

**ÇOK BOYUTLU MADDE TEPKİ KURAMI MODELLERİ VE  
PAKET PROGRAMLARI İÇİN KARŞILAŞTIRMALI  
ANALİZLER**

**COMPARATIVE ANALYSES OF MULTIDIMENSIONAL ITEM  
RESPONSE THEORY MODELS AND SOFTWARE**

**Güler YAVUZ**

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı, Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Bilim Dalı İçin  
Öngördüğü

Doktora Tezi

olarak hazırlanmıştır.

2014

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Güler YAVUZ' un hazırladığı "Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı Modelleri ve Paket Programları için Karşılaştırmalı Analizler" başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından **Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı, Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Bilim Dalı'nda Doktora Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Başkan

Prof. Dr., Selahattin GELBAL

Üye (Danışman)

Doç. Dr., Nuri DOĞAN

Üye

Prof. Dr., Hülya KELECİOĞLU

Üye

Doç. Dr., Zekeriya NARTGÜN

Üye

Yrd. Doç. Dr., Derya ÇOBANOĞLU AKTAN

## ONAY

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından ..... /...../..... tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunca ...../...../..... tarihinde kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Berrin AKMAN  
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

# **ÇOK BOYUTLU MADDE TEPKİ KURAMI MODELLERİ VE PAKET PROGRAMLARI İÇİN KARŞILAŞTIRMALI ANALİZLER**

**Güler YAVUZ**

## **ÖZ**

Madde ve birey etkileşiminin tek boyutlu varsayılamayacak düzeyde karmaşık olduğunu savunan çok sayıda araştırmacı son zamanlarda çok boyutlu madde tepki kuramı modellerini araştırmalarında kullanmayı tercih etmektedir. Çok boyutlu madde tepki kuramı (ÇBMTK) modelleri aynı zamanda, tek boyutlu madde tepki kuramı modelleri gibi çeşitli test uygulamalarında (değişen madde fonksiyonu, eşitleme, bilgisayar ortamında bireyselleştirilmiş testler, gibi) kullanılabilmektedir. Bu uygulamaların çoğu madde parametrelerinin olabildiğince doğru kestirilmesi varsayıımına sahiptir. Parametre kestiriminde kullanılan program, kestirim teknigi ve test koşulları doğru parametre kestirimi üzerinde önemli etkiye sahiptir. Her teknik ve program birbirinden farklı özelliklere sahiptir. Madde parametresi doğrulanması çalışmalarının bazıları farklı model, örneklem büyülüğu ve farklı programların karşılaştırılmasını sağlamaktadır. ÇBMTK modelleri ile parametre kestirim tekniklerinin temel problemlerinden birisi madde parametresi doğrulanması ile boyut sayısı, boyut yapısı, madde sayısı, örneklem büyülüğu, parametre dağılım koşullarının seçilmesi gibi test koşulları arasındaki ilişkilerin hala belirsiz olmasıdır.

Bu çalışmada madde parametresi doğrulanması, ÇBMTK parametre kestirimini yapan iki popüler kestirim programı: BMIRT ve flexMIRT; iki çok boyutlu model: çok boyutlu telafi edici üç parametreli lojistik model ve çok boyutlu aşamalı tepki modeli; bu programların kullandığı üç kestirim teknigi: BA-EM, MH-RM ve MCMC; farklı test koşulları: boyut sayısı (3, 5), test uzunluğu (15, 30 ve 60), örneklem büyülüğu (1000, 2000 ve 5000) ve boyutlar arasındaki korelasyon değerleri (0.0, 0.3, 0.6 ve 0.9) ile incelenmiştir. MCMC teknigi ile 4000 ve 8000 olmak üzere iki ayrı iterasyon sayısı kullanılmıştır

Madde parametresi doğrulanmasının değerlendirilmesi için RMSE ve yanılık değerleri incelenmiştir. Araştırma da elde edilen bulgulara göre madde sayısının 60 ve örneklem büyülüğünün 5000 olduğu test koşulunda programlarla kestirilen madde parametreleri düşük hata ve sıfıra yakın yanılık değerlerine sahiptir. Madde sayısının 15 ve örneklem büyülüğünün 1000 olduğu test koşulunda ise programlarla

kestirilen madde parametreleri en büyük hata ve yanlılık değerlerine sahiptir. Bütün test koşullarında **c** parametresi **a** ve **d** parametrelerine göre daha düşük yanlılık ve RMSE değerine sahiptir. **a** parametreleri test koşullarının büyük bir çoğunluğunda en büyük hata ve yanlılık değerlerine sahiptir. Ayrıca büyük örneklemelerde ve uzun testlerde, tüm teknikleri için elde edilen RMSE ve yanlılık değerleri birbirine oldukça yakın bulunmuştur.

Araştırmada basit yapı ve iki-faktör modeli yapısı olmak üzere iki ayrı doğrulayıcı test yapısı ile modellere ait parametre kestirimini yapılmıştır. BA-EM tekniği ile kullanılan iki modele ait çok boyutlu basit test yapısındaki üç boyutlu veri setleri için madde parametresi kestirimini yapılmış ancak beş boyutlu veri setleri için madde parametresi kestirimini yapılamamıştır. Boyutlar arasındaki farklı korelasyon değerleri programlar tarafından uygun şekilde manipüle edilebilmiştir ve farklı korelasyon değerlerinin madde parametresi doğrulanmasına etkisi olmamıştır.

Araştırmada kestirim tekniklerinin kestirim süreleri de karşılaştırılmıştır. Test koşulların büyük bir çoğunluğunda MH-RM tekniği en uzun, BA-EM tekniği ise en kısa sürede kestirim yapmıştır. Örneklem büyüklüğü, boyut sayısı ve test uzunluğundaki artışa bağlı olarak tüm tekniklerin parametre kestirim süreleri artmıştır. MCMC tekniğinin kestirim süresi üzerinde iterasyon sayısı önemli bir etkiye sahiptir. Daha büyük iterasyon sayıları ile (8000), küçük iterasyon sayılarına göre (4000) kestirim süresi daha uzun bulunmuştur

**Anahtar sözcükler:** Çok boyutlu Madde Tepki Kuramı, BMIRT, flexMIRT, madde parametresi doğrulanması, MCMC, MH-RM, BA-EM

**Danışman:** Doç. Dr. Nuri DOĞAN, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı, Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Bilim Dalı

# **COMPARATIVE ANALYSES OF MULTIDIMENSIONAL ITEM RESPONSE THEORY MODELS AND SOFTWARE**

**Güler YAVUZ**

## **ABSTRACT**

Recently many researchers advocate that item and person interactions are very complicate and these interactions can not be assumed as unidimensional. These researchers prefer to use of the multidimensional item response (MIRT) models in their studies. Like IRT models MIRT models can be used also with different test applications (such as (1) Equating; (2) Linking; (3) Differential Item Function (DIF); (4) Standard setting; and others). All those applications have the same assumption that item parameters are calibrated as accurately as possible. Computer programs, parameter estimation techniques and test conditions have most important effects on the estimation of item parameter. Every estimation technique and software have different properties than each other. Some type of item parameter recovery studies typically provide a comparison of different models, different sample sizes, or different software. The major challenge with parameter estimation techniques in MIRT models is that the relationship between parameter recovery and test specifications, such as number of dimensions, dimension structure, number of items, number of examinee, and selection of parameter distributions, is still not clear.

In this study item parameter recovery of two popular MIRT parameter estimation software, BMIRT and flexMIRT; two multidimensional models, compensatory three parameter logistic model and graded response model; and three item parameter estimation techniques, BA-EM, MH-RM and MCMC that used with these software packages; under some common situations, number of dimension (3, 5), test length (15, 30, 60), number of examinees (1000, 2000, 5000) and correlation between dimension (0.0, 0.3, 0.6, 0.9) has been investigated. Two different iteration number (4000 and 8000) has been used with MCMC estimation technique. For evaluating the accuracy of item parameter recovery, root mean square error (RMSE), and bias have been used. According to results, RMSE and bias values have the smallest values with one of test specification which has 5000 sample size and 60 test length, for all conditions. RMSE and bias values have the highest values with one of the other test specification which has 1000 sample size and 15 test length. With all the test

specifications **c** parameter has smaller RMSE and bias values than **a** and **d** parameters. **a** parameters have the highest RMSE and bias values for big part of the test specifications. The results of the RMSE and bias values has very closed for all techniques with big sample size and long test length.

In this study, two different confirmatory test structure which are simple structure and bi-factor model has been used with multidimensional models and estimation techniques for estimation parameters. According to results, the item parameter of data sets which have simple structure has not been estimated with BA-EM estimation technique. But the item parameter of data sets which have bi-factor model structure has been estimated with it. Both of the software could manipulate the different correlation between latent traits and the different correlation values between latent traits have not important effect on the item parameter recovery.

In the study, estimation time of the techniques also have been compared with each other. BA-EM technique has the smallest estimation time with the big part of the test specifications and MH-RM techniques has the highest estimation time with the same conditions. All techniques have higher estimation time with big sample size, high dimension and long tests. The iteration number also have an important effect on the estimation time of MCMC technique. With higher iteration number (8000) estimation time was longer than the small iteration number (4000).

**Keywords:** Multidimensional item response theory, BMIRT, flexMIRT, item parameter recovery, MCMC, MH-RM, BA-EM

**Advisor:** Assoc. Prof. Dr. Nuri DOĞAN, Hacettepe University, Department of Educational Sciences, Division of Educational Measurement and Evaluation

## **ETİK BEYANNAMESİ**

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğu eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

İmza  
Güler YAVUZ

## **TEŞEKKÜR**

Doktora tezim süresince çok değerli fikirlerini ve önerilerini benimle paylaşan, çok yoğun programına rağmen hemen hemen her hafta bana vakit ayıran ve bu çalışmaya çok önemli katkıları olan çok değerli hocam Prof. Dr. Ron Hambleton' a, doktora öğrenimim boyunca kafama takılan her soru için çekinmeden kapısını çalabildiğim, her koşulda anlayışlı tavrı ve yardımseverliği için değerli danışmanım Doç. Dr. Nuri DOĞAN' a, doktora öğrenimim boyunca desteklerini hissettiğim, ayrıca görüş ve önerileriyle de bu çalışmaya katkıda bulunan değerli hocalarım Prof. Dr. Selahattin GELBAL' a ve Prof. Dr. Hülya KELECİOĞLU' na; görüş ve önerileriyle çalışmama katkıda bulunan Doç. Dr. Zekeriya NARTGÜN' e, Yrd. Doç. Dr. Tahsin Oğuz BAŞOKÇU' ya ve Yrd. Doç. Dr. Derya ÇOBANOĞLU AKTAN' a;

Tez süresince manevi desteğini hissettiğim sevgili arkadaşım Araş. Gör. Maria CHIAPPELLI' ye, öneri ve fikirleriyle çalışmama katkı sunan sevgili arkadaşım Araş. Gör. MinJeong SHIN' e, tezimi okuyup verdiği dönütler için Araş. Gör. Sümeyra SOYSAL' a, manevi desteğinden dolayı Araş. Gör. Feride ÖZYILDIRIM GÜMÜŞ' e;

Hayatım boyunca beni koşulsuz seven ve desteğini esirgemeyen canım aileme, özellikle tez döneminde benimle birlikte uykusuz geceler geçiren ablam Türkcan YAVUZ BÜYÜKKAYA' ya;

Doktora öğrenimim boyunca yurt içi doktora burs olanağı sağlayan TUBİTAK' a, yurt dışı burs olanağı sağlayan YÖK' e, Hacettepe Üniversitesi ÖYP Koordinatörlüğü' ne;

teşekkürü bir borç bilirim.

## İÇİNDEKİLER

|  |           |
|--|-----------|
| ÖZ .....   | iii       |
| ABSTRACT .....   | v         |
| ETİK BEYANNAMESİ .....   | vii       |
| TEŞEKKÜR .....   | viii      |
| İÇİNDEKİLER .....  | ix        |
| TABLALAR DİZİNİ .....  | xiii      |
| ŞEKİLLER DİZİNİ .....  | xv        |
| SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ .....                                   | xvii      |
| <b>1. GİRİŞ.....</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1. Problem Durumu.....   | 1         |
| 1.2. Araştırmacıın Amacı ve Önemi:.....                                | 7         |
| 1.3. Problem Cümlesi: .....  | 11        |
| 1.3.1. Alt Problemler:.....  | 11        |
| 1.4. Sınırlılıklar:.....   | 12        |
| 1.5. Araştırmacıın Kuramsal Temeli .....                               | 12        |
| 1.5.1. Madde Tepki Kuramı (MTK) .....                                  | 12        |
| 1.5.1.1. Tek Boyutlu Madde Tepki Kuramı.....                           | 13        |
| 1.5.2. Tek Boyutluluk Varsayımyı ve Varsayımyın ihmali .....           | 14        |
| 1.5.3. Çok Boyutluluk .....  | 15        |
| 1.5.4. Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı ve Modelleri .....               | 16        |
| 1.5.4.1. Çok BoyutluTelafi Edici Üç Parametreli Lojistik Model .....   | 18        |
| 1.5.4.2. Çok Boyutlu Aşamalı Tepki Modeli (ÇBADM) .....                | 19        |
| 1.5.5. Örtük Yetenek Konfigürasyonları .....                           | 21        |
| 1.5.6. MTK Modelleri İçin Kestirim Teknikleri .....                    | 22        |
| 1.5.6.1. Yaygın kullanılan kestirim teknikleri ve sınırlılıkları ..... | 22        |
| 1.5.6.2. Marjinal Maksimum Olabilirlik Tekniği.....                    | 25        |
| 1.5.6.3 Bock Aitkin EM Tekniği (BA-EM) .....                           | 26        |
| 1.5.6.3. Bayesyan Kestirim Teknikleri.....                             | 27        |
| 1.5.6.4. Markov Zinciri Monte Carlo Tekniği (MCMC).....                | 27        |
| 1.5.6.4. Metropolis Hastings Robbins Monro (MHRM) Tekniği.....         | 28        |
| 1.5.7. Çok Boyutlu MTK Programları.....                                | 29        |
| 1.5.7.1. flexMIRT Programı.....  | 31        |
| 1.5.7.2. Bayesyan Çok Değişkenli Madde Tepki Kuramı Programı .....     | 32        |
| <b>2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....</b>                                     | <b>33</b> |
| 2.1. Tek Boyutlu Madde Parametresi Doğrulanması Çalışmaları .....      | 33        |
| 2.2. Çok Boyutlu Madde Parametresi Doğrulanması Çalışmaları .....      | 39        |
| 2.3. İlgili Araştırmalar Özeti .....                                   | 42        |
| <b>3. YÖNTEM.....</b>  | <b>44</b> |
| 3.1. Araştırmacıın Türü .....  | 44        |
| 3.2. Parametre Kestiriminde Kullanılan Modeller .....                  | 44        |
| 3.3. Parametre Kestiriminde Kullanılan Programlar .....                | 45        |

|   |           |
|---|-----------|
| 3.4. Parametre Kestiriminde Kullanılan Kestirim teknikleri için belirli betik (syntax) değerleri.....   | 46        |
| 3.5. Örtük Yetenek Kongfigürasyonu .....  | 48        |
| 3.6. Simülasyon Koşulları .....   | 48        |
| 3.6.1. Boyut sayısı.....  | 48        |
| 3.6.2. Örneklem Büyüklüğü .....   | 49        |
| 3.6.3. Test Uzunluğu .....  | 49        |
| 3.6.4. Boyutlar Arasındaki Korelasyon .....   | 50        |
| 3.7. Verilerin Üretilmesi.....  | 51        |
| 3.8. Üretilen Veriye ilişkin Geçerlik Çalışması .....   | 52        |
| 3.9. Değerlendirme ve Uyum Kriterleri.....  | 52        |
| 3.9.1. Değerlendirme Kriterleri .....   | 52        |
| 3.9.2. Uyum istatistikleri .....  | 53        |
| <b>4. BULGULAR VE TARTIŞMA .....</b>  | <b>54</b> |
| <b>4.1. ÇBT3PL Modeline göre Üretilen Basit Yapılı Veri Setlerine Ait Bulgular ....</b>   | <b>54</b> |
| 4.1.1. MCMC Tekniği (4000 iterasyon) ile Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları .....            | 55        |
| 4.1.2. MCMC (8000 iterasyon) Tekniği ile Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları .....            | 58        |
| 4.1.3. BA-EM tekniği Kullanılarak Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları .....                   | 61        |
| 4.1.4. MH-RM tekniği Kullanılarak Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları .....                   | 62        |
| 4.1.5. MCMC 4000, MCMC 8000, BA-EM ve MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE ve Yanlılık Değerleri..                | 64        |
| <b>4.2. ÇBT3PL Modeline göre Üretilen İki Faktör Modeli Veri Setlerine Ait Bulgular .....</b>   | <b>68</b> |
| 4.2.1. MCMC (4000 iterasyon) Tekniği ile İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları..... | 68        |
| 4.2.2. MCMC Tekniği ile 8000 İterasyon Kullanılarak Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları.....  | 71        |
| 4.2.3.BA-EM tekniği Kullanılarak İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları.....         | 73        |
| 4.2.4. MH-RM tekniği Kullanılarak İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları .....       | 76        |
| 4.2.5 MCMC 4000, MCMC 8000, BA-EM ve MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE ve Yanlılık Değerleri.....              | 78        |
| <b>4.3. ÇBAT Modeline göre Üretilen Basit Yapılı Veri Setlerine Ait Bulgular .....</b>  | <b>82</b> |
| 4.3.1. MCMC Tekniği (4000 iterasyon) ile Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları .....              | 82        |
| 4.3.2. MCMC (8000 iterasyon) Tekniği ile Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları .....              | 85        |
| 4.3.3. BA-EM tekniği Kullanılarak Basit Yapılı ÇBATM Veri setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları .....                     | 87        |
| 4.3.4 MH-RM tekniği Kullanılarak Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları .....                    | 89        |
| 4.3.5. MCMC 4000, MCMC 8000, BA-EM ve MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE ve Yanlılık Değerleri..                | 91        |

|   |     |
|---|-----|
| 4.4. ÇBAT Modeline göre Üretilen İki Faktör Modeli Yapılı Veri Setlerine Ait Bulgular .....   | 95  |
| 4.4.1. MCMC Tekniği (4000 iterasyon) ile İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları..... | 95  |
| 4.4.2. MCMC (8000 iterasyon) Tekniği ile İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları..... | 97  |
| 4.4.3. BA-EM teknigi Kullanılarak İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları.....        | 100 |
| 4.4.4. MH-RM teknigi Kullanılarak İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları .....       | 102 |
| 4.4.5. MCMC 4000, MCMC 8000, BA-EM ve MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE ve Yanlılık Değerleri                | 105 |
| 4.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular.....   | 109 |
| 4.5.1. Basit Yapılı ÇBT3PL Modeline ilişkin Programların Kestirim Süreleri.109  |     |
| 4.5.2. Basit Yapılı ÇBAT Modeline ilişkin Programların Kestirim Süreleri....110   |     |
| 4.5.3. İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PL Modeline Programların ilişkin Kestirim Süreleri .....  | 111 |
| 4.5.3. İki Faktör Modeli Yapılı ÇBAT Modeline Programların İlişkin Kestirim Süreleri.....   | 112 |
| 4.6. Tartışma ve Yorum .....  | 113 |
| 5. SONUÇ ve ÖNERİLER .....  | 118 |
| 5.1. Alt Problemlere İlişkin Sonuçlar .....   | 118 |
| 5.1.1. Birinci Alt Probleme Ait Sonuçlar.....   | 118 |
| 5.1.2. İkinci Alt Probleme Ait Sonuçlar .....   | 119 |
| 5.1.3. Üçüncü Alt Probleme Ait Sonuçlar .....   | 120 |
| 5.1.4. Dördüncü Alt Probleme Ait Sonuçlar .....   | 121 |
| 5.1.5. Beşinci Alt probleme Ait Sonuçlar .....  | 122 |
| 5.2. Öneriler.....  | 122 |
| 5.2.1. Uygulamaya dönük öneriler.....   | 122 |
| 5.2.2. Araştırmaya Dönük öneriler.....  | 123 |
| KAYNAKÇA.....   | 125 |
| EKLER DİZİNİ .....  | 137 |
| EK-1: ETİK KURUL ONAY BİLDİRİMİ .....   | 138 |
| EK-2: ÇBMTK Analizleri İçin Programlar: Tanımlamalar Ve Özellikleri .....   | 139 |
| EK-3: IRTPRO Ve flexMIRT Karşılaştırılması .....  | 142 |
| EK-4. 21,5.0 Ve 49,6.0 Değerlerinden Kestirilen 3 Boyut 60 Madde Ve 5000 Bireyden Oluşan Veri Setine İlişkin Parametreler .....               | 143 |
| EK-5: flexMIRT Betik (Syntax) Örneği .....  | 144 |
| EK-6: BMIRT Programı Kontrol Dosyası Komut Örneği.....  | 145 |
| EK-7: SimuMIRT Veri Üretme Kodları .....  | 146 |
| EK-8: Doğrulayıcı Faktör Analizi Sonuçları .....  | 147 |
| EK-9: AIC, BIC ve -2LogLikelihood Değerleri .....   | 150 |
| EK-10: Birinci Alt Probleme Ait RMSE Değerleri.....   | 154 |
| EK-11: Birinci Alt Probleme Ait Yanlılık Değerleri .....  | 161 |

|   |     |
|---|-----|
| EK-12: İkinci Alt Probleme Ait Yanlılık Değerleri.....    | 168 |
| EK-13: Üçüncü Alt Probleme Ait RMSE Değerleri .....       | 171 |
| EK-14: Üçüncü Alt Probleme Ait Yanlılık Değerleri.....    | 178 |
| EK-15: Dördüncü Alt Probleme Ait Yanlılık Değerleri ..... | 185 |
| EK-16: ORJİNALİT RAPORU .....                             | 188 |
| ÖZGEÇMİŞ .....  | 189 |

## TABLOLAR DİZİNİ

|  |    |
|--|----|
| Tablo 3.1: Simülasyon koşulları.....   | 51 |
| Tablo 3.2. Parametrelerin Üretiliği Dağılım Türleri Ve Değerleri.....  | 52 |
| Tablo 4.1. MCMC (4000 iterasyon) Tekniği İle 3 Ve 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* .....             | 55 |
| Tablo 4.2. MCMC (8000 iterasyon) Tekniği İle 3 Ve 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* .....             | 59 |
| Tablo 4.3. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* .....                                     | 61 |
| Tablo 4.4. MH-RM Tekniği İle 3 Ve 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* .....                             | 63 |
| Tablo 4.5. MCMC (4000 Ve 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE Değerleri* .....                                 | 65 |
| Tablo 4.6. MCMC (4000 Ve 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama Yanlılık Değerleri* .....                             | 67 |
| Tablo 4.7. MCMC (4000 İterasyon) Tekniği İle 3 Ve 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* ..... | 69 |
| Tablo 4.8. MCMC (8000 iterasyon) Tekniği İle 3 Ve 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* ..... | 71 |
| Tablo 4.9. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerler.....                            | 73 |
| Tablo 4.10. MH-RM Tekniği İle 3 Ve 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* .....                | 76 |
| Tablo 4.11. MCMC (4000 ve 8000 iterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE Değerleri* .....                                | 78 |
| Tablo 4.12. MCMC (4000 Ve 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama Yanlılık Değerleri* .....                            | 81 |
| Tablo 4.13. MCMC (4000 iterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* .....                   | 83 |
| Tablo 4.14. MCMC (4000 iterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* .....                   | 83 |
| Tablo 4.15. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* .....                   | 85 |
| Tablo 4.16. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* .....                   | 85 |
| Tablo 4.17. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* .....                                      | 87 |

|  |     |
|--|-----|
| Tablo 4.18. MH-RM Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri*                             | 89  |
| Tablo 4.19. MH-RM Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri*                             | 89  |
| Tablo 4.20. MCMC (4000 Ve 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE Değerleri*                          | 92  |
| Tablo 4.21. MCMC (4000 Ve 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama Yanlılık Değerleri*                      | 94  |
| Tablo 4.22. MCMC (4000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* | 95  |
| Tablo 4.23. MCMC (4000 İterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* | 96  |
| Tablo 4.24. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* | 98  |
| Tablo 4.25. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri* | 98  |
| Tablo 4.26. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri*                    | 100 |
| Tablo 4.27. BA-EM Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri*                    | 101 |
| Tablo 4.28. MH-RM Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri*                 | 103 |
| Tablo 4.29. MH-RM Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri*                 | 103 |
| Tablo 4.30. MCMC (4000 Ve 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE Değerleri*                          | 105 |
| Tablo 4.31. Dördüncü Alt Probleme Ait Ortalama Yanlılık Değerleri*   | 109 |
| Tablo 4.32. Basit Yapılı CBT3PL Modeline İlişkin Programların Kestirim Süreleri  | 110 |
| Tablo 4.33. Basit Yapılı CBAT Modeline İlişkin Programların Kestirim Süreleri  | 111 |
| Tablo 4.34. İki Faktör Modeli Yapılı CBT3PL Modeline İlişkin Programların Kestirim Süreleri  | 112 |
| Tablo 4.35. İki Faktör Modeli Yapılı CBAT Modeline İlişkin Programların Kestirim Süreleri  | 113 |

## ŞEKİLLER DİZİNİ

|   |    |
|---|----|
| Şekil 1.1. İki Faktör Modelinin PsycINFO'da Tıklanma Sayıları.....  | 9  |
| Şekil 1.2. Madde Karakteristik Yüzeyi .....   | 18 |
| Şekil 1.3. Çok Boyutlu Aşamalı Tepki Modeline İlişkin Kategori Tepki Yüzeyi .....   | 20 |
| Şekil 1.4. Çeşitli Test Veya Model Yapıları.....  | 21 |
| Şekil 4.1. MCMC (4000 iterasyon) Tekniği ile 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri.....                               | 57 |
| Şekil 4.2. MCMC (4000 İterasyon) Tekniği ile 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri.....                                  | 58 |
| Şekil 4.3. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri.....                               | 60 |
| Şekil 4.4. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri.....                               | 60 |
| Şekil 4.5. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....  | 62 |
| Şekil 4.6. MH-RM Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....  | 63 |
| Şekil 4.7. MH-RM Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....  | 64 |
| Şekil 4.8. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen a Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri..... | 66 |
| Şekil 4.9. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen a Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri..... | 66 |
| Şekil 4.10 MCMC (4000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....                     | 70 |
| Şekil 4.11. MCMC (4000 İterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....                    | 70 |
| Şekil 4.12. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....                 | 72 |
| Şekil 4.13. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....                 | 73 |
| Şekil 4.14. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....                                 | 75 |
| Şekil 4.15. BA-EM Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....                                 | 75 |
| Şekil 4.16. MH-RM Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....                                 | 77 |

|  |     |
|--|-----|
| Şekil 4.17. MH-RM Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....  | 77  |
| Şekil 4.18. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen a Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri .....      | 79  |
| Şekil 4.19. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM teknikleri İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen a Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri .....      | 80  |
| Şekil 4.20. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 3 Ve 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen a Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri ..... | 82  |
| Şekil 4.21. MCMC (4000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri.....  | 84  |
| Şekil 4.22. MCMC (4000 İterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri.....  | 84  |
| Şekil 4.23. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri.....   | 86  |
| Şekil 4.24. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri.....   | 87  |
| Şekil 4.25. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....  | 88  |
| Şekil 4.26. MH-RM Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....  | 90  |
| Şekil 4.27. MH-RM Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....  | 91  |
| Şekil 4.28. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri.....                     | 93  |
| Şekil 4.29. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri.....                     | 93  |
| Şekil 4.30. MCMC (4000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....   | 97  |
| Şekil 4.31. MCMC (4000 İterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....   | 97  |
| Şekil 4.32. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....                                      | 99  |
| Şekil 4.33. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....                                      | 99  |
| Şekil 4.34. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Model Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....   | 101 |

|   |     |
|---|-----|
| Şekil 4.35. BA-EM Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Model Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri.....   | 102 |
| Şekil 4.36. MH-RM Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....   | 104 |
| Şekil 4.37. MH-RM Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri .....   | 104 |
| Şekil 4.38. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM teknikleri İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen $a$ Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri ..... | 106 |
| Şekil 4.39. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen $d$ Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri ..... | 107 |
| Şekil 4.40. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen $a$ Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri ..... | 107 |
| Şekil 4.41. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen $d$ Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri ..... | 108 |

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

**MTK:** Madde Tepki Kuramı

**ÇBMTK:** Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı

**ÇBT3PLM:** Çok Boyutlu Telafi Edicici Üç parametreli Lojistik Model

**ÇBADM:** Çok Boyutlu Aşamalı Tepki Model

**MKE:** Madde Karakteristik Eğrisi

**MCMC:** Markov Zinciri Monte Carlo

**MML:** Maksimum Marjinal Olabilirlik

**MH-RM:** Metropolis Hastings Robbins Monroe

**BA-EM:** Bock-Aitkin EM

**MCMC 4000:** 4000 iterasyon kullanılarak

**MCMC 8000:** 8000 iterasyon kullanılarak

## **1. GİRİŞ**

Bu bölümde araştırmaya ait problem durumu, araştırmancın amacı ve önemi, problem cümlesi, alt problemler, sınırlılıklar, araştırmancın kuramsal temeli üzerinde durulacaktır.

### **1.1. Problem Durumu**

Madde tepki kuramı (MTK) bireylerin örtük yeteneği ile maddeye doğru cevap olasılığı arasındaki ilişkiyi doğrulamaya çalışan çeşitli olasılıklı modelleri içermektedir. Tek boyutlu madde tepki kuramı (TBMTK) ile genellikle bireylerin cevaplarındaki değişkenliğin hesaplanması için tek bir örtük özelliğin gerektiği varsayılmaktadır (Lord, 1980; Lord ve Novick, 1968; Hambleton ve Swaminathan, 1985). Ancak test ve öğrenci etkileşimi oldukça karmaşıktır, testteki belirli bir madde seti birden fazla özellikle ilişkili olabileceği gibi testi yanıtlayan bireylerden bir grup da birden fazla özellik açısından farklılaşabilmektedir (Ackerman, 2005; Reckase, 1985). Birçok eğitim ve psikolojik test doğası gereği çok boyutlu olduğundan, alt testlerle veya farklı kapsam alanlarını ölçen bölümlerle, çok boyutlu madde tepki kuramına (ÇBMTK) dayalı modeller, test maddeleri ve bireyler arasındaki etkileşimi TBMTK modellerine göre daha iyi yansımaktadır (Bock, Gibbons ve Muraki, 1988; Wainer ve ark., 2001).

ÇBMTK modelleri ile TBMTK modelleriyle uygulayılabilir uygulamalara ek olarak çok sayıda uygulama yapılmaktadır ve birden fazla yeteneği ölçen maddeleri içeren testlerin değerlendirilmesinde (Finch, 2010; Zhang, 2012) kullanılabilmektedir. Ayrıca her bir boyut için alt puanlar kestirildiğinde boyutlar arasındaki korelasyon ve manipülasyon gibi durumlarda da ÇBMTK modelleri avantaj sağlamamaktadır (De la Torre, Song ve Hong, 2011; Yao, 2010). Örneğin ÇBMTK modelleri, alt ölçek puanları hesaplama (Wainer ve ark., 2001), boyutluluk analizi (Bock, Gibbons, ve Muraki, 1988; McDonald, 1982), bilgisayar ortamında bireyselleştirilmiş testler (Li ve Schafer, 2005; Luecht, 1996), sınıflama tutarlılığı (Walker ve Beretvas, 2003) ve test eşitleme (Oshima, ve Davey, 2000; Yao ve Boughton, 2009) gibi çeşitli test uygulamalarında kullanılabilmektedir. Çok çeşitli test uygulamaları ile sağladığı avantajlar nedeniyle ÇBMTK modellerinin kullanımı yaygınlaşmaktadır.

Farklı modellerle çeşitli test koşullarında yapılan parametre kestirimlerinin doğruluğu seçilen modele, programa ve kestirim teknüğine bağlıdır. Diğer bir deyişle madde ve

kişi parametrelerinin kestirim doğruluğunu, seçilen model, kestirim programı, kestirim teknigi, kişi ve madde parametrelerinin dağılımı gibi birçok faktör etkileyebilmektedir (Hambleton, 1989). Programlar kestirim yöntemleri açısından farklılaşabildiği gibi, hem birey parametre vektörlerini kestiren veya destekleyen model türleri açısından hem de kestirebildikleri boyut sayısı açısından farklılaşabilmektedir. Çeşitli test koşullarında farklı modellere ilişkin bilgisayar programlarından veya çeşitli kestirim tekniklerinden elde edilen parametrelerin doğruluğu ile ilgili araştırmalar bulunmaktadır ve bu araştırmalar madde parametresi doğrulanması çalışmaları olarak adlandırılmaktadır (Weiss ve Minden, 2012; Svetina ve ark., 2013).

İki tür madde parametresi doğrulanması çalışması bulunmaktadır. Birinci tür çalışmalarında yeni geliştirilen bir MTK modeli, bilgisayar programı veya kestirim teknigi için madde parametresi doğrulanması çalışmaları yapılmaktadır (örneğin Muraki, 1992). İkinci tür çalışmalar ise, farklı programlar, modeller veya kestirim teknikleri kullanılarak farklı örneklem büyüklükleri, test uzunluğu gibi çeşitli test koşulları ile yapılan madde parametresi doğrulanması çalışmalarıdır (örneğin; Reise ve Yu, 1990; French ve Dodd, 1999; DeMars, 2004; Wang ve Chen, 2005; Jurich ve Goodman, 2009).

MTK modellerinin parametrelerinin değerlerinin kestirimi çok çeşitli nedenlerden zordur. Modeller hem bireylerin hem de maddelerin parametrelerini içermektedir ve genelde iki parametre setini birbirinden bağımsız değerlendirmek mümkün olamamaktadır. MTK modelleri ile parametre kestirim tekniklerine ilişkin temel güçlüklerden biri de madde parametresi tekrar doğrulanması ile boyut sayısı, boyut yapısı, madde sayısı, örneklem büyülüğu, seçilen parametre dağılımları gibi test koşulları arasındaki etkileşime ilişkin belirsizliklerdir (Hulin ve ark., 1982; Wollack ve ark., 2002).

Literatür incelendiğinde yapılan madde parametresi doğrulanması çalışmalarının büyük bir çoğunluğu tek boyutlu iki ve çok kategorili modellerle ve programlarla yapılmıştır (Ankenmann ve Stone, 1992; Childs ve Chen, 1999; Wollack, Bolt, Cohen ve Lee, 2002; Mislevy ve Stocking, 1989; Yen, 1987). Çok boyutlu modellerle yapılan madde parametresi doğrulanması çalışmaları ise çoğunlukla TESTFACT ve NOHARM programları kullanılarak yapılmıştır (Knol ve Berger, 1991; Gosz ve Walker, 2002; Zhang ve Stone, 2004; DeMars, 2005). ÇBMTK parametresi doğrulanması çalışmalarının neredeyse tamamı TESTFACT ve NOHARM

programları ile uygulanabilen modeller ve kestirim teknikleri ile sınırlıdır. Özellikle son yıllarda ÇBMTK uygulamalarının avantajlarına ilişkin araştırmaların yaygınlaşmasıyla birlikte, araştırmacılar tarafından bu programların sınırlılıklarına alternatif olarak ve/veya tamamlayıcı olan programlar ve teknikler önerilmekte ve geliştirilmektedir (Yao, 2003; Cai, 2010a; 2010b; 2010c). Çok boyutlu madde parametresi kestirimi yapabilen programların ve tekniklerin sahip olduğu üstünlük ve sınırlılıklara ilişkin literatürde farklı değerlendirmeler bulunmaktadır.

Marjinal maksimum olabilirlik tekniği (MMLE; Bock ve Aitkin, 1981; Bock ve Lieberman, 1970) MTK modelleri için parametre kestiriminde oldukça yaygın kullanılan bir tekniktir. Bu teknik, MTK modelleri için madde parametresi tekrar doğrulanması açısından tutarlı sonuçlar üretse de, bazı sınırlılıklara sahiptir. Bunlardan birincisi tümü doğru veya tümü yanlış cevaplar veren bireyler için parametre kestirimi yapamamasıdır. Bu durum bazı bireyleri parametre kestirimi için dahil edemediğinden bilgi kaybına neden olmaktadır. İkincisi ayırt edicilik parametresi için hatalı kestirim yapabilmektedir. Ayırt edicilik parametresinin yanlış kestirimi diğer parametrelerin kestirim doğruluğunu da etkilemektedir. BA-EM teknigi MTK uygulamalarını pratik hale getirmekle birlikte özellikle çok sayıda boyuta sahip (örneğin 3' ten fazla) modellere ait parametre kestiriminde sınırlılıklara sahiptir. Çünkü modellerin boyut sayısı doğrusal olarak artarken quadrature (alan hesabı) noktalarının sayısı üstel olarak artmaktadır ve BA-EM teknigi ile madde parametresi kestirimi kullanışsız duruma gelmektedir. Schilling ve Bock (2005) boyut başına daha küçük quadrature sayılarıyla daha doğru kestirim yapmak için "adaptive quadrature" tekniğinin kullanılmasını önermiştir. Ancak büyük boyut sayılarıyla parametre kestirimine maksimum marjinal olabilirlik tekniği algoritmaları (BA-EM) uygun çözümler getiremediğinden, son yıllarda Edwards (2010) ve Sheng (2010), tarafından doğrulayıcı ve açımlayıcı modeller için parametre kestirimine yönelik olasılıklı Bayesyen MCMC teknigi önerilmiştir. Her iki araştırmacı tarafından da çok boyutlu modellere ilişkin iki ve çok kategorili modellere ait parametrelerin MCMC teknigi ile doğru kestirildiği ifade edilmiştir. Özellikle MCMC teknigi MTK açısından MMLE teknigue göre yeni bir yaklaşımındır. MCMC yöntemleri gözlenen madde ve birey parametrelerinin örnek dağılımından örneklem üretmenin bir yoludur. Üretme bilgisayar simülasyonu aracılığı ile yapılmaktadır. Gözlemler bilinen özelliklerle olasılıklı dağılımlardan örneklenmektedir.

MCMC küçük örneklem büyüklükleriyle, karmaşık modellerle ve MMLE teknığının uygun olmadığı koşullarda parametre kestiriminde kullanılabilmesi nedeniyle özellikle ÇBMTK modellerine ait parametrelerin kestiriminde avantaj sağlamaktadır. MCMC teknigi ayrıca göreceli olarak kolay uygulanabilirliği ve uygulamaya olanak sağlayan programlara ücretsiz ulaşılabilmesi nedeniyle de avantajlıdır. Örneğin, Lord (1986), madde parametresi sapmasını (item parameter drift) önleyebildiği için Bayesyan parametre kestirimini önermiştir. Swaminathan ve Gifford (1982), Bayesyan kestirim tekniklerinin büyük cevap örüntüleri ile kestirim yapabildiği ve küçük örneklem büyüklükleri ile ise kestirim doğruluğunu artırdığını belirtmişlerdir. Bayesyan yaklaşımalar aynı zamanda kayıp veri ve çoklu puanlayıcının bulunduğu karmaşık test koşullarıyla (Patz ve Junker, 1999a), çok düzeyli test yapılarıyla (Fox ve Glas, 2001; Janssen, Tuerlinckx, Meulders, ve de Boeck, 2000), çok boyutlu modellerle (Beguin ve Glas, 2001) parametre kestirimi yapabilmesi nedeniyle madde parametresi kestirimi için önerilmektedir.

Özellikle analitik yollarla parametre kestiriminde güçlük yaşanılan karmaşık modeller açısından MCMC yaklaşımının avantaj sağladığı ifade edilmektedir (Harwell, Stone, Hsu, ve Kirisci, 1996). Örneğin telafi edici modeller için kestirilebilen madde parametre sayısı  $N(M+1) + M \times Y$  formülü kullanılarak hesaplanabilmektedir. Burada N madde sayısını, Y örneklem büyüklüğünü, M ise boyut sayısını göstermektedir (Reckase, 2009). Eğer 5 boyutlu 50 madde varsa, 2000 birey için kestirilmesi gereken parametre sayısı 10.300' dür, bu durumda tutarlı kestirimler elde edebilmek neredeyse olanaksızdır. MCMC tekniklerinin diğer bir avantajı araştırmacılara tek seferde bir çok faktörü ve faktörler arasındaki ilişkileri araştırabilme olanağı sağlamaktadır (Harwell ve ark., 1996). MCMC teknığının avantajlarına rağmen bazı özel sınırlılıkları da bulunmaktadır. MCMC algoritmaları oldukça karmaşıktır ve uygulama aşamasındaki bazı hata kaynaklarına karşın araştırmacıların dikkatli olmasını gerektirmektedir. MCMC algoritmalarının karmaşık olmasından dolayı MCMC teknigi kolaylıkla yanlış uygulanabilmektedir. Özellikle zorlayıcı modellerle, MCMC analizlerinin sonuçlarının güvenilirliği hakkında net olmayan durumlar söz konusu olabilmektedir. MCMC teknigi ile ilgili diğer bir temel eksiklik algoritmalarının çözümü için çok fazla hesaplamalar gerektirmesidir. Ayrıca MCMC kestirimlerinin güvenilirliği için çok büyük sayıda iterasyon gerekmektedir. Bu durumda tek bir

analizin tamamlanması için özellikle karmaşık modeller ve geniş büyüklükte veri setleri için çok uzun sürelerde ihtiyaç duyulmaktadır (Reckase, 2009).

Metropolis-Hastings Robbins-Monro (MH-RM; Cai, 2010b; 2010c) algoritması flexMIRT, IRTPRO, mirt programları ile parametre kestiriminde kullanılan ve özellikle çok boyutlu modeller için parametre kestirimi sağlayan, MCMC ve MMLE tekniklerinin bir kombinasyonu olan bir tekniktir. MH-RM tekniği ile öncelikle en iyi başlangıç değerlerini makul düzeyde belirleyebilmek için bir seri MCMC yapılmakta, ardından belirlenen bu başlangıç noktaları için final kestirimler MMLE yapılmaktadır. Metropolis-Hastings Robbins-Monro algoritması (Cai, 2010b, 2010c), özellikle modelde büyük sayıarda boyutlar söz konusu olduğunda Markov Chain Monte Carlo tekniği gibi tekniklere nazaran daha hızlı kestirimler yaptığından parametre kestirimleri için oldukça uygun bir algoritmadır (Cai, 2010b).

Bilgisayar programının doğru parametre kestirimi yapıp yapmadığının anlaşılması için kestirimlerin gözlenen değerlerinin üretilen parametrelerden istatistiksel olarak anlamlı düzeyde farklı olup olmadığı incelenmektedir. Eğer bu farklılık anlamlı düzeyde ise programın parametre kestirimini yanlış yaptığı söylenebilmektedir. Ayrıca tekrarlar boyunca kestirimlerin değişkenliği de önemlidir. Eğer değişkenlik pratikte önemsiz ise hafif bir yanılık görmezden gelinebilmektedir. Yanılığın yanı sıra standart hatalar da madde parametresi doğrulanması sürecinin değerlendirilmesinde kullanılmaktadır. Standart hatalar temel sonuç çıkarma istatistikleridir. Eğer standart hatalar yanlış kestirilmişse güven aralıkları sonuçları ve test edilen hipotez hatalı olabilmektedir. Madde parametresi doğrulanması için MTK parametrelerinden veri setleri üretilmekte, veri setlerine ilişkin parametreler farklı koşullar altında (örneklem büyülüğu, MTK modeli, paket programı) kestirilmekte ve daha sonra üretilen bu veri setlerine ait parametreler orijinal veri setlerine ait parametreler ile karşılaştırılmaktadır. Eğer kestirilen parametreler, orijinal parametrelerle oldukça yakın değerlerde ise, programın doğru kestirim yaptığı ifade edilebilmektedir (Guyer ve Thompson, 2011; Weiss ve Minden, 2012).

ÇBMTK modellerinin parametre değerlerini kestirmek için çok sayıda bilgisayar programı bulunmaktadır. Çeşitli kestirim yöntemleri kullanan bu programlar çoğu zaman birden fazla seçeneğe sahiptirler. Günümüzde hızla gelişen bilgisayar teknolojisinden dolayı ve her gün daha iyi ve yeni bir program ve kestirim yöntemi elde etmek mümkün olabildiğinden kalıcı bir program listesi yapmak kolay değildir.

Kestirim yöntemlerine ve bilgisayar programlarına ilişkin listenin sürekli güncellenmesi gerekmektedir. Her geçen gün yeni ve daha iyi bilgisayar programları hazırlanabilmekte ve kullanılabilmektedir. Tüm bu nedenlerden dolayı ÇBMTK modellerinin parametre değerlerini bilgisayar programlarıyla kestirmek isteyen bir araştırmacının mevcut bilgisayar programları için iyi bir literatür araştırması yapması gerekmektedir. TESTFACT, NOHARM, CONQUEST, BMIRT, flexMIRT, IRTPRO, POLYFACT gibi programlar, ÇBMTK modelleri için parametre kestirimi yapabilen programlardır. Bu programlara ek olarak Mplus (Muthen ve Muthen, 1998), bazı SAS makroları (örneğin PROCNL MIXED, MDIRT-FIT), R programındaki bazı paketler (“mirt” gibi) ve STATA (örneğin GLLAMM) ÇBMTK modellerinin parametre kestirimi için kullanılabilirlerdir. ÇBMTK modelleri için parametre kestirimi yapabilen mevcut programlara ilişkin güncel bir liste EK-2'de verilmiştir.

EK-2' de görüldüğü gibi çok boyutlu parametre kestirimi için kullanılabilen paket programları arasında önemli farklılıklar bulunmaktadır. Herhangi bir araştırmacı bu programlardan biriyle madde parametresi kestirmeden önce programların kullandığı kestirim tekniği, kestirim süresi, programın yazılım dili, maliyeti gibi avantaj ve dezavantajlarını bilmek durumundadır.

Parametre kestirimi için kullanılacak bilgisayar programlarının en önemli özelliklerinden biri kullanılan kestirim yöntemleridir. Örneğin en iyi bilinen çok boyutlu madde tepki kuramı programlarından biri olan TESTFACT (Bock ve Schilling, 2003) programı, marjinal maksimum olabilirlik kestirim tekniği (MMLE, Bock ve Aitkin, 1981) ile madde parametresi kestirimi yapmaktadır. NOHARM (Fraser, 1998) programı, ağırlıklandırılmamış en küçük kare teknigi ile, BMIRT (Yao, 2003) ve BMIRT II (Yao, 2013) programı Markov Chain Monte Carlo (MCMC) teknigi ile madde parametresi kestirimi yapmaktadır. flexMIRT(2.0) (Cai, 2013), IRTPRO (Cai, du Toit ve Thissen (2011) programı ise Bock-Aitkin olasılık maksimizasyonu (Bock-Aitkin Expectation Maximization, BA-EM) ve Metropolis Hastings Robbins Monro (MHRM) kestirim teknikleri ile madde parametresi kestirimi yapmaktadır. MTK parametre kestirimi, özellikle son 60 yılda, deneme yanılmaya dayalı basit tekniklerden Bayesyan teknigi (MCMC) gibi daha gelişmiş kestirim tekniklerine doğru hızla evrilmiştir (Baker ve Kim 2004).

Çok boyutlu madde parametresi kestiriminde kullanılabilen MCMC, MH-RM ve BA-EM kestirim tekniklerinin farklı test koşullarıyla çok boyutlu modeller için sınırlılık ve

üstünlüklerinin incelenmesi bu tekniklerden hangisinin hangi koşulda tercih edilebileceğine ilişkin önemli ipuçları sağlayabilmektedir. Örneğin hangi teknik karmaşık modellerle ve büyük sayıda boyut içeren veri setleriyle kestirim yapabilmektedir, yapılan kestirimlerin doğruluğu ve hata düzeyi ne kadardır? Seçilen modellerin hangisi ile bu tekniklerle daha doğru kestirim yapılmaktadır? Kestirim için düşük hata değerleri hangi test koşullarıyla sağlanabilmektedir? Kestirim teknikleri hangi test koşullarıyla yanlış kestirimler yapmaktadır? Tekniklerin kestirim süreleri ne kadardır? Bu soruların bir kısmı TBMTK modelleri ve programları için yapılan araştırmalarla belirli düzeyde cevaplanmış olmakla birlikte ÇBMTK model ve programları için çoğu açıdan belirsizliğini korumaktadır. Özellikle çeşitli test koşullarında karmaşık ÇBMTK modelleriyle bu teknikler kullanılarak yapılan madde parametresi kestiriminin incelenmesi önemlidir. Bu nedenle bu tez kapsamında boyut sayısı, madde sayısı, örneklem büyülüüğü ve boyutlar arasındaki korelasyon gibi test koşullarıyla, iki farklı model, iki farklı program ve üç farklı kestirim yöntemi ve iki farklı test yapısı ile çok boyutlu madde parametresi doğrulanması çalışması yapılmıştır. Tez kapsamında kullanılan modeller, çok boyutlu üç parametreli lojistik model, çok boyutlu aşamalı tepki modelidir. Programlar ve kestirim teknikleri ise sırasıyla; BMIRT (MCMC teknigi (Metropolis-Hastings örnekleme ile)), flexMIRT (Bock-Aitkin EM (genelleştirilmiş boyut indirgeme ile), MH-RM) programıdır. Test yapıları ise basit yapı ve iki faktör modeli test yapısıdır.

## **1.2. Araştırmmanın Amacı ve Önemi:**

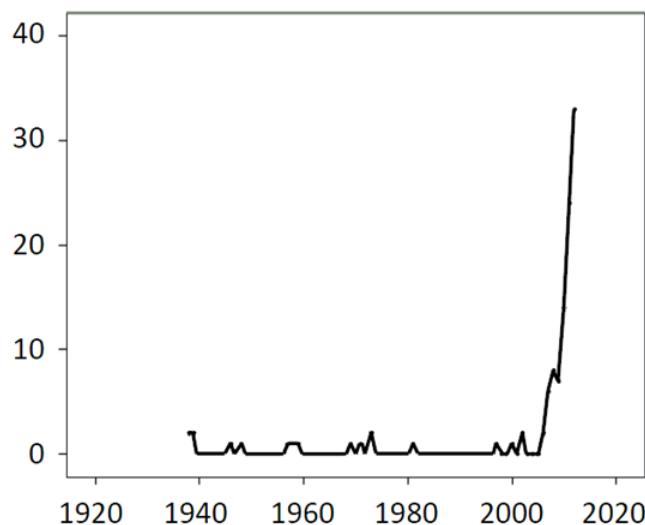
Araştırmmanın temel amacı farklı çok boyutlu madde tepki kuramı (ÇBMTK) modelleri ve programları için farklı test koşulları ve test yapılarıyla madde parametresi doğrulanması çalışması yapmaktır. Üç ayrı örneklem büyülüüğü değeri (1000, 2000, 5000), üç ayrı test uzunluğu değeri (15, 30, 60), iki ayrı boyut sayısı (3, 5) ve boyutlar arasındaki dört farklı korelasyon değerinden (0.0, 0.3, 0.6, 0.9) oluşan farklı test koşulları belirlenmiştir. Basit ve iki faktör modeli yapısındaki test verilerine sahip çok boyutlu aşamalı tepki modeline ve çok boyutlu telafi edici üç parametreli lojistik modele ilişkin parametre kestirimini yapabilen BA-EM, MCMC ve MH-RM tekniklerinin bu test koşullarıyla kestirim doğruluğunun ve parametre kestiriminin yanlışlık düzeyinin incelenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca çok boyutlu parametre kestirimini yapan programların ve kestirim tekniklerinin pratik uygulamalarının yanı sıra teorik yaklaşımları da incelenmiştir.

Araştırmmanın önemi ise; ÇBMTK için model madde parametrelerinin doğrulanmasının yapılması (item parameter recovery) temel bir problem durumudur. Çünkü madde tepki kuramına dayalı çok sayıda uygulama (DMF, eşitleme, bağlama, standart belirleme ve diğer uygulamalar) için madde parametrelerinin olabildiğince doğru kestirildiği varsayımları bulunmaktadır. Örneğin madde parametreleri program tarafından yanlış kestiriliyor ve kestirilen parametrelerle DMF çalışılıyorsa, gerçek yanlışlık kaynağı, program, kestirim teknigi veya test koşulları olabilmektedir.

Ayrıca seçilen modeller ve kestirim teknikleri açısından araştırma öneme sahiptir. Literatürde model karmaşık hale geldikçe Bayesyan yaklaşım ile daha tutarlı kestirimler yapıldığı görüşü (Patz ve Junker, 1999a; 1999b; Wollack, Cohen ve Lee, 2002) bulunmaktadır. Tek boyutlu üç parametreli MTK modeli ve aşamalı tepki modeline yönelik çok sayıda madde parametresi doğrulanması çalışması varken, çok boyutlu üç parametreli ve aşamalı tepki modeli için bu sayı mevcut programların sınırlılıklarından dolayı azdır. Örneğin çok boyutlu parametre kestiriminde kullanılan TESTFACT ve NOHARM programı çeşitli sınırlılıklara sahiptir. TESTFACT ve NOHARM programları **c** parametresi kestirimi yapamamaktadır. NOHARM programı ayrıca yetenek parametresi kestirimi de yapamamaktadır. TESTFACT ve NOHARM programları ile üç parametreli lojistik model için madde parametresi kestirimi yapılırken, **c** parametresi kestirilemediğinden ya **c** parametresi için doğrudan programa 0.0, 0.2 gibi sabit değerler girilmekte ya da BILOG, MULTILOG gibi programlarla kestirilen **c** değerleri TESTFACT ve NOHARM içine manuel olarak girilmektedir. DeMars (2005), Li ve Lissitz (2004), Walker ve Beretvas, (2000) yanlış kestirilen **c** parametresinin diğer parametrelerin kestirim doğruluğunu etkileyebileceğini ifade etmişlerdir. Örneğin DeMars (2005), programa sabit bir **c** değerinin girilmesi durumunda **a** ve **b** parametrelerinin girilen bu **c** değerini telafi etmek üzere değişim能力和ını ifade etmiştir. Diğer bir deyişle **c** parametresi için 0.0 ve 0.2 gibi sabit değerlerin kullanılması **a** ve **b** parametrelerinin olduğundan düşük veya yüksek kestirilmesine neden olmuştur. Li ve Lissitz (2004), **c** parametreleri hatalı kestirildiğinde **b** parametrelerine ait standart hataların daha yüksek kestirildiğini, Wainer ve Wang (2000) ise bu durumun **a** parametrelerinin bazı boyutlarda gerçek değerinden yüksek, diğer boyutlarda ise gerçek değerinden düşük kestirilmesine neden olabileceğini ifade etmiştir. Bu tez kapsamında kullanılan BMIRT ve flexMIRT programı iki ve çok kategorili çok sayıda modele ilişkin hem madde hem de yetenek

parametresi kestirebilmektedir. Ayrıca her iki program ÇBT3PLM içinde c parametresi kestirimini yapabilmektedir.

Tez kapsamında basit yapı ve iki faktör modeli test yapıları ile veri setleri üretilmiştir. Bu iki test yapısı iki nedenle seçilmiştir. Birinci neden BMIRT ve flexMIRT programlarının bu iki test yapısıyla da parametre kestirimini yapabilmesidir. İkinci neden ise farklı test yapılarının madde parametresi kestirimini doğruluğuna etkisinin olmasıdır (Svetina, 2011; Finch, 2011). Ayrıca kullanımlarının pratik olması nedeniyle araştırmalarda bu iki test yapıları tercih edilmektedir. Örneğin Biderman (2013), iki faktör modeli için PsycINFO'da tıklanma değerlerinin yıllara göre dağılımını göstermiştir. Şekil 1.1 incelendiğinde bu modele ilişkin yapılan araştırmaların ve uygulamaların son yıllarda önemli düzeyde arttığı görülmektedir.



**Şekil 1.1. İki Faktör Modelinin PsycINFO'da Tıklanma Sayıları**

Araştırma da önemli noktalardan biri de karşılaştırılacak kestirim teknikleridir. BA- EM algoritması uygulanabilme hızı ve kolaylığı nedeniyle uygulamalarda pratik olsa da birçok araştırmacı tarafından özellikle model karmaşık hale geldiğinde yanlış kestirim yaptığı ifade edilmiştir. Buna alternatif kestirim tekniği arayışlarından biri Bayesyan bir teknik olan MCMC' dir. MCMC tekniği ile özellikle çok kategorili ve büyük sayılarında boyut içeren karmaşık modeller için daha doğru madde parametresi kestirimini yapabildiği ifade edilmektedir. Başka bir deyişle MCMC tekniğinin kestirilmesi gereken parametre sayısı artıkça maksimum marjinal olabilirlik kestirimlerine göre daha doğru kestirim yapabildiği bazı araştırmacılar tarafından ifade edilmiştir (Beguin ve Glas, 2001; Bolt ve Lall, 2003; Bradlow, Wainer, ve Wang,

1999; De la Torre, Stark, ve Chernyshenko, 2006; Fox ve Glas, 2001; Johnson ve Sinharay, 2005; Patz ve Junker, 1999a). ÇBT3PL ve ÇBAT modelleri ise karmaşık modellerdir. Bu iki model için yapılan çok boyutlu madde parametresi doğrulanması çalışması sonuçlarının, modelleri test uygulamalarında tercih etmek isteyen araştırmacılara yön gösterebileceği düşünülmektedir.

Bayesian teknikleri içeren programların ücretsiz olması en önemli avantajlarındanandır. Ancak bu tekniğinde en temel dezavantajı karmaşık modellere ait parametrelerin tutarlı kestirimleri için analizlerin saatler, hatta günler alıyor oluşudur. Tam da bu noktada en doğru başlangıç noktaları için Bayesian yaklaşımı kullanan ve final kestirimlerini daha pratik olan olabilirlik algoritmaları ile yapan Metropolis-Hastings Robbins-Monro (MH-RM; Cai, 2010b; 2010c) tekniği önerilmiştir. Cai (2010a; 2010b) tarafından bu tekniğin MCMC teknüğine göre parametre kestirim süresi açısından daha avantajlı olduğu ifade edilmiştir. BA-EM teknüğine göre ise karmaşık ve büyük boyutlu veri setleriyle de kestirim yapabilmesi nedeniyle daha avantajlı bir kestirim tekniğidir.

MH-RM tekniği özellikle BA-EM tekniğinin elverişsiz hale geldiği büyük boyutlu veri setleri için tutarlı kestirimler yapabilmesi açısından önemlidir. Bu nedenle bu kestirim tekniklerine ilişkin madde parametresi doğrulanmasının karmaşık modellerle ve farklı test koşullarında simülasyonla çalışılması çok boyutlu parametre kestirimini açısından önemlidir.

Ayrıca flexMIRT, CONQUEST, IRTPRO gibi programlar ücretlidir. Ücretsiz edinilebilen BMIRT ve flexMIRT programı ile çeşitli test koşullarında eşdeğer doğrulukta parametre kestirimini yapılip yapılmadığının incelenmesi bu programlara yonelecek araştırmacılara katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

Son olarak ülkemizde yapılan ÇBMTK uygulamalarında ve simülasyon çalışmalarında TESTFACT ve NOHARM programları kullanılmıştır (örneğin: Köse, 2010; Sünbül, 2011; Özkan, 2012). flexMIRT ve BMIRT programı ile MHRM, MCMC ve BA-EM kestirim tekniklerinin çeşitli test koşullarıyla inceleniyor oluşunun, bu programları parametre kestiriminde kullanmayı hedefleyen araştırmacılara katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

### **1.3. Problem Cümlesi:**

Çok boyutlu telafi edici üç parametreli lojistik model ve çok boyutlu aşamalı tepki modeli için basit ve iki faktör modeli yapısına göre türetilen veriler, MH-RM, MCMC ve BA-EM kestirim teknikleri ile kestirildiğinde boyut sayısının, test uzunluğunun, örneklem büyüklüğünün ve boyutlar arasındaki korelasyonun bu modellerin madde parametresi doğrulanmasına etkisi nasıldır?

#### **1.3.1. Alt Problemler:**

- 1) Çok boyutlu telafi edici üç parametreli lojistik modele ilişkin üretilen basit yapılı veri setleri MCMC (4000 ve 8000 iterasyon ile), MH-RM, BA-EM kestirim teknikleriyle kestirildiğinde;
  - a) Boyut sayısının (3 ile 5),
  - b) Test uzunluğunun (15,30 ve 60),
  - c) Örneklem büyüklüğünün (1000, 2000 ve 5000),
  - d) Boyutlar arasındaki korelasyonun (0.0, 0.3, 0.6 ve 0.9), madde parametresi doğrulanmasına etkisi nasıldır?
- 2) Çok boyutlu telafi edici üç parametreli lojistik modele ilişkin üretilen iki faktör modeli yapılı veri setleri MCMC (4000 ve 8000 iterasyon ile), MH-RM, BA-EM kestirim teknikleriyle kestirildiğinde;
  - a) Boyut sayısının (3 ile 5),
  - b) Test uzunluğunun (15,30 ve 60),
  - c) Örneklem büyüklüğünün (1000, 2000 ve 5000), madde parametresi doğrulanmasına etkisi nasıldır?
- 3) Çok boyutlu aşamalı tepki modeline ilişkin üretilen basit yapılı veri setleri MCMC (4000 ve 8000 iterasyon ile), MH-RM, BA-EM kestirim teknikleriyle kestirildiğinde;
  - a) Boyut sayısının (3 ile 5),
  - b) Test uzunluğunun (15, 30 ve 60),
  - c) Örneklem büyüklüğünün (1000, 2000 ve 5000),
  - d) Boyutlar arasındaki korelasyonun (0.0, 0.3, 0.6 ve 0.9), madde parametresi doğrulanmasına etkisi nasıldır?

**4)** Çok boyutlu aşamalı tepki modeline ilişkin üretilen iki faktör modeli yapılı veri setleri MCMC, MH-RM ve BA-EM kestirim teknikleriyle kestirildiğinde;

- a)** Boyut sayısının (3 ile 5),
- b)** Test uzunluğunun (15,30 ve 60),
- c)** Örneklem büyüklüğünün (1000, 2000 ve 5000), madde parametresi doğrulanmasına etkisi nasıldır?

**5)** Kestirim tekniklerinin/programlarının kestirim süreleri;

- a)** Boyut sayısına (3 ile 5),
- b)** Test uzunluğuna (15,30 ve 60),
- c)** Örneklem büyüklüğüne (1000, 2000 ve 5000), göre nasıl değişmektedir?

#### **1.4. Sınırlılıklar:**

Bu araştırmadan elde edilecek sonuçlar sadece kullanılan test koşulları, modeller, kestirim teknikleri ve programlar için geçerlidir, başka modellere ve test koşullarına genelleme amacı taşımamaktadır. Kestirim süreleri analizlerde kullanılan bilgisayarın özelliklerine (Intel Core i7-2630QM CPU 2.00 GHz, 8-GB RAM) bağlıdır.

#### **1.5. Araştımanın Kuramsal Temeli**

##### **1.5.1. Madde Tepki Kuramı (MTK)**

Madde tepki kuramına göre, bireylerin belli bir alandaki doğrudan gözlenemeyen yetenekleri ya da özellikleri ya da bu alanı yoklayan sorulardan oluşan test maddelerine verdikleri yanıtlar arasında bir ilişki vardır ve bu ilişki matematiksel olarak ifade edilebilir. Bu kurama göre geliştirilen testlerden elde edilen yetenek ölçüleri, bireye uygulanan testlerden bağımsız olarak elde edilebilmektedir. MTK test maddeleri ve bireyler arasındaki etkileşimi sayısal bir fonksiyon ile tanımlayan bir kuramıdır. Kuram oldukça eski bir tarihe sahip olmakla birlikte kurama geniş ölçüde ilgi 1950 ve 1960' larda Frederick Lord ve Georg Rasch tarafından yapılan çalışmalarla artmıştır. Geleneksel olarak MTK, madde analizleri, test bankası, test puanlarının eşitlenmesi, ayrıca madde parametreleri aynı zamanda değişen madde fonksiyonu, geçerlik çalışmaları ve birçok psikometrik analiz için kullanılmaktadır

(Reise ve Henson, 2003). Madde tepki kuramı modelleri, boyut sayısına göre tek ve çok boyutlu modeller olarak ayrılmaktadır.

#### **1.5.1.1. Tek Boyutlu Madde Tepki Kuramı**

Testlerin yapılandırılması ve test puanlarının yorumlanması için test uzmanları ve diğer test kullanıcının yaygın kullandığı çeşitli kuram ve yöntemler bulunmaktadır. Tek boyutlu madde tepki kuramı modellerinde temel eşitlik aşağıdaki gibidir.

$$P(U = u \mid \theta) = f(\theta, \eta, u) \quad (1)$$

Bu temel eşitlikte;  $\Theta$  birey özelliklerini gösteren parametre,  $\eta$  ise test maddelerinin özelliklerini tanımlayan parametrelerin vektörünü göstermektedir.  $U$  test maddesine ait puanı,  $u$  ise olası bir puan değerini,  $f$  ise cevap verme olasılığı ile parametreler arasındaki ilişkiyi tanımlayan bir fonksiyondur  $P$  ( $U=u$ ). TBMTK modelleri için varsayımlardan biri değişmezlik varsayımlıdır. Bu özellik madde tepki kuramında yetenek veya birey parametrelerinin test veya madde parametrelerinden bağımsız olması anlamına gelmektedir. (Hambleton, Swaminathan, Rogers, 1991; Lord, 1980). Bu özellik test veya madde parametreleri uygulanan gruptan bağımsızdır. Değişmezlik özelliğinin yanı sıra TBMTK, yerel bağımsızlık varsayımlına ve tek boyutluluk varsayımlına sahiptir.

MTK' nin ikinci sayiltisi olan yerel bağımsızlık, test performansını etkileyen yetenek sabit tutulduğunda, bireylerin maddelere vereceği tepkilerin istatistiksel olarak bağımsız veya ilişkisiz olmasıdır (Lord ve Novick, 1968; Lord, 1980; Hambleton ve Swaminathan, 1985; Reckase, 2009). Yerel bağımsızlığın sağlanamaması, özellikle madde ve yetenek parametrelerinin kestirilmesinde kullanılan, olabilirlik (likelihood) fonksiyonlarından hesaplanacak olan olasılıkların hatalı kestirimine neden olabilmektedir. Çünkü olabilirlik fonksiyonları, belirli bir yetenek koşulu altında, maddelere bağımsızmış gibi davranışarak olasılık sonuçları üretmektedir. Hambleton ve Swaminathan (1985), tek boyutluluk varsayımlının karşılanmasıyla bu varsayımda karşılanabileceğini ifade etmektedir. Testin tek boyutlu olmasının yerel bağımsızlık varsayımlını da karşısındığına ilişkin genel bir kabul olmasına rağmen, yerel bağımsızlığı incelemek için tüm gruptaki maddeler arası korelasyonlar, yetenek dağılımı daha dar olan alt ve üst yetenek gruplarındaki maddeler arasında elde edilen korelasyon karşılaştırılarak incelenebilmektedir (Hambleton, Swaminathan ve Rogers, 1991).

### **1.5.2. Tek Boyutluluk Varsayıımı ve Varsayıımın ihmali**

Tek boyutluluk, bireyin madde üzerindeki performansını etkileyen sadece bir yetenek türü olması durumudur (Lord ve Novick, 1968; Lord, 1980; Hambleton ve Swaminathan, 1985; Crocker ve Algina, 1986; Embretson ve Reise, 2000). Bir başka deyişle, testi (daha geniş anlamda, ölçme aracını) oluşturan maddeleri bir arada tutan bir tek ortak özellik bulunmaktadır. Tek boyutlu yapılarda maddeler bütün popülasyon için istatistiksel olarak bağımlıdır ve paylaştıkları ortak bir varyans bulunmaktadır (Crocker ve Algina, 1986). Test maddeleri ve birey etkileşimi, bazı durumlarda test maddelerinin tek boyutlu olmasıyla sonuçlanırken bazı durumlarda test verisinin çok boyutlu olmasıyla sonuçlanmaktadır (Ackerman, 1992). Birçok test maddesi tek bir özelliği (yeteneği, boyutu) ölçmek üzere hazırlansa da bazı maddeler doğru yanıtlanabilmek için en az iki yetenek gerektirmektedir (Reckase, 1985). Bir matematik problemini hikaye diliyle sorulduğunda (örneğin, Ahmet evden çıktı cebinde 5 lira vardı, kırtasiye gitti bunun 2 lirasını harcadı.. gibi) bu durumda sorunun cevaplanması için sadece matematik yeteneği değil aynı zamanda okuma yeteneği de gerekmektedir. Çok boyutlu verilerin tek boyutlu madde tepki kuramına göre modellenmesi durumunda yanlışlık ortaya çıkmaktadır. Eğer farklı çok boyutlu yetenek dağılımlarına sahip iki grup test maddelerini cevaplarsa yetenek düzeyleri açısından gruplar arasında farklılaşmalar meydana gelmekte ve herhangi bir tek boyutlu model bu durumda yanlış sonuçlar üretebilmektedir (Ackerman, 1992). Ackerman (1992), yapı geçerliği ile madde yanlışlığının ilişkili olduğunu ifade etmiştir. Düşük yapı geçerliğine sahip maddeler içeren bir testin ölçülmesi amaçlanan özelliklerden farklı özellikler ölçüdüğü ve bu durumda olası madde yanlışlıklarını ortaya çıkığı ifade edilmektedir.

Literatürde tek boyutlulukla ilgili iki yaygın görüş bulunmaktadır, bunlardan biri katı tek boyutluluk varsayıımıdır bu varsayıma göre test performansının altında tek bir yetenek vardır. İkinci yaklaşım ise test performansının hesaplanması için veri setinin ilgili olduğu tüm örtük yetenekler açısından baskın tek bir örtük yeteneğin varlığının tek boyutluluk varsayıımının karşısındagina yönelik kanıt olarak kabul edilmesidir. Eğer testi alanlar birden fazla örtük özellik ölçülmeye çalışıldığında sadece baskın olan tek bir örtük özelliğe göre ölçülmekte ise tek boyutlu madde tepki kuramı kullanılabilmektedir. Ancak bu uygulama çok gerçekçi değildir (Ackerman, 1992). Bu varsayıımın ihlal edilmesi durumunda zayıf model uyumu ve madde parametrelerinin

hatalı kestirimlerine neden olmaktadır (Hambleton ve ark., 1991). Test uygulamalarında tek boyutluluk varsayımları çoğunlukla sağlanamamakta ve baskın bir boyutun olması gibi tek boyutluluğa ilişkin zayıf göstergelerden yararlanılmaktadır (Stout, 1987). Çok sayıda araştırmacı test verisinin katı bir şekilde tek boyutluluk varsayımlını karşılayamadığını ve bu varsayımlının ihlal edilmesi durumunda ortaya çıkabilecek durumları araştırmıştır (örneğin: Childs ve Oppler, 2000; De Champlain ve Gessaroli, 1998).

Lord (1968), tek boyutluluk varsayımlının bütün testler için değil bazı durumlarda sağlanabileceğini, Hambleton ve ark., (1991) ise bir teste ilişkin tek boyutluluk varsayımlının asla karşılaşamayacağını ifade etmiştir. Testin boyutluluğu; testin uzunluğu, kapsamı ve testte maddelerin yeri (Yen, 1980) gibi testte bağlı faktörlerden etkilenebileceği gibi aynı zamanda sınav esnasında bazı olumsuz öğrenci davranışlarından ve program, eğitim ile bireysel farklılıklar gibi durumlardan etkilenmektedir. Bu yüzden Traub (1983), testin tek boyutlu olduğunu düşünüyorsak bile farklı zamanlarda yine de bunun test edilmesi gerektiğini ifade etmiştir.

Dolayısıyla analizlerde test verisinin tek veya çok boyutlu olduğunu belirlemek hangi modeli kullanacağımız noktasında bize yol göstermektedir. ÇBMTK analizlerini kullanan çok sayıda araştırmacı (örneğin, Ackerman, 1992, Bock ve ark., 1988; Reckase, 1985, gibi) çok boyutlu bir veri için hem simülasyon hem de gerçek uygulamalarda ÇBMTK modellerinin tek boyutlu modellerden daha üstün olduğunu belirtmişlerdir.

### **1.5.3. Çok Boyutluluk**

Çok boyutluluğa ilişkin 1900' lü yılların başlarında Thorndike (1904) farklı test maddelerinin cevaplanabilmesi için farklı miktarda beceri ve bilgi gerektiği, test puanlarının da maddelere ait bu karmaşık durumu temsil edecek şekilde hesaplanması gerektiğini açık şekilde ifade etmiştir. Binet ve Simon (1913), oldukça karmaşık maddelere dayalı testler hazırlamış, fakat Stern (1914), beş testin cevaplanması için zeka yaşıının bir yıl aralıklla artması gerektiğini savunmuştur. Testlerin veya testlerde bulunan maddelerin sadece tek bir örtük özelliği ölçütüünü varsaymak ve bu varsayımlı altında ölçmeler yaparak birey hakkında karar vermek 1980'lerden sonra daha tartışılmış hale gelmiştir (Ackerman, 1989; Ansley ve Forsyth, 1985; Drasgow ve Parsons, 1983; Harrison, 1986; Way, Ansley ve Forsyth, 1986).

Bazı psikometristlere göre ÇBMTK çok değişkenli istatistiksel analizlerin özel bir formudur, özellikle faktör analizi, yapısal eşitlik modellemesi ve tek boyutlu MTK modellerinin geliştirilmiş formu şeklinde düşünülebileceği ifade edilmiştir. ÇBMTK analizleri açık bir şekilde birden fazla boyut üzerinde birey farklılıklarına odaklanmaktadır. ÇBMTK analizlerinin sonuçları özellikle büyük değişen madde fonksiyonu değerlerinin nedenlerinin açıklanmasına yardımcı olmaktadır. Ackerman (1992), tarafından ÇBMTK modelleri ile değişen madde fonksiyonunu göstermiştir. ÇBMTK prosedürleri aynı zamanda özellikle geniş ölçekli test uygulamalarında başarı testleri için madde seçimi için kullanılabilmektedir (Reckase ve ark., 1988). ÇBMTK'ın uygulama örneklerinden bir tanesi de aynı çok boyutlu koordinat sistemi üzerinde farklı madde setlerinin kalibre etmesini sağlamasıdır. Davey ve Oshima (1994) tarafından çoklu kalibrasyondan kestirilen madde parametrelerinin aynı koordinat sistemi üzerine konulmasını sağlamışlardır.

#### **1.5.4. Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı ve Modelleri**

TBMTK modelleri için madde ve birey etkileşimi matematiksel fonksiyonlarla ifade edilmekte ve modeller kestirebildikleri parametre sayısıyla isimlendirilmektedir. TBMTK modelleriyle ayırt edicilik ve güçlük parametreleri madde karakteristik eğrisinin (MKE) özellikleriyle doğrudan hesaplanabilmektedir. Güçlük parametresi madde karakteristik eğrisinde eğimin en dik olduğu noktaya denk gelen  $\theta$  değeridir. Ayırt edicilik parametresi ise; madde karakteristik eğrisinin en dik olduğu noktanın eğimidir. Çok boyutlu madde parametrelerini bu tek boyutlu parametrelerin genelleştirilmesi olarak düşünebiliriz ancak çok boyutlu madde parametreleri tanımlayan süreç biraz daha karmaşıktır.

Çok boyutlu madde güçlüğü orjinden  $\theta$  uzayına eğimin en dik olduğu noktaya olan mesafe ile tanımlanmaktadır ve farklı kaynaklarda farklı sembollerle gösterilse de parametrenin matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$D_i = B_i = MDIFF = \frac{-di}{\sqrt{\sum_{k=1}^m a_{ik}^2}} \quad (2)$$

Yukarıda verilen eşitlik (2) ile,  $D_i$ ,  $B_i$ ,  $MDIFF$  sembollerı çok boyutlu madde güçlüğünü,  $a_i$ ,  $i$  maddesi için ayırt edicilik parametresi vektörünü,  $a_{ik}$   $i$  maddesinin  $k$  boyutu üzerindeki ayırt edicilik değerini,  $d_i$  ise güçlük parametresini göstermektedir.

Çok boyutlu madde güçlüğü tek boyutlu madde güçlüğü ile benzer şekilde yorumlanmakta, yüksek pozitif değerler maddenin daha zor olduğunu ifade etmektedir. Çok boyutlu madde ayırt ediciliği tek boyutlu ayırt edicilik parametresinden farklı olarak, vektör olarak ifade edilmektedir. Çok boyutlu ayırt edicilik parametresi ise tek tek madde ayırt ediciliklerinin bir fonksiyonudur. Maksimum ayırt ediciliğin hesaplanması sağlar ve her iki boyut için ortak madde güçlüğü olarak tanımlanabilmektedir. Matematiksel ifadesi ise (Reckase ve McKinley, 1991; Ackerman, 1994; Reckase, 2009) aşağıdaki gibidir.

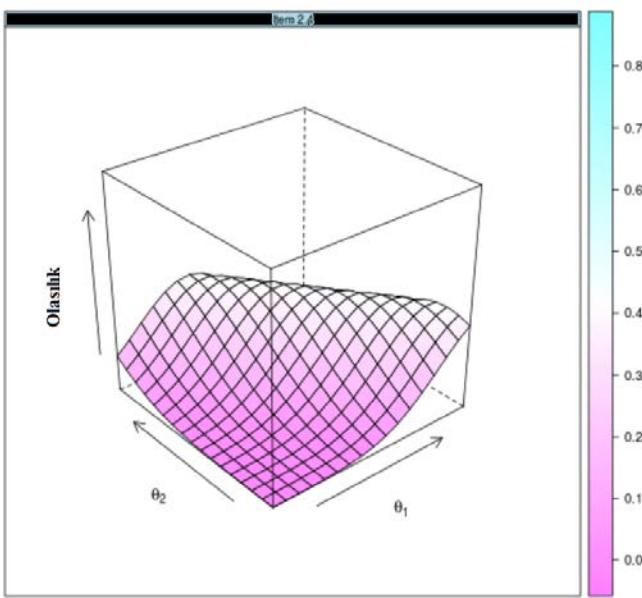
$$A_i = MDISC_i = \sqrt{\sum_{k=1}^m a_{ik}^2} = \sqrt{a_{i1}^2 + a_{i2}^2} \quad (3)$$

Ayrıca çok boyutlu madde ayırt ediciliği bir vektör olarak tanımlandığından açısal bir yönü bulunmaktadır. Eğer açı değeri küçük ise yani  $\theta_1$  eksenine daha yakın ise birincil olarak  $\theta_1$  yeteneğini, eğer  $\theta_2$  eksenine daha yakın ise birincil olarak bu yeteneği ölçüyü ifade edilebilir. Her iki eksenle  $45^\circ$  açı yapıyorsa eğer bu durumda maddenin  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  yeteneklerinin her ikisini de eşit şekilde ölçen madde olduğu ifade edilmektedir.

Çok boyutlu madde ayırt ediciliği vektörünün yönünü ifade eden matematiksel eşitlik ise aşağıdaki gibidir. Bu eşitlikte  $\alpha_i$   $i$  maddesinin  $k$  eksenile yaptığı açayı göstermektedir.

$$\alpha_i = \arccos \frac{a_{i1}}{MDISC_i} \quad (4)$$

Son olarak tek boyutlu modeller için tek bir örtük özellik değerine sahip bir bireylerin belirli bir cevap verme olasılığıyla tanımlanan madde karakteristik eğrisi, ÇBMTK için madde karakteristik yüzeyi (MKY) olarak adlandırılmaktadır. Çünkü ÇBMTK için ise doğru yanıtlama olasılığı iki veya daha fazla özelliğe dayanmaktadır. Şekil 1.5.'de madde karakteristik yüzeyine ilişkin bir örnek verilmiştir.



**Şekil 1.2. Madde Karakteristik Yüzeyi**

ÇBMTK modelleri iki türdür. Bu türler cevap verme olasılığı ile tanımlanan madde özelliklerinin  $\theta$  koordinatı ile kombinasyonu olan bir vektörden elde edilen bilgi ile tanımlanmaktadır. İlk tür  $\theta$  koordinatlarının doğrusal kombinasyonuna dayalıdır. Bu doğrusal kombinasyon cevap verme olasılığını belirleyen lojistik veya normal ogive form ile kullanılmaktadır.  $\theta$  koordinatlarının doğrusal kombinasyonu çeşitli  $\theta$  değerleri kombinasyonlarının toplamıyla elde edilmektedir. Yani bir  $\theta$  koordinatı düşük ve diğeri yüksek ise de toplam değişimmemekte ve  $\theta$  değerleri kombinasyonları toplamı aynı kalmaktadır. Diğer bir deyişle toplamı oluşturan  $\theta$  koordinat değerleri ayrı ayrı farklı değerler alsa da toplam değer aynı kalmaktadır. Bu tür modeller telafi edici (compensatory, tamamlayıcı) modeller olarak adlandırılmaktadır. İkinci tip modeller ise test maddelerine ait bilişsel görevleri böülümlere ayırır ve her kısım için ayrı ayrı tek boyutlu modelleri kullanmaktadır. Maddelere doğru cevap verme olasılığı her kısım için ayrı ayrı hesaplanır. Doğrusal olmayan olasılık sonuçları içeren bu tür modeller için yüksek  $\theta$  koordinat değerleri, düşük  $\theta$  koordinat değerlerini telafi edememektedir. Bu modeller telafi edici olmayan (tamamlayıcı olmayan, noncompensatory) modeller olarak tanımlanmaktadır.

#### **1.5.4.1. Çok Boyutlu Telafi Edici Üç Parametreli Lojistik Model (ÇBT3PLM)**

Ölçme analizleri için mevcut durumdaki MTK modellerinin sayısı, özellikle karmaşık modellerden kestirilen daha anlamlı sonuçlara olan ilginin artması ve bilgisayar

teknolojisindeki gelişmelerden dolayı son yıllarda oldukça artmıştır. Modellemedeki gelişmeler kestirim teorisindeki gelişmelerle iç içe geçmiş durumdadır. Psikometrik literatürde madde ve yetenek parametreleri arasındaki ilişkiye tanımlayan en iyi modellerden biri çok boyutlu üç parametreli telafi edici model (ÇBT3PLM)' dir. Telafi edici modellerde bireylerin bir boyut üzerindeki düşük yeteneği öbür boyut üzerindeki yüksek yeteneği tarafından telafi edilebilir. Diğer çok boyutlu modellerden, ÇBT3PL modelin en büyük farkı ise "c" parametresini kestirmesidir (Han, 2012).

Hem telafi edici hem de telafi edici olmayan ÇBMTK modelleri, her bir boyut açısından bireyin yeterlik düzeyi ( $\theta$ ) ile soruya doğru cevap verme olasılığını gösteren bir vektörle ilişkilidir. Birkaç tane telafi edici çok boyutlu madde tepki kuramı modeli bulunmasına rağmen bu modellerden ikisi doğrudan tek boyutlu modellerin geliştirilmiş halleri olarak görülmektedir. Bunlar çok boyutlu telafi edici lojistik model ve çok boyutlu telafi edici normal ogive modeldir (Ackerman, 1994; 1996; Ackerman ve ark., 2003; Reckase, 1985; 2009).

Üç boyutlu telafi edici lojistik model (Reckase, 1985; McDonald, 1997; Spray, Davey, Reckase, Ackerman, ve Carlson, 1990) matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$P(X_{ij}=1|\theta_i, a_j, d_j, c_j) = c_j + (1 - c_j) \frac{\exp(a_{j1}\theta_1 + a_{j2}\theta_2, \dots, + a_{jm}\theta_m + d_j)}{1 + \exp(a_{j1}\theta_1 + a_{j2}\theta_2, \dots, + a_{jm}\theta_m + d_j)} \quad (5)$$

Buradaki her iki eşitlikte  $a$  ayırt edicilik vektörünü,  $d$  çok boyutlu madde güçlüğüyle ilgili bir sayısal yer parametresini,  $c$  asimptot parametresini,  $\theta$  her bir boyutla yetenek düzeyinin vektörünü göstermektedir. ( Reckase, 1985; 2009; Ackerman, 1994; 1996; Ackerman ve ark., 2003).

#### **1.5.4.2. Çok Boyutlu Aşamalı Tepki Modeli (ÇBATM)**

Muraki ve Carlson (1993), tarafından tek boyutlu aşamalı tepki modeli genelleştirilerek çok boyutlu aşamalı tepki modeli geliştirilmiştir. Aşamalı tepki modeli, rubrik veya analitik puan ölçü, Likert tipi ölçekler, psikolojik envanterler, ve klinik ölçümler gibi sıralı ve kategorik şekilde elde edilen veriler için parametre kestirimi yapabilen bir modeldir. Aşamalı tepki modeli beş kategorili ise, sıralı kategoriler K= 0, 1, 2, 3, 4 şeklinde numaralandırılabilir. Beş kategori arasında K-1 (5-1) veya J=4 sayıda sınır parametresi bulunmaktadır. Bu nedenle beş kategorili bir veri seti ile dört ayrı kategori güçlük parametresi kestirilmektedir (Reise ve Yu, 1990).

Tek boyutlu aşamalı tepki modelinde olduğu gibi bir test maddesi ile belirlenen görevin başarıyla tamamlanabilmesi için belirli bir basamak sayısı gerekmektedir. Model  $k$  tane kategoriye sahipse,  $k$  kategorisinin başarıyla tamamlanabilmesi için öncelikle  $k-1$  kategorisinin başarıyla tamamlanması gerekmektedir.

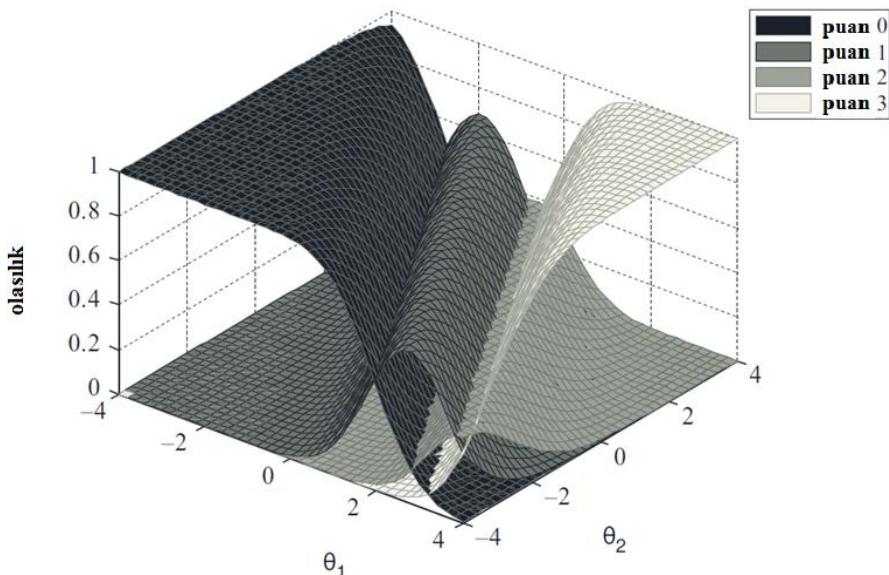
Örneğin belirli bir  $k$  puanı alma olasılığı  $k$  ve  $k+1$  kategorisinin tamamlanma olasılığı farkına eşittir (Reckase, 2009).

$$P(u_{ij} = k | \theta_j) = P^*(u_{ij} = k | \theta_j) - P^*(u_{ij} = k + 1 | \theta_j) \quad (6)$$

ÇBAT modeline ilişkin normal ogive formülü aşağıdaki gibidir;

$$P(u_{ij} = k | \theta_j) = \frac{1}{\sqrt{2\mu}} \int_{a_i \theta_j + d_{ik}, k+1}^{a_i \theta_j + d_{ik}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (7)$$

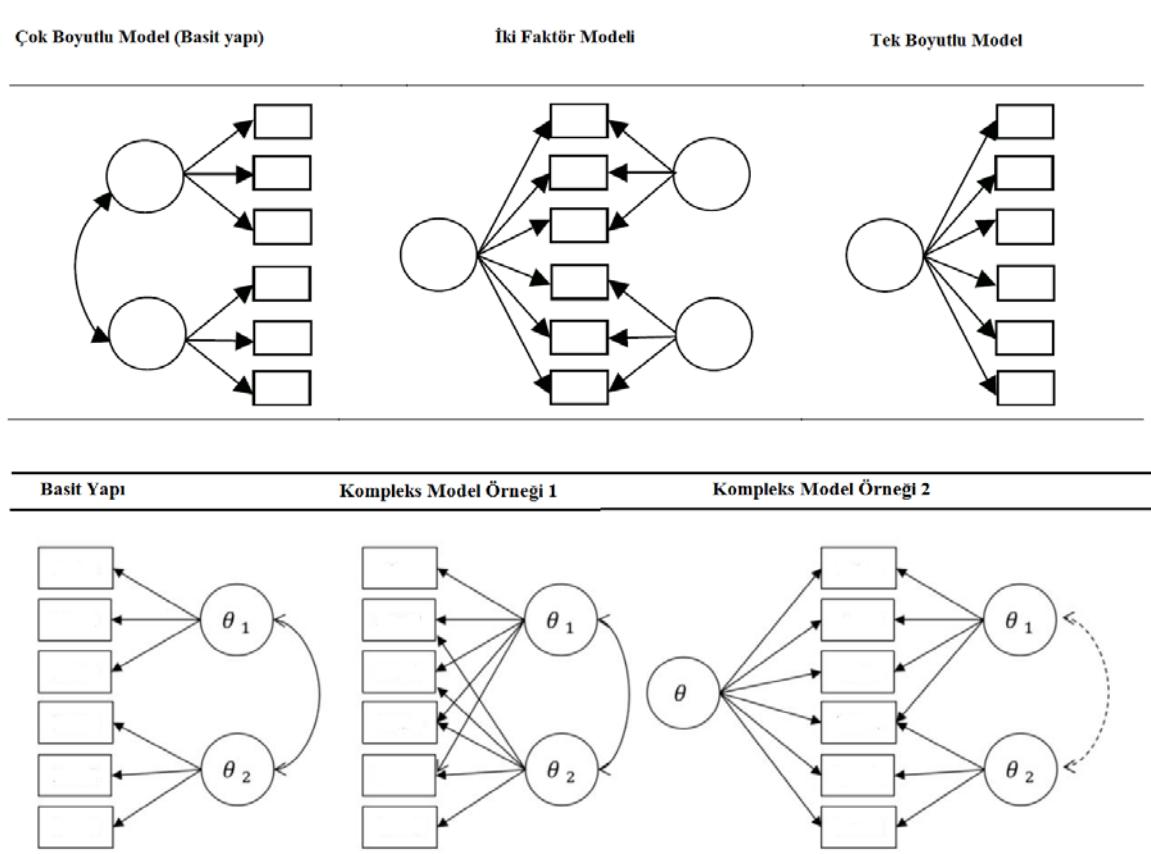
Formülde  $k$  madde puanını,  $a_i$  ayırt edicilik değerini,  $d_{ik}$  herhangi bir maddenin  $k$ . kategoriye ulaşma kolaylığını göstermektedir.  $d_{ik}$  parametresinin yüksek ve pozitif değerler alması ilgili kategoriden belirli bir puan almanın kolay olduğunu, büyük negatif değerler alması ise ilgili kategoriden belirli bir puan almanın zor olduğunu göstermektedir. ÇBAT modeline ilişkin kategori tepki yüzeyi ise Şekil 1.3' de verilmiştir.



