LİSE ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK DERSİ KAPSAMINDA ÖRNEK ÜRETME BECERİLERİ

EXAMPLE GENERATION ABILITIES OF HIGH SCHOOL STUDENTS WITHIN THE CONTEXT OF MATHEMATICS COURSE

Mert YÜCE

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı İçin Öngördüğü

Yüksek Lisans Tezi

olarak hazırlanmıştır.

2017

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Mert YÜCE'nin hazırladığı "LİSE ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK DERSİ KAPSAMINDA ÖRNEK ÜRETME BECERİLERİ" başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından **Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Başkan	Prof. Dr. Ali BÜLBÜL	
Üye (Danışman)	Doç. Dr. Şenol DOST	
Üye	Doç. Dr. Memet KULE	

ONAY

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından 20 / 01 / 2017 tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunca ..... / ..... / .... tarihinde kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ali Ekber ŞAHİN
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kağıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

☐ **Tezimin/Raporumun tamamı dünya çapında erişime açılabilir ve bir kısmı veya tamamının fotokopisi alınabilir.**
(Bu seçenekle teziniz arama motorlarında indekslenebilecek, daha sonra tezinizin erişim statüsünün değiştirilmesini talep etseniz ve kütüphane bu talebinizi yerine getirse bile, teziniz arama motorlarının önbelleklerinde kalmaya devam edebilecektir)

☒ **Tezimin/Raporumun 02.02.2018 tarihine kadar erişime açılmasını ve fotokopi alınmasını (İç Kapak, Özet, İçindekiler ve Kaynakça hariç) istemiyorum.**
(Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin/raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir, kaynak gösterilmek şartıyla bir kısmı veya tamamının fotokopisi alınabilir).

☐ **Tezimin/Raporumun .... tarihine kadar erişime açılmasını istemiyorum ancak kaynak gösterilmek şartıyla bir kısmı veya tamamının fotokopisinin alınmasını onaylıyorum.**

☐ **Serbest Seçenek/Yazarın Seçimi:**
....
....
......

23 /01 /2017

Mert YÜCE

iii

ETİK BEYANNAMESİ

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

Mert YÜCE

TEŞEKKÜR

Yükseklisans tez çalışmam süresince, bana her koşulda yardımcı olmaya çalışan ve yol gösteren danışmanım Doç. Dr. Şenol DOST’ a, yükseklisans eğitim aşamasında ve sonrasında bana yardımları olan bütün Matematik Öğretmenliği Programındaki hocalarıma teşekkür ederim.

Hayatımın her aşamasında beni destekleyen ve bana yardımcı olan annem Tülin YÜCE, babam İbrahim Halil YÜCE ve ablam Selvi YÜCE’ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca tez çalışmam süresince her zaman yanımda olan, yardımlarını ve değerli vakitlerini benden esirgemeyen tüm öğretmen arkadaşlarıma teşekkür ederim.

LİSE ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK DERSİ KAPSAMINDA ÖRNEK ÜRETME BECERİLERİ

Mert YÜCE

ÖZ

Bu çalışmada lise öğrencilerinin matematik dersindeki örnek üretme becerileri incelenmiştir. Nitel araştırma yöntemi kullanılarak yürütülen bu araştırma durum çalışması şeklinde gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu bir orta öğretim kurumunun 2015-2016 eğitim-öğretim yılında öğrenim gören 83'ü kız, 46'sı erkek olmak üzere toplam 129 öğrenci oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak öğrencilere daha önce işledikleri konularla ilgili örnek üretme soruları uygulanmış ve öğrencilerin örnek üretme süreçlerini derinlemesine analiz edebilmek için çalışma grubundan 22 öğrenci ile birebir görüşme yapılmıştır. Görüşmeye katılacak öğrenciler uygulama sorularına verilen cevaplar ve matematik dersi başarı durumu değerlendirmesine göre amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Görüşme esnasında öğrencilerden sorulara verdikleri cevapların nedenlerini söylemeleri ve bu bağlamda (varsa) yeni düşüncelerini kendilerine ait olan uygulama formlarına aktarmaları istenmiştir. Ayrıca yapılan bu görüşmeler öğrencilerin izniyle ses kaydına alınmıştır. Elde edilen veriler içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir.

Araştırmanın sonucunda öğrencilerin örnek üretirken daha çok deneme yanılma stratejisini kullandığı üst düzey düşünme becerisi gerektiren analiz stratejisini ise kullanamadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin bazılarında yer alan kavram imajlarının matematiksel olarak bir karşılığının olmadığı bir kısmında ise herhangi bir kavram imajının bulunmadığı görülmüştür. Yeterli seviyede kavram bilgisi ve örnek uzaya sahip olmamaları nedeniyle öğrencilerde kavram yanılgılarının oluştuğu; örnek üretme etkinliklerinde işlemsel öğrenmenin tek başına yeterli olmadığı çıkarılan diğer sonuçlardır.

Araştırmanın son bölümünde araştırmacılara, matematik program geliştiricilerine ve eğitimcilere yönelik önerilere yer verilmiştir.

Anahtar sözcükler: Örnek üretme, örnek üretme stratejileri, kavram, kavram imajı, örnek uzay, kavram yanılgısı

Danışman: Doç. Dr. Şenol DOST, Hacettepe Üniversitesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı

EXAMPLE GENERATION ABILITIES OF HIGH SCHOOL STUDENTS WITHIN THE CONTEXT OF MATHEMATICS COURSE

Mert YÜCE

ABSTRACT

In this study example generation abilities of high school students were examined within the context of mathematics course. The study in which used qualitative research method was carried out as a case study. The participants of the study are 129 students consist of 83 girls and 46 boys being educated in 2015-2016 academic year at a high school. As data collection tools example generation questions about topics taught before were formed to students. Withal it has been interviewed with 22 students as individual to analyse in-dept example generation processes of students. Students who taked part in interwiev were choosen with aimed sample technique according to answers given in application of example generation and mathematics course success evaluation. During the interview students were asked to say the reasons for the answers given before and write if they have new thaughts on their application papers. Also this interviews were recorded with the students permission. Obtained datas were examined with content analysis method.

At the end of the study, it was determined that most of the students used trial and error strategy during example generation process and analysis strategy which needs top level cognitive ability wasn't used by students. İt was observed that some of students concept image corresponded to nothing mathematically and a part of students didn't have any concept image. Data analysis also indicated that many of students have misconceptions because of limited example spaces and concept knowledges and only procedural learning isn't enough at the example generation activities.

At the last part of this study suggestions are made for researchers, mathematics curriculum developers and educators.

Keywords: Example generation, example generation strategies, concept, concept image, example space, misconception

Advisor: Ph.D. Associate Professor Şenol DOST, Hacettepe University, Department of Secondary School Science and Mathematics Education, Division of Mathematics Education

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR DİZİNİ

ŞEKİLLER DİZİNİ

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

akt: Aktaran

TDK: Türk Dil Kurumu

LGEs: Learner Generated Examples

APOS: Actions, Processes, Objects, Schemas

1. GİRİŞ

Bu bölümde problem durumu, araştırmanın amacı ve önemi, problem cümlesi, sayıltılar, sınırlılıklar, tanımlar ve araştırmanın kuramsal temeli yer almaktadır.

1.1. Problem Durumu

Öğrencilerin, matematiksel düşünme becerisi gelişmiş iyi birer problem çözücü olarak yetiştirilmesini hedefleyen matematik programı; matematiksel kavramlara ve aralarındaki ilişkilere, temel matematiksel işlemler ve bu işlemlerin sahip olduğu matematiksel anlamlara vurgu yapmaktadır. Programda işlemsel ve bilgi odaklı matematik öğretiminden ziyade matematiksel kavramların sınıf ortamında tartışmalarla beraber yapılandırıldığı, işlemsel ve kavramsal bilginin bir arada ve dengeli bir şekilde yürütüldüğü bir yaklaşım esas alınmaktadır. Yine bu program ile öğrencilerin informal tecrübelerinden ve sezgilerinden yola çıkarak matematiksel anlamları oluşturmalarına ve soyutlama yapabilmelerine yardımcı olmak hedeflenmektedir (Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı, 2013). Öğrenciler, otoritelere bağlı kalmak yerine matematiksel düşünmeye alıştırıldığında matematiği daha kolay ve daha etkili bir şekilde öğreneceklerdir. Böylece yeni deneyimlerin kavranabildiği, özümsenebildiği ve açıklamaların yer aldığı bir yapı oluşturarak matematiksel konu ile ilgili planlı bir anlayış geliştirebileceklerdir (Watson & Mason, s. 24).

Matematik eğitiminde kavramsal öğrenme ve matematiksel anlam oluşturmanın gerçekleşebilmesi için öğrencilerin aktif olmalarını sağlayan bazı stratejilere ihtiyaç duyulabilir. Öğrencilerin kendi örneklerini oluşturmalarını sağlamak, girişkenliği öğretmenlerden alıp öğrencilere transfer etmekte kullanılan oldukça önemli bir stratejidir (Zaslavsky, 1995; Niemi, 1996; Dahlberg & Housman, 1997; Hazzan & Zazkis, 1999; Zazkis, 2001; Watson & Mason 2005).

Watson ve Mason' a (2005) göre matematik, "matematiksel fikirleri tanımlayan ve ifade eden örneklerin ve bu örneklerden genellemelerin inşa edilmesiyle öğrenilir" (s. 2). Örnekler özellikle kavramsallaştırmanın, genellemenin, soyutlamanın, tartışmanın, benzetim yoluyla matematiksel düşünmenin, öğrenme ve öğretme sürecinin vazgeçilmez bir parçasıdır (Zodik & Zaslavsky, 2008). Öğrencilerden problemler ve nesneler ile ilgili örnek üretmelerini isteyerek onların kavrayışlarını ve düşünme yollarını açığa çıkarmak bazı öğretmenlerin (araştırmacılar da dahil) kullandığı bir yaklaşımdır (Van den Heuvel-Panhuizen, 1995; Zaslavsky, 1997; Hazzan & Zazkis, 1999; Watson & Mason, 2005).

Örneklerin hem bir disiplin olarak matematiğin gelişiminde hem de öğretiminde merkezi bir rol oynadığı eski tarihlere dayanmaktadır. Matematikçilerin büyük bir kısmı örneklerin kullanılmasının öğretme ve öğrenme için sadece bir yardımcı olmadığını aynı zamanda matematik disiplinin ayrılmaz bir parçası olduğunu belirtmişlerdir. Örnekler öğrencilerin deneyimlerini incelemede, öğretmenlerin mesleki gelişiminde, öğretim etkinliklerini tasarlamada hem pratik hem de kullanışlı bir yol olarak oldukça önemlidir. Ayrıca örnekler matematiksel kavramları, teknikleri, muhakeme etmeyi öğrenmede ve matematiksel yeterliliğin gelişiminde önemli rol oynar (Bills, Dreyfus, Mason, Tsamir, Watson & Zaslavsky, 2006).

Morselli' ye (2006) göre örnekler bir problemde yer alan ifadeleri anlamak, problemin çözümündeki ilk aşamayı oluşturmak ve daha sonrasında ise bir özelliği keşfetmek için kullanılabilir. Ne zaman bir matematikçi ilk başta, açık ve anlaşılır olmayan bir durumla karşılaşsa bu özel durumun yakın bir deneyiminden yola çıkarak geneli görmek adına yapacağı tek doğal şey bir örnek oluşturmaktır (Courant, 1981).

Etkili ve kalıcı öğrenmenin gerçekleşebilmesi için öğrencilerin kendilerini ifade edebilecekleri bir sınıf ortamının sağlanması gerekir. Bu süreçte öğretmen ve öğrenci arasındaki bilgi transferinin sağlanabilmesi açısından bazı iletişim araçlarına ihtiyaç duyulabilir. Her türlü örnek, kavramları tanımlamak ve öğretmen ile öğrenciler arasında iletişim kurmak için kullanılan temel araçlardan biridir (Bruner, 1956; Tall & Vinner, 1981; Peled & Zaslavsky, 1997). Ayrıca öğrenci merkezli pedagojik etkinlikler yardımıyla, öğrencilerin kendi örneklerini oluşturmaları sağlanabilir ve sınıfta matematiksel tartışma ortamları oluşturulabilir. Bu durum öğretmenlere, öğrencilerinin örneklerinden yansıyan öğrenme türlerini tanıma fırsatı sağlar (Watson & Mason, 2005; Zaslavsky, 1995).

Bills vd.' ne (2006) göre örnekler öğrencilerin performanslarının ve genel anlamda kavrayışlarının değerlendirilmesinde kullanılabilir. Öğrencilerin sahip olduğu kavram imajlarını ortaya çıkarabilmek için onlardan belirli bir konuyla ilgili örnek üretmeleri istenebilir. Bu bağlamda öğrencilerin örnek üretme becerilerinin sahip oldukları kavram imajları ile ilişkili olduğu söylenebilir.

Bir kavramla ilgili bazı özelliklerin, yöntemlerin ve zihinsel resimlerin yer aldığı bilişsel yapıya kavram imajı denir. Kavram imajları farklı türden deneyimler yoluyla yıllar içerisinde meydana gelir. Öğrenciler yeni bir durumda eski bir kavramla karşılaştıkları zaman, önceki durumlardan özetlenen tüm dolaylı (örtülü) varsayımlarla birlikte, yeni duruma cevap veren yapı kavram imajı olur (Tall & Vinner, 1981). Tsamir, Tirosh ve Leverson' a (2008) göre öğrenenlerin zihninde ilk olarak kavrama ait görsel sunum, izlenim ve bazı deneyimler kavram imajını oluşturur. Kavram imajı oluştuktan sonra ilerleyen süreçte ise kavramla ilgili tanımlar öğrencilerin zihninde yer edinir. Örnekler "kavramların ve ilkelerin resmedilmesi" (Watson & Mason, 2005, s. 3) olarak kavram imajının oluşmasında önemli rol oynar.

Öğrenciler yeni bilgilerini önceki bilgileri üzerine inşa ederler. Yeni kavramların öğrenilmesinde sahip olunan ön birikimler bazen yanlış öğrenmelere sebep olabilir. Öğrenci bir problemi çözerken veya bir işlemi yürütürken mantığına ve önceki birikimlerine göre hareket edebilir ancak yaptıklarının bilimsel geçerliliğinin olmadığını bilmeyebilir. Bu tür durumlarda kavram yanılgılarının oluşması söz konusudur. Bununla ilgili bir örnek çalışma cebir derslerini alan öğrenciler üzerinde yapılmış ve sonuçta öğrencilerin "çarpma işleminin sonucu her zaman arttırdığı" şeklinde kavram yanılgılarına sahip oldukları tespit edilmiştir (Baki, 1999). Benzer şekilde öğrencilerden matematikteki herhangi bir konuyla ilgili örnek oluşturmaları istendiğinde elde edilen veriler neticesinde kavram yanılgısına sahip olup olmadıkları belirlenebilir.

Bir veya daha fazla matematiksel nesnenin oluşturduğu sınıfın ve bunların arasındaki ilişkinin bazı yöntemler ile deneyimlenmesine örnek uzayı denir (Goldenberg & Mason, 2008). Edwards ve Alcock' a (2010) göre örnek uzayı; "bireyin bir matematiksel kavram ile ilgili tüm özelliklerin ve bu kavramların aralarındaki ilişkilerin farkında olduğu örnekler kümesidir." Bir öğrencinin örnek uzayı, örneklerin basit diziliminin aksine belirli bir yapı ile biçimlenmiştir. Eksiksiz oluşturulmuş bir örnek uzayı öğrencilerin verilen bir örneği uygun olanı ile değiştirerek bazı görevleri tamamlamalarına imkan sağlar. Bu yeterlilik muhakeme aktivitelerinde oldukça önemlidir (Arzarello, Ascari & Sabena, 2011). Bu sebeple problem çözme stratejisi olarak kullanılan örnek üretme (Zaslavsky & Peled,1996) becerisinin örnek uzaylarının genişliğine bağlı olduğu söylenebilir.

Örnek üretme ve örnek üretirken elde edilen bazı genellemeler duruma ve kişiye bağlı olarak değişir. Bir öğretmen öğrencilerinin örnek üretmelerini sağlamak için kişiye ve hedeflenen kazanıma göre farklı yöntemler kullanabilir (Watson & Mason, 2005, s. 133).

Tıpkı öğretmenlerin kullanabileceği stratejiler olduğu gibi öğrencilerinde örnek üretirken kullandığı bazı stratejiler vardır. Antonini (2006) öğrencilerin kullandıkları bu stratejileri tanımlamıştır. Öğretmenler açısından değerlendirme ve öğretim stratejisi; öğrenciler açısından ise muhakeme etme, kavramsal öğrenme ve matematiksel yeterliliğin gelişimi için kullanılan örnek üretme süreci matematik öğretiminde analiz edilmesi gereken oldukça önemli bir konudur. Öğrencilerin herhangi bir kavramla ilgili uygun örnek üretebilmeleri için onların bu konudaki gelişimlerini sağlamak gerekir.

Bu çalışmada lise öğrencilerinin örnek üretirken kullandıkları stratejiler ve örnek üretme becerilerini etkileyen faktörler incelenmiştir.

1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi:

Bu araştırmanın amacı lise öğrencilerinin matematik dersindeki örnek üretme becerilerini belirlemektir. Bu bağlamda öğrencilerin kullandıkları örnek üretme stratejileri ve örnek üretme etkinliklerinde kavram imajı, kavram yanılgısı, kişisel örnek uzay genişliği, işlemsel öğrenme ve kavramsal öğrenmenin etkisi incelenmiştir.

Günümüz matematik öğretim programında muhakeme süreci, kavramsal öğrenme, problem çözme, ilişkilendirme gibi bazı terimlere vurgu yapılmaktadır. Öğretmenlerin bu doğrultuda bir eğitim planlaması yapabilmeleri için bazı yöntemlere ihtiyaç duyulabilir.

Bir öğrenme stratejisi olarak kullanılan örnek üretme, öğrencilerin kavramları anlamlandırmalarını sağlar (Dahlberg & Housman, 1997). Öğretmenlerin öğrencilerine bu yeterliği kazandırma konusunda dikkat etmesi gereken bazı hususlar vardır. Bu hususlardan birisi öğretmenlerin işlemsel bazı tekniklerin yer aldığı örneklerden ziyade, kavramsal içerikli yapıların inşa edilip genellemelerin yapılabileceği türden örnek üretme sorularını hazırlamaları olabilir. Ancak bu tür durumlarda öğrencilerin sahip oldukları kavram imajları ve bu bağlamda örnek üretme becerileri belirlenebilir. Niemi' ye (1996) göre "…. hakkında bir örnek veriniz." aktiviteleri öğrencilerin anlamalarını ölçmede oldukça faydalıdır. Bu çalışmada bu tür örnek üretme soruları ile öğrencilerin işledikleri bir konuyla ilgili örnek üretme becerileri incelenerek kavramsal anlamanın gerçekleşip gerçekleşmediği araştırılmış ve öğretmenlere sınıfta kullanabilecekleri bir öğretim yöntemi olarak önerilmiştir.

Öğrencilerin örnek üretmeleri sınıf ortamında karşılaştıkları örneklere de bağlıdır. Matematik dersinin verimliliği açısından oldukça önemli olan örnek üretme yöntemi kullanılırken öğretmenlerin örnek seçimleri konusunda bazı planlamalar yapması gerekebilir. Ayrıca onların örneklerle ilgili yapmış oldukları tercihler ve bu tercihlerin sayısı öğrencilerin sahip oldukları örnek uzayını etkileyebilir. Öğretmenlerin örnek üretmeleri ve tercihleri ise konu ile ilgili matematiksel bilgilerinin kapsamına bağlı olabilir. Zodik ve Zaslavsky' e (2008) göre öğretmenler sadece hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimde değil okullarındaki meslektaşları ile veya diğer profesyonel iletişimlerindeki süreçte de örnekleri nasıl seçeceklerini ve üreteceklerini bilmemektedir. Genellikle öğretmenlerin yeterliliklerine ve örneklerle olan tecrübelerine göre bu durum değişiklik göstermektedir. Rowland (2003) yeni öğretmenlerin sahip oldukları alan bilgilerini birinci sınıftaki çocuklara matematik öğretirken nasıl aktardıkları üzerinde durmuş ve öğretmenlerin örnek seçimlerinin kötü olduğunu vurgulamıştır. Bu araştırmadan elde edilecek bulguların öğretmenlere yapacakları örnek tercihleri konusunda yardımcı olacağı düşünülmektedir.

Matematik eğitiminde örnekler ile ilgili yapılan çalışmaların katılımcılarını daha çok öğretmenler (Zaslavsky & Peled, 1996; Ng & Dindyal, 2015; Zodik & Zaslavsky, 2008) ve üniversite öğrencileri (Özkaya, Işık ve Konyalıoğlu, 2014; Antonini, 2006; Iannone, Inglis, Mejia-Ramos, Siemons & Weber, 2009; Edwards & Alcock, 2010; Dahlberg & Housman, 1997; Sağlam & Dost, 2015) oluşturmaktadır. Lise öğrencilerinin matematik dersi kapsamında örnek üretme becerileri üzerine yapılan çalışmalara (Zaslavsky & Ron, 1998) özellikle ülkemizde ihtiyaç bulunmaktadır. Bu tez çalışmasının literatürdeki bu boşluğu kısmen dolduracağı düşünülmektedir.

1.3. Problem Cümlesi:

Bu araştırmanın problem cümlesini "Lise öğrencilerinin matematik dersi kapsamındaki örnek üretme becerileri nasıldır?" sorusu oluşturmaktadır.

1.3.1. Alt Problemler:

1) Öğrenciler örnek üretirken hangi stratejileri kullanmaktadır?

2) Kavram imajlarının örnek üretme becerisine etkisi nasıldır?

3) Öğrencilerin örnek uzay genişliklerinin örnek üretme becerilerine etkisi nasıldır?

4) Kavram yanılgılarının örnek üretme becerisine etkisi nasıldır?

5) İşlemsel öğrenme ve kavramsal öğrenmenin örnek üretme becerisine etkisi nasıldır?

1.4. Sayıltılar:

Yapılan örnek üretme soruları uygulamasında ve görüşmelerde öğrencilerin içtenlikle cevap verdikleri varsayılmıştır.

Uzman görüşleri araştırmanın geçerliği bakımından yeterlidir.

1.5. Sınırlılıklar:

Bu araştırma;

1) 2015-2016 eğitim öğretim yılı,

2) Örnek üretme sorularının yer aldığı uygulamaya katılan toplam 129 öğrenci,

3) Uygulamaya katılanlar arasından seçilen 22 öğrenci ile yapılan birebir görüşmelerle sınırlıdır.

1.6. Tanımlar:

Problem Çözme: Matematiğin yapısı gereği sorunun zihinsel süreçlerle (akıl yürütme) gerekli bilgileri kullanarak ve işlemleri yaparak ortadan kaldırılmasıdır (Altun, 1995:3).

Kavram: Nesnelerin ya da olayların ortak özelliklerini kapsayan ve bir ortak ad altında toplayan genel tasarımdır (TDK, 2010).

Örnek: Kavramları tanımlamak ve öğretmen ile öğrenciler arasında iletişim kurmak için kullanılan temel araçlardan birine örnek denir (Bruner, 1956; Tall & Vinner, 1981; Peled & Zaslavsky, 1997).

Örnek üretme: Bireylerin farklı stratejiler geliştirebileceği bir problem çözme aktivitesidir (Zaslavsky & Peled,1996).

Kavram imajı: Bir kavramla ilgili bazı özelliklerin, yöntemlerin ve zihinsel resimlerin yer aldığı bilişsel yapıdır (Tall & Vinner, 1981).

Örnek uzayı: Öğrencilerin ve öğretmenlerin örneklerle olan tecrübelerinin sınırlarının ve potansiyelinin daha fazla farkına varmalarını sağlayan bir araçtır (Watson & Mason, 2005).

Kavram yanılgısı: Kavramların bilimsel olarak kabul görmüş kavram tanımından farklı olarak algılanmasıdır (Ubuz, 1999).

1.7. Araştırmanın Kuramsal Temeli

1.7.1 Örnek Kavramı ve Örneklerin Matematik Eğitimindeki Yeri

Örnekler eğitim ve öğretimde olduğu gibi günlük hayatta da birçok konuda iletişim kurmaya yarayan oldukça kullanışlı araçlardır. Bir konuyu detaylandırmak istediğimizde ilk olarak konuyla ilgili bir örnek verebiliriz. Türk Dil Kurumu' na (2010) göre örnek; "bir düşünceyi, kuralı, gözlemi veya savı desteklemek ve açıklamak amacıyla ileri sürülen söz, yapılan davranıştır."

Matematik eğitiminde ise örnek kelimesi çeşitli şekillerde kullanılmaktadır. Örnekler; kavramları geliştirirken, kanıtlama yaparken, karmaşık ilişkileri gösterirken ve bir konuya ilişkin açıklamalar yaparken matematiğin doğasına ilişkin içgörü sunar. Aynı zamanda kavramaya yardımcı ve teşvik edici yararlı uyaranlar olabilir. Matematiksel bilginin doğuşunu öğrenme süreci ile ilişkilendiren son söylemler de, yeni nesneleri kavramsallaştırmak ve işlemleri genelleştirmek için ham madde olarak görülen örneklerin ne kadar önemli olduğunu göstermektedir (Bills vd.,2006).

Watson ve Mason (2005) örnekleri, "öğrencilerin genelleme yapabileceği herhangi bir şey" olarak tanımlamış ve örneklerin yerine aşağıda yer alan bazı ifadeleri kullanmışlardır:

- *Kavramların ve prensiplerin gösterimi. Örneğin; doğrusal bir denklemi gösteren özel bir denklem veya kesirlerin denkliğini kanıtlayan iki kesir gibi.*
- *Genel tanımlar ve teoremlerin yerine kullanılan yer tutucular (placeholders). Örneğin; aynı yayı gören açıların eşit olduğunu göstermek için tepe noktası daire çevresinde hareket eden bir açının dinamik resminin kullanılması.*
- *Ders kitaplarında veya öğretmenler tarafından belli teknikleri göstermede bir araç olarak kullanılan sorular. Aynı zamanda ayrıntılı örnekler (worked examples) olarak da adlandırılırlar.*
- *Uygulamada ve bazı teknikler ile pratik kazanmada bir araç olarak kullanılan, alıştırmalar (exercises) olarak da adlandırılan sorular.*
- *Matematikteki tümevarımsal muhakeme için ham madde olarak kullanılan sınıfların temsilleri (s. 3).*

Örnekler tümevarımsal öğretimde bir şeyi veya durumu ifade ederken kullanılır. "Bir şey" geneldir (doğru simetrisi ya da iki farklı tek sayının toplamının çift olması gibi) ve örnekler genelin özel parçalarıdır. Soyut kavramları anlatmak ve genel prosedürleri simgelemek için örneklerin kullanımı yaygın bir pedagojik pratiktir (Watson & Mason, 2002). Colburn' a (1826) göre küçük örnekleri uygulamada kullanılan mantık daha geniş olanların kullanımıyla aynıdır. Problem çözmede zorluk yaşayan bir kişi aynı tipte basit örnekleri çalışarak, nasıl yapıldığını gözlemleyerek ve sonrasında bir kural elde ederek çözüme hızlı bir şekilde ulaşabilir. Tümevarım yoluyla öğrencilerin bir dizi örnek ile çalışıp eylemler veya kavramlar hakkında bazı genellemeler yaptığı öne sürülür (özelden genele doğru). Tümden gelim yoluyla ise öğrencinin genel kuralı algılayabileceği ve onu hem şu an hem de gelecekte kullanabileceği savunulur (genelin içindeki özeli anlayabilmek) (Akt. Bills vd., 2006).

Hejny (2005) ise doğal genellemenin her zaman aynı türden bir süreç olup olmadığını veya bir kavramla ya da işlemle karşılaşan birine bağlı olarak değişip değişmeyeceğini sorgulamıştır. Bu bağlamda acemi matematikçiler durumla ilgili önsezi elde etmek ve daha sonra bunların yardımıyla genelleştirme yapabilmek için çok sayıda örnek ile çalışırken uzman matematikçiler verimli tek bir örnek ile çalışırlar (Bills & Rowland, 1999; Zaslavsky & Lavie, 2005). Mantığa dayalı ve örneğe dayalı muhakeme (Lakatos, 1976) etmenin yer aldığı bu durum, her seviyedeki matematiksel yeterlilik arasında ayrım yapar (Bills vd., 2006).

Leinhardt (2001) örnekleri, "açıklamaların ve matematiksel araştırmanın temeli olan iletişim araçları" olarak ele almıştır. Öğretmek için bir açıklama hazırlama sanatı çok zahmet isteyen bir iştir (Ball, 1988; Kinach, 2002a, 2002b). Açıklamalar; kanıtların yönetilmesinden, analojik (analogical) temsillerden ve örneklerden oluşur (Leinhardt, 1990). Ayrıca Leinhardt ve Schwarz (1997) anlamlı bir soru yardımıyla öğretici açıklamalar yapılarak üst becerilerin elde edilebileceğini belirtmişlerdir. Bu yüzden anlamlı sorular ve örnekler öğretici açıklama yapmada kilit bir rol oynamaktadır.

Matematik tarihinde örneklerin yeri eski dönemlere dayanmaktadır. 16. yüzyıl matematiksel metinlerin Avrupalı yazarları, metinlerinde örneklerin varlığını doğrulamaya başlamışlar ve örneklerin öğrenciler üzerindeki rolünü açıkça yorumlamışlardır. Cardano (1545) çalışmasında farklı türden örneklere yer vermiş ve herhangi bir örneğin farklı durumlarda da kullanılabileceğini belirtmiştir. Cardano' ya (1545) göre bazen genel bir metod belirlemek oldukça karmaşık olup örnekler bu tür durumlarda açıklama sağlamaktadır (Akt. Witmer,1968). Bu ifade yüzyıllardır kitap yazarları tarafından büyük ölçüde yansıtılmıştır. Bu yazarlardan biri olan Feynman (1985) aklında belli bir örnek olmadan hiçbir genellemeyi anlamadığını söylemiştir.

En eski matematiksel kayıtların hepsinde (Mısır papirüsü, Babil tabletleri ve kayıp Çin el yazmalarının sonraki kopyaları) prosedürleri veya kuralları (ortaçağ ve rönesanstaki metinlerde "algoritmalar" olarak adlandırılanlar) göstermek için durum tabanlı problemlerin ayrıntılı çözümleri örnek olarak kullanılmıştır (Bills vd., 2006). "Ayrıntılı örnek (worked examples)" bir problemin çözümünün veya bir ödevin nasıl yapıldığının adım adım gösterilmesidir (Clark, Nguyen ve Sweller, 2006, s. 190). 17. yüzyıl matematiksel metinlerin Avrupalı yazarlarından biri olan Wallis (1682) bu örnekleri vermedeki temel amacın öğrencilerin problemlerin çözümü için genel araç olarak onları kullanması ve şablonlar halinde içselleştirmesi olduğunu belirtmiştir. Maalesef bu örneklerin derslerdeki kullanımı öğrencilerin matematiksel durumları deneyimlediği soyut ve genel ilkelerin rehberliğinde, kendilerinin yeniden inşa ettikleri araştırmacı yaklaşımın aksine, sadece uygulama dizilerine indirgenmektedir.

Spencer (1878) ise öğrencilerin dikkatlice sunulmuş örneklerden genelleme yapabileceklerini ancak onların bu konuda süreklilik kazanmaları gerektiğini belirtmiştir (Akt. Bills vd., 2006). Augustus de Morgan'a (1831/1898) göre öğrenciler kendi örneklerini uygun bir şekilde oluşturabilirler. Ayrıca herhangi bir kural veya işlem yapılmadan önce öğrencinin bunları anlaması için birkaç örnek ile çalışması gerekir. Öğrenci kendisi için bir örnek seçebilir. Bu durum önceki bilgileri, sonuçları, doğru veya yanlış olsa bile ispat yapımında kullandığı bazı metodları akla getirecektir (Akt. Watson & Mason, 2005).

Örnekler matematiksel düşünceleri anlama ve problemleri çözme konusunda bazı matematikçiler için oldukça önemlidir (Örneğin: Polya, Hilbert, Halmos, Davis, Feynman). Bir matematikçi açık ve anlaşılır olmayan bir durumla karşılaştığında, bu durumun yakın bir deneyiminden yola çıkarak geneli görmek adına yapacağı şey bir örnek oluşturmak olacaktır (Courant, 1981). Watson ve Mason'a (2005) göre örnek verme, "farklı öğrenme ortamlarında öğrenciler tarafından spontan (plansız) olarak yapılan matematiksel düşünmenin bir özelliğidir."

Mümkün olduğunca fazla miktarda iyi örneklerin depolanmış hali herhangi bir kavramın tam bir şekilde anlaşılması için gereklidir (Halmos, 1983). Halmos yeni bir şeyler öğrenmek istediğinde ilk işinin bir örnek inşa etmek olduğunu söylemiştir (Akt. Watson & Mason, 2005, s. 95). Matematik eğitimindeki birçok araştırmada örneklerin özellikle kavramlar ve argümantasyonlar ile ilgili öğrenim ve öğretimdeki önemi üzerine vurgu yapılmıştır (Watson & Mason, 2005; Bills & Watson, 2008; Zazkis & Leikin, 2007). Örnekler matematik öğrenmeyi açıklayan teori ve taslakların önemli bir özelliği olmuştur. Kavramlar için örneklerin rolü, soyutlamayı kolaylaştırmaktır (Bills vd., 2006). Özellikle psikoloji alanında insanların örneklerden kavramları soyutlayıp çıkarma şekilleri, örneklerin ve örnek olmayan (bir kavramın sınırlarını belirlemeye yarayan) durumların kavramların muhakemesini nasıl etkilediğine vurgu yapılarak incelenmiştir (Bruner, 1956; Wilson, 1986, 1990; Charles, 1980; Petty & Jansson, 1987). Weber ve Alcock (2004, 2005) ise öğrencilerin, muhakeme etme sürecinde örneklerin kullanımını öğrendiklerini belirtmişlerdir.

Matematik öğrenme teorilerinde de örneklerin önemli bir yeri vardır. “Bilginin oluşumu (Genetic epistemology)” (Piaget, 1970; Evans, 1973) sürecinde bireyler aktif bir şekilde içinde bulundukları sosyal gruplardan kendi dünya tecrübelerini anlamlandırmaya çalışırlar (Confrey, 1991). Bu durum yeni örneklerin özümseme ve uyumsama yoluyla elde edilen şemalar üzerindeki etkisi ile beraber birçok matematik öğrenme teorisi ile aynı doğrultudadır (Bills vd., 2006). Piaget’ nin “yansıtıcı soyutlama” kavramına göre (Dubinsky, 1991) soyutlama öğrenciler tarafından tecrübelerle veya hareketlerle davranışa dönüştürüldüğünde mümkün olmaktadır. Nispeten bilgili bir matematik öğrencisi için tanım ve bir örnek yeterli olabilirken; daha az deneyimli öğrenciler kavramın özelliklerini soyutlamadan önce dikkatlice seçilmiş çok sayıda örneğe ihtiyaç duyar (Dreyfus, 1991).

Skemp (1969) Piaget’ nin “şema” kavramını genişletmiş ve öğretmenlerin soyutlama ile ilgili önemli gördükleri örnekleri, öğrencilerine sunmalarını sağlayan matematiksel kavramların öğrenimi üzerinde durmuştur. Thorndike (1924) ise örnekleri bir uyarıcı gibi kullanmış ve davranışçı bir çizgi izlemiştir. Öte yandan Gagne (1985) bu durumu geliştirmiş ve giderek artan karmaşıklıktaki davranışlar hiyerarşisine çevirmiştir. Dienes (1960) ise zekice hazırlanmış oyunlar kullanmış ve öğrencilerin doğrudan kendilerinin deneyimleyebileceği karmaşık matematik yapılarını örnekleyecek durumlar yaratmıştır. Diğerleri ise öğrencilerin “ayrıntılı örnekleri (worked examples)” (Anthony, 1994) ve yeni kavramları anlamlandırmalarını sağlayacak “eski örnekleri” (Davis, 1984) kullanmışlardır.

Sfard (1991) öğrencilerin “nesneleştirme (reification)” yaparken “içselleştirme (interiorisation) ve özetleme (condensation)” süreçlerinden geçtiğini ve kavramların işlemsel den yapısal bir anlayışa doğru hareket ettiğini belirtmiştir. İçselleştirme ve özetleme aşamalı, zamanla oluşan ve örneklerle tekrar edilen yavaş bir süreçtir. Buna bağlı olarak Dubinsky ve meslektaşları (Asiala 1996) “APOS” diye adlandırdıkları lisans seviyesinde matematiksel bilginin gelişimi ile ilgili teoriyi ortaya atmışlardır (Actions=Eylemler, Processes=Süreçler, Objects= Nesneler, Schemas=Şemalar). Teori, örneklerle karşılaşmanın öğrencileri süreç içerisinde bir takım eylemler yardımıyla içselleştirme yapıp sonrasında ise hedeflenen kavrama taşıyacağını öngörmektedir.

