

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ  
NÜKLEER BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ENİNE DEMET FAZ UZAYI ÖLÇÜM DÜZENEGİ  
TASARIMI VE OPTİMİZASYONU**

**Nuri ÖZTÜRK**

**NÜKLEER ARAŞTIRMALAR VE TEKNOLOJİLERİ  
ANABİLİM DALI  
HIZLANDIRICI VE DEDEKTÖR TEKNOLOJİLERİ YÜKSEK LİSANS  
PROGRAMI**

**ANKARA  
2019**

**Her hakkı saklıdır**

## TEZ ONAYI

Nuri ÖZTÜRK tarafından hazırlanan “**Enine Demet Faz Uzayı Ölçüm Düzeneği Tasarımı ve Optimizasyonu**” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Ankara Üniversitesi Nükleer Teknolojiler ve Araştırmaları Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

**Danışman:** Doç. Dr. Avni AKSOY  
Ankara Üniversitesi,  
Hızlandırıcı Teknolojileri Enstitüsü



### Jüri Üyeleri:

**Başkan:** Prof. Dr. Ömer YAVAŞ  
Ankara Üniversitesi,  
Mühendislik Fakültesi, Fizik Mühendisliği Bölümü



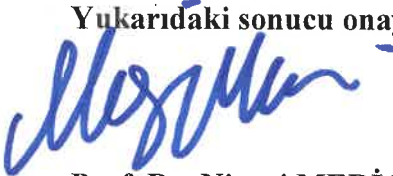
**Üye:** Doç. Dr. Zafer NERGİZ  
Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi,  
Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü



**Üye:** Doç. Dr. Avni AKSOY  
Ankara Üniversitesi,  
Hızlandırıcı Teknolojileri Enstitüsü



Yukarıdaki sonucu onaylarım.



**Prof. Dr. Niyazi MERİÇ**  
Enstitü Müdürü

Bu tezdeki tüm bilgilerin akademik kurallara ve etik davranış ilkelerine uygun olarak elde edildiğini ve sunulduğunu beyan ederim. Ayrıca, bu kurallar ve davranışların gerektirdiği şekilde, başka kaynaklardan aldığım tüm materyalleri ve sonuçları alıntı yaparak, bunlara kaynak gösterdiğimi beyan ederim.

Adı Soyadı: Nuri Öztürk

İmza:



## ÖZET

### Yüksek Lisans Tezi

#### ENİNE DEMET FAZ UZAYI ÖLÇÜM DÜZENEĞİ TASARIMI VE OPTİMİZASYONU

**Nuri ÖZTÜRK**

**Ankara Üniversitesi Nükleer Bilimler Enstitüsü  
Nükleer Araştırmalar ve Teknolojileri Anabilim Dalı  
Hızlandırıcı ve Dedektör Teknolojileri Yüksek Lisans Programı**

**Danışman: Doç. Dr. Avni AKSOY**

Parçacık hızlandırıcılarında, yüklü parçacıkların oluşturduğu demet uygulama için yüksek enerjilere çıkarıldığında; demetin enerji yayılımı, akımı ve enine genişliği gibi parametrelerinin arzu edilen değerde tutulması büyük önem taşımaktadır. Serbest Elektron Lazeri (SEL) üretimi gibi birçok uygulama için büyük önem taşıyan, parçacıkların demetin faz uzayında kapladığı alanın büyüklüğü olan, “emittance” parametresi bir hızlandırıcıda önemli parametrelerden biridir. Konum ve momentum bileşenlerinin oluşturduğu enine demet faz uzayının büyüklüğü demetin dağılganlığının bir ölçüsüdür ve bize makinenin performansı ve demetin kalitesi hakkında bilgi verir. Herhangi bir hızlandırıcıda parçacıkların enine demet faz uzayında kapladığı alan demet hattı boyunca sabit kalacak şekilde ölçülmeli ve kontrol altında tutulmalıdır. Literatürde emittance parametresinin ölçümü için farklı metotlar bulunmaktadır. Bu metotlardan en yaygını “slit-mask” (yarık-maskeleme) yöntemidir. Slit-mask ölçüm düzeneği imal edilmeden önce yarıkların genişliği, yarık ile ekran arasındaki mesafe gibi parametrelerin belirlenmesi zaruridir. Aksi takdirde kurulan düzenek ile ölçümün yapılamaması gibi bir risk bulunmaktadır. Bu tez çalışması kapsamında Turkish Accelerator and Radiation Laboratory (TARLA) tesisinde kullanılmak üzere, slit-mask ölçüm düzeneğinin tasarımında kullanılması amaçlı yazılım geliştirilmiştir.

2019, 50 sayfa

**Anahtar Kelimeler:** Parçacık hızlandırıcıları, Demet fiziği, Demet teşhis

## **ABSTRACT**

### **Master's Thesis**

#### **DESIGN AND OPTIMIZATION OF EMITTANCE MEASUREMENT SETUP**

**Nuri ÖZTÜRK**

**Ankara University  
Institute of Nuclear Sciences**

**Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Avni AKSOY**

In particle accelerators, where the beam is formed by the charged particles are reach the desired energy, it is great importance for the application parameters such as energy spread, current and transverse size of the beam are kept at the desired values before application. Particle accelerators are crucial for many applications, such as the production of Free Electron Laser (FEL). The “emittance” parameter, which is the size of the area that the particles occupy in the phase space of the beam, is one of the important parameters in an accelerator. The size of the transverse beam phase space formed by the position and momentum components is a measure of the beam's deviation and gives us information about the machine's performance and the quality of the beam. In any accelerator, the area occupied by the particles in the transverse beam phase space must be measured and controlled to remain constant along the beamline. There are different methods for measuring emittance parameter in the literature. The most common of these methods is the slit-mask method. Before the slit-mask measuring device is fabricated, it is necessary to determine parameters such as the width of the slits, the distance between the slit and the screen. Otherwise, there is a risk that measurement cannot be performed with the installed device. Within the scope of this thesis, the software has been developed to be used in the design of slit-mask measuring device to be used in Turkish Accelerator and Radiation Laboratory (TARLA) facility.

**2019, 50 pages**

**Key Words:** Particle accelerators, Beam physics, Beam diagnostics

## TEŐEKKÖR

Bu alıŐma programlama, istatistik ve fiziğin bir araya geldiği disiplinler arası bir alıŐma olarak zaman zaman bizi zorlasa da yeni Őeyler öğrenme heyecanı ve Őevkimiz alıŐmamızı ilerletmemize yardımcı olmuştur. Her konuda bana yardım eden, üzerimde çok büyük emekleri olan danıŐmanım Doç. Dr. Avni AKSOY'a, tez süresince desteklerini benden hiçbir Şekilde esirgemeyen Hasan Tolga ADA, Denizhan ERENLER, Ebru ERDAMAR, ağlar KAYA'ya ve en önemlisi de hayallerimi gerçekleŐtirme yolunda yanımda olan aileme emekleri ve sabırları için sonsuz teŐekkürler.



## İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT .....	ii
TEŞEKKÜR .....	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ .....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	ix
1 GİRİŞ.....	1
2 TARLA PROJESİ .....	3
3 KURAMSAL TEMELLER.....	6
3.1 Hızlandırıcıların Kısa Tarihi .....	6
3.2 Serbest Elektron Lazeri.....	9
3.3 Lorentz Kuvveti.....	12
3.4 Bir Hızlandırıcıda Koordinat Sistemi .....	13
3.5 Lineer Enine Demet Dinamiği .....	14
3.6 Hızlandırıcıda Kullanılan Elemanlar ve Matris Temsilleri.....	16
3.6.1 Sürüklenme (drift) tüpü.....	18
3.6.2 Dört kutuplu (quadrupole) magnet .....	19
3.6.3 Solenoid magnet .....	20
3.6.4 Eğici (dipole) magnet.....	21
3.7 Parçacık Koordinatlarının Örgü Elemanları Boyunca Taşınması .....	22
3.8 Enine Demet Faz Uzayı Alanı (Emittance).....	23
4 EMİTTANCE ÖLÇÜM YÖNTEMLERİ .....	28
4.1 Demet Profil Monitörleri .....	28
4.2 Sintilatör Ekran Yöntemi .....	29
4.2.1 İkincil elektron oluşturma ızgarası .....	29
4.2.2 Tarama teli (Wire scanner).....	30
4.2.3 Optik geçiş radyasyon ekranı .....	31
4.3 Dört Kutuplu (Quadrupole) Tarama Yöntemi.....	32
4.4 Slits ve Pepper-pot Yöntemleri .....	34
5 MATERYAL VE YÖNTEM.....	37
5.1 GNU Octave .....	37
5.2 Demet Üretimi.....	37
5.3 Demetin Taşınması .....	38
5.4 Demet ile Maskın Etkileşimi.....	39
5.5 Demetin Analizi.....	39
5.6 Yöntem.....	40

6	BULGULAR VE SONUÇ.....	41
6.2	Sonuç.....	46
	KAYNAKLAR.....	48
	ÖZGEÇMİŞ.....	49





## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<b>B</b>	<b>Manyetik alan</b>
<b>c</b>	<b>Işık hızı sabiti</b>
<b>C</b>	<b>Coulomb</b>
<b>cm</b>	<b>Santimetre</b>
<b>E</b>	<b>Elektriksel alan</b>
<b><math>e^-</math></b>	<b>Elektron</b>
<b><math>e^+</math></b>	<b>Pozitron</b>
<b>eV</b>	<b>Elektron volt</b>
<b>F</b>	<b>Kuvvet</b>
<b>GeV</b>	<b>Giga elektron volt</b>
<b>K</b>	<b>Mıknatıs alan şiddeti</b>
<b>keV</b>	<b>Kilo elektron volt</b>
<b>M</b>	<b>Kütle</b>
<b>MeV</b>	<b>Mega elektron volt</b>
<b>MHz</b>	<b>Megahertz</b>
<b>MV</b>	<b>Megavolt</b>
<b>mA</b>	<b>mili amper</b>
<b>mm</b>	<b>Milimetre</b>
<b>mm.mrad</b>	<b>Milimetre miliradyan</b>
<b>mrad</b>	<b>Miliradyan</b>
<b>ms</b>	<b>Milisaniye</b>
<b>p</b>	<b>Proton</b>
<b>pC</b>	<b>Piko Coulomb</b>
<b>P</b>	<b>Momentum</b>
<b>R</b>	<b>Transfer matrisi</b>
<b>t</b>	<b>Zaman</b>
<b>V</b>	<b>Volt</b>
<b>V</b>	<b>Hız</b>
<b><math>v_x</math></b>	<b>Dikey yöndeki hız</b>
<b><math>v_y</math></b>	<b>Yatay yöndeki hız</b>
<b><math>v_s</math></b>	<b>Boylamasına hız</b>

$z$	<b>Konum</b>
$\beta$	<b>Betatron salınımı</b>
$\gamma$	<b>Gama Lorentz Faktörü</b>
$\Delta P$	<b>Momentum Farkı</b>
$\Delta\Psi_C$	<b>Faz ilerlemesi</b>
$\varepsilon$	<b>Emittance</b>
$\varepsilon_n$	<b>Normalize emittance</b>
$\theta$	<b>Sapma açısı</b>
$\lambda$	<b>Dalga boyu</b>
$\mu\text{m}$	<b>Mikro metre</b>
$\rho$	<b>Eğrilik yarıçapı</b>
$\sigma$	<b>Demet matrisi</b>
$\sigma_x$	<b>Demetin dikey genişliği</b>
$\sigma_y$	<b>Demetin yatay genişliği</b>
$\omega$	<b>Açısal hız</b>
$\times$	<b>Vektörel çarpım</b>
$\cdot$	<b>Skaler çarpım</b>
$\perp$	<b>Dikey</b>
<b>EM</b>	<b>Elektromanyetik</b>
<b>KM</b>	<b>Kütle Merkezi</b>
<b>OTR</b>	<b>Optical Transition Radiation</b>
<b>RF</b>	<b>Radyo Frekansı</b>
<b>RMS</b>	<b>Root Mean Square</b>
<b>SEL</b>	<b>Serbest Elektron Lazeri</b>
<b>SEM</b>	<b>Second Electron Emission</b>
<b>TARLA</b>	<b>Turkish Accelerator and Radiation Laboratory in Ankara</b>
<b>THM</b>	<b>Türk Hızlandırıcı Merkezi</b>

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1 TARLA demet hatları (Aksoy ve Karşlı) .....	3
Şekil 3.1 RF hızlandırıcı, E.O. Lawrence ve N.E. Edlefsen .....	7
Şekil 3.2 Siklotron .....	7
Şekil 3.3 Sinkrotronların genel şeması, Dugan .....	8
Şekil 3.4 Bir SEL içinde undulatörün şematik gösterimi.....	9
Şekil 3.5 Üç boyutlu uzayda paketi oluşturan parçacıklar .....	13
Şekil 3.6 Bir betatronda ideal parçacık ve yörüngeden sapan parçacık.....	14
Şekil 3.7 Quadropole magnet .....	19
Şekil 3.8 Dipole Magnet .....	21
Şekil 3.9 İdeal yörünge boyunca faz uzayı elipsleri, Edwards ve Syphers.....	24
Şekil 3.10 Faz uzayında bir elips.....	26
Şekil 3.11 Odaklayıcı magnete giren parçacığın enine yönde kazandığı hız.....	26
Şekil 3.12 Faz uzayında parçacıkların dağılımı ve emittance bantları .....	27
Şekil 4.1 Demet profil monitörü, P. Frock.....	29
Şekil 4.2 SEM grid örneği, Cheymol.....	30
Şekil 4.3 Tarama Teli, P. Frock.....	31
Şekil 4.4 OTR ekran ölçüm şeması, P. Frock .....	32
Şekil 4.5 Emittance ölçümünde kullanılan levhalar, M.Zhang .....	34
Şekil 4.6 Emittance ölçüm düzeneği, M. Zhang.....	35
Şekil 6.1 Simülasyonu yapılan demet hattı .....	41
Şekil 6.2 Solenoid magnete girmeden önce demetin dağılımı .....	41
Şekil 6.3 Solenoid magnetten çıktıktan sonra demetin dağılımı .....	42
Şekil 6.4 Simülasyonu yapılan demet hattı boyunca demetin genişliği.....	42
Şekil 6.5 Ekrandan alınan istenen görüntü.....	43
Şekil 6.6 Ekrandan alınan istenmeyen görüntü .....	44
Şekil 6.7 Ekran masktan 12 cm uzakta iken alınan emittance ölçümleri.....	44
Şekil 6.8 Ekran masktan 10 cm uzakta iken alınan emittance ölçümleri.....	45
Şekil 6.9 Ekran masktan 8 cm uzakta iken alınan emittance ölçümleri.....	45
Şekil 6.10 Elde edilen verilerin kontur grafiği .....	46

## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 TARLA tesisi demet parametreleri .....	4
Çizelge 2.2 SEL ve rezonatör parametreleri.....	4
Çizelge 3.1 Yüksek enerjili çarpıştırıcılar, Dugan.....	8



## 1. GİRİŞ

Parçacık hızlandırıcıları 20. yüzyılda hızla gelişerek, 21. yüzyılda bilim ve teknolojiadaki gelişmelere öncü olan teknolojik donanımlardır. Günümüzde pek çok parçacık hızlandırıcısı, çoğunlukla nükleer fizik ve yüksek enerji fiziği alanlarında olmak üzere, gerek bilimsel araştırmalara, gerekse teknolojiye ve endüstriye yönelik Ar-Ge çalışmalarına ve uygulamalarına yönelik kullanılmaktadır (Wiedemann 2015). Parçacık hızlandırıcıları şekillerine göre, parçacık kaynaklarına göre ve dizaynlarına göre birbirlerinden ayrılmaktadırlar.

Parçacık hızlandırıcıları fizikçiler tarafından tasarlanan çok yönlü aletlerdir. Parçacık hızlandırıcıları ile neredeyse fiziğin bütün alanlarında araştırma yapılabildiği gibi kimya, biyoloji, tıp, astrofizik, kozmoloji alanlarında da çalışmalar yapılabilmektedir. Hızlandırıcılar parçacık fiziği, nükleer fizik gibi temel fizik konularını araştırmak için tasarlanmış olmalarına rağmen teknik ve endüstriyel gelişime büyük katkı sağlamışlardır. Hızlandırıcılar zaman içerisinde endüstriyel uygulamalarda da kullanılmaya başlanmıştır. Elektronik cihazlarda kullanılan yarı-iletken malzemelere iyon aşılması, araba ve uçak gibi araçlarda kullanılacak malzemelerin işlenmesi, medikal malzemelerin sterilizasyonu gibi endüstride birçok uygulaması vardır. Hızlandırıcıların özellikle tıp alanında; teşhis amaçlı, tedavi amaçlı birçok uygulaması vardır (Barbalat 1990). Yakın gelecekte hızlandırıcıların enerji santralleri için anahtar rol oynaması beklenilmektedir. Toryum elementinden enerji üretilen bir konsept üzerinde birkaç ülkede çalışmalar sürdürülmektedir.

Ülkemizde ise, ilk araştırma amaçlı hızlandırıcı tesisi olarak Ankara Üniversitesi Hızlandırıcı Teknolojileri Enstitüsü bünyesinde Elektron Hızlandırıcısı ve Işınım tesisi (TARLA - Turkish Accelerator and Radiation Laboratory) kurulmaktadır. Türk Hızlandırıcı Merkezi projesinin ilk tesisi olarak planlanan bu tesiste 15-40 MeV enerjili elektronlar ve 35 mm, 110 mm periyod uzunluğunda iki salıncı magnet vasıtasıyla 4-350 mikrometre dalga boyu aralığında Serbest Elektron Lazeri (SEL) üretilmesi hedeflenmektedir. Ayrıca tesiste aynı elektron demeti ile 0-30 MeV enerji aralığında yüksek akıda gama ışınımı üretilmektedir (Aksoy ve Karşlı 2015).

