

**YARI KARIŞIK YAPILI ÇOK BOYUTLU YAPILARIN TEK  
BOYUTLU OLARAK ELE ALINMASI DURUMUNDA  
KESTİRİLEN PARAMETRELERİN İNCELENMESİ**

**EXAMINING PARAMETER ESTIMATION WHEN TREATING  
SEMI-MIXED MULTIDIMENSIONAL CONSTRUCTS AS  
UNIDIMENSIONAL**

**Sakine GÖÇER ŞAHİN**

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı, Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Bilim Dalı İçin

Öngördüğü

Doktora Tezi

olarak hazırlanmıştır.

2016

Eğitim Bilimleri Enstitüsü M¼d¼rl¼ę¼'ne,

Sakine G¼ÇER ŞAHİN'in hazırladığı "Yarı Karışık Yapılı Çok Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Ele Alınması Durumunda Kestirilen Parametrelerin İncelenmesi" başlıklı bu çalışma j¼rimiz tarafından Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı, Eğitimde ¼lme ve Değerlendirme Bilim Dalı'nda Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan

  
Prof. Dr. H¼lya KELECIOğLU

¼ye (Danışman)

  
Prof. Dr. Selahattin GELBAL

¼ye

  
Prof. Dr. Cindy M. WALKER

¼ye


  
Doç. Dr. Nuri DOğAN

¼ye

  
Doç. Dr. Neşe G¼LER

ONAY

Bu tez Hacettepe ¼niversitesi Lisans¼st¼ Eğitim-¼đretim ve Sınav Y¼netmeliđi'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki j¼ri ¼yeleri tarafından 30/09/2016 tarihinde uygun g¼r¼lm¼ř ve Enstit¼ Y¼netim Kurulunca 10/01/2017 tarihinde kabul edilmiştir.

  
Prof. Dr. Ali Ekber ŞAHİN  
Eğitim Bilimleri Enstit¼s¼  
M¼d¼r¼

## YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kağıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

o Tezimin/Raporumun tamamı dünya çapında erişime açılabilir ve bir kısmı veya tamamının fotokopisi alınabilir. (Bu seçenikle teziniz arama motorlarında indekslenebilecek, daha sonra tezinizin erişim statüsünün değiştirilmesini talep etmeniz ve kütüphane bu talebinizi yerine getirirse bile, teziniz arama motorlarının önbelleklerinde kalmaya devam edebilecektir)

o Tezimin/Raporumun .....tarihine kadar erişime açılmasını ve fotokopi alınmasını (İç Kapak, Özet, İçindekiler ve Kaynakça hariç) istemiyorum (Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin/raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir, kaynak gösterilmek şartıyla bir kısmı veya tamamının fotokopisi alınabilir).

o Tezimin/Raporumun.....tarihine kadar erişime açılmasını istemiyorum ancak kaynak gösterilmek şartıyla bir kısmı veya tamamının fotokopisinin alınmasını onaylıyorum.

o Serbest Seçenek/Yazarın Seçimi

02/01/2017

(İmza)

Öğrencinin Adı SOYADI

Sakine GÖĞER SAHİN

# YARI KARIŞIK YAPILI ÇOK BOYUTLU YAPILARIN TEK BOYUTLU OLARAK ELE ALINMASI DURUMUNDA KESTİRİLEN PARAMETRELERİN İNCELENMESİ

Sakine GÖÇER ŞAHİN

## ÖZ

Bu çalışmada yarı karışık yapılı çok boyutlu yapıların tek boyutlu olarak kestirilmesi durumunda ortaya çıkan hatalar incelenmiştir. Bu amaçla, testin yapısı, boyut sayısı, boyutlar arası korelasyon, testin güçlüğü ve farklı dağılımlar koşullarını içeren bir araştırma deseni tasarlanmıştır. Bu koşulları içeren araştırma deseni 168 hücreli olup, bunun yanı sıra çok boyutlu yapıların tek boyutlu olarak kestirilmesi durumunda elde edilen hataları değerlendirmek amacıyla gerçekte tek boyutlu olan bir veri yine tek boyutlu olarak kestirilmiştir. Tek boyutlu test oluşturulurken, çok boyutlu testlere ait parametrelerden yararlanılmıştır. Bütün koşullarda test uzunluğu 30, örneklem büyüklüğü 5000 olarak sabit tutulmuştur. Parametrelerin kestiriminde, tek boyutluluk sayılına dayanan BILOG programından yararlanılmıştır. Kestirilen parametrelerin içerdiği hataların değerlendirilmesinde RMSE (Root Mean Square Error) istatistiğinden faydalanılmıştır.

İki boyutlu testler için  $a_1$  ve  $a_2$  parametrelerine göre en düşük hatalar korelasyonun 0.45 olduğu durumda elde edilmiştir. Tek boyutlu MTK'daki ayırt edicilik parametresine karşılık gelen  $MDISC$ 'e göre hesaplanan hatalar diğer ayırt edicilik parametrelerine göre daha yüksek olmakla birlikte, alan yazında yer alan sonuçlara benzer bir örüntü sergilemiştir. Madde ayırt ediciliklerinin ortalamasına göre hesaplanan hatalar ise  $a_1$  ve  $a_2$  parametresi için hesaplanan hatalara benzer bir örüntü çizmekle birlikte her iki parametreden daha düşük olarak kestirilmiştir. Karmaşık madde sayısının basit madde sayısından daha fazla olduğu koşullarda,  $a_1$ ,  $a_2$  ve  $MDISC$ 'e göre hesaplanan  $a$  parametresine ilişkin hatalar genel olarak daha düşüktür. Yaklaşık basit madde sayısının daha fazla olduğu durumlarda dağılımların etkisi fazla iken, karmaşık madde sayısı arttıkça dağılımların etkisi azalmaktadır. Genel olarak, testin zor ya da orta güçlükte olmasının ayırt edicilik parametrelerini etkilemediği söylenebilir. Yetenekle ilgili olan  $b$  parametresi için hangi dağılımın farklılaştırıldığının bir önemi olmayıp, dağılımı farklılaştırma derecesi ön plana çıkmaktadır. Boyutlar arası korelasyon arttıkça dağılımların

etkisi azalmıştır. Güçlük parametresine ait RMSE değerleri, koşulların çoğunda boyutlar arası korelasyon arttıkça azalmaktadır. Genel olarak karmaşık madde sayısı arttıkça  $b$  parametresine ait hatalar da azalmaktadır. Testin zor olması durumunda elde edilen hataların orta güçlükteki teste göre oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Ayrıca boyutlar arası korelasyon arttıkça orta ve zor testler için kestirilen hataların birbirine yaklaştığı söylenebilir. İki boyutlu testlerdeki yetenek parametresi için dağılımın ortalamasının sıfırdan daha çok farklılaştırıldığı koşullarda elde edilen hataların daha büyük olduğu görülmektedir. Boyutlar arası korelasyon arttıkça yetenek parametrelerine ait hatalar azalmıştır. İki boyutlu testlerde karmaşık madde sayısının artışı ile ilgili bütün yetenek parametrelerine genellenecek bir örüntü elde edilememiştir.  $\theta_1$  ve  $\theta_2$ 'nin ortalaması alınarak hesaplanan  $\theta_{ort}$ 'ya göre hesaplanan hatalar, bu iki parametreye ilişkin hatalardan daha düşüktür. Genel olarak testin zor olmasının yetenek parametresini etkilediği, zor test için elde edilen hataların, orta güçlükteki testlerden daha yüksek olduğu görülmüştür.

Üç boyutlu yapılarda  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  ve  $a_{ort}$  parametrelerine göre hesaplanan RMSE değerlerinin boyutlar arası korelasyon arttıkça arttığı görülmektedir. Diğer üç parametrenin ortalaması alınarak hesaplanan  $a_{ort}$  ile karşılaştırılan  $a$  parametresi en düşük hata ile kestirilmiştir. Boyutlar arası korelasyonun 0.90 olduğu koşullarda karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar artarken, diğer korelasyonlarda azalmaktadır. Burada ayrıca *MDISC* ve diğer dört ayırt edicilik parametresinin karmaşık madde sayısı ile ilgili örüntülerinin birbirinin tam tersi olduğu dikkat çekmektedir. Genel olarak, dağılımların farklı ve testin zor veya orta güçlükte olmasının ayırt edicilik parametresini etkilemediği söylenebilir. İki boyutlu yapılarda olduğu gibi üç boyutlu yapılardaki  $b$  parametresinde en çok dikkat çeken faktör dağılımların etkisidir. Burada hangi dağılımın farklılaştırıldığıнын bir önemi olmaksızın ortalamaların değişim miktarına bağlı olarak  $b$  parametresine ait hatalar artmaktadır. Dağılımların standart normal olduğu koşullar dışında karmaşık madde sayısı arttıkça  $b$  parametresine ait hatalar azalmaktadır. Yine test zorlaştırıldığında  $b$  parametresine ait hatalarda özellikle dağılımların standart normal olduğu koşullarda ani bir yükselme meydana gelmektedir. Genel olarak güçlük parametresine ait RMSE değerlerinin boyutlar arası korelasyon arttıkça azaldığı söylenebilir. Üç boyutlu yapılardaki yetenek parametresi için boyutlar arası

korelasyon arttıkça hatalar azalmaktadır. Tüm yetenek parametrelerinde karmaşık madde sayısının artışı ile ilgili düzenli bir örüntü elde edilememiştir. İki boyutlu yapılarda olduğu gibi hangi boyutun dağılımı farklılaştırılmışsa o boyuta ait RMSE değerleri yüksek kestirilmekte, diğerinde ise hafif bir azalma meydana gelmektedir.  $\theta_{ort}$ 'ya göre hesaplanan hataların diğer üç yeteneğe ilişkin hatalardan düşük olduğu görülmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Tek boyutluluk, yarı karışık yapılı test, tek boyutlu madde tepki kuramı, çok boyutlu madde tepki kuramı

**Danışman:** Prof. Dr. Selahattin GELBAL, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı, Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Bilim Dalı



# EXAMINING PARAMETER ESTIMATION WHEN TREATING SEMI-MIXED MULTIDIMENSIONAL CONSTRUCTS AS UNIDIMENSIONAL

Sakine GÖÇER ŞAHİN

## ABSTRACT

This study investigates the errors resulted from unidimensional estimation of multidimensional semi-mixed structured tests. To this end, a research design was prepared to include various conditions such as test structure, number of dimensions, interdimensional correlation, test difficulty and different distributions. The research design involves 168 cells and additionally, unidimensional estimation of unidimensional data was conducted with the purpose of evaluating the errors emerged in case of unidimensional estimation of multidimensional structured tests. Parameters of multidimensional structures were used to form a unidimensional test. Under all conditions, values were fixed to 30 for test length and 5000 for sample size. BILOG program, which relies on unidimensionality assumption, was used for parameter estimation. RMSE (Root Mean Square Error) statistic was used for the evaluation of errors associated with the estimated parameters. The lowest errors were obtained from 0.45 correlation for parameters  $a_1$  and  $a_2$  in two-dimensional tests. Errors of *MDISC* which is equivalent to discrimination parameter of unidimensional IRT were relatively higher than other discrimination parameters, yet the pattern was similar with the results reported in the literature. While mean item discrimination had a similar pattern as parameters  $a_1$  and  $a_2$ , it was estimated with less errors compared to both of the parameters. Under conditions where the number of complex items was more than the number of approximately simple items, errors obtained for  $a_1$  and  $a_2$  and *MDISC* were generally lower. In cases when the number of approximately simple items was higher, the effect of distributions was greater while this effect decreased as the number of complex items increased. In general terms, it can be said that high or medium test difficulty did not affect discrimination parameters. A particular distribution which was differentiated for parameter  $b$  related to ability had no importance while degree of differentiating the distribution came into prominence. As interdimensional correlation increased, effect of distributions decreased. RMSE values of difficulty parameter decreased as interdimensional correlation increased under most of the conditions. In general, as the number of complex items increased, errors

associated with estimates of parameter  $b$  decreased. It was found that errors obtained from high-difficulty test were much higher than those in medium-difficulty test. In addition, it can be said that errors estimated for medium or high difficulty tests closed up as interdimensional correlation increased. The obtained errors were found larger under conditions where distribution differentiated more for ability parameter in two-dimensional tests. As interdimensional correlation increased, errors of ability parameters decreased. No pattern related to the increased number of complex items in two-dimensional tests was observed to be generalized for all ability parameters. Errors of  $\theta_{avg}$  calculated through the mean values of  $\theta_1$  and  $\theta_2$  were found smaller than the errors of these two parameters. In general it can be said that the difficulty of the test impacted the ability parameters, the errors obtained for difficult test were higher than those in medium-difficulty tests.

RMSE values associated with parameters  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  and  $a$  mean increased as interdimensional correlation increased in three dimensional tests.  $a_{avg}$  calculated based on the mean values of three other parameters was estimated with the smallest error. Under conditions where interdimensional correlation was 0.90, errors increased as the number of complex items increased; while errors decreased in other correlations. In addition, patterns related to the number of complex items in *MDISC* and for other discrimination parameters were just opposite to each other. In general terms, it can be said that different distributions and high or medium test difficulty did not affect discrimination parameters. The most remarkable factor in parameter  $b$  in three-dimensional structures was the effect of factor distributions as in two-dimensional structures. At this point, which distribution is differentiated was not important while errors of parameter  $b$  increased based on the degree of change in mean values. As the number of complex items increased, errors of parameter  $b$  decreased except for the conditions where distributions were standard normal. Similarly, when the test was difficult, a sudden increase emerged in the errors associated with parameter  $b$  under conditions where especially distributions were standard normal. In general, it can be said that RMSE values of difficulty parameter decreased as interdimensional correlation increased. As interdimensional correlation increased, errors decreased for ability parameter in three-dimensional structures. No regular pattern was obtained related to the increase in the number of complex items in all



ability parameters. RMSE values of the dimension whose distribution was differentiated were estimated high as in two-dimensional structures and a slight decrease was observed in the other. It was found that errors of  $\theta_{avg}$  were smaller than those of three other abilities.

**Keywords:** Unidimensionality, semi-mixed test, unidimensional item response theory, multidimensional item response theory

**Adviser:** Prof. Dr. Selahattin GELBAL, Hacettepe University, Department of Educational Science, Division of Measurement and Evaluation in Education



## ETİK BEYANNAMESİ

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı beyan ederim.

  
Sakine GÖÇER ŞAHİN

## TEŞEKKÜR

Bu tezi evet ben yazdım ama arkasında bir sürü kahramanım var.

Öncelikle, çok değerli danışmanım, hocam, ağabeyim, manevi babam dediğim, hem bir yönetici, hem bir akademisyen hem de bir insan olarak örnek aldığım, Prof. Dr. Selahattin GELBAL'a ne kadar teşekkür etsem az.

Tez önerimi verdikten birkaç hafta sonra YÖK bursuyla gittiğim Amerika deneyimi bana öncelikle bir kahraman daha kazandırdı. Her seferinde "iyi ki yanına gitmişim, iyi ki tanışmışım" dediğim, kendisine her yönüyle hayran olduğum, akademik ve yaşam danışmanım Prof. Dr. Cindy M. WALKER'e teşekkürü bir borç biliyorum.

Doktora eğitimim boyunca derslerini aldığım, akademik gelişimime katkıda bulunan, kafama ne zaman bir soru takılsa hiçbir zaman geri çevirmeyen, değerli hocalarım Prof. Dr. Hülya KELECİOĞLU ve Prof. Dr. Nuri DOĞAN'a çok teşekkür ediyorum.

Önerileri ve fikirleri ile tezime katkıda bulunan değerli jüri üyelerine çok teşekkür ediyorum.

Tezimin her bölümünü Skype ile bağlanarak tartıştığım "bu kodlar niye çalışmıyor diye" birlikte ağladığım, arkadaşım, dostum Yrd. Doç. Dr. Derya ÇAKICI ESER'e çok teşekkür ediyorum.

Tezimi düzenleme aşamasında yardımlarını esirgemeyen, ofiste NBA maçlarını bana fon müziği yapan değerli arkadaşım Arş. Gör. Haydar KARAMAN'a çok teşekkür ediyorum.

Hayatıma renk katan, birlikte çalışmaktan ve zaman geçirmekten zevk aldığım bütün Arş.Gör. arkadaşlarıma teşekkür ediyorum.

Bütün stresimi alttan alan, ben çalışırken beni motive etmek adına kendisi de ders çalışan, bütün kararlarıma destek olan, birlikte yürüdüğüm sevgili eşim Murat Cem ŞAHİN'e çok teşekkür ediyorum.

Bu çalışmayı, beni bu günlere getiren, her kararımın arkasında duran, "Yeter ki siz okuyun, ben ceketimi satar yine de sizi okuturum" diyen babama ve anneme ithaf ediyorum.

## İÇİNDEKİLER

YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI .....	iii
ÖZ.....	iv
ABSTRACT.....	vii
ETİK BEYANNAMESİ .....	x
TEŞEKKÜR.....	xi
İÇİNDEKİLER.....	xii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xvii
KISALTMALAR DİZİNİ .....	xviii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu.....	1
1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi.....	3
1.3. Problem Cümlesi .....	5
1.3.1. Alt Problemler.....	5
1.4. Sayıtlılar.....	5
1.5. Sınırlılıklar.....	6
1.6. Tanımlar.....	6
1.7. Araştırmanın Kuramsal Temeli .....	7
1.7.1. Madde Tepki Kuramı .....	7
1.7.1.1. Madde Tepki Kuramının Sayıtlıları.....	8
1.7.1.2. Madde Tepki Kuramı Modelleri .....	11
1.7.1.2.1. Bir Parametrelili Lojistik Model (1PLM) ve Rasch Modeli.....	13
1.7.1.2.2. İki Parametrelili Lojistik Model (2PLM).....	13
1.7.1.2.3. Üç Parametrelili Lojistik Model (3PLM) .....	14
1.7.2. Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı (ÇBMTK).....	15
1.7.2.1. Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı Modelleri.....	16
1.7.2.1.1. Telafisel Modeller .....	17
A. Çok Boyutluluk İçin Genişletilmiş Rasch Modeli .....	17
B. Çok Boyutluluk İçin Genişletilmiş İki Parametrelili Lojistik Model.....	17
C. Çok Boyutluluk İçin Genişletilmiş Üç Parametrelili Lojistik Model.....	18
D. Çok Boyutluluk İçin Genişletilmiş Normal Ogive Model .....	18
1.7.2.1.2. Telafisel Olmayan Modeller.....	19
1.7.2.2. Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramına Ait Parametreler .....	19
2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	27
2.1. Çok Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Ele Alındığı Durumda Kestirilen Parametreler ile İlgili Çalışmalar .....	27
2.2. Çok Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Ele Alındığı Durumda Kestirilen Parametrelerin Uygulamadaki Yansımaları ile İlgili Çalışmalar .....	33
2.3. Ülkemizde Yapılan Çok boyutlu Madde Tepki Kuramı İle İlgili Çalışmalar .....	33
2.4. İlgili Araştırmalar Özet .....	36

3. YÖNTEM .....	38
3.1. Araştırmanın Türü .....	38
3.2. Araştırma Verileri .....	38
3.3. Araştırmanın Deseni .....	38
3.4. Verilerin Analizi .....	44
4. BULGULAR ve TARTIŞMA .....	46
4.1. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesi Durumunda Elde Edilen Hata Değerlerine İlişkin Bulgular:.....	46
4.1.1. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_1$ 'e Göre Hata Değerleri: .....	46
4.1.2. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_2$ 'ye Göre Hata Değerleri: .....	47
4.1.3. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_{ort}$ 'ya Göre Hata Değerleri: .....	51
4.1.4. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin MDISC'e Göre Hata Değerleri: .....	51
4.1.5. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesi Durumunda $b$ Parametresine Ait Hata Değerleri.....	55
4.1.6. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_1$ 'e Göre Hata Değerleri .....	58
4.1.7. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_2$ 'ye Göre Hata Değerleri:.....	61
4.1.8. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_{ort}$ 'ya Göre Hata Değerleri: .....	62
4.2. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesi Durumunda Elde Edilen Hata Değerlerine İlişkin Bulgular:.....	65
4.2.1. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_1$ 'e Göre Hata Değerleri: .....	65
4.2.2. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_2$ 'ye Göre Hata Değerleri: .....	69
4.2.3. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_3$ 'e Göre Hata Değerleri: .....	72
4.2.4. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_{ort}$ 'ya Göre Hata Değerleri: .....	72
4.2.5. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin MDISC'e Göre Hata Değerleri: .....	76
4.2.6. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesi Durumunda $b$ Parametresine Ait Hata Değerleri:.....	77
4.2.7. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_1$ 'e Göre Hata Değerleri: .....	78
4.2.8. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_2$ 'ye Göre Hata Değerleri:.....	78
4.2.9. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_3$ 'e Göre Hata Değerleri: .....	82
4.2.10. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_{ort}$ 'ya Göre Hata Değerleri: .....	82
4.3. Tartışma.....	86
4.3.1. $a$ Parametresi: .....	86
4.3.2. $b$ parametresi: .....	89

4.3.3. $\theta$ parametresi: .....	90
5. SONUÇ ve ÖNERİLER .....	92
5.1. Sonuç.....	92
5.1.1. İki Boyutlu Yapılar .....	92
5.1.2. Üç Boyutlu Yapılar.....	94
5.2. Öneriler.....	95
5.2.1. Uygulayıcılara Yönelik Öneriler .....	95
5.2.2. İleri Araştırmalara Yönelik Öneriler.....	96
KAYNAKÇA.....	98
EKLER DİZİNİ .....	102
EK 1. ETİK KOMİSYON İZİN MUAFİYET FORMU .....	103
EK 2. ÇOK BOYUTLU VERİLERİN ÜRETİLMESİNDE KULLANILAN SAS KODLARI .....	104
EK 3. YAKLAŞIK BASİT MADDE SAYISININ 6, TESTİN ORTA GÜÇLÜKTE VE ÜÇ BOYUTLU OLDUĞU KOŞUL İÇİN MADDE PARAMETRELERİ.....	108
EK 4. ORJİNALLİK RAPORU.....	109
ÖZGEÇMİŞ.....	110

## ÇİZELGELER DİZİNİ

Tablo 1.1: Klasik Test Kuramı ile Madde Tepki Kuramı ve Modelleri Arasındaki Temel Farklılıklar .....	8
Tablo 1.2: Veri Yapısına Göre Madde Tepki Kuramı Modelleri* .....	12
Tablo 1.3: Basit ve Yaklaşık Basit Yapılı Testte Ayırt Edicilik Parametrelerinin Değeri.....	23
Tablo 1.4: Karmaşık Yapılı Testte Ayırt Edicilik Parametrelerinin Değeri .....	24
Tablo 1.5: Karışık ve Yaklaşık Karışık Yapılı Testte Ayırt Edicilik Parametrelerinin Değeri .....	25
Tablo 3.1: Testin İki Boyutlu Olduğu Durumlar için Araştırma Deseni .....	39
Tablo 3.2: Testin Üç Boyutlu Olduğu Durumlar için Araştırma Deseni .....	40
Tablo 3.3: Yaklaşık Basit Madde Sayısının 24, Testin Orta Güçlükte ve İki Boyutlu Olduğu Koşul İçin Madde Parametreleri .....	43
Tablo 4.1: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_1$ 'e Göre RMSE Değerleri .....	49
Tablo 4.2: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_2$ 'ye Göre RMSE Değerleri.....	49
Tablo 4.3: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_{ort}$ 'ya Göre RMSE Değerleri .....	53
Tablo 4.4: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $MDISC$ 'e Göre RMSE Değerleri .....	53
Tablo 4.5: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesi Durumunda $b$ Parametresine Ait RMSE Değerleri .....	56
Tablo 4.6: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_1$ 'e Göre RMSE Değerleri.....	59
Tablo 4.7: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_2$ 'ye Göre RMSE Değerleri.....	59
Tablo 4.8: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_{ort}$ 'ya Göre RMSE Değerleri .....	63
Tablo 4.9: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_1$ 'e Göre RMSE Değerleri .....	67
Tablo 4.10: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_2$ 'ye Göre RMSE Değerleri.....	67
Tablo 4.11: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_3$ 'e Göre RMSE Değerleri .....	70
Tablo 4.12: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_{ort}$ 'ya Göre RMSE Değerleri .....	70
Tablo 4.13: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $MDISC$ 'e Göre RMSE Değerleri .....	74

Tablo 4.14: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesi Durumunda $b$ Parametresine Ait RMSE Değerleri .....	74
Tablo 4.15: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_1$ 'e Göre RMSE Değerleri.....	80
Tablo 4.16: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_2$ 'ye Göre RMSE Değerleri.....	80
Tablo 4.17: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_3$ 'e Göre RMSE Değerleri.....	84
Tablo 4.18: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_{ort}$ 'ya Göre RMSE Değerleri .....	84





## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Madde Karakteristik Eğrisi (MKE) .....	11
Şekil 1.2. Telafisel ve Telafisel Olmayan Modellere İlişkin Madde Karakteristik Yüzeyleri .....	20
Şekil 1.3. Telafisel Modele İlişkin Çizilen Eş Olasılık Konturları .....	21
Şekil 1.4. Karışık Yapının Grafikselsel Bir Gösterimi .....	26
Şekil 4.1. İki Boyutlu Yapılarda Sırasıyla $a_1$ ve $a_2$ Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği .....	50
Şekil 4.2. İki Boyutlu Yapılarda Sırasıyla $a_{ort}$ ve $MDISC$ Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği .....	54
Şekil 4.3. İki Boyutlu Yapılarda $b$ Parametresine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği .....	57
Şekil 4.4. İki Boyutlu Yapılarda Sırasıyla $\theta_1$ ve $\theta_2$ Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği .....	60
Şekil 4.5. İki Boyutlu Yapılarda $\theta_{ort}$ Parametresine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği .....	64
Şekil 4.6. Üç Boyutlu Yapılarda Sırasıyla $a_1$ ve $a_2$ Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği .....	68
Şekil 4.7. Üç Boyutlu Yapılarda Sırasıyla $a_3$ ve $a_{ort}$ Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği .....	71
Şekil 4.8. Üç Boyutlu Yapılarda Sırasıyla $MDISC$ ve $b$ Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği .....	75
Şekil 4.9. Üç Boyutlu Yapılarda Sırasıyla $\theta_1$ ve $\theta_2$ Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği .....	81
Şekil 4.10. Üç Boyutlu Yapılarda Sırasıyla $\theta_3$ ve $\theta_{ort}$ Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği .....	85

## KISALTMALAR DİZİNİ

**KTK:** Klasik Test Kuramı

**MTK:** Madde Tepki Kuramı

**ÇBMTK:** Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı

**1PLM:** Bir Parametrelili Lojistik Model

**2PLM:** İki Parametrelili Lojistik Model

**3PLM:** Üç Parametrelili Lojistik Model

**MKE:** Madde Karakteristik Eğrisi

**MKY:** Madde Karakteristik Yüzeyi

**RMSE:** Standart Hata Ortalamalarının Karekökü

**MDISC:** Multidimensional Discrimination (Çok boyutlu ayırt edicilik parametresi)

**a:** Ayırt edicilik parametresi

**b:** Güçlük parametresi

**$\theta$ :** Yetenek parametresi

**B:** Yaklaşık Basit madde

**K:** Karmaşık madde

## 1. GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumuna, problem cümlesine, alt problemlere, araştırmacının amacı ve önemi başlıklarına yer verilmiştir.

### 1.1. Problem Durumu

Bireye ait psikolojik değişkenleri en az hata ile ölçebilmek araştırmacıların temel amacıdır. Bu amaç doğrultusunda test geliştirmede ve test puanlarını yorumlamada yürütölen işlem adımlarına ve kurulan matematiksel modellere ilişkin çalışmalar, araştırmacıların uzun bir süredir odağındadır. Bu amaçla birçok model test edilmiş, modellerle birlikte kuramlar geliştirilmiştir. Bu yönde çalışılan kuramlardan biri de Madde Tepki Kuramı (MTK)'dır.

MTK; daha önce geliştirilmiş, uygulanması ve yorumlanması nispeten daha kolay olan Klasik Test Kuramı (KTK)'na göre daha az sayılıya dayanıp daha sağlam olsa da bu kuramın sınırlılıkları bulunmaktadır. Bu sınırlılıkların en önemlisi tek boyutluluk sayılıdır. Tek boyutluluk sayılı, psikolojik ölçmelerde tam olarak karşılanmaz. Çünkü bireyin testteki performansını bilişsel ve duyuşsal özelliklerinin yanı sıra testin uygulama koşulları gibi faktörler de etkilemektedir. Bu durumda test tek bir özellik yerine birden fazla özelliği ölçer ve tek boyutluluk sayılı ihlal edilmiş olur (Hambleton, Swaminathan ve Rogers, 1991). Tek boyutluluk sayılı ve beraberinde bu sayılıya dayanan kuramlara, bu sayılının karşılanmasının güçlüğü ve günlük hayatın bu kadar katı olamayacağı düşüncesiyle çeşitli eleştiriler yöneltilmektedir.

MTK'nın özellikle tek boyutluluk sayılına yönelik eleştirilerden dolayı çok boyutlu madde tepki kuramı (ÇBMTK) gündeme gelmiştir. ÇBMTK'nın MTK'ye göre en önemli üstünlüğü tek boyutluluk sayılı olmamasıdır. Hatta ÇBMTK'ya göre psikolojik uzayda yer alan yapıların çoğu çok boyutludur. Bu nedenle yapıların incelenmesi tek boyutluluğu esas alan kuramlara dayanılarak değil ÇBMTK'ya göre yapılmalıdır.

Kuramsal olarak çok boyutlu test maddelerinin, çok boyutlu MTK modellerine dayanılarak kestirilmesi arzu edilen bir durum olmasına rağmen bu modellerin yorumlanmasının zor olması, boyutları tanımlamanın güçlüğü ve karmaşıklığı dolayısıyla çok boyutlu MTK modelleri pratikte pek fazla uygulanmamaktadır

(Doody, 1985). Yine pratikte sıklıkla kullanılan MULTILOG, BILOG gibi tek boyutlu yapılara ait parametreleri kestirmede kullanılan programlardan hem birey hem de test parametrelerinin elde edilmesi mümkün olup bu programların kullanıcı dostu olduğu söylenebilir. Çok boyutlu MTK için TESTFACT (Bock, vd., 2003), NOHARM (Fraser ve McDonald, 1988), BMIRT II (Yao, 2003), IRTPRO 2.1 (Cai, Thissen ve du Toit, 2011) ve flexMIRT 2 (Cai, 2013) gibi çeşitli programlar bulunmaktadır. Bu yazılımlardan NOHARM ve BMIRT ücretsiz iken TESTFACT, IRTPRO 2.1 ve flexMIRT 2 ticari yazılımlardır. Ayrıca NOHARM ile yalnızca madde parametreleri kestirilmekte olup yetenek parametreleri kestirilememektedir. Buna karşılık TESTFACT, BMIRT, IRTPRO 2.1 ve flexMIRT 2’de hem madde hem de birey parametreleri analiz edilebilmektedir. Flexmirt, IRTPRO, SimuMIRT programlarında ise analizler uzun sürebilmektedir. Bütün bu nedenlerden dolayı tek boyutlu modellere dayanan yöntemlerin kullanılması halen devam etmektedir.

Çok boyutlu verilerin tek boyutlu modellere dayanılarak ele alınması, yanlılığı belirlemede (Oshima ve Miller, 1990), test eşitlemede (Bolt, 1999; De Champlain, 1996), test puanı ve alt test puanlarını yorumlamada (Tate, 2004) olumsuz bir etkiye sahiptir. Dolayısıyla tek boyutluluk sağlanmadığında tek boyutlu MTK’ya dayanarak elde edilen puanların geçerliğinden şüphe edilmelidir (Kirisçi, Hsu ve Yu, 2001). Alan yazın incelendiğinde çok boyutlu yapıların tek boyutlu olarak ele alındığı çok sayıda çalışma olduğu görülmektedir. Bu çalışmaların çeşitlilik göstermesinin bazı nedenleri vardır. Bunlardan biri, kestirim yöntemlerinin farklı olmasıdır. Örneğin LOGIST programında en çok olabilirlik yöntemi; MULTILOG, BILOG, XCALIBRE gibi programlarda ise marjinal en çok olabilirlik yöntemi kullanılmaktadır. Aynı yöntemlere rağmen kullanılan programların ve algoritmaların farklı olması, farklı sonuçlar üretilmesine neden olabilmektedir. Bir diğer neden ise elde edilen sonuçların üretilen veriye ve desene göre farklılık göstermesidir (Kirisçi, Hsu ve Yu, 2001).

Son yıllarda çok boyutlu yapıların tek boyutlu olarak ele alınması ile ilgili yapılan çalışmalarda “testin yapısı” gibi bir koşulun etkisi gündeme gelmiştir. Testin yapısı, maddelerin hangi boyutu ne düzeyde ölçtüğü ile ilgili bir kavramdır. Örneğin bir testte bütün maddeler baskın olarak bir boyuta ve diğer boyutlara hiç yük vermiyorsa bu tür testlerle ölçülen yapıya “basit yapı” adı verilmektedir. Basit yapının biraz daha esnetilmiş formu olan “yaklaşık basit yapı” ise testteki

bütün maddeler baskın olarak bir boyuta, az bir miktarda ise diğer boyuta yük vermektedir. Eğer bütün maddeler tüm boyutlara baskın düzeyde yük veriyorsa bu tür yapılar, “karmaşık yapı” olarak nitelendirilmektedir. Testteki bazı maddeler yalnızca bir boyuta, bazıları ise tüm boyutlara yük veriyorsa bu tür yapılara da “karışık yapı” adı verilmektedir. Eğer bazı maddeler baskın olarak bir boyuta ve az bir miktarda diğer boyutlara, bazı maddeler ise baskın olarak tüm boyutlara yük veriyorsa bu tür yapılar “yarı karışık (semi mixed) yapı” olarak isimlendirilmektedir.

Alan yazında boyutlar arası korelasyon, testin güçlüğü ve dağılımların etkisi gibi değişkenler sıklıkla incelenen değişkenler olmasına rağmen testin yapısı ile ilgili çalışmalar oldukça sınırlıdır. Testin yapısının incelendiği çalışmalarda basit veya karmaşık yapıları testler üzerinde araştırmalar yapılmıştır. Dolayısıyla yarı karışık çok boyutlu yapıların tek boyutlu olarak ele alınmasının ne düzeyde bir hataya sebep olacağı ile ilgili bir soru işaretinin varlığı gündeme gelmektedir. Yine benzer çalışmalarda dağılımların çarpık veya standart normal dağılım gibi dağılım özellikleri incelenmiştir. Ancak dağılımın standart normal değil de sadece normal olmasının ne tür bir etkiye sahip olacağı tam olarak bilinmemektedir. Ayrıca yapılan çalışmaların genellikle iki boyutlu yapılar ile sınırlı kaldığı görülmüştür. Bu bakımdan dağılımın normal, boyut sayısının iki ve ikiden fazla, testin yapısının yarı karışık olması ile testin güçlüğü ve boyutlar arası korelasyon gibi değişkenlerin tümünün çok boyutlu yapıların tek boyutlu olarak kestirilmesine etkisi, araştırılması gereken bir problem olarak görülmektedir.

## **1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi**

Bu çalışmada yarı karışık yapıları çok boyutlu verilerin tek boyutlu olarak kestirilmesi durumunda elde edilecek hataların incelenmesi amaçlanmıştır. Bu doğrultuda testteki maddelerden bazılarının baskın olarak yalnızca bir boyuta, bazı maddelerin ise tüm boyutlara yük verdiği yarı karışık bir yapı ele alınarak boyutluluğu etkileyen boyutlar arası korelasyon, yetenek dağılımları, karmaşık madde oranı ve boyut sayısı gibi diğer faktörleri içine alan bir desen oluşturulmuştur. Boyutluluğu etkileyen bu değişkenlerin yanı sıra testin güçlüğüne de hatalara olan etkisi incelenmiştir. Sonuç olarak bu çalışmada, çok boyutlu olan bir yapı, bu faktörleri de içine alacak şekilde tek boyutlu olarak modellenmiştir.

Çok boyutlu testlerin tek boyutlu olarak kestirilmesi ile ilgili çalışmaların 1980’li yıllardan itibaren yapıldığı görülmektedir. Bu çalışmaların tümü yurt dışı kaynaklı

olup ülkemizde konu ile ilgili yapılmış bir çalışmaya ulaşamamıştır. Yurt dışında yapılan çalışmalarda en çok ele alınan koşullar boyutlar arası korelasyon faktörüdür. Bunun yanı sıra dağılımların çarpıklığı ile testin yaklaşık basit veya karmaşık olmasının etkisinin de incelendiği çalışmalar bulunmaktadır.

Türkiye’de yapılan çalışmalar genellikle çok boyutlu madde tepki kuramı ile parametre kestirimlerine yöneliktir. Bu çalışmalar sınırlı olmakla birlikte genellikle simülasyon verilerinin kullanıldığı kuramsal temelli araştırmalardır. Ele alınan koşullar arasında boyutlar arası korelasyon, farklı programlar, boyut sayısı ve örneklem büyüklüğü değişkenleri yer almaktadır. Çok boyutluluk ile ilgili yapılan bu çalışmaların doktora tezleri kapsamında gerçekleştirildiği görülmektedir.

Tek boyutluluk sayılımasının MTK için bu denli önemli olması ve tek boyutluluğa dayanan modellerin uygulanması ve yorumlanmasının kolay olması, çok boyutlu modellerin tek boyutlu olarak ele alındığı çalışmaların devam etmesini sağlamaktadır.

Çok boyutlu yapıların tek boyutlu olarak kestirildiği çalışmalarda ele alınan testler, genellikle yaklaşık basit veya karmaşık yapıdadır. Bu çalışmada ise testin içerdiği yaklaşık basit madde oranı aşamalı olarak azaltılarak test karmaşık hale getirilmiştir. Dolayısıyla bu çalışmanın hem yaklaşık basit hem de karışık maddeleri içermesi bakımından bu araştırmada daha önce yapılmış çalışmalara göre test yapısını daha kapsamlı bir biçimde ele alındığı söylenebilir.

Dağılımların etkisinin incelendiği benzer çalışmalarda ise genelde çarpık dağılımlar ele alınmıştır. Yine bu çalışmaların büyük çoğunluğu iki boyutlu testlerle sınırlıdır. Bu çalışmada ise diğer çalışmalardan farklı olarak dağılımların standart normal ve yalnızca normal olduğu koşullarda yarı karışık yapılı, iki ve üç boyutlu bir test tek boyutlu olarak kestirilmiştir.

Öğrencinin test performansını etkileyen bir diğer faktör de testin güçlüğüdür. Güçlük faktörü, gerek MTK, gerek ÇBMTK ile yapılan birçok araştırmada ele alınan bir değişken olup testin kolay, orta veya zor olmasının ne tür bir etki yaratacağı inceleme konusu olmuştur. Bu çalışmada da testin zor veya orta güçlükte olması durumunda çok boyutlu yapıların tek boyutlu kestirilmesine etkisi incelenmiştir.

Yarı karışık yapının günlük hayatta daha çok karşılaşılabilecek bir yapı olduğu düşünüldüğünde, bu çalışmanın daha gerçekçi bir durumu yansıtacağı söylenebilir. Tek boyutluluk, sadece maddelere atfedilen bir özellik olmayıp madde ve yeteneğin bir etkileşiminin ürünüdür. Daha önce yapılan çalışmalarda sadece maddeye ait özellikler manipüle edilerek çok boyutlu yapılar tek boyutlu olarak ele alınmıştır.

Bu çalışmada boyutluluğu etkileyen bütün bu faktörler birlikte ele alınarak tek boyutluluk sayılısının sınırlarının daha kapsamlı bir şekilde sınanacağı düşünülmektedir. Bu anlamda bu çalışmanın hem ulusal hem de uluslararası alana katkı getireceği söylenebilir.

### **1.3. Problem Cümlesi**

Çok boyutlu yarı karışık yapıların tek boyutlu olarak ele alınması durumunda kestirilen güçlük, ayırt edicilik ve yetenek parametreleri, yetenek dağılımı, boyut sayısı, testin güçlük düzeyi, faktörler arası korelasyon ve karmaşık madde sayıları değiştiğinde, çok boyutlu yapıların gerçek parametrelerine ve aynı evrenden elde edilen tek boyutlu yapılardan kestirilen parametrelere göre nasıl değişmektedir?

