

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ÖĞRENCİLERİN DİNAMİK GEOMETRİ ORTAMINDA
VARSAYIMDA BULUNMA SÜRECİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

TOYLY BOZJANOV

DANIŞMAN

DR. ÖĞR. ÜYESİ NURAY ÇALIŞKAN DEDEOĞLU

MAYIS 2019

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ÖĞRENCİLERİN DİNAMİK GEOMETRİ ORTAMINDA
VARSAYIMDA BULUNMA SÜRECİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

TOYLY BOZJANOV

DANIŞMAN

DR. ÖĞR. ÜYESİ NURAY ÇALIŞKAN DEDEOĞLU

MAYIS 2019

BİLDİRİM

Hazırladığım tezin tamamen kendi çalışmam olduğunu, akademik ve etik kuralları gözeterek çalıştığımı ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt ederim.



Toyly BOZJANOV

JÜRİ ÜYELERİNİN İMZA SAYFASI

'Öğrencilerin dinamik geometri ortamında varsayımda bulunma süreci' başlıklı bu yüksek lisans tezi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi/Matematik Eğitimi Bilim Dalında hazırlanmış ve jürimiz tarafından kabul edilmiştir.

Üye Başkan

Prof. Dr. Bülent GÜVEN

Üye

Doç. Dr. Melek MASAL

Üye

Danışman Dr. Öğr. Üyesi Nuray ÇALIŞKAN DEDEOĞLU

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylıyorum.

23.09.2019

Prof. Dr. Ömer Faruk TUTKUN

Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ

Matematiksel bilgilerin oluşum sürecinde varsayımın tartışılmaz bir yeri vardır. Güncel eğitim anlayışına göre, bireylerin yeni bilgileri keşfetme sürecinde aktif rol oynamaları önerilmektedir. Bu bakımdan, bireylere küçük yaşlardan itibaren varsayımda bulunma becerisi kazandırabilecek öğretim ortamların tasarlanması önemlidir. Matematik eğitimi çağın gereksinimlerine paralel olarak teknolojik gelişmelerden etkilenmekte ve bu doğrultuda güncellenmektedir. Tez çalışmamızda, matematikte teknolojinin uygulamalarından *dinamik geometri* yazılım ortamının öğrencilerin varsayımda bulunma sürecindeki rolünü ortaya koymak amaçlanmıştır. Matematik öğrenme ortamında teknolojinin etkili uygulamalarına örnek oluşturması beklenen bu çalışmanın, eğitim alanında görev alan program geliştirme uzmanları, ders kitabı yazarları, öğretmenler gibi aktörlere bir kaynak niteliğinde olması düşünülmektedir.

Yüksek lisans eğitim süresince akademik birikimi ile her noktada desteği ile anlayışı ve sabrı ile değerli fikirlerinden ve deneyimlerinden yararlandığım, eğitimci kişiliğini örnek aldığım, bakış açımı genişletip engin bilgisiyle bana farkındalık kazandıran, tezime büyük katkı sağlayan, kararlılıkla çalışmaya teşvik eden ve çalışma süresi boyunca bana güvenen değerli tez danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Nuray Çalışkan DEDEOĞLU'na tüm samimiyetimle teşekkür ederim.

Yüksek lisans öğrenimimde derslerini aldığım ve akademik gelişimime getirdikleri katkılarla yardımlarını esirgemeyen Dr. Öğr. Üyesi Ercan MASAL, Doç. Dr. Melek MASAL ve Dr. Öğr. Üyesi Ayşe Zeynep AZAK'a teşekkürlerimi sunuyorum.

Önerileri ve katkıları için Prof. Dr. Bülent Güven'e ayrıca teşekkür ederim.

Araştırma sürecinde değerli zamanlarını ayırarak görüşlerini ve önerilerini paylaşan Dr. Öğr. Üyesi Mithat TAKUNYACI ve Arş. Gör. Özkan ERGENE'ye teşekkürü borç bilirim.

ÖZET

ÖĞRENCİLERİN DİNAMİK GEOMETRİ ORTAMINDA VARSAYIMDA BULUNMA SÜRECİ

Bozjanov, Toyly

Yüksek Lisans Tezi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik
Eğitimi Bilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Nuray ÇALIŞKAN DEDEOĞLU

Mayıs, 2019. xiv+160 Sayfa.

Varsayımda bulunma, matematiksel ilişkileri ortaya koymada önemli bir adım olarak kabul edilir. Dinamik geometri yazılım ortamı, öğrencilere varsayım oluşturma ve doğruluğunu test etme imkânı vermektedir. Bu ortamın kâğıt kalem ortamından en ayırt edici araçlarından “sürükleme”, geometrik şekillerin konumları değiştiğinde, özelliklerinin korunduğunu gözlemlene imkânı yanında, ölçüm yapabilme, karşılaştırabilme, görselleştirme, keşfetme ve farklı çözüm yolları geliştirme fırsatları sunmaktadır. Araştırmanın amacı, öğrencilerin varsayımda bulunma sürecinde dinamik geometri ortamı özelliklerini nasıl kullandıklarını ortaya koymaktır. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması olarak yürütülen çalışmanın araştırma grubunu ortaokul son sınıf öğrencileri oluşturmuştur. Veri toplama aracı, dinamik geometri ortamına has, her biri farklı geometrik yapılardan oluşan dört kara kutu etkinliği şeklinde tasarlanmıştır. Öğrencilerin geometrik yapıları inceleme ve tekrar oluşturma aşamasında varsayımda bulunma süreçleri ile ilgili ses kayıtları ve ekran görüntülerinden oluşan veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Bulgular genel olarak, dinamik geometri ortamının öğrencilerin varsayımda bulunma, varsayımı uygulama ve test etme konularında etkili olduğunu göstermiştir. Dinamik geometri bilgisinin anlaşılmasının ön şart olarak gözlemlendiği uygulamada, öğrenciler varsayımda bulunma ve varsayımları doğrulama sürecinde sürükleme türlerini etkin bir şekilde kullanmışlardır.

Anahtar Kelimeler: Dinamik Geometri, Sürükleme, Kara Kutu, Varsayım, Ortaokul

ABSTRACT

THE CONJECTURING PROCESS OF THE STUDENTS IN THE DYNAMIC GEOMETRY ENVIRONMENT

Bozjanov, Toyly

Master of Thesis, Department of Mathematics and Science Education, Mathematics
Education Program

Supervisor: Dr. Lecturer Member Nuray ÇALIŞKAN DEDEOĞLU

May, 2019. xiv+ 160 Pages.

Conjecturing is considered as an important step in asserting the mathematical relations. Dynamic Geometry (DG) software environment enables the students to create a conjecture and assess its accuracy. "Dragging" is the most prominent tool from this environment to the paper pen environment and when geometric shapes change position, it offers measurement, comparison, visualizing, exploring and different solution development opportunities, in addition to observation of the protection of properties. The purpose of this research is to put forth how the students use the properties of dynamic geometry environment in the process of conjectures. The research group of the study, which is a study of qualitative research methods as a case study, is created by senior elementary school students. The data collection tool is designed in the form of four black box activities formed of different geometrical structures, according to the dynamic geometry environment. The data consisting of voice records and screenshots of the students related to conjectures about the process of examination of geometrical structures and rebuilding are analysed qualitatively. The results show that the dynamic geometry environment is effective on students when it comes to conjectures and testing. In this practice in which the understanding of the dynamic geometry knowledge is observed to be prerequisite, students used types of dragging effectively during the process of conjecture and verification.

Keywords: Dynamic Geometry, Dragging, Black Box, Conjecture, Elementary School

İÇİNDEKİLER

Bildirim	i
Jüri Üyelerinin İmza Sayfası	ii
Önsöz	iii
Özet	iv
Abstract	v
İçindekiler	vi
Tablolar Listesi	ix
Şekiller Listesi	xiii
1. Bölüm Giriş	1
1.1. Problem	3
1.2. Alt Problemler	4
1.3. Önem	4
1.4. Varsayımlar	5
1.5. Sınırlılıklar	5
1.6. Tanımlar	6
1.7. Simgeler ve Kısaltmalar	6
2. Bölüm İlgili Araştırmalar ve Alanyazın Tarama Sonucu	7
2.1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi	7
2.1.1. Matematiksel Düşünme ve Varsayım	7
2.1.2. Varsayım Sürecinde Dinamik Geometri Ortamının Rolü	9
2.2. İlgili Araştırmalar	20
2.3. Alanyazın Taramasının Sonucu	27
3. Bölüm Yöntem	28

3.1. Araştırma Modeli	28
3.2. Araştırma Grubu.....	28
3.2.1. Geometri Temel Bilgi Testi'nin Hazırlanması ve Uygulanması.....	29
3.2.2. DGY Eğitimlerinin Hazırlanması ve Uygulanması	30
3.3. Veri Toplama Aracı.....	36
3.3.1. Veri Toplama Aracının Geliştirilmesi.....	36
3.4. Veri Toplama S¼reci	45
3.5. Verilerin Analizi.....	45
3.5.1. Verileri Azaltma (Data Reduction) Aşaması	46
3.5.2. Verileri G¼rselleřtirme (Data Display) Aşaması	46
3.5.3. Sonuca Ulaşma ve Doğrulama (Conclusion Drawing/Verification) Aşaması..	48
4. B¼l¼m Bulgular	50
4.1. KareKare Kara Kutu Etkinliğinde Varsayımda Bulunma S¼reci	51
4.1.1. A Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular	51
4.1.2. B Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular.....	56
4.1.3. C Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular.....	68
4.2. Kare4Renk Kara Kutu Etkinliğinde Varsayımda Bulunma S¼reci.....	75
4.2.1. A Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular	76
4.2.2. B Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular.....	80
4.2.3. C Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular.....	86
4.3. D¼rt¼çGen Kara Kutu Etkinliğinde Varsayımda Bulunma S¼reci	93
4.3.1. A Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular	93
4.3.2. B Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular.....	96
4.3.3. C Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular.....	101
4.4. İkizÇember Kara Kutu Etkinliğinde Varsayımda Bulunma S¼reci	107
4.4.1. A Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular	107

4.4.2. B Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular.....	111
4.4.3. C Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular.....	115
5. Bölüm Tartışma, Sonuç ve Öneriler.....	122
5.1. Tartışma.....	122
5.1.1. DG Ortamı Uygulama Sürecinde Sürüklenme Aracının Rolü.....	122
5.1.2. Varsayımda Bulunma Sürecinde Sürüklenme Türlerinin Rolü	124
5.1.3. Varsayım Doğrulama Sürecinde Sürüklenme Türlerinin Rolü.....	125
5.2. Sonuçlar	126
5.2.1. Ortaokul Öğrencilerinin DG Ortamı Uygulama Sürecinde Sürüklenme Aracının Rolü.....	126
5.2.2. Ortaokul Öğrencilerinin Varsayımda Bulunma Sürecinde Sürüklenme Türlerinin Rolü.....	127
5.2.3. Ortaokul Öğrencilerinin Varsayım Doğrulama Sürecinde Sürüklenme Türlerinin Rolü.....	128
5.3. Öneriler	129
5.3.1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler.....	129
5.3.2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler.....	130
Kaynakça.....	131
Ekler	141
Ek-1. Geometri Temel Bilgi Testi.....	142
Ek-2. GeoGebra Eğitim I Etkinlik Listesi.....	146
Ek-3. GeoGebra Eğitim II Etkinlik Listesi	155
Ek-4. Veri Toplama Aracı.....	158
Ek-5. MEB Uygulama İzni Belgesi	159
Özgeçmiş.....	160

TABLolar LİSTESİ

Tablo 1. Sürüklenme Türleri	13
Tablo 2. Dörtgen Etkinliği: Rastgele Sürüklenme	14
Tablo 3. Dörtgen Etkinliği: Özellikleri Koruyarak Sürüklenme.....	15
Tablo 4. Dörtgen Etkinliği: İz Bırakarak Sürüklenme	15
Tablo 5. Dörtgen Etkinliği: Sürüklenme Testi	16
Tablo 6. Kare Geometrik Nesnesine Ait “Çizim/Geometrik Şekil” Örneği	17
Tablo 7. Üçgen: Kara Kutu ve Arka Planı	19
Tablo 8. Erez ve Yerushalmy'nin (2006) Çalışmasında Kullandıkları Veri Toplama Aracı.....	24
Tablo 9. GeoGebra Eğitimi I Etkinlik Listesi	33
Tablo 10. GeoGebra Eğitimi II Etkinlik Listesi.....	34
Tablo 11. Karekare Kara Kutusu İnşa Adımları	38
Tablo 12. KareKare Kara Kutu Etkinliğinde Varsayımda Bulunma Süreci	39
Tablo 13. Kare4Renk Kara Kutusu İnşa Adımları.....	40
Tablo 14. Kare4Renk Kara Kutu Etkinliğinde Varsayımda Bulunma Süreci	41
Tablo 15. DörtÜçGen Kara Kutusu İnşa Adımları	42
Tablo 16. DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliğinde Varsayımda Bulunma Süreci	43
Tablo 17. İkizÇember Kara Kutu İnşa Adımları.....	44
Tablo 18. İkizÇember Kara Kutu Etkinliğinde Varsayımda Bulunma Süreci.....	44
Tablo 19. Sonuca Ulaşma ve Doğrulama Aşaması Analiz Örneği: Karekare Kara kutu Etkinliği A Grubu Girişim I Varsayımda Bulunma Süreci ile İlgili Bir Analiz Kesiti	49
Tablo 20. A Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I	53
Tablo 21. A Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II	54

Tablo 22. A Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim III....	55
Tablo 23. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I.....	58
Tablo 24. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II	59
Tablo 25. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim III (1)	60
Tablo 26. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim III (2)	61
Tablo 27. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim IV	62
Tablo 28. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim V	64
Tablo 29. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim VI....	65
Tablo 30. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim VII ..	66
Tablo 31. C Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I.....	69
Tablo 32. C Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II	70
Tablo 33. C Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim III	72
Tablo 34. C Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim IV (1)	73
Tablo 35. C Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim IV (2)	74
Tablo 36. A Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim I.....	77
Tablo 37. A Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim II	78
Tablo 38. A Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim III	79
Tablo 39. B Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim I (1)	81
Tablo 40. B Grubu Kare4Renk Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I (2)	82
Tablo 41. B Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim II.....	83
Tablo 42. B Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim III (1).....	84
Tablo 43. B Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim III (2).....	85

Tablo 44. C Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim I.....	88
Tablo 45. C Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim II.....	89
Tablo 46. C Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim III	90
Tablo 47. C Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim IV (1)	91
Tablo 48. C Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim IV (2)	92
Tablo 49. A Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I ...	95
Tablo 50. B Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I ...	97
Tablo 51. B Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II ..	98
Tablo 52. B Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim III.	99
Tablo 53. B Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim IV (1)	100
Tablo 54. C Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I .	102
Tablo 55. C Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II (1)	103
Tablo 56. C Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II (2)	104
Tablo 57. C Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II (3)	105
Tablo 58. C Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II (4)	106
Tablo 59. A Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I.	108
Tablo 60. A Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II (1)	109
Tablo 61. A Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II (2)	110
Tablo 62. B Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I (1)	112

Tablo 63. B grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I (2)	113
Tablo 64. B Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II	114
Tablo 65. C Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I (1)	116
Tablo 66. C Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I (2)	118
Tablo 67. C Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim III	120



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Varsayım Döngüsü (Mason vd., 2010, s. 59)'den Çeviri)	8
Şekil 2. “Tamamlamak İçin Sürükle” Etkinliği Sonuç Aşaması (Lopez-Real ve Leung, 2006, s. 668).....	13
Şekil 3. Geometri Temel Bilgi Testi'nden Bir Kesit	30
Şekil 4. Eğitimler ve Araştırma Sürecinde Erişime Açık GeoGebra Araç Çubuğu ve Araçları.....	32
Şekil 5. GeoGebra Eğitimi I “Üçgen Açortaylarını Oluşturma” Etkinliği Yönergesi	33
Şekil 6. GeoGebra Eğitimi II “Gözlem: Dörtgen Çeşitleri” Etkinliğine Ait Arayüz. 35	
Şekil 7. GeoGebra Eğitimi II “Üçgen Nokta” Etkinliğine Ait Arayüz	35
Şekil 8. Veri Toplama Aracı Olarak Kullanılan Kara Kutular.....	36
Şekil 9. A Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci	51
Şekil 10. A Grubunun KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci.....	56
Şekil 11. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci	57
Şekil 12. B Grubunun KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci	67
Şekil 13. C Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci	68
Şekil 14. C Grubunun KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci	75
Şekil 15. A Grubu Kare4Renk Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci	76
Şekil 16. A Grubunun Kare4Renk Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci.....	80
Şekil 17. B Grubu Kare4Renk Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci.....	80

Şekil 18. B Grubunun Kare4Renk Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci.....	86
Şekil 19. C Grubu Kare4Renk Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci.....	87
Şekil 20. C Grubunun Kare4Renk Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci.....	93
Şekil 21. A Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci	94
Şekil 22. A Grubunun DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci.....	96
Şekil 23. B Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci	96
Şekil 24. B Grubunun DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci.....	101
Şekil 25. C Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci	101
Şekil 26. C Grubunun DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci.....	106
Şekil 27. A Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci.....	107
Şekil 28. A Grubunun İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci.....	110
Şekil 29. B Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci	111
Şekil 30. B Grubunun İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci.....	115
Şekil 31. C Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci	115
Şekil 32. C Grubunun İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci.....	121

BÖLÜM I

GİRİŞ

Her bilim alanı kendine özgü bilgiler çerçevesinde birbirinden farklılaşır. Bilimi olgusal ve kavramsal olarak ayırdığımızda, olgusal bilimlerin konu alanı, gözlemlenebilir ve gözlem yoluyla ölçülebilir iken, kavramsal bilimler soyut kavramları temsil eden gösterimler içerir. Matematik, incelediği alan bağlamında olgusal değil, düşünce yoluyla kavranabilir olduğundan kavramsaldir (Yıldırım, 2000). Matematiksel bilgiye ulaşma ve kavramların oluşumunda varsayımın önemli bir yeri vardır (Burton, 1984). Matematiksel bir varsayım, matematiksel nesnelere arasında daha önceden bilinmeyen bir ilişki hakkındaki önermedir (Schwartz, 1996). Matematiğin temel yapılarından olan ispat, varsayımlara dayanmaktadır. Varsayım süreci bazen bir merak, bazen bir problem ile başlar ve doğrulanmasıyla bireyi matematiksel ispata götürür (Mason, Burton ve Stacey, 2010).

Varsayım, matematiksel bilgiye ulaşma veya problem çözme süreçlerinde yer alması bakımından önemli bir role sahiptir. Schoenefeld'e (1985) göre, matematikteki yapıların farkına varma sürecinde, yapılar arasındaki bağlantıları görebilme, varsayımda bulunma, ispatlama, uygulama ve genelleme ifadelerinin hepsi değerlidir. Lakatos (1976), ispat ve çürütmelere dair keşifsel stratejiler modelinde (*varsayım/sanı, ilk denemeler/pilot uygulama, ispat, karşı örnek, çürütme ve yeniden formüle etme*); Polya'nın problem çözme basamaklarını geliştiren Schoenefeld (1985), problem çözme basamaklarında (*anlama, analiz etme, keşfetme, varsayımda bulunma ve uygulama*); Mason (1998) ise matematiksel düşünme adımlarında (*ayrıntılaştırma, genelleme, tahmin etme, ikna etme*) varsayım kavramına yer vermiştir.

Matematik eğitimi araştırmalarında, varsayımda bulunma becerisinin gelişimini amaç edinen çalışmaların önemli bir kısmı, teknoloji destekli ortamlarda gerçekleştirilmektedir. Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini yapılandırma,

düşünme becerilerini geliştirme, varsayımda bulunma ve ispat sürecinde karşılaştıkları bazı bilişsel zorlukların üstesinden gelmede Dinamik Geometri (DG) yazılım ortamları katkı sağlayabilmektedir (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996; De Villiers, 2004; Mariotti, 2000). Bu ortamlar, Cabri Geometry, Geometer's Sketchpad, Inventor, Thales, Cinderella, Dr Geo gibi yazılımlardan oluşmakta ve genel olarak Dinamik Geometri Yazılımları (DGY) şeklinde adlanmaktadır (Jones, 2001). DGY, öğrencilere ölçme yapma, nesne oluşturma, nesne sürüklenme imkânı veren araçlar sunar ve sürüklenme sayesinde ortamdaki yapının özelliklerinin keşfedilmesini sağlar (Hollebrands, 2003). DG yazılımlarının en önemli özelliklerinden birisi olan sürüklenme kısaca, DGY ortamında geometrik nesne ve yapıların manipüle edilmesi eylemi olarak tanımlanabilir. Bu eylem, kullanıcıların nesnelere hareket ettirip yapıların nasıl değiştiğini (veya değişmediğini) gözlemleyerek varsayım üretebilmelerini destekler ve yapılarıdaki geometrik ilişkileri keşfedebilmelerini sağlar (Arzarello, Olivero, Paola ve Robutti, 2002). Akıl yürütme, varsayımda bulunma, keşfetme ve ilişkilendirme becerisinin gelişiminde sürüklenme önemli bir rol oynamaktadır (Baccaglioni-Frank, 2010, 2011; Olivero ve Robutti, 2007).

DG ortamlarının bilhassa sürüklenme aracılığıyla, ilişkileri araştırma, varsayımda bulunma, varsayımı doğrulama ve varsayımı savunma olanağı vermesiyle, matematiksel düşünme becerilerini geliştirdiği belirtilmektedir (Arzarello vd., 2002; Baccaglioni-Frank ve Mariotti, 2010). DG ortamında varsayım sürecinin incelendiği araştırmalarda genel olarak açık uçlu geometri problemleri tercih edilmiştir (Baccaglioni-Frank ve Mariotti, 2010; Olivero, 2001; Olivero ve Robutti, 2007). DG açık uçlu geometri problemleri öğretmenin rehberliğinde öğrencilere adım adım uygulatarak geometrik yapıların oluşturulduğu etkinliklerdir. Olivero ve Robutti (2007) çalışmasında açık uçlu geometri problemlerine aşağıdaki gibi yer vermiştir:

“ABCD dörtgeni verilir. AB kenarı üzerinde A noktasından, BC kenarı üzerinde B noktasından, CD kenarı üzerinde C noktasından ve BA kenarı üzerinde D noktasından geçen dik doğrular oluşturun. K noktasını a ve d, L noktasını c ve d, M noktasını b ve c, H noktasını a ve d doğrularının kesişim noktası olarak belirleyin. HMLK dörtgeninin ABCD dörtgeni ile ilişkili olarak nasıl değiştiğini araştırın. Varsayımlarınızı kanıtlayın.” (Olivero ve Robutti, 2007, s. 142)

DG açık uçlu problemlerinden farklı olarak, DG kara kutu etkinlikleri, yapım aşamaları öğrenci tarafından bilinmeyen (Laborde, 2001) ve yapımında öğrenciye komut verilmeden, tamamen öğrencinin inisiyatifinde, deneme-yanılma yoluyla ilerleyen etkinliklerdir. Kara kutu, inşa adımları kullanıcı tarafından bilinmeyen bir geometrik yapı, kara kutu etkinliği ise bu yapının içerisindeki geometrik ilişkilerin araştırılması ve aynı yapının kullanıcı tarafından oluşturulmasıdır (Jones, Mackrell ve Stevenson, 2010; Laborde, 1998).

Öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinden varsayımda bulunma sürecini konu edinen çalışmalar incelendiğinde genellikle ortaöğretim düzeyine hitap eden çalışmalarla karşılaşmıştır. Ortaöğretim öğrencileri üzerine yapılan çalışmalarda DG ortamının öğrencilerin varsayımda bulunma sürecine olumlu yönde katkı sağladığı sonuçlarına ulaşılmıştır. Kara kutu etkinliklerinin olası olumlu etkilerinden literatürde bahsedilmesine rağmen (Jones, Mackrell ve Stevenson, 2010; Laborde, 1998, 2001) yapılan çalışmalarda genellikle açık uçlu problemler tercih edilmiş, kara kutu etkinlikleri veri toplama aracı olarak kullanılmamıştır. Bu çalışmada DG ortamı kara kutu etkinliklerinin ortaokul son sınıf öğrencilerinin varsayımda bulunma sürecine katkısını incelemek amaçlanmıştır.

1.1. PROBLEM

DG ortamı, deney ve gözleme dayalı bilimsel süreçleri destekleyerek bireyleri akıl yürütme becerilerini sergilemeye teşvik eder (Jones, 2001; Strasser, 2002). Kara kutu etkinlikleri ise, bu bilimsel süreçleri destekleyerek kullanıcıya “araştırmacı” niteliği kazandıran DG ortamına özgü en güçlü etkinliklerdendir. Kara kutunun incelenmesi ve yeniden inşası aşamalarında matematiksel bilgi üretim becerisi önemli rol oynamaktadır. Matematiksel bilgi üretimi varsayımların ortaya atılması ile gerçekleşebilen bir süreçtir. Bu bağlamda araştırmacının problemi “DG ortamı kara kutu etkinlikleri, ortaokul öğrencilerinin varsayımda bulunma sürecine nasıl katkı sağlamaktadır?” şeklinde oluşturulmuştur.

1.2. ALT PROBLEMLER

DG kara kutu etkinlik ortamında ortaokul öğrencilerinin,

- Uygulama sürecinde sürüklenme aracının genel olarak rolü nasıldır?
- Varsayımda bulunma sürecinde sürüklenme türlerinin rolü nasıldır?
- Varsayım doğrulama sürecinde sürüklenme türlerinin rolü nasıldır?

alt problemleri araştırma problemine cevap verecek şekilde oluşturulmuştur.

1.3. ÖNEM

İlgili alanyazında, DG ortamının öğrencilerin varsayımda bulunma, varsayım doğrulama ve genelleme yapabilmesine imkân sunduğu belirtilmiştir (Arzarello, 2001; Baccaglioni-Frank, 2009; Laborde, 2001; Mariotti, 2006). DG ortamının matematiksel düşünme beceri gelişimine katkısını konu edinen çalışmalar genellikle ortaöğretim öğrencileri üzerinde açık uçlu problemler aracılığıyla gerçekleştirilmiştir (Baccaglioni-Frank ve Mariotti, 2010; Furinghetti ve Paola, 2003; Olivero, 2001; Olsson, 2018; Osta, Chartouny ve Raad, 2017). Bunun nedeni, varsayımın genel olarak ispat öğretimi için gerekli becerilerin temelinde yer alması (Burton, 1984) ve ispatın formal olarak ortaöğretim kademesinde geliştirilmesinin hedeflenmesi olarak düşünülebilir.

Geometri problemlerine farklı bir yaklaşım sunan kara kutu etkinlikleri, bireylerin problem çözme, akıl yürütme ve ilişkilendirme becerileri gibi temel matematik becerilerini ortaya çıkarabilme ve geliştirebilme özelliğine sahiptir (Çalışkan-Dedeoğlu, 2015). Bu yönüyle kara kutu etkinlikleri, matematiksel bilgi üretme aşamasında varsayımda bulunma becerisini gerektirmektedir.

Araştırmanın amacı, DG ortamının varsayımda bulunma sürecini nasıl desteklediğini ortaya koymaktır. Alanyazındaki araştırmalardan farklı olarak, bu çalışmada açık uçlu problemler yerine kara kutu etkinlikleri, lise yerine ise ortaokul düzeyi kullanılmıştır. DG yazılımlarının kullanımı, Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programında (OMÖP) önerilmiştir (MEB, 2018). Bu çalışma, DG ortamında varsayımı destekleyecek türden etkinlik önerileri sunma ve bu etkinliklerin matematiksel

düşünme becerilerinin gelişimine katkısını ortaya koyma açısından, alanyazın ve öğretmen uygulamalarına kaynak sunma bakımından önemlidir.

1.4. VARSAYIMLAR

Araştırmanın varsayımları aşağıda maddelenmiştir.

- Öğrenciler kendilerine yöneltilen soruları samimi olarak yanıtlamıştır
- Öğrenciler bilgisayar kullanımına karşı olumsuz tutuma sahip değildir
- Öğrenciler uygulamayı kendi bilgileri çerçevesinde gerçekleştirmiştir.

1.5. SINIRLILIKLAR

Araştırma aşağıda maddelenen ifadelerle sınırlıdır.

- Sakarya ilinde bir devlet okulunun 8. sınıf öğrencilerinin oluşturduğu 6 kişilik araştırma grubu
- Varsayım sürecinin incelenmesi amacıyla geliştirilen DG etkinliklerinin (veri toplama aracı) geometri konuları
- DG ortamı olarak GeoGebra yazılımının kullanımı.

1.6. TANIMLAR

Dinamik geometri yazılımı: Geometrik yapıların özelliklerinin hareket ve manipülasyona dayalı deneysel süreçler içerisinde araştırılmasını sağlayan yazılım ortamı.

GeoGebra: Cebir ve geometriyi birleştiren, ilköğretimden üniversiteye matematik öğretim ve öğrenme faaliyetlerinde kullanım alanlarına sahip bir dinamik matematik yazılımı.

Sürükleme: Dinamik geometri yazılım ortamında geometrik nesne ve yapıların manipüle edilmesi eylemi.

Varsayım: Matematiksel nesnelere arasında daha önceden bilinmeyen bir ilişki hakkındaki önerme.

1.7. SİMGELER VE KISALTMALAR

DG: Dinamik Geometri

DGY: Dinamik Geometri Yazılımları

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

OMÖP: Ortaokul Matematik Öğretim Programı

TDK: Türk Dil Kurumu

TEOG: Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş

BÖLÜM II

ARAŞTIRMANIN KURAMSAL ÇERÇEVESİ VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. ARAŞTIRMANIN KURAMSAL ÇERÇEVESİ

Bu bölümde matematiksel düşünme ve varsayım ile varsayım sürecinde DG ortamının rolü başlıklarına yer verilmiştir.

2.1.1. Matematiksel Düşünme ve Varsayım

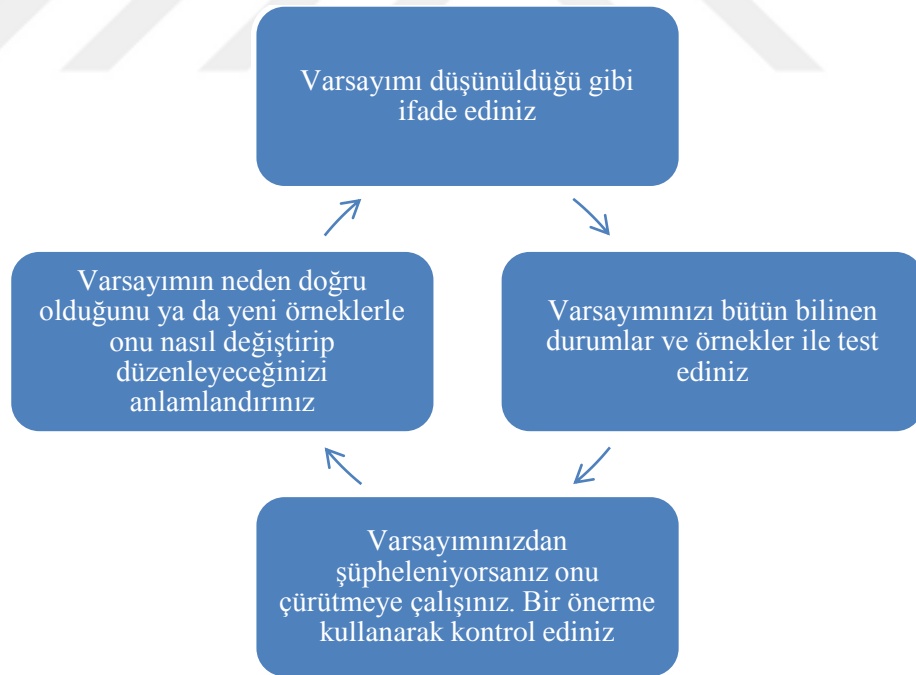
Düşünme, insanlar tarafından kendi çevresini anlama ve kontrol altına alma aracı olarak kullanılır (Burton, 1984). Burton'a (1984) göre, matematiksel düşünme de matematikle ilgili çalışmaların gerçekleştirilmesinde önemli araçlar sunar. Düşünmeyi geliştirdiği bilinen en önemli araçlardan biri matematiktir (Yenilmez ve Teke, 2008).

Goldenberg'in (1996) ifadesiyle matematik, birileri tarafından bulunmuş matematiksel sonuçlardan oluşmuş bir bilim dalı değil, bir düşünme biçimidir. Matematik sadece sayıları, işlemleri öğretmekle kalmaz; her geçen gün karmaşıklaşan yaşam mücadelesinde düşünme, olaylar arasında bağ kurma, akıl yürütme, tahminde bulunma, problem çözme gibi önemli beceriler kazandırarak insana destek olur (Umay, 2003). Matematiksel düşünmenin tanımı "Matematiksel teknikleri, kavramları ve süreçleri, problemlerin çözümünde açık ya da dolaylı olarak uygulamak" olarak genellenebilir (Henderson, Marion, Fritz, Riedesel, Hamer, Scharf ve Hitchner, 2002). Bu tanıma göre, problem çözme süreci matematiksel düşünme ortamı sunmaktadır. Mason vd. (2010) göre, problem çözme sürecinde önemli rol oynayan, özelleştirme (specializing), genelleme (generalizing), varsayımda bulunma (conjecturing), doğrulama ve ikna etme (justifying and convincing) becerileri, matematiksel düşünme

becerileri olarak nitelendirilmektedir. Benzer şekilde Liu (2003), problem çözme sürecinin varsayım, tümevarım, tümdengelim, betimleme, genelleme, benzetme, akıl yürütme becerilerine katkısının olduğunu belirtmektedir.

Teorem ve matematiksel bilgilere ulaşmada önemli rol oynayan ve henüz kanıtlanmamış matematiksel bir ifade olarak tanımlanan varsayım (Rossi, 2011), matematiksel düşünme sürecinde merkezi bir nokta olarak kabul edilmektedir (Cuoco ve Goldenberg, 1996). Varsayımda bulunma süreci (Şekil 1), Mason vd. (2010, p. 59) tarafından döngüsel bir süreç olarak kabul edilmekte ve aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

“Bir varsayım genellikle zihnin derinliklerinde karanlıkta gizlenmiş belirsiz bir duygu olarak başlar. Bireyi yavaş yavaş ve belirsiz duyguyu olabildiğince net bir şekilde ifade etmeye teşvik eder. Böylece belirsizliğin açıklığa kavuşmasına aracılık eder. Varsayımın yanlış olduğu tespit edilirse, değiştirilir veya terk edilir. Eğer ikna edici bir şekilde doğruluğu ispatlanıyorsa, geçerli bilgiler arasına katılır”.



Şekil 1. Varsayım Döngüsü (Mason vd., 2010, s. 59)'den Çeviri)

Şekil 1'deki varsayım döngüsü incelendiğinde, öğrencilerin gözlem yaparak varsayımda bulunabilmeleri ve varsayımlarını test edebilmeleri için uygun ortama ihtiyaç olduğu anlaşılmaktadır. Olivero (1999), DG ortamının, teoremleri keşfetme, varsayımda bulunma, varsayımları test etme ve doğrulama aşamasında katkısının olabileceğini vurgulamaktadır.

2.1.2. Varsayım Sürecinde Dinamik Geometri Ortamının Rolü

Bilgisayar destekli matematik öğretimi, matematiksel fikirlerin görselleşmesini sağlayarak, bilgileri analiz etmeyi, verileri organize etmeyi, öğrencilerin araştırma-soruşturma yapmalarını, düşünme, karar verme, mantık çerçevesinde problem çözmelerini kolaylaştırır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Ayrıca, problem çözme sürecinde öğrencilerin, odaklanma, varsayımda bulunma, sorgulama ve akıl yürütme gibi daha üst düzey düşünme becerilerini geliştirmelerine katkıda bulunmaktadır (Wiest, 2001). Öğrencilerin, bilgisayarı varsayımda bulunma, test etme, genelleme aracı olarak kullanılmasıyla, yıllar önce bulunan matematiksel sonuçlar hakkında fikir sahibi olmanın yanında; bir matematikçinin, matematiksel sonuçlara varırken attığı adımları atma ve kendine has özgün bir düşünme tarzı geliştirme imkânlarına erişimi sağlanabilmektedir (Cuoco ve Goldenberg, 1996). Bilgisayar ortamları, kâğıt kalem ortamında bir soruya verilebilecek sınırlı cevaplardan doğan bireyin zihnindeki kalıplaşmayı (önceden oluşan sınırları belli şemaları) yıkmaya çözüm olarak keşif yapmayı ve yapıların dinamikliğini beraberinde getirmiştir (Clements ve Battista, 1994).

Matematik özü soyuttur ve öğrenciler matematiksel kavramları kazanmak için, soyutlama süreçlerini manipüle ederek, deneme ve gözlem yapmaları gerekmektedir (Laborde, 2001). Yapıların farklı dinamik temsillerini görmek, öğrencilerin bağlantıları görselleştirmesine ve problemin diğer çözüm yollarını fark etmesine yardımcı olmaktadır (Santos-Trigo, 2002). Dinamiklik, sabit olmamak, sürekli bir değişim ve hareket içinde olmak şeklinde tanımlanmaktadır (Türk Dil Kurumu [TDK], 2018). Dinamiklik kavramı geometri alanıyla birlikte ifade edildiğinde ise, geometrik şekillerin durağan olmaktan çıkarak hareketli bir yapıya kavuşması anlamına gelmektedir (Leung, 2011). DG ortamları, geometrik yapıların özelliklerinin hareket ve manipülasyona dayalı deneysel süreçler içerisinde araştırıldığı ve

manipülasyonların kullanıcıya görsel geri-bildirimler sağladığı teknolojik ortamlardır (Leung, 2008).

Cabri Geometry, Sketchpad gibi DG yazılımları, geometrik yapıları dinamik hale getiren ve soyut kavramların temsilini içeren birer arayüz sunarlar (Elena ve Manuela, 2007). Noktalar, çizgiler, çemberler, nesnelere ve bu nesnelere farklı birleşimlerini oluşturmaya imkân veren araçlar barındıran DGY, Öklid geometrisinin matematiksel dünyasını içeren bir mikro dünyadır (Papert, 1980; Balacheff ve Kaput, 1997; Perez ve Santos-Trigo, 2010). Mariotti'nin (2000) ifadesiyle, DGY, kâğıt kalem çizimlerinin klasik dünyasıyla karşılaştırıldığında, yapıların doğrudan manipüle edilmesi imkânını içerir ve bu manipülasyon Öklid geometrisinin mantık sistemi çatısı altındadır. Dinamik yazılımlarda geometrik yapılar çeşitli açılardan incelenip, özellikleri ve değişimleri keşfedilirken, nasıl oluştuklarını belirlemek, farklı oluşum adımları üretmek ve tüm bunları yaparken yapının özelliklerini korumak gibi adımlar takip edilir (Perez ve Santos-Trigo, 2010).

DGY'nin matematik öğretiminde kullanılması eğitim sürecine farklı bir boyut kazandırarak sınıf ortamı ve öğrenciler üzerinde olumlu etki bırakır ve sınıf ortamında öğrencilere matematiksel fikirleri ifade etme olanağı sağlar (Jones, 1997). Noss ve Hoyles'e (1996) göre, DG ortamı öğrencinin canlandırma ile matematiksel keşif sürecinde ne düşündüğünü eşzamanlı olarak açığa vurmasını sağlar. Ayrıca, DG ortamı, öğrencilere araştırmacı rolü kazandırarak, matematiksel problemleri çözmek için geometrik nesnelere arasındaki ilişkileri algılama ve tanımlamalarına yardımcı olur. DG, gerçek dünyayı matematik sınıfına getirme, geleneksel bir sınıfta mümkün olmayan görselleştirme, animasyon ve öğrencilerin öğretim programının çeşitli konularında gerçekleştirmesini beklediğimiz matematiksel düşünceyi derinleştirmeleri için fırsatlar sunar (Pierce ve Stacey, 2011).

DGY, öğrencilerin matematiksel becerileri ortaya koyma ve matematiksel yapılarla ilgili varsayım üretme süreçlerinde kullanılabilir (Cuoco ve Goldenberg, 1996). Sinclair ve Robutti (2013), DG ortamında ispat sürecinin iki alt işlemi kapsayacak şekilde gerçekleştiğini ifade etmektedir: varsayımların üretilmesi ve doğrulanması. İlgili araştırmalarda, DG'nin öğrencileri varsayımda bulunma ve varsayımlarını test etme konusunda desteklediği belirtilmektedir (Baccaglini-Frank ve Mariotti, 2010; Clements ve Battista 1994; Hollebrands, 2003).

Tüm teknolojik araçların kendine özgü kullanım şekli vardır. Teknolojik araçları etkili biçimde kullanabilmek için kullanıcıların temel altyapı bilgisine sahip olmaları gerekir. DG bilgisi, genel olarak DGY tasarımcılarının geometrik nesnelere özelliklerini de dikkate alarak oluşturdukları bilgilerdir. Örneğin, nesnelere bağımlı/bağımsız olma özelliği DG ortamına özel bir bilgidir. DG yazılımları “sürüklenme modu” adı verilen ve belirli bir yapının, özelliklerini koruyarak sürüklenmesine (büyüme/küçülme, dönme, taşınma) olanak sağlayan araç ile diğer geometri yazılımlarından ayrılır (Elena ve Manuela, 2007). Bu sayede DG ortamı, öğrencilerin geometrik yapıları oluşturmalarına ve daha sonra, yapının dinamik olarak nasıl tepki verdiğini gözlemleyebilmelerine fırsat sunar (Hazzan ve Goldenberg, 1997). İleriki bölümlerin daha iyi anlaşılması için, DG ortamında “yapının sürüklenme sürecinde verdiği tepki”, “davranış” olarak tanımlanacaktır.

2.1.2.1. Dinamik geometri ortamı sürüklenme aracı

Matematiksel yapıların farklı özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri dinamik olarak keşfetmede rol oynayan sürüklenme aracı, DG araştırmalarının odak noktası haline gelmiştir (Arzarello vd., 2002; Baccaglioni-Frank, 2010, 2011; Baccaglioni-Frank ve Mariotti, 2010; Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996; De Villiers, 2004; Hölzl, 2001; Laborde, 2000; Leung, 2011; Leung, Baccaglioni-Frank ve Mariotti, 2013; Leung ve Lopez-Real, 2002; Mariotti, 2000; Olivero, 2002; Olivero ve Robutti, 2007).

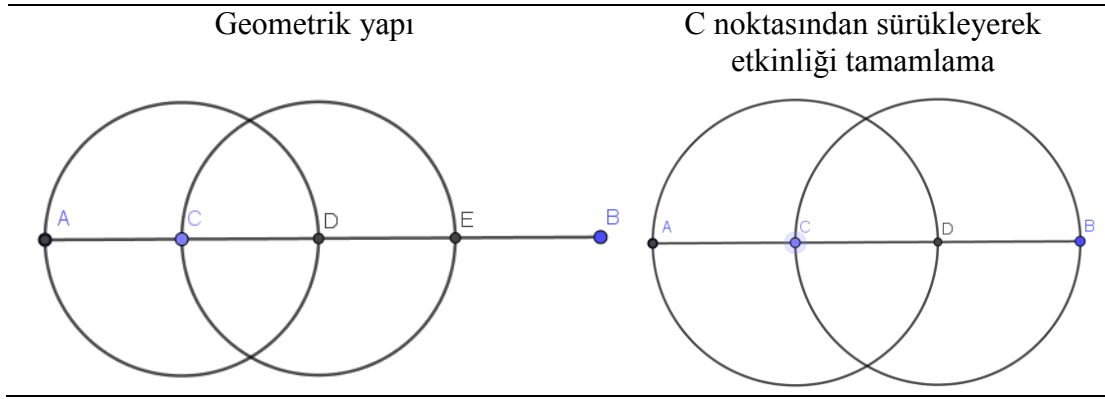
DGY'nin en belirgin özelliği olan sürüklenme, geometrik yapıların sürekli olarak bir değişim ve dönüşüm içerisinde olmasını sağlamaktadır. Şöyle ki, DG ortamında bir yapının elemanları sürüklendiğinde, DGY, değişen koşullara dinamik olarak cevap verirken, yapı, özelliklerini muhafaza edebilmektedir (Sinclair ve Yurita, 2008). Öklid geometri çatısı altında tasarlanan DG ortamlarının sunduğu sürüklenme özelliğiyle yapılar, Öklid geometri kurallarının çizdiği çerçeveye dışına çıkmamaktadır (Hölzl, 1996).

Sürüklenme aracı, kullanıcıların üst düzey düşünme becerilerini kullanmalarını ve aynı zamanda geliştirmelerini desteklemektedir (Komatsu ve Jones, 2018). Leung ve Lee (2013) sürüklenmenin, öğrencilerin varsayımda bulunma becerilerini güçlendirecek ve matematiksel varsayımları kontrol etmesine yol açan dinamik geometrik yapıları test etmelerini kolaylaştıracak benzersiz bir pedagojik araç olduğunu belirtmektedir.

Hözl (2001), sürüklemenin kullanılabileceği iki boyut olduğunu söylemektedir: Yapının istenen özelliğe sahip olup olmadığını belirlemek ve yapıda yeni özellikler aramak amacıyla sürüklemek. Örneğin, klasik bir DG etkinliği, kare görünümünde verilen farklı dörtgenlerin, hangilerinin gerçekten kare olduğunun bulunması ile ilgilidir. Bu etkinlikte, dörtgenler sürüklenerek, kare özelliğini koruyanlar belirlenir. Ayrıca diğer dörtgenlerin hangi özellikleri taşıdığı da sürükleme yoluyla araştırılabilir. Bir yapının özelliklerinin araştırılabilmesi için, bu yapının sürükleme esnasında özelliklerini koruması, yani bir bakıma, sürüklemeye dayanıklı olması gerekir. Bu şekildeki yapılara ilgili literatürde “dayanıklı yapı” (*robust construction*) denir (Lopez-Real ve Leung, 2006). DG ortamında ayrıca, bir yapının özelliklerini belirlemenin dışında, bir yapıya belli bir özelliği kazandırmak (veya belli bir özellikteki yapıyı oluşturmak) amacıyla sürükleme yapılabilir. Bu tür yapılar “esnek yapı” (*soft construction*) olarak adlandırılmıştır (Lopez-Real ve Leung, 2006). Lopez-Real ve Leung’un (2006, s. 668) “Tamamlamak için sürükle” (*Drag to fit*) olarak tanımladığı etkinliklerde, esnek yapılardan hareketle sürükleme işlemiyle belli özellikli yapılar hakkında çıkarımda bulunmak amaçlanmıştır. Bir “Tamamlamak için sürükle” etkinliği üzerinden sürükleme işlemi inceleyelim (Lopez-Real ve Leung, 2006, s. 668): “Herhangi bir $[AB]$ doğru parçası oluşturun. $[AB]$ doğru parçasını 3 eşit parçaya ayırın. (Örneğin, $[AB]$ üzerinde C, D noktaları aracılığıyla $[AC] = [CD] = [DB]$ olacak şekilde uygulayın)”.

