

33511

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KOMPOZİT MALZEMELİ FATURALI KİRİŞLERDE
TAKVİYE AÇISINA BAĞLI OLARAK GERİLME ANALİZİ

MUSTAFA GÜR

DOKTORA TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

1994

ELAZIĞ

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KOMPOZİT MALZEMELİ FATURALI KİRİŞLERDE
TAKVİYE AÇISINA BAĞLI OLARAK GERİLME ANALİZİ

MUSTAFA GÜR

DOKTORA TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Bu Tez, Tarihinde, Aşağıda Belirtilen Jüri Tarafından
Oybirliği/ Oyçokluğu ile Başarılı / Başarısız Olarak Değerlendirilmiştir.

(İmza)

Danışman

(İmza)

(İmza)

ÖZET

Doktora Tezi

**KOMPOZİT MALZEMELİ FATURALI KİRİŞLERDE
TAKVİYE AÇISINA BAĞLI OLARAK GERİLME ANALİZİ**

Mustafa GÜR

Fırat Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

1994, Sayfa:146

Bu çalışmada kompozit malzemeden imal edilmiş, eğilmeye maruz faturalı bir kirişte, fatura yarıçapı ve takviye açısına bağlı olarak maksimum gerilmeler ve gerilme yığılma katsayıları sonlu elemanlar metodu ile hesaplanmıştır.

Problemin çözümünde dört düğümlü düzlem izoparametrik sonlu elemanlar kullanılmıştır. Hesaplamalar, Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozit malzemeleri için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumları dikkate alınarak yapılmıştır. Değişik fatura yarıçapı ve takviye açılarında, her bir kompozit malzeme için maksimum gerilme değerleri ve gerilme yığılma katsayıları hesaplanmıştır. Sonuçlar grafikler halinde sunulmuş ve bunlarla ilgili karşılaştırmalar yapılmıştır.

Sonuçta, fatura yarıçapı arttıkça maksimum gerilme değerlerinin arttığı ve gerilme yığılma katsayılarının azaldığı görülmüştür.

ANAHTAR KELİMELEER : Gerilme yığılma katsayısı, sonlu elemanlar metodu, izoparametrik sonlu elemanlar, kompozit malzemeler.

ABSTRACT

PhD Thesis

**THE ANALYSIS OF STRESS IN COMPOSITE MATERIAL BEAMS
WITH SHOULDER FILLETS FOR VARIOUS ORIENTATION ANGLES**

Mustafa GÜR

Firat University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Engineering

1994, Page:146

In this study, the maximum stress values and the stress concentration coefficients for a beam with shoulder fillet produced with composite materials exposed to simple bending have been obtained as the function of orientation angle and fillet radius, by using a finite elements method.

This problem is solved by using an isoparametric, two dimensional finite element with four nodes. The computations have been carried out for three different composite materials, (namely Glass-Epoxy, Boron-Epoxy and Graphite-Epoxy) under the unidirectionally reinforce and cross reinforce conditions. The maximum stress values and stress concentration coefficients have been computed for each composite material for different fillet radiuses and in various orientation angles. The results have been presented in diagrams and the relevant comparisons have been made.

As a result, it has been seen that in case of increasing fillet radius, the maximum stress values increases and the stress concentration coefficients decreases.

KEY WORDS : Stress concentration coefficient, finite element method, isoparametric finite elements, composite materials.

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım süresince her türlü yardımlarını esirgemeyen danışman hocam Sayın Doç.Dr. Aydın TURGUT 'a teőekkürü bir borç bilirim. Sürekli olarak bana yol gösteren, yakın ilgi ve yardımlarını esirgemeyen hocam Sayın Prof.Dr. Onur SAYMAN 'a ve ayrıca Bölüm Başkanımız hocam Sayın Prof.Dr. Kâzım PIHTILI 'ya, hocalarım Sayın Prof.Dr. Ömer Erkin PEREMEÇI ve Doç.Dr. Bülent TUTAK 'a teşekkür eder saygılarımı sunarım.

Her türlü yazım ve bilgisayar işlemleri için gerekli kolaylıkları sağlayan Makina Mühendisliği Bölüm Elemanlarına ve Bilgi İşlem Bölüm Elemanlarına teőekkürlerimi sunarım. Ayrıca çalışmalarım süresince maddi ve manevi yardımlarını esirgemeyen, her zaman hoşgörüyle karşılayan tüm aileme teşekkür ederim.

Mustafa GÜR

Makina Yüksek Mühendisi

ÖZET
ABSTRACT

TEŞEKKÜR
İÇİNDEKİLER
ŞEKİLLER LİSTESİ
TABLULAR LİSTESİ
SİMGELER LİSTESİ

| | <u>Sayfa</u> |
|---|--------------|
| 1. GİRİŞ | 1 |
| 2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI..... | 5 |
| 3. TEMEL EŞİTLİKLER..... | 10 |
| 3.1. Gerilme Şekil Değişirme Bağıntıları..... | 10 |
| 3.1.1. Üç boyutlu durum..... | 10 |
| 3.1.2. İki boyutlu durum..... | 12 |
| 3.2. Anizotropik Malzemeler İçin Gerilme Şekil Değişirme Bağıntıları..... | 14 |
| 3.3. Elastiklik Matrisi Bileşenlerinin Malzeme Özellikleri Cinsinden Tanımlanması..... | 21 |
| 3.3.1. Takviye yönünde çekme hali..... | 21 |
| 3.3.2. Kesme hali..... | 22 |

| | | |
|-----------|---|-----------|
| 3.4. | Ortotropik Malzemelerde Düzlem Gerilme Hali..... | 24 |
| 3.5. | Takviye Elemanının Doğrultusuna Bağlı Olarak Malzemenin Mekanik Davranışının İncelenmesi..... | 25 |
| 4. | İZOPARAMETRİK SONLU ELEMANLARIN FORMÜLASYONU..... | 32 |
| 4.1. | Ara Yüzeylerde Süreklilik..... | 32 |
| 4.2. | Sürekli Elemanların Formülasyonu..... | 33 |
| 4.3. | Sonlu Elemanlar Metodunda İnterpolasyon Fonksiyonları..... | 35 |
| 4.3.1. | Tek boyutlu elemanlarda interpolasyon fonksiyonları..... | 36 |
| 4.3.2. | İki boyutlu elemanlarda interpolasyon fonksiyonları..... | 38 |
| 4.4. | İzoparametrik Sonlu Elemanlarda Şekil Değişikliklerinin ve Gerilmelerin Formülasyonu..... | 44 |
| 5. | BU ÇALIŞMADA KULLANILAN MODELE İZOPARAMETRİK SONLU ELEMANLAR FORMÜLASYONUNUN UYGULANMASI.. | 61 |
| 5.1. | Kiriş Elemanının Otomatik Olarak Sonlu Elemanlara Bölünmesi..... | 66 |
| 5.2. | Gerilme Analizinde Kullanılan Bilgisayar Programının İşlem Sırası..... | 69 |
| 6. | SAYISAL SONUÇLAR..... | 71 |
| 6.1. | İzotropik Malzemeli Faturalı Kirişe Ait Sonuçlar..... | 71 |
| 6.2. | Tek Yönlü Olarak Takviye Edilmiş Kompozit Malzemeli Faturalı Kiriş İçin Elde Edilen Sonuçlar..... | 73 |
| 6.3. | Çapraz Takviye Edilmiş Kompozit Malzemeli Faturalı Kiriş İçin Elde Edilen Sonuçlar..... | 77 |

| | |
|--|-----|
| 6.4. Tek Yönlü Takviye Edilmiş Değişik Kompozit Malzemeli Faturalı Kiriş İçin Elde Edilen Sonuçların Aynı Takviye Açısında Birbirleriyle Karşılaştırılması..... | 81 |
| 6.5. Çapraz Takviye Edilmiş Değişik Kompozit Malzemeli Faturalı Kiriş İçin Elde Edilen Sonuçların Aynı Takviye Açısında Birbirleriyle Karşılaştırılması..... | 89 |
| 6.6. Tek Yönlü Takviye İle Çapraz Takviyeli Değişik Kompozit Malzemeli Faturalı Kiriş İçin Elde Edilen Sonuçların Aynı Takviye Açısında Birbirleriyle Karşılaştırılması..... | 94 |
| 6.7. Sonuçların Değerlendirilmesi..... | 107 |
| 6.7.1. İzotropik malzemeli faturalı kiriş için elde edilen sonuçların değerlendirilmesi..... | 107 |
| 6.7.2. Tek yönlü takviye edilmiş kompozit malzemeli faturalı kiriş için elde edilen sonuçların değerlendirilmesi..... | 107 |
| 6.7.3. Çapraz takviye edilmiş kompozit malzemeli faturalı kiriş için elde edilen sonuçların değerlendirilmesi..... | 109 |
| 6.7.4. Tek yönlü takviye edilmiş değişik kompozit malzemeli faturalı kirişe ait elde edilen sonuçların, aynı takviye açısı için değerlendirilmesi..... | 110 |
| 6.7.5. Çapraz takviye edilmiş değişik kompozit malzemeli faturalı kirişe ait elde edilen sonuçların, aynı takviye açısı için değerlendirilmesi..... | 111 |
| 6.7.6. Tek yönlü takviye ile çapraz takviyeli değişik kompozit malzemeli faturalı kirişe ait elde edilen sonuçların aynı takviye açısı için değerlendirilmesi..... | 111 |

KAYNAKLAR

EKLER

EK 1. Kiriş Elemanının Sonlu Eleman Modeli

EK 2. Bilgisayar Programı Akış Diyagramı

EK 3. Gerilme Analizi İçin Fortran Bilgisayar Programı

Ek 4. Kiriş Elemanının Otomatik Bölmelendirilmesi İçin
Basic Bilgisayar Programı



ŞEKİLLER LİSTESİ

| | <u>Sayfa</u> |
|---|--------------|
| Şekil 3.1. Düzlem gerilme problemi..... | 13 |
| Şekil 3.2. Herhangi x-y eksenlerinden malzeme asal eksenlerinin θ açısı kadar pozitif yönde dönüşü..... | 26 |
| Şekil 4.1. Sürekli elemanlara ait örnekler..... | 34 |
| Şekil 4.2. Üç düğüm ihtiva eden bir çubuk eleman..... | 37 |
| Şekil 4.3. Tek boyutlu çubuk elemanların interpolasyon fonksiyonları..... | 38 |
| Şekil 4.4. İki boyutlu elemanlarda transformasyon..... | 40 |
| Şekil 4.5. Dört düğümlü izoparametrik elemanın lokal koordinatlardan kartezyen koordinatlara dönüştürülmesi..... | 41 |
| Şekil 4.6. Dörtten dokuzaya kadar değişken düğüm sayısı ihtiva eden izoparametrik düzlem eleman..... | 43 |
| Şekil 4.7. Dört düğümlü izoparametrik elemanın kartezyen koordinatlardan lokal koordinatlara dönüştürülmesi..... | 46 |
| Şekil 5.1. Eğilmeye maruz faturalı kirişe ait kesme kuvveti ve moment diyagramı..... | 62 |
| Şekil 5.2. Kiriş elemanın dik kesiti..... | 63 |
| Şekil 5.3. Faturalı kirişin sürekli bölgelerinin gösterilişi..... | 67 |
| Şekil 6.1. İzotropik malzeme (Çelik) için fatura yarıçapı (r) ile gerilme yığılma katsayısı (K) arasındaki değişim | 72 |
| Şekil 6.2. İzotropik malzeme (Çelik) için fatura yarıçapı (r) ile maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) arasındaki değişim..... | 72 |
| Şekil 6.3. Takviye açısı (θ)'ya bağlı olarak, Cam-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile gerilme yığılma katsayısı (K) arasındaki değişim... | 74 |
| Şekil 6.4. Takviye açısı (θ)'ya bağlı olarak, Cam-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) arasındaki değişim..... | 74 |
| Şekil 6.5. Takviye açısı (θ)'ya bağlı olarak, Boron-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile gerilme yığılma katsayısı (K) arasındaki değişim... | 75 |

| | | |
|-------------|--|----|
| Şekil 6.6. | Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, Boron-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) arasındaki değişim..... | 75 |
| Şekil 6.7. | Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, Grafit-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile gerilme yığılma katsayısı (K) arasındaki değişim... | 76 |
| Şekil 6.8. | Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, Grafit-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) arasındaki değişim..... | 76 |
| Şekil 6.9. | Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, Cam-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile gerilme yığılma katsayısı (K) arasındaki değişim... | 78 |
| Şekil 6.10. | Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, Cam-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) arasındaki değişim..... | 78 |
| Şekil 6.11. | Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, Boron-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile gerilme yığılma katsayısı (K) arasındaki değişim... | 79 |
| Şekil 6.12. | Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, Boron-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) arasındaki değişim..... | 79 |
| Şekil 6.13. | Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, Grafit-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile gerilme yığılma katsayısı (K) arasındaki değişim... | 80 |
| Şekil 6.14. | Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, Grafit-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) arasındaki değişim..... | 80 |
| Şekil 6.15. | Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 0° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 82 |
| Şekil 6.16. | Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 0° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 82 |
| Şekil 6.17. | Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 15° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 83 |

| | |
|---|----|
| Şekil 6.18. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 15° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 83 |
| Şekil 6.19. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 30° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 84 |
| Şekil 6.20. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 30° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 84 |
| Şekil 6.21. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 45° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 85 |
| Şekil 6.22. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 45° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 85 |
| Şekil 6.23. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 60° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 86 |
| Şekil 6.24. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 60° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 86 |
| Şekil 6.25. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 75° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 87 |
| Şekil 6.26. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 75° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 87 |
| Şekil 6.27. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 90° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 88 |
| Şekil 6.28. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 90° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 88 |

| | |
|---|----|
| Şekil 6.29. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 0° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 90 |
| Şekil 6.30. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 0° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 90 |
| Şekil 6.31. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 15° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 91 |
| Şekil 6.32. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 15° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 91 |
| Şekil 6.33. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 30° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 92 |
| Şekil 6.34. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 30° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 92 |
| Şekil 6.35. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 45° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 93 |
| Şekil 6.36. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 45° için birbirleriyle karşılaştırılması..... | 93 |
| Şekil 6.37. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 0° 'deki karşılaştırılması..... | 95 |
| Şekil 6.38. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 0° 'deki karşılaştırılması..... | 95 |
| Şekil 6.39. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 15° 'deki karşılaştırılması..... | 96 |

| | |
|--|-----|
| Şekil 6.40. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 15° 'deki karşılaştırılması..... | 96 |
| Şekil 6.41. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 30° 'deki karşılaştırılması..... | 97 |
| Şekil 6.42. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 30° 'deki karşılaştırılması..... | 97 |
| Şekil 6.43. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 45° 'deki karşılaştırılması..... | 98 |
| Şekil 6.44. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 45° 'deki karşılaştırılması..... | 98 |
| Şekil 6.45. Boron-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 0° 'deki karşılaştırılması..... | 99 |
| Şekil 6.46. Boron-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 0° 'deki karşılaştırılması..... | 99 |
| Şekil 6.47. Boron-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 15° 'deki karşılaştırılması..... | 100 |
| Şekil 6.48. Boron-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 15° 'deki karşılaştırılması..... | 100 |
| Şekil 6.49. Boron-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 30° 'deki karşılaştırılması..... | 101 |
| Şekil 6.50. Boron-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 30° 'deki karşılaştırılması..... | 101 |

| | |
|---|-----|
| Şekil 6.51. Boron-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 45° 'deki karşılaştırılması..... | 102 |
| Şekil 6.52. Boron-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 45° 'deki karşılaştırılması..... | 102 |
| Şekil 6.53. Grafit-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 0° 'deki karşılaştırılması..... | 103 |
| Şekil 6.54. Grafit-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 0° 'deki karşılaştırılması..... | 103 |
| Şekil 6.55. Grafit-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 15° 'deki karşılaştırılması..... | 104 |
| Şekil 6.56. Grafit-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 15° 'deki karşılaştırılması..... | 104 |
| Şekil 6.57. Grafit-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 30° 'deki karşılaştırılması..... | 105 |
| Şekil 6.58. Grafit-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 30° 'deki karşılaştırılması..... | 105 |
| Şekil 6.59. Grafit-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 45° 'deki karşılaştırılması..... | 106 |
| Şekil 6.60. Grafit-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 45° 'deki karşılaştırılması..... | 106 |

TABLolar LİSTESİ

| | <u>Sayfa</u> |
|---|--------------|
| Tablo 4.1. Dörtten dokuza kadar değişken düğüm sayısı ihtiva eden izoparametrik düzlem elemanların interpolasyon fonksiyonları (Bathe, 1982)..... | 43 |
| Tablo 4.2. Gauss - Legendre nümerik integrasyonuna göre seçilen noktalar (r_i) ve ağırlık faktörleri (α_i)..... | 55 |
| Tablo 5.1. Çalışmada seçilen malzemelerin elastik özellikleri..... | 66 |



SİMGELER LİSTESİ

| | | |
|------------|---------------------------------------|----------------------|
| [B] | : (4.35) eşitliğinde tanımlı | - |
| b | : Kirişin genişliği | (cm) |
| [C] | : Elastik katsayılar matrisi | - |
| C_{ijkl} | : (3.14) eşitliğinde tanımlı | - |
| [D] | : Elastik katsayılar matrisinin tersi | - |
| E | : Elastisite modülü | (N/cm ²) |
| f_i | : Fonksiyon | - |
| G | : Kayma modülü | (N/cm ²) |
| h | : Kirişin yüksekliği | (cm) |
| I_x | : Atalet momenti | (cm ⁴) |
| J | : Jacobian operatörü | - |
| K | : Gerilme yığılma katsayısı | - |
| [K] | : Rijitlik (Direngenlik) matrisi | - |
| L | : Lagrange interpolasyon fonksiyonu | - |
| M_x | : Eğilme momenti | (Ncm) |
| n | : Polinomun derecesi | - |
| N | : Interpolasyon fonksiyonu | - |
| P | : Kuvvet | (N) |
| {P} | : Kuvvetler Vektörü | - |
| Q_{ij} | : (3.43) eşitliğinde tanımlı | - |
| r,s,t | : Lokal (tabii) koordinatlar | - |
| R_n | : Hata matrisi | - |

| | | |
|------------------|--|----------------------|
| S_{ijkl} | : (3.15) eşitliğinde tanımlı | - |
| t_{ij} | : Kalınlık | (cm) |
| T | : Sıcaklık | (°C) |
| T_{ij} | : Transformasyon matrisi | - |
| u,v,w | : Lokal yer değiştirmeler | (cm) |
| U,V | : Yer değiştirme interpolasyon fonksiyonları | - |
| $\{u\}$ | : Yer değiştirmeler vektörü | - |
| x,y,z | : Kartezyen (global) koordinatlar | - |
| $\{\epsilon_0\}$ | : Başlangıç şekil değiştirme vektörü | - |
| α | : Isıl genleşme katsayısı | (1/°C) |
| α_{ij} | : (4.46) eşitliğinde tanımlı | - |
| Δ | : (3.41) eşitliğinde tanımlı | - |
| $\{\delta\}$ | : Yer değiştirmeler vektörü | - |
| ϵ | : Şekil değiştirme oranı | - |
| Φ_i | : (4.2) eşitliğinde tanımlı | - |
| ϕ | : (4.2) eşitliğinde tanımlı | - |
| γ | : Kayma şekil değiştirme oranı | - |
| ν | : Poisson oranı | - |
| θ | : Takviye açısı | (°) |
| σ | : Normal gerilme | (N/cm ²) |
| σ_{max} | : Maksimum gerilme | (N/cm ²) |
| σ_n | : Nominal gerilme | (N/cm ²) |
| τ | : Kayma gerilmesi | (N/cm ²) |

1. GİRİŞ

Makinaların tasarımında kullanılan elemanların belirli bölgelerindeki çentik, delik veya boşluklar gerilme yığılmalarına sebep olmaktadır. Bu gerilme yığılmaları konstrüksiyonlarda tehlikeli durumlar meydana getirdiklerinden, araştırmacılar tarafından gerilme yığılmasının tayini ve önlenmesine yönelik çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmalar analitik ve nümerik metodlarla desteklenmiştir, ancak kullanılan makina elemanlarının geometrisine göre bu metodların kullanımı kısıtlanmıştır. Elastisite teorisi ve elemanter mukavemetle, sistemin karmaşık geometri ve malzeme özelliklerini ihtiva etmesi halindeki problemlerin çözümünün zor hatta imkansız olması durumlarında, yaklaşık çözüm teknikleri (sonlu farklar metodu, sonlu elemanlar metodu vs.) kullanılmıştır. Bununla birlikte gerilme yığılmalarının belirlenmesinde, analitik ve nümerik sonuçları sağlaması bakımından deneysel ölçüm metodları (strain gauge, fotoelastik, moire metodu ve elektriksel analogi vs.) tamamlayıcı olarak sıklıkla kullanılmaktadır.

Elemanter mukavemetteki formülasyonda, çekme, basma, eğme ve burkulmaya maruz kalan parçalarda muhtelif geometriye sahip delik, çentik veya boşluk olmadığı kabulü yapılır. Oysa makina elemanlarının tasarımında, elemanların bu tür geometrilerde olması çoğu zaman kaçınılmazdır. Mesela bir milin tasarımında belirli kademelerin olması milin kolayca yataklanmasını ve güvenilir olarak görevini yapmasını sağlamaktadır. Yine bazı makina elemanlarında kama kanalları, faturalar yağ kanalları ve buna benzer çeşitli çentikler söz konusudur. Ayrıca

amaca uygun olarak güvenli olması şartıyla, maliyet ve imalat kolaylığı açısından değişik geometrilerdeki parçaların tasarımlarda kullanımları oldukça yaygındır.

Makina elemanlarında olan herhangi bir geometrik değişiklik yüzünden eleman içerisindeki gerilme dağılımı düzgün olmaz ve bu durumda eleman gerilme denklemleri bu eleman içerisindeki gerilme durumunu tam olarak açıklayamaz. Gerilme dağılımındaki bu düzensizlik nedeniyle herhangi bir noktada veya bölgede nominal gerilmeden çok daha büyük olan maksimum gerilmeler meydana gelir. Meydana gelen maksimum gerilmenin nominal gerilmeye oranı gerilme yığılma katsayısı olarak tanımlanır. Bu gerilmelerin dolayısıyla gerilme yığılma katsayılarının tesbiti ise ya deneysel metodlarla veya bu çalışmada olduğu gibi nümerik bir metodla (sonlu elemanlar metoduyla) gerçekleştirilebilir.

Tasarımlarda malzeme özelliğinin, güvenilirliğinin ve maliyet konularının önemi oldukça büyüktür. Klasik malzemelerin makro seviyede belirli oranlarda birleştirilmeleriyle oluşturulan kompozit malzemeler, gelişen teknolojiyle birlikte tasarımlarda önemli seviyede kullanılmaya başlanmıştır.

Bir takım özelliklerin yalnız başına elementlerde ve bunların alaşımlarından oluşan malzemelerde bulunması çoğu zaman mümkün olmamaktadır. Genellikle mukavemet, yüksek dirençlilik, ısıya dayanıklılık, korozyona dayanıklılık, aşınma dirençliliği, yalıtkanlık, akustik izolasyon, yorulma ömrü, imalat kolaylığı vs. gibi özellikler, elementlere nazaran kompozit malzemeler kullanıldıkları takdirde daha iyi sonuç alınabilmektedir. Son kırk yıllık dönem gözden geçirildiğinde sentetik fiber teknolojisinde naylon ile başlayan aramid ve karbon

fiberlerine kadar uzanan sürekli bir gelişmenin olduğu gözlenir. Bu dönem içerisinde fiber sertliklerinin yüz kat, fiber dayanımlarının ise üç kat artmış olması gelecek için ümit vermektedir. Fiber ve reçine özelliklerindeki gelişmelerin bir sonucu olarak kompozit malzemeler bugün iki ana metalin (çelik ve alüminyum) elastisite modüllerine eş ya da daha yüksek değerdeki elastisite modülleri ile güncellik kazanmıştır.

Gelişmiş kompozit malzemeler uygulamasını en fazla havacılık alanında bulmuştur. Bugün kanat yapısının maruz kaldığı yüksek gerilme değerlerini karşılayabilecek özellikte kompozit malzemeler mevcuttur. Özellikle hafifliği bakımından metal olmayan plastik ve türevleri esaslı elyaf takviyeli kompozit malzemeler gittikçe artan oranlarda uçaklarda kullanılmaktadır.

Maliyeti açısından incelendiğinde, kompozitlerin çeliğe oranla daha ekonomik olduğu gözlenmiştir. Ekonomik malzeme üretiminin esası ise, hangi malzemenin daha efektif olarak kullanılabileceği gerçeğinde gizlidir. Örneğin yüksek tokluk, sertlik ve basma dayanımı isteniyorsa karbon fiber takviyeli kompozitler, yüksek performans isteniyorsa cam fiber takviyeli kompozitler tercih edilmelidir. Bazı durumlarda kompozit malzemeler ile metallerin oluşturduğu kombinasyonların kullanımı da söz konusu olmaktadır. Hafif kompozit malzemelerin kullanılması enerji tüketimini azaltması ve sistemin küçültülebilmesi açısından da önem taşımaktadır. Bu özelliklerinden dolayı son zamanlarda kompozitlerin kullanılma alanları oldukça genişlemiştir.

Bu çalışmada kompozit malzemedan imal edilmiş faturalı bir kirişte malzeme ve fatura yarıçapları değiştirilmek suretiyle izoparametrik sonlu elemanlar kullanılarak, gerilme yığılma katsayıları tesbit

edilmiştir. Çalışmada ayrıca izotropik bir malzeme olan çelik için de çözüm yapılmıştır. Kompozit malzeme olarak cam-epoksi, boron-epoksi ve grafit-epoksi seçilmiştir. Kompozit malzemelerde tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumlarında takviye açısı ve fatura yarıçapı değiştirilerek ayrı ayrı gerilme yığılma katsayıları bulunmuş ve sonuçlar grafiklerle verilmiştir.

Çalışma genel olarak altı bölümden oluşmaktadır; Birinci bölümde, problemin tanıtımı, konunun önemi anlatılıp, kompozit malzemelerin genel özelliklerine kısaca değinilmiştir. İkinci bölümde, literatür araştırması yapıp konuyla ilgili çalışmalar incelenmiş ve kısaca bu çalışmalar özetlenmiştir. Üçüncü bölümde, genel gerilme formülasyonu izotrop ve kompozit malzemeler de dahil olmak kaydıyla matris bir formda verilmiştir. Dördüncü bölümde, problemin çözümünde kullanılan izoparametrik sonlu elemanlar formülasyonu verilmiştir. Çözümde gerekli olan interpolasyon fonksiyonları ve nümerik integrasyon metodu kısaca anlatılıp formülasyonda uygulanmıştır. Beşinci bölümde, sonlu elemanlar formülasyonunun probleme uygulanması anlatılmış ve yapılan bilgisayar programının hazırlanışı hakkında bilgi verilmiştir. Altıncı bölümde ise, elde edilen sayısal sonuçlara bağlı olarak çizilen grafikler verilip gerekli karşılaştırmalar yapılmıştır.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Sonlu elemanlar metoduyla izotropik ve kompozit malzemelerden imal edilen değişik yapılar için gerilme yığılma katsayılarının tesbiti konusunda değişik yükleme durumları ve değişik geometriler için farklı kombinezonlarda bir çok araştırmacı tarafından çok sayıda çalışma yapılmıştır.

Üzerine yarı dairesel çentik açılmış izotropik düzlem plaklar üzerinde oluşan gerilme yığılmaları ilk defa Frocht (1936) tarafından fotoelastik metotla incelenmiştir. Blake (1975), üzerine yarı dairesel çentik açılmış plak ile üzerine yarı dairesel yiv açılmış çubuklarda meydana gelen gerilme yığılmalarını karşılaştırmıştır. Fessler ve Woods (1980) tarafından, aksenal çekme yüklü çentikli düzlem çubuklarda gerilme yığılmaları tesbit edilmiştir. Çözümde izotropik malzeme esas alınmış ve sonuçlar değişik boyut oranları için bulunup karşılaştırmalar yapılmıştır. Hwang ve Sun (1989) tarafından, ortasında bir delik bulunan yaprak şeklindeki düzlem kompozit plaklarda çekme yükü etkisinde delik etrafında meydana gelen gerilme yığılma katsayıları bulunmuştur. Çözüm izotropik ve ortotropik levhalar için farklı ağ sayılarında yapılip aralarında mukayeseler yapmışlardır. Rylander ve arkadaşları (1968) tarafından, burulma ve bükülme etkisindeki faturalı millerde gerilme yığılma faktörleri fotoelastik metotla değişik kuvvetler ve bunların değişik kombinezonları için bulunmuştur. Deneyde yansımali polariskop kullanmışlardır. De Rosa ve Francios (1990) tarafından, ağ (hücre) metodu olarak tanımladıkları metotla levhaların eğilme durumları incelenip

nümerik olarak elde ettikleri sonuçlarla, sonlu elemanlar metoduyla bulunan sonuçları karşılaştırmışlardır. Rajan ve Budiman (1987) tarafından, iki boyutlu düzlem elastisitede optimal dizayn için sonlu elemanlar metoduyla bir çalışma yapılmıştır. Çözümde değişik düğüm sayısı ihtiva eden sonlu elemanlarla bulunan sonuçlar arasında mukayese yapmışlardır. Çalışmada konsol bir giriş için çözüm yapılmıştır. Martinez ve Samartin (1991), iki boyutlu sonlu elemanlar metodunda ağ sayısının optimizasyonu üzerinde bir çalışma yapmışlardır. Chouchaour ve Shirazi-adi (1992) tarafından, kompozit yapıların gerilme analizi için (üçgen+dörtgen) karışık sonlu elemanlar kullanılarak formülasyon yapılmıştır. Nümerik sonuçlar için kesme kuvveti etkisinde çalışan konsol girişler esas alınmıştır. Shirazi-adi (1989), sürekli gerilme etkisindeki kompozitlerde ara yüzeydeki kayma gerilmelerinin sonlu elemanlarla analizi için bir formülasyon üzerinde çalışmıştır. Çalışmada analitik, genel sonlu elemanlar metodu ve geliştirdiği sonlu elemanlarla bulunan sonuçların uyum içinde olduğunu gözlemiştir. Alan, Doyle ve Sun (1987), levha şeklindeki anizotropik elastoplastik malzemelerin analizi için ANPLAST ismini verdikleri bir sonlu elemanlar programı geliştirmişlerdir ve bir kaç örnek üzerinde uygulama yapmışlardır.

Feng ve Rowlands (1991) tarafından, kompozit plaklarda gerilme analizi, ortasında bir delik bulunan çekme gerilmesi etkisindeki sonsuz bir levha için deneysel ve sonlu elemanlar metodu kullanılarak yapılmıştır. Sonlu elemanlarla bulunan sonuçları, deneysel (Moire yöntemiyle) sonuçlarla karşılaştırma yapmışlardır. Moire yöntemi, düşey bir gerilme etkisinde çalışan kompozit levhanın dairesel delik etrafındaki düşey ve yatay yer değiştirmelerini gösteren çizgilerin (Moire çizgileri)

durumuna göre tesbit yöntemi olarak açıklanmıştır. Tian (1990) tarafından, üç boyutlu özel karmaşık sonlu elemanlarla, içerisinde dairesel bir delik bulunan bir cisimde gerilme yığılmalarının tesbiti üzerinde bir çalışma yapılmıştır. Baker (1989) tarafından, geliştirilmiş kompozit yapıların tasarımında gerilme ve şekil değiştirmeler sonlu elemanlar metoduyla incelenmiştir. NÓ ve Aguinagalde (1987) tarafından yapıların optimizasyonunda esas alınan optimal kriterin tespitinde sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır. Çalışmada freze tezgahının kolon kısmının optimizasyonu değişik kriterler esas alınarak yapılmıştır. Al-Nasra ve Nguyen (1991) sonlu elemanlar analizinde otomatik ağ için bir algoritma üzerinde çalışmışlardır.

Üzerine yarı dairesel çentik açılmış kompozit malzemedен imal edilmiş düzlem plaklarda, oryantasyon açısına bağlı olarak gerilme yığılma katsayıları hesaplanmıştır (Sayman, 1988). Çalışmada dokuz düğümlü izoparametrik sonlu elemanlar kullanılmıştır ve değişik takviyeler için karşılaştırmalar yapılmıştır. Kocaer, Yıldız ve Avcı (1988) tarafından, kenarlarında yarım daire şeklinde çentik bulunan düzgün yayılı çekme yükü etkisindeki levhalarda, gerilme yığılmasının sonlu elemanlar metoduyla bulunması üzerine bir çalışma yapılmıştır. Çözümde üçgen sonlu elemanlar kullanılmış ve bulunan sonuçları, deneysel strain-gauge metoduyla buldukları sonuçlarla karşılaştırmışlardır. Özbay (1987) tarafından, burulma momentine maruz cam-fiber takviyeli ortotropik kompozit malzemedен imal edilmiş sürekli değişken kesitli millerde oluşan kayma gerilmeleri, sonlu elemanlar metoduyla bulunmuş ve deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Sayman ve Avcioğlu (1992) tarafından, üzerinde dairesel yiv açılan ortotropik bir çubukta, yiv

civarındaki gerilme yığılması çekme yükü etkisinde incelenmiştir. Çözümde izoparametrik sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır.

Karakuzu, Akbulut ve Sayman (1993) tarafından, çelik - alüminyum kompozitinden imal edilmiş aksenal yüklü ankastre plaklarda üniform yayılı çekme yükleri etkisinde elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Çentik civarındaki plastik bölgelerin yayılışı ve iç gerilmelerin değişimi farklı oryantasyon açılarında incelenmiştir. Pakdemirli, Sayman ve Savran (1986) tarafından, iki kenarında yarı dairesel çentik bulunan trapez ve dikdörtgen levhalarda en düşük gerilmeleri veren çentik konumları araştırılmış ve bu konumlar civarında başka yarı dairesel çentikler açılarak çentik etkisi azaltılmaya çalışılmıştır. Teorik modelin çözümlenmesinde üçgen sonlu elemanlar kullanılmıştır. Sayman ve Güteryüz (1992) tarafından, farklı oryantasyon açılarında kompozit düzlem plaklarda gerilme yığılma faktörleri araştırılmıştır. Çalışmada aksenal tekil yüklü faturalı bir kompozit levha için çözüm, izoparametrik sonlu elemanlar kullanılarak yapılmıştır. Sayman, Güteryüz ve Karakuzu (1991) tarafından, kademeli düzlem kompozit plakların düzlemsel yüklemeler altında gerilme yığılma katsayılarını, kademeleri birleştiren radyüslerin değişimi ve oryantasyon açılarına bağlı olarak elde etmişlerdir. Formülasyonda izoparametrik sonlu elemanlar kullanılmıştır. Nümerik çözüm cam lif ve grafit lif takviyeli epoksi reçineler için yapılmıştır.

Aksoy ve Sayman (1991) tarafından, üzerinde dairesel yiv açılmış ortotropik çubuklarda, gerilme yığılma katsayıları izoparametrik sonlu elemanlar kullanılarak tesbit edilmiştir. Özel, Sayman ve Karaca (1993) tarafından, üzerinde U çentik bulunan çelik ve alüminyumdan imal edilmiş

kompozit levhada elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Farklı yarıçap ve oryantasyon açılarında malzemenin akma durumları için gerekli olan üniform yüklerin değerleri hesaplanmıştır. Çözümde izoparametrik dört düğümlü elemanlar kullanılmıştır. Karakuzu, Orhan ve Sayman (1992) tarafından üzerinde yarı dairesel çentik bulunan çelik-alüminyum kompozitinden yapılmış levhaların, üniform yayılı çekme yükü altında elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Çalışmalarında dokuz düğümlü izoparametrik sonlu elemanlar kullanmışlardır.

Yapılan literatür araştırmasında bu konuyla doğrudan ilişkili bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bununla birlikte yapılan çözümün, aksenal yüklü çentikli düzlem plaklara uygulanması suretiyle elde edilen sonuçlarla, literatürdeki sonuçların birbiriyle uyum içinde olduğu gözlenmiştir (Sayman, 1988).

3. TEMEL EŞİTLİKLER

Gerilme analizi ya da katı cisim mekaniği problemlerinde temel gaye, belirli yükleme durumu ve sınır şartları altında şekil değiştirmelerin, yer değiştirmelerin ve gerilmelerin bulunmasıdır. Çalışmada kullanılan sonlu elemanlar metoduyla bu büyüklüklerin hesaplanmasında, çözüm yönteminin özelliği gereği mevcut elastisite denklemlerinin matris şeklinde yazılması uygun olmaktadır. Bu nedenle temel eşitlikler, izotrop ve anizotrop malzemeler için bu bölümde matris formda ifade edilmiştir.

3.1. Gerilme Şekil Değiştirme Bağlılıkları

3.1.1. Üç boyutlu durum

Üç boyutlu katı izotrop malzemeler için lineer elastik durumda gerilme şekil değiştirme bağıntıları Hooke Kanunu olarak aşağıdaki gibi verilir (Rao, 1982).

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \{\sigma\} + \{\epsilon_0\} = [C] \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx_0} \\ \epsilon_{yy_0} \\ \epsilon_{zz_0} \\ \epsilon_{xy_0} \\ \epsilon_{yz_0} \\ \epsilon_{zx_0} \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

Burada [C] elastik katsayılar matrisi olarak,

$$[C] = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

şeklinde verilir. ϵ_0 başlangıç şekil değiştirme vektörünü, E malzemenin elastisite modülünü ve ν poisson oranını göstermektedir. İzotrop bir malzemenin ısıtılması durumunda başlangıç şekil değiştirme vektörü,

$$\epsilon_0 = \alpha T [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (3.3)$$

olarak verilir. Burada α ($1/^\circ\text{C}$) malzemenin ısı genleşme katsayısını ve T ($^\circ\text{C}$) sıcaklığını göstermektedir. Bazı zamanlar gerilmeleri açıklamak için şekil değiştirmelere bağlı olarak yazılan eşitlikler gereklidir. Isıl şekil değiştirmeler de dahil olmak kaydıyla, (3.1) eşitliğinden gerilmeler için,

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} = [D] \cdot \{\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\}\} = [D] \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \end{Bmatrix} - \frac{E}{1-2\nu} \cdot \alpha \cdot T \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

eşitliği yazılabilir. [D] matrisi, [C] 'nin tersidir ve bu matris aşağıdaki gibi elde edilebilir.

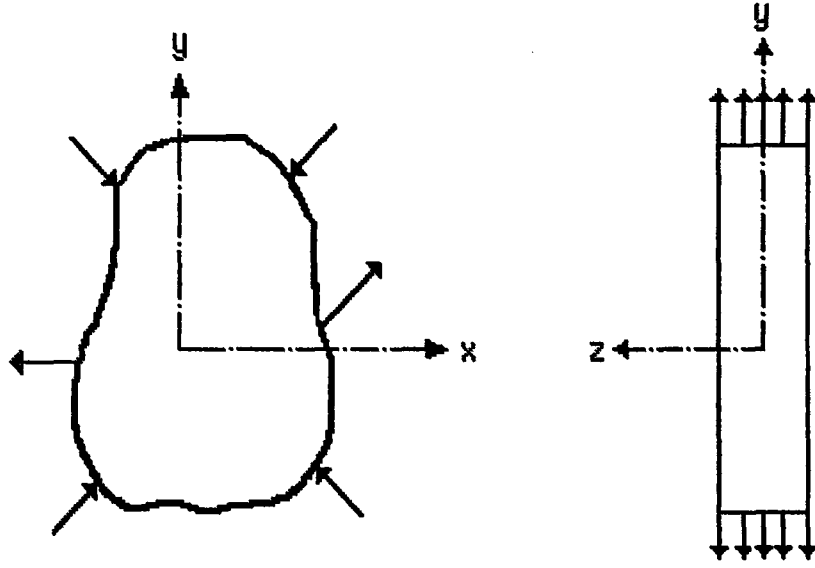
$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

3.1.2. İki boyutlu durum

Cismin boyutları için koordinat doğrultularından birinde çok küçük alınarak yapılan uygulama düzlem gerilme olarak kabul edilir. Böylece düzlem yüklü ince levhaların analizi, düzlem gerilme durumundaki kabuller kullanılarak yapılır. Düzlem gerilme durumunda,

$$\sigma_{zz} = \sigma_{zx} = \sigma_{yz} = 0 \quad (3.6)$$

kabülü yapılmaktadır. Burada z Şekil (3.1) 'de gösterildiği gibi levha düzlemine dik doğrultuyu göstermektedir ve levha kalınlığı boyunca (z doğrultusundaki) gerilme bileşeni değişmemektedir.



