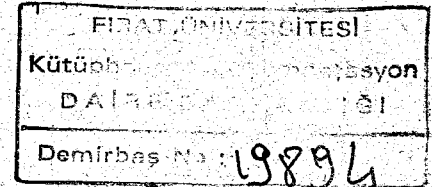


FIRAT ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

UZAY KAFES SİSTEMLERİN OPTİMUM BOYUTLANDIRILMASI ve ŞEKİLLENDİRİLMESİ

FIRAT ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
KÜTÜPHANE MÜDÜRLÜĞÜ

İnş. Yük. Müh. Ömer DEMİR



Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce
"Doktor"

ünvanının verilmesi için kabul edilen tezdır

Tezin teslim tarihi : 14 Şubat 1983

Tezin savunulduğu tarih : 2 Nisan 1983

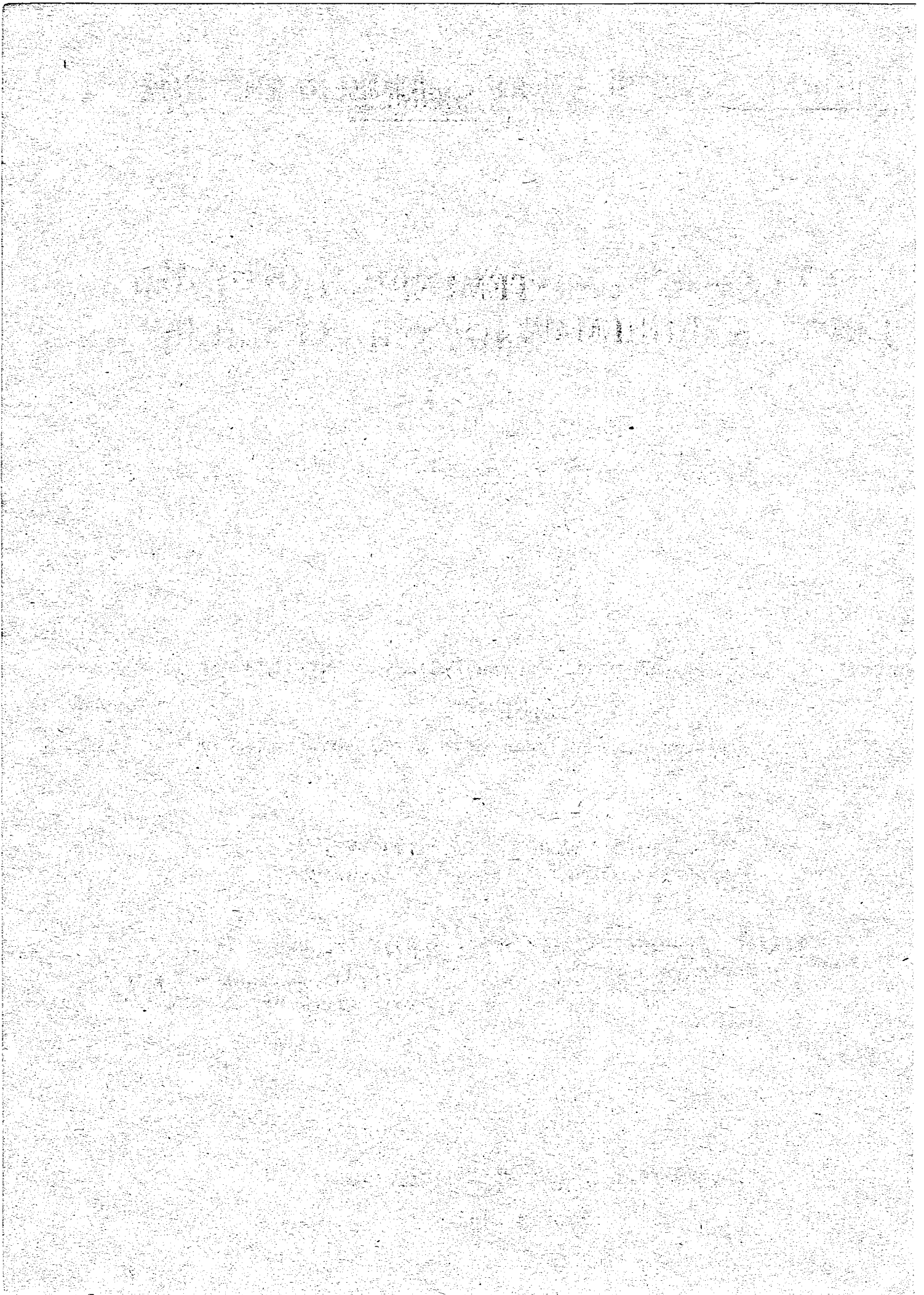
Doktorayı yöneten öğretim üyesi : Doç. Dr. Ruşen GEÇİT
Diğer jüri üyeleri : Prof. Dr. Erdoğan KARAHAN
: Doç. Dr. M. Polat SAKA

FIRAT ÜNİVERSİTESİ
Mühendislik Fak. Kütüphanesi
Demirbaş No : 6450
Tasnif No :
Yer No :

F.Ü. MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ MATBAASI

Elazığ-1983

65
D.T.
FEN BİL.



İ Ç İ N D E K İ L E R

| | <u>Sayfa</u> |
|-----------------|--------------|
| SEMBOLLER | I |
| ÖZET | IV |
| SUMMARY | V |

BÖLÜM I. YAPISAL OPTİMİZASYON

| | |
|--|----|
| 1.1. Giriş | 1 |
| 1.2. Optimizasyon Problemi | 2 |
| 1.2.1. Amaç Fonksiyonu | 3 |
| 1.2.2. Sınırlayıcılar | 3 |
| 1.3. Matematik Programlama | 5 |
| 1.3.1. Linear Programlama | 5 |
| 1.3.2. Linear Olmayan Programlama | 7 |
| 1.3.2.1. Ardışık Linear Programlar | 7 |
| 1.3.2.2. Ardışık Sınırlayıcısız Minimize Teknikleri | 11 |
| 1.3.2.3. Temel Linear Olmayan Programlama | 12 |
| 1.4. Optimumluk Kriteri | 14 |
| 1.5. Optimum Kontrol Teorisi | 15 |
| 1.6. Yapısal Şekil Optimizasyonu | 16 |
| 1.7. Geliştirilen Tekniklerin Değerlendirilmesi ... | 25 |
| 1.8. Araştırmanın Amacı | 27 |

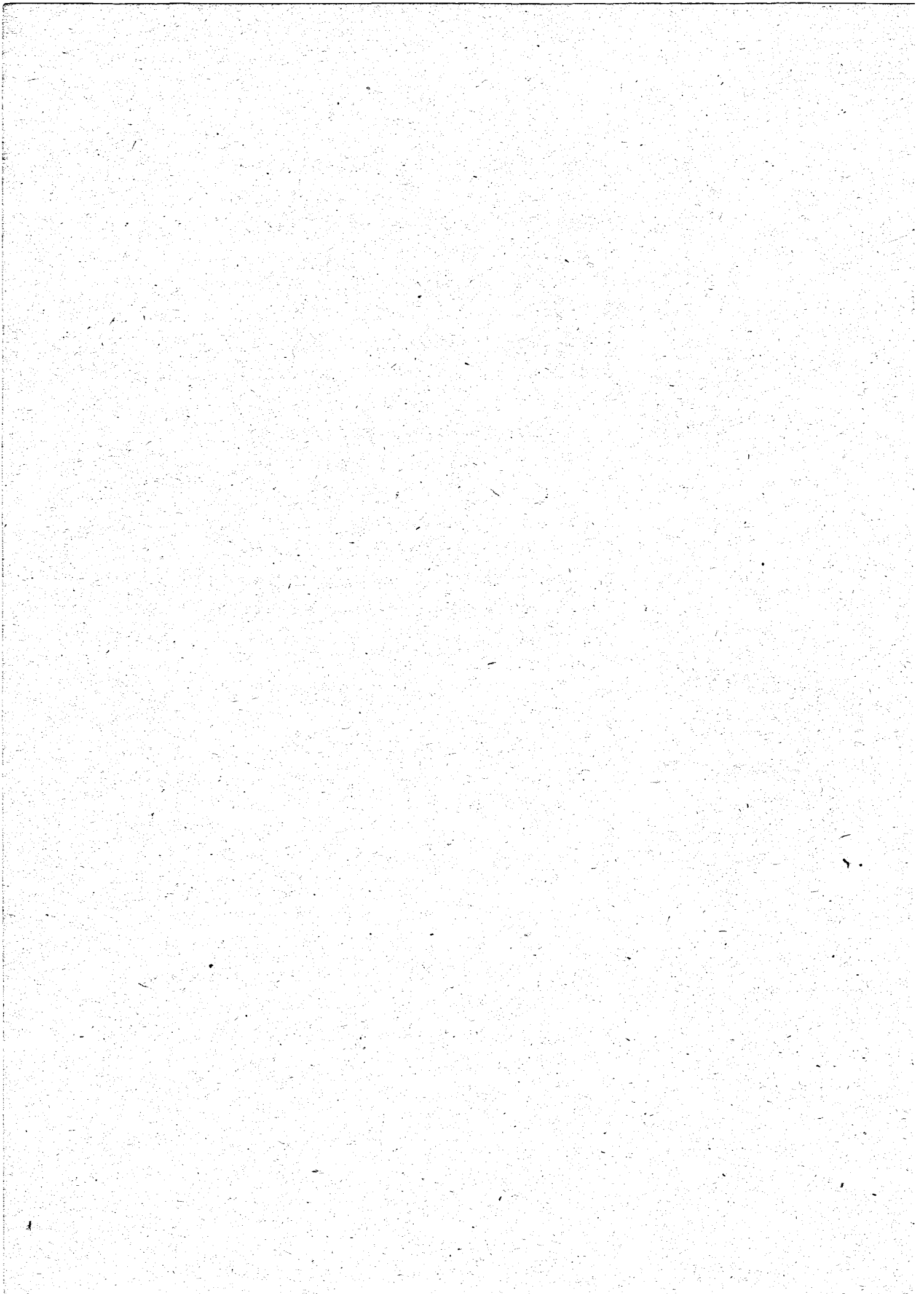
BÖLÜM II. UZAY KAFES SİSTEMLERİN OPTİMUM

BOYUTLANDIRILMASI

| | |
|---|----|
| 2.1. Matematik Model | 28 |
| 2.2. Sınırlayıcılar | 29 |
| 2.2.1. Rijitlik Sınırlayıcıları | 29 |
| 2.2.2. Gerilme Sınırlayıcıları | 32 |
| 2.2.3. Burkulma Sınırlayıcıları | 33 |
| 2.2.4. Deplasman Sınırlayıcıları | 35 |
| 2.3. Yaklaşık Programlama | 36 |
| 2.3.1. Gradyan Vektörlerinin Hesabı | 40 |

| | <u>Sayfa</u> |
|--|--------------|
| 2.3.2. RHS Matrisinin Hesabı | 44 |
| 2.3.3. Değişim Sınırları | 45 |
| 2.3.4. Simpleks Yöntemi | 46 |
| 2.4. Optimum Boyutlandırma Algoritması | 56 |
| BÖLÜM III. UZAY KAFES SİSTEMLERİN ŞEKİL OPTİMİZASYONU | 59 |
| 3.1. Matematik Model | 59 |
| 3.2. Sınırlayıcılar | 60 |
| 3.2.1. Rijitlik Sınırlayıcıları | 60 |
| 3.2.2. Gerilme Sınırlayıcıları | 60 |
| 3.2.3. Burkulma Sınırlayıcıları | 61 |
| 3.2.4. Deplasman Sınırlayıcıları | 61 |
| 3.3. Lineerleştirme | 61 |
| 3.3.1. Gradyan Vektörlerinin Hesabı | 64 |
| 3.3.2. Değişim Sınırları | 70 |
| 3.3.3. RHS Matrisinin Hesabı | 72 |
| 3.4. Şekillendirme İşlemi | 72 |
| BÖLÜM IV. BİLGİSAYAR PROGRAMLAMASI | |
| 4.1. Giriş | 74 |
| 4.2. Ana Program | 75 |
| 4.3. KATS Alt Programı | 82 |
| 4.4. DEPL Alt Programı | 84 |
| 4.5. GER Alt Programı | 87 |
| 4.6. TURV Alt Programı | 87 |
| 4.7. SIMP Alt Programı | 95 |
| BÖLÜM V. SAYISAL ÖRNEKLER | |
| 5.1. Giriş | 99 |
| 5.2. Optimum Boyutlandırma | 99 |
| 5.2.1. Dört Çubuklu Uzay Kafes Sistem Tasarımı | 99 |

| | <u>Sayfa</u> |
|---|--------------|
| 5.2.2. Dokuz Çubuklu Uzay Kafes Sistem Tasarımı | 112 |
| 5.2.3. Onbeş Çubuklu Uzay Kafes Sistem Tasarımı | 114 |
| 5.2.4. Yirmibeş Çubuklu Uzay Kafes Sistem Tasarımı | 117 |
| 5.2.5. Kırk Çubuklu Uzay Kafes Sistem Tasarımı | 125 |
| 5.3. Şekil Optimizasyonu | 130 |
| 5.3.1. Dört Çubuklu Uzay Kafes Sistem Tasarımı | 130 |
| 5.3.2. Dokuz Çubuklu Uzay Kafes Sistem Tasarımı | 138 |
| 5.3.3. Onbeş Çubuklu Uzay Kafes Sistem Tasarımı | 142 |
| 5.3.4. Yirmibeş Çubuklu Uzay Kafes Sistem Tasarımı | 142 |
| VI. BÖLÜM SONUÇLAR | 148 |
| EKLER | 150 |
| KAYNAKLAR | 153 |
| ÖZGEÇMİŞİ | 164 |



SEMBOLLER

| | |
|--|--|
| A_i | i Elemanın kesit alanı |
| $\{A\}$ | Alan değişkenleri vektörü |
| A_k | k grubuna ait alanın kesit alanı |
| B, C, D, F, G, H | Uzay kafes sistemi elemanının sistem rijitlik matrisine katkı terimleri |
| a | Sabit |
| $C(A), C(A, X_c)$ | Burkulma gerilmesi bağıntısı |
| $[B]$ | Gerilme bağıntısında değişkenlerin katsayıları matrisi |
| b | Sabit |
| E | Sabit |
| $f(x)$ | Amaç fonksiyonu |
| e_j | x_j deplasmanlarına uygulanan sınır |
| F_i | i çubuğundaki kuvvet |
| $[G]$ | Lineerleştirilen problemdeki değişken katsayıları matrisi |
| g_k | \leq tipindeki eşitsizlik sınırlayıcısı |
| $[K_i]$ | Eleman rijitlik matrisi |
| h_j | Eşitlik sınırlayıcısı |
| $[K]$ | Sistem rijitlik matrisi |
| $[K_{FF}], [K_{FR}], [K_{RF}], [K_{RR}]$ | Elemanın birinci ve ikinci ucuna ait rijitlik alt matrisi |
| $[K(A, X_c)]$ | Sistem rijitlik katsayıları matrisi |
| k | Eleman alanı grup numarası |
| $[K_{11}], [K_{12}], [K_{21}], [K_{22}]$ | Elemanın sistem rijitlik matrisine olan katkısının birinci ve ikinci ucundaki alt matrisleri |
| L_i, l_i | i çubuğunun boyu |
| m, m' | Adım boyu |
| NG | Toplam grup sayısı |
| NJ | Toplam düğüm noktası sayısı |
| NM | Sistemdeki toplam eleman sayısı |
| n | Emniyet faktörü |
| $\{P\}$ | Yük vektörü |

| | |
|---------------------------------|--|
| {RHS} | Linearleştirilen problemdeki sınırlayıcıların sağ tarafındaki sabitler vektörü |
| r_i | i çubuğunun atalet yarıçapı |
| r_k | Tepki faktörü |
| $S_i(A, X_d, X_c)$ | Rijitlik sınırlayıcıları |
| S_{fi} | i inci rijitlik sınırlayıcısı |
| S_l | \geq tipindeki eşitsizlik sınırlayıcısı |
| {S} | Doğrultu vektörü |
| V | Sistemin hacmi |
| V_t, V_c | Sistemdeki çekme ve basınç çubuklarının toplam hacmi |
| {V} | Boyutlandırma değişkenleri vektörü |
| $W(A), W(A, X_c)$ | Amaç fonksiyonu olarak alınan sistem hacmi |
| { X_d } | Düğüm noktaları deplasmanları vektörü |
| { X_c } | Düğüm Noktaları koordinatları vektörü |
| x_i | i inci değişken |
| x_{n+k} | k inci gevşek değişken |
| x_{n+r+1} | $r+1$ inci artık değişken |
| $x_f, y_f, z_f, x_r, y_r, z_r$ | Çubuk elemanın birinci ve ikinci uç düğüm noktaları koordinatları |
| x_{dj}, y_{dj}, z_{dj} | j düğüm noktasının koordinat eksenleri yönlerindeki deplasmanları |
| x_{ci} | i düğüm noktasının x eksen yönündeki koordinatı |
| X_l, X_u | Koordinatlara uygulanan alt ve üst sınırlar |
| m_l, m_u | Alanlara uygulanan alt ve üst sınırlar |
| δ_j | x_j deplasmanının yerini alan yeni değişken |
| ϵ | Yakınsama kriteri sabiti |
| ν | Adım numarası |
| ρ | Birim hacim ağırlığı |
| $\sigma(X_d), \sigma(X_d, X_c)$ | Gerilme sınırlayıcıları |
| $\sigma_b(A, X_d)$ | Burkulma sınırlayıcıları |
| σ_t, σ_c | Çekme ve basınç emniyet gerilmeleri |

\tilde{b}_i
 \tilde{p}_i
 $\{\Delta\}$
 Δ_j
 f, r
 $S_i(V)$
 λ
 λ

i çubuğunun burkulma gerilmesi
Çubuğun emniyet gerilmesi
 i çubuğundaki gerilme
İzin verilen deplasman sınırları vektörü
 x_j deplasman sınırı
 i elemanın uç düğüm noktası numaraları
 i inci rijitlik sınırlayıcısı
Lagranj çarpanı
Narinlik derecesi

Ö Z E T

Bu çalışmada, uzay kafes sistemlerin minimum ağırlıklı boyutlandırılmasını ve şekillendirilmesini yapan bir yöntem geliştirilmektedir. Optimum boyutlandırma probleminin formülasyonunda boyutlandırma değişkeni olarak çubuk kesit alanları ve düğüm noktaları deplasmanları alınmaktadır. Optimum şekillendirme probleminde ise bu değişkenlere ek olarak düğüm noktaları koordinatları da değişken yapılmaktadır. Her iki tür optimizasyon probleminin formülasyonunda da matris-deplasman yöntemi kullanılmaktadır.

Minimum sistem ağırlığının amaç fonksiyonu olarak alındığı optimum tasarım probleminde, rijitlik, gerilme, burkulma ve deplasman sınırlayıcıları gözönüne alınmaktadır. Bu şekilde problem, lineer olmayan programlama problemine dönüşmektedir. Çözümünde ise yapısal optimizasyonda geniş uygulama alanı bulunan yaklaşık programlama kullanılmaktadır. Bu yöntem programlama problemindeki lineer olmayan fonksiyonları Taylor serisine açıp, iki terimi alınarak lineer hale getirir. Böylece lineer programlama problemine dönüştürülen boyutlandırma probleminin çözümünde simpleks yöntemi kullanılabilir. Ancak, simpleks uygulamasından önce, lineerleştirme dolayısıyla probleme sokulan hatanın, kontrol edilmesi gerekir. Bu da tasarım değişkenlerine uygulanan ve değişim sınırları olarak adlandırılan sınırlarla sağlanır. Bunların değeri, tasarım değişkenlerinin o adımdaki bir yüzdesi olarak düzenlenir. Değişim sınırlarının da belirlenerek, lineerleştirilmiş tasarım problemine eklenmesinden sonra, elde edilen lineer programlama problemi simpleks yönteminin iki-faz türü ile çözülür. Bu lineerleştirme ve simpleksi uygulama işlemine amaç fonksiyonunun ardışık iki adımdaki değeri aynı kalıncaya kadar devam edilir.

* Geliştirilen optimum boyutlandırma yönteminin göze çarpan özelliklerinden biri her boyutlandırma adımında en fazla bir defa sistem analizine baş vurmasıdır. Diğer bir özelliği ise, optimum çözüme varmak için gerekli adım sayısının fazla olmasıdır. ▲

S U M M A R Y

In this work, an algorithm for the minimum weight design of space trusses is being developed. In the optimum design problem, the member areas and the joint displacements are treated as design variables. In the optimum topological design problem, in addition to above variables, the joint coordinates are also included in the design variables vector. In the formulation of the design problem, the versatile matrix displacement method is used.

In the optimum design problem where the minimum weight of the structure is taken as an objective function, the stiffness, stress, buckling and displacement constraints are considered. In this way, the design problem turns out to be a nonlinear programming problem. The "Method of Approximating Programming" is employed to obtain its solution which is effectively applied in some of structural optimization problems. In this method, linearization is achieved by expanding the nonlinear functions in Taylor series and taking the first two terms of the series in to account. The well-known simplex method can then be used in the solution of this linearized design problem. However, before the application of the simplex method, it is necessary to control the errors introduced in to the design problem due to the linearization. This can be carried out by applying some kind of bounds to design variables which are called "move limits". The values of these limits may be arranged as some percentage of the values of the design variables in the current design point. After arrangement of the move limits, the solution of the linearized design problem is solved by the two-phase simplex method. Application of linearization and simplex methods is continued until the change in the value of the objective function on two successive cycles becomes less than some selected small constant.

Basic advantages of the design algorithm developed is that it requires at most one structural analysis in each optimization cycle and that the number of iterations for the optimum design is relatively small.

Tez yönetimini üstlenen ve çalışma boyunca teşvik ve ilgisini gördüğüm hocam Doç.Dr.Ruşen GEÇİT'e şükranlarımı arz ederim.

Tezin her safhasında değerli mesaisinden fedakârlık ederek, engin tecrübesiyle yardımcı olan hocam Doç.Dr.Polat SAKA'ya ve ilgisini esirgemiyen Prof.Dr.Erdoğan KARAHAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Çalışma devamınca gerekli maddi ve manevi imkânları esirgemiyen kurum yöneticilerimizden sayın hocam Prof.Memnune BİLDİK'e teşekkürlerimi arz ederim.

BÖLÜM I

YAPISAL OPTİMİZASYON TEKNİKLERİ

1.1. GİRİŞ

Çağımızda, yapıların en ekonomik biçim ve boyutlarda projelendirilmesi, yapı mühendisliğinin önemli amaçlarından biri olmuştur. Bu amaç, özellikle çelik üretiminin yeterli olmadığı ülkemizde, çelik yapılar için daha çok önem kazanmaktadır. Bu nedenle, bu tür yapıların minimum ağırlıklı olması, projelendirme ilkesi olarak alınmaktadır. Öte yandan, bu ilke içinde projelendirilen yapıların ise, etkiyen yükler altındaki davranışının kabul edilebilir sınırlar içinde kalması gerekmektedir. Böylece, etkiyen yüklere emniyetle ve belirli rijitlikle dayanan ve ağırlığı minimum olan yapının belirlenmesi problemi, optimum tasarım problemini oluşturur.

Bu problemin çözümünde günümüze kadar, deneme-yanılgıya dayalı, mühendisin kişisel sezgi ve tecrübesinin önemli yer tuttuğu yöntemler kullanılmaktaydı. Genellikle iki adımdan oluşan bu yöntemlerde;

- a) Önce seçilen taşıyıcı sistem analiz edilerek, yapının davranışı kontrol edilmekte;
- b) Malzemenin elemanlara yeniden dağıtımı yapılmaktadır. Bu işlemin ardışık tekrarıyla da yapıdaki en ekonomik malzeme dağıtımının elde edilmesine çalışılmaktadır.

Gerek 1950 lerde bilgisayarların ortaya çıkışı ve gerekse buna bağlı olarak 1960 larda geliştirilen sonlu elemanlar tekniğiyle her boyut ve biçimdeki yapıların analizleri yapılabilmeye başlandı. Ancak, bu teknolojik gelişme boyutlandırma yöntemlerinin ardışık yaklaşık karakterinde değişiklik yapmadı. Sadece işlemin, çok daha fazla sayıda tekrarlanmasını sağladı.

Gerçek anlamda yapısal boyutlandırma algoritmaları, matematik programlamanın yapı mühendisliğine uygulanmasıyla geliştirildi. Matematiğin yeni bir dalı olan matematik programlama; belirli şartları sağlayarak, belirli amacı gerçekleştirme

şeklinde ifade edilen problemlerin çözümünü uğraşmaktadır. Bu düşünce yapıların optimum boyutlandırılması problemine uygulandığında;

a) Gerçekleştirilmek istenen amaç; yapının toplam veya yalnız malzeme maliyetinin minimum yapılması olmakta,

b) Sağlaması gereken şartlar ise; etkimekte olan yüklerin altında yapının davranışının şartnamelerin belirlediği sınırlar içinde kalmasıdır.

Son yıllarda, optimizasyon teknikleri mühendisliğin her dalında yaygın biçimde uygulanmaktadır. Bu gelişmeye paralel olarak, çok sayıda yapısal optimizasyon algoritmaları geliştirilmiştir. Bu nedenle yapı mühendisi için, problemin optimizasyon problemi olarak ifade etmesi yanında, çözümünde kullanacağı tekniğin seçiminde önem taşımaktadır. Optimizasyon teknikleriyle ilgili tarihsel gelişmeler sistematik olarak belirli zamanlarda yapılmıştır [1,2,3,4,5].

1.2. OPTİMİZASYON PROBLEMİ

Optimizasyon, genel anlamda bir nesnel fonksiyon (Amaç fonksiyonu) için optimum değeri bulma problemi olarak tanımlanabilir. Özel durumlar dışında, optimizasyon işleminin yer alabileceği bölgeyi sınırlayan sınırlayıcılar vardır. Bu sınırlayıcılar yapısal tasarım ile ilgili pratik ve teorik şartları yansıtır. Sınırlayıcılar ile sınırlanan bölge ise "uygun bölge" diye adlandırılır. Böylece bu bölge içinden seçilecek her yapısal tasarım optimum olmayabilirse de, geçerli olacaktır.

Optimizasyon problemleri matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir :

$$\begin{aligned} \text{Min.} \quad & W = f(x_i) & i = 1, 2, \dots, n \\ \text{Sınırlayıcılar} & & \\ & h_j(x_i) = 0 & j = 1, 2, \dots, p \\ & g_k(x_i) \leq 0 & k = 1, 2, \dots, r \\ & s_l(x_i) \geq 0 & l = 1, 2, \dots, t \\ & x_i \geq 0 & \end{aligned} \quad (1.1)$$

Burada W amaç fonksiyonu, x_1 boyutlandırma değişkeni, h_j , ϵ_k , s_1 sınırlayıcılar olarak adlandırılır. n tasarım değişkenleri sayısı, p eşitlik sınırlayıcıları toplam sayısı, $r(\leq 0)$ tipindeki eşitsizlikleri toplam sayısı ve l ise (≥ 0) tipindeki eşitsizliklerin toplam sayılarını göstermektedir. Şekil 1.1 de iki boyutlu bir uzay için yapısal optimizasyon problemi örneklenmiştir.

Yapısal optimizasyonda değişkenler, optimizasyon teknikleri tarafından değerleri değiştirilen, yapı sistemini tanımlayan büyüklüklerdir. Bunlar çubuk kesit özellikleri, düğüm noktaları deplasman ve koordinatları olabilirler.

1.2.1. AMAÇ FONKSİYONU

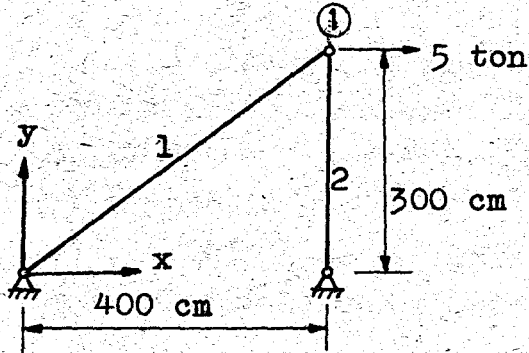
Optimizasyon işleminde amaç fonksiyonu, kabul edilen alternatif tasarımların bir tanesinin seçimi için temel teşkil eden, (en büyük) en küçük değeri veren fonksiyondur. Değer ve ağırlık olarak tasarımın tüm özelliklerini tek başına gösterdiği için çok önemlidir. Bu nedenle, amaç fonksiyonunu teşkil ederken bu hususun gözönünde bulundurulması gerekir.

1.2.2. SINIRLAYICILAR

Bazı optimizasyon problemlerinde optimum tasarımın çeşitli sınırlayıcıları sağlayacak şekilde belirlenmesi gerekebilir. Bu sınırlamalara, sınırlayıcılar adı verilir. Yapısal optimizasyonda sınırlayıcılar, yan ve davranış sınırlayıcıları olarak ikiye ayrılabilir.

Yan sınırlayıcılar, yapı sisteminin boyutları (yapısal tasarım değişkenleri) veya bu boyutlar arasındaki ilişkiler ile ilgilidir. En küçük kalınlık yada en küçük kesit birer yan sınırlayıcılarıdır.

Davranış sınırlayıcıları ise; gerilmeler, yer değiştirmeler, titreşim frekansları özellikleri üzerinde yapılan sınırlamalardır.



VERİLENLER: Sistem geometrisi ve yüklemesi
 $E=2100 \text{ t/cm}^2$
 $x_{dl} \leq 1 \text{ cm}$

İSTENEN : Sistem hacminin minimum olması için 1 ve 2 numaralı çubukların A_1 ve A_2 kesit alanlarının optimum değerleri ?

YAPISAL OPTİMİZASYON PROBLEMİ:

$$\text{Min. } W = 500A_1 + 300A_2$$

Sınırlayıcılar

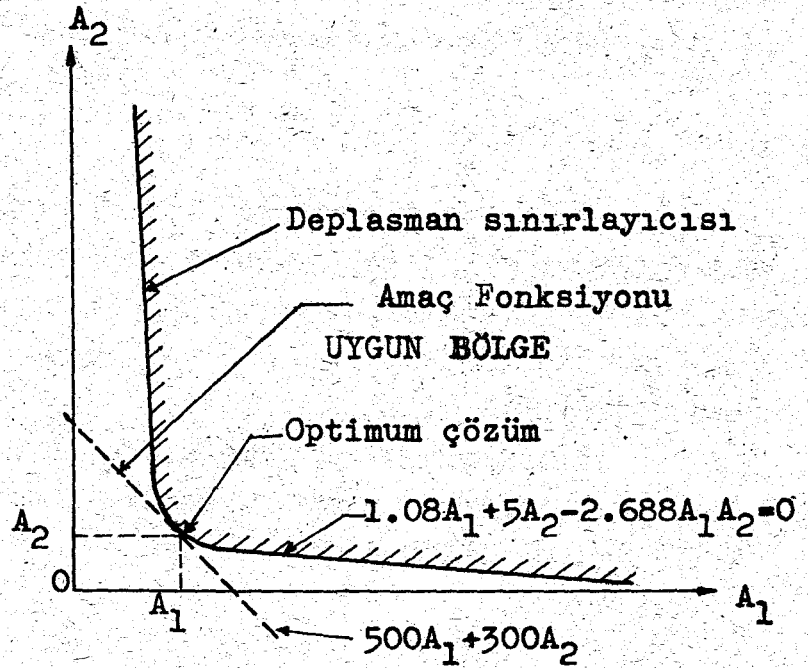
$$1.08A_1 + 5A_2 - 2.688A_1A_2 \leq 0 \text{ (Deplasman)}$$

$$A_1 \geq 0$$

$$A_2 \geq 0 \text{ (negatif olmama şartı)}$$

GRAFİK ÇÖZÜM :

$$\begin{array}{l} \text{Optimum} \\ \text{çözüm} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} A_1 = 2.53 \text{ cm}^2 \\ A_2 = 1.51 \text{ cm}^2 \\ W = 1720 \text{ cm}^3 \end{array} \right.$$



Şekil 1.1 İki değişkenli yapısal optimizasyon problemi ve çözümü

1.3. MATEMATİK PROGRAMLAMA

Matematik programlama, yapısal optimizasyonda kullanılan matematik programlama yöntemleri lineer ve lineer olmayan programlama olarak gruplandırılabilir.

1.3.1. LINEER PROGRAMLAMA

(1.1) problemindeki amaç fonksiyonu ile sınırlayıcıların değişkenlerin lineer fonksiyonu olması halinde, problem lineer programlama problemine dönüşür. Lineer programlama üzerine ilk yayın 1939 da Kantorovich [6] tarafından yapılmış ise de, 1950 lerde Dantzig'in [7] geliştirdiği simpleks yöntemi lineer programlamanın her bilim dalında yaygın bir şekilde kullanılmasını sağlamıştır. Bu yöntemle ilgili ayrıntılı bilgi [7,8,9,10,11] de verilmiştir. Burada yöntemin ana ilkeleri özetlenecektir. Simpleks yöntemi ilk olarak (1.1) probleminde, (\leq) tipindeki eşitsizliklere "gevşek değişkenler" ekleyerek

$$g_k(x_i) + x_{n+k} = 0 \quad (1.2)$$

ve (\geq) tipindeki eşitsizliklerden "artık değişken" çıkartarak

$$s_l(x_i) - x_{n+t+1} = 0 \quad (1.3)$$

bunları eşitlik haline getirir. Bu yeni değişkenler daima pozitif değer alırlar. Değişken sayısının, denklem sayısından fazla olduğu bu sistemde, bazı değişkenler sifıra eşitlenir. Böylece, denklem ve değişken sayısı eşit yapılan sistemin çözülmesiyle "temel çözüm" elde edilir. Bütün değişkenlerin pozitif değer aldığı temel çözüme "uygun temel çözüm" adı verilir. Simpleks yöntemi, belirli kurallara göre yapılan işlemlerle her adımda amaç fonksiyonunun değerini geliştirecek şekilde, bir uygun temel çözümden, diğerine geçer. Her adımın toplandığı tablolarda uygun temel çözümü ve bunun optimum olup olmadığını görmek mümkündür. Bu tablolara uygun temel çözümün, optimum çözüm olmasına kadar devam edilir. Gerek (\geq) tipindeki eşitsizliklerde ve gerekse eşitliklerde, uygun temel çözüm açık olarak elde edilemediğinden, bunlara "suni değişkenler"

eklemek gerekir. Bu değişkenler eşitlik şartını bozduğundan, en son simpleks adımında, uygun temel çözümde yer almayarak, sıfır değeri almaları sağlanmalıdır. Bunu başaran yöntemlerden biri "Charnes M" [9] yöntemidir. Ancak bu algoritma bilgisayar uygulaması için pek uygun bulunmadığından, Dantzig ve Orden [12] tarafından geliştirilen "iki faz" yöntemi tercih edilmektedir. Bu teknik, birinci fazda, suni değişkenlere -1, diğer değişkenlere sıfır katsayısı vererek oluşturduğu yeni amaç fonksiyonunun değerini sıfır yapmaya çalışır. Bu da suni değişkenlerin uygun temel çözümü terketmesiyle sağlanabilir. Normal simpleks kurallarının uygulandığı I. fazın sonunda aşağıdaki üç durumdan birine ulaşılır.

1) Suni değişkenlerin hepsi, temel çözümü terketmişlerdir ve optimumluk şartı sağlanmıştır. Bu durum "uygun temel çözüme" ulaşıldığını gösterir.

2) Optimumluk şartı sağlanmış olup, bir veya daha fazla suni değişken sıfır değeri ile temel çözümdedir. Bu durum "yozlaşmış uygun çözüme" ulaşıldığını gösterir.

3) Optimumluk şartı sağlanmasına rağmen, bir veya daha fazla suni değişken temel çözümde yer almaktadır. Bu durum esas problemin "uygun olmayan çözüm" olduğunu göstermektedir.

I. fazın sonunda 1 veya 2 durumuna ulaşılmışsa, II. faza başlanıp esas amaç fonksiyonu optimize edilinceye kadar normal simpleks yöntemine devam edilir.

Suni değişken uygulaması gerektirmeyen "dual simpleks yöntemi" Lemke [13] tarafından 1954 de geliştirilmiştir. Sınırlayıcı sayısı, değişken sayısından daha fazla olan problemlerde bu yöntem tercih edilebilir.

Simpleks yöntemi uygulanırken, programlama değişkenlerinin sürekli değerlere sahip oldukları kabul edilir. Oysa, pratikte, bu değişkenlerin alabilecekleri değerlerde süreksizlik söz konusudur. Bunu sağlamak için "Tam sayılı programlama" [14] kullanılabilir.

1.3.2. LINEER OLMAYAN PROGRAMLAMA

(1.1) problemindeki amaç fonksiyonunun ve/veya sınırlayıcıların lineer olmayan fonksiyonlardan oluşması halinde, problem lineer olmayan programlama problemine dönüşür. Yapı mühendisliğinde basitleştirici kabuller yapılmadığı takdirde, lineer programlama problemi olarak formüle edilebilen pek az yapısal tasarım problemi vardır. Özellikle, formülasyonda elastik teori kullanıldığında, lineer olmayan programlama problemi elde edilir.

Son yıllarda bu tip problemlerin çözümü için çok sayıda algoritma geliştirilmiştir ve halende geliştirilmektedir. Bunlarla ilgili ayrıntılı bilgi [15,16] da verilmiştir. Ayrıca bu teknikleri içeren yayın taraması Schmit [3], Lootsma [17], Mangasrian [18] ve Zountedijk [19] tarafından yapılmıştır. Bu kaynaklardan da görüleceği üzere, lineer olmayan programlama problemlerinin çözümünde kullanılabilecek genel bir yöntem yoktur. Bazı problemlerin çözümünde başarı ile uygulanan algoritmalar, diğerlerinde başarılı olamayabilmektedirler. Bu bakımdan yapı mühendisleri, formüle ettikleri optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanacakları en uygun algoritmayı da belirlemek zorundadırlar.

Şimdiye kadar geliştirilen yapısal optimizasyon teknikleri incelendiğinde, kullanılan lineer olmayan programlama algoritmalarını genel olarak üç grupta toplamak mümkündür.

1.3.2.1. ARDIŞIK LINEER PROGRAMLAR

Bu yöntemler lineer olmayan programlama problemini, ardışık lineer programlama problemine dönüştürerek, sonlu sayıda adımdan sonra optimumu elde ederler. Genel olarak iki lineerleştirme yöntemi vardır. Birincisi, lineer olmayan fonksiyonun Taylor serisine açılıp, ilk iki terimin alınmasıyla lineerleştirilmesidir. Diğer, lineer olmayan fonksiyonun lineer parçalarla değiştirilmesidir.

1960 da Kelley [20] Taylor serisini kullanarak, "kesen düzlem" (Cutting-plane) adıyla bilinen algoritmayı geliştirdi.

Ancak bu algoritma, sınırlayıcılar cümlesi dışbükey olan problemlerde, yakınsama zorluğu ve sonuçlarda "salınımlar" doğurduğundan yaygın uygulama alanı bulamamıştır. Griffin ve Stewart [21] tarafından geliştirilen ve yaklaşık programlama olarak adlandırılan algorithmda yukarıda adı geçen sakıncalar sözkonusu değildir. Bu algoritma aşağıdaki adımlardan oluşur.

1) Amaç fonksiyonu ve sınırlayıcılar, herhangi bir x_{i0} noktasında Taylor serisine açılarak ilk iki terim alınır. Başlangıç değerlerinden fazla uzaklaşmamaları için, değişkenlere "değişim sınırları" uygulanır. Buna göre (1.1) problemi

$$\text{Min. } W = f(x_{i0}) + \nabla f(x_{i0}) [x_i - x_{i0}]$$

Sınırlayıcılar

$$\begin{aligned} h_j(x_{i0}) + \nabla h_j(x_{i0}) [x_i - x_{i0}] &= 0 \\ g_k(x_{i0}) + \nabla g_k(x_{i0}) [x_i - x_{i0}] &\leq 0 \\ s_l(x_{i0}) + \nabla s_l(x_{i0}) [x_i - x_{i0}] &\geq 0 \\ (1-m_l) x_{i0} &\leq x_i \leq (1+m_u) x_{i0} \end{aligned} \quad (1.4)$$

şeklini alır. Burada m_l ve m_u pozitif sabitler olup değişim sınırları olarak adlandırılırlar.

2) (1.4) deki lineer programlama probleminin çözümü ile elde edilen x_{ip} optimum noktasında, (1.1) problemi yeniden lineerleştirilir ve bu işleme yakınsama elde edilinceye kadar devam edilir.

Yaklaşık programlamada seçilen başlangıç noktasının uygun bölgede yer alması gerekmez ve bilgisayar programlaması kolaydır. Bu üstünlükleri yapısal optimizasyonda yaygın olarak kullanılmasını sağlamıştır.

Moses [22], yapısal optimizasyona Taylor açılımını ilk uygulayan olmuştur. Reinschmidt ve arkadaşları [23,24] boyutlandırma problemini matris deplasman yöntemi ile formüle ederek, çözümünde yaklaşık programlamayı kullandılar. Gözönüne alınan örneklerde yakınsamayı hızlandırmak için değişim sınırları, "sınırlayıcı yığılması" ve "ikinci mertebe düzeltmeler" uygulandı. Sonuç olarak bunların en uygununun problemin tipine bağlı olduğu belirtildi.

Romstad ve Wang [25], kafes sistemlerin optimum elastik boyutlandırılması problemini deplasman ve gerilme sınırlayıcılarını gözönüne alarak yaklaşık programlama ile çözmüştür. Pope [26,27,28] iki boyutlu gerilme halini içeren problemlere ve mambran elemanların minimum ağırlıklı boyutlandırılmasına bu yöntemi uygulamıştır. Johnson ve Brotton [29] hiperstatik kafeslerin optimum boyutlandırma problemini matris kuvvet metodu ile formüle etmiştir. Değişim sınırlarının değerleri her adımda sabit tutulmuştur. Saka [30,31,32] çerçevelerin optimum boyutlandırma problemini yaklaşık programlama ile çözerek, değişim sınırlarının seçimini bir kurala bağlamaya çalışmıştır.

Diğer bir lineerleştirme yöntemi, lineer olmayan fonksiyonu lineer parçalarla değiştirmektedir. Bu yöntem "Piecewise lineerleştirme tekniği" olarak adlandırılmaktadır. Yöntemle ilgili ayrıntılı bilgi [16] da bulunabilir. Toakley [33], Majid ve Anderson [34] tarafından yapısal optimizasyonda kullanılmıştır. Bu tekniğin yakınsama derecesi, alınan lineer parça adedinin çoğaltılmasıyla geliştirilebilmekte ise de; bu durum problemdeki değişkenlerin sayısını çoğaltmaktadır. Büyük bilgisayar bellek ve zamanı gerektiren bu özellik, algoritmanın uygulama alanının sınırlı kalmasına yol açmaktadır.

1.3.2.2. ARDIŞIK SINIRLAYICISIZ MINİMİZE TEKNİKLERİ

Bu yöntemlerdeki ana fikir sınırlayıcılı lineer olmayan problemi, sınırlayıcısız probleme dönüştürmektir. Bu düşüncüyü çekici hale getiren neden, sınırlayıcıları olmayan fonksiyonların minimumunu bulan algoritmaların daha etkin ve güçlü oluşudur.

Bu tip uygulamaların ilki Courant [35] tarafından yapılmış ise de, yakın zamandaki çalışmalara temel teşkil eden yöntem Carroll [36] tarafından geliştirilmiştir. 1964 de Fiacco ve McCormick [37], yapısal optimizasyonda yaygın uygulama alanı bulan çok değişkenli sistemlerin çözümünde kullanılabilecek genellikte bir algoritma sunmuştur.

Buna göre;

$$\begin{aligned} \text{Min. } W &= f(x_1) & i &= 1, \dots, n \\ \text{Sınırlayıcılar} & & & \\ g_j(x_1) &\leq 0 & j &= 1, \dots, m \end{aligned} \quad (1.5)$$

Lineer olmayan programlama problemi

$$P(x_1, r_k) = f(x_1) - r_k \sum_{j=1}^m \frac{1}{g_j(x_1)} \quad (1.6)$$

şeklinde sınırlayıcısız probleme dönüştürülür. Yeni $P(x_1, r_k)$ fonksiyonunda, birinci terim amaç fonksiyonu, ikinci terim x_1 , y_1 , m eşitsizlik sınırlayıcısının tanımladığı uygun bölgenin içinde tutmaya yarayan bir ceza fonksiyonudur. r_k seçilen bir tepki faktörüdür. Böylece uygun bir $x_1 = x_{10}$ başlangıç noktasında $r_k = r_1$ için $P(x_1, r_k)$ fonksiyonu minimize edilir. Elde edilen minimum noktası kullanılarak, r_k nin azalan değerleri için bu işleme yakınsama sağlanıncaya kadar devam edilir. Bu yöntemde, her adımda bulunan noktaların uygun bölge içinde yer alması nedeniyle, dahili ceza fonksiyonları adı verilmiştir. Lootsma [38] dahili ceza fonksiyonu olarak

$$P(x_1, r_k) = f(x_1) - r_k \sum_{j=1}^m \text{Log}[-g_j(x_1)] \quad (1.7)$$

yi önermiştir.

Diğer bir ceza fonksiyonu harici ceza fonksiyonları olup, yeni $P(x_1, r_k)$ fonksiyonu

$$P(x_1, r_k) = f(x_1) + r_k \sum_{j=1}^m [g_j(x_1)]^2 \quad (1.8)$$

$$g_j(x_1) = \begin{cases} g_j(x_1) & ; g_j(x_1) \geq 0 \\ 0 & ; g_j(x_1) \leq 0 \end{cases}$$

şeklinindedir. Her adımda, r_k nin seçilen değeri arttırılarak, yakınsama sağlanıncaya kadar $P(x_1, r_k)$ fonksiyonu minimize edilir. Bu adımlarda elde edilen noktalar, uygun bölgenin dışında yer alırlar. Bu bakımdan, harici ceza fonksiyonları olarak adlandırılırlar.

Eşitlik sınırlayıcıları olması halinde Fiacco ve McCormick [39]

$$P(x_i, r_k) = f(x_i) - r_k \sum_{j=1}^m \frac{1}{g_j(x_i)} + r_k^{-1/2} \sum_{l=1}^p [h_l(x_i)]^2 \quad (1.9)$$

ceza fonksiyonlarını önermiştir.

Her ne kadar ceza fonksiyonları yöntemlerinin formulasyonu kolay görünmekte ise de, elde edilen yeni fonksiyonların minimumunun bulunması zorluk doğurmaktadır [40]. Esas problemde var olan yerel minimum kaybolmadığı gibi, ek yerel minimumlar da oluşabilmektedir. Bu konu ile ilgili ayrıntılı bilgi, kaynak [15] de verilmiştir. Sınırlayıcısız fonksiyonları minimize eden çok sayıda yöntem olduğundan, uygun olanının seçimi önem taşır. Bunlarla ilgili yayın taraması Spang [41] ve Kowalik [42] tarafından yapılmıştır. Ardışık yaklaşımlar şeklindeki bu yöntemleri iki grupta toplamak mümkündür. Gradyan vektörünün negatif doğrultusunda hareket eden Gradyan yöntemleri, minimize edilmekte olan fonksiyonunun birinci ve daha yüksek mertebeden türevlerini gerektirirler. Fonksiyon türevlerinin hesabının pratik olarak imkânsız veya karmaşık olduğu hallerde Direk arama yöntemleri kullanılır.

Kaynak [42] de test fonksiyonları kullanılarak yapılan karşılaştırmada, Gradyan metodlarından Davidon [43] tarafından bulunup, Fletcher ve Powell [44] tarafından geliştirilen algoritma değerlerine nazaran daha güçlü bulunmuştur. Direk arama tekniklerinden Powell [45] in geliştirdiği algoritma en etkin olarak görünmektedir. Her iki teknikte ceza fonksiyonları ile yaygın olarak kullanılmaktadır.

Ceza fonksiyonları, yapısal optimizasyonda ilk olarak Schmit ve Fox [46,47] tarafından kafes sistemlerin minimum ağırlıklı boyutlandırılmasına uygulandı. Kavlie ve Moe [48], gerilme ve deplasman sınırlayıcılarını gözönüne alarak, elastik ızgaraların boyutlandırılması problemini ceza fonksiyonları ile çözdü. Powell'in direk arama ve Davidon'un gradyan metodunun karşılaştırması yapıldı. Gisvold ve Moe [49], düzleminde ve düzlemine dik yüklere maruz berkitmeli plakların burkulma problemini inceledi.

Kavlie ve Moe [50] hiperstatik yapıların optimum boyutlandırılmasında uygun olmayan başlangıç noktası kullanılabileceğini gösterdi. Birçok yerel optimum olması halinde, başlangıç tepki faktörünün seçimini inceledi. Gisvold ve Moe [51] ceza fonksiyonları ile yapısal karışık tam sayılı problemlerin çözümü ile uğraştı. Silva ve Grant [52] kafeslerin optimum boyutlandırılması probleminin çözümünde değişik ceza fonksiyonları kullanarak, [44,53] karşılaştırma yaptı. Sonuç olarak Fiacco-McCormick ceza fonksiyonunun Powell algoritmasıyla birleştirilmesinin denenenler arasında, en iyi çözümleri verdiği belirtildi.

1.3.2.3. TEMEL LINEER OLMAYAN PROGRAMLAMA TEKNİKLERİ

Bu yöntemler direk arama algoritmaları sınıfına girerler. Uygun bir başlangıç noktası seçerek, bütün sınırlayıcıların sağlandığı ve amaç fonksiyonunun geliştirilebildiği doğrultuyu belirlerler. "Kullanılabilen-uygun doğrultu" olarak adlandırılan bu doğrultuda

$$\{x_{i+1}\} = \{x_i\} + \alpha_i \{S_i\} \quad (1.10)$$

denklemlerle belirlenen hareket yapılır. Burada $\{x_i\}$, i. adımdaki boyutlandırma vektörü, $\{S_i\}$ ilerlenecek doğrultu vektörü, α_i , i. adım boyu ve $\{x_{i+1}\}$, $\{S_i\}$ doğrultusunda α_i kadar ilerlemekle elde edilen yeni boyutlandırma vektörüdür. $\{S_i\}$ vektörünün kullanılabilir-uygun olması için;

$$\begin{aligned} [S]^T \cdot [V f(x)] &\leq 0 \\ [S]^T \cdot [V g_j(x)] &\leq 0 \end{aligned} \quad (1.11)$$

şartını sağlaması gerekir. Burada $[V f(x)]$ ve $[V g_j(x)]$ sırasıyla amaç fonksiyonu ve aktif sınırlayıcıların gradyan vektörleridir. Bu ana fikri kullanan yöntemler arasında yapısal optimizasyonda uygulanmış olanlar bu bölümde ele alınacaktır.

Rosen [54], Kuhn-Tucker [55] şartını kullanarak, Gradyan izdüşüm yöntemini geliştirmiştir. Bilgisayar programlamasına pek uygun olmayan bu tekniğin, lineer olmayan sınırlayıcılar için etkinliği daha azdır.

En iyi uygun doğrultu fikri, ilk olarak Zountendijk [56] tarafından önerilmiştir. Bu [S] doğrultusu, aşağıdaki problemin simpleks yöntemi ile çözümüyle bulunur.

Maks.

Sınırlayıcılar

$$[S]^T [Vf(x)] + \beta \leq 0 \quad (\text{kullanılabilirlik şartı})$$

$$[S]^T [Vg_j(x)] + c_j \beta \leq 0 \quad (\text{uygunluk şartı}) \quad (1.12)$$

$$[S]^T [S] \leq 1 \quad \text{veya} \quad (-1 \leq S_i \leq 1)$$

Burada β , maksimize edilmek istenen bir skaler ve g_j seçilen noktadaki yalnız aktif sınırlayıcıları göstermektedir. Algoritma ile ilgili eleştiri Zountendijk [19] tarafından yapılmıştır.

Diğer bir uygun doğrultu yöntemi Abadie ve Carpenter [57] tarafından geliştirilen "Azaltılmış Gradyan" yöntemidir. Bu algoritma, Wolfe [58] in önerdiği yöntemin lineer olmayan amaç fonksiyonu ve sınırlayıcıları ele alabilecek şekilde genelleştirilmiş halidir. Çözülen örneklerde [57], değişken ve sınırlayıcı sayısı fazla olan problemlerde, diğer bilinen algoritmalarından daha az bilgisayar zamanı gerektirdiği ileri sürülmüştür.

Schmit ve Kicher [59] üç çubuklu kafes sistemde en uygun malzeme seçimini, optimizasyon problemi olarak formüle ederek, Gradyan metotlardan en dik iniş algoritması ile çözmüştür. Daha sonra bu çalışmaya burkulma sınırlayıcıları eklenmiştir. [60] Razani [61] Kicher [62] "tam gerilmeli boyutlandırma" ile minimum ağırlıklı boyutlandırma arasındaki bağıntıyı araştırdı. Gellatly ve Gallegar [63] deplasman ve gerilme sınırlayıcılarına maruz kafeslerin minimum ağırlıklı boyutlandırılmalarına uygun doğrultu yöntemini uyguladı. Brown ve Ang [64], Rosen'in Gradyan izdüşüm yöntemi ile çerçevelerin optimizasyonu için bir algoritma geliştirdi. Moses ve Onoda [65] ortogonal kirişlerden oluşan elastik ızgaraların optimizasyonu problemini yalnız gerilme sınırlayıcılarını gözönüne alarak, matris deplasman yöntemi ile formüle etti.

Kirişlerin kesit alanları, atalet momentleri ve mukavemet momentleri amprik bağıntılarla bağlanarak; boyutlandırma değişkeni olarak yalnız kesit alanları kullanıldı. Problemin çözümünde, tam gerilmeli boyutlandırma, kesen düzlemler ve uygun doğrultu yöntemleri kullanılarak, karşılaştırılmaları yapıldı. Kesin düzlemler yönteminin, diğerlerinden daha az yapı analizi gerektirdiği belirtildi. Vanderplaats ve Moses [66] Zountendijk'in uygun doğrultu yöntemini kullanarak genel bir yapısal optimizasyon algoritması geliştirdi. Uygun olmayan başlangıç noktası kullanabilen bu teknik, birden fazla yükleme durumuna maruz hiperstatik kafeslerin, elastik minimum ağırlıklı boyutlandırılmasına uygulandı. Gerilme, deplasman ve Euler burkulması sınırlayıcıları gözönüne alındı.

1.4. OPTİMUMLUK KRİTERİ

Matematik programlama teknikleri, optimum çözümün karakteri ile ilgili herhangi bir önşart koymadan, sınırlayıcıları gözönüne alarak, doğrudan amaç fonksiyonunu sayısal arama işlemleri ile minimize ederler. Buna karşılık, optimumluk kriterleri yöntemleri, problemin fiziki karakterini hesaba katarak, yapının davranışıyla ilgili bir kriter belirlerler. Problemin çözümüne başlamadan belirlenen bu kriterler, kesin ve yaklaşık hesaba ve hatta sezgiye dayanan ifadelerle kurulmuş olabilirler. Yapı bu kriteri sağlayacak şekilde boyutlandırıldığında, amaç fonksiyonu otomatik olarak optimum değerini alır.

Matematik programlama teknikleri genel olup, her türlü yapısal optimizasyon problemlerine uygulanabilmelerine karşılık, optimumluk kriterleri, belirlenen kriterler nedeniyle daha hızlı bir yakınsama sağlarlar.

Halen uygulanmakta olan en eski optimumluk kriteri yöntemi tam gerilmeli boyutlandırmadır [67]. Bu yöntemde, en az bir yükleme durumunda çubuklardaki maksimum gerilmenin, emniyet gerilmelerine ulaşması istenir. Bu kriterin, en yaygın olanı

$$A_i^{V+1} = A_i^V \sigma_i^V / \bar{\sigma}_i \quad (1.13)$$

gerilme oranı yöntemidir. Burada, i çubuğuna ait emniyet gerilmesi $\bar{\sigma}_i$ olup V . adımda çubuktaki gerilme σ_i^V , boyutlandırma değişkeni A_i^V ve bu değişkenin bir sonraki adımdaki değeride A_i^{V+1} ile gösterilmiştir.

Statikçe belirli yapılarda, iç kuvvetlerin boyutlandırma değişkenlerinden bağımsız oluşu nedeniyle, gerek deplasmanlara ve gerekse değişkenler üzerine bir sınırlama koyulmaması durumunda, tam gerilmeli boyutlandırma, minimum ağırlıklı boyutlandırma ile çakışmaktadır. Statikçe belirsiz yapılarda ise, tam gerilmeli boyutlandırmanın verdiği çözümün minimum ağırlıklı olması gerekmez. Bununla beraber, bu çözüm optimum çözüme yakındır. Yöntemlerle ilgili ayrıntılı bilgi [68,69,70,71,72] de bulunabilir.

1.5. OPTIMUM KONTROL TEORİSİ

Sonlu sayıda serbestlik dereceli olarak idealize edilebilen yapıların davranışı cebrik olarak tanımlanabildiğinden, bunların optimizasyonunda matematik programlama veya optimumluk kriteri kullanılır. Diğer taraftan, yapı sonsuz sayıda serbestlik dereceli analitik bir model olarak temsil edilirse, o taktirde davranışı diferansiyel denklemlerle karakterize edilir. Burada optimizasyon, varyasyon hesabın uygulamalarıyla ilgilidir.

