

**KRİPTOLOJİ KULLANIMININ FONKSİYON KAVRAMININ  
ANLAŞILMASINA ETKİSİ**

**THE EFFECT OF USING CRYPTOGRAPHY ON  
UNDERSTANDING THE CONCEPT OF FUNCTION**

**Ramazan EROL**

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

İlköğretim Anabilim Dalı, İçin Öngördüğü

Yüksek Lisans Tezi

olarak hazırlanmıştır.

2015

Eğitim Bilimleri Enstitüsü M¼d¼rl¼đ¼'ne,

Ramazan EROL' un hazırladığı "Kriptoloji Kullanımının Fonksiyon Kavramının Anlaşılmasına Etkisi" başlıklı bu çalışma j¼rimiz tarafından **İlköğretim Anabilim Dalı, İlköğretim Bilim Dalı'nda Y¼ksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Başkan

Yrd. Doç. Dr. İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR



¼ye (Danışman)

Yrd. Doç. Dr. Elif SAYGI



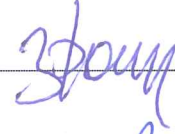
¼ye

Yrd. Doç. Dr. Nurdan BUZ SARAN



¼ye

Yrd. Doç. Dr. Zeynep Sonay AY



¼ye

Yrd. Doç. Dr. Mesture KAYHAN ALTAY



#### ONAY

Bu tez Hacettepe ¼niversitesi Lisans¼st¼ Eğitim-ğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki j¼ri ¼yeleri tarafından ..... / ..... / ..... tarihinde uygun gr¼lm¼ř ve Enstit¼ Yönetim Kurulunca ..... / ..... / ..... tarihinde kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Berrin AKMAN  
Eğitim Bilimleri Enstit¼s¼ M¼d¼r¼

# KRİPTOLOJİ KULLANIMININ FONKSİYON KAVRAMININ ANLAŞILMASINA ETKİSİ

Ramazan EROL

## ÖZ

Araştırmanın amacı fonksiyon kavramını kriptoloji kullanarak öğretmek ve bu konuyu günlük hayata entegre etmede zorluk çeken öğrencilere destek sağlayıp sağlamadığını incelemektir.

Araştırmanın çalışma grubu Ankara'daki bir devlet üniversitesi ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü 1. sınıfta öğrenim gören 50 öğretmen adayından oluşmaktadır. Araştırmanın etkisi tek bir grup üzerinde incelendiği için araştırmanın deseni tek grup ön test- son test olan zayıf deneysel çalışmadır. Araştırma temel fonksiyon kavramının öğretiminde kriptolojiyi kullanmanın avantaj ve dezavantajlarını ortaya koymaya yönelik olduğundan nitel veriler toplanarak analiz edilmiştir.

Araştırmanın veri toplama aracı gözlemci araştırmacı, uygulayıcı araştırmacı ve ölçme değerlendirme uzmanı tarafından hazırlanan 10 sorudan oluşan başarı testidir. Bu başarı testi hem ön test hem de son test olarak uygulanmıştır. Araştırma 4 hafta sürmüştür. Bu sürede her hafta farklı bir etkinlik yapılarak fonksiyonlar konusu farklı etkinliklerle işlenmiştir. Etkinlikler gözlemci araştırmacı ve uygulayıcı araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Fonksiyonlar konusunda da sadece fonksiyonun tanımı, ters fonksiyon, bire-bir fonksiyon, tanım kümesi değer kümesi, görüntü kümesi ve fonksiyonların günlük hayatta nerelerde kullanılabileceği hakkında kriptolojiden yararlanılmıştır. Ayrıca her derste ses kaydı tutulmuştur. Ön test ve son test soruları nitel olarak analiz edilmiştir. Öğretmen adaylarının verdiği cevaplar incelenmiştir. Bu cevaplar uygulayıcı araştırmacı ve gözlemci araştırmacı tarafından en çok verilen cevaplar üzerine oluşturulmuştur.

Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının fonksiyon konusunda farkındalıklarının arttığı ve fonksiyonlar konusunu günlük hayatla bağdaştırmada kriptoloji kullanmanın avantajlı olabileceği sonucuna varılmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının fonksiyonun tanımını yapabilme ve fonksiyonun tersini alma hakkında farkındalıklarının arttığı söylenebilir. Görüntü kümesi ve değer kümesi arasındaki

farkın öğrenildiği sonucuna varılabilir. Ancak bu avantajlı durumun başarı testindeki bütün sorular için geçerli olmadığı gözlenmiştir. Bire-bir fonksiyon, örten fonksiyon, tanım ve değer kümeleri tanımının yer aldığı sorularda öğretmen adaylarının olumlu veya olumsuz yönde gelişim gösterdikleri söylenemez. Dolayısıyla bu soruda kriptoloji etkinliği ile yapıłana uygulama avantajlı olmadığı söylenebilir. Yapılan etkinlikler ve işlenen ders süreci bize bu soruların ön test ve son test cevapları arasında farklılıklar olmadığını göstermiştir.

**Anahtar sözcükler:** Fonksiyon, kriptoloji, şifreleme, deşifreleme

**Danışman:** Yrd. Doç. Dr. Elif Saygı, Hacettepe Üniversitesi, İlköğretim Anabilim Dalı, İlköğretim Bilim Dalı

# **THE EFFECT OF USING CRYPTOGRAPHY ON UNDERSTANDING THE CONCEPT OF FUNCTION**

**Ramazan EROL**

## **ABSTRACT**

The aim of this research is cryptology using to teach concept of the functions and investigating this theme in term of providing supports to students who have difficulty in transferring into daily life.

Study group of the research consists 50 teacher candidates who has been studying Elementary Mathematics Education at first grade at a state university in Ankara. The figure of research is weak experimental design which is the one-group pretest-protest design since the effect of research has been investigated on a single group. Research is analyzed into collecting qualitative data since it brings up advantages and disadvantages of using cryptology to teach function concept of foundation.

Data collection device is an achievement test consisting of 10 questions prepared by researcher, thesis advisor and a measurement and evaluation expert. This achievement test is used as pretest and protest. The research lasted 4 weeks. In the meantime functions are discussed by performing a different activity each week. Activities were prepared by researcher and thesis advisor. It was used cryptology only about the definition of function, inverse function, one-to-one function, domain, codomain, range, and where functions can be used in daily life. In addition, each course was recorded. Pre-test and post-test questions were analyzed qualitatively. Answers given by teacher candidates were examined. These answers were generated by researcher and thesis advisor according to the most given answers.

According to the results gathered in the research; teacher candidates raised awareness on function theme and it is concluded that using cryptology can be advantageous to transfer function into daily life. Furthermore it can be said that teacher candidates develop their knowledge of function and in which situation inverse function is used. It can be concluded that differences between range and

codomain have been learnt. However, it was observed that this advantageous situation couldn't apply to all questions in achievement test. It can't be said that teacher candidates have positive or negative progress about question involving definition of one-to-one function, surjective function, domain and codomain. Therefore, in this question it can be said that the activities done with cryptology weren't disadvantageous activities. Activities and lessons have shown us that there aren't differences between pre-test and post-test answers to these questions.

**Key Words:** Function, cryptology, cryptography, decryption

**Advisor:** Asst. Prof. Elif SAYGI, Hacettepe University, Department of Primary Education, Primary Education

## ETİK BEYANNAMESİ

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

  
Ramazan EROL

## TEŞEKKÜR

Eğitimim boyunca beni aydınlatan, desteğini ve yardımlarını esirgemeyen, bilgi ve tecrübesi ile bana yol gösteren, insani ve ahlaki değerleri ile de örnek edindiğim, yanında çalışmaktan onur duyduğum ve ayrıca tecrübelerinden yararlanırken göstermiş olduğu hoşgörü ve sabırdan dolayı değerli danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Elif SAYGI' ya teşekkürü bir borç bilirim.

Süreç boyunca benden desteklerini esirgemeyen ve tez jürimde bulunmalarından mutluluk duyduğum ve bana önemli katkılarını sunan Yrd. Doç. Dr. İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR' e, Yrd. Doç. Dr. Zeynep Sonay AY' a, Yrd. Doç. Dr. Mesture KAYHAN ALTAY' a ve Yrd. Doç. Dr. Nurdan BUZ SARAN' a teşekkürü bir borç bilirim.

Tezimi bitirebilmem için çalıştığım kurumumdan bana izin konusunda imkân sağlayan il müdürüm Mahmut ALTUNAY' a ve il müdür yardımcım Melek GÖK' e teşekkürü bir borç bilirim.

Tezimi bitirmem gerektiğine inandıran, motivasyonlarını benden esirgemeyen, Arş. Gör. Mahmut Sami KOYUNCU 'ya, Arş. Gör. Gürcan KAYA 'ya, uzakta olmama rağmen her türlü desteği sağlayan Arş. Gör. Ahmet ALTINDAĞ' a, her daim 'Alles in Ordnung' diyerek destek olan Ayşe SAPANCI' ya ve bana tezimi yazmak için geniş bir zaman dilimi kazandıran kuzenim Şaban ALTINTAŞ 'a ve tezimde bana yardımcı olan ismini sayamadığım herkese teşekkürü bir borç bilirim.

Yalnızca bu çalışmam değil, tüm hayatım boyunca bana inanan, güvenen, benim bugünlere gelmemi sağlayan ve desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen sevgili annem Leyla EROL' a ve canım babam Muammer EROL' a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.



## İÇİNDEKİLER

ÖZ .....	iii
ABSTRACT .....	v
ETİK BEYANNAMESİ .....	vii
TEŞEKKÜR .....	viii
İÇİNDEKİLER.....	ix
TABLolar DİZİNİ .....	xi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ .....	xii
1. GİRİŞ .....	1
1.1. Problem Durumu.....	1
1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi .....	5
1.3. Araştırma Problemi ve Alt Problemler: .....	6
1.4. Sayıtlar: .....	7
1.5. Sınırlılıklar: .....	7
1.6. Tanımlar: .....	7
1.7. Araştırmanın Kuramsal Temeli .....	9
2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	12
2.1. Fonksiyonlar Konusu ile İlgili Çalışmalar .....	12
2.2. Kriptoloji Konusu ile İlgili Çalışmalar .....	15
2.3. İlgili Araştırmalar Özet .....	17
3. YÖNTEM .....	19
3.1. Araştırmanın Yöntemi.....	19
3.2. Çalışma Grubu .....	19
3.3. Veri Toplama Araçları.....	20
3.3.1. Başarı Testi.....	20
3.3.2. Çalışma Kâğıtları .....	21
3.3.3. Ses Kayıtları .....	23
3.4. Uygulama Süreci .....	23
3.4.1. Birinci Hafta .....	23
3.4.2. İkinci Hafta .....	27
3.4.3. Üçüncü Hafta .....	30
3.4.4. Dördüncü Hafta.....	31
3.5. Verilerin İşlenmesi ve Çözümlemesi.....	35
3.6. Araştırmanın İç ve Dış Geçerliği .....	36
3.6.1. Araştırmanın İç Geçerliği .....	36
3.6.2. Araştırmanın Dış Geçerliği.....	37

4. BULGULAR VE TARTIŞMA .....	38
4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar .....	38
4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar .....	40
4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar .....	43
4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar .....	47
4.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar .....	49
4.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar .....	52
4.7. Etkinlik Süreçlerinin İncelenmesi .....	55
4.7.1. Birinci Hafta Etkinlik Sürecinin İncelenmesi .....	55
4.7.2. İkinci Hafta Etkinlik Sürecinin İncelenmesi .....	57
4.7.3. Üçüncü Hafta Etkinlik Sürecinin İncelenmesi .....	60
4.7.4. Dördüncü Hafta Etkinlik Sürecinin İncelenmesi .....	64
5. SONUÇ ve ÖNERİLER .....	68
5.1. Sonuçlar .....	68
5.2. Öneriler .....	70
5.2.1. Araştırmaya Dönük Öneriler .....	70
5.2.2. Uygulamaya Dönük Öneriler .....	71
KAYNAKÇA .....	72
EKLER DİZİNİ .....	77
EK 1. ETİK KURUL ONAY BİLDİRİMİ .....	78
EK 2. BAŞARI TESTİ ve CEVAP ANAHTARI .....	79
EK 3. BİRİNCİ HAFTA ETKİNLİKLİĞİ VE CEVAPLARI .....	81
EK 4. İKİNCİ HAFTA ETKİNLİĞİ ve CEVAPLARI .....	82
EK.5 ÜÇÜNCÜ HAFTA ETKİNLİK ve CEVAPLARI .....	83
EK.6 DÖRDÜNCÜ HAFTA ETKİNLİK VE CEVAPLARI .....	84
EK.7 ORJİNALLİK RAPORU .....	85
ÖZGEÇMİŞ .....	86

## TABLolar DİZİNİ

Tablo 3.1. Büyüköztürk' e göre tek grup ön test-son test desen.....	19
Tablo 1: Betimsel istatistik analizleri.....	38
Tablo 2: Öğretmen adaylarının başarı testinden aldıkları puanlara ait <i>t</i> testi sonuçları.....	39
Tablo 3: Ön test 1. soru ilk kısım bulgu ve yorumları.....	40
Tablo 4: Son Test 1. soru ilk kısım cevapları bulgu ve yorumları.....	41
Tablo 5: Ön test 1. soru ikinci kısım bulgu ve yorumları.....	41
Tablo 6: Son Test 1. soru ikinci kısım cevapları bulgu ve yorumları.....	42
Tablo 7: Ön test 8. soru ilk kısım cevapları bulgu ve yorumları.....	43
Tablo 9: Ön test 8. soru ikinci kısım cevapları bulgu ve yorumları.....	44
Tablo 10: Son test 8. Soru ikinci kısım cevapları bulgular ve yorumları.....	45
Tablo 11: Ön test 9. soru ilk kısım cevapları bulgu ve yorumları.....	45
Tablo 12: Son test 9. soru cevapları ilk kısım bulgular ve yorumları.....	46
Tablo 13: Ön test 9. soru ikinci kısım cevapları bulgu ve yorumları.....	46
Tablo 14: Son test 9. soru cevapları ikinci kısım bulgular ve yorumları.....	47
Tablo 15: Ön test 3. soru cevapları bulgu ve yorumları.....	47
Tablo 16: Son test 3. soru cevapları bulgu ve yorumları.....	48
Tablo 17: Ön test 10. soru cevapları bulgu ve yorumları.....	48
Tablo 18: Son test 10. soru cevapları bulgular ve yorumları.....	49
Tablo 19: Ön test 4. soru cevapları bulgu ve yorumları.....	49
Tablo 20: Son test 4. soru cevapları bulgu ve yorumları.....	50
Tablo 21: Ön test 5. soru cevapları bulgu ve yorumları.....	51
Tablo 22: Son test 5. soru cevapları bulguları ve yorumları.....	52
Tablo 24: Son test 6. soru cevapları bulgular ve yorumları.....	53
Tablo 25: Ön test 7. soru cevapları bulgu ve yorumları.....	53
Tablo 26: Son test 7. soru cevapları bulgular ve yorumları.....	54

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Tanım kümesi, değer kümesi ve görüntü kümesi örneği.....	8
Şekil 1.2. Bire bir fonksiyon ve bire bir örten fonksiyon örneği .....	9
Şekil 3.1. Türk Alfabesindeki harflerin nümerik karşılığı .....	22
Şekil 3.2. İngiliz Alfabesindeki harflerin nümerik karşılığı .....	22
Şekil 3.3 Dördüncü hafta etkinliği Venn şeması ile gösterimi .....	34
Şekil 4.1 Birinci hafta etkinliği açıklamalı cevap örnekleri.....	56
Şekil 4.2 İkinci hafta etkinliği açıklamalı cevap örneği .....	58
Şekil 4.3 Üçüncü hafta etkinliği açıklamalı cevap örneği .....	61
Şekil 4.4 Dördüncü hafta etkinliği cevap örneği.....	65

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

**N:** Doğal Sayılar Kümesi

**R:** Reel Sayılar Kümesi

**Z:** Tam Sayılar Kümesi

**1-1:** Bire-Bir Fonksiyon Kısaltması

**MEB:** Milli Eğitim Bakanlığı

**NCTM:** National Council of Teacher of Mathematics

# 1. GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumu, problem cümlesi, alt problemleri, önemi, sınırlılıkları, sayıltıları, araştırmada kullanılan kavramlar ve tanımlar üzerinde durulacaktır.

## 1.1. Problem Durumu

Matematik, tarihsel süreçte toplumların temel ihtiyaçlarının giderilmesinde, hayatı kolaylaştırmada kullanılırken iken son yıllarda bilim ve teknolojiye hızlı gelişimin toplumsal yaşamı etkilemesi; matematiğin günlük yaşamdaki yerini, matematik öğretiminin de önemini arttırmıştır (Umay, 2007). Matematiği günlük hayatta her insanın, bilerek veya bilmeyerek kullandığını söyleyebiliriz. Bununla beraber fonksiyon kavramının öğretmen adayları tarafından nasıl algılandığının oldukça önemli bir yeri vardır. Bu önem öğrencilerine aktaracakları bilginin kalitesini etkilemektedir. Bu algılama sonucu olarak, bir öğretmen adayının öğrenim ve tecrübeleriyle ortaya çıkan kavramsal bilgilerini her yönüyle ortaya koymak ve de öğretmen adaylarının zihinlerinde fonksiyon kavramıyla ilgili ne kadar bilgi sahibi olduklarını ortaya çıkarmak gerekli görülmüştür (Süzer, 2011).

Fonksiyonlar, birleştirici nitelik taşıyan (NCTM, 1989) ve modern matematiğin birçok konusuyla ilişkili olan, matematiğin temel konularından bir tanesidir (Malik, 1980, Dreyfus & Eisenberg, 1982; Eisenberg, 1991, Ferrini-Mundy & Graham, 1991, Bowman, 1997, Mishelsen, 2006). Dolayısıyla fonksiyonlar matematiğin önemli kavramlarından birisidir.

Akkoç (2006)'un yaptığı çalışmada, NCTM 1989'da fonksiyon kavramının öneminden bahseden açıklaması aşağıdaki gibidir:

*NCTM 1989'e göre; Fonksiyon kavramı matematikte önemli bir birleştirici kavramdır. İki küme arasında özel bir eşleme olan fonksiyon tüm müfredata yayılmıştır. Aritmetikte, fonksiyonlar sayı ikililerini tek bir sayıya eşleyen işlemlerdir (sayı ikililerindeki sayıların toplamı gibi); cebirde fonksiyonlar: sayılan, temsil eden, değişkenler arasındaki bağıntılardır; geometride fonksiyonlar: öteleme ve döndürme gibi hareketlerle nokta kümelerini görüntülerine eşler; olasılıkta fonksiyonlar: olayları olayların olma olasılıklarına eşler. Fonksiyon kavramı, teknolojik gelişmelerin sonucu olarak da ortaya çıkan ve gerçek dünyadaki birçok girdi-çıkıtı durumlarını temsil eden matematiksel ilişkiler olması açısından da önemlidir.*

NCTM (2000)'ye göre öğretim programları okul öncesinden ortaöğretim kademesi de dahil örnekleri, bağıntıları ve fonksiyonları anlaması için bütün öğrencilere olanak sağla savını savunmuştur.

Fonksiyonlar konusu okul matematiğinde önemli bir role sahiptir. Fonksiyon kavramı öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkileri anlamalarında, katsayı değişimlerini açıklamalarında, grafikleri analiz etmelerinde ve yorumlamalarında temel teşkil etmektedir (Clement, 2001). Bu bağlamda fonksiyon kavramı hem National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000) hem de Common Core State Standards for Mathematics (2011)'de olduğu gibi ülkemizdeki orta öğretim matematik müfredatında (2013) da 9.,10.,11. ve 12. kademelerde yer almaktadır. Biehler ve Seholz'a göre fonksiyon kavramı matematik müfredatının tamamını etkilemektedir (Akt. Ural, 2006). Bütünleştirici ve organize edici bir kavram olduğundan ortaöğretim ve yükseköğretim müfredatında yer almaktadır.

Fonksiyonun kavram tanımı ile ilgili birçok çalışma yapılmıştır. Öğrenciler, matematik eğitimciler, matematik öğretmenleri ve matematik öğretmen adayları için oldukça önemlidir. Çünkü öğrenciler ortaöğretimde 4 sene boyunca fonksiyonlarla ilgili 22 tane kazanımı toplamda 174 ders saatinde görmektedirler (MEB, 2011). Dolayısıyla fonksiyonlar konusu ortaöğretim öğreniminde etkili bir yere sahiptir diyebiliriz. Öğretmen adaylarının fonksiyon kavramı hakkındaki bilgilerini incelemek bundan sonraki öğrenim ve öğretim deneyimlerinde onlara bir fikir verebilir ve yardımcı olabilir (Süzer, 2011).

Fonksiyonlar, ilköğretim müfredatının ikinci kademesinde fonksiyon adı altında yer almamaktadır. Ancak matematik dersinin içinde örüntü, ilişkiler gibi başka fonksiyon kavramına temel teşkil eden konulara yer verilmektedir. Bu nedenle öğretmen adaylarının fonksiyonun kavramlarına hâkim olması çok önemlidir (Polat ve Şahiner, 2007). NCTM (2000)'nin de belirttiği gibi öğrenciler okul yaşamlarının üçüncü ve beşinci sınıf kademelerinde olduğu gibi erken seviyelerinde kelimelerin, tabloların ve grafiklerin kullanılarak gösterildiği derslerde fonksiyonları tanımaya başlamaktadırlar. Öğrenciler bu seviyelerde değişkenlik gösteren nicelikler arasındaki ilişkileri keşfetme fırsatına sahiptirler (Wilson, 1991). Bu fırsatlar okul içerisinde veya okul dışında ortaya çıkmaktadırlar ve öğrencilere fonksiyonlarla ilgili basit ama önemli sezgisel öğrenme sağlamaktadırlar (Wilson, 1991). Öğrenciler arasında cebirsel ifadeler ve denklemlerde bulunan  $x$  ve  $y$  gibi değişkenleri fonksiyon olarak algılamaktadırlar. Bu tür eğilimler fonksiyonun tanımını değil öğrencilerin zihinlerinde bulunan kavram imajlarını dikkate almaktadırlar (Özmantar, Bingölbali ve Akkoç, 2010, Ural, 2006). Öğrencilerin

fonksiyon kavramı ile tanışması aritmetik problem çözüme ile birlikte başladığı belirtilmektedir (Bayazit ve Aksoy, 2013). Daha sonraları öğrenciler  $y=2x-1$  gibi cebirsel ve grafiksel olarak gösterilen fonksiyonlarla çalışmaktadırlar (Petersson, 2012). Lise ve üniversite seviyelerinde öğrenciler fonksiyonları diğer ifadelerden ayıran daha formal fonksiyon tanımlarıyla karşılaşmaktadırlar (Insook, 1999). Dokuzuncu sınıfta ve üniversite birinci sınıfta matematik dersinde öğrencilerin en fazla güçlük çektiği konu fonksiyonlardır. Fonksiyon kavramı oldukça soyut ve zor bir kavramdır (Ural, 2006).

Matematiksel kavramları nasıl edineceğini anlama çabasıyla yapılan araştırmalardan sonra hala insanların nasıl öğreneceği bilinmemektedir. Öğrenmenin meydana geldiği doğrudur, fakat kesin olarak hangi mekanizmada oluştuğu bilinmemektedir (Eisenberg, 1991).

Öğrenciler aynı fonksiyonu belirten farklı temsiller arasında bağlantı kurmakta ve geçiş sağlamakta zorlanmaktadırlar (Sierpinska, 1992). Mesela cebirsel olarak verilen bir ifadenin fonksiyon olup olmadığını belirlemede güçlük çekmektedirler. Bu duruma örnek olarak üniversite öğrencileri çember denkleminin ( $x^2+y^2=1$ ) bir fonksiyon olduğunu ifade etmişlerdir (Tall ve Bakar, 1992). Ayrıca bazı öğrenciler fonksiyonlara sadece denklem olarak bakmaktadırlar ve grafiğin fonksiyondan bağımsız olduğunu düşünmektedirler (Tall ve Bakar, 1991; Vinner 1983; Vinner ve Dreyfus, 1989).

Sajka (2003) fonksiyonların öğrenciler tarafından kafa karıştırıcı bulunmasının sebebini fonksiyonların çift yönlü özelliğinden kaynaklandığını belirtmektedir. Fonksiyonların öğrencilere Dirichlet-Bourbaki tanımıyla öğretilmesinin öğrencilerin fonksiyonları öğrenirken zorlanmalarında büyük rolü olduğunu belirtmektedir. Böylece öğrenciler günlük hayatta karşılaştıklarıyla ilgisi olmayan bir tanımdan yola çıkarak öğrenmektedirler.

Öğrenciler fonksiyon kavramının yapısal boyutunu kavramada bir takım güçlükler ve kavram yanılgıları yaşamaktadır. Bu güçlükleri ve kavram yanılgılarını ortadan kaldırmak için öğretmene büyük sorumluluk düşmektedir. Konuyu işlerken seçtiği strateji, yöntem ve teknik oldukça önemlidir. Soyut olan bu kavramı öğrencilerin zihinlerinde olabildiğince somut bir hale getirmesi bu kavramın öğrenilmesini kolaylaştıracaktır (Ural, 2006). Şandır (2006)'a göre fonksiyon konusunun

öğretimine, kavramsal düzeyde öğrenimine ve tartışılmasına daha fazla zaman harcanabilir.

Türkiye’de fonksiyon konusu genellikle belirli kalıplar halinde, belli kurallara göre ve tanımları ezberletmeye dayalı öğretilmektedir (Polat ve Şahiner, 2007). Bunun yerine öğretmenlerin, öğrencilerin fonksiyon kavramını anlamalarını sağlamak için fonksiyonu sadece işlemsel bilgiyle değil bununla birlikte fonksiyonun yapısal taraflarını da vermesi, kavramın günlük hayat ve doğa olaylarında bulunan durumlarını uygun matematiksel modellemelerle sınıf ortamına uygun hale getirmesi daha anlamlı olacaktır (Ural, 2006).

Öğretmen adaylarının, öğrencilerin sahip oldukları matematik bilgilerinin kalıcılığının incelenmesi ve açıklanmasına dair farklı teoriler mevcuttur. Bu teorilerden önemli olanlar ise işlemsel bilgi ve kavramsal bilgidir (Hiebert ve Lefevre, 1986).

Matematiğin pek çok konusu öğrenciler tarafından işlemsel biçimde öğrenilmektedir. Fonksiyon konusunun da işlemsel bilgi ağırlıklı olarak öğrenilen bu konular arasında önemli bir yer teşkil ettiği söylenebilir. Ayrıca günlük hayatla matematik konularının tam anlamıyla bağdaştırılmadığı görülmektedir (Ural, 2006, Ural, 2007). Bu anlamda matematikte fonksiyon kavramını kriptoloji kullanarak öğretmek bu konuyu günlük hayata entegre etmede zorluk çeken öğrencilere önemli bir destek sağlayabilir.

Fonksiyon kavramının mevcut matematik müfredatında önemli bir yere sahip olduğu görülmektedir. Bu bağlamda fonksiyon kavramının yapısal tarafının da öğrenilmesi ve günlük hayatta farklı matematiksel modellemelerle uyarlanması daha uygun olabilir. Bu tür matematiksel modellemelere matematik algoritmalarından oluşan kriptoloji örnek verilebilir.

Kriptoloji sözcüğü, menşei itibarıyla eski Yunancada bulunan "kryptos" ve "logos" sözcüklerinin birleşmesiyle oluşmuştur. Günümüzde kriptoloji, elektronik, optik, bilgisayar bilimleri gibi birçok disiplini kullanan bir matematik bilimidir (Saygı ve Umay, 2010).

Çimen, Akleylek ve Akyıldız (2011)’a göre kriptoloji, matematiğin hem şifre bilimi (kriptografi), hem de şifre analizini (kriptoanaliz) kapsayan dalıdır. Şifre biliminin



amacı, gönderilen iletinin güvenliğini sağlamak, şifre analizinin amacı ise mevcut şifreleri çözmektir.

Kriptolojinin günümüzde çeşitli uygulama alanları vardır. Bu alanlardan birisi de hiç şüphesiz bilgisayarlardır. Bilgisayar ağlarının gelişmesi, dünyanın herhangi bir yerindeki bilgiye erişme imkânı sunmaktadır. Yalnız bu imkân güvenlik sorunlarını da beraberinde getirmektedir. Dolayısıyla bilginin korunması ve güvenli bir şekilde taşınması önemli bir sorun olmaktadır (Yılmaz, 2010).

Kriptolojide temel olarak şifreleme ve deşifreleme uygulamaları mevcuttur. Şifreleme, bilgiyi birtakım matematiksel işlemleri kullanarak veya bilgiyi belli bir algoritmaya göre yer değiştirme işlemi yaparak karmaşık hale getirerek gerçekleştirir. Deşifreleme ise karmaşık hale getirilen mesajı birtakım matematik algoritmaları kullanarak anlamlı hale getirmektedir.

