

**T.C.**

**MUĞLA SITKI KOÇMAN ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İSTATİSTİK ANABİLİM DALI**

**DOĞRUSAL OLMAYAN ZAMAN SERİLERİNİN  
MODELLEMESİ: KARŞILAŞTIRMALI BİR ÇALIŞMA**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**SELMAN MERMİ**

**ARALIK 2017**

**MUĞLA**

**S. MERMİ İSTATİSTİK ANABİLİM DALI YÜKSEK LİSANS TEZİ MUĞLA 2017**

**T.C.**  
**MUĞLA SITKI KOÇMAN ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İSTATİSTİK ANABİLİM DALI**

**DOĞRUSAL OLMAYAN ZAMAN SERİLERİNİN**  
**MODELLEMESİ: KARŞILAŞTIRMALI BİR ÇALIŞMA**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**SELMAN MERMİ**

**ARALIK 2017**

**MUĞLA**

**MUĞLA SITKI KOÇMAN ÜNİVERSİTESİ**

**Fen Bilimleri Enstitüsü**

**TEZ ONAYI**

**SELMAN MERMİ** tarafından hazırlanan **DOĞRUSAL OLMAYAN ZAMAN SERİLERİNİN MODELLEMESİ: KARŞILAŞTIRMALI BİR ÇALIŞMA** başlıklı tezinin, 22.12.2017 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından İstatistik Anabilim Dalı'nda yüksek lisans derecesi için gerekli şartları sağladığı oybirliği/oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

**TEZ SINAV JURİSİ**

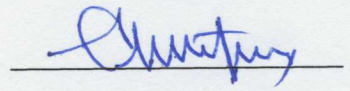
Doç. Dr. Serdar DEMİR (**Jüri Başkanı**)  
İstatistik Anabilim Dalı,  
Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Muğla

İmza:



Doç. Dr. Dursun AYDIN (**Danışman**)  
İstatistik Anabilim Dalı,  
Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Muğla

İmza:



Yrd. Doç. Dr. Kurtuluş BOZKURT (**Üye**)  
Söke İşletme Fakültesi, Ekonomi Bölümü  
Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın

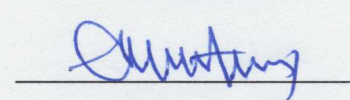
İmza:



**ANA BİLİM DALI BAŞKANLIĞI ONAYI**

Doç. Dr. Dursun AYDIN  
İstatistik Anabilim Dalı Başkanı,  
Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Muğla

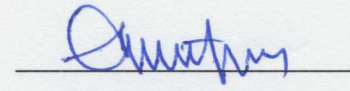
İmza:



Doç. Dr. Dursun AYDIN

İmza:

Danışman, İstatistik Anabilim Dalı,  
Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Muğla



Savunma Tarihi: 22/12/2017

Tez çalışmalarım sırasında elde ettiğim ve sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgelerin tarafımdan bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde edildiğini; akademik ve bilimsel etik kurallarına uygun olduğunu beyan ederim. Ayrıca, akademik ve bilimsel etik kuralları gereği bu tez çalışması sırasında elde edilmemiş başkalarına ait tüm orijinal bilgi ve sonuçlara atıf yapıldığını da beyan ederim.

Selman MERMİ

22.12.2017

**ÖZET**  
**DOĞRUSAL OLMAYAN ZAMAN SERİLERİNİN MODELLEMESİ:  
KARŞILAŞTIRMALI BİR ÇALIŞMA**

Selman MERMİ

Yüksek Lisans Tezi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Dursun AYDIN

Aralık 2017, 120 sayfa

Zaman serilerinin modellenmesi ve tahmin edilmesi birçok uygulama alanında çok önemli bir yere sahiptir. Doğrusal zaman serisi modellerinin maruz kaldığı çeşitli kısıtlamalardan dolayı doğrusal olmayan zaman serisi modelleri son zamanlarda daha çok önem kazanmış ve bu alanda pek çok rejim geçişli model ve parametrik olmayan yöntem geliştirilmiştir.

Bu çalışmanın temel amacı, ortalamada doğrusal olmayan zaman serisi modelleri metodolojisini ortaya koymak ve bu modelleri gerçek birer finansal veri seti üzerinden doğrusal bir model ile karşılaştırmaktır. Bu amaca yönelik olarak, zaman serisi analizine ilişkin birtakım temel kavramlar verilerek, zaman serilerinin modelleme aşamaları, bileşenleri, durağanlığı, doğrusallık testleri (BDS testi, Keenan testi ve Tsay testi) ve elde edilen modellerin karşılaştırılması için model seçim kriterleri başlığı altında bilgi kriterleri ve performans kriterleri ele alınmıştır. Birtakım doğrusal modellere kısaca değinilerek çalışmamızın asıl konusu olan doğrusal olmayan zaman serisi modelleri literatürü parametrik modeller ve parametrik olmayan yöntemler olarak ayrıntılı bir şekilde anlatılmıştır. Elde edilen teorik bilgilerin ışığında söz konusu tüm modeller birer finansal veri seti ile modellenerek 2 uygulama halinde sunulmuştur. Elde edilen modeller, performans kriterleri ve modellerin gerçek-uyum değerleri ilişkisini gösteren grafikler aracılığıyla karşılaştırılmıştır.

Sonuç olarak, doğrusal olmayan parametrik modellerin ve parametrik olmayan yöntemlerin doğrusal modellere göre oldukça etkin sonuçlar verdikleri görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** Doğrusal Olmayan Zaman Serisi Modelleri, SETAR Modeli, STAR Modeli, Markov Rejim Değişim Modeli, Parametrik Olmayan Yöntemler

## ABSTRACT

### MODELLING OF NONLINEAR TIME SERIES: A COMPARATIVE STUDY

Selman MERMİ

Master of Science (M.Sc.)

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Statistics

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Dursun AYDIN

December 2017, 120 pages

Modelling and forecasting of time series have very important place in many application areas. Recently, nonlinear time series models have gained more attention because of the fact that linear time series models faced various limitations and many regime switching models and nonparametric methods have been developed in this area.

The purpose of this thesis is to establish methodology of nonlinear time series models in the mean and to compare these models with a linear model through real financial data sets. In accordance with this purpose, giving some basic concepts of time series analysis, modeling stages, components, stability, linearity tests (BDS test, Keenan test and Tsay test) of time series and for comparing the time series models obtained under the model selection criteria heading, information criterias and performance criterias are discussed. By briefly mentioning some linear models, the nonlinear time series modeling literature, which are the main subject of our work, are described in detail as parametric models and nonparametric methods. In the light of the obtained theoretical information, all models are modeled with a financial data set and presented in 2 applications. The obtained models are compared with performance criteria and graphs showing the relation of the real-concordance values of the models.

As a result, it is seen that nonlinear parametric models and nonparametric methods give very effective results compared to linear models.

**Keywords:** Nonlinear Time Series Models, SETAR Model, STAR Model, Markov Switching Model, Nonparametric Models

## ÖNSÖZ

Çalışmalarım boyunca bilimsel yardım ve katkılarıyla desteklerini esirgemeyen tez danışmanım Doç. Dr. Dursun AYDIN'a teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca, maddi ve manevi yardımlarıyla her zaman yanımda olan anneme ve babama teşekkürü bir borç bilirim.



## İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ .....	vi
İÇİNDEKİLER .....	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	x
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	xii
SEMBOLLER VE KISALTMALAR DİZİNİ .....	xiv
<b>1. GİRİŞ .....</b>	<b>1</b>
<b>2. TEMEL KAVRAMLAR .....</b>	<b>5</b>
2.1. Zaman Serilerine Genel Bakış .....	5
2.2. Modelleme .....	7
2.3 Zaman Serisinin Bileşenleri .....	8
2.4. Zaman Serisinde Durağanlık Kavramı .....	11
2.5. Doğrusallık Testleri .....	13
2.5.1. BDS testi .....	14
2.5.2. Keenan testi .....	16
2.5.3. Tsay testi .....	18
2.6. Doğrusal Zaman Serisi Modelleri .....	19
2.7. Box-Jenkins Model Teşhis Yöntemi .....	21
2.7.1. Bilgi kriterleri .....	23
2.7.2. Performans kriterleri .....	26
<b>3. DOĞRUSAL OLMAYAN ZAMAN SERİSİ MODELLERİ .....</b>	<b>30</b>
3.1. Eşiksel Otoregresif (TAR) Modeller .....	32
3.1.1. SETAR modeli .....	34
3.1.2. TAR modellerinin tahmin aşamaları .....	35
3.1.3. Koşullu EKK yöntemi .....	36
3.1.4. Tong'un yöntemi .....	38
3.1.5. Tsay'ın yöntemi .....	39
3.1.6. Chan'ın yöntemi .....	40
3.2. Yumuşak Geçişli Otoregresif (STAR) Modeller .....	41
3.2.1. LSTAR yaklaşımı .....	43
3.2.2. ESTAR yaklaşımı .....	44