Optimum kontrol teorisi ikinci gruptaki problemlerle uğraşır. Bu problemler, optimum çözümün varlığı ve tekliği, ayırık yöntemlerin kontrolü için kesin çözümler elde etme ve optimumluk kriterlerinin geliştirilmesi şeklinde olabilirler. Konu ile ilgili ayrıntılı bilgi Bryson [73] tarafından verilmiştir.

Her ne kadar, optimum kontrol konusunda çok sayıda araştırma yapılmış ise de, yapısal optimizasyona, özellikle iki boyutlu yapılara uygulanması henüz pek az dokunulmuş bir alandır.

Yapısal optimizasyondaki uygulamaları Armand [74] Pierson [75] ve Haug ve arkadaşları [76] tarafından yapılmıştır. Haug ve Kimser [77], Dixon [78] gerilme ve deplasman sınırlayıcılarına maruz kirişlerin optimum boyutlandırılması için sürekli

optimum kontrol formülasyonunu vermiştir. Nair [79] , yapıların elastik olmayan boyutlandırılmaları için, optimum kontrol teorisini kullanarak direk bir yöntem geliştirmiştir. Singaraj ve Rao [80] bu teoriyi kafeslerin optimizasyonuna uygulamıştır.

Diğer optimizasyon tekniklerinden; Dinamik programlama Palmer [81] , geometrik programlama Templeman [82] tarafından yapısal optimizasyonda kullanılmıştır.

1.6. YAPISAL ŞEKİL OPTİMİZASYONU

Buraya kadar özetlenen algoritmalarda, taşıyıcı sistem şekli önceden belirlenmiş olan yapının, eleman kesit özellikleri değişken alınarak, ağırlığı minimum yapılmaya çalışılmaktadır. Oysa son yıllarda yapılan araştırmalarla, yapıların geometrisini değişken almak suretiyle, ağırlıklarından daha fazla değişim yapmanın mümkün olacağı gösterilmiştir [90,94,99] . Bu çalışmalarla ilgili yayın taraması Saka [5] tarafından yapılmıştır.

Gerçekte yapıların optimum şeklini belirleme çalışmaları, 1800 lere kadar inmektedir. Bunların temelinde varyasyon hesabının minimum ağırlıklı yapı şekillendirilmesine uygulanması yer almaktadır. Bu teknikler optimum çözümün varlığını kabul ederek, bunun için gerekli ve yeterli şartı kurmaya çalışırlar. Bu da diferansiyel denklemler ve sınır şartları ile uğraşmayı gerektirmektedir. Yüksek dereceden olan bu denklemlerin çözümleri her zaman olmadığı gibi, sınırlarda sık sık tekillik gösterirler. Bu yöntemlerle çalışmak oldukça karışık ve yorucudur. Bu bakımdan varyasyon hesabının optimum yapı şekli belirlenmesine uygulanmasıyla elde edilen sonuçlar, pratik bakımdan sınırlı kalmıştır.

Bu konuda ilk olarak 1880 de Kernot [83] , minimum hacimli kafesin mümkün en az sayıda elemanla oluşturulabileceği fikrini kullanan bir çalışma yapmıştır. Kafesin hacmi, kabul edilen sayıdaki çubukların, rastgele alınmış uzunluklarının fonksiyonu olarak ifade edilerek, uzunluk değişkenine göre minimize edildi.

Aralarındaki uzaklık L olan iki basit mesneti birleştiren doğruyun ortasına etkiyen P tekil yükü için elde edilen optimum yapı şekli Şekil 1.2 de verilmiş olup, hacmi $1.41 PL/\sigma_{em}$ olarak bulunmuştur. Burada σ_{em} malzeme emniyet gerilmesidir.

Michell [84] , 1904 de yukarıdaki sezgi ile bulunan yaklaşımı Maxwell teoremi yardımıyla geliştirerek, elastik çerçevenin minimum hacimli olması için sağlaması gerekli şartı vermiştir. Maxwell teoremine göre verilen bir dış yükleme altında kafes sistemlerde çubuk kuvvetleri ile boyları arasında

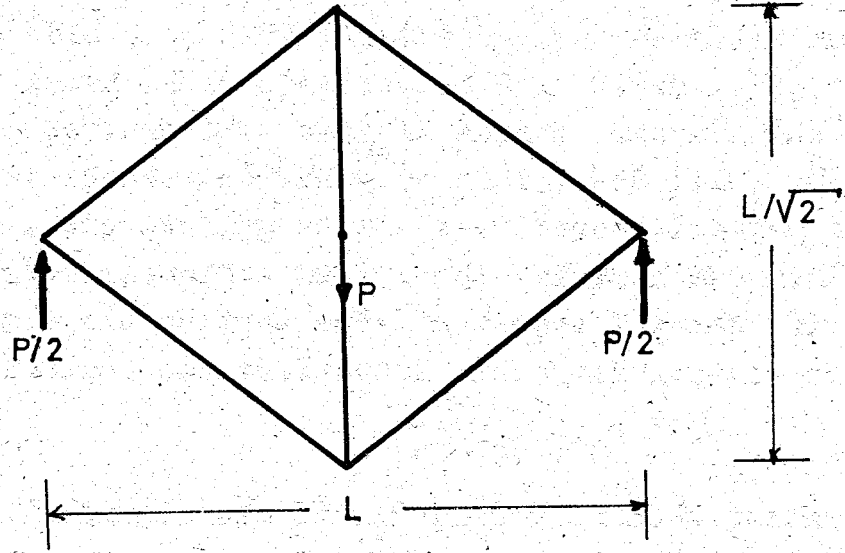
$$P_t l_t - P_c l_c = k \quad (1.14)$$

bağıntısı vardır. Burada P_t , l_t uzunluğundaki çekme çubuğundaki kuvvet, P_c ise l_c uzunluğundaki basınç çubuğundaki kuvvettir. k kafesin şeklinden bağımsız bir sabittir. Eğer, σ_t ve σ_c sırasıyla, çekme ve basınçta malzeme emniyet gerilmeleri ise, ve bütün çubukların bu gerilmelere kadar yüklendiği gözönüne alındığında (1.14) ifadesinden

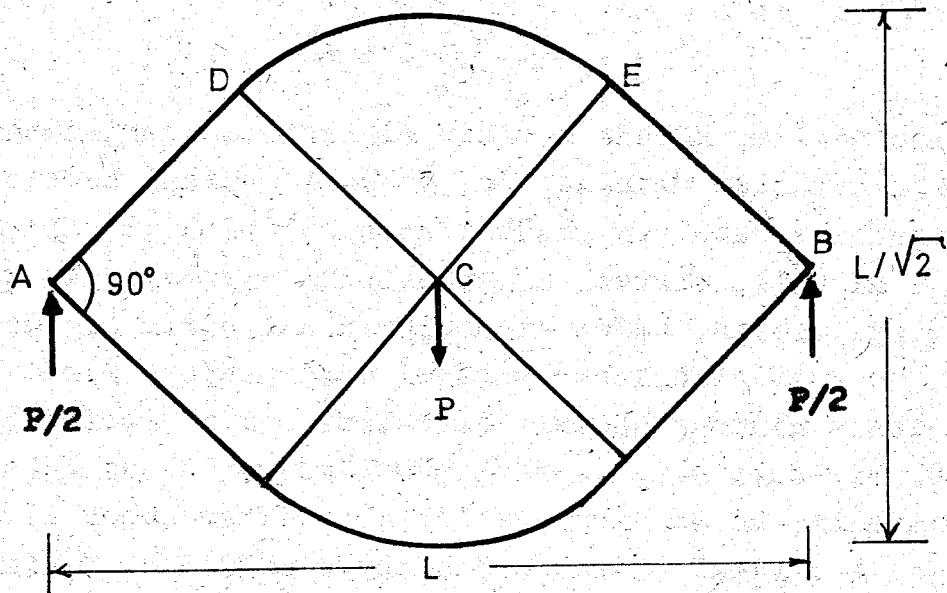
$$\begin{aligned} V &= V_c \left(1 + \frac{\sigma_c}{\sigma_t}\right) + \frac{k}{\sigma_t} \\ &= V_t \left(1 + \frac{\sigma_t}{\sigma_c}\right) + \frac{k}{\sigma_c} \end{aligned} \quad (1.15)$$

elde edilir. Burada k sabitinin kafesin şeklinden bağımsız olduğu gözönüne alındığında, en hafif kafesi basınç veya çekme çubukları hacmi en küçük olanın belirlediği anlaşılmaktadır.

Michell, virtuel iş prensibini uygulayarak, kafesin işgal ettiği uzayın, kafes elemanlarındaki birim boy değişiminin e ye eşit olacak bir virtuel deformasyona maruz kalmasıyla kafesin minimum hacimli olacağını belirtmiştir. Burada e küçük bir sayı olup işareti çubuk kuvvetine uymaktadır. Buna ek olarakta, kafes uzayındaki hiçbir diğer çubuk birim boy değişimide sayısal olarak e den büyük değildir. Minimum birim boy değiştirme enerjisi yaklaşımı kullanılarak, verilen bir yükleme altında minimum ağırlıklı tek bir geometri olduğu gösterilmiştir. Kernot'un çözdüğü sistem, bu yolla ele alındığında hacmi $1.29 PL/\sigma_{em}$ olan ve Şekil 1.3 de verilen optimum yapı elde edilmektedir.



Şekil 1.2 Optimum şekil (Kernot)



Şekil 1.3 Optimum şekil (Michell)

Schmit [85], Michell teorisini birden fazla yükleme durumunu ele alabilecek şekilde geliştirmiştir. Ghista [86], bu teoriyi kullanarak değişik yükler için, optimum yapı şekillerini belirlemiştir. Nagtegal ve Prager [87] aynı noktaya etkileyen farklı yükleri, rijit bir temele aktarmak için gerekli düzlem kafesin optimum şeklini, plastik göçmeye göre belirlemiştir.

Chan [88], Hemp [89], Michell yapılarını düğüm noktaları mafsallı olarak, bunların optimum şekli için gerekli ve yeter şartı belirlemiştir. Şekillendirme düzleminde, kafes sistem için düğüm noktası olabilecek noktaların birbirine birleştirilmesiyle elde edilen ızgara sisteme lineer programlama uygulanmış, Michell geometrisine benzer şekiller elde edilmiştir.

Bu çalışmalarda verilen örneklerden görüleceği üzere varyasyon hesabın kullanılmasıyla geliştirilen bu tekniklerin pratik uygulaması çok sınırlı kalmaktadır. Pratik bakımdan geçerli sonuçlar daha çok matematik programlamanın yapısal şekil optimizasyonuna uygulanmasıyla elde edilmektedir.

Diğer bir grup araştırmaya temel teşkil eden çalışma "Ana yapı" kavramını kullanan Dorn, Gomory ve Greenberg [90] tarafından yapılmıştır. Ana yapı şekillendirme uzayında, yapı için düğüm noktası olabilecek noktalar belirlenerek, Şekil 1.4 de gösterildiği gibi bunların herbirinin diğerine birleştirilmesiyle oluşturulur. Ana yapının minimum ağırlıklı boyutlandırma problemi

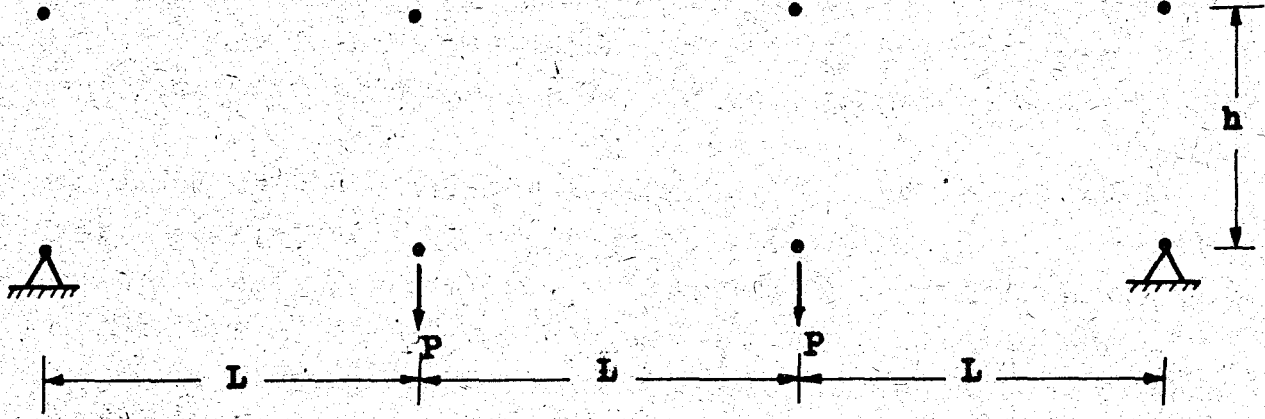
$$\text{Min.} \quad w = \frac{\rho}{\sigma} \sum_{j=1}^n l_j |S_j| \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Sınırlayıcılar

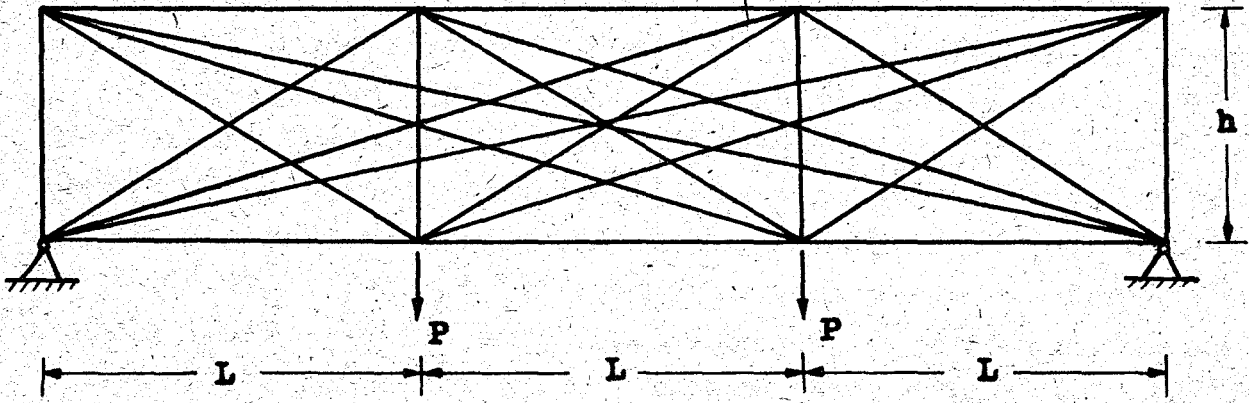
(1.16)

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} S_j = F_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

şeklinde formüle edilmiştir. Burada n çubuk, m düğüm noktası sayısı, S_j bu çubuklarda değişken olarak alınan kuvvetler, ρ birim hacim ağırlığı, σ malzemenin akma gerilmesi, a_{ij} çubukların doğrultu kosinüsleri ve F_i dış yüklerin düğüm nokta-



(a) Dügüm noktası seçilebilecek noktalar



(b) Ana yapı

Şekil 1.4 Ana yapının elde edilişi

larındaki bileşenleridir. Bu lineer programlama problemi S_j için çözümlenerek sıfır kuvvet taşıyan çubuklar yapıdan çıkarılırlar. Bu çubukların ve varsa bu tip çubukların oluşturduğu düğüm noktalarının çıkarılmasıyla, topolojisi ve geometrisi yeni bir yapı elde etmek mümkün olmaktadır. Bununla beraber, sistemin labil olmaması için sıfır kuvvet taşıyan bazı çubuklar yapıda bırakılabilir. Bir yükleme durumuna maruz düzlem kafesler optimize edilmiş ve sonuçların statikçe belirli olduğu görülmüştür. Fleron'da [91] bu yöntemle benzer bir algoritma geliştirmiştir.

Dobbs ve Felton [92], bu tekniği birden fazla yükleme durumunu ele alacak şekilde geliştirdi. Lineer olmayan programlama problemine dönüşen şekillendirme probleminin çözümünde, en dik iniş algoritması kullanılmıştır. Ardışık yaklaşık duruma getirilen teknik yapı topolojisinde daha fazla değişim yapılmaması haline kadar tekrarlanabilmiştir. Yalnız gerilme sınırlayıcılarının gözönüne alındığı bu çalışmada, yapıdan eleman çıkarılışı için matematik bir ispat verilememiştir. Lapay ve Goble [93] yukarıdaki yaklaşımın lineer ve lineer olmayan formulasyonunu mukayese ederek, lineer olmayan formulasyonun burkulma sınırlayıcılarını ele almayı sağladığını ve daha üstün olduğunu gösterdi.

Majid ve Elliott [94] kafes sistemler için yapısal değişim teoremlerini geliştirdiler. Bu teoremler yardımıyla bir kafes sistemde, elemanlardan birinin kesit özellikleri değişmesi veya tamamen sistemden çıkarılması halinde, meydana gelen yeni sistemdeki çubuk kuvvetleri ile deplasmanlar yeni bir analize başvurmadan kesin olarak hesaplanabilmektedir. Bu teoremler daha sonra, bu yazarlar tarafından kafeslerin şekil optimizasyonunda kullanılmıştır [95]. Gerilme ve deplasman sınırlayıcılarının gözönüne alındığı şekillendirme problemi matris deplasman yöntemiyle formüle edildi. Ana yapı kurulduktan sonra, yapı topolojisinde daha fazla değişim yapılmaması durumuna kadar, eleman çıkarılmasına devam edilmektedir. Çubukların, sistemden çıkarılış sırası ise kâr vektörü ile belirlenmektedir. Bu vektör, gerilme veya deplasman sınırlayıcılarının hakim

oluşuna göre yapısal değişim teoremleri kullanılarak hazırlanmaktadır. Bu vektördeki ilk çubuk, sistemden çıkarıldığında kafesin toplam ağırlığında en fazla azalmayı sağlamaktadır. Her adımda eleman çıkarılışı sınırlayıcıları ve amaç fonksiyonu sürekli değişen yeni bir lineer olmayan programlama problemi oluşturmaktadır.

Bu teoremler daha sonra Majid ve Saka [30,96,97] tarafından çerçeveler için genelleştirilmiş ve bunların şekil optimizasyonunda kullanılmıştır [98,99,100]. Reinschmidt ve Russel [101] şekillendirme problemini, elastik uygunluk şartını geçici olarak ihmal ederek, denge şartı ve gerilme sınırlayıcılarına dayanan matematik programlama problemi şeklinde formüle etmiştir. Böylece yerel optimumdan kaçınarak global optimum elde edilebilmektedir. Problemin çözümünde lineer programlama kullanılarak, fazla çubuklar sistemden ayıklanmıştır. Çözülen örneklerde, bu yöntemin gerilme-oranı tipindeki algoritmalarından daha iyi hiperstatik kafes şekli verdiği gösterilmiştir. Bu yöntemler her ne kadar genel ise de; pratik uygulamaları, bilgisayar kapasitesi bakımından sınırlı kalmaktadır.

Bu çalışmalara alternatif olarak, diğer bir grup araştırmada, kafes sistemin düğüm noktaları koordinatları değişken alınmıştır. Pederson [102] statikçe belirli kafeslerin şekil optimizasyonu için gerilme ve Euler burkulması sınırlayıcılarını gözönüne alarak bir yöntem geliştirdi. Daha sonra bu düşünce deplasman ve stabilite sınırlayıcıları ile statikçe belirsiz kafeslere [103] ve uzay kafeslere [104] uygulandı. Çubuk uzunlukları ile doğrultu kosinüslerinin, çubukların uç düğüm noktaları koordinatları cinsinden ifade edildiği optimum geometri problemi, matris deplasman yöntemi ile formüle edildi. Çözümünde yaklaşık programlama kullanıldı ve başarılı bulundu. Düğüm noktası sayısı 40'a kadar çıkan kafesler bir zorlukla karşılaşmadan optimize edildi. Sonuç olarak çözülen örneklerde, birden fazla yükleme durumunda optimum kafesin statikçe belirsiz ve tam gerilmeli olmadığı belirtilmiştir.

Vanderplaats ve Moses [105], gerilme ve burkulma sınırlayıcılarına maruz elastik kafeslerin optimum geometri problemi-

ni matris kuvvet yöntemiyle formüle etmiştir. Amaç fonksiyonu

$$w = \sum_{i=1}^n \rho_i A_i l_i \quad (1.17)$$

şeklinde alınmıştır. Burada ρ_i , A_i , ve l_i sırasıyla i elemanın yoğunluğu, kesit alanı ve uzunluğudur. n ise toplam çubuk sayısıdır. Çubuk boyu da çubuk uç düğüm noktaları koordinatları cinsinden

$$l_i = \left[\sum_{r=1}^2 (x_m - x_l)_r^2 \right]^{1/2} \quad (1.18)$$

şeklinde ifade edilmiştir. Burada m ve l indisleri i çubuğunun uçlarıdır. Bu yöntem önce belirlenmiş bir geometriden başlayarak verilen sistem için optimum geometri bulununcaya kadar düğüm noktalarını hareket ettirir. Bunun için, önce başlangıç geometrisinin minimum ağırlıklı boyutlandırılması yapılır ve sonra amaç fonksiyonu, koordinat uzayının en dik iniş doğrultusunda minimize edilir. Daha sonra çubuk kesit alanları, elde edilen yeni yapıya göre yeniden optimumluğu koruyacak şekilde düzenlenir. Bu işleme, yapı ağırlığında daha fazla azalma yapılmaması durumuna kadar devam edilir. Simetriyi korumak ve elemanları kendi aralarında gruplandırabilmek için gerekli değişken bağlantıları kullanılmıştır. Yöntemin çeşitli kafes sistemlere uygulanması verildi.

Fu [106] ise sistemde yalnız yük etkimeyen düğüm noktalarını şekillendirme değişkeni olarak aldı. İşlem, verilen topoloji için başlangıç geometrisi seçerek adımlara başlar. Yük etkimeyen düğüm noktalarından birinin koordinatlarını değişken alıp, diğerlerini sabit tutarak sistemi optimize eder. Bu durum diğer yük etkimeyen düğüm noktalarına sırasıyla uygulanır ve amaç fonksiyonunda daha fazla gelişme elde edilememesi haline kadar işleme devam edilir. Çözülen örneklerin Michell yapılarıyla uyum sağladığı belirtilmiştir.

Yukarıda özetlenen algoritmalarda sistemin topolojisi sabit tutulurken, geometrisi değiştirilmektedir. Lipson ve Agrawell [107] düğüm noktaları koordinatları ve çubuk kesit alanlarını bağımsız değişken olarak kafesin hem geometrisini

ve hemde topolojisini optimize eden bir algoritma geliştirdi. Çubuk kesit alanları için pratikte üretilen kesit değerlerinin süreksizliği gözönüne alındı. Çözölen uygulamalarda, yalnız gerilme sınırlayıcıları alınarak, her adımda kesit alanı sıfır çıkan çubuklar ile koordinatları sıfır olan düğüm noktaları sistemden çıkarıldı. Bunlara karşı gelen gerilme sınırlayıcıları ise, otomatik olarak problemde düşöldü. Geliştirilen yöntem dışbükey problemlere uygulanabilmektedir. Ancak, bu durumda sonuca varmak için gerekli adım sayısında artış olduğu belirtilmiştir.

Alsbaugh ve Kunoo [108] kafeslerin optimum şeklini belirleme problemini sonlu elemanlar yöntemi ile formüle ederek, meydana gelen lineer olmayan programlama problemini en dik iniş algoritması ile çözmüştür. Çubuk kesit alanları ile düğüm noktası koordinatlarının değişken alındığı bu çalışmada, deplasman ve gerilme sınırlayıcıları gözönüne alınmıştır. Çözölen örneklerden, deplasman sınırlayıcılarının var olması durumunda elde edilen optimum şekil, tam gerilmeli boyutlandırma ile elde edilenden oldukça farklı olmaktadır.

Spillers [109], Friedland [110] in izostatik kafesler için geliştirdiği matematik modeli, hiperstatik kafesler için genelleştirmiştir. Thomas ve Brown [111] çelik çatıların minimum maliyetli şeklini belirleyen bir algoritma geliştirmiştir. Çatının, rijit çelik makaslarla, çelik çatı örtüsünden oluştuğu gözönüne alınarak çatıdaki optimum makas sayısı incelenmiştir. Çubukların burkulma boyları, uçları elastik ankastre çubukların karakteristik burkulma denklemi kullanılarak hesaplanmıştır. Geliştirilen yöntem, çubukların mekanik özelliklerinin değişimini, sistemin geometri ve topolojisinin değişimini gözönüne almaktadır. Yöntemin genelliğini ve esnekliğini göstermek için uygulamalar verilmiştir.

Lipson ve Gwin [112], uzay kafeslerin minimum maliyetli şeklini belirliyen bir algoritma geliştirmiştir. Düğüm noktası koordinatları ile çubuk kesit alanlarının değişken alındığı bu yöntemde, gerilme Euler burkulması, deplasman ve minimum kesit alanı sınırlayıcılarına yer verilmiştir.

Yöntem sürekli veya pratikte var olan kesitler kabulunun her ikisini de kullanabilmektedir. Çözülen örneklerden görüldüğü üzere; minimum maliyet ve minimum ağırlık için bulunan optimum sistem şekilleri, yapının tipine, yüklemesine ve birim maliyetlere bağlı olarak benzer veya farklı olabilmektedir.

Bennet [113] düğüm noktası koordinatlarının şekillendirme değişkeni olarak alınması durumunda problemdeki değişkenlerin dengelenmesini incelemiştir. Koordinat değişkenleri ile alan değişkenleri aldıkları değerlerin merteye olarak farklı oluşu, özellikle burkulma sınırlayıcıları gözönüne alındığında zorluk doğurmaktadır. Bu zorluğu yenmek için iki adım işlemi kullanılmıştır. Diğer taraftan dinamik programlama kafeslerin şekil optimizasyonuna Goff [114] ve Palmer [115] tarafından uygulanmıştır.

1.7. GELİŞTİRİLEN TEKNİKLERİN DEĞERLENDİRİLMESİ

Yapılan yayın taramasından çıkan sonuçlar aşağıdadır.

1) Çelik yapıların; deplasman, gerilme, burkulma ve dinamik tepki sınırlayıcılarının sağlandığı ve ağırlığının (malzeme maliyetinin) minimum olduğu optimum boyutlandırılması başarı ile yapılabilmektedir. Geliştirilen algoritmalar yardımıyla; kafesler, çerçeveler, plaklar ve bunların birlikte bulunduğu yapılar optimize edilmiştir.

2) Matematik programlama geneldir. Bu nedenle, yapısal optimizasyon yöntemlerinin çoğunda kullanılmıştır. Yapısal optimizasyon problemi ise; matris kuvvet ve matris deplasman yöntemlerinden biri kullanılarak formüle edilmiştir. Ancak, bunların kullanım biçimi nedeniyle, geliştirilen yöntemler, yapının analizini gerektirmektedirler. Bu analize;

a) Matris kuvvet yönteminde, hiperstatik bilinmeyenlerin uygunluk denklemlerinden elde edilmesinde,

b) Matris deplasman yönteminde ise; deplasmanların, rijitlik denklemleri yardımıyla, çubuk kesit özellikleri cinsinden ifade edilmesinde,

başvurulur. Özellikle, büyük yapıların boyutlandırılmasında analiz sayısının, pahalı oluşu nedeniyle, azaltılabilmesi önem taşımaktadır.

3) Basitleştirici kabul yapılmadığı takdirde, matris yöntemlerle formüle edilen yapısal optimizasyon problemi, lineer olmayan programlama problemine dönüşmektedir. Bu problemin çözümünde, yaklaşık programlama ve ceza fonksiyonları teknikleri tercih edilmiştir. Bu yöntemler, adımlara başlangıç noktasının uygun bölgede olmasını gerektirmedikleri gibi, bilgisayar programlamasına da uygundur.

4) Optimumluk kriteri teknikleri iki adımdan oluşmaktadır. Birinci adımda; gözönüne alınan sınırlayıcılar için optimumluk kriteri kurulur. İkinci adımda ise; bu kriteri sağlayacak etkin bir ardışık yaklaşım tekniği geliştirilir. Son yıllardaki araştırmalarda rijitlik, deplasman, burkulma sınırlayıcıları için optimumluk şartı çıkarılmıştır. Bu şarta göre lineer olmayan denklemler elde edilmektedir. Bazı basitleştirici kabul-ler yaparak, bunların çözümü için ardışık yaklaşık algoritmalar geliştirilmektedir. Ardışık analizler görünümünde olan optimumluk kriteri algoritmaları, özellikle büyük yapılarda, daha az sayıda adımla sonuca varılmaktadır.

5) Optimum kontrol teorisine dayanan teknikler henüz gelişme aşamasındadırlar.

6) Son yıllarda, yapıların eleman boyutlarının optimum yapılmasına ek olarak, sistem şeklinin de optimizasyonu üzerindeki araştırmalar önem kazanmaktadır. Bu konuda yapılan araştırmalarla, sistem ağırlığında daha fazla ekonomi sağlanabileceği gösterilmiştir. Geliştirilen yöntemleri üç ana grupta toplamak mümkündür.

a) Birinci gruptaki yöntemler Michell teorisine dayanmakta olup, esas olarak varyasyonlar hesabının yapısal şekil optimizasyonuna uygulanmasından ibarettir. Bu konuda geliştirilmekte olan yöntemler, deplasman sınırlayıcılarını gözönüne almayış-ları yanında, uygulamaları da pratik bakımdan sınırlıdır.

b) İkinci gruptaki yöntemler; ana yapı kavramını kullanır-lar. Bu yapı, belirlenen düğüm noktalarının birbirine birleş-tirilmesiyle elde edilir. Böylece, gözönüne alınan yükleme için, bu düğüm noktalarını kullanan bütün yapılar kapsanmış olur.

c) Üçüncü gruptaki yöntemler, düğüm noktaları koordinatlarını değişken almaktadır. Minimum yapı ağırlığının amaç alındığı, optimizasyon problemlerinin çözümüyle, düğüm noktalarının optimum yeri bulunmaktadır. Bu arada, koordinatları sıfır bulunan düğüm noktaları ile alanları sıfır bulunan çubukların, başlangıç yapısından çıkarılmasıyla, optimum yapı şekli belirlenmektedir.

1.8. ARAŞTIRMANIN AMACI

Yayın taramasının sonucundan görüldüğü üzere gerek matematik programlama ve gerekse optimumluk kriteri kullanılarak geliştirilen yapısal optimizasyon teknikleri tekrarlı yapı analizleri görünümündedirler. Oysa yapı tasarımı (Boyutlandırma, şekillendirme) kavram olarak, yapı analizinden farklı oluşu nedeniyle, yeterince ondan bağımsız olmalıdır.

Bu çalışmada, yukardaki düşünce gözönüne alınarak uzay kafes sistemleri optimum boyutlandırma ve şekillendiren bir yöntem geliştirilmiştir. Optimum boyutlandırma probleminde, boyutlandırma değişkeni olarak eleman kesit alanları ve düğüm noktası deplasmanları alınmıştır. Optimum şekillendirme probleminde ise bu değişkenlere ek olarak düğüm noktası koordinatları da tasarım değişkeni yapılmıştır.

Optimizasyon probleminin formulasyonu matris deplasman yöntemi ile yapılmıştır. Buna göre, boyutlandırma probleminde rijitlik, deplasman, gerilme ve burkulma sınırlayıcıları yer almaktadır. Şekillendirme probleminde ise bunlara ek olarak düğüm noktaları koordinatları ile ilgili sınırlayıcılar gelmektedir. Bu şekilde elde edilen optimizasyon problemi lineer olmayan programlama problemine dönüşmektedir. Bu problemin çözümünde ise yaklaşık programlama kullanılmıştır.

Bu yöntem lineer olmayan programlama problemini seçilen bir başlangıç tasarım noktasında lineerleştirmekte ve elde edilen lineer programlama problemini çözmektedir. Ardışık lineerleştirme işlemine amaç fonksiyonunun her adımdaki değerindeki değişimin seçilen bir toleransdan küçük olmasına kadar devam edilmektedir.

BÖLÜM II

UZAY KAFES SİSTEMLERİN OPTİMUM BOYUTLANDIRILMASI

2.1. MATEMATİK MODEL

Uzay kafes sistemlerin optimum boyutlandırılması problemi, matematik programlama problemi olarak formüle ederken, öncelikle, amaç fonksiyonunun ve sınırlayıcıların saptanması gerekir.

Bölüm 1 de yapılan yayın taraması, geliştirilen algoritmaların büyük çoğunluğunun yapı ağırlığını minimum yapmayı amaç olarak aldıklarını göstermiştir. Bunun nedenlerinden biri yapı ağırlığının boyutlandırma değişkenleri cinsinden ifade edilmesinin kolay oluşudur. Diğer bir nedeni ise yapı maliyeti için montaj, işçilik ve buna benzer masrafları da kapsayacak şekilde, boyutlandırma değişkenleri cinsinden genel ve gerçekçi bir bağıntının kuruluşunun tam başarılı olmayışıdır [30,31,99]. Bu bölümde, uzay kafes sistemlerin toplam ağırlığı, diğer bir deyişle toplam malzeme maliyeti, minimum yapılmak istenen amaç fonksiyonu olarak alınmıştır. Bu fonksiyon

$$W = \sum_{i=1}^{NM} \rho A_i L_i \quad (2.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada ρ malzeme yoğunluğu, A_i ve L_i kafes sistemin i çubuğunun kesit alanı ve boyudur. NM ise sistemdeki çubuk sayısıdır. Pratik nedenlerden dolayı çubukların aralarında gruplandırılması halinde

$$W = \sum_{k=1}^{NG} \rho A_k L_k \quad (2.2)$$

şeklini alır. Yine burada A_k ve L_k sırasıyla k grubunun alanı ve bu gruptaki elemanların toplam uzunluğudur. NG ise sistemdeki farklı grupların toplam sayısıdır.

Sınırlayıcılar, kullanılan yapı teorisine göre şekil alırlar. Genellikle boyutlandırılan her yapıdan beklenen, etkiyen yükler altındaki davranışının kabul edilebilir olmasıdır.

Bu husus elastik teori kullanıldığında, etkiyen dış yükler altında sistemde oluşan gerilme ve deplasmanların şartnamelerce belirlenen sınırlardan büyük olmaması anlamına gelir. Boyutlandırma probleminin formüle edilmesinde, etkin bilgisayar programlaması sağlayan matris deplasman yönteminin kullanılması durumunda ise [117,118,119,122,123], sınırlayıcılara ek olarak rijitlik eşitliklerinin sağlanması gerekmektedir [30,31,99]. Bu bölümde eleman kesit alanları ve düğüm noktaları deplasmanları bağımsız değişken olarak alındığından optimum boyutlandırma problemi aşağıda genel görünümü verilen matematik programlama problemine dönüşmektedir:

$$\begin{array}{ll} \text{Min.} & W=W(\underline{A}) \\ & \text{Sınırlayıcılar} \\ \text{Rijitlik} & K_1(\underline{A}) \{X_d\} - P_1 = 0 \quad i=1, \dots, NS \\ \text{Gerilme} & \sigma_j(\underline{A}, X_d) - \sigma_p \leq 0 \quad j=NS+1, \dots, NS+NM \\ \text{Deplasman} & \begin{cases} \{X_d\} - \{\Delta\} \leq 0 \\ \{A\} \geq 0 \end{cases} \quad (2.3) \end{array}$$

Burada $\{A\}$ ve $\{X_d\}$ boyutlandırma değişkenleri olup, sırasıyla $\{A\}$ bilinmeyen alanlar vektörü, $\{X_d\}$ düğüm noktaları deplasmanları vektörüdür. $K_1(\underline{A})$, sistem rijitlik matrisinin i inci satırıdır. σ_p ve Δ , sırasıyla gerilme ve deplasmanların sağlanması gerekli sınır değerleridir. NS rijitlik denklemlerinin, NM kafesteki çubukların toplam sayısıdır. P_1 , etkimekte olan dış yük bileşenidir.

2.2. SINIRLAYICILAR

Yukarıda genel görünümü verilen rijitlik, gerilme ve deplasman sınırlayıcılarının matris deplasman yöntemi ile elde edilmişleri aşağıdaki bölümlerde verilecektir.

2.2.1. RİJİTLİK SINIRLAYICILARI

Kafes sistemin optimum boyutlandırma problemi matris deplasman yöntemi ile formüle edildiğinde, sistemin $[K]$ rijitliği,

etkimekte olan dış yükleri güvenle taşıyacak şekilde belirlenmelidir. Bu sınırlayıcılar

$$[K_s] \{X_d\} = \{P\} \quad (2.4)$$

şeklindedir. Burada $[K_s]$ sistem rijitlik matrisi, $\{X_d\}$ düğüm noktaları deplasmanları ve $\{P\}$ düğüm noktalarına etkiyen dış yük vektörleridir.

Genel olarak, herhangi bir uzay kafes sistemde Şekil 2.1 de gösterilen F ve R düğüm noktalarını birleştiren i çubuğunun, rijitlik matrisine katkısı aşağıdaki gibidir [117] :

$$[K_i] = A_k \begin{bmatrix} [K_{FF}] & [K_{FR}] \\ [K_{RF}] & [K_{RR}] \end{bmatrix}$$

| F ucunda | | | R ucunda | | |
|----------|--------|--------|----------|--------|--------|
| B_i | C_i | D_i | $-B_i$ | $-C_i$ | $-D_i$ |
| C_i | F_i | G_i | $-C_i$ | $-F_i$ | $-G_i$ |
| D_i | G_i | H_i | $-D_i$ | $-G_i$ | $-H_i$ |
| ----- | | | ----- | | |
| $-B_i$ | $-C_i$ | $-D_i$ | B_i | C_i | D_i |
| $-C_i$ | $-F_i$ | $-G_i$ | C_i | F_i | G_i |
| $-D_i$ | $-G_i$ | $-H_i$ | D_i | G_i | H_i |

(2.5)

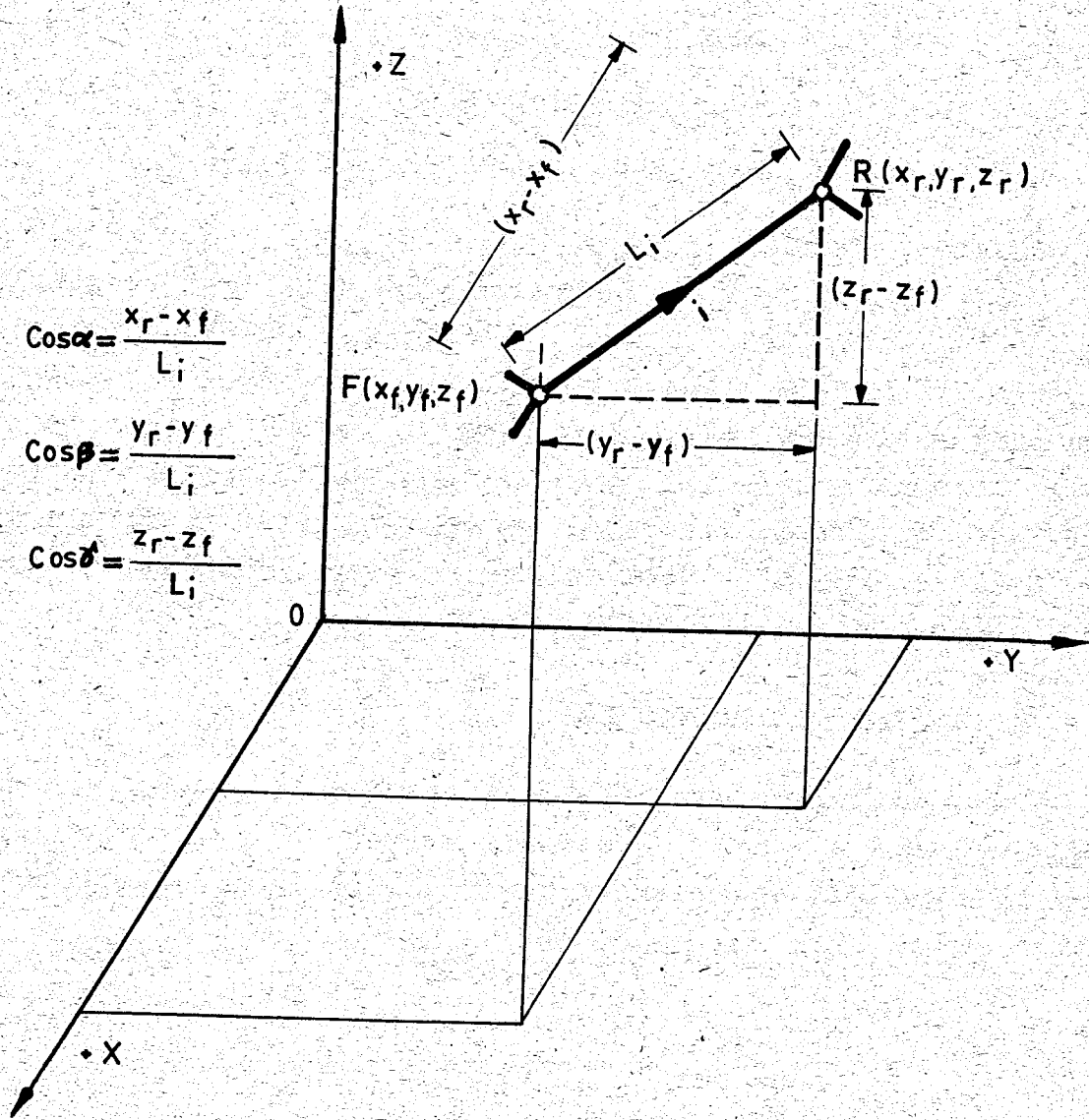
Burada,

$$B_i = \frac{E}{L_i} \cos^2 \alpha, \quad C_i = \frac{E}{L_i} \cos \alpha \cos \beta, \quad D_i = \frac{E}{L_i} \cos \alpha \cos \delta \quad (2.6)$$

$$F_i = \frac{E}{L_i} \cos^2 \beta, \quad G_i = \frac{E}{L_i} \cos \beta \cos \delta, \quad H_i = \frac{E}{L_i} \cos^2 \delta$$

şeklindedir. Bu ifadelerde A_k , L_i ve E sırasıyla k grubuna ait i çubuğunun kesit alanı, boyu ve malzeme elastisite modülüdür.

Kafes sistemin rijitlik matrisi ise, her düğüm noktasında, o noktada birleşen çubuklara ait (2.5) ifadesindeki katkı matrisinin eklenmesiyle elde edilir. Örnek olarak uçları F ve R düğüm noktalarına bağlı i elemanın sistem rijitlik denklemlerine katkısının, bu uçlara karşı gelen satır ve kolonlardaki yerleşimi



Şekil 2.1 Çubuk uç koordinatları

$$\begin{aligned} S_{3f-2} &= \dots + A_k (B_i x_{df} + C_i y_{df} + D_i z_{df}) + \dots - A_k (B_i x_{dr} + C_i y_{dr} + D_i z_{dr}) + \dots - P_{3f-2} = 0 \\ S_{3f-1} &= \dots + A_k (C_i x_{df} + F_i y_{df} + G_i z_{df}) + \dots - A_k (C_i x_{dr} + F_i y_{dr} + G_i z_{dr}) + \dots - P_{3f-1} = 0 \\ S_{3f} &= \dots + A_k (D_i x_{df} + G_i y_{df} + H_i z_{df}) + \dots - A_k (D_i x_{dr} + G_i y_{dr} + H_i z_{dr}) + \dots - P_{3f} = 0 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ S_{3r-2} &= \dots - A_k (B_i x_{df} + C_i y_{df} + D_i z_{df}) + \dots + A_k (B_i x_{dr} + C_i y_{dr} + D_i z_{dr}) + \dots - P_{3r-2} = 0 \\ S_{3r-1} &= \dots - A_k (C_i x_{df} + F_i y_{df} + G_i z_{df}) + \dots + A_k (C_i x_{dr} + F_i y_{dr} + G_i z_{dr}) + \dots - P_{3r-1} = 0 \\ S_{3r} &= \dots - A_k (D_i x_{df} + G_i y_{df} + H_i z_{df}) + \dots + A_k (D_i x_{dr} + G_i y_{dr} + H_i z_{dr}) + \dots - P_{3r} = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

şeklindedir. Burada x_{df} , y_{df} , z_{df} ve x_{dr} , y_{dr} , z_{dr} , F ve R düğüm noktalarının X, Y, Z eksenleri yönündeki deplasmanlarıdır. P_{3f-2} , P_{3f-1} , P_{3f} ve P_{3r-2} , P_{3r-1} , P_{3r} ise düğüm noktalarına eksenler yönünde etkiyen yüklerdir. F ve R düğüm noktalarından birine bir ucu bağlı olan diğer bir çubuk elemanı, i elemanı ile aynı grupta ise, bu elemandan gelen terimlerle toplanır. Aynı grupta değilse ayrı terimler halinde denklemlerde yer alırlar. Rijitlik denklemlerinin sayısı $3N$ olup, N sistemdeki düğüm noktası sayısıdır.

2.2.2. GERİLME SINIRLAYICILARI

Kafes sistemin Şekil 2.1 de gösterilen k grubuna ait i çubuğunun kesit alanı A_k , çubuktaki kuvvet F_i ise, bu çubuktaki σ_i gerilmesinin aşağıdaki eşitsizliği sağlaması gerekmektedir.

$$\sigma_i = |F_i / A_k| \leq \sigma_{ti} \text{ veya } \sigma_{ci}$$

bu da

(2.8)

$$F_i / A_k \leq \sigma_{ti}, \quad -F_i / A_k \leq \sigma_{ci}$$

şeklinde yazılabilir. Burada σ_{ti} ve σ_{ci} çekme ve basınç emniyet gerilmeleridir. Bilindiği gibi, i çubuğundaki F_i kuvveti çubuk uç düğüm noktası deplasmanları cinsinden [117,118, 123]

$$F_i = A_k [B_i] \{x_{di}\} \quad (2.9)$$

şeklinde ifade edilir. Burada

$$\begin{aligned} & \begin{array}{cc} f \text{ ucunda} & r \text{ ucunda} \end{array} \\ [B_i] &= [-U_i \ -V_i \ -W_i \ \dots \ U_i \ V_i \ W_i] \\ \{X_{di}\} &= \{x_{df} \ y_{df} \ z_{df} \ \dots \ x_{dr} \ y_{dr} \ z_{dr}\} \end{aligned} \quad (2.10)$$
$$U_i = \frac{E}{L_i} \cos \alpha, \quad V_i = \frac{E}{L_i} \cos \beta, \quad W_i = \frac{E}{L_i} \cos \gamma$$

şeklindedir. (2.8) ve (2.9) bağıntılarından i çubuğundaki gerilme

$$\sigma_i = |[B_i]\{X_{di}\}| \leq t_i \text{ veya } c_i \quad (2.11)$$

olarak ifade edilir. Bu da sabit σ_t ve σ_c durumunda gerilme sınırlayıcılarının, yalnız düğüm noktaları deplasmanlarının fonksiyonu olduğunu göstermektedir. (2.11) bağıntısı, her çubuk için iki gerilme sınırlayıcısı verir. Çubuğun çekme veya basınca çalışmasına göre, bunlardan yalnız biri programlama probleminde aktif olmaktadır. Bir çubuk eleman için yapılan yukarıdaki işlem uzay kafes sistemi meydana getiren tüm elemanlar için tekrarlanır. Geliştirilen boyutlandırma algoritması sistemi analiz ettiğinden çubukların çekme veya basınca çalıştıkları önceden bilinmektedir. Bu nedenle her çubuk için (2.11) gerilme sınırlayıcılarından yalnız birini kullanmak mümkün olmaktadır.

2.2.3. BURKULMA SINIRLAYICILARI

Basınca çalışan i çubuğu için narinlik

$$\lambda = \frac{L_i}{r_i} \quad (2.12)$$

şeklinde ifade edilir. Burada L_i ve r_i sırasıyla çubuk elemanın boyu ve atalet yarıçapıdır. λ nın aldığı değere göre burkulma ya elastik bölgede veya plastik bölgede meydana gelir.

$$\lambda > \lambda_p \quad (2.13)$$

değeri için burkulma elastik bölgede meydana gelir. Burada λ_p elastik bölge ile plastik bölgeyi ayıran sınır narinlik derecesi olup 102 olarak alınmıştır.

Elastik bölgede çalışan i çubuğu için Euler burkulma gerilmesi

$$\sigma_{bi} = \pi^2 E r_i^2 / nL_i^2 \quad (2.14)$$

olarak verilmektedir. Burada E elastisite modülü, n emniyet katsayısıdır. (2.14) bağıntısı burkulma gerilmesinin seçilen kesitin özelliklerine bağlı olduğunu göstermektedir. Boyutlandırma probleminde kesit alanlarının değişken olarak alınması nedeniyle, kesit atalet yarıçapını alan değişkeni cinsinden ifade etmek gerekir. Bunlar arasında bağıntı genel olarak

$$r = a A^b \quad (2.15)$$

şeklindedir. Burada A çubuk kesit alanı, a ve b ise seçilen kesit şekline bağlı sabitlerdir. Bu sabitlerin değerleri, kullanılan çelik profil veya boru kesitler için tablolarda verilen atalet yarıçaplarıyla alanlar arasında en küçük kareler yöntemi ile kurulacak bağıntı ile belirlenir [Ek 1] .

Vanderplaats ve Moses [105] , ortalama çapının et kalınlığına oranı 10 olan boru kesitler için a ve b nin değerini sırasıyla 0.602 ve 0.5 olarak bulmuşlardır. Buna göre de burkulma gerilmesini yalnız kesit alanı cinsinden

$$\sigma_{bi} = (100.01 EA_k) / 8L_i^2 \quad (2.16)$$

bağıntısıyla ifade etmişlerdir. Daha genel olarak, AISC [120] de verilen boru kesitler için yukarıdaki işlem yapıldığında a ve b nin değeri sırasıyla 0.5508 ve 0.9195 olarak bulunmaktadır. Bu ise

$$\sigma_{bi} = 0.121 \pi^2 EA_k^{1.839} / L_i^2 \quad (2.17)$$

burkulma gerilmesi ifadesini vermektedir. Burada n=2.5 alınmıştır.

Öte yandan plastik bölgede, iki ucu mafsallı bağlı çubuklarda burkulma gerilmesi

$$\sigma_{bi} = [2400 - (L_i^2 / r_k)^2 / 15] / n \quad (\text{kg/cm}^2) \quad (2.18)$$

bağıntısıyla verilmektedir [124]. Boru kesitler için yukarıda belirlenen (2.15) bağıntısı (2.18) de yerine yazılıp, boru

kesitler için belirlenen $a=0.5508$ ve $b=0.9195$ değerleri yerine konursa

$$\sigma_{bi} = (1600 - 0.1465 L_i^2 A_k^{-1.839}) \quad (2.19)$$

şeklini alır. (2.18) bağıntısında n değeri 1.5 alınmıştır.

Görüldüğü gibi gerek Euler ve gerekse parabolik formül kullanıldığında, burkulma gerilmesi (2.15) bağıntısı yardımıyla tasarım değişkeni olan kesit alanları cinsinden ifade edilebilmektedir. En uygun formülün belirlenmesi ayrı bir araştırma konusu olduğundan, bu çalışmada (2.17) ve (2.19) ifadeleriyle verilmiş olan bağıntılarla yetinilmiştir. Buna göre, basınç çubukları için, (2.11) bağıntısıyla verilen gerilme sınırlayıcılarındaki σ_{ci} nin σ_{bi} ile değiştirilmesiyle, burkulma sınırlayıcısı elde edilir:

$$|[B_i] \{x_{di}\}| \leq \sigma_{bi} \quad (2.20)$$

2.2.4. DEPLASMAN SINIRLAYICILARI

Çelik yapılarda, deplasmanlar şartnamelerce sınırlandırılmıştır. Geliştirilen optimum boyutlandırma algoritmasında düğüm noktaları deplasmanları tasarım değişkeni olarak alındığından, deplasman sınırlayıcıları sadece "üst sınır" sınırlayıcılarına dönüşürler:

$$\{x_d\} \leq \{\Delta\} \quad (2.21)$$

Burada $\{\Delta\}$ izin verilen deplasmanlar vektörüdür. Düğüm noktası deplasmanları pozitif veya negatif değer alabilirler. Oysa, matematik programlama teknikleri yalnız pozitif değer alan değişkenlerle işlem yapabilmektedirler. Bu zorluk, değişken sayısını arttırmadan aşağıdaki değişken dönüşümünün yapılmasıyla giderilebilir.

$$x_j = \delta_j - e_j \quad (2.22)$$

Burada δ_j , x_j nin yerine gelen ve daima pozitif değer alan yeni değişken, e_j ise, x_j nin alabileceği en büyük negatif değere eşit olan bir sabittir.

Bu bağıntıda, yeni boyutlandırma değişkeninin alacağı pozitif değere bağlı olarak, x_j pozitif veya negatif değer alabilmektedir.

Eğer x_j deplasmanı, Δ_j ile sınırlandırılmışsa, bu deplasman için gözönüne alınan sınırlayıcı

$$\begin{aligned} \delta_j - e_j &\leq \Delta_j \\ \delta_j &\leq \Delta_j + e_j \end{aligned} \quad (2.23)$$

şeklini alır. x_j nin alabileceği negatif ve pozitif en büyük değerlerin birbirine eşit olması durumunda, (2.23) sınırlayıcısı

$$\delta_j \leq 2 \Delta_j \quad (2.24)$$

eşitsizliğine dönüşür. Deplasmanlara uygulanan sınırlar şartnamelerden elde edilebilir. Örnek olarak "TS 648 Çelik yapıların hesap ve yapım kuralları" şartnamesi açıklığı 5 m.den fazla olan kirişlerin sehimlerini açıklığının 1/300 ünden küçük olacak şekilde belirlemiştir.

2.3. YAKLAŞIK PROGRAMLAMA

Önceki bölümden görüldüğü gibi uzay kafes sistemlerin optimum boyutlandırma problemindeki rijitlik ve burkulma sınırlayıcıları, boyutlandırma değişkenlerinin lineer olmayan terimlerinden oluşmaktadır. Bu nedenle problem, lineer olmayan programlama problemine dönüşmektedir. Birinci bölümde açıklanan yaklaşık programlama ise, daha önceki birçok araştırmacı tarafından yapısal optimizasyon problemlerinin çözümünde uygulanmış [24,25,26,27,30] ve etkili bulunmuştur. Bu nedenle, bu bölümde elde edilen lineer olmayan programlamanın çözümünde kullanılmıştır.

Bu yöntem, lineer olmayan bir fonksiyonu Taylor serisine açıp, ilk iki terimi alarak lineer hale getirir. Buna göre $\{x\} = \{x^0\}$ noktasındaki $f(x^0)$ değeri bilinen n değişkenli $f(x)$ fonksiyonunun $\{x\} = \{x^1\}$ noktasında $f(x^1)$ değeri, Taylor açılımı ile ilk iki terimi alınarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$f(\underline{x}^1) = f(\underline{x}^0) + \nabla f(\underline{x}^0) [\{\underline{x}^1\} - \{\underline{x}^0\}] \quad (2.25)$$

Burada $\nabla f(\underline{x}^0)$ satır vektörü gradyan vektörü olarak adlandırılır ve

$$\nabla f(\underline{x}^0) = \left[\frac{\partial f}{\partial x_1^0}, \frac{\partial f}{\partial x_2^0}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n^0} \right] \quad (2.26)$$

şeklinde $f(\underline{x})$ fonksiyonunun değişkenlere göre alınan birinci türevlerinden oluşur. (2.3) de genel görünümü verilen optimum boyutlandırma problemi yeniden düzenlenirse

$$\text{Min. } W = W(\underline{A})$$

Sınırlayıcılar

$$\text{Rijitlik } S_i(\underline{V}) = [K_i(\underline{A})] \{\underline{X}_d\} - P_i = 0 \quad i=1, \dots, NS$$

$$\text{Gerilme } \sigma_j(\underline{V}) = \sigma_j(\underline{A} \ \underline{X}_d) - \sigma_p = 0 \quad j=NS+1, \dots, NS+NM$$

$$\begin{aligned} \{\underline{X}_d\} - \{\Delta\} &\leq 0 \\ \{\underline{A}\} &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.27)$$

lineer olmayan programlama problemi elde edilir. Burada boyutlandırma vektörü $\{\underline{V}\} = \{\underline{A} \ \underline{X}_d\}$ şeklinde olup, alt matris $\{\underline{A}\} = \{A_1 A_2 \dots A_{NG}\}$, NG grupta toplanan çubukların kesit alanlarından ve alt matris

$$\{\underline{X}_d\} = \{x_{d1} \ y_{d1} \ z_{d1} \dots x_{dN} \ y_{dN} \ z_{dN}\}, \quad N \text{ düğüm noktasının}$$

deplasmanlarından oluşmaktadır. Bu problemdeki lineer olmayan rijitlik ve gerilme sınırlayıcıları (yalnız basınç çubuklarına ait alanlar) (2.25) bağıntısı ile lineerleştirilirse

$$\text{Min. } W = W(\underline{A})$$

Sınırlayıcılar

$$S_i(\underline{V}^0) + \nabla S_i(\underline{V}^0) [\underline{V} - \underline{V}^0] = 0$$

$$\sigma_j(\underline{V}^0) + \nabla \sigma_j(\underline{V}^0) [\underline{V} - \underline{V}^0] \leq 0$$

$$\begin{aligned} \{\underline{X}_d\} - \{\Delta\} &\leq 0 \\ \{\underline{A}\} &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.28)$$

şeklindeki lineer programlama problemi elde edilir.