1.7.2 Örneklerin Sınıflandırılması

Örnekler ve kavramlar arasındaki ilişkinin merkezinde “genel (generic) örnekler” veya “ilk örnekler (prototipler)” yer almaktadır (Bills vd., 2006). Balacheff’e (1988) göre genel örnek, “bir iddianın ait olduğu sınıfın karakteristik bir temsili olan herhangi bir nesne üzerinde bazı işlemler veya dönüşümler yapılarak gerçekliğinin ortaya çıkmasını sağlayan örnektir” (s. 219). Freudenthal (1983) ise bu potansiyele sahip örnekleri “paradigmalar” diye tanımlamıştır. Genel örnekler kavramların veya prosedürlerin örnekleri olabilir veya genel bir ispat çekirdeğini oluşturabilir (Bills vd., 2006). Mason ve Pimm’ a (1984) göre genel örnek, “genel bir olayı veya prensibi gösteren örnektir.” Ancak bu örnekler öğrenciler tarafından özel bir örnek olarak algılanabilir ve genelliği göz ardı edilebilir. Bir örneğin neyi örneklediği algılayanın yanı sıra duruma bağlı olarak değişir.

Prototipler; bazı teoremlerin öğreniminin başlangıç aşamasında, temel problemlerin, tanımların ve sonuçların tahmin edildiği ve genel bir duruma “taşınabildiği” ancak kendi başına da anlaşılabilen örneklerdir (Michener, 1978). Rosch (1975) ile başlayan psikolojik araştırmanın bir bölümünde ise prototiplerin (sınıfların temsilcileri, ilk örnekler) muhakeme sürecinde nasıl kullanıldığı keşfedilmiştir. Hershkowitz (1990) matematikteki tanımlardan ve bu tarz muhakemenin sebep olduğu hatalardan ziyade prototiplerden yola çıkarak düşünme eğilimine dikkatleri çekmiştir. Bu yüzden prototiplerin ötesinde tanımın izin verdiği ölçüde sınırların dışına çıkarak ve bu süreçte sınırların farkında olarak (müsaade edilebilir değişim alanı) sıra dışı örnekler kullanmak önemlidir. Öğrencilerin prototiplerin ötesinde, düşünme becerilerine yardım etmeye yönelik yaklaşımlar, matematiğin birçok özel alanında açıklanmıştır (Bills vd., 2006).

Rowland' a (2008) göre matematik öğretiminde "alıştırmalarda kullanılan örnek çeşitleri" de bulunmaktadır. Bu örnekler tümevarımsal değillerdir fakat açıklayıcı ve performans odaklıdırlar. Tipik olarak bir prosedürü öğrenen öğrenci onu diğer alıştırmaların üzerinde prova eder. Bu başlangıçta tekrar edilen bir durumdur ve sonrasında öğrenciye akıcılık kazandırır. Bu tür alıştırmalar aynı zamanda öğretmenler için değerlendirmede kullanılabilecek bir araçtır. Hatta bu tarz pratikler farklı türdeki anlamalara ve farkındalıklara yol açabilir (tıpkı keman konçertosundaki notaların tekrarının parçada yeni bir anlama ve yapıya gebe olabilmesi gibi).

Clark, Nguyen ve Sweller (2006) ise bir problemin çözümünün veya bir ödevin nasıl yapıldığının ayrıntılı bir şekilde adım adım gösterildiği "ayrıntılı örnekler" ile "alıştırmalar" arasında bazı ayrımlarda bulunmuşlardır. Ayrıntılı örnekler; uygulanan prosedürün öğretmen, ders kitabı yazarı veya programcı tarafından gösterilip öğrencilere sunulması iken; alıştırmalar öğrencilere tamamlama amaçlı verilen etkinliklerdir. Ayrıca Zodik ve Zaslavsky (2008) ayrıntılı örneklerin yüzeysel örneklere dikkat çekmek yerine karmaşık yapıların anlaşılmasına yardımcı olduğunu belirtmiştir.

Zodik ve Zaslavsky' e (2008) göre "bir kavramın örnekleri (3 ile tam bölünebilme, üçgenler, polinomlar vb.)" ile "bir prosedürün uygulanmasının örnekleri (polinom kökleri bulma, bir tamsayının 3 ile tam bölünebilir olup olmadığını bulma, bir üçgenin alanını bulma vb.)" arasında pedagojik bir ayrım yapılabilir. Bir kavram örneği bir prosedürün uygulanışı örneğinden daha farklıdır. Hatta bir örneği sunma amacı bile farklılık gösterebilir. Örneğin; öğretmen iki basit kesri toplamak için ortak paydanın nasıl bulunduğunu gösterebilir ya da onu daha gelişmiş denklemleri çözdürebilmek için cebirsel kesirlerin prosedürlerini genellemede temel ilke olarak tanımlayabilir. Gray ve Tall' a (1994) göre bir kavramın örneği ile bir prosedürün örneği arasında net bir ayrım söz konusu değildir. Aynı gösterim bir işlemin veya bir kavramın belirteci olarak görülebilir. Örneğin; öğretmen doğrusal bir fonksiyona örnek olarak $y = 2x + 3$ fonksiyonunu sunabilir ancak öğrenci bunu bir prosedürün (bir denklemin grafik çizimi) örneği olarak görebilir. Bu tür durumlarda öğretmenlerin örnekle ilgili gerekli açıklamaları yapması gerekmektedir.

Rissland-Michener (1978) ise “referans” ve “model” örnekleri tanımlamıştır. Bu örnekler herhangi biri tarafından konuyla ilgili farklı durumlarda da kullanılabilir ve bazı matematiksel bilinmezliklerin giderilmesine ve açıklanmasına yardımcı olabilir. Referans örnekler, yaygın bir şekilde uygulanan birçok kavram ve sonuçla ilişkili olabilen örneklerdir. Reel analizdeki durumların nasıl oluştuğunu anlamak için R^2 nin kullanılması bunlara örnektir. Model örnekler ise kavramlar ve teoremler ile ilgili beklenti ve varsayımları özetleyen genel durumlardır. Örneğin; üçüncü dereceden denklemler için $y = x(x^2 - 1)$ ve $y = x(x^2 + 1)$ ifadelerinin kullanılması gibi. Ayrıca Georga Polya (1981) referans (representative, reference) örnekleri; oldukça tanıdık gelen, bizim varsayımlarımızı test etmek için kullanılan, teoremlerin anlamlarını ifade eden ve teoremlerin nasıl ispat edildiğini kavratan örnekler olarak tanımlamıştır. Referans örnekler, fikirler ve teoremler için test etme imkanı sağlarlar. Çünkü bu örnekler nesnelerin tüm sınıfı ile ilgili bilgi içerir. Ancak referans örneklerde “paralelkenarın tüm dörtgenleri temsil etmesi” düşüncesi gibi aşırı genelleme yapılırsa paralelkenarın belirli bazı özellikleri görsel hafızası güçlü olan kişiler tarafından diğer dörtgenlerin anlaşılmasını engelleyebilir (Watson & Mason, 2005, s. 96).

Öğretmenin rolü, faydalı örneklerin büyük bir çeşitliliğini içeren öğrenme ortamları sunmak (kafa karışıklığının oluşmaması için henüz çok büyük çeşitliliğin olmadığı), farklı öğrenme stillerine ve ihtiyaçlarına hitap etmektir (Bills vd., 2006). Rowland’a (2008) göre öğretmen tarafından verilen örnekler; ideal olan, mevcut seçeneklerden seçilmiş, kasıtlı ve bilgilendirici örnekler sürecinden geçmiş bir ürün olmalıdır. Bu bağlamda Zaslavsky ve Lavie (2005) ikinci dereceden denklemlerin bazı özelliklerine vurgu yapmak için aşağıdaki örneği kullanmıştır:

$$y = (x + 1) \cdot (x - 3)\,; \quad y = (x - 1)^2 - 4\,; \quad y = x^2 - 2x - 3$$

Bu denklemler aynı fonksiyonun üç farklı temsilidir. Her örnek fonksiyonun bazı özelliklerine vurgu yapmaktadır (örneğin; kökler, tepe ve minimum değerin konumu, y eksenini kestiği nokta). Fakat bu ifadeleri öğrenciler okurken ve yorumlarken yardım almazlarsa anlamakta zorluk çekebilirler. Hatta öğrencilerin bu üçünü ikinci dereceden fonksiyonunun kabul edilebilir örnekleri olarak görmeleri bile kesin değildir çünkü çarpanlarına ayrılmış vaziyette ikinci dereceden denklem daha az anlaşılırdır ve ikinci dereceden denklem üçüncü ifadedeki gibi tanımlanabilir. Öğretmen bu durumda yukarıdaki simgelerden sadece biriyle ilgilenebilir ya da cebirsel kullanımların birbirlerini nasıl etkilediğini örneklemek veya denk ifadeler kavramını ele almak için üç simgeyi de kullanabilir. Ayrıca bu örnekte olduğu gibi her farklı temsil farklı anlamlara gelir ve farklı matematiksel işlem gerektirir. Öğrencinin her bir örnekte ayrı ayrı ve bütün olarak üçünde ne gördüğü; bu örnekleri çevreleyen duruma, sınıf aktivitelerine, öğrencinin önceki bilgilerine ve eğilimlerine bağlıdır. Her temsilde gereken özel bilgiyi veya püf noktasını anlayabilen bir öğrenci gelecekte değişen özelliklerin farkına varacak ve hatta diğer ikinci dereceden denklemlerin fonksiyonlarını araştırırken onları karşılaştırmalı (referans) örnek olarak etkili bir şekilde kullanabilecektir (Bills vd., 2006).

Skemp (1969) örnekleri "gürültü (noise)" ve "olmayan örnekler (non-examples)" olarak sınıflandırmıştır. Kavramla ilgisi olmayan özelliklerin yer aldığı örnekleri gürültü (noise), kavramla ilgisi olan ve olmayan özellikler arasındaki farka dikkat çekmek için kullanılabilen ve böylece kavramın sınırlarını belirlemeye yarayan örnekleri ise olmayan örnekler (non-examples) olarak tanımlamıştır. Olmayan örnekler veya örnek olmayan durumlar istenen sonucun elde edilemediği, prosedürün uygulanamadığı ve bir teoremdeki şartların net olduğu durumlarda sınırları belirlerken kullanılır.

Bir kavram, prosedür veya ispat bağlamında karşı bir hipoteze veya iddiaya ihtiyaç duyan örneklere ters örnek denir (Bills vd., 2006). Bu tür örnekler kavramlar arasındaki ayrımları netleştirmek ve sonuçların genel olmadığını göstermek amacıyla kullanılır (Michener, 1978). Duffin ve Simpson (1999) ters örnekleri "zıt" olarak isimlendirmişlerdir. Öğrencilerin karşılaştıkları bu örnekler ve onların deneyimleri öğrencilerin şemalarına yenilerini yerleştirmek amacıyla onları tekrar düşünmeye sevk eder. Örneğin; 4' ten 6'yı çıkarma işlemi sadece büyük sayılardan küçük sayılar çıkarılabilir varsayımı için ters bir örnektir (Akt. Watson & Mason, 2005, s. 67).

Watson ve Mason (2005) olmayan örnekler ve ters örnekler arasındaki ilişkiye vurgu yapmak için aşağıdaki örnekleri kullanmıştır:

> *Rasyonel olmayan bir sayı bulmak rasyonel sayılar için örnek olmayan bir durumdur ($\sqrt{3}$ veya π gibi). Bu durum tüm sayıların rasyonel olmadığını gösterir. Böylece tüm sayıların rasyonel sayı olduğu varsayımında bulunuyorsak $\sqrt{3}$ ve π sayıları ters örneklerdir. Olmayan örnekler bir kavramın sınırlarını ve gerekli şartlarını gösteren örneklerdir. Ters örnekler ise bir varsayımın yanlış olduğunu*

gösteren örneklerdir. Benzer şekilde $\frac{1}{5}$ kesri devirli bir ondalık sayı için olmayan bir örnektir. Aynı zamanda devretmeyen ondalık bir sayıya eşit olan tüm kesirlerin paydası çifttir varsayımı için ters bir örnektir (s. 65).

Duffin ve Simpson (1999) öğrencilerin kendi fikirlerine uymayan ve reddettikleri örnekleri "yabancı" olarak tanımlamışlardır. Onlara göre bu örnekler öğrencilerin mevcut örnek alanlarının dışında ve hepsinde aynı etkiyi yaratmayan örneklerdir. MacHale (1980) öğrencilerin genellikle zor olan bu tür örneklerden kaçındığını öne sürmüştür.

Polya (1981) ise "ekstrem (alışılmadık veya karmaşık) örnek" terimini tanımlamıştır. Ekstrem örnekler matematiksel durumların genel ve genel olmayan şekilde nasıl meydana geldiğinin sınırlarını kapsar. Örneğin: küçük çocuklar çarpım yapmayı nesneleri daha büyük hale getirdiğini düşünürler ancak çarpma yaparken pozitif tamsayıları kısıtlarsak herhangi bir sayıyla çarpım yapmanın nesneleri daha büyük hale getirmediğini görürüz. Ekstrem örnekler beklentilerimizi şaşırtır, şu anki deneyimlerimizin ötesinde sorgulama yapmamıza teşvik eder ve bizi yeni kavramsal anlamalara hazırlar. Sıfır ile çarpma işlemi tıpkı kenar sayısı artan n kenarlı bir çokgenin bizi limit ile çalışmaya hazırladığı gibi çarpma ile ilgili yeni kavrayışlara hazırlar. Ancak öğretmenler için ekstrem örneklerin kullanımının her zaman bir zorluğu olmuştur. Alışılmadık veya ekstrem durumlarla öğrencilerde bir kafa karışıklığı yaratmadan nasıl başa çıkılabileceği konusunda önemli bir pedagojik düşünce ortaya çıkmıştır. Bu sorunun cevabı öğrencilerin ne bildiğine, cevaplardan ziyade soruların yer aldığı ve ezberlemeden ziyade muhakeme etmenin yer aldığı sınıf atmosferinin ne derecede sağlandığına bağlıdır. Üniversite seviyesinde ekstrem örneklerin pedagojik bir role sahip olup olmadığı tartışılabilir. Bazı okutmanlar bu durumun matematikte ekstrem örnekleri kullanmayacak öğrencilerin kafasını karıştırdığını bazıları ise ekstrem örneklerin rolü anlaşılmadığında teoremler ve tekniklerdeki koşullar için nelerin gerektiğinin de bilinmeyeceğini söylemişlerdir (Watson & Mason, 2005, s. 103).

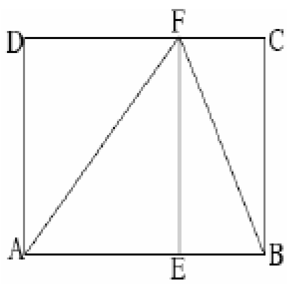
1.7.3 Öğretmenler Açısından Örnekler

Bu bölümde öğretmenlerin örnek tercihlerine ve bununla ilgili bazı önerilere yer verilmiştir.

Örneklerin işleyişi birçok faktörün tartılıp dengeye sokulmasını gerektirdiği için öğretmeni karmaşık bir mücadeleye sokar. Özellikle de belirli örneklerin seçimi ve bunlarla çalışma davranışı öğrenmeyi hızlandırabilir ya da engelleyebilir. Örneklerin seçimi; öğretim hedefleri, öğrencilerin önbilgileri ve hazırbulunuşlukları gibi faktörlere bağlıdır. Eğitici örneklerin seçiminde öğrencilerin önbilgilerini ve deneyimlerini dikkate almak önemlidir. Ayrıca örneklerin dikkatli seçilmesi öğrencilerin geçmiş bilgilerini ve yeni bir kavramın oluşmasında kullandıkları şemalarını belirlemeye yardımcı olur. Bu amaçla öğrenme üzerindeki araştırma bulguları öğretmenlere etkili örnekler seçmeleri için zengin bir kaynak olarak hizmet eder. Ancak öğretmenlerin örnek seçimleri üzerine yapılan araştırma oldukça sınırlıdır (Bills vd., 2006).

Ball (2005) matematiksel bilginin öğretiminde özel örneklerin seçiminin önemli olduğunu belirtmiş ve örneklerde hangi sayıların kullanılmasının stratejik olduğu üzerine düşünmüştür. Benzer şekilde Rowland ve Zaslavsky (2005) kolon formatında çıkarma işlemini öğretmek için 62- 38 işleminin seçilmesinin rastgele bir seçim olmadığını belirtmişlerdir; rakamların hepsi dikkatlice seçilmiştir çünkü etkili örneklerin seçiminde biraz serbestlik olsa da örneklerin oluşturulması keyfi bir konu değildir. Bu örnekteki 8 sayısı 9 olabilir ancak 2 olmamalıdır. Benzer şekilde 4 olabilir ancak 4 sayısının seçimi pedagojik olarak 8 veya 9'un seçiminden daha az etkilidir. Çünkü 12 den 4 sayısı çıkartılırken bazı öğrenciler parmak hesabı yapmaya teşebbüs edebilir. Öğrencilerin deneyimlerini değiştirmeden rakamların değişim aralığı üzerinde durmak öğretici örneklerin seçiminde gereklidir (Watson & Mason, 2005).

Örneklerin seçilmesi konusunda Hejný (2005) ilgi odağının sadece bir örnekten neyin genelleştirilebileceğinin üzerinde değil, aynı zamanda öğrencileri genel veya soyut bir fikir bulmaları için yönlendiren ödevlerin yapılandırılmış bir kümesinde de olması gerektiğini belirtmiştir. Aşağıda yer alan örnekte Hejný öğrenciler için genel bir sonuca varabilecekleri zengin bir problem durumu sunarak bir üçgenin alanını keşfetmelerine yardımcı olmayı hedeflemiştir:



Yanda verilen ABCD dikdörtgenini EF doğru parçası ile bölerek AEFD ve EBCF dikdörtgenlerini oluşturalım. Bu dikdörtgenler 4 dik açılı üçgen oluşturmak için AF ve BF köşegenleri yardımıyla bölünsün. 8 şekil üzerine düşünelim: 5 üçgen: AEF, AFD, EBF, BCF, ABF ve 3 dikdörtgen: AEFD, EBCF, ABCD.

Bu şekillerden 2 tanesinin alanı verilsin buna göre *diğerlerini bulunuz;*

AE, EB, AB, DF, FC, DC, AD, EF, BC doğru parçalarından 3 tanesinin uzunluğu verilsin buna göre tüm üçgenlerin alanını bulunuz.

ABF üçgeninin alanının bulunması için neyin bilinmesi gerekir? (Bills vd., 2006, s.137)

Tsamir' a (2003) göre örnekleri belirli bir sırayla sunmak öğrenmede etkili olabilir. Özellikle örnekleri ve örnek olmayan durumları, konu ile ilgili örneklerin kritik özelliklerine dikkat çekmek için birleştirmek gerekir. Ayrıca örnekler "kademeli" olarak ele alınırsa öğrenciler daha zor örneklerle çalışmadan önce rutin örneklerle deneyim kazanabilir. Ancak örnekleri "kolay" dan "zora" doğru sınıflandırmanın her zaman etkili olmadığına dikkat etmek gerekir.

Leron (2005) ise Movshovitz-Hadar'ın (1988) "şeffaf (transparent) veya şeffaf olmayan (pseudo) ispat" diye adlandırdığı terimlere atıfta bulunarak *genel (generic)* ispat terimini kullanmış ve belirli örneklerin seçiminin bir ispatın temel fikrinin uyumunda ve şeffaflığında önemli rol oynadığını belirtmiştir. Leron basit bir örnek yardımıyla iki tek sayının toplamının bir çift sayı olduğu ispatını ele almıştır. Burada herhangi biri özel olmayan iki 'genel' tek sayının kullanılabileceğini söylemiştir. Örneğin; 137 ve 2451, bu iki sayı ile beraber şu şekilde ispat sunulabilir: 137 + 2451= (136 + 1) + (2452 – 1) = 136 + 2452. Sunumun bu şekli herhangi iki tek sayının toplamı herhangi iki çift sayının toplamına eşittir ifadesine bir gerekçe olarak okunabilir.

Rowland (2003) yeni öğretmenlerin örnek seçimlerinin kötü olduğunu vurgulamıştır. Rowland, Thwaites ve Huckstep (2003) stajyer öğretmenlerin kalitesiz örnek seçimini üç kümeye ayırmışlardır: Değişkenlerin rolünü kapatan örneklerin seçimi (koordinat sisteminde her iki koordinat için aynı değerleri gösteren noktaları kullanmak), belirli bir aritmetik işlemi göstermek için başka bir işlemde kullanımı daha uygun olan sayıların seçilmesi (49x4 işlemini sıradan bir çarpma işlemini göstermek için kullanmak) ve dikkatlice karar verilmesi gerekirken rastgele oluşturulan örneklerin seçimi. Ancak çok sayıda matematik öğretmenliği eğitim programı bu durumu doğrudan ele almaz ve öğretmen adaylarını öğretici örneklerin kullanımı ve seçimi ile başa çıkabilecek şekilde hazırlamaz. Bu yüzden etkili örnek kullanımı için gereken beceriler kişinin kendi öğretmenlik tecrübesiyle şekillenir (Leinhardt, 1990; Kennedy, 2002). Bu durumda tecrübeli öğretmenlerden öğrenecek çok şeyin olduğu söylenebilir.

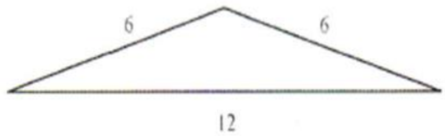
Matematik eğitimindeki örnekleme ile öğretmenlerin zihinlerinde yer alan bilgilerin miktarı ve organizasyonu olan “konu alan bilgisi” nin (Shulman, 1986, s.9) üç farklı yönden ilişkisi bulunmaktadır: Matematik bilgisi, öğrencilerin nasıl öğrendiklerinin bilgisi ve pedagojik alan bilgisi (Schulman, 1986,1987). Öğretmenin matematik bilgisinin kalitesi neyin öğretildiğini ve nasıl öğretildiğini doğrudan etkilemektedir. Bir örneğin matematiksel yanının açıklanacak kavram veya prensip ile ilgili belirli matematiksel şartları karşılaması gerekir. Bir öğretmenin öğrencilerinin öğrenme türleri hakkında bilgi sahibi olması ise öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeylerini ve var olan bilgilerinin yeni bilgilerini nasıl etkileyeceğini bilmesi demektir. Ayrıca öğrencilerin zayıflıkları ve güçlü tarafları üzerindeki duyarlılık, onların aşırı genelleme veya özelleme yapıp yapmadıkları ile ilgili farkındalık ve bir örneğin kritik özelliklerine dikkat çekilmesine rağmen öğrencilerin konuyla ilgisi olmayan özelliklere eğilim gösterip göstermediklerinin bilgisi öğretmenleri ilgilendiren konulardır (Zodik & Zaslavsky, 2008). Pedagojik alan bilgisi ise matematiğin aktarımıyla ve öğrenmenin nasıl kolaylaştırılabileceğiyle yakından ilgilidir. Bunların içerisinde “bir konunun daha kolay anlaşılabilmesi için formülleştirilmesi ve gösterilmesi” yer almaktadır (Schulman, 1986, s. 9). Öğretmenlerin bu bilgilere sahip olma düzeyleri onları örnekleri seçme konusunda etkileyebilir.

Öğretmenler kararları, bazen dikkatli bir şekilde önceden planlarken bazen de sınıf ortamında duruma göre verirler (Zodik & Zaslavsky, 2008). Mason ve Spence (1999) beklenmedik durumlara verilen ani kararların öğretmenin bilgisiyle bağlantılı olduğunu belirtmiş ve bunu “duruma göre davranmasını bilme” terimi ile açıklamıştır. Bu durum öğretmenlerin gerçekçi ve beklenmedik sınıf durumlarına karşı sık sık yaratıcı tepkiler oluşturması ile ilgilidir ve öğretmenin çoğalan reflekslerine ve farkındalığına büyük oranda bağlılık göstermektedir. Örnekleri seçmek ve üretmek için sınıf içi iletişimlerde anında karar vermek gerekebilir. Bu tür anlık davranışlar öğretmenin esnekliğiyle (flexibility) de ilişkilendirilebilir (Zodik & Zaslavsky, 2008). Leikin ve Dinur (2007) öğretmenin sınıfta problem çözme bağlamındaki esnekliğinde farklı tip davranışları tanımlamıştır. Simon (1995) ise “Matematik Öğretme Çemberi” adlı modeliyle öğretmenin bilgisini dersten önce hazırlanışına ve spontan (önceden planlanmamış) tepkiler gerektiren sınıf içi iletişimine bağlamıştır.

Öğretmen ders planının bir parçası olarak hangi örnekleri kullanacağını dikkatlice planlayabilir ve seçebilir. Diğer yandan bir öğretmen anlık üretilen veya uygun bir örneğin seçimi olarak da adlandırılan yeni ve alışılmadık sınıf içi durumlarla karşılaşabilir. Önceden planlanmış örnekler öğretmenin öğrencileri derse dahil etmek için geliştirdiği ve tasarladığı örneklerdir. Bu yüzden örnekler öğretmenlerin notlarında, öğrenciler için hazırladıkları çalışma formlarında, derslerde kullandıkları alıştırma kitaplarında veya öğretmenin sözlerinde ve çalışmalarında yer bulabilir. Planlanmamış örnekler ise anlık verilen bir karar için seçilen örneklerdir. Bunlar planlanmamış bir örneğin tercih edildiği (öğretmen için tanıdık bir örnek olsa bile), o an inşa edilen veya tamamıyla yeni (öğretmen için) olan örnek ve daha önce sınıfta sunulan (öğrenci veya öğretmen tarafından) bir örneğin değiştirildiği durumları içerir. Belirlenmiş bir örnek öğretmenin sınıf içerisinde veya dışarısındaki sözlerini temel alan doğal bir durumdur. Örneğin belirlenme süresi ise örneği üretmeye, öğretmenlerin tereddütlerine ve vücut ifadelerine bağlıdır. O anda gerçekleştirilen durumlarla ilgili olan sözler şu şekildedir: “Basit bir örnek oluşturmaya çalışıyorum ama olmuyor.” veya “Bu sayıları üzerinde fazla düşünmeden henüz seçtim.” Bunlar öğrencinin öğretmene “Örneği şu an mı oluşturuyorsunuz?” şeklinde soru sorduğu durumlarda öğretmenin onayladığı durumlardır.

Genel olarak öğretmenlerin planlı örnekleri onların kaynaklarında özellikle ders kitaplarında daha fazla yer almaktadır. Bir öğretmenin orta ve düşük seviyedeki öğrencilerin bulunduğu özel bir grup için tercih ettiği ders kitabındaki örnekler “kolay” dan “zor” a doğru yapılandırılmıştır. Öğretmenlerin bazı spontan örneklere ise kendi örnek uzaylarından kolayca erişilebildikleri görülmüştür. Ancak bu işlem uzun zaman alır ve öğretmenlerin örnek uzaylarına erişebilmeleri veya belirtilen amaca uygun yeni bir örnek üretebilmeleri için bazı tekrarlar yapmaları gerekir (Zodik & Zaslavsky, 2008). Bu “anlar” öğretmenler için zengin bir örnek uzayının yer aldığı öğrenme fırsatları neticesinde görülebilir (Zodik & Zaslavsky, 2007).

Öğretmenlerin örnek tercihlerinde dikkat etmesi gereken konulardan birisi de örneklerin matematiksel doğruluğudur. Tabi bu durum onların alan bilgisiyle de ilgilidir. Bir örneğin matematiksel açıdan doğruluğu Zaslavsky ve Peled (1996) tarafından ifade edilmiştir. Genel olarak bir matematiksel örneğin “yanlışlığı” nın üç farklı durumu vardır: İlk olarak bir örneğin gerekli şartlar karşılandığında daha genel bir sınıfın örneği olup olmadığının belirlenmesi gerekir. Örneğin her yerde türevlenebilen bir fonksiyona örnek olarak mutlak değer fonksiyonunun verilmesi yanlıştır veya 0.333 sayısının irrasyonel bir sayıya örnek olarak verilmesi de yanlıştır. İkinci olarak bir iddia veya varsayım için ters örneklerin bir örnek olarak verilmesi iddia ile çelişkiye düşülmediği zaman matematiksel olarak yanlış bir kullanım olur. Örneğin; $f(x) = x^3 + 1$ fonksiyonunun "her tek fonksiyon monotondur" önermesine ters örnek olarak verilmesi yanlıştır. Son olarak var olmayan bir durumun örnek olarak verilmesidir. Örneğin aşağıda ikizkenar üçgene örnek (olmayan) verilmiştir (Zodik & Zaslavsky, 2008).



Şekil 1.1. İkizkenar Üçgene Örnek Olmayan Durum

Kişi bir örneği belli bir objektif tarafından görüntülenen gerçekler veya özellikler kümesi olarak görebilir (Rissland, 1991). Bir örneğin sahip olduğu konuyla ilgisi olmayan bilgi olarak tanımlanan "gürültü (noise)" (Skemp, 1969) ne kadar çoksa kavramı oluşturmakta o kadar zordur. Bu yüzden öğrenciler konu ile ilgili olmayan özelliklere odaklandığında öğretmen belli fikirleri göstermek için kendi objektifinden özel örnekler kullanabilir. Bu durum örneklendirmenin tam merkezinde yer alan özel durumdan yola çıkarak geneli görebilme yeteneğidir (Mason & Pimm, 1984). Watson ve Mason (2006) ise örnekleri anlamlandırma sürecinde "varyasyon" kavramını öne sürmüşlerdir. Temel olarak onlar öğretmenlerin örneklerle ilgili bazı özellikleri sabit tutup diğerlerini değiştirerek matematiksel yapıyı ortaya çıkarabileceklerini iddia etmişlerdir. Ayrıca örneklerin kullanılabileceği ve aranabileceği bir ortam sağlanacağı için öğrenciler planlamanın ve genelleştirmelerin farkına varacaklardır. Bu fikir örnekleme yaparken bilhassa konuyla ilgili özelliklere vurgu yaparken kullanışlı olabilir.

1.7.4 Öğrenci Açısından Örnekler

Örnek üretmek, kavramlar arasında zihinsel bağlantılar kurmayı gerektiren karmaşık bir durumdur (Hazzan & Zazkis, 1999). Kavramları özümsemek, anlamak ve teknikleri öğrenmek için; yapı, format, karşılaşılan örneklerin zamanı ve örnekler üzerinde çalışma yollarının deneyimlenmesi önemli faktörlerdir. Öğrenciler kendi örneklerini oluştururken kişisel örnek uzaylarını genişletip zenginleştirmeyle kalmaz aynı zamanda kavram veya teknik ile ilgili bilgilerinde farkına varıp tüm nesnelerin birbirleriyle olan ilişkilerini görebilirler (Bills vd., 2006). Bir öğrenme stratejisi olarak örnek üretmeyi başarabilen öğrencilerin, yeni kavramları anlamlandırma olasılıkları daha fazladır (Dahlberg & Housman, 1997).

Davis' e (1984) göre bir prosedür ilk kez öğrenildiğinde kişi neredeyse onu tek seferde tecrübe edinir ancak tüm kalıplarını, devamlılığını ya da tüm aktivitenin akışını kavrayamaz. Fakat pratik edildikçe prosedür kendi başına bir bütün olur ve bir nesneye dönüşür. Prosedür ilk başta yapılacak iş yani fiil iken daha sonra analiz ve incelemenin bir konusu olur yani bu mantıkta bir isme dönüşür. Kavram oluşturma sürecinde ilk olarak işleme odaklanan düşüncenin gelişimi yer alır ve bu durum zamanla nesneye odaklanan yapısal bir yaklaşıma dönüşür (Rumelhart, 1989). Gray ve Tall (1994) bir ifadenin işlem (eklemek) veya kavram (toplam) olarak nasıl kavrandığını göstermek için “2+3” örneğini kullanmış ve öğrencilerin bu örneği işlem, kavram veya ikisini beraber olarak algılayabileceklerini belirtmiştir. Mesela bir öğrencinin denklemlerle olan tek deneyimi denklemlerin nasıl çözüldüğü şeklindeyse yani sadece bunu yapabiliyorsa bu konunun öğrencinin zihninde tam bir şekilde oturduğunu söylemek mümkün değildir (Bills vd., 2006). Bu nedenle, matematik eğitiminde kavranması gereken örnekler çeşitliliği yerine sadece “yapılacak” örneklerle sınırlı kalmak öğrencileri aktiviteleri tam olarak anlamlandırmalarından ve özümsemelerinden ziyade onları sadece bitirmeye veya tamamlamaya odaklar (Watson & Mason, 2006).

Charles (1980) basit kavramlar için genellemelerin yapılabileceği örnekler serisinin yeterli olabileceğini daha zor kavramlar için örnek olmayan durumların da gösterilip kavramın sınırlarını çizmenin önemini vurgulamıştır. Wilson (1986) ise örneklerin konuyla ilgisi olmayan taraflarından dolayı öğrencilerin kafalarının karışabileceğini bu yüzden örnek olmayan durumlara yer vererek bir tanımın ne olup ne olmadığı hakkında daha fazla bilginin sağlanabileceğini belirtmiştir. Bir kavramı algılarken örnekler formal tanımlardan daha etkili olduğu için (Vinner, 1991) öğrenme örnekler ve örnek olmayan durumların zengin çeşitliliği ile daha iyi sağlanır. Ancak sınırlı miktardaki örnekler ve örnek olmayan durumların kavram imajına katkıda bulunmadığı aşikar bir durumdur (Watson & Mason, 2006).

Kişiye özel yeni nesnelerin oluşturulduğu, yeni ilişkilerin kavrandığı, bilinen ve geleneksel nesnelerin değişime uğrayıp kişisel kavramalar ve yeni anlamlar oluşturmak için bir araya getirildiği yerlere “örnek uzayları” denir (Rissland-Michener, 1978). Öğretmenlerin ve kitapların kullanmakta olduğu bilinen uzaylar, öğrencinin herhangi bir konuda geçmiş bilgilerinin üzerine ilave edebileceği uygun başlangıç noktalarıdır. Yani başka bir deyişle; öğrenciler bu bilinen uzayların üzerine inşa yoluyla olası varyasyonların boyutlarının farkına varırlar ve kendi örnek uzaylarını geliştirebileceği uygun durumlara gelirler. Öğrenciler önemli genellemeler ve nedenleri hakkında açıkça bilgilendirilmezlerse kitaplar ve öğretmenlerin amaçladığı şekilde örnekleri kavrayamayabilirler. Ayrıca öğrencilerin odaklandıkları nokta sadece prosedürü uygulama olursa kavramsal çıkarımlar yapamazlar ve örneklerden uygun olmayan genellemeler yapabilirler. Örnekler, örnek olmayan durumlar ve ters örneklerin doğası ve sırası öğrencilere sağlanan bu ortamlar üzerinde kritik bir etkiye sahiptir (Bills vd., 2006).

Öğrenciler tarafından oluşturulan örnekler, çeşitli seviyelerdeki matematiksel öğrenimi artırmak için güçlü bir pedagojik araç olarak hizmet eder (Watson & Mason, 2005). Öğrencilerin kendi örneklerini oluşturmaları matematiksel yapılar ve kavramlar arasında karmaşık işlemler gerektirdiği için oldukça önemlidir. Ancak onlara açık bir destek ve teşvikte bulunulmazsa ispat etme ve problem çözme sürecinin örnekler ile olan ilişkisini özümseyip uyarlayamazlar. Ayrıca öğrenciler kendi deneyimlerinden değişebilen (variation) ve değişemeyen (invariance) durumları kavrarlar. Bu durum ilerde onların örnek alanlarının gelişmesine katkı sağlayabilir (Bills vd., 2006).

Öğrencilerin örneklerle olan ilişkisini alıştırmaların da etkilediği söylenebilir. Çeşitli araştırmalar, alıştırma örneklerinin matematik problemlerini çözebilmek için sağladığı katkıyı gösterir (Reed, 1985; Reimann & Schult, 1996; Sweller & Cooper, 1985). Watson ve Mason (2002a, 2002b) ise alıştırma örneklerinin öğrencilerin genelleme kapasitelerini engellediğini öne sürmüştür. Yapay zeka literatürünü ele alarak bu durum için bir açıklama yapan Reiman ve Schult (1996) alıştırmalarda dikkat çekilen ve elde edilen bilginin genellikle çözüm adımları olduğunu ve bu durumun denklik (matching) ve değiştirme (modification) işlemlerini sınırlandırdığını iddia etmişlerdir. Ayrıca bu örneklerde atılan her adımın nasıl ve niçin atıldığını açıklamanın önemli olduğunu ve böylece öğrencilerin dikkatinin çekilebileceğini de vurgulamışlardır. Bunlar Chi (1989), Eley & Cameron (1993) ve alıştırma örneklerinde öğrencilerin kendi açıklamalarını geliştirmelerini savunan Renkl' in (2002) görüşleriyle aynı doğrultudadır. Bu bağlamda alıştırmalar öğrenciyi mantık yürütmeye ve açıklama yapmaya teşvik edici şekillerde oluşturulduğunda öğrenmeyi geliştireceği söylenebilir.

