HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Ana Bilim Dalı

SÜREKLİLİK KONUSUNDA KAVRAM İMAJI VE İŞLEMSEL ANLAYIŞ

Meltem COŞKUN

Yüksek Lisans Tezi

Ankara, 2019

Liderlik, araştırma, inovasyon, kaliteli eğitim ve değişim ile

Daha ileriye... En İyiye...

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Ana Bilim Dalı

SÜREKLİLİK KONUSUNDA KAVRAM İMAJI VE İŞLEMSEL ANLAYIŞ

CONCEPT IMAGE AND PROCEDURAL UNDERSTANDING ON THE TOPIC OF CONTINUITY

Meltem COŞKUN

Yüksek Lisans Tezi

Ankara, 2019

Kabul ve Onay

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne,

Meltem COŞKUN'un hazırladığı "Süreklilik Konusunda Kavram İmajı ve İşlemsel Anlayış" başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından **Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Ana Bilim Dalında Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Jüri Başkanı	Prof. Dr. Ali Haydar EŞ	....
Jüri Üyesi (Danışman)	Prof. Dr. Necla TURANLI	....
Jüri Üyesi	Doç. Dr. Ömer Faruk ÇETİN	....

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim, Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından 18 / 01 / 2019 tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunca ..... / ..... / .... tarihinde kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ali Ekber ŞAHİN
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Öz

Bu araştırmanın amacı matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusuna yönelik kavram imajlarını ve işlemsel anlayışlarını belirlemektir. Bu amaç doğrultusunda 2017-2018 eğitim öğretim yılında bir devlet üniversitesinin matematik öğretmenliğinde öğrenim gören 3'ü 3. sınıf, 3'ü 4. sınıf ve 3'ü 5. sınıf; toplam 9 öğretmen adayı araştırmanın örneklemi olarak belirlenmiştir. Örneklemde yer alan 9 öğretmen adayı amaçlı örneklem tekniğine göre belirlenmiş; bu doğrultuda yapılan bir başarı testi ile 3, 4 ve 5. sınıftan zayıf, orta ve iyi olmak üzere üç farklı seviyeden öğretmen adayı seçilmiştir. Araştırma süresince hazırlanan testler ve görüşme formu veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Araştırmanın modeli nitel araştırma desenlerinden olgubilim çalışması olarak tasarlanmıştır. Öğretmen adaylarının kavram imajlarını belirlemeye yönelik veriler içerik analizi, işlemsel anlayışlarını belirlemeye yönelik veriler ise betimsel analiz ile çözümlenmiştir. Araştırmanın sonucunda, matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramını tanımlar iken imajları doğrultusunda yanıt verdikleri; imajlarında ise süreklilik kavramının grafiksel temsillerinin baskın olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının süreklilik kavramına ait formal tanımları ise işlemsel anlayış bağlamında kullandıkları belirlenmiştir. Araştırmanın son bölümünde ise bulgular ve sonuçlar doğrultusunda araştırmacılara yönelik öneriler verilmiştir.

Anahtar sözcükler: kavram imajı, işlemsel anlayış, süreklilik

Abstract

The aim of this study is to determine the concept images and procedural understanding of the prospective mathematics teachers on the topic of continuity. For this purpose, in 2017-2018 academic year, 9 prospective mathematics teachers in the education department of mathematic teaching program of a state university that are chosen as 3 of the 3rd grade, 3 of the 4th grade and 3 of the 5th grade, are stated as the participants of the study. The 9 prospective mathematics teachers were determined by using a purposeful sampling technique, in this way, the participants who are at the level of unsuccessful, average and successful from 3rd, 4th and 5th grades are chosen with the help of an achievement test. The tests and interview form, prepared during the study, were used as data collection tools. The study, which is qualitative, is a phenomenology study. The data for determining the concept images of prospective mathematics teachers were analyzed by content analysis, and the data aimed at determining procedural understanding of prospective mathematics teachers were analyzed by descriptive analysis. Therefore, this study, it was determined that prospective mathematics teachers responded according to their images when the participants define the concept of continuity and their graphical representation of continuity was dominant in their images. Also, it was determined that the formal definitions of continuity concept by prospective mathematics teachers are used as procedural understanding. In the last part of the study, some suggestions were given to the researchers in accordance with the findings and results.

Keywords: concept image, procedural understanding, continuity

Teşekkür

Lisans ve lisansüstü öğrenimim süresince bana her zaman destek olan ve güvenen, kişiliği ve azmiyle kendime örnek aldığım, engin bilgisiyle bana yol gösteren ve bu çalışmanın ortaya çıkmasını sağlayan danışmanım Prof. Dr. Necla Turanlı'ya en içten teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım.

Çalışmam sırasında değerli görüşlerini benden esirgemeyen ve bana yardımcı olan hocalarım Prof. Dr. Şenol Dost'a ve Dr. Öğr. Üyesi Mesture Kayhan Altay'a en derinden teşekkürlerimi sunarım.

Görüş ve önerileriyle destek olan sayın jüri üyeleri; Prof. Dr. Ali Haydar Eş'e ve Doç. Dr. Ömer Faruk Çetin'e teşekkürü borç bilirim.

Hayatımın her anında yanımda olan, bugünlere gelmemde en büyük emeğe sahip ve en kıymetlilerim olan; canım babam Günay Coşkun'a, biricik annem Meral Coşkun'a ve kardeşim Gökhan Coşkun'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak da beni kızı olarak görüp, desteğini ve sevgisini hiçbir zaman esirgememiş olan ancak bugün aramızda olmayan Bayram Şimşek'e bu çalışmamı ithaf ediyorum.

Meltem COŞKUN

Ocak, 2019

İçindekiler

Tablolar Dizini

Şekiller Dizini

Bölüm 1
Giriş

Bir öğretmenin meslek hayatında başarılı olabilmesi öğrencilerine aktardıkları ve kazandırdıkları ile doğru orantılıdır. Özellikle öğretmenlik mesleğine yeni başlamış bir birey için güncel bilgilerini öğrencileri ile paylaşmak; öğrencilerine aktarmak ve onların anlamalarını sağlamak bir doyum noktasıdır. Öğretmenin bu doyumu yaşaması ve meslek hayatında başarılı olabilmesi alan bilgisini ve alan bilgisinde var olan kavramları öğrencilere nasıl etkin bir şekilde öğreteceğini bilmesinden geçebilir. Buradaki öğretmen kavramını matematik öğretmenleri ile özelleştirecek olursak matematik öğretmenlerinin meslek hayatlarında başarılı olabilmesi matematik alan bilgisini ve matematik alanında var olan kavramları öğrencilere etkin bir şekilde öğreteceğini bilmesinden geçmektedir (Ball, 1991; Even, 1992; Shulman, 1986; Watkins ve Mortimore, 1999).

Öğretme işi başlı başına bir meziyettir. Bu meziyeti matematik öğretmen adaylarına kazandırabilmek için üniversite yıllarında matematik alan bilgisini doğru bir şekilde aktarabilecek bireyler (öğretmenler) yetiştirilmelidir. Dolayısıyla matematik öğretmen adaylarının öğrencilerde kavram yanılgılarının oluşmasına olanak vermeyecek şekilde yetişmesi; ayrıca öğrencilerin matematiğe ve matematiksel kavramlara bakış açısını doğru bir şekilde oluşmasını sağlayacak bireyler olarak yetiştirilmesi önemlidir. Ancak alan yazında öğretmen adaylarının sahip olduğu kavram yanılgılarına yönelik birçok araştırma mevcuttur (Arsal, 2010; Baştürk ve Dönmez, 2011; Cin, 2010; Keçeli ve Turanlı, 2013; Küçüközer, 2009; Şendur, 2012). Hatta öğretmen adaylarında var olan kavram yanılgılarının öğrencilerde var olan kavram yanılgıları ile benzerlik gösterdiğine dair de çalışmalar mevcuttur (Adıgüzel, 2013; Emrahoğlu ve Öztürk, 2009). Dolayısıyla öğretmen adaylarının var olan kavram yanılgıları üniversite yıllarında giderilmeli; kavramlara bakış açıları değiştirilmeli ve kavramsal öğrenme sağlanmalıdır.

Ural (2012) matematik eğitiminde kavramsal öğrenmeyi “tanımsal olarak ve temel özellikleriyle öğrenilen bir kavramı, çeşitli temsil durumlarında da anlama” olarak tanımlamıştır. Kavramsal öğrenme ile kavramsal bilgi oluşturulmaktadır. Ancak matematiksel bilgide sadece kavramsal bilgi değil; işlemsel bilgi de yer almalıdır. Ersoy (2003) kavramsal bilgiyi “birey tarafından içsel olarak oluşturulmuş anlamlı ilişkiler", işlemsel bilgiyi ise "kural ve işlemlerde izlenen yolları, matematiksel bilgiyi temsil etmekte kullanılan simgeler" olarak tanımlamıştır. Dolayısıyla matematikte anlamlı bir öğrenme ve öğretmenin gerçekleşmesi için kavramsal bilginin ve işlemsel bilginin bir arada; hatta iç içe geçmiş olması gerekmektedir.

Matematik öğretmen adaylarının matematiksel kavramlara yönelik kavramsal bilgilerini belirlemek ya da değiştirmek zor bir süreçtir. Matematiksel kavramları ifade eden matematik öğretmen adaylarından beklenen, kavrama ait formal tanımı vermeleridir. Ancak matematiksel bir tanım oluşturma, profesyonel matematikçiler ile matematik öğrenenler arasında muhtemelen karışıklığa sebep olmaktadır (Vinner, 1991). Çünkü profesyonel matematikçilerin yaptıkları tanım "olması gereken" tanım iken; matematik öğrenen veya matematik öğretmen adayları tarafından yapılan tanımlar olması gereken formal tanımdan farklı olarak, bireyin kendi fikirlerini de içine kattığı tanımlardır. Düşüncelerini de ekleyerek oluşturdukları matematiksel kavramların tanımları ne yazık ki her zaman doğru olmayabilir. Bu durumda ise matematik öğretmen adaylarının (veya matematik öğrenen herhangi bir kişinin) matematiksel kavrama yönelik yanlış bir fikre ve kavrayışa sahip olduğu görülmektedir (Gutierrez ve Jaime, 1999; Vinner, 1983). Dolayısıyla yanlış bir fikre sahip olan öğretmen adaylarının zihninde de ilgili kavrama yönelik olması gerekenden farklı bir görüntü olabilir. Vinner (1983) bir kavramla ilgili bütün zihinsel görüntüleri verilen kavramla ilgili kavram imajı olarak tanımlamaktadır. Dolayısıyla öğretmen adaylarının bir kavrama yönelik imajlarının belirlenmesi ile öğretmenin alan bilgi seviyesi, sahip olduğu yeterlilik veya yetersizlik hakkında da bilgi edinilmektedir.

Kavramsal bilgisi zayıf ya da kavram imajında olması gerekenden farklı bir görüntüye sahip olan öğretmenin, bir problemin çözümü için gerekli olan işlemsel bilgiye ne derecede hakim olduğu da merak konusu olmuştur. İşlemsel bilgi bir problemin çözümü için gerekli kurallar ve sembolleri içerdiği için aynı zamanda öğretmen adayının probleme yaklaşımı ve işlemlere bakış açısı; işlemsel anlayışları hakkında da bilgi verecektir. Dolayısıyla bu araştırmada günlük hayatta karşılığı olan ve matematikte önemli bir yere sahip "süreklilik" kavramı ele alınmış olup; bu kavram doğrultusunda da matematik öğretmen adaylarının kavram imajları, işlemsel anlayışları ve kavram imajları ile işlemsel anlayışları arasında nasıl bir ilişki olduğu araştırılmıştır.

Problem Durumu

Başarı ve başarısızlık kavramları eğitim öğretim hayatında sıklıkla kullanılan iki kavramdır. Kimine göre başarı sayılan bir durum kimine göre başarısızlık sayılsa da öğretim süresince her iki kavram da belirli puanlar ile ifade edilmektedir. Akademik başarısızlık, bireyin bilişsel yeteneğine göre beklenenin altında bir performans göstermesi olarak tanımlanmaktadır (Reis ve McCoach, 2000). Peki birey neden beklenenin altında bir performans göstererek başarısız olmaktadır? Bu soruya alan yazında birçok farklı yanıt verilmiştir. Bireyin akademik hayatında başarısız olması ailesel (Akbaba Altun, 2009; Büyükkaragöz, 1990; Cengiz, Uzoğlu ve Daşdemir, 2012; Keçeli Kaysılı, 2008; Şerefli, 2003; Tuncer ve Bahadır, 2017), bireysel (Arseven, 1986; Metin, 2013; Şerefli, 2003), sınıf ortamı (Boozer ve Rouse, 2001; Kaya, Bal, Sezek ve Akın, 2005), kaygı (Betz, 1978; Cooper ve Robinson 1989; Pourmoslemi, Erfani ve Firoozfar, 2013) ve öğretmen (Metin, 2013; Şerefli, 2003) gibi birçok farklı sebebe bağlanmıştır. Bu sebeplerden farklı olarak başarısızlığın temelinde kavramların doğru anlaşılmaması da olabilir. Doğru anlaşılmayan kavramlar da kavram yanılgılarının oluşmasına neden olabilmektedir.

Kavram yanılgısı Tekkaya, Çapa ve Yılmaz (2000) tarafından "öğrencilerin bilimsel olarak kabul edilen kavramlara alternatif olarak geliştirdikleri kavram tanımlamaları" olarak tanımlanmıştır. Kavram yanılgısı bireylerin kavramların anlamını formal tanımlardan farklı bir şekilde ifade etmesi olarak da tanımlanabilir. Kavramın formal tanımını yanlış veya eksik bir şekilde ifade eden bireyin zihninde kavrama ait farklı bir görüntü oluşabilir. Dolayısıyla kavram yanılgısı bireylerdeki kavrama yönelik imajlarının araştırılmasının gerekliliğini ortaya çıkartmıştır.

Bireyin zihninde kavram ile ilgili oluşan her türlü resim, şekil, açıklama ve bilişsel yapı kavram imajı olarak adlandırılmaktadır (Tall ve Vinner, 1981). Öğrencilerin, öğretmen adaylarının veya öğretmenlerin bir kavrama ait kavram tanımlarını ve kavram imajlarını belirlemek, onların ilgili kavrama ait düşüncelerinin ortaya çıkmasını sağlayacaktır. İlgili kavramı matematik kavramları ile özelleştirecek olursak öğrencilerin, matematik öğretmen adaylarının ve matematik öğretmenlerinin kavram imajlarının ortaya çıkarılması ile matematiğe bakış açıları ve matematiksel ifadelere yaklaşımları ortaya konacaktır. Matematiğe bakış açısı veya matematiksel yaklaşım sadece kavramsal olarak değil; işlemsel olarak da irdelenebilir.

Öğrencilerin, öğretmen adaylarının veya öğretmenlerin problem çözerken izledikleri adımlar, kullanmış oldukları semboller bireye ait işlemsel yaklaşımı hakkında bilgi verecektir.

Matematiksel kavramlardan bazıları günlük hayatta kullanılan bazı eşya veya kavramlarla sesteştir (Güzel, 2014). Matematiksel kavramlardan süreklilik kavramı da günlük hayatta karşılığı olan kavramlardan biridir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının bu kavrama yönelik oluşturdukları imaj ve işlemsel anlayışlarının belirlenmesinin gerekli olduğu düşünülmüştür. Bu bağlamda bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajları ve işlemsel anlayışları sorgulanmıştır.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Bu araştırmanın amacını matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajları ve işlemsel anlayışlarının belirlenmesi oluşturmaktadır. Matematik konuları içerisinde önemli bir yere sahip olan süreklilik, kavram imajı ve işlemsel anlayış kavramlarının bu araştırmanın konusu olarak seçilmesinin üç önemli nedeni vardır:

Süreklilik konusu matematiğin en temel konularındandır. Lise düzeyinde öğretilmeye başlayan süreklilik kavramı lisans düzeyinde daha ayrıntılı bir şekilde anlatılmaktadır. Üniversitede matematik dersini alan öğrencilerin birçoğu süreklilik konusu ile karşılaşmaktadır ancak bu konu özellikle eğitim fakültesinde öğrenim gören matematik öğretmenliği öğrencileri tarafından nasıl anlaşıldığının belirlenmesi önemlidir; çünkü üniversite sıralarında derinlemesine öğrendikleri bu kavramı öğretmenlik hayatlarında öğrencilere aktaracak ve onların zihninde süreklilik kavramının nasıl şekilleneceğini belirleyecek olan öğretmenlerdir.

Süreklilik kavramı soyut bir kavramdır. Dolayısıyla öğretmen adaylarının zihinlerinde oluşturdukları süreklilik kavramı ile matematikteki süreklilik kavramı arasında nasıl bir tutarlılık ya da tutarsızlık oluşturdukları bu kavrama yönelik imajlarının belirlenmesi açısından önemlidir.

Matematik öğretmen adaylarının süreklilikte var olan karakterizasyonları nasıl kullandıkları ve bunları işlemlere nasıl yansıttıklarının belirlenmesi işlemsel anlayışlarının değerlendirilmesi açısından önemlidir.

Araştırma Problemi

Bu araştırmada "Matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajları ve işlemsel anlayışları nasıldır?" sorusuna yanıt aranmıştır.

Alt problemler. Araştırmanın alt problemlerine aşağıda yer verilmiştir:

1. Matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajları nasıldır?
2. Matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusuna yönelik işlemsel anlayışları nasıldır?
3. Matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki kavram imajları ve işlemsel anlayışları arasında nasıl bir ilişki vardır?

Sayıltılar

Aşağıdaki durumlar araştırmanın sayıltıları olarak kabul edilmiştir:

1. Araştırmada hazırlanan görüşme formu matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik imajlarını belirleyecek niteliktedir.
2. Araştırmada hazırlanan işlemsel anlayışa yönelik test matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki işlemsel anlayışlarını belirleyecek niteliktedir.
3. Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarını öğrencilerin tüm ciddiyet ve samimiyetle cevaplayacakları varsayılmıştır.
4. Araştırmada kullanılan veri toplama araçları ve verilerin değerlendirilmesi için alınan uzman görüşleri yeterlidir.

Sınırlılıklar

Aşağıdaki durumlar araştırmanın sınırlılıkları olarak kabul edilmiştir:

1. Araştırma 2017-2018 eğitim öğretim yılı ile sınırlandırılmıştır.
2. Araştırma yapıldığı üniversitenin Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliğinde öğrenim gören 9 matematik öğretmen adayı ile sınırlandırılmıştır.

Tanımlar

Bu bölümde araştırmada yer alan ve sıklıkla kullanılan kavramların tanımlarına yer verilmiştir:

Kavram Tanımı: İlgili kavramın açıklanması için kullanılan kelimelerden oluşmuş bir yapıdır (Tall ve Vinner, 1981).

Kavram İmajı: Bireyin zihninde kavramla ilgili bilişsel yapıların bütünüdür (Tall ve Vinner, 1981).

İşlemsel Anlayış: İşlemsel bilgi, problemleri çözmek için kullanılan sembol, aritmetik işlem ve rutin kurallar bilgisidir. İşlemsel anlayış ise bir problemin çözümünde gerçekleştirilecek bazı eylem veya prosedürleri gerektiren bir potansiyeldir (Hiebert ve Lefevre, 1986).

Süreklilik:

1. $f: A \subseteq IR \rightarrow IR$ bir fonksiyon ve $a \in A$ olsun. Her $\varepsilon > 0$ sayısı için

   $$|x-a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon$$

   olacak şekilde en az bir $\delta > 0$ sayısı bulunabiliyorsa f fonksiyonuna a noktasında süreklidir denir. Eğer f fonksiyonu A kümesinin her noktasında sürekli ise A kümesinde süreklidir denir.

2. D, $IR^{2'}de$ bir bölge, $f: D \rightarrow IR$ bir fonksiyon ve $P = (x, y)$, $P_0 = (x_0, y_0)$ olsun. Eğer her $\varepsilon > 0$ sayısı için

   $$\| P - P_0 \| < \delta \Rightarrow \| f(P) - f(P_0) \| < \varepsilon$$

   olacak şekilde bir $\delta > 0$ varsa, f fonksiyonuna P_0'da süreklidir denir. Benzer şekilde

   $$\lim_{P \to P_0} f(P) = f(P_0)$$

   ise $f(P)$ fonksiyonuna P_0 noktasında süreklidir denir.

3. (X, d) ve (Y, ρ) birer metrik uzay olsun. $f: X \rightarrow Y$ bir fonksiyon ve $x_0 \epsilon X$ olsun. Eğer verilen her $\varepsilon > 0$ sayısı için,

   $$d(x, x_0) < \delta \Rightarrow \rho\big(f(x), f(x_0)\big) < \varepsilon$$

   olacak şekilde bir $\delta > 0$ varsa, f fonksiyonuna x_0 noktasında süreklidir denir.

4. (X, τ) ve (Y, τ^*) iki topolojik uzay ve $f: X \rightarrow Y$ bir fonksiyon olsun. Her $H \epsilon \tau^*$açık kümesi için $f^{-1}(H) \epsilon \tau$ oluyorsa f fonksiyonuna sürekli fonksiyon adı verilir.

Bölüm 2

Araştırmanın Kuramsal Temeli ve İlgili Araştırmalar

Bu bölümde araştırmanın kuramsal temelini oluşturan kavram tanımı ve kavram imajı, işlemsel anlayış ve süreklilik kavramlarına yer verilmiştir.

Kavram Tanımı ve Kavram İmajı

Kavram kelimesinin birçok farklı tanımı yapılmaktadır: Türk Dil Kurumu'nda (TDK, 1975a) "nesnelerin ya da olayların ortak özelliklerini kaplayan ve bir ortak ad altında toplayan genel tasarım" olarak tanımlanan kavram kelimesi; Senemoğlu'na (2012) göre "benzer nesneleri, insanları, olayları, fikirleri, süreçleri gruplandırmada kullanılan bir kategori" iken Morgan'a (1981) göre "cisimlerin bazı ortak ve genel özelliğini ya da niteliğini temsil eden simgesel bir yapı"dır.

Tall ve Vinner (1981) kavram tanımını "ilgili kavramı açıklamak için kullanılan ve kelimelerden oluşan bir yapı" olarak tanımlarken; Vinner (1983) kavram tanımını "kavramı dolambaçsız ve doğru şekilde açıklayan sözel tanımlama" olarak ifade etmiştir. Örneğin küme sözcüğünün elemanları iyi tanımlanmış, birbirinden farklı nesnelerin, şekillerin oluşturdukları topluluk olarak tanımlanması bir kavram tanımına örnektir. Ancak bir kavramın tanımı yapılırken her zaman formal tanımlar kullanılmamaktadır. Bazen de bir kavram tanımlanırken o kavrama ait bilimsel tanımlardan ziyade zihinlerde canlanan yapılardan bahsedilmektedir. Dolayısıyla da kavram tanımı zihinde var olan bu yapılar şekiller, semboller, grafikler ve hatta günlük hayattan örnekler bile olabilmektedir (Tall ve Vinner, 1981). Bireylerin zihinlerinde canlanan bu yapılar Vinner ve Herschowitz (1980) tarafından kavram imajı olarak adlandırılmıştır; ikili kavram imajını öğrencilerin geometrik kavramlarını analiz ederken ortaya çıkartmışlardır. Bu ikilinin geometrik kavramlar üzerine çalıştığı dönemde Tall ise öğrencilerin limit ve süreklilik konusunda karşılaştıkları zorlukları belirlemeye çalışan bir araştırma yapmıştır. Daha sonra ise Tall ve Vinner (1981) elde ettikleri bulguları bir araya getirerek "Limit ve Süreklilik Özel Referansı ile Kavram İmajı ve Kavram Tanımı" çalışmasını ortaya çıkartmışlardır. Yaptıkları bu çalışma ile kavram imajı ve kavram tanımını detaylı bir şekilde ele almışlardır. Kavram imajı tanımları ile birçok araştırmanın temelini oluşturan ikili bu kavramı şu şekilde tanımlamışlardır:

> *Biz kavram imajı tanımını kavramla birlikte anılan tüm bilişsel yapı olarak tanımlayacağız. Bu yapı tüm zihinsel resimleri ve çağrışım yapan özellikleri ve yöntemleri içerir. Kavram imajı geliştikçe her zaman tutarlı olması gerekmez. Belirli bir zamanda aktif olan kavram imajına uyandırılmış (evoked) kavram imajı diyeceğiz. Farklı zamanlarda çelişkili görünen imajlar uyandırılabilir. Sadece çelişkili görüntüler kendiliğinden uyandırıldığında anlaşmazlık ve karışıklığın herhangi gerçek bir hissi olabilir.*
>
> *Diğer taraftan kavram tanımı bu kavramı özelleştirmek için kullanılan kelimeler bütünüdür (Tall ve Vinner, 1981).*

Yaptıkları açıklamadan da anlaşıldığı üzere Tall ve Vinner (1981) kavram imajını "bireyin zihninde kavramla ilgili bilişsel yapıların bütünü" olarak tanılamışlardır. Örneğin türev kavramı bir bireyin zihninde $\lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$, $\frac{d}{dx}$ veya $\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ olacak şekilde görsel olarak yer alabilir iken aynı zamanda türev kavramı "anlık değişim oranı" olacak şekilde sözel bir ifade ile de yer alabilir. Dolayısıyla kavram imajı bireyde tek bir şekilde değil birden fazla durumda olabilir.

Daha sonraları ise Tall ve Vinner'ın kavram tanımının kavram imajının bir parçası olup olmadığı konusunda farklı görüşlere sahip oldukları anlaşılmaktadır. Tall, Vinner ile 1981'de yaptıkları kavram imajı tanımını kabul ettiğini belirttirip kavram imajını "bireyin zihninde bir kavramla ilgili bilişsel yapıların bütünü" olarak kabul ederken; Tall'a göre Vinner kavram imajını kavram tanımından ayrı görmektedir. Hatta Vinner (1983) bilişsel yapıda kavram tanımı ve kavram imajı olmak üzere iki farklı 'hücre' olduğundan bahsederek kavram imajını kavram tanımından ayırarak çalışmalarını sürdürmüştür. Dolayısıyla Vinner'a (1983) göre eğer bir fikir diyagramlar halinde sunulmak isteniyorsa bilişsel yapıda kavram tanımı ve kavram imajı olmak üzere iki 'hücre'ye başvurulabilir. Bu hücrelerden kavram tanımı hücresi boş olabilir, hatta bazen kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri aynı anda da boş olabilir. Ayrıca bu iki hücre birbirinden bağımsız şekilde oluşmasına rağmen bunların arasında bir etkileşim de olabilir. Hatta Vinner (1983) çalışmasında bu durumu bir örnek ile açıklamıştır:

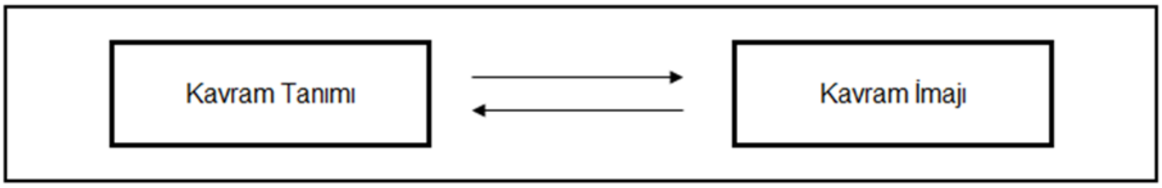
Bir öğrenci, çeşitli durumlarda birçok grafik görmek suretiyle koordinat sistemi hakkında kavram imajı oluşturabilir. Oluşan kavram imajına göre, iki eksen birbirini dik keser. Matematik öğretmenleri, koordinat sistemini birbirini dik kesen iki düz çizgi olarak tanımlayabilir. Bunun sonucunda 3 durum ortaya çıkabilir:

1. Kavram imajı, koordinat sisteminin eksenleri arasında dik açı yokmuş gibi değişebilir.

2. Kavram imajı olduğu gibi kalabilir. Kavram tanımı hücresi bir süreliğine öğretmenin tanımlamasını içerir fakat kısa bir süre sonra unutulabilir veya karıştırılabilir; öğrenciden koordinat sistemini tanımlaması istendiğinde, öğrenci eksenlerin arasındaki dik açıdan bahsedebilir.

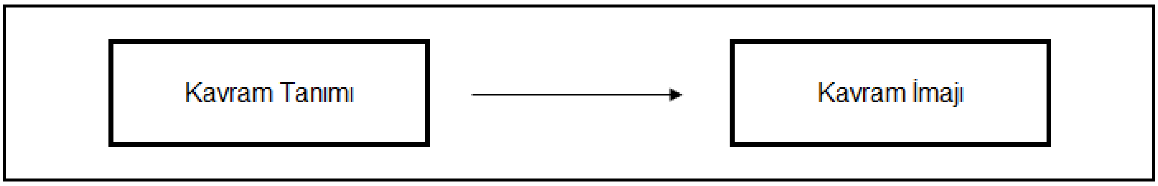
3. İki hücre de olduğu gibi kalabilir. Öğrenciye sunulduğunda öğretmenin tanımını tekrardan söyleyebilir fakat bütün diğer durumlarda öğrenciler, koordinat sistemindeki birbirine dik iki ekseni düşünürler (Vinner, 1983).

Kavram tanımını ve kavram imajını hücreler ile açıklayan Vinner (1983) bir kavramın oluşum sürecindeki tanım ve imaj arasındaki etkileşimi aşağıdaki şekilde açıklamıştır.



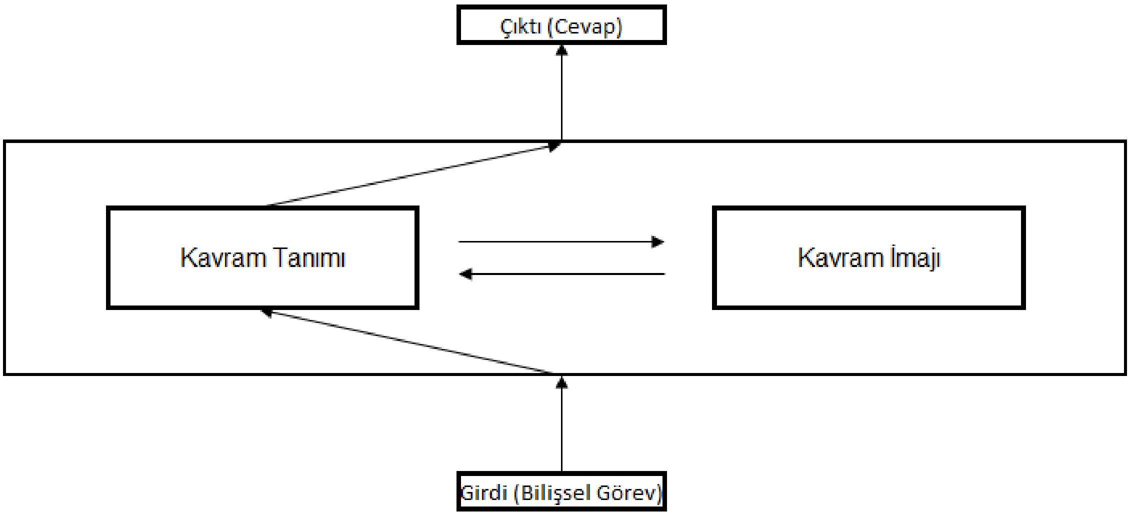
Şekil 1. Kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki çift yönlü etkileşim.

Bireyin öğreneceği kavram hakkında herhangi bir bilgisi yok ve kavram ile ilk kez karşılaşacak ise kavram imajı hücresi boş olarak bulunmaktadır. Kavrama ait formal tanımlar ve açıklamalar ile kavram imajı hücresi dolmaya başlar. Dolayısıyla Şekil 1'deki gibi kavram tanımı ile kavram imajının çift yönlü olarak etkileşim göstermesi beklenmektedir. O halde kavram tanımı ve kavram imajının birbirlerinden etkilenerek oluşan iki yapı olduğunu söyleyebiliriz. Örneğin fonksiyon kavramı ile ilk kez karşılaşacak olan bir öğrencinin bu kavrama yönelik imajı boş olabilir. Öğretmen tarafından fonksiyon kavramının matematiksel formal tanımları açıklanıp, bu kavrama yönelik örnekler çözülmesi dahilinde öğrencinin bu kavram ile ilgili imaj hücresi dolmaya başlayacaktır. Dolayısıyla Şekil 1'deki gibi kavram tanımı ve kavram imajı arasında çift yönlü bir etkileşim gerçekleşecektir. Ancak bu durumun aksine bazı öğretmenler orta öğretim seviyesindeki öğrencilerin, Şekil 2'de gösterildiği üzere, bu sürecin tek yönünü yaşayacağını beklemektedirler (Vinner, 1983).