DG ortamında bu etkinliği uygulamak için aşağıdaki adımları izleyin.

- Doğru Parçası aracıyla $[AB]$ doğru parçası oluşturun.
- Çember aracıyla A noktasından geçen ve merkezi (C) $[AB]$ doğru parçası üzerinde olan bir çember oluşturun. Çember ile $[AB]$ doğru parçasının kesişimini D noktası olarak belirleyin.
- Çember aracıyla C noktasından geçen ve merkezi D noktası olan bir çember daha oluşturun. Çember ile $[AB]$ doğru parçasının kesişimini E noktası olarak belirleyin.
- C noktasını sürükleyerek E ve B noktaları çakıştığında $[AB]$ doğru parçasının üç eşit parçaya bölündüğünü gözlemleyin.



Şekil 2. “Tamamlamak İçin Sürükle” Etkinliği Sonuç Aşaması (Lopez-Real ve Leung, 2006, s. 668)

İlgili literatürde, uygulanan her sürüklemenin basit bir sürüklemeden ibaret olmadığı, her sürüklemenin bir görevi temsil ettiği görüşüyle sürükleme türleri tanımlanmıştır.

2.1.2.1.1 Sürükleme türleri

Arzarello ve diğerleri (2002) 7 farklı, Baccaglioni-Frank (2009) ise 4 farklı sürükleme türü belirlemiştir (Tablo 1).

Tablo 1. Sürükleme Türleri

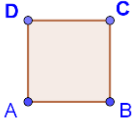
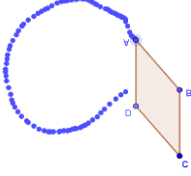
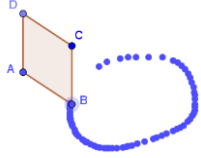
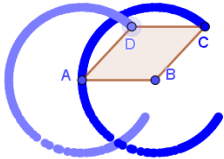
Arzarello vd. (2002)	Baccaglioni-Frank (2009)
<ul style="list-style-type: none"> • Rastgele Sürükleme (<i>Wandering Dragging</i>) • Amaçlı Sürükleme (<i>Guided Dragging</i>) • Kısıtlı Sürükleme (<i>Bound Dragging</i>) • Gizli Geometrik Yer Sürüklemesi (<i>Dummy Locus Dragging</i>) • Geometrik Yeri İşaretleyerek Sürükleme (<i>Line Dragging</i>) • Bağımlı Sürükleme (<i>Linked Dragging</i>) • Sürükleme Testi (<i>Dragging Test</i>) 	<ul style="list-style-type: none"> • Rastgele Sürükleme (<i>Wandering Dragging</i>) • Özellikleri Koruyarak Sürükleme (<i>Maintaining Dragging</i>) • İz Bırakarak Sürükleme (<i>Dragging With Trace Activated</i>) • Sürükleme Testi (<i>Dragging Test</i>)

Arzarello vd.’nin (2002) belirlediği sürükleme türlerini geliştiren ve daha özet bir ayırım yapan Baccaglioni-Frank (2009), sürükleme türlerini dört türde toparlamıştır. Baccaglioni-Frank (2010), belirlediği sürükleme türlerinin esasen daha önce belirlenen

yedi sürükleme türünü yer yer barındırdığını ifade etmektedir. Tekrara yol açmamak amacıyla, sürükleme türlerini belirlenen en son haliyle tanımlayalım.

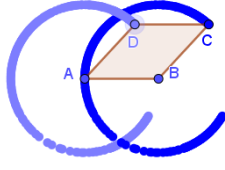
- **Rastgele sürükleme:** Ekranda bir temel noktayı rastgele sürükleyerek geometrik yapının değişik oluşum aşamaları ve düzensizlikleri aranır. Tablo 2’de bir dörtgen etkinliği örnek olarak sunulmuştur. Bu aşamada iz aracı kullanılmaz, fakat sürüklemenin yapı üzerindeki etkisini canlandırmak amacıyla, örnekte iz aracı kullanılmıştır.

Tablo 2. Dörtgen Etkinliği: Rastgele Sürükleme

	Yapı ilk görüşte kare algısı oluşturmaktadır. İlk etapta, kullanıcı hangi noktaların bağımsız (sürüklenebilir) nokta olduğunu keşfetmek için sürükleme yapacaktır. Yapıda, A, B ve D noktaları sürüklenebilir iken, C noktası sürüklenemez bir noktadır.
	A noktasının bağımsız sürüklenebilir olması, A noktasının serbest bir nokta olduğunu gösterir.
	B noktasının bağımsız sürüklenebilir olması, B noktasının serbest bir nokta olduğunu gösterir.
	D noktasının sürüklenmesiyle, D ve C noktalarının geometrik izlerinin birer çember oluşturduğu gözlemlenir. D noktasının sınırlı bir alanda sürüklenebilir olması, D noktasının yarı serbest bir nokta olduğunu gösterir. C noktası bağımlı ve sürüklenemez bir nokta olmasına karşın, D noktasının sürüklenmesiyle benzer davranışı gösterir.

- **Özellikleri koruyarak sürükleme:** Geometrik yapının, belli bir özelliği muhafaza edecek şekilde sürüklenme sürecidir. Bir yapının potansiyel bir özelliği tespit edildikten sonra, kullanıcı, temel bir noktayı sürüklemeye ve gözlemlenen farklı özelliği korumaya çalışıyorsa *özellikleri koruyarak sürükleme* söz konusudur. Tablo 3’de örnek sunulmuştur. Yine, sürüklemenin yapı üzerindeki etkisini canlandırmak amacıyla, örnekte iz aracı kullanılmıştır.

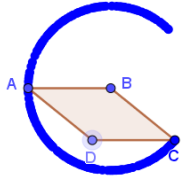
Tablo 3. Dörtgen Etkinliği: Özellikleri Koruyarak Sürüklenme



C noktasının sürüklenemez, A ile B noktalarının da serbest noktalar olması kullanıcıda merak uyandıracak ve araştırmaya sürükleyecek nitelikte değildir. Fakat D noktasının sürüklenmesiyle birlikte, geometrik yapının davranışı, kullanıcıda bir merak duygusu uyandırır ve varsayımda bulunmaya teşvik eder.

- **İz bırakarak sürüklenme:** Geometrik yapıda bir veya daha fazla noktada iz aracı etkinleştirildikten sonra sürüklenme yapılır. İz aracı, bir geometrik yer tanımlama aracıdır. Geometrik yeri belirlenmek istenen noktanın, başka noktanın hareketine bağımlı olması gerekmektedir. Sürüklenme ve iz işlevleri birleşerek, varsayımda bulunma sürecinde kullanılacak yeni bir araç oluşur (Baccaglioni-Frank, 2010). Tablo 4’de örnek sunulmuştur.

Tablo 4. Dörtgen Etkinliği: İz Bırakarak Sürüklenme

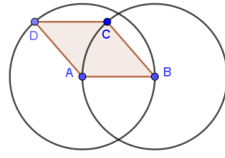


D noktasının sürüklenmesi sonucunda, C noktasının geometrik yerini daha belirgin olarak görmek amacıyla, C noktasının izi etkinleştirilebilir. Böylece, yapının çember ile ilişkisi ortaya çıkmış olur.

- **Sürüklenme testi:** Bu sürüklenme türü, iki farklı durumda kullanılabilir (Olivero, 2002; Laborde, 2005):
 - Verilen yapı üzerinde bir varsayımı test etmek: Verilen yapı sürüklendiğinde, iz aracı kullanmadan farkedilen bir özelliğin direkt yapı üzerine uygulanması ve sürüklenerek doğruluğunun test edilmesi şeklindedir.
 - Verilen bir yapıya benzer özellikte oluşturulan yapıyı test etmek: Verilen bir yapıya benzer özellikte oluşturulduğu varsayılan yeni yapının, istenen özellikleri muhafaza edip etmediğini görmek için sürüklenerek doğruluğunun test edilmesi şeklindedir.

Test sonucunda varsayımların doğruluğu anlaşılmış olur. Test başarısız olursa, farklı varsayımlarda bulunmak üzere araştırmaya devam edilir. Tablo 5’da örnek sunulmuştur.

Tablo 5. Dörtgen Etkinliği: Sürüklenme Testi



Yapının çember ile ilişkisi ortaya çıktıktan sonra, varsayımlar üzerine inşa edilen yeni yapı, sürüklenerek, etkinlikte verilen yapıya benzerliği, çember çizimleri ile desteklenerek sürüklenme testi uygulanır.

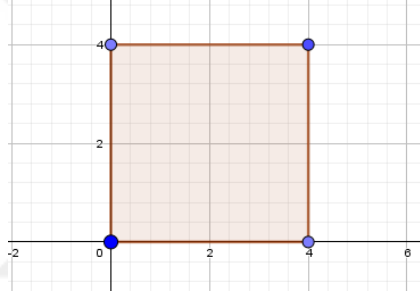
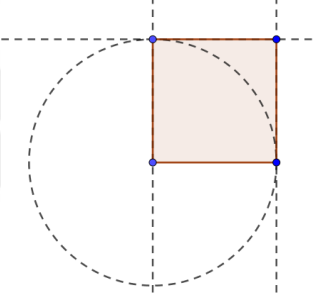
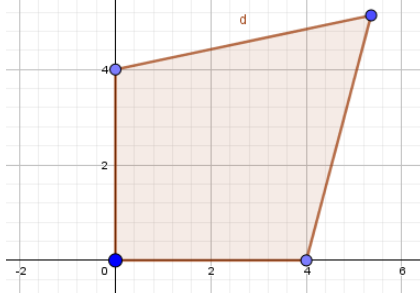
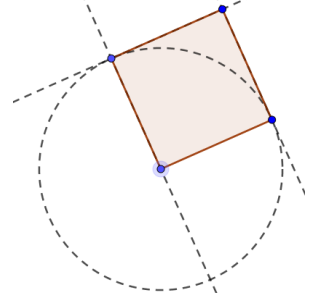
Rastgele sürüklenme sürecinde kullanıcı, yapıların sürüklenme noktaları sayesinde nesnelerin davranışları ve birbirleriyle ilişkileri ile ilgili ilk izlenimlerini edinmektedir. *Özellikleri koruyarak sürüklenme*, bir yapının farklı bir şekilde tanımlanmasına ve kullanıcının sürüklenme sırasında belirli özelliğin değişmez olduğunu keşfetmesine olanak tanır (Baccaglioni-Frank, 2009). DG ortamında sürüklenen nesne dışındaki diğer nesnelerin izi açılarak ekran üzerindeki hareket yörüngeleri tespit edilebilir. *İz bırakarak sürüklenme*, bir noktada etkinleştirilen iz sayesinde varsayımda bulunma sürecinde yararlı olabilir (Baccaglioni-Frank, 2009). Son olarak, *sürüklenme testi* aşamasında, özgün ve farklı varsayımlara dayanan yeni bir yapı oluşturulduktan sonra, yeni yapı sürüklenme aracı ile test edilerek varsayımlar doğrulanır ya da farklı varsayımlara yönelinir (Baccaglioni-Frank, 2010).

2.1.2.1.2 Sürüklenme/varsayım ilişkisi

Sürüklenme, varsayımların üretimini destekler: yapıları hareket ettirerek gözlem yapan kullanıcının yapılardaki değişmez özellikleri keşfetmesine olanak tanımakla birlikte, keşfetme aşamasında bir geri bildirim sunmakta ve bu şekilde, ispatlama aşamasına destek vermektedir (Arzarello vd., 2002). Matematiksel akıl yürütmeye elverişli pedagojik bir araç olarak, sürüklemenin özellikle geometri alanında varsayımda bulunma sürecinde etkili olduğu anlaşılmıştır (Leung, Baccaglioni-Frank ve Mariotti, 2013). Varsayımın doğru veya yanlış olup olmadığının anında keşfedilmesi DGY’nin etkinliğinin önemli bir parçasıdır; varsayımın yanlış olması, ekrandaki dinamik yapının

sürüklenmesiyle anlaşılacaktır (De Villiers, 1998). DG ortamı, sürüklemenin bu özelliği sayesinde, inşa edilen yapıların “çizim/geometrik şekil” perspektifinden incelenmesine imkân sunar. Çizim ve geometrik şekil, geometrik nesnenin temsilleri olmakla birlikte, sürüklemeye farklı tepkiler verirler. Çizim ile geometrik nesne arasında yalnızca temsili bir ilişki söz konusu iken, geometrik şekil, geometrik nesnenin tüm özelliklerini taşımaktadır (Laborde ve Capponi, 1994). Daha iyi anlaşılması için, kare geometrik nesnesine ait “çizim/geometrik şekil” örneği Tablo 6’da sunulmuştur.

Tablo 6. Kare Geometrik Nesnesine Ait “Çizim/Geometrik Şekil” Örneği

Çizim	Şekil
Koordinat düzlemi referans alınarak, Çokgen aracı ile gerçekleştirilen yapı:	Geometrik özellikler kullanılarak gerçekleştirilen yapı:
	
Sürüklenme sonrası oluşan değişim:	Sürüklenme sonrası oluşan değişim:
	

Tablo 6’da görüldüğü gibi sürüklenme aracı, kullanıcıya, geometrik nesneye ilişkin yapının doğru bir şekilde oluşturulup oluşturulmadığı ile ilgili bir dönüt vermektedir. Dönüt, doğrudan kullanıcının varsayımları ile ilişkilidir.

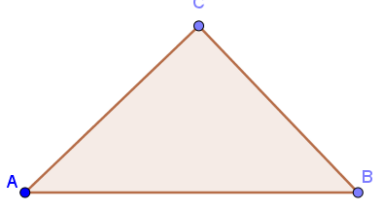
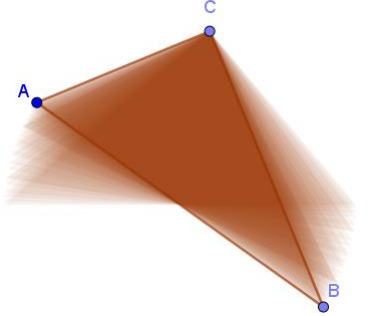
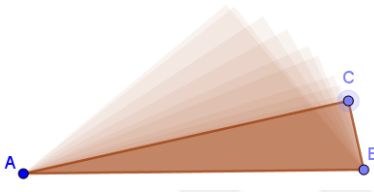
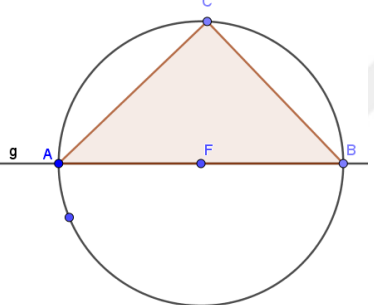
Yapılan araştırmalarda sınıf gözlemleri, öğrencilerin ulaşmak istedikleri “Bir durumu keşfetme, tahmin etme, varsayımda bulunma, varsayımları doğrulama, varsayımları test etme ve varsayımları savunma” gibi farklı hedeflere göre farklı sürüklenme türleri

kullandıklarını göstermiştir (Olivero, 2002). Araştırmalar DGY'nin öğrencilerin düşüncelerini yapılandırma, düşünme yollarını güçlendirme ve öğrencilerin varsayımda bulunma ile varsayımlarını doğrulama sürecinde karşılaştıkları bazı bilişsel zorlukların üstesinden gelmesine yardımcı olabileceğini göstermiştir (Mariotti, 2002; Baccaglioni-Frank ve Mariotti, 2010). DG ortamında teori oluşturma, farklı sürüklenme türleri yoluyla geometrik yapılar hakkında yapılandırılmış varsayımda bulunma faaliyetleri ile dinamik görsel keşiflerin bilişsel-görsel bir sürecidir (Leung ve Lopez-Real, 2002).

2.1.2.2. Dinamik geometri ortamı kara kutu etkinlikleri

DG, keşif, öngörme, doğrulama ve açıklama gibi matematiksel etkinlikler için fırsat sağlamaktadır (Arzarello vd. 2002; Hanna 2000; Healy ve Hoyles 2001). Bu etkinliklerden biri *kara kutu (black box)* olarak isimlendirilmektedir. TDK (2018) *Güncel Türkçe Sözlük*'de "Uçaklarda pilotların konuşmalarını ve kuleden gelen mesajları alıp saklayan araç" olarak tanımlanan kara kutu ismi, DG ortamında özel geometrik yapılara verilmiştir. Bu durum şu şekilde açıklanabilir: Bir uçak kazası durumunda, kazanın oluşum sürecinin araştırılmasında kara kutu adı verilen cihazın bulunması önemlidir. Kara kutuyu analiz etmeden yapılan yorumlar sadece varsayımlardan ibaret kalır. Aynı şekilde, herhangi bir geometrik yapının (kara kutu) nasıl oluştuğunu bilmeyen bir kullanıcı, yapının oluşum sürecini anlamak için DG ortamının çeşitli imkânlarından faydalanarak bu yapıyı çözümlayebilmelidir. Kara kutu etkinlikleri, nasıl inşa edildiği bilinmeyen bir geometrik yapının öğrencilere sunulduğu ve öğrencilerin aynı geometrik yapının yeniden inşa etmelerinin istendiği bir etkinlik türüdür (Laborde, 1995). Tablo 7'de üçgen inşası ile ilgili bir kara kutu örneği, arka planı ile birlikte sunulmuştur.

Tablo 7. Üçgen: Kara Kutu ve Arka Planı

	<p>Kara-kutu bir üçgen olarak verilmiştir. Üçgenin A noktası sürüklenemez bir nokta iken, B ve C noktaları sürüklenebilir noktaldır.</p>
	<p>Üçgenin B noktası sürüklenebilir yarı bağımsız noktadır. Sürükleme sonucunda arka planda, [AB] çaplı bir çember, üçgenin köşelerinin bu çember üzerinde, ABC üçgeninin ise bir dik üçgen olduğu varsayılabılır.</p>
	<p>Üçgenin C noktası sürüklenebilir yarı bağımsız noktadır. B noktasının sürüklenmesi ile ulaşılan benzer varsayımlar üretilebilir.</p>
	<p>Kara kutu arka planı solda gösterildiği gibidir. Üçgen esasen çapı gören çevre açısı tepe açısı, çapı ise tepe açısının karşısındaki kenar olarak kabul eden özel bir üçgendir.</p>

Üçgen kara kutu etkinliğinde de görüldüğü gibi (Tablo 7), kullanıcı, yapı öğeleri arasındaki ilişkileri bulmak için sürüklemeler yapabilir. Varsayımda bulunurken, sürükleme sürecinde yapının özelliklerini öngörebilmek için geometrik bilgiye de ihtiyaç vardır. Varsayımda bulunduktan sonra yapının bir noktası sürüklenerek varsayım test edilebilir (Laborde ve Laborde, 2014). Kara kutu etkinlikleri ile matematik aktivitelerinin doğası değişir, varsayımlar denenerek test edildiğinden, aktivite daha deneysel hale gelir.

Kâğıt kalem ortamında bulunmayan DG ortamına özgü özellikler, kara kutu etkinliklerinin gerçekleştirilebilmesine imkân vermektedir (Centre d'Informatique Pédagogique [CIP], 1996). Bu özellikleri kısaca belirtelim. DG ortamı;

- Yapıların dinamikliğine sürüklenme sayesinde uygundur.
- Araç menüsünü özelleştirme imkânı sunar. Bu, öğrenciye yapılardaki geometrik özelliklerin araştırılması ve doğrulanmasında rehberlik etmektedir.
- Mantıklı ve tutarlı matematiksel bir mikro dünya olduğundan, çözüm yolu veya açıklama vermeden öğrencinin kendi keşiflerini yapmasına olanak tanır.
- Öğretmene çeşitli imkânlar sunar: Çalışma sürecinde uygulanan adımları görebilme, araç menüsünü tasarlama

Kara kutunun tasarım süreci kullanıcı tarafından bilinmemektedir. Kara kutuyu çözmek, satranç oyuncusu gibi çözüm yolu için önceden varsayımlarda bulunmayı gerektirdiğinden eğlenceli bir süreçtir. Bu süreçte kullanıcının görevi, sunulan geometrik yapıdaki ilişkileri araştırmak ve yapının aynısını oluşturmaktır. Kullanıcı, kara kutuyu inşa etmek için tasarlayandan farklı bir yol araştırabilir, bu yolu bulabilir ve özellikleri keşfedebilir. Bu tür etkinlikler yeni araçların ve yeni fikirlerin ortaya çıkmasına, sorgulanmasına ve uygulamasına izin verir.

2.2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Tez çalışması ile ilgili olarak, DG ortamının varsayımda bulunma sürecindeki rolünü ele alan çalışmalar incelenmiştir.

Olivero (2001) çalışmasında, DG ortamında öğrencilerin keşfetme, varsayımda bulunma ve kanıtlama sürecini incelemeyi amaçlamıştır. Bu çalışma ile ayrıca, sınıf ortamına DG ortamını dâhil etme ve öğretmenlere farklı öğretim materyalleri kullanma ile ilgili uygulamaya yönelik bilgilerin sunumu hedeflenmiştir. Araştırma, 25 kişilik 10. sınıf öğrencileri ile yürütülmüştür (15 yaş). Araştırma, her hafta 40 dakikalık bir seans olmak üzere on seans halinde iki ay sürmüştür. Bu seansların altısı bilgisayar salonunda DG ortamında, diğer dördü ise klasik sınıf ortamında gerçekleştirilmiştir. Araştırma sürecinde, açık uçlu geometri problemlerinde DG ortamının nasıl kullanıldığını yorumlayan ve açıklayan, sürüklenme aracına odaklı

teorik bir modelin uygulanması sağlanmıştır. Araştırmanın ele aldığı genel öğrenme hedefleri keşfetme, varsayımda bulunma ve bu süreçte DG ortamı olarak Cabri yazılımını bir araç olarak kullanma, varsayımları doğrulamadır. Veri toplama aracı olarak açık uçlu problem koşullarını sağlayan etkinlikler tasarlanmıştır. Öğrencilerin açık uçlu problemler üzerinde varsayımda bulunma süreci Arzarello vd. (2002) sürüklenme türlerine göre analiz edilmiştir. Araştırmada öğrencilerin, varsayımda bulunma, varsayımlarını doğrulama, ispatlama gibi farklı amaçlara ulaşmak için farklı sürüklenme türlerini kullandıkları gözlenmiştir. Sonuç olarak, Cabri DG ortamında sürüklemenin zengin varsayımların üretilmesine olumlu katkı sağladığı bulgusuna ulaşılmıştır.

Furinghetti, Olivero ve Paolo (2001) çalışmasında, DG ortamında açık uçlu geometri problemleri aracılığıyla öğrencilerin ispat sürecinde ürettikleri varsayımları incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmada bir diğer amaç ise, öğrencilerin görselleştirme, analitik düşünme becerilerini ortaya çıkarmak ve sınıf ortamında tartışarak işbirliği içerisinde öğrenme ortamı oluşturmaktır. Araştırma, 15 kişilik bir sınıf ile yürütülmüştür (16-17 yaş). Veri toplama aracı olarak sunulan açık uçlu geometri problemleri araştırmanın amaçları çerçevesinde, öğrencilerin görselleştirme ve analitik düşüncelerini etkin kullanabilecekleri düzeyde hazırlanmıştır. Öğrencilerin akıl yürütme sürecindeki davranışlarını analiz etmek ve yorumlamak amacıyla uygulama video kaydı altına alınmıştır. Bulgular, açık uçlu geometri problemlerinin, sınıf ortamında tartışma oluşturma, öğrencilerin strateji üretebilme ve işbirliği içinde öğrenmelerine destek olduğunu ortaya koymuştur. Açık uçlu DG problemlerinin uygulanmasında, sürüklenme aracının varsayımların ortaya çıkması ve varsayımların doğrulanmasında rol oynadığı görülmüştür. Ayrıca araştırma sonucunda, sosyal ve sosyo-matematiksel normların ve öğrencilerin işbirliği içinde çalışmasının öğrenme sürecine olumlu yönde katkıda bulunduğu tespit edilmiştir.

Furinghetti ve Paola (2003), öğrencilerin algıdan varsayıma geçiş sürecinde nasıl akıl yürüttüklerini ve DG ortamı olarak Cabri'nin akıl yürütmeyi nasıl etkilediğini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma, DG ortamında öğrencilerin varsayımda bulunma ve varsayımlarını doğrulama sürecini inceleyen bir durum çalışmasıdır. Örneklem olarak, sayısal ağırlıklı bir lisenin 17 yaşındaki öğrencileri seçilmiştir. Bilgisayarda her grupta 2 veya 3 kişi olacak şekilde toplam 8 grup halinde çalışılmıştır. Çalışmada keşif için uygun ortamların yaratılması, varsayımların üretilmesi, bu varsayımların

doğrulanması gerektiğinden veri toplama aracı olarak açık uçlu problemler tercih edilmiştir. Veri toplama aracı, öğretmenlerin görüşü ile matematiksel bilgi ve kurallar göz önünde bulundurularak tasarlanmıştır. Veriler, gözlemci öğretmenin aldığı notlara ve öğrencilerin metne dönüştürülmüş konuşmalarına dayanmaktadır. Uygulama süreci varsayımlara yol açan keşif ve gözlem çalışmaları ile başlamıştır. Araştırmada öğrencilerin varsayım süreçleri Arzarello vd (2002) sürüklenme türlerine göre analiz edilmiştir. Araştırma sonucuna göre, Cabri'de açık uçlu problemlerin uygulanması matematiksel terimleri anlamlandırmada merkezi bir role sahiptir ve öğrencilerin yaratıcılığını artırmıştır. Çalışmada, DG ortamının varsayım üretme potansiyelini artırdığı gözlemlenmiştir. Öğrenciler, bir varsayım ürettikten sonra varsayımlarının doğruluğunu kanıtlamak için sürüklemeyi kullanmışlardır. Çalışmanın önemli bir diğer bulgusu ise, varsayımı doğrulamak için sürüklemenin öğrencilerin akıl yürütmelerini gerektiren bir aşama olduğu sonucudur. Bu süreçte öğrencilerin düşünme şekli analitik düşünme olarak yorumlanmaktadır.

Olivero ve Robutti (2007) çalışmasında, açık uçlu geometri problemlerinin varsayımda bulunma ve varsayımları doğrulama sürecinde DG ortamının etkisini araştırmayı amaçlamıştır. Araştırma, öğrencilerin DG ortamında sürüklenme ile varsayımları doğrulamada bilişsel süreçlerin rolü üzerine kurulmuştur. Çalışmanın araştırma soruları aşağıdaki gibi sıralanmıştır:

- DG ortamı varsayım sürecinde uzamsal-grafik alandan teorik alana geçiş sürecini nasıl etkiler?
- Öğrencilerin varsayımı doğrulama sürecinde DG ortamını kullanma yolları nasıl sınıflandırılır?

Araştırmacılar, DG'yi öğrenme ortamına entegre ederek geometri öğretimi için etkinlikler geliştirmiştir. Etkinlikler, Cabri yazılım kullanımına sahip üç farklı okulda 15-16 yaşındaki öğrencilere uygulanmıştır. Bu etkinliklerden oluşan veri toplama aracı, öğrencilerin varsayımda bulunma sürecini gözlemlemeye imkân veren açık uçlu geometri problemlerinden oluşmaktadır. Veriler, öğrencilerin çalışma sürecinde tuttıkları notlar, ekran kayıtları ve araştırmacının gözlem notlarından oluşmaktadır. Veriler, Arzarello (2000) ile Arzarello vd. (2002) çalışmalarındaki sürüklenme türlerine göre analiz edilmiştir. Bulgularda, sürüklenme sürecindeki geometrik yapıların davranışı ve ölçüm sonuçlarından alınan geri bildirimlerin öğrencileri varsayımda bulunmaya teşvik ettiği tespit edilmiştir. Ayrıca, her sürüklenme türünün varsayım

sürecini desteklediği sonucuna ulaşılmıştır. Öğrenciler, DG ortamını kullanarak varsayımlarını doğrulayabilmişlerdir. Araştırma, öğrencilerin DG ortamında varsayım sürecinde uzamsal-grafik alandan teorik alana geçiş yaptığını göstermiştir.



Baccaglioni-Frank ve Mariotti'nin (2010) çalışması iki amaca yöneliktir: Birincisi, araştırmalarda belirli sürüklenme türlerini kullanarak ortaya çıkan varsayımda bulunma süreçlerinin bazı bilişsel yönlerinin derinlemesine incelenmesi ve kullanılan sürüklenme türünün süreç içinde geliştirilmesini sağlayan bir model geliştirmek; ikincisi ise, bu modelin uygulamasını göstermektir. Geliştirilen model (*The Maintaining Dragging Model*), varsayım sürecini ortaya koymakla birlikte, varsayımın keşfetme aşamasında nasıl geliştiğini açıklamaktadır. Araştırmanın uygulama aşamasında, üç farklı lisenin birer sınıfı (16-17 yaş) ile çalışılmıştır. Veri toplama aracı, açık uçlu problemlerin koşullarını sağlayan ve modele uygun olacak şekilde varsayımda bulunma sürecini destekleyen etkinliklerden oluşturulmuştur. Çalışmanın uygulama aşamasında, Olivero'nun (2001) bulgularına paralel olarak, öğrencilerin açık uçlu problem çözme sürecinde geliştirilen varsayımların belli sürüklenme türleri ile ilişkili olduğu gözlemlenmiştir. Model özel olarak, "özellikleri koruyarak sürüklenme" türünün varsayım sürecini kapsayan farklı durumlarda ortaya çıktığını göstermektedir.

Osta, Chartouny ve Raad (2017), öğrencilerin DG ortamında varsayımda bulunma sürecini ayrıntılı bir şekilde incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemini bir özel okulun 36 10. sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Veri toplama aracı olarak, Arzarello vd.'nin (2002) sürüklenme türleri üzerine geliştirdiği açık uçlu problemler kullanılmıştır. Analiz sürecinde veriler, Arzarello vd. (2002) geliştirdiği sürüklenme türlerine göre analiz edilmiştir. Bulgular, öğrencilerin açık uçlu geometri problemlerini çözerken varsayımda bulunma sürecinde üç aşamadan geçtiğini göstermiştir. İlk iki aşamada üretilen varsayımlar, açık uçlu problem yönergeleri ile oluşturulan geometrik yapının statik haldeki algısal çıkarıma dayalı varsayımlar ve sürüklemeler sonucunda ortaya atılan varsayımlardır. Bu varsayımların geçersiz olduğu fark edildiğinde, üçüncü aşama olarak, önceki aşamalar gözden geçirilir ve bu şekilde doğru varsayımlar üretilir.

Erez ve Yerushalmy (2006), sürüklenme modellerinin dörtgenler konusunda temel kavramların öğrenilmesini nasıl etkilediğini incelemişlerdir. Öğrencilerin geometrik yapıların dinamik davranışlarını yorumlamaları ve dörtgenlerin hiyerarşik ilişkilerini

incelemeleri amacıyla, akademik başarısı yüksek 10 tane 5. sınıf öğrencisiyle çalışılmıştır (11-12 yaş). Veri toplama aracı olarak, arayüzde paralelkenar algısı veren, sürükleme sonucunda ise sırasıyla paralelkenar, yamuk ve özelliksiz dörtgen olmak üzere 3 geometrik yapı tasarlanmıştır (Tablo 8).

Tablo 8. Erez ve Yerushalmy'nin (2006) Çalışmasında Kullandıkları Veri Toplama Aracı

Arayüzde verilen geometrik yapılar	
Geometrik yapıların sürükleme sonucunda görüntülenen özellikleri	

Öğrencilerin uygulama sürecinde elde edilen verileri iki ölçüte göre analiz edilmiştir: dörtgenlerin hiyerarşik ilişkileri ve sürükleme ile ortaya çıkan geometrik mantığı anlamak. Araştırma sürecinin ilk aşamasında öğrenciler yapıyı görsel olarak incelemiş, sonrasında ise sürükleme aracılığıyla yapıların davranışlarına uygun varsayımlarda bulunmuş ve bu varsayımlarını başarılı bir şekilde test etmişlerdir. Sonuç olarak ayrıca, DG ortamının öğrencileri düşünme, soru sorma ve sınıf arkadaşlarıyla işbirlikli öğrenmeye teşvik ettiği gözlemlenmiştir.

Olsson (2018) çalışmasında, yazılımların sunduğu geri bildirimlerin öğrencilerin akıl yürütmelerine nasıl katkıda bulunduğunu araştırmayı amaçlamıştır. Bu çalışmada öğrenciye uygulama sırasında geri bildirim sağlayacak öğrenme ortamı olarak GeoGebra yazılımı kullanılmıştır. Yazılım ortamında geribildirim, sürükleme sonucunda oluşan durumdur. Araştırmanın örneklemini 16-17 yaşlarında, 8 erkek 8 kız olmak üzere 16 lise öğrencisi oluşturmaktadır. Veriler bilgisayar ekran kayıtları, ses kayıtları ve video kaydı olarak toplanmıştır. Bununla birlikte öğrencilerin etkinlikleri yapıp yapamadıklarına dair görüşme gerçekleştirilmiştir. Öğrenci diyalogları, GeoGebra ile etkileşimleri ve uygulama aşamasında sergiledikleri davranışlar incelenmiştir. Toplanan veriler, Schoenfeld (1985)'in problem çözme basamakları dikkate alınarak analiz edilmiştir. Schoenfeld (1985), Pólya'nın (1973)

dört basamaklı problem çözme yöntemini geliştirmiş ve problem çözme basamaklarını altıya çıkarmıştır. Bunlar: okuma, analiz etme, keşfetme, planlama, uygulama, doğrulamadır. Araştırma sonuçları, etkinliği başarıyla tamamlayan öğrencilerin, sürüklenme sayesinde yazılımın geri bildirimlerini verimli bir şekilde yorumlayarak, akıl yürütme yaptığını göstermiştir.

Güven (2002) tez çalışmasında, öğrencilerin DG ortamı Cabri ile geometriyi keşfederek öğrenmeyi sağlayacak bilgisayar destekli materyallerin geliştirilmesini ve geliştirilen bu materyallerin gerçek sınıf ortamında uygulanması ile ortaya çıkan öğrenme ürünleri ve öğrenci algılarının değerlendirilmesini amaçlamıştır. Çalışma süreci, etkinlik tasarımı ve geliştirme, uygulama ve değerlendirme aşamalarından oluşmaktadır. Çalışmanın tasarım aşamasında, geometriyi dinamik hale getirebilecek etkinlikler Cabri yazılımında hazırlanmıştır. Etkinliklerin geliştirilmesi aşamasında, altı matematik öğretmenine altı hafta süren bir kurs programında, 7. ve 8. sınıflar için hazırlanan etkinlikler tanıtılmış ve öneriler doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Uygulama aşamasında, etkinlikler iki ilköğretim okulunda toplam 40 öğrenciye yedi hafta süre ile uygulanmıştır. Araştırmacı öğretmen yöntemi kullanılarak, öğrencilerin bu ortamda çalışmaları sırasında ortaya çıkan öğrenme ürünleri gözlemlenmiştir. Araştırma sürecinde 10 öğrenciyle mülakat yapılmıştır. Değerlendirme aşamasında, veri toplama aracı olarak öğretmen ve öğrencilerle yapılan mülakatlar, öğrencilerin tamamladıkları çalışma yaprakları ve sınıf içi gözlemler kullanılarak elde edilen veriler nitel olarak yorumlanmıştır. Çalışma sonucunda, öğrencilerin Cabri ile geliştirilen geometri etkinlikleri üzerinde çalışırken matematiksel ilişkileri keşfedebildikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin, geometrik yapılar üzerinde yeni ilişkiler, özellikler ve örüntüler keşfettikçe kendilerine güvenlerinin arttığı, geometriyi ezberleyerek öğrenmek yerine onu araştırma, keşfetme etkinliği olarak uygulamaya başladıkları belirlenmiştir. DG ortamının dinamiklik potansiyelinin, öğrencilerin varsayımda bulunma ve varsayımlarını formal hale getirmede etkin rol üstlendiği görülmüştür. Diğer taraftan, öğrencilerin bilgilerini yapılandırma sürecinde, hazırbulunuşluk ve matematiksel dili kullanmadan kaynaklanan sorunlar yaşadıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin de, Cabri ile hazırlanan geometri etkinlikleri hakkında olumlu görüşlere sahip oldukları belirlenmiştir.

Uygan (2016) tez çalışmasında, 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının (ZGA) kazanımına yönelik dinamik geometri yazılımlarındaki öğrenme süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma, bir devlet ortaokulundaki 21 öğrenci ile gerçekleştirilen öğretim deneyi modeline uygun nitel bir çalışmadır. Öğrenciler arasından altı öğrenci araştırmanın odak katılımcıları olarak seçilmiştir. Öğretim deneyinin ilk haftalarında, katılımcıların DGY araçlarını tanımalarını sağlayan orkestrasyon tiplerine ağırlık verilmiştir. Sürecin sonraki bölümlerinde ise, katılımcıların ZGA süreçlerini destekleyen matematiksel tartışmalar yapmalarını ve işbirlikli çalışmalarını sağlayan yeni orkestrasyon tipleri kullanılmıştır. Odak katılımcıların enstrümantal oluşum ve ZGA süreçlerine ilişkin verileri klinik görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Verilerin toplanması için her öğretim bölümü öncesinde ve sonrasında araştırmacı günlüğü notları yazılmış ya da araştırmacı günlüğü videoları çekilmiş; öğretim bölümleri içerisinde ortaya çıkan verilerin kaydedilmesi için üç ayrı kamera ve ekran kaydetme özelliğine sahip bilgisayar yazılımı kullanılmıştır. GeoGebra'nın kullanıldığı öğretim bölümlerinde, tasarlanan etkinlikler amaçlarına, çözüm adımlarına ve DGY araçlarından yararlanma biçimlerine bağlı olarak altı kategoriye ayrılmıştır. Bunlar; “aracı tanıma”, “bir geometrik yapıyı analiz etme”, “geometrik yer keşfi”, “oluşum inşası”, “doğrulama”, “gizli parçayı araştırma” etkinlikleridir. Bunlardan “Oluşum inşası” türündeki etkinlikler, kara kutu etkinliklerini kapsamaktadır. Araştırma sürecinde, kara kutu etkinlikleri ile “İlişkilendirme”, “Genelleme”, “Değişmezleri Araştırma” ve “Keşif ve Yansıtma” süreçlerine odaklanılmaktadır. Kara kutu etkinliklerinde öğrencilerin verilen bir üçgen ya da dörtgen oluşumunun değişmez özelliklerini ortaya çıkarmaları ve aynı özelliklere sahip yeni bir oluşum inşa etmeleri hedeflenmiştir. Öğrenciler sürüklemeyi kullanarak verilen oluşumun değişmez özelliklerini incelemiş, doğru biçimde analiz etmiş ve aynı özellikleri içeren yeni bir oluşumu inşa etmiştir. Öğrenciler başarısız oldukları durumlarda, sürükleme testi yardımıyla “özelliklerini koruyup korumadıklarını” değerlendirmiş, hatalarını tespit etmiş ve istenen oluşumları inşa etmiştir. Öğrencilerin oluşumlara yönelik çözüm süreçlerini ve sürükleme stratejilerindeki becerilerini geliştirmelerinde kara kutu etkinliklerinin özel bir yere sahip olduğu görülmüştür. Araştırmada, öğrenciler kara kutu kapsamında çokgenlerin özelliklerini dönüşüm geometrisiyle ilişkilendirmiş, oluşumların içerisindeki bağımlı bağımsız yapıları analiz etmiş ve özelliklere göre genellemeler yapmışlardır. Sonuç

olarak kara kutu etkinliklerinde tamamladıkları oluşumları sürüklenme testi yardımıyla değerlendirdikleri ve hataları üzerinde akıl yürüterek oluşumlara yönelik doğru stratejileri geliştirmeyi başardıkları belirlenmiştir.

2.3. ALANYAZIN TARAMASININ SONUCU

İlgili alanyazında, DG ortamında varsayımda bulunma süreci ile ilgili, sürüklenme aracının potansiyel katkıları üzerine araştırmalar yapıldığı görülmüştür. Araştırmalar, sürüklenme aracının varsayımda bulunma sürecinde önemli bir rol üstlendiğini göstermektedir. Genel olarak, DG ortamına özgü etkinliklerin akıl yürütme, ilişkilendirme, genelleme, varsayımda bulunma ve varsayımları doğrulama süreçlerinde öğrencileri desteklediği ortaya konmuştur.

Araştırmalarda veri toplama aracı olarak çoğunlukla DG ortamına özgü açık uçlu problemlere yer verilmiştir. Bu tarz etkinliklerde, öğrenciden beklenen, yönerge eşliğinde istenen yapıları inşa etmek ve oluşan yapılardaki özellikleri ortaya çıkarmaktır.

Araştırmaların örneklem seçiminde ilköğretim öğrencilerine göre ortaöğretim öğrencilerine daha çok yoğunlaşıldığı görülmektedir. Bunun ana nedeni, varsayımın, ispat sürecinin önemli bir bileşeni olması ve ispat sürecinin de bilişsel olarak -belli bir matematiksel alt yapı gerektirmesi dolayısıyla- ortaöğretim seviyesine uygun olmasından kaynaklanmaktadır.

Yurt dışı araştırmalara göre, yurt içi araştırmaların azlığı dikkat çekmektedir. Türkiye’de yapılan araştırmalar incelendiğinde, DG ortamında ortaokul düzeyinde varsayımda bulunma sürecini özel olarak ele alan herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Bu tez çalışmasında, ortaokul seviyesindeki temel birikim ve seviyeye uygun olarak hazırlanan geometrik yapıların gözlemlenmesi ile DG ortamının ortaokul öğrencilerinin varsayımda bulunma sürecinin gelişimine nasıl katkı yapabileceği incelenecektir. Ayrıca, açık uçlu problemlerden farklı olarak, kara-kutu etkinlikleri kullanılacaktır. Bu sayede, gözlemlenen yapının özelliklerine ilave olarak, inşa süreci ile ilgili varsayımlara da ulaşılması hedeflenmektedir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, araştırma grubu, veri toplama araçları ve süreci, verilerin analizi başlıklarına yer verilmiştir.

3.1. ARAŞTIRMA MODELİ

Araştırmanın amacı, öğrencilerin varsayımda bulunma sürecinde DG ortamının rolünü ortaya koymaktır. Araştırmamızda belirlenen bir durumun derinlemesine incelenerek, duruma ilişkin sonuçlar ortaya konmasını ve bu şekilde benzer durumların anlaşılmasını sağlayan nitel araştırma desenlerinden durum çalışması (örnek olay) kullanılmıştır (Merriam, 2009; Şimşek ve Yıldırım, 2011). Creswell'in (2007) ifadesiyle durum çalışması, araştırmacının sınırlı bir ya da birkaç sistemi (durumlar), pek çok kaynaktan topladığı (gözlemler, yüz yüze görüşmeler, görsel işitsel malzemeler, doküman ve raporlar) ayrıntılı ve derinlemesine verileri kullanarak zaman içinde keşfettiği ve durumu betimleyerek durum ile ilgili temaları raporladığı bir yaklaşımdır.

3.2. ARAŞTIRMA GRUBU

Araştırma grubu, *amaçlı örnekleme* yöntemlerinden *ölçüt örnekleme* ile belirlenmiştir. Patton'a (1980) göre amaçlı örnekleme, zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektedir. Amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örneklemenin temel anlayışı, önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılmasıdır ve burada sözü edilen ölçüt veya ölçütler

araştırmacı tarafından oluşturulabilir ya da daha önceden hazırlanmış bir ölçüt listesi kullanılabilir (Şimşek ve Yıldırım, 2011).

Buna göre araştırma grubu belirlenirken iki ölçüt temel alınmıştır:

- Ortaokul son sınıf öğrencileri: Zengin ilişkilendirmeler yapabilmek için yeterli matematiksel altyapıya sahip olmaları bakımından ortaokul son sınıf seviyesi tercih edilmiştir. Öğrencilerin bilgi yeterlilikleri, araştırmacı tarafından oluşturulan “*Kavram Tarama Testi*” ile belirlenmiştir.
- DG ortamında çalışabilecek gerekli teknolojik bilgiye sahip olan öğrenciler: Araştırmaı yürütebilmek için, öğrencilerin gerekli teknolojiyi kullanma becerisine yeterli seviyede sahip olmaları önemlidir. Öğrencilerin DG ortamında çalışabilme yeterlikleri, araştırmacı tarafından hazırlanan ve verilen DGY eğitimleri sonunda belirlenmiştir.

Bu ölçütlere göre, uygun teknolojik altyapıya sahip bir devlet ortaokulunun sekizinci sınıf öğrencileri, Geometri Temel Bilgi Testi ve DGY Eğitimleri olmak üzere iki aşamada araştırma grubuna seçilmiştir. İlk aşamada Geometri Temel Bilgi Testi’ne katılan 160 öğrenciden en başarılı 10 öğrenci ikinci aşamada DGY eğitimlerine tabi tutulmuştur. DGY eğitim sürecinde başarılı bir performans sergileyen 6 öğrenci, araştırma grubuna dâhil edilmiştir. Araştırma kapsamında öğrencilerin ikiyeşerli gruplar halinde çalışması uygun görülmüş ve gruplar A, B, C; gruplardaki öğrenciler ise sırasıyla Ayşe ile Ayla, Belma ile Buket ve Ceyda ile Ceren olarak takma isimlerle kodlanmıştır.

İlerleyen paragraflarda, araştırma grubunun belirlenmesi amacıyla hazırlanarak uygulanan Geometri Temel Bilgi Testi ve DGY Eğitimleri ile ilgili süreç açıklanmıştır.

3.2.1. Geometri Temel Bilgi Testi’nin Hazırlanması ve Uygulanması

Araştırma grubunu belirlemek üzere, ilk aşamada, araştırmacı tarafından OMÖP “*Geometri ve Ölçme*” öğrenme alanı kazanımları dikkate alınarak, öğrencilerin matematiksel kavram bilgilerini temel düzeyde belirleyici sorulardan oluşturulan Geometri Temel Bilgi Testi hazırlanmıştır (Ek-1. Geometri Temel Bilgi Testi). Sorular, araştırma sürecinde gerekli olan konularla sınırlandırılmıştır (çokgen ve çember özellikleri, üçgende özel doğrular (kenarortay, açortay, yükseklik, kenar orta

dikme), üçgen, dörtgenlerin simetri eksenleri, çokgenlerde yansıma ve dönme gibi). Sorular genel olarak, verilen seçeneklerden uygun olanları işaretleme ve istenen çizimleri oluşturma şeklinde sunulmuştur. Geometri Temel Bilgi Testi'nden bir kesit Şekil 3'te verilmiştir.