Şekil 3.1. Düzlem gerilme problemi.

Bu durumda gerilme şekil değiştirme bağıntıları (3.1) ve (3.4) eşitliklerinden,

$$\vec{\varepsilon} = [C] \vec{\sigma} + \vec{\varepsilon}_0 \quad (3.7)$$

şeklinde yazılabilir. Burada,

$$\vec{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} ; \vec{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} ; [C] = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

eşitlikleri ve ısıl şekil değiştirme durumunda ise,

$$\vec{\varepsilon}_0 = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xk0} \\ \varepsilon_{yy0} \\ \varepsilon_{xy0} \end{Bmatrix} = \alpha T \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

eşitliği yazılabilir. Gerilme değeri için ise,

$$\vec{\sigma} = [D](\vec{\epsilon} - \vec{\epsilon}_0) = [D]\vec{\epsilon} - \frac{E\alpha T}{1-\nu} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

eşitliği yazılabilir. Burada [D] matrisi,

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

şeklindedir. Düzlem gerilme durumunda z doğrultusunda şekil değiştirme bileşeni sıfır olmayacaktır ve (3,1) eşitliğinden,

$$\epsilon_{zz} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + \alpha T = -\frac{\nu}{1-\nu}(\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}) + \frac{1+\nu}{1-\nu}\alpha T \quad (3.12)$$

ifadesi elde edilecektir. Burada,

$$\epsilon_{yz} = \epsilon_{zx} = 0 \quad (3.13)$$

olmaktadır.

3.2. Anizotropik Malzemeler İçin Gerilme Şekil Değiştirme Bağıntıları

Yukarıdaki kısımda izotrop elastik malzemeler için gerilme şekil değiştirme bağıntıları izah edilmişti. İzotrop terimi, malzeme

özelliklerinin cismin içerisindeki her bir noktada aynı olması anlamında kullanılmaktadır. Diğer bir ifadeyle, malzeme içerisindeki tüm noktalardan geçen her bir düzlemdeki malzeme özelliklerinin aynı olmasıdır.

Cismin içerisinde her bir noktada farklı özelliğe sahip olan belirli birtakım malzemeler (takviyeli beton, fiber takviyeli kompozitler, tuğla, ağaç vs.) vardır. Böyle malzemeler genel olarak anizotropik malzemeler olarak isimlendirilirler ve kısaca, özellikleri her bir doğrultuda farklı değişimler gösteren malzemeler şeklinde tarif edilirler (Lekhnitski, 1963). Bu durum malzemeler için en genel haldir ve bu hal için gerilme şekil değiştirme arasındaki bağıntı Genelleştirilmiş Hooke Kanunu olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir (Sayman, 1985; Aran,1990).

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl} \quad (i,j,k,l = 1,2,3) \quad (3.14)$$

$$\epsilon_{ij} = S_{ijkl} \cdot \sigma_{kl} \quad (i,j,k,l = 1,2,3) \quad (3.15)$$

$$S_{ijkl} = (C_{ijkl})^{-1} \quad (i,j,k,l = 1,2,3) \quad (3.16)$$

Burada σ_{ij} gerilme tansörünün bileşenlerini, ϵ_{kl} şekil değiştirme tansörünün bileşenlerini, C_{ijkl} elastik direngenlik tansörünü ve S_{ijkl} elastik gevşeklik tansörünü göstermektedir.

Bu denklemler açık olarak yazıldığında herbirinde dokuz terim bulunan dokuz denklem ortaya çıkar. C_{ijkl} ve S_{ijkl} dördüncü dereceden tansörler olup seksen bir bağımsız sabit içerirler. Kütle kuvvetlerinin olmadığı durumda gerilme ile şekil değiştirme tansörleri simetrik olduğundan ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ve

$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$) sabitler otuz altıya indirgenmiş olur. Mekanikte genellikle kısaltılmış notasyon (Love notasyonu) olarak adlandırılan notasyonların kullanılması ile direngenlik ve gevşeklik tansörlerinin ikinci dereceden olması sağlanır. Kısaltılmış notasyonda gerilme ve şekil değiştirme büyüklükleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{11} &= \sigma_1 & \epsilon_{11} &= \epsilon_1 \\
 \sigma_{22} &= \sigma_2 & \epsilon_{22} &= \epsilon_2 \\
 \sigma_{33} &= \sigma_3 & \epsilon_{33} &= \epsilon_3 \\
 \sigma_{23} &= \sigma_4 (= \tau_{23}) & 2\epsilon_{23} &= \epsilon_4 (= \gamma_{23}) \\
 \sigma_{13} &= \sigma_5 (= \tau_{13}) & 2\epsilon_{13} &= \epsilon_5 (= \gamma_{13}) \\
 \sigma_{12} &= \sigma_6 (= \tau_{12}) & 2\epsilon_{12} &= \epsilon_6 (= \gamma_{12})
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Böylece Hooke Kanunu,

$$\sigma_i = C_{ij} \epsilon_j \quad (i, j = 1, \dots, 6) \tag{3.18}$$

$$\epsilon_i = S_{ij} \sigma_j \quad (i, j = 1, \dots, 6) \tag{3.19}$$

şekline dönüşmüş olur. Burada C_{ij} elastik direngenlik tansörü, S_{ij} elastik gevşeklik tansörüdür. Love notasyonuna göre anizotropik malzemeler için iki boyutlu tansörle gösterilen gerilme şekil değiştirme bağıntısı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Burada bu matrisin otuz altı elemanının tümünün birbirinden bağımsız olmadığı şekil değişimi enerjisi yardımıyla gösterilebilir. Malzeme σ_i gerilmesi altında $d\epsilon_i$ elastik şekil değişimine uğrarsa, birim hacim başına elastik enerji artışı,

$$dw = \sigma_i \cdot d\epsilon_i \quad (3.21)$$

olarak yazılabilir.

$$\sigma_i = C_{ij} \cdot \epsilon_j \quad (3.22)$$

olup (3.21) eşitliğinin integralinden,

$$W = (C_{ij} \cdot \epsilon_j \cdot \epsilon_i) / 2 \quad (3.23)$$

eşitliği bulunur. Benzer şekilde σ_i gerilmesi altında $d\epsilon_j$ şekil değişimi için hesaplanırsa,

$$W = (C_{ji} \cdot \epsilon_i \cdot \epsilon_j) / 2 \quad (3.24)$$

eşitliği elde edilir. Dolayısıyla bu denklemlerin türevleri alınarak aşağıdaki ifadeler bulunur.

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial \epsilon_i} &= C_{ij} \cdot \epsilon_j \\ \frac{\partial W}{\partial \epsilon_j} &= C_{ji} \cdot \epsilon_i \end{aligned} \quad (3.25)$$

(3.25) eşitliklerinin tekrar türevleri alınırsa,

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_i \partial \varepsilon_j} = C_{ij} \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_j \partial \varepsilon_i} = C_{ji}$$

eşitlikleri elde edilir. Türev alma sırası türevin değerini değiştirmeyeceğinden,

$$C_{ij} = C_{ji} \quad (3.27)$$

eşitliği geçerli olacaktır. Benzer şekilde,

$$S_{ij} = S_{ji} \quad (3.28)$$

bağıntısı da gösterilebilir. Yani direngenlik ve gevşeklik matrislerinin her ikisi de simetriktir ve birbirinden bağımsız sabit sayısı yirmi bire düşmektedir.

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Bu eşitlik malzeme özellikleri bakımından hiçbir simetri düzlemi olmayan anizotropik malzemeleri temsil etmektedir. Böyle bir malzemenin diğer adı triklinik malzemedir. Karma malzemelerde mekanik

davranışlar bakımından bazı simetri düzlemleri mevcuttur. Eğer malzeme özellikleri sadece bir simetri düzlemine sahip ise, gerilme şekil değiştirme bağıntısı aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

Burada simetri düzlemi $z=0$ düzlemidir. Böyle bir malzeme monoklinik olarak adlandırılır ve bağımsız elastik sabit sayısı on üçtür.

Eğer malzemede mekanik özellikler bakımından üç simetri düzlemi (ortogonal düzlemler) varsa malzeme ortotropik (ortogonal anizotropik) olarak adlandırılır. Bu durumda bağımsız sabit sayısı sadece dokuz olur. Bu durum için gerilme şekil değiştirme bağıntısı,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

şeklinde yazılır. Bir malzemede bu simetrilere ek olarak mekanik özelliklerin tüm doğrultularda eşit olduğu bir düzlem mevcut ise bu tip malzemeler transvers izotropik olarak adlandırılmaktadır. Örneğin 1-2

düzlemi özel izotropi düzlemi ise bu takdirde direngenliklerdeki 1 ve 2 alt indisleri yer değiştirebilir ve böylece gerilme şekil değiştirme bağıntısındaki sabit sayısı beşe düşer ve bağıntı aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

Eğer malzeme özelliklerine ait simetri düzlemleri sonsuz sayıda ise, başka bir ifadeyle malzeme özellikleri bütün doğrultularda aynı ise, yukarıdaki bağıntılar izotropik malzeme durumuna indirgenebilir ve bu durumda direngenlik matrisindeki bağımsız sabit sayısı yalnızca iki tane olur. Böylece izotropik malzemeler için gerilme şekil değiştirme bağıntısı aşağıdaki şekilde yazılabilir (Aran, 1990).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (3.33)$$

3.3. Elastiklik Matrisi Bileşenlerinin Malzeme Özellikleri Cinsinden Tanımlanması

Ortotropik kompozit (karma) malzemenin elastik davranışını belirleyen elastiklik matrisi bileşenlerini, malzemenin mühendislik sabitleri veya elastik sabitleri olarak adlandırılan E , ν , G büyüklükleri cinsinden ifade etmek için tek eksenli çekme veya kayma deneyleri yapılmaktadır.

3.3.1. Takviye yönünde çekme hali

$$\text{Gerilmeler} \quad : \quad \sigma_1 \neq 0, \quad \sigma_i = 0 \quad (i=2, \dots, 6) \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} \text{Birim uzamalar} \quad : \quad \epsilon_1 &= 0 \\ \epsilon_2 &= -\nu_{12} \cdot \epsilon_1 \\ \epsilon_3 &= -\nu_{13} \cdot \epsilon_1 \\ \epsilon_4 &= \epsilon_5 = \epsilon_6 = 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

şeklinde yazılabilir. Bu durumda sabitler için,

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= S_{11} \sigma_1 \Rightarrow S_{11} = \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} = \frac{1}{E_1} \\ -\nu_{12} \epsilon_1 &= S_{21} \sigma_1 \Rightarrow S_{21} = \frac{-\nu_{12} \epsilon_1}{\sigma_1} = \frac{-\nu_{12}}{E_1} \\ -\nu_{13} \epsilon_1 &= S_{31} \sigma_1 \Rightarrow S_{31} = \frac{-\nu_{13} \epsilon_1}{\sigma_1} = \frac{-\nu_{13}}{E_1} \end{aligned} \quad (3.36)$$

ifadeleri bulunabilir.

3.3.2. Kesme hali

$$\text{Gerilmeler} \quad : \quad \tau_{12} = \sigma_6 \neq 0, \quad \sigma_i = 0 \quad (i=1, \dots, 5) \quad (3.37)$$

$$\text{Birim uzamalar} \quad : \quad \epsilon_6 \neq 0, \quad \epsilon_6 = S_{66} \sigma_6 \Rightarrow S_{66} = 1 / G_{12} \quad (3.38)$$

Diğer sabitler de benzer deneylerle saptanarak gevşeklik matrisi malzeme özellikleri cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Direngenlik matrisi ise $C_{ij} = S_{ij}^{-1}$ dönüşümü ile oluşturulabilir. Direngenlik matrisi elemanları, mühendislik sabitleri cinsinden aşağıdaki şekilde yazılırlar.

$$C_{11} = \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta}$$

$$C_{12} = \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{E_2 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{12} + \nu_{13}\nu_{32}}{E_1 E_3 \Delta}$$

$$C_{13} = \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{E_1 E_2 \Delta}$$

(3.40)

$$C_{22} = \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta}$$

$$C_{33} = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta}$$

$$C_{44} = G_{23}$$

$$C_{55} = G_{31}$$

$$C_{66} = G_{12}$$

(3.40) eşitliklerindeki Δ notasyonu,

$$\Delta = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{13}\nu_{31} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_2 E_3} \quad (3.41)$$

şeklinde yazılabilir. Burada E_1 , E_2 ve E_3 sırasıyla 1,2 ve 3 (x,y,z) eksenleri doğrultusundaki elastisite (young) modüllerini ve G_1 , G_2 ve G_3 aynı eksen takımındaki kayma modüllerini göstermektedir. ν_{ij} poisson oranıdır ve malzemenin j doğrultusundaki şekil değiştirmesinin i

doğrultusundaki şekil değiştirmesine oranıdır. Elastik malzeme herhangi bir σ_i çekme gerilmesi altında i eksenini boyunca ϵ_i kadar şekil değiştirdiğinde, j eksenini doğrultusunda da ϵ_j kadar (daralma şeklinde) şekil değiştirmeye maruz kalır. Bu şekil değiştirmelerin birbirlerine olan oranları poisson oranıdır (Eşitlik 3,42).

$$\nu_{ij} = -\frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \quad (\nu_{12} = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}, \dots) \quad (3.42)$$

3.4. Ortotropik Malzemelerde Düzlem Gerilme Hali

Elyaf takviyeli tabakalar çoğunlukla ince olduklarından düzlem gerilme durumunun geçerli olduğu, yani düzleme dik gerilmelerin etkilediği kabul edilebilir. Yani $\sigma_3 = 0$, $\sigma_4 = \tau_{23} = 0$, $\sigma_5 = \tau_{31} = 0$ alınabilir. Bu durumda sabitlerin sayısı daha da azalacağından 6x6 matrisi yerine 3x3 boyutunda bir Q_{ij} matrisi kullanılır. Böylece Hooke Bağıntısı,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

şeklini alır. Burada matrisin bağımsız elemanlarının sayısı dörde inmiştir ve bunların mühendislik sabitleri cinsinden ifadeleri ise aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

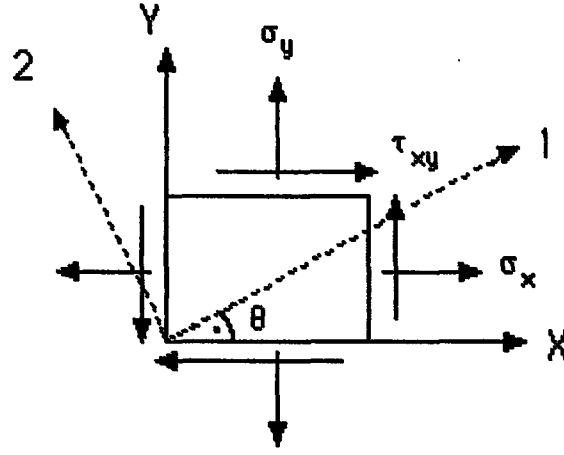
$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

(3.44)

$$Q_{66} = G_{12}$$

3.5. Takviye Elemanının Doğrultusuna Bağlı Olarak Malzemenin Mekanik Davranışının İncelenmesi

Yukarıdaki kısımda ortotropik malzemeler için malzemenin asal doğrultusundaki gerilme şekil değiştirme bağıntıları verildi. Uygulanan gerilmeler her zaman malzemenin asal eksenleri ile çakışmayabilir. Böyle durumlarda farklı yönlerdeki bağıntılar, dönüşüm tansörü (T_{ij}) kullanılarak yazılabilir. Örneğin, etkiyen gerilmelerin malzemenin asal doğrultuları 1 ve 2 yönlerinde değil de x ve y yönlerinde olması halinde, bu gerilme halinin malzeme asal eksenleri ile çakışan bir koordinat sistemindeki (Şekil 3,2) ifadesi veya dönüşümü aşağıdaki şekilde yazılabilir.



Şekil 3.2. Herhangi x-y eksenlerinden malzeme asal eksenlerinin θ açısı kadar pozitif yönde dönüşü.

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_y \sin^2\theta + 2 \tau_{xy} \sin\theta \cos\theta \\
 \sigma_2 &= \sigma_x \sin^2\theta + \sigma_y \cos^2\theta - 2 \tau_{xy} \sin\theta \cos\theta \\
 \tau_{12} &= -\sigma_x \sin\theta \cos\theta + \sigma_y \sin\theta \cos\theta + \tau_{xy} (\cos^2\theta - \sin^2\theta)
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

Bu eşitlikleri matris formda,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 2\sin\theta \cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -2\sin\theta \cos\theta \\ -\sin\theta \cos\theta & \sin\theta \cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \tag{3.46}$$

veya kısaca,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \tag{3.47}$$

ya da bunun tersi,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.48)$$

şeklinde yazmak mümkündür. Burada [T] dönüşüm matrisidir. Benzer şekilde şekil değiştirmeler arasındaki dönüşüm,

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{Bmatrix} \quad (3.49)$$

şeklinde yazılabilir. Burada bir [R] çarpan matrisi kullanılarak 1/2 çarpanı yok edilir ve

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{Bmatrix} \quad (3.50)$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{Bmatrix} \quad (3.51)$$

elde edilir. R matrisi,

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

şeklinde bir matristir. Asal eksenlerin (1 ve 2 eksenleri) gerilmenin uygulandığı x, y eksenleri ile çakışmaları hali için gerilmelerle şekil değiştirmeler arasında,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.53)$$

veya kısaca,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [Q] \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.54)$$

eşitliği yazılabilir. Eğer gerilmenin uygulandığı eksenler olan x ve y, malzemenin asal eksenleri 1 ve 2 ile çakışmıyor ise gerilme şekil değiştirme bağıntısı şöyle yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} [Q] \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} [Q][R] \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{Bmatrix}$$

$$= [T]^{-1} [Q] [R] [T] \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{Bmatrix} = [T]^{-1} [Q] [R] [T] [R]^{-1} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.55)$$

Burada,

$$[Q^*] = [T]^{-1} [Q] [R] [T] [R]^{-1} \quad (3.56)$$

ile gösterilirse xy eksenlerine ait gerilme şekil değiştirme bağıntısı,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [Q^*] \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * & * \\ Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ * & * & * \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ * & * & * \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.57)$$

şeklinde yazılabilir. $[Q^*]$ dirençlilik matrisinin elemanları aşağıdaki gibi yazılabilir (Sayman, 1988; Aran, 1990).

$$Q_{11}^* = Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta$$

$$Q_{12}^* = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

$$Q_{22}^* = Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta$$

(3.58)

$$Q_{16}^* = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta$$

$$Q_{26}^* = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta$$

$$Q_{66}^* = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{66}(\sin^4\theta + \cos^4\theta)$$

(3.58) eşitliklerindeki mühendislik sabitleri cinsinden, Q_{ij} matris bileşenlerinin izotrop malzemeler, tek yönlü takviyeli kompozit malzemeler ve çapraz takviyeli kompozit malzemeler için farklı olacağından hareketle tek yönlü takviye için,

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{66} = G_{12}$$

(3.59)

eşitlikleri yazılabilir. Burada $E_1 = E_2 = E$, $\nu_{12} = \nu_{21} = \nu$ ve $G_{12} = G$ değerleri (3.59) eşitliğinde yazılarak elde edilen ifadeler, (3.58) eşitliğinde $\theta = 0^\circ$ alınmak kaydıyla yazılırsa izotrop bir malzeme için Q_{ij}^* direngenlik matris elemanları tanımlanmış olur.

Çapraz takviyeli kompozit malzemeler için ise direngenlik matris elemanları aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$Q_{11} = \frac{E_1 + E_2}{2(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

(3.60)

$$Q_{22} = \frac{E_1 + E_2}{2(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

$$Q_{66} = G_{12}$$

4. İZOPARAMETRİK SONLU ELEMANLARIN FORMÜLASYONU

Sonlu elemanlar metodunda, formülasyonun matris şeklinde ifadesinin önemine önceki bölümde değinilmişti. İzoparametrik sonlu elemanların pratikteki problemlere geometrik olarak daha uygun olması, dolayısıyla çözümün daha sağlıklı bir şekilde yapılabilmesi bu elemanların tercihiine sebep olarak gösterilebilir.

Prensip olarak, izoparametrik sonlu elemanlar formülasyonunda asıl gaye, interpolasyon fonksiyonları (şekil değıştirme fonksiyonları) kullanılarak elemanın herhangi bir noktasındaki yer değıştirmeler ile elemanların düğüm noktaları yer değıştirmeleri arasındaki bağıntıları doğrudan elde etmektir. Yani dönüşüm matrisleri yerine eleman matrislerinin yerini tutan gerekli serbestlik derecelerine sahip ifadeleri elde etmektir (Bathe, 1982).

4.1. Ara Yüzeylerde Süreklilik

Sonlu elemanlar formülasyonunda en önemli adımlardan birisi interpolasyon fonksiyonunun seçilmesidir. İnterpolasyon fonksiyonlarının seçimindeki zorluk, elemanların ara yüzeylerinde sürekliliğin sağlanmasıdır.

Süreklilik için ortak eleman yüzeylerinde elemanların koordinatları ve yerdeğıştirmeleri aynı olmalıdır. Bu da rijit cisim yer

değiştirmelerinin ve sabit Şekil değiştirmelerin olmasıyla sağlanmaktadır. Bu durum üç dđęümlü üçgen elemanlarda görölmektedir. Böyle bir elemanda süreklilik otomatik olarak sağlanmaktadır (Nath, 1974; Fenner, 1975; Holand, 1970).

Sonlu elemanlar metodunda genelleştirilmiş koordinatların kullanılmasıyla ara yüzeylerde süreklilik elde edilmektedir. Bunun için lokal koordinat sisteminde tanımlanan yerdeğiştirmeler, izoparametrik sonlu elemanların formölasyonunda da ihtiva edilmelidir. Bu nedenle interpolasyon fonksiyonları her dđęümde bir olacak Şekilde ayarlanmaktadır (Zienkiewicz, 1979; Sayman, 1988).

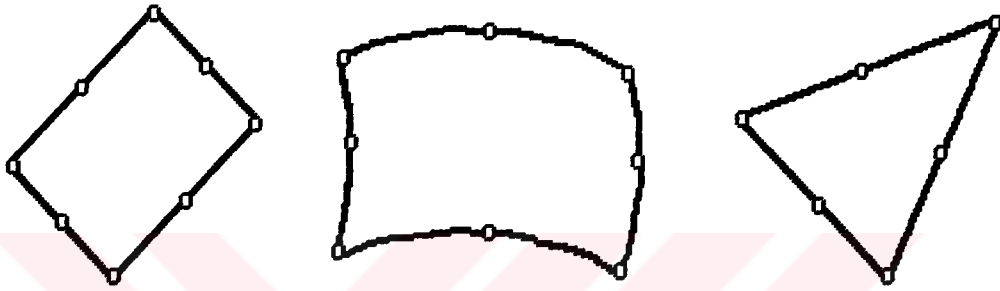
4.2. Sürekli Elemanların Formölasyonu

Bir sürekli elemanın global serbestlik derecesine uyan eleman matrislerinin doğrudan hesaplanması sonlu elemanlar formölasyonunun en önemli kısımlarından biridir. Bununla beraber önce elemanın lokal serbestlik derecesine uyan matrislerin formölasyonu çıkarılır ve daha sonra bu değerler global koordinatlara dönüştürölür.

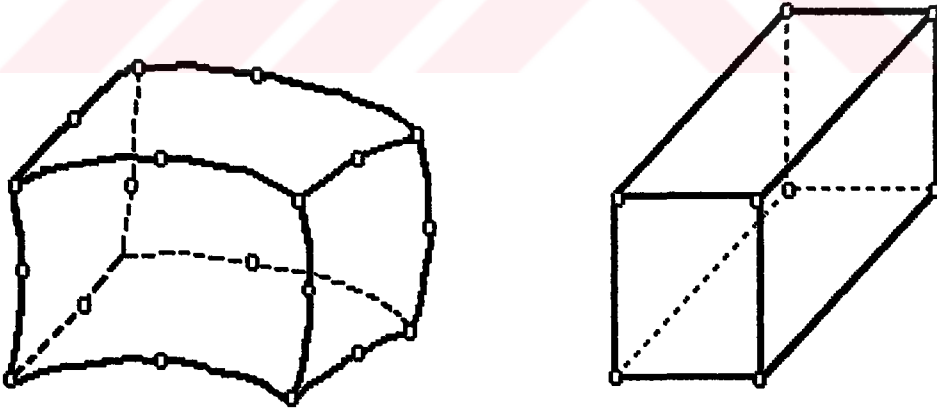
Diğer taraftan izoparametrik sonlu eleman formölasyonunda temel işlem, elemanın yerdeğiştirmelerinin ve koordinatlarının elemanın tabii koordinat sistemi kullanılarak interpolasyon formunda ifade edilmesidir (Bathe, 1982). Eleman matrislerinin oluşturulmasında gözönüne alınan değişik dđęüm sayılarına sahip bazı elemanlar Şekil 4.1 'de görölmektedir.



a) Tek boyutlu çubuk elemanlar



b) İki boyutlu elemanlar



c) Üç boyutlu elemanlar

Şekil 4.1. Sürekli elemanlara ait örnekler.

4.3. Sonlu Elemanlar Metodunda İnterpolasyon Fonksiyonları

Sonlu eleman analizinde eleman içerisindeki her bir noktadaki alan değişkenlerinin değerleri ve elemanın düğüm noktalarındaki alan değişkenlerinin değerleri bilinmeyenlerdir. Elemanın değişik düğümlerindeki düğüm bilinmeyenleri ile eşdeğer olan bir interpolasyon fonksiyonu seçilerek problemler özelleştirilmiş olur.

Sonlu elemanlar formülasyonunda genellikle Lagrange ve Hermite polinomları kullanılır. Hermite polinomları özellikle ince plak ve kabukların hesaplanmasında kullanılmaktadır (Huebner, 1975; Rao, 1982).

n. derece için Lagrange interpolasyon polinomu:

$$L_k(x) = \prod_{i=0, i \neq k}^n \frac{(x-x_i)}{(x_k-x_i)} = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\dots(x-x_n)}{(x_k-x_0)(x_k-x_1)\dots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\dots(x_k-x_n)} \quad (4.1)$$

eşitliği ile verilir. Burada $L_k(x)$, n. dereceden bir polinomdur ve n lineer faktörlerinin çarpımıdır, n ise polinomun derecesini göstermektedir.

$x = x_k$ için $L_k(x_k) = 1$ değerine eşittir. $x = x_i$ ve $i \neq k$ olduğunda $L_k(x) = 0$ olacaktır. $L_k(x)$ 'in bu özellikleri x ekseninde takribi bir aralıkta keyfi bir $\phi(x)$ fonksiyonuyla gösterilerek kullanılabilir. Örneğin $\phi(x)$ 'in değeri sadece x_0, x_1, x_2 ve x_3 farklı noktalarında biliniyor ise bu ϕ fonksiyonu yaklaşık olarak üçüncü dereceden bir polinomla,

$$\phi(x) = \sum_{i=0}^3 \phi_i L_i(x) = \phi_0 L_0 + \phi_1 L_1 + \phi_2 L_2 + \phi_3 L_3 = [L] (\phi) \quad (4.2)$$

şeklinde yazılabilir. Burada ϕ_i değerleri , ϕ 'nin $x = x_i$, ($i=0,1,2,3$) olduğu durumlardaki değeridir. Mesela ϕ_3 'ün katsayısı L_3 , (4.1) eşitliğinden,

$$L_3(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)} \quad (4.3)$$

şeklinde elde edilir. Buradan tek boyutlu bir eleman için interpolasyon fonksiyonu,

$$N_i(x) = L_i(x) \quad (4.4)$$

yazılarak,

$$\phi(x) = \sum_{i=1}^n N_i X_i \quad (4.5)$$

şeklinde gösterilebilir.

4.3.1. Tek boyutlu elemanlarda interpolasyon fonksiyonları

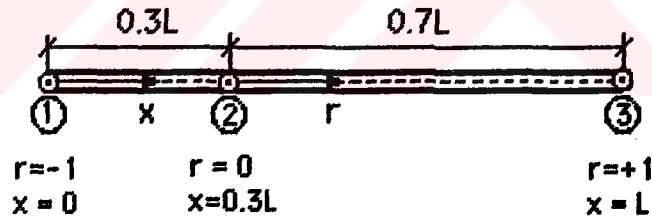
Bunun için Şekil 4.2 'deki gibi üç düğüme sahip bir çubuk eleman gözönüne alınabilir. Öncelikle üç düğümlü çubuk eleman için seçilen

interpolasyon fonksiyonu parabolik olmalıdır. Böylece L_2 fonksiyonu daha kolay bir şekilde elde edilmiş olur. Şöyleki, $(1-r^2)$ olarak verilen parabol, $r = 0$ 'da bir e eşit ve $r = \pm 1$ 'de sifıra eşit olması şartlarını sağlamalıdır. Diğer iki interpolasyon fonksiyonu L_1 ve L_3 , lineer bir fonksiyon ile parabolik fonksiyonun süperpoze edilmesi ile oluşturulabilir.

L_3 interpolasyon fonksiyonu için, $(1+r)/2$ fonksiyonu kullanılırsa, $r=+1$ 'de bir ve $r=-1$ 'de sifır olmasını sağlamak için,

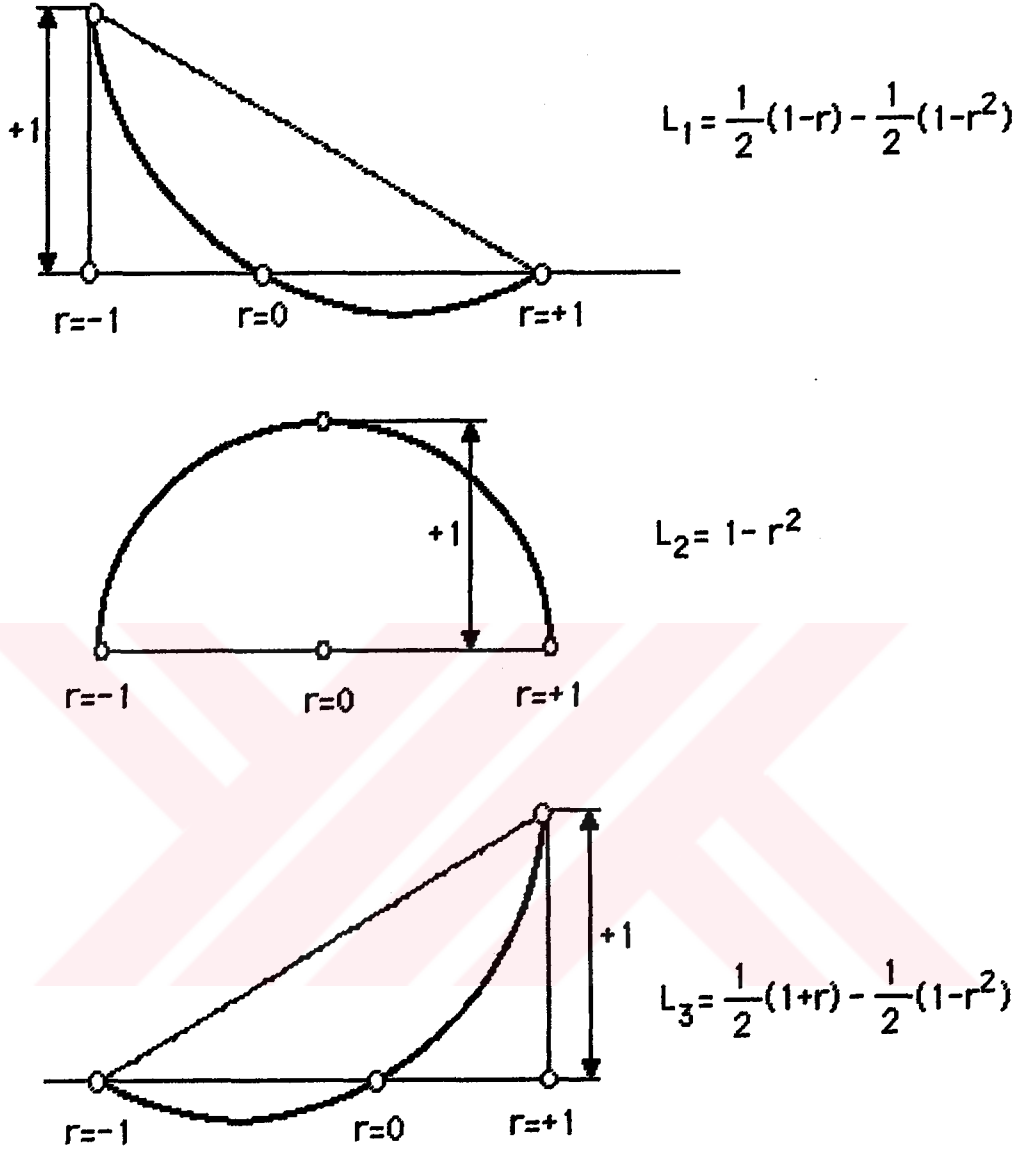
$$L_3 = \frac{1}{2}(1+r) - \frac{1}{2}(1-r^2)$$

fonksiyonunun kullanılması gerekir. L_1 interpolasyon fonksiyonu da benzer şekilde elde edilebilir.



Şekil 4.2. Üç düğüm ihtiva eden bir çubuk eleman.

Şekil 4.2 'deki çubuk elemana ait interpolasyon fonksiyonları aşağıdaki şekilde görülmektedir (Şekil 4.3).



Şekil 4.3. Tek boyutlu çubuk elemanların Interpolasyon fonksiyonları.

4.3.2. İki boyutlu elemanlarda interpolasyon fonksiyonları

Bir boyutlu elemanlar için (4.1) eşitliğinde tanımlanan Lagrange interpolasyon polinomları iki veya üç boyutlu elemanlar için uyarlanıp

kullanılabilir. Lagrange interpolasyon polinomlarının ikişer ve üçer çarpımlarıyla sırasıyla iki ve üç boyutlu elemanların interpolasyon fonksiyonları bulunur (Rao, 1982).

Kartezyen koordinatlarda verilen iki boyutlu elemanların lokal koordinatlara transformasyonu Şekil 4.4 'deki gibidir. Burada lokal koordinatlardaki transformasyonu dikdörtgen ve üçgen olan, genel halde eğrisel çizgilerle çevrili iki boyutlu izoparametrik elemanlar görülmektedir. Örneğin Şekil 4.5 'de verilen dört düğümlü izoparametrik elemanın interpolasyon fonksiyonu,

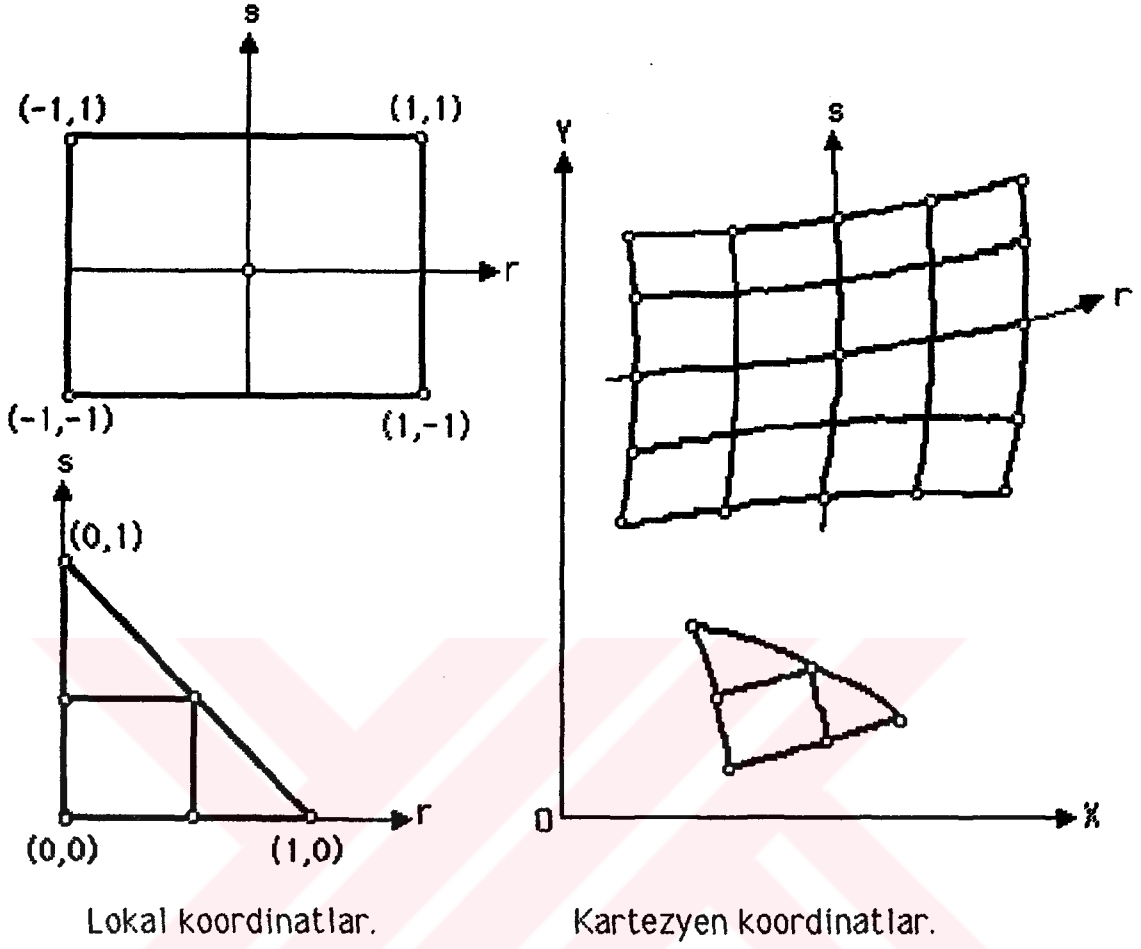
$$\phi(r,s) = [N] \cdot \phi_e = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4] \cdot \phi_e \quad (4.6)$$

şeklinde yazılabilir. Burada,

$$N_i(r,s) = L_i(r) \cdot L_i(s) \quad (i=1,2,3,4) \quad (4.7)$$

$$\vec{\phi}^e = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix}^e = \begin{Bmatrix} \phi(r=-1, s=-1) \\ \phi(r=+1, s=-1) \\ \phi(r=+1, s=+1) \\ \phi(r=-1, s=+1) \end{Bmatrix}^e \quad (4.8)$$

ifadelerine eşittir.

