzunluğuna x metre diyelim. Buradan trenin hızı x – m/dk olur. Mademki trenin tünele tamamen girmesi $\frac{1}{4}$ dakika sürüyor, tüneli tamamıyla çıkması için – – – dakika geçer.

Buradan, $4x$ 'in $\frac{1}{2}$ ile çarpımı 540 ise, olur.

Trenin uzunluğu 270 m'dir ve hızı dakikada 1080 m'dir.

EK 5: MSA Cevap Anahtarı

E: Görsel olan çözüm yöntemi

H: Görsel olmayan çözüm yöntemi

ÇÖZÜM

	1	2	3	4	5	6
B-1	E	E	H			
B-2	E	E	H			
B-3	H	H	E	E		
B-4	E	E	H			
B-5	E	E	H	H		
B-6	H	E	E	H	H	
B-7	E	E	H			
B-8	H	E	E	H		
B-9	E	E	H			
B-10	E	E	H	H		
B-11	H	E	E			
B-12	H	E	E	H		

ÇÖZÜM

	1	2	3	4	5	6
C-1	E	E	H			
C-2	H	E	E	H		
C-3	E	E	H	H	E	
C-4	H	E	E			
C-5	H	H	E	E	E	H
C-6	E	E	H			

1

a=(2,-1,1) , b=(1,-3,-5) , c=(3,-4,-4) vektörlerinin bir dik üçgenin kenarları olarak alınabileceğini gösteriniz.

SOLO Düzeyi	Seviyenin Genel Özellikleri	Problem Değerlendirme Ölçütleri Ve Açıklamaları
Yapı Öncesi	Üzerinde çalışılan durumun cevapla ilişkisi yoktur. Bu durum öğrencinin dikkatinin dağılmasına ve onu yanlış çözüme doğru yönlendirir.	- Problemde verilen vektörler arsında rasgele işlemler yapar. - Verilen vektörleri uzayda bir nokta olarak algılayıp çeşitli rastgele cebirsel işlemler yapar. - Üçgen çizilip **a, b, c** vektörlerinin çizilen bu üçgenin köşe noktları olduğunu ifade eden hatalı ifadelerde bulunur. - Verilen bilgileri tekrar eder ya da cevap verememek
Tek Yönlü Yapı	Problem yüzeysel olarak ele alınırken problem tek bir yönüyle incelenir. Çözüm yaparken kullandığı bilginin bütün içindeki yerini göremez ve diğer parçlarla olan ilişkisini kuramaz.	- Problemin çözümü için verilenlerin tek bir yönüne odaklanır. - Problemin çözümünde sadece iki vektörün dik kesişmesi gerektiğini ifade eder. Sorudaki yerini ve nedeni bilmeden bu sayıları çarpar ve sıfıra eşitler. Ancak neden sıfıra eşitlediğini açıklayamaz - Bu ikili kesişmelerde üçüncü vektör hakkında bir ifade yada tam bir üçgen şekli gösteriminde bulunamaz.
Çok Yönlü Yapı	Verilen cevaplarda konun çeşitli yönlerini görebilir. Ancak bu farklı yönlerin birbirinde bağımsız olduğunu düşünür.İleri sürülen çözüm önerilerinin organizasyonunu yapamaz ve tutarsızdır	- Problemin çözümü için verilinlerde yolo çıkarak iki veya daha fazla durumun varlığından bahseder. -İkili çarpımlaın sıfır olmasının yanında vektörlerin uzunluğunu hesaplar ancak birbiriyle olan ilişkisini açıklayamaz -Ayrıca vektörlerin herhangi ikisnin toplamının sıfır olcağından bahseder ancak dik üçgen ile olan ilişkisini kuramaz
İlişkisel Yapı	Problemin çözümünde konun tüm bileşenleri ve farklı yönleri ilişkilendirilir. Bunun neticesinde tutarlı bir yapıya sahip olan bir bütünün içindeki yerinin farkındadır.	- Problemin çözümünde tüm verilenlerin farkındadır. - Verdiği cevapta iki verktörün çarpımının neden sıfıra eşit olduğunu ve **$<a,b>=\|\|a\|\|.\|\|b\|\|.\cos(90^o)=0$** ifadesini kullanarak çözümünü açıklar - Dik üçgeni tam manasıyla çizer ve vektörlerin toplamının dik üçgen olmasıyla olan bağını açılar ve sorunun çözümüne gider.
Soyutlanmış Yapı	Anlamlı bir bütün oluşturulucak şekilde ilişkilendirilen parçaların dah üst düzey bilgilerin ötesinde akıl yürütebilir ve hipotezler kurup genellemelere ulaşabilir.	-Verilen çözümde **$<a,b>=\|\|a\|\|.\|\|b\|\|.\cos\theta$** eşitliğinin nasıl olduğunun ispatını yapar ve çözüm için alternatif yollar üretip farklı alanlarda genellemelere ulaşılır.