2. Aşağıdaki ABC üçgeninde \hat{A} iç açısı ve [BC] kenarına ait sırasıyla kenarortay, açıortay, yükseklik ve kenar orta dikme doğrularını çizelim. Bu doğruların özelliklerine uygun seçenekleri işaretleyelim.

	Kenarortay	Açıortay	Yükseklik	Kenar orta dikme
Ait olduğu/kestiği kenarı iki eş parçaya ayırır	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ait olduğu/kestiği kenarı dik açıyla keser	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ait olduğu açığı iki eş açığa ayırır	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Şekil 3. Geometri Temel Bilgi Testi'nden Bir Kesit

Öğrencilerin gerek liseye geçiş sınavlarına hazırlanmaları gerekse bir konu zenginliğine sahip olmaları göz önünde bulundurularak, testin uygulanması için en ideal dönem olarak, eğitim öğretim yılının sonuna doğru, *Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş (TEOG)* sınavının tamamlanmasından sonraki bir zaman dilimi olarak belirlenmiştir. Test, kâğıt kalem ortamında, okulun sekizinci sınıf düzeyinde eğitim gören 160 öğrenciye, bir ders saati süresinde uygulanmıştır. Geometri Temel Bilgi Testi sonucunda en başarılı 10 öğrenci araştırma grubunun belirlenmesi amacıyla hazırlanan DGY eğitimlerine alınmıştır.

3.2.2. DGY Eğitimlerinin Hazırlanması ve Uygulanması

Araştırma grubunu belirlemek üzere, ikinci ve son aşama, öğrencilerin DGY kullanma becerisine yeterli seviyede erişebilmiş olma durumlarıyla alakalıdır. Bu amaçla

araştırmacı tarafından iki bölümden oluşan DGY eğitimi hazırlanmıştır (Ek-2. GeoGebra Eğitim I Etkinlik Listesi ile Ek-3. GeoGebra Eğitim II Etkinlik Listesi). Birinci bölüm, yazılım araçlarını genel olarak tanıma ve kullanma ile ilgili GeoGebra Eğitimi I, ikinci bölüm ise, DG'ye özgü sürükleme ve kara kutu etkinliği mantığını kavrama ile ilgili GeoGebra Eğitimi II uygulamalarından oluşmaktadır.

Eğitimler günde 4 ders saatlik seanslar halinde, ilk hafta GeoGebra Eğitimi I, ikinci hafta GeoGebra Eğitimi II olmak üzere, 2 haftada tamamlanmak üzere planlanmıştır. Bu eğitimler, araştırmacı tarafından uygulamalı olarak, okulun bilgisayar laboratuvarında, sabahları ilk dört ders saatinde gerçekleştirilmiştir.

DGY eğitimleri sonunda, araştırmacının gözlemleri doğrultusunda yeterli teknolojik bilgiye sahip öğrenciler arasından, araştırmaya katılmaya istekli ve ikişerli çalışabilecek 6 ğrenci araştırma grubuna seçilmiştir.

Eğitimleri gerçekleştirmek üzere bir DG yazılımı olan GeoGebra kullanılmıştır. Yazılımın seçimi ve eğitim içerikleri ilerleyen başlıklarda açıklanmıştır.

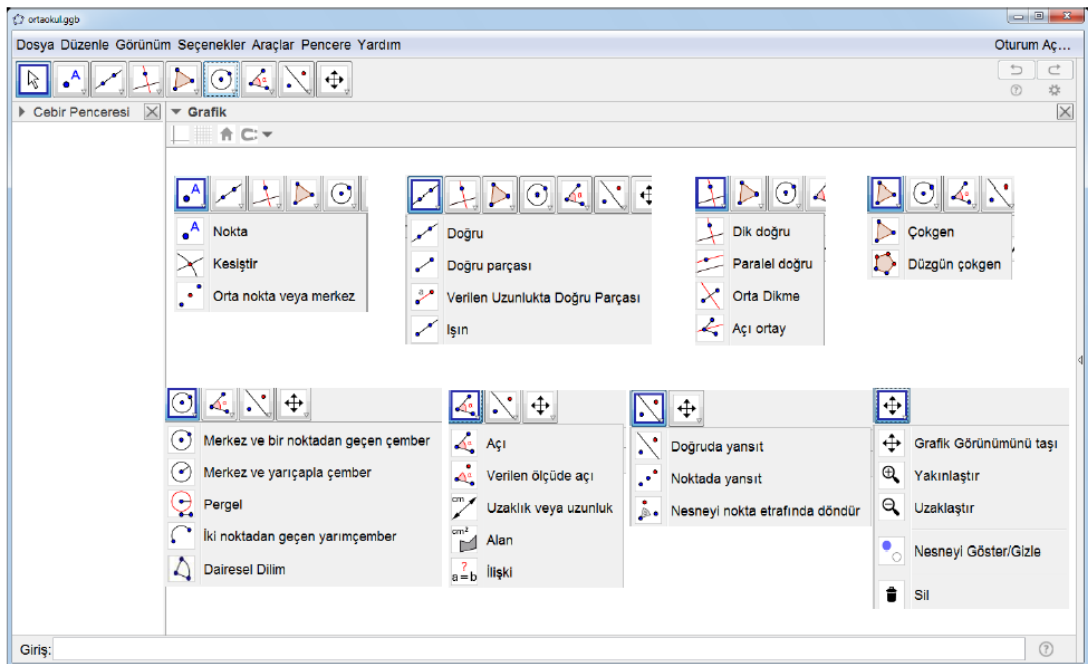
3.2.2.1. DG yazılımının seçimi: GeoGebra

Araştırmada, Türkçe dil desteği olan, ücretsiz, dünyada yaygın olarak kullanılan ve ortaokul seviyesine uyarlanabilen GeoGebra DG yazılımı kullanılmıştır. GeoGebra (<http://www.geogebra.org>) birden fazla dinamik gösterimi, çeşitli matematik alanları, modelleme ve simülasyonlar gibi çok çeşitli hesaplamaya yardımcı programları birleştiren, toplumun her kesiminin ulaşımına açık bir dinamik matematik öğrenme ortamı olmakla beraber (Bu ve Schoen, 2011), sezgisel olarak kullanımı kolay bir yazılımdır (Hohenwarter ve Preiner, 2007).

GeoGebra, birçok ğretmen tarafından, öğrencilerin deneyerek ve keşfederek öğrenmesini teşvik etmede araç olarak kullanılmaktadır (Hohenwarter, Hohenwarter ve Lavicza, 2009; Hohenwarter ve Lavicza, 2007). Yazılımın temelinde, matematiği ilköğretimden niversiteye kadar öğrenme ve öğretme için, diğer DG yazılımlarının genel olarak ayrı ayrı ele aldığı geometri, cebir ve hesaplamayı, tek bir yazılım halinde birleştirme fikri yer almaktadır (Hohenwarter, Hohenwarter, Kreis ve Lavicza, 2008). GeoGebra'daki temel nesnelere, noktalar, vektörler, daireler, çokgenler, doğrular, tüm konik bölümleri ve x değişkenine bağlı fonksiyonlar şeklinde özetlenebilir. Yazılımda, nesnelere sürükleyerek dinamik olarak değiştirmek, noktaların veya vektörlerin

koordinatlarını, doğru ve eğrilerin denklemlerini, konik kesitleri veya fonksiyonları, sayılar ile açıları doğrudan sisteme girmek mümkündür (Hohenwarter ve Fuchs, 2004).

Temel ve ileri düzey matematiksel işlevleri yerine getirebilmenin yanında, GeoGebra yazılımı araç çubuğu, istenen seviyeye göre uyarlanabilmektedir. Eğitimler ve araştırma kapsamında, araç çubuğu ortaokul matematik kavramları seviyesine uygun olarak “*ortaokul.ggb*” adıyla özelleştirilmiştir. Ortaokul.ggb araç çubuğu ve erişime açık araçların listesi Şekil 4’te verilmiştir.



Şekil 4. Eğitimler ve Araştırma Sürecinde Erişime Açık GeoGebra Araç Çubuğu ve Araçları












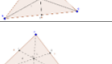





3.2.2.2. GeoGebra eğitimi I

GeoGebra Eğitimi I bölümünde, GeoGebra yazılımının, ortaokul düzeyine uygun şekilde düzenlenen yazılım araçlarının tanıtımı ve kullanım bilgisinin kazandırılması amaçlanmıştır (Ek-2. GeoGebra Eğitim I Etkinlik Listesi). Bu eğitim için, araştırmacı tarafından basitten karmaşığa ilkesine göre toplam 8 etkinlik tasarlanmıştır (Tablo 9).

Tablo 9. GeoGebra Eğitimi I Etkinlik Listesi

1. Üçgen oluşturma (doğrular ve kesişimleri ile)
2. Üçgen açıortaylarını oluşturma
3. Üçgen kenarortay ve yüksekliklerini oluşturma
4. Paralelkenar oluşturma (kenar uzunlukları belli olan)
5. Kare oluşturma (doğru parçası, ortadikme ve çember ile)
6. Karenin eksenlere göre yansımaları oluşturma
7. Eşkenar üçgen oluşturma (verilen ölçüde açı aracı ile)
8. Çemberler ile eşkenar üçgen ve eşkenar dörtgen oluşturma.

Her etkinlik için kâğıt kalem ortamında yönerge hazırlanmıştır. Bu yönergenin hazırlanmasında, öğrencinin “yeni kullanıcı” vasfı dikkate alınarak, yönergedeki her adım için kullanılacak Geogebra arayüzünde yer alan araç görseli, araç ismi, yönerge ve beklenen çizim oluşturulmuştur. Böylece öğrencinin rehberle en az şekilde ihtiyaç duyması ve yazılımı bireysel olarak kullanması hedeflenmiştir. Şekil 5’te “Üçgen açıortaylarını oluşturma” etkinliğinin yönergesi örnek olarak sunulmuştur.

2. Üçgenin açıortaylarını ve açıortaylarının kesişim noktasını belirleyelim.			
1	 Çokgen	Ekranında bir üçgen oluşturalım.	
2	 Açıortay	Üçgenin her köşesinden geçen açıortayları çizelim. Açıortay oluşturmak istediğimiz köşe diğer iki köşenin arasında kalacak şekilde seçilir (B köşesi için sırasıyla ABC).	
3	 Kesişim	Açıortayların üçgen kenarlarıyla kesiştiği noktaları belirleyelim.	
4	 Gizle/göster	Oluşturulan açıortayları gizleyelim (nesne üzerinde sağ tıklama - Nesneyi göster).	
5	 Doğru Parçası	Açıortayların kenarları kestiği nokta ile karşılıklı köşeleri doğru parçalarıyla birleştirelim.	
6	 Kesişim	Doğru parçalarının kesişim noktasını belirleyelim.	
7	 Özellikler	Nesne üzerinde sağ tıklama - Özellikler. “Özellikler” sekmesinden nesnelere değişiklikler yapabiliriz. Örneğin kesişim noktasının rengini değiştirebiliriz. Doğruların stilini (kesikli - sürekli) değiştirelim.	
8	 Etiket göster/gizle	Gerekli/gereksiz etiketleri gizleme. Şeklin daha açık ve anlaşılır olması için gereksiz etiketler kaldırılabilir.	
9	 Kaydet	İşlemlerimizi kaydedelim.	

Şekil 5. GeoGebra Eğitimi I “Üçgen Açıortaylarını Oluşturma” Etkinliği Yönergesi

Her öğrenciye kâğıt kalem ortamında etkinlik yönergeleri verilmiş ve araştırmacının akıllı tahta uygulamasının rehberliğinde, öğrencilerin GeoGebra boş arayüzünde uygulama yapmaları sağlanmıştır.

3.2.2.3. GeoGebra eğitimi II

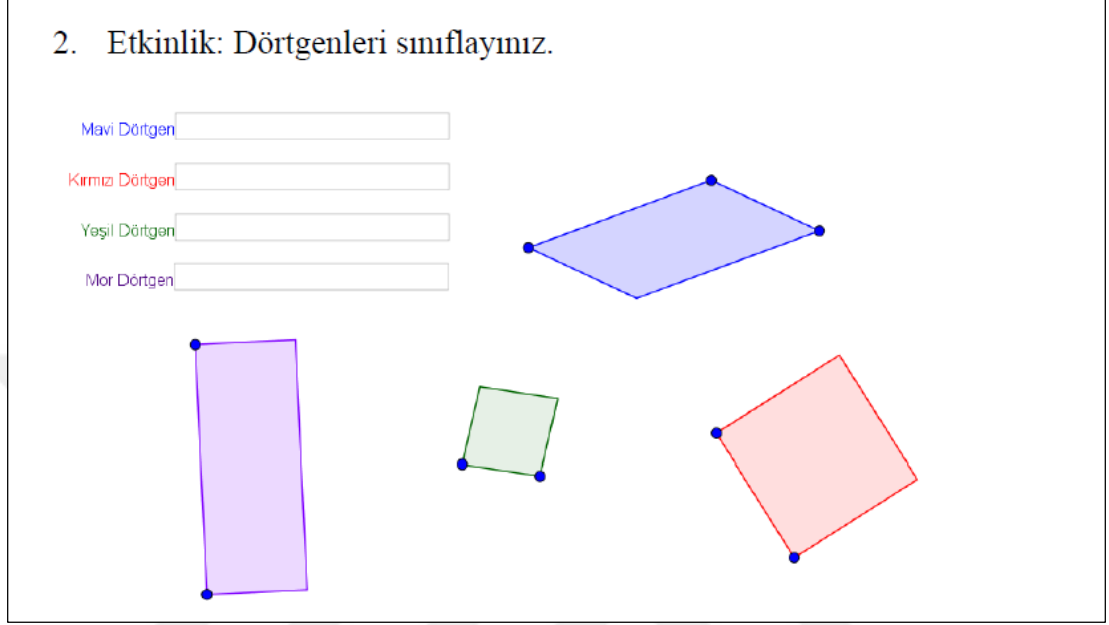
GeoGebra Eğitimi II bölümünde, öğrencilerin sürükleme özelliğini ve kara kutu mantığını kavraması amaçlanmıştır. Eğitim içeriği, araştırmacı tarafından basitten karmaşığa ilkesine göre, ilk 6'sı “gözlem etkinliği”, son 3'ü “gözlem ve oluşturma etkinliği” olmak üzere toplam 9 kara kutudan oluşmuştur (Tablo 10).

Tablo 10. GeoGebra Eğitimi II Etkinlik Listesi

-
1. Üçgen çeşitleri
 2. Dörtgen çeşitleri
 3. Doğrusal noktalar
 4. Üçgende özel doğrular
 5. Noktalar
 6. Üçgenler ve yansıma
 7. Üçgen ve noktalar
 8. Çember ve noktalar
 9. Üçgen ve çember
-

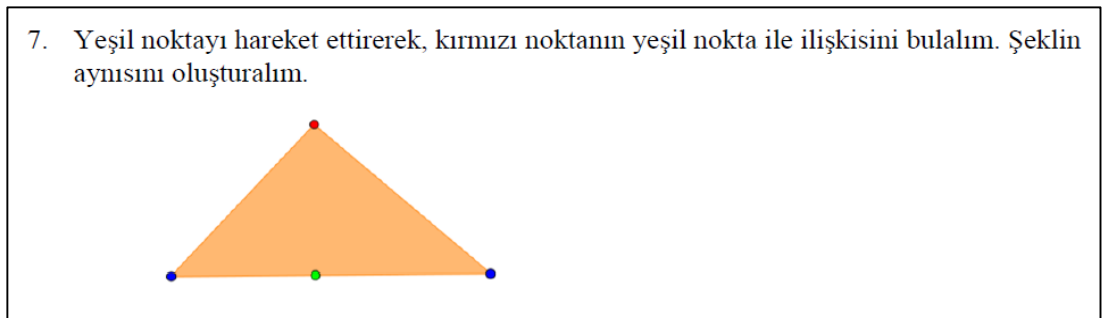
Her etkinlik için GeoGebra arayüzüne kısa yönerge eşliğinde birer kara kutu hazırlanmıştır. Kara kutuların tasarlanmasında dikkat edilmesi gereken en önemli özellik, oluşum sürecinin gizli olmasıdır. GeoGebra ortamında “Nesneyi Göster/Gizle” veya “İnşa Protokolü” gibi, bir yapının inşa aşamalarını gösterebilecek yazılım araçları mevcuttur. Bu araçların etkinliğini ortadan kaldırmak amacıyla, kara kutular yeni araç olarak oluşturulmuştur. Yeni araç oluşumu, teknik olarak, bir yapının arka planını gizlemeyi sağlar. Ayrıca, öğrencilerin kara kutular üzerindeki noktaların davranışlarını ayırt edebilmelerine yardımcı olabilmek için, benzer özellikteki noktalar aynı renkte kodlanmıştır.

Gözlem etkinliklerinde, öğrencilerden sadece serbestçe araştırma ve gözlem yapmaları beklenmiştir. Şekil 6’da “Dörtgen çeşitleri” gözlem etkinliğine ait arayüz örnek olarak sunulmuştur.



Şekil 6. GeoGebra Eğitimi II “Gözlem: Dörtgen Çeşitleri” Etkinliğine Ait Arayüz

Gözlem ve oluşturma etkinliklerinde ise, öğrencilerden araştırma ve gözlem sonrasında, verilen kara kutunun aynısının oluşturulması beklenmiştir. Şekil 7’de “Üçgen nokta” gözlem ve oluşturma etkinliğine ait arayüz örnek olarak sunulmuştur.

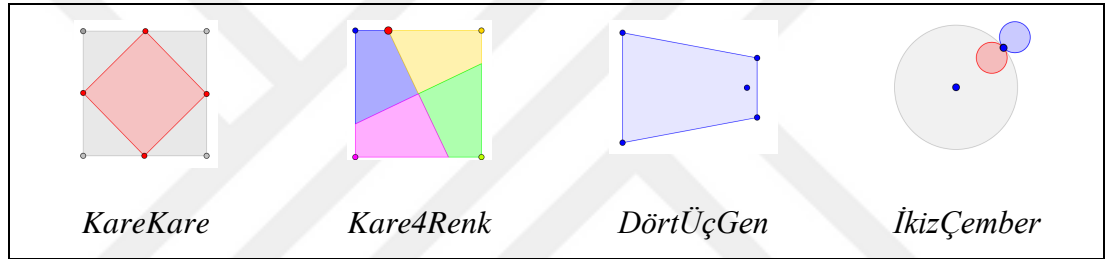


Şekil 7. GeoGebra Eğitimi II “Üçgen Nokta” Etkinliğine Ait Arayüz

Eğitimin bu bölümünde araştırmacı, öğrencilerden gelen yardım talebi doğrultusunda rehberlik yapmış, bunun dışında öğrenciler bireysel veya kendi aralarında iş birliği yaparak çalışmışlardır.

3.3. VERİ TOPLAMA ARACI

Araştırmanın veri toplama aracı dört kara kutu etkinliğinden oluşmaktadır. Kara kutular, GeoGebra yazılım arayüzünde “*Şekli inceleyelim ve aynısını oluşturalım. Yeni şekil aynı özelliklere sahip olmalı*” yönergesi eşliğinde sunulmuştur. Şekil 8’de araştırmada kullanılan kara kutular isimleriyle sunulmaktadır.



Şekil 8. Veri Toplama Aracı Olarak Kullanılan Kara Kutular

3.3.1. Veri Toplama Aracının Geliştirilmesi

Ortaokul matematik dersi öğretim programı kazanımlarına uygun, varsayımda bulunma, ilişkilendirme, akıl yürütme, strateji üretme becerilerini ortaya koyacak ve DG ortamının güçlü yönlerini ön plana çıkaran “Kara Kutu” özelliklerini taşıyacak şekilde dört etkinlik, uzman görüşü alınarak veri toplama aracı olarak belirlenmiştir. Veri toplama aracı içerisindeki kara kutu etkinliklerinden *KareKare* ve *Kare4Renk* alanyazında bilinen etkinliklerdendir (Tapan-Brouin, 2010). *DörtÜçGen* ve *İkizÇember* etkinlikleri ise, araştırmacı tarafından geliştirilmiştir.

Araştırmanın amacına yönelik veriler elde etmek için kara kutuların bazı özellikleri taşımaya dikkat edilmiştir. Veri toplama aracının geçerliği ile ilgili olan bu özellikler aşağıda listelenmiştir:


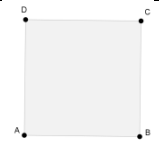

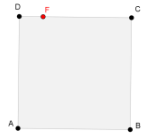


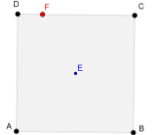

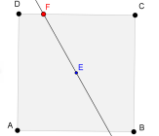



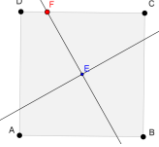


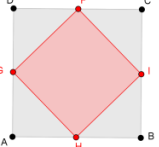
- Öğrencilerin Matematiksel bilgi düzeylerine uygun olma,
- Öğrencilerin DG yazılımı kullanma bilgi ve becerilerine uygun olma,
- Varsayımda bulunma sürecinin gerçekleşmesine ve DG ortamının potansiyel gücünün kullanılmasına imkân verme,
- Farklı çözüm yollarının üretilmesine imkân verme.

Öğrencilerin varsayımda bulunma süreçlerini zenginleştirmek ve sürüklenme türlerini etkili bir biçimde kullanabilmelerini sağlamak amacıyla, kara kutular, algısal olarak belli özellikleri ön plana çıkaracak şekilde tasarlanmış ve arayüzde sunulmuştur. Yapı üzerinde, sürüklenen ve sürüklenmeyen nesnelerin davranışları birbirinden farklıdır. İlk varsayım, sürüklemeden bağımsız bir şekilde, algıya dayalı olarak üretilebilirken, diğer varsayımlar sürüklenme türlerine bağlı olarak ortaya çıkabilir. Kara kutuların varsayımda bulunma sürecine nasıl katkı sağlayabilecekleri ilerleyen paragraflarda “Ön Analiz” başlığı altında sunulmuştur. Bu başlıkta, kara kutu etkinliklerinin geometrik yapısı, özellikleri, varsayımda bulunma sürecindeki olası katkıları detaylı bir şekilde sunulurken veri toplama aracının geçerliği amaçlanmıştır.

3.3.1.1. *KareKare* kara kutusunun ön analizi

KareKare kara kutusu çokgen, düzgün çokgen, nokta, doğru, köşegen, dik doğru ve açı gibi matematiksel kavramları kapsayan kara kutu etkinliğidir. Bu kara kutunun öncelikle inşa adımlarını sunalım (Tablo 11).

Tablo 11. Karekare Kara Kutusu İnşa Adımları

İnşa adımları	İnşa görseli
Bir kare oluşturulur (<i>Düzgün Çokgen</i> ) .	
Karenin herhangi bir kenarı üzerinde bir nokta oluşturulur (<i>Nokta</i> ) .	
Karenin köşegenlerinin kesişim noktası oluşturulur (<i>Doğru Parçası</i>  ve <i>Kesiştir</i> veya <i>Orta Nokta</i> ) . Bu nokta aynı zamanda iç karenin köşegenlerinin kesişim noktasıdır.	
İç karenin birinci köşegeni oluşturulur. F ve E noktasından geçen köşegen doğrusu çizilir (<i>Doğru</i> ) .	
İç karenin ikinci köşegeni oluşturulur. Üç farklı yoldan çizim gerçekleştirilebilir: <ul style="list-style-type: none"> • Köşegen doğrusuna E noktasından dik doğru çizilir (<i>Dik Doğru</i> ) . • Köşegen doğrusuna E noktasına göre 90^0 lik dönme simetrisi uygulanır (<i>Nokta etrafında döndürme</i> ) . • Köşegen doğrusuna E noktasından 90^0 lik açı oluşturulur ve diğer köşegen doğrusu çizilir (<i>Verilen ölçüde açı</i> ) . 	
Köşegenlerin dış kareyi kestiği noktalar belirlenerek (<i>Kesiştir</i> ) bu noktaları köşe kabul eden iç kare oluşturulur (<i>Çokgen</i> ) .	

KareKare kara kutusunun, varsayımda bulunma sürecine nasıl katkı sağlayabileceğini analiz edelim (Tablo 12).




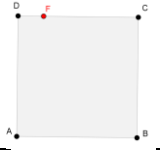



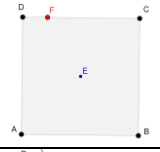

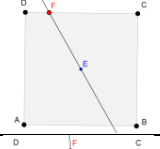



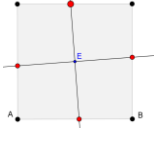

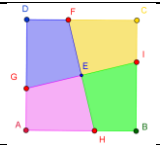
Tablo 12. KareKare Kara Kutu Etkinliğinde Varsayımda Bulunma Süreci

Varsayım	Görsel
İlk algı, şeklin iç içe iki kareden oluştuğudur: içteki karenin (iç kare) köşeleri dıştaki karenin (dış kare) kenar orta noktalarıdır.	
Rastgele sürüklemeler sonucunda, kareler halen iç içe olma özelliklerini korumakta, fakat iç karenin köşeleri dış karenin sadece orta noktasında değil, buldukları kenar boyunca hareket etmektedir.	
A ve B noktaları dış karenin komşu iki köşesidir ve sürüklenebilir noktalar. Bu noktaların sürükleme işlemindeki görevleri aynı olmakla birlikte, tüm şeklin belli bir oranda büyüyüp küçülmesini sağlar ve dış ile iç karenin, kare özellikleri korunmaktadır. Sağda A noktasının sürüklenme sürecindeki davranışı görülmektedir. A ve B noktalarını sürüklenme sürecindeki kare davranışını gözlemleyen bir kullanıcı, dış karenin GeoGebra araç bilgisinden yola çıkarak Düzgün Çokgen aracıyla inşa edildiği varsayımına yönelebilecektir.	
İç karede sadece F noktası sürüklenebilir noktadır. Bu sürüklenme sonucunda, iç karenin köşe noktaları F noktasının sürüklenmesine bağlı olarak dış karede buldukları kenar üzerinde hareket etmektedir. Ayrıca, iç kare belli bir oranda büyüyüp küçülmektedir. İç karenin sürüklenme sürecindeki davranışını göstermek için iz aracı kullanılmıştır. F noktasının sürüklenmesi, varsayımında bulunmada esas rol oynar.	
A ve B noktalarının sürüklenmesiyle diğer noktaların nasıl hareket ettiğini iz aracıyla tespit etmek, varsayım sürecine katkı sağlamayacaktır. F noktası sürüklenirken G, H ve I noktaları hareket etmektedir. Yalnız bu noktaların hareket güzergâhları şekil üzerinde belli olduğu için, iz aracının varsayım sürecine bir katkısı söz konusu değildir.	

3.3.1.2. Kare4Renk kara kutusunun ön analizi

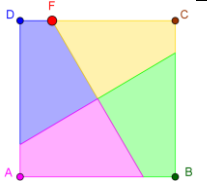
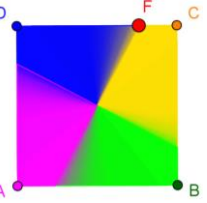
Kare4Renk çokgen, düzgün çokgen, nokta, doğru, köşegen, diklik ve açı gibi matematiksel kavramları kapsayan kara kutu etkinliğidir. Bu kara kutunun öncelikle inşa adımlarını sunalım (Tablo 13).

Tablo 13. Kare4Renk Kara Kutusu İnşa Adımları

İnşa adımları	İnşa görseli
Bir kare oluşturulur (<i>Düzgün Çokgen</i> ).	
Karenin herhangi bir kenarı üzerinde bir nokta oluşturulur (<i>Nokta</i> ).	
Karenin köşegenlerinin kesişim noktası oluşturulur (<i>Doğru Parçası</i>  ve <i>Kesiştir</i>  veya <i>Orta Nokta</i> ).	
F ve E noktalarından geçen doğru çizilir (<i>Doğru</i> ).	
E noktasından geçen ikinci doğru oluşturulur. Üç farklı yoldan çizim gerçekleştirilebilir: <ul style="list-style-type: none"> İlk doğruya E noktasından dik doğru çizilir (<i>Dik Doğru</i> ). İlk doğruya E noktasına göre 90^0 lik dönme simetrisi uygulanır (<i>Nokta etrafında döndürme</i> ). İlk doğruya E noktasından 90^0 lik açı oluşturulur ve ikinci doğru çizilir (<i>Verilen ölçüde açı</i> ). 	
(D, F, E, G) – (F, C, I, E) – (E, I, B, H) ve (G, E, H, A) nokta grupları ile dörtgenler oluşturulur (<i>Çokgen</i> ).	

Kare4Renk kara kutusunun, varsayımda bulunma sürecine nasıl katkı sağlayabileceğini analiz edelim (Tablo 14).







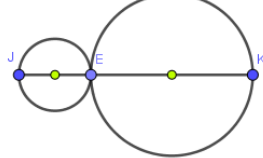


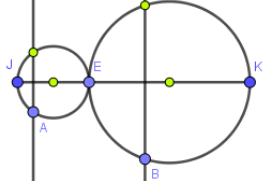

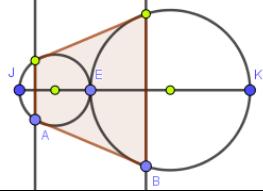
Tablo 14. Kare4Renk Kara Kutu Etkinliğinde Varsayımında Bulunma Süreci

Varsayım	Görsel
<p>İlk algı, kare dört bölgeye ayrılmıştır. Bu ayırma işlemi sonucu oluşan geometrik şekiller birbirine eştir. İç bölgeler karşılıklı olarak, kesişim noktasına (<i>orijin</i>) göre birbirine simetrikdir. Sürüklemeler sonucunda bu özellikler aynı kalmaktadır.</p>	
<p>A, B ve F noktaları sürüklenebilir noktalardır. A ve B noktalarının sürükleme işlemindeki görevleri aynı olmakla birlikte, tüm şeklin belli bir oranda büyüyüp küçülmesini sağlar. F noktası ise sadece DC kenarı üzerinde hareket etmektedir. F noktasının sürüklenmesi sonucunda dört bölgenin şekli değişir, fakat alan ölçüleri sabit kalır.</p>	
<p>A ve B noktaları: Bu iki nokta karenin komşu iki köşesidir. GeoGebra araç bilgisine sahip bir kullanıcı, A ve B noktalarının sürükleme sürecindeki kare davranışından Düzgün Çokgen aracıyla inşa edilmiş bir geometrik yapı olduğu varsayımına yönelecektir.</p>	
<p>F noktası: Kullanıcının varsayım üretmesinde en etkin noktadır. Örneğin: bölgeleri ayıran doğrular, F noktasına bağlıdır ve bölgeler birbiriyle dik kesişir.</p>	
<p>A ve B noktalarının sürüklenmesiyle diğer noktaların nasıl hareket ettiğini iz aracıyla tespit etmek bir işe yaramayacaktır. F noktasına bağlı nesnelerin hareket yolları belli aralıklarda sınırlıdır bu sebepten iz aracının kullanımı etkisizdir.</p>	

3.3.1.3. DörtÜçGen kara kutusunun ön analizi

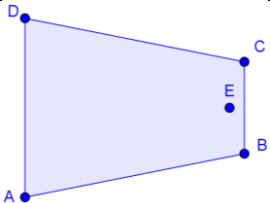
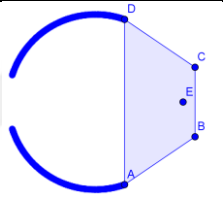
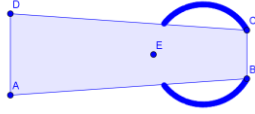
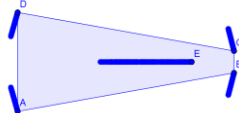
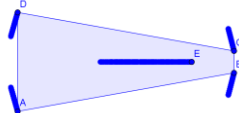
DörtÜçGen doğru, doğru parçası, nokta, orta nokta, çember, yansıma ve dik doğru gibi matematiksel kavramları kapsayan kara kutu etkinliğidir. Bu kara kutunun öncelikle inşa adımlarını sunalım (Tablo 15).

Tablo 15. DörtÜçGen Kara Kutusu İnşa Adımları

İnşa adımları	İnşa görseli
Doğru parçası ve doğru parçası üzerinde rastgele bir nokta belirleyelim (<i>Nokta</i>  , <i>Doğru parçası</i> ).	
JE ve EK doğru parçalarının orta noktalarını belirleyelim (<i>Orta Nokta</i> ).	
Orta noktaları merkez kabul eden, çapları JE ve EK olan E noktasında birbirine teğet iki çember çizilir (<i>Merkez ve bir noktadan geçen çember</i> ).	
Çemberlerin çaplarına dik olacak şekilde çemberin bir noktasından geçen doğru oluşturulur ve çember ile doğrunun diğer kesim noktaları belirlenir (<i>Dik doğru</i>  ve <i>Kesiştir</i> ).	
Dik doğrular ile çemberlerin kesim noktalarını köşe kabul eden dörtgen oluşturulur (<i>Çokgen</i> ).	

DörtÜçGen kara kutusunun, varsayımda bulunma sürecine nasıl katkı sağlayabileceğini analiz edelim (Tablo 16).



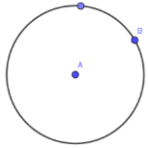


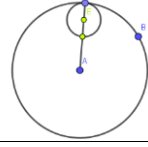



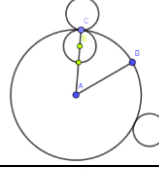

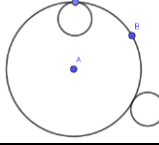
Tablo 16. DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliğinde Varsayımda Bulunma Süreci

Varsayım	Görsel
<p>İlk algı, bir dörtgen ve içinde bir nokta bulunmaktadır. DA kenarı ile CB kenarı paraleldir. AB kenarı ile DC kenarı eşit uzunluktadır. Ayrıca iç açılar arasında $s(\widehat{ABC}) = s(\widehat{DCB})$ $s(\widehat{DAB}) = s(\widehat{ADC})$ bağıntısı vardır. $ABCD$ ikizkenar yamuktur. Rastgele sürüklenme işleminde şekil farklı çokgenlere dönüşmektedir. İlk algı sadece yamuk şekli ile sınırlıdır.</p>	
<p>A, B ve E noktaları sürüklenebilir noktalardır. A ve B noktalarının sürüklenme işlemindeki görevleri aynı olmakla birlikte, D noktası A noktasına, C noktası ise B noktasına bağlıdır. A, B ve E noktalarının sürüklenmesiyle farklı çokgenler oluşmaktadır. A noktası sadece BC, B noktası ise sadece AD kenarının konumu ve uzunluğunu etkilemektedir. E noktası şeklin tamamına etki etmektedir.</p>	
<p>A noktasının sürüklenmesi sürecinde, D noktası A noktasına bağlı olarak davranış göstermektedir (iz aracı A noktasının sürüklenme sürecindeki davranışlarını göstermek amaçlı etkinleştirilmiştir). A noktasının sürüklenmesiyle, A ve D noktalarının davranışları gözlemlendiğinde, bir çember çevresinde gezindiği görülmektedir.</p>	
<p>B noktasının sürüklenmesi sürecinde, D noktası B noktasına bağlı olarak davranış göstermektedir (iz aracı B noktasının sürüklenme sürecindeki davranışlarını göstermek amaçlı etkinleştirilmiştir). B noktasının sürüklenmesiyle, B ve C noktalarının davranışları gözlemlendiğinde, bir çember çevresinde gezindiği görülmektedir.</p>	
<p>E noktası yatay bir doğru parçası boyunca sürüklenebilmektedir. E noktasının sürüklenme sürecindeki E noktasına bağlı olarak yapı nesnelерinin davranışı sağdaki gibidir (nesnelерin davranışları gösterilmek amaçlı iz aracı etkinleştirilmiştir).</p>	
<p>A, B ve E noktaları varsayım sürecinde etkin noktalardır. Örnek olarak: A noktası: A ve D noktaları AD kenarının orta noktasına göre simetrikdir. B noktası: B ve C noktaları, BC kenarının orta noktasına göre simetrikdir. E noktası: Bir doğru üzerinde hareket etmektedir.</p>	

3.3.1.4. İkizÇember kara kutusunun ön analizi

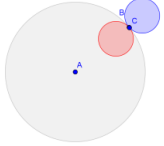
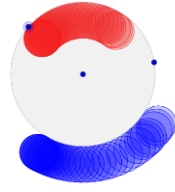
İkizÇember çember, nokta, doğru parçası ve yansıma gibi matematiksel kavramları kapsayan kara kutu etkinliğidir. Bu kara kutunun öncelikle inşa adımlarını sunalım (Tablo 17).

Tablo 17. İkizÇember Kara Kutu İnşa Adımları

İnşa adımları	İnşa görseli
Düzlemde bir çember oluşturulur ve bu çember üzerinde bir nokta belirlenir (<i>Merkez ve bir noktadan geçen çember</i>  ve <i>Nokta</i> ).	
AC yarıçapı çizilir. C noktasına teğet, AC yarıçapının yarısını çap kabul eden çember oluşturulur (<i>Doğru parçası</i>  , <i>Merkez ve bir noktadan geçen çember</i> ).	
Küçük çember, C noktasına göre, büyük çembere dıştan teğet olacak şekilde yansıtılır. AB yarıçapı çizilir ve dıştan teğet çember AB doğrusuna göre yansıtılır (<i>Doğru parçası</i>  , <i>Doğruda yansıt</i>  , <i>Noktada yansıt</i> ).	
Etkinlik şekli dışında kalan nesnelere gizlenir (<i>Nesneyi göster</i> ).	

İkizÇember kara kutusunun, varsayımda bulunma sürecine nasıl katkı sağlayabileceğini analiz edelim (Tablo 18).

Tablo 18. İkizÇember Kara Kutu Etkinliğinde Varsayımda Bulunma Süreci

Varsayım	Görsel
İlk algıya göre şekilde, büyük bir çember ve çemberin iç ve dış bölgesinde, birbirine teğet iki küçük çember yer almaktadır. Küçük çemberler teğet noktasına göre simetriktir. Sürüklenme sonucunda küçük çemberlerin büyük çembere teğet olma durumu bozulmazken, birbirine teğet olma durumları bozulmaktadır.	
A ve B noktalarının sürüklenmesiyle şeklin boyutu ve dış bölgedeki çemberin konumu değişmektedir. B noktası büyük çember çevresinde gezinmektedir. C noktasının sürüklenmesiyle, küçük çemberlerin konumları büyük çemberin çevresi üzerinde birbirine zıt yönde hareket ederek değişmektedir. B noktasının sürüklenme sürecindeki B noktasına bağlı olarak yapı nesnelere davranışı sağdaki gibidir.	
A ve B noktaları: A noktası büyük çemberin merkezidir. BA uzunluğu büyük çemberin yarıçapıdır. C noktası: Küçük çemberler A ve B noktalarından geçen doğru üzerinde iki farklı noktada birbirine teğettir.	
A, B ve C noktalarının güzergâhları çember üzerinde olduğundan varsayım sürecinde iz aracının rolü yoktur.	

3.4. VERİ TOPLAMA SÜRECİ

Veri toplama süreci, okulun bilgisayar laboratuvarında gerçekleştirilmiş ve bir bilgisayarda iki öğrencinin çalışabileceği şekilde tasarlanmıştır. Üç bilgisayara harici disk yoluyla GeoGebra ve bir ekran/ses kayıt yazılımı yüklenmiştir.

Araştırmanın, geçerliği ve güvenilirliği dikkate alındığında, iki nedene bağlı olarak eğitim ve öğretim yılının ikinci dönem sonuna yakın tarihlerde yapılması uygun görülmüştür. Bu nedenler:

- Ortaokul matematik ders içeriğinin işlenmiş olması: Öğrencilerin zengin ilişkilendirmeler yapabilmeleri için yeterli matematiksel altyapıya sahip olabilmeleri önemlidir.
- *Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş (TEOG)* sınavlarının tamamlanması: Ortaokul son sınıf süreci, öğrencilerin yoğun olarak sınava hazırlık dönemini kapsadığından, bu süreçte gerek öğrenci, gerek araştırmanın olumsuz yönde etkileneceği düşünülmüştür.

Veri toplama sürecinde, grup çalışması, sesli düşünme süreçlerini kayıt altına alabilmeyi sağlayabileceğinden (Olsson, 2018) bilgisayarlarda ikili oturma düzeni uygulanmıştır. Veriler, araştırmacı müdahalesi olmadan toplanan ekran görüntüleri ve ses kayıtlarından oluşmaktadır.

Veri toplama süreci, her kara kutu etkinliği için bir seans olmak üzere, süre sınırı konmaksızın, toplam dört seansta tamamlanmıştır.

3.5. VERİLERİN ANALİZİ

Kara kutu etkinliklerinin ortaokul öğrencilerinin varsayımda bulunma sürecine katkıları analiz edilirken Miles ve Huberman'ın (1994) üç başlıklı nitel analiz yöntemi rehber alınmıştır. Bu analiz yöntemi sırasıyla, *verileri azaltma (data reduction)*, *verileri görselleştirme (data display)* ve *sonuca ulaşma ve doğrulama (conclusion drawing/ verification)* aşamalarını kapsamaktadır. Veri analizi ayrıntılı ve analiz kesitleriyle desteklenerek, araştırmanın güvenilirliği sağlanmaya çalışılmıştır. Çalışmanın analiz yöntemlerini ilerleyen paragraflarda açıklayalım.

3.5.1. Verileri Azaltma (*Data Reduction*) Aşaması

Bu aşama, video ve ses kayıtlarının metne dönüştürülmesi ile elde edilen verilerin araştırmanın amacına göre seçilmesi veya dönüştürülme sürecini ifade eder. Araştırmacıların veriler toplamadan önce karar verdiği, kavramsal çerçevenin, araştırma sorularının ve veri grubunun neye dayanarak seçileceğini kararlaştırması gibi süreçleri kapsar. Bu süreçlerde veri azaltma olayı meydana gelebilir (özetlerin yazılması, kodlama, temaların belirlenmesi, küme oluşturma, bölümlenme yapma, not yazma). Veri azaltma veya dönüştürme süreci, araştırma tamamlanana kadar uygulama sürecinden sonra da devam eder.

Çalışmada, öncelikle ses ve ekran görüntüleri yazılı ve görsel metne dönüştürülmüştür. Uygulama sürecinde öğrenciler arasındaki konuşmalar ve ekran görüntüleri Office programı kullanılarak bilgisayar ortamına aktarılmıştır.

3.5.2. Verileri Görselleştirme (*Data Display*) Aşaması

Nitel verilerde en sık görülen görselleştirme biçimi, detaylandırılmış metindir. Görselleştirilmiş verileri incelemek, verileri anlamlandırmamıza ve analiz etmemize yardımcı olur. Araştırmacı, bu aşamada, azaltılan verileri tablo, şekil, şema, grafik veya kodlama olarak ne şekilde görselleştireceğine karar verir.

Bu çalışmada, araştırma problemine cevap verebilecek nitelikte teorik kavramlar ve bilgiler belirlenerek veri analizinde kullanılmıştır. Bu kavram ve bilgiler, “*sürüklenme türleri*”, “*çizim/geometrik şekil*”, “*DG bilgisi*” ile “*varsayımda bulunma ve uygulama*” şeklinde olup, ilerleyen paragraflarda kodlama hakkında açıklama sunulmuştur.

3.5.2.1. Sürüklenme türleri ile ilgili kodlama

Çalışmada, sürüklenme türleri, öğrencilerin hangi aşamalarda varsayımda bulunduğunu ve DG ortamının varsayım sürecine potansiyel etkisini ortaya çıkarmada büyük rol oynamaktadır. Dolayısıyla, BÖLÜM II’de ayrıntılı olarak sunulan Baccaglioni-Frank’ın (2009) sürüklenme türleri referans olarak alınmış ve isimleri aşağıdaki gibi kod olarak oluşturulmuştur.

- Rastgele sürüklenme: RS
- Özellikleri koruyarak sürüklenme: OS
- İz bırakarak sürüklenme: IS
- Sürüklenme testi (başarısız): ST(-)
- Sürüklenme testi (başarılı): ST(+)

3.5.2.2. Çizim/geometrik şekil ile ilgili kodlama

Kara kutuların, çözümlendikten sonra yeniden inşa sürecinde, öğrencilerin varsayımlarını doğru bir şekilde test edebilmeleri için, *çizim/geometrik şekil* ayrımını doğru yapabilmeleri önemlidir. Öğrencilerin oluşturdukları yapıların hangi türden olduğu incelenerek kodlanmıştır ve inşa sürecinde kullanılan araçlar belirtilmiştir. Araçların adındaki her sözcüğün ilk harfleri büyük olacak şekilde yazı tipi kullanılmıştır.

3.5.2.3. DG bilgisi ile ilgili kodlama

DG ortamında çalışmak, kâğıt/kalem ortamından farklı olarak, *DG bilgisi* gerektirmektedir. Uygulama sürecinde, öğrencilerin DG ortamı bilgisi çerçevesinde düşünmeleri (örneğin “kesişim noktası sürüklenemez”) ve araçları teknik olarak kullanım yeterliği *DG bilgisi* şeklinde kodlanmıştır.

3.5.2.4. Varsayıma dayalı süreçle ilgili kodlama

Genel olarak ilk varsayımların ortaya çıkmasına öncülük eden iki araç vardır: sürüklenme türleri ve sürüklenmeden bağımsız olarak algısal çıkarım. DG ortamında yapı üzerinde rastgele sürüklemeler ile kullanıcı ilk varsayımlarını ortaya atabilmektedir (Arzarello vd., 2002). Yapıyla ilk karşılaştığı anda temsil edilen nesne ile ilgili ilk akıl yürütme yoluyla öncül önermelerden yeni bir önermeye varma süreci algısal çıkarım sürecidir (Çalışkan-Dedeoğlu, 2016; Tapan-Broutin, 2016). Algısal çıkarım süreci A ile kodlanmıştır.

Kara kutu etkinlikleri öğrencilerin bir yapıyı inceleme ve yeniden oluşturmasını gerektirdiğinden, uygulama sürecinde varsayıma dayalı olarak iki aşamalı bir süreç belirlenmiştir. İlk aşama, varsayımda bulunma, ikinci aşama ise, varsayımı test etme sürecinde kullanılan çizim stratejilerinden oluşmaktadır. Bu aşamalarda, “*Varsayım*”

(V) ve “*Strateji*” (S), geçersiz olanların sonuna (-) eklenerek kodlanmıştır. Varsayımın doğruluğunu test etmede kullanılan sonuçta elde edilen görsel ile sürüklenme testi ise sırasıyla G ve ST şeklinde kodlanmıştır.