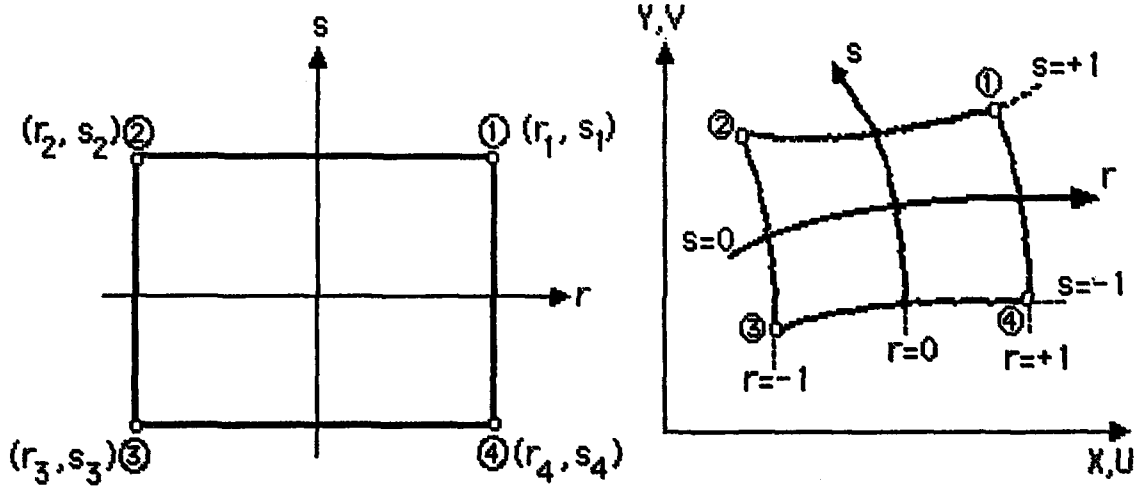


Şekil 4.4. İki boyutlu elemanlarda transformasyon.

Dikdörtgen elemanın düğümleri için tanımlı bir i düğümü gözönüne alınıp, r ve s doğrultularındaki Lagrange interpolasyon fonksiyonları sırasıyla $L_i(r)$ ve $L_i(s)$ ile gösterilerek aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$L_1(r) = \frac{r-r_2}{r_1-r_2}; \quad L_2(r) = \frac{r-r_1}{r_2-r_1}; \quad L_3(r) = \frac{r-r_4}{r_3-r_4}; \quad L_4(r) = \frac{r-r_3}{r_4-r_3} \quad (4.9)$$

$$L_1(s) = \frac{s-s_4}{s_1-s_4}; \quad L_2(s) = \frac{s-s_3}{s_2-s_3}; \quad L_3(s) = \frac{s-s_2}{s_3-s_2}; \quad L_4(s) = \frac{s-s_1}{s_4-s_1} \quad (4.10)$$



Lokal koordinatlar.

Kartezyen koordinatlar.

Şekil 4.5. Dört düğümlü izoparametrik elemanın lokal koordinatlardan kartezyen koordinatlara dönüştürülmesi.

Eşitlik (4.7) 'de verilen düğüm interpolasyon fonksiyonları, iki lineer fonksiyonun çarpımı olarak tanımlandığından bilineer olarak isimlendirilmektedir. Bu ifadelerde herbir düğümün koordinatları o düğüm için değerleri yerine yazıldığında N değeri bir, bu koordinatlar için diğer N katsayıları sıfır olmaktadır. Bu sayede ara yüzelerde bire bir uygunluk sağlanmakta ve dolayısıyla süreklilik meydana gelmektedir. Aynı zamanda interpolasyon fonksiyonu her düğümdeki özellikleri sağlamaktadır.

İnterpolasyon fonksiyonu Şekil 4.5 esas alınarak dikdörtgen bir elemanın dört düğümü için aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$N_1(r,s) = L_1(r)L_1(s) = \frac{r+1}{1+1} \cdot \frac{s+1}{1+1} = \frac{1}{4}(1+r)(1+s)$$

$$N_2(r,s) = L_2(r)L_2(s) = \frac{r-1}{-1-1} \cdot \frac{s+1}{1+1} = \frac{1}{4}(1-r)(1+s)$$

(4.11)

$$N_3(r,s) = L_3(r)L_3(s) = \frac{r-1}{-1-1} \cdot \frac{s-1}{-1-1} = \frac{1}{4}(1-r)(1-s)$$

$$N_4(r,s) = L_4(r)L_4(s) = \frac{r+1}{1+1} \cdot \frac{s-1}{-1-1} = \frac{1}{4}(1+r)(1-s)$$

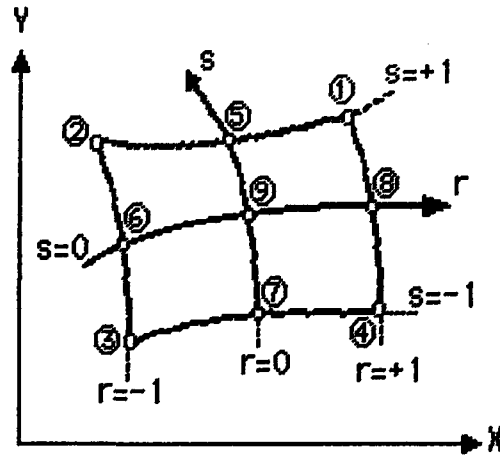
Dörtten daha fazla düğümlü elemanlarda interpolasyon fonksiyonları benzer şekilde elde edilebilir. Böyle bir izoparametrik elemanda genel olarak interpolasyon fonksiyonunun elemanı i düğümü için,

$$N_i(r,s) = L_i(r) \cdot L_i(s) \quad (4.12)$$

şeklinde yazılmıştı. n düğümlü bir eleman için interpolasyon fonksiyonu,

$$\phi(r,s) = \sum_{i=1}^n L_i(r)L_i(s) \phi_i = L_1(r)L_1(s) \phi_1 + \dots + L_n(r)L_n(s) \phi_n \quad (4.13)$$

şeklinde yazılır. Düğüm sayısı dört düğümden dokuz düğüme kadar değişen izoparametrik düzlem elemanlar (Şekil 4.6) için interpolasyon fonksiyonları Tablo 4.1 'de verilmiştir (Bathe,1982).



Şekil 4.6. Dörtten dokuzu kadar değişken düğüm sayısı ihtiva eden izoparametrik düzlem eleman.

Tablo 4.1. Dörtten dokuzu kadar değişken düğüm sayısı ihtiva eden izoparametrik düzlem elemanların interpolasyon fonksiyonları (Bathe, 1982).

| | i=5 | i=6 | i=7 | i=8 | i=9 |
|---------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $N_1 = \frac{1}{4}(1+r)(1+s)$ | $-\frac{1}{2}N_5$ | | | $-\frac{1}{2}N_8$ | $-\frac{1}{4}N_9$ |
| $N_2 = \frac{1}{4}(1-r)(1+s)$ | $-\frac{1}{2}N_5$ | $-\frac{1}{2}N_6$ | | | $-\frac{1}{4}N_9$ |
| $N_3 = \frac{1}{4}(1-r)(1-s)$ | | $-\frac{1}{2}N_6$ | $-\frac{1}{2}N_7$ | | $-\frac{1}{4}N_9$ |
| $N_4 = \frac{1}{4}(1+r)(1-s)$ | | | $-\frac{1}{2}N_7$ | $-\frac{1}{2}N_8$ | $-\frac{1}{4}N_9$ |
| $N_5 = \frac{1}{2}(1-r^2)(1+s)$ | | | | | $-\frac{1}{2}N_9$ |
| $N_6 = \frac{1}{2}(1-s^2)(1-r)$ | | | | | $-\frac{1}{2}N_9$ |
| $N_7 = \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s)$ | | | | | $-\frac{1}{2}N_9$ |
| $N_8 = \frac{1}{2}(1-s^2)(1+r)$ | | | | | $-\frac{1}{2}N_9$ |
| $N_9 = (1-r^2)(1-s^2)$ | | | | | |

4.4. İzoparametrik Sonlu Elemanlarda Şekil Değişikliklerinin ve Gerilmelerin Formülasyonu

İzoparametrik sonlu elemanlar formülasyonundaki esas işlem, elemanın doğal koordinat sistemi kullanılarak eleman koordinatları ile eleman yerdeğişikliklerinin interpolasyonlar şeklinde ifadesidir. Bu koordinat sistemi elemanın boyutlarına bağlı olarak bir, iki veya üç boyutlu olabilir. Genel olarak üç boyutlu bir eleman için yazılan eşitlikler indirgenmek suretiyle bir ve iki boyutlu problemlere uygulanabilir.

Üç boyutlu bir eleman için koordinat interpolasyonları aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} X &= \sum_{i=1}^n N_i X_i \\ Y &= \sum_{i=1}^n N_i Y_i \\ Z &= \sum_{i=1}^n N_i Z_i \end{aligned} \quad (4.14)$$

Burada X, Y ve Z elemanın koordinat interpolasyonlarıdır ve X_i , Y_i ve Z_i ise elemanın düğüm noktaları koordinatlarıdır. N_i ise interpolasyon fonksiyonlarıdır ve -1 , $+1$ değerleri arasında değişik değerler alan r, s ve t değişkenlerine bağlı olarak elemanın lokal koordinatlarında tanımlanırlar.

Bir ve iki boyutlu elemanlar için, (4.14) eşitliklerindeki ilgili olan eşitlik dikkate alınıp interpolasyon fonksiyonları r ve r, s doğal koordinat değişkenlerine bağlı olarak ifade edilirler.

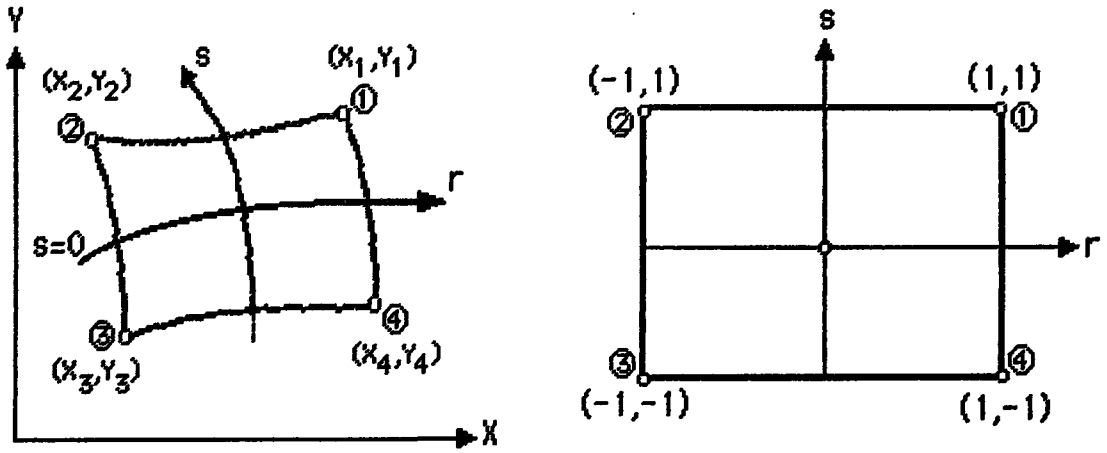
N_i interpolasyon fonksiyonları (4.14) eşitliklerindeki bilinmeyen niceliklerdir. İnterpolasyon fonksiyonu N_i 'nin önemli bir özelliği lokal (doğal) koordinat sisteminde i düğümü için bir sayı, diğer tüm düğümlerde sıfır olmasıdır. Bu özellikler kullanılmak şartıyla interpolasyon fonksiyonları sistemli bir düğüm düzenine göre çözülmüş olur.

İzoparametrik formülasyonda eleman yer değiştirmeleri geometrik olarak aynı şekilde aşağıdaki eşitliklerle tanımlanmaktadır.

$$\begin{aligned} u &= \sum_{i=1}^n N_i u_i \\ v &= \sum_{i=1}^n N_i v_i \\ w &= \sum_{i=1}^n N_i w_i \end{aligned} \quad (4.15)$$

Burada u, v ve w elemanın herhangi bir noktasındaki lokal eleman yer değiştirmelerini, u_i, v_i ve w_i ($i=1, \dots, n$) ait oldukları düğümlerin yer değiştirmelerini göstermektedir.

Problem düzlemsel çözüleceğinden Şekil 4.7 'deki iki boyutlu, dört düğümlü izoparametrik eleman gözönüne alınarak formülasyon aşağıdaki gibi yapılmaktadır.



Kartezyen (global) koordinatlar

Lokal (doğal) koordinatlar

Şekil 4.7. Dört düğümlü izoparametrik elemanın kartezyen koordinatlardan lokal koordinatlara dönüştürülmesi.

Bu eleman için, (4.14) eşitliklerinde, Tablo 4.1 'de tanımlanmış N_1 , N_2 , N_3 ve N_4 interpolasyon fonksiyonları kullanılarak, koordinatlara ait interpolasyonlar aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$X = \frac{1}{4}(1+r)(1+s)x_1 + \frac{1}{4}(1-r)(1+s)x_2 + \frac{1}{4}(1-r)(1-s)x_3 + \frac{1}{4}(1+r)(1-s)x_4 \quad (4.16)$$

$$Y = \frac{1}{4}(1+r)(1+s)y_1 + \frac{1}{4}(1-r)(1+s)y_2 + \frac{1}{4}(1-r)(1-s)y_3 + \frac{1}{4}(1+r)(1-s)y_4 \quad (4.17)$$

Veya bu eşitlikler kısaca,

$$X = N_1x_1 + N_2x_2 + N_3x_3 + N_4x_4 \quad (4.18)$$

$$Y = N_1y_1 + N_2y_2 + N_3y_3 + N_4y_4 \quad (4.19)$$

şeklinde yazılabilirler. İnterpolasyon fonksiyonunun, elemanın her düğümünü sağlayıp sağlamadığı kontrol edilerek, interpolasyon fonksiyonunun doğru seçildiği kanaatine varılabilir. Örneğin iki nolu düğümde $r=-1$, $s=+1$ alınırsa,

$$X = 0 + \frac{1}{4}4x_2 + 0 + 0 \quad \Rightarrow X = x_2 \quad (4.20)$$

$$Y = 0 + \frac{1}{4}4y_2 + 0 + 0 \quad \Rightarrow Y = y_2$$

ifadeleri bulunur. Bu işlemler diğer düğümler için de tekrarlanabilir. Yer değiştirme interpolasyon fonksiyonları (4.15) 'eşitliğinden ,

$$U = N_1u_1 + N_2u_2 + N_3u_3 + N_4u_4 \quad (4.21)$$

$$V = N_1v_1 + N_2v_2 + N_3v_3 + N_4v_4 \quad (4.22)$$

şeklinde yazılabilir. Dört düğümlü bir eleman için yer değiştirmeler polinomlar kullanılarak,

$$u = \alpha_1 + \alpha_2x + \alpha_3y + \alpha_4xy \quad (4.23)$$

$$v = \alpha_5 + \alpha_6x + \alpha_7y + \alpha_8xy \quad (4.24)$$

şeklinde yazılıp dört düğüm için genişletilir ve matris formda yazılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilebilir.

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 & x_1y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2y_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & y_2 & x_2y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3y_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & y_3 & x_3y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4y_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_4 & y_4 & x_4y_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \end{Bmatrix} \quad (4.25)$$

Bu eşitlik sembolik olarak kısaca,

$$\{\delta\} = [C].\{\alpha\} \quad (4.26)$$

$$\{\alpha\} = [C]^{-1}.\{\delta\} \quad (4.27)$$

şeklinde yazılabilir.

Bir elemanın direngenlik matrisini oluşturabilmek için şekil değiştirme ile yer değiştirme arasındaki dönüşüm matrisini hesaplamak gerekir. Eleman şekil değiştirmeleri, lokal koordinatlara göre eleman yer değiştirmelerinin türetilmesiyle elde edilebilir. (4.21) ve (4.22) eşitliklerinde eleman yer değiştirmeleri lokal koordinat sisteminde (r,s) tanımlandığından, kartezyen koordinatlarla (x,y) bir bağıntı kurmak gerekir. Bunun için,

$$x = f_1(r,s,t); \quad y = f_2(r,s,t); \quad z = f_3(r,s,t) \quad (4.28)$$

$$r = f_4(x,y,z); \quad s = f_5(x,y,z); \quad t = f_6(x,y,z) \quad (4.29)$$

eşitlikleri yazılabilir. Burada f_i fonksiyonu göstermektedir. (4.23) ve (4.24) eşitliklerindeki yer değiştirme ifadelerinin türevlerinin alınması mümkündür. Ancak interpolasyon fonksiyonlarıyla verilen (4.21) ve (4.22) eşitliklerinin türevlerinin alınması oldukça zor bir işlemdir. Bunun için zincir kuralı kullanılmak suretiyle $\partial/\partial x$ ve $\partial/\partial y$ türevleri alınabilir.

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} \quad (4.31)$$

Bununla beraber $\partial/\partial x$ ve $\partial/\partial y$ türevlerini oluşturmak için $\partial r/\partial x$, $\partial s/\partial x$ $\partial r/\partial y$ ve $\partial s/\partial y$ türevlerini hesaplamak gerekir. Bu nedenle (4.29) eşitliğindeki ters dönüşüm işlemlerinin açık bir şekilde yapılması gerekir. Bu dönüşümler zincir kaidesi kullanılarak matris notasyonda aşağıdaki şekilde belirlenebilir.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial s} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (4.32)$$

Veya sembolik olarak kısaca,

$$\frac{\partial}{\partial r} = J \frac{\partial}{\partial x} \quad (4.33)$$

eşitliği yazılabilir. Burada J, kartezyen (global) koordinat türevleri ($\partial/\partial x$) ile lokal koordinat türevleri ($\partial/\partial r$) arasındaki bağıntıyı belirten Jacobian operatörüdür. Jacobian operatörü (4.14) eşitlikleri yardımıyla kolayca bulunabilir. $\partial/\partial x$ global koordinatlardaki türevi bulmak için ise J 'nin tersi alınarak aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$\frac{\partial}{\partial x} = J^{-1} \frac{\partial}{\partial r} \quad (4.34)$$

J 'nin tersi (J^{-1}), (4.28) ve (4.29) eşitliklerinde ifade edildiği gibi elemanın global (kartezyen) koordinatları ile lokal koordinatları arasındaki birebir dönüşümü sağlamış olur.

(4.15) ve (4.34) eşitlikleri kullanılarak $\partial u/\partial x$, $\partial u/\partial y$, $\partial v/\partial x$ ve $\partial v/\partial y$ türevleri bulunup şekil değiştirme ile yer değiştirme bileşenleri arasındaki dönüşüm matrisi teşkil edilebilir. Bu dönüşüm matrisi [B] ile gösterilirse, şekil değiştirmeler ile yer değiştirmeler arasında,

$$\{\epsilon\} = [B] \{u\} \quad (4.35)$$

eşitliği yazılabilir. Burada $\{u\}$ (4.15 eşitliğinden bulunabilir), elemanın düğüm noktaları yer değiştirmelerini gösteren bir vektördür ve J ise B 'nin içerisinde işlemektedir.

Elemanın direngenlik matrisinin oluşturulması:

Elemanın direngenlik matrisi, elemanın lokal serbestlik derecesine bağlı olarak, en kolay varyasyon hesabı olan virtüel işler prensibi kullanılarak teşkil edilebilir (Sayman, 1988).

Gerilmelerden doğan iç kuvvetlerin virtüel işi,

$$\delta W = \int (\delta \epsilon)^T \{\sigma\} dV \quad (4.36)$$

eşitliği ile ve dış kuvvetlerin virtüel işi ise,

$$\delta W = \{\delta \delta\}^T \{P\} \quad (4.37)$$

eşitliği şeklinde yazılabilir. Enerji prensibine göre iç kuvvetlerin yaptığı iş, dış kuvvetlerin yaptığı işe eşit olmalıdır. Yani,

$$\{\delta \delta\}^T \{P\} = \int (\delta \epsilon)^T \{\sigma\} dV$$

eşitliği yazılabilir bu eşitlikde,

$$\{\sigma\} = [C] \{\epsilon\},$$

$$\{\epsilon\} = [B] \{\delta\} \quad (\text{veya } \{\epsilon\} = [B] \{u\})$$

eşitlikleri kullanılarak,

$$\{\delta\delta\}^T \{P\} = \int \{\delta\epsilon\}^T [C]\{\epsilon\}dV$$

$$\{\delta\delta\}^T \{P\} = \int \{\delta\delta\}^T [B]^T [C][B]dV\{\delta\}$$

$$\{\delta\delta\}^T \{P\} = \{\delta\delta\}^T \int [B]^T [C][B]dV\{\delta\}$$

ve buradan kuvvetler vektörü,

$$\{P\} = \int [B]^T [C][B]dV\{\delta\} \quad (4.38)$$

şeklinde elde edilir. Direngenlik matrisi [K],

$$[K] = \int [B]^T [C][B]dV \quad (4.39)$$

ifadesine eşit olur. Burada, [B] şekil değiştirmeler ile yer değiştirmeler arasındaki dönüşüm matrisidir, [C] gerilmeler ile şekil değiştirmeler arasındaki dönüşüm matrisi (elastisite matrisi) ve {δ} yer değiştirmeler matrisidir. (4.38) ve (4.39) eşitliklerinden sisteme etki eden kuvvetler vektörü {P},

$$\{P\} = [K] \{\delta\} \quad (4.40)$$

şeklinde yazılabilir. Direngenlik matrisinde, hacim diferansiyeli dV lokal koordinatlarda aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$dV = \det J dr ds \quad (4.41)$$

Burada $\det J$ Jacobian operatörünün determinantıdır. (4.39) eşitliğindeki hacimsel integralin çözümü, özellikle yüksek mertebeden interpolasyonlar kullanıldığında hemen hemen imkansızdır. Bunun için nümerik integrasyon metodunu kullanmak gerekir. Nümerik integrasyon metodunun çözümü ise ancak bilgisayarlarla yapılabilmektedir. Ayrıca nümerik integrasyon, izoparametrik sonlu elemanlarla çözümde önemli ölçüde kolaylık sağlamaktadır.

Sonlu elemanlarda matris integrali iki boyutlu halde nümerik olarak aşağıdaki şekilde yazılmaktadır.

$$\int F(r,s)drds = \sum_{i,j} \alpha_{ij}F(r_i,s_j) + R_n \quad (4.42)$$

Burada α_{ij} ağırlık faktörlerini, $F(r_i,s_j)$ i ve j belirli noktalarındaki matrisleri göstermektedir. R_n hata matrisidir ve pratikte genellikle değerlendirmeye alınmaz. Bunun için (4.42) eşitliği yerine,

$$\int_V F(r,s)drds = \sum_{i,j} \alpha_{ij} F(r_i,s_j) \quad (4.43)$$

eşitliği kullanılabilir. (4.39) eşitliğinde,

$$[B]^T [C] [B] \det J = F \quad (4.44)$$

ile gösterilirse,

$$K = \int_V F dr ds \quad (4.45)$$

eşitliği yazılabilir. Buradan nümerik integrasyon kullanılarak direngelik matrisi için,

$$[K] = \sum_{i,j} t_{ij} \alpha_{ij} F_{ij} \quad (4.46)$$

ifadesi bulunur. Burada r_i ve s_j noktalarındaki F matrisi, F_{ij} ile gösterilmiştir. t_{ij} kalınlık ve $\alpha_{ij} = \alpha_i \cdot \alpha_j$ değeri ise r_i ve s_j değerlerine bağlı olarak bulunan sabitlerdir. F fonksiyonunun r_i ve s_j modelleme noktaları ile α_{ij} ağırlık faktörü, integrasyon işleminde minimum hata verecek şekilde ayarlanır. Bu da modelleme noktalarının sayısı artırılarak sağlanır.

İki boyutlu dikdörtgen izoparametrik elemanlarda bu integrasyon,

$$\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} F(r,s) dr ds = \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j F(r_i, s_j) \quad (4.47)$$

şeklinde yazılabilir.

Değişik nümerik integrasyon metotları mevcuttur, ancak en kullanışlı olanları şunlardır (Bathe, 1982).

1- Newton - Cotes formülleri,

2- Gauss formülleri.

Her iki metot da nümerik integrasyonda etkilidir. Gauss integrasyon metodunda modelleme noktaları yüzeyin iç taraflarındadır. Dönel elemanların çözümünde kutupsal koordinatlarda ve silindirik koordinatlarda türev işlemlerinde R yarıçapına bağlı $1/R$ çarpanı işleme girdiğinden Gauss integrasyon metodu daha kullanışlı olmaktadır. Çünkü

eksen üzerinde bulunan düğümlerde modelleme noktası aynı nokta olmadığından $1/R$ ifadesi belirsizliğe gitmemektedir. (4.47) eşitliğindeki α_i , α_j , r_i ve s_j değerleri Gauss Legendre nümerik integrasyonuna göre elde edilmiş Tablo 4.2 'den seçilebilir (Bathe, 1982; Rao, 1982). Tablodaki n ile izoparametrik sonlu elemanın bir kenarı üzerindeki düğüm sayısı gösterilmiştir. Örneğin dört düğümlü bir dikdörtgen izoparametrik eleman için $n=2$ alınır.

Tablo 4.2. Gauss - Legendre nümerik integrasyonuna göre seçilen noktalar (r_i) ve ağırlık faktörleri (α_i).

| n | r_i | α_i |
|-----|--|---|
| 1 | $r_1 = 0.00000\ 00000\ 00000$ | 2.00000 00000 00000 |
| 2 | $r_1, r_2 = \pm 0.57735\ 02691\ 89626$ | 1.00000 00000 00000 |
| 3 | $r_1, r_3 = \pm 0.77459\ 66692\ 41483$ $r_2 = 0.00000\ 00000\ 00000$ | 0.55555 55555 55555 0.88888 88888 88889 |
| 4 | $r_1, r_4 = \pm 0.86113\ 63115\ 94053$ $r_2, r_3 = \pm 0.33998\ 10435\ 84856$ | 0.34785 48451 47454 0.65214 51548 62546 |
| 5 | $r_1, r_5 = \pm 0.90617\ 98459\ 38664$ $r_2, r_4 = \pm 0.53846\ 93101\ 05683$ $r_3 = 0.00000\ 00000\ 00000$ | 0.23692 68850 56189 0.47862 86704 99366 0.56888 88888 88889 |
| 6 | $r_1, r_6 = \pm 0.93246\ 95142\ 03152$ $r_2, r_5 = \pm 0.66120\ 93864\ 66265$ $r_3, r_4 = \pm 0.23861\ 91860\ 83197$ | 0.17132 44923 79170 0.36076 15730 48139 0.46791 39345 72691 |

(4.21) ve (4.22) eşitliklerinde tanımlanan u ve v yerdeğiştirme interpolasyon fonksiyonları daha açık olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$U = \frac{1}{4}(1+r)(1+s)u_1 + \frac{1}{4}(1-r)(1+s)u_2 + \frac{1}{4}(1-r)(1-s)u_3 + \frac{1}{4}(1+r)(1-s)u_4 \quad (4.48)$$

$$V = \frac{1}{4}(1+r)(1+s)v_1 + \frac{1}{4}(1-r)(1+s)v_2 + \frac{1}{4}(1-r)(1-s)v_3 + \frac{1}{4}(1+r)(1-s)v_4 \quad (4.49)$$

Ayrıca eleman şekil değiştirmelerini, matris formda aşağıdaki şekilde yazmak mümkündür.

$$[\epsilon]^T = [\epsilon_{xx} \quad \epsilon_{yy} \quad \epsilon_{xy}] \quad (4.50)$$

Bu matris elemanları, yer değiştirmelerin kısmi türevleri şeklinde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.51)$$

(4.32) ve (4.33) eşitliklerindeki Jacobian operatörünü oluşturan matris elemanlarının türevleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{\partial x}{\partial r} = \frac{1}{4}(1+s)x_1 - \frac{1}{4}(1+s)x_2 - \frac{1}{4}(1-s)x_3 + \frac{1}{4}(1-s)x_4$$

(4.52.a)

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \frac{1}{4}(1+r)x_1 + \frac{1}{4}(1-r)x_2 - \frac{1}{4}(1-r)x_3 - \frac{1}{4}(1+r)x_4$$

$$\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{1}{4}(1+s)y_1 - \frac{1}{4}(1+s)y_2 - \frac{1}{4}(1-s)y_3 + \frac{1}{4}(1-s)y_4$$

(4.52.b)

$$\frac{\partial y}{\partial s} = \frac{1}{4}(1+r)y_1 + \frac{1}{4}(1-r)y_2 - \frac{1}{4}(1-r)y_3 - \frac{1}{4}(1+r)y_4$$

$-1 \leq r \leq +1$ ve $-1 \leq s \leq +1$ aralığında değişen her r ve s değeri için $\partial x/\partial r$, $\partial x/\partial s$, $\partial y/\partial r$ ve $\partial y/\partial s$ ifadeleri kullanılmak suretiyle J Jacobian operatörü teşkil edilebilir. Jacobian operatörü oluşturulurken $r = r_i$ ve $s = s_j$ noktalarında hesaplandığına dikkat edilmelidir. Kısaca,

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{array} \right\}_{\substack{r=r_i \\ s=s_j}} = J_{ij}^{-1} \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial s} \end{array} \right\}_{\substack{r=r_i \\ s=s_j}} \quad (4.53)$$

ifadesi yazılabilir. (4.48) ve (4.49) eşitlikleri kullanılarak elemanın şekil değiştirmeleri belirlenebilir. Bunun için aşağıdaki türevlerin oluşturulması gerekir.

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{4}(1+s)u_1 - \frac{1}{4}(1+s)u_2 - \frac{1}{4}(1-s)u_3 + \frac{1}{4}(1-s)u_4$$

(4.54.a)

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{1}{4}(1+r)u_1 + \frac{1}{4}(1-r)u_2 - \frac{1}{4}(1-r)u_3 - \frac{1}{4}(1+r)u_4$$

$$\frac{\partial v}{\partial r} = \frac{1}{4}(1+s)v_1 - \frac{1}{4}(1+s)v_2 - \frac{1}{4}(1-s)v_3 + \frac{1}{4}(1-s)v_4$$

(4.54.b)

$$\frac{\partial v}{\partial s} = \frac{1}{4}(1+r)v_1 + \frac{1}{4}(1-r)v_2 - \frac{1}{4}(1-r)v_3 - \frac{1}{4}(1+r)v_4$$

Bu ifadeler kartezyen koordinatlarda ve matris şeklinde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{4} J_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} (1+s_j) & 0 & -(1+s_j) & 0 & -(1-s_j) & 0 & (1-s_j) & 0 \\ (1+r_i) & 0 & (1-r_i) & 0 & -(1-r_i) & 0 & -(1+r_i) & 0 \end{bmatrix} \{u\} \quad (4.55)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{4} J_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & (1+s_j) & 0 & -(1+s_j) & 0 & -(1-s_j) & 0 & (1-s_j) \\ 0 & (1+r_i) & 0 & (1-r_i) & 0 & -(1-r_i) & 0 & -(1+r_i) \end{bmatrix} \{u\} \quad (4.56)$$

Burada $\{u\}$ izoparametrik elemanın düğüm noktaları yer değiştirmelerini göstermektedir ve,

$$\{u\}^T = [u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad u_3 \quad v_3 \quad u_4 \quad v_4] \quad (4.57)$$

şeklinde bir vektörle ifade edilebilir. (4.55) ve (4.56) eşitlikleri kullanılarak şekil değiştirme ile yer değiştirme arasındaki dönüşüm matrisi $[B]$, aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$[B_{ij}] = \frac{1}{4} J_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} (1+s_j) & 0 & -(1+s_j) & 0 & -(1-s_j) & 0 & (1-s_j) & 0 \\ 0 & (1+r_i) & 0 & (1-r_i) & 0 & -(1-r_i) & 0 & -(1+r_i) \\ (1+r_i)(1+s_j) & (1-r_i) & -(1+s_j) & -(1-r_i) & -(1-s_j) & -(1+r_i) & (1-s_j) & 0 \end{bmatrix} \{u\} \quad (4.58)$$

Böylece (4.55) ve (4.56) eşitlikleri kısaca aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\{\epsilon_{ij}\} = [B_{ij}].\{u\} \quad (4.59)$$

Burada i ve j ile gösterim, şekil değiştirme ile yer değiştirme dönüşümünün r_i ve s_j noktalarında hesaplandığını göstermek içindir. (4.59) eşitliğinden şekil değiştirmeler hesaplanabilir. Gerilme ile şekil değiştirme arasındaki bağıntı ise,

$$\{\sigma_{ij}\} = [C].\{\epsilon_{ij}\} = [C].[B_{ij}].\{u\} \quad (4.60)$$

şeklinde yazılabilir Burada $[C]$ matrisi, elastiklik veya malzeme matrisidir ve düzlem gerilme için,

$$[C] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

şeklinde yazılabilir. $\{\sigma_{ij}\}$ ise,

$$\{\sigma_{ij}\}^T = \{ \sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{xy} \} \quad (4.62)$$

şeklinde bir sütun matrisidir ve bir noktadaki gerilme bileşenlerini göstermektedir (Bathe, 1982; Rao,1982).



5. BU ÇALIŞMADA KULLANILAN MODELE İZOPARAMETRİK SONLU ELEMANLAR FORMÜLASYONUNUN UYGULANMASI

Kompozit malzemeli faturalı bir kirişte gerilme yığılma katsayıları beş farklı yarıçap seçilmek suretiyle hesaplanmıştır. Çözüm kompozit malzemenin tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumları için ve ayrıca izotrop malzeme için yapılmıştır. Çalışmada sayısal sonuçlar için esas alınan faturalı kirişin boyutları, bu kirişe ait kesme kuvveti ve moment diyagramı Şekil 5.1 'de görülmektedir.

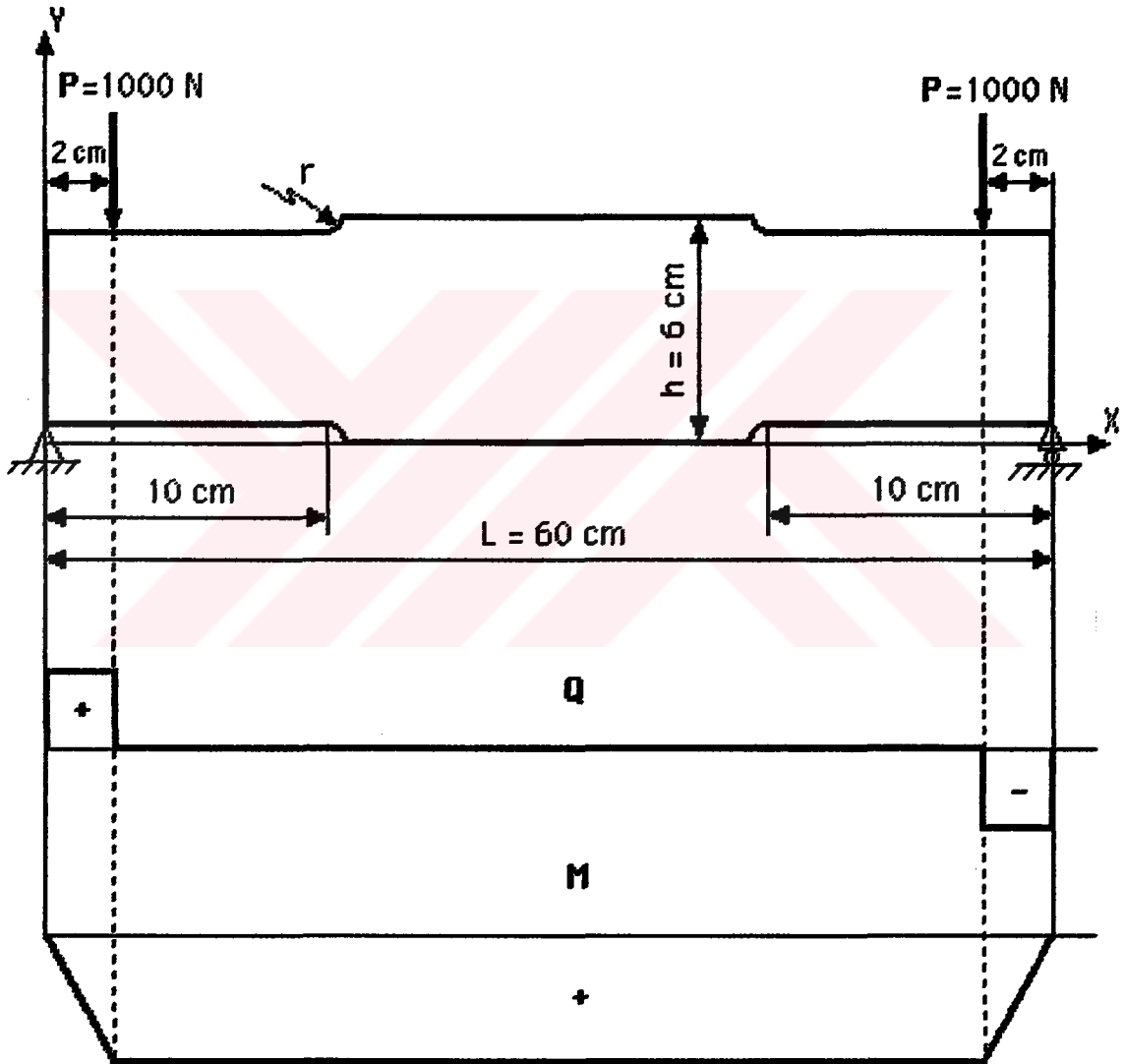
Eğilmeye çalışan bir kiriş için gerilme analizi elemanter mukavemet formülleriyle aşağıdaki gibi elde edilebilir (İnan, 1984). Ancak bu şekilde bir çözümle elde edilen gerilme değeri nominal gerilmeyi ifade etmektedir. Söz konusu özel bir nokta, örneğin fatura bölgesi için gerilme analizi hassas bir şekilde, bu çalışmadaki gibi sonlu elemanlar metodundan faydalanılarak yapılabilir. Bu metotla kiriş birçok sonlu elemana bölünerek her bir eleman için formülasyon uygulanabilmekte ve elde edilen değerler noktasal ve daha hassas olmaktadır. Gerilme değerleri fotoelastik metotla da hassas bir şekilde yapılabilir ancak, pahalı olması ve ölçümün uzun zaman gerektirmesi sonlu elemanlarla çözümün tercih edilmesine sebep gösterilebilir.

Eğilme momenti etkisiyle meydana gelen nominal eğilme gerilmesi,

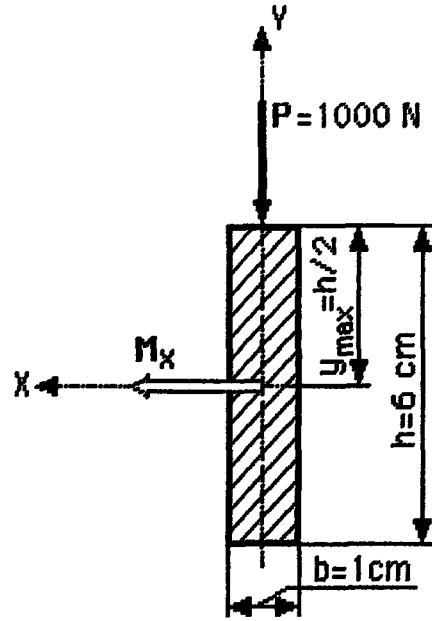
$$\sigma_n = \frac{M_x}{I_x} y_{\max} \quad (5.1)$$

eşitliğinden hesaplanabilir. Burada, σ_n (N/cm²) nominal eğilme

gerilmesini; M_x eğilme momentini (Ncm); $I_x = bh^3/12$ (cm^4) eşitliğinden hesaplanan dik kesitin (Şekil 5.2) tarafsız eksene göre atalet momentini ve $y_{\max} = h/2$ olarak tarafsız eksenden en uzak olan noktanın mesafesini göstermektedir.



Şekil 5.1. Eğilmeye maruz faturalı kirişe ait kesme kuvveti ve moment diyagramı.



Şekil 5.2. Kiriş elemanın dik kesiti.