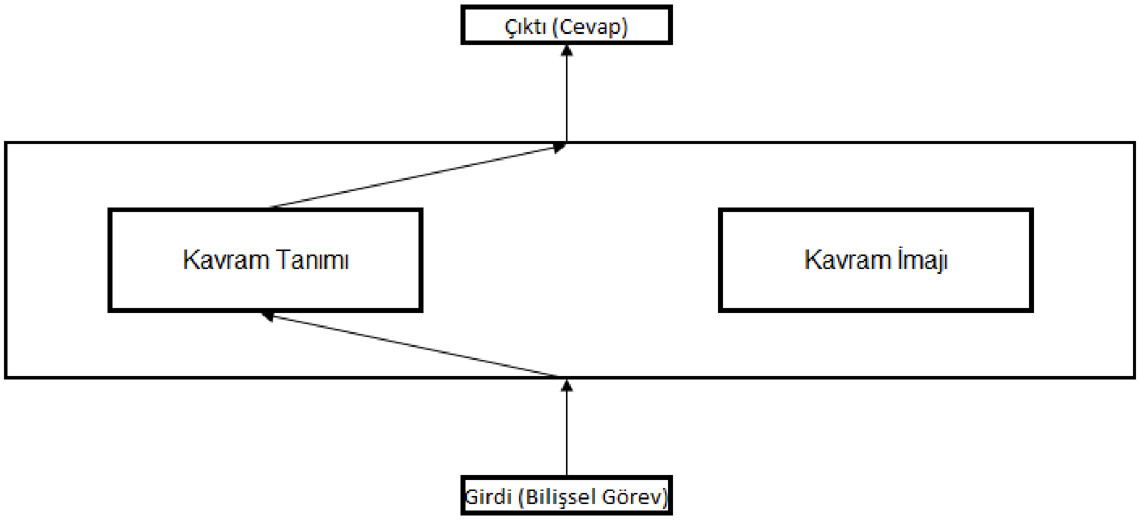
Şekil 2. Kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki tek yönlü etkileşim.

Şekil 2'ye göre öğretmenler öğrencilerin kavram imajının kavram tanımından oluşacak şekilde tek yönlü oluştuğunu ve bu süreçte kavram imajının kavram tanımı tarafından kontrol edildiğini düşünmektedirler (Vinner, 1983). Dolayısıyla öğrencilerde bir kavram hakkında oluşacak imajın "doğru" olması beklenmektedir. Ancak öğrenim süreci Şekil 2'de görüldüğü gibi basit bir süreç olmayıp daha karmaşık bir süreci gerektirmektedir. Dolayısıyla Vinner (1983) kavram oluşum sürecine ilaveten bireylere bir bilişsel görev verildiğinde ortaya çıkabilecek durumlardan bahsetmiştir:



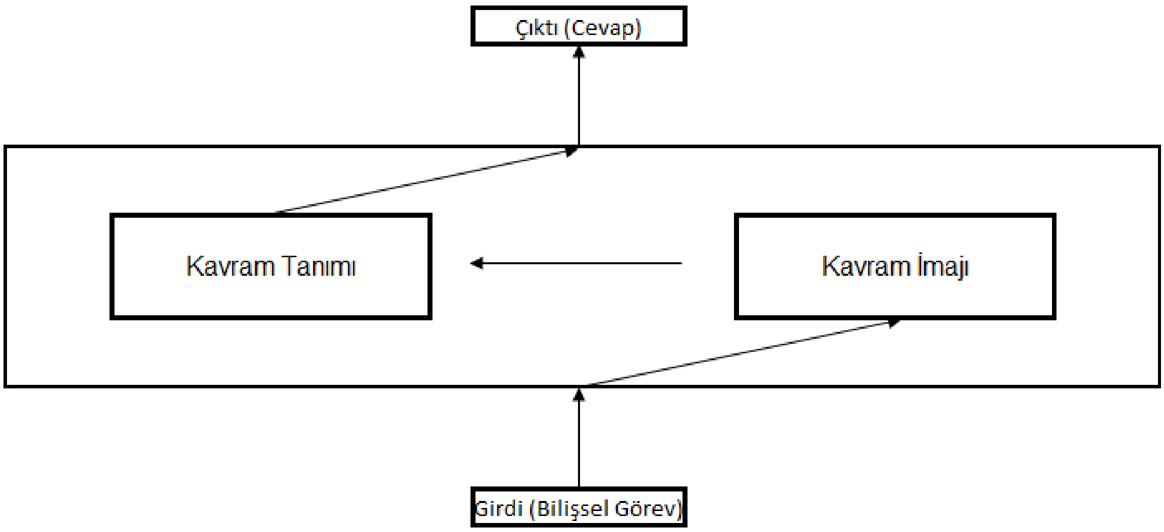
Şekil 3. Tanım ve imaj arasındaki olması beklenen bağlantı.

Vinner (1983) kavram tanımı ile imajı arasında olması gereken bağlantıyı Şekil 3'teki gibi açıklamıştır. Bu şekle göre öğrenciye herhangi bir bilişsel görev verildiğinde önce kavramın tanımına başvurmalı, daha sonra kavram tanımı kavram imajı ile etkileşime girerek kavram tanımı üzerinden cevap vermesi gerektiği düşünülmektedir. Ancak uygulamada bunun pek de mümkün olmadığı bilinen bir gerçektir.



Şekil 4. Tamamen formal çıkarım.

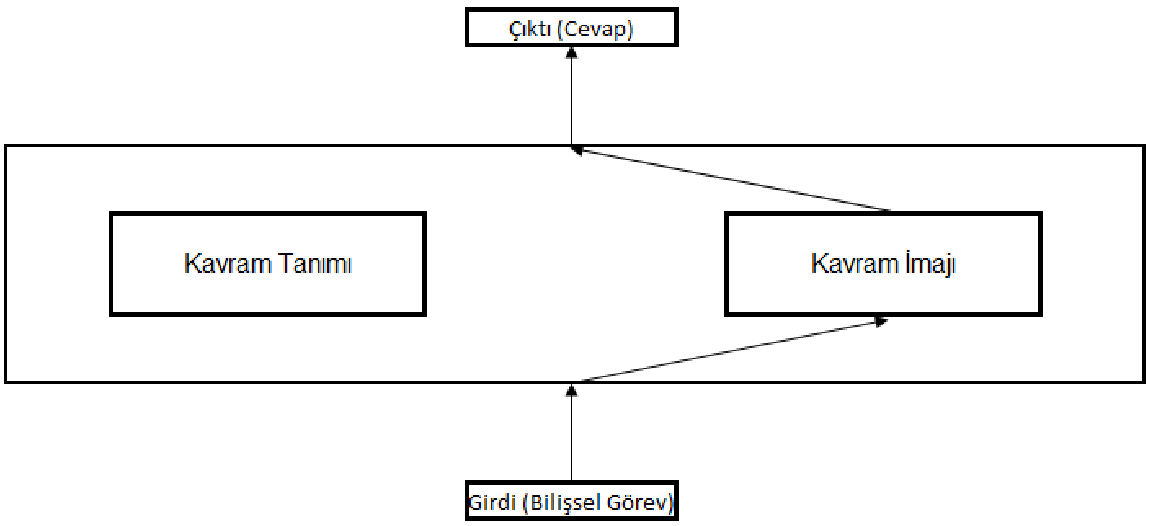
Şekil 4'te, formal bir durumun hakim olduğu durumlarda, öğrencilere bilişsel bir görev verildiği takdirde öğrencilerin kavram imajı hücresine başvurmadan, kavramın tanımını esas alarak işlem yapıldığından bahsedilmiştir.



Şekil 5. İmajın tanımdan daha etkin olduğu durum.

Şekil 5'te ise öğrencilere bir bilişsel görev verildiği takdirde sezgilerinden yola çıkarak önce kavram imajı hücresine daha sonra kavram tanımı hücresine başvurarak işlem yaptıkları gösterilmiştir. Burada kavram tanımı hücresine başvurularak işlem yapılması istenen bir durumdur. Ancak baskın olan hücre kavram imajı hücresidir.

Birçok öğretmen kavram oluşum sürecinin Şekil 3, Şekil 4 ve Şekil 5'teki süreçler gibi tanımlanmış olabileceğini düşünmektedirler. Ama bu şekillerin uygulamaya tam anlamıyla yansıdığı düşünülmemektedir. Kavram imajı oluşturmak ya da bilişsel bir görevi yerine getirebilmek için, bilişsel yapıdaki tanımları zorla kullandırtmaya çalışmanın bir mantığı yoktur. Bunun nedeni ise bazı tanımların anlaşılmasının güç olduğundan kaynaklanmaktadır. Bu tanımlar öğrencilerin zihninde kavram imajı yaratmaya yardımcı olmadıkları için bunların kullanımı işlevsizdir (Vinner, 1983). Dolayısıyla uygulamada daha yaygın görülen yöntem aşağıdaki gibidir:



Şekil 6. Sadece kavram imajının etkin olması.

Şekil 6'da verilen bir bilişsel göreve sezgisel olarak yaklaşan bir öğrencinin vermiş olabileceği çıktıdan bahsedilmiştir. Burada kavram tanımı hücresi boş ya da dolu olabilir. Ancak asıl anlatılmak istenen kavram tanımı hücresine başvurulmadan sadece kavram imajı hücresi baz alınarak yanıt verilmesidir.

Görüldüğü üzere Vinner (1983) kavram tanımını ve kavram imajını iki farklı hücre olarak ele almış; bu iki kavram arasındaki ilişkiyi de hücreler üzerinden açıklamıştır. Bu bağlamda bu araştırmada matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusuna yönelik kavram imajları Vinner'ın (1983) açıklamış olduğu kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri baz alınarak değerlendirilmiştir.

İşlemsel Anlayış

Öğrenme ve öğretme süreçleri sürekli değişim gösteren kavramlardır. Birgin ve Gürbüz (2009) bu değişim süreci kavramını "kendisine verilen bilgiyi doğrudan alan öğrenci anlayışından, bilgiye ulaşan, ulaştığı bilgiyi içselleştirerek işleyebilen ve ulaştığı bilgilerle yeni bilgiler üreten öğrenci anlayışına doğru bir yönelim" olarak açıklamışlardır. Öğrencinin merkeze alındığı bu değişim ile birlikte matematik öğretiminin de nasıl yapılacağı üzerinde durulan konuların başında gelmektedir.

Matematik öğretimi matematiksel bilginin üzerine inşa edilmektedir. Matematiksel bilgi ise kavramsal ve işlemsel bilgi olmak üzere ikiye ayrılabilir (Bekdemir, 2012). Kavramsal bilgi, herhangi bir kavram, kural genelleme ve bunlar arasındaki açık veya kapalı ilişkiler olarak tanımlanmaktadır (Hiebert ve Lefevre, 1986). İşlemsel bilgi ise problemleri çözmek için kullanılan sembol, aritmetik işlem ve rutin kurallar bilgisidir (Hiebert ve Lefevre, 1986). Post ve Cramer (1989; aktaran Özyıldırım Gümüş, 2015) ise işlemsel bilgiyi matematiğin sembolik dili, kuralları, algoritmaları ve matematiksel durumları çözmek için kullanılan basamaklar olarak tanımlamıştır. Benzer şekilde Leinhardt ve Smith'e (1985) göre de işlemsel bilgi kuralları bilme ve uygulamayı içeren adımlardır.

Alan yazında işlemsel bilgi iki bölümde incelenmiştir (Hiebert ve Lefevre, 1986; Soylu ve Aydın, 2006). Birinci bölümde matematiksel semboller ve matematiğin kendisine has dili yer alır iken; ikinci bölümde ise matematiksel kurallar, matematiksel problemleri çözmek için kullanılan bağıntılar gibi diğer durumlar yer almaktadır. Bu bağlamda $|AB|$, ≥ gibi semboller; $2000 - 450 =?$ ya da $2.(3+5) =?$ gibi aritmetik işlemler; $m.14 = 7.22$ ise $m =?$ gibi rutin işlemler işlem bilgisine birer örnek olarak verilebilir.

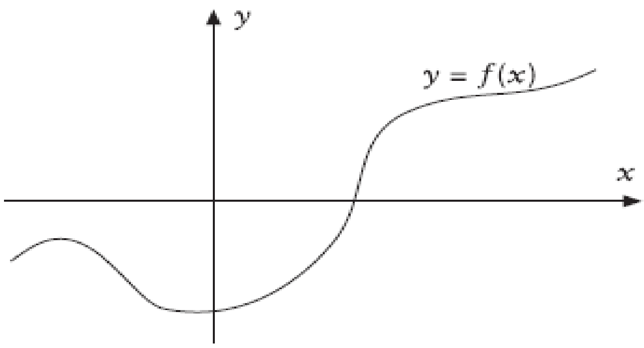
İşlemsel bilgi bir kavram ya da işlemin nedenini bilmeye gerek görmeden yalnızca bilginin nasıl kullanılacağını bilmek ile ilgilidir. Dolayısıyla işlemsel bilgisinin varlığı, işlemin doğru olarak yapılıp yapılmadığına bakılarak ölçülebilir (Bekdemir, 2012). Çünkü öğrenci işlemi nasıl yapılacağını ya biliyor ya da bilmiyordur (Star, 2000; aktaran Bekdemir, 2012). Bu bağlamda da işlem bilgilerini etkin bir şekilde kullanma yeteneğine işlem becerisi denmektedir (Bekdemir, Okur ve Gelen, 2010).

İşlem bilgisi ve becerisini, yani kavramların anlam ve aralarındaki bağlantıları kurmaya çalışmaksızın, açıklama tarzında tanım, sembol, kural ve basit işlemleri ağırlıklı olarak kullandıran yaklaşıma "işlemsel yaklaşım" adı verilmektedir (Bekdemir ve diğerleri, 2010). Benzer şekilde işlemsel anlayış ise öğrencinin problemin çözümünde gerçekleştirilecek bazı eylem veya prosedürleri ne ölçüde yerine getirmiş olduğu ile ilgilidir.

Bu çerçeveden yola çıkılarak matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki işlemsel bilgilerinin varlığı sorulan soruları doğru yapıp yapamamaları ile ölçülmüş iken; işlemsel becerileri matematiksel sembolleri ve soruların çözümü için gerekli olan matematiksel kuralları ne ölçüde yerine getirdikleri incelenerek bilgi edinilmiştir. Bu iki kavramdan yola çıkılarak da işlemsel anlayışları hakkında bilgi edinilmiştir.

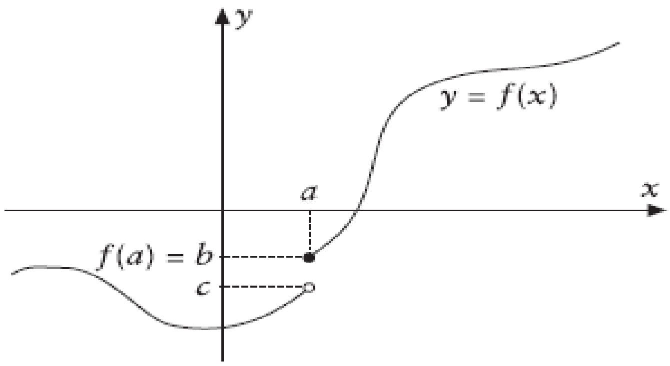
Süreklilik Kavramı

Süreklilik konusu matematiğin en temel konularındandır. Süreklilik kavramının matematiksel tanımını vermeden önce bu kavramı birkaç örnek ile inceleyelim.



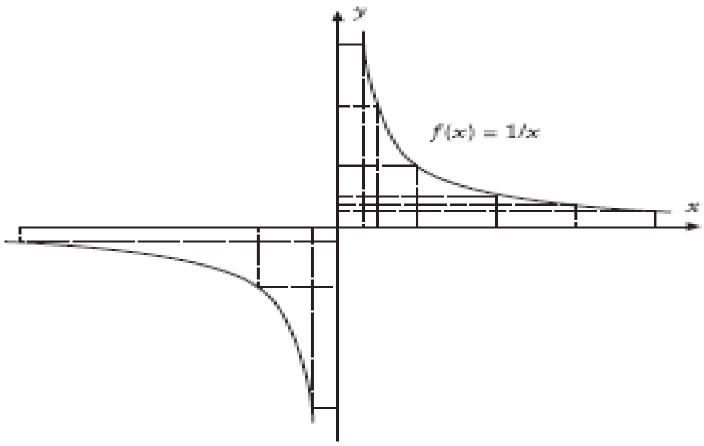
Şekil 7. Grafiğinde kopukluk olmayan bir fonksiyon.

Şekil 7'de herhangi bir kopukluğun olmadığı "sürekli devam eden" bir fonksiyonun grafiği verilmiştir.



Şekil 8. Grafiğinde kopukluk olan bir fonksiyon.

Şekil 8'de ise a noktasında kopukluğun olduğu dolayısıyla "sürekli devam edemeyen" bir fonksiyonun grafiği verilmiştir. Dolayısıyla sezgisel olarak Şekil 7'deki gibi fonksiyonlara sürekli denirken, Şekil 8'deki gibi fonksiyonlara a noktasında süreksizdir denmektedir (Nesin, 2015). Şekil 7 ve Şekil 8 ile sürekliliği sezgisel olarak hissettirmeye çalışan Nesin (2015) ayrıca "Her ne kadar saniye, dakika, gün ve hafta gibi parçalara ayırsak da, zamanın da sürekli olduğunu varsayarız." ve "İnsanlar süreklilikten daha çok hoşlanırlar. Süreklilik olağan durumdur, anlaşılması, başa çıkması daha kolaydır." ifadeleri ile de süreklilik kavramını günlük hayattaki durumlar ile ilişkilendirmeye çalışmıştır. Ancak süreklilik kavramı sadece kopmanın olması ya da olmaması şeklinde ifade edilebilecek kadar basit bir kavram değildir. Örneğin $f(x) = \frac{1}{x}\ ve\ x \neq 0$ fonksiyonun grafiğine bakalım:



Şekil 9. $f(x) = \frac{1}{x}\ ve\ x \neq 0$ fonksiyonun grafiği.

Şekil 9'da da görüldüğü üzere f fonksiyonu tanım kümesinde 0 noktasını bulundurmadığı için süreklidir. Ancak sezgisel olarak sadece "kopukluk", "devam etmeme" gibi kavramlar ile sürekliliği açıklamaya çalışan öğrenci için bu fonksiyonu sürekli değildir olarak algılamasına neden olacaktır. Dolayısıyla süreklilik kavramı sezgisel olarak hissettirildikten sonra sürekliliğin formal tanımları önem kazanmalı ve sezgisel yaklaşım formal tanımların önüne geçmemelidir.

Sürekliliğin bugün $\varepsilon - \delta$ tanımı olarak bilinen ilk tanımı Karl Weierstrass tarafından yapılmış iken "sonsuz küçük"ler kullanılarak da Cauchy tarafından tanımlanmıştır (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014). Süreklilik kavramının matematiksel tanımları şu şekildedir:

Tanım 1: $f: A \subseteq IR \rightarrow IR$ bir fonksiyon ve $a \in A$ olsun. Her $\varepsilon > 0$ sayısı için

$$|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon$$

olacak şekilde en az bir $\delta > 0$ sayısı bulunabiliyorsa f fonksiyonuna a noktasında süreklidir denir. Eğer f fonksiyonu A kümesinin her noktasında sürekli ise A kümesinde süreklidir denir.

Tanım 2: D, $IR^2\ de$ bir bölge, $f: D \rightarrow IR$ bir fonksiyon ve $P = (x, y)$, $P_0 = (x_0, y_0)$ olsun. Eğer her $\varepsilon > 0$ sayısı için

$$\| P - P_0 \| < \delta \Rightarrow \| f(P) - f(P_0) \| < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $\delta > 0$ varsa, f fonksiyonuna P_0'da süreklidir denir. Benzer şekilde

$$\lim_{P \to P_0} f(P) = f(P_0)$$

ise $f(P)$ fonksiyonuna P_0 noktasında süreklidir denir.

Tanım 3: (X, d) ve (Y, ρ) birer metrik uzay olsun. $f: X \rightarrow Y$ bir fonksiyon ve $x_0 \in X$ olsun. Eğer verilen her $\varepsilon > 0$ sayısı için,

$$d(x, x_0) < \delta \Rightarrow \rho\big(f(x), f(x_0)\big) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $\delta > 0$ varsa, f fonksiyonuna x_0 noktasında süreklidir denir.

Tanım 4: (X, τ) ve (Y, τ^*) iki topolojik uzay ve $f: X \rightarrow Y$ bir fonksiyon olsun. Her $H \in \tau^*$ açık kümesi için $f^{-1}(H) \in \tau$ oluyorsa f fonksiyonuna sürekli fonksiyon adı verilir. Buna denk olarak her K $\in (\tau^*)^c$ kapalı kümesi için $f^{-1}(K) \in (\tau)^c$ oluyorsa f fonksiyonuna süreklidir denir.

Görüldüğü üzere süreklilik kavramının sezgisel yaklaşımı ve farklı uzaylardaki tanımları üzerinde durularak süreklilik konusu ele alınmıştır. Sezgisel olarak yaklaşımdaki amaç öğretmen adaylarının bu kavrama yönelik kavram imajlarını belirlemede etkili olabileceği iken süreklilik tanımlarının ele alınmasındaki neden ise öğretmen adaylarının işlemsel anlayışlarını belirlemede bu tanımları nasıl kullandıklarını değerlendirmektir.

İlgili Araştırmalar

Bu bölümde çalışmamıza kaynak olan ve yön gösteren kavram imajı, işlemsel anlayış ve süreklilik kavramı ile ilgili çalışmalara yer verilmiştir.

Kavram imajı ile ilgili çalışmalar. Tall ve Vinner kavram imajı denilince akla gelen ilk kişilerdir. Tall ve Vinner (1981) çalışmalarında kavram imajını; kavram ile ilgili olan, kavrama ait zihinsel resimlerin ve süreçlerin tümünü içeren bilişsel bir yapı olarak tanımlamışlardır. Ayrıca ikili yapmış oldukları çalışmalar (Tall, 1986; Vinner, 1983; Tall, 1988) ile birçok araştırmanın temelini oluşturmuşlardır.

Tall ve Vinner (1981) üniversite öğrencilerine limit ve süreklilik kavramlarına yönelik kavram tanımlarını ve kavram imajlarını belirlemek amacıyla açık uçlu sorulardan oluşan bir anket uygulamıştır. Elde ettikleri bulgular ışığında ise öğrencilerin zayıf kavram tanımlarına sahip olmalarına rağmen güçlü bir kavram imajına sahip olduğunu vurgulamışlardır.

Vinner (1983) çalışmasında 146 öğrencinin (65'i 10. sınıf, 81'i 11. sınıf) fonksiyon kavramına yönelik kavram imajlarını incelemiştir. Vinner matematik öğretim programında yer alan fonksiyon tanımının öğrencilerin kavram imajları ile ne kadar örtüştüğünü araştırmıştır. Verilerini 5 sorudan oluşan bir test ile toplamıştır. Çalışma sonucunda ise öğrencilerin her fonksiyonun birebir olduğu, fonksiyonun düzgün bir grafiğinin olması gerektiği gibi kavram imajlarına sahip olduğunu belirtmiştir.

Tall (1986) deneysel çalışmasında deney grubunda bilgisayar üzerinden $y = x^2 - x, y = abs(x), y = abs(x^3)$ gibi fonksiyonların teğet kavramını tartışırken, kontrol grubuna ise aynı fonksiyonlar üzerinden geleneksel bir eğitim vermiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda ise deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre farklı deneyimlerde bulunmaları daha tutarlı bir kavram imajı oluşturmalarını sağladığını ifade etmiştir.

Vinner ve Dreyfus (1989) çalışmalarında 271 üniversite öğrencisinin ve 36 lise öğretmeninin fonksiyon kavramına yönelik kavram imajlarını araştırmışlardır. Vinner'ın (1983) yapmış olduğu çalışmaya benzer olarak üniversite öğrencilerinin her fonksiyonun birebir olduğu, fonksiyonun düzgün ve sürekli bir grafiği olması gerektiği gibi kavram imajlarına sahip olduğunu belirtmiştir.

Rösken ve Rolka (2007) çalışmalarında öğrencilerin belirli integral ile ilgili kavramsal öğrenmelerini analiz etmeyi amaçlamışlardır. Ayrıca Tall ve Vinner'ın (1981) bahsetmiş olduğu kavram imajı ve kavram tanımlarının yanı sıra öğrencilerin problem çözme yetkinliğini de araştırmışlardır. Bir Alman okulunda 12. sınıfta öğrenim görmekte olan 24 öğrenci ile çalışmalarını gerçekleştirmişlerdir. Kapsamlı bir anket yardımıyla verileri toplamışlardır. Araştırma sonucunda ise kavramsal öğrenme ve kavram imajının birbirine bağlı olduğunu ve bu durumun öğrencilerin öğrenmesinde önemli bir rol oynadığını belirtmişlerdir. Ayrıca amaçlanan ve gerçekleşen bilginin birbirinden farklı olabileceğini ve bu durumun öğrenciler için zorluklara neden olabileceğini belirtmişlerdir.

Gülkılık (2008) araştırmasında öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlar (açı, çember, geometrik yer ve metrik) ile ilgili kavram imajlarının neler olduğunu ve bu imajların nasıl oluştuğunu araştırmıştır. Araştırmasını matematik öğretmenliğinde öğrenim görmekte olan 5 öğretmen adayı ile gerçekleştirmiştir. Veri toplama tekniği olarak ise görüşme, gözlem ve yazılı dokümanları kullanmıştır. Araştırma sonunda öğretmen adaylarının sadece kazandıkları yeni kavram imajlarını kullandıklarını ve öğretmen adaylarının ilk olarak yeni kavram imajı ile problemin üstesinden gelmeye çalışmakta olduklarını, eğer bunu başaramazlarsa eski kavram imajına geri döndüklerini belirtmiştir.

Avgören (2011) araştırmasında 9 ve 12. sınıfta bulunan ortaöğretim öğrencilerinin katı cisimlere yönelik kavram imajlarını tespit etmeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda 9 ve 12. sınıftan iyi, orta ve zayıf düzeyde olmak üzere seçilen altı öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirmiştir. Elde edilen verileri içerik analizi ile çözümlemiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin katı cisimleri genellikle belirli özellikleriyle eşleştirdiğini ve kavram imajlarının da bu şekilde biçimlendiğini ifade etmiştir.

Aydeniz (2011) araştırmasında matematik öğretmen adaylarının eğim konusundaki kavram imajlarını tespit etmeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda beş matematik öğretmen adayıyla görüşme yapmıştır. Görüşmeler sonucunda elde edilen verileri ve öğretmen adaylarının yazılı dokümanlarından elde edilen verileri nitel araştırma yöntemlerinden içerik analizi ile çözümlemiştir. Araştırmanın sonucunda ise öğretmen adaylarının eğim kavramını sıklıkla trigonometrik ve fiziksel temsiller ile eşleştirdiğini belirtmiştir.

Nordlander ve Nordlander (2012) İsveçli öğrencilerin karmaşık sayılar konusunu nasıl anladıklarını araştırmışlardır. Bu amaç doğrultusunda öğrencilere kendi bakış açılarını yansıtacak bir anket uygulamışlardır. Dolayısıyla ankete verilen cevaplardan yola çıkarak öğrencilerin çeşitli kavram imajları olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin öğrenme durumlarını sınıflandırabilmek için bu kavram imajlarını 4 kategori altında toplamışlardır.

Erşen ve Karakuş (2013) araştırmalarında sınıf öğretmeni adaylarının bazı özel dörtgenlere (kare, dikdörtgen, yamuk, paralelkenar) yönelik kavram imajlarını belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırmalarını sınıf öğretmenliğinde okuyan 2'si başarılı, 2'si orta düzey ve 2'si başarısız olmak üzere 6 öğrenci ile gerçekleştirmişlerdir. Video ile kaydedilen öğretmen adaylarına "Kareyi çizerken nelere dikkat ettin?", "Bir dikdörtgeni farklı şekillerde çizerken ne ya da nelere odaklandın?", "Özel dörtgen için yaptığın tanım yeterli mi?" gibi çeşitli sorular sormuşlardır. Elde edilen verileri analiz edebilmek için ise video kayıtlarını bilgisayar ortamına aktarmışlar ve betimsel analiz yapmışlardır. Araştırmanın sonucunda ise sınıf öğretmeni adaylarının özel dörtgenlerin şekillerini çizerken, formal tanımları kullanmaktan ziyade karşılaştıkları örnekler veya başka durumlar sonucunda zihinlerinde oluşan imajları baz aldıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca öğretmen adaylarının dörtgenlerin boyutları değişmeden sadece şeklinin değişmesi durumunda farklı dörtgen oluşacağını belirtmelerinden dolayı, öğretmen adaylarının zihinlerinde tek bir dörtgen imajı olduğunu belirtmişlerdir.

Dündar (2015) araştırmasında matematik öğretmen adaylarının eğim kavramına yönelik kavram tanımlarını ve bu kavrama yönelik imajlarını tespit etmeyi amaçlamıştır. 192 matematik öğretmen adayı ile gerçekleştirdiği araştırmasında veri toplama aracı olarak dört adet açık uçlu sorudan oluşan "Eğim Formu" kullanmıştır. Elde edilen verileri nitel araştırma yöntemlerinden içerik analizi ile çözümlemiştir. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının eğim kavramını altı farklı kategoride tanımladığını belirtmiştir: Trigonometrik, geometrik, oran, cebirsel, sembol ve fiziksel. Ayrıca birisinin eğim kelimesini kullandığında öğretmen adaylarının zihinlerinde ne canlandığını ise sekiz kategoride sınıflamıştır: Geometrik, davranış, bilgi, fiziksel, trigonometrik, oran, cebirsel ve matematiksel.

Kabael, Barak ve Özdaş (2015) çalışmalarında öğrencilerin limit kavramına yönelik tanımlarını ve imajlarını ayrıca öğrencilerin limitin formal tanımını ilişkilendirme durumlarının belirlenmesini araştırmışlardır. Bu amaç doğrultusunda Analiz I dersinde limit konusunu işlemişler ve sonra açık uçlu sorulardan oluşan bir test oluşturulup 31 öğrenciye uygulamışlardır. 31 öğrenci içerisinden seçilen 11 öğrenci ile klinik görüşmeler yapmışlardır. Açık uçlu sorulardan ve görüşmelerden elde edilen verileri nitel olarak analiz etmişlerdir. Çalışmanın sonucunda ise öğrencilerin uygulama sorularını çözmek için kavram imajlarını kullandığını belirtmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin çoğunun kavram imajları ile limitin formal tanımı arasında ilişki kuramadığını belirtmişlerdir.

İşlemsel anlayış ile ilgili çalışmalar. Alan yazına bakıldığında kavramsal ve işlemsel bilgi ile ilgili çeşitli çalışmaların yapıldığı gözlenmiştir. Bunlardan bazıları şu şekildedir:

Mabbott ve Bisanz (2003) çalışmalarında 4 ve 6. sınıfta öğrenim gören ve yaklaşık 9 ve 11 yaşlarında ola öğrencilerin çarpma kavramına yönelik işlemsel ve kavramsal bilgilerini incelemişlerdir. Araştırma sonunda ise öğrencilerin yaşa bağlı olarak çarpma kavramı ile ilgili kavramsal bilgi düzeylerinin artış gösterdiğini belirtmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin işlemsel ve kavramsal başarılarındaki farkın bellek düzeylerindeki farklılıklardan kaynaklandığını, çalışan belleğin yaşa bağlı olarak arttığını dolayısıyla işlemsel düzeyin de buna bağlı olarak arttığını belirtmişlerdir.

Canobi, Reeve ve Pattison (2003) çalışmalarını 5. sınıftan 8. sınıfa kadar öğrenim gören 80 öğrenci ile gerçekleştirmişlerdir. Çalışmalarında öğrencilerinin toplama işlemi yapma sürecinde işlemsel ve kavramsal bilgileri kullanma durumundaki farklılıkları incelemişlerdir. Araştırma sonucunda ise öğrencilerin sınıf seviyesine bağlı olarak kavramsl bilgiyi kullanım biçimleri değişiklik göstermese de sınıf seviyesi arttıkça işlemsel bilgiyi doğru kullanımın arttığını belirtmişlerdir.

Baki ve Kartal (2004) lise öğrencilerinin cebirsel bilgilerinin doğasını işlem ve kavram bilgisi açısından değerlendiren bir çalışma yapmışlardır. Bu amaç doğrultusunda cebirsel konuları içeren yazılı sınav geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri yazılı sınavı 250 lise öğrencisine uygulamışlardır. Elde ettikleri verileri ise karakterizasyon ölçeği ile değerlendirip, yorumlamışlardır. Araştırmanın sonunda ise öğrencilerin cebirsel bilgilerinin kavramsal öğrenmeden ziyade işlemsel bilgilerinin öne çıktığı bir matematiksel öğrenmeye dayandığı sonucuna ulaşmışlardır.