$x + y + 2z = 0$
$2x - y + z + 1 = 0$ düzlemlerinin arakesit doğrusunun denklemini yazınız.

SOLO Düzeyi	Seviyenin Genel Özellikleri	Problem Değerlendirme Ölçütleri Ve Açıklamaları
Yapı Öncesi	Üzerinde çalışılan durumun cevapla ilişkisi yoktur. Bu durum öğrencinin dikkatinin dağılmasına ve onu yanlış çözüme doğru yönlendirir.	-Verilen denklemler rasgele işlemlere tabii tutulur. -Doğrultman ve normal vektörlerinin karıştırıldığı çözüm dener -Denklemler üzerinde ortak çözüm yapıp bulduğu denklemin istenilen doğru olduğunu ifade eder. -Basit düzeyde şekiller çizer ancak arakesit doğrusunu ifade edemez
Tek Yönlü Yapı	Problem yüzeysel olarak ele alınırken problem tek bir yönüyle incelenir. Çözüm yaparken kullandığı bilginin bütün içindeki yerini göremez ve diğer parçlarla olan ilişkisini kuramaz.	- Verilen denklemlerin normallerini bulurlar ancak bu değerleri düzlemlerde nasıl kullanıcağını bilemez. - Bir noktanın bu iki düzlemide sağlayacağının farkındadır ancak denkleme **(a,b,c)** gibi değerleri denkleme yazıp çözüm adına bir adım atamaz - İki denklemi sağlayan noktayı deneme- yanılma yoluyla bulur ancak arakesit doğrusu ile olan ilişkisini açıklayamaz
Çok Yönlü Yapı	Verilen cevaplarda konun çeşitli yönlerini görebilir. Ancak bu farklı yönlerin birbirinde bağımsız olduğunu düşünür.İleri sürülen çözüm önerilerinin organizasyonunu yapamaz ve tutarsızdır	- Arakesit doğrusu için bilinmeyenlerden birine keyfi değer vererek bir nokta bulabilir ancak bu noktanın doğru denklemiyle olan ilişkisiniz kuramaz. - Düzlemlerin normallerinin vektörel çarpımını bulur ancak bunun arakesit doğrusuyla olan ilişkisin kuramaz. -Doğrunun normallerine dik olan doğrudan bahseder ancak doğrultmanla olan bağını açıklayamaz
İlişkisel Yapı	Problemin çözümünde konun tüm bileşenleri ve farklı yönleri ilişkilendirilir. Bunun neticesinde tutarlı bir yapıya sahip olan bir bütünün içindeki yerinin farkındadır.	- Düzelmin normalinde yararlanarak verktörel çarpım yaparak-doğrultman vektörü olduğunu ifade edbilir. - Arakesit doğrusunun üzerindeki bir noktayı bulabilir ve bunun doğrunun denklemi ile olan ilişkisini kurabilir. - Bulduğu doğrultman vektörü ile noktanın ilişkisini kavrayarak doğrunun denklemini yazar.
Soyutlanmış Yapı	Anlamlı bir bütün oluşturulucak şekilde ilişkilendirilen parçaların dah üst düzey bilgilerin ötesinde akıl yürütebilir ve hipotezler kurup genellemelere ulaşabilir.	- Sorunun çözümüne altarnatif yollar getir - Soruda verilenlerin arasındaki bilgilerin ötesinde genellemelere ulaşır. -Verilen bilgiler için kullanılan işlemlerin teorik olarak açıklamsını yapabilir.

Köşeleri A = (1,0,0) , B = (0,1,0) , C = (0,0,1) olan üçgenin alanını hesaplayınız.