Menezes (2001)'e göre 2000 yıl önce Eski Roma İmparatoru Julius Caesar, Caesar Şifrelemesi olarak bilinen ve simetrik anahtar şifrelemenin klasik bir örneği olan basit bir yerine koyma şifresini kullanmıştır.

Kriptoloji, genel olarak sayılar teorisi üstüne kurulu bir matematik bilimi olduğu için, kriptoloji algoritmaları tamamen matematiksel fonksiyonlardan oluşur. Bu sebeple kriptoloji de bire-bir ve örten fonksiyonlar mesajların şifrelenmesinde, ters fonksiyonlar ise deşifrelenmesinde kullanılırlar (Saygı ve Umay, 2010).

Kriptoloji temel fonksiyon kavramlarının öğretilmesinde yararlanılacak önemli bir araç olabilir. Kriptoloji, öğrencilere fonksiyon kavramının kazandırılmasında öğretici olduğu kadar ilgi çekici ve günümüzde popüler bir bilim olduğu için eğlenceli bir yol da olabilir.

Bu çalışmada öğretmen adaylarına kriptoloji kullanarak temel fonksiyon konuları öğretilmek istenmektedir.

## **1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi**

Bu çalışmanın amacı temel fonksiyon kavramlarını kriptoloji kullanarak öğretmek ve bu konuyu günlük hayata entegre etmede zorluk çeken öğrencilere destek sağlayıp sağlamadığını incelemektir. Ayrıca yapılan öğretimin fonksiyonun alt kavramlarından hangilerinde etkili olduğu sorusuna cevap aranmıştır.

Araştırmanın sonuçları, kriptoloji uygulamaları ile temel fonksiyon konularının öğretiminde, farklı matematik modellemeleri ile yapılan derslerin nasıl yapılandırıldığı hakkında matematik eğitimcilerine, matematik öğretmenlerine ve matematik öğretmeni adaylarına, fikir sağlamaktadır. Ayrıca yapılan kriptoloji uygulamalarının temel fonksiyon konularının öğretiminde ne derece etkili olduğu hakkında alan yazına katkı getirecek bulgular elde edilmiştir. Bu araştırma matematik eğitimi araştırmalarında matematikte zor ve soyut bir konu olan fonksiyonlar konusunun, kriptoloji uygulamaları ile öğretiminin etkisi araştırılması bakımından önemlidir.

### **1.3. Araştırma Problemi ve Alt Problemler:**

Araştırma kapsamında “Kriptoloji kullanılarak temel fonksiyon kavramlarının öğretildiği bir uygulamada, üniversite 1. sınıf matematik öğretmen adaylarının, bu kavramlara ilişkin öğrenmeleri nasıl gelişmektedir?” sorusuna cevap aranmaktadır.

Yukarıda bahsedilen problem cümlesi için alt problemler şu şekilde belirtilmiştir:

1. Üniversite 1. sınıf matematik öğretmen adaylarının temel fonksiyon kavramlarını ölçen başarı testindeki ön test ve son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var mıdır?
2. Üniversite 1. sınıf matematik öğretmen adayları uygulama boyunca fonksiyon kavramını nasıl tanımlamışlardır?
3. Üniversite 1. sınıf matematik öğretmen adayları uygulama boyunca bire-bir ve örten fonksiyon kavramını nasıl tanımlamışlardır?
4. Üniversite 1. sınıf matematik öğretmen adayları, ters fonksiyon kavramını nasıl tanımlamışlardır?
5. Üniversite 1. sınıf matematik öğretmen adaylarının, fonksiyonun günlük hayatta kullanılabilirliği hakkındaki gelişimleri nasıldır?
6. Üniversite 1. sınıf matematik öğretmen adayları, değer kümesi, tanım kümesi ve görüntü kümesi kavramlarını nasıl tanımlamışlardır?

#### 1.4. Sayılılar:

Yapılan araştırmanın sayılıları şu şekilde belirlenmiştir:

- Çalışma grubundaki öğretmen adaylarının, veri toplama araçlarını dikkatli bir şekilde, tarafsız olarak cevapladığı kabul edilmektedir.
- Ölçme aracının kapsam geçerliliği için başvurulan uzman görüşü yeterlidir.

#### 1.5. Sınırlılıklar:

Kriptolojide şifreleme matematiksel algoritmalar üzerine kuruludur. Bu çalışmada kriptolojinin yalnızca tek alfabeli şifreleme sistemi kullanılmıştır. Fonksiyonlar konusunda da sadece fonksiyonun tanımı, bire bir fonksiyon, ters fonksiyon, değer kümesi, tanım kümesi, görüntü kümesi kavramları üzerinde durulmuştur.

#### 1.6. Tanımlar:

Kriptoloji: Elektronik, optik, bilgisayar bilimleri vb. birçok disiplini kullanan temeli matematiğe dayanan bir bilim dalıdır (Menezes, 2001, Saygı ve Umay, 2010).

Kriptografi: Kriptografi (şifre bilimi) veri bütünlüğü, veri gizliliği, kimlik ve veri kaynağı doğrulama konuları ile ilgili matematiksel teknikler bütünüdür (Menezes, 2001).

Kriptoanaliz: Kriptografik sistemlerin kurduğu mekanizmaların incelenmesi ve çözülmesidir. Yani şifrelenmiş, anlamsız olan bir mesajı bazı tekniklerle anlamlı hale getirme yöntemidir (Menezes, 2001, Çimen, Akleylek ve Akyıldız 2011).

Fonksiyon: İki küme arasında özel bir eşlemedir. X ve Y iki küme olmak üzere X'in her elemanını Y'nin yalnız bir elemanına karşılık getiren f'ye bir fonksiyon denir. f: X→Y ile gösterilir. X kümesi fonksiyonun tanım kümesi, Y ise değer kümesi olarak adlandırılır (Erbaş vd. , 2013). Şeklinde tanımlanabileceği gibi ayrıca;

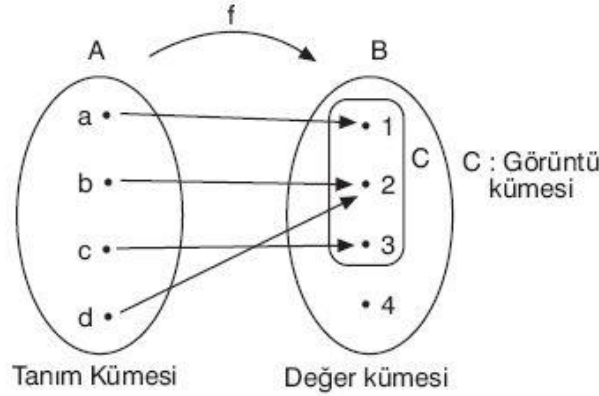
Bir D kümesinden bir Y kümesine tanımlı bir fonksiyon her bir  $x \in D$  elemanına karşılık olarak (tek bir)  $f(x) \in Y$  elemanına eşleyen bir kuraldır. Şeklinde de tanımlanabilir (Anar, 2013).

Bu notasyonda  $f$  fonksiyonu temsil eder,  $x$  harfi  $f$ 'nin girdi değeri olan bağımsız değişken ve  $y$  harfi de  $f$ 'nin  $x$ ' teki çıktığı değeri olan bağımlı değişkendir.

Tanım kümesi: Yukarıdaki tanımlanan fonksiyon tanımında olası tüm girdi değerlerinin kümesi olan  $D$ 'ye fonksiyonun tanım kümesi denir (Arıkan ve Halıcıoğlu, 2012).

Görüntü kümesi:  $f: X \rightarrow Y$  fonksiyonunda  $y \in Y$  için  $y$ 'nin ön görüntüsü  $f(x) = y$  olacak şekilde bir  $x \in X$  elemanıdır.  $Y$ 'deki en az bir ön görüntüye sahip bütün elemanların kümesine  $f$ 'nin görüntüsü denir ve  $Im(f)$  ile gösterileceği gibi yukarıdaki fonksiyon tanımında yer alan  $D$  kümesindeki  $x$  değerlerinin değişmesiyle  $f(x)$ 'in alacağı bütün değerler kümesi görüntü kümesini oluşturur (Arıkan ve Halıcıoğlu, 2012).

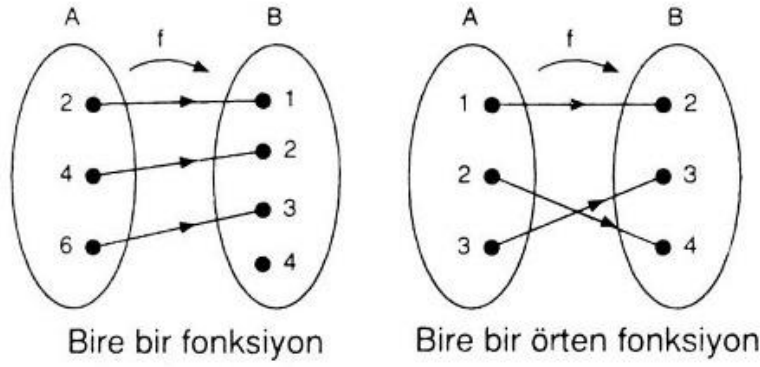
Değer kümesi: Fonksiyon tanımında yer alan  $D$  kümesindeki  $x$  değerlerinin değişmesiyle  $f(x)$ 'in alacağı bütün değerler kümesi görüntü kümesini oluşturur. Bunu kapsayan küme ise değer kümesidir (Arıkan ve Halıcıoğlu, 2012).



**Şekil 1.1. Tanım kümesi, değer kümesi ve görüntü kümesi örneği**

Bire-bir fonksiyon:  $f : X \rightarrow Y$  fonksiyonu için eğer  $Y$  değer bölgesindeki her eleman,  $X$  tanım bölgesindeki en fazla bir elemanın görüntüsü ise  $f$  bire-birdir denir. Ayrıca bir fonksiyonda farklı her elemanın görüntüleri de farklı ise fonksiyon bire-birdir.  $f: A \rightarrow B$   $f(x)$  fonksiyonu bire-bir ise  $x_1$  ve  $x_2 \in A$  için  $x_1 \neq x_2$  için  $f(x_1) \neq f(x_2)$  ise fonksiyon birebirdir (Arıkan ve Halıcıoğlu, 2012).

Örten fonksiyon:  $f: X \rightarrow Y$  fonksiyonu için  $Y$  değer bölgesindeki her eleman,  $X$  tanım bölgesindeki en az bir elemanın görüntüsü ise  $f$  örtendir denir. Ayrıca değer kümesinde boşta eleman kalmıyorsa yine fonksiyon örtendir. Yani  $f: A \rightarrow B$   $f(A) = B$  ise bu fonksiyon örtendir şeklinde gösterilir (Arıkan ve Halıcıoğlu, 2012).



**Şekil 1.2. Bire bir fonksiyon ve bire bir örten fonksiyon örneği**

Ters fonksiyon:  $f: X \rightarrow Y$  bire-bir ve örten ise bu takdirde  $\forall y \in Y$  için  $g(y) = x, x \in X$  olacak şekilde  $g: Y \rightarrow X$  bire-bir ve örten fonksiyonu bulunabilir öyle ki  $f(x) = y$ 'dir.  $f$  den elde edilen bu  $g$  fonksiyonuna  $f$ 'nin ters fonksiyonu veya inversi denir.  $g = f^{-1}$  ile gösterilir (Arıkan ve Halıcıoğlu, 2012).

### 1.7. Araştırmanın Kuramsal Temeli

Gözlenen olaylar ve bu olayları tarif etmek için değişkenlik gösteren nicelikler arasındaki ilişkileri keşfetme isteği, fonksiyon kavramının temeli olarak görülmektedir (Insook, 1999, Cooney ve Wilson 1993; Kline 1998).

Fonksiyon kavramı, matematiğin temel fikirlerinden birisidir. Ancak matematiğin nihai yapısı için güçlü bir temel olmasına rağmen her dönemde matematik öğretiminde öğrenilmesi en zor kavramlardan biri olmaktadır (Eisenberg, 1991).

Öğrencilerin bir kavramı öğrenmelerine yönelik öğretim ortamları sağlamak, kavramların çeşitli yönlerini ortaya çıkarmak için uygun alıştırmalar yapmak, o kavramın öğretiminde önerilen temel yöntemlerdir. Bu sayede öğrenciler konuyu anlayacak, özümseyecek ve konuya hâkim olabileceklerdir. Fakat bu durumun teorik bir hayal olduğu belirtilmektedir (Eisenberg, 1991). Bir matematik kavramının temel özelliklerinin iyi anlaşılması o kavramla ilgili kavramsal bilginin sağlamlığı ve kalıcılığı için oldukça önemlidir. Ancak, daha önemlisi bireylerin sahip oldukları kavramlar ile diğer matematik bilgileri arasında bağıntı kurarak ve bunlar arasındaki benzerlik ve farklılıklar üzerinde akıl yürütme becerilerini kullanarak kavramsal bilgilerini geliştirmektir (Beyazıt ve Aksoy 2013).

Fonksiyon kavramının öğrenilmesinde bazı zorluklar mevcuttur. Temel olarak fonksiyon kavramının ve fonksiyonlarla ilişkili kavramların gözle görülür biçimde anlaşılmasındır. Öğrenciler fonksiyon kavramını sadece temsili biçimde düşünmektedir. Aslında sadece fonksiyonların bu şekilde düşünülmesinin yanı sıra oluşturulan birçok matematik konusu da görsel olarak düşünülmemektedir. Sonuç olarak genelde ve özellikle fonksiyonlara bakış açısındaki stres, isteksizlik öğrencilerin öğrenmesinde en önemli engeldir (Eisenberg, 1991).

İşlemsel bilgi, uygulama bilimlerine dair işlem yapmayı gerektiren bir kavrama ilişkin kuralları, formülleri ve o kavramla ilgili uygulama yapabilme, işlem yapabilme becerilerini içerir (Hiebert ve Lefevre, 1986).

Fonksiyonun öğretilmesinde ve öğrenilmesinde özellikle işlemsel bilgi ön planda tutulmaktadır. İşlemsel bilgiye sahip olan öğrenciler sembollerin, kuralların ve formüllerin kullanımına ilişkin bir takım mekaniksel bilgi ve beceriler geliştirmiş olabilirler ancak yaptıkları işlemlerin, kullandıkları formül, tanım ve bağıntıların birbirleri ile arkasındaki matematiksel anlamların farkında değildirler (Beyazıt ve Aksoy, 2013).

Kavramsal bilgi sadece kavramı tanımak veya kavramın tanımını ve adını bilmek değil, aynı zamanda diğer kavramlar arasındaki ilişkileri görebilmektir. Bu nedenle tek bir kavram kendi başına bir anlam ifade etmemektedir. Kavramın, kendisinin anlamını taşıdığı grupla bağlantısı kurulduğunda söz konusu kavramın ne anlam ifade ettiği ortaya çıkar (Baki ve Kartal, 2000). Yani yeni bir bilginin eski bilgiler ile uygun bir şekilde bağlantısı kurulabilir ise o zaman söz konusu kavramla ilgili anlama meydana gelir (Skemp, 1971). Kavram bilgisi, çok çeşitli ve farklı kavramların ilişkileriyle birbirlerine zincirleme bağlıdır. Bu bilgiyi zincire benzetebiliriz. Zincirin bütün halkaları birbiriyle bağlantılıdır ve her halka bir bilgi içerir. Birbiriyle bağlantılı bilgi genişledikçe her zincir halkasının sahip olduğu bilgi kapasitesi genişleyecek dolayısıyla bağlı olduğu bilgi parçası daha güçlenecektir (Baki ve Kartal, 2000).

Kavram bilgisi sadece kavramı tanımak veya kavramın tanımını ezbere yapabilmek ve adını bilmek değil, bununla birlikte diğer kavramlar arasındaki geçişleri görebilmektir. Dolayısıyla sadece bir kavram tek başına bir anlam ifade

etmeyecektir (Soylu ve Aydın, 2006). Bu bağlamda fonksiyon kavramının yapısal yanının da öğrenilmesinin önemli olacağı düşünülmektedir.

Soylu ve Aydın (2006)'ın yaptığı çalışmada matematikte bulunan konuları- özellikle fonksiyon konusu- öğrenirken, kavramsal ve işlemsel bilginin dengeli olmadığını vurgulamıştır. Öğrencilerin daha çok işlemsel bilgiyi ağırlıklı olarak kullandıkları sonucuna ulaşmıştır. Böylece fonksiyonlar konusu tam anlamıyla öğrenilememiştir.

Fonksiyon yapısı itibariyle matematik ders programında çok önemli bir yere sahip olduğu yapılan araştırmalarda da görülmektedir. Ancak özü itibariyle basit bir konu olduğu da söylenebilir. Çünkü temelde, tanım kümesindeki her eleman değer kümesinde bir ve yalnız bir elemanla eşleşecek olmasından dolayı kavranması zor olmadığı söylenebilir. Ancak kavramın farklı sunumlarının olması yani grafik biçimi, cebirsel ifadelerin vb. olması kavramın anlaşılmasını zor hale getirmektedir. (Eisenberg, 1991). Bu sebeple fonksiyon kavramının öğretilmesi için tek bir yöntemin olmadığı söylenebilir. Çünkü kavramın ilişkili olduğu düşünceler ve hitap edilen öğrencilerin bilişsel yapıları farklılık göstermektedir. Bu sebeple özel bir yaklaşım yerine genel bir yaklaşımla öğretilebilir. Genel bir yaklaşıma örnek olarak özellikle yapılandırmacı yaklaşım ruhuna en uygun model olduğuna inanılan kavram eksenli öğretim yaklaşımı gösterilebilir. Bu yaklaşımın en temel özelliği ise kavramın esasını temel almasıdır. Yani fonksiyonun temel kavramları (bire-bir fonksiyon, örten fonksiyon, sabit fonksiyon vb.) arasında ilişkilerin kurulması ve genel anlamda fonksiyon kavramı ile ilişkilendirilmesi örnek olarak gösterilebilir (Beyazıt ve Aksoy, 2013). Bu yaklaşıma bir diğer örnek ise öğrencilerin günlük hayattan örnekler verilmesi gösterilebilir. Anne-çocuk arasındaki ilişki (tanım ve değer kümelerinin anlamlandırılması) gibi analogiden yararlanılabilir veya problem örneklerinden olan yol ve zaman değişkenleri arasında ilişkiler örnek gösterilebilir (Ural, 2006, Ural, 2007, Beyazıt ve Aksoy, 2013).

## 2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde, ilgili alan yazında fonksiyonlar ve kriptoloji hakkında yapılan çalışmalar yer almaktadır.

### 2.1. Fonksiyonlar Konusu ile İlgili Çalışmalar

Fonksiyon kavramı M.Ö. 2000'lere dayanmasına rağmen kapalı olmayan fonksiyon kavramı 18. yy başlarına kadar ortaya çıkmamıştır (Kleiner, 1989). Kleiner (1989)'e göre bu iki sebebe dayanmaktadır:

- Cebirsel ön koşulların eksikliği,
- Motivasyon eksiklidir.

Tarihte fonksiyon kavramını 1673 yılında Leibniz kullanmıştır. Leibniz fonksiyonu çok genel manada 'sabit, değişken ve parametre' terimleriyle tanımlamıştır (Ponte, 1992).

Eisenberg (1991)'e göre Adler (1966), Beberman(1956), Begle(1968) ve Fehr (1966) gibi araştırmacılar fonksiyona şekilci bir yaklaşım bulmuştur. Ayrıca 1960'lardaki yeni matematik hareketlerinde komiteler fonksiyon kavramının okul matematiğinde birleştirici etmen olarak kullanılmasını önermiştir.

Değişen nicelikler arasındaki ilişkiye dayanarak 18. ve 17. yüzyıllarda matematikçiler fonksiyon kavramının birçok farklı tanımını yapmıştır (Insook, 1999). Günümüzde de Dirichlet/ Bourbaki' nin (1939) yaptığı "Tanım kümesindeki herhangi bir elemanı görüntü kümesindeki sadece bir elemana eşleyen herhangi bir eşleme" tanımı kullanılmaktadır. Bu tanımdan yola çıkarak oluşturulan fonksiyonların grafikler, diyagramlar, tablolar, cebirsel gösterimler, sıralı ikililer gibi çok farklı gösterim şekilleri vardır (Skemp, 1971, Wilson, 1991, Eisenberg, 1991, Vinner ve Dreyfus 1989, Sierpinska, 1992, Saraiva ve Teixeira, 2005). Ayrıca fonksiyonlar tanım ve değer kümesi, tanım aralığı, ters ve bileşke fonksiyon, değişkenler, nicelikler, oranlar gibi birçok alt kavramı içermektedir (Skemp, 1971;Wilson, 1991; Insook, 1999, Meel, 1998, Ibeawuchi, 2010).

Matematiğin önemli temel taşlarından biri olan fonksiyon konusu, matematik eğitimcilerinin üzerinde çalışmaktan vazgeçemediği ve kaynaklara kattıkları çalışmalar ile üzerinde önemle durdukları bir konu olmasına karşın, öğrencilerin



çoğu bu konuyu kavramada pek çok güçlük yaşamaktadırlar (Kabael, 2010, Clement, 2001).

Clement (2001)'in yaptığı çalışma sonuçlarına göre fonksiyon kavramı ile ilgili öğrencilerin yaygın bakış açılarından bazıları aşağıdadır:

- Fonksiyon tek bir kuralla verilmelidir.
- Bir fonksiyonun grafiği devam etmelidir. Örneğin, öğrenciler genellikle tam değer fonksiyonunun grafiğini bir fonksiyonun temsili olarak düşünmez.
- Bir fonksiyon bire-bir olmalıdır yani fonksiyonlar ek özelliklere sahiptir her bir eleman tam olarak görüntü kümesindeki bir elemanla eşleşmelidir. Örneğin,  $f(x) = 12$  bire-bir (1-1) olmadığı için fonksiyon olarak düşünmez.

Eisenberg (1991)'e göre tanım düzeyinde fonksiyon kavramı ok diyagramı, tablo, cebirsel tanım, siyah girdi-çıkı kutusu, sıralı ikili vb. sayesinde çeşitli bağlamlarda tanıtılmaktadır. Pedagojik açıdan zayıf ve sezgisel olmayan bütün bu yaklaşımlar sıralı ikililerde kullanılıyormuş gibi görünür. Fonksiyon mutlak bir dizi çeşidi olarak ifade edilmektedir yani sıralı ikiliden oluşur. Örneğin mantıksal olarak sıralı ikili, birinci eleman ve ikinci elemanın ne anlama geldiğini açıklama gereği duyulabilir. Bourbaki 1939'da (a,b) sıralı ikilisini  $\{ \{a\}, O \}, \{ \{b\} \}$  şeklinde tanımlayarak bu probleme bir çözüm yolu bulmuştur ve fonksiyon kavramındaki bu varyasyonlar liseden yüksekokula kadar okul müfredatının bütün kademelerinde öğretilmiştir.

Birçok öğretmen bu kuralcı yaklaşımın yetersizliğinin farkına varmıştır ve fonksiyon kavramını daha iyi sunmak için yapılan düzenlemelerden birini kullanmıştır. Bu düzenlemelerden birisi, fonksiyon kavramının çok iyi anlaşılacağı ve diğer konulara transfer edilebileceği olgusunu oluşturmuştur. Fakat öğrencilerin fonksiyon kavramını diğer matematik konularına nasıl transfer edebileceği ile ilgili herhangi bir bilgiye sahip olmadığı görülmüştür (Eisenberg, 1991). Tall ve Bakar, (1991), Pettersson (2012)'in yaptıkları çalışmalarda ise öğrenciler  $y=2x-1$  gibi cebirsel ve grafiksel olarak gösterilen birinci dereceden denklemleri tanım ve değer kümeleri olmamasına rağmen fonksiyon olarak algılamışlardır.

Fonksiyon kavramı matematiği anlamanın merkezidir. Buna rağmen öğrencilerin fonksiyonu anlaması; ya çok dar odaklanmalarından ya da hatalı varsayımlar içermesi şeklinde görülmüştür. Fonksiyon konusunun derslerde öğretilmesinin

niteliği kadar tartışılmasına da zaman harcamak bu olumsuz durumları ortadan kaldırmaya fırsat sunmuştur (Clement, 2001).

Ural (2006)'ın yaptığı çalışma da fonksiyon kavramının öğrenimindeki kavramsal zorluklara değinilmiştir. Bu zorluklardan bazıları ise; fonksiyon kavramının çeşitli gösterimleri, bu gösterimler arası geçişler, fonksiyonun sembolik yazılımları, ters fonksiyon ve bunlarla ilgili kavramsal bilgilerdir. Bu noktada öğretmene önemli bir rol düşmektedir. Fonksiyonlar konusu öğrenilirken yaşanan bilişsel zorluklara, kavram yanlışlarına ve öğretmenlerin, matematik eğitimcilerin ve öğretmen adaylarının fonksiyon kavramının hangi temelde öğretilmesi gerektiğine dair bir alan yazın çalışması yapmıştır.

Ural (2007)'in yayınladığı doktora tezinde bağıntı, fonksiyon ve işlem konularını işbirlikli öğrenmenin dokuzuncu sınıf öğrencilerinin akademik başarı ve kalıcılık, matematik özyeterlilik algıları ve matematiğe karşı tutumları açısından oluşturacağı farkları belirlemek üzere detaylı bir çalışma yer almaktadır. İşbirlikli öğrenmenin öğrencilerin fonksiyon başarısını istatistiksel açıdan anlamlı olarak artırdığı ( $t(58)=3,91$ ,  $p<,001$ ) sonucuna varmıştır. Ayrıca grup çalışmaları ile öğrencilerin öğrenmeleri daha kolay olmuştur ve dersler daha eğlenceli olduğu sonucuna varmıştır.

Özkaya ve İşleyen (2012)'nin yaptığı çalışmada ise ilköğretim matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramına ilişkin kavram yanlışlarının betimsel bir yöntemle incelemiştir. Yapılan çalışmada öğretmen adaylarının cebirsel olarak belirlemede kavram yanlışları aşırı genelleme olarak ortaya çıkarılmıştır. Bu çalışmanın yanında öğretmen adayları tanım ve değer kümelerini nasıl algıladıklarına yönelik bir çalışma ise öğretmen adaylarının 2012 yılında yapılmıştır. Bu çalışmada öğretmen adaylarının temel fonksiyon kavramlarından olan tanım ve değer kümelerini farklı şekillerde algıladıkları görülmüştür. Bununla beraber öğretmen adayları fonksiyonlarda matematiksel dili kullanmada problem yaşadığı sonucuna varılmıştır (Yavuz ve Hangül, 2014).

Özmantar, Bingölbali ve Akkoç (2010)'un yaptıkları çalışmada, öğrenciler fonksiyonları iki küme elemanları arasında eşleme olarak kabul etmekte olduğunu bazı öğrencilerin tanım kümesinde boşta eleman kalmamasına yoğunlaşp değer kümesini dikkate almadıklarını, diğer bazı öğrencilerin ise kavramları karıştırarak

tanım kümesi yerine değer kümesinde boşta eleman kalmamasına yoğunlaştıklarını belirtmiştir.

Hatisaru ve Erbaş (2013) ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin fonksiyonu anlama düzeyine ilişkin bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmada verilen bir ifadenin fonksiyon olup olmayacağını belirlemede öğrencilerin başarısı belirlenmiştir. Nitel olarak yapılan bu çalışmada öğrencilerin matematiksel ifadeler ile fonksiyonu tanımlayamadığı, temel fonksiyon kavramlarından olan değer kümesi, görüntü kümesi ve tanım kümesini bulmada güçlük çektikleri bulunmuştur.

Beyazit ve Aksoy (2013) fonksiyon kavramında epistemolojik bir alan yazın çalışması yapmıştır. Bu çalışma ile fonksiyon konusunun öğretim boyutuna değinilmiş ve sınıf içi öğretimler için pedagojik olarak öneriler sunulmuştur.

## **2.2.Kriptoloji Konusu ile İlgili Çalışmalar**

Kriptoloji gizli yazım bilimidir. İki yarıdan oluşur; kriptoloji gizli yazım sistemlerini oluşturma yöntemlerinden meydana gelir ve kriptanaliz onları kırma tekniklerini kapsar (Dooley, 2013).

Kriptoloji, gönderilen gizli mesajların sadece istenen kişilerin ulaşması ve okuyabilmesi üzerine çalışır. Gönderilen mesaja şifreli mesaj-kapalı metin, çözülen metine ise açık metin denmektedir. Şifreli ve açık metinler bazı alfabelerle yazılmaktadır. Örneğin İngiliz alfabesi ile Sezar şifresi yaparak bazı kelimeleri şifrelemiştir. Bu durum fonksiyon olarak aktarıldığında  $C=f(P)=P+b \text{ mod } N$  şeklinde ( $N=26$ ,  $b=3$  olmak üzere) kural haline getirilebilir (Koblitz, 1994).