#### **1.3.1. Alt Problemler**

1. Farklı sayılarda yaklaşık basit madde (24, 18, 12, 6) içeren, farklı boyutlar arası korelasyonlara (0.00, 0.45, 0.90) sahip, farklı yetenek dağılımları altında (normal ve standart normal) ve farklı güçlük düzeyine (orta ve zor) sahip olan testlerde;

**1.a.** İki boyutlu yapıların tek boyutlu olarak kestirilmesi durumunda, madde güçlüğü, ayırt edicilik ve yetenek parametrelerine ait hata değerleri, iki boyutlu yapılardaki gerçek parametrelere ve aynı evrenden elde edilen tek boyutlu yapılardan kestirilen parametrelere göre nasıl değişmektedir?

**1.b.** Üç boyutlu yapıların tek boyutlu olarak kestirilmesi durumunda madde güçlüğü, ayırt edicilik ve yetenek parametrelerine ait hata değerleri, üç boyutlu yapılardaki gerçek parametrelere ve aynı evrenden elde edilen tek boyutlu yapılardan kestirilen parametrelere göre nasıl değişmektedir?

### **1.4. Sayılılar**

Bu çalışmada,

1. Araştırma verilerinin üretilmesinde kullanılan madde ve birey parametrelerinin günlük hayattaki gerçek bir durumu yansıttığı,
2. Veri üretiminde ve kestiriminde kullanılan programların yanlı olmadığı varsayılmaktadır.

### 1.5. Sınırlılıklar

Bu çalışma,

- Boyut sayısının iki ve üç,
- Modelin iki parametrelili lojistik ve telafisel,
- Testteki madde sayısının 30 ve birey sayısının 5000,
- Boyutlar arası korelasyonun düşük, orta ve yüksek (0.00, 0.45, 0.90)
- Dağılımların standart normal ve normal (ortalaması sıfırdan farklı olan),
- Testin orta güçlükte ve zor olduğu ( $b=0$  ve  $b=1.00$ )
- Aşamalı olarak artırılan karmaşık madde sayısının yer aldığı araştırma deseni

ile sınırlıdır.

### 1.6. Tanımlar

**Basit yapıli test:** Maddelerin tümünün yalnızca bir boyuta yük verdiği çok boyutlu testlerdir.

**Yaklaşık basit yapıli test:** Maddelerin tümünün baskın olarak bir boyuta yük verdiği çok boyutlu testlerdir.

**Karmaşık yapıli test:** Maddelerin tüm boyutlara yük verdiği çok boyutlu testlerdir.

**Karışık test:** Basit ve karmaşık yapıli maddelerin birlikte yer aldığı çok boyutlu testlerdir.

**Yarı karışık test:** Yaklaşık basit ve karmaşık maddelerin birlikte yer aldığı çok boyutlu testlerdir.



## 1.7. Araştırmanın Kuramsal Temeli

### 1.7.1. Madde Tepki Kuramı

Yetenek adı verilen ve doğrudan gözlenemeyen özellikler ile doğrudan gözlenebilen test performansı arasındaki ilişkiyi matematiksel bir fonksiyon ile açıklayan kuram, Madde Tepki Kuramı (MTK) olarak nitelendirilmiştir. Hambleton ve Swaminathan'a (1985) göre KTK'ya kıyasla daha karmaşık olan MTK'nın bazı avantajları bulunmaktadır. Buna göre MTK'da: 1) Aynı özelliği ölçen büyük bir madde havuzunun varlığında, bireyin kestirilen yeteneği uygulanan testten bağımsızdır. 2) Büyük bir birey evreninin varlığında, güçlük veya ayırt edicilik indeksi gibi madde özellikleri, bu evrenden çekilen örneklemden bağımsızdır. 3) Bireyin kestirilen yeteneğinin kesinliğini/doğruluğunu gösteren ve gruptan bağımsız olan bir istatistik elde edilebilir.

KTK, hem kullanımının hem de yorumlanmasının kolay olması nedeniyle kullanımı hala çok yaygın olan başlıca kuramlardandır. Kullanışlı, pratik bir kuram olmasına rağmen bir takım dezavantajları da bulunmaktadır. Bunlardan en önemlisi ise test ve birey özelliklerinin birbirine bağlı olarak değerlendirilmesidir. MTK'da bireylerin ilgilenilen özellikleri yetenek olarak adlandırılmaktadır. Yetenek KTK'ya göre bireyin bir testteki gözlenen performansının beklenen değeri olarak tanımlanan gerçek puan olarak ifade edilmektedir (Hambleton, Swaminathan ve Rogers, 1991). Buna göre bireyin yeteneği sadece ilgili teste dair terimlerle açıklanmaktadır. Başka testlerde başarılı olan bir öğrencinin başka zor bir testte performansı düşük çıkabilmektedir. Buradaki zor ve kolay kavramlarının tanımlanması gerekir. KTK'ya göre bir testin güçlüğü, testi doğru cevaplayanların testin uygulandığı grubun tümüne oranı demektir. Testin kolay veya zor olarak yorumlanması grubun yeteneğine bağlı iken; grubun yeteneği de testin zor veya kolay olmasına bağlıdır. KTK'da madde ayırt ediciliği, test puanlarının güvenilirliği ve geçerliği de grubun özellikleriyle ilgili terimlerle açıklanabilmektedir. Yeteri kadar heterojen, yeteneği normal dağılan bir grup üzerinden elde edilmiş verilere dayanarak geliştirilen ortalama güçlükte bir test, daha başarılı bir gruba uygulandığında daha kolay çıkacaktır. Benzer şekilde heterojen grup üzerinde daha yüksek bir güvenilirlik elde edilmekte ve daha homojen gruptan elde edilen güvenilirlik, daha düşük olmaktadır. Bu durum, grup değiştiğinde testin özelliklerinin de değiştiği, dolayısıyla KTK'da madde ve test özelliklerinin gruba bağımlı olduğu

anlamına gelmektedir. Buna paralel olarak test ve madde değiştiğinde de grubun özelliği değişmektedir. Bu nedenle KTK'da farklı testleri alan grupları karşılaştırmak zordur. Ayrıca KTK modelleri test geliştirme, test eşitleme, madde/test yanlılığını belirleme, karışık formatta olan maddeleri iğereren testlerin kestirimlerinde yetersiz kalmakta ve tatmin edici çözümler sunamamaktadır (Embretson ve Reise, 2000; Harrison, 1986). KTK ile MTK ve bu kuramlara ilişkin kurulan modeller arasındaki farklar Hambleton ve Jones (1993) tarafından Tablo 1.1'deki gibi özetlenmiştir.

**Tablo 1.1: Klasik Test Kuramı ile Madde Tepki Kuramı ve Modelleri Arasındaki Temel Farklılıklar**

<b>Özellik</b>	<b>KTK</b>	<b>MTK</b>
Model	Doğrusal	Doğrusal olmayan
Düzey	Test	Madde
Sayıltılar	Zayıf (test verisi ile karşılanması kolay)	Güçlü (test verisi ile karşılanması daha zor)
Madde ile yetenek arasındaki ilişki	Belirtilmemiştir.	Madde karakteristik eğrisi ile ortaya konur.
Yetenek	Test puanları veya kestirilen gerçek puanlar test puan ölçeği düzeyinde rapor edilir veya dönüştürmeler uygulanır.	Yetenek puanları $\pm \infty$ aralığında rapor edilir veya bir ölçek düzeyine dönüştürülür.
Madde ve birey istatistiklerinin değişmezliği	Sağlanmaz. Teste veya gruba bağımlıdır.	Sağlanır. Veri-model uyumu sağlandığıında test ve gruptan bağımsızdır.
Madde istatistikleri	p ve r	b, a, c parametreleri ve madde bilgi fonksiyonları
Madde parametrelerinin kestirimi için gerekli olan örneklem büyüklüğu	Genelde 200-500	Kullanılan MTK modeline bağlıdır ancak genelde 500'den fazla olması istenir.

Tablo 1.1'de KTK ve MTK'nın çeşitli özelliklere göre karşılaştırması özetlenmiştir. Buna göre KTK, daha az ve zayıf sayıltılar altında daha küçük örneklemlere, uygulanabilmekte ve daha kısıtlı bilgi vermektedir. MTK ise daha güçlü sayıltılar iğerermekte olup, hem birey hem de madde ve test hakkında daha detaylı bilgiler sunmaktadır. Ancak bu özelliklerin sağlanması için MTK'da daha büyük bir örnekleme ihtiyaç duyulmaktadır.

#### **1.7.1.1. Madde Tepki Kuramının Sayıltıları**

MTK'da, bireyin test performansının altında bir özellik veya yetenek bulunduğu; bu yeteneğin test performansını etkilediği kabul edilir. Ölçme kuramlarının en temel sayıltısı, bir ölçme aracında yer alan tüm maddelerin ortak bir özelliği ölçmesidir.

Bu sayıltı, matematiksel ölçme modellerinin de temelini oluşturur. Hambleton, Swaminathan, Cook, Eignor ve Gifford (1978) tek boyutluluk sayıltısını test etmenin örtük özellik modelindeki diğer uyum testlerinden daha önde geldiğini ifade etmiştir. Psikolojik anlamda değişkenler ilişkili olduğunda, belirli bir özelliğe göre bireyleri sıralamak, bir değişkene göre gruplar oluşturmak veya bireysel farklılıklar hakkında yorum yapmak için testin tek boyutlu olması gereklidir. Diğer bir ifadeyle maddeler aynı yeteneği, başarıyı, tutumu ölçmeli ve diğer bir psikolojik değişkeni ölçmemelidir. Örnek olarak bir matematik testinin sözel yeteneği ölçmemesi beklenir.

Birey ile madde arasındaki etkileşimin tek boyutlu olmasının üç yolu vardır: 1) Testteki maddeler birden fazla özelliği ölçmesine rağmen bireylerin yetenekleri yalnızca bir yetenek boyutunda değişkenlik gösteriyorsa, madde ile yetenek arasındaki etkileşim tek boyutludur. Örneğin, bir matematik testinde öğrencilerin cebir ve trigonometri işlem becerileri ölçülmek isteniyor olsun. Bu iki konuya ilişkin yazılan maddeler ile testin iki boyutlu olduğu söylenebilir. Bu boyutlardan birincisi cebir işlem becerisi, ikincisi trigonometrik işlem becerisi olarak isimlendirilebilir. Bu testin, cebir konusunu bilen ancak trigonometri konusunda hiçbir eğitim almamış bir gruba uygulanması durumunda, öğrencilerin çoğu trigonometri sorularını cevaplayamayacak; dolayısıyla bu maddelerin çoğundan 0 puan alacaktır. Bu durumda ikinci boyuta ait puan dağılımının ortalaması düşük, bireylerin puanlarındaki değişim veya varyans çok az olacaktır. Başlangıçta iki boyutlu olarak tasarlanan bu test, ikinci boyuta ait puanların boyutluluğu etkilememesi nedeniyle testin yaklaşık tek boyutluluğu sağlanacaktır (Walker, Azen ve Schmitt, 2006). 2) Bu durumun tersi de söz konusu olabilir. Eğer bireylerin yetenekleri birden fazla beceriye dayanıyor, ancak testteki maddeler yalnızca bir özelliği ölçüyorsa test yine tek boyutludur. 3) Son olarak, bir test yalnızca bir maddeden oluşuyorsa o test tek boyutludur (Ackerman, 1992).

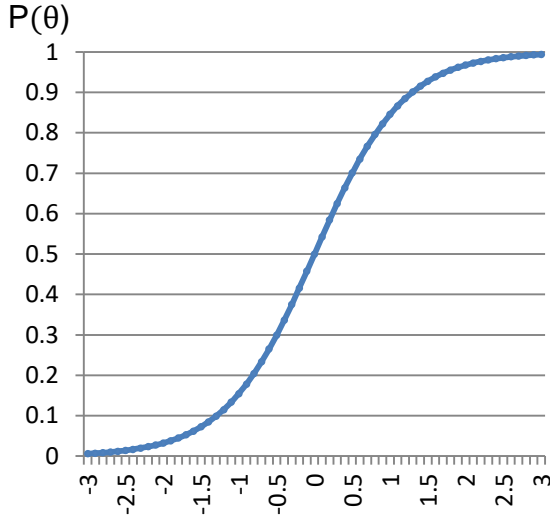
MTK'nın sayıltılarından bir diğeri de yerel bağımsızlıktır. Bu sayıltıya göre bir bireyin farklı maddelere verdiği yanıtlar istatistiksel olarak birbirinden bağımsızdır. Yerel bağımsızlık sayıltısındaki "yerel" kavramı, *aynı  $\theta$  düzeyindeki* bireylerin yanıtlarının bağımsızlığına karşılık gelmektedir. Bu sayıltı, yanıtların bağımsızlığını  $\theta$ 'daki değişkenliğe genellemez. Yerel bağımsızlık sayıltısı, toplam doğru yanıtların (bir bireyin bir maddeye verdiği tepkiler veya birden fazla bireyin bir maddeye

verdiği tepkiler) olasılığının, her bir maddeyi doğru yanıtlama olasılığının çarpımına eşit olmasıdır.

Birçok tek boyutlu MTK modeli,  $\theta$  düzeyi arttıkça bireyin bir maddeyi doğru yanıtlama veya cevap üretme olasılığının da artacağını varsayar. Bu sayıltı monoton artanlık olarak ifade edilir. Ayrıca bireylerin bir maddeyi yanıtlama durumlarının birbirinden bağımsız olaylar olduğu varsayılır. Buna göre bir bireyin bir maddeyi yanıtlaması başka bir bireyin o maddeyi yanıtlamasını etkilememektedir. Bir bireyin bir maddeyi yanıtlama olasılığı yalnızca bireyin  $\theta$  özelliğine ve madde parametresi olan  $\eta$ 'ya bağlıdır. Bu sayıltıların pratikte karşılığı, maddeye tepki verme sürecinde bireylerin bilgi paylaşımında bulunmadığı ve bir maddeden elde edilen bilginin diğer maddeye tepki verme sürecini engellemediği veya yardımcı olmadığı şeklindedir. Toplu olarak bütün maddelere tüm bireylerin tepki verme durumlarının bağımsızlığı yerel bağımsızlık olarak adlandırılır. Her ne kadar monotonluk ve yerel bağımsızlık sayıltıları bir MTK modelinin temel bileşenleri olmasa da bu sayıltılar, matematiksel eşitliklerin MTK modellerine uygulanabilirliğini kolaylaştırmaktadır (Reckase, 2009).

Bütün madde tepki modellerinin örtük bir diğer sayıltısı da testin bir hız testi olmaması gerekliliğidir. Bireyin bir soruyu cevapsız bırakması, teste ilişkin süre sınırlamasından değil; bireyin yeteneğinin düşük olması veya sorunun bireyin yeteneğine uygun olmamasından kaynaklanmalıdır. Bu sayıltının gerekçesinin tek boyutluluk sayıltısına dayandığı söylenebilir. Çünkü bir hız testinde bireyin performansını etkileyen en az iki faktör vardır: Test ile ölçülen özellik ve bireyin hızı (Hambleton ve Swaminathan, 1985). Testin hız testi olup olmadığı, testi tamamlayamayan birey sayılarının kontrolü ile yapılabilir.

MTK'nın bir diğer sayıltısı madde karakteristik eğrisinin (MKE) belirli bir biçime sahip olmasıdır. İkili puanlanan maddeler için MKE, maddeyi doğru yanıtlama olasılığının yetenek düzeyi üzerine regresyonudur.



**Şekil 1.1. Madde Karakteristik Eğrisi (MKE)**

Şekil 1.1’de görüldüğü üzere MKE, “S” şeklinde bir ogive eğrisidir. MKE’nin şekli, bireyin yeteneği ile maddeyi doğru yanıtlama olasılığı arasındaki ilişkiyi tanımlamaktadır. Bu grafiğin temel özelliklerinden biri de eğrinin monoton artan bir fonksiyon üzerine kurulu olmasıdır. Diğer bir ifadeyle, MKE’ye göre yetenek düzeyi arttıkça maddeyi doğru cevaplama olasılığı artar. Eğrinin ortalarına doğru meydana gelen küçük bir değişiklik yetenek düzeyinde büyük bir değişikliğe sebep olurken; uçlarda meydana gelen değişiklik yetenek üzerinde büyük bir etki yaratmamaktadır. MKE’nin “S” şekli bütün modeller için aynı olmasına rağmen, konumu değişiklik gösterebilmektedir. S şeklinin konumu madde güçlüğü ile ilgilidir. MKE’nin konumu, yetenek düzeyleri boyunca maddeyi doğru yanıtlama olasılığındaki değişiklikleri verir. MKE’ler çeşitli şekillerde farklılaşır. Eğrinin konumunun yanı sıra, eğiminde ve düşey asimptotunda da farklılık olabilir. Eğim, madde ayırıcılığı ile ilgilidir. Madde ayırıcılığı, yetenek düzeylerine göre cevaplama olasılıklarının ne hızla değiştiğini gösterir (Embretson ve Reise, 2000). Düşey asimptot ise maddenin şansla doğru cevaplanması ile ilgilidir. Tüm bu tanımlamalar MTK modellerini meydana getirmektedir.

#### **1.7.1.2. Madde Tepki Kuramı Modelleri**

Bireyin,  $i$ . özelliğe ilişkin yetenek düzeyi  $\theta_i$  olsun. Bu bireyin  $k$  boyutlu örtük uzaydaki yetenek puan vektörü  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3 \dots \theta_k)$  ile gösterilsin. Bu yeteneklerden biri ile test performansı arasındaki ilişkinin matematiksel olarak ifade edilmesi “model” veya özelde “madde tepki kuramı modeli” kavramlarını ortaya

çıkarmaktadır. Yetenek ile performans arasındaki ilişkiyi açıklayan matematiksel form değiştikçe yeni bir madde tepki modeli ortaya çıkar. Bundan dolayı MTK çerçevesinde ele alınabilecek çok sayıda model vardır (Hambleton ve Swaminathan, 1985). McDonald (1982) bu modelleri düzenlemekle beraber yeni MTK modelleri de ortaya koymuştur. Bu modeller şu şekilde sınıflandırılabilir: 1) tek boyutlu ve çok boyutlu modeller, 2) doğrusal ve doğrusal olmayan modeller, 3) ikili ve çoklu puanlanan madde modelleri.

MTK'ya dayanan modellerden ilk olarak 1-0 şeklinde puanlanan maddeler için; ardından çoklu puanlanan maddeler için modeller ve analiz programları geliştirilmiştir. Verinin yapısına uygun olarak kullanılan modeller Tablo 1.2'de görülmektedir.

**Tablo 1.2: Veri Yapısına Göre Madde Tepki Kuramı Modelleri\***

<i>Verinin yapısı</i>	<i>Model</i>	<i>Referanslar</i>
<b>İki kategorili</b>	Örtük doğrusal (Latent Linear)	Lzarsfeld& Henry (1968)
	Mükemmel ölçek (Perfect Scale)	Guttman (1944)
	Örtük uzaklık (Latent Distance)	Lzarsfeld& Henry (1968)
	Bir – iki – üç parametrelili normal ogive eğrileri	Lord (1952)
	Bir – iki – üç parametrelili lojistik	Birnbaum (1968), Lord&Novick (1968), Lord (1980a), Rasch (1960), Wright & Stone (1979)
	Dört parametrelili lojistik	McDonald (1967), Barton&Lord (1981)
<b>Çok kategorili</b>	Kategorik yanıt (Nominal Response)	Bock (1972)
	Dereceli yanıt (Graded Response)	Samejima (1969)
	Kısmi bilgi modeli (Partial Credit Model)	Master (1982)
<b>Sürekli</b>	Sürekli yanıt (Continuous Response)	Samejima (1972)

\*Hambleton ve Swaminathan (1985)'ten alınmıştır.

1-0 şeklinde puanlanan veri için Tablo 1.2'de belirtilen modeller kullanılabilir. Ancak bu modeller arasında yaygın olarak kullanılan MTK modelleri, lojistik ve ogive modellerdir. İki kategorili maddeler için kullanılan normal ogive modeller integralle ilgili bir formüle dayandığı için hesaplanması daha zordur; bu nedenle onun yerine lojistik modeller geliştirilmiştir (Hambleton ve Swaminathan, 1985). Bu çalışmada lojistik modeller kullanıldığından yalnızca bu modellere değinilmiştir.

Lojistik modellerde, incelenen parametre sayısına bağlı olarak başlıca, bir parametrelili model, iki parametrelili model ve üç parametrelili modeller tanımlanmıştır. Bu modellerin birbirileri içerisinde yuvalandığı (nested) söylenebilir.

Bu modellerin yanı sıra dört parametrelilik modeller de söz konusu olup bu modellerin kullanımının çok yaygın olmaması sebebiyle burada bahsedilmemiştir.

#### 1.7.1.2.1. Bir Parametrelilik Lojistik Model (1PLM) ve Rasch Modeli

Bu modele göre testte yer alan tüm maddelere ait madde karakteristik eğrilerinin eğimi diğeri bir ifadeyle ayırt ediciliği birbirine eşit olup; maddeler, güçlük bakımından farklılaşmaktadır. Şans parametresi ise ihmal edilebilir düzeydedir. Madde güçlüğü, madde karakteristik eğrisinin büküm noktasına karşılık gelen yetenek düzeyidir. Başka bir ifadeyle, madde güçlüğü, bireyin maddeyi 0.50 olasılıkla doğru cevaplandırmasına karşılık gelen yetenek düzeyi eksenindeki değerdir. Bu modelde bireyin doğru cevap verme olasılığı ile yetenek düzeyi arasındaki ilişki, madde güçlük parametresi üzerinden tanımlanmaktadır. Bu modelde bir s bireyinin i maddesini doğru cevaplama olasılığı aşağıdaki gibidir:

$$P(X_{is} = 1 | \theta_s, \beta_i) = \frac{\exp(\alpha(\theta_s - \beta_i))}{1 + \exp(\alpha(\theta_s - \beta_i))} \quad (1)$$

$X_{is}$  = s bireyinin i maddesine verdiği cevap (1 veya 0)

$\theta_s$  = s bireyinin yetenek düzeyi

$\beta_i$  = i maddesinin güçlüğü

$\alpha_i$  = i maddesinin ayırtıcılığı

Rasch modeli ise 1PLM'nin özel bir durumudur. Rasch modelinde yine madde güçlükleri birbirinden farklı olup madde ayırtıcılık parametreleri 1'e eşittir. Rasch modeli aşağıdaki fonksiyon ile ifade edilebilir.

$$P(X_{is} = 1 | \theta_s, \beta_i) = \frac{\exp(\theta_s - \beta_i)}{1 + \exp(\theta_s - \beta_i)} \quad (2)$$

Bu formülde geçen terimlerin açıklaması 1PLM ile aynıdır. Formülde ayırt edicilik parametresinin yer almadığı görülmektedir. Çünkü bu modelde ayırt edicilik parametresi 1'e eşit olduğundan, bu parametre çarpma işlemine göre etkisiz eleman konumuna düşmektedir.

#### 1.7.1.2.2. İki Parametrelilik Lojistik Model (2PLM)

Birnbaum (1968) tarafından geliştirilen bu model, 1PLM'ye madde ayırt edicilik parametresinin eklenmesiyle elde edilir. Bu modele göre bir s bireyinin i maddesini doğru cevaplama olasılığı aşağıdaki gibidir:

$$P(X_{is} = 1 | \theta_s, \beta_i, \alpha_i) = \frac{\exp[\alpha_i(\theta_s - \beta_i)]}{1 + \exp[\alpha_i(\theta_s - \beta_i)]} \quad (3)$$

$X_{is}$  = s bireyin i maddesine verdiği cevap (1 veya 0)

$\theta_s$  = s bireyinin yetenek düzeyi

$\beta_i$  = i maddesinin güçlüğü

$\alpha_i$  = i maddesinin ayırıcılığı

2PLM'de, tüm maddelerin madde güçlüklerinin yanı sıra madde ayırıcılıkları da farklılaşmaktadır. Şans parametresi bu model için de ihmal edilebilir düzeydedir. 2PLM'de bireylerin maddeyi doğru cevaplama olasılığı, madde güçlük ve madde ayırıcılık parametreleri üzerinden tanımlanır.

### 1.7.1.2.3. Üç Parametrelili Lojistik Model (3PLM)

2PLM'ye  $c$  ile gösterilen şans parametresinin eklenmesiyle 3PLM elde edilmektedir. 3PLM'de, bireyin maddeye doğru cevap verme olasılığını etkileyen parametreler madde güçlüğü, madde ayırıcılığı ve şans parametresidir. Şans parametresi, düşük yetenek düzeyindeki bireylerin maddeyi doğru cevaplama olasılığıdır. Birey, madde ile ölçülen özelliğe sahip olmasa bile maddeyi şans eseri doğru cevaplama olasılığı olduğundan, bu modele göre bir maddenin doğru cevaplanma olasılığı tüm yetenek düzeyleri için her zaman sıfırın üzerindedir. 3PLM'ye ilişkin olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$P(X_{is} = 1 | \theta_s, \beta_i, \alpha_i, \gamma_i) = \gamma_i + (1 - \gamma_i) \frac{\exp[\alpha_i(\theta_s - \beta_i)]}{1 + \exp[\alpha_i(\theta_s - \beta_i)]} \quad (4)$$

$X_{is}$  = s bireyinin i maddesine verdiği cevap (1 veya 0)

$\theta_s$  = s bireyinin yetenek düzeyi

$\beta_i$  = i maddesinin güçlüğü

$\alpha_i$  = i maddesinin ayırıcılığı

$\gamma_i$  = i maddesinin en düşük asimptotu (şans parametresi)

(4) numaralı formülü (3) numaralı formülden farklı kılan noktanın, şans parametresi olduğu görülmektedir. 1, 2 ve 3PLM, maddelerin 1-0 şeklinde puanlandığı durumlarda kullanılan modellerdir. Ancak test maddelerinin doğru-yanlış veya evet-hayır gibi iki kategorili olarak cevaplanamayacağı durumlar da mevcuttur. Bu durumlarda çok kategorili MTK modelleri kullanılır.



Doğru yanlış veya evet-hayır şeklinde yanıtlanan madde formatı sosyal bilimlerde özellikle de psikolojide çok sık kullanılan bir puanlama türü değildir. Bu tür maddelerin yanıtları kısıtlı olup, birey hakkında çok fazla bilgi vermemektedir. Psikolojide kullanılan ölçek veya envanterler genellikle çoklu puanlanan madde formatındadır. İkili puanlamanın verdiği kısıtlı bilgi, çoklu puanlamanın daha güvenilir olması gibi çeşitli nedenlerle araştırmacılar, çoklu puanlanan maddelere ve dolayısıyla bu maddelere ait parametreleri kestirecek modellere yönelmiştir (Embretson ve Reise, 2000). Bu tür maddelere ait parametreleri kestirimde Tablo 1.2’de belirtilen ilgili modeller kullanılabilir. Bu çalışmada ikili puanlanan maddeler kullanıldığından, çoklu puanlanan madde modellerine değinilmemiştir.

### **1.7.2. Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı (ÇBMTK)**

Tek boyutlu madde tepki kuramına dayanan modellerin, formüllerin basit olması, çok sayıda uygulama örneklerinin olması ve sayıltılarının kısmen sağlamlığına ilişkin kanıtların bulunması gibi avantajları vardır. Ancak birey ve madde arasındaki etkileşim, her zaman tek boyutlu modellerde gösterildiği kadar basit olmayabilir. Traub (1983), MTK’nın tek boyutluluk sayıltısını “kırılgan ve hassas” bir sayıltı olarak nitelendirmiştir. Traub, model veri uyumunun sağlanamaması probleminin tartışıldığı bir başlık altında, eğitimde kullanılan başarı testlerinin tek boyutluluğu ihlal etmesinin üç temel nedenine değinmiştir: Öğretim programı, hız ve bireysel farklılıklar. Eğer bu nedenler, bireylerin yanıtlarını etkileyen önemli faktörler ise o zaman başarı testleri için tek boyutlu MTK modellerinin savunulmasının anlamlı olmadığını belirtmiştir. Her ne kadar tek boyutlu MTK modelleri belirli koşullar altında bireylerin yeteneklerini kestirmede etkili olsa da birey ile madde arasındaki daha karmaşık etkileşimleri ortaya koymak için daha karmaşık MTK modellerine ihtiyaç duyulmuştur.

MTK modellerinin, birey ile madde arasındaki etkileşimini açıklamadaki yeterliğini arttırmak için farklı yollar önerilmiştir. Bunlardan biri, bireyin özelliklerini daha çeşitli bir yetenek ranjında tanımlamaktır (Reckase, 2009). Bu tanımlama, bir maddeyi doğru cevaplayabilmek için birden çok yeteneğin işe koşulması gerektiği durumlarda önemlidir. Örneğin bir matematiksel cebir testinde yer alan eşitsizlik ve problem çözme sorularını ele alalım. Bu sorulardan birincisini doğru yanıtlayabilmek için gerekli olan özellik, matematiksel sembolleri kullanabilme

becerisi iken; diğeriini çözmek için okuduğunu anlama, denklem kurma ve problem çözüme becerilerine sahip olmak gerekir.

Ackerman'a (1992) göre tek boyutluluk sayılıtı sağlanmadığında bireyleri tek bir yetenek düzeyinde ölçeklemenin mümkün olmaması sebebiyle çok boyutlu madde tepki kuramı (ÇBMTK) modelleri gündeme gelmiştir. Genellikle ÇBMTK modellerinin tek boyutlu MTK modellerine göre daha iyi uyum sağlaması beklenmektedir. Çünkü madde birey etkileşiminin yer aldığı ÇBMTK modellerinde birden fazla örtük özellik yer almaktadır.

ÇBMTK; psikoloji, eğitim, test geliştirme, psikometri ve istatistik gibi alanlardaki gelişmelerin bir sonucu olarak ortaya çıkmıştır. Bu gelişmelerin altında yatan iki ana tema ÇBMTK'nın gelişmesini etkilemiştir. Birincisi, olguların gerçekte var olduğundan daha karmaşık olduğu; ikincisi ise bu karmaşıklığın kuram veya modellerle temsil edilebildiğidir. ÇBMTK, bireylerin çok boyutlu uzaydaki konumlarının temsili ve bireylerin bir test maddesine verdikleri yanıtların olasılıklarını içeren matematiksel bir formül sunmaktadır (Reckase, 2009).

#### **1.7.2.1. Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı Modelleri**

Temel olarak iki çeşit ÇBMTK modeli bulunmaktadır. Bu sınıflandırma,  $\theta$  vektörünün verdiği bilgiye göre yapılmıştır. Bu modellerden biri,  $\theta$  koordinatlarının doğrusal bir kombinasyonuna dayanmaktadır. Bu kombinasyonlar, çeşitli  $\theta$  değerlerinin kombinasyonlarının toplamını verir. Eğer bir  $\theta$  değeri düşük ve bir diğeri  $\theta$  değeri yeteri kadar yüksek ise toplam yine aynı kalacaktır. Burada bir  $\theta$  değerinin diğeri telafi etmesi, dengelemesi söz konusu olduğundan bu tür modellere telafisel (compensatory) modeller adı verilmektedir (Reckase, 2009). Buna göre telafisel modelde, bir maddeyi doğru yanıtlamak için gerekli olan en az iki boyuttan birinin yetersiz olduğu durumda, diğeri boyut veya boyutlardaki özellik aracılığı ile maddenin doğru yanıtlanması söz konusudur. Örneğin, bakterilerde bölünerek çoğalma konusuna ilişkin soruların yer aldığı bir biyoloji testini ele alalım. Birey, bakterilerin her seferinde ikiye bölünerek çoğaldığını bilmesee dahi üslü sayılarla işlem yapma becerisi ile bu soruyu yanıtlayabiliyorsa bu sorunun telafisel modele uygun olduğu söylenebilir.

Diğeri modelde ise bir testteki bilişsel görevler bölümlere ayrılabilir niteliktedir ve bu sayede her bir görev bölümü tek boyutlu olarak ele alınır. Bir maddeye doğru yanıt

verme olasılığı bu bölümlerin her birinin doğru yanıtlanma olasılıklarının çarpımına eşittir. Olasılıkların çarpımının kullanılması ile doğrusal olmayan bir özellik ortaya konur. Ayrıca maddeyi doğru cevaplama olasılığının 0 ile 1 arasında değer alması sebebiyle de elde edilen çarpımın değeri, en yüksek olasılığa sahip çarpanın değerini geçmeyecektir. Bu tür modeller telafisel olmayan (noncompensatory) modeller olarak adlandırılmaktadır. Reckase (2009) bu modelleri kısmen telafi edici model olarak da değerlendirmektedir. Çünkü bir boyuttaki yüksek bir  $\theta$  değeri, maddeyi cevaplamak için gerekli farklı bir boyuttaki daha düşük değere göre daha yüksek bir yanıtlanma olasılığı katkısı sunacaktır. Bundan dolayı kısmi bir telafi söz konusudur.

$\theta$  vektörünün verdiği bilgiye göre ikiye ayrılan modeller, tıpkı tek boyutlu MTK'da olduğu gibi olasılık fonksiyonunu tanımlamada kullanılan parametre sayısına göre modellere ayrılmaktadır.

#### 1.7.2.1.1. Telafisel Modeller

##### A. Çok Boyutluluk İçin Genişletilmiş Rasch Modeli

Tek boyutlu MTK modelindeki Rasch modeli ile iki parametrelili lojistik model arasındaki ilişki, bu modellerde de söz konusudur. 2 PLM'deki  $a$  parametresinin 1'e eşitlenmesiyle elde edilen bir modeldir. ÇBMTK'ya özgü bir özellik olarak bu model, tek bir boyut yerine, koordinatlarda gösterilen iki boyutlu değerlerin toplanması ile yorumlanır (Reckase, 2009).

##### B. Çok Boyutluluk İçin Genişletilmiş İki Parametrelili Lojistik Model

Çok boyutluluk için genişletilmiş iki parametrelili lojistik modelde  $j$  bireyinin,  $i$  maddesine doğru cevap verme olasılığına ilişkin olasılık fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$P(U_{ij} = 1 | \theta_j, \alpha_i, d_i) = \frac{e^{\alpha_i \theta_j + d_i}}{1 + e^{\alpha_i \theta_j + d_i}} \quad (5)$$

$U_{ij}$  =  $j$  bireyinin  $i$  maddesine verdiği cevap (1 veya 0)

$\theta_j$  =  $j$  bireyinin yetenek düzeyi

$\alpha_i$  =  $i$  maddesinin ayıricılığı

$d_i$  =  $i$  maddesinin kesim noktası

(5) numaralı eşitlikte yer alan  $d$  parametresi  $\alpha$  ve  $\beta$  parametrelerinin etkileşimi ile elde edilen ara kesit (intercept) parametresidir. Tek boyutlu lojistik modellerde yer alan  $(\alpha(\theta - \beta))$  çarpımı açık olarak yazıldığında  $(\alpha\theta - \alpha\beta)$  elde edilir. Burada yer alan  $-\alpha\beta$  terimi yerine  $d$  getirildiğinde  $\alpha\theta + d$  ifadesi elde edilmiş olur.

### C. Çok Boyutluluk İçin Genişletilmiş Üç Parametrelili Lojistik Model

Çok boyutluluk için genişletilmiş üç parametrelili lojistik model, çok boyutluluk için genişletilmiş 2PLM'ye şansla doğru yanıtılama parametresinin eklenmesiyle oluşturulmuştur.

### D. Çok Boyutluluk İçin Genişletilmiş Normal Ogive Model

ÇBMTK'da bir maddeye doğru cevap verme olasılığı ile yeteneğin çok boyutlu uzaydaki konumu arasındaki ilişkiyi tanımlamak üzere normal ogive modellerden de yararlanılmaktadır. Günümüzde ogive modellere dayalı olarak kestirim yapan istatistiksel programlar mevcuttur. Çok boyutluluk için genişletilmiş normal ogive modelin üç parametrelili lojistik olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$P(U_{ij} = 1 | \theta_j, \alpha_i, \gamma_i, d_i) = \gamma_i + (1 - \gamma_i) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-z_i(\theta_j)}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (6)$$

$U_{ij}$  = j bireyinin i maddesine verdiği cevap (1 veya 0)

$\theta_j$  = j bireyinin yetenek düzeyi

$\alpha_i$  = i maddesinin ayırıcılığı

$\gamma_i$  = i maddesinin en düşük asimptotu (şans parametresi)

$d_i$  = i maddesinin kesim noktası

Denklemdede yer alan  $-z_i(\theta_j)$  ifadesi  $\alpha_i\theta_j' + d_i$  ifadesine karşılık gelmektedir. Diğer terimler daha önce tanımlandığı gibidir. Bu denklemdede yer alan  $\gamma$  şans parametresi sıfıra eşit ise model, iki parametrelili ogive modele dönüşür. Çok boyutluluk için genişletilmiş ogive model, çok boyutluluk için genişletilmiş lojistik model ile neredeyse aynı grafiksel alanı tanımlamaktadır.

Telafisel modelde verilen tüm formüller incelendiğinde, bir boyuta ait bir ayırıcılık indeksi bulunmasına rağmen tüm model için yalnızca bir tane  $b$  (güçlük) parametresinin bulunduğu görülmektedir. Bunun nedeni, düşük yetenek düzeyindeki özelliğin diğer yüksek yetenekler aracılığı ile tamamlanması ve

nihayetinde maddenin yüksek yetenek düzeyi ile yanıtlanmasıdır (Reckase, 2009). Ayrıca Zhang (2005), telafisel modelde her bir boyut için ayrı güçlük parametresinin kullanılması durumunda, bu modele ait eşitliğin belirsiz bir çözümlerle sonuçlanacağını belirtmektedir.

#### 1.7.2.1.2. Telafisel Olmayan Modeller

Telafisel olmayan model, maddeyi yanıtlamak için gerekli yeteneklerden birinin bir diğer yeteneğin eksik kalan kısmını tamamlayamadığı, madde ile ilgili her bir yeteneğin birbirinden bağımsız olarak olasılık fonksiyonuna katkı sunduğu modeldir. Telafisel olmayan model için Reckase (2009) tarafından önerilen üç parametrelilik lojistik olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$P(U_{ij} = 1 | \theta_j, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i) = \gamma_i + (1 - \gamma_i) \left( \prod_{l=1}^m \frac{e^{1,7\alpha_{il}(\theta_{jl} + \beta_{il})}}{1 + e^{1,7\alpha_{il}(\theta_{jl} + \beta_{il})}} \right) \quad (7)$$

$U_{ij}$  = j bireyinin i maddesine verdiği cevap (1 veya 0)

$\theta_j$  = j bireyinin yetenek düzeyi

$\alpha_i$  = i maddesinin ayırıcılığı

$\beta_i$  = i maddesinin güçlüğü

$\gamma_i$  = i maddesinin en düşük asimptotu (şans parametresi)

$m = 1, 2, 3 \dots$  olmak üzere boyut sayısı

(7) numaralı formülde verilen telafisel olmayan model üç parametre üzerinden tanımlanmıştır. Şans parametresinin ( $\gamma$ ) sıfıra eşit olduğu durumda fonksiyon iki parametrelilik modele dönüşmektedir (Reckase, 2009). Telafisel olmayan modellerde boyut sayısı kadar ayırt edicilik, güçlük ve yetenek parametresi kestirilir. Şans parametresi ise telafisel modeldeki gibi her madde için bir tanedir.

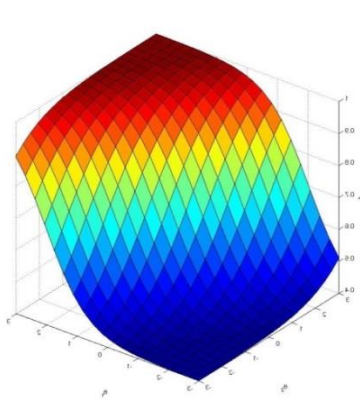
#### 1.7.2.2. Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramına Ait Parametreler

Tek boyutlu MTK'dan ÇBMTK'ya geçerken değişen sayıtların yanı sıra kullanılan parametrelerde de çeşitli değişiklikler söz konusudur. Tek boyutlu madde tepki kuramında madde ayırıcılığı ile madde güçlüğü doğrudan MKE ile ilgilidir. Madde güçlüğü, MKE'nin en dik noktasına karşılık gelen  $\theta$ 'nın değerini verir. Madde ayırıcılığı ise MKE'nin en dik noktasındaki eğime eşittir. Tek boyutlu MTK'da  $b$  parametresi,  $\theta$  ölçeğinin sıfır noktasından MKE'nin en yüksek noktasına olan

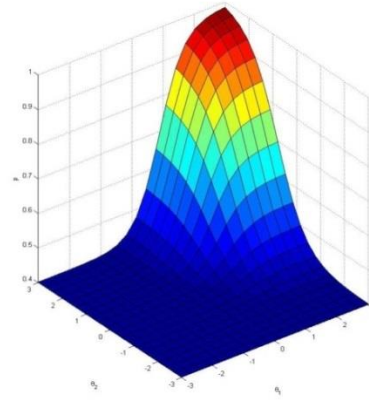
uzaklığını verir.  $b$  parametresinin işareti ise  $\theta$  ölçeğinin 0 noktasından MKE'nin en yüksek noktasına olan uzaklığının konumu ifade eder. Negatif işaret,  $b$  parametresinin konumunun, sıfırın solunda; pozitif işaret ise sıfırın sağında olduğunu verir. Tek boyutlu MTK'daki  $a$  ve  $b$  parametreleri ÇBMTK'daki iki parametrelili modeller için geçerlidir. Ancak MTK ve ÇBMTK arasındaki bu parametrelere dayalı benzetimler yalnızca telafisel modellere genellenebilir; telafisel olmayan modeller için böyle bir genelleme söz konusu değildir (Reckase, 2009).