Şekil 1.3. Çok Boyutlu Aşamalı Tepki Modeline İlişkin Kategori Tepki Yüzeyi

### 1.5.5. Örtük Yetenek Konfigürasyonları

Çok boyutlu test yapıları genel olarak üç ayrı kategoride incelenmektedir. Bunlar, basit, yaklaşık basit ve karmaşık model yapısıdır. Çok boyutlu test yapısı için aynı anlama gelen fakat farklı kaynaklarda farklı şekilde isimlendirilen diğer bir sınıflandırma ise madde içi model (karmaşık, within-item models) ve maddeler arası modeller (simple, basit, between item models) şeklindedir (Adams, Wilson ve Wang, 1997; Wang, Chen, Cheng, 2004). Şekil 1.4' de farklı modellerin yapılarına ilişkin örnekler verilmiştir.



**Şekil 1.4. Çeşitli Test Veya Model Yapıları (Bulut, 2013)**

Bunlarda en sınırlı olanı basit yapıdır, çünkü her bir madde sadece tek bir boyut üzerinde ayırt edicilik değerine sahiptir. Diğer boyutlar üzerinde ise ayırt edicilik değeri sıfırdır. Basit yapı ile her bir madde sadece tek bir örtük boyut ile ilişkilidir. Basit olmayan veya karmaşık modellerde ise her madde sadece tek bir boyutla değil diğer örtük boyutlarıyla da ilişkilidir. Yaklaşık basit yapı ile madde ağırlıklı olarak bir boyutla ilişkilidir. Diğer bir deyişle bir boyutta baskın bir ayırt edicilik değerine sahip olup, diğer boyutlarda ise daha düşük ayırt edicilik değerine sahiptir. Karmaşık yapı

ile ise her bir maddenin her bir boyutta ayrıt edicilik değerine sahip olduğu yapıdır. Tez kapsamında çok boyutlu basit test yapısı ve iki faktör modeli yapısı kullanılmıştır. İki faktör modelinde bir temel faktör veya boyut bir de spesifik boyutlar bulunmaktadır. Temel boyut bütün maddelerin üzerinde ayrıt ediciliğe sahip olduğu boyuttur. Spesifik boyut ise sadece belirli maddelerin üzerinde ayrıt ediciliğe sahip olduğu boyuttur. İki faktör modelinde her madde temel boyutla ve spesifik boyutlardan biriyle ilişkilidir. İki faktör modeli ile maddeler, sadece tek bir spesifik boyut üzerinde ayrıt ediciliğe sahip olduğundan, ilişkili olduğu spesifik boyut dışındaki diğer spesifik boyutlar için maddelerin ayrıt edicilik değeri sıfırdır.

Basit yapı ile iki faktör modeli arasında iki temel fark bulunmaktadır. Birincisi iki faktör modelinde spesifik boyutların yanı sıra genel bir boyut bulunmasıdır. İkincisi ise basit yapı ile spesifik boyutlar arasındaki korelasyonun manipülasyonu mümkün iken, iki faktör modeli için mümkün değildir. Bu iki test yapısı tez kapsamında kullanılan BMIRT ve flexMIRT programı ile uygulanabilmektedir.

### **1.5.6. MTK Modelleri İçin Kestirim Teknikleri**

#### **1.5.6.1. Yaygın kullanılan kestirim teknikleri ve sınırlılıkları**

MTK modelleri en az iki tür parametre kestirimini yapabilmektedir. Bunlar; birey parametreleri ve madde parametreleridir. Yetenek parametrelerinin kestirimini için genellikle parametrelerinin doğru kestirimini sağlayan ve yaygın kullanılan üç kestirim tekniği (1) maksimum olabilirlik (Maksimum likelihood, ML), (2) maksimum sonrasal (Maximum a posteriori, MAP, Posteriori: Deneyden ve tecrübeeden çıkan veya deneyle ve tecrübeyle doğrulanın, doğru olduğu anlaşılan) ve (3) beklenilen sonrasal (EAP, Expected a posteriori)' dir. ML tekniği birey parametrelerini, bireyin madde cevaplarının olabilirliğini maksimize ederek kestirilmesine olanak tanımaktadır. Ancak bu teknikle ilgili en önemli problemlerden biri, bütün maddeler doğru veya yanlış cevap verildiğinde teknığın parametre kestirimini yapamamasıdır (Embretson ve Reise, 2000).

Hem EAP hem de MAP Bayesyan kestirim formundadır. MAP kestirim tekniği, bir yeterlik düzeyini kestirmek için, sonrasal (posterior) dağılımı maksimize ederek olabilirlik fonksiyonu ve birey yeterliği ile ilgili önsel bilgiyi birlikte kullanmaktadır. MAP kestirim tekniğinin ML tekniğine göre bazı üstünlükleri bulunmaktadır. Örneğin ML maddelerin tümünün doğru veya yanlış olduğu madde örüntüleri için kestirim

yapamamaktadır ve yine madde örüntüleri çözümsüz veya birden fazla çözüme sahip olduğu durumlarda (odd pattern) ML kestirim yapamamaktadır. MAP tekniği madde örüntüleriyle ilgili bu sorunlar ortaya çıktığında ML teknüğine göre avantajlıdır. Bayesyan model kestirimlerine yapılan eleştirilerden biri ise özellikle örneklem büyülüğu küçük seçildiğinde yetenek parametrelerine ilişkin Bayesyan kestirimlerin önsel dağılımlara bağlı olması dolayısıyla farklı önsel dağılım değerlerinin farklı kestirimlere neden olmasıdır. EAP tekniği ise sonrasal dağılımların ortalamasını hesaplayarak yetenek parametresi kestirmektedir. En avantajlı özelliği ise en küçük hata kareleri değerlerine sahip olmasıdır (Bock ve Mislevy, 1982), ancak EAP bazı durumlarda yanlış kestirimler yapabilmektedir.

MTK modelleri için madde parametreleri sıkılıkla maksimum olabilirlik (ML, maximum likelihood) yaklaşımı kullanılarak kestirilmektedir. Ve kestirimde çok yaygın kullanılan üç yaklaşım ise; eşzamanlı maksimum olabilirlik teknigi (JML, Joint maximum likelihood), şartlı maksimum olabilirlik teknigi (CML, conditional maximum likelihood) ve marjinal maksimum olabilirlik teknigi (MML, marginal maximum likelihood)' dir. Eş zamanlı olabilirlik teknigi, tüm maddeler ve bireyler için cevap verisinin olabilirlik fonksiyonunun eş zamanlı maksimizasyonu birey ve madde parametrelerinin eş zamanlı kestirimini sağlayabilmektedir.

Eş zamanlı olabilirlik teknigi daha kolay gibi görünse de uygulamada bazı sıkıntılı durumlar bulunmaktadır. Birinci durum doğrusal olmayan madde karakteristik eğrileri ve fonksiyonlarıdır, doğrusal olmayan bu eşitlıkların çözümü genellikle zordur (Hambleton ve Swaminathan, 1985). İkinci durum ise bu teknikle özellikle üç parametreli modelinin parametre kestirimi için çok büyük örneklem büyülüğu gerektirmesidir (1000'den fazla) (Lord ve Novick, 1968; Swaminathan ve Gifford, 1982).

Şartlı maksimum olabilirlik teknigi ise madde parametreleri ve ilgili parametrelerin tutarlı kestiriminde kullanılabilmektedir (Hambleton ve Swaminathan, 1985). Ancak bu tekniğin yetenek düzeyi kestirimi için elverişli bir istatistik gerektirmesi Rasch modelleri için oldukça kısıtlayıcıdır. İki, üç parametreli ve ÇBMTK modelleri gibi karmaşık modeller için ise tutarlı kestirimler daha çok madde özelliklerine bağlıdır. Şartlı maksimum olabilirlik teknigi tüm maddelerin doğru veya yanlış hesaplandığı cevap örüntüleriyle, çok uzun testlerle kayıp veya çok kategorili verilerin bulunduğu cevap örüntüleriyle hatalı kestirim yapabilmektedir (Embreston ve Reise, 2000).

Marjinal olabilirlik teknigi madde parametreleri biliniyorsa ve madde sayisi arttıkça birey parametreleri için daha doğru parametre kestirimi yapabilmektedir. Benzer şekilde birey parametreleri biliniyorsa ve örneklem büyülüğu arttıkça madde parametreleri doğru kestirilebilmektedir. Ancak bu teknik, genellikle örneklem büyülüğünün yeterli olması halinde bile parametre kestiriminin doğruluğuna ilişkin garanti sağlayamamaktadır (Hulin, Lissak, ve Drasgow, 1982). Çünkü madde ve birey sayısının eş zamanlı artması ile parametreler her zaman doğru kestirilememektedir. Öte taraftan MML teknigi ile yetenek dağılimının sürekli olduğu ve bilindiği varsayılarak madde parametrelerinin yetenek dağılımına bağlı kalmaksızın kestirimi mümkün olabilmektedir. EM algoritması ile birlikte parametre kestiriminde neredeyse standart olarak kullanılan bir kestirim teknigi olan BA-EM de bazı uygulamalar açısından sıkıntılarla sahiptir. Baker (1990), özellikle bu teknige ilişkin sorunların uygulama koşullarında ortaya çıktığını, örneğin tüm maddelerin doğru veya yanlış cevaplandığı cevap örüntülerine sahip bireylerin kestirim öncesi elimine edilmesi açık şekilde bilgi kaybına neden olabileceğini ifade etmiştir. Ayrıca bu teknigin hızlı olduğu ifade edilse de özellikle boyut sayısının çok olduğu analizler için yakınsama oranı çok düşüktür ve analizler çok uzun zaman gerektirmektedir (Cai, 2010a).

BA-EM teknigi çoğu zaman parametre kestiriminde çok sayıda bilgisayar programı ile araştırmacılar tarafından tercih edilen bir teknik olmasına rağmen, özellikle test daha karmaşık hale geldikçe (örneğin kayıp veri bulunduğunda veya çok kategorili veri bulunduğunda) EM algoritmalarının uygulanması daha problemlı hale gelmektedir. Bu nedenle özellikle karmaşık özelliklere sahip test verisinin Bayesyan kestirim teknikleriyle kestirilmesi araştırmacılar tarafından önerilmektedir. Bu tekniklerden biri MTK modellerine ilişkin Bayesyan yaklaşımıla parametre kestirimi yapan MCMC (Markov Chain Monte Carlo) teknigidir. Metropolis ve ark., (1953), tarafından MCMC tekniginin MTK modellerine ilişkin parametre kestiriminde kullanılmasıyla ilgili uygulamalar yapılmıştır. Daha önce kullanılan birçok simülasyon tekniginin kısıtlı olduğu durumlar için MCMC teknigi ilgilenilen geniş bir sonrasal dağılım ranjından belirli bir örneklem çekebilmeye olanak tanımı nedeniyle bir çok Bayesyan uygulamalarında başarıyla kullanılabilmektedir. Örneğin; Patz ve Junker (1999a; 1999b) tarafından, MCMC tekniginin özellikle karmaşık MTK durumlarıyla (örneğin kayıp verinin olduğu cevap örüntüleri, çok boyutlu modeller, çok kategorili verilerin

olduğu durumlar gibi) tutarlı parametre kestirimleri yapabildiği ifade edilmiştir. Tez kapsamında madde parametre kestirimi MML teknigi ile Bock-Aitkin (1981) tarafından geliştirilen EM algoritması, MCMC teknigi ve MH-RM teknigi ile yapılmıştır.

#### **1.5.6.2. Marjinal Maksimum Olabilirlik Tekniği**

Marjinal Maksimum Olabilirlik Tekniği (MML), MML tekniginin geçmişi Bock ve Lieberman' a dayanmaktadır ve daha sonra Bock ve Aitkin (1981) tarafından geliştirilmiştir.  $G(\theta)$  yetenek dağılımına sahip bir örneklemden rastgele seçilen bireylerin doğru cevap verme olasılığı  $\int P(\theta)dG(\theta)$ ' dir. Bu örneklemden N sayıda birey seçilmiş ise, gözlenen veri için marjinal olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$L_M(a, b, c | U) = \prod_{j=1}^N \int \prod_{i=1}^N P_i(\theta)^{u_{ij}} Q(\theta)^{1-u_{ij}} dG(\theta) \quad (8)$$

Bu teknikle madde parametresi kestirimi maksimum  $L_M$  değerinin hesaplanmasıyla yapılmaktadır. MML teknigi, madde parametresi kestiriminde tüm modeller için kullanılabilen, kısa ve uzun testler için parametre kestiriminde etkili olan bir tekniktir (Bock ve Aitkin, 1981; Harwell, Baker ve Zwarts, 1988). Özel durumlar haricinde MML teknigi benzer yeteneğe sahip bireylerin farklı maddelere verdikleri cevapların şartlı bağımsız olduğunu varsaymaktadır. Bağımsız olayların ortak olasılıklarının hesaplanması için ayrı ayrı olaylar kullanıldığından, bu varsayımlı gözlemlerin olasılığı belirli bir madde puanı setinden hesaplanabilmektedir. Marjinal maksimum olabilirlik (MML) tekniginde marjinal maksimum olabilirlik fonksiyonunu maksimize eden logaritma değerinin matematiksel gösterimi ise aşağıdaki verilmiştir.

$$\log L_M = \sum_{l=1}^S r_l \log_e \overline{P}(x_l) \quad (9)$$

burada  $r_l$ ,  $N$  bireyden oluşan gözlenen örneklemin içindeki  $x_l$  örüntüsünün (pattern) frekansını,  $S$  değeri ise gözlenen farklı desen sayısını göstermektedir.  $j$  maddesi için üç parametrelî model ile olabilirlik eşitlikleri ise eşitlik (10), (11) ve (12) ile verilmiştir.

$$\sum_{k=1}^q \frac{\bar{r}_{jk} - \bar{N}_{jk} P_j(X_k)}{P_j(X_k)[1 - P_j(X_k)]} \frac{\partial P_j(X_k)}{\partial [a_j]} = [0] \quad (10)$$

$g_j$

$$\bar{r}_{jk} = \sum_l^s r_l x_{lj} P(x_l | X_k) A(X_k) / \bar{P}_{xj} \quad (11)$$

$$\bar{N}_k = \sum_l^s r_l P(x_l | X_k) A(X_k) / \bar{P}_{xl} \quad (12)$$

oldukça karmaşık olan bu formüllerin çözümü için daha sonra EM algoritması ve Newton Gauss teknikleri kullanılmıştır. Bu çözümlere ilişkin ayrıntılı formüller, Bock Aitkin (1981) ve Thissen (1982) tarafından önerilmiştir. Tez kapsamında üretilen veri setine ilişkin parametre kestiriminde BA-EM tekniği kullanıldığından teknik ile ilgili ayrıntılı bilgi verilmiştir.

#### **1.5.6.3 Bock Aitkin EM Tekniği (BA-EM)**

Bock ve Aitken (1981) tarafından MML teknüğine yeni bir yaklaşım geliştirilmiştir. EM algoritması olarak adlandırılan bu yaklaşım iki adımdan oluşmaktadır. İlk adım "expectation" (beklenti) ikinci adım ise "maximization" (maksimize etme) adımıdır. İlk adımda kestirilen parametreler kullanılarak istenilen log-olabilirlik değerleri için bir fonksiyon oluşturulmakta, ikinci adımda ise ilk adımda hesaplanan log-olabilirlik değerlerini maksimize eden parametreler hesaplanmaktadır. BA-EM algoritması parametre kestirimini yaklaşımları açısından oldukça yaygın kullanılan bir algoritmadır. Çok sayıda tek boyutlu ve çok boyutlu parametre kestirimini yapan programla birlikte (tek boyutlu parametre kestirimini yapan ve yaygın kullanılan programlardan bazıları: BILOG-MG (Zimowski, Muraki, Mislevy, ve Bock, 2002), MULTILOG (Thissen, 1991), PARSCALE (Muraki ve Bock, 2002)' dir. Ayrıca ÇBMTK için parametre kestirimini yapan TESTFACT, ConQuest, Mplus, flexMIRT ve mirt (R) gibi programlar ile de parametre kestiriminde bu teknik kullanılmaktadır. BA-EM algoritmasının temel mantığı oldukça basittir. İlk adımda geçici kestirimler ve gözlenen veri üzerinde olasılıklı bir yapay veri seti oluşturulmakta, ikinci adımda parametreler kestirilmekte ve tekrar ilk adıma dönülmektedir. Bu işlem kestirilen parametreler büyük ölçüde birbirinden farklılaşmayana kadar tekrarlanmaktadır.

### **1.5.6.3. Bayesyan Kestirim Teknikleri**

Bayes teknigine ilişkin temel yaklaşımın matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir;

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \quad (13)$$

A olayının olasılığı  $P(A)$  olsun, B olayı gözlemdikten sonra A olayı ile ilgili olasılık B olayından sağlanan bilgiye dayalı olarak  $P(A|B)$  şeklini almaktadır. Bayesyan yaklaşımalar da parametre kestirimlerinde olasılıklı bir dağılım kullanmaktadır.

Bu olasılıklı dağılım öncesel (prior) dağılım adını almaktadır. Veri seti gözlemdikten sonra yeniden adlandırılarak sonrasal (posterior) dağılım adını almaktadır (Winkler, 1967). Bayesyan tekniklerden Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) tekniği, Gibbs ve Metropolis Hastings algoritması parametre kestiminde kullanılmaktadır. Bu tez kapsamında MCMC tekniğinin Metropolis Hasting algoritması ile kullanan BMIRT programı ile parametre kestirimini yapılmıştır.

### **1.5.6.4. Markov Zinciri Monte Carlo Tekniği (MCMC)**

MCMC tekniğinin temeli, tercihen yüksek olasılıklı örneklem bölgelerinin bulunduğu bir yolda  $\theta$  uzayı boyunca rastgele yürümek gibidir. Bu rastgele yürüyüş zamandan veya basamak sayısından bağımsız olan bir geçiş olasılığı ( $Q(\theta_{t+1}|\theta_t)$ ) ile ve  $\theta_t$  örnekleminden  $\theta_{t+1}$  örneklemine hareket etme olasılığı ile tanımlanan Markov zinciri ile başarıyla tamamlanabilmektedir. Zamandan veya basamak sayısından bağımsız olan bu durum sadece mevcut pozisyonla bağlıdır. Monte Carlo tekniği, ilgilenilen teorik dağılımı özetleyen analitik formüllerden hesaplanan değerler yerine farklı dağılımlardan elde edilen rastgele örneklemeler kullanmaktadır. Genel olarak Markov Zinciri Monte Carlo yöntemleri iki aşamadan oluşmaktadır. Birincisi yöntemde her değer zincirde bulunan bir önceki değere bağlanarak bir zincir oluşturulmaktadır. Diğer ise, bu zinciri istenilen sonrasal dağılıma yaklaştırılan aşamadır. Öte yandan iki basit MCMC algoritması bulunmaktadır. Bunlardan ilki Gibbs Örneklemeye, diğer ise Metropolis Hastings algoritmasıdır.

MCMC tekniği ile sık kullanılan basit ama önemli algoritmaların biri Metropolis Hastings algoritmasıdır (Metropolis, Rosenbluth, Rosenbluth, Teller ve Teller, 1953; Hastings, 1970). Bu algoritma iki aşama ile tanımlanmaktadır. Birinci aşamada oluşturulan dağılımdan ( $Q(s|\theta_t)$ ) rastgele bir  $\theta_{t+1}$  ( $s$  olarak adlandırılabilir) değeri

çekilmektedir. İkinci aşama bu değerin kabul ya da red edilmesine karar vermek şeklindedir. Kabul veya red edilme olasılığına ilişkin matematiksel ifade ise aşağıdaki gibidir:

$$p = \frac{g(s)Q(\theta_t | s)}{g(\theta_t)Q(s|\theta_t)} \quad (14)$$

Yukarıda verilen formülden  $p$  değeri hesaplanabilmektedir.  $p \geq 1$  ise değer kabul edilmekte ve  $\theta_{t+1} = s$  olarak alınmaktadır.  $p < 1$  ise sadece  $p$  olasılığı kabul edilmektedir (örneğin tek biçimli normal dağılımdan bir sayı çekilir ve  $p$  ile karşılaştırılır). Eğer kabul edilmezse  $\theta_{t+1} = \theta_t$  ve  $\theta_t$  zincirde tekrarlanmaktadır. Metropolis Hasting algoritması daha uygun bir geçiş uzayı sağlamakta ve tanımlanan bu geçiş uzayından elde edilen gözlemler kabul-red örneklemesi için kullanılmaktadır.

Geçiş uzayı Markov zincirindeki adımların tanımlanması ve simülasyonu için kullanılabilirse, daha sonra her adımdan elde edilen gözlemler Markov zinciri için sabit bir dağılımdan elde edilen örneklem olarak kaydedilebilmektedir. Örneklem özelliklerinin sabit dağılım özelliklerine yaklaşması için uzun zincirlere ihtiyaç duyulmaktadır. Ayrıca başlangıç değerleri bazen sonuçları etkilemektedir. Önsel gözlemlerin toplanması süreci, Markov zinciri için "burn in" periyodu olarak adlandırılmaktadır. Bir "burn in" periyodu sonrasında toplanan gözlemler sabit dağılımin parametre kestirimini için kullanılmaktadır. Örneğin  $\theta$  vektörleri ortalaması bireyler için yetenek vektörünün kestiriminde kullanılabilimekte ayrıca dağılımin standart sapması parametre kestirimini için standart hataların kestirimini olarak kullanılabilmektedir. Aynı yaklaşımla bu prosedür madde parametrelerinin kestirimini için de kullanılabilmektedir (Reckase, 2009).

#### **1.5.6.4. Metropolis Hastings Robbins Monro (MHRM) Tekniği**

Bu teknik Metropolis Hastings algoritması (MH; Hastings, 1970; Metropolis Rosenbluth, Teller ve Teller, 1953) ve Robbins Monro (RM; Robbins ve Monro, 1951) olasılıklı yaklaşımını bir arada kullanmaktadır. Cai (2006) tarafından öncelikle açımlayıcı faktör analizi için önerilmiştir. Bu teknik Monte Carlo teknigi gibi özellikle büyük boyut sayısı, test uzunluğu ve örneklem büyülüğu koşullarında etkili sonuçlar önermektedir. Çok sayıda teknik, kayıp verinin olduğu test verisi setleri ve çoklu gruplarla kestirim yapabilmeye olanak tanımı açısından MML tekniklerine madde

parametresi kestirimi açısından alternatif oluşturmaktadır. Cai (2010a; 2010b), tarafından farklı uygulamalarla kullanılan bu tekniğin en önemli avantajlarından birisi özellikle büyük örneklemeler, uzun testler ve çok boyutlu veri setleri için madde parametresi kestirimi sağlayabilmesidir.

Bu çalışmada BA-EM, MCMC (Metropolis Hastings algoritması ile) ve MHRM tekniklerine ilişkin madde parametreleri doğrulanması çalışması MCMC teknığını kullanan BMIRT ve BA-EM ile MH-RM teknığını kullanan flexMIRT programlarıyla yapılmıştır. Bu programlara ve çok boyutlu parametre kestiriminde kullanılabilecek diğer programlara ilişkin ayrıntılı bilgi aşağıda verilmiştir.

#### **1.5.7. Çok Boyutlu MTK Programları**

ÇBMTK modellerine ilişkin parametreleri değerlerinin kestirimi için çok sayıda bilgisayar programı geliştirilmiştir. ÇBMTK' ya ilginin artması aynı zamanda ÇBMTK modellerine ilişkin parametre kestirimi yapabilen bilgisayar programlarının doğru kestirim yapıp yapmadığına ilişkin de ilginin artmasına neden olmuştur. İki ve çok kategorili ÇBMTK modellerine ilişkin parametre kestiriminde kullanılabilecek programlara ilişkin bir liste EK-2' de verilmiştir. Programların kullandıkları kestirim tekniklerinin kestirme yolları birbirinden farklıdır. Ayrıca programların madde ve yetenek parametrelerini kestirip kestiremedikleri, hangi modele ilişkin parametre kestirebildikleri yine önemli ayırt edici özelliklerdir. Programlar kestirebildikleri maksimum boyut sayısı, örneklem büyütüğü ve madde sayısı, kestirim hızı ve programın maliyeti, kestirim süreleri açısından farklı özelliklere sahiptirler.

EK-2 incelendiğinde de görülebileceği gibi, TESTFACT (Bock, Gibbons, Schilling, Muraki, Wilson, ve Wood, 2003), NOHARM (Fraser, 1988), BMIRT (Yao, 2003), IRTPRO (Cai ve ark., 2011), flexMIRT (Cai, 2012), ve mirt (R) (Chalmers, 2012) programlarının çok boyutlu parametre kestirimi yapabilen programlardan olduğu görülmektedir. Bu programlardan flexMIRT, IRTPRO ve mirt paketi ise kullandıkları kestirim teknikleri açısından oldukça benzer üç programdır. Üçü de BA-EM ve MHRM tekniklerini madde parametresi kestiriminde kullanmaktadır. BMIRT ise MCMC teknığını madde parametresi kestiriminde kullanmaktadır. flexMIRT, IRTPRO ve mirt çok benzer üç program olduğundan çeşitli veri setleri üzerinde yapılan örnek analizlerle flexMIRT ve IRTPRO programlarının neredeyse tüm koşullar açısından aynı şekilde kestirimler yaptığı bulgusuna ulaşmıştır. mirt paketi ise özellikle büyük veri setleriyle kullanışlı olmadığından tercih edilmemiştir ve geriye hem istenilen test

koşullarına en uygun olan hem de uygulama alanı (DIF, tek ve çok düzeyli modelleri bilişsel sınıflama analizleri gibi) daha geniş olan flexMIRT tercih edilmiştir. Bu tez kapsamında flexMIRT ve BMIRT programları ile çeşitli test koşullarıyla ve bu programların kullandığı farklı kestirim teknikleriyle madde parametreleri doğrulanması çalışması yapılmıştır. Ancak yine de özellikle yaygın kullanılan diğer programlar için de açıklamalara yer verilmiş, bu programların sınırlılıklarına ve avantajlarına yer verilmiştir. Son olarak flexMIRT ve BMIRT programına ilişkin ayrıntılı açıklamalar yapılmıştır.

DeMars (2005), Zhang ve Stone (2004) çok boyutlu madde parametresi doğrulanması çalışmalarının TESTFACT ve NOHARM programı üzerine yoğunlaştığını ifade etmişlerdir. (örneğin; Reckase 2009, Ayrıca B'eguin ve Glass 2001, Gosz ve Walker 2002, Maydeu ve Olivares 2001, Miller 1991 ve Stone ve Yeh 2006). Bu çalışmaların sonuçlara göre her program belirli koşullar açısından diğerine göre avantajlı sonuçlar üretmektedir. Ayrıca iki program arasında teknik olarak bazı önemli farklılıklar bulunmaktadır. NOHARM yetenek parametrelerini kestiremezken, TESTFACT ile yetenek parametreleri kestirilebilmektedir. Ancak kestirim süresi açısından NOHARM programı, TESTFACT programına göre daha hızlıdır ve TESTFACT sınırlı sayıda boyut için kestirim yapabiliyorken, NOHARM elli ve daha fazla boyut içinde parametre kestirimini yapabilmektedir. ConQuest (Wu, Adams ve Wilson, 1997), Rasch modeli kategorisindeki modellere ilişkin parametre kestirimini sağlayan bir bilgisayar programıdır. Diğer bir deyişle ConQuest programı ile çok boyutlu Rash modeli için parametre kestirimini yapılabilmektedir.

IRTPRO (Cai, Thissen ve du Toit, 2011), klasik test kuramına ilişkin tanımlayıcı test ve madde istatistiklerinin yanı sıra iki ve çok kategorili veri setleri, bir, iki üç parametreli lojistik model, dereceli puan ve kısmi puan modeli, genelleştirilmiş kısmi puan modeli, aşamalı tepki modeli, sınıflamalı model gibi çok sayıda tek boyutlu modelin aynı zamanda çok boyutlu modellerin de parametre kestirimine olanak tanımaktadır. Bock-Aitkin EM (BAEM; Bock ve Aitkin, 1981) ve Metropolis-Hastings Robbins Monro (MH-RM, Cai, 2010a; 2010b), Bi-faktör EM, genelleştirilmiş boyut indirgeme (Generalized Dimension Reduction) EM, adaptif quadraute (ADQ; Schilling ve Bock, 2005) (ADQEM) algoritmalarını parametre kestirimini için kullanmaktadır.

"mirt" paket programı IRTPRO gibi doğrulayıcı ve açımlayıcı, iki ve çok kategorili modeller, tek ve çok boyutlu modeller için parametre kestirebilen bir R paketidir.

Ayrıca parametre kestiriminde kullanılan programlar için önemli olan durumlardan birisi de programın maliyetidir. Örneğin NOHARM, BMIRT, R paketleri, ücretsiz programlar iken TESTFACT, IRTPRO, flexMIRT için ücret ödemek gereklidir.

Tez kapsamında kullanılacak programlar MCMC teknigini Metropolis Hasting algoritmasıyla parametre kestirimde kullanılan BMIRT (Yao, 2003) ile BA-EM ve MH-RM algoritmalarını parametre kestirimde kullanan flexMIRT programıdır. Bu programlara ilişkin ayrıntılı bilgi ise aşağıda verilmiştir.

#### **1.5.7.1. flexMIRT Programı**

flexMIRT programı çok sayıda tek ve çok boyutlu MTK modeli için madde parametresi kestirimini yapabilmektedir (tek boyutlu iki kategorili modellerden Rasch, bir, iki ve üç parametreli lojistik model, Samejima'nın aşamalı tepki modeli, sınıflama modeli, kısmi ve genelleştirilmiş kısmi puan modeli ile dereceli ölçek modeli, çok boyutlu bir, iki, üç parametreli lojistik model, çok boyutlu aşamalı tepki modeli gibi). Ayrıca tek ve çok gruplu, tek ve çok düzeyli veri setlerine ilişkin parametre kestirimini de yapılmaktadır. Madde parametresi kestirimini için BA-EM ve MHRM tekniklerini kullanılarak flexMIRT programı ile parametre kestirimini yapılmaktadır. Yetenek parametresi için ise; maksimum olabilirlik (ML), maksimum sonrasal (MAP (maximum a posteriori)) ve beklenilen sonrasal (EAP (expected a posteriori)) olmak üzere üç kestirim teknigi kullanılmaktadır. Ayrıca flexMIRT toplam puanları MTK ölçek puanlarına dönüştüren tablolar oluşturmaktadır ve parametre kestirimine ilişkin çeşitli standart hata kestirim tekniklerinin kullanılmasını sağlamaktadır. Bu teknikler; tamamlayıcı EM, teorik bilgi fonksiyonu ve Fisher bilgi fonksiyonu ve sandwich kovaryans matrisidir. Ayrıca çıktılarında çok sayıda uyum indeksi rapor edebilmektedir. Bunlardan başlıcaları, Chen ve Thissen's  $\chi^2$  (Chen ve Thissen, 1997) AIC, BIC'dir.

Bu özellikleri flexMIRT programını paket programları arasında en esnek kullanılabilen programlardan biri haline getirilmiştir. flexMIRT çok zengin psikometrik ve istatistik özelliklere sahiptir. DMF, Bilişsel tanı, tek ve çok düzeyli analizler gibi uygulama alanları bulunmaktadır. Windows temelli olup, grafik ara yüzü sayesinde kullanıcı dostudur. Ayrıca, hızlıdır ve boşluk, virgül ve sekmeyle ayrılmış veriyi yüklemeye olanak sağlar. İşlemcisi 32 hem de 64 bit bilgisayarlarla parametre kestirimini yapabilmektedir.

#### **1.5.7.2. Bayesyan Çok Değişkenli Madde Tepki Kuramı Programı (Bayesian Multivariate Item Response Theory, BMIRT)**

Bu program iki ve çok kategorili tek ve çok boyutlu modellere ilişkin parametreleri Metropolis-Hasting algoritmasını kullanan Markov zinciri Monte Carlo (Markov chain Monte Carlo (MCMC)) teknigi ile kestirmektedir. Monte Carlo yöntemleri veri simülasyonu için oldukça yaygın yöntemlerdir. MCMC kestirimleri için anahtar durum ise bilinen, uygun dağılımlardan üretilen örneklemeler kullanılarak karmaşık dağılımlardan örneklem üretilmesidir. Bu durum kabul-red örneklemi (Chib ve Greenberg,1995) veya basitçe red örnekleme (Gamerman ve Lopes, 2006) olarak bilinmektedir.

BMIRT programı madde ve yetenek kestiriminin çok boyutlu ve çoklu grup veri setleri ile yapılmasına olanak tanımaktadır. Hem açımlayıcı hem de doğrulayıcı faktör analizi, tek ve çok boyutlu madde ve yetenek parametresi kestirimi, tek ve çoklu grup uygulamalarıyla, bir, iki ve üç parametrelİ lojistik modeller, Rasch, genelleştirilmiş iki parametrelİ kısmi puan modeli testlet modeli, aşamalı tepki modeli için parametre kestirimi yapabilmektedir. Ayrıca DMF, test bilgi fonksiyonu, madde bilgi fonksiyonu, model uyum istatistikleriyle sınıflama doğruluğuna ilişkin analiz yapma olanağı tanımaktadır.

## **2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR**

Bu bölümde, tek boyutlu ve çok boyutlu madde parametresi doğrulanmasına ilişkin çalışmalar incelenmiştir.

### **2.1. Tek Boyutlu Madde Parametresi Doğrulanması Çalışmaları**

Araştırmacılar tarafından, iki ve çok kategorili tek boyutlu modellere ait parametrelerin kestirim doğruluğu çalışmalarında farklı kestirim teknikleri ve farklı programlar karşılaştırılmıştır. Bazı araştırmacılar farklı kestirim tekniklerini kullanan programları karşılaştırmışlardır, bazıları ise tek bir kestirim tekniği ile farklı test koşullarında madde parametresi doğrulanması çalışması yapmışlardır. Bu araştırma kapsamında çok boyutlu model ve programlar için madde parametreleri doğrulanması çalışması yapılmıştır. Tek boyutlu model ve programlarla yapılan madde parametresi doğrulanması çalışmalarından elde edilen sonuçlar çok boyutlu modellere genellenmemekle birlikte yine de farklı test koşullarının belirlenebilmesi açısından önemli bulgular içerdiklerinden, bazı araştırmaların ayrıntılarına yer verilmiştir.

Cai ve Monroe (2013) tarafından Ramsey eğrisi MTK modeli için farklı yetenek dağılımlarıyla BA-EM ve MHRM teknikleri karşılaştırılmıştır. 1000 birey, 25 madde ve normal, çarpık, bimodal dağılımlarla IRTPRO kullanılarak parametreler kestirilmiştir. Madde parametrelerine ilişkin hesaplanan RMSE ve yanılık değerlerine göre her iki kestirim tekniğinin de aynı sonuçlar verdiği diğer bir deyişle söz konusu koşullar için iki tekniğin benzer kestirimler yaptığı ifade edilmiştir.

Kieftenbeld ve Natesan (2012) farklı örtük yetenek dağılımı, test uzunluğu, ve örneklem büyülüğu gibi simülasyon koşullarıyla Samejima' nın (1969) aşamalı tepki modeli için yetenek ve madde parametreleri kestirim doğruluğunu MULTILOG ve OPENBUGS programları kullanılarak MML ve MCMC teknikleri karşılaştırılarak incelenmiştir. Gibbs örneklemme ile kullanılan MCMC ile MML tekniğinin koşulların çoğunda benzer sonuçlar verdiği ifade edilmiştir. Çalışmadan çıkan en önemli sonuçlardan biri küçük örneklem büyülüklüğü ve kısa testlerle MCMC yönteminin daha avantajlı olduğunu ifade etmektedir.

Weiss ve Minden (2012) tarafından, Xcalibre (versiyon 4.1 beta; Guyer ve Thompson, 2011) ile BILOG-MG (Zimonowski, Muraki, Mislevy ve Bock, 1996) programlarından Monte Carlo simülasyon çalışmasıyla kestirilen madde

parametrelerini karşılaştırılmıştır. Çalışmalarında programların kestirim doğruluğunu, iki programdan elde edilen kestirimler arasındaki ilişkiyi incelemiştir. İki programın madde parametresi kestirim doğruluğu çalışması için iki parametreli ve üç parametreli lojistik modeli kullanmışlardır. Gerçek madde parametrelerini tek biçimli (uniform), normal veya pozitif çarpık dağılımdan üretmişlerdir. Tek biçimli dağılım koşullarında, ayırt edicilik (a) parametrelerini 0.25 ile 1.75 aralığında değişecek şekilde, güçlük parametrelerini (b) -3 ile +3 aralığında değişecek şekilde ve şans parametresini (c) 0.20 ile 0.30 aralığında değişecek şekilde üretmişlerdir. Testin uzunluğu için iki ayrı test türü oluşturmuşlardır (25 test maddesine sahip olan kısa test, 50 test maddesine ait ( $N=200$ ,  $N= 1000$ ). Bütün bireylere ait  $\theta$  değerlerini ortalaması 0 standart sapması 1 olan normal bir dağılımdan üretmişlerdir. Çalışmanın sonuçları incelendiğinde a parametresi için 50 maddeli ve 200 bireyden oluşan test ve bir tek biçimli parametre dağılımı hariç (bu iki koşul için 0.30 dolaylarında) her iki program için RMSE değerlerini 0.10 veya 0.20 dolaylarında bulmuşlardır. Genelde RMSE değerlerini parametreler tek biçimli dağılımlardan kestirildiğinde daha büyük bulmuşlardır. Daha küçük RMSE değerlerini normal dağılımdan, en küçük RMSE değerlerini ise çarpık dağılımdan elde etmişlerdir. Xcalibre kullanıldığında hem **a** hem de **b** parametrelerini gerçek değerlerinden daha düşük, BILOG-MG kullanıldığında daha büyük kestirmiştir. Programlar bu çalışmada her üç parametreyi de geniş testlerle ve geniş örneklem büyüklükleriyle genellikle daha iyi kestirmiştir. Üç parametreli model kullanıldığında önsellerin sabit tutması veya serbest bırakılması Xcalibre ile elde edilen kestirim sonuçlarını etkilememiştir.

Montgomery ve Skorupski (2012) tarafından, karışık formatta maddelere ilişkin madde parametreleri PARSCALE programı kullanılarak kestirilmiştir. Altı ayrı madde kombinasyonu (iki ve çok kategorili; 25, 34, 50, 66, 75 ve 85), iki örneklem büyüklüğü (5000, 10000) ve dört model kombinasyonu (2, 3 parametreli model, aşamalı ve kısmi puanlama modeli) ile madde parametreleri doğrulanması ve sınıflama tutarlılığı araştırmacılar tarafından incelenmiştir. Araştırmadan elde ettikleri en önemli sonuç yetenek parametreleri için RMSE değerlerinin örneklem büyüklüğünden etkilendiğidir.

Bahry (2012), aşamalı tepki modeli için madde parametreleri doğrulanması çalışmasını normal olmayan dağılımlarla (uç çarpık, normal çarpık ve çarpık olmayan) ve farklı yedi örneklem büyüklükleriyle ( $n = 100, 250, 500, 750, 1,000, 1,500, 3,000$ ) MULTILOG programı ile yapmıştır. Araştırmancının sonuçlarına göre çok

çarpık dağılımlarla kötü kestirimler yapıldığı, ancak örneklem büyüklüğü arttıkça daha doğru kestirimler yapıldığını ifade etmiştir.

Finch ve French (2012), karışık MTK (MixIRT) modeli için MCMC ve MML ile modele özgün koşullar için madde parametresi doğrulanması çalışması yapmışlardır. MCMC teknığının madde parametreleri sınıflama doğruluğu ve yanlışlık açısından daha tutarlı parametre kestirimi yaptığı ifade edilmiştir.

Guyer ve Thompson (2011) tarafından, XCalibre 4.1 (Guyer ve Thompson, 2011) programı ile 5 model (1,2 ve 3 parametreli lojistik model, aşamalı tepki modeli ve kısmi puanlama modeli) için, farklı test uzunluğu (50, 100, ve 200) ve örneklem büyüklüğü (300, 500, 1,000, 2,000) gibi koşullarla madde parametreleri doğrulanması çalışması yapılmıştır. Araştırmacılar tarafından önsel dağılım için  $a \sim N(1.0, 0.3)$ ;  $b \sim N(0,1)$ ;  $c \sim N(0.25, 0.03)$  değerleri programa girilmiştir. Araştırmadan elde edilen sonuçlar incelendiğinde iki kategorili modeller için **a** parametresi pozitif yanlışlık göstermiş, ancak yanlışlık değeri madde sayısı arttıkça artmıştır. Program **b** ve **c** parametreleri yansız kestirmiştir. Kısıtlı puanlama modeli için en az 500 örneklem büyüklüğünün gereği ifade edilmiştir. RMSE sonuçlarına göre ise üç parametreli lojistik model için daha doğru kestirimler yapabilmek için gerekli olan örneklem büyüklüğünün daha fazla olması gereği ifade edilmiştir. Araştırma da kestirilmesi gereken parametre sayısı arttıkça örneklem büyüklüğünün artması gereği sonucuna ulaşılmıştır.

Hsieh, Proctor, Hou ve Tou (2010) MCMC ve MML kestirim yöntemleri ile madde parametresi doğrulanması çalışması yapmışlardır. Çalışma için WinBUGS ve BILOG-MG programlarını kullanmışlardır. Araştırmacılar tarafından çeşitli koşullarda üretilmiş veri setleri MMLE teknigiyle BILOG-MG programı kullanılarak kestirilmiştir. Ayrıca aynı veri setine ait parametreler WinBUGS ile madde parametreleri üzerinde iki farklı önsel (priors) kullanılarak kestirilmiştir. Araştırmacılar tarafından WinBUGS programı ile bilgilendirici olmayan önsel dağılımlar kullanıldığı durumlarda madde parametrelerinin Bilog-MG' den daha iyi kestirildiği sonucuna ulaşılmıştır.

Jurich ve Goodman (2009), ise iki ve çok kategorili maddelerden oluşan karışık formattaki test maddeleri için madde parametrelerinin doğrulanması çalışmasını ICL ve PARSCALE programı için yapmışlardır. Çalışmanın sonuçlarına göre iki program için RMSE değerlerinin neredeyse aynı olduğu bulmuşlardır. Araştırmada iki

programda madde sayısı ve örneklem büyülüğu arttıkça daha tutarlı kestirimler yapmıştır. Patz ve Junker (1999a,199b), Metropolis-Hasting algoritmasına (Chib ve Greenberg, 1995) dayalı MCMC teknigi Gibbs örnekleme ile kullanıldığından karmaşık MTK modelleri için kullanışlı olabileceğini ifade etmiştir. Bunun için kısmi puan modeli, 2 ve 3 parametreli model için MCMC teknığının kullanışlı olduğunu ifade edilmiştir.

Lautenschlager, Meade ve Kim (2006) tarafından, farklı örneklem büyülüklükleri test uzunlukları ve dağılım formları altında MULTILOG programın kullanılarak tek boyutlu aşamalı tepki modelinin performansı incelenmiştir. Örneklem büyülüğu olarak 75, 150, 200, 300, 500, 1000 ve 2000 değerlerini, test uzunluğu olarak 5, 10, 15 ve 20 değerlerini kullanmışlardır. Normal, çarpık ve tek biçimli dağılım koşullarında 100 tekrar ile modele ilişkin madde ve yetenek parametrelerini incelemiştir. Büyük örneklem gruplarıyla ve daha uzun testlerle üretilen ve gerçek parametre setleri arasındaki korelasyon değerlerinin daha yüksek olduğunu ifade etmişlerdir.

De la Torre, Stark ve Chernyshenko (2006), tarafından MCMC teknigi ve MML (GGUM) teknigi kullanılarak GGUM (Generalized graded unfolding model) modeli için madde parametresi doğrulanması çalışması yapılmıştır. Simülasyon çalışmasında farklı sayıarda test uzunluğu (10 ve 20 madde), seçenek sayısı (2 ve 4) ve örneklem büyülüğu (400, 800, 1.200) kullanılmışlardır. Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre MML teknigi MCMC teknigine göre daha az yanlı kestirimler yaparken MCMC ile tüm maddeler için daha kabul edilebilir standart hatalar kestirmiştir. Ayrıca çalışmada MML teknigi ile GGUM 2000 programı kullanılarak tek çekirdekli 4, 2.8-GHz bilgisayar ile 800 bireye uygulanan 20 tane 4 seçenekli madde 2 dakikada kestirilirken, MCMC teknigi ile bu işlem Ox programı ve 25.000 iterasyon ile 1 saat 15 dakikada tamamlanabilmistiştir.

Wang ve Chen (2005) ise Rasch ve dereceli puan modeli için WINSTEП programını kullanarak, iki model için test uzunluğu (10, 20, 40, ve 60 ile dereceli puan modeli için; 5, 10, ve 20) ve örneklem büyülüklükleri (100, 200, 400, 600, 800, 1000, 1500 ve 2000 için madde parametreleri doğrulanması çalışması yapmışlardır. İki model içinde güçlük parametresi yansız kestirilmiştir. Araştırmada dereceli puan modeline ait kesişim parametresi, özellikle küçük örneklem büyülüklükleriyle yanlı kestirilmiştir.

DeMars (2003) tarafından sınıflamalı tepki modeli için madde parametreleri doğrulanması çalışması yapılmıştır. Çalışmada parametre sayısı, örneklem büyüklüğü ve kategori sayısı ile farklı veri grupları simüle edilmiş ve MULTILOG programı ile parametre kestirimi yapılmıştır. Kestirilen parametreler incelendiğinde madde parametreleri doğrulanması değerleri üzerine madde sayısının çok az etkisinin olduğu, ancak kategori sayısının artmasının parametre kestirimine ilişkin hata varyansını arttırdığı ifade edilmiştir.

Wollack, Bolt, Cohen ve Lee (2002), MCMC yönteminin Gibbs örnekleme gibi tekniklerle, marjinal maksimum olabilirlik (MML) teknigine göre özellikle karmaşık modeller için avantaj sağlayabileceğini ifade etmiş ve bundan hareketle; sınıflamalı model için madde parametresi doğrulanması çalışması yapmıştır. Araştırma da MMLE (MULTILOG) ve MCMC (BUGS) teknikleri karmaşık MTK modellerinden biri olan sınıflama tepki modeli için karşılaştırılmıştır. Araştırmacılar tarafından sınıflama tepki modelini iki farklı örneklem büyüklüğü (300 ve 500) ve üç farklı test uzunluğu ile (10, 20 ve 30), dört alternatif test üretilmiştir. Nominal tepki modeli için bütün veri setleri MULTILOG (Thissen, 1991) ve WinBUGS (Spiegelhalter, Thomas, Best ve Gilks, 1997) kullanılarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre madde parametresi doğrulanması kalitesi MMLE ve MCMC için neredeyse aynı bulunmuştur. Her iki yöntemde hatta görece küçük örneklem büyüklerinde ve kısa testlerde bile iyi kestirim yapma eğiliminde olduğu ifade edilmiştir. Maddeler orta güçlükte iken madde parametresi doğrulanmasının en az hatalı sonuçlara sahip olduğu, çok zor ve çok kolay maddeler için ise madde parametresi doğrulanması en çok hatalı sonuçlara sahip olduğu ifade edilmiştir. Wollack ve ark., (2002) tarafından bu çalışma da WinBUGS programı ile günün 24 saat boyunca (pentium 90 ile pentium 550s arasında değişen) bilgisayarlarla çalışıldığı halde analizlerin 2 aydan daha fazla sürdüğü ifade edilmiştir. Ayrıca test uzunluğu arttıkça analiz için gereken zamanın da dramatik ölçüde arttığı ifade edilmiştir. Araştırmamanın sonuçlarına göre 300 örneklem büyüklüğü için testteki madde sayısı 10' dan 30' a çıkarıldığında analiz için gereken zaman %66 oranında artmıştır. MULTILOG ile MMLE kullanılarak madde ve yetenek kestirimi çok kısa sürede gerçekleştirilmiştir. MULTILOG ile 500 örneklem büyüklüğü ve 30 madde ile kestirimin en fazla zaman aldığı ve bu zamanın Pentium 450 özellikte bir bilgisayarla bir veri seti için yaklaşık 13 dakika süreni ifade edilmiştir.

DeMars (2002) aşamalı tepki modeli ve kısmi puan modeli için PARSCALE ile MULTILOG programlarını kullanarak madde parametreleri doğrulanması çalışmasını yapmıştır. İki model için farklı dağılım koşullarında (normal, çarpık, tek biçimli) ve farklı örneklem büyüklükleriyle (250 ve 500) madde ve yetenek parametreleri kestirilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre parametre kestiriminin tüm koşullar altında yansız olduğu ifade edilmiştir, diğer bir deyişle koşulların tümünde yanlış olmayan parametreler kestirilmiştir. Araştırmacılar tarafından RMSE değerlerinin test koşulları için oldukça benzer olduğu bulunmuştur. Kısmi puanlama modeli için ise MULTILOG programı ile RMSE değerleri daha düşük bulunmuştur. Ayrıca araştırma da 500 örneklem büyülüğu ile 250 örneklem büyülüğüne göre daha az yanlış kestirim yapıldığı sonucuna ulaşılmıştır.

De Ayala ve Sava-Bolasta (1999), sınıflamalı tepki modeli için madde parametreleri doğrulaması çalışması yapmıştır. Araştırmada farklı örneklem büyülüğu oranları, madde bilgisi oranı ve farklı örtük yetenek dağılımları için madde parametrelerinin doğrulanmasını incelemiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre farklı örtük yetenek dağılımları ayırt edicilik parametresinin doğru kestirimini, dağılım normal iken büyük örneklemelerle ve normal dağılım gösteren örtük yetenek değerleriyle daha doğru kestirim yapılabildiği bulgusuna ulaşılmıştır.

Stone (1992), tarafından iki parametreli lojistik model için MULTILOG programı ile madde parametreleri doğrulanması çalışması yapılmıştır. Araştırmada Simülasyon koşulu olarak test uzunluğu (10, 20 ve 40), örneklem büyülüğu (250, 500 ve 1000) ve farklı dağılım türleri (normal, simetrik fakat basıklık katsayısı 0'dan küçük olan dağılım türü ve pozitif çarpık) kullanılmışlardır. Araştırmadan elde edilen sonuçlar incelendiğinde;  $\alpha$  parametresinin kestirilen değerlerinin testin uzunluğundan etkilendiği ifade edilmiştir. Çarpık ve simetrik dağılım durumlarında test uzunluğu 10'dan 20'ye çıkarıldığında daha az yanlış kestirimler yapıldığı 40 madde için ise kestirimlerin benzer olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca araştırmada örneklem büyülüğu arttıkça RMSE değerlerinin azaldığı ifade edilmiştir.

Reise ve Yu (1990) tek boyutlu aşamalı tepki modelinin parametrelerinin doğrulanmasına ilişkin yaptığı çalışmada test uzunluğunu manipüle etmemiş 25 madde olarak almışlardır. Çalışmalarında örneklem büyülüğünün ise yetenek parametrelerinin doğrulanması üzerine etkisi olduğu ancak madde parametrelerinin doğrulanması üzerine etkisinin olmadığı şeklinde ifade etmişlerdir. Ayrıca tek boyutlu

aşamalı tepki modelinin parametrelerinin doğru kestirimi için en az 500 örneklem büyülüğü gerektiğini bulgusuna ulaşmışlardır.

Mislevy ve Stocking (1989) LOGIST ve BILOG programları ile madde parametresi doğrulanması çalışılmış ve iki programa ilişkin belirli koşullarda hangisinin seçilebileceğine ilişkin önerilerde bulunmuşlardır. Çalışmalarında her bir madde/birey kombinasyonu için doğru cevap verme olasılığı üç parametrelİ lojistik model ile hesaplanarak 45 test maddesi üretilmiştir. Ardından bir birim aralıktan rastgele sayılar seçilmiş ve bu olasılığı aşmayanlar doru cevap olarak belirlenmiştir. Toplamda 45 madde ve 15 madde olmak üzere iki ayrı veri seti üretilen araştırmada 45 madde için iki programda eşit doğrulukta kestirdikleri, ancak 15 madde için BILOG programının gerçek parametrelere daha yakın parametrelere kestirdiği ifade edilmiştir. Araştırmada özellikle uzun testler için kestirimde Bayesyan teknikler kullanan LOGIST programı önerilmiştir.

Hulin, Lissak ve Drasgow (1982), iki ve üç parametrelİ lojistik model için marginal maksimum olabilirlik tekniğini kullanan LOGIST programı ile madde parametresi doğrulanması çalışması yapmışlardır. Araştırmada 200, 500 ve 1000 örneklem büyülüğü, 15, 30 ve 60 test uzunluğu ile simülasyon yapılmıştır. İki parametrelİ model için 30 test uzunluğunun ve 500 örneklem büyülüğünün iki parametrelİ model için doğru kestirimler yapmaya olanak tanıdığı ifade edilmiştir. Ayrıca araştırmada üç parametrelİ lojistik model için ise 60 test uzunluğu ve 1000 örneklem büyülüğünün birçok koşulu karşılayabilmesi açısından uygun olabileceği bulgusuna ulaşmışlardır.

## **2.2. Çok Boyutlu Madde Madde Parametresi Doğrulanması Çalışmaları**

ÇBMTKM ile çeşitli madde madde parametresi doğrulanması çalışması bulunmaktadır. Araştırmacılar farklı kestirim teknikleriyle ve farklı bilgisayar programlarıyla iki ve çok kategorili veriye sahip modellere ait karşılaşılmalı madde parametresi doğrulanması çalışmaları yapmışlardır. Bazı araştırmalarda farklı parametre kestirim teknigi kullanan programlar karşılaştırılmıştır. Bu çok boyutlu madde parametresi doğrulanması çalışmalarının büyük bir çoğunluğu TESTFACT ve NOHARM programlarının karşılaştırılmasıyla yapılmıştır (Knol ve Berger, 1991; Gosz ve Walker, 2002; Zhang ve Stone, 2004; DeMars, 2005). Ayrıca TESTFACT ve NOHARM programları ile elde edilen parametrelere karşılaştırıldığı çalışmaların yanı sıra, TESTFACT ile NOHARM programlarını çok boyutlu madde parametresi kestiren

diğer programlarla karşılaştırılan çalışmalarda bulunmaktadır. Aşağıda kısaca bu çalışmalara yer verilmiştir.

Lee (2007) çalışmasında SAS-MDIRT ve TESTFACT programlarını karşılaştırmıştır. TESTFACT ve SAS makrosunu çeşitli simülasyon koşulları açısından karşılaştırmıştır. Simülasyon koşulları; örneklem büyülüğu: 2000, 4000, boyut sayısı: 3, 4, 5, boyutlar arasındaki korelasyon: 0.0, 0.3, 0.6, 0.9 ve quadrature sayısı: 3, 5 şeklinde alınmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre; SAS-MDIRT programı ile kestirim yapılırken; madde sayısı, birey sayısı, quadrature noktaları ve örtük yetenekler arasındaki korelasyon gibi test koşullarının kestirim üzerine etkisi olduğu gösterilmiştir. Ayrıca aynı çalışmada gerçek test verisiyle yapılan kestirimde, boyutlu örtük yapı ile test güçlüğü arasında etkileşim olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Yeh (2007) tarafından, Mplus ve TESTFACT ile şans parametresinin boyutluluğa etkisini incelemiştir. Madde ayırt edicilik düzeyi ve boyutlar arasındaki korelasyonun miktarı da manipüle edilmiştir.

Beguin ve Glas (2001) tarafından farklı önsellerin parametre kestirimini üzerindeki etkisi incelenmiştir. Parametre kestirim doğruluğu açısından NOHARM, TESTFACT programları ile MCMC arasında önemli düzeyde farklılık bulunmazken, farklı önsellerin parametre kestirimine etkisinin araştırıldığı çalışmada N (1.05) değeri önsel olarak kullanıldığında MCMC kestirim yöntemi ile NOHARM parametre kestirimini arasında en büyük farklılığın bulunduğu ifade edilmiştir.

Finch (2011) ve Svetina (2011) tarafından TESTFACT ve NOHARM programı kullanılarak farklı test yapılarıyla madde parametresi doğrulanması çalışmaları yapılmıştır. Finch (2011) tarafından farklı test yapılarının veya diğer bir deyişle basit olmayan karmaşık test yapılarının madde parametresi doğruluğuna etkisinin olduğu ifade edilmiştir.

Chalmers (2012), R yazılımı ile yazdığı "mirt" paketini TESTFACT programı ve "MCMCpack" paketi ile karşılaştırmıştır. İki, üç ve dört boyutlu modeller kullanılarak yapılan madde parametresi doğrulanması çalışmasında "mirt" paketinin TESTFACT ve "MCMCpack" paketine göre daha az yanlış kestirim yaptığı bulgusuna ulaşılmıştır.

Lee (2012), madde parametresi doğrulanması çalışmasını MCMC teknigi ile yapmıştır. Araştırmacı tarafından simülasyon koşulu olarak iki farklı boyut sayısı: 3 ve 6; örtük yetenek konfigürasyonu: yaklaşık basit (AS) ve karmaşık (MS); çarpık örtük

yetenek dağılımı (-9 negatif ve +9 pozitif çarpık) ve dört farklı örneklem büyülüğu (1000, 1500, 2000 ve 3000) olarak belirlenmiştir. Çalışmanın sonuçları incelendiğinde, üç boyut için örneklem büyülüğünün 1000'den 1500 veya 2000'e çıkarılmasının madde parametresi kestirim doğruluğunu artırdığı ifade edilmiştir. 3 boyut için 1000 bireyden oluşan grubun parametre kestirimi için yeterli olduğu ifade edilmiştir. 6 boyut için ise örneklem büyülüğu 1000'den 1500, 2000 ve 3000'e çıkarılmasının madde parametrelerinin kestirim doğruluğunu artırdığı belirtilmiştir. Ancak örneklem büyülüğünün 2000' den 3000' e çıkarılması ile madde parametresi kestirim doğruluğu değerleri önemli düzeyde farklılaşmadığı için boyut için 2000 bireyden oluşan örneklem grubunun yeterli olduğu ifade edilmiştir. Boyut sayısı ve örtük yeteneklerin yapısına bakılmaksızın dağılımın çarpık oluşunun **a** parametresinin olması gerekiğinden büyük kestirilmesine neden olmuştur.

Cai (2010a), yüksek boyutlarla parametre kestiriminde BA-EM teknigine alternatif bir algoritma olarak MH-RM algoritmasını geliştirmiştir. Aynı araştırma da küçük bir simülasyon çalışmasıyla Bock-Aitkin EM (1981) ve MH-RM algoritmalarını IRTPRO (Cai, du Toit, ve Thissen, 2009) programı kullanarak çeşitli test koşulları açısından karşılaştırmıştır. 2 boyutlu ve madde sayısı 10 olan üç kategorili veri setleri üretilmiştir. Monte Carlo tekrar sayısı 100 ve birey sayısı 1000 olarak alınmıştır. Araştırmada BA-EM teknigi ile kestirilen parametrelere ilişkin yanlışlık değerlerinin MH-RM tekniginden önemli düzeyde farklı olduğu ifade edilmiştir. Araştırma da analiz için BA-EM teknigi ile tekrar başına 30 dakika MH-RM için 41 dakika harcanmıştır.

De la Torre (2009), tarafından, MCMC teknigi ile çok boyutlu üç parametreli lojistik modele ait gerçek ve simülasyonla üretilmiş veri setleri kullanılarak, çeşitli test koşullarının (test sayısı, test uzunluğu, farklı yetenekler arasındaki korelasyon) madde parametresi doğrulanmasına etkisini incelemiştir. Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre, kısa ve yetenek düzeyleri arasında yüksek korelasyon bulunan testlerle daha doğru parametre kestirimi yapılmıştır.

Yao ve Schwarz (2006) çok boyutlu telafi edici iki parametreli kısmi sınıflamalı model (M-2PPC) ve ÇBT3PL modeli için madde parametresi doğrulanması çalışmasını MCMC teknigi kullanarak yapmışlardır. Bu iki modelden elde edilen karışık formattaki test maddelerine ait parametreler MCMC teknigi ile kestirilmiştir. Araştırmmanın sonuçlarına göre geniş örneklemelerle RMSE değerleri her iki model içinde oldukça küçük bulunmuştur. Test uzunluğunun değişmesiyle RMSE değerlerinin büyük

ölçüde farklılaşmamıştır. Test maddeleri sayısı 10' dan 30' a çıkarıldığında RMSE değerleri düşmüş ancak test uzunluğu 20'den 30'a çıkarıldığında RMSE değerleri önemli düzeyde farklılaşmamıştır. Son olarak MCMC ve MML teknigi ile kestirilen madde parametrelerine ait ortalama RMSE değerleri birbirine yakın bulunmuştur.

Bolt ve Lall (2003), MCMC teknigini kullanarak telafi edici olan ve olmayan çok boyutlu modeller için parametre doğrulanması çalışması yapmışlardır. İki boyutlu telafi edici lojistik model ve çok boyutlu örtük yetenek modeline ait veri setleri çeşitli test koşulları (1000 ve 3000 olmak üzere iki örneklem büyülüğu, 25 ve 50 olmak üzere iki test uzunluğu, 0.0, 0.6 ve 0.9 korelasyon değerleri) üretilmiştir. MCMC teknigiyle Metropolis Hasting algoritması kullanılmış ve boyutlar arasındaki korelasyon arttıkça iki boyutlu telafi edici lojistik modelin çok boyutlu örtük yetenek modeline göre parametrelerinin daha tutarlı kestirildiği ifade edilmiştir.

### **2.3. İlgili Araştırmalar Özeti**

Alan taraması yapılrken bu çalışmanın temel amaçlarından olan farklı test koşullarında farklı kestirim teknikleri/programlar ve farklı modellerle madde parametresi doğrulanması çalışmaları yapıldığında hangi koşulların madde parametresi kestirim doğruluğunu etkileyebilecegi araştırılmıştır. Tek boyutlu ve çok madde parametresi doğrulanması çalışmalarından çıkarılabilcek en önemli bulgulardan biri örneklem büyülüğünün birçok program ve kestirim teknigi için madde parametresi kestirimini etkileyen önemli bir test koşulu olduğu bulgusudur. Diğer bir önemli test koşulu ise test uzunluğudur. Test uzunluğunun artması ile bazı araştırmalarda daha doğru kestirimler yapıldığı, bazı araştırmalarda ise test uzunluğunun artırılmasının madde parametresi doğruluğuna etkisinin önemli düzeyde olmadığı bulunmuştur.

Tek boyutlu modellere ilişkin yapılan madde parametresi doğrulanması çalışmalarından çıkarılabilcek genel bir sonuçlardan birisi de karmaşık modellerle parametre kestirimi yapılrken Bayesyan tekniklerin özellikle MCMC tekniginin daha az yanlı parametre kestirimi yaptığıdır. Kestirilmesi gereken parametre sayısı arttıkça MCMC tekniginin daha doğru kestirim yaptığı bulgusuna ulaşılmıştır.

Araştırmaların sonuçlarına göre ÇBMTK çalışmalarında önemli test koşullarından birisi de boyut sayısıdır. Özellikle MCMC ile MH-RM tekniklerinin boyut sayısı arttıkça

marjinal olabilirlik tekniklerinden olan BA-EM teknüğine göre daha az yanlı kestirim yaptığı bulgusu bulunmaktadır.

Son olarak boyutlar arasındaki korelasyonun da çok boyutlu modellerle manipülasyonun araştırma sonuçları üzerinde etkisinin olduğu anlaşılmaktadır. Bu çalışmalarдан çıkarılabilen sonuçlardan birisi de farklı kestirim tekniklerinin (MMLE(BA-EM), MCMC, MH-RM) farklı test koşullarıyla madde parametresi doğrulanması çalışmalarında çok etkili rol oynadıklarıdır.

Araştırmaların sonuçlarına göre MCMC teknigi karmaşık modellerle daha doğru parametre kestirimi yapmaktadır. Ancak MCMC teknigi ile çok uzun sürelerde parametre kestirimi yapıldığı ifade edilmektedir. Buna göre bu teknik kestirim süresi açısından en dezavantajlı tekniktir. Ancak yapılan çalışmalarda MCMC teknigi için genellikle WinBUGS programı kullanılmıştır. Dolayısıyla MCMC teknüğine ilişkin elde edilen kestirim süresi ve parametre doğruluğu çalışmaları bu program ile sınırlıdır.

### 3. YÖNTEM

Bu bölümde, araştırmanın türü, parametre kestiriminde kullanılan modeller, programlar, teknikler, simülasyon koşulları, verilerin üretilmesi, değerlendirme ve uyum kriterlerine yer verilmiştir.

#### 3.1. Araştırmanın Türü

Araştırmada iki farklı çok boyutlu madde tepki kuramı modeline göre farklı test koşullarıyla üretilen veri setlerine ait madde parametreleri üç ayrı kestirim tekniği (iki bilgisayar programı) kullanılarak kestirilmiştir. Bu araştırma, test koşullarının madde parametresi doğrulanmasına etkisi belirlenmeye çalışıldığından ve programlar kestirim doğruluğu açısından karşılaştırıldığında temel araştırma özelliği taşımaktadır. Araştırmada simülasyon verisi kullanıldığından ayrıca simülatif bir çalışma özelliği taşımaktadır.

#### 3.2. Parametre Kestiriminde Kullanılan Modeller

Tez kapsamında karmaşık modellerle daha doğru kestirim yapabildiği tartışılan MCMC ve MH-RM tekniği ile uygulama açısından çok pratik olan ve parametre kestirim süresi mevcut tekniklere göre çok kısa olan BA-EM tekniği kullanılmıştır. Bu tekniklerden MCMC tekniği BMIRT programı ile MH-RM tekniği ile BA-EM tekniği ise flexMIRT programı ile uygulanmıştır. Örneklem büyüklüğü, boyut sayısı, test uzunluğu gibi koşulların yanı sıra kestirilen parametre sayısı arttıkça da model karmaşık hale gelmektedir. Bu nedenle araştırmacılar tarafından sıkılıkla tercih edilen biri iki diğeri çok kategorili olan çok boyutlu telafi edici üç parametreli lojistik model (ÇBT3PL) ile çok boyutlu aşamalı tepki modeli (ÇBAT) kullanılmıştır.

Çok boyutlu üç parametreli lojistik model çok boyutlu iki parametreli lojistik modele ek olarak, en düşük asimptot veya şans parametresi olan "ci" parametresinin kestirimine de olanak tanımaktadır. **a** ayırt edicilik parametresini, **d** çok güçlük parametresini, **c** en düşük asimptot veya şans parametresi olmak üzere ÇBT3PL modelinin matematiksel eşitliği aşağıdaki gibidir.

$$P(U_{ij} = 1 | \theta_j, a_i, c_i, d_i) = c_i + (1 - c_i) \frac{e^{a_i \theta_j + d_i}}{1 + e^{a_i \theta_j + d_i}} \quad (15)$$

Çok boyutlu aşamalı tepki modeli,  $i$  maddesi için sıralı kategoriler içeren, yüksek kategorilerin yüksek  $\theta$  değerlerine sahip olduğu,  $im$  değerlerinin kategori sınırlarının sayısını gösterdiği aşamalı tepki modeline ait formül ise aşağıdaki gibidir.

$$P_{ig}^*(\Theta) = \frac{1}{1 + \exp[-DA_i(\Theta - B_{ig})]} = \frac{1}{1 + \exp[-D \sum_{k=1}^h a_{ik}(\theta_k - b_{ig})]} \quad (16)$$

$D$  ölçek sabitini,  $\theta_k$  boyutlar üzerindeki örtük yeteneği ( $k = 1, \dots, h$  boyutlar),  $a_{ik}$   $k$  boyutu üzerindeki  $i$  maddesinin ayrı edicilik parametresini,  $b_{ig}$   $i$  maddesi için  $g$  kategorisine ait güçlük parametresini göstermektedir.

### 3.3. Parametre Kestiriminde Kullanılan Programlar

EK-2' de verilen programlardan çok boyutlu tamamlayıcı üç parametreli lojistik model ve çok boyutlu aşamalı tepki modeline ilişkin madde parametresi kestirimini yapabilen, MMLE, MCMC, MHRM tekniklerini kullanabilen ve tez kapsamında kestirimini etkilediği literatürden belirlenen simülasyon koşullarıyla (test uzunluğu, örneklem büyülüğu, boyutlar arasındaki korelasyon, boyut sayısı) ve çalışılmak istenilen test yapılarıyla (basit yapı ile iki faktör model) parametre kestirimine olanak tanıyan programlar; BMIRT, flexMIRT, IRTPRO ve mirt (R) paketidir. Öncelikle bu dört modelin tamamıyla tez kapsamında çalışılması düşünülmüştür. Tüm simülasyon koşullarından her birinden olmak üzere örnek bir veri seti üzerinden programların belirlenen test koşullarında (test uzunluğu, boyut sayısı, örneklem büyülüğu ve boyutlar arasındaki korelasyon gibi) kestirim yapıp yapamadığı kontrol edilmiştir. Bir R paketi olan "mirt" ile IRTPRO 2.1 ve flexMIRT 2.0 programlarında ortak olan çok özellik vardır. Bu üç programda madde parametresi kestirim teknigi olarak Bock Aitkin EM (BAEM), Metropolis Hastings Robbins Monro (MH-RM) tekniklerini kullanmaktadır. R yazılımına ait "mirt" paketi ücretsiz ve kolay ulaşılabilir olmasına rağmen R yazılımına ilişkin biraz bilgi ve tecrübe gerektirmesi ve zaman zaman indirilen bazı paketlerin güncel olamayışı nedeniyle araştırma kapsamında tercih edilmemiştir.

MH-RM ve BA-EM teknigini kullanan diğer iki program olan IRTPRO ve flexMIRT programlarının kestirdikleri parametrelerin değerlerinin farklı olup olmadığı merak edilmiş ve aynı veri seti hem flexMIRT hem de IRTPRO ile kestirilmiştir. İki programın aynı veri setleri için aynı tekniklerle aynı değerlere sahip parametre kestirimini yapabildiği anlaşılmıştır. IRTPRO ve flexMIRT programlarıyla aynı koşullarla yapılan

iki örnek uygulama (3 boyutlu 15 madde içeren 1000 bireyden oluşan veri seti için ve 3 boyutlu 60 madde içeren 5000 bireyden oluşan veri seti için) EK-3' de verilmiştir. EK-3 incelendiğinde iki programında ayırt edicilik (**a1**, **a2**, **a3**), güçlük (**c**) ve en düşük asimptot (g, şans) parametrelerini programların varsayılan (default) değerleri ile aynı kestirdikleri görülmektedir. flexMIRT daha fazla uygulama alanına (bilişsel tanı, tek ve çok düzeyli model, DMF) sahip olduğu ve daha güncel bir program olduğu için bu araştırmada tercih edilmiştir.

Yukarıda açıklanan nedenlerden dolayı BAEM ve MHRM tekniklerini kullanan flexMIRT ile MCMC (Metropolis Hasting algoritması ile) tekniğini kullanan BMIRT programı kullanılarak madde parametreleri tekrar doğrulanması çalışması çeşitli test koşulları için yapılmıştır.

#### **3.4. Parametre Kestiriminde Kullanılan Kestirim teknikleri için belirli betik (syntax) değerleri**

Programların varsayılan değerlerinin yanı sıra araştırmacıların manuel olarak girmesinin gerektiği bazı değerler bulunmaktadır. flexMIRT ve IRTPRO programında Bock-Aitkin EM için varsayılan (default) olarak quadrature noktası sayısı 49 (+6/-6)'dur. Ancak özellikle yüksek quadrature noktaları ile çalışıldığında kestirim süresi arttığı için programların manuellerinde daha karmaşık modeller için kestirilen parametre sayısı artacağından daha hızlı kestirimler yapabilmek için bu değerlerin 21(+5/-5) aralığında alınabileceği (Huots ve Cai, 2013) ifade edilmiştir. BAEM teknigi için çok boyutlu modellerle çalışıldığında özellikle kestirim süresini etkileyen ve varsayılan değeri 49,6.0 olan quadrature değeri 21, 5.0 olarak alınmıştır. 49, 6.0 ile ve 21, 5.0 değerleri ile farklı örnek setler üzerinden kestirimler yapılmış ve kestirilen parametre değerleri arasında farklılık olmadığı anlaşılmıştır. Özellikle model karmaşık hale geldikçe 49, 6.0 değerini almak kestirim süresini büyük ölçüde arttırmıştır. Bu nedenle 49, 6.0 ile 21, 5.0 quadrature değerleri arasında kestirim açısından farklılık olup olmadığını anlamak için BAEM' in kestirebildiği farklı koşullara sahip tüm veri setlerinden örnek veri setleri çekilmiş ve iki quadrature değeriyle de parametreler kestirilmiştir. Bu analizlere ilişkin elde edilen sonuçlar ilişkin bir örnek EK-4' de verilmiştir. EK-4 incelendiğinde, (simülasyon koşullarından en karmaşık olan veri seti) 3 boyut 60 madde ve 5000 bireyden oluşan veri seti hem 49, 6.0 ile hem de 21, 5.0 ile kestirilmiş ve kestirim sonuçları arasında herhangi bir farklılık olmadığı gözlenmiştir. 49, 6.0 ile kestirim süreleri dramatik düzeyde artmaktadır. Örneğin 21,

5.0 için EK-4' de verilen veri setine ilişkin toplam parametre kestirim süresi 40 dk. iken 49, 6.0 için kestirim süresi verilen veri seti için 8 saatte bulunmaktadır. Bu nedenle kestirim süresi açısından avantaj sağladığından 21, 5.0 değeri kullanılmıştır.

Diğer bir önemli durum ise priors (önsel) değerlerin belirlenmesidir. MCMC teknigi, MHRM ve BAEM kestirim teknikleri için **a** değerleri için log-normal (1.0, 0.5), **b** değerleri için normal (0.0, 1.0) ve **c** değerleri için beta (100, 400) değerleri kullanılmıştır. Son olarak BAEM teknigi özellikle büyük örneklem büyüklükleriyle ve uzun testlerle kestirim yapıldığında analiz süresi uzamaktadır. Cai ve Houts (2013), tarafından sürenin azalması için Processors (işlem birimi) değerlerinin birden büyük olması önerilmektedir. Processors değeri 4 olarak alınmıştır. Özette BAEM için quadrature (alan hesabı) nokta sayısı 21; 5.0, İşlem birimi (processors) sayısı 4 olarak alınmıştır. Kalan tüm değerler program varsayılanları olarak alınmıştır.

MHRM için ise girilmesi zorunlu olan değer programın rastgele değerler üretmek için kullandığı RndSeed değeridir ve bunun için herhangi bir rastgele sayı yazılabilir. Houts ve Cai (2013) tarafından Imputations değeri için programda varsayılan olarak verilen 1 değerinin yeterli olabileceğini ifade etmiştir. Ancak daha düşük standart hata değerlerinin elde edilmesi için daha büyük sayılar alınabileceği önerilmiştir, bu nedenle farazi (imputations) değeri 2 olarak alınmıştır. ProposalStd değeri için karmaşık modeller ile 0.2- 0.3 aralığında değerlerin kullanılması önerilmiştir (Houts ve Cai, 2013). Bu nedenle 0.2 olarak alınmıştır. InitGain değeri ise varsayılan olarak 1' dir. Ancak karmaşık modeller ile daha düşük değerlerin alınması önerildiğinden 0.1 olarak alınmıştır.

MCMC teknigi içi ise bütün değerin manuel olarak girilmesi gerekmektedir. Önsel değerler olarak BAEM ve MHRM ile aynı değerler kullanılmıştır. Ek olarak BMIRT kontrol dosyalarında bulunması gereken ve kestirimin özellikle hızını etkileyen iterasyon ve burn in (çekilen ilk örneklem değerlerinden geçerli sayılmayan veya dışarıda tutulan) değerleridir. Burn in değeri özellikle başlanılan noktaya bağımlı kestirimler yapmayı engellemektedir. Tek boyutlu modeller için özellikle WinBugs programı için literatürde alınması gereken burn in değerine ilişkin çeşitli öneriler bulunmaktadır. Örneğin Baker (1998) iki parametreli model için 300 "burn in" değeri kullanmıştır. Kim ve Cohen (1999) 5000 burn in değerini çalışmalarında kullanmışlardır. Ancak 1000 değerinin yeterli olacağını önermişlerdir. Patz ve Junker (1999) ise üç parametreli model için markov zinciri uzunluğu için 7400 iterasyon için

400 burn in, 37000 uzunluğundaki bir zincir için ise 2000 burn in değerini kullanmıştır. Jones ve Nediak (2000) ise 3 parametreli model için parametre kestirimi yapılırken 7000 iterasyon için 2000 burn in değeri kullanılmıştır.

Yao (2013), tarafından karmaşık modellerle en az 1000 değerinin alınması gerektiği ifade edilmiştir. Bu nedenle çalışmada 1000 değeri kullanılmıştır. İterasyon değeri ise özellikle kestirim hızını önemli ölçüde etkileyen bir değerdir. Yao (2013), tarafından karmaşık modellerle en az 8000 iterasyon kullanılması gerektiği ifade edilmiştir. Aslında iterasyon sayısı arttıkça daha doğru kestirimler yapılmaktadır. Ayrıca kestirim doğruluğuna etkisinin olup olmadığına da incelenmesi için 4000 ve 8000 olmak üzere iki ayrı iterasyon değeri alınmıştır.

flexMIRT programı ile yapılan analizlere ait iki betik (syntax) örneği EK-5' te, BMIRT programına ilişkin ise analizlerde kullanılan bir kontrol dosyası örneği EK-6'da verilmiştir.

Son olarak flexMIRT programında güçlük parametreleri sınır parametresi (intercept) (*c*) ile asipmptot (şans) parametresi ise (*g*) ile gösterilmektedir. **c** parametreleri eşik değerlerine (bs) dönüştürmek istendiğinde öncelikle eğim değerlerinin normal metriğe dönüştürülmesi için 1.7 değerine bölünmekte, ardından yeniden ölçeklenen değerlerin kareleri toplamı bulunmakta ve 1 eklenmektedir, son olarak eksi işaretli eklenmekte ve daha önce hesaplanan değere bölünmektedir. Örnek verilirse **a<sub>1</sub>**=1.28 ve **a<sub>2</sub>**=1.67 ile **c<sub>1</sub>**=5.35 ise eşik değeri aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\sqrt{(1.28/1.7)^2 + (1.67/1.7)^2 + 1} = 1.59 \text{ ve } -5.35/1.7 = -3.15 \text{ son olarak } (-3.15/1.59 = 1.98) \quad (17)$$

### 3.5. Örtük Yetenek Kongfigürasyonu

Araştırmada çok boyutlu basit test yapısı ve iki faktör modeli test yapısı kullanılmıştır.

### 3.6. Simülasyon Koşulları

#### 3.6.1. Boyut sayısı

Tez kapsamında seçilen önemli simülasyon koşullarından biri de boyut sayısıdır. Çünkü özellikle MCMC ile MHRM tekniklerinin boyut sayısı arttıkça marjinal olabilirlik tekniklerinden olan BAEM' e göre açık şekilde üstünlük gösterdiği literatürde ifade edilmektedir. Lee (2012) tarafından ise sadece MCMC tekniği kullanılarak 3 ve 6 boyutlu veri setlerine ilişkin parametre kestirimi yapılmış ve yüksek boyutlar için daha fazla örneklem büyüklüğüne ihtiyaç duyulabileceği ifade edilmiştir. Özette Metropolis

Hastings algoritmasını kullanan MCMC teknigi ile MHRM tekniginin özellikle büyük boyutlu karmaşık veri setlerine ilişkin daha uygun kestirimler yapabildiği hem Yao (2013) hem de Houts ve Cai (2013) tarafından ifade edilmiştir. İki boyut için yapılan çalışmada (Cai, 2010c) modeller arasında belirgin fark bulunamadığından tez kapsamında kullanılabilen **boyut sayısı 3 ve 5 olarak** belirlenmiştir.

### **3.6.2. Örneklem Büyüklüğü**

Tek boyutlu veri setlerine yönelik olarak modellere ilişkin doğru kestirim yapılabilmesi için çeşitli örneklem büyülüğu sayıları farklı araştırmacılar tarafından önerilmiştir ve özellikle madde sayısı arttıkça veya çok kategorili veri setleri gibi kestirilmesi gereken parametre sayısı arttıkça ihtiyaç duyulan örneklem büyülüğu artmıştır. Çok boyutlu modeller ve veri setleri için ise tek boyutlu veri setleri kadar örnek bulunmamakla birlikte **yine bu araştırmalardan çıkan ortak sonuç boyut sayısı ve kategori sayısı ve test sayısı arttıkça kullanılması gereken örneklem büyülüğu artmalıdır. Test kapsamında 3 ve 5 boyut seçildiğinden ve 3 boyut için en az 1000 bireyden oluşan örneklem büyülüğu (örneğin Lee (2012) tarafından) önerildiğinden tez kapsamında 1000, 2000 ve 5000 olmak üzere üç örneklem büyülüğu değeri seçilmiştir.**

### **3.6.3. Test Uzunluğu**

Test uzunluğu ile ilgili yapılan çalışmalara göre parametre kestirimine etkisinin olup olmadığı konusunda farklı bulgular bulunmaktadır. Bazı araştırma sonuçlarına göre etkisinin olduğu bazılarına göre ise olmadığı veya önemsiz düzeyde olduğu ifade edilmiştir. Lautenschlager, Meade ve Kim (2006) tarafından test uzunluğu olarak 5, 10, 15 ve 20 değerleri alınmış ve madde sayısı arttıkça modele ilişkin daha yansız parametre kestirimleri yapıldığı ifade edilmiştir. DeMars (2003) ise madde parametreleri tekrar doğrulanması değerleri üzerine madde sayısının çok az etkisinin olduğunu ifade etmiştir. Stone (1992), ise 10, 20 ve 40 madde olmak üzere farklı test uzunlukları ve çeşitli simülasyon koşulları ile çalışmış ve **a** parametresinin kestirilen değerlerinin testin uzunluğundan etkilendiği, özellikle çarpık ve simetrik dağılım durumlarında test uzunluğu 10' dan 20' ye çıkarıldığında daha az yanlı kestirimler yapıldığı 40 madde için ise kestirimlerin benzer olduğunu ifade etmiştir. Hulin, Lissak ve Drasgow (1982) tarafından 15, 30 ve 60 test uzunluğu ile çalışılmış ve iki parametreli model için 30 test uzunluğunun ve 500 örneklem büyülüğünün iki parametreli model için doğru kestirimler yapmaya olanak tanındığını, üç parametreli

lojistik model için ise 60 test uzunluğu ve 1000 örneklem büyüklüğünün birçok koşulu karşılayabilmesi açısından uygun olabileceğinin ifade edilmiştir. Yao ve Schwarz (2006) tarafından test maddeleri sayısı 10' dan 30' a çıkarıldığında RMSE değerlerinin düşüğü, ancak 20'den 30'a çıkarıldığında ortalama RMSE açısından arada büyük farklılıklar bulunmadığı ifade edilmiştir.

Öte yandan özellikle tek boyutlu veri setleriyle yapılan araştırmalarda MCMC teknığının kısa testlerde MMLE teknigine göre daha doğru kestirim yapabildiği ifade edilmektedir. Bunun çok boyutlu modeller içinde geçerli olup olmadığıın anlaşılabilmesi için 15, 30 ve 60 olmak üzere üç ayrı test uzunluğu seçilmiştir. Test kapsamında 3 ve 5 boyut seçildiğinden ve her bir boyutta en az 3 madde olması gerektiğinden en az 15 madde olmak üzere test uzunluğu arttırlarak MCMC, MHRM ve BAEM (MMLE) ile kestirime etkisinin olup olmadığı incelenmiştir.

### **3.6.4. Boyutlar Arasındaki Korelasyon**

Lee (2007) tarafından 3, 4, 5 sayılı boyutlar arasındaki korelasyon, 0.0, 0.3, 0.6, 0.9 olarak belirlenmiştir. Boyutlar arasındaki korelasyon parametre kestirimi üzerinde etkisinin olduğu ifade edilmiştir. De la Torre (2009), MCMC algoritması ile çeşitli ÇBMTK modelleri kullanarak bireylerin puanlarında örtük yetenekler arasındaki korelasyon ikincil değişkenleri dahil eden bir model önermiştir. Boyutlar arasındaki korelasyonun farklılaştırılması simülasyon koşullarına dahil edilmiştir. BA-EM ve MH-RM için boyutlar ilişkili olduğu durumlarda boyutlar arasındaki kovaryansı serbest bırakmak mümkündür. Özette simülasyon koşulları Çizelge 3.1'de verilmiştir.

- Koşul sayısı: 2 (boyut) x 3 (örneklem büyüklüğü) x 3 (test uzunluğu) x 4 (korelasyon)=72
- Kullanılan modeller: Çok boyutlu tamamlayıcı üç parametrelİ lojistik model ve çok boyutlu aşamalı tepki modeli (5 kategorili)
- Kullanılan Test Yapıları: Basit yapı ve iki-faktör modeli
- Kullanılan Programlar: BMIRT, flexMIRT
- Kullanılan Kestirim Teknikleri: BAEM, MCMC ve MHRM
- Tekrar sayısı: 50

**Tablo 3.1: Simülasyon koşulları**

| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Korelasyon |
|--------------|--------------------|---------------|------------|
| 3            | 1000               | 15            | 0.0        |
| 5            | 2000               | 30            | 0.3        |
|              | 5000               | 60            | 0.6<br>0.9 |

### 3.7. Verilerin Üretilmesi

Veriler üretilmeden dağılım koşullarını belirleyebilmek için üç parametreli ve aşamalı tepki modeli kullanılarak parametre kestirimi yapılan büyük ölçekli testlere ait parametreler ile gerçek uygulamalardan elde edilen veri setlerine ilişkin parametrelerin betimsel istatistikleri ve dağılımları incelenmiştir. Örneğin iki kategorili verilere ilişkin ayırt edicilik parametreleri çok kategorili verilere ilişkin parametre değerlerinden genellikle daha büyük kestirilmektedir. Yine iki faktör modelinde maddelerin genel boyut üzerindeki ayırt edicilik değerlerinin spesifik boyutlar üzerindeki ayırt edicilik değerlerine göre daha büyük değerler aldığı görülmüştür. Maddelere ilişkin güçlük değerlerinin -2 ile 2 arasında en düşük asimptot (şans) parametrelerinin ise 0.20 ile 0.25 aralığında değişmektedir. Veri simülasyonunda kullanılacak parametreler Tablo 3.2' de verilen değerler kullanılarak WinGen 3 (Han, 2007; Han ve Hambleton, 2007) ve R programı kullanılarak üretilmiştir. Daha sonra bu parametrelerden hareketle boyut sayısı 3 ve 5, test uzunluğu 15, 30 ve 60 ve örneklem büyklüğü 1000, 2000 ve 5000 olan, boyutlar arasındaki korelasyon 0.0, 0.3 0.6 ve 0.9 olan veri setleri SimuMIRT (Yao,2003) programı kullanılarak üretilmiştir. SimuMIRT programıyla üretilen bu veri setinin kontrol dosyasına ilişkin bir örnek uygulama EK-7'de verilmiştir. Yetenek parametreleri ortalaması 0, varyansı 1 olan çok değişkenli normal bir dağılımdan üretilmiştir. Bu çok değişkenli normal dağılım önceden belirlenmiş  $\theta_i \sim MVN(0, \Sigma)$ , bir varyans-kovaryans matrisinden elde dilmiştir. Çok boyutlu iki kategorili ve beş kategorili bu veri setleri SimuMIRT (Yao, 2003) programı kullanılarak üretilmiştir. Ayrıca Tablo 3.1 'de verilen koşullara dayalı olarak üç boyutlu model için  $\mu = \{0,0,0\}$   $\sigma = \{1,1,1\}$  şeklinde ve beş boyutlu model için  $\mu = \{0,0,0,0,0\}$   $\sigma = \{1,1,1,1,1\}$  şeklinde ortalama ve varyans vektörleri oluşturulmuştur.

**Tablo 3.2. Parametrelerin Üretildiği Dağılım Türleri Ve Değerleri**

| <b>Test yapıları</b> | <b>Modeller</b> | <b>a<br/>(tek biçimli)</b> | <b>d<br/>(tek biçimli)</b> | <b>c (beta)</b> |
|----------------------|-----------------|----------------------------|----------------------------|-----------------|
|                      | CBT3PL          | (0.6)- (1.4)               | (-2 )- (2)                 | (100)- (400)    |
| Basit Yapı           | ÇBATM           | (0.4)- (1.2)               | (-2 )- (2)                 | -               |
| İki-faktör           | ÇBT3PL          | Genel Boyut                | (0.6)- (1.4)               | (-2 )- (2)      |
|                      |                 | Spesifik Boyutlar          | (0.4)- (1.2)               | (100)- (400)    |
|                      | ÇBATM           | Genel Boyut                | (0.4)- (1.2)               | (-2 )- (2)      |
|                      |                 | Spesifik Boyutlar          | (0.2)- (1.0)               | (-2 )- (2)      |
|                      |                 |                            |                            | -               |

### 3.8. Üretilen Veriye İlişkin Geçerlik Çalışması

SimuMIRT programı ile üretilen verilerin gerçekte istenilen simülasyon özelliklerine uygun üretildip üretildiği doğrulayıcı faktör analizi yapılarak incelenmiştir. Söz konusu modellere ilişkin hata istatistikleri ve uyum indeksleri EK-8'de verilmiş olup veri setlerinin istenilen koşullarda üretildiği doğrulanmıştır.