SEL üretebilmek için enine demet faz uzayı alanı (emittance) değeri kritik bir öneme

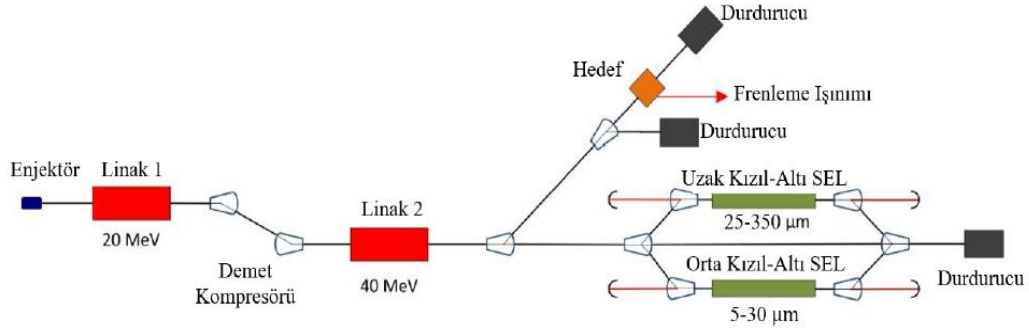
sahiptir ve belirli bir koşulu sağlamalıdır. Bundan dolayı enine demet faz uzayı alan değerinin ölçülmesi gerekmektedir. Bu tez çalışmasında, TARLA tesisinde emittance ölçüm düzeneğinin tasarımında kullanmak üzere bir simülasyon kodu yazılmıştır. Enine demet faz uzayı alanının büyüklüğünü ölçmek için çok yarıklı mask yöntemi seçilmiştir. Simülasyon kodu ile şu sorulara cevap aranmıştır.

- Yarıkların genişliği ne kadar olmalıdır?
- Yarıklar arası mesafe ne kadar olmalıdır?
- Mask ile ekran arası mesafe ne kadar olmalıdır?

Yazdığımız simülasyon kodu ile bu soruların cevabı araştırılmıştır.

## 2. TARLA PROJESİ

Kurulumu Ankara Üniversitesi Gölbaşı yerleşkesinde devam etmekte olan TARLA tesisi, THM (Türk Hızlandırıcı Merkezi) projesi kapsamında kurulması önerilen ilk tesistir (Yavaş 2016). Bu proje ile dünya çapında bilime ve insanlığa katkısı her geçen gün artan ve sayıları yüzün üzerinde olan hızlandırıcı merkezlerine bir yenisi eklenerek, Türkiye'nin de gelişen ve ilerleyen bu teknoloji çağına dâhil olması amaçlanmaktadır. Bu merkez, üreteceği yüksek akımlı elektron demeti ve elektromanyetik ışınım ile ülkemizde ve bölgemizdeki ilk araştırma ve uygulama laboratuvarı olacaktır (Aksoy ve Karşlı 2015).



Şekil 2.1 TARLA demet hatları (Aksoy ve Karşlı)

TARLA hızlandırıcısı iki ana bölümden oluşmaktadır. Bu iki bölüm enjektör ve ana hızlandırıcıdır. Ana hızlandırıcıda iki adet süperiletken teknolojiye dayalı RF hızlandırıcı modül (Linak 1, Linak 2) bulunmaktadır. Süperiletken teknolojisi ile düşük akımda, atmalı demetler oluşturmanın yanında; yüksek akımlı sürekli dalga demeti de üretilebilmektedir. Yüksek akımlı demetler ile serbest elektron lazer ve bremsstrahlung (frenleme ışınımı) üretilebilmektedir. Süperiletken modüller 1.3 GHz frekansında ve 1.8 K° sıcaklıkta çalışmaktadır. Modüller helyum soğutma sistemi ile soğutulmaktadır. Bir modülün hızlandırma gradyeni, sürekli dalga modunda 15 MV/m'ye kadar ulaşabilmektedir. Aynı zamanda bir modül sürekli dalga modunda, akım değeri 1 mA olan bir demete 20 MeV'lik enerji kazandırabilmektedir.

Enjektör sistemi ise normal iletken teknolojisine dayanmaktadır. Enjektör sistemi maksimum ortalama akım değeri 1.5 mA olan, 250 keV enerjiye sahip bir demet üretir.

Demetin paket yükü maksimum 120 pC ve tekrarlama frekansı 13 MHz'tir

Çizelge 2.1 TARLA tesisi demet parametreleri

Parametre	Değer	Birim
Demet enerjisi (E)	15-40	MeV
Ortalama demet akımı (I)	1.5	mA
Paket yükü (Q)	120	pC
Yatay emittance ( $\epsilon_x$ )	<15	mm.mrad
Dikey emittance ( $\epsilon_y$ )	<12	mm.mrad
Boyuna emittance ( $\epsilon_z$ )	<85	keV.ps
Paket uzunluğu ( $\sigma_z$ )	0.4-6	ps
Paket tekrarlama frekansı	13	MHz

Çizelge 2.2 TARLA Serbest elektron lazeri ve optik rezonatör parametreleri (D'Auria, Aicheler vd. 2019)

Parametre	U35	U110	Birim
Periyot uzunluğu	25	90	mm
Manyetik açıklık	14	40	mm
Kutupların sayısı	54	36	#
Kavite uzunluğu	11.5296	11.5296	m
Lazer dalga boyu	4-32	30-350	$\mu\text{m}$
Rayleigh Uzunluğu	0.5	1.2	m
Ayna eğrilik yarıçapı	5.8081	6.0145	m
Atma uzunluğu	0.5-10	0.5-10	ps
Tekrarlama oranı	13	13	MHz

TARLA tesisin başlıca amaçları aşağıdaki gibi özetlenebilir;

- Pump-Probe, IR spektroskopi, Bio-Mikro ve malzeme laboratuvarlarında kullanmak amacıyla 15-40 MeV enerjili elektron demetleri kullanarak 4-350  $\mu\text{m}$  dalgaboyu aralığında SEL üretmektir.
- Nükleer yapıları çalışmak için 0-30 MeV enerji aralığında Bremsstrahlung ışınımı üretmektir.
- 0-40 MeV enerjili elektronlar ile sabit hedef deneyleri gerçekleştirmektir.



TARLA tesisinin Türkiye ve Orta Doğuda; fizik, kimya, biyoloji, malzeme, tıp gibi bilimsel ve endüstriyel birçok alanda yapılacak araştırmalar için teşvik edici bir rol oynaması beklenilmektedir. Süperiletken hızlandırıcı teknolojileri kullanılarak yapılmakta olan bu tesis Türkiye'nin çok yönlü araştırmalar yapabilen bir tesisi olacaktır (Aksoy ve Karalı 2015) .



### 3. KURAMSAL TEMELLER

#### 3.1 Hızlandırıcıların Kısa Tarihi

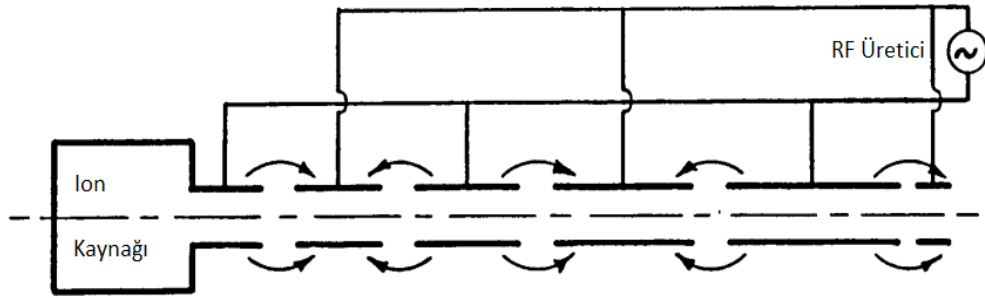
Bir hızlandırıcıda; pozitif iyonlar, negatif iyonlar, elektronlar, pozitronlar, protonlar veya anti-protonlar hızlandırılabilir. Bu hızlandırma işlemi genel olarak doğrusal veya çembersel hızlandırıcılarla gerçekleşir.

İlk doğrusal hızlandırıcılar Cockcroft-Walton ve Van de Graaff elektrostatik jeneratörleridir. Cockcroft-Walton ilk kez atom bölme deneyini 1932 yılında gerçekleştirerek 1951 yılında Nobel Ödülü almıştır (Cockcroft and Walton 1932). Günümüzde Cockcroft-Walton elektrostatik hızlandırıcıları, proton hızlandırılan tesislerde ön hızlandırıcı olarak kullanılmaktadır. Van de Graaff elektrostatik jeneratörleri ile yüksek voltajlara çıkılabilmektedir. Van de Graaff makinesini ilk kez yaptığında 1.5 MV'luk potansiyel farka ulaşmayı başarmıştır (Van de Graaff 1931). Daha sonraki versiyonlarına iki yeni özellik ekleyerek 10 MV'a kadar ulaşmayı başarmıştır. Eklediği ilk özellik elektrot sistemi olmuştur ve kıvılcım eşiğini düşürmüştür. Daha sonra 9-10 atmosferlik yüksek-basınç tankı içerisinde hızlandırıcı tüp eklemiştir. Yüksek-basınçlı tank içerisindeki bu hızlandırıcılara tandem hızlandırıcılar denilmektedir. Tandem hızlandırıcı ile ulaşılan en yüksek voltaj 24.5 MV olmuştur.

Elektrostatik hızlandırıcılar doğrusal akım kullanmaktadır ve bu hızlandırıcıların kapasitesi sistemde uygulanabilecek maksimum voltaj ile sınırlıdır. Bu durum yüksek enerji fiziği çalışmaları için yeni alternatifler arayışına itmiştir. 1924 yılında İsveçli bilim adamı Ising sürüklenme (drift) tüpleri üzerinde alternatif akım kullanarak aynı voltajı tekrar tekrar parçacıklara uygulamayı önerdi (Ising 1924). 1928 yılında Wideroe, Ising'in önerisini kullanarak potasyum iyonlarını hızlandırmıştır ve potasyum iyonlarının enerjisini 50 keV'e çıkarmıştır (Wideroe 1928).

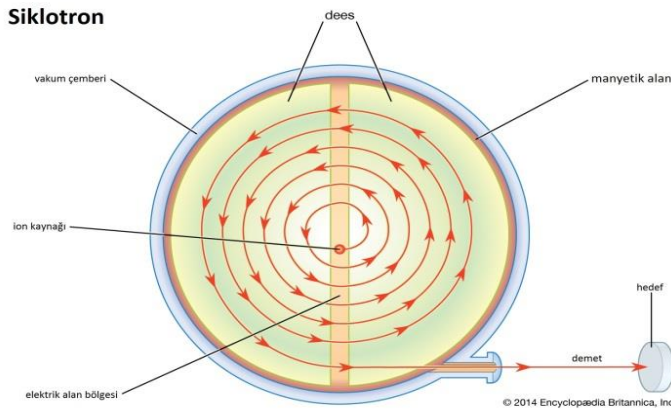
Ising'in önerisinde hızlanan parçacıklar bir seri iletken sürüklenme tüpünden geçerler. Sürüklenme tüpleri bir RF jeneratöre bağlanır. Bu jeneratörün frekansı öyle bir ayarlanır ki bir parçacık bir boşluktan geçerken hareket yönü ile aynı yönde elektrik alana maruz kalır. Parçacık sürüklenme tüpünden geçerken alan yön değiştirir ve parçacık boşlukta yine hareket yönü ile aynı yönde elektrik alana maruz kalarak enerji ve hız kazanır.

Senkronizasyonun korunması için sürüklenme tüpünün bir öncekinden uzun olması gerekir. Hız arttıkça sürüklenme tüplerinin uzunluğu pratik olmayacak şekilde uzayacaktır. Zaman içerisinde bu problemin üzerinden; yüksek frekanslara çıkılarak, kaviteyi oluşturan yapının etrafını kapatarak ve farklı hızlandırıcı yapıları tasarlanarak gelinmiŐtir. Ve hızlandırıcı yapıların farklı  eŐitleri ortaya çıkmıştır, fakat altında yatan temel prensipler deđiŐmemiŐtir (Bryant 1994).



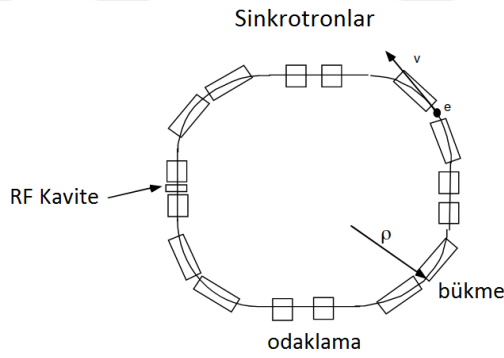
Şekil 3.1 RF hızlandırıcının Şematik görünümü, E.O. Lawrence and N.E. Edlefsen

1929 yılında Lawrence, Wideroe ve Ising'den ilham alarak siklotron olarak adlandırılan ilk çembersel hızlandırıcıyı tasarladı (Lawrence and Edlefsen 1930). Lawrence'ın tasarladığı ilk model 1932 yılında çalıŐtırıldı. Yarıçapı bir adımdan daha küçük olan bu hızlandırıcı protonlara 1.25 MeV'lik hız kazandırabiliyordu (Lawrence and Livingston 1932). Lawrence, Cockcroft ve Walton'dan sadece bir kaç hafta sonra atomu bölme deneyini gerçekleŐtirmiŐ ve 1939 yılında Nobel  d l n  almıştır. Nobel  d l n  aldığı bu yıl yarıçapı beŐ adım büyüklüğünde bir siklotron ile protonlara 20 MeV'lik bir hız kazandırabiliyordu.



Şekil 3.2 Siklotronun Şematik gösterimi

Siklotron ile relativistik etkilerden dolayı ulaşılabilen enerji sınırlıydı. Daha yüksek enerjilere ulaşabilmek için sinkrotron tesisi kurulumu fikri ortaya çıkmıştır. Şekil 3.3'te sinkrotron tesislerinin genel şeması gösterilmektedir. Bir sinkrotron; depolama halkası, yükseltici sinkrotron, doğrusal hızlandırıcı ve demet hatlarından oluşur. Bir sinkrotron tesisinde elektron tabancasından çıkan elektronlar doğrusal hızlandırıcı ile paketlenerek hızlandırılır ve yükseltici sinkrotrona aktarılır. Yükseltici sinkrotronda elektron paketlerinin enerjisi artırılır. Ve yükseltici sinkrotronlar depolama halkasını beslerler. Elektronlar depolama halkasında saatlerce seyahat edebilirler. Depolama halkasından sinkrotron ışınımı demet hatlarına aktarılır. Her bir demet hattı araştırma tipine ve kullanılacak tekniğe göre özel tasarlanır.



Şekil 3.3 Sinkrotronların genel şeması ( Dugan 2002)

Günümüzde yüksek enerji fiziği ve nükleer fizik deneyleri iki demeti çarpıştırarak veya sabit bir hedef kullanılarak yapılmaktadır (Dugan 2002). Aşağıdaki çizelgede iki demeti çarpıştırarak deneyler gerçekleştiren tesislere örnekler verilmiştir. Bu çizelgede ayrıca tesislerin ulaşabildikleri maksimum kütle merkezi enerjileri de verilmektedir.

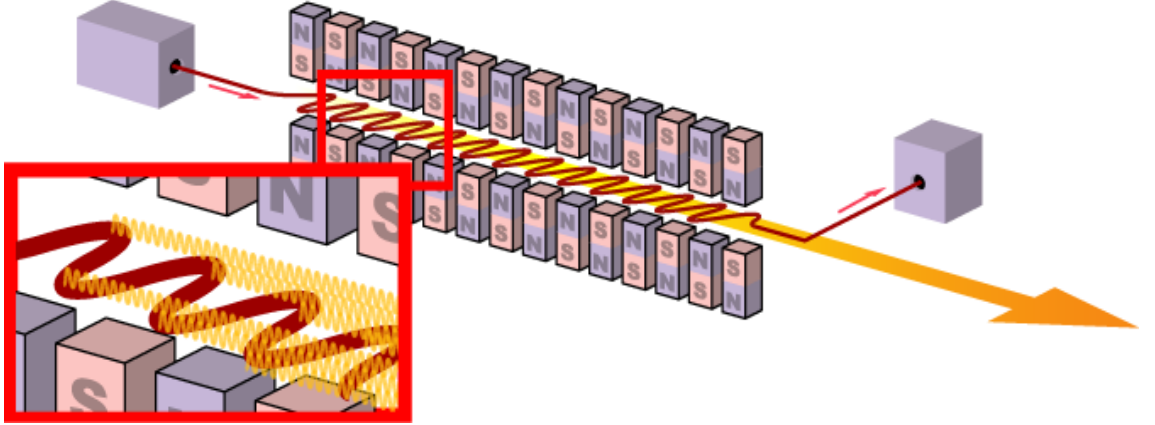
Çizelge 3.1 Yüksek enerjili çarpıştırıcılar (Dugan 2002)

Tesisin Adı	Tipi	KM Enerjisi(GeV)
CERN LHC	$p^- - p$ iki halka	14000
DAFNE (İtalya)	$e^+ - e^-$ iki halka	1.05
BEPC (Çin)	$e^+ - e^-$ tek halka	3.1
KEK-B (Japonya)	$e^+ - e^-$ iki halka	10.4
DESY HERA (Almanya)	$e - p$ iki halka	300
CERN LEP (Avrupa)	$e^+ - e^-$ tek halka	200
SLAC- SLC (Amerika)	$e^+ - e^-$ doğrusal çarpıştırıcı	100

### 3.2 Serbest Elektron Lazeri

Günümüzde doğrusal elektron hızlandırıcılarının yaygın olarak kullanıldığı bir başka uygulama ise Serbest Elektron Lazeri (SEL) üretimidir. Serbest elektron lazeri geleneksel lazerlerden çok farklıdır. Geleneksel lazerler atomik veya moleküler sistemlerden uyarılan ışınımı kullanır. Serbest elektron lazeri üretmek için relativistik hızlara ulaşan elektron demeti kullanılır. Elektron demeti periyodik bir manyetik alana girer. Bu manyetik alan undulator veya wiggler adı verilen magnetler ile sağlanır. Elektronlar magnet içerisinde ivmeli hareket yaparak radyasyon yayarlar. Bu radyasyon optik rezonatör kullanılarak depolanır. Böylece elektronlar undulator magnetin içinde ışınım yaparken rezonatörde depolanan radyasyon yardımıyla uyarılmış ışınım elde edilir yani serbest elektron lazeri elde edilir.

Elektron demetinin salındırıcı (undulator) magnet içindeki hareketi ve yörüngesi detaylı bir şekilde tanımlanmıştır (Evtushenko 2004). Elektronun salındırıcı magnet içindeki beklenen yörüngesi aşağıdaki şekilde gibidir.



Şekil 3.4 Bir SEL içinde salındırıcı magnetin şematik gösterimi

Salındırıcı magnetin içerisinde bir elektron ile bir elektromanyetik (EM) dalga z yönünde ilerlemektedir. Sistemin lazer üretebilmesi için elektron EM dalgaya devamlı enerji aktarmalıdır. Yani elektronun kinetik enerjisinin bir kısmı EM dalgaya aktarılmaktadır. Undulator magnet elektrona yatay salınım yaptırır ve bu düzlemde kutuplanmış bir EM dalga oluşturur. Bu durumda elektron EM dalganın elektrik alanıyla etkileşime girer ve elektron enerji kaybederken EM dalga enerji kazanır. Çünkü

elektron ve EM dalganın oluşturduğu sistemin enerjisi korunumludur. EM dalga her zaman  $c$  hızıyla hareket eder ve elektron bir  $v$  hızıyla hareket etmektedir. Elektronun  $v$  hızı her zaman  $c$  ışık hızından küçüktür. Bundan dolayı EM dalga elektronun farklı fazları ile etkileşime girer.