Tek boyutlu MTK'da, bireyin maddeyi doğru yanıtlama olasılığı tek bir yeteneğe bağlı olup, bu ilişki MKE ile grafiksel olarak gösterilmektedir. Oysa ki ÇBMTK'da bireyin maddeyi doğru yanıtlama olasılığı en az iki yeteneğe bağlı olduğundan bu ilişki bir eğri ile değil *Madde Karakteristik Yüzeyi (MKY)* adı verilen en az üç boyutlu bir grafik ile gösterilmektedir. ÇBMTK'da madde güçlüğü,  $\theta$  ölçeğinin başlangıç noktasından MKY'nin en yüksek noktasına olan uzaklığını verir. ÇBMTK'da madde güçlüğü'nün işareti bu uzaklığın,  $\theta$  uzayının başlangıç noktasına göre izafi konumunu ifade eder. Burada bahsedilen uzaklık, modeldeki  $d$  parametresine karşılık gelmektedir.

Tek boyutlu modellerde MKE'yi tanımlamak için madde özelliklerinden yalnızca  $b$  parametresi yeterli iken, çok boyutlu modellerdeki MKY için birden fazla parametre gerekmektedir. Çok boyutlu modeller için kullanılan madde karakteristik yüzeyleri Şekil 1.2'de görülmektedir.



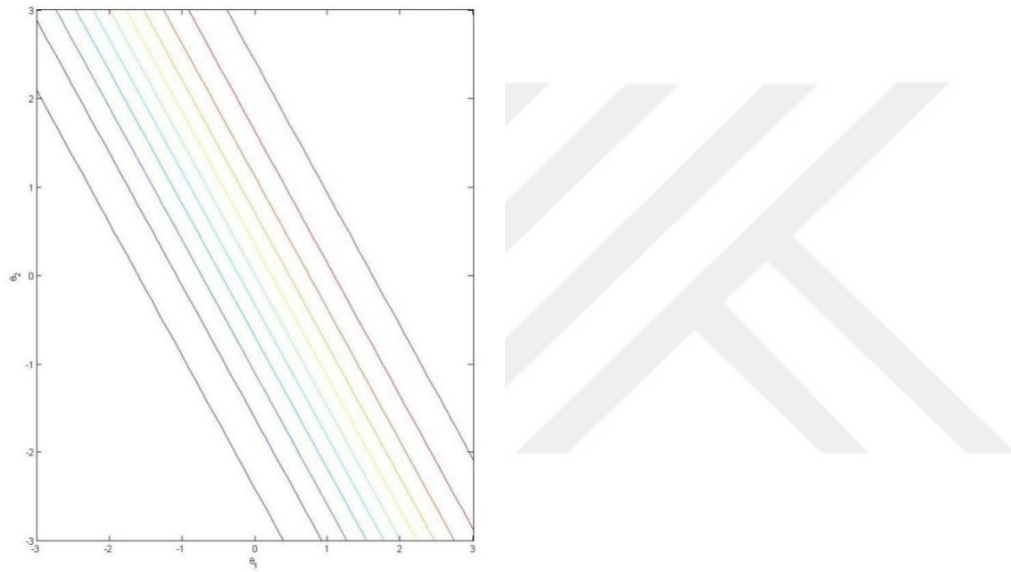
Telafisel model



Telafisel Olmayan Model

**Şekil 1.2. Telafisel ve Telafisel Olmayan Modellere İlişkin Madde Karakteristik Yüzeyleri**

Şekil 1.2'de parametreleri  $\alpha_1=1$ ;  $\alpha_2=1.5$   $c=0.4$  ve  $d= 0$  olan, telafisel ve üç parametrelilik lojistik modele uygun bir madde ile parametreleri  $\alpha_1=1.5$ ,  $\alpha_2=1$ ,  $\beta_1= 0.90$ ,  $\beta_2=0.8$  ve  $c=0.4$  olan, telafisel olmayan ve yine üç parametrelilik lojistik modele uygun bir maddenin MKY'si verilmiştir. Görüldüğü üzere bu maddelerin MKY'sini çizmek için  $b$  parametresinin yanı sıra başka parametrelere de ihtiyaç duyulmaktadır. MKY yerine, MKY'ye dayanarak oluşturulan madde eş olasılık konturları madde parametrelerinin yorumlanmasında MKE'ye göre kolaylık sağlamaktadır. Şekil 1.3'te çok boyutlu bir madde için çizilen eş olasılık konturları verilmiştir.



**Şekil 1.3. Telafisel Modele İlişkin Çizilen Eş Olasılık Konturları**

Şekil 1.3'te görüldüğü üzere eş olasılık konturları analitik düzlemde yer alan ve birbirine paralel uzanan doğrulardan oluşmaktadır. MKY'nin eğimi arttıkça diğer bir ifadeyle ayırt ediciliği arttıkça bu doğruların sıklığı da artmaktadır. Çok boyutlu örtük uzayda çok boyutlu bir maddenin gösterimi sadece iki boyut ile sınırlıdır (Köse, 2010). Aynı doğru üzerinde yer alan A ve B bireyleri, maddeyi doğru cevaplandırabilmek için eşit  $\theta_1$  yeteneğine sahiptir. Şekilde verilen bu maddenin,  $\theta_2$  yeteneği için daha ayırt edici bir madde olduğu söylenebilir.

Tek boyutlu MTK'dan ÇBMTK'ya geçişte değişen kavramlardan diğeri madde ayırt ediciliğidir. Bu kuramda birden fazla boyut yer aldığı için her boyut için bir ayırt

edicilik söz konusu olacaktır. Burada madde ayırt ediciliği (*MDISC*) ( $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots \alpha_k$ ) olmak üzere bir vektör ile temsil edilmektedir. Bir vektörün uzunluğu,

$$MDISC = \sqrt{\sum_{n=1}^k \alpha_{ik}} \quad (8)$$

ile ifade edilmektedir. Uzunluk, maddeye ait ortak ayırt edicilik olarak adlandırılmaktadır. Formülde yer alan  $\alpha_{ik}$ , her bir boyuta ait ayırt edicilik değerlerini ifade etmektedir. Tek boyutlu madde tepki kuramında, en yüksek ayırt edicilik değeri, MKE'nin dönüm noktasına karşılık gelen  $\theta = b$  değerine denk olup, bu değer maddenin geçerliği hakkında bilgi vermektedir. Buradaki *MDISC* değeri de tek boyutlu MTK'daki ayırt edicilik gibi yorumlanabilir.

Bir vektörün uzunluğunun yanı sıra yönü, doğrultusu ve başlangıç noktası vardır. Burada doğrultu, vektörün eksenlerle yaptığı açığa göre konumunu ifade etmektedir. Bu vektörün yönü ise:

$$\alpha_i = \arccos\left(\frac{\alpha_{i1}}{MDISC}\right) \quad (9)$$

formülü ile ifade edilir. Buna göre eğer vektör, açısal olarak  $\theta_1$  eksenine yakın ise diğer bir ifade ile  $45^\circ$ 'den küçük ise bu maddenin birincil olarak  $\theta_1$  yeteneğini;  $\theta_2$  eksenine yakın,  $45^\circ$ 'den büyük ise maddenin birincil olarak  $\theta_2$  yeteneğini ölçtüğü söylenebilir.

Tek boyutlu madde tepki kuramında  $b$  parametresinin ÇBMTK'daki karşılığı, madde vektörünün başlangıç noktasına olan uzaklığını ifade eden çok boyutlu madde güçlüğü (ÇBMG) anlamına gelen  $D$  parametresidir. Bu parametre,

$$\text{ÇBMG} = \frac{-d_i}{MDISC} \quad (10)$$

formülü ile hesaplanmaktadır. Formülde yer alan  $d_i$ , ara kesit terimi olarak nitelendirilir. Tek boyutlu MTK'daki  $b$  parametresi gibi ÇBMG indeksinin negatif işaretli olması maddenin kolay; pozitif olması ise maddenin zor olduğu şeklinde yorumlanmaktadır.

ÇBMTK'ya özgü kavramlardan biri de testin veya maddenin yapısıdır. Çok boyutlu bir madde genel olarak basit, yaklaşık olarak basit veya karmaşık (complex) olarak kategorilendirilebilir (Walker, Azen ve Schmitt, 2006). Faktör analitik açıdan ifade edilecek olursa, eğer her bir madde yalnızca bir boyuta ait ise diğer bir ifadeyle



eğer bir madde yalnızca bir boyuta yük veriyorsa, bu tür yapılar *basit yapı* olarak adlandırılır.

**Tablo 1.3: Basit ve Yaklaşık Basit Yapılı Testte Ayırt Edicilik Parametrelerinin Değeri**

<i>Basit yapıli test</i>			<i>Yaklaşık basit yapıli test</i>		
<i>Maddeler</i>	<i>Birinci Boyut</i>	<i>İkinci Boyut</i>	<i>Maddeler</i>	<i>Birinci Boyut</i>	<i>İkinci Boyut</i>
1	$a_{11}$	0	1	$a_{11}$	$\sim 0$
2	$a_{12}$	0	2	$a_{12}$	$\sim 0$
3	$a_{13}$	0	3	$a_{13}$	$\sim 0$
4	$a_{14}$	0	4	$a_{14}$	$\sim 0$
5	$a_{15}$	0	5	$a_{15}$	$\sim 0$
6	0	$a_{26}$	6	$\sim 0$	$a_{26}$
7	0	$a_{27}$	7	$\sim 0$	$a_{27}$
8	0	$a_{28}$	8	$\sim 0$	$a_{28}$
9	0	$a_{29}$	9	$\sim 0$	$a_{29}$
10	0	$a_{210}$	10	$\sim 0$	$a_{210}$

Tablo 1.3'te basit ve yaklaşık basit yapıli testlerin ayırt edicilik parametrelerinin alacağı temsili değeri yer almaktadır. Buna göre basit yapıli testte bir madde bir boyuta yük verirken diğeri hiç yük vermemektedir. Oysa yaklaşık basit yapıli testte, bir madde bir boyuta yük verirken diğeri boyuta az da olsa bir miktar yük vermektedir. Yaklaşık basit yapıli testte temel nokta, maddelerin baskın olarak bir boyuta yük verip, diğeri çok az oranda yük vermesidir. Tüm maddelerin bir boyuta yük vermesi ve aynı zamanda bu maddelerden bazılarının başka bir boyuta duyarlı olması, diğeri bir ifadeyle yük vermesi yaklaşık tek boyutluluk ile açıklanabilir (Zhang, 2008). Yaklaşık olarak basit yapı, birkaç boyut var olmasına rağmen maddelerin baskın olarak yalnızca bir boyutu ölçmesidir. Faktör analitik açıdan bu, maddelerin diğeri boyutlara yük vermesine rağmen bu faktör yüklerinin niceliksel açıdan çok büyük olmadığı ve anlamsal olarak yalnızca bir boyutun olduğu anlamına gelmektedir. Tablo 1.3'te yer alan yaklaşık basit yapıli testte ilk beş madde birinci boyuta, son beş madde ise baskın olarak ikinci boyuta yük vermektedir. Bu test, tüm maddeler birinci boyutta baskın, diğeri boyuta ise az bir miktarda yük verecek şekilde düzenlenebilir. Testin bu şekilde düzenlenmesi onun yaklaşık basit yapısını değiştirmeyecektir. Burada maddelerin hangi boyuta yük verdiği önemli değildir, önemli olan maddelerin bir boyuta baskın olarak, diğeri boyuta az bir miktarda yük vermesidir.

Geleneksel olarak boyutluluğu analiz etmede kullanılan birçok program, yorumlanması kolay olduğu için basit yapıları analiz etme üzerine kuruludur (Ackerman, Gierl ve Walker, 2003). Basit bir yapıya ait her bir boyut, tek boyutlu MTK modellerini analiz etmede kullanılan BILOG veya PARSCALE gibi programlar kullanılarak analiz edilebilir.

Davranışı ortaya çıkaran boyutların birden fazla olduğu ve bu boyutlarda yer alan maddelerin boyutlarda çapraz olarak yer aldığı yapılar, *karmaşık (complex) yapılar* olarak nitelendirilmektedir (Ackerman, Gierl ve Walker, 2003; Kahraman, 2013; Zhang, 2012). Yine faktör analitik açıdan değerlendirilecek olunursa karmaşık yapılarda her bir madde, birden fazla boyuta yük vermektedir.

**Tablo 1.4: Karmaşık Yapılı Testte Ayırt Edicilik Parametrelerinin Değeri**

<i>Maddeler</i>	<i>Birinci Boyut</i>	<i>İkinci Boyut</i>
1	$a_{11}$	$a_{21}$
2	$a_{12}$	$a_{22}$
3	$a_{13}$	$a_{23}$
4	$a_{14}$	$a_{24}$
5	$a_{15}$	$a_{25}$
6	$a_{16}$	$a_{26}$
7	$a_{17}$	$a_{27}$
8	$a_{18}$	$a_{28}$
9	$a_{19}$	$a_{29}$
10	$a_{110}$	$a_{210}$

Tablo 1.4'te görüldüğü üzere karmaşık yapıları bir testte bütün maddeler her iki boyuta yük vermektedir. Tablo 1.4 sadece iki boyutlu yapılar için düzenlenmiştir. Karmaşık yapıları testte önemli nokta, bütün maddelerin tüm boyutlara yük vermesidir.

Basit, yaklaşık basit ve karmaşık yapıları maddelerin yanı sıra bu madde türlerinin kombinasyonlarının oluşturduğu karışık ve yarı karışık yapıları testler de çok boyutlu testlerin yapısını oluşturmaktadır. Basit ve karmaşık yapıları maddelerin birlikte yer aldığı test karışık (mixed) yapıları test olarak adlandırılmaktadır. Bir madde veya bir modele yönelik eleştiriler genelde bunların bu denli katı, doğada karşılanması zor özelliklerine yöneliktir. Karmaşık yapılara yapılan eleştiri de testlerin bu kadar mükemmel bir yapı sergilemeyeceğidir. Karmaşık yapıları testlere yapılan bu

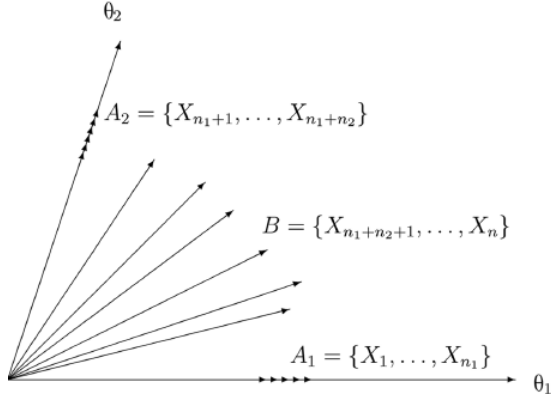
eleştiriler yarı karışık yapıli testleri gündeme getirmiştir. Yarı karışık yapıli testlerde, yaklaşık basit ile karmaşık maddeler birlikte yer almaktadır.

**Tablo 1.5: Karışık ve Yaklaşık Karışık Yapılı Testte Ayırt Edicilik Parametrelerinin Değeri**

<i>Karışık yapıli test</i>			<i>Yarı karışık yapıli test</i>		
<i>Maddeler</i>	<i>Birinci Boyut</i>	<i>İkinci Boyut</i>	<i>Maddeler</i>	<i>Birinci Boyut</i>	<i>İkinci Boyut</i>
1	$a_{11}$	0	1	$a_{11}$	$\sim 0$
2	$a_{12}$	0	2	$a_{12}$	$\sim 0$
3	$a_{13}$	0	3	$a_{13}$	$\sim 0$
4	$a_{14}$	0	4	$a_{14}$	$\sim 0$
5	$a_{15}$	0	5	$a_{15}$	$\sim 0$
6	$a_{16}$	$a_{26}$	6	$a_{16}$	$a_{26}$
7	$a_{17}$	$a_{27}$	7	$a_{17}$	$a_{27}$
8	$a_{18}$	$a_{28}$	8	$a_{18}$	$a_{28}$
9	$a_{19}$	$a_{29}$	9	$a_{19}$	$a_{29}$
10	$a_{110}$	$a_{210}$	10	$a_{110}$	$a_{210}$

Tablo 1.5'te görüldüğü üzere karışık yapıli testte, basit ve karmaşık yapıli maddeler birlikte bulunmaktadır. Buna göre bazı maddeler her iki boyuta yük verirken bazı maddeler yalnızca bir boyuta yük vermektedir. Tablo 1.5'te yer alan yarı karışık yapıli test örneğinde ise, ilk beş maddenin yaklaşık basit, son beş maddenin ise karmaşık yapıli olduğu görülmektedir.

Kapsam açısından değerlendirilecek olunursa bir matematik testinde yalnızca cebir konusuna ilişkin sorular, yalnızca geometri konusuna ilişkin sorular veya aynı anda hem cebir hem geometriyi ölçen sorular yer alabilir. Üçüncü durumdaki soruların olmadığı bir durumda bu testin ölçtüğü yapı, basit yapı olarak nitelendirilebilir. Ancak her üç madde türünün aynı anda bir testte yer alması durumunda bu yapıya karışık yapı adı verilir (Zhang, 2005; Zhang, 2012). Karışık yapı, basit ve karmaşık yapıların bir arada bulunduğu yapılarıdır. Zhang (2012)'den alınan karışık yapıya ait bir gösterim Şekil 1.4'te verilmiştir.



**Şekil 1.4. Karışık Yapının Grafiks Bir Gösterimi**

Kuramsal olarak ÇBMTK modelleri herhangi bir koordinat düzleminde gösterilebilir. Ancak tüm ayırt edicilik parametrelerinin pozitif olması gerektiğinden Şekil 1.4'te de görüldüğü üzere koordinat sistemi, analitik düzlemin birinci bölgesinde yer almaktadır (Zhang, 2005). Burada  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  iki farklı boyut olmak üzere 2 boyutlu bir model ele alınmıştır.  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  boyutları üzerinde yer alan ve  $A_1$  ve  $A_2$  şeklinde belirtilen maddeler sadece birer boyutu ölçtüğü için basit maddelerdir. İki boyut arasında kalan ve B ile gösterilen maddeler ise her iki boyutu ölçtüğünden karmaşık maddelerdir. Hem sadece bir boyutu hem de birden fazla boyutu ölçen maddelerin yer aldığı bu yapı *karışık yapı* olarak nitelendirilmektedir.

## 2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde ilgili alan yazında çok boyutlu verilerin tek boyutlu olarak ele alındığı durumda elde edilen parametreler ve bu işlemlere dayanarak yapılan uygulamaların pratikteki yansımalarına değinilmiştir. Ayrıca ülkemizde bu tez çalışması ile doğrudan ilgili bir çalışma bulunmamasına rağmen konu itibariyle benzer olmasından dolayı ÇBMTK ile ilgili ulusal çalışmalara da bu başlıkta yer verilmiştir.

### 2.1. Çok Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Ele Alındığı Durumda Kestirilen Parametreler ile İlgili Çalışmalar

Drasgow ve Parsons (1983) tarafından yapılan çalışmada, çok boyutlu veriye tek boyutlu MTK uygulamanın madde ve birey parametrelerine olan etkisi LOGIST programı aracılığıyla incelenmiştir. Çalışmada, ikincil düzey faktör modeline dayanarak beş genel faktör üretilmiş ve bu faktörler arası korelasyon farklılaştırılmıştır. 2 parametrelili ogive modele göre, 1000 kişilik ve 50 maddeden oluşan bir veri seti ile 3 parametrelili modele uyum gösteren 1500 kişilik bir veri seti üretilmiştir. Elde edilen birey ve madde parametrelerini değerlendirmek üzere RMSD ve korelasyon katsayısından yararlanılmıştır. Sonuç itibariyle bu çalışmada kullanılan araştırma deseni çerçevesinde, orta düzeyde heterojen olan maddelerin kullanıldığı durumların, tek boyutlu modele daha iyi uyum gösterdiği ifade edilmiştir.

Ansley ve Forsyth (1985) tarafından yapılan bir çalışmada, iki boyutlu yapıların tek boyutlu kestiriminden elde edilen parametrelerin özellikleri incelenmiştir. Oluşturulan desende örneklem büyüklüğü 1000 ve 2000; testin uzunluğu 30 ve 60; boyutlar arası korelasyon ise 0.00, 0.30, 0.60, 0.90 ve 0.95 olarak farklılaştırılmıştır. Tek boyutlu veriye ait madde parametreleri, iki boyutlu yapıda baskın olan boyutun parametrelerinden oluşturulmuştur. Kestirilen tek boyutlu parametreler, iki boyutlu veriye ait parametrelerin yanı sıra parametrelerin ortalamaları ile karşılaştırılmıştır. Sonuçları değerlendirmede korelasyon ve ortalama mutlak sapmadan faydalanılmıştır. Elde edilen bulgulara göre güçlük parametresinin kestirilen ve gerçek değerleri arasındaki korelasyonlar diğer parametrelerin sahip olduğu korelasyon değerlerinden yüksektir. Sonuç olarak tek boyutlu veriye ait yetenek, güçlük ve ayırıcılık parametrelerinin, çok boyutlu veriden kestirilen parametrelerin ortalamasına daha yakın olduğu bulgusuna ulaşılmıştır.

Harrison (1986) MTK parametrelerinin dayanıklılığını çeşitli koşullara göre hiyerarşik faktör modeliyle LOGIST programına dayanarak incelemiştir. Test uzunluğu, ortak faktör sayısı ve bu faktörlere yük veren faktörlerin dağılımı farklılaştırılarak bir desen oluşturulmuştur. Ayrıca sonuçları karşılaştırmak için farklı uzunluklardaki testlerden oluşacak şekilde 3 farklı tek boyutlu veri üretilmiştir. Her bir desen hücresi için 1000 kişilik bir örneklem ve 5 tekrar (replikasyon) yapılmıştır. Analiz sonuçlarının değerlendirilmesinde RMSD ve korelasyondan yararlanılmıştır. Bu sonuçlara göre, sadece testin uzunluğu arttıkça ayırt ediciliklere ait beklenen ve gözlenen değerlerin birbirine yaklaştığı, tek boyutlu yapılar için LOGIST programının daha iyi değerler ürettiği ve bu programla elde edilen  $b$  parametresinin tek boyutluluk ihlaline daha dayanıklı olduğu gözlenmiştir. Yetenek parametresi açısından bakıldığında testin uzunluğu ve genel faktörün gücü arttıkça tek boyutlu ve çok boyutlu yapılardan elde edilen yetenek parametreleri arasında korelasyonun arttığı, RMSD değerlerinin azaldığı gözlenmiştir. Yine dağılımın tek biçimli olduğu koşullar için daha etkili bir yetenek parametresi kestiriminin yapıldığı rapor edilmiştir.

Reckase, Ackerman ve Carlson (1988) tarafından yapılan bir çalışmada çok boyutlu maddeler kullanılarak tek boyutlu bir test oluşturulmaya çalışılmıştır. Bu amaçla 2 veri seti kullanılmıştır. Bunlardan birincisinde, 80 maddeli bir veri seti 2 parametrelili lojistik modele uygun olacak şekilde üretilmiştir. Bu 80 maddenin ilk 20 maddesi yalnızca  $\theta_1$ 'i, ikinci 20 maddesi  $\theta_1$  ve  $\theta_2$ 'yi eşit düzeyde ölçecek şekilde, üçüncü 20 maddesi yalnızca  $\theta_2$ 'yi ve son olarak dördüncü 20 maddeye ait açılar ise  $0 - 90^\circ$  arasında eşit dağılacak şekilde 2 boyutlu bir veri üretilmiştir. Bunun yanı sıra, gerçek bir veri seti üzerinde de benzer bir uygulama yürütülmüştür. Testlerin çok boyutlu ve tek boyutlu madde ve yetenek parametrelerinin kestiriminde MIRTE ve LOGIST programlarından yararlanılmıştır. Verinin tek boyutluluktan sapma derecesini belirlemede  $Q_3$  istatistiğinden yararlanılmıştır. Simülasyon verilerine göre ilk üç gruptaki 20 maddenin tek boyutluluktan çok fazla sapma göstermediği, son 20 maddenin ise çok boyutlu modele daha iyi uyum gösterdiği belirtilmiştir. Ayrıca testin bütününün de çok boyutlu modele daha iyi uyum gösterdiği gözlenmiştir. Buna karşılık gerçek veri setinden elde edilen bulgular simülasyon verisi sonuçlarının aksi yönünde sonuç vermiş, 2 boyutlu olarak tasarlanan 68 maddelik veri seti tek boyutlu modele daha iyi uyum göstermiştir.

Ackerman'in (1989) yaptığı çalışmada, telafisel ve telafisel olmayan modele dayanarak üretilen çok boyutlu veriler, BILOG ve LOGIST programları aracılığıyla kestirilmiştir. Araştırmanın koşullarından biri, boyutlar arası korelasyon olup, her iki model için ayrı ayrı 2 PLM'ye dayanan 40 madde ve 1000 kişilik çok boyutlu veriler üretilmiştir. Sonuçları karşılaştırmada ortalama, mutlak sapma ve korelasyondan faydalanılmıştır. Buna göre hem telafisel hem de telafisel olmayan modele göre üretilen verilerde korelasyon arttıkça, kestirilen yetenek parametresinin gerçek parametreler ile olan ilişkisi de artmaktadır. Hem LOGIST hem de BILOG programlarına göre, telafisel olmayan modele dayanarak üretilen veriler korelasyon arttıkça,  $a_1$  ile  $a_2$  parametrelerinin kestirilen  $a$  parametresi ile olan korelasyonu 0'a yaklaşmıştır. BILOG programından elde edilen ayırıcılık ve güçlük indeksi için ortalama mutlak hatalar biraz daha yüksek olmakla beraber korelasyon arttıkça hataların azaldığı görülmektedir. Her iki programda  $b$  parametresinin daha dayanıklı olduğu belirtilmiştir. Telafisel olmayan modelden elde edilen sonuçlar telafisel olan model ile benzerlik göstermektedir. Bunun yanı sıra BILOG programından elde edilen ortalama mutlak hatalar, LOGIST programından elde edilen hatalardan çok daha düşüktür.

Luecht ve Miller (1992) tarafından yapılan bir çalışmada çok boyutlu testler, tek boyutlu olarak kalibre edilip, birleşik özellikler olarak yorumlanmıştır. Bu amaçla yazarların "birleşik özellik yaklaşımı (composite traits approach)" adı verdikleri bir yöntem kullanılmıştır. Analizlerin sonuçlarından elde edilen faktör yükleri kullanılarak yapılan hiyerarşik kümeleme analizi ile çok boyutlu uzayda aynı boyut altına giren maddeler belirlenmiştir. İkinci aşamada ise her bir küme tek boyutlu olarak kalibre edilmiştir. Çalışmada 2000 birey ve 50 maddelik 2 boyutlu bir veri seti üretilmiştir. Maddelerin boyutlar ile yaptığı açı  $20^\circ$  ve  $70^\circ$  olup, 25 madde birinci boyutta, diğer 25 madde ikinci boyutta yer alacak şekilde ayarlanmıştır. Analizler, NOHARM ve BILOG programları kullanılarak yapılmış, test ve yetenek parametrelerinin yanı sıra model uyumları da incelenmiştir. Sonuç itibarıyla çok boyutlu maddeler analitik düzlemde geniş bir dağılım gösterse bile bu yapıların, tek boyutlu birleşik özellik kümelerine uyum sağladığı ifade edilmiştir. Her bir kümedeki maddeler tek boyutlu olarak kalibre edildiğinde ayırt edicilik ve güçlük parametrelerinin çok boyutlu parametrelerden daha hassas ve kararlı

sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Elde edilen uyum indekslerinin de çok boyutlu uyum indekslerinden çok farklı olmadığı belirtilmiştir.

Kahraman Capar (2001) tarafından yapılan çalışmada, bütün maddelerin tüm alt boyutlarla ilişkili olduğu durumlarda, alt ölçeklerdeki lme duyarlılığındaki artış incelenmiştir. Bu çalışmada alt ölçek dahili (A metodu) ve alt ölçek harici (B metodu) olarak adlandırılan iki tür bilgi önerilmiştir. Çok değişkenli bir normal dağılımdan 1000 kişilik ve 2 boyutlu bir test bataryası üretilmiştir. Bu batarya iki test içermekte olup her biri yalnız bir özelliği veya bir birleşik özelliği ölçmektedir. Çalışmada kullanılan test bataryaları 30 ve 60'ar maddeden oluşmaktadır. Test maddeleri, orta ve yüksek düzeyde ayırt ediciliğe sahip olacak şekilde düzenlenmiştir. Boyutlar arası korelasyonlar, 0.10, 0.30, 0.50, 0.70 ve 0.90 olarak alınmiştir. 1000 kişiden elde edilen tek boyutlu madde parametreleri en çok olabilirlik kestiricisi kullanılarak çok boyutlu modelden üretilmiştir. Bu durumda batarya içerisindeki alt ölçeklerle ölçülmeye çalışılan özellikler arasında korelasyon bulunduğu ölçüde B metodunun, diğerine göre daha güvenilir alt ölçek sonuçları çıkardığı gözlenmiştir. Aralarında en az orta düzeyde korelasyon bulunan örtük özellikler, ölçek dışı bilgi kullanımı ile daha doğru puanlama prosedürleri oluşmasını sağlamıştır. Ayrıca alt ölçekler yeterli sayıda ve ayırıcı özellikte maddeden oluştuğunda, geleneksel prosedürlerden daha kararlı alt ölçek sonuçları elde edebilmek için ölçek harici bilgi prosedürlere göre 0.7 veya daha büyük korelasyon değerlerine sahip özellikler ile çalışılması gerekmektedir.

Kirisci, Hsu ve Yu (2001) tarafından yapılan bir çalışmada tek boyutluluk ve normallik sayıltılarının karşılanmadığı durumlarda BILOG, MULTILOG ve XCALIBRE programlarından elde edilen kestirimler karşılaştırılmıştır. Yetenek dağılımının normal, sağa çarpık ve basık; tek boyutlu ve boyutlar arası korelasyonun 0.6 olduğu üç boyutlu yapıları içeren verilere dayanarak test ve birey parametreleri kestirilmiştir. Çalışmada, her bir desen için 10 tekrar yapılarak, 1000 kişinin 40 maddelik bir teste verdiği yanıtlar, 3 parametrelili lojistik modele göre üretilmiştir. Elde edilen sonuçları değerlendirmede RMSE değerleri kullanılmıştır. RMSE değerlerinin dağılım, boyutlar ve programlar bazında değişip değişmediği ise ANOVA ile incelenmiştir. ANOVA sonuçlarına göre  $\theta$  yetenek dağılımının ana etkisi ile diğer değişkenlerle olan etkileşiminin anlamlı olmadığı görülmüştür. Boyut ana etkisinin sadece  $c_i$  parametresi için anlamlı olduğu görülmüştür.



Ayrıca program etkisinin  $b_i$ ,  $c_i$  ve  $\theta$  parametresi için; program ve boyut etkisinin ise  $c_i$  parametresi dışında tüm parametreler için anlamlı olduğu belirtilmiştir. Program ve boyut arasındaki bu etkileşimin, kullanılan programın, tek boyutluluk ihlaline karşı dayanıklılığın bir fonksiyonu olduğu sonucuna varılmıştır. Kullanılan örneklem büyüklüğü ve test uzunluğu çerçevesinde tek boyutlu kestirim programlarının farklı şekilde yetenek dağılımlarına karşı duyarlı olmadığı ifade edilmiştir. Ayrıca BILOG programından elde edilen RMSE değerlerinin diğer programlardan daha küçük olduğu ancak tek boyutluluk sayıltısı sağlanmadığında genel itibariyle MULTILOG ve XCALIBRE programlarından elde edilen varyansın daha küçük olduğu gözlenmiştir.

Walker Azen ve Schmitt (2006) tarafından yapılan çalışmada çok boyutlu yapılarda baskın olmayan ikincil boyuta ait yetenek dağılımlarının DIMTEST sonuçlarına etkisi incelenmiştir. Çalışmada hem gerçek hem de simülasyon verilerinden yararlanılmıştır. Simülasyon verisi örneklem büyüklüğü 500, 1500 ve 2000; faktörler arası korelasyon 0.3, 0.6 ve 0.9; testin uzunluğu 40 madde ve bu 40 maddelerin % 80'i birinci boyutu %20'si ikinci boyutu ölçmek üzere ikinci boyuta ait ortalama ve standart sapmalar değiştirilerek 70 farklı koşul elde edilmiştir. Her bir koşula ilişkin 100 tekrar yapılmış ve elde edilen veriler DIMTEST ile analiz edilmiştir. Gerçek veri ise bir matematik testini alan 6000 kişinin yanıtlarından seçkisiz örneklem seçilerek oluşturulmuştur. Sonuçların değerlendirilmesinde lojistik regresyondan yararlanılmıştır. Sonuç itibariyle ikincil boyuta ait dağılımın ortalaması uçlara yaklaştıkça ve/veya standart sapması sifıra yaklaştıkça DIMTEST'in gücünün azaldığı belirtilmiştir.

Zhang (2008), tek boyutlu parametre kestirimleri ve tek boyutluluktan sapmaları incelediği bir çalışmada simülasyon yoluyla boyut sayısını 4, test uzunluğunu 15, 30 ve 60; diğer boyutlara yük veren madde sayısı oranını %20, %40 ve %60; faktörler arası korelasyonu ise 0.00, 0.40 ve 0.80 olarak almıştır. Örneklem büyüklüğü 1000 olarak sabitlenmiş olup, her durum için 100 test oluşturulmuştur. Oluşturulan veri setinin yaklaşık tek boyutluluğu DIMTEST kullanılarak test edilmiştir. Tek boyutlu model parametrelerinin kestirimi için ise MULTILOG programından yararlanılmıştır. Elde edilen parametrelerin tek boyutlu yapı parametrelerinden ne kadar saptığını değerlendirmek üzere RMSE ve korelasyonlardan yararlanılmıştır. Buna göre ikincil boyutların baskın boyut ile arasındaki korelasyon yükseldikçe yapının yaklaşık tek boyutluluktan çok fazla

sapmadığı gözlenmiştir. Korelasyon azaldıkça ve diğer boyutlara yük veren madde oranı arttıkça yapının yaklaşık tek boyutluluktan uzaklaştığı belirtilmiştir. Yaklaşık tek boyutluluktan sapmayı etkileyen diğer bir faktör ise test uzunluğu olmuştur. Boyutlar arası korelasyon düşük olduğunda, kısa testler uzun testlere göre daha iyi sonuçlar üretmiştir.

Zhang (2012) tarafından yapılan çalışmada, basit ve karışık yapıda olan verilerin ÇBMTK modellerine dayalı yapılan kalibrasyon ve kestirimleri incelenmiştir. Üretilen veriler araştırmacı tarafından geliştirilen ASSEST programına dayanarak analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçları karşılaştırmada ortalama hata kareleri toplamı karekökünün (RMSE) ortalamasından (ARMSE) ve madde tepki yüzeylerinden yararlanılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre basit yapılarda her iki yaklaşıma göre boyutlar arası korelasyon ve madde sayısı sabit olduğunda, örneklem büyüdükçe ARMSE değerinin küçüldüğü görülmüştür. Korelasyon katsayısı 0.0 olduğunda her iki yaklaşımdan elde edilen sonuçların neredeyse aynı olduğu görülmüştür. Testin uzunluğu 30 ve boyutlar arası korelasyon 0.5 ve 0.8 olduğunda çok boyutlu yaklaşımdan elde edilen ARMSE değerlerinin tek boyutlu yaklaşımdan elde edilen değerlerden küçük olduğu görülmüştür. Testin uzunluğu arttığında ve boyutlar arası korelasyon 0.5 ve 0.8 olarak kaldığında tek boyutlu yaklaşımdan elde edilen ARMSE değerlerinde bir iyileşme olduğu ve tek boyutlu yaklaşımdan elde edilen değerlerin çok boyutlu yaklaşımdan elde edilen değerlerden daha küçük olduğu görülmüştür. Basit yapı olarak üretilen verilerin faktör yüklerinde düzenlemeler yaparak aynı yapı, karışık yapı haline dönüştürülmüştür. Basit yapının bozulduğu bu durum için madde sayısının 30, örneklem büyüklüğünün 1000, 3000, 5000 ve boyutlar arası korelasyonun 0.8 olduğu desenin sonuçları rapor edilmiştir. Buna göre sonuç itibarıyla karışık yapıdaki verilerin basit olarak ele alınması durumunda elde edilen ARMSE değerlerinin yüksek olduğu; karışık yapının basit yapı olarak yorumlanmasının uygun olmadığı rapor edilmiştir.

## **2.2. Çok Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Ele Alındığı Durumda Kestirilen Parametrelerin Uygulamadaki Yansımaları ile İlgili Çalışmalar**

Walker ve Beretvas (2003) tarafından yapılan bir çalışmada, esasında çok boyutlu olan bir yapı tek boyutlu olarak ele alınmış ve buna dayanarak bireylere ilişkin yapılan sınıflandırmaların doğruluğu incelenmiştir. Çalışmada, gerçek veri kullanılmış olup, veriler, 65279 tane dördüncü ve yedinci sınıf öğrencisinin Washington Assessment of Student Learning (WASL) sınavında uygulanan matematik testinden elde edilen yanıtlarından oluşmaktadır. Verilerin analizinde NOHARM programından; bireyleri yeterli sınıflarına ayırmada ise işaretleme (bookmark) yönteminden yararlanılmıştır. Sınıflama tutarlıklarından önce doğrulayıcı faktör analizi sonuçlarına göre çok boyutlu modelin tek boyutlu modele göre daha iyi uyum gösterdiği belirtilmiştir. Buna göre dördüncü sınıflar için matematik testinin tek boyutlu olduğu varsayılarak, çok boyutlu modele göre yapılan sınıflandırmanın tek boyutlu model ile ne derece tutarlı olduğunu incelemek üzere hesaplanan Kappa istatistikleri, bu tutarlığın yüksek ancak mükemmel olmadığını göstermiştir. Ayrıca bireylerin toplamda %14.67'sinin yanlış sınıflandırıldığı belirtilmiştir. Benzer işlemler yedinci sınıf öğrencileri için yürütülmüş yine uyum istatistiklerine göre çok boyutlu ve tek boyutlu modele dayanarak yapılan sınıflandırmaların yüksek düzeyde tutarlı ancak mükemmel uyum vermediği ifade edilmiştir. Her iki sınıf için çok boyutlu modele göre, birinci boyuta dayanarak yapılan sınıflandırma ile ikinci boyuta dayanarak yapılan sınıflandırmaların tutarlılıkları Kappa istatistikleri ile incelenmiştir. Buna göre her bir boyuta göre yapılan sınıflandırma tutarlığının oldukça düşük olduğu gözlenmiştir.

## **2.3. Ülkemizde Yapılan Çok boyutlu Madde Tepki Kuramı İle İlgili Çalışmalar**

Köse (2010) tarafından yapılan tez çalışmasında MTK'ya dayalı tek boyutlu ve çok boyutlu modeller, test uzunluğu ve örneklem büyüklüğü açısından karşılaştırılmıştır. Araştırmada gerçek veri kullanılmış olup; bu veriler 8. sınıfta okuyan 1500 öğrencinin Türkçe testine verdiği yanıtlardan oluşmaktadır. Verilerin analizinde madde parametrelerinin tek ve çok boyutlu kuram kapsamında kestiriminde NOHARM, yetenek parametrelerinin kestiriminde ise TESTFACT programlarından yararlanılmıştır. Araştırma sonucunda, ÇBMTK modelleri kapsamında elde edilen madde ve yetenek parametrelerinin daha az hata içerdiği, daha duyarlı ölçümlere ulaşıldığı, model veri

uyumunun çok boyutlu kuram lehine sağlandığı gözlenmiştir. Ayrıca örneklem büyüklüğü değişkeninin madde parametreleri kestirimlerini etkileyen en önemli etken olduğu, yetenek kestiriminde ise en önemli faktörün test uzunluğu olduğu belirtilmiştir. Örneklem büyüklüğü ve test uzunluğu faktörlerinin birlikte ele alınmasının, çok boyutlu kuram kapsamında sadece madde parametreleri üzerinde pozitif bir etkisi bulunmuş, yetenek parametreleri ve model veri uyumunda tek ve çok boyutlu MTK kuramları kapsamında belirgin bir etkisi bulunmamıştır.