Bir noktadaki gerilme halini tanımlayan σ_x , σ_y ve τ_{xy} gerilmelerine bağlı olarak bu noktadaki maksimum gerilme değeri,

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (5.2)$$

eşitliğinden hesaplanabilir. Bir noktadaki gerilme yoğunlaşması veya gerilme yığılması o noktadaki maksimum gerilmenin nominal gerilmeye oranı olarak,

$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n} \quad (5.3)$$

şeklinde bir eşitlik yardımıyla hesaplanabilir. Örneğin kirişin faturasız

hali için yani, $h=6$ cm iken verilen yükleme durumunda beklenen nominal gerilme değeri (5.1) eşitliğinden $333,333 \text{ N/cm}^2$, $r=0,5$ cm fatura olduğu durumda nominal gerilme değeri 480 N/cm^2 olarak hesaplanabilir. Ayrıca kirişin değişik faturaları için nominal gerilme değeri, aynı eşitlikten hesaplanabilir.

Görüldüğü gibi burada bulunan gerilme değeri nominal gerilmedir. Ancak çalışmada asıl gaye gerilme yoğunlaşmasının olduğu kısımlardaki gerilmelerin tesbit edilmesidir. Bunun için de sonlu elemanlar metodunun kullanılması gerektiğine daha önce değinilmişti. Çözümde kullanılan ve formülasyonu önceki bölümlerde verilen izoparametrik sonlu elemanlarla problemin çözümü ancak bilgisayar yardımıyla mümkün olabilmektedir. Bunun için hazırlanan bilgisayar programını ana hatlarıyla şu şekilde sıralamak mümkündür.

1) Problemin boyutlarının ve malzeme özelliklerinin girilmesi.

2) Kiriş elemanının otomatik olarak izoparametrik sonlu elemanlara bölünüp, eleman ve düğüm sayılarının, düğüm noktaları koordinatlarının tesbiti ve uygulanan kuvvetin ve mesnetleme şeklinin belirlenmesi.

3) Formülasyonun verildiği ana programda sırasıyla, düğüm noktaları yer değiştirmelerinin, şekil değiştirmelerinin, gerilme değerlerinin ve sonuçta gerilme yığılma katsayılarının hesaplatılması.

Fortran bilgisayar programı EK 3 ve akış şeması EK 2 'de verilmiştir. Şekil 5.1 'deki faturalı düzlem kirişin otomatik

bölmelendirmeyele elde edilen izoparametrik sonlu eleman modeli EK 1 'de verilmiştir, çözümde daha hassas sonuç alabilmek için fatura bölgesi oldukça sık olarak taranmıştır.

Şekil 5.1 'de boyutları verilen kirişin fatura yarıçapı $r=0.5, 0.75, 1.00, 1.25$ ve 1.50 cm alınarak herbir durum için gerilme yığılma katsayıları ayrı ayrı hesaplanmıştır. Yükleme durumunun özelliğinden dolayı çözümde tüm şekil esas alınmıştır. Problem önce izotropik malzeme için çözülmüştür. İzotropik malzeme olarak çelik seçilmiştir. Seçilen şeklin problemi özelleştirmesi nedeniyle sonuçların literatürle karşılaştırılması pek mümkün olmamıştır ancak, hazırlanan programın aksenal yüklü çentikli düzlem plaklara uygulanması sonucunda elde edilen sonuçlarla literatürdeki sonuçların (Sayman, 1988) uyum içinde olduğu gözlenmiştir.

Kompozit malzemelerde çözüm fiberin tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumları için yapılmıştır. Tek yönlü takviye edilmiş kompozit malzemelerde takviye açısı $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ ve 90° , çapraz takviyeli kompozit malzemelerde ise takviye açısı $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ alınarak üç değişik kompozit malzeme için çözüm yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar grafikler halinde verilip gerekli irdellemeler yapılmıştır. Çalışmada seçilen malzemelerin elastik özellikleri Tablo 5.1 'de verilmiştir (Jones,1975).

Tablo 5.1. Çalışmada seçilen malzemelerin elastik özellikleri.

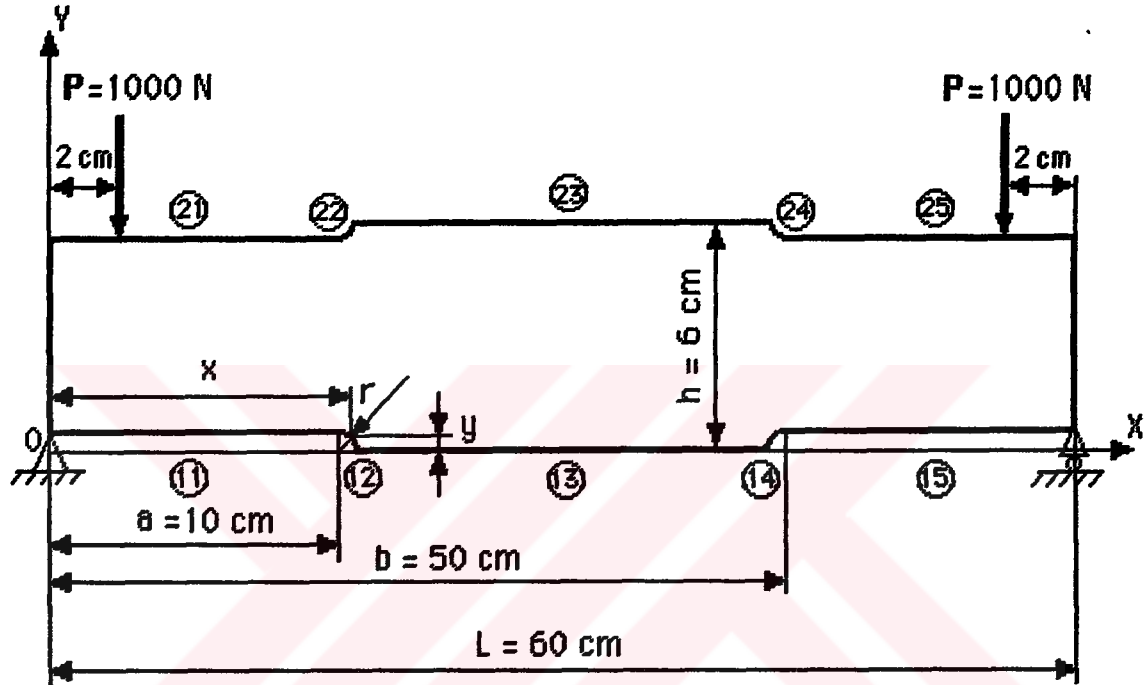
| Malzeme Türü | E_1 (N/cm ²) | E_2 (N/cm ²) | G_{12} (N/cm ²) | ν_{12} |
|---------------|----------------------------|----------------------------|-------------------------------|------------|
| Cam-Epoksi | 5.380.000 | 1.800.000 | 890.000 | 0,25 |
| Boron-Epoksi | 20.680.000 | 2.070.000 | 690.000 | 0,30 |
| Grafit-Epoksi | 20.680.000 | 520.000 | 260.000 | 0,25 |
| Çelik | 21.000.000 | 21.000.000 | 8.100.000 | 0,25 |

5.1. Kiriş Elemanının Otomatik Olarak Sonlu Elemanlara Bölünmesi

Çalışmada ele alınan kirişin izoparametrik sonlu elemanlara bölünmesi otomatik olarak yapılmaktadır. Bir alt program (Subroutine OTM) yardımıyla kiriş izoparametrik sonlu elemanlara bölünerek eleman numaraları, düğüm noktaları ve bu noktaların koordinatları otomatik olarak elde edilir.

Otomatik bölmelendirme işlemi için şu yol izlenmiştir. Geometrik boyutlarıyla tanımlanan kirişin kaç sürekli bölgeden oluştuğu tesbit edilip data kısmında her bir bölgenin düğüm sayıları ve koordinatları verilir. Oluşturulacak izoparametrik sonlu eleman ağının kaç eleman ve kaç düğümden meydana geldiği hesaplanır. Yatay ve düşey aralık sayıları ve daha sonra yataydaki bir kenar kaç düğümden oluşmuşsa bu düğümlerin x koordinatları belirlenir. İzoparametrik sonlu eleman modelinde (Ek 1)

her bir eleman dört düğüm ihtiva etmektedir. Şekil 5.3 'deki faturalı kirişin teşkil eden her bir sürekli bölgenin denklemi x , y ve fatura yarıçapı r 'ye bağlı olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.



Şekil 5.3. Faturalı kirişin sürekli bölgelerinin gösterilişi.

a) Kirişin alt kenarı için;

11 bölgesi

$$y = r \quad \text{doğrusu,}$$

12 bölgesi

$$y = \sqrt{r^2 - (x-a)^2} \quad \text{fatura kısmı}$$

13 bölgesi

$$y = 0 \quad \text{doğrusu,}$$

14 bölgesi

$$y = \sqrt{r^2 - (b-x)^2} \quad \text{fatura kısmı}$$

15 bölgesi

$$y = r \quad \text{doğrusu}$$

b) Kirişin üst kenarı için;21 bölgesi

$$y = h-r \quad \text{doğrusu,}$$

22 bölgesi

$$y = h - \sqrt{r^2 - (x-a)^2} \quad \text{fatura kısmı}$$

23 bölgesi

$$y = h \quad \text{doğrusu,}$$

24 bölgesi

$$y = h - \sqrt{r^2 - (b-x)^2} \quad \text{fatura kısmı}$$

25 bölgesi

$$y = h-r$$

doğrusu,

Otomatik bölmelendirme sonucu izoparametrik sonlu eleman modeli, eleman numaraları, elemanların düğüm noktaları ve koordinatları belirli hale gelen kirişin verilen yükleme durumu için gerilme analizi, sonlu elemanlarla gerilme analizi için hazırlanan fortran bilgisayar programı (FEM) yardımıyla yapıp, maksimum gerilme değerleri ve gerilme yığılma katsayıları elde edilmiştir (Ek 3).

5.2. Gerilme Analizinde Kullanılan Bilgisayar Programının İşlem Sırası

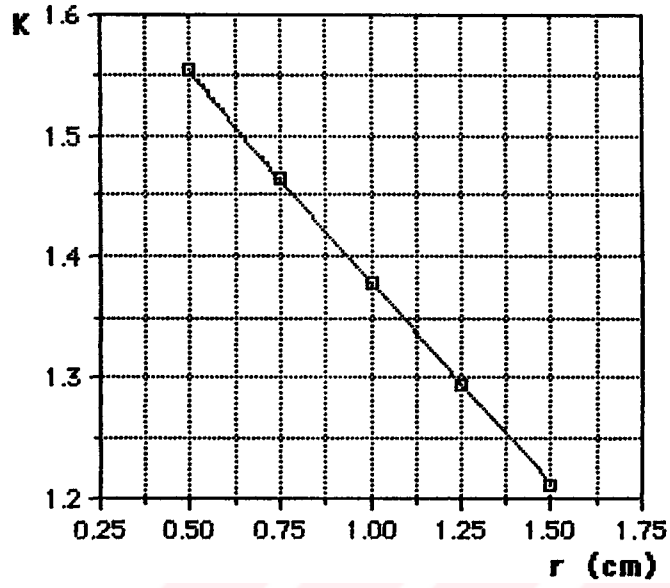
Bu programda işlem sırası genel hatlarıyla şu şekilde sıralanabilir. Birinci adımda datalar okutulur, bu işleme otomatik bölmelendirme alt programından elde edilen işlemler de dahildir. Sonra direngenlik matrisinin oluşturulmasında gerekli olan alt matrisler her bir eleman için teşkil edilir. Elastiklik matrisi ve sisteme etki eden kuvvetler matrisi oluşturulur. İzoparametrik sonlu elemanların direngenlik matrisi oluşturulurken, integralin çözümü Gauss Nümerik İntegrasyon Metodu ile yapıldığından, bu kısımda izoparametrik bir elemanın düğüm noktalarındaki seçilen noktalar ve ağırlık faktörleri tanımlanır (Tablo 4.2). İnterpolasyon fonksiyonları (Tablo 4.1) 'den girilir ve bu fonksiyonların lokal (tabii) koordinatlara (r,s) göre türetilme işlemi yapılır. Lokal koordinatlara göre türetilerek elde edilen izoparametrik eleman yer değiştirmelerinin, kartezyen koordinatlara dönüştürülmesinde

gerekli olan dönüşüm matrisi J (Jacobian matrisi) oluşturulup, bu matrisin determinanı ve tersi hesaplatılır. Daha sonra şekil değiştirme ile yer değiştirme dönüşüm matrisi B elde edilerek, tüm sistem için toplam direngenlik matrisinin oluşturulmasına geçilir. Böylece sisteme etki eden toplam kuvvetler matrisi, yer değiştirmeler matrisi ve bant matris halinde teşkil edilen toplam direngenlik matrisi cinsinden yazılan denklem takımı, Subroutine BANT programı yardımıyla çözülür. Bu denklem takımının çözümünden, önce her bir izoparametrik eleman için düğüm noktaları yer değiştirmeleri, buna bağlı olarak şekil değiştirme oranları ve gerilme değerleri elde edilir. Elde edilen bu gerilmeler yardımıyla her bir noktadaki maksimum gerilme değerleri tesbit edilip istenen gerilme yığılma katsayıları hesaplanmış olur.

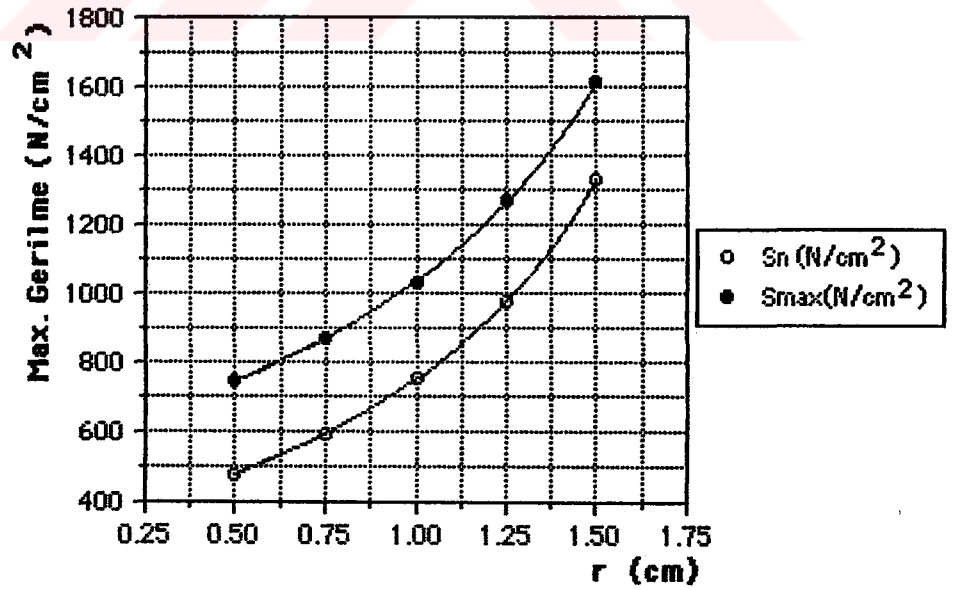
6. SAYISAL SONUÇLAR

6.1. İzotropik Malzemeli Faturalı Kiriş Ait Sonuçlar

İzotropik malzeme olarak çelik malzeme seçilmiştir. Hazırlanan programda, Tablo 5.1 'den çelik için elastik sabitler girilerek faturalı izotropik kiriş için gerilme dağılımı elde edilmiştir. Yükleme durumu Şekil 5.1 'de verilen kiriş için fatura yarıçapı $r = 0.50, 0.75, 1.00, 1.25$ ve 1.50 cm alınmak suretiyle her bir durum için gerilme dağılımı, maksimum gerilmeler ve gerilme yığılma katsayıları hesap edilmiştir. Elde edilen bu değerlere göre, fatura yarıçapı r (cm) ile gerilme yığılma katsayısı K ($K = \sigma_{\max} / \sigma_n$) ve fatura yarıçapı r (cm) ile maksimum gerilme değerleri σ_{\max} (N/cm²) arasında çizilen grafikler Şekil 6.1 ve Şekil 6.2 'de verilmiştir.



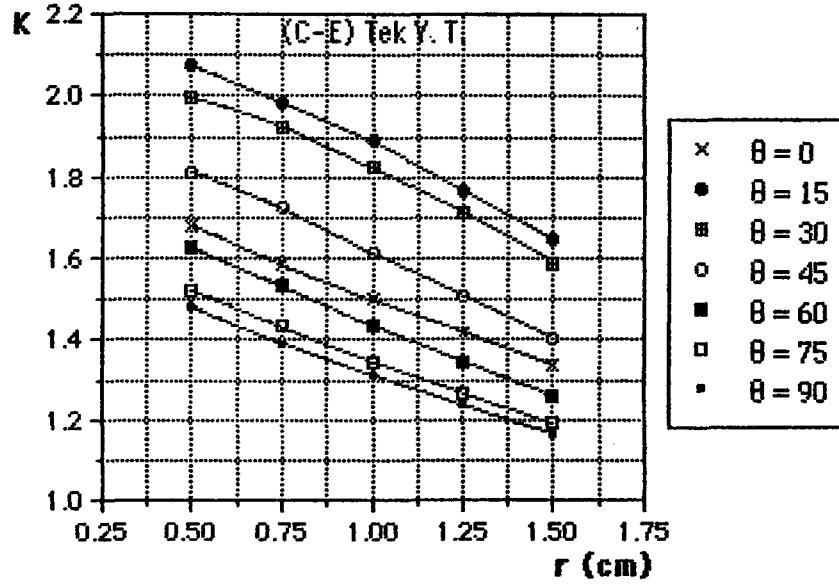
Şekil 6.1. İzotropik malzeme (**Çelik**) için fatura yarıçapı (r) ile gerilme yığılma katsayısı (K) arasındaki değişim.



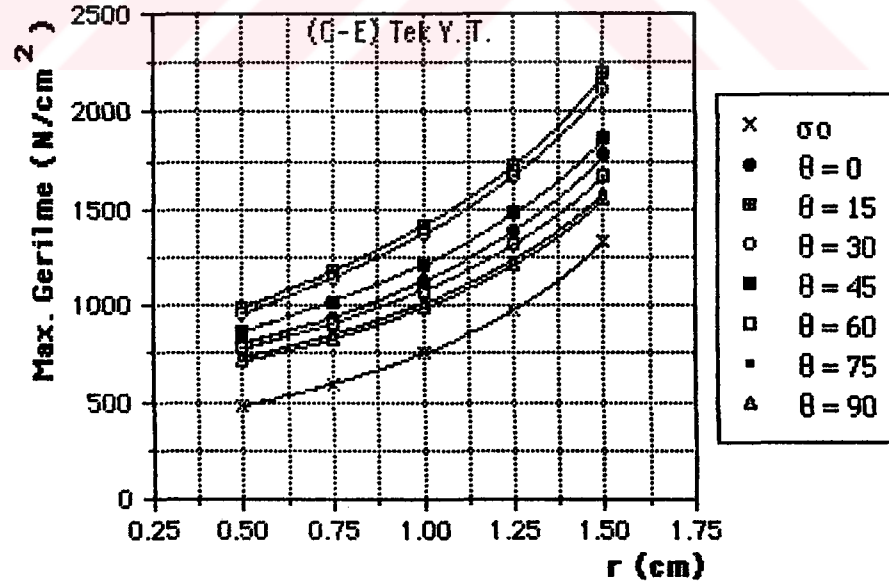
Şekil 6.2. İzotropik malzeme (**Çelik**) için fatura yarıçapı (r) ile maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) arasındaki değişim.

6.2. Tek Yönlü Olarak Takviye Edilmiş Kompozit Malzemeli Faturalı Kiriş İçin Elde Edilen Sonuçlar

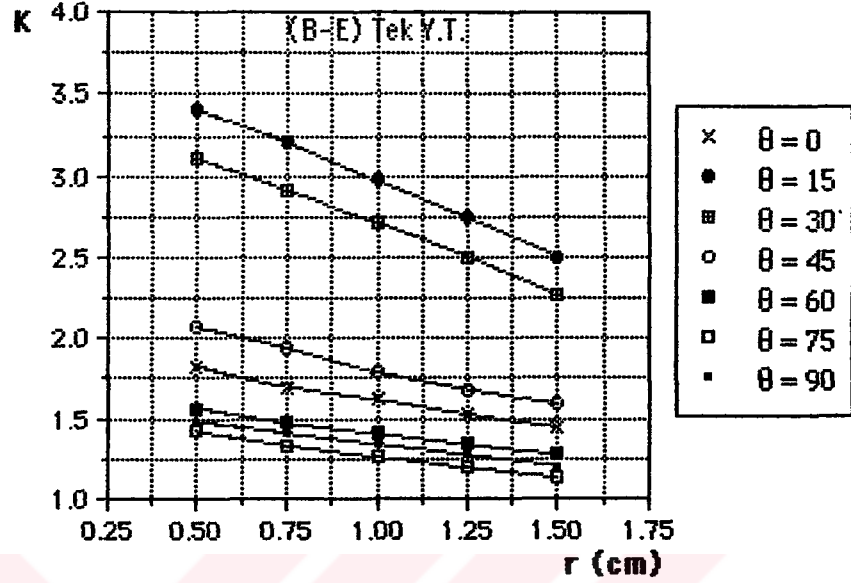
Sayısal sonuçlar için Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi olmak üzere üç çeşit kompozit malzeme seçilmiştir. Tek yönlü takviye edilmiş kompozit malzemeli faturalı kiriş için programda, Tablo 5.1 'den her bir kompozit grubu için elastik değerler ayrı ayrı kullanılarak çözüm yapılmıştır. Fatura yarıçapı $r = 0.50, 0.75, 1.00, 1.25$ ve 1.50 cm ve takviye açısı $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ ve 90° alınarak her bir grup için ayrı ayrı gerilme değerleri, maksimum gerilmeler ve gerilme yığılma katsayıları tesbit edilmiştir. Elde edilen bu değerlere göre fatura yarıçapı r (cm) ile gerilme yığılma katsayısı K ($K = \sigma_{\max} / \sigma_n$) ve fatura yarıçapı r (cm) ile maksimum gerilme değerleri σ_{\max} (N/cm^2) arasındaki değişim grafikler halinde verilmiştir (Şekil 6.3,.....,Şekil 6.8).



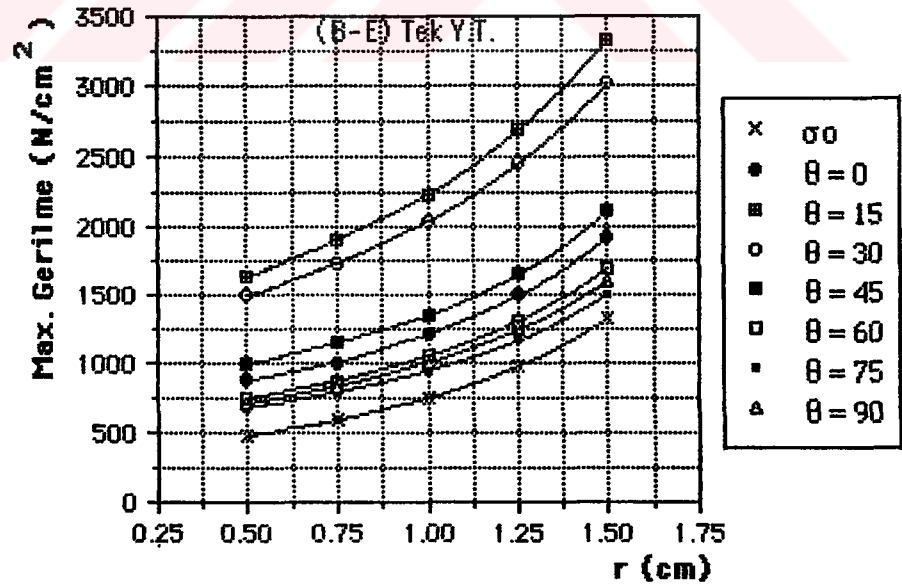
Şekil 6.3. Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, **Cam-Epoksi** kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile gerilme yığılma katsayısı (K) arasındaki değişim.



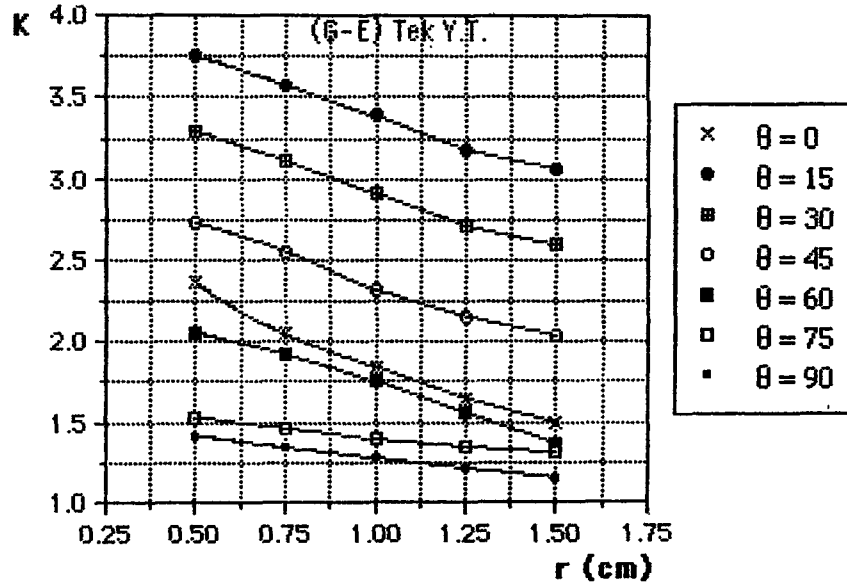
Şekil 6.4. Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, **Cam-Epoksi** kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) arasındaki değişim.



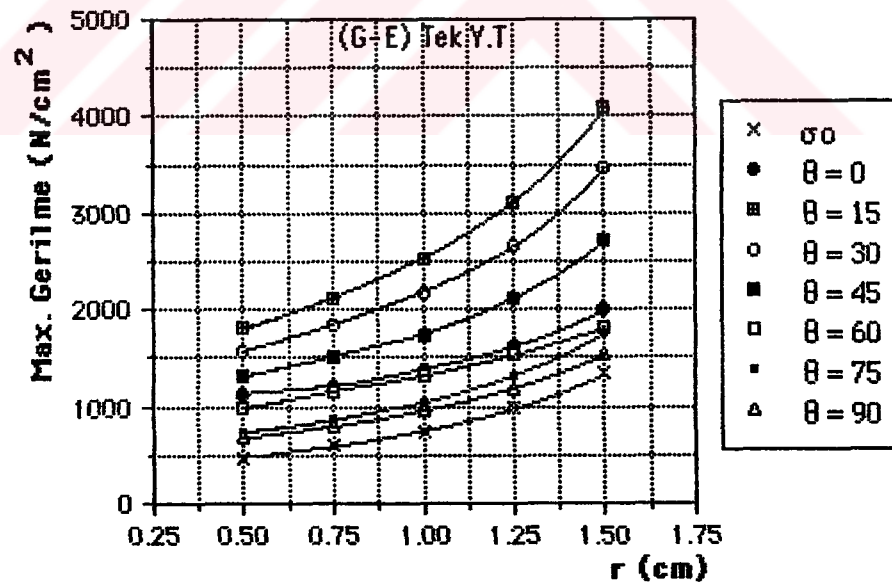
Şekil 6.5. Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, **Boron-Epoksi** kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile gerilme-yığılma katsayısı (K) arasındaki değişim.



Şekil 6.6. Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, **Boron-Epoksi** kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) arasındaki değişim.



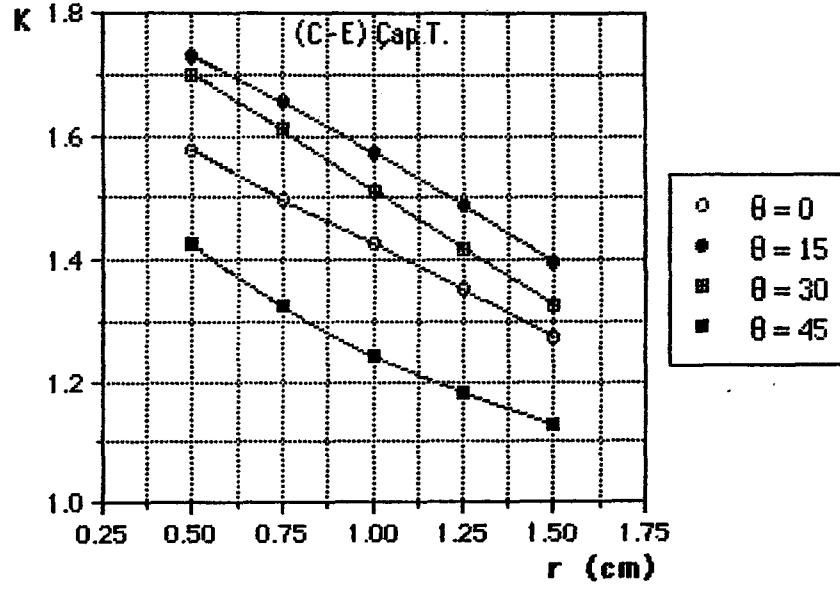
Şekil 6.7. Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, Grafit-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile gerilme-yığılma katsayısı (K) arasındaki değişim.



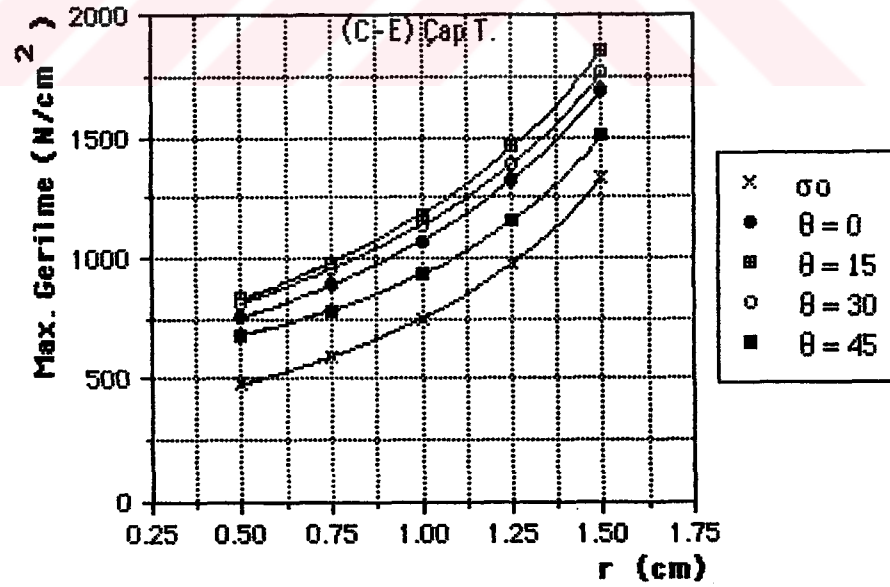
Şekil 6.8. Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, Grafit-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) arasındaki değişim.

6.3. Çapraz Takviye Edilmiş Kompozit Malzemeli Faturalı Kiriş İçin Elde Edilen Sonuçlar

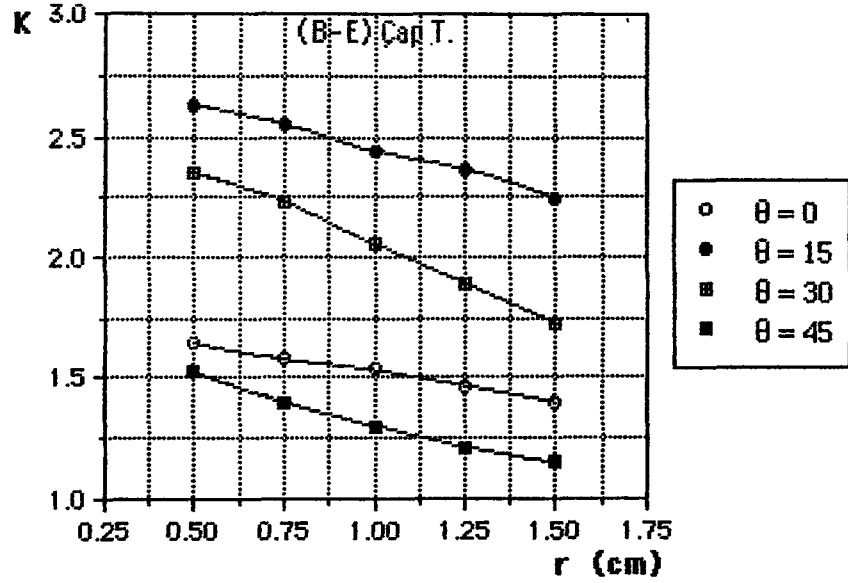
Çapraz takviye edilmiş kompozit malzemeli faturalı kiriş için yine üç tip kompozit malzeme esas alınmıştır. Fatura yarıçapı $r = 0.50, 0.75, 1.00, 1.25$ ve 1.50 cm ve takviye açısı $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ ve 45° alınarak her bir grup için ayrı ayrı gerilme değerleri, maksimum gerilmeler ve gerilme yığılma katsayıları tesbit edilmiştir. Elde edilen bu değerlere göre fatura yarıçapı r (cm) ile gerilme yığılma katsayısı K ($K = \sigma_{\max} / \sigma_n$) ve fatura yarıçapı r (cm) ile maksimum gerilme değeri σ_{\max} (N/cm²) arasındaki değişim grafikler halinde verilmiştir (Şekil 6.9,.....,Şekil 6.14).



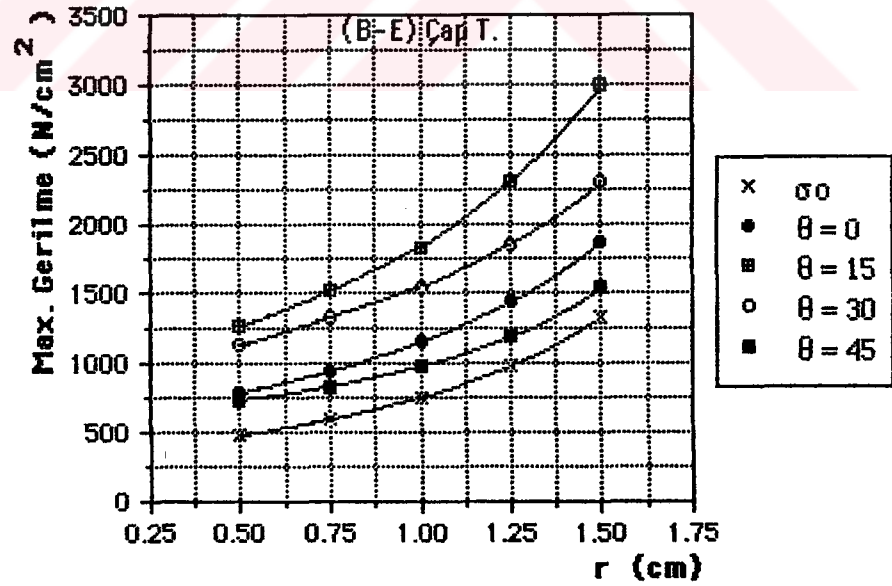
Şekil 6.9. Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, Cam-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile gerilme-yığılma katsayısı (K) arasındaki değişim.



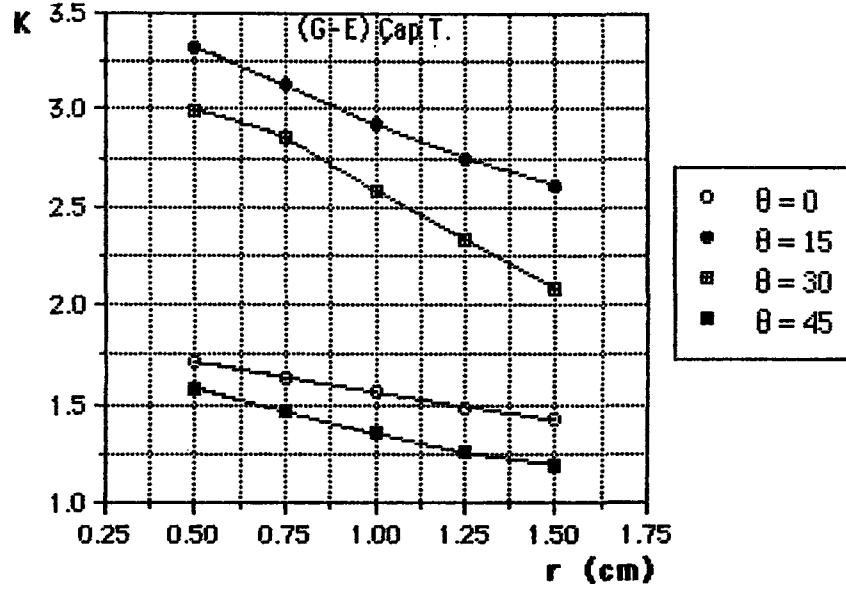
Şekil 6.10. Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, Cam-Epoksi kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) arasındaki değişim.



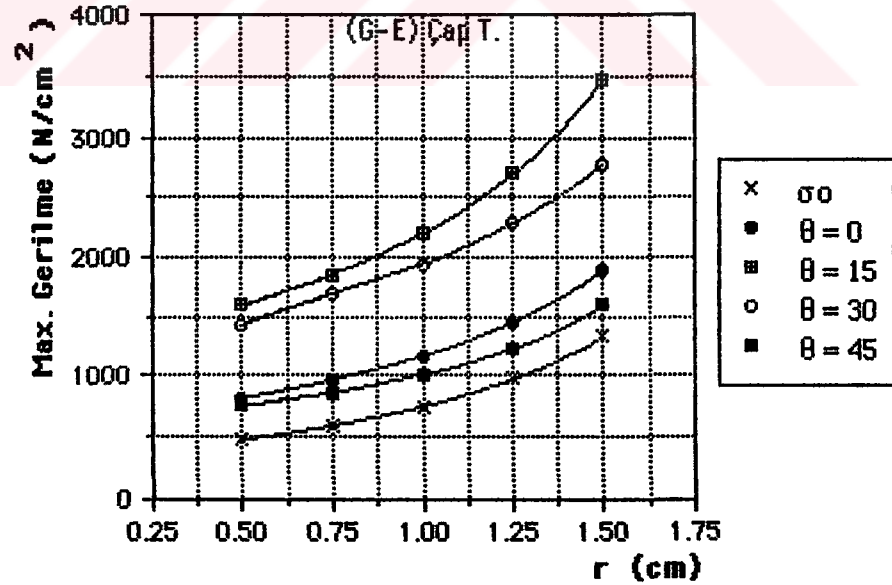
Şekil 6.11. Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, **Boron-Epoksi** kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile gerilme-yiğilme katsayısı (K) arasındaki değişim.



Şekil 6.12. Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, **Boron-Epoksi** kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) arasındaki değişim.



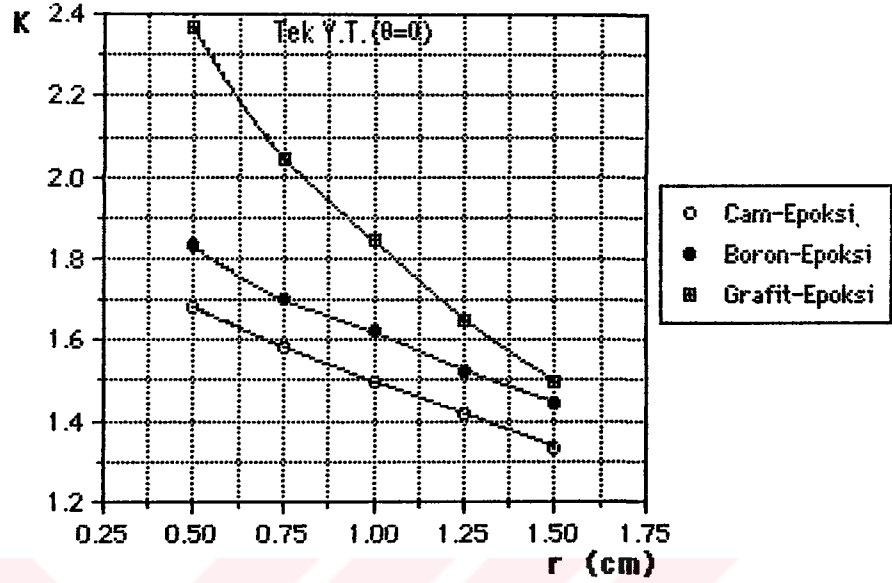
Şekil 6.13. Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, **Grafit-Epoksi** kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile gerilme yığılma katsayısı (K) arasındaki değişim.