İlk kullanılan şifreleme yöntemi olarak kabul edilebilecek belgelerin M.Ö. 4000li yıllara uzandığını, M.Ö. 5. yüzyılda Spartalıların şifrelemeyi askeri haberleşmede kullandığı bilinmektedir. Daha sonra Roma İmparatoru Julius Caesar'ın kendi adıyla olan şifreleme yöntemini kullanmıştır (Menezes, 2001).

Singh (1999) Kod Kitabı eserinde insanoğlunun yazmaya başladığından beri belli kodları kullanarak yazdığı ve şifrelerin tarih boyunca imparatorlukların kaderini belirlemede etkin rol aldığını belirtmiştir. Kriptolojiyi, bir mesajı sadece alacak kişinin okuyabileceği şekilde anlamsız hale getirme teknikleri olan kodlama ve şifrelemenin ortaya çıkışı olarak tanımlamıştır. Singh (1999) da yaptığı bu çalışmada geçmişten günümüze kriptoloji tarihinden de bahsetmiştir.

İnsanoğlunun ilgisini çeken konulardan birisi de gizlilik. Hatta yazının icadından itibaren insanlar haberleşmeye başlamıştır. Ancak bu haberleşmenin en önemli ilkesi gizlilik ve güvenirliliktir. Harfleri kafa derisine kazımdan anlamsız metinler haline getirerek iletmeye kadar farklı metotlar bulunmaktadır (Çimen, Akleyek ve Akyıldız, 2011). Bununla beraber Çimen, Akleyek ve Akyıldız (2011), Dooley (2013) tarihsel süreçte kriptografinin nasıl geliştiğini ve günümüzde ne düzeyde olduğunu da belirtmişlerdir. Bu çalışmalar kriptolojiyi en basit anlatımıyla sunmuştur.

Lunde (2010)'nin yayınladığı kitapta aslında herkesin uzman birer şifre analizcisi olduğunu belirtmiştir. Eylemlerimizi belirleyen, bizlere bilgi sağlayan ve bizim hakkımızda başkalarına bilgi veren küresel bir kültürde yaşandığından bahsetmiştir. Bunu şu şekilde örneklendirmektedir; çocuklar bile konuşmaya başlamadan önce yakın çevrelerindeki olayları deşifre etmeye başlıyorlar. Örneğin çocuklar sezgisel olarak jest ve mimikleri anlamaya çalışmaktadırlar. Hayatımızda farkında olmadan sürekli bir şeyleri deşifre etmekte olduğumuzu belirtmiştir. Ayrıca kod terimini ise kurallar ya da yasalar sistemi ve gizli bir iletişim aracı olduğunu tanımlamıştır.

Lunde (2010)'nin kitabı ise mükemmel çeşitlilikte bilgiyi taşıyan her türden şifrenin kullanım yöntemlerini araştırmıştır. Bu araştırmada kullanılan Sezar Şifreleme yöntemini ise ikame şifresi olarak tanımlamıştır. Ayrıca İmparator Sezar'ın bu şifreyi ilk Galya seferinde kullandığını belirtmiştir.

Külen (2013)'in kriptolojide bazı şifreleme yöntemlerine cebirsel yaklaşımlar çalışmasında şifreleme yöntemlerini matematiksel olarak incelemiştir. Basit algoritmalar ile örnekler vermiştir. Buluş (2006) kriptolojide ise temel şifreleme algoritmalarını ve bunların kriptanalizlerini detaylı bir şekilde incelemiştir.

Fonksiyonlar ve kriptoloji ile birlikte yapılan çalışmalardan bazıları şunlardır:

Saygı (2007) kriptolojide birçok uygulamada kullanılan doğrulama kodları üzerine detaylı bir çalışma yapmıştır. Çalışmasında iki çeşit doğrulama kodu, üç farklı yöntem ile doğrulama kodlarını oluşturmuştur. Yıldırım (2004) yüksek lisans tezinde Boole fonksiyonların temel özelliklerinin yanında kriptografik açıdan keskin çığ etkisini sağlayan fonksiyonları ele almıştır. Buna ek olarak, Sertkaya (2004) yüksek lisans tezinde Boole fonksiyonlarının doğruluk tabloları üzerinde tanımlı

tersinin dönüşümleri incelemiştir. Buna müteakiben Sertkaya (2014) doktora tezinde Boole fonksiyonları üzerine etki edebilecek maksimal gruplar üzerine bir çalışma yapmıştır.

### **2.3. İlgili Araştırmalar Özet**

Alan yazın taraması özetlenecek olursa bu çalışma doğrultusunda yapılan fonksiyon konusu ve kriptoloji çalışmalarını inceleme şeklinde olacaktır.

Fonksiyonlar konusu Ural (2006), Eisenberg (1991) ve Kabael (2010)'in yaptıkları araştırmalarda öğrencilerin öğrenmede güçlük çektiği konular arasında gösterilebilir. NCTM (1989) ve NCTM (2000)'de belirtildiği üzere matematiğin önemli yapı taşlarından biri olan fonksiyonlar konusudur. Bu önemli konu, öğrencilere aktif öğrenme stratejileri sayesinde kalıcılık kazanabileceği Ural (2007)'in ve Clement (2001)'in çalışmaları örnek gösterilebilir.

Akkoç (2006), Hatısarı ve Erbaş (2013), Yavuz ve Hangül (2014), Özkaya ve İşleyen (2012), Ural (2007) çalışmalarında öğrenciler tarafından fonksiyon kavramının nasıl algılandığını, yapılan kavram yanılgılarının özellikle genelleme üzerine olduğunu bulmuşlardır. Beyazıt ve Aksoy (2013) yaptığı çalışmada ise fonksiyonu öğretme metodu olarak tek bir yöntemin olmadığı ancak kavram eksenli öğrenme metodunun daha anlamlı bir fonksiyon öğrenmesine yarar sağlayabileceğinden bahsetmiştir.

Alan yazın incelendiğinde fonksiyonlar konusu hakkında birçok araştırmacının yapıldığı söylenebilir. Bu araştırmalar eğitim açısından incelendiğinde, fonksiyonlar konusunun öğrenme sürecinde karşılaşılan birçok zorluk olduğu gözlemlenebilir. Öğretmen adayları, öğrenciler vb. gruplar üzerine yapılan çalışmalar özellikle fonksiyon konusunda kavram yanılgıları üzerine çalışmalar yapılmıştır. Ural (2006), Eisenberg (1991) ve Akkoç (2006)'un yaptıkları çalışmalarda öğrenmesi zor olmasının sebebi ise çoklu temsil gruplarının olmasıdır.

Kriptoloji ile ilgili Singh(1999), Lunde(2010), Çimen, Akleylek ve Akyıldız(2010)'ın yaptıkları çalışmalar genelde kriptolojinin geçmişten günümüze olan gelişimi mevcuttur. Ayrıca Sertkaya (2014), Külen (2013), Buluş (2006), Saygı, (2007), Sertkaya (2004) kriptoloji hakkında detaylı araştırma yapmışlardır. Yine Koblitiz (1994)'in yayınladığı kitap sayılar teorisi ve kriptoloji üzerine bir çalışmadır.

İlgili alan yazın tarandığında Saygı ve Umay (2010) yılında Karadeniz Teknik Üniversitesinde 9. Matematik Sempozyumunda 'Kriptoloji Yardımıyla Fonksiyon Kavramının Oluşturulması' bildirisini yapmışlardır. Bu çalışma haricinde, fonksiyonlar konusunun kriptoloji ile beraber öğretildiği herhangi bir çalışmaya ulaşamadığımızı söyleyebiliriz.

### 3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın yöntemi, evreni, örnekleme, veri toplama araçları, çalışma grubu, veri toplama araçlarının uygulanışı ile toplanan verilerin çözümlenmesi ve yorumlanmasında kullanılan istatistiksel yöntem ve teknikler açıklanmaktadır.

#### 3.1. Araştırmanın Yöntemi

Bu çalışma Ankara'da bulunan bir devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliği 1. sınıf öğrencilerine fonksiyon kavramının öğretiminde kriptolojiyi kullanmanın avantajları ve dezavantajlarını ortaya koymaya yönelik deneysel bir araştırmadır. Çalışmada aynı test farklı zamanlarda aynı gruba iki kez uygulanmıştır. Yani, yapılan araştırmanın etkisi tek bir grup üzerinde incelendiği için araştırmanın deseni tek grup ön test- son test olan zayıf deneysel çalışmadır. Zayıf deneysel çalışmalar da seçkisizlik yoktur (Büyüköztürk, 2012). Çünkü kontrol ve deney grubu yoktur ve tek grup bulunmaktadır. Yapılan deneysel çalışma, temel fonksiyon konularının öğretiminde kriptolojiyi kullanmanın, üniversite 1. sınıf matematik öğretmen adaylarının fonksiyonlar konusundaki kavramsal gelişimlerini incelemek için nitel veri toplanarak analiz edilmiştir. Aşağıda tek grup ön test-son test desen şekille gösterilmiştir.

**Tablo 3.1. Büyüköztürk' e göre tek grup ön test-son test desen**

<i>Grup</i>	<i>Ön Test</i>	<i>İşlem</i>	<i>Son Test</i>
G	O <sub>1</sub>	X	O <sub>2</sub>

#### 3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme yöntemi kullanılarak 2011-2012 güz dönemi Ankara'da bulunan bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesi ilköğretim bölümü matematik öğretmenliği ana bilim dalının 1. sınıfında öğrenim gören 60 öğrenci oluşturmaktadır. Bu öğrenciler Türkiye'de veya yurt dışında orta öğretimini tamamlayan ve ulusal

düzyeydeki üniversite sınavlarında ilgili puan türünde (LYS\_MF-1) yeterli başarı göstermiş öğrencilerdir. Dolayısıyla çalışma grubunu oluşturan öğrencilerin matematik bilgi ve becerisi belli bir seviyenin üzerinde olduğu düşünülmektedir. Araştırmada hem ön test hem de son test sınavına giren 50 öğretmen adayı bulunmaktadır.

### 3.3. Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada veri toplamak için üç araç kullanılmıştır. Bunlar; başarı testi, çalışma kâğıtları ve ses kayıtlarıdır.

#### 3.3.1. Başarı Testi

Fonksiyon kavram bilgisini ölçen başarı testi uygulayıcı araştırmacı ve gözlemci araştırmacı tarafından bir ölçme değerlendirme uzmanı eşliğinde geliştirilmiştir. Süreç içerisinde ilk hazırlanan başarı testi ölçme ve değerlendirme uzmanı tarafından kapsam geçerliliği ve görünüş geçerliliği boyutunda düzeltmelerle son haline getirilmiştir. Hazırlanan başarı testi hem ön test hem de son test olarak öğrencilere uygulanmıştır. Fonksiyonlarla ilgili olan bu başarı testi 10 sorudan oluşmaktadır. Soruların içeriği şu şekildedir:

1. soru; *“Fonksiyon nedir? Tanımlayınız. Bir fonksiyon örneği veriniz.”*

2.soru ise  $f: R^* \rightarrow R, f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 11}{x^4}$  ise  $f(2) = ?$

3. soru; *“ $f: Z \rightarrow Z, f(x) = 3x - 2$  kuralı ile verilen fonksiyonun tersini bulunuz.”*

4. soru; *“Fonksiyonun anlamını daha önce fonksiyonla hiç karşılaşmayan bir başkasına ya da öğrencinize nasıl anlatırsınız?”*

5. soru; *“Fonksiyon günlük yaşamda nerede kullanılabileceğine ilişkin bir örnek veriniz.”*

6. soru; *“Fonksiyonun tanım kümesi ve değer kümesi kavramlarını açıklayınız.”*

7. soru ise; *“Fonksiyonun görüntü kümesi ile değer kümesi arasında bir fark var mıdır? Varsa açıklayınız.”*



**8. soru** ise “Fonksiyonun bire-bir olması ne demektir? Bire-bir fonksiyon örneği veriniz.”

**9. soru** ise; “Fonksiyonun örten olması ne demektir? Örten bir fonksiyon örneği veriniz.”

**10. soru** “Her fonksiyonun tersi var mıdır? Açıklayınız.”

Yukarıdaki başarı testinde sadece bir soru (2. Soru) işlemsel bilgiyi ölçmeye yöneliktir. Diğer dokuz soru kavramsal bilgiyi ölçmeyi amaçlamıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının 1. , 5. , 8. ve 9. sorularda örnek vermeleri beklenmiştir.

EK.2’de başarı testinin cevapları verilmiştir.

### **3.3.2. Çalışma Kâğıtları**

Gözlemci araştırmacı ve uygulayıcı araştırmacı ile hazırlanan 4 farklı etkinlik bulunmaktadır. Çalışma kâğıtları her etkinlikte zarfların içinde bulunan açıklama kâğıtlarıdır. Hazırlanan etkinliklerde amaç kriptolojiyi kullanarak temel fonksiyon kavramlarını öğretmektir. Bu etkinlikler 4 hafta boyunca uygulanmıştır. Her bir etkinlik 10 farklı şifreli metinden oluşmaktadır ve zarflara konularak öğretmen adaylarının oluşturduğu 10 grubun rastgele seçmesi sağlanmıştır. Birinci ve dördüncü haftalarda etkinlik olarak 10 tane şifreli mesaj hazırlanmıştır. İkinci ve üçüncü haftalarda ise şifreli mesaj sayısı 10’dan fazladır. Bunun sebebi seçilmeyen şifreli mesajların sınıfta örnek olarak anlatılmasıdır. Her etkinlikte fonksiyon kavramına ilişkin farklı bir özellik sezdirilmeye çalışılmıştır.

İlk hafta etkinlik olarak öğretmen adaylarına ‘ $f(x)=x+3$ ’ fonksiyonu ile “Sezar Şifreleme” özelliğini sezdirmek için etkinlik hazırlanmıştır. Her harf kendisinden sonraki 3 harf ile kodlanmıştır. Bu etkinlikte tanım kümesi değer kümesi kavramlarını öğretmek amaçlanmıştır. Ekler dizini EK.3 kısmında birinci hafta etkinlik anahtarı ve etkinlikleri verilmiştir.

İkinci hafta ise ‘ $f(x)=2x$ ’ fonksiyonu ile Türk alfabesindeki harfler kodlanarak on iki farklı şifreli mesaj düzenlenmiştir ve sınıfta uygulanmıştır. Bu etkinlikte örten fonksiyon, bire-bir fonksiyon kavramlarını öğretmek amaçlanmıştır. Bununla beraber öğretmen adaylarına aşağıdaki alfabe sayı ilişkisi de verilmiştir. Ekler dizini EK.4 kısmında ikinci hafta etkinlik anahtarı ve etkinlikleri verilmiştir.

A	B	C	Ç	D	E	F	G	Ğ	H	I	İ	J	K	L	M	N	O	Ö	P	R	S	Ş	T	U	Ü	V	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28

**Şekil 3.1. Türk alfabesindeki harflerin nümerik karşılığı**

Üçüncü hafta ise ' $f(x)=x+15$ ', ' $f(x)=x+16$ ', ' $f(x)=x+17$ ' fonksiyonları da yine "Sezar Şifreleme" mantığı üzerine şifrelenmiş on beş farklı metin etkinlik olarak hazırlanmıştır. Buradaki etkinlikte tıpkı ikinci hafta etkinliğinde olduğu gibi temel fonksiyon kavramlarını (tanım kümesi, değer kümesi, bire-bir fonksiyon ve örten fonksiyon) tanımlayabilmeleri amaçlanmıştır. Aynı şekilde ikinci hafta verilen Türk alfabesinin nümerik karşılığı gruplara dağıtılmıştır. Ekler dizini EK.5 kısmında üçüncü hafta etkinlik anahtarı ve etkinlikleri verilmiştir.

Dördüncü hafta ise ' $f(x)=2x$ ' fonksiyonu ile İngiliz alfabesindeki harfler kodlanıp on farklı etkinlik düzenlenerek sınıfta uygulanmıştır. Son hafta ise ters fonksiyon kavramı öğretilmek amaçlanmıştır. Bu hafta İngiliz alfabesinde bulunan harflerin nümerik karşılığı gruplara dağıtılmıştır. Ekler dizini EK.6 kısmında dördüncü hafta etkinlik anahtarı ve etkinlikleri verilmiştir.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

**Şekil 3.2. İngiliz alfabesindeki harflerin nümerik karşılığı**

Yukarıda belirtilen dört farklı etkinlik dört hafta boyunca öğretmen adaylarının oluşturduğu gruplara uygulanmıştır. Bu etkinlikler sayesinde kriptoloji ile fonksiyon kavramı ilişkilendirilmeye çalışılmıştır.

Öğretmen adaylarının bu etkinliklerde şifrelenmiş metinlerin matematiksel süreç becerileri olan akıl yürütme, modelleme/problem çözme, ilişkilendirme becerilerini kullanmaları beklenmiştir.

### **3.3.3. Ses Kayıtları**

Dört hafta boyunca işlenmekte olan ders süresince araştırmacı tarafından ses kaydı tutulmuştur. Öğrenciler tutulan bu ses kayıtları hakkında bilgilendirilmiştir. Sadece fonksiyon kavramı hakkında analizler yapılacağı ve daha sonra kayıtların imha edileceği bilgisi verilmiştir. Bu ses kayıtları sınıf ortamında öğrencilerin fonksiyon kavramı hakkında neler bildiklerini analiz etmek üzere tutulmuştur.

### **3.4. Uygulama Süreci**

Uygulama süreci toplamda dört hafta sürmüştür. Uygulama sürecinde her hafta, temel fonksiyon kavramını ve kriptoloji kavramını uygulamacı araştırmacı anlatmıştır. Uygulamaların organize edilmesinde, ses kayıtlarının tutulmasında ve etkinliklerde gerekli olan açıklamaları gözlemci araştırmacı yapmıştır.

Veri toplama araçları olan başarı testi, çalışma kâğıtları ve ses kayıtları aşağıdaki şekilde uygulanmıştır. Başarı testi ilk hafta ve son hafta olmak üzere iki hafta uygulanmıştır. İlk hafta uygulamadan önce uygulanan başarı testi son hafta uygulamalar bittikten sonra yapılmıştır. Ses kayıtları her hafta ders esnasında tutulmuştur. Öğretmen adaylarının fonksiyon konusu hakkındaki görüşleri buradan analiz edilmiştir. Etkinliklerde bulunan cevap kâğıtları ise gruplara 4 hafta boyunca dağıtılan zarfların içinde açıklama yapmaları için konulmuştur. Uygulamada yer alan etkinliklerin gözlemci araştırmacı ve uygulayıcı araştırmacı tarafından her hafta uygulamadan önce nasıl ve ne şekilde yapılacağı planlanmıştır. Bunun yanında dersi dört hafta boyunca uygulayıcı araştırmacı işlemiştir. Gözlemci araştırmacı etkinliklerin organize edilmesinde ve uygulama sırasında görev almıştır. Aşağıda her uygulamanın ayrıntılı bir şekilde anlatımı sunulmuştur.

#### **3.4.1. Birinci Hafta**

Birinci hafta uygulama üç ders saatinde yapılmıştır. Gözlemci araştırmacı ve uygulayıcı araştırmacı tarafından, ölçme ve değerlendirme uzmanı eşliğinde geliştirilen başarı testi ön test olarak ilk hafta derse geçilmeden önce öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Öğretmen adaylarının temel fonksiyon konuları hakkındaki bilgileri bu başarı testi (ön test) ile ölçülmüştür.

Birinci hafta öğretmen adaylarına kriptoloji hakkında bilgi vermek ve basit örnekler ile bu kavrama ilişkin farkındalıklarının oluşması amaçlanmıştır. Bu ön teste ortalama süre olarak 25 dakika verilmiştir. Başarı testi uygulandıktan sonra

sınıftaki öğrenci mevcudu ( $f=60$ ) hazırlanan şifreli metinlerin sayısına yani 10'a bölünerek öğretmen adaylarının altı kişiden oluşan gruplar oluşturması sağlanmıştır. Gözlemci araştırmacı ve uygulayıcı araştırmacı tarafından hazırlanan etkinlikler öğretmen adaylarına dağıtılmıştır. Her öğretmen adayının istediği kişiyle grup oluşturması sağlanmıştır ve toplamda 10 adet grup oluşturulmuştur. Bu sayede öğretmen adaylarına grup çalışması ile öğrenme fırsatı sağlanmıştır. Ural (2007)'a göre grup çalışması yapılan ortamda öğrenme akademik başarıyı ve motivasyonunu olumlu yönde etkilemektedir.

Fonksiyon kavramına geçmeden önce sınıfa fonksiyon kavramını farklı bir şekilde anlatılacağı ifade edilmiştir. Öğretmen adaylarına; etkinlikler yaparak fonksiyon kavramını günlük hayata nasıl transfer edebilecekleri, ayrıca fonksiyonu hiç bilmeyen birine anlatırken ilgi çekebilecek farklı bir konu olan kriptoloji hakkında vizyona sahip olabileceklerine dair bilgi verilmiştir.

Etkinlikler başlamadan önce öğretmen adaylarına zarfların içinde; şifreli metin, ipucu, açıklama yapacakları boş bir kâğıt verilmiştir. Gözlemci araştırmacı; anlamsız görünen harflerin yanında ipuçlarının bulunduğunu, bu ipuçlarının neyi referans gösterdiğini, açıklama ile birlikte boş kağıda yazmaları gerektiğini anlatmıştır.

Zarflardan çıkan şifreli mesajları grupların çözebilmeleri için 10-15 dakika süre verilmiştir. En erken çözen grup 7 dakika içinde şifreli mesajı deşifre edip mesajı ve kuralı yazarak araştırmacıya teslim etmiştir. En son çözen grup ise 13 dakika içinde sonuca ulaşmıştır.

İlk etkinliği bitiren 5 gruba kendilerine isim verme hakkı verilmiştir. Kendilerine isim verme hakkı verilen gruplar; For, Tanjant, Arf,  $\pi$ , Pisagor isimlerini vermişlerdir. Gözlemci araştırmacı ve uygulayıcı araştırmacı tarafından ise diğer gruplara Yıldızlar, Böcekler, Çiçekler, Kuşlar ve Fırtınalar isimleri verilmiştir. Her gruptan bir kişiyi sözcü belirlemeleri istenmiştir. Bu sözcü etkinliklerde araştırmacıdan etkinlik zarflarını almakla ve etkinlik bitiminde zarfları araştırmacıya vermekle görevlidir.

Etkinlik bitiminde sınıfta tartışma ortamı oluşturulmuştur. Yapılan etkinlik hakkında öğretmen adaylarına soru sorarak akıl yürütmelerine imkan verilmiş ve derse katılımları sağlanmıştır.

Fonksiyonlar konusu anlatırken ve konu sonlarında yapılan etkinliklerde gruplar bozulmamıştır yani öğretmen adaylarına kendi gruplarında dersi işlemelerine fırsat verilmiştir.

Birinci hafta yapılan etkinlikler ve açıklamaları aşağıdaki gibidir.

**'U Ç Ö U Y P (1919)'** verilen metinde parantez içinde yıl olarak 1919 yer almaktadır. Bu ipucundan öğrencilerin şifreli metinden **'S A M S U N'** kelimesine ulaşmaları beklenmiştir. Bu etkinlik Grup Kuşlar' a denk gelmiştir.

**'E Y Ö J Y T L B Ğ V (1923)'** yine verilen bu metinde parantez içindeki yıldan Cumhuriyetimizin ilanı olduğundan şifreli metinde verilen kelimenin **'C U M H U R İ Y E T'** olduğunu anlamaları beklenmektedir. Bu etkinlik Grup Pisagor tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

**'H Ğ P Ğ T D Ç J F Ğ (1907)'** parantez içinde verilen ipucu yıl olarak spor kulüplerimizden olan **'F E N E R B A H Ç E'** nin kuruluş yıl dönümüdür. Dolayısıyla öğrencilerin bu açık metine ulaşmaları beklenmiştir. Bu etkinlik Grup Böcekler tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

**'A R G Ç H R P Ğ (KIRMIZI)'** parantez içindeki ipucu ise o dönem adından sıkça söz ettiren bir reklam filminde yer alan slogandır. Bu slogan ile öğrencilerin açık metin olarak **'V O D A F O N E'** kelimesine ulaşmaları istenmiştir. Bu şifreli mesajı ise Grup Arf çekmiştir.

**'İ Ç O Ç V Ç U Ç T Ç B (UEFA 2000)'** parantez içinde UEFA 2000 şampiyonu olan ve bu kupayı müzesine götüren spor kulüplerimizden **'G A L A T A S A R A Y'** kelimesine ulaşmaları istenmektedir. Bu etkinlik Grup π'ye gelmiştir.

**'E Ç J L V Ç T H (10 TL)'** yine güncel bir konu olan ve her öğrencinin günlük hayatta kullandığı bir durum söz konusudur. Para birimimiz olan Türk Lirasının üzerinde bulunan ünlü Matematikçi Cahit Arf'in ismi kodlanmıştır. Öğrencilerden ipucu olan 10 TL'den **'C A H İ T A R F'** e ulaşmaları beklenmektedir. Bu etkinlik Grup Yıldızlar tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

**'Ç C Ğ T D Ç B E Ç P (EURO VISION 2011)'** parantez içinde bulunan ipucu olarak 2011 yılında EURO VISION yarışmasının düzenlendiği ülke olan **'A Z E R B**

**A Y C A N**' kelimesini bulmaları beklenmiştir. Bu şifreli mesaj Grup Fırtınalar'a denk gelmiştir.

**'C Ç H Ğ T D Ç B T Ç Ö K (30 AĞUSTOS)**' parantez içinde bulunan tarih ülkemizin kurtuluşu olan **'Z A F E R B A Y R A M I**' nı referans göstermektedir. Öğretmen adaylarından bu açık metine ulaşmaları istenmektedir. Bu etkinlik ise Grup For'a denk gelmiştir.

**'V Y T N E Ğ O O (4 ÇEKER)**' yine o dönem isminden söz ettiren başka bir GSM vericisi **'T U R K C E L L**' in sloganı 4 ÇEKER ile belirtilen açık metine ulaşmaları beklenmektedir. Bu etkinlik Grup Çiçekler tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

**'P R N K Ç (CONNECTING PEOPLE)**' şeklinde verilen ipucu ise mobil devlerinden biri olan **'N O K I A**' telefon markasının harflerini bulmaları istenmiştir. Bu etkinlik Grup Tanjant'a gelmiştir.

Etkinliklerden sonra öğretmen adaylarına kriptoloji hakkında; kriptolojinin tarihteki kullanımı, çeşitli kullanım amaçları üzerine bilgi verilmiştir. Şifrelemenin tarihsel sürecinden, öneminden bahsedilmiştir. Öğretmen adaylarına; “Günümüzde şifreleme nerelerde kullanılır?” sorusu sorulmuştur. Bu soruya öğretmen adaylarından bir tanesi internet hesaplarının güvenliğinden bahsetmiştir. Başka bir öğretmen adayı; bankadan para çekerken şifrelemenin önemini vurgulamıştır. Diğer bir öğretmen adayı ise telefonlarda PIN kodu hakkında açıklamada bulunmuştur. Ayrıca bilgi güvenliğinin gerekliliği hakkında da öğretmen adaylarına bilgi verilmiştir.

Bu cevaplara göre öğrencilerin şifreleme hakkında bir takım bilgilerinin olduğu ancak bu bilgilerin eksik olduğu gözlenmiştir. Öğretmen adaylarına “Kriptoloji nedir?” sorusu yöneltildiğinde hiçbir öğretmen adaylarından cevap alınamamıştır, bu kavramı ilk defa duyanlar olduğu gözlemlenmiştir. “Kriptoloji size herhangi bir şey hatırlatıyor mu?” sorusuna da cevap veren öğretmen adayı olmamıştır.

Birinci hafta dersin sonunda fonksiyon konusuna bundan sonraki derslerde de farklı bir bakış açısıyla yaklaşılacağı tekrar öğretmen adaylarına bahsedilmiştir. Soru cevap tekniği ile dersler desteklenmiştir. Yapılan işlemin yani öğretmen adaylarının çözmeleri istenen şifrelerin aslında bir fonksiyon olduğu açıklanmıştır.

Bunun yanında aslında şifre olarak bildikleri kavramın anahtar olduğunu belirtilmiştir. Yani PIN kodu olarak girdiğimiz rakamların şifre değil aslında anahtar olduğu açıklaması yapılmıştır.

Öğretmen adaylarından çözmelerini istediğimiz şifreli metinler *Sezar şifrelemesi* ile şifrelendiğini anlatılmıştır. Sezar şifreleme sisteminde her harf kendisinden 3 harf ilerisine götürüldüğü; ayrıca deşifrelemede ise şifrelenmiş harfin 3 gerisine gidilmesi gerektiği açıklanmıştır.

Etkinlik sonunda öğrencilere şifreleme, deşifreleme, kriptoloji hakkında farkındalık kazandırılmaya yönelik Aydın (1993)'a göre önceden düzenlenmiş olan sorularla öğrencilerin bildiklerinden hareket ederek onlara yeni bilgiler öğretme temeline dayanan bir öğretim yöntemi olan soru-cevap tekniği uygulanmıştır.