Soylu ve Aydın (2006) matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel bilginin dengelenmesindeki önemi araştırmışlardır. Bu amaçla bir devlet üniversitesinin sınıf öğretmenliğinde öğrenim gören 100 üçüncü sınıf öğrencisine 10 açık uçlu sorudan (5’i işlemsel bilgi, 5’i kavramsal bilgi) oluşan bir test uygulamışlardır. Öğrenci kağıtlarının değerlendirilmesi ile matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal öğrenmenin dengelenmediği sonucuna ulaşmışlardır.

Birgin ve Gürbüz (2009) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerini araştırmışlardır. Çalışmayı 160 öğrenci ile gerçekleştirmişlerdir. Öğrencilerin rasyonel sayılar konusundaki bilgi düzeylerini belirlemek amacıyla çoktan seçmeli 12 soruyu öğrencilere uygulamışlardır. 12 sorunun 6'sı işlemsel, 6'sı ise kavramsal bilgiyi ölçmek üzere hazırlamışlardır. Araştırma sonunda ise öğrencilerin kavramsal bilgi gerektiren sorulardan ziyade işlemsel bilgi gerektiren sorularda daha iyi olduklarını belirtmişlerdir.

Bekdemir, Okur ve Gelen (2010) çalışmalarında 2005 İlköğretim Matematik Öğretim Programı'nın 7. sınıf öğrencilerinin kavramsal ve işlemsel bilgi ve becerileri üzerine etkisini araştırmışlardır. 91 öğrenci ile gerçekleştirdikleri çalışmalarında karma bir yöntem kullanarak, başarı testi ve görüşmeler ile verileri toplamışlardır. Araştırma sonunda öğrencilerin işlemsel bilgilerin kavramsal bilgilerine göre daha yüksek olduğunu belirtmişlerdir.

Örmeci (2012) çalışmasında 7. sınıf öğrencilerin kesirler konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgilerini araştırmıştır. Çalışmasında 4 öğrenci ile mülakatlar yaparak gerekli verileri toplamıştır. Mülakatları gerçekleştirdiği 4 öğrencinin 2'si başarılı iken 2'si daha az başarılı öğrencilerdir. Araştırma sonucunda ise başarılı öğrencilerin kesirler konusunda kavramsal ve işlemsel bilgilerinin birleşik olduğunu daha az başarılı öğrencilerin ise salt işlemsel bilgiye sahip olduklarını tespit etmiştir.

Kridler (2012) matematik müfredatlarının, işlemsel ve kavramsal bilgilerden hangisini geliştirmeye odaklanması gerektiği konusu ile ilgili bir çalışma yapmıştır. Çalışmasını bir ortaokulda matematik öğretmenliği yapmakta olan beş öğretmen ile gerçekleştirmiştir. Çalışmasında öğretmenlerin, öğrencilerin işlemsel ve kavramsal bilgilerini eş zamanlı olarak geliştirme süreçlerini incelenmiştir. Çalışmada yer alan öğretmen adaylarından 3 tanesi işlemsel ve kavramsal bilgiyi eş zamanlı olarak ilerletemediklerini ve sadece müfredatta yönelik ders işlediklerini ifade etmişlerdir.

Çalık Uzun (2012) çalışmasında sınıf öğretmeni adaylarının temel matematik dersindeki bilgilerini cK¢ (Conception-Knowing-Concept) teorisinin anlayış aşamasına göre belirlemeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda 61 sınıf öğretmen adayına temel matematik bilgilerini içeren bir sınav uygulamıştır. Daha sonra ise bu öğretmenlerin 26’sı ile görüşmeler gerçekleştirmiştir. Çalışmanın sonucunda, sınıf öğretmeni adaylarının; pragmatik düşünme, bilgi transferi, kısmi genelleme şeklinde ifade edilebilen 10 genel anlayışa sahip olduklarını ortaya çıkartmıştır.

Süreklilik kavramı ile ilgili çalışmalar. Alan yazına bakıldığında süreklilik kavramı ile ilgili çeşitli çalışmaların yapıldığı gözlenmiştir. Bunlardan bazıları şu şekildedir:

Aydın ve Kutluca (2010) çalışmalarında 12. sınıf öğrencilerinin süreklilik kavramına yönelik kavram yanılgılarını tespit etmeyi amaçlamışlardır. Bu amaç doğrultusunda öğrencilere 9 sorudan oluşan bir anket uygulamışlardır. Çalışma sonucunda ise öğrencilerin süreklilik kavramı ile ilgili birçok farklı kavram yanılgılarına sahip olduğunu belirtmişlerdir.

Baştürk ve Dönmez (2011) çalışmalarında matematik öğretmen adaylarının limit ve süreklilik konularındaki kavram yanılgılarını belirlemeyi amaçlamışlardır. Bu amaç doğrultusunda bir anket geliştirmiş ve 37 öğretmen adayına uygulayarak araştırmanın verilerini toplamışlardır. Araştırma sonunda ise öğretmen adaylarının bir fonksiyonun bir noktada limiti varsa o noktada tanımlı ve sürekli olması gerektiği gibi kavram yanılgılarına sahip olduklarını belirtmişlerdir.

Duran ve Kaplan (2016) dört lise matematik öğretmeni ile türev ve süreklilik ilişkisine yönelik pedagojik alan bilgilerini konu alan bilgisi bağlamında incelemiştir. Çalışmaları nitel bir çalışma olup, araştırmanın verilerini görüşmeler ile toplamışlardır. Elde edilen verileri içerik analizi ile çözümleyen ikili, araştırma sonucunda öğretmenlerden ikisinin türev-süreklilik ilişkisine yönelik yeterli açıklamalarda bulunduklarını tespit ederken, diğer ikisinin bu ilişkiyi gerekli ancak yetersiz şekilde açıkladıkları sonucuna varmışlardır.

Turan ve Erdoğan (2016) matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavramsal yapılarını belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Çalışmayı 152 matematik öğretmen adayı ile gerçekleştirmişlerdir. Araştırmanın verilerini kelime ilişkilendirme testi ile toplamışlardır. Öğretmen adaylarından gelen yanıtlara göre süreklilik kavramına yönelik kavramsal yapılar 17 kategori altında toplamışlardır. Ayrıca süreklilik kavramının en çok limit ve fonksiyon kategorileri ilişkilendirildiğini belirtmişlerdir.

Ertem Akbaş (2016) çalışmasında meslek yüksekokulu öğrencilerinin Bilgisayar Cebir Sistemi (BCS) yazılımının kullanıldığı bir ortamda limit ve süreklilik konularını nasıl öğrendiklerini anlamaya çalışmıştır. 32 ön lisans öğrencisi ile gerçekleştirdiği çalışmada BCS yazılımı kullanılan öğrenme ortamının öğrencilerin cevaplarını hedeflenen öğrenme seviyesine ulaştırmadığına ancak verdikleri cevaplar ile genel bilgiyi yorumlayabilecek seviyeye gelişim gösterdiklerini ifade etmiştir.

Kepçeoğlu ve Yavuz (2017) limit ve süreklilik konularının öğretiminde GeoGebra yazılımının öğrenciler üzerindeki başarılarını araştırmışlardır. Çalışmalarını ilköğretim matematik öğretmenliği 2. sınıfta öğrenim gören 40 öğrenci ile sürdürmüşlerdir. Öğrenciler deney ve kontrol grubu olmak üzere 2 gruba ayrılmıştır. Deney grubuna limit ve süreklilik konuları GeoGebra yazılımı ile anlatılırken, kontrol grubunda konular geleneksel yöntem ile anlatılmıştır. Araştırma sonunda deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere karşın limit ve süreklilik kavramlarına bakış açılarında daha olumlu yönde değişikliğin olduğundan bahsedilmiştir.

Bölüm 3
Yöntem

Bu bölümde araştırmanın modeline, örneklemine, verilerin toplanmasına ve analizine, araştırmanın geçerliğine ve güvenirliğine yönelik bilgiler verilmiştir.

Araştırmanın Modeli

Yıldırım ve Şimşek (2016) nitel araştırmayı "gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma" olarak tanımlamıştır. Dolayısıyla görüşme ve yazılı dokümanların analizi gerektiği bu çalışmada nitel yöntem benimsenmiştir. Ayrıca araştırma nitel araştırma yöntemlerinden olgubilim (fenomenoloji) deseninde tasarlanmıştır. Yıldırım ve Şimşek'e (2016) göre bu desende asıl amaç farkında olunan ancak ayrıntılı bir şekilde bilinmeyen durumları detaylı olarak araştırmaktır. Dolayısıyla bu desende bireylerin bir durumu veya konuyu "nasıl" sorusu bağlamında algıladıkları, kavradıkları ve yorumladıkları araştırılmaktadır. Bu bağlamda matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki kavram imajları ve işlemsel anlayışları, derinlemesine ve ayrıntılı bir şekilde ortaya koymak amaçlandığı için araştırmanın türü nitel araştırma desenlerinden olgubilim (fenomenoloji) olarak belirlenmiştir.

Araştırmanın Evreni ve Örneklemi

Araştırmanın evrenini Analiz I, Analiz III, Gerçel Analiz ve Topoloji derslerini almış matematik öğretmen adayları oluşturmaktadır. Bu bağlamda araştırmanın örneklemi 2017-2018 eğitim öğretim yılında Ankara'da bir devlet üniversitesinde Matematik Öğretmenliği lisans programında öğrenim gören; Analiz I, Analiz III, Gerçel Analiz ve Topoloji derslerini almış olan 8'i kadın, 1'i erkek olmak üzere; 9 öğretmen adayından oluşmaktadır.

Araştırmanın örneklemini oluşturmak için Analiz I, Analiz III, Gerçel Analiz ve Topoloji derslerini almış; 3. sınıfta öğrenim gören 14, 4. sınıfta öğrenim gören 12 ve 5. sınıfta öğrenim gören 28 olmak üzere; 54 matematik öğretmen adayına Süreklilik Başarı Testi (EK-A) uygulanmıştır. Süreklilik Başarı Testi sonuçlarına göre 3'ü 3. sınıfta, 3'ü 4. sınıfta ve 3'ü 5. sınıfta öğrenim gören 9 matematik öğretmen adayı araştırmanın örneklemi olarak belirlenmiştir. Ayrıca araştırmada derinlemesine bir analiz süreci gerektireceği için örnekleme dahil edilen öğretmen adaylarının sayısının 10'u geçmemesine dikkat edilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Araştırma nitel bir çalışma olduğu için örneklemi belirlemek için amaçlı örneklem yöntemine başvurulmuştur. Dolayısıyla farklı sınıflardan (3, 4 ve 5) seçilen öğrencilerin maksimum çeşitlilik örneklemesi dahilinde farklı seviyelerde (zayıf, orta ve iyi) olmasına dikkat edilmiştir. Çünkü Yıldırım ve Şimşek'e (2016) göre "maksimum çeşitliliğe dayalı bir örneklem oluşturmada amaç, genelleme yapmak değil aksine çeşitlilik gösteren durumlar arasında herhangi ortak ya da paylaşılan olguların olup olmadığını ortaya koymak"tır. Dolayısıyla başarı testi ile her sınıftan zayıf, orta ve iyi olmak üzere üç farklı seviyede öğretmen adayı seçilmiştir.

Araştırmanın örneklemi oluşturulurken sadece başarı testi sonuçları baz alınmamıştır. Başarı testi sonuçlarına ek olarak öğretmen adaylarının, kolay ulaşılabilir durum örneklemesi ile, araştırmaya gönüllü olmaları ve kendilerini ifade edebilecek düzeyde olmaları kriterleri dahilinde; dolayısıyla, öğretmen adaylarını tanıyan, araştırmanın danışmanı ile örneklem grup oluşturulmuştur.

Tablo 1

Matematik Öğretmen Adaylarının Demografik Özellikleri

Kod Adı	Cinsiyet	Sınıf	Seviye
Ö1	Kadın	3	Zayıf
Ö2	Kadın	3	Orta
Ö3	Kadın	3	İyi
Ö4	Kadın	4	Zayıf
Ö5	Kadın	4	Orta
Ö6	Kadın	4	İyi
Ö7	Kadın	5	Zayıf
Ö8	Kadın	5	Orta
Ö9	Erkek	5	İyi

Tablo 1'de görüldüğü üzere örneklemde yer alan öğretmen adaylarının, gizliliklerini korumak amacıyla, araştırma boyunca isimleri kullanılmayıp, dokuz öğretmen adayı Ö1, Ö2, … , Ö9 şeklinde kodlanmıştır. Ö1, Ö2 ve Ö3 kodlu öğretmen adayları 3. sınıfta; Ö4, Ö5 ve Ö6 kodlu öğretmen adayları 4. sınıfta; Ö7, Ö8 ve Ö9 kodlu öğretmen adayları ise 5. sınıfta öğrenim görmektedir. Ayrıca Ö1, Ö4 ve Ö7 kodlu öğretmen adayları zayıf düzeyde; Ö2, Ö5 ve Ö8 kodlu öğretmen adayları orta düzeyde; Ö3, Ö6 ve Ö9 kodlu öğretmen adayları ise iyi düzeyde yer almaktadırlar.

Veri Toplama Araçları

Araştırmanın verileri “Süreklilik Başarı Testi”, “İşlemsel Anlayışı Belirlemeye Yönelik Test" ve “Süreklilik Kavramına Yönelik Görüşme Formu” ile toplanmıştır. Süreklilik Başarı Testi sonuçlarına göre belirlenen araştırmanın örneklemine İşlemsel Anlayışı Belirlemeye Yönelik Test ve Süreklilik Kavramına Yönelik Görüşme Formu uygulanarak araştırmanın verileri elde edilmiştir.

Süreklilik başarı testi. Örneklem grubu belirleyebilmek için araştırmacı ve araştırmanın danışmanı tarafından hazırlanan açık uçlu bir testtir (EK-A). Alan yazın taraması yapılarak hazırlanan teste analiz ve topoloji alanlarında uzman 3 öğretim üyesinin görüşlerinin alınması ile son hali verilmiştir. Testteki soruların sorulma amacı Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2

Süreklilik Başarı Testi Soruları

Araştırma Sorusu	Araştırma Sorusunun Amacı
1 ve 2 numaralı sorular	Reel sayılarda süreklilik kavramı
3 ve 4 numaralı sorular	IR^2’de süreklilik kavramı
5 numaralı soru	Metrik uzaylarda süreklilik kavramı
6 ve 7 numaralı sorular	Topolojik uzaylarda süreklilik kavramı

Tablo 2’de görüldüğü üzere matematik öğretmen adaylarına 7 adet soru sorulmuştur. Testin 1 ve 2 numaralı soruları Reel sayılarda süreklilik kavramını, 3 ve 4 numaralı soruları IR^{2}’de süreklilik kavramını, 5 numaralı soru Metrik uzaylarda süreklilik kavramını, 6 ve 7 numaralı sorular ise Topolojik uzaylarda süreklilik kavramını test etmeye yönelik sorulardır.

Araştırmanın örneklemini oluşturmak için Analiz I, Analiz III, Gerçel Analiz ve Topoloji derslerini almış; 3. sınıfta öğrenim gören 14, 4. sınıfta öğrenim gören 12 ve 5. sınıfta öğrenim gören 28 olmak üzere; 54 matematik öğretmen adayına hazırlanan Süreklilik Başarı Testi uygulanmıştır.

İşlemsel anlayışı belirlemeye yönelik test. Araştırmanın amacı doğrultusunda araştırmacı ve araştırmanın danışmanı tarafından hazırlanan açık uçlu bir testtir (EK-B). Bu testte öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik işlemsel anlayışlarını belirlemeye yönelik sorular sorulmuştur. Alan yazın taraması yapılarak hazırlanan teste analiz ve topoloji alanlarında uzman 3 öğretim üyesinin görüşlerinin alınması ile son hali verilmiştir. Bu testte yer alan soruların sorulma amacı Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3

İşlemsel Anlayışı Belirlemeye Yönelik Sorular

Araştırma Sorusu	Araştırma Sorusunun Amacı
1 ve 2 numaralı sorular	Reel sayılarda süreklilik ile ilgili işlemsel anlayış
3 ve 4 numaralı sorular	IR^2'de süreklilik ile ilgili işlemsel anlayış
5 numaralı soru	Metrik uzaylarda süreklilik ile ilgili işlemsel anlayış
6 ve 7 numaralı sorular	Topolojik uzaylarda süreklilik ile ilgili işlemsel anlayış
8 numaralı soru	Sürekli ve sürekli olmayan bir fonksiyon yazabilme, grafiğini çizebilme

Tablo 3'te de görüldüğü üzere öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik işlemsel anlayışı belirlemek amacıyla 8 soru sorulmuştur. 1 ve 2 numaralı sorular Reel sayılardaki süreklilik ile ilgili işlemsel anlayışı, 3 ve 4 numaralı sorular IR^2'de süreklilik ile ilgili işlemsel anlayışı, 5 numaralı soru Metrik uzaylarda süreklilik ile ilgili işlemsel anlayışı, 6 ve 7 numaralı sorular Topolojik uzaylarda süreklilik ile ilgili işlemsel anlayışı belirlemeye yöneliktir. 8 numaralı soru ise öğretmen adaylarının sürekli ve sürekli olmayan bir fonksiyon yazarken hangi noktalara dikkat ettikleri sorgulamak için sorulmuştur.

Süreklilik kavramına yönelik görüşme formu. Öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajlarını belirlemek amacıyla araştırmacı ve araştırmanın danışmanı tarafından hazırlanmıştır. Görüşme formu alan yazın baz alınarak hazırlanmış ve matematik eğitimi alanında uzman 3 öğretim üyesinin görüşleri doğrultusunda da son hali verilmiştir. Görüşme formunda 5 adet açık uçlu soru sorulmuştur:

1. Süreklilik sözcüğünü duyunca ne anlıyorsunuz?
2. Matematikteki süreklilik kavramı size ne çağrıştırıyor?
3. Matematikte süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?
4. Süreklilik kavramını incelerken ne tür temsil, grafik, resim, açıklama vb. kullanırsınız?

5. Matematikteki süreklilik kavramının gerçek hayattaki karşılığı ne olabilir?

Bu sorular ile öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajları belirlenmeye çalışılmıştır. Ayrıca araştırmada yarı yapılandırılmış görüşme benimsendiği için görüşmelerde sadece hazırlanan 5 adet soruya bağlı kalınmamıştır. Görüşmelerde öğretmen adaylarına İşlemsel Anlayışı Belirlemeye Yönelik Testte verdikleri cevaplar hakkında da sorular sorulmuştur. Özellikle her öğretmen adayına İşlemsel Anlayışı Belirlemeye Yönelik Testte yer alan 8 soru için "Bu soruyu nasıl çözdün? Çözüm sürecini anlatır mısın?" şeklinde sorular yöneltilmiştir.

Veri Toplama Süreci

Araştırma nitel bir araştırma olduğu için veriler yazılı dokümanlar ve görüşmeler ile toplanmıştır.

Yazılı dokümanlar. Araştırmanın örneklemini belirlemek amacıyla matematik öğretmen adaylarına Süreklilik Başarı Testi (EK-A) uygulanmıştır. Başarı testi uygulanmadan önce öğretmen adaylarına katılımın gönüllük esasına dayandığı, uygulamanın amacından ve uygulamayı yapabilmek için gerekli izinlerin (EK-Ç) alındığından bahsedilmiştir. Bu bağlamda uygulamaya katılmayı kabul eden öğretmen adaylarına gönüllü katılım formunun birer kopyası verildikten sonra 3. sınıfta öğrenim gören 14, 4. sınıfta öğrenim gören 12 ve 5. sınıfta öğrenim gören 28 olmak üzere; 54 matematik öğretmen adayına dikkat dağıtacak unsuların bulunmadığı bir derslikte yaklaşık bir saat süren Süreklilik Başarı Testi uygulanmıştır. Başarı testinin puanlama anahtarı araştırmacı ve araştırmanın danışmanı ile birlikte hazırlanmış ve bu puanlama anahtarına göre öğretmen adaylarının kağıtları araştırmacı tarafından değerlendirilmiştir. Puanlama sonuçları, öğretmen adaylarının araştırmaya gönüllü olmaları ve kendilerini ifade edebilecek düzeyde olmaları kriterleri dahilinde 3'ü 3. sınıfta, 3'ü 4. sınıfta ve 3'ü 5. sınıfta öğrenim gören 9 matematik öğretmen adayı araştırmanın örneklem grubu olarak belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik işlemsel anlayışlarını belirlemek amacıyla örneklemde yer alan öğrencilere "İşlemsel Anlayışı Belirlemeye Yönelik Test" (EK-B) uygulanmıştır. Uygulama bir derslikte yapılmıştır ve yaklaşık bir saat sürmüştür. Uygulama sonrası 9 matematik öğretmen adayının kağıtları araştırmacı ve araştırmanın danışmanı ile incelenmiştir.

Görüşmeler. Örneklemde yer alan 9 matematik öğretmen adayına İşlemsel Anlayışı Belirlemeye Yönelik Test uygulanıp, öğretmen adaylarının cevapları araştırmacı ve araştırmanın danışmanı ile değerlendirildikten sonra görüşmeler yapılmaya başlanmıştır. Görüşmeler öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajlarını belirlemek amacıyla oluşturulan "Süreklilik Kavramına Yönelik Görüşme Formu" (EK-C) doğrultusunda ancak yarı yapılandırılmış görüşme benimsenerek gerçekleştirilmiştir. Dolayısıyla görüşmelerde sadece araştırma sorularına bağlı kalınmayıp ek sorulardan da yararlanılmıştır. Ayrıca görüşmelerde öğretmen adaylarına İşlemsel Anlayışı Belirlemeye Yönelik Testte verdikleri cevaplar hakkında da sorular sorulmuştur. Özellikle her öğretmen adayına "Bu soruyu nasıl çözdün? Çözüm sürecini anlatır mısın?" şeklinde sorular yöneltilmiştir. Öğretmen adayları ile yapılan görüşmelerin süreleri Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4

Matematik Öğretmen Adayları ile Yapılan Görüşme Süreleri

Kod Adı	Görüşme Süresi (dk/sn)
Ö1	32.59
Ö2	21.05
Ö3	18.28
Ö4	25.41
Ö5	22.39
Ö6	25.06
Ö7	18.42
Ö8	26.55
Ö9	34.58

Tablo 4'te görüldüğü üzere 9 matematik öğretmen adayı ile yapılan görüşmeler ortalama 25 dakika sürmüştür. Görüşmeler sessiz bir ortamda gerçekleştirilmiştir. Veri kaybını önlemek amacıyla görüşmeler ses kaydı alınarak yapılmıştır. Ayrıca ses kaydına alım işlemi öğretmen adaylarının bilgisi ve izni dahilinde gerçekleştirilmiştir.

Verilerin Analizi

Araştırmanın verileri nitel araştırma yöntemlerinden içerik analizi ve betimsel analiz ile çözümlenmiştir:

Öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajları içerik analizi ile çözümlenmiştir. Yıldırım ve Şimşek (2016) içerik analizinde temel amacı "verileri tanımlamak ve verilerin içinde saklı olabilecek gerçekleri ortaya çıkarmak" olarak ifade etmişlerdir. Bu temel amaçtan yola çıkılarak öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajlarını belirlemek, derinlemesine ve ayrıntılı bir süreç gerektirdiği için bu araştırmada içerik analizi benimsenmiştir.

İçerik analizi çerçevesinde veriler dört aşamada analiz edilir:

1. Kodların belirlenmesi
2. Kategorilerin oluşturulması
3. Kodların ve kategorilerin düzenlenmesi
4. Bulguların tanımlanması ve yorumlanması (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Kodların belirlenmesi. İçerik analizinin ilk aşamasıdır. Bu aşamada ses kaydı ile toplanan veriler yazılı doküman haline dönüştürülüp ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Elde edilen veriler anlamlı bölümlere ayrılmıştır. Bu bölümler araştırmacı ve araştırmanın danışmanı ile kodlanmıştır.

Kategorilerin oluşturulması. İçerik analizinin ikinci aşamasıdır. Bu aşamada elde edilen kodlar anlamlı bir bütün olacak şekilde birleştirilmiştir. Bunun için öncelikle elde edilen kodlar bir araya getirilmiştir ve daha sonra bu kodların arasındaki benzerlikler ve farklılıklar tespit edilerek kategoriler oluşturulmuştur. Ayrıca kategorilerin oluşturulması zor bir süreç olduğundan kategoriler, araştırmacı tarafından birer haftalık aralıklarla üç ay süresince kategorilerin üzerinde tekrar çalışması ile düzenlenmiştir.

Kodların ve kategorilerin düzenlenmesi. İçerik analizinin üçüncü aşamasıdır. Bu aşamada oluşturulan kodlar ve kategoriler matematik eğitimi alanında uzman 2 öğretim üyesinin görüşüne sunulmuştur ve alınan dönütler doğrultusunda kod ve kategoriler son haline getirilmiştir:

Limit kategorisini ortaya çıkaracak kodlar "Süreklilik sözcüğünü duyunca ne anlıyorsunuz?" ve "Süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?" bağlamları ile oluşturulmuştur. Limit kategorisinde öğretmen adaylarının süreklilik kavramının yaklaşma kavramı ile açıklamasını ve süreklilik kavramı olmadan limit konusunu yapamayacaklarını belirten ifadeler yer alır. Bu kategoride yaklaşma ve limit kodları yer almaktadır.

Türev kategorisini ortaya çıkaracak kodlar "Süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?" bağlamı ile oluşturulmuştur. Türev kategorisinde öğretmen adaylarının süreklilik kavramı olmadan türev konusunu yapamayacaklarını belirten ifadeler yer alır. Bu kategoride türev kodu yer almaktadır.

İntegral kategorisini ortaya çıkaracak kodlar "Süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?" bağlamı ile oluşturulmuştur. İntegral kategorisinde öğretmen adaylarının süreklilik kavramı olmadan integral kavramı ve integral konusunda yer alan integralde alan ve hacim konularını yapamayacaklarını belirten ifadeler yer alır. Bu kategoride integral, integralde alan ve integralde hacim kodları yer almaktadır.

Grafik kategorisinde ortaya çıkaracak kodlar "Süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?" bağlamı ile oluşturulmuştur. Grafik kategorisinde öğretmen adaylarının süreklilik kavramı olmadan bir grafiğin çizilemeyeceğinden ve grafikleri okuyamayacaklarını, bir geometrik şeklin çizilemeyeceğini ve şekillerin birbirlerine dönüştüremeyeceklerini belirten ifadeler yer alır. Bu kategoride grafik çizme, grafik okuyabilme, şekil çizme ve dönüşüm kodları yer almaktadır.

Süreklilik çeşitleri kategorisinde ortaya çıkacak kodlar "Matematikteki süreklilik kavramı size ne çağrıştırıyor?" ve "Süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?" bağlamları ile oluşturulmuştur. Süreklilik çeşitleri kategorisinde öğretmen adaylarının süreklilik kavramının noktasal süreklilik kavramı ile açıklamasını ve süreklilik kavramı olmadan noktasal ve düzgün süreklilik konularını yapamayacaklarını belirten ifadeler yer alır. Bu kategoride noktasal süreklilik ve düzgün süreklilik kodları yer almaktadır.

Tanım kullanma kategorisinde ortaya çıkacak kodlar "Matematikteki süreklilik kavramı size ne çağrıştırıyor?" ve "Süreklilik kavramını incelerken ne tür temsil, grafik, resim, açıklama vb. kullanırsınız?" bağlamları ile oluşturulmuştur. Tanım kullanma kategorisinde öğretmen adaylarının süreklilik kavramını açıklarken kullandıkları yöntemi ve tanım çeşitlerini ayrıca bu kavramın öğretmen adayları için ne ifade ettiğini belirten ifadeler yer alır. Bu kategoride sürekliliğin limit ile yapılan tanımı, $\varepsilon - \delta$ süreklilik tanımı ve açık kümeler ile yapılan süreklilik tanımı kodları yer almaktadır.

Devam eden kategorisinde ortaya çıkacak kodlar "Süreklilik sözcüğünü duyunca ne anlıyorsunuz?", "Matematikteki süreklilik kavramı size ne çağrıştırıyor?" ve "Matematikteki süreklilik kavramının gerçek hayattaki karşılığı ne olabilir?" bağlamları ile oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarının süreklilik kavramını duyunca anladıkları ve bu kavramın gerçek hayattaki karşılığına verdikleri örnekleri barındıran ifadeler yer alır. Bu kategoride kesintiye uğramama, engele takılmama, elini kaldırmadan çizme, kopmanın olmaması ve devamlı gitme kodları yer almaktadır.

Soyut ifadeler kategorisinde ortaya çıkacak kodlar "Matematikteki süreklilik kavramının gerçek hayattaki karşılığı ne olabilir?" bağlamı ile oluşturulmuştur. Soyut ifadeler kategorisinde öğretmen adaylarının süreklilik kavramını gerçekte hayatta kültür, düzen, zaman, evren gibi soyut kavramlarla ile ilişkilendirdiği ifadeler yer alır. Bu kategoride kültür, düzen, olumsuzluk olmaması, zaman ve evren kodları yer almaktadır.

Somut ifadeler kategorisinde ortaya çıkacak kodlar "Matematikteki süreklilik kavramının gerçek hayattaki karşılığı ne olabilir?" bağlamı ile oluşturulmuştur. Somut ifadeler kategorisinde öğretmen adaylarının süreklilik kavramını gerçekte hayatta yol, ip parçası, bir çeşmenin akışı, möbius şeridi gibi somut kavramlarla ile ilişkilendirdiği ifadeler yer alır. Bu kategoride yol, ip, çeşmenin akışı ve möbius şeridi kodları yer almaktadır.

Tablo 5'te kodlar ve ait olduğu kategoriler, bu kategorilerin tanımları ayrıca tanımlanan kategorilerde yer alan öğretmen adaylarının örnek ifadelerine yer verilmiştir:

Tablo 5

Kavram İmajı Analizinde Kategori ve Kodlara İlişkin Örnekler

Kategoriler	Tanım	Kodlar	Örnek durumlar
Limit	Öğretmen adaylarının süreklilik kavramının yaklaşma kavramı ile açıklamasını ve süreklilik kavramı olmadan limit konusunu yapamayacaklarını belirten ifadeler yer alır.	Yaklaşma Limit	Ö3: “İki şeyin aynı noktada yaklaşmasını anlıyorum.” Ö1: “Limit ile alakalı, süreklilik ile iç içe.”
Türev	Öğretmen adaylarının süreklilik kavramı olmadan türev konusunu yapamayacaklarını belirten ifadeler yer alır.	Türev	Ö6: “Türev işlemleri yapamazdık. Türev baştan başa yok olurdu bence çünkü tanımı süreklilikten geliyor.”
İntegral	Öğretmen adaylarının süreklilik kavramı olmadan integral kavramı ve integral konusunda yer alan integralde alan ve hacim konularını yapamayacaklarını belirten ifadeler yer alır.	İntegral İntegralde alan İntegralde hacim	Ö9: “İntegral. Fonksiyon belirli bir aralıkta sürekli ise integrallenebilir.” Ö4: “İntegralde alan, hacim hesaplamayı yapamazdık.” Ö1: “İntegral zaten olmuyor.”
Grafik	Öğretmen adaylarının süreklilik kavramı olmadan bir grafiğin çizilemeyeceğinden ve grafikleri okuyamayacaklarını, bir geometrik şeklin çizilemeyeceğini ve şekillerin birbirlerine dönüştüremeyeceklerini belirten ifadeler belirten ifadeler yer alır.	Grafik çizme Grafik okuyabilme Şekil çizme Dönüşüm	Ö1: “Aslında geometri ile de alakalı süreklilik. Sonuçta sürekli olmazsa bir şekil çizemeyiz. Yani mesela bir kare diyemeyiz, şekil kapanmazsa. Yani süreklilik geometrinin içinde de var.” Ö9: “Bir üçgeni bir kareye dönüştüremezdik mesela. Şekilleri birbirine dönüştüremezdik.” Ö6: “Fonksiyon grafiği çizerken sorun yaşardık; nerede tanımlı nerede tanımsız ya da kopma olup olmadığını göremezdik.”