Burada $\{V^0\} = \{A^0 \ X_d^0\}$ alan ve deplasman değişkenleri için seçilen başlangıç değerleridir. Bu noktada gerek sınırlayıcıların değerleri ve gerekse gradyan vektörleri bilinmektedir. Rijitlik ve gerilme sınırlayıcılarının gradyan vektörleri

$$\begin{aligned} \nabla S_i(V^0) &= \left[\frac{\partial S_i}{\partial A^0} \dots \frac{\partial S_i}{\partial A_{NG}^0} \quad \frac{\partial S_i}{\partial x_{d1}^0} \dots \frac{\partial S_i}{\partial z_{dN}^0} \right] \\ \nabla \sigma_i(V^0) &= \left[\frac{\partial \sigma_i}{\partial A^0} \dots \frac{\partial \sigma_i}{\partial A_{NG}^0} \quad \frac{\partial \sigma_i}{\partial x_{d1}^0} \dots \frac{\partial \sigma_i}{\partial z_{dN}^0} \right] \end{aligned} \quad (2.29)$$

şeklindedir. Bu şekilde lineerleştirilen, boyutlandırma problemi lineer programlama ve yöntemlerinden simpleks yöntemi [6,7, 8,9,10,11] ile çözülebilir. Elde edilen lineerleştirilmiş problemin optimum çözümünün, gerçek optimum çözüme yaklaşıklığını koruyabilmesi için "değişim sınırları" adı verilen sınırların gözönüne alınması gerekir. Şekil 2.2 de gösterildiği gibi, lineerleştirilmiş problemin optimum çözümü bu sınırların belirlediği bölge içinde yer alır. Değişim sınırları

$$(1-m) \{A^0\} \leq \{A\} \leq (1+m) \{A^0\} \quad (2.30)$$

şeklinde teşkil edilebilir. Burada m değeri önceden seçilen bir sabittir ($0 \leq m \leq 1$).

Değişim sınırlarının (2.28) problemine eklenip, fonksiyonların $\{V^0\}$ başlangıç noktasındaki bilinen değerleri sağ tarafta toplanırsa

$$\text{Min. } W = W(A)$$

Sınırlayıcılar

$$\nabla S_i(V^0) \{V\} = \nabla S_i(V^0) \{V^0\} - S_i(V^0)$$

$$\nabla \sigma_j(V^0) \{V\} \leq \nabla \sigma_j(V^0) \{V^0\} - \sigma_j(V^0)$$

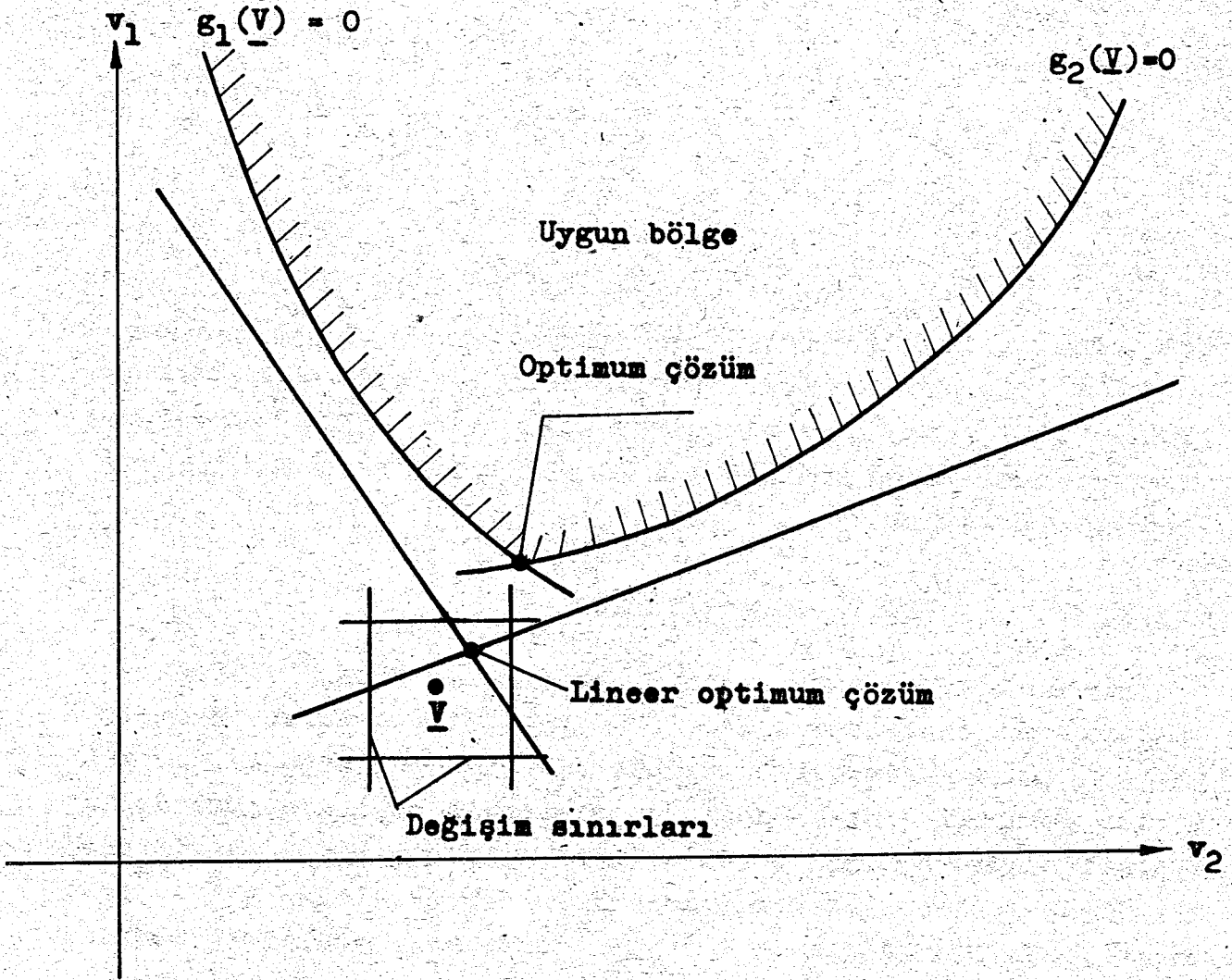
$$\{x_d\} \leq \{\Delta\}$$

$$\{A\} \leq (1+m) \{A^0\}$$

$$\{A\} \geq (1-m) \{A^0\}$$

(2.31)

linear programlama problemi elde edilmiş olur.



Şekil 2.2 Değişim Sınırları

Bu problemde

$$\text{Min. } W = W(A)$$

Sınırlayıcılar

$$\begin{aligned} [G]\{V\} &\leq \{RHS\} \\ \{V\} &\geq 0 \end{aligned}$$

(2.32)

şeklinde yazılabilir. Burada

$$G = \begin{bmatrix} \nabla S_1(V^0) \\ \nabla \sigma_j(V^0) \\ [I] \\ [I] \\ [I] \end{bmatrix}, \quad RHS = \begin{bmatrix} \nabla S_1(V^0)\{V^0\} - S_1(V^0) \\ \nabla \sigma_j(V^0)\{V^0\} - \sigma_j(V^0) \\ \{\Delta\} \\ (1+m)\{A^0\} \\ (1-m)\{A^0\} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

şeklinde dir. (2.31) probleminin simpleks yöntemi ile çözülmesiyle $\{V\}$ değişkenler vektörü elde edilir. $\{V\}$ nin bu yeni değerleri kullanarak lineerleştirme işlemi tekrarlanır. Bu işleme amaç fonksiyonun ardışık iki adımdaki değeri aynı kalıncaya kadar devam edilir.

2.3.1. GRADYAN VEKTÖRLERİNİN HESABI

Linear olmayan optimum boyutlandırma probleminin lineerleştirilmesi esnasında rijitlik ve gerilme (burkulma) sınırlayıcılarının gradyan vektörlerinin hesabı gerekmektedir. Bu vektörler yukarıki sınırlayıcıların sırasıyla boyutlandırma değişkenlerine göre birinci türevlerinin hesaplanmasıyla teşkil edilir. Linear olmayan sınırlayıcılar bu değişkenlerin polinomları şeklinde olduğundan bu türevleri doğrudan hesaplamak mümkün olmaktadır. Buna göre herhangi bir i inci rijitlik sınırlayıcısının genel görünümü

$$S_1(V) = [K_1(A)] \{X_d\} - P_i = 0 \quad (2.34)$$

şeklinde dir. Sınırlayıcı, alan ve deplasman değişkenlerinin fonksiyonudur. Burada $K_1(A)$ sistem rijitlik matrisinin i inci satırıdır. Bu sınırlayıcının alan ve deplasman sınırlayıcılara göre türevleri sırasıyla

$$\frac{\partial S_i(V)}{\partial A_k} = \left[\frac{\partial K_i(A)}{\partial A_k} \right] \{ x_d \} \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial S_i(V)}{\partial x_{dj}} = k_{ij}(A)$$

şeklinde olur. Burada $k_{ij}(A)$, $[K]$ sistem rijitlik matrisinin (i,j) inci elemanıdır.

Rijitlik sınırlayıcılarının bu türevleri sistem rijitlik matrisini kurduktan sonra hesaplanabileceği gibi, sistemdeki her çubugun rijitlik matrisine olan katkılarının türevlerini alarak da daha kısa bir şekilde hesaplanabilir. Örneğin, f ve r düğüm noktalarına bağlı bir i çubugunun rijitlik sınırlayıcılarına katkısı (2.7) de verilmiştir. Bunlardan birinci sınırlayıcı

$$S_{3f-2} = \dots + A_k [B_i (\delta_{3f-2} - e_{3f-2}) + C_i (\delta_{3f-1} - e_{3f-1}) + D_i (\delta_{3f} - e_{3f})] + \dots - A_k [B_i (\delta_{3r-2} - e_{3r-2}) + C_i (\delta_{3r-1} - e_{3r-1}) + D_i (\delta_{3r} - e_{3r})] + \dots$$

şeklini alır. i çubugunun, $(3f-2)$ inci rijitlik sınırlayıcılarına olan katkısının alan değişkenlerine göre türevi

$$\frac{\partial S_{3f-2}}{\partial A_k} = \dots + [B_i (\delta_{3f-2} - e_{3f-2}) + C_i (\delta_{3f-1} - e_{3f-1}) + D_i (\delta_{3f} - e_{3f})] + \dots - [B_i (\delta_{3r-2} - e_{3r-2}) + C_i (\delta_{3r-1} - e_{3r-1}) + D_i (\delta_{3r} - e_{3r})] + \dots \quad (2.37)$$

olur. f ve r uçlarındaki deplasmanlara karşı gelen ve daima pozitif değer alan yeni değişkenlere göre türevi ise

$$\frac{\partial S_{3f-2}}{\partial \delta_{3f-2}} = B_i A_k, \quad \frac{\partial S_{3f-2}}{\partial \delta_{3f-1}} = A_k C_i, \quad \frac{\partial S_{3f-2}}{\partial \delta_{3f}} = A_k D_i \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial S_{3f-2}}{\partial \delta_{3r-2}} = -A_k B_i, \quad \frac{\partial S_{3f-2}}{\partial \delta_{3r-1}} = -A_k C_i, \quad \frac{\partial S_{3f-2}}{\partial \delta_{3r}} = -A_k D_i$$

şeklinde elde edilir.

Bu türevlerden alanlara göre olanlar $[G]$ matrisinin ilk NG kolonuna, diğerleri ise $NG+1$ ile $NG+3N$ arasındaki kolonlara yerleştirilir. Buna göre elemanın f ucundan rijitlik sınırlayıcılarına olan katkısının ilk satırının f düğüm noktasının

x_{df} deplasmanına karşı gelen yeni δ_{3f-2} değişkenine göre türevi, $[G]$ matrisinin $[(3f-2), (NG+3f-2)]$ inci adresine yerleştirilir. Bu elemanın rijitlik sınırlayıcılarına olan katkısının bütün ilgili boyutlandırma değişkenlerine göre türevlerinin adresleri Şekil 2.3 de gösterilmiştir.

i çubuğuna ait gerilme sınırlayıcısı çubuğun çekmeye çalışması durumunda (2.11) de gösterildiği gibi, yalnız çubuğun bağlı olduğu uç deplasmanlarının fonksiyonudur. Bu deplasmanlar için (2.22) deki değişken dönüşümü yapılırsa

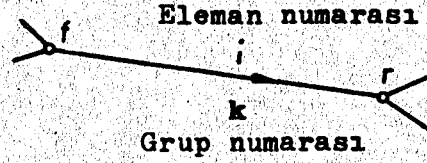
$$\sigma_i = \frac{F_i}{A_k} = \begin{bmatrix} -U_i & -V_i & -W_i & U_i & V_i & W_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{3f-2} - e_{3f-2} \\ \delta_{3f-1} - e_{3f-1} \\ \delta_{3f} - e_{3f} \\ \text{-----} \\ \delta_{3r-2} - e_{3r-2} \\ \delta_{3r-1} - e_{3r-1} \\ \delta_{3r} - e_{3r} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

elde edilir. U, V, W lerin değerleri (2.10) da verilmiştir. (2.39) dan görüldüğü gibi, çekme çubuklarına ait gerilme sınırlayıcıları δ değişkenlerinin lineer bir fonksiyonudur. Böylece, i çubuğunun gerilme sınırlayıcısının f ucundaki δ değişkenlerinin U, V, W katsayıları G matrisinin $(3N+i)$ inci satırındaki $(NG+3f-2), (NG+3f-1)$ ve $(NG+3f)$ inci kolonlara karşı gelen terimleri olur.

Basınca çalışan çubuklar için gerilme sınırlayıcısı burkulma sınırlayıcısına dönüşür. Bu sınırlayıcı, herhangi bir i çubuğu için

$$\sigma_{bi} (A, X_d) = [B] \{X_d\} - C_i(A_k) \leq 0 \quad (2.40)$$

şeklindedir. Burada $C_i(A)$, (2.17), (2.19) veya benzer bağıntılarla verilen burkulma gerilmesini göstermektedir. (2.40) ifadesinin birinci terimi bundan önceki paragrafta gerilme sınırlayıcıları bahsinde açıklandığı gibi lineer bir bağıntıdır. İkinci terim Şekil 2.1 deki i çubuğunun basınca çalıştığı düşünüldüğünde, burkulma elastik bölgede meydana gelmesi



$$\mathbf{G} = \begin{matrix}
 \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ 3f-2 \\ 3f-1 \\ 3f \\ \vdots \\ 3r-2 \\ 3r-1 \\ 3r \\ \vdots \\ 3N \end{matrix} & \begin{matrix}
 1 \dots k \dots NG & NG+1 \dots NG+3f-2 & NG+3f-1 & NG+3f \dots NG+3r-2 & NG+3r-1 & NG+3r \dots NG+3N \\
 \hline
 \frac{\partial s_{3f-2}}{\partial A_k} & \dots & \frac{\partial s_{3f-2}}{\partial \delta_{3f-2}} & \frac{\partial s_{3f-2}}{\partial \delta_{3f-1}} & \frac{\partial s_{3f-2}}{\partial \delta_{3f}} & \dots & \frac{\partial s_{3f-2}}{\partial \delta_{3r-2}} & \frac{\partial s_{3f-2}}{\partial \delta_{3r-1}} & \frac{\partial s_{3f-2}}{\partial \delta_{3r}} \\
 \frac{\partial s_{3f-1}}{\partial A_k} & \dots & \frac{\partial s_{3f-1}}{\partial \delta_{3f-2}} & \frac{\partial s_{3f-1}}{\partial \delta_{3f-1}} & \frac{\partial s_{3f-1}}{\partial \delta_{3f}} & \dots & \frac{\partial s_{3f-1}}{\partial \delta_{3r-2}} & \frac{\partial s_{3f-1}}{\partial \delta_{3r-1}} & \frac{\partial s_{3f-1}}{\partial \delta_{3r}} \\
 \frac{\partial s_{3f}}{\partial A_k} & \dots & \frac{\partial s_{3f}}{\partial \delta_{3f-2}} & \frac{\partial s_{3f}}{\partial \delta_{3f-1}} & \frac{\partial s_{3f}}{\partial \delta_{3f}} & \dots & \frac{\partial s_{3f}}{\partial \delta_{3r-2}} & \frac{\partial s_{3f}}{\partial \delta_{3r-1}} & \frac{\partial s_{3f}}{\partial \delta_{3r}} \\
 \hline
 \frac{\partial s_{3r-2}}{\partial A_k} & \dots & \frac{\partial s_{3r-2}}{\partial \delta_{3f-2}} & \frac{\partial s_{3r-2}}{\partial \delta_{3f-1}} & \frac{\partial s_{3r-2}}{\partial \delta_{3f}} & \dots & \frac{\partial s_{3r-2}}{\partial \delta_{3r-2}} & \frac{\partial s_{3r-2}}{\partial \delta_{3r-1}} & \frac{\partial s_{3r-2}}{\partial \delta_{3r}} \\
 \frac{\partial s_{3r-1}}{\partial A_k} & \dots & \frac{\partial s_{3r-1}}{\partial \delta_{3f-2}} & \frac{\partial s_{3r-1}}{\partial \delta_{3f-1}} & \frac{\partial s_{3r-1}}{\partial \delta_{3f}} & \dots & \frac{\partial s_{3r-1}}{\partial \delta_{3r-2}} & \frac{\partial s_{3r-1}}{\partial \delta_{3r-1}} & \frac{\partial s_{3r-1}}{\partial \delta_{3r}} \\
 \frac{\partial s_{3r}}{\partial A_k} & \dots & \frac{\partial s_{3r}}{\partial \delta_{3f-2}} & \frac{\partial s_{3r}}{\partial \delta_{3f-1}} & \frac{\partial s_{3r}}{\partial \delta_{3f}} & \dots & \frac{\partial s_{3r}}{\partial \delta_{3r-2}} & \frac{\partial s_{3r}}{\partial \delta_{3r-1}} & \frac{\partial s_{3r}}{\partial \delta_{3r}}
 \end{matrix}
 \end{matrix}$$

Şekil 2.3 k grubuna ait f ve r düğüm noktalarına bağlı i çubuğunun rijitlik sınırlandırıcılarına olan katkısının alan ve deplasman değişkenlerine göre türevlerinin [G] matrisine yerleştirilmesi

durumunda (2.15) ifadesi (2.14) de yerine konursa

$$C_i(A_k) = E \pi^2 \cdot a^2 A_k^{2b} / n L_i^2 \quad (2.41)$$

bağıntısı elde edilir. Bu ifadenin A_k alan değişkenine göre türevi

$$\frac{dC_i}{dA_k} = 2E b \pi^2 \cdot a^2 \cdot A_k^{2b-1} / (n L_i^2) \quad (2.42)$$

olur. Burkulma plastik bölgede meydana gelmesi durumunda (2.15) bağıntısı (2.18) ifadesinde yerine konursa

$$C_i(A_k) = (2400 - a^{-2} A_k^{-2b} L_i^2) / (15 n) \quad (2.43)$$

bağıntısı elde edilir. İfadelerdeki a ve b sabitleri alan değişkenini atalet yarıçapına bağlayan sabitlerdir. (2.43) bağıntısının A_k alan değişkenine göre türevi

$$\frac{dC_i}{dA_k} = 2b a^{-2} A_k^{-2b-1} L_i^2 / (n \times 15) \quad (2.44)$$

olarak elde edilir.

Böylece, burkulma sınırlayıcılarının (2.42) ve (2.44) de hesaplanan türevleri, [G] katsayılar matrisinin ilgili adreslerine depolanır. Örneğin i elemanının f ucunun x_{df} deplasmanına karşı gelen yeni δ_{3f-2} değişkenine göre alınan türevi $[(3N+i), (NG+3f-2)]$ adresine depolanır. Aynı elemanın alan değişkenine göre türevi ise $[(3N+i), k]$ adresine depolanır.

2.3.2. RHS MATRİSİNİN HESABI

Lineerleştirilmiş rijitlik ve burkulma sınırlayıcılarının sağ taraflarının hesabı (2.31) de gösterildiği gibi yapılır. Buna göre i inci rijitlik sınırlayıcısının lineerleştirme sonunda sağ tarafı

$$RHS_i = \nabla S_i(\mathbf{v}^0) \left\{ \mathbf{v}^0 \right\} - S_i(\mathbf{v}^0), \quad i=1, \dots, 3N \quad (2.45)$$

şeklinde ifade edilir.

Burada $\nabla S_j(\underline{V}^0)$, 1 inci rijitlik sınırlayıcısının $\{V^0\}$ başlangıç noktasında hesaplanan gradyan vektörü ve $S_j(\underline{V}^0)$ bu sınırlayıcının aynı noktadaki değeridir. (2.7) deki matris işlemleri her rijitlik sınırlayıcısı için yapılarak $\{RHS\}$ matrisinin rijitlik sınırlayıcılarına karşı gelen kısmı hesaplanmış olur.

Burkulma sınırlayıcılarında ise benzer şekilde

$$RHS_j = \nabla \sigma_{bj}(V^0) \{V^0\} - \sigma_{bj}(V^0) \quad j=1, \dots, NC \quad (2.46)$$

bağıntısı yardımıyla sağ taraflar hesaplanır. Burada NC, sistemdeki basınç çubuklarının sayısıdır. Son olarak (2.30) daki m değişim sınırlarının, bundan sonraki alt bölümde açıklanacağı gibi seçilmesiyle (2.32) de gösterilen lineerleştirilmiş boyutlandırma problemindeki değişkenlerin katsayılarını içeren $[G]$ matrisi ile sağ tarafları içeren $\{RHS\}$ kolon matrisi elde edilmiş olur.

2.3.3. DEĞİŞİM SINIRLARI

Linear olmayan rijitlik ve burkulma sınırlayıcılarının seçilen bir $\{V^0\}$ başlangıç noktasında lineerleştirilmesiyle, boyutlandırma problemi linear programlama problemine dönüştürülür. Bu şekilde linear olmayan esas problemin, lineerleştirilmesiyle probleme sokulan hata, boyutlandırma değişkenleri ve değişim sınırları olarak adlandırılan bazı sınırlarla kontrol edilir. Bunlar her ne kadar rastgele seçilirse de, genellikle boyutlandırma değişkenlerinin, o adımdaki değerlerinin belirli bir yüzdesi olarak alınırlar. Değişim sınırlarının seçimi için, problemin davranışına bağlı olmaları nedeniyle, genel bir kural vermek zordur. Bu bakımdan, daha önceki çalışmalarda Reinschmidt ve arkadaşları [24] her adımda farklı değer alan değişim sınırlarını uygun bulurken, Johnson ve Brotton [29], sabit değerli değişim sınırlarını kullanmışlardır. Saka [30,32] bu sınırları ilk adımda 0.90 olarak almış, sonraki her adımda bu değer 0.10 azaltılmıştır. Böylece, değişim sınırları ilk adımlarda büyük değerler alırken, son adımlarda küçük değerler almaktadırlar.

İlk adımlarda yeni çözüme, hareket edebileceği geniş bir bölge sağlanırken, son adımlarda bu bölge daraltılmaktadır. Bu husus, her adımda elde edilen çözümün salınım yapmasını önlemekte ve yakınsamayı hızlandırmaktadır. Değişim sınırlarının değeri 0.10 a vardığı halde yakınsamanın elde edilememesi durumunda, iterasyonlara $m=0.10$ değeriyle devam edilir.

Bu çalışmada alan değişkenlerine uygulanan değişim sınırları 0.70 den başlayıp, her adımda değer 0.10 azaltılmıştır. Çözülen örneklerden bu şekildeki uygulamanın başarılı olduğu görülmüştür. Deplasman değişkenleri için, alt bölüm 2.2.4 de açıklanan değişken dönüşümü lineerleştirme hatalarını kontrol için yeterli sınırı sağlamakta olduğundan ayrıca değişim sınırına gerek kalmamaktadır.

2.3.4. SIMPLEKS YÖNTEMİ

Lineer programlama problemlerinin çözümü için her ne kadar birden çok yöntem var ise de, Dantzig [7] tarafından geliştirilen simpleks yöntemi mevcutların içinde en etkin olanıdır. Bu bakımdan lineer programlama problemlerinin çözümünde tartışmasız tercih edilmektedir. Simpleks yöntemi, ilk olarak n değişkenli ve m sınırlayıcılı lineer programlama problemindeki

$$\text{Maks. } z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$$

Sınırlayıcılar

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

(2.47)

eşitsizlikleri yeni değişkenler kullanılarak eşitliklere dönüştürülür. Bunun için (2.47) deki her eşitsizliğe daima pozitif değer alan ve gevşek değişken olarak adlandırılan değişkenler eklenir.

Böylece (2.47) problemi

$$\text{Maks. } z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$$

Sınırlayıcılar

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + s_1 &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + s_2 &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + s_m &= b_m \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

$$s_1, s_2, \dots, s_m \geq 0$$

(m+n) değişkenli ve m eşitlikli denklem sistemine dönüşür. Denklem sayısı değişken sayısına eşit olmayan bu sistemdeki, n adet esas değişkene sıfır değeri verilirse, geriye değişken ve denklem sayısı m olan sistem elde edilir. Bu sistemin çözümüyle gevşek değişkenlerin değerleri elde edilir ve bu çözüme temel uygun çözüm adı verilir.

Temel uygun çözümde yer alan değişkenler temel değişkenler, diğerleri ise temel olmayan değişkenler olarak adlandırılır. Buna göre başlangıç temel uygun çözümde, gevşek değişkenler temel değişken, esas değişkenler temel olmayan değişkenlerdir. Simpleks yöntemi bu çözümden başlayarak, her adımda amaç fonksiyonun değerini geliştirecek şekilde esas değişkenleri temel uygun çözüme sokmaya çalışır. Başlangıç temel uygun çözümü

Temel olmayan çözüm

$$\begin{aligned} x_1 = x_2 = \dots = x_n &= 0 \\ z &= 0 \end{aligned}$$

Temel çözüm

$$\begin{aligned} s_1 = b_1, s_2 = b_2, \dots, s_m &= b_m \\ &\quad (2.49) \end{aligned}$$

şeklinde olup, amaç fonksiyonun değeri sıfırdır. Bu çözümü izleyen çözümde amaç fonksiyonu değeri mümkün olduğunca arttırılmak istenir. Bu da amaç fonksiyonundaki katsayısı pozitif en büyük olan değişkenin temel çözüme sokulmasıyla sağlanır. Böylece temel çözüme girecek olan x_r değişkeni

$$\text{maks. } (c_j), \quad j=1,2,\dots,n \text{ ve } c_j > 0 \quad (2.50)$$

kuralını sağlayan $j=r$ alınarak belirlenir. Temel çözüme giren bu değişkenin alabileceği en büyük değer ise (2.47) daki sınırlayıcılarda x_r dışındaki değişkenlere sıfır koyarak elde edilir. Böylece x_r en fazla

$$\min\left(\frac{b_i}{a_{ir}}\right), \quad i=1,2,\dots,m \text{ ve } a_{ir} > 0 \quad (2.51)$$

değerini alabilir. Bu kurala göre bulunan $i=p$ sınırlayıcısındaki s_p temel değişkeni sıfır değer alır. Böylece temel çözümden çıkarılarak yerine x_r değişkeni getirilir. Katsayılar matrisindeki r inci kolon ile p inci satırın kesiştiği adresteki a_{rp} terimine pivot adı verilir. Bundan sonra Gauss eliminasyon yöntemi uygulanarak s_p temel çözümden çıkarılıp, x_r temel çözüme sokulur. Bunun sonucu pivotun bulunduğu satır ve kolonun dışındaki terimlerin yeni değerleri

$$\begin{aligned} \hat{a}_{ij} &= a_{ij} - a_{ir} \left(\frac{a_{pj}}{a_{pr}} \right), & i &= 1, 2, \dots, m \\ & & j &= 1, 2, \dots, n \\ & & i &\neq p, j \neq r \end{aligned} \quad (2.52)$$

bağıntısından elde edilir. Buraya kadar açıklanan hususların uygulaması aşağıdaki örnekte yapılırsa

$$\text{Maks. } z = 2x_1 + 3x_2$$

Sınırlayıcılar

$$\begin{aligned} -x_1 + x_2 &\leq 1.5 \\ -x_1 + 2x_2 &\leq 4 \\ x_1 + x_2 &\leq 6.5 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.53)$$

Lineer programlama gevşek değişkenlerin eklenmesiyle

$$\text{Maks. } z = 2x_1 + 3x_2 + 0s_1 + 0s_2$$

Sınırlayıcılar

$$\begin{aligned} -x_1 + x_2 + s_1 &= 1.5 & s_1 &= 1.5 + x_1 - x_2 \\ -x_1 + 2x_2 + s_2 &= 4 & s_2 &= 4 + x_1 - 2x_2 \\ x_1 + x_2 + s_3 &= 6.5 & s_3 &= 6.5 - x_1 - x_2 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \\ s_1, s_2, s_3 &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.54)$$

şeklını alır. $x_1=x_2=0$ yapılırsa, temel uygun çözüm

$$x_1=0, x_2=0, s_1=1.5, s_2=4, s_3=6.5, z=0 \quad (2.55)$$

olarak elde edilir. (2.54) ve (2.55) bir tabloda özetlenirse

| Temel olmayan çözüm | Temel olmayan değişkenler | | temel çözüm | |
|------------------------|------------------------------|-------|-------------|-------|
| | x_1 | x_2 | b | |
| | -1 | 1 | 1.5 | s_1 |
| | -1 | 2 | 4 | s_2 |
| | 1 | 1 | 6.5 | s_3 |
| | 2 | 3 | 0 | -z |

Temel değişkenler

Amaç satırı

başlangıç simpleks tablosu kurulmuş olur. Amaç fonksiyonunun değeri en fazla, katsayısı daha büyük olan x_2 nin temel çözüme sokulmasıyla arttırılabilir. Buna göre $r=1$ ve $x_r=x_2$ bulunur.

(2.51) kuralından

$$\begin{aligned} p=1 &\longrightarrow 1.5/1=1.5 \\ \text{Min. } p=2 &\longrightarrow 4/2=2 \quad p=1 \\ p=1 &\longrightarrow 6.5/1=6.5 \end{aligned} \quad (2.56)$$

olur. Böylece x_2 ile s_1 yer değiştirerek x_2 temel çözüme sokulacaktır. Buna göre de pivot $a_{pr}=a_{12}=1$ olur. x_2 değişkeni (2.54) ün birinci denkleminde çekilerek

$$x_2=1.5+x_1-s_1 \quad (2.57)$$

ikinci, üçüncü denkleminde ve amaç fonksiyonunda yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} x_2 &= 1.5+x_1-s_1 \\ s_2 &= 1-x_1+2s_1 \\ s_3 &= 5-2x_1+s_1 \\ z &= 4.5+5x_1-3s_1 \end{aligned} \quad (2.58)$$

denklemleri elde edilir. Böylece yeni temel çözüm

$$\begin{aligned} x_1=0 & \quad s_2=2.5 \\ s_1=0 & \quad s_3=4 \quad z=4.5 \\ & \quad x_2=1.5 \end{aligned} \quad (2.59)$$

olur.

Amaç fonksiyonunun değeri 0 dan 4.5 e çıkarılmıştır. (2.58) ve (2.59) u yukarıdakine benzer bir tabloda toplarsak

| x_1 | s_1 | b | |
|-------|-------|------|-------|
| -1 | 1 | 1.5 | x_2 |
| 1 | -2 | 1 | s_2 |
| 2 | -1 | 5 | s_3 |
| 5 | -3 | -4.5 | -z |

birinci simpleks tablosu elde edilmiş olur. Bu tablodaki pivot satır ve kolonun dışındaki terimler (2.52) bağıntısıyla bulunan sayılardır. Örneğin, önceki tablodaki $a_{21}=-1$ terimi yeni tabloda

$$a'_{21}=a_{21}-a_{22} \cdot \frac{a_{11}}{a_{12}} = -1-2 \cdot \left(\frac{-1}{1}\right)=1.0 \quad (2.60)$$

olarak bulunur. Öte yandan yeni tablonun pivot satır ve kolonundaki terimler incelenirse, pivot satırdaki sayılardan pivot dışındakilerin, aynı satırın önceki tablodaki terimlerinin pivota bölünmesiyle elde edildiği görülür. Aynı şekilde pivot kolondaki sayılar, önceki tabloda aynı kolondaki sayıların pivota bölünüp işaretlerinin değiştirilmesiyle bulunur. Pivot ise eski değerinin tersidir.

Böylece simpleks yönteminin çalışma kuralları belirlenmiş olur. Buna göre, mevcut bir tablodan bir diğerine geçmek için;

1) Amaç satırındaki pozitif sayıların en büyük olanı seçilir. Buna karşı gelen kolon pivot kolondur.

2) b kolonu ile pivot kolon bölünerek, pozitif en küçük oranı veren satır belirlenir. Bu pivot satırdır.

3) Pivot satır ile kolonun ortak terimi pivottur. Pivot sıfır ve negatif olamaz.

4) Yeni tablodaki pivot satır, önceki tablodaki aynı satırın pivota bölünmesiyle elde edilir.

5) Yeni tablodaki pivot kolon, önceki tablodaki aynı kolonun pivota bölünüp işaretinin değiştirilmesiyle elde edilir.

6) Pivotun tersi alınır.

7) Diğer bütün terimler (2.52) bağıntısıyla hesaplanır. 5. ve 7. adımdaki işlemler amaç satırında uygulanır. Bu şekilde devam ederek bir tablodan diğerine geçilir ve işleme amaç satırında pozitif terim kalmayınca kadar devam edilir.

Lineer programlama probleminde amaç fonksiyonun maksimumu yerine minimumu aranırsa, simpleks kuralları aynen uygulanabilir. Yapılması gereken değişiklik

$$\text{Min. } f(x) = \text{Maks. } (-f(x)) \quad (2.61)$$

bağıntısını gözönüne alarak, başlangıç simpleks tablosuna amaç fonksiyonunu -1 ile çarptıktan sonra yerleştirmektir. Bundan sonraki işlemler yukarıda açıklandığı gibi yapılır.

Sınırlayıcılar arasında eşitliklerin veya (\geq) tipinde eşitsizliklerin yer alması durumunda, Dantzig ve Orden [12] tarafından geliştirilen ve iki faz yöntemi olarak adlandırılan simpleks algoritmasının diğer bir türü uygulanır. Bu yöntem (\geq) tipindeki herhangi bir i eşitsizliğinden

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \geq b_i \quad (2.62)$$

daima pozitif değer alan x_{n+1} artık değişkenini çıkararak bu eşitsizliği eşitliğe dönüştürür.

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n - x_{n+1} = b_i \quad (2.63)$$

Bundan sonra temel uygun çözümü bulmak için yine esas değişkenler $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$ yapılırsa, artık değişkenlerin negatif değer aldığı görülür. Daha önce bu değişkenlerin daima pozitif olacakları kabul edildiğine göre, temel uygun çözümü bulmak için yeni değişkenlere gerek olduğu görülür. Böylece sınırlayıcılar arasındaki eşitliklere ve eşitliklere dönüştürülmüş (\geq) tipindeki eşitsizliklere suni değişkenler eklenir. Buna göre (2.63) sınırlayıcısına x_{s1} suni değişkeni eklenince

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n - x_{n+1} + x_{s1} = b_i \quad (2.64)$$

eşitliği elde edilir. Suni değişkenin eklenmesiyle (2.63) eşitliği bozulmuş olur. Bu nedenle temel uygun çözümde bu suni değişkenlerin yer almaması gerekir. Bunu sağlamak kaydıyla suni

değişkenlerin geçici olarak sınırlayıcılarda yer almasına izin verilir.

II. faz yöntemi, I. fazda probleme sokulan suni değişkenlerin değerlerini sıfır yaparak temel uygun çözümü elde etmeye çalışır. Bunu başardığı takdirde, II. faza geçerek normal simpleks yöntemini uygular. Birinci fazda temel çözümde yer alan suni değişkenleri temel olmayan çözüme aktarabilmek için yeni bir amaç fonksiyonu tanımlar.

$$z_s = x_{s1} + x_{s2} + \dots + x_{sk} \quad (2.65)$$

burada k suni değişken gerektiren sınırlayıcıların toplam sayısıdır. Örnek olarak

$$\text{Min. } z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3$$

Sınırlayıcılar

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &\geq b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &\geq b_3 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.66)$$

lineer programlama problemi gözönüne alınırsa, artık ve suni değişkenlerin sınırlayıcılara uygulanmasıyla

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + x_{s1} &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 - x_4 + x_{s2} &= b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 - x_5 + x_{s3} &= b_3 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.67)$$

sistemi elde edilir. Yeni amaç fonksiyonu ise

$$z_s = x_{s1} + x_{s2} + x_{s3} \quad (2.68)$$

olup, x_{s1} , x_{s2} ve x_{s3} ün (2.67) daki denklemlerden çekilerek (2.68) de yerine yazılmasıyla

$$z_s = b_1 + b_2 + b_3 - (a_{11} + a_{21} + a_{31})x_1 - (a_{12} + a_{22} + a_{32})x_2 - (a_{13} + a_{23} + a_{33})x_3 + x_4 + x_5 \quad (2.69)$$

şeklini alır. Böylece yeni amaç fonksiyonun, simpleks tablosuna eklenen yeni satıra yazılmasıyla I. fazın ilk tablosu

| x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | | |
|---------------|---------------|---------------|-------|-------|-------|----------|
| a_{11} | a_{12} | a_{13} | 0 | 0 | b_1 | x_{s1} |
| a_{21} | a_{22} | a_{23} | -1 | 0 | b_2 | x_{s2} |
| a_{31} | a_{32} | a_{33} | 0 | -1 | b_3 | x_{s3} |
| $-c_1$ | $-c_2$ | $-c_3$ | 0 | 0 | 0 | $-z$ |
| $\sum a_{i1}$ | $\sum a_{i2}$ | $\sum a_{i3}$ | -1 | -1 | b_i | z_s |

şeklini alır. Görüldüğü gibi yeni amaç satırı, suni değişkenlerin eklendiği sınırlayıcılardaki değişkenlerin katsayılarının toplamından oluşmaktadır. Bu yeni satır amaç satırı alınarak, yukarıki tabloya bu satırda pozitif sayı kalmayınca kadar normal simpleks algoritması uygulanır. Böylece ulaşılan I. fazın sonunda üç durumla karşılaşılabilir.

- 1) Bütün suni değişkenler çözümü terkederler.
- 2) Bir veya daha fazla suni değişken sıfır değer olarak temel çözümde kalırlar.
- 3) Bir veya daha fazla suni değişken pozitif değer olarak temel çözümde kalırlar.

1. durumda problemin temel uygun çözümü bulunmuş olup, II. faza başlanabilir. Bunun için de esas amaç fonksiyonu alınarak, normal simpleks yöntemi uygulanır.

2 durumunda ise yozlaşmış temel uygun çözüme varılmıştır. Bu da bir veya daha fazla sınırlayıcının gereksiz olduğu anlamına gelebilir. Suni değişkenlerin bundan sonraki simpleks tablolarında da sıfır değerini korumaları kaydıyla, bu çözüm temel uygun çözüm olarak alınıp II. faza başlanabilir.

3 durumunda ise, problemin uygun çözümü yoktur. II. faz yönteminin uygulaması aşağıda gözönüne alınan lineer programlama probleminde yapılmıştır.

$$\text{Min. } z = -x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4$$

Sınırlayıcılar

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15$$

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 20$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \leq 10$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

(2.70)

Probleminde başlangıç tablosunu teşkil edebilmek için birinci ve ikinci sınırlayıcılara x_{s1} , x_{s2} suni, üçüncü sınırlayıcıya da s_1 gevşek değişkeni eklenmiştir. Böylece

$$\text{Min. } z = -x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4$$

Sınırlayıcılar

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_{s1} = 15$$

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 + x_{s2} = 20$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + s_1 = 10$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, s_1 \geq 0$$

$$x_{s1}, x_{s2} \geq 0$$

(2.71)

sistemi elde edilerek simpleks tablosu kurulur. Kurulan Tablo 2.1 de verilmiştir.

Başlangıç simpleks tablosundaki z_s satırı x_{s1} ve x_{s2} suni değişkenlerine ait birinci ve ikinci satırdaki türevlerin toplanmasıyla bulunmuştur. Amaç fonksiyonunun minimumu arandığından bu fonksiyon -1 ile çarpılarak amaç satırına yerleştirilmiştir. z_s satırı yeni amaç satırı alınarak normal simpleks kuralları uygulandığında, iki tablo sonra her iki suni değişkenin temel çözümü terkettiği görülür. Tablolarda temel çözümü terkeden suni değişkenin yeniden temel çözüme dönmesini önlemek için bu değişkene ait kolon daha sonraki tablolarda işlemlere sokulmaz.

| | | | | | |
|-------|----------|----------|-------|-------|----------|
| x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | b | |
| 1 | 2 | 3 | 0 | 15 | x_{s1} |
| 2 | 1 | 5 | 0 | 20 | x_{s2} |
| 1 | 2 | 1 | -1 | 10 | s_1 |
| 1 | 2 | 3 | -1 | 0 | -z |
| 3 | 3 | 8 | 0 | 35 | z_s |
| x_1 | x_2 | x_{s2} | x_4 | | |
| -1/5 | 7/5 | / | 0 | 3 | x_{s1} |
| 2/5 | 1/5 | / | 0 | 4 | x_3 |
| 3/5 | 9/5 | / | 1 | 6 | s_1 |
| -1/5 | 7/5 | / | -8/5 | -6 | -z |
| -1/5 | 7/5 | / | 0 | 3 | z_s |
| x_1 | x_{s1} | / | x_4 | | |
| -1/7 | / | / | 0 | 15/7 | x_2 |
| 3/7 | / | / | 0 | 25/7 | x_3 |
| 6/7 | / | / | 1 | 15/7 | s_1 |
| 6/7 | / | / | -8/5 | -90/7 | -z |
| s_1 | / | / | x_4 | | |
| 1/6 | / | / | 1/6 | 5/2 | x_2 |
| -3/6 | / | / | 1/2 | 5/2 | x_3 |
| 7/6 | / | / | 7/6 | 5/2 | x_1 |
| -1 | / | / | -13/5 | -15 | -z |

I.Fazın sonu

II.Fazın sonu

I.Fazın sonu:

Temel uygun çözüm

$$x_1=0, x_2=0, x_3=25/7, x_4=0, s_1=0, z=+90/7$$

II.Fazın sonu:

Optimum çözüm

$$x_1=x_2=x_3=5/2, x_4=0, s_1=0, z=+15$$

Tablo 2.1 : (2.71) bağıntısıyla verilen problemin simpleks yöntemiyle çözümü

Böylece iki simpleks adımı sonra I. faz tamamlanarak temel uygun çözüm belirlenmiş olur. Bundan sonra, esas amaç satırı alınarak normal simpleks kuralları tekrarlanırsa, bir tablo sonra amaç satırında pozitif terimin kalmadığı görülür. Böylece optimum çözüm $x_1=x_2=x_3=5/2$ ve $x_4=0$, $z=15$ olarak elde edilmiş olur.

Bu bölümde açıklanan iki-faz yöntemi (2.31) ve (2.32) de gösterilen lineerleştirilmiş boyutlandırma probleminin çözümünde kullanılmıştır.

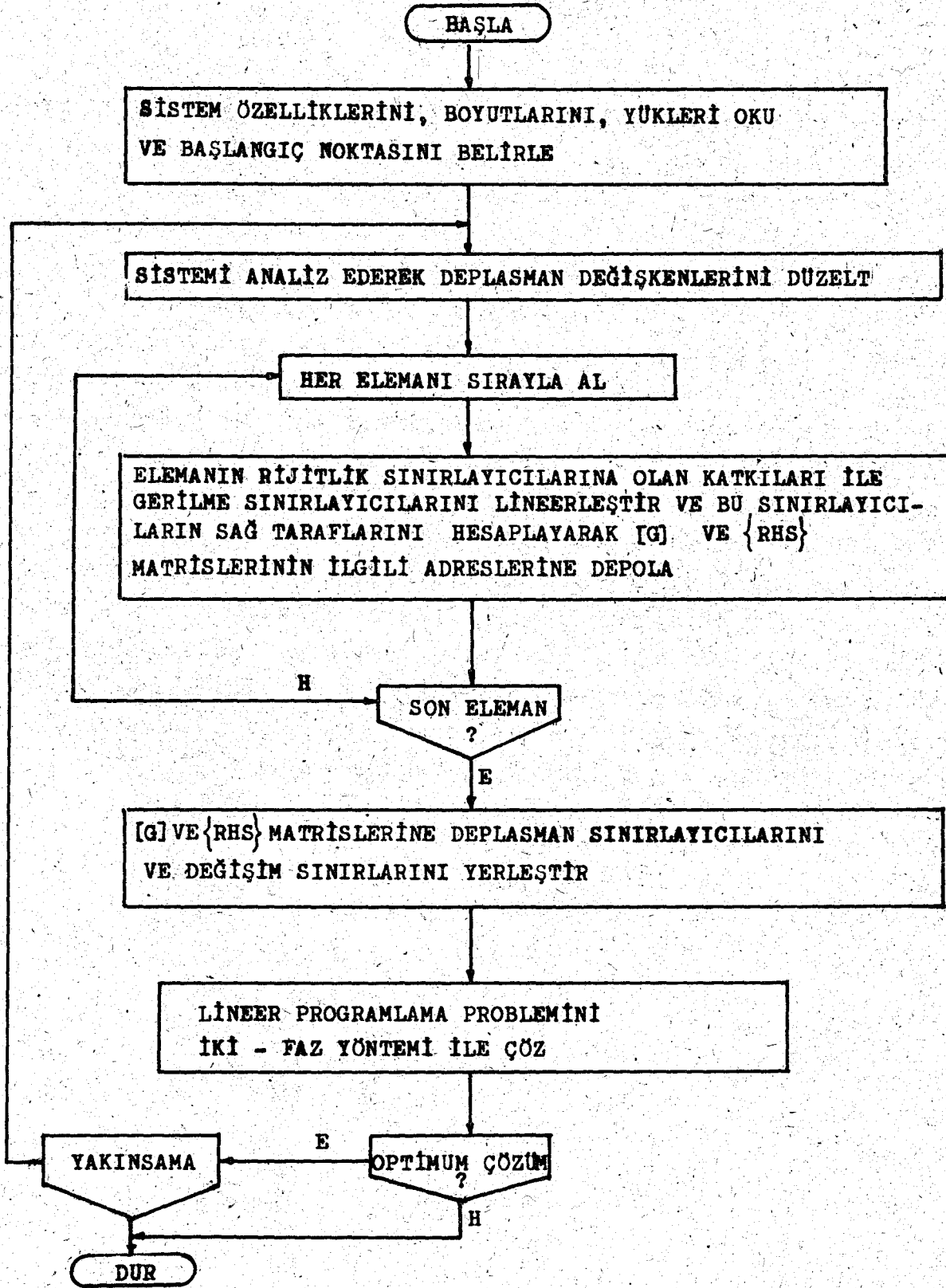
2.4. OPTİMUM BOYUTLANDIRMA ALGORİTMASI

Uzay kafes sistemlerin optimum boyutlandırılmasını yapan algoritmanın genel akış diyagramı Şekil 2.4 de verilmiştir. Buna göre ilk olarak boyutları ve yükleme durumu verilen sistemin lineer olmayan boyutlandırma probleminin lineerleştirilebilmesi için gerekli olan başlangıç noktası belirlenir. Bu da alan değişkenlerine değerler seçerek, bu değerler için sistem analiz edilip, deplasman değerlerinin belirlenmesinden ibarettir. Alt bölüm 2.3.1 de belirtildiği gibi rijitlik ve burkulma sınırlayıcıları lineerleştirilerek, $[G]$ matrisinin uygun adreslerine yerleştirilir, problem çözülür. Optimum çözümün elde edilmesi durumunda, değişkenlerin bu yeni değerleri, başlangıç değerleri ile değiştirilerek alt bölüm 2.3.1 de anlatıldığı gibi lineerleştirme yapılır. Deplasman ve değişim sınırlarının gözönüne alınmasıyla yeni bir lineer programlama problemi elde edilir. Bu problemin çözümüyle değişkenlerin o adımdaki yeni değerleri elde edilir. Bu adımlara yakınsaklık sağlanıncaya kadar devam edilir. Yakınsama kriteri olarak aşağıdaki bağıntı kullanılmıştır:

$$W(x^{i+1}) - W(x^i) / W(x^i) \leq \varepsilon \quad (2.72)$$

burada $W(x^i)$ amaç fonksiyonunun i .adımdaki değeri ve $W(x^{i+1})$ ise bir sonraki adımda elde edilen değerdir. Çözülen örneklerde ε nin değeri % 0.1 alınmıştır.

Lineerleştirilmiş boyutlandırma probleminde eşitlik sınırlayıcılarının varlığı, alt bölüm 1.3.1 de açıklandığı gibi suni



Şekil 2.4 Optimum boyutlandırma algoritması

değişkenlerin kullanılmasını gerektirir. Bu değişkenlerin problemin simpleks yöntemiyle çözümü esnasında problemde çıkarılması gerekmektedir. Aksi halde, problemin "uygun olmayan" çözümü var demektir. Suni değişkenlerin varlığı halinde, simpleks yönteminin iki farklı türü olan alt bölüm 1.1 de açıklanan Charles-M yöntemi ile iki faz yöntemi uygulanabilir. Bunlardan iki faz yöntemi bilgisayar kullanımına daha uygundur, tercih edilmektedir. Lineerleştirilmiş problemin çözümü sonucu, uygun olmayan çözüm elde edilmesi, esas lineer olmayan programlama probleminin uygun çözümünün olmadığı anlamına gelmez. Uygun olmayan çözüm elde etmenin nedenlerinden biri, değişim sınırlarının küçük seçilmesi nedeniyle problemin çok fazla sınırlandırılmış olmasıdır. Değişim sınırlarının gevşetilmesi suretiyle uygun çözüm elde etme olasılığı artmaktadır. Uygun olmayan çözüm elde etmenin diğer bir nedeni başlangıç noktasının optimum çözümden uzak seçilmiş olmasıdır. Bu durumda lineerleştirme hataları çok büyük olur, uygun çözüm bulunmaz. Bu zorluk ise, değişik başlangıç noktaları deneyerek giderilebilir.

BÖLÜM III

UZAY KAFES SİSTEMLERİN ŞEKİL OPTİMİZASYONU

3.1. MATEMATİK MODEL

Önceki bölümde, geliştirilen yöntemin sistem şekli sabit olan uzay kafes sistemlerin optimum boyutlandırılmasına uygulanışı açıklandı. Bu bölümde yöntemin, kafes sistemin topolojisinin (düğüm nokta sayısı ve bunların birleştirme şekli) değişken olması durumunu kapsayacak şekilde genişletilebileceği gösterilecektir.

Amaç fonksiyonu, önceki bölümde olduğu gibi yine minimum ağırlık olarak alınmıştır. Sistem topolojisinin değişken yapılması ise alan ve deplasman değişkenlerine ek olarak düğüm noktaları koordinatlarının da boyutlandırma değişkeni olarak alınmasını sağlamıştır. Böylece yöntem uzay kafes sistemin optimum çubuk alanları yanında, düğüm noktalarının optimum yerleşimini de belirlemektedir.

Düğüm noktaları koordinatlarının değişken olarak alınmasıyla, (2.3) deki boyutlandırma problemindeki amaç fonksiyonu ile gerilme sınırlayıcıları da lineer olmayan fonksiyonlardan oluşurlar. Böylece (2.3) problemi

$$\text{Min. } W=(\underline{A}, \underline{X}_c)$$

Sınırlayıcılar

$$\begin{aligned} \text{Rijitlik} & \quad [K_1(\underline{A}, \underline{X}_c)] \{X_d\} - P_i = 0 \quad i=1, \dots, NS \\ \text{Gerilme} & \quad \sigma_j(\underline{X}_d, \underline{X}_c) - \sigma_p \leq 0 \quad j=NS+1, \dots, NS+NM \\ \text{Deplasman} & \quad \{X_d\} - \{\Delta\} \leq 0 \\ \text{Koordinat} & \quad \{X_l\} \leq \{X_c\} \leq \{X_u\} \\ & \quad \{A\} \{X_c\} \geq 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

şekline dönüşür. Burada $\{A\}$, $\{X_d\}$ ve $\{X_c\}$ boyutlandırma değişkenleri olup, sırasıyla $\{A\}$ alanlar vektörü, $\{X_d\}$ düğüm noktaları deplasmanları vektörü, $\{X_c\}$ ise düğüm noktaları koordinatları vektörüdür.

x_1 ve x_u bu koordinat değişkenlerine uygulanan alt ve üst sınırlardır.

3.2. SINIRLAYICILAR

(3.1) bağıntısıyla verilen problemin rijitlik, gerilme ve deplasman sınırlayıcılarının matris deplasman yöntemiyle elde edilişleri bölüm II de anlatılmıştı. Bu bölümle ilgili ek bilgiler aşağıdaki alt bölümlerde verilecektir.

3.2.1. RİJİTLİK SINIRLAYICILARI

Düğüm noktaları koordinatlarının değişken olarak alınmasıyla alt bölüm 2.2.1 de verilen rijitlik sınırlayıcılarıyla ilgili bilgilere ek olarak, (2.6) da gösterilen F ve R düğüm noktalarına bağlı i çubuğunun katkı matrisi çubuk uc koordinatları cinsinden

$$\begin{aligned} B_i &= E(x_r - x_f)^2 / L_i^3, & C_i &= E(x_r - x_f)(y_r - y_f) / L_i^3 \\ D_i &= E(x_r - x_f)(z_r - z_f) / L_i^3, & F_i &= E(y_r - y_f)^2 / L_i^3 \\ G_i &= E(y_r - y_f)(z_r - z_f) / L_i^3, & H_i &= E(z_r - z_f)^2 / L_i^3 \\ L_i &= [(x_r - x_f)^2 + (y_r - y_f)^2 + (z_r - z_f)^2]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.2)$$

şeklinde ifade edilir. Burada x_f, y_f, z_f ve x_r, y_r, z_r Şekil 2.1 de gösterilen i çubuğunun F ve R uç düğüm noktaları koordinatları, L_i ise çubuğun boyudur.

3.2.2. GERİLME SINIRLAYICILARI

Düğüm noktaları koordinatlarının değişken olarak alınması durumunda gerilme sınırlayıcılarının (2.10) bağıntısındaki U_i, V_i, W_i terimleri koordinat değişkenleri cinsinden

$$\begin{aligned} U_i &= E(x_r - x_f) / [(x_r - x_f)^2 + (y_r - y_f)^2 + (z_r - z_f)^2]^{1/2} \\ V_i &= E(y_r - y_f) / [(x_r - x_f)^2 + (y_r - y_f)^2 + (z_r - z_f)^2]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$W_i = E(z_r - z_f) / [(x_r - x_f)^2 + (y_r - y_f)^2 + (z_r - z_f)^2]^{1/2} \quad (3.3)$$

şeklinde ifade edilir.

3.2.3. BURKULMA SINIRLAYICILARI

Alt bölüm 2.2.3 de verilen bilgiler, bu alt bölüm için de aynen geçerlidir.

3.2.4. DEPLASMAN SINIRLAYICILARI

Alt bölüm 2.2.4. için verilen bilgiler burada da aynen geçerlidir.

3.3. LİNEERLEŞTİRME

Lineer olmayan programlama problemi şekline dönüşen optimum şekillendirme probleminin çözümünde alt bölüm 2.3 de açıklanan yaklaşık programlama kullanılmıştır. Buna göre (3.1) de verilen problem yeniden

$$\text{Min. } W = W(Y)$$

Sınırlayıcılar

$$S_i(Y) = [K_i(A, X_c)] \{X_d\} - P_i = 0 \quad i=1, \dots, NS$$

$$\sigma_j(Y) = \sigma_j(X_d, X_c) - \sigma_p \leq 0 \quad j=NS+1, \dots, NS+NM$$

$$\{X_d\} - \{\Delta\} \leq 0 \quad (3.4)$$

$$\{X_l\} \leq \{X_c\} \leq \{X_u\}$$

$$\{A\} \{X_c\} \geq 0$$

şeklinde düzenlenerek, lineer olmayan amaç fonksiyonu, rijitlik ve gerilme sınırlayıcıları lineerleştirilirse, aşağıdaki lineer programlama problemi elde edilir.

$$\text{Min. } W=W(\underline{V}^0)+ \nabla W(\underline{V}^0) [(\underline{V})-(\underline{V}^0)]$$

Sınırlayıcılar

$$S_i(\underline{V}^0)+ \nabla S_i(\underline{V}^0) [(\underline{V})-(\underline{V}^0)] = 0$$

$$\sigma_j(\underline{V}^0)+ \nabla \sigma_j(\underline{V}^0) [(\underline{V})-(\underline{V}^0)] \leq 0 \quad (3.5)$$

$$\{x_d\}-\{\Delta\} \leq 0$$

$$(1-m)\{A^0\} \leq \{A\} \leq (1+m)\{A^0\}$$

$$(1-m')\{X_c\} \leq \{X_c\} \leq (1+m')\{X_c^0\}$$

Burada $\{V\} = \{A, X_d, X_c\}$ boyutlandırma vektörüdür. m ve m' ise değişim sınıridir. Amaç fonksiyonu ile rijitlik ve gerilme sınırlayıcılarının gradyan vektörleri

$$\nabla W(\underline{V}^0) = \left[\left[\frac{\partial W}{\partial A^0} \right], \quad [0], \quad \left[\frac{\partial W}{\partial X_c^0} \right] \right]$$

$$\nabla S_i(\underline{V}^0) = \left[\left[\frac{\partial S_i}{\partial A^0} \right], \quad \left[\frac{\partial S_i}{\partial X_d^0} \right], \quad \left[\frac{\partial S_i}{\partial X_c^0} \right] \right] \quad (3.6)$$

$$\nabla \sigma_j(\underline{V}^0) = \left[[0], \quad \left[\frac{\partial \sigma_j}{\partial X_d^0} \right], \quad \left[\frac{\partial \sigma_j}{\partial X_c^0} \right] \right]$$

şeklindedir.