Öğrencilerin örnekler yardımıyla muhakeme etme sürecinde kullandıkları bazı yöntemler söz konusudur. Rumelhart' a (1989) göre yeni durumlarla ilgili muhakeme etmenin yöntemlerinden birisi, benzerliğe dikkat çekerek muhakeme etmektir. Rumelhart bu sürecin uygun bir örneği "hatırlamak" tan "analojik muhakeme" ye doğru ilerlediğini söyler. Örneklerin genellemesini gerektiren matematiksel muhakemenin bir diğer türü de ters örnek vererek ispatlamadır. Öğrencilerin uygun ters örnekleri kullanmalarında ve üretmelerinde yaşadıkları zorluklar ise öğretmenlerin örnek kullanımındaki bir başka tartışma konusudur (Zaslavsky & Peled, 1996; Zaslavsky & Ron, 1998). Ancak öğrencilerin örnekleri oluşturması daha öncede belirtildiği gibi bireyseldir. Acemi matematikçiler, durumla ilgili önsezi elde etmek ve daha sonra bunların yardımıyla genelleştirme yapabilmek için çok sayıda örnek ile çalışırken; uzman matematikçiler verimli tek bir örnek ile çalışırlar (Bills & Rowland, 1999; Zaslavsky & Lavie, 2005).

Alcock ve Weber (2004, 2005) ise ispatlama ve muhakeme etme sürecinde "referans gösterme (referential)" yaklaşımını kullanan öğrenciler ve "kurallı (syntactical)" yaklaşımı kullanan öğrenciler olmak üzere iki tür öğrenci yaklaşımı tanımlamıştır. İspatlama için referans gösterme yaklaşımını benimseyen öğrenciler örnekleri kavramsal anlamayı geliştirmek için kullanmazlar. Ayrıca herhangi bir durumu referans gösterip bilinen örnekleri kullanarak çıkarımlarını yönetmeye çalışırlar. Kurallı yaklaşımı benimseyen öğrenciler ise tanımlara uygun belirli örnekler oluşturarak ispat sürecini anlamlandırmaya çalışırlar. Ancak uygun örnekler bularak genelleme yapmak bu duruma alışık olmayan bir öğrenci için hiç de kolay değildir.

1.7.5 Kişisel Örnek Uzayı

Kişisel örnek uzayı; belirli bir duruma, istemlere ya da eğilimlere yanıt olarak erişilebilen uzaydır. Örnek uzayları sadece bir listeden ibaret değildir, kendi içinde uzaydaki sınıfların ve üyelerin birbirleriyle ilişkisinin nasıl olduğunu anlatan bir yapısı vardır. İçerikleri ve yapıları durumsal ve bireyseldir. Yapılandırılmış bu uzaylara cebirsel yaklaşımlar ve geometrik yaklaşımlar gibi farklı yollardan erişilebilir (Bills vd., 2006). Watson ve Mason' a (2005) göre kişisel örnek uzayı, "öğrencilerin ve öğretmenlerin örneklerle tecrübenin sınırlarının ve potansiyelinin daha fazla farkına varmalarını sağlayan bir araçtır." Matematik öğrenmek; keşfetmekten, tekrar düzenlemekten, akıcılık kazanmaktan, kendi örnek uzayını genişletmekten ve bunların kendi aralarındaki ilişkilerden oluşmaktadır. Kişisel örnek uzayı, bu uzayı oluşturan elemanlar arasında zengin ve çeşitli bağlantılar kurulduğunda kullanışlıdır. Kendi örnek uzayını genişletmek (hassasiyetle rehberlik edilirse) düşünme esnekliğine katkıda bulunur, yeni kavramların benimsenmesine ve takdir edilmesine izin verir (s.6).

Bir uzman, matematiksel açıdan geniş potansiyelli bir örnek uzayına ya da en azından bu uzayla ilgili bazı geçmiş tecrübelere ulaşabilir. Ancak bu aşamada akla gelen bazı örnekler ulaşılan potansiyelin yalnız birer parçası olabilir. Genellikle uzaylar bazılarının geniş kapsamlı olabileceği baskın kavram imajlarının kontrolü altındadır. Bu sebeple bazen herhangi bir durumda ulaşılabilen bir örneğe başka durumlarda ulaşılamaz. Örnek üretirken elde edilen tecrübeler ise gelecekte daha zengin bir örnek uzayının oluşmasına yardımcı olur (Bills vd., 2006).

Watson ve Mason (2005) aşağıda yer alan örnek uzaylarını tanımlamışlardır:

- *Yerleşik (lokal) kişisel örnek uzayları, mevcuttaki görev (ödev), ipucu, ortam veya yeni tecrübelerin oluşturduğu örnek uzaylarıdır.*
- *Kişisel potansiyel örnek uzayı, yerleşik (lokal) uzayın düzenlendiği, bir kişinin tecrübelerinden (tam olarak hatırlanmasa bile) meydana gelir ve erişim kolay olmayabilir.*
- *Geleneksel örnek uzayı, genel olarak matematikçilerin anladığı ve ders kitaplarında gösterilen örnek uzaylardır.*
- *Toplu ve yerleşik örnek uzay, belirli zamanlarda bir sınıfta veya başka bir grupta yer alan geleneksel yerleşik uzay şeklinde davranan örnek uzaydır (s. 76).*

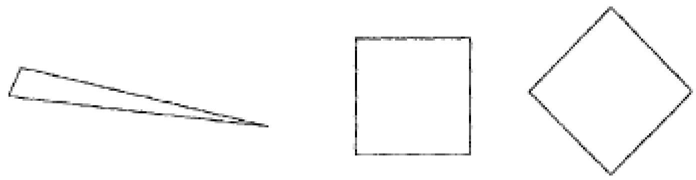
Zazkis ve Leikin (2007) geleneksel örnek uzaylarına değinmişler ve "matematikçilerin genel olarak ne anladığı" ve "ders kitaplarında ne gösterildiği" ile ilgili önemli farklılıklar bulmuştur. Örneğin; $\sqrt{17}$ veya $\sqrt{117}$ matematikçilerinde anladığı gibi irrasyonel sayıların yer aldığı örnek uzaya aittirler ancak bu örnekler genel bir örnek olarak $\sqrt{2}$ ' nin yer aldığı ders kitaplarında veya öğretim ile ilgili yerlerde hemen hemen hiç kullanılmazlar. Öğrencilerin örnek uzaylarının geliştirilmesi için ders kitaplarında bu tür farklı örneklere yer verilebilir.

Örnek uzayları, öğrencilerin matematik ile üretken olarak uğraşmaya davet edilmesiyle ortaya çıkar. Bu örnek uzaylarının bazı tecrübelerden oluşan geniş bir potansiyeli olabilir. Öğrencilerin potansiyel uzayı, matematikçiler ve ders kitapları tarafından standart olarak verilenlerin bir alt kümesinden oluşması muhtemeldir. Bir sınıfta öğrenci olmak, bir kitap okumak, öğrenciler için uygun bir ödev aramak veya bir mesleki gelişim çalışmasında yer almak farklı özelliklere ve böylece farklı ihtimallere ulaşmaya sebep olabilir. Ayrıca her bir kişiye ait olan uzayın içindekiler ve bu uzayın yapısı onların matematiksel deneyimleri, konu ile ilgili akıllarına gelen şeyler ve gerekli olan varsayımlar tarafından etkilenecektir. Bu uzaydaki bazı elemanlar birbirleriyle bağlantılı ancak genellikle dağınık ve kopuk olabilirler.

Örnek uzayı, içinde örneklerin farklı roller üstlendiği bir çeşit yapı veya durumlar ve ilişkiler üzerinde oynanmaya imkan veren topolojinin yer aldığı mekânsal bir ifadedir. Ayrıca uzay terimi, içeriyi ve dışarıyı çevreleme anlamına da gelmektedir. Buna rağmen evren ‘’dışarı’’ nın yer almadığı bir uzay olarak düşünülebilir. Bu bağlamda hiç kimse belirli bir konu ile ilgili potansiyel örnek uzayının muhtemel tüm özelliklerine ve elemanlarına ulaşamaz. Bunlardan içerde bulunanların bazıları tozlu köşelerde gizlenmiş olabilir ve içerdeki diğer nesnelerle olan bağlantıları açık olmayabilir. Net bir şekilde akla gelen örnekler ve esas imajlar ise uzaydaki her şeye erişimi sağlamazlar. Bu uzay; bileşenlerden ve bunlar arasındaki bağlantılardan, tüm uzayın ne kadar kullanılabilir olduğundan ve kişisel boyutlardan meydana gelir. Ayrıca bir zamanlar bilinen ancak bu belirli zaman ve yerde oluşturulan örnek uzayda bulunmayan nesneler vardır. Bu nesnelerin başka bir durumda içeriye ait olduğu düşünülecek olmasına rağmen aynı nesneler şu an mevcut uzayın dışında düşünülebilir. Örnek uzayı, mutfak dolabı veya kiler olarak ele alınabilir. Ön tarafta kümelenmiş olanlar sürekli kullanılan ve bilinen şeylerdir. Arka tarafta ise diğer materyaller bulunur ancak onlara ulaşmak genellikle diğerlerini bir tarafa iteklemek anlamına gelmektedir (Watson & Mason, 2005, s. 59-61).

Michener’ e (1978) göre geleneksel örnek uzayı “yapısal türetme” ile büyür. Yani yeni örnekler eskileriyle uyarlandığında ve genişletildiğinde elde edilirler. Michener örneklerin kombinasyonunu ve onların yapısal potansiyelleri olan örnek uzayını araştırmıştır. Ona göre bu örnek uzayı, “bir kilerden ziyade yönetilen bir şema ve şu anda üretilen veya ortaya çıkan bir şey olmayıp önceden mevcut olan bir yapıdır.” Yönetilen bu şema açıkça belirlenmiş ilişkileri ima eder (s. 362). Birçok kişinin sahip olduğu örnekler metinlerde, derslerde veya başka yerlerde karşılaşılan örneklerin değiştirilmiş halidir. Matematiksel metinlerde teoremlerin temel unsurları olarak nesilden nesile aktarılan klasik örnekler yer almaktadır. Bu örnekler yüksek matematikteki matematiksel kavramların klasik durumları olan; $\sqrt{2}$ irrasyonel sayısını, von Koch’un sürekli ancak hiçbir yerde türevlenemeyen kar taneciği adlı fonksiyonunu, Sierpinski üçgenini ve Mandelbrot kümesini içermektedir (Peterson, 1990).

Fischbein (1993) istenmeyen özelliklerin vurgulanmasından dolayı uygunsuzca soyutlanabilen paradigmatik (örneksel) şekillerden türetilen kavramlar için “biçimsel kavram” ifadesini kullanmıştır. Schwarz ve Hershkowitz (2001) ise bu tür şekilli örneklere “prototip (ilk örnek) belirsizlik” ismini vermiştir. Örneğin; okulda verilen bir çok üçgen dar açılıdır ve sayfanın altına paralel bir kenarı vardır, bir çok paralelkenarda da aynı durum söz konusudur. Dikdörtgenler en çok bilinen dörtgenlerdir ve bir çok kesrin payı paydasından küçüktür. Wilson (1986) bir kenarı sayfanın tabanına paralel olarak resmedilen çokgenlerin örnekleri üzerine çalışmıştır. Üçgenleri bir kenarı sayfanın tabanına paralel olarak soyutlayan öğrenciler aşağıdaki şekillerden ilkini hariç tutar. Çünkü o bir çubuktur ve üçgen değildir (Sfard, 2002) veya ikinci şekli kare ancak üçüncü şekli elmas olarak düşünürler. Öğrencileri örnek üretmeye davet etmek onların kavramlar ile ilişkilendirdikleri resimlerdeki izin verilebilir değişim alanlarını geliştirmeleri ve örnek uzaylarının genişlemesi açısından oldukça önemlidir (Akt. Watson & Mason, 2005, s.63).



Şekil 1.2. Öğrencilerin Uygunsuzca Soyutlama Yaptıkları Bazı Geometrik Şekiller

Watson ve Mason’ a (2005) göre olmayan örnekler ve ters örneklerde farklı durumlara işaret ederek öğrencilerin örnek uzaylarının gelişimini sağlar. Olmayan örnekler genelleştirmenin kapsamını sınırlandırır. Öğrencilerin önceki varsayımlarının ve sezgilerinin tüm sınıfı ifade etmeyeceği konusunda onları uyarır. Bunun yanı sıra ilk bakışta örnek olarak görünen ve niteleyici şartların önemini belirten olmayan örnekler örnek uzayını betimlemeye yardımcı olur. Planlı bir şekilde ters örnek aramak ise varsayımları ve özellikleri daha iyi kavramak için belirgin bir yöntem olarak görünür. Bu tür arayış geçerli örnek uzayı içerisinde veya ötesinde olabilir. Öğrenciler aktif olarak kendi örnek uzaylarını keşfeder ve inşa ederse kavramlar için olmayan örneklerle ve varsayımlar için ters örneklerle karşılaşmaları kaçınılmaz olur.

1.7.5.1 Örnek Uzayının Gelişimi İçin Pedagojik Araçlar

Kişisel örnek uzayının gelişiminde bir durum tespiti yapmak açısından aşağıda Watson ve Mason' a (2005) ait olan bir etkinlik örneğine yer verilmiştir:

> *Matematiksel bir terim ile karşılaştığınızda aklınıza ilk gelen düşünce nedir? Ve bu düşünce baskın hale nasıl dönüştü?*
>
> *Kişilerin bu sorularla ilgili bazı düşüncelerine ait raporlar şu şekildedir:*
>
> - *Kendilerini özellikle ilkokulda öğrendikleri şeyleri çizerken ve deneyimlerken bulmuşlardır.*
> - *Varyasyonların aralığında kafaları karışmış durumdadırlar. Belirli bir şey açıkça akla gelmez.*
> - *Klasik bir tanım hatırlamak ve bir yere yazmak.*
> - *Herhangi bir şey yazmak için yeterli bilgiye sahip olmamak.*
> - *Herhangi bir şeyi seçmek için çok fazla biliyor olmak.*
> - *Zihinsel bir nesne olarak iyi işleyen ancak resmedilemeyen bazı kişisel imajı çizmeye çalışmak. Kağıda yazılamaz.*
> - *Bilinçli bir şekilde bir kavram hakkında genelliği temsil edecek durumları yazmak ve onu çizmek.*
> - *Ders kitabından veya sınıf içerisinde bulunan duvardaki posterden bir şeyler hatırlamak.*
> - *Bir örnek vermek ve daha sonra ona neyin dahil olmadığı konusunda endişe duymak.*
> - *Örnekten neyin beklendiği ile ilgili kafa yormak.*
>
> *Bireylerin kendi imajları hakkında konuşmalarından yola çıkarak şu sorulara da yer verilmiştir: Çocukluk yıllarında favori öğretmenden veya bir etkinlikten edinilen bir imaj mıydı? Bir yerlerden duyarak öğrendiğiniz bir şey miydi? Bir kavramı anlamanıza imkan sağlayan bir örnek miydi? Sık kullanılan bir örnek midir? (Watson & Mason, 2005, s. 94).*

Örneklerin mümkün olduğunca geniş stokları kapsamlı bir kavrama için gereklidir. Tek bir örnek herhangi bir kavramı anlamak için gerekli olan tüm bilgileri somutlaştıramayabilir (Halmos, 1983). Lakoff (1987) benzer matematiksel özellikleri açıklayan farklı örneklerin varlığına vurgu yapmıştır. Örneğin; pozitif sayıların çarpım yaparak değerini azaltacak sayılara referans olan örnekler bulmak istediğimizde birden fazla türden örneğe sahip olmak isteyebiliriz: Mutlak değeri 1' den küçük olan sayılar ve -1' den küçük olan negatif sayılar bunlara örnektir. Bu türlerin her ikisi de diğer sayıları azaltır. Ancak bir tanesi sayının mutlak değerini azaltır diğer tür ise sayı doğrusu üzerindeki pozisyon olarak değerini azaltır. Tabii ki de bunların her ikisinin kesişimi olan mutlak değeri 1' den küçük negatif sayılar vardır. Ancak kesişimlerinde olsa bile tek bir örnek, değişebilen çok yönlü özelliklerden dolayı tüm sınıf için gerekli olan bilgileri içermez. Bu duruma uygun esas bir örnek olamaz. Schwarz ve Hershkowitz (2001) bunu "belirsiz temsilci (representative ambiguity)" olarak sunmuşlardır. Schwarz ve Hershkowitz' a (2001) göre tek örnek, örneklerin tüm sınıfı için gerekli olan bilgileri içerecek biçimde oluşturulamaz; tüm örnekleri temsil edecek bir örnek yoktur. Ancak öğrenciler kaçınılmaz bir şekilde genel bir durumu ifade eden belirli nesnelerin farkına varmaya başlayacaklar ve bir sınıf ile ilgili bilinen her şeyi temsil eden üyeleri seçeceklerdir (Mason & Pimm, 1984). Örneğin; herhangi bir dikdörtgen için kenar uzunluklarının değişebilir olduğu kabul edilirse tüm dikdörtgenleri temsil eder ve örneklendirir. Bu yüzden öğretmenlerin öğrencilerine değerli genel örneklerin bulunduğu bir örnek uzayına sahip olmaları konusunda yardımcı olmaları oldukça önemlidir.

Tall ve Vinner (1981) ise örnek uzaylarının kavram imajlarıyla olan ilişkisine vurgu yapmıştır. Öğrenciler tekrar tekrar bir kavram ile ilgili örnek uzayları oluştururken tanım veya talimatlarla ilgili akla gelen şeyleri ilişkilendirerek bir kavram imajı keşfeder ve inşa ederler. Kavram imajı tüm görüntüleri (images), tanımları, örnekleri, ters örnekleri ve bunlar arasındaki ilişkileri yapılandırılmış bir şekilde ele alır. Bütün bunlar öğrencinin bir kavrama yönelik anlayışının bileşimini oluşturur. Belirli bir durumda akla gelen, farklı zamanlar ve farklı görevlerde değişebilen kavram imajının alt kategorisine ise "uyarılmış kavram imajı (evoked concept image)" denir (s. 152).

Değişkenlerin belirlenmesi ve değiştirilmesi yoluyla örnek uzayların sistematik genişletilmesi örnekleri üretmenin tek yolu değildir. Sistematik araştırmanın yerine öğrenciler anında, kuvvetli bir şekilde ve bütünüyle akla gelen "görsel (eidetic) imajlar" ile çalışmaya başlayabilirler. Bunlardan başka bazı örnekler sistematik ancak sezgisel ve ilham verici bir şekilde bu imajlar yardımıyla inşa edilirler. "İnşa etme" kelimesi oldukça kullanışlıdır çünkü tüm öğrenmeler sadece etkileşimlerden ve deneyimlerden anlam inşa edilme süreci değil aynı zamanda matematikteki aksiyomlar, kısıtlamalar ve matematiksel nesnelerin oluşumu için yönetilen ve birleştirilebilen diğer elemanların seçimini de içerir (Watson & Mason, 2005, s. 98).

Burn' e (1993) göre özel ve ekstrem örnekler öğrencilerin örnek uzaylarının boyutlarını değerlendirme konusunda yardımcı olur. Ayrıca analizdeki temel fikirlerin gelişimi çoğu zaman varsayımları çürüten ekstrem örneklerin keşfedilmesine veya oluşturulmasına bağlıdır. Bir sınıfın "sınırlarında" neler olduğunu gösteren ekstrem örneklerin, örnek uzayların yapısında önemli bir yeri vardır. Eğer ekstrem örneklere ulaşılamazsa bir kavramın faaliyet alanı ile ilgili yapılan değerlendirmede hata yapılabilir. Watson & Mason' a (2005) göre bazı ekstrem örnekler aşağıdaki gibidir:

> *1. Bütün kesirler sonlu değildir.*
>
> *2. Çıkarma ve bölme işlemi "daha da büyütebilir."*
>
> *3. Her kare bir dikdörtgen, yamuk ve aynı zamanda bir paralelkenardır.*
>
> *4. Sıfır ile çarpma işlemi, bölme her zaman çarpımın "tersidir" inanışına bir ters örnektir (s. 100).*

Bateson (1973) ise örnek üretme ile ilgili şu soruların yöneltilebileceğini belirtmiştir: "Öğrenciler herhangi bir örneğin ne olduğunu biliyorlar mı?", "Örnek olarak öne sürülen herhangi bir şeyin tipik örneği nedir?", "Dikkat çeken örnek nasıldır?", "Temsil ettiği sınıfla ilgili özellikler veya diğer başka özellikler mi yoksa öğrencinin aklında yer alan matematiksel olmayan ilişkiler mi?" Örneğin aşağıda birbirleriyle eş 3 dilime bölünmüş bir daire yer almaktadır:

Şekil 1.3. Üç Eş Parçaya Bölünmüş Daire

Bir öğretmene göre bu üçte biri ifade eden bir örnektir, öğrencilerin büyük bir bölümüne göre bu bir Mercedes sembolüdür. Barışsever birine göre bu bir barış sembolüdür.

Geneli kavramak ve bir takım örnekler ile tecrübe edinmek arasında bazı ilişkiler söz konusudur. Bu durum uygulama ve göstermeye dayalı öğretim için bir ihtiyaç olarak kabul edilebilir. Ancak buradaki amaç uygulamanın temel prensibi olan akıcılık kazanmak değil, örnek çeşitliliğinin arasında bazı doğruların nasıl yer aldığını görmektir. Bu örnek çeşitliliği içerisinde uzmanlaşarak genellemenin nasıl olduğu veya genel bir şablondan yola çıkarak temel prensibin ne olduğu anlaşılabilir. Bunları yaparken öğrenciler bir sınıfı temsil eden örneklerin yer aldığı durumları bilmek zorundadır. Öğrenme aynı zamanda neyin değişebilir neyin değişmez olduğu yani olası varyasyonların boyutunu ve izin verilebilir değişim aralığını bilmektir. Öğrenciler kullanışlı örneklerin yer aldığı sınıftan bir tercih yapmayı tecrübe edindiklerinde yapmış oldukları bu tercihlerin bütün sınıfın bir örneği olduğunu daha iyi anlarlar. Ancak akıllarına ilk gelen şey ile yetinirlerse veya öğretmen tarafından sağlanan örnek ile çalışırlarsa iyi bir tecrübe edinmiş olmazlar (De Morgan, 1831, Akt. Watson & Mason, 2005, s. 105).

Bills ve Rowland' a (1999) göre herhangi bir örnekten temel yapıya ve özelliklere dayanarak genelleme yapmak faydalı olabilir. Bazen tek bir örnekten işe yarayan her şeyi anlamak mümkün olabilir. Örneğin; bir çokgenin köşegenlerinin sayısını hesaplarken bir durum genel olarak ele alınabilir ve kenarlarının sayısına bir sembol veya genel bir ifade vererek belirli bir örneğe yer verilebilir. Böylece yapısal bir genelleme üretilir. Bu tür durumlarda genel bir formülün tahmin edilmeye çalışıldığı örnekler topluluğu üretmeye gerek duyulmayabilir.

Bazı matematikçiler, genellemenin yapılabildiği bir veya iki "iyi" örneğin yeterli olacağını belirtirler. Ancak acemi matematikçiler, öğretmenin sağladığı birkaç örneğe ihtiyaç duyarlar ve böylece önemli bir örnek yerine uygun olan varyasyonların neler olduğuna dikkat ederler. İnsanlar optimum sayıda örnek belirlemek isterler. Ancak buradaki en önemli nokta öğrencilerin ürettikleri örnekler üzerinde sergiledikleri eylemlerdir. Örneğin; "77 ve 879 sayılarının kaç tane çarpanı vardır?" sorusunda bir inşa etmeden çok talimat veya yönerge yer almaktadır. Ancak araştırmacılar öğrencilerin bu tür dört çarpanı olan muhtemel tüm sayıların yapısını açıklayan örnekler üretmelerini beklemektedir. Bu örnekte dört çarpanın yer aldığı belirli bir hesaplama yer almaktadır. Ancak burada asal çarpanların kuvvetleriyle beraber yer aldığı yapının kurulması amaçlanmıştır. Bu bağlamda soruyu "77 ve 879 sayıları dört farklı pozitif çarpana sahiptir. Neden?" şeklinde sorup öğrencilerin bu iki sayı arasındaki benzerlik ve farklılıkları keşfetmelerini sağlamalarına imkan verilebilir (Campbell & Zazkis, 2002). Bu tür durumlar öğrencilere bazı kavramlar üzerinde daha derin bir farkındalık oluşturabilir ve geneli görerek örnek uzaylarının gelişmesini sağlayabilir. Ayrıca öğrencilerin onlara sunulan ifadeleri karşılaştırırken ki eğilimleri matematik öğretiminde kullanılabilir.

Watson ve Mason' a (2005) göre kişisel uzayların gelişim sürecinde "geleneksel örneklerin" önemli bir yeri vardır. Bu örnekler alıştırmalarda yer alır ve öğrencilere "favori" örnekler olarak öğretmenler tarafından sunulur. Daha sonra ise öğrenciler bu örneklerden bazılarını kendi örnek uzaylarına entegre ederler. Bu aşamada öğretmenler bu örnekleri dikkatli bir şekilde seçme konusunda sorumludurlar. Tabii ki öğretmenlerin sunduğu, önerdiği veya teşvik ettiği bu örnekler onların örnek uzaylarından ortaya çıkar. Bu yüzden öğrencilerin geleneksel örneklerin yer aldığı geleneksel örnek uzayını tanımaları öğretmenlere bağlıdır. Öğretme ve öğrenme; öğretmenler ve öğrenciler arasındaki iletişim ve aralarındaki uyum olarak görülebilir. Öğrencilerin örnek uzaylarının yapısı geleneksel örneklerin keşfedilmesinden etkilenmektedir. Geleneksel örnek uzayları ise öğretmenler ve öğrenciler için matematiksel ve pedagojik olarak öğretici olduğu kanıtlanan örneklerden etkilenmektedir (s. 110).

Bütün bunlara ek olarak örnek uzayları aşağıda sıralanmış şekillerde keşfedilebilir ve genişletilebilir:

- Yeni sınıflara geçiş için durumsal-özel örnekler araştırılabilir,
- Örneklerin belirli özellikleri üzerine odaklanmak için daha fazla kısıtlama yapılabilir,
- Kapalı uçlu cevaplar yerine açık uçlu cevaplar kullanılabilir,
- Bir sınıfın sonsuz büyüklüğüne onu temsil eden özel bir nesne yardımıyla göz atılabilir (Bills vd., 2006).

1.7.6 Kavram Tanımı ve Kavram İmajı

Kavram; "nesnelerin veya olayların ortak özelliklerini kapsayan ve ortak bir isim altında toplayan genel tasarımdır." (TDK, 2010).

Kavramlar isimlendirme ve tanımlama özelliklerine sahiptirler. Bu özellikleri nedeniyle de öğrenmenin vazgeçilmez ve temel elemanlarından biridir. Kavramlara ait çıkarılabilen bazı özellikler aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Kavramlar bireylerin algılamalarına dayalı olduğu için bireyden bireye farklılık gösterebilir.
- Kavramlar var olduğu dilin özelliklerine bağlı olarak dilin zenginliğine göre ve kültüre göre anlam ve özellikler kazanabilir.
- Kavramlar hem soyut hem de somut özellikleri ayrı veya birlikte taşıyabilirler.
- Kavramlar farklı kültürler içinde farklı anlamlar taşıdığı gibi, aynı kültür içinde yer alan bireyler arasında bile yaşantılara bağlı anlam farklılıkları gösterebilir. Yaşları, gelişim düzeyleri ve hatta içinde bulundukları ortam aynı özelliklere sahip olmasına rağmen çocukların sahip oldukları kavramlar, hem kapsam hem de tür açısından aynı değildir. Çünkü çocuklarda kavram gelişimini etkileyen pek çok faktör vardır. Bunlardan bazıları; duyu organları, fiziksel mekanlar, zekâ, cinsiyet faktörü, kişilik, yaşantılar, öğrenme fırsatları, çocuklara sağlanan rehberlik düzeyi ve yanlış anlamalardır (Ülgen, 1995).

Eğitimde yeniden yapılanma çalışmalarının ve davranışçı yaklaşımın yerini yavaş yavaş yapısalcı yaklaşıma bırakmasıyla birlikte öğrencilerin matematiği nasıl öğrendikleri, kavramları nasıl yapılandırdıkları giderek daha fazla önem kazanmıştır. Bu noktada yapısalcılıkla birlikte başlayan matematik eğitiminde kavramların algılanışı ile ilgili çalışmalar ilk olarak Tall ve Vinner tarafından başlatılmıştır (Gülkılık, 2008). Formal eğitimde önceleri matematik sonuç odaklı öğretilirken yapısalcı yaklaşımla birlikte süreç de önem kazanmış ve eğitimin değerlendirmesinde sürecin nasıl oluştuğuna dikkat edilir olmuştur.

Yapısalcı yaklaşımla eğitimin merkezine alınan öğrencinin nasıl düşündüğünün bilinmesi eğitimin kalitesini arttıracaktır. Kavramın tanımı ve imajı (Tall & Vinner, 1981) öğrencilerin matematiksel düşünmelerini analiz ederken kullanılan etkili bir yapıdır (Gülkılık, 2008). Kavram tanımı ve kavram imajı yapısı, öğrencilerin matematiksel kavramlara yönelik düşüncelerini ve bunları yapılandırıp yapılandıramadıklarını ortaya çıkarmaktadır. Kavram tanımı (concept definition) bir kavramı diğerinden ayırırken kullanılan kelimeler bütünüyken; kavram imajı (concept image) zihinde o kavramla ilgili olarak uyananları içermektedir. Bu sebeple kavram imajı informal bir tanım olup bireydeki kavram yanılgılarını da içerebilir. Kavram tanımı ise bilimsel olarak kabul görmüş bir tanım olarak düşünülebilir (Rösken & Rolka, 2007).

Tall ve Vinner (1981) ve Vinner' a (1991) göre öğrenciler yeni bir kavram oluşturma sürecinde kavram tanımlarını kullanmak yerine kavram imajını kullanmaya meyillidirler. Ancak kavram imajı formal tanımla çatışmaya başladığında önemli sorunlar ortaya çıkabilir. Böyle bir çatışma formal tanımın öğrenilmesini engelleyeceği gibi öğrencilerin formal tanıma gereksiz bakmasına neden olacaktır.

Vinner' a (1991) göre, eğer bir fikir diyagramlar üzerinde ifade edilmek isteniyorsa, bilişsel yapıda iki "hücre" ye başvurulur. Birinci "hücre" kavram tanımı, ikinci "hücre" ise kavram imajıdır. İlk hücre ve hatta bazen ikisi de boş olabilir (Kavram tanımı anlamsız bir şekilde hatırlandıysa, kavram ismiyle herhangi bir anlamlandırma yapılmadığından kavram imajı hücresi boş kalabilir). Bu iki hücre arasında belirli bir ilişki olmasına rağmen birbirlerinden bağımsız olarak şekillendirilmiştir. Örneğin; Bir öğrenci farklı durumlarda birçok grafik görerek koordinat sistemi hakkında kavram imajı oluşturabilir. Bu kavram imajına göre verilen iki eksen birbirini dik keser. Matematik öğretmenleri ise koordinat sistemini birbirini kesen iki düz çizgi olarak tanımlamalarının sonucunda 3 durum ortaya çıkabilir:

1. Kavram imajı, koordinat sisteminin eksenleri arasında dik açı yokmuş gibi değişebilir (Yeniden yapılandırma–uyum/reconstructivism-accommodation).

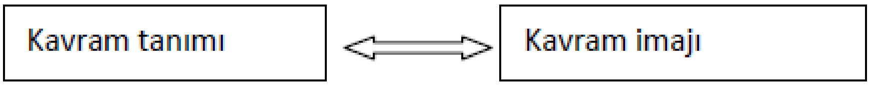
2. Kavram imajı olduğu gibi kalabilir. Kavram tanımı hücresi bir süreliğine öğretmenin tanımlamasını içerir fakat kısa bir süre sonra unutulabilir ve öğrenciden koordinat sistemini tanımlaması istendiğinde, öğrenci eksenlerin arasındaki dik açıdan bahsedebilir (Formal tanım özümsenmemiş durumdadır).

3. İki hücre de olduğu gibi kalabilir. Öğrenciye sunulduğunda öğretmenin tanımını tekrardan söyleyebilir fakat bütün diğer durumlarda öğrenciler, birbirine dik iki ekseni düşünürler.

Benzer bir süreç kavramın tanımı yardımıyla kavramla ilk defa karşılaşıldığında gerçekleşir. Burada ilk olarak kavram imajı hücresi boştur. Birçok örnek ve açıklamadan sonra bu hücre dolar. Ancak tamamen kavram tanımını yansıtmaz.

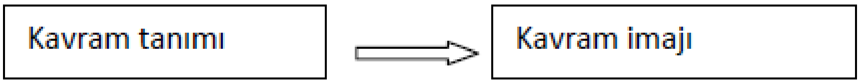
Yukarıda yer alan 1. ve 3. adımlar arasındaki senaryoların benzeri bu durumda da yaşanır (Vinner, 1991).

Vinner (1991) kavram tanımı ile kavram imajı arasında var olan etkileşimi göstermek için aşağıdaki şekli kullanmıştır.



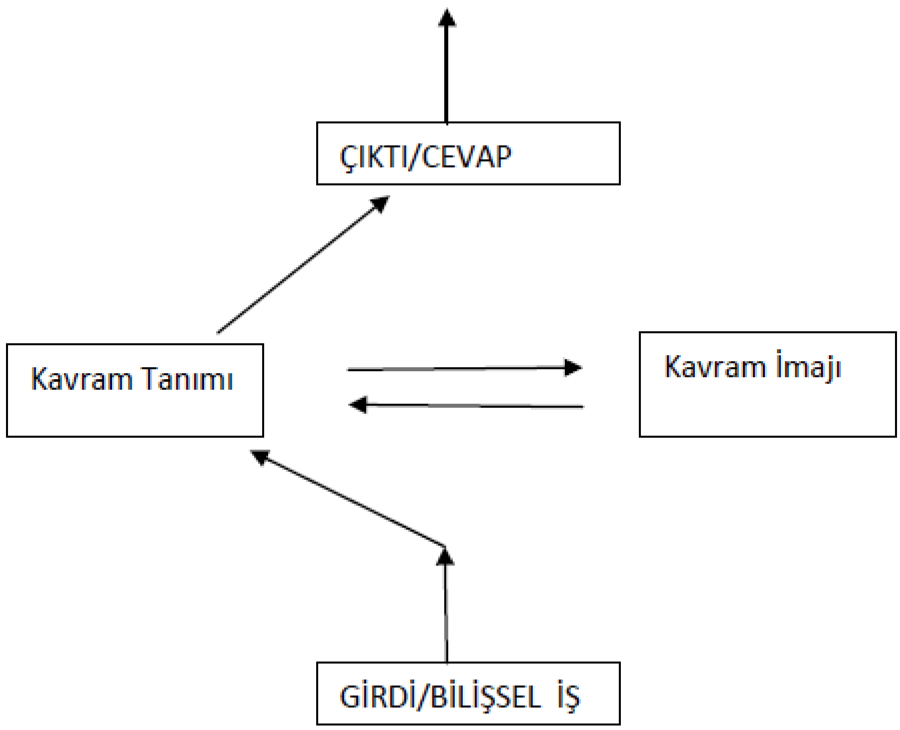
Şekil 1.4. Kavram Oluşum Süreci

Yukarıdaki şekilde uzun süren bir kavram oluşum süreci gösterilmiştir. Bazı öğretmenler ise öğrencilere bu süreci tek yönlü yaşatmaktadır. Şekil 1.5.' de gösterildiği gibi öğretmenler kavram imajının kavram tanımından şekillendiğini ve tamamen onun tarafından kontrol edildiğini düşünmektedirler (Vinner, 1991).