Süreklilik çeşitleri	Öğretmen adaylarının süreklilik kavramının noktasal süreklilik kavramı ile açıklamasını ve süreklilik kavramı olmadan noktasal ve düzgün süreklilik konularını yapamayacaklarını belirten ifadeler yer alır.	Noktasal süreklilik Düzgün süreklilik	Ö8: “Süreklilik deyince aklımıza noktasal süreklilik geliyor.” Ö3: “Sürekliliğin de alt dalları var: düzgün süreklilik, noktasal süreklilik.”
Tanım kullanma	Tanım kullanma kategorisinde öğretmen adaylarının süreklilik kavramını açıklarken kullandıkları yöntemi ve tanım çeşitlerini ayrıca bu kavramın öğretmen adayları için ne ifade ettiğini belirten ifadeler yer alır.	Sürekliliğin limit ile yapılan tanımı $\varepsilon-\delta$ süreklilik tanımı Açık kümeler ile yapılan süreklilik tanımı	Ö7: “Süreklilik kavramı sağdan ve soldan limitin ve o noktadaki limitin aynı noktada olması tanımı çağrıştırıyor.” Ö2: “Fonksiyon olarak veriyorsa bu fonksiyon sürekli midir dediğinde her epsilon büyük sıfır için delta bulabiliyor muyum? Bunlara bakıyorum fonksiyonun sürekli olup olmadığına bakarken.” Ö1: “Resim olarak da topolojide ben ters görüntü olarak kodlamıştım. Sürekli ters görüntü olarak kodlamıştım. İki küme çizip ters görüntüleri… Açıklamaları yani tanımları bu şekilde zaten.” Ö7: “Tanımlardan faydalanıyorum. Oradaki tanımlara uygun ifadeler elde etmeye çalışıyorum.”
Devam eden	Öğretmen adaylarını süreklilik kavramını duyunca anladıkları ve bu kavramın gerçek hayattaki karşılığına verdikleri örnekleri barındıran ifadeler yer alır.	Kesintiye uğramama Engele takılmama Elini kaldırmadan çizme Kopmanın olmaması Devamlı gitme	Ö1: “Bir şeyin kesintiye uğramadığını, devamlı gittiğini düşünüyorum.” Ö2: “Kesilmeden yani bir engele takılmadan sürekli devam eden bir fonksiyon algılıyorum.” Ö3: “Matematikteki süreklilik de bir şeyin kopma olmadan, atıyorum ip gibi yani, dümdüz bir şekilde devam etmesi.” Ö4: “Elimizi kaldırmadan çizebiliyorsak süreklidir.”

Soyut ifadeler	Öğretmen adaylarının süreklilik kavramını gerçekte hayatta kültür, düzen, zaman, evren gibi soyut kavramlarla ile ilişkilendirdiği ifadeler yer alır.	Kültür Düzen Olumsuzluk olmaması Zaman Evren	Ö1: “Kültür de süreklidir. Kültür de bir kavram ve kesintiye uğramadan gelir.” Ö6: “Kendi kafamda da bir şey ile ilişkilendirecek olursam tertip, düzen diyebilirim süreklilik için.” Ö6: “Her şeyin yolunda gitmesi, olumlu olması diyebilirim. Aksiliklerin olmaması diyebilirim.” Ö8: “Zamanın sürekliliği olabilir.” Ö9: “… Şekiller birbirine dönüştürülerek evrenin tanımı yapılabilir. Evreni daha iyi tanımak için süreklilik çok önemli.”
Somut ifadeler	Öğretmen adaylarının süreklilik kavramını gerçekte hayatta yol, ip parçası, bir çeşmenin akışı, möbius şeridi gibi somut kavramlarla ile ilişkilendirdiği ifadeler yer alır.	Yol İp Çeşmenin akışı Möbius şeridi	Ö8: “Yol olabilir.” Ö3: “İp parçası olabilir.” Ö3: “Mesela bir çeşmenin akışı” Ö9: “Möbius şeridi olabilir. Sürekli, halka gibi bir şekil.”

Bulguların tanımlanması ve yorumlanması. İçerik analizindeki en son aşamadır. Oluşturulan kategoriler ve kodlar Vinner (1983)'ın kavram imajı ve kavram tanımı baz alınarak bulgular bölümünde yorumlanmıştır.

Öğretmen adaylarının süreklilik konusuna yönelik işlemsel anlayışları ise betimsel analiz ile çözümlenmiştir. Yıldırım ve Şimşek (2016) betimsel analizde temel amacı "elde edilen bulguları düzenlenmiş ve yorumlanmış bir biçimde okuyucuya sunmak" olarak ifade etmişlerdir.

Betimsel analizde veriler dört aşamada analiz edilir:

1. Betimsel analiz için bir çerçeve oluşturma
2. Tematik çerçeveye göre verilerin işlenmesi
3. Bulguların tanımlanması
4. Bulguların yorumlanması (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Çerçeve oluşturma. Matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusuna yönelik işlemsel anlayışları; işlemsel bilgileri ve işlemsel becerileri dahilinde araştırılmıştır. İşlemsel bilgi öğretmen adaylarının sorulan soruları doğru çözüp çözmemeleri ile ilgili iken, işlemsel beceri matematiksel sembollerin kullanımı ve sorunun çözümü için gerekli olan tanım, kural gibi basit işlemsel süreçler ile ilgilidir.

Tematik çerçeveye göre verilerin işlenmesi. Bu aşamada öğretmen adaylarının oluşturulan çerçeveye göre tematik kodlamaları gerçekleştirilmiştir.

Matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki işlemsel bilgileri, İşlemsel Anlayışı Belirlemeye Yönelik Testte verdikleri cevaplar doğru, eksik, yanlış ve boş bırakma kriterleri göz önüne alınarak değerlendirilmiştir. Sorulara tam doğru yanıt veren öğretmen adayları "doğru" kategorisinde, sorunun bir bölümüne kadar doğru çözen ancak devamını boş bırakan öğretmen adayları "eksik" kategorisinde, soruyu yanlış şekilde çözen, çözüm ile ilgili olmayacak ifadeler barındıran cevaplar "yanlış" kategorisinde, soruda herhangi bir işlem yapmayıp soruyu boş bırakan öğretmen adayları ise "boş" kategorisinde yer almıştır.

Matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki işlemsel becerileri ise İşlemsel Anlayışı Belirlemeye Yönelik Teste (EK-B) verdikleri cevaplar doğrultusunda öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki matematiksel sembolleri ve kuralları; problemi çözmek için gerekli olan bağıntıları kullanmadaki bilgileri değerlendirilmiştir. Bu bağlamda da öğretmen adaylarının işlemsel becerileri boş, zayıf, eksik ve tam kategorileri göz önüne alınarak değerlendirilmiştir. Boş kategorisinde soruya yanıt vermeyerek boş bırakan öğretmen adayları yer almaktadır. Zayıf kategorisinde matematiksel sembolleri ve sorunun çözümü için gerekli olan tanım, kural gibi işlemsel süreçleri kullanmayan öğretmen adayları yer almaktadır. Eksik kategorisinde işlemsel bilgi için gerekli olan matematiksel sembollerin kullanımı ve sorunun çözümü için gerekli olan tanım, kural gibi işlemsel süreçlerden birini yanlış veya eksik ifade etmiş olan ya da bu iki durumdan birini göz ardı eden öğretmen adayları yer almaktadır. Tam kategorisinde ise matematiksel sembolleri ve sorunun çözümü için gerekli olan tanım, kural gibi işlemsel süreçleri doğru ve eksiksiz bir şekilde ifade eden öğretmen adayları yer almaktadır.

İşlemsel bilgi ve becerilerin ortak olarak değerlendirilmesi üzerine ise öğretmen adaylarının işlemsel anlayışları belirlenmiştir. Bu bağlamda da öğretmen adaylarının işlemsel anlayışları zayıf, orta ve iyi olmak üzere üç farklı düzeyde incelenmiştir.

Zayıf düzeyde yer alan öğretmen adayları şu şekildedir:

- İşlemsel bilgi açısından yanlış, işlemsel beceri açısından ise eksik kategorisinde yer alan öğretmen adayları,
- İşlemsel bilgi açısından yanlış, işlemsel beceri açısından ise zayıf kategorisinde yer alan öğretmen adayları,
- İşlemsel bilgi açısından eksik, işlemsel beceri açısından ise zayıf kategorisinde yer alan öğretmen adayları.

Orta düzeyde yer alan öğretmen adayları şu şekildedir:

- İşlemsel bilgi açısından doğru kategorisinde ancak işlemsel becerileri açısından zayıf kategorisinde yer alan öğretmen adayları,
- İşlemsel bilgi açısından doğru kategorisinde ancak işlemsel becerileri açısından eksik kategorisinde yer alan öğretmen adayları,
- İşlemsel bilgi ve işlemsel beceri açısından eksik kategorisinde yer alan öğretmen adayları,

- İşlemsel bilgi açısından yanlış kategorisinde yer alan ancak işlemsel becerileri açısından tam kategorisinde yer alan öğretmen adayları
- İşlemsel bilgi açısından eksik kategorisinde ancak işlemsel becerileri açısından tam kategorisinde yer alan öğretmen adayları.

İyi düzeyde yer alan öğretmen adayları şu şekildedir:

- İşlemsel bilgi açısından doğru kategorisinde yer alan ve işlemsel becerileri açısından tam kategorisinde yer alan öğretmen adayları.

Bulguların tanımlanması ve yorumlanması. Betimsel analizde en son aşamadır. Elde edilen veriler bulgular bölümünde doğrudan alıntılara yer verilerek değerlendirilmiştir.

Araştırmanın Geçerliği

Nitel araştırmalarda geçerlik araştırmacının araştırdığı olguyu, olduğu biçimiyle ve olabildiğince yansız gözlemesi ile ilgilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Araştırmanın iç ve dış geçerliğini sağlamak için yapılan işlemler aşağıda verilmiştir:

Araştırmanın iç geçerliği. Yıldırım ve Şimşek (2016) iç geçerliği "gözlemlediğimizi sandığımız olaylar ya da anladığımızı düşündüğümüz olgulara ilişkin yorumlarımızın gerçek durumu yansıtması" şeklinde açıklamıştır. Bu araştırmada iç geçerliği sağlamak amacıyla "uzman incelemesi" ve "uzun süreli etkileşim" yöntemleri kullanılmıştır.

Araştırmanın yazılı dokümanları olan Süreklilik Başarı Testi, İşlemsel Anlayışı Belirlemeye Yönelik Test ve Süreklilik Kavramına Yönelik Görüşme Formu araştırmacı ve araştırmanın danışmanı ile birlikte hazırlandıktan sonra analiz, topoloji ve matematik eğitimi alanında uzman öğretim üyeleri ile ayrı ayrı yapılan toplantılar sonucu son haline getirilmiştir. Ayrıca araştırmanın verileri kapsamında kod ve kategoriler için de yine matematik eğitimi alanında uzman 2 öğretim üyesinin görüşüne başvurulmuş ve alınan dönütler ile kod ve kategorilere son hali verilmiştir.

Araştırmacı hazırlanan yazılı dokümanlar ile uzun süreli bir etkileşim içinde bulunmuştur. Belirli aralıklarla hazırlanan yazılı dokümanları değerlendirerek öznellikten kaçınılmaya çalışılmıştır.

Araştırmanın dış geçerliği. Yıldırım ve Şimşek (2016) dış geçerliği "eğer bir araştırmanın sonuçları benzer ortamlara ve durumlara genellenebiliyorsa araştırmanın dış geçerliğinin olduğu söylenebilir" şeklinde ifade etmişlerdir. Bu araştırmada dış geçerliğini sağlamak amacıyla "ayrıntılı betimleme" ve "amaçlı örnekleme" yöntemleri kullanılmıştır.

Ayrıntılı betimleme "ham verinin ortaya çıkan kavram ve temalara göre yeniden düzenlenmiş bir biçimde okuyucuya yorum katmadan ve verinin doğasına mümkün olduğu ölçüde sadık kalınarak aktarılmasıdır" (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Dolayısıyla bu amaçla doğrudan alıntılar kullanılarak ayrıntılı betimleme yapılmaya çalışılmıştır.

Amaçlı örnekleme yönteminin gerektirdiği üzere araştırmaya katılan öğrencilerin farklı seviyede olmalarına dikkat edilmiştir. Zayıf, orta ve iyi olmak üzere üç farklı düzeyde seçilen öğretmen adayları ile araştırma sonuçlarında sadece genelleme yapmaya değil, özele ait bilgilere de ulaşılmaya çalışılmıştır.

Araştırmanın Güvenirliği

Güvenirlik, yapılmış olan bir çalışmanın başka bir araştırmacı tarafından aynı biçimde tekrar edildiğinde aynı veya benzer sonuçları vermesi ile ilgilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Araştırmanın iç ve dış güvenirliğini sağlamak için yapılan işlemler aşağıda verilmiştir:

Araştırmanın iç güvenirliği. Araştırmanın iç güvenirliğini sağlamak amacıyla veri toplama araçlarının hazırlanması ve analizlerinin yapılması aşamaları birden fazla araştırmacı ile gerçekleştirilmiştir. Ayrıca öğretmen adayları ile yapılan görüşmeler aynı ortamda ve sorular da benzer şekilde sorulmaya çalışılarak iç güvenirlik sağlanmıştır.

Araştırmanın dış güvenirliği. Araştırmanın dış güvenirliğini sağlamak amacıyla araştırmanın yöntemi, veri toplama süreci ve verilerin analizi sürecinde neler yapıldığı ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Ayrıca araştırma sürecinde araştırmacının gözlemci olduğu belirtilmiştir. Bu durumun belirtilmesinin nedeni aynı konuda çalışacak diğer araştırmacılara ne tür roller üstlenmeleri gerektiği konusunda fikir verebileceği düşünüldüğündendir (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Bölüm 4
Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajları, işlemsel anlayışları ve kavram imajları ile işlemsel anlayışları arasındaki ilişkiye yönelik verilerin analizi sonucu elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

Öğretmen Adaylarının Süreklilik Kavramına Yönelik Kavram İmajları

Matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki kavram imajlarını belirlemek amacıyla öğretmen adaylarına Süreklilik Kavramına Yönelik Görüşme Formunda (EK-C) yer alan beş adet açık uçlu soru yöneltilmiştir. Bu bölümde ise bu soruların analizi ile elde edilen bulgulara yer verilmiştir:

Matematik öğretmen adaylarına ilk olarak "Süreklilik sözcüğünü duyunca ne anlıyorsunuz?" sorusu yöneltilmiştir. Tablo 6'da öğretmen adaylarına ait kodlar ve bu kodlara ait kategoriler yer almaktadır.

Tablo 6

Öğretmen Adaylarının 1. Soruya Verdikleri Cevapların Analizi

Kategori	Kod
Devam eden	Ö1: "Bir şeyin kesintiye uğramadığını, devamlı gittiğini düşünüyorum." Ö2: "Kesilmeden yani bir engele takılmadan sürekli devam eden bir fonksiyon algılıyorum." Ö4: "Elimizi kaldırmadan çizebiliyorsak süreklidir." Ö5: "Bir şeyin ara vermeden ya da kesintiye uğramadan devam etmesi." Ö6: "Kopmanın olmaması yani her şeyin beklendiği gibi olması." Ö7: "Elimizi kaldırmadan çizebileceğimiz eğriler." Ö8: "Devam eden." Ö9: "Kesiklik olmaması hayatımızda yaptığımız şeyin."
Limit	Ö3: "İki şeyin aynı noktada yaklaşmasını anlıyorum."

Tablo 6'da görüldüğü üzere öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğu süreklilik sözcüğünü "devamlı gitme, kopmanın olmaması, devam eden" olarak nitelendirmektedir. Diğer öğretmen adaylarından farklı olarak sadece bir öğretmen adayı süreklilik sözcüğünü "yaklaşma" olarak ifade etmiştir. Dolayısıyla matematik öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri yanıtlar devam eden ve limit olmak üzere iki kategori altında toplanmıştır:

"Süreklilik sözcüğünü duyunca ne anlıyorsunuz?" sorusuna devam eden kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8 ve Ö9 kodlu öğretmen adayları sezgilerinden yola çıkarak, sadece kavrama yönelik imajları ile yanıt vermişlerdir. Dolayısıyla bu kategoride yer alan öğretmen adaylarının kavram imajlarının Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı ile ortaya çıktığı düşünülmektedir. Ayrıca "kesintiye uğramama", "kopmanın olmaması", "kesiklik olmaması" gibi kodların varlığı ise öğretmen adaylarının imajlarında sürekliliğin grafiksel temsillerinin baskın olduğunu düşündürmektedir.

"Süreklilik sözcüğünü duyunca ne anlıyorsunuz?" sorusuna limit kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren Ö3 kodlu öğretmen adayı sürekliliğin formal tanımını düşünerek; ancak sürekliliğin formal tanımına göre eksik yanıt vermiştir. Eksik yanıt vermesine rağmen formal tanımı baz aldığı için öğretmen adayı Vinner'ın (1983) "tamamen formal çıkarım" yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Çünkü tamamen formal çıkarım yaklaşımında kavram imajı hücresine başvurulmadan, kavram tanımı hücresi esas alınarak cevap verilmektedir. Öğretmen adayının da direkt sürekliliğin formal tanımını yani kavramın tanımını düşünerek yanıt vermesi ise kavram imajına başvurmadığının göstergesidir.

Matematik öğretmen adaylarına ikinci olarak "Matematikteki süreklilik kavramı size ne çağrıştırıyor?" sorusu yöneltilmiştir. Tablo 7'de öğretmen adaylarına ait kodlar ve bu kodlara ait kategoriler yer almaktadır.

Tablo 7

Öğretmen Adaylarının 2. Soruya Verdikleri Cevapların Analizi

Kategori	Kod
Devam eden	Ö1: "Matematikteki süreklilikte daha çok fonksiyonlar gözümün önüne geliyor. Orada da kesintiye uğramaması var tabiki." Ö2: "Aslında biz artık sürekli matematik ile uğraştığımız için süreklilik deyince direkt aklıma matematikteki süreklilik geliyor. Biraz önce de açıkladım. Koordinat eksenindeki fonksiyonun hiçbir engeli olmadan belli aralıkta sürekli değerler alması." Ö3: "Matematikteki süreklilik de bir şeyin kopma olmadan, atıyorum ip gibi yani, dümdüz bir şekilde devam etmesi."

Devam eden (devamı)	Ö5: “Matematikteki süreklilik kavramı ise okuldan duyduğumuz şeylerle kıyaslayacak olursam, örneğin grafik üzerinden grafiği elimi kaldırmadan çizebiliyorsam bu süreklidir bana bunu çağrıştırıyor.” Ö8: “Fonksiyon gelir aklıma. İlk kırılmaya uğramayan fonksiyonlar gelir aklıma. Elimi kaldırmadan çizebileceğim fonksiyon.” Ö9: “Süreklilik sözcüğünü duyunca ilk; fonksiyonu, doğruyu, eğriyi elimizi kaldırmadan çizebiliyorsak yani bir kesiklik yoksa bir yerde bu fonksiyona sürekli diyoruz.”
Tanım kullanma	Ö7: “Süreklilik kavramı sağdan ve soldan limitin ve o noktadaki limitin aynı noktada olması tanımı çağrıştırıyor.” Ö8: “Hani tanım olarak da dediğim gibi ne var. Hani işte iki tane topolojik uzay var birinde aldığım, değer kümesinden aldığım bir açık-kapalı kümenin tersinin tanım kümesinde de açık-kapalı olması yine bir sürekliliği veriyor.”
Süreklilik çeşitleri	Ö8: “Süreklilik deyince aklımıza noktasal süreklilik geliyor.”

Öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğu devam eden kategorisinde yer alacak şekilde yanıtlar vermiştir. Beklenenin aksine sadece 2 öğretmen adayı matematikteki süreklilik kavramına ait tanımlardan, 1 öğretmen adayı ise süreklilik çeşitlerinden olan noktasal süreklilikten bahsetmiştir. Ö4 kodlu öğretmen adayı bu soruya herhangi bir yanıt veremez iken, Ö6 kodlu öğretmen adayı bu soruda süreksizlik kavramından bahsetmiştir.

“Matematikteki süreklilik kavramı size ne çağrıştırıyor?” sorusuna devam eden kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren öğretmen adaylarından Ö2 kodlu öğretmen adayı “belirli aralıkta değerler almak” ifadesi ile tanım ve değer kümesi kavramlarını ilişkilendirmiş olabileceği düşünülmektedir. Dolayısıyla süreklilik kavramına ilişkin formal tanımlara ait kavramlardan bahsetmiş olmasından dolayı Vinner’ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımında yer almıştır. Ö1, Ö3, Ö5, Ö8 ve Ö9 kodlu öğretmen adayları ise sezgilerinden yola çıkarak, sadece kavrama yönelik imajları ile yanıt vermişlerdir. Dolayısıyla bu öğretmen adaylarının kavram imajlarının Vinner’ın (1983) “sadece kavram imajının etkin olması” yaklaşımı ile ortaya çıktığı düşünülmektedir. 1. sorunun “devam eden” kategorisinde verilen yanıtlara benzer olacak şekilde bu soruda verilen yanıtlarda da öğretmen adaylarının imajlarında sürekliliğin grafiksel temsillerinin baskın olduğu düşünülmektedir.

“Matematikteki süreklilik kavramı size ne çağrıştırıyor?” sorusuna tanım kullanma kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren Ö7 ve Ö8 kodlu öğretmen adayları matematikteki süreklilik kavramını, süreklilik kavramına ait formal tanımlardan yola çıkarak, süreklilik kavramına ait tanımlar ile açıklamaya çalıştıkları için Vinner’ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımı içerisinde yer almaktadırlar. Ayrıca öğretmen adaylarının süreklilik kavramını sürekliliğe ait formal tanımları kullanarak açıklamaları kavramsal bir yaklaşım içerisinde olduklarının göstergesidir.

“Matematikteki süreklilik kavramı size ne çağrıştırıyor?” sorusuna süreklilik çeşitleri kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren Ö8 kodlu öğretmen adayı süreklilik kavramını sürekliliği içeren noktasal süreklilik kavramı ile açıklamaya çalıştığı için Vinner’ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Dolayısıyla öğretmen adayı buradaki noktasal süreklilik ifadesi ile matematikteki süreklilik kavramına vurgu yapmıştır.

Matematik öğretmen adaylarına üçüncü olarak “Matematikte süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?” sorusu yöneltilmiştir. Tablo 8’de öğretmen adaylarına ait kodlar ve bu kodlara ait kategoriler yer almaktadır.

Tablo 8

Öğretmen Adaylarının 3. Soruya Verdikleri Cevapların Analizi

Kategori	Kod
Limit	Ö1: “Limit ile alakalı, süreklilik ile iç içe.” Ö4-Ö6-Ö9: “Limit.” Ö3: “Limitte biraz zorlanabilirdim çünkü birbirileri ile bağlantılı açıklıyoruz tanımlarda.”
Türev	Ö1: “Türev zaten olmuyor.” Ö3: “Türev yapamazdım.” Ö4-Ö7-Ö9: “Türev.” Ö6: “Türev işlemleri yapamazdık. Türev baştan başa yok olurdu bence çünkü tanımı süreklilikten geliyor.”
İntegral	Ö1: “İntegral zaten olmuyor.” Ö4: “İntegralde alan, hacim hesaplamayı yapamazdık.” Ö7: “Türevi yapamazdım dolayısıyla türev olmazsa integralden bahsedemezdik.”

İntegral (devamı)	Ö9: "İntegral. Fonksiyon belirli bir aralıkta sürekli ise integrallenebilir."
Grafik	Ö1: "Aslında geometri ile de alakalı süreklilik. Sonuçta sürekli olmazsa bir şekil çizemeyiz. Yani mesela bir kare diyemeyiz, şekil kapanmazsa. Yani süreklilik geometrinin içinde de var." Ö6: "Fonksiyon grafiği çizerken sorun yaşardık; nerede tanımlı nerede tanımsız ya da kopma olup olmadığını göremezdik." Ö7: "Grafikleri yorumlayamayabilirdim." Ö9: "Bir üçgeni bir kareye dönüştüremezdik mesela. Şekilleri birbirine dönüştüremezdik."
Süreklilik çeşitleri	Ö3: "Sürekliliğin de alt dalları var: düzgün süreklilik, noktasal süreklilik."

Tablo 8'de görüldüğü üzere matematik öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri yanıtlar limit, türev, integral, grafik ve süreklilik çeşitleri olmak üzere beş kategori altında toplanmıştır:

Öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğu süreklilik kavramı olmasaydı limit, türev ve integral kavramlarının olmayacağını ifade etmiştir. Bunlara ek olarak 4 öğretmen adayı süreklilik kavramı olmasaydı bir grafiğin çizilemeyeceğinden ve yorumlanamayacağından, şekillerin birbirlerine dönüştürülemeyeceğinden; 1 öğretmen adayı süreklilik çeşitleri olan noktasal ve düzgün süreklilik konularının da olmayacağından bahsetmiştir. Ayrıca 3 öğretmen adayı (Ö2, Ö5, Ö8) bu soruya hiçbir yanıt verememiştir.

"Matematikte süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?" sorusuna limit, türev ve integral kategorilerinde yer alacak şekilde yanıt veren Ö1, Ö3, Ö4, Ö6, Ö7 ve Ö9 kodlu öğretmen adayları Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Çünkü öğretmen adayları bu soru için "tamamen formal çıkarım" yaklaşımı içerisinde yer alacak olsalardı; var olan formal tanımlara dayanarak "süreklilik olmasaydı ... sebebi ile … kavramı da olmazdı" biçiminde bir yaklaşımda bulunmaları beklenirdi. Ayrıca bu soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğretmen adaylarının "Süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?" sorusundan ziyade "Limit kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?" sorusuna cevap verir nitelikte yanıtların varlığı dikkat çekmektedir. Dolayısıyla bu kategoride yer alan öğretmen adaylarının kavram imajı hücrelerinde limit kavramı yer almaktadır. Çünkü sürekliliği tanımlamanın yolu limit kavramından geçer iken; yani limit kavramı süreklilik için birincil (doğrudan) araç iken; türev ve integral için ikincil araçtır. Ayrıca öğretimin limit, süreklilik, türev ve integral sırası ile gerçekleşiyor olması öğretmen adayının süreklilik kavramının formal tanımını düşünmeden bu kavramlar ile ilişkilendirmesine sebep olmuştur. Ayrıca yine bu sıralamaya bağlı olarak öğretmen adayları süreklilik kavramına değil; limit kavramına anlam yükledikleri için bu şekilde yanıt verdikleri düşünülmektedir.

“Matematikte süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?” sorusuna grafik kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren Ö1, Ö6, Ö7 ve Ö9 kodlu öğretmen adayları Vinner’ın (1983) “sadece kavram imajının etkin olması” yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Öğretmen adaylarına ait kodlar incelendiğinde sürekliliğe ilişkin var olan resimler ile açıklama yaptıkları düşünülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının imajları sürekliliğin grafiksel temsilleri üzerine kurulmuştur.

“Matematikte süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?” sorusuna süreklilik çeşitleri kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren Ö3 kodlu öğretmen adayı süreklilik kavramını, süreklilik kavramına ait formal tanımlardan yola çıkarak; sürekliliği içeren noktasal ve düzgün süreklilik kavramlarının olmayacağını açıklamaya çalıştığı için Vinner’ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımı içerisinde yer almaktadırlar. Dolayısıyla bu öğretmen adayının kavramsal anlayışa sahip olduğu ve süreklilik kavramının da yapısına bağlı olarak yanıt verdiği düşünülmektedir.

Matematik öğretmen adaylarına dördüncü olarak “Süreklilik kavramını incelerken ne tür temsil, grafik, resim, açıklama vb. kullanırsınız?” sorusu yöneltilmiştir. Tablo 9’da öğretmen adaylarına ait kodlar ve bu kodlara ait kategoriler yer almaktadır.

Tablo 9

Öğretmen Adaylarının 4. Soruya Verdikleri Cevapların Analizi

Kategori	Kod
Tanım kullanma	Ö1: "Resim olarak da topolojide ben ters görüntü olarak kodlamıştım. Sürekli ters görüntü olarak kodlamıştım. İki küme çizip ters görüntüleri… açıklamaları yani tanımları bu şekilde zaten. Bir de limite bakıyoruz. Sağdan soldan inceliyoruz ve ona göre…" Ö2: "Noktasal süreklilikten bahsediyorsa bana ben o noktadaki sağ ve sol limitlerine bakıyorum. Aynı zamanda bu noktadaki görüntüsü de bunlara eşit ise süreklidir diye yorum yapıyorum. Fonksiyon olarak veriyorsa bu fonksiyon sürekli midir dediğinde her epsilon büyük sıfır için delta bulabiliyor muyum? Bunlara bakıyorum fonksiyonun sürekli olup olmadığına bakarken." Ö4: "Tanımları kullanabiliyorsam bunları kullanarak açıklıyorum." Ö5: "Tanımları kullanıyorum açıklama olarak." Ö6: "Epsilon-deltaya başvuruyorum. Yine bir sorun olduğunu bir şeylerin yolunda gitmediğini sezersem limit temel tanımını kullanmaya çalışıyorum." Ö7: "Tanımlardan faydalanıyorum. Oradaki tanımlara uygun ifadeler elde etmeye çalışıyorum." Ö8: "Eğer topolojik uzaylarda ya da gerçel analizde gördüğümüz uzaylarda işte ayrık uzayda filan çalışıyorsak bir çizim yapmıyorum. Varsayımsal olarak yani tanımlardan gidiyorum." Ö9: "… Bir de açıklama, tanımlardan."
Grafik	Ö3: "Bir fonksiyon verilsin bunun grafiğini çizdiğimizde bunun grafiğinde herhangi bir kırılma noktası ya da kopma noktası var mı? Her değer aynı değere mi karşılık geliyor sağdan ve soldan bakınca? Yani bunlara bakarak açıklıyorum genelde." Ö4: "Grafiği çizerek." Ö6: "Önce grafiğini çizmeye çalışıyorum. Bir bakıyorum hani tanımsız olduğu bir yer var mı, kopma yaşanıyor mu diye." Ö7: "İlk önce aklıma grafiği çizmek gelir açıkçası." Ö8: "Eğer reel sayılarda çalışıyorsam X-Y koordinat düzleminde normal grafiklerini çizebiliyorum." Ö9: "Koordinat sistemi. Ben grafiği kullanıyorum."

Tablo 9'da görüldüğü üzere matematik öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri yanıtlar tanım kullanma ve grafik olmak üzere iki kategori altında toplanmıştır:

Öğretmen adayları bu soruda süreklilik kavramının farklı durumlardaki tanımlarını kullanarak sürekliliği inceleyeceklerini ifade etmişlerdir. Özellikle sürekliliğin limit, $\varepsilon - \delta$ ve açık kümeler ile yapılan tanımları öğretmen adaylarının akıllarına gelen ilk tanımlardır. Ayrıca öğretmen adayları sürekliliği grafik çizerek de inceleyebileceklerini belirtmişlerdir.

“Süreklilik kavramını incelerken ne tür temsil, grafik, resim, açıklama vb. kullanırsınız?” sorusuna tanım kullanma kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren öğretmen adayları Vinner’ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Ö1 kodlu öğretmen adayı bu soruya sürekliliğin limit ile yapılan tanımını ve fonksiyonun ters görüntüsü altında ikinci uzaydaki her açık kümenin birinci uzayda açık olması tanımını baz alarak açıklayacağını belirtmiştir. Dolayısıyla öğretmen adayının süreklilik kavramına yönelik kavram imajı hücresinin boş iken; bu hücre öğrenilen ilk süreklilik tanımı ile dolduğu ayrıca buna ek olarak daha ileri bir düzey olan ve sürekliliğin çok güçlü bir karakterizasyonu olan “fonksiyonun ters görüntüsü altında ikinci uzaydaki her açık kümenin birinci uzayda açık olması” ifadesinin de yer aldığı görülmektedir.

Ö2 kodlu öğretmen adayı sürekliliğin limit ile yapılan tanımını ve $\varepsilon - \delta$ tanımı ile süreklilik kavramını açıklayacağını belirtmiştir. Öğretmen adayının süreklilik kavramına yönelik kavram imajı hücresi boş iken bu hücre ilk olarak, basit düzeyde ve lise matematiğinde de yer alan sürekliliğin limit ile yapılan tanımla dolmuştur. Daha sonraları ise üniversite matematiğini alması ile birlikte bu var olan süreklilik tanımına ek olarak $\varepsilon - \delta$ tanımı ile de kavram tanımı hücresini güçlendirmiştir. Dolayısıyla burada öğretmen adayının kavramsal bir yaklaşım sergilemiş olduğu görülmektedir.

Ö6 kodlu öğretmen adayının “$\varepsilon - \delta$ başvuruyorum. Yine bir sorun olduğunu bir şeylerin yolunda gitmediğini sezersem limit temel tanımını kullanmaya çalışıyorum.” ifadesi ise baskı altında (sınavda) olduğu ya da otoritenin (öğretmenin) formal bir çözüm isteyeceğinin (kanıtlayınız gibi) farkına vardığı durumlarda $\varepsilon - \delta$ tekniğini kullanacağını belirtmesi kavram imajı hücresinde $\varepsilon - \delta$ tekniğinin var olduğunu göstermektedir.