Elektron, başlangıç konumundan  $\pi$  fazı kadar kayarsa, dalgadan enerji alacaktır. Elektronun EM dalgaya enerji verdiği bir faz aralığı vardır. Aynı şekilde enerji aldığı bir faz aralığı da vardır. Bu nedenle undulator içerisindeki enerji alışverişi sıfır olur. Bu problemin üzerinden gelmek için elektronun enerjisi  $\gamma$  ve undulator şiddet parametresi  $K$ 'yı seçerken dikkatli olunmalıdır. Burada  $K = B_0 e \lambda_u / m_0 c^2 \pi$  olmak üzere,  $B_0$  undulator magnetin manyetik alanı ve  $m_0 c^2$  elektronun durgun kütesidir. Elektron enerjisi  $\gamma$  ve undulator parametresi  $K$ , elektron undulatorun bir periyodundan geçerken harici EM dalganın tam bir periyodundan kurtulacak şekilde seçilir. Bu durum aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\lambda_w = c\tau - v\tau \quad (3.1)$$

Burada  $\lambda_w$  harici EM dalganın dalga boyudur ve  $\tau = \lambda_u / v_0$  bağıntısı ile verilir. Yani  $\tau$ ; elektronun, undulatorun bir periyodundan geçmesi için gereken süredir. Bu koşul sağlanarak, elektron undulatorun bir periyodundan geçtiğinde, elektron EM dalga ve undulator ile aynı fazda olur. Bu durumda elektron dalgaya enerji verecektir. Denklem 3.1'deki koşul aşağıdaki gibide verilebilir. Bu koşula SEL rezonans koşulu denilmektedir.

$$\lambda_w = \lambda_u \frac{1 - \beta}{\beta} \quad (3.2)$$

Burada  $\lambda_u$  undulator periyodu ve  $\beta = v/c$  olmak üzere Lorentz faktörüdür. Rezonans koşulu bize;  $\lambda_u$  periyodu olan bir undulator içinde,  $\beta$  hızına sahip bir elektrondan net bir enerji elde edilmesi için harici EM dalganın hangi dalga boyunda olması gerektiğini vermektedir.

Elektron ile EM dalganın rezonanslı bir şekilde etkileşime girmesi için harici EM dalganın; undulator içinde elektron tarafından kendiliğinden yayılan EM dalga ile aynı dalga boyuna sahip olması gerekir. Bazı açılardan, bu SEL işlemi için belirleyici faktördür. SEL osilatöründe, radyasyonu yakalamak için undulator etrafına bir optik

rezonatör inşa edilir. Tekrarlama oranı  $f$  olan bir elektron demeti SEL’i “pompalamak” için kullanılır. Optik rezonatör uzunluğu öyle seçilmiştir ki ışığın boşlukta  $1/nf$  periyodu ile kavite içerisinde gidip-gelmesi sağlanır. Böylece bir elektron paketinden salınan ışınım atması, bir sonraki elektron paketi ile undulator girişinde karşılaşılır ve bu undulator içindeki radyasyonun uyarılmasına neden olur. Yani rezonatör içinde yakalanan radyasyon enerjisi artacaktır.

Bu noktaya kadar undulator içerisinde tek bir elektronun uyarılmış radyasyonu göz önüne alındı. Fakat bir elektron paketinde çok fazla sayıda elektron vardır. Elektron paketinin boylamasına dağılımı uniform ise bu durumda paket ile EM dalga arasında net bir enerji alışverişi olmayacaktır. Çünkü paketin içinde bazı elektronlar radyasyona enerji aktarıırken bu elektronlardan  $\lambda_w/2$  kadar uzakta olan bazı elektronlar enerji alacaktır. Neyse ki; elektron paketi ile harici EM dalganın etkileşimi, elektronların boyuna hızında modülasyona yol açmaktadır. Bu da elektronların dağılımının modülasyonu anlamına gelmektedir. Yani elektronlar harici EM dalganın dalga boyu  $\lambda_w$  periyodu ile gruplaşma eğilimindedirler. Bu sürece mikro paketlenme denilmektedir. Mikro paketlenme sürecinin yanısıra uyarılmış ışınım ve rezonans koşulu SEL işleminin temelini oluşturmaktadır. Bu süreçlerin kalitesi ve verimi SEL’in önemli bir özelliği olan tek-geçişte kazanılan SEL kazanımı ile doğrudan ilgilidir. SEL kazanımı aşağıdaki formül ile verilebilir (Evtushenko 2004).

$$G \equiv \frac{I_f - I_i}{I_i} \quad (3.3)$$

Burada  $I_i$  ve  $I_f$  sırasıyla undulatordan bir elektron demetinin geçmesinden önceki ve sonraki radyasyon alan yoğunluklarıdır. Tahmin edilebileceği üzere SEL’in çalışması için bir optik rezonatördeki SEL kazanımları, SEL kayıplarından büyük olmalıdır.

Şimdiye kadar SEL üretmek için kullanılan elektron demetinin ideal bir demet olduğu ve demetteki bütün elektronların aynı enerji seviyesinde ve hepsinin tam olarak eksenin üzerinde undulatora girdiği varsayılmıştır. SEL oluşabilmesi için elektron demetinin belirli kalite gereksinimlerini karşılaması gerekir. Eğer bir elektron undulator içerisinde, rezonans enerjisinden biraz farklı bir enerjiyle ilerliyorsa farklı bir dalga boyunda ışınım yapacaktır. Undulator içerisinde ideal yörüngede ilerlemeyen elektronlar, homojen bir

manyetik alan olmadığı için farklı manyetik alanlara maruz kalacaklardır. Dolayısı ile undulatora farklı açılarla giren elektronlar, farklı dalga boylarına sebep olacaktır. Eğer elektron yörüngesinden çok fazla sapmışsa yaptığı ışınımın dalga boyu; kendiliğinden ışınım dalga boyu bant genişliğinin dışında kalır. Bu tür elektronlar SEL kazanım sürecine katılmaz. Bu tür elektronların sayısının fazla olması SEL kazanımını azaltacaktır. SEL'in oluşması için kazanımın kayıptan büyük olması gerekir. Bu da ancak kaliteli bir elektron demeti ile mümkündür. Elektron demetinin kalitesi hakkında bize emittance parametresi fikir verir. Emittance değeri belirli bir değer altında olmalıdır ve SEL oluşması için bu koşul (denklem 3.4) sağlanmalıdır (Wiedemann 2015).

$$\frac{\varepsilon_n}{\gamma} \leq \frac{\lambda}{4\pi} \quad (3.4)$$

Burada  $\varepsilon_n$  demetin normalize emittance'sidir ve hareketin değişmez sabitidir. Elektronların enerjisi değişse bile normalize emittance değişmemektedir.  $\gamma$  Lorentz faktörü ve  $\lambda$  SEL'in dalga boyudur. TARLA'da ise SEL oluşması için yatay emittance değeri 15 mm.mrad değerinden küçük olmalıdır. Düşey emittance ise 12 mm.mrad değerinden küçük olmalıdır (Aksoy ve Karşlı 2015).

### 3.3 Lorentz Kuvveti

Yüklü bir parçacık üzerine elektrik ve manyetik alanlar uygulanması durumunda parçacık üzerine etki eden kuvvet aşağıdaki gibi verilir.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.5)$$

Burada  $\vec{B}$  vektörü manyetik alanı,  $\vec{E}$  vektörü elektrik alanı ve  $\vec{v}$  vektörü de parçacığın hızını temsil eder. Bu kuvvetin parçacığın hareketi doğrultusunda birim uzunlukta yaptığı iş

$$\vec{F} \cdot \vec{z} = q\vec{E} \cdot \vec{z} + q(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{z} = q\vec{E} \cdot \vec{v} dt + q(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} dt \quad (3.6)$$

olarak kolaylıkla bulunabilir. Bu denklemde  $\vec{z}$  parçacığın hareketi doğrultusunda konum vektörüdür ve eşitliğin sağındaki son terim sıfıra eşittir,  $(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0$ . Buradan da anlaşılacağı gibi manyetik kuvvet iş yapmamakta, parçacığa enerji sadece elektrik alan



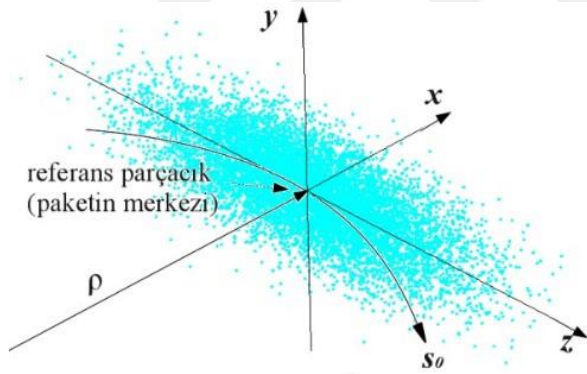
ile aktarılabilmektedir. Yani boyuna momentum  $\frac{dp_z}{dt} = qE_z$ , sadece parçacığın hareketi doğrultusunda uygulanan elektrik alan ile artırılabilir. Enine momentum bileşenleri de parçacığın hareketine dik etki eden manyetik alan ile değiştirilebilmektedir.

$$\frac{dp_{\perp}}{dt} = q(v_z \times \vec{B}) \quad (3.7)$$

Yani bir hızlandırıcıda parçacıklar elektrik alan ile hızlandırılmakta ve manyetik alan ile yönlendirilmektedir.

### 3.4 Bir Hızlandırıcıda Koordinat Sistemi

Bir hızlandırıcıda parçacıklar gruplandırılmış, olarak hızlandırılır. Parçacıkların grup hale getirilmesi ile elde edilen yük yığını paket olarak tasvir edilir. Şekil 3.5 bir paketi oluşturan parçacıkların 3-boyutlu koordinat sisteminde dağılımını göstermektedir. Hızlandırıcıda fiziğinde demeti oluşturan bir parçacığın konumu 6-boyutlu uzayda tanımlanır,  $(x_i, x'_i, y_i, y'_i, \delta z_i, \delta p_{z,i})$ .



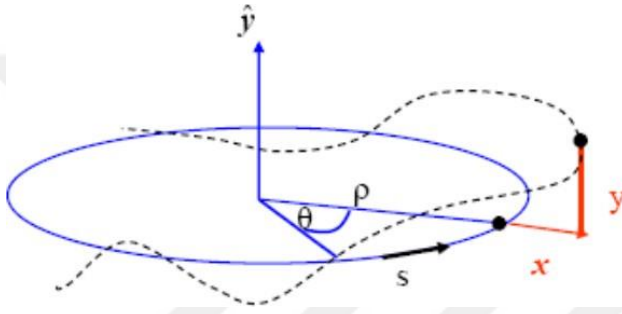
Şekil 3.5 Üç boyutlu uzayda paketi oluşturan parçacıklar

Hızlandırıcı tasarımında, sistem bir ideal yörüngeye göre tasarlanır. Bu ideal yörüngeyi takip eden parçacığa, ideal parçacık veya referans parçacık denir. Diğer parçacıkların koordinatı ise 6-boyutlu uzayda bu referans parçacığa göre tanımlanır. Enerjisi, tasarım enerjisi olan bu parçacığın sadece hızlandırma yönünde momentum  $(p_z, 0)$  bileşeni vardır ve ideal yörüngededir. Genel olarak bu referans parçacık orijin olarak kabul edilir ve diğer parçacıkların konumları bu orijine göre 6-boyutlu uzayda  $(x_i, x'_i, y_i, y'_i, \delta z_i, \delta p_{z,i})$  bileşenleri ile tanımlanır. Burada  $\delta p_{z,i} = (p_{z,i} - p_{z,0})/p_{z,0}$  olup momentum farkı ya da enerji yayılımıdır ve  $\delta z_i = ct - z_i$ 'dir. Buna göre 6-

boyutlu uzayda referans parçacığın koordinatı  $(0,0,0,0, z_0 = ct, p_{z,0})$  olacaktır.

### 3.5 Linear Enine Demet Dinamiği

Bir hızlandırıcıda parçacığın ideal yörüngeden düşeyde ve yatayda ne kadar saptığı ile ilgileniriz. Bu iki boyutu  $x$  ve  $y$  olarak, parçacıkların enine salınımlarını dikkate alırız. İdeal yörünge etrafında gerçekleşen bu enine salınımlar ilk kez Betatron hızlandırıcısında çalışma konusu olduğu için Betatron salınımları olarak da bilinmektedir. Betatron hızlandırıcıları ilk sabit yarıçaplı hızlandırıcılardır. Şekil 3.6'da bir Betatron hızlandırıcısında ideal yörüngeden sapsmış bir parçacık gösterilmektedir.



Şekil 3.6 Bir betatron hızlandırıcısında ideal yörüngeden sapsmış bir parçacık

Bir hızlandırıcıda parçacıkların yönlendirilmesi ve odaklanması manyetik alan ile gerçekleşir. Manyetik alan sağlayan her bir magnetin bir  $K$  güç sabiti vardır. Parçacıkların düşeydeki ve yataydaki  $(x, y)$  hareket denklemleri form olarak aynıdır ve  $x$  için aşağıdaki gibidir.

$$x'' + K(s)x = 0 \quad (3.8)$$

Bu denklemin basit harmonik hareketten tek farkı  $K$ 'nın  $s$  pozisyonuna göre değişen bir fonksiyon olmasıdır. Normal koşullar altında  $K$  hızlandırıcının her bir bileşeni için sabittir. Böylece hızlandırıcının her bir bileşenini bir araya getirerek basit harmonik hareketin çözümleri uygulanabilir. Bu yöntemde hızlandırıcıdaki her bir elemanın  $K$ 'ya göre transfer matrisi yazılır ve parçacığın geçtiği elemanlar sırayla çarpılır. Hızlandırıcı elemanlarının transfer matrisleri bundan sonraki bölümde detaylı olarak ele alınacaktır.

Hareket denklemi aynı zamanda 19. yüzyılda yaygın olarak çalışılan Hill denkleminin bir formudur. İkinci bir çözüm yolu olarak Hill denkleminin genel çözümleri kullanılmaktadır. Birçok hızlandırıcıda  $K(s)$ ,  $C$  uzunluğu için periyodik bir

fonksiyondur.

$$K(s + C) = K(s) \quad (3.9)$$

Burada  $C$  hızlandırıcıyı oluşturan elemanların kendini tekrarlama uzunluğu veya bir sinkrotronun çevresi olabilir. Yani  $K(s)$  konumun periyodik bir fonksiyonudur. Bu durumda hareket denkleminin genel çözümü aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$x = Aw(s)\cos[\psi(s) + \delta] \quad (3.10)$$

Burada  $A$  ve  $\delta$  başlangıç koşullarından gelen integral sabitleridir.  $w(s)$  ise  $K$ 'ya benzer bir periyodik özellik göstermektedir. Aynı zamanda genel çözüm basit harmonik hareketin çözümüne oldukça benzerdir.  $K$ 'nın pozitif bir sabit olduğu her durumda hareket denkleminin çözümü

$$x = A\cos[\psi(s) + \delta] \quad (3.11)$$

olarak yazılabilir. Bu çözümde  $\psi(s) = \sqrt{K}s$ ,  $A$  ve  $\delta$  integral sabitleridir. Birkaç işlem ile Hill denkleminin genel çözümü ve türevi;

$$x = w(s)(A_1\cos\psi + A_2\sin\psi) \quad (3.12)$$

$$x' = \left(A_1w' + \frac{A_2k}{w}\right)\cos\psi + \left(A_2w' - \frac{A_1k}{w}\right)\sin\psi \quad (3.13)$$

olarak bulunur.  $s = s_0$ 'da  $x_0$  ve  $x'_0$  başlangıç koşulları için  $A_1$  ve  $A_2$  sabitleri aşağıdaki gibidir.

$$A_1 = \frac{x_0}{w} \quad (3.14)$$

$$A_2 = \frac{x'_0w - x_0w'}{k} \quad (3.15)$$

Buradaki  $k$  keyfi bir integral sabitidir.  $\Psi(s)$ 'i belirlemek için çözülen diferansiyel denklemden gelir. Şimdi  $w$  fonksiyonunun  $C$  uzunluğu boyunca periyodik olduğu durumda, parçacıkların  $s_0$ 'dan  $s_0 + C$ 'ye yayılım hareketini aşağıdaki matris ile tanımlayabiliriz.

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_{s_0+C} = \begin{pmatrix} \cos\Delta\Psi_C - \frac{ww'}{k} \sin\Delta\Psi_C & \frac{w^2}{k} \sin\Delta\Psi_C \\ -\frac{1 + (\frac{ww'}{2})^2}{\frac{w^2}{k}} \sin\Delta\Psi_C & \cos\Delta\Psi_C + \frac{ww'}{k} \sin\Delta\Psi_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_{s_0} \quad (3.16)$$

Bu matrisi yakından incelersek  $w^2(s)$  fonksiyonu ve bu fonksiyonun türevi  $k$  sabiti ile ölçeklendirilmiştir. Bu matris kullanılarak Courant-Snyder parametreleri tanımlanır. Courant-Snyder parametreleri aşağıdaki gibidir.

$$\beta(s) \equiv \frac{w^2(s)}{k} \quad (3.17)$$

$$\alpha(s) \equiv -\frac{1}{2} \frac{d\beta(s)}{ds} = -\frac{1}{2} \frac{d}{ds} \left( \frac{w^2(s)}{k} \right) \quad (3.18)$$

$$\gamma(s) \equiv \frac{1 + \alpha^2}{\beta} \quad (3.19)$$

Bu parametreleri kullanarak denklem 3.16'ı yeniden yazabiliriz.