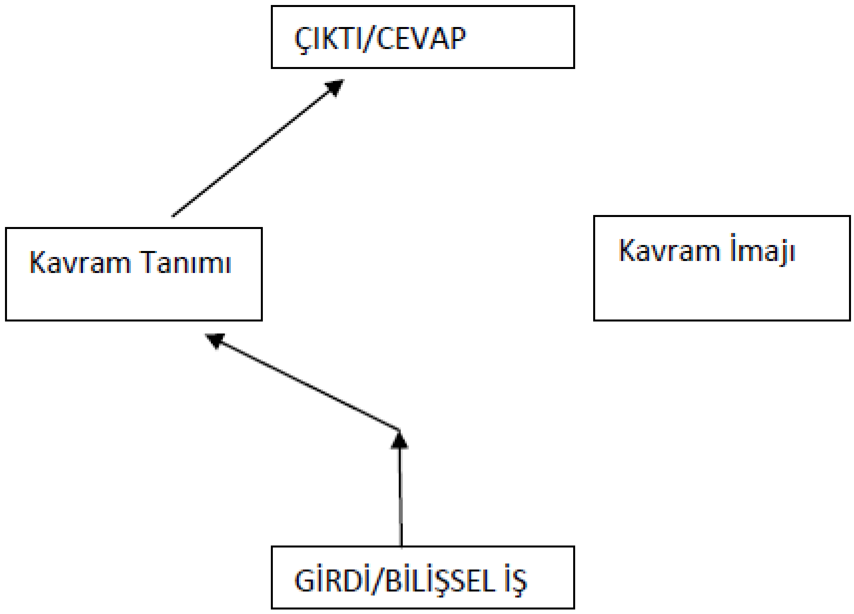


Şekil 1.5. Tek Yönlü Kavram Oluşum Süreci

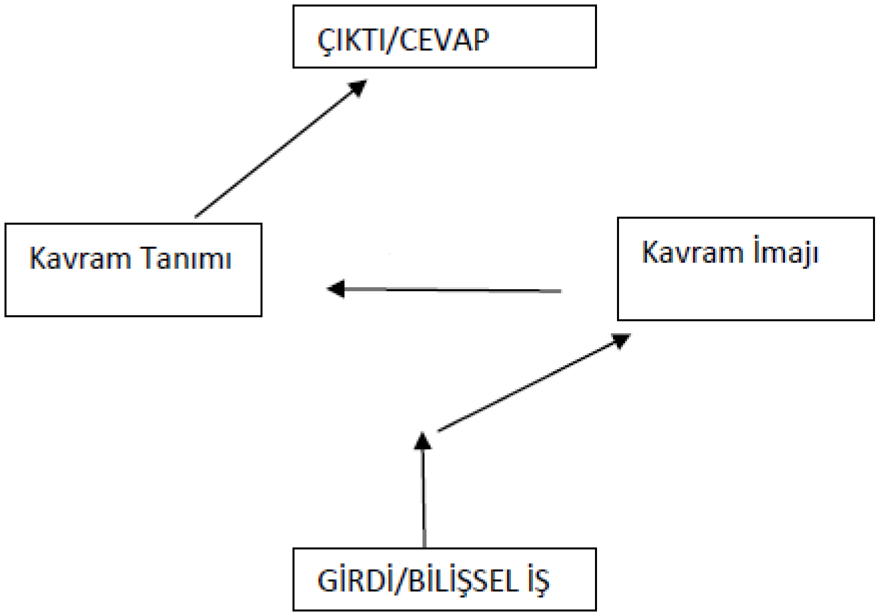
Kavram oluşum sürecine ek olarak bazı problem çözme süreçleri de bulunmaktadır. Herhangi bir öğrenciye bilişsel bir görev verildiğinde veya soru sorulduğunda kavram imajı ve kavram tanımı hücreleri aktive edilmektedir. Ayrıca birçok ortaöğretim ve üniversite öğretmenine göre bilişsel bir görev ile ilgili performansın yer aldığı süreçlerin şematik olarak, aşağıda verilen üç şekil ile açıklanması gerekmektedir. Şekillerde yer alan oklar bilişsel sistemin çalıştığı farklı yolları göstermektedir.



Şekil 1.6. Tanım ve İmaj Arasındaki Etkileşim

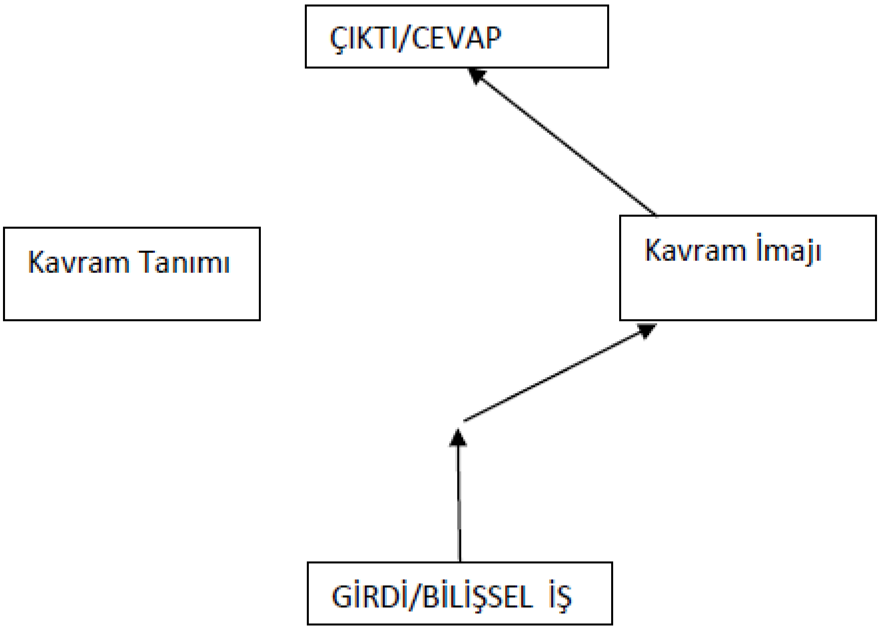


Şekil 1.7.Tamamen Formal Çıkarım



Şekil 1.8. Sezgisel Düşünmenin Yer Aldığı Çıkarım

Yukarıdaki şekillerde gösterilen tüm süreçlerin ortak özelliği: Teorik bağlamda sorulan sorulara zihinsel bağlantı sisteminizin nasıl reaksiyon verdiği önemli değildir. Kavram tanımına başvurmadan çözüm planlanmayacaktır. Bu tabii ki de istenen bir işlemdir. Maalesef uygulamada durum farklıdır. Bir kavram imajını şekillendirirken veya bilişsel bir görev üzerinde çalışırken bilişsel sistemi, doğasına karşı gelerek ve tanımlara başvurmaya zorlayarak eğitmek kolay değildir. Bundan dolayı pratikte daha uygun olan yöntem aşağıdaki gibidir:



Şekil 1.9. Sezgisel Yanıt

Burada kavram tanımına boş olmasa bile problem çözme sürecinde başvurulmaz. Günlük yaşam alışkanlıkları ön plana çıkar ve kişi kavram tanımına başvurma gereğinin farkına varmaz. Birçok durumda kavram imajına başvurmak süreci daha başarılı kılar ve böylece kavram tanımına danışılmaz. Tamamlanmamış kavram imajlarının yanıltıcı olabileceği alışılmadık problem durumları, kişilerin kavram imajlarına başvurmasını teşvik eder. Bu tür problemler nadiren görülür ve öğrencilere sorulduğunda aldatıcı olarak düşünülür. Bu yüzden teorik durumlar için uygun olmayan ortak düşünce alışkanlıklarını değiştirebilecek bir güç yoktur (Vinner, 1991).

Vinner ve Dreyfus (1989) kavram imajının genellikle kavram tanımı tarafından değil de tipik örneklerle oluştuğuna işaret etmektedir. Bu sebeple, kavramın örnekleri olan matematiksel nesnelerle elde edilen kavram imajı ile kavram tanımına ait matematiksel nesnelerin oluşturduğu kavram imajı aynı değildir. Geleneksel öğretimin yapıldığı sınıflarda özellikle geometrik kavramlarla ilgili verilen örnekler genellikle kavram imajını oluşturan matematiksel deneyimler olarak sunulmaktadır (Akt. Gülkıllık, 2008).

Öğrencilerin kavram tanımlarını en iyi şekilde anlamaları, bu tanımlara ilişkin kavram imajlarını zenginleştirerek kavramları en doğru şekilde kullanmaları ancak bir kavrama ilişkin örnek uzaylarını sürekli olarak genişlettikleri ve tanımlar ile derste öğrendiklerini kavram imajı oluşturmak için kullandıkları zaman sağlanabilir (Watson & Mason, 2005). Kavram imajları örnek üretme ile doğrudan ilgilidir. Bir kavramın öğrenilmesi için kavramla ilgili zengin örneklendirme yapılması gerekir (Tall & Vinner, 1981). Gagne' ye (1977) göre ise birey, bir kavrama ait örnekler verebildiğinde o kavramı öğrenir. Tanımı yapılan kavramların öğrenilme aşamasında öğrencinin ulaşacağı performans ise, kavramla ilgili örnekleri ve örnek olmayan durumları sınıflandırabilmesi şeklindedir (Gagne, Wager, Golas ve Keller, 2005, Akt: Coşkun, 2011).

Bu çalışmada öğrencilerin örnek üretmeleri istenerek sahip oldukları kavram imajları yardımıyla matematiksel kavramlara ait düşüncelerini yapılandırıp yapılandıramadıkları incelenmiştir.

1.7.7 Kavram Yanılgısı

Kavram yanılgısı, "insanı sistemli olarak hataya teşvik eden bir kavrayış biçimidir." (Nesher, 1987). Öğrencilerin yanlış inançları ve deneyimlerinden dolayı ortaya çıkar (Baki, 2006).

Ubuz (1999) kavram yanılgısını "öğrencilerin kavramları bilimsel olarak kabul edilen kavram tanımından farklı olarak algılaması", hatayı ise "yanıtlardaki yanlışlıklar" şeklinde tanımlamıştır. Kavram yanılgısının bir sonucu olarak hata (error) ortaya çıkar. Yani kavram yanılgısına sahip bir öğrenci problem çözümünde yanlış sonuçlara ulaşabilir. Burada öğretmenlerin hatadan ziyade hatanın kaynağı olan kavram yanılgısına odaklanması gerekmektedir (Zembat, 2010, s.42). Bazı hatalar ise öğrencilerin problemlerde yer alan kavramları tam olarak algılayamamalarından veya kişisel şemalarının gelişme aşamasında olmasından kaynaklanabilir. Bu tür durumlar kavram yanılgısından farklı bir şekilde yalnızca hata olarak düşünülebilir (A. Erdoğan ve E. Ö. Erdoğan, 2012).

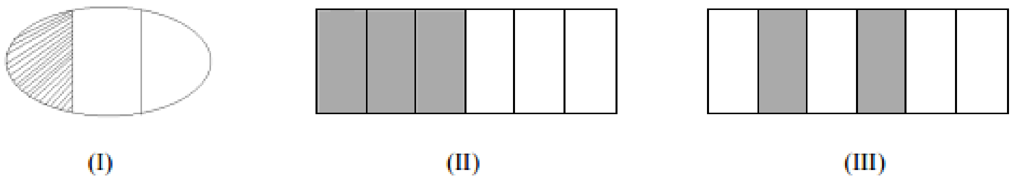
Kavram yanılgıları aşırı genelleme (overgeneralization), aşırı özelleme (overspecialization), yanlış aktarım (mistranslation) ve kısıtlı algılama (limited conception) olmak üzere dört ayrı kategoride ele alınabilmektedir.

Aşırı Genelleme; "belli bir sınıfa ait bir kural, prensip veya kavramın diğer sınıflarda da işliyormuş gibi düşünülmesi ve diğer sınıflara da yayılmasıdır. En sıklıkla karşılaşılan kavram yanılgısı çeşidi aşırı genellemedir." (Zembat, 2010, s.43) Örneğin; 2134 sayısı 985 sayısından daha büyük bir sayıdır. Burada basamak sayısı daha çok olan sayının daha büyük olduğunu görüyoruz. Doğal sayılarda bu tür sıralamaları sürekli yapan bir öğrenci “tüm sayılarda basamak sayısı daha çok olan sayı daha büyüktür” şeklinde bir kavrayış geliştirebilir. Bu kavrayış negatif sayılarla sıralama ve 3,98 ile 3,0456 sayıları gibi ondalık sayılar arasında sıralama yaparken ve sonrasında da geçerli olabilir. Dolayısıyla aşırı genelleme yapan öğrenci 3,0456 sayısını 3,98 sayısından benzer şekilde -3564 sayısını da -345 sayısından daha büyük düşünebilir. Burada yapılan hata öğrencinin buna benzer durumlarda da aynı hatayı sistematik bir şekilde sürdüreceğinden kavram yanılgısının bir türü olan aşırı genellemeye örnek olarak gösterilebilir.

Aşırı Özelleme; “bir kuralın, prensibin veya kavramın olduğundan daha dar bir kavrayışa indirgenerek düşünülmesi veya kullanılmasıdır. Diğer bir ifadeyle daha geniş kapsamda ele alınabilecek bir kuralın, prensibin veya kavramın sadece bir boyuta indirgenerek düşünülüp uygulanmasıdır.” (Bingölbali vd., 2012, s.9) Örneğin; ders kitaplarında karşılaştığı veya öğretmenin verdiği örneklerde gördüğü komşu kenar uzunlukları birbirinden farklı olan dikdörtgen imajına sahip bir öğrenci “kare bir dikdörtgen midir?” sorusuna “hayır” cevabı verebilir. Bu öğrencinin dikdörtgen ile ilgili kavram yanılgısına sahip olduğunu gösterir çünkü öğrenci daha geniş bir kapsamda ele alınabilecek dikdörtgen kavramını aşırı özelleme yaparak olduğundan dar bir şekilde ele alıp karenin komşu kenar uzunlukları farklı olmadığından bir dikdörtgen olamayacağını düşünmektedir.

Yanlış Aktarım; “işlem, formül, sembol, grafik ve sözel ifade gibi değişik formlar arası geçişlerde yapılan sistemli hatalar zinciridir. Diğer bir ifadeyle matematiksel cümleden başka bir forma (sembol, formül vs.) geçişte ortaya çıkan hatalar zinciridir.” Örnek olarak sıklıkla karşılaşılan hatalardan birisi öğrencilere “3 sayısını 1/3’e bölünüz” denildiğinde bu cümleyi “3÷(1/3)” olarak aktarmaktansa “3/3” olarak aktarmalarıdır (Ma, 1999; Akt: Zembat, 2010).

Bir kavramı olması gerekenden eksik olarak anlamak bu kavramın kısıtlı algılanmasını doğurur. Kesirler ile ilgili kısıtlı algılamayı şu şekilde örneklendirebiliriz: “Aşağıdakilerden hangisi 1/3’ü gösterir?” tarzındaki bir soruya (I)’de ki şekli cevap olarak tercih eden öğrencilerin kesirleri olması gerekenden eksik anladıkları ve bunun sonucunda da kısıtlı algıladıklarını söyleyebiliriz.



Şekil 1.10. Kesirlerdeki Kısıtlı Algılamaya Bir Örnek

Burada dikkat edilirse sorun öğrencilerin kesri nasıl kavradığıyla ilgilidir. Kesir kavramını “bir bütünü belli sayıda parçaya bölmek” ya da “belli sayıda parçaların kombinasyonu” olarak kısıtlı kavrayan bir öğrencinin yukarıdaki cevabı vermesi çok doğaldır. Eş parçalama kavramı parçalama işleminde etkin kullanılmazsa bu tarz sonuçlar çıkabilir (Zembat, 2010, s. 50).

Yapılan araştırmalara göre öğrencilerde oluşan kavram yanılgılarının bazı sebeplerine aşağıda yer verilmiştir:

- Öğrencilerin, ön bilgilerini yeni öğrenme durumlarına yeterince aktaramaması,
- Öğrencilerin zihinlerinde kavramsal değişimi sağlamada öğretmenlerin başarısızlığa uğramaları,
- Öğrencilerin kavramları öğrenirken kavramlara ait belirli bütünlüğü kuramaması,
- Öğrencilere öğretilen bilgilerin diğer bilgilerle çelişmesi, eksik olması veya karmaşık olması,
- Öğrencilere öğretilen konuda çok sayıda yabancı kelime bulunması ve öğrencilerin bunu algılayamaması,
- Ders materyalleri ve öğreten faktörü (Keçeli, 2007).

Matematiksel bir kavram ile ilgili örnek üretme sürecinde öğrencilerin (varsa) kavram yanılgıları belirlenerek, örnek üretme becerisini doğrudan etkileyen faktörlerden birinin kavram yanılgıları olup olmadığı incelenebilir.

1.7.8 İşlemsel Öğrenme ve Kavramsal Öğrenme

Literatürde yer alan çalışmalarda matematikte işlemsel ve kavramsal öğrenme olarak iki farklı öğrenme çeşidinin olduğu görülmektedir. Bu iki öğrenme çeşidini karakterize edecek öğrenme ürünlerini bulmak mümkün olmasına rağmen bunları birbirinden ayırmak oldukça zordur. Örneğin; işlemsel öğrenmeye alışkın bir öğrenci kendisine sunulan tanımı, kuralı veya ilişkiyi neyin nerden geldiğine bakmaksızın olduğu gibi aklında tutmaya çalışır. Bu öğrenci için üçgenin alanı taban uzunluğu ile bu tabana ait yüksekliğin çarpımının yarısına eşittir. Bu formülün nerden geldiği ve nasıl işlediği önemli değildir. Bu öğrenme yaklaşımına sahip öğrenciler, matematiği birbirinden bağımsız kurallar ve yöntemler topluluğu olarak algılar ve matematiği öğrenmek için mutlaka kuralları (genellikle ezberleme yoluyla) öğrenir. Bu görüşte öğretmen, kural ve yöntemleri bilen ve öğrenciye olduğu gibi aktaran bir otoritedir.

İşlemsel öğrenmenin aksine kavramsal öğrenme alışkanlığına sahip olan öğrenci, matematiği anlayarak öğrenmeye ve öğretmenin algoritmalarını yeniden üretmek yerine kendi çözüm yollarını oluşturmaya çalışır. Bu öğrenciler, matematiksel kavram ve düşünceleri dışarıdan kopyalamak yerine bunları içselleştirip yapılandırmaya çalışır (Baki, 2006).

Van de Wella' ya (1989) göre matematiğin yapısına uygun bir öğretim şu üç amaca yönelik olmalıdır.

Öğrencilerin;

- matematikle ilgili kavramsal bilgi (Conceptual knowledge of mathematics)
- matematikle ilgili işlemsel bilgi (Procedural knowledge of mathematics)
- kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkiyi (Connections of between conceptual and procedural knowledge) kurmalarına (Akt: Soylu ve Aydın, 2006).

Kavram bilgisi matematiksel kavramları ve bunlar arasındaki ilişkiyi kapsarken işlem bilgisi kullanılan semboller, kurallar ve problem çözümünde başvurulan işlemlerin bilgisi olarak ele alınabilir (Baykul, 2005). İşlemsel bilgide öğrenciler işlem, kural ve formüllerin arkasında yer alan matematiksel düşünceleri anlamamışlardır (Hiebert & Lefevre, 1986). Yapılan birçok araştırmada öğrencilerin sahip olduğu işlemsel bilgilerin kalıcı olmadığı belirtilmektedir. Bu çalışmalarda işlemsel ve kavramsal bilginin öğrenciler tarafından dengelenemediği ve işlemsel bilginin daha çok ön plana çıktığı ortaya koyulmaktadır (Birgin ve Gürbüz, 2009).

Matematikle ilgili konular kavramsal ağırlıklı anlatılmadığı için öğrenciler bu konuları öğrenmek yerine ezberlemektedir. Öğrencilerin çoğu, kullandıkları işlemlerin temelinde kavramların yer aldığının ve matematikte ne anlama geldiğinin farkına varamamaktadır. Bu nedenle matematik öğrenmenin bazı semboller üzerinde işlem yapmak olduğunu ve matematiğin ezberlenerek öğrenildiğini düşünmektedirler (Soylu ve Aydın, 2006). Matematiksel bilgileri ezberleyerek veya yüzeysel öğrenen öğrencilerin bu bilgileri hatırlamakta zorluk çektikleri, bağıntı ve özellikleri yanlış biçimde kullanarak matematiksel geçerliğe sahip olmayan işlemler yaptıkları gözlenmektedir (Baki, 2006). Kavramsal öğrenmeye sahip bir öğrenci ise matematiksel bilgileri üreten, yaratıcılığını ve sezgilerini kullanan bir problem çözücüdür (Bell ve Baki, 1997). Watson ve Mason'a (2005) göre kavramsal öğrenmenin oluşturulmasında örnek üretme etkinliklerinin pedagojik anlamda çok güçlü bir potansiyeli bulunmaktadır. Öğrencilerin örnek üretme becerilerinin kavramsal öğrenme ile ilişkili olduğu düşünülmektedir.

1.7.9 Matematiksel Kavramların İfade Edilmesi

Matematikle ilgili kavramları ve bilgileri edinmenin, matematiksel düşünmenin önemli noktalarından biri; alana ait dilin doğru kullanımıdır. Dilin doğru kullanımı, öğrencilerin kavramları anlamasında önemli bir yere sahiptir (Lansdell, 1999, Akt: Yeşildere, 2007). Vygotsky, dil kullanımının sadece öğrencinin bilgileri ifade etmesi anlamına gelmediğini bunun yanı sıra düşüncenin şekillenmesinde de önemli bir yere sahip olduğunu ifade etmiştir (Schütz, 2002, Akt: Yeşildere, 2007). Alan dili kavramlar arasındaki ilişkiyi güçlendirerek kavramların daha doğru şekilde kullanılmasını sağlar (Köroğlu, Yavuz ve Ertem, 2003).

Kişilerin birbirleriyle sağlıklı iletişim kurabilmesi için aynı dili konuşabilmeleri gerekmektedir. Öğretmenin ifade ettiği matematiksel kavramın, öğrenci için de aynı anlama gelmesi oldukça önem arz etmektedir. Öğrenciler matematikte yer alan terimlerin ve kavramların bazılarına yabancı olabilir bu nedenle de kavram ve terimlerin kullanımına dikkat edilmesi gerekmektedir (Çalıkoğlu Bali, 2002). Matematiksel kavramların öğrenciler tarafından anlaşılabilmesi için öğretmenlerin alan dilini doğru kullanmaları gerekmektedir. Etkili bir matematik öğretiminin gerçekleşmesi için öğrenciler de görmüş olduğu matematiksel kavram ve bilgileri doğru içerik ve terminoloji ile kullanılması gerekmektedir (Yeşildere, 2007).

Ünal (2013) çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin geometri öğrenme alanındaki matematiksel dil kullanım düzeylerini belirlemiştir. Çalışmanın sonucunda matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin matematik dil kullanım düzeyleri yüksek, matematik başarısı zayıf ve geçer olan öğrencilerin matematik dil kullanım düzeyleri ise düşük çıkmıştır. Ayrıca öğrenciler verilen bir problem durumunu sembolik olarak ifade ederken bazı zorluklar yaşamaktadır. Benzer şekilde Dickson, Brown ve Gibson' ın (1993) çalışmasında yer alan öğrencilerden açı kavramını açıklamaları istendiğinde verilen cevaplar, öğrencilerin bu kavramın doğası hakkında yeterli düzeyde bilgiye sahip olmadıklarını göstermektedir (Akt: Yeşildere, 2007). Ünal'a (2013) göre bu tür durumların önüne geçebilmek için öğretmenler, matematiksel sembollerin kullanımına dikkat etmeli ve öğrencilerin bu sembolleri sözlü ve yazılı olarak kullanabilecekleri uygun sınıf ortamları oluşturmalıdırlar.

Öğrencilerin matematiksel kavramları ifade ettikleri örnek üretme uygulamasında matematiksel dilin kullanımı oldukça önemli bir yere sahiptir. Öğrencilerin örnek üretme becerileri belirlenirken bu durumun ele alınması gerekebilir.

1.7.10 Örnek Üretme Süreci ve Stratejileri

Öğrencilere matematiksel nesnelerin veya problemlerin örneklerini sunmak ve onlardan belirli talimatları (problemi çözünüz, nesneleri karşılaştırınız vs.) takip etmelerini istemek geleneksel bir yaklaşım olabilir. Herhangi bir öğretmen, örnekleri problemlerin veya nesnelerin genel bir sınıfının durumları olduğunu varsayar ve öğrencilerin bilgilerini örneklerle olan performanslarının temsil edeceğini düşünür (Bills vd., 2006). Bazı araştırmacılar ise öğrencilerin şemalarını incelemek için dikkatlice seçilmiş örnekleri kullanmıştır (Örneğin; Dreyfus & Tsamir, 2004; Peled & Awawdy-Shahbari, 2003).

Öğrencilerin sınıf ortamındaki sorular, teknikler, faaliyetler, notasyonlar ve matematiksel nesnelerden üretmiş oldukları örnekler ders için içerik sağlar. Bazı durumlarda örnek üretme eylemi anlam veya anlam uzantısını içerebilir. Örneklerin çeşitliliği ise bilişi etkiler. Ancak sınıf ortamındaki etkinliklerin tümünde öğrencilerin üretmiş olduğu çeşitli örneklerin arkasında yatan "doğruluk" veya genel bir yapı araştırılmalıdır. Bu etkinlikler tüm yaştan öğrencileri kapsar ve öğrencilerin becerilerini ortaya çıkarır. Her öğretmen öğrencilerinin kendileri için örnek üretebileceklerine ve bunun öğrenmelerine katkı sağlayacağına inanır (Watson & Mason, 2005, s.24).

Uygun örnek üretimi sınırlı bir kümeden, komplike ve iyi organize edilmiş bir uzaydan veya bir yapıdan geri çağırmalar yoluyla gerçekleşebilir. Örneklerin eksiksiz bir kümesinin oluşturulması ise bazı sınıflandırmalar ve düzenlemeler yardımıyla yapılabilir. Örneğin: "9 noktalı karesel matris üzerine çizilebilen ve köşeleri bu matris üzerinde olan birbirinden farklı tüm üçgenleri bulunuz." Bu tür alıştırmalar örnek uzayının keşfedilmesini ve genişletilmesini teşvik eder. Ancak yapılan tercihlerin yani örneklerin oluşturduğu kümenin eksiksiz olabilmesi için belirli açıklamaların yapılması ve iyi bir matematiksel muhakeme gerekir. Sangwin' e (2003) göre örnek üretme sorularına alışılmadık bazı kısıtlamalar getirerek öğrencilerin verdiği cevapların altında yatan sebepler araştırılabilir. "Öğrencilerin ürettikleri örnekler (LGEs=Learner Generated Examples)" depolanabilir, ulaşılabilir ve daha sonra öğretici amaçlar için kullanılabilir. Örnekler bazı teoremleri ve şartları kontrol etmek amacıyla kullanılabilir. Bu bağlamda "LGEs" matematiksel muhakeme ve ispat etme sürecinin gelişiminde ayrılmaz bir parça olarak kullanılmaktadır (Watson & Mason, 2005, s.138).

Yapılandırılmış bir örnek uzayının oluşturulması önemli bir matematiksel etkinlik ve uzun süren öğretici bir hedeftir. Arzarello vd. (2011) öğretmen ve öğrencilerin yer aldığı bilginin ortak yapımındaki bu süreçte örneklerin iki dinamiği olan üretim ve değişimi gözlemlemişlerdir. Buna "örneklerin üretim ve değişim rotasyonu (cycle of examples production and modification =CEPM)" modeli demişlerdir. Bu durumu birbiriyle ilişkili olan iki boyutta ifade etmişlerdir. Bunlardan birincisi çeşitli gösterimlerin ve eylemlerin yer aldığı durumlarla ilgilidir. İkincisi ise ilk durumdaki yapılara ve eylemlere anlam veren, onları doğrulayan kuramsal ve mantıksal yönleri içerir. Hem kuramsal hem de mantıksal zemin, örnekleri kavramak ve örnek uzayını yapılandıran ilişkileri organize etmek için gereklidir. Öğrenciler kendi örneklerini oluşturduğu somutlaştırmayla ilgili etkinliklerde, genellikle şekilleri (örneğin bir fonksiyonun grafiği) kullanırlar ve bu tercihlerini kuramsal zeminde referans göstererek doğrularlar. Mantıksal zemin ise genellikle örtülü kalır ancak muhakeme etkinliklerini yönetir.

Öğrencilerin kendi galerilerindeki yapılandırılmış örnekleri anlamaları için gerekli yeterlilikleri edinmeleri açısından öğretmenin öğretici etkinlikleri iyi tasarlaması gerekir. Sınıf içi etkinliklerde "varsayım" ve "kanıtlama" olmak üzere önemli iki bileşen yer almaktadır. Bunlar Boero ve Guala' nın (2008) "matematiksel içeriğin kültürel analizi" diye adlandırdığı temel özellikleri oluşturmaktadır. Boero ve Guala' ya (2008) göre; matematikte "varsayım yapma ve kanıtlama" tüm dünyada eğitimle ilgili tartışmalar için önemli bir kaynak olarak kabul edilmektedir. Çünkü bunlar matematik kültürünü karakterize eden özelliklerdir (Akt. Arzarello vd., 2011).

Arzarello vd.' ne (2011) göre öğrencilerin matematiksel bir konu için doğru örneği üretmeleri ve kendi örnek uzaylarını oluşturmalarındaki uzun süreçte öğretmenlerin müdahalesi kritik bir öneme sahiptir. Öğrencilerin örnek ürettikleri bu süreç 4 farklı adımdan oluşmaktadır. Bu adımlara aşağıda yer verilmiştir:

> *Adım 1 (Varsayım yapma). İlk olarak öğrenci bir örnek oluşturur. Örneğin: Öğretmen, A öğrencisinden fonksiyonların türevi ile ilgili oluşturduğu örneği tahtada çizmesini ister.*
>
> *Adım 2 (Reddetme). Bu aşamada ise ilk aşamada oluşturulan örnek bazı şartları sağlamadığı için reddedilebilir. Öğretmen tüm sınıfa A öğrencisinin çizmiş olduğu bu grafiğin şartları sağlayıp sağlamadığını sorar. Birçok öğrenci örneğin doğru olmadığını söyler. Bu durumda öğretmen öğrencilerin neden böyle düşündüklerini ifade etmeleri ve düşüncelerini ortaya çıkarmak için onlara "şu an ne düşünüyorsun?" şeklinde sorular sorarak teşvik eder. Örneklerin üretimi ve değişimi rotasyonunun (CEPM) kullanımı ile öğretmen, gerekli şartları sağlamadığı için ilk durumdaki örneği reddeden görüşlerin ortaya çıkması açısından öğrencilere destek olur. B öğrencisi örnekteki şarta uymayan kısmı belirtir.*
>
> *Adım 3 (1. ve 2. adımın tekrar edilmesi).*
>
> *(i) Bu durumda öğrenciler yeni bir örnek üretebilir. Genellikle bu örnek ilk örneğin çeşitli şekillerle değiştirilmiş halidir. Örneğin, öğrenciler ilk örneğin belirli bir kısmını veya büyük bir kısmını değiştirebilir. Her iki durumdada ilk ve son örneğin kökenleri arasında bir ilişki vardır.*
>
> *(ii) Bunun dışında ilk örnekten farklı bir başka örnek üretebilirler. Aslında bu örnekte ilk örneğin biraz değişmiş halidir ancak değişimin sebebi açık değildir.*
>
> *B öğrencisi A 'nın üretmiş olduğu ilk örneğin yanlış olan kısmını söylemiştir ve yeni bir örnek oluşturmuştur. Ancak bu örneğin de istenilen bazı şartları yerine getirmediği öğrenciler tarafından görülmüştür.*
>
> *Adım 4 (Sonuçlandırma). 1. ve 2. adım arasında öğrencilerin yeni örnekler üreterek yapmış olduğu tekrarların en sonuncusunda tüm şartları sağlayan bir örnek bulunur ve bu son adım rotasyonu (döngüyü) tamamlar (s.298).*

Çocukların gelişiminde ve öğrenme sürecinde "taklit" oldukça önemli bir yere sahiptir. Bir çocuk ebeveynlerin kullandıkları araç ve nesneleri taklit ettiğinde belirli durumlarla ilgili ilkeleri öğrenir. Acemi birinin uzman bir kişiyi gözlemlediği uygulamalı etkinliklerin yer aldığı geleneksel çıraklık sürecinde de “taklit” oldukça önemlidir (Vygotsky, 1987, s. 22). Geleneksel çıraklıktan yola çıkarak Collins, Brown ve Newman (1987) “bilişsel çıraklık” diye adlandırdıkları bir öğretim metodunu önermişlerdir. Bilişsel çıraklık kavramını açıklamak için geleneksel çıraklığın dört gerekli yönü bulunmaktadır. Bunlar: “Model alma, yapı iskelesi, sönme ve koçluk yapmadır.”

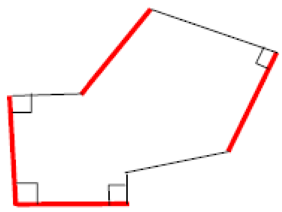
- *Model almada, çırak uzman kişinin görevle ilgili farklı kısımları nasıl yaptığını gözlemler. Uzman kişi çırağına ne yaptığını açık bir şekilde göstererek hedeflenen işlemin görünür olmasını sağlar.*
- *Yapı iskelesi, uzman kişinin bir görevi gerçekleştirirken çıraklara verdiği destektir. Bu onların tüm görevlerini yerine getirmek ile bir sonraki aşama için ara sıra ipuçları vermek arasında değişen bir durumdur.*
- *Sönme, desteğin yavaş yavaş çekilmesi ve çırağa giderek daha fazla sorumluluğun verilmesidir.*
- *Koçluk yapmada ise uzman kişi çırağa birçok konuda: görevleri seçmede, ipuçları ve yapı iskelesi sağlamada, onların etkinliklerini değerlendirme ve sahip oldukları bazı problemleri tanımlamada, sorgulamada ve teşvik etmede, geribildirim vermede, bir şeyleri yapmak için yöntemleri inşa etmede ve belirli hatalar üzerine çalışmada koçluk yapar. Kısaca koçluk yapma öğrencinin öğrenmesi ile ilgili denetleme sürecidir (Collins 1991, s. 39).*

Collins vd. okuma, yazma ve matematik gibi okul ile ilgili konuların öğrenme ve öğretme sürecinde bir metod olan “bilişsel çıraklık” a vurgu yapmak için geleneksel çıraklığın bu yönlerini yeniden ele almıştır. Buna göre okuldaki öğrenme uygulamalı etkinliklerdeki öğrenmelerden farklıdır. Çünkü okuldaki öğrenme görünmeyen düşünme ve muhakeme etme yeteneklerini içerir. Bilişsel çıraklıktaki rehber eşliğindeki öğrenme fiziksel yetenekler ve işlemlere göre daha bilişsel ve meta bilişseldir (Collins, 1987, s. 458). Bu tarz bir eğitim öğretmenlerin düşüncelerini öğrencilere, öğrencilerin düşüncelerini ise öğretmenlere görünür kılmayı hedeflemektedir.

Mason’ a (1991) göre “yapı iskelesi” ve “sönme”; çırakların belirli uygulamalarda kültürleşmelerini sağlayan bir yoldur. Bir öğretmen defalarca öğrencileri harekete geçiren ve onları teşvik eden bir örnek (prompt) veya bir soru kullanabilir. Daha sonra bu örnekleri azaltabilir veya “şimdi size hangi soruyu soracağım?”, “en son bu türden bir durumla karşılaştığınızda ne yaptınız?” şeklindeki soruları onlara vermiş olduğu teşvik edici örnek içselleşene ve spontan bir eylem olana kadar kullanabilir. Bu şekilde sözle ifade etme ve öğrencilerle etkileşimin rolü; onların “düşüncelerini görünür kılmak” (Collins,1991) ve düşüncelerini açıkça ifade etmeleri açısından önemlidir.