3.5.3. Sonuca Ulaşma ve Doğrulama (*Conclusion Drawing/Verification*) Aşaması

Bu son aşamada, verilerin amaca göre yorumlanması ve doğrulanması gerekmektedir. Veri toplama sürecinin başlangıcından itibaren nitel analiz çerçevesinde, verilere gerekli düzenlemelerin yapılmasına, düzenlenen verilerden elde edilen sonuçların ne anlama geldiğine karar verilmiştir. Çalışmada, analize ilişkin tablolar oluşturulmuş ve sütun başlıklarında, soldan sağa, öğrencilerin konuşma sırasına göre numaraları, takma isimleri, konuşma metinleri, uygulama sürecinde oluşturulan inşa görselleri ve son olarak, analiz kodları yer almaktadır.

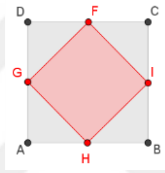
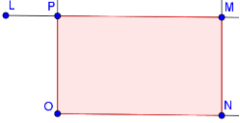
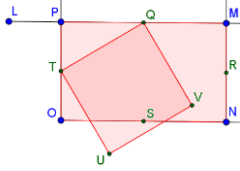
Analizlerin yürütülebilmesi için tablolar daha küçük birimlere ayrılmıştır. Bir varsayımın ileri sürülmesi ile başlayan ve doğrulama sürecini kapsayan herbir birime “Girişim” adı verilmiş, her etkinlik ve grup için roma rakamlarıyla kronolojik olarak numaralandırılmıştır.

Örnek olarak, *KareKare* kara kutu etkinliğinde A grubunun varsayımda bulunma süreci ile ilgili bir analiz kesiti verilmiştir (Tablo 19).

Tablo 19. Sonuca Ulaşma ve Doğrulama Aşaması Analiz Örneği: Karekare Kara kutu Etkinliği A Grubu Girişim I Varsayımında Bulunma Süreci ile İlgili Bir Analiz Kesiti

Ayşe ve Ayla, *KareKare* kara kutusu üzerinde rastgele sürüklemeler yaparak nesnelerin davranışlarıyla ilgili “İçindeki şey hareket ediyor ama her yerden hareket etmiyor (02: Ayşe)” şeklinde bir sonuca varır (Tablo 20). Rastgele sürükleme sonrasında, kara kutuyu oluşturmak için ilk stratejinin belirlenerek uygulanmasına başlanır (04). Dış kare çizimi, ışınların kesişimi şeklinde gerçekleştirilir, kenarların eşitliği ve açıların dikliği görsel olarak ayarlanır (strateji 1, 03). Bu çizimin kare özelliklerini algısal olarak yansıtmaması öğrenciler tarafından fark edilse de (04-05), çizim değiştirilmez. Ayşe ve Ayla’nın rastgele sürükleme sonucunda “İç karenin köşeleri, dış karenin orta noktalarıdır (07)” şeklinde geçersiz bir varsayımda buldukları anlaşılmaktadır. Ayla’nın “Direkt düzgün çokgenden yapsana (06)” teklifi üzerine, iç kare çizimi için, dış karenin orta noktaları belirlenerek, Düzgün Çokgen aracıyla köşeleri bu orta noktalardan oluşan bir kare çizmeye çalışılır (07). Fakat bu çizimin kara kutu ile görsel olarak bağdaşmadığı gözlemlenir ve dolayısıyla strateji 1 başarısız olarak kabul edilir (07).

Ayşe ve Ayla özetle, algı ve çizime dayalı bir strateji kullanmıştır. Öğrenciler kara kutu uygulamasının ilk safhasında, rastgele sürüklemeler sonucunda, algıya dayalı bir varsayımda bulunarak yanlış bir strateji uygulamışlardır.

No	İsim	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
01	Ayşe	Bunu nasıl yapacağız? (<i>Rastgele sürükleme yapılır</i>)		Sürükleme Türü: RS
02	Ayşe	(<i>Noktalardan sürüklemeler sonucunda</i>) İçindeki şey hareket ediyor ama her yerden hareket etmiyor.		
03	Ayşe	Şey şey Bu şeyden (<i>Dış kare çizimi: Işın aracını seçerek oluşum aşamasına başlanır</i>).		Strateji 1: Başlangıç Çizim: Işın aracı ile dış kare
04	Ayla	Kare olmadı ama değil mi?		
05	Ayşe	Tam kare olmadı ama		
06	Ayla	Direkt düzgün çokgenden yapsana		
07	Ayşe	(<i>İç kare çizimi: Işınların kesişim noktaları dörtgenin köşeleridir. Dörtgenin orta noktalarını belirleyerek, Düzgün Çokgen aracıyla köşeleri bu noktalardan oluşan bir kare çizmeye çalışılır</i>).		Algısal Çıkarım Varsayım 1 (-): İç karenin köşeleri, dış karenin orta noktalarıdır. Geometrik şekil: Düzgün Çokgen aracıyla iç kare Strateji 1: Son

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde araştırma kapsamında ele alınan nitel verilerden elde edilen bulgulara yer verilmektedir. Bulgular, etkinlik sırası ve her etkinlik için grup sırasına göre düzenlenmiştir.

Etkinlikler bazında, öncelikle her grup için uygulama boyunca kullanılan sürüklenme türleri, geliştirilen varsayımlar, varsayımları test etme sürecinde uygulanan stratejiler ve son olarak, stratejilerin doğruluğunu test etmede kullanılan araçlar ile sonuçları diyagram eşliğinde özet olarak sunulmuştur. Diyagramlarda, satırlar kronolojik sıraya göre oluşturulmuştur. Yanlış temellenen varsayım ve stratejiler ile başarısızlıkla sonlanan uygulamalar (-) işareti ile belirtilmiştir. Öğrencilerin varsayımda bulunma süreçlerini içeren metin parçaları (tablolar) eşliğinde uygulama süreci girişimler bazında betimlenmiş ve yorumlanmıştır.

Son olarak, her grup için öğrencilerin varsayımda bulunma ve varsayım doğrulama süreçleri sürüklenme türleri ile ilişkili olarak grafiklerle desteklenerek açıklanmıştır. Grafikler, öğrenci gruplarının varsayımda bulunma ve varsayım doğrulama süreçlerinde hangi sürüklenme türlerini ve doğrulama araçlarını kullandıklarını gösteren dağılım grafikleridir. Grafiklerde dikey ekseninde varsayımlar, yatay ekseninde ise kronolojik olarak varsayımın oluşumunda rol oynayan stratejiler yer almaktadır. Bu grafiklerde, etkinlikler bazında her grup için uygulama boyunca aşağıdaki bilgilere yer verilmiştir.

- Kullanılan sürüklenme türleri (RS: Rastgele sürüklenme, OS: Özellikleri koruyarak sürüklenme, IS: İz bırakarak sürüklenme),
- Geliştirilen varsayımlar (varsayımlar numaralandırılmıştır ve geçersiz olanlar “-” ile gösterilmiştir: V1(-), V2(-), ... ; A: Algısal çıkarım)
- Varsayımları test etme sürecinde uygulanan stratejiler (stratejiler numaralandırılmıştır: S1, S2, ...)

- Stratejilerin doğruluğunu test etmede kullanılan araçlar (G: Görsel, ST: Sürüklenme testi)

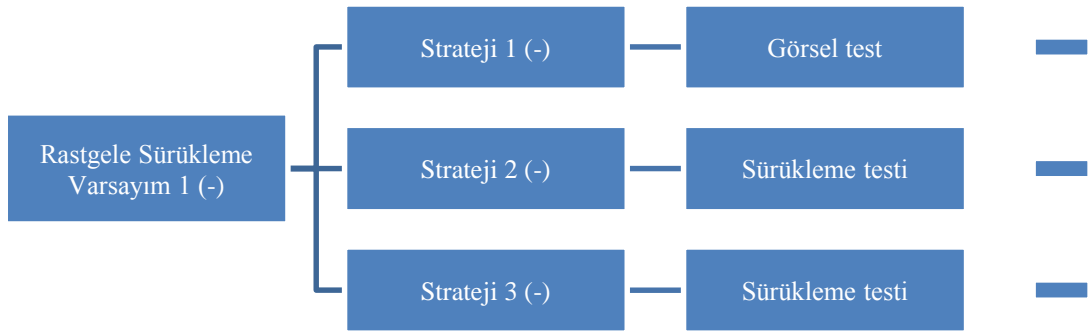
Grafiklerde ayrıca renk kodlaması yapılmış olup, yeşil renk geçerli, pembe renk ise geçersiz varsayım sürecini belirtmek için kullanılmıştır.

4.1. KAREKARE KARA KUTU ETKİNLİĞİNDE VARSAYIMDA BULUNMA SÜRECİ

KareKare kara kutusunun ön analizinde belirtildiği gibi, arayüzde iç kare ve dış kare olarak tanımlayabileceğimiz iç içe iki kare bulunmaktadır. İlk algıya göre, iç karenin köşeleri dış karenin kenar orta noktaları üzerindedir. Sürüklenme sonucunda, iç karenin köşeleri buldukları kenar boyunca hareket etmektedir (bkz. 3.3.1.1. KareKare kara kutusunun ön analizi).

4.1.1. A Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular

A grubunun uygulamasına ait bulgular Şekil 9’da özetlenmiş ve ilerleyen paragraflarda analiz edilmiştir.

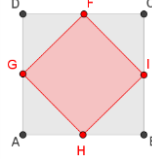
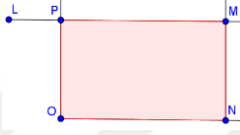
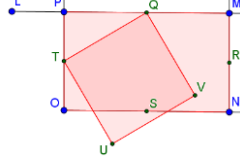


Şekil 9. A Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci

4.1.1.1. Girişim I

Ayşe ve Ayla, *KareKare* kara kutusu üzerinde rastgele sürüklemeler yaparak nesnelerin davranışlarıyla ilgili “*İçindeki şey hareket ediyor ama her yerden hareket etmiyor*” (02: Tablo 20) şeklinde bir sonuca varır. Rastgele sürükleme sonrasında, kara kutuyu oluşturmak için ilk stratejinin belirlenerek uygulanmasına başlanır (04). Dış kare çizimi, ışınların kesişimi şeklinde gerçekleştirilir, kenarların eşitliği ve açılarının dikliği görsel olarak ayarlanır (03: strateji 1). Bu çizimin kare özelliklerini algısal olarak yansıtmaması öğrenciler tarafından fark edilse de (04-05), çizim değiştirilmez. Ayşe ve Ayla’nın rastgele sürükleme sonucunda “iç karenin köşeleri, dış karenin orta noktalarıdır” (07) şeklinde geçersiz bir varsayımda (varsayım 1) buldukları anlaşılmaktadır. Ayla’nın “*Direkt düzgün çokgenden yapsana*” (06) teklifi üzerine, iç kare çizimi için, dış karenin orta noktaları belirlenerek, Düzgün Çokgen aracıyla köşeleri bu orta noktalardan oluşan bir kare çizmeye çalışılır (07). Fakat bu çizimin kara kutu ile görsel olarak bağdaşmadığı gözlemlenir ve dolayısıyla strateji 1 başarısız olarak kabul edilir (07).

Tablo 20. A Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I

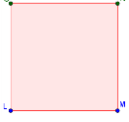
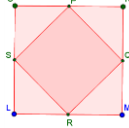
	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
01	Ayşe Bunu nasıl yapacağız? (<i>Rastgele sürüklenme yapılır</i>)		Sürüklenme Türü: RS
02	Ayşe (<i>Noktalardan sürüklemeler sonucunda</i>) İçindeki şey hareket ediyor ama her yerden hareket etmiyor.		
03	Ayşe Şey şey Bu şeyden (<i>Dış kare çizimi: Işın aracını seçerek oluşum aşamasına başlanır</i>).		Strateji 1: Başlangıç Çizim: Işın aracı ile dış kare
04	Ayla Kare olmadı ama değil mi?		
05	Ayşe Tam kare olmadı ama		
06	Ayla Direkt düzgün çokgenden yapsana		
07	(<i>İç kare çizimi: Işımların kesişim noktaları dörtgenin köşeleridir. Dörtgenin orta noktalarını belirleyerek, Düzgün Çokgen aracıyla köşeleri bu noktalardan oluşan bir kare çizmeye çalışılır</i>).		Algısal Çıkarım Varsayım 1 (-): İç karenin köşeleri, dış karenin orta noktalarıdır. Geometrik şekil: Düzgün Çokgen aracıyla iç kare Strateji 1: Son

Ayşe ve Ayla, algı ve çizime dayalı bir strateji kullanmıştır. Öğrenciler kara kutu uygulamasının ilk safhasında, rastgele sürüklemeler sonucunda, algıya dayalı bir varsayımda bulunarak yanlış bir strateji uygulamışlardır.

4.1.1.2. Girişim II

Ayşe ve Ayla başarısız oldukları strateji 1 sonrası aynı varsayıma dayalı farklı bir strateji uygular (Tablo 21). İlk stratejide dış karenin çizimi için kullanılan Işın aracı yerine Düzgün Çokgen aracı kullanılır ve Orta Nokta aracı ile karenin kenar orta noktaları belirlenir (15). İç kareyi oluşturmak için Çokgen aracıyla dış karenin orta noktalarından geçen dörtgen oluşturulur (16). Oluşturulan şekil görsel olarak kara kutu ile benzerlik göstermektedir (16). Ayşe ve Ayla şekil üzerinde sürüklenme yapmaya çalışır. Fakat orta noktalar sürüklenemez, dolayısıyla strateji 2 başarısız olur (17).

Tablo 21. A Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II

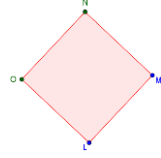
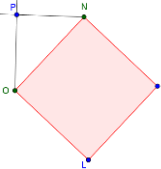
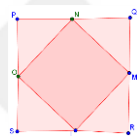
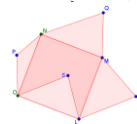
	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
12	Ayşe Bak bir daha yapalım ama kareden yap sen.		Strateji 2: Başlangıç
13	Ayla Düzgün çokgen mi?		
14	Ayşe Olur.		
15	(Dış kare çizimi: Düzgün çokgen aracıyla dış kare, Orta Nokta aracıyla kenar orta noktaları oluşturulur)		Geometrik şekil: Düzgün çokgen aracıyla dış kare, Orta Nokta aracıyla orta nokta
16	Ayşe Çokgen seç. (İç kare çizimi: Çokgen aracıyla köşeleri dış karenin kenar orta noktaları olan çokgen oluşturulur)		Çizim: Çokgen aracıyla iç kare
17	(Noktalarından sürüklemeler yapılır, şekil kara kutu özellikleri ile örtüşmemektedir).		Sürükleme Türü: ST(-) Strateji 2: Son

Strateji 1 ile elde edilen şeklin kara kutu ile bağdaşmaması sonucunda, varsayımın geçersizliği hakkında bir sorgulama yapılmadan, aynı varsayım korunarak, strateji değişikliğine gidilmiştir. Strateji 2’de dış karenin Düzgün Çokgen, iç karenin ise, köşeleri dış karenin orta noktaları olan Çokgen aracıyla gerçekleştirilmesinin yeterli olabileceği düşünülmüş, fakat DG bilgisine göre “orta noktaların sürüklenemezlik” ilkesi öğrenciler tarafından anlaşılmamıştır.

4.1.1.3. Girişim III

Ayşe ve Ayla “iç karenin köşeleri, dış karenin orta noktalarıdır” varsayımı üzerine algısal çıkarım sonucu “Önce şunu yapıp sonra şunu yapalım. (Önce iç sonra dış kareyi oluşturacak şekilde planlanır) O zaman ne oluyor deneyelim” (30: Ayşe) şeklinde strateji geliştirir (Tablo 22). Düzgün Çokgen aracıyla iç kare oluşturulur (31). Ayla Işın aracıyla görsel olarak kara kutuya benzer dış kare oluşturmaya çalışır (33). Bunun üzerine Ayşe “Onlar doğru mu? Dik yollasaydın, dik değil ki direkt dik doğru yollaman daha mantıklı” (34) ifadesiyle oluşturulan şeklin kare özelliklerine sahip olması gerektiğini belirtir. Çokgen aracıyla görsel olarak dış kare oluşturulur (35). Çizimin kara kutu ile görsel olarak benzerlik gösterdiği, ancak sürükleme testi sonucu kara kutu ile örtüşmediği gözlemlenir (36).

Tablo 22. A Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim III

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
30	Ayşe Haa hımm ben bilmiyorum. Daha demin kareyi yaptık hiç hoş olmadı. Önce şunu yapıp sonra şunu yapalım. <i>(Önce iç yapıp sonra dış kareyi oluşturacak şekilde planlanır)</i> O zaman ne oluyor deneyelim.		Strateji 3: Başlangıç Algısal Çıkarım
31	<i>Ayla kare oluşturur.</i>		Geometrik şekil: Düzgün Çokgen aracıyla iç kare
32	Ayşe Normal çokgenden de yapabilirsin aslında. Çizebilir misin? <i>(Dış kare)</i>		
33	<i>Ayla ışınla büyük karenin bir köşesini oluşturmaya çalışır.</i>		Çizim: Işın aracıyla dış kare
34	Ayşe Onlar doğru mu? Dik yollasaydın, dik değil ki direkt dik doğru yollaman daha mantıklı <i>(Dış kare köşelerini).</i>		DG Bilgisi
35	Ayşe Hayır, benim yapmak istediğim başkaydı <i>(Çokgen aracıyla görsel olarak dış kare oluşturmaya çalışılır).</i>		Çizim: Çokgen aracıyla dış kare
36	<i>Noktalardan sürükleyerek şekil test edilir, başarısız oldukları görülür.</i>		Sürükleme Türü: ST(-) Strateji 3: Son

Strateji 3’de diğer stratejilerden farklı olarak, çizime iç kareden başlanır. Bu stratejinin DG ortamında nesnelere arası bağımlılık durumunu dikkate almaya yönelik olarak geliştirildiği anlaşılmaktadır. Fakat iç kare, dış kare üzerinde hareket ettiğinden, iç kare dış kareye bağımlıdır ve dolayısıyla ondan sonra oluşturulmalıdır. DG bilgisinin tam anlaşılmağı olması ile birlikte, öğrenciler uygun araç seçiminde de yanlış kararlar almıştır (karenin Işın aracı ile çizilmesi).

A grubunun *KareKare* kara kutu etkinliği uygulama sürecinde varsayımların sürükleme türlerine göre dağılımı, geliştirdikleri stratejiler ve varsayım doğrulama sürecinde kullanılan araçların kronolojik dağılımını gösteren grafik Şekil 10’da özetlenmiştir.

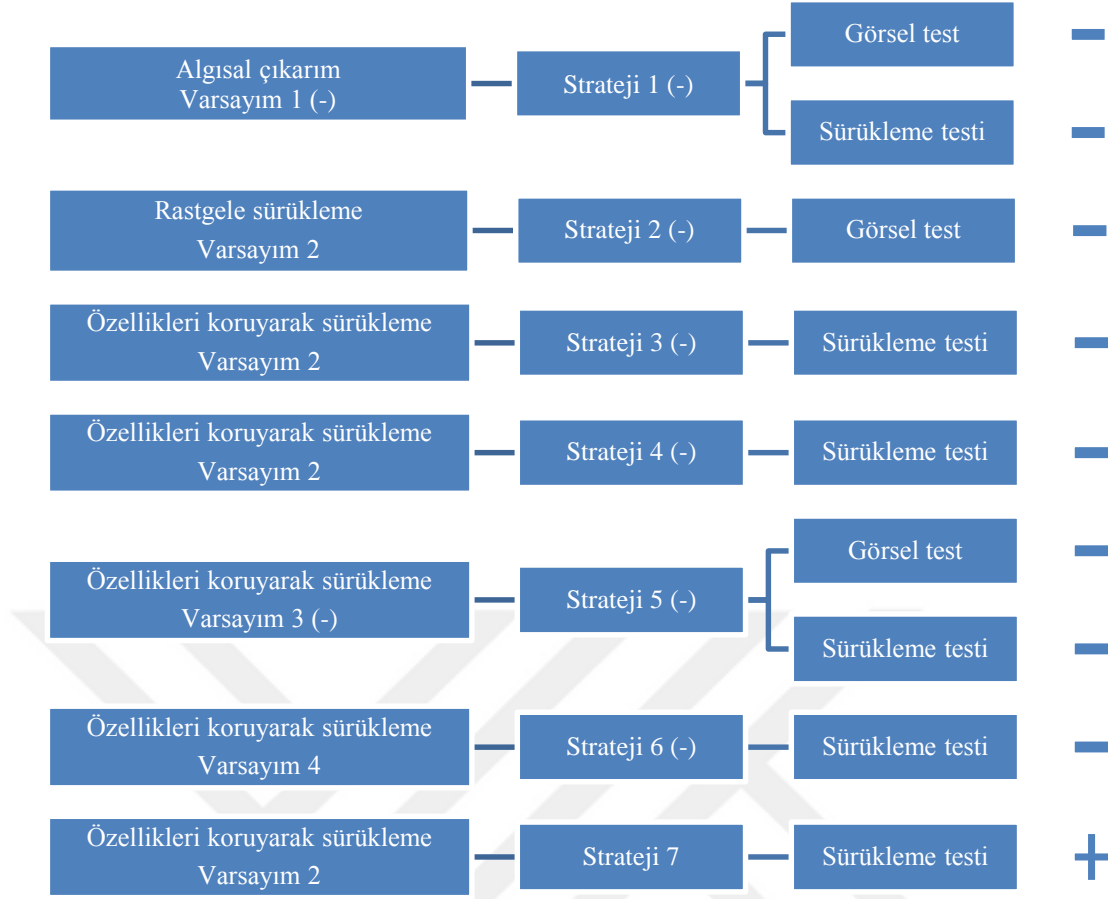
Varsayımda bulunma	V1(-)	RS	RS	RS
Varsayımı doğrulama	V1(-)	G	ST	ST
		S1	S2	S3

Şekil 10. A Grubunun KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci

Sonuç olarak, *KareKare* uygulama sürecinde, Ayşe ve Ayla rastgele sürüklenme sürecine dayalı olarak varsayımda bulunmuş ve buna dayalı 3 farklı strateji geliştirmiştir. Strateji değişiklikleri sürüklenme testi veya oluşan şeklin kara kutu ile görsel olarak uyuşmaması sonrası yapılırken, yeni bir stratejiye karar vermede sadece rastgele sürüklenme türü kullanılmıştır.

4.1.2. B Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular

B grubunun uygulamasına ait bulgular Şekil 11’de özetlenmiş ve ilerleyen paragraflarda analiz edilmiştir.



Şekil 11. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci

4.1.2.1. Girişim I

Belma ve Buket *KareKare* üzerinde ölçüm yapmadan ve sürükleme uygulamadan kara kutu etkinliğinin görsel olarak benzerini oluşturur (Tablo 23). Oluşturma sürecinde öğrencilerin algısal çıkarıma dayalı olarak “iç karenin köşeleri, dış karenin orta noktalarıdır” varsayımında (varsayım 1) bulunduğu anlaşılır. Düzgün Çokgen aracıyla kare oluşturulur ve oluşturulan karenin Orta Nokta aracıyla kenar orta noktaları belirlenir. Çokgen aracıyla karenin kenar orta noktaları dörtgen oluşturacak şekilde birleştirilir (01). Oluşturulan şekil araştırmacıya gösterilir. Araştırmacının “*Noktalardan hareket ettirin*” (03) uyarısı üzerine, Belma ve Buket sürükleme testine yönelir. Sürükleme testinden sonra kara kutunun oluşturdukları şekil ile aynı özellikte olmadığı görülür. Belma’nın “*Hocam, kesişim noktaları hareket etmez ki*” (04) ifadesinden DG bilgisi olduğu söylenebilir.

Tablo 23. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
01	<i>İlk 9 dakika boyunca etkinlik üzerinde ölçümler ve sürüklemeler uygulamadan kara kutunun görsel olarak aynısı oluşturulur. Sonrasında araştırmacıya seslenilir.</i>		Strateji 1: Başlangıç Algısal Çıkarım Varsayım 1 (-): İç karenin köşeleri, dış karenin orta noktalarıdır. Çizim: Düzgün Çokgen ve Orta Nokta aracıyla dış ve iç kare
02	Belma	Hocam	
03	Araştırmacı	Oldu mu? Noktalardan hareket ettirin.	
04	Belma	Hocam, kesişim noktalar hareket etmez ki	DG bilgisi: Kesişim noktası
05	Araştırmacı	Etkinlikteki kareyi iyice incelediniz mi? Aynı özellikleri taşıyorlar mı?	
06	Belma	Bence aynı hocam.	
07	Araştırmacı	İyice inceleyin kara kutuyu, aynı olduğundan emin olun.	
08		<i>Şekil incelenmeye başlanır. Ölçümler yapılır, kare olduğundan emin olunur. Kendi oluşturdukları şekil ile karşılaştırılır şu ana kadar her şey örtüşmektedir. Noktalardan sürükleme yapılır, iç karenin hep aynı boyutta kalmadığı, dinamik davranış gösterdiği gözlemlenir.</i>	Sürükleme Türü: RS Sürükleme Türü: ST(-) Strateji 1: Son

Belma ve Buket kara kutu etkinliğini ilk inceleme sonucunda, algısal çıkarıma dayalı varsayım üzerine bir strateji geliştirmiş ve uygulamıştır. Algısal çıkarımla eşleşen bir çizim gerçekleştiren öğrenciler, şeklin aynısını yaptıklarını düşünmüşlerdir. Bu düşüncenin altında, kara kutu etkinliği mantığının kara kutunun davranışlarını göz önünde bulundurarak çizim stratejisi üretmek olduğunu kavramamış olmaları yatmaktadır. Bu durum, araştırmacının yönlendirmesiyle aşılmış ve sürükleme testi sonucu stratejinin geçersiz olduğu kabul edilmiştir.

4.1.2.2. Girişim II

Rastgele sürükleme sonucunda “Bir doğru var ve doğru parçasından geçen bir nokta” (09: Buket) şeklindeki ifadeye göre “iç karenin köşeleri, buldukları dış karenin

kenarı boyunca hareket etmektedir” varsayımında (varsayım 2) bulunulduğu anlaşılır (Tablo 24). Varsayım, strateji 2 geliştirilerek adım adım uygulanır. M ve L noktalarından geçen f doğrusu ve bu doğruya dik olacak şekilde bir g doğrusu oluşturulur (11). Paralel Doğru aracıyla f doğrusuna paralel ve g doğrusundan geçen bir h doğrusu çizilir. Yapı Paralel Doğru aracıyla dörtgene tamamlanır (12). Orta Nokta aracıyla dörtgenin kenar orta noktaları alınır ve sürükleme testi uygulanarak kara kutu ile karşılaştırılır (13). Orta noktalar sürüklenemez olduğundan ve sürükleme sonucu oluşturulan dış kare, kare özelliğini korumadığından strateji geçersiz kabul edilir.

Tablo 24. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
09	Buket <i>(Rastgele sürükleme sonucu)</i> Bir doğru var ve doğru parçasından geçen bir nokta <i>(orta nokta olarak algılanır)</i> . Aynı şekilde bir doğru parçasından geçen bir nokta var. Bunu da ışından mı yapsak?		Sürükleme Türü: RS Varsayım 2: İç karenin köşeleri, buldukları dış karenin kenarı boyunca hareket etmektedir.
10	Belma	Doğru alalım, ışın karıştırmayalım.	Strateji 2: Başlangıç
11	Belma	Tıklıyorum. <i>(M ve L noktalarından geçen f doğrusu ve L noktasından geçen f doğrusuna dik olacak şekilde g doğrusu oluşturulur)</i> . Buradan geçen dik doğru.	
12		<i>Paralel Doğru aracıyla f doğrusuna paralel ve g doğrusundan geçen bir h doğrusu çizilir. Şekil Paralel Doğru aracıyla dörtgene tamamlanır.</i>	Çizim: Doğru, Dik Doğru ve Paralel Doğru araçlarıyla dörtgen. Orta Nokta aracı ile iç karenin köşeleri.
13		<i>Dörtgenin kenar orta noktaları alınır ve kara kutu ile karşılaştırılır, özellikler örtüşmediğinden değiştirmeye karar verilir.</i>	Sürükleme Türü: ST (-) Strateji 2: Son

Belma ve Buket, rastgele sürükleme kullanarak kara kutuyu incelemiş ve doğru bir varsayıma ulaşmışlardır. Fakat algısal çıkarım ve çizime dayalı bir strateji kullanmışlardır. Uygulama sonunda, görsele dayalı test ile strateji sonlandırılmıştır. Bir önceki stratejide kareleri Düzgün Çokgen aracı ile oluşturmalarına karşın, bu seferki stratejide karenin kenarları parça parça doğrulardan oluşturulmaya

çalışılmıştır. Bu tercihde varsayımın etkisi olduğu söylenebilir (iç karenin köşelerinin buldukları dış karenin kenarı boyunca hareket etmesi).

4.1.2.3. Girişim III

Belma ve Buket, Doğru, Dik Doğru ve Paralel Doğru araçlarıyla oluşturdukları dörtgen üzerinde özellikleri koruyarak sürükleme yaparak “*Bunda (kara kutudaki dış kare) iki köşeden hareket ediyor*” (16) sonucuna ulaşır (Tablo 25). Belma’nın bu ifadesinden DG bilgisine hâkim olduğu söylenebilir, zira Düzgün Çokgen aracıyla dış kare oluşturulur (15) ve kara kutudaki dış kare sürüklenerek ikisinin davranışları karşılaştırılır. Sürükleme testi sonucunda karelerin ortak özellikte olduğu gözlemlenir (17). Öğrenciler böylece yeni bir stratejinin (strateji 3) ilk adımını başarılı bir şekilde gerçekleştirmiş olur.

Tablo 25. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim III (1)

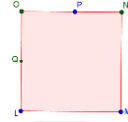
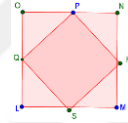
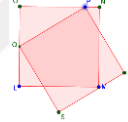
	Konuşma Metni	İnşa süresi	Kodlama
14	Belma	Aklıma bir şey geldi	Strateji 3: Başlangıç
15	Belma	<i>Düzgün Çokgen aracıyla kare oluşturulur. Noktalardan sürükleme yoluyla kara kutudaki dış kare ile karşılaştırılır.</i>	Geometrik şekil: Düzgün Çokgen aracı ile kare Sürükleme Türü: ST
16	Belma	Bunda (<i>kara kutudaki dış kare</i>) iki köşeden hareket ediyor,	DG bilgisi
17	Buket	Aynı özelliklerde. O zaman ortak özellikler şu an.	
18	Belma	Bunda da iki köşeden hareket ediyor (<i>oluşturdukları kare</i>).	Sürükleme Türü: ST(+)

Belma ve Buket’in kara kutuya ait dış kare köşe noktalarını sürükleme sürecinde kare davranışlarını inceleme ve DG bilgisi yardımıyla özellikleri koruyarak sürükleme noktasına geçiş yaptığı gözlemlenmiştir.

Belma ve Buket, strateji 2’de dinamik olmayan orta nokta belirlemiş ve kara kutu ile örtüşmediğini görmüştü. Strateji 3’de dinamiklik hatasının düzeltilmesi için *LMNO* dış karesinin *[ON]* kenarında Nokta aracıyla *P* noktası oluşturulur ve sürüklenerek test edilir (19: Tablo 26). Böylece strateji 3’ün ikinci adımı başarıyla gerçekleştirilmiş olur. Kara kutu etkinliğinin diğer noktalarını (*G, H, I*) oluşturmak amaçlı Orta Nokta aracıyla dış karenin *[OL]* kenarına ait orta nokta *Q* olarak belirlenir (20). Burada

Belma'nın DG bilgi yetersizliğinden söz edilebilir. Düzgün Çokgen aracıyla P ve Q noktalarından geçen iç kare oluşturulur (21) ve P noktasından sürüklenerek test edilir. Sürükleme testi sonucunda şeklin kara kutu ile bağdaşmadığı farkedilerek strateji 3 başarısız kabul edilir (22).

Tablo 26. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim III (2)

	Konuşma Metni	İnşa süresi	Kodlama
19	Belma Bir nokta belirleyelim şuradan (ON kenarında) Orta noktasını bulalım da, o zamanda şey oluyor ya, kesişim noktası oluyor, hareket etmiyor.		DG bilgisi: Kesişim nokta
20	Nokta aracıyla P noktası belirlenir, sürüklenerek test edilir. Orta Nokta aracıyla karenin OL kenarının orta noktası belirlenir: Q .		Çizim: Düzgün Çokgen aracıyla iç kare Sürükleme Türü: ST
21	Buket Düzgün Çokgen aracıyla Q ve P noktalarından geçen kare oluşturulur. Hareket ettir bakalım.		
22	Belma Ama çıkıyor ya... (Noktalardan sürükleyerek test edilir. Amaçlarına uygun olmadığı gözlemlenir).		Sürükleme Türü: ST(-) Strateji 3: Son

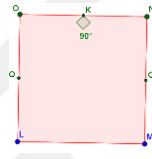
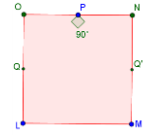
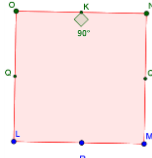
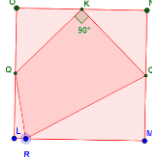
Strateji 3'ün ilk iki adımını incelendiğinde, öğrencilerin özellikleri koruyarak sürükleme noktalarını başarılı bir şekilde kullandıkları görülmüştür. Fakat stratejinin üçüncü ve son adımında Belma'nın Q noktasının kesişim noktası olduğunu belirtmesine rağmen algıya dayalı strateji uygulanmıştır. Strateji geliştirme sürecinde öğrencilerin sürüklemelerle aldıkları geribildirimleri başarılı bir şekilde kullandıkları tespit edilmiştir.

4.1.2.4. Girişim IV

Kara kutunun F noktasından özellikleri koruyarak sürüklemeler sonucunda, Belma "Bir nokta oluşturarak 90° çiz bakalım" (23) ifadesi ile "iç karenin köşeleri, buldukları dış karenin kenarı boyunca hareket etmektedir" varsayımına farklı bir strateji (strateji 4) geliştirir (Tablo 27). Orta Nokta aracıyla daha önce oluşturdukları dış kareye ait $[ON]$ ve $[OL]$ kenarlarının orta noktaları belirlenir (K ve Q). K

noktasından Verilen Ölçüde Açık aracı ile Q noktasına göre 90° ’lik açı oluşturulur ve bu şekilde açının diğer kenarında Q' noktası oluşur (24). Özellikleri koruyarak sürüklenme sürecinde “*Bunlardan hareket etmeyecek, buradan (LM kenarını göstererek) hareket edecek o zaman*” (26) cümlesi göz önünde bulundurularak $[LM]$ kenarı üzerinde Nokta aracıyla R noktası oluşturulur. Bunun üzerine Belma ve Buket Çokgen aracı ile $LMNO$ dış kare kenarlarında oluşturulan K , Q , R ve Q' noktalarını köşe kabul eden $KQRQ'$ iç kare oluşturulur ve sürüklenerek test edilir (28). Sürüklenme testi sonucunda uygulanan strateji 4’ün geçersiz olduğu gözlemlenir.

Tablo 27. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim IV

	Konuşma Metni	İnşa süresi	Kodlama
23	Belma Bir nokta oluşturarak 90° çiz bakalım		Strateji 4 (Başlangıç)
24	Orta nokta aracıyla ON ve OL kenarlarının orta noktaları belirlenir: K ve Q . K noktasından Verilen Ölçüde Açık aracı ile Q noktasına göre 90° ’lik açı oluşturulur. Açının bulunduğu kenarın diğer komşu kenarında Q' noktası oluşur.		Orta Nokta aracı ile kenar orta noktalar, Verilen Ölçüde Açık aracı ile 90° açıda bir nokta
25	Buket Tek noktadan gidiyor ya (Kara kutu özellikleri koruyarak sürüklenme noktası).		Sürüklenme Türü: OS
26	Belma Bunlardan hareket etmeyecek, buradan hareket edecek o zaman (LM kenarını göstererek).		
27	Nokta aracı ile LM kenarı üzerinde herhangi bir nokta belirlenir: R .		Nokta aracı ile herhangi bir nokta
28	Belma Şimdi birleştirilim deneyelim		Çizim: Çokgen aracı ile iç kare Sürüklenme Türü: ST (-) Strateji 4: Son

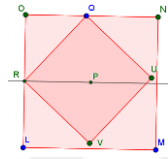
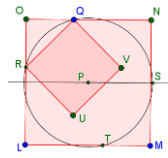
Belma ve Buket, iç karenin her bir açısının 90° olması gerektiği bilgisi ve iç karenin köşelerinin orta nokta olduğu algısına dayalı strateji geliştirmiştir. Stratejinin uygulanması ve sürüklenme testi ardından strateji başarısızlıkla sonuçlanmıştır.

Özellikleri koruyarak sürüklenme noktalarının sürüklenmesiyle ve bu süreçte kara kutu davranışının gözlemlenmesiyle varsayıma yeni bir strateji geliştirildiği görülmüştür.

4.1.2.5. Girişim V

Özellikleri koruyarak sürüklenme sonucu Buket “*Bizim bulmamız gereken bunun dönmesini bulacağız*” (34) ifadesinde bulunur (Tablo 28). Bunun üzerine “*Bir kare çizelim, içine daire çizelim, sonra onun içine de bu kareyi çizelim*” (35) ifadesinden “iç kare, dış karenin kenarlarına içten teğet bir çember üzerinde hareket etmektedir” (varsayım 3) şeklinde varsayımda bulunduğu anlaşılır ve strateji 5 geliştirilerek uygulanır. Düzgün Çokgen aracıyla $LMNO$ dış karesi oluşturulur, Orta Nokta aracı kullanılarak köşegenlerin kesişim noktası P olarak belirlenir. Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracıyla dış kare kenarlarına teğet ve P noktasını merkez kabul eden bir çember oluşturulur. Paralel Doğru aracıyla dış karenin $[ON]$ kenarına paralel ve P noktasından geçen doğru oluşturulur (37). Paralel doğrunun dış kare ile bir kesişim noktası (R noktası) ve $[ON]$ kenarında Nokta aracıyla Q noktası belirlenir. Son olarak Düzgün Çokgen aracıyla Q, R, U ve V noktalarını köşe kabul eden iç kare oluşturulur (37). Oluşturulan yapı kara kutu ile görsel olarak benzerlik içermemektedir (37). Sürüklenme testi sonucunda yapının davranışlarının kara kutu ile bağdaşmadığı gözlemlenir (38).

Tablo 28. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim V

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
34	Buket	Bizim bulmamız gereken bunun dönmesini bulacağız (<i>F noktası sürüklenme sürecinde</i>)	Sürüklenme Türü: OS
35	Buket	Napıyoruz biliyon mu? Bir kare çizelim, içine daire çizelim, sonra onun içine de bu kareyi çizelim.	Varsayım 3 (-): İç kare, dış karenin kenarlarına içten teğet bir çember üzerinde hareket etmektedir.
36	Belma	Aynen aynen, çok mantıklı	Strateji 5 (Başlangıç)
37	Düzgün Çokgen aracıyla kare oluşturulur, köşegenlerin kesişim noktası belirlenir: <i>P</i> noktası. Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracıyla <i>P</i> noktasını merkez kabul eden ve kare kenarlarına teğet olan bir çember oluşturulur. Paralel doğru aracıyla <i>ON</i> kenarına paralel olan ve <i>P</i> noktasından geçen doğru oluşturulur. Paralel doğrunun lare ile bir kesişim noktası (<i>R</i> noktası) ve karenin <i>ON</i> kenarında Nokta aracıyla herhangi bir nokta belirlenir (<i>Q</i> noktası). Son olarak Düzgün Çokgen aracıyla <i>QRUV</i> noktalarını köşe kabul eden iç kare oluşturulur. Yapının kara kutu ile görsel olarak benzerlik içermediği gözlemlenir.		Geometrik şekil: Düzgün Çokgen aracıyla dış kare; Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracıyla Çember; Paralel doğru aracıyla doğru, Düzgün Çokgen aracıyla iç kare
38	Noktalardan sürüklenir, karelerin davranışları kara kutu ile örtüşmediği gözlemlenir.		Sürüklenme Türü: ST(-) Strateji 5: Son

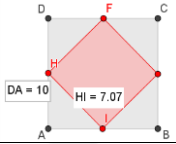
Belma ve Buket, özellikleri koruyarak sürüklenme sonucunda iç kare davranışını dönme eylemi olarak algıladığı için çember bilgilerini kullanmaya yönelmiştir. Sonuç olarak özellikleri koruyarak sürüklemenin varsayımın ortaya çıkmasında etkili olduğu görülmüştür. Varsayıma uygun strateji geliştirilerek oluşturulan yapının kara kutu ile bağdaşmaması sonucu varsayım ve strateji geçersiz olarak kabul edilmiştir.

4.1.2.6. Girişim VI

Belma'nın özellikleri koruyarak sürüklenme sürecinde kenar uzunluklarını gözleme sonucunda "Acaba uzunlukları arasında mı bir ilişki var?" (40) ifadesinden "iç kare

ile dış karenin kenar uzunlukları arasında bir bağıntı vardır” varsayımına (varsayım 4) ulaşılır (Tablo 29). Belma'nın “*Aynı oranda büyüyüp küçülüyor*” (40) ifadesinden sürüklenme sürecinde yapı davranışlarını yorumlamak için yapının değişen geometrik yerini gözlemlediği anlaşılmaktadır. Varsayım, Uzaklık veya Uzunluk aracı ile iç ve dış karenin kenar uzunlukları belirlenerek sürüklenme ile test edilmiştir (41). Bu durum öğrencilerin DG araçlarını başarılı bir şekilde kullandığının göstergesidir.

Tablo 29. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim VI

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
40	Belma <i>(Özellikleri koruyarak sürüklenme sürecinde)</i> Acaba uzunlukları arasında mı bir ilişki var? İki kare arasında. Döndürdüğümüzde aynı oranda büyüyüp küçülüyor.		Sürüklenme Türü: OS Varsayım 4: İç kare ile dış karenin kenar uzunlukları arasında bir bağıntı vardır. Strateji 6: Araç ile Doğrulama
41	<i>İç kare kenar uzunluğu ile dış kare kenar uzunluğu arasındaki ilişki sürüklemeler yoluyla araştırılır.</i>		Sürüklenme Türü: ST (-)

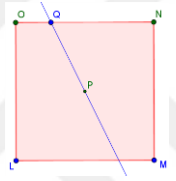
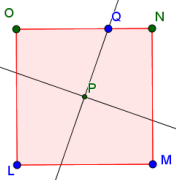
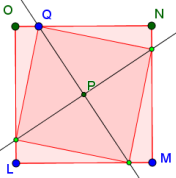
Belma ve Buket'in özellikleri koruyarak sürüklemeler sonucunda ulaştığı iç ve dış karenin davranışının birbiriyle ilişkili olduğu görüşü, varsayımın ortaya çıkmasında etkili olmuştur. Öğrenciler DG ortamının ölçüm yapma ve araştırma imkânlarından yararlanarak varsayımlarını test etmiş, fakat bir sonuca ulaşmamıştır. Dolayısıyla varsayım, herhangi bir strateji kullanılmadan DG ortamı araçlarıyla doğrulanmıştır. Hem varsayımın ortaya çıkmasında hem varsayımın test edilmesinde sürüklenme aracının etkili olduğu gözlemlenmiştir.

4.1.2.7. Girişim VII

Özellikleri koruyarak sürüklenme ile araştırmaya devam edilir (Tablo 30). Belma ve Buket “iç karenin köşeleri, buldukları dış karenin kenarı boyunca hareket etmektedir” varsayımında (varsayım 2) bulunur ve strateji 7'yi uygular (51). Daha önceki uygulamalarına benzer şekilde, Düzgün Çokgen aracıyla dış kare (LMNO),

Nokta aracıyla $[ON]$ kenarı üzerinde Q noktası ve Orta Nokta aracıyla dış karenin köşegenlerinin kesişim noktası (P noktası) oluşturulur. Doğru aracıyla Q ve P noktasından geçen doğru oluşturulur. Dik Doğru aracı ile Q ve P noktalarından geçen doğruya dik doğru oluşturulur. Kesiştir aracıyla kare ile doğruların kesiştiği noktalar belirlenerek Çokgen aracıyla kesişim noktalarından geçen iç kare oluşturulur (52). Yapı sürükleme ile test edilir ve başarılı olduğu gözlemlenir (54).

Tablo 30. B Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim VII

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
50	Belma <i>(Özellikleri koruyarak sürükleme sürecinde) Bak dönüyor neden dönüyor acaba? (Birkaç saniye sessiz kalarak sürükleme süreci gözlemlenir. Düzgün Çokgen aracı ile kare)</i>		Sürükleme Türü: OS Geometrik Şekil: Düzgün Çokgen aracı ile kare
51	<i>Nokta aracıyla ON kenarı üzerinde herhangi bir Q noktası ve Orta Nokta aracı ile dış karenin köşegenlerinin kesişim noktası P noktası belirlenir. Doğru aracı ile Q ve P noktasından geçen doğru oluşturulur. Q noktasından sürüklenerek davranışı izlenir.</i>		Strateji 7: Başlangıç Sürükleme Türü: ST (+)
52	Belma <i>Şimdi buna dik alsam? (Dik Doğru aracıyla Q ve P noktalarından geçen doğruya dik doğru oluşturulur. Kare ile doğruların kesiştiği noktalar belirlenir)</i>		
53	Buket <i>Şimdi olacak gibi hissettim şu anda (Çokgen aracı ile doğrular ve karelerin kesişim noktalarından geçen iç kare oluşturulur)</i>		
54	<i>Sürüklemeler sonucunda karelerin davranışının kara kutu ile örtüştüğü gözlemlenir.</i>		Strateji 7: Son Sürükleme Türü: ST(+)

Özellikleri koruyarak sürükleme ile Belma ve Buket farklı bir varsayım geliştirerek, varsayıma uygun strateji geliştirir. Oluşturulan yapı sürükleme testi ile test edilir ve amaca uygun olduğu gözlemlenir.

B grubunun *KareKare* kara kutu etkinliği uygulama sürecinde varsayımların sürüklenme türlerine göre dağılımı, geliştirdikleri stratejiler ve varsayım doğrulama sürecinde kullanılan araçların kronolojik dağılımını gösteren grafik Şekil 12’de özetlenmiştir.