Seçilen $\{V^0\} = \{A^0, X_d^0, X_c^0\}$ başlangıç noktasında her fonksiyonun değeri bilinmekte ve $\{V\} = \{A, X_d, X_c\}$ ise bilinmeyen değişkenler vektörüdür. (3.5) bağıntısındaki son iki sınırlayıcı ise değişim sınırları olup bunların, alan değişkenlerine uygulanışı Bölüm II de anlatılmıştır. Koordinat değişkenlerinin değişim sınırları ileride açıklanacaktır.

(3.5) problemi düzenlenerek, fonksiyonların bilinen değerleri sağ tarafta toplanırsa, aşağıdaki şekle dönüşür:

$$\text{Min. } W = [\nabla W(\underline{v}^0)] \{v\} + W(\underline{v}^0) - [\nabla W(\underline{v}^0)] \{v^0\}$$

Sınırlayıcılar

$$\nabla S_i(\underline{v}^0) \{v\} = [\nabla S_i(\underline{v}^0)] \{v^0\} - S_i(\underline{v}^0)$$

$$\nabla \sigma_j(\underline{v}^0) \{v\} = [\nabla \sigma_j(\underline{v}^0)] \{v^0\} - \sigma_j(\underline{v}^0)$$

$$\{x_d\} \leq \{\Delta\} \quad (3.7)$$

$$\{A\} \leq (1+m) \{A^0\}$$

$$\{A\} \geq (1-m) \{A^0\}$$

$$\{x_c\} \leq (1+m') \{x_c^0\}$$

$$\{x_c\} \geq (1-m') \{x_c^0\}$$

Burada görüldüğü gibi (3.7) deki lineer programlama probleminde, bilinmeyen $\{v\}$ vektörünün rijitlik ve gerilme sınırlayıcılarındaki katsayıları, bu sınırlayıcıların gradyan vektörünün elemanlarıdır. Sınırlayıcıların sağ tarafındaki matris çarpımları yapıldığında, sabitler elde edilir. Genel olarak (3.7) problemi

$$\text{Min. } W = [C] \{v\} - C_0$$

Sınırlayıcılar

$$[G] \{v\} = \{RHS\} \quad (3.8)$$

şeklinde yazılabilir. Burada aşağıda gösterildiği gibi $[G]$ katsayılar matrisi ve $\{RHS\}$ sabitleri içeren matristir.

$$[C] = [\nabla W(\underline{v}^0)], \quad C_0 = W(\underline{v}^0) - \nabla W(\underline{v}^0) \{v^0\} \quad (3.9)$$

$$G = \begin{bmatrix} \nabla S_1(\underline{V}^0) \\ \nabla \sigma_j(\underline{V}^0) \\ [I] \\ [I] \\ [I] \\ [I] \end{bmatrix}, \text{ RHS} = \begin{bmatrix} \nabla S_1(\underline{V}^0) \{V^0\} - S_1(\underline{V}^0) \\ \nabla \sigma_j(\underline{V}^0) \{V^0\} - \sigma_j(\underline{V}^0) \\ \{\Delta\} \\ (1+m) \{A^0\} \\ (1-m) \{A^0\} \\ (1+m) \{X^0\} \\ (1-m) \{X^0\} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Bu problemin simpleks yöntemi ile çözülmesiyle $\{V\}$ bilinmeyen değişkenler vektörü bulunur. $\{V\}$ vektörü, $\{V^0\}$ yerine konularak, $\{V^1\}$ çözümünü elde etmek için yukarıdaki işlem tekrarlanır. Bu işleme amaç fonksiyonunun değeri ardışık iki adımda aynı kalıncaya kadar devam edilir.

3.3.1. GRADYAN VEKTÖRLERİNİN HESABI

Uzay kafes sistemlerin optimum şekillendirme problemi lineerleştirilirken, (3.5) probleminde görüldüğü gibi, lineer olmayan amaç fonksiyonu, rijitlik, gerilme ve burkulma sınırlayıcılarının türevlerini hesaplamak gerekmektedir. Polinomlar şeklindeki bu fonksiyonların boyutlandırma değişkenlerine göre türevleri hesaplanabilir. Boyutlandırma değişkenleri vektörü $\{V\} = \{A, X_d, X_c\}$ şeklinde olup, burada alt matris

$\{A\} = \{A_1, \dots, A_{NG}\}$, NG grupta toplanan çubukların kesit alanlarından, $\{X_d\} = \{x_{d1}, y_{d1}, z_{d1}, \dots, x_{dN}, y_{dN}, z_{dN}\}$, N düğüm noktası deplasmanlarından ve $\{X_c\} = \{x_{c1}, y_{c1}, z_{c1}, \dots, x_{cj}, y_{cj}, z_{cj}\}$, j düğüm noktası koordinatlarından oluşmaktadır. $J = N$ olabilir. Amaç fonksiyonu (2.1) ve (2.2) bağıntılarından görüldüğü gibi, çubuk alanları ile düğüm noktası koordinatlarının fonksiyonudur. Şekil 2.1 deki i çubuğunun amaç fonksiyonuna katkısı

$$W_i = A_k \left[(x_r - x_f)^2 + (y_r - y_f)^2 + (z_r - z_f)^2 \right]^{1/2} \quad (3.10)$$

şeklinindedir. Alan değişkenine göre türevi ise

$$\frac{\partial W_1}{\partial A_k} = [(x_r - x_f)^2 + (y_r - y_f)^2 + (z_r - z_f)^2]^{1/2} \quad (3.11)$$

olarak elde edilmektedir. Amaç fonksiyonunun koordinat değişkenlerine göre türevi ise

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_1}{\partial x_f} = - \frac{\partial W_1}{\partial x_r} &= -A_k (x_r - x_f) / [(x_r - x_f)^2 + (y_r - y_f)^2 + (z_r - z_f)^2]^{1/2} \\ \frac{\partial W_1}{\partial y_f} = - \frac{\partial W_1}{\partial y_r} &= -A_k (y_r - y_f) / [(x_r - x_f)^2 + (y_r - y_f)^2 + (z_r - z_f)^2]^{1/2} \\ \frac{\partial W_1}{\partial z_f} = - \frac{\partial W_1}{\partial z_r} &= -A_k (z_r - z_f) / [(x_r - x_f)^2 + (y_r - y_f)^2 + (z_r - z_f)^2]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.12)$$

şeklinde bulunur. Türevin sistemi oluşturan her çubuk için hesaplanmasıyla da, amaç fonksiyonunun türevi hesaplanmış olur.

Rijitlik sınırlayıcıları genel olarak;

$$[S(\underline{A}, \underline{X}_d, \underline{X}_c)] = [K(\underline{A}, \underline{X}_c)] \{ \underline{X}_d \} - \{ P \} = 0 \quad (3.13)$$

şeklinde olup, burada $[K(\underline{A}, \underline{X}_c)]$ sistem rijitlik katsayıları matrisidir. Rijitlik sınırlayıcılarının alan ve düğüm noktası deplasmanlarına göre türevleri (2.35) bağıntısıyla verilmişti.

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_i(\underline{V})}{\partial A_k} &= \left[\frac{\partial K_i(\underline{A})}{\partial A_k} \right] \{ \underline{X}_d \} \\ \frac{\partial S_i(\underline{V})}{\partial X_{dj}} &= k_{ij}(\underline{A}) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Düğüm noktası koordinatlarına göre türevi ise

$$\frac{[\partial \kappa_1(A, X_c)]}{\partial x_{ci}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial B_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial C_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial D_i}{\partial x_{ci}} & -\frac{\partial B_i}{\partial x_{ci}} & -\frac{\partial C_i}{\partial x_{ci}} & -\frac{\partial D_i}{\partial x_{ci}} \\ \frac{\partial C_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial F_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial G_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial C_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial F_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial G_i}{\partial x_{ci}} \\ \frac{\partial D_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial G_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial H_i}{\partial x_{ci}} & -\frac{\partial D_i}{\partial x_{ci}} & -\frac{\partial G_i}{\partial x_{ci}} & -\frac{\partial H_i}{\partial x_{ci}} \\ \frac{\partial B_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial C_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial D_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial B_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial C_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial D_i}{\partial x_{ci}} \\ \frac{\partial C_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial F_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial G_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial C_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial F_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial G_i}{\partial x_{ci}} \\ \frac{\partial D_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial G_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial H_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial D_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial G_i}{\partial x_{ci}} & \frac{\partial H_i}{\partial x_{ci}} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

olur. Burada ise

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_i}{\partial x_f} &= -\frac{\partial B_i}{\partial x_r} = E(x_r - x_f)(-2 + 3(x_r - x_f)^2/L_i^2)/L_i^3 \\ \frac{\partial B_i}{\partial y_f} &= -\frac{\partial B_i}{\partial y_r} = 3E(x_r - x_f)^2(y_r - y_f)/L_i^5 \\ \frac{\partial B_i}{\partial z_f} &= -\frac{\partial B_i}{\partial z_r} = 3E(x_r - x_f)^2(z_r - z_f)/L_i^5 \\ \frac{\partial C_i}{\partial x_f} &= -\frac{\partial C_i}{\partial x_r} = E(y_r - y_f)(-1 + 3(y_r - y_f)^2/L_i^2)/L_i^3 \\ \frac{\partial C_i}{\partial y_f} &= -\frac{\partial C_i}{\partial y_r} = E(x_r - x_f)(-1 - 3(y_r - y_f)^2/L_i^2)/L_i^3 \\ \frac{\partial C_i}{\partial z_f} &= -\frac{\partial C_i}{\partial z_r} = 3E(x_r - x_f)(y_r - y_f)(z_r - z_f)/L_i^5 \\ \frac{\partial D_i}{\partial x_f} &= -\frac{\partial D_i}{\partial x_r} = E(z_r - z_f)(-1 + 3(x_r - x_f)^2/L_i^2)/L_i^3 \\ \frac{\partial D_i}{\partial y_f} &= -\frac{\partial D_i}{\partial y_r} = 3E(x_r - x_f)(y_r - y_f)(z_r - z_f)/L_i^5 \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial D_i}{\partial z_f} &= - \frac{\partial D_i}{\partial z_r} = E(x_r - x_f) (-1 + 3(z_r - z_f)^2 / L_i^2) / L_i^3 \\
 \frac{\partial F_i}{\partial x_f} &= - \frac{\partial F_i}{\partial x_r} = 3E(y_r - y_f)^2 (x_r - x_f) / L_i^5 \\
 \frac{\partial F_i}{\partial y_f} &= - \frac{\partial F_i}{\partial y_r} = E(y_r - y_f) (-2 + 3(y_r - y_f)^2 / L_i^2) / L_i^3 \\
 \frac{\partial F_i}{\partial z_f} &= - \frac{\partial F_i}{\partial z_r} = 3E(y_r - y_f)^2 (z_r - z_f) / L_i^5 \\
 \frac{\partial G_i}{\partial x_f} &= - \frac{\partial G_i}{\partial x_r} = 3E(x_r - x_f) (y_r - y_f) (z_r - z_f) / L_i^5 \\
 \frac{\partial G_i}{\partial y_f} &= - \frac{\partial G_i}{\partial y_r} = E(z_r - z_f) (-1 + 3(y_r - y_f)^2 / L_i^2) / L_i^3 \\
 \frac{\partial G_i}{\partial z_f} &= - \frac{\partial G_i}{\partial z_r} = E(y_r - y_f) (-1 + 3(z_r - z_f)^2 / L_i^2) / L_i^3 \\
 \frac{\partial H_i}{\partial x_f} &= - \frac{\partial H_i}{\partial x_r} = 3E(x_r - x_f) (z_r - z_f)^2 / L_i^5 \\
 \frac{\partial H_i}{\partial y_f} &= - \frac{\partial H_i}{\partial y_r} = 3E(y_r - y_f) (z_r - z_f)^2 / L_i^5 \\
 \frac{\partial H_i}{\partial z_f} &= - \frac{\partial H_i}{\partial z_r} = E(z_r - z_f) (-2 + 3(z_r - z_f)^2 / L_i^2) / L_i^3
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

olarak elde edilir.

Rijitlik sınırlayıcılarının alan ve düğüm noktası deplasmanlarına göre türevleri ve $[G]$ katsayıları matrisine yerleştirilmesi alt bölüm 2.3.1 de açıklanmıştır. Rijitlik sınırlayıcılarının düğüm noktası koordinatlarına göre Şekil 2.1 de verilen i çubuğu için türevleri, tüm sistemdeki diğer çubuklar için tekrarlanarak $[G]$ katsayılar matrisine yerleştirilir. Örneğin i çubuğunun (2.7) bağıntısıyla verilen, birinci rijitlik sınırlayıcısına olan katkısının koordinat değişkenlerine göre türevi

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial S_{3f-2}}{\partial x_f} &= +\dots+A_k \left(\frac{\partial B_i}{\partial x_f} x_{df} + \frac{\partial C_i}{\partial x_f} y_{df} + \frac{\partial D_i}{\partial x_f} z_{df} \right) + \\
 \frac{\partial S_{3f-2}}{\partial y_f} &= A_k \left(\frac{\partial B_i}{\partial y_f} x_{df} + \frac{\partial C_i}{\partial y_f} y_{df} + \frac{\partial D_i}{\partial y_f} z_{df} \right) + \\
 \frac{\partial S_{3f-2}}{\partial z_f} &= A_k \left(\frac{\partial B_i}{\partial z_f} x_{df} + \frac{\partial C_i}{\partial z_f} y_{df} + \frac{\partial D_i}{\partial z_f} z_{df} \right) + \dots \\
 \frac{\partial S_{3f-2}}{\partial x_r} &= +\dots-A_k \left(\frac{\partial B_i}{\partial x_r} x_{dr} + \frac{\partial C_i}{\partial x_r} y_{dr} + \frac{\partial D_i}{\partial x_r} z_{dr} \right) \\
 \frac{\partial S_{3f-2}}{\partial y_r} &= -A_k \left(\frac{\partial B_i}{\partial y_r} x_{dr} + \frac{\partial C_i}{\partial y_r} y_{dr} + \frac{\partial D_i}{\partial y_r} z_{dr} \right) \\
 \frac{\partial S_{3f-2}}{\partial z_r} &= -A_k \left(\frac{\partial B_i}{\partial z_r} x_{dr} + \frac{\partial C_i}{\partial z_r} y_{dr} + \frac{\partial D_i}{\partial z_r} z_{dr} \right)
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

şeklinde verilmektedir.

Bu türevler, [G] matrisinin (NG+3N) inci kolonundan sonraki kolonlara yerleştirilir. Buna göre elemanın f ucundan rijitlik sınırlayıcılarına olan katkının, ilk satırının f düğüm noktasının x_f koordinat değişkenine karşı gelen türev, [G] matrisinin [(3f-2), (NG+3N+3f-2)] inci adresine yerleştirilir. k grubuna ait f ve r düğüm noktalarına bağlı çubuk elemanın, bu matrisin rijitlik sınırlayıcılarının kısmi türevlerine karşı gelen satırlarına olan katkısı Şekil 3.1 de verilmiştir.

i çubuğunun çekmeye çalışması durumunda gerilme sınırlayıcısı

$$\sigma_i (\underline{x}_d, \underline{x}_c) = [B(\underline{x}_c)] \{x_d\} - \sigma_p \leq 0 \tag{3.18}$$

şeklinde olup, [B] matrisi yalnız düğüm noktaları koordinatlarının bir fonksiyonudur. Bu sınırlayıcıların düğüm noktası deplasman değişkenlerine göre türevi

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_i}{\partial \delta_{3f-2}} &= -u_i, \quad \frac{\partial \sigma_i}{\partial \delta_{3f-1}} = -v_i, \quad \frac{\partial \sigma_i}{\partial \delta_{3f}} = -w_i \\
 \frac{\partial \sigma_i}{\partial \delta_{3r-2}} &= u_i, \quad \frac{\partial \sigma_i}{\partial \delta_{3r-1}} = v_i, \quad \frac{\partial \sigma_i}{\partial \delta_{3r}} = w_i
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

olarak bulunur.

Koordinat değişkenlerine göre türevi

$$\frac{\partial B(\underline{x}_c)}{\partial x_{ci}} = \left[-\frac{\partial U_i}{\partial x_{ci}} - \frac{\partial V_i}{\partial x_{ci}} - \frac{\partial W_i}{\partial x_{ci}} \quad \left| \quad \frac{\partial U_i}{\partial x_{ci}} \quad \frac{\partial V_i}{\partial x_{ci}} \quad \frac{\partial W_i}{\partial x_{ci}} \right] \quad (3.20)$$

şeklindedir. Burada

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial x_f} &= -\frac{\partial U_i}{\partial x_r} = E(-1/L_i^2 + 2(x_r - x_f)^2 / L_i^4) \\ \frac{\partial U_i}{\partial y_f} &= -\frac{\partial U_i}{\partial y_r} = 2E(x_r - x_f)(y_r - y_f) / L_i^4 \\ \frac{\partial U_i}{\partial z_f} &= -\frac{\partial U_i}{\partial z_r} = 2E(x_r - x_f)(z_r - z_f) / L_i^4 \\ \frac{\partial V_i}{\partial x_f} &= -\frac{\partial V_i}{\partial x_r} = 2E(x_r - x_f)(y_r - y_f) / L_i^4 \\ \frac{\partial V_i}{\partial y_f} &= -\frac{\partial V_i}{\partial y_r} = E(-1/L_i^2 + 2(y_r - y_f)^2 / L_i^4) \\ \frac{\partial V_i}{\partial z_f} &= -\frac{\partial V_i}{\partial z_r} = 2E(y_r - y_f)(z_r - z_f) / L_i^4 \\ \frac{\partial W_i}{\partial x_f} &= -\frac{\partial W_i}{\partial x_r} = 2E(x_r - x_f)(z_r - z_f) / L_i^4 \\ \frac{\partial W_i}{\partial y_f} &= -\frac{\partial W_i}{\partial y_r} = 2E(y_r - y_f)(z_r - z_f) / L_i^4 \\ \frac{\partial W_i}{\partial z_f} &= -\frac{\partial W_i}{\partial z_r} = 2E(-1/L_i^2 + 2(z_r - z_f)^2 / L_i^4) \end{aligned} \quad (3.21)$$

olarak ifade edilir.

i çubuğunun basınca çalışması durumunda burkulma sınırlayıcısının genel görünümü ve alan değişkenlerine göre türevi (2.40), (2.42) ve (2.44) bağıntılarıyla verilmişti. Burkulma sınırlayıcısının koordinat değişkenlerine göre türevi

$$\frac{\partial \sigma_{bi}}{\partial x_{ci}} = \left[\frac{\partial B(\underline{x}_c)}{\partial x_{ci}} \right] \{x_d\} - \partial C_i(A, \underline{x}_c) / \partial x_{ci} \quad (3.22)$$

şeklindedir.

Buradaki $C(A, X_c)$ ifadesinin elastik ve plastik burkulma bölgelerindeki değerleri (2.41) ve (2.43) ifadeleriyle verilmişti.

$$C_i(A_k) = E \pi^2 \cdot a^2 \cdot A_k^{2b} / nL_i^2 \quad (3.23)$$

$$C_i(A_k) = (2400 - a^{-2} \cdot A_k^{-2b} L_i^2) / (15 n)$$

$C(A, X_c)$ ifadesinin elastik bölgede koordinat değişkenlerine göre türevi

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_i(A, X_c)}{\partial x_f} &= - \frac{\partial C_i(A, X_c)}{\partial x_r} = 2E\pi^2 a^2 A_k^{2b} (x_r - x_f) / nL_i^4 \\ \frac{\partial C_i(A, X_c)}{\partial y_f} &= - \frac{\partial C_i(A, X_c)}{\partial y_r} = 2E\pi^2 a^2 A_k^{2b} (y_r - y_f) / nL_i^4 \\ \frac{\partial C_i(A, X_c)}{\partial z_f} &= - \frac{\partial C_i(A, X_c)}{\partial z_r} = 2E\pi^2 a^2 A_k^{2b} (z_r - z_f) / nL_i^4 \end{aligned} \quad (3.24)$$

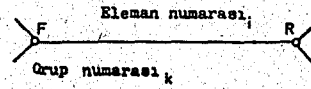
şeklinde dir. Burkulmanın plastik bölgede meydana gelmesi durumunda (2.43) ifadesinin koordinat değişkenlerine göre türevi ise

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_i(A, X_c)}{\partial x_f} &= - \frac{\partial C_i(A, X_c)}{\partial x_r} = 2(x_r - x_f) A_k^{-2b} a^{-2} / (15n) \\ \frac{\partial C_i(A, X_c)}{\partial y_f} &= - \frac{\partial C_i(A, X_c)}{\partial y_r} = 2(y_r - y_f) A_k^{-2b} a^{-2} / (15n) \\ \frac{\partial C_i(A, X_c)}{\partial z_f} &= - \frac{\partial C_i(A, X_c)}{\partial z_r} = 2(z_r - z_f) A_k^{-2b} a^{-2} / (15n) \end{aligned} \quad (3.25)$$

olarak bulunur. Böylece gerek gerilme sınırlayıcısının, gerekse burkulma sınırlayıcılarının türevleri Şekil 3.1 de gösterildiği gibi $[G]$ katsayılar matrisinin ilgili adresine depolanır. Örneğin, i elemanın f ucunun x_f koordinatına karşı gelen türev $[(3N+i), (NG+3N+3f-2)]$ adresine depolanır.

3.3.2. DEĞİŞİM SINIRLARI

Değişim sınırlarının alan değişkenlerine göre uygulanış biçimi alt bölüm 2.3.2 de açıklandığı gibi yapılır. Koordinat



| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|------|-----|---|-----|----|------|-------------------------------------|--|---------|-------|-----|---------|---------|--|---|---|---|-----|---------|---------|-------|-----|-------------------------------------|--|--|--|--|--|--|-----|
| | 1 | ... | k | ... | NG | NG+1 | ... | NG+3f-2 | NG+3f-1 | NG+3f | ... | NG+3r-2 | NG+3r-1 | NG+3r | ... | NG+3N | ND+1 | ... | ND+3f-2 | ND+3f-1 | ND+3f | ... | ND+3r-2 | ND+3r-1 | ND+3r | ... | ND+3N | | | |
| G | 3r-2 | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3f-2}}{\partial A_k}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3f-2}}{\partial S_{3f-2}}$ | $\frac{\partial S_{3f-2}}{\partial S_{3f-1}}$ | $\frac{\partial S_{3f-2}}{\partial S_{3f}}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3f-2}}{\partial x_f}$ | $\frac{\partial S_{3f-2}}{\partial y_f}$ | $\frac{\partial S_{3f-2}}{\partial z_f}$ | $\frac{\partial S_{3f-2}}{\partial x_r}$ | $\frac{\partial S_{3f-2}}{\partial y_r}$ | $\frac{\partial S_{3f-2}}{\partial z_r}$ | ... |
| | 3r-1 | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3f-1}}{\partial A_k}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3f-1}}{\partial S_{3f-2}}$ | $\frac{\partial S_{3f-1}}{\partial S_{3f-1}}$ | $\frac{\partial S_{3f-1}}{\partial S_{3f}}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3f-1}}{\partial x_f}$ | $\frac{\partial S_{3f-1}}{\partial y_f}$ | $\frac{\partial S_{3f-1}}{\partial z_f}$ | $\frac{\partial S_{3f-1}}{\partial x_r}$ | $\frac{\partial S_{3f-1}}{\partial y_r}$ | $\frac{\partial S_{3f-1}}{\partial z_r}$ | ... |
| | 3f | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3f}}{\partial A_k}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3f}}{\partial S_{3f-2}}$ | $\frac{\partial S_{3f}}{\partial S_{3f-1}}$ | $\frac{\partial S_{3f}}{\partial S_{3f}}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3f}}{\partial x_f}$ | $\frac{\partial S_{3f}}{\partial y_f}$ | $\frac{\partial S_{3f}}{\partial z_f}$ | $\frac{\partial S_{3f}}{\partial x_r}$ | $\frac{\partial S_{3f}}{\partial y_r}$ | $\frac{\partial S_{3f}}{\partial z_r}$ | ... |
| G | 3r-2 | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3r-2}}{\partial A_k}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3r-2}}{\partial S_{3f-2}}$ | $\frac{\partial S_{3r-2}}{\partial S_{3f-1}}$ | $\frac{\partial S_{3r-2}}{\partial S_{3f}}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3r-2}}{\partial x_f}$ | $\frac{\partial S_{3r-2}}{\partial y_f}$ | $\frac{\partial S_{3r-2}}{\partial z_f}$ | $\frac{\partial S_{3r-2}}{\partial x_r}$ | $\frac{\partial S_{3r-2}}{\partial y_r}$ | $\frac{\partial S_{3r-2}}{\partial z_r}$ | ... |
| | 3r-1 | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3r-1}}{\partial A_k}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3r-1}}{\partial S_{3f-2}}$ | $\frac{\partial S_{3r-1}}{\partial S_{3f-1}}$ | $\frac{\partial S_{3r-1}}{\partial S_{3f}}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3r-1}}{\partial x_f}$ | $\frac{\partial S_{3r-1}}{\partial y_f}$ | $\frac{\partial S_{3r-1}}{\partial z_f}$ | $\frac{\partial S_{3r-1}}{\partial x_r}$ | $\frac{\partial S_{3r-1}}{\partial y_r}$ | $\frac{\partial S_{3r-1}}{\partial z_r}$ | ... |
| | 3r | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3r}}{\partial A_k}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3r}}{\partial S_{3f-2}}$ | $\frac{\partial S_{3r}}{\partial S_{3f-1}}$ | $\frac{\partial S_{3r}}{\partial S_{3f}}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial S_{3r}}{\partial x_f}$ | $\frac{\partial S_{3r}}{\partial y_f}$ | $\frac{\partial S_{3r}}{\partial z_f}$ | $\frac{\partial S_{3r}}{\partial x_r}$ | $\frac{\partial S_{3r}}{\partial y_r}$ | $\frac{\partial S_{3r}}{\partial z_r}$ | ... |
| 3N+1 | ... | | | | | | $\frac{\partial G_1}{\partial A_k}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial G_1}{\partial S_{3f-2}}$ | $\frac{\partial G_1}{\partial S_{3f-1}}$ | $\frac{\partial G_1}{\partial S_{3f}}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial G_1}{\partial x_f}$ | $\frac{\partial G_1}{\partial y_f}$ | $\frac{\partial G_1}{\partial z_f}$ | $\frac{\partial G_1}{\partial x_r}$ | $\frac{\partial G_1}{\partial y_r}$ | $\frac{\partial G_1}{\partial z_r}$ | ... | |
| 3N+NM | ... | | | | | | $\frac{\partial G_1}{\partial A_k}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial G_1}{\partial S_{3f-2}}$ | $\frac{\partial G_1}{\partial S_{3f-1}}$ | $\frac{\partial G_1}{\partial S_{3f}}$ | ... | | | | | | $\frac{\partial G_1}{\partial x_f}$ | $\frac{\partial G_1}{\partial y_f}$ | $\frac{\partial G_1}{\partial z_f}$ | $\frac{\partial G_1}{\partial x_r}$ | $\frac{\partial G_1}{\partial y_r}$ | $\frac{\partial G_1}{\partial z_r}$ | ... | |

Şekil 3.1 k grubuna ait P ve R düğüm noktalarına bağlı i çubuğunun rijitlik ve gerilme sınırleyicilerine olan katkısının alan, deplasman ve koordinat değişkenlerine göre türevlerinin [G] matrisine yerleştirilmesi

değerlerine ise bütün adımlar boyunca sabit değerli $m'=0.1$ değişim sınırları uygulanmıştır. Bu değer koordinat değişkenlerinin değişimi için yeterince büyük bir bölge sağlamaktadır.

3.3.3. RHS MATRİSİNİN HESABI

Lineerleştirilmiş rijitlik, gerilme ve burkulma sınırlayıcılarının sağ taraflarının hesabı (3.7) de gösterildiği gibi yapılır. Buna göre i inci rijitlik sınırlayıcısının lineerleştirme sonunda sağ tarafı

$$RHS_i = \nabla S_i(V^0) \{V^0\} - S_i(V^0), \quad i=1, \dots, 3N \quad (3.26)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $\nabla S_i(V^0)$, i inci rijitlik sınırlayıcısının $\{V^0\}$ başlangıç noktasında hesaplanan gradyan vektörü ve $S_i(V^0)$ bu sınırlayıcıların aynı noktadaki değeridir.

(2.7) deki matris işlemleri her rijitlik sınırlayıcısı için yapılarak RHS matrisinin rijitlik sınırlayıcılarına karşı gelen kısmı hesaplanmış olur.

Burkulma ve gerilme sınırlayıcılarında ise benzer şekilde

$$RHS_j = \nabla \sigma_{bj}(V^0) \{V^0\} - \sigma_{bj}(V^0) \quad j=1, \dots, NC \quad (3.27)$$

bağıntısı yardımıyla sağ tarafları hesaplanır. Burada NC sistemdeki çekme(basınç) çubuklarının sayısıdır.

3.4. ŞEKİLLENDİRME İŞLEMİ

Şekillendirme işlemi aşağıdaki adımlardan oluşmaktadır:

1) "ana yapı" seçilir.

2) Gerekirse çubuklar gruplandırılır. Özellikle optimum sistemde yer alması istenen çubuklar, optimum şekillendirme işlemi esnasında sistemden çıkarılmaması için, kafesin esas elemanlarıyla aynı gruba sokulur.

3) Başlangıç noktası seçilir. Ana yapının düğüm noktası koordinatları, $\{X_c\}$ nin başlangıç değerleri $\{X_c^0\}$ olarak alınır. Çubuk kesit alanları $\{A^0\}$ rastgele seçilebilir. Uygun bölgede veya dışında yer alabilir. Ancak, bunların deplasman değişkenleriyle birlikte rijitlik eşitliklerini sağlamaları gerekir.

4) Amaç fonksiyonu ve sınırlayıcılar kurulur.

5) Amaç fonksiyonu ve lineer olmayan sınırlayıcılar, türevleri hesaplanarak lineerleştirilir, $[G]$ matrisinin anlatılan uygun adreslerine yerleştirilir. Aynı zamanda bu sınırlayıcıların sağ tarafları da hesaplanarak $\{RHS\}$ matrisine yerleştirilir.

6) Simpleks yöntemi ile lineer programlama problemi çözülür.

7) Elde edilen sonuçlar kullanılarak, işlem beşinci adımdan itibaren yakınsama elde edilinceye kadar tekrarlanır. Yakınsaklık kriteri olarak (2.72) bağıntısı kullanılmıştır.

BÖLÜM IV

BİLGİSAYAR PROGRAMLAMASI

4.1. GİRİŞ

Bu çalışmada geliştirilen, bölüm 2 ve bölüm 3 de açıklanan, uzay kafes sistemlerin optimum boyutlandırılması ve şekil optimizasyonunu kapsayan algoritmanın, sayısal örneklere uygulanabilmesi için bir bilgisayar programı hazırlanarak FORTRAN IV dilinde kodlanmıştır. Programın geliştirilmesi Karadeniz Üniversitesi Elektronik Hesap Bilimleri Enstitüsündeki IBM 370/M 125 bilgisayarında, program uygulaması ise Fırat Üniversitesi Elektronik Hesap Bilimleri merkezindeki IBM 4331 bilgisayarında yapılmıştır.

Geliştirilen program uzay kafes sistemlerin verilen bir yükleme altında optimum boyutlandırılmasını ve şekil optimizasyonunu yapabilmektedir. Bu husus (IT) kontrol kartı ile sağlanmıştır. IT=0 alınması durumunda uzay kafes sistemin geometrisi sabit tutularak, yalnız optimum boyutlandırılması yapılmakta, IT=1 olarak verilmesi durumunda düğüm noktası koordinatları değişken alınmakta ve uzay kafes sistemin optimum şekli belirlenmektedir. Hazırlanan program beş temel alt program ile bunların çağırıldığı bir ana programdan oluşmaktadır. Ayrıca her alt programın kendisi için gerekli olan diğer alt programları vardır. Beş alt programın adları ve görevleri aşağıdadır:

- SUBROUTINE KATS : Sistem rijitlik matrisini kurarak, tek boyutlu SM dizisine yerleştirir.
- SUBROUTINE DEPL : Kafes sistemin analizini yaparak deplasmanları hesaplar.
- SUBROUTINE GER : Çubuk elemanların kesitlerinde oluşan gerilmeleri hesaplar.
- SUBROUTINE TURV : Boyutlandırma değişkenlerinin çağırıldığı adımdaki değerini kullanarak, bu değişkenlerin lineerleştirilmiş rijitlik ve gerilme sınırlayıcılarındaki katsayılarını kapsayan [G] matrisini kurar ve aynı sınırlayıcıların

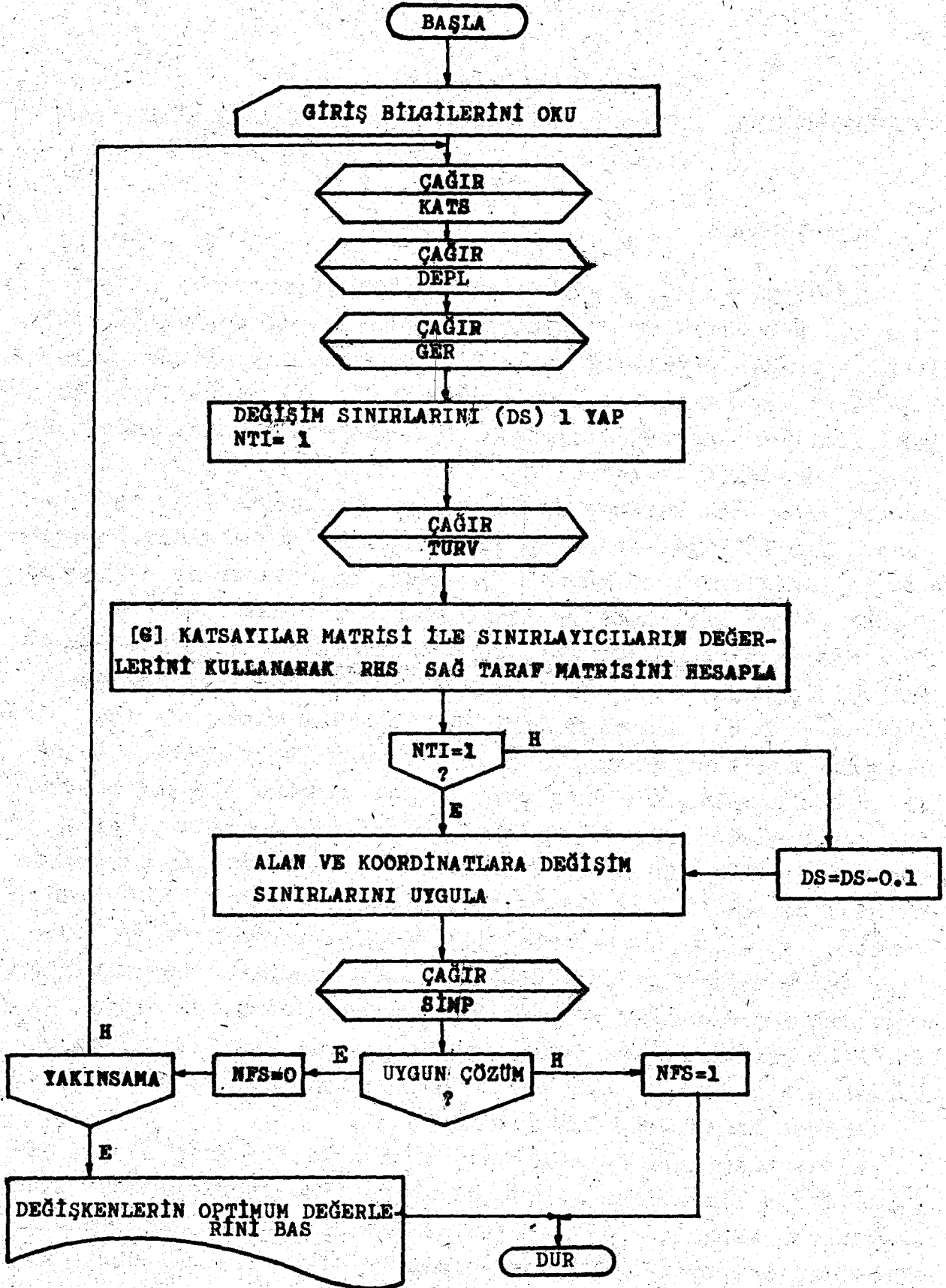
değerlerini hesaplar.

SUBROUTINE SIMP : Lineer programlama problemini simpleks yönteminin iki faz türü ile çözer.

4.2. ANA PROGRAM

Görevleri yukarıda açıklanan beş temel programın çağırıldığı ana programın akış diyagramı Şekil 4.1 de gösterilmiştir. Bu diyagramdan görüldüğü gibi ana programda ilk olarak giriş bilgileri okunmaktadır. Bu bilgiler Tablo 4.1 de sıralandığı gibi, seçilen ana kafesin sistem özellikleri ile adımlara başlangıç noktasını içeren bilgilerdir. Buna göre sisteme ait genel bilgiler ilk karttan okunmaktadır. Bu karttaki IT değişkenine 0 verildiğinde program, boyutlandırma probleminde koordinat değişkenlerini gözönüne almamakta, boyutlandırma değişkeni olarak yalnız deplasman ve kesit alanlarını esas almaktadır. IT=1 olarak alındığında ise, boyutlandırma değişkeni olarak alan ve deplasman değişkenlerine ek olarak koordinat değişkenleri de gözönüne alınmaktadır. Daha sonraki kartlarda ise, elemanlara ait bilgiler Tablo 4.1 de sembolleri gösterilen dizilerle okunmaktadır. Buna göre ikinci karttan sistemi oluşturan çubuk elemanların birinci ve ikinci uç numaraları, grup numaraları ve gerilmeleri okunmaktadır. Bu dizilerin boyutları NM dir. Burada NM sistemdeki toplam eleman sayısıdır. Üçüncü karttan ise düğüm noktalarına ait bilgiler okunmaktadır. Bunlar; düğüm noktalarındaki deplasmanlara uygulanan üst sınırlar, maksimum deplasmanlar ve bu noktalara uygulanan yüklerdir. Dördüncü karttan elemanların gruplarına ait kesit alanları okunmaktadır. Beşinci karttan ise düğüm noktaları koordinatları ve hareket limitleri okunmaktadır.

Giriş bilgileri bu şekilde programa verildikten sonra, değişkenlerin lineerleştirilmiş boyutlandırma problemindeki katsayılarını kapsayan $[G]$ matrisi ile problemin sağ tarafındaki terimleri kapsayan $\{RHS\}$ matrisinin boyutları hesaplanır. $[G]$ matrisinin kolon sayısı, IT=0 ise $ND=NG+3(NJ)$ dir. IT=1 olması durumunda ise kolon sayısı $NV=NG+6(NJ)$ dir.



Şekil 4.1 ANA program akış diyagramı

| PROGRAM SEMBOLU | DEĞİŞKENLERİN TANIMI |
|-----------------|--|
| IT | Kontrol kartı |
| NJ | Toplam düğüm noktası sayısı |
| NM | Toplam çubuk sayısı |
| NS | Toplam mesnet sayısı |
| NG | Toplam grup sayısı |
| FS | İlk mesnet numarası |
| E | Elastisite modülü |
| PC | Basınç emniyet gerilmesi |
| PT | Çekme emniyet gerilmesi |
| M1 | Birinci uç düğüm nokta numarası |
| M2 | İkinci uç düğüm nokta numarası |
| GP | Grup numarası |
| UH | x eksenini doğrultusu deplasmanı için "e" değeri |
| UV | y eksenini doğrultusu deplasmanı için "e" değeri |
| UW | z eksenini doğrultusu deplasmanı için "e" değeri |
| DH | x eksenini doğrultusu deplasmanı üst sınırı |
| DV | y eksenini doğrultusu deplasmanı üst sınırı |
| DW | z eksenini doğrultusu deplasmanı üst sınırı |
| XV | Tasarım değişkenleri |
| LV | Yük vektörü |

Tablo 4.1 Giriş Bilgileri

Burada değişkenler sırasıyla, NG sistemdeki grup sayısını, NJ toplam düğüm noktası sayısını göstermektedir. Aynı matrisin satır sayısı $IT=0$ ise; $M=3(NJ)+NM+3(NJ)+2(NG)$, $IT=1$ ise ; $M=3(NJ)+NM+3(NJ)+2(NG)+6(NJ)$ kadardır. Burada ilk $3(NJ)$ rijitlik sınırlayıcılarının sayısını, NM elemanlara ait gerilme sınırlayıcıları sayısını, $3(NJ)$ deplasmanlara karşı gelen üst sınırların sayısını, $2(NG)$ alan değişkenlerine uygulanan değişim sınırlarını ve $6(NJ)$ ise koordinatlara uygulanan değişim sınırlarını göstermektedir. $\{RHS\}$ sağ taraf matrisinin boyutu ise M dir.

KATS alt programı, sistem rijitlik matrisini kurarak, tek boyutlu SM dizisine yerleştirir. SM dizisinin boyutu ise ana programda hesaplanır. Bunun için her düğüm noktası sırasıyla alınarak, o düğüm noktasına bağlı en küçük numaralı düğüm noktası belirlenir. Herhangi bir r düğüm noktası için bu numara f ise $[K_{r1}]$ alt matrisini depolamak için $9(r-f)$ kadar yere ihtiyaç vardır. Burada $[K_{r1}]$, $l=1, \dots, s-1$ olmak üzere (3×3) boyutunda köşegen dışındaki alt matrislerdir. Buna köşegen üzerindeki $[K_{rr}]$ alt matrisinin 6 terimi eklenerek, N düğüm noktalı bir kafes sistem için rijitlik matrisinin toplam boyutu

$$NC=6N+ \sum_{s=1}^N 9(r-f) \quad (4.1)$$

ifadesiyle hesaplanır. Köşegen üzerindeki terimlerin yerlerinin adreslerini depolamak için ek olarak $3N$ kadar lokasyona ihtiyaç vardır. Bu yolla, bilgisayar belleğinde önemli kazanç sağlanmaktadır.

Lineerleştirme hatalarının minimumda tutulabilmesi ve lineer programlama problemine optimum çözüm elde edilebilmesi için, boyutlandırma değişkenlerinin seçilen başlangıç değerlerinin rijitlik eşitliklerini sağlaması gerekmektedir. Tablo 4.1 de gösterildiği gibi, başlangıç noktasında yalnız eleman kesit alanları için değerler seçilir. Bu değerler kullanılarak rijitlik eşitlikleri çözülür. Düğüm noktaları deplasmanları bulunur. Bu, KATS ve DEPL alt programlarının çağırılmasıyla sağlanır. Böylece boyutlandırma büyüklüklerinin başlangıç değerleri belirlenmiş olur.

Daha sonra ana programda sistemdeki çubukların kuvvetlerini ve gerilmelerini hesaplayan GER alt programı ve onu takiben TURV alt programı çağırılır. TURV alt programı her elemanı sırasıyla alarak değişkenlerin lineerleştirilmiş rijitlik ve gerilme sınırlayıcılarındaki katsayılarını, ayrıca bu sınırlayıcıların başlangıç noktasındaki değerlerini hesaplar. Böylece $[G]$ matrisinin $NU=NT+NM$ satırı belirlenmiş olur. Burada $NT=3 \times NJ$ olarak verilmiştir. Bu matris kullanılarak bölüm 2 ve bölüm 3'te açıklandığı gibi rijitlik sınırlayıcılarının sağ tarafları $IT=0$ ise $K=ND$, $IT=1$ ise $K=NV$ alınarak

$$RHS_i = \sum_{j=1}^K (G)_{ij} (XV)_j - (RHS_i - LV_i) \quad i=1,2,\dots,NT \quad (4.2)$$

şeklinde hesaplanır. Burada $(G)_{ij}$, $[G]$ katsayılar matrisinin (i, j) inci terimidir. RHS_i , i inci rijitlik sınırlayıcısının, $\{XV\}$ boyutlandırma değişkenlerinin o adımdaki değerini kullanarak TURV alt programında hesaplanan değeri, LV_i i inci yük bileşeninin ve $(XV)_j$ j inci boyutlandırma değişkeninin değeridir.

Gerilme sınırlayıcılarının sağ tarafları ise

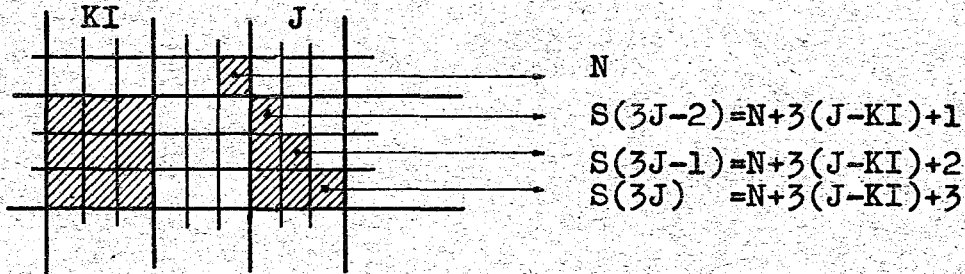
$$RHS_i = \sum_{j=1}^K (G)_{ij} (XV)_j - (RHS_i) \quad i=NT+1,\dots,NU \quad (4.3)$$

matris işlemiyle elde edilir. Burada $NU=NT+NM$ olarak verilmektedir. RHS_i i inci gerilme sınırlayıcısının $\{XV\}$ boyutlandırma vektörü değişkenlerinin o adımdaki değerleri için TURV alt programında hesaplanan değeridir. (4.2), (4.3) bağıntılarıyla hesaplanan sağ taraf matrisinin elemanlarının pozitif olması gerekir. Simpleks yöntemi sağ tarafları pozitif olan lineer programlama problemlerini çözmektedir. Bu nedenle, elde edilen elemanlardan negatif olanlar varsa, bu elemana karşı gelen sınırlayıcının her iki tarafının -1 ile çarpılması gerekir. Bu işlem (\leq) tipindeki gerilme sınırlayıcısını (\geq) tipine dönüştürür.

Öte yandan simpleks yöntemi uygulanırken sınırlayıcıların türlerinin bilinmesi gerekir.

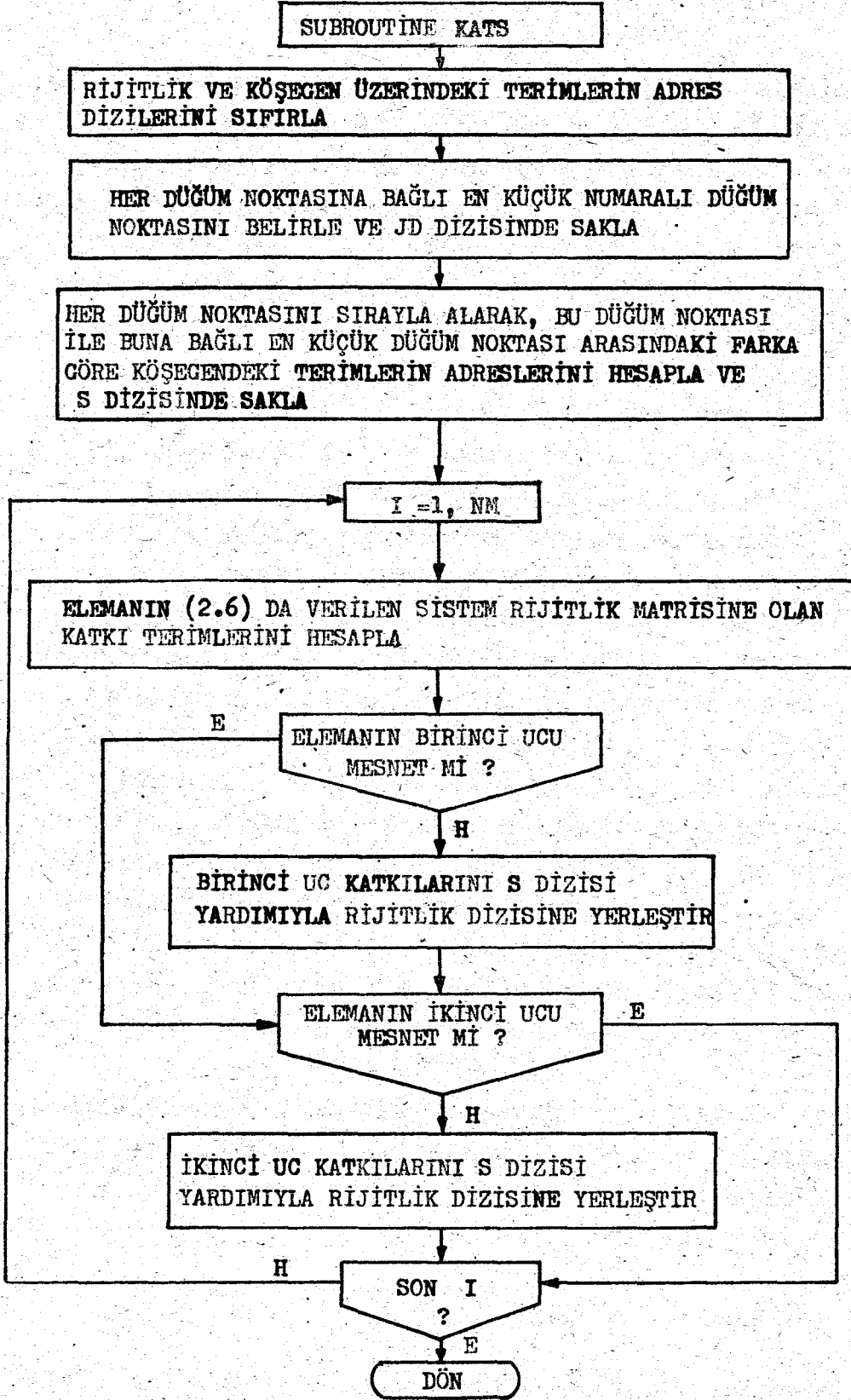
4.3. KATS ALT PROGRAMI

Akış diyagramı Şekil 4.2 de verilen KATS alt programı sistem rijitlik matrisini kurarak, tek boyutlu SM dizisine yerleştirir. Bu dizinin boyutu ana programda hesaplandığı gibi NC dir. KATS alt programında ilk olarak SM dizisi ile rijitlik matrisinde köşegen üzerindeki terimlerin adreslerinin saklandığı S dizisi sıfırlanır. S dizisinin boyutu düğüm noktası sayısının üç katına eşittir. S dizisini hesaplamak için, her düğüm noktasına bağlı en küçük numaralı düğüm noktasının bilinmesi gereklidir. Bunun için iç içe iki çevrim teşkil edilerek, birinci çevrimde düğüm noktaları, ikinci çevrimde sistemdeki elemanlar sırasıyla alınır. Her düğüm noktasında bu düğüm noktasına bağlı elemanlar bulunur. Bunların diğer uçlarının bağlı olduğu düğüm noktaları karşılaştırılarak, en küçük olanı JD(J) dizisinde saklanır. Burada J, çevrimdeki düğüm noktası numarasıdır. Birinci düğüm noktası dışındaki noktalar için düğüm noktası numarası J, buna bağlı en küçük düğüm noktası numarası I dan büyüktür. Köşegen üzerindeki terimlerin adresi ise JD dizisinden yararlanarak hesaplanır. Bunun için düğüm noktaları sırasıyla alınır. Her düğüm noktasına bağlı en küçük numaralı düğüm noktası KI=JD(J) den alınarak (3x3) boyutundaki katkı matrislerinin köşegen üzerindeki terimlerinin adresleri



Şekil 4.3

şeklinde hesaplanır. Burada N, bir önceki düğüm noktasının köşegen üzerindeki son terim numarasıdır. Bu işlem tüm düğüm noktaları için tekrarlanarak, rijitlik matrisinin köşegen üzerindeki terimlerinin adresleri hesaplanır.



Şekil 4.2 KATS alt programı akış diyagramı

Rijitlik matrisi, her elemanın sırasıyla alınıp, alt bölüm 2.2.1 de açıklanan uç katkılarının rijitlik dizisine yerleştirilmesiyle elde edilir. Bunun için birden, sistemdeki toplam eleman sayısı NM ye kadar dönen bir çevrim yapılır. Bu çevrimde her eleman sıra ile alınır, alt bölüm 2.2.1 de (2.5) bağıntısıyla verilen katkı terimleri hesaplanır. Daha sonra elemanın birinci ucunun mesnet olmaması durumunda, bu uca ait katkı terimleri SM dizisine yerleştirilir. Bunun için elemanın bu ucunun bağlı olduğu düğüm noktası numarası J1 yardımıyla köşegen üzerindeki terimin adresi S dizisinden $K=S(J1)$ şeklinde elde edilir. Köşegen üzerindeki $[K_{11}]$ alt matrisi SM'e yerleştirilir.

$[K_{21}]$ ve $[K_{22}]$ alt matrislerinin SM dizisine yerleştirilmesi yine S dizisi yardımıyla olur. Birinci ve ikinci uç numaraları sırasıyla J1, J2 olan elemanın, ikinci ucuna ait $[K_{22}]$ alt matrisinin birinci satırının köşegen üzerindeki ilk teriminin adresi $K=S(3x(J1-1)+1)$ olarak elde edilir. $[K_{21}]$ alt matrisinin birinci satırındaki son terimin adresi $K1=K-3(J2-J1-1)+1$ bağıntısından bulunur. Böylece her iki alt matrisin birinci satırlarındaki elemanlar SM dizisine yerleştirilir. $[K_{22}]$ alt matrisinin ikinci satırının köşegen üzerindeki teriminin adresi ise $K=S(3J2-1)$ olur. $[K_{21}]$ alt matrisinin ikinci satırının son teriminin adresi ise $K2=K-3(J2-J1-1)+1$ olarak elde edilir, ikinci satırdaki elemanlar SM dizisine yerleştirilir. Aynı matrislerin üçüncü satırlarında benzer şekilde SM dizisindeki yerlerine konur.

Yukarıda bir eleman için açıklanan işlemin, bütün elemanlar için tekrarlanmasıyla rijitlik matrisi kurularak, tek boyutlu SM dizisinde depolanmış olur. KATS alt programı daha sonra ana programa döner.