Sünbül (2011) tarafından yapılan çalışmada çeşitli boyutluluk özelliklerine sahip yapılardaki madde parametrelerinin değişmezliği, KTK, MTK ve ÇBMTK çerçevesinde incelenmiştir. Parametre değişmezliği, boyut sayısı en fazla iki olacak şekilde, ikinci boyutta yer alan madde sayısı, boyutlar arasındaki korelasyonlar, madde ayırt ediciliklerinin ortalaması ve örneklem büyüklüğü değiştirilerek, standart hatalar incelenmiştir. Buna göre, KTK için elde edilen sonuçlarda, parametre değişmezliğinin bütün parametreler ve koşullar için sağlandığı bulgusuna ulaşılmıştır. MTK için elde edilen sonuçlara göre hem  $a$  hem de  $b$  parametresi için parametre değişmezliğinin büyük oranda sağlandığı ancak bazı yapılarda parametre değişmezliğinin sağlanamadığı görülmüştür. Bu yapılar haricindeki deneysel hücrelerde MTK'nın tek boyutluluk sayılıtısının ihlal edilmesine rağmen, değişmez madde parametreleri üretilebildiği belirtilmiştir.

Özer Özkan (2012) tarafından yapılan bir çalışmada öğrenci başarılarının belirlenmesi sınavında (ÖBBS) uygulanan Türkçe ve Matematik testlerinden elde edilen veriler, KTK, MTK ve ÇBMTK çerçevesinde karşılaştırılmıştır. Her iki teste ait madde ve yetenek parametrelerinin duyarlılığı standart hata ile değerlendirilmiştir. Türkçe testi verilerinin analizi sonucunda ÇBMTK ile kestirilen yetenek parametrelerinin, diğer iki kuramdan elde edilen parametrelere göre daha düşük standart hataya sahip olduğu belirlenmiştir. Her üç kurama göre elde edilen yetenek kestirimlerinin güvenilirlikleri incelendiğinde, ÇBMTK'den elde edilen güvenirliliğin kısmen daha yüksek olduğu görülmüştür. Matematik testi verilerinin analizinde ise yetenek parametrelerinin kestiriminde en düşük hata yine ÇBMTK'dan elde edilmiştir. Matematik testleri için, ÇBMTK'ye göre elde edilen güvenirliliğin kısmen daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Sonuç olarak genel

itibariyle ÇBMTK modelleri kapsamında elde edilen yetenek parametrelerinin, KTK ve MTK'ye göre daha az hata içerdiği ve daha duyarlı ölçümler sağladığı bulunmuştur.

Koğar (2014) yaptığı tez çalışmasında iki boyutlu yapıların madde parametreleri, maddelere ait model veri uyumları ve teste ait model veri uyumlarını tek boyutlu parametrik olmayan, tek boyutlu parametrik ve çok boyutlu madde tepki kuramları temelinde, farklı örneklem büyüklüğü, test uzunluğu ve boyutlar arası korelasyon koşullarında karşılaştırmıştır. Çalışmada simülasyon verisi kullanılmış ve her bir desen için 20 tekrar yapılmıştır. Bulgulara göre birey ve madde sayısının artması üç MTK uygulamasında da model uyumlarını arttırmış, boyutlar arası korelasyon ile veri uyumu arasında bir örüntü saptanmamıştır. Ayrıca tüm desenlerde parametrik olmayan MTK'nin model veri uyumu hataları oldukça düşük olarak kestirilmiştir. Genel olarak kullanılan desenin  $b$  parametresi üzerinde etkili olmadığı, ÇBMTK'daki  $a_1$  ve  $a_2$  parametrelerine ait hataların örneklem büyüklüğü; MTK'daki  $a$  parametresinin ise hem örneklem büyüklüğü hem test uzunluğundaki artış ile azaldığı ifade edilmiştir.

Çakıcı Eser (2014) tarafından yapılan çalışmada farklı madde sayısı ve örneklem büyüklüğü koşullarına sahip değişen boyutluluk özelliklerindeki veri setlerinin madde ve birey parametreleri tek boyutlu ve çok boyutlu madde tepki kuramı ile kestirilmiş; kestirime ilişkin olarak elde edilen standart hata ortalamalarının karekökü (RMSE), yanlılık ve korelasyon değerleri incelenmiştir. Çalışmanın verileri simülasyon ile bir boyutlu, iki boyutlu karmaşık, iki boyutlu basit, üç boyutlu karmaşık ve üç boyutlu basit yapıda olmak üzere beş farklı yapı gösterecek biçimde üretilmiştir. Desende test uzunluğu 12 ve 48 madde; örneklem büyüklüğü 1000, 2000 ve 4000 olacak şekilde değiştirilmiştir. Her bir veri seti sahip olduğu yapıya uygun betikle parametreleri kestirmek üzere IRTPRO 2.1 yazılımının BA-EM algoritması ile analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre madde parametrelerine ait RMSE değerlerinin ve korelasyonların hem madde sayısındaki hem de örneklem büyüklüğündeki değişimden etkilendiği görülmüştür. Ele alınan tüm koşullarda  $d$  parametreleri, aynı desendeki  $a$  parametrelerinden daha kararlı kestirilmiştir. Birey parametresi kestirimleri örneklem büyüklüğünün değişiminden etkilenmezken, madde sayısının artışından etkilenmiştir. Tek boyutlu yapılarda çok boyutlu yapılardan daha kararlı kestirimler yapılmıştır. Madde parametreleri çok boyutlu basit yapılarda daha düşük hata ile kestirilmiştir. İki boyutlu

karmaşık yapılarda birey parametreleri basit yapılardan daha düşük RMSE değerleri almıştır. Üç boyutlu yapılarda hem madde hem de birey parametresi kestirimleri iki boyutlu yapılardan daha düşük kararlıkla kestirilmiştir. Üç boyutlu karmaşık yapılarda ise üç boyutlu basit yapıdan daha yanlı kestirimler elde edilmiştir.

Yavuz (2014) tarafından yapılan tez çalışmasında BMIRT (MCMC tekniği) ve flexMIRT (MH-RM ve BA-EM tekniği) programları ile çok boyutlu telafisel üç parametrelili lojistik model ve çok boyutlu aşamalı tepki modelleri, farklı örneklem büyüklükleri, test uzunlukları, boyut sayıları ve boyutlar arasındaki korelasyon değerlerine göre madde parametresi doğrulaması amacıyla karşılaştırılmıştır. Araştırmada 1000, 2000 ve 5000 olmak üzere üç ayrı örneklem büyüklüğü, 15, 30 ve 60 olmak üzere üç ayrı test uzunluğu, 0.0, 0.3, 0.6 ve 0.9 olmak üzere dört ayrı boyutlar arasındaki korelasyon değeri, 3 ve 5 olmak üzere 2 ayrı boyut sayısı test koşulu olarak belirlenmiş ve bu test koşullarına sahip veri setleri üretilmiştir. Kestirimlerin değerlendirilmesi için RMSE ve yanlılık değerlerinden yararlanılmıştır. Araştırmada elde edilen bulgulara göre madde sayısı 60 ve örneklem büyüklüğünün 5000 olduğu durumda programlar dolayısıyla teknikler, düşük hata ve sifıra yakın yanlılık değerleri ile madde sayısı 15 ve örneklem büyüklüğünün 1000 olduğu durumda ise teknikler en büyük hata ve daha büyük yanlılık değerleri ile madde parametrelerini kestirmişlerdir. Bütün koşullarda  $c$  parametresi,  $a$  ve  $d$  parametresine göre daha düşük yanlılık ve RMSE değerine sahiptir. Koşulların büyük bir çoğunluğunda en büyük hata ve yanlılık değerleri  $a$  parametresi için elde edilmiştir. Basit test yapısına ait 5 boyutlu veri setleri ile ne üç parametrelili lojistik model için ne de aşamalı tepki modeli için BA-EM tekniği ile madde parametresi kestirimi yapılamamıştır. Araştırmada programların kestirim tekniklerinin yanı sıra kestirim süreleri de karşılaştırılmış, neredeyse koşulların büyük bir çoğunluğunda MH-RM tekniği en uzun, BA-EM tekniği ise en kısa sürede kestirim yapmıştır. Örneklem büyüklüğü, boyut sayısı ve test uzunluğu arttıkça kestirim süreleri de artmıştır. Kestirim süreleri MCMC tekniğinde özellikle tekrarlama (iterasyon) sayısının artmasıyla artmıştır.

#### **2.4. İlgili Araştırmalar Özet**

Çok boyutlu testlerin tek boyutlu kestirilerek incelendiği çalışmaların çoğunlukla yurt dışında yapıldığı görülmektedir. Bu çalışmalarda genellikle boyutlar arası korelasyon,

dağılım özellikleri, örneklem büyüklüğü ve test uzunluğu gibi değişkenler farklı programlarla incelenmiştir. Birkaç çalışmada ise testin yapısı değiştirilerek benzer çalışmalar yürütülmüştür. Özellikle yurt dışında yapılan çalışmaların çok boyutlu bir testin tek boyutlu olarak kestiriminde yapılan hataların miktarı üzerine yoğunlaştığı görülmektedir. Bu tür çalışmalar genel olarak modelin yanlış tanımlanması olarak adlandırılmaktadır. Modelin yanlış tanımlanmasının pratikteki etkisini inceleyen çalışmalar var olsa da bu tür çalışmalar ile gerçek veri uygulamasını içeren çalışmaların sayısı sınırlıdır.

Yurt içinde yapılan çalışmaların daha çok ÇBMTK'nın kuramsal temellerinin incelenmesi üzerine olduğu görülmektedir. Buna göre yurt içinde çok boyutlu yapıların tek boyutlu olarak incelendiği çalışmalara rastlanmamıştır/ulaşılamamıştır.

Yapılan çalışmalar genel olarak özetlenecek olunursa test, yaklaşık basit olduğunda ve boyutlar arası korelasyon arttıkça tüm parametrelerin içerdikleri hatalar azalma göstermiştir. Çok boyutlu verilerin tek boyutlu kestirilmesi durumunda kestirilen madde ve yetenek parametreleri her bir parametrenin yanı sıra bu parametrelerin ortalamaları ile de karşılaştırılmıştır. Buna göre ortalama parametrelerin en az miktarda hata içerdiği belirlenmiştir. Güçlük parametresinin en çok yetenek parametrelerini etkilediği, bu çalışmaların geneli için söylenebilecek bir başka özet bulgudur.

## 3. YÖNTEM

### 3.1. Araştırmanın Türü

Bu çalışma çok boyutlu yarı karışık yapıların tek boyutlu olarak ele alınması durumunda kestirilen parametrelerin içerdiği hata miktarını belirleme, bir kuramın sayıltılarının sınırlarını inceleme amacı taşıdığından, çalışmanın temel bir araştırma olduğu söylenebilir.

### 3.2. Araştırma Verileri

Bu çalışmada araştırma sorularına cevap vermek için simülasyon verisinden faydalanılmıştır. Simülasyon çalışmaları, 1960'lı yıllardan itibaren psikometri alanında görülmeye başlanmıştır (Davey, Nering ve Thompson, 1997). Harwell ve diğerlerine (1996) göre simülasyon çalışmaları ilk değil, en son başvurulacak kaynak olmalıdır. Simülasyon çalışmalarından önce bütün analitik ve veriye dayalı çalışmaların yapılmış olması gerekir. Araştırma sorusuna diğer yollarla cevap verilemiyorsa simülasyon çalışmalarına başvurulmalıdır. Ayrıca simülasyon çalışmaları gerçek duruma benzediği ölçüde kullanışlıdır. Simülasyon modelleri gerçekçi parametrelere dayanmalıdır (Davey, Nering ve Thompson, 1997). Bu çalışmada belirtilen tüm koşulların aynı anda gerçek veride karşılanmasının zor olması nedeniyle simülasyon verisinin kullanılması tercih edilmiştir.

Araştırmanın verileri Ek1'de yer alan kodlar aracılığı ile SAS programı kullanılarak üretilmiştir. Veriler, iki parametrelili lojistik ve telafisel modelde, iki ve üç boyutlu yapıya uygun olacak şekilde üretilmiştir. Örneklem büyüklüğü 5000 kişi olarak belirlenmiş ve bütün koşullar için testin uzunluğu 30 madde olarak sabitlenmiştir.

### 3.3. Araştırmanın Deseni

Simülasyon çalışmaları için belirtilen özellikler göz önünde bulundurularak, araştırmanın amacına uygun parametre, model ve dağılım özelliklerini içeren bir desen oluşturulmuştur. Bu çalışmada yarı karışık yapı, iki ve üç boyutlu (çok boyutlu) testlere ait madde ve yetenek parametreleri, yetenek dağılımlarının (standart normal ve her bir boyut için standart olmayan normal), boyutlar arası korelasyonun (düşük, orta ve



yüksek) değiştiği, testin orta güçlükte ve zor olduğu durumlarda tek boyutlu olarak kestirilmiştir. Araştırmanın deseni, Tablo 3.1 ve Tablo 3.2’de verilmiştir.

**Tablo 3.1: Testin İki Boyutlu Olduğu Durumlar için Araştırma Deseni**

$\theta_1$	$\theta_2$	Boyutlar arası korelasyon	Maddeler		Güçlük parametresinin dağılımı
			Yaklaşık Basit	Karmaşık	
N(0,1)	N(0,1)	0.00	24	6	N (0,1)
			18	12	
			12	18	N (1,1)
			6	24	
N(-.5,1)	N(0,1)	0.00	24	6	N (0,1)
			18	12	
			12	18	N (1,1)
			6	24	
N(0,1)	N(-1,1)	0.00	24	6	N (0,1)
			18	12	
			12	18	N (1,1)
			6	24	
N(0,1)	N(0,1)	0.45	24	6	N (0,1)
			18	12	
			12	18	N (1,1)
			6	24	
N(-.5,1)	N(0,1)	0.45	24	6	N (0,1)
			18	12	
			12	18	N (1,1)
			6	24	
N(0,1)	N(-1,1)	0.45	24	6	N (0,1)
			18	12	
			12	18	N (1,1)
			6	24	
N(0,1)	N(0,1)	0.90	24	6	N (0,1)
			18	12	
			12	18	N (1,1)
			6	24	
N(-.5,1)	N(0,1)	0.90	24	6	N (0,1)
			18	12	
			12	18	N (1,1)
			6	24	
N(0,1)	N(-1,1)	0.90	24	6	N (0,1)
			18	12	
			12	18	N (1,1)
			6	24	

Tablo 3.1’e göre 2 boyutlu yapılarda, yetenek dağılımları 3; boyutlar arası korelasyon 3; madde yapısı 4 ve son olarak testin gücü 2 farklı durum gözetilerek toplam 72 (3x3x4x2) koşul ele alınmıştır.

**Tablo 3.2: Testin Üç Boyutlu Olduğu Durumlar için Araştırma Deseni**

$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	Boyutlar arası korelasyon	Maddeler		Güçlük parametresinin dağılımı
				Yaklaşık Basit	Karmaşık	
N(0,1)	N(0,1)	N(0,1)	0.00	24	6	N (0,1)
				18	12	
				12	18	N (1,1)
				6	24	
N(0,1)	N(-0.5,1)	N(0,1)	0.00	24	6	N(0,1)
				18	12	
				12	18	N (1,1)
				6	24	
N(0,1)	N(0,1)	N(-1,1)	0.00	24	6	N(0,1)
				18	12	
				12	18	N(1,1)
				6	24	
N(0,1)	N(-0.5,1)	N(-1,1)	0.00	24	6	N (0,1)
				18	12	
				12	18	N (1,1)
				6	24	
N(0,1)	N(0,1)	N(0,1)	0.45	24	6	N (0,1)
				18	12	
				12	18	N (1,1)
				6	24	
N(0,1)	N(-0.5,1)	N(0,1)	0.45	24	6	N(0,1)
				18	12	
				12	18	N (1,1)
				6	24	
N(0,1)	N(0,1)	N(-1,1)	0.45	24	6	N(0,1)
				18	12	
				12	18	N(1,1)
				6	24	
N(0,1)	N(-0.5,1)	N(-1,1)	0.45	24	6	N (0,1)
				18	12	
				12	18	N (1,1)
				6	24	
N(0,1)	N(0,1)	N(0,1)	0.90	24	6	N(0,1)
				18	12	
				12	18	N(1,1)
				6	24	
N(0,1)	N(-0.5,1)	N(0,1)	0.90	24	6	N(0,1)
				18	12	
				12	18	N(1,1)
				6	24	
N(0,1)	N(0,1)	N(-1,1)	0.90	24	6	N(0,1)
				18	12	
				12	18	N(1,1)
				6	24	
N(0,1)	N(-0.5,1)	N(-1,1)	0.90	24	6	N(0,1)
				18	12	
				12	18	N(1,1)
				6	24	

Tablo 3.2’de görüldüğü gibi üç boyutlu yapılar için yetenek dağılımları 4, boyutlar arası korelasyon 3, madde yapısı 4 ve testin güçlüğü 2 farklı koşul üzere toplamda 96 (4x3x4x2) koşul ele alınmıştır. Dolayısıyla araştırma kapsamında 168 (72+96) koşul incelenmiştir. Her bir koşul için 100 tekrar yapılmıştır.

Araştırmada ele alınan testin uzunluğu sabit olmasına rağmen, içerdiği maddelerin yapısı, yaklaşık basit ve karmaşık maddelere göre değiştirilmiştir. Örneğin Tablo 3.1 veya 3.7’deki birinci koşulda testin içerdiği yaklaşık basit madde sayısı 24, karmaşık madde sayısı ise 6’dır. İkinci durumda ise yaklaşık basit madde sayısı 18 iken, karmaşık madde sayısı 12’dir. Araştırmada iki ve üç boyutlu testler incelendiğinden, testte yer alan yaklaşık basit ve karmaşık yapıdaki maddelerin farklı kombinasyonlarının sayısı  $6(2 \times 3)$ ’nin katları olacak şekilde sistematik olarak düzenlenmiştir.

Araştırmada ele alınan diğer bir değişken boyutlar arası korelasyondur. Hem iki hem de üç boyutlu testler için boyutlar arası korelasyon; ilişkisiz, orta düzeyde ve yüksek düzeyde ilişkili olacak şekilde düzenlenmiştir. Boyutların birbiriyle ilişkisiz olduğu durumlarda faktörler arası korelasyon 0.00; orta düzeyde ilişkili olduğu durumlarda 0.45 ve yüksek düzeyde ilişkili olması durumlarda ise 0.90 olarak alınmıştır.

Bireylerin yetenek parametreleri, standart normal dağılım referans alınarak üretilmiştir. Örneğin iki boyutlu test için boyutlardan birinde bireylerin yetenek parametreleri  $N(-0.5; 1)$  normal dağılımından, diğer boyut için ise  $N(0; 1)$  standart normal dağılımından üretilmiştir. Birinci boyuttaki yetenek dağılımı, standart normal dağılımın ortalaması yani 0’dan 0.5’in çıkarılmasıyla elde edilmiştir. Araştırmada, boyutlar bazında yetenek dağılımlarının eşit veya farklı olması durumu incelenmiş, bütün yetenek dağılımları belirtilen bu yöntem izlenerek üretilmiştir.

Verilerin üretiminden önce maddelerin ayırt edicilik parametreleri araştırmanın deseni göz önünde bulundurularak oluşturulmuştur. Ayırt edicilik parametresi, maddelerin yapısına göre belirlenmiştir. Örneğin, yaklaşık basit madde sayısının 24, karmaşık madde sayısının 6 ve testin 2 boyutlu olduğu koşul için birinci boyuta yük veren madde sayısı 12; ikinci boyuta yük veren madde sayısı yine 12 ve her iki boyuta yük veren madde sayısı ise 6’dır. Ayırt edicilik parametreleri, baskın faktörler için  $N(1; 0.1)$ ; çekinik faktörler için  $\text{Log-N}(-3; 0.1)$  dağılımdan üretilmiştir. Ardından Excel

programından yararlanılarak üretilen bu ayırt ediciliklerinin eksenlerle yaptığı açılar incelenmiş ve böylece maddenin yaklaşık basit veya karmaşık olup olmadığı tekrar test edilmiştir. Basit maddeler için ölçüt açı değeri  $20^\circ$  olarak alınmıştır (Ackerman, Gierl ve Walker, 2003). Karmaşık maddeler için açı değeri  $20^\circ$  ve  $70^\circ$  arasında değişmektedir. Buna göre birinci boyuta yük veren maddelerin x eksenine yaptığı açı  $0^\circ - 20^\circ$  arasında, ikinci boyuta yük veren maddelerin açısı  $70^\circ$  ile  $90^\circ$  arasında, karmaşık maddelerin açısı ise  $20^\circ$  ile  $70^\circ$  arasında değişmektedir.

Araştırmada ele alınan son değişken, madde güçlüğü parametresidir. Güçlük parametresine ilişkin koşulları oluşturmada geniş ölçekli testlerde genel olarak testin tümünün kolay olmadığı; testin orta güçlükte veya zor maddelerden oluştuğu göz önünde bulundurulmuştur. Çalışmada ele alınan simülasyon koşullarının gerçeği yansıtması amacıyla bu çalışmada yalnızca testin orta güçlükte ve zor olduğu durumlara yer verilmiştir. Orta güçlükteki test için,  $b$  parametresi  $N(0; 0.1)$ ; zor test için ise  $N(1; 0.1)$  dağılımından üretilmiştir. Yaklaşık basit madde sayısının 24, testin orta güçlükte ve 2 boyutlu olduğu koşulda, maddenin yapısı, parametreler ve maddelerin eksenlerle yaptığı açılar örnek teşkil amaçlı Tablo 3.3'te verilmiştir.

**Tablo 3.3: Yaklaşık Basit Madde Sayısının 24, Testin Orta Güçlükte ve İki Boyutlu Olduğu Koşul İçin Madde Parametreleri**

Boyutlar	Maddeler	aj1	aj2	b	d	MDISC	D	Açı
Birinci faktöre yük veren basit maddeler	1	1.04033	0.05127	0.04033	-0.044	1.042	0.042	2.821
	2	1.0866	0.05473	0.0866	-0.099	1.088	0.091	2.883
	3	1.09342	0.04285	0.09342	-0.106	1.094	0.097	2.244
	4	1.10514	0.0445	0.10514	-0.121	1.106	0.109	2.306
	5	0.83557	0.04076	-0.16443	0.144	0.837	-0.172	2.793
	6	1.07058	0.05418	0.07058	-0.079	1.072	0.074	2.897
	7	1.09881	0.05039	0.09881	-0.114	1.100	0.103	2.626
	8	0.91455	0.05106	-0.08545	0.083	0.916	-0.090	3.196
	9	0.88614	0.0482	-0.11386	0.106	0.887	-0.120	3.113
	10	0.87924	0.05633	-0.12076	0.113	0.881	-0.128	3.666
	11	1.22622	0.05545	0.22622	-0.290	1.227	0.236	2.589
	12	1.09018	0.04899	0.09018	-0.103	1.091	0.094	2.573
İkinci faktöre yük veren basit maddeler	13	0.0487	0.91817	-0.08183	0.079	0.919	-0.086	86.964
	14	0.04582	1.14338	0.14338	-0.171	1.144	0.149	87.705
	15	0.04743	0.86703	-0.13297	0.122	0.868	-0.140	86.869
	16	0.06292	1.11665	0.11665	-0.138	1.118	0.123	86.775
	17	0.04869	0.88855	-0.11145	0.104	0.890	-0.117	86.863
	18	0.04802	0.98636	-0.01364	0.014	0.988	-0.014	87.213
	19	0.05806	0.98695	-0.01305	0.014	0.989	-0.014	86.633
	20	0.04742	1.10847	0.10847	-0.125	1.109	0.113	87.550
	21	0.05239	0.96792	-0.03208	0.033	0.969	-0.034	86.902
	22	0.04774	0.82622	-0.17378	0.152	0.828	-0.184	86.693
	23	0.04148	1.08382	0.08382	-0.094	1.085	0.087	87.808
	24	0.0501	0.88492	-0.11508	0.108	0.886	-0.121	86.760
Her iki faktöre yük veren karmaşık maddeler	25	1.02926	0.93754	0.07016	-0.138	1.392	0.099	42.330
	26	1.09463	0.97929	0.20651	-0.428	1.469	0.292	41.817
	27	0.84991	1.01629	-0.00828	0.015	1.325	-0.012	50.095
	28	0.88778	0.96324	-0.08796	0.163	1.310	-0.124	47.334
	29	0.79999	0.99068	0.0061	-0.011	1.273	0.009	51.079
	30	1.08461	1.14054	-0.21419	0.477	1.574	-0.303	46.440

Tablo 3.3 incelendiğinde birinci boyuta yük veren maddelerin x eksenine yaptığı açı  $20^\circ$ 'den küçüktür. İkinci boyuta yük veren maddelerin x eksenine yaptığı açı  $70^\circ$  ile  $90^\circ$  arasında değişmektedir. Yine bu maddeler için ikinci boyuttaki ayırt ediciliklerin birinci boyuttaki ayırt ediciliklere göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Karmaşık maddelerin x eksenine yaptığı açıların ise  $21^\circ$  ile  $69^\circ$  arasında kaldığı görülmektedir. Bu maddelerin ayırt edicilikleri, hem birinci hem de ikinci faktör için yüksektir.

Testin zor olduğu koşullar ile üç boyutlu testler için tüm bu işlem adımları tekrar uygulanmıştır. Yaklaşık basit madde sayısının 6, testin orta güçlükte ve üç boyutlu olduğu koşul için madde parametrelerine ait değerler Ek 2’de verilmiştir.

Araştırma deseninde belirtilen bu 168 koşulun yanı sıra çok boyutlu yapıların tek boyutlu olarak kestirilmesi durumunda elde edilen hataları değerlendirmek amacıyla gerçekte tek boyutlu olan bir veri yine tek boyutlu olarak kestirilmiştir. Tek boyutlu test oluştururken, çok boyutlu testlere ait parametrelerden yararlanılmıştır. Çok boyutlu testlere ait *MDISC* ve *D* parametreleri, tek boyutlu teste ait gerçek *a* ve *b* parametreleri olarak kullanılmıştır. Tek boyutlu test için de test uzunluğu 30, örneklem büyüklüğü 5000 olarak sabit tutulmuştur. Tek boyutlu teste ait yetenek parametreleri ise çok boyutlu verilerin üretildiği aynı evrenden üretilmiştir. Tek boyutlu test için hesaplanan RMSE değerleri, çok boyutlu verilerden elde edilen hata değerlerini değerlendirmede ölçüt olarak kullanılmıştır. Tek boyutlu veri üretmek için izlenen bu yol, farklı oranda yaklaşık basit madde içeren her dört madde yapısı koşulu için tekrar edilmiştir.

### 3.4. Verilerin Analizi

Üretilen verilerin güvenilirliği Cronbach Alfa katsayısı ile incelenmiştir. Buna göre iki boyutlu yapılarda güvenilirlik katsayısının 0.725 ile 0.971; üç boyutlu yapılarda ise 0.703 ile 0.956 arasında değiştiği görülmüştür. Cronbach Alfa katsayısı, ölçmelerin en az eş biçimli (essentially tau-equivalent) olduğu durumlarda güvenilirliğin yansız bir kestiricisidir (Lord ve Novick, 1968). İşevuruk anlamda eş biçimlilik, testte yer alan maddelerin eşit ayırt ediciliğe, testin tek boyutlu ve tek faktör modeli altında tüm maddelerin eşit faktör yüküne sahip olmasını gerektirir (McDonald, 1999). Genel itibariyle bu koşulların sağlanmadığı durumlarda Cronbach alfa katsayısı güvenilirliğin bir alt sınırını vermektedir (Raykov, 1997; Zinbarg ve diğerleri, 2005). Cronbach Alfa katsayısının, çok boyutlu verilerin güvenilirliğinin bir alt sınır olduğu düşüldüğünde, bu çalışmadan elde edilen güvenilirliklerin, tatmin edici düzeyde olduğuna karar verilmiştir. Ayrıca araştırmacıların, test çok boyutlu olsa da tek boyutlu kestirim yöntemlerini uyguladıkları durumda, güvenilirliği belirlemede Cronbach Alfa veya KR 20- 21 yöntemini kullandıkları göz önünde bulundurularak bu çalışmada güvenilirliklerin kestiriminde

Cronbach Alfa katsayısından yararlanılmıştır. Dolayısıyla burada çok boyutlu veriler için uygun olan güvenilirliklerin hesaplanmasına ayrıca gidilmemiştir.

Parametrelerin kestiriminde, tek boyutluluk sayılına dayanan BILOG programından yararlanılmıştır. Çok boyutlu yapıların tek boyutlu olarak ele alınması durumunda kestirilen parametrelerin içerdiği hataların değerlendirilmesinde RMSE (Root Mean Square Error) istatistiğinden faydalanılmıştır.

RMSE, gözlenen parametreler ile beklenen parametrelerin farkının standartlaştırılmış formudur.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (\bar{\tau}_{nj} - \tau_n)^2}{N}} \quad (11)$$

Bu formülde  $N$ , testte yer alan parametre sayısını temsil etmektedir. Parametre sayısı, RMSE'nin madde parametreleri için hesaplandığı durumda, testteki madde sayısı; birey parametreleri için hesaplandığı durumda ise birey sayısı olarak alınmıştır.  $\tau_{nj}$ ,  $n$ . maddeye ait  $j$  parametresinin gerçek değeri iken,  $\bar{\tau}_{nj}$   $n$ . maddenin  $j$  parametresinin kestirilen değeridir. RMSE değerleri, madde güçlüğü ve ayırt ediciliği ile yetenek parametreleri için ayrı ayrı hesaplanmıştır.

Çok boyutlu verilerin kestiriminden elde edilen parametreler ile gerçek parametreler arasındaki ilişki Pearson Momentler Çarpımı korelasyon katsayısı ile incelenmiştir. Ancak korelasyonların, RMSE değerleri yüksek olmasına rağmen yine de yüksek sonuçlar verdiği görülmüştür. Sonuçları değerlendirmede RMSE değerlerinin daha tutarlı ve gerçekçi olduğuna karar verilmiş, bu nedenle korelasyonlar incelenmesine rağmen bu çalışmada verilmemiştir. Belirtilen tüm koşullara göre elde edilen hata değerlerinin yorumlanmasında görsel olarak daha anlaşılır olan grafiklerden de faydalanılmıştır.

## 4. BULGULAR ve TARTIŞMA

Bu bölümde verilerin analiz edilmesi ile elde edilen bulgulara ve bu bulguların alan yazın ile ilişkisine dair tartışmalarına yer verilmiştir.

### 4.1. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesi Durumunda Elde Edilen Hata Değerlerine İlişkin Bulgular:

Yaklaşık basit madde sayısının aşamalı olarak azaldığı veya diğer bir ifadeyle karmaşık madde sayısının aşamalı olarak arttığı, boyutların ilişkisiz, orta ve yüksek düzeyde ilişkili olduğu, boyutlara ait yetenek dağılımlarının standart normal ve yalnızca normal, son olarak testin orta güçlükte ve zor olduğu durumlarda, iki boyutlu yapıların tek boyutlu olarak kestirilmesi durumunda elde edilen RMSE değerlerine ait tablo ve grafikler bu başlık altında verilmiştir.

#### 4.1.1. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a_1$ Parametresinin $a_1$ 'e Göre Hata Değerleri:

Tablo 4.1'de zor ve orta güçlükteki iki boyutlu testlerin  $a_1$  parametresine göre hesaplanan RMSE değerleri verilmiştir. Şekil 4.1'de yer alan ve Tablo 4.1'e ilişkin değerlere dayalı olarak çizilen grafikler incelendiğinde, testin orta güçlükte olduğu durum için  $a_1$  parametresine göre hesaplanan RMSE değerlerinin parabolik bir eğri çizdiği söylenebilir. Buna göre boyutlar arası korelasyon 0.00 olduğunda  $a_1$ 'e göre hesaplanan RMSE değerleri genel olarak diğer boyutlar arası korelasyon koşullarında elde edilenlerden yüksek iken; korelasyonun 0.45 olduğu durumda diğer boyutlar arası korelasyon koşullarından daha düşük RMSE değerleri elde edilmiştir. Korelasyon 0.90 olduğunda ise  $a_1$ 'e göre hesaplanan RMSE değerleri yükselmeye başlamış ancak yine de korelasyonun 0.00 olduğu durumdaki değerlere ulaşmamıştır. Ele alınan tüm koşullarda karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar azalmaktadır. Özellikle yaklaşık basit madde sayısının en fazla olduğu birinci koşulda  $a_1$  parametresi ile karşılaştırılarak hesaplanan hatalar  $\theta$  dağılımlarının farklılığından etkilenmektedir. Buna karşılık karmaşık madde sayısı arttıkça  $a_1$  parametresine göre hesaplanan hataların  $\theta$  dağılımlarından etkilenmediği söylenebilir. Korelasyonun 0.90 ve karmaşık madde



sayısının en fazla olduğu koşulda farklı yetenek dağılımlarına göre elde edilen RMSE değerlerinin neredeyse birbirinin aynısı olduğu söylenebilir.

Güçlük parametresi  $N\sim(1; 0.1)$  dağılımından çekilerek oluşturulan zor test için, en küçük hata değerleri korelasyonun 0.45; en yüksek hatalar ise korelasyonun 0.00 olduğu durumlarda elde edilmiştir. Burada  $a_1$  parametresine göre hesaplanan hataların çizdiği eğrinin, orta güçlükteki testlerden elde edilen hata eğrisine paralel olduğu söylenebilir. Yine karmaşık madde sayısı arttıkça hata miktarının azaldığı görülmektedir. Orta güçlükteki testlere benzer şekilde zor testlerde de karmaşık madde sayısı arttıkça  $a_1$  parametresine göre hesaplanan hataların dağılımlardan etkilenme derecesi azalmaktadır. Karmaşık madde sayısı arttıkça farklı güçlükteki testlerin aynı koşullarından elde edilen hataların birbirine yaklaştığı görülmektedir. Birinci boyuta ait dağılımın farklılaşması yaklaşık basit madde sayısının daha fazla olduğu koşullarda olumsuz etki yapmakta, burada hatalarda bir yükselme meydana gelmektedir. Karmaşık madde sayısının fazla olduğu son 2 koşulda ise bu etki azalmaktadır. İkinci boyuta ait  $\theta$  dağılımının farklılaşması durumunda  $a_1$  parametresine göre hesaplanan hatalar düşmektedir. Bu düşüş, korelasyonun 0.00 olduğu durumda daha yüksek iken, boyutlar arası korelasyon arttıkça azalmaktadır. Genel olarak boyutlar arası korelasyon arttıkça dağılımın farklılaşması  $a_1$  parametresine göre hesaplanan hataları etkilememektedir.

Genel itibariyle testin zor olduğu duruma ilişkin RMSE değerlerinin, testin orta güçlükte olduğu durumda elde edilen hata değerlerine çok yakın olduğu görülmektedir. RMSE değerlerinde 1/1000 düzeyinde çıkan farklıların replikasyon sonucu olduğu dolayısıyla testin zor veya kolay olmasının  $a_1$  parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir. Ancak her iki test gücünde elde edilen değerler, ölçüt RMSE değerleri ile karşılaştırıldığında, 2 boyutlu yapıların tek boyutlu kestirilmesi durumunda  $a_1$  parametresine göre hesaplanan hataların oldukça yüksek olduğu söylenebilir.

#### **4.1.2. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a_1$ Parametresinin $a_2$ 'ye Göre Hata Değerleri:**

Tablo 4.2'de testin zor ve orta güçlükte olduğu durumlarda,  $a_1$  parametresine ait kestirimlerin  $a_2$  parametresiyle karşılaştırılmasıyla hesaplanan RMSE değerleri görülmektedir. Orta güçlükteki testlerde, boyutlar arası korelasyona göre en düşük hata

0.45; en yüksek hata ise 0.00'da elde edilmiştir. Karmaşık madde sayısı arttıkça hesaplanan RMSE değerleri azalmaktadır. Yaklaşık basit madde sayısının en fazla olduğu koşullarda dağılımları farklılaştırmanın  $a_2$  parametresine göre hesaplanan RMSE değerlerine bir etki yaptığı görülse de genel itibariyle  $\theta$  dağılımlarının  $a_2$  parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir. Ayrıca karmaşık madde sayısı ve boyutlar arası korelasyon arttıkça dağılımların etkisi azalmaktadır.

Testin zor olduğu durumlarda, boyutlar arası korelasyona göre en düşük hata değerleri 0.45, en yüksek hatalar ise 0.00 korelasyonda elde edilmiştir. Yine burada da karmaşık madde sayısı arttıkça hataların azaldığı görülmektedir. Birinci boyuta dair yetenek dağılımını farklılaştırmak,  $a_2$  parametresine göre hesaplanan hatalarda düşüşe; ikinci boyuta dair dağılımı farklılaştırmak ise artışa sebep olmaktadır. Dağılımların bu etkisi boyutlar arası korelasyonun 0.00 olduğu durumda daha fazla iken, korelasyon arttıkça etki azalmaktadır. Ayrıca karmaşık madde sayısı arttıkça da dağılımların etkisi azalmaktadır.

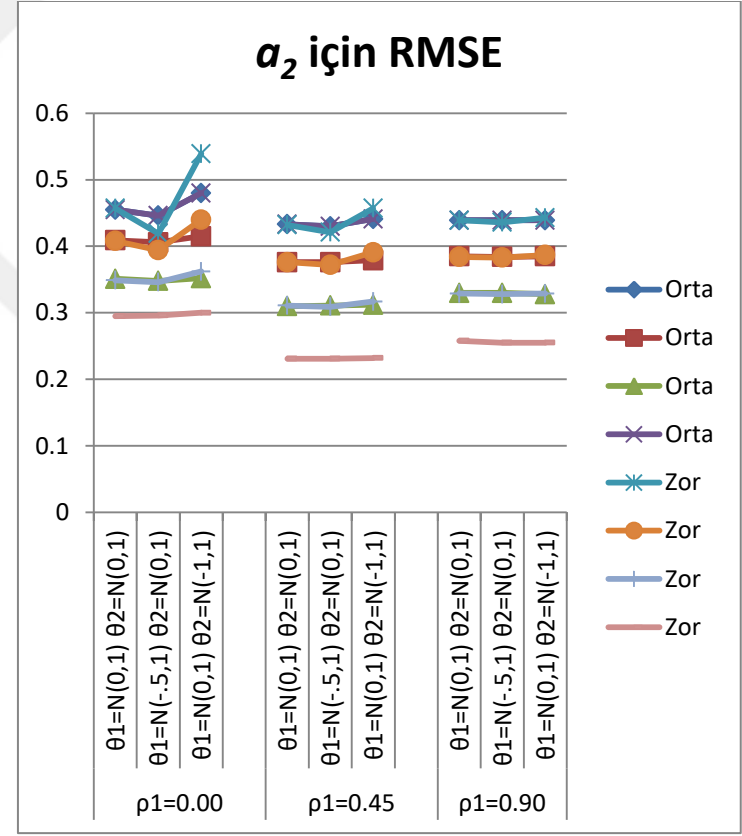
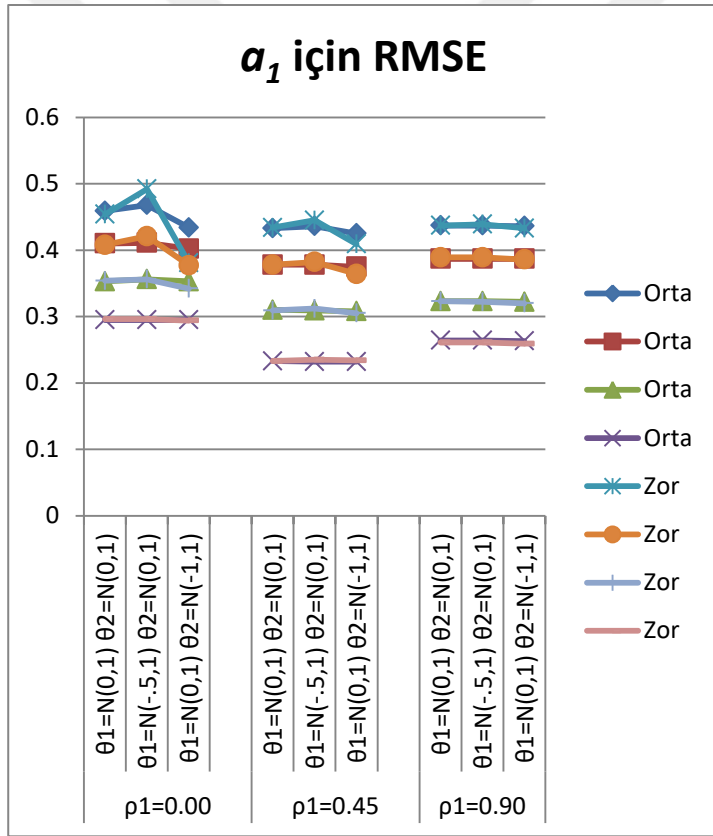
Genel olarak zor teste ilişkin hatalar ile orta güçlükteki testten elde edilen hatalar birbirine oldukça yakındır. Elde edilen bu değerler ölçüt RMSE ile karşılaştırıldığında, araştırma deseninin bütün koşullarında çok boyutlu yarı karışık yapıları testlerden elde edilen verilerin tek boyutlu olarak kestirilmesi durumunda elde edilen kestirim sonucunun  $a_2$  parametresine göre yüksek miktarda hata içerdiği söylenebilir.