Tanım kullanma kategorisinde yer alan yanıtlar incelendiğinde sürekliliği “elimi kaldırmadan çizerim” ifadesi ile açıklayan öğretmen adaylarının kavramların soyutlaşması nedeni ile resim olarak ifade edemeyecekleri durumlarda süreklilik kavramına ait formal tanımlara başvurdukları gözlenmiştir.

"Süreklilik kavramını incelerken ne tür temsil, grafik, resim, açıklama vb. kullanırsınız?" sorusuna grafik kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren öğretmen adayları Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Öğretmen adaylarının vermiş oldukları yanıtlarda sürekliliğe ilişkin imajlarında süreklilik kavramının grafik temsillerinin baskın olduğu görülmektedir.

Matematik öğretmen adaylarına beşinci olarak "Matematikteki süreklilik kavramının gerçek hayattaki karşılığı ne olabilir?" sorusu yöneltilmiştir. Tablo 10'da öğretmen adaylarına ait kodlar ve bu kodlara ait kategoriler yer almaktadır.

Tablo 10

Öğretmen Adaylarının 5. Soruya Verdiklerin Cevapların Analizi

Kategori	Kod
Somut ifadeler	Ö1: "Fonksiyonlar üzerinden baktığımızda düz bir yol diyebilirim." Ö3: "İp parçası olabilir. Onu bir noktadan kestiğimizde ya da bir düğüm attığımızda o ip matematikteki gibi sürekli değildir derim. Ama hiçbir kopma noktası olmadan, pürüzsüz ise süreklidir diyebiliriz." Ö3: "Mesela bir çeşmenin akışı. Sürekli akıyor. Hiçbir kopma olmadan, pürüzsüz bir şekilde. Gerçek hayatla bağdaştırdığımda aklıma bu geliyor." Ö8: "Yol olabilir. Süreklilik normal dümdüz yürüyebildiğiniz rahat yol." Ö9: "Möbius şeridi olabilir. Sürekli, halka gibi bir şekil."
Soyut ifadeler	Ö1: "Kültür de süreklidir. Kültür de bir kavram ve kesintiye uğramadan gelir." Ö2: "Zaman sürekli akıyor." Ö4: "Zaman." Ö5:"Aksaklığa uğramadan. Aksamdan devam etmesi diye düşünüyorum." Ö6:"Kendi kafamda da bir şey ile ilişkilendirecek olursam tertip, düzen diyebilirim süreklilik için." Ö6: "Her şeyin yolunda gitmesi, olumlu olması diyebilirim. Aksiliklerin olmaması diyebilirim." Ö8: "Bir şeyin bozuntuya uğramaması geliyor aklıma." Ö8: "Zamanın sürekliliği olabilir." Ö9: "… Şekiller birbirine dönüştürülerek evrenin tanımı yapılabilir. Evreni daha iyi tanımak için süreklilik çok önemli."

Devam eden	Ö2: "Bir şeylerin yolunda gidebilmesi için işlerin sürekli devam etmesi gerekiyor." Ö4: "Devamlılık." Ö6: "Haftanın yedi günü… Beş iş günü varsayarsak ben hafta sonunu süreksizlik olarak düşünebilirim. Çünkü iş olmayacak, bir kopma yaşanacak." Ö8: "… Mesela bir işe giriyorsunuz. İşin devamlılığı veya aldığınız bir projenin sürekliliği... Devamlılık geliyor aklıma."

Tablo 10'da görüldüğü üzere matematik öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri yanıtlar somut ifadeler, soyut ifadeler ve devam eden olmak üzere üç kategori altında toplanmıştır:

"Matematikteki süreklilik kavramının gerçek hayattaki karşılığı ne olabilir?" sorusuna somut ifadeler ve soyut ifadeler kategorilerinde yer alacak şekilde yanıt veren öğretmen adayları Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Sadece kavram imajının etkin olduğu yaklaşım ile ortaya çıkan kavram imajlarında kavram tanımı hücresine başvurulmadan, kavram imajı hücresi esas alınarak cevap verilmektedir. Bu soruda da öğretmen adayları süreklilik kavramını günlük hayat ile ilişkilendirememiş olup sadece sürekliliğin grafiksel temsilleri ile ilişkilendirmeye çalışmışlardır. Aslında buradaki süreklilikten kasıtları herhangi bir engelin olmadığını ya da kopmanın olmaması gibi ifadeleri kastettikleri düşünülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adayları sürekliliğin grafiksel temsilini günlük hayata evirmeye çalışmışlardır.

"Matematikteki süreklilik kavramının gerçek hayattaki karşılığı ne olabilir?" sorusuna devam eden kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren öğretmen adayları Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. 1 ve 2. sorunun "devam eden" kategorisinde verilen yanıtlara benzer olacak şekilde bu soruda verilen yanıtlarda da öğretmen adaylarının imajlarında sürekliliğin grafiksel temsillerinin baskın olduğu düşünülmektedir.

Öğretmen Adaylarının Süreklilik Konusuna Yönelik İşlemsel Anlayışları

Matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki işlemsel anlayışlarını belirlemek amacıyla araştırmacılar tarafından hazırlanan İşlemsel Anlayışa Yönelik Test (EK-B) öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Bu bölümde ise öğretmen adaylarının İşlemsel Anlayışa Yönelik Teste (EK-B) verdikleri cevaplar doğrultusunda işlemsel bilgiler ve becerileri; bu doğrultuda da işlemsel anlayışları değerlendirilmiştir.

İşlemsel anlayışa yönelik testteki 1 ve 2 numaralı sorular öğretmen adaylarının reel sayılardaki süreklilik konusunu test etmeye yönelik işlemsel sorulardır. Tablo 11’de öğretmen adaylarının bu sorulara verdikleri cevapların değerlendirilmesi yer almaktadır.

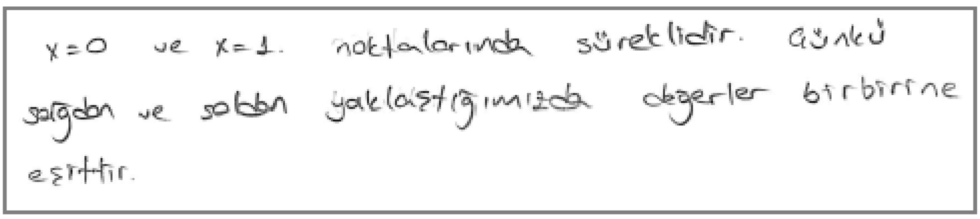
Tablo 11

Reel Sayılardaki Süreklilik Konusuna Yönelik İşlemsel Anlayışlar

	1 numaralı soru			2 numaralı soru		
	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış
Ö1	Doğru	Zayıf	Orta	Doğru	Eksik	Orta
Ö2	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö3	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö4	Doğru	Tam	İyi	Eksik	Tam	Orta
Ö5	Yanlış	Zayıf	Zayıf	Eksik	Zayıf	Zayıf
Ö6	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö7	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö8	Yanlış	Tam	Orta	Doğru	Tam	İyi
Ö9	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi

Tablo 11’de görüldüğü üzere öğretmen adaylarının işlemsel bilgileri testte yer alan ilk iki soruyu çözmeye yeterli olmuştur. Öğretmen adaylarının ilk iki soruya verdikleri yanıtlardan bazıları şu şekildedir:

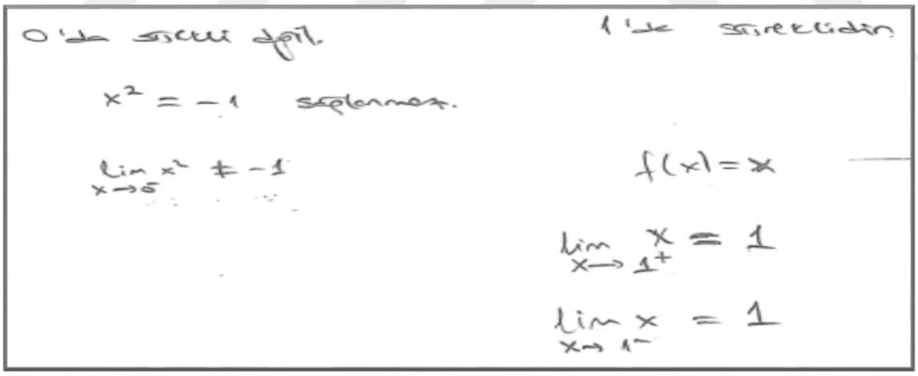
Reel sayılardaki süreklilik kavramı ile ilgili 1 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından yanlış kategorisinde yer alan Ö5 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde yer almaktadır. Öğretmen adayı bu soruyu çözerken hiçbir matematiksel ifade kullanmamış; sözel bir biçimde ve süreklilik tanımını eksik ifade ederek cevaplamıştır. Ö5 kodlu öğretmen adayının 1 numaralı soruya verdiği cevap Şekil 10’da yer almaktadır.



Şekil 10. Bir numaralı soruya Ö5 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Ö5 kodlu öğretmen adayı ile yapılan görüşmede öğretmen adayına “Matematiksel ifadeleri ne düzeyde kullandın?” sorusu üzerine öğretmen adayı “Matematiksel ifadeleri bence çok fazla kullanmadım çünkü direkt sağdan ve soldan limitlerine böyle bir baktım eşittir dedim ve o halde süreklidir deyip geçtim.” yanıtını vermiştir. Dolayısıyla öğretmen adayının matematiksel ifadelerin kullanımına önem vermemesi ve görüşmede süreklilik tanımını eksik ifade etmesi işlemlere bakış açısı hakkında bilgi vermektedir.

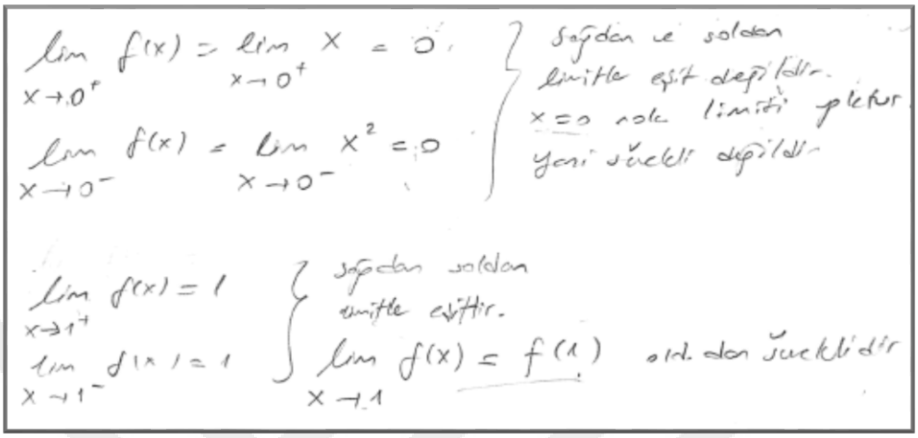
Reel sayılardaki süreklilik kavramı ile ilgili 1 ve 2 numaralı sorularda işlemsel bilgi açısından doğru kategorisinde yer alan Ö1 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almaktadır. Öğretmen adayının bu sorulara vermiş olduğu yanıtlar incelendiğinde işlemsel becerilerinde eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adayının reel sayılardaki süreklilik konusuna yönelik işlemsel becerisi test tekniği ile sınırlı kalmıştır. Dolayısıyla Ö1 kodlu öğretmen adayı bu soruyu çözerken matematiksel ifadelerin kullanımını göz ardı ederek sonuca odaklanmıştır. Ö1 kodlu öğretmen adayının 1 numaralı soruya verdiği cevap Şekil 11’de yer almaktadır.



Şekil 11. Bir numaralı soruya Ö1 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Ö1 kodlu öğretmen adayı ile yapılan görüşmede öğretmen adayına “Matematiksel ifadeleri doğru kullandığını düşünüyor musun?” sorusu üzerine öğretmen adayı “Sanmıyorum. Çok fazla sınav kağıdı gibi şey yapmadım.” diyerek bu uygulamayı sınav olarak düşünmediği için sonuca odaklandığını belirtmiş ve matematiksel ifadeleri doğru bir biçimde kullanmayarak sonuca ulaşmıştır.

Reel sayılardaki süreklilik kavramı ile ilgili 1 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından yanlış kategorisinde yer alan Ö8 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almaktadır. Öğretmen adayının bu soruya vermiş olduğu yanıt incelendiğinde soruyu yanlış çözmüş olduğu belirlenmesine rağmen matematiksel sembolleri ve kurallar silsilesini tam ve doğru bir şekilde kullanmıştır. Dolayısıyla dikkatsizlikten kaynaklı hata yapması üzerine öğretmen adayı bu soruda işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almıştır. Ö8 kodlu öğretmen adayının 1 numaralı soruya vermiş olduğu cevap Şekil 12'de yer almaktadır.



Şekil 12. Bir numaralı soruya Ö8 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Ö8 kodlu öğretmen adayı ile yapılan görüşmede öğretmen adayına "Bu soruyu nasıl çözdün?" sorusu üzerine öğretmen adayı "Parçalı tanımlı bir fonksiyon verilmiş. Bir x'in 0 noktasındaki sürekliliğini istiyor, bir de x'in 1 noktasındaki sürekliliğini istiyor. İkisinin ayrı ayrı limitlerini inceledim. 0 noktasında sağdan ve soldan yaklaştım limitlerine eşit çıktı; limiti var ama $f(0)$ bu limite eşit değil. O yüzden sürekli değildir dedim." şeklinde ifade etmesi üzerine öğretmen adayına "Kağıda sağdan ve soldan limitler eşit değildir yazmışsın." şeklinde bir yanıt verilmiştir. Bunun üzerine öğretmen adayı yaptığı "Ama eşit... Dikkatsizlikten olmuş. Sağdan ve soldan limitleri eşit ama fonksiyonun o noktasındaki görüntüsüne eşit değil." şeklinde yaptığı açıklama ile yaptığı yanlışı fark etmiş ve düzeltmiştir.

Reel sayılardaki süreklilik kavramı ile ilgili 1 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından doğru kategorisinde yer alan Ö6 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almaktadır. Ö6 kodlu öğretmen adayının 1 numaralı soruya verdiği yanıt Şekil 13'te yer almaktadır.

$x_0 = 0$ için;

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^+} f(x_0) = f(0)$ olmalı.

$\lim_{x \to 0^-} x^2 = \lim_{x \to 0^+} x = -1 \Rightarrow 0 = 0 \neq -1$ old. dan

sürekli değildir.

$x_0 = 1$ için;

$\lim_{x \to 1^-} x = \lim_{x \to 1^+} x = f(1)$ olmalı $\Rightarrow 1 = 1 = 1$ old. dan

süreklidir.

Şekil 13. Bir numaralı soruya Ö6 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Şekil 13'te de görüldüğü üzere öğretmen adayı bir fonksiyonun sürekli olması için gerekli şartı ilk adımda yazmış; devamında ise yazmış olduğu kural çerçevesinden yola çıkarak fonksiyonun sürekliliğini incelemiştir. Öğretmen adayının matematiksel sembollerin, ifadelerin kullanımına dikkat ederek soruyu çözmeye çalıştığı anlaşılmaktadır.

Reel sayılardaki süreklilik kavramı ile ilgili 2 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından eksik kategorisinde yer alan Ö4 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almaktadır. Öğretmen adayının bu soruya vermiş olduğu yanıt incelendiğinde soruyu yanlış çözmüş olduğu belirlenmesine rağmen matematiksel sembolleri ve kurallar silsilesini tam ve doğru bir şekilde kullanmıştır. Dolayısıyla dikkatsizlikten kaynaklı hata yapması üzerine öğretmen adayı bu soruda işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almıştır. Ö4 kodlu öğretmen adayının 2 numaralı soruya vermiş olduğu cevap Şekil 14'te yer almaktadır.

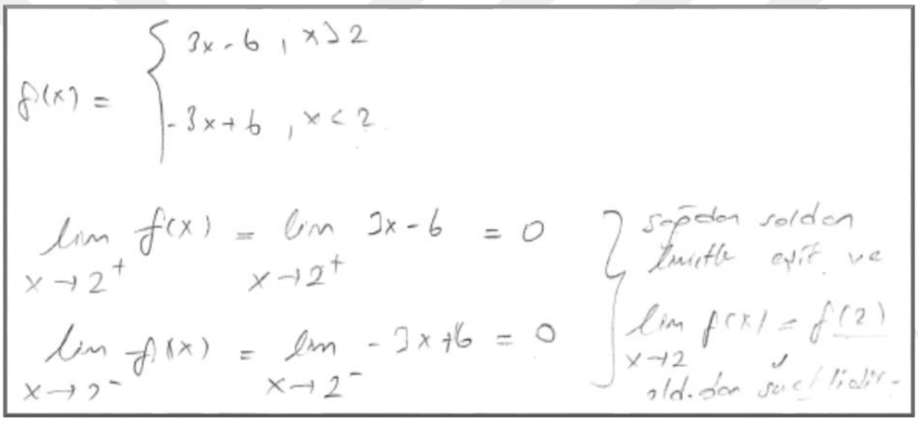
$f(x) = 3|x-2|$

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x \to 2^-} 6-3x = 0 \\ \lim_{x \to 2^+} 3x-6 = 0 \end{array}\right\} \text{süreklidir.}$$

Şekil 14. İki numaralı soruya Ö4 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Şekil 14'te de görüldüğü üzere öğretmen adayı bu soruyu çözerken verilen fonksiyonun kritik noktasının sağ ve sol limitlerine bakmış, limitlerin eşit çıkması üzerine de fonksiyona süreklidir demiştir. Ö4 kodlu öğretmen adayı ile yapılan görüşmede öğretmen adayına "Bu soruyu nasıl çözdün, çözüm sürecini anlatır mısın?" sorusu üzerine öğretmen adayı "Sağdan ve soldan limitlere baktım." şeklinde yanıt vermiştir. Bunun üzerine araştırmacı "Sen burada sadece 2 noktasındaki sağdan ve soldan limitlerine bakarak süreklidir demişsin.” yanıtına karşılık öğretmen adayı “Ha bir de noktadakine bakalım. O da eşit olacağı için süreklidir.” şeklinde yanıt vererek sürekliliğin tanımından kaynaklı hatasını düzeltmiştir.

Reel sayılardaki süreklilik kavramı ile ilgili 2 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından doğru kategorisinde yer alan Ö8 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almaktadır. Öğretmen adayı verilen fonksiyonun sürekliliğini inceleyebilmek için mutlak değerli fonksiyonu parçalı tanımlı bir fonksiyon şeklinde yazmış; yazdığı fonksiyon üzerinden de sürekliliği incelemiştir. Ö8 kodlu öğretmen adayının 2 numaralı soruya verdiği yanıt Şekil 15’te yer almaktadır.



Şekil 15. İki numaralı soruya Ö8 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Şekil 15’te de görüldüğü üzere öğretmen adayı sorunun çözümü için gerekli adımları ayrıntılı bir şekilde açıklamış ve matematiksel ifadeleri doğru bir şekilde kullanarak soruyu çözmüştür.

İşlemsel anlayışa yönelik testteki 3 ve 4 numaralı sorular öğretmen adaylarının IR^2’de süreklilik konusunu test etmeye yönelik işlemsel sorulardır. Tablo 12’de öğretmen adaylarının bu sorulara verdikleri cevapların değerlendirilmesi yer almaktadır.

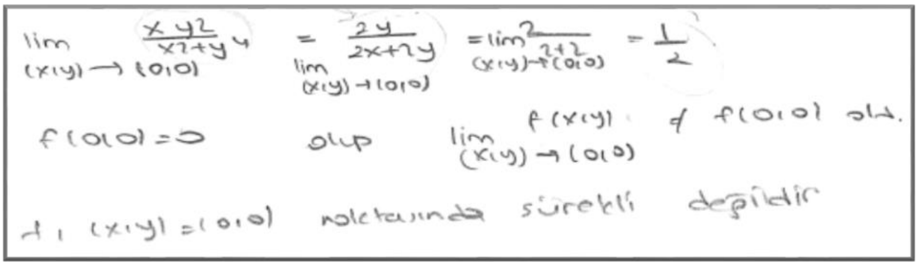
Tablo 12

IR^2'de Süreklilik Konusuna Yönelik İşlemsel Anlayışları

	3 numaralı soru			4 numaralı soru		
	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış
Ö1	Yanlış	Tam	Orta	Doğru	Tam	İyi
Ö2	Yanlış	Zayıf	Zayıf	Yanlış	Zayıf	Zayıf
Ö3	Yanlış	Eksik	Zayıf	Doğru	Eksik	Orta
Ö4	Yanlış	Tam	Orta	Eksik	Eksik	Orta
Ö5	Yanlış	Eksik	Zayıf	Boş	Boş	-
Ö6	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö7	Yanlış	Tam	Orta	Eksik	Tam	Orta
Ö8	Yanlış	Eksik	Zayıf	Boş	Boş	-
Ö9	Yanlış	Tam	Orta	Doğru	Tam	İyi

Tablo 12'de görüldüğü üzere öğretmen adaylarının işlemsel bilgileri testte yer alan 3 ve 4 numaralı soruları çözmeye yeterli olmamıştır. Öğretmen adaylarının bu sorulara verdikleri yanıtlardan bazıları şu şekildedir:

IR^2'deki süreklilik kavramı ile ilgili 3 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından yanlış kategorisinde yer alan Ö3 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde yer almaktadır. Öğretmen adayının bu sorulara vermiş olduğu yanıtlar incelendiğinde işlemsel becerilerinde eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir. Ö3 kodlu öğretmen adayı bu soruyu çözmek için L'Hopital Kuralını uygulamaya çalışmış ancak bu kuralı yanlış uygulamıştır. Ö3 kodlu öğretmen adayının 3 numaralı soruya verdiği yanıt Şekil 16'da yer almaktadır.



Şekil 16. Üç numaralı soruya Ö3 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

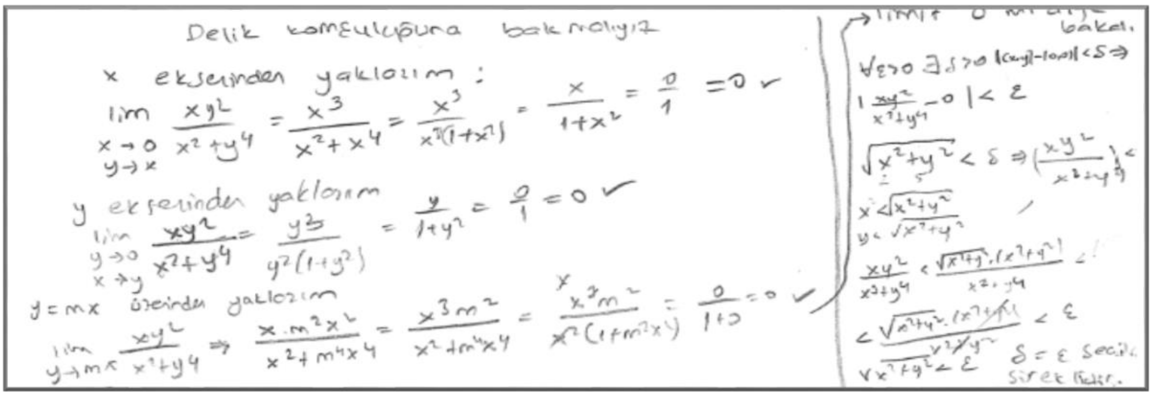
Ö3 kodlu öğretmen adayı ile yapılan görüşmede öğretmen adayına "Bu soruyu nasıl çözdün, çözüm sürecini anlatır mısın?" sorusunun sorulması üzerine öğretmen adayı "L'Hopital yapmaya çalıştım burada. $(0, 0)$ noktasını koyunca $0/0$ çıkıyor. Bu da bir belirsizlik." yanıtı üzerine öğretmen adayına Şekil 16'da görülen

$\frac{xy^2}{x^2+y^4}$ ifadesinden $\frac{2y}{2x+2y}$ ifadesine nasıl geçiş yaptığı sorulmuştur. Bunun üzerine öğretmen adayı “Türev alırken yanlışlık yapmışım. Kapalı fonksiyonun türevinden yapmam gerekiyordu.” ifadesi ile de yaptığı yanlışı fark ederek düzeltmiştir.

3 numaralı soruda Ö3 kodlu öğretmen adayından farklı olarak; Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö7, Ö8 ve Ö9 kodlu öğretmen adayları da işlemsel bilgi açısından yanlış kategorisinde yer almışlardır. Bu öğretmen adaylarının bu sorudaki ortak noktalarının sınırlı sayıda yaklaşım yaparak soruyu çözmeye çalışmaları olduğu gözlenmiştir:

Ö1 kodlu öğretmen adayı sadece $y = x^2$ parabolik yaklaşımı ile fonksiyonun sürekli olduğunu belirtirmiştir. Ö2 ve Ö7 kodlu öğretmen adayları ise $x = 0$ ve $y = 0$ doğruları boyunca yaklaşarak fonksiyonun sürekli olduğunu ifade etmiştir. Ö4 kodlu öğretmen adayı ise $x = 0$ ve $y = 0$ doğruları boyunca yaklaşmanın yanı sıra kutupsal koordinatlar boyunca yaklaşarak da fonksiyonun sürekli olduğunu belirtmiştir. Ö5 kodlu öğretmen adayı sadece $x = y$ doğrusu ile yaklaşım yaparken; Ö8 kodlu öğretmen adayı $x = 0$, $y = 0$ ve $y = mx$ doğruları boyunca yaklaşarak fonksiyonun sürekli olduğunu ifade etmiştir. Bu öğretmen adaylarından farklı olarak Ö9 kodlu öğretmen adayı doğrular boyunca yaklaşımının süreklilik için yeterli olmadığını belirterek $\varepsilon - \delta$ süreklilik tanımı ile fonksiyonun sürekli olduğunu göstermeye çalışmıştır.

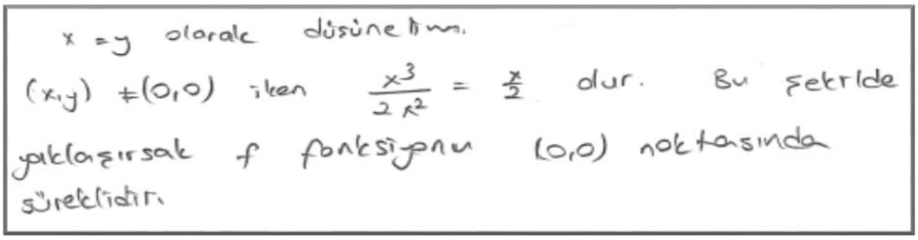
IR^2’deki süreklilik kavramı ile ilgili 3 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından yanlış kategorisinde yer alan Ö9 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almaktadır. Ö9 kodlu öğretmen adayının 3 numaralı soruya verdiği cevap Şekil 17’de yer almaktadır.



Şekil 17. Üç numaralı soruya Ö9 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Ö9 kodlu öğretmen adayı ile yapılan görüşmede öğretmen adayına "Bu soruyu nasıl çözdün?" sorusu üzerine öğretmen adayı "y ekseni, x ekseni ve $y = mx$ boyunca yaklaştım. Hepsinin burada limitini 0 buldum. Tabi burada yaklaşmadığımız birçok şey var." şeklinde ifade etmiştir. Bunun üzerine öğretmen adayına "Yeterli mi sence bu yaklaşımlar?" şeklinde bir soru yöneltmiştir. Öğretmen adayı bu soruya ise "Yeterli değil sadece üçünün 0 çıkması bir önsezi. Acaba 0 mı? Çünkü hepsinde 0 çıkmış." şeklinde yanıt vermiştir. Araştırmacı ise öğretmen adayına "Peki $x = y^2$ boyunca yaklaşsaydın ne olurdu?" sorusunu yöneltmiştir. Bunun üzerine Ö9 kodlu öğretmen adayı ise "Yine 0 çıkardı." demiş ve daha sonra $x = y^2$ ile yaklaşımında ne olacağını görmesi için denemesi istenmiştir. Bunun üzerine öğretmen adayı limiti 0'dan farklı bularak fonksiyonun sürekli olmadığını belirtmiştir. Dolayısıyla $\varepsilon - \delta$ süreklilik tanımı ile yaptığı kanıtı da tekrar inceleyerek işlem hatası yaptığını belirtmiştir.

IR^2'deki süreklilik kavramı ile ilgili 3 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından yanlış kategorisinde yer alan Ö5 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde yer almaktadır. Ö5 kodlu öğretmen adayının 3 numaralı soruya verdiği cevap Şekil 18'de yer almaktadır.



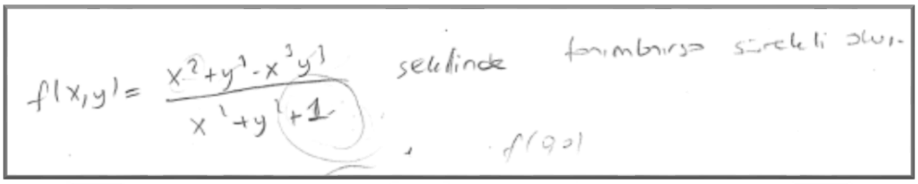
$x = y$ olarak düşünelim.

$(x,y) \neq (0,0)$ iken $\frac{x^3}{2x^2} = \frac{x}{2}$ olur. Bu şekilde yaklaşırsak f fonksiyonu $(0,0)$ noktasında süreklidir.

Şekil 18. Üç numaralı soruya Ö5 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Ö5 kodlu öğretmen adayı ile yapılan görüşmede öğretmen adayına "Bu soruyu nasıl çözdün?" sorusu üzerine öğretmen adayı "Aslında ben bunu çözebileceğimden zaten emin değildim. Bu tarz sorularda genellikle zorlanıyordum. Ben bir ihtimal çözebilirsem diye x ve y'yi birbirine eşit olarak düşünelim dedim. Oradan işlem yapmaya çalıştım. Fonksiyonda y gördüğüm yere x yazdım. Oradan da $x/2$ olur dedim." ifadesi üzerine araştırmacı öğretmen adayına "y yerine x yazarsan payda ne oldu?" sorusunu yöneltmiştir. Bunun üzerine öğretmen adayı "Aaa! Evet orada da bir hata yapmışım zaten. O zaman çok daha farklı sonuçlar geliyor. İşin içinden çıkamazdım o zaman. Sonra ben bu soruyu direkt geçerim." ifadesi ile soruyu nasıl çözmesi gerektiğini bilmediğini belirtmiştir.

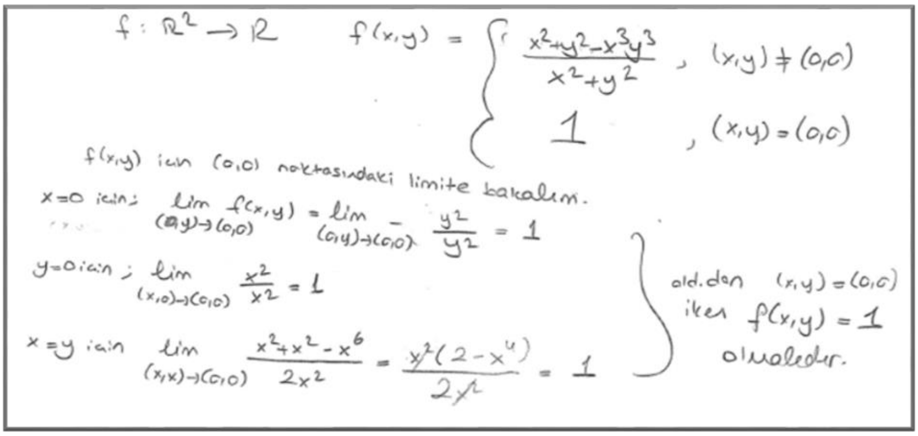
IR^2'deki süreklilik kavramı ile ilgili 4 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından yanlış kategorisinde yer alan Ö2 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde yer almaktadır. Ö2 kodlu öğretmen adayı bu soruda sorunun çözümü için gerekli yöntemlerden birini kullanmamıştır Ö2 kodlu öğretmen adayının 4 numaralı soruya verdiği cevap Şekil 19'da yer almaktadır.