4.4. DEPL ALT PROGRAMI

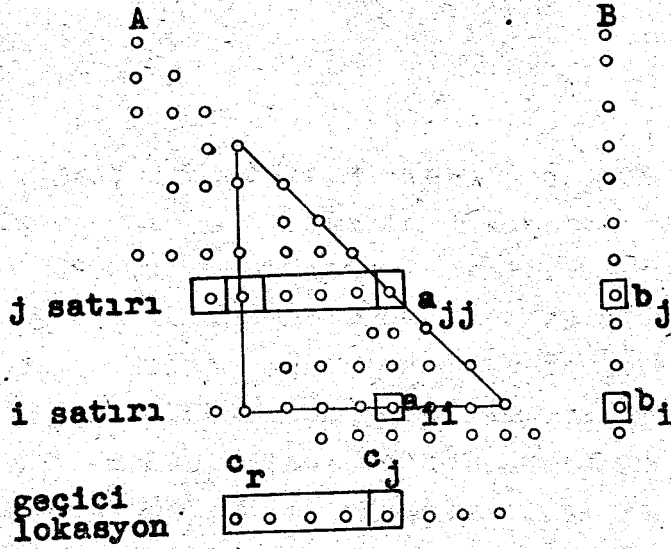
DEPL alt programı, simetrik lineer denklem takımının çözümü için Jennings[125] tarafından geliştirilen "sıkı depolama yöntemi" ni kullanır. Bu yöntem

$$[A] \{X\} = \{B\} \quad (4.8)$$

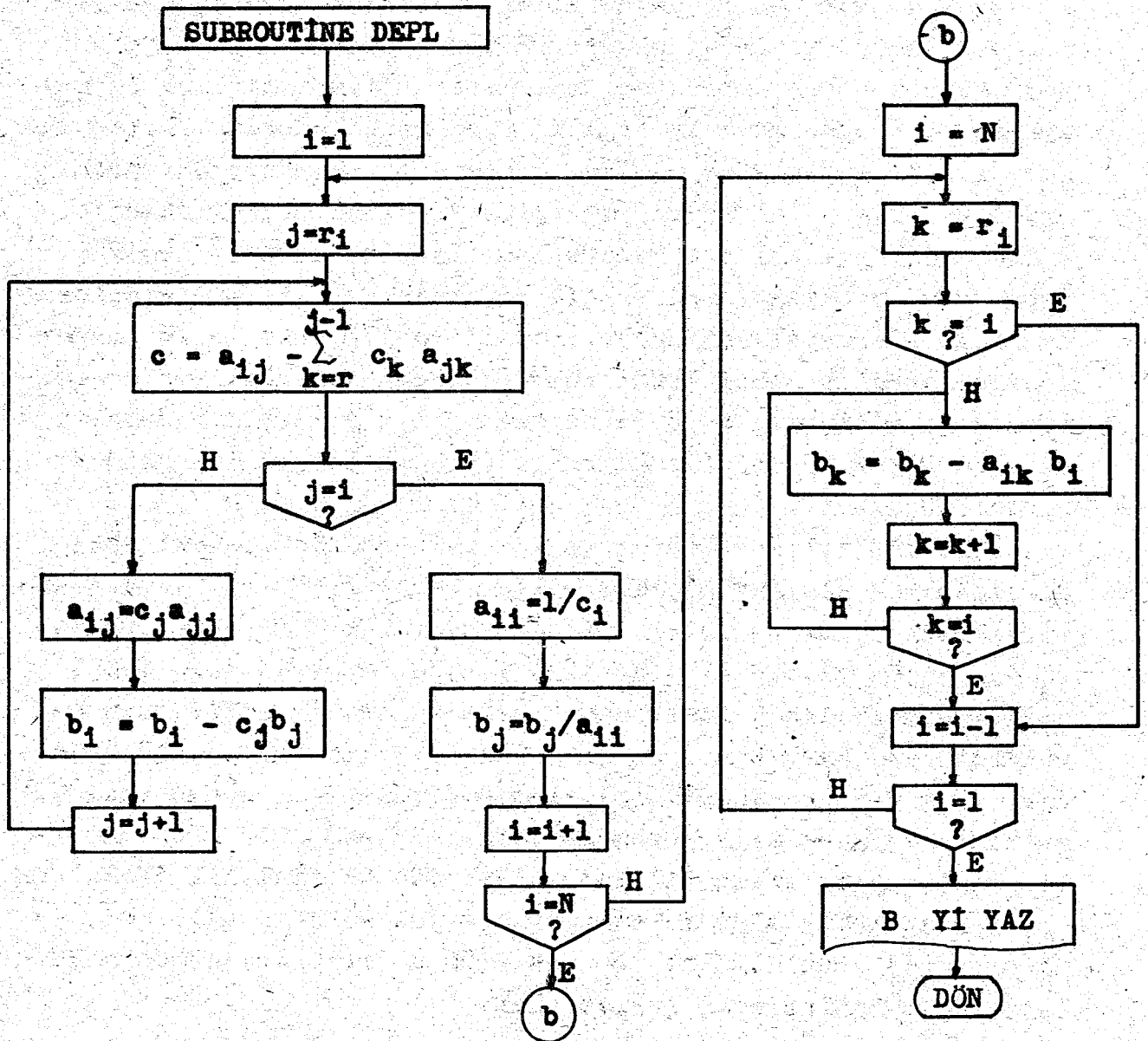
şeklinde gösterilen simetrik denklem sistemini çözer. Burada $[A]$, $(N \times N)$ boyutunda katsayılar matrisi, $\{B\}$ ise denklem takımının sağ tarafındaki sabitleri içeren kolon vektör veya $(N \times M)$ boyutunda olan matris olabilir. Bu yöntem esas olarak $[A]$ ve $\{B\}$ matrislerinin satırlarına Gauss eliminasyon işlemini uygulayarak, $\{B\}$ yi $\{X\}$ çözüm vektörüne dönüştürür. Ancak $[A]$ matrisinin, bellekte depolanması diğer yöntemlerden farklıdır. Matrisin her satırının sıfır olmayan ilk teriminden köşegene kadar olan kısmı depolanır ve yok etme işlemleri bu kısımlar üzerinde uygulanır. Ancak ek olarak matrisin köşegeni üzerindeki terimlerinin adreslerinin de bilinmesine gerek vardır.

Yöntem Gauss eliminasyon algoritmasını kullandığından, genel olarak iki kısımdan oluşur. Birinci kısımda, katsayılar matrisi üst üçgen matrisine indirgenir. İkinci kısımda ise, geriye doğru yerine koyma işlemi uygulanarak değişkenlerin değerleri sırasıyla elde edilir. Şekil 4.5 deki akış diyagramının b ye kadar olan kısmı indirgeme işlemini göstermektedir. b den sonraki kısmı ise geriye doğru yerine koyma işlemidir. Katsayılar matrisinin satırları sıfırdan farklı ilk terimlerden itibaren depolandığından, satırlara yok etme işlemi uygulandığında diğer satırların tümü etkilenmez. Şekil 4.4 de gösterildiği gibi yalnız gözönüne alınan satır üzerinde kurulan kare içindeki terimler etkilenir. Bu nedenle, yöntem daha az işlem gerektirir.

Yöntemin çalışma biçimi ve adımları Şekil 4.5 deki akış diyagramında gösterilmiştir. Diyagramdaki r_i ve r_j , i ve j satırlarındaki ilk terimlerin kolon numaralarıdır. r ise r_i ve r_j den büyük olanıdır. Algoritma geçici depolama için Şekil 4.4 de gösterilen C lokasyonunu gerektirir. Bu lokasyonun büyüklüğü, $[A]$ matrisinin en çok olan satırının büyüklüğü kadardır. Akış diyagramındaki işlemlerin uygulanması sonucunda, $\{B\}$ matrisi değişkenlerin çözümünü verir. Bu nedenle, DEPL alt programı çağırılırken $[A]$ matrisi yerine SM rijitlik dizisi ve $\{B\}$ yerine kafes sisteme etkiyen dış yük vektörü alınır, ana programa döndüğünde $\{B\}$ vektörünün terimleri düğüm noktaları deplasmanlarından ibaret olur.



Şekil 4.4 İndirgemenin bir adımının A matrisinin bir terimine etkisi



Şekil 4.5 DEPL alt programı akış diyagramı

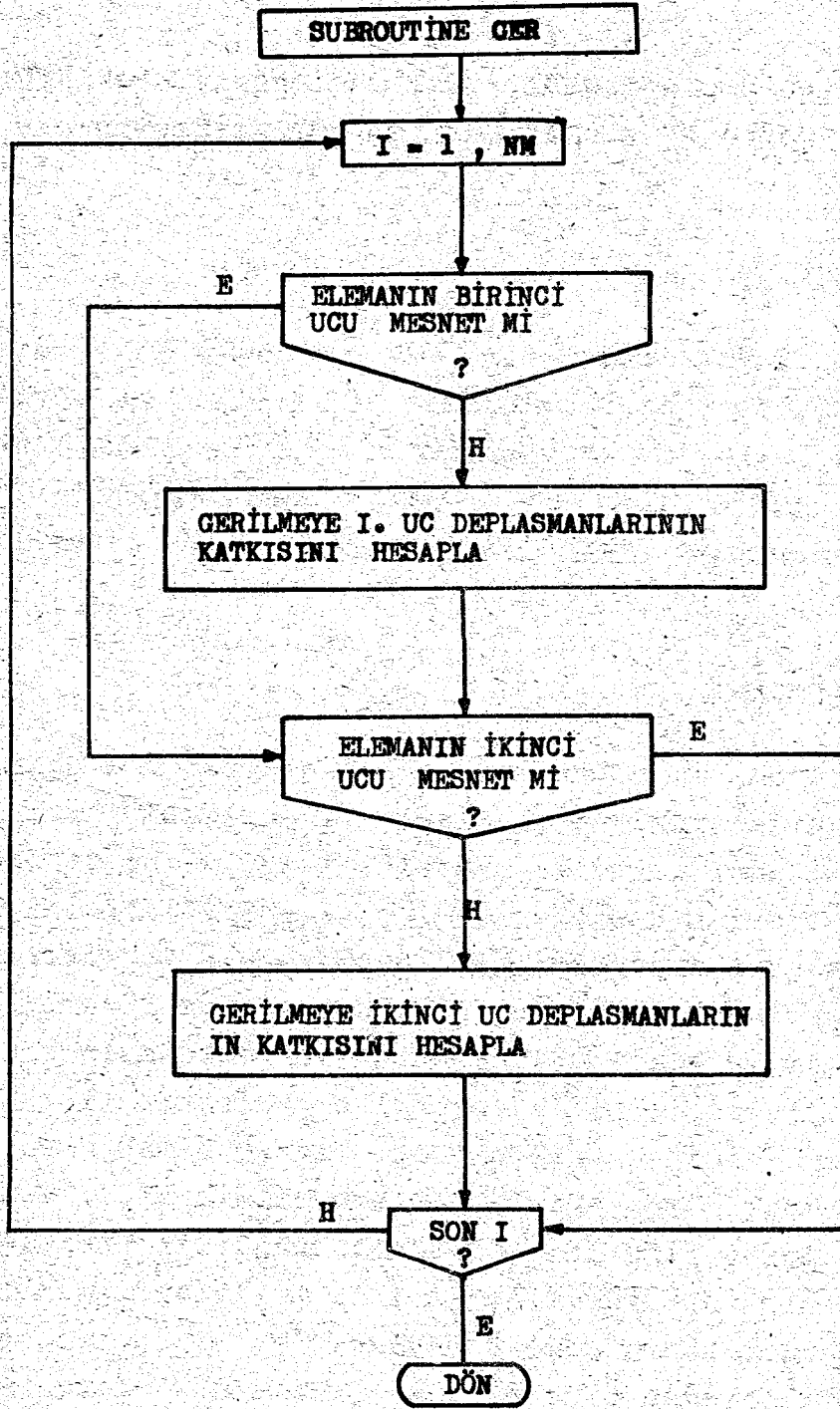
Böylece elde edilen deplasmanlar, $\{XV\}$ değişkenler vektörünün grup alanlarını içeren NG elemanından sonraki lokasyonlara yerleştirilir.

4.5. GER ALT PROGRAMI

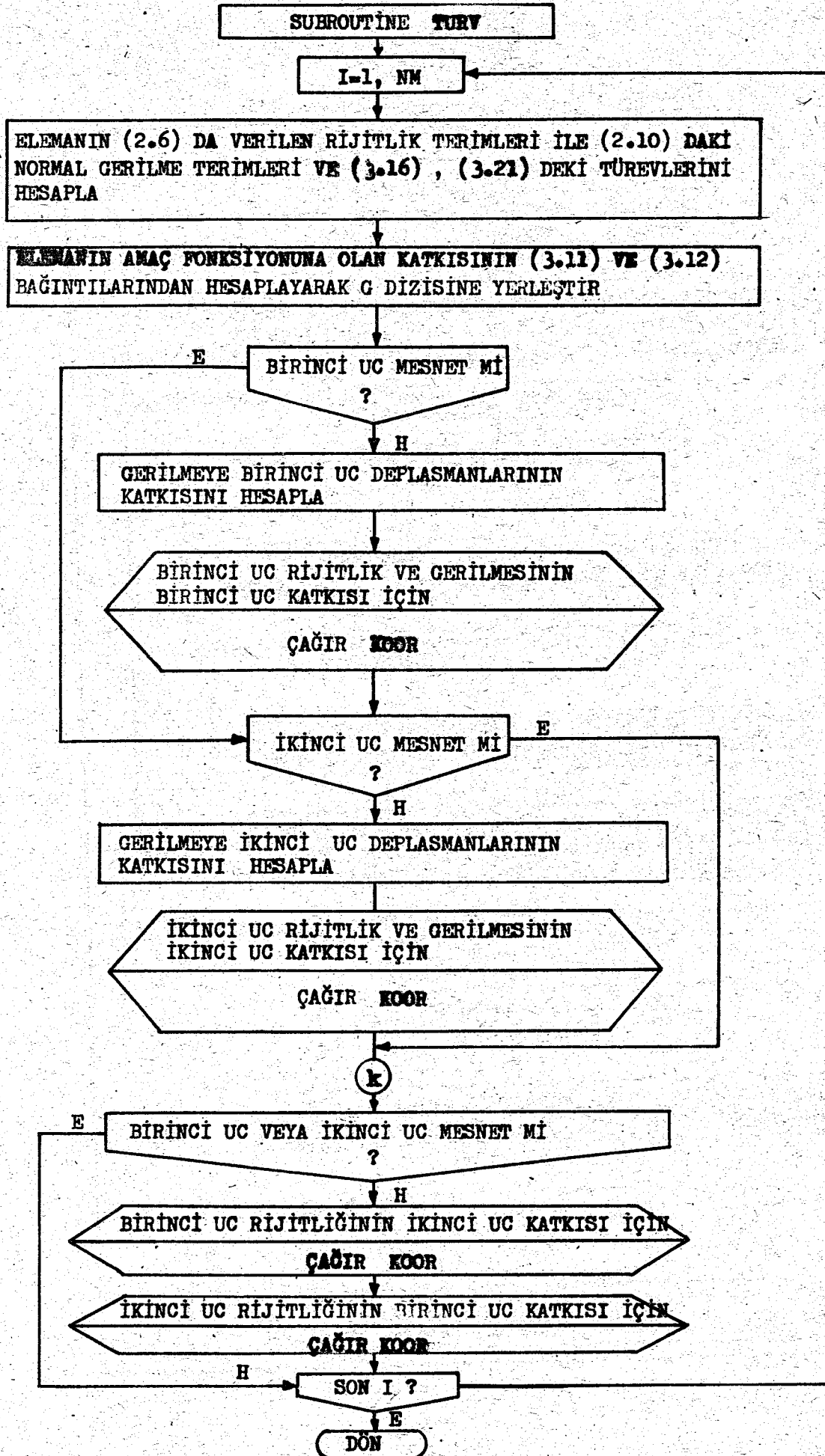
Düğüm noktası deplasmanlarının DEPL alt programı yardımıyla çözülmesinden sonra, gerilmeler alt bölüm 2.2.2 de verilen (2.11) bağıntısı kullanılarak hesaplanır. Gerilmelerin işaretine görede, çubugun basınca veya çekmeye çalıştığı belirlenir. Bu alt programa ait akış diyagramı Şekil 4.6 da verilmiştir.

4.6. TURV ALT PROGRAMI

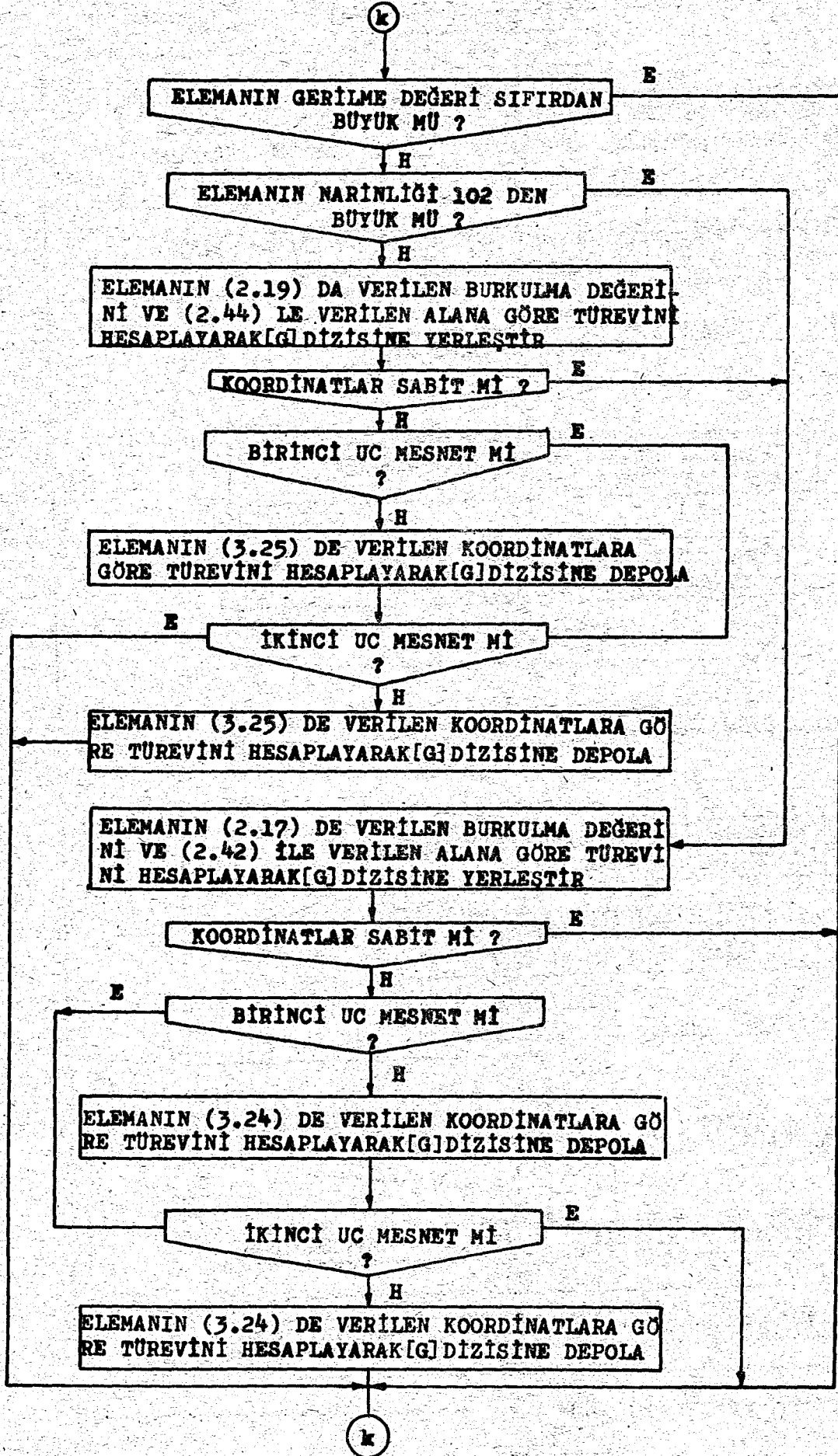
TURV alt programı boyutlandırma değişkenlerinin o adımdaki değerlerini kullanarak, değişkenlerin lineerleştirilmiş rijitlik ve gerilme sınırlayıcılarındaki katsayılarını ve sınırlayıcıların değerlerini hesaplayarak, $[G]$ ve $\{RHS\}$ dizilerini depolar. Programın akış diyagramı Şekil 4.7 ve 4.8 de verilmiştir. Bu diyagramlardan görüldüğü gibi, her eleman sırasıyla alınarak, elemanın yukarıda adı geçen dizilere katkıları hesaplanıp, bu dizilerin ilgili adreslerine yerleştirilir. İşlem bütün elemanlar için tekrarlanarak, lineer olmayan rijitlik ve gerilme sınırlayıcıları lineerleştirilmiş olur. Buna göre her eleman için, rijitlik terimleri, rijitlik terimlerinin koordinatlara göre türevleri, gerilme terimleri, gerilme terimlerinin koordinatlara göre türevleri (2.6), (3.16), (2.10) ve (3.21) bağıntılarından elde edilir. Daha sonra elemanın alana göre türevi (3.11) bağıntısından hesaplanarak, amaç fonksiyonuna katkısı $[G]$ dizisine yerleştirilir. Düğüm noktaları koordinatları değişken olarak alınıyorsa, ayrıca elemanın birinci ve ikinci ucu mesnet değilse, (3.12) bağıntısıyla elemanın uç koordinatlarına göre türevi hesaplanarak, $[G]$ dizisinin ilgili adresine yerleştirilir. Koordinatlar boyutlandırma değişkeni olarak alınmıyorsa elemanın koordinatlara göre türev katkıları atlanır.



Şekil 4.6 GER alt programı akış diyagramı



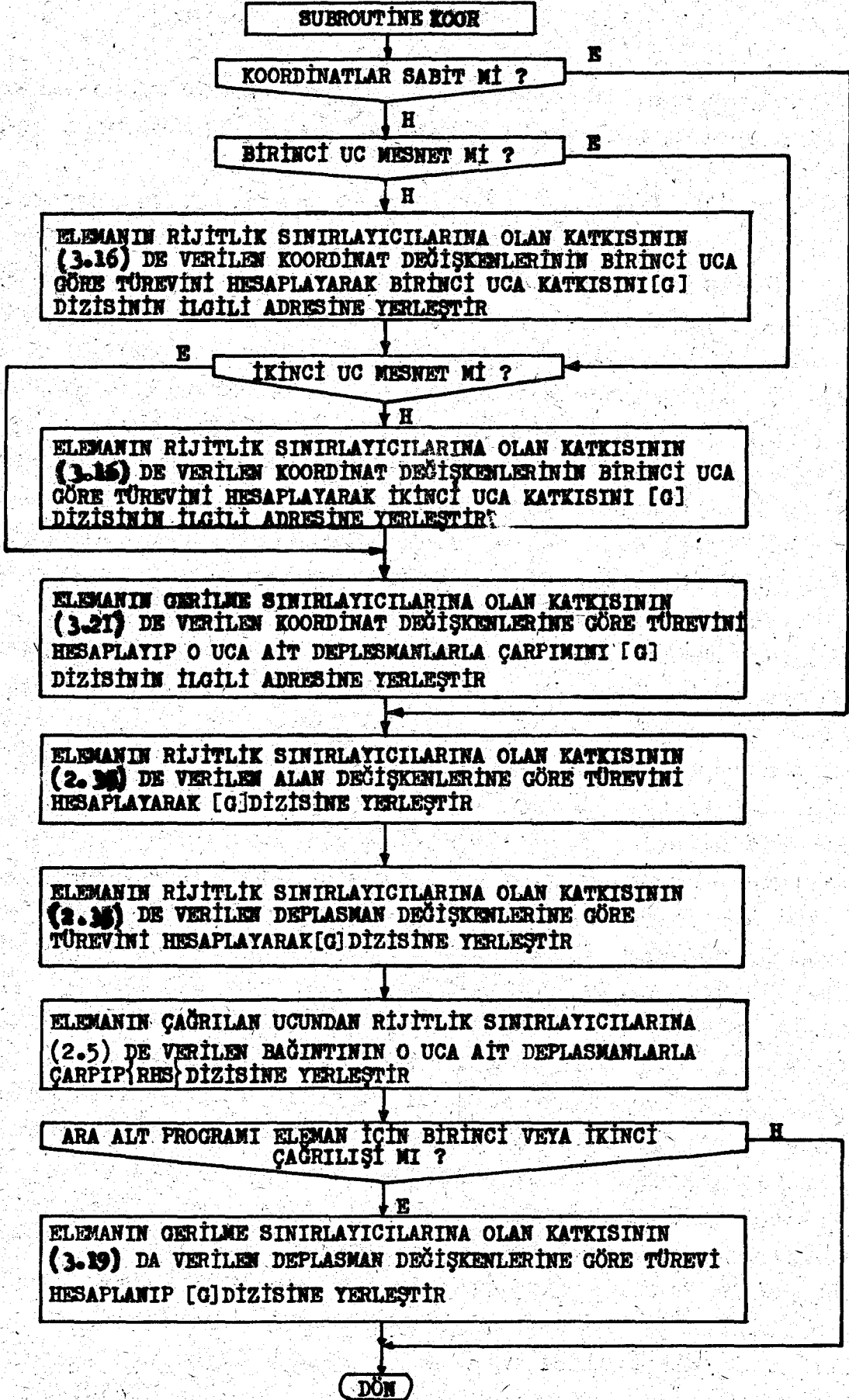
Şekil 4.7 TURV alt programı akış diyagramı



Şekil 4.8 TURV alt programı akış diyagramı (Devam)

TURV alt programı daha sonra, elemanın birinci ucunun mesnede bağlı olup olmadığını denetleyerek KOOR alt programını çağırır.

KOOR alt programına ait akış diyagramı 4.9 da gösterilmiştir. Bu alt program boyutlandırmanın ikinci veya üçüncü bölümlerden hangisiyle ilgili olduğunu kontrol eder. Daha sonra KOOR alt programında birinci ucun mesnet olup olmadığı kontrol edilir. (3.17) bağıntısında gösterildiği gibi, koordinat değişkenlerinin lineerleştirilmiş rijitlik sınırlayıcılarındaki katsayılarına elemanın birinci ucundan gelen katkılar $[G]$ dizisinde bu uç numarasına bağlı olarak belirlenen adreslere yerleştirir. Elemanın ikinci ucunun mesnet olup olmadığı kontrol edilir. Mesnet değilse, elemanın birinci ucundan ikinci ucuna gelen katkıların koordinat değişkenlerine göre türevleri alınarak rijitlik sınırlayıcılarındaki katsayılarına karşı gelen adreslere yerleştirilir. Bunun için (3.15) deki türev matrisinin birinci uca ait (3×3) lük kısmı ile birinci ucun bağlı olduğu düğüm noktasının deplasmanları ve elemanın kesit alanı çarpılarak $[G]$ dizisinin $(3J1-2, ND+3J1-2)$, $(3J1-1, ND+3J1-2)$, $(3J1, ND+3J1-2)$, $(3J1-2, ND+3J1-1)$, $(3J1-1, ND+3J1-1)$, $(3J1, ND+3J1-1)$, $(3J1-2, ND+3J1)$, $(3J1-1, ND+3J1)$, $(3J1, ND+J1)$, inci terimlerine eklenir. (3.15) deki türev matrisinin birinci uca ait (3×3) lük kısmı ile birinci ucun bağlı bulunduğu düğüm noktasının deplasmanları ve elemanın kesit alanı çarpılarak ikinci uca katkısı $[G]$ dizisinin $(3J1-2, ND+3J2-2)$, $(3J1-1, ND+3J2-2)$, $(3J1, ND+3J2-2)$, $(3J1-2, ND+3J2-1)$, $(3J1-1, ND+3J2-1)$, $(3J1, ND+3J2-1)$, $(3J1-2, ND+3J2)$, $(3J1-1, ND+3J2)$, $(3J1, ND+3J2)$ inci terimlerine eklenir. Burada $J1$ ve $J2$ elemanın birinci ve ikinci uç numaraları, ND ise $\{XV\}$ dizisinin $(NG+3NJ)$ terimine karşı gelir. Daha sonra (3.18) bağıntısıyla verilen, koordinat değişkenlerinin lineerleştirilmiş gerilme sınırlayıcılarındaki katsayılarına elemanın birinci ucundan gelen katkıları $[G]$ dizisinde bu uca ait adreslere yerleştirilir. Bunun için (3.20) bağıntısındaki türev matrisinin (1×3) lük kısmı ile birinci ucun bağlı olduğu düğüm noktasının deplasmanları çarpılarak $[G]$ dizisinin $(3NJ+I1, ND+3J1-2)$,



Şekil 4.9 KOOR alt programı akış diyagramı

(3NJ+I1, ND+3J-1) ve (3NJ+I1, ND+3J1) inci terimlerine eklenir. Burada NJ düğüm noktası sayısı, I1 eleman numarasıdır. KOOR alt programı akış diyagramında görüleceği üzere, (2.34) bağıntısında verildiği gibi, alanlar ile deplasman değişkenlerinin türevlerinin lineerleştirilmiş rijitlik sınırlayıcılarındaki katsayılarına elemanın birinci ucundan gelen katkıları [G] dizisinde ilgili adreslere yerleştirilir. Ayrıca değişkenlerin o adımdaki değerlerini kullanarak, rijitlik sınırlayıcılarının değerlerine, elemanın birinci ucunun katkısını hesaplar. Birinci uca ait alan değişkenlerine göre alınan türevler [G] dizisinin (3J1-2, J), (3J1-1, J), (3J1, J) inci terimlerine eklenir. Burada J elemanın grup numarasıdır. Birinci uç düğüm noktası deplasmanları, {XV} dizisinin (NG+3J1-2) den itibaren yer alan üç terimidir. Daha sonra birinci uca ait deplasman değişkenlerine göre alınan türevler [G] dizisinin (3J1-2, NG+3J1-2), (3J1-2, NG+3J1-1), (3J1-2, NG+3J1), (3J1-1, NG+3J1-2), (3J1-1, NG+3J1-1), (3J1-1, NG+3J1), (3J1, NG+3J1-2), (3J1, NG+3J1-1) ve (3J1, NG+3J1) inci terimlerine eklenir. Elemanın bu ucunda rijitlik sınırlayıcılarına olan katkısının değeri ise, rijitlik matrisinin (2.5) de verilen (3x3) boyutunda $[K_{FF}]$ alt matrisi ile birinci uç düğüm noktaları deplasmanlarının çarpılmasıyla elde edilir. Elde edilen bu katkılar {RHS} dizisinin (3J1-2), (3J1-1) ve (3J1) inci terimlerine eklenir. Daha sonra (3.19) bağıntısıyla verilen deplasman değişkenlerinin lineerleştirilmiş gerilme sınırlayıcılarındaki katsayılarına elemanın birinci ucundan gelen katkıları [G] dizisinin (3NJ+I1, NG+3J1-2), (3NJ+I1, NG+3J1-1), (3NJ+I1, NG+3J1) inci terimlerine elemanın kesit alanıyla çarpılarak eklenir.

TURV alt programı bundan sonra gerilme sınırlayıcılarına elemanın birinci ucundan gelen katkıyı (2.10) bağıntısıyla verilen birinci uca ait terimleri o uç deplasmanlarıyla çarparak hesaplar. Sonra ikinci ucun mesnede bağlı olup olmadığı kontrol edilir. İkinci uç mesnet değilse birinci uç için yapılan işlemler ikinci uç için tekrarlanır. Gerilme sınırlayıcısına ikinci uçtan gelen katkı (2.10) bağıntısıyla verilen ikinci uca ait terimlerin ikinci uç deplasmanlarıyla çarpılmasıyla

elde edilir. Birinci ve ikinci uç gerilme sınırlayıcılarına gelen katkılar toplanır. Hesaplanan gerilme sınırlayıcısının sıfırdan büyük olup olmadığı kontrol edilir. Eğer gerilme sıfırdan küçükse elemanın basınca çalıştığı anlaşılır. Bu nedenle o elemana ait gerilme sınırlayıcısı ve lineerleştirilmiş [G] dizisinde o satıra karşı gelen katsayılar (2.11) bağıntısından dolayı -1 ile çarpılır. (2.12) bağıntısıyla çubuk elemanın narinliği hesaplanır. Narinliğe göre burkulmanın meydana geldiği bölge kontrol edilir. Eğer burkulma elastik bölgede meydana geliyorsa (2.17) bağıntısıyla burkulma gerilmesinin gerilme sınırlayıcısına katkısı hesaplanır. (2.42) bağıntısıyla burkulma gerilmesinin alan değişkenine göre türevi hesaplanarak lineerleştirilmiş gerilme sınırlayıcılarının katsayılarına elemanın katkısı hesaplanır. Bu değer [G] dizisinin (K, J) inci terimine depolanır. Burada $K=3NJ+11$ ve J elemanın alan grup numarasıdır. Daha sonra elemanın birinci ucunun mesnet olup olmadığı kontrol edilir. Elemanın birinci ucuna ait (3.24) bağıntısıyla verilen koordinat değişkenlerine ait türev, lineerleştirilmiş gerilme sınırlayıcıları katsayılarına eklenir. Bu [G] dizisinin (K, JC), (K, JC+1), (K, JC+2) terimlerine depolanmak suretiyle olur. Burada $JC=NG+3J1-2$ dir. Bundan sonra elemanın ikinci ucunun mesnet olup olmadığı kontrol edilir. Mesnet değilse birinci uç için yapılan işlemler tekrarlanır. Burkulma plastik bölgede meydana geliyorsa, (2.19) ve (2.43) bağıntılarıyla verilen gerilme sınırlayıcısına burkulma gerilmesinin katkısı ve burkulma gerilmesinin alan değişkenine göre türevi [G] dizisinde lineerleştirilmiş gerilme sınırlayıcıları katsayılarının (K, J) inci adresine depolanır. Elemanın birinci ucunun mesnet olup olmadığı kontrol edilir. Daha sonra koordinatlar kontrol edilir. Elemanın, lineerleştirilmiş gerilme sınırlayıcıları katsayılarına olan katkısının (3.25) bağıntısıyla verilen koordinatlara göre türevi [G] dizisinin (K, JC), (K, JC+1) ve (K, JC+2) inci terimlerine eklenir. İkinci uçun mesnet olup olmadığı kontrol edilip, birinci uç için yapılan işlemler aynen uygulanır.

TURV alt programında elemanın gerilme değeri sıfırdan büyükse o eleman için verilen gerilme üst sınırı, o adımda bulunan gerilme değerinden çıkartılır, {RHS} dizisinin (K) inci adresine depolanır. Gerilme değeri sıfırdan küçükse gerilme değeri ile birlikte burkulma değeri aynı şekilde RHS dizisinin (K) inci adrese depolanır.

Elemanın uçlarının mesnede bağlı olmaması durumunda KOOR alt programı iki kere daha çağırılır, elemana ait $[K_{fr}]$ ve $[K_{rf}]$ alt matrislerinin rijitlik ve gerilme sınırlayıcılarına olan katkıları gözönüne alınır.

Rijitlik sınırlayıcılarına olan katkıların alan, deplasman ve koordinat değişkenlerine göre türevleri $[G]$ dizisine, değerleri ise {RHS} dizisine yerleştirilir. Bu işlemin tüm elemanlar için tekrarlanmasıyla boyutlandırma değişkenlerinin lineerleştirilmiş rijitlik ve gerilme sınırlayıcılarındaki katsayıları hesaplanarak $[G]$ dizisine, sınırlayıcıların değerleri ise {RHS} dizisine yerleştirilir. Bundan sonra TURV alt programı ana programa döner.

4.7. SIMP ALT PROGRAMI

SIMP alt programı daha önceki alt programlarda ve ANA programda hazırlanan lineer programlama problemine dönüştürülmüş olan lineerleştirilmiş boyutlandırma problemini çözer. Bunun için alt bölüm 2.3.4. de açıklanan iki-faz yöntemini kullanır. Programın akış diyagramı Şekil 4.10 ve Şekil 4.11 de gösterilmiştir. Buna göre, ilk olarak problemin boyutu belirlenir. Akış diyagramındaki m ve n sırasıyla problemdeki sınırlayıcıların toplam sayısı ile değişkenlerin toplam sayısını göstermektedir. Buna göre m alt bölüm 4.2 de hesaplanan M ye eşittir. n ise, boyutlandırma değişkenlerinin toplam sayısı olan K ya, artık değişkenlerin toplam sayısını ekleyerek bulunur. Bunun için, programda ilk olarak (\geq) tipindeki eşitsizliklerden çıkarılan artık değişken sayısı, ID dizisinin +1 olan terimlerinin sayılmasıyla belirlenir. Bu sayının NT olması durumunda $n=K+NT$ olur. Böylece {RHS} dizisi, $[G]$ dizisinin (n+1) inci kolonuna yerleştirilir. Daha sonra, artık değişkenlerin katsayıları, $[G]$ dizisinin (K+1)

SUBROUTINE SIMP

$i=1,2,\dots,m$ İÇİN $ID > 0$ OLAN SINIRLAYICILARIN SAYISINI BELİRLE, NT OLSUN

[G] DİZİSİNİN $(k+NT+1)$ KOLONUNDA $i=1,2,\dots,m$ ALARAK RHS DİZİSİNİ YERLEŞTİR

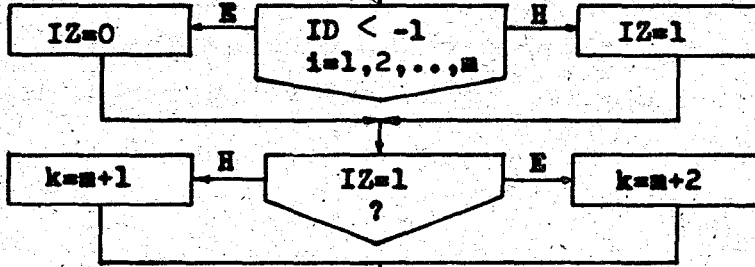
ARTIK DEĞİŞKENLERİN -1 OLAN KATSAYILARINI [G] DİZİSİNE YERLEŞTİR

$s_{i,n+2} = 1, \quad i=1,2,\dots,m$

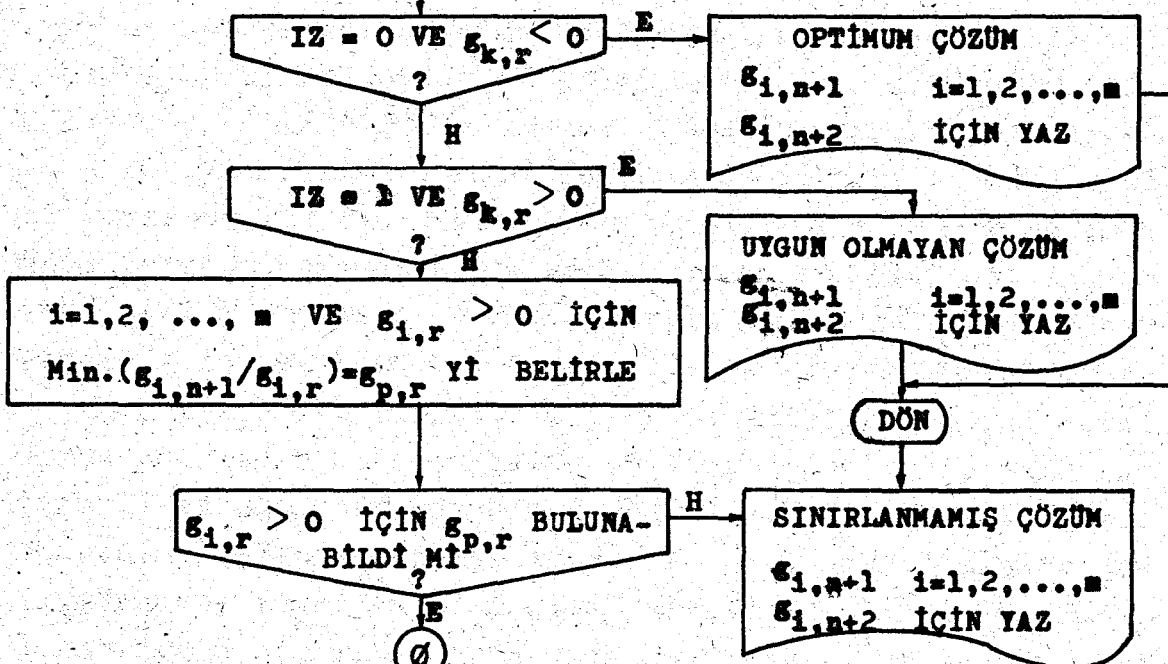
$s_{m+3,j} = m+j, \quad j=1,2,\dots,n$

HER KOLONDA SUNI DEĞİŞKEN GEREKTİREN SINIRLAYICILARDAKİ DEĞİŞKENLERİN KATSAYILARINI TOPLA

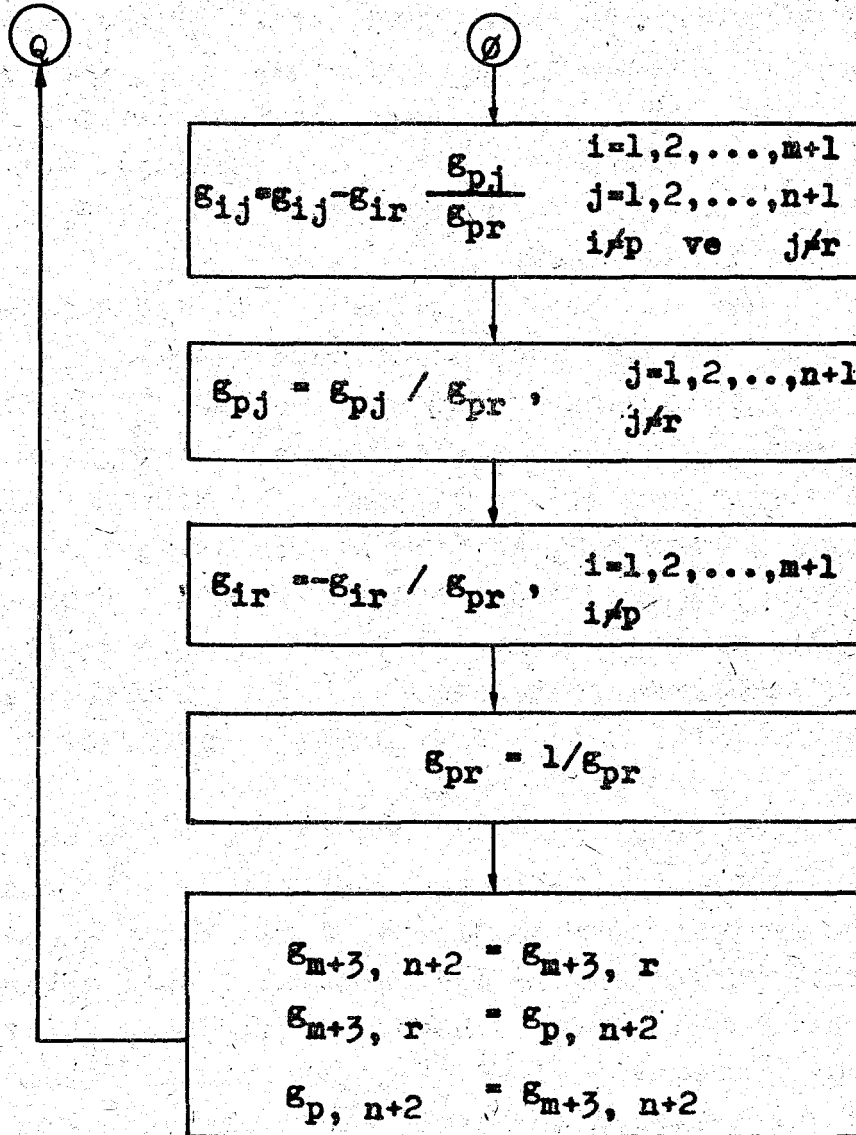
$ID_1 > 0$ İÇİN $s_{m+2,j} = s_{m+2,j} + s_{i,j} \quad j=1,2,\dots,n$
 $i=1,2,\dots,m$



$j=1,2,\dots,n$ İÇİN $MAKS(s_{k,j}) = s_{k,r}$ BELİRLE



Şekil 4.10 SIMP alt programı akış diyagramı



Şekil 4.11 SIMP alt programı akış diyagramı (Devam)

inci kolonundan başlayarak (\geq) tipindeki eşitsizliklerin bulunduğu satırlara sırasıyla -1 koyularak yerleştirilir. Simpleks kuralları uygulanmaya başlandığında, temel çözüme giren ve çıkan değişkenleri tanımak için G dizisinin $(n+2)$ inci kolonu 1 den başlayarak m ye kadar ve $(m+3)$ üncü satırı $m+1$ den başlayarak $m+n$ e kadar numaralanır. Suni değişkenlerin katsayılarının toplanmasıyla elde edilen yeni amaç satırı, $[G]$ dizisinin $(m+2)$ inci satırında depolanır.

Bundan sonra 1. faz uygulanmaya başlanır. IZ değişkeninin 1 veya 0 oluşu, temel çözümde suni değişkenin yer aldığını veya hiç suni değişken kalmadığını gösterir. Böylece IZ nin 1 olması 1. fazın bitmediğinin, IZ nin sıfır olması bittiğinin göstergesidir. Buna göre, amaç satırı olarak, $IZ=1$ için $m+2$ inci satırdaki yeni amaç fonksiyonu, $IZ=0$ için $m+1$ inci satırdaki esas amaç fonksiyonu alınır. Bundan sonraki işlemler simpleks kurallarının uygulanmasından ibaret olup, Şekil 4.10 ve Şekil 4.11 deki akış diyagramında gösterilmiştir. Bir simpleks adımı, pivotun bulunduğu kolonun, amaç satırındaki en büyük katsayılı elemanın belirlenip bulunmasıyla başlar ve pivotun elde edilip, yeni tablonun oluşturulmasıyla devam eder ve temel çözüme giren ve çıkan değişkenlerin numaralarının değiştirilmesi ile son bulur. Bundan sonra yeniden başa dönülerek, 1.faz bitirilinceye kadar aynı işlemler tekrarlanır. Temel çözümdeki suni değişkenlerin çözümü terketmesiyle 1.faz sona erer. $(m+2)$ inci satırdaki terimlerin tümünün negatif olmasına rağmen, temel çözümde suni değişkenler yer alıyorsa problemin uygun olmayan çözümü olduğu yazdırılarak ANA programa dönülür. Temel çözümde suni değişken kalmamışsa, o zaman $(m+1)$ inci satırdaki amaç fonksiyonu alınarak simpleks adımlarına devam edilir. Bu satırdaki terimlerin tümünün negatif olması durumunda optimum çözüm elde edilmiş olur. Bu çözümün yazdırılmasıyla ANA programa dönülür. Gözönüne alınan boyutlandırma probleminde rastlanmamakla beraber, bazı lineer programlama problemlerinde pivot kolondaki terimler sıfır veya sıfırdan küçük olabilir. Bu durum problemin "sınırlanmamış çözümü" olduğu anlamına gelir. Şekil 4.10 da gösterildiği gibi, bu husus yazılan alt programda gözönüne alınmış ve bunu belirten bir mesaj yazdırılarak ANA programa dönülmesi sağlanmıştır.

BÖLÜM V

SAYISAL ÖRNEKLER

5.1. GİRİŞ

Bu çalışmada geliştirilen, uzay kafes sistemlerin optimum boyutlandırma ve şekil optimizasyonunu sağlayan algoritmaların uygulanmasını yapmak üzere bundan sonraki alt bölümlerde sayısal örnekler çözülmüştür. İlk olarak optimum boyutlandırma algoritmasıyla ilgili örnekler verilmiştir. Daha sonra şekil optimizasyonuna ait örnekler çözülmüştür. Gerek optimum boyutlandırma algoritmasında, gerekse şekil optimizasyonu algoritmasının çalışma biçimini açık olarak gösterebilmek amacıyla problemdeki değişken ve sınırlayıcı sayısının az olduğu, 4 çubuklu basit bir uzay kafes sistem seçilmiştir. Böylece, bu örneklere ait lineer olmayan boyutlandırma problemlerinin formülasyonunun, genel görünümü ve lineerleştirme adımlarının açık olarak gösterilmesi mümkün olmuştur. Aynı örnekler bilgisayar programının kontrolü için de kullanılmıştır.

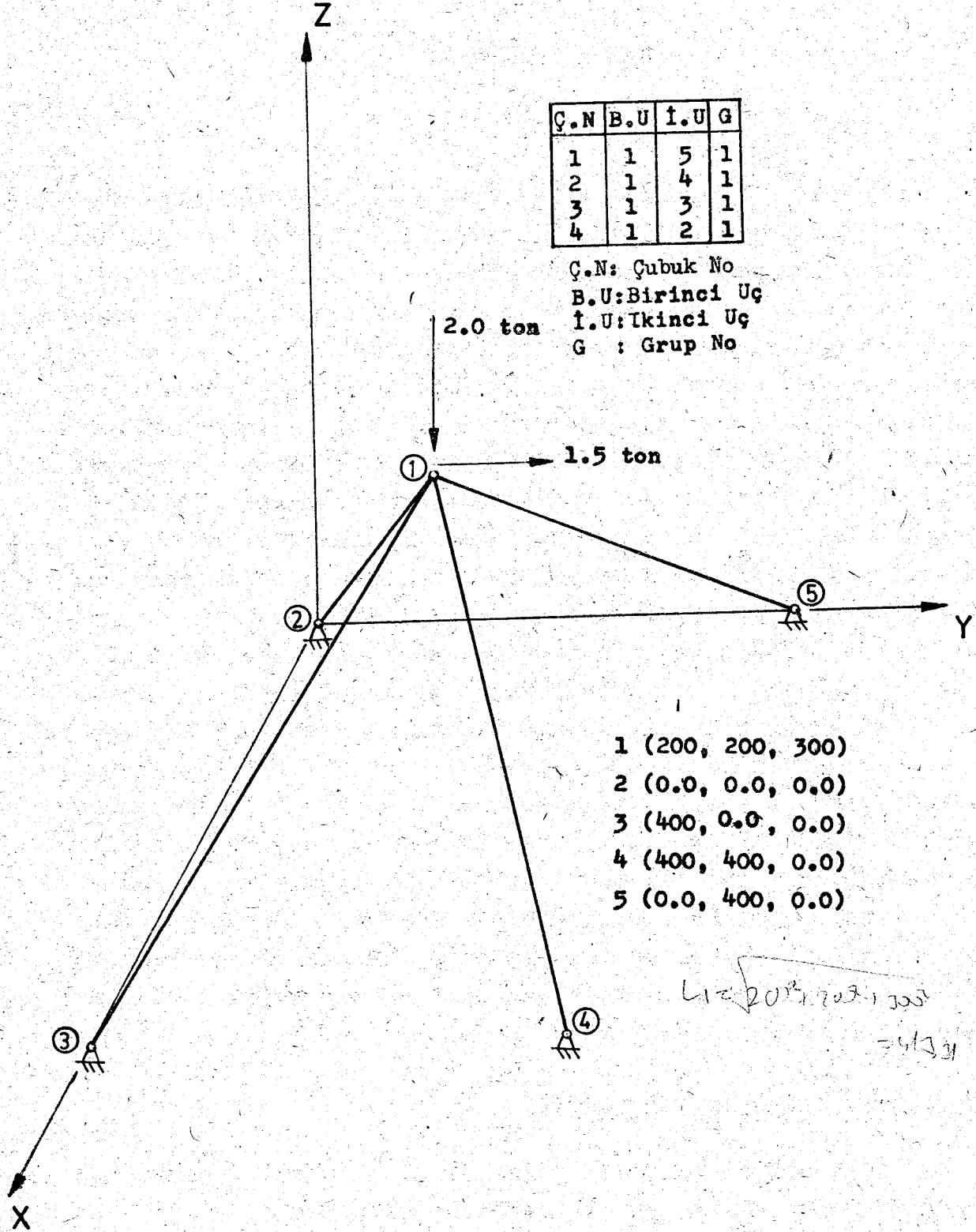
Çözülen örneklerde, uzunluklar cm, kuvvet ton, alanlar cm^2 , hacimler cm^3 olarak alınmıştır. Karşılaştırılması yapılan örnekler dışında elastisite modülü 2100.00 t/cm^2 , çekme emniyet gerilmesi 1.40 t/cm^2 , olarak alınmış olup, çözülen örneklerde elemanlar boru kesitli olarak gözönüne alınmıştır. Ancak bu husus yöntemin genelliğini etkilememektedir. Çubuk kesitlerinin korniyer veya başka tür olması durumunda (2.15) bağıntısındaki a ve b sabitlerinin gözönüne alınan kesit türüne ait değerleri kullanılır.

5.2. OPTİMUM BOYUTLANDIRMA

Bu alt bölümde sistem topoloji sabit alınmış ve yalnız optimum boyutlandırmaya ait örnekler çözülmüştür.

5.2.1. DÖRT ÇUBUKLU UZAY KAFES SİSTEM TASARIMI

Boyutları Şekil 5.1 de verilen basit uzay kafes sistemin



Şekil 5.1 Dört çubuklu uzay kafes sistem tasarımı

1 düğüm noktasına z eksenî yönünde -2 ton, y eksenî yönünde ise 1.50 ton yüklenmiştir. Bu noktanın her üç eksen yönünde deplasmanları 1.00 cm olarak sınırlandırılmıştır. Sistemin dört çubuğunun hepsi bir grupta toplanmıştır. Gözönüne alınan sistemin boyutlandırma probleminde dört değişken olup, boyutlandırma değişkenleri vektörü $\{V\} = [A, x_{d1}, y_{d1}, z_{d1}]^T$ şeklindedir. Bunlar sırasıyla çubukların kesit alanı ve 1 düğüm noktasının deplasmanlarıdır.

Boyutlandırma probleminde amaç fonksiyonu, bölüm II deki (2.2) bağıntısı yardımıyla

$$\text{Min. } W = \rho A(L_1 + L_2 + L_3 + L_4) \quad (5.1)$$

şeklinde elde edilir. Burada L_1, L_2, L_3 ve L_4 elemanların boylarıdır. A ise elemanların ait olduğu grup kesit alanıdır. Çubuk boyları hesaplanıp yerine yazılırsa

$$\text{Min. } W = \rho A(412.31 + 412.31 + 412.31 + 412.31) \quad (5.2)$$

olarak elde edilir. Malzeme ρ yoğunluğunun çelik cinsinden bağımsız olduğu gözönüne alınırsa, sistemin ağırlığı yerine hacmini minimum yapmak yeterli olur. Böylece, boyutlandırma problemindeki amaç fonksiyonu

$$\text{Min. } W = 1649.24 A \quad (5.3)$$

şeklinde alan değişkeninin lineer fonksiyonu olur.

Rijitlik sınırlayıcılarını teşkil etmek için, önce her elemanın sistem rijitlik matrisine olan katkısı belirlenir. Şekil 5.1 de gösterildiği gibi, elemanların ikinci uçları mesnet olduğundan, sistem rijitlik matrisine yalnız birinci uçlarından katkı gelecektir. Böylece (2.5) matrisi

$$K = \begin{bmatrix} B & C & D \\ C & F & G \\ D & G & H \end{bmatrix} A \quad (5.4)$$

şeklini alır. Elemanların doğrultu kosinüsleri sırasıyla

| <u>Eleman No.</u> | <u>Cos α</u> | <u>Cos β</u> | <u>Cos γ</u> | |
|-------------------|--------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|-------|
| 1 | -0.48507 | 0.48507 | -0.72761 | (5.5) |
| 2 | 0.48507 | 0.48507 | -0.72761 | |
| 3 | 0.48507 | -0.48507 | -0.72761 | |
| 4 | -0.48507 | -0.48507 | -0.72761 | |

olup, bu değerler elastisite modülü ve eleman uzunlukları ile birlikte (5.4) deki matrisin terimlerinin (2.6) da verilen ifadelerinde yerine yazılırsa, her elemanın katkı matrisi sırasıyla

$$\begin{aligned} [K_1] &= \begin{bmatrix} 1.1984 & -1.1984 & 1.7976 \\ -1.1984 & 1.1984 & -1.7976 \\ 1.7976 & -1.7976 & 2.6964 \end{bmatrix} A \\ [K_2] &= \begin{bmatrix} 1.1984 & 1.1984 & -1.7976 \\ 1.1984 & 1.1984 & -1.7976 \\ -1.7976 & -1.7976 & 2.6964 \end{bmatrix} A \\ [K_3] &= \begin{bmatrix} 1.1984 & -1.1984 & -1.7976 \\ -1.1984 & 1.1984 & 1.7976 \\ -1.7976 & 1.7976 & 2.6964 \end{bmatrix} A \\ [K_4] &= \begin{bmatrix} 1.1984 & 1.1984 & 1.7976 \\ 1.1984 & 1.1984 & 1.7976 \\ 1.7976 & 1.7976 & 2.6964 \end{bmatrix} A \end{aligned} \quad (5.6)$$

şeklini alır. Sistem rijitlik matrisi, elemanların bu matrise olan katkılarının toplanmasıyla elde edileceğine göre

$$[K_s] = [K_1] + [K_2] + [K_3] + [K_4]$$

ve

$$[K_s] = \begin{bmatrix} 4.7936A & 0 & 0 \\ 0 & 4.7936A & 0 \\ 0 & 0 & 10.7856A \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

elde edilir. Kafes sistemin yük vektörü $\{P\} = [0 \quad 1.50 \quad -2.00]^T$ olduğuna göre, (5.7) matrisi (2.4) de yerine yazılırsa rijitlik sınırlayıcıları

$$\begin{bmatrix} 4.7936A & 0 & 0 \\ 0 & 4.7936A & 0 \\ 0 & 0 & 10.7856A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \\ z_{d1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00 \\ 1.50 \\ -2.00 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

olarak bulunur.