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_{s_0+C} = \begin{pmatrix} \cos\Delta\Psi_C + \alpha \sin\Delta\Psi_C & \beta \sin\Delta\Psi_C \\ -\gamma \sin\Delta\Psi_C & \cos\Delta\Psi_C - \alpha \sin\Delta\Psi_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_{s_0} \quad (3.20)$$

Bu matristeki  $\Delta\Psi_C$  faz ilerlemesidir.

$$\Delta\Psi_C = \int_{s_0}^{s_0+C} \frac{ds}{\beta(s)} \quad (3.21)$$

$\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  niceliklerine genellikle Courant-Snyder veya Twiss parametreleri denir. Aynı zamanda  $\beta$  fonksiyonu genlik fonksiyonu olarak da bilinmektedir. Böylece hareket denkleminin genel çözümünü aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$x(s) = A\sqrt{\beta(s)}\cos[\Psi(s) + \delta] \quad (3.22)$$

### 3.6 Hızlandırıcıda Kullanılan Elemanlar ve Matris Temsilleri

Demet hattı boyunca parçacıkları odaklamak, dağıtmak, bükme, hızlandırmak ve vakumda hiçbir etki altında kalmadan sürüklemek için çeşitli elemanlar kullanılır. Parçacıkların bu elemanlar boyunca hareket düzlemindeki davranışlarının hem analitik hem de nümerik olarak belirlenmesi ve izlenmesi, diferansiyel denklem (Hill denklemi)

çözümü veya bu elemanların matris temsillerinin çarpımı ile mümkündür. Bu bölümde elemanların matris temsilleri üzerinde durulacaktır. Denklem 3.8'teki K değeri için üç farklı durum vardır, bu üç durum  $K > 0$ ,  $K < 0$ , ve  $K=0$  durumlarıdır. K'nın pozitif, negatif ve sıfıra eşit olduğu durumlar için denklem 3.8'in çözümü farklı olacaktır. Örneğin  $K > 0$  durumu için çözümler

$$x(s) = a \cos(\sqrt{K}s + b) \quad (3.23)$$

$$x'(s) = -a\sqrt{K} \sin(\sqrt{K}s + b) \quad (3.24)$$

olacaktır. Bu denklemlerde  $s=0$  değeri vererek

$$x_0 = a \cos b \quad (3.25)$$

$$x'_0 = -a\sqrt{K} \sin b \quad (3.26)$$

denklemleri elde edilir. Trigonometrik bağıntıları kullanarak yukarıdaki denklemleri aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$x = \cos(\sqrt{K}s) x_0 + \frac{1}{\sqrt{K}} \sin(\sqrt{K}s) x'_0 \quad (3.27)$$

$$x' = -\sqrt{K} \sin(\sqrt{K}s) x_0 + \cos(\sqrt{K}s) x'_0 \quad (3.28)$$

Bu iki denklemi matris formunda aşağıdaki yazabiliriz.

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\sqrt{K}s & \frac{1}{\sqrt{K}} \sin\sqrt{K}s \\ -\sqrt{K} \sin\sqrt{K}s & \cos\sqrt{K}s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Burada  $X = \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}$ ,  $M = \begin{pmatrix} C(s) & S(s) \\ S(s) & C(s) \end{pmatrix}$  ve  $X_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}$  eşitliklerini kullanarak denklem 3.29'u  $X = MX_0$  şeklinde yazabiliriz. Buradaki M matrisi 2 boyutlu uzayda K değeri sıfırdan büyük olan elemanlar için transfer matrisidir. M matrisinde C(s) kosinüslü, S(s) sinüslü terimleri belirtmektedir. Bulduğumuz bu transfer matrisini 6 boyutlu uzaya genişletmekte mümkündür.

Tez çalışmasında yazılan simülasyon programında demet hattı elemanı olarak sürüklenme tüpü, solenoid magnet, dört-kutuplu magnet ve eğici magnet elemanları tanımlanmıştır. K'nın farklı değer aldığı bu elemanların taşınım matrisleri sonraki

bölümlerde ele alınmaktadır.

### 3.6.1 Sürüklenme (drift) tüpü

Sürüklenme tüpü için  $K$  değeri sıfıra eşittir. Sürüklenme tüpünde elektron demeti herhangi bir kuvvete veya bir alana maruz kalmaz. Sürüklenme tüpünün 2 boyutlu uzayda transfer matrisi aşağıda ki gibidir.

$$M_{drift} = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

Burada  $l$  sürüklenme tüpünün uzunluğudur. Altı boyutlu matris yazılırken  $x$ ,  $y$  ve  $z$  doğrultusunda ki 2 boyutlu matrisler birleştirilir.

$$M = \begin{pmatrix} M_x & 0 & 0 \\ 0 & M_y & 0 \\ 0 & 0 & M_z \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

$$M_x = M_y = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

$$M_z = \begin{pmatrix} 1 & l/\gamma^2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Böylece yukarıdaki bileşenler kullanılarak sürüklenme tüpü elemanının 6-boyutlu transfer matrisi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$M_{drift} = \begin{pmatrix} 1 & l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & l/\gamma^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

Buradaki  $l/\gamma^2$  terimi  $z$  düzleminin boylamasına olup, elektron demetinin hareket yönü olmasından kaynaklanmaktadır (K. Allen 2002). Aşağıdaki denklemlerde  $s$  ideal yörüngeyi temsil etmektedir.

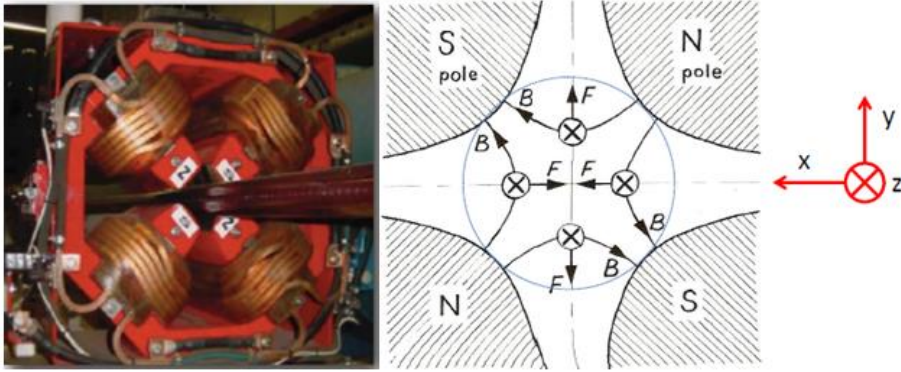
$$x' \equiv \frac{dx}{ds} = \frac{p_x}{p} \quad (3.34)$$

$$y' \equiv \frac{dy}{ds} = \frac{p_y}{p} \quad (3.35)$$

$$z' \equiv \frac{dz}{ds} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{\Delta p}{p} \quad (3.36)$$

### 3.6.2 Dört kutuplu (quadrupole) magnet

Dört-kutuplu magnetler demeti enine düzlemde odaklamak için kullanılır. Fakat dört-kutuplu magnet demeti bir eksende odaklarken diğer eksende dağıtmaktadır. Magnetin merkezi etrafında simetrik olarak sıralanmış karşılıklı iki kuzey ve iki güney olmak üzere dört kutuptan oluşan magnetlerdir.



Şekil 3.7 Dört-kutuplu magnetin şematik gösterimi

Dört-kutuplu magnetlerde K değeri bir düzlemde pozitif iken diğer düzlemde negatiftir. Bir başka deyişle dört-kutuplu magnet bir düzlemde odaklama yaparken (K pozitif) diğer düzlemde dağıtma (K negatif) yapacaktır.

$$M_{foc} = \begin{pmatrix} \cos\sqrt{K}l & \frac{1}{\sqrt{K}}\sin\sqrt{K}l \\ -\sqrt{K}\sin\sqrt{K}l & \cos\sqrt{K}l \end{pmatrix}, \quad K > 0 \rightarrow \text{Odaklama} \quad (3.37)$$

$$M_{def} = \begin{pmatrix} \cosh\sqrt{|K}l & \frac{1}{\sqrt{|K}}\sinh\sqrt{|K}l \\ \sqrt{|K}|\sinh\sqrt{|K}l & \cosh\sqrt{|K}l \end{pmatrix}, \quad K < 0 \rightarrow \text{Dağıtma} \quad (3.38)$$

Dört-kutuplu magnetin merkezinde net kuvvet sıfırdır. Yani dört-kutuplu magnetin

merkezinden geçen parçacıklara kuvvet uygulamaz. Dört-kutuplu magnet yörüngeden sapan parçacıklara enine düzlemde kuvvet uygulamaktadır. Dört-kutuplu magnet bir parçacığa  $F_x = -q\beta cG_x$  kadar kuvvet uygulamaktadır. Formülden anlaşılacağı üzere kuvvet magnetin gradyeni ile doğru orantılıdır. Magnete yaklaştıkça manyetik alan çizgileri sıklaşır, yani gradyeni artar. Dolayısı ile yörüngeden en fazla sapan parçacık en büyük kuvvete maruz kalacaktır. Dört-kutuplu magnetin 6 boyutlu matrisi aşağıdaki gibi verilmektedir.  $M_x$  matrisi odaklama,  $M_y$  matrisi dağıtma matrisi olacaktır. Çünkü dört-kutuplu magnet bir yönde odaklama yaparken diğer yönde dağıtmaktadır. Ve ilerleme doğrultusunda hiçbir kuvvet olmadığından,  $M_z$  sürüklenme matrisi olacaktır.

$$M_{quad} = \begin{pmatrix} \cos\sqrt{K}l & \frac{1}{\sqrt{K}}\sin\sqrt{K}l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sqrt{K}\sin\sqrt{K}l & \cos\sqrt{K}l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cosh\sqrt{|K|}l & \frac{1}{\sqrt{|K|}}\sinh\sqrt{|K|}l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{|K|}\sinh\sqrt{|K|}l & \cosh\sqrt{|K|}l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & l/\gamma^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

Ayrıca dört-kutuplu magnetin odak uzaklığı  $f$ , magnetin uzunluğundan  $l$  çok büyükse yani  $f \gg l$  ise ince lens yaklaşımı yapılmaktadır.  $f = 1/Kl$  ile ince lens yaklaşımı altında 6 boyutlu uzayda dört-kutuplu magnetin matrisi aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$M_{quad} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/f & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/f & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & l/\gamma^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

### 3.6.3 Solenoid magnet

Bir solenoid magnet; demeti her iki eksende odaklamak için kullanılabilir. Bir solenoid magnetin manyetik alan çizgileri, bobinin iç kısmında boyuna yönde bileşenler içerirken, giriş ve çıkış kısmında radyal bileşenlerden oluşmaktadır. Manyetik alan çizgileri bir solenoidin alan çizgileri ile aynıdır. Bu nedenle parçacıklar tam olarak eksen üzerinde hareket ediyorsa herhangi bir kuvvet ile karşılaşmaz, ancak eksen



saparak hareket ediyorsa, radyal bileşenlerden dolayı magnetin giriş ve çıkışında bir kuvvete maruz kalmaktadır (Turner 1994).

Solenoid magnetin odak uzaklığı momentumun karesi ile artmaktadır. Bundan dolayı solenoid magnet momentumu 1 MeV/c den küçük demetler için kullanılır. Momentumu 1 MeV/c den büyük demetler için quadrupole magnetler kullanılmaktadır.

Bir solenoidin giriş ve çıkışında ki manyetik alan çizgilerinden dolayı demet açısai momentum kazanacaktır. Dolayısı ile solenoid magnetin matrisi  $M_{sole} = M_{çıkış} \cdot M_{gövde} \cdot M_{giriş}$  üç matrisin çarpımı olacaktır. Solenoid magnetin transfer matrisi;  $l$  magnetin uzunluğu,  $C = \cos(kl)$  ve  $S = \sin(kl)$  olmak üzere aşağıdaki gibidir.

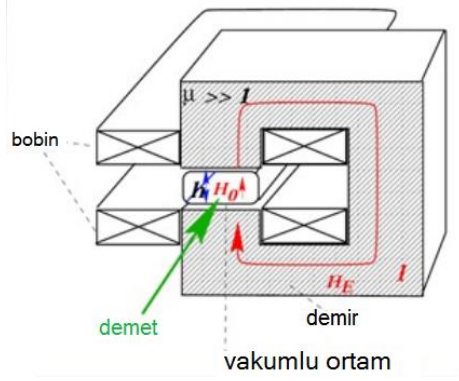
$$M_{sole} = \begin{pmatrix} C^2 & \frac{SC}{k} & SC & \frac{S^2}{k} & 0 & 0 \\ -kSC & C^2 & -kS^2 & SC & 0 & 0 \\ -SC & -\frac{S^2}{k} & C^2 & \frac{SC}{k} & 0 & 0 \\ kS^2 & -SC & -kSC & C^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & l/\gamma^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

### 3.6.4 Eğici (dipole) magnet

Eğici magnetler demeti yönlendirmek veya odaklamak için kullanılabilir. Eğici magnet homojen manyetik alan üretir. Eğici magnetin ürettiği B manyetik alan; h boşluk yüksekliği olmak üzere

$$B_0 = \frac{\mu_0 n I}{h} \quad (3.42)$$

ile verilir. Burada  $\mu_0$  boşluğun manyetik geçirgenlik katsayısı, n sarım sayısı, I ise sarımdan geçen akım değeridir.



Şekil 3.8 Dipole magnetin şematik gösterimi

Eğici magnetin sebep olduğu eğrilik yarıçapı ( $\rho$ ); bir parçacık için yükü  $e$ , momentumu  $p$  olmak üzere aşağıdaki gibi verilir (Rossbach ve Schmueser 1992).

$$\frac{1}{\rho} [m^{-1}] = \frac{eB_0}{p} = 0.2998 \frac{B_0 [T]}{p [GeV/c]} \quad (3.43)$$

Dipole magnetin 6 boyutlu uzaydaki transfer matrisi aşağıdaki gibidir.

$$M_{dip} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \rho \sin\alpha & 0 & 0 & 0 & \rho(1 - \cos\alpha) \\ -\frac{\sin\alpha}{\rho} & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 0 & \cos\alpha & \rho \sin\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin\alpha/\rho & \cos\alpha & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \rho(\cos\alpha - 1) & 0 & 0 & 1 & \rho \frac{\alpha}{\gamma^2} - \rho(\alpha - \sin\alpha) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

Burada  $\alpha$  magnetin bükme açısı,  $l$  magnetin uzunluğu olmak üzere  $\rho = \alpha/l$  ile verilir (Schöning 2013).

### 3.7 Parçacık Koordinatlarının Örgü Elemanları Boyunca Taşınması

Yüklü parçacıklar demet hattı boyunca yukarıda ele alınan temel örgü elemanlarından sırasıyla geçecektir. Örneğin, sürüklenme tüpü ve dört-kutuplu magnetten oluşan bir örgü ele alalım ve bu elemanların transfer matrisi sırasıyla  $M_D$  ve  $M_Q$  olsun. Başlangıç konumu  $X_0$  olan parçacık, ilk eleman sürüklenme tüpünden geçtiğinde konumu  $X_1 = M_D X_0$  olacaktır. Benzer şekilde başlangıç konumu  $X_1$  olan demet dört-kutuplu magnetten geçtiğinde konumu  $X_2 = M_Q X_1$  olacaktır.  $X_1$  yerine yazılırsa  $X_2 = M_Q M_D X_0$  olduğu kolaylıkla görülebilir. En genel haliyle  $n$  tane elemandan oluşan bir örgüde  $X_0$

parçacığın başlangıç konumu ve  $X_s$  son konum olmak üzere transfer matris çarpımları; aşağıdaki gibi son elemandan başlanarak çarpılır.

$$X_s = M_n \dots M_2 M_1 X_0 \quad (3.46)$$

### 3.8 Enine Demet Faz Uzayı Alanı (Emittance)

Bölüm 3.4'te bahsettiğimiz gibi bir parçacığı 6 boyutlu uzayda tanımlarız.  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  parçacığın konum koordinatları,  $p_x(t)$ ,  $p_y(t)$  ve  $p_z(t)$  ise parçacığın momentum bileşenleridir. Konum ve momentum koordinatları ile tanımlanan uzaya faz uzayı denir. 6 boyutlu faz uzayında parçacıkların yoğunluk fonksiyonu  $f(x, y, z, p_x, p_y, p_z)$  ile verilir. Faz uzayının birim hacmindeki parçacıkların yoğunluğu aşağıdaki gibidir.

$$dN = f(x, y, z, p_x, p_y, p_z) dx dy dz dp_x dp_y dp_z \quad (3.47)$$

Tüm faz uzayı üzerinden integral alarak, demetteki parçacıkların sayısını buluruz.

$$N_{beam} = \int \int \int \int \int \int f(x, y, z, p_x, p_y, p_z) dx dy dz dp_x dp_y dp_z \quad (3.48)$$

Emittance genellikle, faz uzayında demetin kapladığı alan olarak tanımlanır ve aşağıdaki gibi verilir.

$$\varepsilon_{(6)} = \int \int \int \int \int \int dx dy dz dp_x dp_y dp_z \quad (3.49)$$

$\varepsilon_{(6)}$  niceliği aynı zamanda yüksek emittance olarak bilinmektedir.

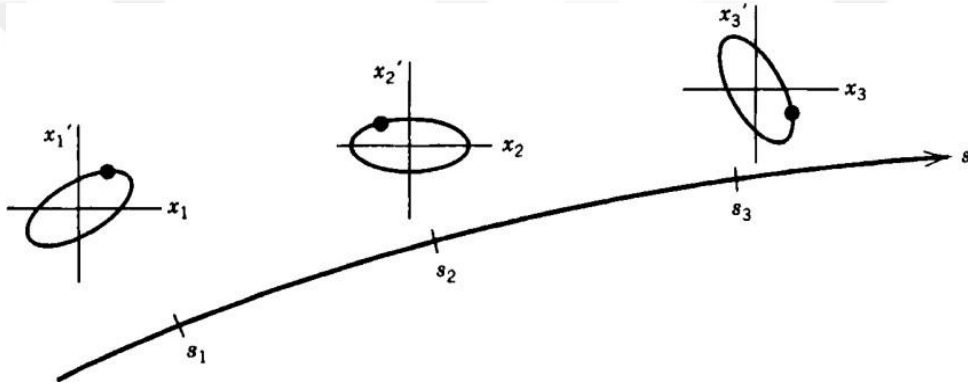
Hızlandırıcı fiziğinde düzlemler birbirlerinden ayrılarak parçacığın hareketi her düzlemde bağımsız incelenir. Bu durumda birbirinden bağımsız üç tane iki boyutlu faz uzayımız olur;  $(x, p_x)$ ,  $(y, p_y)$ ,  $(z, p_z)$ . Genellikle  $z$  eksenini demetin ilerleme yönü seçilir ve  $(z, p_z)$  boylamasına faz uzayı olarak adlandırılır.  $(x, p_x)$  ve  $(y, p_y)$  enine faz uzayları olarak adlandırılır. Bu bölümde  $(x, p_x)$  faz uzayı için yapacağımız hesaplamalar  $(y, p_y)$  faz uzayı içinde aynıdır.  $x$  ve  $p_x$  değişkenleri Hamiltoniyen sistemin kanonik çift değişkenleridir. Fakat hızlandırıcı fiziğinde pratiklik sağladığı için  $p_x$  yerine  $x' = P_x/P_z$  kullanılmaktadır. Böylece parçacığın ideal yörüngeden ne kadar saptığı, hangi açıyla saptığı bilgisini ediniriz.