Zazkis ve Leikin (2008) ise örnek üretme etkinliğinde karşılaşılan kişisel veya genel örnek uzaylarını; (a) ulaşılabilirlik ve doğruluk, (b) zenginlik ve (c) genellik başlıkları altında analiz etmiştir. Bu başlıklar aşağıda yer aldığı gibi ifade edilmiştir:

> *a)Ulaşılabilirlik ve Doğruluk*
>
> *Bu kategoride örneklerin şartları sağlayıp sağlamadığı, kolay veya uğraşılarak üretilip üretilmediği üzerinde durulmuştur. Bir tanımın doğru inşa edilen mantıksal yapısı kavram için gerekli ve yeterli olan şartların kümesini içerir. Kavram tanımının gerekli ancak yeterli olmayan veya yeterli ancak gerekli olmayan şartlar altında örneklenmesi mantıksal çerçevenin zorluğunu gösterir. Bu zorluklar belirli bir kavramın önemli özelliklerini anlamadaki eksikliklerden veya tanımın kendisi ile ilgili kavramı anlamadaki eksikliklerden kaynaklanabilir. Örneğin; bir kareyi “dört kenarı eşit ve dört açısı* $90°$ *olan bir geometrik şekil” olarak tanımlarken gerekli ancak yeterli olamayan şartları içerdiği görülmektedir. Aynı zamanda karenin matematikteki tanımının yukardaki cümle ile ifade edilen özel bir durum olduğu şeklinde yanlış anlaşılmalara sebep olabilir (Şekil 1.11.).*



Şekil 1.11. Dört Açısı 90° ve Dört Kenarı Birbirine Eşit Olan Çokgene Örnek

> *Bunun yanı sıra bazı örnekler nesne için gereksiz şartların yer aldığı belirli özellikleri içerebilir. Örneğin; “dört açısı* $90°$ *ve dört kenarı 2 cm olan bir dörtgendir” şeklinde tanımlanan nesne kesinlikle bir karedir. Bu ifade yeterli ancak gerekli olmayan şartları içerdiğinden bir tanım olarak kullanılamaz.*
>
> *b) Zenginlik*
>
> *Bu kategoride ise örneklerin farklı tip ve yapılarda olup olmadığı; özel veya çeşitli durumlardan oluşup oluşmadığı üzerinde durulmuştur. Bir karenin tanımı yapılırken açılar ve kenarlardan başka farklı özelliklere vurgu yapılıyorsa bu zengin bir tanımdır. Örneğin karenin tanımı için kullanılan; Düzlemde birbirine dik iki doğruya olan uzaklıkları toplamı sabit olan bütün noktaların belirlediği geometrik yer ve düzlemde birbirine dik iki doğruya olan uzaklıklarının maksimumu sabit olan bütün noktaların belirlediği geometrik yer ifadeleri zengin bir tanıma örnektir.*
>
> *c) Genellik*
>
> *Bu kategoride ise verilen örneklerin genel mi yoksa özel mi olduğu üzerinde durulmuştur. Örneğin: “Kare geometrik bir şekildir.” ifadesi genel bir tanımdır (s. 135,136).*

Öğrenciler tarafından üretilen örnekler onların matematiksel nesneler ile ilgili kavrayışlarını, pedagojik repartuarını, algıdaki zorluklarını ve yetersizliklerini yansıtmaktadır (Zazkis & Leikin, 2007, s.15; Zazkis & Leikin, 2008).

Zaslavsky ve Peled (1996) örnek üretmeyi bireylerin farklı stratejiler geliştirebileceği bir problem çözme aktivitesi olarak tanımlamaktadır. Bazı özelliklere sahip bir örnek üretme, sınırlandırılmamış (open-ended) bir görev olup, öğrenciler bu süreçte farklı yöntemler kullanarak herhangi bir problem için birçok cevap bulabilir (Zaslavsky, 1995). Antonini (2006) bu tanımdan yola çıkarak matematikçilerin örnek üretirken kullandıkları stratejileri belirlemiş ve bunları üç başlık altında toplamıştır:

- *Deneme yanılma stratejisi: Örnek genel olarak hatırlanan öğeler arasında aranır ve birey çoğunlukla istenen özelliğin var olup olmadığını gözlemler. Örnek üretme aktivitelerinde genellikle ilk kullanılan strateji deneme yanılmadır.*
- *Dönüştürme stratejisi: İstenen bir veya birkaç özelliği sağlayan örnek diğer beklenen özellikleri karşılayıncaya kadar bir takım dönüşüm işlemlerinden geçirilir.*
- *Analiz stratejisi: Birey tarafından oluşturulmuş bir örneğin araştırma yapılan alanı kısıtlamak ve basitleştirmek için eklenen özellikleri karşıladığı varsayılır. Diğer özellikler ise bilinen bir kavramı veya yöntemi hatırlatan işlemler neticesinde istenen örneği oluşturmak üzere ortaya çıkar (s.58,59).*

Antonini (2006) uzman matematikçilerin bazen örnek üretme stratejilerini bir arada kullandıklarını ve bu stratejiler arasında geçiş yaptıklarını belirtmektedir. Örneğin; bireyin örnek üretme aktivitesinin başlangıcında kullanmış olduğu örneklerin bir takım transfer işlemleriyle uygun şekilde dönüştürülebileceği durumlarda dönüştürme stratejisi, diğer tüm stratejiler işe yaramadığında ise analiz stratejisi kullanılmaktadır. Ayrıca deneme yanılmadan analiz stratejisine geçişlerde daha üst düzey düşünme becerileri gerekmektedir. Iannone (2009) ise acemi matematikçilerin (üniversite öğrencilerinin) deneme yanılma stratejisini oldukça fazla kullandıklarını analiz stratejisinin bu süreçte çok az ortaya çıktığını ve öğrencilerin stratejiler arasında geçiş konusunda oldukça yetersiz olduğunu belirtmiştir. Analiz ve dönüştürme her ne kadar daha gelişmiş stratejiler olsa da öğrencilerin bu stratejileri kullanırken yaptıkları çıkarımlar her zaman doğru olmamaktadır. Bu yüzden dönüştürme ve analiz stratejileri elde edilen çıkarımlara göre (doğru ve doğru olmayan) ikiye ayrılabilir (Edwards & Alcock, 2010).

Watson ve Mason' a (2005) göre öğrencilerin örnek üretmelerini ve bu örneklerin kullanımını sağlayan bazı stratejiler bulunmaktadır. Bütün bunlar birer hatırlatıcı olarak kullanılmalıdır ancak hiç kimse herhangi bir stratejiyi: "bu öğrenmeye nasıl yardımcı olacak?", "kullanıldığında ne tür bir bilgi dönüşümü sağlayacak?",

”öğretmenin bir sonraki adımı ne olacaktır?”, “öğrenci ne tür bir deneyime sahip olabilir?” sorularına bilinçli bir cevap vermeden kullanmak istemez. Bu bağlamda hiçbir strateji matematik öğrenmeyi garanti edemez. Aşağıda örnek üretme ile ilgili stratejilerin tasarımı konusunda bazı talimatlar verilmiştir:

- Bir örnek üretme.
- Bazı kısıtlamalarla beraber bir örnek üretme.
- Sırasıyla kısıtlamalar ekleme.
- Benzer veya daha farklı bir örnek oluşturma.
- Ters örnek ve olmayan örnek üretme.
- Beklentileri yıkmak.
- Belirtilen kısıtlamaları sağlayan tüm nesneleri tanımlama.
- Tersine çevirme.
- Ayrımları keşfetme.
- Kemiği gömme (Bury the bone).
- Başlangıç noktaları olarak yöntem veya kavramların özelliklerini kullanma.
- Bulma.
- Tahmin edilemeyen, Joker(Wild Card) örnek oluşturma.

a) Bir Örnek Üretme

Bu strateji baskın olan imajları ve mevcut olan kavrayışları ortaya çıkarır. Ayrıca öğretmene öğrencinin mevcut bilgileri hakkında fikir verir. Örneğin: “3 ve 4 arasında yer alan bir sayıya örnek veriniz.” sorusu bu strateji için kullanılabilir.

b) Bazı Kısıtlamalarla Beraber Bir Örnek Üretme

Bu strateji ile ilgili şöyle bir örnek vardır: “Bir birim kesir ve bu kesirden daha büyük olan 6 tane birim kesir oluşturunuz.” Buradaki amaç öğrencilerin tahmin etme ve deneme yoluyla tesadüfi bir cevap vermeleri yerine onları genel bir yönteme teşvik etmektir. Buradaki 6 birim kesri bulmak için öğrenciler uygun olmayan rastgele araştırmalar yapıyorlar ve birçoğu örnekleri bulmalarına yardımcı olacak bazı prensipler arıyorlar. Öğrenciler örnekleri bulmak için herhangi bir yöntem geliştirdikleri zaman örnekleri istedikleri şekilde genelleştirebilirler. Ancak bu alıştırma aynı zamanda kesirlerin ne olduğunun ve paydaları değiştirmenin ne tür bir etki yaratacağının öğrenciler tarafından fark edilmesini sağlayan bir yöntemdir. Ayrıca öğrencilerin ürettikleri bu örnekleri sınıfla beraber paylaşmak onlara farklı ihtimallerinde olabileceğini gösterir.

c) Sırasıyla Kısıtlamalar Ekleme

Bu strateji öğrencilerin seçtikleri örneklerin bulunduğu sınıflara ulaşmalarını ve genelleme yapmalarını sağlar. Bu strateji ile ilgili alıştırmalarda matematiksel konuların bazı serbestlikleri ve kısıtlamalarının her ikisi de mevcuttur. Örnek seçiminde ilk olarak öğrenci serbesttir daha sonra yapılacak olan tercihler için gittikçe artan kısıtlamalar getirilir. Bununla ilgili: "Bir dörtgen oluşturun. Çizilen kağıdın kenarlarına herhangi bir kenarı paralel olmayan bir dörtgen oluşturun. Bu dörtgeni bir açısı 180° den büyük (refleks açı) olacak şekilde oluşturun. 2 açısı 180° den büyük olabilir mi?" şeklinde bir alıştırma verilebilir. Kısıtlamalar ne kadar fazla olursa öğrencilerde mümkün olan varyasyonların farkındalığı da orantılı olarak artar.

d) Benzer veya Daha Farklı Bir Örnek Oluşturma

Öğrencilere neler olup bittiği ile ilgili düşünmelerine ve farklılıkları denemelerine imkan tanımak veya "Buna benzer daha fazla oluşturun." şeklinde yeni örnekler istemek öğrencilerin "benzer olma" ile ilgili düşünceleri hakkında öğretmenlere bilgi verir. Ayrıca "Bu örnekte kolaylıkla fark edilmeyen başka özellikleri vurgulayan ve gösteren yeni bir örnek oluşturun." şeklinde bir alıştırmaya yer verildiğinde mümkün olan varyasyonların farklı elemanlarına dikkat çekilebilir.

e) Ters Örnek ve Olmayan Örnek Üretme

Her bir ters örnek başka bir sınıfın örneğidir. Her bir örnek ise bazı durumlarda ters örnek olarak ele alınabilir. Aşağıda bazı örneklere yer verilmiştir:

- 10 ile çarpma işlemi uygulandığında "sonuna sıfır ekleme" nin işe yaramadığı bir sayıya örnek veriniz.
- Üç bilinmeyenli üç adet denklemin yer aldığı denklem sistemlerinin her zaman bir çözüm kümesinin olmadığını bir örnekle gösteriniz.

Olmayan örnekler ise bir kavramın sınırlarını ve bunun için bazı şartların gerekli olduğunu gösterir. Örneğin: "Grafiği fonksiyon belirten bağıntılara örnek olmayan bir bağıntı grafiği çiziniz." sorusu örnek olmayan durumlarda kullanılabilir.

f) Beklentileri Yıkma

Bu stratejide herhangi birinin bir beklenti içinde bulunması gerekir. Örneğin: "Karesi kendisinden daha büyük olmayan bir sayıya örnek veriniz." Yapılan kısıtlamalar ile beraber şaşkınlığın etkisi de değişebilir. Yine beklentilerden farklı bir örneğe şu şekilde yer verilebilir: "Üç adet simetri eksenine sahip olan bir altıgen çiziniz, sadece iki tane simetri ekseni olan bir altıgen çiziniz ve bir tane simetri ekseni olan bir altıgen çiziniz." Burada kısıtlamaları serbest bırakmak bazı kişilerin araştırma yaparken zorlanmasına neden olur. Çünkü biz genellikle düzgün olmayan altıgenlere nazaran simetrik olan altıgenleri görmeye ve çizmeye alışkınız. Bu türden alıştırma dizisi "altıgen" kelimesi denince akla gelen ve yanlış anlamalara sebep olan baskın imajların ortadan kaldırılması için tasarlanmıştır.

g) Belirtilen Kısıtlamaları Sağlayan Tüm Nesneleri Tanımlama

Burada bazı şartlar ile örneklendirmenin yapılması ve ortaya çıkan sonuçların sınıfları hakkında bilgi edinme amaçlanmıştır. Bununla ilgili bazı örneklere aşağıda yer verilmiştir:

- "Ardışık dört tamsayıdan bir fazla olan sayıları bulunuz." Burada örneklerin incelenmesi ve üretilmesi gerekir. Daha sonra öğrenciler bazı örneklerin belirli özellikleri üzerinde tartışabilirler.
- "Bir üçgenin kenarlarını oluşturacak şekilde bir sayı üçlüsü bulunuz. Bu sayılar hakkında ne düşünüyorsunuz?"

h) Tersine Çevirme

Bir başka strateji türü de cevabı verip bununla ilgili sorunun ne olabileceğini sormaktır. Ayrıca burada üstü kapalı bir tercihin yapılmasının sebebi ne tür durumların mümkün olduğunu göstermektir. Örneğin : "7= 11+ ….. ise sorusu nasıl olurdu?" başka bir örnek : "Bölümün 5 kalanın 2 olduğu bir problem sorusu nasıl olabilirdi?" bu cevap ile ilgili tüm bölme sorularını bulmaya çalışmak sayıların sınıfını nitelendirmeye öncülük eder.

i) Ayrımları Keşfetme

Bu strateji matematiğin ve öğrenme ile ilgili kavramların oldukça önemli bir noktasını temsil eder. Tanımların sınırlarını keşfetmeyi sağlayan örnekler üretmek matematiksel yapılar ile ilgili öğrenme için oldukça önemli bir yoldur. Ayrıca bu tür alıştırmalar öğrencilerin bazı sözel ifadeler arasındaki farklılıkları anlamalarını sağlar. Örneğin:

Bir dörtgen çiziniz.

İki kenarı paralel olan bir dörtgen çiziniz.

İki kenarı paralel ve iki açısı birbirine eşit olan bir dörtgen çiziniz.

İki kenarı paralel, iki açısı eş ve iki açısı 90° olan bir dörtgen çiziniz.

Şimdi her bir adımda çizdiğiniz şekillerin farklı olmasına özen gösterin. Adım n deki bir şekil için yer alan gerekli şartlar adım (n+1) dekiler için sağlanmayacaktır. Örneğin: 3. Adımda iki kenarı paralel ve iki açısı birbirine eşit olan bir dörtgen gereklidir ancak iki açısı 90° olmaması gerekir.

j) Kemiği Gömme (Bury the Bone)

Bu strateji ile herhangi bir prosedürün sonunda ne yer alıyorsa onunla başlanır; daha sonra öğrencilerden bir yöntemin tersi yönünde çalışmaları istenir ve cevapları giderek artan karmaşıklıkta gizlenir. Örneğin : ”doğrusal bir denklemin çözümü x=6 ise; sorusu ne olabilirdi? Olabildiğince zor bir örnek vermeye çalışın.” Öğrenciler bir yapıyla ilgili kişisel bir kavrayış gerçekleştirirler. Bu yüzden çözümün genel yöntemini daha iyi kavrar ve keşfederler.

k) Başlangıç Noktaları Olarak Yöntem veya Kavramların Özelliklerini Kullanma

Bu stratejide cevap kullanılmaz ancak bir prosedür veya yöntemi yeniden inşa etme sürecinde esas ilke olarak kullanılabilir. Örneğin : ”Hangi şekilleri bir doğru boyunca kestiğimizde orjinali ile benzer olan iki şekil oluşur?” ve “Hangi üç boyutlu şeklin siluetlerinde bir kare ve ikizkenar üçgen yer alır?” tarzında sorulara bu tür yöntem için uygulama olarak yer verilebilir.

l) Bulma

Bu stratejide yer alan ifadelerde sırayla bazı farklılıklara yer verilebilir. Ayrıca bu yöntemin sorularında yer alan her tip farklı yapılara ve beklentilere neden olur. Aşağıda bununla ilgili farklı tipteki bazı ifadelere yer verilmiştir:

……. nın örneğini bulunuz.

……. olan bütün örnekleri bulunuz.

…… nın tekniğini anladığınızı gösteren bir örnek bulunuz.

…… nın örneğini ve bundan farklı bir örnek daha bulunuz.

Bu yöntem için şöyle bir örnek verebiliriz: "Kökleri 1 ve 2 olan ikinci dereceden bir denklem için üç farklı örnek bulunuz."

m) Tahmin Edilemeyen Joker (Wild Card) Örnek Oluşturma

Bu strateji herhangi birinin açıkça tercihte bulunamadığı ekstra çalışmalar için başlangıç örnekleri sağlar. Bu tür çalışmalarda yer alan değerler genellikle "kötü (nasty)" dür. Diğer bir ifadeyle burada ki sayıların değeri parmak hesabı gibi bazı basit yöntemlerin yardımıyla bulunamaz. Bu strateji örnek uzaylarını genişletmesine rağmen diğer stratejilerde olduğu gibi örneklerin oluşumu çok farklı düşüncelere neden olmaz. Bu stratejinin yer aldığı bir alıştırmaya örnek olarak; öğrencilerden gözlerini kapatıp koordinat sisteminde üç nokta belirlemelerini ve bu üç noktadan geçen bir parabol denklemi yazmaları istenebilir. Bir diğer joker örnek yaklaşımı ise örnek seçiminde bulunan her kişinin yer aldığı büyük bir gruba ulaşmak ve daha sonra seçilen tüm örnekleri bir havuz oluşturarak burada incelemektir. Bazı örnekler geniş fikir yelpazesinden tercihte bulunan öğrenciler için oldukça açıktır. Bu yaklaşımda "Bir sayı yazınız." şeklinde bir soru sorarak öğrencilerin tamamının bir tercihte bulunması sağlanabilir.

Bütün bu stratejilere ek olarak öğrenciler tarafından yapılması istenen alıştırmalar veya uygulamalar ile ilgili ele alınan yaklaşımlardan biriside bazı eylemlere odaklanmaktır. Bu eylemler; hatırlama (recalling), düzenleme ve sabitleme (tinkering and gluing) yaparak yeni bir şey oluşturma, karmaşıklaştırma (complexifying), çeşitleme ve genelleştirme (varying and generalizing) dir.

Hatırlama matematiksel aktivite için bilinen bir örnek üretmeyi içerir. Düzenleme ise bir veya birden fazla örneği belirlemeyi hatta belki de onları bir araya getirerek sabitlemeyi sağlar. Burada eski parçalardan yenilerini oluşturan öğrenci de "tamirci (bricoleur)" adını alır. Bu süreçte yeni matematiksel sorulara ve keşiflere liderlik eden bir düşünce oluşabilir. Karmaşıklaştırma sürecinde ise bazen ekstrem (en zoru, en karmaşığı) örnekler için araştırma yapmak tüm örneklerin kolay olduğu sonucunu getirir. Bu durum öğrencilerin örnek uzaylarının genişlemesini ve böylece kendilerine olan güvenlerini artırır. Son olarak çeşitleme ve genelleştirme yaparken öğrenciler mümkün olan varyasyonların çeşitli elemanlarının farkına varırlar (s.150-157).

2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bierhoff (1996) üç Avrupa ülkesindeki ilkokul kitaplarının karşılaştırmalı çalışmasında örneklerin hazırlanması açısından İngilizce kitaplarının fakir olduğunu belirtmiştir. Ancak Almanya ve İsviçre'ye bakıldığında kitap yazarlarının öğretici açıdan daha fazla farkındalık gösterdikleri görülmüştür. Ayrıca eğitici yazım ve komutlarla dolu örneklerin seçiminin Avrupa da uzun yıllar kullanıldığını ve bu durumun Birleşik Krallıkta daha önce rastlanılmayan bir şey olduğu belirtilmiştir.

Zodik ve Zaslavsky' in (2008) nitel araştırma desenli çalışmasında yer alan 5 öğretmenle yapılan görüşmeler sonucunda; hepsi ilginç bir şekilde sadece hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimde değil okullarındaki meslektaşları ile veya diğer profesyonel iletişimlerindeki süreçtede örnekleri nasıl seçeceklerini ve üreteceklerini hiç bilmediklerini belirtmişlerdir. Genellikle öğretmenlerin yeterliliklerine ve örneklerle olan tecrübelerine göre bu durum değişiklik göstermektedir.

Zaslavsky ve Ron (1998) 150 öğrenciye uyguladıkları anket ve bazı öğrencilerle yapmış oldukları görüşmeler neticesinde öğrencilerin herhangi bir ters örneği sorudaki ifadeyi tam anlamıyla çürütmeyen istisnai bir durum olarak algıladıklarını söylemişlerdir. Öğrenciler gerekli şartları sağlayan ters örnekleri üretme de büyük zorluk yaşamışlar ve belirli özellikleri gösterememişlerdir. Genellikle "zorlayıcı" şartların yer almadığı veya gerekli şartları karşılamayan örnekleri üretmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin tecrübelerinin ters örneklerin rolü ile ilgili kavrayışlarını etkilediği sonucuna varılmıştır.

Zaslavsky ve Peled (1996) 103 matematik öğretmeninden birleşim ve değişim özellikleri arasındaki ayrımı görmek için bu ikili işlemler ile ilgili örnek üretmelerini istemişlerdir. Öğretmenler genel olarak öncelikle temel fonksiyonları ele almışlardır. Daha sonra ise bu fonksiyonların özelliklerini "bozma" girişiminde bulunarak en sonunda kendi örnek uzaylarını genişletmeyi denemişlerdir. Ayrıca öğretmenlerin sınırlı bir örnek uzayında araştırma yaptıkları ve bu ikili işlemler ile ilgili aşırı genelleme yaptıkları ortaya çıkmıştır.

Özkaya, Işık ve Konyalıoğlu (2014) ilköğretim matematik öğretmenliği 2. sınıfta öğrenim gören 151 öğrenci ile yürütmüş oldukları çalışmada öğrencilerin sürekli fonksiyonlarla ilgili ispatlama ve ters örnek oluşturma performanslarını incelemişlerdir. Öğrencilere süreklilik kavramıyla ilgili ispat ve ters örnek oluşturmak için beş açık uçlu soru yöneltilmiştir. Çalışmanın sonunda ispat gerektiren tüm sorularda öğrencilerin hiçbiri doğru bir ispat süreci geliştirememişlerdir. Problemin çözümü için ters örnek gerektiren sorularda ise, öğrenciler ispat geliştirme sorularına göre daha başarılı olmuşlardır.

Antonini (2006) yüksek lisans öğrencilerinin örnek üretme stratejileri üzerine yapmış olduğu durum çalışmasında 3 strateji belirlemiştir. Bunlar: deneme ve yanılma stratejisi (trial and error process), dönüştürme stratejisi (transformational process) ve analiz stratejisi (analysis process) dir. Katılımcıların birçoğu örnek üretme stratejilerini bir arada kullanmış ve bu stratejiler arasında geçiş yapmışlardır. Özellikle deneme ve yanılma stratejisini, dönüştürme ve analiz stratejisine geçişte etkili bir basamak olarak kullandıkları gözlenmiştir. Ayrıca öğrenciler dönüştürme stratejisini kullanırken bazıları cebirsel ifadeler bazıları ise grafik kullanmışlardır. Analiz stratejisi ise daha çok diğer yöntemler işe yaramadığında kullanılmıştır.

Benzer şekilde Antonini (2011) çalışmasında yer alan 14 üniversite öğrencisinin örnek üretme süreçlerini ve bu süreçte kullandıkları stratejileri incelemiştir. Katılımcıların birçoğu deneme ve yanılma stratejisini kullanmıştır. Bu stratejiden sonra en fazla kullanılan ikinci strateji dönüştürme stratejisi en az kullanılanı ise analiz stratejisidir. Öğretmen ve araştırmacıların bu stratejileri öğrencilerin örnek uzaylarının araştırılması için kullanışlı bir araç olarak ele alabilecekleri belirtilmiştir. Antonini’ ye (2011) göre stratejilerin kullanılmasının kolaylığı ve zorluğu prototip (ilk örnek) lerden, kavram imajlarından ve kavram tanımlarından etkilenmektedir.

Iannone, Inglis, Mejia-Ramos, Siemons ve Weber (2009) ise uzman ve acemi matematikçilerin örnek üretme ile ilgili strateji kullanımlarını karşılaştırdıkları çalışmalarında acemi matematikçilerin (üniversite öğrencilerinin) deneme ve yanılma stratejisini oldukça yoğun kullandıklarını, analiz stratejisinin bu süreçte çok az ortaya çıktığını ve üniversite öğrencilerinin stratejiler arasında geçiş konusunda oldukça yetersiz olduğunu gözlemişlerdir.

Edwards ve Alcock (2010) 15 üniversite öğrencisi ile yapmış olduğu durum çalışmasında analiz ve dönüşüm stratejileri her ne kadar daha gelişmiş stratejiler olsa da öğrencilerin bu stratejileri kullanırken yaptıkları çıkarımların her zaman doğru olmadığı vurgulanmıştır. Antonini' nin (2006) stratejilerine ek olarak Edwards ve Alcock (2010) dönüşüm ve analiz stratejilerinin elde edilen çıkarımlara göre (doğru ve doğru olmayan) ikiye ayrılabileceğini belirtmişlerdir.

Sağlam ve Dost (2015) üniversite öğrencileriyle yapmış oldukları çalışmada katılımcılardan bazılarının özellikle deneme yanılma stratejisini, transfer ve analiz stratejisine geçişte etkili bir basamak olarak kullandığı gözlenmiştir. Gerçel analiz dersi kapsamında öğrencilerin örnek uzaylarının çoğunlukla geleneksel, biriktirilmiş ve yerleşik örnek uzayların özelliklerini gösterdiği; kavram imajlarının ve örnek uzaylarının türünün örnek üretme sürecine etki eden faktörler olarak öne çıktığı belirlenmiştir.

Arzarello vd. (2011) bilimsel eğitimin verildiği bir okuldaki 9. sınıf öğrencilerinin yer aldığı iki ayrı sınıfı gözlemlemişler ve öğrencilerin yapılandırılmış bir örnek uzayına sahip olabilmeleri için öğretmenlerin rolü üzerine bir çalışma yapmışlardır. Öğrencilerin örnek üretme süreçlerini analiz ederek öğretmen ve öğrencilerin yer aldığı bilginin ortak yapımındaki bu süreçte örneklerin iki dinamiği olan üretim ve değişimi gözlemlemişlerdir. Buna "örneklerin üretim ve değişim rotasyonu (cycle of examples production and modification =CEPM)" modeli demişlerdir. Bu çalışmanın sonucunda öğretmenlerin rolü üzerine dikkat çekilmiştir. Ayrıca öğrencilerin konu için doğru örneği üretmeleri ve kendi örnek uzaylarını oluşturmalarındaki uzun süreçte öğretmenlerin müdahalesinin kritik bir öneme sahip olduğu gösterilmiştir.

Dahlberg ve Housman (1997) matematik öğretmenliği 3. ve 4. sınıfta eğitim gören 11 üniversite öğrencisi ile yapmış oldukları çalışmada, öğrencilerin kavram imajlarını ve yeni bir kavramı kullanıp transfer ettikleri öğrenme ortamlarını analiz etmişlerdir. Çalışmanın sonucunda örnek üretmeyi bir öğrenme stratejisi olarak kullanan öğrencilerin tanımlama, yeniden formülleştirme ve ezberleme gibi diğer stratejileri kullanan öğrencilere göre yeni bir kavramı anlamada daha başarılı oldukları ortaya çıkmıştır.

Ng ve Dindyal (2015) Singapur da 121 ortaokul matematik öğretmeniyle örneklerin seçimi ve kullanımı üzerine bir durum çalışması yapmışlardır. Öğretmenlere yeni bir matematiksel konunun öğretiminde veya alıştırmaların tasarımında kullanılan örneklerin seçiminde hangi kriterlere göre seçim yaptıkları sorulmuştur. Buna göre öğretmenler genellikle öğrencilerinin yeteneklerine ve soruların zorluk derecesine göre tercihte bulunduklarını belirtmişlerdir. Ayrıca bu araştırmaya göre iyi bir örneği belirlerken zorluk derecesine ve anlaşılabilir olmasına dikkat edilmelidir.

Ulusoy'un (2016) ortaokul öğrencileri ile yapmış olduğu çalışmada, öğrencilerin prototiplerin etkisi ile aşırı genelleme ve özelleme şeklinde kavram yanılgılarına sahip olmalarından dolayı, iki doğrunun birbirine paralel ve dik olmasıyla ilgili tam ve doğru örnek üretemediklerini belirtmiştir.

Zazkis ve Leikin (2008) matematiksel bir tanıma ait örnek üretme etkinliğinde karşılaşılan kişisel veya genel örnek uzayları analiz etmiştir. Zazkis ve Leikin' in (2008) çalışmasında yer alan katılımcılar tarafından üretilen örnekler önceki araştırmalarda (Zazkis ve Leikin 2007) olduğu gibi onların matematiksel nesneler ile ilgili kavrayışlarını, pedagojik repartuarını, algıdaki zorluklarını ve yetersizliklerini yansıtmıştır. Ayrıca katılımcılar tarafından üretilen örneklerin kapsamlarının, onların bilgilerini ve anlayışlarını ortaya çıkarması üzerinde durulmuştur. Çalışmanın sonucunda katılımcıların tanımlarla ilgili üretmiş oldukları örneklerin incelenmesiyle pedagojik ve matematiksel düşünme arasında güçlü bir tercih söz konusu olmuştur. "Listedeki örneklerden hangileri bir karenin tanımı için uygundur?" sorusu birçok katılımcı tarafından "Öğrencilerim için bu tanımlardan hangisini kullanmalıyım?" şeklinde tekrar formülize edilmiştir. Birçok matematik öğretmeni adayı tarafından matematiksel konulardan ziyade pedagojik konuların kabul edildiği görülmüştür.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın yöntemi, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci, verilerin analizi, geçerliği ve güvenirliğine yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Yöntemi

Bu araştırma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseninde tasarlanmıştır. Durum çalışması; güncel bir olguyu kendi yaşam çerçevesinde ele alan, olgu ve içinde bulunduğu çerçevenin sınırlarının kesin çizgilerle belirgin olmadığı bir yöntemdir. Aynı zamanda, birden fazla kanıt veya veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda da görgül bir araştırma yöntemi olarak kullanılabilir (Yin, 1984, Akt. Yıldırım & Şimşek, 2000).

Bu çalışmadaki veriler ilk olarak açık-uçlu sorulardan oluşan bir uygulama aracılığıyla toplanmıştır. Ancak uygulama sorularından elde edilecek veriler ile katılımcıların (varsa) kavram imajlarının ve kavram yanılgılarının; örnek uzay genişliklerinin, öğrenme türlerinin ve bu bağlamda örnek üretme süreçlerinin derinlemesine gözlemlenmesi oldukça zordur. Öğrencilerin uygulama sorularında yer alan kavramlarla ilgili sahip oldukları bilginin derinliğini ve örnek üretme becerilerini daha yakından gözlemlemek için sınırlı sayıda katılımcıyla yarı yapılandırılmış mülakatlar yapılmıştır.

3.2. Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma grubunu 2015-2016 eğitim öğretim yılında bir ortaöğretim kurumunda eğitim alan 129 öğrenci oluşturmaktadır.

Çalışma grubunun demografik özelliklerine Tablo 3.1.'de yer verilmiştir.

Tablo 3.1: Çalışma Grubunun Demografik Özellikleri

Değişkenler		*Frekans*
Cinsiyet	Kız	83
	Erkek	46
Sınıf Düzeyi	9. Sınıf	34
	10. Sınıf	41
	11. Sınıf	41
	12. Sınıf	13

Çalışma grubunda yer alan bu öğrencilere örnek üretme soruları uygulanmıştır. Daha sonra matematik dersi başarı durumu (en son yapılan matematik dersi yazılı sınavından alınan puan>50), kendini ifade edebilme yeteneği (ders öğretmeninden alınan görüşler) ve araştırmacının sınıflara uyguladığı örnek üretme uygulama sorularına verilen cevaplara (araştırmada kullanılan soruların çoğu için çözüm yapma girişiminde bulunma) göre araştırmaya zengin veri sağlayacağı düşünülen öğrenciler ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşme yapılacak öğrencilerin belirlenmesi için amaçlı örneklem belirleme stratejisi kullanılmıştır. Bu yönteme göre görüşme yapılacak öğrenciler seçilirken, öğrencilerin evreni temsil etme güçlerinden ziyade araştırma konusuyla doğrudan ilgili olup olmadıklarına bakılır (Neuman, 2012; Yıldırım ve Şimşek, 2008). Görüşmeye 22 öğrenci katılmıştır. Görüşmeye katılan öğrencilerin demografik özellikleri Tablo 3.2.' de verilmiştir.

Tablo 3.2: Görüşmeye Katılan Öğrencilerin Demografik Özellikleri

Değişkenler		*Frekans*
Cinsiyet	Kız	15
	Erkek	7
Sınıf Düzeyi	9. Sınıf	9
	10. Sınıf	3
	11. Sınıf	5
	12. Sınıf	5

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmada iki veri toplama aracı kullanılmıştır. Bunlar yazılı dokümanlar ve görüşmelerdir. Elde edilen bulguların geçerliği ve güvenirliğini artırmak için birden çok veri toplama yönteminin kullanılması önemlidir (Yıldırım & Şimşek, 2008, s. 89). Bu araştırmada kullanılan veri toplama araçları aşağıda detaylı bir şekilde ele alınmıştır.

3.3.1. Yazılı Dökümanlar

Araştırmanın yazılı dökümanlarını öğrencilerin daha önce görmüş oldukları konularla ilgili örnek üretmelerini sağlayacak uygulama sorularının yer aldığı formlar oluşturmaktadır.

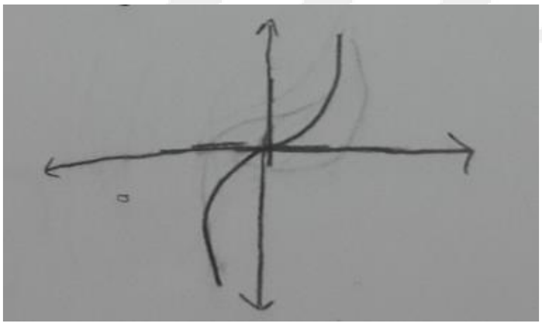
Örnek üretme uygulama sorularının hazırlanma aşamasında, ortaöğretim matematik dersi öğretim programında yer alan müfredata göre öğrencilerin işledikleri konular belirlenmiştir. Bu program dikkate alındığında her sınıf düzeyinde farklı alt başlıklar halinde fonksiyon konusuna vurgu yapıldığı görülmüştür. Örneğin; 9. sınıfta fonksiyon kavramıyla ilgili temel bilgilere sahip olan bir öğrenci 10. sınıfta fonksiyonların bileşkesini ve tersini görecektir. Benzer şekilde 11. sınıfta üstel ve logaritmik fonksiyonlar; 12. sınıfta ise limit, türev ve integral konularında yine fonksiyonlar ele alınmaktadır. Program bu bağlamda ele alındığında sarmal yaklaşımın kullanıldığı görülmektedir. Uygulama soruları hazırlanırken uzman görüşü (devlet okulunda çalışan bir matematik öğretmeni) alınarak her bir sınıf düzeyinde fonksiyon konusunun yanı sıra öğrencilerin yakın zamanda işledikleri konular (bölünebilme, ebob, ekok, limit, türev) ile ilgili sorulara yer verilmesine karar verilmiştir (EK 2).

Bu doğrultuda 9. ve 10. sınıftan araştırmaya katılmayan bazı öğrencilere örnek üretme sorularının yer aldığı bir pilot uygulama yapılmıştır (EK 3 ve EK 4). Böylece öğrencilerin örnek üretme sorularına cevap verebilme yeterlilik ve düzeyleri belirlenmek istenmiştir. Bu öğrencilerin sınıf düzeylerine göre sayılarına Tablo 3.3.' te yer verilmiştir.

Tablo 3.3: Pilot Uygulamaya Katılan Öğrencilerin Sınıf Düzeylerine Göre Sayısı

		Frekans	*Toplam*
Sınıf Düzeyi	9. Sınıf	15	27
	10. Sınıf	12	

Aşağıda 10. sınıf öğrencisinin EK 4' te yer alan 2. soruya ait cevabı yer almaktadır.



Şekil 3.1. Pilot Uygulamada Yer Alan Öğrencinin Cevabı

Pilot uygulama sonrasında bazı soruların öğrencilerin örnek üretme becerilerini ortaya çıkaramayacağı belirlenmiş ve bu sorular uygulamalarda kullanılmamıştır (EK 5). Bu nedenle literatür taraması yapılarak çalışmalarda kullanılan ortaöğretim matematik soruları incelenmiş ve öğrencilerin ders öğretmeni, devlet okulunda görevli bir matematik öğretmeni ve araştırmacının tez danışmanının da görüşleri alınarak çıkartılan soruların yerine farklı sorular eklenmiştir. Eklenen bu uygulama sorularının arasında her sınıf düzeyinde öğrencilerin yine yakın zamanda işledikleri konulara (dörtgenler, birinci ve ikinci dereceden denklemler, türev, limit vb.) yer verilmiştir. Böylece örnek üretme uygulama sorularının son hali elde edilmiştir (EK 6, EK 7, EK 8 ve EK 9).