3.2.3. STAR modelinin tahmin aşamaları .....	46
3.2.4. Terasvirta'nın doğrusallık testi ve STAR modelinin tahmini .....	46
3.3. Markov Rejim Değişim (Switching) Modeli .....	49
3.3.1. Markov zincirinin çözüm süreci.....	51
3.4. Parametrik Olmayan Yöntemler .....	53
3.4.1. Çekirdek (Kernel) düzeltme yöntemi .....	56
3.4.2. Splayn (Spline) düzeltme yöntemi .....	58
3.4.3. Düzeltme parametresinin belirlenmesi .....	61
3.4.3.1. Çapraz geçerlilik(CV) ve genelleştirilmiş çapraz geçerlilik (GCV)yöntemi .....	62
3.4.3.2. Geliştirilmiş Akaike bilgi kriteri ( $AIC_c$ ) .....	63
3.4.3.3. Mallows'un $C_p$ kriteri .....	63
<b>4. UYGULAMA 1 .....</b>	<b>65</b>
4.1. Veri ve Yöntem .....	65
4.2. Durağanlık Testleri .....	66
4.3. Doğrusal Modelin Belirlenmesi ve Elde Edilen Sonuçlar .....	70
4.4. Doğrusallık Testleri .....	72
4.4.1. BDS testi sonuçları .....	72
4.4.2. Keenan testi sonuçları .....	73
4.5. SETAR Modeli Tahmin Sonuçları .....	73
4.6. STAR Tipi Doğrusal Olmama Testi ve Model Tahmin Sonuçları .....	76
4.7. Markov Rejim Değişim Modeli Tahmin Sonuçları .....	79
4.8. Çekirdek Düzeltme Sonuçları .....	81
4.9. Splayn Düzeltme Sonuçları .....	83
4.10. Yöntemlerin Karşılaştırılması .....	84
<b>5. UYGULAMA 2 .....</b>	<b>87</b>
5.1. Veri ve Yöntem .....	87
5.2. Durağanlık Testleri .....	88
5.3. Doğrusal Modelin Belirlenmesi ve Elde Edilen Sonuçlar .....	92
5.4. Doğrusallık Testleri .....	93
5.4.1. BDS testi sonuçları .....	93
5.4.2. Keenan testi sonuçları .....	94
5.5. SETAR Modeli Tahmin Sonuçları .....	95

5.6. STAR Tipi Doğrusal Olmama Testi ve Model Tahmin Sonuçları .....	97
5.7. Markov Rejim Değişim Modeli Tahmin Sonuçları .....	100
5.8. Çekirdek Düzeltme Sonuçları .....	102
5.9. Splayn Düzeltme Sonuçları .....	103
5.10. Yöntemlerin Karşılaştırılması .....	105
<b>6. SONUÇ .....</b>	<b>108</b>
<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>112</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>	<b>120</b>



## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1. Finansal bir zaman serisi için Keenan test sonuçları .....	18
Çizelge 2.2. Finansal bir zaman serisi için Tsay test sonuçları .....	19
Çizelge 2.3. Doğrusal Modeller .....	21
Çizelge 2.4. AR, MA ve ARMA Sürecine İlişkin Otokorelasyon Yapısı .....	23
Çizelge 2.5. Bilgi Kriterleri .....	25
Çizelge 2.6. Performans Kriterleri .....	29
Çizelge 4.1: Külçe Altın Satış Fiyatları (TL/gr) İçin ADF Birim Kök Testi .....	68
Çizelge 4.2. Birinci Dereceden Farkı Alınmış Külçe Altın Satış Fiyatları (TL/gr) Serisi İçin ADF Birim Kök Testi Sonuçları .....	70
Çizelge 4.3. Otoregresif Model (AR) için Bilgi Kriterleri ile Gecikme Uzunluğu Seçimi .....	71
Çizelge 4.4. AR(2) Modeli Tahmin Sonuçları .....	71
Çizelge 4.5. Külçe Altın Satış Fiyatları (TL/gr) Verisine İlişkin BDS Test Sonucu .....	72
Çizelge 4.6. Külçe Altın Fiyatları (TL/gr) Verisine İlişkin Keenan Test Sonucu.....	73
Çizelge 4.7. SETAR Modeli İçin En Uygun Gecikme Sayılarını Veren R Programlama Sonuçları .....	74
Çizelge 4.8. SETAR Modeli Sonuçları .....	74
Çizelge 4.9. STAR Tipi Doğrusal Olmama Testi ve Geçiş Fonksiyonunun Seçimi .	76
Çizelge 4.10. LSTAR Modeli Tahmin Sonucu .....	77
Çizelge 4.11. Markov Rejim Değişim Modeli Tahmin Sonucu .....	79
Çizelge 4.12. Splayn Düzeltme Yöntemi için R Programından Otomatik Olarak Elde Edilen İstatistikler .....	84
Çizelge 4.13. Külçe Altın Satış Fiyatları (TL/gr) Serisi için Elde Edilen Modellere İlişkin Performans Kriterleri Sonuçları .....	85
Çizelge 5.1. ABD Doları Satış Fiyatları (USD/TL) için ADF Birim Kök Testi .....	89
Çizelge 5.2. Birinci Dereceden Farkı Alınmış ABD Doları Satış Fiyatları (USD/TL) Serisi İçin ADF Birim Kök Testi Sonuçları .....	91

Çizelge 5.3. Otoresif Model (AR) için Bilgi Kriterleri ile Gecikme Uzunluğu Seçimi .....	92
Çizelge 5.4. AR(2) Modeli Tahmin Sonuçları .....	93
Çizelge 5.5. ABD Doları Satış Fiyatları (TL) Verisine İlişkin BDS Test Sonucu ...	93
Çizelge 5.6. ABD Doları Satış Fiyatları (TL) Verisine İlişkin Keenan Test Sonucu .....	94
Çizelge 5.7. SETAR Modeli İçin En Uygun Gecikme Sayılarını Veren R Programlama Sonuçları .....	95
Çizelge 5.8. SETAR Modeli Tahmin Sonuçları .....	96
Çizelge 5.9. STAR Tipi Doğrusal Olmama Testi ve Geçiş Fonksiyonunun Seçimi .	97
Çizelge 5.10. LSTAR Modeli Tahmin Sonucu .....	98
Çizelge 5.11. Markov Rejim Değişim Modeli Tahmin Sonucu .....	100
Çizelge 5.12. Splayn Düzeltme Yöntemi için R Programından Otomatik Olarak Elde Edilen İstatistikler .....	105
Çizelge 5.13. ABD Doları Satış Fiyatları (TL) Serisi için Elde Edilen Modellere İlişkin Performans Kriterleri Sonuçları .....	105

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. 1700-1994 Yılları Arasında Güneşin Yüzeyinde Yıllık Olarak Gözlenen Siyah Noktaların Toplam Sayısı .....	6
Şekil 2.2. Bir Zaman Serisi Değişkeninin Farklı Bileşenlere Ayırımı .....	9
Şekil 2.3. Türkiye’de enflasyon (1950-1996) .....	12
Şekil 3.1. Lojistik ve Üstel Geçiş Fonksiyonları .....	45
Şekil 4.1. Külçe Altın Satış Fiyatları (TL/gr) Serisine İlişkin Zaman Yolu Grafiği..	66
Şekil 4.2. Külçe Altın Satış Fiyatları (TL/gr) Serisi İçin Korelogram Grafiği .....	67
Şekil 4.3. Birinci Dereceden Farkı Alınmış Külçe Altın Satış Fiyatları (TL/gr) Serisinin Zaman Yolu Grafiği .....	68
Şekil 4.4. Birinci Dereceden Farkı Alınmış Külçe Altın Fiyatları (TL/gr) Serisi İçin Korelogram Grafiği .....	69
Şekil 4.5. SETAR Modeli Rejimler Arası Geçiş Grafiği .....	75
Şekil 4.6. Farklı Yumuşaklık Parametrelerine Göre Rejimler Arası Geçiş Hızları ...	78
Şekil 4.7. Markov Rejim Değişim Modeli Düzeltmiş Alt ve Üst Rejim Olasılıkları .....	80
Şekil 4.8. Markov Rejim Değişim Modeline İlişkin Hatalar, Gerçek ve Uyum Değerleri Grafiği .....	81
Şekil 4.9. Farklı Bant Genişliklerine Göre Çekirdek Düzeltme Eğrileri .....	82
Şekil 4.10. Farklı Serbestlik Derecelerine Göre Elde Edilen Splayn Düzeltme Eğrileri .....	83
Şekil 4.11. Külçe Altın Satış Fiyatları Eğrisi ve İlgili Modellerden Elde Edilen Uyum Eğrileri .....	86
Şekil 5.1. ABD Doları Satış Fiyatları (USD/TL) Serisine İlişkin Zaman Yolu Grafiği .....	88
Şekil 5.2. ABD Doları Satış Fiyatları (USD/TL) Serisi İçin Korelogram Grafiği ...	89
Şekil 5.3. Birinci Dereceden Farkı Alınmış ABD Doları Satış Fiyatları (USD/TL) Serisinin Zaman Yolu Grafiği .....	90
Şekil 5.4. Birinci Dereceden Farkı Alınmış ABD Doları Satış Fiyatları (USD/TL) Serisi İçin Korelogram Grafiği .....	91