### 3.9. Değerlendirme ve Uyum Kriterleri

#### 3.9.1. Değerlendirme Kriterleri

RMSE (Ortalama hata kareler kökü) madde parametreleri tekrar doğrulanması çalışmalarında en çok önerilen istatistiklerden biridir (Sass, Schmitt ve Walker, 2008; Seong, 1990; Stone, 1992; Tate, 1995). İkinci istatistik ise yanlış kestirimlerin ortalamasıyla hesaplanan yanılık (BIAS) istatistiğidir.

RMSE değerleri her parametre için hesaplanmıştır. RMSE ve yanılık değerlerine ilişkin formüller aşağıda verilmiştir.  $f_l$ ,  $j$  örnekleminden kestirilen parametre değerini  $f_{true}$  gerçek parametre değerini,  $n$  tekrar sayısını göstermektedir.

$$RMSE(f) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{l=1}^n (f_l - f_{true})^2} \quad (18)$$

$$Bias(f) = |f_{true} - \bar{f}|; \bar{f} = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n f_l \quad (19)$$

### **3.9.2. Uyum istatistikleri**

İki programında ortak kestirdikleri uyum istatistikleri -2loglikelihood, AIC (Akaike bilgi kriteri) ve BIC (Bayesian bilgi kriteri)' dir. Bu nedenle bu üç değer alınmıştır. Analizlere ilişkin hesaplanan uyum istatistikleri EK-9'da verilmiştir.

## 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde sırasıyla her bir alt probleme ait bulgular verilmiş ve bulgulara ilişkin yorumlar yapılmıştır.

### 4.1. ÇBT3PL Modeline göre Üretilen Basit Yapılı Veri Setlerine Ait Bulgular

Araştırmancın birinci alt problemi kapsamında “Çok boyutlu telafi edici üç parametrelî lojistik modele göre üretilen **basit yapılı veri setleri** MCMC (4000 ve 8000 iterasyon ile), MH-RM, BA-EM kestirim teknikleriyle kestirildiğinde **boyut sayısının (3 ile 5), test uzunluğunun (15, 30 ve 60), örneklem sayısının (1000, 2000 ve 5000), boyutlar arasındaki korelasyonun (0.0, 0.3, 0.6 ve 0.9)**, madde parametresi doğrulanmasına etkisi” RMSE ve Yanlılık (BIAS) değerleriyle incelenmiştir. Yukarıda verilen test koşullarından boyutlar arasındaki farklı korelasyon değerleri ile birbirine oldukça yakın RMSE ve yanlılık değerleri elde edilmiştir. Bu durumun nedeni ise BMIRT ve flexMIRT programı ile boyutlar arasındaki korelasyonun manipülasyonuna izin veriliyor olmalıdır. BMIRT programında doğrudan kontrol dosyasının içine boyutlar arasındaki korelasyon değerleri yazılmış, flexMIRT programında ise “free cov” komutu ile boyutların birbirile ilişkili olduğu programa yazılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre iki program da boyutlar arasındaki ilişkiyi doğru manipüle etmiştir. Birinci alt probleme ait boyutlar arasındaki farklı korelasyon değerleri ile elde edilen RMSE ve yanlılık değerleri EK-10’da verilmiştir. Bu bölümde ise boyutlar arasındaki korelasyon sıfır iken, örneklem büyüğünü, test uzunluğu ve boyut sayısına ilişkin RMSE değerleri tablo ve grafiklerle verilmiş ve yorumlanmıştır.

Ayrıca her bir test koşulu ve madde parametresi için ayrı ayrı hesaplanan yanlılık değerleri birbirine ve sıfıra çok yakındır, bu nedenle her bir koşul ve parametre için ayrı ayrı hesaplanan yanlılık değerleri EK-11’de verilmiştir. Bu bölümde EK-11’de verilen değerlerin ortalamasına ait bulgular verilmiş ve yorumlanmıştır.

Son olarak farklı test uzunlukları, örneklem büyüklikleri ve boyut sayılarının madde parametresi doğrulanmasına etkisinin değerlendirilmesi için tek tek her bir test koşuluyla kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri birbirinden oldukça farklıdır, bu nedenle ayrı ayrı bu değerler tablo ve grafiklerle verilmiş ve yorumlanmıştır. Aşağıda sırasıyla MCMC teknigi ile 4000 ve 8000 iterasyon kullanıldığından kestirilen parametrelere ait RMSE değerleri ile BA-EM ve MH-RM teknigi ile kestirilen RMSE değerleri verilmiştir.

#### 4.1.1. MCMC Tekniği (4000 iterasyon) ile Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları

Tablo 4.1.' de BMIRT programı ile 4000 iterasyon kullanılarak, boyut sayısı, örneklem büyütüğü, test uzunluğu ve korelasyonun manipülasyonuyla kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri verilmiştir. Tabloda verilen RMSE değerleri incelendiğinde tüm test koşullarında **a** parametrelerinin en büyük **c** parametrelerinin en küçük RMSE değerlerine sahip olduğu görülmektedir. **c** parametresine ilişkin hesaplanan tüm RMSE değerleri 0.01' dir. Bu **c** parametresinin BMIRT programı veya MCMC teknigi ile 4000 iterasyon kullanıldığında verilen test koşullarında hatasız kestirildiğini göstermektedir.

**Tablo 4.1. MCMC (4000 İterasyon) Tekniği İle 3 Ve 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

| Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Boyut Sayısı |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |  |
|--------------------|---------------|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--|
|                    |               | 3            |      |      |      |      |      | 5    |      |      |      |      |      |  |
|                    |               | a1           | a2   | a3   | d    | c    | a1   | a2   | a3   | a4   | a5   | d    | c    |  |
| 1000               | 15            | 0.25         | 0.31 | 0.28 | 0.15 | 0.01 | 0.27 | 0.52 | 0.35 | 0.35 | 0.34 | 0.14 | 0.01 |  |
|                    | 30            | 0.19         | 0.19 | 0.19 | 0.13 | 0.01 | 0.24 | 0.22 | 0.22 | 0.21 | 0.22 | 0.12 | 0.01 |  |
|                    | 60            | 0.16         | 0.16 | 0.16 | 0.13 | 0.01 | 0.18 | 0.17 | 0.17 | 0.15 | 0.17 | 0.12 | 0.01 |  |
| 2000               | 15            | 0.16         | 0.22 | 0.19 | 0.12 | 0.01 | 0.23 | 0.37 | 0.27 | 0.39 | 0.25 | 0.12 | 0.01 |  |
|                    | 30            | 0.14         | 0.14 | 0.14 | 0.10 | 0.01 | 0.19 | 0.17 | 0.19 | 0.14 | 0.16 | 0.10 | 0.01 |  |
|                    | 60            | 0.11         | 0.13 | 0.12 | 0.10 | 0.01 | 0.12 | 0.14 | 0.13 | 0.12 | 0.13 | 0.09 | 0.01 |  |
| 5000               | 15            | 0.11         | 0.15 | 0.13 | 0.09 | 0.02 | 0.17 | 0.18 | 0.18 | 0.22 | 0.21 | 0.09 | 0.01 |  |
|                    | 30            | 0.09         | 0.10 | 0.10 | 0.08 | 0.01 | 0.12 | 0.10 | 0.11 | 0.10 | 0.13 | 0.08 | 0.01 |  |
|                    | 60            | 0.07         | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.01 | 0.09 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.09 | 0.07 | 0.01 |  |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir

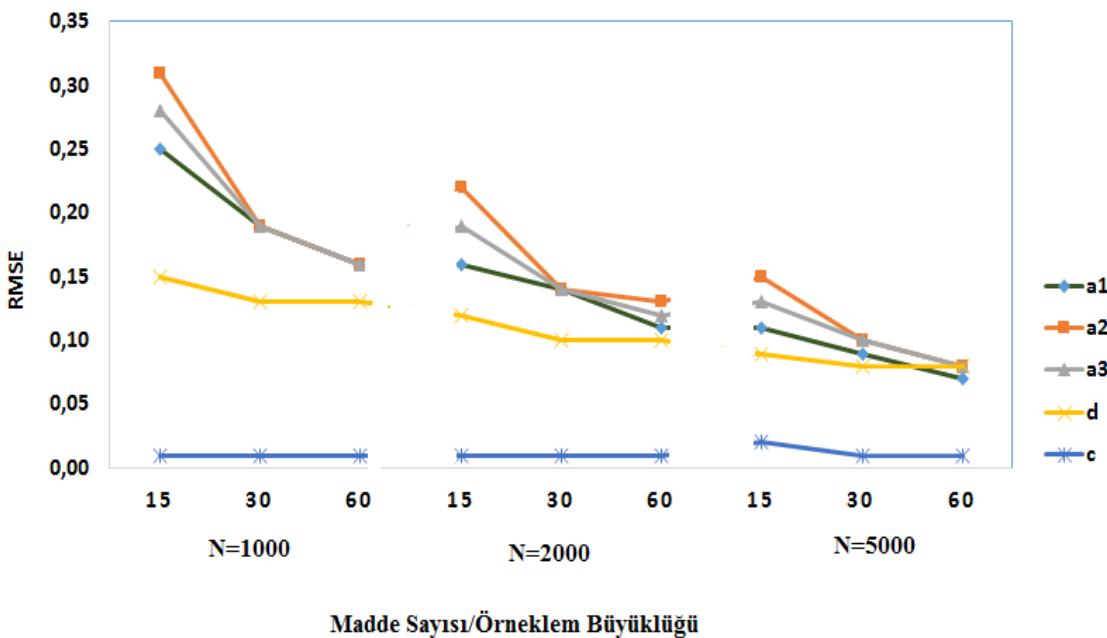
Tablo 4.1. incelendiğinde boyut sayısının 3' ten 5' e çıkarılmasıyla **a** parametresine ait RMSE değerlerinin arttığı görülmektedir. Örneklem büyütüğü 1000, madde sayısı 15 iken 3 boyuta ait **a1**, **a2**, **a3** değerleri sırasıyla 0.25, 0.31, 0.28 iken, 5 boyuta ait **a1**, **a2**, **a3**, **a4** ve **a5** değerleri 0.27, 0.52, 0.35, 0.35, 0.34' tür. Görüldüğü üzere hemen hemen tüm koşullarda 5 boyut için **a** parametrelerine ait RMSE değerleri 3 boyut için hesaplanan değerlerden daha büyüktür. **d** ve **c** parametrelere boyut sayısının 3'den 5'e çıkarılmasıyla büyük oranda değişmediği görülmektedir.

Test uzunluğunun 15'ten 30'a ve 60'a çıkarılması ile hem 3 boyut için hem de 5 boyut için **a** ve **d** parametrelere ait RMSE değerlerinin azaldığı görülmektedir. Örneğin

1000 örneklem büyüklüğü ve 15 madde için tablo incelendiğinde 3 boyut için **a1** parametresi RMSE değerlerinin sırasıyla; 0.25' ten 0.19' a ve 0.16' ya düşüğü görülmektedir. 5 boyut için ise 0.27' den 0.24' e ve 0.18' e düşüğü görülmektedir. 5 boyuta ait **a2** parametresine ait RMSE değerleri incelendiğinde 0.52' den 0.22' ye ve 0.17' ye düşüğü görülmektedir. **d** parametrelerinde ise test uzunluğunun artmasıyla RMSE değerleri düşmüştür. Ancak **a** parametreleri kadar büyük oranda azalma olmamıştır. Örneğin örneklem büyüklüğü 1000 iken test uzunluğunun 15' den 30 ve 60' a çıkarılmasıyla RMSE değerleri 0.15' ten 0.13' e düşmüştür. 5 boyut için ise aynı **d** değerleri 0.14' ten 0.12' ye düşmüştür.

Örneklem büyüklüğü ise test uzunluğu gibi arttıkça **a** ve **d** parametrelerine ait RMSE değerlerinin azalmasını sağlamıştır. Örneğin 15 maddeye ait **a1** parametresi incelendiğinde 3 boyut için RMSE değerlerinin örneklem büyüklüğünün 1000' den 2000' e ve 5000' e çıkarılmasıyla 0.25' den 0.16' ya ve 0.11' e düşüğü görülmektedir. 30 madde için ise 0.19' dan 0.14' e ve 0.09' a düşüğü görülmektedir. 5 boyut için ise 15 madde ve **a1** parametresi incelendiğinde 0.27' den 0.23' e ve 0.23' den 0.17' ye düşüğü görülmektedir. Diğer **a** parametreleri de örneklem büyüklüğünün artmasıyla azalmıştır. Yine aynı koşullar **d** parametresi için de incelendiğinde 3 boyut için RMSE değeri 0.15' ten 0.12' ye ve 0.09' a düşmüştür. 5 boyut için ise aynı koşullarda **d** parametresi 0.14' ten 0.12' ye ve 0.09' a düşmüştür. **a** ve **d** parametreleri için RMSE değerleri madde sayısı 30' a ve örneklem büyüklüğü 5000' e çıkarıldığında 0.10' un altına düşmüştür. Madde sayısı 60 ve örneklem büyüklüğü 5000 iken tüm parametreler için 0.10' un altında RMSE değerleri elde edilmiştir.

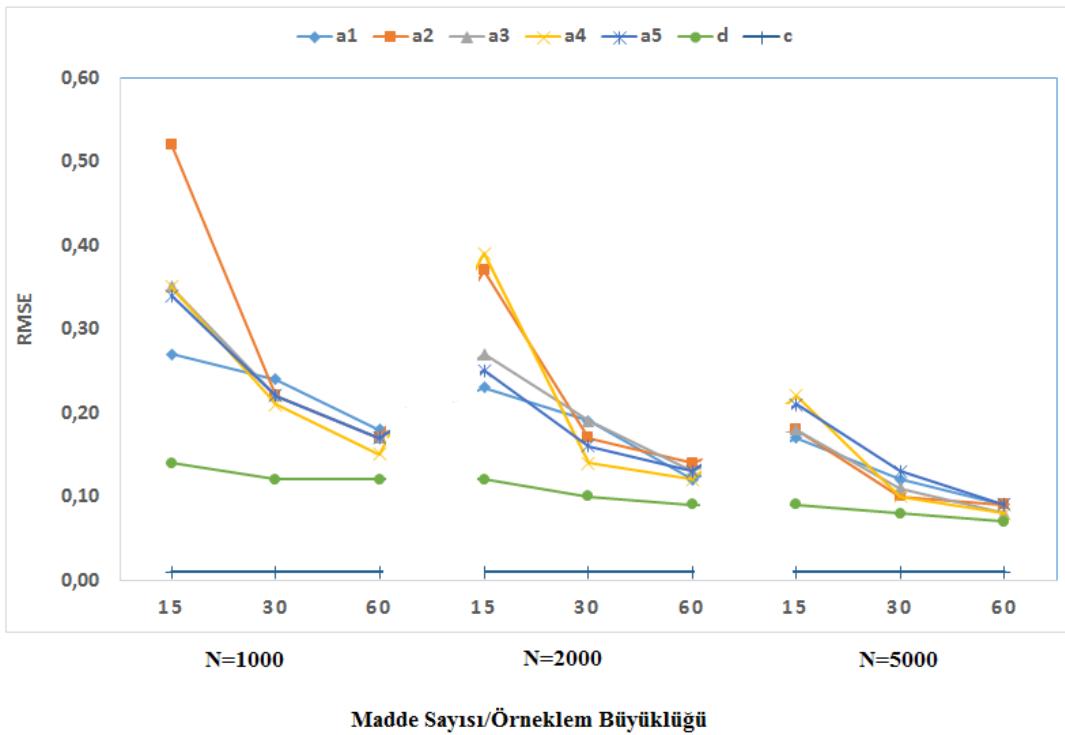
Madde parametreleri MCMC teknigi ile 4000 iterasyon kullanılarak kestirildiğinde hesaplanan RMSE değerlerine ilişkin grafikler ise sırasıyla 3 ve 5 boyut için Şekil 4.1 ve Şekil 4.2' de verilmiştir.



**Şekil 4.1. MCMC (4000 İterasyon) Tekniği ile 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

Şekil 4.1. ve 4.2 incelendiğinde ilk 15, 30 ve 60 madde 1000 örneklem büyüğününe ait, ikinci 15, 30 ve 60 madde 2000 ve son 15, 30, 60 madde ise 5000 örneklem büyüğününe aittir. **a** parametrelerine ait en büyük RMSE değerlerinin 15 madde ve 1000 örneklem büyüğüyle, en düşük RMSE değerleri ise 60 madde ve 5000 örneklem büyüğü ile hesaplanmıştır. **c** parametresinin test koşullarıyla neredeyse hiç değişmediği, **d** parametrelerinin ise madde sayısıyla az oranda değiştiği ve örneklem büyüğünün artmasıyla en küçük değeri aldığı görülmektedir.

Şekil 4.1. ve Şekil 4.2. incelendiğinde boyut sayısının 3' den 5' e çıkarılması ile **a** parametresine ait RMSE değerlerinin arttığı, ancak **d** parametresi ve **c** parametresine ait RMSE değerlerinin 3 ve 5 boyutlu veri setleri için birbirine yakın değerlerde olduğu görülmektedir. Küçük örneklem büyüğü ile 3 boyutlu veri setinde **a2** ve **a3** parametrelerine ait RMSE değerlerinin **a1** parametresine ait RMSE değerinden daha büyük olduğu görülmektedir. 5 boyutlu veri seti için ise **a2** ve **a4** parametrelerinin diğer **a** parametrelerine göre daha büyük RMSE değerine sahip oldukları görülmektedir.



**Şekil 4.2. MCMC (4000 İterasyon) Tekniği ile 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

#### 4.1.2. MCMC (8000 iterasyon) Tekniği ile Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları

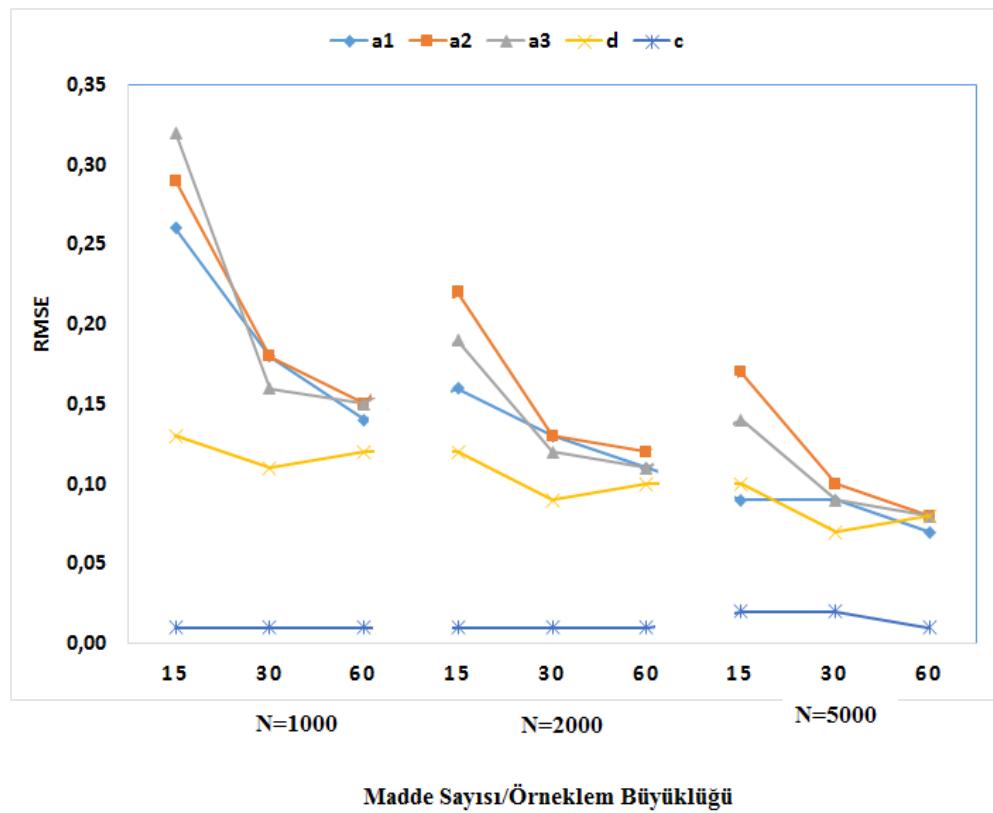
Tablo 4.2' de basit yapılı veri üç ve beş boyutlu veri setine sahip ÇBT3PL modelin parametrelerine ait RMSE değerleri verilmiştir. Tablo 4.2. incelendiğinde MCMC teknigi ile 8000 iterasyon kullanılarak parametre kestirimini yapıldığında ilk dikkati çeken bulgulardan biri yine boyut sayısı 3' den 5' e çıkarıldığında RMSE değerlerinde meydana gelen artıştır. Özellikle madde sayısının az olduğu 15 madde için 3 ve 5 boyut arasında belirgin bir fark bulunmaktadır. Tablodaki diğer değerler Tablo 4.1 ile aynı şekilde yorumlanabilmektedir. Burada da madde sayısı ve örneklem büyüklüğü arttıkça RMSE değerleri hem **a** hem de **d** parametreleri için azalmaktadır. **c** parametresi ise beş boyut için tüm koşullar altında 0.01 değerini almıştır. Ancak 3 boyut için 0.01 ve 0.02 değerini almıştır. Tablo 4.2.' de dikkat edilmesi gereken başka bir durum ise madde sayısı 60 ve örneklem büyüklüğü 5000 iken boyut sayısının 3 ve 5 olmasının önemli olmadığı ve RMSE değerlerinin hem **a** hem de **d** parametresi için çok benzer hatta aynı olduğunu göstermektedir. Sonuçlara göre büyük boyutlarla yapılacak madde parametresi kestirimlerinde yeterince büyük bir örneklem büyüklüğü gerekmektedir.

**Tablo 4.2. MCMC (8000 iterasyon) Tekniği İle 3 Ve 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

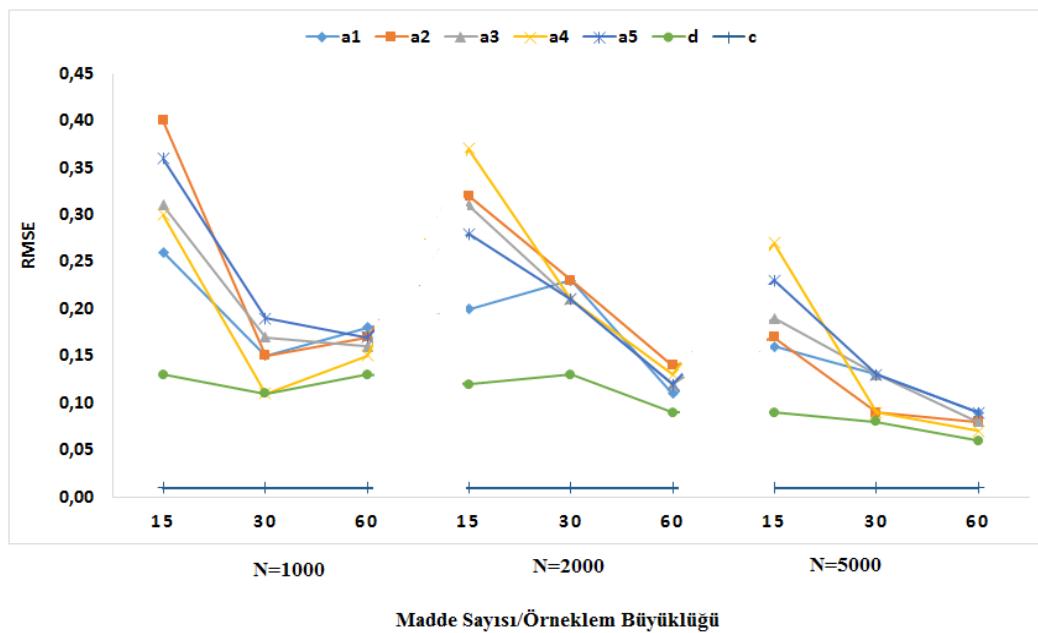
| Test Koşulları | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Boyut Sayısı |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |  |
|----------------|--------------------|---------------|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--|
|                |                    |               | 3            |      |      |      |      |      | 5    |      |      |      |      |  |
| a1             | a2                 | a3            | d            | c    | a1   | a2   | a3   | a4   | a5   | d    | c    |      |      |  |
| 1000           | 15                 | 0.26          | 0.29         | 0.32 | 0.13 | 0.01 | 0.26 | 0.40 | 0.31 | 0.30 | 0.36 | 0.13 | 0.01 |  |
|                |                    | 0.18          | 0.18         | 0.16 | 0.11 | 0.01 | 0.15 | 0.15 | 0.17 | 0.11 | 0.19 | 0.11 | 0.01 |  |
|                |                    | 0.14          | 0.15         | 0.15 | 0.12 | 0.01 | 0.18 | 0.17 | 0.16 | 0.15 | 0.17 | 0.13 | 0.01 |  |
| 2000           | 15                 | 0.16          | 0.22         | 0.19 | 0.12 | 0.01 | 0.20 | 0.32 | 0.31 | 0.37 | 0.28 | 0.12 | 0.01 |  |
|                |                    | 0.13          | 0.13         | 0.12 | 0.09 | 0.01 | 0.23 | 0.23 | 0.21 | 0.21 | 0.21 | 0.13 | 0.01 |  |
|                |                    | 0.11          | 0.12         | 0.11 | 0.10 | 0.01 | 0.11 | 0.14 | 0.12 | 0.13 | 0.12 | 0.09 | 0.01 |  |
| 5000           | 15                 | 0.09          | 0.17         | 0.14 | 0.10 | 0.02 | 0.16 | 0.17 | 0.19 | 0.27 | 0.23 | 0.09 | 0.01 |  |
|                |                    | 0.09          | 0.10         | 0.09 | 0.07 | 0.02 | 0.13 | 0.09 | 0.13 | 0.09 | 0.13 | 0.08 | 0.01 |  |
|                |                    | 0.07          | 0.08         | 0.08 | 0.08 | 0.01 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.09 | 0.06 | 0.01 |  |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir

Şekil 4.3.' de 3 boyutlu veri setiyle kestirilen parametrelere ait RMSE değerleri, Şekil 4.4' de ise 5 boyutlu veri seti ile kestirilen parametrelere ait RMSE değerleri grafikle verilmiştir. Şekil 4.3. incelendiğinde en büyük RMSE değerlerinin **a** parametrelerine ait olduğu görülmektedir. Şekil 4.3 ve Şekil 4.4. incelendiğinde madde sayısı 15 ve örneklem büyülüğu 1000 iken tüm parametreler için en büyük RMSE değerlerinin elde edildiği görülmektedir. Madde sayısı 60 ve örneklem büyülüğu 5000 iken ise en düşük RMSE değerleri elde edilmiştir. İki şekil incelendiğinde 3 ve 5 boyutlu **a** parametrelerine ait RMSE değerleri birbirinden oldukça farklıdır. Ancak madde sayısı 60 ve örneklem büyülüğu 5000 iken hem 3 boyut hem de 5 boyut için **a** parametrelerinin birbirine oldukça yakın değerlerde olduğu görülmektedir. **d** ve **c** parametreleri ise 3 ve 5 boyut için birbirine benzer RMSE değerlerine sahip olduğu görülmektedir.



**Şekil 4.3. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**



**Şekil 4.4. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

#### 4.1.3. BA-EM teknigi Kullanilarak Basit Yapili CBT3PLM Veri setlerinden Kestirilen Parametrelere Ilikin RMSE soncları

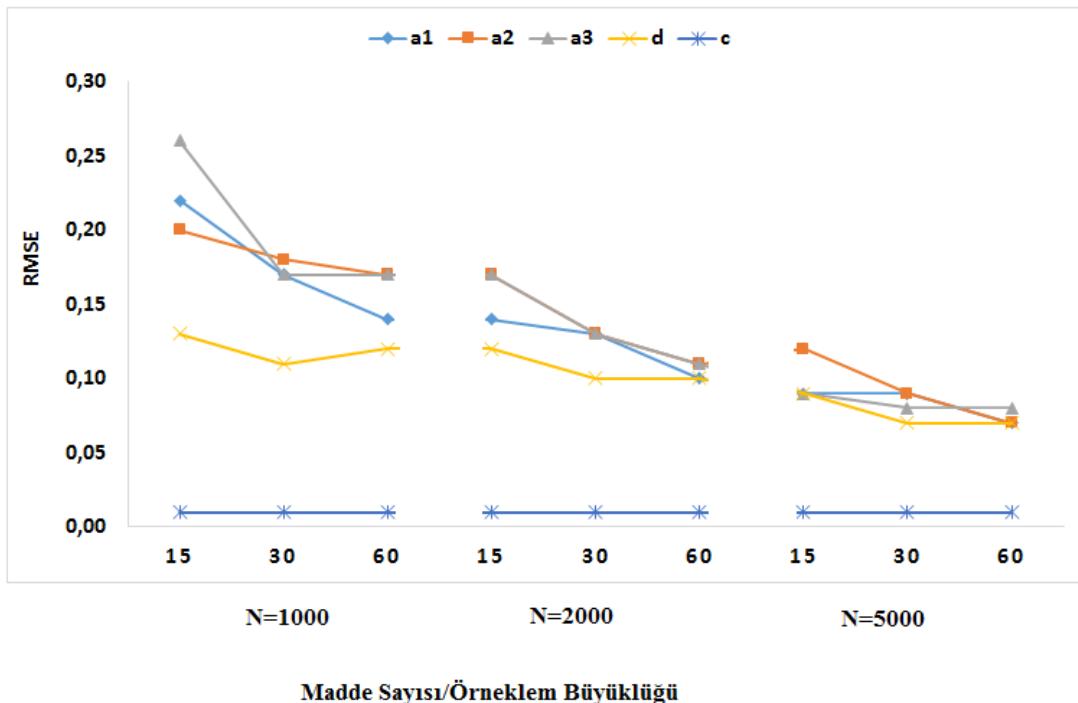
Basit yapiya sahip CBT3PL modeline ait veri setleri BA-EM teknigi ile kestirildiginde, madde parametrelere iliskin RMSE degerleri Tablo 4.3' te verilmiştir.

**Tablo 4.3. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı CBT3PLM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

| Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Boyun Sayısı |      |      |      |      |
|--------------------|---------------|--------------|------|------|------|------|
|                    |               | a1           | a2   | a3   | d    | c    |
| 1000               | 15            | 0.22         | 0.20 | 0.26 | 0.13 | 0.01 |
|                    | 30            | 0.17         | 0.18 | 0.17 | 0.11 | 0.01 |
|                    | 60            | 0.14         | 0.17 | 0.17 | 0.12 | 0.01 |
| 2000               | 15            | 0.14         | 0.17 | 0.17 | 0.12 | 0.01 |
|                    | 30            | 0.13         | 0.13 | 0.13 | 0.10 | 0.01 |
|                    | 60            | 0.10         | 0.11 | 0.11 | 0.10 | 0.01 |
| 5000               | 15            | 0.09         | 0.12 | 0.09 | 0.09 | 0.01 |
|                    | 30            | 0.09         | 0.09 | 0.08 | 0.07 | 0.01 |
|                    | 60            | 0.07         | 0.07 | 0.08 | 0.07 | 0.01 |

\*Değerlerin tümü 50 tekardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

Tablo 4.3. incelendiğinde ilk dikkati çeken durum BA-EM tekniginin beş boyut ile madde parametresi kestirememiş olmasıdır. İkinci durum ise madde sayısı ve örneklem büyülüğünün artışıyla bu teknikle de RMSE değerlerinin azalmış olmasıdır. Değerler örneklem büyülüğü 5000 ve madde sayısı 30 olduktan sonra **a** parametreleri için 0.10' un altına inmiş ve **d** parametresi için 0.13 ile 0.07 arasında **c** parametresi için 0.01 değerini almıştır. Şekil 4.5' te Tablo 4.3. ile verilen RMSE değerleri grafik ile gösterilmiştir. Şekil 4.5. incelendiğinde **c** parametresine ait RMSE değerlerinin farklı test koşullarından etkilenmediği görülmektedir. **d** parametrelерinin ise **a** parametrelere göre test koşullarından daha az etkilendiği görülmektedir. **a** parametrelere ait RMSE değerleri ise madde sayısı ve örneklem büyülüğünün artışıyla azalmaktadır.



**Şekil 4.5. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

#### 4.1.4. MH-RM teknigi Kullanılarak Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları

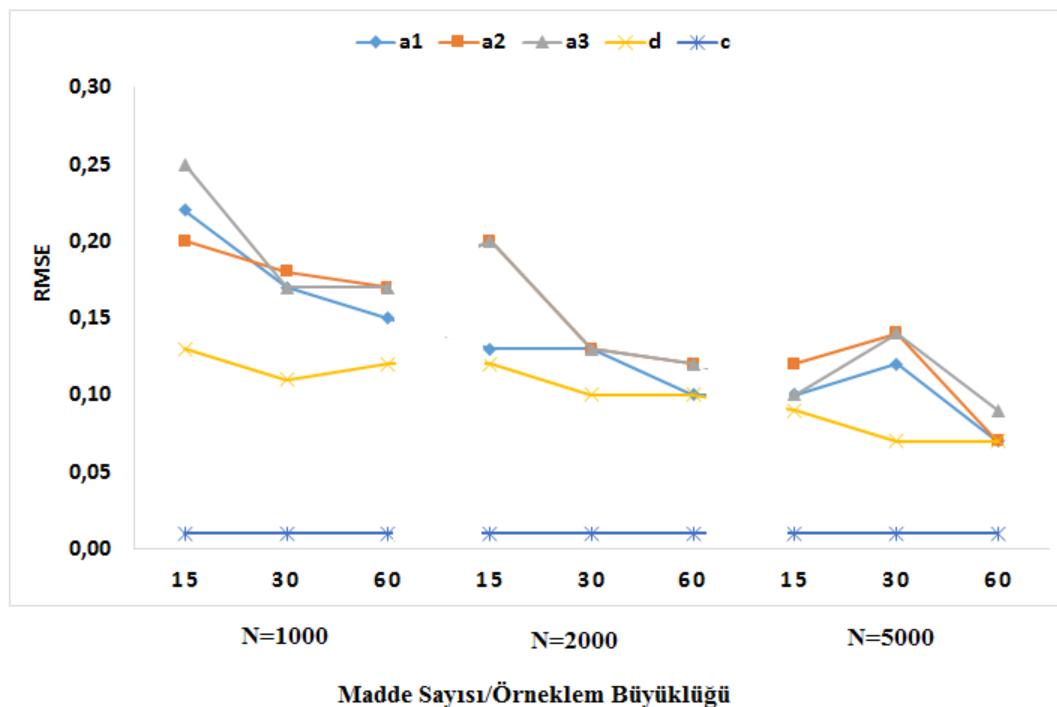
MH-RM teknigi ile kestirilen parametrelere ait RMSE değerleri Tablo 4.4.' te verilmiştir. Tablo 4.4. incelendiğinde, bu teknik ile **a** parametreleri için madde sayısının ve örneklem büyüğünün artışıyla da RMSE değerlerinin azaldığı, boyut sayısının artışı ile arttığı görülmektedir. **d** parametresi için ise 3 ve 5 boyut için değerler benzer iken, madde sayısı ve örneklem büyüğünün artışıyla **d** parametresine ait RMSE değerleri azalmıştır. **c** parametresi ise 0.01 olarak hesaplanmıştır. **a** ve **d** parametrelerine ait en büyük RMSE değerleri madde sayısının 15 ve örneklem büyüğünün 1000 olduğu test koşullarında hesaplanmıştır. 3 boyut için en büyük RMSE değeri **a3** parametresine ve 5 boyut için ise **a2** parametresine aittir. MH-RM teknigi ile de **a** ve **d** parametrelerine ait en düşük RMSE değerleri madde sayısının 60 ve örneklem büyüğünün 5000 olduğu test koşullarında hesaplanmıştır.

**Tablo 4.4. MH-RM Tekniği İle 3 Ve 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

| Test Koşulları | Ö.B. | T.U. | Boyut Sayısı |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |   |
|----------------|------|------|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---|
|                |      |      | 3            |      |      |      | 5    |      |      |      |      |      |      |   |
|                |      |      | a1           | a2   | a3   | d    | c    | a1   | a2   | a3   | a4   | a5   | d    | c |
| 1000           | 15   | 0.22 | 0.20         | 0.25 | 0.13 | 0.01 | 0.22 | 0.36 | 0.23 | 0.23 | 0.24 | 0.12 | 0.01 |   |
|                | 30   | 0.17 | 0.18         | 0.17 | 0.11 | 0.01 | 0.18 | 0.24 | 0.19 | 0.20 | 0.21 | 0.14 | 0.01 |   |
|                | 60   | 0.15 | 0.17         | 0.17 | 0.12 | 0.01 | 0.19 | 0.21 | 0.17 | 0.15 | 0.19 | 0.13 | 0.01 |   |
| 2000           | 15   | 0.13 | 0.20         | 0.20 | 0.12 | 0.01 | 0.18 | 0.19 | 0.25 | 0.27 | 0.19 | 0.12 | 0.01 |   |
|                | 30   | 0.13 | 0.13         | 0.13 | 0.10 | 0.01 | 0.19 | 0.15 | 0.13 | 0.11 | 0.09 | 0.11 | 0.01 |   |
|                | 60   | 0.10 | 0.12         | 0.12 | 0.10 | 0.01 | 0.12 | 0.17 | 0.10 | 0.12 | 0.13 | 0.09 | 0.01 |   |
| 5000           | 15   | 0.10 | 0.12         | 0.10 | 0.09 | 0.01 | 0.07 | 0.10 | 0.11 | 0.18 | 0.19 | 0.09 | 0.01 |   |
|                | 30   | 0.12 | 0.14         | 0.14 | 0.07 | 0.01 | 0.13 | 0.09 | 0.12 | 0.08 | 0.11 | 0.10 | 0.01 |   |
|                | 60   | 0.07 | 0.07         | 0.09 | 0.07 | 0.01 | 0.11 | 0.09 | 0.08 | 0.07 | 0.08 | 0.07 | 0.01 |   |

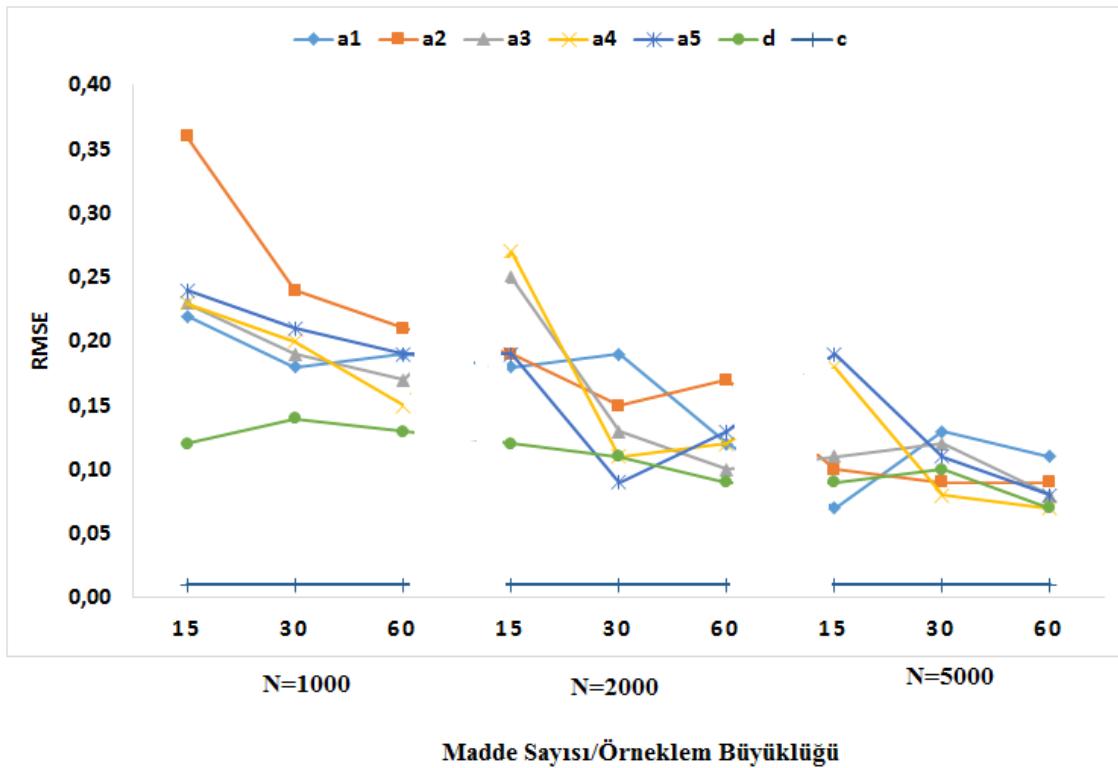
\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir

Şekil 4.6' da ise 3 boyutlu veri seti için kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri grafikle verilmiştir. 5 boyutlu veri seti için kestirilen parametrelere ait RMSE değerleri Şekil 4.7' de grafikle verilmiştir.



**Şekil 4.6. MH-RM Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

Grafiklerden de **c** parametresinin en düşük, **a** parametrelerinin ise en büyük RMSE değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Örneklem büyüklüğü ve madde sayısının artışı ile **a** ve **d** parametrelerine ait RMSE değerleri oldukça benzerken, her koşulda **c** parametresi en düşük RMSE değerine sahiptir.



**Şekil 4.7. MH-RM Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

#### 4.1.5. MCMC 4000, MCMC 8000, BA-EM ve MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE ve Yanılık Değerleri

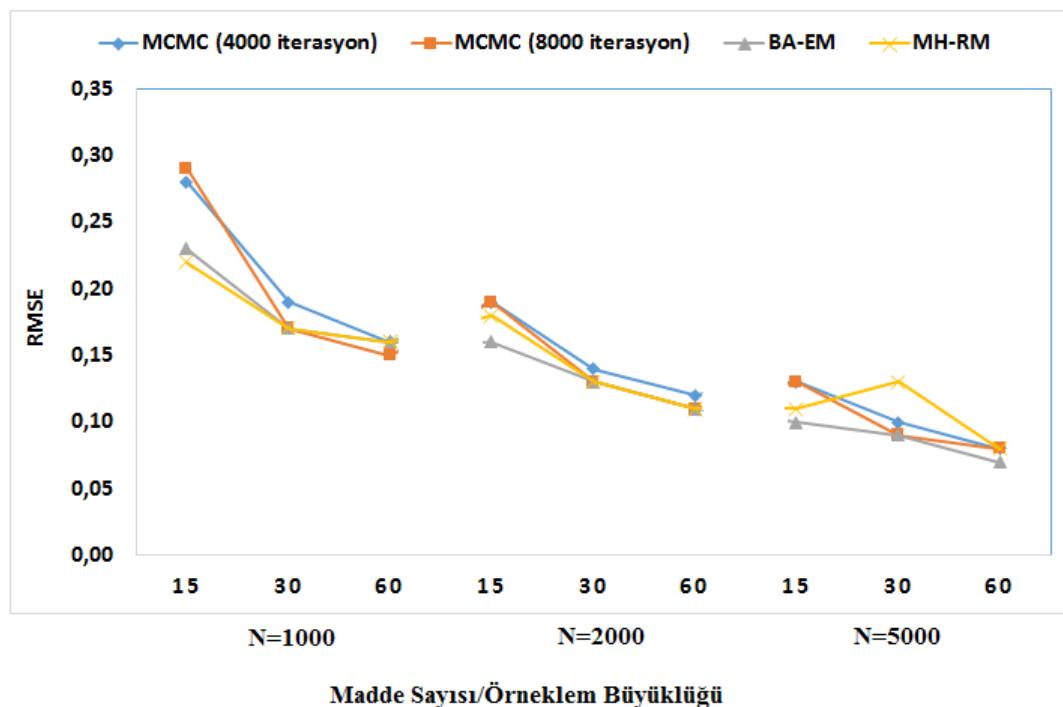
Tablo 4.5. incelendiğinde tüm kestirim tekniklerine ait her bir parametrenin ortalama RMSE değerleri görülmektedir. BA-EM ve MH-RM teknikleri ile kestirilen **a** parametreleri için RMSE değerleri birbirine benzemektedir ve bu değerler MCMC teknigiden elde edilen değerlere göre biraz daha düşüktür. BA-EM teknigi ile daha önce de ifade edildiği gibi 5 boyutlu veri setleri için parametre kestirimi yapılamamıştır. Tüm teknikler için boyut sayısı 3' den 5' e çıkarıldığında **a** parametrelere ait RMSE değerleri artmıştır. **d** parametreleri MCMC (4000 iterasyon) teknigi ile kestirildiğinde RMSE değerleri 0.15- 0.08, MCMC (8000 iterasyon) teknigi ile kestirildiğinde RMSE değerleri 0.13- 0.08 aralığındadır. BA-EM teknigi ile kestirilen ortalama **d** değerleri 0.12- 0.07 aralığındadır. MH-RM için ise **d**

parametresine ait ortalama RMSE değerleri 0.13- 0.07 aralığında değişmektedir. Tüm teknikler için ortalama RMSE değeri 0.01' dir.

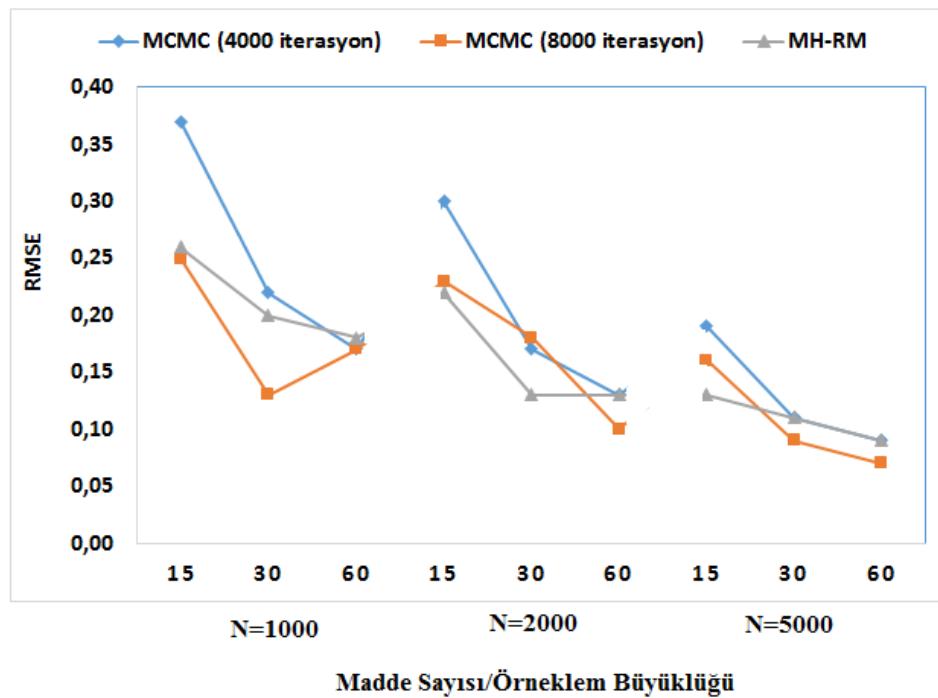
**Tablo 4.5. MCMC (4000 ve 8000 iterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE Değerleri**

| Test Koşulları |      |      | MCMC 4000   |             |             | MCMC 8000   |             |             | BA-EM       |             |             | MH-RM       |             |             |
|----------------|------|------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| B.S.           | Ö.B. | T.U. | a           | d           | c           | a           | d           | c           | a           | d           | c           | a           | d           | c           |
| 3              | 1000 | 15   | <b>0.28</b> | <b>0.15</b> | <b>0.01</b> | 0.29        | <b>0.13</b> | <b>0.01</b> | 0.23        | <b>0.12</b> | <b>0.01</b> | <b>0.22</b> | <b>0.13</b> | <b>0.01</b> |
|                |      | 30   | 0.19        | 0.13        | 0.01        | 0.17        | 0.11        | 0.01        | 0.17        | 0.11        | 0.01        | 0.17        | 0.11        | 0.01        |
|                |      | 60   | 0.16        | 0.13        | 0.01        | 0.15        | 0.12        | 0.01        | 0.16        | 0.12        | 0.01        | 0.16        | 0.12        | 0.01        |
|                | 2000 | 15   | <b>0.19</b> | <b>0.12</b> | <b>0.01</b> | <b>0.19</b> | <b>0.12</b> | <b>0.01</b> | <b>0.16</b> | <b>0.11</b> | <b>0.00</b> | <b>0.18</b> | <b>0.11</b> | <b>0.00</b> |
|                |      | 30   | 0.14        | 0.10        | 0.01        | 0.13        | 0.09        | 0.01        | 0.13        | 0.10        | 0.01        | 0.13        | 0.10        | 0.01        |
|                |      | 60   | 0.12        | 0.10        | 0.01        | 0.11        | 0.10        | 0.01        | 0.11        | 0.10        | 0.01        | 0.11        | 0.10        | 0.01        |
|                | 5000 | 15   | <b>0.13</b> | <b>0.09</b> | <b>0.02</b> | <b>0.13</b> | <b>0.10</b> | <b>0.02</b> | <b>0.10</b> | <b>0.09</b> | <b>0.01</b> | <b>0.11</b> | <b>0.09</b> | <b>0.01</b> |
|                |      | 30   | 0.10        | 0.08        | 0.01        | 0.09        | 0.10        | 0.02        | 0.09        | 0.07        | 0.01        | 0.13        | 0.07        | 0.01        |
|                |      | 60   | 0.08        | 0.08        | 0.01        | 0.08        | 0.08        | 0.01        | 0.07        | 0.07        | 0.00        | 0.08        | 0.07        | 0.01        |
| 5              | 1000 | 15   | <b>0.37</b> | <b>0.14</b> | <b>0.01</b> | <b>0.25</b> | <b>0.13</b> | <b>0.01</b> | -           | -           | -           | <b>0.26</b> | <b>0.12</b> | <b>0.01</b> |
|                |      | 30   | 0.22        | 0.12        | 0.01        | 0.13        | 0.11        | 0.01        | -           | -           | -           | 0.20        | 0.14        | 0.01        |
|                |      | 60   | 0.17        | 0.12        | 0.01        | 0.17        | 0.11        | 0.01        | -           | -           | -           | 0.18        | 0.13        | 0.01        |
|                | 2000 | 15   | <b>0.30</b> | <b>0.12</b> | <b>0.01</b> | <b>0.23</b> | <b>0.12</b> | <b>0.01</b> | -           | -           | -           | <b>0.22</b> | <b>0.12</b> | <b>0.01</b> |
|                |      | 30   | 0.17        | 0.10        | 0.01        | 0.18        | 0.13        | 0.01        | -           | -           | -           | 0.13        | 0.11        | 0.01        |
|                |      | 60   | 0.13        | 0.09        | 0.01        | 0.10        | 0.09        | 0.01        | -           | -           | -           | 0.13        | 0.09        | 0.01        |
|                | 5000 | 15   | <b>0.19</b> | <b>0.09</b> | <b>0.01</b> | <b>0.16</b> | <b>0.09</b> | <b>0.01</b> | -           | -           | -           | <b>0.13</b> | <b>0.09</b> | <b>0.01</b> |
|                |      | 30   | 0.11        | 0.08        | 0.01        | 0.09        | 0.08        | 0.01        | -           | -           | -           | 0.11        | 0.10        | 0.01        |
|                |      | 60   | 0.09        | 0.07        | 0.01        | 0.07        | 0.06        | 0.01        | -           | -           | -           | 0.09        | 0.07        | 0.01        |

Şekil 4.8' de üç boyutlu basit veri setinden tüm teknikler ile kestirilen **a** parametresi için ortalama RMSE değerleri verilmiştir. Şekil 4.9' da ise basit yapılı beş boyutlu veri seti için **a** parametresine ait ortalama RMSE değerleri verilmiştir. Şekil 4.8. incelendiğinde madde sayısı ve örneklem büyüklüğü arttıkça RMSE değerlerinin azaldığı görülmektedir. Madde sayısı 15 ve örneklem büyüklüğünün 1000 olduğu koşulda MCMC (4000 ve 8000 iterasyon) tekniğinin BA-EM ve MH-RM tekniğine göre daha yüksek RMSE değerine sahip olduğu görülmektedir. MCMC kestirimlerinin birbirine yakın BA-EM tekniğinde ise madde sayısı 15 iken diğer tekniklere göre daha düşük olduğu görülmektedir. Ancak Madde sayısı 60, örneklem büyüklüğü 5000 olduğunda tüm değerlerin birbirine oldukça yakın olduğu (0.08, 0.08, 0.08 ve 0.07) görülmektedir.



**Şekil 4.8. MCMC (4000, 8000 iterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen a Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri**



**Şekil 4.9. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen a Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri**

Şekil 4.9' da ise boyut sayısı 5 iken tekniklere ait **a** parametresi için ortalama RMSE değerleri görülmektedir. Boyut sayısı 5 iken MCMC 4000 ile en yüksek, MH-RM ile en düşük RMSE değerleri elde edilmiştir. Bu durumda ise boyut sayısı arttıkça kestirilmesi gereken parametre sayısı arttıgından 4000 iterasyon ile kestirilen parametrelere ait RMSE değerlerinin yüksek olması kestirim için daha fazla iterasyon gerektirdiğini doğrulamaktadır.

Birinci alt probleme ait ortalama yanlılık değerleri ise Tablo 4.6 ile verilmiştir. Tablo 4.6.' da yanlılık değerlerine ilişkin tüm kestirim teknikleri için ortalama RMSE değerleri verilmiştir. Tablo incelendiğinde **d** ve **c** parametrelерinin üç teknik ile de yansız kestirildiği görülmektedir. Ancak **a** parametrelere için hesaplanmış yanlılık değerleri incelendiğinde BA-EM ve MH-RM tekniğinin daha yüksek yanlılık değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Boyut sayısı 5'e çıkartıldığında ise 15 madde ile hem MCMC hem de MH-RM tekniğinin yanı kestirim yaptığı görülmektedir. Örneklem büyüklüğü 1000 iken 15 madde için sırasıyla MCMC 4000, MCMC 8000, MH-RM için yanlılık değerleri 0.08 0.07 ve 0.11' dir. Örneklem büyüklüğünün arttırılmasıyla bu değerlerde bir artış olmakla birlikte yine de 0.04 ve üzerinde yanlılık değerleri iki teknikle de kestirilmiştir.

**Tablo 4.6. MCMC (4000 ve 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama Yanlılık Değerleri**

| Test Koşulları |      |      | MCMC 4000   |          |          |          | MCMC 8000 |          |          |          | BA-EM    |          |          |          | MH-RM    |          |          |  |
|----------------|------|------|-------------|----------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--|
| B.S.           | Ö.B. | T.U. | <b>a</b>    | <b>d</b> | <b>c</b> | <b>a</b> | <b>d</b>  | <b>c</b> | <b>a</b> | <b>d</b> | <b>c</b> | <b>a</b> | <b>d</b> | <b>c</b> | <b>a</b> | <b>d</b> | <b>c</b> |  |
| 3              | 1000 | 15   | <b>0.01</b> | -0.01    | 0.00     | 0.01     | -0.02     | 0.00     | 0.06     | -0.02    | 0.00     | 0.06     | -0.01    | 0.00     | -0.01    | 0.00     | 0.00     |  |
|                |      | 30   | 0.00        | 0.01     | 0.00     | -0.01    | 0.00      | 0.00     | 0.07     | 0.01     | 0.01     | 0.07     | 0.01     | 0.07     | 0.01     | 0.01     | 0.01     |  |
|                |      | 60   | -0.02       | -0.01    | 0.00     | -0.02    | -0.01     | 0.00     | 0.07     | -0.01    | 0.00     | 0.06     | 0.00     | 0.06     | 0.00     | 0.00     | 0.00     |  |
|                | 2000 | 15   | <b>0.00</b> | -0.02    | 0.00     | 0.01     | -0.02     | 0.00     | 0.03     | -0.01    | 0.00     | 0.03     | -0.01    | 0.00     | -0.01    | 0.00     | 0.00     |  |
|                |      | 30   | 0.00        | 0.01     | 0.00     | 0.00     | 0.01      | 0.00     | 0.04     | 0.01     | 0.01     | 0.04     | 0.01     | 0.04     | 0.01     | 0.01     | 0.01     |  |
|                |      | 60   | -0.01       | -0.01    | 0.00     | -0.01    | 0.00      | 0.00     | 0.04     | 0.00     | 0.00     | 0.03     | 0.00     | 0.03     | 0.00     | 0.00     | 0.00     |  |
|                | 5000 | 15   | <b>0.00</b> | -0.01    | 0.00     | 0.00     | -0.01     | 0.00     | 0.02     | -0.01    | 0.00     | 0.05     | -0.01    | 0.00     | -0.01    | 0.00     | 0.00     |  |
|                |      | 30   | 0.01        | 0.01     | 0.00     | 0.00     | 0.01      | 0.01     | 0.02     | 0.01     | 0.01     | 0.02     | 0.01     | 0.01     | 0.01     | 0.01     | 0.01     |  |
|                |      | 60   | -0.01       | -0.01    | 0.00     | -0.01    | -0.01     | 0.00     | 0.01     | -0.01    | 0.00     | 0.01     | -0.01    | 0.00     | -0.01    | 0.00     | 0.00     |  |
| 5              | 1000 | 15   | <b>0.08</b> | -0.01    | 0.01     | 0.07     | -0.02     | 0.01     | -        | -        | -        | 0.11     | -0.01    | 0.01     | 0.01     | 0.01     | 0.01     |  |
|                |      | 30   | -0.01       | -0.01    | 0.00     | -0.02    | -0.03     | 0.00     | -        | -        | -        | 0.09     | -0.03    | 0.00     | -        | 0.03     | 0.00     |  |
|                |      | 60   | 0.01        | 0.00     | 0.00     | 0.01     | 0.01      | 0.00     | -        | -        | -        | 0.11     | 0.01     | 0.00     | -        | 0.01     | 0.00     |  |
|                | 2000 | 15   | <b>0.04</b> | -0.01    | 0.01     | 0.05     | -0.01     | 0.01     | -        | -        | -        | 0.10     | 0.01     | 0.01     | 0.01     | 0.01     | 0.01     |  |
|                |      | 30   | 0.00        | 0.00     | 0.00     | -0.01    | -0.01     | 0.00     | -        | -        | -        | 0.05     | -0.02    | 0.00     | -        | 0.02     | 0.00     |  |
|                |      | 60   | 0.01        | 0.01     | 0.00     | 0.00     | 0.01      | 0.00     | -        | -        | -        | 0.05     | 0.01     | 0.00     | -        | 0.01     | 0.00     |  |
|                | 5000 | 15   | <b>0.04</b> | 0.01     | 0.01     | 0.05     | 0.01      | 0.01     | -        | -        | -        | 0.07     | 0.02     | 0.01     | 0.01     | 0.01     | 0.01     |  |
|                |      | 30   | 0.00        | 0.01     | 0.00     | 0.00     | 0.02      | 0.00     | -        | -        | -        | 0.03     | 0.00     | 0.00     | -        | 0.00     | 0.00     |  |
|                |      | 60   | 0.00        | 0.01     | 0.00     | -0.01    | 0.01      | 0.00     | -        | -        | -        | 0.02     | 0.01     | 0.00     | -        | 0.01     | 0.00     |  |

#### **4.2. ÇBT3PL Modeline göre Üretilen İki Faktör Modeli Veri Setlerine Ait Bulgular**

Araştırmmanın ikinci alt problemi kapsamında “ÇBT3PL modeline göre üretilen **iki faktör modeli yapısında ki veri setlerine** ait parametreler MCMC (4000 ve 8000 iterasyon ile), MH-RM, BA-EM teknikleriyle kestirildiğinde **boyut sayısının (3 ile 5), test uzunluğunun (15,30 ve 60), örneklem sayısının (1000, 2000 ve 5000)**, madde parametresi doğrulanmasına etkisinin nasıl olduğu incelenmiştir. Birinci alt problemde olduğu gibi yanlılık değerleri neredeyse tüm test koşulları için sıfıra çok yakın değerlerdir. Bu nedenle araştırmmanın bundan sonraki bölümlerinde sadece RMSE değerlerine ilişkin tablolar verilmiş olup yanlılığa ilişkin tablolar EK-12' de sunulmuştur.

İki faktör modeli ile basit yapılı çok boyutlu model arasındaki en belirgin fark iki faktör modeli ile boyutlar arasındaki korelasyonun manipüle edilememesidir. Diğer bir fark ise maddelerin ilişkisiz oldukları spesifik boyutların yanı sıra tüm maddelerin genel bir boyutla ilişkili olmasıdır. İki faktör modelinde genel boyut ile spesifik boyutların ilişkisiz olduğu varsayımlı vardır. Bu model için de koşulların ve tekniklerin her bir parametre için RMSE ve yanlılık değerleri ayrı ayrı incelenmiştir.

##### **4.2.1. MCMC (4000 iterasyon) Tekniği ile İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları**

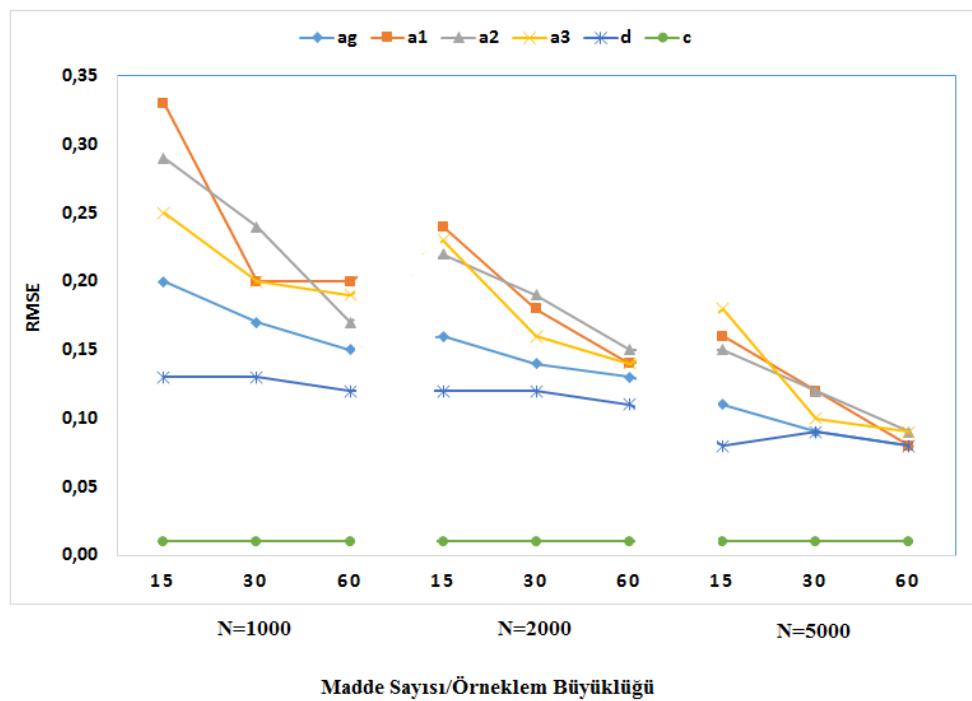
Tablo 4.7'de MCMC teknüğine (4000 iterasyon) ile iki faktör modeli test yapısındaki ÇBT3PL model için kestirilen RMSE değerleri 3 ve 5 boyut için verilmiştir Tablo 4.7 incelendiğinde basit test yapılı ÇBT3PL modelden farklı olarak, ÇBT3PL modelinin test yapısı iki faktör modeli yapısına uygun üretildiğinden spesifik boyutların yanı sıra bir genel boyut bulunduğu görülmektedir. Tüm maddeler aynı zamanda bu genel boyut üzerinde ayırt ediciliğe sahiptir. 3 boyut için parametreler incelediğinde **c** parametresine ait RMSE değerlerinin yine en düşük olduğu (0.01 olduğu), **d** parametresine ilişkin RMSE değerlerinin 0,13 ve 0,08 aralığında değiştiği, **a** parametresi için RMSE değerlerin 0,33 ile 0,08 arasında değiştiği görülmektedir. **a** ve **d** parametrelerine ilişkin RMSE değerlerinin madde sayısı ve örneklem büyütüğü arttıkça azaldığı, örneklem büyütüğü 5000 ve madde sayısı 60 olduğunda **a** parametresine ilişkin en küçük RMSE değerlerinin hesaplandığı görülmektedir. Ayrıca genel boyuta ait **a** parametresine ilişkin RMSE değerlerinin spesifik boyutlara göre daha küçük değerler aldığı görülmektedir.

**Tablo 4.7. MCMC (4000 iterasyon) Tekniği İle 3 Ve 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

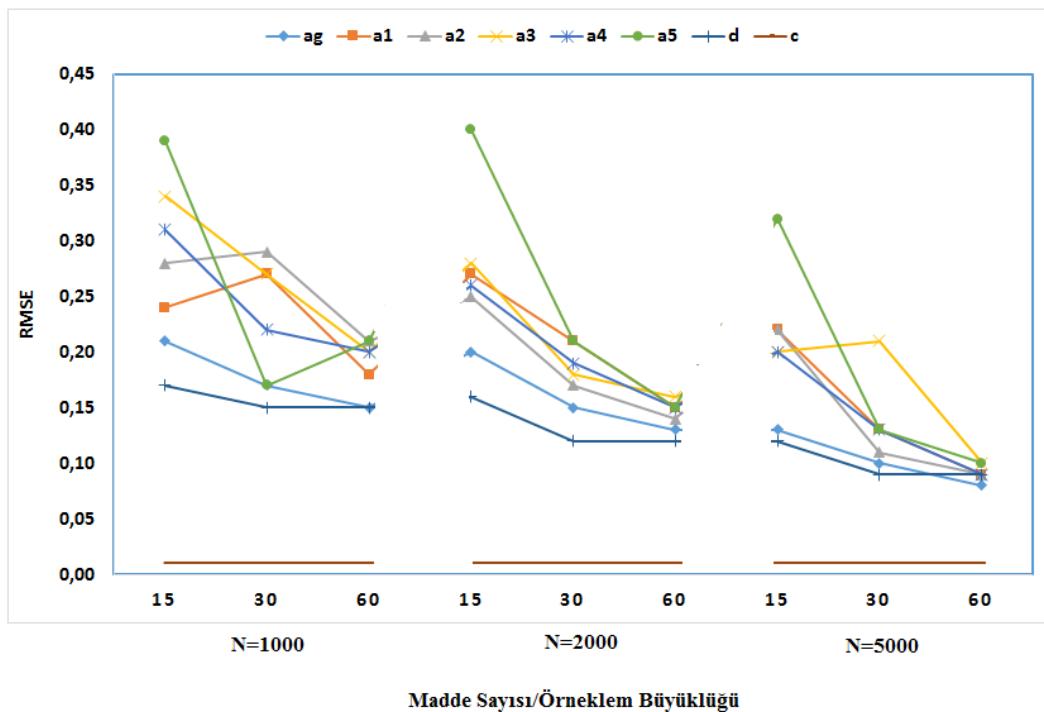
| Test<br>Koşulları<br>Ö.B. | T.U. | Boyut Sayısı |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |
|---------------------------|------|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|                           |      | 3            |             |             |             |             |             |             | 5           |             |             |             |             |             |             |
| ag                        | a1   | a2           | a3          | d           | c           | ag          | a1          | a2          | a3          | a4          | a5          | d           | c           |             |             |
| 1000                      | 15   | <b>0.20</b>  | <b>0.33</b> | <b>0.29</b> | <b>0.25</b> | <b>0.13</b> | <b>0.01</b> | <b>0.21</b> | <b>0.24</b> | <b>0.28</b> | <b>0.34</b> | <b>0.31</b> | <b>0.39</b> | <b>0.17</b> | <b>0.01</b> |
|                           | 30   | 0.17         | 0.20        | 0.24        | 0.20        | 0.13        | 0.01        | 0.17        | 0.27        | 0.29        | 0.27        | 0.22        | 0.17        | 0.15        | 0.01        |
|                           | 60   | 0.15         | 0.20        | 0.17        | 0.19        | 0.12        | 0.01        | 0.15        | 0.18        | 0.21        | 0.20        | 0.20        | 0.21        | 0.15        | 0.01        |
| 2000                      | 15   | <b>0.16</b>  | <b>0.24</b> | <b>0.22</b> | <b>0.23</b> | <b>0.12</b> | <b>0.01</b> | <b>0.20</b> | <b>0.27</b> | <b>0.25</b> | <b>0.28</b> | <b>0.26</b> | <b>0.40</b> | <b>0.16</b> | <b>0.01</b> |
|                           | 30   | 0.14         | 0.18        | 0.19        | 0.16        | 0.12        | 0.01        | 0.15        | 0.21        | 0.17        | 0.18        | 0.19        | 0.21        | 0.12        | 0.01        |
|                           | 60   | 0.13         | 0.14        | 0.15        | 0.14        | 0.11        | 0.01        | 0.13        | 0.15        | 0.14        | 0.16        | 0.15        | 0.15        | 0.12        | 0.01        |
| 5000                      | 15   | <b>0.11</b>  | <b>0.16</b> | <b>0.15</b> | <b>0.18</b> | <b>0.08</b> | <b>0.01</b> | <b>0.13</b> | <b>0.22</b> | <b>0.22</b> | <b>0.20</b> | <b>0.20</b> | <b>0.32</b> | <b>0.12</b> | <b>0.01</b> |
|                           | 30   | 0.09         | 0.12        | 0.12        | 0.10        | 0.09        | 0.01        | 0.10        | 0.13        | 0.11        | 0.21        | 0.13        | 0.13        | 0.09        | 0.01        |
|                           | 60   | 0.08         | 0.08        | 0.09        | 0.09        | 0.08        | 0.01        | 0.08        | 0.09        | 0.09        | 0.10        | 0.09        | 0.10        | 0.09        | 0.01        |

\*Değerlerin tümü 50 tekardownan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

Boyut sayısı 5'e çıkarıldığında hem **a** hem de **d** parametrelerine ilişkin hesaplanan RMSE değerleri madde sayısının 15 olduğu test koşulunda daha büyütür. Her iki parametreye ilişkin hesaplanan RMSE değerlerinin madde sayısı ve örneklem büyülüğu arttıkça azaldığı görülmektedir. **c** parametresi ise en az hata ile kestirilen parametre olup RMSE değeri 0.01'dir. Ayrıca genel boyut üzerindeki RMSE değerlerinin boyut sayısının arttırılmasından etkilenmediği yine benzer sonuçlar elde edildiği görülmektedir. Şekil 4.10. ile 3 boyutlu veri setinden kestirilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri verilmiştir. Şekil 4.10 incelendiğinde **c** parametresinin en düşük **a** ve **d** parametrelerinin daha büyük RMSE değerlerine sahip olduğu görülmektedir. **a5** parametresi en büyük RMSE değerine sahiptir. **a** ve **d** parametrelerine ilişkin tüm değerler madde sayısının 60 ve örneklem büyülüğünün 5000 olduğu koşulda birbirine oldukça yakındır ve bazı koşullar için aynıdır. Şekil 4.11' de 5 boyutlu veri seti için MCMC (4000 iterasyon) ile kestirilen madde parametreleri verilmiştir. Şekil 4.10 incelendiğinde **c** parametresinin en düşük, RMSE değerine sahip olduğu ve **a** parametresinin en büyük RMSE değerine sahip olduğu görülmektedir. İki faktör modeli yapısındaki ÇBT3PL modeline ait parametreler incelendiğinde **ag** parametresinin hem Şekil 4.10' de hem de Şekil 4.11' de diğer **a** parametrelerine göre daha düşük RMSE değerlerine sahip olduğu görülmektedir.



**Şekil 4.10 MCMC (4000 iterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**



**Şekil 4.11. MCMC (4000 iterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

#### 4.2.2. MCMC Tekniği ile 8000 İterasyon Kullanılarak Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları

Tablo 4.8' de MCMC teknigine ile 8000 iterasyon kullanılarak iki faktör modeli test yapısındaki ÇBT3PL model için kestirilen madde parametrelerine ait RMSE değerleri 3 ve 5 boyutlu veri setleri için verilmiştir. 3 boyutlu veri seti için RMSE değerleri incelendiğinde **c** parametresinin en düşük RMSE değerine sahip olduğu ve bu değerin 0.01 olduğu görülmektedir. **d** parametresi için ise RMSE değerleri 0.12 ve 0.08 arasında değişmektedir. Burada da en yüksek RMSE değerleri **a** parametresi için kestirilmiştir. 3 boyutlu iki faktör yapısındaki test için madde sayısı ve örneklem büyülüğu arttıkça RMSE değerlerinin azaldığı görülmektedir. Madde sayısı 15 iken 1000 örneklem büyülükle genel boyuta ait **a** parametresi için hesaplanan RMSE değeri 0.23 iken örneklem büyülüğu 2000'e çıkartıldığında bu değer 0.15 ve 5000' e çıkartıldığında 0.12' dir. Burada da 4000 iterasyonda olduğu gibi genel boyuta için ait **a** parametresi için hesaplanan RMSE değerinin spesifik boyutlardan daha düşük değerler aldığı görülmektedir. Boyut sayısının 5'e çıkarılması durumunda **a3** ve **a5** parametrelere ilişkin RMSE değerlerinin arttığı görülmektedir.

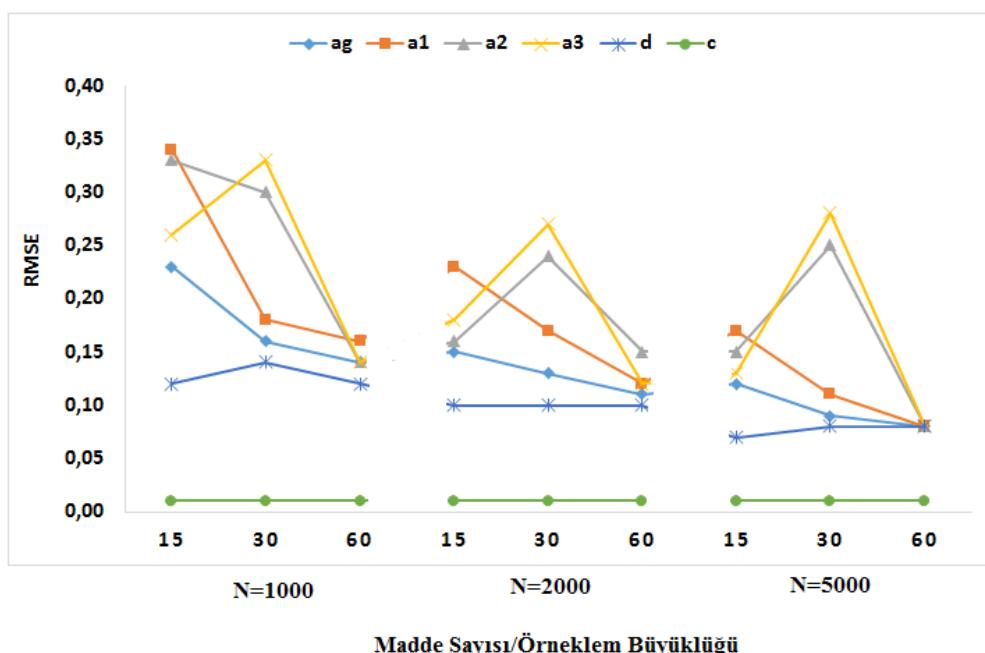
**Tablo 4.8. MCMC (8000 iterasyon) Tekniği İle 3 Ve 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

| Test Koşulları | Ö.B | T.U. | Boyut Sayısı |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |   |  |
|----------------|-----|------|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---|--|
|                |     |      | 3            |      |      |      |      | 5    |      |      |      |      |      |      |      |   |  |
|                |     |      | ag           | a1   | a2   | a3   | d    | c    | ag   | a1   | a2   | a3   | a4   | a5   | d    | c |  |
| 1000           | 15  | 0.23 | 0.34         | 0.33 | 0.26 | 0.12 | 0.01 | 0.23 | 0.20 | 0.28 | 0.42 | 0.26 | 0.36 | 0.17 | 0.01 |   |  |
|                | 30  | 0.16 | 0.18         | 0.30 | 0.33 | 0.14 | 0.01 | 0.17 | 0.21 | 0.25 | 0.26 | 0.21 | 0.17 | 0.15 | 0.01 |   |  |
|                | 60  | 0.14 | 0.16         | 0.14 | 0.14 | 0.12 | 0.01 | 0.13 | 0.16 | 0.22 | 0.19 | 0.16 | 0.22 | 0.15 | 0.01 |   |  |
| 2000           | 15  | 0.15 | 0.23         | 0.16 | 0.18 | 0.10 | 0.01 | 0.18 | 0.17 | 0.20 | 0.23 | 0.20 | 0.32 | 0.15 | 0.01 |   |  |
|                | 30  | 0.13 | 0.17         | 0.24 | 0.27 | 0.10 | 0.01 | 0.13 | 0.19 | 0.18 | 0.16 | 0.19 | 0.17 | 0.11 | 0.01 |   |  |
|                | 60  | 0.11 | 0.12         | 0.15 | 0.12 | 0.10 | 0.01 | 0.11 | 0.15 | 0.13 | 0.13 | 0.12 | 0.17 | 0.11 | 0.01 |   |  |
| 5000           | 15  | 0.12 | 0.17         | 0.15 | 0.13 | 0.07 | 0.01 | 0.11 | 0.18 | 0.14 | 0.19 | 0.12 | 0.22 | 0.10 | 0.01 |   |  |
|                | 30  | 0.09 | 0.11         | 0.25 | 0.28 | 0.08 | 0.01 | 0.08 | 0.15 | 0.11 | 0.17 | 0.13 | 0.13 | 0.09 | 0.01 |   |  |
|                | 60  | 0.08 | 0.08         | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.01 | 0.07 | 0.10 | 0.10 | 0.11 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.01 |   |  |

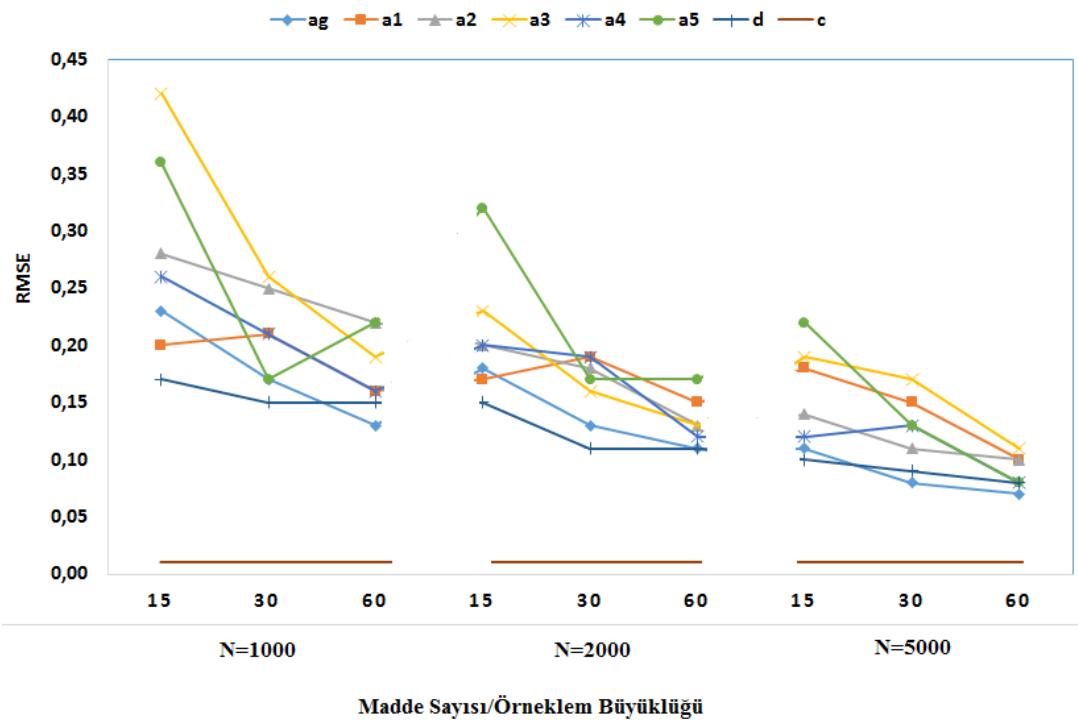
\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

Tablo incelendiğinde **d** parametresinin için hesaplanan RMSE değerlerinin daha büyük olduğu görülmektedir. **d** parametresine ait bu değer 0.17 ile 0.08 arasında değişmektedir. **c** parametresi için kestirilen RMSE değeri yine 0.01'dir ve en düşüktür. **a** ve **d** parametrelerine ait RMSE değerleri madde sayısı ve örneklem

büyüklüğünün artması ile azalmıştır. Diğer tekniklere ait bulgularda olduğu gibi madde sayısı ve örneklem büyülüğu arttıkça RMSE değerleri azalmış, madde sayısı 60, örneklem büyülüğünün 5000 olduğu durumda **a** ve **d** parametreleri için en düşük RMSE değerleri hesaplanmıştır. Şekil 4.12 ile 3 boyuta ait parametre değerleri ve Şekil 4.13 ile 5 boyuta ait parametre değerleri verilmiştir. Şekil 4.12. incelendiğinde **c** parametresinin düz bir çizgi ile gösterildiği **d** ve **ag** parametrelerinin spesifik boyutlara ait **a** değerlerinden daha düşük RMSE değerlerine sahip oldukları görülmektedir. Şekil 4.13' de ise boyut sayısı 5'e çıkarıldığında hesaplanan RMSE değerleri verilmiştir. Bu şekilde de **c** parametresi en düşük RMSE değerine sahiptir. **a** ve **d** parametreleri **c** parametresine göre daha büyük RMSE değerlerine sahiptir. Şekil 4.12 ve Şekil 4.13 incelendiğinde **ag** parametresinin diğer **a** parametrelerine göre daha düşük RMSE değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Madde sayısı ve örneklem büyülüğu arttıkça **a** ve **d** parametrelerine ait RMSE değerlerinin azaldığı görülmektedir. **c** parametresi ise test koşullarının değişmesiyle değişmemiştir. RMSE değeri 0.01' dir. Boyut sayısının 3' ten 5' e çıkarılmasıyla **a** parametrelerine ait RMSE değerlerinin arttığı görülmektedir.



**Şekil 4.12. MCMC (8000 iterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**



**Şekil 4.13. MCMC (8000 iterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

#### 4.2.3.BA-EM teknigi Kullanılarak İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları

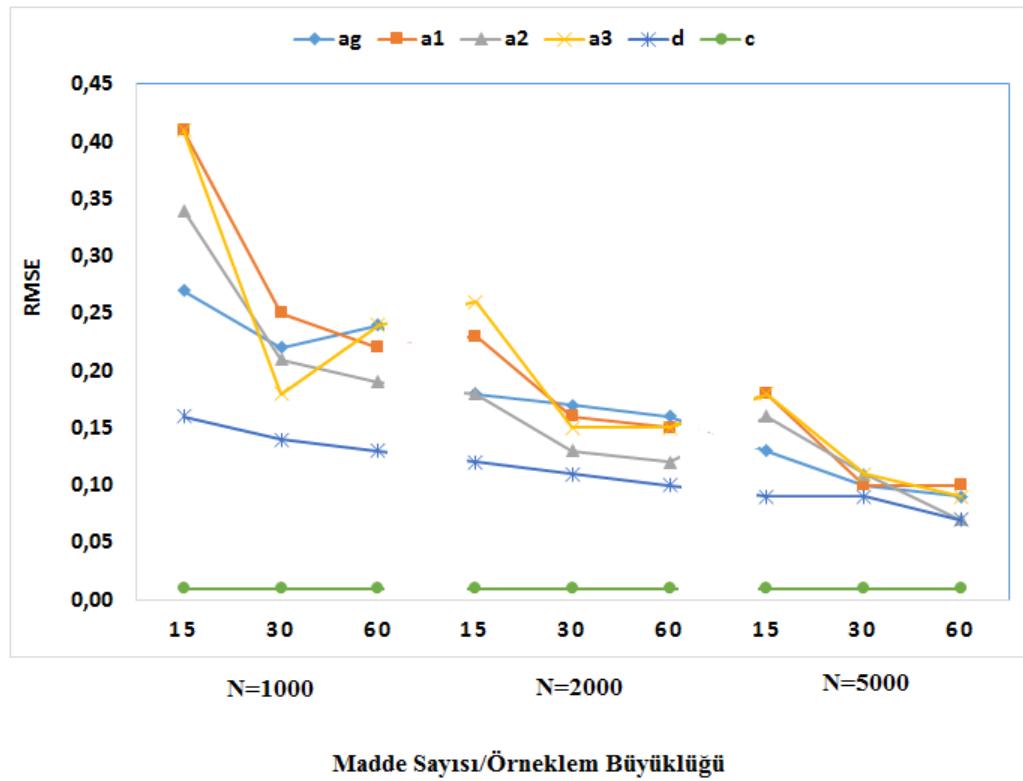
BA-EM teknigi kullanılarak kestirilen parametrelere ait RMSE değerleri Tablo 4.9' da verilmiştir. Tablo 4.9. incelendiğinde BA-EM teknigi ile 5 boyut için de madde parametresi kestirimi yapılabildiği görülmektedir. Burada da yine genel boyuta ait **a** parametresine ilişkin hesaplanan RMSE değerlerinin spesifik boyutlara ait **a** parametrelerine göre daha düşük değerlere sahip olduğu görülmektedir. Madde sayısı 15 ve örneklem büyüklüğünün 1000 olduğu durumda sırasıyla **a** parametresi için hesaplanan RMSE değerleri incelendiğinde genel boyuta ait **a**(genel) değer 0.27 iken bu değer diğer boyutlar için sırasıyla 0.41, 0.34 ve 0.41'dir. Burada da madde sayısı ve örneklem büyüklüğünün artışıyla RMSE değerlerinin hem **d** hem de **a** parametreleri için azaldığı, **c** parametresi için ise 0.01 olarak hesaplandığı ve tüm koşullar boyunca aynı kaldığı görülmektedir.

**Tablo 4.9. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerler**

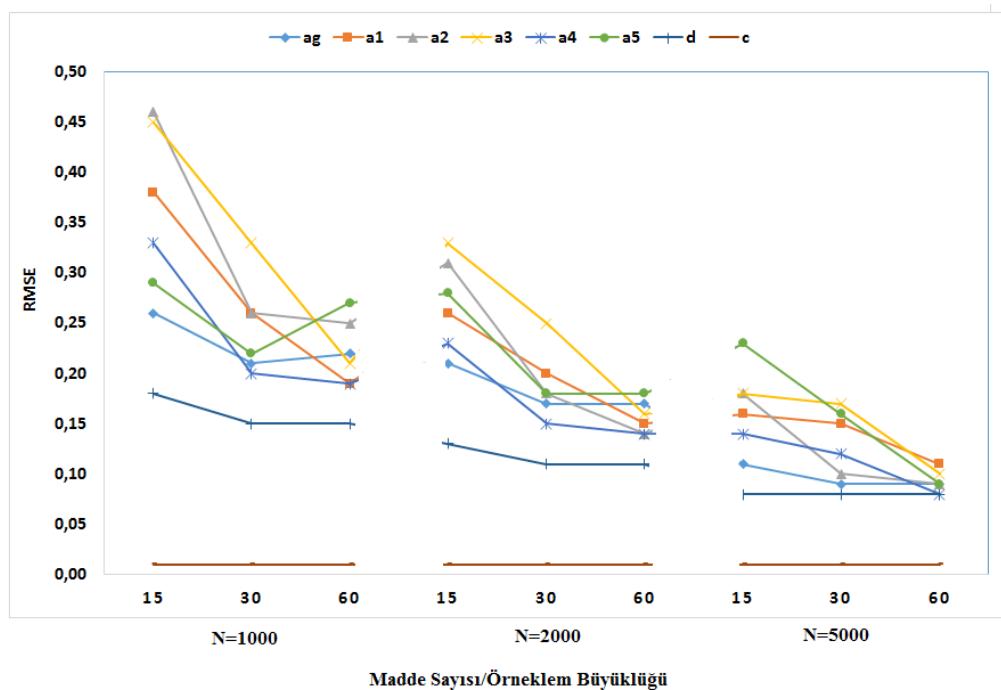
| Ö.B.              | T.U. | Boyut Sayısı |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |
|-------------------|------|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|                   |      | 3            |             |             |             |             |             |             | 5           |             |             |             |             |             |             |
| Test<br>Koşulları | ag   | a1           | a2          | a3          | d           | c           | ag          | a1          | a2          | a3          | a4          | a5          | d           | c           |             |
| 1000              | 15   | <b>0.27</b>  | <b>0.41</b> | <b>0.34</b> | <b>0.41</b> | <b>0.16</b> | <b>0.01</b> | <b>0.26</b> | <b>0.38</b> | <b>0.46</b> | <b>0.45</b> | <b>0.33</b> | <b>0.29</b> | <b>0.18</b> | <b>0.01</b> |
|                   | 30   | 0.22         | 0.25        | 0.21        | 0.18        | 0.14        | 0.01        | 0.21        | 0.26        | 0.26        | 0.33        | 0.20        | 0.22        | 0.15        | 0.01        |
|                   | 60   | 0.24         | 0.22        | 0.19        | 0.24        | 0.13        | 0.01        | 0.22        | 0.19        | 0.25        | 0.21        | 0.19        | 0.27        | 0.15        | 0.01        |
| 2000              | 15   | <b>0.18</b>  | <b>0.23</b> | <b>0.18</b> | <b>0.26</b> | <b>0.12</b> | <b>0.01</b> | <b>0.21</b> | <b>0.26</b> | <b>0.31</b> | <b>0.33</b> | <b>0.23</b> | <b>0.28</b> | <b>0.13</b> | <b>0.01</b> |
|                   | 30   | 0.17         | 0.16        | 0.13        | 0.15        | 0.11        | 0.01        | 0.17        | 0.20        | 0.18        | 0.25        | 0.15        | 0.18        | 0.11        | 0.01        |
|                   | 60   | 0.16         | 0.15        | 0.12        | 0.15        | 0.10        | 0.01        | 0.17        | 0.15        | 0.14        | 0.16        | 0.14        | 0.18        | 0.11        | 0.01        |
| 5000              | 15   | <b>0.13</b>  | <b>0.18</b> | <b>0.16</b> | <b>0.18</b> | <b>0.09</b> | <b>0.01</b> | <b>0.11</b> | <b>0.16</b> | <b>0.18</b> | <b>0.18</b> | <b>0.14</b> | <b>0.23</b> | <b>0.08</b> | <b>0.01</b> |
|                   | 30   | 0.10         | 0.10        | 0.11        | 0.11        | 0.09        | 0.01        | 0.09        | 0.15        | 0.10        | 0.17        | 0.12        | 0.16        | 0.08        | 0.01        |
|                   | 60   | 0.09         | 0.10        | 0.07        | 0.09        | 0.07        | 0.01        | 0.09        | 0.11        | 0.09        | 0.10        | 0.08        | 0.09        | 0.08        | 0.01        |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

Tablo 4.9. incelendiğinde genel boyuta ait **a** parametresinin spesifik boyutlara göre daha düşük RMSE değerine sahip olduğu görülmektedir. **c** parametresinin test koşullarıyla değişmediği ve 0.01 değerini aldığı görülmektedir. **d** parametresine ait RMSE değerlerinin ise 0.18 ile 0.08 arasında değiştiği görülmektedir. Tüm **a** ve **d** parametresine ilişkin RMSE değerleri madde sayısı ve örneklem büyütüğü artışıyla azalmıştır. **a** ve **d** parametresi için hesaplanan RMSE değerlerinin 5 boyut için 3 boyuta göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Madde sayısı ve örneklem büyütüğü arttıkça RMSE değerleri azalmıştır. Şekil 4.14 ve Şekil 4.15' de 3 ve 5 boyutlu veri setlerinden kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri verilmiştir. Şekil 4.14 incelendiğinde **c** ve **d** parametrelerinin en düşük RMSE değerlerine sahip olduğu **d** parametresinin RMSE değerlerinin madde sayısı ve örneklem büyütüğü arttıkça azlığı görülmektedir. **ag** ve **a2** parametrelerinin birbirine yakın RMSE değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Madde sayısı ve örneklem büyütüğü arttıkça **a** ve **d** parametrelerine ait RMSE değerleri azalmıştır. Şekil 4.15. incelendiğinde **c** ve **d** parametrelerinin en düşük RMSE değerlerine sahip olduğu **ag**, **a4** ve **a5** değerlerinin birbirine daha yakın RMSE değerlerine sahip olduğu ve diğer spesifik boyutlardan daha düşük değerler aldığı görülmektedir. Madde sayısının 60 ve örneklem büyütüğünün 5000 olduğu test koşulunda parametreler için en düşük RMSE değerleri hesaplanmıştır.