Uygulamalar araştırmacı tarafından her sınıf düzeyinde ayrı ayrı ders saatlerinde yapılmıştır. Öğrencilerden soruyla ilgili akıllarına gelenleri kendi uygulama formlarına yazmaları ve mümkün olduğunca boş bırakmamaları istenmiştir. Daha sonra bu uygulama formları araştırmacı ve araştırmacının tez danışmanı tarafından isimler kapalı olacak şekilde numaralar verilmiş ve detaylı bir şekilde incelenmiştir. Çalışmanın etik olması açısından öğrencilerin gerçek ismi hiçbir yerde kullanılmamıştır.

3.3.2. Görüşmeler

Bu çalışmanın veri toplama sürecinde; matematik dersi başarı durumu, kendini ifade edebilme yeteneği ve uygulama sorularına verilen cevaplara göre araştırmaya zengin veri sağlayacağı düşünülen 22 öğrenci ile birebir görüşme yapılmıştır. Görüşmelerde yarı yapılandırılmış görüşme tekniği kullanılmıştır. Bu yönteme göre araştırmacı sormayı planladığı sorulardan oluşan görüşme formunu önceden hazırlar. Görüşmenin durumuna bağlı olarak araştırmacı değişik yan veya alt sorularla görüşmenin akışını değiştirebilir ve kişinin yanıtlarını detaylandırmasını isteyebilir. Bununla beraber katılımcı görüşme sırasında bazı soruların yanıtlarını başka soruların içerisinde yanıtlamış ise araştırmacı bu soruları sormaktan vazgeçebilir. Yarı yapılandırılmış görüşme tekniği belirli düzeyde standartlığa ve aynı zamanda esnekliğe sahip olması sebebiyle eğitimbilim araştırmaları için uygun bir teknik olarak kullanılmaktadır (Ekiz, 2003).

Yarı yapılandırılmış görüşme formlarının kullanıldığı görüşmelerde araştırmacı bazı durumları daha derinlemesine incelemek için önceden planlamadığı soruları sorabilmesi bu veri toplama aracının önemli bir özelliğidir (Merriam, 2013). Görüşme esnasında öğrencilere; “bu soruda ne düşündün?”, “…… denildiğinde ne anlıyorsun?” şeklinde uygulama sorularına verdikleri cevapların nedenini ve düşüncelerini araştırmayı hedefleyen sorular yöneltilmiştir (EK 10). Böylece öğrencilere kavram imajlarını, kavram yanılgılarını, kişisel örnek uzaylarını, öğrenme türlerini (işlemsel ve kavramsal öğrenme) ve bu bağlamda örnek üretme becerilerini ortaya çıkarmayı hedefleyen açık uçlu sorular yöneltilmiştir. Görüşmeler araştırmacının uygulama yaptığı okulda gerçekleştirilmiştir.

Görüşmeye başlamadan önce görüşmenin yapılma amacı anlatılmış ve bir sohbet havasında geçeceği belirtilmiştir.

Görüşme süresince verilerin kaydedilmesi için öğrencilerin de izni alınarak ses kaydı yapılmıştır. Öğrencilerin görüşmelerde kullandıkları kendilerine ait olan örnek üretme uygulama sorularının yer aldığı formlar görüşmeden sonra taranmış ve bilgisayar ortamına alınmıştır. Görüşmeler 20-25 dakika sürmüştür.

3.4. Veri Toplama Araçlarının Uygulanışı

Bu kısımda araştırmanın veri toplama araçlarının uygulanmasına ilişkin bilgilere yer verilmiştir. Öncelikle uygulamanın yapılacağı devlete bağlı bir ortaöğretim kurumu belirlenmiştir. Araştırmacının bulunduğu ilçeden belirlenen bu kurumun öğrenci profili açısından Türkiye genelindeki ortaöğretim kurumları ile uyum sağladığı söylenebilir. Ayrıca araştırmanın yapılacağı devlet okulundaki matematik ders öğretmenlerinin yeniliğe açık, araştırmacıya rahat dönüt verebilecek ve yardımcı olabilecek olması çalışmanın yapılacağı kurumun belirlenmesi aşamasında etkili olmuştur.

Uygulama yapılacak okul tespit edildikten sonra daha önce de belirtildiği gibi alınan uzman görüşleri ve yapılan pilot çalışmalar neticesinde örnek üretme ile ilgili sorular belirlenmiştir. Ardından rastgele seçilen 129 öğrenciye 2015-2016 eğitim öğretim yılının bahar döneminde uygulama yapılmıştır. Öğrencilere yapılan bu uygulama araştırmacı ve matematik ders öğretmeni gözetiminde her sınıf düzeyi için 1 ders saati (40 dakika) kadar sürmüştür.

Uygulama yapıldıktan sonra öğrencilere ait olan yazılı dökümanlar toplanmış ve araştırmacılar tarafından ayrı ayrı incelenmiştir. Elde edilen veriler doğrultusunda amaçlı örneklem belirleme stratejisine göre seçilen 22 öğrencinin görüşmeye katılmalarına karar verilmiştir. Görüşmenin geçerliliği açısından görüşmelere katılmayacak olan 2 öğrenci ile pilot görüşme yapılmıştır. Pilot görüşmeler transkript edilmiş ve yanıtlar sorulara göre incelenmiştir. Pilot görüşmeler tamamlandıktan sonra öğrencilerden randevu alınarak ders saatleri dışında okul içerisinde uygun bir ortamda geriye dönük yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Öğrencilerle bireysel olarak ve ses kaydı alınarak yapılan her bir görüşme ortalama 20-25 dakikalık zaman diliminde gerçekleşmiştir. Uygulamadan dört gün sonra başlayan ve 22 öğrenciyle beş günde gerçekleştirilen görüşmelerde, öğrencilerin problemin çözümüne ilişkin nasıl düşündükleri, yazılı dokümanda yer alan yanıtlarını açıklamaları istenmiş; bulduğu yanıtın doğruluğunu nasıl kontrol ettikleri ve problem hakkında ne düşündükleri sorulmuştur.

3.5. Verilerin İşlenmesi ve Çözümlenmesi

Nitel araştırmada veri analizi çeşitlilik, yaratıcılık ve esneklik anlamına gelir. Her nitel araştırma, farklı özellikler taşır ve veri analizinde yeni yaklaşımlar gerektirir. Bu nedenle nitel araştırmayı kullanacak olan araştırmacı bilinen veri analiz yöntemlerini geliştirerek araştırma verilerinin analizini bir plan çerçevesinde yapması beklenir (Yıldırım ve Şimşek, 2000).

Bu araştırmada verilerin analiz edilmesinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. İçerik analizi yardımıyla veriler daha detaylı incelenip bu verileri açıklayan kavram ve temalara ulaşılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 89). Bu yöntem ile veriler tanımlanmaya çalışılır; birbirine benzediği ve birbiriyle ilişkili olduğu tespit edilen veriler belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirilerek yorumlanır. İçerik analiziyle katılımcıların görüşlerinin içerikleri sistematik olarak tanımlanmaktadır (Altunışık vd., 2010, s. 322).

Bu araştırmadan elde edilen verilerin analiz edilmesinde öncelikle öğrencilerin uygulama sorularını cevaplarken oluşturdukları yazılı dokümanlar örnek üretme sürecinde kullanılan stratejiler hakkında bilgi edinmek amacıyla incelenmiştir. Öğrencilerin kullandıkları stratejiler (Deneme-Yanılma Stratejisi, Dönüştürme Stratejisi, Analiz Stratejisi) belirlenerek sıklık tabloları oluşturulmuştur (Tablo 4.1.). Daha sonra öğrencilerle yapılan görüşmeler yazılı metne çevrilmiş ve yine görüşmeye katılan öğrencilerin kullandıkları stratejilere ait sıklık tablosu oluşturulmuştur (Tablo 4.2.). Ortaya çıkan verilerin ışığında her bir kavram ile ilgili sorulara verilen cevaplar gruplandırılmış ve bu cevaplar açık kodlama (Strauss & Corbin, 1990, Akt. Yıldırım ve Şimşek, 2008) kullanılarak içerik analizine göre analiz edilmiştir. Yapılan bu kodlar sınıflandırılarak kategoriler elde edilmiştir. Böylelikle öğrencilerin örnek üretme stratejileri ve örnek üretme süreçlerini etkileyen faktörler bu kategoriler ile gösterilmiştir. Örnek üretme stratejileri için verileri kodlama şemasına Tablo 4.3.' te yer verilmiştir.

Kategorileri oluştururken şu üç koşul esas alınmıştır:

- Kategoriler öğrenci cevaplarından elde edilmiştir.
- Kategorilerin ayırt edilebilirliğine dikkat edilmiştir.
- Kategorilerin anlaşılır ve net olmasına dikkat edilmiştir (Marton, 1984).

Kodlamalar için öncelikle daha önce alanyazında kullanılan tanımlardan yararlanılmış ve araştırma sırasında ortaya çıkan yeni bulgular dikkate alınmıştır. Örneğin, öğrencilerin EK 6' da yer alan "Z tam sayılar kümesi ve N doğal sayılar kümesi olmak üzere Z'den N'ye tanımlı bir fonksiyon örneği veriniz." şeklindeki soruya uygulama ve görüşme esnasında verdikleri cevaplar aşağıda yer alan ve öğrencilerin örnek üretme becerilerini etkilediği düşünülen kategori başlıklarına göre incelenmiştir:

1. Örnek üretirken kullanılan stratejiler.
2. Kavram imajları.
3. Kişisel örnek uzay genişliği.
4. Kavram yanılgıları.
5. İşlemsel Öğrenme ve Kavramsal Öğrenme.

Analiz sırasında oluşturulan kategorilerin anlaşılır olmasına özen gösterilmiştir. Oluşturulan kategorilere paralel olan öğrenci görüşlerine doğrudan alıntılar ve şekiller yardımıyla yer verilmiştir. Araştırmada her öğrencinin ismi numaralandırılarak görüşlerin hangi öğrenciye ait olduğunun daha rahat anlaşılacağı düşünülmüştür.

Elde edilen bulgulara 4. Bölümde yer verilmiştir. Bulgular tablolaştırılarak yorumlanmış ve literatürde yer alan benzer içerikteki diğer araştırmalar ile kıyaslanmıştır.

3.6. Araştırmanın Geçerliği

Genel olarak geçerlik araştırma sonuçlarının doğruluğunu ele alır. Nitel araştırmada geçerlik, araştırmacının ilgilendiği konuyla ilgili tarafsız gözlem yapması ve ölçme aracının ölçmeyi planladığı olguyu doğru ölçmesiyle yakından ilişkilidir. Bu şekilde toplanan veriler gerçeği yansıtarak araştırma sonuçlarının geçerliğine katkı sağlar.

Üzerinde çalışılan olgu veya konunun bir bütün olarak incelenmesi ve bir fotoğraf oluşturulabilmesi için elde edilen verilerin teyit edilmesine yardımcı olacak bazı ek yöntemlerin (katılımcı teyidi, meslektaş teyidi, uzman incelemesi vb.) kullanılması gerekir (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 256). Veri toplama aracı olan örnek üretme uygulama sorularının geçerliğini test etmek amacıyla daha önce de belirtildiği gibi pilot çalışma yapılmış ve soruların araştırma problemine cevap verebilmesi açısından uzman görüşü ve meslektaş teyidi alınmıştır. Bunun yanı sıra birebir görüşmelerde kullanılan yarı yapılandırılmış görüşme formundaki açık uçlu sorular için yine uzman görüşü alınmış ve pilot görüşmeler yapılmıştır. Araştırmadaki bulgular birebir görüşmeler ve yazılı dokümanlar kullanılarak elde edilmiştir. Bu kaynaklardan elde edilen veriler bulguların yorumlanmasında birbirini desteklemek için kullanılmıştır. Yapılan birebir görüşmelerden elde edilen veriler, araştırmacılar tarafından kodlanmış ve çeşitli kategoriler oluşturulmuştur.

3.7. Araştırmanın Güvenirliği

Güvenirlik araştırma sonuçlarının tekrar edilebilir olması ile ilgilidir. Bunun anlamı, "Eğer çalışma ikinci kez yürütülmüş olsa aynı sonuçları verir mi?" İnsan davranışları değişken olduğundan sosyal bilim araştırmalarında güvenirlik önemli bir problem olarak görülmektedir. Bilimsel çalışmalarda ilk olarak güvenirliğin sağlanması gerekir. Güvenirliği düşük olan bir ölçmenin hiçbir bilimsel değeri olmadığı gibi yüksek olması da yapılan ölçmenin amaca uygunluğunun (yani geçerli olduğunun) garantisi değildir. Bir işlemin geçerli olabilmesi için önce güvenilir olması gerekir (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 259, 260).

Araştırmanın güvenirliğine yönelik olarak yansıtıcılık olarak da ifade edilen araştırmacı rolü açık bir şekilde ortaya konmuştur. Yansıtıcılık araştırmacının süreç içerisinde ve bulgulara yönelik kendi kişisel görüşlerini ve varsayımlarını açıkça ortaya koymasıdır (Johnson & Christensen, 2014). Araştırmacı süreçte etik kurallar yönünden ve araştırmanın bulgularına yönelik bakış açısını açık bir şekilde ortaya koymuştur.

Görüşme transkriptleri yazıldıktan sonra araştırmacı tarafından farklı zamanlarda tekrar ses kayıtları dinlenerek kontrol edilmiştir. Araştırmanın güvenirliğini sağlamak için akran değerlendirmesi yöntemine gidilmiştir. Cresswell'e (2014) göre akran değerlendirmesi araştırmacının yanında uzman bir kişi tarafından verilerin kodlanarak aynı veya benzer kodlamaların yapıldığının kontrol edilmesidir. Veri seti araştırmacı ve matematik eğitimi alanında uzman ikinci bir kişi tarafından ayrı ayrı kodlanmış ortaya çıkan kodlar, kodlayıcılar arası güvenirliğin belirlenmesi için SPSS 17.0 programına aktarılmış ve Kappa katsayısı hesaplanmıştır. Yapılan analiz sonucunda kodlayıcılar arasında %83,75' lik uyum belirlenmiştir. Kodlayıcılar arasından farklılığın oluştuğu durumlarda araştırmacılar kodlamalar üzerinde birlikte çalışmış ve ortak bir karara varmışlardır. Miles ve Huberman'a (1994) göre nitel araştırmalarda güvenirliğin yüksek olması için kodlar arasındaki tutarlılığın %80 düzeyinde olması gerekir (Akt. Creswell, 2014).

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde elde edilen verilerin analiz sonuçlarına ve literatür ışığında bu analizlerin tartışmalarına yer verilmiştir. Bulgular araştırma sorularından ortaya çıkan kategorilere göre organize edilmiştir. Bu araştırmada bulgular: Öğrencilerin kullandıkları örnek üretme stratejileri; kavram imajları, örnek uzay genişliği, kavram yanılgıları ve işlemsel ve kavramsal öğrenmenin örnek üretme becerisine etkisi olmak üzere beş farklı boyutta incelenmiştir.

Diğer yandan bu bölümde öğrencilerin hem görüşmeler esnasında hem de yazılı dokümanlarda vermiş oldukları cevapların analizleri sonucunda sözlü anlatımlarını destekleyen görsel ifadelere de yer verilmiştir.

4.1 Öğrencilerin Kullandıkları Örnek Üretme Stratejileri

Bu kesimde uygulamaya ve görüşmeye katılan öğrencilerin örnek üretme stratejilerini kullanım sıklıkları (Tablo 4.1. ve Tablo 4.2.) ayrı ayrı belirlenmiş ve kullandıkları stratejilere örnekler verilmiştir. Örnek üretme uygulama sorularından elde edilen verilerin analizleri sonucunda 16 öğrencinin herhangi bir soruya cevap vermediği belirlenmiş ve bu öğrencilerin uygulama formları incelemeye alınmamıştır.

Tablo 4.1: Uygulamaya Katılanlara Göre Örnek Üretme Stratejilerinin Kullanım Sıklıkları

Stratejiler	Kullanım Sıklıkları	Kullanılan Tüm Stratejiler İçindeki Oranı
Deneme Yanılma	113	113/121 (%93)
Dönüştürme	8	8/121 (%7)
Analiz	0	0/121 (%0)

Tablo 4.1.’ e göre uygulama sorularını yanıtlayan 113 öğrencinin tamamı deneme yanılma stratejisini kullanmıştır. Bu 113 öğrencinin 8 tanesi deneme yanılma stratejisinin yanında dönüştürme stratejisini de kullanmıştır. Analiz stratejisini ise kullanan öğrenci bulunmamaktadır.

Tablo 4.2: Görüşmeye Katılanlara Göre Örnek Üretme Stratejilerinin Kullanım Sıklıkları

Stratejiler	Kullanım Sıklıkları	Kullanılan Tüm Stratejiler İçindeki Oranı
Deneme Yanılma	22	22/26 (%85)
Dönüştürme	4	4/26 (%15)
Analiz	0	0/26 (%0)

Tablo 4.2.' ye göre görüşmeye katılan 22 öğrencinin tamamı deneme yanılma stratejisini kullanmış olup bu öğrencilerden 4 tanesi dönüştürme stratejisini de kullanmıştır. Analiz stratejisini ise hiçbir öğrenci kullanmamıştır.

Tablo 4.3.' te ise örnek üretme stratejilerine göre veriler analiz edilirken kullanılan kodlara ve bunlara bağlı olarak kullanılan alt kategorilere örnekler verilmiştir. Öğrencilerin örnek üretme stratejileri belirlenirken Antonini' nin (2006) bu stratejiler ile ilgili yapmış olduğu tanımlar dikkate alınmıştır.

Tablo 4.3: Örnek Üretme Stratejilerinin Kodlama Şeması

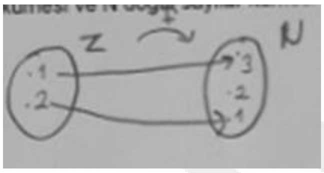
Kategoriler	Alt Kategoriler	Kodlama Örnekleri
Deneme ve Yanılma	1. Soruda yer alan özelliklerin dikkate alınmadığı rastgele deneme yapma. 2. Yeni bir deneme için bazı özellikleri değiştirme.	• İlk önce Z ve N kümesi çizdim. Sayı yerleştirdim ve eşleştirdim. • Limit değeri olduğu için birde sürekli olmayan dediği için bir sağdan bir soldan yaklaştım bir fonksiyon üzerinden. Sağdan ve soldan yaklaştığımızda ikisinde de aynı sonuç çıkıyorsa limit var ve süreklidir diyorduk. Aslında ben sürekli olanı vermişim ama siz sürekli olmayanı istemişsiniz. • 36 sayısı 4' e bölünüyor mu? Evet bölünüyor. 36 oluyor.. • Bu fonksiyonda da aynısı oldu. • Eşit olmuş oluyor ama fonksiyon.. o zaman şöyle mi yazacağız: f(m)=f(m)
Dönüştürme	1.Örnekte yer alan şartların sağlanabilmesi için bazı özellikleri ekleme veya silme 2. Görüşme esnasında yanılmanın gerçekleşmesiyle örnek üzerinde değişim yapma.	• İlk $f(x) = x^2 + 5x - 4$ yazdım. Doğru gibi geldi ama daha sonra bir değer verdim yanlış çıktı. Mesela 0'ı versek burada -4 olur. Doğal sayı değil -4. İkinci yazdığımda ise $f(x) = x^4 + x^2 + 5$ pozitif bir sayı veya negatif bir sayı verirsek doğal sayı oluyor. • Şimdi tamsayılar dendiğinde eksilerde giriyor işin içine. Eksilerden kurtulmak için doğal sayı olması için x^2 düşündüm. • Ben yanlış çizmişim. Şimdi örten oldu. • Sağlamıyor. Çünkü iki çocuğun bir annesi… Pardon sağlıyormuş.. Ancak bu çizdiğim fonksiyon değil. Çünkü bir çocuğun iki annesi olamaz.
Analiz	Analiz stratejisine uygun bulguya rastlanılmamıştır.	

4.1.1 Deneme Yanılma Stratejisi

Daha önceki çalışmalarda (Edwards & Alcock, 2010; Antonini, 2006; Iannone ve diğerleri, 2009; Sağlam & Dost, 2015) belirtildiği gibi deneme yanılma bu araştırmada da katılımcıların en çok kullandığı stratejidir (Tablo 4.1., Tablo 4.2.). Bazı katılımcılar örnek üretirken bu stratejiyi aşağıdaki şekilde kullanmıştır.

EK 6’ da yer alan 1. Soruda; Ö-1 öğrencisi tamsayılar ve doğal sayılar kümesini sonlu kümeler olarak düşünerek deneme yapmıştır. Öğrencide yeterli kavram bilgisi oluşmadığından yaptığı hatanın farkına varamamış ve yanılma gerçekleşmemiştir.

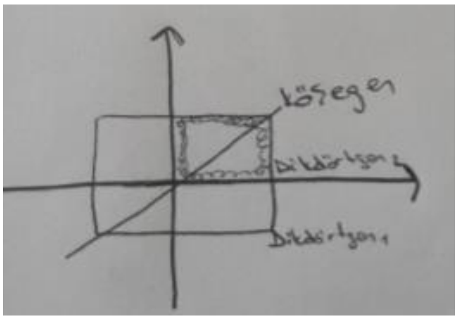
Ö-1: *İlk önce Z ve N kümesi çizdim. Sayı yerleştirdim ve eşleştirdim*



Şekil 4.1. Öğrenci 1’ in 1. Soruya Ait Cevabı

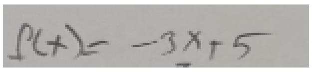
EK 7’nin 4. sorusunda Ö-3 öğrencisi her iki dikdörtgen için çizdiği doğru parçasının köşegen olduğunu düşünerek deneme yapmıştır. Bu öğrencinin verdiği örnektede yanılma gerçekleşmemiştir.

Ö-3: *Aynı köşegenlere sahip oldukları için ilk önce büyük bir dikdörtgen çizdim sonra küçük bir dikdörtgen çizdim. Köşegen olduğunda bir çizgi çektiğimde ikisinin de köşegeni olur diye düşündüm.*



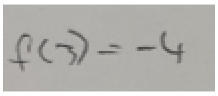
Şekil 4.2. Öğrenci 3’ ün 4. Soruya Ait Cevabı

EK 8’ in 1. sorusunda Ö-22 öğrencisi bir fonksiyon kuralı yazarak deneme yapmıştır. Diğer öğrencilerde olduğu gibi rastgele bir seçim yapılmış ve verilen örneğin istenen şartlara uygun olup olmadığı düşünülmemiştir. Görüşme esnasında öğrencide yanılma gerçekleşmiş ancak öğrencinin ürettiği ikinci örnekte istenen şartlara uygun değildir.

Ö-22: 

Şekil 4.3. Öğrenci 22' nin 1. Soruya Ait Cevabı

Araştırmacı : *Bir tane x değeri yazabilir misin?*

Ö-22: 

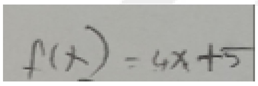
Şekil 4.4. Öğrenci 22' nin Görüşmedeki Soruya Ait Cevabı

Araştırmacı : *Tamsayılardan doğal sayılara tanımlı olmuş oldu mu?*

Ö-22: *Yani doğal sayıdan tamsayıya gitmiş oldu.*

Araştırmacı : *Peki tamsayılardan doğal sayılara giden bir fonksiyon örneği yazabilir misin?*

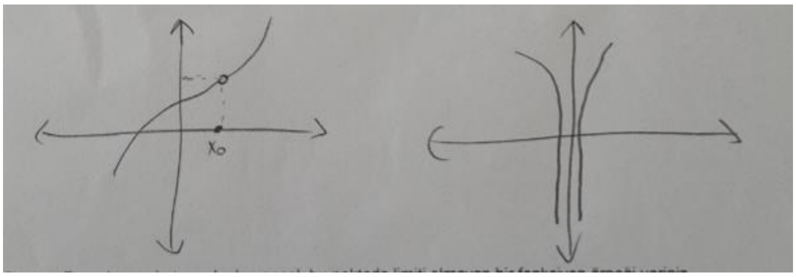
Ö-22: *-3 yazdığımızda… Yine olmadı.*



Şekil 4.5. Öğrenci 22' nin Başka Bir Denemesi

EK 9' un 4. sorusunda Ö-12 öğrencisi limit ve süreklilik kavramlarına ait tanımları kullanarak deneme yapmış ve kısıtlamalara uygun doğru iki örnek üretmiştir.

Ö-12: *Limiti olan derken x_0 noktasında bir limit değeri olacak. Sağdan ve soldan yaklaştığımızda aynı değeri alacak ama orada sürekli olmayacak.*



Şekil 4.6. Öğrenci 12' nin 4. Soruya Ait Cevabı

4.1.2 Dönüştürme Stratejisi

Bu stratejide istenen bir veya birkaç özelliği sağlayan örnek, diğer beklenen özellikleri karşılayıncaya kadar bir takım dönüşüm işlemlerinden geçirilir (Antonini, 2006). Deneme yanılma stratejisinden sonra en çok kullanılan stratejidir (Tablo 4.1., Tablo 4.2.). Aşağıda bazı katılımcıların dönüştürme stratejisini kullanarak verdikleri cevaplar yer almaktadır.

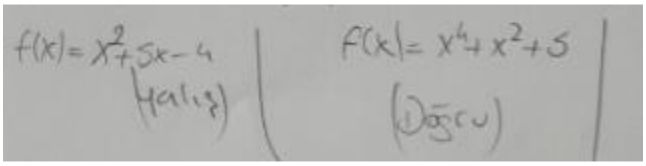
EK 9’ da yer alan 1. soruda Ö-4 öğrencisi ilk yazdığı fonksiyonda tanım kümesindeki bazı elemanlar için görüntülerin negatif olduğunu ve istenen özellikleri sağlamadığını düşünmüştür. Öğrenci fonksiyonun kuralında dönüşüm yaparak tamsayılardan doğal sayılara tanımlı bir fonksiyon örneği vermek istemiştir.

Ö-4: *Şimdi tamsayılar deyince eksilerde giriyor işin içine. Eksilerden kurtulmak için doğal sayı olması için* x^2 *düşündüm*

Şekil 4.7. Öğrenci 4’ ün 1. Soruya Ait Cevabı

Yine EK 9’ da yer alan 1. soruda Ö-12 öğrencisi birinci verdiği örnekte tanım kümesinden almış olduğu bir elemanın görüntüsünün doğal sayı olmadığını görmüş ve Ö-4 öğrencisinde olduğu gibi fonksiyon kuralında yapmış olduğu dönüşümlerle istenen özellikleri karşılamaya çalışmıştır.

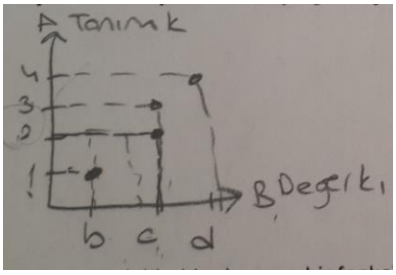
Ö-12: *İlk bunu yazdım doğru gibi geldi ama daha sonra bir değer verdim yanlış çıktı. Mesela 0’ı versek burada -4 olur doğal sayı değil -4. İkinci yazdığımda pozitif bir sayı veya negatif bir sayı versek doğal sayı oluyor.*



Şekil 4.8. Öğrenci 12’ nin 1. Soruya Ait Cevabı

Ö-2 öğrencisi EK 6' da yer alan 3. soru için verdiği örneğin yanlış olduğunu görüşme esnasında fark etmiştir. Öğrenci örnekteki fonksiyonun tanım ve değer kümelerini değiştirmeden görüntü kümesini değiştirmiş ve uygun bir örnek üretmiştir.

Ö-2:



Şekil 4.9. Öğrenci 2' nin 3. Soruya Ait Cevabı

Araştırmacı : *Fonksiyon olma şartını sağlıyor mu?*

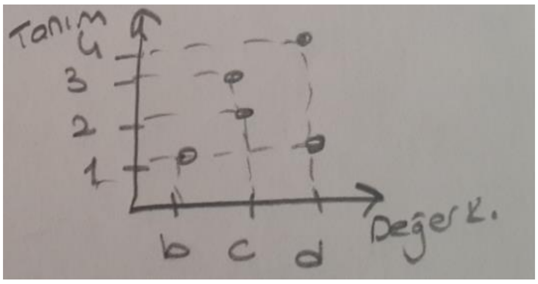
Ö-2: *Sağlamıyor.*

Araştırmacı : *Neden?*

Ö-2: *Çünkü iki çocuğun bir annesi… Hmmm sağlıyormuş*

Araştırmacı : *Peki fonksiyon belirtmeyen bir grafik çizebilir misin?*

Ö-2:



Şekil 4.10. Öğrenci 2' nin 3.Soruya Ait Diğer Cevabı

4.1.3 Analiz Stratejisi

Analiz stratejisinde birey tarafından yapılandırılmış bir örneğin, araştırma yapılan alanı kısıtlamak ve basitleştirmek için eklenen özellikleri karşıladığı varsayıldığında sonraki özellikler, doğrudan istenen örneği ya da bu örneği oluşturacak prosedürü hatırlatabilir sonuçları doğurur. Deneme yanılmadan analiz stratejisine geçişlerde daha üst düzey düşünme becerileri gerekmektedir (Antonini, 2006).

Iannone (2009) ve Sağlam ve Dost'un (2015) üniversite öğrencileri ile yapmış oldukları çalışmalarda örnek üretme sürecinde analiz stratejisi çok az ortaya çıkmıştır. Bu çalışmada ise öğrencilerin örnek üretme etkinliklerinde analiz stratejisini kullanmadığı görülmüştür.

4.2 Örnek Üretme Becerisinde Kavram İmajlarına Yönelik Bulgular

Bu çalışmada öğrencilerden bazı matematiksel kavramlara yönelik belirli kısıtlamaların yer aldığı örnekler üretmeleri istenmiştir. Bir kavramla ilgili bazı özelliklerin, yöntemlerin ve zihinsel resimlerin yer aldığı bilişsel yapı olan kavram imajlarının (Tall & Vinner, 1981) bu süreçte ortaya çıkmaları kaçınılmazdır. Kavram imajı kavrama uygun olmak zorunda değildir. Öğrencilerin kavrama yönelik farkında olmadıkları çelişkili ve yanlış görüşlerini de içerebilir (Rösken & Rolka, 2007).

Aşağıda bazı matematiksel kavramlara yönelik imajlara ve herhangi bir kavram imajına sahip olmayan öğrenci cevaplarına yer verilmiştir.

EK 6' da yer alan 1. soruda Ö-1 öğrencisi fonksiyon kavramını sonlu sayıda elemanların Venn şeması üzerinde birbirleriyle eşleşmesi olarak göstermiş ve yeterli kavram bilgisi oluşmadığından uygun örnek üretememiştir (Ö-1 öğrencisine ait görsel ifadeye daha önce Şekil 4.1. üzerinde yer verilmiştir.). Öğrencinin fonksiyon olma şartı ile ilgili sahip olduğu kavram imajı ise matematik derslerinde analoji yaparken kullanılan "çocuk-anne" bağıntısıdır.

Ö-1: *İlk önce Z ve N kümesi çizdim. Sayı yerleştirdim ve eşleştirdim.*

Araştırmacı : *Fonksiyon olduğunu nerden anladın?*

Ö-1: *Çünkü her çocuğun bir annesi var.*

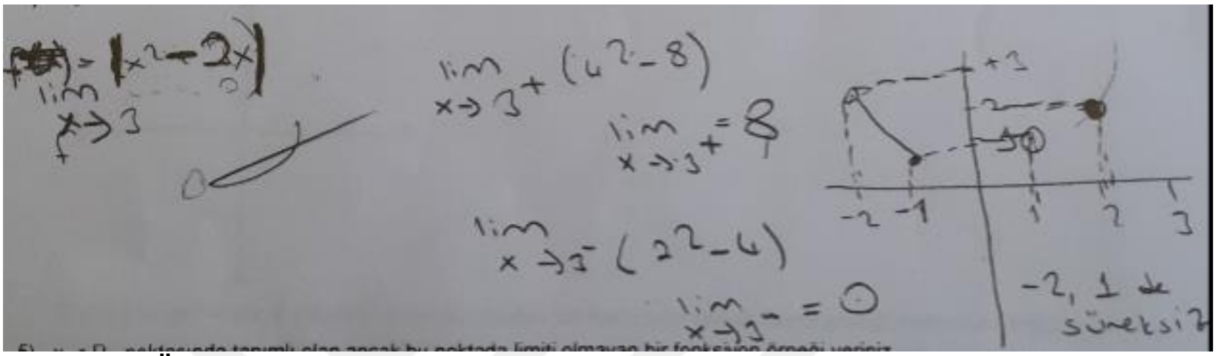
Araştırmacı : *Peki Z den N ye tanımlı bir fonksiyon ne demek?*

Ö-1: *Z nin elemanlarından N ye giden.*

12. sınıf öğrencilerine de yöneltilen bu soruda (EK 9) öğrencilerden bazıları 9. sınıf öğrencilerinden farklı olarak cebirsel ifadeler kullanmışlardır (Şekil 4.7. ve Şekil 4.8.).

EK 9' da yer alan 4. soruda Ö-20 öğrencisi hem cebirsel hem de grafik üzerinde bir örnek vermeye çalışmış ancak uygun bir örnek verememiştir. Öğrenci süreklilik kavramı için "akıp gitmesi" şeklinde bir imaja ve bir noktanın komşuluğu konusunda yanlış kavram bilgisine sahiptir.

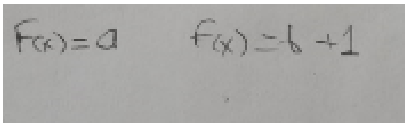
Ö-20: *Sürekli olması için zaten fonksiyonun akıp gitmesi lazım. Mesela 3 ü düşündüm 3 ün bir sağından yaklaştım.* x^2 *-2x yazdım. Burada 4 yazmışım ama yerine…*



Şekil 4.11. Öğrenci 20' nin 4. Soruya Ait Cevabı

Ö-9 öğrencisi EK 8' de yer alan 3. soruda fonksiyonlarda bileşke alma işlemini değişkenlerin ortak olması şeklinde ifade etmiş ve yanlış kavram bilgisine sahip olduğundan uygun bir örnek üretememiştir.

Ö-9: *Şu şekilde düşündüm. f(x) in sonucu a çıkıyor buradaki f(x) in sonucu b+1 çıkıyor. Yani a ve b nin farklı olduğunu belirtmek istedim.*



Şekil 4.12. Öğrenci 9'un 3. Soruya Ait Cevabı

Araştırmacı: *Peki bunların bileşkesini alabilir misin?*

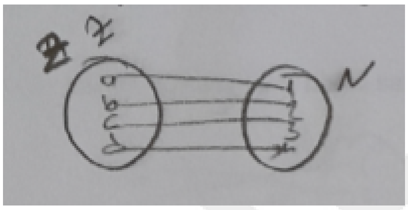
Ö-9: *İşte farklı oldukları için ortak bir noktaları olmadığı için olmuyor.*

Öğrencilerin her bir yeni matematiksel kavramı ifade etmede hata yapma ihtimallerinin yüksek olması beklenen bir durumdur. Ancak matematikte kavramlar doğru ifade edilmediğinde kavram yanılgılarına sebep olabilirler (Otterburn & Nicholson 1976, Akt. Ünal, 2013). Matematiğin kendi içinde biçimlendirilmiş bir dili vardır ve bu yüzden matematik öğretimi yapılırken de bu dil doğrultusunda öğretim yapılmalıdır (Cooper, 1971, Akt. Ünal, 2013). Öğrencilerin matematik konuları ile ilgili örnek üretme sürecinde kavram imajları belirlenirken matematiksel dili yanlış kullandıkları görülmüştür.

EK 6' da yer alan 1. soru için Ö-11 öğrencisi soruda istenen özelliklere uygun olmayan bir örnek üretmiş ve matematiksel olarak yanlış bir dil kullanmıştır.

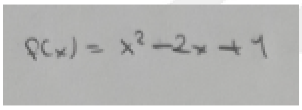
EK 7' de yer alan aynı soruda Ö-3 öğrencisi ise istenen şartlara uygun bir fonksiyon kuralı yazmış ancak matematiksel olarak yanlış ifade etmiştir.

Ö11: *Z tamsayılar kümesi N ye gittiği için hepsine birer tane şey gönderdim. Eşit olması için.*



Şekil 4.13. Öğrenci 11' in 1. Soruya Ait Cevabı

Ö-3:



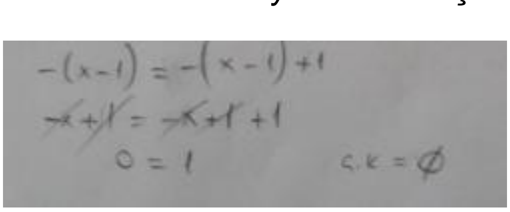
Şekil 4.14. Öğrenci 3' ün 1. Soruya Ait Cevabı

Araştırmacı: *Ne düşündün?*

Ö-3: *Tamsayılarda olacak doğal sayı olacak yani pozitif bir sayı o yüzden öyle düşündüm.*

EK 8' in 4. sorusunda Ö-15 öğrencisi ise çözüm kümesi boş küme olan birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ile ilgili doğru kavram bilgisine sahip olup uygun bir örnek üretmiştir.