**Tablo 4.1: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $a$  Parametresinin  $a_1$ 'e Göre RMSE Değerleri**

		$\rho_1=0.00$			$\rho_1=0.45$			$\rho_1=0.90$			
		$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	
Ölçüt		$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-1,1)$	
Orta	<b>24B+6K</b>	0.038	0.459	0.468	0.434	0.433	0.436	0.425	0.437	0.437	0.436
	<b>18B+12K</b>	0.040	0.410	0.411	0.402	0.378	0.378	0.375	0.387	0.387	0.387
	<b>12B+18K</b>	0.043	0.353	0.356	0.353	0.310	0.309	0.308	0.323	0.323	0.322
	<b>6B+24K</b>	0.045	0.295	0.295	0.295	0.233	0.232	0.232	0.264	0.264	0.263
Zor	<b>24B+6K</b>	0.053	0.454	0.492	0.381	0.434	0.445	0.409	0.437	0.439	0.433
	<b>18B+12K</b>	0.066	0.408	0.421	0.377	0.378	0.382	0.364	0.389	0.389	0.386
	<b>12B+18K</b>	0.070	0.354	0.356	0.342	0.309	0.312	0.305	0.323	0.322	0.320
	<b>6B+24K</b>	0.086	0.296	0.296	0.294	0.233	0.235	0.234	0.261	0.261	0.259

**Tablo 4.2: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $a$  Parametresinin  $a_2$ 'ye Göre RMSE Değerleri**

		$\rho_1=0.00$			$\rho_1=0.45$			$\rho_1=0.90$			
		$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	
Ölçüt		$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-1,1)$	
Orta	<b>24B+6K</b>	0.038	0.455	0.446	0.480	0.433	0.430	0.441	0.439	0.439	0.439
	<b>18B+12K</b>	0.040	0.409	0.406	0.415	0.376	0.376	0.379	0.385	0.384	0.385
	<b>12B+18K</b>	0.043	0.351	0.348	0.352	0.310	0.311	0.312	0.330	0.330	0.328
	<b>6B+24K</b>	0.045	0.295	0.295	0.296	0.228	0.229	0.230	0.258	0.259	0.258
Zor	<b>24B+6K</b>	0.066	0.457	0.419	0.539	0.432	0.421	0.457	0.439	0.436	0.443
	<b>18B+12K</b>	0.070	0.408	0.394	0.440	0.376	0.372	0.391	0.384	0.383	0.387
	<b>12B+18K</b>	0.038	0.349	0.346	0.362	0.311	0.309	0.317	0.329	0.328	0.329
	<b>6B+24K</b>	0.040	0.295	0.296	0.300	0.231	0.231	0.232	0.258	0.255	0.255



Şekil 4.1. İki Boyutlu Yapılarda Sırasıyla  $a_1$  ve  $a_2$  Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği

#### **4.1.3. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_{ort}$ 'ya Göre Hata Değerleri:**

Tablo 4.3'te testin zor ve orta güçlükte olduğu durumlarda, tek boyutlu testlerdeki  $a$  parametresinin  $a_{ort}$  parametresiyle karşılaştırılmasıyla hesaplanan RMSE değerleri görülmektedir. Orta güçlükteki testlerde hesaplanan bu hatalar ölçüt RMSE değerleri ile karşılaştırıldığında, değerlerin ölçüte yakın olduğu hatta bazı koşullarda daha düşük hata içerdiği görülmektedir. Burada da en düşük hatalar 0.45; en yüksek hatalar ise 0.00 korelasyonda elde edilmiştir. Boyutlar arası korelasyonun 0.45 olduğu durumda, karmaşık madde sayısı arttıkça hataların azaldığı görülmektedir. Bunun dışındaki korelasyon koşullarında karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar da artmaktadır. Bütün durumlarda, dağılımları farklılaştırmanın ortalama ayırt edicilik parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir.

Testin zor olduğu koşullarda, orta güçlükteki testlere benzer şekilde, en düşük hatalar 0.45; en yüksek hatalar ise 0.00 korelasyonda elde edilmiştir. Boyutlar arası korelasyonun 0.45 olduğu durumda karmaşık madde sayısının artmasıyla ilgili düzenli bir örüntü elde edilemezken, diğer koşullarda, karmaşık madde sayısının artmasıyla hatalar da artmaktadır. Özellikle yaklaşık basit madde sayısının fazla olduğu ilk iki koşulda ikinci boyuta ait dağılımın farklılığı RMSE değerlerini biraz yükseltse de bu artış korelasyon katsayısı ve karmaşık madde sayısı arttıkça azalmaktadır. Zor ve orta güçlükteki testlerden elde edilen RMSE değerlerinin genel olarak birbirine yakın olduğu; özellikle korelasyonun 0.45 olduğu durumda her iki testten de elde edilen RMSE'lerin ölçüt hata değerlerine çok yakın olduğu söylenebilir. Şekil 4.2 incelendiğinde korelasyonun 0.45 olduğu durumdaki hatalar birbirine oldukça yakın iken; diğer korelasyon koşullarında hatalar arasındaki farklar açılmaktadır.

#### **4.1.4. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin MDISC'e Göre Hata Değerleri:**

Çok boyutlu testlerdeki bütün ayırt edicilik parametrelerine dayanarak hesaplanan ve tek boyutlu testlerdeki genel ayırt edicilik parametresine karşılık gelen MDISC ile karşılaştırılarak hesaplanan hata değerlerine ait bulgular Tablo 4.4 ve Şekil 4.2'de verilmiştir. Buna göre orta güçlükteki testlerde, boyutlar arası korelasyon arttıkça hata azalmaktadır. Boyutlar arası korelasyonun 0.00 olduğu durumda karmaşık madde

sayısının artmasıyla ilgili düzenli bir örüntü elde edilemezken, diğer korelasyonlarda karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar azalmaktadır. Dağılımların farklı ortalamalara sahip olmasının *MDISC*'e göre hesaplanan hatalar üzerinde bir etkisi olmadığı söylenebilir.

Testin zor oldu durumda elde edilen hatalar ile orta güçlükteki testten elde edilen hataların oldukça benzer olduğu görülmektedir. Burada da boyutlar arası korelasyon arttıkça hatalar azalmaktadır. Orta güçlükteki teste benzer olarak boyutlar arası korelasyonun 0.00 olduğu durumda karmaşık madde sayısının artmasıyla ilgili düzenli bir örüntü elde edilemezken, diğer korelasyonlarda, karmaşık madde sayısının artmasıyla hata azalmaktadır. Yine yetenek dağılımlarının farklı ortalamalara sahip olmasının testin zor olduğu durumlardaki *MDISC*'e göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir.

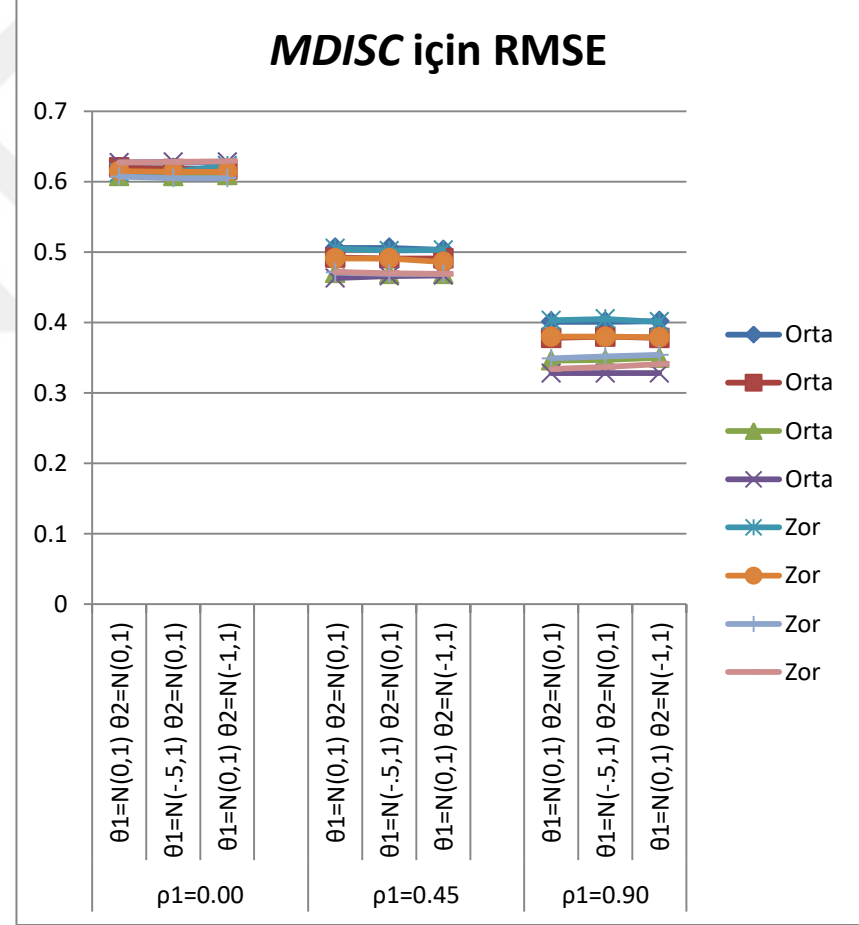
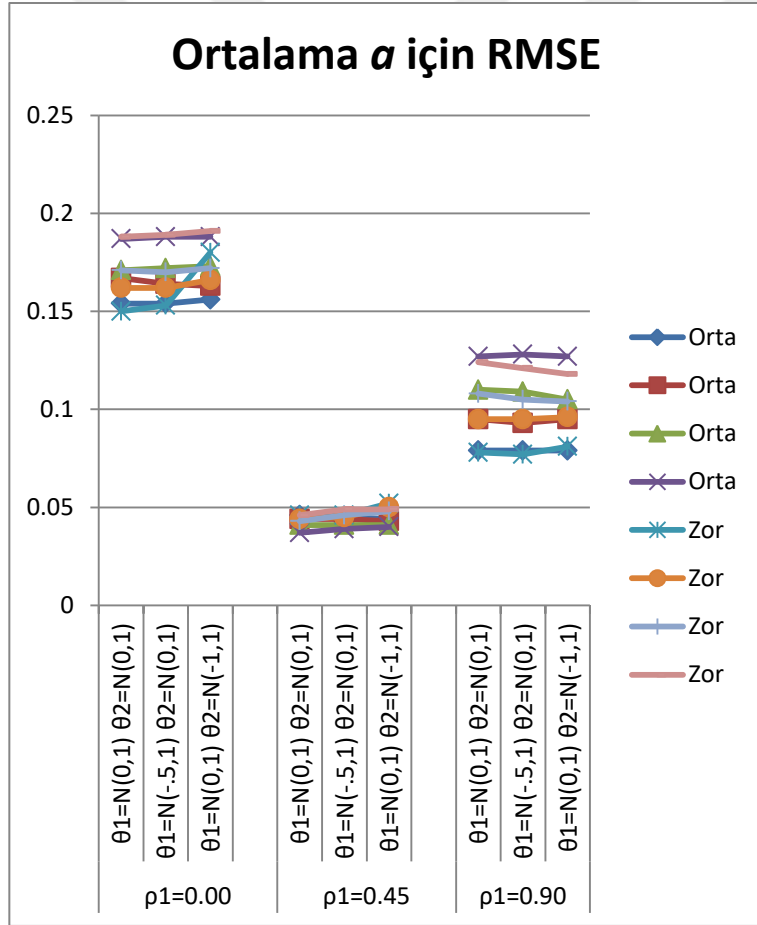
Her iki testten elde edilen değerler ölçüt RMSE'ler ile karşılaştırıldığında, tek boyutlu testlerdeki *a* parametresinin *MDISC* parametresine göre oldukça yüksek miktarda hata içerdiği söylenebilir. Şekil 4.2 incelendiğinde korelasyonun 0.00 olduğu durumdaki hatalar birbirine oldukça yakın iken korelasyon arttıkça hatalar arasındaki fark açılmaktadır. Tek boyutlu testlerdeki genel ayırt edicilik parametresine karşılık gelmesine rağmen *MDISC*'e göre hesaplanan hataların diğer bütün ayırt edicilik parametrelerinden daha fazla hata içerdiği görülmektedir.

**Tablo 4.3: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $a$  Parametresinin  $a_{ort}$ 'ya Göre RMSE Değerleri**

		$\rho_1=0.00$			$\rho_1=0.45$			$\rho_1=0.90$			
		Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$
Orta	<b>24B+6K</b>	0.038	0.154	0.154	0.156	0.046	0.045	0.044	0.079	0.079	0.079
	<b>18B+12K</b>	0.040	0.167	0.164	0.163	0.044	0.044	0.043	0.095	0.093	0.095
	<b>12B+18K</b>	0.043	0.171	0.172	0.173	0.041	0.041	0.041	0.110	0.109	0.105
	<b>6B+24K</b>	0.045	0.187	0.188	0.188	0.037	0.039	0.040	0.127	0.128	0.127
Zor	<b>24B+6K</b>	0.066	0.150	0.153	0.180	0.046	0.046	0.052	0.078	0.077	0.081
	<b>18B+12K</b>	0.070	0.162	0.162	0.166	0.044	0.045	0.050	0.095	0.095	0.096
	<b>12B+18K</b>	0.038	0.171	0.170	0.172	0.043	0.046	0.048	0.108	0.105	0.104
	<b>6B+24K</b>	0.040	0.188	0.189	0.191	0.046	0.049	0.049	0.124	0.121	0.118

**Tablo 4.4: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $a$  Parametresinin *MDISC*'e Göre RMSE Değerleri**

		$\rho_1=0.00$			$\rho_1=0.45$			$\rho_1=0.90$			
		Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$
Orta	<b>24B+6K</b>	0.038	0.619	0.619	0.618	0.506	0.506	0.503	0.401	0.401	0.402
	<b>18B+12K</b>	0.040	0.620	0.618	0.617	0.492	0.491	0.491	0.378	0.380	0.378
	<b>12B+18K</b>	0.043	0.608	0.608	0.609	0.470	0.469	0.469	0.346	0.347	0.350
	<b>6B+24K</b>	0.045	0.627	0.628	0.628	0.463	0.466	0.467	0.328	0.328	0.328
Zor	<b>24B+6K</b>	0.053	0.613	0.614	0.623	0.505	0.502	0.503	0.403	0.405	0.401
	<b>18B+12K</b>	0.066	0.615	0.614	0.614	0.491	0.491	0.486	0.380	0.380	0.379
	<b>12B+18K</b>	0.070	0.607	0.605	0.605	0.471	0.469	0.469	0.349	0.352	0.354
	<b>6B+24K</b>	0.086	0.627	0.628	0.629	0.472	0.470	0.469	0.334	0.337	0.341



Şekil 4.2. İki Boyutlu Yapılarda Sırasıyla  $a_{ort}$  ve MDISC Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği



#### 4.1.5. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesi Durumunda $b$ Parametresine Ait Hata Değerleri

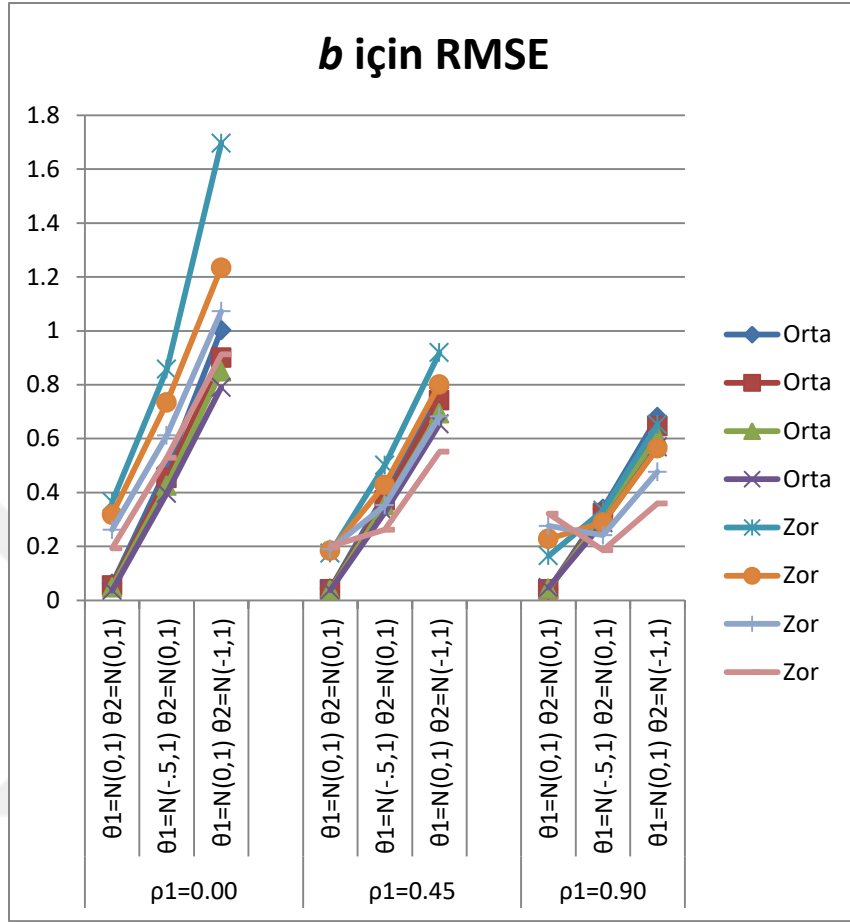
Tablo 4.5 ve Şekil 4.3'te tek boyutlu testlerden kestirilen güçlük parametresinin, çok boyutlu testlerdeki güçlük parametresiyle karşılaştırılmasıyla hesaplanan RMSE değerleri yer almaktadır. Orta güçlükteki testlerde dağılım standart normalken en düşük hatalar 0.45; diğer dağılımlarda ise 0.90 korelasyonda elde edilmiştir. Korelasyonun 0.90 ve dağılımların standart normal olduğu koşul dışındaki bütün durumlarda karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar azalmaktadır. Birinci boyuta ait yetenek dağılımının farklılaştırılması durumunda elde edilen hatalar, ikinci boyuta ait dağılımın farklılaşması durumunda elde edilen hatalardan daha düşüktür. Boyutlar arası korelasyon arttıkça dağılımların bu etkisinin azaldığı görülmektedir. Ölçüt hata değerleri ile karşılaştırıldığında, dağılımın standart normal olduğu durumlarda güçlük parametresine ait hataların, ölçüt hata değerlerine oldukça yakın olduğu görülmektedir.

Test zorlaştırıldığında, ölçüt hata değerlerindeki artışla beraber çok boyutlu zor testlerden elde edilen hatalarda da bir artış görülmektedir. Orta güçlükteki testlere benzer olarak, dağılımın standart normal olduğu durumda, en düşük hatalar 0.45; diğer dağılımlarda ise 0.90 korelasyonda elde edilmiştir. Korelasyonun 0.45 ve 0.90, dağılımların standart normal olduğu koşul dışındaki bütün durumlarda karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar azalmaktadır. Yine birinci boyuta ait yetenek dağılımının farklılaştırılması durumunda elde edilen hatalar, ikinci boyuta ait dağılımın farklılaşması durumunda elde edilen hatalardan daha düşüktür. Boyutlar arası korelasyon arttıkça dağılımların etkisinin azaldığı görülmektedir.

Genel itibariyle değerlendirildiğinde orta güçlükteki testlerde dağılımların standart normal olduğu durumda elde edilen hata değerlerinin ölçüt RMSE değerlerine nispeten yakın olduğu söylenebilir. Güçlük parametresinin ayırt edicilik parametresine oranla dağılımların farklılığından daha çok etkilendiği gözlenmiştir. Zor testlerden kestirilen RMSE değerlerinin orta güçlükteki değerlerden çok daha büyük olduğu görülmektedir.

Tablo 4.5: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesi Durumunda  $b$  Parametresine Ait RMSE Değerleri

		$\rho_1=0.00$			$\rho_1=0.45$			$\rho_1=0.90$			
		Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$
Orta	<b>24B+6K</b>	0.024	0.061	0.489	1.003	0.043	0.394	0.789	0.040	0.339	0.679
	<b>18B+12K</b>	0.023	0.055	0.454	0.900	0.041	0.371	0.743	0.041	0.323	0.646
	<b>12B+18K</b>	0.023	0.048	0.426	0.849	0.039	0.353	0.694	0.043	0.310	0.608
	<b>6B+24K</b>	0.023	0.037	0.397	0.790	0.038	0.326	0.654	0.047	0.288	0.569
Zor	<b>24B+6K</b>	0.052	0.365	0.857	1.696	0.175	0.501	0.919	0.165	0.334	0.652
	<b>18B+12K</b>	0.062	0.318	0.734	1.234	0.184	0.428	0.801	0.228	0.289	0.564
	<b>12B+18K</b>	0.068	0.262	0.612	1.072	0.191	0.353	0.682	0.276	0.242	0.477
	<b>6B+24K</b>	0.081	0.193	0.529	0.912	0.200	0.262	0.551	0.321	0.186	0.359



Şekil 4.3. İki Boyutlu Yapılarda  $b$  Parametresine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği

#### 4.1.6. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_1$ 'e Göre Hata Değerleri

Çok boyutlu testlerin tek boyutlu olarak kestirilmesiyle elde edilen  $\theta$  parametresinin çok boyutlu testin  $\theta_1$  parametresiyle kıyaslanmasıyla elde edilen hata değerleri Tablo 4.6'da görülmektedir. Testin orta güçlükte olduğu koşullar için boyutlar arası korelasyon arttıkça RMSE değerlerinde düşüş gözlenmektedir. Korelasyonun 0.00 ve 0.45 olduğu durumlarda karmaşık madde sayısına ilişkin düzenli bir örüntü elde edilemezken, 0.90 korelasyonda karmaşık madde sayısı arttıkça hata azalmaktadır. Dağılımlara göre hata değerleri incelendiğinde, birinci boyuta ait yetenek dağılımının farklılaştırılması durumunda elde edilen hata değerleri, diğer boyuta ait dağılımın farklılaştırılması durumunda elde edilen hatalardan daha yüksektir. Özellikle korelasyon 0.00 ve 0.45 iken ikinci boyuta ait dağılımın farklılaştırılması durumunda hatalarda bir azalma meydana gelmektedir. Ölçüt RMSE değerleri ile karşılaştırıldığında, korelasyonun 0.90 ve özellikle karmaşık madde sayısının en fazla olduğu durumda elde edilen hataların bu değerlere oldukça yakın olduğu söylenebilir.

Testin zor olduğu koşullarda  $\theta_1$  ile karşılaştırılarak hesaplanan RMSE değerlerinde yine korelasyon arttıkça bir düşüş gözlenmektedir. Dağılımlara göre incelendiğinde, yeteneğin standart normal dağıldığı durumlarda elde edilen hataların, orta güçlükteki testin aynı koşullardaki hata değerleri ile yakın ve paralel olduğu söylenebilir. Birinci boyuta ait dağılımın farklılaştırılması durumunda elde edilen hataların yüksek olduğu görülmektedir. İkinci boyuta ait dağılımın farklılaştığı durumda ise RMSE değerlerinde ani bir düşüş olmuştur. Öyle ki korelasyonun 0.00 ve 0.45 olduğu durumlarda en düşük hatalar, bu boyuta ait dağılımın farklılaştığı durumda elde edilmiştir. İkinci boyuta ait dağılımın farklılaştığı koşullarda karmaşık madde sayısı arttıkça genel olarak hata değerleri de artmaktadır. Bunun dışında karmaşık madde sayısının artışı ile ilgili düzenli bir örüntü elde edilememiştir.

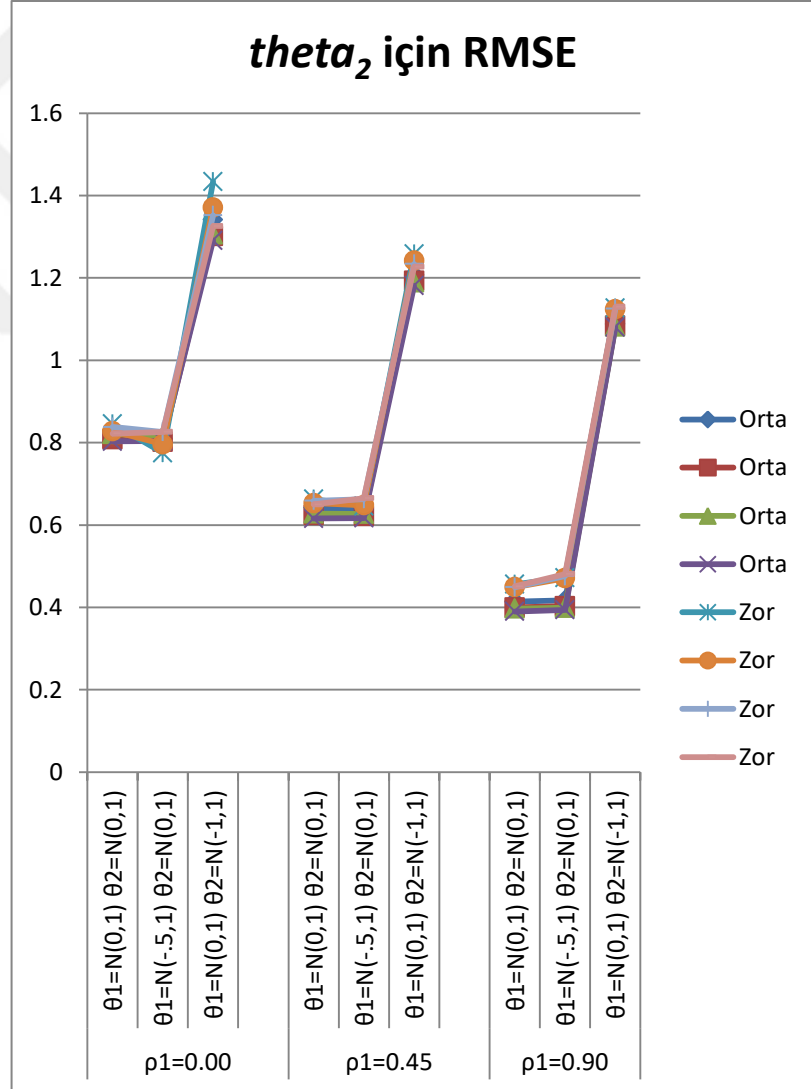
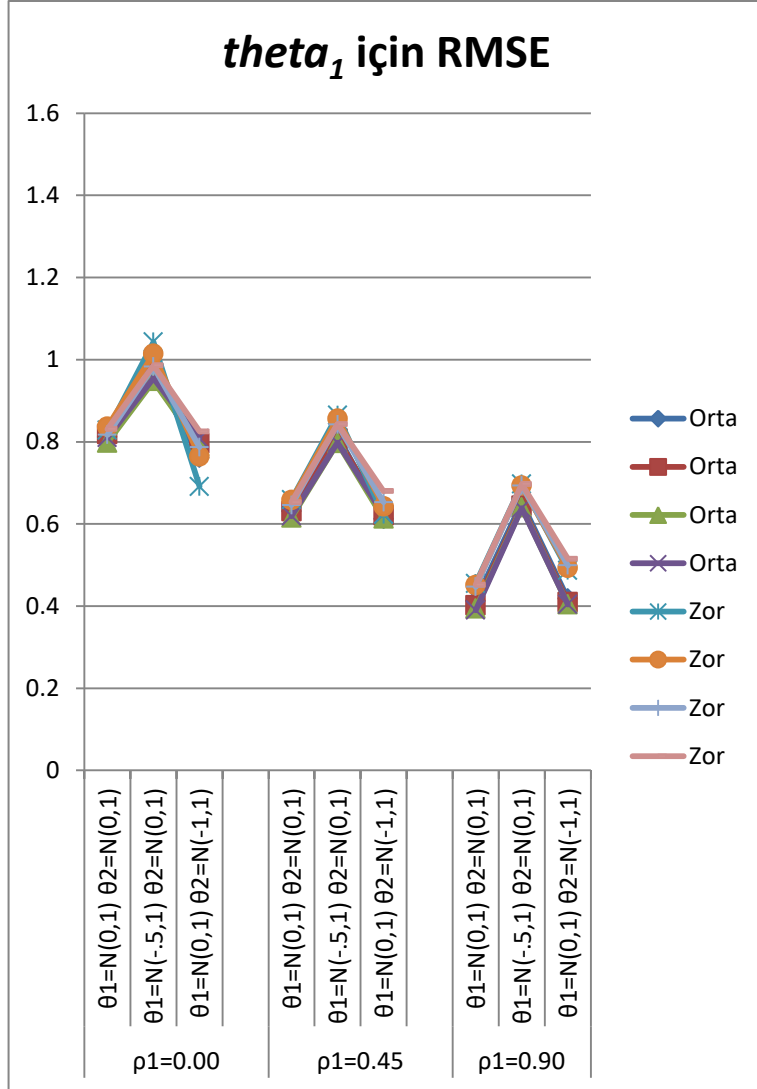
Testlere göre değerlendirildiğinde orta güçlükteki testlerde özellikle korelasyonun 0.90 ve dağılımların standart normal olduğu durumdaki hataların, ölçüt RMSE değerlerine yakın olduğu söylenebilir. Şekil 4.4 incelendiğinde zor ve orta güçlükteki testlerden elde edilen RMSE değerlerinin paralel olduğu görülmektedir.

Tablo 4.6: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $\theta$  Parametresinin  $\theta_1$ 'e Göre RMSE Değerleri

		$\rho_1=0.00$			$\rho_1=0.45$			$\rho_1=0.90$			
		Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$
Orta	24B+6K	0.322	0.812	0.974	0.761	0.631	0.815	0.612	0.413	0.652	0.418
	18B+12K	0.322	0.819	0.967	0.796	0.631	0.808	0.621	0.402	0.644	0.410
	12B+18K	0.322	0.798	0.948	0.789	0.615	0.797	0.613	0.394	0.640	0.404
	6B+24K	0.324	0.810	0.955	0.808	0.619	0.798	0.623	0.390	0.638	0.404
Zor	24B+6K	0.415	0.828	1.043	0.691	0.659	0.865	0.623	0.455	0.697	0.487
	18B+12K	0.441	0.837	1.014	0.764	0.658	0.856	0.643	0.451	0.693	0.493
	12B+18K	0.476	0.817	0.983	0.787	0.646	0.842	0.653	0.447	0.693	0.499
	6B+24K	0.541	0.831	0.986	0.825	0.653	0.843	0.680	0.452	0.697	0.515

Tablo 4.7: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $\theta$  Parametresinin  $\theta_2$ 'ye Göre RMSE Değerleri

		$\rho_1=0.00$			$\rho_1=0.45$			$\rho_1=0.90$			
		Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$
Orta	24B+6K	0.322	0.828	0.809	1.341	0.642	0.636	1.207	0.414	0.417	1.088
	18B+12K	0.322	0.808	0.802	1.302	0.624	0.622	1.193	0.400	0.403	1.084
	12B+18K	0.322	0.821	0.816	1.306	0.628	0.627	1.189	0.397	0.399	1.082
	6B+24K	0.324	0.803	0.804	1.291	0.616	0.617	1.181	0.390	0.394	1.080
Zor	24B+6K	0.415	0.846	0.775	1.434	0.663	0.646	1.258	0.456	0.472	1.127
	18B+12K	0.441	0.828	0.796	1.371	0.653	0.648	1.242	0.449	0.471	1.124
	12B+18K	0.476	0.838	0.826	1.352	0.659	0.663	1.234	0.449	0.476	1.125
	6B+24K	0.541	0.822	0.826	1.326	0.650	0.665	1.227	0.451	0.481	1.130



Şekil 4.4. İki Boyutlu Yapılarda Sırasıyla  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği

#### 4.1.7. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_2$ 'ye Göre Hata Değerleri:

$\theta$  parametresinin  $\theta_2$  ile karşılaştırılması ile hesaplanan hataların yer aldığı Tablo 4.7 incelendiğinde orta güçlükteki test için, boyutlar arası korelasyon arttıkça hataların azaldığı görülmektedir. Dağılımlara göre, ikinci boyuta ait dağılımın farklılaştırılması durumunda elde edilen hataların birinci boyut farklılaştırıldığında elde edilen hatalardan daha yüksek olduğu görülmektedir. Ayrıca birinci boyutun farklılaştırılmasının  $\theta_2$  ile karşılaştırılarak hesaplanan RMSE üzerinde çok fazla etkili olmadığı hatta bu değerlerin, dağılımların standart normal dağıldığı durumdaki hata değerlerinden biraz daha düşük olduğu söylenebilir. Birinci boyutu farklılaştırmanın yarattığı bu olumlu etki korelasyonun 0.00 olduğu durumda daha iyi görülürken, korelasyon arttıkça bu etki azalmaktadır. Yine karmaşık madde sayısı arttıkça dağılımların bu etkisi azalmaktadır. Boyutlar arası korelasyon arttıkça karmaşık madde sayısının artmasıyla ilgili düzenli bir örüntü elde edilmemekle beraber yalnızca korelasyonun 0.90 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıkça hata azalmaktadır.

Testin zor olduğu koşullara ait RMSE değerleri incelendiğinde yine boyutlar arası korelasyon arttıkça hataların azaldığı görülmektedir. İkinci boyuta ait dağılımın farklılaşması durumunda elde edilen hataların yüksek olduğu, bu boyutun  $\theta_2$  ile karşılaştırılarak hesaplanan RMSE üzerinde daha etkili olduğu görülmektedir. Birinci boyuta ait dağılımın farklılaşması durumunda ise hataların düştüğü görülmektedir. Bu düşüş korelasyonun 0.00 ve karmaşık madde sayısının az olduğu koşullarda en iyi şekilde görülmektedir. Karmaşık madde sayısının artışı ile ilgili düzenli bir örüntü elde edilememiştir.

Genel olarak orta güçlükteki ve zor testlerden elde edilen hataların ölçüt RMSE değerlerinden yüksek olduğu görülmektedir. Ancak yine de özellikle her iki test için korelasyonun 0.90 ve dağılımın standart normal olduğu durumdaki hataların görece ölçüt RMSE'lere yakın olduğu düşünülebilir. Şekil 4.4 incelendiğinde her iki testten elde edilen hataların birbirine paralel olduğu görülmektedir.

#### 4.1.8. İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_{ort}$ 'ya Göre Hata Değerleri:

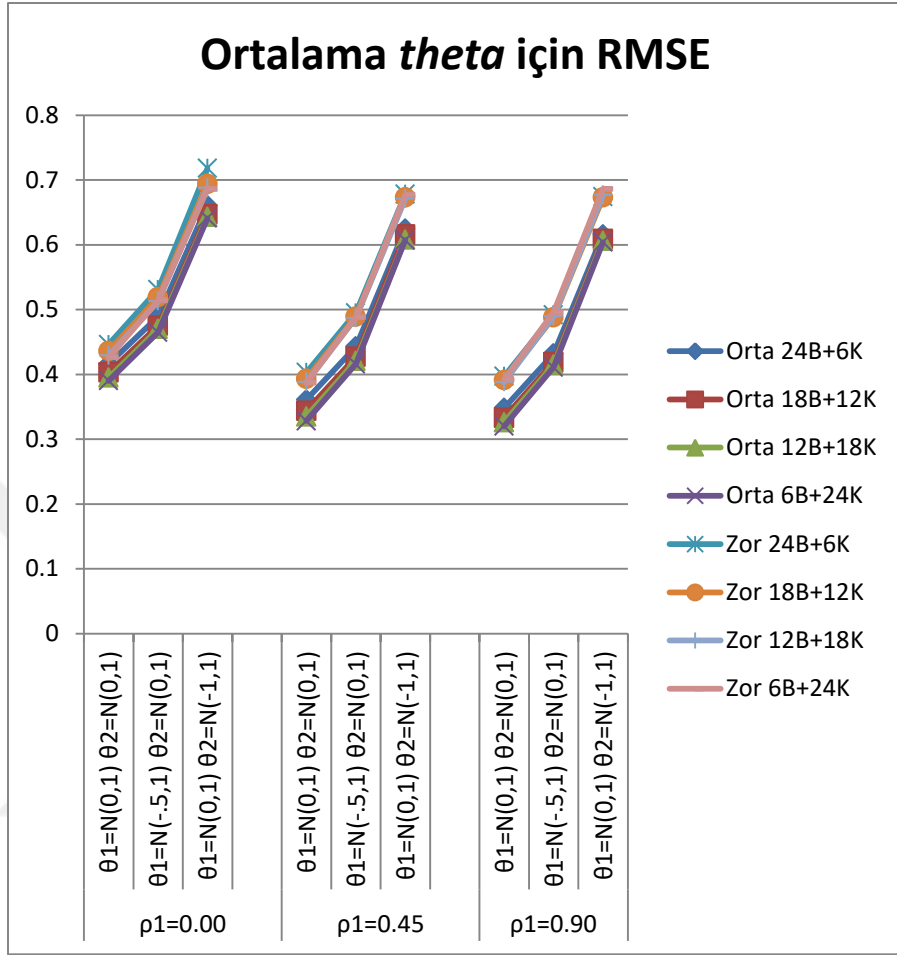
$\theta$  parametresinin  $\theta_1$  ve  $\theta_2$ 'nin ortalaması ile karşılaştırılarak hesaplanan RMSE değerlerinin yer aldığı Tablo 4.8 incelendiğinde, testin orta güçlükte olduğu koşullarda boyutlar arası korelasyon arttıkça hatalar azalmaktadır. Neredeyse bütün koşullarda karmaşık madde sayısı arttıkça hataların azaldığı görülmektedir. Her iki  $\theta$  dağılımını farklılaştırmanın ortalama  $\theta$ 'ya göre hesaplanan hatalar üzerinde etkisi olduğu görülmektedir. Öyle ki birinci boyuta ait dağılımın ortalaması biraz farklı olup, bu boyuta ait hatalarda bir miktar artma görülmektedir. Dağılımın daha çok farklılaştırıldığı ikinci boyutta ise hataların daha fazla arttığı görülmektedir. Genel olarak, orta güçlükteki testten elde edilen RMSE değerleri ölçüt hatalar ile karşılaştırıldığında, dağılımların standart normal dağıldığı koşullardaki hataların ölçüt değerlere çok yakın olduğu söylenebilir.

Zor testlerde, karmaşık madde sayısının az olduğu ilk iki koşulda boyutlar arası korelasyon arttıkça hatalar azalırken; karmaşık madde sayısının fazla olduğu son iki koşulda en düşük hatalar 0.45 korelasyonda elde edilmiştir. Genel olarak karmaşık madde sayısı arttıkça hataların azaldığı görülmektedir. Yine birinci boyutun ortalamasının farklılaştığı durumda hatalar bir miktar artarken, ikinci boyutun ortalamasının farklılaştığı durumda hatalarda daha büyük bir artış görülmüştür. Ölçüt RMSE değerleri ile karşılaştırıldığında, dağılımların standart normal olduğu durumda bu test için elde edilen hata değerleri, ölçüt hatalara oldukça yakındır. Hatta korelasyonun 0.90 olduğu durumda ölçüt hatalardan daha düşük hatalar elde edilmiştir. Şekil 4.5 incelendiğinde, zor testten elde edilen hataların orta güçlükteki testten biraz daha yüksek ancak yine de sonuçların paralel olduğu görülmektedir.