İlk hafta yapılan uygulamada şifreli metinlerle temel fonksiyon kavramlarından olan tanım kümesi, değer kümesi ve bir ifadenin fonksiyon olma şartları ilişkilendirilmiştir.

Uygulayıcı araştırmacı önümüzdeki hafta daha farklı şifreleme etkinlikleri ile temel fonksiyon konusu üzerine durulacağını belirtmiştir.

### 3.4.2 İkinci Hafta

İkinci hafta öğretmen adaylarına uygulamalarda bulunan şifreli metinlerden fonksiyonu kural olarak yazmaları ve şifreli metinlerin yazıldığı fonksiyonun tanım ve değer kümelerini bulmaları amaçlanmıştır. Üç ders saatinde etkinlik, ders anlatımı ve grup tartışması yapılmıştır.

Bir önceki derste kriptoloji, şifre, anahtar kavramları ile beraber kriptolojinin tarihi hakkında bilgi verilmiştir. İkinci derste ise bir hafta önceki kavramlar hatırlatılarak yeni bir etkinlikle konuya giriş yapılmıştır.

İkinci hafta etkinliğinin bir örnek üzerinde açıklaması aşağıdaki gibidir.

Mesela BURSA ipucu kelimesi olarak verilmiştir. Şifreli metin olarak da “**Ş K V I Ç Ğ I İ**” kapalı metin verilerek öğrencilerden açık metne ulaşmaları istenmiştir. Burada ipucu verilmesindeki amaç BURSA örneğinde olduğu gibi BURSA şehrinin meşhur bir durumu sorulmaktadır. Buradaki ince nokta BURSA şehrinde meşhur olan İSKENDER yemeğindeki harfler şifrelenmiştir. Yani “İ” harfinin alfabedeki

sırası 11'dir. Bu harfin alfabedeki sırasının 2 katı alındığında 22. Sıradaki "Ş" harfine gelmektedir. Bu şekilde kelimeler şifrelenmiş ve harf-sayı ilişkisinin olduğu tablo verilerek kapalı metni açık hale getirmeleri istenmiştir. Bu durum sonucunda fonksiyon olma şartları sorulmuştur. İSKENDER örneğinde fonksiyon örten olduğundan dolayı bir sıkıntı meydana gelmemiştir. Diğer bir örnekte ise ipucu olarak "A T A K U L E " verilmiştir. Kapalı metin olarak ise "A Ç V A İ A" verilmiştir. Açık metin olarak da "A N K A R A" kelimesine ulaşılması istenmiştir. A harfi alfabede sıralandığında 0 dan başlıyor ve Z harfi ise 28 sıraya denk geliyor. 0 ile 2yi çarptığımızda yine 0 çıkmaktadır. Bu durumda A harfi yine A harfiyle kodlanmıştır. N harfinin alfabedeki sırası 16'dır.  $2 \times 16 = 32$ ' dir. 32 sayısı Şekil 3.1. de 3. sıraya tekabül etmektedir. 3. sırada ise Ç harfi bulunmaktadır. Diğer harfler ise farklı bir harfle kodlanmıştır.

Etkinlik başlamadan grup temsilcilerine sormak istedikleri herhangi bir şey olup olmadığı sorulmuştur. Herhangi bir soru gelmeyince etkinlik başlatılmıştır.

Gruplara ikinci derste verilen şifreli metinler ve ipuçları aşağıdaki gibidir.

"**Ş K V İ Ç Ğ İ İ (BURSA)**" Bursa ilinin meşhur bir yiyeceği olan '**İ S K E N D E R**' kelimesinin harfleri kodlanmıştır. Öğrencilerden bu kelimeye ulaşmaları istenmektedir. Bu şifreli metin ise Grup Böcekler tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

"**A Ç V A İ A (ATAKULE)**" Atakule'nin Ankara'nın simgelerinden biri olduğu için bu etkinlikte öğrencilere '**A N K A R A**' kelimesine ulaşmaları beklenmektedir. Buradaki şifreli metin ise Grup Arf tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

"**A Ç R O V A C Ş İ (ANKARA)**" Ankara'da bulunan ve Ankara'nın en önemli yerlerinden biri olan Atamızın mezarı '**A N İ T K A B İ R**' kelimesi kodlanmıştır. Öğrencilerden bu kodu çözmeleri istenmiştir. Bu şifreli metin herhangi bir grup tarafından seçilmemiştir. Bu şifreli metin etkinlik tamamlandıktan sonra örnek olarak açıklanmıştır.

"**L A Y Ş A Ç O İ H (BAKLAVA)**" buradaki şifrede ise öğrencilerin baklavası ile ünlü olan '**G A Z İ A N T E P**' ilimizin harflerine ulaşmaları istenmiştir. Bu şifreli metin Grup π tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

"**H A K O R İ B A (KAYSERİ)**" buradaki şifrede ise öğrencilerin yine Kayseri ilimizin ünlü bir yiyeceği olan '**P A S T İ R M A**' harflerine ulaşmaları



beklenmektedir. Bu şifreli metin ise Grup For tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

“**V A Ü R K R (MALATYA)**” aynı şekilde Malatya ilimize ait meşhur bir gıda ürünü olan ‘**K A Y I S I**’ harfleri kodlanmıştır. Öğrencilerden bu açık metne ulaşmaları beklenmektedir. Bu şifreli metin ise Grup Kuşlar tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

“**İ Ğ Ş İ Ç İ (KIRKPINAR)**” Kırkpınar güreşleri ile meşhur olan ‘**E D İ R N E**’ ilimiz bu etkinlikte kapalı metin olarak öğrencilere verilmiştir. Öğrencilerden bu açık metne ulaşmaları beklenmektedir. Bu şifreli metin ise Grup Pisagor tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

“**M A Ç Z R P İ J A (LAHMACUN)**” lahmacun denince akla ‘**Ş A N L I U R F A**’ gelmektedir. Öğrencilerden bu kapalı metinden açık metine ulaşmaları beklenmiştir. Bu şifreli metin ise Grup Çiçekler tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

“**C A Z R V Z R L G Z (ŞANLIURFA)**” bu kapalı metinde öğrencilerden Şanlıurfa ilimizde meşhur olan turistik bir mekân ‘**B A L I K L I G Ö L**’ açık metnine ulaşmaları beklenmektedir. Bu şifreli mesaj ise Grup Tanjant’a denk gelmiştir.

“**Ö A B K Ş (TRABZON)**” buradaki kapalı metinde öğrencilerden ‘**H A M S İ**’ açık metnine ulaşmaları beklenmektedir. Burada bulunan şifreli metin ise Grup Fırtınalar tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

“**O I A C Y E Ç (SÜMELA MANASTIRI)**” buradaki kapalı metine verilen ipucu olan Sümela Manastırı’nın ‘**T R A B Z O N**’ ilimizde olduğunu ve bu açık metni bulmaları istenmiştir. Bu şifreli metinde etkinlik tamamlandıktan sonra örnek olarak açıklanmıştır.

“**E Z O P O A M R (ERZURUM)**” Erzurum ilimizde üretilen ve meşhur olan ‘**O L T U T A Ş I**’ yukarıdaki şekilde kodlanmıştır. Öğretmen adaylarından bu açık metne ulaşmaları istenmektedir. Bu şifreli metni Grup Yıldızlar tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

Etkinlik sonucunda aşağıdaki soru-cevap tekniği ile dersin işlenmesine devam edilmiştir. Derste uygulayıcı araştırmacı ‘**O I A C Y E Ç (SÜMELA MANASTIRI)**’

ve 'A Ç R O V A C Ş İ (ANKARA)' şifreli metinler üzerinden örneklendirme yapmıştır.

İkinci hafta öğretmen adayları sınıfta bir ifadenin fonksiyon olması için hangi koşullara sahip olması gerektiği hakkında grup tartışması yapmıştır. Öğretmen adaylarına yapılan uygulamaların fonksiyon ile ilişkisinin ne olabileceği sorulmuştur. Yapılan uygulamalarda hangi temel fonksiyon kavramlarını ifade edebilmeleri istenmiştir. Böylece fonksiyonlar hakkında önceden sahip oldukları bilgi ve deneyimlerini sınıf ortamına aktarımları sağlanmıştır. Yapılan etkinlikle fonksiyon ve kriptoloji hakkında farkındalıkları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

### 3.4.3 Üçüncü Hafta

Üçüncü haftada ise ilk derste etkilere geçilmeden fonksiyonlar konusu üzerine soru-cevap tekniği ile derse başlanmıştır. Önceki iki derste yapılan etkinlikler üzerine kısa bir hatırlatma yapılmıştır. Son iki saatte ise etkinlik ve örten fonksiyon ve bire-bir fonksiyon kavramının ilişkilendirildiği uygulama yapılmıştır. Bu hafta temel fonksiyon kavramlarından olan bire bir ve örten fonksiyon kavramı üzerine bir uygulama yapılarak ders işleme amaçlanmıştır.

Uygulamanın üçüncü haftasında öğretmen adaylarına fonksiyon kavramına geçiş için şu sorular sorulmuştur.

Fonksiyon olarak Sezar şifresi ne demektir? Fonksiyon olarak Sezar şifresini ifade etmeniz istenirse bunu nasıl ifade edersiniz?

Öğretmen adaylarına bu şekilde sorular sorarak derse katılımını -etkinliklere ek olarak- daha fazla sağlanmıştır. Bu sorular sayesinde öğretmen adaylarının fonksiyon konusundaki bilgisinin hangi düzeyde olduğu saptanmaya çalışılmıştır.

Yapılan uygulama ile temel fonksiyon kavramlarından örten fonksiyon, bire bir fonksiyon, tanım kümesi ve değer kümesi kavramları kriptoloji ile ilişkilendirilmiştir.

Bu derste öğretmen adaylarına kriptolojinin tarihteki kullanımı üzerine farklı bir etkinlik dağıtılmıştır. Öğretmen adaylarından, kapalı metinleri açık metine çevirmeleri istenmiştir. Bu defa önceki iki etkinlikteki gibi sadece bir kelime değil tam bir cümlenin deşifrenmesi istenmiştir. Bu cümleler ünlü matematikçilerin sözlerinden, şairlerin cümlelerinden, bu dönemdeki popüler dizilerdeki anlamlı

sözlerden oluşmaktadır. Örneğin G.H Hardy'nin söz olan 'DÜNYADAKİ EN MASUM UĞRAŞ MATEMATİKTİR' sözü 16 anahtarı ile kodlanarak 'RJÇLNRNAY SÇ CNĞİC İUGNH CNISCNIYAYG' şeklinde kodlanmıştır.

Gruplara üçüncü haftadaki derste verilen şifreli metinlerden bazıları aşağıdaki gibidir.

**'URFZRG PÇTMGÜCÜC ŞRFRTVCV KMEMF (HERKES DOĞASININ GEREĞİNİ YAPAR.)'** kapalı metin verilmiştir.

**'ÇOIŞÇOIZB ÖZCZÇÇŞĞZD HJCİODYSYĞ (MATEMATİK BİLİMLERİN SULTANIDIR.)'** kapalı metin verilmiştir.

**'HNÇĞ RDUĞİ MNCNÇRN RDUĞİ LSGRS DBCNAIVG (ŞANS DOĞRU ZAMANDA DOĞRU YERDE OLMAKTIR.)'** kapalı metin verilmiştir.

Dersin sonuna gelindiğinde dersin sorumlusu haftaya üzerine yine soru-cevap tekniği ile tartışma yapılacağı ve fonksiyon konusu ile devam edileceği hakkında bilgi vermiştir. Son hafta ellerinde bulunan deşifreli metinlerin kimlere ait olduğu hakkında bilgi istencektir diyerek dersi sonlandırmıştır.

İlk üç hafta kriptoloji ile yapılan uygulamalar, temel fonksiyon kavramlarından fonksiyonun tanımı, tanım kümesi, değer kümesi, örten fonksiyon, bire-bir fonksiyon hakkında bilgi içermektedir. Sadece ters fonksiyon kavramı yapılan etkinliklerde yer almamıştır. Bu sebeple uygulayıcı araştırmacı dersin sonunda son haftada; İngiliz alfabesinde şifreleme, deşifreleme etkinlikleri yapılacağını bununla beraber temel fonksiyon kavramlardan olan görüntü kümesi, değer kümesi, bire-bir (1-1) fonksiyon, örten fonksiyonları içeren kriptoloji uygulaması yapılacağı söylemiştir. Bununla beraber bu kavramların dört hafta boyunca yapılan kriptoloji uygulamaları ile ilişkisinden bahsedilmiştir.

#### **3.4.4 Dördüncü Hafta**

Kriptoloji kullanarak temel fonksiyon kavramlarının öğretiminde son haftaya gelindiğinde bu hafta öğretmen adaylarına bire-bir(1-1) fonksiyonun, örten fonksiyon ve ters fonksiyonun entegre edildiği etkinlik kapalı metinlerle öğretmen adaylarına dağıtılmıştır. Bu hafta farklı olarak Türk alfabesi ile değil İngiliz alfabesi

ile çalışılmıştır. Bu alfabe seçilerek ters fonksiyon kavramı öğretmek hedeflenmiştir.

İngiliz alfabesini seçerek öğretmen adaylarına her fonksiyonun tersinin olamayacağı sezdirilmeye çalışılmıştır. Yani tanım kümesindeki her elemanın görüntü kümesindeki sadece bir elemana gidebileceği kavratılmaya çalışılmıştır. Bu ifade fonksiyon olma şartıdır. Buna müteakiben fonksiyonun tersi alındığında görüntü kümesi bu defa tanım kümesi olmaktadır. İngiliz alfabesindeki harfleri  $f(x)=2x$  fonksiyonu ile şifrelediğimiz zaman ise her harf tek bir harfle eşleşmeyebilir. Mesela A harfi Şekil 3.2'de İngiliz alfabesindeki nümerik karşılığı  $f(x)=2x$  fonksiyonu ile hem A harfiyle hem de N harfiyle eşleşebilmektedir. Ancak ikinci hafta yapılan etkinlikte, Türk alfabesinde bunun mümkün olduğu görülmüştür. Çünkü her harf bir harf ile şifrelenmiştir. Ters fonksiyon kavramının kriptoloji ile bağdaştırabilmek için  $f(x)=2x$  fonksiyonu İngiliz alfabesindeki harflerde kullanılmıştır. Bu sebeple İngiliz alfabesi seçilmiştir.

Etkinlikler yine kapalı zarflara konularak grup temsilcileri tarafından rastgele seçim yapmaları sağlanmıştır.

Grup temsilcilerinin grupları için çektikleri zarflarda bulunan etkinlik örnekleri ve açıklamaları aşağıdaki şekildedir.

**'A G A A A (ŞALGAM SUYU)'** verilen kapalı metin ipucunda yer alan içeceğin meşhur olduğu ilimizi referans etmektedir. Yani İngiliz alfabesi ile **'A D A N A'** harfleri belirli bir kurala göre kodlanmıştır. Buradaki şifreli metin ise Grup For tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

**'A A U A I A (AŞTİ)'** verilen kapalı metin ipucunda yer alan binanın ilimizi yani **'A N K A R A'** harfleri İngiliz alfabesine göre kodlanmıştır. Buradaki şifreli metin ise Grup Fırtına tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

**'Q C G A K C A I (KIRMIZI)'** verilen kapalı metni o dönemde reklam filmlerinde isminden söz ettiren bir şirket olan **'V O D A F O N E'** İngiliz alfabesine göre kodlanmıştır. Bu şifreli metin ise Grup Kuşlar tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

**'U Q Y Q W A W (ANKARA'NIN MERKEZİ)'** ipucunun referans ettiği yer Başkentimiz deyince akla gelen **'K I Z I L A Y'** meydanı açık metin olarak

öğretmen adaylarından istenmiştir. Buradaki şifreli metin Grup Çiçekler tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

**'W C O M O C I (VIDEO SİTESİ)'** ipucundan da anlaşılacağı üzere video sitesi denince akla **'Y O U T U B E'** akla gelmektedir. Bu açık metin İngiliz alfabesine göre kodlanmıştır. Bu etkinlik Grup Pisagor tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

**'Q E O C A I (STEVE JOBS)'** dünyada en ünlü isimlerden birisi olan Steve Jobs denilince akla **'I P H O N E'** harfleri kapalı metin olarak kodlanmıştır. Bu şifreli mesaj ise Grup Böcek tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

**'M O I U E I W W (4 ÇEKER)'** o dönemde reklamlarda adından söz ettiren diğer bir GSM operatörü **'T U R K C E L L'** harfleri kapalı metin olarak kodlanmıştır. Bu etkinlik Grup  $\pi$  tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

**'A Y I I C A W E A A (EURO VISION 2011)'** Euro Vision 2011 yılında **'A Z E R B A Y C A N'** kapalı metin olarak kodlanmıştır. Bu etkinlik Grup Arf tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

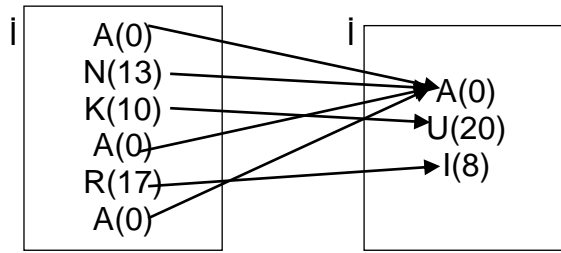
**'M A W A M A K A G A W (UEFA 2000)'** bu etkinlikte UEFA kupasını 2000 yılında müzesine götüreren **'G A L A T A S A R A Y'** harfleri kodlanmıştır. Buradaki şifreli metin ise Grup Tanjant tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

**'V A W W K W (MALATYA)'** verilen bu etkinlikte Malatya İlimizin meşhuru olan **'K A Y I S I'** harfleri açık metin olarak öğretmen adaylarından ulaşmaları beklenmektedir. Buradaki şifreli metin ise Grup Yıldızlar tarafından deşifre edilmeye çalışılmıştır.

Yukarıda verilen harfler İngiliz alfabesi ile  $f(x)=2x$  olacak şekilde kodlanmıştır. Gruplara, parantez içinde ipuçları verilerek bu ipuçları sayesinde kapalı metini açık metine dönüştürmeleri istenmiştir. Ayrıca  $f(x)=2x$  fonksiyonuna ulaşmaları beklenmiştir. Bir hafta önce yapılan Türk alfabesine göre şifrelemeyi de göz önünde bulundurmaları istenmiştir.

Uygulayıcı araştırmacı etkinlik sonunda rastgele seçtiği bir zarftan çıkan şifreli metin üzerinden, yapılan etkinliklerde nasıl bir yol izlenmesi gerektiğini anlatmıştır. Çekilen zarf Grup Fırtına'ya gelen şifreli metindir. İngiliz alfabesine göre şifrelediğimizde kapalı metinimiz **'A A U A I A'** olacaktır. Bu kapalı metin deşifre

edildiğinde  $f(x)=2x$  fonksiyonuna göre bir karmaşa meydana gelecektir. Çünkü A ile N harfleri aynı harfe yani A harfine kodlanmıştır. 'A A U A I A' şeklindeki kapalı metinde yani şifreli metinde deşifreleme yapılmak istendiğinde A harfi N harfine mi yoksa A harfine mi gidecek karmaşası oluşmuştur. Çünkü A harfinin Şekil3.3'teki nümerik karşılığı 0'dır.  $2 \times 0 = 0$ ,  $A \rightarrow A$  ile şifrelenmiştir. Aynı şekilde N harfinin Şekil3.3'teki nümerik karşılığı 13'tür.  $2 \times 13 = 26$ , Şekil3.3'te İngiliz alfabesi 0'dan 25'e kadar nümerik içeriğe sahiptir, dolayısıyla 26 sonucu  $N \rightarrow A$  harfine tekabül etmektedir. Öğretmen adaylarında oluşan akıl yürütme becerileri, uygulamada yer alan fonksiyonun neden tersinin alınmadığı hakkında sınıf ortamında büyük grup tartışması ve küçük grup tartışmaları meydana geldiği gözlenmiştir.



**Şekil 3.3 Dördüncü hafta etkinliği venn şeması ile gösterimi**

Şifreleme bir fonksiyon ise deşifreleme ters fonksiyondur. Bu kavramlar öğretmen adaylarına yapılan etkinlikler göz önüne alınarak sezdirilmeye çalışılmıştır.

Birebir fonksiyon kavramı ise her harf bir harfe gitmektedir, eşleşmektedir. Yani şifreli metinde yer alan harfler deşifreli metinde sadece bir harf ile eşleşmektedir.

Örten fonksiyon kavramı ise değer kümesinde boşta harfin kalmamasıdır. Bu olay Türk alfabesi ile mümkündür fakat İngiliz alfabesi ile her zaman mümkün olmamaktadır. Yani her fonksiyon bire bir ve örten olmayabilir. Dolayısıyla yapılan  $f(x)=2x$  fonksiyonu ile yapılan şifreleme olayının deşifreleme olayı İngiliz alfabesi ile tam mümkün olamamaktadır. Yani  $f: \text{İngiliz alfabesi} \rightarrow \text{İngiliz alfabesi}$   $f(x)=2x$  fonksiyonunun tersi bire bir ve örten olmadığı için alınmamaktadır. Bu olay detaylı bir şekilde sınıfta öğretmen adaylarına anlatılmıştır.

Dersin sonlarına doğru geçen haftadan kalan şifreli metinlerin deşifreli metinlerdeki sözlerin kime ait olduğu açıklanmıştır.

BENİ ÖZENE BEZENE YARATAN KİM? SEN  
NE YAPACAĞIMI DA YAZMIŞSIN ÖNCE DEN  
DEMEK GÜNAH İŞLETEN DE SENSİN BANA  
ÖYLEYSE NEDİR O CENNET CEHENNEM

Ömer Hayyam

UZUN İNCE BİR YOLDAYIM.(Aşık Veysel)

AZDAN AZ ÇOKTAN ÇOK GİDER.( Bir dizide geçen diyalog)

DOĞANIN MUAZZAM KİTABININ DİLİ MATEMATİK.(Galileo)

DÜNYADAKİ EN MASUM UĞRAŞ MATEMATİKTİR.(G.H. Hardy)

MATEMATİK BİLİMLERİN SULTANIDIR.(Carl Freidrich Gauss)

HERKES DOĞASININ GEREĞİNİ YAPAR.( Bir dizide geçen diyalog)

SANMA ŞAHİM HERKESİ SEN SADIKANE YAR OLUR.(Yavuz Sultan Selim)

KALDIĞIN YERDEN DEVAM EDEMİYORSAN EN BAŞTAN BAŞLARSIN! (Bir  
dizide geçen diyalog)

İKİ KİŞİNİN BİLDİĞİ SIR DEĞİLDİR. (Bir dizide geçen diyalog)

ŞANS DOĞRU ZAMANDA DOĞRU YERDE OLMAKTIR. (Bir dizide geçen  
diyalog)

Araştırmanın son haftasında son olarak öğretmen adaylarına başarı testi (son test)  
uygulanarak araştırma sonlandırılmıştır.

### **3.5. Verilerin İşlenmesi ve Çözümlemesi**

Öğretmen adaylarının fonksiyon başarı testine vermiş oldukları cevaplar nitel olarak bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Birbirine yakın olan cevaplar bir arada toplanarak tablo halinde dönüştürülmüştür. Buradaki amaç birbirine yakın olan cevapların frekanslarını görmektir. Cevapların birbirine yakınlığı ise gözlemci araştırmacı ve uygulayıcı araştırmacı tarafından öğretmen adaylarının temel fonksiyon kavramları hakkında verdikleri cevaplar incelenerek oluşturulmuştur. Bu sayede ön test ve son testte verilen cevaplar incelenerek öğretmen adaylarının

temel fonksiyon kavramlarını nasıl tanımladıkları hakkında gelişimleri incelenmiştir. Ön test ve son testte bulunan kavram bilgisini ölçen sorular (1., 2., 3., 6., 7., 8., 9. ve 10. sorular) doğru cevaplar için "1" yanlış cevaplar için "0" olarak kodlanarak puanlama yapılmıştır. Elde edilen puanların analizinde SPSS 22 yazılımından yararlanılmıştır. Araştırmada tek grup olduğu için, öğretmen adaylarının ön test ve son testten aldıkları puanların ortalamaları arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığı ilişkili örneklemeler için t-testi ile kontrol edilmiştir. Yapılan istatistiksel analizlerde farkın anlamlılığı ( $p$ ) 0,05 düzeyinde test edilmiştir.

Derslerde tutulan ses kayıtlarının transkripti analiz edilmiştir. İlgili analiz sonuçları bulgularda verilmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının isimleri 'öğretmen adayı F, öğretmen adayı B,' vb. şekilde ses kayıtları analiz edilirken kodlanmıştır.

Etkinliklere katılım sağlayan öğretmen adaylarının oluşturdukları grupların, cevapları; Büyüköztürk vd. (2012)'nin tanımladığı, nitel araştırmanın özelliklerinden biri olan katılımcının bakış açısı yani katılımcının anlamasına ve anlamlandırmasına odaklanır özelliğinden yola çıkarak analiz yapılmıştır.

### **3.6. Araştırmanın İç ve Dış Geçerliliği**

Fraenkel ve Wallen (2009)'e göre bir araştırmanın iç geçerliliğe sahip olması demek gözlemlenmeye çalışılan iki veya daha fazla değişken arasındaki ilişki veya etkinin başka bir değişkenin etkisi olmaksızın sadece bu değişkenler arasında olması demektir. Büyüköztürk (2012)'e göre araştırmanın planlanması, uygulanması, verilerin toplanması, verilen analiz edilmesi vb. tüm aşamalarının uzmanlardan görüş alınmasının uygun olmasını sağlayacaktır.

#### **3.6.1. Araştırmanın İç Geçerliliği**

Araştırmacı yanlılığını engellemek için, uygulayıcı araştırmacı süreç boyunca dersi işlemiş ve gözlemci araştırmacı da dersi gözlemlemiştir. Veri toplama araçları deneysel koşullarda farklılaşmamıştır. Ayrıca katılımcıların matematik ön bilgilerinin birbirine yakın olması ön bilgilerin sonuca etkisini ortadan kaldırmıştır. Denek kaybının engellenmesi için her hafta yoklama alınmıştır. Süreç sonunda hem ön teste hem de son teste giren öğretmen adaylarının aynı kişiler olması sağlanmıştır. İç geçerliliği tehdit eden faktörlerden biri de beklentilerdir. Bu yüzden katılımcılar yapılacak olan testler hakkında bilgilendirilmemiştir. Ön test ve son test



uygulamaları arasında soruların hatırlanma olasılığını ortadan kaldırmak için 4 hafta geçmiştir.

### **3.6.2. Araştırmanın Dış Geçerliliği**

Araştırmaya katılan öğretmen adayları Ankara'da bulunan bir devlet üniversitesinin 1. sınıfında öğrenim gören ilköğretim matematik öğretmeni adaylarından oluşmaktadır. Araştırmanın sorularının ve yapılan etkinliklerin benzer özellikteki gruplara genellenebilir olduğu söylenebilir. Dış geçerliliği tehdit eden faktörlerden biri olan beklentilerin etkisini ortadan kaldırılmıştır. Yani katılımcılar yapılan uygulamadan habersiz olmaları sağlanmıştır. Araştırma da elde edilen ön test puanlarıyla son test puanları arasındaki korelasyonun yapılan t-testi sonuçlarıyla tutarlı olduğu söylenebilir.

## 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde, toplanan verilerin istatistik analizi, araştırma bulguları ve bu bulgulara ilişkin yorumlara alt problemler doğrultusunda yer verilmiştir.

### 4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın birinci alt problemi “Üniversite 1. sınıf matematik öğretmen adaylarının temel fonksiyon kavramlarını ölçen başarı testindeki ön test ve son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var mıdır? şeklinde kurulmuştur. Öğretmen adaylarına uygulanan başarı testinden elde edilen veriler aşağıda gösterilmiştir.

Araştırmada, katılımcılara kriptoloji kullanarak temel fonksiyon kavramı anlatılmadan önce öğrencilerin fonksiyon bilgisini ölçmek için ve kriptoloji kullanarak temel fonksiyon kavramını işlendikten sonra aynı içeriğe sahip sorular uygulanmıştır. Öğrencilerin ön test ve son testten aldıkları puanların ortalamaları arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığı ilişkili örneklem için t-testi ile kontrol edilmiştir. Ayrıca ön test ve son test puanlarına ait betimsel analizler de yapılarak tablolar halinde aşağıda gösterilmiştir.