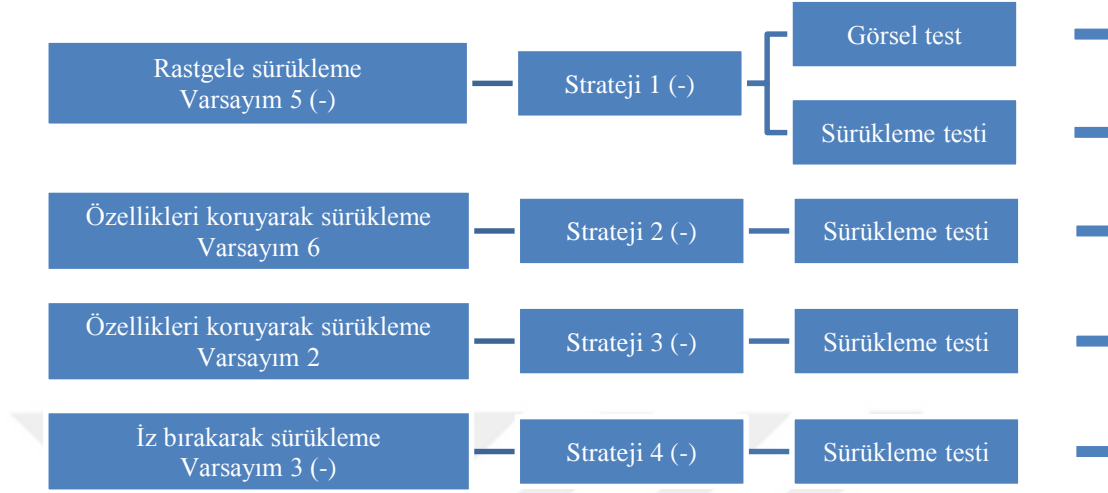
Varsayımda Bulunma		V2	RS	OS	OS	OS	OS
	V4						OS
	V1(-)	A					
	V3(-)					OS	
Varsayımı Doğrulama		V2	G	ST	ST	ST	ST
	V4						ST
	V1(-)	G/ST					
	V3(-)					G/ST	
		S1	S2	S3	S4	S5	S6 S7

Şekil 12. B Grubunun *KareKare* Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci

Belma ve Buket’in *KareKare* kara kutu uygulama süreci baştan sona incelendiğinde varsayımların algısal çıkarım ve sürüklemeler sonucunda ortaya çıktığı görölmüştür. DG ortamı sürüklenme aracının akıl yürütme, zihinde canlandırma ve matematiksel bilgileri ilişkilendirmede etkili olduğu gözlemlenmiştir. Varsayımın ortaya çıkmasında özellikleri koruyarak sürüklenme noktalarının sürüklenmesiyle nesnelere davranışlarının, değişmez özelliklerinin ve geometrik yerlerinin gözlemlenmesi etkin rol oynamıştır. Belma ve Buket sürüklemeler sonucu kara kutuyu oluşturmak için gerekli dönütleri almış ve kullanmıştır. Kara kutunun tüm yapım aşamaları için gerekli stratejileri uyguladıkları görölmüştür. Üretilen varsayım ile uygulanan son strateji geçerli olmuş ve *KareKare* kara kutu etkinliği başarılı bir Şekilde tamamlanmıştır.

4.1.3. C Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular

C grubunun uygulamasına ait bulgular Şekil 13'te özetlenmiş ve ilerleyen paragraflarda analiz edilmiştir.



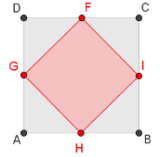
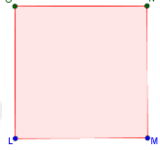
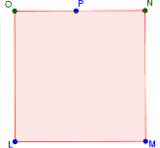
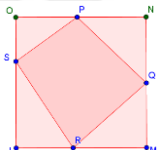
Şekil 13. C Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci

4.1.3.1. Girişim I

Ceyda ile Ceren *KareKare* kara kutu etkinliğine rastgele sürüklemeler yaparak arayışa başlamıştır (Tablo 31). Rastgele sürüklemeler sonucunda özellikleri koruyarak sürüklenme noktalarına geçiş yaptığı ve bu noktalardan sürükleyerek kara kutu davranışlarını gözlemledikleri görülmektedir (01). Kara kutu davranışları gözlem sonucunda strateji 1 uygulanmaya başlanır. *A* ile *B* ve *C* ile *D* noktalarından geçen, birbirine paralel olan doğrular üzerinde Düzgün Çokgen aracıyla *LMNO* (dış kare) oluşturulur ve sürüklemeler ile test edilir (02). *F* noktasından sürüklenme sonucu *LMNO* karesinin *[OL]* kenarı üzerinde Nokta aracıyla bir *P* oluşturulur. *P* noktası sürüklenerek test edilir ve kara kutu üzerindeki *F* noktasının davranışları ile karşılaştırılır (03). Özellikleri koruyarak sürüklemeler sonucu Ceren'in “*Yansıtacak olmaz mı?*” (03) ifadesini kullandığı fakat uygulamaya geçilmediği görülür. Dış karenin diğer kenarları üzerinde Nokta aracıyla birer nokta oluşturulur ve Çokgen aracıyla bu noktalardan geçen dörtgen (iç kare) çizilir (04). Oluşturulan yapı görsel olarak kara kutu ile benzerlik göstermemektedir. Strateji uygulama adımlarından Ceyda ve Ceren'in “iç kare, köşeleri dış kare kenarları üzerinde olan herhangi bir

dörtgendir” şeklinde varsayımda (varsayım 5) bulunduğu ve uyguladığı görülmektedir. Sürükleme testi sonucu yapının kara kutu ile ortak özelliklerde davranış göstermediği anlaşılır (04).

Tablo 31. C Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
01	<i>Kara kutu üzerinde rastgele sürüklemeler uygulanır, etkinlik davranışları gözlemlenir.</i>		Sürükleme Türü: RS
02	<i>Kara kutu üzerindeki D ve C ile A ve B noktalarından geçen doğrular oluşturulur. Bu doğruların üzerinde dış kare oluşturulur. Sürükleme testi ile test edilerek karşılaştırılır.</i>		Strateji 1: Başlangıç Geometrik şekil: Düzgün Çokgen aracıyla kare Sürükleme Türü: ST
03	Ceren <i>(Nokta aracıyla karenin bir kenarı üzerinde herhangi bir nokta oluşturulur: P noktası. Sürüklenerek test edilir KareKare F noktası ile davranışlar karşılaştırılır) Yansıtacak mı?</i>		Sürükleme Türü: OS
04	<i>Kare dört kenarı üzerinde Nokta aracıyla herhangi dört nokta belirlenir, Çokgen aracıyla iç kareyi oluşturmak amaçlı noktalardan geçen dörtgen oluşturulur, ardından sürüklemelerle test edilir.</i>		Varsayım 5 (-): İç kare, köşeleri dış kare kenarları üzerinde olan herhangi bir dörtgendir Sürükleme Türü: ST(-)

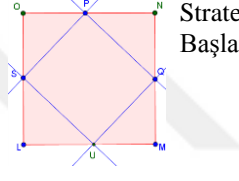
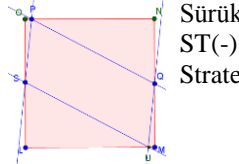
Ceyda ve Ceren’in rastgele ve özellikleri koruyarak sürüklemeler sonucu varsayımda bulunduğu görülmüştür. Varsayım strateji geliştirilerek uygulanmış ve sürüklenerek test edilmesi sonucunda stratejinin geçersiz olduğu belirlenmiştir.

4.1.3.2. Girişim II

Özellikleri koruyarak sürükleme sürecinde “*Bak şimdi burda (kara kutu) tüm noktalar hareket ediyor, orda sadece bu hareket ediyor*” (06) ifadesi, Ceyda ve Ceren’in algısal çıkarımdan bağımsız düşündüklerini göstermektedir (Tablo 32). Kara kutunun sonraki aşamasını gerçekleştirmek için Ceyda’nın “*Paralelden yapacaksın*” (10) ifadesinden “iç karenin karşılıklı kenarları birbirine paraleldir” varsayımında (varsayım 6) bulunduğu görülür. İlk oluşturulan dış kare (03) üzerinde Doğru aracıyla P ve Q

noktalarından geçen doğru oluşturulur. Bu doğruya, Paralel Doğru aracıyla S noktasından geçen paralel doğru oluşturulur. Oluşturulan paralel doğrunun dış kareyi kestiği diğer nokta belirlenir (U). Sonrasında PS ve UQ doğruları oluşturulur (11). Strateji uygulama sonrasında oluşan şeklin ilk görünümü kara kutu ile örtüşür ancak sürüklemeler sonucunda şeklin davranışının kara kutu ile sadece ilk konumda örtüştüğü görülmektedir (12).

Tablo 32. C Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II

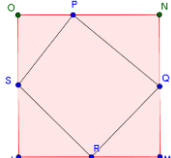
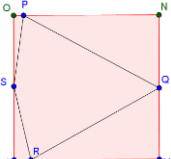
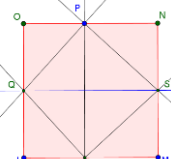
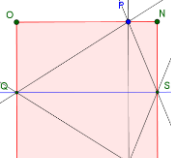
		Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
06	Ceren	Bak şimdi... burda (<i>kara kutu</i>) tüm noktalar hareket ediyor, orda sadece bu hareket ediyor (<i>F noktası: özellikleri koruyarak sürükleme noktası</i>).		Sürükleme Türü: OS
07	Ceyda	Onlarda ona bağlı		
08	Ceren	Nasıl bağlı?		
09	Ceren	Şöyle yapsak...		
10	Ceyda	Bak paralelden yapacaksın, az önce oldu sadece boyutunu ayarlamadık.		Varsayım 6: İç karenin karşılıklı kenarları birbirine paraleldir. Strateji 2: Başlangıç
11		<i>İlk oluşturulan kare (03) üzerinde Doğru aracıyla P ve Q noktalarından geçen doğru oluşturulur. Bu doğruya Paralel Doğru aracıyla S noktasından geçen paralel doğru oluşturulur. Oluşturulan paralel doğrunun dış kareyi kestiği diğer nokta belirlenir (U). Sonrasında PS ve UQ doğruları oluşturulur.</i>		
12		<i>Noktalardan sürükleme uygulanır. Hedefe ulaşamadıklarını gözlemlenir.</i>		Sürükleme Türü: ST(-) Strateji 2: Son

Ceyda ve Ceren'in özellikleri koruyarak sürükleme sürecinde iç karenin davranışını paralellik ile ilişkilendirmeleri sonucu varsayım üretmiştir. Strateji geliştirerek uygulanan varsayım sonucunda şeklin ilk hali görsel olarak kara kutu ile benzerlik göstermiştir. Sürükleme testi sonucu yapının kara kutu ile örtüşmediği gözlemlenmiştir. Uygulama sonucunda beklenen davranışın gerçekleşmemesiyle birlikte strateji geçersiz kabul edilmiştir. Bu süreçte de sürükleme aracı hem varsayımın ortaya çıkmasında hem varsayımın doğrulanmasında etkin kullanılmıştır.

4.1.3.3. Girişim III

Ceyda ile Ceren özellikleri koruyarak sürüklenme yaparak çözüm arayışına girer ve önceki işlemlerinin yanlış olma sebeplerini araştırır (13: Tablo 33). Sürüklemeler sonucu Ceyda'nın "*Doğrudan yapsak olur mu?*" (13) ifadesinden "iç karenin köşeleri, buldukları dış karenin kenarı boyunca hareket etmektedir" varsayımında (varsayım 2) bulunduğu anlaşılır. Dış kare kenarları üzerinde Nokta aracıyla dörder nokta oluşturulur ve Doğru aracıyla noktalardan geçen dörtgen çizilir (14). Yapı sürüklenme ile test edilir ve kara kutu ile aynı özellikte olmadığı gözlemlenir (15). Stratejinin geçersiz olması sonucunda farklı bir strateji adımına geçilir. Karenin bir kenarında Nokta aracıyla bir nokta, diğer kenarlarında ise Orta Dikme aracıyla orta noktadan geçen dik doğrular oluşturulur. Dik doğruların kare ile kesişim noktaları belirlenir ve Doğru aracıyla kenar üzerindeki noktalardan geçen dörtgen çizilir. Sürüklenme testi sonucunda strateji 3'ün geçersiz olduğu gözlemlenir (19).

Tablo 33. C Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim III

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
13	Ceyda <i>(kara kutu F noktasından sürüklenerek davranışları gözlemlenir)</i> Niye olmadı, doğrudan yapsak olur mu?		Varsayım 2: İç karenin köşeleri, buldukları dış karenin kenarı boyunca hareket etmektedir.
14	<i>Nokta aracıyla karenin tüm kenarlarında herhangi dört nokta belirlenir ve Doğru aracıyla dörtgen olacak şekilde birleştirilir.</i>		Strateji 3: Başlangıç Çizim: Doğru aracıyla dörtgen
15	<i>Oluşturdukları RQPS dörtgeninin köşelerinden sürüklemeler yapılır. Sürükleme sonucunda amaçlarına ulaşamadıklarını gözlemlenir</i>		Sürükleme Türü: ST(-)
16	Ceyda Haa bir dakika <i>(İşlemlerini geri alır)</i>		
17	Ceren Daha demin paralelden yapmaya çalıştık, olmadı (11).		
18	<i>Orta Dikme aracı ile S, R, Q noktaları oluşturularak doğru aracıyla noktalar birleştirilir.</i>		Çizim: Doğru aracıyla dörtgen
19	<i>Noktalardan sürükleme uygulanır, varsayımın geçersizliği gözlemlenir.</i>		Strateji 3: Son Sürükleme Türü: ST(-)

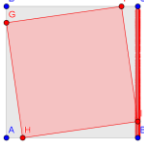
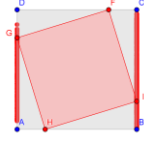
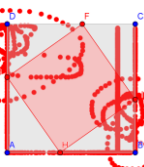
Ceyda ve Ceren dört noktadan dörtgen oluşturarak varsayımı uygulamış ve sürükleme ile doğruluğunu test etmiştir. Ceyda ve Ceren noktaların dinamik olması gerektiği düşüncesi ile varsayımda bulunmuştur. Öğrenciler sürüklemeye dayalı olarak doğru bir varsayım ortaya atmış olsada, algıya dayalı strateji geliştirerek başarısız olmuşlardır.

4.1.3.4. Girişim IV

Ceyda ve Ceren'in özellikleri koruyarak sürükleme sürecinden geometrik izi gözlemleyerek sürüklemeye geçiş yaptığı (20) ve bunun sonucunda “Çemberden yapsak (20)” ifadesinden “iç kare, dış karenin kenarlarına içten teğet bir çember

üzerinde hareket etmektedir” varsayımında (varsayım 3) bulunduğu görülmektedir (Tablo 34). Varsayımlarını test etmek için iz aracını etkinleştirip iz bırakarak sürükleme uygulanır (21). Ceren’in “*Bak şey yapalım, daireden yapalım*” (22) fikri üzerine iz aracı etkin haldeyken sürükleyerek geometrik izi gösteren Ceyda kara kutunun daire ile ilgili olmadığını belirtir (23). Varsayım strateji geliştirilerek uygulanır ve oluşturulan yapı sürüklenerek test edilir. Özellikleri koruyarak sürüklemeler sonucunda Ceren’in “*Bunun içine dönerek giriyormuş gibi*” (24) ifadesinden kara kutunun çember ile ilişkilendirme sonucunda varsayımında bulunduğu görülmektedir. Devam eden süreçte Ceyda iz bırakarak sürükleme uygular ve kara kutunun çember ile ilgisinin olmadığını tekrar belirtir (25).

Tablo 34. C Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim IV (1)

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
20	Ceren <i>(F noktasından sürükleme sonucu)</i> Çemberden yapsak? Çünkü izi çember gibi baksana. İzi açsana şunun izini		SÇ: Özellikleri Koruyarak Sürükleme Varsayım 3 (-): İç kare, dış karenin kenarlarına içten teğet bir çember üzerinde hareket etmektedir.
21	Ceyda <i>(İzi aracını etkinleştirilir)</i> Aaa çok çember.		Sürükleme Türü: IS
22	Ceren Bak şey yapalım, daireden yapalım		Sürükleme Türü: IS
23	Ceyda Bak, daire ile alakası yok <i>(iz aracı etkin haldeyken sürüklenerek gözlemlenir)</i>		
24	Ceren <i>(Ceyda sürükleme sürecinde)</i> Bunun içine dönerek giriyormuş gibi <i>(kara kutu üzerinde).</i>		
25	Ceyda Daire ile alakası yok görmüyor musun?		Sürükleme Türü: IS

Varsayım, Ceyda ve Ceren'in kara kutunun geometrik izini gözlemlemesi sonucunda ortaya çıkmıştır. İz aracı etkinleştirilerek sürükleme ile varsayım test edilmiştir ve geçersiz olduğu görülmüştür. Bu aşamada Ceyda ve Ceren'in geometrik izi etkinleştirerek sürükleme aracını etkili bir şekilde kullandığı gözlemlenmiştir. Tablo 34'da yer alan "iç kare, dış karenin kenarlarına içten teğet bir çember üzerinde hareket etmektedir" varsayımı (varsayım 3) kara kutu üzerinde araştırılır (26). Nokta aracıyla daha önce oluşturdukları karenin tüm kenarları üzerinde bağımsız birer nokta (R , Q , O , P) oluşturulur (27: Tablo 35). O ve Q noktaları Doğru Parçası aracı ile birleştirilir. Noktalardan sürükleme uygulanır, amaca uygun olmadığı gözlemlenir (28). Sürükleme testi sonrasında başarısız olma nedenleri tartışılır (29-30).

Tablo 35. C Grubu KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim IV (2)

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
26	Ceren Ne oldu? (<i>Kara kutu etkinliği dış kare noktalarından geçen çember oluşturulur</i>)		Strateji 4: Başlangıç Geometrik şekil: İki Noktadan Geçen Yarım Çember aracı ile çember
27	<i>Yarım Çember aracı ile karenin köşe noktalarından geçen çember ve karenin tüm kenarları üzerinde birer tane olmak üzere herhangi dört nokta (R, Q, O, P) oluşturulur.</i>		Geometrik şekil: Düzgün Çokgen aracıyla kare
28	<i>O ve Q noktaları Doğru Parçası ile birleştirilir. Noktalardan sürükleme uygulanır, amaçlarına ulaşmazlar.</i>		Sürükleme Türü: ST(-)
29	Ceyda Ama o hareket etmeyecek (<i>Q noktası sürüklendiğinde</i>)		
30	Ceren Bu bununla hareket edecek (<i>Q noktası O noktasına bağlı olarak</i>)		Strateji 4: Son

Ceyda ve Ceren ortaya attıkları varsayıma farklı bir strateji geliştirerek uygulamıştır. Oluşturulan yapı sürükleme testi ile doğrulanmış ve amaca uygun olmadığı gözlemlenmiştir.

C grubunun *KareKare* kara kutu etkinliği uygulama sürecinde varsayımların sürükleme türlerine göre dağılımı, geliştirdikleri stratejiler ve varsayım doğrulama

sürecinde kullanılan araçların kronolojik dağılımını gösteren grafik Şekil 14’te özetlenmiştir.

Varsayımda Bulunma					
V2				OS	
V6			OS		
V3(-)					IS
V5(-)	RS				
Varsayımı Doğrulama					
V2				ST	
V6			ST		
V3(-)					ST
V5(-)	G/ST				
		S1	S2	S3	S4

Şekil 14. C Grubunun KareKare Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci

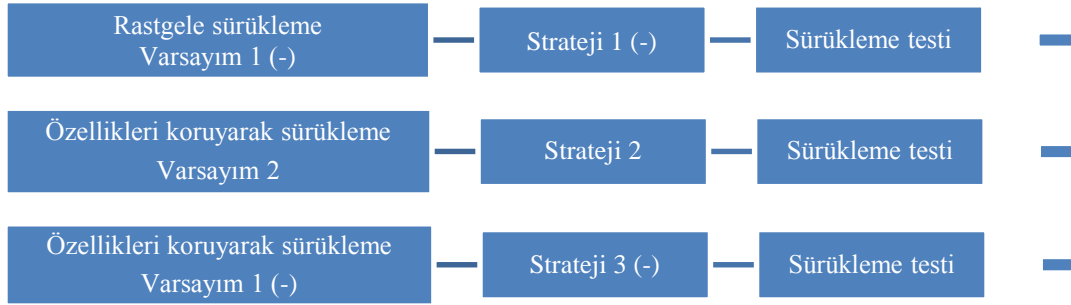
Ceyda ve Ceren *KareKare* uygulama sürecinde sürüklemeler sonucu kara kutunun davranışları, değişmez özellikleri, nesnelerin kendi aralarındaki ilişkileri ve sürükleme sürecindeki geometrik izlerine dayalı varsayımlar ortaya atmıştır. Varsayımların ortaya çıkışında ve doğrulanmasında sürükleme aracı etkin bir şekilde kullanılmıştır.

4.2. KARE4RENK KARA KUTU ETKİNLİĞİNDE VARSAYIMDA BULUNMA SÜRECİ

Kare4Renk kara kutusunun ön analizinde belirtildiği gibi, kare dört eş bölgeye ayrılmıştır. İç bölgeler karşılıklı olarak, köşegenlerin kesişim noktasına göre birbirine simetriklerdir. Karenin bir kenarı boyunca sürüklenebilir bir noktası bulunmaktadır. Bu noktadan sürükleme sonucunda bölgelerin şekli değişirken, özellikler korunmaktadır (bkz. 3.3.1.2. Kare4Renk kara kutusunun ön analizi).

4.2.1. A Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular

A grubunun uygulamasına ait bulgular Şekil 15'te özetlenmiş ve ilerleyen paragraflarda analiz edilmiştir.

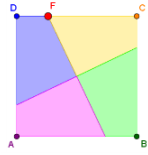
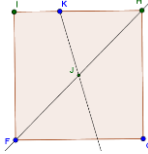
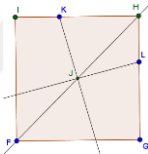
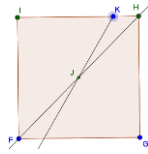


Şekil 15. A Grubu Kare4Renk Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci

4.2.1.1. Girişim I

Rastgele sürüklemelerle işleme başlanır ve özellikleri koruyarak sürüklenme noktalara geçiş yapılır (Tablo 36). Özellikleri koruyarak sürüklenme ile “*Öncelikle düzgün çokgen yapıyoruz. Ondan sonra bunun merkezini veya orta noktasını belirliyoruz. Ondan sonra buradan açıortay yapıyoruz. Sonra da ışın*” (02: Ayla) ifadesinden “karenin içindeki doğrular karenin açıortaylarıdır” şeklinde varsayımda (varsayım 1) bulunulur ve strateji 1 geliştirilir. Düzgün Çokgen aracıyla kare oluşturulur ($FGHI$) ve Orta Nokta aracı ile köşegenlerinin kesişim noktası J olarak belirlenir. Nokta aracı ile karenin $[HI]$ kenarı üzerinde K noktası oluşturulur. Işın aracıyla K ve J noktalarından geçen ışın çizilir. K noktasından sürüklenerek noktanın ve $[KJ]$ ışınının davranışı kara kutu ile karşılaştırılır (02). Aynı şekilde Nokta aracı ile $[HG]$ kenarı üzerinde L noktası oluşturulur ve Işın aracıyla L ve J noktasından geçen ışın çizilir. K ve L noktalarından sürüklenerek davranışları test edilir (03). $[KJ]$ ve $[LJ]$ ışınlarının birbirinden bağımsız hareket etmesi sonucunda $[LJ]$ ışını silinir (03). Yapı kara kutu ile karşılaştırıldığında strateji geçersiz kabul edilir (04).

Tablo 36. A Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim I

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
01	<i>Rastgele sürüklemeler yapılır.</i>		Sürükleme Türü: RS
02	Ayla <i>(F noktasından sürüklenerek) Öncelikle düzgün çokgen yapıyoruz. Ondan sonra bunun merkezini veya orta noktasını belirliyoruz. Ondan sonra buradan açıortay yapıyoruz. Sonra da ışın. (Varsayımlar strateji geliştirilerek uygulanır, Düzgün Çokgen aracıyla kare (FGHI); Orta Nokta aracıyla köşegenlerinin kesişim noktası (J);Nokta aracıyla HI kenarı üzerinde K noktası; Işın aracıyla K ve J noktalarından geçen ışın, Açı Ortay aracıyla IHG açısının açıortayı oluşturulur)</i>		Sürükleme Türü: OS Varsayım 1 (-): Karenin içindeki doğrular karenin açıortaylarıdır Strateji 1: Başlangıç Dinamik Geometrik Şekil: Düzgün Çokgen aracıyla kare, Orta Nokta aracıyla orta nokta, Açı Ortay aracıyla açıortay
03	<i>HG kenarı üzerinde L noktası belirlenir, Işın aracıyla L noktasından ve J noktasından geçen ışın oluşturulur noktalardan sürüklenerek test edilir.</i>		Strateji 1: Son
04	Ayşe <i>(K noktası sürükleme sonucu) Bu çok güzel hareket ediyor (L ve J noktalarından geçen ışın silinir, sürükleme testi uygulanır)</i>		Sürükleme Türü: ST (-)

Ayşe ve Ayla kara kutu etkinliğine rastgele sürükleme yaparak başlamıştır. Rastgele sürükleme sonucunda, özellikleri koruyarak sürükleme noktalarına geçiş yaptıkları görülmüştür. Dolayısıyla Ayşe ve Ayla'nın kara kutu etkinliğinin dinamiklik mantığını kavradıkları tespit edilmiştir. Varsayımın ortaya çıkışı incelendiğinde “Öncelikle düzgün çokgen yapıyoruz” (02) ifadesinden sürükleme sonucu kara kutunun kare üzerine inşa edildiği ve öğrencilerin DG bilgisine sahip olduğu görülmüştür. Ayla'nın “Ondan sonra bunun merkezini veya orta noktasını belirliyoruz” (02) ifadesi sürüklemeler sonucu köşegenlerin kesişim noktası sabit olup herhangi bir davranış sergilemediği gözlemine dayanmaktadır. Takibinde “Ondan sonra buradan açıortay yapıyoruz” ifadesi ise F noktasından sürüklendiğinde kare

içindeki doğruların köşegen algısı yaratmasına dayanmaktadır. Karenin köşegenleri ile açılımları doğruya olduğundan, köşegen algısıyla açılımla dayalı varsayım ortaya atılmıştır. Sürüklemelerle bu sonuçlara ulaşan Ayşe ve Ayla varsayımında bulunmuş ve strateji geliştirerek uygulamıştır. Strateji sürüklenerek test edilmiş ve geçersiz olduğu gözlemlenmiştir.

4.2.1.2. Girişim II

Ayşe ve Ayla'nın “*Bak bu dönüyor, ama bu kaç derece dönüyor? 90 bu da 90*” (05) ifadesinden “karenin içindeki doğrular birbirine diktir” varsayımında (Varsayım 2) bulunduğu ve kara kutu içindeki dörtgenlerin iç açılarını ölçerek test ettiği görülür (Tablo 37). Ölçümler sonucu varsayımın doğru olduğu tespit edilir (06). Ancak sonraki aşamada bu varsayımın strateji geliştirilmediği ve uygulanmadığı görülür.

Tablo 37. A Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim II

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
05	Ayla <i>(F noktasından sürüklenir) Bak bu dönüyor, ama bu kaç derece dönüyor? 90. Bu da 90 (oluşturdukları şekil üzerinde sürükleme yaparak) ama bunu bölmemiz gerekiyor</i>		Sürükleme Türü: OS Varsayım 2: Kare içindeki doğrular birbirine diktir Strateji 2: Araç ile Doğrulama DG bilgisi
06	<i>Kara kutu üzerinde araştırmalar yapılır, özellikleri koruyarak sürükleme noktasından sürükleme uygulanır</i>		Sürükleme Türü: ST (+)

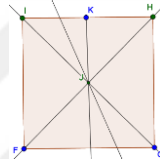
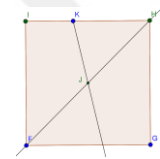
Ayşe ve Ayla özellikleri koruyarak sürükleme sonucu varsayımında bulunmuş, fakat varsayımına ait strateji geliştirilmediği görülmüştür. Varsayım, kara kutu etkinliği üzerinde DG araçlarıyla test edilmiş ve sürüklenerek doğruluğu gözlemlenmiştir.

4.2.1.3. Girişim III

Ayşe ve Ayla özellikleri koruyarak sürükleme ile arayışlarını devam ettirmektedir (Tablo 38). Kara kutunun F noktasından sürükleme sürecinde “*Aaa açılımla, açılımla oldu şu an*” (07: Ayşe) ifadesinden “karenin içindeki doğrular karenin açılımlarıdır”

varsayımına (varsayım 1) yöneldikleri görülür (02). Açıortay aracıyla karenin açıortay doğruları oluşturulurken, DG teknik kullanım hatasından kaynaklı yanlış noktalar seçilerek açıortay doğrusu oluşturulmaya çalışılır (08). Ayşe'nin "Gereksizleri siler misin?" (09) uyarısıyla oluşturulan fazla doğrular silinir ve yapı K noktasından sürüklenerek test edilir. Açıortayın sürükleme sonucunda hatalı davranış gösterdiği gözlemlenir ve yapının yanlış oluşturulduğu kararına varılır (10).

Tablo 38. A Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim III

		Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
07	Ayşe	(F noktası sürükleme sürecinde) Aaa açıortay, açıortay oldu şu an		Varsayım 1 (-): Karenin içindeki doğrular karenin açıortaylarıdır
08		(Açıortay aracı ile karenin açıortayları oluşturulur, sürükleme testi uygulanır, açıortay doğruları oluşturma sürecinde yazılımı kullanım hatasıyla amaçtan farklı doğrular üzerinde açıortay oluşturulur)		Strateji 3: Başlangıç
09	Ayşe	Hareket ettirsene bir, hareket ederse çok mutlu olacağım, bir dakika gereksizleri siler misin?		Sürükleme Türü: ST(-)
10	Ayşe	(Oluşturulan açıortay doğruları kaldırılır) Şimdi hareket ettirir misin? Olmadı.		Sürükleme Türü: ST(-) Strateji 3: Son

Ayşe ve Ayla, algısal çıkarım ve sürüklemeye dayalı yanlış varsayımın uygulanmasıyla başarılı olamamıştır. A grubunun *Kare4Renk* kara kutu etkinliği uygulama sürecinde varsayımların sürükleme türlerine göre dağılımı, geliştirdikleri stratejiler ve varsayım doğrulama sürecinde kullanılan araçların kronolojik dağılımını gösteren grafik Şekil 16'da özetlenmiştir.

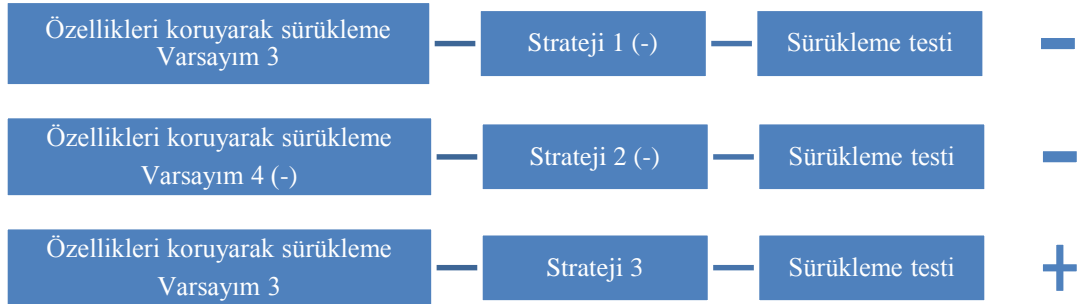
Varsayımda Bulunma	V2	OS		
	V1(-)	OS	OS	
Varsayımı Doğrulama	V2	ST		
	V1(-)	ST	ST	
		S1	S2	S3

Şekil 16. A Grubunun Kare4Renk Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci

Ayşe ve Ayla'nın *Kare4Renk* uygulama süreci incelendiğinde üretilen varsayımların, sürükleme sonucunda nesnelerin davranışı, yapının sürükleme sürecindeki geometrik yeri ve özellikleri koruyarak sürükleme sürecine dayalı olarak ortaya çıktığı görülmüştür. Ayşe ve Ayla'nın uygulama sürecinde varsayımın ortaya çıkmasında ve test edilmesinde sürüklemenin etkin bir rol aldığı gözlemlenmiştir.

4.2.2. B Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular

B grubunun uygulamasına ait bulgular Şekil 17'de özetlenmiş ve ilerleyen paragraflarda analiz edilmiştir.



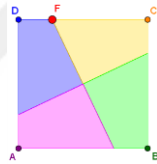
Şekil 17. B Grubu Kare4Renk Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci

4.2.2.1. Girişim I

Belma ve Buket rastgele sürüklemelerle kara kutuyu araştırır ve özellikleri koruyarak sürüklemeye geçiş yapar (Tablo 39). Özellikleri koruyarak sürükleme sonucunda Belma'nın "İki noktadan hareket ediyor, düzgün çokgen ile yapılmış" (02) ifadesinden DG bilgisine sahip olduğu anlaşılır.

F noktasından özellikleri koruyarak sürükleme sonucunda kare içindeki doğrular arasındaki açı ölçüsünün sabit ve 90° olduğu gözlemlenir ve "Bak şimdi doksan, doksan, doksan o, daireden gidelim biz bence" (02: Belma) ifadesi ile kara kutu çember ile ilişkilendirilir. Belma'nın "Daireden gidelim biz bence, bak şimdi doksan, doksan, doksan o" (02) ifadesinden "karenin içindeki doğrular iç teğet çemberi merkezinden geçer ve birbirine diktir" şeklinde varsayımda (varsayım 3) bulunduğu anlaşılır.

Tablo 39. B Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim I (1)

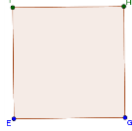
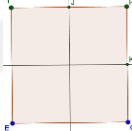
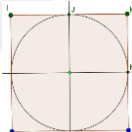
	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
01	Rastgele sürüklemeler yapılır		Sürükleme Türü: RS
02	Belma İki noktadan hareket ediyor, düzgün çokgen ile yapılmış. Daireden gidelim biz bence, bak şimdi doksan, doksan, doksan o (<i>köşegenlerin kesişim noktasını göstererek</i>)		Varsayım 3: Karenin içindeki doğrular iç teğet çemberi merkezinden geçer ve birbirine diktir Sürükleme Türü: OS

Belma ve Buket'in *Kare4Renk* kara kutusunun ilk görünüm algısından bağımsız olarak sürükleme sonucunda nesnelere davranışlarını gözlemleyerek varsayım ürettikleri görülmüştür.

Ortaya atılan varsayıma (varsayım 3) strateji 1 geliştirilir (03), uygulanır ve noktalardan sürüklenerek test edilir (04: Tablo 40). Düzgün Çokgen aracı ile kare oluşturulur, Orta Nokta aracı ile kare kenarlarının orta noktaları alınır ve bu noktalardan geçen dik doğrular oluşturulur (05). Belma'nın "Ama buradan hareket etmez, daire çizelim" (06) ifadesinden DG bilgisi kesişim noktası bilgisine ve uygulama sonucu orta noktaların dinamik olmayacağı bilgisine sahip olduğu anlaşılır.

Belma kare kenar orta noktalarından Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracı ile çember oluşturur. Böylece “kare içinde bir çember ve çember içinde birbirine dik doğrular vardır” varsayımı uygulanmış olur (06). Uygulanan stratejiyle ortaya çıkan yapının DG ortamında sürüklenemez olduğu gözlemlenir ve geliştirilen strateji geçersiz kabul edilir.

Tablo 40. B Grubu Kare4Renk Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I (2)

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
03	<i>Düzgün çokgen aracıyla kare oluşturulur.</i>		Strateji 1: Başlangıç Geometrik şekil: Düzgün çokgen aracı ile kare
04	Buket <i>(E ve G noktalarından sürükleyerek) İki noktadan hareket ediyor.</i>		Sürükleme Türü: ST
05	<i>Orta Nokta aracı ile IH ve HG kenarları orta noktası alınır (J ve K). Dik Doğru aracı ile J ve K noktalarından geçen dik doğru oluşturulur.</i>		Geometrik Şekil: Orta Nokta aracı ile kenar orta nokta, Dik doğru aracıyla dik doğru
06	Belma <i>Ama buradan hareket etmez, daire çizelim.</i>		DG bilgisi: kesişim nokta Geometrik Şekil: Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracı ile çember Strateji 1: Son

Belma ve Buket özellikleri koruyarak sürükleme sonucunda ürettikleri varsayımı uygulamış ve test ederek doğrulamıştır. Öğrencilerin Orta Nokta aracına yönelmeleri algısal çıkarıma bağlı kaldıklarını göstermiştir. Oluşturulan yapının kara kutu ile görsel olarak bağdaşmaması sonucu geliştirilen strateji geçersiz kabul edilmiştir.

4.2.2.2. Girişim II

Varsayım 3'e üretilen ve başarısız kabul edilen strateji, geliştirilerek yeniden uygulanır (Tablo 41). Düzgün Çokgen aracıyla kare ($EGHI$) ve strateji 1'de oluşturulan orta noktalar yerine Nokta aracıyla kenar üzerinde L noktası oluşturulur (strateji 2). Orta nokta aracı ile karenin H ve E köşelerinin orta noktası J oluşturulur. Belma ve Buket, sürükleme sonucunda doğruların dönme eylemi gerçekleştirdiği gözlemine dayanarak Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracı ile J noktasını merkez kabul eden ve L

noktasından geçen çember oluşturur (08). Oluşturulan yapı sürüklemeye ile test edilir (09). Bir sonraki adımda Buket'in varsayım 3 üzerine ekleme yaptığı görülür "karenin içindeki doğrular iç teğet çemberi merkezinden geçer ve karenin kenarına paraleldir" (varsayım 4). Varsayım 4 uygulanır ve sürüklemeye testi sonucunda geçersiz olduğu gözlemlenir (11).

Tablo 41. B Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim II

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
08	<i>Orta nokta aracı ile H ve E köşelerinin orta noktası ve IH kenarı üzerinde herhangi bir nokta belirlenir. J noktasını merkez kabul eden ve L noktasından geçen bir çember oluşturulur.</i>		Strateji 2: Başlangıç Geometrik Şekil: Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracı ile çember
09	Belma <i>Bakayım (Sürüklemeye uygulanır, beklenen davranış gözlemlenir).</i>		Sürüklemeye Türü: ST
10	Buket: <i>Şunlar paralel mi? ((İç yatay doğru ile HI kenarı. Paralel doğru aracıyla HI kenarına paralel ve J noktasından geçen bir doğru oluşturulur. Doğru aracıyla I ve J noktalarından geçen bir doğru oluşturulur.)</i>		Varsayım 4 (-): Karenin içindeki doğrular iç teğet çemberi merkezinden geçer ve karenin kenarına paraleldir
11	<i>Sürüklemeye testi uygulanır, başarılı olamazlar.</i>		Sürüklemeye Türü: ST(-) Strateji 2: Son

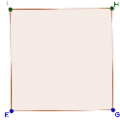
Belma ve Buket algısal çıkarımdan kurtularak sürüklemeye dayalı varsayım üretmiştir. Varsayımın sürüklemeye sürecindeki doğruların geometrik yeri, özellikleri, öğrencinin geometrik bilgileri ile ilişkilendirme sonucu ortaya çıktığı anlaşılmıştır. Uygulanan varsayım sürüklemeye ile test edilmiş ve yapı kara kutu ile örtüşmediğinden varsayım geçersiz kabul edilmiştir.

4.2.2.3. Girişim III

Belma ve Buket özellikleri koruyarak sürüklemeye noktalarından sürüklemeye ile arayışlarını devam ettirir (Tablo 42). Sürüklemeye sonucunda Buket'in "Bak şimdi doksan, doksan, doksan o" (02) ifadesine benzer şekilde "Dik mi yapıcız acaba?"

(19) ifadesiyle ve önceki varsayım 4’deki paralel doğrular yerine dik doğruları tercih ederek “karenin içindeki doğrular iç teğet çemberi merkezinden geçer ve birbirine diktir” şeklinde varsayımda (varsayım 3) bulunduğu görülür. Öğrenciler işlemleri silerek geliştirdikleri yeni stratejinin (strateji 3) adımlarını uygulamaya başlar. Düzgün Çokgen aracı ile kare oluşturulur ve kara kutudaki kare ile sürükleme yoluyla karşılaştırılır. Bu aşamada Belma’nın “*Bak bu düzgün çokgen, kesinlikle eminim*” (20) ifadesinden DG bilgisine sahip olduğu görülür. Belma, özellikleri koruyarak sürükleme sürecinde doğruların davranışını gözlemleyerek “*Bu bunun etrafında dönüyor ya, bunu da bunun etrafından döndürmeye çalışıyorsun*” (21) şeklinde akıl yürütür.

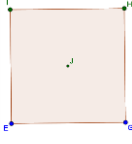
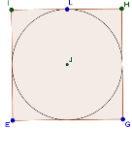
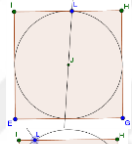
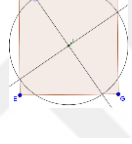
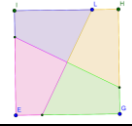
Tablo 42. B Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim III (1)

		Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
19	Buket	<i>(F noktasından sürüklenerek) Dik mi yapıcaz acaba? (kare içindeki doğrular)</i>		Varsayım 3: Karenin içindeki doğrular iç teğet çemberi merkezinden geçer ve birbirine diktir Strateji 3: Başlangıç
20	Belma	<i>(Kare oluşturulur, kara kutudaki kare ile sürükleme yoluyla karşılaştırılır) Bak bu düzgün çokgen, kesinlikle eminim.</i>		Geometrik şekil: Düzgün Çokgen aracı ile kare DG Bilgisi
21	Belma	<i>İlk adım tamam (F noktasından sürükleme sürecinde doğruların davranışını gözlemleyerek) bu bunun etrafında dönüyor ya, bunu da bunun etrafından döndürmeye çalışıyorsun.</i>		Sürükleme Türü: OS

Belma ve Buket kara kutu üzerinde özellikleri koruyarak sürükleme sonucunda Varsayım 3’e yönelmiştir (Tablo 43). Düzgün Çokgen aracıyla kare ($EGHI$) oluşturulur. Orta Nokta aracı ile H ve E köşelerinin orta noktası J oluşturulur (22). Nokta aracı ile kare kenarı üzerinde L noktası oluşturulur (23). Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracı ile J noktasını merkez kabul eden ve L noktasından geçen bir çember oluşturulur (23). Doğru aracıyla L ve J noktalarından geçen doğru oluşturulur (24). Belma sürükleme testi uygular ve Dik Doğru aracıyla J noktasından geçen LJ doğrusuna dik doğru oluşturur (25). Uygulama aşamalarını tamamladıktan sonra yapı sürükleme ile test edilir. Yapının kara kutu ile aynı özelliklere sahip olduğu,

aynı davranışları sergilediği görülür (25). Son aşama olarak, yapı kara kutuya uygun renklere göre biçimlendirilir (26).

Tablo 43. B Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim III (2)

		Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
22	Belma	Artı çizelim (<i>uyguladıkları bir birine dik doğrulardan bahsederek (05), Orta Nokta aracı ile H ve E köşelerinin orta noktası belirlenir: J</i>)		Geometrik Şekil: Düzgün Çokgen aracıyla kare
23	Belma	Çemberden yapalım biz (<i>Kare kenarı üzerinde bir nokta belirlenir: L. J noktasını merkez kabul eden ve L noktasından geçen bir çember oluşturulur.</i>)		Geometrik Şekil: Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracı ile çember
24	Buket	(<i>Doğru aracı ile L ve J noktalarından geçen doğru oluşturulur</i>) olmayacak gibi ama		
25	Belma	Paralelden yapınca olmayacak ondan değil (<i>sürükleme testi uygulanır</i>) Bak şimdi (<i>J noktasından dik doğru oluşturulur</i>)		Sürükleme Türü: ST(+)
26	Belma	Oldu... Renklendirelim (<i>Son aşama olarak renklendirme uygulanır</i>)		DG bilgisi Strateji 3: Son

Belma ve Buket özellikleri koruyarak sürükleme sonucunda varsayımlarını ortaya atarak varsayıma uygun strateji geliştirir. Yeni stratejinin inşa adımlarını uygulama sırasında sürüklemenin sağladığı geribildirimleri ve DG araç bilgisini kullanarak strateji inşa adımları uygulanır. Oluşturulan yapının amaca uygun olup olmadığı sürükleme ile test edilir. Sürükleme sonucunda varsayımın ve geliştirilen yapının kara kutu etkinliği ile ortak özellikte olduğu gözlemlenir.

B grubunun *Kare4Renk* kara kutu etkinliği uygulama sürecinde varsayımların sürükleme türlerine göre dağılımı, geliştirdikleri stratejiler ve varsayım doğrulama sürecinde kullanılan araçların kronolojik dağılımını gösteren grafik Şekil 18'de özetlenmiştir.

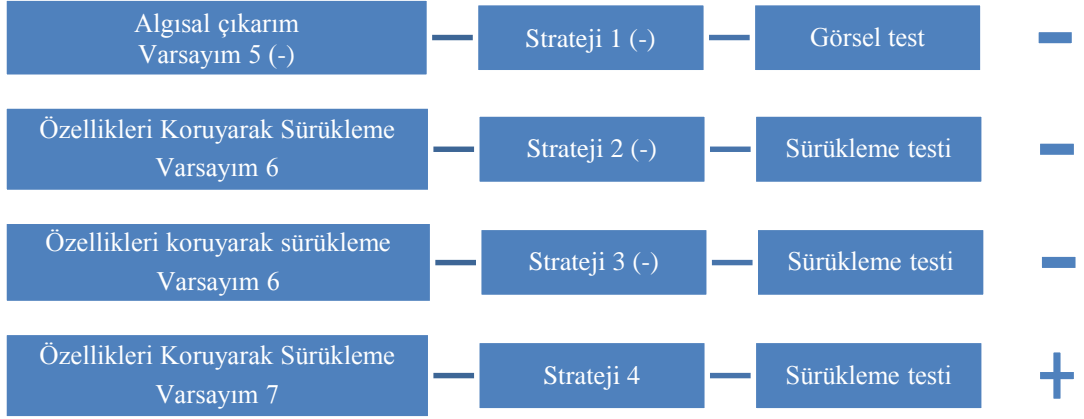
Varsayımda Bulunma	V3	OS	OS
	V4(-)	OS	OS
Varsayımı Doğrulama	V3	ST	ST
	V4(-)	ST	ST
		S1	S2
			S3

Şekil 18. B Grubunun Kare4Renk Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci

Kare4Renk uygulama sürecinde Belma ve Buket'in algıdan uzaklaşarak sürüklemeye dayalı varsayım ortaya attığı görülmüştür. Her geçersiz varsayımın bir sonraki aşamada nesnelere davranışlarına ve geometrik izine uygun varsayım üretmeye teşvik ettiği gözlemlenmiştir. Böylece ortaya atılan her geçersiz varsayım ve uygulanan geçersiz strateji, Belma ve Buket'i geçerli olan varsayım ve uygun stratejiye bir adım daha yaklaştırmıştır. Belma ve Buket'in özellikleri koruyarak sürükleme sonucunda matematiksel yapılar arasında ilişki kurabildiği ve soyut düşünme becerisini kullanarak strateji geliştirdiği gözlemlenmiştir.