Şekil 5.5. SETAR Modeli Rejimler Arası Geçiş Grafiği .....	96
Şekil 5.6. Her bir Gözleme Karşılık Gelen LSTAR Geçiş Fonksiyonunun Değerleri .....	99
Şekil 5.7. Markov Rejim Değişim Modeli Düzleştirilmiş Alt ve Üst Rejim Olasılıkları .....	101
Şekil 5.8. Markov Rejim Değişim Modeline İlişkin Hatalar, Gerçek ve Uyum Değerleri Grafiği .....	102
Şekil 5.9. Farklı Bant Genişliklerine Göre Çekirdek Düzeltme Eğrileri .....	103
Şekil 5.10. Farklı Serbestlik Derecelerine Göre Elde Edilen Splayn Düzeltme Eğrileri .....	104
Şekil 5.11. ABD Doları Satış Fiyatları Eğrisi ve İlgili Modellerden Elde Edilen Uyum Eğrileri .....	106

## SEMBOLLER VE KISALTMALAR DİZİNİ

ABD	Amerika Birleşik Devletleri
ACF	Otokorelasyon Fonksiyonu
ADF	Augmented Dickey-Fuller Testi
AIC	Akaike Bilgi Kriteri
AKT	Açıklanan Toplam Kareler
AR	Otoregresif Model
ARIMA	Otoregresif İntegre Hareketli Ortalama Modeli
ARMA	Otoregresif Hareketli Ortalama Modeli
BDS	Brock-Dechert-Scheinkman Testi
EKK	En Küçük Kareler Yöntemi
ESTAR	Üstel Yumuşak Geçişli Otoregresif Model
FPE	Final Prediction Error
GF	Geçiş Fonksiyonu
HKO	Hata Kareler Ortalaması
HKT	Hata Kareler Toplamı
HQ	Hannan-Quinn Bilgi Kriteri
iid	Bağımsız ve Özdeş Dağılımlı
KHKO	Hata Yüzdelerinin Karelerinin Ortalamasının Kökü
KMdHK	Hata Yüzdelerinin Karesinin Medyanının Kökü
LB	Ljung-Box Testi
LM	Lagranj Çarpanı Testi
LR	Sequential Modified
LSTAR	Lojistik Yumuşak Geçişli Otoregresif Model
MA	Hareketli Ortalama Modeli
MdMH	Medyan Mutlak Hata
MdMHY	Medyan Mutlak Hata Yüzdesi
MS	Markov Rejim Değişim Modeli
OKH	Ortalama Karekök Hata

OMH	Ortalama Mutlak Hata
OMHY	Ortalama Mutlak Hata Yüzdesi
PACF	Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu
SC	Schwarz Bayes Kriteri
SETAR	Kendinden Eşikli Otoregresif Model
sMdmHY	Simetrik Medyan Mutlak Hata Yüzdesi
sOMHY	Simetrik Ortalama Mutlak Hata Yüzdesi
STAR	Yumuşak Geçişli Eşiksel Otoregresif Model
TAR	Eşiksel Otoregresif Model
TL	Türk Lirası
USD	Amerikan Doları





## 1.GİRİŞ

Belirli aralıklarla (günlük, haftalık, aylık, yıllık vb.) gözlemlenen ve değerleri kaydedilen bir değişken zaman serisi olarak adlandırılır. Ekonomi, finans, eğitim, mühendislik gibi bilimin pek çok alanında zaman serileri ile karşılaşmaktadır. Örneğin, belli bir bölgedeki günlük ortalama sıcaklık değerleri ve yağış miktarları, aylık ihracat ve ithalat verileri, yıllık işsizlik oranları gibi pek çok alanda karşımıza çıkmaktadır. Bu tür zamana bağlı olarak elde edilen verileri inceleyen istatistiksel çalışmalar “zaman serileri analizi” olarak adlandırılmaktadır. Zaman serileri analizi doğrusal ve doğrusal olmayan zaman serisi analizleri olmak üzere iki grupta incelenebilir. Doğrusal zaman serisi analizleri, teori ve uygulama olarak kolay olması nedeniyle daha fazla tercih edilse de, bazı durumlarda doğrusal olmayan zaman serisi analizlerinin kullanılması kaçınılmaz olmaktadır.

Zaman serilerini modelleme ve tahmin etme birçok uygulama alanında çok önemli bir yere sahiptir. Doğrusal zaman serisi modellerinin, gözleme dayalı çalışmalarda maruz kaldığı çeşitli kısıtlamalardan dolayı doğrusal olmayan zaman serisi modelleri son zamanlarda daha çok önem kazandı ve geçtiğimiz 20 yıl gibi bir süre zarfında farklı tipteki zaman serilerinde doğrusal olmayan yapıyı ortaya koymak için pek çok rejim geçişli model geliştirildi. Ampirik ekonometrik modelleme çalışmalarında değişkenler arasındaki ilişkinin genellikle doğrusal olduğu varsayılır. Son yıllarda, ekonometrik ve finansal zaman serilerinde bu ilişkinin düzensiz olduğuna dair görüşler ortaya kondu. Doğrusal zaman serisi metodları bu düzensiz ilişkiyi teşhis etmede yetersizdir ve bu ilişki zaman serisi analizinde hesaba katılmalıdır. Doğrusal olmayan zaman serisi metodları bu tür tahmini zor düzensiz hareketleri tahmin etmek için kaos teorisi ve doğrusal olmayan dinamikleri kullanır. Bu yüzden, doğrusal olmayan yöntemler son yılların en hızlı gelişme kaydeden konularından birisi olmuştur.

Ekonometrik zaman serilerinin doğrusal olmayan modeller ile analizi, serinin ortalama varyans ve otokorelasyon gibi bazı özelliklerinin zamanla değişkenlik gösterdiği

manasına gelir. LeBaron (1992) hisse senedi getirilerinin, değişkenliğin ölçüsüne bağlı olduğunu göstermiştir. Otokorelasyonun, değişkenliğin az olduğu bir dönemde daha çok, değişkenliğin çok olduğu zamanda ise daha az olma eğiliminde olduğunu ileri sürmüştür. Değişkenliğin az ve çok olduğu dönemler rejime yön veren süreçler olarak yorumlanabilir. Rejim geçişli modeller ilk defa çıkır açan çalışmalarıyla Tong (1978) ve Tong ve Lim (1980) tarafından ortaya konmuş ve daha sonra yine Tong (1990) tarafından ayrıntılı bir şekilde literatüre kazandırılmıştır (Khan, 2015).

Tong ve Lim (1980), Chan ve Tong (1986), Tsay (1986) ve Tong (1990) tek bir ekonometrik denklemin, finansal bir seriyi modellemek için yeterli olmadığını savunmuşlardır. Dolayısıyla, doğrusal olmayan zaman serilerinde belli eşik değerler kullanarak, seriyi bölüm bölüm doğrusallaştırmanın daha uygun olacağını ileri sürmüşlerdir. Doğrusal olmayan zaman serileri literatürü TAR, STAR, SETAR ve LSTAR modelleri olarak doğmuş ve bu modeller çeşitli çalışmalarla zenginleştirilmiştir. Rejim değiştiren bu modeller rejimin belirleniş şekline göre iki temel gruba ayrılır. İlk grupta TAR ve STAR modelleri bulunmaktadır. TAR ve STAR modellerinde rejimler gözlemlenebilen bir değişken aracılığıyla belirlenir. İstatistiksel metodlarla belirlenen rejimlerin zaman içerisinde nereye denk geldikleri kesin olarak bilinir. İkinci grup modeller ise Markov rejim değişim (MS) modelidir. MS modelinde rejimler arası geçiş gözlemlenemez ama gözlemlenemeyen bir stokastik süreç aracılığıyla belirlenir. Bu durumda rejimin, zamanın hangi noktasında olduğu kesin olarak bilinmez, sadece farklı rejim oluşumları için olasılıklar atanır.