Şekil 19. Dört numaralı soruya Ö2 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Ö2 kodlu öğretmen adayı ile yapılan görüşmede öğretmen adayına "Bu soruyu nasıl çözdün?" sorusu üzerine öğretmen adayı "Burada $(0,0)$ noktasını koyduğumda tanımsız bir şey elde ettim. $0/0$ tanımsız olarak aldım. Yani benim şu paydayı bir sayı olarak, bir sayı elde etmem gerekiyor ki yukarısı 0 aşağıda da bir sayı olması gerekiyor ki diye düşündüm. 0 bölü sayıdan 0 gelsin." şeklinde yanıt vermiştir. Bunun üzerine araştırmacı öğretmen adayına "Neden 1 peki?" diye soru yöneltmiştir ve öğretmen adayı da "Başka bir sayı da koyabiliriz. 2'de koyabiliriz." şeklinde bir yanıt vermiştir. "Bu şekilde istediğimiz sayıyı yazabiliyor muyuz?" sorusuna ise öğretmen adayı "$(0,0)$ noktasında aşağıyı 0 yapmayacak şekilde yaptım." şeklinde yanıt vermiştir. Görüldüğü üzere öğretmen adayı fonksiyonun limitine bakmaksızın sadece paydayı 0'dan farklı bir sayı yapabilmek için paydaya 1 eklemiştir. Dolayısıyla bu yanıtı ile Ö2 kodlu öğretmen adayının yaptığı işlemlerin çözümden uzak işlemler olduğu anlaşılmaktadır.

IR^2'deki süreklilik kavramı ile ilgili 4 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından doğru kategorisinde yer alan Ö6 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almaktadır. Ö6 kodlu öğretmen adayının 4 numaralı soruya verdiği cevap Şekil 20'de yer almaktadır.



Şekil 20. Dört numaralı soruya Ö6 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Şekil 20'de de görüldüğü üzere öğretmen adayı sorunun çözümü için gerekli adımları ayrıntılı bir şekilde açıklamış ve matematiksel ifadeleri doğru bir şekilde kullanarak soruyu çözmüştür.

İşlemsel anlayışa yönelik testteki 5 numaralı soru öğretmen adaylarının metrik uzaydaki süreklilik konusunu test etmeye yönelik işlemsel bir sorudur. Tablo 13'te öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri cevapların değerlendirilmesi yer almaktadır.

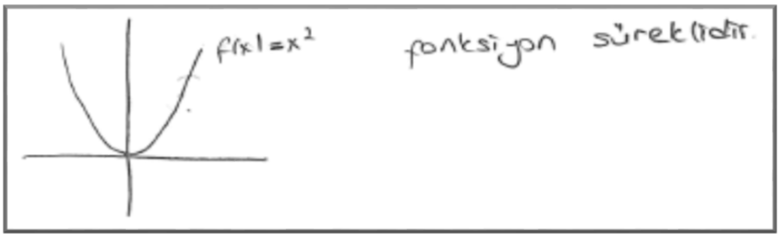
Tablo 13

Metrik Uzaylardaki Süreklilik Konusuna Yönelik İşlemsel Anlayış

	5 numaralı soru		
	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış
Ö1	Eksik	Zayıf	Zayıf
Ö2	Doğru	Tam	İyi
Ö3	Doğru	Tam	İyi
Ö4	Doğru	Tam	İyi
Ö5	Eksik	Zayıf	Zayıf
Ö6	Doğru	Tam	İyi
Ö7	Doğru	Tam	İyi
Ö8	Eksik	Eksik	Orta
Ö9	Doğru	Tam	İyi

Tablo 13'te görüldüğü üzere öğretmen adaylarının işlemsel bilgileri testte yer alan 5 numaralı soruyu çözmeye yeterli olmuştur. Öğretmen adaylarının bu sorulara verdikleri yanıtlardan bazıları şu şekildedir:

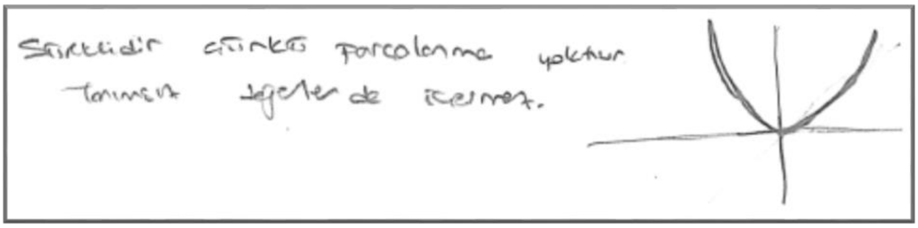
Metrik uzaylardaki süreklilik kavramı ile ilgili 5 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından eksik kategorisinde yer alan Ö5 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde yer almaktadır. Öğretmen adayı bu soruyu çözerken verilen fonksiyonun grafiğini çizerek fonksiyonun sürekli olduğunu söylemiştir. Ö5 kodlu öğretmen adayının 5 numaralı soruya verdiği cevap Şekil 21'de yer almaktadır.



Şekil 21. Beş numaralı soruya Ö5 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Ö5 kodlu öğretmen adayı ile yapılan görüşmede öğretmen adayına "Bu soruyu nasıl çözdün, çözüm sürecini anlatır mısın?" sorusu üzerine öğretmen adayı "Bunda ben direkt şey dedim... $f(x) = x^2$ fonksiyonunu çizeyim dedim ve en basit mantıktan elimizi kaldırmadan çizebiliyorsak süreklidir diyorduk. Bu yüzden bu fonksiyon zaten bildiğimiz bir parabolik fonksiyon. Direkt grafiğe bakarak söyledim." yanıtını vermiştir. Bunun üzerine araştırmacı öğretmen adayına "Peki fonksiyonun grafiğini çizip süreklidir demek ifadesini ispat tekniği olarak kullanıyor muyuz?" sorusunu yöneltmiştir. Öğretmen adayı ise bu soruya "Hayır kullanmıyoruz." şeklinde yanıt vermiştir. Verilen bu yanıt üzerine ise "Peki bu fonksiyonu nasıl ispatlardın?" sorusuna ise öğretmen adayı "İspatlarsam... Matematiksel olarak yazamam." şeklinde yanıt vermiştir. Öğretmen adayı daha sonra ise süreklilik tanımlarından $\varepsilon - \delta$ süreklilik tanımı ile bu soruyu ispatlanabileceğini ifade etmiş ancak kendisinin matematiksel ifadeleri kullanarak çözemeyeceğini özellikle belirtmiştir.

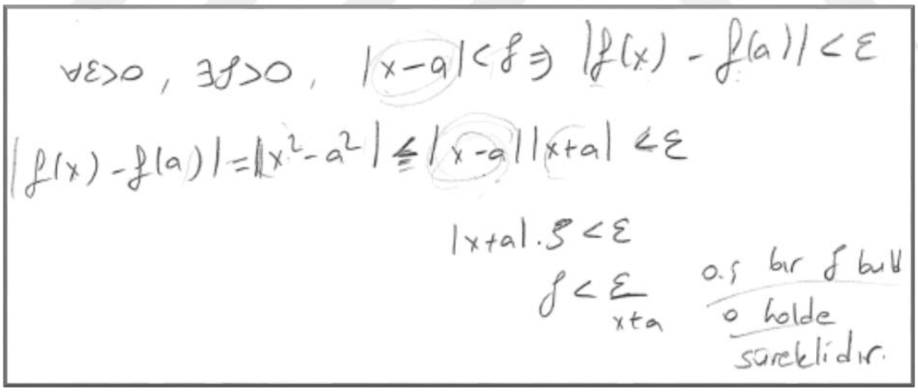
Metrik uzaylardaki süreklilik kavramı ile ilgili 5 numaralı soruda Ö1 kodlu öğretmen adayı da Ö5 kodlu öğretmen adayının yanıtına benzer olarak soruyu çözerken matematiksel ifadeleri kullanmamış, fonksiyonun grafiğinden yola çıkarak verilen fonksiyonun sürekli olduğunu belirtmiştir. Ö1 kodlu öğretmen adayının 5 numaralı soruya vermiş olduğu yanıt Şekil 22'de yer almaktadır.



Şekil 22. Beş numaralı soruya Ö1 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Öğretmen adayına “Bu soruyu nasıl çözdün, çözüm sürecini anlatır mısın?” sorusu üzerine ise “Alışılmış metrik dediği için... Aslında ben bunu sezgisel olarak yapmışım. Grafikte parçalanma yok, tanımsız değerler de olamadığı için direkt süreklidir demişim.” şeklinde yanıt vermiştir. Ayrıca öğretmen adayı grafik ile sürekliliğe bakmanın yeterli olmadığını bu soruyu $\varepsilon - \delta$ tekniği ile çözmesi gerektiğini belirtmiştir.

Metrik uzaylardaki süreklilik kavramı ile ilgili 5 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından doğru kategorisinde yer alan Ö7 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almaktadır. Ö7 kodlu öğretmen adayının 5 numaralı soruya verdiği cevap Şekil 23’te yer almaktadır.



Şekil 23. Beş numaralı soruya Ö7 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Şekil 23’te de görüldüğü üzere öğretmen adayı bu soruda öncelikle fonksiyonun sürekli olduğunu göstermek için $\varepsilon - \delta$ tanımını kullanması gerektiğini belirtmiş ve yazmış olduğu ifadenin doğruluğunu göstermeye çalışmıştır.

İşlemsel anlayışa yönelik testteki 6 ve 7 numaralı sorular öğretmen adaylarının topolojik uzaylardaki süreklilik konusunu test etmeye yönelik işlemsel sorulardır. Tablo 14’te öğretmen adaylarının bu sorulara verdikleri cevapların değerlendirilmesi yer almaktadır.

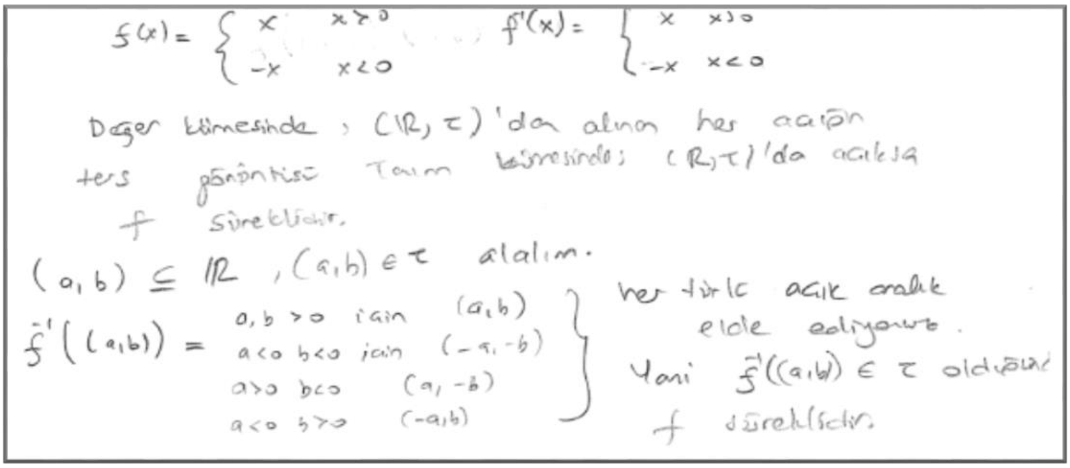
Tablo 14

Topolojik Uzaylardaki Süreklilik Konusuna Yönelik İşlemsel Anlayış

	6 numaralı soru			7 numaralı soru		
	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış
Ö1	Boş	Boş	-	Doğru	Tam	İyi
Ö2	Doğru	Tam	İyi	Yanlış	Zayıf	Zayıf
Ö3	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö4	Eksik	Tam	Orta	Doğru	Tam	İyi
Ö5	Boş	Boş	-	Yanlış	Zayıf	Zayıf
Ö6	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö7	Doğru	Tam	İyi	Boş	Boş	-
Ö8	Yanlış	Tam	Orta	Yanlış	Tam	Orta
Ö9	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi

Öğretmen adaylarının 6 ve 7 numaralı sorulara verdikleri yanıtlardan bazıları şu şekildedir:

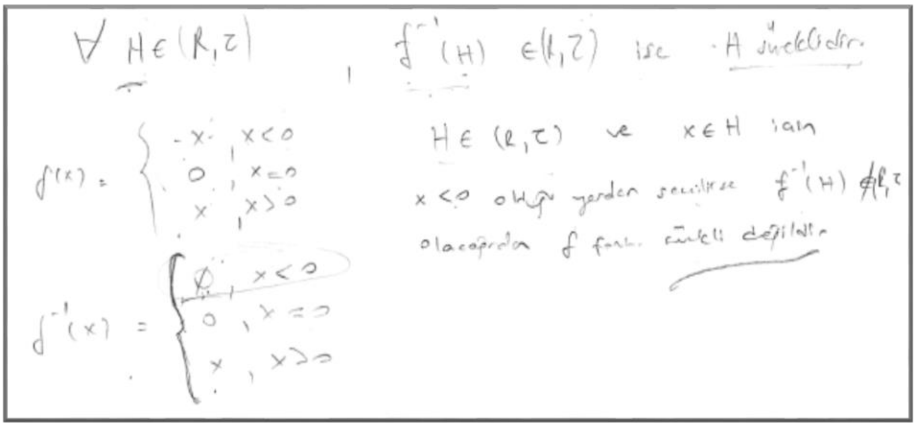
Topolojik uzaylardaki süreklilik kavramı ile ilgili 6 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından doğru kategorisinde yer alan Ö9 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almaktadır. Ö9 kodlu öğretmen adayının 6 numaralı soruya verdiği cevap Şekil 24'te yer almaktadır.



Şekil 24. Altı numaralı soruya Ö9 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Şekil 24'te de görüldüğü üzere öğretmen adayı bu soruyu fonksiyonun ters görüntüsü altında ikinci uzaydaki her açık kümenin birinci uzayda da açık olacak biçimde doğru bir şekilde çözmüştür.

Topolojik uzaylardaki süreklilik kavramı ile ilgili 6 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından yanlış kategorisinde yer alan Ö8 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almaktadır. Ö8 kodlu öğretmen adayının 6 numaralı soruya verdiği cevap Şekil 25'te yer almaktadır.



Şekil 25. Altı numaralı soruya Ö8 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Öğretmen adayı soruyu fonksiyonun ters görüntüsü altında ikinci uzaydaki her açık küme birinci uzayda da açık olacak şeklinde çözmeye çalışmış ancak yapmış olduğu işlem hatasından dolayı soruya yanlış yanıt vermiştir. Ö8 kodlu öğretmen adayı ile yapılan görüşmede "Bu soruyu nasıl çözdün?" sorusu üzerine öğretmen adayı "(IR, τ) dan bir küme aldım ve bu kümenin yine tanım kümesindeki... Yani bu kümenin tersinin yine (IR, τ) ya düşmesini istedim." şeklinde yanıt vermiştir. Bunun üzerine araştırmacının "Fonksiyonun ters görüntüsünü doğru aldın mı?" sorusunu yöneltmesi üzerine öğretmen adayı işlemlerini kontrol etmiş ve x'in 0'dan küçük olduğu durumda neden boş küme yazdığını açıklayamamış ve işlem hatasını yaptığını belirterek yapması gereken işlemi doğru bir şekilde ifade etmiştir.

Topolojik uzaylardaki süreklilik kavramı ile ilgili 6 numaralı soruda doğru yanıt veren öğretmen adaylarından sadece Ö9 kodlu öğretmen adayı soruyu beklenen şekilde; fonksiyonun ters görüntüsü altında ikinci uzaydaki her açık küme birinci uzayda da açık olacak biçimde çözmüştür. Ö2, Ö3, Ö6 ve Ö7 kodlu öğretmen adayları ise $\varepsilon - \delta$ süreklilik tanımını kullanarak çözmüşlerdir. Bunlarda farklı olarak Ö4 kodlu öğretmen adayı ise sürekliliği limit tanımını kullanarak bu soruyu çözmeye çalışmıştır.

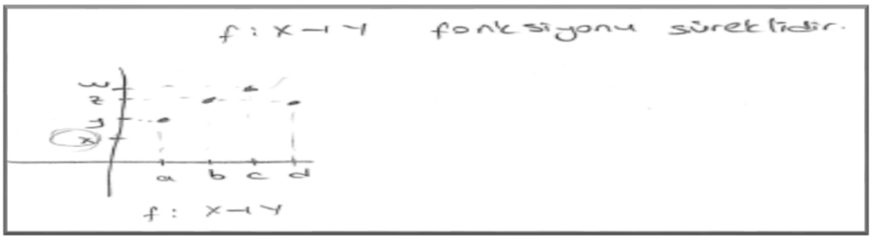
Topolojik uzaylardaki süreklilik kavramı ile ilgili 7 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından yanlış kategorisinde yer alan Ö2 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde yer almaktadır. Öğretmen adayı bu soruda tanım kümesinden bir açık alarak görüntüsünün de değer kümesinde açık olduğunu söylemiştir. Ö2 kodlu öğretmen adayının 7 numaralı soruya verdiği cevap Şekil 26’da yer almaktadır.

açık
$\{a, b, c, d\} \in \tau$ ve $\{w, y, z\} \in \tau^*$ old.
f süreklidir.

Şekil 26. Yedi numaralı soruya Ö2 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Ö2 kodlu öğretmen adayı ile yapılan görüşmede öğretmen adayına “Bu soruyu nasıl çözdün?” sorusu yöneltilmiştir. Bunun üzerine öğretmen adayı ise “Görüntüsü açık olması gerekiyor. $\{a, b, c, d\}$ τ’nun içerisinde çünkü bu direkt X olduğu için. Yani bu açık. Bunun görüntüsü de $\{w, y, z\}$ oluyor. Bu da τ^*’da açık mı diye bakıyorum. Bu da τ^*’ın elemanı olduğu için açıktır dedim. Yani görüntüsü açık olduğundan f süreklidir dedim.” şeklinde yanıt vermiştir. Dolayısıyla süreklilik tanımını yanlış bilen öğretmen adayı bilgi eksikliğinden dolayı bu soruya doğru yanıt verememiştir.

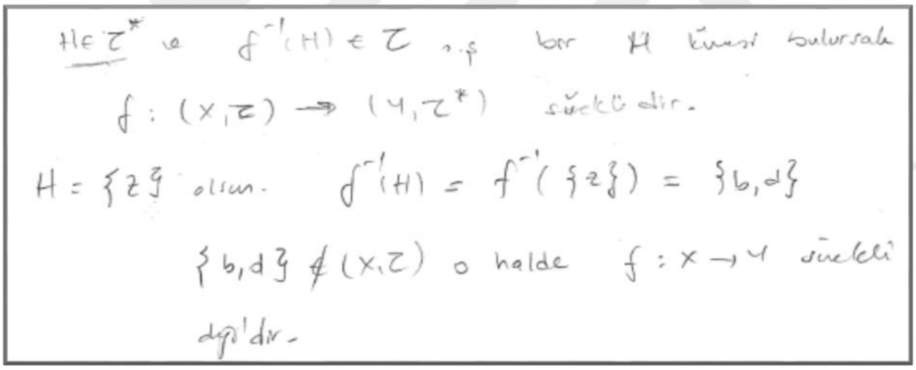
Topolojik uzaylardaki süreklilik kavramı ile ilgili 7 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından yanlış kategorisinde yer alan Ö5 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde yer almaktadır. Ö5 kodlu öğretmen adayının 7 numaralı soruya verdiği cevap Şekil 27’de yer almaktadır.



Şekil 27. Yedi numaralı soruya Ö5 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Ö5 kodlu öğretmen adayı ile yapılan görüşmede öğretmen adayına “Bu soruyu nasıl çözdün?” sorusu yöneltilmiştir. Bunun üzerine öğretmen adayı ise “Bu soruda ben biraz kartezyen çarpımında yapıyorduk ya... Nokta olarak vermiş ya bunları... Ben açıkçası vermiş olduğu topolojiler üzerinden değil de... Bilmiyorum bu soruda çok fazla saçmaladığımın farkındayım.” şeklinde yanıt vermiştir. Bunun üzerine ise araştırmacı öğretmen adayına “Tamam bu şekilde gösterdin. Peki buradan nasıl sürekli olduğunu söyleyebildin?” şeklinde soru yöneltmiştir. Öğretmen adayı ise “Ben şey diye düşündüm. Her noktada aldığı belli bir değeri var ya... Hiç emin değilim şu an da. Kartezyenden nasıl işin içinden çıkmışım. Ben bu soruyu tamamen sallamışım. Hani böyle bakınca her bir noktanın belli bir değeri karşılığı olduğu için sürekli diyerek geçmişim ben burada. Yani herhangi bir mantıksal açıklaması yok bunun.” diyerek yanıt vermiştir. Ö5 kodlu öğretmen adayının yaptığı açıklamalardan da anlaşıldığı üzere soruyu nasıl çözeceğini bilmediği ve nasıl çözmesi gerektiği hakkında bir fikir üretemediği için verilen kümeleri koordinat ekseninde yerleştirip eşleyerek fonksiyonun sürekli olduğunu belirtmiştir.

Topolojik uzaylardaki süreklilik kavramı ile ilgili 7 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından yanlış kategorisinde yer alan Ö8 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almaktadır. Öğretmen adayı sürekliliğin tanımını doğru bir şekilde ifade etmiştir ancak seçmiş olduğu $\{z\}$ kümesi (IR,τ)’da açık olmadığı için yanlış seçim yaparak soruyu çözmeye çalışmıştır. Ö5 kodlu öğretmen adayının 7 numaralı soruya verdiği cevap Şekil 28’de yer almaktadır.


$H \in \tau^*$ ve $f^{-1}(H) \in \tau$ o.ş bir H kümesi bulursak

$f:(X,\tau) \to (Y,\tau^*)$ süreklidir.

$H=\{z\}$ olsun. $f^{-1}(H) = f^{-1}(\{z\}) = \{b,d\}$

$\{b,d\} \notin (X,\tau)$ o halde $f: X \to Y$ sürekli

değildir.

Şekil 28. Yedi numaralı soruya Ö8 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Ö8 kodlu öğretmen adayı ile yapılan görüşmede öğretmen adayına “Bu sorudaki çözüm sürecini anlatır mısın?” sorusu yöneltilmiştir. Bunun üzerine öğretmen adayı ise *“τ^*dan bir H kümesi seçmişim. Tersinin de τ’da olduğunu bulmaya çalışmışım. Uymayan bir örnek aramışım hepsini denemek yerine. $\{z\}$ kümesini almışım.”* şeklinde yanıt vermiştir. Bunun üzerine araştırmacı öğretmen adayına “Neden $\{z\}$ kümesini aldın?” şeklinde bir soru yöneltmiştir. Öğretmen adayı belirli bir süre düşündükten sonra “Ben karıştırmışım. $\{z\}$ kümesi yok o yüzden ben bunu alamam. Alamayacağım için de tersini bulamam zaten.” şeklinde yanıt vermiştir. Daha sonra araştırmacı ise “Peki nasıl çözmen gerekiyordu?” diye bir soru yöneltmiştir ve öğretmen adayı nasıl yapması gerektiğini doğru bir şekilde ifade etmiştir.

İşlemsel anlayışa yönelik testteki 8 numaralı soru öğretmen adaylarının sürekli ve sürekli olmayan bir fonksiyon yazabilme ve yazdıkları fonksiyonların grafiklerini çizebilme bilgilerini test etmeye yönelik işlemsel sorudur.

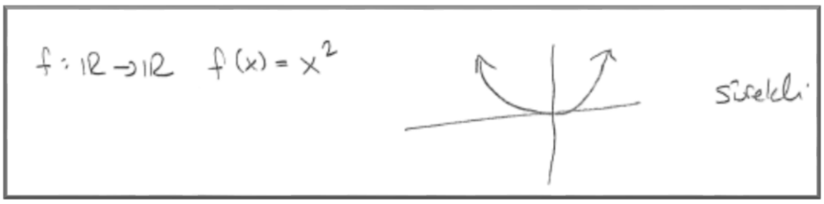
Tablo 15

Sürekli ve Sürekli Olmayan Fonksiyon Örneklerinin Değerlendirilmesi

	8 numaralı soru					
	Sürekli fonksiyon ve grafiği			Sürekli olmayan fonksiyon ve grafiği		
	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış	İşlemsel Bilgi	İşlemsel Beceri	İşlemsel Anlayış
Ö1	Doğru	Tam	İyi	Eksik	Eksik	Orta
Ö2	Doğru	Tam	İyi	Yanlış	Tam	Orta
Ö3	Doğru	Tam	İyi	Doğru	Tam	İyi
Ö4	Doğru	Tam	İyi	Yanlış	Tam	Orta
Ö5	Eksik	Eksik	Orta	Yanlış	Eksik	Zayıf
Ö6	Doğru	Tam	İyi	Yanlış	Eksik	Zayıf
Ö7	Yanlış	Zayıf	Zayıf	Doğru	Eksik	Orta
Ö8	Eksik	Tam	Orta	Eksik	Tam	Orta
Ö9	Doğru	Tam	İyi	Boş	Boş	-

Tablo 15'te görüldüğü üzere öğretmen adaylarından sürekli bir fonksiyon yazmaları ve yazmış oldukları fonksiyonun grafiği çizmeleri istendiğinde işlemsel bilgileri yeterli olur iken; sürekli olmayan bir fonksiyon yazmaları ve yazmış oldukları fonksiyonun grafiği çizmeleri istendiğinde işlemsel bilgileri yeterli olmamıştır. Öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri yanıtlardan bazıları şu şekildedir:

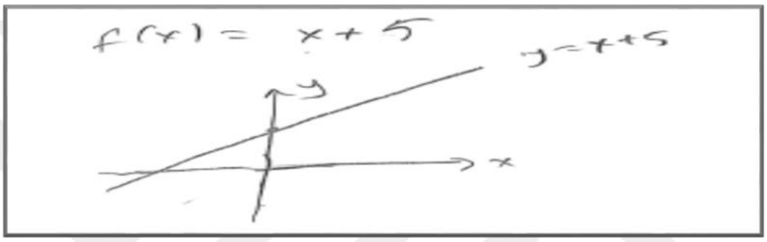
Sürekli bir fonksiyon yazma ve grafiğini çizme ile ilgili 8 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından doğru kategorisinde yer alan Ö6 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından iyi düzeyde yer almaktadır. Ö6 kodlu öğretmen adayının yazmış olduğu sürekli fonksiyon ve bu fonksiyona ait grafik Şekil 29'da yer almaktadır.



Şekil 29. Sekiz numaralı soruya Ö6 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Şekil 29’da görüldüğü üzere Ö6 kodlu öğretmen adayı sürekli bir fonksiyon örmeği yazmış; bu fonksiyonu yazarken de fonksiyona ait tanım ve değer kümelerini göz önüne almıştır. Benzer şekilde Ö1, Ö2, Ö3, Ö4 ve Ö9 kodlu öğretmen adayları $y = x$ ve $y = x^2$ fonksiyonlarını tanım ve değer kümelerini göz önüne alarak; yazmış oldukları fonksiyonları grafikleri ile birlikte doğru bir şekilde ifade etmişlerdir.

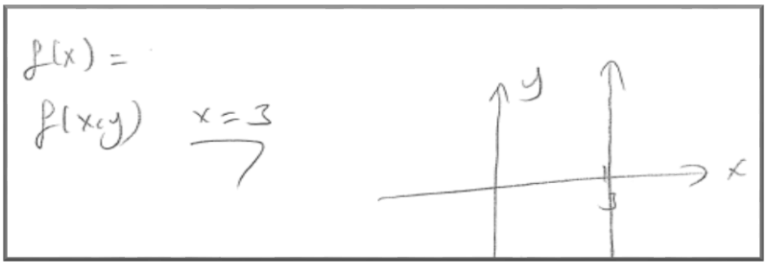
Sürekli bir fonksiyon yazma ve grafiğini çizme ile ilgili 8 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından eksik kategorisinde yer alan Ö5 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almaktadır. Ö5 kodlu öğretmen adayının yazmış olduğu sürekli fonksiyon ve bu fonksiyona ait grafik Şekil 30’da yer almaktadır.



Şekil 30. Sekiz numaralı soruya Ö5 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Şekil 30’da görüldüğü üzere Ö5 kodlu öğretmen adayı cebirsel olarak sürekli olacak biçimde bir fonksiyon yazmış olmasına rağmen bu fonksiyonu yazarken tanım ve değer kümelerini dikkate almamıştır. Benzer şekilde Ö8 kodlu öğretmen adayı da $y = x$ fonksiyonunu cebirsel olarak ve grafiksel olarak doğru ifade etmiş olmasına karşın, fonksiyonun değer ve tanım kümelerini belirtmemiştir.

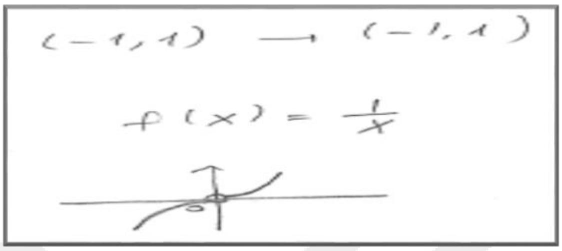
Sürekli bir fonksiyon yazma ve grafiğini çizme ile ilgili 8 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından yanlış kategorisinde yer alan Ö7 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından zayıf düzeyde yer almaktadır. Ö7 kodlu öğretmen adayının bu soruya vermiş olduğu yanıt Şekil 31’de yer almaktadır.



Şekil 31. Sekiz numaralı soruya Ö7 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Şekil 31'de görüldüğü üzere Ö7 kodlu öğretmen adayının sürekli bir fonksiyon için yazmış olduğu örnek fonksiyon dahi belirtmemektedir.

Sürekli olmayan bir fonksiyon yazma ve grafiğini çizme ile ilgili 8 numaralı soruda işlemsel bilgi açısından yanlış kategorisinde yer alan Ö2 kodlu öğretmen adayı işlemsel anlayış açısından orta düzeyde yer almaktadır. Ö2 kodlu öğretmen adayının bu soruya vermiş olduğu yanıt Şekil 32'de yer almaktadır.



Şekil 32. Sekiz numaralı soruya Ö2 kodlu öğretmen adayının verdiği cevap.

Şekil 32'de görüldüğü üzere Ö2 kodlu öğretmen adayı $\frac{1}{x}$ fonksiyonunu ele almış; ancak fonksiyonun grafiğini yanlış çizmiştir.

Süreklilik Konusunda Kavram İmajı ve İşlemsel Anlayış Arasındaki İlişki

Matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki kavram imajlarını belirlemek amacıyla öğretmen adaylarına Süreklilik Kavramına Yönelik Görüşme Formu (EK-C), işlemsel anlayışlarını belirlemek amacıyla ise İşlemsel Anlayışa Yönelik Test (EK-B) uygulanmıştır. Elde edilen veriler doğrultusunda öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki kavram imajları ve işlemsel anlayışları değerlendirilmiştir. Bu bölümde ise öğretmen adaylarının kavram imajlarının ve işlemsel anlayışlarının birlikte ele alınması ile elde edilen bulgulara yer verilmiştir:

Öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki imajlarını belirlemek için "Süreklilik sözcüğünü duyunca ne anlıyorsunuz?" ve "Matematikteki süreklilik kavramı size ne çağrıştırıyor?" soruları yöneltilmiştir. Bu sorulara alınan yanıtlar doğrultusunda ise "devam eden" kategorisi oluşturulan kategorilerden biridir. Öğretmen adaylarının imajları ve işlemsel anlayışları arasında nasıl bir ilişki olduğu hakkında bilgi edinebilmek amacıyla bu kategoride yer alan öğretmen adaylarının İşlemsel Anlayışa Yönelik Testte vermiş oldukları yanıtlar incelenmiştir:

Devam eden kategorisinde yer alan bütün öğretmen adayları süreklilik kavramını “elini kaldırmadan çizme”, “dümdüz devam etme”, “kesintiye uğramama”, “kopmanın olmaması” gibi kodlar ile açıklamışlardır. Bu doğrultuda da öğretmen adaylarının İşlemsel Anlayışa Yönelik Testteki 8 numaralı “Sürekli ve sürekli olmayan bir fonksiyon örneği yazınız. Yazmış olduğunuz fonksiyonların grafiğini çiziniz.” sorusuna vermiş oldukları yanıtlar incelendiğinde imajları ile benzer olacak şekilde yanıtlar verdikleri gözlenmiştir. Öğretmen adayları sürekli bir fonksiyonun grafiğini kopma olmayacak şekilde örnekler ile açıklar iken; sürekli olmayan bir fonksiyonun grafiğinde ise kopmalar olacak şekilde açıklamaktadırlar.

Öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki imajlarını belirlemek için “Süreklilik kavramını incelerken ne tür temsil, grafik, resim, açıklama vb. kullanırsınız?” sorusu yöneltilen sorulardan bir diğeridir. Bu soruya alınan yanıtlar doğrultusunda “tanım kullanma” ve “grafik” kategorileri oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarının imajları ve işlemsel anlayışları arasında nasıl bir ilişki olduğu hakkında bilgi edinebilmek amacıyla bu kategorilerde yer alan öğretmen adaylarının İşlemsel Anlayışa Yönelik Testte vermiş oldukları yanıtlar incelenmiştir:

Tanım kullanma kategorisinde yer alan Ö1 kodlu öğretmen adayı açıklamalarında “ters görüntü” ve “sağ-sol limit” ile sürekliliği inceleyeceğini belirtirmiştir. İşlemsel Anlayışa Yönelik Testteki 1 ve 2 numaralı soruları belirttiği üzere sürekliliğin limit yardımı ile yapılan tanımını kullanarak çözmüştür. 5 numaralı soruda ise verilen fonksiyonun grafiğini çizerek “parçalanma yok” diyerek fonksiyonun sürekli olduğunu belirtmiştir. Grafik kategorisinde yer almamasına rağmen soruyu grafik kullanarak çözmesi imajı ile işlemsel anlayışının uyuşmadığını göstermektedir. Ayrıca her açığın ters görüntüsünün de açık olacağını belirten öğretmen adayı 7 numaralı soruda bu açıklamasını uygularken aynı işlemler gerektiren 6 numaralı soruda bunu uygulayamamıştır.

Tanım kullanma kategorisinde yer alan Ö2 kodlu öğretmen adayı açıklamalarında “sağ-sol limit” ve “$\varepsilon - \delta$" ile sürekliliği inceleyeceğini belirtirmiştir. İşlemsel Anlayışa Yönelik Testteki 1 ve 2 numaralı soruları belirttiği üzere sürekliliğin limit yardımı ile yapılan tanımını kullanarak çözmüştür. 5 ve 6 numaralı sorularda ise “$\varepsilon - \delta$" ile sürekliliği incelemiştir.

Grafik kategorisinde yer alan Ö3 kodlu öğretmen adayı açıklamalarında "Grafiğini çizdiğimizde herhangi bir kırılma noktası ya da kopma noktası var mı?" diye bakacağını belirtmiştir. Ancak imajından farklı olarak İşlemsel Anlayışa Yönelik Testteki soruların hiçbirinde grafik çizmemiştir. Sorulardaki sürekliliği; sürekliliğin limit yardımı ile yapılan tanımını, $\varepsilon - \delta$ tanımını ve fonksiyonun ters görüntüsü altında ikinci uzaydaki her açık kümenin birinci uzayda da açık olduğunu belirten ifadeler ile incelemiştir. Dolayısıyla öğretmen adayının imajı ile işlemsel anlayışı uyuşmamaktadır.

Tanım kullanma ve grafik kategorisinde yer alan Ö4 kodlu öğretmen adayı "tanım kullanarak ve grafik çizerek" sürekliliği inceleyeceğini belirtmiştir. Öğretmen adayı yapmış olduğu açıklama doğrultusunda İşlemsel Anlayışa Yönelik Testte 7 numaralı hariç diğer tüm soruları sürekliliğin limit yardımı ile yapılan tanımını kullanarak çözmeye çalışmıştır. 7 numaralı soruda ise sürekliliği her açığın ters görüntüsünün de açık olduğunu belirten ifade ile incelemiştir. Ayrıca imajından farklı olarak, öğretmen adayı hiçbir soruda grafik çizmemiştir.

Tanım kullanma kategorisinde yer alan Ö5 kodlu öğretmen adayı "tanımları kullanarak" sürekliliği inceleyeceğini belirtmiştir. Ancak imajından farklı olarak öğretmen adayı hiçbir soruda sürekliliğin tanımlarından hiçbirini kullanmamıştır. Aksine 5 ve 7 numaralı sorularda ise grafik çizerek verilen fonksiyonların sürekli olduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla öğretmen adayının imajı ile işlemsel anlayışı uyuşmamaktadır.

Tanım kullanma ve grafik kategorisinde yer alan Ö6 kodlu öğretmen adayı sürekliliğin limit yardımı ile yapılan ve $\varepsilon - \delta$ tanımını kullanarak, grafik çizerek sürekliliği inceleyeceğini belirtmiştir. Yapmış olduğu açıklamalar ile ilişkili olacak şekilde öğretmen adayı İşlemsel Anlayışa Yönelik Testteki 1 numaralı soruda sürekliliğin limit tanımını, 2, 5 ve 6 numaralı sorularda sürekliliğin $\varepsilon - \delta$ tanımını kullanarak soruları çözmüştür. Öğretmen adayı imajından farklı olarak hiçbir soruda grafik çizerek sürekliliği incelememiştir.

Tanım kullanma ve grafik kategorisinde yer alan Ö7 kodlu öğretmen adayı "tanım kullanarak ve grafik çizerek" sürekliliği inceleyeceğini belirtmiştir. Öğretmen adayı yapmış olduğu açıklama doğrultusunda İşlemsel Anlayışa Yönelik Testte 1 ve 2 numaralı sorularda sürekliliğin limit yardımı ile yapılan tanımını, 5 ve 6 numaralı sorularda ise sürekliliğin $\varepsilon - \delta$ tanımını kullanarak soruları çözmüştür. Öğretmen adayı imajından farklı olarak hiçbir soruda grafik çizerek sürekliliği incelememiştir.

Tanım kullanma ve grafik kategorisinde yer alan Ö8 kodlu öğretmen adayı "Eğer topolojik uzaylarda ya da gerçel analizde gördüğümüz uzaylarda işte ayrık uzayda filan çalışıyorsak bir çizim yapmıyorum. Varsayımsal olarak yani tanımlardan gidiyorum. Eğer reel sayılarda çalışıyorsam X-Y koordinat düzleminde normal grafiklerini çizebiliyorum." şeklinde açıklama yapmıştır. Ancak reel sayılardaki süreklilik ile ilgili olan 1 ve 2 numaralı sorularda öğretmen adayı yapmış olduğu açıklamanın aksine bu soruları grafik ile değil; sürekliliğin limit yardımı ile yapılan tanımını kullanarak çözmüştür. Ayrıca metrik uzaylar ile ilgili 5 numaralı soruda açıklamasının aksine sürekliliğin herhangi bir tanımını kullanmamış ve grafik çizerek sürekli olduğunu belirtmiştir. Öğretmen adayı açıklaması doğrultusunda topolojik uzaylar ile ilgili 6 ve 7 numaralı soruları sürekliliğin tanımlarını kullanarak çözmüştür.

Tanım kullanma ve grafik kategorisinde yer alan Ö9 kodlu öğretmen adayı "tanım kullanarak ve grafik çizerek" sürekliliği inceleyeceğini belirtmiştir. Açıklaması doğrultusunda bütün soruları sürekliliğin tanımlarını kullanarak özen öğretmen adayı; açıklamasından farklı olarak da hiçbir soruda grafik çizerek sürekliliği incelememiştir.

Bölüm 5
Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu bölümde araştırma bulgularına dayanılarak elde edilen sonuçlara, tartışmalara ve önerilere yer verilmiştir.

Sonuç ve Tartışma

Bu araştırmada matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajları ve işlemsel anlayışlarının nasıl olduğu incelenmiştir. Bu bağlamda matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajlarına ve işlemsel anlayışlarına, ayrıca imajları ve işlemsel anlayışları arasındaki ilişkiye yönelik sonuçlar 3 başlık altında verilmiştir:

Süreklilik Kavramına Yönelik Kavram İmajı Sonuçları

Çalışmanın ilk bölümünde matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajlarının nasıl olduğu araştırılmıştır. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının imajlarında günlük dilde kullanılan süreklilik ile matematikte kullanılan sürekliliğin eş olarak düşündükleri belirlenmiştir. Bu durum Aydın ve Kutluca'nın (2010) yapmış olduğu çalışmada "12. sınıf öğrencileri günlük hayatta kullanılan süreklilik ile matematiksel sürekliliğin aynı olduğunu düşünmektedir." sonucu ile paralellik göstermektedir. Araştırmada elde edilen bir diğer sonuç ise öğretmen adaylarının sürekliliği kesintisiz devam etme olarak tanımlamaları; dolayısıyla kopmanın olmaması, kesintisiz kavramları ile ilişkili bir imaja sahip olmalarıdır. Öğretmen adaylarının sürekliliği kesintisiz bir grafik olarak düşünmesi Tall ve Vinner'ın (1981) çalışması ile paralellik göstermektedir. Peki 3, 4 ve 5. sınıfta öğrenim gören ve sürekliliğin farklı karakterizasyonları ile karşılaşan öğretmen adayları, neden hala sürekliliği "elini kaldırmadan çizme, kesintisiz olma" şeklinde ifade etmektedir? Bu durumun sebebi olarak ise süreklilik kavramı ile lise yıllarında karşılaşılması ve öğretmenlerin bu kavramı anlatırken kesintisiz, elini kaldırmadan çizme gibi ifadelere yer vermelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Ayrıca yine lise yıllarında sürekli bir fonksiyon örmeği ile bu fonksiyona ait grafik verilir iken kopmanın veya kesintinin olduğu, yani öğrencilerin zihninde oluşan imajlara aykırı örneklerin verilmemesi nedeni ile imajlarının bu şekilde oluştuğu düşünülmektedir. Çünkü görsel temsillerin gücünden dolayı zihinde oluşan görüntüyü değiştirmek zor bir işlemdir. Yine bu bağlamda matematik öğreniyoruz/öğretiyoruz ama neden kavrama ait formal tanıma değil de imajımıza başvuruyoruz? sorusu akıllara gelmektedir. Bir bilişsel görev verildiğinde (doğru ya da yanlış) imaj ile hareket etmek daha basit ve kolay süreçleri içermektedir. Ayrıca öğretmen adaylarının sürekliliğin farklı karakterizasyonları ile karşılaşmalarına rağmen sürekliliği kesintisiz olarak ifade etmeleri sürekliliğe ait formal tanımları içselleştiremediklerini düşündürmektedir. Bu bağlamda üniversite yıllarında derinlemesine aktarılan süreklilik kavramının lise yıllarında oluşan imajları değiştirmeye yeterli olmadığı söylenebilir. Ancak öğretmenlik hayatlarında öğrencilere süreklilik kavramını aktaracak ve onların zihninde süreklilik kavramının nasıl şekilleneceğini belirleyecek olan öğretmenlerin yanlış, eksik ya da hatalı imaja sahip olması istenmeyen bir durumdur. Stylianides ve Stylianides'in (2006) ifade ettiği gibi öğretmen adaylarına yönelik alan derslerinde kullanılan matematiksel kavramların onların ileride mesleklerini yaparken kullanacaklarıyla uyumlu olması gerekmektedir.

Matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajlarını tespit etmek amacıyla sorulmuş olan beş adet açık uçlu sorunun analizi ile elde edilen bulgulara ilişkin sonuçlar şu şekildedir:

Öğretmen adaylarına ilk olarak "Süreklilik sözcüğünü duyunca ne anlıyorsunuz?" sorusu yöneltilmiştir. Bu soruda öğretmen adaylarının süreklilik kavramını günlük hayattan örnekler ("Bugün sürekli yağmur yağdı." gibi) ile açıklaması beklenmiştir. Ancak beklenenin aksine öğretmen adayları bu kavramı sorunun içerisinde "matematik" sözcüğü geçmemesine rağmen matematikte var olan süreklilik kavramı ile ilişkilendirmişlerdir. Dolayısıyla öğretmen adayları için süreklilik kelimesi duymak direkt matematikteki süreklilik kavramının düşünülmesine neden olmaktadır. Bu bağlamda öğretmen adaylarının ilk soruya vermiş oldukları yanıtlar devam eden ve limit kategorilerinin oluşmasına neden olmuştur. Ayrıca devam eden kategorisinin oluşmuş olması Turan ve Erdoğan'ın (2016) süreklilik kavramı için kullanılan anahtar kelimeleri araştırır iken "devam eden/kesintisiz" şeklinde bir kategori kullanmış olması ile paralellik göstermektedir

Devam eden kategorisinde yer alan öğretmen adayları süreklilik sözcüğünü "devamlı gitme, kopmanın olmaması" olarak nitelendirmektedirler. Bu şekildeki ifadeler sürekliliğin TDK'nın (1975b) "kesintisiz olarak sürüp gitme, sürekli olma" tanımı ile benzer olduğu düşünülse de “bir engele takılmadan sürekli devam eden bir fonksiyon”, “elimizi kaldırmadan çizebileceğimiz eğriler” gibi kodların varlığı öğretmen adaylarının çıkış noktalarının matematikteki süreklilik kavramının olduğunu göstermektedir. Ayrıca matematikteki süreklilik kavramını baz almış olmalarına rağmen sorulmuş olan soruya sürekliliğin matematikte var olan formal tanımlarından yola çıkarak yanıt vermemişlerdir. Bu durum ise Tall ve Vinner’ın (1981) çalışmalarındaki öğrencilerin süreklilik kavramını formal tanımından ziyade informal kullanımı üzerine yapılandırdıklarını belirtmesi ile paralellik göstermektedir. Dolayısıyla öğretmen adayları kavram imajlarında Vinner’ın (1983) “sadece kavram imajı etkin” yaklaşımı içerisinde yer almaktadırlar. Kavram imajlarından yola çıkarak yanıt veren öğretmen adayları matematikteki sürekliliği sadece sürekliliğin grafiksel temsilleri ile ilişkilendirerek yanıt vermiş oldukları düşünülmektedir. Bunun düşünülmesinin nedeni ise “elimizi kaldırmadan çizebiliyorsak süreklidir”, “kopmanın olmaması” gibi kodların varlığıdır. Benzer şekilde Baştürk ve Dönmez (2011) orta öğretim matematik öğretmen adayları ile gerçekleştirmiş oldukları çalışmada öğretmen adaylarının bir fonksiyonun grafiği tek parçadan oluşmuyorsa, bu fonksiyon sürekli değildir gibi kavram yanılgılarına sahip olduklarını belirlemişlerdir.

Limit kategorisinde yer alan öğretmen adayı da süreklilik kavramını, soruda matematik sözcüğü geçmiyor olmasına rağmen, matematikte var olan süreklilik ile ilişkilendirmiştir. Devam eden kategorisinde yer alan öğretmen adaylarından farklı olarak bu öğretmen adayı “iki şeyin aynı noktada yaklaşmasını anlıyorum” ifadesi ile aslında sürekliliğin matematikte var olan formal tanımına atıf yapmıştır. Formal tanımı doğru bir şekilde yapamamış olsa da öğretmen adayının çıkış noktası sürekliliğin formal tanımıdır. Çünkü bir fonksiyonun sürekli olması için onun her noktada sağ ve sol limitlerinin eşit olması ve fonksiyonun o noktadaki değerine eşit olması gerekmektedir. Bu bağlamda öğretmen adayı “yaklaşma” ifadesi ile limite, dolayısıyla da sürekliliğin formal tanımına atıf yapmaktadır. Bu nedenden ötürü de öğretmen adayı Vinner’ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımı içerisinde yer almakta olup kavramsal anlayış içerisindedir. Ayrıca Turan ve Erdoğan’ın (2016) çalışmalarında süreklilik kavramını limit ile ilişkilendiren matematik öğretmen adaylarının bulunması bu kategoride yer alan öğretmen adayının kavram tanımı ile hareket ettiğini destekleyici niteliktedir.

Öğretmen adaylarına sorulan ikinci soru “Matematikteki süreklilik kavramı size ne çağrıştırıyor?” sorusudur. Öğretmen adaylarının yanıtları doğrultusunda devam eden, tanım kullanma ve süreklilik çeşitleri kategorileri oluşmuştur. Devam eden kategorisinde yer alan öğretmen adaylarından sadece bir öğretmen adayının sürekliliğin formal tanımına atıf yaparak cevap vermiş olabileceği düşünülmektedir. Bu şekilde düşünülmesinin nedeni ise öğretmen adayının “belirli aralıkta değerler almak” ifadesi ile tanım ve değer kümesi kavramlarını ilişkilendirmiş olabileceği düşünülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adayı bu soruda Vinner’ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımı içerisinde yer aldığı düşünülmektedir. Bu kategoride yer alan diğer öğretmen adaylarının ise kavram imajlarının Vinner’ın (1983) “sadece kavram imajının etkin olması” yaklaşımı ile ortaya çıktığı düşünülmektedir. Öğretmen adaylarının yanıtlarında sürekliliğin grafiksel temsilinin baskın olması sezgisel bir yaklaşım sergilemiş olduklarının göstergesidir. Dolayısıyla öğretmen adayları imajları ile yanıt vermişlerdir. Ayrıca “Matematikteki süreklilikte daha çok fonksiyonlar gözümün önüne geliyor. Orada da kesintiye uğramaması var tabiki.”, “Matematikteki süreklilikte bir şeyin kopma olmadan, atıyorum ip gibi yani, dümdüz bir şekilde devam etmesi.” gibi kodların varlığı da öğretmen adaylarının bu soruyu ilk sorudan farklı düşünmedikleri, ifadelerinin başına özellikle matematik kelimesini eklemiş olmaları dikkat çekmektedir.

Tanım kullanma kategorisinde yer alan öğretmen adayları Vinner’ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımı içerisinde yer almaktadırlar. Bu şekilde düşünülmesinin nedeni ise bu kategoride yer alan öğretmen adaylarının süreklilik kavramını, kavrama ait formal tanımlar ile açıklamaya çalışmış olmalarıdır. Dolayısıyla devam eden kategorisinde yer alan öğretmen adaylarının aksine, bu kategoride yer alan öğretmen adayları sezgisel değil kavramsal bir yaklaşım içerisindedirler.

Süreklilik çeşitleri kategorisinde bir öğretmen adayı yer almaktadır. Öğretmen adayı matematikteki süreklilik kavramını sürekliliği içeren noktasal süreklilik kavramı ile açıklamaya çalıştığı için Vinner’ın (1983) “tamamen formal çıkarım” yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Dolayısıyla öğretmen adayı buradaki “noktasal süreklilik” ifadesi ile matematikteki süreklilik kavramına vurgu yapmıştır.

“Süreklilik sözcüğünü duyunca ne anlıyorsunuz?” şeklindeki 1 numaralı soruya ve “Matematikteki süreklilik kavramı size ne çağrıştırıyor?” şeklindeki 2 numaralı soruya verilen cevaplar doğrultusunda oluşturulan “devam etme” kategorisi incelendiğinde süreklilik sözcüğünü duyan öğretmen adaylarının akıllarına günlük hayatta kullanılan süreklilik sözcüğü yerine matematikte yer alan süreklilik kavramının geldiği; hatta matematikte yer alan süreklilik kavramının da grafiksel temsillerinin baskın olduğu görülmektedir. Dolayısıyla “süreklilik” ve “matematikteki süreklilik” kavramları öğretmen adayları için artık eş kavramlar olmuş ve sürekliliğin gündelik hayatta kullanılan biçimlerinden ziyade matematikteki grafiksel temsillerine işaret eden bir kavramdır. Bu durum Aydın ve Kutluca’nın (2010) yapmış olduğu çalışmada “12. sınıf öğrencilerinin günlük hayatta kullanılan süreklilik ile matematiksel sürekliliğin aynı olduğunu düşünmektedir.” sonucu ile paralellik göstermektedir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik imaj hücreleri “okul matematiğinde yer alan süreklilik” ile doludur.

Öğretmen adaylarına üçüncü olarak “Matematikte süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?” sorusu yöneltilmiştir. Öğretmen adaylarının yanıtları doğrultusunda limit, türev, integral, grafik ve süreklilik çeşitleri kategorileri oluşturulmuştur. Limit, türev ve integral kategorisinin oluşmuş olması Turan ve Erdoğan’ın (2016) süreklilik kavramı için kullanılan anahtar kelimeleri araştırır iken bu kategorileri kullanmış olması ile paralellik göstermektedir. Yine süreklilik çeşitlerinin içerisinde var olan düzgün süreklilik koduna yönelik bir kategorinin de Turan ve Erdoğan’ın (2016) çalışmalarında var olması ile benzerlik göstermektedir.

Limit, türev ve integral kategorilerinde yer alan öğretmen adaylarının Vinner’ın (1983) “sadece kavram imajının etkin olması” yaklaşımı içerisinde yer aldığı düşünülmektedir. Eğer öğretmen adayları “tamamen formal çıkarım” yaklaşımı içerinde yer alacak olsalardı; gerekli açıklamaları daha detaylı ayrıca açıklamaları da formal tanımlara dayandırarak yapmaları beklenirdi. Hatta “Süreklilik olmasaydı … sebebi ile … kavramı da olmazdı.” biçiminde bir yaklaşım içerisinde bulunmaları beklenirdi. Ayrıca bu soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğretmen adaylarının “Süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?” sorusundan ziyade “Limit kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?” sorusuna cevap verir nitelikte yanıtlar vermiş olmaları dikkat çekmektedir. Dolayısıyla bu kategoride yer alan öğretmen adaylarının kavram imajı hücrelerinde limit kavramı yer almaktadır; çünkü sürekliliği tanımlamanın yolu limit kavramından geçer iken; yani limit kavramı süreklilik için birincil (doğrudan) araç iken; türev ve integral için ikincil araçtır. Ayrıca öğretimin limit, süreklilik, türev ve integral sırası ile gerçekleşiyor olması öğretmen adayının süreklilik kavramının formal tanımını düşünmeden bu kavramlar ile ilişkilendirmesine sebep olmuştur. Yine bu sıralamaya bağlı olarak öğretmen adayları süreklilik kavramına değil; limit kavramına anlam yükledikleri için bu şekilde yanıt verdikleri düşünülmektedir.

Grafik kategorisinde yer alan öğretmen adaylarının Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı içerisinde yer aldığı düşünülmektedir. Öğretmen adaylarına ait kodlar incelendiğinde sürekliliğe ilişkin var olan resimler ile açıklama yaptıkları düşünülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının imajları sürekliliğin grafiksel temsilleri üzerine kurulmuştur.

Süreklilik çeşitleri kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren bir öğretmen adayı bulunmaktadır. Öğretmen adayı süreklilik kavramını, süreklilik kavramına ait formal tanımlardan yola çıkarak; sürekliliği içeren noktasal ve düzgün süreklilik kavramlarının olmayacağını açıklamaya çalıştığı için Vinner'ın (1983) "tamamen formal çıkarım" yaklaşımı içerisinde yer almaktadırlar. Dolayısıyla bu öğretmen adayının kavramsal anlayışa sahip olduğu ve süreklilik kavramının da yapısına bağlı olarak yanıt verdiği düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarına dördüncü olarak "Süreklilik kavramını incelerken ne tür temsil, grafik, resim, açıklama vb. kullanırsınız?" sorusu yöneltilmiştir. Öğretmen adaylarının yanıtları doğrultusunda tanım kullanma ve grafik kategorileri oluşturulmuştur.

Tanım kullanma kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren öğretmen adayları Vinner'ın (1983) "tamamen formal çıkarım" yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Bu kategoride süreklilik kavramını sürekliliğin limit ile yapılan tanımı, $\varepsilon - \delta$ tanımı ve sürekliliğin çok güçlü bir karakterizasyonu olan fonksiyonun ters görüntüsü altında ikinci uzaydaki her açık küme birinci uzayda da açık tanımını kullanacağını belirten öğretmen adayları mevcuttur. Dolayısıyla sürekliliğe ait formal tanımlar ile bu kavramı inceleyeceklerini belirten öğretmen adayları kavramsal bir yaklaşım sergilemişlerdir. Ayrıca sürekliliği kesintisiz olma, kopmanın olmaması, devam eden gibi kavramlar ile açıklayan öğretmen adaylarının bu soruda formal tanıma başvurmaları ilginçtir. Sürekliliği formal tanım kullanarak inceleyeceklerini belirtmeleri ise baskı altında (sınavda) olduğu ya da otoritenin (öğretmenin) "… fonksiyonunun sürekli olduğunu gösteriniz." şeklinde bir soru sorduğu durumlarda formal tanımı kullanması gerekliliğinin (mecburiyet) bilinmesi ile ilişkilendirilebilir. Dolayısıyla sürekliliği devam eden kategorisinde yer alacak şekilde ifade eden öğretmen adaylarının bu soruda tanımlara başvurarak açıklama yapması bir çelişki olduğunun göstergesidir.

Grafik kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren öğretmen adayları Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Öğretmen adaylarının vermiş oldukları yanıtlarda sürekliliğe ilişkin imajlarında süreklilik kavramının grafik temsillerinin baskın olduğu görülmektedir.

Öğretmen adaylarına son olarak "Matematikteki süreklilik kavramının gerçek hayattaki karşılığı ne olabilir?" sorusu yöneltilmiştir. Öğretmen adaylarının yanıtları doğrultusunda somut ifadeler, soyut ifadeler ve devam eden kategorileri oluşturulmuştur.

Somut ifadeler ve soyut ifadeler kategorilerinde yer alacak şekilde yanıt veren öğretmen adayları Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. Sadece kavram imajının etkin olduğu yaklaşım ile ortaya çıkan kavram imajlarında kavram tanımı hücresine başvurulmadan, kavram imajı hücresi esas alınarak cevap verilmektedir. Bu soruda da öğretmen adayları süreklilik kavramını günlük hayat ile ilişkilendirememiş olup sadece sürekliliğin grafiksel temsille ile ilişkilendirmeye çalışmışlardır. Aslında buradaki süreklilikten kasıtları herhangi bir engelin olmadığını ya da kopmanın olmaması gibi ifadeleri kastettikleri düşünülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adayları sürekliliğin grafiksel temsilini günlük hayata evirmeye çalışmışlardır. Bu durum Aydın ve Kutluca'nın (2010) çalışmasında 12. sınıf öğrencilerinin günlük hayatta kullanılan süreklilik ile süreklilik ve limit konusunda kullanılan süreklilik kavramlarını aynı olarak ifade etmiş olması sonucu ile paralellik göstermektedir.

Devam eden kategorisinde yer alacak şekilde yanıt veren öğretmen adayları Vinner'ın (1983) "sadece kavram imajının etkin olması" yaklaşımı içerisinde yer almaktadır. 1 ve 2. sorunun devam eden kategorisinde verilen yanıtlara benzer olacak şekilde bu soruda verilen yanıtlarda da öğretmen adaylarının imajlarında sürekliliğin grafiksel temsillerinin baskın olduğu düşünülmektedir.

Süreklilik Konusuna Yönelik İşlemsel Anlayış Sonuçları

Çalışmanın ikinci bölümünde matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik işlemsel anlayışlarının nasıl olduğu araştırılmıştır. Öğretmen adaylarının işlemsel anlayışları işlemsel bilgi ve becerileri dahilinde incelenmiştir. Öğretmen adaylarının işlemleri incelendiğinde basit algoritmik işlemlerde hata yapmadıkları belirlenmiştir. Ayrıca öğretmen adayları işlemleri hesaplamada herhangi bir zorluk yaşamadıkları; buna bağlı olarak işlem hatası yapan öğretmen adayının neredeyse yok denecek kadar az olduğu tespit edilmiştir. Bu durum ise Harel (1989a) ve Wang (1989) yaptıkları çalışmada öğrencilerin hesaplama işlemlerini yapabildiklerini ifade etmeleri ile paralellik göstermektedir. Ayrıca Baki ve Kartal'ın (2004) da belirttiği üzere işlem bilgileri yeterli olan öğretmen adayları işlemleri sıraya koyup, mantıklı adımlar yürüterek sonuca ulaşmışlardır. Araştırmada elde edilen bir diğer sonuç ise öğretmen adaylarının işlemlerde sürekliliğin limit, $\varepsilon - \delta$ ve fonksiyonun ters görüntüsü altında ikinci uzaydaki her açık küme birinci uzayda da açık karakterizasyonunu sıklıkla kullanmış olmalarıdır. Özellikle Reel sayılardaki süreklilik ile ilgili sorularda sürekliliğin limit ile yapılan tanımını kullanan öğretmen adayları, IR^2'de ve metrik uzaylar ile ilgili sorularda $\varepsilon - \delta$ süreklilik tanımı kullanmayı tercih etmişlerdir. Topolojik uzaylar ile ilgili 7 numaralı soruda genel eğilim fonksiyonun ters görüntüsü altında ikinci uzaydaki her açık küme birinci uzayda da açık olması özelliğini kullanmaya yönelik iken; 6 numaralı soruda öğretmen adayları, iki öğretmen adayı hariç (Ö8, Ö9), $\varepsilon - \delta$ süreklilik tanımı kullanma eğilimdedirler. Bu durum ise öğretmen adaylarının fonksiyonun ters görüntüsü altında ikinci uzaydaki her açık küme birinci uzayda da açık özelliğini nerede, hangi durumlarda kullanacağını ezberlemesi ve karşılaştıkları an uygulama eğilimde olduklarını düşündürmektedir. Robert ve Robinet'in (1989) çalışmalarında öğrencilerin ezberledikleri tanımları uyguladıklarını belirtmesi bu durumu destekler niteliktedir.

Matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik işlemsel anlayışlarını tespit etmek amacıyla sorulmuş olan sekiz adet açık uçlu sorunun analizi ile elde edilen bulgulara ilişkin sonuçlar şu şekildedir:

Öğretmen adaylarına sorulan 1 ve 2 numaralı sorular öğretmen adaylarının reel sayılardaki süreklilik konusunu test etmeye yönelik işlemsel sorulardır.

Öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğu her iki soruyu da doğru çözmüştür. Her iki soruda da yanlış veya eksik kategorisinde yer alan öğretmen adayları görüşmelerde eksikliklerini ve yanlışlarını fark ederek gerekli düzeltmeleri yapmışlardır. Aslında öğretmen adaylarının bu iki soruya da doğru yanıt vermeleri beklenen bir sonuçtur; çünkü süreklilik ile ilk tanışılan uzay reel sayılar üzerinedir. Hatta bu tanışıklık lise yıllarına dayanmaktadır. Dolayısıyla lise yıllarında öğrenilen bu kavram üniversitede Analiz derslerinde daha detaylı işlenerek kavramın anlamının, ifade ediş biçiminin öğrenilmesi beklenmektedir. Ancak öğretmen adaylarının soruyu çözme biçimleri incelendiğinde ileride bir matematik öğretmeni olacak şekilde değil de, lise yıllarından gelen test çözme alışkanlığının devam ettiğini gösteren yazımların bulunması ise şaşırtıcıdır. Çünkü örneklemde bulunan öğretmen adayları 3, 4 ve 5. sınıf öğrencileridir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının çoğunluğunun işlemsel bilgileri tam olsa dahi, işlemsel becerilerinde yani; süreklilik kavramını ifade edişleri ve matematiksel sembolleri kullanmaları bakımından yetersizdir.

Öğretmen adaylarına sorulan 3 ve 4 numaralı sorular öğretmen adaylarının IR^2'deki süreklilik konusunu test etmeye yönelik işlemsel sorulardır. Özellikle 3 numaralı soruda öğretmen adaylarının sınırlı yaklaşımlar ile özellikle de eksenler boyunca yaklaşımlar yaparak çözmeye çalışmaları, sürekli olmayan bir fonksiyonu sürekli bulmaları ve matematiksel sembolleri yanlış kullanmaları işlemsel anlayışları hakkında bilgi vermektedir. Öğretmen adaylarının ek sorular ile doğru cevaba ulaşmaları sağlanmış; bu bağlamda işlemsel bilgileri verilen uyarıcılar ile aktif duruma getirilmiştir. 4 numaralı soruda ise verilen bir fonksiyonun nasıl tanımlanırsa IR^2'de sürekli olacağı ile ilgilidir. Bu sorudaki elde edilen bulgular doğrultusunda öğretmen adaylarının sürekli olma kıstasından ziyade fonksiyon tanımlama da eksikliklerini olduğu gözlenmiştir. Öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğu fonksiyon tanımlarken tanım ve değer kümelerine dikkat etmemektedir. Diğer sorularda olduğu gibi matematiksel sembollerin kullanımı bu soruda da yetersiz kalınmıştır. Bu bağlamda işlemsel becerilere sahip olmalarına rağmen işlem bilgisi bakımından yetersizdirler.

Öğretmen adaylarına sorulan 5 numaralı soru öğretmen adaylarının metrik uzaylardaki süreklilik konusunu test etmeye yönelik işlemsel sorulardır. Bu soruda öğretmen adaylarından beklenen metrik uzaylardaki sürekliliğin formal tanımını kullanarak fonksiyonun sürekli olduğunu göstermeleridir. Ancak beklenenin aksine bazı öğretmen adayları sürekliliği sadece fonksiyona ait grafiği çizip ve çizmiş oldukları grafikte kopma olmaması sebebi ile sürekli demişlerdir. Formal tanımı kullanarak çözen öğretmen adayları ilginçtir ki matematiksel sembolleri bu soruda doğru kullanmıştır. Çünkü daha önce öğrenilmiş olan reel ve IR^2'deki uzaylarda sürekliliği matematiksel olarak ifade edemeyen öğretmen adaylarının metrik uzaylardaki sürekliliğin formal tanımı kullanarak ifade etmiş olmaları şaşırtıcıdır. Bu durumun nedeni olarak ise öğretmen adaylarının 3, 4 ve 5. sınıfta öğrenim görmeleri ve metrik uzaylardaki süreklilik kavramını daha yakın bir zamanda öğrenmiş olmaları ile ilişkilendirilmiştir. Bu bağlamda formal tanımı kullanarak soruyu çözen öğretmen adaylarının işlemsel anlayışları grafik çizerek soruyu çözdüğünü düşünen öğretmen adaylarından daha üst seviyededir. Ancak görüşmelerde fonksiyonun grafiğini çizerek, fonksiyona sürekli diye cevap veren öğretmen adaylarından bazıları "evet, grafiği çizmek yeterli, kopukluk yok" şeklinde cevaplar verir iken bazıları da "hayır, grafik çizmek yeterli değil ama metrik uzaylarda nasıl yapacağımı hatırlamadığım için bu şekilde yaptım" şeklinde cevaplar vermişlerdir. Dolayısıyla "evet, grafiği çizmek yeterli" biçiminde yanıt veren öğretmen adaylarının kavram bilgisinden kaynaklı eksikliklerin varlığı söz konusudur. Dolayısıyla bu durum işlem bilgilerine bu bağlamda da işlemsel anlayışlarına yansımıştır.