4.2.3. C Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular

C grubunun uygulamasına ait bulgular Şekil 19'da özetlenmiş ve ilerleyen paragraflarda analiz edilmiştir.

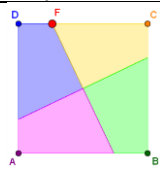
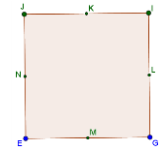
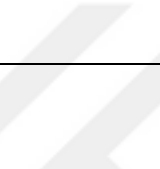


Şekil 19. C Grubu Kare4Renk Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci

4.2.3.1. Girişim I

Ceyda ve Ceren rastgele sürüklemeler ile kara kutu üzerinde araştırma yapar (Tablo 44). Ceyda'nın “*Şu kırmızı noktadan hareket ettirince değişiyor*” (01) ifadesinden özellikleri koruyarak sürükleme noktasının keşfedildiği anlaşılır. Özellikleri koruyarak sürükleme sonucu “*Şu kare, şurası da merkez nokta*” (02) ifadesinden kara kutunun bir kare üzerine tasarlandığı sonucuna ulaşıldığı görülür. Düzgün Çokgen aracıyla *GHIJ* karesi oluşturulur. Algısal çıkarım sonucu, Orta Nokta aracıyla kenar orta noktalar *K, L, M, N* oluşturulur (03). Yapı üzerine Ceyda “*Ama onlar hareket edecek mi?*” ifadesiyle orta noktaların sürüklenemeyeceğini sezinler. Bu durum Ceren'in DG bilgisine hâkim olduğunu gösterir (04).

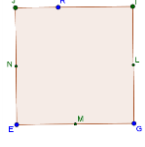
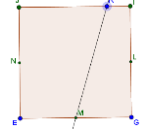

Tablo 44. C Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim I

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
01	Ceyda Şu kırmızı noktadan hareket ettirince değişiyor		Sürükleme Türü: RS
02	Ceren Aynen, şu kare, şurası da merkez nokta (köşegenlerin orta noktasını göstererek)		Varsayım 5 (-): Karenin içindeki doğrular kenar orta noktalarından geçer Algısal çıkarım Strateji 1: Başlangıç Geometrik şekil: Düzensiz Çokgen aracı ile kare, Orta nokta aracı ile kenar orta nokta
03	(Düzensiz çokgen aracı ile kare oluşturulur, Orta Nokta aracı ile kenarlarının orta noktası belirlenir)		DG bilgisi: kesişim noktası bilgisi
04	Ceyda Ama onlar hareket edecek mi?		

Ceyda ve Ceren hem özellikleri koruyarak sürükleme hem de algısal çıkarıma dayalı “karenin içindeki doğrular kenar orta noktalarından geçer” şeklinde varsayım (varsayım 5) ortaya atarak strateji geliştirmiştir ve orta noktaların sürüklenemez olduğunun tespit edilmesiyle varsayım geçersiz olmuştur.

Strateji adımlarında değişiklik yapılır (Tablo 45). Bu değişiklik, öğrencilerin “karenin içindeki doğrular karşılıklı kenarlardan geçer” varsayımında (varsayım 6) bulduklarını gösterir. Orta noktaların sürüklenemez olduğu bilgisi üzerine dinamik bir nokta oluşturulur. $GHIJ$ karesi $[JI]$ kenarı üzerinde K orta noktası silinir ve aynı kenar üzerinde Nokta aracıyla R noktası oluşturulur (05). Yapı R noktasından sürüklenerek test edilir (06). Sürükleme sonucunda yapı kara kutu ile ortak davranış göstermediğinden strateji geçersiz kabul edilir (07).

Tablo 45. C Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim II

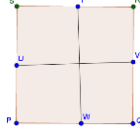
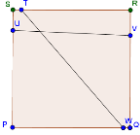
	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
05	<i>JI kenarı üzerindeki orta nokta silinir, kenar üzerinde herhangi bir nokta belirlenir: R. Doğru aracıyla R ve M noktalarından geçen bir doğru, N ve L noktalarından geçen bir doğru oluşturulur</i>		Varsayım 6: Karenin içindeki doğrular karşılıklı kenarlardan geçer
06	Ceren Bakalım (<i>sürükleme testi uygulanır</i>)		Sürükleme Türü: ST(-)
07	Ceyda Kenardaki orta noktalar sabit kalmıyor (<i>kara kutu etkinliğinde sürüklemeler uygulayarak</i>)		SÇ: Özellikleri koruyarak sürükleme Strateji 1: Son

Özellikleri koruyarak sürükleme ile kara kutu davranışları gözlemlenmiş ve strateji adımlarında değişiklik uygulanmıştır. Ceyda ve Ceren kara kutunun davranışlarını incelemesine rağmen algıya dayalı strateji geliştirmiştir. Sürükleme testi sonucunda strateji geçersiz kabul edilmiştir.

4.2.3.2. Girişim II

Kara kutudaki doğruların dinamikliğine odaklanan Ceyda ve Ceren, noktaların dinamik olması gerektiği düşüncesinden “*Doğru parçasından yapsak, doğru parçasından yapınca sabit kalmıyordu*” (08) ifadesiyle “karenin içindeki doğrular karşılıklı kenarlardan geçer” şeklindeki varsayımlarına (varsayım 6) farklı bir strateji (strateji 2) geliştirir (Tablo 46). Nokta aracıyla kare kenarları üzerinde kara kutu görseline benzer şekilde dörder nokta oluşturulur ve Doğru Parçası aracıyla karşılıklı noktalardan geçen doğru parçaları çizilir (10). Ceyda’nın “*Ama onlar birbirine bağlı olarak hareket edecek mi?*” (11) ifadesinden bu noktaların sadece dinamik olmasının yeterli olmadığı, aralarında bir bağıntının olması gerektiği bilgisine yer verdikleri görülmektedir. Özellikleri koruyarak sürükleme sonucunda ortaya atılan varsayım, strateji geliştirilerek uygulanır ve sürükleme ile test edilir. Sürükleme testi sonucunda stratejinin geçersizliği gözlemlenir (12).

Tablo 46. C Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim III

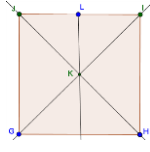
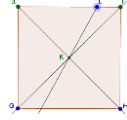
	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
08	Ceren Doğru parçasından yapsak, doğru parçasından yapınca sabit kalmıyordu		Varsayım 6: Karenin içindeki doğrular karşılıklı kenarlardan geçer
09	Ceyda Deneyelim. Şimdi buraya doğru parçası mı yapayım. Bizim şunu da hareket ettirmemiz gerekiyor (<i>Oluşturulan orta noktaları kastederek</i>)		Sürükleme Türü: ST(-)
10	Ceren Demek istediğim şey şu (<i>Doğru Parçası aracıyla karşılıklı kenarların herhangi bir noktasından geçen doğru parçaları oluşturulur</i>)		Strateji 2: Başlangıç
11	Ceyda Ama onlar birbirine bağlı olarak hareket edecek mi?		
12	Ceren Bu buraya gelmeli, bu da buraya (<i>her iki doğrunun alması gereken geometrik şeklini göstererek</i>)		Sürükleme Türü: ST(-) Strateji 2: Son

Ceyda ve Ceren noktaların dinamikliği üzerine odaklanarak sürükleme sonucunda varsayım ortaya atmıştır. Öğrenciler varsayımda bulunma sürecinde kara kutunun dinamiklik özelliğini ve nesnelere birbirine bağımlı olduğunu farketmiştir. Ortaya atılan varsayım strateji geliştirilerek uygulanmış ve sürükleme testi sonucunda strateji geçersiz olarak kabul edilmiştir.

4.2.3.3. Girişim III

Ceyda ve Ceren'in *Kare4Renk* kara kutusuna farklı bir varsayım ortaya atarak strateji geliştirdikleri görülür (Tablo 47). Ceren'in "Şu kare, şurası da merkez nokta" (02) ifadesindeki strateji (strateji 3) adımı uygulanır ve "karenin içindeki doğrular karşılıklı kenarlardan geçer" şeklinde varsayım 7 ortaya atılır. Düzgün Çokgen aracıyla *GHIJ* karesi oluşturulur. Doğru aracıyla *GHIJ* karesinin köşegenleri ve Kesişim aracıyla köşegenlerin kesişim noktası *K* oluşturulur (14). Dinamik nokta düşüncesi üzerine Nokta aracıyla *L* noktası oluşturulur (14). Doğru aracıyla *L* ve *K* noktalarından geçen doğru oluşturulur. *K* noktası sürüklenerek kara kutu ile yapı davranışları karşılaştırılır (15). Oluşturulan doğrunun davranışının kara kutu ile örtüştüğü gözlemlenir. Sonraki aşamalar için arayışa girilir (16).

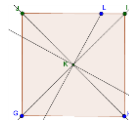
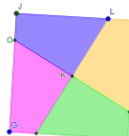
Tablo 47. C Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim IV (1)

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama	
13	Ceyda	Bunu ona bağlı olarak nasıl hareket ettirebiliriz?		
14		<i>Düzgün Çokgen aracı ile kare oluşturulur. Doğru aracı ile köşegenler oluşturulur ve köşegenlerinin kesişim noktası belirlenir: K. Kare kenarı üzerinde herhangi bir noktadan (L) ve K noktasından geçen bir ışın oluşturulur.</i>		Strateji 3: Başlangıç Geometrik şekil: Düzgün Çokgen aracı kare Varsayım 7: Karenin içindeki doğrular karşılıklı kenarlardan geçer
15	Ceyda	Bak işte (Yapı sürüklenerek kara kutu etkinliği ile karşılaştırılır ve ortak davranışta olduğu kararına varılır)		Sürükleme Türü: ST (+) Strateji 3: Son
16	Ceyda	Bu gayet oldu, diğerlerini nasıl oluştururuz ki?		

Kara kutunun dinamiklik ve nesnelere bağımlılık özelliğinin farkedilmesiyle varsayımda bulunulmuş ve uygulanmıştır. Sürükleme testi sonucunda geçerli bir varsayım ortaya attıklarına karar verilmiştir. Ceyda ve Ceren sonraki aşamaları için nasıl yol almaları gerektiğine dair arayışa girmiştir.

Ceyda ve Ceren “Buraya kadar tamam, peki öbürleri nasıl? Şurası 90° sanki” (19) şeklinde ifadesini belirtir (Tablo 48). Kara kutunun hem dinamik hem de iç doğru parçaları arasında bir bağıntı olması gerektiği bilgisi üzerine ortaya attıkları varsayımı ekleme yaparak “karenin içindeki doğrular karşılıklı kenarlardan geçer ve birbirine diktir” şeklinde varsayım 7 tanımlanır. Dik doğru aracıyla LK doğrusuna dik ve K noktasından geçen bir dik doğru oluşturulur. Yapı sürükleme ile test edilir (20). Sürükleme testi sonucunda oluşturulan yapının kara kutu ile ortak davranışta olduğu gözlemlenir. Son aşama olarak, yapı kara kutuya benzer şekilde biçimlendirilir ve etkinlik başarıyla tamamlanır (21).

Tablo 48. C Grubu Kare4Renk Kara Kutu Uygulama Süreci: Girişim IV (2)

		Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
18	Ceyda	Buraya kadar tamam, peki öbürleri nasıl? Şurası 90° sanki (<i>Doğrular arasındaki açı gösterilerek</i>)		
19		<i>Dik doğru aracıyla K noktasından dik doğru oluşturulur. Noktalardan sürükleme uygulanır.</i>		Varsayım 7: Karenin içindeki doğrular karşılıklı kenarlardan geçer ve birbirine diktir Sürükleme Türü: ST (+) Strateji 4: Son
20	Ceyda	Aaa oluyor (<i>sürükleme testi uygulanır</i>).		
21		<i>Son aşama olarak kara kutu etkinliğindeki gibi renklendirilir, görev tamamlanır.</i>		

Ceyda ve Ceren özellikleri koruyarak sürükleme sonucunda varsayımda bulunur. Ortaya atılan varsayıma uygun strateji geliştirilerek ilk adım başarılı bir şekilde oluşturulur. Kara kutunun hem dinamik hem de iç doğru parçaları arasında bir bağıntı olması gerektiği bilgisi üzerine ortaya attıkları varsayıma ekleme yaparak stratejinin bir sonraki adımı geliştirilir ve oluşturulur. Oluşturulan yapının amaca uygun olup olmadığı sürükleme aracı ile test edilir. Sürükleme testi sonucunda oluşturulan yapının kara kutu etkinliği ile benzer özellikde olduğu gözlemlenir.

C grubunun *Kare4Renk* kara kutu etkinliği uygulama sürecinde varsayımların sürükleme türlerine göre dağılımı, geliştirdikleri stratejiler ve varsayım doğrulama sürecinde kullanılan araçların kronolojik dağılımını gösteren grafik Şekil 20'de özetlenmiştir.

Varsayımda Bulunma	V6	OS	OS		
	V7			OS	
	V5(-)	A			
Varsayımı Doğrulama	V6	ST	ST		
	V7			ST	
	V5(-)	G			
		S1	S2	S3	S4

Şekil 20. C Grubunun Kare4Renk Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci

Sürükleme aracı Ceyda ve Ceren'in kara kutu davranışını gözlemleme, algısal çıkarım dışına çıkma ve varsayımda bulunmalarına temel oluşturmuştur. Özellikleri koruyarak sürükleme sayesinde girilen arayışlar sonucunda, Ceyda ve Ceren varsayımların geçerliliği hakkında karar verebilmiştir. Her geçersiz varsayım sonucunda varsayımın neden geçersiz olduğuna dair bilgi arayışına girerek sonraki varsayımlarını bu bilgi üzerine oluşturmuş ve *Kare4Renk* kara kutu etkinliği başarıyla tamamlanmıştır.

4.3. DÖRTÜÇGEN KARA KUTU ETKİNLİĞİNDE VARSAYIMDA BULUNMA SÜRECİ

DörtÜçGen kara kutusunun ön analizinde belirtildiği gibi, arayüzde dörtgen olarak tanımlayabileceğimiz bir ikizkenar yamuk ve içinde bir nokta bulunmaktadır. Rastgele sürükleme sonrasında yamuk üçgene dönüşmektedir (bkz. 3.3.1.3. DörtÜçGen kara kutusunun ön analizi).

4.3.1. A Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular

A grubunun uygulamasına ait bulgular Şekil 21'de özetlenmiş ve ilerleyen paragraflarda analiz edilmiştir.

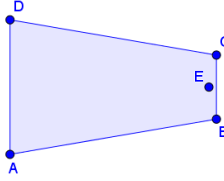
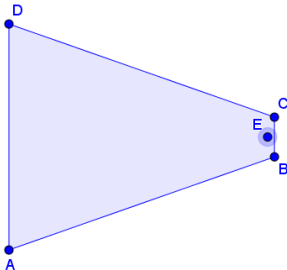
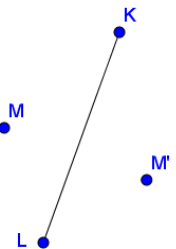


Şekil 21. A Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci

4.3.1.1. Girişim I

Ayşe ve Ayla rastgele sürükleme yapar (Tablo 49.) şekilde yansıma olup olmadığını sorgular (01). Özellikleri koruyarak sürükleme sonucunda Ayla'nın "*Noktalar birlikte hareket ediyor*" ifadesi ile "dörtgenin dikey kenar köşe nokta çiftleri birbirinin yansımasıdır" varsayımı (varsayım 1) tanımlanır (03). Özellikleri koruyarak sürükleme ile kara kutu davranışlarını inceleme sonucunda Ayşe "*Bak bak dönüyor gibi*" gözlemini yapar (04). Doğru parçası aracıyla K ve L noktalarından geçen $[KL]$ doğru parçası oluşturulur (05). Nokta aracıyla düzlemde M noktası oluşturulur ve $[KL]$ doğru parçasına göre yansıtılır (05). Yapı sürüklenerek test edilir ve sonuç olarak amaçlarına uygun davranışta olmadığı gözlemlenir (05).

Tablo 49. A Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
01	Ayla Yansıma var burda		Sürükleme Türü: RS
02	Ayşe Hani nerde yansıma (Noktalardan rastgele sürükleme uygulanır) neyin yansıması?		
03	Ayla Noktalar birlikte hareket ediyor (E noktasından sürükleme süreci gözleminde A ile D noktası, C ile B noktasının birbirinin yansıması)		Sürükleme Türü: ÖKS Varsayım 1: Dörtgenin dikey kenar köşe nokta çiftleri birbirinin yansımasıdır
04	Ayşe (E noktasından sürükleme sürecinde) bak bak dönüyor gibi, ... izle dönüyor (A ile D ve B ile C noktalarının davranışlarının gözlemi sonucu)		Strateji 1: Başlangıç
05	Ayşe Ben yansıma olduğunu düşünmüyorum (Bir doğru parçası ve herhangi bir doğru oluşturur. Oluşturulan noktayı Doğruya Göre Yansıt Aracı ile yansıtır) Bak ne ilişkisi olabilir?		Sürükleme Türü: ST (-) Strateji 1: Son

Ayşe ve Ayla rastgele sürüklemeler yaparak yapının yansıma ile ilişkili olduğu tartışılır. Özellikleri koruyarak sürüklemeler sonucunda varsayım ortaya atılır. Varsayım strateji geliştirilerek uygulanır. Oluşturulan yapı sürüklenerek test edilir fakat yapı davranışının amaca uygun olmadığı gözlemlenir.

A grubunun *DörtÜçGen* kara kutu etkinliği uygulama sürecinde varsayımların sürükleme türlerine göre dağılımı, geliştirdikleri stratejiler ve varsayım doğrulama sürecinde kullanılan araçların kronolojik dağılımını gösteren grafik Şekil 22'de özetlenmiştir.

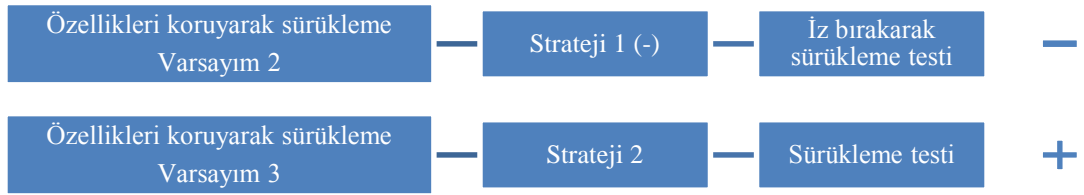
Varsayımında bulunma	V1	OS
Varsayımı doğrulama	V1	ST S1

Şekil 22. A Grubunun DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımında Bulunma ve Doğrulama Süreci

Ayşe ve Ayla uygulamalarına rastgele sürüklenme yaparak başlamıştır. Rastgele sürüklenme sonucu ortaya attıkları ifadelerini özellikleri koruyarak sürüklenme sonucunda bir varsayım olarak tanımlamışlardır. Özellikleri koruyarak sürüklenme öğrencilere hem varsayımlarını tanımlamalarına hem kara kutu davranışları hakkında bilgi edinmelerini sağlamıştır. Varsayıma strateji geliştirilerek uygulanmış ve sürüklenme ile test edilmiştir. Öğrenciler doğru bir varsayım ortaya atmış fakat sürüklenme testi sonucunda strateji geliştirme açısından yetersiz oldukları anlaşılmıştır.

4.3.2. B Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular

B grubunun uygulamasına ait bulgular Şekil 23'te özetlenmiş ve ilerleyen paragraflarda analiz edilmiştir.



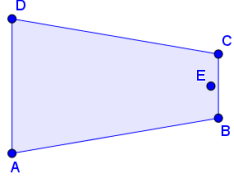
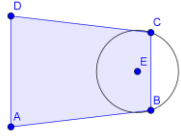
Şekil 23. B Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci

4.3.2.1. Girişim I

Belma ve Buket *DörtÜçGen* kara kutu etkinliğinde önce rastgele, sonra özellikleri koruyarak sürüklenme yapar (Tablo 50). Özellikleri koruyarak sürüklenme sürecinde Belma'nın "*Burada çember olabilir mi?*" (02) ifadesinden anlaşıldığı üzere "dörtgenin dikey kenar köşe nokta çiftleri ayrı çemberler üzerindedir" varsayımında

(varsayım 2) bulunduğu görülür. Kara kutunun çember ile ilişkisi araştırılarak varsayım kara kutu üzerinde sürükleme ile test edilir (02).

Tablo 50. B Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
01	<i>Noktalardan rastgele sürüklemeler uygulanır</i>		Sürükleme Türü: RS
02	Belma <i>(Özellikleri koruyarak sürükleme sürecinde) Burada çember olabilir mi? (B ile C ve D ile A noktalarını göstererek)</i>		Sürükleme Türü: ÖKS Varsayım 2: Dörtgenin dikey kenar köşe nokta çiftleri ayrı çemberler üzerindedir Dinamik Geometrik Şekil: Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember Sürükleme Türü: ST (+)

Belma ve Buket, yapının inşasına geçmeden önce, kara kutuyu çözümlenmede süreklemeyi etkin olarak kullanmıştır. Varsayım, özellikleri koruyarak sürükleme sürecinde ortaya çıkmış ve sürükleme testi ile doğrulanmıştır.

4.3.2.2. Girişim II

Özellikleri koruyarak sürükleme sürecinde Buket'in “*Bunlar yansıması birbirinin, görüyor musun, ama bak yuvarlak oluyor*” (03) ifadesinden bir önceki varsayım üzerine ekleme yaptıkları anlaşılmaktadır (Tablo 51). Dolayısıyla yeni varsayım (varsayım 3) “dörtgenin dikey kenar köşe nokta çiftleri ayrı çemberler üzerindedir ve çemberlerin merkezinden geçen doğruya göre birbirinin yansımasıdır” şeklindedir. Varsayımı doğrulamak amacıyla İz aracı etkinleştirilerek kara kutu sürüklenir (06).

Tablo 51. B Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
03	Buket (Özellikleri koruyarak sürüklemeye sürecinde) Bunlar yansıması birbirinin, görüyor musun, ama bak yuvarlak oluyor		Sürüklemeye Türü: OS Varsayım 3: Dörtgenin dikey kenar köşe nokta çiftleri ayrı çemberler üzerindedir ve çemberlerin merkezinden geçen doğruya göre birbirinin yansımasıdır
04	Belma	Hangisi?	
05	Buket	Şu ikisi yuvarlak oluyorsa	
06	Buket	(İz aracını etkinleştirir) Çok güzel	Sürüklemeye Türü: IS
07	Buket	Bak bu da bunun ki	Sürüklemeye Türü: IS
08	Belma	Bak, çözdük işte bununla bu birbirine takılıyor, bitişik	

Belma ve Buket özellikleri koruyarak sürüklemeye sonucunda kara kutunun geometrik yerini gözlemleyerek varsayımda bulunmuştur. Bu varsayımı doğrulamak üzere iz bırakarak sürüklemeye yönelen öğrenciler, bir önceki varsayımlarına ekleme yaparak, varsayımlarını geliştirmiştir.

4.3.2.3. Girişim III

Belma ve Buket varsayımlarını (varsayım 3) doğrulamak amacıyla strateji 1 geliştirir ve uygular (Tablo 52). Yarım Çember aracı ile birbirine teğet iki çember oluşturulur (09). Çokgen aracıyla köşeleri çemberler üzerinde olan dörtgen oluşturulur ve yapı sürüklenerek test edilir. (10). Sürüklemeye sonucunda stratejinin geçersiz olduğu gözlemlenir ve “Bir şeyin yansıması olması lazım, gitmez” (10), “Bu bir doğrunun yansıması” (12) fikirlerine dayalı olarak yeni bir stratejiye yönelir.

Tablo 52. B Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim III

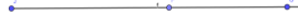
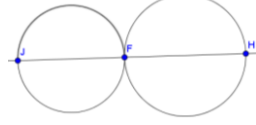
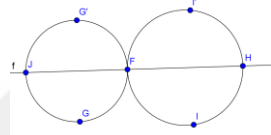
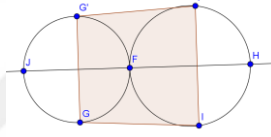
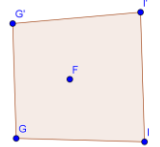
	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
09	Buket Bak buldum, buldum (Yarım Çember aracı ile birbirine teğet iki çember oluşturulur)		Strateji 1: Başlangıç Geometrik şekil: İki Noktadan Geçen Yarım Çember aracı Çember
10	Buket Bir şeyin yansımaları olması lazım, gitmez (Çember üzerindeki noktalar bağımlı hareket etmez)		Çizim: Çokgen aracıyla çokgen
11	Belma Doğrudan yansıtmanın lazım		Sürüklenme Türü: ST(-) Strateji 1: Son
12	Buket Bu bir doğrunun yansımaları (Kara kutu A ile D ve C ile B noktalarının yatay bir doğruya göre yansımaları olduğu varsayılır)		

Belma ve Buket varsayımı doğrulama amaçlı strateji geliştirmiştir. Geliştirilen strateji uygulanmış ve sürüklenme sonucunda geçersiz kabul edilmiştir. Sürüklenme testinden alınan dönütlerle yeni bir stratejiye geçilmiştir.

4.3.2.4. Girişim IV

Belma ve Buket “dörtgenin dikey kenar köşe nokta çiftleri ayrı çemberler üzerindedir ve çemberlerin merkezinden geçen doğruya göre birbirinin yansımalarıdır” varsayımına (varsayım 3) yeni bir strateji (strateji 2) geliştirerek uygular (Tablo 53). Doğru aracıyla JG doğrusu ve Nokta aracıyla doğru üzerinde bir F noktası oluşturulur (13). İki Noktadan Geçen Yarım Çember aracıyla J ile F ve F ile G noktalarından geçen, F noktasında birbirine teğet iki çember oluşturulur (14). Her iki çember üzerinde G ve I noktaları Doğrudan Yansıt aracıyla çemberlerin merkezlerinden geçen doğruya göre yansıtılır ve G' ve I' noktaları elde edilir (15). Çokgen aracıyla belirlenen iki noktadan ve yansıtılmış noktalardan geçen $GII'G'$ dörtgeni oluşturulur (16). Yapı noktalardan sürüklenerek test edilir ve kara kutu ile karşılaştırılır. Yapının sürüklemeler sonucunda kara kutu ile ortak özelliklerde olmasıyla varsayım ve strateji geçerli kabul edilir (17).

Tablo 53. B Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim IV (1)

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
13	Buket Buradan ve buradan geçen bir doğru ve buraya da bir nokta (<i>Doğru aracıyla doğru oluşturulur ve Nokta aracıyla doğru üzerinde iki nokta arasında bir nokta daha oluşturulur</i>)		Strateji 2: Başlangıç Geometrik Şekil: Doğru aracıyla doğru, Nokta aracıyla nokta
14	İki Noktadan Geçen Yarım Çember aracıyla doğru üzerindeki iki noktadan geçen ve birbirine teğet olan iki çember oluşturulur. Sürüklenerek test edilir.		Geometrik Şekil: İki Noktadan Geçen Yarım Çember aracı ile çember Sürükleme Türü: ST
15	Her çember üzerinde bir nokta oluşturulur ve çemberlerin merkezlerinden geçen doğruya göre yansıtılır.		Geometrik Şekil: Doğruya Yansıt aracı ile doğruya göre yansıtılır.
16	Çokgen aracıyla çember üzerindeki noktalardan geçen dörtgen oluşturulur.		Çizim: Çokgen aracı
17	Noktalarından sürüklenir, kara kutu ile karşılaştırılır. Oluşturulan şekil ile örtüştüğü gözlemlenir.		Sürükleme Türü: ST(+) Strateji 2: Son

Belma ve Buket varsayımlarına farklı bir varsayım geliştirerek işlemlerini uygular. Önceki hatalar ve geribildirimler değerlendirilerek strateji oluşturulur. Oluşturulan yapı sürüklenerek test edilir ve yapının amaca uygun olduğu, kara kutu etkinliği ile ortak özelliklerde olduğu gözlemlenir.

B grubunun *DörtÜçGen* kara kutu etkinliği uygulama sürecinde varsayımların sürüklenme türlerine göre dağılımı, geliştirdikleri stratejiler ve varsayım doğrulama sürecinde kullanılan araçların kronolojik dağılımını gösteren grafik Şekil 24'te özetlenmiştir.

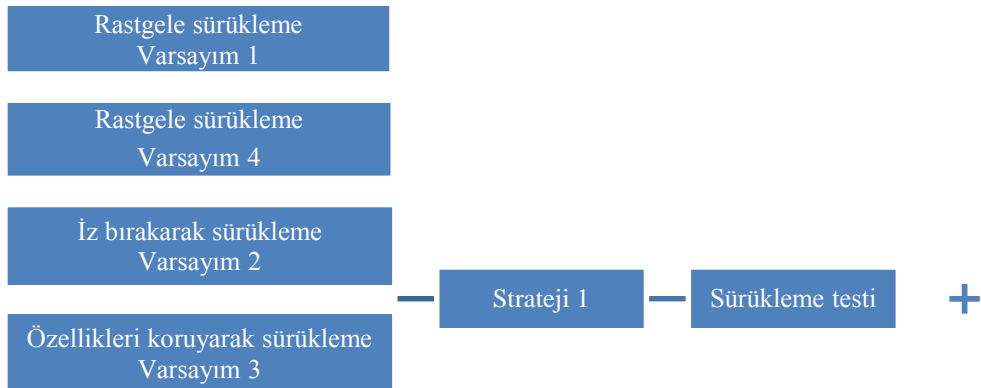
Varsayımda Bulunma	V2	OS	
	V3		OS
Varsayımı Doğrulama	V2	IS	
	V3		ST
		S1	S2

Şekil 24. B Grubunun DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci

Belma ve Buket *DörtÜçGen* kara kutu etkinliğini başarılı bir şekilde tamamlamıştır. Kara kutu etkinliğini tamamlama sürecinde varsayımın özellikleri koruyarak sürükleme sürecinde ortaya çıktığı, iz bırakarak sürükleme ile doğrulandığı gözlemlenmiştir. Varsayımın doğrulanması sonucunda kara kutu oluşturmak için strateji geliştirilmiştir. Geliştirilen ilk stratejide başarısız olmuş, alınan dönütlerle birlikte yeni bir strateji uygulanarak kara kutu oluşturulmuştur.

4.3.3. C Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular

C grubunun uygulamasına ait bulgular Şekil 25'te özetlenmiş ve ilerleyen paragraflarda analiz edilmiştir.

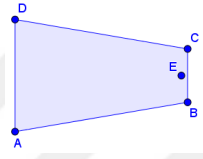


Şekil 25. C Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci

4.3.3.1. Girişim I

Ceyda ve Ceren rastgele sürükleme ile kara kutu etkinliğini araştırır (Tablo 54). Rastgele sürükleme ile kara kutu davranışlarının incelenmesi sonucunda Ceyda'nın "Paralellik var" (03) ve Ceren'in "Yansıma mı var" (02) ifadelerinden "dörtgenin dikey kenar köşe nokta çiftleri birbirinin yansımasıdır" (varsayım 1) ve "dörtgenin dikey kenarları birbirine paraleldir" varsayımlarında (varsayım 4) buldukları görülür.

Tablo 54. C Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I

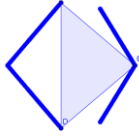
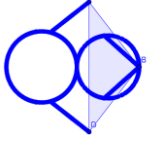
	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
01	<i>Noktalardan rastgele sürüklemeler uygulanır.</i>		Sürükleme Türü: RS
02	Ceren <i>(A ve B noktalarından sürükleyerek) Yansıma mı var?</i>		Varsayım 1: Dörtgenin dikey kenar köşe nokta çiftleri birbirinin yansımasıdır Sürükleme Türü: RS
03	Ceyda <i>(Rastgele sürüklemeler sonucu) Bence paralellik var</i>		Varsayım 4: Dörtgenin dikey kenarları birbirine paraleldir.

Ceyda ve Ceren'in kara kutu sürecinde algısal çıkarıma yönelmeden sürüklemeye başvurdukları görülmüştür. Rastgele sürüklemeler yapılarak varsayımlar ortaya atılmıştır.

4.3.3.2. Girişim II

Ceyda ve Ceren, İz aracını etkinleştirerek kara kutu üzerinde sürükleme yapar (Tablo 55). Kara kutunun E noktasından iz bırakarak sürükleme sonucunda bir karara varamazlar (04). Kara kutunun A ve B noktalarından iz bırakarak sürükleme sonucunda ise nesnelere davranışlarının bir çember ile ilişkili olduğu fark edilir (05). Ceren'in "Yaşasın çember" (06) ifadesinden "dörtgenin dikey kenar köşe nokta çiftleri ayrı çemberler üzerindedir" varsayımında (varsayım 3) bulunduğu anlaşılır.



Tablo 55. C Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II (1)

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
04	Ceren İzini açalım mı (A, B, C, D noktalarının izi açılarak E noktasından sürüklenir). Çok anlamsız oldu.		Sürükleme Türü: IS
05	Daha sonra A ve B noktalarından sürükleme uygulanır		Sürükleme Türü: IS
06	Ceren Yaşasın çember		Varsayım 3: Dörtgenin dikey kenar köşe nokta çiftleri ayrı çemberler üzerindedir

İz bırakarak sürükleme ile kara kutu davranışı gözlemlenmiş ve çember ile ilişkili olduğu varsayımı ortaya atılmıştır.

Ceyda ve Ceren ortaya attıkları varsayımı uygulama amacıyla arayışlarını özellikleri koruyarak sürükleme ile devam ettirir (Tablo 56). Ceren “*Bunları bir doğru üzerinde yapmalıyız*” ifadesi ile kara kutuyu oluşturmak için stratejinin ilk adımını geliştirir (12). Doğru Parçası aracı ile $[JL]$ doğru parçası oluşturulur (13). Ceren, kara kutu üzerindeki E noktasından sürükleyerek “*Doğru var burada*”, A ve B noktalarından sürükleme sürecinde ise “*Doğru üzerinde iki farklı çember*” şeklinde stratejinin diğer adımlarını belirler (14). Doğru parçası üzerinde Nokta aracı ile kara kutudaki E noktasına karşılık K noktası oluşturulur (15). Sürükleme ile nokta davranışı test edilir ve başarılı olduğu gözlemlenir.

Tablo 56. C Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II (2)

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
12	Ceren (<i>Özellikleri koruyarak sürükleme sürecinde</i>) Bunları bir doğru üzerinde yapmalıyız		Sürükleme Türü: OS Strateji 1: Başlangıç Geometrik Şekil: Doğru Parçası aracı ile doğru parçası
13	(<i>Doğru Parçası aracıyla bir doğru parçası oluşturulur</i>)		
14	Ceren (<i>E noktasından sürükleyerek</i>) Doğru var burada, (<i>A ve B noktalarından sürükleyerek</i>) burada da iki tane çember var. İki tane noktadan oluşmuş bunu da biliyorum		Sürükleme Türü: OS
15	(<i>Bir doğru parçası ve doğru parçası üzerinde bir nokta oluşturulur, nokta sürüklenerek test edilir</i>)		Sürükleme Türü: ST (+)

Ceyda ve Ceren, özellikleri koruyarak sürükleme ile noktaların davranışlarını inceleyerek varsayıma uygun strateji geliştirmiştir. Uygulanan strateji adımları test edilerek geçerli kabul edilmiştir.

Ceyda ve Ceren, varsayımlarını doğrulamak amacıyla stratejinin sonraki adımlarını geliştirir (Tablo 57). Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracıyla [*JL*] doğru parçasının başlangıç ve bitiş noktasını merkez kabul eden, *K* noktasında birbirine teğet iki çember oluşturulur (16). Doğru aracıyla *JL* doğrusu ve çemberi kesen diğer iki nokta oluşturulur (17). Doğru ve çember adımları tamamlandıktan sonra stratejinin diğer adımı için özellikleri koruyarak sürükleme yaparak araştırmaya devam edilir (18).

Tablo 57. C Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II (3)

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
16	<i>Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracı ile oluşturulan doğru parçasının başlangıç ve bitiş noktasını merkez kabul eden ve doğru parçası üzerinde ortak bir noktadan geçen iki teğet çember oluşturulur.</i>		Geometrik Şekil: Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracı ile çember
17	<i>Doğru aracıyla çemberler üzerindeki nokta ile doğrusal olacak şekilde çemberler üzerindeki diğer noktalar belirlenir.</i>		Geometrik Şekil: Doğru aracıyla doğru
18	Ceren <i>(A noktasından sürüklenerek) Şuradan tutup gittiğinde böyle (çemberin geometrik izini takip ederek) olması lazım</i>		Sürükleme Türü: ST (+)

Ceyda ve Ceren kara kutu inşa sürecinde geliştirmekte oldukları stratejinin bir sonraki adımlarını başarılı bir şekilde uygulamış ve sürükleme ile test ederek doğrulamıştır.

Stratejinin son aşaması geliştirilerek uygulanır (Tablo 58). Özellikleri koruyarak sürükleme sonucunda, Dik Doğru aracıyla çember merkezlerinden geçen doğruya dik doğrular ve dik doğruların çemberi kestiği noktalar oluşturulur (22). Yapı sürüklenerek test edilir ve Ceren'in “Üstler sabit oldu şimdi, oralar oldu ama hareket etmesi lazım” (22) ifadesine göre hata farkedilir ve farklı bir strateji adımına yönelinir. İki çember üzerinde Nokta aracıyla birer nokta oluşturulur ve noktalar [JL] doğrusuna göre yansıtılır (23). Bu uygulamadan “dörtgenin dikey kenar köşe nokta çiftleri birbirinin yansımasıdır” varsayımına (varsayım 1) yöneldikleri anlaşılır. Noktaların davranışları sürüklenerek test edilir. Sürükleme sonucunda yapının kara kutu ile örtüştüğü gözlemlenir (23). Çokgen aracıyla çemberler üzerindeki noktaları köşe kabul eden dörtgen oluşturulur (24).

Tablo 58. C Grubu DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II (4)

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
22	Ceren Dik doğru ile çizsene (çember ile dik doğruların üst kesişim noktalarını belirleyerek) üstler sabit oldu şimdi, oralar oldu ama hareket etmesi lazım		
23	Doğruda Yansıt aracıyla çember üzerinde bir nokta belirleyerek doğru parçasına göre yansıtırlar, sürükleyerek test edilir, aynı işlem diğer çember üzerinde uygulanır.		Varsayım 3: Dörtgenin dikey kenar köşe nokta çiftleri ayrı çemberler üzerindedir ve çemberlerin merkezinden geçen doğruya göre birbirinin yansımasıdır Sürükleme Türü: ST (+) Strateji 1: Son
24	Çokgen aracıyla çemberler üzerindeki noktalarından geçen çokgen oluştururlar, sürükleyerek test edilir		

Ceyda ve Ceren bu aşamada “dörtgenin dikey konumdaki kenar köşeleri çember üzerinde hareket etmektedir” (varsayım 3) ile “dörtgenin dikey konumdaki kenarları üzerindeki köşeler birbirinin yansımasıdır” (varsayım 1) varsayımını birleştirerek (varsayım 3) strateji geliştirmiştir.

C grubunun *DörtÜçGen* kara kutu etkinliği uygulama sürecinde varsayımların sürükleme türlerine göre dağılımı, geliştirdikleri stratejiler ve varsayım doğrulama sürecinde kullanılan araçların kronolojik dağılımını gösteren grafik Şekil 26’da özetlenmiştir.

Varsayımda Bulunma	V2	IS
	V3	OS
Varsayımı Doğrulama	V2	ST
	V3	ST
		S1

Şekil 26. C Grubunun DörtÜçGen Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci

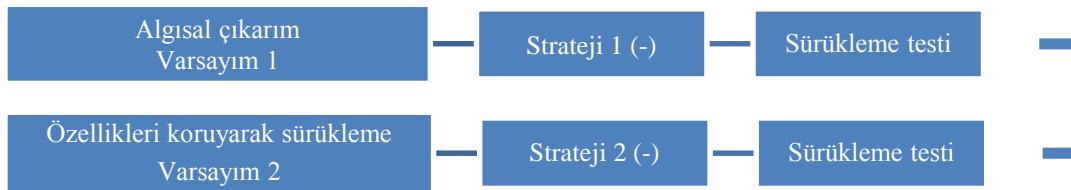
Varsayımların özellikleri koruyarak ve iz bırakarak sürükleme türlerine dayalı olarak ortaya çıktığı gözlemlenmiştir. Varsayımlara uygun stratejiler geliştirilerek sürükleme ile test edilmiş ve doğrulanmıştır. Uygulama sonucunda *DörtÜçGen* kara kutu etkinliği başarılı bir şekilde tamamlanmıştır.

4.4. İKİZÇEMBER KARA KUTU ETKİNLİĞİNDE VARSAYIMDA BULUNMA SÜRECİ

İkizÇember kara kutusunun ön analizinde belirtildiği gibi, arayüzde birbirine teğet üç çember bulunmaktadır. İlk algıya göre şekilde, büyük bir çember ve çemberin iç ve dış bölgesinde, birbirine teğet iki küçük çember yer almaktadır. Küçük çemberler teğet noktasına göre simetriktir. Sürükleme sonucunda küçük çemberlerin büyük çembere teğet olma durumu bozulmazken, birbirine teğet olma durumları bozulmaktadır (bkz. 3.3.1.4. İkizÇember kara kutusunun ön analizi).

4.4.1. A Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular

A grubunun uygulamasına ait bulgular Şekil 27’de özetlenmiş ve ilerleyen paragraflarda analiz edilmiştir.



Şekil 27. A Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci

4.4.1.1. Girişim I

Ayşe ve Ayla *İkizÇember* kara kutu etkinliği üzerinde rastgele sürükleme uygular (Tablo 59). Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracıyla kara kutunun ilk görünümüne göre algısal olarak yapı oluşturulur (02). Kara kutunun ilk görünümüne

bağlı kalarak Ayşe ve Ayla'nın geliştirdikleri stratejiden (strateji 1) “küçük iç ve dış çemberler birbirine dıştan teğettir ve teğet noktası büyük çember üzerindedir” varsayımında (varsayım 1) bulunduğu anlaşılır. Yapı sürükleme ile test edilerek kara kutu ile aynı özellikte olmadığı gözlemlenir ve strateji geçersiz kabul edilir (03).

Tablo 59. A Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
01	<i>Noktalardan rastgele sürüklemeler yapılır. Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracıyla kara kutu ilk görünümdeki hali oluşturulur.</i>		Sürükleme Türü: RS Varsayım 1: Küçük iç ve dış çemberler birbirine dıştan teğettir ve teğet noktası büyük çember üzerindedir
02	Ayşe İnceleyelim (noktalardan sürükleyerek test edilir)		Strateji 1: Başlangıç Geometrik şekil: Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracıyla çember Sürükleme Türü: ST (-)
03	Ayşe Olmuyor.		Strateji 1: Son

Ayşe ve Ayla, rastgele sürükleme sonucunda varsayımında bulunmuş ve algısal çıkarıma dayalı strateji geliştirmişlerdir. Sürükleme testi sonucunda varsayımın geçersiz olduğu görülmüştür.

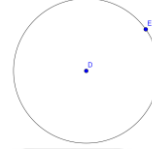
4.4.1.2. Girişim II

Özellikleri koruyarak sürükleme sürecinde Ayla “Yansıma mı, mavi çemberin yansıması galiba B'nin” (04) ifadesiyle “küçük iç ve dış çemberler büyük çember üzerindeki bir noktaya göre birbirinin yansımasıdır” varsayımında (varsayım 2) bulunur (Tablo 60). Kara kutudaki nesnelerin davranışları, özellikleri koruyarak sürükleme ile incelenir ve buna göre varsayımında bulunularak strateji geliştirilir (05, 06). Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracıyla D merkezli çember oluşturulur

ve sürüklenerek kara kutudaki büyük çember ile karşılaştırılır (06). Sürükleme testi sonucunda D merkezli çemberin kara kutudaki büyük çember ile aynı özellikte olduğu gözlemlenir.

Tablo 60. A Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II (1)

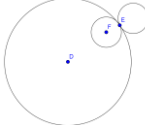

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
04	Ayla	Yansıma mı, mavi çemberin (<i>dış çember</i>) yansıması galiba B'nin	Varsayım 2: Küçük iç ve dış çemberler büyük çember üzerindeki bir noktaya göre birbirinin yansımasıdır
05	Ayşe	A hareket etmiyor, ama büyüyor, B hareket ediyor	
06	Ayşe	Şuan oldu, aynılar (<i>Kara kutudaki A ve B noktalarıyla, D ve E noktalarının davranışlarını sürükleme aracılığıyla test edilir</i>) şimdi bunları çözmemiz gerekiyor.	Strateji 2: Başlangıç Geometrik şekil: Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember Sürükleme Türü: ST (+)



Varsayım, özellikleri koruyarak sürükleme sürecinde ortaya çıkmış ve varsayıma uygun strateji geliştirilmiştir. Strateji, sürükleme ile test edilmiş ve geçerli kabul edilmiştir.

Ayşe ve Ayla kara kutu oluşturmak amacıyla özellikleri koruyarak sürükleme ile stratejinin sonraki adımını araştırır (Tablo 61). Ayşe özellikleri koruyarak sürükleme sürecinde küçük iç ve dış çemberi göstererek “*Bunlar birbirinin yansıması olabilir mi?*” (07) cümlesi ile “küçük iç ve dış çemberler büyük çember üzerindeki bir noktaya göre birbirinin yansımasıdır” (04) varsayımına (varsayım 2) geri döner. Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracıyla D merkezli çembere E noktasında teğet olacak şekilde F merkezli küçük iç çember oluşturulur. İç çember Noktada Yansıt aracıyla E noktasına göre yansıtılır (08). Oluşturulan yapı sürükleme ile test edilir ve test sonucunda yapının kara kutu ile aynı davranışı göstermediği gözlemlenir (09).