Zaman serileri analizinde, yukarıda bahsedilen regresyon katsayılarına dayalı parametrik modellerin yanı sıra son yıllarda, çekirdek regresyon ve splayn düzeltmeye dayalı regresyon gibi pek çok parametrik olmayan regresyon modelleri kullanılmaya başlanmıştır.

Parametrik olmayan regresyon modelleri, parametrik modellerden farklı olarak, belirli bir modelin regresyon katsayılarının hesaplanması esasına dayanmaz. Parametrik olmayan regresyonun ana amacı iki değişken arasındaki ilişkiyi açıklayan bir model sağlamak ve belirli bir parametrik modeli referans almadan eldeki gözlemlere dayalı olarak en uygun modeli kestirmeye çalışmaktır (Eubank, 1999).

Bu çalışmanın temel amacı, zaman serileri analizinde rejim değişikliğini esas alan doğrusal olmayan zaman serisi modellerine ait kuramsal çerçevenin mevcut literatürden hareketle incelenmesi ve bu doğrusal olmayan zaman serisi modellerinin Uygulama 1 ve Uygulama 2’de ele alınacak olan külçe altın satış fiyatları (TL/gr) ile ABD doları satış fiyatları (TL) serilerine uygulanması, bunun sonucunda ise modellerin hem kendi aralarındaki performanslarını karşılaştırmak hem de serilere uygun doğrusal bir model ile karşılaştırmaktır. Doğrusal olmayan zaman serisi modellerinden rejimler arası geçişte deterministik geçiş esas alan Eşiksel Otoregresif (TAR), Yumuşak Geçişli Eşiksel Otoregresif (STAR) modelleri ve rejimler arası geçişte olasılıksal süreci esas alan Markov rejim değişim (MS) modeli ele alınacaktır. Parametrik olmayan yöntemlerden ise, en çok kullanılan modellerden ikisi olan, Çekirdek düzeltme yöntemi ve Splayn düzeltme yöntemi üzerinde durulacaktır.

Şimdi bu çalışmadaki bölümlerin içeriğine dair bilgiler sunalım. Yapılan tez çalışması 6 bölümden oluşmaktadır. Çalışmanın ilk bölümü olan giriş bölümünde, doğrusal olmayan zaman serisi modelleri literatüründen kısaca bahsedip çalışmanın temel amacına değinildikten sonra tez çalışmasını oluşturan bölümler hakkında kısa bilgiler verilmektedir.

İkinci bölümde, araştırmanın daha kolay anlaşılabilmesi için zaman serilerine ait temel kavramlar verilmiştir. Öncelikle zaman serilerine ilişkin tarihsel ve kuramsal bilgiler verilerek, bir zaman serisinin modelleme aşaması, zaman serilerinin bileşenleri, durağanlıkları ele alındıktan sonra zaman serilerinin doğrusallıktan sapmalarını test eden, literatürde en çok kullanılan testlerden üçü olan BDS, Keenan ve Tsay testleri ile ilgili teorik bilgiler sunulmuştur. Daha sonra, zaman serisi analizinde en çok tercih edilen doğrusal zaman serisi modellerine kısaca değinilmiştir. Son olarak Box-Jenkins model teşhis yöntemi başlığı altında, bilgi kriterleri ve performans kriterleri ele alınmıştır.

Üçüncü bölümde, doğrusal olmayan zaman serisi metodolojisine ilişkin bilgiler verilerek ilk olarak TAR modelleri ele alınmaktadır. TAR modellerinin tarihsel gelişimine kısaca değindikten sonra bu modelin temel yapısı ve genel tahmin izleği tartışılmaktadır. TAR modellerinden doğan SETAR modeli ele alınarak bu modellerin tahmininde uygulanan farklı metodlar ele alınmıştır. Ardından, STAR modelinin

temel yapısı ele alınarak, geçiş fonksiyonunun türüne göre bu modelin farklı açılımlarına yer verilmektedir. STAR modelinin tahmin aşamaları verilerek doğrusallık testi ve tahmin süreci ele alınmaktadır. Daha sonra rejimler arası geçişte TAR ve STAR modellerinden farklı olarak rejimler arası geçişte olasılıksal bir geçiş değişkenini esas alan Markov rejim değişim modeli ele alınmıştır. Bu bölümde son olarak, parametrik olmayan regresyon literatüründe kullanılan bir takım kavramlar açıklamalarıyla birlikte verildikten sonra bu alanda en çok kullanılan yöntemlerden çekirdek düzeltme yöntemi ve splayn düzeltme yöntemi ele alınmıştır.

Dördüncü ve beşinci bölümde, doğrusal olmayan zaman serileri analizine ilişkin sunulan teoriden hareketle, birer gerçek veri seti üzerine uygulama yapılmış ve elde edilen doğrusal ve doğrusal olmayan zaman serisi modelleri karşılaştırılmıştır.

Son bölümde, çalışmanın sonunda elde edilen sonuçlar belirtilmiş ve bir değerlendirme yapılmıştır.

Tez alışması boyunca  $\{Y_t\}$ , gözlenen zaman serilerini,  $\{\epsilon_t\}$  ise özdeş dağılmış, sıfır ortalamalı, birbirinden bağımsız rasgele değişkenlerin dizisini (beyaz gürültü serileri) temsil edecektir.

## 2. TEMEL KAVRAMLAR

### 2.1. Zaman Serilerine Genel Bakış

Bir zaman serisi, her biri belli bir  $t$  anında gözlenen  $x_t$  gözlemlerinin bir dizisidir. Kesikli bir zaman serisi, gözlem değerlerinin herhangi bir zaman aralığında, düzenli periyotlarla elde edildiği zaman serisidir. Sürekli zaman serisi ise, kesikli zaman serisinin aksine serinin gözlem değerlerinin belli bir zaman aralığında sürekli olarak kaydedildiği zaman serileridir (Brockwell ve Davis, 2002). Zaman serisi analizi, bir olaya ilişkin elde edilen kesikli veya sürekli gözlem değerleri aracılığıyla, geleceğe yönelik tahminlemede kullanılan bir yöntemdir.

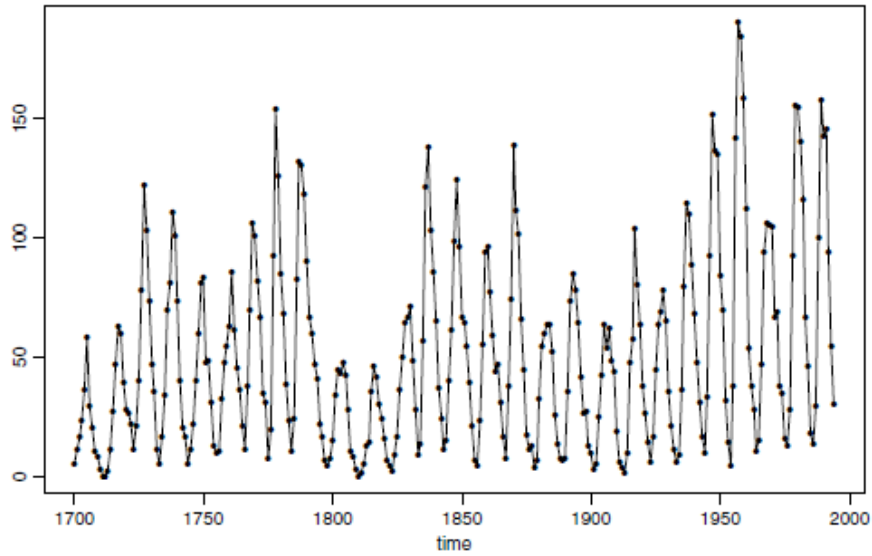
Zaman serisi analizinin temelleri Yule (1926) ve Slutsky (1937) tarafından atılmıştır. Yule (1926) otoregresif modeli (AR) kullanmış, Walker (1931) ise Yule tarafından geliştirilen otoregresif modeli ikiden fazla geçmiş dönem gözlem değeri kullanarak genelleştirmiştir. Slutsky (1937) ise hareketli ortalamalar modelini (MA) kullanmıştır. Wold (1938), Yule ve Walker'ın çalışmalarını sürdürmüş, deterministik ve stokastik yaklaşımın tanımlamasını yapmıştır. Zaman serileri ile ilgili çalışmalar, istatistik yöntemlerinin ve bilgisayarların gelişimi ile birlikte geçmişten günümüze kadar hızlı bir ilerleme kaydetmiştir.