Öğretmen adaylarına sorulan 6 ve 7 numaralı sorular öğretmen adaylarının topolojik uzaylardaki süreklilik konusunu test etmeye yönelik işlemsel sorulardır. Öğretmen adayları bu iki sorudan 7 numaralı soruda sürekliliğin çok güçlü bir karakterizasyonu olan fonksiyonun ters görüntüsü altında ikinci uzaydaki her açık küme birinci uzayda da açık ifadesini uygulamış olsalar dahi 6 numaralı soruda bu ifadeyi uygulayamamışlardır. 6 numaralı soruda öğretmen adaylarının işlemsel bilgilerinin $\varepsilon - \delta$ süreklilik tanımını kullanmaya yönelik olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının bu soruda fonksiyonun ters görüntüsü altında ikinci uzaydaki her açık küme birinci uzayda da açık ifadesini uygulayamayarak $\varepsilon - \delta$ süreklilik tanımını kullanmayı tercih etmelerinin nedeni olarak ise 7 numaralı soruda görsel olarak ifade etmelerini sağlayacak durumlar mevcut iken 6 numaralı soruda görselliğin sağlanmadığı, soyut durumların daha fazla ön planda olması düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarına sorulan 8 numaralı soru öğretmen adaylarının sürekli ve sürekli olmayan bir fonksiyon yazma becerilerini değerlendirme üzerinedir. Sürekli olacak şekilde bir fonksiyon örneği yazabilen öğretmen adayları sadece yazdıkları fonksiyonun grafiksel temsilleri ile ilgilenerek örnek vermişlerdir. Bazı öğretmen adayları yazmış oldukları fonksiyonun tanım ve değer kümelerine dikkat etmez iken; bir öğretmen adayı fonksiyon olmayan bir eşitlik yazmış ve yazmış olduğu eşitliğin sürekli olduğunu ifade etmiştir. Sürekli olan fonksiyon örneğinin aksine sürekli olmayan bir fonksiyon yazmaları istediğinde doğru örnek verebilen öğretmen adayının sayısı çok azdır. Sürekli olan fonksiyon örneği yazar iken tanım ve değer kümelerini baz almayan öğretmen adayları sürekli olmayan fonksiyon örneği yazarken bu iki kavrama dikkat etmeye çalışmışlardır. Ancak öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu bu soruda yazmış oldukları fonksiyonun grafiğini yanlış çizmişlerdir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının sürekli olup olmadığı ayrımından ziyade fonksiyon olup olmama, temel düzeydeki fonksiyonların grafiğini çizmede güçlükler çektikleri söylenebilir.

Süreklilik Konusunda Kavram İmajı ve İşlemsel Anlayış Arasındaki İlişkiye Yönelik Sonuçlar

Çalışmanın son bölümünde matematik öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajları ve işlemsel anlayışları arasında nasıl bir ilişki olduğu araştırılmıştır. Araştırmada öğretmen adaylarının imajı ile işlemsel anlayışı paralel olan öğretmen adaylarının bulunmasının yanı sıra imajı ile işlemsel anlayışı farklı olan öğretmen adaylarının da mevcut olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Kavram imajı ile işlemsel anlayışı paralel olan öğretmen adayları işlemlere imajlarında yer alan süreklilik kavramını aktarır iken; imajı ile işlemsel anlayışı farklı olan öğretmen adayları işlemlerini, imajlarından farklı olarak, sürekliliğe ait formal tanımlar ile gerçekleştirmişlerdir. Bu durum süreklilik kavramının anlaşılmadığının ancak bu kavram ile ilgili işlemlerin yapılabildiğinin göstergesidir. Harel (1989a) ve Wang (1989) yaptıkları çalışmada öğrencilerin kavramları anlamada zorlandıkları ancak hesaplama işlemlerini yapabildiklerini ifade etmeleri ile paralellik göstermektedir. Ayrıca bu sonuç Soylu ve Aydın'ın (2006) "öğrenciler işlemlerde kullandıkları temel kavramların ne olduğunun ve matematiğinin ne anlama geldiğinin farkında değil" sonucunu destekler niteliktedir. Dolayısıyla öğrenciler için zor olan konular ile ilgili kavramların öğrenilmesidir, algoritmik hesapların öğrenilmesi değildir (Soylu ve Aydın, 2006). Kavramların öğretilmesi ise kavrama ait bütün durumların zihinde doğru ve eksiksiz bir şekilde canlandırılması ile başlanmalıdır. Dolayısıyla kavrama yönelik imaj doğru bir biçimde oluşturulmalı ve kavramsal öğrenmenin temeli atılmalıdır. İmaj doğru oluşturulmaz ise öğrencide sağlam kavramsal temel oluşturulamaz (Harel, 1989b) ve dolayısıyla da matematik öğrenmek sadece işlem yapmak olarak anlaşılmasına sebep olabilir (Oaks, 1990).

Bu bölümde matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusuna yönelik kavram imajları ve işlemsel anlayışları arasında nasıl bir ilişki olduğuna yönelik bulgulara ilişkin sonuçlara yer verilmiştir.

Öğretmen adaylarının süreklilik kavramına yönelik kavram imajları "kopma olmama, elini kaldırmadan çizme, kesinti olmama" gibi kavramlarla ilişkilidir. Bu imaja sahip olan öğretmen adaylarının işlemsel anlayışları ise imajları doğrultusunda ya da imajlarından farklı olarak biçimlenmiştir.

İmajları ile aynı doğrultuda işlemsel anlayışa sahip olan öğretmen adayları bir fonksiyonun sürekliliğini de "kopma olmama, elini kaldırmadan çizme, kesinti olmama" ile ilişkilendirmişlerdir. Bu durum Aydın ve Kutluca'nın (2010) "sürekli fonksiyonların grafikleri kesintiye uğramaz" şeklindeki kavram yanılgısına sahip öğretmen adaylarının bulunduğunu belirtmesi ile paralellik göstermektedir. Dolayısıyla bu öğretmen adaylarının işlemsel anlayışlarının da sürekliliğin sadece kopmanın olmadığı grafiksel temsilleri benimsemiş oldukları düşünülmektedir.

İmajlarından farklı bir işlemsel anlayışa sahip olan öğretmen adayları ise bir fonksiyonun sürekliliğini sürekliliğe ait formal tanımlar, özellikle sürekliliğin limit ile yapılan tanımı, $\varepsilon - \delta$ tanımı, fonksiyonun ters görüntüsü altında ikinci uzaydaki her açık küme birinci uzayda da açık tanımı ile incelemişlerdir. Öğretmen adaylarının işlemsel anlayışlarının imajlarından farklı olmasının nedeni ise öğretmenin sorunun çözümünde ne beklediğini bilmelerinden kaynaklanmaktadır. Öğretmen adayları her ne kadar sürekliliği formal tanımlar ile ifade ediyor olsalar dahi $\frac{1}{x}, x \neq 0$ fonksiyonundaki gibi kopmanın olduğu ya da el kaldırılarak çizilebilen ve sürekli olan bir fonksiyonun varlığından bahsetmemektedirler.

Öneriler

1. Alan yazın taramasında süreklilik kavramı ile ilgili yapılmış kavram yanılgısı çalışmaları mevcuttur. Bireylerin süreklilik konusundaki sahip oldukları kavram yanılgıları bu çalışma sonucu elde ettiğimiz kavram imajları sonuçları ile paralellik göstermektedir. Dolayısıyla akıllara “Her kavram imajı kavram yanılgısı değildir; ancak her kavram yanılgısı birer yanlış, eksik veya hatalı bir kavram imajı mıdır?” sorusu gelmektedir. Dolayısıyla bu ifadenin doğruluğu araştırılabilir ve alan yazına katkı sağlanabilir.
2. Öğretmen adayları bilgileri öğrencilere aktaracak ve öğrencilerin zihinlerinde kavramların oluşmasını sağlayacak kişiler olduğu için öncelikle öğretmen adaylarının zihinlerinde kavramlar ile ilgili imajlar doğru bir şekilde oluşacak şekilde şekillendirilmeli ve bunun için gerekli çalışmalar yapılmalıdır. Öğretmen adaylarının lisans öğrenimleri boyunca öğrenmiş oldukları kavramları ne derecede doğru öğrendikleri, imajlarında oluşan tanımlar ile kavramların formal tanımları ne derecede ilişkili gibi sorular öğretmen adayları meslek hayatlarına başlamadan önce sorulmalı ve elde edilen bulgular doğrultusunda da gerekli kavram imajı değişimleri yapılmalıdır.
3. Kavram imajı, kavramın formal tanımdan farklı olacak şekilde biçimlenen öğretmen adaylarının kavram imajı “kavram değişim metinleri” kullanılarak yeniden şekillendirilebilir.
4. Öğretmen adaylarının imajlarına göre bir sonraki öğretim yapılan grupta da yanlış imajların oluşmasına olanak vermeyecek şekilde bir öğretim modeli geliştirilebilir mi? sorusuna yanıt aranabilir.
5. Matematik öğretmeni olacak bireylerin işlemsel anlayışları işlemsel bilgi ve beceri kapsamında her konu için araştırılabilir ve öğretmen adayları mezun olmadan önce eksiklikleri giderilebilir.

Kaynaklar

Adıgüzel, N. (2013). *İlköğretim matematik öğretmen adayları ve 8. sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılar ile ilgili bilgileri ve bu konudaki kavram yanılgıları* (Yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

Akbaba Altun, S. (2009). İlköğretim öğrencilerinin akademik başarısızlıklarına ilişkin veli, öğretmen ve öğrenci görüşlerinin incelenmesi. *İlköğretim Online, 8*(2), 567-586.

Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., & Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramların künyesi.* Gazi Kitabevi, Ankara.

Arsal, Z. (2010). The greenhouse effect misconceptions of the elementary school teacher candidates. *Elementary Education Online, 9*(1), 229-240.

Arseven, A. (1986). Çocukta benlik gelişimine ailenin etkisi ve çocuğun okuldaki başarısı. *Eğitim ve Bilim*, 11-17.

Avgören, S. (2011). *Farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin katı cisimler (prizma, piramit, koni, silindir, küre) ile ilgili sahip oldukları kavram imajı* (Yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.

Aydeniz, F. (2011). *Öğretmen adaylarının eğim kavramı ile ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve matematiksel anlayışlarının incelenmesi üzerine bir durum çalışması* (Yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.

Aydın, M., & Kutluca, T. (2010). 12. sınıf öğrencilerinin süreklilikle ilgili sahip oldukları kavram yanılgılarının incelenmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences, 5*(3), 687-701.

Baki, A., & Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2*(1), 27-50.

Ball, D. L. (1991). Research on teaching mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation. In Brophy, J. (Ed.), *Advances in research on teaching* (pp. 1-47). Greenwich: JAI Press.

Baştürk, S., & Dönmez, G. (2011). Mathematics student teachers' misconceptions on the limit and continuity concepts. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education, 5*(1), 225-249.

Bekdemir, M. (2012). Öğretmen adaylarının çember ve daire konularında kavram ve işlem bilgilerinin değerlendirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 43*, 83-95.

Bekdemir, M., Okur, M., & Gelen, S. (2010). 2005 ilköğretim matematik programının ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin kavramsal, işlemsel bilgi ve becerilerine etkisi. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi, 12*(2), 131-147.

Betz, N. E. (1978). Prevalence, distribution, and correlates of math anxiety in college students. *Journal of Counseling Psychology, 25*(5), 441-448.

Birgin, O., & Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Eğitim Fakültesi Dergisi, 22*(2), 529-550.

Boozer, M., & Rouse, C. (2001). Intraschool variation in class size: Patterns and implications. *Journal of Urban Economics, 50*, 163-189.

Büyükkaragöz, S. (1990). Okula uyumsuzluk ve başarısızlıkta ailenin rolü. *Eğitim ve Bilim, 14*(78), 29-33.

Canobi, K. H., Reeve, R. A., & Pattison, P. E. (2003). Patterns of knowledge in children's addition. *Developmental Psychology, 39*(3), 521–534.

Cengiz, E., Uzoğlu, M., & Daşdemir, İ. (2012). Reasons of failure in science and technology lesson and pro-posals for solving according to teachers. *Erzincan University Journal of Education Faculty, 14*(2), 393-399.

Cin, M. (2010). Sınıf öğretmeni adaylarının doğal afetler ile ilgili yanılgıları. *Marmara Coğrafya Dergisi, 22*, 70-81.

Cooper, S. E., & Robinson, D. A. (1989). The influence of gender and anxiety on mathematics performance. *Journal of College Student Development, 30*(5), 459-461.

Çalık Uzun, S. (2012). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel anlayışlarının ck¢ teorisine göre incelenmesi* (Doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Duran, M., & Kaplan, A. (2016). Lise matematik öğretmenlerinin türevin tanımına ve türev-süreklilik ilişkisine yönelik pedagojik alan bilgileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18*(2), 795-831.

Dündar, S. (2015). Matematik öğretmeni adaylarının eğim kavramına ilişkin bilgileri. *Eğitimde Kuram ve Uygulama, 11*(2), 673-693.

Emrahoğlu, N., & Öztürk, A. (2009). Fen bilgisi öğretmen adaylarının astronomi kavramlarını anlama seviyelerinin ve kavram yanılgılarının incelenmesi üzerine boylamsal bir araştırma. *Ç.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 18*(1), 165–180.

Ersoy, Y. (2003). *Matematikçiler Derneği*. Aralık 15, 2018 tarihinde http://www.matder.org.tr: http://www.matder.org.tr adresinden alındı

Erşen, Z. B., & Karakuş, F. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlere yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4*(2), 124-146.

Ertem Akbaş, E. (2016). *Meslek yüksekokulu öğrencilerinin bilgisayar destekli ortamda “limit-süreklilik” konusundaki öğrenmelerinin solo taksonomisine göre değerlendirilmesi* (Doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Even, R. (1992). The inverse function: Prospective teachers' use of "undoing". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 23*(4), 557-562.

Gutierrez, A., & Jaime, A. (1999). Preservice primary teachers’ understanding of the concept of altitude of a triangle. *Journal of Mathematics Teacher Education, 2*, 253–275.

Gülkılık, H. (2008). *Öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve imaj gelişiminin incelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma* (Yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.

Güzel, M. (2014). *İlköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin prizma ve silindir kavramlarına dair kavram imajlarının incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep.

Harel, G. (1989a). Applying the principle of multible embodiment in teaching linear algebra: Aspect of familiarity and mode of representation. *Schools Science and Mathematics, 89*(1), 40-57.

Harel, G. (1989b). Learning and teaching linear algebra: Difficulties and an alternative approach to visualizing concepts and processes. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 11*(2), 139-148.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In Hiebert, J. (Ed.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (pp. 1-27). Hilssdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kabael, T., Barak, B., & Özdaş, A. (2015). Öğrencilerin limit kavramına yönelik kavram imajları ve kavram tanımları. *Anadolu Journal of Educational Sciences International, 5*(1), 88-114.

Kaya, E., Bal, D. A., Sezek, F., & Akın, M. (2005). Sınıf ortamı ve barınma sorunlarından kaynaklanan olumsuzlukların öğrenci başarısı üzerine etkisi. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi, 7*(2), 41-51.

Keçeli Kaysılı, B. (2008). Akademik başarının arttırılmasında aile katılımı. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi, 9*(1), 69-83.

Keçeli, V., & Turanlı, N. (2013). Misconceptions and common errors in complex numbers. *H. U. Journal of Education, 28*(1), 223-234.

Kepçeoğlu, İ., & Yavuz, İ. (2017). GeoGebra yazılımıyla limit ve süreklilik öğretiminin öğretmen adaylarının başarısına etkisi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 11*(1), 21-47.

Kridler, P. G. (2012). *Procedural and conceptual knowledge: A balanced approach?* (Doctoral dissertation). George Mason University, Fairfax, VA.

Küçüközer, A. (2009). Fen bilgisi öğretmen adaylarının ses konusundaki kavram yanılgılarının incelenmesi. *İlköğretim Online, 8*(2), 313-321.

Leinhardt, G., & Smith, D. A. (1985). Expertise in mathematics instruction: Subject matter knowledge. *Journal of Educational Psychology, 77*(3), 247-271.

Mabbott, D. J., & Bisanz, J. (2003). Developmental change and individual differences in children's multiplication. *Child Development, 74*(4), 1091–1107.

Metin, M. (2013). Öğrencilerin seviye belirleme sınavındaki başarısına etki eden unsurların farklı değişkenler açısından incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD), 14*(1), 67-83.

Morgan, C. T. (1981). *Psikolojiye giriş.* (H. Arıcı, Çev.) Ankara: Hacettepe Üniversitesi.

Nesin, A. (2015). *Analiz II.* İstanbul: Nesin Yayıncılık.

Nordlander, M. C., & Nordlander, E. (2012). On the concept image of complex numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 43*(5), 627-641.

Oaks, A. (1990). Writing to learn mathematics: Why do we need it and how can it help us? *Associations of Mathematics Teachers of New York States.*

Örmeci, Ş. (2012). *Seventh grade students' conceptual and procedural understandıng of fractıons: comparıson between successful and less successful students* (Yüksek lisans tezi). Bilkent Üniversitesi, Ankara.

Özyıldırım Gümüş, F. (2015). *Problem çözme stratejileri öğretiminin çözümlerdeki kavramsal-işlemsel bilgi tercihine ve performansa etkisi* (Doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Pourmoslemi, A., Erfani, N., & Firoozfar, I. (2013). Mathematics anxiety, mathematics performance and gender differences among undergraduate students. *International Journal of Scientific and Research Publications, 3*(7), 1-6.

Reis, S. M., & Mccoach, D. B. (2000). The underachievement of gifted students: What do we know and where do we go? *Gifted Child Quarterly, 44*(3), 152-170.

Robert, A., & Robinet, J. (1989). Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement. *Cahier de DIDIREM Nº 1. Paris.* IREM.

Rösken, B., & Rolka, K. (2007). Integrating intuition: The role of concept image and concept definition for students' learning of integral calculus. *The Montana Mathematics Enthusiast, 3*, 181-204.

Senemoğlu, N. (2012). *Gelişim öğrenme ve öğretim.* Ankara: Pegem Akademi.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Soylu, Y., & Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi, 8*(2), 83-95.

Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2006). Content knowledge for mathematics teaching: The case of reasoning and proving. *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 201-208). Prague: PME.

Şendur, G. (2012). Fen Bilgisi öğretmen adaylarının organik kimyadaki kavram yanılgıları: Alkenler örneği. *Türk Fen Eğitim Dergisi, 9*(3), 160-185.

Şerefli, K. (2003). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin akademik başarılarını etkileyen zihinsel olmayan faktörler* (Yüksek lisans tezi). Niğde Üniversitesi, Niğde.

Tall, D. (1986). Constructing the concept image of a tangent. *Proceedings of the Eleventh International Conference of P.M.E.*, (pp. 69-75). Montreal.

Tall, D. (1988). Concept image and concept definition. (M. D. Jan de Lange, Dü.) *Senior Secondary Mathematics Education*, 37–41.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12*, 151–169.

TDK. (1975a). *Türk Dil Kurumu*. Ekim 15, 2018 tarihinde http://www.tdk.gov.tr adresinden alındı

TDK. (1975b). *Türk Dil Kurumu*. Aralık 20, 2018 tarihinde http://www.tdk.gov.tr adresinden alındı

Tekkaya, C., Çapa, Y., & Yılmaz, Ö. (2000). Biyoloji öğretmen adaylarının genel biyoloji konularındaki kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18*, 140 - 147.

Tuncer, M., & Bahadır, F. (2017). Ortaokul öğrenci görüşlerine göre başarısızlığın nedenleri. *Kahramanmaraş Sütçüimam Üniversitesi Eğitim Dergisi, 1*(1), 1-11.

Turan, S. B., & Erdoğan, A. (2016). Matematik öğretmen adaylarının "süreklilik" ile ilgili kavramsal yapıları. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 5*(3), 194-207.

Ural, A. (2012). Fonksiyon kavramı: Tanımsal bilginin kavramın çoklu temsillerine. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*(31), 93-105.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 14*(3), 293-305.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In Tall, D. (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 65-81). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(4), 356-366.

Vinner, S., & Hershkowitz, R. (1980). Concept images and common cognitive paths in the development of some simple geometric concepts. *Proceedings of the Fourth International Conference of P.M.E.*, (pp. 177-184). Berkeley.

Wang, T. (1989). A course on applied linear algebra. *Chemical Engineering Education, 23*(4), 236-241.

Watkins, C., & Mortimore, P. (1999). Pedagogy: What do we know? In Mortimore, P. (Ed.), *Understanding Pedagogy and Its Impact on Learning* (pp. 1-20). London: Paul Chapman Publishing.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

EK-A: Süreklilik Başarı Testi

1. $f: (0,2) \to IR$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} sin\frac{\pi}{2}x, & 0 < x < 1 \\ 2, & x = 1 \\ 1 + lnx, & 1 < x < 2 \end{cases}$$

şeklinde tarif edilen $f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasında sürekli olup olmadığını araştırınız.

2. $f: IR - \{-3,3\} \to IR$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{x^3-27}{x^2-9} \quad ve \ f(2) = 3$$

şeklinde tarif edilen $f(x)$ fonksiyonunun $x = 2$ noktasında sürekli olup olmadığını inceleyiniz.

3. $f: IR^2 \to IR$ olmak üzere,

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan f fonksiyonunun $(0,0)$ noktasında sürekli olduğunu gösteriniz.

4. $f: IR^2 \rightarrow IR$ olmak üzere, $f(x,y) = \frac{x+y}{x^2+y^2+3}$ fonksiyonunun $(0,0)$ noktasındaki sürekliliğini inceleyiniz.

5. IR kümesi üzerinde alışılmış metrik olmak üzere $f: IR \rightarrow IR,\ \ f(x) = x^2$ şeklinde tanımlı fonksiyonun sürekliliğini inceleyiniz.

6. Reel sayılar IR kümesi üzerinde alışılmış τ topolojisi var olsun. Buna göre $f : (IR,\tau) \rightarrow (IR,\tau)$ fonksiyonu

$$f(x) = ax + b,\ \ (a, b \in IR)$$

şeklinde tanımlansın. Bu durumda f fonksiyonunun sürekli olduğunu gösteriniz.

7. $X = \{a, b, c, d\}$ kümesi üzerinde topoloji $\tau = \{X, \emptyset, \{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$ ve $Y = \{x, y, z, w\}$ kümesi üzerinde topoloji $\tau^* = \{Y, \emptyset, \{x\}, \{y\}, \{x, y\}, \{w, y, z\}\}$ olsun. $f: X \to Y$ ve $g: X \to Y$ fonksiyonları

$$f(a) = y, \quad f(b) = z, \quad f(c) = w, \quad f(d) = z$$
$$g(a) = x, \quad g(b) = x, \quad g(c) = z, \quad g(d) = w$$

şeklinde tanımlansın.

a. $f: X \to Y$ fonksiyonu sürekli midir? Nedenini açıklayınız.

b. $g: X \to Y$ fonksiyonu sürekli midir? Nedenini açıklayınız.

EK-B: İşlemsel Anlayışı Belirlemeye Yönelik Test

1. $f: IR \rightarrow IR$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ -1, & x = 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$$

şeklinde tarif edilen $f(x)$ fonksiyonunun $x = 0$ ve $x = 1$ noktasında sürekli olup olmadığını araştırınız.

2. $f: IR \rightarrow IR$ olmak üzere, $f(x) = |3x - 6|$ fonksiyonu $x = 2$ noktasında sürekli midir? Nedenini açıklayınız.

3. $f: IR^2 \rightarrow IR$ olmak üzere,

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2 + y^4}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan f fonksiyonunun $(0, 0)$ noktasında sürekli midir? Açıklayınız.

4. $f(x,y) = \frac{x^2+y^2-x^3y^3}{x^2+y^2}$, $(x,y) \neq (0,0)$ fonksiyonu ile tanımlı fonksiyon; $(0,0)$ noktasında nasıl tanımlanmalıdır ki f fonksiyonu tüm IR^2'de sürekli olsun?

5. IR kümesi üzerinde alışılmış metrik olmak üzere $f: IR \to IR,\ f(x) = x^2$ şeklinde tanımlı fonksiyonun sürekliliğini inceleyiniz.

6. Reel sayılar IR kümesi üzerinde alışılmış τ topolojisi var olsun. Buna göre $f : (IR,\tau) \to (IR,\tau)$ fonksiyonu

$$f(x) = |x| \ (\forall x \in IR)$$

şeklinde tanımlansın. Bu durumda f fonksiyonunun sürekli olduğunu gösteriniz.

7. $X = \{a, b, c, d\}$ kümesi üzerinde topoloji $\tau = \{X, \emptyset, \{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$ ve $Y = \{w, x, y, z\}$ kümesi üzerinde topoloji $\tau^* = \{Y, \emptyset, \{x\}, \{y\}, \{x, y\}, \{w, y, z\}\}$ olsun. $f: X \to Y$ fonksiyonu $f(a) = y,\ \ f(b) = z,\ \ f(c) = w,\ \ f(d) = z$ şeklinde tanımlansın.

$f: X \to Y$ fonksiyonu sürekli midir? Nedenini açıklayınız.

8. Sürekli ve sürekli olmayan bir fonksiyon örneği yazınız. Yazmış olduğunuz fonksiyonların grafiğini çiziniz.

EK-C: Süreklilik Kavramına Yönelik Görüşme Formu

1. Süreklilik sözcüğünü duyunca ne anlıyorsunuz?

2. Matematikteki süreklilik kavramı size ne çağrıştırıyor?

3. Matematikte süreklilik kavramı olmasaydı hangi matematiksel işlemleri yapamazdınız?

4. Süreklilik kavramını incelerken ne tür temsil, grafik, resim, açıklama vb. kullanırsınız?

5. Matematikteki süreklilik kavramının gerçek hayattaki karşılığı ne olabilir?

EK-Ç: Etik Komisyonu Onay Bildirimi

Tarih: 31.07.201 8 11:05
Sayı: 35853172-300-E.00000173385
E.00000173385

T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
Rektörlük

Sayı : 35853172-300
Konu : Meltem COŞKUN Hk.

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 10.07.2018 tarihli ve 51944218-300/00000139105 sayılı yazı.

Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı tezli yüksek lisans programı öğrencilerinden **Meltem COŞKUN**'un, **Prof. Dr. Necla TURANLI** danışmanlığında yürüttüğü "**Süreklilik Konusunda Kavram İmajı ve İşlemsel Anlayış**" başlıklı tez çalışması Üniversitemiz Senatosu Etik Komisyonunun **17 Temmuz 2018** tarihinde yapmış olduğu toplantıda incelenmiş olup, etik açıdan uygun bulunmuştur.

Bilgilerinizi ve gereğini saygılarımla rica ederim.

e-imzalıdır
Prof. Dr. Rahime Meral NOHUTCU
Rektör Yardımcısı

EK-D: Etik Beyanı

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı bütün bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin bütününü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

24/01/2019

M.Coşkun

Meltem COŞKUN

EK-E: Yüksek Lisans Tez Çalışması Orijinallik Raporu

24/01/2019

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Başkanlığına,

Tez Başlığı: Süreklilik Konusunda Kavram İmajı ve İşlemsel Anlayış

Yukarıda başlığı verilen tez çalışmamın tamamı (kapak sayfası, özetler, ana bölümler, kaynakça) aşağıdaki filtreler kullanılarak **Turnitin** adlı intihal programı aracılığı ile kontrol edilmiştir. Kontrol sonucunda aşağıdaki veriler elde edilmiştir:

Rapor Tarihi	Sayfa Sayısı	Karakter Sayısı	Savunma Tarihi	Benzerlik Oranı	Gönderim Numarası
24/01/2019	94	160262	18/01/2019	%3	1067888988

Uygulanan filtreler:
1. Kaynaklar hariç
2. Alıntılar dâhil
3. 5 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan eder, gereğini saygılarımla arz ederim.

Ad Soyadı: Meltem COŞKUN
Öğrenci No.: N15223331
Ana Bilim Dalı: Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi
Programı: Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi
Statüsü: ☒ Y.Lisans ☐ Doktora ☐ Bütünleşik Dr.

M.Coşk.

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.
Prof. Dr. Necla TURANLI

EK-F: Thesis Originality Report

24/01/2019

HACETTEPE UNIVERSITY

Graduate School of Educational Sciences

To The Department of Mathematics and Science Education

Thesis Title: Concept Image and Procedural Understanding on the Topic of Continuity

The whole thesis that includes the *title page, introduction, main chapters, conclusions and bibliography section* is checked by using **Turnitin** plagiarism detection software take into the consideration requested filtering options. According to the originality report obtained data are as below.

Time Submitted	Page Count	Character Count	Date of Thesis Defense	Similarity Index	Submission ID
24/01/2019	94	160262	18/01/2019	%3	1067888988

Filtering options applied:

1. Bibliography excluded
2. Quotes included
3. Match size up to 5 words excluded

I declare that I have carefully read Hacettepe University Graduate School of Educational Sciences Guidelines for Obtaining and Using Thesis Originality Reports; that according to the maximum similarity index values specified in the Guidelines, my thesis does not include any form of plagiarism; that in any future detection of possible infringement of the regulations I accept all legal responsibility; and that all the information I have provided is correct to the best of my knowledge.

I respectfully submit this for approval.

Name Lastname: Meltem COŞKUN

Student No.: N15223331

Department: Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi

Program: Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi

Status: ☒ Masters ☐ Ph.D. ☐ Integrated Ph.D.

ADVISOR APPROVAL

APPROVED
Prof. Dr. Necla TURANLI

EK-G: Yayımlama ve Fikrî Mülkiyet Hakları Beyanı

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kâğıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezimin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım haklan bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan "**Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına ilişkin Yönerge**" kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricince YÖK Ulusal Tez Merkezi / H.Ü. Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- o Enstitü/Fakülte yönetim kurulu kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihinden itibaren 2 yıl ertelenmiştir. (1)
- ☒ Enstitü/Fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile tezimin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren 6 ay ertelenmiştir. (2)
- o Tezimle ilgili gizlilik kararı verilmiştir. (3)

24/01/2019

Meltem COŞKUN

"Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge"

(1) Madde 6. 1. Lisansüstü tezle ilgili patent başvurusu yapılması veya patent alma sürecinin devam etmesi durumunda, tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü Üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu iki yıl süre ile tezin erişime açılmasının ertelenmesine karar verebilir.

(2) Madde 6. 2. Yeni teknik, materyal ve metotların kullanıldığı, henüz makaleye dönüşmemiş veya patent gibi yöntemlerle korunmamış ve internetten paylaşılması durumunda 3. şahıslara veya kurumlara haksız kazanç; imkânı oluşturabilecek bilgi ve bulguları içeren tezler hakkında tez danışmanın önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile altı ayı aşmamak üzere tezin erişime açılması engellenebilir.

(3) Madde 7. 1. Ulusal çıkarları veya güvenliği ilgilendiren, emniyet, istihbarat, savunma ve güvenlik, sağlık vb. konulara ilişkin lisansüstü tezlerle ilgili gizlilik kararı, tezin yapıldığı kurum tarafından verilir. Kurum ve kuruluşlarla yapılan işbirliği protokolü çerçevesinde hazırlanan lisansüstü tezlere ilişkin gizlilik kararı ise, ilgili kurum ve kuruluşun önerisi ile enstitü veya fakültenin uygun görüşü Üzerine üniversite yönetim kurulu tarafından verilir. Gizlilik kararı verilen tezler Yükseköğretim Kuruluna bildirilir.*
Madde 7.2. Gizlilik kararı verilen tezler gizlilik süresince enstitü veya fakülte tarafından gizlilik kuralları çerçevesinde muhafaza edilir, gizlilik kararının kaldırılması halinde Tez Otomasyon Sistemine yüklenir

** Tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu tarafından karar verilir.*