**Tablo 1: Betimsel istatistik analizleri**

	<i>Ön test Toplam</i>	<i>Son test Toplam</i>
N	50	50
Ortalama	5,46	9,46
Medyan	5,50	10,00
Mod	6	10
Std. Sapma	1,717	1,528
Varyans	2,947	2,335
Range	9	8
Minimum	1	3
Maksimum	10	11

Yapılan ön test ve son testte alınabilecek maksimum puan 11'dir. Yukarıdaki tabloda ön test puanlarının ortalaması 5,56 iken son test puanlarının ortalaması 9,46'ya çıktığı görülmektedir. Ayrıca ön testte mod değeri 6 iken son testte bu değer 10'dur. Ön testte medyan ile ortalama değerleri birbirine yakındır. Bu durum dağılımın normal olduğunu gösterir. Ancak son testte medyan ortalamadan

büyükdür. Bu durum ise dağılımın sağa (pozitif) çarpık olduğu anlamını taşımaktadır. Buradan da anlaşılacağı üzere son testteki sonuçlara göre başarının arttığı söylenebilir.

İlişkili örneklem t-testi iki ilişkili örneklem ortalaması arasındaki farkın manidar olup olmadığını test etmek için kullanılmaktadır. Bu hipotez testinin uygulanması için şu varsayımların sağlanması gerekmektedir:

- a) Bağımlı değişkene ait ölçümler ya da puanlar en az aralık ölçeğindedir.
- b) İlişkili iki ölçüm setine ait fark puanlarının dağılımı normaldir.
- c) Örneklemle gösterilen evrenlerin varyansları homojendir (Büyüköztürk, 2012).

Hipotez testi uygulanması için gerekli varsayımlara bakıldığında, bağımlı değişkene ait puanlar aralık ölçeğindedir. Normallik varsayımı grup büyüklüğünün 50'den fazla olduğu durumda puanların normalliğe uygunluğu Kolmogorov-Smirnov testi ile (50'den az olduğu durumda ise Shapiro-Wilk testi p ile bakılır) (Büyüköztürk, 2012). Ön test-Son test toplam puanlarının farkının Kolmogrov-Smirnov **p değeri 0,079** olup puan farklarının normal dağılıma uygun olduğu görülmektedir. Hesaplanan  $\eta^2$  değeri .81'dir. Buna göre uygulamadan sonra yapılan son-test puanlarına ait varyansın %81'inin kriptoloji ile yapılan uygulamadan kaynaklandığı söylenebilir. Bu etki büyüklüğü, geniş bir etkiyi yansıtmaktadır.

**Tablo 2: Öğretmen adaylarının başarı testinden aldıkları puanlara ait t testi sonuçları**

Ölçüm	N	$\bar{X}$	S	Sd	t	p
Son test Puanlar	50	9,46	1,528	49	14,676	0,00
Ön test Puanlar	50	5,46	1,717			

Tablo 2 incelendiğinde, öğretmen adaylarına kriptoloji yoluyla fonksiyon kavramının öğretildiği bir çalışmaya ait puanlar yer almaktadır. Çalışma sonrasında öğretmen adaylarının toplam puanlarında istatistiksel olarak anlamlı bir artma olduğu bulunmuştur,  $t(49)=14,676$ ;  $p<,01$ . Öğretmen adaylarının uygulama öncesi ön test puanlarının ortalaması  $\bar{X}=5,46$  iken, kriptolojiyle fonksiyon konusu anlatıldıktan sonrasında  $\bar{X}=9,46$ 'e yükselmiştir. Bu bulgu, kriptoloji ile temel

fonksiyon kavramının anlatılmasının öğretmen adaylarının başarısını artırmada önemli bir etkiye sahip olduğunu gösterir (Büyüköztürk, 2012).

#### 4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın ikinci alt problemi “Üniversite 1. sınıf matematik öğretmen adayları uygulama boyunca fonksiyon kavramını nasıl tanımlamışlardır?” şeklinde kurulmuştur. Bu sebeple başarı testinin ön test ve son test 1. soruları incelenmiştir. Ayrıca tablolarda önce hatalı sonra doğru yanıtlara ait frekans değerleri sunulmuştur.

Ön test ve son test 1. sorusu ‘*Fonksiyon nedir? Tanımlayınız. Bir fonksiyon örneği veriniz.*’

Ön test ve son testin 1. sorusu iki kısımda incelenmiştir. İlk kısım ‘Fonksiyon nedir? Tanımlayınız.’ İkinci kısım ise ‘Bir fonksiyon örneği veriniz.’ şeklinde yorumlanmıştır.

**Tablo 3: Ön test 1. soru ilk kısım bulgu ve yorumları**

Öğretmen Adaylarının Cevapları	Öğretmen Adayı Sayısı (f)
Tanımda f(x)'li ifadelerle fonksiyon denir diyenler.	17
Hatırlamıyorum, bilmiyorum, açıklayamıyorum ifadesini kullananlar.	15
Denklemler Sistemi olarak açıklama yapanlar.	13
Doğru tanım yapanlar.	5

45 öğretmen adayı ön test 1. soru ilk kısmında yanlış cevap verirken, 5 öğretmen adayı doğru şekilde cevap vermiştir. Tablo 3 incelendiğinde ‘Fonksiyon nedir?’ sorusuna öğretmen adaylarının Erbaş vd. (2013) tanımını yani ‘Fonksiyon; iki küme arasında özel bir eşlemedir. X ve Y iki küme olmak üzere X’ in her elemanını Y’nin yalnız bir elemanına karşılık getiren eşlemeye bir fonksiyon denir.’ cevabını vermeleri beklenmektedir. Ancak ön test 1. soruda öğretmen adaylarının fonksiyonun tanımı hakkında net cevap veremedikleri gözlenmiştir. Öğretmen adayı E ‘*Tanım kümesinden değer kümesine tanımlanan bir işlemde tanım kümesinde boş eleman kalmamalı ve tanım kümesinden seçeceğim her eleman değer kümesinde sadece bir elemana denk gelmelidir. Bu şekildeki işlemlere fonksiyon denir.*’ tanımını yapmıştır. Öğretmen adayı E’nin cevabı doğru kabul edilmiştir. Dikkat çeken diğer cevaplardan biri ise ‘*f(x)=mx+n şeklindeki ifadelerle*

*fonksiyon denir.’* Bu cevap ile öğretmen adayı R fonksiyonu  $f(x)$ 'li ifadelerin fonksiyon olabileceğini düşünmüştür. Öğretmen adayı S'nin cevabı ise *'Denklemler sisteminin işlevlerini daha kolay yapmasını ve verdiğimiz değere göre sonucu bulmamızı sağlayan bir matematik alt dalıdır. Örnek olarak  $f(x)=31x-3$ ' şeklindedir.*

Ön test 1. sorunun ilk aşaması olan fonksiyonun tanımı hakkında öğretmen adaylarının çoğunluğu fonksiyon tanımı yapamadıkları söylenebilir.

**Tablo 4: Son Test 1. soru ilk kısım cevapları bulgu ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</i>
Yanlış tanım yapanlar.	6
Tanım Kümesi ve Değer Kümesi ile 'özel bir eşleme' ifadesi kullananlar.	18
Nereden? Nereye? Sorularını tanımda kullananlar.	14
Tanımda 'Boş olmayan iki küme...' ifadesini kullananlar.	12

Son test 1. soru ilk kısımda ise 50 öğretmen adayından 44'ü doğru cevap vermiştir. Tablo 4 incelendiğinde öğretmen adaylarının fonksiyon kavramını tanımlamaları olumlu yönde geliştiği söylenebilir. Tablo 3'te yer alan bilgilere göre ise öğretmen adayları son testte *'bilmiyorum, hatırlamıyorum'* cevabı vermemişlerdir. Öğretmen adaylarının tanımlarında boş olmayan iki küme ifadesi kullanmaları ise istenen bir gelişmedir. Öğretmen adayı B'nin cevabı *"Boş olmayan bir A kümesinden boş olmayan bir B kümesine, A kümesinde eşlenmemiş eleman kalmayacak ve A daki her eleman B den yalnız bir elemanla eşleşecek. Örnek olarak;  $f:IN \rightarrow IN f(x)=2x$ "* şeklindedir. Ön test 1. soruda öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu fonksiyonun tanımı yapamazken son test 1. soruda ise sadece 6 kişinin tanımı yanlış yaptıkları gözlenmiştir.

**Tablo 5: Ön test 1. soru ikinci kısım bulgu ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</i>
Örnek vermeyenler.	30
Tanım ve değer kümelerini belirtmeyenler ( $f(x)$ ile gösterilir gibi).	8
Doğru örnek verenler.( $f:R \rightarrow R f(x)=ax+b$ gibi )	7
Şekil çizerek doğru örnek verenler. (Venn şeması ile)	5

Ön test 1. soru ikinci kısımda fonksiyon örneği olarak 50 öğretmen adayından 12'sinin cevabı doğru kabul edilmiştir. Tablo 5 incelendiğinde öğretmen adayları *'Bir fonksiyon örneği veriniz.'* sorusuna da tanım ve değer kümelerini belirtmeleri istenmiştir. Yani  $f:R \rightarrow R$  ve  $a, b \in R$  olmak üzere  $f(x)=ax+b$  şeklinde matematik

sembolleri ve ifadeler içeren örnek vermeleri beklenmiştir. Buna göre sadece 7 öğretmen adayının istenen şekilde örnek verdikleri gözlenmiştir. Doğru örnek verenlerden biri olan öğretmen adayı D'nin cevabı 'Örnek:  $f:R \rightarrow R$   $f(x)=2x+1$ ' şeklindedir. Sınıfın büyük çoğunluğunun örnek verememesi dikkat çeken diğer bir husustur. Önemli sayılabilecek diğer bir durum ise öğretmen adayı H'nin ' $f(x)=x^2-4$ ' ifadesini bir fonksiyon örneği olarak kabul etmiştir. Bu durumu ise eksik örnek verenlerde toplanmıştır. Bu örneklerin eksik olmasının ortak noktası ise tanım ve değer kümelerinin verilen ifadelerde yer almamasıdır. Öğretmen adayları ön test 1. soruda hem tanım olarak fonksiyonu tanımlayabilme hem de bir fonksiyon örneği vermeleri açısından incelendiğinde bilgi eksikliklerinin olduğu söylenebilir.

**Tablo 6: Son Test 1. soru ikinci kısım cevapları bulgu ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</i>
Örnek vermeyenler.	7
Tanım ve değer kümesini belirtmeyenler ( $f(x)$ ile gösterilir gibi).	5
Doğru örnek verenler. ( $f:R \rightarrow R$ $f(x)=ax+b$ gibi )	26
Şekil çizerek doğru örnek verenler. (Venn şeması ile)	12

Son test 1. soru ikinci kısmında 38 kişinin cevabı doğru kabul edilmiştir. Tablo 6 incelendiğinde öğretmen adaylarının matematik sembol ve ifadeler içeren örnek vermeleri tablo 5'e göre ( $f=7$ ) olumlu bir gelişme göstermiştir. Ayrıca tablo 5' te hiç örnek vermeyen öğretmen adayı sayısı 30 iken son testte bu sayı 7'ye düşmüştür.

Son test cevapları incelendiğinde fonksiyon tanımını yapabilme ve bir fonksiyon örneği verebilme hakkında öğretmen adaylarında olumlu bir gelişme olduğu söylenebilir.

Hem ön test hem de son testin 2. sorusunda öğretmen adaylarının hepsinin ( $f=50$ ) işlemsel olarak doğru cevabı verdikleri gözlenmiştir. Yani öğretmen adayları fonksiyonda işlemle ilgili olan sorularda takılmadan sonuca ulaştıkları söylenebilir. İkinci soru ise;

$$f: R^* \rightarrow R, f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 11}{x^4} \text{ ise } f(2) = ? \text{ sorusunun cevabı ise } f(2) = \frac{7}{16} \text{ 'dir.}$$

### 4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın üçüncü alt problemi “ Üniversite 1. sınıf matematik öğretmen adayları uygulama boyunca bire bir ve örten fonksiyon kavramını nasıl tanımlamışlardır?” şeklinde tanımlanmıştır. Bu alt probleme ait bulgulara ön test ve son testte yer alan 8. ve 9. sorular incelenerek ulaşılmıştır. Bu iki soru da iki kısımda incelenmiştir. İlk kısım birebir fonksiyonun tanımı ve örten fonksiyonun tanımı, ikinci kısım ise birebir fonksiyon örneği ve örten fonksiyon örneğini içermektedir.

Ön test ve son test 8. sorularının ilk kısmı “Bire-bir fonksiyon nedir?” şeklindedir.

**Tablo 7: Ön test 8. soru ilk kısım cevapları bulgu ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</i>
Tanım kümesindeki elemanların karşılığı vardır.	12
Hatırlamıyorum, bilmiyorum.	1
Fonksiyonun tanım kümesinden seçilen her elemanın değer kümesinde bir elemanla eşleşmesidir.	37

Tablo 7 incelendiğinde bire-bir fonksiyonu öğretmen adaylarından 37 kişinin doğru cevap verdiği ve Arkan ve Halıcıoğlu (2012)' nun tanımına yakın ‘f: X→Y fonksiyonu için eğer Y değer bölgesindeki her eleman, X tanım bölgesindeki en fazla bir elemanın görüntüsü ise f bire birdir’ bir tanım yaptığı gözlenmiştir. Öğretmen adaylarında bire-bir fonksiyon tanımı hakkında bir farkındalıkları olduğu söylenebilir.

**Tablo 8: Son test 8. Soru ilk kısım cevapları bulgular ve yorumlar**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı sayısı(f)</i>
Her elemanın karşılığı olması açıklamasını yapanlar.	9
Tanım kümesinden aldığımız her eleman değer kümesinden yalnızca bir elemanla eşleşecek ifadesi ile tanım yapanlar.	41

50 öğretmen adayından 41'i son test 8. soruda doğru cevap verdiği gözlenmiştir. Tablo 8 incelendiğinde öğretmen adaylarının ön test 8. soruda olduğu gibi bire-bir fonksiyon tanımını yapabildikleri söylenebilir. Buna örnek olarak öğretmen adayı Z'nin cevabı '*Tanım kümesindeki bir elemanın değer kümesinde bir elemanla eşleşmesi demektir.*' gösterilebilir. Ancak ön test 8. soruda da olduğu gibi öğretmen adayları tanımda matematik sembolleri ve ifadelerini kullanmamışlardır.

Ayrıca bu sorunun hem ön test hem de son test puanları SPSS' de t-testi ile analiz edildiğinde anlamlı bir fark olmadığını söyleyebiliriz. Ön test 8. soru puan ortalamaları 0,86 iken son test puan ortalamaları 0,88 olarak elde edilmiştir ön test ve son test puanları arasında 0,02 puan artış olmasına rağmen eşleştirilmiş t-testi sonuçlarında t değeri (0,330) ve p(0,743) >0,05 olduğu görülmüştür. Son test puanları ile ön test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmamıştır.

Ön test ve son test 8. sorularının ikinci kısmı "Bire-bir fonksiyon örneği veriniz." şeklindedir.

**Tablo 9: Ön test 8. soru ikinci kısım cevapları bulgu ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</i>
Yanlış şekilde örnek verenler.	7
Örnek vermeyenler.	2
Şekil çizerek doğru örnek verenler.	35
f:Z→Z, f:R→R, f:A→B şeklinde örnek verenler.	6

Bire-bir fonksiyon örneğini 41 öğretmen adayı doğru şekilde tanımlamıştır. Tablo 9 incelendiğinde 8. sorunun ikinci kısmında yani 'bire-bir fonksiyon örneği veriniz.' 35 kişi örnek olarak venn şemasını tercih ettikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca incelenen cevap kâğıtlarında venn şeması ile verilen örneklerin bire-bir fonksiyon tanımına uyduğu gözlenmiştir. Ancak matematik öğretmeni adaylarından daha çok matematik sembol ve ifadeleri içeren örnek vermeleri beklenmiştir. Bu şekilde örnek veren f= 6 kişidir. Doğru örnek veren öğretmen adayı A'nın cevabı '*f: R→R f(x)=x f(x) bire bir fonksiyondur.*' şeklindedir. Yanlış cevap veren öğretmen adaylarından olan Ş'nin ifadesi '*f(x)= x birebir fonksiyondur.*' şeklindedir. Bu ifade bir fonksiyon belirtmediği için yanlıştır.



**Tablo 10: Son test 8. Soru ikinci kısım cevapları bulgular ve yorumlar**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı sayısı(f)</i>
Örnek vermeyenler.	3
Şekil çizerek doğru örnek verenler.	29
f:Z→Z, f:R→R şeklinde örnek verenler.	18

Son testte ise bire-bir fonksiyon örneğini doğru veren öğretmen adayı ise 47 kişidir. Tablo 10 incelendiğinde öğretmen adayları çoğu bire bir fonksiyon örneğini Tablo 9’da olduğu gibi venn şeması olarak göstermeyi tercih etmiştir. Ancak Tablo 9’a göre önemli bir değişiklik olarak öğretmen adaylarının bire-bir fonksiyon örneği olarak matematik sembol ve ifadeleri kullandıkları önemli ölçüde değiştiği gözlenmiştir. Örnek olarak öğretmen adayı Ş’nin cevabı ‘*f:R→R f(x)=x+1 ise f 1-1’dir.*’ gösterilebilir.

Ön test ve son test 9. sorularının ilk kısmı ‘*Fonksiyonun örten olması ne demektir?*’ şeklindedir.

**Tablo 11: Ön test 9. soru ilk kısım cevapları bulgu ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</i>
Hatırlamıyorum cevabı verenler.	8
Tanım kümesinde boşta eleman kalmıyorsa şeklinde tanım yapanlar.	5
Değer kümesinde açıkta eleman kalmayacak şeklinde tanım yapanlar.	23
Görüntü kümesinde boşta eleman kalmıyorsa örtendir tanımı yapanlar.	14

Tablo 11 incelendiğinde 37 kişinin örten fonksiyon tanımı Arkan ve Halıcıoğlu (2012)’ nun tanımını yaptığı ‘Değer kümesinde boşta eleman kalmıyorsa fonksiyon örtendir.’ tanımına yakın olduğu ve bu cevaplar doğru kabul edilmiştir. Dikkat çeken husus ise; soru 6 ve soru 7’de de bulunan tanım kümesi ve değer kümesini kavramlarını karıştıranlar 5 kişidir. Bu duruma örnek olarak öğretmen adayı G’nin cevabı ‘*Tanım kümesinde açıkta eleman kalmıyorsa değer kümesi bu ihtiyacı karşılıyorsa fonksiyon örtendir.*’ gösterilebilir. Öğretmen adayı G’nin ifadesinde görüldüğü üzere değer kümesinde boşta eleman kalmaması durumunu tanım kümesine genellemişlerdir.

**Tablo 12: Son test 9. soru cevapları ilk kısım bulgular ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</i>
Yanlış cevap verenler.	3
Değer kümesinde açıkta eleman kalmayacak şekilde açıklama yapanlar.	25
$F:Z \rightarrow Z, f:A \rightarrow B$ şeklinde tanımda yer verenler.	22

Tablo 12 incelendiğinde 47 öğretmen adayının örten fonksiyonun tanımını rahatlıkla yapabilmektedirler. Örnek cevap olarak ise öğretmen adayı M'nin cevabı ' $F:A \rightarrow B$  ye tanımlı fonksiyon  $B$  kümesinde açıkta eleman kalmayacak şekilde tamamlanması olarak tanımlanır.' gösterilebilir.

Ayrıca bu sorunun hem ön test hem de son test puanları SPSS' de t-testi ile analiz edildiğinde şu sonuçlar elde edilmiştir.

Ön test 9. soru puan ortalamaları 0,68 iken son test puan ortalamaları 0,94 olarak elde edilmiştir. Ön test ve son test puanları arasında 0,26 puan artış olmuştur. Eşleştirilmiş t-testi sonuçlarında t değeri (3,775) ve  $p(0,000) < 0,05$  olduğu görülmüştür. Son test puanları ile ön test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur. Bu durumu, tablo 11'de yer alan hatırlamıyorum cevabını verenler ile kavramları karıştıranlar tablo 12'de yer almadığı gözlenmiştir. Ayrıca son test 9. soruda öğretmen adaylarının çoğunluğu (47 kişi) doğru cevabı vermiştir.

**Tablo 13: Ön test 9. soru ikinci kısım cevapları bulgu ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</i>
Örnek vermeyenler.	15
Şekil çizerek doğru örnek verenler.	30
$f:Z \rightarrow Z, f:R \rightarrow R$ şeklinde örnek verenler.	5

35 öğretmen adayının örten fonksiyon örneği doğru kabul edilmiştir. Ancak öğretmen adaylarından Arıkan ve Halıcıoğlu (2012)'nin tanımında verdiği örneğe yakın olarak yani ' $f:A \rightarrow B f(A) = B$  ise bu fonksiyon örtendir.' şeklinde matematik sembol ve ifadeler içeren örnek vermeleri beklenmiştir. Tablo 13 incelendiğinde ise öğretmen adaylarının örten fonksiyon örneğini tıpkı soru 7 ve soru 8'de olduğu gibi şekil çizerek örnek vermişlerdir. İncelenen cevap kâğıtlarında ise örten fonksiyon örneğini doğru verdikleri görülmüştür. Öğretmen adayı S'nin cevabı ' $f:Z \rightarrow R f(x) = x+5$ ' şeklindedir. Ancak 5 kişi de istenen örneği verememiştir.

**Tablo 14: Son test 9. soru cevapları ikinci kısım bulgular ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</i>
Örnek vermeyenler.	13
Şekil çizerek doğru örnek verenler.	37

Son test 9. soruda ise örten fonksiyon örneğini 37 kişi şekil çizerek örnek vermiştir. Bu cevaplar doğru kabul edilmiştir. Öğretmen adaylarından matematiksel terimlerini içeren bir örnek vermeleri beklenmiştir ancak bu şekilde örnek veren öğretmen adayı ön testte olduğu gibi son testte de bulunmamaktadır. Ayrıca ön testte olduğu gibi son testte de bu soruya örnek vermeyen öğretmen adayları da bulunmamaktadır.

#### **4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar**

Araştırmanın dördüncü alt problemi “Üniversite 1. sınıf matematik öğretmen adayları, ters fonksiyon kavramını nasıl tanımlamışlardır?” şeklinde tanımlanmıştır. Bu alt probleme ilişkin bulgulara başarı testinin 3. ve 10. soruları analiz edilerek ulaşılmıştır.

Ön testi ve son test 3. sorusu ‘ $f: Z \rightarrow Z, f(x) = 3x - 2$  kuralı ile verilen fonksiyonun tersini bulunuz.’

**Tablo 15: Ön test 3. soru cevapları bulgu ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</i>
$f^{-1}(x) = (x+2)/3$	49
$(y+2)/3$ ifadesini yazarak sonucu eksik yazmıştır.	1

Şöyle ki; fonksiyonun tersi  $f^{-1}(x) = (x+2)/3$ ,  $x=2$  için  $f^{-1}(2) = 4/3$  olacaktır.  $2 \in Z$ 'dir. Ancak  $4/3$  Z'nin elemanı değildir. Yani fonksiyonun tersi yoktur.

Yukarıdaki tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının kavramsal bilgisini ölçen soru olarak nitelendirdiğimiz başarı testindeki 3. soruya kimsenin doğru cevabı veremediği gözlenmiştir. Bu soruda öğretmen adaylarının bu fonksiyonda tanım ve değer kümelerini dikkate almadıkları görülmüştür. Hiebert ve Levefre (1986), Özyıldırım (2015)'in mekanik bilgi olarak tanımladığı işlemsel bilgi ile çözdükleri

söylenbilir. 3. sorunun doğru cevabı ise ' $f: Z \rightarrow Z, f(x) = 3x - 2$ ' fonksiyonun tersi  $Z$  kümesinde tanımlı değildir.

**Tablo 16: Son test 3. soru cevapları bulgu ve yorumları**

<b>Öğretmen Adaylarının Cevapları</b>	<b>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</b>
$f^{-1}(x)=(x+2)/3$ ifadesini yazanlar.	5
$f:Z \rightarrow Z$ aralığında $f$ fonksiyonun tersi tanımlı değil açıklaması yapanlar.	18
$x$ 'e değer vererek fonksiyonun $Z$ 'de tanımlı olmadığını gösterenler.	18
$f(x)$ birebir ve örten olmadığı için tersi yoktur açıklaması yapanlar.	9

Tablo 16 incelendiğinde sadece 5 kişinin yanlış cevabı verdiği, 45 öğretmen adayının ise doğru cevap verdiği gözlenmiştir. Tablo 15'e göre bakıldığında öğretmen adayları fonksiyonda tanım aralığında tanımlı olup olmadığına dikkat etmişlerdir. Yani fonksiyonun tersinin bu aralıkta olmadığını bilmişlerdir. Öğretmen adayı M'nin cevabı '*Bu kuralla verilen fonksiyonun tersini bulamam.  $f:Z \rightarrow Z$   $f^{-1}(x)=(x+2)/3$  diyemem.  $f(2)=4/3$  fakat  $4/3$  tamsayı değil. Ancak nereden nereye olduğunu değiştirirsem tersini bulabilirim. Mesela  $f:R \rightarrow R$  olursa aralığım olur.*' şeklindedir.

Ön test ve son test 10. sorusu '*Her fonksiyonun tersi var mıdır? Açıklayınız.*'

**Tablo 17: Ön test 10. soru cevapları bulgu ve yorumları**

<b>Öğretmen Adaylarının Cevapları</b>	<b>Öğretmen Adayı Sayısı (f)</b>
Açıklama yapmayanlar. Boş bırakanlar.	15
Bilmiyorum, hatırlamıyorum diyenler.	9
Sıfır ve sabit fonksiyonun tersi yoktur açıklamasını yapanlar.	3
Açıklamada bire bir ve örten olma şartını yazanlar.	23

Tablo 17 incelendiğinde ön testin son sorusunda 23 öğretmen adayının istenen cevabı ve açıklamayı verdikleri gözlenmiştir. Ancak sadece 'yok' cevabı yazan 15 kişi açıklama yapmamıştır.

**Tablo 18: Son test 10. soru cevapları bulgular ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı sayısı(f)</i>
Birebir ve örten olma şartı açıklamasını yapanlar.	34
Şekil çizerek doğru örnek verenler.	8
F:Z→Z, f:R→R şeklinde örnek verenler.	5
Nereden nereye belli olmalıdır açıklamasını yapanlar.	3

Tablo 18’de ise öğretmen adaylarının istenen açıklamayı yaptıkları gözlenmiştir. Son test 10. soruya bütün öğretmen adayları doğru cevabı ve açıklamayı yazdıkları gözlenmiştir.

#### **4.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar**

Araştırmanın beşinci alt problemi “Üniversite 1. sınıf matematik öğretmen adaylarının, fonksiyonun günlük hayatta nerelerde kullanılabilirliği hakkındaki gelişimleri nasıldır?” şeklinde tanımlanmıştır. Bu alt probleme ilişkin bulgular ise ön test ve son test 4. ve 5. soruları incelenerek yazılmıştır.

Ön test ve son testin 4. sorusu ‘*Fonksiyonun anlamını daha önce fonksiyonla hiç karşılaşmayan bir başkasına ya da öğrencinize nasıl anlatırsınız?*’

**Tablo 19: Ön test 4. soru cevapları bulgu ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</i>
Bilmiyorum, hatırlamıyorum, hiçbir fikrim yok	16
Denklemler konusu ile anlatırım.	7
Fonksiyon örnekleri üzerinden anlatırım.	5
Şekil çizerek kümeler konusu ile anlatırım.	11
Günlük yaşamdan örnekler vererek anlatırım(makine örneği, fabrika örneği, anne-çocuk ilişkisi, yapboz...)	11

Bu soruda ‘Günlük yaşamdan örnekler veririm ve şekil çizerek kümeler konusu ile anlatırım’ cevabını veren 22 kişinin cevabı doğru kabul edilmiştir. 28 öğretmen adayı fonksiyonu bir başkasına anlatmayı bilmemektedir. Tablo 19’a göre öğretmen adaylarının fonksiyonu anlatmakta eksik olduğu söylenebilir. Günlük yaşamdan örnek veren 11 kişiden biri olan öğretmen adayı Y’nin cevabı ‘*Görsel öğeler kullanarak anlatırdım. Günlük yaşamdan örnekler verirdim. Tanım kümesini anne değer kümesini çocuk gibi örnekler vererek anlatırım. Değer kümesindeki 1 elemanın tanım kümesinde 2 karşılığı yoktur.*’ şeklindedir. Öğretmen adayının, bu

ifadesinin lise 1. sınıfta öğrencilere ilk defa fonksiyon konusu anlatılırken sık kullanılan “anne-çocuk ilişkisi” örneğini anımsadığı için verdiğini söyleyebiliriz. Ancak yine de bu soruda öğretmen adayının tanım ve değer kümelerini karıştırdığı anlaşılmaktadır. Çünkü anne değer kümesi olmalıdır, tanım kümesi ise çocuk olmalıdır.

Öğretmen adayı T ‘*Bir fabrikaya benzeterek anlatmaya çalışırım. Fabrikada makineler belli bir kurala göre çalıştığını gösteririm.*’ cevabını vermiştir. Bu cevapta ise öğretmen adayı T fonksiyonu bir kurala göre işlediğini düşünmektedir.