Zaman içinde, aşamalı olarak gözlenerek elde edilen veriler son derece yaygın bir şekilde karşımıza çıkmaktadır. Örneğin; ekonomide haftalık faiz oranları, günlük hisse senedi kapanış fiyatı, aylık fiyat indeksleri, yıllık satış rakamları incelenirken, meteorolojide günlük en yüksek ve en düşük hava sıcaklıkları, yıllık yağış ve kuraklık indeksleri ve rüzgarın saatlik hızı gibi veriler elde edilir. Tarım alanında, yıllık bitkisel ve hayvansal üretim, toprak erozyonu ve ihracat rakamlarının yıllık verileri kaydedilirken biyolojik çalışmalarda ise kalbin elektriksel aktivitesi milisaniyelik aralıklarla gözlemlenir. Sonuç olarak, zaman serisinin çalışma alanlarının sayısı hemen hemen sonsuzdur. Zaman serisi analizlerinin amacı iki türdür: Bunlar, gözlenen bir seri ile meydana gelen stokastik sürecin modellenmesi ve serinin tarihsel

geçmişine bakarak gelecek değerlerinin kestiriminin yapılmasıdır (Cryer ve Chan, 2008).

Zaman serilerine yönelik istatistiksel analiz genellikle verinin zamanla oluşumuna ilişkin çalışmayı kapsar. Böyle bir çalışmanın amacı serinin gelecekte göstereceği hareketleri tahmin etmek ve serinin temelinde yatan itici faktörleri ve değişkenleri bulup ortaya çıkarmaktır. Bir başka ifadeyle, serinin değişkenliği ve diğer karakteristik özellikleri bakımından serinin dinamiklerini daha iyi kavrayabilmektir (Ramakrishnan, 2010).

Zaman serilerine örnek olarak, zaman serisi modellemesi ve öngörüsü için literatürde sıklıkla kullanılan gerçek veri setlerinden biri olan güneş lekesi veri setinin görselleştirilmiş hali şu şekildedir:



**Şekil 2.1. 1700-1994 Yılları Arasında Güneşin Yüzeyinde Yıllık Olarak Gözlenen Siyah Noktaların Toplam Sayısı**

Şekil 2.1. 1700 ile 1994 yılları arasında yıllık olarak güneşin yüzeyinde gözlenen siyah noktaların toplam sayısına ilişkin elde edilen grafiği ifade etmektedir. Yatay eksen  $t$  zaman göstergesini, dikey eksen ise  $t$  zamanı boyunca yıllık olarak gözlenen verilerin değerlerini göstermektedir. Böyle bir grafik, “zaman yolu grafiği” olarak adlandırılmaktadır. Bu grafik zaman serisi veri setini analiz etmek için kullanılan kullanışlı ve elde edilişi basit bir grafiktir (Fan ve Yao, 2003).

Eğer bir zaman serisi analizi, tek değişkenin zaman içindeki hareketini inceliyorsa tek değişkenli zaman serisi (univariate), eğer birden fazla değişkenin birlikte zaman içinde değişimini gözlemliyorsa çok değişkenli zaman serisi zaman serisi (multivariate) adını alır.

Zaman serileri rasgele (tesadüfi) değişkenlerle yani stokastik (olasılık kurallarına bağlı) değişkenlerle çalışır. Stokastik kelimesi, Yunan orjinli bir kavram olup, değişkenlikle ilgilidir. Bir zaman serisinin deterministik ya da stokastik özelliklerinin incelenerek dikkate alınması önemlidir. Deterministik özellikler, sabit, trend ve mevsimselliğin varlığını ortaya koyarken, stokastik özellik değişkenin durağanlığı (stationary) ile ilgilidir (Bozkurt, 2007).

İstatistiksel çalışmaların çoğu birbirinden bağımsız rasgele örneklemeler ile ilgilendir. Zaman serileri analizinin özel bir durumu, birbiri ardına elde edilen gözlemlerin genellikle birbirinden bağımsız olmamasıdır ve bu yüzden analiz yapılırken gözlemlerin zaman aralıkları mutlaka hesaba katılır. Peş peşe elde edilen gözlemler eğer birbirine bağımlıysa, bu serinin gelecek değerleri geçmiş değerlerinden tahmin edilebilir. Eğer bir zaman serisinin gelecekte alacağı değerler tam olarak tahmin edilebiliyorsa bu seriye *deterministik* seri denir. Fakat zaman serilerinin çoğu stokastiktir ve gelecekte alacağı değerler, geçmiş değerlerden kısmen tahmin edilir. Stokastik seriler için kesin tahminler imkansızdır. Serinin gelecek değerleri, geçmiş gözlem değerlerinin bilgisini taşıyan, olasılıksal bir dağılıma sahiptir (Chatfield, 1984).

## 2.2. Modelleme

Zaman serisi modellemesine ilişkin, model kurma aşamasında izlenecek olan genel aşamalar şu şekildedir:

- 1) Serinin zaman yolu grafiği çizilir ve grafiğin temel özellikleri incelenerek trend, mevsimsel bir hareket, ani değişiklikler ya da aykırı değer olup olmadığı araştırılır.
- 2) Durağan kalıntılar elde etmek için trend ve mevsimsel etkiler ortadan kaldırılır. Bunun için serinin dönüşümü  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  bir zaman serisi olmak üzere bu serinin

$\ln x_1, \ln x_2, \dots, \ln x_n$ 'e dönüşümü), seride yer alan bileşenlerin hesaplanıp bu bileşenlerin seriden atılması ya da  $d$  pozitif bir tamsayı olmak üzere  $\{x_t\}$  orijinal serisinin  $\{y_t = x_t - x_{t-d}\}$  serisi ile yer değiştirmesi gibi pek çok yöntem uygulanabilir. Hangi method kullanılırsa kullanılsın amaç, serinin kalıntı değerlerini durağan bir seri haline getirmektir.

3) Örneklem otokorelasyonu fonksiyonu gibi çeşitli örneklem istatistikleri yardımı ile kalıntılara uygun bir model seçilir.

4) Kalıntıların tahmin edilmesi ve sonrasında  $\{x_t\}$  orijinal serisini kestirmek için yapılan dönüşümler ters çevrilerek tahminleme işlemi sonuçlanır (Brockwell ve Davis, 2002).

Modelin yorumlanabilirliği, sadeliği ve elverişli olması model seçiminde önemli bir rol oynamaktadır. Seçilen model, veriyi yöneten istatistiksel sürece uyum sağlayan bir model olmalıdır. Olasılıksal bir model seçerken, ilk olarak elde edilen veride göze çarpan farklı özellikler çıkartılmalı ve daha sonra bu özellikleri içeren uygun bir modelin seçimi yoluna gidilmelidir. Modelin parametrelerini tahmin ettikten sonra modelin veriyle yeterince uyum sağlayıp sağlamadığı kontrol edilmeli ve mümkün olduğu kadar modelin daha da geliştirilmesi için gereken çalışmalar yapılmalıdır. Analizin amacına göre, farklı modellerin kullanımı da zorunlu hale gelebilir. Örneğin, bir modelin yorumlanabilir olması ve iyi bir uyum göstermesi, bu modelin öngörü açısından iyi bir model olduğu sonucunu vermeyebilir (Fan ve Yao, 2003).

### 2.3. Zaman Serisinin Bileşenleri

Bir zaman serisi istatistiksel olarak trend, mevsimsel, konjonktürel ve düzensiz hareketlerden oluşan bileşenler biçiminde ayrıştırılarak analizleri yapılır. Başka bir ifade ile ekonomik bir zaman serisi genelde arızı (veya düzensiz) faktörler dışındaki bileşenlerin ayrı ayrı tahmin edilmesi ile analiz edilir. Örneğin  $x_t$  gibi bir zaman serisinde doğrusal trend ilişkisi,