Uzay kafes sistemdeki çubuklara ait gerilme sınırlayıcıları (2.8), (2.9) ve (2.10) bağıntılarıyla hesaplanır. Her dört elemanında ikinci uçlarının mesnet olduğu gözönüne alınır, elemanlarda meydana gelen gerilmeler

$$\sigma_i = [-U_i -V_i -W_i] \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \\ z_{d1} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

bağıntısından elde edilir. (5.9) ifadesinin terimleri (2.10) ifadeleri kullanılarak her eleman için hesaplanırsa

| Eleman No. | U_i | V_i | W_i |
|------------|---------|---------|---------|
| 1 | -2.4705 | 2.4705 | -3.7058 |
| 2 | 2.4705 | 2.4705 | -3.7058 |
| 3 | 2.4705 | -2.4705 | -3.7058 |
| 4 | -2.4705 | -2.4705 | -3.7058 |

(5.10)

olarak bulunur. Böylece elemanlardaki gerilme ifadeleri sırasıyla

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= [2.4705 \quad -2.4705 \quad 3.7058] \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \\ z_{d1} \end{bmatrix} \\ \sigma_2 &= [-2.4705 \quad -2.4705 \quad 3.7058] \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \\ z_{d1} \end{bmatrix} \\ \sigma_3 &= [-2.4705 \quad 2.4705 \quad 3.7058] \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \\ z_{d1} \end{bmatrix} \\ \sigma_4 &= [2.4705 \quad 2.4705 \quad 3.7058] \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \\ z_{d1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.11)$$

şeklini alır. Sistemin birinci ve ikinci çubukları ileride anlatılacağı üzere basınca çalışmaktadır. Bu nedenle birinci ve ikinci çubuklar için (2.11) ifadesiyle verilen burkulma sınırlayıcıları yazılır. Bu bilgiler ışığı altında elde edilen amaç fonksiyonu ile sınırlayıcılar toplam olarak yazılırsa, Şekil 5.1 deki uzay kafes sistemin boyutlandırma problemi

$$\text{Min. } W = 1649.24A$$

Sınırlayıcılar

$$4.7936A x_{d1} \quad 0 \quad = 0.00$$

$$4.7936A y_{d1} \quad = 1.50$$

$$10.7856A z_{d1} = -2.00$$

$$-24.90A^{-1.839} + 2.4705x_{d1} - 2.4705y_{d1} + 3.7058z_{d1} \leq 1.6$$

$$-24.90A^{-1.839} - 2.4705x_{d1} - 2.4705y_{d1} + 3.7058z_{d1} \leq 1.6 \quad (5.12)$$

$$-2.4705x_{d1} + 2.4705y_{d1} + 3.7058z_{d1} \leq 1.4$$

$$2.4705x_{d1} + 2.4705y_{d1} + 3.7058z_{d1} \leq 1.4$$

$$x_{d1} \leq 1.00$$

$$y_{d1} \leq 1.00$$

$$z_{d1} \leq 1.00$$

$$A \leq 0$$

şeklindeki lineer olmayan programlama problemine dönüşür.

Yukarıda elde edilen programlama probleminin çözümü, bölüm II de açıklanan yaklaşık programlama ile yapılacaktır. Bunun için seçilen bir başlangıç boyutlandırma noktasında (5.12) de gösterilen problem lineerleştirilerek, elde edilen lineer programlama problemi simpleks yöntemiyle çözülecektir.

Lineerleştirme işlemine başlangıç noktasının seçimiyle başlanır. Bunun için, alanın başlangıç değerleri seçilerek rijitlik denklemleri çözülür. Elde edilen deplasman değerleri ile alanın seçilen değeri başlangıç noktasını oluşturur. Gözönüne alınan örnekte, alan 45.00 cm^2 olarak seçilip bu değer kullanılarak (5.8) deki rijitlik eşitlikleri çözülürse $x_{d1}=0.0$, $y_{d1}=0.007$, $z_{d1}=-0.0041$ olarak bulunur. Böylece boyutlan-

dırma vektörü

$$\{V\} = \{45.00 \quad 0.00 \quad 0.007 \quad -0.0041\} \quad (5.13)$$

şeklinde bulunur. Başlangıç değerleri bu şekilde belirlendikten sonra, (5.12) deki değerler kullanılarak (2.28) de verilen lineerleştirilmiş problemdeki değişkenlerin amaç fonksiyonu ve sınırlayıcıların katsayılar matrisi kurulur.

Amaç fonksiyonuna lineer olması dolayısıyla lineerleştirme işlemi uygulanmaz ve lineerleştirilmiş boyutlandırma probleminde

$$\text{Min. } W = 1649.24 \text{ A} \quad (5.14)$$

olarak yer alır.

Sınırlayıcıların lineerleştirilmesine geçilmeden önce bölüm II de açıklandığı gibi, deplasman değişkenleri için, bunlara uygulanan üst sınırları gözönüne alarak, aşağıdaki değişken dönüşümünün yapılması gerekir.

$$x_{d1} = \delta_1 - 1.0, \quad y_{d1} = \delta_2 - 1.0, \quad z_{d1} = \delta_3 - 1.0 \quad (5.15)$$

Bu dönüşüm, bölüm II de gösterildiği gibi sınırlayıcıların gradyan vektörlerinin hesabında alan ve deplasman değişkenlerine göre alınan türevlerini etkilemez.

Lineerleştirilmiş rijitlik sınırlayıcılarında alan değişkenlerinin katsayıları, katsayılar matrisi [G] nin birinci kolonunda yer alırlar. Bu kolondaki değerler ise (2.5) bağıntısıyla verilen sistemin her çubuğuna göre türevi

$$\begin{bmatrix} G(1,1) \\ G(2,1) \\ G(3,1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 & C_1 & D_1 \\ C_1 & F_1 & G_1 \\ D_1 & G_1 & H_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \\ z_{d1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_2 & C_2 & D_2 \\ C_2 & F_2 & G_2 \\ D_2 & G_2 & H_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \\ z_{d1} \end{bmatrix} + \quad (5.16)$$

$$\begin{bmatrix} B_3 & C_3 & D_3 \\ C_3 & F_3 & G_3 \\ D_3 & G_3 & H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \\ z_{d1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_4 & C_4 & D_4 \\ C_4 & F_4 & G_4 \\ D_4 & G_4 & H_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \\ z_{d1} \end{bmatrix}$$

olarak bulunur. Buradaki katsayılar (2.6) bağıntısından hesaplanır, daha evvelki deplasman değerleri yerine konursa

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} G(1,1) \\ G(2,1) \\ G(3,1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1.1984 & -1.1984 & 1.7976 \\ -1.1984 & 1.1984 & -1.7976 \\ 1.7976 & -1.7976 & 2.6964 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.007 \\ -0.0041 \end{bmatrix} + \\
 &\begin{bmatrix} 1.1984 & 1.1984 & -1.7976 \\ 1.1984 & 1.1984 & -1.7976 \\ -1.7976 & -1.7976 & 2.6964 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .00 \\ .007 \\ -0.0041 \end{bmatrix} + \quad (5.17) \\
 &\begin{bmatrix} 1.1984 & -1.1984 & -1.7976 \\ -1.1984 & 1.1984 & 1.7976 \\ -1.7976 & 1.7976 & 2.6964 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .00 \\ .007 \\ -0.0041 \end{bmatrix} + \\
 &\begin{bmatrix} 1.1984 & 1.1984 & 1.7976 \\ 1.1984 & 1.1984 & 1.7976 \\ 1.7976 & 1.7976 & 2.6964 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .00 \\ .007 \\ -0.0041 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .00 \\ .033 \\ -.044 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

şeklinde hesaplanmış olur.

Lineerleştirilmiş boyutlandırma probleminde, deplasman değişkenlerine karşı gelen değişkenlerinin katsayıları bölüm II de gösterildiği gibi $[G]$ matrisinin ikinci, üçüncü ve dördüncü kolonlarında yer alırlar. Buna göre (2.38) bağıntısı her dört eleman için sırası ile yazılacak olursa, $[G]$ matrisinin depolandığı kısmı

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} G(1,2) & G(1,3) & G(1,4) \\ G(2,2) & G(2,3) & G(2,4) \\ G(3,2) & G(3,3) & G(3,4) \end{bmatrix} &= A \begin{bmatrix} B_1 & C_1 & D_1 \\ C_1 & F_1 & G_1 \\ D_1 & G_1 & H_1 \end{bmatrix} + A \begin{bmatrix} B_2 & C_2 & D_2 \\ C_2 & F_2 & G_2 \\ D_2 & G_2 & H_2 \end{bmatrix} + \\
 &A \begin{bmatrix} B_3 & C_3 & D_3 \\ C_3 & F_3 & G_3 \\ D_3 & G_3 & H_3 \end{bmatrix} + A \begin{bmatrix} B_4 & C_4 & D_4 \\ C_4 & F_4 & G_4 \\ D_4 & G_4 & H_4 \end{bmatrix} \quad (5.18)
 \end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. Daha önce hesaplanan matris elemanlarıyla seçilen alan değerleri çarpılıp, herbir eleman için yazılıp toplanacak olursa

$$\begin{bmatrix} G(1,2) & G(1,3) & G(1,4) \\ G(2,2) & G(2,3) & G(2,4) \\ G(3,2) & G(3,3) & G(3,4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 215.712 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 215.712 & \\ 0.0 & 0.0 & 485.352 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

olarak elde edilir. Böylece boyutlandırma değişkenlerinin lineerleştirilmiş rijitlik sınırlayıcılarındaki katsayıları belirlenmiş olur.

Rijitlik sınırlayıcılarının sağ tarafların hesabı gerekmektedir. Bunun için ilk olarak rijitlik sınırlayıcılarının başlangıç noktasındaki değerlerinin hesabı gerekmektedir. Bunun için (2.7) bağıntıları her eleman için yazılıp toplanacak olursa

$$\begin{bmatrix} S_1^0 \\ S_2^0 \\ S_3^0 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} B_1 & C_1 & D_1 \\ C_1 & F_1 & G_1 \\ D_1 & G_1 & H_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \\ z_{d1} \end{bmatrix} + A \begin{bmatrix} B_2 & C_2 & D_2 \\ C_2 & F_2 & G_2 \\ D_2 & G_2 & H_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \\ z_{d1} \end{bmatrix} + \quad (5.20)$$

$$A \begin{bmatrix} B_3 & C_3 & D_3 \\ C_3 & F_3 & G_3 \\ D_3 & G_3 & H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \\ z_{d1} \end{bmatrix} + A \begin{bmatrix} B_4 & C_4 & D_4 \\ C_4 & F_4 & G_4 \\ D_4 & G_4 & H_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \\ z_{d1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntıda yer alan matrislerin değerleri ile deplasmanların değerleri yerine yazılacak olursa rijitlik sınırlayıcılarının değerleri

$$\begin{bmatrix} S_1^0 \\ S_2^0 \\ S_3^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 53.928 & -53.928 & 80.892 \\ -53.928 & 53.928 & -80.892 \\ 80.892 & -80.892 & 121.338 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.007 \\ -0.0041 \end{bmatrix} + \quad (5.21)$$

$$\begin{bmatrix} 53.928 & 53.928 & -80.892 \\ 53.928 & 53.928 & -80.892 \\ -80.892 & -80.892 & 121.338 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.007 \\ 0.0041 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 53.928 & -53.928 & -80.892 \\ -53.928 & 53.928 & 80.892 \\ -80.892 & 80.982 & 121.338 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.007 \\ -0.0041 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 53.928 & 53.928 & 80.892 \\ 53.928 & 53.928 & 80.892 \\ 80.928 & 80.928 & 121.338 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.007 \\ -0.0041 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0 \\ 1.5 \\ -2.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

olarak hesaplanır.

(2.45) bağıntısı yardımıyla, lineerleştirilmiş rijitlik sınırlayıcılarının sağ tarafları

$$\{RHS\} = [G]\{V\} - \{S^0\} \quad (5.22)$$

şeklinde hesaplanır. Burada $\{V\}$ matrisi alan ile δ değişkenlerinden oluşmaktadır. (5.15) bağıntılarında deplasmanların değerleri yerlerine yazılırsa, δ değişkenleri

$$\delta_1 = 1.00, \quad \delta_2 = 1.007, \quad \delta_3 = 0.996 \quad (5.23)$$

olarak elde edilir ve

$$\{V\} = [45.00 \quad 1.00 \quad 1.007 \quad 0.996]^T \quad (5.24)$$

olur.

(5.17), (5.19), (5.21) ve (5.24) değerlerini (5.22) bağıntısında yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} RHS(1) \\ RHS(2) \\ RHS(3) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.0 & 215.712 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0333 & 0.0 & 215.712 & 0.0 \\ -0.0444 & 0.0 & 0.0 & 215.712 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 45.00 \\ 1.00 \\ 1.007 \\ 0.996 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 215.712 \\ 218.712 \\ 481.336 \end{bmatrix} \quad (5.25) \end{aligned}$$

şeklini alır.

Boyutlandırma değişkenlerinin seçilen değerleri kullanılarak, (5.11) bağıntısından gerilme değerleri hesaplanırsa

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 2.4705(0.000) - 2.4705(0.007) + 3.7058(-0.0041) = 0.0324 \\ \sigma_2 &= -2.4705(0.000) - 2.4705(0.007) + 3.7058(-0.0041) = -0.0324 \\ \sigma_3 &= -2.4705(0.000) + 2.4705(0.007) + 3.7058(-0.0041) = 0.0019 \\ \sigma_4 &= 2.4705(0.000) + 2.4705(0.007) + 3.7058(-0.0041) = 0.0019 \end{aligned} \quad (5.26)$$

olarak bulunur. Buna göre birinci ve ikinci elemanın gerilme değerleri negatif olduğundan, bu çubukların basınca çalıştıkları anlaşılmaktadır. Bu nedenle, bu çubukların gerilme sınırlayıcıları burkulma sınırlayıcıları ile değiştirilir. Burkulmanın elastik veya plastik bölgede oluşmasına göre farklı burkulma formülleri kullanılmaktadır. Bunun için çubuğun narinliği

hesaplanır. Buna göre (2.12) bağıntısında (2.15) değeri yerine konursa

$$\lambda_1 = \frac{L_1}{a \cdot A \cdot b} \quad (5.27)$$

elde edilir. Kafes sistemin elemanlarının boyları (3.2) bağıntısıyla hesaplanmış olup 412.31 cm olarak bulunmuştur. Burada a ve b alanı atalet momentine bağlayan katsayılar olup a=0.5508 , b=0.0195 alınmıştır. Buna göre

$$\lambda_1 = \frac{412.31}{0.5508(45.0)0.9195} = 22.60 \quad (5.28)$$

değeri elde edilir. Buna göre $\lambda < 102$ olup, burkulma plastik bölgede meydana gelmektedir.

Plastik bölgede meydana gelen burkulma (2.19) bağıntısıyla

$$\sigma_{b1} = 1600 - 0.1465 L_1^2 A^{-1.839} \quad (5.29)$$

şeklinde alınmıştır. Bu bağıntı 1 çubuğu için burkulma gerilmesi değerini

$$\sigma_{b1} = [1600 - 0.1465(412.31)^2(45)^{-1.839}] / 1000 = 1.577 \text{ t/cm}^2 \quad (5.30)$$

olarak verir. Yukarıda yapılan işlem ikinci çubuk için tekrarlanırsa aynı burkulma gerilmesi değeri bulunur. (5.29) bağıntısının alan değişkenine göre türevi (2.44) de verildiği gibi

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_1}{dA} &= (2 \cdot 0.9195(0.5508)^{-2}(45)^{-2.839}(412.31)^2 / 15 \times 1.5 \\ &= 0.00092 \end{aligned} \quad (5.31)$$

olarak bulunur. Aynı işlem diğer çubuk için yapılırsa, aynı değer bulunur. Bu değerler [G] matrisinin ilgili adreslerine yerleştirilirse

$$\begin{bmatrix} G(4.1) \\ G(5.1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -92 \times 10^{-5} \\ -92 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

olur. Burkulma sınırlayıcılarının deplasmanlara göre türevi (3.19) ifadesine göre hesaplanır lineer olan çekme gerilmeleri

sınırlayıcılarındaki deplasman değişkenlerinin katsayıları da [G] matrisine yerleştirilirse

$$\begin{bmatrix} G(4.2) & G(4.3) & G(4.4) \\ G(5.2) & G(5.3) & G(5.4) \\ G(6.2) & G(6.3) & G(6.4) \\ G(7.2) & G(7.3) & G(7.4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -U_1 & -V_1 & -W_1 \\ -U_2 & -V_2 & -W_2 \\ -U_3 & -V_3 & -W_3 \\ -U_4 & -V_4 & -W_4 \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

elde edilir. U, V, W'lerin (5.10) ifadesiyle hesaplanan değerleri yerine koyulursa

$$\begin{bmatrix} G(4.2) & G(4.3) & G(4.4) \\ G(5.2) & G(5.3) & G(5.4) \\ G(6.2) & G(6.3) & G(6.4) \\ G(7.2) & G(7.3) & G(7.4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2.4705 & 2.4705 & -3.7058 \\ 2.4705 & 2.4705 & -3.7058 \\ -2.4705 & 2.4705 & 3.7058 \\ 2.4705 & 2.4705 & 3.7058 \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

olur. Burada (5.31) değeri ve (5.33) ifadesinin ilk iki satırı basınç çubuklarına ait oldukları için (-1) ile çarpılarak [G] matrisine yerleştirilmiştir.

Gerilme ve burkulma sınırlayıcılarının (5.11) ve (5.29) bağıntıları yardımıyla başlangıç noktasındaki değerleri

$$\begin{aligned} \text{Rhs}(4) &= -\sigma_1 - \sigma_{b1} = 0.0324 - 1.577 = -1.544 \\ \text{Rhs}(5) &= -\sigma_2 - \sigma_{b2} = 0.0324 - 1.577 = -1.544 \\ \text{Rhs}(6) &= \sigma_3 - \sigma_{em} = 0.0019 - 1.4 = -1.398 \\ \text{Rhs}(7) &= \sigma_4 - \sigma_{em} = 0.0019 - 1.4 = -1.398 \end{aligned} \quad (5.35)$$

olarak hesaplanır. Buradan lineerleştirilmiş gerilme ve burkulma sınırlayıcılarının sağ tarafları ise (2.46) bağıntısı yardımıyla

$$\begin{bmatrix} \text{RHS}(4) \\ \text{RHS}(5) \\ \text{RHS}(6) \\ \text{RHS}(7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -92 \times 10^{-5} & -2.4705 & 2.4705 & -3.7058 \\ -92 \times 10^{-5} & 2.4705 & 2.4705 & -3.7058 \\ 0.0 & -2.4705 & 2.4705 & 3.7058 \\ 0.0 & 2.4705 & 2.4705 & 3.7058 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 45.00 \\ 1.000 \\ 1.007 \\ 0.896 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1.544 \\ -1.544 \\ -1.398 \\ -1.398 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.17 \\ 2.77 \\ 5.107 \\ 10.047 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

olarak elde edilir. Böylece, boyutlandırma problemindeki lineer olmayan sınırlayıcılar lineerleştirilerek, lineer programlamaya dönüştürülen (2.32) problemindeki $[G]$ ve $\{RHS\}$ matrisleri elde edilmiş olur. Gözönüne alınan örnekte gösterildiği gibi, lineer olmayan boyutlandırma problemindeki rijitlik ve gerilme (burkulma) sınırlayıcılarının lineerleştirilmiş ifadeleri, lineer olmayan boyutlandırma problemini kullanmadan, her elemanın sırasıyla alınmasıyla doğrudan elde edilebilmektedir.

Şekil 5.1 deki sistemin lineerleştirilmiş boyutlandırma problemi

Min. $W=1649.24$

Sınırlayıcılar.

$$\begin{aligned}
 & 215.712 \delta_1 & & = 215.712 \\
 0.033A & + 215.712 \delta_2 & & = 218.712 \\
 -0.044A & & + 485.352 \delta_3 & = 481.336 \\
 0.00092A + 2.4705 \delta_1 - 2.4705 \delta_2 + 3.7058 \delta_3 & & & \geq 2.17 \\
 -0.00092A + 2.4705 \delta_1 + 2.4705 \delta_2 - 3.7058 \delta_3 & & & \leq 2.77 \quad (5.37) \\
 -2.4705 \delta_1 + 2.4705 \delta_2 + 3.7058 \delta_3 & & & \leq 5.105 \\
 2.4705 \delta_1 + 2.4705 \delta_2 + 3.7058 \delta_3 & & & \leq 10.045 \\
 & & & \delta_1 \leq 2.00 \\
 & & & \delta_2 \leq 2.00 \\
 & & & \delta_3 \leq 2.00 \\
 & & & A \geq 85.0 \\
 & & & A \leq 4.50
 \end{aligned}$$

Lineer programlama problemine dönüşmektedir. Buradaki son iki sınırlayıcı, değişim sınırlarına $m=0.90$ değeri seçerek (2.30) ifadesinde gösterildiği gibi elde edilmiştir. (5.37) deki lineer programlama problemi simpleks-iki faz yöntemiyle çözüldüğünde, altı simpleks tablosu sonunda optimum çözüm

$$\{v^1\} = \begin{bmatrix} A & \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 \\ 5.041 & 1.00 & 1.013 & 0.992 \end{bmatrix}^T \quad (5.38)$$

olarak elde edilir. (5.15) bağıntılarıyla 1 düğüm noktası deplasmanları

$$x_{d1}=0.0 \text{ cm}, y_{d1}=0.0132 \text{ cm}, z_{d1}=-0.0079 \text{ cm} \quad (5.39)$$

bulunur.

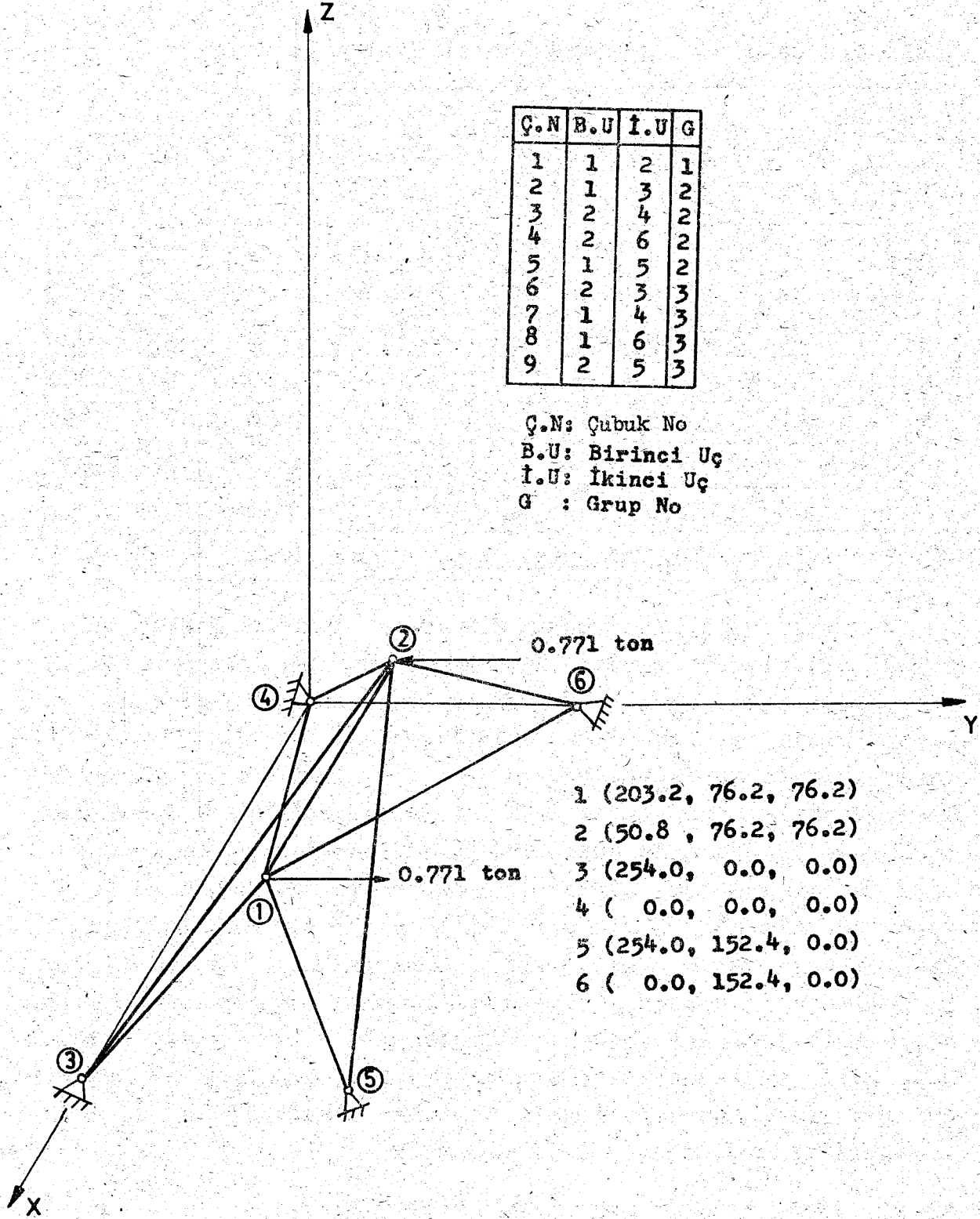
Tablo 5.1 Dört Çubuklu Uzay Kafes Sistem Tasarımı

| ADIM NO. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | |
|-----------|----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ALAN A | 45.00 | 4.50 | 5.03 | 5.04 | 5.04 | |
| DEPLASMAN | x_{d1} | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| | y_{d1} | 0.007 | 0.013 | 0.061 | 0.062 | 0.062 |
| | z_{d1} | -0.004 | -0.008 | -0.037 | -0.037 | -0.037 |
| HACİM | 74215 | 7412 | 8297 | 8312 | 8312 | |

Buna göre (5.38) deki boyutlandırma değişkenlerinin değerleri kullanılarak yukarıda yapılan lineerleştirme işlemi tekrarlanır, (5.37) deki benzer yeni bir lineer programlama programı elde edilir. Bu işleme yakınsama sağlanıncaya kadar devam edilir. Gözönüne alınan örnekte optimum çözüme, dört lineerleştirme adımında varılmıştır. Değişkenlerin her adımda elde edilen değerleri Tablo 5.1 de gösterilmiştir. Buna göre alan değişkenin optimum değeri 5.04 cm^2 bulunmuştur. Sistemin optimum hacmi 8312 cm^3 ve ağırlığı ise 0.022 ton bulunmuştur. Sistemin birinci ve ikinci elemanlarındaki gerilmeler sınır değerine ulaşmaktadır. Yani sistemin boyutlandırma probleminde birinci ve ikinci elemanlara ait burkulma değerleri hakim olmakta deplasman sınırlayıcıları aktif rol oynamamaktadır.

5.2.2. DOKUZ ÇUBUKLU UZAY KAFES SİSTEM TASARIMI

Uzay kafes sistemlerin optimum boyutlandırılmasına ikinci örnek olarak, Şekil 5.2 deki dokuz çubuklu uzay kafes sistem alınmıştır. Sistemi oluşturan çubukların numaraları, çubukların uç numaraları, grupları ve yükleme durumu Şekil 5.2 de verilmiştir. Gözönüne alınan sistemin düğüm noktalarının deplasmanlarının üst sınırları x , y ve z eksenî yönünde 1 cm olarak alınmıştır.



Şekil 5.2 Dokuz çubuklu uzay kafes sistem tasarımı

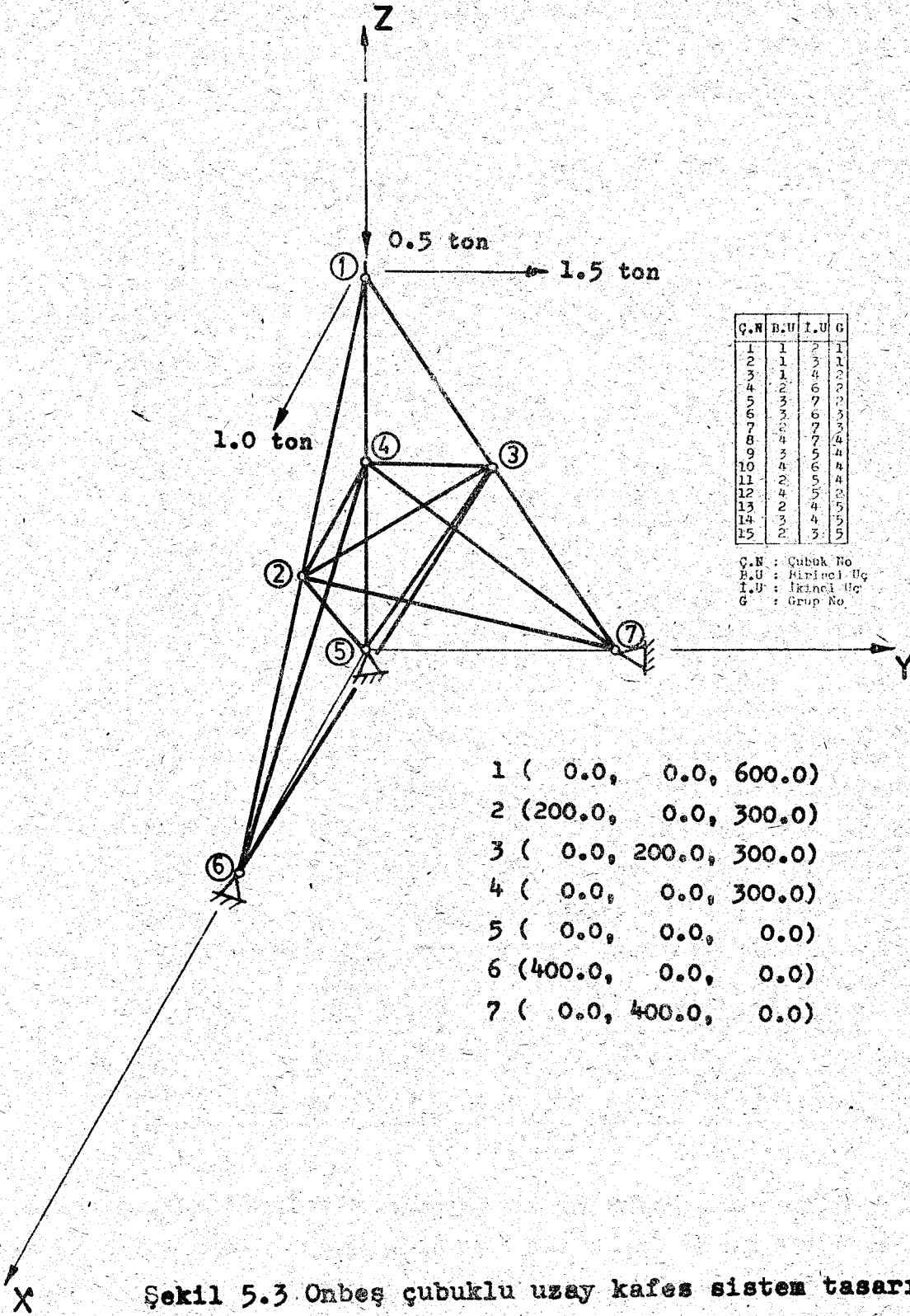
Tablo 5.2 Dokuz Çubuklu uzay kafes Sistem tasarımı

| Adım No | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | |
|--------------|-----------------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ALANLAR | A ₁ | 54.00 | 2.16 | 0.98 | 0.44 | 0.20 | 0.09 | 0.05 | 0.03 | 0.02 |
| | A ₂ | 54.00 | 2.16 | 1.50 | 1.47 | 1.47 | 1.47 | 1.47 | 1.47 | 1.47 |
| | A ₃ | 54.00 | 2.16 | 1.50 | 1.47 | 1.47 | 1.47 | 1.47 | 1.47 | 1.47 |
| DEPLASMANLAR | x _{d1} | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| | y _{d1} | 0.000 | 0.001 | 0.028 | 0.032 | 0.032 | 0.032 | 0.032 | 0.032 | 0.032 |
| | z _{d1} | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| | x _{d2} | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| | y _{d2} | 0.000 | -0.002 | -0.029 | -0.032 | -0.032 | -0.032 | -0.032 | -0.032 | -0.032 |
| | z _{d2} | 0.000 | 0.000 | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| HACİM | 83641 | 3345 | 2244 | 2121 | 2084 | 2067 | 2061 | 2058 | 2056 | |

Sistemin boyutlandırma probleminde dokuz değişken ve yirmiyedi sınırlayıcı vardır. Değişkenlerin ilk üçü grup alanları, geri kalan altı tanesi düğüm noktası deplasmanlarıdır. Sınırlayıcıların ilk altısı rijitlik sınırlayıcılarını, dokuzu gerilme, altısı deplasman ve altı tanesi alanlara uygulanan değişim sınırlarıdır. Tablo 5.2 den görüleceği üzere yakınsama sekizinci adımda elde edilmektedir. Sistemin optimum hacmi 2056 cm³ (0.0056 ton) olarak bulunmaktadır. Sistemde 3, 5, 6 ve 8 numaralı çubuklarda gerilmeler sınır değere ulaşmaktadır. Bir numaralı çubuk kesit alanı sıfıra yaklaşmakta, sistemden çıkarılması gözönüne alınan yüklemenin taşınması bakımından bir mahsur doğurmamaktadır. Böylece elde edilen yeni sistemin topolojisi başlangıçtakinden farklıdır. Dolayısıyla yöntem, düğüm noktaları koordinatlarını değişken almadan bile, sistem topolojisinde değişim yapabilmektedir.

5.2.3. ONBEŞ ÇUBUKLU UZAY KAFES SİSTEM TASARIMI

Optimum boyutlandırma algoritmasıyla boyutlandırılan üçüncü örnek olarak, Şekil 5.3 de verilen kafes sistem gözönüne alındı. Sistemin yükleme durumu şekilde verilmiştir. Sistemi oluşturan



Şekil 5.3 Onbeş çubuklu uzay kafes sistem tasarımı

çubukların numaraları, uç numaraları ve grup numaraları Şekil 5.3 de belirtilmiştir. Boyutlandırılması yapılan uzay kafes sistemin deplasman üst sınırları x, y ve z eksenleri yönlerinde 1 cm olarak alınmıştır,

Tablo 5.3 Onbeş Çubuklu Uzay Kafes Sistemin Tasarımı

| Adım No | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
|--------------|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ALANLAR | A ₁ | 50.00 | 12.00 | 4.08 | 5.54 | 5.69 | 5.69 | 5.69 | 5.69 |
| | A ₂ | 50.00 | 12.00 | 4.08 | 5.43 | 5.53 | 5.56 | 5.56 | 5.56 |
| | A ₃ | 50.00 | 12.00 | 4.08 | 3.79 | 3.54 | 3.29 | 3.25 | 3.25 |
| | A ₄ | 50.00 | 12.00 | 4.08 | 2.06 | 1.33 | 1.24 | 1.23 | 1.23 |
| | A ₅ | 50.00 | 12.00 | 4.08 | 1.79 | 1.00 | 0.78 | 0.76 | 0.44 |
| DEPLASMANLAR | x _{d1} | 0.047 | 0.084 | 0.331 | 0.399 | 0.440 | 0.440 | 0.440 | 0.440 |
| | y _{d1} | 0.058 | 0.102 | 0.401 | 0.489 | 0.536 | 0.537 | 0.537 | 0.537 |
| | z _{d1} | 0.018 | 0.032 | 0.126 | 0.153 | 0.167 | 0.166 | 0.166 | 0.166 |
| | x _{d2} | 0.005 | 0.009 | 0.035 | 0.044 | 0.049 | 0.049 | 0.049 | 0.049 |
| | y _{d2} | 0.005 | 0.008 | 0.034 | 0.038 | 0.034 | 0.030 | 0.029 | 0.029 |
| | z _{d2} | -0.002 | -0.005 | -0.020 | -0.025 | -0.028 | -0.029 | -0.029 | -0.029 |
| | x _{d3} | 0.004 | 0.007 | 0.030 | 0.033 | 0.029 | 0.024 | 0.024 | 0.024 |
| | y _{d3} | 0.006 | 0.012 | 0.047 | 0.062 | 0.067 | 0.068 | 0.068 | 0.068 |
| | z _{d3} | -0.004 | -0.009 | -0.033 | -0.044 | -0.048 | -0.048 | -0.048 | -0.048 |
| | x _{d4} | 0.005 | 0.009 | 0.037 | 0.047 | 0.052 | 0.053 | 0.053 | 0.053 |
| | y _{d4} | 0.009 | 0.012 | 0.047 | 0.061 | 0.066 | 0.066 | 0.066 | 0.066 |
| | z _{d4} | 0.009 | 0.015 | 0.062 | 0.077 | 0.083 | 0.083 | 0.083 | 0.083 |
| HACİM | 276150 | 66278 | 22534 | 20044 | 18225 | 17672 | 17618 | 17618 | |

Kafes sistemin boyutlandırılması problemi beş alan grubu ve oniki tane düğüm noktaları deplasmanları olmak üzere 17 değişken ve sırasıyla 12 rijitlik, 15 gerilme, 12 si deplasman ve 10 u değişim sınırı olmak üzere 54 sınırlayıcı yer almaktadır. Tablo 5.3 de görüldüğü gibi yakınsama 7 adım sonra elde edilmiştir. Yakınsamanın elde edildiği son adımda sistemin hacmi 17618 cm³(0.048 ton) bulunmuştur.

Boyutlandırma değişkenlerinin her optimizasyon adımımda aldığı değerler Tablo 5.3 de gösterilmiştir. Optimum sistemde düğüm noktaları deplasmanları sınır değerlere ulaşmamış ve fakat buna karşılık 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ve 13 numaralı çubuklardaki gerilmeler sınır değerlerine ulaşmaktadır. Bu da boyutlandırma probleminde, bu yükleme için gerilme sınırlayıcılarının hakim olduğunu gösterir.

5.2.4. YIRMİBEŞ ÇUBUKLU UZAY KAFES SİSTEM TASARIMI

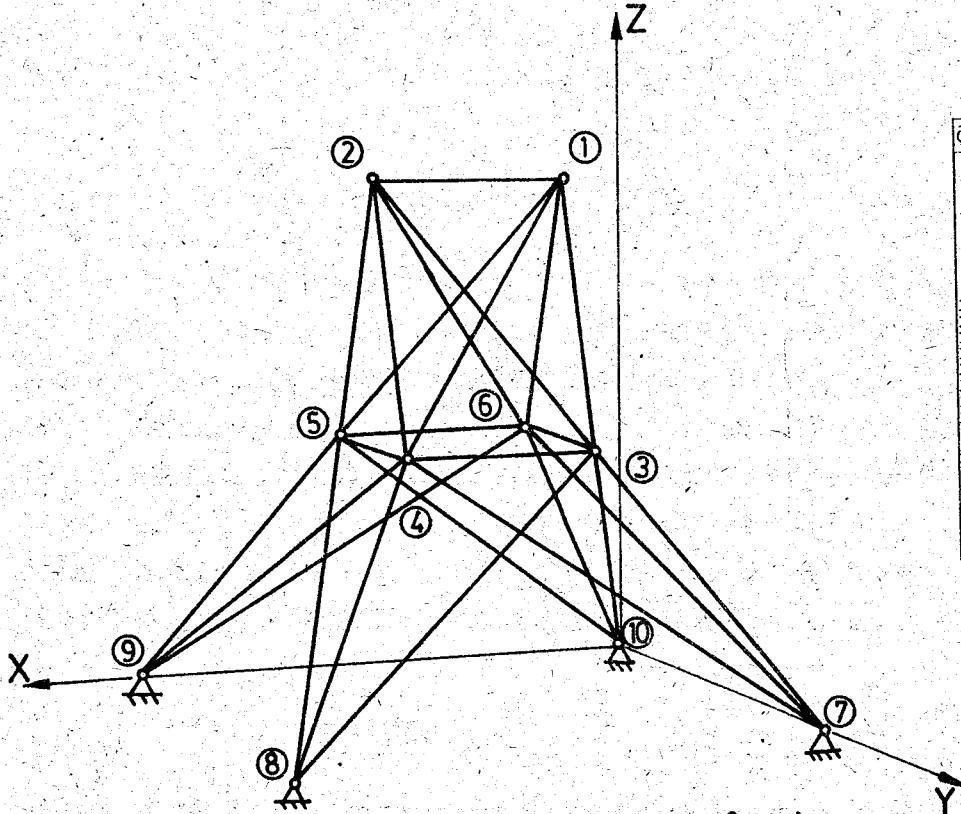
Dördüncü örnek olarak, daha önce Vanderplaats ve Moses [66] tarafından gözönüne alınan ve Şekil 5.4 de gösterilen uzay kafes sistemin optimum boyutlandırılması yapıldı. Sistemdeki çubuk, grup ve düğüm noktası numaraları ayrıca şekilde verilmiştir. Sistemdeki sınırlamalar, düğüm noktaları deplasmanları için 0.889 cm, çekme ve basınç gerilmeleri için 2.815 t/cm^2 olarak verilmiştir. Elastisite modülü ise 703.8 t/cm^2 dir. Uygulamanın iki ayrı yükleme durumu ise Tablo 5.4 de gösterilmiştir.

Tablo 5.4 Yükleme Durumları

| Nokta No | I. YÜKLEME DURUMU | | | II. YÜKLEME DURUMU | | |
|----------|-------------------|-------|-------|--------------------|-------|-------|
| | P_x | P_y | P_z | P_x | P_y | P_z |
| 1 | - | 9.08 | -2.27 | 0.454 | 4.54 | -2.27 |
| 2 | - | -9.08 | -2.27 | - | 4.54 | -2.27 |
| 3 | - | - | - | 0.227 | - | - |
| 4 | - | - | - | - | - | - |
| 5 | - | - | - | - | - | - |
| 6 | - | - | - | 0.227 | - | - |

Gözönüne alınan kafes sistem, bu çalışmada geliştirilen boyutlandırma yöntemi ile ele alındığında, boyutlandırma probleminde toplam 26 değişken (8 alan, 18 deplasman) ve 77 sınırlayıcı (18 rijitlik, 25 gerilme, 18 deplasman ve 16 değişim sınırı) yer almaktadır.

Önceki çalışmada [66] elde edilen sonuçlarla karşılaştırma yapabilmek amacıyla, Şekil 5.4 deki kafes sistemin üç defa değişik sınırlayıcılarla ve bir defada bu çalışmada gözönüne



| C.N | B.U | i.U | G |
|-----|-----|-----|---|
| 1 | 1 | 2 | 1 |
| 2 | 1 | 4 | 2 |
| 3 | 1 | 3 | 2 |
| 4 | 2 | 5 | 2 |
| 5 | 2 | 6 | 2 |
| 6 | 2 | 4 | 3 |
| 7 | 2 | 5 | 3 |
| 8 | 2 | 3 | 3 |
| 9 | 1 | 6 | 3 |
| 10 | 1 | 3 | 4 |
| 11 | 3 | 5 | 4 |
| 12 | 3 | 4 | 5 |
| 13 | 3 | 6 | 5 |
| 14 | 3 | 5 | 6 |
| 15 | 6 | 7 | 6 |
| 16 | 6 | 4 | 6 |
| 17 | 6 | 8 | 6 |
| 18 | 4 | 7 | 7 |
| 19 | 4 | 8 | 7 |
| 20 | 3 | 10 | 7 |
| 21 | 6 | 9 | 7 |
| 22 | 6 | 10 | 8 |
| 23 | 3 | 7 | 8 |
| 24 | 3 | 8 | 8 |
| 25 | 4 | 9 | 8 |

C.N : Çubuk No
B.U : Birinci Uc
i.U : İkinci Uc
G : Grup No

- 1 (158.75, 254.00, 508.00)
- 2 (349.25, 254.00, 508.00)
- 3 (158.75, 349.25, 254.00)
- 4 (349.25, 349.25, 254.00)
- 5 (349.25, 158.75, 254.00)
- 6 (158.75, 158.75, 254.00)
- 7 (0.00, 508.00, 0.00)
- 8 (508.00, 508.00, 0.00)
- 9 (508.00, 0.00, 0.00)
- 10 (0.00, 0.00, 0.00)

Şekil 5.4 Yirmibeş çubuklu uzay kafes sistem tasarımı

alınan sınırlayıcılarla optimum boyutlandırılması yapılmıştır.

1.Durum : Kaynak [66] da olduğu gibi, burkulma sınırlayıcıları gözönüne alınmamış, yalnız deplasman, çekme ve basınç gerilme sınırlayıcıları alınmıştır. Bu şartlar altında, optimum boyutlandırma problemi bu çalışmada açıklanan yöntemdeki gibi formüle edilip, birinci yükleme durumu için çözüldüğünde, optimum çözüm 11 adımda elde edilmiştir. Tablo 5.5 de gösterildiği gibi sistem hacmi 64092 cm^3 (0.176 ton) olarak bulunmuştur. İkinci yükleme durumunda da optimum çözüm 4 adım sonra elde edilmiştir. Buna karşı gelen sistem hacmi ise, Tablo 5.6 da gösterildiği gibi 66734 cm^3 (0.184 ton) dur. Her iki yükleme durumunda da y_{d1} ve y_{d2} deplasmanları ve 14, 17 ve 21 çubuklarındaki gerilmeler sınır değerlerine ulaşmıştır. Kaynak 66 da bu yüklemeler altında optimum çözüm 12 adımda elde edilmiş ve sistem ağırlığı 0.248 ton olarak bulunmuştur.

2.Durum : Bu durumda deplasman ve çekme gerilmesi sınırlayıcılarına ek olarak basınca çalışan çubuklar için (2.16) bağıntısı ile verilen Euler burkulma gerilmesi gözönüne alınmıştır. Geliştirilen yöntem birinci yükleme için optimum çözümü Tablo 5.7 de gösterildiği gibi 11 adımda elde etmiş ve sistem hacmini 66526 cm^3 (0.183 ton) olarak bulmuştur. İkinci yükleme durumu için Tablo 5.8 de gösterildiği gibi optimum çözüm 5 adım sonra elde edilmiş ve sistemin optimum hacmi 81606 cm^3 (0.225 ton) olarak bulunmuştur. Her iki yükleme durumunda da optimum çözümde y_{d1} ve y_{d2} deplasmanlarının sınır değerlerine ulaştığı izlenmiştir. Kaynak [66] da bu yüklemeler için, optimum çözüm 6 adımda elde edilmiş ve sistem ağırlığı 0.249 ton olarak bulunmuştur.

3.Durum : Boyutlandırma probleminde deplasman sınırlayıcıları gözönüne alınmayarak, yalnız çekmeye çalışan çubuklar için gerilme ile basınca çalışan çubuklar için Euler burkulma gerilmesi sınırlayıcıları gözönüne alınmıştır. Bu durumda geliştirilen yöntem optimum çözümü birinci yükleme durumunda Tablo 5.9 da gösterildiği gibi 5 adımda elde etmiş ve sistem

| Adım No. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |
|-------------------------|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| A L A N L A R | A ₁ | 86.00 | 21.50 | 7.52 | 3.38 | 1.86 | 1.21 | 0.90 | 0.77 | 0.73 | 0.69 | 0.66 | 0.64 |
| | A ₂ | 86.00 | 21.50 | 7.52 | 11.66 | 15.68 | 11.74 | 13.34 | 15.34 | 16.06 | 15.26 | 14.49 | 13.77 |
| | A ₃ | 86.00 | 21.50 | 13.72 | 12.02 | 17.43 | 23.54 | 17.65 | 20.30 | 19.29 | 18.99 | 18.73 | 18.58 |
| | A ₄ | 86.00 | 21.50 | 7.52 | 3.38 | 1.86 | 1.21 | 0.90 | 0.77 | 0.73 | 0.69 | 0.66 | 0.64 |
| | A ₅ | 86.00 | 21.50 | 7.72 | 3.38 | 1.86 | 1.21 | 0.90 | 0.77 | 0.73 | 0.69 | 0.66 | 0.64 |
| | A ₆ | 86.00 | 21.50 | 7.52 | 3.38 | 1.86 | 1.21 | 1.51 | 1.28 | 1.35 | 1.41 | 1.48 | 1.56 |
| | A ₇ | 86.00 | 21.50 | 7.52 | 11.66 | 6.41 | 8.66 | 10.82 | 9.52 | 10.00 | 10.50 | 11.02 | 11.57 |
| | A ₈ | 86.00 | 21.50 | 7.52 | 3.38 | 1.86 | 1.21 | 0.90 | 0.77 | 0.73 | 0.69 | 0.66 | 0.64 |
| D E P L A S M A N L A R | x _{d1} | 0.000 | -0.002 | -0.005 | -0.012 | -0.010 | 0.008 | 0.024 | 0.038 | 0.043 | 0.047 | 0.057 | 0.053 |
| | y _{d1} | 0.144 | 0.253 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 |
| | z _{d1} | -0.010 | -0.019 | -0.065 | -0.124 | -0.182 | -0.235 | -0.253 | -0.290 | -0.297 | -0.297 | -0.298 | -0.296 |
| | x _{d2} | 0.000 | 0.001 | 0.004 | 0.011 | 0.009 | -0.009 | -0.024 | -0.039 | -0.044 | -0.048 | -0.051 | -0.053 |
| | y _{d2} | -0.144 | -0.254 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 |
| | z _{d2} | -0.010 | -0.019 | -0.065 | -0.124 | -0.182 | -0.235 | -0.253 | -0.290 | -0.297 | -0.297 | -0.299 | -0.296 |
| | x _{d3} | 0.034 | 0.060 | 0.223 | 0.180 | 0.385 | 0.285 | 0.220 | 0.276 | 0.261 | 0.236 | 0.211 | 0.189 |
| | y _{d3} | -0.006 | -0.011 | -0.036 | -0.100 | -0.205 | -0.315 | -0.281 | -0.349 | -0.341 | -0.319 | -0.297 | -0.276 |
| | z _{d3} | -0.026 | -0.046 | -0.184 | -0.205 | -0.421 | -0.539 | -0.488 | -0.568 | -0.558 | -0.547 | -0.536 | -0.524 |
| | x _{d4} | 0.034 | 0.060 | 0.224 | 0.194 | 0.426 | 0.371 | 0.365 | 0.448 | 0.448 | 0.433 | 0.419 | 0.403 |
| | y _{d4} | 0.006 | 0.011 | 0.039 | 0.107 | 0.212 | 0.318 | 0.298 | 0.374 | 0.373 | 0.359 | 0.345 | 0.330 |
| | z _{d4} | 0.013 | 0.024 | 0.100 | 0.021 | 0.108 | 0.114 | 0.046 | 0.053 | 0.036 | 0.027 | 0.019 | 0.014 |
| | x _{d5} | -0.034 | -0.061 | -0.224 | -0.281 | -0.386 | -0.286 | -0.221 | -0.277 | -0.262 | -0.237 | -0.212 | -0.189 |
| | y _{d5} | 0.006 | 0.010 | 0.035 | 0.100 | 0.204 | 0.314 | 0.281 | 0.348 | 0.340 | 0.319 | 0.296 | 0.275 |
| | z _{d5} | -0.026 | -0.046 | -0.184 | -0.205 | -0.421 | -0.539 | -0.488 | -0.568 | -0.558 | -0.547 | -0.536 | -0.524 |
| | x _{d6} | -0.034 | -0.061 | -0.225 | -0.195 | -0.427 | -0.372 | -0.366 | -0.449 | -0.449 | -0.434 | -0.420 | -0.404 |
| | y _{d6} | -0.006 | -0.012 | -0.040 | -0.108 | -0.213 | -0.319 | -0.299 | -0.375 | -0.374 | -0.360 | -0.346 | -0.330 |
| | z _{d6} | 0.013 | 0.024 | 0.100 | 0.021 | 0.108 | 0.114 | 0.046 | 0.053 | 0.036 | 0.027 | 0.019 | 0.014 |
| | HACİM | 722400 | 180606 | 69939 | 64030 | 59255 | 62085 | 61654 | 64054 | 64814 | 64382 | 64113 | 64092 |

Tablo 5.5 Burkulma sınırlayıcıları gözönüne alınmadan birinci yükleme durumu için yirmibeş çubuklu uzay kafes sistem tasarımı

| Adım No. | 0 | 1 | 2 | 3 | |
|-------------------------|-----------------|--------|--------|--------|--------|
| A L A N L A R | A ₁ | 36.00 | 8.28 | 2.73 | 1.17 |
| | A ₂ | 36.00 | 8.28 | 13.82 | 5.94 |
| | A ₃ | 36.00 | 8.28 | 13.82 | 8.58 |
| | A ₄ | 36.00 | 8.28 | 2.73 | 1.17 |
| | A ₅ | 36.00 | 8.28 | 2.73 | 1.17 |
| | A ₆ | 36.00 | 8.28 | 2.73 | 4.28 |
| | A ₇ | 36.00 | 8.28 | 3.83 | 6.01 |
| | A ₈ | 36.00 | 8.28 | 13.82 | 21.70 |
| D E P L A S M A N L A R | x _{d1} | 0.018 | 0.032 | 0.036 | 0.022 |
| | y _{d1} | 0.353 | 0.625 | 0.889 | 0.889 |
| | z _{d1} | -0.019 | -0.034 | -0.061 | -0.058 |
| | x _{d2} | 0.021 | 0.037 | 0.054 | 0.067 |
| | y _{d2} | 0.353 | 0.625 | 0.889 | 0.889 |
| | z _{d2} | -0.029 | -0.053 | -0.084 | -0.080 |
| | x _{d3} | 0.000 | 0.001 | 0.034 | 0.075 |
| | y _{d3} | 0.023 | 0.041 | -0.040 | -0.076 |
| | z _{d3} | -0.087 | -0.154 | -0.334 | -0.225 |
| | x _{d4} | 0.006 | 0.010 | -0.011 | -0.053 |
| | y _{d4} | 0.024 | 0.043 | -0.040 | -0.079 |
| | z _{d4} | -0.093 | -0.166 | -0.352 | -0.234 |
| | x _{d5} | 0.000 | 0.001 | 0.023 | 0.040 |
| | y _{d5} | 0.022 | 0.039 | -0.039 | -0.060 |
| | z _{d5} | 0.057 | 0.101 | 0.216 | 0.150 |
| | x _{d6} | 0.006 | 0.010 | 0.000 | -0.028 |
| | y _{d6} | 0.023 | 0.040 | -0.039 | -0.063 |
| | z _{d6} | 0.063 | 0.113 | 0.234 | 0.160 |
| HACIM | 302410 | 69554 | 66776 | 66734 | |

Tablo 5.6 Burkulma Sınırlayıcıları Gözönüne Alınmadan ikinci yükleme durumu için yirmibeş çubuklu uzay kafes sistem tasarımı

| Adım No. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |
|-------------------------|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| A L A N L A R | A ₁ | 96.00 | 21.50 | 7.52 | 3.38 | 1.86 | 1.21 | 0.90 | 0.77 | 0.73 | 0.69 | 0.66 | 0.64 |
| | A ₂ | 96.00 | 21.50 | 7.52 | 11.66 | 15.56 | 10.58 | 12.42 | 14.28 | 15.00 | 14.25 | 13.53 | 13.55 |
| | A ₃ | 96.00 | 21.50 | 13.72 | 12.02 | 17.44 | 23.54 | 17.66 | 20.30 | 19.29 | 19.18 | 19.11 | 18.15 |
| | A ₄ | 96.00 | 21.50 | 7.52 | 3.38 | 1.86 | 1.21 | 0.90 | 0.77 | 0.73 | 0.69 | 0.66 | 0.64 |
| | A ₅ | 96.00 | 21.50 | 7.52 | 3.38 | 1.86 | 1.21 | 0.90 | 0.77 | 0.73 | 0.69 | 0.66 | 0.64 |
| | A ₆ | 96.00 | 21.50 | 7.52 | 3.38 | 2.64 | 2.92 | 2.81 | 2.82 | 2.75 | 2.77 | 2.78 | 2.78 |
| | A ₇ | 96.00 | 21.50 | 7.52 | 11.66 | 6.41 | 8.66 | 10.82 | 9.26 | 9.72 | 10.21 | 10.72 | 11.25 |
| | A ₈ | 96.00 | 21.50 | 7.52 | 3.38 | 1.86 | 1.44 | 1.62 | 1.82 | 1.87 | 1.81 | 1.76 | 1.77 |
| D E P L A S M A N L A R | x _{d1} | 0.000 | -0.002 | -0.005 | -0.012 | -0.011 | 0.000 | 0.009 | 0.008 | 0.008 | 0.011 | 0.013 | 0.014 |
| | y _{d1} | 0.144 | 0.253 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 |
| | z _{d1} | -0.010 | -0.019 | -0.065 | -0.124 | -0.177 | -0.199 | -0.192 | -0.195 | -0.194 | -0.195 | -0.195 | -0.195 |
| | x _{d2} | 0.000 | 0.001 | 0.004 | 0.011 | 0.010 | -0.007 | -0.009 | -0.011 | -0.009 | -0.012 | -0.014 | -0.015 |
| | y _{d2} | -0.144 | -0.254 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 |
| | z _{d2} | -0.010 | -0.019 | -0.065 | -0.124 | -0.177 | -0.197 | -0.192 | -0.194 | -0.194 | -0.195 | -0.195 | -0.195 |
| | x _{d3} | 0.034 | 0.060 | 0.223 | 0.180 | 0.382 | 0.266 | 0.221 | 0.291 | 0.285 | 0.263 | 0.241 | 0.227 |
| | y _{d3} | -0.006 | -0.011 | -0.055 | -0.100 | -0.177 | -0.134 | -0.144 | -0.150 | -0.157 | -0.151 | -0.145 | -0.145 |
| | z _{d3} | -0.026 | -0.046 | -0.183 | -0.205 | -0.406 | -0.435 | -0.376 | -0.402 | -0.390 | -0.387 | -0.384 | -0.374 |
| | x _{d4} | 0.034 | 0.060 | 0.224 | 0.194 | 0.421 | 0.336 | 0.319 | 0.381 | 0.378 | 0.363 | 0.348 | 0.338 |
| | y _{d4} | 0.006 | 0.011 | 0.039 | 0.107 | 0.188 | 0.169 | 0.184 | 0.198 | 0.200 | 0.197 | 0.194 | 0.195 |
| | z _{d4} | 0.013 | 0.025 | 0.100 | 0.021 | 0.102 | 0.092 | 0.063 | 0.080 | 0.072 | 0.069 | 0.066 | 0.060 |
| | x _{d5} | -0.034 | -0.061 | -0.224 | -0.181 | -0.383 | -0.269 | -0.222 | -0.294 | -0.285 | -0.264 | -0.241 | -0.227 |
| | y _{d5} | 0.006 | 0.010 | 0.035 | 0.100 | 0.176 | 0.135 | 0.143 | 0.138 | 0.156 | 0.150 | 0.144 | 0.144 |
| | z _{d5} | -0.026 | -0.046 | -0.183 | -0.205 | -0.406 | -0.432 | -0.376 | -0.403 | -0.390 | -0.387 | -0.384 | -0.374 |
| | x _{d6} | -0.034 | -0.061 | -0.225 | -0.195 | -0.422 | -0.337 | -0.319 | -0.382 | -0.379 | -0.364 | -0.349 | -0.339 |
| | y _{d6} | -0.006 | -0.012 | -0.039 | -0.107 | -0.189 | -0.168 | -0.185 | -0.196 | -0.201 | -0.198 | -0.196 | -0.196 |
| | z _{d6} | 0.013 | 0.024 | 0.100 | 0.021 | 0.102 | 0.092 | 0.063 | 0.079 | 0.072 | 0.069 | 0.066 | 0.060 |
| HACİM | 722400 | 180604 | 69937 | 64031 | 60528 | 64023 | 63812 | 66440 | 67037 | 66737 | 66573 | 66526 | |

Tablo 5.7 Euler burkulma gerilmesi sınırlayıcısı gözönüne alınarak birinci yükleme durumu için yirmibeş çubuklu uzay kafes sistem tasarımı

| Adım No. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
|-------------------------|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| A L A N L A R | A ₁ | 36.00 | 15.84 | 8.55 | 3.47 | 4.05 | 3.40 |
| | A ₂ | 36.00 | 15.84 | 8.55 | 11.63 | 8.60 | 9.98 |
| | A ₃ | 36.00 | 15.84 | 8.55 | 11.63 | 14.65 | 17.00 |
| | A ₄ | 36.00 | 15.84 | 8.55 | 5.47 | 4.05 | 3.40 |
| | A ₅ | 36.00 | 15.84 | 8.55 | 5.47 | 4.05 | 4.70 |
| | A ₆ | 36.00 | 15.84 | 8.55 | 5.47 | 4.05 | 4.70 |
| | A ₇ | 36.00 | 15.84 | 8.55 | 5.47 | 4.05 | 3.40 |
| | A ₈ | 36.00 | 15.84 | 21.50 | 21.12 | 26.15 | 23.06 |
| D E P L A S M A N L A R | x _{d1} | 0.018 | 0.028 | 0.044 | 0.036 | 0.035 | 0.034 |
| | y _{d1} | 0.353 | 0.551 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 |
| | z _{d1} | -0.019 | -0.030 | -0.053 | -0.054 | -0.055 | -0.057 |
| | x _{d2} | 0.021 | 0.032 | 0.031 | 0.051 | 0.050 | 0.051 |
| | y _{d2} | 0.353 | 0.551 | 0.885 | 0.889 | 0.889 | 0.889 |
| | z _{d2} | -0.029 | -0.047 | -0.078 | -0.078 | -0.071 | -0.072 |
| | x _{d3} | 0.000 | 0.001 | 0.009 | 0.031 | 0.065 | 0.067 |
| | y _{d3} | 0.023 | 0.036 | 0.011 | -0.035 | -0.115 | -0.083 |
| | z _{d3} | -0.087 | -0.136 | -0.191 | -0.257 | -0.285 | -0.297 |
| | x _{d4} | 0.006 | 0.009 | 0.005 | -0.014 | -0.047 | -0.046 |
| | y _{d4} | 0.024 | 0.037 | 0.015 | -0.036 | -0.117 | -0.084 |
| | z _{d4} | -0.093 | -0.147 | -0.211 | -0.269 | -0.293 | -0.304 |
| | x _{d5} | 0.000 | 0.001 | 0.012 | 0.020 | 0.042 | 0.044 |
| | y _{d5} | 0.022 | 0.034 | 0.012 | -0.033 | -0.107 | -0.075 |
| | z _{d5} | 0.057 | 0.089 | 0.129 | 0.175 | 0.204 | 0.206 |
| | x _{d6} | 0.006 | 0.009 | 0.004 | -0.003 | -0.024 | -0.022 |
| | y _{d6} | 0.023 | 0.035 | 0.002 | -0.033 | -0.109 | -0.076 |
| | z _{d6} | 0.064 | 0.099 | 0.107 | 0.187 | 0.212 | 0.215 |
| HACIM | 302410 | 133060 | 89415 | 82052 | 81553 | 81606 | |

Tablo 5.8 Euler Burkulma sınırlayıcısı gözönüne alınarak ikinci yükleme durumu için yirbibeş çubuklu uzay kafes sistem tasarımı

| Adım No. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
|---------------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| A L A N L A R | A ₁ | 96.00 | 3.84 | 0.64 | 0.64 | 0.64 | 0.64 |
| | A ₂ | 96.00 | 3.84 | 4.87 | 5.03 | 5.04 | 5.04 |
| | A ₃ | 96.00 | 3.84 | 4.72 | 4.86 | 4.86 | 4.86 |
| | A ₄ | 96.00 | 3.84 | 0.64 | 0.64 | 0.64 | 0.64 |
| | A ₅ | 96.00 | 3.84 | 0.64 | 0.64 | 0.64 | 0.64 |
| | A ₆ | 96.00 | 3.84 | 2.58 | 2.70 | 2.70 | 2.70 |
| | A ₇ | 96.00 | 3.84 | 5.77 | 6.40 | 6.43 | 6.43 |
| | A ₈ | 96.00 | 3.84 | 1.99 | 2.17 | 2.18 | 2.18 |
| HACİM | 806400 | 32257 | 30286 | 32279 | 32376 | 32375 | |

Tablo 5.9 Deplesman sınırlayıcıları gözönüne alınmadan birinci yükleme durumu için yirmibeş çubuklu uzay kafes sistem tasarımı

| Adım No. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | |
|---------------|----------------|-------|-------|-------|-------|------|
| A L A N L A R | A ₁ | 96.00 | 3.84 | 0.64 | 0.64 | 0.64 |
| | A ₂ | 96.00 | 3.84 | 3.62 | 3.53 | 3.53 |
| | A ₃ | 96.00 | 3.84 | 3.75 | 3.80 | 3.80 |
| | A ₄ | 96.00 | 3.84 | 0.64 | 0.64 | 0.64 |
| | A ₅ | 96.00 | 3.84 | 0.64 | 0.64 | 0.64 |
| | A ₆ | 96.00 | 3.84 | 3.69 | 3.67 | 3.67 |
| | A ₇ | 96.00 | 3.84 | 4.49 | 4.63 | 4.63 |
| | A ₈ | 96.00 | 3.84 | 5.06 | 5.26 | 5.27 |
| HACİM | 806400 | 32257 | 31426 | 31854 | 31867 | |

Tablo 5.10 Deplesman sınırlayıcıları gözönüne alınmadan ikinci yükleme durumu için yirmibeş çubuklu uzay kafes sistem tasarımı

hacmini 32375 cm^3 (0.089 ton) olarak bulmuştur. İkinci yükleme durumunda ise optimum çözüm Tablo 5.10 da gösterildiği gibi 4 adımda elde edilmiş ve sistem hacmi 31867 cm^3 (0.087 ton) olarak bulunmuştur. Kaynak [66] dakinden daha hafif ve optimum çözümler daha az sayıda sistem analizini yaparak elde edilmiştir.