Ö-15: *Bir denklem yazdım. 0=1 çıktı cevabı boş küme oluyor çözüm kümesi.*

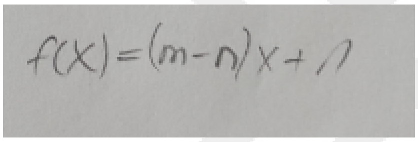


Şekil 4.15. Öğrenci 15'in 4. Soruya Ait Cevabı

Öğrencilerin konu için doğru örneği üretmeleri ve kendi örnek uzaylarını oluşturmalarındaki uzun süreçte öğretmenlerin müdahalesi kritik bir öneme sahiptir (Arzarello vd., 2011). Öğrencilerle yapılan birebir görüşmelerde daha önce karşılaşmadıkları problem durumuna uygun bir cevap veremedikleri tespit edilmiştir. Bu aşamada araştırmacı öğrenciyi referans örnek (Rissland-Michener, 1978) kullanmaya teşvik ederek soruda yer alan matematiksel kavramlara yönelik ilişki kurmasını sağlamıştır. Aşağıda bu durumu örneklendiren öğrenci cevabına yer verilmiştir.

EK 9’ da yer alan 2. soruda Ö-12 öğrencisi yeterli kavram bilgisi oluşmadığından ilgili matematiksel kavramlara yönelik örnek üretememiştir. Öğrenci daha önce karşılaştığı bir durumu referans alarak uygun bir fonksiyon kuralı yazabilmiştir.

Ö-12: *m ve n değişkenler demiş. m ve n değişecek ama sonuç aynı çıkacak gibi anladım soruyu. Ona göre de bir şeyler yazmaya çalıştım ama..*



Şekil 4.16. Öğrenci 12’nin 2. Soruya Ait Cevabı

Araştırmacı: *Burada x, m ve n var. Onların ne farkı var birbirlerinden? Hepsi değişken mi?*

Ö-12: *m ve n’yi değişkenler olarak aldım.*

Araştırmacı: *x ne oluyor?*

Ö-12: *..........*

Araştırmacı: *m, n’nin fonksiyonu dendiğinde aklına ne geliyor?*

Ö-12: *Bir değer vereceğiz n’ ye m’ deki elemanlardan çıkacak.*

Araştırmacı: *Peki m, n’nin fonksiyonu olacak şekilde bir kural yazabilir misin?*

Ö-12: *………*

Araştırmacı: *Normalde fonksiyonları x ve y’ li biçimde nasıl sembolize ediyorduk?*

Ö-12:

$R \to R$

$f(x) = x^2 + 5x + k$ *(k' yı sabit değer olarak yazdı.)*

Şekil 4.17. Öğrenci 12' nin Görüşmedeki Soruya Ait Cevabı

Araştırmacı: *f(x) in eşit olduğu elemanları hangi harf ile temsil ederiz?*

Ö-12: *y ile.*

Araştırmacı: *Peki burada y mi x'in fonksiyonu, x mi y'nin fonksiyonu?*

Ö-12: *x, y'nin fonksiyonu. Yani y, x' e bağlı.*

Araştırmacı: *m, n'nin fonksiyonu olacak şekilde bir fonksiyon örneği yazabilir misin şimdi?*

Ö-12:

$n^3 + n + 5 = m$

Şekil 4.18. Öğrenci 12' nin Görüşmedeki Bir Diğer Cevabı

Matematikte yer alan bir konu ile ilgili öğrencilerde her zaman bir kavram imajı oluşmayabilir. EK 6' da yer alan 5. soruya ilişkin Ö-2 öğrencisinde herhangi bir kavram imajı oluşmadığı görülmüş ve kısıtlamalara uygun örnek üretilmemiştir.

Araştırmacı: *Eşit fonksiyon dendiğinde aklına ne geliyor?*

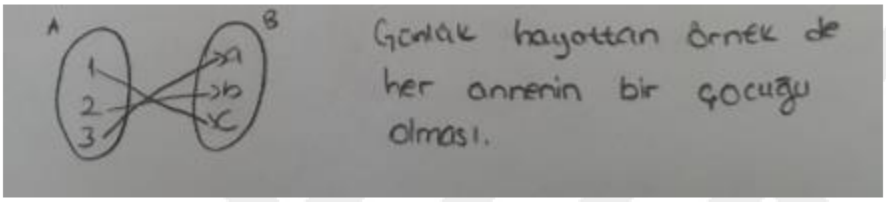
Ö-2: *Bir şey gelmiyor şu an.*

4.3 Örnek Üretme Becerisinde Örnek Uzay Genişliğine Yönelik Bulgular

Watson ve Mason' a (2005) göre kişisel örnek uzayı öğrencilerin ve öğretmenlerin örneklerle tecrübelerinin sınırlarının ve potansiyelinin daha fazla farkına varmalarını sağlayan bir araçtır. Öğrencilerin örnek uzay genişliklerine göre örnek üretme etkinliklerinde ki becerileri belirlenebilir. Aşağıda bu faktöre bağlı olarak bazı öğrenci cevaplarına yer verilmiştir.

EK 6' da yer alan 6. soruda Ö-19 öğrencisi ilk verdiği örnekten farklı ancak fonksiyonların tanım ve değer kümeleri ile ilgili kavramsal öğrenme gerçekleşmediğinden yanlış bir örnek üretmiş, Ö-13 öğrencisi ikinci bir örnek üretememiştir. Ö-1 öğrencisinin bu soru için ürettiği örnek ise diğer tüm öğrencilerin örneklerinden farklı olarak; ders kitaplarında bulunmayan, matematik öğretmenlerinin derslerinde pek kullanmadığı ancak soruda istenen şartlara uygun bir örnektir.

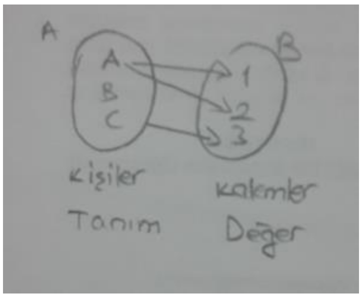
Ö-19:



Şekil 4.19. Öğrenci 19' un 6. Soruya Ait Cevabı

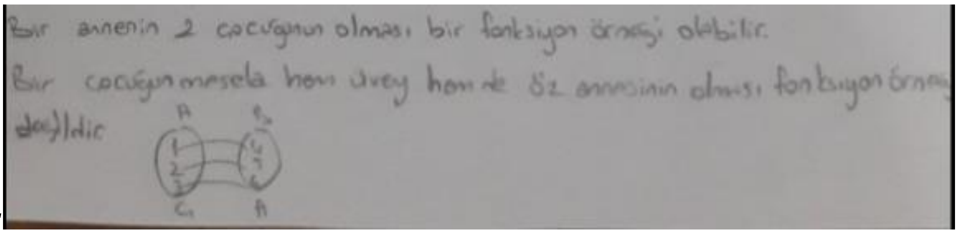
Araştırmacı: *Buna benzer başka bir örnek aklına geliyor mu?*

Ö-19: *Mesela bir kişinin iki tane kalemi olabilir ama bir kalemin birden fazla sahibi olamaz.*



Şekil 4.20. Öğrenci 19' un 6. Soruya Ait Diğer Cevabı

Ö-13:

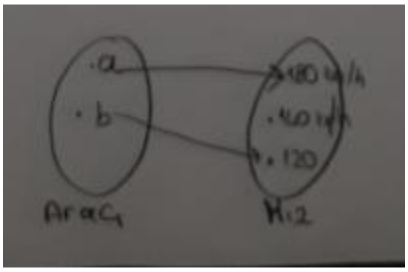


Şekil 4.21. Öğrenci 13' ün 6. Soruya Ait Cevabı

Araştırmacı: *Çocuklar ve anneler dışında bir örnek düşünebilir misin?*

Ö-13: *Şu an aklıma gelmiyor.*

Ö-1: *Tanım kümesi çocuklardı. Şimdi farklı olarak her aracın hızı var ve farklı birbirlerinden. Sadece bir hızı olabilir.*



Şekil 4.22. Öğrenci 1' in 6. Soruya Ait Cevabı

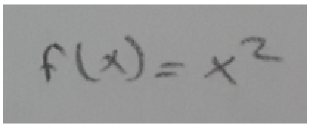
EK 9' da yer alan 1. soruda Ö-4 öğrencisi fonksiyon kuralında bazı dönüşümler yaparak kısıtlamalara uygun bir örnek üretmiştir. Öğrencinin daha sonra verdiği ikinci örnek ise ilk örneğe benzer bir örnektir.

Ö-4:

Şekil 4.23. Öğrenci 4' ün 1. Soruya Ait Cevabı

Araştırmacı: *Peki başka bir örnek aklına geliyor mu?*

Ö-4 :



Şekil 4.24. Öğrenci 4'ün 1. Soruya Ait İkinci Cevabı

4.4 Örnek Üretme Becerisinde Kavram Yanılgılarına Yönelik Bulgular

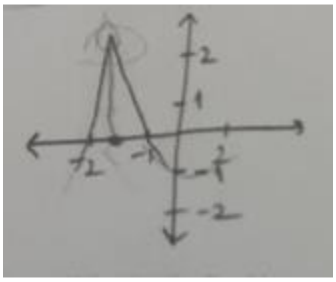
Öğrenciler okulda veya farklı durumlarda herhangi bir geometrik kavram ile ilgili şekil olarak ortak özelliklerin yer aldığı sınırlı sayıda örneklerle karşılaşırsa bu örnekler prototiplere dönüşür. Prototip örnekler güçlü görsel karaktere sahip ve belirli özelliklerin yer aldığı örneklerin alt kümesidir (Hershkowitz, 1990, s. 82). Belirli özelliklere dikkat çekilen bu prototip örneklerin etkisiyle öğrencilerde aşırı genelleme ve aşırı özelleme olmak üzere iki tür kavram yanılgısı ortaya çıkmaktadır (Klausmeier & Allen, 1978). Örnek üretme sürecinde bazı öğrencilerin kavram yanılgılarına sahip olduğu görülmüş ve bu öğrenciler istenen özelliklere uygun bir örnek üretememiştir. Aşağıda bununla ilgili bazı öğrenci cevaplarına yer verilmiştir.

EK 6' da yer alan 1. soruda Ö-1 öğrencisi daha önce de belirtildiği gibi fonksiyonları iki kümenin sonlu sayıdaki elemanlarının Venn şeması üzerinde birbirleriyle eşleşmesi olarak göstermiş (Şekil 4.1.) ve kısıtlı bir kavrayışa sahip olduğu belirlenmiştir. Böylece soruda yer alan şartlara uygun bir fonksiyon örneği vermenin çok uzun süreceği şeklinde bir yanılgıya sahip olmuştur. Benzer şekilde EK 9' da yer alan 4. soruda Ö-17 öğrencisi fonksiyonların yalnızca kırılma noktaları dışında sürekli olabileceğini belirterek aşırı özelleme yapmıştır.

Araştırmacı: *Tüm tam sayıları ve doğal sayıları kullanabileceğimiz bir fonksiyon örneği verebilir misin?*

Ö-1: *Çok uzun sürmez mi?*

Ö-17: *Şöyle bir şey düşünsek kırık olan yerde fonksiyon sürekli değildi.*



Şekil 4.25. Öğrenci 17'nin 4. Soruya Ait Cevabı

EK 8' de yer alan 4. soruda ise Ö-9 öğrencisi birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesinin boş olamayacağını veya hepsinin çözüm kümesinde en az bir elemanın bulunması gerektiğini düşünerek aşırı genelleme yapmıştır.

Ö-9: *Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesinin boş olamayacağını belirttim.*

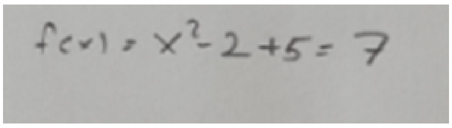
4.5 Örnek Üretme Becerisinde İşlemsel Öğrenme ve Kavramsal Öğrenmeye Yönelik Bulgular

Öğretimde nedenlerin araştırılmadığı sadece kural niteliğinde ezberlenerek kazanılan işlemlere önem verilmektedir. Ezberci öğrenmede öğrenci iyi bir aynadır. Kendisine gelenleri ustalıkla geriye yansıtır fakat kendisi herhangi bir şey üretmez. İşlemsel öğrenme görüşünde, öğretmen kural ve yöntemleri öğrenciye aktarmayla yetkili biridir (Cobb, 1986).

Matematiksel bazı kavramlara yönelik örnek üretme sürecinde yalnız işlemsel öğrenmeye sahip öğrencilerin örnek üretme konusunda başarısız olduğu görülmektedir. Aşağıda bu duruma uygun bazı öğrenci cevaplarına yer verilmiştir.

Ö-21 öğrencisi EK 8' de yer alan 1. soru için bir fonksiyon örneği vermiş ve bu fonksiyon üzerinde bazı sayısal işlemler yaparak istenen şartlara uygun örnek üretip üretmediğini belirlemeye çalışmıştır. Ancak bazı alt kavramlara yönelik yeterli bilgisi bulunmayan bu öğrencinin verdiği örneğin matematiksel olarak gösteriminde eksiklikler bulunmaktadır.

Ö-21: *Mesela fonksiyonda bir bilinmeyen oluyordu bilinmeyen verdim. Sonra herhangi bir işlem yaparak da x değerini bulabiliriz fonksıyonda. Hani yerine 1 koysak olur mu?*



Şekil 4.26. Öğrenci 21 in 1. Soruya Ait Cevabı

Araştırmacı: *Z den N ye tanımlı fonksiyon ne demek?*

Ö-21: *Tamsayılar doğal sayıları da kapladığı için. Büyükten küçüğe tanımlı gibi bir şey.*

Araştırmacı: *Verdiğin örnek bu şartlara uyuyor mu?*

Ö-21: *Aslında uymuyor.*

Araştırmacı: *Neden?*

Ö-21: *7 sayısı uymuyor. Bunun yerine başka bir sayı yazabilirim.*

Araştırmacı: *Uymadığını nasıl garanti ediyorsun?*

Ö-21: *Yani sürekli 7 değeri çıkmıyor. Farklı sayılarda olabilir.*

Araştırmacı: *7 sayısını yazarken ne düşündün peki?*

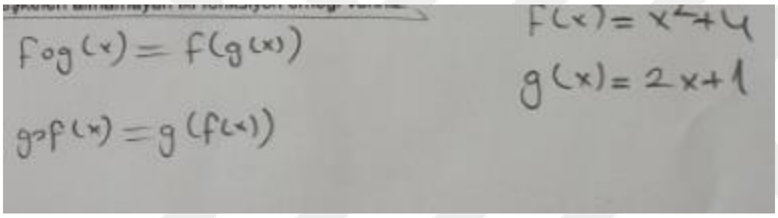
Ö-21: *7 yi yazarken tek sayı üzerinden düşünmüşümdür.*

Araştırmacı: *Bu tamsayılardan doğal sayılara tanımlı bir fonksiyon örneği mi?*

Ö-21: *7 sayısını yazmazsam evet.*

Benzer şekilde EK 9' da yer alan 3.soruda Ö-17 öğrencisi iki fonksiyon yazmış ve bu fonksiyonların bileşkelerini alma konusunda yalnızca işlemsel öğrenmeye sahip olup fonksiyonların tanım ve değer kümeleri hakkında herhangi bir bilgi vermemiştir. Bu nedenle öğrenci kısıtlamalara uygun bir örnek üretememiştir.

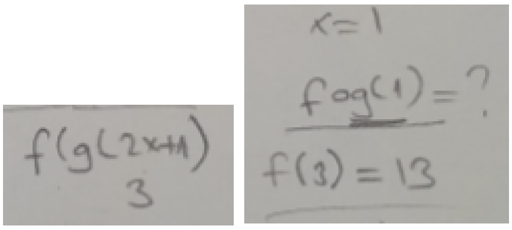
Ö-17:



Şekil 4.27. Öğrenci 17'nin 3. Soruya Ait Cevabı

Araştırmacı: *Yazdığın iki fonksiyonun bileşkelerini alabilir misin?*

Ö-17: *x' e değer versem 1 dersek. İlk önce g(x) te yerine yazdığımızda 3 olacak. Burada da yerine yazarsak f(3) 13 çıkar.*

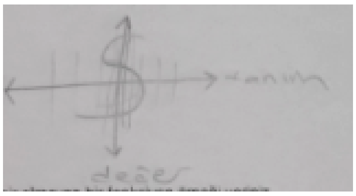


Şekil 4.28. Öğrenci 17'nin Görüşmedeki Soruya Ait Cevapları

Bir kavramı öğrenen öğrenci; kavramla ilgili öğrendiklerini sözleriyle bütünleştirir kavramın adını söyler ve tanımını yapar (Ülgen, 1996). Gagne' ye (1977) göre bir kavramı öğrenen birey, kavramı kendi ifadeleri ile tanımlayabilmeli ve kavrama ilişkin örnekler verebilmelidir.

EK 6’ da yer alan 3. ve 4. soruda Ö-1 öğrencisi, EK 9’ da yer alan 4. soruda ise Ö-12 öğrencisi kısıtlamalara uygun örnek vermişler ve kavramsal öğrenmelerinin gerçekleştiği görülmüştür. Bu öğrencilerin cevapları aşağıdaki gibidir.

Ö-1: *Dikey doğru testi.*



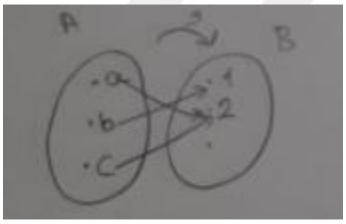
Şekil 4.29. Öğrenci 1’in 3. Soruya Ait Cevabı

Araştırmacı: *Dikey doğru testinin anlamı ne?*

Ö-1: *Tanım kümesindeki her çocuğun bir annesi olduğu için birden fazla noktada kesiyor fonksiyon belirtmiyor. Birden fazla değeri var.*

Araştırmacı: *4. soruda ne düşündün?*

Ö-1: *Burada örten olması için tüm elemanlarının eşleşmesi gerekir. Ama birebir değil.*



Şekil 4.30. Öğrenci 1’in 4. Soruya Ait Cevabı

Araştırmacı: *Örten olması ne demekti bir daha söyler misin?*

Ö-1: *Tanım kümesi ile değer kümesindekilerin eşleşmesi. Değer kümesinde hiçbir eleman boşta kalmayacak.*

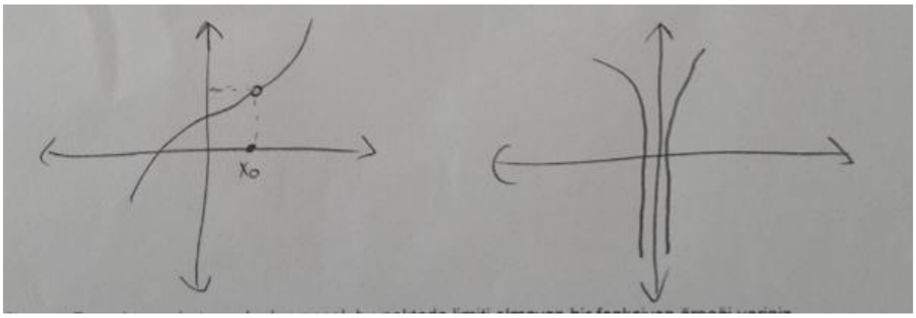
Araştırmacı: *Peki birebir olması için şartımız ne?*

Ö-1: *Tanım kümesindekilerin ve değer kümesindekilerin eşleşmesi yani birebir düşmesi.*

Araştırmacı: *Açabilir misin biraz birebir düşmesi ne demek?*

Ö-1: *Buradaki iki elemanın buradaki iki eleman ile eşleşmesi.*

Ö-12: *Limiti olan derken x_0 noktasında bir limit değeri olacak. Sağdan ve soldan yaklaştığımızda aynı değeri alacak ama orada sürekli olmayacak.*



Şekil 4.31. Öğrenci 12'nin 4. Soruya Ait Cevabı

Araştırmacı: *İkinci örnekte ne düşündün?*

Ö-12: *Sağdan yaklaşınca eksi sonsuza soldan yaklaşınca da eksi sonsuza gidiyor. Limiti var. Ancak sürekli değil.*

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmanın bulgu ve yorumlarına dayalı olarak ulaşılan sonuçların özetine ve bu sonuçlardan yola çıkarak geliştirilen önerilere yer verilmiştir.

5.1. Sonuçlar

Bu tez çalışmasından elde edilen bulgulara göre ortaöğretim öğrencilerinin örnek üretme sürecinde en çok kullandıkları strateji deneme yanılma en az kullandıkları ise dönüştürme stratejisidir. Analiz stratejisini kullanan öğrenci ise bulunmamaktadır. Benzer şekilde Edwards ve Alcock (2010), Antonini (2006), Iannone ve diğerleri (2009), Sağlam ve Dost'un (2015) yapmış oldukları çalışmalarda da en çok kullanılan stratejinin deneme yanılma en az kullanılan stratejinin ise analiz stratejisi olduğu görülmektedir.

Öğrenciler deneme yanılma stratejisini kullanırken rastgele denemeler yapmış ve yeterli kavram bilgisi oluşmadığından verilen örneklerin uygun olup olmadıklarını belirleyememişlerdir. Soruda yer alan kavramlar ile ilgili tanımları bilen öğrenciler ise akıllarına gelen ilk örneği vererek doğru sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Dönüştürme stratejisini kullanan öğrencilerde deneme yanılma stratejisinde olduğu gibi akıllarına ilk gelen örnek veya prototipleri cevap olarak vermişlerdir. Ancak bu örneklerin soruda istenen şartlara uygun olmadığını gördüklerinde bazı özellikleri değiştirerek yeni örnekler üretmişlerdir.

Örnek üretme aktiviteleri öğrencilerin ilgili matematiksel kavramlara ilişkin anlamalarındaki yeterlik düzeylerini belirlemede kullanılan önemli bir pedagojik araçtır. Bu süreçte öğrencilerin (varsa) kavram imajları belirlenebilir. Öğrencinin zihninde yer alan kavramla ilgili her şeyi kavram imajları temsil etmektedir. Bu imajlar sözle ifade edileceği gibi simgesel ve örtük olabilir (Hershkowitz, 1990, s. 82). Araştırmadan elde edilen bulgulara göre öğrenciler kavram tanımlarından daha çok zihinlerinde yer alan kavram imajları ile sorulara cevap vermişlerdir. Tall & Vinner (1981) ve Vinner' da (1991) öğrencilerin yeni bir kavram oluşturma sürecinde önceki kavram tanımlarını kullanmak yerine kavram imajını kullanmaya meyilli oldukları şeklinde benzer sonuçlar elde etmiştir. Öğrenci yeni duyduğu bir kavrama ait tanımı öğrenmekle birlikte bu tanıma ait imajı genellikle öğretmeninin verdiği örnekler üzerinden oluşturmaktadır. Öğrenciler aynı ortamda ve aynı ders öğretmeninden eğitim aldıklarından sahip oldukları kavram imajları birbirine benzerdir. Örneğin; fonksiyon olma şartı ile ilgili kavram bilgisi öğretilirken öğretmenler Venn şeması üzerinde günlük hayattan çocuk-anne bağıntısını örnek vermektedir. Araştırmaya katılan öğrencilerin de neredeyse tamamı fonksiyon olma şartını bu imajla ifade etmiştir. Ancak bu durum öğrencilerin büyük bir kısmında fonksiyonu küme eksenli eşleme olarak kısıtlı algılamalarına sebep olmuştur. Bu sonuç Süzer' in (2011) çalışmasında elde ettiği sonuçla paralellik göstermektedir.

Yine elde edilen bulgulara göre ilgili matematiksel kavramlara yönelik bazı öğrencilerin yanlış kavram bilgisine sahip olduğu ve bunları ifade ederken matematiksel dili yanlış kullandıkları belirlenmiştir. Benzer şekilde Otterburn ve Nicholson (1976), öğrencilerin kendi müfredat kapsamındaki matematik konularını ve kavramlarını genelde bildiklerini ancak bu bilgilerini ifade etmede oldukça zorlandıklarını ve yanlış ifadeler kullandıklarını belirlemiştir. Bu aşamada öğreticinin müdahalesinin faydalı olabileceği görülmüştür. Arzarello vd.' de (2011) öğretmenin örnek üretme etkinliğindeki müdahalesinin kritik bir öneme sahip olduğunu belirtmiştir. Diğer bir taraftan örnek üretme uygulama sorularında yer alan bazı kavramlar ile ilgili öğrencilerde kavram imajının oluşmadığı da görülmüştür. Bütün bu faktörlerin öğrencilerin örnek üretme becerilerini olumsuz yönde etkilediği söylenebilir. Sorularda yer alan matematiksel kavramlara uygun imaja sahip olan öğrenciler ise doğru örnek üretebilmişlerdir.

Örnek üretme becerisini etkileyen en önemli faktörlerden birisi de kişisel örnek uzay genişliğidir. Görüşme esnasında araştırmacı öğrencilere kişisel örnek uzay genişliklerini belirlemek için akıllarına farklı bir örnek gelip gelmediği şeklinde soru yöneltmiştir. Öğrencilerden Ö-1 hariç tamamı geleneksel örnek uzayına (Watson & Mason, 2005) sahip olup ders kitaplarının ve derslerin genelinde yer alan örnekleri kullanmışlar, uygulamada verdikleri ilk örneğe benzer örnek üretmişler veya kısıtlamalara uygun ikinci bir örnek üretememişlerdir. Daha önce de belirtildiği gibi katılımcıların aynı sınıf ortamına ve öğreticiye sahip olmaları örnek uzaylarının erişilebilirliğinin de çoğunlukla ortak olmasına sebep olmaktadır. Matematik derslerinde yer alan kavramlara ilişkin verilen örneklerin genellikle prototip veya genel örnekler olması öğrencilerin örnek uzaylarının sınırlı olmasında etkili olmuştur. Ulusoy (2016) doğruların birbirlerine paralel ve dik olma durumlarını belirleme ve örnek üretme sürecinde ortaokul öğrencilerinin sahip oldukları örnek uzayın etkisini incelemiştir. Buna göre öğrencilerin büyük bir kısmının prototip örnekleri kullandığı ve sınırlı örnek uzayına sahip oldukları belirlenmiştir. Benzer şekilde Zaslavsky ve Peled (1996), Sağlam ve Dost'un (2015) çalışmalarına katılan matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının da örnek üretme etkinliklerinde sınırlı örnek uzaya sahip oldukları belirlenmiştir.

Araştırmadan elde edilen bulguların bir diğer sonucuna göre örnek üretme etkinliğinde katılımcıların kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmüştür. Ulusoy (2016), Zaslavsky ve Peled' in (1996) çalışmalarında da öğrencilerin aşırı özelleme ve genelleme yaptıkları belirlenmiştir. Kavram yanılgıları daha çok öğrencilerin yeterli kavram bilgisine sahip olmamaları veya örnek uzaylarının sınırlı olmasından dolayı ortaya çıkmıştır. Bu durum kısıtlamalara uygun örnek üretme becerisini olumsuz yönde etkilemiştir.

Örnek üretme etkinlikleri incelenirken ele alınan diğer faktörler işlemsel ve kavramsal öğrenmedir. Buna göre öğrencilerin örnek üretme becerileri belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin büyük bir kısmının sorulara verdikleri cevaplarda işlemsel öğrenmenin ön planda olduğu görülmüştür. Bu öğrenciler kavramlar arasında ilişki kurma, çıkarımda bulunma ve bilgileri manipüle etme konusunda başarısız olmuşlardır. Bu sebeple kavramsal bilginin ve öğrenmenin gerekli olduğu örnek üretme sürecinde matematiksel olarak yanlış veya eksik cevaplar vermişlerdir. Kavramsal öğrenmeye sahip öğrenciler ise sorularda yer alan kısıtlamalara uygun örnek üretebilmişlerdir. Baki' nin (2004) çalışmasında da öğrencilerin cebir bilgilerinde işlemsel öğrenmenin ön planda olduğu görülmüştür. Benzer şekilde Soylu (2006) matematik dersinde genel olarak kavramsal ve işlemsel öğrenmelerin dengeli bir şekilde olmadığı, daha çok işlemsel öğrenmenin ön planda olduğu ve dolayısıyla öğrencilerin derste öğrendikleri kavram veya tanımların uygulamalarını yapamadıklarını belirtmiştir.

5.2. Öneriler

Bu bölümde araştırma bulgularından ve yapılan alanyazın taraması ışığında lise öğrencilerinin örnek üretme becerilerine yönelik matematik öğretmenlerine ve araştırmacılara bazı öneriler getirilmiştir. Öneriler araştırmaya ve uygulamaya yönelik olarak iki bölümde sunulmuştur.

5.2.1. Araştırmaya Dönük Öneriler

Bu çalışma devlete bağlı bir ortaöğretim kurumunda gerçekleştirilmiştir. Örneklem genişletilerek benzer çalışmalar yapılabilir.

Öğretmenlerin örnek üretme etkinliklerini derslerinde kullanma düzeyleri ve hangi etkinliklerin kullanıldığı üzerine bir çalışma yapılabilir.

Matematik dersindeki örnek üretme etkinliklerinin örnek üretme becerisine etkisi üzerine bir deneysel çalışma yapılabilir.

Örnek üretme süreci öğrenciye fazla bilişsel yük getirir. Bu nedenle üst düzey ve zorlayıcı bir etkinliktir. Bu çalışmada öğrencilerin genel itibariyle başarısız oldukları görülmüştür. Bu durumun farklı nedenleri araştırılabilir.

Örnek üretmenin derslerde kullanılabilecek bir değerlendirme aracı olup olamayacağı üzerine benzer çalışmalar yapılabilir.

Öğretim programı ve öğretmen yeterliklerinin örnek üretme etkinliği üzerindeki etkileri incelenebilir.

5.2.2. Uygulamaya Dönük Öneriler

Kavram bilgisinin ve kavramlar arası ilişkinin yapılandırılması gereken örnek üretme etkinliklerinde lise öğrencilerinin genel itibariyle başarısız oldukları görülmüştür. Bu durumun başlıca sebepleri; öğrencilerin yeterli kavram bilgisine sahip olmamaları, işlemsel öğrenmelerin ön planda olması ve kişisel örnek uzayların yeteri kadar geniş olmaması şeklinde sıralanabilir. Bu nedenle özellikle matematik öğretmenlerine büyük iş düşmektedir.

Örnek üretme etkinlikleri hem değerlendirme amaçlı hem de örnek üretme becerilerini geliştirme amaçlı kullanılabilir. Değerlendirme amacı ile kullanılan etkinliklerde öğrencilerin örnek uzay genişlikleri, (varsa) kavram imajları ve kavram yanılgıları belirlenebilir. Matematik öğretmenleri tarafından yapılan bu durum tespitinin ardından kavramsal öğrenmeyi ve örnek üretme becerilerini geliştirmeyi hedefleyen etkinliklerin planlaması yapılabilir. Bu bağlamda öğretmenler derslerinde; öğrencilerin tahmin etme ve deneme yoluyla tesadüfi bir cevap vermeleri yerine onları genel bir yönteme teşvik etmede kullanılan "Bazı

Kısıtlamalarla Beraber Bir Örnek Üretme", öğrencilerin benzer olma kavramı ile ilgili düşünceleri hakkında öğretmenlere bilgi veren ve mümkün olan varyasyonların farklı elemanlarına dikkat çeken "Benzer veya Daha Farklı Bir Örnek Oluşturma", bir kavram, prosedür veya ispat bağlamında karşı bir hipoteze veya iddiaya ihtiyaç duyulduğunda ve bir kavramın sınırlarını göstermede kullanılan "Ters Örnek ve Olmayan Örnek Üretme", yanlış anlamalara sebep olan baskın imajların ortadan kaldırılması için tasarlanan "Beklentileri Yıkma", öğrencilerin bazı sözel ifadeler arasındaki farklılıkları anlamalarını sağlayan "Ayrımları Keşfetme" ve öğrencilerin bir yapıyla ilgili kişisel bir kavrayış gerçekleştirdikleri ve genel yöntemi daha iyi kavrayıp keşfettikleri "Kemiği Gömme" (Watson & Mason, 2005) etkinliklerine yer verebilirler.

Matematik derslerinde ve ders kitaplarında genellikle prototiplere yer verilmektedir. Bu durum öğrencilerde kavramla ilgili sadece belirli özelliklere dikkat çekerek kavram yanılgılarına sebep olmakta ve onların karmaşık problem durumlarıyla baş edebilmelerini engellemektedir. Bu sebeple derslerde ve ders kitaplarında matematiksel kavramların özellikleri ile ilgili sınırları belirlemek için örnek olmayan durumlara (Skemp, 1969), öğrencilerin sorgulama yapmasını sağlayan, yeni kavramsal anlamalara hazırlayan ve matematiksel kavramların ne tür durumlarda genellenebildiğini gösteren ekstrem örneklere (Polya, 1981) ve herhangi bir konuyla ilgili farklı durumlarda da kullanılabilen, bazı matematiksel bilinmezliklerin giderilmesine ve açıklanmasına yardımcı olabilen referans örneklere (Rissland-Michener, 1978) yer verilmelidir. Bunun yanı sıra öğrencilerin ders saatleri dışında da matematiksel kavramlara yönelik farklı türden araştırmalar ve etkinlikler yapmaları teşvik edilmelidir. Böylece öğrencilerin örnek uzaylarının genişlemesi sağlanabilir.

Bu çalışmada da görülmüştür ki yalnızca işlem bilgisi problem çözme etkinliklerinde yeterli olmamıştır. Matematik eğitiminde kalıcı öğrenmelerin gerçekleşebilmesi için öğretmenlerin işlemsel bilgiyle beraber kavramsal anlamayı hedefleyen planlamalar yapması gerekmektedir. Bu bağlamda matematik öğretiminde öğrencilerin daha önce karşılaşmadıkları problem durumlarına yer verilerek onların kavramsal düzeyde düşünmeleri sağlanabilir. Ayrıca bu problem durumları analiz stratejisinin kullanımında gerekli olan üst düzey düşünme becerisinin gelişimine de imkan tanır.

Son olarak matematik öğretmenliği eğitim programları öğretmen adaylarını öğretici örneklerin kullanımı konusunda hazırlamalıdır.

KAYNAKÇA

Altun, Murat. (1995). *İlkokul 3., 4. ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Davranışları Üzerine Bir Çalışma*. (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Altunışık, R., Coşkun, R., Bayraktaroğlu, S., & Yıldırım, E. (2010). *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri SPSS Uygulamalı.* Sakarya: Sakarya Yayıncılık.

Anthony, G. (1994). The role of the worked example in learning mathematics. In A. Jones et al. (Eds.) *SAME papers (pp. 129-143),* Hamilton, New Zealand: University of Waikato.

Antonini, S. (2006). Graduate students' processes in generating examples of mathematical objects. In J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka, & N. Stehlıkova (Eds.), *Proceedings of the 30th conference of the international group for the psychology of mathematics education,* (Vol. 2, pp. 57–64). Prague, Czech Republic: PME.

Antonini, S. (2011) Generating examples: focus on processes. *ZDM International Journal on Mathematics Education, 43*, 205-217.

Arzarello, F., Ascari, M., & Sabena, C. (2011). A model for developing students' example space: the key role of the teacher. *ZDM Special Issue on 'Examples in Mathematical Thinking and Learning from an Educational Perspective'*, *43*, 295-306.

Asiala, M. Brown, A. DeVries, D. Dubinsky, E. Mathews D. & Thomas K. (1996). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. *Research in Collegiate Mathematics Education II, CBMS Issues in Mathematics Education, 6,* 1-32.

Baki, A. (1999) *Cebirle İlgili İşlem Yanılgılarının Değerlendirilmesi*. III. Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu. 23-25 Eylül 1998. KTÜ Trabzon. M.E.B. ÖYGM. 46-55

Baki, A. (2004) Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu, *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2*(1), 27-46

Baki, A. (2006) *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi.* İstanbul: Bilge Matbaacılık.

Balacheff, N. (1988). Aspects of Proof in Pupils' Practice of School Mathematics. In D. Pimm, (Ed.), *Mathematics, Teachers and Children* (pp. 216-235). London: Hodder and Stoughton.

Ball, D., Bass, H., Sleep, L., & Thames, M. (2005, May). *A theory of mathematical knowledge for teaching.* Paper prepared for work session at the 15th ICMI Study Conference: The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. Aguas de Lindoia, Brazil.

Ball, D. (1988). *Unlearning to teach mathematics. Issue paper* 88-1. East Lansing, MI: National Center for Research on Teacher Education.