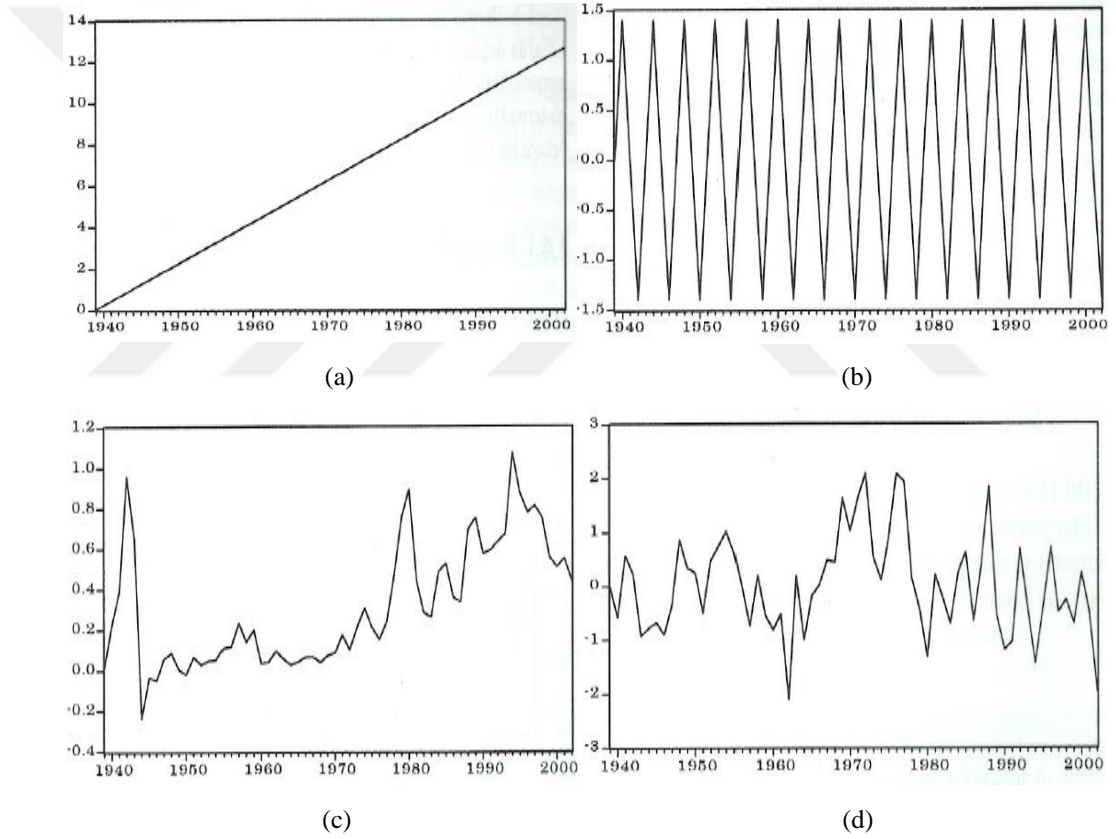
$$x_t = a + \beta t + u \quad t=1,2,\dots,n \quad (2.1)$$



biçiminde yazılabilir. Burada  $t$  zamanı,  $u$  ise hata terimini ifade etmektedir.

Zaman serisi analizinin ilk adımı gözlemlerin zamana göre grafiğini çizmektir. Zaman serisini oluşturan gözlemlerin zaman boyunca seyrini (zaman yolunu) gösteren saçılım diyagramlarının yapısı kabaca söz konusu serinin özelliğini de ortaya koyar. Yani, serinin zaman boyunca bir trendi, bir rassal yapıyı, bir mevsimsel etkiyi, bir konjonktürel kalıbı vs. içerip içermediğini yansıtır. Dolayısıyla veri setinin zaman boyunca gösterdiği seyir, serinin nasıl bir matematiksel kalıba sahip olduğu hakkında önemli bilgiler verir.

Bir zaman serisinin bileşenleri sadece trend, mevsimsel, konjonktürel veya düzensiz hareketler biçiminde ayrışma tabi tutularak ayrı ayrı gösterilebilir.



**Şekil 2.2. Bir Zaman Serisi Değişkeninin Farklı Bileşenlere Ayırımı**

Genel hatlarıyla bu dört bileşen Şekil 2.2.'deki gibi ayrı ayrı gösterilebilir. Şekil 2.2. (a)'da doğrusal monoton artan bir trend, (b)'de mevsimsel hareketler, (c)'de konjonktürel hareketler ve (d)'de ise düzensiz rassal hareketleri göstermektedir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2005).

Zaman serisinin bileşenlerini ayrıntıları ile ele alacak olursak;

a) *Mevsimsel Etkiler*: Mevsimsel dalgalanmalar, birbirini izleyen yılların, ayların, günlerin ya da mevsimlerin aynı zaman noktalarında, gözlem değerlerindeki artma veya azalma şeklindeki düzenli değişimlerdir. Örneğin; satış rakamları, sıcaklık ölçümleri gibi pek çok zaman serisi, yıllık dönem içinde değişkenlikler gösterir. Bu tip değişkenliği anlamak kolaydır. Mevsimsel etkiden arındırılmış bir seri elde etmek için bu etki ölçümlenir ve seriden atılır.

b) *Konjonktürel Hareketler*: Mevsimsel etkilerden farklı olarak bazı zaman serileri, belirli bir periyotta, fiziksel sebeplerden dolayı değişim gösterirler. Örnek olarak, günlük sıcaklık değerlerindeki değişkenlikler verilebilir.

c) *Trend*: Trend genel bir ifadeyle, “ortalamadaki uzun dönemli değişim” olarak tanımlanır. Bu tanımdaki zorluk, “uzun dönem” ifadesinin ne kastettiğidir. Örneğin, iklim değişkenleri bazen 50 yıl gibi çok uzun sürelerde konjonktürel dalgalanma gösterir. Elimizde 20 yıllık bir veri olsaydı, bu uzun dönemli dalgalanma bir trend olarak görünürdü fakat yüzyıllık bir veri seti mevcut olsaydı, bu uzun dönemli dalgalanmalar rahatlıkla görülebilirdi. Buna rağmen kısa dönemde oluşan bu tip dalgalanmayı bir trend olarak ele almak anlamlı olacaktır. Bu nedenle bir trendden bahsederken, mevcut gözlemlerin toplam sayısını hesaba katmalı ve “uzun dönem” ifadesinin ne manaya geldiği ile ilgili öznel bir değerlendirme yapılmalıdır (Chatfield, 1984).

d) *Düzensiz Hareketler*: Düzensiz hareketler, belirli faktörler dışında kalan ve varlığı daha önceden kestirilemeyen, etkisini devamlı olarak göstermeyen bazı olaylar sonucunda ortaya çıkar. Örnek olarak harp, grev, doğal afetler verilebilir (Kayım, 1985).

Zaman serileri tüm bu kendilerini oluşturan bileşenlere ayrıştırıldıktan sonra, bileşenlerin toplamı şeklinde ( $Y_t = T_t + S_t + C_t + I_t$ ) ya da çarpımı ile ( $Y_t = T_t S_t C_t I_t$ ) belli bir  $t$  döneminde  $Y_t$  zaman serisi ifade edilebilir.

## 2.4. Zaman Serisinde Durağanlık Kavramı

Gözlemleri kaydedilen stokastik bir sürecin yapısı ile ilgili istatistiksel çıkarımlarda bulunmak için öncelikle bazı varsayımlarda bulunulması gerekir. Bu varsayımlardan en önemlisi durağanlıktır. Bir zaman serisinin durağan olması, bu serinin zaman içinde belirli bir değere doğru yaklaşması, bir başka ifadeyle, sabit bir ortalama, sabit bir varyans ve gecikme seviyesine bağlı kovaryansa sahip olmasıdır. Serinin durağan olup olmadığı ya da kaçınıcı dereceden durağan olduğu seriye uygulanacak olan çeşitli birim kök testleri ile belirlenir.

$\{y_t\}$  herhangi bir zaman serisi olmak üzere;

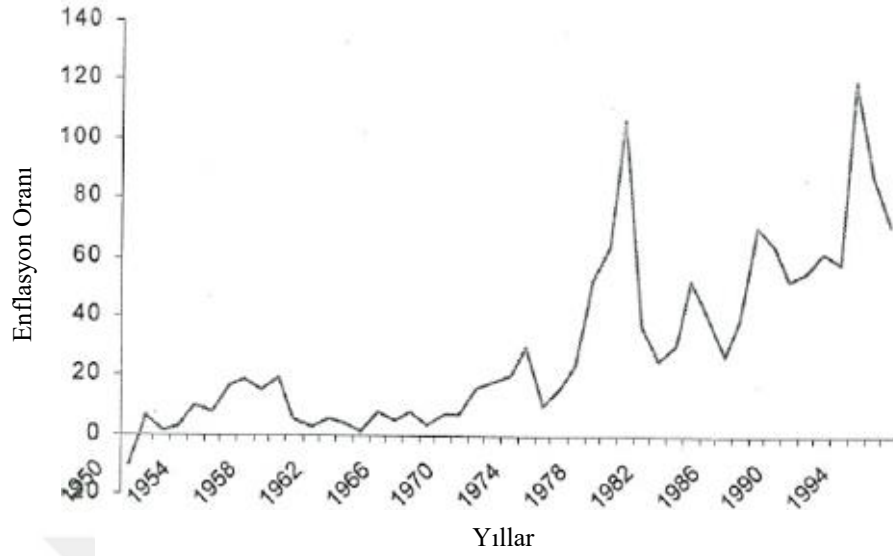
$$E(y_t) = \mu \quad \text{Tüm } t\text{'ler için.} \quad (2.2)$$

$$\text{cov}(y_t, y_{t-j}) = E[(y_t - \mu)(y_{t-j} - \mu)] = \gamma_j \quad \text{Tüm } t \text{ ve } j\text{'ler için.} \quad (2.3)$$

özelliklerini sağlıyorsa  $\{y_t\}$  zaman serisine *zayıf durağandır* denir.