Son olarak kaynak [66] da gözönüne alınmayan plastik bölgedeki burkulma ifadesi de kullanılarak sistemin yeniden optimum boyutlandırılması yapılmıştır. Birinci yükleme durumunda optimum çözüm Tablo 5.11 de görüldüğü gibi 6 adımda elde edilmiş ve optimum sistem hacmi 92973.00 cm^3 (0.256 ton) olarak bulunmuştur. İkinci yükleme durumu için sistemin optimum hacmi Tablo 5.12 de gösterildiği gibi 79444.00 cm^3 (0.218 ton) olarak 10 optimizasyon adımı sonunda elde edilmiştir. Her iki durumda da boyutlandırma probleminde gerilme (burkulma) ve deplasman sınırlayıcılarından bazıları sınır değerlerine ulaşmışlardır. Bu da boyutlandırma probleminde her iki tür sınırlayıcısında gözönünde tutulması gerektiğini vurgulamaktadır.

5.2.5. KIRK ÇUBUKLU UZAY KAFES SİSTEM TASARIMI

Bu alt bölümde optimum boyutlandırma yöntemi, diğer örneklerle nazaran daha büyük olan 40 çubuklu uzay kafes sisteme uygulandı. Şekil 5.5 de uzay kafes sistemi ve yükleme durumu verilmiştir. Düğüm noktaları deplasmanları 1 cm olarak sınırlandırılmıştır. 40 çubuk 10 grupta toplanmıştır.

Sistemin boyutlandırma problemi, 37 değişken ve 114 sınırlayıcıyı içermektedir. Değişkenlerin ilk 10 u grup alanları geri kalan 27 tanesi ise düğüm noktaları deplasmanlarıdır. Sınırlayıcıların, ilk 27 tanesi rijitlik, bundan sonra gelen 40 tanesi gerilme, 27 tanesi deplasman ve son 20 sınırlayıcı ise alanlara uygulanan değişim sınırlarıdır. Tablo 5.13 de 40 çubuklu uzay kafes sistemin optimum boyutlandırılması özetlenmiştir. Optimum çözümde yakınsama sekiz adımda elde edilmiştir. Sistemde gerilmeler hakim durumdadır. Yakınsamanın sağlandığı son adımda toplam hacim 71059 cm^3 (0.196 ton) olarak elde edilmiştir. 2, 4, 8, 30, 33, 39 numaralı çubuklar gerilme üst sınırına ulaşmışlardır.

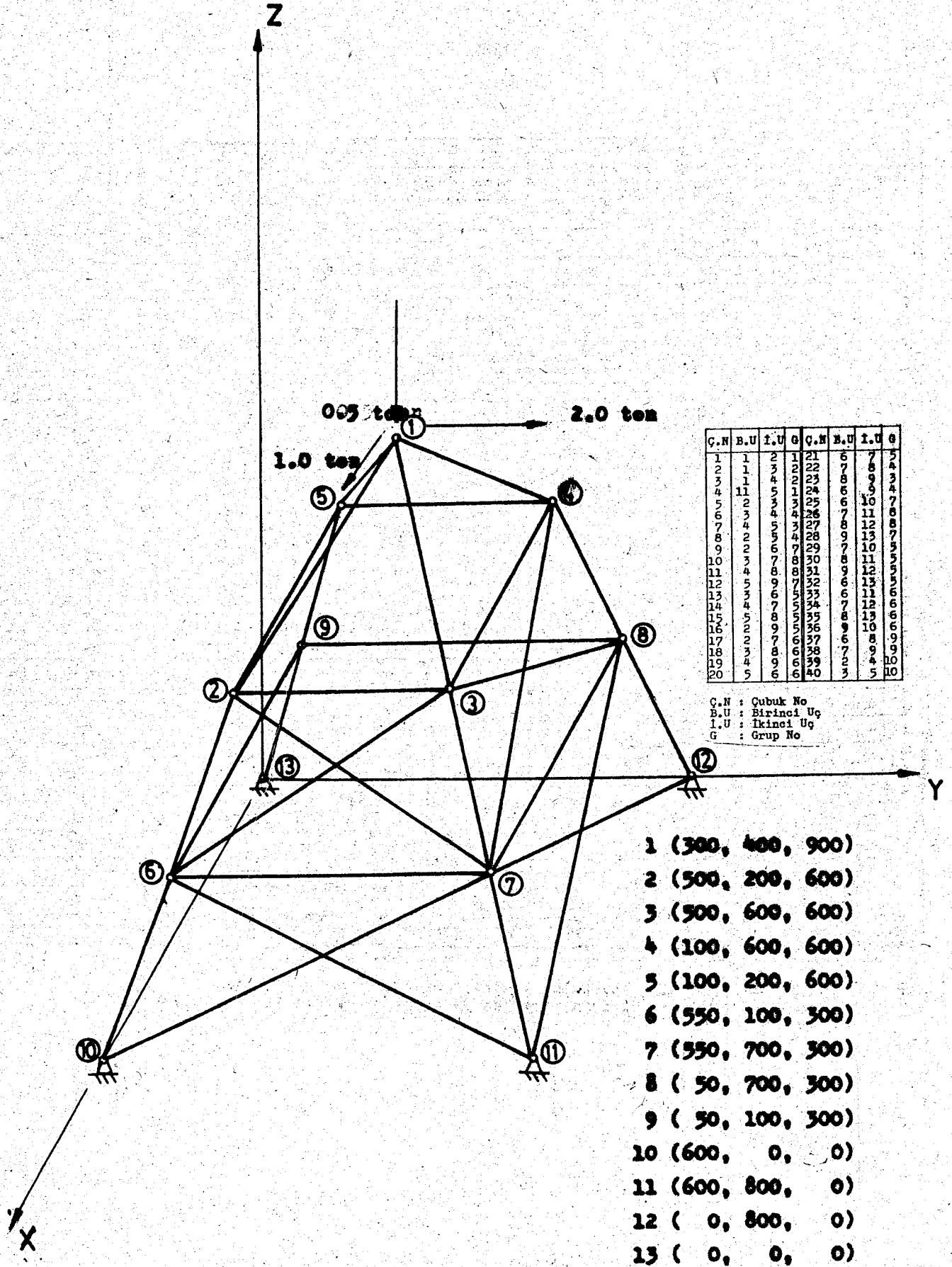
Optimum çözümde dokuzuncu grup alanının diğer çubuk alanla-

| Adım No. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|-------------------------|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| A L A N L A R | A ₁ | 86.00 | 37.84 | 20.43 | 13.07 | 9.67 | 8.12 | 7.64 |
| | A ₂ | 86.00 | 37.84 | 20.43 | 13.07 | 9.67 | 8.12 | 7.64 |
| | A ₃ | 86.00 | 37.84 | 20.43 | 13.07 | 16.17 | 15.06 | 14.82 |
| | A ₄ | 86.00 | 37.84 | 20.43 | 13.07 | 9.67 | 8.12 | 7.64 |
| | A ₅ | 86.00 | 37.84 | 20.43 | 13.07 | 9.67 | 8.12 | 7.64 |
| | A ₆ | 86.00 | 37.84 | 20.43 | 13.07 | 9.67 | 8.46 | 8.44 |
| | A ₇ | 86.00 | 37.84 | 20.43 | 13.07 | 9.67 | 9.00 | 9.94 |
| | A ₈ | 86.00 | 37.84 | 20.43 | 13.07 | 16.47 | 19.11 | 20.26 |
| D E P L A S M A N L A R | x _{d1} | 0.007 | 0.011 | 0.025 | 0.043 | 0.047 | 0.049 | 0.049 |
| | y _{d1} | 0.148 | 0.231 | 0.491 | 0.847 | 0.889 | 0.889 | 0.889 |
| | z _{d1} | -0.008 | -0.013 | -0.027 | -0.046 | -0.052 | -0.053 | -0.053 |
| | x _{d2} | 0.008 | 0.013 | 0.028 | 0.050 | 0.053 | 0.054 | 0.055 |
| | y _{d2} | 0.148 | 0.231 | 0.491 | 0.847 | 0.889 | 0.889 | 0.889 |
| | z _{d2} | -0.012 | -0.020 | -0.042 | -0.072 | -0.076 | -0.075 | -0.075 |
| | x _{d3} | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.002 | 0.015 | 0.025 | 0.028 |
| | y _{d3} | 0.009 | 0.015 | 0.032 | 0.056 | 0.030 | 0.001 | -0.004 |
| | z _{d3} | -0.036 | -0.057 | -0.121 | -0.209 | -0.234 | -0.232 | -0.229 |
| | x _{d4} | 0.002 | 0.003 | 0.008 | 0.014 | 0.001 | -0.009 | -0.013 |
| | y _{d4} | 0.010 | 0.015 | 0.033 | 0.058 | 0.031 | 0.002 | -0.004 |
| | z _{d4} | -0.039 | -0.062 | -0.131 | -0.225 | -0.249 | -0.245 | -0.242 |
| | x _{d5} | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.011 | 0.017 | 0.019 |
| | y _{d5} | 0.009 | 0.014 | 0.030 | 0.053 | 0.028 | 0.001 | -0.004 |
| | z _{d5} | 0.024 | 0.037 | 0.079 | 0.137 | 0.152 | 0.154 | 0.153 |
| | x _{d6} | 0.002 | 0.003 | 0.008 | 0.014 | 0.006 | -0.001 | -0.004 |
| | y _{d6} | 0.009 | 0.014 | 0.031 | 0.055 | 0.029 | 0.002 | -0.004 |
| | z _{d6} | 0.026 | 0.041 | 0.088 | 0.153 | 0.168 | 0.168 | 0.166 |
| HACIM | 722400 | 317867 | 171647 | 109854 | 97562 | 92945 | 92973 | |

Tablo 5.11 Plastik bölgedeki burkulma ifadesi sınırlayıcılarda gözönünde bulundurularak birinci yükleme durumu için yirmibeş çubuklu uzay kafes sistem tasarımı

| Adım No | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | |
|-------------------------|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| A L A N L A R | A ₁ | 56.00 | 19.04 | 8.37 | 4.52 | 2.89 | 2.14 | 1.80 | 1.69 | 1.59 | 1.49 | 1.40 |
| | A ₂ | 56.00 | 19.04 | 8.37 | 12.23 | 13.94 | 11.02 | 12.78 | 13.28 | 13.34 | 12.54 | 13.30 |
| | A ₃ | 56.00 | 19.04 | 17.92 | 11.48 | 15.62 | 19.68 | 16.53 | 17.53 | 18.58 | 18.67 | 18.74 |
| | A ₄ | 56.00 | 19.04 | 8.37 | 4.52 | 2.89 | 2.14 | 1.80 | 1.69 | 1.59 | 1.49 | 1.40 |
| | A ₅ | 56.00 | 19.04 | 8.37 | 4.52 | 2.89 | 2.14 | 1.80 | 1.69 | 1.59 | 1.49 | 1.40 |
| | A ₆ | 56.00 | 19.04 | 8.37 | 6.96 | 6.92 | 7.32 | 7.02 | 6.97 | 6.98 | 7.05 | 6.96 |
| | A ₇ | 56.00 | 19.04 | 8.37 | 12.23 | 10.03 | 11.19 | 12.00 | 11.27 | 10.60 | 11.23 | 10.56 |
| | A ₈ | 56.00 | 19.04 | 8.37 | 4.52 | 6.15 | 5.01 | 5.74 | 5.78 | 5.78 | 5.52 | 5.80 |
| D E P L A S M A N L A R | x _{d1} | -0.001 | -0.003 | -0.005 | -0.010 | -0.013 | -0.011 | -0.015 | -0.016 | -0.016 | -0.015 | -0.016 |
| | y _{d1} | 0.221 | 0.369 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 | 0.889 |
| | z _{d1} | -0.016 | -0.027 | -0.067 | -0.106 | -0.100 | -0.104 | -0.101 | -0.102 | -0.103 | -0.103 | -0.103 |
| | x _{d2} | 0.001 | 0.002 | 0.004 | -0.009 | 0.13 | 0.010 | 0.014 | 0.015 | 0.015 | 0.014 | 0.015 |
| | y _{d2} | -0.221 | -0.370 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 | -0.889 |
| | z _{d2} | -0.016 | -0.027 | -0.067 | -0.106 | -0.100 | -0.104 | -0.101 | -0.102 | -0.102 | -0.103 | -0.103 |
| | x _{d3} | 0.053 | 0.088 | 0.235 | 0.188 | 0.284 | 0.245 | 0.239 | 0.256 | 0.272 | 0.251 | 0.273 |
| | y _{d3} | -0.009 | -0.016 | -0.034 | -0.065 | -0.065 | -0.048 | -0.060 | -0.060 | -0.059 | -0.053 | -0.058 |
| | z _{d3} | -0.040 | -0.067 | -0.205 | -0.191 | -0.254 | -0.271 | -0.238 | -0.248 | -0.259 | -0.256 | -0.260 |
| | x _{d4} | 0.053 | 0.088 | 0.235 | 0.197 | 0.295 | 0.259 | 0.258 | 0.272 | 0.287 | 0.269 | 0.288 |
| | y _{d4} | 0.010 | 0.017 | 0.037 | 0.074 | 0.078 | 0.068 | 0.079 | 0.079 | 0.080 | 0.077 | 0.081 |
| | z _{d4} | 0.021 | 0.035 | 0.116 | 0.040 | 0.008 | 0.117 | 0.094 | 0.101 | 0.110 | 0.107 | 0.111 |
| | x _{d5} | -0.053 | -0.089 | -0.236 | -0.189 | -0.285 | -0.246 | -0.240 | -0.257 | -0.273 | -0.252 | -0.274 |
| | y _{d5} | 0.009 | 0.015 | 0.033 | 0.065 | 0.064 | 0.047 | 0.059 | 0.059 | 0.058 | 0.053 | 0.057 |
| | z _{d5} | -0.040 | -0.067 | -0.205 | -0.191 | -0.254 | -0.271 | -0.238 | -0.248 | -0.259 | -0.256 | -0.260 |
| | x _{d6} | -0.053 | -0.089 | -0.236 | -0.198 | -0.296 | -0.260 | -0.258 | -0.273 | -0.288 | -0.270 | -0.289 |
| | y _{d6} | -0.010 | -0.017 | -0.038 | -0.074 | -0.079 | -0.069 | -0.080 | -0.080 | -0.081 | -0.077 | -0.082 |
| | z _{d6} | 0.021 | 0.035 | 0.116 | 0.040 | 0.008 | 0.117 | 0.094 | 0.101 | 0.110 | 0.107 | 0.110 |
| HACIM | 470400 | 159941 | 80733 | 74451 | 77755 | 78920 | 79403 | 79691 | 79585 | 79480 | 79444 | |

Tablo 5.12 Plastik bölge için burkulma ifadesi sınırlayıcılarda gözönünde bulundurularak ikinci yükleme hali için yirmibeş çubuklu uzay kafes sistem tasarımı



Şekil 5.5 Kırk çubuklu usay kafes sistem tasarımı

| Adım No | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | |
|-----------------------------|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| A L A N L I A R : | A ₁ | 99.00 | 13.86 | 3.32 | 1.13 | 1.76 | 1.11 | 0.71 | 0.85 | 0.74 |
| | A ₂ | 99.00 | 13.86 | 3.32 | 5.34 | 5.50 | 5.46 | 5.68 | 5.64 | 5.68 |
| | A ₃ | 99.00 | 13.86 | 3.32 | 2.79 | 2.27 | 2.02 | 2.25 | 2.68 | 2.25 |
| | A ₄ | 99.00 | 13.86 | 3.32 | 3.07 | 2.97 | 3.04 | 3.09 | 3.05 | 3.03 |
| | A ₅ | 99.00 | 13.86 | 6.72 | 4.20 | 4.03 | 3.98 | 4.01 | 3.98 | 4.00 |
| | A ₆ | 99.00 | 13.86 | 6.72 | 4.12 | 4.06 | 3.97 | 3.94 | 3.88 | 3.88 |
| | A ₇ | 99.00 | 13.86 | 3.32 | 2.77 | 3.84 | 4.41 | 2.82 | 3.56 | 3.92 |
| | A ₈ | 99.00 | 13.86 | 3.32 | 5.52 | 4.73 | 4.67 | 4.78 | 4.69 | 4.75 |
| | A ₉ | 99.00 | 13.86 | 3.32 | 1.13 | 0.88 | 0.47 | 0.30 | 0.38 | 0.32 |
| | A ₁₀ | 99.00 | 13.86 | 3.32 | 1.19 | 1.76 | 2.57 | 2.79 | 2.70 | 2.78 |
| D E P L A S M A H L I L A R | x _{d1} | 0.007 | 0.014 | 0.093 | 0.189 | 0.190 | 0.196 | 0.215 | 0.210 | 0.211 |
| | y _{d1} | 0.011 | 0.020 | 0.140 | 0.271 | 0.270 | 0.334 | 0.434 | 0.410 | 0.439 |
| | z _{d1} | 0.000 | -0.002 | -0.012 | 0.058 | 0.009 | 0.053 | 0.117 | 0.099 | 0.119 |
| | x _{d2} | 0.003 | 0.005 | 0.035 | 0.057 | 0.061 | -0.056 | 0.060 | 0.058 | 0.057 |
| | y _{d2} | 0.003 | 0.006 | 0.044 | 0.080 | 0.083 | 0.083 | 0.095 | 0.091 | 0.089 |
| | z _{d2} | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.029 | 0.006 | 0.010 | 0.024 | 0.016 | 0.015 |
| | x _{d3} | 0.003 | 0.007 | 0.045 | 0.090 | 0.096 | 0.095 | 0.103 | 0.101 | 0.100 |
| | y _{d3} | 0.004 | 0.007 | 0.049 | 0.090 | 0.097 | 0.098 | 0.107 | 0.103 | 0.102 |
| | z _{d3} | -0.003 | -0.007 | -0.045 | -0.052 | -0.077 | -0.077 | -0.079 | -0.081 | -0.082 |
| | x _{d4} | 0.002 | 0.005 | 0.033 | 0.064 | 0.068 | 0.068 | 0.075 | 0.073 | 0.072 |
| | y _{d4} | 0.003 | 0.007 | 0.045 | 0.078 | 0.082 | 0.079 | 0.090 | 0.087 | 0.084 |
| | z _{d4} | 0.000 | -0.002 | -0.011 | 0.012 | -0.010 | -0.010 | -0.002 | -0.007 | -0.007 |
| | x _{d5} | 0.003 | 0.006 | 0.044 | 0.081 | 0.084 | 0.078 | 0.084 | 0.082 | 0.080 |
| | y _{d5} | 0.004 | 0.007 | 0.048 | 0.088 | 0.091 | 0.089 | 0.100 | 0.096 | 0.094 |
| | z _{d5} | 0.002 | 0.005 | 0.035 | 0.090 | 0.061 | 0.053 | 0.076 | 0.064 | 0.059 |
| | x _{d6} | 0.000 | 0.001 | 0.009 | 0.012 | 0.018 | 0.018 | 0.016 | 0.017 | 0.017 |
| | y _{d6} | 0.001 | 0.001 | 0.011 | 0.023 | 0.023 | 0.023 | 0.026 | 0.024 | 0.024 |
| | z _{d6} | 0.000 | 0.000 | 0.002 | 0.017 | 0.005 | 0.008 | 0.015 | 0.011 | 0.010 |
| | x _{d7} | 0.001 | 0.002 | 0.016 | 0.028 | 0.033 | 0.032 | 0.035 | 0.034 | 0.034 |
| | y _{d7} | 0.001 | 0.002 | 0.016 | 0.027 | 0.030 | 0.030 | 0.032 | 0.031 | 0.031 |
| z _{d7} | -0.002 | -0.005 | -0.030 | -0.039 | -0.052 | -0.052 | -0.054 | -0.055 | -0.055 | |
| x _{d8} | 0.000 | 0.001 | 0.008 | 0.020 | 0.019 | 0.019 | 0.021 | 0.019 | 0.020 | |
| y _{d8} | 0.001 | 0.001 | 0.012 | 0.019 | 0.023 | 0.023 | 0.025 | 0.026 | 0.026 | |
| z _{d8} | 0.000 | -0.001 | -0.007 | 0.003 | -0.008 | -0.008 | -0.005 | -0.007 | -0.006 | |
| x _{d9} | 0.001 | 0.002 | 0.016 | 0.031 | 0.030 | 0.029 | 0.033 | 0.031 | 0.030 | |
| y _{d9} | 0.001 | 0.002 | 0.016 | 0.032 | 0.032 | 0.030 | 0.036 | 0.034 | 0.034 | |
| z _{d9} | 0.002 | 0.003 | 0.025 | 0.059 | 0.043 | 0.039 | 0.053 | 0.046 | 0.043 | |
| HACIM | 2062704 | 288758 | 105754 | 73191 | 72319 | 71719 | 70517 | 71100 | 71059 | |

Tablo 5.13 Kırk çubuklu uzay kafes sistem tasarımı

rına nazaran küçük değer aldığı dikkat çekmektedir. Bu da bu gruba ait çubukların sistemden çıkarılabileceğini ima etmektedir. Böylece, topolojisi farklı yeni bir sistem elde edilebilmektedir. Bu sistemin yeniden optimum boyutlandırılmasıyla değişik topolojili, eskisinden daha hafif ve ekonomik bir sistem elde edilebilir.

5.3. OPTİMUM ŞEKİLLENDİRME (ŞEKİL OPTİMİZASYONU)

Bu alt bölümde geliştirilen algoritmanın III. Bölümde açıklandığı gibi şekil optimizasyonuna uygulanabileceğini gösteren sayısal örnekler yapılmıştır.

5.3.1. DÖRT ÇUBUKLU UZAY KAFES SİSTEM TASARIMI

İlk örnek olarak boyutları Şekil 5.1 de verilen basit uzay kafes sistemin 1 düğüm noktasına, z eksenini yönünde -2.00 ton, y eksenini yönünde ise 1.50 ton yüklenmiştir. Bu noktanın her üç eksen yönünde deplasmanı 1.00 cm olarak sınırlandırılmıştır. Sistemin dört çubuğunun kesit alanı bir grupta toplanmış olup, boyutlandırma probleminde yedi değişken vardır. Boyutlandırma değişkenleri vektörü,

$$\{V\} = [A, x_{d1}, y_{d1}, z_{d1}, x_1, y_1, z_1]^T$$

şeklinde dir. Burada sırasıyla A alan, x_{d1} , y_{d1} , z_{d1} 1 düğüm noktasının deplasmanları, x_1 , y_1 , z_1 ise koordinatlarıdır.

Boyutlandırma probleminde amaç fonksiyonu, Bölüm II deki (2.2) bağıntısında verildiği gibi alan ve düğüm noktası koordinatları cinsinden ifade edilirse,

$$\text{Min. } W=A \left[[(x_1-400)^2+y_1^2+z_1^2]^{1/2} + [x_1^2+y_1^2+z_1^2]^{1/2} + \right. \quad (5.40)$$

$$\left. [x_1^2+(y_1^2-400)^2+z_1^2]^{1/2} + [(x_1^2-400)^2+(y_1^2-400)^2+z_1^2]^{1/2} \right]$$

şeklindeki lineer olmayan fonksiyona dönüşür.

Rijitlik sınırlayıcılarına, Şekil 5.1 de gösterilen çubukların ikinci uçları mesnet olduğundan, yalnız birinci uçlarından katkı gelecektir. Bu katkı (5.4) bağıntısı ile verilmiştir. Katkı terimleri alan, düğüm noktası, deplasman ve koordinatlar cinsinden yazılıp rijitlik eşitlikleri teşkil edilirse

$$\begin{aligned} & A (x_1-400) [(x_1-400)^2+y_1^2+z_1^2]^{-3/2} [x_{d1}+(x_1-400)x_{d1}+y_1y_{d1}+z_1z_{d1}] + \\ & A(x_1-400) [(x_1-400)^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-3/2} [(x_1-400)x_{d1}+(y_1-400)y_{d1}+z_1z_{d1}] + \\ & Ax_1 [x_1^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-3/2} [x_1x_{d1}+(y_1-400)y_{d1}+z_1z_{d1}] + \\ & Ax_1 [x_1^2+y_1^2+z_1^2]^{-3/2} [x_1x_{d1}+y_1y_{d1}+z_1z_{d1}] = 0.00 \quad (5.41) \\ & Ay_1 [(x_1-400)^2+y_1^2+z_1^2]^{-3/2} [(x_1-400)x_{d1}+y_1y_{d1}+z_1z_{d1}] + \\ & A_1(y_1-400) [(x_1-400)^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-3/2} [(x_1-400)x_{d1}+(y_1-400)y_{d1}+z_1z_{d1}] + \\ & A_1(y_1-400) [x_1^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-3/2} [x_1x_{d1}+(y_1-400)y_{d1}+z_1z_{d1}] + \\ & Ay_1 [(x_1^2+y_1^2+z_1^2)]^{-3/2} [x_1x_{d1}+y_1y_{d1}+z_1z_{d1}] = 1.50/2100.00 \\ & Az_1 [(x_1-400)^2+y_1^2+z_1^2]^{-3/2} [(x_1-400)x_{d1}+y_1y_{d1}+z_1z_{d1}] + \\ & Az_1 [(x_1-400)^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-3/2} [(x_1-400)x_{d1}+(y_1-400)y_{d1}+z_1z_{d1}] + \\ & Az_1 [x_1^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-3/2} [x_1x_{d1}+(y_1-400)y_{d1}+z_1z_{d1}] + \\ & Az_1 [x_1^2+y_1^2+z_1^2]^{-3/2} [x_1x_{d1}+y_1y_{d1}+z_1z_{d1}] = -2.00/2100.00 \end{aligned}$$

olarak bulunur.

Gözönüne alınan uzay kafes sistemin (5.27) bağıntısıyla gerilme değerleri hesaplanmış, birinci ve ikinci çubuğun basınca çalıştığı görülmüştür.

(5.9) bağıntısının her eleman için düğüm noktaları deplasman ve koordinatları cinsinden burkulma değerleriyle birlikte yazılması sonucu,

$$14.65 \times 10^{-5} A^{-1.839} [x_1^2 + (y_1 - 400)^2 + z_1^2] + [(x_1 - 400) [(x_1 - 400)^2 + y_1^2 + z_1^2]^{-1} x_{d1} + y_1$$

$$[(x_1 - 400)^2 + y_1^2 + z_1^2]^{-1} y_{d1} + z_1 [(x_1 - 400)^2 + y_1^2 + z_1^2]^{-1} z_{d1}] / 2100 \leq 1.600$$

$$14.65 \times 10^{-5} A^{-1.839} [(x_1 - 400)^2 + (y_1 - 400)^2 + z_1^2] +$$

$$[(x_1 - 400) [(x_1 - 400)^2 + (y_1 - 400)^2 + z_1^2]^{-1} x_{d1} + (y_1 - 400) [(x_1 - 400)^2 + (y_1 - 400)^2 + z_1^2]^{-1} y_{d1}$$

$$z_1 [(x_1 - 400)^2 + (y_1 - 400)^2 + z_1^2]^{-1} z_{d1}] / 2100 \leq 1.600$$

(5.42)

$$x_1 [x_1^2 + (y_1 - 400)^2 + z_1^2]^{-1} x_{d1} + (y_1 - 400) [x_1^2 + (y_1 - 400)^2 + z_1^2]^{-1} y_{d1} +$$

$$z_1 [x_1^2 + (y_1 - 400)^2 + z_1^2]^{-1} z_{d1} \leq 1.40 / 2100.00$$

$$x_1 [x_1^2 + y_1^2 + z_1^2]^{-1} x_{d1} + y_1 [x_1^2 + y_1^2 + z_1^2]^{-1} y_{d1} + z_1 [x_1^2 + y_1^2 + z_1^2]^{-1} z_{d1} \leq 1.40 / 2100.00$$

eşitsizlikleri elde edilir. Bu ifadelerden görüldüğü gibi; gerek rijitlik sınırlayıcıları ve gerekse gerilme sınırlayıcıları, düğüm noktaları deplasman ve koordinat değişkenlerinin yüksek dereceden lineer olmayan fonksiyonlarıdır.

Elde edilen amaç fonksiyonu ve sınırlayıcılar toplu olarak yazılacak olursa Şekil 5.1 deki uzay kafes sistemin optimum şekillendirme problemi,

$$\text{Min. } W = A [(x_1 - 400)^2 + y_1^2 + z_1^2]^{1/2} + [x_1^2 + y_1^2 + z_1^2]^{1/2} + [x_1^2 + (y_1 - 400)^2 + z_1^2]^{1/2} +$$

$$[(x_1 - 400)^2 + (y_1 - 400)^2 + z_1^2]^{1/2}$$

(5.43)

Sınırlayıcılar

$$A(x_1-400)[(x_1-400)^2+y_1^2+z_1^2]^{-3/2} [(x_1-400)x_{d1}+y_1y_{d1}+z_1z_{d1}] +$$

$$A(x_1-400)[(x_1-400)^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-3/2} [x_1x_{d1}+(y_1-400)y_{d1}+z_1z_{d1}] +$$

$$Ax_1[x_1^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-3/2} [x_1x_{d1}+(y_1-400)y_{d1}+z_1z_{d1}]$$

$$Ax_1[x_1^2+y_1^2+z_1^2]^{-3/2} [x_1x_{d1}+y_1y_{d1}+z_1z_{d1}] = 0.00$$

$$Ay_1[(x_1-400)^2+y_1^2+z_1^2]^{-3/2} [(x_1-400)x_{d1}+y_1y_{d1}+z_1z_{d1}] +$$

$$A(y_1-400)[(x_1-400)^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-3/2} [(x_1-400)x_{d1}+(y_1-400)y_{d1}+z_1z_{d1}] +$$

$$A(y_1-400)[x_1^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-3/2} [x_1x_{d1}+(y_1-400)y_{d1}+z_1z_{d1}]$$

$$Ay_1[x_1^2+y_1^2+z_1^2]^{-3/2} [x_1x_{d1}+y_1y_{d1}+z_1z_{d1}] = 1.50/2100.00 \quad (5.43)$$

$$Az_1[(x_1-400)+y_1^2+z_1^2]^{-3/2} [(x_1-400)x_{d1}+y_1y_{d1}+z_1z_{d1}] +$$

$$Az_1[(x_1-400)^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-3/2} [(x_1-400)x_{d1}+(y_1-400)y_{d1}+z_1z_{d1}] +$$

$$Az_1[x_1^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-3/2} [x_1x_{d1}+(y_1-400)y_{d1}+z_1z_{d1}] +$$

$$Az_1[x_1^2+y_1^2+z_1^2]^{-3/2} [x_1x_{d1}+y_1y_{d1}+z_1z_{d1}] = -2.00/2100.00$$

$$[(x_1-400)][(x_1-400)^2+y_1^2+z_1^2]^{-1} x_{d1} + y_1[(x_1-400)^2+y_1^2+z_1^2]^{-1} y_{d1} +$$

$$z_1[(x_1-400)^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-1} z_{d1} / 2100 + 14.65 \times 10^{-5} A^{-1.839} [x_1^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-1} \leq 1.6$$

$$[(x_1-400)][(x_1-400)^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-1} x_{d1} + (y_1-400) [(x_1-400)^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-1} y_{d1} +$$

$$z_1[(x_1-400)^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-1} z_{d1} / 2100 + 14.65 \times 10^{-5} A^{-1.839} [(x_1-400)^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-1} \leq 1.6$$

$$x_1[x_1^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-1} x_{d1} + (y_1-400)[x_1^2+(y_1-400)^2+z_1^2]^{-1} y_{d1} +$$

$$z_1 [x_1^2 + (y_1 - 400)^2 + z_1^2]^{-1} z_{d1} \leq 1.4/2100$$

$$x_1 [x_1^2 + y_1^2 + z_1^2]^{-1} x_{d1} + y_1 [x_1^2 + y_1^2 + z_1^2]^{-1} y_{d1} + z_1 [x_1^2 + y_1^2 + z_1^2]^{-1} z_{d1} \leq 1.4/2100.00$$

$$x_{d1} \leq 1.00 \quad (5.43)$$

$$y_{d1} \leq 1.00$$

$$z_{d1} \leq 1.00$$

$$x_1, y_1, z_1, A \geq 0.00$$

şeklindeki lineer olmayan programlama problemi elde edilir.

Lineerleştirmeye başlangıç noktasının seçimiyle başlanır. Bunun için, alanın başlangıç değeri seçilerek rijitlik eşitlikleri çözülür. Elde edilen deplasman değerleri ile alanın ve bir düğüm noktasının koordinatların seçilen değerleri başlangıç noktasını oluşturur. Gözönüne alınan örnekte, alan için 45.00 cm^2 değeri seçilmiştir. Bu değer (5.41)'de yerine konur, rijitlik eşitlikleri çözülürse, $x_{d1}=0.0$, $y_{d1}=0.007$, $z_{d1}=-0.0041 \text{ cm}$ olarak bulunur. Böylece boyutlandırma vektörü

$$\{V\} = [45.0 \quad 0.0 \quad 0.007 \quad -0.0041 \quad 200. \quad 200. \quad 300.]^T \quad (5.44)$$

olarak bulunur. Başlangıç değerleri bu şekilde belirlendikten sonra, (5.44) deki değerler kullanılarak (2.28)'de verilen lineerleştirilmiş problemdeki değişkenlerin amaç fonksiyonu ve sınırlayıcıların katsayıları matrisi bulunur.

Amaç fonksiyonunda deplasman değişkenleri yer almaz. Alan ve koordinat değişkenlerine göre (3.11), (3.12) bağıntılarında türevleri alınır, değişkenlerin başlangıç değerleri yerlerine yazılırsa

$$\text{Min. } W = 1649.24A + 130.96z_1 \quad (5.45)$$

olarak lineerleştirilmiş amaç fonksiyonu bulunur.

Rijitlik sınırlayıcılarının alan ve deplasman değişkenlerine göre türevleri (5.17) ve (5.19) ifadeleriyle verilmiştir. Koordinat değişkenlerine göre rijitlik sınırlayıcılarının türevi (3.15) ve (3.16) bağıntılarına göre her çubuk eleman için hesaplanarak, lineerleştirilmiş $[G]$ matrisinin beşinci, altıncı

ve yedinci kolonunda yer alırlar.

$$\begin{bmatrix} G(1.5) & G(1.6) & G(1.7) \\ G(2.5) & G(2.6) & G(2.7) \\ G(3.5) & G(3.6) & G(3.7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.00196 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & -.00196 & -.00794 \\ 0.0 & .00331 & -.00275 \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

olarak rijitlik sınırlayıcılarının düğüm noktalarına göre türevleri, değişkenler vektörünün başlangıç değerleri konarak hesaplanmış olur. Böylece, rijitlik sınırlayıcılarının lineerleştirilmiş katsayıları elde edilmiştir. Rijitlik sınırlayıcılarının değerleri (5.21) bağıntısıyla hesaplanmıştır. (5.22) bağıntısıyla rijitlik sınırlayıcılarının sağ taraflarının hesabı, (5.23) bağıntısıyla deplasman dönüşümü, (5.24) ifadesiyle de değişkenler vektörünün başlangıç değerleri verilmektedir. Buna göre, lineerleştirilmiş sınırlayıcıların sağ tarafları

$$\begin{bmatrix} \text{RHS}(1) \\ \text{RHS}(2) \\ \text{RHS}(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 215.712 & 0.0 & 0.0 & -.00196 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0333 & 0.0 & 215.712 & 0.0 & 0.0 & -.00196 & -.00794 \\ -0.0444 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -.00271 \end{bmatrix} x$$

$$\begin{bmatrix} 45.00 \\ 1.00 \\ 1.007 \\ 0.996 \\ 200 \\ 200 \\ 300 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 215.32 \\ 215.93 \\ 481.19 \end{bmatrix} \quad (5.47)$$

olarak bulunur.

Gerilme değerleri (5.27) bağıntısıyla hesaplandığında 1. ve 2. çubukların basınca çalıştığı görülmüştür. Bu nedenle birinci ve ikinci çubuğun burkulma bölgesi (5.29) ifadesiyle tespit edilmiş, (5.30) ve (5.31) ifadeleriyle burkulma gerilmeleri hesaplanmıştır. Birinci ve ikinci çubuklara burkulma gerilmesi ilave edilerek, gerilme sınırlayıcılarının değerleri (5.36) ifadesiyle hesaplanmıştır. Gerilme sınırlayıcılarının alana göre türevi (5.33) ifadesiyle, deplasmanlara göre türevi (5.35) ifadesiyle verilmiştir.

Koordinatlara göre türev ise, (3.20) (3.21) ve (3.25) bağıntılarıyla hesaplanır. Hesaplanan bu değerler değişkenler vektörünün başlangıç değerleri hesaplanan koordinatlara göre gerilme türevlerinde yerine konursa,

$$\begin{bmatrix} G(4.5) & G(4.6) & G(4.7) \\ G(5.5) & G(5.6) & G(5.7) \\ G(6.5) & G(6.6) & G(6.7) \\ G(7.5) & G(7.6) & G(7.7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -.00013 & .00004 & -.00014 \\ .00013 & -.00004 & -.00014 \\ .0000 & -.00008 & -.00006 \\ .0000 & .00008 & -.00006 \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

değerleri elde edilir. Böylece gerilme sınırlayıcılarının lineerleştirilmiş katsayıları elde edilmiş olur.

Gerilme sınırlayıcılarının sağ tarafları

$$\begin{bmatrix} \text{RHS}(4) \\ \text{RHS}(5) \\ \text{RHS}(6) \\ \text{RHS}(7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -.00092 & -2.4705 & 2.4705 & -3.7058 & -13 \times 10^5 & 4 \times 10^{-5} & -14 \times 10^{-5} \\ -.00092 & 2.4705 & 2.4705 & -3.7058 & 13 \times 10^5 & 4 \times 10^{-5} & -14 \times 10^{-5} \\ 0.00 & -2.4705 & 2.4705 & +3.7058 & 0.0 & 8 \times 10^{-5} & -6 \times 10^{-5} \\ 0.00 & 2.4705 & 2.4705 & +3.7058 & 0.0 & 8 \times 10^{-5} & -6 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 45.00 \\ 1.00 \\ 1.007 \\ 0.996 \\ 200. \\ 200. \\ 300. \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1.544 \\ -1.544 \\ -1.398 \\ -1.398 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.23 \\ 2.76 \\ 5.10 \\ 10.04 \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

olarak bulunur. Buradan Şekil 5.6 daki lineer programlama problemi elde edilir. Burada alan sınırlayıcılarına, değişim sınırı olarak $m=0.56$ değeri seçerek (2.30) ifadesinde gösterildiği gibi elde edilmiştir.

Yukarıdaki lineer programlama problemi, simpleks yönteminin iki faz türü ile çözüldüğünde, 9 simpleks tablosu sonunda optimum çözüm

$$\{v^1\} = [19.80 \quad 1.00 \quad 1.009 \quad .9935 \quad 180 \quad 180 \quad 270]^T \quad (5.51)$$

olarak elde edilir. (5.15) bağıntısıyla 1 düğüm noktası deplasmanları

$$x_{d1} = 0.0 \text{ cm}, y_{d1} = .009 \text{ cm}, z_{d1} = -.0065 \text{ cm} \quad (5.52)$$

olarak bulunur.

Min. $W=1649.24A+130.96z_1$

Sınırlayıcılar

$$\begin{array}{r}
 215.712\delta_1 \quad -0.00196x_1 \quad =215.32 \\
 0.0333A \quad +215.712\delta_2 \quad -0.00196y_1 -0.00794z_1 \quad =215.92 \\
 -0.0444A \quad +485.352\delta_3 \quad +0.00331y_1 -0.00275z_1 \quad =481.19 \\
 0.00092A+2.4705\delta_1 -2.4705\delta_2 +3.7058\delta_3 +0.00013x_1 -0.00004y_1 +0.00014z_1 \geq 2.23 \\
 -0.00092A+2.4705\delta_1 +2.4705\delta_2 -3.7058\delta_3 +0.00013x_1 +0.00004y_1 -0.00014z_1 \leq 2.76 \\
 -2.4705\delta_1 +2.4705\delta_2 +3.7058\delta_3 +0.00008y_1 -0.00006z_1 \leq 5.10 \\
 2.4705\delta_1 +2.4705\delta_2 +3.7058\delta_3 +0.00008y_1 -0.00006z_1 \leq 10.04 \quad (5.50) \\
 \delta_1 \leq 2.00 \\
 \delta_2 \leq 2.00 \\
 \delta_3 \leq 2.00 \\
 A \leq 70.20 \\
 A \geq 19.80 \\
 x_1 \leq 220 \\
 x_1 \geq 180 \\
 y_1 \leq 220 \\
 y_1 \geq 180 \\
 z_1 \leq 330 \\
 z_1 \geq 270
 \end{array}$$

Şekil 5.6. Şekil 5.1 deki Uzak Kafes Sistemin Lineer Boyutlandırma Problemi.

Buna göre (5.51) deki boyutlandırma değişkenleri kullanılarak, yukarıdaki lineerleştirme işlemi tekrarlanırsa, (5.50) deki benzer lineer programlama problemi elde edilir. Bu işleme yakınsama sağlanıncaya kadar devam edilir. Gözönüne alınan örnekte optimum çözüme sekiz lineerleştirme adımında varılmıştır. Her adımda elde edilen değerler Tablo 5.14'de gösterilmiştir.

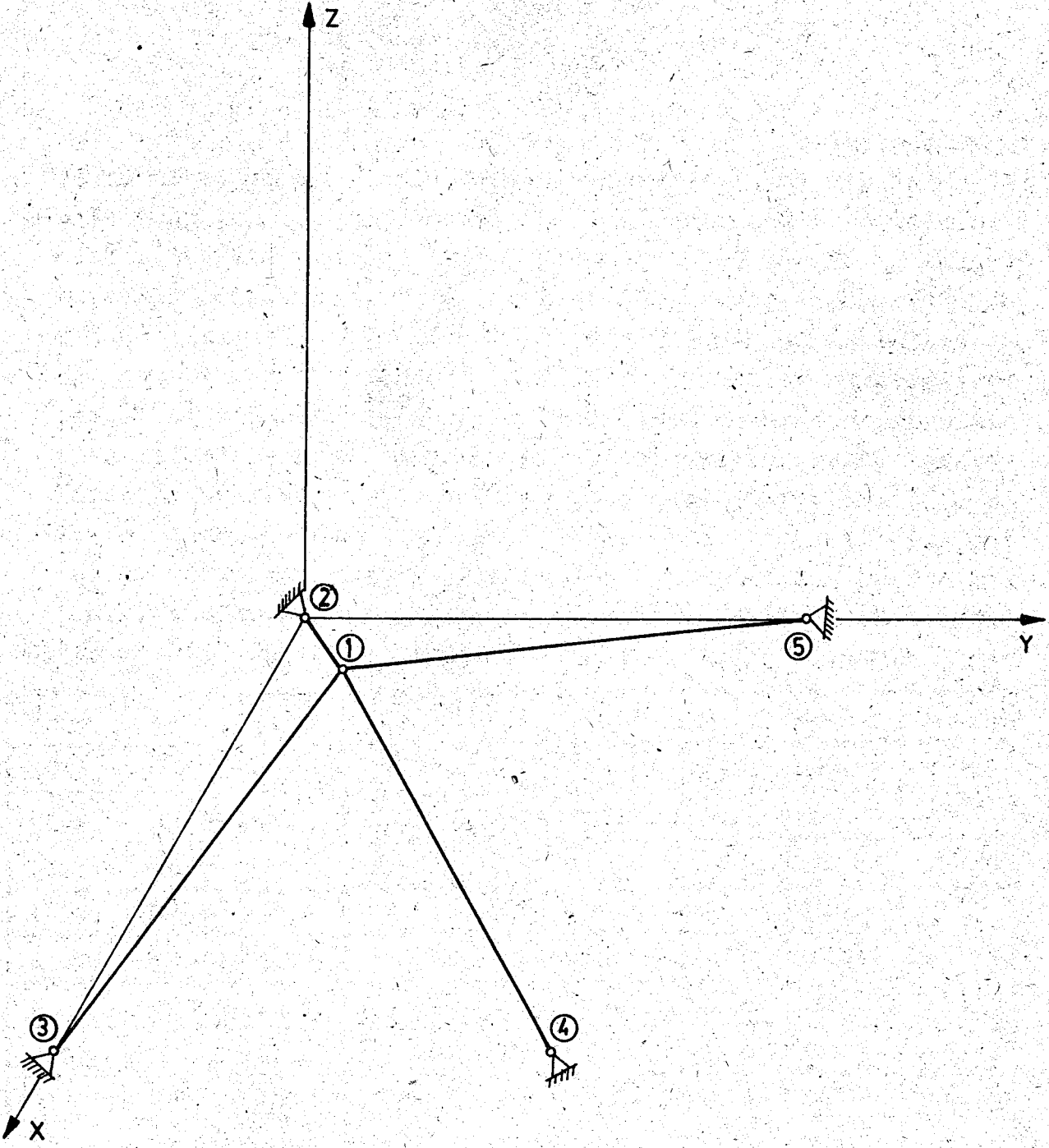
| Adım No | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | |
|------------|----------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ALAN | A | 45.00 | 19.80 | 10.69 | 6.84 | 5.06 | 4.52 | 4.55 | 4.60 | 4.66 |
| | x_{dl} | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| DEPLASMAN | y_{dl} | 0.007 | 0.009 | 0.017 | 0.026 | 0.033 | 0.036 | 0.035 | 0.034 | 0.035 |
| | z_{dl} | -0.0041 | -0.007 | -0.015 | -0.029 | -0.045 | -0.061 | -0.069 | -0.078 | -0.087 |
| | x_1 | 200.0 | 180.0 | 198.0 | 217.8 | 196.01 | 195.94 | 195.65 | 195.02 | 193.82 |
| KOORDİNA T | y_1 | 200.0 | 180.0 | 198.0 | 217.8 | 196.01 | 176.41 | 158.77 | 142.89 | 128.6 |
| | z_1 | 300. | 270.0 | 243.0 | 218.7 | 196.83 | 177.14 | 159.43 | 143.48 | 129.14 |
| | HACİM | 74215 | 31028 | 15948 | 9802 | 6980 | 6045 | 5940 | 5895 | 5894 |

Tablo 5.14 Dört Çubuklu Uzay Kafes Sistem Tasarımı
(Koordinatlar Değişken)

Alan değişkeninin optimum değeri 4.66 cm^2 bulunmuştur. Optimum hacim 5894 cm^3 ($=.016 \text{ ton}$) bulunmuştur. Sistemde gerilme sınırlayıcıları hakimdir. 1. ve 2. elemanlarda gerilmeler sınır değerine ulaşmaktadır. Şekil 5.7 de sistemin optimum şekli verilmiştir.

5.3.2. 9 ÇUBUKLU UZAY KAFES SİSTEM

Uzay kafes sistemlerin şekil optimizasyonu uygulamasına ikinci örnek olarak, Şekil 5.2 deki dokuz elemanlı uzay kafes sistem alınmıştır. Sistemi oluşturan elemanların numaraları, uç numaraları ve grupları Şekil 5.2 de verilmiştir. Gözönüne alınan sistemin düğüm noktalarının deplasmanlarının üst sınırları 1 cm alınmıştır. Şekil 5.2 deki kafes sistemin 1 ve 2 düğüm noktaları koordinatları x_1, y_1, z_1, x_2, y_2 ve z_2 değişken olarak alınmıştır. Yukarıda belirtilen sınırlamalara ek olarak koordinatlara $x_1 \geq 100, z_1 \geq 56.20, z_2 \geq 56.20$ alt sınırları



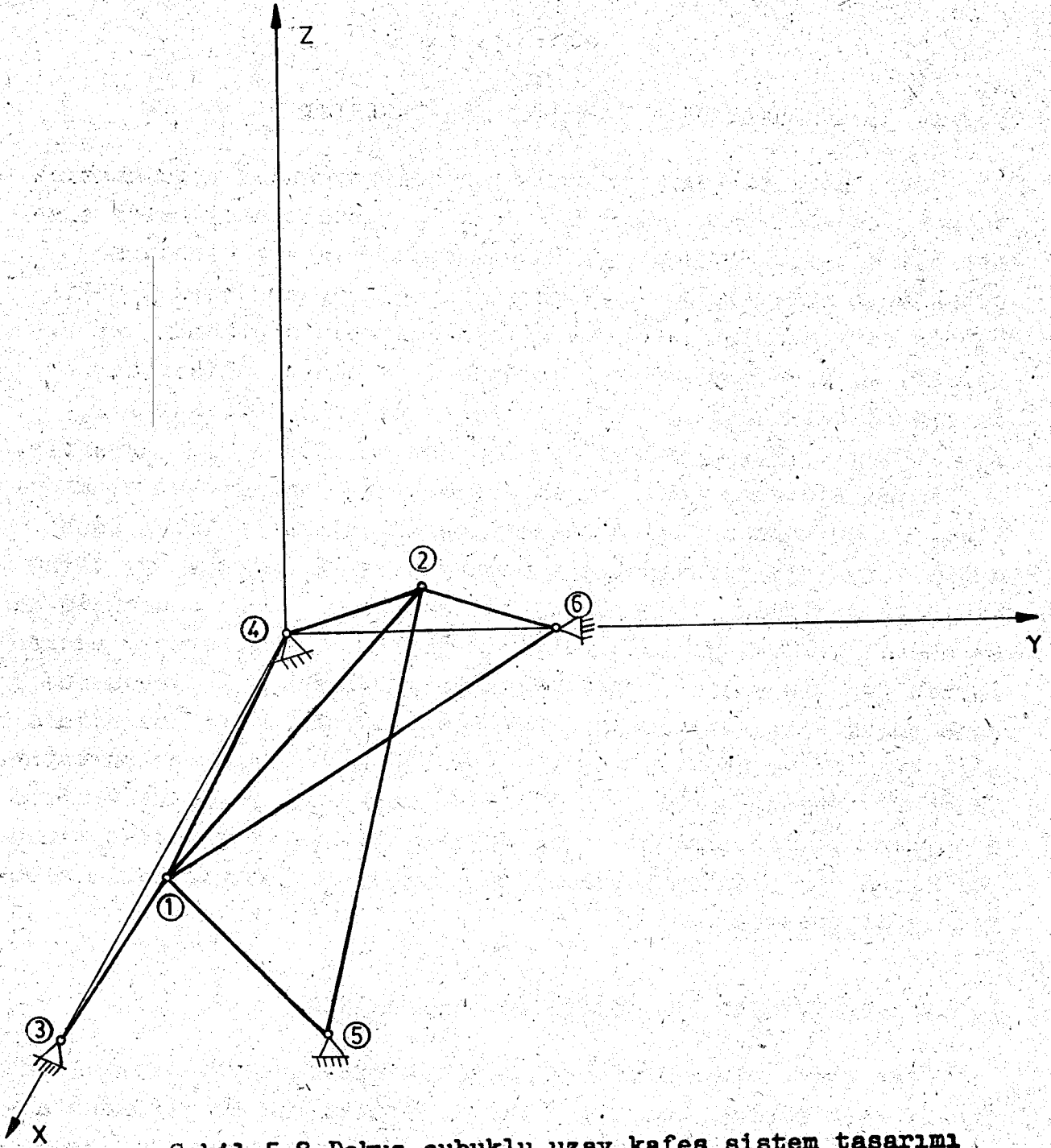
Şekil 5.7 Dört çubuklu uzay kafes sistem tasarımı

uygulanmıştır.