SOLO Düzeyi	Seviyenin Genel Özellikleri	Problem Değerlendirme Ölçütleri Ve Açıklamaları
Yapı Öncesi	Üzerinde çalışılan durumun cevapla ilişkisi yoktur. Bu durum öğrencinin dikkatinin dağılmasına ve onu yanlış çözüme doğru yönlendirir.	- Verilen noktlarala ilgili rastgele işlemler yapar - Üçgen çizilir ve noktalar üçgenin üstünde gösterilip herhangi bir çözüme ulaşılamaz. - Verilen noktalar koordinat sisteminin üzerinde gösterilim herhangi bir işlem yapılamaz
Tek Yönlü Yapı	Problem yüzeysel olarak ele alınırken problem tek bir yönüyle incelenir. Çözüm yaparken kullandığı bilginin bütün içindeki yerini göremez ve diğer parçlarla olan ilişkisini kuramaz.	- Soru çözümü için noktlar arası uzaklığı bulur ancak bunun üçgen ile olan ilişkisini açıklayamaz. - Koordinat düzleminde üçgen oluşturulur ancak kenar uzunlukları vektör olarak ifade edilir ancak alan bulmada nasıl kullnıcağını ifade edemez.
Çok Yönlü Yapı	Verilen cevaplarda konun çeşitli yönlerini görebilir. Ancak bu farklı yönlerin birbirinde bağımsız olduğunu düşünür.İleri sürülen çözüm önerilerinin organizasyonunu yapamaz ve tutarsızdır	-Üçgenin kenaarlarını vektörel olarak ifade edilir ve alanını bulmak için vektörel çarpım formülünü anımsar ancak bunun alan ile olan ilişkisini açıklayamaz - Oluşan üçgenin kenarlarını bulup eşkenar üçgen formülünü uygular ancak alanın vektörel tarafıyla ilşki kurmaz. - Kenarların vektörel olarak ifade edilip vektörlerin uzuluğunu hesaplar ancak vektörel çarpım ilişkisini ifade edemez
İlişkisel Yapı	Problemin çözümünde konun tüm bileşenleri ve farklı yönleri ilişkilendirilir. Bunun neticesinde tutarlı bir yapıya sahip olan bir bütünün içindeki yerinin farkındadır.	- Düzlemde üçgen alan formülünün farkındadır ve doğru bir şekilde vektörel çarpımı gerçekleştirip alanı bulabilir. - Bulunan eşkenar üçgenin vektörelerin uzunluğuyala ilişkisini açıklayabilir.
Soyutlanmış Yapı	Anlamlı bir bütün oluşturulucak şekilde ilişkilendirilen parçaların dah üst düzey bilgilerin ötesinde akıl yürütebilir ve hipotezler kurup genellemelere ulaşabilir.	- Verilen bilgilerin ötesinde üçgenin alanını veren ifadeyi tüm üçgenler için nasıl genellenebileceğini açıklar -Kullanılan bağıntıyı teorik olarak ispatlar ve matematiksel matematiksel bir dille açık şekilde yazabilir

(1,0,-1) koordinatlı noktadan geçen ve -x + y +2z + 4 = 0 düzlemine paralel olan düzlemin denklemini bulunuz.