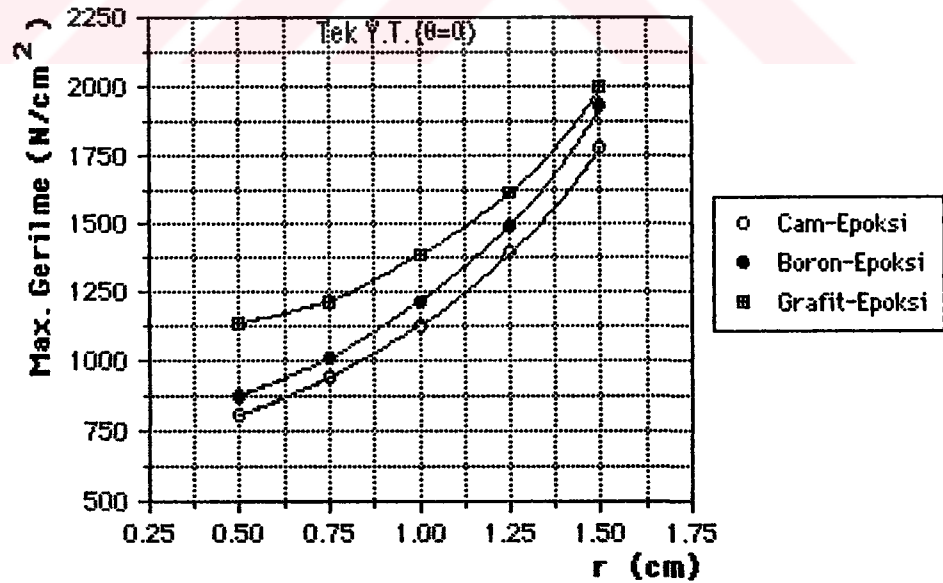
Şekil 6.14. Takviye açısı (θ) 'ya bağlı olarak, **Grafit-Epoksi** kompozit malzemesi için fatura yarıçapı (r) ile maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) arasındaki değişim.

6.4. Tek Yönlü Takviye Edilmiş Değişik Kompozit Malzemeli Faturalı Kiriş İçin Elde Edilen Sonuçların Aynı Takviye Açısında Birbirleriyle Karşılaştırılması

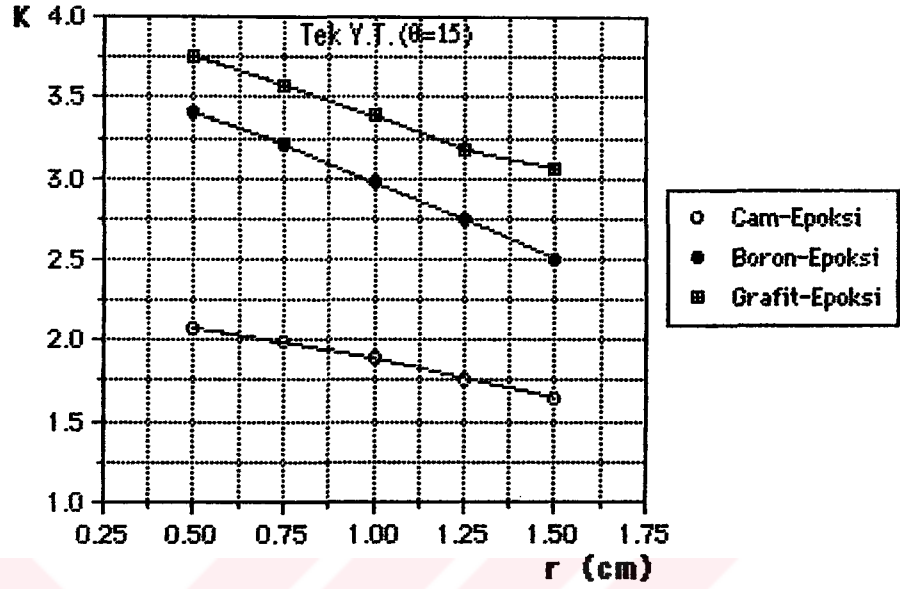
Tek yönlü takviye edilmiş Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozit malzemelerinden imal edilen faturalı kiriş için, aynı takviye açısında kirişte meydana gelen maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) ve gerilme yığılma katsayıları (K) ile fatura yarıçapı (r) arasındaki değişimlerinde, malzemelerin birbirleriyle olan mukayeseleri grafikler halinde verilmiştir (Şekil 6.15 ,....., Şekil 6.28).



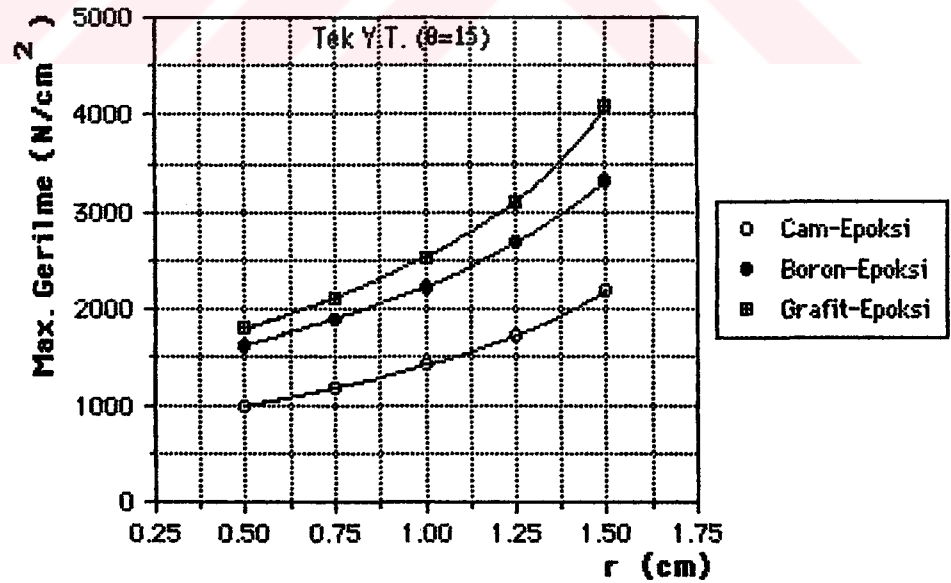
Şekil 6.15. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 0° için biribirleriyle karşılaştırılması.



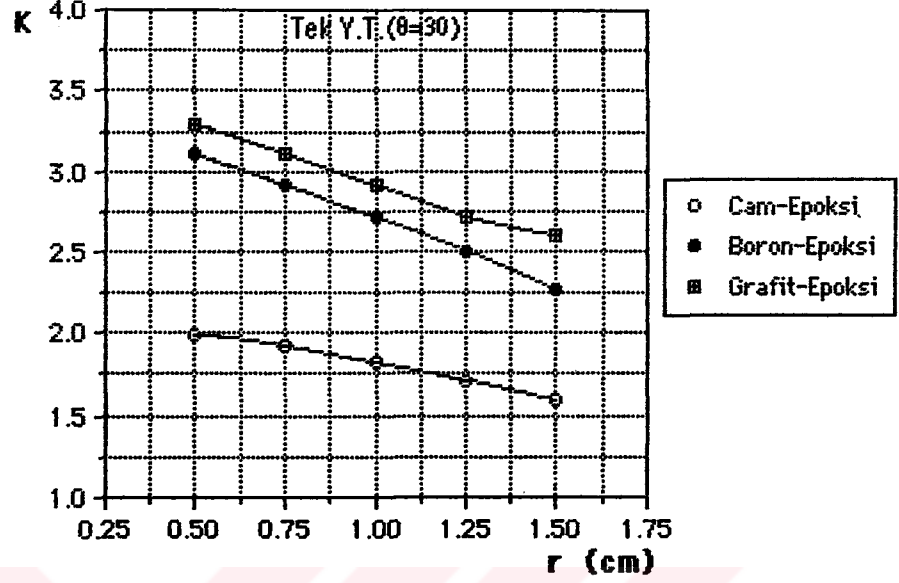
Şekil 6.16. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 0° için biribirleriyle karşılaştırılması.



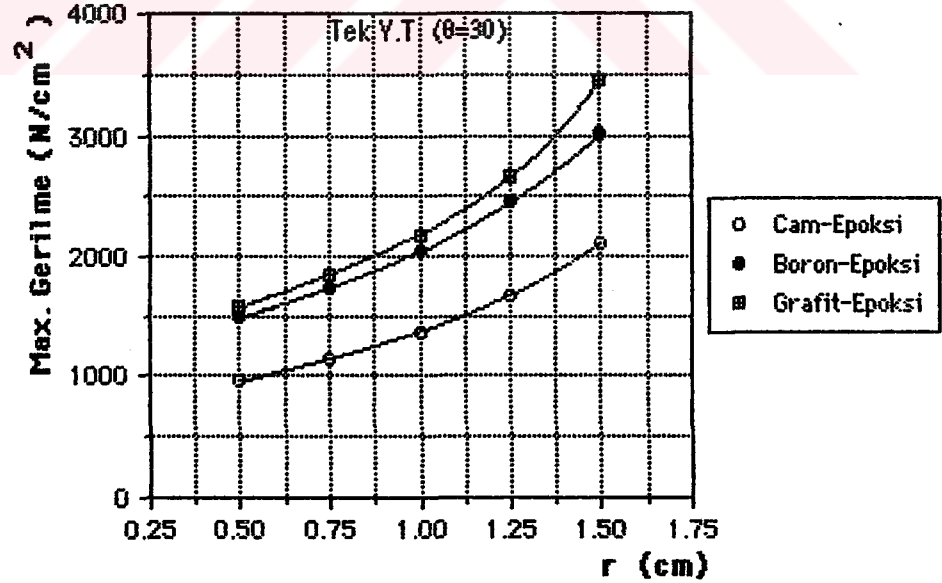
Şekil 6.17. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 15° için birbirleriyle karşılaştırılması.



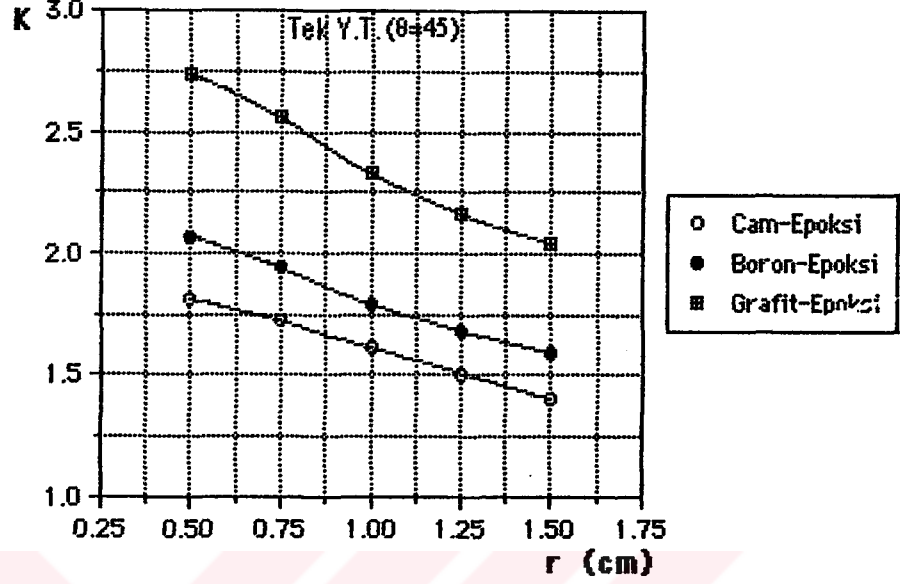
Şekil 6.18. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 15° için birbirleriyle karşılaştırılması.



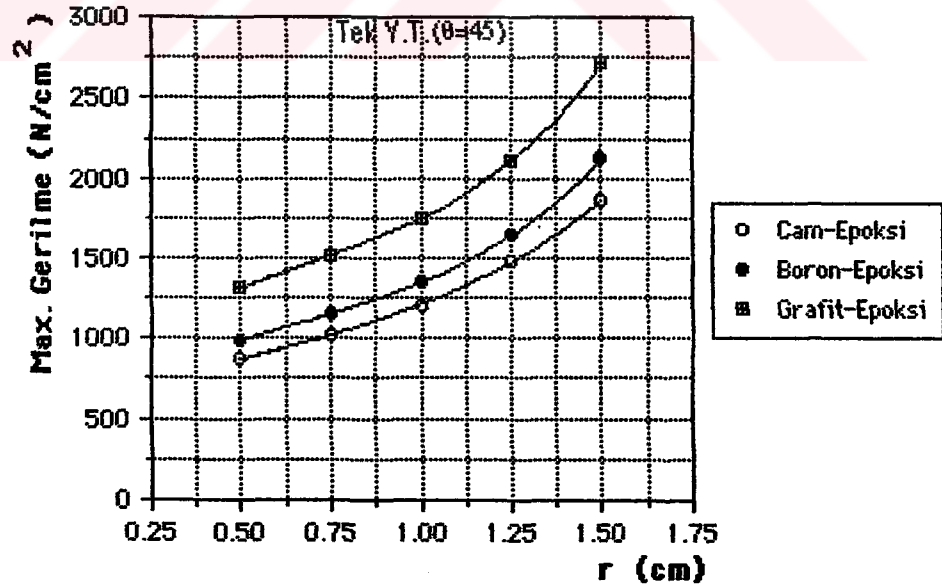
Şekil 6.19. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 30° için biribirleriyle karşılaştırılması.



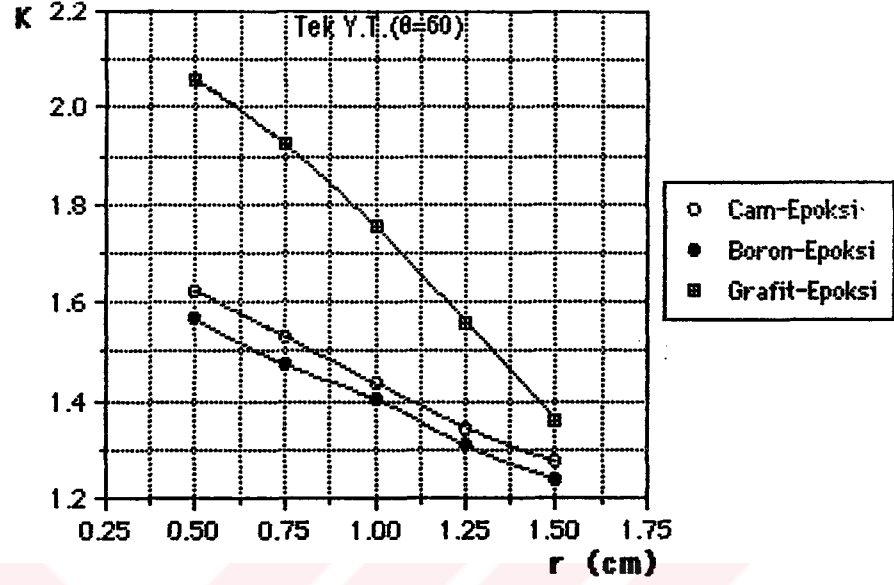
Şekil 6.20. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 30° için biribirleriyle karşılaştırılması.



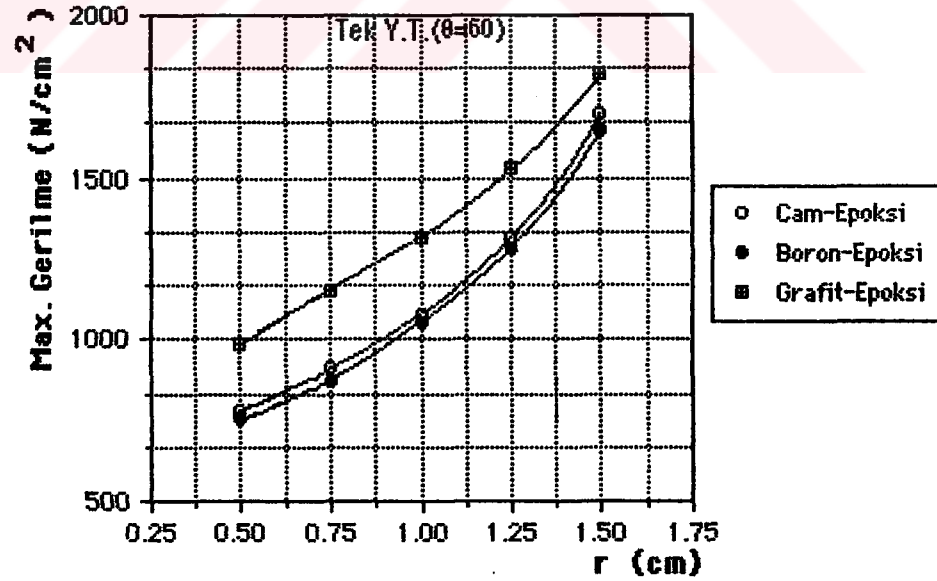
Şekil 6.21. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 45° için birbirleriyle karşılaştırılması.



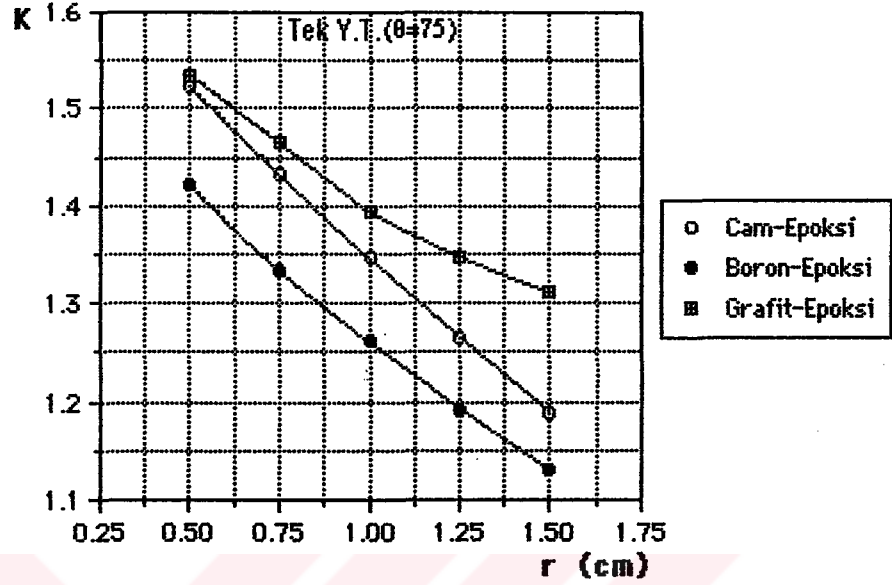
Şekil 6.22. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 45° için birbirleriyle karşılaştırılması.



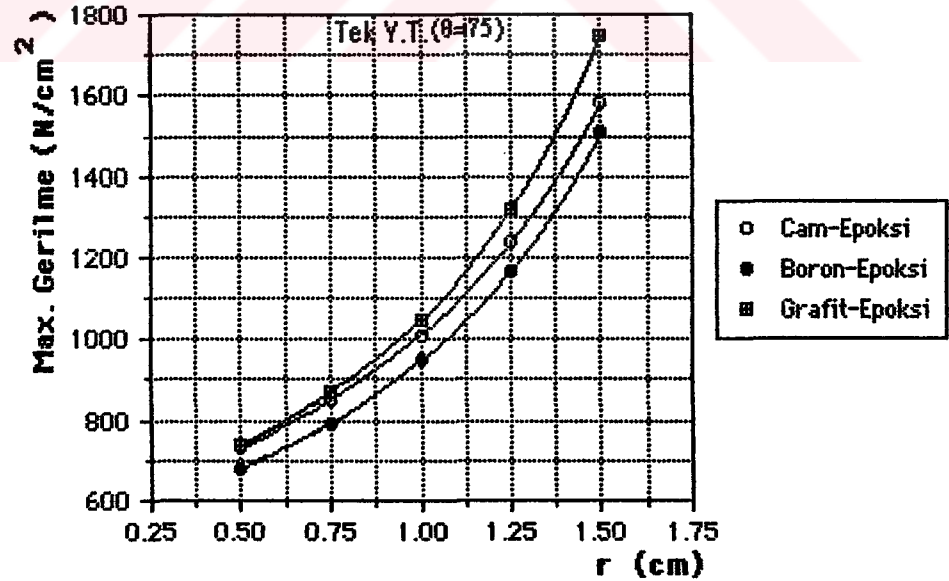
Şekil 6.23. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 60° için birbirleriyle karşılaştırılması.



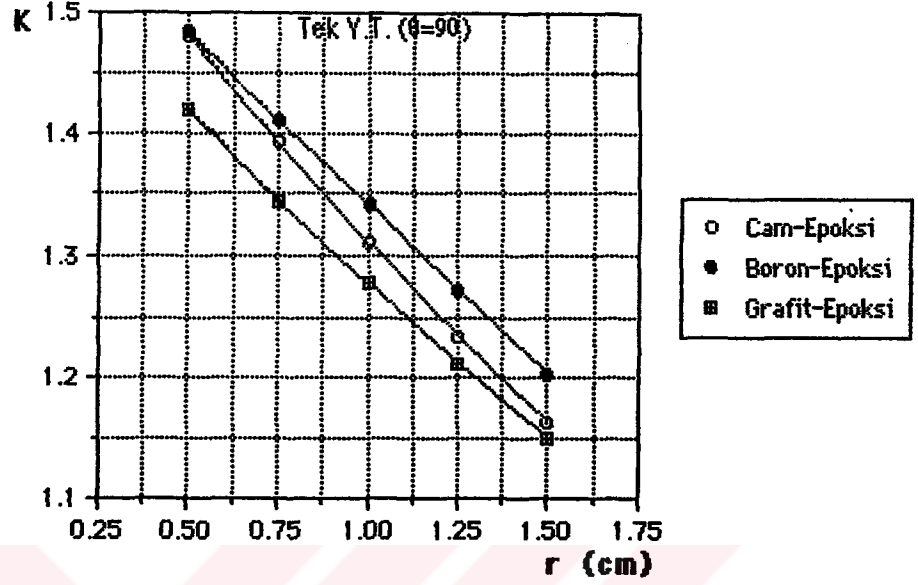
Şekil 6.24. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 60° için birbirleriyle karşılaştırılması.



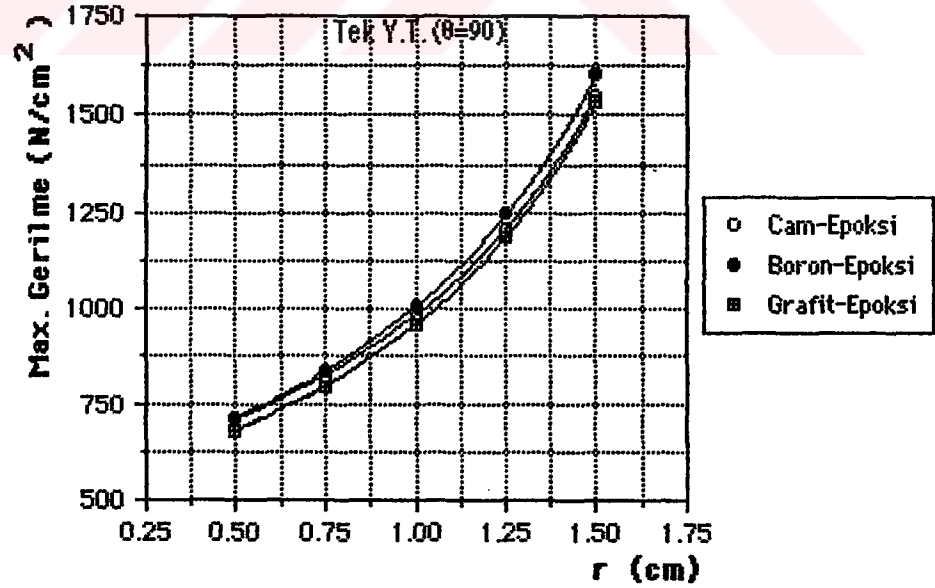
Şekil 6.25. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 75° için birbirleriyle karşılaştırılması.



Şekil 6.26. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 75° için birbirleriyle karşılaştırılması.



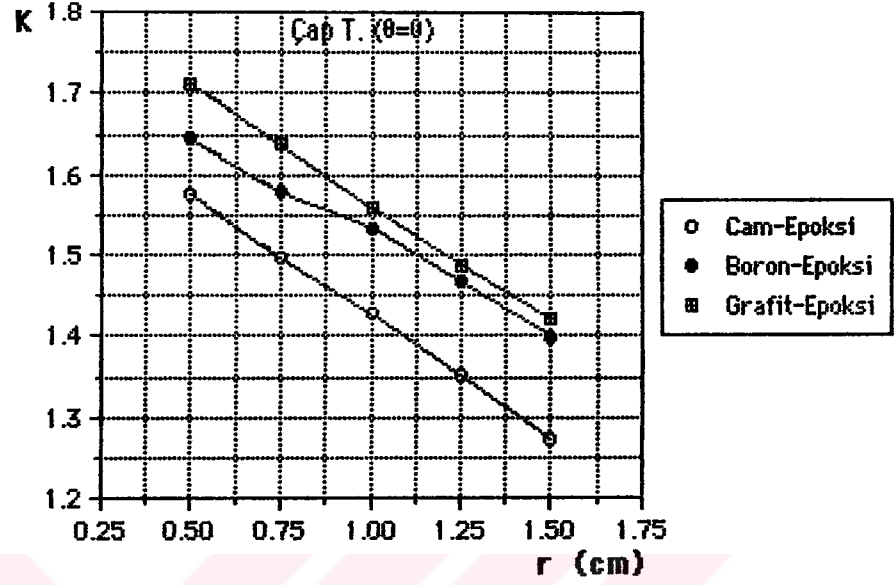
Şekil 6.27. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 90° için birbirleriyle karşılaştırılması.



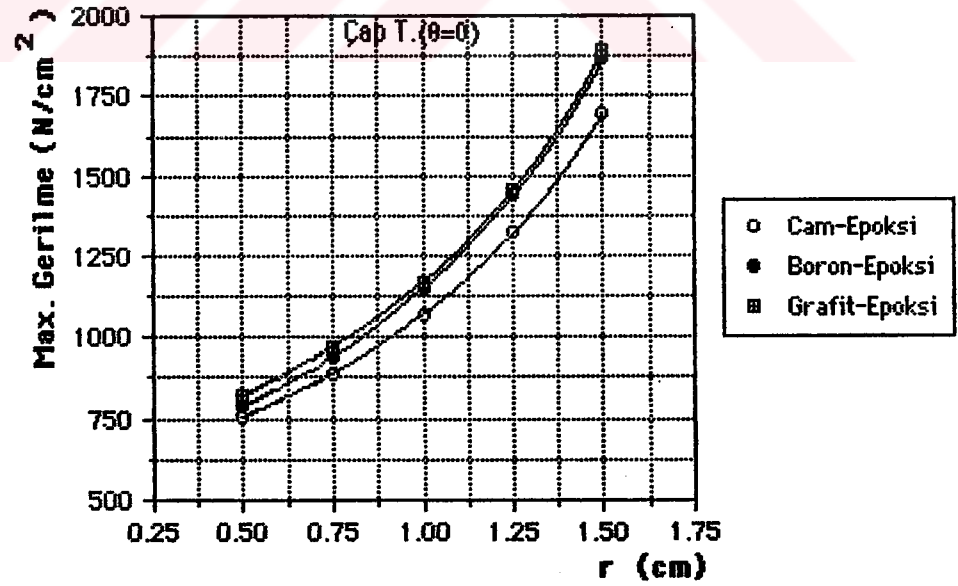
Şekil 6.28. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 90° için birbirleriyle karşılaştırılması.

6.5. Çapraz Takviye Edilmiş Değişik Kompozit Malzemeli Faturalı Kiriş İçin Elde Edilen Sonuçların Aynı Takviye Açısında Biribirleriyle Karşılaştırılması

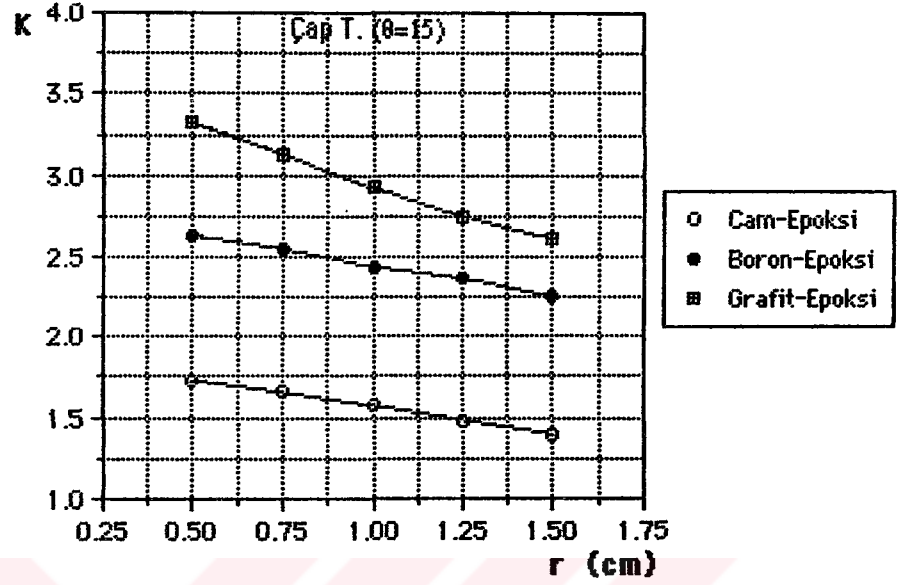
Çapraz takviye edilmiş Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozit malzemelerinden imal edilen faturalı kiriş için, aynı takviye açısında kirişte meydana gelen maksimum gerilme değerleri (σ_{max}) ve gerilme yığılma katsayıları (K) ile fatura yarıçapı (r) arasındaki değişimlerinde, malzemelerin biribirleriyle olan mukayeseleri grafikler halinde verilmiştir (şekil 6.29,....., şekil 6.36).



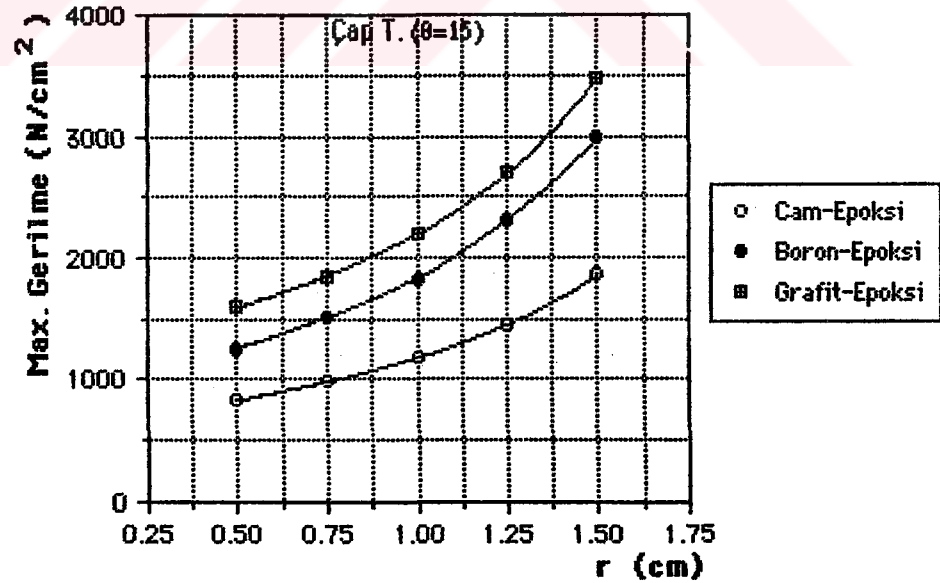
Şekil 6.29. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 0° için birbirleriyle karşılaştırılması.



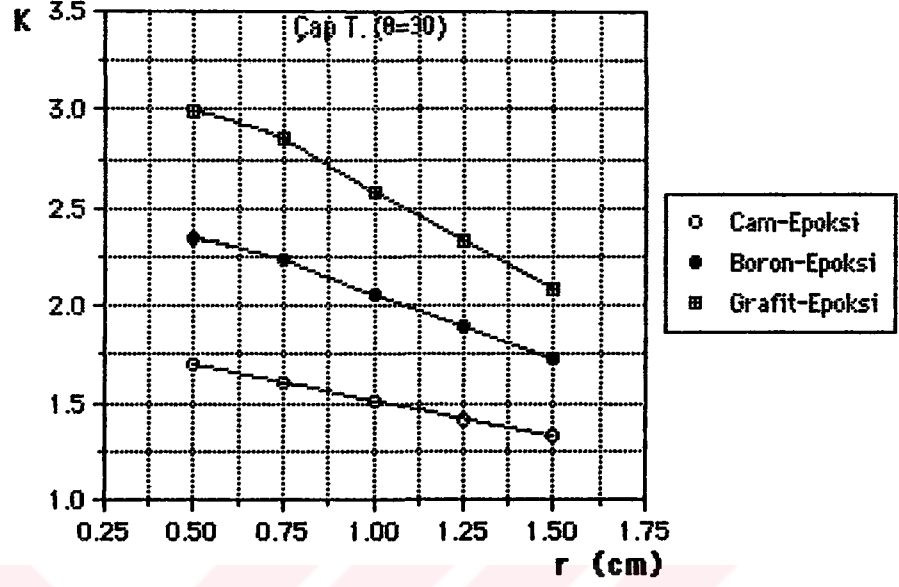
Şekil 6.30. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 0° için birbirleriyle karşılaştırılması.



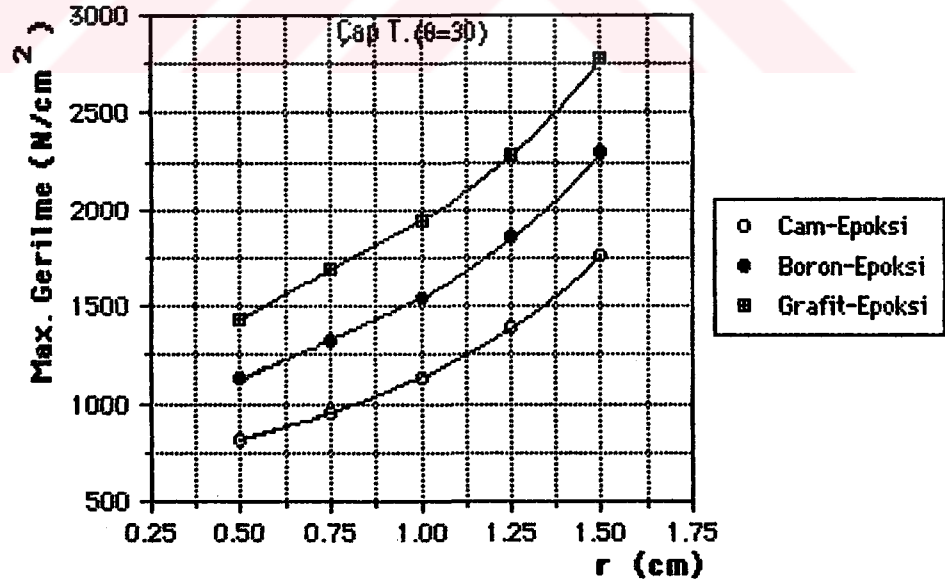
Şekil 6.31. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 15° için birbirleriyle karşılaştırılması.



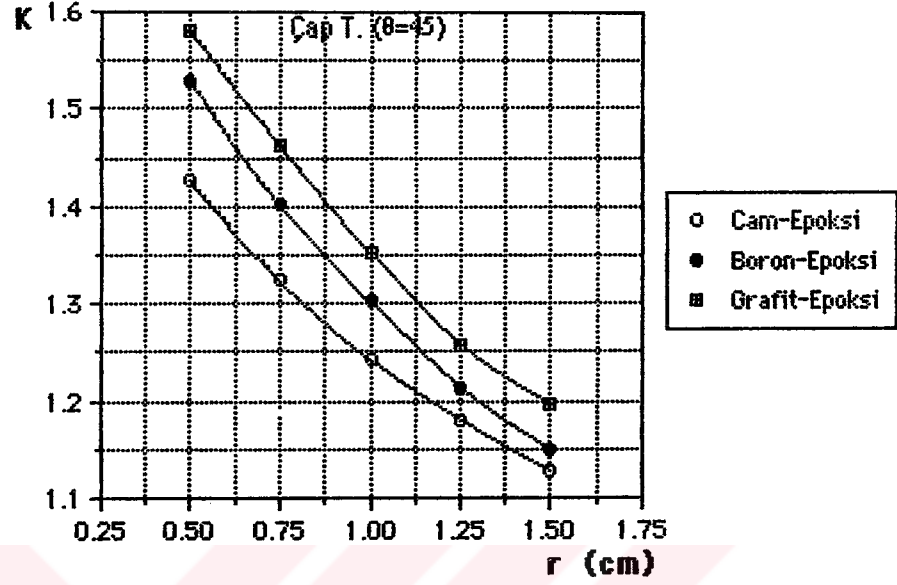
Şekil 6.32. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 15° için birbirleriyle karşılaştırılması.



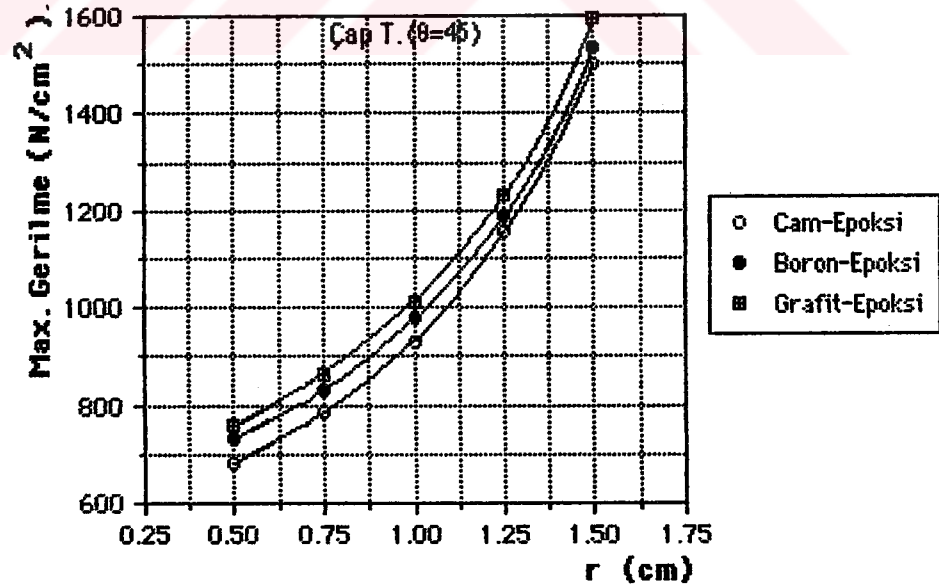
Şekil 6.33. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 30° için birbirleriyle karşılaştırılması.



Şekil 6.34. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 30° için birbirleriyle karşılaştırılması.