Bir serinin *güçlü durağanlığı*  $[y_t, t=0, \pm 1, \dots]$ ,  $(y_1, \dots, y_n)$  ve  $(y_{1+h}, \dots, y_{n+h})$ 'ın aynı ortak dağılıma sahip olmasına bağlıdır ( $n > 0$  ve tüm  $h$  tamsayı değerleri için). Durağanlık ifadesini ne zaman kullanırsak kullanalım, aksi belirtilmediği sürece zayıf durağanlıktan bahsedildiği unutulmamalıdır (Brockwell ve Davis, 2002).

Zaman serilerinde serinin durağan olup olmaması büyük önem taşımaktadır. Zaman serileri olasılık teorilerinin önemli bir kısmı durağan zaman serileri ile ilgilidir. Dolayısıyla bu durumda, durağan-dışı zaman serilerini durağan hale dönüştüren zaman serileri analizine yoğun bir biçimde gereksinim duyulur. Zaman serisi modellerini geliştirebilmek için, belirli bir stokastik sürecin zamana bağlı olarak değişip değişmediğinin bilinmesi gereklidir. Eğer stokastik sürecin özellikleri zaman boyunca değişiyorsa, yani süreç durağan dışı ise, zaman serisinin geçmiş ve gelecek boyunca zaman aralıklarını basit bir cebirsel modelde göstermek genelde zordur. Otokorelasyonlar önemli ölçüde sıfırdan sapar ve bu durum sahte regresyon sorununa yol açar.



**Şekil 2.3. Türkiye'de enflasyon (1950-1996)**

Şekil 2.3'de Türkiye ile ilgili 1950-1996 yılları arasındaki enflasyon değerleri verilmektedir. Grafikte görüldüğü gibi seri durağan değildir (Kutlar, 2000; Sevüktekin ve Nargeleçkenler, 2005).

Zaman serilerinin durağan olup olmadığının araştırılmasında Dickey ve Fuller (1979) tarafından geliştirilen Dickey-Fuller testi (DF) yaygın olarak kullanılan yöntemlerden biridir. Bu test aynı zamanda serinin birim köke sahip olup olmadığını test etmek amacıyla da kullanılmaktadır.

Dickey-Fuller testinde  $y_t$  zaman serisi değişkeninin herhangi bir dönemde aldığı değer bir önceki dönemde aldığı değer ile ilişkisi,

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.4)$$

şeklinde ifade edilir. Bu model birinci dereceden otoregresif modeldir. Eğer modelde  $|\phi| \geq 1$  olduğu gösterilebiliyorsa birim kökün varlığından söz edilebilir ve

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.5)$$

olarak yazılabilir.  $y_t$  serisinin birinci dereceden farkı alınırsa ,

$$\Delta y_t = (\phi - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

olur. Eşitlik (2.6) için yeni bir  $p = \phi - 1$  katsayısı belirlenirse,

$$\Delta y_t = p y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

elde edilir. Bu model için,

$H_0: p = 0$  (birim kök vardır, seri durağan)

$H_1: p \neq 0$  (birim kök yoktur, seri durağan değil)

hipotezleri test edilerek serinin durağan olup olmadığına karar verilir. Eğer seri durağan değilse, durağan hale getirilmesi gerekir.

(2.3) ifadesindeki  $\gamma_j$  parametresi  $\{y_t\}$ 'nin  $j$ . dereceden ya da  $j$  gecikmeli otokovaryansıdır.  $\gamma_j$ 'nin  $j$ 'ye karşılık oluşturulan fonksiyona otokovaryans fonksiyonu denir.  $\{y_t\}$ 'nin otokorelasyonu şu şekilde tanımlanır:

$$\rho_j = \frac{\text{cov}(y_t, y_{t-j})}{\sqrt{\text{var}(y_t)\text{var}(y_{t-j})}} = \frac{\gamma_j}{\gamma_0} \quad (2.8)$$

$\rho_j$ 'nin  $j$ 'ye karşılık oluşturulan fonksiyona ise otokorelasyon fonksiyonu adı verilir (ACF). Kısacası durağan bir zaman serisi bu serinin ortalaması, varyansı ve ACF'si ile belirtilir. Durağan bir zaman serisinin herhangi bir fonksiyonu da yine durağan bir zaman serisidir. Yani  $\{y_t\}$  durağansa  $\{z_t\} = \{g(y_t)\}$  de herhangi bir  $g(\cdot)$  fonksiyonu için durağandır (Zivot ve Wang, 2006).

## 2.5. Doğrusallık Testleri

Finansal piyasalarda borsa getirisi literatürü, ilk başlarda doğrusal modeller ile yoğun bir analize tabi tutulmuştur. Fakat, 1980'lerin sonundan itibaren doğrusal olmayan modellerin farklı zaman serilerindeki ortalamayı daha iyi modellediği çeşitli çalışmalarla ispatlanmıştır. Bunun nedenlerinden en önemlisi, finansal zaman serilerinin doğrusal olduğu varsayılarak yapılan birim kök testlerinin aslında doğrusal

olmayan bir seride yanlış sonuçlar verdiğinin kanıtlanması olmuştur. Dolayısıyla, bir zaman serisinin doğrusal olmayan modellenmesi yapılmadan önce atılacak önemli adımlardan biri serinin doğrusallığını test etmektir. Eğer seride doğrusal olmama durumuna ilişkin yeterli kanıt yoksa doğrusal olmayan yaklaşımın kullanılması uygun değildir ve klasik doğrusal yaklaşımlar kullanılmalıdır (Scheinkman ve LeBaron, 1989; Acatrinei ve Caraiani, 2011).

İki rasgele değişken arasındaki korelasyon açık bir şekilde ifade edilebilir. Bir zaman serisinin otokorelasyonu bu serinin otokorelasyon fonksiyonu (ACF) ile belirlenir ve bu fonksiyon doğrusal ilişkiyi belirlemede önemli bir rol oynar. Ancak, doğrusal olmayan bağımlılığı belirlemek için ACF benzeri bir fonksiyon genel itibariyle mevcut değildir. Doğrusal olmayan bağımlılığı/ilişkiyi ortaya koymak için çeşitli girişimler olsa da hiçbiri doğrusal ilişkiyi analiz eden ACF ve PACF kadar sade ve anlaşılır bir sonuç vermemiştir. Doğrusal olmayan bir serinin modellenmesi doğrusal bir seriye göre daha zor ve daha karmaşıktır. Bu yüzden, bilgi birikimi, çeşitli grafikler, parametrik olmayan ve yarı-parametrik yöntemler gibi veri keşif ve çözümleme teknikleri, doğrusal olmayan modellemede uygun parametrik formu belirlemede önemli bir rol oynar. Doğrusallığı tespit etmek için kullanılan istatistiksel bir test, doğrusal olmama durumunu göstermek için başvurulan alışlagelmiş bir yöntemdir (Fan ve Yao, 2003).

Literatürde pek çok doğrusallık testi bulunmaktadır. Ancak doğrusal olmama durumu farklı sebeplerden kaynaklanabileceği için herhangi bir testin başka bir teste, belirgin bir üstünlüğü yoktur (Guhathakurta, 2011). Bu çalışmada literatürde en çok kullanılan doğrusallık testlerinden BDS yöntemi, Keenan testi ve Tsay testi üzerinde durulacaktır.

### **2.5.1. BDS testi**

BDS testi kaos teoremi bünyesinde Brock vd. (1987) tarafından geliştirilen, serilerin doğrusal olup olmasının test edilmesi amacıyla literatürde yaygın bir şekilde kullanılan portmanto karakterli bir testtir. Test mantığı, sıfır hipotezinde serinin (örneğin  $y_t$  ve  $t=1, \dots, n$ ) doğrusallığından elde edilen hata terimlerinin bağımsız ve

özdeş dağıldığı (iid) varsayımına karşılık alternatif hipotezde temel olarak doğrusal olmayanlığı test eder (Lim, 2003). BDS testinde kurulacak hipotezler şu şekildedir:

$H_0$  = Hata terimleri bağımsız ve özdeş dağılıma sahiptir.

$H_1$  = Hata terimleri bağımsız ve özdeş dağılıma sahip değildir.