Tablo 4.8: İki Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $\theta$  Parametresinin  $\theta_{ort}$ 'ya Göre RMSE Değerleri

		$\rho_1=0.00$			$\rho_1=0.45$			$\rho_1=0.90$			
		Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(-.5,1)$ $\theta_2=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$ $\theta_2=N(-1,1)$
Orta	24B+6K	0.322	0.416	0.489	0.661	0.361	0.443	0.625	0.348	0.432	0.616
	18B+12K	0.322	0.403	0.475	0.647	0.344	0.427	0.616	0.333	0.419	0.609
	12B+18K	0.322	0.395	0.470	0.643	0.335	0.421	0.608	0.326	0.415	0.606
	6B+24K	0.324	0.390	0.465	0.641	0.328	0.416	0.607	0.320	0.411	0.604
Zor	24B+6K	0.415	0.446	0.531	0.718	0.403	0.495	0.678	0.397	0.492	0.674
	18B+12K	0.441	0.436	0.519	0.694	0.393	0.489	0.673	0.391	0.488	0.673
	12B+18K	0.476	0.429	0.513	0.688	0.388	0.487	0.671	0.388	0.490	0.677
	6B+24K	0.541	0.426	0.514	0.686	0.387	0.488	0.677	0.392	0.496	0.686



Şekil 4.5. İki Boyutlu Yapılarda  $\theta_{ort}$  Parametresine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği

## 4.2. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesi Durumunda Elde Edilen Hata Değerlerine İlişkin Bulgular:

Karmaşık madde sayısının aşamalı olarak arttığı; boyutların ilişkisiz, orta ve yüksek düzeyde ilişkili olduğu; boyutlara ait yetenek dağılımlarının normal ve standart normal, son olarak testin orta güçlükte ve zor olduğu durumlarda, üç boyutlu yapıların tek boyutlu olarak kestirilmesi durumunda elde edilen RMSE değerlerine ait tablo ve grafikler bu alt problem altında verilmiştir.

### 4.2.1. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_1$ 'e Göre Hata Değerleri:

Tablo 4.9'da zor ve orta güçlükteki üç boyutlu yarı karışık yapıların tek boyutlu kestirilmesiyle elde edilen  $a$  parametresinin  $a_1$  ile karşılaştırılmasıyla hesaplanan RMSE değerleri yer almaktadır. Testin orta güçlükte olduğu durum için  $a_1$  parametresine göre hesaplanan RMSE değerlerinin, iki boyutlu test sonuçlarından farklı bir dağılım gösterdiği görülmektedir. Buna göre boyutlar arası korelasyon 0.00 olduğunda, en düşük; korelasyonun 0.90 olduğunda ise en yüksek RMSE değerleri elde edilmiştir. Dolayısıyla korelasyon arttıkça  $a_1$  parametresine göre hesaplanan hatalar da artmaktadır. Boyutlar arası korelasyonun 0.00 ve 0.45 olduğu durumlarda karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar azalırken, korelasyonun 0.90 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar artmaktadır. Genel itibariyle dağılımların standart normal dağılımda olmamasının  $a_1$  parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir. Tüm bu koşullar ölçüt RMSE değerleri ile karşılaştırıldığında hesaplanan hataların oldukça yüksek olduğu söylenebilir. Bu sonuçlar, iki boyutlu teste ait  $a_1$  parametresi ile karşılaştırıldığında bazı koşullarda üç boyutlu bazı koşullarda ise iki boyutlu testin daha az hatalı olduğu görülmektedir.

Testin zor olduğu durumda orta güçlükteki teste benzer olarak boyutlar arası korelasyon arttıkça hatalar artmaktadır. Orta güçlükteki testlere benzer şekilde boyutlar arası korelasyonun 0.00 ve 0.45 olduğu durumlarda karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar azalırken, korelasyonun 0.90 olduğu durumda ise karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar artmaktadır. Testin zor olduğu koşullarda dağılımların farklı ortalamalara sahip olmasının  $a_1$  parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği görülmektedir. Orta güçlükteki test ile karşılaştırıldığında, testin zor veya orta güçlükte olmasının  $a_1$

parametresine göre hesaplanan hataları çok fazla etkilemediği sonucu çıkarılabilir. Dolayısıyla ölçüt RMSE değerleri ile karşılaştırıldığında, zor test için elde edilen hataların da oldukça yüksek olduğu söylenebilir. Şekil 4.6'ya göre zor ve orta güçlükteki testlere ait RMSE değerlerinin birbirine paralel olduğu görülmektedir. Buna göre boyutlar arası korelasyon 0.00 olduğunda, karmaşık madde sayısına göre testlerden elde edilen RMSE değerleri arasındaki varyans büyük iken, 0.45 korelasyonda küçülmüş, her dört koşuldaki test birbirine yakın sonuçlar üretmiştir.

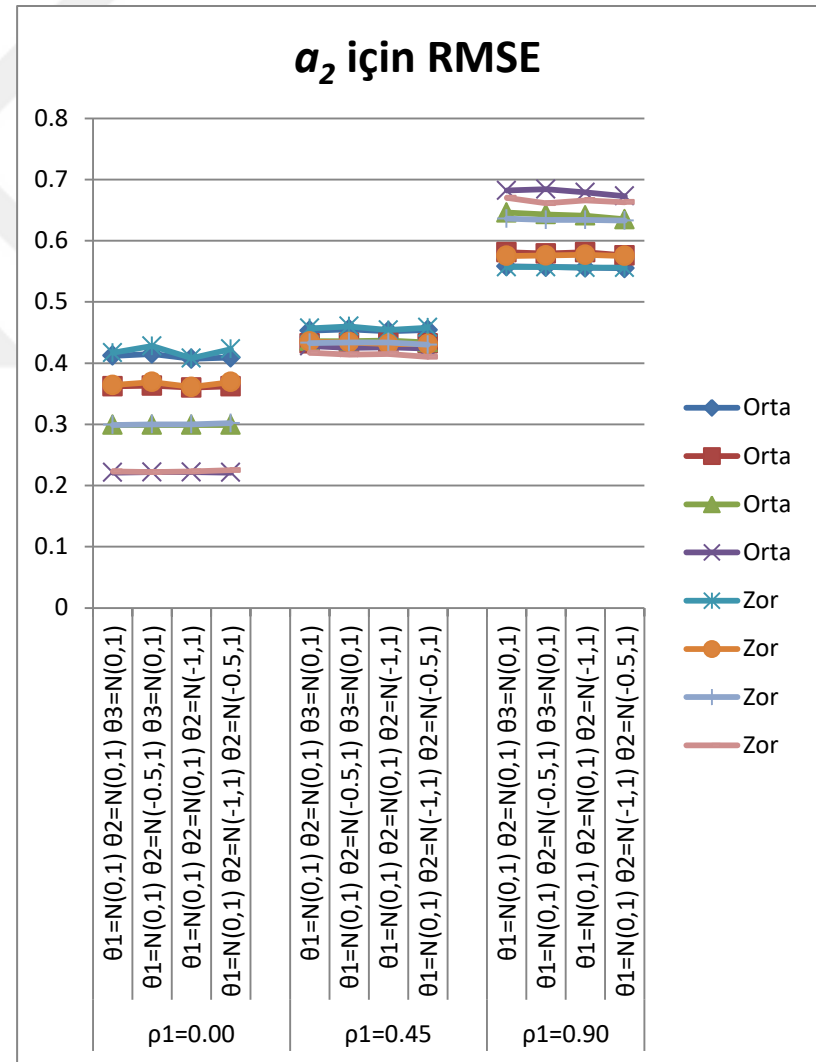
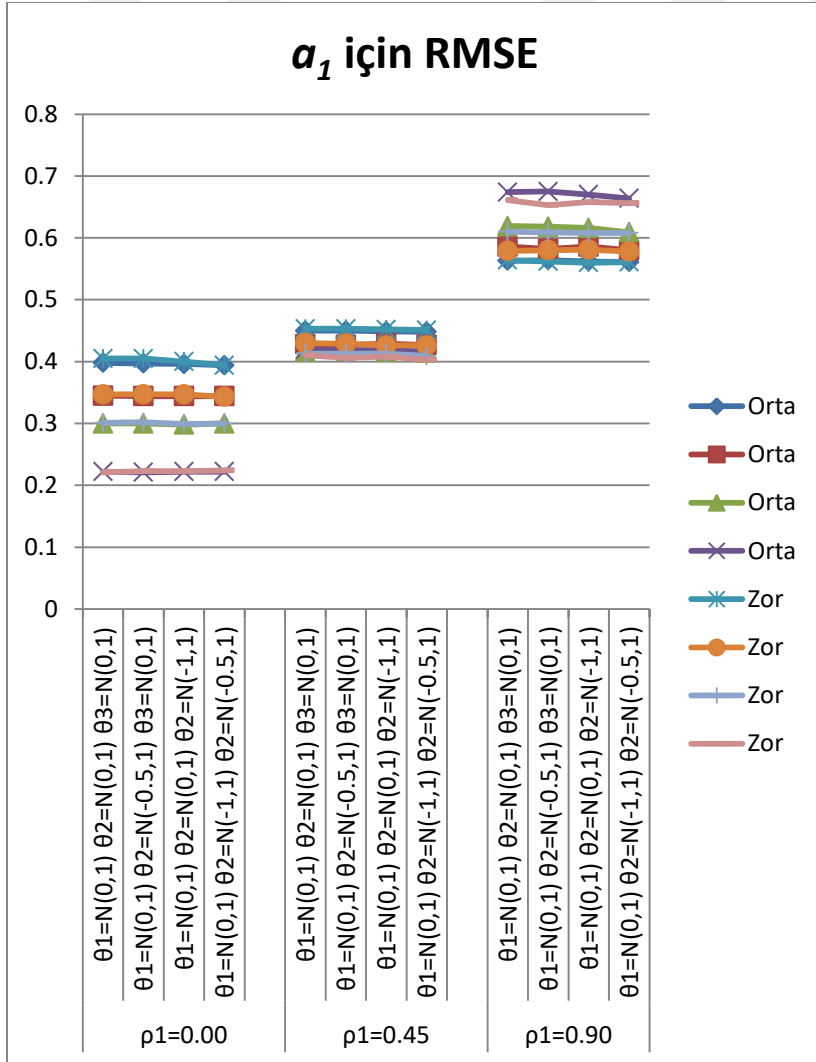


**Tablo 4.9: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $a$  Parametresinin  $a_1$ 'e Göre RMSE Değerleri**

		$\rho_1=0.00$				$\rho_1=0.45$				$\rho_1=0.90$				
	Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	
		$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$
		$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	
Orta	24B+6K	0.043	0.398	0.397	0.396	0.394	0.450	0.450	0.449	0.448	0.563	0.564	0.562	0.561
	18B+12K	0.044	0.345	0.344	0.344	0.344	0.428	0.427	0.429	0.427	0.586	0.582	0.586	0.580
	12B+18K	0.049	0.300	0.300	0.298	0.300	0.416	0.417	0.416	0.414	0.619	0.618	0.616	0.609
	6B+24K	0.053	0.222	0.221	0.222	0.222	0.420	0.418	0.419	0.416	0.674	0.675	0.670	0.664
Zor	24B+6K	0.072	0.405	0.405	0.400	0.394	0.453	0.453	0.452	0.451	0.564	0.562	0.560	0.561
	18B+12K	0.080	0.347	0.347	0.347	0.343	0.430	0.429	0.426	0.426	0.579	0.580	0.581	0.578
	12B+18K	0.092	0.301	0.302	0.299	0.300	0.413	0.413	0.413	0.409	0.610	0.609	0.608	0.608
	6B+24K	0.107	0.221	0.223	0.223	0.224	0.410	0.406	0.408	0.403	0.661	0.653	0.658	0.656

**Tablo 4.10: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $a$  Parametresinin  $a_2$ 'ye Göre RMSE Değerleri**

		$\rho_1=0.00$				$\rho_1=0.45$				$\rho_1=0.90$				
	Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	
		$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$
		$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	
Orta	24B+6K	0.043	0.412	0.415	0.407	0.409	0.453	0.455	0.452	0.454	0.558	0.557	0.556	0.555
	18B+12K	0.044	0.362	0.363	0.360	0.362	0.432	0.433	0.433	0.432	0.581	0.579	0.581	0.576
	12B+18K	0.049	0.299	0.299	0.299	0.299	0.436	0.436	0.437	0.434	0.646	0.643	0.641	0.635
	6B+24K	0.053	0.221	0.222	0.222	0.221	0.428	0.425	0.426	0.424	0.682	0.684	0.679	0.673
Zor	24B+6K	0.072	0.417	0.428	0.408	0.423	0.457	0.460	0.454	0.458	0.557	0.557	0.556	0.556
	18B+12K	0.080	0.364	0.369	0.361	0.369	0.435	0.434	0.431	0.431	0.575	0.576	0.577	0.575
	12B+18K	0.092	0.299	0.300	0.300	0.302	0.433	0.434	0.434	0.430	0.636	0.634	0.634	0.633
	6B+24K	0.107	0.223	0.222	0.223	0.225	0.417	0.414	0.415	0.410	0.670	0.661	0.666	0.663



Şekil 4.6. Üç Boyutlu Yapılarda Sırasıyla  $a_1$  ve  $a_2$  Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği

#### 4.2.2. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_2$ 'ye Göre Hata Değerleri:

Üç boyutlu yapıların tek boyutlu olarak kestirilmesiyle elde edilen  $a$  parametresinin  $a_2$ 'yle karşılaştırılmasıyla elde edilen RMSE değerleri Tablo 4.10 ve Şekil 4.6'da görülmektedir. Tablo 4.10 incelendiğinde, orta güçlükteki test için boyutlar arası korelasyon arttıkça RMSE değerlerinin de arttığı görülmektedir. Buna göre en düşük hatalar, boyutlar arası korelasyon 0.00 iken elde edilmiştir.  $a_1$  parametresine benzer şekilde boyutlar arası korelasyonun 0.00 ve 0.45 olduğu durumda, karmaşık madde sayısı arttıkça  $a_2$  parametresine göre hesaplanan hataların azaldığı ancak korelasyonun 0.90 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıkça hatanın arttığı görülmektedir. Genel olarak değerlendirildiğinde dağılımların standart normal olmamasının  $a_2$  parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir. Tüm bu sonuçlar ölçüt RMSE değerleri ile karşılaştırıldığında üç boyutlu testin tek boyutlu olarak kestirilmesi durumunda elde edilen  $a$  parametresinin  $a_2$  parametresine göre oldukça yüksek hata içerdiği görülmektedir.

Tablo 4.10 ve Şekil 4.6'da yer alan testin zor olduğu koşullardaki hatalar incelendiğinde, bu sonuçların orta güçlükteki test ile nerdeyse aynı olduğu dolayısıyla testin zor veya kolay olmasının  $a_2$  parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir. Yine burada boyutlar arası korelasyon arttıkça hataların da arttığı görülmektedir. Orta güçlükteki teste benzer şekilde boyutlar arası korelasyonun 0.00 ve 0.45 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıkça  $a_2$  parametresine göre hesaplanan hatalar azalırken, korelasyonun 0.90 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıkça hata artmaktadır. Genel olarak  $a_2$  parametresine göre hesaplanan hataların farklı dağılımlardan etkilenmediği söylenebilir. Tüm bu sonuçlar ölçüt RMSE değerleri ile karşılaştırıldığında testin zor olmasının  $a_2$  parametresine göre hesaplanan hataları çok fazla etkilemediği ancak sonuç itibarıyla elde edilen hataların oldukça yüksek olduğu söylenebilir. Ayrıca Şekil 4.6'ya göre hem orta hem de zor testlerde boyutlar arası korelasyon 0.00 iken karmaşık madde sayısına göre testlerden elde edilen RMSE değerleri arasındaki varyans en büyük, 0.45 korelasyonda ise en küçüktür. Diğer bir ifadeyle orta düzeydeki korelasyonda karmaşık madde sayısının artması RMSE değerlerini çok fazla etkilememektedir.

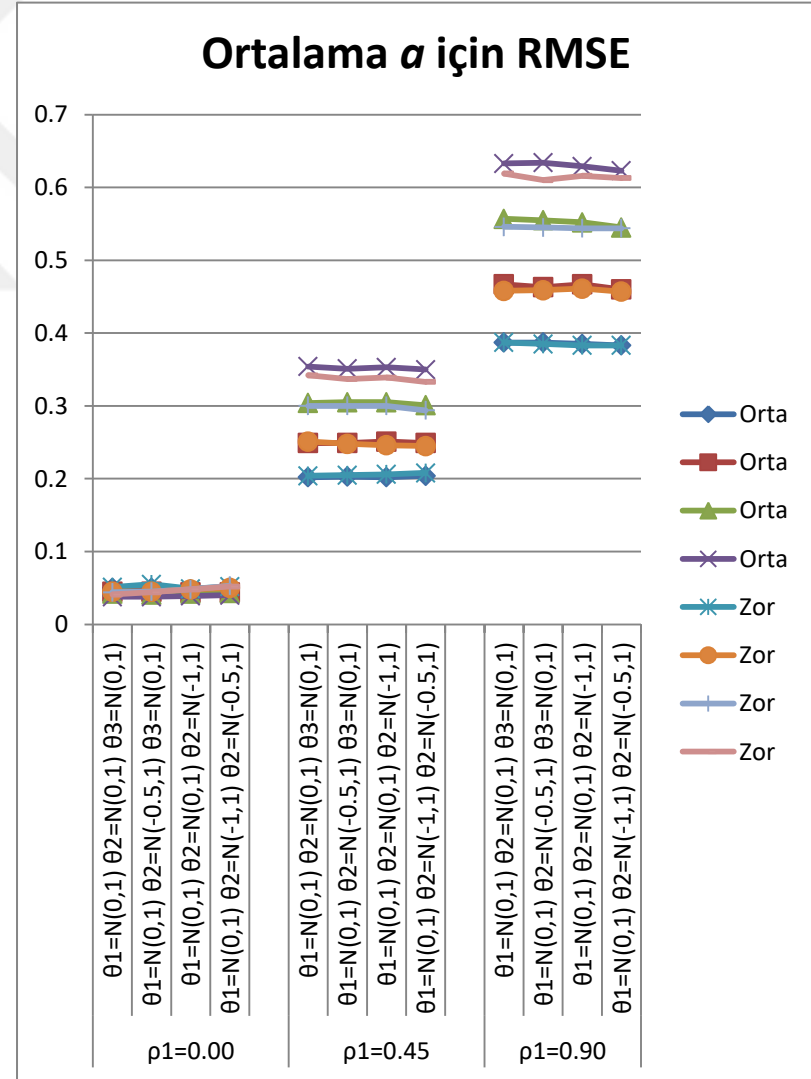
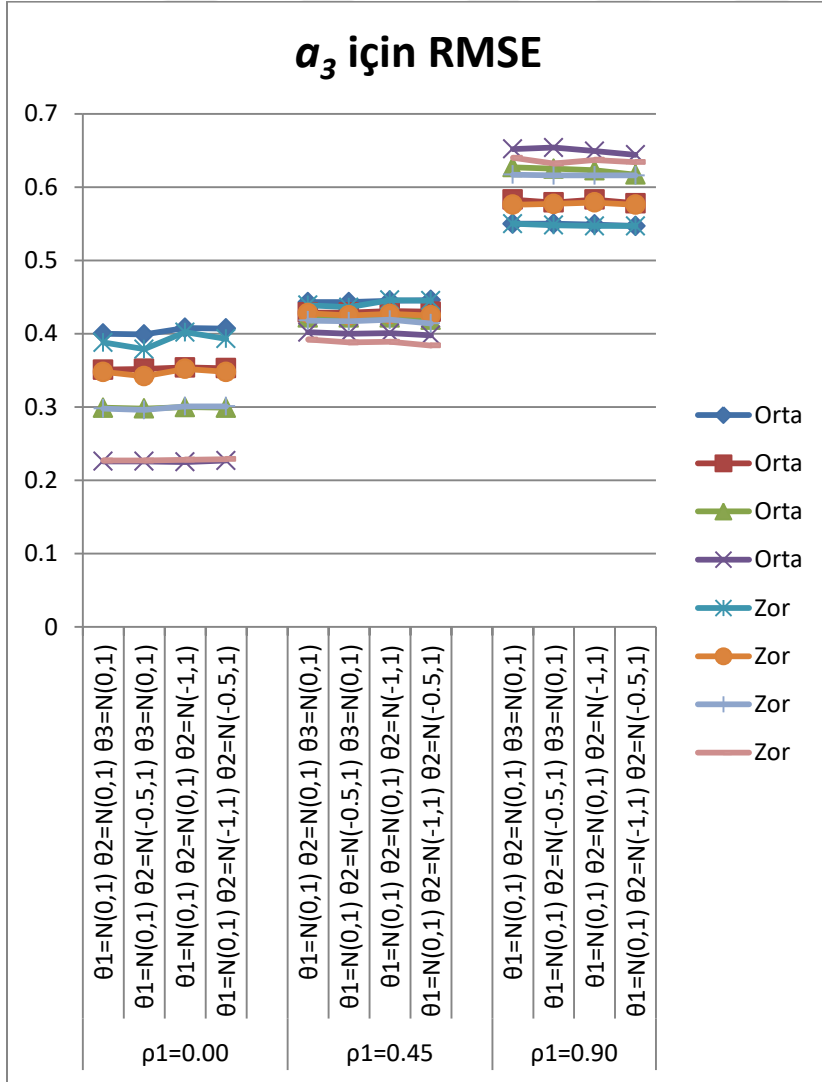
**Tablo 4.11: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $a$  Parametresinin  $a_3$ 'e Göre RMSE Değerleri**

		$\rho_1=0.00$				$\rho_1=0.45$				$\rho_1=0.90$				
	Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	
		$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$
		$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	
Orta	24B+6K	0.043	0.400	0.399	0.408	0.407	0.443	0.443	0.445	0.446	0.550	0.550	0.549	0.547
	18B+12K	0.044	0.351	0.352	0.354	0.353	0.429	0.429	0.431	0.430	0.583	0.579	0.583	0.578
	12B+18K	0.049	0.299	0.298	0.300	0.299	0.422	0.422	0.422	0.419	0.627	0.625	0.623	0.617
	6B+24K	0.053	0.226	0.226	0.225	0.227	0.402	0.400	0.401	0.398	0.652	0.654	0.649	0.644
Zor	24B+6K	0.072	0.388	0.379	0.402	0.393	0.439	0.436	0.446	0.445	0.550	0.548	0.547	0.547
	18B+12K	0.080	0.348	0.342	0.352	0.348	0.428	0.425	0.427	0.425	0.576	0.577	0.579	0.576
	12B+18K	0.092	0.298	0.296	0.301	0.301	0.418	0.417	0.419	0.414	0.617	0.616	0.616	0.616
	6B+24K	0.107	0.227	0.227	0.228	0.229	0.392	0.388	0.389	0.384	0.640	0.632	0.637	0.634

**Tablo 4.12: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $a$  Parametresinin  $a_{ort}$ 'ya Göre RMSE Değerleri**

		$\rho_1=0.00$				$\rho_1=0.45$				$\rho_1=0.90$				
	Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	
		$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$
		$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	
Orta	24B+6K	0.043	0.050	0.050	0.048	0.049	0.202	0.203	0.202	0.204	0.387	0.387	0.385	0.383
	18B+12K	0.044	0.045	0.045	0.044	0.044	0.249	0.249	0.251	0.249	0.467	0.463	0.467	0.460
	12B+18K	0.049	0.042	0.041	0.042	0.043	0.304	0.305	0.305	0.301	0.557	0.555	0.552	0.545
	6B+24K	0.053	0.038	0.038	0.039	0.040	0.354	0.351	0.353	0.350	0.633	0.634	0.629	0.623
Zor	24B+6K	0.072	0.051	0.055	0.049	0.052	0.204	0.205	0.206	0.208	0.387	0.385	0.383	0.383
	18B+12K	0.080	0.045	0.045	0.048	0.050	0.251	0.248	0.246	0.245	0.458	0.459	0.461	0.457
	12B+18K	0.092	0.044	0.045	0.048	0.053	0.300	0.300	0.300	0.294	0.546	0.545	0.544	0.544
	6B+24K	0.107	0.041	0.044	0.048	0.052	0.342	0.337	0.339	0.333	0.619	0.610	0.616	0.613





Şekil 4.7. Üç Boyutlu Yapılarda Sırasıyla  $a_3$  ve  $a_{ort}$  Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği

#### **4.2.3. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_3$ 'e Göre Hata Değerleri:**

Tablo 4.11 ve Şekil 4.7 incelendiğinde,  $a_3$  parametresine göre hesaplanan RMSE değerlerinin  $a_1$  ve  $a_2$  parametresine göre hesaplanan RMSE değerlerinden farklı bir dağılım sergilemediği görülmektedir. Orta güçlükteki test için boyutlar arası korelasyon arttıkça RMSE değerleri de artmaktadır. Boyutlar arası korelasyonun 0.00 ve 0.45 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıkça  $a_3$  parametresine göre hesaplanan hataların azaldığı ancak korelasyonun 0.90 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıkça hataların arttığı görülmektedir. Genel olarak değerlendirildiğinde, dağılımların standart normal dağılımdan farklı olmasının  $a_3$  parametresiyle karşılaştırılan hataları etkilemediği söylenebilir. Sonuç itibarıyla bu hatalar ölçüt RMSE değerleri ile karşılaştırıldığında üç boyutlu testin tek boyutlu olarak kestirilmesi durumunda  $a$  parametresinin  $a_3$  parametresine göre oldukça yüksek düzeyde hata içerdiği görülmektedir.

Tablo 4.11'de yer alan zor testler için hesaplanan hatalar incelendiğinde, testin zor ya da orta güçlükte olmasının  $a_3$  parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir. Orta güçlükteki test sonuçlarına paralel olarak boyutlar arası korelasyon arttıkça RMSE değerleri de artmaktadır. Boyutlar arası korelasyonun 0.00 ve 0.45 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıkça  $a_3$  parametresine göre hesaplanan hataların azaldığı ancak korelasyonun 0.90 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıkça hatanın arttığı görülmektedir. Genel itibarıyla dağılımların standart normal dağılımdan farklı olmasının  $a_3$  parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir. Şekil 4.7 incelendiğinde orta ve zor testlerden elde edilen sonuçların birbirine paralel olduğu görülmektedir. Boyutlar arası korelasyon 0.00 iken karmaşık madde sayılarına göre elde edilen RMSE değerleri arasındaki varyansın en büyük olduğu söylenebilir. Korelasyon 0.45 iken bu varyansın en küçük olduğu, 0.90 korelasyonda varyansın yine büyüdüğü gözlenmiştir.

#### **4.2.4. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin $a_{ort}$ 'ya Göre Hata Değerleri:**

Tablo 4.12'de yer alan ve  $a_1$ ,  $a_2$  ve  $a_3$  parametrelerinin ortalaması alınarak hesaplanan ortalama ayırt edicilik parametresine göre hesaplanan hata değerleri incelendiğinde, bu

sonuçların diğer üç ayırt edicilik için hesaplanan hatalardan çok daha az hata içerdiği görülmektedir. Öyle ki korelasyonun 0.00 olduğu durumda elde edilen hatalar, lt RMSE değerlerine oldukça benzerdir. Orta güçlükteki test için boyutlar arası korelasyon arttıa RMSE değerleri de artmaktadır. Boyutlar arası korelasyonun 0.00 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıa ortalama ayırt edicilik parametresine ait hatalar azalmaktadır. Ancak korelasyonun 0.45 ve 0.90 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıa hatanın arttığı görülmektedir. Genel itibariyle değerlendirildiğinde dağılımların farklılaştırılmasının ortalama ayırt edicilik parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir.

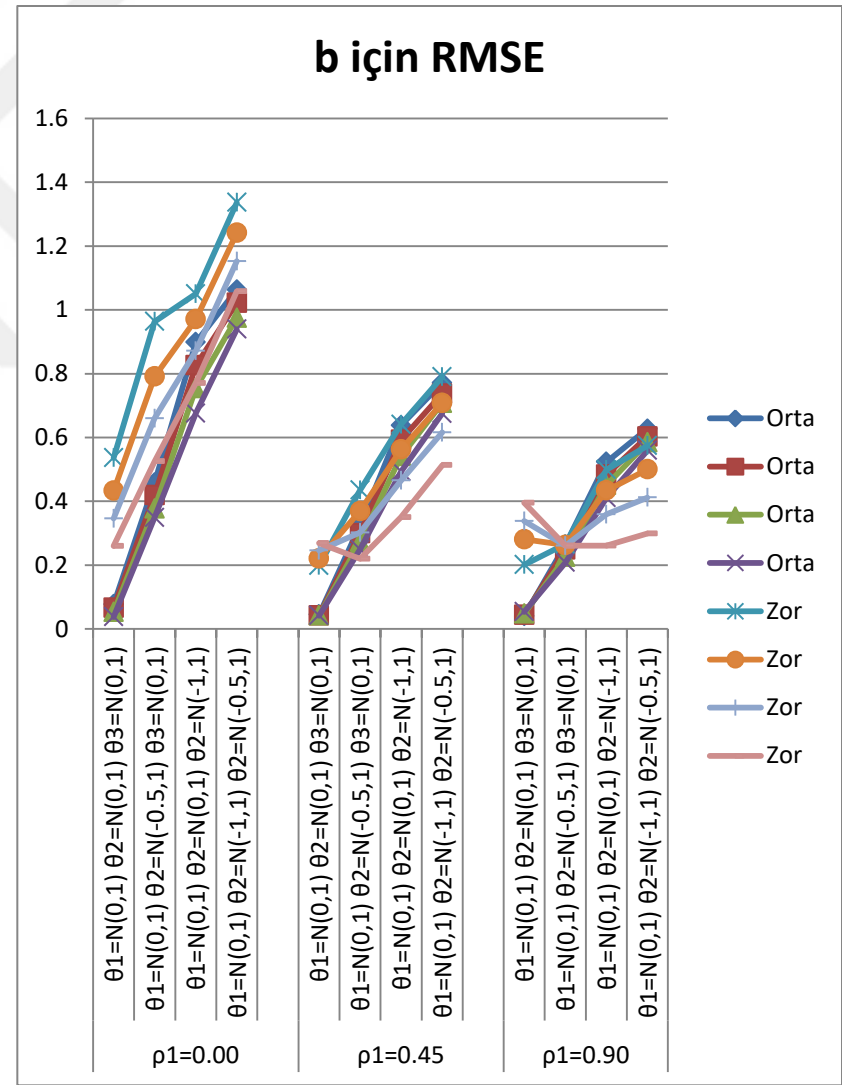
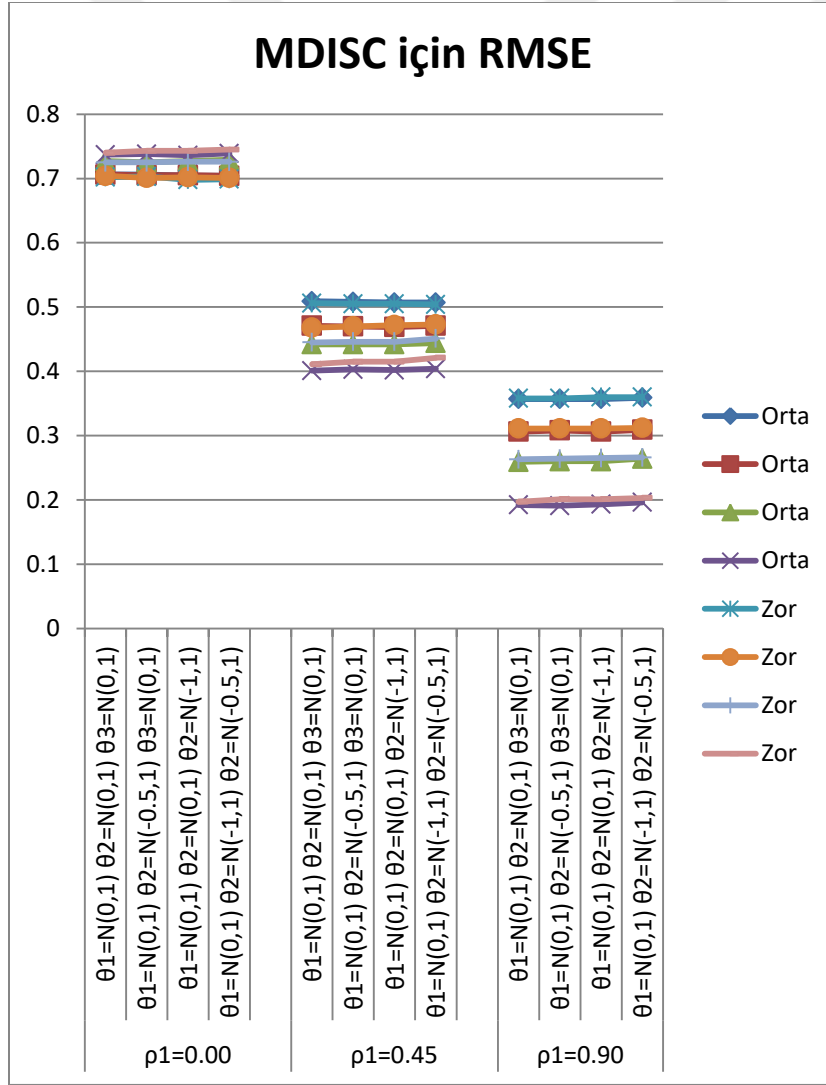
Testin zor olduğu durumda ortalama ayırt edicilik parametresine ait RMSE değerlerinin orta güçlükteki testten elde edilen hatalara benzer olduğu görülmektedir. Boyutlar arası korelasyon arttıa RMSE değerleri de artmaktadır. Genel itibariyle boyutlar arası korelasyonun 0.00 olduğu durumda, karmaşık madde sayısı arttıa ortalama ayırt edicilik parametresine göre hesaplanan hatalar azalırken, korelasyonun 0.45 ve 0.90 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıa hatanın arttığı görülmektedir. Sonuçlar genel olarak değerlendirildiğinde, boyutlara ilişkin dağılımların farklılaştırılmasının ortalama ayırt edicilik parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir. Orta ve zor testlerden elde edilen RMSE değerlerinin paralelliği Şekil 4.7'de de görülmektedir. Ayrıca hem orta hem de zor testlerde boyutlar arası korelasyon 0.00 iken karmaşık madde sayısına göre testlerden elde edilen RMSE değerleri arasındaki varyans en küçük olup, korelasyon arttıa varyans da artmaktadır. Buna göre korelasyon arttıa karmaşık madde sayısının artması RMSE değerlerini daha çok etkilemektedir.

**Tablo 4.13: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $a$  Parametresinin  $MDISC$ 'e Göre RMSE Değerleri**

		$\rho_1=0.00$				$\rho_1=0.45$				$\rho_1=0.90$				
	Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	
		$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$
		$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	
Orta	24B+6K	0.043	0.706	0.706	0.704	0.704	0.509	0.508	0.507	0.507	0.357	0.357	0.357	0.359
	18B+12K	0.044	0.706	0.705	0.705	0.704	0.471	0.470	0.469	0.471	0.306	0.308	0.306	0.309
	12B+18K	0.049	0.727	0.725	0.727	0.729	0.442	0.442	0.442	0.444	0.259	0.260	0.260	0.264
	6B+24K	0.053	0.737	0.738	0.736	0.739	0.401	0.403	0.402	0.404	0.192	0.191	0.193	0.196
Zor	24B+6K	0.072	0.702	0.703	0.698	0.699	0.506	0.505	0.505	0.504	0.358	0.358	0.360	0.360
	18B+12K	0.080	0.704	0.701	0.702	0.701	0.468	0.470	0.472	0.473	0.311	0.311	0.311	0.312
	12B+18K	0.092	0.725	0.725	0.726	0.726	0.445	0.446	0.446	0.451	0.263	0.264	0.265	0.266
	6B+24K	0.107	0.740	0.743	0.743	0.745	0.411	0.415	0.415	0.421	0.197	0.201	0.201	0.203

**Tablo 4.14: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesi Durumunda  $b$  Parametresine Ait RMSE Değerleri**

		$\rho_1=0.00$				$\rho_1=0.45$				$\rho_1=0.90$				
	Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	
		$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$
		$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	
Orta	24B+6K	0.024	0.077	0.458	0.898	1.063	0.045	0.324	0.638	0.771	0.040	0.264	0.523	0.627
	18B+12K	0.023	0.066	0.419	0.826	1.022	0.042	0.300	0.592	0.737	0.044	0.249	0.483	0.603
	12B+18K	0.022	0.053	0.377	0.754	0.975	0.042	0.273	0.541	0.708	0.048	0.226	0.451	0.584
	6B+24K	0.021	0.038	0.349	0.676	0.939	0.042	0.249	0.493	0.675	0.054	0.208	0.411	0.559
Zor	24B+6K	0.052	0.536	0.963	1.050	1.336	0.198	0.435	0.641	0.790	0.201	0.266	0.499	0.574
	18B+12K	0.060	0.433	0.791	0.970	1.241	0.221	0.369	0.562	0.708	0.281	0.263	0.434	0.500
	12B+18K	0.068	0.346	0.660	0.871	1.152	0.246	0.302	0.465	0.616	0.338	0.261	0.359	0.412
	6B+24K	0.079	0.260	0.525	0.770	1.058	0.269	0.220	0.350	0.513	0.395	0.261	0.261	0.299



Şekil 4.8. Üç Boyutlu Yapılarda Sırasıyla MDISC ve b Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği

#### 4.2.5. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $a$ Parametresinin *MDISC*'e Göre Hata Değerleri:

Tablo 4.13 ve Şekil 4.8'de üç boyutlu yapıların tek boyutlu olarak kestirilmesiyle elde edilen  $a$  parametresinin tek boyutlu yapılardaki ayırt edicilik parametresine karşılık gelen *MDISC* parametresiyle karşılaştırılarak hesaplanan RMSE değerleri yer almaktadır. Boyutlar arası korelasyona göre diğer ayırt edicilik parametrelerinin aksine bu parametreye ait hatalar orta güçlükteki testlerde beklenen bir örüntü çizmektedir. Buna göre boyutlar arası korelasyon arttıkça *MDISC*'e göre hesaplanan hatalar azalmaktadır. Boyutlar arası korelasyonun 0.00 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıkça hataların da genel olarak arttığı söylenebilir. Ancak korelasyonun 0.45 ve 0.90 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar azalmaktadır. Orta güçlükteki testlerde *MDISC*'e göre hesaplanan hataların, dağılımların farklılaştırılmasından etkilenmediği görülmektedir. Tüm RMSE değerleri ölçüt hatalar ile karşılaştırıldığında, *MDISC*'e göre hesaplanan hataların oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Genel olarak en düşük hatalar, boyutlar arası korelasyonun 0.90 ve testin 24 karmaşık ve 6 yaklaşık basit madde içerdiği koşulda elde edilmiştir.

Testin zor olduğu durumda, *MDISC*'e göre hesaplanan RMSE değerlerinin orta güçlükteki test ile benzer olduğu görülmektedir. Yine boyutlar arası korelasyon arttıkça hatalar azalmaktadır. Boyutlar arası korelasyonun 0.00 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıkça hataların da genel olarak arttığı söylenebilir. Ancak korelasyonun 0.45 ve 0.90 olduğu durumda karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar azalmaktadır. Testin zor olduğu koşullarda, dağılımların farklılaştırılmasının *MDISC* parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği görülmektedir. Tüm RMSE değerleri ölçüt hatalar ile karşılaştırıldığında, *MDISC*'e göre hesaplanan hataların oldukça yüksek olduğu söylenebilir. En düşük hatalar, orta güçlükteki teste benzer olarak boyutlar arası korelasyonun 0.90 ve testin 24 karmaşık ve yaklaşık 6 basit madde içerdiği durumda elde edilmiştir.

Genel olarak değerlendirildiğinde, orta güçlükteki ve zor testlerde *MDISC*'e göre hesaplanan RMSE değerlerinin birbirine yakın olduğu söylenebilir. Tablo 4.4 ve Şekil 4.2 ile Tablo 4.13 ve Şekil 4.8 karşılaştırıldığında, üç boyutlu testlerden elde edilen

*MDISC* ile karşılaştırılarak hesaplanan RMSE değerlerinin iki boyutlu testlerden elde edilen hata değerlerinden düşük olduğu görülmektedir.