**Şekil 4.14. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**



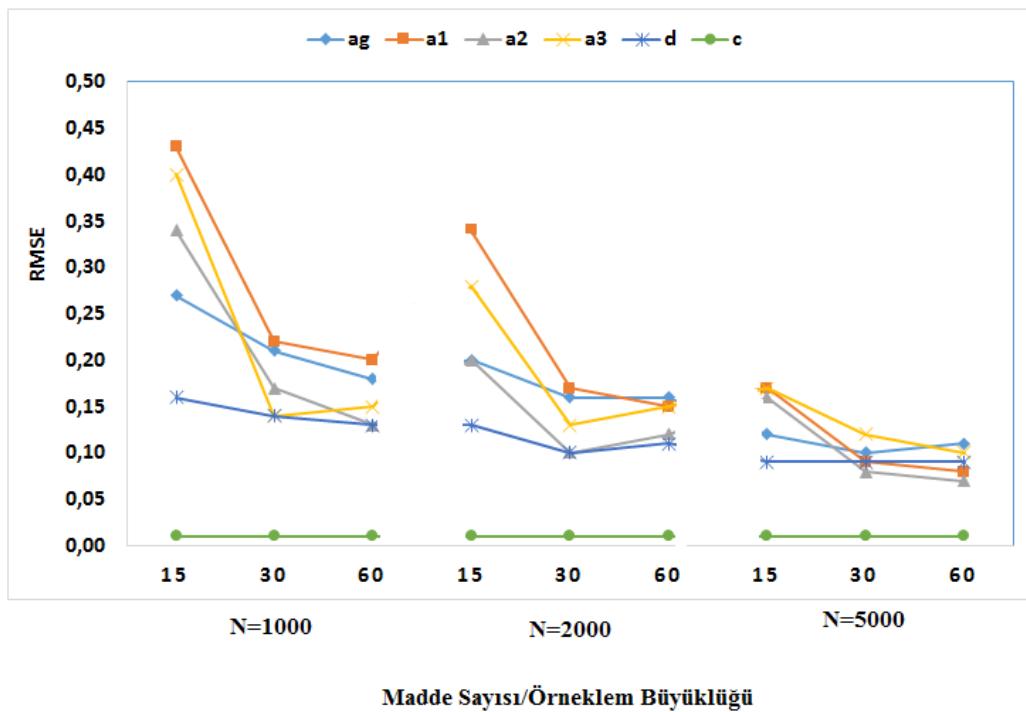
**Şekil 4.15. BA-EM Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

#### 4.2.4. MH-RM tekniği Kullanılarak İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları

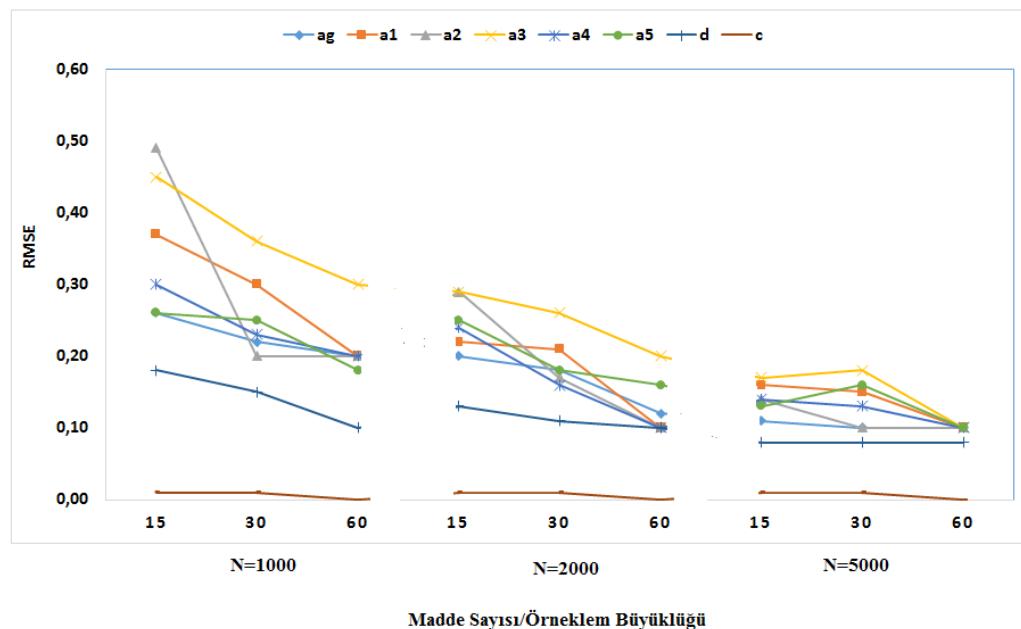
Tablo 4.10 ile MH-RM tekniğiyle kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri verilmiştir. Tablo 4.10. incelendiğinde iki faktör modeli yapılı 3 ve 5 boyutlu üç parametreli lojistik modele ait **a**, **d** ve **c** parametrelerine ilişkin RMSE değerleri görülmektedir. Madde sayısının 15 olduğu koşulda, genel boyuta ait **a** parametresine ilişkin RMSE değerlerinin spesifik boyutlara göre daha küçük değerler aldığı görülmektedir. **d** parametresine ilişkin RMSE değerleri 0.16 ile 0.09 arasında değişmekte ve hem **a** hem de **d** parametrelerine ilişkin RMSE değerleri test uzunluğunun ve örneklem büyütüğünün artmasıyla azalmaktadır. **c** parametresine ilişkin hesaplanan RMSE değeri ise 0.01'dir. Boyut sayısının 5' e çıkarılması ile MH-RM teknigue ait RMSE değerleri incelendiğinde ise; değerlerin 3 boyut ile hesaplanan değerlere benzer olduğu madde sayısı ve örneklem büyütüğünün artmasıyla RMSE değerlerinin azaldığı görülmektedir. Şekil 4.16 ile 3 boyutlu veri setine ait madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri verilmiştir. Şekil 4.17' de ise 5 boyutlu veri setine ait parametrelere ilişkin RMSE değerleri grafikle verilmiştir.

**Tablo 4.10. MH-RM Tekniği İle 3 Ve 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

| Test Koşulları |      | Boyut Sayısı |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |  |
|----------------|------|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--|
|                |      | 3            |             |             |             |             |             |             | 5           |             |             |             |             |             |             |  |
| Ö.B.           | T.U. | ag           | a1          | a2          | a3          | d           | c           | ag          | a1          | a2          | a3          | a4          | a5          | d           | c           |  |
| 1000           | 15   | <b>0.27</b>  | <b>0.43</b> | <b>0.34</b> | <b>0.40</b> | <b>0.16</b> | <b>0.01</b> | <b>0.26</b> | <b>0.37</b> | <b>0.49</b> | <b>0.45</b> | <b>0.30</b> | <b>0.26</b> | <b>0.18</b> | <b>0.01</b> |  |
|                | 30   | 0.21         | 0.22        | 0.17        | 0.14        | 0.14        | 0.01        | 0.22        | 0.30        | 0.20        | 0.36        | 0.23        | 0.25        | 0.15        | 0.01        |  |
|                | 60   | 0.18         | 0.20        | 0.13        | 0.15        | 0.13        | 0.01        | 0.20        | 0.20        | 0.20        | 0.30        | 0.20        | 0.18        | 0.10        | 0.00        |  |
| 2000           | 15   | <b>0.20</b>  | <b>0.34</b> | <b>0.20</b> | <b>0.28</b> | <b>0.13</b> | <b>0.01</b> | <b>0.20</b> | <b>0.22</b> | <b>0.29</b> | <b>0.29</b> | <b>0.24</b> | <b>0.25</b> | <b>0.13</b> | <b>0.01</b> |  |
|                | 30   | 0.16         | 0.17        | 0.10        | 0.13        | 0.10        | 0.01        | 0.18        | 0.21        | 0.17        | 0.26        | 0.16        | 0.18        | 0.11        | 0.01        |  |
|                | 60   | 0.16         | 0.15        | 0.12        | 0.15        | 0.11        | 0.01        | 0.12        | 0.10        | 0.10        | 0.20        | 0.10        | 0.16        | 0.10        | 0.00        |  |
| 5000           | 15   | <b>0.12</b>  | <b>0.17</b> | <b>0.16</b> | <b>0.17</b> | <b>0.09</b> | <b>0.01</b> | <b>0.11</b> | <b>0.16</b> | <b>0.14</b> | <b>0.17</b> | <b>0.14</b> | <b>0.13</b> | <b>0.08</b> | <b>0.01</b> |  |
|                | 30   | 0.10         | 0.09        | 0.08        | 0.12        | 0.09        | 0.01        | 0.10        | 0.15        | 0.10        | 0.18        | 0.13        | 0.16        | 0.08        | 0.01        |  |
|                | 60   | 0.11         | 0.08        | 0.07        | 0.10        | 0.09        | 0.01        | 0.10        | 0.10        | 0.10        | 0.10        | 0.10        | 0.10        | 0.08        | 0.00        |  |



**Şekil 4.16. MH-RM Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**



**Şekil 4.17. MH-RM Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

Şekil 4.16 ve Şekil 4.17 incelendiğinde **c** parametresinin test koşullarıyla değişmediği görülmektedir. **a** ve **d** parametrelerinin ise **c** parametresinden daha büyük RMSE

değerlerine sahip olduğu ancak madde sayısı ve örneklem büyüklüğünün artışıyla parametrelere ait RMSE değerlerinin azaldığı görülmektedir.

#### **4.2.5 MCMC 4000, MCMC 8000, BA-EM ve MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE ve Yanlılık Değerleri**

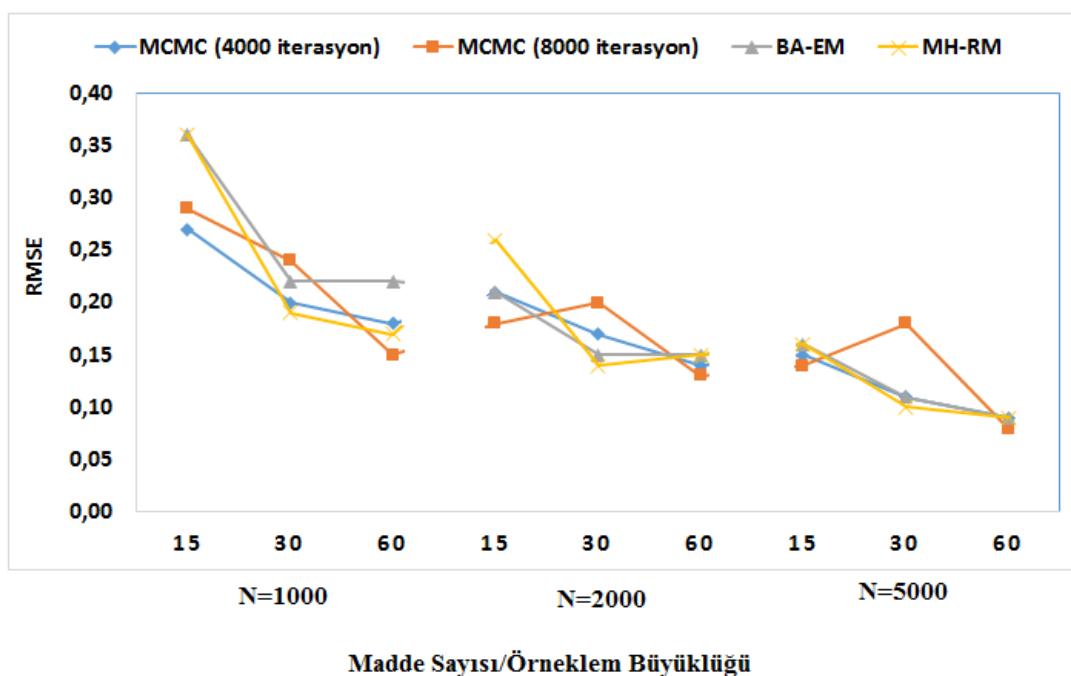
Tablo 4.11 ile ikinci alt problem için şimdiden kadar tartışılan tüm tablolardaki RMSE değerlerinin her bir teknik ve parametre için ortalaması alınmıştır. MCMC, BA-EM, MH-RM teknikleri ile kestirilen parametrelere ilişkin ortalama RMSE değerleri karşılaştırılmıştır. Tablo 4.11 incelendiğinde dikkati çeken en belirgin farklılık iki faktör modeli yapısındaki 5 boyutlu veri setlerine ilişkin de BA-EM tekniğinin parametre kestirimi yapabiliyor oluşudur. İki faktör modeli yapısındaki üç parametreli lojistik modele ilişkin veri seti yine MCMC 4000 ve 8000 iterasyon, BA-EM ve MH-RM kalibre edilmiştir. Basit yapıdaki veri seti ile kestirilen parametrelere ilişkin RMSE ve yanlışlık değerlerinde olduğu gibi iki faktör modeli yapısındaki veri seti içinde kestirilen parametreler için hesaplanan RMSE ve yanlışlık değerleri incelendiğinde **c** parametresinin en düşük RMSE değerine sahip olduğu ve bu değerin 0.01 olduğu görülmektedir. Üç boyut için MCMC 4000 ile **a** değerleri 0.27 ve 0.09 arasında, MCMC 8000 ile 0.29 ve 0.08 arasında, BA-EM ile bu değerler 0.36- 0.09 ve MH-RM ile de 0.36 ile 0.09 arasında değişmektedir.

**Tablo 4.11. MCMC (4000 ve 8000 iterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE Değerleri\***

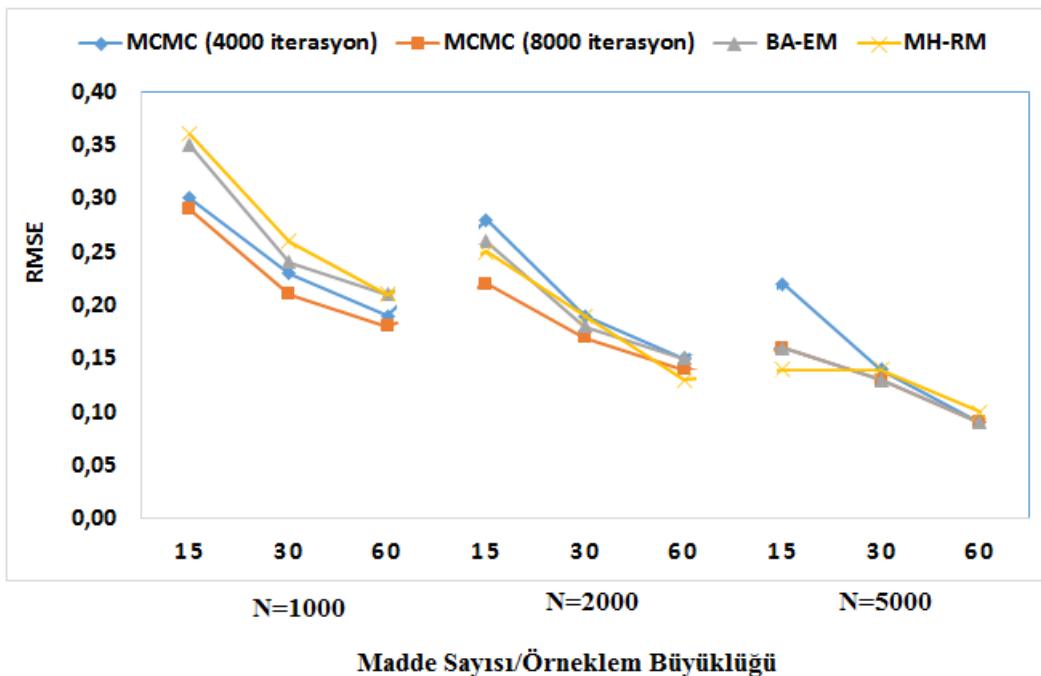
| Test Koşulları<br>(RMSE) |      |      | MCMC 4000   |             |             |             | MCMC 8000   |             |             |             | BA-EM       |             |             |             | MH-RM       |             |             |  |
|--------------------------|------|------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--|
| B.S.                     | Ö.B. | T.U. | <b>a</b>    | <b>d</b>    | <b>c</b>    | <b>a</b>    | <b>d</b>    | <b>c</b>    | <b>a</b>    | <b>d</b>    | <b>c</b>    | <b>a</b>    | <b>d</b>    | <b>c</b>    | <b>a</b>    | <b>d</b>    | <b>c</b>    |  |
| 3                        | 1000 | 15   | <b>0.27</b> | <b>0.13</b> | <b>0.01</b> | <b>0.29</b> | <b>0.12</b> | <b>0.01</b> | <b>0.36</b> | <b>0.16</b> | <b>0.01</b> | <b>0.36</b> | <b>0.16</b> | <b>0.01</b> | <b>0.21</b> | <b>0.12</b> | <b>0.01</b> |  |
|                          |      | 30   | 0.20        | 0.13        | 0.01        | 0.24        | 0.14        | 0.01        | 0.22        | 0.14        | 0.01        | 0.19        | 0.14        | 0.01        | 0.17        | 0.13        | 0.01        |  |
|                          |      | 60   | 0.18        | 0.12        | 0.01        | 0.15        | 0.12        | 0.01        | 0.22        | 0.13        | 0.01        | 0.17        | 0.13        | 0.01        | 0.15        | 0.11        | 0.01        |  |
|                          |      | 15   | <b>0.21</b> | <b>0.12</b> | <b>0.01</b> | <b>0.18</b> | <b>0.10</b> | <b>0.01</b> | <b>0.21</b> | <b>0.12</b> | <b>0.01</b> | <b>0.26</b> | <b>0.13</b> | <b>0.01</b> | <b>0.17</b> | <b>0.10</b> | <b>0.01</b> |  |
|                          | 2000 | 30   | 0.17        | 0.12        | 0.01        | 0.20        | 0.10        | 0.01        | 0.15        | 0.11        | 0.01        | 0.14        | 0.10        | 0.01        | 0.15        | 0.11        | 0.01        |  |
|                          |      | 60   | 0.14        | 0.11        | 0.01        | 0.13        | 0.10        | 0.01        | 0.15        | 0.10        | 0.01        | 0.15        | 0.11        | 0.01        | 0.13        | 0.09        | 0.01        |  |
|                          |      | 15   | <b>0.15</b> | <b>0.08</b> | <b>0.01</b> | <b>0.14</b> | <b>0.07</b> | <b>0.01</b> | <b>0.16</b> | <b>0.09</b> | <b>0.01</b> | <b>0.16</b> | <b>0.09</b> | <b>0.01</b> | <b>0.17</b> | <b>0.10</b> | <b>0.01</b> |  |
|                          | 5000 | 30   | 0.11        | 0.09        | 0.01        | 0.18        | 0.08        | 0.01        | 0.11        | 0.09        | 0.01        | 0.10        | 0.09        | 0.01        | 0.10        | 0.09        | 0.01        |  |
|                          |      | 60   | 0.09        | 0.08        | 0.01        | 0.08        | 0.08        | 0.01        | 0.09        | 0.07        | 0.01        | 0.09        | 0.09        | 0.01        | 0.09        | 0.09        | 0.01        |  |
|                          |      | 15   | <b>0.30</b> | <b>0.17</b> | <b>0.01</b> | <b>0.29</b> | <b>0.17</b> | <b>0.01</b> | <b>0.35</b> | <b>0.38</b> | <b>0.01</b> | <b>0.36</b> | <b>0.18</b> | <b>0.01</b> | <b>0.23</b> | <b>0.15</b> | <b>0.01</b> |  |
| 5                        | 1000 | 30   | 0.23        | 0.15        | 0.01        | 0.21        | 0.15        | 0.01        | 0.24        | 0.26        | 0.01        | 0.26        | 0.15        | 0.01        | 0.21        | 0.10        | 0.00        |  |
|                          |      | 60   | 0.19        | 0.15        | 0.01        | 0.18        | 0.15        | 0.01        | 0.21        | 0.19        | 0.01        | 0.21        | 0.10        | 0.01        | 0.13        | 0.09        | 0.00        |  |
|                          |      | 15   | <b>0.28</b> | <b>0.16</b> | <b>0.01</b> | <b>0.22</b> | <b>0.15</b> | <b>0.01</b> | <b>0.26</b> | <b>0.26</b> | <b>0.01</b> | <b>0.25</b> | <b>0.13</b> | <b>0.01</b> | <b>0.19</b> | <b>0.11</b> | <b>0.01</b> |  |
|                          | 2000 | 30   | 0.19        | 0.12        | 0.01        | 0.17        | 0.11        | 0.01        | 0.18        | 0.20        | 0.01        | 0.19        | 0.11        | 0.01        | 0.13        | 0.10        | 0.00        |  |
|                          |      | 60   | 0.15        | 0.12        | 0.01        | 0.14        | 0.11        | 0.01        | 0.15        | 0.15        | 0.01        | 0.13        | 0.10        | 0.01        | 0.11        | 0.08        | 0.00        |  |
|                          |      | 15   | <b>0.22</b> | <b>0.12</b> | <b>0.01</b> | <b>0.16</b> | <b>0.10</b> | <b>0.01</b> | <b>0.16</b> | <b>0.16</b> | <b>0.01</b> | <b>0.14</b> | <b>0.08</b> | <b>0.01</b> | <b>0.14</b> | <b>0.08</b> | <b>0.01</b> |  |
|                          | 5000 | 30   | 0.14        | 0.09        | 0.01        | 0.13        | 0.09        | 0.01        | 0.13        | 0.15        | 0.01        | 0.14        | 0.08        | 0.01        | 0.10        | 0.08        | 0.01        |  |
|                          |      | 60   | 0.09        | 0.09        | 0.01        | 0.09        | 0.08        | 0.01        | 0.09        | 0.11        | 0.01        | 0.10        | 0.08        | 0.01        | 0.10        | 0.08        | 0.01        |  |

Örneklem büyüklüğü 1000 ve madde sayısı 15 iken sırasıyla MCMC 4000, MCMC 8000, BA-EM ve MH-RM ile kestirilen  $\alpha$  parametrelerine ilişkin RMSE değerleri 0.27, 0.29, 0.36 ve 0.36' dır. Örneklem büyüklüğü 5000 ve madde sayısı 60 iken MCMC, MH-RM, BA-EM ile kestirilen  $\alpha$  parametrelerine ilişkin hesaplanan RMSE değerleri sırasıyla 0.09, 0.08, 0.09 ve 0.09' dur. Tekniklerin tümü ile kestirilen parametreler birbirine yakın olmakla birlikte en çok  $d$  ve  $c$  değerleri için birbirine çok yakın RMSE değerleri hesaplanmıştır.

Şekil 4.18 ile tüm kestirim teknikler ile 3 boyutlu veri setlerinden kestirilen  $\alpha$  parametresi için ortalama RMSE değerleri karşılaştırılmıştır. MCMC (8000 iterasyon) tekniğinin diğer tekniklerden daha düşük RMSE değerine sahip olduğu görülmektedir. Madde sayısı 60 ve örneklem büyüklüğünün 5000 olduğu test koşulunda tüm tekniklerle kestirilen  $\alpha$  parametrelerine ilişkin ortalama RMSE değerleri birbirine oldukça yakındır. MCMC (4000 iterasyon), BA-EM, MH-RM için RMSE değeri 0.09 iken, MCMC (8000 iterasyon) için RMSE değeri 0.08 dir.



**Şekil 4.18. MCMC (4000, 8000 iterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen  $\alpha$  Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri**



**Şekil 4.19. MCMC (4000, 8000 iterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen  $\alpha$  Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri**

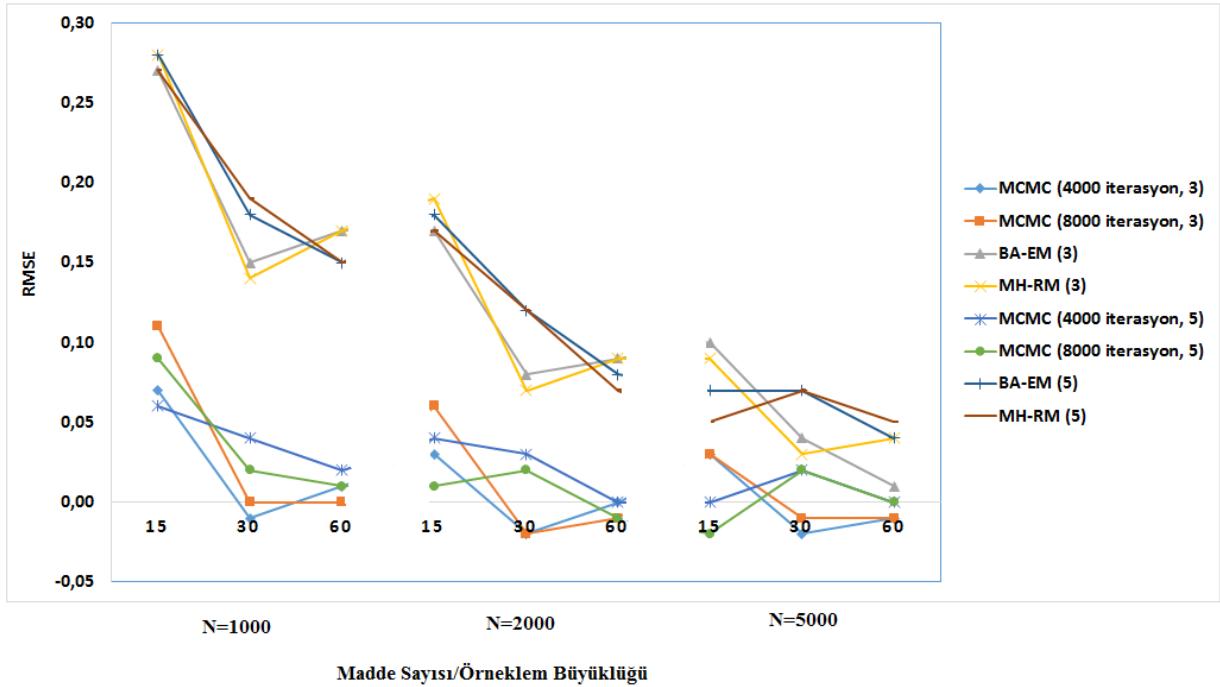
Şekil 4.19' da 5 boyutlu veri setinden tüm tekniklerle kestirilen  $\alpha$  parametresine ait ortalama RMSE değerleri verilmiştir. Örneklem büyüklüğünün 1000, madde sayısının 15, 30 ve 60 olduğu test koşulunda MCMC (8000 iterasyon ile) tekniğinin en düşük RMSE değerine sahip olduğu görülmektedir. Örneklem büyüklüğü 2000 madde sayısının 15 ve 30 olduğu test koşullarında MCMC (8000 iterasyon) teknigi ile kestirilen  $\alpha$  parametresine ait ortalama RMSE değerinin daha düşük olduğu görülmektedir. Madde sayısının 60 ve örneklem büyülüklüklerinin 2000 ve 5000 olduğu test koşulunda tüm tekniklerle kestirilen  $\alpha$  parametrelerine ilişkin ortalama RMSE değerlerinin birbirine oldukça yakın olduğu görülmektedir.

Tüm teknikler için ortalama yanlılık değerleri ise Tablo 4.12. ile verilmiştir. Tablo 4.12. incelendiğinde BA-EM ve MH-RM tekniklerinin iki faktörlü model yapısındaki üç parametreli model için çok büyük yanlılık değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Bu iki teknik ile kestirilen  $\alpha$  parametresine ilişkin ortalama yanlılık değerleri incelendiğinde, bu değerlerin 0.28 ile 0.01 arasında değiştiği görülmektedir. Ancak hem 3 hem de 5 boyutlu veri seti için örneklem büyülüğu ve test uzunluğu arttırdığında bu yanlılık değerleri azalmaktadır.

**Tablo 4.12. MCMC (4000 ve 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama Yanlılık Değerleri**

| Test Koşulları |      |     | MCMC 4000   |              |             | MCMC 8000    |              |             | BA-EM       |              |             | MH-RM       |              |             |
|----------------|------|-----|-------------|--------------|-------------|--------------|--------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|--------------|-------------|
| B.S            | Ö.B. | T.U | a           | d            | c           | a            | d            | c           | a           | d            | c           | a           | d            | c           |
|                |      | .   |             |              |             |              |              |             |             |              |             |             |              |             |
| 3              | 1000 | 15  | <b>0.07</b> | <b>0.00</b>  | <b>0.00</b> | <b>0.11</b>  | <b>0.01</b>  | <b>0.00</b> | <b>0.27</b> | <b>0.04</b>  | <b>0.01</b> | <b>0.28</b> | <b>0.04</b>  | <b>0.00</b> |
|                |      | 30  | -0.01       | -0.02        | 0.00        | 0.00         | -0.01        | 0.00        | 0.15        | 0.02         | 0.00        | 0.14        | 0.02         | 0.00        |
|                |      | 60  | 0.01        | -0.01        | 0.00        | 0.00         | -0.02        | 0.00        | 0.17        | 0.01         | 0.00        | 0.17        | -0.04        | 0.00        |
|                | 2000 | 15  | <b>0.03</b> | <b>0.03</b>  | <b>0.00</b> | <b>0.06</b>  | <b>0.01</b>  | <b>0.00</b> | <b>0.17</b> | <b>0.04</b>  | <b>0.01</b> | <b>0.19</b> | <b>0.05</b>  | <b>0.01</b> |
|                |      | 30  | -0.02       | -0.01        | 0.00        | -0.02        | 0.00         | 0.00        | 0.08        | 0.02         | 0.00        | 0.07        | 0.02         | 0.00        |
|                |      | 60  | 0.00        | 0.00         | 0.00        | -0.01        | 0.00         | 0.00        | 0.09        | 0.01         | 0.00        | 0.09        | -0.03        | 0.00        |
|                | 5000 | 15  | <b>0.03</b> | <b>0.00</b>  | <b>0.00</b> | <b>0.03</b>  | <b>0.00</b>  | <b>0.00</b> | <b>0.10</b> | <b>0.03</b>  | <b>0.01</b> | <b>0.09</b> | <b>0.03</b>  | <b>0.00</b> |
|                |      | 30  | -0.02       | -0.03        | 0.00        | -0.01        | -0.02        | 0.00        | 0.04        | 0.00         | 0.00        | 0.03        | 0.01         | 0.00        |
|                |      | 60  | -0.01       | -0.02        | 0.00        | -0.01        | -0.01        | 0.00        | 0.01        | -0.04        | 0.00        | 0.04        | -0.03        | 0.00        |
| 5              | 1000 | 15  | <b>0.06</b> | <b>-0.01</b> | <b>0.00</b> | <b>0.09</b>  | <b>-0.01</b> | <b>0.00</b> | <b>0.28</b> | <b>0.02</b>  | <b>0.00</b> | <b>0.27</b> | <b>0.02</b>  | <b>0.00</b> |
|                |      | 30  | 0.04        | 0.02         | 0.00        | 0.02         | 0.02         | 0.00        | 0.18        | 0.03         | 0.01        | 0.19        | 0.03         | 0.01        |
|                |      | 60  | 0.02        | 0.01         | 0.00        | 0.01         | 0.02         | 0.00        | 0.15        | 0.04         | 0.01        | 0.15        | 0.00         | 0.00        |
|                | 2000 | 15  | <b>0.04</b> | <b>-0.04</b> | <b>0.00</b> | <b>0.01</b>  | <b>-0.04</b> | <b>0.00</b> | <b>0.18</b> | <b>-0.01</b> | <b>0.00</b> | <b>0.17</b> | <b>-0.02</b> | <b>0.00</b> |
|                |      | 30  | 0.03        | -0.01        | 0.00        | 0.02         | -0.02        | 0.00        | 0.12        | 0.00         | 0.01        | 0.12        | -0.01        | 0.01        |
|                |      | 60  | 0.00        | -0.01        | 0.00        | -0.01        | -0.01        | 0.00        | 0.08        | 0.01         | 0.01        | 0.07        | 0.00         | 0.00        |
|                | 5000 | 15  | <b>0.00</b> | <b>-0.04</b> | <b>0.00</b> | <b>-0.02</b> | <b>-0.05</b> | <b>0.00</b> | <b>0.07</b> | <b>-0.03</b> | <b>0.00</b> | <b>0.05</b> | <b>-0.03</b> | <b>0.00</b> |
|                |      | 30  | 0.02        | -0.03        | 0.00        | 0.02         | -0.03        | 0.00        | 0.07        | -0.01        | 0.01        | 0.07        | -0.01        | 0.01        |
|                |      | 60  | 0.00        | -0.03        | 0.00        | 0.00         | -0.03        | 0.00        | 0.04        | -0.01        | 0.01        | 0.05        | 0.00         | 0.00        |

Tablo 4.12 incelendiğinde MCMC 4000 ve MCMC 8000 iterasyon ile kestirilen **a** parametresine ilişkin ortalama yanlılık değeri madde sayısının 15 olduğu test koşulunda diğer koşullara göre daha büyüktür. **c** parametresi tüm tekniklerle hatasız kestirilmiştir. **d** parametresine ilişkinde kestirilen yanlılık değerleri 0.10' un altındadır. MCMC 4000 ve 8000 iterasyon kullanılarak parametre kestirimi yapıldığında koşulların büyük bir çoğunluğu için yanlış olmayan kestirimler yapılabildiği görülmektedir. Şekil 4.20' de 3 ve 5 boyutlu veri setlerine ait **a** parametresine ilişkin ortalama yanlılık değerleri grafikle verilmiştir. Grafikten de görüldüğü gibi 5 boyutlu veri setinden kestirilen **a** parametresine ait yanlılık değerlerinin 3 boyutlu veri setlerinden kestirilen değerlerden daha büyük olduğu görülmektedir. Tüm tekniklerle kestirilen **a** parametrelerine ait yanlılık değerlerinin örneklem büyütüğünün artışıyla azaldığı görülmektedir. Ayrıca hem 3 hem de 5 boyut için BA-EM ve MH-RM teknikleri ile kestirilen **a** parametresi yanlılık değerleri MCMC 4000 iterasyon ve MCMC 8000 iterasyon tekniği ile kestirilen **a** parametresine ait yanlılık değerlerine göre daha büyüktür.



**Şekil 4.20. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 3 Ve 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen a Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri**

#### 4.3. ÇBAT Modeline göre Üretilen Basit Yapılı Veri Setlerine Ait Bulgular

Araştırmmanın üçüncü alt problemi kapsamında “Çok boyutlu aşamalı tepki modeline ilişkin üretilen basit yapılı veri setleri MCMC (4000 ve 8000 iterasyon ile), MH-RM, BA-EM kestirim teknikleriyle kestirildiğinde boyut sayısının (3 ile 5), test uzunluğunun (15, 30 ve 60), örneklem sayısının (1000, 2000 ve 5000), boyutlar arasındaki korelasyonun (0.0, 0.3, 0.6 ve 0.9), madde parametresi doğrulanmasına etkisi RMSE ve Yanlılık (BIAS) değerleriyle incelenmiştir. Aşamalı tepki modeli için her boyut için ayrı bir  $a$  değeri ve beş olarak belirtilen kategori sayısının bir eksiği olarak kategori güçlük parametreleri kestirilmiştir. Çok boyutlu telafi edici üç parametreli lojistik modelde olduğu gibi tek tek tüm teknikler, koşullar ve parametreler için RMSE ve yanlılık değerleri incelenmiştir. Boyutlar arasındaki farklı korelasyon değerleriyle de RMSE değerleri büyük ölçüde farklılaşmadığından bu değerler EK-13'de verilmiştir. Yanlılık değerleri ise EK-14'de verilmiştir.

##### 4.3.1. MCMC Tekniği (4000 iterasyon) ile Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametre'lere İlişkin RMSE sonuçları

Basit yapılı veri setlerine sahip ÇBAT modeline ait parametreler için hesaplanan RMSE değerleri Tablo 4.13 ve Tablo 4.14 ile verilmiştir. Tablo 4.13 ve Tablo 4.14

incelediğine hem  $a$  hem de  $d$  parametrelerine ilişkin hesaplanan en düşük RMSE değerleri madde sayısının 60 ve örneklem büyüklüğünün 5000 olduğu test koşuluyla elde edilmiştir. Ayrıca ÇBT3PL modeline göre ÇBAT modeliyle tüm parametreler için daha düşük RMSE değerleri elde edilmiştir.  $d1$ ,  $d2$ ,  $d3$  ve  $d4$  değerleri sırasıyla 0.09 ile 0.04, 0.08 ile 0.04, 0.07 ile 0.04 ve 0.08 ile 0.04 arasında farklılaşmaktadır.  $a$  parametrelerine ait RMSE değerleri ise 0.16 ile 0.03 arasında değişmektedir. Örneklem büyüklüğünün 1000 ve madde sayısının 15 olduğu koşulda  $a$  parametrelerine ilişkin hesaplanan RMSE değerleri 0.10' dan daha büyütür. Beş boyutlu veri setlerinden kestirilen parametrelere ait RMSE değerlerinin üç boyutlu veri setlerinden kestirilen değerlere göre daha büyük olduğu görülmektedir.

**Tablo 4.13. MCMC (4000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

| Test Koşulları |                    | Test Uzunluğu | RMSE        |             |             |             |             |             |             |  |
|----------------|--------------------|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--|
| Boyut Sayısı   | Örneklem Büyüklüğü |               | a1          | a2          | a3          | d1          | d2          | d3          | d4          |  |
| 3              | 1000               | 15            | <b>0.11</b> | <b>0.16</b> | <b>0.11</b> | <b>0.09</b> | <b>0.08</b> | <b>0.07</b> | <b>0.08</b> |  |
|                |                    | 30            | 0.09        | 0.09        | 0.10        | 0.08        | 0.08        | 0.07        | 0.08        |  |
|                |                    | 60            | 0.08        | 0.08        | 0.08        | 0.07        | 0.08        | 0.06        | 0.08        |  |
|                | 2000               | 15            | <b>0.10</b> | <b>0.09</b> | <b>0.09</b> | <b>0.07</b> | <b>0.06</b> | <b>0.05</b> | <b>0.06</b> |  |
|                |                    | 30            | 0.07        | 0.06        | 0.06        | 0.06        | 0.05        | 0.06        | 0.06        |  |
|                |                    | 60            | 0.05        | 0.06        | 0.06        | 0.06        | 0.06        | 0.06        | 0.06        |  |
|                | 5000               | 15            | <b>0.09</b> | <b>0.09</b> | <b>0.08</b> | <b>0.06</b> | <b>0.06</b> | <b>0.06</b> | <b>0.06</b> |  |
|                |                    | 30            | 0.05        | 0.05        | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.04        |  |
|                |                    | 60            | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.04        |  |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

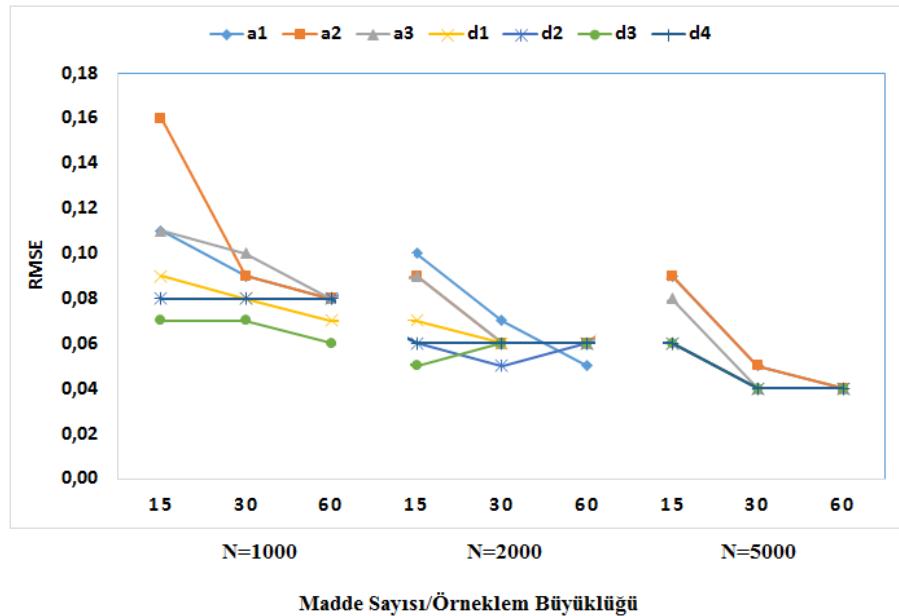
**Tablo 4.14. MCMC (4000 İterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

| Test Koşulları |                    | Test Uzunluğu | RMSE        |             |             |             |             |             |             |             |             |
|----------------|--------------------|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Boyut Sayısı   | Örneklem Büyüklüğü |               | a1          | a2          | a3          | a4          | a5          | d1          | d2          | d3          | d4          |
| 5              | 1000               | 15            | <b>0.15</b> | <b>0.14</b> | <b>0.21</b> | <b>0.20</b> | <b>0.22</b> | <b>0.12</b> | <b>0.09</b> | <b>0.08</b> | <b>0.13</b> |
|                |                    | 30            | 0.11        | 0.11        | 0.12        | 0.12        | 0.10        | 0.09        | 0.07        | 0.09        | 0.08        |
|                |                    | 60            | 0.10        | 0.05        | 0.09        | 0.07        | 0.09        | 0.08        | 0.07        | 0.07        | 0.07        |
|                | 2000               | 15            | <b>0.17</b> | <b>0.13</b> | <b>0.13</b> | <b>0.14</b> | <b>0.13</b> | <b>0.08</b> | <b>0.06</b> | <b>0.06</b> | <b>0.06</b> |
|                |                    | 30            | 0.08        | 0.09        | 0.09        | 0.11        | 0.09        | 0.07        | 0.05        | 0.06        | 0.06        |
|                |                    | 60            | 0.07        | 0.08        | 0.09        | 0.09        | 0.11        | 0.09        | 0.07        | 0.04        | 0.06        |
|                | 5000               | 15            | <b>0.11</b> | <b>0.09</b> | <b>0.10</b> | <b>0.13</b> | <b>0.07</b> | <b>0.05</b> | <b>0.04</b> | <b>0.05</b> | <b>0.09</b> |
|                |                    | 30            | 0.06        | 0.06        | 0.05        | 0.07        | 0.05        | 0.05        | 0.04        | 0.04        | 0.04        |
|                |                    | 60            | 0.05        | 0.03        | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.04        |

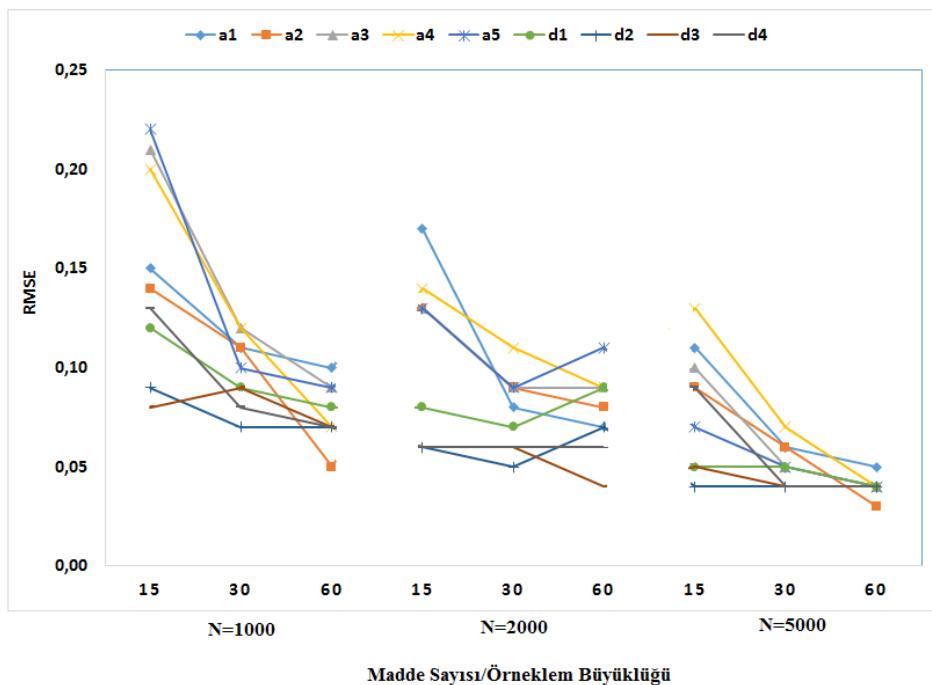
\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

Şekil 4.21 ile 3 boyutlu veri setinden kestirilen parametrelere ait RMSE değerleri verilmiştir. Şekil 4.21 incelediğinde ÇBT3PL modelinden farklı olarak ÇBAT modeliyle kestirilen  $a$  ve  $d$  parametrelerine ait RMSE değerlerinin birbirine daha yakın

olduğu görülmektedir. En büyük RMSE değeri, madde sayısının 15, örneklem büyüklüğünün 1000 olduğu test koşuluyla  $a_2$  parametresi için hesaplanmıştır. Şekil 4.22 ile 5 boyutlu veri setlerinden kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri verilmiştir.



**Şekil 4.21. MCMC (4000 iterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBADM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**



**Şekil 4.22. MCMC (4000 iterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBADM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

#### 4.3.2. MCMC (8000 iterasyon) Tekniği ile Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları

MCMC teknigi ile 8000 iterasyon kullanılarak ÇBAT modeline ilişkin yapılan kalibrasyona ait RMSE değerleri ise 3 ve 5 boyut için sırayla Tablo 4.15 ve Tablo 4.16 ile verilmiştir.

**Tablo 4.15. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

| Test Koşulları |                    |               | RMSE |      |      |      |      |      |      |
|----------------|--------------------|---------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Boyut sayısı   | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | a1   | a2   | a3   | d1   | d2   | d3   | d4   |
| 3              | 1000               | 15            | 0.12 | 0.17 | 0.10 | 0.10 | 0.08 | 0.08 | 0.09 |
|                |                    | 30            | 0.10 | 0.08 | 0.09 | 0.08 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|                |                    | 60            | 0.09 | 0.07 | 0.07 | 0.08 | 0.07 | 0.08 | 0.08 |
|                | 2000               | 15            | 0.06 | 0.11 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 |
|                |                    | 30            | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
|                |                    | 60            | 0.05 | 0.05 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
|                | 5000               | 15            | 0.04 | 0.06 | 0.03 | 0.03 | 0.03 | 0.03 | 0.04 |
|                |                    | 30            | 0.04 | 0.05 | 0.03 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 |
|                |                    | 60            | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.04 | 0.04 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

**Tablo 4.16. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

| Test Koşulları |                    |               | RMSE |      |      |      |      |      |      |      |      |
|----------------|--------------------|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Boyut Sayısı   | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | a1   | a2   | a3   | a4   | a5   | d1   | d2   | d3   | d4   |
| 5              | 1000               | 15            | 0.32 | 0.22 | 0.09 | 0.12 | 0.19 | 0.11 | 0.08 | 0.06 | 0.12 |
|                |                    | 30            | 0.11 | 0.10 | 0.10 | 0.08 | 0.06 | 0.08 | 0.06 | 0.06 | 0.07 |
|                |                    | 60            | 0.09 | 0.04 | 0.08 | 0.06 | 0.09 | 0.09 | 0.06 | 0.06 | 0.07 |
|                | 2000               | 15            | 0.19 | 0.16 | 0.11 | 0.11 | 0.09 | 0.09 | 0.05 | 0.04 | 0.10 |
|                |                    | 30            | 0.08 | 0.07 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.04 | 0.05 | 0.06 |
|                |                    | 60            | 0.07 | 0.03 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.04 | 0.05 | 0.05 |
|                | 5000               | 15            | 0.06 | 0.08 | 0.09 | 0.07 | 0.07 | 0.04 | 0.03 | 0.04 | 0.06 |
|                |                    | 30            | 0.04 | 0.06 | 0.04 | 0.06 | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                |                    | 60            | 0.05 | 0.03 | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |

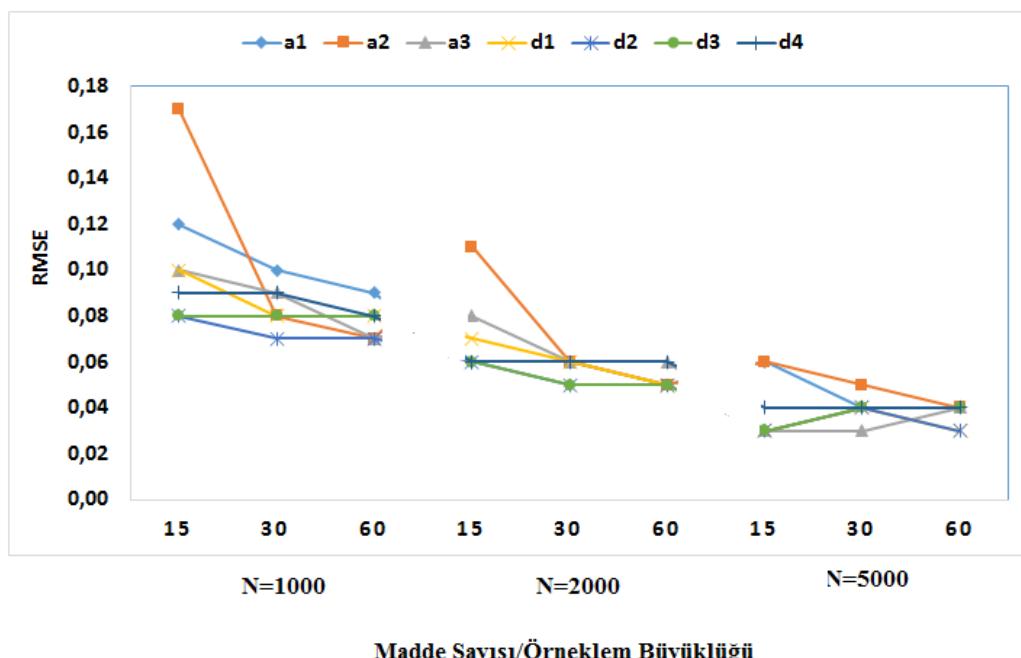
\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

Tablo 4.15 incelendiğinde 4000 iterasyon kullanılarak kestirilen parametrelerin sahip olduğu RMSE değerlerine benzer değerlerin elde edildiği görülmektedir. RMSE değerinin 0.10' un üzerinde olduğu tek koşul, madde sayısı 15 olduğu test koşuludur. Madde sayısı ve örneklem büyklüğü arttıkça hem **a** hem de **d** parametrelerine ilişkin hesaplanan RMSE değerleri azalmıştır. Örneğin madde sayısının 15 olduğu durumda **a1** parametresine ilişkin RMSE değerleri sırasıyla 1000, 2000 ve 5000 örneklem büyklüğü için 0.12, 0.06 ve 0.04' tür. MCMC teknigi 8000 iterasyon ile

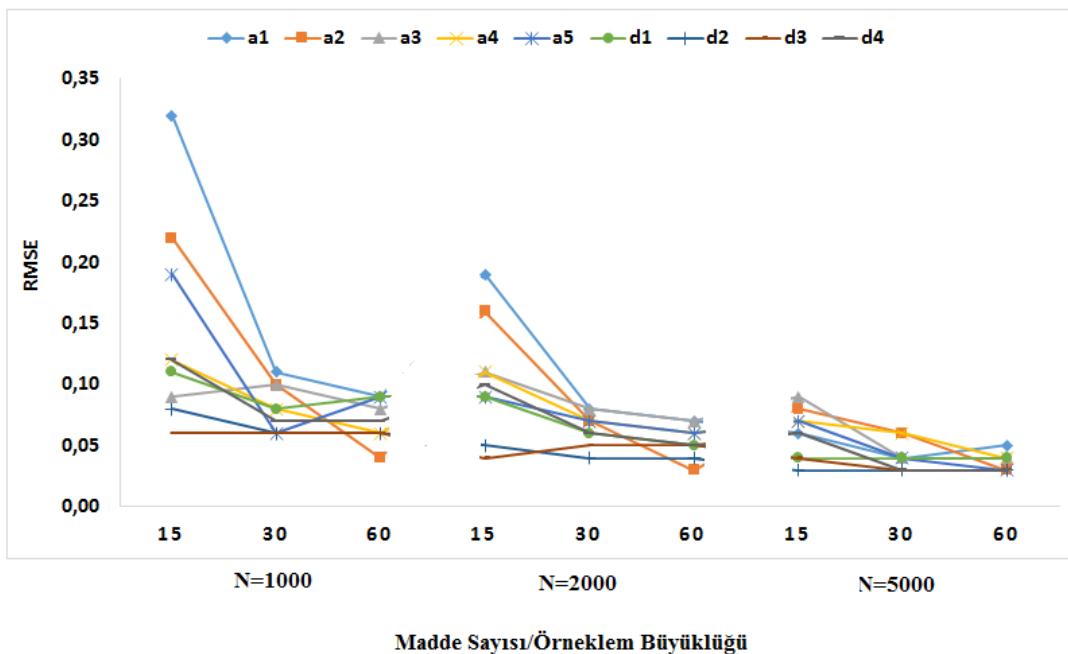
kullanıldığında da ÇBAT modelinde ÇBT3PL modele göre RMSE değerleri hem **d** hem de **a** parametresi için daha düşüktür.

Tablo 4.16' da ise boyut sayısı 5'e çıkartıldığında MCMC 8000 ile kestirilen parametrelerle ilişkin hesaplanan RMSE değerleri görülmektedir. Tablo 4.16 incelendiğinde madde sayısının 15 olduğu durumda madde parametreleri büyük RMSE değerlerine sahiptir. Madde sayısı ve örneklem büyülüklüğü arttırılmasıyla RMSE değerleri azalmaktadır. 1000 ve 2000 örneklem büyülüklükleriyle, madde sayısının 15 ve 30 olduğu durumda **a** parametreleri için hesaplanan RMSE değerleri 0.10' un üstündedir. Yine 15 madde ve 1000 örneklem büyülüğuyle **d** için hesaplanan RMSE değerleri 0.10'un üstündedir.

Şekil 4.23 ve Şekil 4.24 ile MCMC 8000 teknigi ile 3 ve 5 boyut için kestirilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri verilmiştir. Şekiller incelendiğinde örneklem büyülüğu 1000 ve 2000 olduğu test koşullarında **a** ve **d** parametrelerine ait RMSE değerlerinin birbirinden farklı olduğu, **a** parametrelerine ait RMSE değerlerinin daha büyük olduğu görülmektedir. Örneklem büyülüğünün 5000'e çıkarılması ile **a** ve **d** parametrelerine ilişkin RMSE değerleri birbirine daha yakın değerlerdir.



**Şekil 4.23. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelerle İlişkin RMSE Değerleri**



**Şekil 4.24. MCMC (8000 iterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

#### 4.3.3. BA-EM teknigi Kullanılarak Basit Yapılı ÇBATM Veri setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları

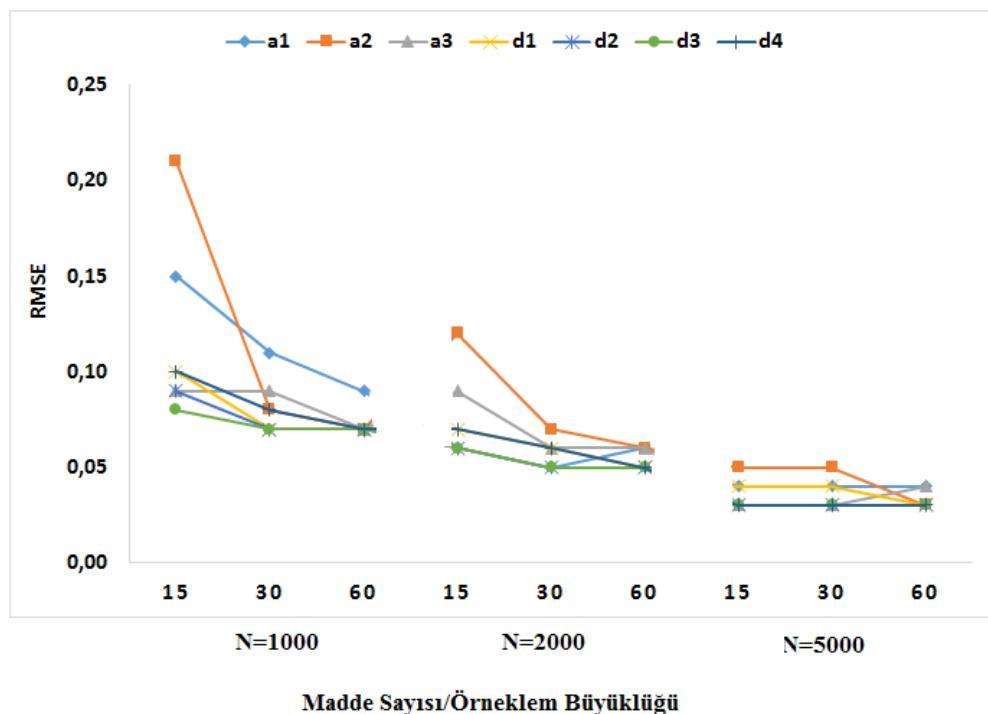
Tablo 4.17'de BA-EM teknigi ile ÇBAT modeline göre üretilen veri setlerine ilişkin RMSE değerleri verilmiştir.

**Tablo 4.17. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

| Test Koşulları |                    |               | RMSE |      |      |      |      |      |      |
|----------------|--------------------|---------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Boyut sayısı   | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | a1   | a2   | a3   | d1   | d2   | d3   | d4   |
| 3              | 1000               | 15            | 0.15 | 0.21 | 0.09 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.10 |
|                |                    | 30            | 0.11 | 0.08 | 0.09 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.08 |
|                |                    | 60            | 0.09 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
|                | 2000               | 15            | 0.06 | 0.12 | 0.09 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.07 |
|                |                    | 30            | 0.05 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
|                |                    | 60            | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
|                | 5000               | 15            | 0.04 | 0.05 | 0.03 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                |                    | 30            | 0.04 | 0.05 | 0.03 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                |                    | 60            | 0.04 | 0.03 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

Tablo 4.17 incelendiğinde BA-EM ile kestirilen  $a$  ve  $d$  parametrelerine ilişkin hesaplanan RMSE değerlerinin çoğunlukla 0.10' un altında olduğu görülmektedir. Bu teknik ile de ÇBT3PLM modelinde göre parametreler için daha düşük RMSE değerleri elde edilmiştir. Madde sayısı ve örneklem büyüklüğü arttıkça parametrelere ait RMSE değerlerinin azaldığı görülmektedir. BA-EM tekniği basit yapılı ÇBAT modeline ait 5 boyutlu veri setleri içinde parametre kestirimini yapamamıştır. BA-EM Tekniği ile kestirilen RMSE değerleri Şekil 4.25 ile grafikle gösterilmiştir. Şekil incelendiğine  $a$  parametresine ait RMSE değerlerinin daha büyük olduğu görülmektedir. Örneklem büyüklüğü 1000 ve madde sayısının 15 olduğu test koşulunda  $a2$  parametresine ait RMSE değeri en büyktür. Örneklem büyüklüğünün 5000'e ve madde sayısının 60'a çıkarılması ile  $a2$  parametresine ait RMSE değeri de 0.03' e düşmüştür.  $d$  parametrelerine ait RMSE değerleri 0.10 ile 0.03 arasında değişmektedir. Örneklem büyüklüğünün 5000 ve madde sayısının 60 olduğu test koşulunda tüm  $d$  parametrelerine ait RMSE değeri 0.03' tür.



**Şekil 4.25. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

#### 4.3.4 MH-RM tekniği Kullanılarak Basit Yapılı ÇBT3PLM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları

Tablo 4.18' de 3 boyutlu veri setlerinden MH-RM tekniği kullanılarak kestirilen madde parametrelere ilişkin RMSE değerleri verilmiştir. Tablo 4.18. incelendiğinde 3 boyutlu veri setinden kestirilen **a** ve **d** parametrelere ait RMSE değerlerinin test koşullarının büyük bir çoğunluğu için 0.10'un altında olduğu görülmektedir. Madde sayısının 15 ve örneklem büyüklüğünün 1000 olduğu test koşulunda **a** ve **d** parametreleri için en büyük RMSE değerleri hesaplanmıştır. Madde sayısı ve örneklem büyülüğu arttıkça **a** ve **d** parametrelere ait RMSE değerlenin azaldığı görülmektedir.

**Tablo 4.18. MH-RM Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

| Test Koşulları  |                       |                  |            | RMSE        |             |             |             |             |             |             |  |
|-----------------|-----------------------|------------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--|
| Boyun<br>sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test<br>Uzunluğu | Korelasyon | a1          | a2          | a3          | d1          | d2          | d3          | d4          |  |
| 3               | 1000                  | 15               | 0.0        | <b>0.16</b> | <b>0.18</b> | <b>0.09</b> | <b>0.10</b> | <b>0.09</b> | <b>0.08</b> | <b>0.09</b> |  |
|                 |                       | 30               | 0.0        | 0.11        | 0.08        | 0.09        | 0.08        | 0.07        | 0.07        | 0.08        |  |
|                 |                       | 60               | 0.0        | 0.09        | 0.07        | 0.07        | 0.08        | 0.07        | 0.07        | 0.08        |  |
|                 | 2000                  | 15               | 0.0        | <b>0.05</b> | <b>0.11</b> | <b>0.09</b> | <b>0.07</b> | <b>0.06</b> | <b>0.06</b> | <b>0.06</b> |  |
|                 |                       | 30               | 0.0        | 0.05        | 0.07        | 0.06        | 0.06        | 0.05        | 0.05        | 0.06        |  |
|                 |                       | 60               | 0.0        | 0.06        | 0.06        | 0.05        | 0.05        | 0.05        | 0.04        | 0.05        |  |
|                 | 5000                  | 15               | 0.0        | <b>0.05</b> | <b>0.05</b> | <b>0.04</b> | <b>0.04</b> | <b>0.03</b> | <b>0.03</b> | <b>0.03</b> |  |
|                 |                       | 30               | 0.0        | 0.05        | 0.07        | 0.06        | 0.06        | 0.05        | 0.05        | 0.06        |  |
|                 |                       | 60               | 0.0        | 0.03        | 0.03        | 0.04        | 0.03        | 0.03        | 0.03        | 0.03        |  |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

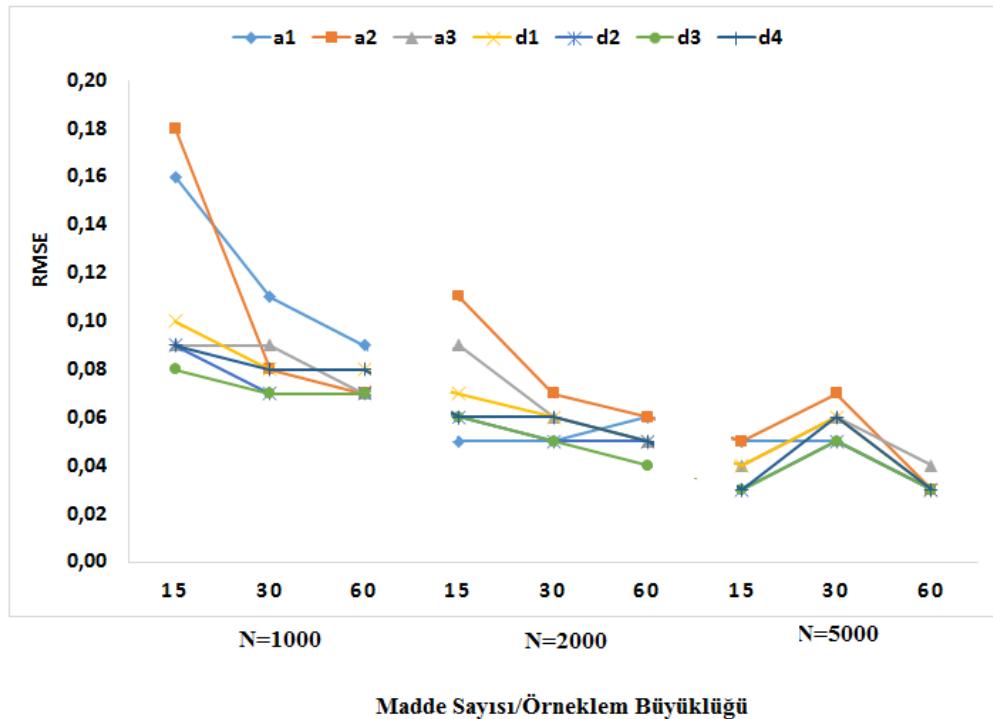
**Tablo 4.19. MH-RM Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

| Test Koşulları  |                       |                  |  | RMSE        |             |             |             |             |             |             |             |             |
|-----------------|-----------------------|------------------|--|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Boyun<br>Sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test<br>Uzunluğu |  | a1          | a2          | a3          | a4          | a5          | d1          | d2          | d3          | d4          |
| 5               | 1000                  | 15               |  | <b>0.17</b> | <b>0.18</b> | <b>0.12</b> | <b>0.12</b> | <b>0.18</b> | <b>0.10</b> | <b>0.08</b> | <b>0.06</b> | <b>0.12</b> |
|                 |                       | 30               |  | 0.12        | 0.10        | 0.10        | 0.11        | 0.06        | 0.09        | 0.06        | 0.06        | 0.07        |
|                 |                       | 60               |  | 0.06        | 0.03        | 0.07        | 0.06        | 0.09        | 0.07        | 0.05        | 0.05        | 0.06        |
|                 | 2000                  | 15               |  | <b>0.17</b> | <b>0.17</b> | <b>0.09</b> | <b>0.07</b> | <b>0.08</b> | <b>0.08</b> | <b>0.06</b> | <b>0.05</b> | <b>0.10</b> |
|                 |                       | 30               |  | 0.09        | 0.08        | 0.07        | 0.07        | 0.05        | 0.06        | 0.04        | 0.05        | 0.05        |
|                 |                       | 60               |  | 0.06        | 0.03        | 0.07        | 0.05        | 0.06        | 0.05        | 0.04        | 0.05        | 0.05        |
|                 | 5000                  | 15               |  | <b>0.08</b> | <b>0.08</b> | <b>0.05</b> | <b>0.05</b> | <b>0.05</b> | <b>0.04</b> | <b>0.03</b> | <b>0.02</b> | <b>0.07</b> |
|                 |                       | 30               |  | 0.05        | 0.04        | 0.05        | 0.05        | 0.04        | 0.04        | 0.03        | 0.03        | 0.03        |
|                 |                       | 60               |  | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.03        | 0.04        | 0.04        | 0.03        | 0.04        | 0.03        |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

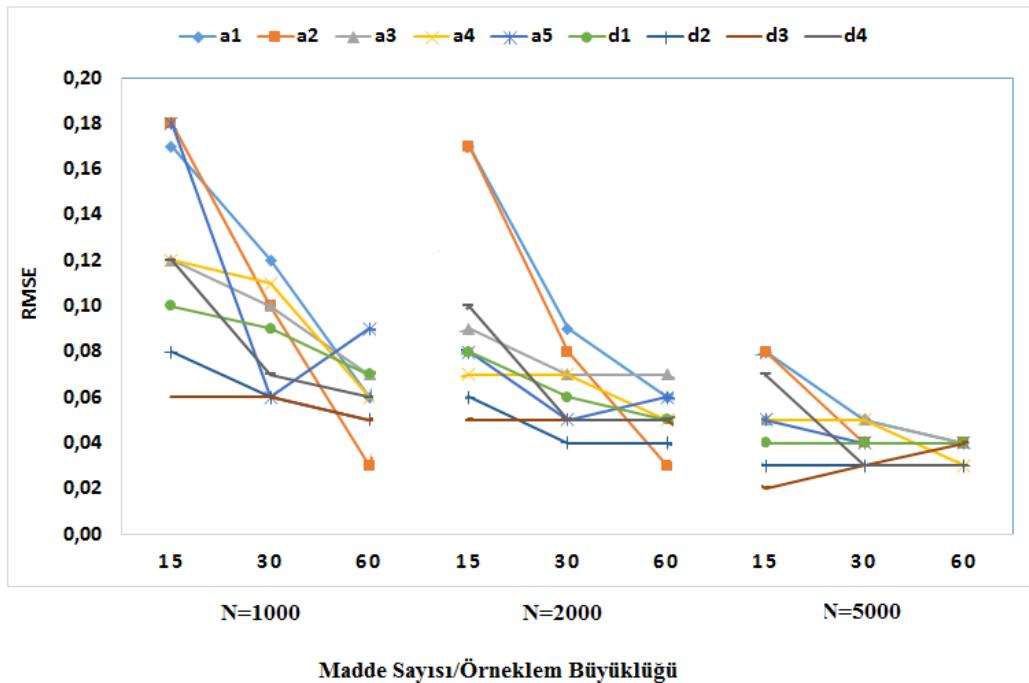
Tablo 4.19' da boyut sayısının 5 olduğu veri setlerinden kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri verilmiştir. Tablo incelendiğinde, örneklem büyülüğünün 1000, madde sayısının 15 ve 30 olduğu test koşulunda, **a** ve **d** parametreleri için

hesaplanan RMSE değerlerinin 0.10' un üzerinde olduğu görülmektedir. Örneklem büyüklüğü 1000 iken, madde sayısının artırılması ile  $a$  parametrelerine ilişkin RMSE değerleri büyük ölçüde farklılaşmamaktadır. Örneklem büyüklüğünün 5000' e çıkarılması ile RMSE değerleri azalmıştır.



**Şekil 4.26. MH-RM Tekniği İle 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

Şekil 4.26' da 3 boyutlu veri setiyle kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri, Şekil 4.27' de ise 5 boyutlu veri seti ile kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri grafik ile verilmiştir. Şekillerde 5 boyutlu veri setlerinden kestirilen  $a$  parametrelerine ait RMSE değerlerinin daha büyük olduğu görülmektedir. Örneklem büyüklüğünün 1000' den 5000'e çıkarılması ile tüm parametrelere ait RMSE değerleri azalmıştır.



**Şekil 4.27. MH-RM Tekniği İle 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

#### 4.3.5. MCMC 4000, MCMC 8000, BA-EM ve MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE ve Yanlılık Değerleri

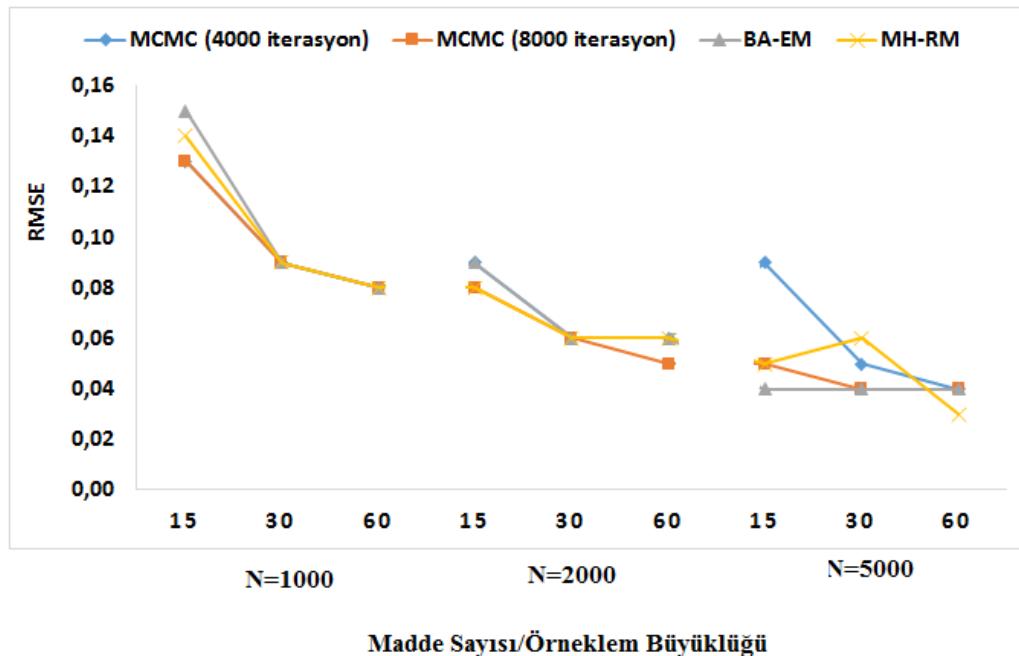
Son olarak şimdiden kadar ayrıntıları ile verilen RMSE değerlerine ilişkin tüm teknikler ve parametreler için ortalama değerler hesaplanmıştır. Tablo 4.20' de Ortalama RMSE değerleri verilmiştir. Tablo 4.20 incelendiğinde boyut sayısı 3 olan veri setlerinden, MCMC (4000 ve 8000 iterasyon) teknigi ile kestirilen **a** parametreleri için hesaplanan ortalama RMSE değerlerinin 0.13 ile 0.04 arasında değiştiği görülmektedir. BA-EM teknigi ile kestirilen parametrelere ise bu değerler 0.15-0.04 arasında değişmektedir. MH-RM teknigiyle kestirilen parametrelere ait RMSE değerleri 0.14- 0.03 arasında değişmektedir. Madde sayısının artışıyla da RMSE değerleri azalmaktadır ancak tüm teknikler için örneklem büyüklüğünün artışıyla RMSE değerlerinde büyük oranda azalma olmuştur. Değerler incelendiğinde **a** parametresi için kestirilen ortalama RMSE değerlerinin birbirine çok yakın olduğu görülmektedir. Boyut sayısının 3, örneklem büyüklüğünün 5000 ve madde sayısının 60 olduğu test koşulunda BA-EM teknigi ile kestirilen **a** parametresine ilişkin ortalama RMSE değeri 0.03, MH-RM ve MCMC (4000 ve 8000 iterasyon) teknigi ile bu değer 0.04' tür. MCMC (4000 iterasyon) teknigi ile kestirilen **d** parametresine ait ortalama RMSE değerleri 0.08- 0.04 arasında değişmektedir.

**Tablo 4.20. MCMC (4000 ve 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE Değerleri**

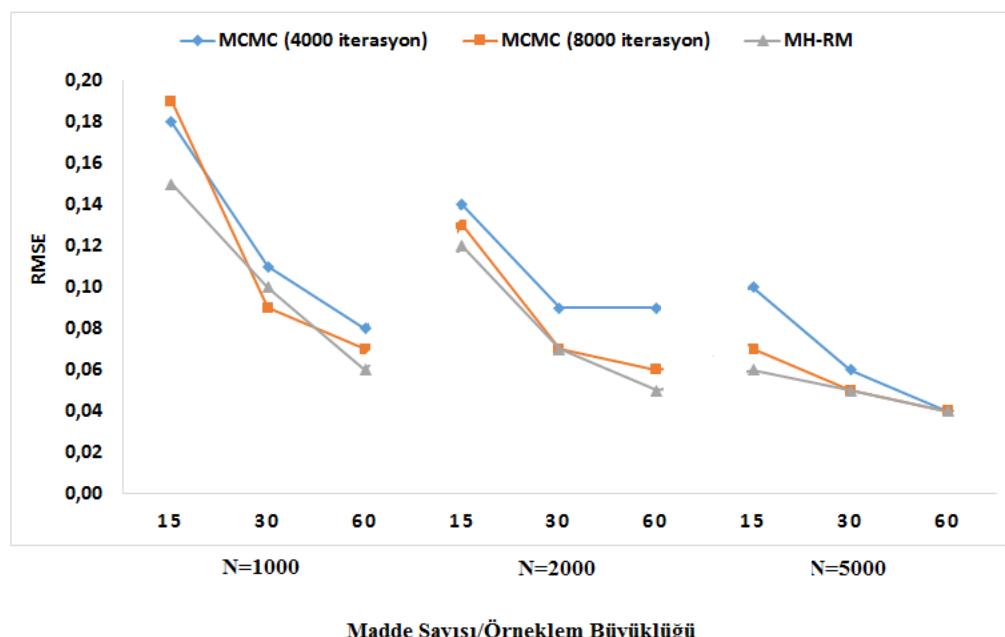
| Test Koşulları (RMSE) |                    |               | MCMC (4000 iterasyon) |             | MCMC (8000 iterasyon) |             | BA-EM       |             | MH-RM       |             |
|-----------------------|--------------------|---------------|-----------------------|-------------|-----------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Boyut Sayısı          | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | a                     | d           | a                     | d           | a           | d           | a           | d           |
| 3                     | 1000               | 15            | 0.13                  | 0.08        | 0.13                  | 0.09        | 0.15        | 0.09        | 0.14        | 0.09        |
|                       |                    | 30            | 0.09                  | 0.08        | 0.09                  | 0.08        | 0.09        | 0.07        | 0.09        | 0.08        |
|                       |                    | 60            | 0.08                  | 0.07        | 0.08                  | 0.08        | 0.08        | 0.07        | 0.08        | 0.08        |
|                       | 2000               | 15            | <b>0.09</b>           | <b>0.06</b> | <b>0.08</b>           | <b>0.06</b> | <b>0.09</b> | <b>0.07</b> | <b>0.08</b> | <b>0.06</b> |
|                       |                    | 30            | 0.06                  | 0.06        | 0.06                  | 0.06        | 0.06        | 0.06        | 0.06        | 0.06        |
|                       |                    | 60            | 0.06                  | 0.06        | 0.05                  | 0.05        | 0.06        | 0.05        | 0.06        | 0.05        |
|                       | 5000               | 15            | <b>0.09</b>           | <b>0.06</b> | <b>0.05</b>           | <b>0.03</b> | <b>0.04</b> | <b>0.03</b> | <b>0.05</b> | <b>0.03</b> |
|                       |                    | 30            | 0.05                  | 0.04        | 0.04                  | 0.04        | 0.04        | 0.03        | 0.06        | 0.06        |
|                       |                    | 60            | 0.04                  | 0.04        | 0.04                  | 0.04        | 0.04        | 0.03        | 0.03        | 0.03        |
| 5                     | 1000               | 15            | <b>0.18</b>           | <b>0.11</b> | <b>0.19</b>           | <b>0.09</b> | -           | -           | <b>0.15</b> | <b>0.09</b> |
|                       |                    | 30            | 0.11                  | 0.08        | 0.09                  | 0.07        | -           | -           | 0.10        | 0.07        |
|                       |                    | 60            | 0.08                  | 0.07        | 0.07                  | 0.07        | -           | -           | 0.06        | 0.06        |
|                       | 2000               | 15            | <b>0.14</b>           | <b>0.07</b> | <b>0.13</b>           | <b>0.07</b> | -           | -           | <b>0.12</b> | <b>0.07</b> |
|                       |                    | 30            | 0.09                  | 0.06        | 0.07                  | 0.05        | -           | -           | 0.07        | 0.05        |
|                       |                    | 60            | 0.09                  | 0.07        | 0.06                  | 0.05        | -           | -           | 0.05        | 0.05        |
|                       | 5000               | 15            | <b>0.10</b>           | <b>0.06</b> | <b>0.07</b>           | <b>0.04</b> | -           | -           | <b>0.06</b> | <b>0.04</b> |
|                       |                    | 30            | 0.06                  | 0.04        | 0.05                  | 0.03        | -           | -           | 0.05        | 0.03        |
|                       |                    | 60            | 0.04                  | 0.04        | 0.04                  | 0.03        | -           | -           | 0.04        | 0.04        |

Tablo incelendiğinde MCMC (8000 iterasyon), BA-EM ve MH-RM teknikleri ile kestirilen **d** parametrelerine ait ortalama RMSE değerleri 0.09- 0.03 arasında değişmektedir. Beş boyutlu veri setlerinden kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri incelendiğinde örneklem büyüğünün 1000 ve madde sayısının 15 olduğu test koşulunda, MCMC (4000 iterasyon) tekniği ile kestirilen **a** parametrelerine ait ortalama RMSE değerleri, boyut sayısı 3' den 5' e çıkarıldığında 0.13' den 0.18' e yükselmiştir. MCMC (8000 iterasyon) tekniği ile aynı koşullarda bu değer 0.13'den 0.19' a yükselmiştir. MH-RM tekniği için aynı koşullarda değer 0.14' ten 0.15' e yükselmiştir. BA-EM tekniği ile de basit yapılı ÇBAT modeline ait beş boyutlu veri setleri için parametre kestirimi yapılamamıştır. Boyut sayısı 5 iken MCMC (4000 iterasyon) tekniği ile kestirilen **d** parametresine ilişkin ortalama RMSE değerleri 0.11- 0.04 arasında değişmektedir. MCMC (8000 iterasyon) tekniği ile kestirilen **d** parametresine ilişkin ortalama RMSE değerleri 0.09- 0.04 arasında değişmektedir. MH-RM tekniği ile kestirilen **d** parametresine ilişkin ortalama RMSE değerleri 0.09- 0.03 arasında değişmektedir. MH-RM, MCMC 4000 ve MCMC 8000 ile kestirilen **d** parametresine ait RMSE değerleri birbirine benzemektedir. Şekil 4.28 üç boyutlu veri setleri için MCMC (4000 ve 8000 iterasyon), BA-EM ve MH-RM teknikleri ile kestirilen **a** parametrelerine ilişkin ortalama RMSE değerleri grafikle verilmiştir. Şekil

incelediğinde MH-RM teknigi ile kestirilen  $a$  parametresi için en düşük, MCMC (4000 iterasyon) teknigi ile kestirilen  $a$  parametresi için en yüksek RMSE değerleri elde edilmiştir.



**Şekil 4.28. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri ile 3 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen  $a$  Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri**



**Şekil 4.29. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri ile 5 Boyutlu Basit Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen  $a$  Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri**

Beş boyutlu veri setlerinden kestirilen **a** parametrelerine ait ortalama RMSE değerleri ise Şekil 4.29' da grafikle verilmiştir. Şekil 4.29 incelendiğinde MH-RM teknigi ile kestirilen **a** parametrelerine ait ortalama RMSE değerinin en düşük, MCMC (4000 iterasyon) teknigi ile kestirilen **a** parametrelerine ait ortalama RMSE değerinin en yüksek olduğu görülmektedir. Şekil 4.29' de BA-EM teknigi bulunmamaktadır çünkü bu teknik ile basit yapılı ÇBAT modeline ilişkin parametre kestirimi yapılamamıştır. Parametrelere ilişkin kestirilen ortalama yanılık değerleri ise Tablo 4.21' de verilmiştir.

**Tablo 4.21. MCMC (4000 ve 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama Yanılık Değerleri\***

| Test Koşulları (Yanılık) |                    |               | MCMC 4000 |       | MCMC 8000 |       | BA-EM |       | MH-RM |       |
|--------------------------|--------------------|---------------|-----------|-------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Boyut Sayısı             | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | a         | d     | a         | d     | a     | d     | a     | d     |
| 3                        | 1000               | 15            | 0.00      | -0.01 | 0.02      | -0.02 | 0.02  | -0.03 | 0.01  | -0.03 |
|                          |                    | 30            | -0.01     | -0.01 | 0.00      | -0.02 | -0.01 | -0.02 | -0.01 | -0.02 |
|                          |                    | 60            | -0.01     | -0.02 | -0.01     | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.01 |
|                          | 2000               | 15            | 0.00      | -0.01 | 0.02      | -0.02 | 0.02  | -0.02 | 0.02  | -0.02 |
|                          |                    | 30            | 0.00      | 0.02  | 0.00      | -0.01 | 0.00  | -0.01 | 0.00  | -0.01 |
|                          |                    | 60            | 0.00      | -0.01 | -0.01     | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |
|                          | 5000               | 15            | 0.01      | -0.01 | 0.01      | -0.01 | 0.01  | -0.01 | 0.01  | -0.01 |
|                          |                    | 30            | 0.00      | -0.01 | 0.00      | -0.01 | -0.01 | -0.01 | 0.00  | -0.01 |
|                          |                    | 60            | -0.01     | -0.01 | 0.00      | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
| 5                        | 1000               | 15            | 0.01      | -0.03 | 0.01      | -0.03 | -     | -     | -0.03 | -0.03 |
|                          |                    | 30            | 0.00      | 0.00  | -0.02     | 0.01  | -     | -     | -0.02 | 0.00  |
|                          |                    | 60            | 0.00      | 0.01  | -0.01     | 0.00  | -     | -     | 0.00  | -0.01 |
|                          | 2000               | 15            | 0.00      | -0.03 | 0.02      | -0.02 | -     | -     | -0.02 | -0.02 |
|                          |                    | 30            | 0.00      | 0.00  | 0.00      | 0.00  | -     | -     | 0.00  | 0.00  |
|                          |                    | 60            | -0.02     | -0.02 | 0.00      | -0.01 | -     | -     | -0.01 | -0.01 |
|                          | 5000               | 15            | -0.03     | -0.01 | -0.01     | -0.02 | -     | -     | 0.06  | 0.04  |
|                          |                    | 30            | 0.00      | 0.00  | -0.01     | 0.00  | -     | -     | 0.00  | 0.00  |
|                          |                    | 60            | -0.02     | -0.02 | 0.00      | 0.00  | -     | -     | 0.00  | -0.01 |

Tablo 4.21 ile ÇBAT modeline göre üretilen parametrelere ait ortalama yanılık değerleri verilmiştir. Tüm koşullar için ortalama yanılık değerlerinin sıfıra çok yakın olduğu görülmektedir. Ortalama yanılık değerlerinin koşullarla ve kestirim teknikleriyle önemli düzeyde farklılaşmadığı görülmektedir. Sadece boyut sayısının 5, madde sayısının 15 ve örneklem büyülüklüğü 5000 olduğu test koşulunda, MH-RM teknigi ile kestirilen **a** ve **d** parametrelere ilişkin hesaplanan ortalama yanılık değerlerinin daha büyük olduğu görülmektedir (0.06, 0.04). Bu durum ÇBT3PL model için de aynı bulunmuştur. Her iki model ile boyut sayısı 5'e çıkartıldığında örneklem büyülüklüğü 1000 iken MH-RM tekniginin daha düşük RMSE değerlerine sahip olduğu

görülmektedir. Ancak daha düşük RMSE değerlerine karşı, söz konusu koşullar için ortalama yanlışlık değerleri daha yüksektir.

#### **4.4. ÇBAT Modeline göre Üretilen İki Faktör Modeli Yapılı Veri Setlerine Ait Bulgular**

Araştırmmanın dördüncü alt problemi kapsamında “Çok boyutlu aşamalı tepki modeline ilişkin üretilen **iki faktör modeli yapısında ki veri setleri** MCMC (4000 ve 8000 iterasyon ile), MH-RM, BA-EM kestirim teknikleriyle kestirildiğinde, **boyut sayısının (3 ile 5), test uzunluğunun (15,30 ve 60), örneklem büyülüğünün (1000, 2000 ve 5000)**, madde parametresi doğrulanmasına etkisi RMSE ve Yanlılık (BIAS) değerleriyle incelenmiştir. Her bir parametre ve koşul için ayrı ayrı yanlışlık değerleri ise EK-15’ de verilmiştir. Ortalama yanlışlık değerleri ise bu bölümde değerlendirilmiştir.

##### **4.4.1. MCMC Tekniği (4000 iterasyon) ile İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları**

MCMC (4000 iterasyon) tekniği ile kestirilen iki faktör yapısındaki ÇBAT modeline ait parametrelere ilişkin RMSE değerleri Tablo 4.22 ile verilmiştir. Tablo incelendiğinde madde sayısının 15 olduğu her koşulda **a** parametrelerine ilişkin RMSE değerlerinin 0.10 veya üzerinde değerlere sahip olduğu görülmektedir. Örneklem büyülüğünün 1000 olduğu durumda madde sayısının 30’ a çıkarılması ile de RMSE değerleri azalmamıştır. Ancak geriye kalan koşullar için madde sayısı ve örneklem büyülüklüklerinin artışıyla RMSE değerleri azalmıştır. Genel boyuta ait **a** parametresine ilişkin RMSE değerleri diğer **a** parametrelerine göre daha düşüktür. **d** parametreleri için hesaplanan RMSE değerleri tüm parametreler için birbirine çok yakındır. Bu değerler 0.12 ile 0.06 arasında değişmektedir.