Bu soru yarı yapılandırılmış, ucu açık bir sorudur. Mutlak doğru cevabı söz konusu değildir. Ancak öğretmen adaylarının, fonksiyon konusunu anlatacağı hedef kitlesi düşünüldüğünde bilinen diğer matematik konularından olan kümeler konusu üzerinden ya da şekil çizerek konuyu anlatırım şeklinde cevap vermeleri beklenmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının matematik bilgisi göz önüne alındığında, cevaplarında bağıntı konusuna değinmeleri beklenmiştir. Hiç bir öğretmen adayı bağıntı konusundan bahsetmemiştir. “Şekil çizerek kümeler konusu ile anlatırım” cevabı veren öğretmen sayısı ise 11’dir. Burada öğretmen adaylarının fonksiyonu anlatmayı şekiller üzerinden anlatmayı tercih ettikleri söylenebilir.

**Tablo 20: Son test 4. soru cevapları bulgu ve yorumları**

<b>Öğretmen Adaylarının Cevapları</b>	<b>Öğretmen Adayı sayısı(f)</b>
Dönüştürme işlemi olarak anlatırım.	4
Şekil çizerek anlatırım.	4
Kümeler konusu ile anlatırım, eşleştirme ile anlatırım.	19
Günlük hayattan örnekler veririm.	14
Şifreleme, Alfabeyi kullanarak anlatırım.	9

Tablo 20 öğretmen adaylarının fonksiyon konusunu “kümeler konusu ve eşleştirme” verdikleri cevaplar ile anlatmayı tercih ettikleri görülmüştür. Bu soruda 42 kişinin cevabı doğru kabul edilmiştir. Tablo 19’da yer alan ‘bilmiyorum, anlatamam’ cevabını burada vermedikleri görülmüştür. Yapılan kriptoloji temelli etkinlikler göz önünde bulundurulursa şifreleme ile anlatmayı tercih edenlerin 9 kişi ile sınırlı kalması, bu cevabın yeteri kadar tercih edilmediğini göstermiştir. Öğretmen adayı O’nun cevabı ‘*Elimizde bir eleman var ve bu elemanın üzerinde çeşitli işlemler yaparak başka bir elemana dönüştürürüz.*’ şeklindedir. Fonksiyonu

dönüştürme işlemi olarak düşünmüştür. Yine öğretmen adayı F'nin cevabı ise *'Fonksiyonu bir fabrikaya benzetebiliriz. Biz bu fabrikaya hammadde atıyoruz. Fabrika bize maddeyi işliyor ve veriyor.'* şeklindedir. Bu cevap ise fonksiyonu anlatırken günlük hayattan örnekler vererek anlatmayı düşünmüştür. Bu cevaplardan kümeler konusu ile anlatırım, şifreleme ile anlatırım ve günlük hayattan örnekler veririm cevapları doğru kabul edilebilir. Tablo 20'de dikkat edilmesi gereken bir diğer husus şekil çizerek anlatırım cevabını veren öğretmen adaylarının cevapları açık ve net değildir bu sebeple yanlış kabul edilmiştir. Yani ifade olarak sadece 'şekil çizerek anlatırım' ifadesini kullanmıştır.

Ön test ve son testin 5. sorusu *'Fonksiyonun günlük yaşamda nerede kullanılabileceğine ilişkin bir örnek veriniz.'*

**Tablo 21: Ön test 5.soru cevapları bulgu ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</i>
Bilmiyorum diyenler.	25
Problem örneklerinde kullanılır diyenler.	8
İntegral, türev, inşaat mühendisliği, mimarlık, alanlarında kullanılır diyenler.	3
Hesap makinesi, elektronik aletler, Excel, bilgisayar programlarında kullanılır diyenler.	10
Şifreli kapılarda, şifreleme yöntemlerinde kullanılır diyenler.	4

Ön test 5. soruda 36 öğretmen adayının cevabı yanlıştır. Doğru cevap olarak 'hesap makinesi ve şifreleme yöntemlerinde kullanılır' cevapları kabul edilmiştir. Tablo 21 incelendiğinde dikkati çeken cevaplar arasında 4 kişinin daha ön testte 'şifreleme yöntemlerinde ve şifreli kapılarda' fonksiyonun kullanılabileceği cevabını vermeleridir. Bununla beraber 8 öğretmen adayından bir tanesi *'Örneğin maaş kira ilişkisinde kullanabiliriz.  $f(x)=3x+700$ ,  $f(x)=\text{maaş}$  ve  $x=\text{ev kirası}$ '* şeklinde örneklendirerek fonksiyonun günlük hayatta kullanılabileceğini belirtmiştir.

Bir önceki soruda olduğu gibi bu soru da yarı yapılandırılmış, ucu açık bir sorudur. Mutlak doğru cevabı söz konusu değildir. Öğretmen adaylarının bu soruyu cevaplarken günlük hayatta kullanıldığı yerlere ilişkin örnek vermeleri beklenmiştir. Ancak 25 kişi 'Bilmiyorum.' cevabını vermiştir. Yani öğretmen adaylarının fonksiyonu günlük hayatta nerelerde kullanıldığı hakkında bilgilerinin olmadığını göstermektedir.

**Tablo 22: Son test 5. soru cevapları bulguları ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</i>
Matematiğin diğer Alanlarında kullanılır. (istatistikte, analitik geometride)	2
Şifrelemede, deşifrelemede, güvenlikte kullanılır.	38
Hesap makinesi, bilgisayar programlarında kullanılır. (Microsoft Excel v.b.)	10

Son testte ise 48 öğretmen adayının cevabı doğru kabul edilmiştir. Tablo 22 incelendiğinde ise öğretmen adaylarının çoğunluğu ( $f=38$ ) ‘şifreleme, deşifreleme’ cevabını vermişlerdir. Ancak bir önceki soruda günlük hayattan örnekler verim cevabını kullanan 14 kişinin şifrelemeyi ve alfabe ile anlatırım cevabından ayrı olduğu görülmektedir. Bu soruda şifreleme, deşifreleme cevabını veren 38 kişi, 4. soruda fonksiyonu bir başkasına anlatırken şifreleme ve deşifrelemeyi tercih etmedikleri gözlenmiştir. Yani öğretmen adayları fonksiyonun günlük yaşamda kullanım alanları ile fonksiyonu bir başkasına anlatmayı tercih etmemişlerdir.

#### **4.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar**

Araştırmanın altıncı alt problemi “Üniversite 1. sınıf matematik öğretmen adayları, değer kümesi, tanım kümesi ve görüntü kümesi kavramlarını nasıl tanımlamışlardır?” şeklinde tanımlanmıştır. Bu bulgulara başarı testinde bulunan 6. ve 7. sorular incelenerek ulaşılmıştır.

Ön test ve son testin 6. sorusu ‘*Fonksiyonun tanım kümesi ve değer kümesi kavramlarını açıklayınız.*’ sorusunda öğretmen adaylarının verdiği cevaplar;

**Tablo 23: Ön test 6. soru cevapları bulgu ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</i>
Şekil çizerek yanlış tanımlama yapmıştır.	15
Değer kümesi ve görüntü kümesi kavramlarını karıştırarak tanım yapmıştır.	3
Fonksiyonu tanımlı yapan x’ler tanım kümesini, bulunan sonuçlar ise değer kümesini oluşturur, ifadesini kullanmıştır.	30
$f:Z+(tanım kümesi) \rightarrow Z+(görüntü kümesi)$ şeklinde açıklama yapmıştır.	2

Tablo 23 incelendiğinde öğretmen adaylarının çoğunluğu ( $f=32$ ) bu soruya doğru cevap vermiştir. Bu cevaplar Arıkan ve Halıcıoğlu (2012)’nin tanımı olan ‘Olası tüm girdi değerlerinin kümesine fonksiyonun tanım kümesi denir.’ tanımına yakın



olduğunu söyleyebiliriz. Bu tanıma göre öğretmen adaylarının tanım kümesi hakkında bilgilerinin olduğu söylenebilir. Değer kümesinin tanımında ise yine öğretmen adaylarının tanımı, Arıkan ve Halıcıoğlu (2012)'nin tanımına 'Tanım kümesinde yer alan  $x$  değerlerinin değişmesiyle  $f(x)$ 'in alacağı bütün değerler kümesi görüntü kümesini oluşturur. Bunu kapsayan küme ise değer kümesidir.' kısmen benzemektedir ve bu cevaplar doğru kabul edilmiştir. Burada dikkat çeken husus ise değer kümesinin tanımı ve görüntü kümesinin tanımı karıştırılmıştır. Bu çıkarıma örnek gösterilebilecek cevap ise; ' $f(x)=y$  fonksiyonunda  $x$ ' in alacağı değerler tanım kümesi,  $y$ ' nin alacağı değerler değer kümesini oluşturur.'

**Tablo 24: Son test 6. soru cevapları bulgular ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı sayısı(f)</i>
Şekil çizerek doğru tanım yapanlar.	22
Tanım kümesi yazılan $x$ 'leri, elemanları kapsayan kümedir, değer kümesi ise çıkan sonuçları kapsayan kümedir ifadesi ile tanım yapanlar.	16
$f:Z \rightarrow Z$ , $f:A(\text{Tanım Kümesi}) \rightarrow B(\text{Değer Kümesi})$ gibi ifadeler ile tanım yapanlar.	7
Nereden? Nereye? Sorusu ile tanım yapanlar.	5

Son test 6. soruda öğretmen adaylarının hepsinin cevabı doğru kabul edilmiştir. Tablo 23 incelendiğinde Tablo 22'ye göre farklılık olarak 5 kişinin 'Nereden? Nereye?' sorusuyla tanım yaptıkları görülmüştür. Buna örnek olarak Öğretmen adayı C'nin cevabı '*Fonksiyonu tanımladığımızda 'nereden nereye?' sorduğumuzda A dan B ye gibi bir cevap alırız. Burada A tanım, B değer kümesidir. A daki her elemanın B de karşılığı olur.*' gösterilebilir. Ayrıca Tablo 22'de bulunan değer kümesi ve görüntü kümesi kavramlarını karıştıranların son testte olmadığı gözlenmiştir.

Ön test ve son testin 7. sorusu '*Fonksiyonun görüntü kümesi ile değer kümesi arasında bir fark var mıdır? Varsa açıklayınız.*'

**Tablo 25: Ön test 7. soru cevapları bulgu ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğretmen Adayı Sayısı(f)</i>
Aralarında fark yoktur demiştir.	14
Değer kümesi, görüntü kümesi, tanım kümesinin anlamlarını karıştırarak tanım yapmıştır.	6
Hatırlamıyorum, bilmiyorum demiştir.	3
Şekil çizerek doğru gösterim yapmıştır.	15
Görüntü kümesi değer kümesinin alt kümesidir demiştir.	12

27 öğretmen adayı doğru cevap vermiştir. 23 öğretmen adayı ise yanlış cevap vermiştir. Tablo 25 incelendiğinde öğretmen adaylarından beklenen cevap ise Arkan ve Halıcıoğlu (2012)'nin tanımında yer alan değer kümesi görüntü kümesini kapsar ifadesini kullanmalarıdır. Yani hem şekil çizerek hem de tanımdaki ifadeyi kullanan cevap veren 27 kişidir. Bu kişiler değer kümesi ve görüntü kümesi arasında fark olduğunu bilmektedir. Bu soruda 14 kişinin iki küme arasında fark olmadığını söylemesine rağmen sınıfın çoğunluğunun bilgilerinin yeterli olduğu söylenebilir. Bununla beraber 6 kişi ise bir önceki soruda olduğu gibi kavramların tanımlarını karıştırmıştır.

**Tablo 26: Son test 7. soru cevapları bulgular ve yorumları**

<i>Öğretmen Adaylarının Cevapları</i>	<i>Öğrenci sayısı(f)</i>
Kavramları karıştıranlar.(tanım kümesi, değer kümesi, görüntü kümesi)	3
'Görüntü kümesi değer kümesinin alt kümesidir' tanımını yapanlar.	35
Şekil çizerek doğru tanım yapanlar.	12

Son testte ise 47 öğretmen adayı doğru cevap vermiştir. Tablo 26 incelendiğinde son testin 7. sorusunda öğretmen adayları istenen cevabı Tablo 25'te olduğu gibi vermişlerdir. Kavramların anlamını karıştıranların sayısı ise Tablo 25'e göre 3 kişi daha azdır. Örnek olarak öğretmen adayı Y'nin cevabı '*Aralarında fark vardır. Görüntü kümesi değer kümesinin alt kümesidir.*' gösterilebilir.

Yukarıda ön test ve son test başarı testinin 10 sorusu nitel olarak incelenmiştir. Büyüköztürk vd. (2012)'nin tanımladığı, nitel araştırmanın özelliklerinden biri olan katılımcının bakış açısı yani katılımcının anlamasına ve anlamlandırmasına odaklanır özelliğinden yola çıkarak analiz yapılmıştır. Yapılan ön testte öğretmen adaylarının 1., 3. ve 10. sorulardaki cevapları incelendiğinde ezbere bilgi sahibi olduğu gözlenmiştir. Yine ön test ve son testte işlemsel bilgi içeren 2. soruda ezbere işlem yaptıkları söylenebilir. Kavramsal bilgi gerektiren sorulara ise cevap anahtarında belirtilen cevaplara uygun vermedikleri gözlenmiştir. Ancak 8. , 9. ve 10. sorularda istenen cevaba yakın cevaplar verdikleri söylenebilir. Öğretmen adayları özellikle örnek vermesi istenen sorularda venn şeması ile örnek vermeyi tercih etmişlerdir. Ayrıca, soruları cevaplarken, sahip oldukları matematik bilgisini günlük hayata tam olarak aktaramadıkları 4. ve 5. sorularda verdikleri cevaplarda gözlenmiştir. 1. , 7. , 8. ve 9. sorularda

matematik terimlerini kullanarak tanım yapmaları beklenmiştir fakat bu sorularda da matematik ifadelerini içeren cevaplar çoğunlukta değildir. Dikkat çeken diğer bir nokta ise öğretmen adayları son soruda her fonksiyonun tersinin olmayacağını belirtmelerine rağmen soru 3'te bu duruma dikkat etmemişlerdir. Soruyu çözmeye çalışmışlardır. Yani 10. soruda sözel olarak her fonksiyonun tersinin olmayacağını tanımlayabiliyorken, 3. sorudaki matematiksel ifadenin tanım ve değer kümelerine dikkat etmeden fonksiyonun tersinin almaya çalışmışlardır. Ancak soru 3'te fonksiyonun tersi verilen aralıkta tanımlı olmadığı için, fonksiyonun tersi alınamaz. Bu durumun son testte önemli ölçüde değiştiği gözlenmiştir. Yani son test 3. ve 10. soruları arasında tutarlılık olduğu söylenebilir.

Özellikle 1. soruda 45 kişinin fonksiyonun tanımını yapamadıkları dolayısıyla bilgilerinin eksik olduğuna örnek gösterilebilir. Bu durum son test 1. soru cevapları incelendiğinde ise 6 kişinin fonksiyon tanımını yapamadığı gözlenmiştir. Ön test cevaplarına genel olarak bakıldığında öğretmen adaylarının fonksiyonlar konusunu hakkında eksik bilgilerinin olduğu söylenebilir. Ancak bu durum son test cevapları incelendiğinde bu durumun değiştiği söylenebilir.

Her hafta yapılan etkinliklerde öğretmen adaylarının grup olarak vermiş oldukları cevaplar ise aşağıdaki şekilde incelenmiştir.

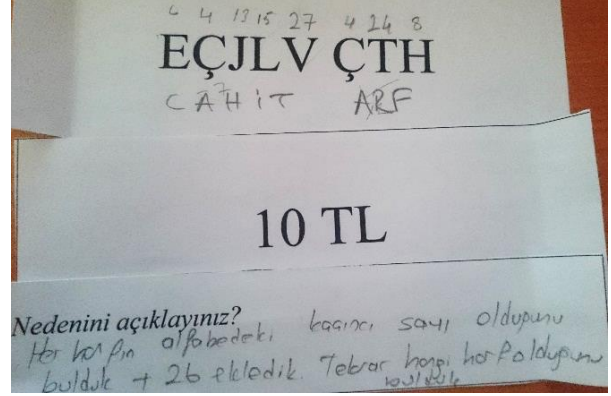
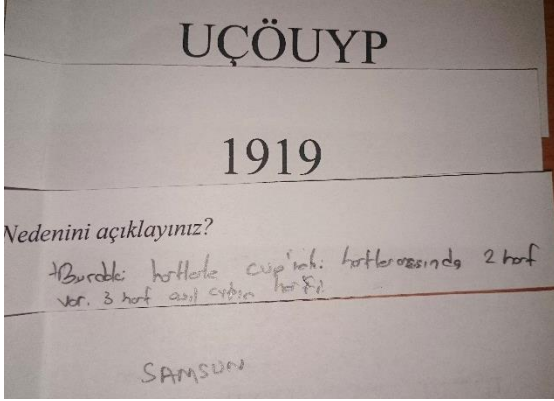
#### **4.7. Etkinlik Süreçlerinin İncelenmesi**

##### **4.7.1. Birinci Hafta Etkinlik Sürecinin İncelenmesi**

İlk hafta öğretmen adaylarına 10 adet etkinlik dağıtılmıştır. Bu etkinliklerde öğretmen adaylarından ' $f(x)=x+3$ ' fonksiyonu ile Sezar Şifresi kullanılarak şifrelenen kelimeler rastgele dağıtılmıştır.

Grup For, Grup Tanjant, Grup Arf, Grup  $\pi$  ve Grup Kuşlar açıklama olarak her harften 3 öncesine giderek şifreli metni deşifre etmeyi başarmışlardır. Gruplardan istenen açıklama ise her harften 3 öncesine gelerek deşifreli metine ulaşmaları yönündedir. Grup Böcekler, Grup Çiçekler, Grup Fırtınalar ve Grup Pisagor şifreli metni deşifre etmişlerdir ancak açıklama kısmında istenen cevabı yazmamışlardır. İlk etkinlikte öğretmen adaylarından oluşan 10 grubun 6'sı istenen sonuca

açıklamaları ile destekleyerek ulaşımlardır. Şekil 4.1'de öğrenci cevaplarına örnek verilmiştir.



'Burdaki harflerle cevaptaki harfler, arasında 2 harf var. 3. Harf asıl cevaptır.'

'Her harfin alfabedeki kaçıncı sayı olduğunu bulduk + 26 ekledik. Tekrar hangi harf olduğunu bulduk.'

#### Şekil 4.1 Birinci hafta etkinliği açıklamalı cevap örnekleri

Diğer 4 grubun ise ipucu olan kelimelerden deşifreli metine ulaştıkları gözlenmiştir. Ancak hiçbir açıklama yapmamışlardır.

İlk hafta etkinliğinde tüm gruplar kelimelerin belli bir kurala göre oluşturulduğunu fark etmiş ancak bunu ' $f(x) = x+3$ ' matematiksel ifadesi şeklinde göstermemiştir. Buna göre ilk hafta etkinliğinde katılımcı öğretmen adaylarının kriptoloji ile fonksiyonları bağdaştırmadığı anlaşılmaktadır.

Ayrıca ilk hafta alınan ses kayıtlarının analizi yapılarak aşağıdaki bulgulara erişilmiştir. Öğretmen adaylarına fonksiyon ile ilgili sorular sorularak onların hazır bulunuşluklarının ne boyutta oldukları gözlenmiştir.

Öğretmen adaylarına yapmış oldukları etkinliğin bir fonksiyon olup olamayacağı sorulduğunda öğretmen adayları bunun bir fonksiyon olmadığını ifade etmişlerdir. Çünkü bir fonksiyon olması için " $f(x)=...$ " şeklinde bir ifadenin olması gerektiğini belirtmişlerdir. Ayrıca bir öğretmen adayı ise iki küme olması gerektiğinden bahsetmiştir fakat bu iki kümenin ayrıntısı hakkında bilgi vermemiştir.

Öğretmen adaylarının yukarıdaki ifadelerinde anlaşılacağı üzere fonksiyon tanımı hakkındaki bilgilerinin zayıf olduğu söylenebilir. Bu kaniya şu sorular sorularak ulaşılmıştır:

- 1- 'Fonksiyon olma koşulları nelerdir?'

## 2- Fonksiyon nedir?

Sorularına verilen cevaplar şu şekildedir:

*“İki tane küme var. Ama bu iki küme arasında bazı işlemler yapılıyor ancak bunun fonksiyon olacağını bilmiyorum.” (Öğretmen adayı D)*

Yani küme kavramı hakkındaki bilgilerini fonksiyona aktaramamıştır. İki küme arasındaki ilişkinin bir fonksiyon belirtmeyeceğini ifade etmiştir. Bu iki kümenin tanım ve değer kümeleri arasında özel bir eşleme olduğunu ifade edemedikleri gözlenmiştir.

*“İki küme arasındaki eşlemenin bir kuralla ifade edilmesi şartı önemlidir. Bu kuralı ise “ $f(x)=...$ ” şeklinde tanımlarız.” (Öğretmen adayı H)*

Öğretmen adayı H'nin bir fonksiyonu  $f(x)$  gibi bir ifade ile tanımlanabileceğini düşünmektedir. Ayrıca bir ifadenin fonksiyon olması için kuralının olması gerektiğini düşünmektedir.

Bunun üzerine sınıfa *“ $f(x)$  nedir?”* sorusu sorulduğunda ise cevap alınamamıştır.

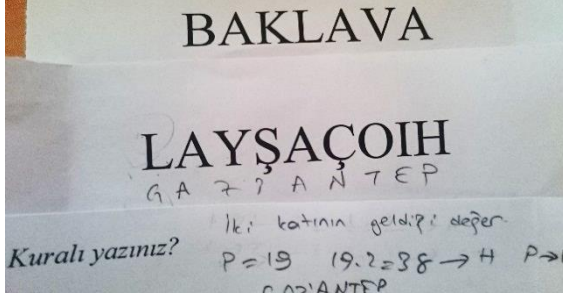
Birinci hafta; öğretmen adaylarının fonksiyonun tanımı, tanım kümesi, değer kümesi hakkında yeterli bilgiye sahip olmadıkları sonucuna varabiliriz. Fonksiyon olma koşullarının neler olabileceği hakkında herhangi beyanda bulunmamışlardır. *“Çünkü bir ifade fonksiyon ise “ $f(x)=...$ ” şeklinde”* tanımlanacağını düşünmektedirler. Tanım ve değer kümelerini dikkate almadıklarından fonksiyon kavramını tanımlamada yeterli olmadıkları gözlenmiştir. Bununla beraber ses kayıtları incelendiğinde öğretmen adaylarının derse katılım düzeyinin de düşük olduğu söylenebilir.

### 4.7.2. İkinci Hafta Etkinlik Sürecinin İncelenmesi

İkinci hafta etkinliğinde, Türkçe alfabesindeki harfler  $f(x)=2x$  fonksiyonu ile kodlanmıştır. Öğretmen adaylarından oluşan gruplara rastgele dağıtılmıştır. Grupların vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

Grup  $\pi$ , Grup Pisagor, Grup Arf, Grup Yıldızlar, Grup Kuşlar doğru sonuca ulaşmıştır. Açıklama kısmına ise *“Her harfin sayı değerinin 2 katı alınarak*

şifreleme yapılmıştır' yazmışlardır. Aşağıda bir grubun cevabı örnek olarak verilmiştir.



*'İki katının geldiği değer*

$P=19 \quad 19.2=38 \rightarrow H,$

$P \rightarrow H \text{ GAZİANTEP}'$

#### **Şekil 4.2 İkinci hafta etkinliği açıklama cevabı örneği**

Grup Fırtınalar ve Grup Böcekler deşifreleme yaptıkları ancak herhangi bir açıklama yapmamıştır.

Grup For, Grup Tanjant ve Grup Çiçekler ise herhangi bir işlem veya açıklama yapmamıştır.

Öğretmen adaylarının oluşturdukları gruplardan 5 tanesi istenen sonucu bulmuştur ve istenene açıklamaya yakın açıklama yapmışlardır.

İkinci haftada, birinci haftada olduğu gibi kriptoloji ve fonksiyonlar konusu ilişkilendirilmemiştir. Yani istenen açıklama olan ' $f(x)=2x$ ' cevabı açıklamalara yazılmamıştır.

İkinci haftaya ait ses kayıtları incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıdaki gibidir.

Öğretmen adaylarına;

1- "Kural olması şart mı?"

*"Fonksiyon için bir kuralın olması şarttır. Zaten buradaki şart ise mesela B harfi 1 ile kodlanmış ve bu kodun 2 katı alındığında yani 2. Sıradaki C harfine gitmiştir. Yani  $B \rightarrow C$  'ye dönüşmüştür. Bu da bir fonksiyon olması için gerekli ve yeterlidir."*  
(Öğretmen adayı B)

Sınıfa diğer bir soru olarak;

2- "Eğer bu dönüşüm bir fonksiyon ise dönüşüm olan kümeler hangileridir?"

Sınıfta biraz sessizlikten sonra;

*“Kümelerin Türk alfabesindeki harflerin oluşturduğu yani fonksiyonun tanım kümesi Türk alfabesi, değer kümesini de yine Türk Alfabesi oluşturmuştur.”*  
(Öğretmen adayı C)

Öğretmen adayı A itiraz ederek *“Çünkü bir fonksiyonda kural tanımlanması gerektiğini vurgulamıştır. Yani  $f: R \rightarrow R$  ye bir fonksiyon ise  $f(x)=2x+4$  gibi bir kuralın tanımlanması gerekmektedir.”*

Bu cevap dikkate alındığında bir ifadenin fonksiyon olabilmesi için tanım ve değer kümelerinin tanımlanması gerektiğinin önemi fark edilmiştir.

İkinci haftada verilen kapalı metinlerin açık metinlere dönüştürülmüştür. Öğretmen adaylarına sorulan diğer sorular ise;

3- “Yapılan etkinlikte fonksiyonlar bire bir midir?”

4- “Yapılan etkinlikte fonksiyonlar örten midir?”

Sınıfta  $\pi$  grubu temsilcisi olan öğretmen adayı L; *“Yapılan uygulamalardaki fonksiyonların 1-1 ve örten olduğunu belirtmiştir.”*

Pisagor grubunun sözcüsü öğretmen adayı P; *“Öğretmen adayı L ile aynı görüşte değilim; çünkü fonksiyonda bir sayısal verinin başka bir sayısal veriye dönüşmesi gerekir.”*

Pisagor grubu sözcüsüne bu kez tanım kümesi ve değer kümesi olarak A ve B kümeleri tanımlanmıştır.  $A=\{ \blacktriangle . \bullet \star \}$  ve  $B=\{\text{ü.y.d}\}$  olarak tanımlanmıştır. Fonksiyon ise  $f:A \rightarrow B$  tanımlanmıştır.  $f: A \rightarrow B$ 'ye fonksiyonu sorusuna Pisagor grubu sözcüsü bir fonksiyon belirtmeyeceğini söylemiştir. Sebep olarak ise hala sayısal verilerin olmadığını ileri sürmüştür. Fakat  $\pi$  grubu aynı görüşte olmadığını dile getirmiştir. Diğer gruplardan Tanjant, Arf, For ve Çiçekler grubu  $\pi$  grubu ile aynı fikirde olduklarını söylemişlerdir. Diğer taraftan Fırtınalar ve Böcekler grubu yorum yapmaktan uzak durmuşlardır. Yıldızlar ve Kuşlar grubu ise Pisagor ile aynı görüşte yani bir fonksiyon belirtmeyeceğini bildirmişlerdir. 3 grup fonksiyonu sayısal verilerin dönüşümü olarak tanımlamıştır. 2 grup herhangi bir yorumda bulunmamışlardır. 5 grup ise fonksiyon belirtebileceğini söylemişlerdir. Sınıftaki 5 grubun yaklaşımı yani ifade bir fonksiyon belirtmektedir.

İkinci hafta ses kayıtları incelendiğinde öğretmen adayları yapılan kriptoloji etkinliklerinde fonksiyonların bire-bir mi örten mi oldukları hakkında yorum

yapmışlardır. Öğretmen adayları ' $f(x)=2x$ ' olarak tanımlanan fonksiyonun tanım ve değer kümelerini ifade etmişlerdir. Sınıfta bulunan 3 grup bu duruma itiraz ederek fonksiyonun sayısal veriler üzerinden işlem yapılabileceği kuralı üzerinde durmuştur. Öğretmen adayları ilk haftaya göre fonksiyonu tanımlayabilmiştir. Bununla beraber tanım ve değer kümelerini ise, yapılan etkinliklerde tanımlayabilmişlerdir. Bu durumda fonksiyonu tanımı hakkında ilk haftaya göre olumlu bir gelişme kaydettikleri söylenebilir.