#### **4.2.6. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesi Durumunda $b$ Parametresine Ait Hata Değerleri:**

Üç boyutlu testlerin tek boyutlu olarak kestirilmesiyle elde edilen güçlük parametresinin çok boyutlu testlerdeki güçlük parametresi ile karşılaştırılmasıyla hesaplanan hata değerleri Tablo 4.14 ve Şekil 4.8'de verilmiştir. Orta güçlükteki test için dağılımlar standart normal iken en küçük hatalar korelasyonun, 0.45; en yüksek hatalar ise 0.00 olduğu durumda elde edilmiştir. Dağılımlar farklılaştığında ise korelasyon arttıkça hatalar azalmaktadır. Dağılımlara göre incelendiğinde güçlük parametresinin dağılımların farklılaştırılmasından oldukça etkilendiği söylenebilir. Buna göre 2. boyuta ait dağılımın ortalaması standart normal dağılımdan çok az farklı olup, bu koşulda elde edilen hatalar diğer dağılımlara göre daha azdır. 2. ve 3. boyutlara ait dağılım ortalamalarının farklılaşması durumunda ise en yüksek hatalar elde edilmiştir. Genel olarak değerlendirildiğinde korelasyonun 0.90 ve dağılımların standart normal olduğu durum dışındaki bütün koşullarda karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar azalmaktadır. Bu hata değerleri ölçüt RMSE'ler ile karşılaştırıldığında en düşük hataların her üç dağılımın standart normal ve boyutlar arası korelasyonun 0.45 olduğu durumda elde edildiği, bunun dışındaki koşullarda hataların yüksek olduğu görülmektedir.

Testin zor olduğu koşullardaki  $b$  parametresine ait hatalar incelendiğinde, burada zor ve orta güçlükteki testlerdeki RMSE değerlerinin birbirine yakınlığının söz konusu olmadığı görülmektedir. Boyutlar arası korelasyonun 0.00 olduğu durumda zor test için elde edilen hataların, orta güçlükteki test sonuçlarından oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Ancak boyutlar arası korelasyon arttıkça her iki testteki hata değerlerinin birbirine yaklaştığı görülmektedir. Özellikle dağılımların farklı olduğu durumlarda zor ve orta güçlükteki test koşullarındaki RMSE değerleri birbirine oldukça yakındır. Boyutlar arası korelasyona göre incelendiğinde dağılımlar standart normal iken en küçük hatalar korelasyonun, 0.45; en yüksek hatalar ise 0.00 olduğu durumda elde edilmiştir. Dağılımlar farklılaştığında ise korelasyon arttıkça hatalar azalmaktadır. İki koşul dışındaki bütün durumlarda karmaşık madde sayısı arttıkça RMSE değerleri azalmaktadır. Ölçüt RMSE değerleri ile karşılaştırıldığında çok boyutlu ve zor bir testin

tek boyutlu kestirilmesi durumunda güçlük parametresine ait elde edilen hata değerlerinin oldukça yüksek olduğu söylenebilir.

#### **4.2.7. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_1$ 'e Göre Hata Değerleri:**

Üç boyutlu yapıların tek boyutlu olarak kestirilmesiyle elde edilen  $\theta$  parametresinin  $\theta_1$  ile karşılaştırılmasıyla hesaplanan RMSE değerleri Tablo 4.15 ve Şekil 4.9'da görülmektedir. Boyutlar arası korelasyon arttıkça  $\theta_1$ 'e göre hesaplanan RMSE değerleri azalmaktadır. Boyutlar arası korelasyonun 0.00 olduğu koşullarda dağılımların farklılaşmasına dair düzenli bir örüntü elde edilememiştir. Buna rağmen korelasyonun 0.45 ve 0.90 olduğu durumda yaklaşık basit madde sayısının 6; karmaşık madde sayısının 24 olduğu koşullar dışında karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar azalmaktadır. Genel itibariyle dağılımların ortalamalarını farklılaştırmanın  $\theta_1$ 'e göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir. Tüm sonuçlar ölçüt RMSE değerleri ile karşılaştırıldığında elde edilen hataların oldukça yüksek olduğu, en düşük hataların boyutlar arası korelasyonun 0.90 olduğu durumda elde edildiği görülmektedir.

Testin zor olduğu durumda elde edilen RMSE değerlerinin orta güçlükteki test sonuçlarından bir miktar yüksek olduğu görülmektedir. Ancak genel itibariyle karşılaştırıldığında, her iki test sonuçlarının paralel olduğu söylenebilir. Testin zor olduğu koşullarda boyutlar arası korelasyon arttıkça  $\theta_1$ 'e göre hesaplanan RMSE değerleri azalmaktadır. Karmaşık madde sayısının artışı ile ilgili düzenli bir örüntü elde edilememiştir. Genel itibariyle zor testlerde de dağılımların ortalamalarını farklılaştırmanın  $\theta_1$  parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir. En düşük hatalar boyutlar arası korelasyonun 0.90 olduğu durumda elde edilmiş olup, 24 karmaşık ve 6 yaklaşık basit maddenin bulunduğu koşullarda elde edilen hataların ölçüt RMSE'lerden düşük olduğu görülmektedir.

#### **4.2.8. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_2$ 'ye Göre Hata Değerleri:**

Tablo 4.16 ve Şekil 4.9'da yer alan orta güçlükteki testin  $\theta_2$  parametresine göre hesaplanan hatalar incelendiğinde ilk göze çarpan nokta, dağılımların etkisidir. Buna göre ikinci boyuta ait dağılımın farklılaştırıldığı durumda elde edilen RMSE değerlerinin



yükseldiği görülmektedir. İkinci boyut dışındaki boyutlara ait dağılımları farklılaştırmanın  $\theta_2$  parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir. Yine boyutlar arası korelasyon arttıkça RMSE değerleri azalmaktadır. Karmaşık madde sayısının artışının  $\theta_2$  parametresine göre hesaplanan hatalara etkisi ile ilgili düzenli bir örüntü elde edilememiştir. Yine ölçüt değerler ile karşılaştırıldığında elde edilen hataların oldukça yüksek olduğu söylenebilir.

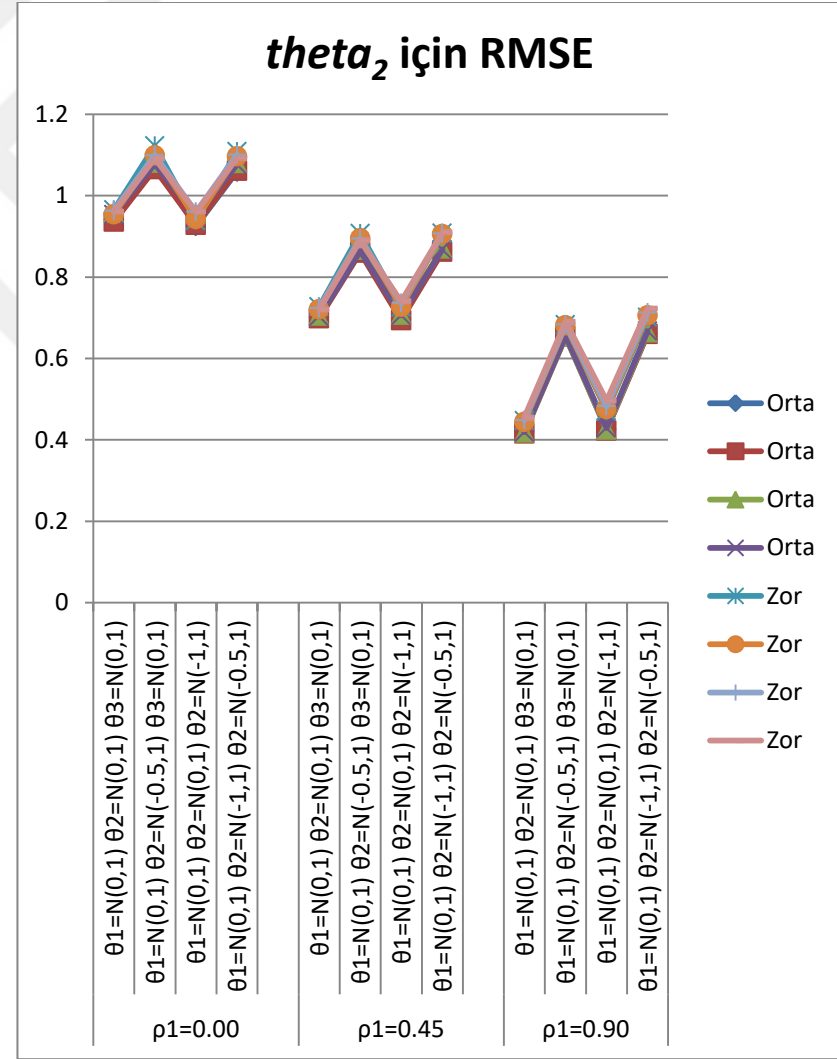
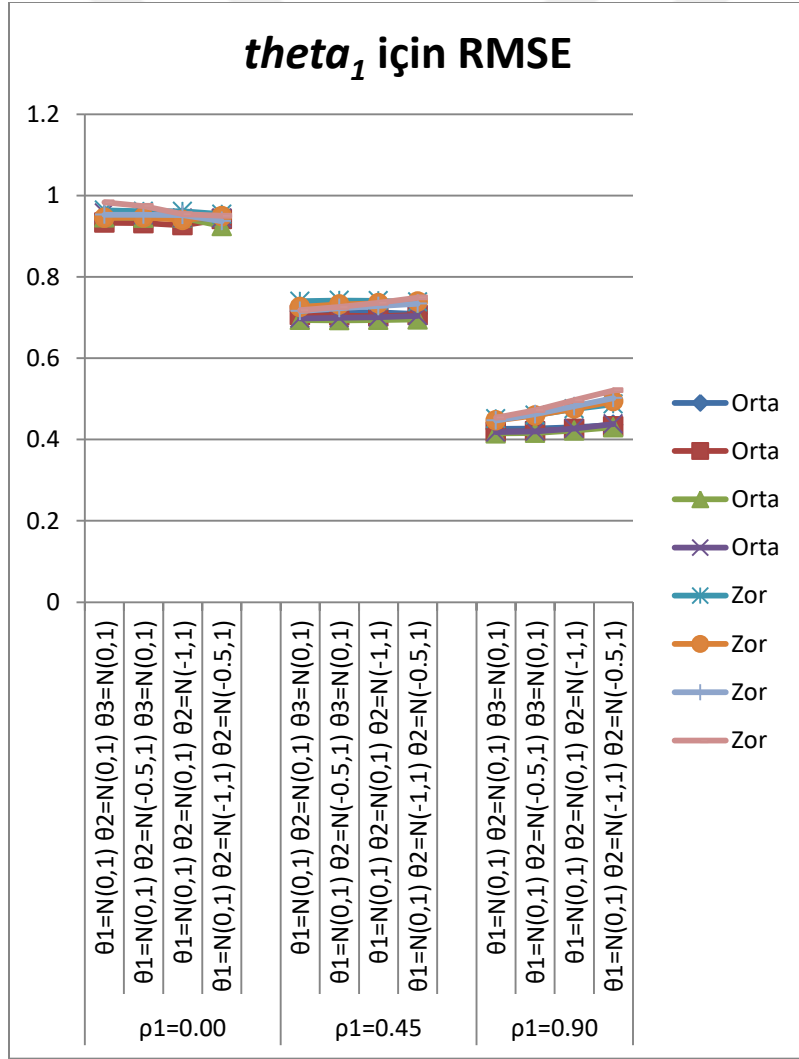
Testin zor olduğu durumda elde edilen RMSE değerlerinin orta güçlükteki teste göre biraz daha yüksek olduğu görülmektedir. Orta güçlükteki test sonuçlarına benzer olarak ikinci boyuta ait dağılımın farklılaştırılması durumunda RMSE değerlerinde bir artış meydana gelmektedir. Yine diğer boyutlara ait dağılımların  $\theta_2$  parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir. Boyutlar arası korelasyon arttıkça hata azalmaktadır. Karmaşık madde sayısının artışı ile ilgili düzenli bir örüntü elde edilememiştir. Ölçüt değerler ile karşılaştırıldığında boyutlar arası korelasyonun 0.90 olduğu durumda elde edilen hataların bu değerlere en yakın değerler olduğu görülmektedir.

Tablo 4.15: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $\theta$  Parametresinin  $\theta_1$ 'e Göre RMSE Değerleri

		$\rho_1=0.00$				$\rho_1=0.45$				$\rho_1=0.90$				
	Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	
		$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	
		$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	
Orta	24B+6K	0.321	0.950	0.947	0.945	0.944	0.715	0.714	0.713	0.709	0.426	0.427	0.430	0.436
	18B+12K	0.321	0.933	0.932	0.927	0.942	0.706	0.705	0.703	0.706	0.419	0.420	0.426	0.432
	12B+18K	0.325	0.946	0.945	0.945	0.925	0.694	0.693	0.694	0.695	0.415	0.416	0.422	0.430
	6B+24K	0.329	0.957	0.952	0.944	0.944	0.698	0.699	0.701	0.704	0.418	0.420	0.427	0.438
Zor	24B+6K	0.365	0.964	0.961	0.961	0.954	0.740	0.742	0.741	0.738	0.451	0.460	0.475	0.487
	18B+12K	0.391	0.945	0.946	0.940	0.949	0.726	0.732	0.735	0.739	0.447	0.459	0.476	0.494
	12B+18K	0.432	0.953	0.953	0.952	0.937	0.716	0.723	0.728	0.734	0.447	0.462	0.482	0.502
	6B+24K	0.507	0.983	0.974	0.954	0.950	0.718	0.726	0.736	0.749	0.454	0.472	0.497	0.521

Tablo 4.16: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $\theta$  Parametresinin  $\theta_2$ 'ye Göre RMSE Değerleri

		$\rho_1=0.00$				$\rho_1=0.45$				$\rho_1=0.90$				
	Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	
		$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	
		$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	
Orta	24B+6K	0.321	0.941	1.072	0.925	1.059	0.701	0.866	0.697	0.868	0.422	0.657	0.426	0.661
	18B+12K	0.321	0.936	1.065	0.928	1.061	0.699	0.860	0.694	0.862	0.416	0.654	0.423	0.660
	12B+18K	0.325	0.957	1.081	0.954	1.080	0.705	0.867	0.707	0.870	0.418	0.653	0.425	0.664
	6B+24K	0.329	0.953	1.078	0.950	1.076	0.703	0.864	0.706	0.868	0.419	0.655	0.429	0.667
Zor	24B+6K	0.365	0.965	1.122	0.938	1.108	0.727	0.907	0.726	0.908	0.447	0.683	0.471	0.701
	18B+12K	0.391	0.954	1.099	0.942	1.096	0.721	0.895	0.727	0.905	0.444	0.681	0.475	0.706
	12B+18K	0.432	0.963	1.099	0.960	1.100	0.724	0.894	0.736	0.907	0.449	0.684	0.483	0.713
	6B+24K	0.507	0.960	1.091	0.960	1.092	0.720	0.890	0.740	0.910	0.455	0.690	0.496	0.722



Şekil 4.9. Üç Boyutlu Yapılarda Sırasıyla  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği

#### 4.2.9. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_3$ 'e Göre Hata Değerleri:

$\theta$  parametresinin  $\theta_3$  ile karşılaştırılmasıyla hesaplanan RMSE değerleri Tablo 4.17 ve Şekil 4.10'da yer almaktadır. Buna göre orta güçlükteki test için üçüncü boyuta ait dağılımın farklılaştırıldığı durumda elde edilen RMSE değerlerinin diğer koşullardan daha yüksek olduğu görülmektedir. Üçüncü boyut dışındaki boyutlara ait dağılımları farklılaştırmanın  $\theta_3$  parametresine göre hesaplanan hataları etkilemediği söylenebilir. Boyutlar arası korelasyon arttıkça RMSE değerleri azalmaktadır. Karmaşık madde sayısının artışı ile ilgili düzenli bir örüntü elde edilememiştir. Ayrıca karmaşık madde sayısının artışına göre elde edilen RMSE değerlerinin birbirine yakın olduğu ifade edilebilir. Ölçüt değerler ile karşılaştırıldığında  $\theta_3$  parametresine göre hesaplanan hataların oldukça yüksek olduğu görülmektedir.

Zor testten elde edilen RMSE değerleri orta güçlükteki test ile karşılaştırıldığında diğer parametrelere ait bulgulardan farklı bir örüntü ortaya çıkmaktadır. Boyutlar arası korelasyon 0.00 iken zor testten elde edilen RMSE değerlerinin orta güçlükteki testten daha düşük olduğu görülmektedir. Boyutlar arası korelasyon arttıkça bu farkın kapandığı, 0.90 korelasyonda zor testten elde edilen sonuçların orta güçlükteki testten daha yüksek olduğu görülmektedir. Boyutlar arası korelasyon arttıkça RMSE değerleri azalmaktadır. Orta güçlükteki teste benzer olarak yalnızca üçüncü boyuta ait dağılımın farklılaşması  $\theta_3$ 'e göre hesaplanan hataları etkilemektedir. Boyutlar arası korelasyon 0.00 iken karmaşık madde sayısının artışı ile ilgili düzenli bir örüntü elde edilemezken; korelasyon arttıkça örüntü daha belirli bir hale gelmektedir. Buna göre korelasyonun 0.45 ve 0.90 olduğu durumlarda karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar da artmaktadır.

#### 4.2.10. Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen $\theta$ Parametresinin $\theta_{ort}$ 'ya Göre Hata Değerleri:

$\theta_{1-2}$  ve  $\theta_3$  parametrelerinin ortalaması alınarak hesaplanan ortalama  $\theta$ 'ya göre hesaplanan RMSE değerleri Tablo 4.18 ve Şekil 4.10'da verilmiştir. Zor ve orta güçlükteki testlerin her ikisinde de ortalama  $\theta$  parametresine göre hesaplanan RMSE değerlerinin her üç  $\theta$  parametresinden daha düşük olduğu görülmektedir. Orta güçlükteki testlerde boyutlar arası korelasyon arttıkça hatalar azalmaktadır. Dağılımların farklılaşmasına göre incelendiğinde, en düşük hatalar dağılımlar standart normal iken

elde edilmiştir. Dağılım ortalamasının biraz farklılaştırıldığı 2. durumda RMSE değerlerinde bir miktar artış görülmektedir. İkinci ve üçüncü boyutlara ait dağılımların aynı anda farklılaştığı durumda en yüksek RMSE değerleri elde edilmiştir. Dağılımların ortalama etkisi hangi dağılımın manipüle edildiğinden bağımsız olup, dağılımın farklılaştırılma miktarı ile ilgilidir. Karmaşık madde sayısının RMSE değerlerine etkisiyle ilgili düzenli bir örüntü görülemezken, korelasyonun 0.00 olduğu durumda elde edilen hataların birbirine yakın olduğu söylenebilir. Tek boyutlu testten elde edilen ölçüt RMSE'ler ile karşılaştırıldığında özellikle korelasyonun 0.90 olduğu durumda hataların bu ölçütlere oldukça yakın olduğu söylenebilir.

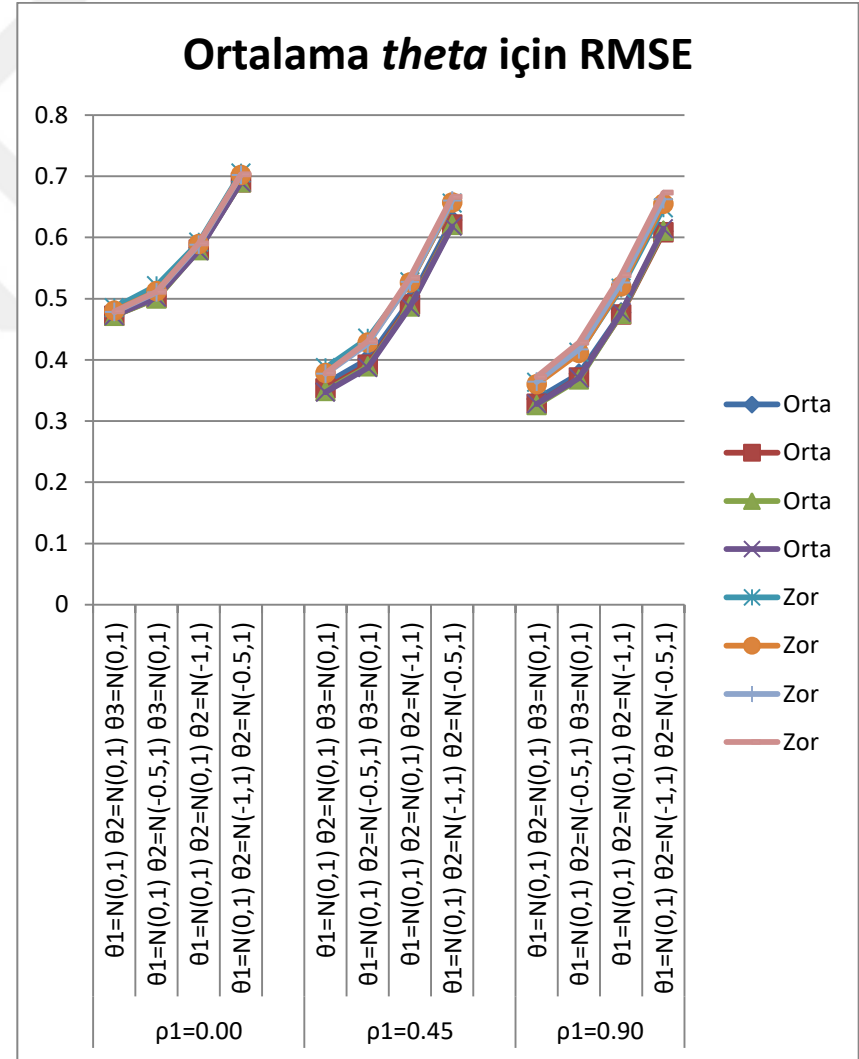
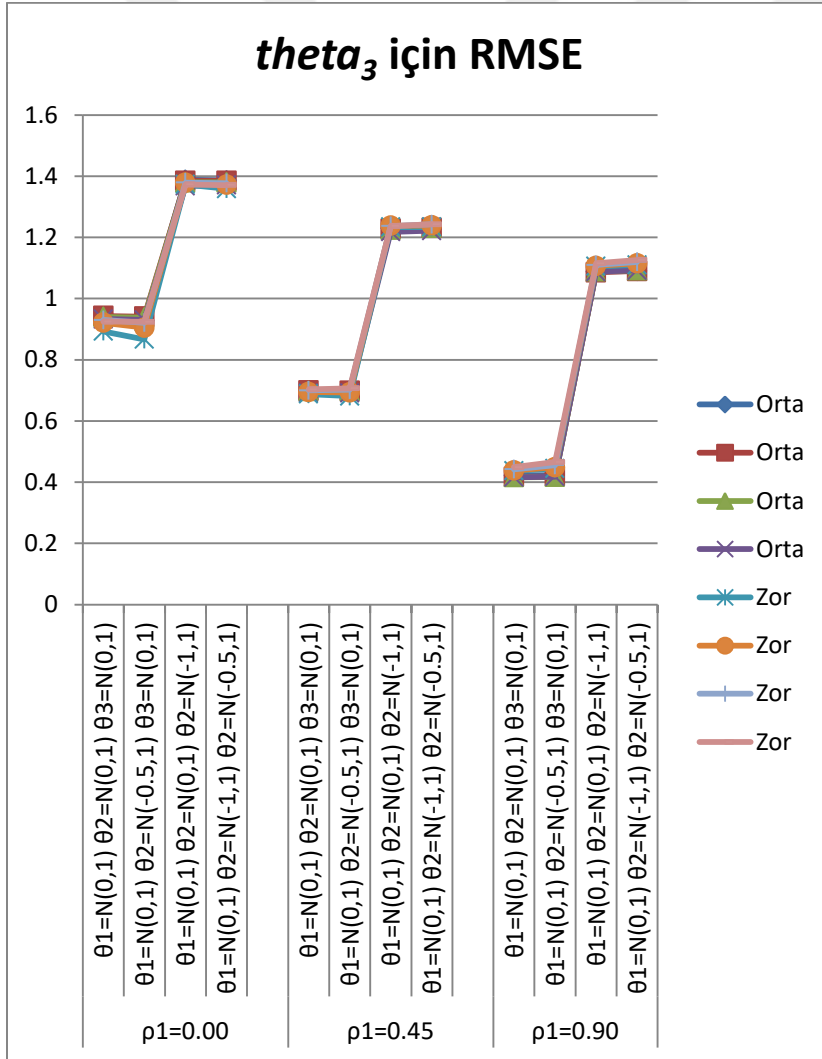
Testin zor olduğu koşullarda elde edilen hata değerlerinin orta güçlükteki testten biraz daha yüksek olduğu görülmektedir. Burada da boyutlar arası korelasyon arttıkça RMSE değerleri azalmaktadır. Dağılımların etkisi orta güçlükteki teste benzer olarak burada da görülmektedir. Dağılımın, standart normal dağılımın ortalamasından sapma miktarına bağlı olarak RMSE değerleri artmaktadır. Karmaşık madde sayısının RMSE değerlerine etkisi ile ilgili genel düzenli bir örüntü elde edilememiştir. Genel itibariyle elde edilen hatalar ölçüt RMSE değerleri ile karşılaştırıldığında, dağılımların standart normal olduğu durumlardaki hataların çok yüksek olmadığı hatta korelasyon 0.90 iken elde edilen hataların ölçüt değerlerden daha düşük olduğu görülmüştür.

**Tablo 4.17: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $\theta$  Parametresinin  $\theta_3$ 'e Göre RMSE Değerleri**

		$\rho_1=0.00$				$\rho_1=0.45$				$\rho_1=0.90$				
	Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	
		$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$
		$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	
Orta	24B+6K	0.321	0.931	0.928	1.388	1.386	0.699	0.697	1.230	1.237	0.422	0.423	1.088	1.090
	18B+12K	0.321	0.943	0.941	1.385	1.385	0.700	0.699	1.228	1.231	0.417	0.419	1.086	1.090
	12B+18K	0.325	0.940	0.938	1.380	1.380	0.698	0.698	1.225	1.231	0.416	0.417	1.089	1.092
	6B+24K	0.329	0.933	0.930	1.368	1.371	0.691	0.691	1.218	1.222	0.416	0.418	1.088	1.092
Zor	24B+6K	0.365	0.893	0.867	1.373	1.359	0.688	0.681	1.234	1.234	0.437	0.445	1.105	1.110
	18B+12K	0.391	0.921	0.905	1.378	1.372	0.695	0.693	1.238	1.239	0.438	0.449	1.107	1.115
	12B+18K	0.432	0.930	0.921	1.379	1.377	0.700	0.702	1.237	1.243	0.442	0.456	1.110	1.120
	6B+24K	0.507	0.925	0.924	1.373	1.371	0.703	0.707	1.237	1.243	0.449	0.466	1.115	1.126

**Tablo 4.18: Üç Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Kestirilmesiyle Elde Edilen  $\theta$  Parametresinin  $\theta_{ort}$ 'ya Göre RMSE Değerleri**

		$\rho_1=0.00$				$\rho_1=0.45$				$\rho_1=0.90$				
	Ölçüt	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	$\theta_1=N(0,1)$	
		$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$	$\theta_2=N(-0.5,1)$	$\theta_2=N(0,1)$
		$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(0,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	$\theta_3=N(-1,1)$	
Orta	24B+6K	0.321	0.474	0.503	0.583	0.692	0.361	0.401	0.496	0.628	0.336	0.377	0.477	0.610
	18B+12K	0.321	0.472	0.501	0.580	0.690	0.353	0.392	0.490	0.621	0.328	0.371	0.474	0.608
	12B+18K	0.325	0.472	0.500	0.579	0.690	0.349	0.389	0.487	0.620	0.326	0.368	0.475	0.611
	6B+24K	0.329	0.472	0.502	0.578	0.690	0.347	0.387	0.486	0.618	0.328	0.370	0.477	0.614
Zor	24B+6K	0.365	0.485	0.521	0.592	0.705	0.387	0.435	0.527	0.656	0.363	0.412	0.517	0.648
	18B+12K	0.391	0.480	0.512	0.589	0.702	0.378	0.428	0.526	0.657	0.360	0.411	0.520	0.655
	12B+18K	0.432	0.478	0.510	0.588	0.702	0.377	0.426	0.527	0.660	0.364	0.417	0.526	0.662
	6B+24K	0.507	0.479	0.511	0.590	0.703	0.378	0.430	0.534	0.666	0.372	0.428	0.538	0.673



Şekil 4.10. Üç Boyutlu Yapılarda Sırasıyla  $\theta_3$  ve  $\theta_{ort}$  Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Grafiği

### 4.3. Tartışma

#### 4.3.1. a Parametresi:

Literatürde yapılan benzer çalışmalar incelendiğinde bu çalışmada elde edilen sonuçlardan özellikle test parametrelerine ait bulguların ilginç olduğu söylenebilir. Ayırt edicilik parametrelerine ait RMSE değerleri büyüklük olarak, Drasgow ve Parson'un (1983) yaptığı çalışmada, genel faktörün çok fazla baskın olmadığı ve maddelerin heterojen olduğu veri grubundan elde edilen sonuçlara benzerlik göstermektedir. Yapılan çalışmalar incelendiğinde boyutlar arası korelasyon arttıkça ayırt ediciliğe ait hataların azaldığı belirtilmiştir (Ackerman, 1989; Ansley ve Forsyth, 1985; Zhang, 2008). Oysa bu çalışmada bu bulgudan farklı sonuçlar elde edilmiştir. Hem orta güçlükteki hem de zor iki boyutlu testlerin bütün koşullarında, *MDISC* hariç ayırt edicilik parametrelerine dair en düşük hata, korelasyonun 0.45 olduğu durumda elde edilmiştir. Tek boyutlu modellerdeki ayırt edicilik parametresine karşılık gelen *MDISC*, farklı güçlükteki her iki testte de beklenildiği gibi davranmış, boyutlar arası korelasyon arttıkça azalmıştır. Reckase, Ackerman ve Carlson (1988) tarafından yapılan çalışmada çok boyutlu yapıda olan hem gerçek hem de simülasyon verileri tek boyutlu olarak kestirilmiştir. Simülasyon verileri 4 gruba ayrılmıştır: Birinci grupta yalnızca birinci boyutu ölçen 20 madde, ikinci grupta her iki boyuta eşit yük veren diğer bir ifadeyle açıları  $45^\circ$  olan 20 madde, üçüncü grupta yalnızca ikinci boyutu ölçen 20 madde ve son olarak dördüncü grupta iki boyut arasına dağılmış 20 madde yer almaktadır. Tüm bu maddelerin birlikte yer aldığı 80 maddelik testin tek boyutlu kestiriminin yanı sıra her bir madde grubu ayrı ayrı olarak tek boyutlu kestirilmiştir. Her iki durumda da ayırt edicilik parametrelerine dair en iyi kestirimler, 2. madde grubundan yani açıların  $45^\circ$  olduğu durumda elde edilmiştir. Gerçek veri setinde ise maddeler üç gruba ayrılmıştır. Birinci grupta maddelerin açıları  $21^\circ$ -  $33.75^\circ$ ; ikinci grupta  $40^\circ$ -  $51.77^\circ$ ; üçüncü grupta ise  $55.18^\circ$ - $64.42^\circ$  arasında değişmektedir. Her üç madde grubu yine birlikte ve ayrı ayrı tek boyutlu olarak kestirilmiştir. Buna göre ilk iki madde grubu ağırlıklı olarak birinci boyutu ölçerken, üçüncü grup daha çok ikinci boyutu ölçmektedir. Hem maddelerin bütün olarak hem de ayrı ayrı kestirildiği durumda en iyi ayırt edicilik parametreleri ilk iki madde grubundan elde edilmiştir. Reckase, Ackerman ve Carlson (1988)'in bu çalışmasına ilgili araştırmalar bölümünde değinilmiş olmasına rağmen elde edilen sonuçların bu çalışma ile



karşılaştırılması için bir daha açıklama gereği duyulmuştur. Nitekim bu çalışmanın çıkış noktalarından biri farklı açılara sahip olan karışık maddelerin tek boyutlu kestirimidir. Bu çalışmada da karışık yapılı bir test oluşturmak için ayırt edicilik parametreleri ve buna bağlı olarak maddelere ait açılar manipüle edilmiştir. Buna göre basit maddeler için açı,  $0^{\circ}$ - $20^{\circ}$  arasında değişirken, karmaşık maddelerin açıları  $20^{\circ}$ - $70^{\circ}$  arasında değişmektedir. İki boyutlu testlerde 30 maddenin tümüne ait açıların ortalaması ise  $45^{\circ}$ -  $55^{\circ}$  arasında değişmektedir. Ayırt edicilik parametresinin 0.45 korelasyonda en az hata vermesi, açıların bu korelasyon değerine paralel olmasının bir sonucu olarak yorumlanabilir. Bu çalışmada test maddelerinin açıları Reckase, Ackerman ve Carlson (1988) çalışmasına benzerlik göstermektedir.

Ayırt edicilik parametresine göre iki boyutlu testler ile üç boyutlu testlerden elde edilen örüntüler farklılık göstermektedir. Üç boyutlu testlerde *MDISC* hariç diğer üç ayırt edicilik parametresi ile ortalama ayırt edicilik parametresine ait hatalar korelasyon arttıkça artmaktadır. Üç boyutlu testlerde maddelerin eksenlerle yaptığı açılar  $55^{\circ}$ - $59^{\circ}$  arasında değişmektedir. Açılar, iki boyutlu testlerdeki gibi orta düzeyde olmasına rağmen iki boyutlu testlerde açılar ile boyutlar arası korelasyona dair düşünülen hipotezin üç boyutlu testlere uymadığı söylenebilir. Kahraman (2013) tarafından yapılan benzer bir çalışmada, çok boyutlu bir testin ikinci boyutunun ihmal edilerek tek boyutlu kestiriminde, korelasyon arttıkça ayırt ediciliğe ait hatanın arttığı belirtilmiştir. Yazar çalışmasında iki boyutlu yapıları ele almıştır. Bu çalışmadaki iki boyutlu testlere dair sonuçlar bu bulgu ile örtüşmese de üç boyutlu testlere ait bulgular Kahraman'ın sonuçları ile paralellik göstermektedir. Kahraman, çok boyutlu yapıların tek boyutlu olarak kestirilmesinde ayırt edicilik parametresi için izdüşüm (projection) MTK modelini önermektedir. Bu model ile ayırt edicilik parametresinin daha az hata ile kestirildiği belirtilmiştir. Benzer bir çalışma ile izdüşüm MTK modeli ile ayırt edicilik parametresinin kestirimleri incelenebilir.

Her ne kadar *MDISC*, tek boyutlu yapılardaki ayırt edicilik parametresine karşılık gelse de Ansley ve Forsyth'in (1985) çalışmasında olduğu gibi hem iki boyutlu hem de üç boyutlu testlerde en düşük hatalar ortalama ayırt edicilik parametresinde elde edilmiştir. Testlerin kolay ya da zor olması boyutlar arası korelasyona göre elde edilen ayırt edicilik parametrelerine ait örüntüde bir değişiklik yaratmamıştır.

Dağılımların ayırt edicilik parametresini etkilemediğini belirten literatürde yer alan çalışmalara (Kirisci, Hsu, Yu, 2001) benzer olarak bu çalışmada da dağılımların iki boyutlu yapılarda ayırt edicilik parametresini çok az etkilediği görülse de genel olarak dağılımın iki ve üç boyutlu testlerdeki ayırt edicilik parametrelerini etkilemediği söylenebilir. Walker, Azen ve Schmitt (2006) tarafından yapılan bir çalışmada ikincil boyutların ortalamasının aşırı farklı ve/veya standart sapmanın sıfır olduğu durumlarda tek boyutluluğu inceleme yöntemlerinden biri olan DIMTEST'in gücünün azaldığı belirtilmiştir. Araştırmacılar çalışmalarında, ikincil boyuta ait ortalamanın (-1,+1) aralığında olduğu durumlarda DIMTEST'in en iyi sonuç verdiğini ifade etmiştir. Bu çalışmada da ele alınan dağılımların ortalamaları -0.5 ve -1.00 olup, ortalamaları farklılaştırmanın  $a$  parametresi üzerinde çok az etkili olmasının bu bilgi ile örtüştüğü söylenebilir. Hem iki hem de üç boyutlu testlerde dağılımların bu etkisi ortalama ayırt edicilik parametresinde ve *MDISC*'te görülmemiştir. Ayrıca ilgili dağılımın farklılaştırılmasıyla, aynı dağılama ilişkin ayırt edicilik parametresine ait RMSE değerlerinin yükselmesi beklendik bir sonuç iken;  $a_1$  parametresine göre hesaplanan hatalara ikinci boyuta ait dağılımın veya  $a_2$  parametresine göre hesaplanan hatalara birinci boyuta ait dağılımın olumlu etki etmesi şaşırtıcıdır. Bu durumun araştırmada kullanılan modelin telafi edici olmasından kaynaklandığı düşünülebilir. Nitekim aynı durum  $\theta$  parametrelerinde de görülmektedir. Birinci boyuta ait dağılım standart normal ve ikinci boyuta ait dağılım yalnızca normal iken, birinci boyutun ikinci boyutu telafi ettiği; bu nedenle bu koşuldaki RMSE değerlerinde bir düşüş olduğu söylenebilir. Aynı durum  $a_2$  için de geçerlidir. Birinci boyuta ait dağılımın farklılaştırılıp, ikinci boyuta ait dağılımın standart normal olduğu durumda  $a_2$  parametresine göre hesaplanan RMSE değerlerinde bir düşüş yaşanmaktadır. Ancak bu düşüş karmaşık madde sayısı ve boyutlar arası korelasyon arttıkça azalmaktadır. Bu durum özellikle iki boyutlu testlerde daha belirgin şekilde görülmekle beraber üç boyutlu testler için de söz konusudur.

Karmaşık madde sayısının ayırt edicilik parametresine etkisine dair her iki boyuta ve bütün ayırt edicilik parametrelerine genellenecek kadar düzenli bir örüntü elde edilememiştir. Ancak yine de elde edilen sonuçların ilginç olduğu söylenebilir. Örneğin, ortalama ayırt edicilik parametresine ait RMSE'lerin en düşük olduğu koşulda karmaşık madde sayısı arttıkça hata azalırken diğer koşullarda

artmaktadır. Bu durum hem iki hem de üç boyutlu testlerde görülmekle beraber testin orta güçlükte veya zor olması bu örüntüyü değiştirmemiştir. İki boyutlu testlerde  $a_1$  ve  $a_2$  parametresi için bütün koşullarda, üç boyutlu testlerde ise  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  parametreleri için çoğu koşulda karmaşık madde sayısı arttıkça hata azalmaktadır. Karmaşık madde sayısının artması, her iki boyutun etkili bir şekilde ölçülmesi anlamına gelmektedir. Reckase, Ackerman ve Carlson (1988) tarafından yapılan çalışmada en yüksek ayırt edicilik parametresi testin karmaşık diğer bir ifadeyle maddelerin her iki boyutu ölçtüğü durumda elde edilmiştir. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar Reckase, Ackerman ve Carlson (1988)'in en iyi ayırt edicilik parametresini elde ettiği koşullar ile benzerdir. Ayrıca karmaşık madde sayısı arttıkça dağılımların etkisinin azalması da boyutların etkili şekilde ölçüldüğü durumların daha dayanıklı olduğu şeklinde yorumlanabilir. Göçer Şahin, Walker ve Gelbal (2014) tarafından yapılan çalışmada iki senaryo üretilmiştir. Bu senaryoların birinde basit maddeler sadece bir boyuta yük verirken, diğer senaryoda basit maddeler her iki boyuta yük vermektedir. Bu şekildeki testlerin tek boyutlu olarak kestirimi sonucunda birinci boyutun daha iyi ölçüldüğü birinci senaryoda,  $a_2$  parametresine ait RMSE'ler ikinci senaryodakilerden genel olarak daha yüksek çıkmıştır. Her iki boyutun iyi ölçüldüğü durumda ise ayırt edicilik parametrelerine ait RMSE değerlerinin daha düşük çıktığı belirtilmiştir. Bu çalışmadan elde edilen bulguların bu sonuç ile paralel olduğu söylenebilir.

Testin zor ya da kolay olmasının ayırt edicilik parametresini çok fazla etkilememesi, zorluk ya da kolaylığın yetenek ile ilgili olmasından kaynaklanmaktadır. Madde ayırt ediciliği ise maddenin kalitesi ile ilgilidir. Nitekim güçlük parametresi ve yetenek parametrelerine ilişkin bulgular incelendiğinde, ayırt edicilik parametresinden ziyade bu parametrelerin testin zorluğu ya da kolaylığından çok daha fazla etkilendiği görülebilir.