**Tablo 4.22. MCMC (4000 iterasyon) Tekniği ile 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

| Test Koşulları |                    |               | RMSE        |             |             |             |             |             |             |             |  |
|----------------|--------------------|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--|
| Boyut Sayısı   | Örneklem Büyüülüğu | Test Uzunluğu | agenel      | a1          | a2          | a3          | d1          | d2          | d3          | d4          |  |
| 3              | 1000               | 15            | <b>0.12</b> | <b>0.15</b> | <b>0.17</b> | <b>0.12</b> | <b>0.11</b> | <b>0.10</b> | <b>0.08</b> | <b>0.12</b> |  |
|                |                    | 30            | 0.09        | 0.12        | 0.15        | 0.12        | 0.10        | 0.10        | 0.08        | 0.09        |  |
|                |                    | 60            | 0.08        | 0.09        | 0.11        | 0.10        | 0.09        | 0.10        | 0.08        | 0.08        |  |
|                | 2000               | 15            | <b>0.12</b> | <b>0.16</b> | <b>0.15</b> | <b>0.08</b> | <b>0.07</b> | <b>0.07</b> | <b>0.08</b> | <b>0.07</b> |  |
|                |                    | 30            | 0.07        | 0.08        | 0.12        | 0.09        | 0.07        | 0.07        | 0.06        | 0.08        |  |
|                |                    | 60            | 0.06        | 0.06        | 0.07        | 0.08        | 0.09        | 0.06        | 0.06        | 0.06        |  |
|                | 5000               | 15            | <b>0.11</b> | <b>0.16</b> | <b>0.17</b> | <b>0.05</b> | <b>0.05</b> | <b>0.05</b> | <b>0.05</b> | <b>0.06</b> |  |
|                |                    | 30            | 0.05        | 0.06        | 0.10        | 0.07        | 0.05        | 0.05        | 0.05        | 0.06        |  |
|                |                    | 60            | 0.06        | 0.05        | 0.05        | 0.06        | 0.05        | 0.05        | 0.08        | 0.06        |  |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

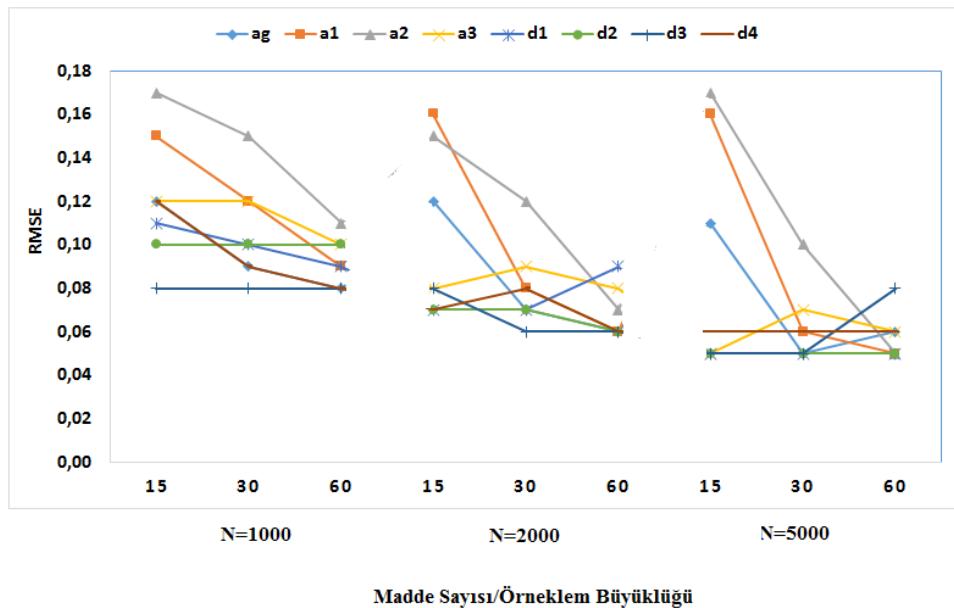
Beş boyutlu veri setinden kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri ise Tablo 4.23' de verilmiştir.

**Tablo 4.23. MCMC (4000 iterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

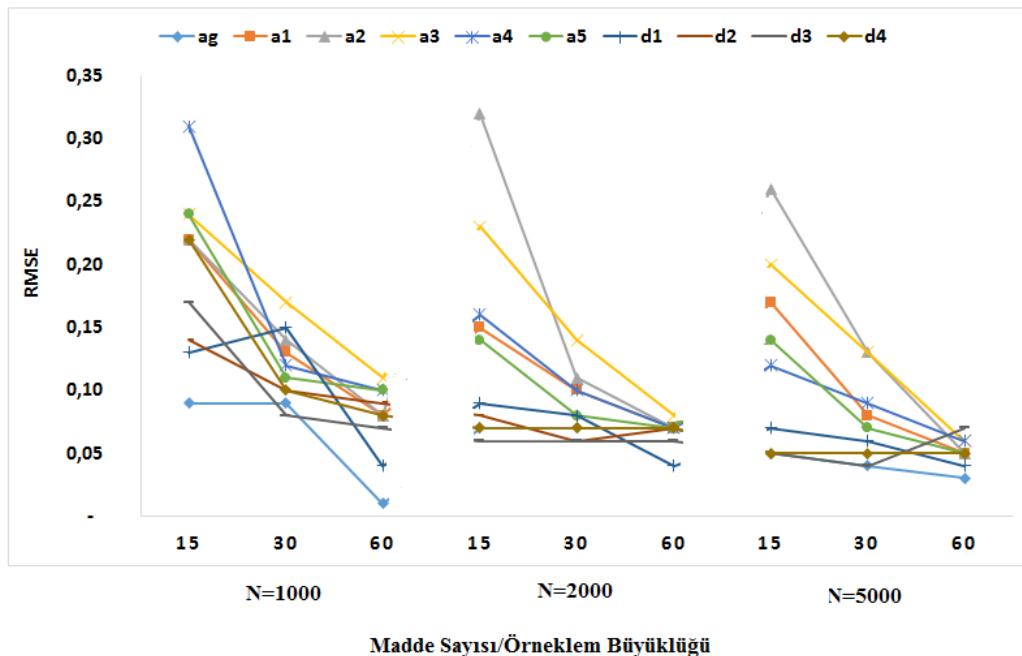
| Test Koşulları |                    |               | RMSE        |             |             |             |             |             |             |             |             |             |
|----------------|--------------------|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Boyut Sayısı   | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | agenel      | a1          | a2          | a3          | a4          | a5          | d1          | d2          | d3          | d4          |
| 5              | 1000               | 15            | 0.09        | 0.22        | 0.22        | 0.24        | 0.31        | 0.24        | 0.13        | 0.14        | 0.17        | 0.22        |
|                |                    | 30            | 0.09        | 0.13        | 0.14        | 0.17        | 0.12        | 0.11        | 0.15        | 0.10        | 0.08        | 0.10        |
|                |                    | 60            | 0.01        | 0.08        | 0.08        | 0.11        | 0.10        | 0.10        | 0.04        | 0.09        | 0.07        | 0.08        |
|                | 2000               | 15            | <b>0.07</b> | <b>0.15</b> | <b>0.32</b> | <b>0.23</b> | <b>0.16</b> | <b>0.14</b> | <b>0.09</b> | <b>0.08</b> | <b>0.06</b> | <b>0.07</b> |
|                |                    | 30            | 0.07        | 0.10        | 0.11        | 0.14        | 0.10        | 0.08        | 0.08        | 0.06        | 0.06        | 0.07        |
|                |                    | 60            | 0.07        | 0.07        | 0.07        | 0.08        | 0.07        | 0.07        | 0.04        | 0.07        | 0.06        | 0.07        |
|                | 5000               | 15            | <b>0.05</b> | <b>0.17</b> | <b>0.26</b> | <b>0.20</b> | <b>0.12</b> | <b>0.14</b> | <b>0.07</b> | <b>0.05</b> | <b>0.05</b> | <b>0.05</b> |
|                |                    | 30            | 0.04        | 0.08        | 0.13        | 0.13        | 0.09        | 0.07        | 0.06        | 0.05        | 0.04        | 0.05        |
|                |                    | 60            | 0.03        | 0.05        | 0.05        | 0.06        | 0.06        | 0.05        | 0.04        | 0.05        | 0.07        | 0.05        |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

Tablo 4.23 incelendiğinde genel boyuta ait RMSE değerleri hariç neredeyse tüm koşullarda **a** ve **d** parametrelere için hesaplanan RMSE değerlerinin 0.10' un üzerinde olduğu görülmektedir. Sadece örneklem büyüğünün 2000, 5000 ve madde sayısının 60 olduğu durumda **a** parametrelere ait RMSE değerleri 0.10' un altındadır. Spesifik boyutlara ait **a** parametrelere için hesaplanan RMSE değerleri 3 boyutlu veri setlerinden kestirilen parametrelere ait RMSE değerlerine göre daha büyüktür. Madde sayısı ve örneklem büyüğünün artışıyla bu değer azalmıştır. Şekil 4.30' da üç boyutlu veri setlerinden kestirilen madde parametrelere ilişkin RMSE değerleri verilmiştir. Şekil 4.31' de ise beş boyutlu veri setlerinden kestirilen madde parametrelere ilişkin RMSE değerleri verilmiştir. Şekiller incelendiğinde **a** parametrelere ait RMSE değerleri madde sayısının ve örneklem büyüğünün artışıyla azalmıştır. **ag** parametresine ait RMSE değeri, spesifik boyutlara ait **a** değerlerinden daha küçüktür.



**Şekil 4.30. MCMC (4000 iterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**



**Şekil 4.31. MCMC (4000 iterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

#### 4.4.2. MCMC (8000 iterasyon) Tekniği ile İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları

MCMC (8000 iterasyon) teknigi kullanılarak kestirilen üç ve beş boyutlu veri setlerine ait parametrelere ilişkin RMSE değerleri sırasıyla Tablo 4.24 ve Tablo 4.25 ile

verilmiştir. Tablo 4.24 incelendiğinde özellikle madde sayısının az olduğu ve örneklem büyülüğünün küçük olduğu koşullarda parametrelere ilişkin büyük RMSE değerlerinin hesaplandığı görülmektedir. Madde sayısı ve örneklem büyülüğü arttıkça **a** ve **d** parametrelerine ait RMSE değerleri azalmaktadır. Diğer bir deyişle daha hatasız kestirimler yapılmaktadır.

**Tablo 4.24. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

| Test Koşulları |                    |               | RMSE        |             |             |             |             |             |             |             |
|----------------|--------------------|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Boyut Sayısı   | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | agenel      | a1          | a2          | a3          | d1          | d2          | d3          | d4          |
| 3              | 1000               | 15            | <b>0.11</b> | <b>0.21</b> | <b>0.14</b> | <b>0.15</b> | <b>0.12</b> | <b>0.11</b> | <b>0.10</b> | <b>0.15</b> |
|                |                    | 30            | 0.07        | 0.10        | 0.13        | 0.09        | 0.09        | 0.09        | 0.09        | 0.09        |
|                |                    | 60            | 0.07        | 0.08        | 0.10        | 0.10        | 0.09        | 0.08        | 0.08        | 0.08        |
|                | 2000               | 15            | <b>0.07</b> | <b>0.11</b> | <b>0.12</b> | <b>0.11</b> | <b>0.06</b> | <b>0.07</b> | <b>0.07</b> | <b>0.07</b> |
|                |                    | 30            | 0.06        | 0.06        | 0.10        | 0.07        | 0.07        | 0.06        | 0.05        | 0.06        |
|                |                    | 60            | 0.05        | 0.05        | 0.08        | 0.07        | 0.07        | 0.06        | 0.05        | 0.06        |
|                | 5000               | 15            | <b>0.04</b> | <b>0.12</b> | <b>0.12</b> | <b>0.14</b> | <b>0.04</b> | <b>0.03</b> | <b>0.04</b> | <b>0.04</b> |
|                |                    | 30            | 0.04        | 0.06        | 0.06        | 0.05        | 0.05        | 0.05        | 0.05        | 0.06        |
|                |                    | 60            | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.05        | 0.05        | 0.04        | 0.05        | 0.04        |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

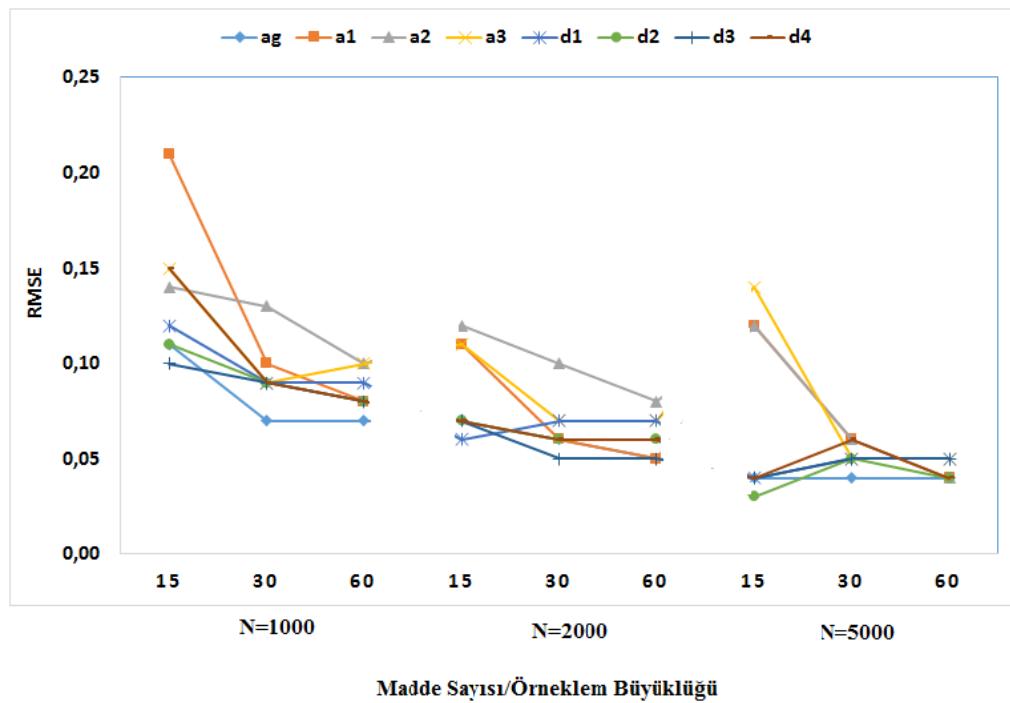
Beş boyutlu veri setlerinden kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri Tablo 4.25 ile verilmiştir. Tablo 4.25 incelendiğinde spesifik boyutlara ait RMSE değerlerinin üç boyutlu veri setlerinden kestirilen parametrelere ait RMSE değerlerine göre daha büyük olduğu görülmektedir. Genel boyuta ait **a** parametresine ilişkin RMSE değeri özellikle madde sayısı 15 olduğunda spesifik boyutlara göre oldukça küçüktür. Madde sayısı ve örneklem büyülüğünün artırılmasıyla RMSE değerleri azalmıştır.

**Tablo 4.25. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

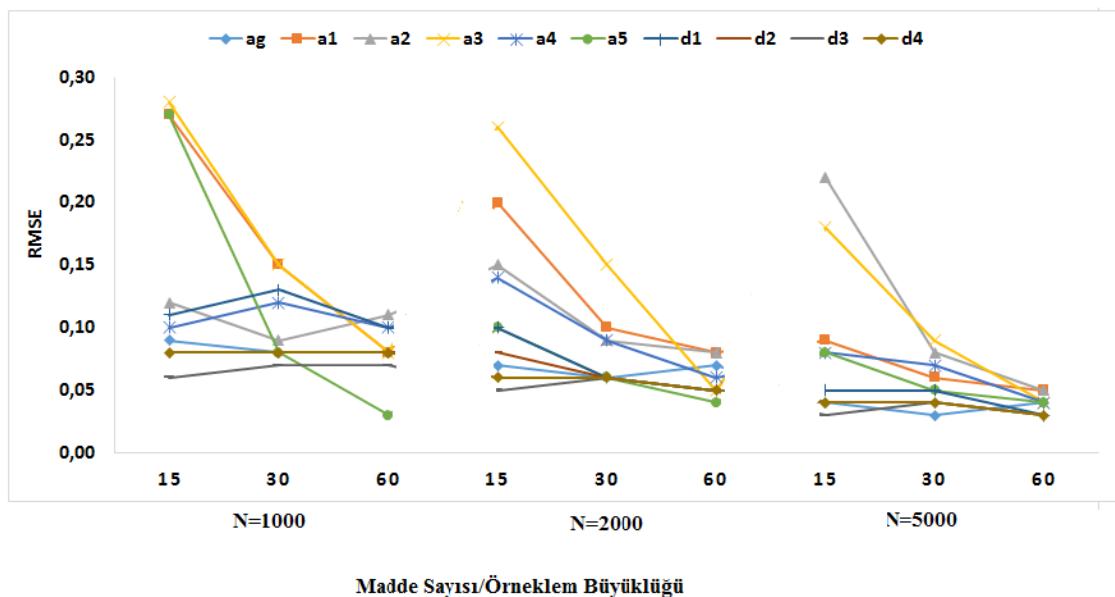
| Test Koşulları |                    |               | RMSE        |             |             |             |             |             |             |             |             |             |
|----------------|--------------------|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Boyut Sayısı   | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | agenel      | a1          | a2          | a3          | a4          | a5          | d1          | d2          | d3          | d4          |
| 5              | 1000               | 15            | <b>0.09</b> | <b>0.27</b> | <b>0.12</b> | <b>0.28</b> | <b>0.10</b> | <b>0.27</b> | <b>0.11</b> | <b>0.08</b> | <b>0.06</b> | <b>0.08</b> |
|                |                    | 30            | 0.08        | 0.15        | 0.09        | 0.15        | 0.12        | 0.08        | 0.13        | 0.08        | 0.07        | 0.08        |
|                |                    | 60            | 0.08        | 0.08        | 0.11        | 0.08        | 0.10        | 0.03        | 0.10        | 0.08        | 0.07        | 0.08        |
|                | 2000               | 15            | <b>0.07</b> | <b>0.20</b> | <b>0.15</b> | <b>0.26</b> | <b>0.14</b> | <b>0.10</b> | <b>0.10</b> | <b>0.08</b> | <b>0.05</b> | <b>0.06</b> |
|                |                    | 30            | 0.06        | 0.10        | 0.09        | 0.15        | 0.09        | 0.06        | 0.06        | 0.06        | 0.06        | 0.06        |
|                |                    | 60            | 0.07        | 0.08        | 0.08        | 0.05        | 0.06        | 0.04        | 0.05        | 0.05        | 0.05        | 0.05        |
|                | 5000               | 15            | <b>0.04</b> | <b>0.09</b> | <b>0.22</b> | <b>0.18</b> | <b>0.08</b> | <b>0.08</b> | <b>0.05</b> | <b>0.04</b> | <b>0.03</b> | <b>0.04</b> |
|                |                    | 30            | 0.03        | 0.06        | 0.08        | 0.09        | 0.07        | 0.05        | 0.05        | 0.04        | 0.04        | 0.04        |
|                |                    | 60            | 0.04        | 0.05        | 0.05        | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.03        | 0.03        | 0.03        | 0.03        |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

Şekil 4.32 ve Şekil 4.33 ile üç ve beş boyutlu veri setlerinden kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri grafikle verilmiştir.



**Şekil 4.32. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**



**Şekil 4.33. MCMC (8000 İterasyon) Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

Şekil 4.32 ve 4.33 incelendiğinde **ag** parametrelerine ait RMSE değerlerinin spesifik boyutlara ait RMSE değerlerinden daha küçük olduğu görülmektedir. **d** parametrelerine ait RMSE değerlerinin **a** parametrelerine ait değerlerden daha düşük olduğu görülmektedir.

#### 4.4.3. BA-EM teknigi Kullanilarak İki Faktör Modeli Yapili ÇBATM Veri setlerinden Kestirilen Parametrelere Ilişkin RMSE sonuçları

Üç ve beş boyutlu veri setlerinden BA-EM teknigi ile kestirilen parametrelere ilişkin hesaplanan RMSE değerleri ise sırasıyla Tablo 4.26 ve Tablo 4.27 ile verilmiştir.

**Tablo 4.26. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere Ilişkin RMSE Değerleri\***

| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Test Koşulları |      | RMSE |      |      |      |      |      |
|--------------|--------------------|---------------|----------------|------|------|------|------|------|------|------|
|              |                    |               | agenel         | a1   | a2   | a3   | d1   | d2   | d3   | d4   |
| 3            | 1000               | 15            | 0.10           | 0.10 | 0.20 | 0.20 | 0.10 | 0.10 | 0.10 | 0.10 |
|              |                    | 30            | 0.06           | 0.08 | 0.11 | 0.09 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.07 |
|              |                    | 60            | 0.03           | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.04 | 0.03 | 0.04 | 0.02 |
|              | 2000               | 15            | 0.10           | 0.10 | 0.10 | 0.10 | 0.10 | 0.10 | 0.10 | 0.10 |
|              |                    | 30            | 0.06           | 0.07 | 0.07 | 0.04 | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.05 |
|              |                    | 60            | 0.03           | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.04 | 0.03 | 0.04 | 0.02 |
|              | 5000               | 15            | 0.10           | 0.10 | 0.10 | 0.10 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
|              |                    | 30            | 0.04           | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 | 0.04 |
|              |                    | 60            | 0.03           | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.04 | 0.03 | 0.04 | 0.02 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

BA-EM teknigi ile kestirilen parametrelere ait RMSE değerleri incelendiğinde MCMC teknigi ile kestirilen madde parametrelere ait RMSE değerlerine göre daha düşük olduğu görülmektedir. Bu teknik ile de madde sayısı ve örneklem büyülüğünün artışı ile kestirilen madde parametrelere ilişkin RMSE değerleri azalmaktadır.

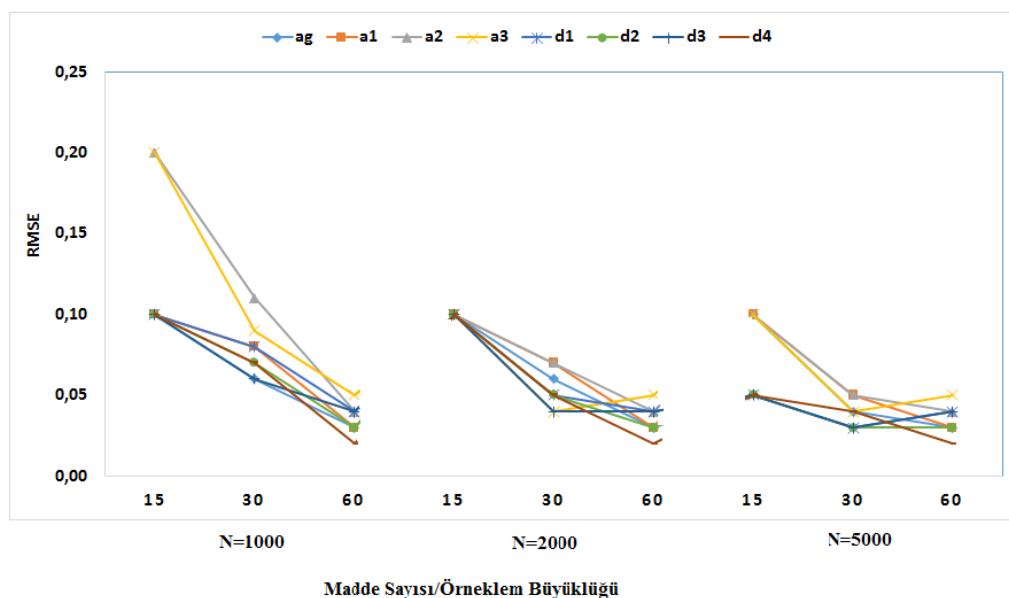
İki faktör modeli, boyutlar arasındaki korelasyonun manipüle edilebildiği çok boyutlu basit yapıdan farklı olarak hiçbir boyut arasında korelasyonun manipülasyonuna izin vermemektedir. BA-EM teknigi ile beş boyutlu basit yapılı veri setleri için madde parametresi kestirimi yapılamamıştır. Tablo 4.27' de BA-EM teknigi ile beş boyutlu veri setlerinden kestirilen madde parametrelere ilişkin RMSE değerleri verilmiştir. Tablo 4.27 incelendiğinde madde sayısının 15 olduğu durumda spesifik boyutlara ait **a** parametrelere (**a1**, **a2**, **a3**, **a4** ve **a5**) ilişkin RMSE değerlerinin oldukça büyük olduğu görülmektedir. **ag** parametresine ilişkin RMSE değerleri küçüktür. Özellikle örneklem büyülüğünün artışı olmak üzere hem madde sayısı hem de örneklem büyülüğü arttıkça hesaplanan RMSE değerleri azalmaktadır.

**Tablo 4.27. BA-EM Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Model Yapılı ÇBADM Veri Setinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

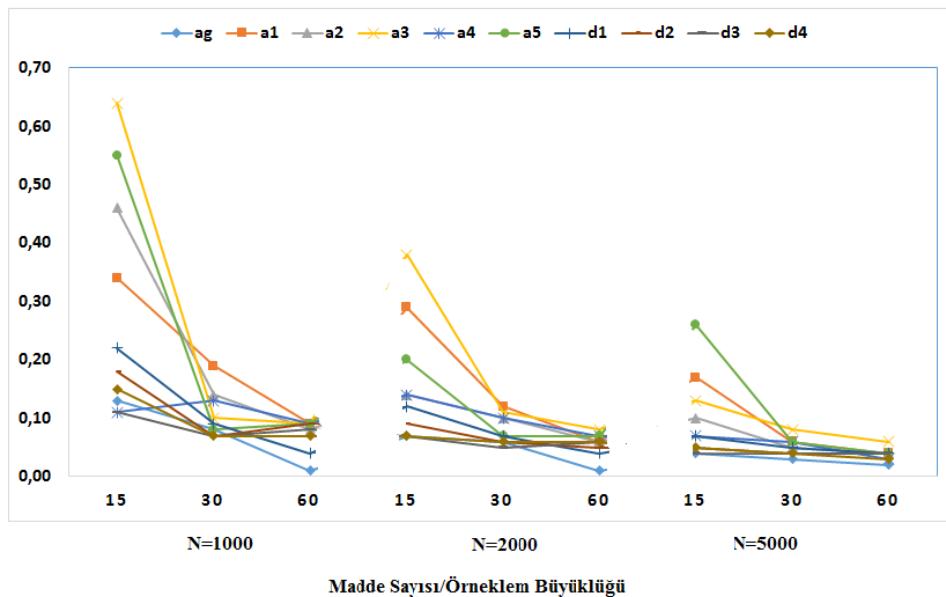
| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | RMSE   |             |             |             |             |             |             |             |             |             |
|--------------|--------------------|---------------|--------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|              |                    |               | agenel | a1          | a2          | a3          | a4          | a5          | d1          | d2          | d3          | d4          |
| 5            | 1000               | 15            | 0.13   | <b>0.34</b> | <b>0.46</b> | <b>0.64</b> | 0.11        | <b>0.55</b> | <b>0.22</b> | <b>0.18</b> | 0.11        | 0.15        |
|              |                    | 30            | 0.08   | <b>0.19</b> | <b>0.14</b> | <b>0.10</b> | 0.13        | <b>0.08</b> | 0.09        | 0.07        | 0.07        | 0.07        |
|              |                    | 60            | 0.01   | 0.09        | 0.08        | 0.09        | 0.09        | 0.09        | 0.04        | 0.09        | 0.08        | 0.07        |
|              | 2000               | 15            | 0.07   | <b>0.29</b> | <b>0.14</b> | <b>0.38</b> | <b>0.14</b> | <b>0.20</b> | <b>0.12</b> | <b>0.09</b> | <b>0.07</b> | <b>0.07</b> |
|              |                    | 30            | 0.06   | 0.12        | 0.10        | 0.11        | 0.10        | 0.07        | 0.07        | 0.06        | 0.05        | 0.06        |
|              |                    | 60            | 0.01   | 0.06        | 0.06        | 0.08        | 0.07        | 0.07        | 0.04        | 0.05        | 0.06        | 0.06        |
|              | 5000               | 15            | 0.04   | <b>0.17</b> | <b>0.10</b> | <b>0.13</b> | <b>0.07</b> | <b>0.26</b> | <b>0.07</b> | <b>0.05</b> | <b>0.04</b> | <b>0.05</b> |
|              |                    | 30            | 0.03   | 0.06        | 0.05        | 0.08        | 0.06        | 0.06        | 0.05        | 0.04        | 0.04        | 0.04        |
|              |                    | 60            | 0.02   | 0.04        | 0.04        | 0.06        | 0.03        | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.04        | 0.03        |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

BA-EM teknigi ile üç ve beş boyutlu veri setlerinden kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri Şekil 4.34 ve Şekil 4.35' de grafikle verilmiştir. Şekil 4.34 incelendiğinde örneklem büyüğünün 1000 olduğu test koşulu için **a2** ve **a3** parametrelerinin en büyük RMSE değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Örneklem büyüğünün 5000 olduğu test koşulu için ise **a1**, **a2** ve **a3** parametrelerinin daha büyük RMSE değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Örneklem büyüğünün 2000 olduğu koşulda ise tüm parametrelere ait RMSE değerlerinin birbirine yakın olduğu görülmektedir.



**Şekil 4.34. BA-EM Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Model Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**



**Şekil 4.35. BA-EM Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Model Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

Şekil 4.35 incelendiğinde diğer tekniklere göre beş boyutlu veri setlerinden kestirilen parametrelerin daha büyük RMSE değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Üç ve beş boyutlu veri setlerinden kestirilen parametrelere ait RMSE değerleri birbirinden oldukça farklıdır. Beş boyutlu veri setlerinden kestirilen **a** parametrelere ait RMSE değerleri hem diğer tekniklerden hem de BA-EM teknği ile üç boyutlu veri setlerinden kestirilen **a** parametrelere ait RMSE değerlerinden daha büyütür. BA-EM teknığının büyük boyutlu veri setleri için uygun olmadığı görülmektedir.

#### 4.4.4. MH-RM teknigi Kullanilarak İki Faktör Modeli Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE sonuçları

Tablo 4.28 ve Tablo 4.29 ile MH-RM teknigi ile kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri verilmiştir. Tablo 4.28 incelendiğinde sadece madde sayısının 15 olduğu test koşuluyla parametrelere ilişkin RMSE değerlerinin 0.10' un üzerinde olduğu görülmektedir. Madde sayısı ve örneklem büyüklüğünün artışıyla tüm parametrelere ait RMSE değerleri azalmıştır.

**Tablo 4.28. MH-RM Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri\***

| Test Koşulları |                    |               | RMSE   |      |      |      |      |      |      |      |
|----------------|--------------------|---------------|--------|------|------|------|------|------|------|------|
| Boyut Sayısı   | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | agenel | a1   | a2   | a3   | d1   | d2   | d3   | d4   |
| 3              | 1000               | 15            | 0.10   | 0.14 | 0.16 | 0.21 | 0.10 | 0.08 | 0.08 | 0.08 |
|                |                    | 30            | 0.06   | 0.08 | 0.10 | 0.10 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.07 |
|                |                    | 60            | 0.04   | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.04 | 0.03 | 0.04 | 0.04 |
|                | 2000               | 15            | 0.07   | 0.11 | 0.12 | 0.13 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.06 |
|                |                    | 30            | 0.06   | 0.08 | 0.10 | 0.10 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.07 |
|                |                    | 60            | 0.04   | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.04 | 0.03 | 0.04 | 0.02 |
|                | 5000               | 15            | 0.05   | 0.08 | 0.05 | 0.07 | 0.03 | 0.03 | 0.04 | 0.04 |
|                |                    | 30            | 0.04   | 0.06 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.05 |
|                |                    | 60            | 0.04   | 0.06 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.05 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

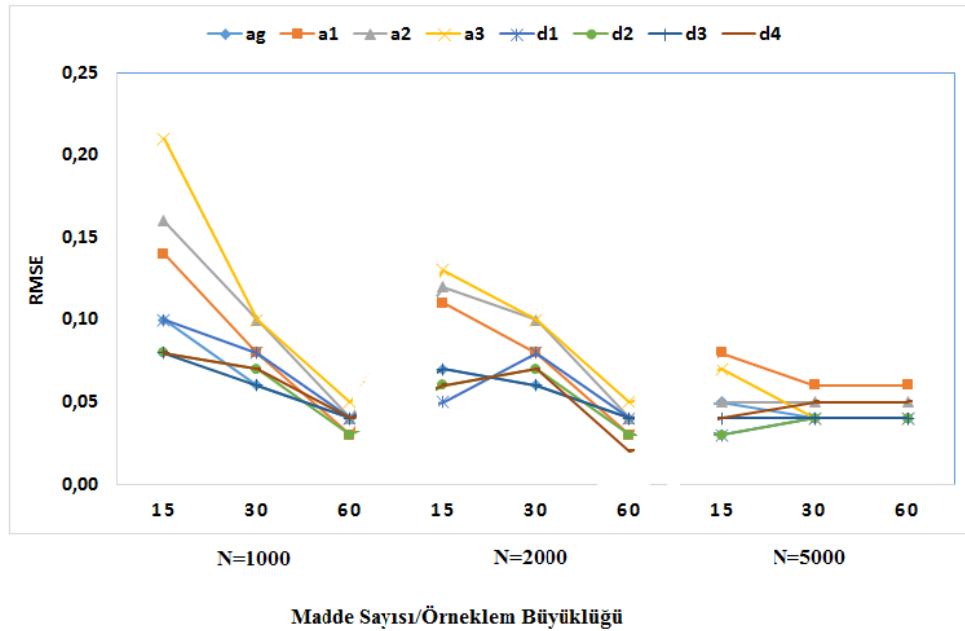
MH-RM teknigi ile beş boyutlu veri setinden kestirilen parametrelere ait RMSE değerleri ise Tablo 4.29 'de verilmiştir. Tablo 4.29 incelendiğinde diğer tekniklerde olduğu gibi boyut sayısı 5'e çıkartıldığında 15 madde için daha büyük RMSE değerleri hesaplanmıştır. MH-RM teknigi ile kestirilen **ag** parametresine ilişkin hesaplanan RMSE değerleri koşulların büyük çoğunluğu için spesifik boyutlara ait RMSE değerlerine göre daha küçütür. Madde sayısının ve örneklem büyülüklerinin artmasıyla RMSE değerleri tüm parametreler, koşullar için azalmıştır.

**Tablo 4.29. MH-RM Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

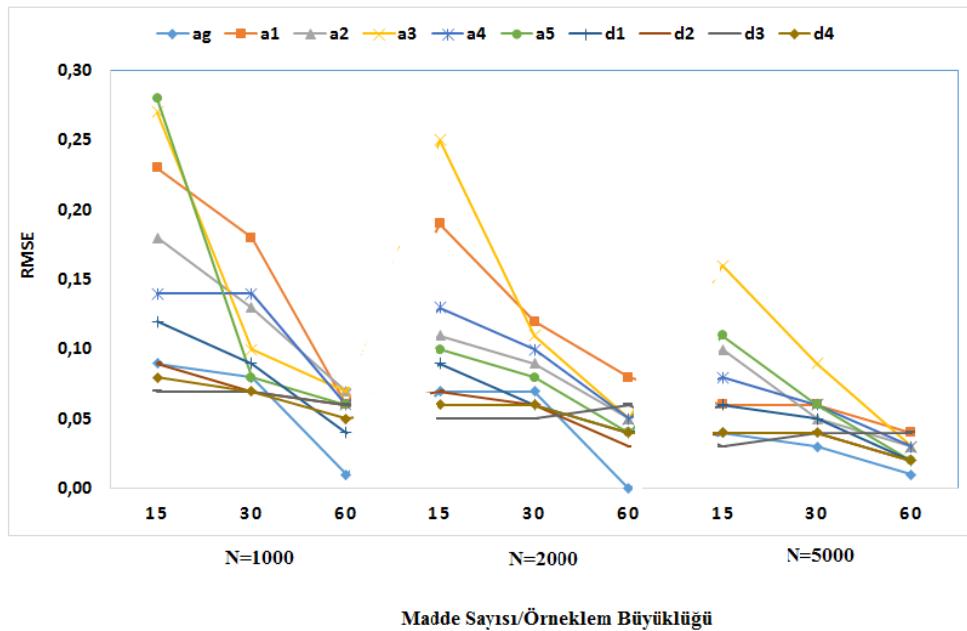
| Test Koşulları |      |      | RMSE |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| B.S.           | Ö.B. | T.U. | ag   | a1   | a2   | a3   | a4   | a5   | d1   | d2   | d3   | d4   |
| 5              | 1000 | 15   | 0.09 | 0.23 | 0.18 | 0.27 | 0.14 | 0.28 | 0.12 | 0.09 | 0.07 | 0.08 |
|                |      | 30   | 0.08 | 0.18 | 0.13 | 0.10 | 0.14 | 0.08 | 0.09 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
|                |      | 60   | 0.01 | 0.06 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.04 | 0.06 | 0.06 | 0.05 |
|                | 2000 | 15   | 0.07 | 0.19 | 0.11 | 0.25 | 0.13 | 0.10 | 0.09 | 0.07 | 0.05 | 0.06 |
|                |      | 30   | 0.07 | 0.12 | 0.09 | 0.11 | 0.10 | 0.08 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.06 |
|                |      | 60   | 0.00 | 0.08 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.06 | 0.04 |
|                | 5000 | 15   | 0.04 | 0.06 | 0.10 | 0.16 | 0.08 | 0.11 | 0.06 | 0.04 | 0.03 | 0.04 |
|                |      | 30   | 0.03 | 0.06 | 0.05 | 0.09 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.04 |
|                |      | 60   | 0.01 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.04 | 0.02 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir

Üç ve beş boyutlu veri setlerinden kestirilen parametrelere ait RMSE değerleri grafikle Şekil 4.36 ve Şekil 4.37' de verilmiştir.



**Şekil 4.36. MH-RM Tekniği İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**



**Şekil 4.37. MH-RM Tekniği İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Parametrelere İlişkin RMSE Değerleri**

Şekil 4.36 ve Şekil 4.37 incelendiğinde MH-RM teknigi ile de üç ve beş boyutlu veri setlerinden kestirilen parametrelere ait RMSE değerlerinin birbirinden farklı olduğu görülmektedir. En düşük RMSE değerlerine ise **ag** parametresinin sahip olduğu

görülmektedir. Ancak örneklem büyüklüğü ve madde sayısının artışıyla tüm değerlerin birbirine ve sıfıra yaklaşığı görülmektedir.

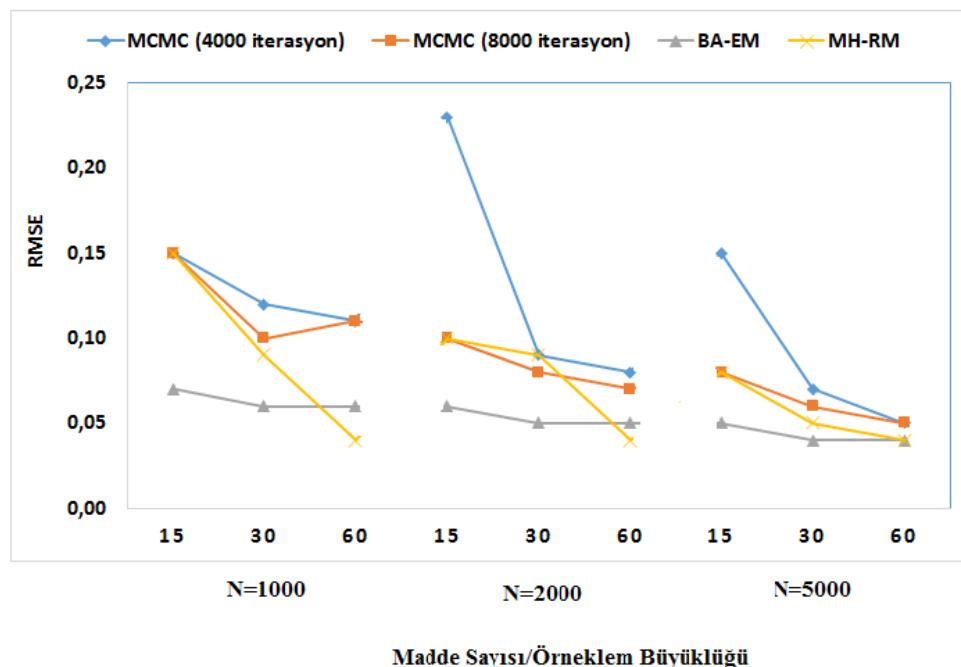
#### **4.4.5. MCMC 4000, MCMC 8000, BA-EM ve MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE ve Yanlılık Değerleri**

Tekniklerin tümü ile kestirilen madde parametrelerine ait ortalama RMSE değerleri ile ortalama yanlılık değerleri sırasıyla Tablo 4.30 ve Tablo 4.31' de verilmiştir. Tablo 4.30 incelendiğinde üç boyutlu veri setinden tüm teknikler ile kestirilen **a** ve **d** parametrelerine ilişkin hesaplanan RMSE değerleri birbirine oldukça yakındır. Tüm tekniklerle en büyük RMSE değerleri madde sayısının 15 ve örneklem büyüklüğünün 1000 olduğu test koşulu ile elde edilmiştir. En düşük RMSE değerleri diğer tüm bulgularda olduğu gibi madde sayısının 60 ve örneklem büyüklüğünün 5000 olduğu test koşulları ile elde edilmiştir. Ayrıca madde sayısının arttırılmasıyla MCMC tekniğiyle (4000 ve 8000 iterasyon) kestirilen madde parametrelerine ait RMSE değerlerinde belirgin düşüşler gözlenmektedir, ancak aynı durum BA-EM ve MH-RM teknikleri için geçerli değildir.

**Tablo 4.30. MCMC (4000 ve 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleriyle Kestirilen Parametrelere İlişkin Ortalama RMSE Değerleri**

| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | MCMC (4000 iterasyon) |             | MCMC (8000 iterasyon) |             | BA-EM       |             | MH-RM       |             |
|--------------|--------------------|---------------|-----------------------|-------------|-----------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|              |                    |               | a                     | d           | a                     | d           | a           | d           | a           | d           |
| 3            | 1000               | 15            | <b>0.15</b>           | <b>0.25</b> | <b>0.15</b>           | <b>0.20</b> | <b>0.07</b> | <b>0.10</b> | <b>0.15</b> | <b>0.10</b> |
|              |                    | 30            | 0.12                  | 0.16        | 0.10                  | 0.09        | 0.06        | 0.07        | 0.09        | 0.07        |
|              |                    | 60            | 0.11                  | 0.14        | 0.11                  | 0.10        | 0.06        | 0.03        | 0.04        | 0.03        |
|              | 2000               | 15            | <b>0.23</b>           | <b>0.17</b> | <b>0.10</b>           | <b>0.10</b> | <b>0.06</b> | <b>0.08</b> | <b>0.10</b> | <b>0.10</b> |
|              |                    | 30            | 0.09                  | 0.07        | 0.08                  | 0.06        | 0.05        | 0.05        | 0.09        | 0.07        |
|              |                    | 60            | 0.08                  | 0.07        | 0.07                  | 0.07        | 0.05        | 0.03        | 0.04        | 0.03        |
|              | 5000               | 15            | <b>0.15</b>           | <b>0.11</b> | <b>0.08</b>           | <b>0.03</b> | <b>0.05</b> | <b>0.03</b> | <b>0.08</b> | <b>0.03</b> |
|              |                    | 30            | 0.07                  | 0.06        | 0.06                  | 0.06        | 0.04        | 0.03        | 0.05        | 0.04        |
|              |                    | 60            | 0.05                  | 0.04        | 0.05                  | 0.03        | 0.04        | 0.03        | 0.04        | 0.03        |
| 5            | 1000               | 15            | <b>0.22</b>           | <b>0.17</b> | <b>0.13</b>           | <b>0.20</b> | <b>0.37</b> | <b>0.17</b> | <b>0.20</b> | <b>0.09</b> |
|              |                    | 30            | 0.13                  | 0.11        | 0.10                  | 0.09        | 0.12        | 0.08        | 0.12        | 0.08        |
|              |                    | 60            | 0.08                  | 0.08        | 0.11                  | 0.09        | 0.08        | 0.07        | 0.06        | 0.05        |
|              | 2000               | 15            | <b>0.18</b>           | <b>0.08</b> | <b>0.10</b>           | <b>0.10</b> | <b>0.20</b> | <b>0.09</b> | <b>0.14</b> | <b>0.07</b> |
|              |                    | 30            | 0.10                  | 0.08        | 0.07                  | 0.06        | 0.09        | 0.06        | 0.10        | 0.06        |
|              |                    | 60            | 0.07                  | 0.07        | 0.07                  | 0.07        | 0.06        | 0.05        | 0.05        | 0.04        |
|              | 5000               | 15            | <b>0.16</b>           | <b>0.06</b> | <b>0.05</b>           | <b>0.03</b> | <b>0.13</b> | <b>0.05</b> | <b>0.09</b> | <b>0.04</b> |
|              |                    | 30            | 0.09                  | 0.05        | 0.05                  | 0.05        | 0.06        | 0.04        | 0.06        | 0.04        |
|              |                    | 60            | 0.05                  | 0.05        | 0.04                  | 0.03        | 0.03        | 0.04        | 0.03        | 0.03        |

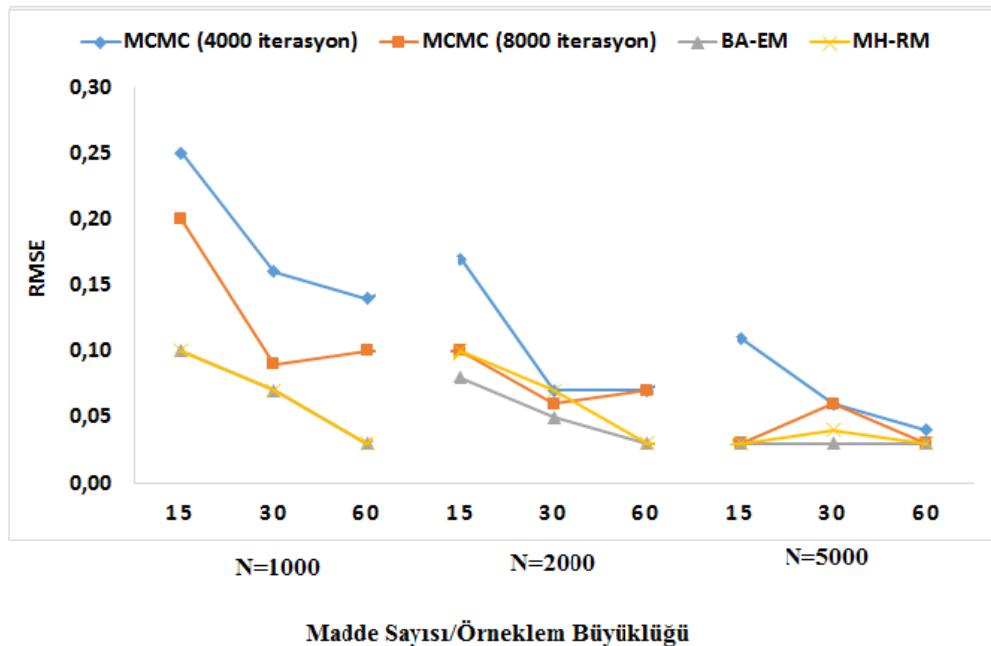
Boyut sayısı 3' den 5' e çıkarıldığında 15 madde için  $a$  parametresine ait ortalama RMSE değeri 0.07' den 0.37' ye yükselmiştir. BA-EM teknigi üç boyutlu veri setlerinden kestirilen parametrelerle ait RMSE değerleri diğer tekniklerden kestirilen parametrelerle ait RMSE değerlerinden daha düşüktür. Beş boyutlu veri setlerinden kestirilen  $d$  parametresi için örneklem büyüklüğünün 1000 ve madde sayısının 15 olduğu test koşullarıyla daha büyük RMSE değerleri hesaplanmıştır. Ancak madde sayısı ve örneklem büyüklüğünün artışıyla tüm tekniklerle hem  $a$  hem de  $d$  parametresi için çok benzer RMSE değerlerinin hesaplandığı görülmektedir. Şekil 4.38' de tüm tekniklerle üç boyutlu veri setlerinden kestirilen  $a$  parametrelerine ait ortalama RMSE değerleri verilmiştir. Tablo incelendiğinde MCMC (4000 ve 8000 iterasyon) teknigi ile kestirilen  $a$  parametrelerine ilişkin ortalama RMSE değerleri, BA-EM ve MH-RM teknikleri ile kestirilen  $a$  parametrelerine ait RMSE değerlerine göre daha büyütür.



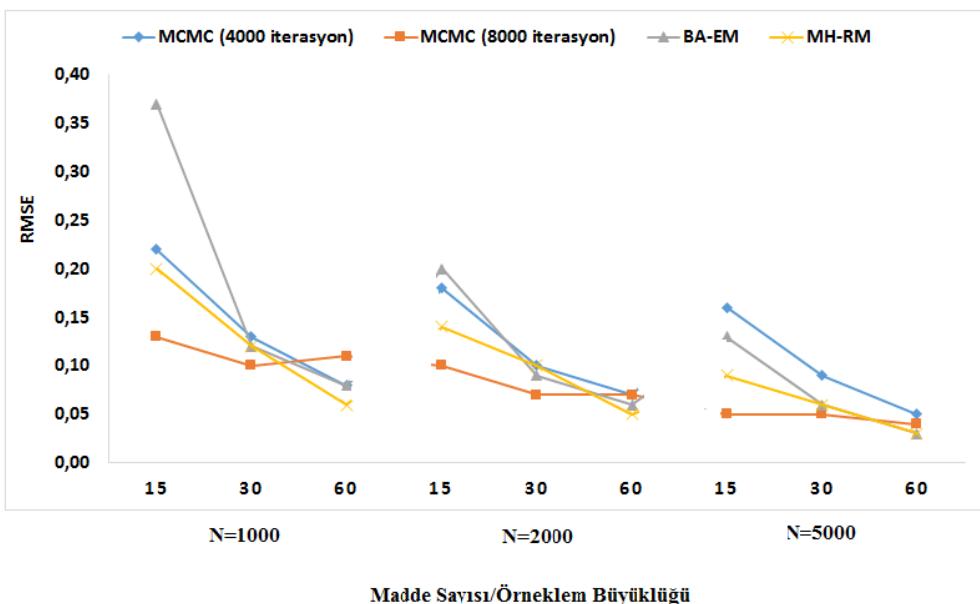
**Şekil 4.38. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen  $a$  Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri**

Şekil 4.39' de tüm tekniklerle kestirilen  $d$  parametrelerine ilişkin ortalama RMSE değerleri verilmiştir. Şekil incelendiğinde BA-EM ve MH-RM teknikleri ile kestirilen  $d$  parametrelerine ilişkin ortalama RMSE değerlerinin MCMC (4000 ve 8000 iterasyon)

tekniğine göre daha düşük olduğu görülmektedir. MCMC (4000 iterasyon ile) teknigi ile kestirilen  $d$  parametrelerine ait RMSE değerlerinin en büyük olduğu görülmektedir.

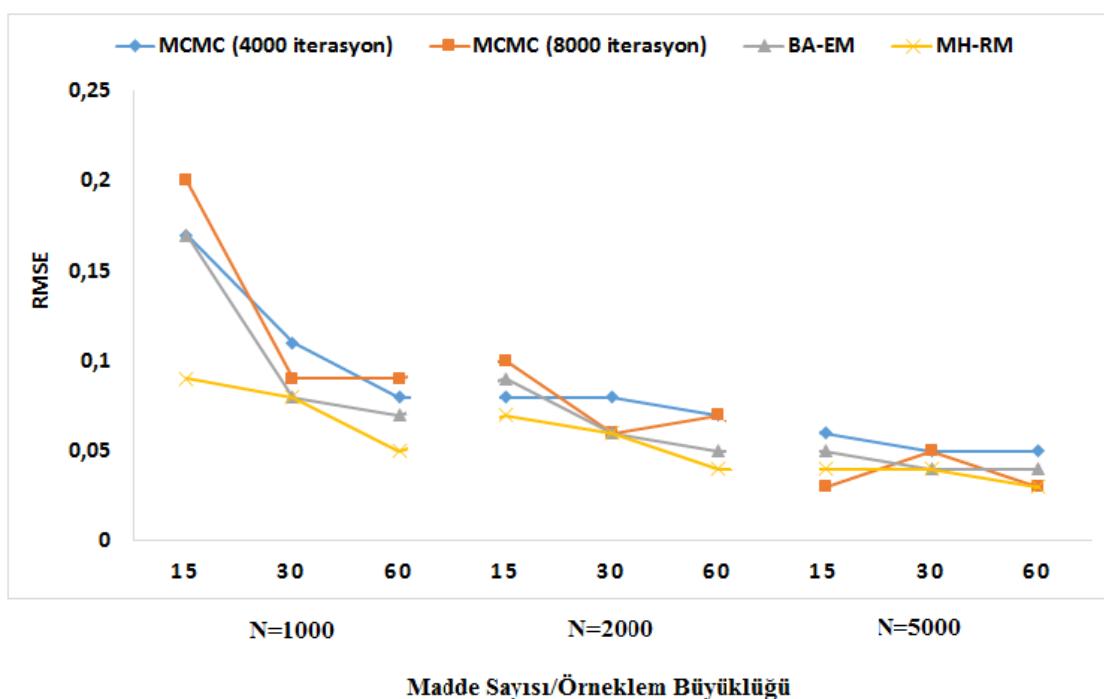


**Şekil 4.39. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 3 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen  $d$  Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri**



**Şekil 4.40. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen  $a$  Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri**

Şekil 4.40' da ise beş boyutlu veri setinden tüm tekniklerle kestirilen  $a$  parametrelerine ait ortalama RMSE değerleri verilmiştir. Şekil incelendiğinde madde sayısının 15, örneklem büyüklüğünün 5000 olduğu test koşuluyla en büyük RMSE değerlerinin BA-EM tekniği ile kestirilen  $a$  parametrelerine ait olduğu görülmektedir. En düşük RMSE değerinin ise MCMC (8000 iterasyon ile) tekniği ile kestirilen  $a$  parametrelerine ait olduğu görülmektedir. Madde sayısı ve örneklem büyüklüğünün artışıyla tüm tekniklerden kestirilen  $a$  parametresine ilişkin ortalama RMSE değerleri birbirine yakındır.



**Şekil 4.41. MCMC (4000, 8000 İterasyon), BA-EM, MH-RM Teknikleri İle 5 Boyutlu İki Faktör Modeli Yapılı ÇBADM Veri Setlerinden Kestirilen  $d$  Parametresine Ait Ortalama RMSE Değerleri**

Şekil 4.41' de tüm tekniklerle beş boyutlu veri setlerinden kestirilen  $d$  parametrelerine ilişkin ortalama RMSE değerleri verilmiştir. Madde sayısının 15 ve örneklem büyüklüğünün 1000 olduğu test koşuluyla MH-RM tekniğiyle kestirilen  $d$  parametrelerine ait ortalama RMSE değerleri diğer tekniklerle kestirilen  $d$  parametrelerine ilişkin ortalama RMSE değerlerine göre daha küçüktür. Madde sayısı ve örneklem büyüklüğünün artışıyla tekniklerle kestirilen  $d$  parametresine ilişkin ortalama RMSE değerleri birbirine yakındır.

Tablo 4.31 'de ise iki faktör modeli yapısına sahip ÇBAT modeline ait **a** ve **d** parametrelerine ilişkin hesaplanan ortalama yanılık değerleri görülmektedir. Tablo incelendiğinde ortalama yanılık değerlerinin tüm koşullar için birbirine ve sıfıra yakın oldukları görülmektedir. Boyut sayısı 5, madde sayısı 15 ve örneklem büyüklüğünün 1000 olduğu test koşulunda BA-EM teknigi ile kestirilen **a** parametresine ait RMSE değerinin 0.09 hesaplandığı görülmektedir. Bu değer BA-EM tekniginin bu koşullarda yanlış kestirim yaptığını göstermektedir.

**Tablo 4.31. Dördüncü Alt Probleme Ait Ortalama Yanılık Değerleri\***

| Test Koşulları (Yanılık) |                    |               | MCMC (4000 iterasyon) |             | MCMC (8000 iterasyon) |              | BA-EM       |              | MH-RM        |              |
|--------------------------|--------------------|---------------|-----------------------|-------------|-----------------------|--------------|-------------|--------------|--------------|--------------|
| Boyut Sayısı             | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | a                     | d           | a                     | d            | a           | d            | a            | d            |
| 3                        | 1000               | 15            | <b>0.00</b>           | <b>0.00</b> | <b>0.00</b>           | <b>-0.05</b> | <b>0.00</b> | <b>0.00</b>  | <b>0.03</b>  | <b>0.00</b>  |
|                          |                    | 30            | -0.01                 | -0.01       | 0.00                  | 0.01         | -0.01       | 0.01         | -0.01        | 0.01         |
|                          |                    | 60            | 0.00                  | 0.03        | 0.00                  | 0.01         | -0.01       | 0.00         | -0.01        | -0.01        |
|                          | 2000               | 15            | <b>-0.03</b>          | <b>0.00</b> | <b>-0.03</b>          | <b>0.00</b>  | <b>0.00</b> | <b>0.00</b>  | <b>0.00</b>  | <b>0.00</b>  |
|                          |                    | 30            | -0.02                 | 0.01        | -0.01                 | -0.01        | -0.01       | 0.01         | -0.01        | 0.01         |
|                          |                    | 60            | 0.00                  | 0.00        | -0.01                 | 0.01         | -0.01       | 0.00         | -0.01        | -0.01        |
|                          | 5000               | 15            | <b>-0.03</b>          | <b>0.00</b> | <b>-0.03</b>          | <b>0.00</b>  | <b>0.00</b> | <b>0.00</b>  | <b>0.00</b>  | <b>0.00</b>  |
|                          |                    | 30            | -0.02                 | 0.00        | -0.01                 | -0.02        | -0.01       | 0.00         | -0.01        | -0.01        |
|                          |                    | 60            | -0.01                 | 0.02        | -0.01                 | 0.02         | -0.01       | 0.00         | -0.01        | -0.01        |
|                          |                    | 15            | <b>0.00</b>           | <b>0.00</b> | <b>0.01</b>           | <b>0.01</b>  | <b>0.09</b> | <b>-0.02</b> | <b>-0.01</b> | <b>0.00</b>  |
| 5                        | 1000               | 30            | 0.00                  | 0.00        | 0.02                  | 0.01         | 0.01        | 0.00         | 0.01         | -0.01        |
|                          |                    | 60            | 0.00                  | 0.00        | 0.00                  | 0.02         | 0.00        | -0.01        | 0.00         | 0.00         |
|                          |                    | 15            | <b>0.00</b>           | <b>0.00</b> | <b>-0.01</b>          | <b>-0.01</b> | <b>0.00</b> | <b>-0.01</b> | <b>-0.03</b> | <b>-0.02</b> |
|                          | 2000               | 30            | 0.00                  | 0.00        | 0.01                  | 0.02         | 0.01        | 0.00         | 0.02         | -0.02        |
|                          |                    | 60            | 0.00                  | 0.00        | 0.00                  | 0.00         | -0.01       | -0.01        | -0.01        | 0.00         |
|                          |                    | 15            | <b>-0.02</b>          | <b>0.00</b> | <b>-0.04</b>          | <b>0.00</b>  | <b>0.02</b> | <b>-0.02</b> | <b>-0.01</b> | <b>-0.02</b> |
|                          | 5000               | 30            | 0.00                  | 0.00        | 0.00                  | 0.00         | 0.01        | -0.02        | 0.00         | -0.02        |
|                          |                    | 60            | 0.00                  | 0.00        | 0.00                  | 0.00         | 0.01        | -0.02        | 0.00         | -0.00        |
|                          |                    | 15            |                       |             |                       |              |             |              |              |              |

#### 4.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Beşinci alt problem kapsamında “Belirlenen test koşullarında her bir teknigin ne kadar sürede veri kestirmi yaptığı incelenmiştir. Sırasıyla basit yapılı üç parametreli lojistik model, basit yapılı aşamalı tepki modeli, iki faktör yapılı üç parametreli model ve iki faktör yapılı aşamalı modele ilişkin kestirim süreleri aşağıda verilmiştir.

##### 4.5.1. Basit Yapılı CBT3PL Modeline İlişkin Programların Kestirim Süreleri

Tablo 4.32'da programların dakika cinsinden tek bir analiz ve 50 analiz için kestirim süreleri verilmiştir. Tablo incelendiğinde en kısa sürede kestirimin MCMC teknigi ile 4000 iterasyon kullanıldığından, BMIRT programı ile gerçekleştiği görülmektedir. En büyük sürede kestirim yapan teknik ise MH-RM teknigidir. BA-EM teknigi MCMC (4000 iterasyon) teknigidinden sonra en kısa sürede kestirim yapan tekniktir. BA-EM ve MCMC (4000 iterasyon) ile yapılan kestirim süreleri birbirine oldukça yakındır. Ancak

BA-EM teknigi ile boyut sayisının 3, örneklem büyüklüğünün 5000 ve madde sayisının 60 olduğu test koşulunda tek bir analiz için 495 dakikada parametre kestirimi yapıldığı görülmektedir. BA-EM teknigi beş boyutlu veri setleri için ise madde parametresi kestirimi yapamamıştır. Tüm teknikler için madde sayısı ve örneklem büyülüğu arttıkça kestirim süresi de artmıştır.

**Tablo 4.31. Basit Yapılı ÇBT3PL Modeline İlişkin Programların Kestirim Süreleri\***

| Test Koşulları (Basit-3plm) |      |      | MCMC (4000 iterasyon) |            | MCMC (8000 iterasyon) |            | BA-EM     |            | MH-RM     |            |
|-----------------------------|------|------|-----------------------|------------|-----------------------|------------|-----------|------------|-----------|------------|
| B.S.                        | Ö.B. | T.U. | 1<br>(dk)             | 50<br>(dk) | 1<br>(dk)             | 50<br>(dk) | 1<br>(dk) | 50<br>(dk) | 1<br>(dk) | 50<br>(dk) |
| 3                           | 1000 | 15   | 1                     | 50         | 2                     | 100        | 2         | 123        | 17        | 830        |
|                             |      | 30   | 2                     | 78         | 3                     | 156        | 3         | 150        | 20        | 1000       |
|                             |      | 60   | 3                     | 135        | 5                     | 270        | 4         | 203        | 22        | 1100       |
|                             | 2000 | 15   | 4                     | 188        | 8                     | 376        | 6         | 316        | 43        | 2150       |
|                             |      | 30   | 5                     | 260        | 10                    | 520        | 7         | 351        | 53        | 2650       |
|                             |      | 60   | 11                    | 532        | 21                    | 1064       | 9         | 456        | 70        | 3500       |
|                             | 5000 | 15   | 10                    | 502        | 20                    | 1004       | 17        | 826        | 140       | 7000       |
|                             |      | 30   | 13                    | 648        | 26                    | 1296       | 18        | 918        | 266       | 13300      |
|                             |      | 60   | 18                    | 924        | 37                    | 1848       | 495       | 24750      | 650       | 32500      |
| 5                           | 1000 | 15   | 3                     | 132        | 5                     | 264        | -         | -          | 40        | 2000       |
|                             |      | 30   | 5                     | 243        | 10                    | 486        | -         | -          | 48        | 2400       |
|                             |      | 60   | 7                     | 327        | 13                    | 654        | -         | -          | 62        | 3100       |
|                             | 2000 | 15   | 6                     | 283        | 11                    | 566        | -         | -          | 128       | 6400       |
|                             |      | 30   | 7                     | 339        | 14                    | 678        | -         | -          | 137       | 6850       |
|                             |      | 60   | 12                    | 605        | 24                    | 1210       | -         | -          | 156       | 7800       |
|                             | 5000 | 15   | 16                    | 782        | 31                    | 1564       | -         | -          | 245       | 12250      |
|                             |      | 30   | 21                    | 1056       | 42                    | 2112       | -         | -          | 516       | 25800      |
|                             |      | 60   | 36                    | 1809       | 72                    | 3618       | -         | -          | 1062      | 53100      |

\*50 tekrara ilişkin toplam zamanı, 1 ise tek bir analize ilişkin süreyi dakika cinsinden göstermektedir.

#### 4.5.2. Basit Yapılı ÇBAT Modeline İlişkin Programların Kestirim Süreleri

Basit yapılı ÇBAT modeline ilişkin ise kestirim süreleri tablo 4.33'de verilmiştir. Tablo 4.33 incelendiğinde 5000 örneklem büyülüğu ve 60 maddenin olduğu koşul hariç en kısa sürede kestirim BA-EM teknigi ile yapılmıştır. Özellikle büyük madde sayıları ve test uzunluklarıyla en uzun sürede kestirim yapan teknik MH-RM' dir. Ayrıca iterasyon sayısı iki katına çıkarıldığında MCMC teknigi için kestirim süreleri de yaklaşık olarak iki katına çıkmıştır. BA-EM teknigi 5 boyut ile kestirim yapamamıştır. Yine madde sayısı arttıkça ve örneklem büyülüğu arttıkça tüm tekniklerle kestirim süreleri artmıştır.

**Tablo 4.33. Basit Yapılı ÇBAT Modeline İlişkin Programların Kestirim Süreleri**

| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Test Koşulları |         | MCMC (4000 iterasyon) |         | MCMC (8000 iterasyon) |         | BA-EM  |         | MH-RM  |         |
|--------------|--------------------|---------------|----------------|---------|-----------------------|---------|-----------------------|---------|--------|---------|--------|---------|
|              |                    |               | 1 (dk)         | 50 (dk) | 1 (dk)                | 50 (dk) | 1 (dk)                | 50 (dk) | 1 (dk) | 50 (dk) | 1 (dk) | 50 (dk) |
| 3            | 1000               | 15            | 8              | 377     | 15                    | 754     | 4                     | 177     | 26     | 1300    |        |         |
|              |                    | 30            | 8              | 421     | 17                    | 842     | 5                     | 250     | 30     | 1500    |        |         |
|              |                    | 60            | 26             | 1288    | 52                    | 2576    | 7                     | 350     | 32     | 1600    |        |         |
|              | 2000               | 15            | 12             | 602     | 24                    | 1204    | 10                    | 500     | 44     | 2200    |        |         |
|              |                    | 30            | 13             | 674     | 27                    | 1348    | 12                    | 600     | 56     | 2800    |        |         |
|              |                    | 60            | 28             | 1383    | 55                    | 2766    | 9                     | 450     | 82     | 4100    |        |         |
|              | 5000               | 15            | 27             | 1357    | 54                    | 2714    | 23                    | 1150    | 168    | 8400    |        |         |
|              |                    | 30            | 30             | 1505    | 60                    | 3010    | 25                    | 1250    | 308    | 15400   |        |         |
|              |                    | 60            | 72             | 3600    | 144                   | 7200    | 512                   | 25600   | 714    | 35700   |        |         |
|              | 1000               | 15            | 11             | 559     | 22                    | 1118    | -                     | -       | 54     | 2700    |        |         |
|              |                    | 30            | 13             | 670     | 27                    | 1340    | -                     | -       | 60     | 3000    |        |         |
|              |                    | 60            | 15             | 754     | 30                    | 1508    | -                     | -       | 74     | 3700    |        |         |
| 5            | 2000               | 15            | 14             | 710     | 28                    | 1420    | -                     | -       | 154    | 7700    |        |         |
|              |                    | 30            | 15             | 768     | 31                    | 1536    | -                     | -       | 174    | 8700    |        |         |
|              |                    | 60            | 21             | 1034    | 41                    | 2068    | -                     | -       | 197    | 9850    |        |         |
|              | 5000               | 15            | 24             | 1222    | 49                    | 2444    | -                     | -       | 291    | 14550   |        |         |
|              |                    | 30            | 30             | 1508    | 60                    | 3016    | -                     | -       | 567    | 28350   |        |         |
|              |                    | 60            | 45             | 2272    | 91                    | 4544    | -                     | -       | 1224   | 61183   |        |         |

\*50 tekrara ilişkin toplam zamanı, 1 ise tek bir analize ilişkin süreyi dakika cinsinden göstermektedir.

#### 4.5.3. İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PL Modeline Programların İlişkin Kestirim Süreleri

Tablo 4.34 ile iki faktör modeli yapısındaki test yapısına sahip ÇBT3PL modeli için kestirim süreleri görülmektedir. BA-EM tekniğinin diğer tekniklere göre en düşük sürede parametre kestirimi yapmıştır. BA-EM tekniği ile neredeyse tüm analizleri 1 dakika içinde tamamlamıştır. Diğer tekniklerle saatlerce kestirim yapılırken BA-EM ile saniyelerle kestirim tamamlanmıştır. Kestirim süresi açısından BA-EM tekniğinden sonra en kısa sürede kestirim yapan teknik MCMC (4000 iterasyon ile) dir. Sonra ise kestirim süreleri açısından sırasıyla MCMC (8000 iterasyon ile) teknigi ve MH-RM teknigi gelmektedir. En uzun süre madde parametresi kestirimi yapan teknik MH-RM teknigidir. Tablo 4.34'ten de görüldüğü gibi madde sayısı ve örneklem büyülüklüğü artışıyla kestirim süreleri de artmıştır.

**Tablo 4.34. İki Faktör Modeli Yapılı ÇBT3PL Modeline İlişkin Programların Kestirim Süreleri**

| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Test Koşulları |         | MCMC (4000 iterasyon) |         | MCMC (8000 iterasyon) |         | BA-EM  |         | MH-RM  |         |
|--------------|--------------------|---------------|----------------|---------|-----------------------|---------|-----------------------|---------|--------|---------|--------|---------|
|              |                    |               | 1 (dk)         | 50 (dk) | 1 (dk)                | 50 (dk) | 1 (dk)                | 50 (dk) | 1 (dk) | 50 (dk) | 1 (dk) | 50 (dk) |
| 3            | 1000               | 15            | 3              | 141     | 6                     | 282     | 0,4                   | 20      | 40     | 2000    |        |         |
|              |                    | 30            | 4              | 210     | 8                     | 420     | 0,5                   | 25      | 68     | 3400    |        |         |
|              |                    | 60            | 7              | 330     | 13                    | 660     | 0,6                   | 31      | 76     | 3800    |        |         |
|              | 2000               | 15            | 5              | 255     | 10                    | 510     | 0,7                   | 35      | 70     | 3500    |        |         |
|              |                    | 30            | 7              | 351     | 14                    | 702     | 0,9                   | 45      | 100    | 5000    |        |         |
|              |                    | 60            | 11             | 545     | 22                    | 1090    | 1,5                   | 75      | 106    | 5300    |        |         |
|              | 5000               | 15            | 10             | 475     | 19                    | 950     | 2,2                   | 112     | 244    | 12200   |        |         |
|              |                    | 30            | 13             | 654     | 26                    | 1308    | 3                     | 150     | 288    | 14400   |        |         |
|              |                    | 60            | 55             | 2762    | 110                   | 5524    | 3,2                   | 160     | 688    | 34400   |        |         |
|              | 1000               | 15            | 3              | 152     | 6                     | 304     | 0,4                   | 21      | 41     | 2050    |        |         |
|              |                    | 30            | 5              | 226     | 9                     | 452     | 0,5                   | 25      | 70     | 3500    |        |         |
|              |                    | 60            | 7              | 358     | 14                    | 716     | 0,6                   | 30      | 82     | 4100    |        |         |
| 5            | 2000               | 15            | 6              | 282     | 11                    | 564     | 0,8                   | 40      | 75     | 3750    |        |         |
|              |                    | 30            | 8              | 378     | 15                    | 756     | 1,4                   | 70      | 93     | 4650    |        |         |
|              |                    | 60            | 11             | 572     | 23                    | 1144    | 1,8                   | 90      | 105    | 5250    |        |         |
|              | 5000               | 15            | 10             | 514     | 21                    | 1028    | 3                     | 150     | 128    | 6400    |        |         |
|              |                    | 30            | 18             | 875     | 35                    | 1750    | 3                     | 150     | 272    | 9400    |        |         |
|              |                    | 60            | 48             | 2393    | 96                    | 4786    | 3,3                   | 165     | 844    | 13600   |        |         |

\*50 tekrara ilişkin toplam zamanı, 1 ise tek bir analize ilişkin süreyi dakika cinsinden göstermektedir.

#### **4.5.3. İki Faktör Modeli Yapılı ÇBAT Modeline Programların İlişkin Kestirim Süreleri**

Son olarak ÇBAT modeline ilişkin iki faktör modeli test yapısı için kestirim süreleri Tablo 4.35 ile verilmiştir. Tablo 4.35 incelendiğinde sırasıyla en kısa sürede kestirim yapandan en uzun sürede madde parametresi kestirimi yapan tekniğe doğru; BA-EM, MCMC (4000 iterasyon) , MCMC (8000 iterasyon) ve MH-RM tekniğidir.

**Tablo 4.35. İki Faktör Modeli Yapılı ÇBAT Modeline İlişkin Programların Kestirim Süreleri**

| Test Koşulları |                    |               | MCMC (4000 iterasyon) |         | MCMC (8000 iterasyon) |         | BA-EM  |         | MH-RM  |         |
|----------------|--------------------|---------------|-----------------------|---------|-----------------------|---------|--------|---------|--------|---------|
| Boyut Sayısı   | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | 1 (dk)                | 50 (dk) | 1 (dk)                | 50 (dk) | 1 (dk) | 50 (dk) | 1 (dk) | 50 (dk) |
| 3              | 1000               | 15            | 4                     | 192     | 8                     | 384     | 1      | 50      | 42     | 2100    |
|                |                    | 30            | 8                     | 404     | 16                    | 808     | 1      | 50      | 70     | 3500    |
|                |                    | 60            | 15                    | 739     | 30                    | 1478    | 1      | 50      | 82     | 4100    |
|                | 2000               | 15            | 10                    | 485     | 19                    | 970     | 1      | 50      | 76     | 3800    |
|                |                    | 30            | 18                    | 882     | 35                    | 1764    | 1      | 50      | 116    | 5800    |
|                |                    | 60            | 26                    | 1296    | 52                    | 2592    | 2      | 100     | 124    | 6200    |
|                | 5000               | 15            | 21                    | 1027    | 41                    | 2054    | 2      | 100     | 286    | 14300   |
|                |                    | 30            | 44                    | 2200    | 88                    | 4400    | 2      | 100     | 334    | 16700   |
|                |                    | 60            | 75                    | 3750    | 150                   | 7500    | 2      | 100     | 835    | 41750   |
| 5              | 1000               | 15            | 5                     | 269     | 11                    | 538     | 1      | 50      | 44     | 2200    |
|                |                    | 30            | 8                     | 418     | 17                    | 836     | 1      | 50      | 72     | 3600    |
|                |                    | 60            | 18                    | 900     | 36                    | 1800    | 2      | 100     | 87     | 4350    |
|                | 2000               | 15            | 10                    | 500     | 20                    | 1000    | 2      | 100     | 77     | 3850    |
|                |                    | 30            | 16                    | 810     | 32                    | 1620    | 2      | 100     | 97     | 4850    |
|                |                    | 60            | 37                    | 1850    | 74                    | 3700    | 4      | 200     | 123    | 6150    |
|                | 5000               | 15            | 25                    | 1250    | 50                    | 2500    | 3      | 150     | 147    | 7350    |
|                |                    | 30            | 44                    | 2200    | 88                    | 4400    | 3      | 150     | 341    | 17050   |
|                |                    | 60            | 80                    | 4000    | 160                   | 8000    | 4      | 200     | 878    | 43900   |

\*50 tekrara ilişkin toplam zamanı, 1 ise tek bir analize ilişkin süreyi dakika cinsinden göstermektedir.

#### 4.6. Tartışma ve Yorum

Madde parametresi doğrulanması ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde büyük bir çoğunluğunun tek boyutlu model ve programlarla yapıldığı görülmektedir. Çok boyutlu modellerle yapılan madde parametresi doğrulanması çalışmaları ise genellikle TESTFACT ve NOHARM programı kullanılarak yapılmıştır. Bu açıdan BMIRT ve flexMIRT programları göreceli olarak yeni programlardır. MCMC kestirim tekniği ile yapılan madde parametresi doğrulanması çalışmalarının büyük bir çoğunluğu BMIRT dışındaki programlarla yapılmıştır. flexMIRT 2.0 programı ve parametre kestiriminde kullandığı MH-RM teknigi 2010 yılı ve sonrasında geliştirilmiştir. flexMIRT programı ile parametre kestiriminde kullanılan BA-EM teknigi yaygın kullanılan ancak karmaşık modeller için sınırlılıklara sahip bir tekniktir.

Tek ve çok boyutlu çeşitli model, program ve kestirim teknikleriyle yapılan çalışmaların neredeyse tamamında çıkan ortak sonuç örneklem büyklüğü arttıkça madde parametrelerinin daha doğru ve daha az yanlı kestirildiğiidir (örneğin, Reise ve Yu, 1990; Ayala, 2009; Lautenschlager, Meade ve Kim, 2006; Bahry, 2012,

Montgomery ve Skorupski ,2012; Wang ve Chen, 2005; DeMars, 2002; Hulin, Lissak ve Drasgow, 1982; Lee 2007; 2012 gibi).

Bu araştırma da örneklem büyülüğünün madde parametresi doğrulanmasına etkisi diğer test koşullarına kıyasla daha fazladır. Bulgular incelendiğinde örneklem büyülüğu 5000' e çıkarıldığında madde parametrelerinin tümü için hesaplanan RMSE değerlerinin neredeyse tamamı 0.10' un altındadır ve yanlılık değerleri sıfıra yakındır. Bu teknik ve programlar için örneklem büyülüğünün arttırılması ile daha doğru kestirimler yapılabileceği görülmektedir. Ancak bazı bulgulara göre örneklem büyülüğu 5000' e çıkarıldığında bile 15 maddeye ait RMSE değerleri ve yanlılık değerleri özellikle **a** parametreleri için yüksek hesaplanmıştır. Özellikle boyut sayısının 5 olduğu durumda neredeyse tüm tekniklerle daha yüksek RMSE değerlerine sahip parametre kestirimleri yapılmıştır. Madde sayılarının artışıyla birlikte örneklem büyülüği kadar büyük ölçüde olmasa da **a** ve **d** parametreleri için hesaplanan RMSE değerleri neredeyse tüm koşullar ve kestirim teknikleri için azalmıştır. Özellikle büyük boyutlu veri setleri ile madde sayısı doğru ve daha az yanlı kestirim yapabilmek için önemli test koşullarından birisidir.

Araştırmada iki ayrı boyut sayısı seçilmiştir. Bunun iki nedeni vardır. İkinci, boyut sayısı arttıkça kestirilmesi gereken parametre sayısı da artacağından, model daha karmaşık hale gelmektedir. WinBUGS ve OpenBUGS gibi programlarla yapılan madde parametresi doğrulanması araştırmalarına göre MCMC teknigi karmaşık modeller ile BA-EM teknigine göre daha doğru parametre kestirimini yapmaktadır. BMIRT programı ile de benzer bulgulara ulaşılıp ulaşılmadığı incelenmiştir. Boyut sayısının test koşulu olarak belirlenmesinin ikinci nedeni ise flexMIRT programıdır. flexMIRT programı çok boyutlu modellere ilişkin parametre kestirimini için MH-RM ve BA-EM tekniklerini kullanmaktadır. Ancak yüksek boyutlarla BA-EM tekniginin elverişli olmadığı ifade edilmektedir. Ayrıca Cai (2010b; 2010c) tarafından MH-RM teknigi yüksek boyutlu veri setlerinde daha uygun kestirim yapabilmesi nedeniyle BA-EM teknigine alternatif olarak geliştirilmiştir. Üç teknikle kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri üç boyutlu veri setleri ile test koşullarında farklılaşmakla birlikte, bu değerlerin genellikle büyük örneklem büyülüğü ve artan test uzunluklarıyla birbirine çok yakın olduğu görülmüştür. Ancak boyut sayısı 5' e çıkarıldığında çok boyutlu basit test yapısı ile BA-EM tekniginin madde parametresi kestirimini yapamadığı görülmüştür. İki faktör modeli ile ise diğer tekniklere kıyasla yanlılık değeri büyük

kestirimler yaptığı görülmüştür. flexMIRT programı ile de kullanılan BA-EM tekniğinin yüksek boyutlu veri setlerine ait parametre kestiriminde elverişli olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Literatürde BA-EM tekniğinin büyük boyutlarla elverişli olmadığı bilgisi bulunmakla birlikte büyük boyut sayısı kaçtır sorusunun cevabı bulunmamaktaydı. Bu araştırma ile 5 boyutlu veri setleriyle BA-EM tekniğinin madde parametresi kestirimi yapamadığı bulgusuna ulaşılmıştır.

Boyutlar arasındaki korelasyon test koşulu olarak belirlenmiştir. Çok boyutlu madde tepki kuramı katı tek boyutluluk varsayımlının aksine test yapısına ilişkin birçok seçenek sunar. Her bir madde tek bir boyutu veya birden fazla boyutu ölçebilmektedir. Öte yandan bazen maddelerin farklı boyutlar üzerindeki ayırt edicilik değerlerinin oranları farklılaştırılabilirilmektedir. Basit yapılı test yapısı, boyutların birbirile ilişkili olduğu ancak her bir maddenin sadece tek bir boyut üzerinde ayırt edicilik değerine sahip olduğu birçok boyutlu test yapısıdır. Yaklaşık basit ve karmaşık test yapısına göre uygulama kolaylığı sağlama nedeniyle tercih edilen bir test yapısıdır. Araştırma da basit test yapısı seçilmiştir. Boyutlar arasındaki korelasyon değerleri de farklılaştırılmıştır. Hem BMIRT hem de flexMIRT programı boyutların ilişkili olduğu biliniyorsa bu durumun komutlarla belirtilebilmesine olanak tanımaktadır. BMIRT için doğrudan kontrol dosyasına korelasyon değerleri yazılabilenken flexMIRT için ise boyutlar arasındaki ilişki “free cov” komutu ile serbest bırakılmaktadır. Dolayısıyla araştırmadan beklenilen sonuç boyutlar arasındaki korelasyonun farklılığını madde kestirimleri üzerinde etkisinin olmaması gerekiydi. Çünkü iki program ile boyutlar arasındaki korelasyon manipüle edilebilmektedir. Elde edilen bulgular incelendiğinde çoğunlukla madde sayısının 15 ve örneklem büyüklüğünün 1000 olduğu durumda farklı korelasyon değerleriyle farklı RMSE değerlerinin kestirildiği görülmektedir. Ancak sadece madde sayısının 15 örneklem büyüklüğünün 1000 olduğu durumda hatalı ve yüksek RMSE değerlerinde sahip kestirimler yapıldığından burada söz konusu problemin doğrudan korelasyondan kaynaklanmayabileceği düşünülmektedir. Öte taraftan diğer bütün koşullar için boyutlar arasındaki korelasyon farklılaştırıldığı halde RMSE değerlerinin değişmediği görülmektedir. Dolayısıyla iki programında boyutlar arasındaki korelasyonun BMIRT ve flexMIRT programı ile madde parametresi doğrulanmasına etkisinin önemsiz düzeyde olduğu bulgusuna ulaşılmıştır.

İki faktör modeli yapısı araştırmacılar tarafından tercih edilen bir doğrulayıcı model yapısıdır. Araştırmada bu model yapısı ve çok boyutlu basit test yapısı ile ÇBT3PL ve ÇBAT modeli için madde parametresi kestirimi yapılmıştır. Bulgular incelendiğinde iki faktör modeli yapısına ilişkin en ilginç sonuç BA-EM tekniğinin bu test yapısıyla 5 boyut içinde kestirim yapabiliyor oluşudur. Diğer bir önemli bulgu ise özellikle 1000 örneklem büyülüğu ve 15 madde ile genel boyuta ait **a** parametresi için hesaplanan RMSE değerlerinin spesifik boyutlar için daha düşük oluşudur. Özellikle boyut sayısı arttıkça bu durum daha da belirginleşmiştir. İki faktör model yapısının basit test yapısından en önemli farklılığı boyutlar arasındaki korelasyonun manipülasyonuna izin vermemesidir. Bu durum iki faktör modeli için tüm boyutların ilişkisiz olduğu varsayımdır. Zheng (2013) iki faktör model yapısında bu varsayımin ihlal edilmesi durumunda madde parametresi doğrulanması çalışması yapmış ve **d** ile **c** parametrelerinin bu varsayımlı ihlalinden etkilenmediğini ancak **a** parametresinin yanlış kestirildiğini ifade etmiştir. Ayrıca bu durumun genel boyutun spesifik boyutlara göre daha doğru kestirimine neden olduğunu ifade etmiştir. Yapılan araştırmada elde edilen bulgulara göre özellikle test uzunluğu ve örneklem büyülüğu küçük olduğunda genel boyuta ait RMSE değerlerinin spesifik boyutlara göre daha düşük olduğu görülmektedir. Basit yapılı model için **a1**, **a2**, **a3** parametrelerine ilişkin hesaplanan RMSE değerleri birbirine yakın değerlerde iken iki faktör modeli yapısıyla genel boyut ve spesifik boyutlar için kestirilen RMSE değerleri ve spesifik boyutlara ilişkin RMSE değerleri birbirinden farklı bulunmuştur.

Araştırmmanın önemli bulgularının diğeri ise üç teknikle de çok boyutlu aşamalı tepki modelinde (ÇBAM), çok boyutlu telafi edici üç parametrelili lojistik modele (ÇBT3PLM) göre özellikle **a** parametreleri için daha düşük RMSE değerlerinin elde edildiği bulunmuştur. Bu durumun nedeni ÇBT3PLM ile **c** parametresinin de kestiriliyor olusunun olabileceği düşünülmektedir. Tek ve çok boyutlu modellerle yapılan araştırmalarda **c** parametresinin hatalı kestiriminin diğer parametrelerin kestirim doğruluğunu etkilediği ifade edilmiştir. Aynı şekilde diğer parametrelerinde hatalı kestirimi **c** parametresinin hatalı kestirimine neden olmaktadır (Yen, 1981; Li ve Lissitz, 2004; Zhang ve Stone, 2004; DeMars, 2007). Koşulların büyük bir çoğunluğu ile **c** parametresi için kestirilen RMSE değerlerinin en düşük olduğu ve test koşullarından etkilenmediği bulgusuna ulaşmıştır. Bock ve ark., (2003), **c** parametresi kestiriminin testin boyutluluğundan etkilenmediğini ifade etmişlerdir.

Araştırmada MCMC teknigi ile iki ayrı iterasyon sayısı seçilmiştir. Bu durumun nedeni ise programların kestirim süreleridir. BMIRT programı iterasyon sayısı arttıkça kestirim için daha uzun sürelerde ihtiyaç duyulmaktadır. Yao (2003) tarafından daha doğru kestirimler için daha büyük iterasyon sayılarının kullanılması gerektiği önerilmektedir. Ancak “iterasyon sayısı en az kaç olmalıdır?” sorusuna ilişkin ayrıntılı bir literatür bilgisi bulunmadığından iki tane yüksek iterasyon sayısı seçilmiştir. Elde edilen bulgulara göre MCMC teknigi ile 4000 yerine 8000 iterasyon kullanıldığında kestirim süresi iki katına çıkmaktadır. Ancak çoğu koşulda MCMC 4000 ve MCMC 8000 iterasyon ile benzer RMSE değerleri elde edilmiştir. Sadece özellikle boyut sayısı 5 iken MCMC 8000'in bazı koşullar da daha **a** parametresi için daha küçük RMSE değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Ancak genel olarak iki iterasyon ile aynı RMSE değerleri elde edilmiştir.

Beşinci alt problem incelendiğinde basit yapılı veri seti için MCMC 4000 iterasyon ile en düşük kestirim süresine sahip olduğu, iki faktör model yapısı ile de BA-EM teknığının çok kısa sürelerde kestirim yaptığı görülmektedir. Her koşulda en uzun sürede kestirim yapan teknik MH-RM teknigidir. Cai (2010b; 2010c) MH-RM teknığının MCMC teknigine göre daha hızlı kestirim yapabildiğini ifade etmiştir. Ancak bu araştırmadan elde edilen bulgulara göre kullanılan bilgisayarın teknik özelliklerine bağlı olmak koşuluyla MCMC teknığının 8000 ve 4000 iterasyon ile MH-RM teknigue göre daha kısa sürede parametre kestirimi yaptığı bulgusuna ulaşılmıştır. Ayrıca bazı test koşullarında MCMC 4000 iterasyon ile BA-EM teknigidinden bile daha hızlı parametre kestirimi yapabildiği bulgusuna ulaşılmıştır.

Son olarak BMIRT ücretsiz bir programdır, flexMIRT için ise araştırmacıların lisans satın alması gerekmektedir. Genel olarak örneklem büyüklüğü ve test uzunluğu arttırıldığından MCMC, MH-RM ve BA-EM teknikleri ile **a**, **d** ve **c** parametresine ilişkin hesaplanan RMSE değerlerinin çok benzer olduğu görülmektedir

## 5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu bölümde alt problemlere ilişkin sonuçlara ve uygulamaya ve araştırmaya dönük önerilere yer verilmiştir.

### 5.1. Alt Problemlere İlişkin Sonuçlar

#### 5.1.1. Birinci Alt Probleme Ait Sonuçlar

Araştırmmanın bulgularına genel olarak bakıldığından, özellikle uzun testlerle ve büyük örneklem gruplarıyla hemen hemen tüm tekniklerin RMSE değerlerinin ve yanlılık değerlerinin çok benzer olduğu ve sıfıra yakın olduğu görülmektedir. Özellikle yanlılık değerleri birkaç istisna dışında sıfıra oldukça yakındır. Tüm teknikler ve koşullar en düşük yanlılık ve RMSE değerinin **c** parametresi için hesaplandığı görülmüştür. Diğer bir deyişle **c** parametresi her koşulda doğru ve yansız kestirilmiştir. Çoğu zaman **c** parametresi için RMSE değeri ya 0.01 ya da 0.00 olarak hesaplanmıştır. Tüm koşullar ve teknikler için geçerli olan diğer bir durum **a** parametreleri için en yüksek RMSE değerlerinin hesaplanmış olmasıdır. Başka bir deyişle en az hata ve en az yanlılıkla kestirilen RMSE değerleri sırasıyla **c**, **d** ve **a** parametrelerine aittir. Diğer bir bulgu ise boyut sayısı 3' den 5' e çıkarıldığında ve örneklem büyüklüğünün 1000 olduğu durumda tüm kestirim tekniklerinin 15 madde için **a** parametrelerine ilişkin yanıltırım yaptığı ve hesaplanan RMSE değerlerinin diğer koşullara göre daha büyük olduğunu.