Şimdi  $(x, x')$  faz uzayı için hareket denkleminin çözümüne bakalım. Enine salınım

yapan belirli bir parçacık için hareketin genel çözümü (3.12) ve türevi (3.13) Courant-Snyder parametreleri ile yeniden yazılıp, Courant-Snyder değişmez denkleminde (3.50) yerine konulduğunda s değişkeninden bağımsız bir sabit elde edilecektir. Bu değişmez yörünge boyunca sabittir.

$$A^2 = \gamma(s)x(s)^2 + 2\alpha(s)x(s)x'(s) + \beta(s)x'(s)^2 \quad (3.50)$$

Courant-Snyder değişmezi harmonik salınımın toplam enerjisine benzerdir. Courant-Snyder değişmezi hızlandırıcının herhangi bir noktasında, bir elips tanımlar. Hızlandırıcıdaki farklı konumlar için elipslerin yönelimi ve şekli farklı olacaktır fakat hepsinin alanı birbirine eşit olacaktır (Şekil 3.9).



Şekil 3.9 İdeal yörünge boyunca faz uzayı elipsleri, Edwards ve Syphers

Bir parçacığın çembersel hızlandırıcıdaki hareketini düşünelim, parçacık belirli bir konumdan her geçtiğinde, enine salınım koordinatları elips alanı üzerinde bir nokta olarak gözükecektir. Her nokta elips alanı içerisinde olacaktır. Ve böyle bir yörüngeye sahip parçacık için  $A^2$  parçacığın emittance'si olarak adlandırılır. Emittance  $\varepsilon$  ile gösterilmektedir. Buradaki A elipsin alanı değil, Hill denkleminin çözümünden gelen integral sabitidir. Bir başka deyişle elipsin alanı ve emittance arasında

$$A^2 = \varepsilon = \frac{\text{Elipsin Alanı}}{\pi} \quad (3.51)$$

ilişkisi bulunmaktadır. Denklem 3.22'yi  $\varepsilon$ 'u kullanarak yeniden yazarsak

$$x(s) = \sqrt{\varepsilon} \sqrt{\beta(s)} \cos[\Psi(s) + \delta] \quad (3.52)$$

$$x'(s) = \frac{-\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\beta(s)}} [\alpha(s) \cos(\Psi(s) + \delta) + \sin(\Psi(s) + \delta)] \quad (3.53)$$

denklemleri elde edilecektir. Denklem 3.52 ve 3.53 Courant-Snyder değişmez denkleminde kullanıldığında aşağıdaki elips denklemini elde edilir.

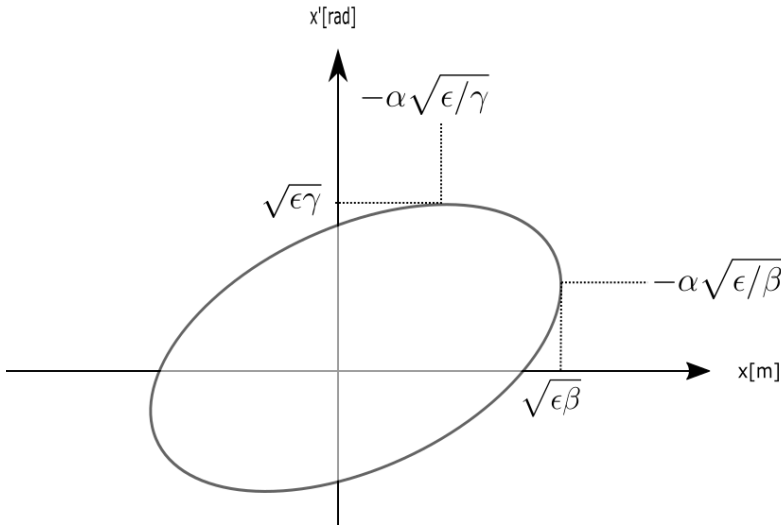
$$\varepsilon = \gamma(s)x(s)^2 + 2\alpha(s)x(s)x'(s) + \beta(s)x'(s)^2 \quad (3.54)$$

Elips denklemindeki  $\alpha, \beta, \gamma$  parametreleri daha önce bahsettiğimiz twiss parametreleridir. Ve aralarında elipsin geometrisinden kaynaklanan,  $\beta\gamma - \alpha^2 = 1$  bağıntısı vardır. Böylece emittance denklemindeki bağımsız parametrelerin sayısı üç olur. Elipsin alanı,  $\varepsilon$  enine emittance olmak üzere aşağıdaki gibi verilir.

$$\pi\varepsilon = \iint dx dx' \quad (3.55)$$

Elde edilen bu denklemlerle çizilen elipsin yönü ve şekli  $\alpha, \gamma, \beta$  ve emittance tarafından belirlenir (Edwards ve Syphers 2008).

Denklem 3.54 ile verilen bağıntının hızlandırıcı fiziğinde önemi büyüktür. Denkleme göre hızlandırıcı boyunca paket içerisindeki parçacıklar faz uzayı alanı  $\pi\varepsilon$  olan elips içerisinde kalacaktır. Bu elipsin alanı lineer yaklaşımlar altında sabittir.  $x$  ve  $x'$  koordinatları ile tanımlanan faz uzayında parçacıkların kapladığı alana emittance denir. Paketteki parçacıkların enine yönde hız dağılımının bir ölçüsüdür. Genellikle bir hızlandırıcıda demetin enine hız bileşenlerinin minimum olması istenir. Bu da faz uzayı alanının küçük yani enine emittance'nin küçük olması ile mümkündür. Şekil 3.10'a bakıldığında enine hız bileşeninin birimi radyan olarak verilmiştir. Bunu açıklamak için Şekil 3.11'e bakalım.

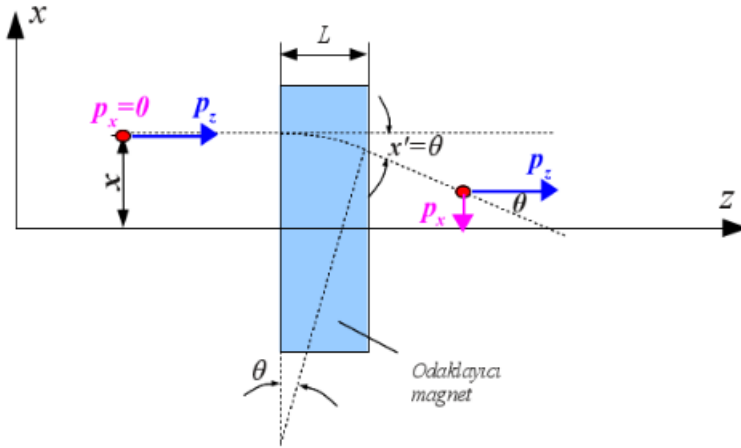


Şekil 3.10 Faz uzayında bir elips

İdeal yörüngeden  $x$  kadar sapmış, enine yönde momentumu olmayan bir parçacık düşünelim. Bu parçacık odaklayıcı magnet içinde  $\theta$  kadar itilecek ve enine momentum kazanacaktır. Çok küçük itmeler için; toplam momentum ve boyuna momentum neredeyse birbirlerine eşit olacaktır. Bu bize küçük açı yaklaşımı yapmamıza olanak sağlar ve enine yönde yer değiştirme aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\theta = x' = \frac{p_x}{p} \quad (3.56)$$

Dolayısıyla yüksek enerjilerde koordinatın türevinin birimi açı, yani radyan cinsinden yazılabilir ve emittance'nin birimi genelde mm·mrad olarak verilir.

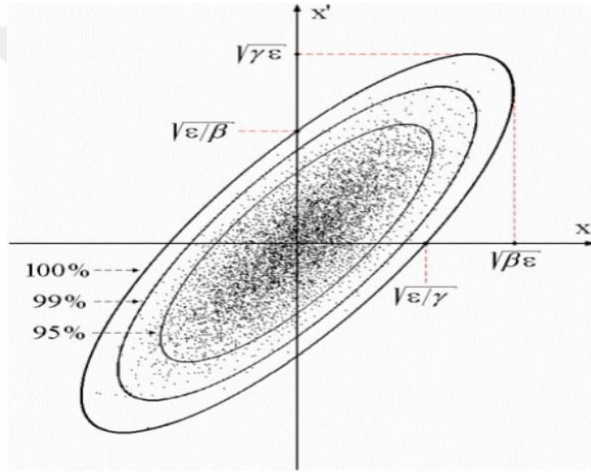


Şekil 3.11 Odaklayıcı magnette giren parçacığın enine yönde kazandığı hız

Şekil 3.10'den anlaşılacağı gibi demetin maksimum genişliği  $x = \sqrt{\varepsilon\beta}$  ve maksimum dağılımı  $x' = \sqrt{\varepsilon\gamma}$  olacaktır. Demetin tam genişliğini ölçmek zor olduğundan, demetin rms genişliği veya demetin belirli bir yüzdesini kapsayan (örneğin %95) genişliği ölçülür. Demetin genişlik ölçümlerinden elde edilen emittance'ye rms emittance veya örneğin %95 emittance denir (Lapostolle 1970). Bir düzlemde emittance hesaplamak için verilen denklem aşağıdaki gibidir.

$$\varepsilon_{rms} = \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2} \quad (3.57)$$

Hesaplamalarda genellikle bu emittance denklemi kullanılır.



Şekil 3.12 Faz uzayında parçacıkların dağılımı ve emittance bantları

Bir demet hızlandırıldığında enine hızın ( $v_x$ ) boyuna hıza ( $v_s$ ) oranı değiştiğinden demetteki dağılım azalır  $x' = v_x/v_s$ . Emittance'yi farklı boyuna momentumlarda karşılaştırmak için  $p_s = m_0 \cdot \gamma_{rel} \cdot v_s$ , normalize emittance'yi aşağıdaki gibi tanımlarız.

$$\varepsilon_{norm} = \frac{v_s}{c} \gamma_{rel} \cdot \varepsilon \quad (3.58)$$

Burada  $c$  ışık hızı ve  $\gamma_{rel} = 1/\sqrt{1 - (v_s/c)^2}$  relativistik Lorentz faktörüdür. Normalize emittance ideal hızlandırma koşulları altında sabittir (Forck 2011).

#### 4. EMITTANCE ÖLÇÜM YÖNTEMLERİ

Farklı karakteristik özelliklere sahip demetler, farklı ölçüm yöntemleri gerektirir. Demetin karakteristik özelliklerine ve ölçmek istediğimiz konumuna göre uygun bir metot seçilerek ölçüm yapılır. TARLA tesisinde elektron demeti enjektörden çıktıktan sonra ve solenoid magnetler ile odaklandıktan sonra emittance'nin ölçümü gerekmektedir. Emittance ölçümü slit-mask yöntemi kullanılarak yapılacaktır. Bu tür ölçümlerin geçerliliği aşağıda belirtilen varsayımlara dayanır.

- Parçacıklar arasında etkileşimin olmadığını kabul ederiz. Normalde parçacıklar arasındaki Coulomb etkileşimi emittance'nin artmasına yol açmaktadır.
- Normalize emittance'nin ve geometrik emittance'nin (eğer hızlanma yoksa) sabit olduğunu ve korunduğunu kabul ederiz. Hâlbuki bazen normalize emittance'nin korunduğu ve geometrik emittance'nin korunmadığı veya geometrik emittance'nin korunup normalize emittance'nin korunmadığı durumlar vardır (McDonald ve Russell 1989).

##### 4.1 Demet Profil Monitörleri

Bir demetin faz uzayındaki yoğunluğu ve emittance'si demetin daha kolay ölçülebilen özelliklerinden türetilir. Bu özelliklere örnek olarak bir veya iki boyutta enine konum (x,y) profilleri verilebilir. Demetin profili bir demet profil monitörü ile ölçülür. Demet profil monitörü demetin yoluna yerleştirildiğinde demetin akı yoğunluğunu pozisyonun fonksiyonu olarak, ölçülebilir bir sinyale dönüştürmektedir. Farklı özelliklere sahip demetler için farklı demet profil monitörleri gerekmektedir. Bu demetin enerjisine, akımına ve parçacıkların türüne göre değişir. Demet profil ölçümleri için geliştirilmiş bir çok cihaz vardır (McDonald and Russell 1989). Demet profil monitörü ile  $\sigma(s)$  genişliğini ölçeriz. Genişliği  $\sigma(s)$  ölçülen bir demetin genişliği aşağıdaki bağıntılar ile verilir.

$$\sigma_x^2(s) = \varepsilon_x \beta_x(s) + \left( D(s) \frac{\Delta p}{p} \right)^2, \quad \sigma_y^2(s) = \varepsilon_y \beta_y(s) \quad (4.1)$$

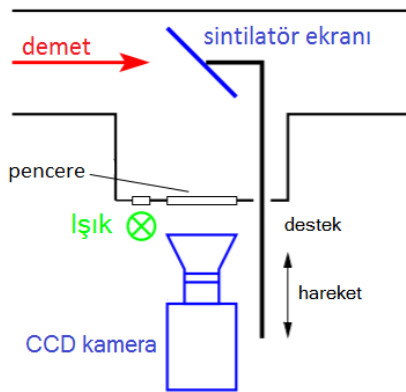


Burada  $\frac{\Delta p}{p}$  momentum yayılımı,  $\epsilon$  emittance,  $\beta(s)$  genlik fonksiyonu,  $D(s)$  monitör üzerindeki dağılım fonksiyonudur. Dikey yönde dağılım çoğu durumda sıfırdır. Çünkü yalnızca yatay yönde bükme mıknatısları kullanılır. Bundan dolayı  $\sigma_y$ 'nin ikinci terimi sıfır olur. En bilinen demet profil ölçüm yöntemlerinden, aşağıda bahsedilmiştir.

#### 4.2 Sintilatör Ekran Yöntemi

Demet profil ölçümü basitçe demetin sintilatör ekrana çarpması ve ardından sintilatör ekrandan yayınlanan ışımın CCD kamera ile gözlemlenmesi ile yapılabilir. Bu sistemde kullanılacak sintilatör ekranın bazı genel özellikleri sağlaması gerekir. Bunlar:

- Ekrandan çıkan ışık ile kaybolan enerji doğru orantılı olmalıdır.
- Yüksek bir sayım oranı elde etmek için ışımın bozunum süresi olabildiğince kısa olmalıdır.
- Sintilatör materyali x-ışınları gibi kısa dalga boylu ışımlara transparan olmalı ve kırılma indisi  $n=1.5$  civarında olmalıdır.
- Sintilatör materyali şekillendirilmesi kolay olmalı ve demetin maksimum genişliğinin iki katı olmalıdır.
- Sintilatör materyali radyasyona dayanıklı olmalıdır.

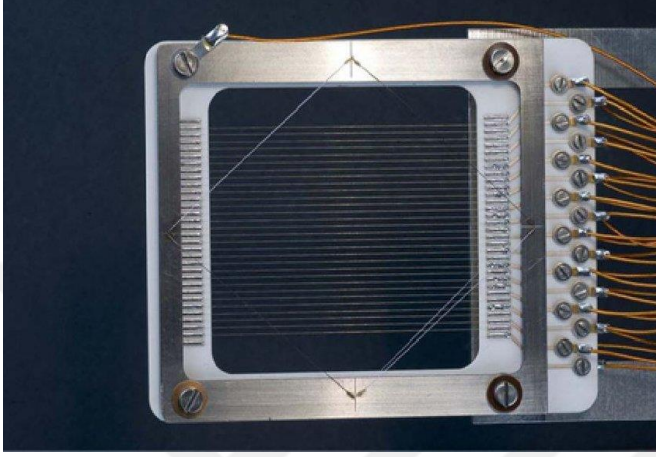


Şekil 4.1 Demet profil monitörü (Forck 2011)

##### 4.2.1 İkincil elektron oluşturma ızgarası

İkincil elektron oluşturma ızgarası literatürde Second Electron Emission Grid (SEM

Grid) olarak geçmektedir. SEM grid ile profil ölçümü almak için; demetin birbirinden bağımsız tellerle etkileşime girmesi sağlanır. Demet tellere çarptığında ikincil elektronlar oluşur ve böylece tellerden bir akım geçer. Her bir telin kendine ait akım-voltaj yükselticisi vardır. Her bir telin kendine ait elektronik devrelerinden voltaj değerleri okunarak, profil ölçümü yapılır. Bu işlem 1 ms'den daha kısa sürmektedir.



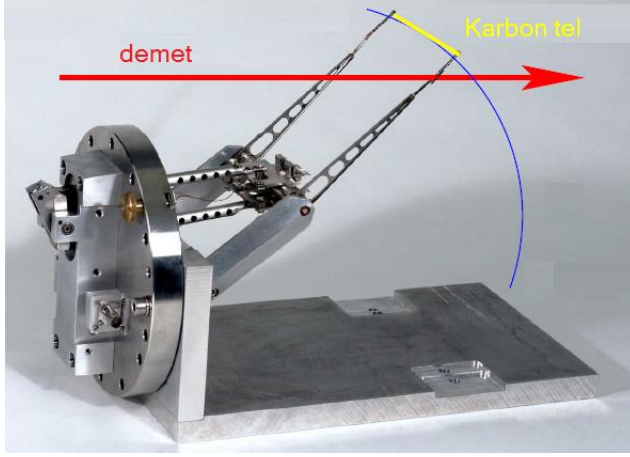
Şekil 4.2 SEM grid örneği (Cheymol 2011)

Bir SEM grid toplam demetin çok küçük yüzdesi ile etkileşime girmektedir. Bundan dolayı demeti bozmayan bir ölçüm yöntemi olarak düşünülebilir. Fakat tellerin arasından geçen parçacıklar saçılacaktır ve buda emittance'nin artmasına neden olacaktır. Kayıp parçacıkların oranı küçük olsa da, ızgaradan geçen demetin makinenin diğer elemanlarına zarar vermediğinden emin olunmalıdır.

Sistemin çözünürlüğü tellerin aralığı ile belirlenmektedir. Tellerin sayısını artırmak; ölçüm sayısı ve çözünürlüğü artıracaktır. Fakat bu daha fazla elektronik kanal gerektirecektir (Cheymol 2011).

#### **4.2.2 Tarama teli (Wire scanner)**

Birbirinden bağımsız birkaç tel ve pahalı elektronikler kullanmak yerine tek bir tel ile demeti tarayabiliriz. Bu durumda çözünürlük artık kablolar arası boşluğa bağlı değildir. Yani maliyeti düşürürken, çözünürlüğü artırırız. Bu teknik, elektron hızlandırıcılarında sıklıkla kullanılmaktadır. Ayrıca demet ile çok az etkileşim olduğu için proton hızlandırıcılarında da kullanılabilir.