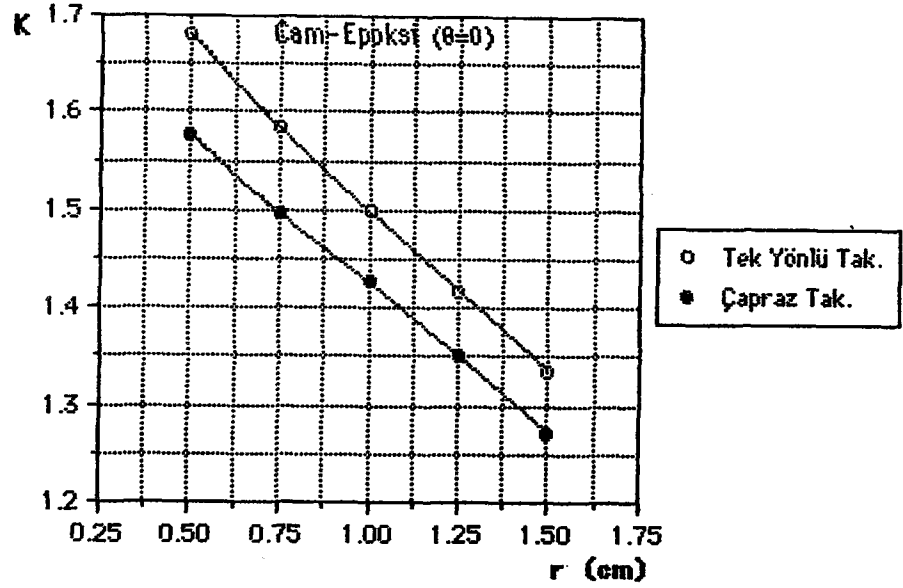
Şekil 6.35. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile K arasındaki değişimin, takviye açısı 45° için biribirleriyle karşılaştırılması.



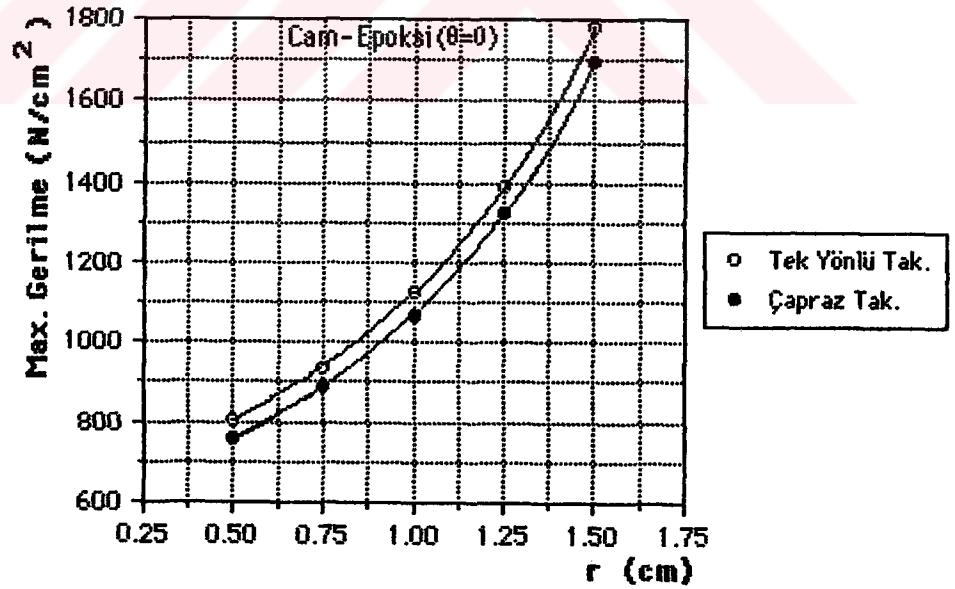
Şekil 6.36. Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinde r ile σ_{max} arasındaki değişimin, takviye açısı 45° için biribirleriyle karşılaştırılması.

6.6. Tek Yönlü Takviye ile Çapraz Takviyeli Değişik Kompozit Malzemeli Faturalı Kiriş İçin Elde Edilen Sonuçların Aynı Takviye Açısında Birbirleriyle Karşılaştırılması

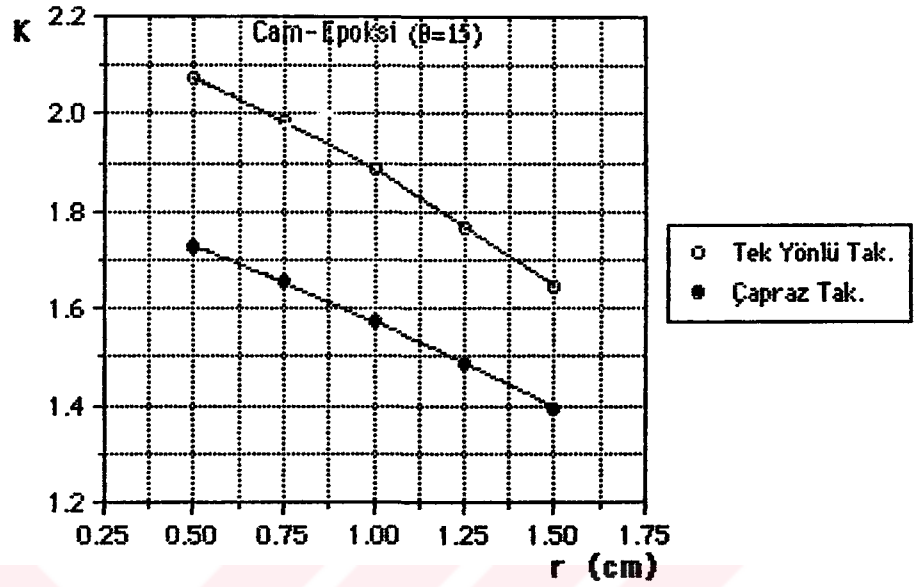
Bu üç grup kompozit malzemenin ayrı ayrı kendi aralarında tek yönlü takviye durumu ve çapraz takviye durumlarında, aynı takviye açısı için gösterdikleri özellikler birbirinden farklı olmaktadır. Her bir kompozitin, fatura yarıçapı (r) ile gerilme yığılma katsayısı (K) ve fatura yarıçapı (r) ile maksimum gerilme değeri (σ_{\max}) arasında, takviye açısının tek yönlü ve çapraz olması durumlarındaki değişimlerinin karşılaştırmaları grafikler halinde verilmiştir (Şekil 6.37,....., Şekil 6.60).



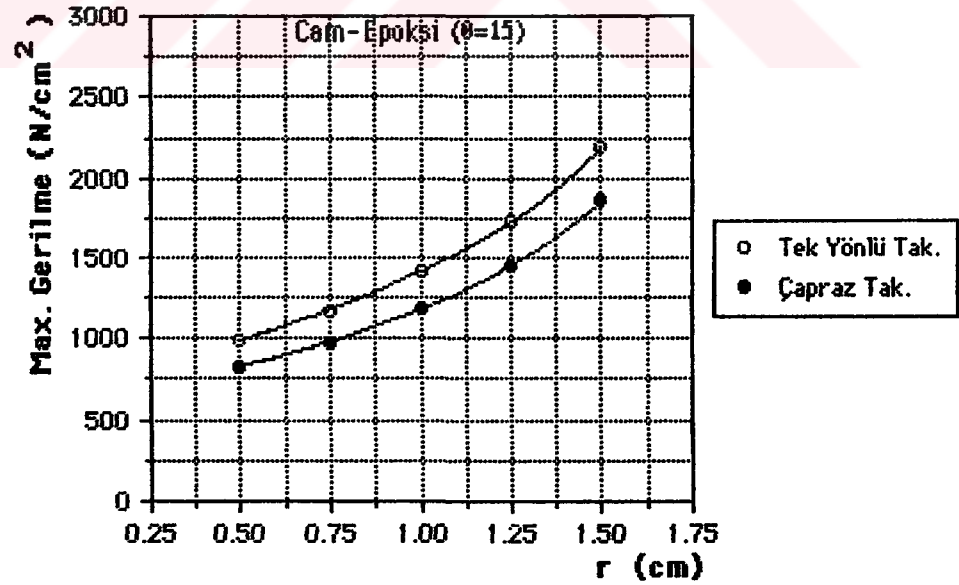
Şekil 6.37. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 0° 'deki karşılaştırılması.



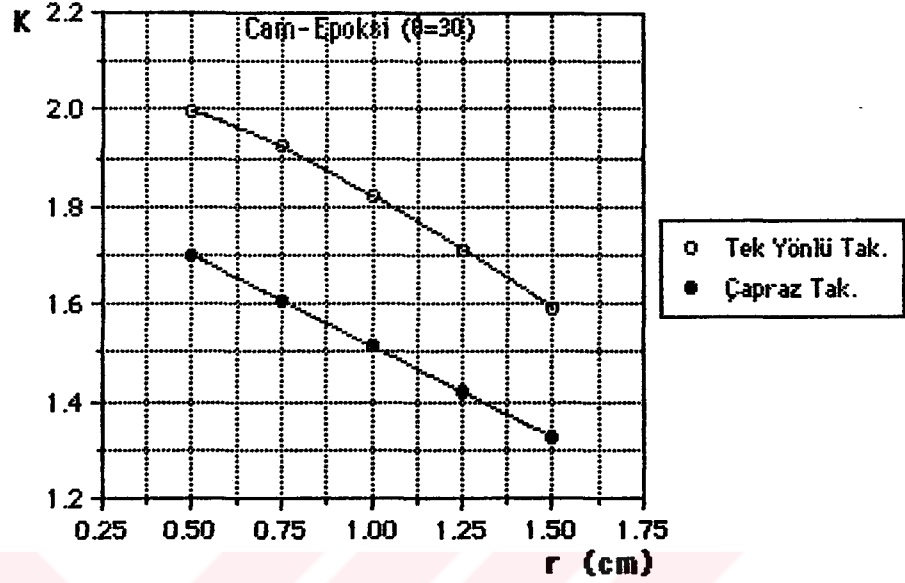
Şekil 6.38. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 0° 'deki karşılaştırılması.



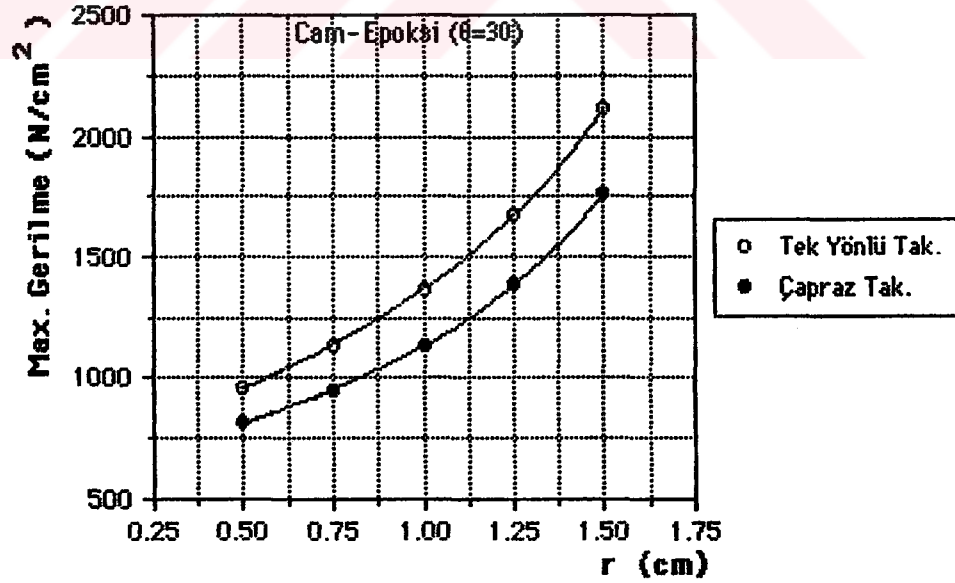
Şekil 6.39. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 15° 'deki karşılaştırılması.



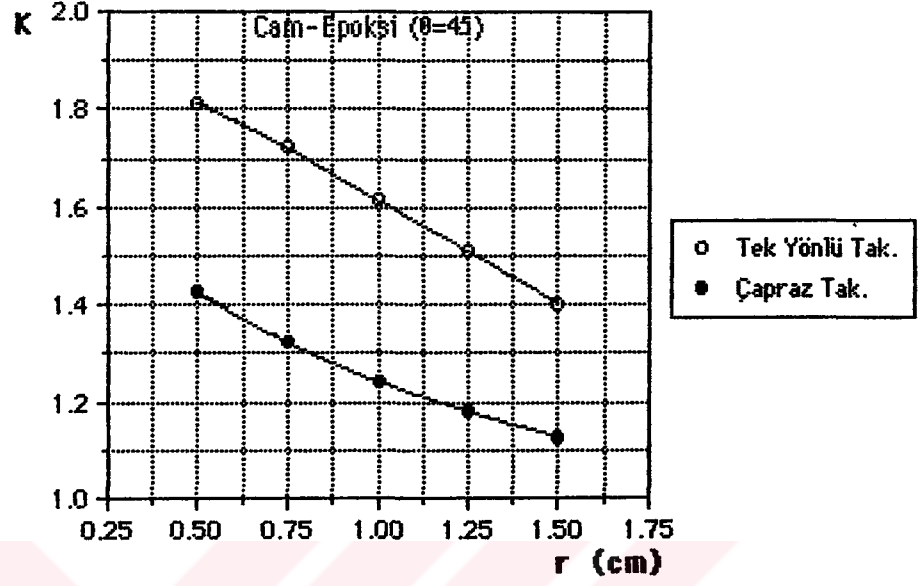
Şekil 6.40. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 15° 'deki karşılaştırılması.



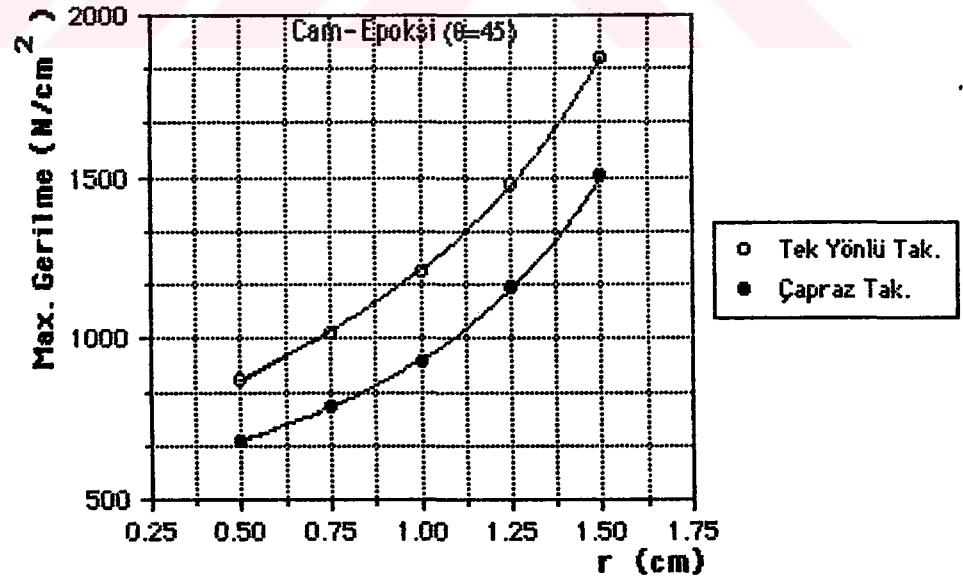
Şekil 6.41. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 30° 'deki karşılaştırılması.



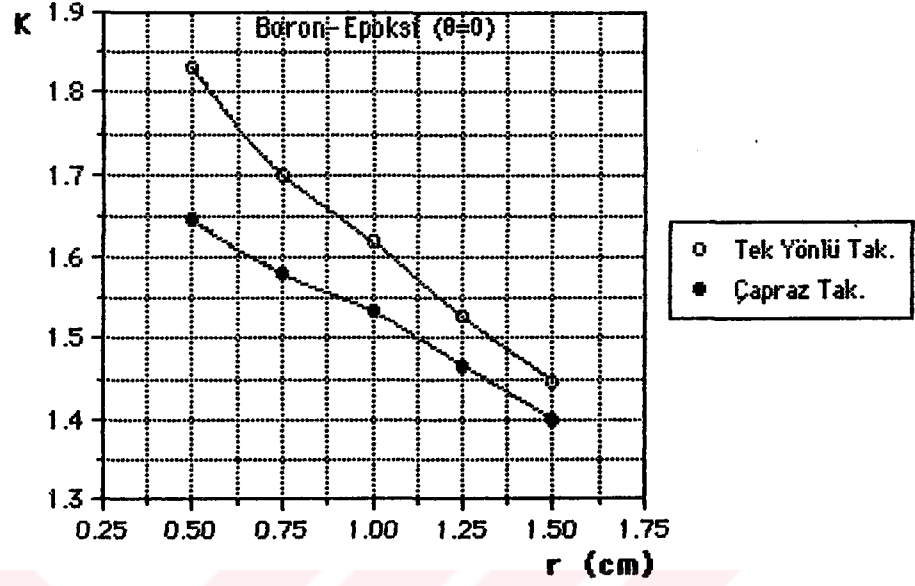
Şekil 6.42. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 30° 'deki karşılaştırılması.



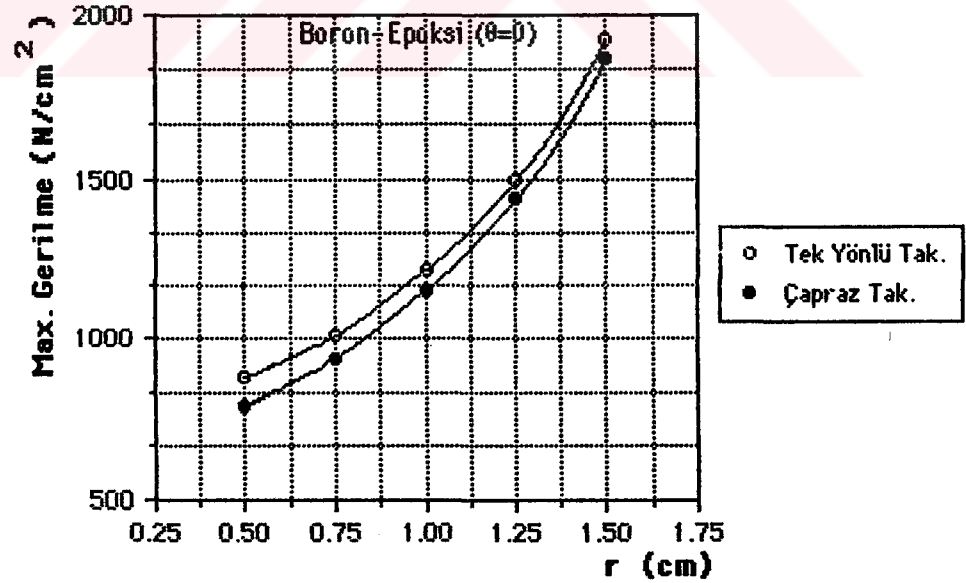
Şekil 6.43. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 45° 'deki karşılaştırılması.



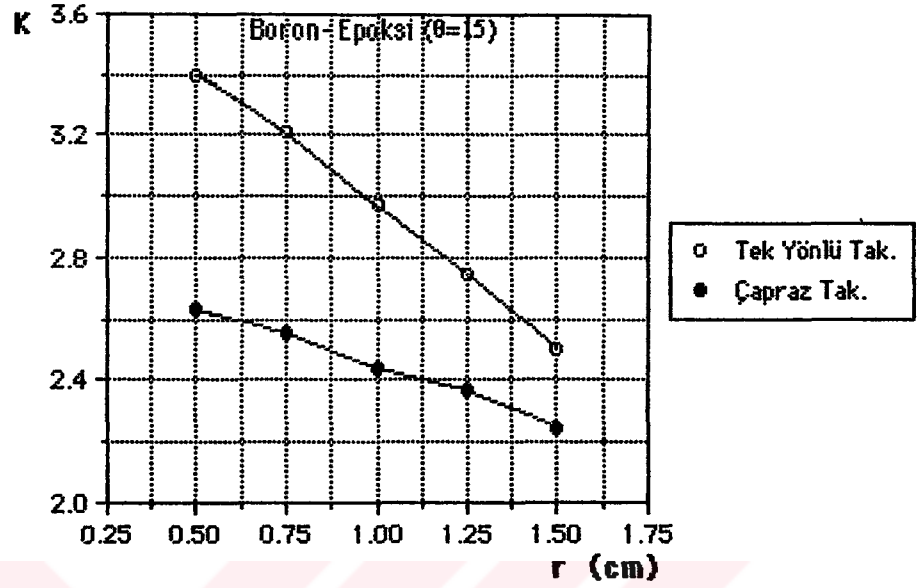
Şekil 6.44. Cam-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 45° 'deki karşılaştırılması.



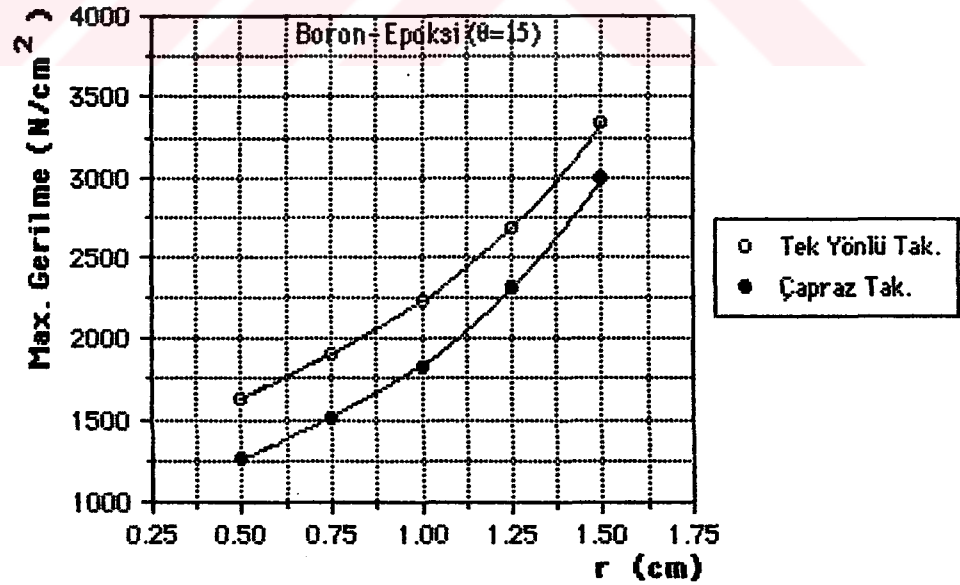
Şekil 6.45. Boron-Epoxy kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 0° 'deki karşılaştırılması.



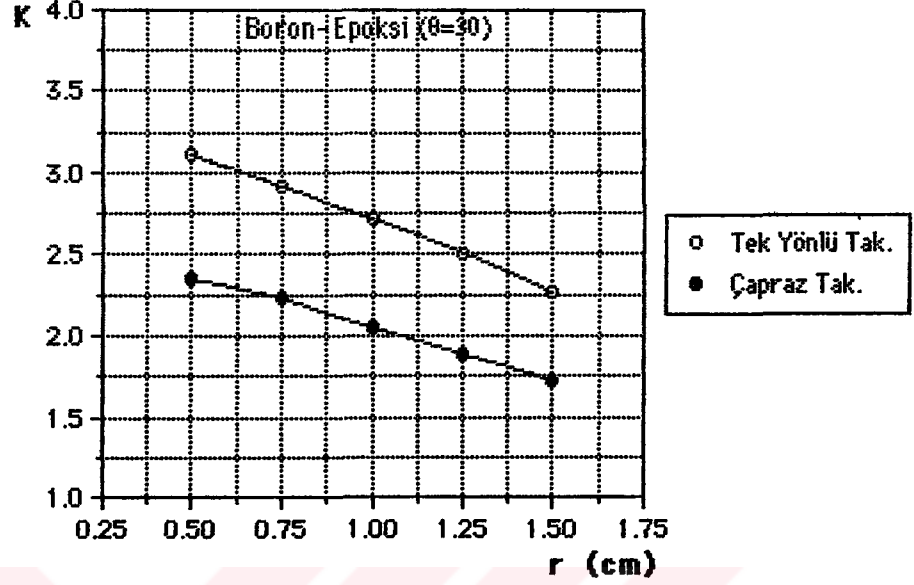
Şekil 6.46. Boron-Epoxy kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 0° 'deki karşılaştırılması.



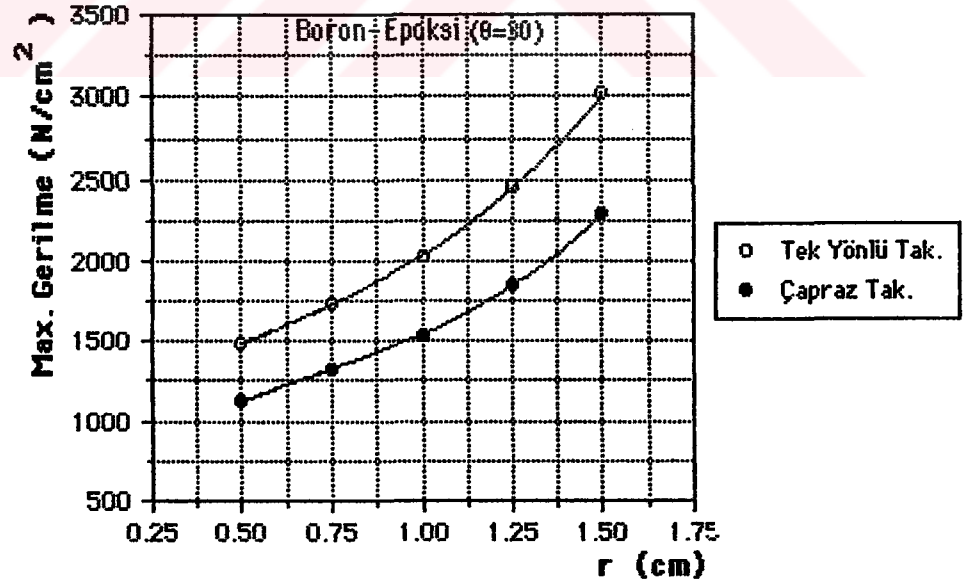
Şekil 6.47. Boron-Epoxy kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 15° 'deki karşılaştırılması.



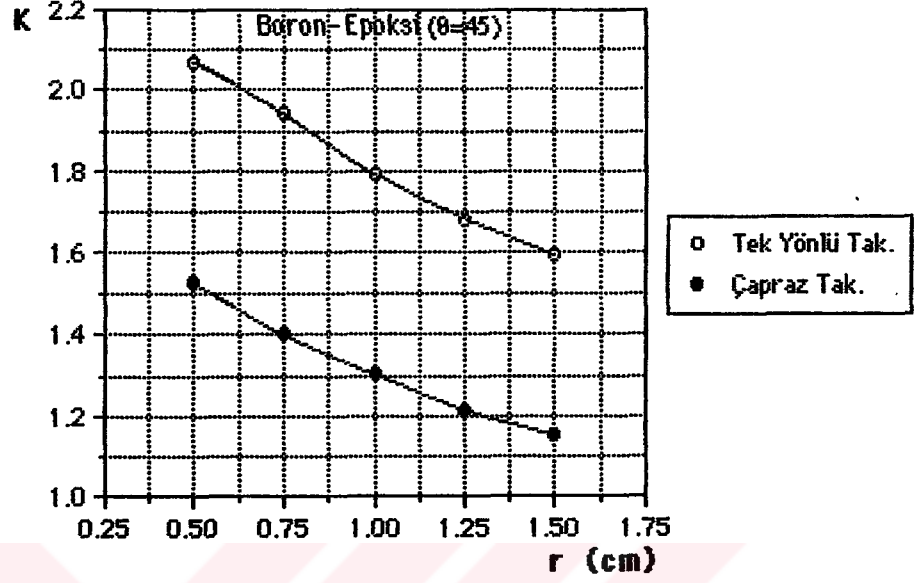
Şekil 6.48. Boron-Epoxy kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 15° 'deki karşılaştırılması.



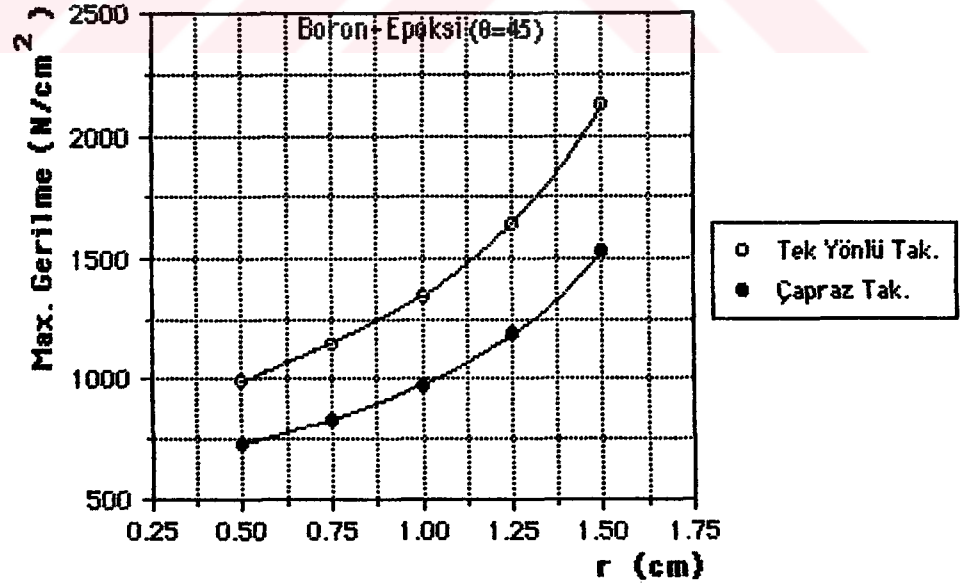
Şekil 6.49. Boron-Epoxy kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 30° 'deki karşılaştırılması.



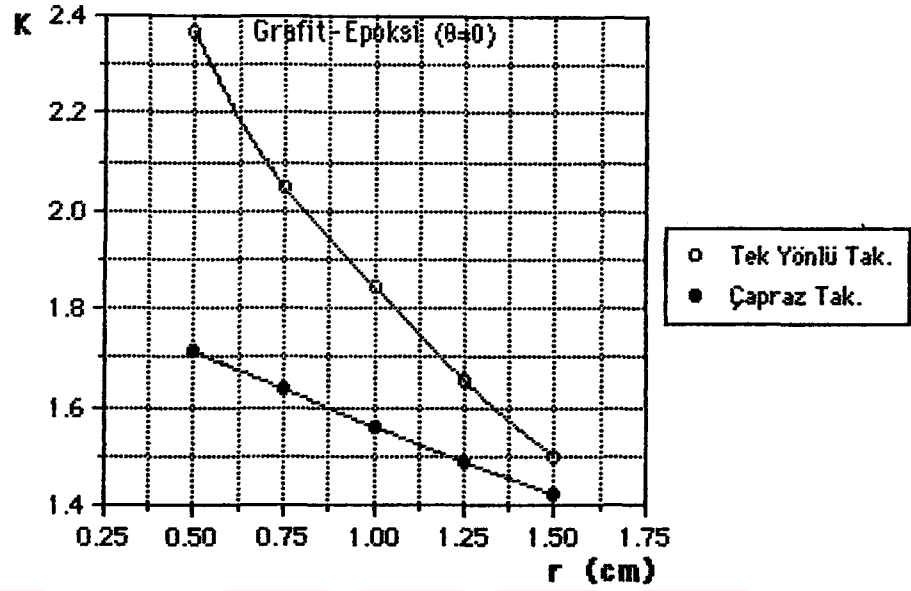
Şekil 6.50. Boron-Epoxy kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 30° 'deki karşılaştırılması.



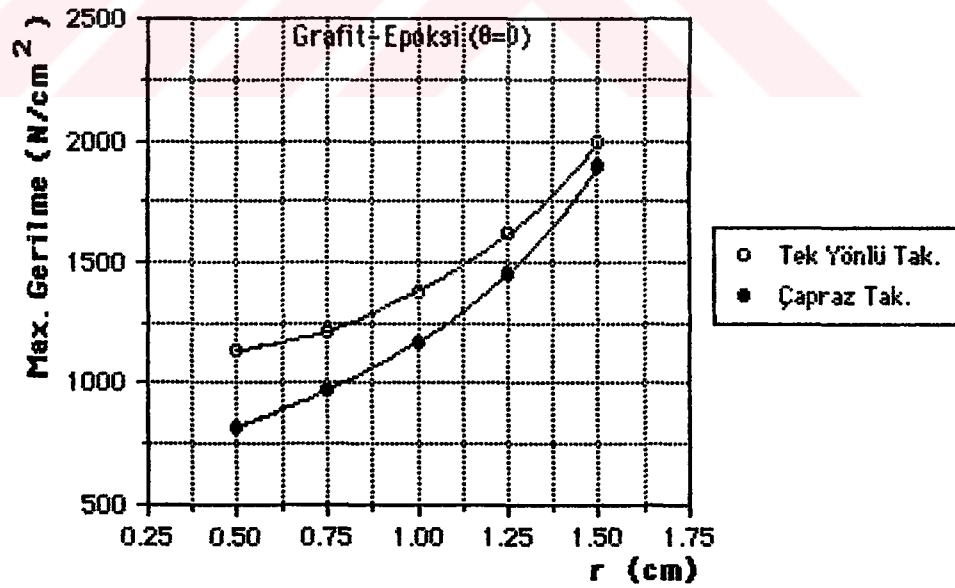
Şekil 6.51. Boron-Epoxy kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 45° 'deki karşılaştırılması.



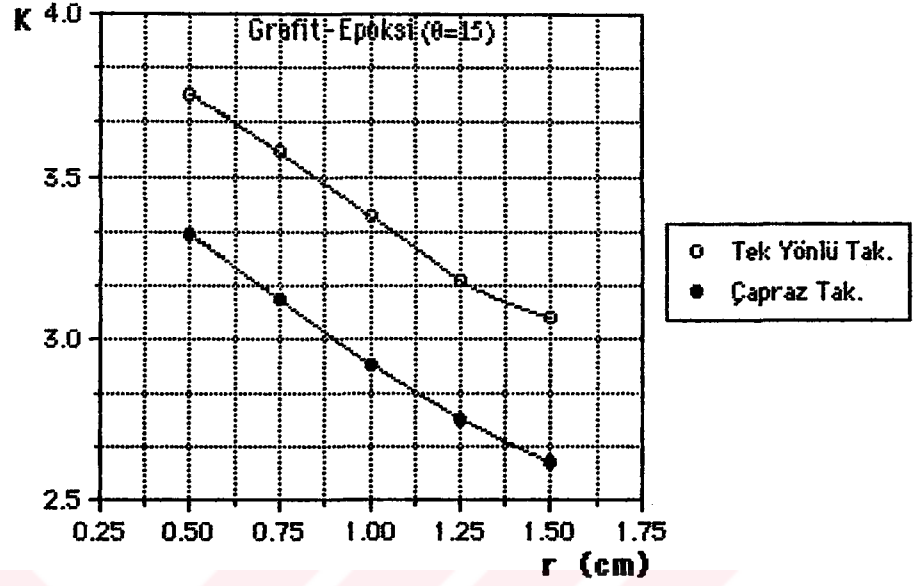
Şekil 6.52. Boron-Epoxy kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 45° 'deki karşılaştırılması.



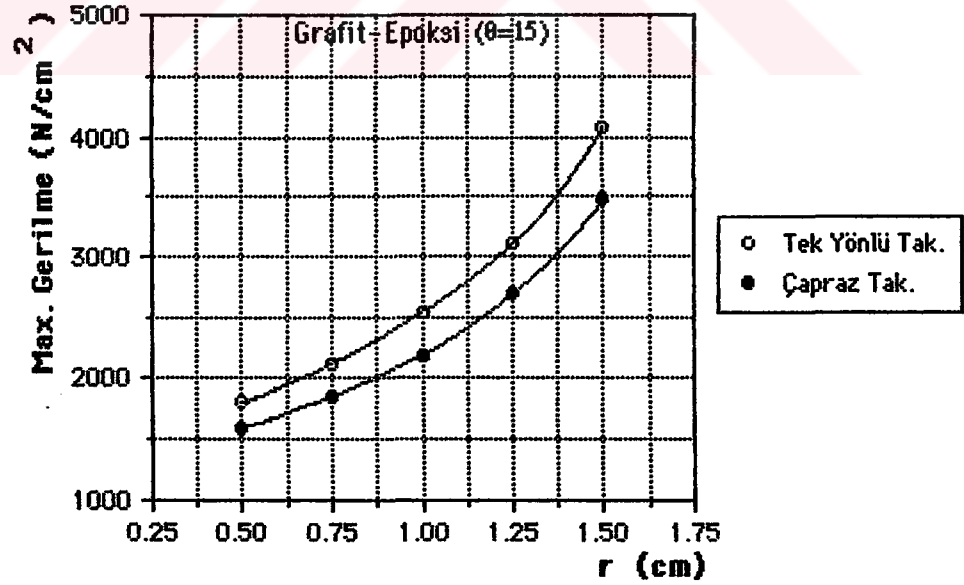
Şekil 6.53. Gräfit-Epöksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 0° 'deki karşılaştırılması.



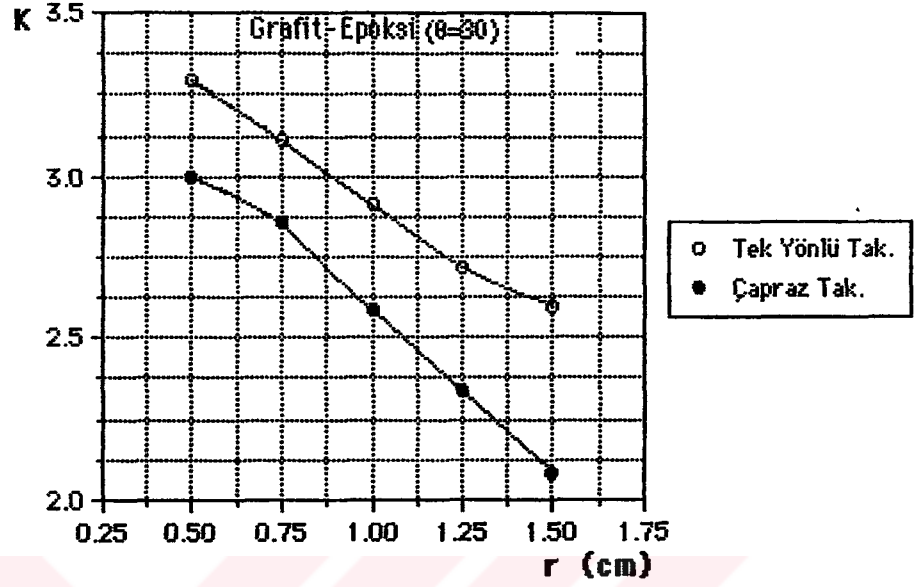
Şekil 6.54. Gräfit-Epöksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 0° 'deki karşılaştırılması.



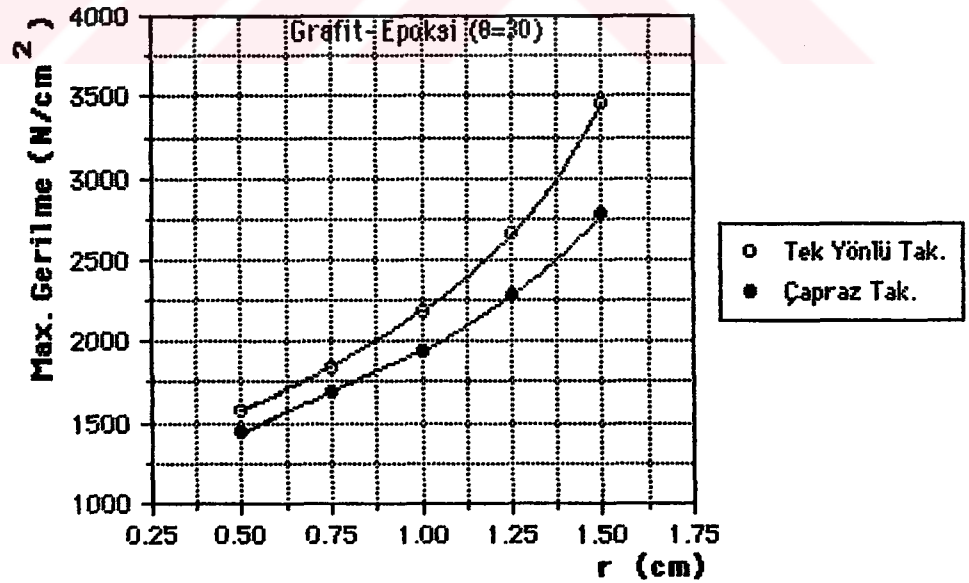
Şekil 6.55. Gräfit-Epöksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 15° 'deki karşılaştırılması.