Çok boyutlu telafi edici üç parametrelî lojistik modele (ÇBT3PLM) ilişkin basit test yapısındaki veri setleri MCMC, MHRM ve BA-EM ile kalibre edildiğinde RMSE ve yanlılık değerlerinin üç kestirim tekniği içinde özellikle test uzunluğu ve örneklem sayısı arttırdığında birbirine benzer olduğu görülmektedir. **c** parametresi için RMSE ve yanlılık değerleri **a** ve **d** parametrelerine göre koşulların büyük bir çoğunluğunda daha düşüktür. MCMC 4000 iterasyon ile kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri madde sayısının ve/veya örneklem büyüklüğünün artırılmasıyla azalmıştır. **a** parametresine ait RMSE değerleri **d** ve **c** parametrelerinde göre daha büyütür. Boyut sayısı 5' e çıkarıldığında 15 madde için **a** parametrelerinin 3 boyuta göre daha büyük RMSE değerlerine sahip olduğu görülmüştür. Ancak madde sayısının artırılması ile bu değer azalmıştır. Hem 3 hem de 5 boyut için **a** ve **d** parametrelerine ait RMSE değerleri madde sayısı ve örneklem büyüklüğünün artırılmasıyla azalmıştır. Yanlılık değerleri koşulların büyük bir çoğunluğu için sıfıra yakın

bulunmuştur. Ancak madde sayısının 15, örneklem büyüklüğünün 1000 olduğu durumda ve örneklem 1000 madde sayısının 30 olduğu durumda özellikle 5 boyut ile hesaplanan yanılık değerleri diğerlerine göre daha büyuktur.

MCMC (8000 iterasyon) tekniği ile **a**, **d** ve **c** parametreleri için hesaplanan RMSE ve yanılık değerleri MCMC (4000 iterasyon) ile hesaplanan değerlere benzerdir. **c** parametresi için RMSE değerleri **a** ve **d** parametrelerinden daha küçütür. Bu teknik ile madde sayısı ve örneklem büyüklüğünün artışıyla RMSE değerleri azalmaktadır. Boyut sayısı 3' den 5' e çıkarıldığında 15 madde için RMSE değerleri özellikle örneklem büyüklüğü 1000 ve 2000 olduğunda daha büyuktur. Örneklem büyüklüğü 5000'e ve madde sayısı 60'a çıkarıldığında tüm parametreler için en düşük RMSE değerleri elde edilmiştir.

BA-EM tekniği ile ilgili en önemli sonuç diğer tekniklerden farklı olarak 5 boyut için kestirim yapamamış olmalıdır. Bu teknik için de **c** parametresi en düşük, **a** parametresi en büyük RMSE değerlerine sahiptir. Madde sayısı 15 ve örneklem büyüklüğünün 1000 olduğu durumda MCMC (4000 iterasyon) ve MCMC (8000 iterasyon) tekniğine göre **a** parametresine ait RMSE değerleri daha düşük bulunmuştur. Ancak madde sayısı ve örneklem büyüklüğünün artırılmasıyla RMSE değerleri bu teknik için de azalmıştır.

MH-RM tekniği ile ÇBT3PL modeline ait basit yapılı veri seti kalibre edildiğinde **c** parametresi için yanılık ve RMSE değerleri diğer parametrelere göre daha düşük bulunmuştur. **a** parametresine ilişkin RMSE değerleri ise bu teknikle de en büyuktur. Madde sayısının artırılması ve örneklem büyüklüğünün artırılması ile RMSE değerleri azalmıştır. Boyutlar arasındaki korelasyonun farklılaşmasıyla RMSE değerleri büyük ölçüde değişmemiştir. Boyut sayısı 3'den 5'e çıkarıldığında 15 madde için RMSE **a** parametresine ait RMSE değerleri ve yanılık değerleri artmıştır. Ancak diğer kestirim tekniklerinde olduğu gibi madde sayısı ve örneklem büyüklüğünün artırılması ile RMSE değerleri azalmıştır. Ortalama RMSE ve yanılık değerleri tüm teknikler için oldukça benzerdir. Tüm teknikler için en düşük RMSE değeri 60 madde ve 5000 örneklem büyüklüğü ile elde edilmiştir

### 5.1.2. İkinci Alt Probleme Ait Sonuçlar

Basit yapılı modelin yerine iki faktör modelindeki test yapısı kullanılarak ÇBT3PL modeline ilişkin veri setlerine ait madde parametreleri MCMC, MH-RM ve BA-EM

teknikleri ile kestirildiğinde, **c** parametresi için en düşük RMSE değerleri hesaplandığı görülmüştür. Madde sayısı ve örneklem büyülüğu arttıkça RMSE değerleri azalmıştır. Koşullara ilişkin yanılık değeri için MCMC (4000 ve 8000 iterasyon) tekniği için sıfıra yakın elde edilmiştir. Madde sayısı 3' den 5' e çıkartıldığında genel boyuta ait RMSE değerlerinde büyük farklılıklar olmazken spesifik boyutlara ait RMSE değerleri 15 madde için artmıştır. MCMC 4000 ve 8000 iterasyon ile hesaplanan RMSE değerleri **a**, **d** ve **c** parametreleri için oldukça yakındır.

BA-EM teknigi ile iki faktör model yapısı ile hem 3 hem de 5 boyut için kestirim yapılmıştır. Boyut sayısı 5'e çıkarıldığında **a** parametrelerine ilişkin RMSE değerleri en çok 15 madde için artmıştır. Örneklem büyülüğünün 1000'den 2000'e be 5000'e arttırılmasıyla RMSE değeri azalmıştır. BA-EM ve MH-RM teknikleri ile iki faktör model yapısı için **a** parametresi için MCMC (4000 ve 8000 iterasyon) tekniğine göre daha büyük yanılık değerleri elde edilmiştir.

Genel boyuta ait RMSE değerleri boyut sayısı 3'den 5'e çıkarıldığında spesifik boyutlara göre daha az etkilenmiştir. Ve daha küçük RMSE değerlerine sahiptir.

### 5.1.3. Üçüncü Alt Probleme Ait Sonuçlar

Çok boyutlu aşamalı tepki (ÇBAT) modeline ait çok boyutlu basit veri setlerine ait madde parametreleri yine aynı test koşullarıyla ve tekniklerle kestirildiğinde RMSE değerleri ÇBT3PL modeli ile kestirilen parametrelere ait RMSE değerlerine göre daha düşüktür. Tüm teknikler için madde sayısı ve örneklem büyülüğünün artırılmasıyla daha düşük RMSE değerleri elde edilmiştir.

MCMC 4000 ile **a** parametreleri için **d** parametrelerine göre daha yüksek RMSE değerleri elde edilmiştir. Madde sayısı ve örneklem büyülüğu arttıkça **a** ve **d** parametreleri için RMSE değerleri azalmıştır. En düşük RMSE değerleri madde sayısı 60 ve örneklem büyülüğünün 5000 olduğu test koşuluyla elde edilmiştir. Boyut sayısının 5' e çıkarılmasıyla 15 madde için özellikle RMSE değerleri artmıştır. Parametreler için yanılık değerleri sıfıra oldukça yakındır ve çok küçük olan bu değerler test koşullarının değişmesiyle büyük ölçüde farklılaşmamıştır.

MCMC teknigi ile 8000 iterasyon kullanılarak kestirilen madde parametrelerine ait RMSE değerleri 4000 iterasyon ile kestirim yapan MCMC teknigi ile benzer bulunmuştur. En düşük RMSE değerleri örneklem büyülüğu 5000 ve madde sayısı 60 iken elde edilmiştir. Boyut sayısı 5' e çıkarıldığında 15 madde için RMSE değerleri

artmıştır. **d1**, **d2**, **d3** ve **d4** parametreleri için birbirine oldukça yakın RMSE değerleri hesaplanmıştır.

Test çok boyutlu test yapısına sahip olduğundan ÇBAT modeli için de boyut sayısı 5 iken BA-EM teknigi ile kestirim yapılamamıştır. Bu teknik ile de **a** parametreleri **d** parametrelerine göre daha büyük RMSE değerlerine sahiptir.

MH-RM teknigi ile elde edilen sonuçlara göre **a** parametreleri **d** parametrelerinden daha büyük RMSE değerlerine sahip olduğu görülmüştür. Boyut sayısının 3' den 5' e çıkartılmasıyla 15 madde için en düşük RMSE artışı MH-RM teknigi ile olmuştur. Ortalama yanılık değerleri incelendiğinde koşulların büyük çoğunluğu için sıfıra yakın değerler aldığı görülmüştür. MH-RM ile de **a** parametrelerine ait RMSE değerleri ÇBAT modeli için CBT3PL modeline göre daha düşüktür.

Madde sayısı ve örneklem büyüklüğünün küçük olduğu durumlar için örneğin (1000 örneklem büyüğü 15 madde veya 30 madde gibi) **d** parametreleri **a** parametrelerine göre daha küçük RMSE değerlerine sahipken madde sayısı ve örneklem büyüklüğünün (örneğin 5000 ve 60) büyük olduğu durumlar için bu değerler yakındır. Bu model içinde boyutlar arasında farklı değerlerle manipüle edilmiş korelasyon ile RMSE değerleri ya hiç değişmemiş ya da çok önemsiz düzeyde artmış veya azalmıştır.

#### 5.1.4. Dördüncü Alt Probleme Ait Sonuçlar

Bu alt problem kapsamında ise ÇBAT modeli iki faktör model yapısındaki test yapısıyla MH-RM, MCMC ve BA-EM ile kalibre edilmiştir. Bu durumda tüm teknikler için ortak sonuç madde sayısı ve örneklem büyüklüğünün artması ile RMSE değerlerinin azalmasıdır.

MCMC 4000 iterasyon ile 3 boyut için hesaplanan RMSE değerleri incelendiğinde şimdiye kadar ki model ve kestirim teknikleri ile benzer sonuçlara sahip olduğu **a** parametresinin **d** parametresine göre özellikle madde sayısı ve örneklem büyüğü küçük iken daha büyük RMSE değerlerine sahip olduğu bulunmuştur. Boyut sayısı 5'e çıkarıldığında ise RMSE değerleri önemli düzeyde artmıştır. Genel boyuta ait **a** parametresi için RMSE değerleri bu durumdan etkilenmezken spesifik boyutlar için RMSE değerleri artmıştır. Sadece madde sayısının 60 olduğu ve örneklem büyüklüğünün 5000 olduğu koşul için **a** parametreleri RMSE değerleri sıfırın altına inebilmiştir.

MCMC 8000 iterasyon ile de genel boyuta ait **a** parametresi RMSE değeri spesifik boyut değerlerine göre daha küçüktür. Boyut sayısı 5'e çıkarıldığından 15 madde için daha fazla olmak üzere 15 ve 30 madde için RMSE değerleri artmıştır.

BA-EM tekniği ile iki faktör model yapısı kullanıldığından hem 3 hem de 5 boyut için madde parametresi kestirimi yapılmıştır. 3 boyut için hesaplanan RMSE değerlerinin MCMC teknikine göre daha küçük olduğu görülmüştür. BA-EM tekniği ile boyut sayısı 5'e çıkarıldığında en çok 15 madde için olmak üzere **a** ve **d** parametrelerine ait RMSE değerleri artmıştır. Boyut sayısı 3 iken koşulların çoğu için en düşük RMSE değerleri BA-EM tekniği ile hesaplanmıştır.

MH-RM tekniği ile diğer tekniklere benzer değerlerde RMSE değerleri hesaplanmıştır. Boyut sayısının artmasıyla RMSE değerleri artmıştır. Sadece madde sayılarının arttırılması ile MCMC teknigiden RMSE değerleri MH-RM ve BA-EM teknigine göre daha fazla azalmıştır.

Ancak madde sayısı ve örneklem büyüğünün artışıyla tüm tekniklerle hem **a** hem de **d** parametresi için çok benzer RMSE değerleri hesaplanmıştır.

### **5.1.5. Beşinci Alt probleme Ait Sonuçlar**

Tekniklerin veya programların kestirim sürelerine göre koşulların büyük bir çoğunluğu ile en uzun sürede parametre kestirimi yapan teknik MH-RM teknigidir. Basit yapı için MCMC 4000 ile daha kısa sürede, iki faktör modeli yapısı için ise BA-EM teknigi en kısa sürede parametre kestirimi yapmıştır. Madde sayısı ve örneklem büyüğü arttıkça MCMC ve MH-RM teknikleri ile kestirim süreleri büyük ölçüde artarken BA-EM için özellikle iki faktör modeli ile tek bir kestirim saniyeler içinde tamamlanmıştır. BA-EM teknigi 5 boyutlu veri setleri için test yapısının basit olduğu koşullarda kestirim yapamamaktadır. Yine hem madde sayısı, hem boyut sayısı ve hem de örneklem büyüğü arttıkça kestirim süreleri artmıştır. Fakat en çok örneklem büyüğünün artmasıyla kestirim süreleri artmıştır. Daha sonra test uzunluğu ve en son boyut sayısının artmasıyla da RMSE değerleri artmıştır.

## **5.2. Öneriler**

### **5.2.1. Uygulamaya dönük öneriler**

Araştırmadan elde edilen bulgulara dayanılarak;

1. Daha doğru yansız parametre kestirimlerinin yapılabilmesi için örneklem büyülüğu ve test uzunluğu yüksek olmalıdır. Özellikle boyut sayısı büyük ise madde sayısı 15'in üstünde olmalıdır.
2. BA-EM teknigi, büyük boyutlu basit yapılı çok boyutlu veri setleri için kullanılsı olmazken iki faktör model yapısı için ise diğer tekniklere göre özellikle madde sayısı az ve örneklem büyülüğu küçük olduğunda yanlış kestirimler yapmaktadır. Bu nedenle madde sayısı az ve örneklem büyülüğu küçük ise iki faktör modeli için büyük boyutlu veri setleriyle BA-EM yerine MCMC veya MH-RM teknikleri tercih edilmemelidir.
3. İterasyon sayısı kestirim süresini büyük ölçüde etkilediğinden, eğer süre kısıtlı ise öncelikle birkaç farklı iterasyon süresi ile örnek veri setleri için kestirim yapılmalı ve sonuçlar incelenmelidir. Eğer daha düşük bir iterasyon sayısı ile de doğru kestirimler yapılabiliyorsa o değer seçilmelidir.
4. Koşulların büyük bir çoğunluğu ile örneklem büyülüğu 2000' e çıkarıldığında madde sayısı 30 veya 60 iken  $\alpha$  parametresine ait RMSE değerleri 0.10'un altında kestirilmiştir. Bu nedenle eğer 3 veya daha büyük boyut sayısına sahip bir veri seti ile çalışılıyorsa örneklem büyük tutulmalıdır. Teknikler karşılaştırıldığında özellikle örneklem büyülüğu arttıkça benzer RMSE değerlerinin elde edildiği görülmektedir. Bu nedenle BMIRT ücretsiz bir program olduğundan eğer araştırmancın bütçesi sınırlı ise de öncelikli olarak tercih edilmelidir.
5. BMIRT programı bir ara yüze sahip olmadığından ve dos komutlarıyla yazılan dosyalarla çalışıldığından, eğer araştırmacı bu tarzda komut yazmaya aşina değilse daha basit şekilde betik (syntax) yazmaya olanak tanıyan bir ara yüze sahip olan flexMIRT tercih edilebilir.

### **5.2.2. Araştırmaya Dönük öneriler**

1. Araştırmada yetenek parametreleri çok değişkenli normal bir dağılımdan türetilmiştir. Farklı dağılım türlerinin etkileri de araştırılabilir.
2. Araştırma da basit yapılı çok boyutlu test yapısı kullanılmıştır. Yaklaşık basit veya karmaşık test yapıları ile de madde parametresi doğrulanması çalışmaları yapılabilir.

3. Araştırmada çok boyutlu aşamalı ve üç parametreli lojistik model kullanılmıştır. Başka modeller ile de madde parametresi doğrulanması çalışması yapılabilir.
4. Araştırmada iki ve çok kategorili veri setleri ayrı ayrı incelenmiştir. İkisi birlikte kestirilerek madde parametresi doğrulanması çalışması yapılabilir.
5. Araştırmada doğrulayıcı modeller ile çalışılmıştır, açımlayıcı çok boyutlu madde parametresi doğrulanması çalışmaları yapılabilir.
6. Araştırmada BMIRT ve flexMIRT kullanılmıştır. Başka çok boyutlu parametre kestirimi yapabilen programlar ile de madde parametresi doğrulanması çalışmaları yapılabilir.

## KAYNAKÇA

- Ackerman, T. A. (1989). Unidimensionality IRT Calibration of compensatory and noncompensatory multidimesional items. *Applied Psychological Measurement*, 13, 113-127.
- Ackerman, T. A. (1992). A didactic explanation of item bias, item impact, and item validity from a multidimensional perspective. *Journal of Educational Measurement*, 29, 67-91.
- Ackerman, P. L. (1994). Intelligence, attention, and learning: Maximal and typical performance. Chapter in D. K. Detterman (Ed.) *Current Topics in Human Intelligence. Theories of Intelligence*, 4, 1-27. Norwood, NJ, Ablex.
- Ackerman, T. A. (1996) Graphical representation of multidimensional item response theory analyses. *Applied Psychological Measurement*, 20, 311-329.
- Ackerman, T. A., Gierl, M. J., & Walker, C.M. (2003) Using multidimensional item response theory to evaluate educational and psychological tests. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 22, 37-51.
- Ackerman, T. A. (2005). Multidimensional item response theory modeling. In A. Maydeu-Olivares & J. J. McArdle (Eds.), *Contemporary psychometrics*, 3-26. Mahwah, NJ, Lawrence Erlbaum.
- Adams, R. J., Wilson, M. R., & Wang, W. C. (1997). The multidimensional random coefficients multinomial logit model. *Applied Psychological Measurement*, 21, 1-23.
- Albert, J. H. (1992). Bayesian estimation of normal ogive item response curves using Gibbs sampling. *Journal of Educational Statistics*, 17, 251-269.
- Andersen, E. B. (1985). Estimating latent correlations between repeated testings. *Psychometrika*, 50, 3-16.
- Ankenmann, R. D., & Stone, C. A. (1992, April). *A Monte Carlo study of marginal maximum likelihood parameter estimates for the graded model*. Paper presented at the annual meeting of the National Council for Measurement in Education, San Francisco, CA.
- Ansley, T. M. (1984). *An empirical investigation of the effects of applying a unidimensional latent trait model to two-dimensional data*. Unpublished doctoral dissertation, University of Iowa.
- Ansley, R. A., & Forsyth, T. N. (1985). An examination of the characteristics of unidimensional IRT parameter estimates derived from two-dimensional data. *Applied Psychological Measurement*, 9, 37-48.
- Baker, J. (1987). The role of the environment in marketing services: The consumer perspective. In Czepiel, J., Congram, C., & Shanahan, J. (Eds.), *The services challenge: Integrating for competitive advantage*, 79-84. Chicago, American Marketing Association.
- Baker, F. B. (1998). An investigation of the item parameter recovery characteristics of a Gibbs sampling approach. *Applied Psychological Measurement*, 22, 153-169.

- Baker, F. B. (1990). Some observations on the metric of BILOG results. *Applied Psychological Measurement*, 14, 139-150.
- Baker, F. (2001). *The basics of item response theory. ERIC clearinghouse on assessment and evaluation*. MD: University of Maryland College Park.
- Baker, F. B., & Kim, S. H. (2004) *Item response theory: Parameter estimation techniques (2nd edition, revised and expanded)*. Marcel Dekker, New York.
- Bahry, L.M. (2012). *Polytomous item response theory parameter recovery: An investigation of non-normal distributions and small sample size*. Unpublished master dissertation.
- Batley, R. M., & Boss, M. W. (1993). The effects on parameter estimation of correlated dimensions and a distribution-restricted trait in a multidimensional item response model. *Applied Psychological Measurement*, 17, 131-141.
- Beguin, A. A., & Glas, C. A. W. (2001). MCMC estimation and some modelfit analysis of multidimensional IRT models. *Psychometrika*, 66, 541–562.
- Biderman, M. (2013). *Applications of Bifactor Models to Big Five Data*. 28th Annual Conference of The Society for Industrial and Organizational Psychology, Houston, TX.
- Binet, A., & Simon, T. (1913). *A method of measuring the development of intelligence in children (Translated from the French by CH Town)*. Chicago Medical Book Company, Chicago.
- Birnbaum, A. (1968). Some latent trait models and their use in inferring an examinee's ability. In Lord, F.M. & Novick, M.R. (Eds.), *Statistical theories of mental test scores*. Reading, MA, Addison-Wesley.
- Bock, R. D., & Lieberman, M. (1970). Fitting a Response Model for n Dichotomously Scored Items. *Psychometrika*, 35 (2), 179-197.
- Bock, R. D., & Aitkin, M. (1981). Marginal maximum likelihood estimation of item parameters: Applications of an EM algorithm. *Psychometrika* 46, 443-459.
- Bock, R. D. & Mislevy, R. J. (1982). Adaptive EAP estimation of ability in a microcomputer environment. *Applied Psychological Measurement*, 6, 431-444.
- Bock, R. D., Gibbons, R., & Muraki, E. (1988) Full information item factor analysis. *Applied Psychological Measurement* 12, 261-280.
- Bock, R. D., & Schilling, S. G. (2003). IRT based item factor analysis. In M du Toit (ed) *IRT from SSI: BILOG-MG, MULTILOG, PARSCALE, TESTFACT*, 584-591. Scientific Software International, Lincolnwood, IL.
- Bock, R. D., Gibbons, R., Schilling, S. G., Muraki, E., Wilson, D. T., & Wood, R. (2003). *TESTFACT 4.0 [Computer software and manual]*. Lincolnwood, IL: Scientific Software International.
- Bolt, D. M., & Lall, V. F. (2003). Estimation of compensatory and noncompensatory multidimensional item response models using Markov chain Monte Carlo. *Applied Psychological Measurement*, 29, 395–414.

- Bradlow, E. T., Wainer, H., & Wang, X. (1999). A Bayesian random effects model for testlets. *Psychometrika*, 64, 153–168.
- Bulut, O. (2013). *Between-person and Within-person Subscore Reliability: Comparison of Unidimensional and Multidimensional IRT Models*. Unpublished doctoral dissertation. Faculty of the graduate school of the university of Minnesota.
- Camilli, G. (1992). A conceptual analysis of differential item functioning in terms of a multidimensional item response model. *Applied Psychological Measurement*, 16, 129-14.
- Cai, L. (2006). *Full-information item factor analysis by Markov chain Monte Carlo stochastic approximation*. Unpublished master's thesis, Department of Statistics, University of North Carolina at Chapel Hill.
- Cai, L. (2010a). A two-tier full-information item factor analysis model with applications. *Psychometrika*, 75, 581–612.
- Cai, L. (2010b). High-dimensional exploratory item factor analysis by a Metropolis-Hastings Robbins-Monro algorithm. *Psychometrika*, 75, 33–57.
- Cai, L. (2010c). Metropolis-Hastings Robbins-Monro algorithm for confirmatory item factor analysis. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 35, 307–335.
- Cai, L., du Toit, S. H. C., & Thissen, D. (2011). *IRTPRO: Flexible, Multidimensional, Multiple Categorical IRT Modeling*. Scientific Software International.
- Cai, L. (2013). *flexMIRT version 2.00: A numerical engine for flexible multilevel multidimensional item analysis and test scoring*. [Computer software]. Chapel Hill, NC: Vector Psychometric Group.
- Cai, L., Monroe, S. (2013). IRT Model Fit Evaluation from Theory to Practice: Progress and Some Unanswered Questions. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 11(3), 102-106.
- Chalmers, R. P. (2012). mirt: A multidimensional item response theory package for the R environment. *Journal of Statistical Software*, 48, 1-29.
- Chen, W., & Thissen, D. (1997). Local dependence indexes for item pairs using item response theory. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 22, 265-289.
- Chib, S. & Greenberg, E. (1995). Understanding the Metropolis Hastings Algorithm. *American Statistical Journal*, 49, 327–335.
- Childs, R. A., & Chen, W. H. (1999). Software Note: Obtaining comparable item parameters estimates in MULTILOG and PARSCALE for two polytomous IRT models. *Applied Psychological Measurement*, 23, 371-379.
- Childs, R. A., & Oppler, S. H. (2000). Implications of test dimensionality for unidimensional IRT scoring: An investigation of a high-stakes testing program. *Educational and Psychological Measurement*, 60(6), 939-955.
- Crocker, L., & Algina, J. (1986). *Introduction to Classical and Modern Test Theory*, Harcourt Brace Jovanovich College Publishers: Philadelphia.

- Davey, T. C., & Oshima, T. C. (1994). *Linking multidimensional calibrations*. Annual meeting of the National Council on Measurement in Education, New Orleans.
- De Champlain, A. F., & Gessaroli, M. E. (1998). Assessing the dimensionality of item response matrices with small sample sizes and short test lengths. *Applied Measurement in Education*, 11, 231-253.
- DeAyala, R. J., & Hertzog, M. A. (1991). The assessment of unidimensionality for use in item response theory. *Multivariate Behavioral Research*, 26, 765-792.
- De Ayala, R. J. (1994). The influence of multidimensionality on the graded response model. *Applied Psychological Measurement*, 18, 155-170.
- De Ayala, R. J., & Sava-Bolesti, M. (1999). Item parameter recovery for the nominal response model. *Applied Psychological Measurement*, 23, 3-19.
- De la Torre, J., Stark, S., & Chernyshenko, O. (2006). Markov Chain Monte Carlo estimation of item parameters for the generalized graded unfolding model. *Applied Psychological Measurement*, 30, 216-232.
- De la Torre, J. (2009). Improving the quality of ability estimates through multidimensional scoring and incorporation of ancillary variables. *Applied Psychological Measurement*, 33, 465-485.
- De la Torre, J., Song, H., & Hong, Y. (2011). A comparison of four methods of IRT subscoreing. *Applied Psychological Measurement*, 35 (4), 296-316.
- DeMars, C. (2002). Incomplete data and item parameter estimates under JMLE and MML. *Applied Measurement in Education*, 15, 1531.
- DeMars, C. (2003) Sample size and the recovery of Nominal Response Model item parameters. *Applied Psychological Measurement* 27, 275-288.
- Demars, C. (2004). *A comparison of the recovery of parameters using the nominal response and generalized partial credit models*. Annual meeting of American Educational Research Association.
- DeMars, C. E. (2005). Type I error rates for PARSCALE' s fit index. *Educational and Psychological Measurement*, 65, 42-50.
- DeMars, C. E. (2007). "Guessing" Parameter Estimates for Multidimensional Item Response Theory Models. *Educational and Psychological Measurement*. 67 (3), 433-446.
- Doody, E. N. (1985). Examining the effects of multidimensional data on ability and item parameter estimation using the three-parameter logistic model. Annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago.
- Drasgow, F., & Parsons, C. K. (1983). Application of unidimensional item response theory models to multidimensional data. *Applied Psychological Measurement*, 7, 189-199.
- Edwards, M. C. (2010). A Markov Chain Monte Carlo Approach to Confirmatory Item Factor Analysis. *Psychometrika*, 75(3), 474-497.
- Embretson, S. E. (1991). A multidimensional latent trait model for measuring learning and change. *Psychometrika*, 56, 495-515.

- Embretson, S. E. & Reise, S. P. (2000). Item Response Theory for Psychologists. London: Lawrence Elbaum Associates, Publishers.
- Ercikan, K., Schwarz, R., Julian, M., Burkett, G., Weber, M., & Link, V. (1998). Calibration and scoring of tests with multiple-choice and constructed-response item types. *Journal of Educational Measurement*, 35, 137-155.
- Finch, H. (2010). Item parameter estimation for the MIRT model: Bias and precision of confirmatory factor analysis-based models. *Applied Psychological Measurement*, 34, 10-26.
- Finch, W. H. (2011). Multidimensional Item Response Theory Parameter Estimation with non-simple structure items. *Applied Psychological Measurement*, 35 (1), 67-82.
- Finch, W. H., & French, B.F. (2012). A comparison of methods for estimating confidence intervals for omega squared effect size. *Educational and Psychological Measurement*, 72, 68-77.
- Folk, V. G., & Green, B. F. (1989). Adaptive estimation when the unidimensionality assumption of IRT is violated. *Applied Psychological Measurement*, 13, 373–389.
- Fox, J. P., & Glas, C. A. W. (2001). Bayesian estimation of multilevel IRT models using Gibbs sampling. *Psychometrika*, 66, 271–288.
- Fraser, C. (1998). *NOHARM: A Fortran program for fitting unidimensional and multidimensional normal ogive models in latent trait theory*. The University of New England, Center for Behavioral Studies, Armidale, Australia.
- French, G. A. & Dodd, B. G. (1999). Parameter recovery for the rating scale model using PARSCALE. *Journal of Outcome Measurement*, 3, 176-199.
- Gamerman, D. & Lopes, H. F. (2006) *Markov Chain Monte Carlo: Stochastic Simulation for Bayesian Inference*. Second Edition. London: Chapman & Hall/CRC Press.
- Glas, C. A. W. (1992). A Rasch model with a multivariate distribution of ability. In *Wilson M (ed) Objective measurement: Theory into practice volume 1*. Ablex, Norwood, NJ.
- Gosz, J. & Walker, C. M. (2001). *An Empirical Comparison of Multidimensional Item Response Data Using TESTFACT and NOHARM*. Annual meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA, USA.
- Guyer, R., & Thompson, N. A. (2011). *User's Manual for Xcalibre item response theory calibration software, version 4.1.3* St. Paul MN, Assessment Systems Corporation.
- Han, K. T. (2007). WinGen: Windows software that generates IRT parameters and item responses. *Applied Psychological Measurement*, 31(5), 457-459.
- Han, K. T., & Hambleton, R. K. (2007). *User's Manual: WinGen (Center for Educational Assessment Report No. 642)*. Amherst, MA: University of Massachusetts, School of Education.
- Han, K. T. (2012). Fixing the c parameter in the three parameter logistic model. *Practical Assessment Research & Evaluation*. 17(1), 1531-7714.
- Hambleton, R. K., & Swaminathan, H. (1985). *Item response theory: Principles and applications*. Boston: Kluwer.

- Hambleton, R. K (1989). Principles and selected applications of item response theory. In R. L. Linn (Ed.), *Educational measurement* (3rd ed., pp. 147-200). New York, Macmillan.
- Hambleton, R. K, Swaminathan, H., & Rogers, H. J. (1991). *Fundamentals of item response theory*. Newbury Park, CA: Sage.
- Harrison, D. A. (1986). Robustness of IRT parameter estimation to violations on the unidimensionality assumption. *Journal of Educational Statistics*, 11, 91–115.
- Harwell, M. R., Baker, F. B., & Zwarts, M. (1988). Item parameter estimation via marginal maximum likelihood and an EM algorithm: A didactic. *Journal of Educational Statistics*, 13, 243–271.
- Harwell, M., Stone, C. A., Hsu, T. C., & Kirisci, L. (1996). Monte Carlo studies in item response theory. *Applied Psychological Measurement*, 20, 101-125.
- Hastings, W. K. (1970). Monte Carlo Sampling Methods Using Markov Chains and Their Applications. *Biometrika*, 57(1), 97–109
- Hattie, J. (1985). Methodology review: Assessing unidimensionality of tests and items. *Applied Psychological Measurement*, 9, 139-164.
- Houts, C. R., & Cai, L. (2013). *flexMIRT user's manual version 2.0: flexible multilevel multidimensional item analysis and test scoring*. Chapel Hill, NC: Vector Psychometric Group.
- Hsieh, M., Proctor, T. P., Hou, J., & Teo, K. S. (2010). A comparison of Bayesian MCMC and Marginal Maximum Likelihood Methods in estimating the item parameters of the 2PL IRT model. *International Journal of Innovative Management, Information and Production*, 1(1), 81-89.
- Hsu, T. C., & Yu, L. (1989). Using computers to analyze item response data. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 8, 21–28.
- Hulin, C. L., Lissak, R. L., & Drasgow, F. (1982). Recovery of two- and three-parameter logistic item characteristic curves: A Monte Carlo study. *Applied Psychological Measurement*, 6, 249-260
- Janssen, R., Tuerlinckx, F., Meulders, M., & De Boeck, P. (2000). A hierarchical IRT model for criterion-referenced measurement. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 25, 285-306.
- Johnson, M. S., & Sinharay, S. (2005). Calibration of polytomous item families using Bayesian hierarchical modeling. *Applied Psychological Measurement*, 29, 369–400.
- Jones, D. H., & Nediak, M. (2000). *Item parameter calibration of LSAT items using MCMC approximation of Bayes posterior distributions*. (No. RRR 72000). Piscataway, NJ: RUTCOR.
- Jurich, D., & Goodman, J. (2009). *A comparison of IRT parameter recovery in mixed format examinations using PARSCALE and ICL*. Annual meeting of Northeastern Educational Research Association.

- Kieftenbeld, V., & Natesan, P. (2012). Recovery of graded response model parameters: A comparison of marginal maximum likelihood and Markov Chain Monte Carlo estimation. *Applied Psychological Measurement*, 36(5), 399-419.
- Kim, S. H., & Cohen, A. S. (1999). *Accuracy of parameter estimation in Gibbs sampling*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Montreal, Canada.
- Knol, D. L. & Berger, M. P. (1991). Empirical comparison between factor analysis and multidimensional item response models. *Multivariate Behavioral Research*, 26 (3), 457-477.
- Köse, A. (2010). *Madde Tepki Kuramına Dayalı Tek Boyutlu ve Çok Boyutlu Modellerin Test Uzunluğu ve Örneklem Büyüklüğü Açısından Karşılaştırılması*. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Lautenschlager, G. J., Meade, A. W., & Kim, S.-H. (2006, April). *Cautions regarding sample characteristics when using the graded response model*. Paper presented at the annual conference of the Society for Industrial and Organizational Psychology, Dallas, TX.
- Lee, S.H. (2007). *Multidimensional item response theory: A SAS MDIRT MACRO and empirical study of PIAT MATH Test*. Unpublished Doctoral Dissertation. The University of Oklahoma.
- Lee, J. (2012). Multidimensional Item Response Theory: An Investigation Of Interaction Effects Between Factors On Item Parameter Recovery Usi.ng Markov Chain Monte Carlo. Unpublished Doctoral Dissertation. Michigan State University.
- Li, Y. H., & Lissitz, R. W. (2004). Applications of the analytically derived asymptotic standard errors of item response theory item parameter estimates. *Journal of Educational Measurement*, 41, 85-117.
- Li, Y. H. & Schafer, W. D. (2005). Trait parameter recovery using multidimensional computerized adaptive testing in reading and mathematics. *Applied Psychological Measurement*, 29(1), 3-25.
- Lord, F. M. (1952). *A theory of test scores*. Psychometric Monograph.
- Lord, F. M., (1980). *Applications of item response theory to practical testing problems*. Erlbaum, Hillside, NJ.
- Lord, F. M. and Novick, M. R. (1968). *Statistical theories of mental health scores*. Addison-Wesley, Reading, MA,
- Lord, F. M. (1986). Maximum likelihood and Bayesian parameter estimation in item response theory. *Journal of Educational Measurement*, 23, 157–162.
- Luecht, R. M. (1996). Multidimensional computerized adaptive testing in a certification or licensure context: *Applied Psychological Measurement*, 20 (4),389-404.
- Maydeu-Olivares, A. (2001). Limited information estimation and testing of Thurstonian models for paired comparison data under multiple judgment sampling. *Psychometrika*, 66, 209-228.

- Masters, G. N. (1982). A Rasch model for partial credit scoring. *Psychometrika* 47:149–174.
- McDonald, R. P. (1982). Linear versus nonlinear models in item response theory. *Applied Psychological Measurement*, 6(4), 379–396.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., and Teller, E. (1953). Equation of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*, 21, 1087-1092.
- Miller, T. R. (1991). *Empirical estimation of standard errors of compensatory MIRT mode parameters obtained from the NOHARM estimation program*. (Research report 91-2).Iowa City, IA: The American College Testing.
- Mislevy, R. J. (1986). Bayes modal estimation in item response models. *Psychometrika*, 51, 177-194.
- Mislevy, R.J., & Bock, R.D. (1989). BILOG 3: Item analysis and test scoring with binary logistic models. Mooresville, IN: Scientific Software.
- Muraki, E. (1992). A generalized partial credit model: Application of an EM algorithm. *Applied Psychological Measurement*, 16, 159-176.
- Muraki E, Carlson JE (1993) Full-information factor analysis for polytomous item responses. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Atlanta.
- Muraki, E., & Carlson, E. (1995). Full-information factor analysis for polytomous item responses. *Applied Psychological Measurement*, 19, 73-90.
- Muraki, E. ve Bock, R. D. (2002). PARSCALE (Version 4.1) [Computer software]. Chicago: Scientific Software International Inc
- Kieftenbeld, V., Natesan. P., (2012). Recovery of Graded Response Model Parameters: A Comparison of Marginal Maximum Likelihood and Markov Chain Monte Carlo Estimation. *Applied Psychological Measurement*, 36 (5), 399-419.
- Montgomery, M.,& Skoropski, W., (2012). Investigation of IRT Parameter Recovery and Classification Accuracy in Mixed Format. Paper presented at the Annual meeting of the Nation Council of Measurement in Education.
- Muthén, L.K. and Muthén, B.O. (1998). Mplus user's guide. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.
- Oshima, T. C., & Miller, M. D. (1990). Multidimensionality and IRT-based item invariance indexes: The effect of between group variation in trait correlation. *Journal of Educational Measurement*, 27, 273–283.
- Oshima, T. C., & Davey, K.L. (2000). Multidimensional Linking: Four Practical Approaches. *Journal of Educational Measurement*, 37(4), 357-373.
- Özkan, Y. (2012). *Klasik test kuramı, tek boyutlu ve çok boyutlu madde tepki kuramı modellerinden kestirilen öğrenci başarısı belirleme sınavı (ÖBBS) başarı ölçülerinin karşılaştırılması*. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- Patz, R. J., Junker, B. W. (1999a). A straightforward approach to Markov chain Monte Carlo methods for item response models. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 24, 146–178
- Patz R J, Junker, B. W. (1999b). Applications and extensions of MCMC in IRT: Multiple item types, missing data, and rated responses. *Journal of Educational and Behavioral Statistics* 24, 342–66.
- Rasch, G. (1960). Probabilistic models for some intelligence and attainment tests. Danmarks Paedagogiske Institut, Copenhagen.
- Reckase, M. D. (1979). Unifactor latent trait models applied to multifactor tests: Results and implications. *Journal of Educational Statistics*, 4, 207–230.
- Reckase, M. D. (1985). The difficulty of test items that measure more than one ability. *Applied Psychological Measurement*. 9, 401–412
- Reckase, M. D. (1987). A comparison of the results of applying several different unidimensional IRT estimation procedures to multidimensional item response data. Annual meeting of the American Educational Research Association, Washington DC.
- Reckase, M. D., Ackerman, T. A., & Carlson, J.E. (1988). Building a unidimensional test using multidimensional items. *Journal of Educational Measurement*, 25, 193–204.
- Reckase, M. D. (2009). Multidimensional Item Response Theory. Springer-Verlag, New York.
- Reckase, M. D., & McKinley, R.L. (1991). The discriminating power of items that measure more than one dimension. *Applied Psychological Measurement*, 15, 361–373.
- Reise, S. P., & Yu, J. (1990). Parameter recovery in the graded response model using MULTILOG. *Journal of Educational Measurement*, 27, 133-144.
- Reise, S. P., & Henson, J. M. (2003). A discussion of modern versus traditional psychometrics as applied to personality assessment scales. *Journal of Personality Assessment*, 81, 93–103.
- Robbins, H., & Monro, S. (1951). A stochastic approximation method. *The Annals of Mathematical Statistics*, 22, 400–407.
- Samejima, F. (1969). Estimation of latent ability using a response pattern of graded scores. *Psychometric Monograph Supplement*, 34 (17).
- Sass, D. A., Schmitt, T. A., & Walker, C. M. (2008). Estimating non-normal latent trait distributions within item response theory using true and estimated item parameters. *Applied Measurement in Education*, 21, 65-88.
- Samejima, F. (1972). General model for response data. *Psychometrika Monograph Supplement*, 37 (2).
- Samejima, F. (1995). Acceleration model in the heterogeneous case of the general graded response model. *Psychometrika*, 30, 549-572
- Schilling, S., Bock, R. D., (2005). High-Dimensional Maximum Marginal Likelihood Item Factor Analysis by Adaptive Quadrature. *Psychometrika*, 70, 533 -555.

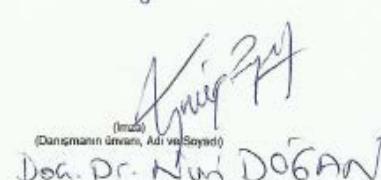
- Seong, T. (1990). Sensitivity of marginal maximum likelihood estimation of item and ability parameters to the characteristics of the prior ability distributions. *Applied Psychological Measurement*, 14, 299-311.
- Sheng, Y. (2010). Bayesian Estimation of MIRT Models with General and Specific Latent Traits in MATLAB. *Journal of Statistical Software*, 34(3), 1-27.
- Spiegelhalter, D. J., Thomas, A., Best, N. G., & Gilks, W. R. (1997). BUGS: Bayesian inference using Gibbs sampling (Version 0.6) [Computer program]. Cambridge, UK: University of Cambridge, Institute of Public Health, Medical Research Council Biostatistics Unit.
- Spray, J. A., Davey, T. C., Reckase, M. D., Ackerman, & T.A., Carlson, J. E. (1990) Comparison of two logistic multidimensional item response theory models (Research Report ONR 90-8). ACT, Inc., Iowa City, IA.
- Sünbül, Ö. (2011). Çeşitli Boyutluluk Özelliklerine Sahip Yapıarda, Madde Parametrelerinin Değişmezliğinin Klasik Test Teorisi, Tek Boyutlu Madde Tepki Kuramı ve Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı Çerçeveşinde İncelenmesi. Yayımlanmamış doktora tezi, Mersin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Mersin.
- Stern, W. (1914). *The psychological methods of testing intelligence*. Warwick & York, Baltimore.
- Stone, C. A. (1992). Recovery of marginal maximum likelihood estimates in the two-parameter logistic response model: An evaluation of MULTILOG. *Applied Psychological Measurement*, 16, 1–16.
- Stone, C. A., Yeh, C. C. (2006). Assessing the dimensionality and factor structure of multiple-choice exams: An empirical comparison of methods using the Multistate Bar Examination. *Education and Psychological Measurement*, 66, 193–214.
- Svetina, D. (2011). Assessing dimensionality in complex data structures: A performance comparison of DETECT and NOHARM methods. Unpublished doctoral dissertation.
- Svetina, D., Crawford, A. A., Levy, R., Green, S. B., Scott, L., Thompson, M., Gorin, J. S., Fay, D., & Kunze, K. (2013). Designing small-scale tests: A simulation study of parameter recovery with the 1-PL. *Psychological Test and Assessment Modeling*, 55, 335-360.
- Stout, W., (1987) A nonparametric approach for assessing latent trait dimensionality. *Psychometrika*, 52, 589–617
- Swaminathan, H., & Gifford, J. A. (1982). Bayesian estimation in the Rasch model. *Journal of Educational Statistics*, 7, 175-191.
- Thissen, D. (1982). Marginal maximum likelihood estimation for the one-parameter logistic model. *Psychometrika*, 47, 175-186.
- Thissen, D. & Wainer, H. (1982). Some standard errors in item response theory. *Psychometrika*, 47, 397-412.
- Thissen, D. (1991). *MULTILOG user's guide: Multiple, categorical item analysis and test scoring using item response theory (Version 6.0)* [Software manual]. Chicago: Scientific Software.

- Tate, R. L. (1995). Robustness of the school-level IRT model. *Journal of Educational Measurement*, 32, 145-162.
- Thorndike, E. L., (1904). An introduction to the theory of mental and social measurements. The Science Press, New York
- Traub, R. E. (1983). A priori considerations in choosing an item response model. In R. K. Hambleton (Ed.), Applications of item response theory, 57-70. Vancouver, BC: *Educational Research Institute of British Columbia*.
- Wainer, H., Vevea, J. L., Camacho, F., Reeve, B., Rosa, K., Nelson, L., Swygert, K., & Thissen, D. (2001). Augmented scores "borrowing strength" to compute scores based on small numbers of items. In D. Thissen & H. Wainer (Eds), *Test Scoring* (Pp. 343-387). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wainer, H., & Wang, X. (2000). Using a new statistical model for testlets to score TOEFL. *Journal of Educational Measurement*, 37(3), 203–220.
- Walker, C. M., & Beretvas, S. N. (2003). Comparing multidimensional and unidimensional proficiency classifications: Multidimensional IRT as a diagnostic aid. *Journal of Educational Measurement*, 40, 255-275.
- Wang, W. C., Chen, P.-H., & Cheng, Y. Y. (2004). Improving measurement precision of test batteries using multidimensional item response models. *Psychological Methods*, 9, 116-136.
- Wang, W. C. & Chen, C. T. (2005). Item parameter recovery, standard error estimates, and fit statistics of the Winsteps program for the family of Rasch models. *Educational and Psychological Measurement*, 65, 376-404.
- Way, W. D., Ansley, T. N., & Forsyth, R. A. (1986). *The effects of two-dimensional data on unidimensional IRT parameter estimates*. Annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco CA.
- Weis, J. D. & Minden, S. V. (2012). *A Comparison of Item Parameter Estimates from Xcalibre 4.1 and Bilog-MG*. Technical Report.
- Winkler, R. L. (1967). The assessment of prior distributions in Bayesian analysis. *Journal of the American Statistical Association*, 67, 776-800.
- Wollack, J. A., Bolt, D. M., Cohen, A. S. & Lee, Y. S. (2002). *Recovery of item parameters in the nominal response model: A comparison of marginal maximum likelihood estimation and Markov chain Monte Carlo estimation*. *Applied Psychological Measurement*, 26, 339–352. MR1917876
- Wu, M. L., Adams, R. J., Wilson, M.R. (1997). *ConQuest: Generalized item response modeling software*. ACER, Victoria, Australia
- Yao, L. (2003). *BMIRT: Bayesian multivariate item response theory*. CTB/McGraw-Hill, Monterey, CA.
- Yao, L., & Schwarz, R. (2006). A multidimensional partial credit model with associated item and test statistics: An application to mixed format tests. *Applied Psychological Measurement*, 30, 469–492.

- Yao, L., & Boughton, K. A. (2009). Multidimensional Linking for Tests with Mixed Item Types. *Journal of Educational Measurement*, 46(2), 177-197.
- Yao, L. (2010). Reporting valid and reliable overall scores and domain scores. *Journal of Educational Measurement*, 47(3), 339–360.
- Yao, L. (2013). *The BMIRT Toolkit*. Defense Manpower Data Center, DoD Center Monterey Bay, US.
- Yeh, C. C. (2007). *The effect of guessing on assessing dimensionality in multiple-choice tests: A Monte Carlo study with application*. Unpublished dissertation. University of Pittsburgh.
- Yen, W. M. (1980). The extent, causes and importance of context effects on item parameters for two latent trait models. *Journal of Educational Measurement*, 17(4), 297-311.
- Yen, W. M. (1981). Using simulation results to choose a latent trait model. *Applied Psychological Measurement*, 5, 245-262.
- Yen, W. M. (1987). A comparison of the efficiency and accuracy of BILOG and LOGIST. *Psychometrika*, 52, 275-291.
- Yen, W., & Fitzpatrick, A. R. (2006). Item response theory. In R. L. Brennan (Ed.), *Educational measurement* (4th ed.), 111-153. Westport, CT: Praeger Publishers.
- Zhang, B., & Stone, C. A (2004). *Direct and indirect estimation of three-parameter multidimensional item response models*. Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Diego, CA.
- Zhang, J. (2012). Calibration of response data using MIRT models with simple and mixed structures. *Applied Psychological Measurement*, 36(5), 375–398.
- Zimowski, M. F., Muraki, E., Mislevy, R. J., Bock, R. D. (2003). *BILOG-MG for Windows*. Scientific Software International, Inc., Lincolnwood, IL.

**EKLER DİZİNİ**

## EK-1: ETİK KURUL ONAY BİLDİRİMİ

|   |  |          |                       |  |  |            |           |  |               |                  |  |          |                                 |  |         |  |  |
|---|--|----------|-----------------------|--|--|------------|-----------|--|---------------|------------------|--|----------|---------------------------------|--|---------|--|--|
|    | Hacettepe Üniversitesi<br>Eğitim Bilimleri Enstitüsü   | Form: 40 |                       |  |  |            |           |  |               |                  |  |          |                                 |  |         |  |  |
| Tez Çalışması Etik Kurul İzin Muafiyeti Formu   |  |          |                       |  |  |            |           |  |               |                  |  |          |                                 |  |         |  |  |
| 02 / 09 / 2014  |  |          |                       |  |  |            |           |  |               |                  |  |          |                                 |  |         |  |  |
| Hacettepe Üniversitesi<br>Eğitim Bilimleri Enstitüsü<br>Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı Başkanlığı'na  |  |          |                       |  |  |            |           |  |               |                  |  |          |                                 |  |         |  |  |
| <table border="1" style="width: 100%;"><tr><td style="padding: 2px;">Tez Başlığı / Konusu:</td><td colspan="2" style="padding: 2px;">Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı Modelleri ve Programları için Karşılaştırmalı Analizler</td></tr></table>   |  |          | Tez Başlığı / Konusu: | Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı Modelleri ve Programları için Karşılaştırmalı Analizler |  |            |           |  |               |                  |  |          |                                 |  |         |  |  |
| Tez Başlığı / Konusu:   | Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı Modelleri ve Programları için Karşılaştırmalı Analizler                                   |          |                       |  |  |            |           |  |               |                  |  |          |                                 |  |         |  |  |
| <p>Yukanda başlığı/konusu gösterilen tez çalışmam:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. İnsan ve hayvan üzerinde deney niteliği taşımamaktadır,</li><li>2. Biyolojik materyal (kan, idrar vb. biyolojik sıvılar ve numuneler) kullanılmasını gerektirmemektedir.</li><li>3. Beden bütünlüğüne müdahale içermemektedir.</li><li>4. Gözlemlsel ve betimsel araştırma (anket, ölçek/skala çalışmaları, dosya taramaları, veri kaynakları taraması, sistem-model geliştirme çalışmalarları) niteliğinde değildir.</li></ol> <p>Hacettepe Üniversitesi Etik Kurullar ve Komisyonlarının Yönergelerini inceledim ve buna göre tez çalışmamın yürütülebilmesi için herhangi bir Etik Kuruldan izin alınmasına gerek olmadığını; aksi durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.</p> <p>Gereğini saygımla arz ederim.</p> |  |          |                       |  |  |            |           |  |               |                  |  |          |                                 |  |         |  |  |
| <p style="margin: 0;">Güler YAVUZ<br/><small>(Öğrencinin Adı Soyadı, İmzası)</small></p>  |  |          |                       |  |  |            |           |  |               |                  |  |          |                                 |  |         |  |  |
| <p><b>Öğrenci Bilgileri</b></p> <table border="1" style="width: 100%;"><tr><td style="width: 15%;">Adı Soyadı</td><td colspan="2" style="width: 85%;">Güler YAVUZ</td></tr><tr><td>Öğrenci No</td><td colspan="2">N09241190</td></tr><tr><td>Anabilim Dalı</td><td colspan="2">Eğitim Bilimleri</td></tr><tr><td>Programı</td><td colspan="2">Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme</td></tr><tr><td>Statüsü</td><td colspan="2"><input type="checkbox"/> Yüksek Lisans    <input checked="" type="checkbox"/> Doktora    <input type="checkbox"/> Büyünlük Dr.</td></tr></table>   |  |          | Adı Soyadı            | Güler YAVUZ  |  | Öğrenci No | N09241190 |  | Anabilim Dalı | Eğitim Bilimleri |  | Programı | Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme |  | Statüsü | <input type="checkbox"/> Yüksek Lisans <input checked="" type="checkbox"/> Doktora <input type="checkbox"/> Büyünlük Dr. |  |
| Adı Soyadı  | Güler YAVUZ  |          |                       |  |  |            |           |  |               |                  |  |          |                                 |  |         |  |  |
| Öğrenci No  | N09241190  |          |                       |  |  |            |           |  |               |                  |  |          |                                 |  |         |  |  |
| Anabilim Dalı   | Eğitim Bilimleri   |          |                       |  |  |            |           |  |               |                  |  |          |                                 |  |         |  |  |
| Programı  | Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme  |          |                       |  |  |            |           |  |               |                  |  |          |                                 |  |         |  |  |
| Statüsü   | <input type="checkbox"/> Yüksek Lisans <input checked="" type="checkbox"/> Doktora <input type="checkbox"/> Büyünlük Dr. |          |                       |  |  |            |           |  |               |                  |  |          |                                 |  |         |  |  |
| <p><b>Danışman Görüşü ve Onayı</b></p> <p>Galisimada simülasyon verileri kurallardan etik kurallarla genet yoldur.</p> <p style="text-align: right;"><br/><small>(İmza)</small><br/>Dr. Dr. Nuri DOĞAN</p>  |  |          |                       |  |  |            |           |  |               |                  |  |          |                                 |  |         |  |  |

## EK-2: ÇBMTK Analizleri İçin Programlar: Tanımlamalar Ve Özellikleri

**Tablo EK-2.1. ÇBMTK Analizleri İçin Programlar: Tanımlamalar Ve Özellikleri**

| <i>Program adı, Yazarı ve Linki</i>   | <i>Özellikleri (Modeller, kestirim teknikleri)</i>   | <i>Avantajları</i>   | <i>Sınırlıkları</i>  |
|---|--|--|--|
| NOHARM<br>(Normal Ogive Harmonic Analysis Robust Method)<br>Colin Fraser & Roderick McDonald<br><a href="http://www.unt.edu/rss/class/rich/5840/mcdonald/hoharm/NOHARM%20Downloads.htm">http://www.unt.edu/rss/class/rich/5840/mcdonald/hoharm/NOHARM%20Downloads.htm</a> | Tek boyutlu ve çok boyutlu normal ogive MTK modelleri için uygundur.   | + ücretsiz edinilebilmekte,<br>+ Kalıcı analizler içermekte.   | -en düşük asimptot değerlerini kestirememekte, asimptot değerleri sabit bir değere veya vektöre dayalı olarak önceden belirlenebilmektedir.<br>-sadece madde parametrelerini kestirmekte, yetenek parametreleri kestirememektedir. |
| TESTFACT<br>Douglas Wilson, Robert Wood, Stephen Schilling & Robert Gibbons<br><a href="http://www.assess.com/">http://www.assess.com/</a>  | Çok boyutlu ve iki kategorili açımlayıcı modelleri marjinal maksimum olabilirlik ile kestirebilmekte   | + Sınırsız örneklem büyütüğü ve 15 faktörle analiz yapabilmektedir,<br>+ Kullanıcı tarafından belirlenen parametrelere dayalı olarak madde cevapları üretebilmektedir.   | - Madde sayısı 1000 ile sınırlıdır,<br>- En düşük asimptot değerlerini kestirememekte, asimptot değerleri sabit bir değere veya vektöre dayalı olarak önceden belirlenebilmektedir.  |
| ConQuest-2.0<br>Margaret Wu, Raymond Adams, & Mark Wilson<br><a href="http://www.assess.com">http://www.assess.com</a>  | Rasch lojistik model, dereceli ölçek modeli, kısmi puanlama modeli, doğrusal lojistik test modeli, çok facetli modeller, genelleştirilmiş tek boyutlu modeller, çok boyutlu madde tepki modelleri ve örtük regresyon modelleri | + Grafik kullanıcı arayüzüne, basit komut satırına veya komut paneline sahiptir,<br>+ DMF'yi belirleyebilmekte, puanlayıcı etkisini ortaya koyabilmekte, örtük korelasyonları ve test boyutluluğunu belirleyebilmektedir.<br>+ Arayüzü kullanıcı dostudur. | - Sınırlı sayıda madde ve kişi ile çalışmaktadır.  |
| MULTISIM<br>Educational Measurement Lab at the University of Illinois at Urbana-Champaign<br><a href="http://www.stat.uiuc.edu/psychometrics/software">http://www.stat.uiuc.edu/psychometrics/software</a> .  | Çok boyutlu telafi edici MTK modelleri kullanılarak, iki kategorili çok boyutlu madde setleri (1/0) üretilebilmektedir.  | + Sınırsız sayıda bireye ait maddeler üretilebilmekte,<br>+ Örtük yetenek dağılımlarına ilişkin çok değişkenli normal dağılımlar veri üretiminde kullanılabilmektedir.   | -Dört boyut için 120 maddeye kadar çıkabilen veri setleri üretebilmektedir   |

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
| <p>MultiRa<br/>Claus Carstensen &amp; Jürgen Rost<br/><a href="http://www.multira.de/">http://www.multira.de/</a></p>  | <p>Çok boyutlu Rasch modeli için J. Rost tarafından geliştirilen MKAT algoritmasını kullanarak kestirim yapabilmektedir,<br/>Rasch modelleri için Joint ve condition maksimum olabilirlik teknigini kullanmaktadır.</p>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>+ Programı ingilizce versiyonu da edinilebilmektedir</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Kullanım kılavuzu sadece almancadır.</li> </ul>                             |
| <p>Resgen<br/>Eiji Muraki</p>  | <p>Bir, iki, üç parametreli lojistik model için iki kategorili, aşamalı tepki ve kısmi puan modeli için çok kategorili test cevapları ve örtük yetenek dağılımları üretebilmektedir.</p>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>+ Örtük yetenek dağılımları lognormal, gama, tek biçimli, tek değişkenli ve çok değişkenli dağılımlardan üretilebilmekte,<br/>+Realistik test koşullarına ilişkin siöülasyonlar yapılabilmektedir.</li> </ul>   |  |
| <p>WinGen<br/>Chris Han<br/><a href="http://www.umass.edu/remp/software/wingen">http://www.umass.edu/remp/software/wingen</a></p>                                | <p>Bütün çok boyutlu iki kategorili modeller için ve tek boyutlu çok kategorili modeller için madde ve yetenek parametresi kestirebilmektedir,<br/>Madde ve yetenek parametreleri farklı çeşitte dağılımlardan (normal, tek biçimli, log-normal gibi) üretilebilmektedir,<br/>BILOG-MG, PARSCALE gibi programlardan parametre dosyaları okunabilmektedir.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>+ Oldukça kullanışlı ve kolay bir arayüze sahiptir.<br/>+ Parametrelere ait grafikler elde edilebilmekte,<br/>+madde ve yetenek parametreleri için 1.000.000 veri üretilebilmekte,<br/>+Madde yanlışlığı çalışmalarının üretiminde önemli özelliklere sahiptir.</li> </ul>            | <ul style="list-style-type: none"> <li>- çok boyutlu çok kategorili veri üretmemektedir.</li> </ul>                  |
| <p>IRTPRO<br/>Li Cai, David Thissen, Stephen H. C. du Toit<br/><a href="https://www.ssicentral.biz/default.aspx">https://www.ssicentral.biz/default.aspx</a></p> | <p>Çok boyutlu ve tek boyutlu iki ve çok kategorili modeller için açımlayıcı ve doğrulayıcı modellerle ve farklı kestirim teknikleriyle madde ve yetenek parametre kestirimini yapabilmektedir.</p>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>+IRTPRO özellikle açımlayıcı modellerle de kullanılabilmektedir,<br/>+Ara yüzü oldukça kullanışlıdır.</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>-Doğrulayıcı modellerden bi-factor model için kullanılamamaktedir.</li> </ul> |
| <p>flexMIRT<br/>Carrie R. Houts, PhD<br/>Li Cai, PhD<br/><a href="https://flexmirt.vpccentral.com/Purchase">https://flexmirt.vpccentral.com/Purchase</a></p>     | <p>flexMIRT çok sayıda tek boyutlu ve çok boyutlu, iki ve çok kategorili, tek ve çok düzeyli modeller için madde ve parametre kestirimini Bock-aitkin EM ve MH-RM ile yapabilen bir programdır,<br/>Ayrıca Bilişsel sınıflama modelleri ve DIF uygulamaları için kullanılabilmektedir.</p>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>+flexMIRT non parametrik kestirimler, deneyel histogramlar kullanarak parametre kestirimini yapabilmekte,<br/>+Özellikle çok farklı çeşitte çok boyutlu model türlerine ait parametreleri kestirebilmektedir.<br/>+Oldukça açıklayıcı bir kullanım kılavuzu bulunmaktadır.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>-Açımlayıcı çok boyutlu modeller için kestirim yapamamaktadır.</li> </ul>     |

|  |   |   |  |
|--|---|---|--|
| BMIRT<br>Lihua Yao<br><a href="http://www.bmirt.com/6271.html">http://www.bmirt.com/6271.html</a>  | MCMC kestirim tekniği ile tek ve çok boyutlu tek ve çok gruplu, açımlayıcı ve doğrulayıcı, iki ve çok kategorili modeller için kestirim yapabilmektedir   | + MCMC kullanır,<br>+Ücretsiz bir programdır  | -Kullanımı -dos komutlarıyla mümkün değildir,<br>-Analizleri uzun zaman alabilir.  |
| SAS (MDIRT-FIT)<br>Sung-Hyuck Lee<br>Robert Terry<br><a href="http://www2.sas.com/proceedings/sugi31/199-31.pdf">http://www2.sas.com/proceedings/sugi31/199-31.pdf</a> | İki kategorili veriler için telafi edici çok boyutlu modeller için Bock-Aitkin EM ile parametre kestirimini yapabilen bir programdır,<br>Madde ve yetenek parametrelerinin yanısıra ilgili standart hatalar ve tüm uyum istatistikleri ve faktör analizi modeline ilişkin parametreleri sağlamaktadır.  | + Eğer bilgisayarınızda SAS programı mevcut ise yazılın bu program ücretsiz uygulanabilmektedir.  | -SAS oldukça masraflı ve kullanımı zor bir programdır.   |
| simuMIRT<br>Lihua Yao<br><a href="http://www.bmirt.com/6271.html">http://www.bmirt.com/6271.html</a>   | Çok boyutlu ve tek boyutlu, telafi edici ve telafi edici olmayan iki ve çok kategorili modeller için veri üretebilen bir programdır.  | + Ücretsiz bir programdır   | -Kullanımı zordur, -dos komutu ile çalışmaktadır.  |
| "mirt" R package<br>Phil Chalmers<br><a href="http://cran.r-project.org/web/packages/mirt/">http://cran.r-project.org/web/packages/mirt/</a>                           | İki ve çok kategorili, tek ve çok boyutlu, açımlayıcı ve doğrulayıcı modeller için parametre kestirimini yapabilen bir programdır. Kestirim için Bock-Aitkin EM ve MH-RM kullanmaktadır.<br>Doğrulayıcı bi-faktör ve iki aşamalı analizler, DMF için çoklu grup ve karışık etkili desenler kullanılabilmektedir.<br>Madde ve bireykovaryanslarını modelleyebilmektedir. | + R yazılımı ücretsizdir.<br>+ Ayrıca telafi edici olan ve olmayan çok boyutlu cevap setlerini çok değişkenli normal dağılımdan üretelebilen "simdata" isimli bir komut içermektedir. | -Paket programını kullanmadan önce R yazılımına ilişkin tecrübe sahibi olmak gerekmekte,<br>-paketi indirildiği siteden güncelliliği teyit edilmesi gerekmektedir. |
| POLYFACT<br>Muraki, 1999   | Çok boyutlu çok kategorili (çok boyutlu aşamalı tepki modeli, genelleştirilmiş kısmi puan modeli) modeller için marjinal maksimum olabilirlik ile parametre kestirimini sağlayabilen bir programdır.  | + Doğrulayıcı parametre yapıları için kullanılmakta   | -İki kategorili modeller için kullanılamamakta   |

Kaynak: (Tabloda bulunan paket programlarından bir kısmı Zhao ve Hambleton tarafından hazırlanan (**Center for Educational Assessment Research Report No. 652**) tablodan alınmış ve çok boyutlu parametre kestirimini yapabilen programlar için yeniden düzenlenmiştir

## EK-3: IRTPRO Ve flexMIRT Karşılaştırılması

| 3PL Items for Group 1: Group1 |       |       |                |       |       |                |       |       |                |        |       |        |        |       |         |       |       |       |
|-------------------------------|-------|-------|----------------|-------|-------|----------------|-------|-------|----------------|--------|-------|--------|--------|-------|---------|-------|-------|-------|
| Item                          | Label | P#    | a <sub>1</sub> | s.e.  | P#    | a <sub>2</sub> | s.e.  | P#    | a <sub>3</sub> | s.e.   | P#    | c      | s.e.   | P#    | logit-g | s.e.  | g     | s.e.  |
| 1                             | v1    | 31    | 0.873          | 0.166 | 0.000 | ---            | 0.000 | ---   | 0.000          | ---    | 2     | 0.278  | 0.101  | 1     | -1.377  | 0.111 | 0.201 | 0.018 |
| 2                             | v2    | 32    | 1.372          | 0.258 | 0.000 | ---            | 0.000 | ---   | 0.000          | ---    | 4     | -0.756 | 0.162  | 3     | -1.370  | 0.109 | 0.203 | 0.018 |
| 3                             | v3    | 33    | 1.614          | 0.314 | 0.000 | ---            | 0.000 | ---   | 0.000          | ---    | 6     | -1.396 | 0.237  | 5     | -1.412  | 0.108 | 0.196 | 0.017 |
| 4                             | v4    | 34    | 0.998          | 0.184 | 0.000 | ---            | 0.000 | ---   | 0.000          | ---    | 8     | 1.083  | 0.114  | 7     | -1.379  | 0.111 | 0.201 | 0.018 |
| 5                             | v5    | 35    | 0.911          | 0.170 | 0.000 | ---            | 0.000 | ---   | 0.000          | ---    | 10    | 0.554  | 0.101  | 9     | -1.378  | 0.111 | 0.201 | 0.018 |
| 6                             | v6    | 0.000 | ---            | 36    | 0.952 | 0.237          | 0.000 | ---   | 12             | -1.252 | 0.188 | 11     | -1.373 | 0.109 | 0.202   | 0.018 |       |       |
| 7                             | v7    | 0.000 | ---            | 37    | 1.333 | 0.289          | 0.000 | ---   | 14             | 1.955  | 0.204 | 13     | -1.379 | 0.111 | 0.201   | 0.018 |       |       |
| 8                             | v8    | 0.000 | ---            | 38    | 1.094 | 0.264          | 0.000 | ---   | 16             | -1.329 | 0.205 | 15     | -1.393 | 0.109 | 0.199   | 0.017 |       |       |
| 9                             | v9    | 0.000 | ---            | 39    | 0.978 | 0.210          | 0.000 | ---   | 18             | 0.453  | 0.104 | 17     | -1.380 | 0.111 | 0.201   | 0.018 |       |       |
| 10                            | v10   | 0.000 | ---            | 40    | 0.815 | 0.235          | 0.000 | ---   | 20             | -1.622 | 0.222 | 19     | -1.378 | 0.108 | 0.201   | 0.017 |       |       |
| 11                            | v11   | 0.000 | ---            | 0.000 | ---   | 41             | 0.879 | 0.177 | 22             | -0.291 | 0.114 | 21     | -1.375 | 0.111 | 0.202   | 0.018 |       |       |
| 12                            | v12   | 0.000 | ---            | 0.000 | ---   | 42             | 1.052 | 0.199 | 24             | -0.251 | 0.117 | 23     | -1.372 | 0.111 | 0.202   | 0.018 |       |       |
| 13                            | v13   | 0.000 | ---            | 0.000 | ---   | 43             | 0.837 | 0.166 | 26             | -0.412 | 0.100 | 25     | -1.376 | 0.111 | 0.202   | 0.018 |       |       |
| 14                            | v14   | 0.000 | ---            | 0.000 | ---   | 44             | 1.040 | 0.196 | 28             | 0.431  | 0.106 | 27     | -1.374 | 0.111 | 0.202   | 0.018 |       |       |
| 15                            | v15   | 0.000 | ---            | 0.000 | ---   | 45             | 1.330 | 0.253 | 30             | -0.369 | 0.134 | 29     | -1.373 | 0.110 | 0.202   | 0.018 |       |       |

| 3PL Model Item Parameter Estimates for Group 1, logit: a <sub>θ</sub> + c (Back to TOC) |       |                |       |                |       |                |       |       |      |         |       |    |        |       |       |       |  |
|---|-------|----------------|-------|----------------|-------|----------------|-------|-------|------|---------|-------|----|--------|-------|-------|-------|--|
| Item  | Label | a <sub>1</sub> | s.e.  | a <sub>2</sub> | s.e.  | a <sub>3</sub> | s.e.  | c     | s.e. | logit g | s.e.  | g  | s.e.   |       |       |       |  |
| 1   | C1    | 3              | 0.873 | 0.185          | 0.000 | ---            | 0.000 | ---   | 2    | 0.278   | 0.100 | 1  | -1.377 | 0.112 | 0.201 | 0.018 |  |
| 2   | C2    | 6              | 1.373 | 0.310          | 0.000 | ---            | 0.000 | ---   | 5    | -0.756  | 0.172 | 4  | -1.370 | 0.110 | 0.203 | 0.018 |  |
| 3   | C3    | 9              | 1.614 | 0.356          | 0.000 | ---            | 0.000 | ---   | 8    | -1.395  | 0.258 | 7  | -1.412 | 0.109 | 0.196 | 0.017 |  |
| 4   | C4    | 12             | 0.998 | 0.186          | 0.000 | ---            | 0.000 | ---   | 11   | 1.083   | 0.114 | 10 | -1.379 | 0.112 | 0.201 | 0.018 |  |
| 5   | C5    | 15             | 0.911 | 0.170          | 0.000 | ---            | 0.000 | ---   | 14   | 0.554   | 0.101 | 13 | -1.378 | 0.112 | 0.201 | 0.018 |  |
| 6   | C6    | 0.000          | ---   | 18             | 0.952 | 0.262          | 0.000 | ---   | 17   | -1.252  | 0.199 | 16 | -1.373 | 0.112 | 0.202 | 0.018 |  |
| 7   | C7    | 0.000          | ---   | 21             | 1.333 | 0.344          | 0.000 | ---   | 20   | 1.955   | 0.226 | 19 | -1.379 | 0.112 | 0.201 | 0.018 |  |
| 8   | C8    | 0.000          | ---   | 24             | 1.094 | 0.291          | 0.000 | ---   | 23   | -1.329  | 0.220 | 22 | -1.393 | 0.111 | 0.199 | 0.018 |  |
| 9   | C9    | 0.000          | ---   | 27             | 0.978 | 0.238          | 0.000 | ---   | 26   | 0.453   | 0.106 | 25 | -1.380 | 0.112 | 0.201 | 0.018 |  |
| 10  | C10   | 0.000          | ---   | 30             | 0.815 | 0.240          | 0.000 | ---   | 29   | -1.622  | 0.240 | 28 | -1.378 | 0.112 | 0.201 | 0.018 |  |
| 11  | C11   | 0.000          | ---   | 0.000          | ---   | 33             | 0.880 | 0.176 | 32   | -0.291  | 0.114 | 31 | -1.375 | 0.112 | 0.202 | 0.018 |  |
| 12  | C12   | 0.000          | ---   | 0.000          | ---   | 36             | 1.023 | 0.201 | 35   | -0.251  | 0.119 | 34 | -1.372 | 0.113 | 0.202 | 0.018 |  |
| 13  | C13   | 0.000          | ---   | 0.000          | ---   | 39             | 0.837 | 0.161 | 38   | 0.612   | 0.099 | 37 | -1.376 | 0.112 | 0.202 | 0.018 |  |
| 14  | C14   | 0.000          | ---   | 0.000          | ---   | 42             | 1.040 | 0.197 | 41   | 0.431   | 0.104 | 40 | -1.374 | 0.112 | 0.202 | 0.018 |  |
| 15  | C15   | 0.000          | ---   | 0.000          | ---   | 45             | 1.330 | 0.285 | 44   | -0.368  | 0.139 | 43 | -1.373 | 0.113 | 0.202 | 0.018 |  |

**Şekil EK-3.1. 3 Boyutlu 15 Madde İçeren 1000 Bireyden Oluşan Veri Setine İlişkin flexMIRT ile IRTPRO Parametre Kestirimleri**

## EK-4. 21,5,0 Ve 49,6,0 Değerlerinden Kestirilen 3 Boyut 60 Madde Ve 5000 Bireyden Oluşan Veri Setine İlişkin Parametreler

Quadrature=21,5,0

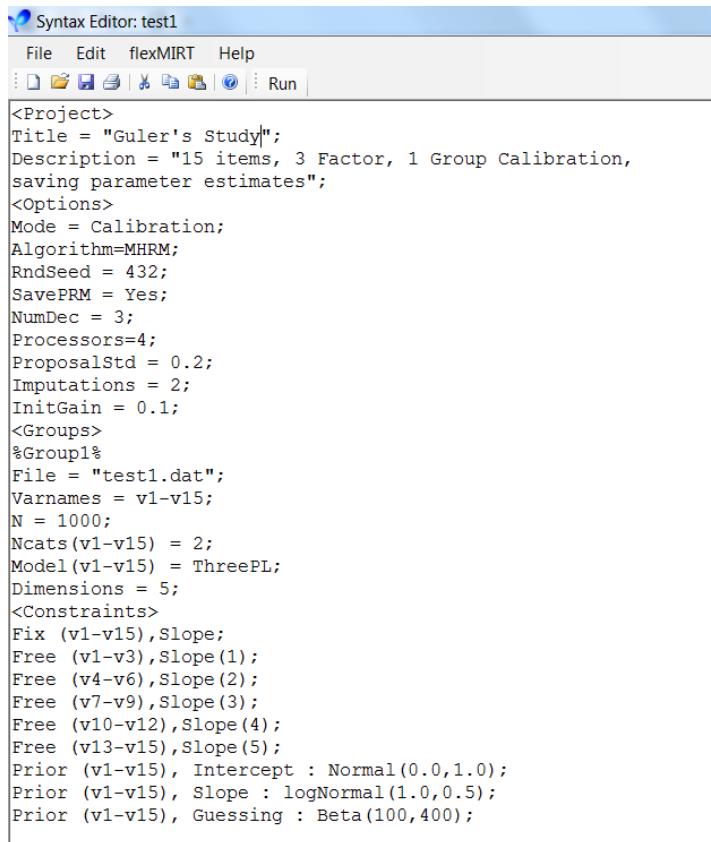
| Item | Label | P#    | a 1   | s.e.  | P#    | a 2   | s.e.  | P# | a 3    | s.e.  | P# | C      | s.e.  | P#    | logit-g | s.e. | g | s.e. |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----|--------|-------|----|--------|-------|-------|---------|------|---|------|
| 1    | v1    | 121   | 1.095 | 0.068 | 0.000 | ----  | 0.000 | 2  | 0.431  | 0.060 | 1  | -1.410 | 0.111 | 0.196 | 0.017   |      |   |      |
| 2    | v2    | 122   | 0.987 | 0.078 | 0.000 | ----  | 0.000 | 4  | -0.656 | 0.091 | 3  | -1.375 | 0.106 | 0.202 | 0.017   |      |   |      |
| 3    | v3    | 123   | 1.253 | 0.114 | 0.000 | ----  | 0.000 | 6  | -1.263 | 0.134 | 5  | -1.375 | 0.096 | 0.202 | 0.015   |      |   |      |
| 4    | v4    | 124   | 0.811 | 0.056 | 0.000 | ----  | 0.000 | 8  | 0.997  | 0.054 | 7  | -1.382 | 0.111 | 0.201 | 0.018   |      |   |      |
| 5    | v5    | 125   | 1.009 | 0.063 | 0.000 | ----  | 0.000 | 10 | 0.632  | 0.058 | 9  | -1.384 | 0.111 | 0.200 | 0.018   |      |   |      |
| 6    | v6    | 126   | 1.228 | 0.075 | 0.000 | ----  | 0.000 | 12 | 1.452  | 0.063 | 11 | -1.368 | 0.111 | 0.203 | 0.018   |      |   |      |
| 7    | v7    | 127   | 1.440 | 0.113 | 0.000 | ----  | 0.000 | 14 | -0.785 | 0.108 | 13 | -1.321 | 0.096 | 0.211 | 0.016   |      |   |      |
| 8    | v8    | 128   | 0.936 | 0.076 | 0.000 | ----  | 0.000 | 16 | -0.664 | 0.090 | 15 | -1.390 | 0.107 | 0.199 | 0.017   |      |   |      |
| 9    | v9    | 129   | 1.088 | 0.084 | 0.000 | ----  | 0.000 | 18 | -0.657 | 0.091 | 17 | -1.382 | 0.109 | 0.200 | 0.017   |      |   |      |
| 10   | v10   | 130   | 0.770 | 0.059 | 0.000 | ----  | 0.000 | 20 | -0.118 | 0.072 | 19 | -1.373 | 0.110 | 0.202 | 0.018   |      |   |      |
| 11   | v11   | 131   | 1.077 | 0.072 | 0.000 | ----  | 0.000 | 22 | -0.050 | 0.069 | 21 | -1.403 | 0.109 | 0.197 | 0.01    |      |   |      |
| 12   | v12   | 132   | 0.956 | 0.067 | 0.000 | ----  | 0.000 | 24 | -0.192 | 0.071 | 23 | -1.407 | 0.110 | 0.197 | 0.01    |      |   |      |
| 13   | v13   | 133   | 1.362 | 0.082 | 0.000 | ----  | 0.000 | 26 | 1.803  | 0.071 | 25 | -1.382 | 0.111 | 0.201 | 0.01    |      |   |      |
| 14   | v14   | 134   | 0.893 | 0.061 | 0.000 | ----  | 0.000 | 28 | 0.142  | 0.062 | 27 | -1.382 | 0.110 | 0.201 | 0.01    |      |   |      |
| 15   | v15   | 135   | 1.194 | 0.131 | 0.000 | ----  | 0.000 | 30 | -1.722 | 0.176 | 29 | -1.327 | 0.090 | 0.210 | 0.015   |      |   |      |
| 16   | v16   | 136   | 1.352 | 0.087 | 0.000 | ----  | 0.000 | 32 | 0.028  | 0.072 | 31 | -1.410 | 0.107 | 0.196 | 0.017   |      |   |      |
| 17   | v17   | 137   | 0.801 | 0.059 | 0.000 | ----  | 0.000 | 34 | -0.104 | 0.067 | 33 | -1.367 | 0.109 | 0.203 | 0.018   |      |   |      |
| 18   | v18   | 138   | 1.238 | 0.092 | 0.000 | ----  | 0.000 | 36 | -0.538 | 0.091 | 35 | -1.340 | 0.102 | 0.208 | 0.017   |      |   |      |
| 19   | v19   | 139   | 0.803 | 0.057 | 0.000 | ----  | 0.000 | 38 | 1.122  | 0.054 | 37 | -1.376 | 0.111 | 0.202 | 0.018   |      |   |      |
| 20   | v20   | 140   | 0.637 | 0.052 | 0.000 | ----  | 0.000 | 40 | 0.674  | 0.053 | 39 | -1.368 | 0.111 | 0.203 | 0.018   |      |   |      |
| 21   | v21   | 0.000 | ----  | 141   | 1.083 | 0.111 | 0.000 | 42 | -1.370 | 0.141 | 41 | -1.391 | 0.100 | 0.190 | 0.016   |      |   |      |
| 22   | v22   | 0.000 | ----  | 142   | 1.027 | 0.070 | 0.000 | 44 | 1.839  | 0.065 | 43 | -1.389 | 0.112 | 0.200 | 0.018   |      |   |      |
| 23   | v23   | 0.000 | ----  | 143   | 0.736 | 0.082 | 0.000 | 46 | -1.170 | 0.117 | 45 | -1.391 | 0.107 | 0.199 | 0.01    |      |   |      |
| 24   | v24   | 0.000 | ----  | 144   | 1.147 | 0.073 | 0.000 | 48 | 0.574  | 0.060 | 47 | -1.380 | 0.110 | 0.201 | 0.01    |      |   |      |
| 25   | v25   | 0.000 | ----  | 145   | 0.920 | 0.108 | 0.000 | 50 | -1.568 | 0.154 | 49 | -1.428 | 0.102 | 0.193 | 0.016   |      |   |      |
| 26   | v26   | 0.000 | ----  | 146   | 0.833 | 0.081 | 0.000 | 52 | -0.973 | 0.106 | 51 | -1.379 | 0.106 | 0.201 | 0.017   |      |   |      |
| 27   | v27   | 0.000 | ----  | 147   | 0.626 | 0.053 | 0.000 | 54 | 1.045  | 0.052 | 53 | -1.376 | 0.111 | 0.202 | 0.018   |      |   |      |
| 28   | v28   | 0.000 | ----  | 148   | 1.537 | 0.105 | 0.000 | 56 | 0.112  | 0.074 | 55 | -1.352 | 0.104 | 0.206 | 0.017   |      |   |      |

Quadrature=49,6,0

| Item | Label | P#    | a 1   | s.e.  | P#    | a 2   | s.e.  | P# | a 3    | s.e.  | P# | C      | s.e.  | P#    | logit-g | s.e. | g | s.e. |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----|--------|-------|----|--------|-------|-------|---------|------|---|------|
| 1    | v1    | 121   | 1.095 | 0.068 | 0.000 | ----  | 0.000 | 2  | 0.431  | 0.060 | 1  | -1.410 | 0.111 | 0.196 | 0.01    |      |   |      |
| 2    | v2    | 122   | 0.987 | 0.078 | 0.000 | ----  | 0.000 | 4  | -0.656 | 0.091 | 3  | -1.375 | 0.106 | 0.202 | 0.01    |      |   |      |
| 3    | v3    | 123   | 1.253 | 0.114 | 0.000 | ----  | 0.000 | 6  | -1.263 | 0.134 | 5  | -1.375 | 0.096 | 0.202 | 0.01    |      |   |      |
| 4    | v4    | 124   | 0.811 | 0.056 | 0.000 | ----  | 0.000 | 8  | 0.997  | 0.054 | 7  | -1.382 | 0.111 | 0.201 | 0.01    |      |   |      |
| 5    | v5    | 125   | 1.009 | 0.063 | 0.000 | ----  | 0.000 | 10 | 0.632  | 0.058 | 9  | -1.384 | 0.111 | 0.200 | 0.01    |      |   |      |
| 6    | v6    | 126   | 1.228 | 0.075 | 0.000 | ----  | 0.000 | 12 | 1.452  | 0.063 | 11 | -1.368 | 0.111 | 0.203 | 0.01    |      |   |      |
| 7    | v7    | 127   | 1.440 | 0.113 | 0.000 | ----  | 0.000 | 14 | -0.785 | 0.108 | 13 | -1.321 | 0.096 | 0.211 | 0.01    |      |   |      |
| 8    | v8    | 128   | 0.936 | 0.076 | 0.000 | ----  | 0.000 | 16 | -0.664 | 0.090 | 15 | -1.390 | 0.107 | 0.199 | 0.01    |      |   |      |
| 9    | v9    | 129   | 1.088 | 0.084 | 0.000 | ----  | 0.000 | 18 | -0.657 | 0.092 | 17 | -1.385 | 0.105 | 0.200 | 0.01    |      |   |      |
| 10   | v10   | 130   | 0.720 | 0.059 | 0.000 | ----  | 0.000 | 20 | -0.318 | 0.072 | 19 | -1.373 | 0.110 | 0.202 | 0.01    |      |   |      |
| 11   | v11   | 131   | 1.077 | 0.072 | 0.000 | ----  | 0.000 | 22 | -0.050 | 0.069 | 21 | -1.403 | 0.109 | 0.197 | 0.01    |      |   |      |
| 12   | v12   | 132   | 0.956 | 0.067 | 0.000 | ----  | 0.000 | 24 | -0.192 | 0.071 | 23 | -1.407 | 0.110 | 0.197 | 0.01    |      |   |      |
| 13   | v13   | 133   | 1.362 | 0.082 | 0.000 | ----  | 0.000 | 26 | 1.803  | 0.071 | 25 | -1.382 | 0.111 | 0.201 | 0.01    |      |   |      |
| 14   | v14   | 134   | 0.893 | 0.061 | 0.000 | ----  | 0.000 | 28 | 0.142  | 0.062 | 27 | -1.382 | 0.110 | 0.201 | 0.01    |      |   |      |
| 15   | v15   | 135   | 1.194 | 0.131 | 0.000 | ----  | 0.000 | 30 | -1.722 | 0.176 | 29 | -1.327 | 0.090 | 0.210 | 0.01    |      |   |      |
| 16   | v16   | 136   | 1.352 | 0.087 | 0.000 | ----  | 0.000 | 32 | 0.028  | 0.072 | 31 | -1.410 | 0.107 | 0.196 | 0.01    |      |   |      |
| 17   | v17   | 137   | 0.801 | 0.059 | 0.000 | ----  | 0.000 | 34 | -0.104 | 0.067 | 33 | -1.367 | 0.109 | 0.203 | 0.01    |      |   |      |
| 18   | v18   | 138   | 1.238 | 0.092 | 0.000 | ----  | 0.000 | 36 | -0.538 | 0.091 | 35 | -1.340 | 0.102 | 0.208 | 0.01    |      |   |      |
| 19   | v19   | 139   | 0.803 | 0.057 | 0.000 | ----  | 0.000 | 38 | 1.122  | 0.054 | 37 | -1.376 | 0.111 | 0.202 | 0.01    |      |   |      |
| 20   | v20   | 140   | 0.637 | 0.052 | 0.000 | ----  | 0.000 | 40 | 0.674  | 0.053 | 39 | -1.368 | 0.111 | 0.203 | 0.01    |      |   |      |
| 21   | v21   | 0.000 | ----  | 141   | 1.083 | 0.111 | 0.000 | 42 | -1.370 | 0.141 | 41 | -1.391 | 0.100 | 0.199 | 0.01    |      |   |      |
| 22   | v22   | 0.000 | ----  | 142   | 1.027 | 0.070 | 0.000 | 44 | 1.839  | 0.065 | 43 | -1.389 | 0.112 | 0.200 | 0.01    |      |   |      |
| 23   | v23   | 0.000 | ----  | 143   | 0.736 | 0.082 | 0.000 | 46 | -1.170 | 0.117 | 45 | -1.391 | 0.107 | 0.199 | 0.01    |      |   |      |
| 24   | v24   | 0.000 | ----  | 144   | 1.147 | 0.073 | 0.000 | 48 | 0.574  | 0.060 | 47 | -1.380 | 0.110 | 0.201 | 0.01    |      |   |      |
| 25   | v25   | 0.000 | ----  | 145   | 0.920 | 0.108 | 0.000 | 50 | -1.568 | 0.154 | 49 | -1.428 | 0.102 | 0.193 | 0.01    |      |   |      |
| 26   | v26   | 0.000 | ----  | 146   | 0.833 | 0.081 | 0.000 | 52 | -0.973 | 0.106 | 51 | -1.379 | 0.106 | 0.201 | 0.01    |      |   |      |
| 27   | v27   | 0.000 | ----  | 147   | 0.626 | 0.053 | 0.000 | 54 | 1.045  | 0.052 | 53 | -1.376 | 0.111 | 0.202 | 0.01    |      |   |      |

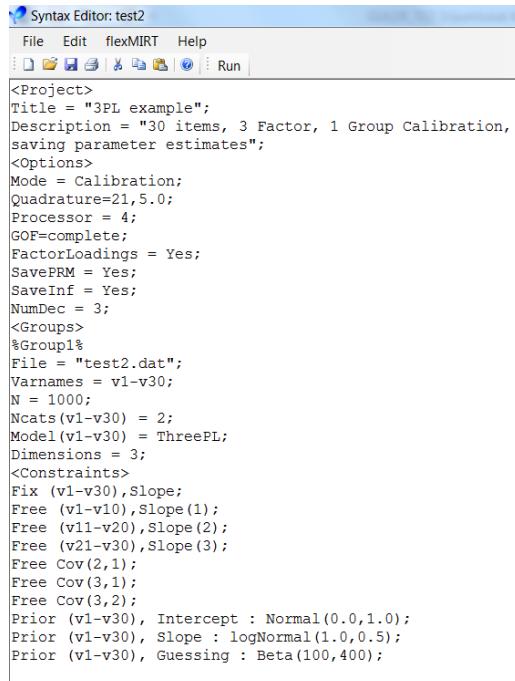
**Şekil EK-4.1. 3 Boyutlu 60 Madde İçeren 5000 Bireyden Oluşan Veri Setine İlişkin flexMIRT ile IRTPRO Parametre Kestirimleri**

## EK-5: flexMIRT Betik (Syntax) Örneği



```
<Project>
Title = "Guler's Study";
Description = "15 items, 3 Factor, 1 Group Calibration,
saving parameter estimates";
<Options>
Mode = Calibration;
Algorithm=MHRM;
RndSeed = 432;
SavePRM = Yes;
NumDec = 3;
Processors=4;
ProposalStd = 0.2;
Imputations = 2;
InitGain = 0.1;
<Groups>
%Group1%
File = "test1.dat";
Varnames = v1-v15;
N = 1000;
Ncats(v1-v15) = 2;
Model(v1-v15) = ThreePL;
Dimensions = 5;
<Constraints>
Fix (v1-v15),Slope;
Free (v1-v3),Slope(1);
Free (v4-v6),Slope(2);
Free (v7-v9),Slope(3);
Free (v10-v12),Slope(4);
Free (v13-v15),Slope(5);
Prior (v1-v15), Intercept : Normal(0.0,1.0);
Prior (v1-v15), Slope : logNormal(1.0,0.5);
Prior (v1-v15), Guessing : Beta(100,400);
```

Şekil EK-5.1. flexMIRT MH-RM Komut Örneği



```
<Project>
Title = "3PL example";
Description = "30 items, 3 Factor, 1 Group Calibration,
saving parameter estimates";
<Options>
Mode = Calibration;
Quadrature=21,5.0;
Processor = 4;
GOF=complete;
FactorLoadings = Yes;
SavePRM = Yes;
SaveInf = Yes;
NumDec = 3;
<Groups>
%Group1%
File = "test2.dat";
Varnames = v1-v30;
N = 1000;
Ncats(v1-v30) = 2;
Model(v1-v30) = ThreePL;
Dimensions = 3;
<Constraints>
Fix (v1-v30),Slope;
Free (v1-v10),Slope(1);
Free (v11-v20),Slope(2);
Free (v21-v30),Slope(3);
Free Cov(2,1);
Free Cov(3,1);
Free Cov(3,2);
Prior (v1-v30), Intercept : Normal(0.0,1.0);
Prior (v1-v30), Slope : logNormal(1.0,0.5);
Prior (v1-v30), Guessing : Beta(100,400);
```

Şekil EK-5.2. flexMIRT BA-EM Komut Örneği

## **EK-6: BMIRT Programı Kontrol Dosyası Komut Örneği**

2000 30 1 1.0 1.0 8000 1000 5 2 923879631 0.0 1.0 0.2 0.1 0.03 1.0 0.5  
0.01 0.0 1.0 0.01 100 400 0.01 1.0 0.0 0.01 1.0 0.0 0.05 0.05 0.1  
11111111111111111111111111111111  
1 7 13 19 25  
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25  
26 27 28 29 30  
11111100000000000000000000000000  
00000011111000000000000000000000  
00000000000011111100000000000000  
00000000000000000000111111000000  
00000000000000000000000000000000111111  
1 0.2 0.2 0.2 0.2 1 0.2 0.2 0.2 1 0.2 0.2 1 0.2 1 0 0 0 0