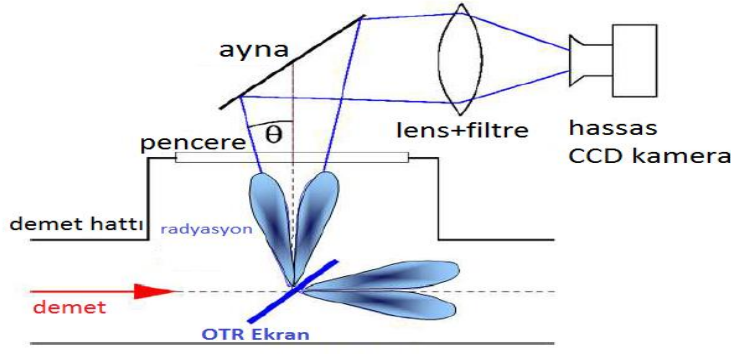


Şekil 4.3 Tarama Teli (Forck 2011)

Tel tarama yönteminde şekildeki gibi bir tel (sarı olan) hızla hareket ettirilir. Telin tarama hızı 10 m/s'ye kadar ulaşabilmektedir. Fakat tel hızlı hareket ettiğinde, telin titreşimi çözünürlüğü azaltmaktadır. Daha yüksek çözünürlük için telin hareketi daha yavaş olmalıdır. Örneğin 0.1 m/s hız ile taradığında çözünürlük 1  $\mu\text{m}$ 'ye ulaşabilmektedir (Forck 2011).

#### 4.2.3 Optik geçiş radyasyon ekranı

Optik geçiş radyasyon ekranı kısaca OTR olarak adlandırılır. OTR (Optical Transition Radiation) İngilizce kısaltmasıdır. Elektron hızlandırıcılarında, parçacıklar relativistik hızlara ulaştıklarında; profil ölçümü OTR ile yapılabilir. Yani ince bir metalik folyodan yayılan elektromanyetik radyasyondan, demetin profili belirlenebilir. OTR özel göreliliği içeren bir elektrodinamik süreçtir. Bu süreçte yüklü parçacığın ürettiği elektromanyetik alan bir ortamdan diğerine geçmektedir. Folyonun önündeki vakum ortamında, parçacığın EM alanının belirli bir biçimi vardır ve bu biçim folyonun içindekinden farklıdır. Çünkü folyo vakum ortamından farklı bir dielektrik sabitine sahiptir. Folyoya yaklaşıldığında parçacığın EM alanı, folyo sınırında zamana bağlı bir polarizasyona yol açar. Polarizasyondaki değişim, karakteristik bir yoğunluğa ve açılal dağılıma sahip tutarlı bir radyasyon yayar.



Şekil 4.4 OTR ekran ölçüm şeması (Forck 2011)

Genellikle folyo demetle  $45^\circ$  açı yapacak şekilde yerleştirilir. Folyo alüminyumdan yapılabilir veya ısıya dayanıklı bir çeşit polyester alüminyum kaplanarak yapılabilir. Folyonun kalınlığı  $1 \mu\text{m}$  veya daha az olur. Folyo ışığın bir kısmını geçirirken bir kısmını ise ayna gibi yansıtacaktır. Parçacık enerjisine bağlı olarak maksimum açısal dağılım,  $\theta = 1/\gamma$  olacaktır. Burada  $\gamma$  relativistik Lorentz faktörüdür. Genelde, optik dalga aralığında 1 foton oluşması için, yüzden fazla binden az parçacık gerekmektedir. Uygun optik düzenek ile folyonun görüntüsü CCD kamera kullanılarak kayıt edilir. Çoğu durumda, göreceli olarak düşük foton sayısı nedeniyle, kamerada yükseltici kullanılır. Bu yöntem genellikle  $100 \text{ MeV}$ 'den daha yüksek enerjiye sahip elektron demetleri için kullanılmaktadır.

Yukarıda ele alınan ekranlar ile demetin profili ölçülebilmektedir. Profili ölçülebilen demet için emittance parametresini belirlemede yaygın olarak dört-kutup tarama veya maskeleme yöntemi yaygın olarak kullanılmaktadır.

### 4.3 Dört Kutuplu (Quadrupole) Tarama Yöntemi

Dört-kutuplu magnet, manyetik alanın oluşturduğu güç ile demeti odaklamak için kullanılır. Fakat dört-kutuplu magnet demeti bir doğrultuda odaklarken diğer doğrultuda dağıtır. Odaklamanın ve dağılımın miktarını manyetik alanın gücü belirler. Böylece manyetik alanı değiştirerek demetin profili değiştirilebilir.

Dört-kutuplu tarama yönetimi ile emittance değeri ancak bir dizi profil ölçümü ile belirlenebilir. Bu ölçümler dört-kutuplu magnetin odaklama gücünü değiştirerek tek bir konumda gerçekleştirilebilir. Veya bir iletim hattı boyunca, üç veya daha fazla konumda

gerçekleştirilir. Profil monitörü ile ölçüm aldığımızda demetin sadece uzaysal genişliğini belirleriz, yani  $\sigma_{11}$  belirlenir. Burada amacımız emittance'yi bulmak olduğu için  $\sigma$  demet matrisinin diğer elemanlarını da bulmamız gerekir. Çünkü  $\sigma$  demet matrisi belirli bir s noktasında faz uzayı elipsi hakkında bütün bilgileri içermektedir. Demet matrisinin determinantı alınarak emittance değeri hesaplanabilmektedir. Demet matrisi aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Bu durumda emittance değeri aşağıdaki gibi verilir.

$$\varepsilon = \sqrt{\det\sigma} = \sqrt{\sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{12}^2} \quad (4.3)$$

Demet matrisinin diğer elemanları transfer matrisinin yardımı ile bulunur. Demetin iletim hattı boyunca bulunan elemanların matrisleri çarpılarak transfer matrisi elde edilir. Elde edilen demet transfer matrisi R ile gösterilir ve aşağıdaki denklemde gösterildiği gibi demet matrisi ve transfer matrisi çarpılır.

$$\sigma(1) = R\sigma(0)R^T \quad (4.4)$$

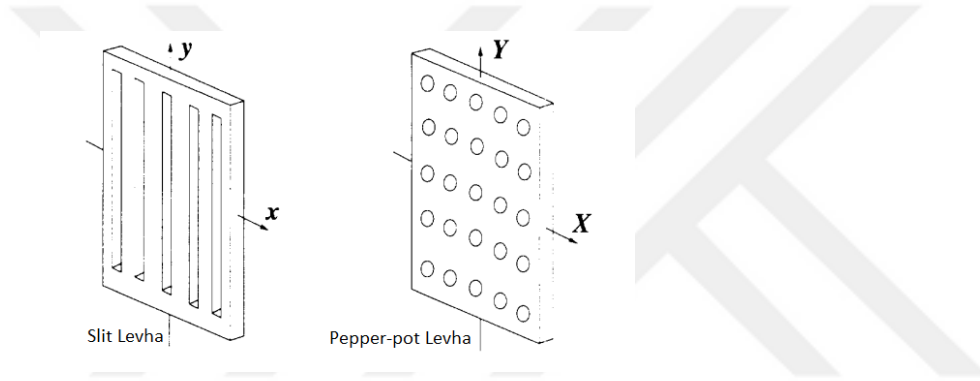
Burada  $\sigma(0)$ ,  $s = 0$  konumundaki demet matrisi ve  $\sigma(1)$ ,  $s=1$  konumundaki demet matrisidir. R ise 0 ile 1 konumları arasındaki transfer matrisidir. Matrisleri çarptığımızda  $\sigma_{11}(1)$  elemanı için aşağıdaki gibi bir doğrusal denklem elde ederiz.

$$\sigma_{11}(1) = R_{11}^2\sigma_{11}(0) + 2R_{11}R_{12}\sigma_{12}(0) + R_{12}^2\sigma_{22}(0) \quad (4.5)$$

Bu denklemdeki bilinmeyen, üç demet matris elemanını ( $\sigma_{ij}(0)$ ) bulmak için en az üç ölçüm gerekmektedir. Bu ölçümler quadropole magnetin gücünü değiştirerek veya demet profil monitörün pozisyonunu değiştirerek yapılmalıdır. Quadropole gücünü değiştirerek veya farklı konumlardan ölçüm alarak, R transfer matrisini değiştiririz ve üç farklı genişlik okuruz. Üç ölçüm aldığımızda bir çözüme ulaşabiliriz fakat bu bize hatalar hakkında yeterli bilgi vermeyecektir. Bundan dolayı üçten daha fazla ölçüm yapılmalıdır.

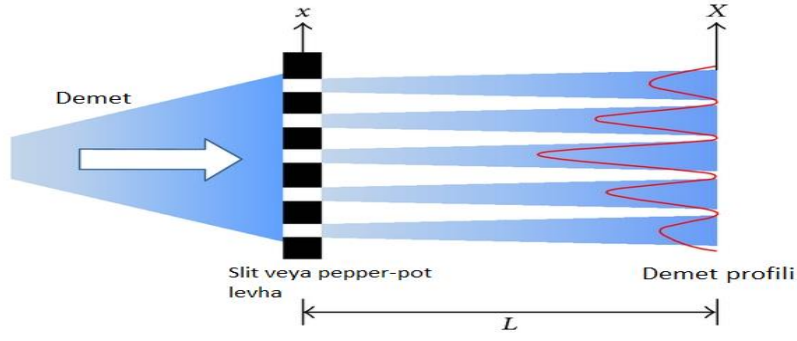
#### 4.4 Slits ve Pepper-pot Yöntemleri

Emittance ölçümü için kullanılan diğer bir yöntem ise maskeleme yöntemidir. Maske olarak slit (yarık) veya pepper-pot (tuzluk deliği) geometrisine sahip elemanlar kullanılır. Slits ile tek boyutta emittance ölçümü alınabilirken, pepper-pot ile iki boyutta emittance ölçümü alınabilmektedir. Temel olarak demet slit ve pepper-pot levhalardan geçirilerek sintilatör ekran üzerine düşürülür ve ölçüm yapılır. Uzay yükünün baskın olduğu demetlerde pepper-pot ile ölçüm yapmak daha uygundur. Çünkü pepper-pot levhaya çarpan demet çok küçük dilimlere bölünmektedir ve her bir dilim çok düşük yüke sahiptir. Slits ve pepper-pot yöntemleri ile çok hassas emittance ölçümleri yapılabilmektedir. Tez çalışmasında ele alınan yöntem, slit mask yöntemidir.



Şekil 4.5 Emittance ölçümünde kullanılan slit ve pepper-pot levhaları (M. Zhang 1996)

Slit levha ile ekran arasında  $L$  kadar bir mesafe vardır.  $L$  uzunluğunun; slitten geçen demetlerin üst üste gelmeyecek kadar kısa olmasını isteriz. Eğer düşük emittance değerine sahip bir demet için yüksek çözünürlük isteniyorsa  $L$  uzunluğunun büyük olmasını isteriz.  $L$  uzunluğu; genellikle yarıktan geçen demetin geometriksel dağılımı  $x'$  olmak üzere,  $L \geq (\text{iki yarık arası mesafe})/2x'$  koşulu ile belirlenir.



Şekil 4.6 Emittance ölçüm düzeneği (M. Zhang 1996)

Demetin önüne konulan yarıklı maske demeti dilimlere ayıracaktır ve bu dilimler demetçik olarak adlandırılır. Demetçiklerin yerini tespit etmek için iki koordinat kullanırız. İlki levha üzerindeki yarığın konumu ( $x$ ), ikincisi ekran üzerindeki konumdur ( $X$ ). Levhanın ve ekranın merkezlerinin hizalanmasına gerek yoktur. Fakat aynı birime sahip oldukları varsayılmaktadır. Ayrıca levha üzerindeki yarıkların hepsinin genişliği aynı kabul edilir. Diğer bir kabul ise yarıkların genişliğinin, demetin genişliğinden çok çok küçük olmasıdır. Böylece yarığın merkezini, yarığın konumu ( $x_j$ ) olarak kullanabiliriz. Bu kabullerin amacı ekran ve levhanın sadece geometrik parametrelerini kullanarak bir emittance formülü türetmektir. Türetmek istediğimiz formülü aşağıdaki rms emittance formülünde, yani denklem (4.6)'da;  $\langle x^2 \rangle$ ,  $\langle x'^2 \rangle$  ve  $\langle xx' \rangle^2$  niceliklerini yerine koyarak gerçekleştiririz. Ve denklem (4.7)'deki formülü elde ederiz (M. Zhang 1996).

$$\varepsilon_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2} \quad (4.6)$$

$$\varepsilon_x \approx \frac{1}{N^2} \left\{ \left[ \sum_{j=1}^p n_j (x_{sj} - \bar{x})^2 \right] \left[ \sum_{j=1}^p n_j \sigma_{x'j}^2 + n_j (\bar{x}'_j - \bar{x}')^2 \right] \left[ \sum_{j=1}^p n_j x_{sj} \bar{x}'_j - N \bar{x} \bar{x}' \right]^2 \right\} \quad (4.7)$$

Denklem (4.7)'de  $j = 1, 2, \dots, p$  olmak üzere  $p$  toplam yarık sayısıdır.  $n_j$   $j$ -inci yarıktan geçen parçacıkların sayısıdır.  $x_{sj}$   $j$ -inci yarığın konumudur.  $N$  ise  $n_1 + n_2 + \dots + n_p = N$  olmak üzere levhadan geçen toplam parçacık sayısıdır.  $\bar{x}$  tüm demetçiklerin konumunun ortalamasıdır ve ölçüm düzeneği için türetilen denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\langle x \rangle = \bar{x} \approx \frac{1}{N} (n_1 x_{s1} + n_2 x_{s2} + \dots + n_p x_{sp}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_j x_{sj} \quad (4.8)$$

Denklem (4.7) deki  $\overline{x}'_j$  j-inci demetçikteki parçacıkların ortalama sapmasıdır. Türetilen denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\overline{x}'_j = \frac{\overline{X}_j - x_{sj}}{L} \quad (4.9)$$

Buradaki  $\overline{X}_j$  j-inci demetçiğin ekran üzerindeki konum ortalamasıdır. Denklem (4.7)'deki  $\overline{x}'$  tüm demetçiklerin ortalama sapmasıdır ve türetilen denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\langle x' \rangle = \frac{1}{N} [n_1 \overline{x}'_1 + n_2 \overline{x}'_2 + \dots + n_p \overline{x}'_p] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_j \overline{x}'_j \quad (4.10)$$

Denklem (4.7)'deki  $\sigma_{x'_j}$  j-inci demetçiğin rms sapmasıdır. Ve türetilen formülü aşağıdaki gibidir.

$$\sigma_{x'_j} = \sigma_j / L \quad (4.11)$$

Burada  $\sigma_j$  j-inci demetçiğin ekran üzerindeki genişliğidir. Ve aşağıdaki denklem ile verilir.

$$\sigma_j \equiv \sqrt{\frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ji} - \overline{X}_j)^2} \quad (4.12)$$

Burada  $X_{ji}$  j-inci demetçiğin ekran üzerindeki konumudur.

Denklem (4.7)'deki emittance alt emittance olarak da adlandırılır. Yazdığımız simülasyon kodunda dizayn ve optimizasyon; verilen emittance değeri ile ölçülen emittance değerini birbirine eşitlemeye çalışılarak yapılmıştır. Denklem (4.7) ile elde edilen emittance değerleri, ölçüm değeri olarak kabul edilmiştir.



## 5. MATERYAL VE YÖNTEM

Önceki bölümlerde ele alındığı gibi, tez çalışmasında slit-mask yöntemi ele alınmıştır ve emittance ölçüm mekanizmasının simülasyonunu yapabilmek için önce rastgele numara üreticilerinden faydalanılarak demet oluşturulmuştur. Daha sonra oluşturulan demet sürüklenme tüpü, solenoid magnet, sürüklenme tüpü elemanlarından geçirilerek slit-mask üzerine düşürülmüştür. Demet daha sonra slit-mask ile etkileştirilmiş, slit masktan geçen demet ise sürüklenme tüpü boyunca ilerletilerek ekrana düşürülmüştür. Ekrandan elde edilen histogramlar analiz edilerek, yarıkların genişliği ve aralarındaki mesafe ve slit-mask ile analiz yapılacak ekran arası mesafe optimize edilmiştir.

Tüm çalışma bilgisayar ortamında gerçekleştirilmiş olup çalışmanın tümü Gnu Octave dili ile yapılmıştır.

### 5.1 GNU Octave

GNU Octave, sayısal hesaplamalar için tasarlanan üst düzey bir dildir. GNU Octave ile lineer ve lineer olmayan denklemler çözülebilir. İstatiksel analizler yapılabilir. Sayısal deneyler gerçekleştirilebilir. GNU Octave ile vektör ve matris içeren karmaşık algoritmalar kodlanabilir. GNU Octave çok sayıda hazır fonksiyona sahiptir ve kullanıcıya yeni fonksiyonlar yazma imkânı sağlamaktadır. GNU Octave, açık kaynak kodlu ücretsiz bir yazılımdır (Eaton, Bateman, Hauberg ve Wehbring 2019).

### 5.2 Demet Üretimi

Hill denkleminin genel çözümü örgü boyunca ilerleyen bir parçacığın konumu ve konumunun türevini vermektedir.

$$x = \sqrt{\varepsilon} \sqrt{\beta} \cos\theta \quad (5.1)$$

$$x' = -\frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\beta}} (\alpha \cos\theta + \sin\theta) \quad (5.2)$$

Denklem 5.1 parçacıkların pozisyonunu, denklem 5.2 ise parçacıkların momentumunu rastgele üretmek için kullanılmıştır. Denklem 5.1'den anlaşılacağı üzere parçacıkların

yörüngeleri belirli bir genlik içerisinde değişir ve  $\cos\theta$  değeri -1 ile +1 arasında değer alabilmektedir. Böylece; standart sapması  $\sqrt{\varepsilon\beta}$  olan bir normal dağılımı, pozisyon değişkenleri olarak tanımlarız. Aynı şekilde denklem 5.2 kullanılarak momentum değişkenleri tanımlanmıştır. GNU Octave programında `randn()` fonksiyonu standart sapması 1 olan normal dağılıma sahip rastgele sayılar üretmektedir. Bundan dolayı denklem 5.1 ve 5.2 deki sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının yerine kullanılmıştır.

$$x = \text{sqrt}(\varepsilon * \beta) * \text{randn}(N_{\text{parçacık sayısı}}, 1) \quad (5.3)$$

$$x' = -x * \frac{\alpha}{\beta} - \text{sqrt}\left(\frac{\varepsilon}{\beta}\right) * \text{randn}(N, 1) \quad (5.4)$$

Yazılan simülasyon programında demet matrisi `randn()` fonksiyonu tek sefer kullanılarak oluşturulmuştur ve matris indeksleme yöntemi ile düzenlenmiştir. Parçacıkların z koordinatları `rand()` fonksiyonu ile uniform bir dağılıma sahip olarak üretilmiştir. Elektronların anottan aynı anda ayrıldığı ve anodun yüzeyinin mükemmellik derecesinde pürüzsüz olduğu kabul edilirse z başlangıç koordinatları sıfır kabul edilebilir. Fakat gerçeğe daha yakın olması için z koordinatları için uniform dağılım seçilmiştir ve dağılımın merkezi sıfır olacak şekilde ayarlanmıştır. Matris indeksleme yöntemi ile z koordinatları sütun olarak demet matrisine eklenmiştir. Sonuç olarak yine normal dağılıma sahip bir demet elde edilmektedir. Demet matrisi parçacık sayısı kadar satır ve yedi sütundan oluşmaktadır. İlk altı sütun parçacıkların koordinat ve momentum bilgilerini içerirken yedinci sütun parçacığın kayıp olup olmadığı bilgisini taşımaktadır.