#### **4.3.2. b parametresi:**

Literatürde yapılan çalışmalara paralel olarak (Ackerman, 1989; Reckase, Ackerman, Carlson, 1988; Zhang, 2008) bu çalışmada da "ideal" koşullarda güçlük parametresinin ayırt ediciliğe göre daha dayanıklı olduğu görülmüştür. Madde güçlüğü bireyin yeteneği ile ilgili bir parametredir. Bireyin yeteneğinin altındaki maddeler kolay, üzerindeki maddeler ise zor maddelerdir. Dolayısıyla bir maddenin güçlüğü veya kolaylığı, yetenek yani  $\theta$  ile ilgilidir.  $\theta$  dağılımlarını farklılaştırmanın

güçlük parametresini daha çok etkilemesi bu nedenle açıklanabilir. Benzer durum testin güçlüğünün farklılaştırılmasında da görülmektedir. Test zorlaştırıldığında RMSE değerlerinde ciddi bir artış meydana gelmektedir.

Hem iki hem de üç boyutlu testlerde güçlük parametresi için en düşük hata dağılımların standart normal ve korelasyonun 0.45 olduğu durumda elde edilmiştir. Göçer Şahin, Walker ve Gelbal (2014) tarafından yapılan çalışmada da karışık yapıli testlerde, maddelerin ağırlıklı olarak hangi boyuta yük verdiğinden bağımsız olarak en düşük RMSE yine 0.45 korelasyonda elde edilmiştir. Bu çalışmanın çarpıcı sonuçlarından biri de, dağılımlar standart normal dağılmıyor iken boyutlar arası korelasyon arttıkça hatanın azalmasıdır. Dağılımlardan hangisinin farklılaştırıldığı değil; bu farklılaştırmanın miktarı  $b$  parametresini etkilemektedir.

Karmaşık madde sayısına göre değerlendirildiğinde iki ve üç boyutlu testlerde elde edilen örüntünün benzer olduğu görülmektedir. Genel olarak değerlendirildiğinde bu örüntülerin çoğunda karmaşık madde sayısı arttıkça hata azalmıştır.

#### **4.3.3. $\theta$ parametresi:**

Test parametreleri için elde edilen sonuçlar farklı ve ilginç olsa da yetenek parametrelerine ait bulgular literatürde yer alan sonuçlara paraleldir (Ackerman, 1989; Ansley ve Forsyth, 1985; Doody, 1985; Drasgow ve Parsons, 1983; Zhang, 2008). Buna göre boyutlar arası korelasyon arttıkça yeteneklere ilişkin hatalar azalmıştır. Ansley ve Forsyth (1985) tarafından yapılan telafisel olmayan MTK modeline dayanan çok boyutlu verilerin tek boyutlu kestirildiği çalışmasında birinci boyuttaki ayırt edicilikler, ikinci boyutunkinden daha yüksektir. Yazarlar bu çalışmada ikinci boyuta ait hatanın birinci boyuttan yüksek olduğunu belirtmiştir. Ackerman'ın (1989) yaptığı benzer bir çalışmada her iki boyuta ait ayırt ediciliklerin ortalaması birbirine eşittir. Ackerman bu çalışmasında  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  için benzer hata değerleri elde etmiştir. Bu çalışmada elde edilen bulgular, Ansley ve Forsyth (1985) ve Ackerman'ın (1989) çalışmaları ile örtüşmektedir. Bu çalışmada boyutlara ait ayırt edicilik parametreleri benzer değerlere sahip olduğundan "normal" koşullarda  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  veya  $\theta_3$ 'e göre hesaplanan hata parametreleri birbirine yakındır. Ayrıca Ansley ve Forsyth'in (1985) çalışmasındaki bulguya paralel olarak bu çalışmada da ortalama  $\theta$ 'ya ait hata değerleri  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  veya  $\theta_3$ 'e dair hatalardan daha düşüktür. Karmaşık madde sayısına göre değerlendirildiğinde hem iki hem

de üç boyutlu yapılarda karmaşık madde sayısının artmasının yetenek parametresini genel olarak etkilemediği söylenebilir.

Dağılımları farklılaştırmanın etkisi, güçlük parametresinin yanı sıra yetenek parametrelerinde de görülmektedir. Kirisci, Hsu ve Yu (2001) tarafından yapılan çalışmada ANOVA testi sonuçlarına göre farklı türdeki dağılımlar yetenek parametresine anlamlı bir şekilde etki etmemektedir. Ancak bu çalışmada dağılımın farklılaştığı boyutlarda RMSE değerlerinde ciddi bir artış görülmektedir.



## 5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmaya ilişkin genel sonuçlara ve hem araştırmacılara hem de ileride yapılabilecek çalışmalara ilişkin önerilere verilmiştir.

### 5.1. Sonuç

Çok boyutlu yapıların tek boyutlu olarak kestirilmesi durumunda ortaya çıkacak hataların nasıl değiştiğine ilişkin çeşitli çalışmalar literatürde mevcuttur. Bu çalışmalarda kullanılan testlerin yapısının genellikle yaklaşık basit ve karmaşık yapıda olduğu görülmektedir. Ayrıca bu çalışmalarda incelenen boyut sayısının çoğunlukla iki ile sınırlandırıldığı söylenebilir. Bu çalışmada ise iki ve üç boyutlu, yaklaşık basit ve karmaşık maddelerin birlikte yer aldığı yarı karışık yapılı çok boyutlu testler tek boyutlu olarak kestirilmiştir. Genel itibariyle değerlendirildiğinde karışık yapılı çok boyutlu testler tek boyutlu olarak kestirildiğinde oldukça yüksek miktarda hata içeren sonuçların üretildiği söylenebilir. Bu hataların çizdiği örüntü madde, yetenek ve boyut sayısına göre farklılık göstermektedir.

#### 5.1.1. İki Boyutlu Yapılar

İki boyutlu testler için özellikle ayırt edicilik parametresine ait hataların boyutlar arası korelasyonlara göre çizdiği örüntünün alan yazından farklı olduğu söylenebilir.  $a_1$  ve  $a_2$  parametrelerine göre hesaplanan hatalar alan yazındaki gibi boyutlar arası korelasyon arttıkça azalmamış, parabolik bir eğri çizmiştir. Bu iki parametre için en düşük hatalar korelasyonun 0.45 olduğu durumda elde edilmiştir. Tek boyutlu MTK'daki ayırt edicilik parametresine karşılık gelen *MDISC*'e göre hesaplanan hatalar diğer ayırt edicilik parametrelerine göre daha yüksek olmakla birlikte, alan yazında yer alan sonuçlara benzer bir örüntü sergilemiştir. Madde ayırt ediciliklerinin ortalaması ise  $a_1$  ve  $a_2$  parametresine benzer bir örüntü çizmekle birlikte her iki parametreden daha düşük hatayla kestirilmiştir. Her iki boyutun etkili bir şekilde ölçüldüğü koşullarda diğer bir ifadeyle karmaşık madde sayısının basit madde sayısından daha fazla olduğu durumda,  $a_1$ ,  $a_2$  ve *MDISC*'e göre hesaplanan hatalar elde edilen hatalar genel olarak daha düşüktür. Yaklaşık basit madde sayısının daha fazla olduğu durumlarda dağılımların etkisi fazla iken karmaşık madde sayısı arttıkça dağılımların etkisi azalmaktadır. Genel olarak

değerlendirildiğinde, testin zor ya da orta güçlükte olmasının ayırt edicilik parametresini etkilemediği söylenebilir.

Yetenekle ilgili olan güçlük parametresi, beklendiği üzere dağılımlardan oldukça etkilenmiştir.  $b$  parametresi için hangi dağılımın farklılaştırıldığına bir önemi olmayıp, dağılımı farklılaştırma derecesi ön plana çıkmaktadır. Boyutlar arası korelasyon arttıkça dağılımların etkisi azalmıştır. Güçlük parametresine ait RMSE değerleri, koşulların çoğunda boyutlar arası korelasyon arttıkça azalmaktadır. Genel olarak karmaşık madde sayısı arttıkça  $b$  parametresine ait hatalar da azalmaktadır. Testin zor olması durumunda elde edilen hataların orta güçlükteki teste göre oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Ayrıca boyutlar arası korelasyon arttıkça orta ve zor testler için kestirilen hataların birbirine yaklaştığı söylenebilir. Genel olarak değerlendirildiğinde test, orta güçlükte ve dağılımlar standart normal olduğunda, çok boyutlu testlerin tek boyutlu olarak kestirilmesi durumunda  $b$  parametresinin, gerçek tek boyutlu testten elde edilen  $b$  parametresine oldukça yakın, dolayısıyla daha az hatayla kestirildiği söylenebilir.

İki boyutlu testlerdeki yetenek parametresi ile ilgili hatalar incelendiğinde ilk olarak göze çarpan hataların büyüklüğü ve dağılımların etkisidir. Dağılımın daha çok farklılaştırıldığı koşullarda elde edilen hataların daha büyük olduğu görülmektedir. Hangi dağılımı farklılaştırmanın daha etkili olduğu, hangi yetenek parametresi ile ilgilendiğimize bağlıdır. Örneğin birinci boyuta ait yetenek dağılımı farklılaştırıldığında  $\theta_1$ 'e göre hesaplanan hatalar yükselirken,  $\theta_2$ 'ye göre hesaplanan hatalar değişmemiş hatta biraz azalmıştır. Benzer biçimde ikinci boyuta ait dağılım farklılaştırıldığında,  $\theta_1$ 'e göre hesaplanan hatalar değişmez hatta çok az düşerken  $\theta_2$ 'ye göre hesaplanan hatalar artmıştır. Bir boyuta ait dağılım farklılaştığında diğer dağılıma ait hataların biraz azalmasının burada kullanılan modelin telafisel olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Çünkü telafisel modelde, bir boyutun diğer boyutun eksikliğini tamamlaması, telafi etmesi söz konusudur. Buna göre yetenek parametresinin dağılımlara duyarlı olduğu söylenebilir. Yetenek parametrelerinin korelasyonlara göre çizdiği örüntü ayırt edicilik parametrelerinin aksine alan yazında yer alan sonuçlarla benzerdir. Buna göre boyutlar arası korelasyon arttıkça yetenek parametrelerine ait hatalar azalmıştır. İki boyutlu testlerde karmaşık madde sayısının artışı ile ilgili bütün yetenek parametrelerine genellenecek bir örüntü elde edilememiştir.  $\theta_1$  ve  $\theta_2$ 'nin

ortalaması alınarak hesaplanan  $\theta_{ort}$ 'ya göre hesaplanan hatalar, bu iki parametreye ait hatalardan daha düşüktür. Genel olarak testin zor olmasının yetenek parametresini etkilediği, zor test için elde edilen hataların, orta güçlükteki testlerden daha yüksek olduğu görülmüştür.

### 5.1.2. Üç Boyutlu Yapılar

Bu çalışmada en çarpıcı sonuçların ayırt edicilik parametrelerine ait olduğu daha önce ifade edilmişti. Nitekim bu çarpıcı sonuçların en ilginçinin üç boyutlu yapılara ait olduğu söylenebilir. Çünkü alan yazında daha çok iki boyutlu yapılar ile ilgili çalışmalara rastlanmakta ve üç boyutlu yapıların da bu sonuçlara benzer bir örüntüde olacağı varsayılmaktadır. Ancak bu çalışmayla bu varsayımın her zaman doğru olmayacağı ortaya konmuştur.

Üç boyutlu yapılarda  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  ve  $a_{ort}$  parametrelerine göre hesaplanan RMSE değerlerinin boyutlar arası korelasyon arttıkça arttığı görülmektedir. Diğer üç parametrenin ortalaması alınarak hesaplanan  $a_{ort}$  en düşük hata ile kestirilmiştir. Boyutlar arası korelasyonun 0.90 olduğu koşullarda karmaşık madde sayısı arttıkça hatalar artarken, diğer korelasyonlarda azalmaktadır. Burada ayrıca *MDISC* ve diğer dört ayırt edicilik parametresinin karmaşık madde sayısı ile ilgili örüntülerin birbirinin tam tersi olduğu dikkat çekmektedir. Genel olarak dağılımların farklı ve testin zor veya orta güçlükte olmasının ayırt edicilik parametrelerini etkilemediği söylenebilir.

İki boyutlu yapılarda olduğu gibi üç boyutlu yapılardaki  $b$  parametresinde en çok dikkat çeken faktör dağılımların etkisidir. Burada hangi dağılımın farklılaştırıldığıının bir önemi olmaksızın ortalamaların değişim miktarına bağlı olarak  $b$  parametresine ait hatalar artmaktadır. Dağılımların standart normal olduğu koşullar dışında karmaşık madde sayısı arttıkça  $b$  parametresine ait hatalar azalmaktadır. Yine test zorlaştırıldığında  $b$  parametresine ait hatalarda özellikle dağılımların standart normal olduğu koşullarda ani bir yükselme meydana gelmektedir. Tüm koşullarda sağlanmasa da genel olarak güçlük parametresine ait RMSE değerlerinin boyutlar arası korelasyon arttıkça azaldığı söylenebilir.

Ayırt edicilik parametresine ait sonuçlar alan yazından ve bu çalışmadaki iki boyutlu yapılardaki sonuçlardan farklı olsa da, üç boyutlu yapılardaki yetenek parametresinin diğer çalışmalarla paralel olduğu görülmektedir. Tüm yetenek



parametrelerinde boyutlar arası korelasyon arttıkça hatalar azalmaktadır. Yine tüm yetenek parametrelerinde karmaşık madde sayısının artışı ile ilgili düzenli bir örüntü elde edilememiştir. İki boyutlu yapılarda olduğu gibi hangi boyutun dağılımı farklılaştırılmışsa o boyuta ait RMSE değerleri yüksek kestirilmekte, diğerinde ise hafif bir azalma meydana gelmektedir.  $\theta_{ort}$ 'ya ait hataların diğer üç yeteneğe ilişkin hatalardan düşük olduğu görülmektedir.

## 5.2. Öneriler

Araştırma sonuçlarından yola çıkarak geliştirilen öneriler iki başlık halinde aşağıda verilmiştir.

### 5.2.1. Uygulayıcılara Yönelik Öneriler

1. Her ne kadar test yapısının yaklaşık basit veya basit olduğu durumlarda, çok boyutlu bir testin tek boyutlu olarak kestirilmesi durumunda elde edilen hatalar nispeten düşük olsa da yarı karışık yapıdaki çok boyutlu testlerin tek boyutlu kestiriminde oldukça yüksek hatalar elde edilmektedir. Faktör analizi veya diğer yöntemlerle maddelerin faktör yükü belirlenerek testin yapısı ortaya konabilir. Eğer test karışık veya yarı karışık yapıda ise testin bu haliyle tek boyutlu olarak yorumlanmaması önerilmektedir.
2. Bu çalışmada kestirimlerin sonuçlarını değerlendirmede RMSE ve korelasyonlardan yararlanılması planlanmıştır. Ancak korelasyon değerleri bütün koşullarda benzer sonuçlar verdiği için iyi bir değerlendirme ölçütü olamamış, araştırmadan çıkarılmıştır. Dolayısıyla bundan sonraki çalışmalarda kestirim kararlılığını belirlemede genel bir bilgi edinmek için korelasyonların, daha hassas bilgi sağlamak ve hatanın büyüklüğünü anlamak için ise RMSE'nin hesaplanması önerilmektedir.
3. Bir çalışmada amaç, bireylerin yeteneklerini tek bir ölçek düzeyine indirgeyip incelemekse birbiriyle ilişkili boyutları olan çok boyutlu bir test kullanılması önerilmektedir. Çünkü hem iki hem üç boyutlu testlerde boyutlar arası korelasyon arttıkça yetenek parametresine ait hatalar azalmıştır. Ancak amaç nitelikli bir test geliştirmekse iki boyutlu test için boyutlar arası korelasyonun 0.45; üç boyutlu test için ise korelasyonun 0.00 olduğu koşulu içeren yarı karışık yapıları testlerle çalışılabilir.

4. Bu çalışmada dağılımların ayırt edicilik parametrelerini çok fazla etkilemediği görülmüştür. Eğer amaç bireylerin yeteneklerine dayanarak karar vermekse, yetenekleri standart normal dağılımdan gelen bir evren ile çalışılması önerilebilir. Ancak amaç ayırt ediciliklerine göre nitelikli bir test oluşturmaksa, boyutların dağılımının bir önemi bulunmamaktadır.
5. Bu çalışmada birey yeteneği ile ilgili olan  $\theta$  ve  $b$  parametrelerinin testin güçlüğünden çok etkilendiği görülmüştür. Bir önceki maddelere benzer olarak eğer bireylerin yetenekleri ile ilgileniyorsa testin orta güçlükte olması gerektiği söylenebilir.
6. Karmaşık madde sayısı arttıkça testin daha fazla ölçüde çok boyutlu bir yapıya dönüştüğü söylenebilir. Basit madde sayısının en fazla olduğu koşulda test yaklaşık basit yapıya en yakındır. Dolayısıyla basit veya yaklaşık basit çok boyutlu bir yapı tek boyutlu bir teste daha benzerdir. Tek boyutlu kestirim için karmaşık veya karışık bir yapıdansa, basit yapı testlerin kullanılması önerilebilir.

### 5.2.2. İleri Araştırmalara Yönelik Öneriler

1. Bu konuya ilişkin alan yazındaki çalışmalar genelde iki boyutlu yapılar ile sınırlı iken bu çalışmada üç boyutlu yapılar da ele alınmıştır. Benzer bir çalışma boyut sayısı artırılarak yapılabilir.
2. Bu çalışmada ele alınan test yarı karışık yapıdadır. Basit veya karmaşık madde sayıları farklılaştırılarak daha farklı bir yapı veya katı karışık bir test ile benzer bir çalışma yürütülebilir.
3. Bu çalışmada ele alınan koşullar, test yapısı, boyutlar arası korelasyon, testin güçlüğü ve farklı yetenek dağılımlarıdır. Benzer bir çalışma bu koşullara ait farklı değerler ele alınarak veya başka koşullar eklenerek tekrarlanabilir.
4. Bu çalışmada madde sayısı 30 ve örneklem büyüklüğü 5000 olarak sabitlenmiştir. Örneklem büyüklüğü ve test uzunluğu etkisini sınamak üzere farklı madde sayıları ve birey sayıları ile çalışılabilir.
5. Bu araştırmanın sonuçları, tek boyutlu test sonuçları ile karşılaştırılarak değerlendirilmiştir. Benzer bir çalışma, tek boyutluluğun ihlal edilip edilmediğini belirlemeye yönelik geliştirilen indeksler kullanılarak değerlendirilebilir.

6. Bu çalışmada 2PL ve telafisel modeller ile çalışılmıştır. Bundan sonraki çalışmalarda 3PLM ve çok kategorili modeller ile birlikte telafisel modeller kullanılarak sonuçlar incelenebilir.
7. Araştırmada madde parametrelerinin kestirimi Marginal Maximum Likelihood (MML); yetenek parametreleri için ise Expected a Posteriori (EAP) yöntemleri kullanılarak BILOG programı aracılığıyla yapılmıştır. Farklı kestirim yöntemleri kullanılarak kestirim yöntemlerin bu sonuçlar üzerine etkisi araştırılabilir.
8. BILOG programı uzun yıllardır kullanılmakla birlikte son yıllarda tek boyutlu kestirimler yapabilen farklı programlar gündemdedir. Programların etkisini karşılaştırmak için BILOG ve farklı programlarla benzer bir çalışma yürütülebilir.
9. Bu çalışmada ele alınan koşullarda üretilen çok boyutlu testlerden elde edilen puanlara dayanarak yapılacak birey yerleştirme veya sınıflamaları incelenerek bu sonuçların pratikteki karşılıkları araştırılabilir.

## KAYNAKÇA

- Ackerman, T. A. (1989). Unidimensional IRT calibration of compensatory and noncompensatory multidimensional items. *Applied Psychological Measurement*, 13, 113–127.
- Ackerman, T. A. (1992). A didactic explanation of item bias, item impact, and item validity from a multidimensional perspective. *Journal of Educational Measurement*, 29(1), 67- 91.
- Ackerman, T.A., Gierl, M.J., & Walker, C.M. (2003). *Using multidimensional item response theory to evaluate educational and psychological tests*. Educational Measurement: Issues and Practice: MIRT Instructional Module.
- Ansley, T. N., & Forsyth R. A. (1985). An examination of the characteristics of unidimensional IRT parameter estimates derived from two dimensional data. *Applied Psychological Measurement*, 9(1), 37-48.
- Birnbaum, A. (1968). Some latent trait models and their use in inferring an examinee's ability. In Lord, F.M. & Novick, M.R. (Eds.), *Statistical theories of mental test scores*. Reading, MA: Addison–Wesley.
- Bock, R. D., Gibbons, R., Schilling, S. G., Muraki, E., Wilson, D. T., & Wood, R. (2003). TESTFACT 4.0 [Computer software and manual]. Lincolnwood, IL: Scientific Software International.
- Bolt, D.M. (1999). Evaluating the effects of multidimensionality on IRT true-score equating. *Applied Measurement in Education*, 12, 383-406.
- Cai, L., du Toit, S. H. C., & Thissen, D. (2011). *IRTPRO: User guide*. Lincolnwood, IL: Scientific Software International.
- Cai, L. (2013). flexMIRT version 2: Flexible multilevel multidimensional item analysis and test scoring. [computer software] Chapel Hill, NC: Vector Psychometric Group.
- Çakıcı Eser, D. (2014). *Çok boyutlu madde tepki kuramının farklı modellerinden çeşitli koşullar altında kestirilen parametrelerin incelenmesi* (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Davey, T., Nering M. L., & Thompson, T. (1997). *Realistic simulation of item response data* (ACT Research Report No. 97-4). Retrived from Eric website: <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED414297.pdf>
- De Champlain, A. F. (1996). The effect of multidimensionality on IRT true-score equating for subgroups of examinees. *Journal of Educational Measurement*, 33, 181–201.
- Doody, E. N. (1985, March). *Examining the effects of multidimensional data on ability and item parameter estimation using the three-parameter logistic model*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago.
- Drasgow, F., & Parsons, C. K. (1983). Application of unidimensional item response theory models to multidimensional data. *Applied Psychological Measurement*, 7, 189-199.

- Embretson, S.E., & Reise, S.P. (2000). *Item response theory for psychologists*. Lawrence Erlbaum associate, inc.
- Fraser, C., & McDonald, R. (1988). NOHARM: Least squares item factor analysis. *Multivariate Behavioral Research*, 23, 267-269.
- Göçer Şahin, S., Walker, C., & Gelbal, S. (2014). The impact of model misspecification with multidimensional test data. Proceeding of the 79th Annual Meeting of the Psychometric Society, Madison, USA.
- Hambleton, R. K., Swaminathan, H., Cook, L. L., Eignor, D. R., & Gifford, J. A. (1978). Developments in latent trait theory: Models, technical issues, and applications. *Review of Educational Research*, 48, 467-510.
- Hambleton, R.K., & Swaminathan, H. (1985). *Item response theory principles and applications*. Kluwer-Nijhoff Publishing. Boston-USA.
- Hambleton, R. K., Swaminathan, H., & Rogers, H.J. (1991). *Fundamentals of item response theory*. Newbury Park CA: Sage.
- Hambleton, R. K., & Jones, R. W. (1993). An NCME module on comparison of classical test theory and item response theory and their applications to test development. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 12(3), 38-47.
- Harrison, D. A. (1986). Robustness of IRT parameter estimation to violations of the unidimensionality assumption. *Journal of Educational Statistics*, 11(2), 91-115.
- Harwell, M., Stone, C.A., Hsu, T.C., & Kirisci, L. (1996). Monte Carlo studies in item response theory. *Applied Psychological Measurement*, 20, 101-125.
- Kahraman Capar, N. (2001). *Analyzing multidimensional response data structure represented by unidimensional IRT models* (Unpublished doctoral dissertation). Florida State University.
- Kahraman, N. (2013), Unidimensional interpretations for multidimensional test items. *Journal of Educational Measurement*, 50, 227–246. doi:10.1111/jedm.12012.
- Kirisci, L., Hsu, T., & Yu, L. (2001). Robustness of item parameter estimation programs to assumptions of unidimensionality and normality. *Applied Psychological Measurement*, 25, 146-162.
- Koğar, (2014). *Madde tepki kuramının farklı uygulamalarından elde edilen parametrelerin ve model uyumlarının örneklem büyüklüğü ve test uzunluğu açısından karşılaştırılması* (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Köse, İ. A. (2010). *Madde tepki kuramına dayalı tek boyutlu ve çok boyutlu modellerin test uzunluğu ve örneklem büyüklüğü açısından karşılaştırılması* (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Lord, F. M., & Novick, R. (1968). *Statistical theories of mental test scores*. Reading MA: Addison-Wesley.
- Luecht, M. R., & Miller, R. T. (1992). Unidimensional calibrations and interpretations of composite traits for multidimensional tests. *Applied Psychological Measurement*, 16(3), 279-293.

- McDonald R. P. (1982). Linear versus nonlinear models in item response theory. *Applied Psychological Measurement*, 6(4), 379–396.
- McDonald, R. P. (1999). *Test theory: A unified treatment*. Mahwah, N.J.: L. Erlbaum Associates.
- Oshima, T. C., & Miller, M. D. (1990). Multidimensionality and IRT-based item invariance indexes: The effect of between group variation in trait correlation. *Journal of Educational Measurement*, 27, 273–283.
- Özkan, Y. Ö. (2012). *Öğrenci başarılarının belirlenmesi sınavından (öbbs) klasik test kuramı, tek boyutlu ve çok boyutlu madde tepki kuramı modelleri ile kestirilen başarı puanlarının karşılaştırılması* (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Raykov, T. (1997). Scale reliability, cronbach's coefficient alpha, and violations of essential tau-equivalence for fixed congeneric components. *Multivariate Behavioral Research*, 32, 329-354.
- Reckase, M. D. Ackerman, T. A., & Carlson, J. E. (1988). Building a unidimensional test using multidimensional items. *Journal of Educational Measurement*, 25, 193-203.
- Reckase, M. D. (2009). *Multidimensional item response theory (statistics for social and behavioral sciences)*. New York: Springer.
- Sünbül, Ö. (2011). *Çeşitli boyutluluk özelliklerine sahip yapılarda, madde parametrelerinin değişmezliğinin klasik test teorisi, tek boyutlu madde tepki kuramı ve çok boyutlu madde tepki kuramı çerçevesinde incelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Mersin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Mersin.
- Tate, R. L. (2004). Implications of multidimensionality for total score and subscore performance. *Applied Measurement in Education*, 17(2), 89-112.
- Traub, R. E. (1983). A priori considerations in choosing an item response model. In R. K. Hambleton (Ed.), *Applications of item response theory* (pp. 57-70). Vancouver, BC: *Educational Research Institute of British Columbia*.
- Walker, C.M., & Beretvas, S.N. (2003). Comparing multidimensional and unidimensional proficiency classifications: multidimensional IRT as a diagnostic aid. *Journal of Educational Measurement*, 40(3), 255- 275.
- Walker, C. M., Azen, R., & Schmitt, T. (2006). Statistical versus substantive dimensionality the effect of distributional differences on dimensionality assessment using DIMTEST. *Educational and Psychological Measurement*, 66(5), 721-738.
- Yao, L. (2003). *BMIRT: Bayesian multivariate item response theory*. [Computer software]. Monterey, CA: CTB/McGraw-Hill.
- Yavuz, G. (2014). *Çok boyutlu madde tepki kuramı modelleri ve paket programları için karşılaştırmalı analizler* (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Zhang, B. (2008). Application of unidimensional item response models to tests with items sensitive to secondary dimension. *The Journal of Experimental Education*, 77(2), 147-166.

- Zhang, J. (2005). *Estimating multidimensional item response models with mixed structure*. ETS Research Report, RR-05-04.
- Zhang, J. (2012). Calibration of response data using MIRT models with simple and mixed structures. *Applied Psychological Measurement*, 36, 375-398.
- Zinbarg, R.E., Revelle, W., Yovel, I., & Li, W. (2005). Cronbach's  $\alpha$ , Revelle's  $\beta$  and McDonald's  $\omega$ : their relations with each other and two alternative conceptualizations of reliability. *Psychometrika*, 70(1), 1-11.





**EKLER DİZİNİ**



# EK 1. ETİK KOMİSYON İZİN MUAFİYET FORMU

Form: 40

## Tez Çalışması Etik Komisyon İzin Muafiyeti Formu

26 / 12 / 2016

Hacettepe Üniversitesi  
Eğitim Bilimleri Enstitüsü  
Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı Başkanlığı'na

**Tez Başlığı / Konusu:** Yarı Karışık Yapılı Çok Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Ele Alınması Durumunda Kestirilen Parametrelerin İncelenmesi

Yukarıda başlığı/konusu gösterilen tez çalışmam:

1. İnsan ve hayvan üzerinde deney niteliği taşımamaktadır,
2. Biyolojik materyal (kan, idrar vb. biyolojik sıvılar ve numuneler) kullanılmasını gerektirmemektedir.
3. Beden bütünlüğüne müdahale içermemektedir.
4. Gözlemsel ve betimsel araştırma (anket, ölçek/skala çalışmaları, dosya taramaları, veri kaynakları taraması, sistem-model geliştirme çalışmaları) niteliğinde değildir.

Hacettepe Üniversitesi Etik Kurullar ve Komisyonlarının Yönergelerini inceledim ve bunlara göre tez çalışmamın yürütülebilmesi için herhangi bir Etik Komisyondan/Kuruldan izin alınmasına gerek olmadığını; aksi durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

  
Sakine GÖÇER ŞAHİN  
(Öğrencinin Adı Soyadı, İmzası)

### Öğrenci Bilgileri

Adı Soyadı	Sakine GÖÇER ŞAHİN
Öğrenci No	N11145115
Anabilim Dalı	Eğitim Bilimleri
Programı	Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme
Statüsü	<input type="checkbox"/> Yüksek Lisans <input checked="" type="checkbox"/> Doktora <input type="checkbox"/> Bütünleşik Dr.

### Danışman Görüşü ve Onayı

"Yarı Karışık Yapılı Çok Boyutlu Yapıların Tek Boyutlu Olarak Ele Alınması Durumunda Kestirilen Parametrelerin İncelenmesi" başlıklı tez çalışmasında bilgisayar ortamında simülasyon yöntemi ile veri üretilmiş olup, herhangi bir birey ya da denek üzerinden veri toplanmamıştır.

  
Prof. Dr. Selahattin GELBAL  
(İmza)  
(Danışmanın Ünvanı, Adı ve Soyadı)

## EK 2. ÇOK BOYUTLU VERİLERİN ÜRETİLMESİNDE KULLANILAN SAS KODLARI

### 2 Boyutlu Verilerin Üretilmesinde Kullanılan SAS Kodları

```
data parms;
    INFILE "C:\mirt\parms.txt";
    INPUT a1 a2 d1;
run;
proc iml;
    call randseed(0);
    use parms;
    read all var {a1 a2} into a;
    read all var {d1} into d;

    *print a;
    *print d;

    /*generate b and  $\theta$  from the standard normal distribution*/
    *b=j(30,1);
    mean = {0,-1}; *change these values to transform  $\theta_1$  and  $\theta_2$  to a different mean;
    cov = {1 0.90,
           0.90 1}; *change the covariance to modify the correlation between dimensions;
     $\theta$  = RANDNORMAL(5000,mean,cov);

    * $\theta_1$ = $\theta$ [,1];
    * $\theta_2$ = $\theta$ [,2];
    *  $\theta_3$ = $\theta$ [,3];
    * d=(-(a1#b+a2#b));
    /*generate response data*/

    z=j(5000.30);
    p=j(5000.30);
    u=j(5000.30);

    do j=1 to 5000;
        do i=1 to 30;

            p[j,i]= exp(a[i,]* $\theta$ [,j]+d[i,])/
            (1+(exp(a[i,]* $\theta$ [,j]+d[i,])));

            u[j,i]=ranuni(0);
            if p[j,i]<u[j,i] then z[j,i]=0;
            else if p[j,i]>=u[j,i] then z[j,i]=1;
        end;
    end;
    create response from z;
    append from z;
    names1={ $\theta_1$   $\theta_2$ };
    create  $\theta$  from  $\theta$  [colname=names1];
    append from  $\theta$ ;
quit;
*data keep1;
    *set bt;
    *file "C:\mirt\bpar\bpar.txt";
```

```
        *put bt;
*run;
data keep2;
  set response;
  file "C:\mirt\mirt_data.txt";
  put (col1-col30)(1.0);
run;
*data keep3;
*set d;
*file "C:\mirt\dpar\dpar.txt";
*put d;
*run;
proc corr data=keep2 alpha;
  var col1-col30;
  ods output cronbachalpha=alpha;
run;
data alpha_need;
  set alpha;
  if _n_=1;
  keep alpha;
  file "c:\mirt\alpha\alpha.txt" mod;
  put alpha;
run;
data  $\theta$ ;
  set  $\theta$ ;
  file "C:\mirt\theta.txt";
  put  $\theta$ 1  $\theta$ 2;
run;
```

### 3 Boyutlu Verilerin Üretilmesinde Kullanılan SAS Kodları

```
data parms;
    INFILE "C:\mirt\parms.txt";
    INPUT a1 a2 a3 d1;

run;
proc iml;
    call randseed(0);
    use parms;
    read all var {a1 a2 a3} into a;
    read all var {d1} into d;

    *print a;
    *print d;

    /*generate b and  $\theta$  from the standard normal distribution*/
    *b=j(30,1);
    mean = {0,-0.5,-1}; *change these values to transform  $\theta_1$  and  $\theta_2$  to a different mean;
    cov = {1 0.90 0.90,
           0.90 1 0.90,
           0.90 0.90 1}; *change the covariance to modify the correlation between dimensions;
     $\theta$  = RANDNORMAL(5000,mean,cov);

    * $\theta_1$ = $\theta$ [:,1];
    * $\theta_2$ = $\theta$ [:,2];
    *  $\theta_3$ = $\theta$ [:,3];
    * d= $-(a_1 \# b + a_2 \# b)$ ;
    /*generate response data*/

    z=j(5000,30);
    p=j(5000,30);
    u=j(5000,30);

    do j=1 to 5000;
        do i=1 to 30;

             $p[j,i] = \exp(a[i,] * \theta[:,j] + d[i,]) /$ 
            ( $1 + \exp(a[i,] * \theta[:,j] + d[i,])$ );

            u[j,i]=ranuni(0);
            if  $p[j,i] < u[j,i]$  then  $z[j,i]=0$ ;
            else if  $p[j,i] \geq u[j,i]$  then  $z[j,i]=1$ ;
        end;
    end;
    create response from z;
    append from z;
    names1={ $\theta_1$   $\theta_2$   $\theta_3$ };
    create  $\theta$  from  $\theta$  [colname=names1];
    append from  $\theta$ ;
quit;
*data keep1;
    *set bt;
    *file "C:\mirt\bpar\bpar.txt";
    *put bt;

*run;
data keep2;
    set response;
```

```
file "C:\mirt\mirt_data.txt";
put (col1-col30)(1.0);
run;
*data keep3;
*set d;
*file "C:\mirt\dpar\dpar.txt";
*put d;
*run;
proc corr data=keep2 alpha;
var col1-col30;
ods output cronbachalpha=alpha;
run;
data alpha_need;
set alpha;
if _n_=1;
keep alpha;
file "c:\mirt\alpha\alpha.txt" mod;
put alpha;
run;
data theta;
set theta;
file "C:\mirt\theta.txt";
put theta1 theta2 theta3;
run;
```

**EK 3. YAKLAŞIK BASİT MADDE SAYISININ 6, TESTİN ORTA GÜÇLÜKTE VE ÜÇ BOYUTLU OLDUĞU KOŞUL İÇİN MADDE PARAMETRELERİ**

<i>Boyutlar</i>	<i>Maddeler</i>	<i>a<sub>1</sub></i>	<i>a<sub>2</sub></i>	<i>a<sub>3</sub></i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>MDISC</i>	<i>D</i>	<i>Açı</i>
Birinci faktöre yük veren basit maddeler	1	1.038	0.051	0.053	1.038	-1.187	1.041	1.140	4.064
	2	1.067	0.047	0.048	0.989	-1.101	1.069	1.030	3.580
İkinci faktöre yük veren basit maddeler	3	0.050	0.980	0.045	1.031	-1.063	0.983	1.081	87.055
	4	0.050	1.045	0.050	1.067	-1.167	1.047	1.115	87.278
Üçüncü faktöre yük veren basit maddeler	5	0.055	0.053	0.991	0.983	-0.106	0.994	0.107	86.848
	6	0.046	0.044	1.117	0.932	-0.083	1.119	0.075	87.650
Her iki faktöre yük veren karmaşık maddeler	7	0.989	0.939	1.132	0.980	-1.890	1.772	1.066	56.078
	8	0.983	0.854	1.032	1.003	-1.842	1.662	1.109	53.745
	9	1.003	1.033	0.958	1.062	-2.162	1.729	1.251	54.555
	10	1.038	0.964	1.013	1.045	-2.091	1.741	1.201	53.425
	11	0.893	0.786	1.020	1.038	-1.742	1.567	1.112	55.250
	12	0.948	1.236	0.936	0.960	-2.097	1.817	1.154	58.544
	13	0.873	0.978	1.152	1.126	-2.085	1.745	1.194	59.983
	14	1.017	1.046	0.969	0.893	-1.843	1.752	1.052	54.507
	15	0.969	0.877	1.096	0.968	-1.785	1.705	1.047	55.386
	16	0.966	1.024	1.055	0.868	-1.727	1.759	0.981	56.713
	17	0.922	1.028	0.903	0.948	-1.849	1.650	1.121	56.016
	18	0.969	1.008	1.021	1.014	-2.005	1.731	1.158	55.971
	19	1.014	1.068	1.300	1.125	-2.342	1.964	1.192	58.927
	20	0.984	1.012	0.969	0.873	-1.743	1.712	1.018	54.914
	21	0.970	0.968	0.923	0.999	-1.936	1.652	1.171	54.054
	22	1.009	0.995	0.953	0.886	-1.774	1.707	1.039	53.781
	23	1.033	1.026	1.104	1.017	-2.093	1.827	1.146	55.578
	24	0.926	0.921	0.978	0.990	-1.829	1.632	1.120	55.416
	25	1.059	1.013	0.920	0.986	-2.044	1.731	1.181	52.259
	26	1.030	0.931	1.195	0.969	-1.900	1.832	1.037	55.772
	27	1.017	1.061	1.074	0.995	-2.069	1.820	1.136	56.019
	28	1.136	0.802	0.994	0.976	-1.892	1.710	1.107	48.349
	29	1.168	1.144	0.900	0.966	-2.232	1.866	1.196	51.269
	30	1.009	1.001	0.988	1.040	-2.090	1.731	1.208	54.332

## EK 4. ORJİNALLİK RAPORU

Rapor Tarihi	Sayfa Sayısı	Karakter Sayısı	Savunma Tarihi	Benzerlik Endeksi	Gönderim Numarası
02/01/2017	101	168818	30/09/2016	%3	756475312

Uygulanan filtreler:  
1- Kaynakça hariç  
2- Alıntılar dâhil  
3- 5 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orjinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı: Sakine GÖÇER ŞAHİN  
Öğrenci No: N11145115  
Anabilim Dalı: Eğitim Bilimleri  
Programı: Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme  
Statüsü:  Y.Lisans  Doktora  Bütünleşik Dr.

**DANIŞMAN ONAYI**

UYGUNDUR.

Prof. Dr. Selahattin GELBAL

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

<i>Adı Soyadı</i>	Sakine GÖÇER ŞAHİN
<i>Doğum Yeri</i>	Adıyaman
<i>Doğum Tarihi</i>	16/01/1985

### Eğitim Durumu

<i>Lise</i>	Adıyaman Anadolu Öğretmen Lisesi	2002
<i>Lisans</i>	Mersin Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2007
<i>Yabancı Dil</i>	İngilizce: Okuma (İyi), Yazma (Orta), Konuşma (İyi)	

### İş Deneyimi

<i>Çalıştığı Kurumlar</i>	Mersin Üniversitesi Bartın Üniversitesi Hacettepe Üniversitesi	2007-2011 2011-2012 2012- 2016
---------------------------	--	--------------------------------------

### İletişim

<i>e-Posta Adresi</i>	sgocersahin@gmail.com
-----------------------	-----------------------

<i>Jüri Tarihi</i>	30/09/2016
--------------------	------------