EK-7: SimuMIRT Veri Üretme Kodları

```
for %%f in (test1 test2 test3 test4 test5 test6 test7 test8 test9 test10 test11 test12 test13  
test14 test15 test16 test17 test18 test19 test20 test21 test22 test23 test24 test25 test26  
test27 test28 test29 test30 test31 test32 test33 test34 test35 test36 test37 test38 test39 test40  
test41 test42 test43 test44 test45 test46 test47 test48 test49 test50)  
do call simulateRwo %%f.par out\%%f  
pause;
```

## EK-8: Doğrulayıcı Faktör Analizi Sonuçları

**Tablo EK-8.1. 3 Boyutlu Basit Yapı İçin Hata Ve Uyum İstatistikleri**

| Test Koşulları |                    |               | Hata ve Uyum İstatistikleri |      |       |      |      |      |      |      |
|----------------|--------------------|---------------|-----------------------------|------|-------|------|------|------|------|------|
| Boyut Sayısı   | Örneklem Büyüklüğü | Test uzunluğu | Korelasyon                  | RMR  | RMSEA | SRMR | NFI  | NNFI | CFI  | GFI  |
| 3              | 1000               | 15            | 0.0                         | 0,01 | 0,01  | 0,03 | 0,80 | 0,99 | 0,99 | 0,99 |
|                |                    |               | 0.3                         | 0,01 | 0,00  | 0,03 | 0,86 | 1,00 | 1,00 | 0,99 |
|                |                    |               | 0.6                         | 0,01 | 0,02  | 0,03 | 0,87 | 0,96 | 0,97 | 0,99 |
|                |                    |               | 0.9                         | 0,01 | 0,01  | 0,03 | 0,74 | 0,97 | 0,97 | 0,97 |
|                |                    | 30            | 0.0                         | 0,01 | 0,01  | 0,03 | 0,78 | 0,97 | 0,98 | 0,97 |
|                |                    |               | 0.3                         | 0,01 | 0,01  | 0,03 | 0,84 | 0,97 | 0,98 | 0,97 |
|                |                    |               | 0.6                         | 0,01 | 0,01  | 0,03 | 0,87 | 0,98 | 0,98 | 0,97 |
|                |                    |               | 0.9                         | 0,01 | 0,01  | 0,03 | 0,74 | 0,98 | 0,98 | 0,94 |
|                |                    | 60            | 0.0                         | 0,01 | 0,01  | 0,03 | 0,76 | 0,98 | 0,98 | 0,94 |
|                |                    |               | 0.3                         | 0,01 | 0,01  | 0,03 | 0,83 | 0,99 | 0,99 | 0,94 |
|                |                    |               | 0.6                         | 0,01 | 0,01  | 0,03 | 0,88 | 0,99 | 0,99 | 0,94 |
|                |                    |               | 0.9                         | 0,00 | 0,01  | 0,02 | 0,85 | 0,98 | 0,99 | 0,99 |
| 5000           | 2000               | 15            | 0.0                         | 0,00 | 0,01  | 0,02 | 0,87 | 0,98 | 0,98 | 0,99 |
|                |                    |               | 0.3                         | 0,00 | 0,01  | 0,02 | 0,91 | 0,98 | 0,98 | 0,99 |
|                |                    |               | 0.6                         | 0,00 | 0,00  | 0,02 | 0,95 | 1,00 | 1,00 | 0,99 |
|                |                    |               | 0.9                         | 0,00 | 0,01  | 0,02 | 0,87 | 0,99 | 0,99 | 0,99 |
|                |                    | 30            | 0.0                         | 0,00 | 0,00  | 0,02 | 0,89 | 1,00 | 1,00 | 0,99 |
|                |                    |               | 0.3                         | 0,00 | 0,00  | 0,02 | 0,92 | 1,00 | 1,00 | 0,99 |
|                |                    |               | 0.6                         | 0,00 | 0,00  | 0,02 | 0,94 | 1,00 | 1,00 | 0,99 |
|                |                    |               | 0.9                         | 0,00 | 0,00  | 0,02 | 0,86 | 1,00 | 1,00 | 0,97 |
|                |                    | 60            | 0.0                         | 0,00 | 0,00  | 0,02 | 0,88 | 0,99 | 0,99 | 0,97 |
|                |                    |               | 0.3                         | 0,00 | 0,00  | 0,02 | 0,92 | 1,00 | 1,00 | 0,97 |
|                |                    |               | 0.6                         | 0,00 | 0,00  | 0,02 | 0,94 | 1,00 | 0,97 | 0,99 |
|                |                    |               | 0.9                         | 0,00 | 0,00  | 0,01 | 0,95 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |

**Tablo EK-8.2. 5 boyutlu Basit Yapı için Hata Ve Uyum İstatistikleri**

| Boyut<br>Sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test Koşulları   |            | Hata ve Uyum İstatistikleri |       |      |      |      |      |     |
|-----------------|-----------------------|------------------|------------|-----------------------------|-------|------|------|------|------|-----|
|                 |                       | Test<br>uzunluğu | Korelasyon | RMR                         | RMSEA | SRMR | NFI  | NNFI | CFI  | GFI |
| 1000            | 15                    | 0.0              | 0,01       | 0,01                        | 0,03  | 0,62 | 0,89 | 0,91 | 0,99 |     |
|                 |                       | 0.3              | 0,00       | 0,00                        | 0,01  | 0,89 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |     |
|                 |                       | 0.6              | 0,01       | 0,01                        | 0,03  | 0,80 | 0,95 | 0,96 | 0,99 |     |
|                 |                       | 0.9              | 0,00       | 0,01                        | 0,02  | 0,89 | 0,99 | 0,99 | 0,99 |     |
|                 | 30                    | 0.0              | 0,00       | 0,00                        | 0,01  | 0,89 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |     |
|                 |                       | 0.3              | 0,00       | 0,00                        | 0,01  | 0,91 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |     |
|                 |                       | 0.6              | 0,01       | 0,00                        | 0,01  | 0,77 | 1,00 | 1,00 | 0,97 |     |
|                 |                       | 0.9              | 0,01       | 0,01                        | 0,03  | 0,62 | 0,86 | 0,99 | 0,99 |     |
|                 | 60                    | 0.0              | 0,01       | 0,00                        | 0,03  | 0,62 | 0,99 | 0,99 | 0,95 |     |
|                 |                       | 0.3              | 0,01       | 0,01                        | 0,03  | 0,66 | 0,96 | 0,96 | 0,94 |     |
|                 |                       | 0.6              | 0,01       | 0,01                        | 0,03  | 0,77 | 0,98 | 0,98 | 0,94 |     |
|                 |                       | 0.9              | 0,00       | 0,01                        | 0,02  | 0,72 | 0,87 | 0,91 | 0,99 |     |
| 5               | 15                    | 0.0              | 0,00       | 0,01                        | 0,02  | 0,83 | 0,97 | 0,98 | 0,99 |     |
|                 |                       | 0.3              | 0,00       | 0,00                        | 0,02  | 0,91 | 0,99 | 1,00 | 0,99 |     |
|                 |                       | 0.6              | 0,00       | 0,00                        | 0,02  | 0,95 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |     |
|                 |                       | 0.9              | 0,00       | 0,00                        | 0,02  | 0,74 | 1,00 | 1,00 | 0,99 |     |
|                 | 30                    | 0.0              | 0,00       | 0,00                        | 0,02  | 0,80 | 1,00 | 1,00 | 0,99 |     |
|                 |                       | 0.3              | 0,00       | 0,00                        | 0,02  | 0,87 | 1,00 | 1,00 | 0,99 |     |
|                 |                       | 0.6              | 0,00       | 0,01                        | 0,02  | 0,92 | 0,99 | 0,99 | 0,99 |     |
|                 |                       | 0.9              | 0,00       | 0,00                        | 0,02  | 0,76 | 1,00 | 1,00 | 0,97 |     |
|                 | 60                    | 0.0              | 0,00       | 0,00                        | 0,02  | 0,79 | 0,99 | 0,99 | 0,97 |     |
|                 |                       | 0.3              | 0,00       | 0,00                        | 0,02  | 0,87 | 0,99 | 0,99 | 0,97 |     |
|                 |                       | 0.6              | 0,00       | 0,01                        | 0,02  | 0,92 | 0,99 | 0,99 | 0,97 |     |
|                 |                       | 0.9              | 0,00       | 0,00                        | 0,01  | 0,89 | 0,99 | 0,99 | 1,00 |     |
| 5000            | 15                    | 0.0              | 0,00       | 0,00                        | 0,01  | 0,91 | 0,99 | 0,99 | 1,00 |     |
|                 |                       | 0.3              | 0,00       | 0,01                        | 0,01  | 0,95 | 0,99 | 0,99 | 1,00 |     |
|                 |                       | 0.6              | 0,00       | 0,00                        | 0,01  | 0,98 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |     |
|                 |                       | 0.9              | 0,00       | 0,00                        | 0,01  | 0,89 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |     |
|                 | 30                    | 0.0              | 0,00       | 0,00                        | 0,01  | 0,91 | 1,00 | 1,00 | 0,99 |     |
|                 |                       | 0.3              | 0,00       | 0,00                        | 0,01  | 0,95 | 1,00 | 1,00 | 0,99 |     |
|                 |                       | 0.6              | 0,00       | 0,00                        | 0,01  | 0,97 | 1,00 | 1,00 | 0,99 |     |
|                 |                       | 0.9              | 0,01       | 0,00                        | 0,03  | 0,62 | 0,99 | 0,99 | 0,95 |     |
|                 | 60                    | 0.0              | 0,01       | 0,00                        | 0,03  | 0,62 | 0,99 | 0,99 | 0,95 |     |
|                 |                       | 0.3              | 0,01       | 0,00                        | 0,03  | 0,62 | 0,99 | 0,99 | 0,95 |     |
|                 |                       | 0.6              | 0,01       | 0,00                        | 0,03  | 0,62 | 0,99 | 0,99 | 0,95 |     |
|                 |                       | 0.9              | 0,01       | 0,01                        | 0,03  | 0,62 | 0,89 | 0,91 | 0,99 |     |

**Tablo EK-8.3: İki Faktör Modeli Test Yapısı İçin Hata Ve Uyum İstatistikleri**

| <i>Boyun<br/>Sayısı</i> | <i>Örneklem<br/>Büyüklüğü</i> | <i>Test<br/>uzunluğu</i> | <i>RMR</i> | <i>RMSEA</i> | <i>SRMR</i> | <i>NFI</i> | <i>NNFI</i> | <i>CFI</i> | <i>GFI</i> |
|-------------------------|-------------------------------|--------------------------|------------|--------------|-------------|------------|-------------|------------|------------|
| 3                       | 1000                          | 15                       | 0,01       | 0,02         | 0,03        | 0,94       | 0,98        | 0,99       | 0,99       |
|                         |                               | 30                       | 0,01       | 0,01         | 0,03        | 0,95       | 0,99        | 0,99       | 0,97       |
|                         |                               | 60                       | 0,01       | 0,01         | 0,03        | 0,94       | 0,99        | 0,99       | 0,94       |
|                         | 2000                          | 15                       | 0,00       | 0,01         | 0,02        | 0,97       | 1,00        | 1,00       | 0,99       |
|                         |                               | 30                       | 0,00       | 0,01         | 0,02        | 0,97       | 0,99        | 0,99       | 0,98       |
|                         |                               | 60                       | 0,00       | 0,01         | 0,02        | 0,97       | 0,99        | 0,99       | 0,97       |
|                         | 5000                          | 15                       | 0,00       | 0,00         | 0,01        | 0,99       | 1,00        | 1,00       | 1,00       |
|                         |                               | 30                       | 0,00       | 0,01         | 0,01        | 0,99       | 1,00        | 1,00       | 0,99       |
|                         |                               | 60                       | 0,00       | 0,01         | 0,02        | 0,98       | 0,99        | 0,99       | 0,98       |
| 5                       | 1000                          | 15                       | 0,01       | 0,02         | 0,03        | 0,93       | 0,98        | 0,98       | 0,99       |
|                         |                               | 30                       | 0,01       | 0,01         | 0,03        | 0,93       | 0,99        | 0,99       | 0,97       |
|                         |                               | 60                       | 0,01       | 0,01         | 0,03        | 0,93       | 0,99        | 0,99       | 0,94       |
|                         | 2000                          | 15                       | 0,00       | 0,02         | 0,02        | 0,96       | 0,98        | 0,99       | 0,99       |
|                         |                               | 30                       | 0,00       | 0,01         | 0,02        | 0,97       | 1,00        | 1,00       | 0,99       |
|                         |                               | 60                       | 0,00       | 0,01         | 0,02        | 0,96       | 0,99        | 0,99       | 0,97       |
|                         | 5000                          | 15                       | 0,00       | 0,01         | 0,01        | 0,98       | 0,99        | 0,99       | 1,00       |
|                         |                               | 30                       | 0,00       | 0,01         | 0,01        | 0,98       | 1,00        | 1,00       | 0,99       |
|                         |                               | 60                       | 0,00       | 0,01         | 0,02        | 0,98       | 0,99        | 0,99       | 0,98       |

## EK-9: AIC, BIC ve -2LogLikelihood Değerleri

**Tablo EK-9.1. Basit Yapılı Üç Parametreli Lojistik Modele İlişkin AIC, BIC ve Loglikelihoood Değerleri**

| MCMC 4000 |        |         | MCMC 8000 |        |         | BA-EM |       |       | MH-RM |       |       |
|-----------|--------|---------|-----------|--------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| AIC       | BIC    | -2Log   | AIC       | BIC    | -2Log   | AIC   | BIC   | -2Log | AIC   | BIC   | -2Log |
| 22533     | 37447  | -8227   | 39273     | 54335  | -16567  | 18900 | 19121 | 18810 | 18822 | 19043 | 18732 |
| 22456     | 37371  | -8189   | 78290     | 112282 | -33076  | 18762 | 18858 | 19094 | 18904 | 19140 | 18808 |
| 22444     | 37359  | -8183   | 39349     | 54411  | -16605  | 18669 | 18765 | 19001 | 19538 | 19773 | 19442 |
| 22743     | 37658  | -8333   | 39888     | 54950  | -16875  | 18609 | 18705 | 18941 | 20555 | 20791 | 20459 |
| 39272     | 54334  | -16567  | 61613     | 76871  | -27697  | 37029 | 37209 | 37651 | 37168 | 37610 | 36988 |
| 39257     | 54319  | -16560  | 61613     | 76871  | -27697  | 36923 | 37109 | 37566 | 37573 | 38030 | 37387 |
| 39361     | 54423  | -16611  | 61697     | 76955  | -27740  | 36793 | 36979 | 37435 | 38599 | 39055 | 38413 |
| 39893     | 54955  | -16878  | 78290     | 112282 | -33076  | 36653 | 36839 | 37296 | 40581 | 41037 | 40395 |
| 61922     | 77278  | -22832  | 44955     | 78779  | -16439  | 71295 | 71655 | 72538 | 71622 | 72505 | 71262 |
| 61618     | 76876  | -27700  | 44752     | 78576  | -16337  | 71175 | 71541 | 72439 | 71970 | 72868 | 71604 |
| 61699     | 76957  | -27741  | 44715     | 78539  | -16318  | 70871 | 71237 | 72135 | 73305 | 74204 | 72939 |
| 62104     | 77362  | -27943  | 45244     | 79068  | -16583  | 70285 | 70651 | 71549 | 76026 | 76924 | 75660 |
| 44969     | 78793  | -16445  | 78289     | 112281 | -33076  | 37569 | 37659 | 37911 | 37518 | 37770 | 37428 |
| 44768     | 78591  | -16345  | 78290     | 112282 | -33076  | 37454 | 37550 | 37819 | 38060 | 38329 | 37964 |
| 44738     | 78562  | -16330  | 78612     | 112604 | -33237  | 37299 | 37395 | 37664 | 39964 | 40233 | 39868 |
| 45258     | 79082  | -16590  | 79419     | 113411 | -33641  | 37134 | 37230 | 37499 | 42554 | 42823 | 42458 |
| 78293     | 112284 | -33077  | 122565    | 156781 | -55173  | 74006 | 74186 | 74690 | 74093 | 74597 | 73913 |
| 78650     | 112642 | -33256  | 122565    | 156781 | -55173  | 73864 | 74050 | 74571 | 74689 | 75210 | 74503 |
| 78293     | 112285 | -33078  | 122893    | 157109 | -55338  | 73591 | 73777 | 74298 | 76796 | 77317 | 76610 |
| 79443     | 113435 | -33653  | 123641    | 157857 | -55712  | 73170 | 73356 | 73877 | 81655 | 82176 | 81469 |
| 122178    | 155506 | -54605  | 111988    | 210000 | -40955  | 42350 | 42710 | 43718 | 42656 | 43664 | 42296 |
| 122575    | 156791 | -55178  | 111388    | 209400 | -40655  | 42051 | 42417 | 43442 | 43325 | 44350 | 42959 |
| 122904    | 157120 | -55343  | 111437    | 209449 | -40680  | 41488 | 41854 | 42879 | 45962 | 46987 | 45596 |
| 123654    | 157870 | -55718  | 112285    | 210298 | -41104  | 40395 | 40761 | 41786 | 51800 | 52825 | 51434 |
| 111988    | 210000 | -40955  | 195981    | 294188 | -82921  | 94066 | 94156 | 94449 | 93746 | 94040 | 93656 |
| 111385    | 209397 | -40653  | 195867    | 294074 | -82864  | 93744 | 93840 | 94153 | 95589 | 95902 | 95493 |
| 111453    | 209465 | -40687  | 195867    | 294074 | -82864  | 93265 | 93361 | 93674 | 711   | 1024  | 615   |
| 112332    | 210344 | -41127  | 197280    | 295487 | -83571  | 92507 | 92603 | 92915 | 8640  | 8953  | 8544  |
| 195996    | 294203 | -82929  | 305527    | 403995 | -137654 | 85370 | 85550 | 86137 | 85289 | 85876 | 85109 |
| 195906    | 294114 | -82884  | 305527    | 403995 | -137654 | 84921 | 85107 | 85714 | 86978 | 87584 | 86792 |
| 196402    | 294610 | -83132  | 305936    | 404405 | -137859 | 83941 | 84127 | 84733 | 93196 | 93802 | 93010 |
| 197280    | 295487 | -83571  | 307139    | 405608 | -138461 | 82077 | 82263 | 82869 | 6622  | 7228  | 6436  |
| 305527    | 403995 | -137654 | 24489     | 49273  | -7195   | 55535 | 55895 | 57068 | 55038 | 56211 | 54678 |
| 305527    | 403995 | -137654 | 24329     | 49113  | -7115   | 54903 | 55269 | 56461 | 57582 | 58774 | 57216 |
| 305936    | 404405 | -137859 | 24509     | 49293  | -7205   | 52927 | 53293 | 54485 | 63859 | 65051 | 63493 |
| 307139    | 405608 | -138461 | 24854     | 49639  | -7377   | 49370 | 49736 | 50929 | 80475 | 81668 | 80109 |
| 24439     | 49224  | -7170   | 41438     | 66369  | -15639  |       |       |       | 16660 | 16880 | 16570 |
| 24392     | 49176  | -7146   | 41564     | 66495  | -15702  |       |       |       | 17185 | 17455 | 17075 |
| 24460     | 49244  | -7180   | 41767     | 66698  | -15803  |       |       |       | 18273 | 18543 | 18163 |
| 24863     | 49647  | -7381   | 42096     | 67027  | -15968  |       |       |       | 20093 | 20363 | 19983 |
| 41472     | 66403  | -15656  | 73363     | 98589  | -31542  |       |       |       | 35445 | 35887 | 35265 |
| 41582     | 66513  | -15711  | 73462     | 98688  | -31591  |       |       |       | 36237 | 36728 | 36037 |
| 41775     | 66706  | -15807  | 73851     | 99077  | -31785  |       |       |       | 38255 | 38746 | 38055 |
| 42116     | 67047  | -15978  | 74749     | 99975  | -32234  |       |       |       | 41043 | 41533 | 40843 |
| 73348     | 98574  | -31534  | 48888     | 105178 | -14394  |       |       |       | 70988 | 71872 | 70628 |
| 73470     | 98696  | -31595  | 48888     | 105178 | -14394  |       |       |       | 71271 | 72203 | 70891 |
| 73871     | 99097  | -31796  | 48888     | 105178 | -14394  |       |       |       | 73925 | 74857 | 73545 |
| 74770     | 99996  | -32245  | 48888     | 105178 | -14394  |       |       |       | 78291 | 79224 | 77911 |
| 49147     | 105436 | -14523  | 41438     | 66369  | -15639  |       |       |       | 33238 | 33490 | 33148 |
| 48445     | 104735 | -14407  | 83045     | 139502 | -31442  |       |       |       | 34452 | 34760 | 34342 |
| 48714     | 105003 | -14307  | 83689     | 140146 | -31764  |       |       |       | 37437 | 37745 | 37327 |
| 49416     | 105705 | -14658  | 84469     | 140926 | -32155  |       |       |       | 40371 | 40679 | 40261 |
| 83173     | 139630 | -31507  | 147365    | 204158 | -63542  |       |       |       | 71024 | 71528 | 70844 |
| 83088     | 139545 | -31464  | 148250    | 205043 | -63985  |       |       |       | 72535 | 73095 | 72335 |
| 22533     | 37447  | -8227   | 148250    | 205043 | -63985  |       |       |       | 77177 | 77737 | 76977 |
| 22456     | 37371  | -8189   | 149358    | 206151 | -64539  |       |       |       | 42781 | 43846 | 42401 |

|       |        |        |        |        |         |  |  |       |       |       |
|-------|--------|--------|--------|--------|---------|--|--|-------|-------|-------|
| 22444 | 37359  | -8183  | 122239 | 285494 | -36069  |  |  | 48239 | 49304 | 47859 |
| 22743 | 37658  | -8333  | 121633 | 284889 | -35767  |  |  | 57916 | 58980 | 57536 |
| 39272 | 54334  | -16567 | 122682 | 285937 | -36291  |  |  | 82974 | 83267 | 82884 |
| 39257 | 54319  | -16560 | 124310 | 287565 | -37105  |  |  | 85020 | 85379 | 84910 |
| 39361 | 54423  | -16611 | 208086 | 371537 | -78963  |  |  | 93271 | 93630 | 93161 |
| 39893 | 54955  | -16878 | 207900 | 371351 | -78870  |  |  | 4622  | 4980  | 4512  |
| 61922 | 77278  | -22832 | 209194 | 372645 | -79517  |  |  | 77614 | 78201 | 77434 |
| 61618 | 76876  | -27700 | 210719 | 374170 | -80280  |  |  | 82819 | 83471 | 82619 |
| 61699 | 76957  | -27741 | 368524 | 532367 | -159122 |  |  | 96539 | 97191 | 96339 |
| 62104 | 77362  | -27943 | 367739 | 531581 | -158729 |  |  | 18849 | 19501 | 18649 |
| 44969 | 78793  | -16445 | 370159 | 534002 | -159940 |  |  | 51669 | 52842 | 51309 |
| 44768 | 78591  | -16345 | 377467 | 541310 | -163594 |  |  | 56317 | 57556 | 55937 |
| 44738 | 78562  | -16330 | 39273  | 54335  | -16567  |  |  | 70718 | 71956 | 70338 |
| 45258 | 79082  | -16590 | 78290  | 112282 | -33076  |  |  | 99559 | 798   | 99179 |
| 78293 | 112284 | -33077 | 39349  | 54411  | -16605  |  |  | 83780 | 84340 | 83580 |
| 78650 | 112642 | -33256 | 39888  | 54950  | -16875  |  |  | 40830 | 41838 | 40470 |

**Tablo EK-9.2. Basit Yapılı Aşamalı Tepki Modeline İlişkin AIC, BIC ve Loglikelihood Değerleri**

| MCMC 4000 |        |         | MCMC 8000 |        |         | BA-EM |       |       | MH-RM |       |       |
|-----------|--------|---------|-----------|--------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| AIC       | BIC    | -2Log   | AIC       | BIC    | -2Log   | AIC   | BIC   | -2Log | AIC   | BIC   | -2Log |
| 45100     | 60162  | -19481  | 45098     | 60160  | -19480  | 41660 | 41810 | 42178 | 41740 | 42108 | 41590 |
| 45039     | 60101  | -19451  | 45049     | 60111  | -19456  | 41538 | 41694 | 42077 | 41738 | 42120 | 41582 |
| 45192     | 60254  | -19527  | 45167     | 60229  | -19514  | 41305 | 41461 | 41844 | 42287 | 42669 | 42131 |
| 45448     | 60510  | -19655  | 45457     | 60519  | -19660  | 41156 | 41312 | 41695 | 43549 | 43932 | 43393 |
| 82172     | 97528  | -37957  | 82183     | 97539  | -37963  | 41156 | 41312 | 41695 | 80628 | 81365 | 80328 |
| 82430     | 97787  | -38086  | 82714     | 98070  | -38228  | 80377 | 80677 | 81414 | 81104 | 81855 | 80798 |
| 82733     | 98089  | -38237  | 82714     | 98070  | -38228  | 80463 | 80769 | 81520 | 82181 | 82932 | 81875 |
| 83146     | 98502  | -38444  | 83159     | 98515  | -38450  | 80228 | 80534 | 81285 | 84212 | 84963 | 83906 |
| 134512    | 150261 | -64047  | 134518    | 150267 | -64050  | 79802 | 80108 | 80859 | 58742 | 60214 | 58142 |
| 134721    | 150470 | -64152  | 134518    | 150267 | -64050  | 58169 | 58769 | 60241 | 59989 | 61476 | 59383 |
| 134424    | 150173 | -64003  | 134714    | 150463 | -64148  | 57541 | 58147 | 59634 | 59989 | 61476 | 59383 |
| 134424    | 150173 | -64003  | 134401    | 150150 | -63991  | 57541 | 58147 | 59634 | 59989 | 61476 | 59383 |
| 89592     | 123584 | -38727  | 89648     | 123640 | -38755  | 56446 | 57052 | 58539 | 63001 | 64488 | 62395 |
| 89814     | 123806 | -38838  | 89763     | 123755 | -38813  | 83066 | 83216 | 83636 | 83070 | 83490 | 82920 |
| 90123     | 124115 | -38993  | 90057     | 124049 | -38959  | 82955 | 83111 | 83548 | 83538 | 83975 | 83382 |
| 90693     | 124685 | -39278  | 90700     | 124692 | -39281  | 82646 | 82802 | 83239 | 85171 | 85608 | 85015 |
| 164387    | 198715 | -76064  | 164397    | 198724 | -76069  | 82417 | 82573 | 83009 | 88904 | 89341 | 88748 |
| 164717    | 199045 | -76230  | 164693    | 199021 | -76217  | 61096 | 61396 | 62236 | 61289 | 62130 | 60989 |
| 164776    | 199104 | -76259  | 165164    | 199492 | -76453  | 61065 | 61371 | 62228 | 62069 | 62926 | 61763 |
| 166164    | 200492 | -76953  | 166137    | 200465 | -76940  | 60605 | 60911 | 61768 | 68790 | 69647 | 68484 |
| 315462    | 350462 | -151482 | 268367    | 303143 | -127975 | 59708 | 60014 | 60871 | 68790 | 69647 | 68484 |
| 268369    | 303145 | -127975 | 268367    | 303143 | -127975 | 16360 | 16960 | 18640 | 16925 | 18605 | 16325 |
| 268560    | 303336 | -128071 | 268570    | 303346 | -128076 | 15880 | 16486 | 18184 | 17817 | 19514 | 17211 |
| 269175    | 303951 | -128378 | 269141    | 303917 | -128361 | 14913 | 15519 | 17216 | 19310 | 21007 | 18704 |
| 89814     | 123806 | -388380 | 224921    | 323129 | -97392  | 12936 | 13542 | 15240 | 25286 | 26983 | 24680 |
| 225103    | 323311 | -97483  | 225105    | 323312 | -97483  | 7850  | 8000  | 8489  | 7609  | 8098  | 7459  |
| 225139    | 323346 | -97500  | 225134    | 323342 | -97498  | 7798  | 7954  | 8463  | 13134 | 13643 | 12978 |
| 226733    | 324940 | -98297  | 226694    | 324902 | -98278  | 6950  | 7106  | 7614  | 20890 | 21398 | 20734 |
| 411447    | 510046 | -190595 | 411358    | 509956 | -190550 | 6341  | 6497  | 7006  | 61289 | 62130 | 60989 |
| 411708    | 510307 | -190725 | 411631    | 510230 | -190687 | 3081  | 3381  | 4358  | 5079  | 6076  | 4773  |
| 412652    | 511251 | -191197 | 412553    | 511152 | -191148 | 2672  | 2978  | 3975  | 11035 | 12033 | 10729 |
| 414521    | 513120 | -192132 | 412553    | 511152 | -191148 | 1265  | 1571  | 2568  | 25763 | 26760 | 25457 |
| 789393    | 888773 | -379447 | 789298    | 888679 | -379400 | 99071 | 99377 | 374   | 92591 | 94546 | 91991 |

|        |        |         |        |        |         |       |       |       |       |       |       |
|--------|--------|---------|--------|--------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 670866 | 769986 | -320224 | 670827 | 769947 | -320204 | 92070 | 92670 | 94625 | 93706 | 95681 | 93100 |
| 671291 | 770411 | -320437 | 671214 | 770334 | -320398 | 90772 | 91378 | 93352 | 93706 | 95681 | 93100 |
| 672872 | 771992 | -321227 | 672858 | 771978 | -321220 | 90772 | 91378 | 93352 | 93706 | 95681 | 93100 |
| 47302  | 72234  | -18571  | 46976  | 71908  | -18408  |       |       |       | 41767 | 42135 | 41617 |
| 47645  | 72576  | -187420 | 47491  | 72422  | -18665  |       |       |       | 43003 | 43420 | 42833 |
| 47883  | 72815  | -18862  | 47862  | 72793  | -18851  |       |       |       | 44884 | 45301 | 44714 |
| 48403  | 73334  | -19122  | 48408  | 73339  | -19124  |       |       |       | 47194 | 47611 | 47024 |
| 86420  | 111646 | -38070  | 86489  | 111715 | -38104  |       |       |       | 82300 | 83036 | 82000 |
| 86691  | 111917 | -38206  | 86665  | 111891 | -38192  |       |       |       | 83372 | 84157 | 83052 |
| 87379  | 112605 | -38549  | 87397  | 112623 | -38559  |       |       |       | 85947 | 86732 | 85627 |
| 88098  | 113324 | -38909  | 88111  | 113337 | -38916  |       |       |       | 89925 | 90710 | 89605 |
| 160908 | 186723 | -75194  | 160909 | 186724 | -75195  |       |       |       | 62086 | 63558 | 61486 |
| 161083 | 186898 | -75281  | 161068 | 186883 | -75274  |       |       |       | 62086 | 63558 | 61486 |
| 161793 | 187608 | -75637  | 161807 | 187622 | -75643  |       |       |       | 65352 | 66873 | 64732 |
| 164348 | 190163 | -76914  | 164299 | 190114 | -76889  |       |       |       | 70887 | 72408 | 70267 |
| 95164  | 151621 | -37502  | 95201  | 151658 | -37521  |       |       |       | 83709 | 84129 | 83559 |
| 95359  | 151816 | -37599  | 95422  | 151879 | -37631  |       |       |       | 86085 | 86561 | 85915 |
| 93943  | 150401 | -36892  | 93851  | 150308 | -36845  |       |       |       | 90441 | 90917 | 90271 |
| 96948  | 153405 | -38394  | 96970  | 153427 | -38405  |       |       |       | 86085 | 86561 | 85915 |
| 173939 | 230732 | -76829  | 173878 | 230672 | -76799  |       |       |       | 64526 | 65366 | 64226 |
| 173063 | 229857 | -76392  | 173037 | 229830 | -76378  |       |       |       | 66184 | 67080 | 65864 |
| 174568 | 231362 | -77144  | 174579 | 231372 | -77150  |       |       |       | 71755 | 72651 | 71435 |
| 325871 | 383336 | -152675 | 176250 | 233043 | -77985  |       |       |       | 80556 | 81452 | 80236 |
| 324149 | 381615 | -151815 | 325773 | 383239 | -152627 |       |       |       | 24129 | 25809 | 23529 |
| 327361 | 384826 | -153421 | 324138 | 381603 | -151809 |       |       |       | 26598 | 28334 | 25978 |
| 330582 | 388047 | -155031 | 327347 | 384813 | -153414 |       |       |       | 31011 | 32747 | 30391 |
| 237059 | 400511 | -93450  | 330490 | 387955 | -154985 |       |       |       | 42857 | 44593 | 42237 |
| 238323 | 401774 | -94082  | 237101 | 400552 | -93470  |       |       |       | 9187  | 9676  | 9037  |
| 235343 | 398794 | -92591  | 238077 | 401528 | -93958  |       |       |       | 14356 | 14910 | 14186 |
| 242726 | 406177 | -96283  | 235183 | 398634 | -92511  |       |       |       | 26243 | 26797 | 26073 |
| 433747 | 597590 | -191734 | 242651 | 406103 | -96246  |       |       |       | 46423 | 46977 | 46253 |
| 433747 | 597590 | -191734 | 435434 | 599277 | -192577 |       |       |       | 11267 | 12244 | 10967 |
| 436433 | 600275 | -193077 | 433623 | 597465 | -191671 |       |       |       | 16272 | 17315 | 15952 |
| 439351 | 603193 | -194536 | 436166 | 600009 | -192943 |       |       |       | 30425 | 31467 | 30105 |
| 814552 | 979176 | -382016 | 439414 | 603256 | -194567 |       |       |       | 55723 | 56766 | 55403 |
| 815037 | 979662 | -382259 | 814419 | 979044 | -381950 |       |       |       | 10241 | 12196 | 9641  |
| 818313 | 982937 | -383896 | 814956 | 979580 | -382218 |       |       |       | 14110 | 16130 | 13490 |
| 824948 | 989573 | -387214 | 818116 | 982740 | -383798 |       |       |       | 27106 | 29127 | 26486 |
| 45100  | 60162  | -19481  | 824747 | 989371 | -387113 |       |       |       | 62807 | 64827 | 62187 |

**Tablo EK-9.3. İki Faktör Yapılı Üç parametrel Lojistik Modelle İlişkin AIC, BIC ve Loglikelihood Değerleri**

| MCMC 4000 |        |         | MCMC 8000 |        |         | BA-EM |       |       | MH-RM  |        |        |
|-----------|--------|---------|-----------|--------|---------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
| AIC       | BIC    | -2Log   | AIC       | BIC    | -2Log   | AIC   | BIC   | -2Log | AIC    | BIC    | -2Log  |
| 22430     | 42277  | -71710  | 22424     | 42271  | -7168   | 17837 | 18131 | 17717 | 17676  | 17971  | 17556  |
| 38780     | 58775  | -15316  | 38795     | 58789  | -15323  | 35310 | 35899 | 35070 | 35132  | 35721  | 34892  |
| 68844     | 89133  | -30288  | 68831     | 89120  | -30282  | 67375 | 68553 | 66895 | 67294  | 68471  | 66814  |
| 45566     | 90619  | -14739  | 45504     | 90557  | -14708  | 35597 | 35933 | 35477 | 35231  | 35567  | 35111  |
| 78180     | 123402 | -31016  | 78177     | 123399 | -31015  | 70812 | 71484 | 70572 | 70534  | 71206  | 70294  |
| 138291    | 183849 | -61012  | 138272    | 183830 | -61002  | 34817 | 36161 | 34337 | 34681  | 36025  | 34201  |
| 113584    | 244215 | -36748  | 114247    | 244877 | -37079  | 89128 | 89519 | 89008 | 134681 | 136025 | 134201 |
| 194389    | 325215 | -77120  | 194353    | 325179 | -77102  | 76476 | 77258 | 76236 | 88137  | 88528  | 88017  |
| 345593    | 476810 | -152663 | 345546    | 476763 | -152639 | 41523 | 43088 | 41043 | 75723  | 76505  | 5483   |
| 25770     | 55496  | -6828   | 25736     | 55463  | -6811   | 17257 | 17551 | 17137 | 35872  | 37436  | 35392  |
| 41631     | 71504  | -14728  | 41598     | 71471  | -14712  | 34908 | 35497 | 34668 | 16065  | 16359  | 15945  |
| 72865     | 103033 | -30286  | 72859     | 103027 | -30283  | 68810 | 69988 | 68330 | 35132  | 35721  | 34892  |
| 51835     | 119365 | -13860  | 51589     | 119119 | -13738  | 34126 | 34462 | 34006 | 68094  | 69271  | 67614  |
| 82658     | 150357 | -292420 | 82649     | 150347 | -29238  | 69090 | 69762 | 68850 | 31676  | 32012  | 31556  |
| 144662    | 212696 | -60184  | 144603    | 212637 | -60154  | 36134 | 37478 | 35654 | 67389  | 68061  | 67149  |
| 129677    | 325564 | -34781  | 129497    | 325384 | -34691  | 85415 | 85806 | 85295 | 35024  | 36368  | 34544  |
| 206748    | 402831 | -73287  | 206746    | 402828 | -73286  | 72549 | 73331 | 72309 | 78451  | 78842  | 78331  |
| 361299    | 557773 | -150503 | 361274    | 557748 | -150490 | 39625 | 41189 | 39145 | 37022  | 38586  | 36542  |

**Tablo EK-9.3. İki Faktör Yapılı Aşamalı Tepki Modelini İlişkin AIC, BIC ve Loglikelihood Değerleri**

| MCMC 4000 |        |         | MCMC 8000 |        |         | BA-EM  |        |        | MH-RM |       |          |
|-----------|--------|---------|-----------|--------|---------|--------|--------|--------|-------|-------|----------|
| AIC       | BIC    | -2Log   | AIC       | BIC    | -2Log   | AIC    | BIC    | -2Log  | AIC   | BIC   | -2Log    |
| 42511     | 62505  | -171820 | 42462     | 62456  | -17157  | 38482  | 38662  | 39104  | 38314 | 38494 | 38935,43 |
| 75652     | 95941  | -33692  | 75569     | 95858  | -33651  | 74960  | 75320  | 76204  | 74853 | 75213 | 76096,72 |
| 148109    | 168986 | -69800  | 148107    | 168985 | -69800  | 149921 | 150641 | 152407 | 39079 | 39267 | 39728,37 |
| 84863     | 130084 | -343570 | 153407    | 198965 | -68570  | 76821  | 77001  | 77505  | 76511 | 76691 | 77195,51 |
| 153582    | 199140 | -68657  | 84793     | 130015 | -34323  | 149887 | 150247 | 151255 | 49818 | 50178 | 51185,87 |
| 300376    | 346605 | -141934 | 300359    | 346588 | -141925 | 299774 | 300494 | 302510 | 24495 | 24672 | 25167,93 |
| 213038    | 343864 | -86445  | 212526    | 343352 | -86189  | 192048 | 192228 | 192814 | 91304 | 91484 | 92070,47 |
| 388535    | 519752 | -174133 | 388294    | 519511 | -174013 | 376451 | 376811 | 377984 | 75891 | 76251 | 77424,58 |
| 755855    | 887854 | -357673 | 755756    | 887755 | -357624 | 756125 | 756845 | 759191 | 55767 | 56487 | 58833,4  |
| 48087     | 77961  | -17956  | 48113     | 77987  | -17970  | 40508  | 40688  | 41129  | 39359 | 39539 | 39980,48 |
| 84998     | 115166 | -36352  | 84952     | 115120 | -36329  | 79449  | 79809  | 80692  | 78711 | 79071 | 79954,58 |
| 156808    | 187565 | -72137  | 156775    | 187532 | -72121  | 153813 | 154533 | 156299 | 53383 | 54103 | 55869,32 |
| 95320     | 163019 | -35573  | 95143     | 162841 | -35484  | 80467  | 80647  | 81151  | 78335 | 78515 | 79019,57 |
| 170022    | 238056 | -72864  | 169876    | 237910 | -72791  | 158560 | 158920 | 159928 | 57295 | 57655 | 58663,51 |
| 312848    | 381554 | -144157 | 312758    | 381464 | -144112 | 307109 | 307829 | 309846 | 6354  | 7074  | 9090,35  |
| 240642    | 436725 | -90234  | 240373    | 436455 | -90099  | 201907 | 202087 | 202674 | 96481 | 96661 | 97247,86 |
| 425930    | 622404 | -182818 | 425960    | 622434 | -182833 | 397095 | 397455 | 398628 | 93497 | 93857 | 95029,82 |
| 783865    | 981121 | -361665 | 783457    | 980713 | -361462 | 770362 | 771082 | 773429 | 68451 | 69171 | 71516,78 |

## EK-10: Birinci Alt Probleme Ait RMSE Değerleri

**Tablo EK-10.1. Birinci Alt Probleme Ait RMSE (MCMC 4000 İterasyon, 3 Boyut İçin) Değerleri\***

| Test Koşulları |                    |               | RMSE (MCMC 4000 İterasyon) |      |      |      |      |   |
|----------------|--------------------|---------------|----------------------------|------|------|------|------|---|
| Boyut sayısı   | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Korelasyon                 | a1   | a2   | a3   | d    | c |
| 1000           | 15                 | 0.0           | 0.25                       | 0.31 | 0.28 | 0.15 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.24                       | 0.28 | 0.26 | 0.14 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.21                       | 0.24 | 0.23 | 0.14 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.18                       | 0.19 | 0.19 | 0.13 | 0.01 |   |
|                | 30                 | 0.0           | 0.19                       | 0.19 | 0.19 | 0.13 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.19                       | 0.19 | 0.17 | 0.13 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.18                       | 0.18 | 0.17 | 0.13 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.17                       | 0.17 | 0.16 | 0.13 | 0.01 |   |
|                | 60                 | 0.0           | 0.16                       | 0.16 | 0.16 | 0.13 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.16                       | 0.16 | 0.16 | 0.13 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.15                       | 0.15 | 0.15 | 0.13 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.14                       | 0.14 | 0.15 | 0.13 | 0.01 |   |
| 3              | 15                 | 0.0           | 0.16                       | 0.22 | 0.19 | 0.12 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.16                       | 0.20 | 0.19 | 0.12 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.14                       | 0.18 | 0.17 | 0.11 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.14                       | 0.15 | 0.14 | 0.11 | 0.01 |   |
|                | 2000               | 0.0           | 0.14                       | 0.14 | 0.14 | 0.10 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.12                       | 0.13 | 0.13 | 0.10 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.13                       | 0.14 | 0.14 | 0.10 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.11                       | 0.13 | 0.12 | 0.10 | 0.01 |   |
|                | 60                 | 0.0           | 0.11                       | 0.13 | 0.12 | 0.10 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.11                       | 0.13 | 0.12 | 0.11 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.11                       | 0.12 | 0.11 | 0.11 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.10                       | 0.11 | 0.11 | 0.11 | 0.01 |   |
| 5000           | 15                 | 0.0           | 0.11                       | 0.15 | 0.13 | 0.09 | 0.02 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.11                       | 0.14 | 0.13 | 0.09 | 0.02 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.11                       | 0.12 | 0.12 | 0.09 | 0.02 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.11                       | 0.11 | 0.11 | 0.08 | 0.02 |   |
|                | 30                 | 0.0           | 0.09                       | 0.10 | 0.10 | 0.08 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.09                       | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.09                       | 0.09 | 0.09 | 0.07 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.08                       | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.01 |   |
|                | 60                 | 0.0           | 0.07                       | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.07                       | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.07                       | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.07                       | 0.07 | 0.08 | 0.08 | 0.01 |   |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-10.2.Birinci Alt Probleme Ait RMSE (*MCMC 4000 İterasyon, 5 boyut için*) Değerleri\***

| Test Koşulları |                    |               |            | RMSE (MCMC 4000) |      |      |      |      |      |      |
|----------------|--------------------|---------------|------------|------------------|------|------|------|------|------|------|
| Boyut Sayısı   | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Korelasyon | a1               | a2   | a3   | a4   | a5   | d    | c    |
| 1000           | 15                 | 0.0           | 0.0        | 0.27             | 0.52 | 0.35 | 0.35 | 0.34 | 0.14 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.33             | 0.41 | 0.23 | 0.33 | 0.34 | 0.14 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.22             | 0.27 | 0.27 | 0.36 | 0.20 | 0.14 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.15             | 0.19 | 0.27 | 0.21 | 0.12 | 0.12 | 0.01 |
|                | 30                 | 0.0           | 0.0        | 0.24             | 0.22 | 0.22 | 0.21 | 0.22 | 0.12 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.22             | 0.27 | 0.21 | 0.19 | 0.21 | 0.13 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.19             | 0.21 | 0.15 | 0.20 | 0.21 | 0.13 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.17             | 0.20 | 0.14 | 0.14 | 0.15 | 0.12 | 0.01 |
|                | 60                 | 0.0           | 0.0        | 0.18             | 0.17 | 0.17 | 0.15 | 0.17 | 0.12 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.17             | 0.16 | 0.15 | 0.16 | 0.17 | 0.12 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.17             | 0.16 | 0.14 | 0.14 | 0.15 | 0.12 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.15             | 0.14 | 0.12 | 0.13 | 0.14 | 0.12 | 0.01 |
| 5              | 15                 | 0.0           | 0.0        | 0.23             | 0.37 | 0.27 | 0.39 | 0.25 | 0.12 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.30             | 0.41 | 0.29 | 0.34 | 0.28 | 0.12 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.15             | 0.23 | 0.22 | 0.19 | 0.19 | 0.10 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.13             | 0.16 | 0.16 | 0.18 | 0.11 | 0.09 | 0.01 |
|                | 30                 | 0.0           | 0.0        | 0.19             | 0.17 | 0.19 | 0.14 | 0.16 | 0.10 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.17             | 0.15 | 0.18 | 0.19 | 0.18 | 0.11 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.15             | 0.15 | 0.15 | 0.16 | 0.14 | 0.11 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.13             | 0.15 | 0.11 | 0.12 | 0.12 | 0.10 | 0.01 |
|                | 60                 | 0.0           | 0.0        | 0.12             | 0.14 | 0.13 | 0.12 | 0.13 | 0.09 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.12             | 0.12 | 0.12 | 0.11 | 0.13 | 0.09 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.11             | 0.12 | 0.11 | 0.09 | 0.11 | 0.09 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.10             | 0.11 | 0.09 | 0.09 | 0.10 | 0.09 | 0.01 |
| 5000           | 15                 | 0.0           | 0.0        | 0.17             | 0.18 | 0.18 | 0.22 | 0.21 | 0.09 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.17             | 0.17 | 0.13 | 0.46 | 0.23 | 0.09 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.12             | 0.12 | 0.15 | 0.14 | 0.15 | 0.08 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.11             | 0.10 | 0.10 | 0.14 | 0.10 | 0.07 | 0.01 |
|                | 30                 | 0.0           | 0.0        | 0.12             | 0.10 | 0.11 | 0.10 | 0.13 | 0.08 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.12             | 0.10 | 0.11 | 0.11 | 0.12 | 0.09 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.11             | 0.09 | 0.11 | 0.09 | 0.10 | 0.09 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.10             | 0.10 | 0.08 | 0.09 | 0.09 | 0.08 | 0.01 |
|                | 60                 | 0.0           | 0.0        | 0.09             | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.09 | 0.07 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.09             | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.09 | 0.07 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.08             | 0.07 | 0.06 | 0.07 | 0.09 | 0.07 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.07             | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.07 | 0.07 | 0.01 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir

**Tablo EK-10.3.Birinci Alt Probleme Ait RMSE (MCMC 8000 İterasyon, 3 Boyut İçin)**  
**Değerleri\***

| Test Koşulları  |                       |                  | RMSE (MCMC 8000 İterasyon) |      |      |      |      |      |
|-----------------|-----------------------|------------------|----------------------------|------|------|------|------|------|
| Boyut<br>sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test<br>Uzunluğu | Korelasyon                 | a1   | a2   | a3   | d    | c    |
| 3               | 1000                  | 15               | 0.0                        | 0.26 | 0.29 | 0.32 | 0.13 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3                        | 0.25 | 0.25 | 0.24 | 0.13 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6                        | 0.19 | 0.21 | 0.21 | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9                        | 0.18 | 0.20 | 0.19 | 0.13 | 0.01 |
|                 | 1000                  | 30               | 0.0                        | 0.18 | 0.18 | 0.16 | 0.11 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3                        | 0.13 | 0.14 | 0.13 | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6                        | 0.17 | 0.19 | 0.17 | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9                        | 0.15 | 0.16 | 0.16 | 0.12 | 0.01 |
|                 | 2000                  | 60               | 0.0                        | 0.14 | 0.15 | 0.15 | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3                        | 0.15 | 0.17 | 0.15 | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6                        | 0.15 | 0.16 | 0.15 | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9                        | 0.13 | 0.15 | 0.14 | 0.12 | 0.01 |
| 5000            | 30                    | 15               | 0.0                        | 0.16 | 0.22 | 0.19 | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3                        | 0.15 | 0.17 | 0.18 | 0.11 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6                        | 0.13 | 0.16 | 0.16 | 0.11 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9                        | 0.13 | 0.14 | 0.14 | 0.11 | 0.01 |
|                 | 5000                  | 30               | 0.0                        | 0.13 | 0.13 | 0.12 | 0.09 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3                        | 0.13 | 0.14 | 0.13 | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6                        | 0.12 | 0.14 | 0.13 | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9                        | 0.08 | 0.10 | 0.09 | 0.07 | 0.01 |
|                 | 5000                  | 60               | 0.0                        | 0.11 | 0.12 | 0.11 | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3                        | 0.11 | 0.13 | 0.14 | 0.11 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6                        | 0.11 | 0.12 | 0.11 | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9                        | 0.10 | 0.11 | 0.11 | 0.10 | 0.01 |
| 5000            | 30                    | 15               | 0.0                        | 0.09 | 0.17 | 0.14 | 0.10 | 0.02 |
|                 |                       |                  | 0.3                        | 0.09 | 0.13 | 0.12 | 0.09 | 0.02 |
|                 |                       |                  | 0.6                        | 0.09 | 0.12 | 0.11 | 0.09 | 0.02 |
|                 |                       |                  | 0.9                        | 0.09 | 0.10 | 0.10 | 0.08 | 0.01 |
|                 | 5000                  | 30               | 0.0                        | 0.09 | 0.10 | 0.09 | 0.07 | 0.02 |
|                 |                       |                  | 0.3                        | 0.09 | 0.09 | 0.08 | 0.07 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6                        | 0.09 | 0.10 | 0.09 | 0.07 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9                        | 0.08 | 0.10 | 0.09 | 0.07 | 0.01 |
|                 | 5000                  | 60               | 0.0                        | 0.07 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3                        | 0.07 | 0.08 | 0.09 | 0.08 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6                        | 0.07 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9                        | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.08 | 0.01 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir

**Tablo EK-10.4.Birinci Alt Probleme Ait RMSE (MCMC 8000 İterasyon, 5 Boyut İçin) Değerleri\***

| Test Koşulları |                    |               | Korelasyon | a1   | a2   | a3   | a4   | a5   | d    | c    |
|----------------|--------------------|---------------|------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Boyut Sayısı   | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu |            |      |      |      |      |      |      |      |
| 5              | 1000               | 15            | 0.0        | 0.26 | 0.40 | 0.31 | 0.30 | 0.36 | 0.13 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.26 | 0.39 | 0.24 | 0.32 | 0.36 | 0.13 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.20 | 0.25 | 0.24 | 0.34 | 0.22 | 0.13 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.15 | 0.18 | 0.26 | 0.22 | 0.10 | 0.12 | 0.01 |
|                |                    | 30            | 0.0        | 0.15 | 0.15 | 0.17 | 0.11 | 0.19 | 0.11 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.22 | 0.25 | 0.21 | 0.19 | 0.20 | 0.13 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.20 | 0.16 | 0.15 | 0.18 | 0.23 | 0.12 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.17 | 0.14 | 0.13 | 0.13 | 0.35 | 0.12 | 0.01 |
|                |                    | 60            | 0.0        | 0.18 | 0.17 | 0.16 | 0.15 | 0.17 | 0.13 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.17 | 0.15 | 0.14 | 0.16 | 0.17 | 0.12 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.16 | 0.16 | 0.14 | 0.14 | 0.15 | 0.12 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.15 | 0.14 | 0.13 | 0.13 | 0.13 | 0.12 | 0.01 |
| 5000           | 2000               | 15            | 0.0        | 0.20 | 0.32 | 0.31 | 0.37 | 0.28 | 0.12 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.24 | 0.38 | 0.22 | 0.47 | 0.27 | 0.11 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.16 | 0.23 | 0.21 | 0.19 | 0.18 | 0.10 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.13 | 0.16 | 0.15 | 0.17 | 0.11 | 0.09 | 0.01 |
|                |                    | 30            | 0.0        | 0.23 | 0.23 | 0.21 | 0.21 | 0.21 | 0.13 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.18 | 0.17 | 0.16 | 0.19 | 0.15 | 0.11 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.15 | 0.14 | 0.15 | 0.16 | 0.14 | 0.11 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.12 | 0.15 | 0.11 | 0.12 | 0.12 | 0.11 | 0.01 |
|                |                    | 60            | 0.0        | 0.11 | 0.14 | 0.12 | 0.13 | 0.12 | 0.09 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.11 | 0.14 | 0.12 | 0.13 | 0.12 | 0.09 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.10 | 0.11 | 0.11 | 0.10 | 0.11 | 0.09 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.10 | 0.14 | 0.12 | 0.13 | 0.12 | 0.09 | 0.06 |
| 5000           | 5                  | 15            | 0.0        | 0.16 | 0.17 | 0.19 | 0.27 | 0.23 | 0.09 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.17 | 0.16 | 0.15 | 0.43 | 0.23 | 0.09 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.11 | 0.12 | 0.14 | 0.15 | 0.13 | 0.08 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.10 | 0.10 | 0.11 | 0.14 | 0.10 | 0.07 | 0.01 |
|                |                    | 30            | 0.0        | 0.13 | 0.09 | 0.13 | 0.09 | 0.13 | 0.08 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.12 | 0.09 | 0.12 | 0.11 | 0.11 | 0.09 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.11 | 0.08 | 0.12 | 0.10 | 0.10 | 0.08 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.09 | 0.10 | 0.09 | 0.09 | 0.10 | 0.08 | 0.01 |
|                |                    | 60            | 0.0        | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.09 | 0.06 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.10 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.09 | 0.07 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.07 | 0.29 | 0.07 | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.01 | 0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.01 | 0.00 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir

**Tablo EK-10.5.Birinci Alt Probleme Ait RMSE (BA-EM, 3 Boyut İçin) Değerleri\***

| Boyut<br>sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test<br>Uzunluğu | Korelasyon | RMSE (flexMIRT (BA-EM)) |      |       |      |      |
|-----------------|-----------------------|------------------|------------|-------------------------|------|-------|------|------|
|                 |                       |                  |            | a1                      | a2   | a3    | d    | c    |
| 3               | 1000                  | 15               | 0.0        | 0.22                    | 0.20 | 0.26  | 0.13 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.22                    | 0.22 | 0.25  | 0.13 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.22                    | 0.20 | 0.22  | 0.13 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.18                    | 0.20 | 0.26  | 0.13 | 0.01 |
|                 |                       | 30               | 0.0        | 0.17                    | 0.18 | 0.17  | 0.11 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.17                    | 0.16 | 0.17  | 0.11 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.16                    | 0.20 | 0.19  | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.16                    | 0.17 | 0.18  | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       | 60               | 0.0        | 0.14                    | 0.17 | 0.17  | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.15                    | 0.19 | 0.18  | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.15                    | 0.19 | 0.20  | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.16                    | 0.18 | 0.19  | 0.12 | 0.01 |
| 5               | 2000                  | 15               | 0.0        | 0.06                    | 0.08 | 0.03  | 0.11 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.06                    | 0.07 | 0.05  | 0.11 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.06                    | 0.08 | 0.05  | 0.11 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.06                    | 0.08 | 0.04  | 0.11 | 0.00 |
|                 |                       | 30               | 0.0        | 0.13                    | 0.13 | 0.13  | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.13                    | 0.13 | 0.14  | 0.09 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.12                    | 0.14 | 0.14  | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.11                    | 0.13 | 0.13  | 0.29 | 0.01 |
|                 |                       | 60               | 0.0        | 0.10                    | 0.11 | 0.11  | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.10                    | 0.13 | 0.13  | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.10                    | 0.12 | 0.14  | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.10                    | 0.11 | 0.13  | 0.10 | 0.01 |
|                 | 5000                  | 15               | 0.0        | 0.04                    | 0.04 | -0.01 | 0.09 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.04                    | 0.03 | 0.01  | 0.09 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.04                    | 0.04 | 0.01  | 0.08 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.04                    | 0.06 | 0.02  | 0.08 | 0.00 |
|                 |                       | 30               | 0.0        | 0.09                    | 0.09 | 0.08  | 0.07 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.09                    | 0.09 | 0.09  | 0.07 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.09                    | 0.09 | 0.09  | 0.07 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.08                    | 0.09 | 0.09  | 0.07 | 0.01 |
|                 |                       | 60               | 0.0        | 0.00                    | 0.01 | 0.00  | 0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.07                    | 0.08 | 0.09  | 0.08 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.06                    | 0.08 | 0.08  | 0.08 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.07                    | 0.07 | 0.08  | 0.07 | 0.01 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-10.6.Birinci Alt Probleme Ait RMSE (*MH-RM, 3 Boyut İçin*) Değerleri\***

| Boyut<br>sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test<br>Uzunluğu | Korelasyon | RMSE (flexMIRT ( <i>MH-RM</i> )) |      |      |      |      |
|-----------------|-----------------------|------------------|------------|----------------------------------|------|------|------|------|
|                 |                       |                  |            | a1                               | a2   | a3   | d    | c    |
| 3               | 1000                  | 15               | 0.0        | 0.08                             | 0.12 | 0.07 | 0.13 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.08                             | 0.12 | 0.08 | 0.13 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.10                             | 0.15 | 0.09 | 0.13 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.15                             | 0.20 | 0.10 | 0.13 | 0.00 |
|                 |                       | 30               | 0.0        | 0.17                             | 0.18 | 0.17 | 0.11 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.17                             | 0.17 | 0.17 | 0.11 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.16                             | 0.20 | 0.19 | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.16                             | 0.18 | 0.19 | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       | 60               | 0.0        | 0.15                             | 0.17 | 0.17 | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.14                             | 0.18 | 0.17 | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.15                             | 0.18 | 0.18 | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.15                             | 0.17 | 0.17 | 0.12 | 0.01 |
| 5000            | 2000                  | 15               | 0.0        | 0.06                             | 0.08 | 0.04 | 0.11 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.07                             | 0.08 | 0.06 | 0.11 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.08                             | 0.12 | 0.08 | 0.12 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.12                             | 0.15 | 0.09 | 0.12 | 0.00 |
|                 |                       | 30               | 0.0        | 0.13                             | 0.13 | 0.13 | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.13                             | 0.13 | 0.14 | 0.09 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.12                             | 0.14 | 0.14 | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.12                             | 0.14 | 0.14 | 0.11 | 0.01 |
|                 |                       | 60               | 0.0        | 0.10                             | 0.12 | 0.12 | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.10                             | 0.12 | 0.13 | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.10                             | 0.11 | 0.13 | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.09                             | 0.11 | 0.12 | 0.10 | 0.01 |
| 3               | 5000                  | 15               | 0.0        | 0.04                             | 0.03 | 0.10 | 0.09 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.05                             | 0.05 | 0.01 | 0.09 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.06                             | 0.08 | 0.04 | 0.09 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.10                             | 0.13 | 0.08 | 0.09 | 0.00 |
|                 |                       | 30               | 0.0        | 0.12                             | 0.14 | 0.14 | 0.07 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.09                             | 0.08 | 0.09 | 0.07 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.09                             | 0.10 | 0.09 | 0.07 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.09                             | 0.11 | 0.10 | 0.07 | 0.01 |
|                 |                       | 60               | 0.0        | 0.07                             | 0.07 | 0.09 | 0.07 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.06                             | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.05                             | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.05                             | 0.06 | 0.07 | 0.07 | 0.01 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir

**Tablo EK-10.7.Birinci Alt Probleme Ait RMSE (*MH-RM, 5 Boyut İçin*) Değerleri\***

| Boyut<br>Sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test Koşulları   |      | Korelasyon | RMSE (flexMIRT (MH-RM)) |      |      |      |      |   |
|-----------------|-----------------------|------------------|------|------------|-------------------------|------|------|------|------|---|
|                 |                       | Test<br>Uzunluğu | a1   |            | a2                      | a3   | a4   | a5   | d    | c |
| 1000            | 15                    | 0.0              | 0.22 | 0.36       | 0.23                    | 0.23 | 0.24 | 0.12 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.3              | 0.21 | 0.28       | 0.24                    | 0.27 | 0.30 | 0.13 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.6              | 0.26 | 0.28       | 0.30                    | 0.26 | 0.34 | 0.14 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.9              | 0.29 | 0.34       | 0.36                    | 0.35 | 0.36 | 0.14 | 0.01 |   |
|                 | 30                    | 0.0              | 0.18 | 0.24       | 0.19                    | 0.20 | 0.21 | 0.14 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.3              | 0.17 | 0.20       | 0.20                    | 0.18 | 0.20 | 0.15 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.6              | 0.20 | 0.18       | 0.20                    | 0.16 | 0.22 | 0.15 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.9              | 0.18 | 0.18       | 0.21                    | 0.19 | 0.20 | 0.14 | 0.01 |   |
|                 | 60                    | 0.0              | 0.19 | 0.21       | 0.17                    | 0.15 | 0.19 | 0.13 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.3              | 0.17 | 0.17       | 0.17                    | 0.16 | 0.18 | 0.12 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.6              | 0.17 | 0.17       | 0.14                    | 0.15 | 0.15 | 0.12 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.9              | 0.17 | 0.17       | 0.13                    | 0.15 | 0.13 | 0.12 | 0.01 |   |
| 5               | 15                    | 0.0              | 0.18 | 0.19       | 0.25                    | 0.27 | 0.19 | 0.12 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.3              | 0.17 | 0.21       | 0.21                    | 0.24 | 0.19 | 0.11 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.6              | 0.19 | 0.29       | 0.27                    | 0.26 | 0.26 | 0.12 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.9              | 0.27 | 0.25       | 0.30                    | 0.38 | 0.41 | 0.13 | 0.01 |   |
|                 | 30                    | 0.0              | 0.19 | 0.15       | 0.13                    | 0.11 | 0.09 | 0.11 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.3              | 0.17 | 0.15       | 0.16                    | 0.12 | 0.12 | 0.12 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.6              | 0.14 | 0.11       | 0.17                    | 0.10 | 0.14 | 0.12 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.9              | 0.15 | 0.14       | 0.16                    | 0.13 | 0.16 | 0.12 | 0.01 |   |
|                 | 60                    | 0.0              | 0.12 | 0.17       | 0.10                    | 0.12 | 0.13 | 0.09 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.3              | 0.12 | 0.15       | 0.10                    | 0.11 | 0.12 | 0.09 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.6              | 0.11 | 0.13       | 0.08                    | 0.10 | 0.10 | 0.09 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.9              | 0.11 | 0.11       | 0.08                    | 0.13 | 0.52 | 0.09 | 0.01 |   |
| 5               | 15                    | 0.0              | 0.07 | 0.10       | 0.11                    | 0.18 | 0.19 | 0.09 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.3              | 0.14 | 0.09       | 0.16                    | 0.16 | 0.15 | 0.09 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.6              | 0.19 | 0.14       | 0.26                    | 0.20 | 0.27 | 0.10 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.9              | 0.28 | 0.18       | 0.35                    | 0.31 | 0.35 | 0.13 | 0.01 |   |
|                 | 30                    | 0.0              | 0.13 | 0.09       | 0.12                    | 0.08 | 0.11 | 0.10 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.3              | 0.13 | 0.09       | 0.11                    | 0.08 | 0.09 | 0.10 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.6              | 0.12 | 0.07       | 0.13                    | 0.08 | 0.10 | 0.11 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.9              | 0.13 | 0.10       | 0.11                    | 0.09 | 0.12 | 0.11 | 0.01 |   |
|                 | 60                    | 0.0              | 0.11 | 0.09       | 0.08                    | 0.07 | 0.08 | 0.07 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.3              | 0.10 | 0.08       | 0.18                    | 0.09 | 0.08 | 0.07 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.6              | 0.09 | 0.07       | 0.05                    | 0.06 | 0.07 | 0.06 | 0.01 |   |
|                 |                       | 0.9              | 0.08 | 0.06       | 0.05                    | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.01 |   |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir

## EK-11: Birinci Alt Probleme Ait Yanlılık Değerleri

**Tablo EK-11.1. Birinci Alt Probleme Ait Yanlılık (MCMC 4000 İterasyon, 3 Boyut İçin) Değerleri\***

| Test Koşulları |                    |               | Yanlılık (MCMC 4000) |       |       |       |       |       |      |   |
|----------------|--------------------|---------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|---|
| Boyut Sayısı   | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Korelasyon           | a1    | a2    | a3    | a4    | a5    | d    | c |
| 1000           | 15                 | 0.0           | 0.04                 | 0.22  | -0.06 | 0.09  | 0.10  | -0.01 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.11                 | 0.18  | -0.03 | 0.09  | 0.12  | 0.00  | 0.01 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.05                 | 0.12  | 0.03  | 0.11  | 0.06  | 0.00  | 0.01 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.05                 | 0.05  | 0.03  | 0.06  | 0.03  | 0.00  | 0.01 |   |
|                | 30                 | 0.0           | -0.01                | -0.03 | -0.02 | 0.00  | 0.00  | -0.01 | 0.00 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.00                 | 0.02  | -0.01 | 0.00  | 0.01  | 0.00  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.6           | -0.01                | 0.00  | 0.01  | 0.00  | 0.03  | -0.01 | 0.00 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.03                 | 0.01  | 0.02  | 0.00  | 0.01  | 0.00  | 0.00 |   |
|                | 60                 | 0.0           | 0.02                 | 0.02  | 0.00  | 0.01  | 0.02  | 0.00  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.01                 | 0.02  | -0.01 | 0.01  | 0.01  | 0.00  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.02                 | 0.01  | -0.01 | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.02                 | 0.00  | 0.00  | 0.01  | -0.02 | 0.01  | 0.00 |   |
| 5              | 15                 | 0.0           | -0.02                | 0.14  | -0.08 | 0.10  | 0.08  | -0.01 | 0.01 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.03                 | 0.18  | -0.01 | 0.10  | 0.10  | 0.01  | 0.01 |   |
|                |                    | 0.6           | -0.02                | 0.12  | 0.01  | 0.05  | 0.09  | 0.01  | 0.01 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.02                 | 0.06  | -0.01 | 0.06  | 0.02  | 0.00  | 0.01 |   |
|                | 30                 | 0.0           | -0.01                | 0.02  | 0.00  | -0.01 | 0.01  | 0.00  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.01                 | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.02                 | 0.03  | 0.03  | 0.00  | -0.01 | 0.01  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.03                 | 0.02  | 0.02  | 0.00  | 0.00  | 0.01  | 0.00 |   |
|                | 60                 | 0.0           | 0.01                 | 0.02  | 0.00  | -0.01 | 0.01  | 0.01  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.00                 | 0.02  | 0.00  | -0.01 | -0.01 | 0.01  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.00                 | 0.01  | -0.01 | -0.01 | -0.02 | 0.01  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.00                 | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.02 | 0.01  | 0.00 |   |
| 5000           | 15                 | 0.0           | 0.03                 | 0.03  | 0.01  | 0.08  | 0.04  | 0.01  | 0.01 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.05                 | 0.04  | 0.05  | 0.19  | 0.06  | 0.01  | 0.01 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.05                 | 0.04  | 0.08  | 0.05  | 0.06  | 0.01  | 0.01 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.06                 | 0.05  | 0.04  | 0.07  | 0.02  | 0.00  | 0.01 |   |
|                | 30                 | 0.0           | 0.01                 | 0.00  | 0.01  | -0.02 | -0.02 | 0.01  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.03                 | 0.00  | 0.02  | 0.00  | -0.02 | 0.01  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.04                 | 0.00  | 0.03  | 0.00  | -0.01 | 0.01  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.05                 | 0.03  | 0.04  | 0.02  | 0.01  | 0.01  | 0.00 |   |
|                | 60                 | 0.0           | 0.02                 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 | 0.01  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.3           | 0.01                 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.02 | 0.01  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.6           | 0.01                 | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.03 | 0.01  | 0.00 |   |
|                |                    | 0.9           | 0.01                 | -0.01 | 0.00  | -0.01 | -0.02 | 0.00  | 0.00 |   |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir

**Tablo EK-11.2. Birinci Alt Probleme Ait Yanlılık (MCMC 4000 İterasyon, 5 Boyut İçin)  
Değerleri\***

| Test Koşulları  |                       |                  |            | RMSE (MCMC 8000) |      |      |      |      |      |      |
|-----------------|-----------------------|------------------|------------|------------------|------|------|------|------|------|------|
| Boyut<br>Sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test<br>Uzunluğu | Korelasyon | a1               | a2   | a3   | a4   | a5   | d    | c    |
| 1000            | 15                    | 0.0              | 0.0        | 0.26             | 0.40 | 0.31 | 0.30 | 0.36 | 0.13 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.26             | 0.39 | 0.24 | 0.32 | 0.36 | 0.13 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.20             | 0.25 | 0.24 | 0.34 | 0.22 | 0.13 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.15             | 0.18 | 0.26 | 0.22 | 0.10 | 0.12 | 0.01 |
|                 | 30                    | 0.0              | 0.0        | 0.15             | 0.15 | 0.17 | 0.11 | 0.19 | 0.11 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.22             | 0.25 | 0.21 | 0.19 | 0.20 | 0.13 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.20             | 0.16 | 0.15 | 0.18 | 0.23 | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.17             | 0.14 | 0.13 | 0.13 | 0.35 | 0.12 | 0.01 |
|                 | 60                    | 0.0              | 0.0        | 0.18             | 0.17 | 0.16 | 0.15 | 0.17 | 0.13 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.17             | 0.15 | 0.14 | 0.16 | 0.17 | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.16             | 0.16 | 0.14 | 0.14 | 0.15 | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.15             | 0.14 | 0.13 | 0.13 | 0.13 | 0.12 | 0.01 |
| 5               | 15                    | 0.0              | 0.0        | 0.20             | 0.32 | 0.31 | 0.37 | 0.28 | 0.12 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.24             | 0.38 | 0.22 | 0.47 | 0.27 | 0.11 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.16             | 0.23 | 0.21 | 0.19 | 0.18 | 0.10 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.13             | 0.16 | 0.15 | 0.17 | 0.11 | 0.09 | 0.01 |
|                 | 30                    | 0.0              | 0.0        | 0.23             | 0.23 | 0.21 | 0.21 | 0.21 | 0.13 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.18             | 0.17 | 0.16 | 0.19 | 0.15 | 0.11 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.15             | 0.14 | 0.15 | 0.16 | 0.14 | 0.11 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.12             | 0.15 | 0.11 | 0.12 | 0.12 | 0.11 | 0.01 |
|                 | 60                    | 0.0              | 0.0        | 0.11             | 0.14 | 0.12 | 0.13 | 0.12 | 0.09 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.11             | 0.14 | 0.12 | 0.13 | 0.12 | 0.09 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.10             | 0.11 | 0.11 | 0.10 | 0.11 | 0.09 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.10             | 0.14 | 0.12 | 0.13 | 0.12 | 0.09 | 0.06 |
| 5000            | 15                    | 0.0              | 0.0        | 0.16             | 0.17 | 0.19 | 0.27 | 0.23 | 0.09 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.17             | 0.16 | 0.15 | 0.43 | 0.23 | 0.09 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.11             | 0.12 | 0.14 | 0.15 | 0.13 | 0.08 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.10             | 0.10 | 0.11 | 0.14 | 0.10 | 0.07 | 0.01 |
|                 | 30                    | 0.0              | 0.0        | 0.13             | 0.09 | 0.13 | 0.09 | 0.13 | 0.08 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.12             | 0.09 | 0.12 | 0.11 | 0.11 | 0.09 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.11             | 0.08 | 0.12 | 0.10 | 0.10 | 0.08 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.09             | 0.10 | 0.09 | 0.09 | 0.10 | 0.08 | 0.01 |
|                 | 60                    | 0.0              | 0.0        | 0.09             | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.09 | 0.06 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.10             | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.09 | 0.07 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.08             | 0.07 | 0.06 | 0.07 | 0.29 | 0.07 | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.01             | 0.01 | 0.00 | 0.00 | 0.01 | 0.01 | 0.00 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-11.3. Birinci Alt Probleme Ait Yanlılık (MCMC 8000 İterasyon, 3 Boyut İçin)  
Değerleri\***

| Test Koşulları  |                       |                  | Yanlılık (MCMC 8000 İterasyon) |       |       |       |       |      |
|-----------------|-----------------------|------------------|--------------------------------|-------|-------|-------|-------|------|
| Boyut<br>sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test<br>Uzunluğu | Korelasyon                     | a1    | a2    | a3    | d     | c    |
| 3               | 1000                  | 15               | 0.0                            | 0.00  | 0.02  | 0.01  | -0.02 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3                            | 0.02  | 0.00  | 0.02  | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6                            | 0.03  | 0.02  | 0.00  | 0.00  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9                            | 0.04  | 0.04  | -0.01 | 0.02  | 0.00 |
|                 |                       | 30               | 0.0                            | -0.02 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3                            | -0.01 | -0.01 | 0.04  | 0.02  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6                            | -0.02 | 0.00  | 0.03  | 0.02  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9                            | -0.01 | 0.00  | 0.03  | 0.03  | 0.00 |
|                 |                       | 60               | 0.0                            | -0.04 | -0.02 | 0.00  | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3                            | -0.05 | -0.02 | 0.00  | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6                            | -0.06 | -0.02 | 0.00  | 0.00  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9                            | -0.05 | -0.02 | 0.00  | 0.00  | 0.00 |
| 5               | 2000                  | 15               | 0.0                            | 0.01  | 0.02  | -0.01 | -0.02 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3                            | 0.02  | 0.02  | 0.03  | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6                            | 0.03  | 0.03  | 0.03  | 0.00  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9                            | 0.05  | 0.03  | 0.02  | 0.01  | 0.00 |
|                 |                       | 30               | 0.0                            | -0.01 | -0.01 | 0.02  | 0.01  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3                            | -0.01 | -0.01 | 0.04  | 0.02  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6                            | -0.01 | 0.00  | 0.04  | 0.04  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9                            | 0.02  | 0.04  | 0.03  | -0.03 | 0.00 |
|                 |                       | 60               | 0.0                            | -0.03 | -0.02 | 0.02  | 0.00  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3                            | -0.04 | -0.03 | -0.03 | 0.01  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6                            | -0.05 | -0.03 | 0.00  | 0.01  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9                            | -0.04 | -0.04 | -0.01 | 0.02  | 0.00 |
| 5000            | 5000                  | 15               | 0.0                            | 0.02  | 0.00  | -0.03 | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3                            | 0.03  | 0.02  | 0.00  | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6                            | 0.04  | 0.04  | 0.02  | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9                            | 0.05  | 0.06  | 0.04  | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       | 30               | 0.0                            | 0.01  | -0.01 | 0.00  | 0.01  | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3                            | 0.01  | 0.00  | 0.01  | 0.01  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6                            | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9                            | 0.02  | 0.04  | 0.03  | -0.03 | 0.00 |
|                 |                       | 60               | 0.0                            | -0.01 | -0.01 | 0.00  | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3                            | -0.01 | -0.02 | -0.01 | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6                            | -0.02 | -0.02 | -0.01 | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9                            | -0.02 | -0.02 | 0.00  | -0.01 | 0.00 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-11.4. Birinci Alt Probleme Ait Yanlılık (MCMC 8000 İterasyon, 5 Boyut İçin) Değerleri\***

| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Koşulları |       | Korelasyon | Yanlılık (MCMC 8000) |       |       |       |       |   |
|--------------|--------------------|----------------|-------|------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|---|
|              |                    | Test Uzunluğu  | a1    |            | a2                   | a3    | a4    | a5    | d     | c |
| 1000         | 15                 | 0.0            | 0.06  | 0.15       | -0.10                | 0.09  | 0.14  | -0.02 | 0.01  |   |
|              |                    | 0.3            | 0.09  | 0.17       | -0.06                | 0.09  | 0.14  | -0.02 | -0.04 |   |
|              |                    | 0.6            | 0.04  | 0.10       | 0.03                 | 0.10  | 0.08  | 0.00  | 0.01  |   |
|              |                    | 0.9            | 0.04  | 0.08       | 0.04                 | 0.05  | 0.00  | -0.01 | 0.01  |   |
|              | 30                 | 0.0            | 0.01  | 0.02       | -0.17                | -0.03 | 0.08  | -0.03 | 0.00  |   |
|              |                    | 0.3            | 0.01  | 0.01       | -0.02                | 0.02  | 0.01  | -0.01 | 0.00  |   |
|              |                    | 0.6            | 0.02  | 0.00       | 0.00                 | 0.00  | 0.04  | 0.03  | 0.00  |   |
|              |                    | 0.9            | 0.03  | -0.01      | 0.01                 | 0.00  | -0.07 | 0.00  | 0.00  |   |
|              | 60                 | 0.0            | 0.02  | 0.02       | 0.00                 | 0.01  | 0.02  | 0.04  | 0.00  |   |
|              |                    | 0.3            | 0.01  | 0.02       | -0.01                | 0.01  | 0.01  | 0.00  | 0.00  |   |
|              |                    | 0.6            | 0.01  | 0.01       | -0.01                | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |   |
|              |                    | 0.9            | 0.02  | 0.00       | 0.00                 | 0.01  | -0.01 | 0.01  | 0.00  |   |
| 5            | 15                 | 0.0            | -0.01 | 0.12       | -0.08                | 0.11  | 0.10  | -0.01 | 0.01  |   |
|              |                    | 0.3            | 0.01  | 0.18       | -0.06                | 0.17  | 0.13  | 0.00  | 0.01  |   |
|              |                    | 0.6            | 0.00  | 0.13       | 0.02                 | 0.06  | 0.08  | 0.01  | 0.01  |   |
|              |                    | 0.9            | 0.02  | 0.06       | -0.02                | 0.07  | 0.02  | 0.01  | 0.01  |   |
|              | 30                 | 0.0            | -0.02 | -0.03      | 0.00                 | 0.01  | 0.00  | -0.01 | 0.00  |   |
|              |                    | 0.3            | 0.00  | 0.04       | 0.01                 | 0.01  | 0.01  | 0.00  | 0.00  |   |
|              |                    | 0.6            | 0.02  | 0.03       | 0.03                 | 0.00  | -0.01 | 0.00  | 0.00  |   |
|              |                    | 0.9            | 0.03  | 0.03       | 0.02                 | 0.00  | 0.00  | 0.03  | 0.00  |   |
|              | 60                 | 0.0            | 0.01  | 0.01       | -0.01                | -0.01 | 0.01  | 0.01  | 0.00  |   |
|              |                    | 0.3            | 0.01  | 0.01       | -0.01                | -0.01 | 0.01  | 0.01  | 0.00  |   |
|              |                    | 0.6            | 0.00  | 0.00       | -0.01                | -0.01 | -0.02 | 0.01  | 0.00  |   |
|              |                    | 0.9            | 0.00  | -0.01      | -0.01                | -0.01 | -0.02 | 0.03  | 0.00  |   |
| 5            | 15                 | 0.0            | 0.04  | 0.03       | 0.00                 | 0.11  | 0.06  | 0.01  | 0.01  |   |
|              |                    | 0.3            | 0.05  | 0.04       | 0.05                 | 0.18  | 0.09  | 0.01  | 0.01  |   |
|              |                    | 0.6            | 0.05  | 0.04       | 0.08                 | 0.06  | 0.07  | 0.01  | 0.01  |   |
|              |                    | 0.9            | 0.06  | 0.05       | 0.04                 | 0.06  | 0.01  | 0.00  | 0.01  |   |
|              | 30                 | 0.0            | 0.02  | -0.01      | 0.02                 | 0.00  | -0.02 | 0.02  | 0.00  |   |
|              |                    | 0.3            | 0.03  | 0.00       | 0.02                 | 0.00  | -0.01 | 0.01  | 0.00  |   |
|              |                    | 0.6            | 0.03  | 0.00       | 0.04                 | 0.00  | -0.02 | 0.01  | 0.00  |   |
|              |                    | 0.9            | 0.05  | 0.03       | 0.04                 | 0.02  | 0.01  | 0.01  | 0.00  |   |
|              | 60                 | 0.0            | 0.02  | -0.02      | -0.02                | -0.01 | -0.02 | 0.01  | 0.00  |   |
|              |                    | 0.3            | 0.02  | 0.00       | -0.01                | 0.00  | -0.02 | 0.01  | 0.00  |   |
|              |                    | 0.6            | 0.01  | -0.02      | -0.02                | -0.02 | -0.12 | 0.01  | 0.00  |   |
|              |                    | 0.9            | 0.02  | -0.02      | -0.02                | -0.02 | -0.06 | 0.01  | 0.00  |   |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-11.5. Birinci Alt Probleme Ait Yanlılık (BA-EM, 3 Boyut İçin) Değerleri**

| Test Koşulları |                    |               |            | Yanlılık (flexMIRT (BA-EM)) |      |       |       |      |
|----------------|--------------------|---------------|------------|-----------------------------|------|-------|-------|------|
| Boyut sayısı   | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Korelasyon | a1                          | a2   | a3    | d     | c    |
| 3              | 1000               | 15            | 0.0        | 0.09                        | 0.10 | 0.06  | -0.03 | 0.00 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.04                        | 0.06 | 0.06  | 0.00  | 0.00 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.04                        | 0.05 | 0.04  | 0.02  | 0.00 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.03                        | 0.05 | 0.04  | 0.02  | 0.00 |
|                |                    | 30            | 0.0        | 0.05                        | 0.05 | 0.04  | 0.01  | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.05                        | 0.05 | 0.04  | 0.01  | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.05                        | 0.05 | 0.04  | 0.02  | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.05                        | 0.05 | 0.04  | 0.04  | 0.01 |
|                |                    | 60            | 0.0        | 0.04                        | 0.05 | 0.03  | -0.01 | 0.00 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.04                        | 0.05 | 0.03  | 0.00  | 0.00 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.04                        | 0.04 | 0.03  | 0.01  | 0.00 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.04                        | 0.04 | 0.03  | 0.02  | 0.00 |
| 5              | 2000               | 15            | 0.0        | 0.02                        | 0.07 | 0.03  | -0.02 | 0.00 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.02                        | 0.03 | 0.03  | 0.00  | 0.00 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.02                        | 0.03 | 0.03  | 0.01  | 0.00 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.02                        | 0.02 | 0.02  | 0.02  | 0.00 |
|                |                    | 30            | 0.0        | 0.03                        | 0.04 | 0.05  | 0.01  | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.03                        | 0.04 | 0.05  | 0.02  | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.03                        | 0.05 | 0.05  | 0.03  | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.04                        | 0.05 | 0.02  | 0.03  | 0.01 |
|                |                    | 60            | 0.0        | 0.01                        | 0.03 | 0.02  | 0.00  | 0.00 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.01                        | 0.03 | 0.02  | 0.01  | 0.00 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.03                        | 0.04 | 0.02  | 0.02  | 0.00 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.03                        | 0.04 | 0.02  | 0.03  | 0.00 |
| 10             | 5000               | 15            | 0.0        | 0.04                        | 0.02 | -0.01 | -0.01 | 0.00 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.01                        | 0.01 | 0.02  | -0.01 | 0.00 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.01                        | 0.01 | 0.01  | -0.01 | 0.00 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.01                        | 0.01 | 0.01  | 0.00  | 0.00 |
|                |                    | 30            | 0.0        | 0.02                        | 0.02 | 0.01  | 0.01  | 0.01 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.02                        | 0.03 | 0.02  | 0.02  | 0.01 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.02                        | 0.03 | 0.03  | 0.02  | 0.01 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.03                        | 0.04 | 0.04  | 0.01  | 0.01 |
|                |                    | 60            | 0.0        | 0.02                        | 0.03 | 0.05  | -0.01 | 0.00 |
|                |                    |               | 0.3        | 0.01                        | 0.03 | 0.05  | 0.00  | 0.00 |
|                |                    |               | 0.6        | 0.02                        | 0.03 | 0.05  | 0.00  | 0.00 |
|                |                    |               | 0.9        | 0.02                        | 0.03 | 0.05  | 0.00  | 0.00 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-11.6. Birinci Alt Probleme Ait Yanlılık (MH-RM, 3 Boyut İçin) Değerleri\***

| Boyut<br>sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test<br>Uzunluğu | Korelasyon | Yanlılık (flexMIRT (MH-RM)) |      |      |       |      |
|-----------------|-----------------------|------------------|------------|-----------------------------|------|------|-------|------|
|                 |                       |                  |            | a1                          | a2   | a3   | d     | c    |
| 3               | 1000                  | 15               | 0.0        | 0.05                        | 0.07 | 0.07 | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.05                        | 0.06 | 0.05 | 0.00  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.05                        | 0.06 | 0.06 | 0.01  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.06                        | 0.09 | 0.05 | 0.03  | 0.00 |
|                 |                       | 30               | 0.0        | 0.05                        | 0.05 | 0.06 | 0.01  | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.05                        | 0.05 | 0.06 | 0.02  | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.05                        | 0.05 | 0.06 | 0.03  | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.04                        | 0.10 | 0.06 | 0.05  | 0.01 |
|                 |                       | 60               | 0.0        | 0.04                        | 0.05 | 0.05 | 0.00  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.04                        | 0.05 | 0.05 | 0.00  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.05                        | 0.04 | 0.05 | 0.01  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.03                        | 0.04 | 0.04 | 0.03  | 0.00 |
| 5000            | 2000                  | 15               | 0.0        | 0.02                        | 0.04 | 0.04 | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.03                        | 0.03 | 0.03 | 0.00  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.03                        | 0.04 | 0.03 | 0.01  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.03                        | 0.04 | 0.04 | 0.03  | 0.00 |
|                 |                       | 30               | 0.0        | 0.03                        | 0.04 | 0.05 | 0.01  | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.03                        | 0.04 | 0.08 | 0.02  | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.04                        | 0.07 | 0.08 | 0.03  | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.05                        | 0.07 | 0.08 | 0.05  | 0.01 |
|                 |                       | 60               | 0.0        | 0.01                        | 0.03 | 0.06 | 0.00  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.02                        | 0.03 | 0.07 | 0.01  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.03                        | 0.04 | 0.06 | 0.03  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.03                        | 0.04 | 0.08 | 0.02  | 0.00 |
| 3               | 5000                  | 15               | 0.0        | 0.01                        | 0.02 | 0.11 | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.01                        | 0.02 | 0.02 | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.01                        | 0.02 | 0.02 | 0.00  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.02                        | 0.03 | 0.02 | 0.01  | 0.00 |
|                 |                       | 30               | 0.0        | 0.02                        | 0.02 | 0.01 | 0.01  | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.02                        | 0.03 | 0.02 | 0.02  | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.02                        | 0.03 | 0.03 | 0.02  | 0.01 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.04                        | 0.06 | 0.05 | 0.02  | 0.01 |
|                 |                       | 60               | 0.0        | 0.01                        | 0.01 | 0.02 | -0.01 | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.01                        | 0.01 | 0.02 | 0.00  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.01                        | 0.02 | 0.02 | 0.00  | 0.00 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.01                        | 0.03 | 0.02 | 0.00  | 0.00 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-11.7. Birinci Alt Probleme Ait Yanlılık (MH-RM, 5 Boyut İçin) Değerleri\***

| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Korelasyon | Yanlılık (flexMIRT (MH-RM)) |      |       |      |       |       |      |
|--------------|--------------------|---------------|------------|-----------------------------|------|-------|------|-------|-------|------|
|              |                    |               |            | a1                          | a2   | a3    | a4   | a5    | d     | c    |
| 1000         | 5                  | 15            | 0.0        | 0.11                        | 0.16 | 0.08  | 0.06 | 0.13  | -0.01 | 0.01 |
|              |                    |               | 0.3        | 0.14                        | 0.19 | 0.15  | 0.22 | 0.19  | -0.01 | 0.01 |
|              |                    |               | 0.6        | 0.21                        | 0.21 | 0.23  | 0.19 | 0.31  | 0.01  | 0.01 |
|              |                    |               | 0.9        | 0.25                        | 0.28 | 0.29  | 0.29 | 0.35  | -0.01 | 0.01 |
|              | 5                  | 30            | 0.0        | 0.07                        | 0.09 | 0.09  | 0.08 | 0.11  | -0.03 | 0.00 |
|              |                    |               | 0.3        | 0.07                        | 0.06 | 0.11  | 0.09 | 0.12  | -0.02 | 0.00 |
|              |                    |               | 0.6        | 0.10                        | 0.09 | 0.14  | 0.07 | 0.14  | -0.02 | 0.00 |
|              |                    |               | 0.9        | 0.11                        | 0.11 | 0.18  | 0.12 | 0.15  | -0.01 | 0.00 |
|              | 5                  | 60            | 0.0        | 0.10                        | 0.12 | 0.10  | 0.09 | 0.14  | 0.01  | 0.00 |
|              |                    |               | 0.3        | 0.09                        | 0.09 | 0.03  | 0.09 | 0.12  | 0.01  | 0.00 |
|              |                    |               | 0.6        | 0.10                        | 0.10 | 0.06  | 0.09 | 0.10  | 0.01  | 0.00 |
|              |                    |               | 0.9        | 0.11                        | 0.09 | 0.08  | 0.11 | 0.08  | 0.02  | 0.00 |
| 2000         | 5                  | 15            | 0.0        | 0.01                        | 0.11 | 0.16  | 0.09 | 0.14  | 0.01  | 0.01 |
|              |                    |               | 0.3        | 0.06                        | 0.16 | 0.14  | 0.20 | 0.18  | 0.01  | 0.01 |
|              |                    |               | 0.6        | 0.12                        | 0.22 | 0.21  | 0.24 | 0.24  | 0.02  | 0.01 |
|              |                    |               | 0.9        | 0.22                        | 0.22 | 0.24  | 0.34 | 0.38  | 0.02  | 0.01 |
|              | 5                  | 30            | 0.0        | 0.04                        | 0.05 | 0.07  | 0.03 | 0.05  | -0.02 | 0.00 |
|              |                    |               | 0.3        | 0.04                        | 0.07 | 0.09  | 0.02 | 0.05  | -0.01 | 0.00 |
|              |                    |               | 0.6        | 0.06                        | 0.07 | 0.11  | 0.03 | 0.05  | -0.01 | 0.00 |
|              |                    |               | 0.9        | 0.08                        | 0.10 | 0.13  | 0.08 | 0.10  | 0.00  | 0.00 |
|              | 5                  | 60            | 0.0        | 0.04                        | 0.06 | 0.04  | 0.05 | 0.06  | 0.01  | 0.00 |
|              |                    |               | 0.3        | 0.04                        | 0.04 | 0.03  | 0.04 | 0.05  | 0.01  | 0.00 |
|              |                    |               | 0.6        | 0.04                        | 0.04 | 0.03  | 0.05 | 0.04  | 0.01  | 0.00 |
|              |                    |               | 0.9        | 0.05                        | 0.05 | 0.03  | 0.09 | -0.27 | 0.02  | 0.00 |
| 5            | 5                  | 15            | 0.0        | 0.06                        | 0.06 | 0.08  | 0.07 | 0.10  | 0.02  | 0.01 |
|              |                    |               | 0.3        | 0.12                        | 0.06 | 0.13  | 0.14 | 0.13  | 0.02  | 0.01 |
|              |                    |               | 0.6        | 0.19                        | 0.11 | 0.24  | 0.19 | 0.26  | 0.03  | 0.01 |
|              |                    |               | 0.9        | 0.28                        | 0.16 | 0.32  | 0.28 | 0.34  | 0.04  | 0.01 |
|              | 5                  | 30            | 0.0        | 0.05                        | 0.01 | 0.04  | 0.02 | 0.01  | 0.00  | 0.00 |
|              |                    |               | 0.3        | 0.05                        | 0.01 | 0.06  | 0.02 | 0.02  | 0.00  | 0.00 |
|              |                    |               | 0.6        | 0.07                        | 0.01 | 0.07  | 0.02 | 0.04  | 0.00  | 0.00 |
|              |                    |               | 0.9        | 0.09                        | 0.07 | 0.09  | 0.04 | 0.08  | 0.00  | 0.00 |
|              | 5                  | 60            | 0.0        | 0.04                        | 0.03 | 0.02  | 0.02 | 0.01  | 0.01  | 0.00 |
|              |                    |               | 0.3        | 0.04                        | 0.01 | -0.04 | 0.04 | 0.01  | 0.02  | 0.00 |
|              |                    |               | 0.6        | 0.04                        | 0.01 | 0.00  | 0.00 | 0.00  | 0.01  | 0.00 |
|              |                    |               | 0.9        | 0.05                        | 0.02 | 0.02  | 0.02 | 0.01  | 0.01  | 0.00 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