SOLO Düzeyi	Seviyenin Genel Özellikleri	Problem Değerlendirme Ölçütleri Ve Açıklamaları
Yapı Öncesi	Üzerinde çalışılan durumun cevapla ilişkisi yoktur. Bu durum öğrencinin dikkatinin dağılmasına ve onu yanlış çözüme doğru yönlendirir.	- Verilen noktayla ve denklemle ilgili olarak rastgele işlem yapar. - Paralel düzlemleri çizer ancak üzerinde anlamlı bir işlem yapamaz. - Verilen noktayı düzlemde yerine koymayı deneyip cevap analamlı bir cevap veremez
Tek Yönlü Yapı	Problem yüzeysel olarak ele alınırken problem tek bir yönüyle incelenir. Çözüm yaparken kullandığı bilginin bütün içindeki yerini göremez ve diğer parçarla olan ilişkisini kuramaz.	- Paralel düzlemleri çizer verilen düzlemin normalini çizer ancak diğer düzlemle ilişkisini kuramaz. - Verilen noktanın düzlem üzerinde olduğunu belirtir ancak denklemin yazmasıyla ilgili bağlantıyı kuramaz. - Düzlemin normalinin parelel düzlemden geçeceğini belirtir ancak denklemin de normali olacağının farkında değildir.
Çok Yönlü Yapı	Verilen cevaplarda konun çeşitli yönlerini görebilir. Ancak bu farklı yönlerin birbirinde bağımsız olduğunu düşünür.İleri sürülen çözüm önerilerinin organizasyonunu yapamaz ve tutarsızdır	- Düzlemin normalinin paralel olan düzlemin de normali olacağını bilir ancak denklemi yazmayla olan ilişkiyi kuramaz - Verilen noktanın paralel düzlemin üzerinde olduğunu bilir ancak denklemi yazmak için normalin noktayla olan ilişkisini kuramaz.
İlişkisel Yapı	Problemin çözümünde konun tüm bileşenleri ve farklı yönleri ilişkilendirilir. Bunun neticesinde tutarlı bir yapıya sahip olan bir bütünün içindeki yerinin farkındadır.	- Verilen düzleminin normalinin paralel olan düzlemin de normalinin de olduğunun farkında olup verilen noktanında yardımıyla düzlemin denkleminin nasıl kurulacağını bilir ve istenen düzlem denklemini yazar - Düzlem denklemi yazarken normalin ve noktanın düzlemle olan ilişkisini kurabilir.
Soyutlanmış Yapı	Anlamlı bir bütün oluşturulucak şekilde ilişkilendirilen parçaların dah üst düzey bilgilerin ötesinde akıl yürütebilir ve hipotezler kurup genellemelere ulaşabilir.	- Verilenlerin ötesinde iki düzlemin birbiriyle olan muhtemel tüm durumlarından bahseder ve verilen mevcut problem için genelleme içerisindeki konumunun farkındadır.

5

$$\frac{x-5}{p}=\frac{y-4}{q}=\frac{z+2}{4}$$ doğrusunun denklemi $2x - y + 10z = 0$ olan düzlemine paralel ve dik olması için gerekli bağıntıları bulunuz

SOLO Düzeyi	Seviyenin Genel Özellikleri	Problem Değerlendirme Ölçütleri Ve Açıklamaları
Yapı Öncesi	Üzerinde çalışılan durumun cevapla ilişkisi yoktur. Bu durum öğrencinin dikkatinin dağılmasına ve onu yanlış çözüme doğru yönlendirir.	-Problemin çözümü için herhangi bir yorumda bulunamaz -Verilen cevap kağıdına düzlem ve doğrular çizer ancak bunların denklemlerini yazamaz ya da yazarken vaz geçer - Soruyu tam okumaz yada yanlış algılayarak düzlem denklemine doğru gibi davranır ve yanlış çizimlerde bulunur
Tek Yönlü Yapı	Problem yüzeysel olarak ele alınırken problem tek bir yönüyle incelenir. Çözüm yaparken kullandığı bilginin bütün içindeki yerini göremez ve diğer parçlarla olan ilişkisini kuramaz.	- Verilen doğrunun doğrultmanını yada doğrunun bir noktasını bulur ancak düzlemle hakkında birşey söylemez - Düzlemin normalini tespit edebilir ancak doğruyla alakalı bir bağlantı yakalayamaz
Çok Yönlü Yapı	Verilen cevaplarda konun çeşitli yönlerini görebilir. Ancak bu farklı yönlerin birbirinde bağımsız olduğunu düşünür.İleri sürülen çözüm önerilerinin organizasyonunu yapamaz ve tutarsızdır	- Normalin ve doğrultmanın birbirleriyle dik ya da paralel olarak birbirlerinegöre olan durumlarının varlığını bilir ancak gerekli bağıntıları yazmak için nasıl bir işlem yapacağına karar veremez -Paralel oladuğunda veya dik olduğunda bağıntıyı veren ilişkiyi karıştırıp çarpma ve oranlama işlemlerini yanlış uygular
İlişkisel Yapı	Problemin çözümünde konun tüm bileşenleri ve farklı yönleri ilişkilendirilir. Bunun neticesinde tutarlı bir yapıya sahip olan bir bütünün içindeki yerinin farkındadır.	- Normalin ve doğrultamnın arasındaki ilişkiyi karıştırmaz doğru ve düzlem paralel olduğunda dik kesişmesinden dolayı çarpımının sıfır olduğunu, düzlem ve doğru dik olduğunda oranların birbirine eşit olduğu ilişkisini kurar. - Sorunun çözümü için doğru çizimleri yapar ve paralellikten dikey duruma geşişteki ilişkiyi açıkca ifade eder.
Soyutlanmış Yapı	Anlamlı bir bütün oluşturulucak şekilde ilişkilendirilen parçaların dah üst düzey bilgilerin ötesinde akıl yürütebilir ve hipotezler kurup genellemelere ulaşabilir.	-Doğrunun ve düzlemin biribirine göre olası tüm durumların farkında olur ve bu durumlar arsında geçişlerin farkında olup normal ve doğrultmanların değişimini açıklayıp bu durmları teorik olarak izah edebilir. - Tüm yapılan işlemleri teorik olarak açıklayabilir ve matematiksel bir dille ifade edebilir. Farklı alanlara uygulamaları hakkında fikir öne sürebilir