Üretilen demetin alfa parametresi negatif seçilerek açılan bir demet elde edilmiştir. Eğer bir demetin alfa parametresi pozitif ise bu demetin odaklandığı anlamına gelmektedir. Ayrıca oluşturulan elektron demetin başlangıç kinetik enerjisi 250 keV olarak belirlenmiştir.

### 5.3 Demetin Taşınması

Üretilen demet, transfer matrisleri ile taşınmıştır. Demet hattındaki her bir elemanı temsil eden bir matris vardır. Bu matris elemanın uzunluk bilgisini de

içermektedir. Dolayısı ile bir demet hattı oluşturmak istediğimizde, seçtiğimiz elemanların matrislerini sırayla çarparak demet hattının transfer matrisini elde ederiz. Aynı zamanda oluşturduğumuz demetin bilgileri de bir matrisin içinde mevcuttur. Böylece demetin, demet hattı boyunca hareketini matris çarpımı yaparak takip edebiliriz. Yazdığımız simülasyon programında istediğiniz gibi bir demet hattı oluşturabilir ve demet hattının istediğiniz noktasında “beam dump” elemanını kullanarak demet verisini elde edebiliriz. “Beam dump” elemanı sıfır uzunlukta tanımlanmıştır ve parçacıkların hareketine etki etmemektedir ve bize istediğimizden noktadan veri sağlamaktadır.

#### **5.4 Demet ile Maskın Etkileşimi**

Demet maska çarptığında bazı parçacıklar maskın üzerindeki yarıklardan geçecek, bazıları ise maska çarparak duracaktır. Yazdığımız programda demet matrisine ek bir sütun ekleyerek geçen parçacıklara 1 değerini ve geçemeyen parçacıklara 0 değeri verilerek parçacıkların takibi yapılmıştır.

Mask üzerindeki yarıkların sayısı demetin yataydaki maksimum genişliği göz önüne alınarak belirlenmiştir. Yataydaki maksimum genişlik; yarık genişliği ve yarıklar arası mesafenin toplamına bölündükten sonra üç ekleyerek elde edilmiştir. Üç ekleyerek en az üç adet yarık olduğundan emin oluyoruz.

#### **5.5 Demetin Analizi**

Demet masktan geçtikten hemen sonra ve ekrana düştüğü anda demetin verileri kaydedilmektedir. Elde edilen bu iki veri setinin tepe noktaları bulunur. Verilerin tepe noktalarını bulmak önemlidir. Masktan geçen demetin tepe noktaları bize kaç adet yarık olduğunu ve yarıkların koordinatlarını vermektedir. Ekran üzerindeki tepe noktaları ise bize demetin ekran üzerindeki yoğunluğu ve demetçiklerin (beamlet) üst üste binip binmediği hakkında bilgi vermektedir. Yapılan bu analiz bize denklem 4.7’yi kullanmak için yeterli veriyi sağlamaktadır.

## 5.6 Yöntem

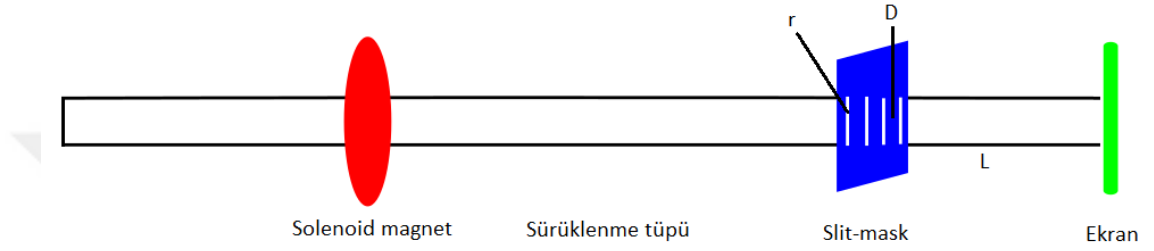
Slit levha tasarımı için kabul edilen kurallar vardır (Liu, Gassner, Kayran, Minty ve Thieberger 2013).

- Yarıkların aralığı demeti 4-8 demetçiğe bölünecek şekilde seçilmelidir.
- Yarıkların genişliği demetin genişliğinden çok küçük olmalıdır.
- Yarık genişliği mevcut imalat teknikleriyle mümkün olduğu kadar dar olmalıdır.
- Ekranın levhadan uzaklığı, demetçiklerin yayılıp neredeyse üst üste gelecekleri mesafede olmalıdır.
- Levhanın kalınlığı gelen parçacıkların çoğunu durduracak kadar kalın olmalıdır.

Yarık genişliğini 80  $\mu\text{m}$ 'den daha dar üretmek mekanik kısıtlamalardan dolayı zordur (Liu, Gassner, Kayran, Minty ve Thieberger 2013). Prensip olarak yarık ne kadar dar olursa gerçek emittance değeri ile ölçülen emittance değeri birbirine o kadar yakın olacaktır.

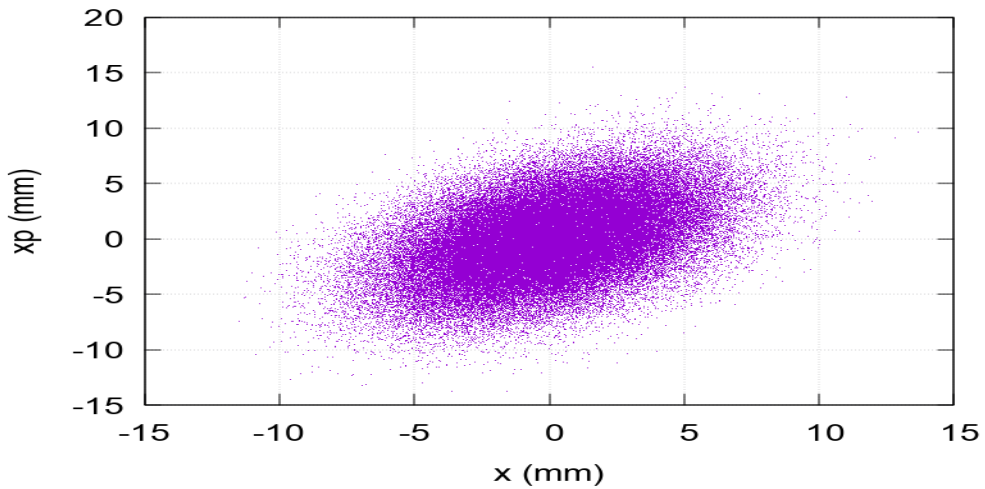
## 6. BULGULAR VE SONUÇ

TARLA Tesisinde kullanılmak üzere emittance ölçüm düzeneğinin tasarım ve optimizasyonunu yapmak için yazdığımız simülasyon programı farklı parametrelerle çalıştırılmıştır. Simülasyonda demet parametreleri için elektron tabancasının simülasyonu ile elde edilen sonuçlar kullanılmıştır (Aksoy ve Karşlı 2015). Simülasyon aşağıda şekilde verilen sistemi optimize etme odaklıdır.  $D$  yarıklar arası mesafe,  $r$  yarıklar genişliği ve  $L$  mask ile ekran arası mesafedir.

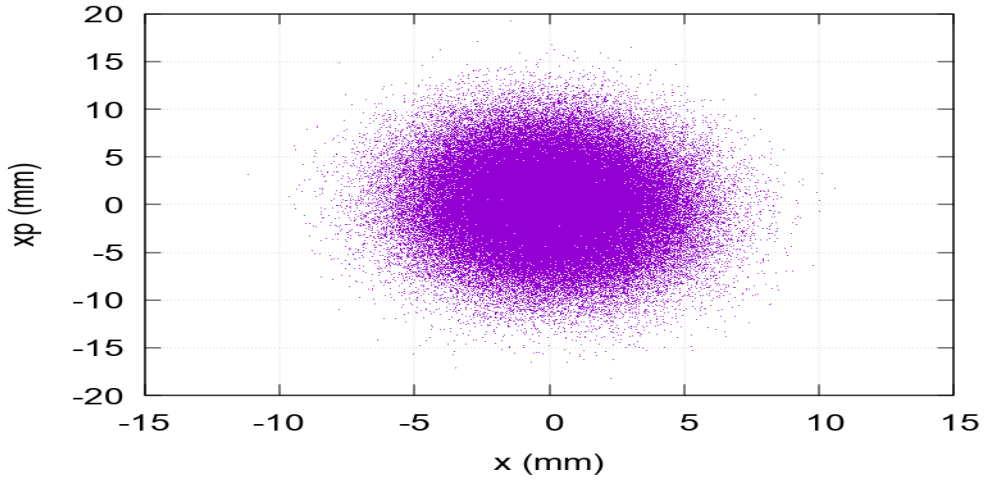


Şekil 6.1 Simülasyonu yapılan demet hattı

Tabancadan gelen demet rastgele (random) olarak üretilmiş ve solenoid magnetin odaklama şiddeti ayarlanarak demet en uygun şekilde slit-mask üzerine düşürülmüştür. Burada demetin eğimi olan alfa parametresi yaklaşık sıfırdır. Odaklanan demet hakkında fikir sahibi olmak için masktan 50 cm önceki solenoid magnetin gücü 300 Gauss alınarak demetin solenoid magnetin girmeden hemen önce ve çıktıktan hemen sonra elde edilen faz uzayı grafikleri aşağıda verilmiştir.

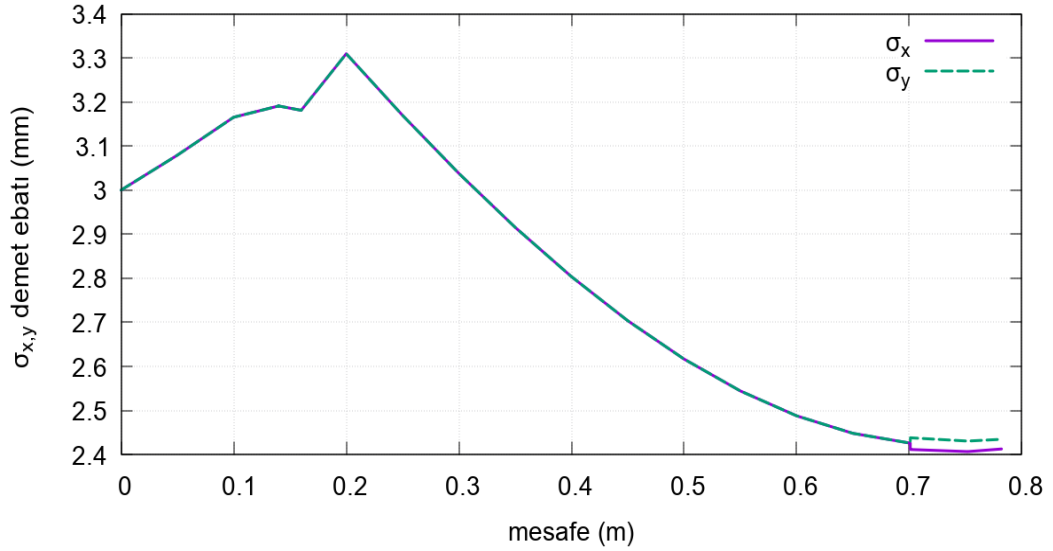


Şekil 6.2 Solenoid magnetin girmeden önce demetin dağılımı



Şekil 6.3 Solenoid magnetten çıktıktan sonra demetin dağılımı

Simülasyonu yapılan demet hattı boyunca demetin genişliğini veren grafik Şekil 6.4'teki gibidir.



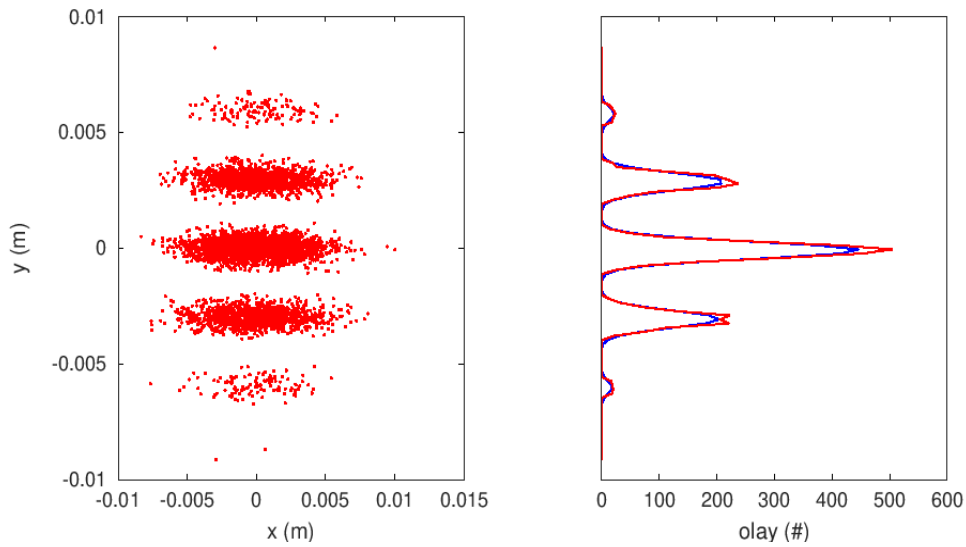
Şekil 6.4 Simülasyonu yapılan demet hattı boyunca demetin genişliği

Rastgele olarak üretilen ve slit mask üzerine en uygun şekilde düşürülen demetin emittance'si aşağıdaki parametreler değiştirilerek ekran üzerinde bölüm 4.4'te verilen metot ile hesaplanmıştır. Simülasyonda optimize edilen parametreler aşağıdaki gibidir;

- i. Slit mask yarık genişliği ( $r$ )
- ii. Slit mask yarıklar arası mesafe ( $D_{slit}$ )
- iii. Slit mask ile ekran arası mesafe ( $L_{drift}$ )

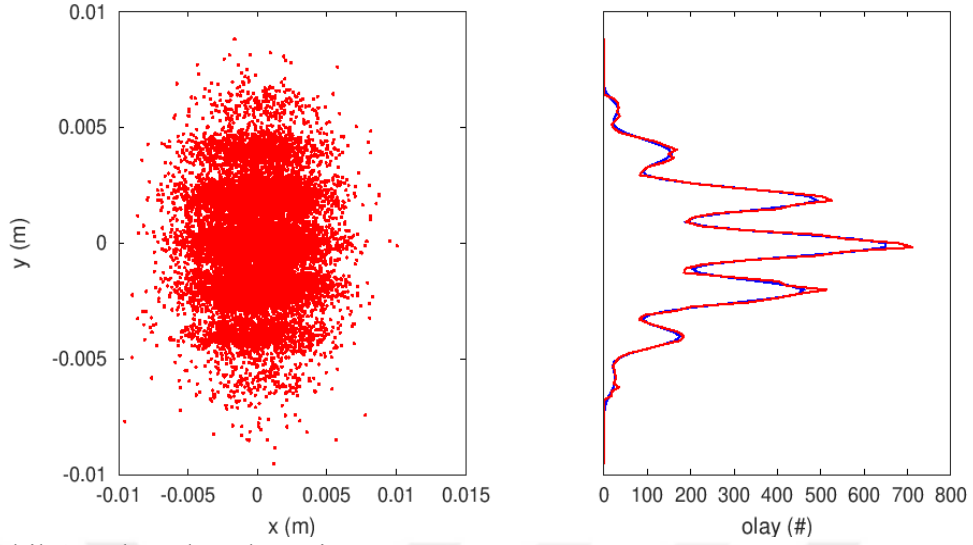
Demet üretilirken girilen emittance parametresi 10 mm.mrad'dır ve aynı emittance denklem (4.6) ile mask önünde 10.0234 mm.mrad olarak hesaplanmıştır. Emittance parametresi teorik olarak demetin değişmez, korunumlu bir parametresidir. Dolayısıyla ölçülen emittance değeri ile girilen emittance değeri birbirine eşit olmalıdır.

Slit metodunda emittance değerini ideal şekilde hesaplayabilmek için ekran üzerine düşen demetçiklerin histogramlarının birbirleri ile girişim yapmaması gerekmektedir. Bu durum Şekil 6.6 ile verilmiştir. Girişim yapması durumunda her bir demetçiğin parametrelerinin hesaplanacağı ortalama ve standart sapma değerleri beklenildiği gibi yanlış olacak ve dolayısıyla hesaplanan emittance'de hatalı olacaktır. Ekranda elde edilen bazı görüntüler ve bu görüntülerin ilgili koordinatı (y) için hesaplanan histogramlar aşağıda Şekil 6.5 ve Şekil 6.6 ile verilmiştir.