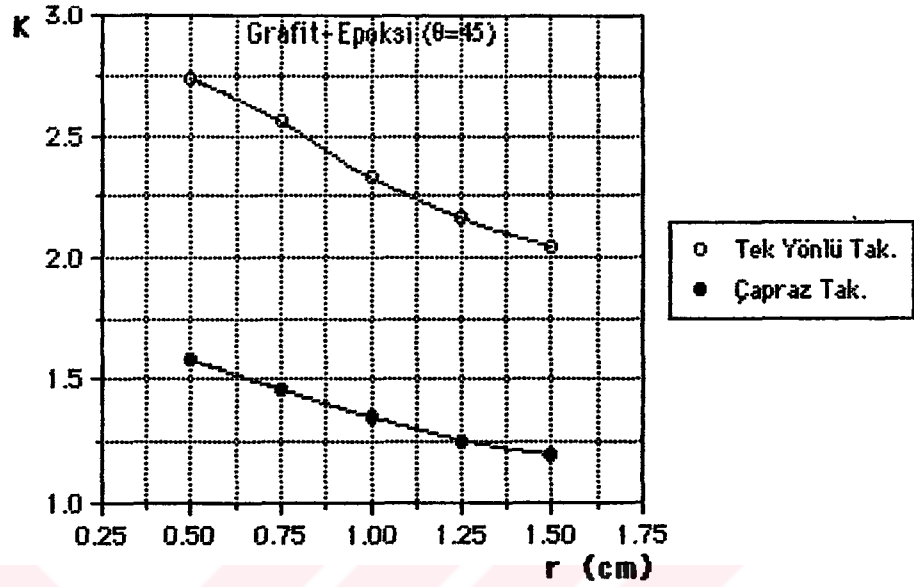
Şekil 6.56. Gräfit-Epöksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 15° 'deki karşılaştırılması.



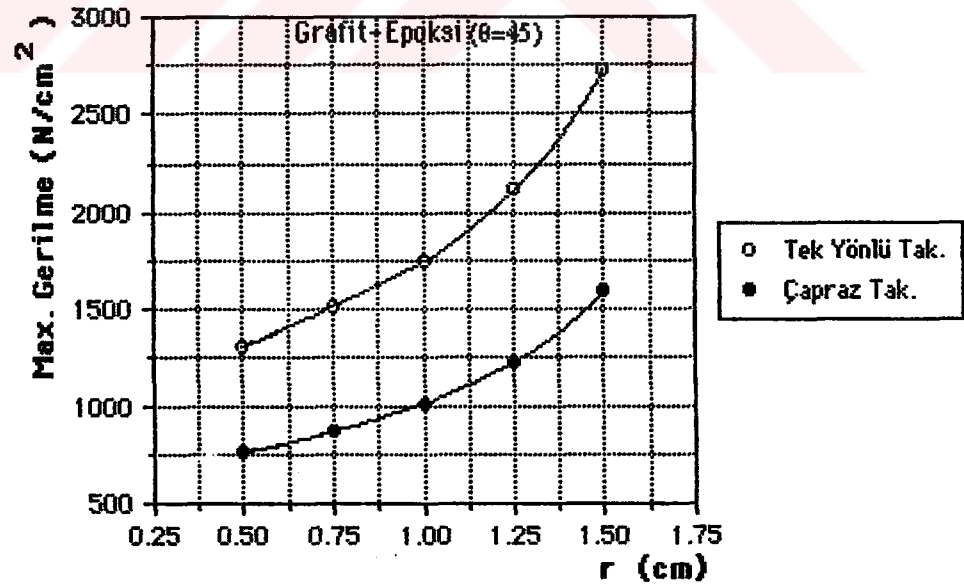
Şekil 6.57. Grafit-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 30° 'deki karşılaştırılması.



Şekil 6.58. Grafit-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 30° 'deki karşılaştırılması.



Şekil 6.59. Grafit-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile K arasındaki değişimin takviye açısı 45° 'deki karşılaştırılması.



Şekil 6.60. Grafit-Epoksi kompoziti için, tek yönlü takviye ve çapraz takviye durumunda r ile σ_{max} arasındaki değişimin takviye açısı 45° 'deki karşılaştırılması.

6.7. Sonuçların Değerlendirilmesi

6.7.1. İzotropik malzemeli faturalı kiriş için elde edilen sonuçların değerlendirilmesi

İzotropik malzeme kullanılarak yapılan çözümde Şekil 6.1 'de görüldüğü gibi, fatura yarıçapı (r) arttıkça gerilme yığılma katsayısı (K) azalmaktadır. Şekil 6.2 'de ise, fatura yarıçapı (r) arttıkça buna bağlı olarak maksimum gerilme değeri de (σ_{max}) artmaktadır.

6.7.2. Tek yönlü takviye edilmiş kompozit malzemeli faturalı kiriş için elde edilen sonuçların değerlendirilmesi

Cam-Epoksi kompoziti için Şekil 6.3 'den, fatura yarıçapı arttıkça gerilme yığılma katsayısının azaldığı görülmektedir. Takviye açısının $\theta=0^\circ$ olması durumunda elde edilen gerilme yığılma katsayıları, 15° , 30° ve 45° takviye açılarındaki gerilme yığılma katsayılarından küçük, 60° , 75° ve 90° takviye açılarındaki gerilme yığılma katsayılarından ise büyüktür. Gerilme yığılma katsayılarının büyükten küçüğe doğru sıralanışında takviye açısının sıralanışı, $15^\circ - 30^\circ - 45^\circ - 0^\circ - 60^\circ - 75^\circ - 90^\circ$ şeklindedir.

Cam-Epoksi kompoziti için Şekil 6.4 'den, fatura yarıçapı arttıkça maksimum gerilme değerlerinin arttığı görülmektedir. Takviye açısının $\theta=0^\circ$ olması durumunda elde edilen maksimum gerilme değerleri, 15° , 30° ve 45° takviye açılarındaki maksimum gerilme değerlerinden küçük, 60° ,

75° ve 90° takviye açılarındaki maksimum gerilme değerlerinden büyüktür. Maksimum gerilme değerlerinin büyükten küçüğe doğru sıralanışında takviye açısının sıralanışı, 15° - 30° - 45° - 0° - 60° - 75° - 90° şeklindedir.

Boron-Epoksi kompoziti için Şekil 6.5 'den, fatura yarıçapı arttıkça gerilme yığılma katsayısının azaldığı görülmektedir. Takviye açısının $\theta=0^\circ$ olması durumunda elde edilen gerilme yığılma katsayıları, 15°, 30° ve 45° takviye açılarındaki gerilme yığılma katsayılarından küçük, 60°, 75° ve 90° takviye açılarındaki gerilme yığılma katsayılarından ise büyüktür. Gerilme yığılma katsayılarının büyükten küçüğe doğru sıralanışında takviye açısının sıralanışı, 15° - 30° - 45° - 0° - 60° - 90° - 75° şeklindedir.

Boron-Epoksi kompoziti için Şekil 6.6 'dan, fatura yarıçapı arttıkça maksimum gerilme değerlerinin arttığı görülmektedir. Takviye açısının $\theta=0^\circ$ olması durumunda elde edilen maksimum gerilme değerleri, 15°, 30° ve 45° takviye açılarındaki maksimum gerilme değerlerinden küçük, 60°, 75° ve 90° takviye açılarındaki maksimum gerilme değerlerinden büyüktür. Maksimum gerilme değerlerinin büyükten küçüğe doğru sıralanışında takviye açısının sıralanışı, 15° - 30° - 45° - 0° - 60° - 90° - 75° şeklindedir.

Grafit-Epoksi kompoziti için Şekil 6.7 'den, fatura yarıçapı arttıkça gerilme yığılma katsayısının azaldığı görülmektedir. Takviye açısının $\theta=0^\circ$ olması durumunda elde edilen gerilme yığılma katsayıları, 15°, 30° ve 45° takviye açılarındaki gerilme yığılma katsayılarından küçük, 60°, 75° ve 90° takviye açılarındaki gerilme yığılma

katsayılarından ise büyüktür. Gerilme yığılma katsayılarının büyükten küçüğe doğru sıralanışında takviye açısı, $15^\circ - 30^\circ - 45^\circ - 0^\circ - 60^\circ - 75^\circ - 90^\circ$ şeklinde sıralanmaktadır.

Grafit-Epoksi kompoziti için Şekil 6.8 'den, fatura yarıçapı arttıkça maksimum gerilme değerlerinin arttığı görülmektedir. Takviye açısının $\theta=0^\circ$ olması durumunda elde edilen maksimum gerilme değerleri, 15° , 30° ve 45° takviye açılarındaki maksimum gerilme değerlerinden küçük, 60° , 75° ve 90° takviye açılarındaki maksimum gerilme değerlerinden büyüktür. Maksimum gerilme değerlerinin büyükten küçüğe doğru sıralanışında takviye açısı, $15^\circ - 30^\circ - 45^\circ - 0^\circ - 60^\circ - 75^\circ - 90^\circ$ şeklinde sıralanmaktadır.

6.7.3. Çapraz takviye edilmiş kompozit malzemeli faturalı kırış için elde edilen sonuçların değerlendirilmesi

Cam-Epoksi kompoziti için Şekil 6.9 'dan, fatura yarıçapı arttıkça gerilme yığılma katsayılarında azalmanın olduğu görülmektedir. Gerilme yığılma katsayılarının büyükten küçüğe doğru sıralanışında takviye açısının sıralanışı, $15^\circ - 30^\circ - 0^\circ - 45^\circ$ şeklinde olmaktadır. Şekil 6.10 'dan, fatura yarıçapının artmasıyla birlikte maksimum gerilme değerlerinin de arttığı görülmektedir. Maksimum gerilme değerlerinin büyükten küçüğe doğru sıralanışında takviye açısının sıralanışı, $15^\circ - 30^\circ - 0^\circ - 45^\circ$ şeklinde olmaktadır. Cam-Epoksi kompoziti için elde edilen gerilme yığılma katsayılarının ve maksimum gerilme değerlerinin değişiminde, tedicli bir sürekliliğin olduğu görülmektedir.

Boron-Epoksi kompoziti için Şekil 6.11 'den, fatura yarıçapı

arttikça gerilme yığılma katsayılarında azalmanın olduğu gör÷lmektedir. Gerilme yığılma katsayılarının büyükten küçüğe doğru sıralanışında takviye açısının sıralanışı, $15^\circ - 30^\circ - 0^\circ - 45^\circ$ şeklinde olmaktadır. Şekil 6.12 'den, fatura yarıçapının artmasıyla birlikte maksimum gerilme değerlerinin de arttığı gör÷lmektedir. Maksimum gerilme değerlerinin büyükten küçüğe doğru sıralanışında takviye açısının sıralanışı, $15^\circ - 30^\circ - 0^\circ - 45^\circ$ şeklinde olmaktadır.

Grafit-Epoksi kompoziti için Şekil 6.13 'den, fatura yarıçapı arttikça gerilme yığılma katsayılarında azalmanın olduğu gör÷lmektedir. Gerilme yığılma katsayılarının büyükten küçüğe doğru sıralanışında takviye açısının sıralanışı, $15^\circ - 30^\circ - 0^\circ - 45^\circ$ şeklinde olmaktadır. Şekil 6.14 'den, fatura yarıçapının artmasıyla birlikte maksimum gerilme değerlerinin de arttığı gör÷lmektedir. Maksimum gerilme değerlerinin büyükten küçüğe doğru sıralanışında takviye açısının sıralanışı, $15^\circ - 30^\circ - 0^\circ - 45^\circ$ şeklinde olmaktadır.

6.7.4. Tek yönlü takviye edilmiş değişik kompozit malzemeli faturalı kirişe ait elde edilen sonuçların, aynı takviye açısı için değerlendirilmesi

Tek yönlü takviye edilmiş Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitleri için elde edilen gerilme yığılma katsayıları ve maksimum gerilme değerlerinin, aynı takviye açısında her bir kompozitteki durumlarını şu şekilde değerlendirmek mümkündür. Takviye açısı $0^\circ - 15^\circ - 30^\circ$ ve 45° için gerilme yığılma katsayıları ve maksimum gerilme değerlerinin büyükten küçüğe doğru sıralaması yapıldığında,

kompozitlerin sıralanışı Grafit-Epoksi, Boron-Epoksi ve Cam-Epoksi şeklinde olmaktadır. Takviye açısının 60° ve 75° olması durumunda bu sıralanış Grafit-Epoksi, Cam-Epoksi ve Boron-Epoksi şeklinde değişmektedir. 90° takviye açısında ise bu sıralanışın Boron-Epoksi, Cam-Epoksi ve Grafit-Epoksi şeklinde olduğu görülmüştür.

6.7.5. Çapraz takviye edilmiş kompozit malzemeli faturalı kirişe ait elde edilen sonuçların, aynı takviye açısı için değerlendirilmesi

Çapraz takviye edilmiş Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitleri için elde edilen gerilme yığılma katsayıları ve maksimum gerilme değerlerinin, aynı takviye açısında her bir kompozitteki durumlarını şu şekilde değerlendirmek mümkündür. Takviye açısı $0^\circ - 15^\circ$, 30° ve 45° için gerilme yığılma katsayıları ve maksimum gerilme değerlerinin büyükten küçüğe doğru sıralaması yapıldığında, kompozitlerin sıralanışı, Grafit-Epoksi, Boron-Epoksi ve Cam-Epoksi şeklinde olmaktadır.

6.7.6. Tek yönlü takviye ile çapraz takviyeli değişik kompozit malzemeli faturalı kirişe ait elde edilen sonuçların, aynı takviye açısı için değerlendirilmesi

Aynı takviye açılarında (0° , 15° , 30° ve 45°) ve aynı fatura yarıçaplarında ($r= 0.50$, 0.75 , 1.00 , 1.25 , 1.50 cm) Cam-Epoksi, Boron-Epoksi ve Grafit-Epoksi kompozitlerinin her birinde, tek yönlü

takviye durumunda meydana gelen gerilme yığılma katsayılarının ve maksimum gerilme değerlerinin, çapraz takviyeli olması durumunda meydana gelen gerilme yığılma katsayıları ve maksimum gerilme değerlerinden daha büyük olduğu görülmüştür.

Değişik fatura yarıçaplarında her bir malzemede meydana gelen gerilme yığılma katsayıları ve maksimum gerilme değerlerinin büyüklükleri hakkında, ilgili grafiklerden bilgi edinmek mümkündür.

Yapılan sayısal çözümde dikkate alınan giriş elemanının, boyutları, yükleme durumu ve yükün büyüklüğü sabit alınmış ve belirli kompozit malzemeler esas alınmak suretiyle, sadece fatura yarıçapı değiştirilerek inceleme yapılmıştır. Bu çalışma, değişik boyutlar, değişik yükleme durumları, farklı fatura şekilleri için ve ayrıca farklı malzemeler seçilmek suretiyle değişik araştırmaların yapılabilmesine büyük kolaylıklar sağlayacaktır. Bundan sonraki çalışmalarda, herbiri başlı başına bir araştırmayı gerektirecek bu konular üzerinde durulması planlanmıştır.

KAYNAKLAR

- ALAN, R.L., DOYLE, J.F., ve SUN, C.T., (1987). Finite Element Program For Analysis of Laminated Anisotropic Elastoplastic Materials. **Computers and Structures**. Vol. 25. No. 5. pp. 749-758, Printed in Great Britain.
- AL-NASRA, M., and NGUYEN, D.T., (1991). An Algorithm For Domain Decomposition In Finite Element Analysis. **Computers and Structures**. Vol. 39. No.3/4, pp. 277-289, Printed in Great Britain.
- ALLAIRE, P.E., (1985). **Basics of the Finite Element Method**. U.S.A.
- ARAN, A., (1990). **Elyaf Takviyeli Karma Malzemeler**. İ.T.Ü. Rektörlük Ofset Atelyesi, İstanbul.
- AKSOY, S., ORHAN, A., ve SAYMAN, O., (1991). Kompozit Malzemeli Eksenel Yüklenmiş Yivli Millerde Gerilme Analizi. **4. Denizli Malzeme Sempozyumu**. Denizli.
- BAKER, P., (1989). Integrated Approach to Finite Element Analysis of Advanced Composite Structures. **Computer-aided design**. Vol. 21. No.7. pp.441-446.
- BLAKE, A., (1975). Coping With Stress Concentration. Machine Design.
- BATHE, K.J., (1982). **Finite Element Procedures in Engineering Analysis**. Prentice-Hall Inc., U.S.A.
- CHOUCHAQUI, B., and SHIRAZI-ADL, A., (1992). A Mixed Finite Element Formulation For The Stress Analysis of Composite Structures. **Computers and Structures**. Vol. 43. No. 4. pp. 687-698, Printed in Great Britain.
- ÇELİK, M., ve BİLİR, Ö.G., (1994). Moire Metodunun Gerilme Yığılması Tayininde Kullanılması. **6.Uluslararası Makina Tasarım ve İmalat Kongresi**. Sayfa. 363-371, ODTÜ, Ankara.

- DE ROSA, M.A., ve FRANCIOSI, C., (1990). Plate Bending Analysis By The Cell Method: Numerical Comparisons With Finite Element Methods. **Computers and Structures**. Vol. 37. No. 5. pp. 731-735, Printed In Great Britain.
- FENG, Z., and ROWLANDS, R.E., (1991). Smoothing Finite Element and Experimental Hybrid Technique For Stress Analyzing Composites. **Computers and Structures**. Vol. 39. No.6, pp. 631-639, Printed in Great Britain.
- FESSLER, H., ve WOODS, P.J., (1980). Stress Concentrations at axially Loaded Projections of Flat Bars. **Journal of Strain Analysis**. Vol. 15. No. 3. pp. 137-143.
- FROCHT, M., (1936). Photoelastic Studies In Stress Concentration. **Mechanical Engineering**. p. 485.
- HWANG, W.C., ve SUN, C.T., (1989). A Finite Element Iterative Approach For Analysis of Laminated Composite Structural Elements. **Computers and Structures**. Vol. 31. No. 1. pp. 55-62, Printed In Great Britain.
- İNAN, M., (1984). **Cisimlerin Mukavemeti**. İ.T.Ü. İstanbul.
- JONES, R.M., (1975). Mechanics of Composite Materials. **Virginia Polytechnic Institute and State University**. Blacksburg, Virginia.
- KARAKUZU, R., ORHAN, A., ve SAYMAN, O., (1992). Yarı Dairesel Çentikli Kompozit Levhaların Elastoplastik Zorlamalar Altında Mukavemetinin Arttırılması. **5. Ulusal Makina Tasarım ve İmalat Kongresi**. Sayfa. 449-458. ODTÜ, Ankara.
- KARAKUZU, R., AKBULUT, H., ve SAYMAN, O., (1993). Eksenel Yüklü Ankastra Plaklarda Elasto-Plastik Gerilme Analizi. **VIII. Ulusal Mekanik Kongresi**. Sayfa. 361-370, Antalya.
- KARAKUZU, R., SAYMAN, O., ve ORHAN, A., (1993). Kompozit T Bağlantı

Elemanlarında İç Gerilmelerin ve Elasto-Plastik Bölgelerin Bulunması. **5. Denizli Malzeme Sempozyumu**. Sayfa. 702-710. Denizli.

KOCAER, M., YILDIZ, M., ve AVCI, A., (1988). Kenarlarında Dairesel Çentikler Bulunan Levhaların Gerilme Yığılmasının Sonlu Elemanlar Metoduyla İncelenmesi. **3. Ulusal Makina Tasarım ve İmalat Kongresi**. Sayfa. 511-518, ODTÜ, Ankara.

MARTINEZ, R., and SAMARTIN, A., (1991). Two-Dimensional Mesh Optimization In The Finite Element Method. **Computers and Structures**. Vol. 40. No. 5. pp. 1169-1175, Printed In Great Britain.

NATH, B., (1974). **Fundamentals of Finite Elements For Engineers**. University of London.

NÖ, M., and AGUINAGALDE, J.M., (1987). Finite Element Method and Optimality Criterion Based Structural Optimization. **Computers and Structures**. Vol. 27. No. 2. pp. 287-295, Printed In Great Britain.

ÖZBAY, M., (1987). Cam-Fiber Takviyeli Ortotropik Kompozit Malzemedeki Yapılmış Değişken Kesitli Milde Kayma Gerilmeleri Analizi. **Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Dergisi**. Sayfa 43-56, Ankara.

ÖZEL, A., SAYMAN, O., ve KARACA, H., (1993). U Çentikli Kompozit Levhalarda Elasto-Plastik Gerilme Analizi. **5. Denizli Malzeme Sempozyumu**. Sayfa. 681-691, Denizli.

PAKDEMİRLİ, E., SAYMAN, O., ve SAVRAN, M., (1986). Yarı Dairesel Trapez Levhalarda En Düşük Gerilmeli Çentik Konumunun Bulunması ve Çentik Etkisinin Azaltılması. D.E.Ü. İzmir.

RAJAN, S.D., and BUDIMAN, J., (1987). A Study of Two-Dimensional Plane Elasticity Finite Elements For Optimal Design. **Mech. Struct. and Mach.**, pp. 185-207.

RAO, S.S., (1982). **The Finite Element Method In Engineering**.

Pergamon Press. Printed In Great Britain.

- RYLANDER, H.G., daROCHA, P.M.A., KREISLE, L.F., ve VAUGHN, G.J., (1968). Stress Concentration Factors In Shouldered Shafts Subjected to Combinations of Flexure and Torsion. **Journal of Engineering For Industry**. pp. 301-306.
- SAYMAN, O., (1988). Üzerine Yarı Dairesel Çentik Açılmış Düzlem Kompozit Plaklarda Oryantasyon Açısına Bağlı Olarak Gerilme Yığılmasının Bulunması. D.E.Ü. İzmir.
- SAYMAN, O., ve AKSOY, S., (1988). **Kompozit Malzemeler**. D.E.Ü. İzmir.
- SAYMAN, O., ve AVCIOĞLU, M., (1992). Üzerinde Yiv Açılan Ortotropik Çubuklarda Eksenel Yükleme Durumunda Meydana Gelen Gerilme Konsantrasyonunun İncelenmesi. D.E.Ü. İzmir.
- SAYMAN, O., ve GÜLERYÜZ, M., (1991). Eksenel Yüklenmiş Kompozit Düzlem Plaklarda Oryantasyon Açısına Bağlı Olarak Gerilme Yığılma Katsayıları. D.E.Ü. İzmir.
- SCHWARTZ, M.M., (1984). **Composite Materials Handbook**. McGraw-Hill Book Company.
- SHIRAZI-ADL, A., (1989). An Interface Continuous Stress Penalty Formulation For The Finite Element Analysis of Composite Media. **Computers and Structures**. Vol. 33. No. 4. pp. 951-956, Printed In Great Britain.
- TIAN, Z.S., (1990). A Study of Stress Concentrations In Solids With Circular Holes By Three Dimensional Special Hybrid Stress Finite Elements. **Journal of Strain Analysis**. Vol. 25. No. 1. pp. 29-35, China.
- TIMOSHENKO, S., and GOODIER, J.N., (1969). **Elastisite Teorisi**. (Tercüme, Erdoğan ŞUHUBİ) İ.T.Ü. İstanbul.
- ÜNSAÇAR, F., ve AVCI, A., (1988). Burulmaya Maruz Prizmatik Ortotropik Çubuklarda Kayma Gerilmesinin Sonlu Elemanlar Metoduyla

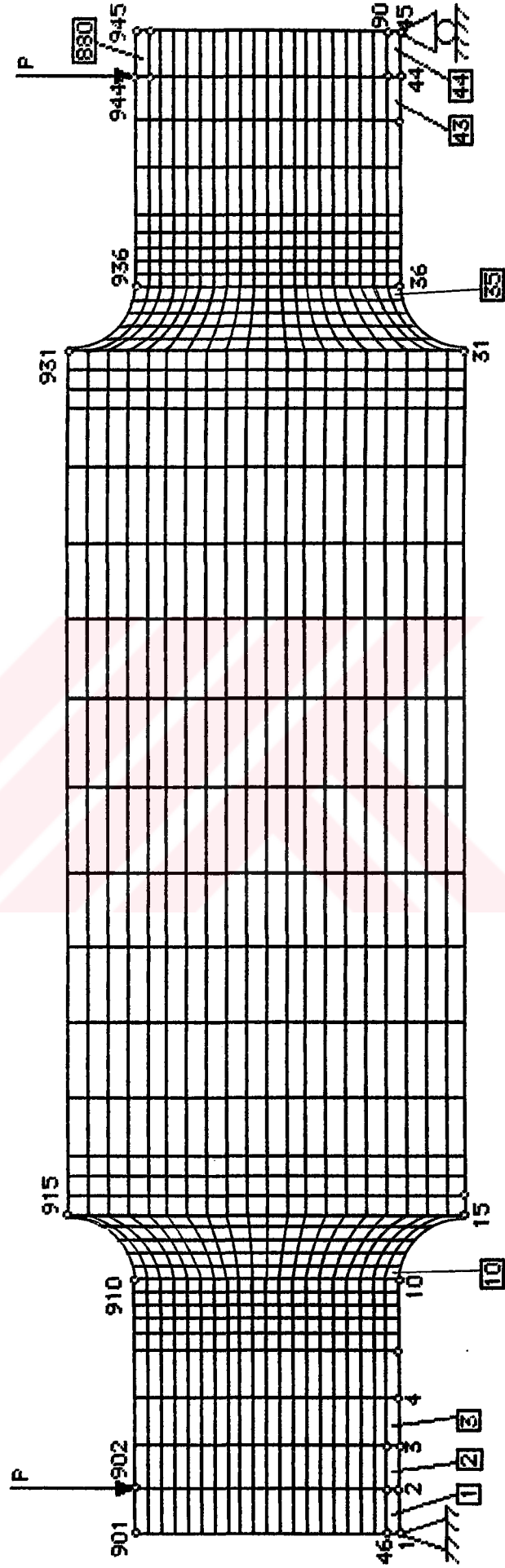
Analizi. **3. Ulusal Makina Tasarım ve İmalat Kongresi.**
Sayfa. 519-526. ODTÜ, Ankara.

VINSON, I.R., ve COU, TSU-WEI., (1975). **Composite Materials and Their Use In Structures.** Applied Science Publishers Ltd. London.

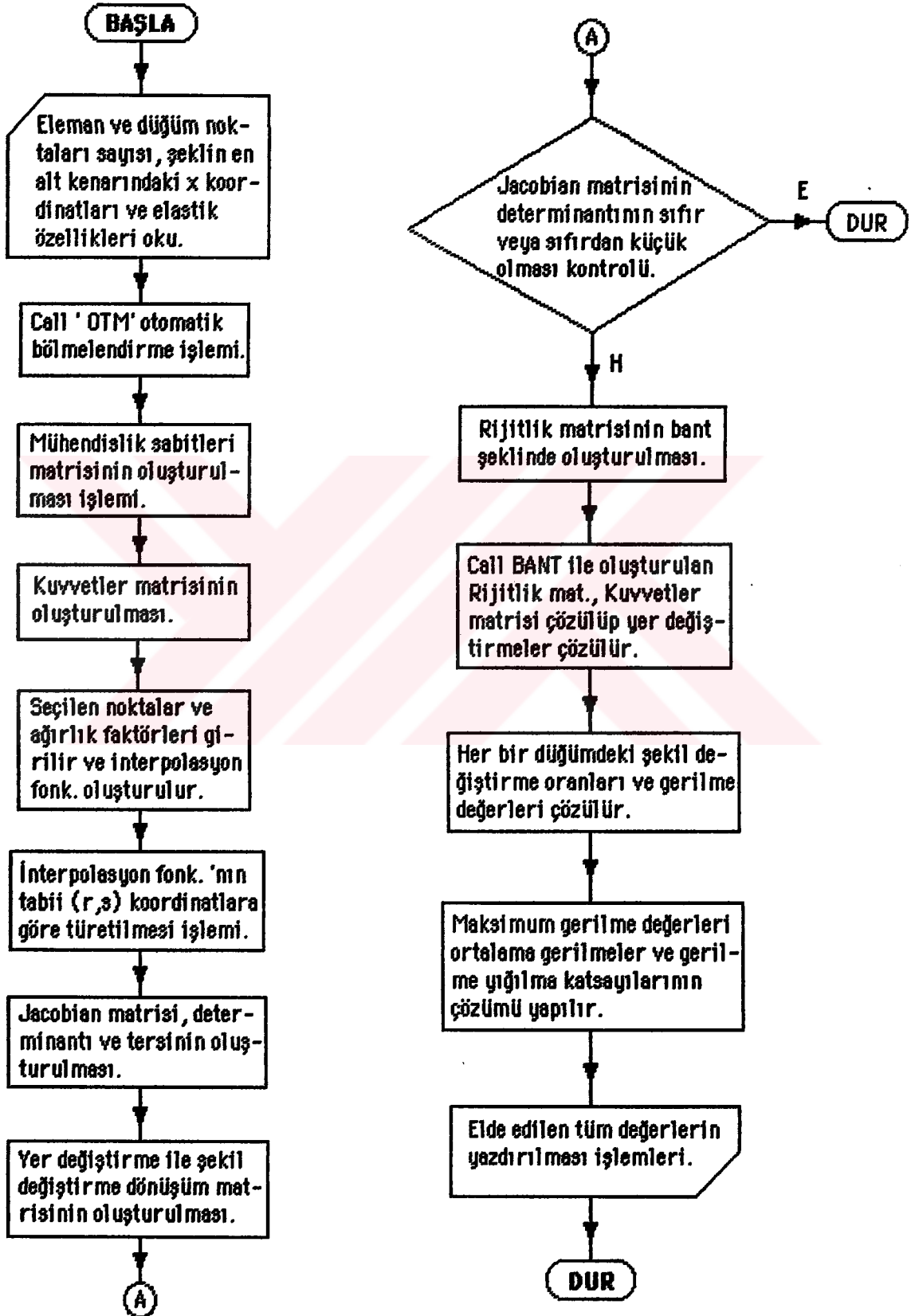
ZIENKIEWICZ, O.C., (1979). **The Finite Element Method.** McGraw-Hill Book Company.



EK 1. KİRİŞ ELEMANININ SONLU ELEMAN MODELİ



EK 2. BİLGİSAYAR PROGRAMI AKIŞ DİYAGRAMI



```

*****
C
C   BU PROGRAM IZOPARAMETRIK SONLU ELEMANLAR YARDIMIYLA   C
C   DÜZLEM PLAKLAR İÇİN GERİLME ANALİZİ YAPAR             C
C
C
*****

```

```

IMPLICIT REAL*8 (a-h,o-z)
DIMENSION D(3,3),B(880,4,3,8),XX(2,945),C4(880,8,8),H(4),WR1(4),
*WS1(4),P(2,4),XJ(880,2,2),XJI(880,2,2),C1(880,8,3),R1(4),S1(4),
*C2(880,8,8),NOD(880,4),IZD(2,3),NUM(2),FORCE(1890,1),F(2,2),
*DEP(1890,1),DDEP(8,1),STR(880,4,3),STRS(880,4,3),B1(3,8),
*X(45,1),S(1890,94),SMAX(880,4),STFM(36)

```

```

DOUBLE PRECISION d,b,xx,c4,h,ws1,p,xj,xji,c2,force,c1,r1,h
DOUBLE PRECISION dep,ddep,str,strs,x,smax,f,b1,stfm,s,wr1,x

```

```

OPEN (1,FILE='FEM-10.dat')
OPEN (3,FILE='FEM-10')

```

```

C   IB1 : RIJITLIK MATRİSİNİN BANT GENİSLİĞİ
C   RK : FATURA YARICAPI (cm), PK : KUVVET (N), ZK : MOM. KOLU (cm)
C   BG : (KİRİS YÜKSEKLİĞİ - FATURA CAPI), SZ : ORTALAMA GERİLME
C   (Ncm2), ATM : ATALET MOMENTİ (cm4),
C   İYDS: YATAYDAKI DUGUM SAYISI (BİR SIRADAKİ),
C   İYDS1: BİRİNCİ, İYDS2: İKİNCİ, İYDS3: ÜÇÜNCÜ, İYDS4: DÖRDÜNCÜ,
C   İYDS5: BEŞİNCİ, İYDS6: ALTINCI SUREKLİ BOLGEDEKİ DUGUM
C   SAYISI SON NUMARASI,
C   İYAS: YATAYDAKI ARALIK SAYISI
C   İDAS: DÜŞEYDEKİ ARALIK SAYISI
C   NZD: SIFIR DEPLASMANLI DUGUM SAYISI
C   NPF: KUVVET UYGULANAN DUGUM SAYISI
C   NFS: KUVVETİN SIFIRDAN FARKLI BİLESEN SAYISI

```

```

IB1=94
RK=1.
PK=1000.
ZK=2.
BG=4.
SZ=(12*PK*ZK*BG)/(2*BG**3)
ATM=BG**3/12.
İYDS=45
İYDS1=10
İYDS2=15

```

```

IYDS3=31
IYDS4=36
IYDS5=45
IYDS6=0
IYAS=20
IDAS=44
NZD=2
NPF=2
NFS=1

```

```

C LTA: TAKVIYE ACISI (Derece)
C PN1, PN2: 1 VE 2 DOGRULTULARINDAKI POISSON ORANI
C YM1, YM2: 1 VE 2 DOGRULTULARINDAKI ELASTISITE MOD. (N/cm2)
C G12: KAYMA MODULU (N/cm2)
C THIC: LEVHANIN (VEYA KIRISIN) KALINLIGI (cm)
C NP: TOPLAM DUGUM SAYISI
C NEL: TOPLAM ELEMAN SAYISI

```

```

LTA=0
PN1=0.25
YM1=21000000.0
YM2=21000000.0
PN2=(YM2*PN1)/YM1
G12=8100000.0
THIC=1.0
NP=(IYAS+1)*IYDS
NEL=IYAS*IDAS
READ(1,12) (X(I,1),I=1,IYDS)
12 FORMAT(F8.4)

```

```

CALL OTM (IYDS,IYDS1,IYDS2,IYDS3,IYDS4,IYDS5,IYDS6,IYAS,IDAS,X,
*XX,NOD)

```

```

WRITE(3,1000)RK,PK,ZK,BG,SZ,PN1,PN2,YM1,YM2,G12,THIC,NP,NEL
1000 FORMAT('MUHENDISLIK SABITLERI',/,5F8.2,/,2F8.4,3F16.2,
*F5.1,2I6,/)

```

```

READ(1,1001) (XX(I,1),XX(2,1),I=1,NP)

```

```

C1001 FORMAT(2F7.2)

```

```

C WRITE(3,1003) (XX(1,1),XX(2,1),I=1,NP)

```

```

C1003 FORMAT('KOORDINATLAR',2F7.2)

```

```

C READ(1,1011) ((NOD(I,J),J=1,4),I=1,NEL)

```

```

C WRITE(3,1009)

```

```

C WRITE(3,1013) ((NOD(I,J),J=1,4),I=1,NEL)

```

```

C1009 FORMAT('ELEMAN DUGUMLERI')

```

```

C1011 FORMAT(4I8)
C1013 FORMAT(4I8)
      READ(1,630) ((IZD(I,J),J=1,3),I=1,NZD)
630 FORMAT(14,2I3)
      WRITE(3,43) ((IZD(I,J),J=1,3),I=1,NZD)
43  FORMAT(6(15,2I3))

```

C IZOTROP MALZEMELERDE 'D' MUH. SABITLERI MATRISI

FM1=1-PN1*PN2

```

C D(1,1)=YM1/FM1
C D(1,2)=(PN1*YM2)/FM1
C D(1,3)=0.0
C D(2,1)=D(1,2)
C D(2,2)=YM2/FM1
C D(2,3)=D(1,3)
C D(3,1)=D(1,3)
C D(3,2)=D(1,3)
C D(3,3)=G12

```

C TEK YONLU TAKVIYE ICIN

D11=YM1/FM1
D12=(PN1*YM2)/FM1
D22=YM2/FM1
D33=G12

C CAPRAZ TAKVIYE ICIN

```

C D11=(YM1+YM2)/(2*FM1)
C D12=(PN1*YM2)/FM1
C D22=(YM1+YM2)/(2*FM1)
C D33=G12

```

C TAKVIYE ACISINA BAGLI OLARAK DEGISEN MUH.SABITLERI MATRISI

C TA; TAKVIYE ACISI(Radyan)

TA=(LTA*3.14159)/180.

```

D(1,1)=D11*COS(TA)**4+2*(D12+2*D33)*SIN(TA)**2*COS(TA)**2
&+D22*SIN(TA)**4
D(1,2)=(D11+D22-4*D33)*SIN(TA)**2*COS(TA)**2+D12*
&(SIN(TA)**4+COS(TA)**4)

```

```

D(1,3)=(D11-D12-2*D33)*SIN(TA)*COS(TA)**3+(D12-D22+2*D33)
&*SIN(TA)**3*COS(TA)
D(2,1)=D(1,2)
D(2,2)=D11*SIN(TA)**4+2*(D12+2*D33)*SIN(TA)**2*COS(TA)**2
&+D22*COS(TA)**4
D(2,3)=(D11-D12-2*D33)*SIN(TA)**3*COS(TA)+(D12-D22+2*D33)
&*SIN(TA)*COS(TA)**3
D(3,1)=D(1,3)
D(3,2)=D(2,3)
D(3,3)=(D11+D22-2*D12-2*D33)*SIN(TA)**2*COS(TA)**2+D33*
%(SIN(TA)**4+COS(TA)**4)

```

```

WRITE(3,3000)
WRITE(3,3010) ((D(K,L),L=1,3),K=1,3)
3000 FORMAT('D ELASTIKLIK MATRISI')
3010 FORMAT(3E16.6)
C   ELEMENIN RIJITLIK MATRISI
C   DO 40 I=1,8
C   DO 40 J=1,8
C 40 C4(I,J)=0.0
    NNP=2*NP
    DO 44 I=1,NNP
    DO 44 J=1,ib1
44 S(I,J)=0.0
    DO 23 I=1,NNP
    DO 23 N=1,NFS
    FORCE(I,N)=0.0
23 CONTINUE
    DO 55 I=1,NPF
    READ(1,640) NUM(I),(F(I,J),J=1,2)
640 FORMAT(13,2F8.0)
    WRITE(3,45)
45 FORMAT(3X,'KUYVET BULUNAN DUGUM NOSU',/,3X,'F X',6X,'F Y')
555 WRITE(3,48) NUM(I),(F(I,J),J=1,2)
48 FORMAT(13,2F8.0)
    DO 37 I=1,NPF
    J=1
    DO 37 N=1,NFS
    NFC=2*NUM(I)-1
    FORCE(NFC,N)=FORCE(NFC,N)+F(I,J)
    NNF=NFC+1
    FORCE(NNF,N)=FORCE(NNF,N)+F(I,J+1)
    J=J+2
37 CONTINUE