A(1,2,3) noktası $\frac{x}{2} = y, z = 1$ doğrusu üzerindeki hangi noktaya en yakındır.

SOLO Düzeyi	Seviyenin Genel Özellikleri	Problem Değerlendirme Ölçütleri Ve Açıklamaları
Yapı Öncesi	Üzerinde çalışılan durumun cevapla ilişkisi yoktur. Bu durum öğrencinin dikkatinin dağılmasına ve onu yanlış çözüme doğru yönlendirir.	- Verilenin bir doğru olmadığını ya da en yakın doğrunun çok fazla olduğunu cevabının olmadığının iddasındadır - Boş alan üzerine doğru ve nokta çizerek rastgele doğrular çizerek en yakın olan doğruyu bulmaya çalışır ancak sonuca ulaşamaz
Tek Yönlü Yapı	Problem yüzeysel olarak ele alınırken problem tek bir yönüyle incelenir. Çözüm yaparken kullandığı bilginin bütün içindeki yerini göremez ve diğer parçalarla olan ilişkisini kuramaz.	- Verilen noktanın doğru üzerindeki en yakın olan noktayı bulmak için rastgele çizilen doğrular içerisinde dik olarak kestiği yerdeki nokta olduğunu söyler ancak dik olma durumunu istenen nokta için nasıl kullanılacağını bilemez - En yakın olanın dik olmasından ziyade sadece verilen doğruya odaklanıp doğrultman ya da doğru üzerinde bir nokta belirler
Çok Yönlü Yapı	Verilen cevaplarda konun çeşitli yönlerini görebilir. Ancak bu farklı yönlerin birbirinde bağımsız olduğunu düşünür.İleri sürülen çözüm önerilerinin organizasyonunu yapamaz ve tutarsızdır	- Çizilen dik doğruyla belirlediği doğrultmanın çarpımının 0 olması gerektiğini bilir ancak işelemi gerçekleştirecek ilişkiyi yazamaz - x ve y değişkenlerini birbiri cinsinden bir nokta belirler, (2y,y,1) gibi yazar ancak işlemin devamını getiremez. - A noktasıyla (0,0,1) noktasını bir vektör oluşturup doğrultmanla çarpımını yapar ancak çözüme ulaşamaz
İlişkisel Yapı	Problemin çözümünde konun tüm bileşenleri ve farklı yönleri ilişkilendirilir. Bunun neticesinde tutarlı bir yapıya sahip olan bir bütünün içindeki yerinin farkındadır.	- İstenilen noktayı (2y,y,0) yada bir değişkene eşitleyerek (2λ,λ,1) şeklinde yazarak dışardaki noktayla vektör oluşturacak şekilde yazabilir. - Ayrıca bulduğu vektörle doğrultmanın dik kesişmesine dayanarak çarpım sıfıra eşitleyip istenilen noktayı belirleyebilir.
Soyutlanmış Yapı	Anlamlı bir bütün oluşturulucak şekilde ilişkilendirilen parçaların dah üst düzey bilgilerin ötesinde akıl yürütebilir ve hipotezler kurup genellemelere ulaşabilir.	-(2λ,λ,1) ifadesinin doğrunun üzerindeki tek bir noktayı ifade etmediğini ve λ ifadesinin alacağı değerlere göre değişebileceğini bilir böylece belirlediği farklı noktlarala nasıl çözülebileceği konusunda çözüm önerileri getirir -Verilenlerin ötesindefarklı bir çözüm ispatlarıyla birlikte sunabilir. Örneğin izdüşüm mantığından yola çıkarak farklı çözümler sunabilir.