Şekil 6.5 Ekrandan alınan istenen görüntü

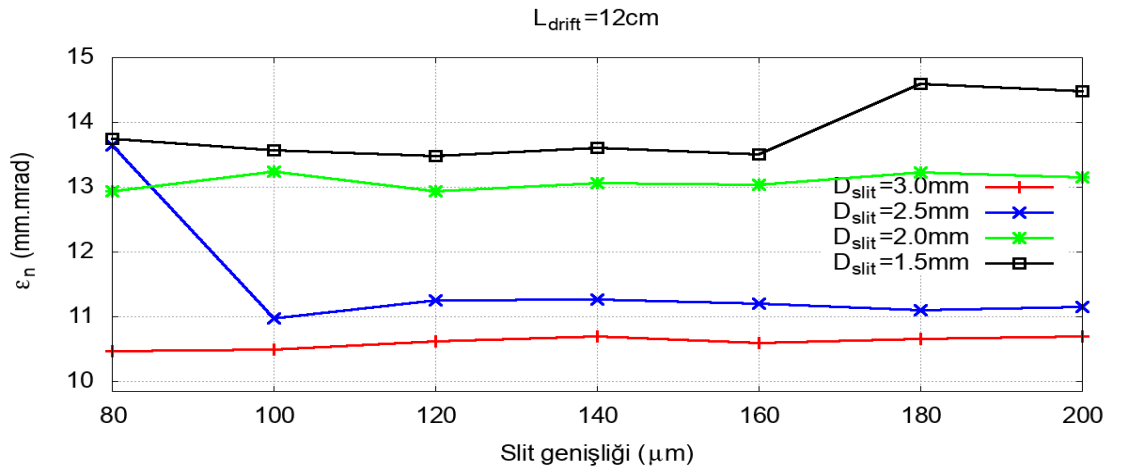
Şekil 6.5'te solda parçacıkların oluşturduğu desen sağda ise yoğunluklarını veren grafik vardır. Bu durumda ölçülen emittance değerleri, demetin maska çarpmadan önce sahip olduğu emittance değerine daha yakın çıkacaktır. Bu görüntü ölçümlerin doğru çıkması için istediğimiz koşulları sağlamaktadır; birbirlerine mümkün oldukça yakın ve üst üste binmemiş yani girişim oluşturmamışlardır. Burada alınan yarıklık genişliği  $r = 100 \mu\text{m}$ , yarıklar arası mesafe  $D_{\text{slit}} = 3 \text{ mm}$  ve ekran ile mask arası mesafe  $L_{\text{drift}} = 8 \text{ cm}$ 'dir. Bu parametreler için ölçülen emittance değeri 10.4 mm.mrad'dır ve beklenildiği gibi girilen emittance değerine yakındır.



Şekil 6.6 Ekrandan alınan istenmeyen görüntü

Şekil 6.6'da yine sol tarafta parçacıkların oluşturduğu desen ve sağda ise yoğunluk grafiği vardır. Sağdaki grafikte kırmızı çizgi ölçülen, mavi çizgi fittir. Şekil 6.6'da ise yarık genişliği  $r = 200 \mu\text{m}$ , slit açıklığı  $D_{\text{slit}} = 2 \text{ mm}$ , ve slit ile ekran arası mesafe  $L_{\text{drift}} = 12 \text{ cm}$  olarak alınmış ve görüldüğü gibi histogramlar birbiri üzerine binmiştir. Bu durumda ölçülen emittance değeri  $14.5 \text{ mm.mrad}$  olarak hesaplanmıştır. Beklenildiği gibi bu değer girilen emittance değerine daha uzaktır. Yani yapılan ölçüm hatalıdır.

Simülasyonda mask ile ekran arası mesafe 8-12 cm, yarık genişliği 80-200  $\mu\text{m}$ , yarıklar arası mesafe 1.5-3 mm arasında değiştirilmiş ve ölçme yöntemi ile hesaplanan emittance değerleri aşağıdaki şekiller ile verilmiştir.

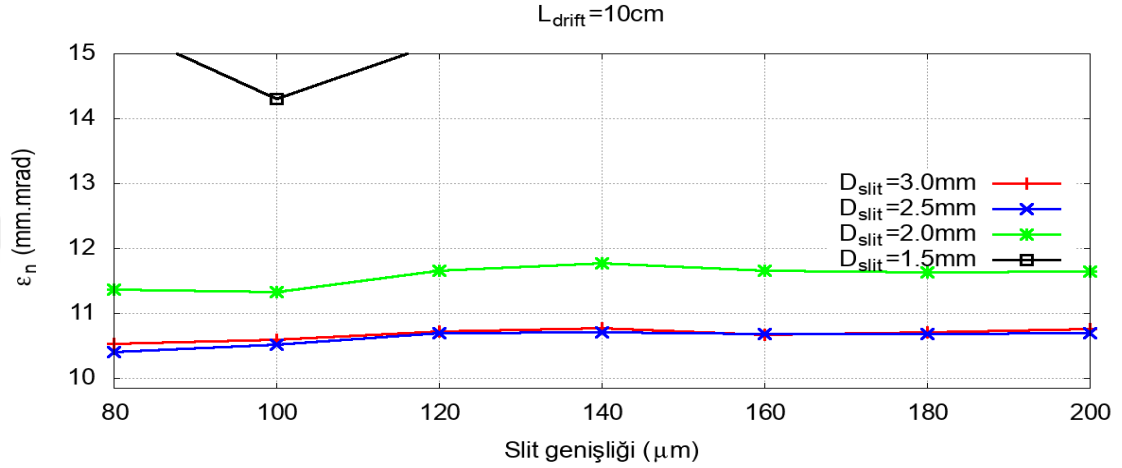


Şekil 6.7 Ekran masktan 12 cm uzakta iken alınan emittance ölçümleri

Ölçümlerde yarıklar arası mesafe sırasıyla 3.0, 2.5, 2.0 ve 1.5 mm alınmıştır. Yarık

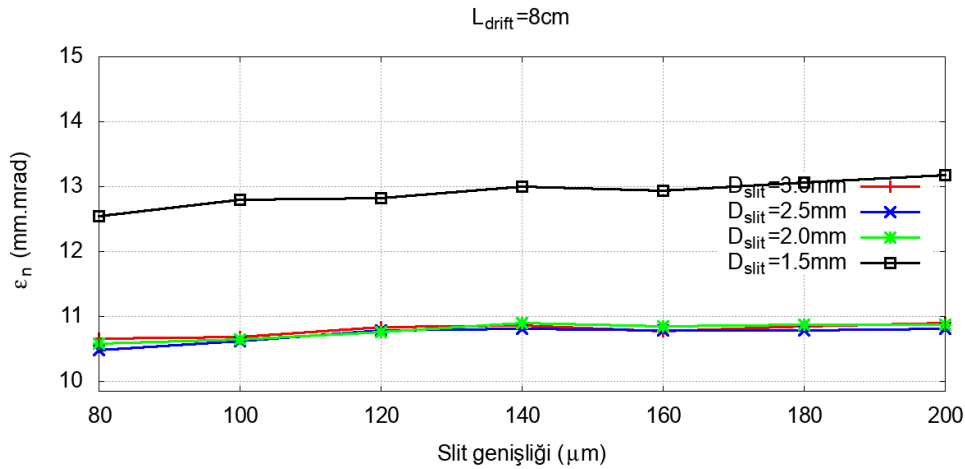


genişliği ise sırasıyla 200, 180, 160, 140, 120, 100 ve 80  $\mu\text{m}$  alınmıştır. şekil 6.7’de yarıklar arası mesafe 3 mm iken ölçülen emittance değerleri, girilen emittance değerlerine oldukça yakındır. Bu ölçüm setinde en iyi tasarımın yarıklar arası mesafenin 3 mm olduğu tasarım olduğunu söyleyebiliriz. Bunun ile beraber yarıklar arası mesafe 2.5 mm iken yarık genişliği 100  $\mu\text{m}$ ’den 80  $\mu\text{m}$ ’ye düştüğünde ölçülen emittance değerinin girilen emittance değerinden oldukça uzaklaştığı görülebilmektedir.



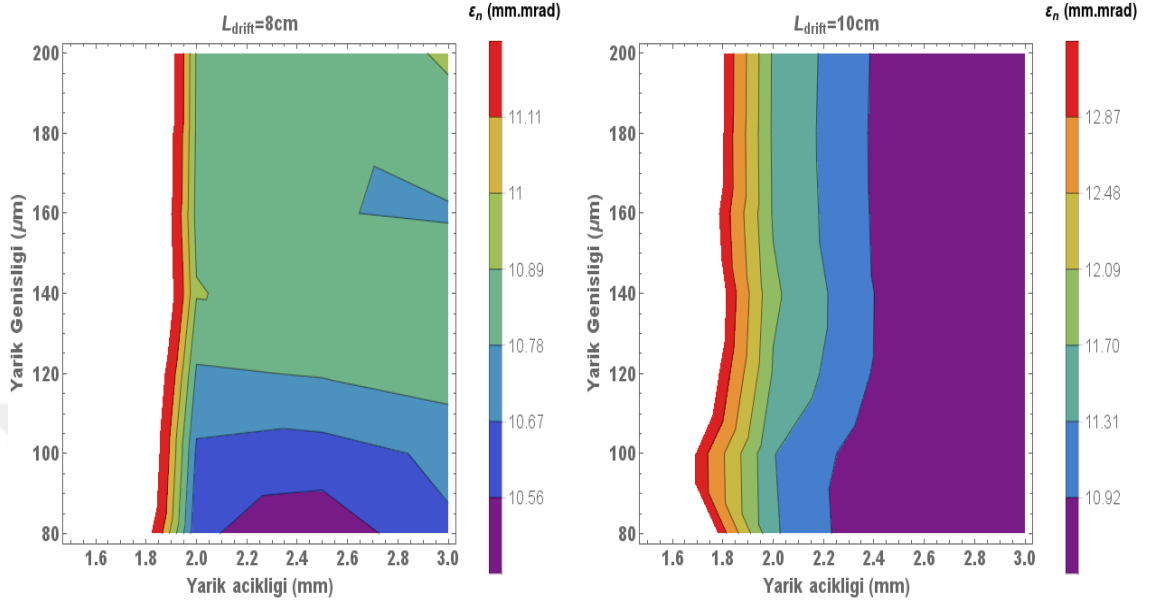
şekil 6.8 Ekran masktan 10 cm uzakta iken alınan emittance ölçümleri

şekil 6.8’deki ölçüm setinde ise yarıklar arası mesafe 2.5 mm ve 3 mm olduğunda girilen emittance değerine yakın ölçümler alındığı gözlenmektedir. En yakın ölçümler ise yarık genişliği 80  $\mu\text{m}$  ve yarıklar arası mesafe 2.5 mm iken alınmıştır. Burada ayrıca yarıklar arası mesafe 1.5 mm iken ve yarık genişliği 100  $\mu\text{m}$  iken girilen emittance değerine yaklaşılmıştır.



şekil 6.9 Ekran masktan 8 cm uzakta iken alınan emittance ölçümleri

Şekil 6.9'daki ölçüm setinde girilen emittance değerine en yakın ölçümler, yarıklar arası mesafe 2.5 mm ve yarık genişliği 80  $\mu\text{m}$  iken alınmıştır. Yukarıda verilen sonuçlardan iki tanesinin aynı grafikte birleştirilmesi ile üretilen şekil aşağıda verilmektedir.



Şekil 6.10 Elde edilen verilerin kontur grafiği

Şekil 6.10'da soldaki grafik mask ile ekran arasındaki mesafe 8 cm iken elde edilen verileri sağdaki grafik ise 10 cm iken elde edilen verileri vermektedir. Mask ile ekran arasındaki mesafe 8 cm olduğunda en iyi tasarım; yarıklar arası mesafe 2.1 mm ile 2.7 mm arasında bir değer aldığı ve yarık genişliği 80  $\mu\text{m}$  olduğunda elde edilmiştir. Mask ile ekran arasındaki mesafe 10 cm olduğunda ise en iyi tasarım; yarıklar arası mesafe 2.3 mm ile 3 mm arasındaki bir değer aldığı ve yarık genişliği 80  $\mu\text{m}$  veya 100  $\mu\text{m}$  olduğunda elde edilmiştir.

## 6.2 Sonuç

Bu tez çalışmasında TARLA Tesisi için, enine demet faz uzayı ölçüm düzeneğinin tasarım ve optimizasyonu üzerine çalışılmıştır. Deney düzeneğinin tasarımı ve optimizasyonu için demet faz uzayını standart donanımlarda (sürüklenme tüpü, dört kutup magnet, solenoid magnet) taşınmasını olanaklı kılan bir demet taşınım kodu geliştirilmiştir. Geliştirilen yazılımda, ekran üzerine dilimlerin analizi olanaklı kılan analiz metotları da yazılıma adapte edilmiştir. Yazılım bir dilimleme maskesinden geçen demetin kaç dilimden geçtiğini, her bir dilimin ortalama veya standart sapma değerlerini, dilimden geçen parçacık sayısı ile orantılı olan histogram integrallerini

alabilecek şekilde ekleme yapılmış ve TARLA faz uzayı alanı ölçümü için bir temel oluşturulmaya çalışılmıştır. Bölüm 4.4'te bahsedildiği gibi sistemin matematiksel modellenmesi gerçekleştirilmiştir. Denklem 4.7 ile elde edilen sonuçlar ölçüm sonucu olarak kabul edilmiş ve girilen emittance değeri ile karşılaştırma yapılarak, tasarım gerçekleştirilmiştir.

Önceki bölümde görüldüğü gibi çok sayıda farklı yarık genişliği, yarıklar arası mesafe ve ekran ile mask arası mesafe test edilmiştir ve sonuçlar paylaşılmıştır. Sonuçlar istatistiksel hatalar içermektedir. Öncelikle istatistiksel hatalardan kaçınmak için program daha fazla parçacık sayısı ile çalıştırılmalıdır. Diğer yandan geliştirilen program bir ekran üzerinde oluşması beklenen dilimlerin sayısını, merkez noktaların tepe belirleme algoritmasını kullanarak otomatik olarak hesaplamaktadır. Ancak rastgele parçacık üretimi ve istatistiksel analiz metotlarının doğası gereği bazen oluşan dilimler program tarafından eksik ya da fazla bulunabilmektedir. Bunun sebebi; yarıktan geçen parçacıkların sayısı, girilen en küçük tepe noktası değerinden küçük olabilmekte veya girilen tepeler arası mesafe değerinin küçük kalmasından kaynaklanmaktadır. Bu sorunu aşmak için ölçümü alınamayan demetin ekran üzerindeki demet dağılımı incelenmeli ve programdaki en küçük tepe değerleri ve tepeler arası mesafe yeniden ölçüm alınabilecek şekilde belirlenmelidir.

Yazdığımız simülasyon programını kullanıcıya istediği parametrelerle demet oluşturma, istediği elemanlarla demet hattı oluşturma ve herhangi bir noktada demetin durumunu analiz olanağı vermektedir. Simülasyon programını uzay yükü etkisi gibi yeni özellikler ekleyerek geliştirmek mümkündür.

## KAYNAKLAR

- Aksoy, A. and Ö. Karşlı 2015. "TARLA Design Report." IAT, Ankara University.
- Allen, K. C. 2002. Theory and technique of beam envelope simulation, Los Alamos National Laboratory LA-UR-02-4979, Las Alamos, New Mexico
- Barbalat, O. 1990. Applications of particle accelerators, CERN.
- Bryant, P. 1994. "A brief history and review of accelerators."
- Carey, D. C., Brown, K. L. and Rothacker, F. 1995. Third-order TRANSPORT: A computer program for designing charged particle beam transport systems, Stanford Linear Accelerator Center, Menlo Park, CA (United States).
- Cheymol, B. 2011. Development of beam transverse profile and emittance monitors for the CERN LINAC4.
- Cockcroft, J. D. and E. T. Walton 1932. "Experiments with high velocity positive ions.—(I) Further developments in the method of obtaining high velocity positive ions." Proceedings of the royal society of London. Series A, containing papers of a mathematical and physical character **136**(830): 619-630.
- D'Auria, G., et al. (2019). The CompactLight Design Study Project. 10th Int. Particle Accelerator Conf.(IPAC'19), Melbourne, Australia, 19-24 May 2019, JACOW Publishing, Geneva, Switzerland.
- Dugan, Introduction to Accelerator Physics: Lecture 1 2002, Web Sites. <https://www.classe.cornell.edu/~dugan/USPAS/>  
Erişim tarihi: 27.10.2018
- Eaton, J. W., Bateman, D., Hauberg, S. and Wehbring, R. 2019. "{GNU Octave} version 5.1.0 manual: a high-level interactive language for numerical computations."
- Edwards, D. A. and M. J. Syphers 2008. An introduction to the physics of high energy accelerators, John Wiley & Sons.
- Evtushenko, P. 2004. "Electron beam diagnostic at the ELBE free electron laser."
- Forck, P. 2011. "Lecture notes on beam instrumentation and diagnostics." Joint Universities Accelerator School (JUAS 2010), <http://www-bd.gsi.de>.
- Hock, K. 2010. "Sextupole magnet." transfer **5**(y2): 14.
- Ising, G. 1924. "Arkiv för Matematik." Astronomi och Fysik **18**(1).

- Lapostolle, P. 1970. "Quelques effets essentiels de la charge d'espace dans les faisceaux continus." Rep. CERN/DI-70-36.
- Lawrence, E. O. and N. E. Edlefsen 1930. "On the production of high speed protons." *Science* **72**(1867): 376.
- Lawrence, E. O. and M. S. Livingston 1932. "The production of high speed light ions without the use of high voltages." *Physical Review* **40**(1): 19.
- Liu, C., Gassner, D., Kayran, D., Minty, M. and P. Thieberger 2013. Multi-slit based emittance measurement study for BNL ERL, Brookhaven National Laboratory (BNL).
- McDonald, K. and D. Russell 1989. *Methods of emittance measurement. Frontiers of particle beams; observation, diagnosis and correction*, Springer: 122-132.
- Roszbach, J. and P. Schmueser 1992. Basic course on accelerator optics. Conf. Proc.
- Schöning A. 2013. Accelerator Physics Workshop Lecture 4
- Turner, S. 1994. CAS CERN Accelerator School Fifth General Accelerator Physics Course. Geneva/Switzerland: CERN Publications, 94-01 Vol. I., 18-280.
- Van de Graaff, R. J. 1931. "A 1,500,000 volt electrostatic generator." *Phys. Rev* **38**: 1919.
- Wideroe, R. 1928. "On a New Principle to Generate High Voltages." *Archive for Electronics and Uebertragungstechnik* **21**(4): 387.
- Wiedemann, H. 2015. *Particle accelerator physics*, Springer.
- Yavaş, Ö. 2016. Turkish Accelerator Center Project: The Results of 3<sup>rd</sup> Stage and Vision of the Project. *Balkan Physics Letter*, 24, 241023, p.191-202
- Zhang, M. 1996. Emittance formula for slits and pepper-pot measurement, Fermi National Accelerator Lab., Batavia, IL (United States).

## ÖZGEÇMİŞ

**Adı Soyadı:** Nuri Öztürk

**Doğum Yeri:** Çankaya

**Doğum Tarihi:** 15.03.1989

**Medeni Hali:** Bekar

**Yabancı Dili:** İngilizce

### Eğitim Durumu:

Lise : Yıldırım Beyazıt Anadolu Lisesi, 2003-2007

Lisans : Ankara Üniversitesi, 2008-2016, Fizik Bölümü

Yüksek Lisans: Ankara Üniversitesi, Nükleer Bilimler Enstitüsü, Nükleer Araştırmalar ve Teknolojileri Anabilim Dalı- Hızlandırıcı ve Dedektör Teknolojileri, 2016-

Yayımları: II Nükleer Bilimler Lisansüstü Öğrenci Kongresi  
3-5 Mayıs 2019 Ankara/TÜRKİYE  
Enine Demet Faz Uzayı Ölçüm Düzeneği Tasarımı ve Optimizasyonu