## EK-12: İkinci Alt Probleme Ait Yanlılık Değerleri

**Tablo EK-12.1. İkinci Alt Probleme Ait Yanlılık (MCMC 4000 İterasyon Ve 3 Boyut İle) Değerleri\***

| Boyut Sayısı | Test Koşulları     |               |        | Yanlılık (MCMC 4000) |       |       |       |      |  |
|--------------|--------------------|---------------|--------|----------------------|-------|-------|-------|------|--|
|              | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | agenel | a1                   | a2    | a3    | d     | c    |  |
| 3            | 1000               | 15            | 0.06   | 0.07                 | 0.02  | 0.11  | 0.00  | 0.00 |  |
|              |                    | 30            | 0.04   | 0.01                 | -0.07 | 0.00  | -0.02 | 0.00 |  |
|              |                    | 60            | 0.01   | 0.05                 | -0.05 | 0.01  | -0.01 | 0.00 |  |
|              | 2000               | 15            | 0.08   | 0.05                 | -0.03 | 0.03  | 0.03  | 0.00 |  |
|              |                    | 30            | 0.04   | 0.01                 | -0.08 | -0.03 | -0.01 | 0.00 |  |
|              |                    | 60            | 0.04   | 0.03                 | -0.07 | -0.01 | 0.00  | 0.00 |  |
|              | 5000               | 15            | 0.04   | 0.03                 | 0.00  | 0.03  | 0.00  | 0.00 |  |
|              |                    | 30            | 0.02   | -0.02                | -0.04 | -0.03 | -0.03 | 0.00 |  |
|              |                    | 60            | 0.02   | -0.01                | -0.02 | -0.01 | -0.02 | 0.00 |  |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-12.2. İkinci Alt Probleme Ait Yanlılık (MCMC 4000 İterasyon Ve 5 Boyut İle) Değerleri\***

| Boyut Sayısı | Test Koşulları     |               |        | Yanlılık (MCMC 4000) |       |       |       |       |       |      |
|--------------|--------------------|---------------|--------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
|              | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | agenel | a1                   | a2    | a3    | a4    | a5    | d     | c    |
| 5            | 1000               | 15            | 0.05   | 0.06                 | 0.13  | 0.08  | 0.01  | 0.02  | -0.01 | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.00   | 0.08                 | 0.06  | 0.11  | -0.04 | 0.05  | 0.02  | 0.00 |
|              |                    | 60            | -0.01  | -0.02                | 0.01  | 0.02  | 0.03  | 0.06  | 0.01  | 0.00 |
|              | 2000               | 15            | 0.09   | 0.04                 | 0.03  | 0.06  | 0.05  | -0.02 | -0.04 | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.05   | 0.04                 | 0.02  | 0.06  | -0.03 | 0.01  | -0.01 | 0.00 |
|              |                    | 60            | 0.04   | -0.03                | -0.03 | 0.01  | 0.02  | 0.01  | -0.01 | 0.00 |
|              | 5000               | 15            | 0.03   | 0.05                 | -0.01 | -0.01 | 0.00  | -0.05 | -0.04 | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.02   | 0.02                 | 0.02  | 0.03  | 0.00  | 0.00  | -0.03 | 0.00 |
|              |                    | 60            | 0.01   | 0.01                 | -0.01 | -0.01 | 0.01  | 0.01  | -0.03 | 0.00 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-12.3. İkinci Alt Probleme Ait Yanlılık (MCMC 8000 İterasyon Ve 3 Boyut İle) Değerleri\***

| Boyut Sayısı | Test Koşulları     |               |        | Yanlılık (MCMC 8000) |       |       |       |      |  |
|--------------|--------------------|---------------|--------|----------------------|-------|-------|-------|------|--|
|              | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | agenel | a1                   | a2    | a3    | d     | c    |  |
| 3            | 1000               | 15            | 0.08   | 0.11                 | 0.10  | 0.16  | 0.01  | 0.00 |  |
|              |                    | 30            | 0.05   | 0.01                 | -0.04 | -0.02 | -0.01 | 0.00 |  |
|              |                    | 60            | 0.01   | 0.01                 | -0.03 | 0.02  | -0.02 | 0.00 |  |
|              | 2000               | 15            | 0.07   | 0.07                 | 0.02  | 0.07  | 0.01  | 0.00 |  |
|              |                    | 30            | 0.04   | -0.02                | -0.07 | -0.03 | 0.00  | 0.00 |  |
|              |                    | 60            | 0.02   | 0.01                 | -0.07 | 0.01  | 0.00  | 0.00 |  |
|              | 5000               | 15            | 0.04   | 0.01                 | 0.04  | 0.03  | 0.00  | 0.00 |  |
|              |                    | 30            | 0.02   | -0.04                | -0.05 | 0.03  | -0.02 | 0.00 |  |
|              |                    | 60            | 0.02   | -0.02                | -0.04 | 0.01  | -0.01 | 0.00 |  |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-12.4. İkinci Alt Probleme Ait Yanlılık (MCMC 8000 İterasyon Ve 5 Boyut İle) Değerleri\***

| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | agenel | Yanlılık (MCMC 8000) |       |       |       |       |       |      |
|--------------|--------------------|---------------|--------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
|              |                    |               |        | a1                   | a2    | a3    | a4    | a5    | d     | c    |
| 5            | 1000               | 15            | 0.04   | 0.03                 | 0.18  | 0.11  | 0.09  | 0.08  | -0.01 | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.01   | 0.05                 | -0.02 | 0.11  | -0.09 | 0.05  | 0.02  | 0.00 |
|              |                    | 60            | 0.00   | -0.04                | 0.04  | -0.03 | 0.00  | 0.08  | 0.02  | 0.00 |
|              | 2000               | 15            | 0.06   | -0.06                | 0.03  | -0.01 | 0.05  | 0.01  | -0.04 | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.07   | 0.03                 | -0.02 | 0.09  | -0.05 | 0.02  | -0.02 | 0.00 |
|              |                    | 60            | 0.04   | -0.04                | -0.04 | -0.02 | 0.02  | 0.00  | -0.01 | 0.00 |
|              | 5000               | 15            | 0.01   | 0.06                 | -0.06 | -0.03 | -0.02 | -0.05 | -0.05 | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.03   | 0.01                 | -0.02 | 0.02  | 0.00  | 0.05  | -0.03 | 0.00 |
|              |                    | 60            | 0.02   | 0.02                 | -0.03 | -0.02 | 0.02  | 0.00  | -0.03 | 0.00 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-12.5. İkinci Alt Probleme Ait yanlılık (BA-EM Ve 3 Boyut İle) Değerleri\***

| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | agenel | Yanlılık (BA-EM) |       |       |       |      |
|--------------|--------------------|---------------|--------|------------------|-------|-------|-------|------|
|              |                    |               |        | a1               | a2    | a3    | d     | c    |
| 3            | 1000               | 15            | 0.18   | 0.29             | 0.24  | 0.36  | 0.04  | 0.01 |
|              |                    | 30            | 0.17   | 0.16             | 0.13  | 0.14  | 0.02  | 0.00 |
|              |                    | 60            | 0.19   | 0.17             | 0.11  | 0.19  | 0.01  | 0.00 |
|              | 2000               | 15            | 0.13   | 0.18             | 0.14  | 0.22  | 0.04  | 0.01 |
|              |                    | 30            | 0.11   | 0.06             | 0.07  | 0.06  | 0.02  | 0.00 |
|              |                    | 60            | 0.12   | 0.09             | 0.03  | 0.10  | 0.01  | 0.00 |
|              | 5000               | 15            | 0.07   | 0.07             | 0.10  | 0.14  | 0.03  | 0.01 |
|              |                    | 30            | 0.05   | 0.01             | 0.05  | 0.03  | 0.00  | 0.00 |
|              |                    | 60            | 0.02   | -0.01            | -0.04 | -0.02 | -0.04 | 0.00 |

**Tablo EK-12.6. İkinci Alt Probleme Ait Yanlılık (BA-EM ve 5 boyut ile) Değerleri\***

| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | agenel | Yanlılık (BA-EM) |      |      |      |      |       |      |
|--------------|--------------------|---------------|--------|------------------|------|------|------|------|-------|------|
|              |                    |               |        | a1               | a2   | a3   | a4   | a5   | d     | c    |
| 5            | 1000               | 15            | 0.15   | 0.25             | 0.42 | 0.32 | 0.27 | 0.24 | 0.02  | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.14   | 0.21             | 0.14 | 0.30 | 0.07 | 0.21 | 0.03  | 0.01 |
|              |                    | 60            | 0.18   | 0.12             | 0.15 | 0.13 | 0.13 | 0.20 | 0.04  | 0.01 |
|              | 2000               | 15            | 0.13   | 0.13             | 0.26 | 0.22 | 0.18 | 0.15 | -0.01 | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.14   | 0.12             | 0.09 | 0.21 | 0.04 | 0.13 | 0.00  | 0.01 |
|              |                    | 60            | 0.14   | 0.04             | 0.04 | 0.09 | 0.09 | 0.10 | 0.01  | 0.01 |
|              | 5000               | 15            | 0.04   | 0.11             | 0.06 | 0.10 | 0.05 | 0.04 | -0.03 | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.07   | 0.06             | 0.04 | 0.10 | 0.04 | 0.11 | -0.01 | 0.01 |
|              |                    | 60            | 0.06   | 0.06             | 0.01 | 0.03 | 0.05 | 0.05 | -0.01 | 0.01 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-12.7. İkinci Alt Probleme Ait Yanlılık (MH-RM Ve 3 Boyut İle) Değerleri\***

| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | agenel | Yanlılık (MH-RM) |      |      |       |      |
|--------------|--------------------|---------------|--------|------------------|------|------|-------|------|
|              |                    |               |        | a1               | a2   | a3   | d     | c    |
| 3            | 1000               | 15            | 0.18   | 0.32             | 0.25 | 0.35 | 0.04  | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.17   | 0.16             | 0.12 | 0.12 | 0.02  | 0.00 |
|              |                    | 60            | 0.19   | 0.18             | 0.11 | 0.19 | -0.04 | 0.00 |
|              | 2000               | 15            | 0.14   | 0.24             | 0.13 | 0.24 | 0.05  | 0.01 |
|              |                    | 30            | 0.11   | 0.07             | 0.04 | 0.05 | 0.02  | 0.00 |
|              |                    | 60            | 0.13   | 0.09             | 0.03 | 0.10 | -0.03 | 0.00 |
|              | 5000               | 15            | 0.07   | 0.07             | 0.10 | 0.13 | 0.03  | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.06   | 0.02             | 0.02 | 0.03 | 0.01  | 0.00 |
|              |                    | 60            | 0.08   | 0.03             | 0.01 | 0.05 | -0.03 | 0.00 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-12.8. İkinci Alt Probleme Ait Yanlılık (MH-RM Ve 5 Boyut İle) Değerleri\***

| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | agenel | Yanlılık (MH-RM) |      |      |      |      |       |      |
|--------------|--------------------|---------------|--------|------------------|------|------|------|------|-------|------|
|              |                    |               |        | a1               | a2   | a3   | a4   | a5   | d     |      |
| 5            | 1000               | 15            | 0.15   | 0.24             | 0.44 | 0.31 | 0.25 | 0.22 | 0.02  | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.13   | 0.26             | 0.11 | 0.31 | 0.09 | 0.23 | 0.03  | 0.01 |
|              |                    | 60            | 0.12   | 0.20             | 0.09 | 0.20 | 0.10 | 0.20 | 0.00  | 0.00 |
|              | 2000               | 15            | 0.13   | 0.12             | 0.24 | 0.19 | 0.18 | 0.13 | -0.02 | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.14   | 0.12             | 0.09 | 0.22 | 0.04 | 0.12 | -0.01 | 0.01 |
|              |                    | 60            | 0.10   | 0.00             | 0.00 | 0.10 | 0.10 | 0.10 | 0.00  | 0.00 |
|              | 5000               | 15            | 0.03   | 0.11             | 0.04 | 0.08 | 0.04 | 0.02 | -0.03 | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.06   | 0.06             | 0.05 | 0.10 | 0.04 | 0.11 | -0.01 | 0.01 |
|              |                    | 60            | 0.10   | 0.10             | 0.00 | 0.00 | 0.10 | 0.00 | 0.00  | 0.00 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

### EK-13: Üçüncü Alt Probleme Ait RMSE Değerleri

**Tablo EK-13.1. Üçüncü Alt Probleme Ait RMSE (MCMC 4000 İterasyon, 3 Boyut İçin) Değerleri\***

| Boyut<br>sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test<br>Uzunluğu | Korelasyon | RMSE (MCMC 4000 İterasyon) |      |      |      |      |      |      |
|-----------------|-----------------------|------------------|------------|----------------------------|------|------|------|------|------|------|
|                 |                       |                  |            | a1                         | a2   | a3   | d1   | d2   | d3   | d4   |
| 1000            | 15                    | 0.0              | 0.0        | 0.11                       | 0.16 | 0.11 | 0.09 | 0.08 | 0.07 | 0.08 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.11                       | 0.13 | 0.12 | 0.09 | 0.08 | 0.07 | 0.08 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.09                       | 0.10 | 0.11 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.08 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.08                       | 0.07 | 0.09 | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.08 |
|                 | 30                    | 0.0              | 0.0        | 0.09                       | 0.09 | 0.10 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.08 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.09                       | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.08 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.09                       | 0.09 | 0.09 | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.08 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.08                       | 0.08 | 0.07 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.08 |
|                 | 60                    | 0.0              | 0.0        | 0.08                       | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.08 | 0.06 | 0.08 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.08                       | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.07 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.08                       | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.08 | 0.06 | 0.07 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.08                       | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.07 |
| 3               | 15                    | 0.0              | 0.0        | 0.10                       | 0.09 | 0.09 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.09                       | 0.09 | 0.08 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.08                       | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.07                       | 0.05 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
|                 | 2000                  | 0.0              | 0.0        | 0.07                       | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.06 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.06                       | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.06 | 0.07 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.06                       | 0.07 | 0.06 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.07 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.05                       | 0.06 | 0.05 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
|                 | 60                    | 0.0              | 0.0        | 0.05                       | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.05                       | 0.05 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.08 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.06                       | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.05                       | 0.06 | 0.05 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
| 5000            | 15                    | 0.0              | 0.0        | 0.09                       | 0.09 | 0.08 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.06                       | 0.06 | 0.06 | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.04 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.05                       | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.04 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.04                       | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.04 |
|                 | 30                    | 0.0              | 0.0        | 0.05                       | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.04                       | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.04                       | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.03                       | 0.04 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 |
|                 | 60                    | 0.0              | 0.0        | 0.04                       | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.04                       | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.03                       | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.03                       | 0.04 | 0.03 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-13.2. Üçüncü Alt Probleme Ait RMSE (*MCMC 4000 İterasyon, 5 Boyut İçin*) Değerleri\***

| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Korelasyon | RMSE(MCMC 4000 İterasyon) |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------|--------------------|---------------|------------|---------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
|              |                    |               |            | a1                        | a2   | a3   | a4   | a5   | d1   | d2   | d3   |
| 1000         | 15                 | 0.0           | 0,15       | 0,14                      | 0,21 | 0,20 | 0,22 | 0,12 | 0,09 | 0,08 | 0,13 |
|              |                    | 0.3           | 0,23       | 0,14                      | 0,12 | 0,12 | 0,14 | 0,10 | 0,07 | 0,07 | 0,12 |
|              |                    | 0.6           | 0,13       | 0,11                      | 0,10 | 0,09 | 0,13 | 0,08 | 0,07 | 0,07 | 0,11 |
|              |                    | 0.9           | 0,10       | 0,08                      | 0,08 | 0,08 | 0,09 | 0,08 | 0,07 | 0,07 | 0,11 |
|              | 30                 | 0.0           | 0,11       | 0,11                      | 0,12 | 0,12 | 0,10 | 0,09 | 0,07 | 0,09 | 0,08 |
|              |                    | 0.3           | 0,10       | 0,11                      | 0,10 | 0,11 | 0,12 | 0,09 | 0,07 | 0,07 | 0,08 |
|              |                    | 0.6           | 0,08       | 0,10                      | 0,09 | 0,10 | 0,11 | 0,09 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|              |                    | 0.9           | 0,07       | 0,08                      | 0,08 | 0,08 | 0,09 | 0,08 | 0,07 | 0,08 | 0,08 |
|              | 60                 | 0.0           | 0,10       | 0,05                      | 0,09 | 0,07 | 0,09 | 0,08 | 0,07 | 0,07 | 0,07 |
|              |                    | 0.3           | 0,10       | 0,04                      | 0,08 | 0,07 | 0,09 | 0,08 | 0,07 | 0,07 | 0,07 |
|              |                    | 0.6           | 0,10       | 0,05                      | 0,07 | 0,07 | 0,09 | 0,08 | 0,07 | 0,07 | 0,07 |
|              |                    | 0.9           | 0,10       | 0,07                      | 0,07 | 0,08 | 0,08 | 0,08 | 0,07 | 0,07 | 0,07 |
| 5            | 15                 | 0.0           | 0,17       | 0,13                      | 0,13 | 0,14 | 0,13 | 0,08 | 0,06 | 0,06 | 0,06 |
|              |                    | 0.3           | 0,16       | 0,08                      | 0,11 | 0,12 | 0,11 | 0,07 | 0,05 | 0,06 | 0,06 |
|              |                    | 0.6           | 0,12       | 0,10                      | 0,10 | 0,11 | 0,11 | 0,08 | 0,06 | 0,06 | 0,06 |
|              |                    | 0.9           | 0,08       | 0,07                      | 0,07 | 0,06 | 0,08 | 0,06 | 0,06 | 0,05 | 0,06 |
|              | 30                 | 0.0           | 0,08       | 0,09                      | 0,09 | 0,11 | 0,09 | 0,07 | 0,05 | 0,06 | 0,06 |
|              |                    | 0.3           | 0,07       | 0,08                      | 0,09 | 0,09 | 0,08 | 0,07 | 0,05 | 0,05 | 0,06 |
|              |                    | 0.6           | 0,06       | 0,08                      | 0,06 | 0,08 | 0,07 | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,06 |
|              |                    | 0.9           | 0,05       | 0,07                      | 0,04 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,06 |
|              | 60                 | 0.0           | 0,07       | 0,08                      | 0,09 | 0,09 | 0,11 | 0,09 | 0,07 | 0,04 | 0,06 |
|              |                    | 0.3           | 0,07       | 0,07                      | 0,06 | 0,09 | 0,09 | 0,08 | 0,08 | 0,05 | 0,05 |
|              |                    | 0.6           | 0,07       | 0,06                      | 0,06 | 0,05 | 0,08 | 0,07 | 0,06 | 0,05 | 0,05 |
|              |                    | 0.9           | 0,07       | 0,05                      | 0,07 | 0,04 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,05 | 0,05 |
| 5000         | 15                 | 0.0           | 0,11       | 0,09                      | 0,10 | 0,13 | 0,07 | 0,05 | 0,04 | 0,05 | 0,09 |
|              |                    | 0.3           | 0,09       | 0,06                      | 0,06 | 0,08 | 0,08 | 0,05 | 0,05 | 0,04 | 0,08 |
|              |                    | 0.6           | 0,08       | 0,06                      | 0,07 | 0,09 | 0,08 | 0,06 | 0,05 | 0,04 | 0,09 |
|              |                    | 0.9           | 0,05       | 0,04                      | 0,04 | 0,04 | 0,05 | 0,04 | 0,05 | 0,03 | 0,08 |
|              | 30                 | 0.0           | 0,06       | 0,06                      | 0,05 | 0,07 | 0,05 | 0,05 | 0,04 | 0,04 | 0,04 |
|              |                    | 0.3           | 0,06       | 0,06                      | 0,05 | 0,07 | 0,05 | 0,05 | 0,04 | 0,04 | 0,04 |
|              |                    | 0.6           | 0,05       | 0,05                      | 0,05 | 0,06 | 0,04 | 0,05 | 0,04 | 0,04 | 0,03 |
|              |                    | 0.9           | 0,04       | 0,05                      | 0,03 | 0,05 | 0,04 | 0,05 | 0,04 | 0,04 | 0,03 |
|              | 60                 | 0.0           | 0,05       | 0,03                      | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 |
|              |                    | 0.3           | 0,05       | 0,03                      | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 |
|              |                    | 0.6           | 0,05       | 0,03                      | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 |
|              |                    | 0.9           | 0,04       | 0,03                      | 0,04 | 0,04 | 0,05 | 0,05 | 0,04 | 0,04 | 0,04 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-13.3. Üçüncü Alt Probleme Ait RMSE (*MCMC 8000 İterasyon, 3 boyut için*) Değerleri\***

| Boyut<br>sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test Koşulları   |      | Korelasyon | RMSE (MCMC 8000 İterasyon) |      |      |      |      |      |    |
|-----------------|-----------------------|------------------|------|------------|----------------------------|------|------|------|------|------|----|
|                 |                       | Test<br>Uzunluğu |      |            | a1                         | a2   | a3   | d1   | d2   | d3   | d4 |
| 1000            | 15                    | 0.0              | 0,12 | 0,17       | 0,10                       | 0,10 | 0,08 | 0,08 | 0,09 |      |    |
|                 |                       | 0.3              | 0,13 | 0,12       | 0,10                       | 0,09 | 0,07 | 0,07 | 0,08 |      |    |
|                 |                       | 0.6              | 0,10 | 0,11       | 0,08                       | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 |      |    |
|                 |                       | 0.9              | 0,07 | 0,08       | 0,06                       | 0,08 | 0,06 | 0,06 | 0,07 |      |    |
|                 | 30                    | 0.0              | 0,10 | 0,08       | 0,09                       | 0,08 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |      |    |
|                 |                       | 0.3              | 0,10 | 0,08       | 0,06                       | 0,08 | 0,07 | 0,07 | 0,08 |      |    |
|                 |                       | 0.6              | 0,10 | 0,08       | 0,06                       | 0,08 | 0,07 | 0,07 | 0,08 |      |    |
|                 |                       | 0.9              | 0,09 | 0,08       | 0,07                       | 0,08 | 0,07 | 0,07 | 0,07 |      |    |
|                 | 60                    | 0.0              | 0,09 | 0,07       | 0,07                       | 0,08 | 0,07 | 0,08 | 0,08 |      |    |
|                 |                       | 0.3              | 0,09 | 0,07       | 0,08                       | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,08 |      |    |
|                 |                       | 0.6              | 0,09 | 0,07       | 0,06                       | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,08 |      |    |
|                 |                       | 0.9              | 0,08 | 0,07       | 0,06                       | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,08 |      |    |
| 3               | 15                    | 0.0              | 0,06 | 0,11       | 0,08                       | 0,07 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 |    |
|                 |                       | 0.3              | 0,06 | 0,09       | 0,08                       | 0,06 | 0,06 | 0,05 | 0,06 |      |    |
|                 |                       | 0.6              | 0,06 | 0,07       | 0,06                       | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |      |    |
|                 |                       | 0.9              | 0,05 | 0,04       | 0,04                       | 0,05 | 0,05 | 0,04 | 0,05 |      |    |
|                 | 2000                  | 0.0              | 0,06 | 0,06       | 0,06                       | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,06 |      |    |
|                 |                       | 0.3              | 0,05 | 0,07       | 0,06                       | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,06 |      |    |
|                 |                       | 0.6              | 0,04 | 0,07       | 0,05                       | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,06 |      |    |
|                 |                       | 0.9              | 0,05 | 0,07       | 0,06                       | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |      |    |
|                 | 60                    | 0.0              | 0,05 | 0,05       | 0,06                       | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,06 |      |    |
|                 |                       | 0.3              | 0,05 | 0,05       | 0,06                       | 0,05 | 0,06 | 0,05 | 0,06 |      |    |
|                 |                       | 0.6              | 0,06 | 0,05       | 0,05                       | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,06 |      |    |
|                 |                       | 0.9              | 0,05 | 0,05       | 0,05                       | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |      |    |
| 5000            | 15                    | 0.0              | 0,06 | 0,06       | 0,03                       | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,04 |      |    |
|                 |                       | 0.3              | 0,05 | 0,05       | 0,05                       | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,03 |      |    |
|                 |                       | 0.6              | 0,05 | 0,06       | 0,04                       | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 |      |    |
|                 |                       | 0.9              | 0,04 | 0,05       | 0,04                       | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 |      |    |
|                 | 30                    | 0.0              | 0,04 | 0,05       | 0,03                       | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 |      |    |
|                 |                       | 0.3              | 0,04 | 0,04       | 0,04                       | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,03 |      |    |
|                 |                       | 0.6              | 0,04 | 0,04       | 0,04                       | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,03 |      |    |
|                 |                       | 0.9              | 0,04 | 0,04       | 0,04                       | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,03 |      |    |
|                 | 60                    | 0.0              | 0,04 | 0,04       | 0,04                       | 0,03 | 0,03 | 0,04 | 0,04 |      |    |
|                 |                       | 0.3              | 0,04 | 0,04       | 0,04                       | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,03 |      |    |
|                 |                       | 0.6              | 0,03 | 0,04       | 0,04                       | 0,03 | 0,04 | 0,04 | 0,03 |      |    |
|                 |                       | 0.9              | 0,03 | 0,03       | 0,04                       | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,03 |      |    |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-13.4. Üçüncü Alt Probleme Ait RMSE (*MCMC 8000 İterasyon, 5 Boyut İçin*) Değerleri\***

| B.S. | Ö.B. | T.U. | K   | RMSE( <i>MCMC 8000 İterasyon</i> ) |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|-----|------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|      |      |      |     | a1                                 | a2   | a3   | a4   | a5   | d1   | d2   | d3   | d4   |
| 1000 | 15   | 0.0  | 0.0 | 0,32                               | 0,22 | 0,09 | 0,12 | 0,19 | 0,11 | 0,08 | 0,06 | 0,12 |
|      |      |      | 0.3 | 0,16                               | 0,14 | 0,17 | 0,08 | 0,15 | 0,09 | 0,07 | 0,07 | 0,12 |
|      |      |      | 0.6 | 0,10                               | 0,14 | 0,11 | 0,07 | 0,12 | 0,08 | 0,07 | 0,06 | 0,11 |
|      |      |      | 0.9 | 0,06                               | 0,07 | 0,10 | 0,07 | 0,08 | 0,08 | 0,08 | 0,06 | 0,11 |
|      | 30   | 0.0  | 0.0 | 0,11                               | 0,10 | 0,10 | 0,08 | 0,06 | 0,08 | 0,06 | 0,06 | 0,07 |
|      |      |      | 0.3 | 0,11                               | 0,09 | 0,10 | 0,11 | 0,09 | 0,09 | 0,07 | 0,07 | 0,07 |
|      |      |      | 0.6 | 0,09                               | 0,09 | 0,08 | 0,09 | 0,10 | 0,09 | 0,07 | 0,07 | 0,07 |
|      |      |      | 0.9 | 0,07                               | 0,08 | 0,07 | 0,07 | 0,08 | 0,08 | 0,07 | 0,06 | 0,08 |
|      | 60   | 0.0  | 0.0 | 0,09                               | 0,04 | 0,08 | 0,06 | 0,09 | 0,09 | 0,06 | 0,06 | 0,07 |
|      |      |      | 0.3 | 0,09                               | 0,03 | 0,07 | 0,07 | 0,09 | 0,08 | 0,05 | 0,05 | 0,06 |
|      |      |      | 0.6 | 0,09                               | 0,02 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 | 0,06 | 0,06 | 0,06 |
|      |      |      | 0.9 | 0,10                               | 0,07 | 0,08 | 0,08 | 0,10 | 0,09 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| 3    | 15   | 0.0  | 0.0 | 0,19                               | 0,16 | 0,11 | 0,11 | 0,09 | 0,09 | 0,05 | 0,04 | 0,10 |
|      |      |      | 0.3 | 0,15                               | 0,08 | 0,10 | 0,06 | 0,07 | 0,07 | 0,06 | 0,04 | 0,09 |
|      |      |      | 0.6 | 0,14                               | 0,12 | 0,13 | 0,10 | 0,09 | 0,09 | 0,06 | 0,05 | 0,10 |
|      |      |      | 0.9 | 0,09                               | 0,05 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,06 | 0,06 | 0,05 | 0,10 |
|      | 2000 | 0.0  | 0.0 | 0,08                               | 0,07 | 0,08 | 0,07 | 0,07 | 0,06 | 0,04 | 0,05 | 0,06 |
|      |      |      | 0.3 | 0,07                               | 0,07 | 0,08 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,04 | 0,05 | 0,05 |
|      |      |      | 0.6 | 0,06                               | 0,07 | 0,05 | 0,08 | 0,06 | 0,06 | 0,04 | 0,05 | 0,04 |
|      |      |      | 0.9 | 0,05                               | 0,06 | 0,04 | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,04 | 0,04 | 0,06 |
|      | 60   | 0.0  | 0.0 | 0,07                               | 0,03 | 0,07 | 0,06 | 0,06 | 0,05 | 0,04 | 0,05 | 0,05 |
|      |      |      | 0.3 | 0,06                               | 0,03 | 0,07 | 0,05 | 0,06 | 0,08 | 0,10 | 0,09 | 0,06 |
|      |      |      | 0.6 | 0,06                               | 0,04 | 0,07 | 0,06 | 0,05 | 0,06 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
|      |      |      | 0.9 | 0,07                               | 0,08 | 0,08 | 0,09 | 0,07 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| 5000 | 15   | 0.0  | 0.0 | 0,06                               | 0,08 | 0,09 | 0,07 | 0,07 | 0,04 | 0,03 | 0,04 | 0,06 |
|      |      |      | 0.3 | 0,06                               | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,06 | 0,04 | 0,03 | 0,05 | 0,07 |
|      |      |      | 0.6 | 0,06                               | 0,06 | 0,06 | 0,08 | 0,05 | 0,05 | 0,03 | 0,03 | 0,06 |
|      |      |      | 0.9 | 0,04                               | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,05 |
|      | 30   | 0.0  | 0.0 | 0,04                               | 0,06 | 0,04 | 0,06 | 0,04 | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,03 |
|      |      |      | 0.3 | 0,04                               | 0,05 | 0,03 | 0,05 | 0,03 | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,03 |
|      |      |      | 0.6 | 0,05                               | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,04 |
|      |      |      | 0.9 | 0,05                               | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,03 |
|      | 60   | 0.0  | 0.0 | 0,05                               | 0,03 | 0,04 | 0,04 | 0,03 | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,03 |
|      |      |      | 0.3 | 0,05                               | 0,03 | 0,05 | 0,04 | 0,04 | 0,05 | 0,04 | 0,04 | 0,03 |
|      |      |      | 0.6 | 0,04                               | 0,06 | 0,04 | 0,06 | 0,04 | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,04 |
|      |      |      | 0.9 | 0,04                               | 0,05 | 0,03 | 0,05 | 0,03 | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,03 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-13.5. Üçüncü Alt Probleme Ait RMSE (*BA-EM*, 3 Boyut İçin) Değerleri\***

| Boyut<br>sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test Koşulları   |     | Korelasyon | RMSE ( <i>BA-EM</i> ) |      |      |      |      |      |
|-----------------|-----------------------|------------------|-----|------------|-----------------------|------|------|------|------|------|
|                 |                       | Test<br>Uzunluğu | a1  |            | a2                    | a3   | d1   | d2   | d3   | d4   |
| 3               | 1000                  | 15               | 0.0 | 0.15       | 0.21                  | 0.09 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.10 |
|                 |                       |                  | 0.3 | 0.15       | 0.16                  | 0.11 | 0.10 | 0.08 | 0.07 | 0.09 |
|                 |                       |                  | 0.6 | 0.11       | 0.11                  | 0.08 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
|                 |                       |                  | 0.9 | 0.07       | 0.08                  | 0.07 | 0.08 | 0.06 | 0.06 | 0.07 |
|                 |                       | 30               | 0.0 | 0.11       | 0.08                  | 0.09 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.08 |
|                 |                       |                  | 0.3 | 0.11       | 0.09                  | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.08 |
|                 |                       |                  | 0.6 | 0.11       | 0.08                  | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
|                 |                       |                  | 0.9 | 0.10       | 0.08                  | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
|                 |                       | 60               | 0.0 | 0.09       | 0.07                  | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
|                 |                       |                  | 0.3 | 0.09       | 0.08                  | 0.06 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
|                 |                       |                  | 0.6 | 0.09       | 0.08                  | 0.06 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
|                 |                       |                  | 0.9 | 0.09       | 0.08                  | 0.06 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
| 5               | 2000                  | 15               | 0.0 | 0.06       | 0.12                  | 0.09 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.07 |
|                 |                       |                  | 0.3 | 0.06       | 0.08                  | 0.08 | 0.07 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.6 | 0.06       | 0.07                  | 0.07 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
|                 |                       |                  | 0.9 | 0.04       | 0.05                  | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.05 | 0.05 |
|                 |                       | 30               | 0.0 | 0.05       | 0.07                  | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.3 | 0.05       | 0.07                  | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.6 | 0.05       | 0.07                  | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.9 | 0.04       | 0.06                  | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
|                 |                       | 60               | 0.0 | 0.06       | 0.06                  | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
|                 |                       |                  | 0.3 | 0.05       | 0.06                  | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.6 | 0.05       | 0.05                  | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
|                 |                       |                  | 0.9 | 0.05       | 0.05                  | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
| 5000            | 5000                  | 15               | 0.0 | 0.04       | 0.05                  | 0.03 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.3 | 0.05       | 0.05                  | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.02 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.6 | 0.04       | 0.05                  | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.02 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.9 | 0.04       | 0.06                  | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.02 | 0.03 |
|                 |                       | 30               | 0.0 | 0.04       | 0.05                  | 0.03 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.3 | 0.04       | 0.03                  | 0.03 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.6 | 0.04       | 0.03                  | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.9 | 0.03       | 0.03                  | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                 |                       | 60               | 0.0 | 0.04       | 0.03                  | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.3 | 0.03       | 0.04                  | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.6 | 0.03       | 0.04                  | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.9 | 0.03       | 0.04                  | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-13.6. Üçüncü Alt Probleme Ait RMSE (MH-RM, 3 Boyut İçin) Değerleri\***

| Boyut<br>sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test<br>Uzunluğu | Korelasyon | RMSE(MH-RM) |      |      |      |      |      |      |
|-----------------|-----------------------|------------------|------------|-------------|------|------|------|------|------|------|
|                 |                       |                  |            | a1          | a2   | a3   | d1   | d2   | d3   | d4   |
| 1000            | 3                     | 15               | 0.0        | 0.16        | 0.18 | 0.09 | 0.10 | 0.09 | 0.08 | 0.09 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.16        | 0.16 | 0.11 | 0.10 | 0.08 | 0.07 | 0.09 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.14        | 0.14 | 0.09 | 0.09 | 0.07 | 0.07 | 0.08 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.11        | 0.10 | 0.08 | 0.09 | 0.07 | 0.06 | 0.08 |
|                 | 30                    | 30               | 0.0        | 0.11        | 0.08 | 0.09 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.08 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.11        | 0.09 | 0.07 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.08 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.11        | 0.08 | 0.07 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.10        | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |
|                 | 60                    | 60               | 0.0        | 0.09        | 0.07 | 0.07 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.08 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.09        | 0.07 | 0.06 | 0.07 | 0.07 | 0.07 | 0.08 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.09        | 0.08 | 0.05 | 0.10 | 0.09 | 0.09 | 0.09 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.09        | 0.08 | 0.05 | 0.10 | 0.09 | 0.09 | 0.09 |
| 3               | 3                     | 15               | 0.0        | 0.05        | 0.11 | 0.09 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.06        | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.06        | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.06        | 0.08 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
|                 | 2000                  | 30               | 0.0        | 0.05        | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.05        | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.05        | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.04        | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
|                 | 60                    | 60               | 0.0        | 0.06        | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.05 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.07        | 0.07 | 0.06 | 0.07 | 0.06 | 0.08 | 0.08 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.06        | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.06        | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
| 5000            | 3                     | 15               | 0.0        | 0.05        | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.05        | 0.05 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.02 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.05        | 0.07 | 0.05 | 0.03 | 0.03 | 0.02 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.05        | 0.07 | 0.05 | 0.03 | 0.03 | 0.02 | 0.03 |
|                 | 2000                  | 30               | 0.0        | 0.05        | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.05        | 0.05 | 0.04 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.05 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.04        | 0.03 | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.04        | 0.03 | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                 | 60                    | 60               | 0.0        | 0.03        | 0.03 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.3        | 0.03        | 0.03 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.6        | 0.03        | 0.03 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
|                 |                       |                  | 0.9        | 0.03        | 0.03 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-13.7. Üçüncü Alt Probleme Ait RMSE (MH-RM, 5 Boyut İçin) Değerleri\***

| Test Koşulları |      |      | RMSE(MH-RM) |      |      |      |      |      |      |      |      |      |  |
|----------------|------|------|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--|
| B.S.           | Ö.B. | T.U. | K.          | a1   | a2   | a3   | a4   | a5   | d1   | d2   | d3   | d4   |  |
| 1000           | 15   | 30   | 0.0         | 0.17 | 0.18 | 0.12 | 0.12 | 0.18 | 0.10 | 0.08 | 0.06 | 0.12 |  |
|                |      |      | 0.3         | 0.13 | 0.15 | 0.20 | 0.06 | 0.14 | 0.09 | 0.07 | 0.07 | 0.12 |  |
|                |      |      | 0.6         | 0.10 | 0.15 | 0.13 | 0.07 | 0.15 | 0.10 | 0.07 | 0.07 | 0.12 |  |
|                |      |      | 0.9         | 0.08 | 0.12 | 0.12 | 0.12 | 0.12 | 0.11 | 0.09 | 0.06 | 0.11 |  |
|                |      |      | 0.0         | 0.12 | 0.10 | 0.10 | 0.11 | 0.06 | 0.09 | 0.06 | 0.06 | 0.07 |  |
|                | 60   |      | 0.3         | 0.12 | 0.10 | 0.12 | 0.12 | 0.09 | 0.09 | 0.07 | 0.07 | 0.08 |  |
|                |      |      | 0.6         | 0.12 | 0.10 | 0.10 | 0.11 | 0.10 | 0.09 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |  |
|                |      |      | 0.9         | 0.11 | 0.09 | 0.09 | 0.09 | 0.10 | 0.09 | 0.07 | 0.07 | 0.07 |  |
|                |      |      | 0.0         | 0.06 | 0.03 | 0.07 | 0.06 | 0.09 | 0.07 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |  |
| 5              | 15   | 30   | 0.3         | 0.06 | 0.03 | 0.07 | 0.06 | 0.09 | 0.07 | 0.05 | 0.05 | 0.06 |  |
|                |      |      | 0.6         | 0.06 | 0.03 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.08 | 0.06 | 0.06 | 0.06 |  |
|                |      |      | 0.9         | 0.07 | 0.09 | 0.07 | 0.04 | 0.06 | 0.07 | 0.06 | 0.06 | 0.06 |  |
|                |      |      | 0.0         | 0.17 | 0.17 | 0.09 | 0.07 | 0.08 | 0.08 | 0.06 | 0.05 | 0.10 |  |
|                |      |      | 0.3         | 0.15 | 0.12 | 0.10 | 0.05 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.09 |  |
|                | 2000 |      | 0.6         | 0.12 | 0.11 | 0.09 | 0.07 | 0.06 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.09 |  |
|                |      |      | 0.9         | 0.15 | 0.12 | 0.10 | 0.05 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.09 |  |
|                |      |      | 0.0         | 0.09 | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.05 | 0.06 | 0.04 | 0.05 | 0.05 |  |
|                |      |      | 0.3         | 0.08 | 0.07 | 0.07 | 0.08 | 0.06 | 0.06 | 0.04 | 0.05 | 0.05 |  |
|                |      |      | 0.6         | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.08 | 0.06 | 0.06 | 0.04 | 0.04 | 0.05 |  |
| 5000           | 15   | 30   | 0.9         | 0.05 | 0.06 | 0.04 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.04 | 0.04 | 0.05 |  |
|                |      |      | 0.0         | 0.06 | 0.03 | 0.07 | 0.05 | 0.06 | 0.05 | 0.04 | 0.05 | 0.05 |  |
|                |      |      | 0.3         | 0.06 | 0.04 | 0.07 | 0.05 | 0.05 | 0.09 | 0.08 | 0.09 | 0.09 |  |
|                |      |      | 0.6         | 0.06 | 0.02 | 0.07 | 0.07 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |  |
|                |      |      | 0.9         | 0.06 | 0.03 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |  |
|                | 60   |      | 0.0         | 0.08 | 0.08 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.03 | 0.02 | 0.07 |  |
|                |      |      | 0.3         | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.07 |  |
|                |      |      | 0.6         | 0.06 | 0.06 | 0.04 | 0.06 | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.07 |  |
|                |      |      | 0.9         | 0.08 | 0.05 | 0.07 | 0.09 | 0.05 | 0.06 | 0.03 | 0.03 | 0.07 |  |
|                |      |      | 0.0         | 0.05 | 0.04 | 0.05 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |  |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

## EK-14: Üçüncü Alt Probleme Ait Yanlılık Değerleri

**Tablo EK-14.1. Üçüncü Alt Probleme Ait yanlılık (MCMC 4000 İterasyon Ve 3 Boyut İle) Değerleri\***

| Boyut<br>sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test Koşulları   |       | Korelasyon | Yanlılık (MCMC 4000 İterasyon) |       |       |       |       |    |
|-----------------|-----------------------|------------------|-------|------------|--------------------------------|-------|-------|-------|-------|----|
|                 |                       | Test<br>Uzunluğu | a1    |            | a2                             | a3    | d1    | d2    | d3    | d4 |
| 1000            | 15                    | 0.0              | 0.01  | 0.01       | -0.01                          | -0.01 | -0.01 | -0.02 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.3              | 0.01  | 0.02       | 0.00                           | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.6              | 0.02  | 0.01       | -0.01                          | 0.00  | 0.01  | 0.00  | 0.00  |    |
|                 |                       | 0.9              | 0.01  | -0.01      | -0.01                          | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  |    |
|                 | 30                    | 0.0              | -0.03 | 0.00       | 0.00                           | -0.01 | -0.01 | 0.00  | -0.03 |    |
|                 |                       | 0.3              | -0.02 | -0.01      | 0.00                           | 0.00  | 0.00  | 0.01  | -0.05 |    |
|                 |                       | 0.6              | -0.02 | 0.00       | 0.00                           | 0.01  | 0.01  | 0.02  | -0.03 |    |
|                 |                       | 0.9              | -0.02 | 0.00       | 0.00                           | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                 | 60                    | 0.0              | -0.02 | 0.00       | -0.01                          | -0.01 | -0.01 | 0.01  | -0.06 |    |
|                 |                       | 0.3              | -0.01 | 0.00       | -0.01                          | 0.00  | 0.01  | -0.03 | -0.03 |    |
|                 |                       | 0.6              | -0.02 | 0.00       | 0.00                           | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.02 |    |
|                 |                       | 0.9              | -0.02 | 0.00       | 0.00                           | 0.01  | 0.02  | -0.03 | -0.02 |    |
| 3               | 15                    | 0.0              | 0.00  | 0.00       | 0.01                           | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.3              | 0.01  | 0.00       | 0.02                           | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.6              | 0.01  | -0.01      | 0.01                           | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                 |                       | 0.9              | 0.02  | -0.01      | 0.00                           | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  |    |
|                 | 2000                  | 0.0              | -0.01 | -0.02      | 0.02                           | -0.01 | 0.09  | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.3              | -0.01 | -0.02      | 0.01                           | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.6              | -0.01 | -0.01      | 0.01                           | 0.01  | 0.01  | 0.01  | -0.02 |    |
|                 |                       | 0.9              | -0.01 | 0.00       | 0.01                           | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  |    |
|                 | 60                    | 0.0              | -0.01 | 0.00       | 0.01                           | 0.00  | 0.00  | -0.02 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.3              | -0.01 | -0.01      | 0.00                           | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.02 |    |
|                 |                       | 0.6              | -0.01 | -0.01      | 0.01                           | -0.01 | 0.00  | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.9              | -0.01 | 0.00       | -0.01                          | 0.01  | 0.01  | -0.05 | -0.01 |    |
| 5000            | 15                    | 0.0              | 0.01  | 0.00       | 0.01                           | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.3              | 0.00  | 0.01       | 0.00                           | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.6              | 0.01  | 0.02       | 0.01                           | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                 |                       | 0.9              | 0.00  | 0.01       | 0.01                           | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                 | 30                    | 0.0              | 0.00  | -0.01      | 0.00                           | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.3              | 0.00  | -0.01      | 0.00                           | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.6              | 0.00  | -0.01      | 0.00                           | 0.00  | 0.00  | 0.01  | -0.03 |    |
|                 |                       | 0.9              | 0.00  | 0.01       | 0.01                           | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.01 |    |
|                 | 60                    | 0.0              | 0.00  | -0.01      | -0.02                          | -0.01 | -0.01 | -0.01 | 0.00  |    |
|                 |                       | 0.3              | 0.00  | -0.01      | -0.01                          | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.6              | 0.00  | 0.00       | 0.00                           | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.09 |    |
|                 |                       | 0.9              | 0.00  | 0.00       | -0.01                          | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-14.2. Üçüncü Alt Probleme Ait yanılık (MCMC 4000 İterasyon Ve 5 Boyut İle) Değerleri\***

| Test Koşulları |      |      |       | Yanılık (MCMC 4000 İterasyon) |       |       |       |       |       |       |       |    |
|----------------|------|------|-------|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----|
| B.S.           | Ö.B. | T.U. | K     | a1                            | a2    | a3    | a4    | a5    | d1    | d2    | d3    | d4 |
| 1000           | 15   | 0.0  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | -0.01 | 0.06  | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.05 |    |
|                |      | 0.3  | 0.01  | 0.01                          | -0.04 | -0.04 | 0.04  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.05 |    |
|                |      | 0.6  | -0.04 | 0.01                          | -0.05 | -0.03 | 0.01  | -0.01 | 0.00  | -0.01 | -0.05 |    |
|                |      | 0.9  | -0.03 | -0.01                         | -0.03 | -0.04 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.02 | -0.06 |    |
|                | 30   | 0.0  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                |      | 0.3  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                |      | 0.6  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 1.00  | -1.00 | 0.00  | 0.00  |    |
|                |      | 0.9  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                | 60   | 0.0  | -0.02 | -0.02                         | -0.02 | 0.00  | 0.04  | 0.01  | 0.03  | -0.03 | 0.02  |    |
|                |      | 0.3  | -0.02 | -0.01                         | -0.02 | 0.00  | 0.03  | 0.01  | 0.03  | -0.04 | 0.03  |    |
|                |      | 0.6  | -0.02 | -0.01                         | -0.02 | 0.00  | 0.03  | 0.02  | 0.03  | -0.03 | 0.03  |    |
|                |      | 0.9  | -0.01 | 0.00                          | -0.01 | 0.01  | 0.02  | 0.02  | 0.04  | -0.05 | 0.05  |    |
| 3              | 15   | 0.0  | -0.02 | 0.02                          | -0.02 | -0.02 | 0.04  | -0.02 | -0.01 | -0.02 | -0.06 |    |
|                |      | 0.3  | -0.06 | 0.03                          | -0.03 | -0.03 | 0.03  | -0.02 | -0.01 | -0.02 | -0.06 |    |
|                |      | 0.6  | 0.02  | 0.05                          | 0.02  | 0.02  | 0.02  | -0.04 | -0.01 | 0.00  | -0.03 |    |
|                |      | 0.9  | -0.04 | -0.01                         | -0.03 | -0.03 | -0.03 | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.05 |    |
|                | 30   | 0.0  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                |      | 0.3  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                |      | 0.6  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                |      | 0.9  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                | 60   | 0.0  | -0.01 | -0.02                         | -0.02 | -0.02 | -0.02 | 0.00  | -0.02 | -0.02 | -0.02 |    |
|                |      | 0.3  | -0.02 | -0.03                         | -0.02 | -0.02 | -0.02 | 0.00  | -0.02 | -0.02 | -0.02 |    |
|                |      | 0.6  | -0.02 | -0.02                         | -0.02 | -0.02 | -0.02 | 0.00  | -0.02 | -0.02 | -0.02 |    |
|                |      | 0.9  | -0.02 | -0.02                         | -0.03 | -0.02 | -0.02 | 0.00  | -0.02 | -0.02 | -0.02 |    |
| 2000           | 15   | 0.0  | -0.04 | -0.02                         | 0.00  | -0.05 | -0.02 | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.02 |    |
|                |      | 0.3  | -0.05 | -0.02                         | 0.00  | -0.03 | 0.00  | 0.00  | 0.01  | -0.01 | -0.02 |    |
|                |      | 0.6  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.03 | 0.01  | 0.01  | 0.00  |    |
|                |      | 0.9  | 0.00  | -0.01                         | 0.00  | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.01  | 0.00  | 0.00  |    |
|                | 30   | 0.0  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                |      | 0.3  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                |      | 0.6  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                |      | 0.9  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                | 60   | 0.0  | -0.01 | -0.02                         | -0.02 | -0.02 | -0.02 | 0.00  | -0.02 | -0.02 | -0.02 |    |
|                |      | 0.3  | -0.02 | -0.03                         | -0.02 | -0.02 | -0.02 | 0.00  | -0.02 | -0.02 | -0.02 |    |
|                |      | 0.6  | -0.02 | -0.02                         | -0.02 | -0.02 | -0.02 | 0.00  | -0.02 | -0.02 | -0.02 |    |
|                |      | 0.9  | -0.02 | -0.02                         | -0.03 | -0.02 | -0.02 | 0.00  | -0.02 | -0.02 | -0.02 |    |
| 5000           | 15   | 0.0  | -0.04 | -0.02                         | 0.00  | -0.05 | -0.02 | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.02 |    |
|                |      | 0.3  | -0.05 | -0.02                         | 0.00  | -0.03 | 0.00  | 0.00  | 0.01  | -0.01 | -0.02 |    |
|                |      | 0.6  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.03 | 0.01  | 0.01  | 0.00  |    |
|                |      | 0.9  | 0.00  | -0.01                         | 0.00  | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.01  | 0.00  | 0.00  |    |
|                | 30   | 0.0  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                |      | 0.3  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                |      | 0.6  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | -0.01 | 0.06  | -0.02 | -0.01 | -0.02 | -0.05 |    |
|                |      | 0.9  | 0.01  | 0.01                          | -0.04 | -0.04 | 0.04  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.05 |    |
|                | 60   | 0.0  | -0.04 | 0.01                          | -0.05 | -0.03 | 0.01  | -0.01 | 0.00  | -0.01 | -0.05 |    |
|                |      | 0.3  | -0.03 | -0.01                         | -0.03 | -0.04 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.02 | -0.06 |    |
|                |      | 0.6  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                |      | 0.9  | 0.00  | 0.00                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-14.3. Üçüncü Alt Probleme Ait yanılık (MCMC 8000 İterasyon Ve 3 Boyut İle) Değerleri\***

| Boyut<br>sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test Koşulları |          | Korelasyon | Yanılık (MCMC 8000 İterasyon) |       |       |       |       |       |    |
|-----------------|-----------------------|----------------|----------|------------|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|----|
|                 |                       | Test           | Uzunluğu |            | a1                            | a2    | a3    | d1    | d2    | d3    | d4 |
| 1000            | 15                    | 0.0            | 0.04     | 0.02       | -0.01                         | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.3            | 0.04     | 0.02       | 0.00                          | -0.01 | -0.02 | -0.02 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.6            | 0.03     | -0.01      | -0.02                         | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.9            | 0.02     | 0.00       | -0.03                         | 0.01  | -0.01 | 0.01  | 0.01  | 0.01  |    |
|                 | 30                    | 0.0            | -0.02    | -0.02      | 0.03                          | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.02 |    |
|                 |                       | 0.3            | -0.02    | -0.03      | 0.02                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.6            | -0.02    | -0.03      | 0.02                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.9            | -0.02    | -0.02      | 0.02                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |    |
|                 | 60                    | 0.0            | -0.03    | 0.00       | 0.00                          | -0.02 | -0.01 | -0.02 | -0.02 | -0.02 |    |
|                 |                       | 0.3            | -0.02    | -0.01      | -0.01                         | -0.01 | 0.04  | -0.01 | -0.10 |       |    |
|                 |                       | 0.6            | -0.03    | 0.01       | 0.00                          | -0.02 | 0.00  | -0.02 | -0.02 | -0.02 |    |
|                 |                       | 0.9            | -0.03    | 0.01       | 0.00                          | -0.01 | 0.01  | 0.01  | 0.02  | -0.03 |    |
| 3               | 15                    | 0.0            | 0.01     | 0.04       | 0.02                          | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.3            | 0.01     | 0.03       | 0.03                          | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.6            | 0.01     | 0.02       | 0.01                          | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.9            | 0.00     | 0.01       | -0.01                         | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                 | 2000                  | 0.0            | 0.00     | -0.02      | 0.03                          | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.3            | 0.00     | -0.02      | 0.03                          | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.6            | 0.00     | -0.02      | 0.03                          | 0.01  | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                 |                       | 0.9            | -0.01    | -0.01      | 0.02                          | 0.02  | 0.02  | 0.01  | 0.01  | 0.00  |    |
|                 | 60                    | 0.0            | -0.02    | -0.01      | 0.01                          | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.3            | -0.02    | -0.01      | 0.01                          | 0.01  | 0.01  | 0.02  | -0.04 |       |    |
|                 |                       | 0.6            | -0.02    | -0.01      | 0.01                          | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.02 |    |
|                 |                       | 0.9            | -0.02    | 0.00       | 0.00                          | 0.01  | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
| 5000            | 15                    | 0.0            | 0.01     | 0.01       | 0.00                          | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.3            | 0.02     | 0.02       | 0.01                          | 0.00  | -0.01 | 0.00  | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.6            | 0.01     | 0.03       | 0.03                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                 |                       | 0.9            | 0.01     | 0.02       | 0.02                          | 0.01  | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |    |
|                 | 30                    | 0.0            | 0.00     | -0.01      | 0.00                          | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.3            | 0.00     | -0.01      | 0.01                          | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.6            | 0.00     | -0.01      | 0.01                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |    |
|                 |                       | 0.9            | 0.00     | -0.01      | 0.01                          | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |    |
|                 | 60                    | 0.0            | 0.01     | 0.00       | -0.02                         | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | 0.04  |    |
|                 |                       | 0.3            | 0.01     | 0.00       | -0.01                         | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | 0.03  |    |
|                 |                       | 0.6            | 0.01     | 0.00       | -0.01                         | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | 0.03  |    |
|                 |                       | 0.9            | 0.00     | 0.00       | -0.01                         | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.02 | 0.03  |    |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-14.4. Üçüncü Alt Probleme Ait yanlılık (MCMC 8000 İterasyon Ve 5 Boyut İle) Değerleri\***

| Test Koşulları |      |      | Yanlılık (MCMC 8000 İterasyon) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------------|------|------|--------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| B.S.           | Ö.B. | T.U. | K.                             | a1    | a2    | a3    | a4    | a5    | d1    | d2    | d3    | d4    |
| 1000           | 15   | 0.0  | 0.11                           | 0.02  | -0.05 | -0.02 | -0.01 | -0.03 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.05 |
|                |      | 0.3  | -0.05                          | 0.04  | -0.08 | 0.00  | 0.03  | -0.02 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.05 |
|                |      | 0.6  | -0.06                          | 0.04  | -0.05 | -0.03 | 0.00  | -0.02 | -0.01 | -0.02 | -0.06 |       |
|                |      | 0.9  | -0.05                          | 0.02  | -0.03 | -0.02 | -0.04 | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.06 |       |
|                |      | 0.0  | -0.02                          | -0.02 | -0.01 | -0.02 | -0.01 | 0.01  | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.01  |
|                | 30   | 0.3  | -0.02                          | -0.02 | -0.01 | -0.02 | -0.01 | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.00  | 0.01  |
|                |      | 0.6  | -0.02                          | -0.01 | -0.02 | -0.03 | -0.01 | 0.02  | 0.02  | 0.01  | 0.02  |       |
|                |      | 0.9  | -0.01                          | -0.02 | -0.01 | -0.02 | -0.02 | 0.03  | 0.03  | 0.03  | 0.03  | 0.03  |
|                |      | 0.0  | -0.02                          | -0.01 | -0.03 | 0.00  | -0.01 | 0.01  | 0.01  | 0.03  | -0.04 | 0.01  |
| 3              | 60   | 0.3  | -0.02                          | -0.02 | -0.02 | -0.01 | -0.02 | 0.03  | 0.03  | 0.03  | -0.04 | 0.02  |
|                |      | 0.6  | -0.03                          | 0.00  | -0.02 | -0.01 | 0.03  | 0.03  | 0.02  | 0.03  | -0.04 | 0.03  |
|                |      | 0.9  | 0.00                           | 0.02  | 0.01  | 0.02  | 0.04  | 0.03  | 0.03  | 0.03  | 0.05  | -0.02 |
|                |      | 0.0  | 0.05                           | 0.05  | -0.02 | -0.02 | 0.03  | -0.02 | -0.02 | -0.01 | -0.04 |       |
|                |      | 0.3  | 0.04                           | 0.04  | -0.03 | -0.01 | 0.03  | -0.04 | -0.03 | -0.02 | -0.02 |       |
|                | 2000 | 0.6  | -0.02                          | 0.07  | 0.01  | 0.03  | 0.05  | -0.05 | -0.02 | 0.01  | -0.02 |       |
|                |      | 0.9  | -0.07                          | 0.01  | -0.05 | -0.01 | -0.02 | -0.02 | -0.03 | -0.02 | -0.05 |       |
|                |      | 0.0  | 0.00                           | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |
|                |      | 0.3  | 0.00                           | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.02 |
|                |      | 0.6  | 0.00                           | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |
| 5000           | 15   | 0.9  | 0.00                           | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      | 0.0  | -0.02                          | 0.00  | -0.03 | -0.01 | 0.04  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.01 |
|                |      | 0.3  | -0.01                          | 0.00  | -0.03 | -0.01 | 0.03  | 0.01  | 0.03  | -0.03 | -0.02 |       |
|                |      | 0.6  | -0.01                          | -0.01 | -0.03 | -0.01 | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.00  | 0.00  |       |
|                |      | 0.9  | 0.03                           | 0.05  | 0.04  | 0.04  | 0.05  | 0.01  | -0.01 | -0.02 | -0.02 |       |
|                | 30   | 0.0  | -0.03                          | -0.03 | 0.02  | -0.02 | 0.01  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.05 |
|                |      | 0.3  | -0.04                          | -0.02 | -0.01 | -0.02 | -0.01 | -0.01 | 0.00  | -0.01 | -0.01 |       |
|                |      | 0.6  | 0.02                           | 0.01  | 0.04  | 0.03  | 0.02  | -0.04 | -0.01 | 0.00  | -0.03 |       |
|                |      | 0.9  | -0.03                          | -0.03 | -0.02 | -0.01 | -0.02 | -0.02 | -0.01 | -0.01 | -0.05 |       |
|                |      | 0.0  | -0.02                          | 0.00  | -0.01 | -0.01 | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
| 60             | 30   | 0.3  | -0.01                          | 0.00  | -0.02 | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      | 0.6  | 0.00                           | -0.01 | -0.02 | -0.01 | 0.00  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.00  |
|                |      | 0.9  | -0.01                          | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.00  |       |
|                |      | 0.0  | -0.02                          | 0.00  | 0.00  | -0.01 | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      | 0.3  | -0.01                          | 0.00  | 0.00  | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                | 60   | 0.6  | 0.00                           | -0.01 | 0.00  | -0.01 | 0.00  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.00  |
|                |      | 0.9  | -0.01                          | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.00  |       |
|                |      | 0.0  | -0.02                          | 0.00  | 0.00  | -0.01 | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      | 0.3  | -0.01                          | 0.00  | 0.00  | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      | 0.6  | 0.00                           | -0.01 | 0.00  | -0.01 | 0.00  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.00  |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-14.5. Üçüncü Alt Probleme Ait yanlılık (BA-EM Ve 3 Boyut İle) Değerleri\***

| Boyut sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Korelasyon | Yanlılık (BA-EM) |       |       |       |       |       |       |
|--------------|--------------------|---------------|------------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|              |                    |               |            | a1               | a2    | a3    | d1    | d2    | d3    | d4    |
| 1000         | 15                 | 0.0           | 0.0        | 0.03             | 0.03  | -0.01 | -0.03 | -0.03 | -0.03 | -0.01 |
|              |                    |               | 0.3        | 0.03             | 0.02  | 0.00  | -0.02 | -0.03 | -0.02 | -0.01 |
|              |                    |               | 0.6        | 0.03             | 0.01  | -0.01 | -0.01 | -0.02 | -0.01 | -0.01 |
|              |                    |               | 0.9        | 0.04             | -0.01 | -0.03 | 0.00  | -0.01 | 0.01  | 0.01  |
|              | 30                 | 0.0           | 0.0        | -0.03            | -0.03 | 0.03  | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.02 |
|              |                    |               | 0.3        | -0.03            | -0.03 | 0.02  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |
|              |                    |               | 0.6        | -0.03            | -0.03 | 0.02  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |
|              |                    |               | 0.9        | -0.03            | -0.02 | 0.02  | 0.00  | 0.01  | 0.01  | 0.00  |
|              | 60                 | 0.0           | 0.0        | -0.04            | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.02 | -0.02 |
|              |                    |               | 0.3        | -0.03            | -0.01 | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.00  |
|              |                    |               | 0.6        | -0.03            | -0.01 | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.00  |
|              |                    |               | 0.9        | -0.03            | -0.01 | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.00  |
| 3            | 15                 | 0.0           | 0.0        | 0.01             | 0.03  | 0.03  | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.01 |
|              |                    |               | 0.3        | 0.01             | 0.03  | 0.03  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |
|              |                    |               | 0.6        | 0.01             | 0.02  | 0.02  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | 0.00  |
|              |                    |               | 0.9        | 0.01             | 0.02  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.01  | 0.01  |
|              | 30                 | 0.0           | 0.0        | -0.01            | -0.03 | 0.03  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |
|              |                    |               | 0.3        | -0.01            | -0.02 | 0.03  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |
|              |                    |               | 0.6        | -0.01            | -0.02 | 0.03  | 0.00  | 0.01  | 0.01  | 0.00  |
|              |                    |               | 0.9        | -0.01            | -0.01 | 0.02  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.00  |
|              | 60                 | 0.0           | 0.0        | -0.02            | -0.01 | 0.01  | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.01 |
|              |                    |               | 0.3        | -0.02            | 0.00  | 0.01  | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|              |                    |               | 0.6        | -0.02            | -0.01 | 0.00  | 0.02  | 0.02  | 0.01  | 0.01  |
|              |                    |               | 0.9        | -0.02            | -0.01 | 0.00  | 0.02  | 0.02  | 0.01  | 0.01  |
| 5000         | 15                 | 0.0           | 0.0        | 0.01             | 0.02  | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |
|              |                    |               | 0.3        | 0.01             | 0.02  | 0.01  | 0.00  | -0.01 | 0.00  | 0.00  |
|              |                    |               | 0.6        | 0.01             | 0.03  | 0.02  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|              |                    |               | 0.9        | 0.02             | 0.03  | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|              | 30                 | 0.0           | 0.0        | 0.00             | -0.02 | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 |
|              |                    |               | 0.3        | 0.00             | -0.01 | 0.01  | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 |
|              |                    |               | 0.6        | 0.00             | -0.01 | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |
|              |                    |               | 0.9        | 0.00             | 0.00  | 0.02  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|              | 60                 | 0.0           | 0.0        | 0.00             | 0.00  | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |
|              |                    |               | 0.3        | 0.00             | 0.00  | -0.01 | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.01 |
|              |                    |               | 0.6        | 0.00             | 0.00  | -0.01 | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.01 |
|              |                    |               | 0.9        | 0.00             | 0.00  | -0.01 | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.01 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-14.6. Üçüncü Alt Probleme Ait yanlılık (MH-RM ve 3 boyut ile) Değerleri\***

| Boyut<br>sayısı | Örneklem<br>Büyüklüğü | Test<br>Uzunluğu | Korelasyon | Yanlılık (MH-RM) |       |       |       |       |       |       |
|-----------------|-----------------------|------------------|------------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                 |                       |                  |            | a1               | a2    | a3    | d1    | d2    | d3    | d4    |
| 1000            | 15                    | 0.0              | 0.03       | 0.02             | -0.01 | -0.03 | -0.03 | -0.03 | -0.03 | -0.02 |
|                 |                       | 0.3              | 0.04       | 0.03             | 0.00  | -0.02 | -0.03 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |
|                 |                       | 0.6              | 0.05       | 0.03             | 0.00  | -0.01 | -0.02 | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                 |                       | 0.9              | 0.07       | 0.03             | 0.00  | -0.01 | -0.01 | 0.02  | 0.02  | 0.02  |
|                 | 30                    | 0.0              | -0.03      | -0.03            | 0.03  | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.01 |
|                 |                       | 0.3              | -0.03      | -0.03            | 0.02  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |
|                 |                       | 0.6              | -0.03      | -0.03            | 0.02  | 0.00  | 0.00  | 0.01  | 0.01  | 0.00  |
|                 |                       | 0.9              | -0.02      | -0.01            | 0.02  | 0.00  | 0.01  | 0.02  | 0.02  | 0.01  |
|                 | 60                    | 0.0              | -0.04      | -0.01            | -0.01 | -0.01 | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 |
|                 |                       | 0.3              | -0.04      | -0.01            | 0.00  | 0.00  | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                 |                       | 0.6              | -0.05      | -0.02            | -0.02 | 0.04  | 0.04  | 0.04  | 0.04  | 0.03  |
|                 |                       | 0.9              | -0.05      | -0.02            | -0.02 | 0.04  | 0.04  | 0.04  | 0.04  | 0.03  |
| 3               | 15                    | 0.0              | 0.01       | 0.03             | 0.03  | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.01 |
|                 |                       | 0.3              | 0.03       | 0.04             | 0.03  | -0.01 | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                 |                       | 0.6              | 0.03       | 0.04             | 0.03  | -0.01 | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                 |                       | 0.9              | 0.03       | 0.04             | 0.03  | -0.01 | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                 | 2000                  | 0.0              | 0.00       | -0.03            | 0.03  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |
|                 |                       | 0.3              | -0.01      | -0.02            | 0.03  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |
|                 |                       | 0.6              | -0.01      | -0.02            | 0.03  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |
|                 |                       | 0.9              | 0.00       | 0.00             | 0.02  | 0.01  | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.01  |
|                 | 60                    | 0.0              | -0.02      | -0.01            | 0.01  | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |
|                 |                       | 0.3              | -0.03      | -0.01            | 0.01  | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.02 |
|                 |                       | 0.6              | -0.03      | -0.01            | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  |
|                 |                       | 0.9              | -0.04      | -0.02            | -0.02 | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.02  | 0.01  |
| 5000            | 15                    | 0.0              | 0.00       | 0.02             | 0.00  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |
|                 |                       | 0.3              | 0.02       | 0.03             | 0.03  | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                 |                       | 0.6              | 0.04       | 0.05             | 0.03  | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.01  |
|                 |                       | 0.9              | 0.04       | 0.05             | 0.03  | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.01  |
|                 | 30                    | 0.0              | 0.00       | -0.03            | 0.03  | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 |
|                 |                       | 0.3              | -0.01      | -0.02            | 0.02  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |
|                 |                       | 0.6              | 0.00       | -0.01            | 0.01  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                 |                       | 0.9              | 0.00       | 0.01             | 0.02  | 0.00  | 0.00  | 0.01  | 0.00  | 0.00  |
|                 | 60                    | 0.0              | 0.00       | 0.00             | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                 |                       | 0.3              | 0.00       | 0.00             | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                 |                       | 0.6              | 0.00       | 0.00             | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                 |                       | 0.9              | 0.00       | 0.00             | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-14.7. Üçüncü Alt Probleme Ait Yanlılık (MH-RM Ve 5 Boyut İle) Değerleri\***

| Test Koşulları |      |      | Yanlılık (MH-RM) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------------|------|------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| B.S.           | Ö.B. | T.U. | K.               | a1    | a2    | a3    | a4    | a5    | d1    | d2    | d3    | d4    |
| 15             | 1000 | 30   | 0.0              | -0.09 | 0.02  | -0.06 | 0.00  | -0.01 | -0.02 | -0.02 | -0.01 | -0.05 |
|                |      |      | 0.3              | -0.08 | 0.05  | -0.05 | 0.03  | 0.03  | -0.03 | -0.01 | -0.01 | -0.04 |
|                |      |      | 0.6              | -0.04 | 0.06  | -0.02 | 0.03  | 0.03  | -0.05 | -0.02 | -0.01 | -0.04 |
|                |      |      | 0.9              | 0.01  | 0.06  | 0.03  | 0.08  | 0.03  | -0.07 | -0.04 | -0.01 | -0.02 |
| 3              | 2000 | 15   | 0.0              | -0.10 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      |      | 0.3              | -0.10 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      |      | 0.6              | -0.10 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      |      | 0.9              | -0.10 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      | 30   | 0.0              | -0.01 | 0.02  | -0.04 | -0.01 | 0.05  | -0.02 | -0.01 | 0.01  | 0.00  |
|                |      |      | 0.3              | -0.01 | 0.02  | -0.04 | -0.01 | 0.05  | -0.02 | -0.01 | 0.01  | 0.00  |
|                |      |      | 0.6              | -0.01 | -0.01 | -0.03 | -0.02 | 0.01  | -0.01 | -0.01 | 0.00  | 0.00  |
|                |      |      | 0.9              | -0.03 | -0.05 | -0.07 | -0.03 | -0.05 | -0.01 | -0.01 | 0.00  | 0.00  |
| 5000           | 15   | 15   | 0.0              | -0.12 | 0.06  | -0.04 | -0.02 | 0.03  | -0.02 | -0.01 | 0.00  | -0.05 |
|                |      |      | 0.3              | -0.09 | 0.06  | -0.04 | 0.00  | 0.03  | -0.03 | -0.01 | 0.00  | -0.04 |
|                |      |      | 0.6              | -0.06 | 0.05  | 0.00  | 0.02  | 0.03  | -0.03 | -0.02 | 0.00  | -0.03 |
|                |      |      | 0.9              | -0.09 | 0.06  | -0.04 | 0.00  | 0.03  | -0.03 | -0.01 | 0.00  | -0.04 |
|                |      | 30   | 0.0              | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      |      | 0.3              | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      |      | 0.6              | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      |      | 0.9              | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      | 60   | 0.0              | -0.02 | 0.00  | -0.03 | -0.02 | 0.04  | -0.01 | 0.00  | -0.01 | -0.01 |
|                |      |      | 0.3              | -0.02 | 0.01  | -0.04 | -0.02 | 0.02  | 0.03  | 0.03  | 0.04  | 0.03  |
|                |      |      | 0.6              | -0.03 | -0.02 | -0.04 | -0.03 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |
|                |      |      | 0.9              | -0.04 | -0.05 | -0.06 | -0.04 | -0.03 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      | 30   | 0.0              | 0.08  | 0.08  | 0.05  | 0.05  | 0.05  | 0.04  | 0.03  | 0.02  | 0.07  |
|                |      |      | 0.3              | 0.07  | 0.07  | 0.06  | 0.05  | 0.04  | 0.04  | 0.03  | 0.03  | 0.07  |
|                |      |      | 0.6              | 0.06  | 0.06  | 0.04  | 0.06  | 0.04  | 0.04  | 0.03  | 0.03  | 0.07  |
|                |      |      | 0.9              | 0.08  | 0.05  | 0.07  | 0.09  | 0.05  | 0.06  | 0.03  | 0.03  | 0.07  |
|                |      |      | 0.0              | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      |      | 0.3              | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      |      | 0.6              | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      |      | 0.9              | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      | 60   | 0.0              | -0.01 | 0.00  | -0.01 | -0.01 | 0.01  | -0.01 | 0.00  | 0.00  | -0.01 |
|                |      |      | 0.3              | -0.01 | 0.00  | -0.02 | -0.02 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |
|                |      |      | 0.6              | -0.01 | -0.02 | -0.03 | -0.02 | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.01  | 0.00  |
|                |      |      | 0.9              | -0.03 | -0.04 | -0.05 | -0.03 | -0.04 | 0.00  | 0.00  | 0.01  | 0.00  |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

### EK-15: Dördüncü Alt Probleme Ait Yanlılık Değerleri

**Tablo EK-15.1. Dördüncü Alt Probleme Ait Yanlılık (MCMC 4000 Ve 3 Boyut İle) Değerleri\***

| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Yanlılık (MCMC 4000) |      |       |       |      |       |       |       |
|--------------|--------------------|---------------|----------------------|------|-------|-------|------|-------|-------|-------|
|              |                    |               | agenel               | a1   | a2    | a3    | d1   | d2    | d3    | d4    |
| 3            | 1000               | 15            | 0.00                 | 0.00 | 0.00  | 0.00  | 0.00 | 0.00  | 0.20  | -0.20 |
|              |                    | 30            | 0.01                 | 0.01 | -0.07 | 0.01  | 0.07 | 0.01  | -0.02 | -0.10 |
|              |                    | 60            | 0.01                 | 0.02 | -0.05 | 0.01  | 0.05 | 0.04  | 0.04  | -0.03 |
|              | 2000               | 15            | 0.00                 | 0.00 | -0.10 | 0.00  | 0.00 | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|              |                    | 30            | 0.01                 | 0.00 | -0.07 | 0.00  | 0.06 | 0.00  | 0.00  | -0.02 |
|              |                    | 60            | 0.01                 | 0.01 | -0.03 | 0.00  | 0.03 | 0.01  | 0.02  | 0.03  |
|              | 5000               | 15            | 0.00                 | 0.00 | -0.10 | 0.00  | 0.00 | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|              |                    | 30            | -0.01                | 0.01 | -0.05 | -0.01 | 0.00 | -0.01 | -0.02 | -0.03 |
|              |                    | 60            | -0.04                | 0.00 | -0.01 | 0.01  | 0.02 | 0.01  | 0.03  | 0.02  |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-15.2. Dördüncü Alt Probleme Ait Yanlılık (MCMC 4000 Ve 5 Boyut İle) Değerleri\***

| B.S. | Ö.B. | T.U. | Yanlılık (MCMC 4000) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|------|------|------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|      |      |      | agenel               | a1    | a2    | a3    | a4    | a5    | d1    | d2    |       |       |
| 5    | 1000 | 15   | 0,00                 | 0,05  | -0,01 | 0,04  | 0,04  | 0,02  | 0,02  | 0,04  | 0,06  | -0,01 |
|      |      | 30   | 0,00                 | 0,03  | 0,00  | 0,05  | 0,01  | 0,03  | 0,07  | 0,02  | 0,01  | 0,00  |
|      |      | 60   | 0,00                 | 0,02  | 0,02  | -0,01 | -0,02 | -0,02 | 0,01  | 0,03  | 0,05  | -0,01 |
|      | 2000 | 15   | 0,02                 | 0,00  | -0,09 | -0,02 | -0,01 | -0,02 | 0,01  | -0,01 | -0,02 | 0,00  |
|      |      | 30   | 0,02                 | 0,01  | -0,01 | -0,01 | -0,02 | 0,01  | 0,05  | 0,01  | 0,00  | -0,01 |
|      |      | 60   | 0,01                 | 0,00  | -0,01 | -0,01 | -0,02 | -0,02 | -0,02 | 0,01  | 0,03  | -0,05 |
|      | 5000 | 15   | -0,01                | -0,03 | -0,15 | 0,00  | -0,05 | -0,03 | 0,02  | 0,00  | -0,01 | -0,01 |
|      |      | 30   | 0,00                 | 0,01  | -0,03 | 0,00  | -0,01 | 0,00  | 0,02  | 0,02  | 0,01  | 0,01  |
|      |      | 60   | 0,00                 | 0,05  | -0,01 | 0,04  | 0,04  | 0,02  | 0,02  | 0,04  | 0,06  | -0,01 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-15.3. Dördüncü Alt Probleme Ait Yanlılık (MCMC 8000 Ve 3 Boyut İle) Değerleri\***

| B.S. | Ö.B. | T.U. | Yanlılık (MCMC 8000) |       |       |       |       |       |       |       |
|------|------|------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|      |      |      | agenel               | a1    | a2    | a3    | d1    | d2    | d3    | d4    |
| 3    | 1000 | 15   | 0,00                 | 0,10  | -0,10 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | -0,20 |
|      |      | 30   | 0,02                 | 0,02  | -0,05 | 0,00  | 0,04  | 0,01  | 0,01  | -0,01 |
|      |      | 60   | 0,01                 | 0,03  | -0,06 | 0,01  | 0,06  | 0,04  | 0,01  | -0,07 |
|      | 2000 | 15   | 0,00                 | 0,00  | -0,10 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
|      |      | 30   | 0,01                 | -0,01 | -0,04 | 0,02  | 0,00  | 0,00  | -0,01 | -0,01 |
|      |      | 60   | 0,01                 | 0,01  | -0,05 | -0,01 | 0,04  | 0,02  | 0,04  | -0,06 |
|      | 5000 | 15   | 0,00                 | 0,00  | -0,10 | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
|      |      | 30   | 0,00                 | 0,00  | -0,03 | 0,01  | -0,01 | -0,01 | -0,02 | -0,03 |
|      |      | 60   | -0,02                | 0,00  | -0,01 | 0,00  | 0,02  | 0,02  | 0,03  | 0,02  |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-15.4. Dördüncü Alt Probleme Ait Yanlılık (MCMC 8000 Ve 5 Boyut İle) Değerleri\***

| B.S. | Ö.B. | T.U. | Test Koşulları Yanlılık (MCMC 8000) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|------|------|------|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|      |      |      | ag                                  | a1    | a2    | a3    | a4    | a5    | d1    | d2    | d3    | d4    |
| 5    | 1000 | 15   | -0.01                               | 0.06  | 0.00  | -0.02 | 0.04  | -0.02 | 0.00  | 0.01  | 0.01  | 0.03  |
|      |      | 30   | 0.01                                | 0.05  | -0.02 | 0.06  | -0.02 | 0.05  | 0.03  | 0.01  | 0.01  | 0.00  |
|      |      | 60   | 0.00                                | 0.01  | 0.02  | -0.01 | -0.02 | -0.02 | 0.02  | 0.02  | 0.04  | 0.01  |
|      | 2000 | 15   | 0.02                                | 0.01  | -0.03 | -0.03 | 0.01  | -0.02 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | 0.00  |
|      |      | 30   | 0.03                                | 0.01  | 0.00  | 0.02  | -0.02 | 0.01  | 0.04  | 0.01  | 0.01  | 0.00  |
|      |      | 60   | 0.03                                | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.02 | 0.00  | 0.01  | 0.03  | -0.03 |
|      | 5000 | 15   | -0.01                               | -0.02 | -0.16 | 0.02  | -0.02 | -0.03 | 0.01  | 0.00  | -0.01 | -0.01 |
|      |      | 30   | 0.00                                | 0.01  | -0.01 | -0.01 | 0.00  | 0.02  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 |
|      |      | 60   | -0.02                               | 0.00  | -0.01 | -0.02 | -0.01 | -0.02 | -0.03 | 0.00  | 0.02  | -0.05 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-15.5. Dördüncü Alt Probleme Ait Yanlılık (BA-EM Ve 3 Boyut İle) Değerleri\***

| Boyut Sayısı | Örneklem Büyüklüğü | Test Uzunluğu | Test Koşulları Yanlılık (BA-EM) |       |       |       |       |       |       |       |      |      |
|--------------|--------------------|---------------|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|
|              |                    |               | agenel                          | a1    | a2    | a3    | d1    | d2    | d3    | d4    |      |      |
| 3            | 1000               | 15            | 0.00                            | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00 | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.02                            | -0.02 | -0.06 | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01 | 0.02 |
|              |                    | 60            | 0.02                            | -0.01 | -0.02 | -0.02 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | 0.00  | 0.00 | 0.02 |
|              | 2000               | 15            | 0.00                            | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00 | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.03                            | -0.02 | -0.05 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 | 0.03 |      |
|              |                    | 60            | 0.02                            | -0.01 | -0.02 | -0.02 | -0.01 | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.02 |      |
|              | 5000               | 15            | 0.00                            | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00 | 0.00 |
|              |                    | 30            | 0.01                            | -0.02 | -0.02 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 | 0.01 |      |
|              |                    | 60            | 0.02                            | -0.01 | -0.02 | -0.02 | -0.01 | -0.01 | 0.00  | 0.00  | 0.02 |      |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-15.6. Dördüncü Alt Probleme Ait Yanlılık (BA-EM ve 5 boyut ile) Değerleri\***

| B.S. | Ö.B. | T.U. | Test Koşulları Yanlılık (BA-EM) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|------|------|------|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|      |      |      | agenel                          | a1    | a2    | a3    | a4    | a5    | d1    | d2    | d3    | d4    |
| 5    | 1000 | 15   | 0.04                            | -0.02 | 0.25  | 0.07  | 0.04  | 0.15  | -0.10 | -0.02 | 0.02  | 0.04  |
|      |      | 30   | 0.01                            | 0.07  | -0.05 | 0.07  | -0.06 | 0.03  | -0.02 | 0.00  | 0.00  | 0.01  |
|      |      | 60   | -0.02                           | 0.03  | 0.03  | 0.03  | -0.05 | -0.02 | -0.02 | 0.01  | 0.00  | -0.02 |
|      | 2000 | 15   | 0.03                            | 0.01  | 0.01  | -0.05 | 0.02  | 0.00  | -0.04 | -0.02 | -0.02 | 0.03  |
|      |      | 30   | 0.04                            | 0.02  | 0.00  | 0.03  | -0.04 | 0.00  | -0.02 | -0.01 | -0.01 | 0.04  |
|      |      | 60   | 0.01                            | 0.00  | -0.04 | 0.02  | -0.04 | -0.03 | -0.01 | 0.00  | -0.02 | 0.01  |
|      | 5000 | 15   | 0.01                            | 0.02  | 0.00  | 0.04  | 0.00  | 0.02  | -0.04 | -0.02 | -0.01 | 0.01  |
|      |      | 30   | 0.01                            | 0.02  | 0.01  | -0.02 | 0.00  | 0.01  | -0.02 | -0.02 | -0.03 | 0.01  |
|      |      | 60   | -0.01                           | 0.00  | -0.03 | 0.00  | -0.03 | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.01 |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-15.7. Dördüncü Alt Probleme Ait Yanlılık (MH-RM Ve 3 Boyut İle) Değerleri\***

| Test Koşulları |      |      | Yanlılık (MH-RM) |       |       |       |       |       |       |       |
|----------------|------|------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| B.S.           | Ö.B. | T.U. | agenel           | a1    | a2    | a3    | d1    | d2    | d3    | d4    |
| 3              | 1000 | 15   | 0.00             | 0.10  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      | 30   | 0.02             | -0.01 | -0.05 | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  |
|                |      | 60   | 0.02             | -0.01 | -0.02 | -0.02 | -0.01 | -0.01 | 0.00  | 0.00  |
|                | 2000 | 15   | 0.00             | 0.10  | -0.10 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      | 30   | 0.02             | -0.01 | -0.05 | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  | 0.01  |
|                |      | 60   | 0.02             | -0.01 | -0.02 | -0.02 | -0.01 | -0.01 | 0.00  | 0.00  |
|                | 5000 | 15   | 0.00             | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.00  |
|                |      | 30   | 0.02             | -0.02 | -0.02 | 0.00  | 0.00  | 0.00  | -0.01 | -0.01 |
|                |      | 60   | 0.02             | -0.01 | -0.02 | -0.02 | -0.01 | -0.01 | 0.00  | 0.00  |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

**Tablo EK-15.8. Dördüncü Alt Probleme Ait Yanlılık (MH-RM Ve 5 Boyut İle) Değerleri\***

| Test Koşulları |      |      | Yanlılık (MH-RM) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------------|------|------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| B.S.           | Ö.B. | T.U. | agenel           | a1    | a2    | a3    | a4    | a5    | d1    | d2    | d3    | d4    |
| 5              | 1000 | 15   | 0.00             | -0.04 | 0.06  | -0.08 | 0.03  | -0.01 | -0.02 | 0.00  | -0.01 | 0.02  |
|                |      | 30   | 0.02             | 0.07  | -0.05 | 0.07  | -0.06 | 0.03  | -0.02 | 0.00  | 0.00  | -0.01 |
|                |      | 60   | -0.01            | 0.03  | 0.03  | 0.03  | -0.05 | -0.02 | -0.02 | 0.01  | 0.00  | 0.01  |
|                | 2000 | 15   | 0.02             | -0.08 | -0.01 | -0.08 | 0.02  | -0.02 | -0.02 | -0.01 | -0.02 | -0.01 |
|                |      | 30   | 0.04             | 0.02  | 0.00  | 0.05  | -0.04 | 0.02  | -0.02 | -0.01 | -0.01 | -0.02 |
|                |      | 60   | 0.02             | -0.02 | -0.02 | -0.01 | -0.03 | -0.02 | 0.00  | -0.01 | 0.00  | 0.00  |
|                | 5000 | 15   | 0.00             | -0.01 | -0.04 | 0.01  | 0.00  | -0.04 | -0.02 | -0.02 | -0.03 | -0.02 |
|                |      | 30   | 0.01             | 0.02  | 0.00  | -0.03 | 0.00  | 0.01  | -0.02 | -0.02 | -0.02 | -0.02 |
|                |      | 60   | 0.05             | 0.01  | -0.01 | 0.03  | -0.01 | -0.02 | -0.02 | 0.03  | 0.02  | 0.02  |

\*Değerlerin tümü 50 tekrardan elde edilen verilerin ortalaması hesaplanılarak elde edilmiştir.

## EK-16: ORJİNALİK RAPORU

The screenshot shows the iThenticate web interface. At the top, there is a navigation bar with tabs: Folders, Settings, and Account Info. The Folders tab is currently selected. Below the navigation bar, the iThenticate logo is displayed, followed by the tagline "Professional Plagiarism Prevention".

The main area is divided into two sections: "My Folders" on the left and "My Documents" on the right.

**My Folders:** This section contains three items: "My Folders" (selected), "My Documents" (highlighted in blue), and "Trash".

**My Documents:** This section displays a list of documents. The first document listed is titled "ÇOK BOYUTLU MADDE TEPKİ KURAMI MODELLERİ VE PAKET PROGRAMLARI İÇİN KARŞILAŞTIRMALI ANALİZLER". It shows a progress bar at 8%, the author as "GÜLER YAVUZ", and the date as "September 3, 2014 12:00:10 PM EEST". The page number "page 1 of 1" is also visible.

## ÖZGEÇMİŞ

|                    |             |
|--------------------|-------------|
| <i>Adı Soyadı</i>  | Güler YAVUZ |
| <i>Doğum Yeri</i>  | Adıyaman    |
| <i>Doğum Yılı</i>  | 1987        |
| <i>Medeni Hali</i> | Bekar       |

### Eğitim ve Akademik Durumu

|                    |  |           |
|--------------------|--|-----------|
| <i>Lise</i>        | Adıyaman Lisesi  | 1997-2001 |
| <i>Lisans</i>      | Yüzüncü Yıl Üniversitesi<br>Kimya Öğretmenliği   | 2001-2006 |
| <i>Doktora</i>     | Hacettepe Üniversitesi<br>Eğitim Bilimleri Enstitüsü<br>Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı<br>Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Bilim Dalı | 2010-2014 |
| <i>Yabancı Dil</i> | İngilizce  | ÜDS:80    |
| <i>İş Deneyimi</i> | Hacettepe Üniversitesi<br>Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı<br>Görev: Araştırma Görevlisi   | 2010-2014 |
|                    | Adıyaman Üniversitesi<br>Görev: Araştırma Görevlisi  | 2009-2010 |
|                    | Siirt 14 Eylül Lisesi<br>Görev: Kimya Öğretmenliği   | 2006-2007 |