```

```
C WRITE(3,1400) ((FORCE(K,L),L=1,NFS),K=1,NNP)
1400 FORMAT('FORCE',2X,F8.0)
```

```
C KOORDINAT DONUSUMLERI
```

```
R1(1)=0.5773
R1(2)=-0.5773
R1(3)=-0.5773
R1(4)=0.5773
```

```
S1(1)=0.5773
S1(2)=0.5773
S1(3)=-0.5773
S1(4)=-0.5773
```

```
C AGIRLIK FAKTORLERI
```

```
WR1(1)=1.0000
WR1(2)=1.0000
WR1(3)=1.0000
WR1(4)=1.0000
```

```
WS1(1)=1.0000
WS1(2)=1.0000
WS1(3)=1.0000
WS1(4)=1.0000
```

```
C WRITE(3,3020)
```

```
C WRITE(3,3030) (R1(KK),S1(KK),WR1(KK),WS1(KK),KK=1,4)
3020 FORMAT(' RI , SJ , ALFAI ,
& ALFAJ ')
3030 FORMAT(4E16.6)
```

```
DO 15 KK=1,NEL
```

```
C DO 16 III=1,4
DO 17 KL=1,8
DO 17 KM=1,8
17 C4(KK,KL,KM)=0.0
C 16 CONTINUE
```

```
DO 80 II=1,4
RI=R1(II)
SI=S1(II)
```

```

WRI=WR1(I1)
WSI=WS1(I1)

```

```

RP=1.0+RI
SP=1.0+SI
RM=1.0-RI
SM=1.0-SI

```

C INTERPOLASYON FONKSIYONLARI

```

H(1)=0.25*RP*SP
H(2)=0.25*RM*SP
H(3)=0.25*RM*SM
H(4)=0.25*RP*SM

```

C INTERPOLASYON FONK. 'NIN TABII KOORDINATLARA GORE
C TURETILMESI

C 1. R' E GORE

```

P(1,1)=0.25*SP
P(1,2)=-P(1,1)
P(1,3)=-0.25*SM
P(1,4)=-P(1,3)

```

C 2. S'E GORE

```

P(2,1)=0.25*RP
P(2,2)=0.25*RM
P(2,3)=-P(2,2)
P(2,4)=-P(2,1)

```

C (RI,SI) NOKTASINDAKI JACOBIAN MATRISININ DEGERLENDIRILMESI

```

DO 300 I=1,2
DO 300 J=1,2
DUM=0.0
DO 200 K=1,4
200 DUM=DUM+P(I,K)*XX(J,NOD(KK,K))
300 XJ(KK,I,J)=DUM

```

```

C WRITE(3,3040)
C WRITE(3,3050)((XJ(KK,I,J),J=1,2),I=1,2)
3040 FORMAT(' JACOBIAN MATRISI ')

```

```

3050 FORMAT(2F24.12)

C   (R1,S1) NOKTASINDA JACOBIAN MATRISININ DET 'ININ HESABI
    DET=XJ(KK,1,1)*XJ(KK,2,2)-XJ(KK,2,1)*XJ(KK,1,2)
C   WRITE(3,3060)
C   WRITE(3,3070) DET
3060 FORMAT(' JACOBIAN DET ')
3070 FORMAT(F24.12)
    IF(DET.GT.0.00000001) GO TO 400
C   WRITE(3,2000) DET
    GO TO 5765
C   JACOBIAN MATRISININ TERSI

400 DUM=1./DET
    XJI(KK,1,1)= XJ(KK,2,2)*DUM
    XJI(KK,1,2)=-XJ(KK,1,2)*DUM
    XJI(KK,2,1)=-XJ(KK,2,1)*DUM
    XJI(KK,2,2)= XJ(KK,1,1)*DUM

C   WRITE(3,3080)
C   WRITE(3,3090)((XJI(KK,I,J),J=1,2),I=1,2)
3080 FORMAT(' JACOBIAN MATRISININ TERSI ')
3090 FORMAT(2F24.12)

C   "B" YER DEGISTIRMELER ILE SEKIL DEGISTIRMELER ARASINDAKI
C   DONUSUM MATRISININ OLUSTURULMASI

K2=0
DO 600 K=1,4
K2=K2+2
B(KK,II,1,K2-1)=0.
B(KK,II,1,K2 )=0.
B(KK,II,2,K2-1)=0.
B(KK,II,2,K2 )=0.
DO 500 I=1,2
    B(KK,II,1,K2-1)=B(KK,II,1,K2-1)+XJI(KK,1,I)*P(I,K)
500 B(KK,II,2,K2 )=B(KK,II,2,K2 )+XJI(KK,2,I)*P(I,K)
    B(KK,II,3,K2 )=B(KK,II,1,K2-1)
600 B(KK,II,3,K2-1)=B(KK,II,2,K2 )
    WT=WRI*WSI*THIC*DET

C   WRITE(3,3100)
C   WRITE(3,3110)((B(KK,K,L),L=1,8),K=1,3)
3100 FORMAT(' B MATRISI ')

```



```

3110 FORMAT(8F16.12)
C  WRITE(3,3120) WT
3120 FORMAT('WT',F24.12)

      DO 31 L=1,8
      DO 25 M=1,3
      C1(KK,L,M)=0.0
      DO 25 N=1,3
25  C1(KK,L,M)=C1(KK,L,M)+B(KK,II,N,L)*D(N,M)
31  CONTINUE

C  WRITE(3,3130)
C  WRITE(3,3140)((C1(KK,KKK,LL),LL=1,3),KKK=1,8)
3130 FORMAT('C1 MATRISI')
3140 FORMAT(3F24.12)
      DO 32 L=1,8
      DO 30 M=1,8
      C2(KK,L,M)=0.0
      DO 35 N=1,3
35  C2(KK,L,M)=C2(KK,L,M)+C1(KK,L,N)*B(KK,II,N,M)
30  C4(KK,L,M)=C4(KK,L,M)+C2(KK,L,M)*WT
32  CONTINUE
C  WRITE(3,3150)
C  WRITE(3,3160)((C2(KK,KKK,LL),LL=1,8),KKK=1,8)
3150 FORMAT('C2 MATRISI')
3160 FORMAT(8F16.5)
C  WRITE(3,3170)
C  WRITE(3,3180)((C4(KK,KKK,LL),LL=1,8),KKK=1,8)
3170 FORMAT('C4 MATRISI')
3180 FORMAT(8F16.5)
80  CONTINUE
C  WRITE(3,1005)
C  WRITE(3,1006) ((C4(KK,L,M),M=1,8),L=1,8)

15  CONTINUE
1005 FORMAT(/,'SI MATRISI',/)
1006 FORMAT(8F12.2)
2000 FORMAT('HATA,JACOBIAN MATRISININ DETERMINANTI
      %SIFIR VEYA NEGATIF',F16.4,/)

C  S RIJITLIK MATRISININ (BANT SEKLINDE) OLUSTURULMASI

      DO 130 I=1,NEL
      IS=0

```

```

DO 301 L=1,8
DO 301 LL=1,L
IS=IS+1
STFM(IS)=C4(I,L,LL)
301 CONTINUE
N1=NOD(I,1)
N2=NOD(I,2)
N3=NOD(I,3)
N4=NOD(I,4)
IB2=IB1-1
I1=2*N1-1
I2=2*N1
S(I1,IB1)=S(I1,IB1)+STFM(1)
S(I2,IB1)=S(I2,IB1)+STFM(3)
S(I2,IB2)=S(I2,IB2)+STFM(2)
I1=2*N2-1
I2=2*N2
S(I1,IB1)=S(I1,IB1)+STFM(6)
S(I2,IB1)=S(I2,IB1)+STFM(10)
S(I2,IB2)=S(I2,IB2)+STFM(9)
IF(N2-N1) 312,312,318
318 L2=IB1-2*(N2-N1)
L1=L2+1
L3=L2-1
GOTO 315
312 I1=2*N1-1
I2=2*N1
L2=IB1-2*(N1-N2)
L1=L2+1
L3=L2-1
S(I1,L1)=S(I1,L1)+STFM(7)
S(I1,L2)=S(I1,L2)+STFM(4)
S(I2,L2)=S(I2,L2)+STFM(8)
S(I2,L3)=S(I2,L3)+STFM(5)
GOTO 317
315 S(I1,L1)=S(I1,L1)+STFM(5)
S(I1,L2)=S(I1,L2)+STFM(4)
S(I2,L2)=S(I2,L2)+STFM(8)
S(I2,L3)=S(I2,L3)+STFM(7)
317 I1=2*N3-1
I2=2*N3
S(I1,IB1)=S(I1,IB1)+STFM(15)
S(I2,IB1)=S(I2,IB1)+STFM(21)
S(I2,IB2)=S(I2,IB2)+STFM(20)

```

```

      IF(N3-N2) 330,330,320
320 L2=IB1-2*(N3-N2)
      L1=L2+1
      L3=L2-1
      GOTO 340
330 I1=2*N2-1
      I2=2*N2
      L2=IB1-2*(N2-N3)
      L1=L2+1
      L3=L2-1
      S(I1,L1)=S(I1,L1)+STFM(18)
      S(I1,L2)=S(I1,L2)+STFM(13)
      S(I2,L2)=S(I2,L2)+STFM(19)
      S(I2,L3)=S(I2,L3)+STFM(14)
      GOTO 345
340 S(I1,L1)=S(I1,L1)+STFM(14)
      S(I1,L2)=S(I1,L2)+STFM(13)
      S(I2,L2)=S(I2,L2)+STFM(19)
      S(I2,L3)=S(I2,L3)+STFM(18)
345 I1=2*N3-1
      I2=2*N3
      IF(N3-N1) 360,360,362
362 L2=IB1-2*(N3-N1)
      L1=L2+1
      L3=L2-1
      GOTO 364
360 I1=2*N1-1
      I2=2*N1
      L2=IB1-2*(N1-N3)
      L1=L2+1
      L3=L2-1
      S(I1,L1)=S(I1,L1)+STFM(16)
      S(I1,L2)=S(I1,L2)+STFM(11)
      S(I2,L2)=S(I2,L2)+STFM(17)
      S(I2,L3)=S(I2,L3)+STFM(12)
      GOTO 366
364 S(I1,L1)=S(I1,L1)+STFM(12)
      S(I1,L2)=S(I1,L2)+STFM(11)
      S(I2,L2)=S(I2,L2)+STFM(17)
      S(I2,L3)=S(I2,L3)+STFM(16)
366 I1=2*N4-1
      I2=2*N4
      S(I1,IB1)=S(I1,IB1)+STFM(28)
      S(I2,IB1)=S(I2,IB1)+STFM(36)

```

```

S(I2,IB2)=S(I2,IB2)+STFM(35)
IF(N4-N3) 368,368,370
370 L2=IB1-2*(N4-N3)
    L1=L2+1
    L3=L2-1
    GOTO 372
368 I1=2*N3-1
    I2=2*N3
    L2=IB1-2*(N3-N4)
    L1=L2+1
    L3=L2-1
    S(I1,L1)=S(I1,L1)+STFM(33)
    S(I1,L2)=S(I1,L2)+STFM(26)
    S(I2,L2)=S(I2,L2)+STFM(34)
    S(I2,L3)=S(I2,L3)+STFM(27)
    GOTO 374
372 S(I1,L1)=S(I1,L1)+STFM(27)
    S(I1,L2)=S(I1,L2)+STFM(26)
    S(I2,L2)=S(I2,L2)+STFM(34)
    S(I2,L3)=S(I2,L3)+STFM(33)
374 I1=2*N4-1
    I2=2*N4
    IF(N4-N2) 376,376,378
378 L2=IB1-2*(N4-N2)
    L1=L2+1
    L3=L2-1
    GOTO 380
376 I1=2*N2-1
    I2=2*N2
    L2=IB1-2*(N2-N4)
    L1=L2+1
    L3=L2-1
    S(I1,L1)=S(I1,L1)+STFM(31)
    S(I1,L2)=S(I1,L2)+STFM(24)
    S(I2,L2)=S(I2,L2)+STFM(32)
    S(I2,L3)=S(I2,L3)+STFM(25)
    GOTO 382
380 S(I1,L1)=S(I1,L1)+STFM(25)
    S(I1,L2)=S(I1,L2)+STFM(24)
    S(I2,L2)=S(I2,L2)+STFM(32)
    S(I2,L3)=S(I2,L3)+STFM(31)
382 I1=2*N4-1
    I2=2*N4
    IF(N4-N1) 384,384,386

```

```

386 L2=IB1-2*(N4-N1)
   L1=L2+1
   L3=L2-1
   GOTO 388
384 I1=2*N1-1
   I2=2*N1
   L2=IB1-2*(N1-N4)
   L1=L2+1
   L3=L2-1
   S(I1,L1)=S(I1,L1)+STFM(29)
   S(I1,L2)=S(I1,L2)+STFM(22)
   S(I2,L2)=S(I2,L2)+STFM(30)
   S(I2,L3)=S(I2,L3)+STFM(23)
   GOTO 390
388 S(I1,L1)=S(I1,L1)+STFM(23)
   S(I1,L2)=S(I1,L2)+STFM(22)
   S(I2,L2)=S(I2,L2)+STFM(30)
   S(I2,L3)=S(I2,L3)+STFM(29)
390 A=A
130 CONTINUE
   BUS=1.E+20
   DO 60 I=1,NZD
   IZ1=IZD(I,1)
   IZ2=IZD(I,2)
   IZ3=IZD(I,3)
   J1=2*IZ1-1
   J2=J1+1
   IF(IZ2.EQ.0) S(J1,IB1)=BUS
   IF(IZ3.EQ.0) S(J2,IB1)=BUS
60 CONTINUE
C   N=1
C   EPS=1.E-25
C   CALL GELG(FORCE,S,NNP,N,EPS,IER)
   WRITE(*,*) 'BANT 1'

   CALL BANT(S,FORCE,IB1,NNP,NFS)

   WRITE(*,*) 'BANT 2'
   EEP=1.E-11
   DO 28 I=1,NNP
   DO 26 J=1,1
   TTERM=dabs(FORCE(I,J))
26 IF(TTERM.LT.EEP) FORCE(I,J)=0.0
28 CONTINUE

```

```

C  WRITE(3,810)
  810 FORMAT(/,5X,'*YER DEGISTIRMELER*',/,
    &   V1   U2   V2   U3   V3   U4   V4   )
C  WRITE(3,820) ((FORCE(I,J),J=1,1),I=1,NNP)
  820 FORMAT(8E15.5)
C  WRITE(3,122)
  122 FORMAT(' NEL, NDUG,  SEKIL DEGISTIRME ORANLARI (Ex,Ey,Gxy) ,
    &   GERILMELER (Sx,Sy,Txy)  ')
  DO 831 K=1,NNP
  DO 831 L=1,1
  831 DEP(K,L)=FORCE(K,L)
C  WRITE(3,830) IER
C 830 FORMAT(/,5X,'IER=',I10,/)
  DO 110 I=1,NEL
  DDEP(1,1)=DEP((2*NOD(I,1)-1),1)
  DDEP(2,1)=DEP((2*NOD(I,1)),1)
  DDEP(3,1)=DEP((2*NOD(I,2)-1),1)
  DDEP(4,1)=DEP((2*NOD(I,2)),1)
  DDEP(5,1)=DEP((2*NOD(I,3)-1),1)
  DDEP(6,1)=DEP((2*NOD(I,3)),1)
  DDEP(7,1)=DEP((2*NOD(I,4)-1),1)
  DDEP(8,1)=DEP((2*NOD(I,4)),1)
  DO 112 K=1,4
  DO 73 L=1,3
  DO 73 M=1,8
  73  B1(L,M)=B(I,K,L,M)
C  CALL GMPRD(B1,DDEP,STR,3,8,1)
C  CALL GMPRD(D,STR,STRS,3,3,1)
  DO 114 II=1,3
  STR(I,K,II)=0.0
  DO 116 J=1,8
  116 STR(I,K,II)=STR(I,K,II)+B(I,K,II,J)*DDEP(J,1)
  114 CONTINUE
  DO 118 JJ=1,3
  STRS(I,K,JJ)=0.0
  DO 120 KK=1,3
  120 STRS(I,K,JJ)=STRS(I,K,JJ)+D(JJ,KK)*STR(I,K,KK)

  118 CONTINUE
C  WRITE(3,2) I,K,(STR(I,K,II),II=1,3),(STRS(I,K,JJ),JJ=1,3)
  2  FORMAT(2I5,6E16.6)
  112 CONTINUE
  110 CONTINUE

```

```

DO 900 I=1,NEL
DO 903 L=1,4
SMAX(I,L)=(STRS(I,L,1)+STRS(I,L,2))/2.+DSQRT(((STRS(I,L,1)-
&STRS(I,L,2))/2.)**2+STRS(I,L,3)**2)
903 CONTINUE
900 CONTINUE
BB=0.
DO 910 I=1,NEL
DO 912 K=1,4
IF(SMAX(I,K).GT.BB) GO TO 922
GO TO 912
922 BB=SMAX(I,K)
KJ=I
JK=K
912 CONTINUE
910 CONTINUE
C WRITE(3,908)
908 FORMAT(/,'DÜĞÜM NOKTALARINDAKİ MAKSİMUM GERİLMELER')
C DO 904 I=1,NEL
DO 904 I=1,45
WRITE(3,905) I,(SMAX(I,K),K=1,4)
904 CONTINUE
905 FORMAT(15,4E16.6)
WRITE(*,*)'0.K'
WRITE(3,9001)NEL,NP,RK
9001 FORMAT(' NEL= ',17,' NDUG= ',17,' RADIUS= ',F7.3)
WRITE(3,9000) ATM
9000 FORMAT(' ATALET MOM.= ',E16.6)
WRITE(3,906) SZ
906 FORMAT(' ORTALAMA GERİLME= ',E16.6)
WRITE(3,7020) KJ,JK,BB
7020 FORMAT(' MAX GERİLME: ',2I5,E16.6)
GYK=BB/SZ
WRITE(3,7040)GYK
7040 FORMAT(' GERİLME YIGİLMA KATSAYISI: ',F9.6)
5765 STOP
END

```

```

SUBROUTINE OTM (IYDS,IYDS1,IYDS2,IYDS3,IYDS4,IYDS5,IYDS6,IYAS,
*IDAS,X,XXI,NODI)

```

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION X(45,1),BB(45,2),BB1(45,2),BB2(45,2),BK(945,2),
*XXI(2,945),J(19),NODI(880,4)

```

DOUBLE PRECISION X,BB,BB1,BB2,BK,XXI

```

N=0
JJ=N*IYDS+1
IYBS=IYAS-1
30 DO 32 KK=1,IYDS1
  Y11=1.
  BB(KK,1)=X(KK,1)
  BB(KK,2)=Y11
32 CONTINUE
  IF(IYDS2.EQ.0) GO TO 40
  DO 34 KL=IYDS1,IYDS2
  Y12=DSQRT(1.00001**2-(X(KL,1)-10)**2)
  BB(KL,1)=X(KL,1)
  BB(KL,2)=Y12
34 CONTINUE
  IF(IYDS3.EQ.0) GO TO 40
  DO 36 KM=IYDS2,IYDS3
  Y13=0.0
  BB(KM,1)=X(KM,1)
  BB(KM,2)=Y13
36 CONTINUE
  IF(IYDS4.EQ.0) GO TO 40
  DO 37 KJ=IYDS3,IYDS4
  Y14=(1.002**2-(50-X(KJ,1))**2)**0.5
  BB(KJ,1)=X(KJ,1)
  BB(KJ,2)=Y14
37 CONTINUE
  IF(IYDS5.EQ.0) GO TO 40
  DO 38 KI=IYDS4,IYDS5
  Y15=1.
  BB(KI,1)=X(KI,1)
  BB(KI,2)=Y15
38 CONTINUE
  IF(IYDS6.EQ.0) GOTO 40
  DO 39 KN=IYDS5,IYDS6
  Y16=0.0
  BB(KN,1)=X(KN,1)
  BB(KN,2)=Y16
39 CONTINUE
40 DO 42 L=1,IYDS
  BK(JJ+L-1,1)=BB(L,1)
  BK(JJ+L-1,2)=BB(L,2)

```



```

42 CONTINUE
  DO 62 LL=1,IYDS1
    Y21=5.
    BB1(LL,1)=X(LL,1)
    BB1(LL,2)=Y21
62 CONTINUE
  IF(IYDS2.EQ.0) GO TO 80
  DO 64 LK=IYDS1,IYDS2
    Y22=6-DSQRT(1.00001**2-(X(LK,1)-10)**2)
    BB1(LK,1)=X(LK,1)
    BB1(LK,2)=Y22
64 CONTINUE
  IF(IYDS3.EQ.0) GO TO 80
  DO 66 MK=IYDS2,IYDS3
    Y23=6.0
    BB1(MK,1)=X(MK,1)
    BB1(MK,2)=Y23
66 CONTINUE
  IF(IYDS4.EQ.0) GO TO 80
  DO 68 JK=IYDS3,IYDS4
    Y24=6-DSQRT(1.002**2-(50-X(JK,1))**2)
    BB1(JK,1)=X(JK,1)
    BB1(JK,2)=Y24
68 CONTINUE
  IF(IYDS5.EQ.0) GO TO 80
  DO 70 IK=IYDS4,IYDS5
    Y25=5.
    BB1(IK,1)=X(IK,1)
    BB1(IK,2)=Y25
70 CONTINUE
  IF(IYDS6.EQ.0) GOTO 80
  DO 72 NK=IYDS5,IYDS6
    Y26=0.0
    BB1(NK,1)=X(NK,1)
    BB1(NK,2)=Y26
72 CONTINUE
80 DO 82 LL=1,IYDS
  N=IYAS
  JJJ=N*IYDS+1
  BK(JJJ+LL-1,1)=BB1(LL,1)
  BK(JJJ+LL-1,2)=BB1(LL,2)
82 CONTINUE
DO 10 N=1,IYBS
  J(N)=N*IYDS+1

```

```

DO 2 II=1,IYDS
  IF(II.LE.IYDS1) GO TO 44
  IF(II.LE.IYDS2) GO TO 46
  IF(II.LE.IYDS3) GO TO 48
  IF(II.LE.IYDS4) GO TO 50
  IF(II.LE.IYDS5) GO TO 52
  IF(II.LE.IYDS6) GO TO 53
44 Y11=1.0
   Y21=5.
   YY=((Y21-Y11)/IYAS)*N+Y11
   GO TO 54
46 Y12=DSQRT(1.00001**2-(X(II,1)-10)**2)
   Y22=6-DSQRT(1.00001**2-(X(II,1)-10)**2)
   YY=((Y22-Y12)/IYAS)*N+Y12
   GO TO 54
48 Y13=0.0
   Y23=6.0
   YY=((Y23-Y13)/IYAS)*N+Y13
   GO TO 54
50 Y14=(1.002**2-(50-X(KJ,1))**2)**0.5
   Y24=6-DSQRT(1.002**2-(50-X(JK,1))**2)
   YY=((Y24-Y14)/IYAS)*N+Y14
   GO TO 54
52 Y15=1.
   Y25=5.
   YY=((Y25-Y15)/IYAS)*N+Y15
   GO TO 54
53 Y16=0.0
   Y26=0.0
   YY=((Y26-Y16)/IYAS)*N+Y16
54 BB2(II,1)=X(II,1)
   BB2(II,2)=YY
2 CONTINUE
  JJ=J(N)
  DO 4 K=1,IYDS
    BK(JJ+K-1,1)=BB2(K,1)
    BK(JJ+K-1,2)=BB2(K,2)
4 CONTINUE
10 CONTINUE
C WRITE(3,102)
102 FORMAT(5X,'DUGUM KOORDINATLARI',/,5X,'DUGUM NO',3X,' X ',5X,'Y')
   NP=IYDS*(IYBS+2)
   DO 104 IL=1,NP
     XXI(1,IL)=BK(IL,1)

```

```

      XXI(2,IL)=BK(IL,2)
104 CONTINUE
C   WRITE(3,106) (IL,XXI(1,IL),XXI(2,IL),IL=1,NP)
106 FORMAT(5(16,2F8.4))

      ID=IDAS*IYAS
      KJ=0
      ILL=0
      IIK=(IDAS+1)*KJ+2
      IIM=IDAS*2
      DO 260 I=IIK,IIM,2
      MM=I/2-1
      ILL=ILL+1
      NODI(ILL,1)=(IDAS+MM)+3
      NODI(ILL,2)=(IDAS+MM)+2
      NODI(ILL,3)=MM+1
      NODI(ILL,4)=MM+2
      IJS=(KJ+2)*(IDAS+1)-2
      IF(I.GE.IJS) GO TO 280
260 CONTINUE
280 LL=IDAS
      DO 300 LJ=2,(2*IYAS-2),2
      IK=(IDAS+1)*LJ+2
      IM=(IDAS+1)*2*IYAS-2
      DO 310 I=IK,IM,2
      M=I/2-1
      LL=LL+1
      NODI(LL,1)=(IDAS+M)+3
      NODI(LL,2)=(IDAS+M)+2
      NODI(LL,3)=M+1
      NODI(LL,4)=M+2
      JS=(LJ+2)*(IDAS+1)-2
      IF(I.LT.JS) GO TO 310
      IF(I.GE.JS) GO TO 300
310 CONTINUE
300 CONTINUE
C   WRITE(3,400)
400 FORMAT(/,'NODI DEGERLERI ELEMEN NO',5X,'DUGUMLER')
C   WRITE(3,402) (LL,(NODI(LL,KK),KK=1,4),LL=1,ID)
402 FORMAT(4(17,4I5))
      RETURN
      END

SUBROUTINE BANT(SME,B,IB1,N,M)

```

```

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C   DIMENSION SME(2*NDUG,BAND GENISLIGI(IB1)),B(2*NDUG,1)
      DIMENSION SME(1890,94),B(1890,1)

      TERM=SME(1,IB1)
      IF(TERM) 10,20,20
10   TERM=DABS(TERM)
      SME(1,IB1)=DSQRT(TERM)
      GO TO 30
20   SME(1,IB1)=DSQRT(SME(1,IB1))
30   DO 270 I=2,N
      NO=IB1-I+1
      IF(I.LT.IB1) GO TO 130
      NO=1
130  DO 260 J=NO,IB1
      TO=0.
      K1=IB1-J
      K2=I-K1
      IF(J.EQ.NO) GO TO 210
      JJ=J-1
      DO 200 K=NO,JJ
      TO=TO+SME(I,K)*SME(K2,K+K1)
200  CONTINUE
210  PO=SME(I,J)-TO
      IF(J.EQ.IB1) GO TO 240
      SME(I,J)=PO/SME(K2,IB1)
      GO TO 260
240  POTO=PO
      IF(POTO) 220,250,250
220  POTO=DABS(POTO)
      SME(I,IB1)=DSQRT(POTO)
      GO TO 260
250  SME(I,IB1)=DSQRT(PO)
260  CONTINUE
270  CONTINUE
      DO 401 I=1,N
      NO=IB1-I+1
      IF(NO.GT.0) GO TO 330
      NO=1
330  DO 390 J=1,M
      T=0.
      IF(I.EQ.1) GO TO 380
      II=IB1-I

```

```
DO 370 K=NO,II
  T=T+SME(I,K)*B(I-IB1+K,J)
370 CONTINUE
380 B(I,J)=(B(I,J)-T)/SME(I,IB1)
390 CONTINUE
401 CONTINUE
  DO 530 J1=1,N
    I=N-J1+1
    DO 520 J=1,M
      T=0.
      IF(I.EQ.N) GO TO 510
      KO=N-I
      IF(KO.LT.IB1) GO TO 480
      KO=IB1-1
480 DO 500 K=1,KO
        T=T+SME(I+K,IB1-K)*B(I+K,J)
500 CONTINUE
510 B(I,J)=(B(I,J)-T)/SME(I,IB1)
520 CONTINUE
530 CONTINUE
  RETURN
  END
```

DATA LİSTESİ

| | | | |
|---------|--------|-----|---------|
| 0.0000 | 54.000 | | |
| 2.0000 | 56.000 | | |
| 4.0000 | 58.000 | | |
| 6.0000 | 60.000 | | |
| 8.0000 | 1 | 0 | 0 |
| 8.5000 | 45 | 0 | 0 |
| 9.0000 | 902 | 0.0 | -1000.0 |
| 9.4000 | 944 | 0.0 | -1000.0 |
| 9.7000 | | | |
| 10.0000 | | | |
| 10.2000 | | | |
| 10.4000 | | | |
| 10.6000 | | | |
| 10.8000 | | | |
| 11.0000 | | | |
| 11.5000 | | | |
| 12.0000 | | | |
| 12.5000 | | | |
| 14.0000 | | | |
| 17.0000 | | | |
| 20.0000 | | | |
| 25.0000 | | | |
| 30.0000 | | | |
| 35.0000 | | | |
| 40.0000 | | | |
| 43.0000 | | | |
| 46.0000 | | | |
| 47.5000 | | | |
| 48.0000 | | | |
| 48.5000 | | | |
| 49.0000 | | | |
| 49.2000 | | | |
| 49.4000 | | | |
| 49.6000 | | | |
| 49.8000 | | | |
| 50.0000 | | | |
| 50.3000 | | | |
| 50.6000 | | | |
| 51.0000 | | | |
| 51.5000 | | | |
| 52.0000 | | | |

```

5 KEY OFF
9 REM *****
10 REM TAM SEKLIN OTOMATIK BOLMELENDIRME PROGRAMI
11 REM -----GWBASIC-----
12 REM *****
15 DIM X(45,1):DIM BB(45,2):DIM BB1(45,2):DIM BB2(45,2)
22 DIM BK(945,2):DIM XX(2,945):DIM J(19):DIM NOD(880,4)
25 IOLC=10
30 IYDS=45
40 IYDS1=10
50 IYDS2=15
60 IYDS3=31
70 IYDS4=36
80 IYDS5=45
82 IYDS6=0
90 IYAS=20
100 IDAS=44
110 FOR I=1 TO IYDS
120 READ X(I,1)
130 REM PRINT X(I,1)
132 DATA 0,2,4,6,8,8.5,9,9.4,9.7,10,10.2,10.4,10.6
133 DATA 10.8,11,11.5,12,12.5,14,17,20,25,30,35,40
134 DATA 43,46,47.5,48,48.5,49,49.2,49.4,49.6,49.8
135 DATA 50,50.3,50.6,51,51.5,52,54,56,58,60
150 NEXT I
160 N=0
170 JJ=N*IYDS+1
180 IYBS=IYAS-1
190 FOR KK=1 TO IYDS1
200 Y11=1
210 BB(KK,1)=X(KK,1)
220 BB(KK,2)=Y11
230 NEXT KK
240 IF IYDS2=0 THEN GOTO 480
250 FOR KL=IYDS1 TO IYDS2
255 PRINT X(KL,1)
256 RESTORE
260 Y12=(1.002^2-(X(KL,1)-10)^2)^.5
262 PRINT Y12
270 BB(KL,1)=X(KL,1)
280 BB(KL,2)=Y12
290 NEXT KL
300 IF IYDS3=0 THEN GOTO 480
310 FOR KM=IYDS2 TO IYDS3
320 Y13=0
330 BB(KM,1)=X(KM,1)
340 BB(KM,2)=Y13
350 NEXT KM
360 IF IYDS4=0 THEN GOTO 480
370 FOR KJ=IYDS3 TO IYDS4
380 Y14=(1.002^2-(50-X(KJ,1))^2)^.5
390 BB(KJ,1)=X(KJ,1)
400 BB(KJ,2)=Y14
410 NEXT KJ

```

```
420 IF IYDS5=0 THEN GOTO 480
430 FOR KI=IYDS4 TO IYDS5
440 Y16=1!
450 BB(KI,1)=X(KI,1)
460 BB(KI,2)=Y15
470 NEXT KI
471 IF IYDS6=0 THEN GOTO 480
472 FOR KN=IYDS5 TO IYDS6
473 Y16=0
474 BB(KN,1)=X(KN,1)
475 BB(KN,2)=Y16
476 NEXT KN
480 FOR L=1 TO IYDS
490 BK(JJ+L-1,1)=BB(L,1)
500 BK(JJ+L-1,2)=BB(L,2)
510 NEXT L
520 FOR LL=1 TO IYDS1
530 Y21=5!
540 BB1(LL,1)=X(LL,1)
550 BB1(LL,2)=Y21
560 NEXT LL
570 IF IYDS2=0 THEN GOTO 810
580 FOR LK=IYDS1 TO IYDS2
590 Y22=6-(1.002^2-(X(LK,1)-10)^2)^.5
600 BB1(LK,1)=X(LK,1)
610 BB1(LK,2)=Y22
620 NEXT LK
630 IF IYDS3=0 THEN GOTO 810
640 FOR MK=IYDS2 TO IYDS3
650 Y23=6!
660 BB1(MK,1)=X(MK,1)
670 BB1(MK,2)=Y23
680 NEXT MK
690 IF IYDS4=0 THEN GOTO 810
700 FOR JK=IYDS3 TO IYDS4
710 Y24=6-(1.002^2-(50-X(JK,1))^2)^.5
720 BB1(JK,1)=X(JK,1)
730 BB1(JK,2)=Y24
740 NEXT JK
750 IF IYDS5=0 THEN GOTO 810
760 FOR IK=IYDS4 TO IYDS5
770 Y25=5!
780 BB1(IK,1)=X(IK,1)
790 BB1(IK,2)=Y25
800 NEXT IK
801 IF IYDS6=0 THEN GOTO 810
802 FOR NK=IYDS5 TO IYDS6
803 Y26=0!
804 BB1(NK,1)=X(NK,1)
805 BB1(NK,2)=Y26
806 NEXT NK
810 FOR LL=1 TO IYDS
820 N=IYAS
```



```

830 JJJ=N*IYDS+1
840 BK(JJJ+LL-1,1)=BB1(LL,1)
850 BK(JJJ+LL-1,2)=BB1(LL,2)
860 NEXT LL
870 FOR N=1 TO IYBS
880 J(N)=N*IYDS+1
890 FOR II=1 TO IYDS
900 IF II<=IYDS1 THEN GOTO 950
910 IF II<=IYDS2 THEN GOTO 990
920 IF II<=IYDS3 THEN GOTO 1030
930 IF II<=IYDS4 THEN GOTO 1070
940 IF II<=IYDS5 THEN GOTO 1110
942 IF II<=IYDS6 THEN GOTO 1133
950 Y11=1!
960 Y21=5!
970 YY=((Y21-Y11)/IYAS)*N+Y11
980 GOTO 1140
990 Y12=(1.002^2-(X(II,1)-10)^2)^.5
1000 Y22=6-(1.002^2-(X(II,1)-10)^2)^.5
1010 YY=((Y22-Y12)/IYAS)*N+Y12
1020 GOTO 1140
1030 Y13=0!
1040 Y23=6!
1050 YY=((Y23-Y13)/IYAS)*N+Y13
1060 GOTO 1140
1070 Y14=(1.002^2-(50-X(II,1))^2)^.5
1080 Y24=6-(1.002^2-(50-X(II,1))^2)^.5
1090 YY=((Y24-Y14)/IYAS)*N+Y14
1100 GOTO 1140
1110 Y15=1!
1120 Y25=5!
1130 YY=((Y25-Y15)/IYAS)*N+Y15
1132 GOTO 1140
1133 Y16=0!
1134 Y26=0!
1135 YY=((Y26-Y16)/IYAS)*N+Y16
1140 BB2(II,1)=X(II,1)
1150 BB2(II,2)=YY
1160 NEXT II
1170 JJ=J(N)
1180 FOR K=1 TO IYDS
1190 BK(JJ+K-1,1)=BB2(K,1)
1200 BK(JJ+K-1,2)=BB2(K,2)
1210 NEXT K
1220 NEXT N
1230 PRINT "dugum koordinatlari "
1240 REM PRINTSCREEN 0,0,0
1250 REM PRINT "dugum no . x . y "
1260 NP=IYDS*(IYBS+2)
1270 FOR IL=1 TO NP
1280 XX(1,IL)=BK(IL,1)
1290 XX(2,IL)=BK(IL,2)
1300 REM PRINT IL,BK(IL,1),BK(IL,2)

```

```
1310 NEXT IL
1312 REM LOCATE 24,75 : INPUT A
1320 NEL=IDAS*IYAS
1330 KJ=0
1340 ILL=0
1350 IIK=(IDAS+1)*KJ+2
1360 IIM=IDAS*2
1370 FOR I=IIK TO IIM STEP 2
1380 MM=I/2-1
1390 ILL=ILL+1
1400 NOD(ILL,1)=MM+1
1420 NOD(ILL,2)=MM+2
1440 NOD(ILL,3)=(IDAS+MM)+3
1460 NOD(ILL,4)=(IDAS+MM)+2
1461 XJ1=BK(NOD(ILL,1),1)*IOLC
1462 YJ1=BK(NOD(ILL,1),2)*IOLC
1463 XJ2=BK(NOD(ILL,2),1)*IOLC
1464 YJ2=BK(NOD(ILL,2),2)*IOLC
1465 SCREEN 2
1466 LINE (XJ1,YJ1)-(XJ2,YJ2),2
1467 XJ3=BK(NOD(ILL,3),1)*IOLC
1468 YJ3=BK(NOD(ILL,3),2)*IOLC
1469 SCREEN 2
1470 LINE (XJ2,YJ2)-(XJ3,YJ3),2
1471 XJ4=BK(NOD(ILL,4),1)*IOLC
1472 YJ4=BK(NOD(ILL,4),2)*IOLC
1473 SCREEN 2
1474 LINE (XJ3,YJ3)-(XJ4,YJ4),2
1475 LINE (XJ4,YJ4)-(XJ1,YJ1),2
1500 IJS=(KJ+2)*(IDAS+1)-2
1520 IF I>=IJS THEN GOTO 1540
1530 NEXT I
1540 LL=IDAS
1542 NM=2*IYAS-2
1550 FOR LJ=2 TO NM STEP 2
1560 IK=(IDAS+1)*LJ+2
1570 IM=(IDAS+1)*2*IYAS-2
1580 FOR I=IK TO IM STEP 2
1590 M=I/2-1
1600 LL=LL+1
1610 NOD(LL,1)=M+1
1630 NOD(LL,2)=M+2
1650 NOD(LL,3)=(IDAS+M)+3
1670 NOD(LL,4)=(IDAS+M)+2
1671 XJ1=BK(NOD(LL,1),1)*IOLC
1672 YJ1=BK(NOD(LL,1),2)*IOLC
1673 XJ2=BK(NOD(LL,2),1)*IOLC
1674 YJ2=BK(NOD(LL,2),2)*IOLC
1675 SCREEN 2
1676 LINE (XJ1,YJ1)-(XJ2,YJ2),2
1677 XJ3=BK(NOD(LL,3),1)*IOLC
1678 YJ3=BK(NOD(LL,3),2)*IOLC
```

```
1679 SCREEN 2
1680 LINE (XJ2,YJ2)-(XJ3,YJ3),2
1681 XJ4=BK(NOD(LL,4),1)*IOLC
1682 YJ4=BK(NOD(LL,4),2)*IOLC
1683 SCREEN 2
1684 LINE (XJ3,YJ3)-(XJ4,YJ4),2
1685 LINE (XJ4,YJ4)-(XJ1,YJ1),2
1700 JS=(LJ+2)*(IDAS+1)-2
1720 IF 1<JS THEN GOTO 1740
1730 IF 1>=JS THEN GOTO 1750
1740 NEXT I
1750 NEXT LJ
1755 INPUT CA
1760 FOR MT=1 TO NEL
1765 SCREEN 0
1770 PRINT MT,NOD(MT,3),NOD(MT,4),NOD(MT,1),NOD(MT,2)
1780 NEXT MT
1790 END
```



**KIRIŞ ELEMANININ OTOMATİK BÖMLENDİRİLMESİYLE
ELDE EDİLEN İZOPARAMETRİK SONLU ELEMAN AĞI MODELİ**