Tablo 61. A Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II (2)

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
07	Ayşe (<i>B noktasından sürüklenme sürecinde</i>) Bunlar birbirinin yansıması olabilir mi? (<i>iç ve dış çember</i>)		Varsayım 2: Küçük iç ve dış çemberler büyük çember üzerindeki bir noktaya göre birbirinin yansımasıdır
08	<i>E noktasında D merkezli çembere teğet F merkezli çember oluşturulur. Oluşturulan çemberi Noktada Yansı aracılığıyla E noktasına göre yansıtılır.</i>		Geometrik şekil: Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember
09	<i>E noktasından sürüklenme uygulanır, amaçlarıyla örtüşmediği gözlemlenir.</i>		Sürüklenme Türü: ST (-) Strateji 2: Son

Ayşe ve Ayla stratejinin diğer adımlarını oluşturmak amacıyla özellikleri koruyarak sürüklenme uygular. Daha önce ortaya attıkları varsayımlarına geri dönerek stratejinin diğer adımları uygulanır. Stratejinin uygulama sonucunda oluşturulan yapı sürüklenerek test edilir. Sürüklenme sonucunda yapının amaca uygun olmadığı gözlemlenir.

A grubunun *İkizÇember* kara kutu etkinliği uygulama sürecinde varsayımların sürüklenme türlerine göre dağılımı, geliştirdikleri stratejiler ve varsayım doğrulama sürecinde kullanılan araçların kronolojik dağılımını gösteren grafik Şekil 28'de özetlenmiştir.

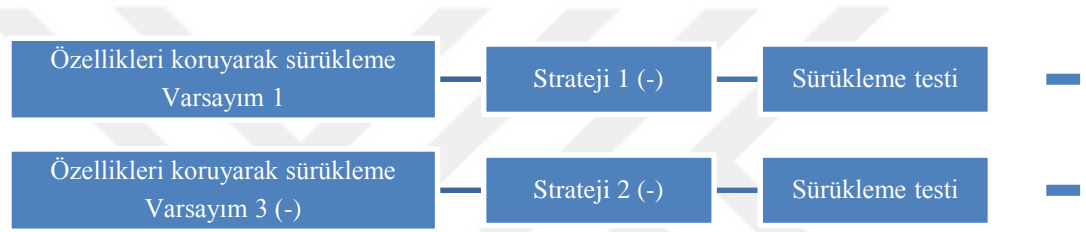
Varsayımda Bulunma	V1	A	
	V2(-)		OS
Varsayımı Doğrulama	V2	ST	
	V1(-)		ST
		S1	S2

Şekil 28. A Grubunun İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci

İkizÇember kara kutu uygulama sürecinde Ayşe ve Ayla ilk aşamada algısal çıkarıma dayalı varsayımda bulunarak strateji geliştirmiştir. Sürüklenme sonucunda algısal çıkarımın dışında varsayımlar ortaya atılmıştır. Ortaya atılan varsayımlar strateji geliştirilerek sürüklenme ile test edilmiştir. Ayşe ve Ayla hem algıya hem sürüklemeye dayalı olarak ortaya attıkları varsayımlarda başarılı olamamıştır.

4.4.2. B Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular

B grubunun uygulamasına ait bulgular Şekil 29’da özetlenmiş ve ilerleyen paragraflarda analiz edilmiştir.

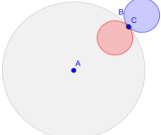




Şekil 29. B Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci

4.4.2.1. Girişim I

Belma ve Buket, sırasıyla rastgele sürüklenme ve iz bırakarak sürüklenme yaparak kara kutu özelliklerini araştırır (Tablo 62). Belma ve Buket kara kutunun geometrik izi ile ilgili bir karara varamaz. Özellikleri koruyarak sürüklenme sürecine yönelerek kara kutudaki çemberler arasındaki ilişkiler araştırılır (03).

Tablo 62. B Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I (1)

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
01	<i>Noktalardan rastgele sürüklenme uygulanır</i>		Sürüklenme Türü: RS
02	Belma Hadi iz açalım		Sürüklenme Türü: IS
03	Buket Bu (iç çember) buna (dış çember) ters mi dönüyor, ben onu anlamadım		Sürüklenme Türü: OS

Rastgele sürüklenme ile işleme başlayan Belma ve Buket, rastgele sürüklenmeden iz bırakarak sürüklemeye geçiş yapmış fakat yapının özelliklerini belirleyememiştir. Öğrenciler, özellikleri koruyarak sürüklenme yaparak araştırmaya devam etmiştir.

Buket “İki nokta da aynı çembere bağlı ama biri içte diğeri dışta, Pembe onun neyi?” (06) ifadesinden sonra strateji uygulamaya başlar (Tablo 63). Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracıyla E noktasından geçen D merkezli çember oluşturulur. Nokta Etrafında Döndür aracıyla E noktası D noktasına göre 90° döndürülerek E' noktası oluşturulur (07) ve yapı sürüklenerek test edilir (08). Sürüklenme testi sonucunda yapının kara kutu ile ortak özellikte olmadığı gözlemlenir. Sürüklenme sürecinde Belma'nın “Yansıma olabilir, ama nasıl yansıma var” (09) ifadesinden anlaşılacağı üzere küçük iç ve dış çemberlerin birbirinin yansıması olduğu kararına varılır. Doğru aracıyla DE' doğrusu oluşturulur. Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracıyla D merkezli çembere teğet küçük dış çember oluşturulur. Belma ve Buket'in uygulamalarından “küçük iç ve dış çemberler birbirine dıştan teğettir ve teğet noktası büyük çember üzerindedir” şeklinde varsayım tanımladıkları ve uyguladıkları görülmektedir. Oluşturulan yapı sürüklenerek test edilir ve yapının kara kutu ile örtüşmediği gözlemlenir (10).

Tablo 63. B grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I (2)

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
04	Buket	Bağımsız bir hareket ediyor.	
05	Belma	Bu nokta buna bağlı (<i>B noktası dış çembere</i>)	
06	Buket	İki nokta da aynı çembere bağlı ama biri içte diğeri dışta... Pembe onun neyi? (<i>iç ve dış çember</i>)	Sürükleme Türü: OS
07		<i>Çember oluşturulur, E noktasını D noktasına göre Nesneyi Nokta Etrafında Döndür aracıyla 90° döndürülür (E').</i>	Strateji 1: Başlangıç Geometrik şekil: Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracı ile çember
08		<i>Sürükleme aracılığıyla kara kutu ile karşılaştırılır.</i>	Sürükleme Türü: ST(-)
09	Belma	Yansıma olabilir, ama nasıl yansıma var	
10		<i>Doğru aracıyla D ve E' noktalarından geçen bir doğru oluşturulur. E' noktasından geçen ve D merkezli çembere teğet olan çember oluşturulur. Sürükleme yoluyla test edilir.</i>	Geometrik şekil: Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember. Sürükleme Türü: ST(-) Strateji 1: Son

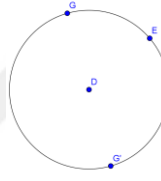
Belma ve Buket, özellikleri koruyarak sürükleme sonucunda varsayımda bulunmuş ve strateji geliştirerek uygulamıştır. Sürükleme ile varsayım test edilmiş ve geçersiz kabul edilmiştir.

4.4.2.2. Girişim II

Belma ve Buket önceki stratejinin geçersizliği üzerine özellikleri koruyarak sürükleme noktalarından sürükleyerek kara kutu inşa adımlarını araştırmaya devam eder (Tablo 64). Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracıyla *D* merkezli, *E* noktasından geçen çember oluşturulur. Nokta aracıyla çember üzerinde *G* noktası belirlenir. *G* noktası, Noktada Yansıt aracıyla *D* merkez noktasına göre yansıtılır (12). Böylece Belma'nın

“Yansıma olabilir, ama nasıl yansıma var” (09) ve “Yansımayla oluyor bu yansıma” (11) ifadelerinden “küçük iç ve dış çemberler büyük çember merkezine göre birbirinin yansımasıdır” şeklinde varsayım 2 tanımlanarak uygulanır. Yapı sürüklenerek noktaların davranışları test edilir ve noktaların davranışının kara kutu ile örtüşmediği gözlemlenir (13).

Tablo 64. B Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim II

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
11	Belma Yansımayla oluyor bu yansıma (Önceki işlemleri silinir)		Sürükleme Türü: OS Varsayım 2: Küçük iç ve dış çemberler büyük çember merkezine göre birbirinin yansımasıdır
12	<i>D merkezli ve E noktasından geçen bir çember oluşturulur. Çember üzerinde G noktası belirlenir ve Noktada Yansıt aracıyla D noktasına göre yansıtılır.</i>		Strateji 2: Başlangıç Geometrik şekil: Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracıyla Çember, Noktada Yansıt aracıyla yansıma
13	Belma Nasıl aynı hareket ettirilir (sürükleme testi uygulanır)		Sürükleme Türü: ST(-) Strateji 2: Son

Belma ve Buket özellikleri koruyarak sürükleme süreci sonucunda farklı bir strateji geliştirmiştir. Stratejinin sonraki adımlarını oluşturmak için farklı bir varsayım ortaya atılarak uygulanır. Oluşturulan yapı sürüklenerek test edilir. Sürükleme sonucunda yapının davranışı kara kutu etkinliği ile örtüşmediği gözlemlenir.

B grubunun *İkizÇember* kara kutu etkinliği uygulama sürecinde varsayımların sürükleme türlerine göre dağılımı, geliştirdikleri stratejiler ve varsayım doğrulama sürecinde kullanılan araçların kronolojik dağılımını gösteren grafik Şekil 30'da özetlenmiştir.

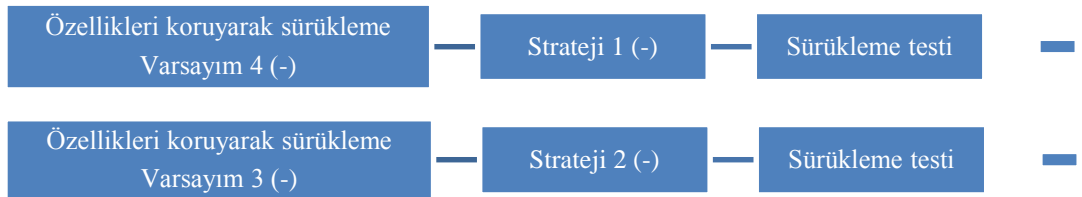
Varsayımda Bulunma	V1	OS	
	V3(-)	OS	
Varsayımı Doğrulama	V1	G/ST	
	V3(-)	ST	
		S1	S2

Şekil 30. B Grubunun İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci

Belma ve Buket, özellikleri koruyarak sürüklemeye dayalı varsayım ortaya atarak strateji geliştirmiştir. Varsayım ve stratejide başarısız olmaları sonucu farklı bir strateji geliştirmişlerdir. Uygulanan stratejiler sürükleme ile test edilerek uygulamanın başarısız olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

4.4.3. C Grubunun Uygulamasına Ait Bulgular

C grubunun uygulamasına ait bulgular Şekil 31’de özetlenmiş ve ilerleyen paragraflarda analiz edilmiştir.



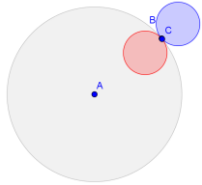
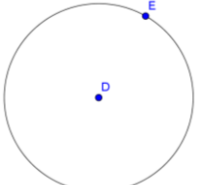
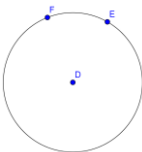
Şekil 31. C Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci

4.4.3.1. Girişim I

Ceyda ve Ceren *İkizÇember* üzerinde rastgele sürükleme ile araştırma yapmaya başlar (Tablo 65). Rastgele sürükleme sonucu Ceren “*Sadece daireyi kullanıcaz*” (02) ifadesi ile strateji geliştirmede çemberin yeterli olduğunu belirtmektedir. Ceren özellikleri

koruyarak sürüklenme sürecinde “*Bu nokta kovalıycak, o nokta kovaladıkça büyüyor mu evet*” (03) ifadesiyle kara kutu davranışlarını analiz eder ve strateji 1’i uygular. Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracıyla *D* merkezli, *E* noktasından geçen Çember oluşturulur. Oluşturulan çember ile kara kutudaki büyük çember sürüklenme aracıyla karşılaştırılır (03) ve onaylanarak sonraki aşamaları gerçekleştirmek için özellikleri koruyarak sürüklemeye devam edilir. Özellikleri koruyarak sürüklenme sürecinde Ceren, oluşturdukları *D* merkezli çemberi göstererek “*Şimdi buraya kadar bulduk, şu nokta (E noktası) şu nokta (Kara kutu B noktası) ... Şuraya şöyle rastgele bir nokta koysak mesela*” ifadesinin ardından Nokta aracıyla *D* merkezli çember üzerinde *F* noktasını oluşturur (05). Noktanın davranışları sürüklenerek test edilir ve kara kutu ile karşılaştırma sonucunda noktaların aynı özellikte olduğu gözlemlenir (06).

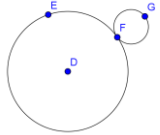
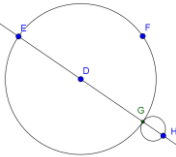
Tablo 65. C Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I (1)

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
01	<i>Noktalardan sürüklenme uygulanır</i>		Sürüklenme Türü: RS
02	Ceren Sadece daireyi kullanıcaz		
03	Ceren Bu nokta kovalıycak, o nokta kovaladıkça büyüyor mu evet (<i>Mekrez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracıyla çember oluşturulur, kara kutu ile sürüklenerek test edilir</i>) burası okey.		Strateji 1: Başlangıç Geometrik şekil: Merkez ve Bir Noktadan Geçen Çember aracı ile çember Sürüklenme Türü: ST (+)
04	Ceren Bu (<i>E noktası</i>) mavinin noktası (<i>kara kutuda büyük çember üzerindeki nokta</i>)		DG bilgisi
05	Ceren Şimdi buraya kadar bulduk, şu nokta (<i>E noktası</i>) şu nokta (<i>Kara kutu B noktası</i>) ... Şuraya şöyle rastgele bir nokta koysak mesela (<i>D merkezli çember üzerinde F noktası</i>)		Geometrik Şekil: Nokta aracıyla nokta
06	Ceren (<i>Sürüklenme testi</i>) Aaa oldu, çok güzel		Sürüklenme Türü: ST (+)

Öğrenciler rastgele sürükleme ile kara kutu ile ilgili yapının ilk aşamasına uygun bir strateji belirleyerek uygulamıştır. Sürükleme testi ile karşılaştırılan yapıların aynı özellikte olduğu anlaşılmıştır. Bu adımın başarısında öğrencilerin DG bilgisi etkili olmuştur.

Ceyda ve Ceren yapılarını tamamlamak amacıyla kara kutu üzerinde özellikleri koruyarak sürükleme ile stratejilerini geliştirmeye devam eder (Tablo 66). İki Noktadan Geçen Yarım Çember aracı ile D merkezli çembere F noktasında teğet çember oluşturulur ve yapı davranışları sürükleme ile test edilir (07). Sürükleme testi sonucunda yapı davranışının istenen özelliğe sahip olmadığı gözlemlenir. Ceren'in "*Bununla bunun arasında birşey var*" (08) ifadesinden anlaşıldığı üzere kara kutu elemanları arasında ilişkiler farkedilir ve "*çemberlerin merkezleri doğrusaldır*" varsayımı (varsayım 4) ortaya atılmış olur. Bir önceki adıma (07) dönülerek Doğru aracıyla ED doğrusu oluşturulur. Doğrunun çember ile kesişim noktası belirlenir (G noktası). Küçük dış çemberi oluşturmak için İki noktadan Geçen Yarım Çember aracıyla bir noktası G , diğer noktası ED doğrusu üzerinde olan çember oluşturulur. Oluşturulan yapı E noktasından sürükleme ile test edilir. Sürükleme testi sonucunda Ceren "*Kovalıyor ama buluşuyorlar, o (iç çember) onun (dış çember) arkasına geliyor*" (10) ifadesiyle stratejinin geçersiz olduğunu belirtir.

Tablo 66. C Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim I (2)

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
07	Ceren (İki Noktadan Geçen Yarım Çember aracı ile D merkezli çembere F noktasında teğet çember oluşturulur, G noktasından sürüklenir) Sen niye büyüüp küçülüyosun		Geometrik şekil: İki Noktadan Geçen Yarım Çember aracı ile çember Sürükleme Türü: ST (-)
8	Ceren (B noktasından sürüklenir) Bununla bunun arasında bişey var (B noktası ile küçük mavi çember)		Varsayım 4: Çemberlerin merkezleri doğrusaldır.
9	Ceyda Bak şimdi (Doğru aracıyla E ve D noktalarından geçen doğru oluşturulur. Doğrunun çember ile kesişim noktası belirlenir: G noktası. Kara kutunun dış çemberini oluşturmak amacıyla İki noktadan Geçen Yarım Çember aracıyla bir noktası G diğer noktası ED doğrusu üzerinde olan çember oluşturulur. E noktasından sürüklenerek test edilir)		Geometrik şekil: İki Noktadan Geçen Yarım Çember aracı ile çember, Doğru aracıyla doğru. Sürükleme Türü: ST(-) Strateji 1: Son
10	Ceren kovalıyor işte (B noktasından sürükleme uygulanır) kovalıyor işte. Kovalıyor ama buluşuyorlar, o (iç çember) onun (dış çember) arkasına geliyor		

Ceyda ve Ceren, büyük çember ile küçük dış çember arasındaki ilişkiyi özellikleri koruyarak sürükleme ile araştırarak varsayımda bulunmuş ve strateji geliştirmiştir. Yapı, sürükleme testi sonucunda beklenen davranışı göstermediğinden strateji geçersiz kabul edilmiştir. Varsayımın ortaya çıkışı incelendiğinde öğrencilerin doğrusallık üzerine varsayım ortaya attıkları görülmüştür. Kara kutu ilk görünümünde büyük ve küçük iç dış çemberlerin merkezleri doğrusaldır fakat sürükleme sonucu bu doğrusallık bozulmaktadır. Böylece öğrencilerin ilk görünümüne algısal çıkarımda bulunduğu görülmüştür.

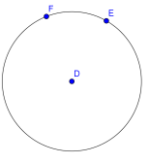
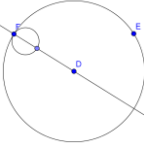
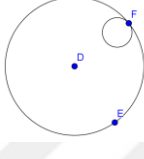
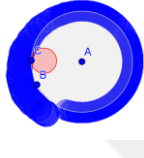
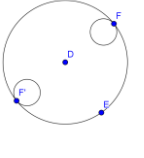
4.4.3.2. Girişim II

Ceyda ve Ceren aynı “çemberlerin merkezleri doğrusaldır” varsayımı (varsayım 4) üzerine yeni bir strateji geliştirir (strateji 2) (Tablo 67). Doğru aracıyla FD doğrusu oluşturulur. Küçük iç çember oluşturma amaçlı İki Noktadan Geçen Yarım Çember

aracıyla bir noktası F noktasında, diğer noktası FD doğrusu üzerinde olan çember oluşturulur ve sürükleme ile test edilir (12). Ceyda'nın "*Kırmızı tamam, mavi kaldı*" (13) ifadesinden anlaşılacağı üzere, yapının kara kutu özelliğini sağladığı belirtilir. Ceren "*Şu ana kadar doğru ama diğerini nasıl yapacağız*" (14) ifadesinin ardından iz bırakarak sürükleme yapmaya yönelir. Ceren sürükleme sonrasında Noktada Yansıt aracıyla F noktası ve küçük iç çemberi D noktasına göre yansıtır. Yansıma sonucu küçük dış çemberin görsel olarak kara kutudaki dış çember ile ortak özellikte olmadığı gözlemlenir (17). Ceyda ve Ceren "*küçük iç ve dış çemberler büyük çember merkezine göre birbirinin yansımasıdır*" şeklindeki varsayım 3'e yönelerek strateji uygulamaları (19).



Tablo 67. C Grubu İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Süreci: Girişim III

	Konuşma Metni	İnşa Görseli	Kodlama
11	<i>F noktasından sürükleyerek kara kutu C noktası ile davranışları karşılaştırılır (07).</i>		Sürüklenme Türü: ST (+) Strateji 2: Başlangıç
12	<i>Doğru aracıyla F ve D noktalarından geçen doğru oluşturulur. İç çember oluşturma amaçlı İki Noktadan Geçen Yarım Çember aracıyla bir noktası F noktasında diğer noktası FD doğrusu üzerinde olan çember oluşturulur. F noktasından sürüklenerek test edilir.</i>		Geometrik şekil: İki Noktadan Geçen Yarım Çember aracı ile çember
13	Ceyda Kırmızı tamam, mavi kaldı (iç çember)		
14	Ceren Şu ana kadar doğru ama diğerini nasıl yapacağız (dış çember)		
15	<i>Dış çember izi etkinleştirilerek C ve B noktalarından sürüklenir</i>		Sürüklenme Türü: IS
16	Ceyda Yansıma mı?		Varsayım 3: Küçük iç ve dış çemberler büyük çember merkezine göre birbirinin yansımasıdır
17	<i>Noktada Yansıt aracıyla F noktası ve iç çember, D noktasına göre yansıtılır. Yansıma sonucu dış çemberin görsel olarak kara kutu dış çember ile ortak özellikte olmadığı görülür.</i>		Geometrik Şekil: Noktada Yansıt aracıyla yansıma Strateji 2: Son

Ceyda ve Ceren özellikleri koruyarak sürüklenme sürecinde ortaya attıkları varsayıma uygun farklı strateji geliştirerek uygulamışlardır. Özellikleri koruyarak sürüklenme süreci, öğrencilerin iz bırakarak sürüklenme yapmalarına yönelmelerini sağlamıştır. İz bırakarak sürüklenme sürecinden alınan geribildirimler ile geometrik yapının geometrik yeri ile ilişkisi olmadığı farkına varılmıştır. Stratejinin bir sonraki adımını gerçekleştirmeye odaklanılır ve yeni bir varsayım ortaya atılarak uygulanır. Oluşturulan yap sürüklenme testi sonucunda amaca uygun olmadığı gözlemlenir.

C grubunun *İkizÇember* kara kutu etkinliği uygulama sürecinde varsayımların sürüklenme türlerine göre dağılımı, geliştirdikleri stratejiler ve varsayım doğrulama sürecinde kullanılan araçların kronolojik dağılımını gösteren grafik Şekil 32’de özetlenmiştir.

Varsayımda Bulunma	V3(-)	OS
	V4(-)	OS
Varsayımı Doğrulama	V3(-)	ST
	V4(-)	ST
		S1 S2

Şekil 32. C Grubunun İkizÇember Kara Kutu Etkinliği Uygulama Sürecinde Varsayımda Bulunma ve Doğrulama Süreci

Ceyda ve Ceren *İkizÇember* uygulama sürecinde özellikleri koruyarak sürüklenme ve DG bilgisi yardımıyla strateji geliştirerek uygulamışlardır. Özellikleri koruyarak sürüklenme sonucunda ortaya atılan varsayım, strateji geliştirilerek uygulanmıştır. Sürüklenme testi sonucunda geçersizliği kabul edilen strateji, aynı varsayıma dayalı olarak geliştirilse de başarılı olunamamıştır.

BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. TARTIŞMA

Bu bölümde bulguların alanyazında ilgili araştırmalarla karşılaştırılarak tartışılması amaçlanmıştır. Araştırmanın alt problemleri doğrultusunda, DG ortamı uygulama, varsayımda bulunma ve varsayım doğrulama sürecinde sürüklenme aracının ve sürüklenme türlerinin rolü başlıklarına yer verilmiştir.

5.1.1. DG Ortamı Uygulama Sürecinde Sürüklenme Aracının Rolü

Bulgular, kara kutu etkinliklerinin uygulama sürecinde sürüklenme aracının etkin bir şekilde kullanıldığını ortaya koymuştur. Bu sonuç, önceden yapılan bazı araştırma sonuçları ile paralellik göstermektedir (Baccaglini-Frank ve Mariotti, 2010; Hoyles ve Jones, 1998; Laborde, 2000; Lopez-Real ve Leung, 2006; Mariotti, 2006).

Öğrencilerin sürüklenme aracıyla geometrik yapı içi ve nesnelere arası ilişkileri daha net görebildiği bulgusuna ulaşılmıştır. Laborde (2000), öğrencilerin sürüklenme aracı sayesinde geometrik yapının belirli ilişkiler içeren bir yapı olduğunu gözlemlediklerini belirtmiştir. Laborde (2001) bir başka çalışmasında, sürüklenme aracının öğrencilerin geometrik yapı içerisindeki ilişkiler hakkında varsayımda bulunmalarına yardımcı olduğunu tespit etmiştir. Lopez-Real ve Leung (2006) ise DG ortamı uygulama sürecinde açık şekilde belirlenemeyen ilişkilerin noktaların sürüklenmesiyle ortaya çıkarılabildiği sonucuna ulaşmıştır.

Bulgular, sürüklenme aracının öğrencilere geribildirimler sunduğu ve bu geribildirimlerin değerlendirilerek kullanılmasına destek olduğunu göstermiştir. Benzer şekilde Laborde (2005), DG ortamı yapılandırma veya oluşturma

etkinliklerinde sürüklenme aracının yapının amaca uygun olup olmadığı konusunda dinamik görsel geribildirim sağladığını ifade etmiştir. Hoyles ve Jones (1998) ise DG ortamlarının, yapıların veya teoremlerin geçerli olup olmadığı hakkında sürüklenme sürecinde geribildirim veren bir Öklid geometrisi modeli olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Bulgular öğrencilerin yapı üzerinde sürüklenmeler uygulayarak ve yapı davranışlarını inceleyerek araştırmacı rolü üstlendiğini ortaya koymuştur. Laborde (1995) DG ortamında sürüklenme özelliğinin araştırma sürecinde kullanıcıya geribildirimler sunarak araştırmacı rolü kazandırdığını tespit etmiştir. Buna benzer olarak Olivero (1999), ekrandaki yapıları sürüklemek, öğrencilere bir problemin çözümünde kâğıt kalem ortamında yapamayacakları keşifleri yapma olanağı sağladığını belirtmiştir.

Çalışmada, özellikleri koruyarak sürüklenme, öğrencilerin zihinde canlandırma ve soyut düşünme becerilerini kullanmalarını teşvik etmekle birlikte, zihinde canlandırdıkları kavramları kara kutu yapısıyla ilişkilendirmelerini sağlamıştır. Benzer olarak Güven (2012), DG ortamının öğrencileri soyut matematiksel kavramları keşfetmeye yönlendirebildiğini; öğrencilerin geometrik deneyimlerini, düşüncelerini ve hayal güçlerini zenginleştirdiği ve geliştirdiği sonucuna ulaşmıştır.

Çalışmada özellikleri koruyarak sürüklenme sürecinin katkı sağladığı becerilerden bir diğeri akıl yürütmedir. Öğrencilerin sürüklenme yoluyla yapıların davranışlarını gözlemlemesi, yapılardaki matematiksel ilişkiler üzerine akıl yürütmeye teşvik etmiştir. Buna paralel olarak Jones (1997), sürüklenme aracını matematiksel akıl yürütmeye elverişli bir pedagojik araç olduğunu belirtmiştir. Mariotti (2006) DG ortamında tasarlanan etkinliklerin öğrencilerin akıl yürütme ve kanıtlama becerisine katkısının belirgin olduğunu ve bu süreçte varsayımların oluştuğunu ortaya koymuştur.

Çalışmada, özellikleri koruyarak sürüklenme sürecinde öğrenciler yapıların geometrik yerini gözlemleyerek davranışlarını incelemiş ve iz bırakarak sürüklemeye yönelerek yapı ile geometrik yer arasında ilişki kurabilmiştir. Baccaglioni-Frank ve Mariotti (2009) kullanıcının bilinçli olarak özellikleri koruyarak sürüklenme yaptığında, yapının değişmez özelliklerini gözlemleme ve geometrik yeri hakkında bilgi edinme imkânı bulunduğunu belirtmiştir. Öğrenciler özellikleri koruyarak sürüklenme yoluyla, bilinçli şekilde tümevarımdan yararlanarak iz bırakarak sürüklemeye geçiş yapar, bu sayede

yapının değişmez özelliklerini görsel olarak doğrular ve sürüklenen noktanın geometrik yerini gözlemler (Baccaglioni-Frank, 2011; Leung, 2003).

Öğrenciler ayrıca, oluşturdukları yapıları sürükleme yaparak test edebilmiştir. Osta, Chartouny ve Raad (2017) öğrencilerin etkinlik yönergelerini yerine getirmek için durağan nesneyi gözlemleyerek ya da farklı stratejiler geliştirerek sonucu doğruladığı, bu süreçte DG ortamında hazırlanan yapıyı sürükleyerek test ettiği sonucuna ulaşmıştır.

5.1.2. Varsayımda Bulunma Sürecinde Sürükleme Türlerinin Rolü

Araştırma bulgularına göre öğrencilerin kullandığı sürükleme türleri varsayımın ortaya çıkmasını desteklemiştir. Bu çerçevede rastgele sürükleme türünün, öğrencileri kara kutuların analizine, varsayımlara ve yapıdaki nesnelere arası ilişkileri ortaya çıkarmadaki ilk fikirlere teşvik ettiği gözlemlenmiştir. Böylece rastgele sürükleme, öğrencilerin kara kutu özellikleri ile ilgili ilk varsayımlarını ortaya koymalarını sağlamıştır. Rastgele sürükleme sürecinde ölçme ve inceleme imkânı bularak yapının öğeleri, davranışı, değişmez özellikleri ile ilgili bilgi edinirler ve kendi varsayımlarını formülize ederler (Baccaglioni-Frank, 2009; Laborde, 2005; Olivero ve Robutti, 2007). Olivero (2001) rastgele sürükleme türünün, öğrencilerin kendi varsayımlarını oluşturmada ilk adım olduğunu gözlemiştir.

Rastgele sürükleme, öğrencileri özellikleri koruyarak sürüklemeye yönlendirerek ilişkilendirme, genelleme, akıl yürütme becerilerini kullanmalarına ortam sağlamaktadır. Bulgularda özellikleri koruyarak sürüklemenin öğrencilerin varsayımlar üretmesinde etkili bir sürükleme türü olduğu belirlenmiştir. Baccaglioni-Frank (2011), özellikleri koruyarak sürüklemenin DG ortamında tasarlanan etkinlikler üzerinde kullanıldığında, varsayımların üretilmesinde uygun bir araç olduğunu belirtmektedir. Özellikleri koruyarak sürükleme süreci, öğrencileri ilişkilendirme becerisini kullanmaya teşvik etmiş ve bu süreçte öğrencilerin ilişkilendirmeye bağlı varsayımlar ürettikleri gözlemlenmiştir. Benzer olarak Laborde (2001), DG yazılımlarının öğrencilerin sürükleme aracını kullanarak yapıdaki ilişkiler hakkında varsayımda bulunmalarına yardımcı olduğunu belirtmektedir. Özellikleri koruyarak sürükleme sürecinde öğrencilerin DG bilgisine sahip olması ve sürükleme sürecinde yapı davranışlarını incelemesi varsayımlar üretmesine katkı sağlamıştır. Arzarello

(2001) yapıları sürükleyerek keşfetmenin, yapıların ölçüleri ve biçimleri hakkında bilgi sahibi olmanın, değişen ve değişmeyen özellikleri gözlemlenmenin varsayım üretmeyi desteklediğini ifade etmektedir.

Bulgularda varsayımların ortaya çıkmasında bir diğer etkili sürüklenme türü iz bırakarak sürüklemedir. Öğrenciler özellikleri koruyarak sürüklenme sürecinde yapıyı geometrik yeri ile ilişkilendirme sonucunda iz bırakarak sürüklemeye yönelmiştir. Öğrencilerin iz bırakarak sürüklenme yapılarıyla varsayımların ortaya çıktığı gözlemlenmiştir. Leung ve Lopez-Real (2002), iz bırakarak sürüklenme aracının varsayımların ortaya çıkmasında ve varsayımların kanıtlanmasında etkili bir sürüklenme aracı olduğunu dile getirmektedir. Baccaglini-Frank ve Mariotti (2010) özellikleri koruyarak ve iz bırakarak sürüklemenin bir arada uygulanmasıyla varsayımların ortaya çıkmasının kaçınılmaz olduğu sonucuna ulaşmıştır. Öğrenciler özellikleri koruyarak sürüklenme sürecinde kara kutunun geometrik yerini inceleme sonucunda varsayımda bulunmuştur. Bu varsayımın iz bırakarak sürüklenme yaparak doğrulandığı gözlemlenmiştir. Sürüklenme aracı öğrencilerin algısal çıkarım dışına çıkma ve varsayımda bulunmalarına temel oluşturmuştur.

5.1.3. Varsayım Doğrulama Sürecinde Sürüklenme Türlerinin Rolü

Elde edilen bulgular doğrultusunda, DG ortamında ortaya atılan varsayımlara uygun strateji geliştirilerek sürüklenme testi ile doğrulamanın en fazla kullanılan çözüm yolu olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra, varsayımlara geliştirilen stratejinin uygulanması sonucunda oluşturulan yapı, görsel olarak kara kutu ile benzer olmadığında ya görsel olarak değerlendirilmiş ya da sürüklenme ile test edilmiştir. Öğrenciler sürüklenme sayesinde varsayımın geçerliliği hakkında karar verebilmiştir. Öğrencilerin varsayımların doğrulanmasına dair strateji geliştirmediği durumlarda, DG ortamı araçlarından yararlanarak veya iz bırakarak sürüklenme ile varsayımlarını test ettikleri görülmüştür. Sonuç olarak varsayımların doğrulanmasında, sürüklenme testi ve iz bırakarak sürüklenme türleri etkili bir şekilde kullanılmıştır.

Sürüklenme testi, inşa edilen geometrik yapılar arasındaki ilişkileri ortaya çıkararak varsayımların test edilmesini sağlar (Hoyles ve Jones, 1998; Olivero 2002; Laborde 2005). Arcavi ve Hadas'ın (2000) ifadesiyle DG ortamında üretilen varsayımlar sürüklenme aracılığıyla kanıtlanabilmektedir. Buna benzer olarak Furinghetti ve Paolo

(2003) çalışmasında üretilen varsayımların doğruluğunu kanıtlamak için öğrencilerin sürüklemeye yöneldiklerini belirtmektedir. De Villiers (2004) DG ortamlarının, varsayımların geçerli ya da geçersiz olup olmadığını anında keşfetmeye olanak verdiğini, eğer varsayım geçersizse dinamik yapının sürüklenmesiyle bunun fark edileceğini vurgulamaktadır. DG ortamı, hem keşfetmeyi hem de kanıtlamayı teşvik etme potansiyeline sahiptir, yani öğrenciler oluşturdukları yapıların belirli özelliklerini keşfederek varsayımlarını kolayca test eder (Hanna, 2000).

5.2. SONUÇLAR

Bu bölümde bulgular çerçevesinde alt problemlere karşılık gelen sonuçlar sunulmuştur.

5.2.1. Ortaokul Öğrencilerinin DG Ortamı Uygulama Sürecinde Sürükleme Aracının Rolü

Öğrencilerin DG bilgisi seviyesinin DG ortamında uygulama süreçlerini etkilediği gözlemlenmiştir. DG bilgisinin eksik olduğu durumlarda öğrenciler araçlar ile kavramlar arasındaki ilişkileri ortaya çıkaramamıştır (örneğin orta noktaların sürüklenemezliği). DG bilgisine hâkim öğrenciler ise araçlar ile kavramlar arasındaki ilişkileri anlamlandırma sonucunda başarılı olmuştur.

Öğrenciler sürükleme aracıyla geometrik yapılar arasındaki bağımlı bağımsız durumları ya da ilişkileri daha net görebilmiştir. Sürükleme aracı, öğrencilere geribildirimler sağlamış ve öğrenciler tarafından alınan geribildirimlerin değerlendirilmesine yardımcı olmuştur.

DG ortamında sürükleme uygulayarak yapı davranışlarını incelemek öğrencilerin araştırmacı rolünü üstlenmesine ortam oluşturmuştur. Özellikleri koruyarak sürükleme türünün, öğrencilerin zihinlerinde canlandırdıkları kavramlar ile kara kutu yapılarını ilişkilendirdikleri gözlemlenmiştir. Öğrencilerin sürükleme sürecinde kendi bilgilerinden yola çıkarak yapıların davranışlarını incelemesi, öğrencileri matematiksel kavramlar arasında akıl yürütmeye teşvik etmiştir. Özellikleri koruyarak sürükleme sürecinde öğrenciler yapıların geometrik yerini inceleyerek davranışlarını

takip etmiş ve iz bırakarak sürüklemeye yönelerek yapı ile geometrik yer arasında ilişki kurabilmiştir.

5.2.2. Ortaokul Öğrencilerinin Varsayımda Bulunma Sürecinde Sürükleme Türlerinin Rolü

Öğrencilerin algısal çıkarıma dayalı varsayımda buldukları etkinlikler incelendiğinde, B ve C gruplarının (B Grubu I. Etkinlik; C Grubu II. Etkinlik) kara kutunun ilk görünümündeki haline odaklanarak algısal çıkarım yoluyla geçersiz varsayımlarda buldukları, devamında ise sürükleme türlerine dayalı varsayımlar ortaya attıkları görülmüştür. Diğer etkinliklerde algısal çıkarıma dayalı varsayımlar üretilmemiş olması, öğrencilerin DG ortamı dinamiklik mantığını kavradıkları şeklinde yorumlanabilir.

Rastgele sürükleme türü, öğrencilerin yapı ile ilgili ilk yorum ve varsayımlarını ortaya atmada rol oynamıştır. A grubunun I. etkinlikte rastgele sürükleme sürecinde ortaya attığı varsayıma bağlı kaldığı, diğer iki grubun ise diğer sürükleme türlerine yönelerek varsayımlarda bulunduğu gözlemlenmiştir. İlk etkinlik sonrası, genel olarak rastgele sürüklemenin varsayım oluşumunda rol oynamadığı anlaşılmıştır. Tüm etkinlikler bazında **Hata! Başvuru kaynağı bulunamadı.** rastgele sürükleme sonucunda ortaya atılan varsayımlar incelendiğinde, öğrencilerin genellikle rastgele sürüklemeyi özellikleri koruyarak sürüklemeye yönelerek varsayımda bulunduğu belirlenmiştir.

Tüm etkinliklerde varsayımların ortaya atılmasında özellikleri koruyarak sürükleme türünün etkili bir şekilde kullanıldığı görülmüştür. Özellikleri koruyarak sürüklemenin öğrencileri ilişkilendirme, akıl yürütme, soyut düşünme ve zihinde canlandırma becerilerini kullanmaya teşvik ettiği söylenebilir.

İz bırakarak sürüklemenin diğer sürükleme türlerine göre daha az etkili olduğu gözlemlenmiştir.

Uygulama sürecinde ortaya atılan varsayımlar geçerli/geçersiz olma durumu açısından değerlendirildiğinde dağılımın değişkenlik gösterdiği görülmüştür. Rastgele sürüklemenin, uygulama sürecinin ilk aşamasında bulunmasından kaynaklı hem geçerli hem geçersiz varsayımlara neden olduğu söylenebilir. Geçerli varsayımlar genellikle özellikleri koruyarak sürükleme türünde gözlemlenmiş, iz bırakarak

sürüklemeye ise geçerli ve geçersiz varsayımlar hakkında bir genelleme yapılamamıştır.

Etkinler bazında varsayımlar değerlendirildiğinde, geçerli ve geçersiz varsayımların dağılımı yaklaşık olarak eşit orandadır. Tüm grupların III. etkinlikte geçerli, son etkinlikte ise geçersiz varsayımlar üzerinden etkinliği sonlandırdıkları ortaya çıkmıştır. Bu sonucun son etkinliğin zorluk derecesi ile ilgili olduğu düşünülmektedir.

5.2.3. Ortaokul Öğrencilerinin Varsayım Doğrulama Sürecinde Sürükleme Türlerinin Rolü

Varsayımların doğrulama süreçleri incelendiğinde, öğrencilerin sürükleme, görsel ve görsel/sürükleme testleri olmak üzere üç farklı araç ile varsayımlarını doğruladığı görülmüştür. Doğrulamada diğer araçlara oranla daha az kullanılan görsel test, algısal ve rastgele sürüklemeler sonucu ortaya atılan varsayımlara yönelik geliştirilen stratejilerde kullanılmıştır. Öğrencilerin görsel test uyguladığı etkinlik devamında sürükleme testi ile doğrulama yaptığı belirlenmiştir. İlk etkinlikte her grup görsel ya da görsel/sürükleme testini uygulamış, fakat ilerleyen süreçlerde bunlardan farklı araçlara yönelmiştir. Bu sonuçlar, öğrencilerin DG dinamiklik mantığını kavramış olmaları ile ilgili olarak yorumlanabilir.

Görsel/sürükleme testi, öğrencilerin oluşturdukları yapının görsel olarak amaca uygun olmadığı durumlarda, yapı davranışını sürükleme testi yoluyla doğrulamada kullanılan bir yöntemdir. Görsel/sürükleme testinin geçerli veya geçersiz varsayımların doğrulanmasında kullanıldığı görülmüştür.

Sürükleme testi, kara kutu etkinliklerinin dinamikliği ve sürükleme özelliği üzerine kurulu olduğundan varsayımların doğrulanma sürecinde etkin bir şekilde kullanılmıştır. Öğrencilerin uygulama başlangıcında görsel ya da görsel/sürükleme testini kullanmış olsa da devamında sürükleme testine yöneldiği tespit edilmiştir.

Geçerli ya da geçersiz varsayımların doğrulanma süreci incelendiğinde, görsel veya görsel/sürükleme testlerinin genellikle geçersiz varsayımlarda uygulandığı, sürükleme testinin ise genellikle geçerli varsayımlarda kullanıldığı belirlenmiştir.

Sonuç olarak, DG ortamı kara kutu etkinlikleri öğrencilere uygulama sürecinde çeşitli varsayımlarda bulunma, uygun stratejiler geliştirerek varsayımları doğrulama imkânı sunmuştur. Genel olarak varsayımların geçersiz olarak doğrulandığı bir süreci yeni bir varsayımda bulunma süreci takip etmiş ve öğrenciler bu şekilde farklı varsayımlar üretebilmiştir. Varsayımların ortaya çıkmasında özellikleri koruyarak sürüklenme türünün etkili olduğu gözlemlenmiştir. Öğrencilerin DG ortamında varsayımda bulunma süreçlerini olumsuz etkileyen durumlar incelendiğinde, öğrencilerin varsayımda bulunmak için gerekli önbilgilere sahip olduğu halde bu bilgileri DG ortamına aktarma konusunda zorlandıkları gözlemlenmiştir. Bu zorluğun oluşmasında öğrencilerin DG ortamına yabancı olmalarından kaynaklı gerekli araç bilgisi ve araç kullanma becerisine yeterince sahip olmamaları neden olarak gösterilebilir.

5.3. ÖNERİLER

5.3.1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler

Öğretmenlere yol gösterici olması bakımından, farklı düzeylerde DG ortamı kara kutu etkinlikleri veya varsayımda bulunmayı sağlayacak farklı öğretim tasarımları içeren basılı, elektronik, WEB ortamı kaynakları hazırlanabilir. Etkinliklerin matematik dersi öğretim programı kazanımları ile ilişkilendirilmesi, kara kutuların okullarda uygulama alanı bulmasını kolaylaştıracaktır.

DG ortamı bilgisinin öğrencilere kazandırılması önemlidir. İlgili ders içeriklerinin öğrencilerde matematiksel düşünme becerilerinin gelişimini destekleyecek şekilde düzenlenmesi gerekir. Bu düzenlemeyi yaparken, sürüklenme türlerinin etkin bir şekilde kullanılabilmesi ortamlar sunulmalıdır.

Kara kutu etkinliklerinin sınıf ortamlarında kullanılmasıyla öğrencilerin matematiksel kavramlar arasındaki ilişkilendirme, genelleme, varsayımda bulunma ve varsayımlarını doğrulama becerilerinin gelişimine katkı sağlanabilir.

5.3.2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler

Türkiye’de DG ortamı üzerine yapılan çalışmalar genel olarak DG ortamının akademik başarıya etkisini konu edinmiştir. DG ortamında öğrenme süreçlerinin nasıl gerçekleştiği üzerine çalışmalar yapılabilir.

Bu çalışma DG ortamının ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerinden varsayımda bulunma sürecindeki rolünü ortaya koymanın yanında ilişkilendirme, genelleme, akıl yürütme ve soyut düşünme becerilerine katkı sağladığını göstermektedir. Bu becerilere odaklı çalışmalar farklı sınıf düzeylerinde gerçekleştirilebilir.

Kara kutular, öğrencilerin araştırmacı rolünü üstlenmesini sağlayarak kendi düşünce ve bilgilerini DG ortamına aktarmalarına aracı olmuştur. Farklı çalışmalarda kara kutu etkinliklerinin öğrencilerin bilişsel beceri süreçlerinin gelişimi üzerine odaklanılabilir.

KAYNAKÇA

- Arcavi, A., & Hadas, N. (2000). Computer Mediated Learning: An Example of an Approach. *International Journal of Computer for Mathematical Learning*, 5(1), 25-45.
- Arzarello, F. (2000). Inside and Outside: Spaces, Times and Language in Proof Production. In T. Nakahara, & M. Koyama (Ed.), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1*, pp. 23–38. Hiroshima, Japan.
- Arzarello, F. (2001). Dragging, Perceiving and Measuring: Physical Practices and Theoretical Exactness in Cabri Environments. In *Proceedings Cabriworld 2*. Montreal, Plenary Lecture.
- Arzarello, F., Olivero, F., Paolo, D., & Robutti, O. (2002). A Cognitive Analysis of Dragging Practices in Cabri Environments. *ZDM Mathematics Education*, 34(3), 66-72.
- Baccaglioni-Frank, A. (2009). Conjecturing and Proving in Dynamic Geometry After an Introduction of The Dragging Schemes. *Proceedings of The 10th International Conference of the Mathematics into the 21st Century Project*, (pp. 31-36). Dresden, Germany.
- Baccaglioni-Frank, A. (2010). Conjecturing in Dynamic Geometry: A Model for Conjecture-Generation Through Maintaining Dragging. *Unpublished Doctoral Dissertation*. University of New Hampshire, Durham, NH, USA.
- Baccaglioni-Frank, A. (2011, February 9-13). Abduction in Generating Conjectures in Dynamic Geometry Through Maintaining Dragging. *Proceedings of The Seventh Congress of The European Society For Research in Mathematics Education*. (M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda, Eds.) Rzeszow, Poland.
- Baccaglioni-Frank, A., & Mariotti, M. A. (2009). Conjecturing and Proving in Dynamic Geometry: The Elaboration of Some Research Hypotheses. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Ed.), *Proceedings of the 6th Conference on European Research in Mathematics Education*, (pp. 231–240). Lyon: France.