Baykul, Y. (2005). *İlköğretim Matematik Öğretimi (1-5 Sınıflar).* Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Bell, A., Baki, A. (1997). *Ortaöğretim Matematik Öğretimi* Cilt I., YÖK, Ankara.

Bierhoff, H. (1996). *Laying the Foundations of Numeracy*. London: National Institute of Economic and Social Research, Discussion Paper no. 90.

Bills, L. & Watson, A. (Eds), (2008). Special issue: The role and use of examples in mathematics education*. Educational Studies in Mathematics 69*, 77-79.

Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A., & Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in mathematics education. In J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka, & N. Stehlikova (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 1, pp. 126–154). Prague, Czech Republic: Charles University.

Bills, L. & Rowland, T. (1999). Examples, Generalisation and Proof. In L. Brown (Ed.) *Making meaning in mathematics, Advances in Mathematics Education* 1 (pp. 103-116). York, UK: QED

Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F. (2012) Matematiksel Kavram Yanılgıları: Sebepleri ve Çözüm Arayışları, *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*, Ankara: Pegem Akademi.

Birgin, O. ve Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. Kademe Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki İşlemsel ve Kavramsal Bilgi Düzeylerinin İncelenmesi. *Uludağ Eğitim Fakültesi Dergisi*, *22*(2), 529-550.

Bruner, J., Goodnow, J., & Austin, A. (1956). *A study of thinking*. New York: Wiley

Burn, R. (1993). *Numbers and functions: Steps into analysis.* Cambridge, England: Cambridge University Press.

Campbell, S., & Zazkis, R. (Eds.). (2002). *Learning and teaching number theory: Research in cognition and instruction.* Westport, CT: Ablex.

Charles, R. (1980). Exemplification and characterization moves in the classroom teaching of geometry Concepts. *Journal for Research in Mathematics Education, 11*(1), 10-21.

Chi, M. T. H., Bassok, M. W., Lewis, P., Reiman, P. & Glaser, R. (1989). Selfexplanations: How students study and use examples in learning to solve problems. *Cognitive Science*, *13,* 145-182.

Clark, R.C., Nguyen, F., and Sweller, J. (2006). *Efficiency in learning: evidence-based guidelines to manage cognitive load*. San Francisco: Pfeiffer.

Cobb, P. (1986). Context, goals, beliefs, and learning mathematics. *For the Learning of Mathematics FLM, 6*, 2 - 9.

Collins, A., Brown, J. S., & Newman, S. E. (1987). Cognitive apprenticeship: Teaching the craft of reading, writing, and mathematics. In L. B. Resnik (Ed.), *Knowing, learning and instruction* (pp. 453–494). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Collins, A., Brown, J. S., & Holum, A. (1991). Cognitive apprenticeship: Making thinking visible. *American Educator, 6*(11), 38–46.

Confrey, J. (1991). Steering a course between Vygotsky and Piaget. *Educational Researcher*, *20*(2), 29-32.

Coşkun, M. K. (2011) *Kavram Öğretimi*. Adana: Karahan Kitabevi.

Courant, R. (1981). Reminiscences from Hilbert's Gottingen. *Mathematical Intelligencer, 3*(4), 154–164.

Cresswell, J. W. (2014). *Araştırma deseni nitel, nicel ve karma yöntem yaklaşımları* (Çev. S. B. Demir). Ankara: Eğiten Kitap Yayınları.

Çalıkoğlu Bali, G. (2002). Matematik öğretiminde dil öğretimi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *23,* 57-61.

Dahlberg, R. & Housman, D. (1997). Facilitating learning events through example generation. *Educational Studies in Mathematics, 33,* 283-299.

Davis, R. (1984). *Learning mathematics: the cognitive science approach to mathematics education.* Norwood, NJ, USA: Ablex

Dienes, Z. (1960). *Building up Mathematics*. London, UK: Hutchinson Educational.

Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 25-41). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer

Dreyfus, T., & Tsamir, P. (2004). Ben's consolidation of knowledge structures about infinite sets. *Journal of Mathematical Behavior, 23,* 271-300.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in mathematical thinking. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Duffin, J., & Simpson, A. (1999). A search for understanding. *Journal of Mathematical Behavior,18,* 415-427.

Edwards, A and Alcock, LJ (2010) How do undergraduate students navigate their example spaces?. In *Proceedings of the 32nd Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education*, Raleigh, NC, USA.

Ekiz, D. (2003). *Eğitimde araştırma yöntem ve metotlarına giriş*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Eley, M., & Cameron, N. (1993). Proficiency in the explanation of procedures: A test of the intuitive understanding of teachers of undergraduate mathematics. *Higher Education*, *26*, 355-386.

Erdoğan, A. ve Erdoğan, E. O. (2012) Toplama ve Çıkarma Kavramlarının Öğretimi ve Öğrenci Güçlükleri, *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri,* Edt.: Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F., Ankara: Pegem Akademi.

Evans, R. (1973). *Jean Piaget: The man and his ideas.* New York, USA: Dutton.

Feynman, R. (1985*). "Surely you're joking, Mr Feynman!": Adventures of a curious character*. New York, USA: Norton.

Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics, 24,* 139-162.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel.

Gagne, R. M. (1977). *The conditions of learning*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Gagné, R. (1985). *The conditions of learning*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Goldenberg, P. & Mason, J. (2008). Shedding light on and with example spaces. *Educational Studies in Mathematics 69*, 183–194.

Gülkılllık H. (2008) *Öğretmen Adaylarının Bazı Geometrik Kavramlarla İlgili Sahip Oldukları Kavram İmajlarının ve İmaj Gelişiminin İncelenmesi Üzerine Fenomenografik Bir Çalışma* (Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Gray, E., & Tall, D. (1994). Duality, ambiguity, and flexibility: A proceptual view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, *25*(2), 116–140.

Halmos, P. (1983). *Selecta: expository writing* (D. Sarasen & L. Gillman, Eds.). New York: Springer-Verlag.

Hazzan, O., & Zazkis, R. (1999). A perspective on "give and example" tasks as opportunities to construct links among mathematical concepts. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 21*(4), 1-14.

Hejný, M. (2005, June). *Examples, abstraction & generalization*. Notes for the mini-conference on Exemplification in Mathematics. Oxford University, UK.

Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In P. Nesher, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics,* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Iannone, P., Inglis, M., Mejia-Ramos, J. P., Siemons, J., & Weber, K. (2009). How do undergraduate students generate examples of mathematical concepts?, in M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 217-224), Thessaloniki, Greece.

Johnson, B. ve Christensen, L. (2014). *Eğitim araştırmaları Nitel, Nicel ve Karma Yaklaşımlar* (S. B. Demir, Çev.). Ankara: Eğiten Kitap. (2012).

Keçeli, V. (2007) *Karmaşık Sayılarda Kavram Yanılgısı ve Hata ile Tutum Arasındaki İlişki* (Yüksek Lisans Tezi). Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kennedy, M. M. (2002). Knowledge and teaching [1]. *Teachers and teaching: Theory and practice*, *8*, 355–370.

Kinach, B. M. (2002a). Understanding and learning to explain by representing mathematics: Epistemological dilemmas facing teacher educators in the secondary mathematics "methods" course. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5,* 153-186.

Kinach, B. M. (2002b). A cognitive strategy for developing pedagogical content knowledge in the secondary mathematics methods course: Toward a model of effective practice. *Teaching and Teacher Education*, *18,* 51-71

Köroğlu, H., Yavuz, G., ve Ertem, S. (2003, Ekim). *Sınıf öğrencilerinin geometri dersinde karşılaştıkları bazı kavram yanılgıları ve çözüm önerileri*. XII. Ulusal Eğitim Bilimleri Sempozyumu'nda sunulan bildiri, Antalya.

Lakatos, I. (1976*). Proofs and refutations: The logic of mathematical discovery*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Lakoff, G. (1987). *Women, fire, and dangerous things.* Chicago: Chicago University Press.

Lansdell, J. M. (1999). Introducing young children to mathematical concepts: Problems with new terminology. *Educational Studies*, *25*(3), 327-333.

Leikin, R., & Dinur, S. (2007). Teacher flexibility in mathematical discussion. *The Journal of Mathematical Behavior*, *26*(4), 328–347.

Leinhardt, G. (2001). Instructional explanations: A commonplace for teaching and location for contrast. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (pp. 333-357). Washington DC, USA: American Educational Research Association.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research*, *60*(1), 1-64.

Leinhardt, G., & Schwarz, B. (1997). Seeing the problem: An explanation from Pólya. *Cognition and Instruction*, *15*(3), 395-434.

Leron, U. (2005, June). Notes for the mini-conference on Exemplification in Mathematics, Oxford University, UK.

MacHale, D. (1980). The predictability of counterexamples. *American Mathematical Monthly,87,* 752.

Marton, F. (1984, April). *Research On Cognitive Structure And Conceptual Change – A Swedish Perspective*. Paper Presented At The Aera Annual Conference, New Orleans.

Mason, J., & Pimm, D. (1984). Generic examples: Seeing the general in the particular. *Educational Studies in Mathematics*, *15*, 227-289.

Mason, J., & Spence, M. (1999). Beyond mere knowledge of mathematics: The importance of knowing-to act in the moment. *Educational Studies in Mathematics*, *38*, 135–161.

Mason, J. (1991). Epistemological foundations for frameworks which stimulate noticing. In R. G. Underhill (Ed.), *Proceedings of PME-NA 13,* (Vol. 2, pp. 36–42). Blacksburg, VA: Virginia Tech.

Merriam, S. B. (2013). *Nitel Araştırma Desen ve Uygulama İçin Bir Rehber* (Çev. S. Turan). Ankara, Nobel Yayınları. (Eserin Orjinali 2009' da Yayınlandı).

Michener, E. (1978). Understanding understanding mathematics. *Cognitive Science, 2,* 361-383.

Morselli, F. (2006). Use of examples in conjecturing and proving: an exploratory study, in J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká and N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of PME 30*, (Vol. 4, pp. 185-192). Prague, Czech Republic.

Movshovitz-Hadar, N. (1988). Stimulating presentations of theorems followed by responsive proofs. *For the Learning of Mathematics*, *8*(2), 12-30.

Nesher, P. (1987) Towards an Instructional Theory: The Role of Students Misconceptions, *For the Learning of Mathematics*, *7*(3), 33-40.

Ng, L.K., Dindyal, J. (2015) Examples in the Teaching of Mathematics: Teachers' Perceptions. In M. Marshman, V. Geiger, & A. Bennison (Eds.). *Proceedings of the 38th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, (pp. 461–468). Sunshine Coast: MERGA.

Niemi, D. (1996). Assessing conceptual understanding in mathematics: Representation, problem solution, justification, and explanation. *The Journal of Educational Research, 89*(6), 351-363.

Özkaya, M., Işık, A., & Konyalıoğlu, A. (2014). İlköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin sürekli fonksiyonlarla ilgili ispatlama ve ters örnek oluşturma performansları. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research*, *11*, 26-42.

Peled, I., & Zaslavsky, O. (1997). Counter-examples that (only) prove and counterexamples that (also) explain. *FOCUS on Learning Problems in mathematics, 19*(3), 49- 61.

Peled, I., & Awawdy-Shahbari, J. (2003). Improving decimal number conception by transfer from fractions to decimals. *Proceedings of the 27th International Conference for the Psychology of Mathematics Education,* (Vol. 4, pp. 1-6). Honolulu, USA: PME.

Peterson, I. (1990). *Islands of truth: A mathematical mystery cruise.* New York: Freeman.

Petty, O. S., & Jansson, L. C. (1987). Sequencing examples and non-examples to facilitate concept attainment. *Journal for Research in Mathematics Education*, *18*(2), 112-125.

Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology.* New York, USA: Norton.

Polya, G. (1981). *Mathematical discovery: On understanding, learning and teaching problem solving* (combined ed.). New York: Wiley.

Reed, S., Dempster, A., & Ettinger, M. (1985). Usefulness of analogous solutions for solving algebra word problems. Journal of Experimental Psychology: *Learning, Memory and Cognition, 11*, 106-125.

Reimann P., & Schult, T. (1996). Turning examples into cases: Acquiring knowledge structures for analogical problem-solving*. Educational Psychologist*, *31*(2), 123-140.

Renkl, A. (2002) Worked-out examples: Instructional explanations support learning by selfexplanations. *Learning and Instruction*, *12*, 529–556.

Rissland, E. L. (1991). Example-based reasoning. In J. F. Voss, D. N. Parkins, & J. W. Segal (Eds.), *Informal reasoning in education* (pp. 187–208). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Rissland-Michener, E. (1978). Understanding understanding mathematics. *Cognitive Science, 2,* 361-383.

Rosch, E. (1975). Cognitive representations of semantic categories. *Journal of Experimental Psychology: General*, *104*, 192-322.

Rowland, T., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2003). Novices' choice of examples in the teaching of elementary mathematics. In A. Rogerson (Ed.), *Proceedings of the International Conference on the Decidable and the Undecidable in Mathematics Education* (pp. 242-245). Brno, Czech Republic.

Rowland, T. (2008) The purpose, design and use of examples in the teaching of elementary mathematics. *Educational Studies in Mathematics 69*(2), 149-163.

Rowland, T., & Zaslavsky, O. (2005, June). *Pedagogical Example-Spaces*. Notes for the miniconference on Exemplification in Mathematics, Oxford University.

Rumelhart, D. (1989). Toward a microstructural account of human reasoning. In S. Vosniadou & A. Ortony (Eds.), *Similarity and analogical reasoning* (pp. 298-312). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Rusken, B. & Rolka, K. (2007). Integrating intuition: the role of concept image and concept definition for students' learning of integral calculus. *The Montana Mathematics Enthusiast*, *3*, 181-204.

Sağlam, Y., & Dost, Ş. (2015). A qualitative research on example generation capabilities of university students. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *14*(5), 979-996.

Sangwin, C. (2003). New opportunities for encouraging higher level mathematical learning by creative use of emerging computer aided assessment. *International Journal for Mathematical Education in Science and Technology, 34,* 671-686.

Schütz, R. (2002). *Vygotsky and language acquisition*.[çevrim-içi: http://www.sk.com.br/sk-vygot.html, Erişim Tarihi: 05/02/2016]

Schwarz, B., & Hershkowitz, R. (2001). Production and transformation of computer artifacts toward construction of meaning in mathematics. *Mind, Culture, and Activity, 8,* 250-267.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22,* 1-36.

Shulman, S.L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4–14.

Shulman, S. L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, *57*(1), 1–22.

Simon, A. M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, *26*(2), 114–145.

Skemp, R. (1969). *The psychology of learning mathematics.* Harmondsworth, UK: Penguin.

Soylu, Y. ve Aydın, S. (2006). Matematik Derslerinde Kavramsal ve İşlemsel Öğrenmenin Dengelenmesinin Önemi Üzerine Bir Çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, *8*(2), 83-95.

Süzer, V. (2011). *Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Fonksiyon Kavramı İle İlgili Kavram Tanımı Ve İmajları Üzerine Bir Durum Çalışması* (Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Sweller, J., & Cooper, G. (1985). The use of worked examples as a substitute for problem solving in learning algebra. *Cognition & Instruction*, *2,* 58-89.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12*(2), 151-169.

TDK. (2010) *Türkçe Sözlük,* Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.

Thorndike, E., Cobb, M., Orleans, J., Symonds, P., Wald, E., & Woodyard, E. (1924). *The psychology of algebra*. New York, USA: Macmillan.

Tsamir, P. (2003). From “easy” to “difficult” or vice versa: The case of infinite sets. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *25*, 1-16.

Tsamir, P., Tirosh, D. & Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: the case of triangles *Educational Studies in Mathematics*. *69*, 81–95.

TTKB (Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı) (Tarihsiz-a). *Tüm Öğretim Programları: Matematik Dersi (9-12.Sınıflar) Öğretim Programı.* [Çevrim-içi: http://ttkb.meb.gov.tr/www/ogretim-programlari/icerik/72, Erişim tarihi: 20 Şubat 2016.]

Ubuz, B. (1999) 10. ve 11. Sınıf Öğrencilerinin Temel Geometri Konularındaki Hataları ve Kavram Yanılgıları, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16,17*, 95-104.

Ulusoy, F. (2016) The Role Of Learners' Example Spaces In Example Generation And Determination Of Two Parallel And Perpendicular Line Segments. *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* (Vol. 4, pp. 299- 306). Szeged, HUN: PME.

Ülgen, G. (1995). *Eğitim Psikolojisi: Birey Ve Öğrenme*, Ankara: Bilim Yayınları.

Ülgen, G. (1996). *Kavram Geliştirme, Kuramlar ve Uygulamalar*, Ankara: Setma Basımevi.

Ünal, Z. (2013). *7. Sınıf öğrencilerinin geometri öğrenme alanında matematiksel dil kullanımlarının incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., Middleton, J., & Streefland, L. (1995). Student-Generated problems: Easy and difficult problems on percentage. *For The Learning of Mathematics, 15*(3), 21-27.

Vinner, S. , In D. Tall (Ed.) (1991). The Role Of Definitions İn The Teaching And Learning Of Mathematics., *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 65 – 81). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind and society: The development of higher mental processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Watson, A., & Mason, J. (2005). *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples*. Mahwah, NJ, USA: Erlbaum.

Watson, A., & Mason, J. (2002a). Extending example spaces as a learning/teaching strategy in mathematics. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.). *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* (Vol. 4, pp. 377- 385). Norwich, UK: PME.

Watson, A. & Mason, J. (2002b). Student-generated examples in the learning of mathematics. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *2*(2), 237-249.

Watson, A., & Mason, J. (2006). Seeing an exercise as a single mathematical object: Using variation to structure sense-making. *Mathematical Thinking and Learning*, *8*(2), 91–111.

Weber, K., & Alcock, L. (2005). Using warranted implications to understand and validate proofs. *For the Learning of Mathematics*, *25*(1), 34-38.

Weber, K., & Alcock, L. (2004). Semantic and syntactic proof productions. *Educational Studies in Mathematics*, *56,* 209-234.

Wilson, S. (1986). Feature frequency and the use of negative instances in a geometric task. *Journal for Research in Mathematics Education*, *17*(2), 130-139.

Witmer, T. (Trans.) (1968). *Ars Magna or the Rules of Algebra, Girolamo Cardano*. New York, USA: Dover.

Yeşildere, S. (2007). İlköğretim Matematik Öğretmen adaylarının Matematiksel Alan Dilini Kullanma Yeterlilikleri, *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, *24*(2), 61-70.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2000). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınevi.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (6. Baskı).* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Zaslavsky, O. (1995). Open-ended tasks as a trigger for mathematics teachers' Professional development. *For the Learning of Mathematics, 15*(3), 15-20.

Zaslavsky, O. (1997). Conceptual obstacles in the learning of quadratic functions. *FOCUS on Learning Problems in Mathematics, 19*(1), 20-44.

Zaslavsky, O., & Peled, I. (1996). Inhibiting factors in generating examples by mathematics teachers and student-teachers: The case of binary operation. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(1), 67-78.

Zaslavsky, O., & Ron, G. (1998). Students' understanding of the role of counter-examples. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.*), Proceedings of the 22nd Conference of the*

International Group for the Psychology of Mathematics Education, (Vol. 4, pp. 225-232). Stellenbosch, South Africa: PME.

Zaslavsky, O. & Lavie, O. (2005). Teachers' use of instructional examples. Paper presented at the *15th ICMI study conference: The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics*. Águas de Lindóia, Brazil.

Zazkis, R. (2001). From arithmetic to algebra via big numbers. In H. Chick, K. Stacey, & J. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 12th ICMI study conference: The future of the teaching and learning of algebra* (pp. 676-681). Melbourne, Australia: University of Melbourne.

Zazkis, R., & Leikin, R. (2007). Generating examples: From pedagogical tool to a research tool. *For the Learning of Mathematics*, *27*, 11–17.

Zazkis, R. ve Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: a case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, *69*, 131–148.

Zembat İ.Ö. (2010) Kavram Yanılgısı Nedir?, *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri,* Edt.: Özmantar, M. F., Bingölbali, E. ve Akkoç, H., Ankara: Pegem Akademi.

Zodik, I., & Zaslavsky, O. (2008). Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *69*, 165–182.

EKLER DİZİNİ

EK 1. ETİK KURUL ONAY BİLDİRİMİ

T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
Rektörlük

Sayı : 35853172/ 433 - 3862

21 Aralık 2016

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Enstitünüz Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı yüksek lisans programı öğrencilerinden **Mert YÜCE**'nin **Doç. Dr. Şenol DOST** danışmanlığında yürüttüğü **"Lise Öğrencilerinin Matematik Dersi Kapsamında Örnek Üretme Becerileri''** başlıklı tez çalışması,Üniversitemiz Senatosu Etik Komisyonunun **02 Aralık 2016** tarihinde yapmış olduğu toplantıda incelenmiş olup, etik açıdan uygun bulunmuştur.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof. Dr. Rahime M. NOHUTCU
Rektör a.
Rektör Yardımcısı

Hacettepe Üniversitesi Rektörlük 06100 Sıhhiye-Ankara
Telefon: 0 (312) 305 3001 - 3002 • Faks: 0 (312) 311 9992
E-posta: yazimd@hacettepe.edu.tr • www.hacettepe.edu.tr

Ayrıntılı Bilgi için:
Yazı İşleri Müdürlüğü

EK 2. UYGULANMASI PLANLANAN ÖRNEK ÜRETME SORULARI

1) A ve B eleman sayıları aynı olmayan iki küme olmak üzere A'dan B'ye tanımlı bir fonksiyon örneği veriniz (9. sınıf sorusu).

2) Fonksiyon olan bir ifadeye grafik çizerek örnek veriniz (9. sınıf sorusu).

3) Fonksiyon olmayan bir ifadeye grafik çizerek örnek veriniz (9. sınıf ve 11. sınıf sorusu).

4) Örten olan ancak birebir olmayan bir fonksiyon örneği veriniz (9. sınıf sorusu).

5) y eksenine göre simetrik olan bir fonksiyona grafik çizerek örnek veriniz (10.sınıf sorusu).

6) Orijine göre simetrik olan bir fonksiyona grafik çizerek örnek veriniz (10. sınıf sorusu).

7) Orijine ve y eksenine göre simetrik olmayan bir fonksiyona grafik çizerek örnek veriniz (10.sınıf sorusu)

8) Tersi kendisine eşit olan bir fonksiyon örneği veriniz (10.sınıf sorusu).

9) 3 ve 4 ile bölünebilen üç basamaklı bir sayıya örnek veriniz (11. sınıf sorusu).

10) Ebobları 2 ve ekokları 40 olan iki sayıya örnek veriniz (11. sınıf sorusu).

11) $x_0 \in R$ noktasında sürekli olan ancak bu noktada türevlenemeyen bir fonksiyon örneği veriniz (12. sınıf sorusu).

12) $x_0 \in R$ noktasında limiti olan ancak bu noktada sürekli olmayan bir fonksiyon örneği veriniz (12. sınıf sorusu).

EK 3. 9.SINIF ÖRNEK ÜRETME PİLOT UYGULAMA SORULARI

1) A ve B eleman sayıları aynı olmayan iki küme olmak üzere A'dan B'ye tanımlı bir fonksiyon örneği veriniz.

2) Fonksiyon olan bir ifadeye grafik çizerek örnek veriniz.

3) Fonksiyon olmayan bir ifadeye grafik çizerek örnek veriniz.

4) Örten olan ancak birebir olmayan bir fonksiyon örneği veriniz.

EK 4. 10.SINIF ÖRNEK ÜRETME PİLOT UYGULAMA SORULARI

1) y eksenine göre simetrik olan bir fonksiyona grafik çizerek örnek veriniz.

2) Orijine göre simetrik olan bir fonksiyona grafik çizerek örnek veriniz.

3) Orijine ve y eksenine göre simetrik olmayan bir fonksiyona grafik çizerek örnek veriniz.

4) Tersi kendisine eşit olan bir fonksiyon örneği veriniz.

EK 5. ÖRNEK ÜRETME UYGULAMA SORULARI ARASINDAN ÇIKARTILAN SORULAR

1) Fonksiyon olan bir ifadeye grafik çizerek örnek veriniz (9. sınıf sorusu).

2) y eksenine göre simetrik olan bir fonksiyona grafik çizerek örnek veriniz (10. sınıf sorusu).

3) $x_0 \in R$ noktasında sürekli olan ancak bu noktada türevlenemeyen bir fonksiyon örneği veriniz (12. sınıf sorusu).

4) Orijine ve y eksenine göre simetrik olmayan bir fonksiyona grafik çizerek örnek veriniz (10.sınıf sorusu).

5) Tersi kendisine eşit olan bir fonksiyon örneği veriniz (10. sınıf sorusu).

6) 3 ve 4 ile bölünebilen üç basamaklı bir sayıya örnek veriniz (11. sınıf sorusu).

7) Ebobları 2 ve ekokları 40 olan iki sayıya örnek veriniz (11. sınıf sorusu).

8) Orijine göre simetrik olan bir fonksiyona grafik çizerek örnek veriniz (10. sınıf sorusu).

EK 6. 9.SINIF ÖRNEK ÜRETME UYGULAMA SORULARI

Sevgili öğrenciler,

Bu çalışmada lise öğrencilerinin matematik dersindeki örnek üretme becerilerinin ve örnek üretme süreçlerinin analiz edilmesini hedefleyen bazı sorular bulunmaktadır. Bu sorular yürütmekte olduğum Hacettepe Üniversitesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Bölümü Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı tez çalışması kapsamında kullanılacak olup, araştırma dışında kesinlikle kullanılmayacaktır. Sorulara içtenlikle ve samimiyetle vereceğiniz cevaplar ve araştırmama verdiğiniz katkıdan dolayı teşekkür ederim.

Mert YÜCE

(Kozaklı METEM Matematik Öğretmeni)

Ad SOYAD :

Sınıf :

ÖRNEK ÜRETME SORULARI

1) Z tam sayılar kümesi ve N doğal sayılar kümesi olmak üzere Z'den N'ye tanımlı bir fonksiyon örneği veriniz.

2) A={ 1,2,3 } ve B= { a,b,c,d } olmak üzere A'dan B'ye tanımlı iki farklı fonksiyon örneği veriniz.

3) Fonksiyon belirtmeyen bir ifadeye grafik çizerek örnek veriniz.

4) Örten olan ancak birebir olmayan bir fonksiyon örneği veriniz.

5) Değer kümeleri farklı ancak birbirine eşit olan iki fonksiyon örneği veriniz.

6) Tanım kümesi “çocuklar” , değer kümesi “anneleri” olan “çocuk- anne” eşlemesi bir fonksiyon belirtir. Sizde günlük hayattan bir fonksiyon örneği veriniz.

EK 7. 10.SINIF ÖRNEK ÜRETME UYGULAMA SORULARI

Sevgili öğrenciler,

Bu çalışmada lise öğrencilerinin matematik dersindeki örnek üretme becerilerinin ve örnek üretme süreçlerinin analiz edilmesini hedefleyen bazı sorular bulunmaktadır. Bu sorular yürütmekte olduğum Hacettepe Üniversitesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Bölümü Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı tez çalışması kapsamında kullanılacak olup, araştırma dışında kesinlikle kullanılmayacaktır. Sorulara içtenlikle ve samimiyetle vereceğiniz cevaplar ve araştırmama verdiğiniz katkıdan dolayı teşekkür ederim.

Mert YÜCE

(Kozaklı METEM Matematik Öğretmeni)

Ad SOYAD :

Sınıf :

ÖRNEK ÜRETME SORULARI

1) Z tam sayılar kümesi ve N doğal sayılar kümesi olmak üzere, Z'den N'ye tanımlı bir fonksiyon örneği veriniz.

2) m ve n değişkenler olmak üzere öyle bir fonksiyon örneği veriniz ki "m, n'nin fonksiyonu" olsun.

3) Bileşkeleri alınamayan iki fonksiyon örneği veriniz.

4)Koordinat sisteminde aynı köşegene sahip iki farklı dikdörtgene çizerek örnek veriniz.

5) $f(x) = ax^2 + bx + c$ ifadesi ikinci dereceden bir fonksiyon olmak üzere grafiği x eksenine teğet olan ve $f(x) = 0$ denkleminin kökler toplamı ve çarpımı birbirlerine eşit olan ikinci dereceden bir fonksiyon örneği veriniz.

EK 8. 11.SINIF ÖRNEK ÜRETME UYGULAMA SORULARI

Sevgili öğrenciler,

Bu çalışmada lise öğrencilerinin matematik dersindeki örnek üretme becerilerinin ve örnek üretme süreçlerinin analiz edilmesini hedefleyen bazı sorular bulunmaktadır. Bu sorular yürütmekte olduğum Hacettepe Üniversitesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Bölümü Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı tez çalışması kapsamında kullanılacak olup, araştırma dışında kesinlikle kullanılmayacaktır. Sorulara içtenlikle ve samimiyetle vereceğiniz cevaplar ve araştırmama verdiğiniz katkıdan dolayı teşekkür ederim.

Mert YÜCE

(Kozaklı METEM Matematik Öğretmeni)

Ad SOYAD :

Sınıf :

ÖRNEK ÜRETME SORULARI

1) Z tam sayılar kümesi ve N doğal sayılar kümesi olmak üzere, Z'den N'ye tanımlı bir fonksiyon örneği veriniz.

2) Fonksiyon belirtmeyen bir bağıntı grafiğine örnek veriniz.

3) Bileşkeleri alınamayan iki fonksiyon örneği veriniz.

4) Çözüm kümesi boş küme olan birinci dereceden bir bilinmeyenli bir denkleme örnek veriniz.

5) 6 ve 4 sayılarına tam bölünen ancak 24 sayısına tam bölünmeyen bir doğal sayıya örnek veriniz.

EK 9. 12.SINIF ÖRNEK ÜRETME UYGULAMA SORULARI

Sevgili öğrenciler,

Bu çalışmada lise öğrencilerinin matematik dersindeki örnek üretme becerilerinin ve örnek üretme süreçlerinin analiz edilmesini hedefleyen bazı sorular bulunmaktadır. Bu sorular yürütmekte olduğum Hacettepe Üniversitesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Bölümü Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı tez çalışması kapsamında kullanılacak olup, araştırma dışında kesinlikle kullanılmayacaktır. Sorulara içtenlikle ve samimiyetle vereceğiniz cevaplar ve araştırmama verdiğiniz katkıdan dolayı teşekkür ederim.

Mert YÜCE

(Kozaklı METEM Matematik Öğretmeni)

Ad SOYAD :

Sınıf :

ÖRNEK ÜRETME SORULARI

1) Z tam sayılar kümesi ve N doğal sayılar kümesi olmak üzere, Z'den N' ye tanımlı bir fonksiyon örneği veriniz.

2) m ve n değişkenler olmak üzere öyle bir fonksiyon örneği veriniz ki " m, n'nin fonksiyonu" olsun.

3) Bileşkeleri alınamayan iki fonksiyon örneği veriniz.

4) x_0 ϵ R noktasında limiti olan ancak bu noktada sürekli olmayan bir fonksiyon örneği veriniz.

5) x_0 ϵ R noktasında tanımlı olan ancak bu noktada limiti olmayan bir fonksiyon örneği veriniz.

EK 10. YARI YAPILANDIRILMIŞ GÖRÜŞME FORMU

Merhaba, lise öğrencilerinin örnek üretme becerileri üzerine bir araştırma yapıyorum. Bu konuyla ilgili olarak sizin de görüşlerinizi almak istiyorum. Bana görüşme süresince söyleyeceklerinizin tümü gizlidir. Vereceğiniz bilgileri araştırmacıların dışında herhangi bir kimsenin görmesi mümkün değildir. Sizin isminiz veya söyleyeceğiniz herhangi bir şahsın ismi araştırma raporuna yazılmayacaktır. Bu görüşmenin yaklaşık 20-25 dakika süreceğini tahmin ediyorum. Görüşmeyi kaydetmemin sizce bir sakıncası var mı? Görüşmeye başlamadan önce belirtmek istediğiniz bir düşünce veya sormak istediğiniz bir soru var mı? Araştırmaya katılmayı kabul ettiğiniz için şimdiden teşekkür ederim. İzin verirseniz sorulara başlamak istiyorum.

Yukarıdaki şekilde görüşmeden önce öğrencilere gerekli bilgiler verilecek ve akıllarına takılan herhangi bir soru olduğunda cevap verilecektir. Görüşme sorularında öğrencilerin uygulama sorularına verdikleri cevaba göre:

"Bu soruda ne düşündün?", "…… dendiğinde aklına ne geliyor?" , "fonksiyon olduğunu nasıl garanti edebilirsin?", " Birebir fonksiyon olma şartı nedir?" şeklinde uygulama sorularında yer alan kavramlara yönelik sorular sorulacaktır. Böylece öğrencilerin örnek üretme becerilerinin, bu becerilerini etkileyebilecek ve ortaya çıkabilecek kavram imajlarının, kavram yanılgılarının, örnek uzay genişliklerinin, matematiksel kavramları ifade etme türlerinin ve örnek üretme stratejilerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

EK 11. ORJİNALLİK RAPORU

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZ ÇALIŞMASI ORİJİNALLİK RAPORU

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI / MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih: 23/01/2017

Tez Başlığı: Lise Öğrencilerinin Matematik Dersi Kapsamında Örnek Üretme Becerileri

Yukarıda başlığı verilen tez çalışmamın tamamı (kapak sayfası, özetler, ana bölümler, kaynakça) aşağıdaki filtreler kullanılarak **Turnitin** adlı intihal programı aracılığı ile kontrol edilmiştir. Kontrol sonucunda aşağıdaki veriler elde edilmiştir.

Rapor Tarihi	Sayfa Sayısı	Karakter Sayısı	Savunma Tarihi	Benzerlik Endeksi	Gönderim Numarası
23/01 /2017	93	157760	20/01 /2017	%7	761649283

Uygulanan filtreler:

1- Kaynakça hariç
2- Alıntılar dâhil
3- 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

23.01.2017

Adı Soyadı: Mert YÜCE
Öğrenci No: N14126338
Anabilim Dalı: Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi
Programı: Matematik Eğitimi
Statüsü: ☒ Y.Lisans ☐ Doktora ☐ Bütünleşik Dr.

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.

Doç. Dr. Şenol DOST

HACETTEPE UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF EDUCATIONAL SCIENCES
THESIS ORIGINALITY REPORT

HACETTEPE UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF EDUCATIONAL SCIENCES
TO THE DEPARTMENT OF SECONDARY SCHOOL SCIENCE AND MATHEMATICS EDUCATION,
DIVISION OF MATHEMATİCS EDUCATİON

Date: 23/01/2017

Thesis Title: Example Generation Abilities Of High School Students Within The Context Of Mathematics Course

The whole thesis that includes the *title page, introduction, main chapters, conclusions and bibliography section* is checked by using **Turnitin** plagiarism detection software take into the consideration requested filtering options. According to the originality report obtained data are as below.

Time Submitted	Page Count	Character Count	Date of Thesis Defence	Similarity Index	Submission ID
23/01/2017	93	157760	20/01 /2017	%7	761649283

Filtering options applied:
1. Bibliography excluded
2. Quotes excluded
3. Match size up to 5 words excluded

I declare that I have carefully read Hacettepe University Graduate School of Educational Sciences Guidelines for Obtaining and Using Thesis Originality Reports; that according to the maximum similarity index values specified in the Guidelines, my thesis does not include any form of plagiarism; that in any future detection of possible infringement of the regulations I accept all legal responsibility; and that all the information I have provided is correct to the best of my knowledge.

I respectfully submit this for approval.

23.01.2017

Name Surname: Mert YÜCE

Student No: N14126338

Department: Secondary School Science And Mathematics Education

Program: Mathematics Education

Status: ☒ Masters ☐ Ph.D. ☐ Integrated Ph.D.

ADVISOR APPROVAL

APPROVED.

Ph. D. Şenol DOST

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı	Mert YÜCE
Doğum Yeri	Mersin
Doğum Tarihi	14.09.1990

Eğitim Durumu

Lise	75. Yıl Anadolu Öğretmen Lisesi/ MERSİN	2008
Lisans	Hacettepe Üniversitesi, OFMA Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı	2014
Yüksek Lisans	Hacettepe Üniversitesi, Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı	
Yabancı Dil	İngilizce: Okuma (İyi), Yazma (İyi), Konuşma (İyi) Almanca: Okuma (Orta), Yazma (Orta), Konuşma (Orta)	

İş Deneyimi

Çalıştığı Kurumlar	Kozaklı Mesleki ve Teknik Eğitim Merkezi/ NEVŞEHİR (Öğretmen)	2014-

Akademik Çalışmalar

Yayınlar (Ulusal, uluslararası makale, bildiri, poster vb gibi.)

Seminer ve Çalıştaylar

Sertifikalar

İletişim

e-Posta Adresi	mert0308@hacettepe.edu.tr
	mertyuce33@gmail.com

Jüri Tarihi	20.01.2017