Yapılan etkinliklerle öğretmen adaylarında değer kümesi, tanım kümesi, bire-bir fonksiyon ve örten fonksiyon hakkında farkındalık olduğu gözlenmiştir. Fonksiyonu sayısal verilerle işlem yapma olarak algılayan gruplar ikinci hafta da bulunmaktadır.

#### 4.7.3. Üçüncü Hafta Etkinlik Sürecinin İncelenmesi

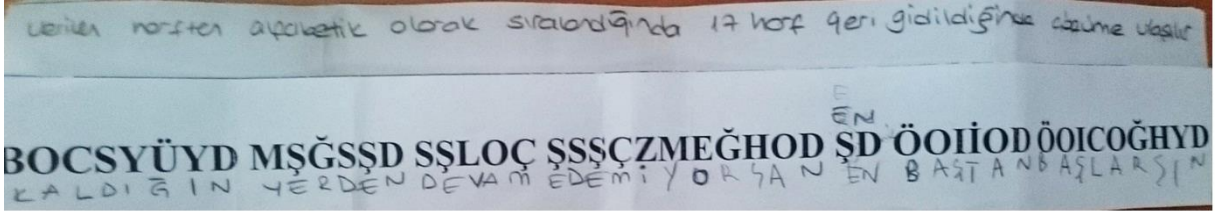
Üçüncü hafta etkinliğinde ise Türk alfabesindeki harflerin ' $f(x)=x+15$ , ' $f(x)=x+16$  ve ' $f(x)=x+17$ ' fonksiyonları ile şifrelenen cümleler dağıtılmıştır. Grupların vermiş oldukları cevaplar ise aşağıdaki gibidir. Bu cümlelerden 4 tanesi  $f(x)=x+16$ , 4 tanesi  $f(x)=x+17$  ve 2 tanesi ise  $f(x)=x+15$  anahtarından oluşmaktadır.

Etkinlik sonucunda  $f(x)=x+16$  anahtarını alan 4 grup; Grup For, Grup Arf, Grup Tanjant ve Grup Çiçeklerdir. Grup For, uygulamasında fonksiyon olarak  $f(x)=x-16$  şeklinde tanımlamıştır. Ancak deşifreli cümleye ulaşamamıştır. Grup Arf ise  $f(x)=x+16$  şeklinde tanımlamış fakat cevabında anlamlı bir söz elde edemediğini ifade etmiştir. Diğer iki grup ise Grup Tanjant ve Grup Çiçekler deşifreli metne ulaşamamıştır, açıklama yapmamıştır ve ilgili kuralı bulamamıştır.

15 anahtarını alan 2 grup; Grup Kuşlar ve Grup  $\pi$ 'dir. Her iki grupta fonksiyonu  $f(x)=x+15$  şeklinde tanımlayarak doğru deşifreli metne ulaşmıştır. Açıklamaları ise istenen açıklamalara yakındır.

17 anahtarını alan 4 grup, Grup Pisagor, Grup Böcekler, Grup Yıldızlar, Grup Fırtınalar'dan oluşmaktadır. Grup Pisagor, Grup Böcekler, Grup Yıldızlar, fonksiyonları  $f(x)=x+17$  şeklinde tanımlayarak şifreli cümleleri deşifre etmişlerdir. Açıklamaları ise istenen açıklamalara yakındır. Grup Fırtınalar ise herhangi bir açıklama yapmadığı ve cümleyi deşifre edememiştir. Aşağıda bir grubun cevabı örnek olarak verilmiştir.





'Verilen harften alfabetik olarak sıralandığında 17 harf geri gidildiğinde çözüme ulaşılır.'

#### Şekil 4.3 üçüncü hafta etkinliği açıklama cevap örneği

Üçüncü hafta etkinliğinde 10 gruptan 7'si deşifreleme yapmada başarılı olmuştur. Bu grupların yaptıkları açıklamalara ve buldukları anahtarlara bakarak kriptoloji ve fonksiyonlar konusunun öğretmen adayları tarafından ilişkilendirilmeye başladığı söylenebilir.

Üçüncü haftaya ait ses kayıtları incelendiğinde elde edilen bulgular aşağıdaki gibidir.

Etkinliklerden sonra Böcek grubu sözcüsü izin isteyerek; "Neden  $f(x)=x+16$  fonksiyonu bu cümlede işe yaramadı?" sorusunu uygulayıcı araştırmacıya sormuştur. Uygulayıcı araştırmacı ise sınıfa aynı soruyu yönelterek biraz süre vermiştir. Ancak bir cevap alınamamıştır. Uygulayıcı araştırmacı bu soruyu şu şekilde yanıtlamıştır. "Kriptolu metinler belli bir kurala bağlıdır fakat stabil bir kural yoktur. Örneğin Sezar şifresi  $f(x)=x+3$  ile kodludur, ancak bütün kriptoların şifresi  $b$   $f(x)=x+n$  şeklinde değildir. Mesela  $f(x)=nx$  şeklinde olabileceği gibi  $f(x)=x-n$  şeklinde de olabilir. ( $n \in \mathbb{R}$ )"

Aşağıdaki sorular sınıfa sorularak derse devam edilmiştir.

- 1- "Fonksiyon olarak Sezar şifresi ne demektir? Siz bu kavramdan fonksiyon olarak ne anlıyorsunuz?"
- 2- "Fonksiyon olarak Sezar şifresini ifade etmeniz istenirse bunu nasıl ifade edersiniz?"

Sorularına öğretmen adayı T şöyle cevap vermiştir.

"Elimizde iki küme vardır. Bu kümeleri şu şekilde tanımlarız birinci kümede Türk alfabesi harfleri, ikinci kümede de Türk alfabesi harfleri yer almaktadır. İlk küme olarak aldığımız yani tanım kümesi olarak tanımlayabileceğimiz gibi ikinci kümeyi de değer kümesi olarak tanımlayabiliriz. Tanım kümesindeki harfler değer

kümesindeki harfler ile eşleşiyor. Bunu şöyle bir kuralla yapmaktayız.  $f(x)=x+3$  şeklinde kural haline dökülebiliriz. Bu şu anlama gelmektedir; tanım kümesinde bulunan harfler 3 ileri kaydırılarak değer kümesindeki karşılığına eşleşmektedir.” (Öğretmen adayı T)

Bunun üzerine uygulayıcı araştırmacı:

3- “Neden f ile ifade ettin?” sorusunu yöneltmiştir.

Öğretmen adayı T: “Çünkü o bir fonksiyon?” yanıtını vermiştir.

Uygulayıcı araştırmacı: “Fonksiyonları sadece f ile mi ifade ederiz?”

Öğretmen adayı T: “Hayır. Sadece f ile değil, istersek  $h(x)$ ,  $k(x)$  ile de ifade edebiliriz. Bu benim tercihim ben bu şekilde isimlendirdim.” yanıtını vermiştir.

Öğretmen adaylarına bu kez;

4- “Fonksiyon nedir? Tanımını yapınız.” Sorusu sorulmuştur.

Öğretmen adayı M söz alarak şu şekilde soruyu yanıtlamıştır. “Temelde iki kümeden oluşan bir matematik ifadesidir. İlk kümeyi tanım kümesi şeklinde tanımlayabiliriz. İkinci kümeyi ise görüntü kümesinden oluşur. Bu kümelerin elemanları Türk alfabesinden oluşur. Bu ifadeyi söylememdeki sebep tanım kümesini sınırlandırmamız gerekir. Yani tanım kümesinin elemanları Türk alfabesi harfleridir. Görüntü kümesine eşleme yaparken harfleri öteleyerek kaydırırız. Yani  $A \rightarrow \text{Ç}$ , A harfi 3 ötelenerek Ç harfine eşleşmiştir.”

Öğretmen adayı F söz alarak: “Görüntü kümesi değer kümesi olmayacak mı?” şeklinde bir soru yöneltmiştir.

Uygulayıcı araştırmacı bu soruya karşılık tahtaya ‘S A R I’ harflerinin ‘U Ç T K’ şeklinde olduğunu söylemiştir. Öğretmen adayı ise F ise “Evet.” cevabını vermiştir.

Öğretmen adayı L buna itiraz etmiştir. Öğretmen adayı L “Bunun bir fonksiyon olamayacağını çünkü her şeye fonksiyon denmez” ifadesini kullanmıştır. Çünkü bir ifadenin fonksiyon olabilmesi için o ifadenin tanımlanması gerektiğini savunmuştur.

Öğretmen adayı L’ ye uygulayıcı araştırmacı: “Peki bu tanımlamayı nasıl yaparsın?” sorusunu sormuştur.

Öğretmen adayı L: “Nereden? Nereye? Gittiğini tanımlamak gerekir.” cevabını vermiştir.

Böylece sınıfta fonksiyon kavramı üzerine bir tartışma ortamı oluşmuştur. Bu ifadenin bir fonksiyon belirtip belirtmeyeceği hakkında öğretmen adaylarını düşünmeye sevk edilmiştir.

Öğretmen adayı V söz alarak şu ifadeleri kullanmıştır: *“Bir ifadenin fonksiyon olabilmesi için tanım kümesi, görüntü kümesi ve değerlerin birbirine dönüşümüdür.”* Öğretmen adayı F: *“A kümesindeki her elemanın B kümesinde karşılığı olmasıdır. Ayrıca tanım kümesinde boşta eleman kalmayacak şekilde karşılığının olmasıdır.”*

Bunun üzerine uygulayıcı araştırmacı: *“Derste uyguladığımız etkinliklerde bulunan kriptoloji uygulamalarının bir fonksiyon belirtir mi?”*

Öğretmen adayı E: *“Evet. Çünkü tanımlanan fonksiyon tanımına uymaktadır. Yani tanım kümesindeki her eleman görüntü kümesi ile eşleşmiştir. Şöyle ki harfler 3 ileri kaydırılarak görüntü kümesindeki eşleriyle eşleşmiştir.”* cevabını vermiştir. Bu cevaba diğer öğretmen adaylarından herhangi bir itiraz gelmemiştir.

Bu kez öğretmen adaylarına; *“Bir ifadenin fonksiyon olabilmesi için illaki bir kural olması gerekir mi?”* sorusu sorulmuştur. Ayrıca tahtaya  $A=\{\bullet, \blacksquare, \blacktriangle\}$  ve  $B=\{\star, \mu, \beta\}$  kümeleri tahtaya çizilmiştir. Ve iki kümenin bir fonksiyon oluşturup oluşturmayacağı sorulmuştur. Yani  $\blacktriangle \rightarrow \mu$  şeklinde bir dönüşümün fonksiyon belirtip belirtmeyeceği sorulmuştur.

Öğretmen adayı R: *“Böyle bir ifadenin fonksiyon belirtmesi mümkün değildir. Çünkü bir kural söz konusu değildir. Kural tanımlanmadan fonksiyon tanımlayamayız. Yani  $f(x)$  fonksiyonunu tanımlayabilmemiz için  $f(x)= \dots$  bir kural olması gerekir.”*

Bunun üzerine uygulayıcı araştırmacı: *“ $f(x)=3x$  bir fonksiyon mudur?”* sorusunu sormuştur.

Bu soruya öğretmen adayı R: *“Evet bu bir fonksiyondur.”*

Öğretmen adayı F: *“Bu ifadenin bir fonksiyon olabilmesi için kümelerinin tanımlanması gerekir, şöyle ki; Nereden? Nereye? Sorusunu sormalıyız.”* demiştir.

Uygulayıcı araştırmacı sınıfa *“Sezar şifrelemesi yapılırken bir fonksiyon yazmak istesek nasıl yazabiliriz?”* sorusunu sormuştur.

Öğretmen adayı M: *“ $f(x)=x+3$  şeklinde tanımlarız.”*

Sınıftan bu cevaba herhangi bir itiraz gelmemiştir. Yani şifreleme ile fonksiyonlar arasındaki ilişkiyi sınıf yavaş yavaş görmeye başlamıştır.

Uygulayıcı araştırmacı bu sorulara ek olarak; " $f(x) = x+3$  ifadesi fonksiyon mudur?" sorusunu sınıfa tekrar sormuştur.

Öğretmen adayı K: "*Evet bu bir fonksiyondur cevabını vermiştir.*"

Öğretmen adayı M: "*Neye göre fonksiyon? Kime göre fonksiyon? Yani nereden nereye bilmediğimiz için fonksiyon olduğunu söyleyemeyiz.*" cevabını vermiştir.

Üçüncü hafta ise öğretmen adaylarının tanım ve değer kümelerine daha çok dikkat ettiği ve bir ifadenin fonksiyon olabilmesi için "*Nereden? Nereye?*" sorusunu sordukları gözlenmiştir.

#### **4.7.4. Dördüncü Hafta Etkinlik Sürecinin İncelenmesi**

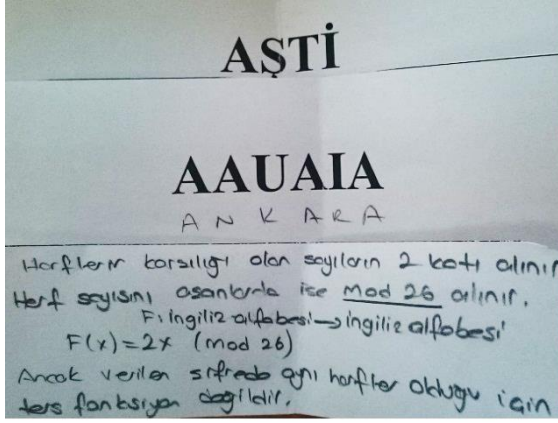
Son hafta öğretmen adaylarına 10 adet etkinlik hazırlanarak 10 gruba dağıtılmıştır. Bu etkinlik ikinci hafta etkinliğine benzer şekilde ' $f(x)=2x$ ' fonksiyonu ile şifrelenmiş metinlerden oluşmaktadır. Ancak bu defa şifreleme İngiliz alfabesinde yapılmıştır. Öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplar ise aşağıdaki gibidir.

Gruplardan 5'i, Grup Arf, Grup Tanjant, Grup For, Grup Kuşlar ve Grup Fırtına, şifreli metinleri deşifre etmişlerdir. Kural olarak istenen ' $f(x)=2x$ ' fonksiyon kuralını yazmışlardır. Ayrıca açık metine ulaşmak için kararsız kaldıklarını yani bir harfin iki harfe gittiğini belirterek ters fonksiyonun olmadığını ifade etmeye çalışmışlardır.

Gruplardan 3'ü, Grup Yıldızlar, Grup  $\pi$  ve Grup Çiçekler, şifreli metinleri deşifre etmişlerdir ancak herhangi bir açıklama yapmamışlardır.

Grup Pisagor, deşifrelemeyi yapmıştır. Kural olarak herhangi bir fonksiyon yazmadıkları ancak açıklamalarının istenene yakın olduğu gözlemlenmiştir.

Grup Böcekler ise deşifrelemeyi doğru yapmıştır. Ancak kural olarak  $f(x)=x/3$  fonksiyonunu yazmıştır. Ayrıca açıklama yapmamıştır. Aşağıda bir grubun cevabı örnek olarak verilmiştir.



'Harflerin karşılığı olan sayıların 2 katı alınır.  
Harf sayısını aşarlarda ise mod 26 alınır.  
F: İngiliz Alfabesi → İngiliz Alfabesi,  $F(x)=2x$   
Ancak verilen şifrede aynı harfler olduğu için  
tersfonksiyon değildir.'

#### Şekil 4.4 Dördüncü hafta etkinliği cevap örneği

Öğretmen adaylarına uygulanan 4 farklı etkinliğin bulgular ve yorumları yukarıdaki şekilde yapılmıştır. İlk iki haftaki etkinliklerde fonksiyonu kural olarak yazmakta güçlük çeken gruplar son iki haftadaki etkinliklerde, özellikle Şekil 4.4 incelendiğinde, istenen ilerlemeyi kaydetmişleridir. Öğretmen adaylarının etkilere verdikleri cevaplara bakarak, her geçen hafta fonksiyonlara ve kriptolojiye olan farkındalıklarının daha da arttığı gözlenmiştir.

Grupların, grup içi fikir alış verişi ve iş bölümü yaptıkları gözlenmiştir. Örneğin Grup  $\pi$  de iş bölümü olarak 3 kişi cümlelerin yarısını diğer 3 kişi ise diğer yarısını almışlardır. Yine Grup Pisagor, cümledeki harf sayısını grup sayısı olan 6 ya bölerek aynı harfleri gruba paylaştırarak grup çalışması performansı göstermişlerdir.

Son hafta yapılan etkinlikten sonra son test yapılarak uygulama bitirilmiştir. Dolayısıyla ses kaydı tutulmamıştır.

Yapılan uygulamalardan sonra öğretmen adayları ile derste soru-cevap yöntemiyle onların fonksiyon hakkındaki görüşlerine yer verilmiştir. Bu kısımlar ses kaydı ile kayıt altına alınmıştır.

Öğretmen adaylarının fonksiyonlar ve kriptoloji hakkındaki farkındalıkları her geçen hafta daha da arttığı söylenebilir. Öğretmen adaylarının ilk hafta Sezar şifresine bir fonksiyon belirtmez hakkındaki söylemleri son haftalardaki etkinlik ve ses kayıtlarının analizinde "Fonksiyon nedir?" sorusuna daha tutarlı ve anlamlı cevaplar vermişlerdir.

Tüm bu bulgulardan yola çıkarak, öğretmen adaylarının dört haftalık bir süreçte görmüş oldukları eğitim sonunda temel fonksiyon konuları hakkında farklı bir vizyona sahip oldukları son derslerdeki ses kayıtlarından ve son test cevaplarında gözlenmiştir.

Öğretmen adaylarının fonksiyonlar konusunu günlük hayata entegre etmekte zorlandıkları ön test cevaplarında ve sınıf içindeki soru cevap tartışmalarında da gözlenmiştir. Yapılan etkinliklerde öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevaplarda fonksiyonlar ve kriptoloji konularına ilgi duydukları söylenebilir. Öğretmen adaylarının başarı testindeki kavramsal bilgi içeren sorularda son test cevaplarına göre olumlu yönde gelişme gösterdikleri gözlenmiştir.

Bu bulgulara son test ve ön testte var olan, kavramsal bilgi içeren, 3. soruda öğretmen adaylarının temel fonksiyon konularından, ters fonksiyon kavramında olumlu bir gelişme gösterdikleri gözlenmiştir. Bu tür sorularda öğretmen adaylarının bir fonksiyonun tanım aralığının önemli olduğu bilgisini kazandıkları söylenebilir. Bununla beraber öğretmen adaylarının fonksiyon konusunu günlük hayatta nerelerde kullanılabileceği hakkında yeni bir vizyon kazandığı da son testte verdikleri cevaplardan anlaşılmıştır. Bunlara ek olarak da yeni bir kavram hakkında bilgi sahibi oldukları ve bu kavramı literatürde de belirtildiği gibi matematiğin zor öğrenilen konularından olan fonksiyon konusu ile de bağdaştırabildikleri etkinliklere verdikleri cevaplardan görülmüştür.

Öğretmen adaylarının son testte verdikleri cevaplar istenen düzeye yakındır. Ancak başarı testinde bulunan 6, 8 ve 9. sorularda öğretmen adaylarının ön test ve son test cevaplarında genel olarak değişiklik göstermediği gözlenmiştir. Farklılık olarak ön testte sözel ifadeler kullanırken son testte matematik sembol ve ifadelerini tanımlarda ve örneklerde kullanmışlardır. Uygulama sürecinde yapılan kriptoloji temelli uygulamanın temel fonksiyon konularından birebir fonksiyon, tanım ve değer kümesi ve örten fonksiyon konularının öğreniminde avantajlı olmadığı son test cevaplarına bakarak söylenebilir. Çünkü hem ön testte hem de son testte öğretmen adaylarının cevapları birbirine yakın olduğu gözlenmiştir.

Öğretmen adayları, özellikle temel fonksiyon konuları olan fonksiyonun tanımı, bire bir fonksiyon, örten fonksiyon tanımlarını matematiksel ifadelerle ve sembollerle yapmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının kavramsal bilgi içeren sorularda daha

dikkatli ve istenen cevaplara yakın cevaplar verdikleri, son test cevaplarının incelemesinde gözlenmiştir. Özellikle 3. soruya verilen cevap istenen düzeydedir. Yani bir ifadenin fonksiyon olabilmesi için gereken koşulların farkında oldukları gözlenmiştir. Son testin 3. ve 10. sorularında cevaplar birbirleri ile tutarlıdır. Ayrıca fonksiyonun günlük yaşamda kullanım alanları hakkında fikir sahibi olmaları açısından avantajlı olduğu söylenebilir.

## 5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmının bulgu ve yorumlarına dayalı olarak ulaşılan sonuçların özetine ve bu sonuçlardan yola çıkarak geliştirilen önerilere yer verilmiştir.

### 5.1. Sonuçlar

Araştırmada üniversite 1. sınıf ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kriptoloji kullanarak temel fonksiyon kavramlarının öğretildiği bir uygulamada, bu kavramlara ilişkin öğrenmelerinin değişimlerini incelemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda 50 öğretmen adayına kriptoloji içeren etkinlikler uygulanarak temel fonksiyon kavramlarını (fonksiyonun tanımı, birebir fonksiyon, ters fonksiyon, değer kümesi, tanım kümesi) öğrenmelerine ilişkin gelişimleri yapılan ön test ve son test sonuçları ile kıyaslanmıştır.

Araştırmadan elde edilen bulgularda öğretmen adaylarının fonksiyon kavramını ön test bulgularına göre hatırlamadıkları ve sınıfın çoğunluğunun bu konuda eksik kaldığı gözlenmiştir. Çeşitli kavramlarla ilişkili fonksiyon tanımı öğretmen adayları tarafından tercih edilmektedir (Hitt, 1998). Fonksiyon konusundaki görülen en büyük problemlerden birisi, bu kavramın temsil sayısının çok olmasıdır (Eisenberg, 1991). Öğretmen adaylarından bir fonksiyon örneği vermeleri istendiğinde doğru örnek vermedikleri sonucuna ulaşılmıştır. Basit gibi görünen bu soruda aslında sıkıntılarının olduğu gözlemlenmiştir. Akkoç (2005)'te yaptığı çalışmaya göre matematik öğretmeni adayları fonksiyonu sözel olarak tanımlamayı tercih etmişlerdir. Bununla beraber küme eşlemesi diyagramı kullanarak örnek vermeye çalışmışlardır.

İlk hafta öğretmen adaylarına yapılan kriptoloji etkinliğinde öğretmen adayları şifreli metinleri çözmüşlerdir ancak bunu fonksiyon kavramı ile bağdaştıramadıkları görülmüştür. Sierpinska (1992), Carlson (1998) ve Clement (2001) gibi birçok yazar üniversitede cebir derslerinde başarılı olan öğrencilerin basit cebirsel bir formülle fonksiyonu tanımlayabileceği düşüncesini ortaya çıkardılar (Dubinsky, 2013). Yapılan uygulama sürecinin sonlarına doğru öğretmen adaylarının etkinliklerde ve son test sonuçlarında fonksiyon tanımını istenen düzeyde yaptıkları görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının bir fonksiyon örneğini doğru ve anlamlı bir biçimde yazdıkları görülmüştür.



Uygulama süresinde yapılan kriptoloji etkinliklerinin işbirlikli bir yöntemle ve sokratik sorgulama ile işlenen dersler sonucunda öğretmen adaylarının fonksiyon tanımını istenen düzeye yakın yapmaları ve doğru örnek vermeleri açısından kriptoloji kullanmanın avantajlı olduğu söylenebilir.

Hitt, (1998)'in yaptığı çalışmada da belirttiği gibi öğretmen adayları fonksiyonu tanımlarken eşleme kuralı veya sıralı ikili oluşturmayı tercih ederler. Ancak kriptoloji temelli temel fonksiyon kavramlarının öğretildiği bu çalışmada görülmüştür ki öğretmen adayları birebir fonksiyon tanımlarken eşleme kuralı olduğundan bahsetmişlerdir. Kriptoloji uygulamalarındaki fonksiyonlar birebirdir ancak bununla ilgili herhangi bir açıklamada bulunmamışlardır. Ayrıca uygulama sonucunda da tıpkı ön testte olduğu gibi birebir fonksiyon tanım kümesinden değer kümesine küme eşleme diyagramı olarak tanımlamışlardır. Buradan kriptoloji etkinliği ile yapılan uygulamaların temel fonksiyon kavramı olan birebir fonksiyon tanımı öğretmen adaylarının gelişiminde herhangi bir değişiklik meydana getirmediği söylenebilir. Dolayısıyla kriptoloji etkinliklerinin temel fonksiyon kavramından olan birebir fonksiyonun öğretilmesinde avantajlı olduğunu söyleyemeyebiliriz.

Hiebert ve Levefre (1986), Özyıldırım Gümüş (2015) işlemsel bilgiyi, matematik sembollerini ve gösterimlerini, kullanabilme, formülün tanımını yapabilme ve işlem basamaklarını uygun biçimde yapabildiği, kavrama yönü olmayan mekanik bilgi şeklinde tanımlamıştır. Dolayısıyla öğretmen adayları temel fonksiyon kavramlarından olan ters fonksiyon tanımlarken, her fonksiyonun tersinin olmadığını belirtmişlerdir. Bununla beraber birebir ve örten olmayan fonksiyonların tersinin olmadığını açıklamasını da yapmışlardır. Ancak öğretmen adayları bu açıklamayı yapmalarına rağmen kavramsal bilgi içeren 3. soruda ise fonksiyonun tersini bulmuşlardır. Ancak süreçte yapılan son hafta etkinliğinde İngiliz Alfabeti kullanılarak  $f(x)=2x$  fonksiyonun tersini bulmaları istenmiştir. Fakat öğretmen adaylarının kriptoloji etkinliklerinde verdikleri cevaplar bunun mümkün olmadığı yönündedir. Bu etkinlikte İngiliz alfabesi ile şifrelenen kelimeleri deşifre etmeye çalışmışlardır. Ancak 1-1 ve örten fonksiyon olmadığı için deşifreleme işlemini gerçekleştirememişlerdir. Bununla beraber son testlerdeki cevaplar analiz edildiğinde ise 10. soruya verilen cevaplar ile 3. soruya verilen cevaplar birbirini destekler niteliktedir. Bu bağlamda ters fonksiyon tanımlama becerileri ve ters

fonksiyon işlemini yaparken tanım ve değer kümelerine dikkat ettikleri gözlenmiştir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının ters fonksiyonu tanımlamadaki becerilerinin olumlu gelişiminde kriptoloji kullanımının avantajlı olduğu söylenebilir.

Calrson (1998)'de yaptığı çalışmada üniversite öğrencilerinin gerçek yaşamı temsil eden fonksiyon oluşturmada güçlük çektiğini belirtmiştir. Öğretmen adaylarının fonksiyon kavramını günlük hayatta nerelerde kullanıldığı hakkında, ön test sonuçlarına bakıldığında çoğunluğunun bilgi sahibi olmadığı gözlenmiştir. Ancak sınıfta 4 öğretmen adayının ön testte şifreleme yöntemlerinde kullanıldığını yazmıştır. Süreç sonunda yapılan son testte öğretmen adaylarının fonksiyon kavramını günlük hayatta nerelerde kullanıldığı hakkında farkındalıklarının olduğu söylenebilir.

Öğretmen adaylarının tanım kümesi, değer kümesi ve görüntü kümesi hakkındaki gelişimleri ise; ön test bulgularına göre öğretmen adaylarının genel olarak tanım ve değer kümelerinin tanımlarını yapabildikleri gözlemlenmiştir. Uygulamanın son haftalarına doğru öğretmen adaylarının tanım kümesi ve değer kümesi kavramlarını 'Nereden? Nereye?' sorusu ile tanımlamayı tercih ettikleri görülmüştür. Uygulama sonunda ise öğretmen adaylarının görüntü kümesi ve değer kümesi arasındaki farkı anlamlı bir şekilde tanımlayabildikleri görülmüştür. Ayrıca bu kavramları tanımlarken öğretmen adayları Akkoç (2005)'un tanımladığı küme eşleme diyagramı kullanarak da tanımlama yaptıkları gözlenmiştir.

## **5.2. Öneriler**

### **5.2.1. Araştırmaya Dönük Öneriler**

Araştırmanın literatürde yeni bir uygulama olduğu söylenebilir. Kriptolojinin, eğitim araştırmalarına yeni girdiği gözlenmiştir. Bu anlamda eğitimde kriptoloji ile beraber diğer matematik konuları entegre edilebilir. Araştırmaya dönük ise aşağıdaki öneriler getirilmiştir.

- Araştırma desen olarak zayıf deneysel desenlerden olan tek grup ön test son test uygulaması ile yapılan betimsel bir çalışmadır. Araştırmanın deseni yarı deneysel desene getirilerek kontrol ve deney grupları oluşturup yeni bir araştırma yapılabilir.