Sistemin şekil optimizasyonu problemi, 15 değişken ve 39 sınırlayıcıyı kapsamaktadır. Değişkenlerin ilk üçü grup alanlarını, 6 tanesi düğüm noktası deplasmanları ve son 6 tanesi düğüm noktası koordinatlarıdır. Sınırlayıcıların ilk altısı rijitlik, dokuzu gerilme, 6 sı deplasman, 6 tanesi alanlara uygulanan ve son 12 tanesi ise koordinatlara uygulanan değişim sınırlarıdır. Tablo 5.15 de görüleceği üzere yakınsama yedinci adımda sağlanmıştır. Bu durumda sistemin toplam hacmi $1810.33 \text{ cm}^3 (=0,005 \text{ ton})$ olarak bulunmuştur. Optimum sistemde deplasmanlar sınır değerlere ulaşmadığı halde 3, 5, 6, 8 elemanlarının gerilmeleri limit değere ulaşmışlardır. Bu da optimum şekillendirme probleminde gerilme sınırlayıcılarının hakim olduğunu göstermektedir. Optimum yapı Şekil 5.8 de verilmiştir.

| Adım No | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|--------------|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ALANLAR | A_1 | 36.00 | 5.04 | 1.20 | 0.41 | 0.64 | 0.52 | 0.71 | 0.57 |
| | A_2 | 36.00 | 5.04 | 1.20 | 2.00 | 1.56 | 1.55 | 2.06 | 1.59 |
| | A_3 | 36.00 | 5.04 | 1.20 | 0.75 | 1.18 | 1.14 | 0.88 | 1.09 |
| DEPLASMANLAR | x_{d1} | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.003 | 0.003 | 0.004 | 0.003 | 0.004 |
| | y_{d1} | 0.001 | 0.002 | 0.018 | 0.019 | 0.025 | 0.025 | 0.016 | 0.021 |
| | z_{d1} | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.002 | 0.001 | 0.000 | -0.002 | -0.003 |
| | x_{d2} | 0.000 | 0.000 | 0.000 | -0.005 | -0.004 | -0.005 | -0.003 | -0.004 |
| | y_{d2} | -0.001 | -0.003 | -0.015 | -0.016 | -0.025 | -0.025 | -0.026 | -0.022 |
| | z_{d2} | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | -0.001 | -0.002 |
| KOORDİNATLAR | x_1 | 203.20 | 182.88 | 164.59 | 181.05 | 193.34 | 200.00 | 211.81 | 221.50 |
| | y_1 | 76.20 | 68.58 | 75.43 | 67.89 | 61.10 | 55.00 | 49.49 | 44.54 |
| | z_1 | 76.20 | 68.58 | 61.72 | 56.20 | 56.20 | 56.20 | 56.20 | 56.20 |
| | x_2 | 50.80 | 55.88 | 61.46 | 64.13 | 57.72 | 51.94 | 46.76 | 42.07 |
| | y_2 | 76.20 | 68.58 | 75.43 | 82.98 | 91.28 | 100.40 | 90.36 | 99.40 |
| | z_2 | 76.20 | 68.58 | 61.72 | 56.20 | 56.20 | 56.20 | 56.20 | 56.20 |
| HACİM | | 55761 | 7441 | 1711 | 1619 | 1818 | 1786 | 1811 | 1810 |

Tablo 5.15 Dokuz Çubuklu Uzay Kafes Sistem Tasarımı
(Koordinatlar Değişken)



Şekil 5.8 Dokuz çubuklu uzay kafes sistem tasarımı

5.2.3. 15 ÇUBUKLU UZAY KAFES SİSTEM TASARIMI

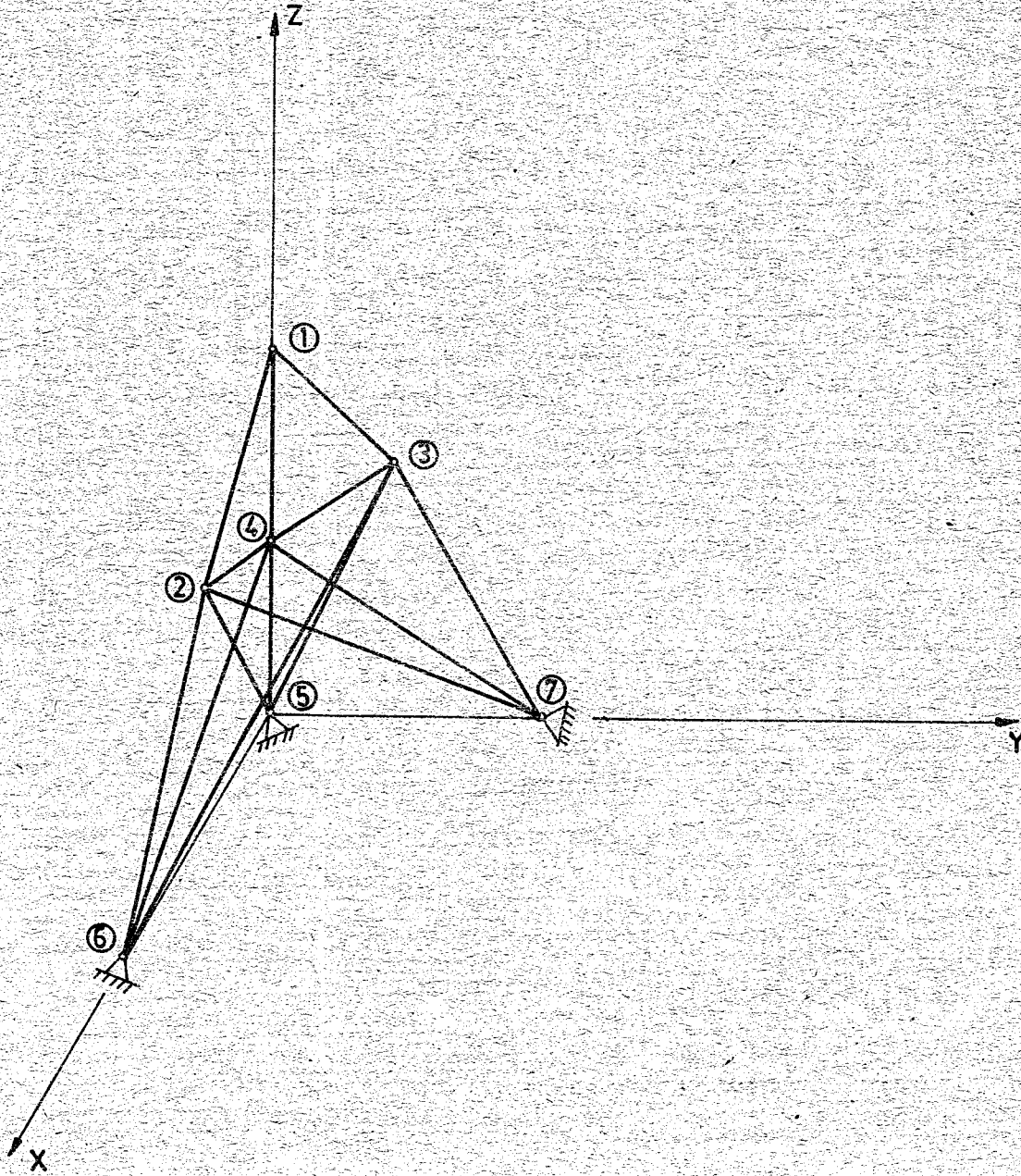
Uzay kafes sistemlerin şekil optimizasyonunun uygulamasına üçüncü örnek olarak, Şekil 5.3 deki 15 çubuklu uzay kafes sistem alınmıştır. Sistemin yükleme durumu, sistemi oluşturan çubukların numaraları, uç numaraları ve grup numaraları Şekil 5.3 de verilmiştir. Gözönüne alınan sistemin deplasman üst sınırları x, y ve z eksenleri yönünde 1 cm olarak alınmıştır. Bu sınırlamalara ek olarak koordinatlara $z_1 \geq 520$, $x_2 \geq 180$, $z_2 \geq 260$, $y_3 \geq 180$, $z_3 \geq 260$, $z_4 \geq 260$ alt sınırları uygulanmıştır.

Kafes sistemin şekil optimizasyonu probleminde beş alan grubu, oniki tane düğüm noktaları deplasmanları ve oniki tane düğüm noktaları koordinatları olmak üzere 29 değişken ve sırasıyla 12 rijitlik, 15 gerilme, 12 deplasman, 10 alan değişim ve 24 koordinatlara uygulanan değişim sınırı olmak üzere 78 sınırlayıcı yer almaktadır. Tablo 5.16 da görüldüğü gibi yakınsama 8 adım sonra elde edilmiştir. Yakınsamanın sağlandığı son adımda sistemin toplam hacmi 20489 cm^3 (=0.056 ton) olarak bulunmuştur. Sistemin optimum şekli, Şekil 5.9 da verilmiştir. 1, 2, 4, 5, 6 çubuklarının gerilmeleri limit değere ulaşmıştır. Bu da optimum şekillendirme probleminde gerilme sınırlayıcılarının hakim olduğunu göstermektedir.

5.3.4. 25 ÇUBUKLU UZAY KAFES SİSTEM TASARIMI

Uzay kafes sistemlerin şekil optimizasyonu uygulamasına dördüncü örnek olarak, Şekil 5.4 de gösterilen sistem gözönüne alındı. Sistemin çubuk, düğüm noktaları ve grup numaraları Şekil 5.4 de verilmiştir. Eksenler yönünde düğüm noktası deplasmanlarına 1 cm üst sınır uygulanmıştır. Bu sınırlamalara ek olarak koordinatlara $y_1 \geq 256.00$, $z_1 \geq 450.00$, $x_2 \geq 231.00$, $z_2 \geq 450.00$, $x_3 \geq 152.00$, $z_3 \geq 267.00$, $z_4 \geq 254.00$, $z_5 \geq 251.00$, $z_6 \geq 251.00$ alt sınırları uygulanmıştır. Bu sisteme Tablo 5.4 yüklemesi yapılmıştır.

Sistemin şekil optimizasyonu problemi, 44 (8 alan, 25 deplasman, 25 koordinat) değişken ve 113 sınırlayıcıyı kapsamak-



Şekil 5.9 Onbeş çubuklu uzay kafes sistem tasarımı

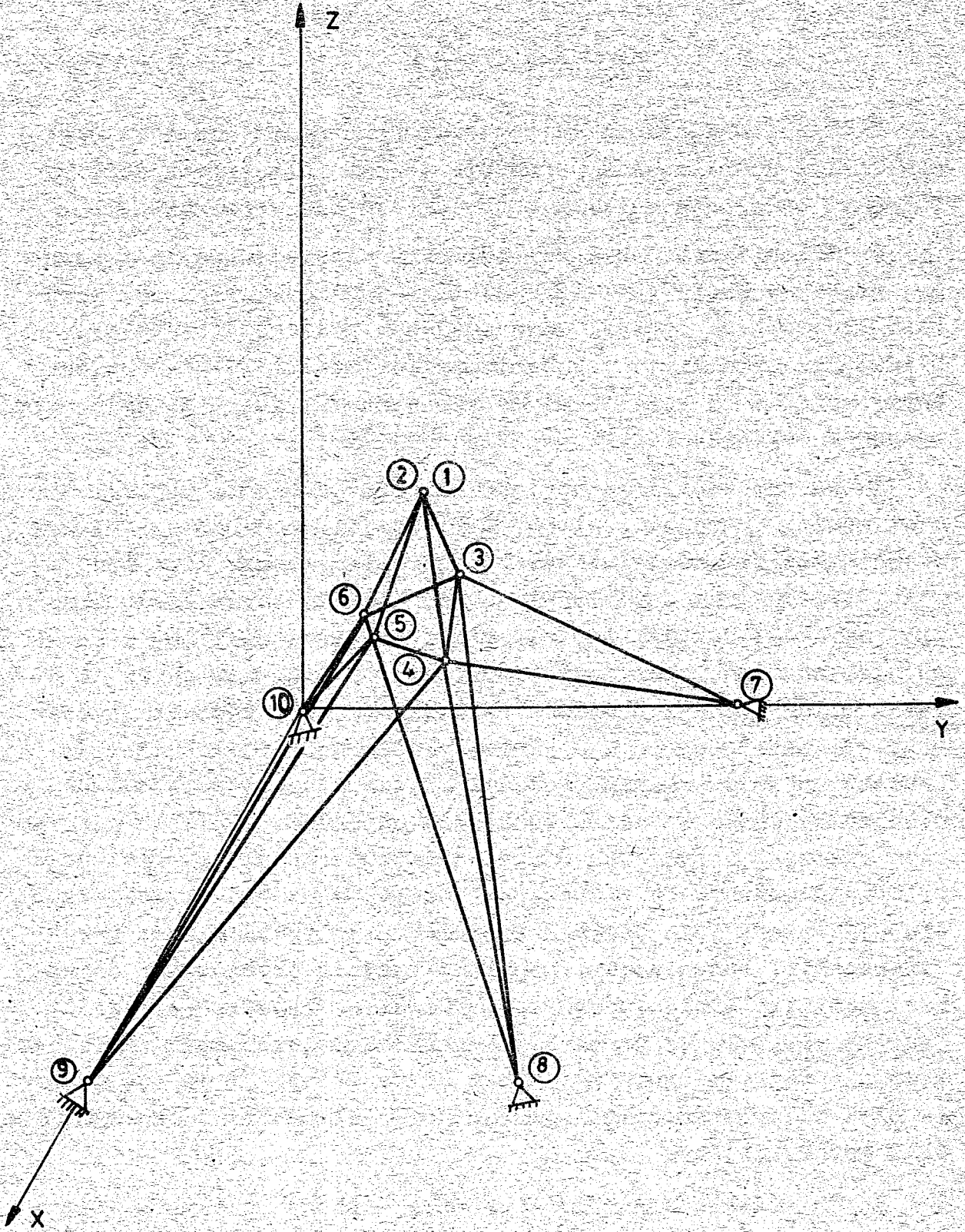
| Adım No | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | |
|-------------------------|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| A L A N L A R | A ₁ | 36.00 | 15.00 | 8.55 | 5.47 | 4.05 | 3.40 | 3.19 | 3.00 | 2.82 |
| | A ₂ | 36.00 | 15.00 | 8.55 | 5.47 | 4.94 | 5.06 | 5.12 | 5.07 | 5.38 |
| | A ₃ | 36.00 | 24.00 | 13.30 | 8.51 | 6.30 | 5.29 | 4.97 | 4.67 | 4.39 |
| | A ₄ | 36.00 | 15.00 | 8.55 | 5.47 | 4.05 | 3.40 | 3.19 | 3.00 | 2.87 |
| | A ₅ | 36.00 | 15.00 | 8.55 | 5.47 | 4.05 | 3.40 | 3.19 | 3.00 | 2.82 |
| D E P L A S M A N L A R | x _{d1} | 0.065 | 0.095 | 0.182 | 0.306 | 0.373 | 0.345 | 0.307 | 0.281 | 0.256 |
| | y _{d1} | 0.079 | 0.115 | 0.223 | 0.374 | 0.446 | 0.407 | 0.343 | 0.331 | 0.305 |
| | z _{d1} | 0.025 | 0.036 | 0.071 | 0.120 | 0.142 | 0.126 | 0.110 | 0.104 | 0.091 |
| | x _{d2} | 0.006 | 0.008 | 0.016 | 0.028 | 0.037 | 0.042 | 0.049 | 0.055 | 0.060 |
| | y _{d2} | 0.006 | 0.007 | 0.014 | 0.023 | 0.032 | 0.038 | 0.044 | 0.053 | 0.057 |
| | z _{d2} | -0.003 | -0.006 | -0.013 | -0.021 | -0.025 | -0.022 | -0.019 | -0.015 | -0.011 |
| | x _{d3} | 0.005 | 0.006 | 0.011 | 0.019 | 0.029 | 0.039 | 0.049 | 0.061 | 0.071 |
| | y _{d3} | 0.009 | 0.012 | 0.023 | 0.039 | 0.056 | 0.068 | 0.073 | 0.091 | 0.100 |
| | z _{d3} | -0.006 | -0.010 | -0.021 | -0.036 | -0.043 | -0.037 | -0.029 | -0.025 | -0.019 |
| | x _{d4} | 0.007 | 0.009 | 0.018 | 0.030 | 0.035 | 0.032 | 0.032 | 0.033 | 0.033 |
| | y _{d4} | 0.009 | 0.012 | 0.023 | 0.039 | 0.045 | 0.042 | 0.047 | 0.049 | 0.052 |
| | z _{d4} | 0.012 | 0.017 | 0.035 | 0.059 | 0.070 | 0.062 | 0.056 | 0.053 | 0.048 |
| K O O R D I N A T L A R | x ₁ | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| | y ₁ | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| | z ₁ | 600.00 | 540.00 | 520.00 | 520.00 | 520.00 | 520.00 | 520.00 | 520.00 | 523.84 |
| | x ₂ | 200.00 | 180.00 | 180.00 | 180.00 | 180.00 | 180.00 | 180.00 | 180.00 | 180.00 |
| | y ₂ | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| | z ₂ | 300.00 | 270.00 | 260.00 | 260.00 | 268.34 | 285.02 | 301.95 | 319.29 | 336.18 |
| | x ₃ | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| | y ₃ | 200.00 | 180.00 | 180.00 | 180.00 | 180.00 | 180.00 | 198.00 | 182.96 | 180.00 |
| | z ₃ | 300.00 | 270.00 | 260.00 | 260.00 | 280.00 | 302.02 | 312.67 | 343.94 | 364.07 |
| | x ₄ | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| | y ₄ | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| | z ₄ | 300.00 | 270.00 | 260.00 | 260.00 | 260.00 | 260.00 | 260.00 | 260.00 | 260.00 |
| HACİM | 198828 | 90553 | 48080 | 30771 | 24049 | 21616 | 21131 | 20489 | 20489 | |

Tablo 5.16 Onbeş Çubuklu Uzay Kafes Sistem Tasarımı (Koordinatlar Değişken)

| Adım No. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-------------------------|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| A L A N L A R | A ₁ | 36.00 | 15.84 | 8.55 | 5.47 | 4.05 | 4.70 | 4.41 | 4.68 |
| | A ₂ | 36.00 | 15.84 | 8.55 | 5.47 | 4.05 | 3.40 | 3.19 | 3.00 |
| | A ₃ | 36.00 | 15.84 | 8.55 | 5.47 | 4.05 | 3.40 | 3.19 | 3.01 |
| | A ₄ | 36.00 | 15.84 | 8.55 | 5.47 | 4.05 | 3.40 | 3.19 | 3.00 |
| | A ₅ | 36.00 | 15.84 | 8.55 | 5.47 | 4.05 | 3.40 | 3.19 | 3.00 |
| | A ₆ | 36.00 | 15.84 | 8.55 | 5.47 | 4.05 | 3.73 | 3.76 | 3.53 |
| | A ₇ | 36.00 | 15.84 | 8.55 | 5.47 | 4.05 | 4.29 | 4.46 | 4.52 |
| | A ₈ | 36.00 | 15.84 | 8.55 | 5.47 | 4.05 | 3.55 | 3.45 | 3.48 |
| D E P L A S M A N L A R | x _{d1} | 0.000 | 0.025 | 0.082 | 0.197 | 0.258 | -0.430 | -0.222 | 0.450 |
| | y _{d1} | 0.116 | 0.170 | 0.423 | 0.168 | 0.202 | 0.000 | 0.015 | -0.047 |
| | z _{d1} | -0.008 | -0.017 | -0.055 | 0.048 | -0.047 | 0.036 | -0.105 | 0.018 |
| | x _{d2} | 0.000 | -0.029 | -0.120 | -0.258 | -0.244 | 0.89 | 0.378 | -0.091 |
| | y _{d2} | -0.116 | -0.174 | -0.405 | -0.232 | -0.175 | -0.115 | 0.004 | 0.048 |
| | z _{d2} | -0.008 | -0.010 | 0.002 | -0.125 | -0.030 | -0.117 | -0.024 | -0.146 |
| | x _{d3} | 0.027 | 0.044 | 0.099 | 0.032 | 0.010 | 0.011 | 0.012 | 0.015 |
| | y _{d3} | -0.005 | -0.012 | -0.027 | -0.011 | -0.008 | 0.004 | -0.004 | -0.002 |
| | z _{d3} | -0.021 | -0.035 | -0.072 | -0.035 | -0.040 | -0.052 | -0.053 | -0.048 |
| | x _{d4} | 0.027 | 0.048 | 0.114 | 0.084 | -0.004 | -0.009 | -0.014 | -0.018 |
| | y _{d4} | 0.005 | 0.011 | 0.033 | 0.005 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.000 |
| | z _{d4} | 0.011 | 0.019 | 0.038 | 0.003 | -0.057 | -0.055 | -0.057 | -0.053 |
| | x _{d5} | -0.027 | -0.044 | -0.094 | -0.064 | -0.025 | -0.017 | -0.012 | -0.013 |
| | y _{d5} | 0.005 | 0.013 | 0.038 | 0.064 | 0.016 | 0.005 | 0.002 | 0.004 |
| | z _{d5} | -0.021 | -0.034 | -0.062 | -0.058 | -0.051 | -0.056 | -0.052 | -0.055 |
| | x _{d6} | -0.027 | -0.046 | -0.100 | -0.070 | 0.002 | 0.009 | 0.013 | 0.015 |
| | y _{d6} | -0.005 | -0.012 | -0.034 | -0.020 | 0.002 | 0.001 | 0.001 | 0.005 |
| | z _{d6} | 0.011 | 0.017 | 0.027 | -0.035 | -0.060 | -0.054 | -0.058 | -0.051 |
| K O O R D I N A T L A R | x ₁ | 158.75 | 174.62 | 192.08 | 211.29 | 232.42 | 241.08 | 241.81 | 245.38 |
| | y ₁ | 254.00 | 279.39 | 256.79 | 256.80 | 257.28 | 256.77 | 256.79 | 267.25 |
| | z ₁ | 508.00 | 457.20 | 450.00 | 450.00 | 450.00 | 450.00 | 450.00 | 450.00 |
| | x ₂ | 349.25 | 314.32 | 282.89 | 254.60 | 231.40 | 241.89 | 240.58 | 245.36 |
| | y ₂ | 254.00 | 228.60 | 251.45 | 226.30 | 244.94 | 269.43 | 248.61 | 266.84 |
| | z ₂ | 508.00 | 457.20 | 450.00 | 450.00 | 450.00 | 454.68 | 450.00 | 459.49 |
| | x ₃ | 158.75 | 174.62 | 192.08 | 211.29 | 232.42 | 22.04 | 231.62 | 218.47 |
| | y ₃ | 349.25 | 314.31 | 282.87 | 311.15 | 315.61 | 284.05 | 282.46 | 289.39 |
| | z ₃ | 254.00 | 267.00 | 267.00 | 293.69 | 289.21 | 298.76 | 314.77 | 338.00 |
| | x ₄ | 349.25 | 314.32 | 282.89 | 272.00 | 261.84 | 257.31 | 253.96 | 268.67 |
| | y ₄ | 349.25 | 314.32 | 282.89 | 311.17 | 342.29 | 308.06 | 277.25 | 304.98 |
| | z ₄ | 254.00 | 254.00 | 254.00 | 254.00 | 267.35 | 289.21 | 285.23 | 281.75 |
| | x ₅ | 349.25 | 314.00 | 282.89 | 254.60 | 229.13 | 237.66 | 253.76 | 244.90 |
| | y ₅ | 158.75 | 174.62 | 192.08 | 187.06 | 204.10 | 211.30 | 230.85 | 207.76 |
| | z ₅ | 254.00 | 251.00 | 251.00 | 251.00 | 276.09 | 303.70 | 273.33 | 290.53 |
| | x ₆ | 158.75 | 174.62 | 192.08 | 211.29 | 232.42 | 238.93 | 231.56 | 246.78 |
| | y ₆ | 158.75 | 174.62 | 192.08 | 196.83 | 177.15 | 194.86 | 214.35 | 198.57 |
| | z ₆ | 254.00 | 251.00 | 251.00 | 261.98 | 288.17 | 259.35 | 285.28 | 313.81 |
| HACIM | 302400 | 121488 | 62167 | 39488 | 29147 | 26701 | 26124 | 26143 | |

Tablo 5.17 Yirmibeş çubuklu uzay kafes sistem tasarımı (koordinatlar değişken)

tadır. Değişkenlerde Tablo 5.17 de görüleceği üzere yedi adımda yakınsama sağlanmaktadır. Son adımda sistemin toplam hacmi 26143.00 cm^3 (=0.072 ton) olarak bulunmuştur. 5, 7, 8, 14, 17, 22, 24 numaralı çubuklarda gerilmeler limit değere ulaşmaktadır. Sistemde gerilme sınırlayıcıları hakimdir. Şekil 5.10 da sistemin optimum şekli verilmiştir.



Şekil 5.10 Yirmibeş çubuklu uzay kafes sistemin tasarımı

S O N U Ç L A R

Uzay kafes sistemlerin optimum boyutlandırılması ve optimum şekillendirilmesini yapan bir yöntem geliştirmek için yapılan bu çalışmada varılan sonuçlar aşağıda verilmiştir.

1- Bu çalışmanın birinci bölümünü oluşturan yayın taraması, günümüze kadar yapı mühendisinin daha çok sezgi ve tecrübesi ile yaptığı yapısal tasarımın optimizasyon teknikleri ve bilgisayar yardımıyla yapılabileceğini göstermiştir. Optimum boyutlandırma ve şekillendirme ile sistemin ağırlığında önemli tasarruf sağlanabileceği, çözülen örneklerden görülmüştür.

2- Bu tür yapıların optimum tasarım problemi, toplam ağırlığı minimum yapacak şekilde, sınırlayıcıları gözönüne alarak formüle edildiğinde, matematik programlama problemine dönüşmektedir. Optimum boyutlandırma probleminde çubuk kesit alanları ve düğüm noktası deplasmanları, optimum şekillendirme probleminde ise yukarıdaki boyutlandırma değişkenlerine ek olarak düğüm noktası koordinatları alınmıştır. Yapısal tasarım problemi matris deplasman yöntemiyle formüle edilmiştir. Bu şekilde optimum tasarım problemi lineer olmayan programlama problemine dönüşmektedir. Problemin çözümünde yaklaşık programlama kullanılmış ve daha önceki çalışmalarda olduğu gibi başarıyla bulunmuştur. Bu yöntem, salınının önlenmesi ve yakınsamanın sağlanması için değişim sınırlarının uygulanmasını gerektirmektedir. Bunun seçimi, optimum tasarım probleminin davranışı ile ilgili olduğundan araştırmacılar tarafından farklı şekilde yapılmış ve genel bir kurala bağlanamamıştır. Bu çalışmada ise değişim sınırları bölüm II ve bölüm III de açıklandığı gibi düzenlenerek, bilgisayar programlamasına daha uygun bir hale getirilmiştir.

3- Geliştirilen yöntem geneldir. Uzay kafes sistemlerin optimum boyutlandırılmasını ve şekillendirilmesini yapabilmektedir.

4- Bilgisayar programlaması kolay olan optimum tasarım yöntemi, optimum çözüme diğer tekniklere nazaran daha az

sayıda adımla ulaşmaktadır. Bu da yöntemin etkinliğini göstermektedir. Öte yandan her adımda bir sistem analizi gerektirmesi dolayısıyla, az sayıda analizle optimum sonuç elde edilebilmektedir.

5- Gözönüne alınan uygulamalardan, uzay kafes sistemin optimum boyutlandırılmasının, sistemi oluşturan çubuk elemanların gruplandırılmasına bağlı olduğu görülmüştür. Çözülen örneklerde, sistemin elemanları arasında yapılan gruplandırılmalar nedeniyle gerilme sınırlayıcılarının hakim olması durumunda, optimum kafesler tam gerilmeli olarak elde edilememiştir. Sadece, bir veya daha fazla çubuktaki gerilmelerin emniyet gerilmesine ulaştığı görülmüştür. Şekil optimizasyonu boyutlandırılmasında ise, kafesin optimum şeklinin, ana sistemin şekline ve çubukların gruplandırılmasına bağlı olduğu görülmüştür. Ayrıca, sınırlı ıçuların nitelik ve niceliği optimum şekli etkilemektedir. Şekil optimizasyonunda şekillendirme adımları optimum şekle ulaşıncaya kadar, değişik topolojilerde uygun sistemler elde edilmektedir.

6- Şekil optimizasyonuna ait çözülen örneklerde, düğüm noktası koordinatları değişkenlerine ait sınır uygulamanın zorunluğu olduğu görülmektedir. Bu değişkenlere tam bir hareket serbestisi verilmesi halinde, yöntem, yük taşıyan düğüm noktalarını mesnetlere indirgemektedir. Böylece teorik olarak etkileyen yüklerin mesnetler tarafından taşındığı gerçek anlamda minimum ağırlıklı sistem elde edilmektedir. Ancak, pratik olarak imkânsız olan bu durum, düğüm noktaları koordinatlarına uygulanan sınırlamalarla giderilebilmektedir.

EK - I

KESİT ÖZELLİKLERİNİN BİRBİRİNE BAĞLANMASI

Alt bölüm 2.2.3 de konu edilen çubukların kesit alanlarını atalet yarıçaplarına bağlayan bağıntı, bu çalışmada en küçük kareler yöntemi [126] kullanılarak elde edilmiştir. Bu yöntem, verilen karşılıklı x_i ve y_i gibi m değerlerin en az hata ile sağladıkları doğrunun denklemini belirlemektedir. xy eksen takımında bu denklem

$$y = a_1 x + a_0 \quad (E.1)$$

şeklinde verilmektedir. Burada a_1 ve a_0 sabitleri

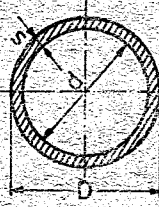
$$a_1 = \frac{m \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{m \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (E.2)$$

$$a_0 = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{m \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

bağıntılarıyla hesaplanır. Bu ifadeler yardımıyla kesit özellikleri arasında bağıntı kurmak mümkündür. Örneğin Tablo E.1 de kesit özelliklerinin değerleri verilen yuvarlak boruyu gözönüne alalım. Bu tablodaki değerlerin logaritmalarına (E.2) ve (E.1) denklemleri uygulanarak, kesit özellikleri aranmakta olan bağıntı elde edilebilir. Kesitin A alanları r atalet yarıçapları birbirine bağlanmak istenirse, Tablo E.1'deki altıncı ve yedinci kolonlardaki sayıların logaritmaları alınarak, (E.2) ifadelerindeki

$$x_i = \log(A_i), y_i = \log(r_i) \quad (E.3)$$

yazılır. Bunun sonucu $a_1 = 0.9195$ ve $a_0 = 0.2591$ bulunur. Bu değerler (E.1) de yerine yazılırsa



| D cm | s cm | d cm | J cm ⁴ | W cm ³ | F cm ³ | r cm |
|---------|---------|---------|----------------------|----------------------|----------------------|---------|
| 10.16 | 1.00 | 8.16 | 305 | 60.10 | 28.8 | 3.26 |
| 10.80 | 1.00 | 8.8 | 373 | 69.2 | 30.8 | 3.48 |
| 11.43 | 1.00 | 9.43 | 450 | 78.7 | 32.8 | 3.70 |
| 12.10 | 1.00 | 10.10 | 541 | 89.50 | 34.9 | 3.94 |
| 12.7 | 1.00 | 10.70 | 634 | 99.8 | 36.8 | 4.15 |
| 13.3 | 1.00 | 11.30 | 736 | 111 | 38.6 | 4.36 |
| 13.97 | 1.00 | 11.97 | 862 | 123 | 40.7 | 4.60 |
| 14.6 | 1.00 | 12.60 | 993 | 136 | 42.7 | 4.82 |
| 15.2 | 1.00 | 13.24 | 1140 | 150 | 44.7 | 5.05 |
| 15.9 | 1.00 | 13.9 | 1305 | 164 | 46.8 | 5.28 |
| 16.51 | 1.00 | 14.51 | 1471 | 178 | 48.7 | 5.49 |
| 16.83 | 1.00 | 14.83 | 1564 | 186 | 49.7 | 5.61 |
| 17.1 | 1.00 | 15.10 | 1645 | 192 | 50.6 | 5.70 |
| 17.78 | 1.00 | 15.78 | 1862 | 209 | 52.7 | 5.94 |
| 19.10 | 1.00 | 16.9 | 2529 | 265 | 62.20 | 6.41 |
| 19.37 | 1.00 | 17.37 | 2442 | 252 | 57.7 | 6.50 |
| 21.6 | 1.00 | 19.60 | 3441 | 319 | 64.7 | 7.29 |
| 21.91 | 1.00 | 19.91 | 3598 | 328 | 65.70 | 7.40 |
| 24.1 | 1.00 | 22.10 | 4850 | 402 | 72.60 | 8.17 |
| 24.45 | 1.00 | 22.45 | 5073 | 415 | 73.7 | 8.30 |

Tablo E.1 Boru Kesit Özellikleri

$$\log r = 0.9195 \log A - 0.2591 \quad (E.4)$$

bulunur ve buradan

$$r = 0.5508 A^{0.9195} \quad (E.5)$$

bağıntısı elde edilir. Profil kesit alanı ile atalet yarıçapı arasında aşağıdaki bağıntı kurulmuş olur.

$$r = a A^b \quad (E.6)$$

Çeşitli profiller için a ve b değerleri Tablo E.2 de verilmiştir.

| | Γ | Γ | \bigcirc | T |
|---|----------|----------|------------|--------|
| a | 0.4356 | 0.4107 | 0.9195 | 0.6156 |
| b | 0.539 | 0.535 | 0.5508 | 0.4009 |

Tablo E.2 a ve b nin değerleri.

K A Y N A K L A R

- 1 KESKİNEL, F. ve ATREK, E. "Yapısal Optimizasyon", İ.T.Ü. Mimarlık Fakültesi, Rapor No:8, 1978.
- 2 SHEU, C.Y. ve PRAGER, W., "Recent Developments in Optimal Structural Design", Appl.Mech.Rev., 21, 1968.
- 3 SCHMIT, L.A., "Structural Synthesis: 1959-1969, a Decade of Progress", in Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis and Design, Univ.of Alabama Press, Huntsville, 1971.
- 4 NIORDSON, F.I. ve PEDERSEN, P., "A Review of Optimal Structural Design", Proc.13 th Int.Cong.Theor.Appl. Mech., Springer-Verlag, Moskova, 1973.
- 5 SAKA, M.P. "Shape Optimization of Trusses", J.Struc.Div. ASCE, Vol.106, ST 5, 1980.
- 6 KANTOROVICH, L.V., "Matematicheskie Metody Organizatsii Planirovania Proizvodstva", Leningrad, 1939.
- 7 DANTZIG, G.B., "Linear Programming and Extensions", Princeton University, Press, Princeton, N.J., 1963.
- 8 HADLEY, G., "Linear Programming", Addison-Wesley, Reading, Mass., 1962.
- 9 GASS, S.I., "Linear Programming Methods and Applications", McGraw-Hill. 1975.
- 10 AŞAN, S., "Simpleks Yöntemi", İktisadi ve Ticari İlimler Dergisi, İ.İ.T.İ.A., İstanbul, Sayı 1, 1977.
- 11 GÜREL, O., "Linear Programlama ve Dinamik Programlamaya Giriş", İ.T.Ü.Kütüphanesi, E.H.M.Yayını, Sayı 4, 1966.
- 12 DANTZIG, G.B., ORDEN, A. ve WOLFE, P., "Generalized Simpleks Inequality Restraints", Rand Report, RM-1264, 1954.
- 13 LEMKE, C.E., "The Dual Method of Solving The Linear Programming", Naval Research Logistics Quarterly, Sayı 1, 1954.

- 14 GOMORY, R.A., "An Algorithm For integer Solutions to Linear Programs", Technical Report No:1, Princeton-I.B.M. Mathematical Research Project, 1958.
- 15 FOX, R.L., "Optimization Methods for Engineering Design", Addison-Wesley, Reading, Mass, 1970.
- 16 HADLEY, G., "Non-Linear and Dynamic Programming", Addison-Wesley, Reading, 1964.
- 17 LOOTSMA, F.A., "A Survey of Methods for Solving Constrained Minimization Problems via Unconstrained Minimization", Philips Research Laboratories, Eindhoven, Hollanda, 1973.
- 18 MANGASRIAN, O.L., "Techniques of Minimization", Journal of Engineering for Industry, Mayis, 1972.
- 19 ZOUNTEDIJK, G., "Nonlinear Programming, A Numerical Survey", J.Siam Cont., Vol.4, No:1, 1966.
- 20 KELLY, J.E., "The Cutting Plane Method for Solving Convex Programs", J.Soc. Indus. Appl. Math., Vol.8, No:4, 1960.
- 21 GRIFFITH, R.E., ve STEWART, R.A., "A Nonlinear Programming Technique for The Optimization of Continues Processing", Management Science, Vol.7, No:4, 1961.
- 22 MOSES, F., "Optimum Structural Design Using Linear Programming", J.Struc.Div., ASCE, Vol.90, No:ST 6, 1964.
- 23 CORNELL, C.A., REINSCHMIDT, K.F., ve BROTCHE, J.F., "A Method for The Optimum Design of Structure", Int.Symposium on The Use of Computers in Struc.Eng., Newcastle Upon-Tyne, 1966.
- 24 REINSCHMIDT, K.F., CORNELL, C.A., ve BROTCHE, J.F., "Iterative Design and Structural Optimization", J.Struc.Div., ASCE, Vol.92, No:ST 6, 1966.
- 25 ROMSTAD, K.M. ve WANG, C.K., "Optimum Design of Framed Structures", J.Struc.Div. ASCE, Vol.94, No:ST 12, 1968.

- 26 POPE,G.G., "The Design of Optimum Structures of Specified Basic Configuration", Int.J.Mech.Sci.,Vol.10, 1968.
- 27 POPE,G.G., "The Application of Linear Programming Techniques in The Design of Optimum Structures", Proc.of AGARD,Symposium on Structural Optimization, Istanbul, Ekim, 1969.
- 28 POPE,G.G., "Optimum Design of Stressed Skin Structures", AIAA Journal,Vol.11, No:11, 1973.
- 29 JOHNSON,D.ve BROTTON,D.M., "Optimum Elastic Design of Redundant Trusses", J.Struc.Div.ASCE,Vol.95,ST 12, 1969.
- 30 SAKA,M.P., "Optimum Design of Structures", Ph.D.Thesis, Univ.of Aston, Birmingham, U.K., 1975.
- 31 SAKA,M.P., "Çerçevelerin Optimum Boyutlandırılması", Sakarya D.M.M.Akademisi Dergisi, Kasım, Yıl 2, 1977.
- 32 SAKA,M.P., "Optimum Design of Rigidly Jointed Frames", J.Computers and Structures, 1980.
- 33 TOAKLEY,A.R., "The Optimum Design of Triangulated Frameworks", Int.J.Mech.Sci.,Vol.10, 1968.
- 34 MAJİD,K.I.ve ANDERSON,D., "Optimum Design of Hyperstatic Structures", Int.J.for Num.Meth.in Engr.,Vol.4, 1972.
- 35 COURANT,R., "Variational Methods for The Solution of Problems of Equilibrium and Vibration", Bull.Am.Math. Soc.,Vol.49, 1943
- 36 CARROL,C.W., "The Created Response Surface Technique for Optimizing Nonlinear Restrained Systems", Operations Research,Vol.9,No:2, 1961.
- 37 FIACCO,A.V.,ve McCORMICK,G.P., "The SUMT,Primal Dualmethod", Management Science, Vol.13,Sayı 5, 1965.
- 38 LOOTSMA,F.A., "Logaritmik Programming,a method of Solving Nonlinear Programming Problems", Philips Res.Repts., Vol.22, 1967.

- 39 FIACCO, A.V., ve McCORMICK, G.P., "The Sequential Unconstrained Minimization Technique for Convex Programming With the Quality Constraints", RAC-TP-155, Nisan, 1965.
- 40 RAMAKRISHNAN, C.V. ve CAMPBELL, J.S., "Automated Design of Structural Shape", Int. Conf. on Comp. Oriented Design in Civ. Engr., Univ. of Aston, Birmingham, U.K., 1973.
- 41 SPANG, H.A., "A Review of Minimization Techniques for Nonlinear Functions", SIAM Review, Vol. 4, Sayı 4, Ekim, 1962.
- 42 KOWALIK, J., "Nonlinear Programming Procedures and Design Optimization", Acta Polytechnica Scandinavica, sayı 13, Trondheim, 1966.
- 43 DAVIDON, W.C., "Variable metric Method for Minimization", Argonne Nat. Lab., ANL-5990, REV., 1959.
- 44 FLETCHER, R. ve POWELL, M.J.D., "A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization", Computer Journal, Vol. 6, 1963.
- 45 POWELL, M.J.D., "An Efficient Method of Finding The Minimum of a Function of Several Variables Without Calculating Derivatives", Computer Jour., Vol. 7, 1964.
- 46 SCHMIT, L.V. ve FOX, R.L., "An Integrated Approach to Structural Synthesis and Analysis", AIAA Journal, Vol. 3, No. 6, 1965.
- 47 SCHMIT, L.A. ve FOX, R.L., "Advances in The Integrated Approach to Structural Synthesis", J. Spacecraft, Vol. 3, Sayı 6, 1966.
- 48 KAVLIE, D. ve MOE, J., "Application of Nonlinear Programming to Optimum Grillage Design With Non-Convex Sets of Variables", Int. J. for Num. Meth. in Engr., Vol. 1, 1969.

- 49 GISVOLD, K.M. ve MOE, J., "Buckling Analysis by Means of Nonlinear Programming", Int.J.for Num.Meth.in Engr., Vol.2, 1970
- 50 KAVLIE, D. ve MOE, J., "Automated Design of Frame Structures", J.Struc.Div.ASCE, Vol.97, ST 1, 1971.
- 51 GISVOLD, K.M. ve MOE, J., "A Method for Nonlinear Mixed Integer Programming and its Application to Design Problems", Journal of Engr.for Industry, Vol.94, Sayı 2, 1972.
- 52 DESILVA, B.M.E. ve GRANT, G.N.C., "Comparison of Some Penalty Function Based Optimization Procedures for The Synthesis of a Planar Truss", Int.J.for Num.Meth. in Engr., Vol.7, 1973.
- 53 ROSENBROCK, H.H., "An Automotic Method for Finding The Greatest or Least Value of a Function", Computer J., Vol.3, 1960.
- 54 ROSEN, J.B., "The Gradient Projection Method for Nonlinear Programming", I.Kısım-Linear Constraints, J., Soc. Indust.App.Math., Vol.9, 1961.
II.Kısım-Nonlinear Constraints, J., Soc. Indust.App. Math., Vol.9, 1961.
- 55 KUHN, H.W. ve TUCKER, A.W., "Nonlinear Programming" Proc. Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Univ.of Calif.Press, Berkeley, 1951.
- 56 JOUNTENDIJK, G., "Methods of Feasible Directions", Elsevier, Amsterdam, 1960.
- 57 ABADIE, J. ve CARPENTER, J., "Generalization of The Wolfe Reduced Gradient Method to The Case of Nonlinear Constraints", In Optimization (Ed.R.Fletcher) Academic Press, London, 1969.
- 58 WOLFE, P., "Methods of Nonlinear Programming", Recent Advances in Mathematical Programming, McGraw-Hill, New York, 1963.

- 59 SCHMIT, L.A., ve KICHER, T.P., "Synthesis of Material and Configuration Selection", J.Struc.Div.ASCE, Vol.88, ST 3, 1962.
- 60 SCHMIT, L.A. ve MORROW, W.M., "Structural Synthesis With Buckling Constraints", J.Struc.Div.ASCE, Vol.89, ST 4, 1963.
- 61 RAZANI, R., "Behaviour of Fully Stressed Design of Structures and its Relationship to Minimum Weight Design", AIAA Journal, Vol.3, Sayı 12, 1965.
- 62 KICHER, T.P., "Optimum Design-Minimum Weight Versus Fully Stressed", J.Struc.Div.ASCE, Vol.92, ST 6, 1966.
- 63 GELLATLY, R.A. ve GALLAGHER, R.H., "A Procedure for Automatic Minimum Weight Design", I.Kısım-Theoretical Basis, II.Kısım-Application, Aeronautical Quarterly, Vol.XVII, Augustos, 1966.
- 64 BROWN, D.M. ve ANG, A.H-S, "Structural Optimization by Nonlinear Programming", J.Struc.Div.ASCE, Vol.92, ST 6, 1966.
- 65 MOSES, F. ve ONODA, S., "Minimum Weight Design of Structures With Application to Elastic Grillages", Int.J.for Num.Meth.in Engr., Vol.1, 1969.
- 66 VANDERPLAATS, G.N. ve MOSES, F., "Structural Optimization by Methods of Feasible Direction", J.Computers and Structures, Vol.3, 1973.
- 67 GALLAGHER, R.H. ve ZIENKIEWICZ, O.C., "Optimum Structural Design", John Willy, 1973.
- 68 BERKE, L. ve VENKAYYA, V.B., "Review of Optimality Criteria Approaches to Structural Optimization", Struc.Opt. Symp. (Ed.L.A.Schmit), ASME Winter Annual Meeting, 1974 (AMD 7).
- 69 BERKE, L. ve KHOT, N.S., "Use of Optimality Criteria Methods for Large Scale Systems", AGARD Lecture Series No:70, Struc.Opt. 1974.

- 70 KHOT, N.S., VENKAYYA, V.B. ve BERKE, L., "Experience With Minimum Weight Design of Structures Using Optimality Criteria Methods", 2 nd Int. Cnf. Vehicle Struc. Mech., Southfield, Michigan, 1977.
- 71 KHOT, N.S., BERKE, L. ve VENKAYYA, V.B., "Comparisons of Optimality Criteria Algorithms for Minimum Weight Design of Structures", AIAA/ASME 19 th SDM Conf. Bethesda, Maryland, 1978.
- 72 GELLATLY, R.A., HELENBROOK, R.G. ve KOCHER, L.H., "Multiple Constraints in Structural Optimization", Int. J. Num. Meth. in Engr., Vol. 13, 1978.
- 73 BROYSON, A.E. Jr., ve HO, Y.-C., "Applied Optimal Control", Blaisdell, Waltham, Mass., 1969.
- 74 ARMAND, J.L., "Applications of Optimal Control Theory to Structural Optimization: Analytical and Numerical Approach", IUTAM Symposium on Optimization in Structural Design, Varşova, Polonya, Agustos, 1973.
- 75 PIERSON, B.L., "A Survey of Optimal Structural Design under Dynamic Constraints", Int. J. for Num. Meths. in Engr. Vol. 4, Temmuz-Agustos, 1972.
- 76 HAUG, E.J., Jr., ve ARORA, J.S., "Structural Optimization via Steepest Descent and Interactive Computation", Air Force Third Conf. on Matrix Methods in Structural Mechanics, Ekim, 1971.
- 77 HAUG, E.J. Jr. ve KIRMSER, P.G., "Minimum Weight Design of Beams With Inequality Constraints on Stress and Deflections", Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 34, Sayı 4, Aralık, 1967.
- 78 DIXON, L.C.W., "Pontryagin's Maximum Principle Applied to The Profile of a Beam", J. Royal Aeronautical Society, Londra, Vol. 71, Sayı 679, Temmuz, 1967.

- 79 NAIR-N.G., "A Formulation of Inelastic Structural Design under Uncertainty for Cost-Effectiveness as Game and Decision Theory Problems", Doktora Tezi, Indian Institute of Technology, Kanpur, Hindistan, 1970.
- 80 SINGARAJ,N.M.ve RAO,J.K.S., "Optimization in Trusses Using Optimal Control Theory", J.Struc.Div.ASCE, Vol.101, ST 5, 1975.
- 81 PALMER,A.C., "Optimum Structural Design by Dynamic Programming", J.Struc.Div.ASCE, Vol.94, ST 8, 1966.
- 82 TEMPLEMAN,A.B., "Structural Design for Minimum Cost Design Using The Method of Geometric Programming", Proc.ICE, London, Vol.46, 1971.
- 83 KERNOT,W.C., "Papers on Scientific Subjects", Sayfa.214, University of Melbourne, 1880.
- 84 MICHELL,A.G.M., "The Limits of Economy of Material in Frame Structures", Phil.Mag.S.6, Vol.8, Sayı.47, 1904.
- 85 SCHMIDT,L.C., "Minimum Weight Layouts of Elastic, Statically Determinate Triangulated Frames under Alternative load Systems", J.Mech.Phys.Solids, Vol.10, 1962.
- 86 GHISTA,D.N., "Optimum Frameworks under Single load System", J.Struc.Div.ASCE, Vol.92, ST 5, 1966.
- 87 NAGTEGAAL,J.C.ve PRAGER,W., "Optimal Layout of a Truss for Alternative Loads", Int.J.Mech.Sci.Vol.15, 1973.
- 88 CHAN,H.S.Y., "Optimal Design of Structures", Doktora Tezi, University of Oxford, U.K., 1967.
- 89 HEMP,W.S., "Optimum Structures", Oxford Engineering Science Series, Clarendon Press, Oxford, U.K., 1973.
- 90 DORN,W.S., GOMORY,R.E.ve GREENBERG,H.J., "Automatic Design of Optimal Structures", Journal de Mechanique, Vol.3, Paris, 1964.

- 91 FLERON,P., "The Minimum Weight of Trusses", Bygnings - Statistiske Meddelelser, Vol.35, Sayı.3, 1964.
- 92 DOBBS,M.V.ve FELTON,L.P., "Optimization of Truss Geometry", J.Struc.Div.ASCE,Vol.95, ST 10, 1969.
- 93 LAPAY,W.S.ve GOBLE,G.G., "Optimum Design of Trusses for Ultimate Loads", J.Struc.Div.ASCE, Vol.97, ST 1, 1971.
- 94 MAJID,K.I.ve ELLIOTT,D.W.C., "Forces and Deflections in Changing Structures", The Structural Engineer, Vol.51, Sayı 3, 1973.
- 95 MAJID,K.I.ve ELLIOTT,D.W.C., "Topological Design of pin Jointed Structures by Nonlinear Programming", Proc. ICE, Londra, Vol.55, 2.Kısım, 1973.
- 96 MAJID,K.I.,SAKA,M.P.ve ÇELİK,T., "The Theorems of Structural Variation Generalized for Rigidly Jointed Frames", Proc.ICE, London, Vol.65, Aralık, 1978.
- 97 SAKA,M.P., "Yapısal Değişim Teoremlerinin Çerçevelere Uygulanışı", İ.T.Ü.Dergisi, Cilt.34, Sayı.6, 1976.
- 98 SAKA,M.P., "Çerçvelerin Şekil Optimizasyonu", İTÜ Dergisi, Cilt.35, Sayı.6, 1977.
- 99 SAKA,M.P., "Yapısal Değişim Teoremlerinin Optimum Yapı Tayininde Kullanılması", TÜBİTAK, VI.Bilim Kongresi, Ekim, 1977.
- 100 MAJID,K.I.,STOJANOVSKI,P.ve SAKA,M.P., "Minimum Cost Topological Design of Sway Frames", The Structural Engineer, London, Vol.58, Sayı.1, Mart, 1980.
- 101 REINSCHMIDT,K.F.,ve RUSSEL,A.D., "Application of Linear Programming in Structural Layout and Optimization", J.Computers and Structures, Vol.4, 1974.
- 102 PEDERSEN,P., "On The Minimum Mass Layout of Trusses", AGARD Conference Proceeding, Sayı 36, Ekim, 1970.
- 103 PEDERSEN,P., "On The Optimal Layout of Multi-Purpose Trusses", J.Computers and Structures, Vol.2, 1972.

- 104 PEDERSEN, P., "Optimal Joint Position for Space Trusses", J.Struc.Div.ASCE, Vol.99, ST 12, 1973.
- 105 VANDERPLAATS, G.N. ve MOSES, F., "Automatic Design of Trusses for Optimum Geometry", J.Struc.Div.ASCE, Vol.98, ST 3, 1972.
- 106 FU, K.C., "An Application of Search Technique in Truss Configurational Optimization", J.Computers and Structures, Vol.3, 1973.
- 107 LIPSON, S.L. ve AGRAWAL, K.M., "Weight Optimization of Plane Trusses", J.Struc.Div.ASCE, Vol.100, ST 5, 1974.
- 108 ALSPAUGH, D.W. ve KUNOO, K., "Optimum Configurational and Dimensional Design of Structures", J.Computers and Structures, Vol.4, 1974.
- 109 SPILLERS, W.R., "Iterative Design for Optimal Geometry", J.Struc.Div.ASCE, Vol.101, ST 7, 1975.
- 110 FRIEDLAND, L.R., "Geometric Structural Behavior", Doktora Tezi, Columbia University, New York, 1971.
- 111 THOMAS, H.R. ve BROWN, D.M., "Optimum Least-Cost Design of a Truss Roof System", J.Computers and Structures, Vol.7, 1977.
- 112 LIPSON, S.L. ve GWIN, L.B., "Discrete Sizing of Trusses for Optimal Geometry", J.Struc.Div.ASCE, Vol.103, ST 5, 1977.
- 113 BENNETT, J.A., "Automatic Design of Truss and Frame Geometry", J.Computers and Structures, Vol.8, 1978.
- 114 PORTER GOFF, R.F.D., "Decision Theory and The Shape of Structures", J.Royal Aeronautical Soc., Vol.70, 1966.
- 115 PALMER, A.C. ve SHEPPARD, D.J., "Optimizing The Shape of Pin Joint Structures", Proc.I.C.E., Londra, Vol.47, 1970.

- 116 SAKA, M.P., "Minimum Cost Topological Design of Trusses", Proc.Int.Symp.on Optimum Structural Design, University of Arizona, Tucson, A.B.D., Ekim, 1981.
- 117 MAJİD, K.I., "Optimum Design of Structures", Butterworths, 1974.
- 118 ÇAKIROĞLU, A., ÖZDEN, E. ve ÖZMEN, G., "Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metodları ve Elektronik Hesap Makinası Programları", Cilt.I-II, İTÜ.Kütüphanesi, Sayı.1005, 1974.
- 119 TEZCAN, S., "Çubuk Sistemlerin Elektronik Hesap Makinaları ile Çözümü", İTÜ.Elektronik Hesap Bilimleri Enstitüsü Yayınları.Sayı.12, 1970.
- 120 MANUEL OF STEEL COSTRUCTION, AISC, 1971.
- 121 TIMOSHENKO, S., "Strength of Materials", Part.I, D.Van Nostrand Comp., Ocak, 1965.
- 122 COATES, R.C., COUTIE, M.G. ve KONG, F.K., "Structural Analysis", Nelson Pub.Com., 1972.
- 123 BRAY, K.H.M., CROXTON, P.C.L. ve MARTIN, L.H., "Matrix Analysis of Structures", Edward Arnold ltd., 1976.
- 124 ÖZBEK, T., "Mukavemet", Üçer Matbaacılık, İstanbul, 1980.
- 125 JENNINGS, A., "A Compact Storage Scheme for The Solution of Symetric Linear Simultaneous Equations", The Computer Sournal, Vol.9, Sayı.3, Kasım, 1966.
- 126 DORN, S. W. ve McCracken, D.D., "Numerical Methods With Fortran IV Case Studies", John Wiley and Sons, Inc., 1972.

ÖZGEÇMİŞİ

Ömer DEMİR, Çorum'un Alaca İlçesine bağlı Çatalkaya köyünde doğmuştur (1951). 1966 yılında girdiği Yozgat Lisesi'ni 1969 da bitirdikten sonra, aynı yıl girdiği Karadeniz Teknik Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümünden 1974 tarihinde mezun olmuştur. Mezuniyetini takiben askerlik hizmetini 1976 yılında tamamlayarak Yem Sanayii Genel Müdürlüğüne girmiştir. Daha sonra Toprak İskân Genel Müdürlüğünde çalışmalarına devam etmiş, 1977 tarihinde Elazığ Devlet Mühendislik ve Mimarlık Akademisine asistan olarak girmiştir.

Halen Fırat Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümünde öğretim görevlisi olarak çalışmaktadır.