- Baccaglioni-Frank, A., & Mariotti, M. A. (2010). Generating Conjectures in Dynamic Geometry: The Maintaining Dragging Model. *International Journal of Computer Mathematics*, 15(3), 225-253.
- Balacheff, N., & Kaput, J. (1997). Computer-Based Learning Environment in Mathematics. In A. Bishop, *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 469-501). Kluwer Academic publisher.
- Bu, L., & Schoen, R. (2011). Pathways to Mathematical Understanding Using GeoGebra. In N. Calder, *Processing Mathematics Through Digital Technologies* (pp. 1-6). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.
- Burton, L. (1984). Mathematical Thinking: The Struggle for Meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(1), 35-49.
- Centre d'Informatique Pédagogique [CIP]. (1996). Apprivoiser la Géométrie Dynamique avec Cabri-Géomètre. Geneve: Monographie du CIP N°4. Retrieved 12 11, 2018, from <http://www.edu.ge.ch/CPTIC/publications/cabri/download/cabri.pdf>
- Clements, D., & Battista, M. (1994). Compute Environments for Learning Geometry. *Journal of Educational Computing Research*, 10(2), 173-197.
- Creswell, J. (2007). *Qualitative Inquiry and Research Design* (2. ed.). Thousand Oaks: Sage Publications.
- Cuoco, A., & Goldenberg, E. P. (1996). A Role for Technology in Mathematics Education. *The Journal of Education*, 178(2), 15-32.
- Cuoco, A., Goldenberg, E., & Mark, J. (1996). Habits of Mind: An Organizing Principle for Mathematics Curricula. *Journal of Mathematical Behavior*, 15(4), 375-402.
- Çalışkan-Dedeoğlu, N. (2015). Matematik Öğretmenlerinin Dinamik Geometri Ortamında Bir “Kara Kutu” Etkinliği Süreci. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu*. Adıyaman: Adıyaman Üniversitesi.
- Çalışkan-Dedeoğlu, N. (2016). Geometrik Paradigmalar. E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat içinde, *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 291-305). Ankara: Pegem Akademi.

- De Villiers, M. (1998). An Alternative Approach to Proof in Dynamic Geometry. In R. Lehrer, & D. Chazan, *Designing Learning Environments for Developing Understanding* (pp. 369–393). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- De Villiers, M. (2004). Using Dynamic Geometry to Expand Mathematics Teachers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(5), 703-724.
- Elena, I. A., & Manuela, P. (2007). Dynamic Environments as Contexts for Conjecturing and Proving. *International Journal of Engineering*, 5(3), 7-13.
- Erez, M. M., & Yerushalmy, M. (2006). “If You Can Turn a Rectangle Into a Square, You Can Turn a Square into a Rectangle ...” Young Students Experience the Dragging Tool. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11(3), 271–299.
- Furinghetti, F., & Paola, D. (2003). To Produce Conjectures and to Prove Them within a Dynamic Geometry Environment: A Case Study. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 397-404.
- Furinghetti, F., Olivero, F., & Paola, D. (2001). Students Approaching Proof Through Conjectures: Snapshots in a Classroom. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(3), 319-335.
- Goldenberg, E. P. (1996). "Habits of Mind" As an Organizer for the Curriculum. *The Journal of Education*, 178(1), 13-34.
- Güven, B. (2002). Dinamik Geometri Yazılımı Cabri ile Keşfederek Geometri Öğrenme. *Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi*. K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Güven, B. (2012). Using Dynamic Geometry Software to Improve Eight Grade Students’ Understanding of Transformation Geometry. *Australasian Journal of Educational Technology*, 28(2), 364-382.
- Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 1(3), 5–23.
- Hazzan, O., & Goldenberg, E. P. (1997). Students Understanding of the Notion of Function in Dynamic Geometry Environments. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1(3), 263-291.

- Healy, L., & Hoyles, C. (2001). Software Tools for Geometrical Problem Solving: Potentials and Pitfalls. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(3), 235–256.
- Henderson, P., Marion, B., Fritz, S. J., Riedesel, C., Hamer, J., Scharf, C., & Hitchner, L. (2002). Materials Development in Support of Mathematical Thinking. *ACM SIGCSE Bulletin*, 35(2), 185-190.
- Hohenwarter, J., Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2009). Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: The Case of GeoGebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 28(2), 135-146.
- Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004). Combination of Dynamic Geometry, Algebra and Calculus in the Software System GeoGebra. *Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference*. Pecs, Hungary. Retrieved 03.12.2018, from http://www.geogebra.org/publications/pecs_2004.pdf
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007). Mathematics Teacher Development with ICT: Towards an International GeoGebra Institute. *Proceedings of the British Society for Research Into Learning Mathematics*, 27(3), 49–54.
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Creating Mathlets with Open Source Tools. *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, 7, 1-29.
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2008). Teaching and Calculus with Free Dynamic Mathematics Software GeoGebra. *11th International Congress on Mathematical Education*. Mexico.
- Hollebrands, K. (2003). High School Students' Understandings of Geometric Transformations in the Context of a Technological Environment. *Journal of Mathematical Behavior*, 22(1), 55-72.
- Hoyles, C., & Jones, K. (1998). Proof in Dynamic Geometry Contexts. In C. Mammana, & V. Villani, *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century* (pp. 121–128). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Hölzl, R. (1996). How Does "Dragging" Affect the Learning of Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1(2), 169–187.

- Hölzl, R. (2001). Using Dynamic Geometry Software to Add Contrast to Geometric Situations – A Case Study. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(1), 63–86.
- Jones, K. (1997). Children Learning to Specify Geometrical Relationships Using a Dynamic Geometry Package. *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 121-128). Helsinki.
- Jones, K. (2001). Learning Geometrical Concepts Using Dynamic Geometry Software. In K. Irwin, *Mathematics Education Research: A Catalyst for Change* (pp. 50-58). Auckland: University of Auckland.
- Jones, K., Mackrell, K., & Stevenson, I. (2010). Designing Digital Technologies and Learning Activities for Different Geometries. In C. Hoyles, & J.-B. Lagrange, *Mathematics Education and Technology. Rethinking the Terrain: the 17th ICMi Study* (pp. 47-60). New York: Springer.
- Komatsu, K., & Jones, K. (2018). Task Design Principles for Heuristic Refutation in Dynamic Geometry Environments. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(4), 1-24. doi:10.1007/s10763-018-9892-0
- Laborde, C. (1995). Designing Tasks for Learning Geometry in a Computer Based Environment. In L. Burton, & B. Jaworski, *Technology in Mathematics Teaching – a Bridge Between Teaching and Learning* (pp. 35–68). London: Chartwell-Bratt.
- Laborde, C. (1998). Visual Phenomena in the Teaching/Learning of Geometry in a Computer-Based Environment. In C. Mammana, & V. Villani, *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century* (pp. 113-121). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Laborde, C. (2000). Dynamic Geometry Environments as a Source of Rich Learning Contexts for the Complex Activity of Proving. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-3), 151-161.
- Laborde, C. (2001). Integration of Technology in the Design of Geometry Tasks with Cabri-Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(3), 283–317.

- Laborde, C. (2005). Robust and Soft Constructions: Two Sides of the Use of Dynamic Geometry. *Proceedings of the 10th Asian Technology Conference in Mathematics* (pp. 22-35). Korea National University of Education.
- Laborde, C., & Capponi, B. (1994). Cabri-Géomètre Constituant d'un Milieu Pour l'Apprentissage de la Notion de Figure Géométrique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(1.2), 165-210.
- Laborde, C., & Laborde, J. M. (2014). Dynamic and Tangible Representations in Mathematics Education. In S. Rezat, A. Peter-Koop, & M. Hattermann, *Transformation-A Fundamental Idea of Mathematics Education* (pp. 187-202).
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge: Cambridge University Press (C. U. P.).
- Leung, A. (2003). Dynamic Geometry and the Theory of Variation. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty, & J. T. Zilliox (Ed.), *Proceedings of PME 27: Psychology of Mathematics Education 27th International Proceedings of PME 27: Psychology of Mathematics Education 27th International*, 3, pp. 197–204. Honolulu: University of Hawaii.
- Leung, A. (2008). Dragging in a Dynamic Geometry Environment Through the Lens of Variation. *International Journal of Computer Mathematics*, 13(2), 135–157.
- Leung, A. (2011). An Epistemic Model of Task Design in Dynamic Geometry Environment. *ZDM Mathematics Education*, 43(3), 325–336.
- Leung, A., & Lee, A. S. (2013). Students' Geometrical Perception on a Task-Based Dynamic Geometry Platform. *Educational Studies in Mathematics*, 82(3), 361–377.
- Leung, A., & Lopez-Real, F. (2002). Theorem Justification and Acquisition in Dynamic Geometry: A Case of Proof by Contradiction. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(2), 145-165.
- Leung, A., Baccaglini-Frank, A., & Mariotti, M. A. (2013). Discernment of Invariants in Dynamic Geometry Environments. *Educational Studies in Mathematics*, 84(3), 439–460.
- Liu, P. H. (2003). Do Teachers Need to Incorporate the History of Mathematics in Their Teaching? *The Mathematics Teacher*, 96(6), 416-421.

- Lopez-Real, F., & Leung, A. (2006). Dragging as a Conceptual Tool in Dynamic Geometry Environments. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 37(6), 665–679.
- Mariotti, M. A. (2000). Introduction to Proof: The Mediation of a Dynamic Software. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-3), 25-53.
- Mariotti, M. A. (2002). Influence of Technologies Advances on Students' Math Learning. In L. D. English, *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 695-723). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Mariotti, M. A. (2006). Proof and Proving in Mathematics Education. In A. Gutie' rrez, & P. Boero, *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 173–204). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers. ISBN 9077874194.
- Mason, J. (1998). Enabling Teachers to be Real Teachers: Necessary Levels of Awareness and Structure of Attention. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(3), 243-267.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically*. England: Pearson Education.
- Merriam, S. (2009). *Qualitative Research*. San Francisco: The Jossey-Bass.
- Miles, M. B., & Huberman, A. (1984). *Qualitative Data Analysis: An Expanded Sourcebook* (2. ed.). Thousand Oaks: Sage Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). Matematik Dersi Öğretim Programı. Ankara: MEB.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). Okul Matematiğinin Prensipleri ve Standartları. 03.12.2018 tarihinde <http://www.imo.hacettepe.edu.tr/dosyalar/Okul-Matematigi-Prensip-ve-Standartlari.pdf> adresinden alındı
- Noss, R., & Hoyles, C. (1996). Tools and Technologies. In R. Noss, & C. Hoyles, *Meanings, Windows on Mathematical* (pp. 52-73). London: Springer, Dordrecht.

- Olivero, F. (1999). Cabri-Geometre as a Mediator in the Process of Transformation to Proofs in Open Geometry Situations: An Exploratory Study. In W. Maull, & J. Sharp (Ed.), *Proceedings of the 4th International Conference on Technology in Mathematics Teaching*, (p. 15). Plymouth.
- Olivero, F. (2001). Conjecturing in Open Geometric Situations Using Dynamic Geometry: An Exploratory Classroom Experiment. *Research in Mathematics Education*, 3(1), 229-246. doi:10.1080/14794800008520095
- Olivero, F. (2002). The Proving Process within a Dynamic Geometry Environment. *Unpublished Doctoral Dissertation*. University of Bristol.
- Olivero, F., & Robutti, O. (2007). Measuring in Dynamic Geometry Environments as a Tool for Conjecturing and Proving. *International Journal of Computer Mathematics Learning*, 12(2), 135–156.
- Olsson, J. (2018). The Contribution of Reasoning to the Utilization of Feedback from Software when Solving Mathematical Problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(4), 715-735.
- Osta, I., Chartouny, M., & Raad, N. A. (2017). Reasoning Strategies for Conjecture Elaboration in DGE. *Proceedings of the 13th International Conference on Technology in Mathematics Teaching*, (pp. 151-158). Lyon.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. New York: Basic Books, Inc.
- Patton, M. Q. (1980). *Qualitative Evaluation Methods*. Beverly Hills: Sage.
- Perez, H. E., & Santos-Trigo, M. (2010). Searching and Exploring Properties of Geometric Configurations Using Dynamic Software. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 33(1), 37-50.
- Pierce, R., & Stacey, K. (2011). Using Dynamic Geometry to Bring the Real World into the Classroom. In N. Calder, *Processing Mathematics Through Digital Technologies* (pp. 41-55). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.
- Polya, G. (1973). *How to Solve It*. New Jersey: Paperback Printing.
- Rossi, R. (2011). *Theorems, Corollaries, Lemmas, and Methods of Proof*. Hoboken, New Jersey: A John Wiley & Sons, INC.

- Santos-Trigo, M. (2002). Enhancing Students' Cognitive Systems Via the Use of Technology in Mathematical Problem Solving. In F. Hitt, *Representations and Mathematics Visualization* (pp. 111-125). Mexico: North American Chapter of IGPME, Cinvestav-IPN.
- Schoenefeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press.
- Schwartz, D. D. (1996). *Conjecture & Proof: An Introduction to Mathematical Thinking*. CA, United States: Cengage Learning INC.
- Sinclair, N., & Robutti, O. (2013). Technology and the Role of Proof: The Case of Dynamic Geometry. In M. A. Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K.-S. Leung, *Third International Handbook of Mathematics Education* (Vol. 7, pp. 571-596). Springer, New York, NY.
- Sinclair, N., & Yurita, V. (2008). To Be or to Become: How Dynamic Geometry Changes Discourse. *Research in Mathematics Education*, 10(2), 135–150.
- Strasser, R. (2002). Cabri-Geometre: Does Dynamic Geometry Software (DGS) Change Geometry and Its Teaching and Learning? *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(3), 319-333.
- Tapan-Broutin, M. S. (2010). *Bilgisayar Etkileşimli Geometri Öğretimi: Cabri Geometri ile Dinamik Geometri Etkinlikleri*. Bursa: Ezgi Kitabevi.
- Tapan-Broutin, M. S. (2016). Çizim-Geometrik Şekil-Geometrik Nesne Kavramları Işığında Çizimlerin Yorumlanmasını Etkileyen Faktörler. E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat içinde, *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 307-322). Ankara: Pegem Akademi.
- Türk Dil Kurumu [TDK]. (2018). Türk Dil Kurumu Güncel Türkçe Sözlük. 12 11, 2018 tarihinde http://www.tdk.gov.tr/index.php?option=com_gts&view=gts adresinden alındı
- Umay, A. (2003). Matematiksel Muhakeme Yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*(24), 234-243.
- Uygan, C. (2016). Ortaokul Öğrencilerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Kazanımına Yönelik Dinamik Geometri Yazılımlarındaki Öğrenme Süreçleri. *Yayımlanmamış Doktora Tezi*. Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Wiest, L. R. (2001). The Role of Computers in Mathematics Teaching. *Computers in the Schools*, 17(1-2), 41-55.

Yenilmez, K., & Teke, M. (2008). Yenilenen Matematik Programının Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerine Etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 229–246.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel Düşünme*. İstanbul: Remzi Kitabevi.



EKLER

Ek-1. Geometri Temel Bilgi Testi

Ek-2. GeoGebra Eğitim I Etkinlik Listesi

Ek-3. GeoGebra Eğitim II Etkinlik Listesi

Ek-4. Veri Toplama Aracı

Ek-5. MEB Uygulama İzni Belgesi



Ek-1. Geometri Temel Bilgi Testi

Ad Soyad:.....

Sınıf / Şube:.....

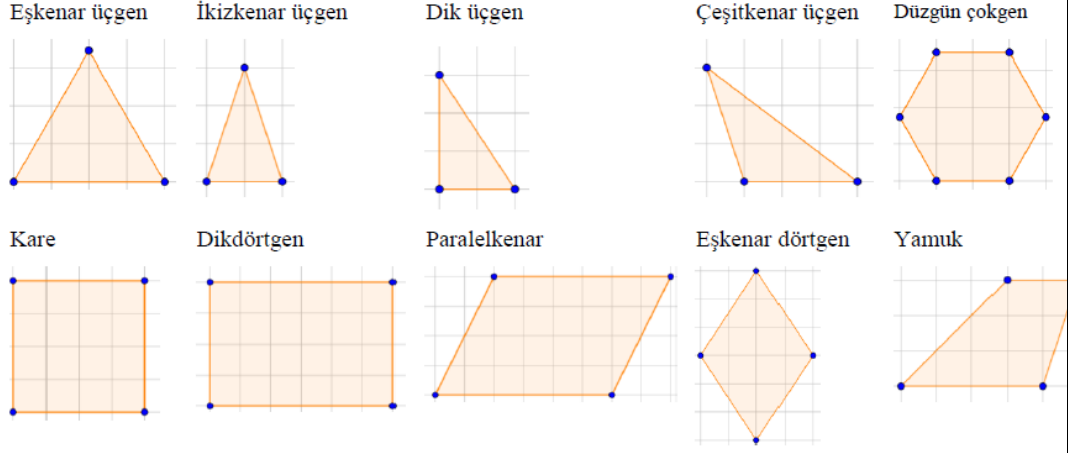
Geometri Temel Bilgi Testi

1. Tablodaki üçgenlerin özelliklerine uygun seçenekleri işaretleyelim.

	Eşkenar üçgen	İkizkenar üçgen	Dik üçgen	Çeşitkenar üçgen
Tüm kenarlar birbirine eşittir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Yalnızca iki kenarı birbirine eşittir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tüm iç açıları birbirine eşittir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Yalnızca iki iç açısı birbirine eşittir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dik açıdır	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	Kenarortay	Açıortay	Yükseklik	Kenar orta dikme
Ait olduğu/kestiği kenarı iki eş parçaya ayırır	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ait olduğu/kestiği kenarı dik açıyla keser	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ait olduğu açığı iki eş açığa ayırır	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Aşağıdaki şekillerin, varsa simetri eksenlerini çizelim ve özelliklerine uygun seçenekleri işaretleyelim.

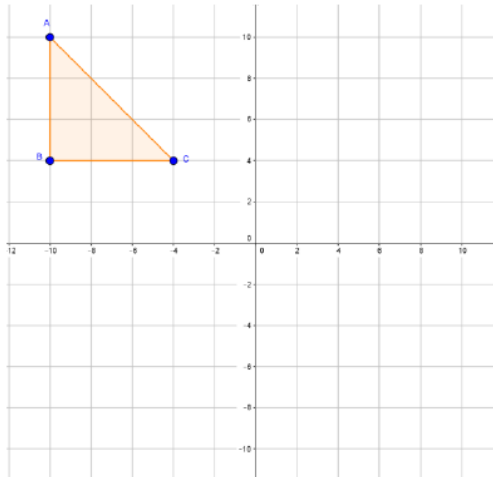


Simetri eksenleri birbirine eşittir Simetri eksenleri birbirini orta noktada keser

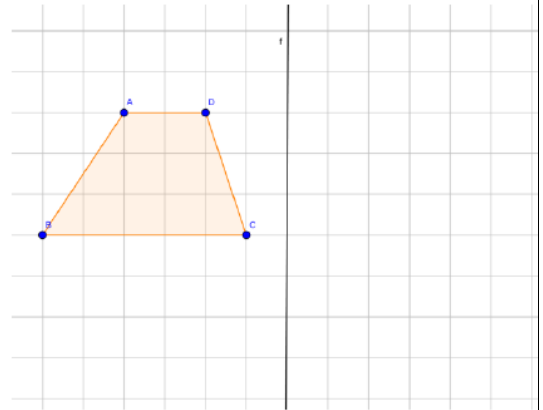
İkizkenar üçgen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Eşkenar üçgen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dik üçgen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Çeşitkenar üçgen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Düzgün çokgen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kare	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dikdörtgen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Paralelkenar	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Eşkenar dörtgen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Yamuk	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. Aşağıda istenen çizimleri gerçekleştiririm.

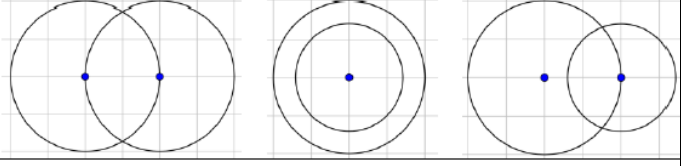
ABC üçgeninin orjin noktasına göre, saat yönünde 90° dönme sonucunda oluşan şekli çizelim.



ABCD dörtgeninin f doğrusuna göre yansıma sonucunda oluşan şekli çizelim.






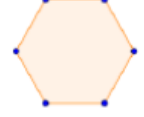



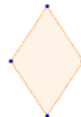
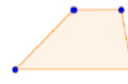
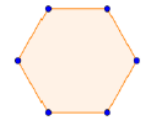




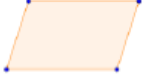


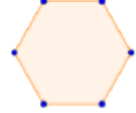

5. Aşağıda çemberlerin özelliklerine uygun seçenekleri işaretleyelim.



Çemberlerin merkezleri ortaktır	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Çemberlerin yarıçapları birbirine eşittir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Çemberlerin çevre uzunlukları birbirine eşittir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

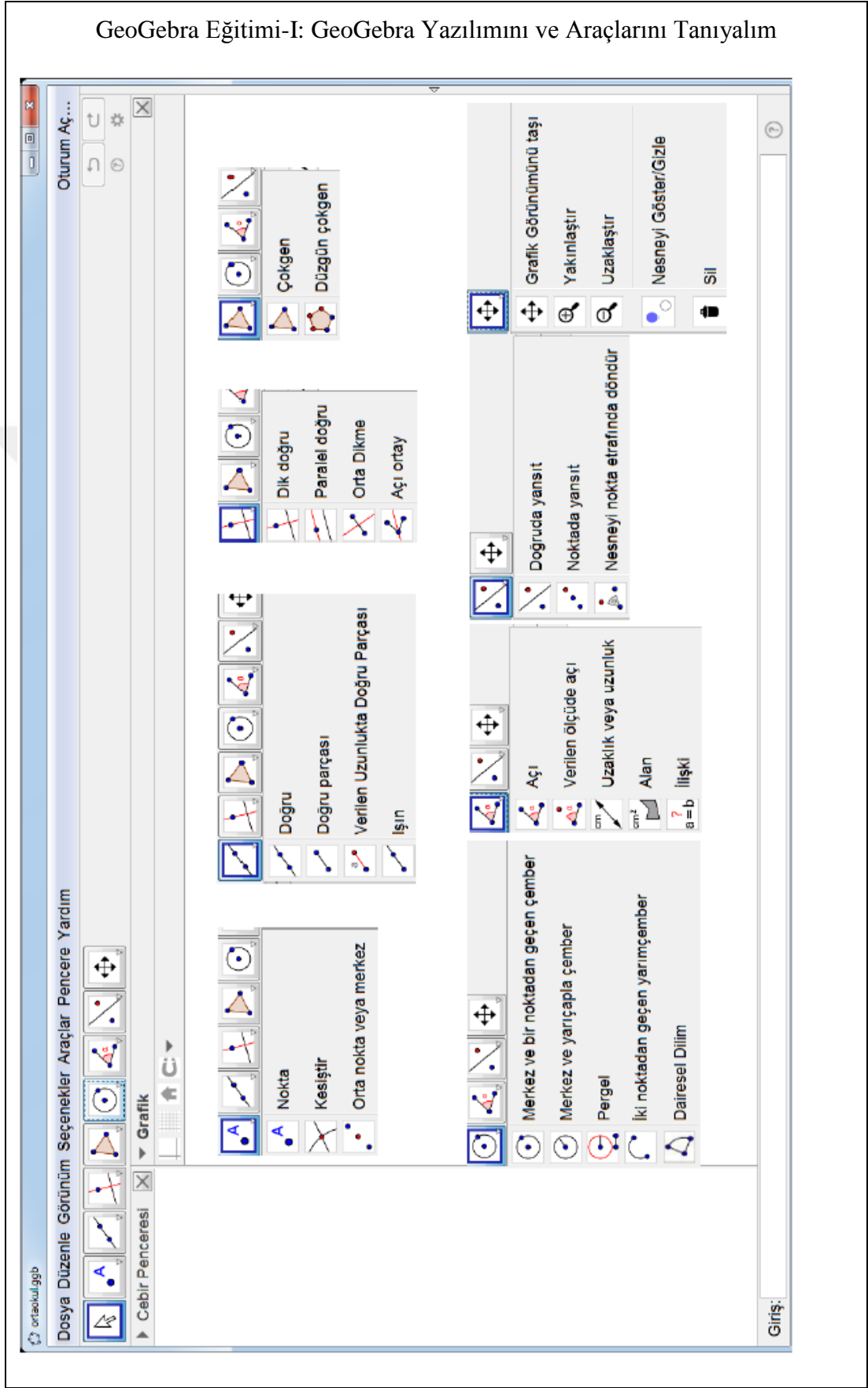
6. Aşağıdaki tabloda çokgenlerin özelliklerine uygun seçenekleri işaretleyelim. Çizim yapabilirsiniz.

	Kare	Dikdörtgen	Paralelkenar	Eşkenar dörtgen	Yamuk	Herhangi bir düzgün çokgen
KENARLAR						
Tüm kenarlar birbirine eşittir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Yalnızca karşılıklı kenarlar birbirine eşittir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Yalnızca karşılıklı iki kenarı birbirine eşittir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tüm kenarlar birbirini dik keser	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Karşılıklı kenarlar birbirine paraleldir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Yalnızca karşılıklı iki kenarı birbirine paraleldir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
İÇ AÇILAR						
Tüm açılar birbirine eşittir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Yalnızca karşılıklı açılar birbirine eşittir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	Kare	Dikdörtgen	Paralelkenar	Eşkenar dörtgen	Yamuk	Herhangi bir düzgün çokgen
KÖŞEĞENLER						
Köşegenler birbirine eşittir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Köşegenler birbirini dik keser	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Köşegenler birbirini orta noktada keser	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Köşegenlerin kesişim noktasında oluşan açılar birbirine eşittir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Köşegenlerin kesişim noktasında yalnızca ters açılar birbirine eşittir	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Katılımınız için teşekkürler.						
						

Ek-2. GeoGebra Eğitim I Etkinlik Listesi

GeoGebra Eğitimi-I: GeoGebra Yazılımını ve Araçlarını Tanıyalım



1. Üçgen Oluşturalım.

1.



Fare görevlerini öğreneyim

Fare görevlerini öğreneyim

2.



Nokta

Ekranda doğrusal olmayacak şekilde üç nokta oluşturulm



3.



Doğru

Her iki noktadan bir doğru geçecek şekilde doğrular oluşturulm



4.



Doğru parçası

Her iki noktadan bir doğru geçecek şekilde doğru parçaları oluşturulm



5.



Gizle/göster

Doğruları gizleyelim (nesne üzerinde sağ tıkla - Nesneyi göster)



6.



Yakınlaştır/Uzaklaştır

Ekranda nesnelere büyültüp küçültmek için kullanılır.



7.



Sil









Gereksiz nesnelere silmek için nesne üzerinde sağ tıkla - sil

8.






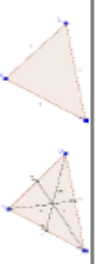









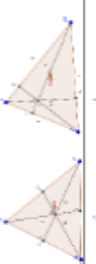




Geri al/ Yeniden yap






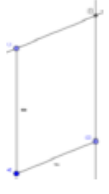



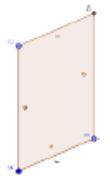

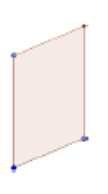


İşleme geri dönmek için kullanılır. (Ctrl+z, Ctrl+y)

2. Üçgenin açıortaylarını ve açıortaylarının kesişim noktasını belirleyelim.	
1	<p> Çokgen</p> <p>Ekranında bir üçgen oluşur.</p>
2	<p> Açıortay</p> <p>Üçgenin her köşesinden geçen açıortayları çizelim. Açıortay oluşturmak istediğimiz köşe diğer iki köşenin arasında kalacak şekilde seçilir (B köşesi için sırasıyla ABC).</p>
3	<p> Kesişim</p> <p>Açıortayların üçgen kenarlarıyla kesiştiği noktaları belirleyelim.</p>
4	<p> Gizle/göster</p> <p>Oluşturulan açıortayları gizleyelim (nesne üzerinde sağ tıklama - Nesneyi göster).</p>
5	<p> Doğru Parçası</p> <p>Açıortayların kenarları kestiği nokta ile karşılıklı köşeleri doğru parçalarıyla birleştirilelim.</p>
6	<p> Kesişim</p> <p>Doğru parçalarının kesişim noktasını belirleyelim.</p>
7	<p> Özellikler</p> <p>Nesne üzerinde sağ tıklama - Özellikler. "Özellikler" sekmesinden nesnelere değişiklikler yapabiliriz. Örneğin kesişim noktasının rengini değiştirebiliriz. Doğruların stilini (kesikli - sürekli) değiştirelim.</p>
8	<p> Etiketleri göster/gizle</p> <p>Gerekli/gereksiz etiketleri gizleme. Şeklin daha açık ve anlaşılır olması için gereksiz etiketler kaldırılabilir.</p>
9	<p> Kaydet</p> <p>İşlemlerimizi kaydedelim.</p>







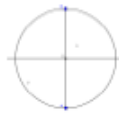

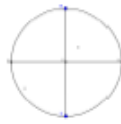

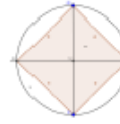

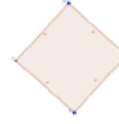

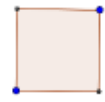
3. Üçgen kenarortayını ve yüksekliğini oluşturalım. Üçgenin ağırlık merkezini ve yüksekliklerinin kesişim noktasını belirleyelim.

1		Çokgen	İki farklı üçgen oluşturalım.	
2		Orta nokta	Üçgenlerden birinin kenarlarının orta noktalarını belirleyelim.	
3		Doğru Parçası	Bir köşe ile karşı kenarın orta noktasını birleştirelim.	
4		Dik Doğru	Diğer üçgenin her köşesinden karşı kenara dik doğru çizelim. Bu işlemi önce köşe noktasını sonra karşı kenarı seçerek gerçekleştirebiliriz.	
6		Kesişim	Dik doğruların üçgen kenarları ile kesişim noktalarını belirleyelim.	
7		Gizle/göster	Oluşturulan dik doğruların gizleyelim (Nesne üzerinde sağ tıkla- Nesneyi göster).	
8		Doğru Parçası	Kenarlardaki kesişim noktası ile köşelerini doğru parçası ile birleştirelim.	
9		Kesişim	Kenarortayların kesişim noktasını ve dik doğruların kesişim noktasını belirleyelim.	
10		Etiketleri göster/gizle	Gerekli/gereksiz etiketleri gizleme. Şeklin daha açık ve anlaşılır olması için gereksiz etiketler kaldırılabilir.	

4. Kenar uzunlukları belli olan paralelkenar oluşturma.

1		Verilen uzunlukta doğru parçası	doğru parçası	Verilen uzunlukta doğru parçası oluşturulmuş. Farklı uzunlukta ve oluşturulan doğru parçasının bir uç noktasından geçen yine verilen uzunlukta bir doğru oluşturulmuş.	
2		Paralel doğru		İkinci doğru parçasının ortak olmayan uç noktasından geçen ve birinci doğru parçasına paralel olan doğruyu çizelim. Aynı işlemi diğer doğru parçası için de yapalım.	
3		Kesişim		Paralel doğruları kesiştirelim.	
4		Çokgen		Çokgen aracıyla paralelkenarı belirleyelim.	
5		Gizle/göster		Paralel doğruları gizleyelim.	
6		Etiketi göster/gizle		Gerekli/gereksiz etiketleri gizleme. Şeklin daha açık ve anlaşılır olması için gereksiz etiketler kaldırılabilir.	
7		Grid (Izgara)		Oluşturulan paralelkenarı Grid (ızgara) da izleyelim	

5. Kare oluşturalım.

1		Doğru parçası	Bir doğru parçası oluşturalım.	
2		Orta dikme	Doğru parçasına orta dikme çizelim	
3		Kesişim	Doğru parçasıyla orta dikmenin kesişim noktasını işaretleyelim.	
4		Merkez ve bir noktadan geçen ember	Kesişim noktasının merkez kabul eden, doğru parçasının uç noktalarından geçen çemberi çizelim.	
5		Kesişim	Orta dikme ile çemberin kesişim noktalarını işaretleyelim.	
6		çokgen	çember üzerindeki işaretli noktalardan geçen okgeni oluşturalım.	
7		Gizle/göster	Doğru parçasını, orta dikmeyi ve çemberi gizleyelim.	
8		Etiketi göster/gizle	Gerekli/gereksiz etiketleri gizleme. Şeklin daha açık ve anlaşılır olması için gereksiz etiketler kaldırılabilir.	

6. Karenin x-eksenine, y-eksenine ve (0,0) orijin noktasına göre yansımalarını oluşturalım

- 1  Koordinat düzlemi Ekranı koordinat düzlemini etkinleştirdim.


- 2  Düzgün Çokgen Herhangi bir bölgeye bir kare oluşturalım.


- 3  Etiketleri göster/gizle Gereklil/gereksiz etiketleri gizleme. Şeklin daha açık ve anlaşılabilir olması için gereksiz etiketler kaldırılabilir.


- 4  Doğruya yansıt Kareyi x-eksenine ve y-eksenine göre yansıtalım.


- 5  Noktada yansıt Kareyi (0,0) noktasına göre yansıtalım




7. Verilen ölçüde açı ile eşkenar üçgen oluşturma.

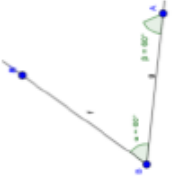
1  Verilen ölçüde açı 60° lik bir açı oluşturalım (eşkenar üçgenin iç açıları 60° olduğundan).



2  Işın Açı kenarlarını belirleyelim.



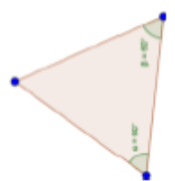
3  Verilen ölçüde açı Açının köşesini ve kenarlar üzerindeki noktalardan birini seçerek, diğer nokta ile üçgen köşelerini oluşturacak yönde iki açı oluşturalım.



4  Çokgen Noktalardan üçgen oluşturalım.



5  Göster/gizle İşınları gizleyelim.



8. Çemberler ile eşkenar üçgen ve eşkenar dörtgen oluşturma.

EB-çember-yarıçap.ggb

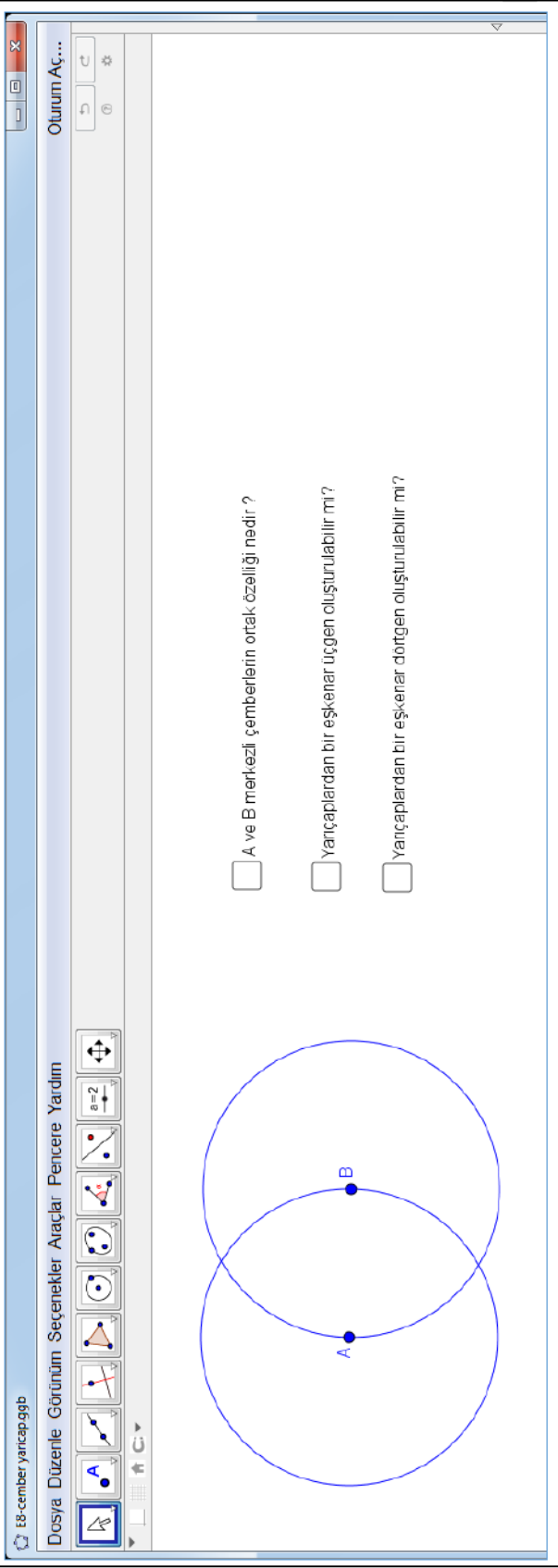
Oturum Aç...

Dosya Düzenle Görünüm Seçenekler Araçlar Pencere Yardım

A ve B merkezli çemberlerin ortak özelliği nedir ?

Yarıçaplardan bir eşkenar üçgen oluşturulabilir mi?

Yarıçaplardan bir eşkenar dörtgen oluşturulabilir mi ?

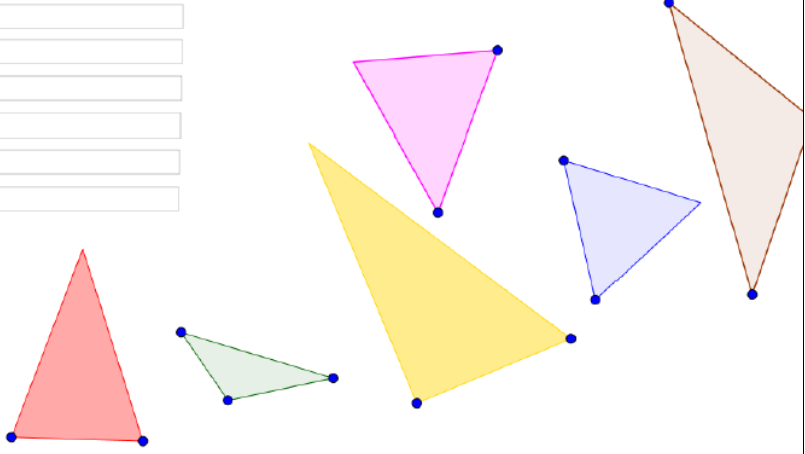


Ek-3. GeoGebra Eğitim II Etkinlik Listesi

Geogebra Eğitimi-II: Geogebra Yazılımı ile Dinamik Geometriyi Tanıyalım

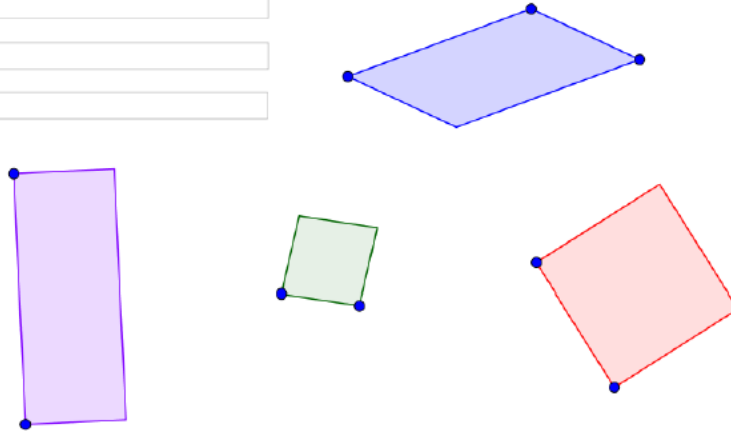
1. Etkinlik: Kenarlarına ve açılara göre üçgen çeşitlerini sınıflayalım.

Mavi Üçgen
Kırmızı Üçgen
Yeşil Üçgen
Sarı Üçgen
Kahverengi Üçgen
Pembe Üçgen

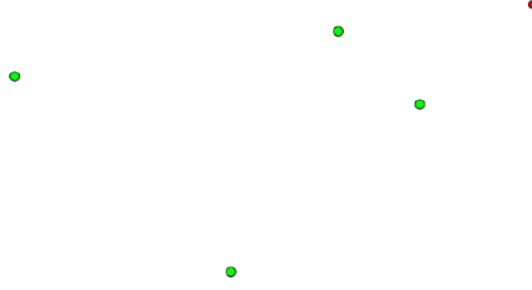


2. Etkinlik: Dörtgenleri sınıflayalım.

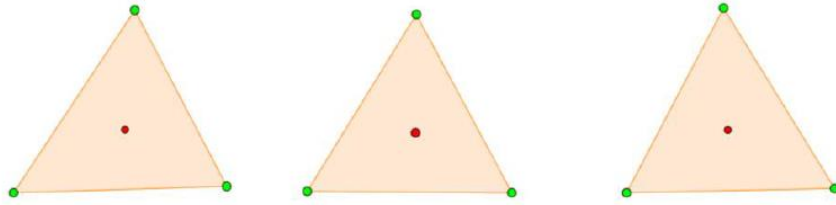
Mavi Dörtgen
Kırmızı Dörtgen
Yeşil Dörtgen
Mor Dörtgen



3. Etkinlik: Yeşil noktaları hareket ettirerek noktaların özelliklerini gözlemleyiniz.



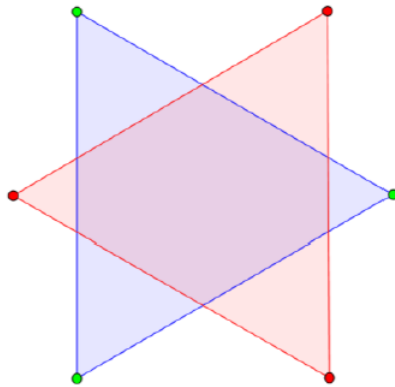
4. Yeşil noktaları hareket ettirerek kırmızı noktanın ait olduğu üçgenle ilişkisini inceleyiniz.



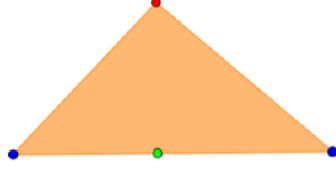
5. Yeşil noktaları hareket ettirerek kırmızı noktayla ilişkisini araştırınız.



6. Yeşil noktalardan hareket ettirerek mavi üçgen ile kırmızı üçgen arasındaki ilişkiyi gözlemleyiniz.



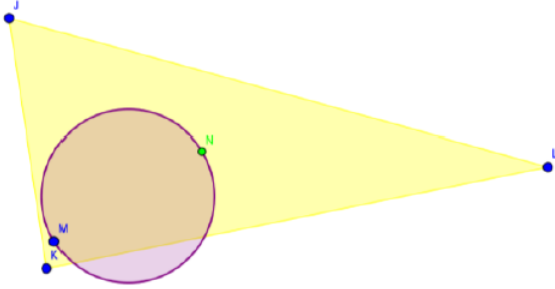
7. Yeşil noktayı hareket ettirerek, kırmızı noktanın yeşil nokta ile ilişkisini bulalım. Şeklin aynısını oluşturalım.



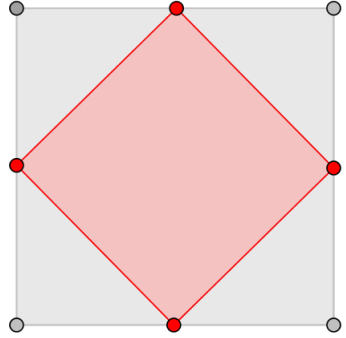
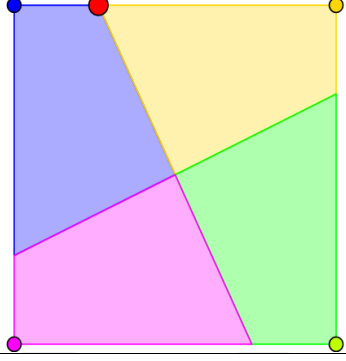
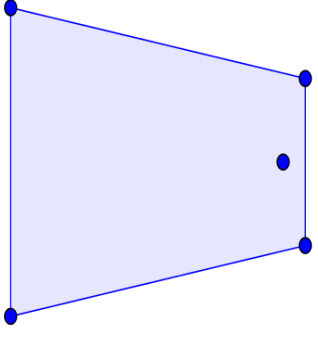
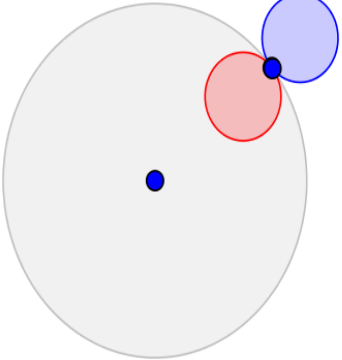
8. Yeşil noktayı hareket ettirdiğimizde kırmızı noktaların oluşturduğu şekli gözlemleyelim. Şeklin aynısını oluşturalım.



9. Üçgen ile çember arasındaki ilişkiyi gözlemleyelim. Şeklin aynısını oluşturalım.



Ek-4. Veri Toplama Aracı

Yönerge	Şekli inceleyelim ve aynısını oluşturalım.
Etkinlik 1	
Etkinlik 2	
Etkinlik 3	
Etkinlik 4	

Ek-5. MEB Uygulama İzni Belgesi



T.C.
HENDEK KAYMAKAMLIĞI
İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 56515029-44-E.7084193
Konu : Anket Uygulama

17/05/2017

KAYMAKAMLIK MAKAMINA

Sakarya Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Tevly BOZJANOV "*Öğrencilerin Dinamik Geometri Ortamında Varsayımda Bulunma Süreci*" ile ilgili hazırlanan anket formları incelenmiştir.

Söz konusu anketin ilçemiz ortaokullarında, eğitim-öğretimin aksamasına mahal vermeden uygulanması Müdürlüğümüzce uygun mütaka edilmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Sabri DOĞAN
İlçe Milli Eğitim Müdürü

OLUR
17/05/2017

Orhan BURHAN
Kaymakam

Hendek İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü
Büyükdar Mahallesi 1142. Sokak No:5 Hendek / SAKARYA
<http://hendek.meb.gov.tr/hendek54@meb.gov.tr>

Ayrıntılı Bilgi: Harun USLUBAŞ (Señ)
Telefon: 0264 61460 60 - 614 61 14 Dahili:1139
Fax: 0264 614 6065

Bu belge gıvcañ elektronik imza ile inzalannıtır. <http://www.tsksgu.meb.gov.tr/adresler> 4c31-78ad-32c1-9cf8-3ad5 kolu ile teyit edilebilir.

ÖZGEÇMİŞ

Toyly Bozjanov 27/12/1993 tarihinde Balkanabat'ta (Türkmenistan) doğdu. İlköğretim ve ortaöğretimini Balkanabat ili 22 No'lu ortaokulda tamamladı. 2016 yılında Kocaeli Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünden mezun olarak aynı yıl Sakarya Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalında yüksek lisans eğitimine başladı.

İletişim: toylybozcan@gmail.com