- Araştırma sadece üniversite 1. sınıfta okuyan matematik öğretmen adaylarına yapılabileceği gibi diğer eğitim kademesindeki ortaöğretim ve ilköğretim öğrencilerinde de yapılabilir.
- Araştırma sadece kriptoloji etkinliklerinin temel fonksiyon konularını öğretme üzerine yapılmıştır. Ayrıca kriptoloji ile matrisler konusu üzerine de bir araştırma geliştirilebilir. Bununla beraber ilkokul ve ortaokul düzeyinde bulunan öğrencilere örüntüler konusu üzerine başka bir araştırma yapılabilir. Bunlara ek olarak denklemler konusu da ortaöğretim ve ilkokul ve ortaokul öğrencilerine kriptoloji yardımıyla öğretilebilir.

### **5.2.2. Uygulamaya Dönük Öneriler**

Araştırma için yapılan uygulamalara dönük ise aşağıdaki öneriler yapılmıştır.

- Kriptoloji ile fonksiyon konusu entegre edilerek hazırlanan etkinlikler biraz daha farklılaştırılarak sadece temel fonksiyon kavramları değil aynı zamanda fonksiyonun diğer alt konularına (grafiklere, üstel fonksiyon, logaritmik fonksiyon vb.) da uygulanabilir.
- Kriptoloji etkinliklerinin uygulandığı bir araştırmada bu etkinliklere ek olarak yapılandırılmış görüşmeler yapılabilir.
- Uygulama süresinde verilerin güvenliği için sadece ses kaydı değil aynı zamanda video kaydı da alınabilir.
- Öğretmen adaylarının kendilerinin de şifre oluşturmasını içeren etkinliklere de yer verilebilir.

## KAYNAKÇA

- Akkoç, H. (2005). Fonksiyon kavramının anlaşılması: Çoğul temsiller ve tanımsal özellikler, *Eğitim Araştırmaları Dergisi (Eurasian Journal of Educational Research)*, Yıl 5, Sayı 20.
- Akkoç, H. (2006). Fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin çağrıştırdığı kavram görüntüleri, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 1-9.
- Anar, E.,İ.(2013). *Genel matematik 1*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Arıkan, A. ve Halıcıoğlu, S.(2012). *Soyut matematik*. Ankara: Palme Yayıncılık.
- Aydın, M. Z. (1993). *Din eğitim ve öğretiminde buldurma (sokrates) yöntemi* Doktora Tezi. Ankara Üniversitesi, Ankara.
- Ayhan, G.G. (2006). *İlköğretim II. kademedeki matematik öğretmenlerinin matematik öğretimiyle ilgili karşılaştıkları sorunlar*. Yüksek Lisans Tezi Pamukkale Üniversitesi, Denizli.
- Baki, A. ve Kartal, T. (2000). *Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin değerlendirilmesi*. [Çevirim içi: [http://www.fedu.metu.edu/ufbmek-5/netscape/b\\_kitabi/PDF/Matematik/Bildirir/t211d.pdf](http://www.fedu.metu.edu/ufbmek-5/netscape/b_kitabi/PDF/Matematik/Bildirir/t211d.pdf)], Erişim Tarihi: 25 Mart 2015
- Beyazıt, İ. ve Aksoy, Y. (2013). Fonksiyon kavramı: Epistemolojisi, algı türleri ve zihinsel gelişimi. *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 29 (1), 1-9.
- Buluş, H. N. (2006). *Temel şifreleme algoritmaları ve kriptanalizlerinin incelenmesi* Yüksek Lisans Tezi. Trakya Üniversitesi, Edirne.
- Büyüköztürk, Ş. (2012). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi.
- Büyüköztürk, Ş. (2012). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı*. (16.baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Carlson, M. P. (1998). A Cross-Cectional Investigation of the Development of the Function Concept. . In A. H. Schoenfeld, J. Kaput, & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* 114-162. Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Clement, L. L. (2001). What do students really know about functions? *The National Council of Teachers of Mathematics*, 94(9) Aralık 2001.
- Çimen, C., Akylek, S. ve Akyıldız, E. (2011). *Şifrelerin matematiği: Kriptografi*. Ankara: ODTÜ Yayıncılık.
- Dooley, F. J. (2013). *A Brief History of Cryptology and Cryptographic Algorithms, USA*: Springer Knox College:
- Dreyfus, T. & Eisenberg, T. (1982). Intuitive Functional Concepts. *A Baseline Study on Intuitions. Journal for Research in Mathematics Education*,13(5), 360-380.

- Dubinsky, E., & Wilson, R. T. (2013). High School Students' Understanding Of The Function Concept. *The Journal of Mathematical Behavior*.32(1), 83-101.
- Eisenberg, T. (1991). Function and Associated Learning Difficulties. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (140-152). Kluwer Academic Publishers.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Güven, B., Karataş, İ., & Çinkır, Z. (Eds.) (2013).Ortaöğretim Matematik 9. Sınıf: 3. Kitap. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Ferrini-Mundy, J. & Graham, K.G. (1991). An overview of the calculus curriculum reformeffort: Issues for learning, teaching, and curriculum development. *American Mathematical Monthly*, 98(7), 627-635.
- Fraenkel, J.R. & Wallen, N.E. (2009). How to desing and evaluate research in education. NewYork: McGraw-Hill.
- Hatisaru, V. & Erbaş, A.K. (2013). Endüstri meslek lisesi öğrencilerinin fonksiyon kavramını anlama düzeylerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi Eylül 2013 Cilt:21 No:3 865-882*
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics (s.1-22). içinde Hillsdale, Lawrance Erlbaum Associates Inc, New Jersey.
- Hitt, F. (1998). Difficulties in the Articulation of Different Representation Linked to the Concept of Function. *Journal of Mathematical Behaviour*, 17(1), 123-134.
- Ibeawuchi, E. O. (2010). *The Role Of Pedagogical Content Knowledge In The Learning Of Quadratic Functions* Master's thesis, University of South Africa, South Africa.
- Insook, C. (1999). Mathematical and Pedagogical Discussions of the Function Concept. *Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education*, 3(1), 35-56.
- Karabaş, C. (2010). *Özel Lineer Gruplar ve Mor Kriptosistem* Yüksek Lisans Tezi Erciyes Üniversitesi, Kayseri.
- Kleiner, I. (1989). Evolution of the Function Concept: A Brief Survey *The College Mathematics Journal* 20(4), 282-300.
- Kline, R. B. (1998). *Principal and practice of structural equation modeling*. New York: The Guilford Pres.
- Koblitz, N. (1994). *A course in number theory and cryptography* (2nd Edition). New York, USA: Springer-Verlag.
- Külen, F. (2013). *Kriptolojide Bazı Şifreleme Yöntemlerinde Cebirsel Yaklaşımlar* Yüksek Lisans Tezi, Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Tokat.
- Lunde, P. (2010). *Şifreler kitabı*. İstanbul: NTV Yayınları.
- Malik, M A. (1980). Historical and pedagogical aspects of the definition of function. *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, 11(4), 489-492.

- MEB (Milli Eğitim Bakanlığı) (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11, 12. Sınıflar) öğretim programı*. [Çevirim içi: <http://ttkb.meb.gov.tr/program2.aspx>], Erişim tarihi: 23 Mart 2015
- Meel, D. E. (1999). Prospective teachers' understandings: Function and composite function. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers: The Journal*, 1,1-12.
- Menezes, A., Oorschot, P. V., ve Vanstone, S. (2001). *Handbook of cryptography*. Wales, England: CRC Press.
- NCTM. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Özkaya, M., ve İşleyen, T. (2012). Fonksiyonlarla ilgili bazı kavram yanılgıları. *Çankırı Karatekin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 3 (1), 01-32.
- Özmantar, M.F., Bingölbali, E. ve Akkoç (2010). *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi.
- Özyıldırım, G. F. (2015). *Problem çözme stratejileri öğretiminin çözümlerdeki kavramsal-ışlemsel bilgi tercihin ve performans etkisi* Doktora Tezi. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Pettersson, K. (2012). The threshold concept function – A case study of a student's development of her understanding. *Paper presented at Madif 8, January 25, Stockholm University Umeå, Sweden*
- Polat, Z. S. ve Şahiner, Y.(2007). Bağıntı ve fonksiyonlar konusunda yapılan yaygın hataların belirlenmesi ve giderilmesi üzerine boylamsal bir çalışma. *Eğitim ve Bilim Education and Science 2007*, 32(146).
- Ponte, J. P. (1992). The history of the concept of function and some educational implications. *The Mathematics Educator*, 3(2), 3-8. [Çevirim içi: <http://repositorio.ul.pt/handle/10451/3168>], Erişim tarihi: 25 Mart 2015
- Sajka, M.(2003). A secondary school student's understanding of the concept of function - A case study: *Educational Studies in Mathematics*, Vol.53 (3).229-254
- Saraiva J. M., Teixeira A., M. (2008). Secondary school students' understanding of the concept of function. *Paper Presented at the Eleventh International Congress on Mathematical Education (ICME)*, Monterrey, Mexico
- Saygı, E. ve Umay, A. (2010). *Kriptoloji yardımıyla fonksiyon kavramının oluşturulması*. Matematik Etkinlikleri Sempozyumu, 20 – 22 Ekim 2010. Trabzon: Trabzon.
- Saygı, Z. (2007). *Doğrulama kodlarının üretilmesi* Doktora Tezi. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Sertkaya, İ. (2004). *Nonlineeriteyi koruyan ard dönüşümler* Yüksek Lisans Tezi. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

- Sertkaya, İ. (2014). *Boole fonksiyonları üzerine tanımlı nonlineerite ve hamming ağırlığını koruyan tersinir dönüşümler* Doktora Tezi. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of functions. In E. Dubinsky & G. Harel (Eds.), *The concept of function: Elements of Pedagogy and Epistemology. Notes and Reports Series of the Mathematical Association of America, Vol. 25, 25-58.*
- Singh, S. (2004). *Kod kitabı: Eski mısır'dan kuantum kriptolojisine gizlilik bildirimi*. İstanbul: Klan Yayınları.
- Skemp, R. R. (1971). *The psychology of learning mathematics* (Second Edition). London, England: Penguin Publications.
- Skemp, R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Inc. [Çevirim içi: [https://books.google.com.tr/books?hl=tr&lr=&id=8WTZk8cCCNUC&oi=fnd&pg=PR1&dq=The+Psychology+of+learning+mathematics&ots=cYpQ4b6Do0&sig=MvBYEG\\_1FX\\_NpW\\_MwdYbYSSGzV8&redir\\_esc=y#v=onepage&q=The%20psychology%20of%20learning%20mathematics&f=false](https://books.google.com.tr/books?hl=tr&lr=&id=8WTZk8cCCNUC&oi=fnd&pg=PR1&dq=The+Psychology+of+learning+mathematics&ots=cYpQ4b6Do0&sig=MvBYEG_1FX_NpW_MwdYbYSSGzV8&redir_esc=y#v=onepage&q=The%20psychology%20of%20learning%20mathematics&f=false)], Erişim tarihi: 28 Mart 2015.
- Soylu, Y. ve Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi Cilt-Sayı: 8-2*
- Süzer, V. (2011). *Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramı ile ilgili kavram tanımları ve imajları üzerine bir durum çalışması* Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Şandır, T. Y. (2006). *Fonksiyon kavramı hakkında öğretmen adaylarının görüşleri üzerine bir fenomenografik çalışma* Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Tall, D. & Bakar, M. (1991). Students' mental prototypes for functions and graphs: *Proceedings of PME 15 Assisi, Italy, 104-111*
- Tall, D. O. & Bakar, M. (1992). Students' mental prototypes for functions and graphs: *International Journal of Math, Education, Science, and Technology 23 (1). 39-50.*
- TÜBİTAK (2009). *Bilgi güvenliği için matematiksel yaklaşım: Kriptoloji*. [Çevirim içi: <http://img.eba.gov.tr/bilimteknik/2009/07.pdf>], Erişim tarihi: 11 Aralık 2013.
- Umay, A.(2007). *Eski arkadaşımız okul matematiğinin yeni yüzü*. Ankara: Aydan Web Tesisleri.
- Ural, A.(2006). Fonksiyon öğreniminde kavramsal zorluklar *Ege Eğitim Dergisi 2006 (7) 2: 75-94.*
- Ural, A.(2007). *İşbirlikli öğrenmenin matematikteki akademik başarıya, kalıcılığa, matematik özyeterlilik algısına ve matematiğe karşı tutuma etkisi* Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image, and the notaion of function: *International Journal for Mathematics Education in Science and Technology, 14(3), 293-305.*

- Vinner, S.,& Dreyfus, T. (1989). Images and definitions of the concept of function: *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356-366.
- Wilson M. R. (1991). A Model of secondary students' construction of the concept of function. *The Mathematics Educator* 2(1).
- Yavuz, İ. ve Hangül, T. (2014). Öğrencilerin fonksiyonlarda tanım, değer ve görüntü kümeleri kavramlarına yönelik algıları. International Conference on Education in Mathematics, Science and Technology. 16-18 Mayıs 2014. [Çevirim içi: [www.ijssr.net/index.php/site/issue/viewFile/4/20](http://www.ijssr.net/index.php/site/issue/viewFile/4/20) ], Erişim tarihi: 10 Nisan 2015.
- Yıldırım, E. (2004). *Belirli fark dağılım vektörlerine sahip boole fonksiyonlarının sayılması ve teşkili* Yüksek Lisans Tezi. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Yılmaz, R. (2010). *Kriptolojik uygulamalarda bazı istatistik testler* Yüksek Lisans Tezi. Selçuk Üniversitesi, Konya.



## **EKLER DİZİNİ**

# EK 1. ETİK KURUL ONAY BİLDİRİMİ

Form: 40

## Tez Çalışması Etik Kurul İzin Muafiyeti Formu

09 / 04 / 2015

Hacettepe Üniversitesi  
Eğitim Bilimleri Enstitüsü  
İLKÖĞRETİM Anabilim Dalı Başkanlığı'na

Tez Başlığı / Konusu:	FONKSİYİN KAVRAMININ ÖĞRETİLMESİNDE KRİPTOLOJİ KULLANIMININ AVANTAJLARI VE DEZAVANTAJLARI
-----------------------	---

Yukarıda başlığı/konusu gösterilen tez çalışmam:

1. İnsan ve hayvan üzerinde deney niteliği taşımamaktadır.
2. Biyolojik materyal (kan, idrar vb. biyolojik sıvılar ve numuneler) kullanılmasını gerektirmemektedir.
3. Beden bütünlüğüne müdahale içermemektedir.
4. Gözlemsel ve betimsel araştırma (anket, ölçek/skala çalışmaları, dosya taramaları, veri kaynakları taraması, sistem-model geliştirme çalışmaları) niteliğinde değildir.

Hacettepe Üniversitesi Etik Kurullar ve Komisyonlarının Yönergelerini inceledim ve bunlara göre tez çalışmamın yürütülebilmesi için herhangi bir Etik Kuruldan izin alınmasına gerek olmadığını; aksi durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

  
Ramazan EROL  
(Öğrencinin Adı Soyadı, İmzası)

### Öğrenci Bilgileri

Adı Soyadı	Ramazan EROL
Öğrenci No	N10123054
Anabilim Dalı	İLKÖĞRETİM
Programı	İLKÖĞRETİM
Statüsü	<input checked="" type="checkbox"/> Yüksek Lisans <input type="checkbox"/> Doktora <input type="checkbox"/> Bütünleşik Dr.

### Danışman Görüşü ve Onayı

Öğrencim tez çalışmasını 2011-2012 eğitim öğretim güz döneminde başlamıştır. Verilerini toplayarak analizlerini yapmıştır. 2014-2015 Bahar döneminde tezini teslim etmek üzeredir.

Yrd. Doç. Dr. Elif SAYGI  
(İmza)  
(Danışmanın Ünvanı, Adı ve Soyadı)



## EK 2. BAŞARI TESTİ ve CEVAP ANAHTARI

Adı Soyadı: **CEVAP ANAHTARI**

No:

İMZA:

1. Fonksiyon nedir? Tanımlayınız. Bir fonksiyon örneği veriniz.

*Tanım: Bir D kümesinden bir Y kümesine tanımlı bir fonksiyon  $x \in D$  elemanına karşılık olarak (tek bir)  $f(x) \in Y$  elemanı eşleyen kuraldır. Fonksiyonlar gerçek dünyayı matematiksel terimlerle ifade etmenin bir aracıdır. Bir fonksiyon bir denklemlerle bir grafiklerle bir sayısal tabloyla veya sözel ifadelerle gösterilebilir. Doğru örnek vermek.  $F:R \rightarrow R$   $f(x)=x^3$*

2.  $f: R^* \rightarrow R, f(x) = \frac{x^5 - 3x^2 + 11}{x^4}$  ise  $f(2) = ?$

*f(2) direkt yerine yazması işlemleri doğru yapmak.  $f(2) = \frac{7}{16}$  'dır.*

3.  $f: Z \rightarrow Z, f(x) = 3x - 2$  kuralı ile verilen fonksiyonun tersini bulunuz.

*f(x) fonksiyonunun  $f: Z \rightarrow Z$  de  $f^{-1}(x)$  yoktur.*

4. Fonksiyonun anlamını daha önce fonksiyonla hiç karşılaşmayan bir başkasına ya da öğrencinize nasıl anlatırsınız?

*Günlük hayattan örnekler verilebilir. Diğer matematik konuları (kümeler, denklemler...) ilişkilendirilebilir.*

5. Fonksiyon günlük yaşamda nerede kullanılabileceğine ilişkin bir örnek veriniz.

*Excel programı, hesap makinesi, şifreleme, deşifreleme, bilgisayar programları,*

*Mühendislikte...*

6. Fonksiyonun tanım kümesi ve değer kümesi kavramlarını açıklayınız.

*Tanım kümesi doğru tanımlı; olası tüm girdi değerlerinin kümesi olan kümeye fonksiyonun tanım kümesi denir.*

*Değer kümesi doğru tanımlı; tanım kümesindeki x değerlerinin değişmesiyle*

*fonksiyonun alacağı değerler kümesi görüntü kümesidir, bunu kapsayan küme ise değer kümesidir.*

**7.** Fonksiyonun görüntü kümesi ile değer kümesi arasında bir fark var mıdır? Varsa açıklayınız.

*Fark vardır.*

*Doğru açıklama görüntü kümesi değer kümesinin alt kümesidir. (sözel ifade veya şekille örneklendirme, matematik ifadesi ile örnek verme...*

**8.** Fonksiyonun bire bir olması ne demektir? Bire bire bir fonksiyon örneği veriniz.

*Doğru tanım; bir fonksiyonda farklı her elemanın görüntüleri de farklı ise fonksiyon birebirdir.  $F:A \rightarrow B$   $f(x)$  fonksiyonu birebir ise  $\forall x_1$  ve  $x_2 \in A$  için  $x_1 \neq x_2$  için  $f(x_1) \neq f(x_2)$  ise fonksiyon birebirdir.*

*$F:A \rightarrow B$   $f(x)$  fonksiyonu birebir ise  $\forall x_1$  ve  $x_2 \in A$  için  $x_1 \neq x_2$  için  $f(x_1) \neq f(x_2)$  ise fonksiyon birebirdir.*

*Örnek verme(şekille örnek gösterim, matematik ifadesi ile örnek verme, işlem ile örneklendirme*

**9.** Fonksiyonun örten olması ne demektir? Örten bir fonksiyon örneği veriniz.

*Değer kümesinde boşta eleman kalmıyorsa bu fonksiyon örtendir.*

*$F:A \rightarrow B$   $f(A) = B$  ise bu fonksiyon örtendir, şekille doğru örnek gösteren,*

**10.** Her fonksiyonun tersi var mıdır? Açıklayınız.

*Yoktur.*

*Fonksiyon birebir ve örten değilse tersi yoktur. Şekille örnek gösterim yapan ve matematik ifadelerle açıklama yapan.*

### EK 3. BİRİNCİ HAFTA ETKİNLİKLİĞİ VE CEVAPLARI

Birinci Hafta Etkinlik 10 tane şifrelenmiş mesaj (anahtar  $f(x) = x+3$ )

Şifreli Metin	İpucu	Deşifreli Metin
UÇÖUYYP	1919	SAMSUN
EYÖJYTLBĞV	1923	CUMHURİYET
HĞPĞTDÇJFĞ	1907	FENERBAHÇE
ARGÇHRPĞ	KIRMIZI	VODAFONE
İÇOÇVÇUÇTÇB	UEFA 2000	GALATASARAY
EÇJLV ÇTH	10 TL	CAHİT ARF
ÇÇĞTDÇBEÇP	EURO VISION 2011	AZERBAYCAN
CÇHĞT DÇBTÇÖ	30 AĞUSTOS	ZAFER BAYRAMI
VYTNEĞOO	4 ÇEKER	TURKCELL
PRNKÇ	CONNECTING PEOPLE	NOKIA

#### EK 4. İKİNCİ HAFTA ETKİNLİĞİ ve CEVAPLARI

İkinci hafta Türk alfabesi ile hazırlanan etkinlikler ve cevapları (anahtar  $f(x)=2x$ )

Şifreli Metin	İpucu	Deşifreli Metin
ŞKVIÇĞİİ	BURSA	İSKENDER
AÇVAİA	ATAKULE	ANKARA
AÇROVACŞİ	ANKARA	ANITKABİR
LAYŞAÇOIH	BAKLAVA	GAZİANTEP
HAKORİBA	KAYSERİ	PASTIRMA
VAÜRKR	MALATYA	KAYISI
IĞŞİÇİ	KIRKPINAR	EDİRNE
MAÇZRPIJA	LAHMACUN	ŞANLIURFA
CAZRVZR LGZ	ŞANLIURFA	BALIKLI GÖL
ÖABKŞ	TRABZON	HAMSİ
OIACYEÇ	SÜMELA MANASTIRI	TRABZON
EZOP OAMR	ERZURUM	OLTU TAŞI

## EK.5 ÜÇÜNCÜ HAFTA ETKİNLİK ve CEVAPLARI

Üçüncü hafta Türk alfabesi ile hazırlanan etkinlikler ve cevapları

Şifreli Mesaj	Deşifreli Mesaj
NRCV DLRCR NRLRCR KMFHMC ZVB? GRC	BENİ ÖZENE BEZENE YARATAN KİM? SEN 15
ÇS LNFNÖNUVCV RN LNMVHGĞÇ EÇÖSRŞÇ	NE YAPACAĞIMI DA YAZMIŞSIN ÖNCEDEN 16
SŞÇŞB UKDOV ZİCŞİŞD SŞ HŞDHZD ÖODO	DEMEK GÜNAH İŞLETEN DE SENSİN BANA 17
DKARKGR CRPVG Ç ORCCRH ORURCCRB	ÖYLEYSE NEDİR O CENNET CEHENNEM 15
İMİÇ YÇÖS OYG LDBRNLVC	UZUN İNCE BİR YOLDAYIM 16
ONSOD ON REBİON REB UZŞŞR	AZDAN AZ ÇOKTAN ÇOK GİDER 17
PÇTMCÜC BIMLLMB ZVHMNÜCÜC PVAV BMHRBMHVZHV	DOĞANIN MUAZZAM KİTABININ DİLİ MATEMATİK 15
RJÇLNRNAY SÇ CNĞİC İUGNH CNİSCNİYAYİG	DÜNYADAKİ EN MASUM UĞRAŞ MATEMATİKTİR 16
ÇOIŞÇOIZB ÖZCZÇÇŞĞZD HJÇİODYSYĞ	MATEMATİK BİLİMLERİN SULTANIDIR 17
URFZRG PÇTMGÜCÜC ŞRFRTVCV KMEMF	HERKES DOĞASININ GEREĞİNİ YAPAR 15
ĞNÇCN HNÜVC ÜSGASĞY ĞŞÇ ĞNRVANÇ LNG DBİĞ	SANMA ŞAHİM HERKESİ SEN SADIKANE YAR OLUR 16
BOCSYÜYD MŞĞŞŞD SŞLOÇ SŞŞÇZMEĞHOD ŞD ÖOİİOD ÖOİCOĞHYD	KALDIĞIN YERDEN DEVAM EDEMİYORSAN EN BAŞTAN BAŞLARSIN 17
VZV ZVÜVCVC NVAPVTV GÜF PRTVADVF	İKİ KİŞİNİN BİLDİĞİ SIR DEĞİLDİR 15
HNÇĞ RDUĞİ MNCNÇRN RDUĞİ LSGRS DBCNAİVG	ŞANS DOĞRU ZAMANDA DOĞRU YERDE OLMAKTIR 16

## EK.6 DÖRDÜNCÜ HAFTA ETKİNLİK VE CEVAPLARI

Dördüncü hafta İngiliz alfabesi ile hazırlanan etkinlikler ve cevapları (anahtar  $f(x)=2x$ )

Şifreli Metin	İpucu	Deşifreli Metin
BHBBB	ŞALGAM SUYU	ADANA
BRVJ	JUST DO IT	NİKE
BBVBJB	AŞTI	ANKARA
XBZRXR VBBXDB	ISPARTA SÜTÇÜLER	YAZILI KANYON
RDHBLDBJ	KIRMIZI	VODAFONE
ZJJFJHJL	OTOMOBİLİN GELECEĞİ	MERCEDES
FBJHPL	ULUSAL İŞLETİM SİSTEMİ	PARDUS
VRZRXXB	ANKARANIN MERKEZİ	KIZILAY
XDPNPDJ	VİDEO SİTESİ	YOUTUBE
RFPDBJ	STEVE JOBS	İPHONE



## EK 7. ORJİNALLİK RAPORU

29-Jun-2015 10:39AM 22621 words • 135 matches • 73 sources 8%

iThenticate® ramazan\_erol\_tez.pdf Quotes Included Bibliography Excluded 8% SIMILAR

**KRİPTOLOJİ KULLANIMININ FONKSİYON KAVRAMININ ANLAŞILMASINA ETKİSİ**

**THE EFFECT OF USING CRYPTOGRAPHY ON UNDERSTANDING THE CONCEPT OF FUNCTION**

Ramazan EROL

**Match Overview**

1	Internet 282 words crawled on 23-Dec-2014 <a href="http://www.egitimbilimienstitusu.hacettepe.edu.tr">www.egitimbilimienstitusu.hacettepe.edu.tr</a>	1%
2	Publications 75 words ANKOÇ, Halce. "Fonksiyon Kavramının Çözümlenmesi ve Çözümlenmesi İçin Çeşitli Kavram Gösterimleri". Hacettepe Üniversitesi	<1%
3	Internet 74 words crawled on 04-Jun-2015 <a href="http://katalog.hacettepe.edu.tr">katalog.hacettepe.edu.tr</a>	<1%
4	Internet 64 words crawled on 01-Nov-2014 00.64.99.26	<1%
5	Internet 62 words crawled on 27-May-2015 <a href="http://www.nuraysemoglu.com">www.nuraysemoglu.com</a>	<1%
6	Internet 59 words crawled on 22-Jan-2014 <a href="http://library.cu.edu.tr">library.cu.edu.tr</a>	<1%
7	Internet 58 words crawled on 15-May-2015 <a href="http://the.erciyes.edu.tr">the.erciyes.edu.tr</a>	<1%
8	Internet 58 words crawled on 30-May-2015 <a href="http://openaccess.inonu.edu.tr/8080">openaccess.inonu.edu.tr/8080</a>	<1%
9	Internet 42 words crawled on 15-Apr-2013 <a href="http://egitim.ege.edu.tr">egitim.ege.edu.tr</a>	<1%
10	Internet 39 words crawled on 21-Feb-2015 <a href="http://cmturkwebtr.com">cmturkwebtr.com</a>	<1%
11	Internet 35 words crawled on 12-Dec-2014 <a href="http://ejercongress.org">ejercongress.org</a>	<1%

PAGE 1 OF 81

Test-Only Report

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

<i>Adı Soyadı</i>	Ramazan EROL
<i>Doğum Yeri</i>	Isparta
<i>Doğum Tarihi</i>	10/04/1986

### Eğitim Durumu

<i>Lise</i>	Gönen Anadolu Öğretmen Lisesi	2001-2004
<i>Lisans</i>	Hacettepe Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2005-2009
<i>Yüksek Lisans</i>	Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Bölümü	2011-2015
<i>Yabancı Dil</i>	İngilizce: Okuma (iyi), Yazma (İyi), Konuşma (Orta)	

### İş Deneyimi

<i>Stajlar</i>		Buraya tarih aralığı yazılacak
<i>Projeler</i>	Grundtvig Yetişkin Eğitim Projesi Erasmus+ KA1 Proje TÜBİTAK 4004	2012-2013 2014-2015 2014-2015
<i>Çalıştığı Kurumlar</i>	Aile ve Sosyal Politikalar Bakanlığı Isparta İl Müdürlüğü	2011-

### Akademik Çalışmalar

**Yayınlar** (Ulusal, uluslararası makale, bildiri, poster vb gibi.)

--

### Seminer ve Çalıştaylar

--

### Sertifikalar

--

### İletişim

<i>e-Posta Adresi</i>	rerol@hacettepe.edu.tr
	ramazanlore@gmail.com

<i>Jüri Tarihi</i>	09/06/2015
--------------------	------------