BDS testinin herhangi bir varsayımına sahip olmaması, teori ve uygulama açısından da kolay olmasından dolayı en fazla tercih edilen test olmuştur. BDS testinin uygulanabilmesi için öncelikle veri setine uygun doğrusal bir modelin belirlenmesi gerekir. Doğrusal modelden elde edilen hata terimleri sıfır hipotezi altında test edilir. Sıfır hipotezinin reddedilmesi hata terimlerinin bir bağlantısı olduğunu ve bu bağlantının doğrusal olmadığını gösterir.

BDS test istatistiği, korelasyon integraline dayanır. Bu integral seride tekrar eden düzensiz hareketlerin sıklıklarını ölçmek için kullanılır.  $X_t$  zaman serisi verildiğinde ve bu serinin m adet geçmişi,  $X_t^m = (x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-m+1})$  olarak tanımlandığında, m boyutlu korelasyon integrali aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$C_{m,n}(\varepsilon) = \frac{1}{\binom{n}{m}} \sum_{t < s} I_t(X_t^m, X_s^m) \quad (2.9)$$

Gösterge fonksiyonu, eğer sup norm  $\|X_t^m, X_s^m\| < \varepsilon$  ise 1'e eşittir aksi takdirde 0'a eşittir. Korelasyon integralinin herhangi m geçmişteki iki noktanın  $\varepsilon$  terimine olan uzaklığının olasılığını hesapladığını söyleyebiliriz.

Olasılık fonksiyonu ise aşağıdaki gibi gösterilmektedir:

$$P(|X_t - X_s| < \varepsilon, |X_{t-1} - X_{s-1}| < \varepsilon, \dots, |X_{t-m+1} - X_{s-m+1}| < \varepsilon) \quad (2.10)$$

Eğer  $X_t$  normal ve özdeş dağılıyorsa, bu olasılık fonksiyonu aşağıdaki limit fonksiyonuna eşit olmaktadır:

$$C_{1,n}^m(\varepsilon) = P(|X_t - X_s| < \varepsilon)^m \quad (2.11)$$

Brock vd. (1996) BDS testini aşağıdaki gibi tanımlamıştır:

$$V_{m,n}(\varepsilon) = \sqrt{n} \frac{C_{m,n}(\varepsilon) - C_{1,n}^m(\varepsilon)}{s_{m,n}} \quad (2.12)$$

$(C_{m,n}(\varepsilon) - C_{1,n}^m(\varepsilon))$ 'nin standart sapması  $s_{m,n}$  olmak üzere Brock vd. (1987) tarafından ispatlanan normal dağılım altında şu istatistiksel özelliklere sahiptir:

$$V_{m,n}(\varepsilon) \xrightarrow{d} N(0,1) \quad (2.13)$$

Bu bağlamda BDS test istatistiği  $N(0,1)$  dağılımına dönüşür. Boş hipotez olan normal ve özdeş dağılım hipotezi, %5 anlamlılık düzeyinde  $|V_{m,n}(\varepsilon)| > 1.96$  olduğu zaman red edilmektedir.

BDS testinin dezavantajı, sıfır hipotezinin reddedilmesi halinde, bir başka ifadeyle, alternatif hipotezin kabul edilmesi durumunda serinin doğrusal stokastik süreç mi, durağan olmayan stokastik süreç mi, yoksa doğrusal olmayan deterministik sistem mi olduğunu göstermez. Dolayısıyla test süreci serinin doğrusal olmama durumunun stokastik veya deterministik olup olmasını, toplamsal veya çarpımsal olup olmasını ayıramaz (Lim vd., 2003; Lim, 2011).

### 2.5.2. Keenan testi

Keenan testi ikinci dereceden Volterra tipi denkleme bağlı bir testtir. Volterra denklemini yapısal olarak Taylor denklemine benzerdir ve doğrusal olmayan modelleme için kullanılır. Bu testin temelinde yatan mantık her bir adımda, doğrusal AR modeline değişkenler ekleyerek elde edilen modellerin artıklarında doğrusal olmayan dinamiklerin var olup olmadığının test edilmesidir.

Keenan testinde kurulacak hipotezler şu şekildedir:

$H_0$  = Hata terimleri bağımsız ve özdeş dağılıma sahiptir.

$H_1$  = Hata terimleri bağımsız ve özdeş dağılıma sahip değildir.

Keenan testi aşağıdaki biçimde yazılabilir:



$$Y_t = \mu + \sum_{i=-\infty}^{\infty} \theta_i \varepsilon_{t-i} + \sum_{i,j=-\infty}^{\infty} \theta_{ij} \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-j} + \sum_{i,j,k=-\infty}^{\infty} \theta_{ijk} \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-j} \varepsilon_{t-k} + \dots, \quad (2.14)$$

Burada  $y_1, \dots, y_n$ 'ler gözlemler olmak üzere  $\varepsilon_t$ 'ler ( $-\infty < t < \infty$ ) 0 ortalama ile birbirinden bağımsız dağılmış özdeş rasgele değişkenler dizisidir. Eğer denklemin sağ tarafının toplamı 0 a eşitse  $\{Y_t\}$  süreci doğrusal bir süreçtir.

Bu teste ilişkin bulgusal olarak elde edilen bir başka alternatif denklem aşağıdaki gibidir:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_m y_{t-m} + \exp \left\{ \eta \left( \sum_{j=1}^m \phi_j y_{t-j} \right)^2 \right\} + \varepsilon_t \quad (2.15)$$

Burada  $\{\varepsilon_t\}$ 'ler 0 ortalamalı, sonlu varyanslı, birbirinden bağımsız normal dağılmış değişkenlerdir. Eğer regresyon katsayısı  $\eta = 0$  ise üstel ifade 1 olur ve model otoregresif AR (m) modeline dönüşür. Eğer regresyon katsayısı  $\eta$  sıfırdan farklı ise model doğrusal değildir.  $\exp(x) \approx 1+x$  yaklaşımını kullanarak, küçük  $\eta$  için  $Y_t$ 'nin yaklaşık olarak bir karesel AR modeline dönüşümünü gözlemleyebiliriz.

$$Y_t = \theta_0 + 1 + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_m y_{t-m} + \eta \left\{ \left( \sum_{j=1}^m \phi_j y_{t-j} \right)^2 \right\} + \varepsilon_t \quad (2.16)$$

Keenan test istatistiği doğrusallığı teşhis etmede her ne kadar güçlü bir yöntem olsa da testin gücü bazen yetersiz kalabilir. Test istatistiği,

$$\hat{F} = \frac{\eta^2(n-2m-2)}{HKT-\eta^2} \quad (2.17)$$

1 ve  $n-2m-2$  serbestlik dereceleriyle F dağılımına sahiptir.

Testin uygulanması için m belirlenmelidir. Sürecin doğrusal olduğu  $H_0$  hipotezi altında denklemin derecesi AIC bilgi kriteri kullanılarak belirlenebilir. Aşağıda finansal bir zaman serisi için Keenan test sonuçları yer almaktadır:

**Çizelge 2.1. Finansal bir zaman serisi için Keenan test sonuçları**

Gecikme Sayıları	F-test	p-değeri
1	9.09	0.0026
2	13.10	0.0003
3	6.13	0.0133
4	6.29	0.0122
5	6.76	0.0093

Söz konusu seri için sonuçlar tutarlı ve serinin doğrusal olmadığı yönündedir. 1 ile 5 arası gecikme sayılarında  $H_0$  hipotezi güçlü bir şekilde reddedilir (daha büyük gecikme sayılarında da aynı sonuçlar bulunmuştur) (Acatrieni ve Caraiani, 2011).

### 2.5.3. Tsay testi

Keenan testinin daha gelişmiş bir modeli Tsay (1986) tarafından ortaya konmuştur. Tsay testi (2.15) ifadesinde yer alan;

$$\exp \left\{ \eta \left( \sum_{j=1}^m \phi_j Y_{t-j} \right)^2 \right\} \quad (2.18)$$

ile

$$\begin{aligned} & \exp (\varsigma_{1,1} Y_{t-1}^2 + \varsigma_{1,2} Y_{t-1} Y_{t-2} + \dots + \varsigma_{1,m} Y_{t-1} Y_{t-m} \\ & + \varsigma_{2,2} Y_{t-2}^2 + \varsigma_{2,3} Y_{t-2} Y_{t-3} + \dots + \varsigma_{2,m} Y_{t-2} Y_{t-m} + \dots \\ & + \varsigma_{m-1,m-1} Y_{t-m+1}^2 + \varsigma_{m-1,m} Y_{t-m+1} Y_{t-m} + \varsigma_{m,m} Y_{t-m}^2 + \varepsilon_t) \end{aligned} \quad (2.19)$$

üstel ifadesinin yer değiştirmesi ile elde edilir. Yine  $\exp(x) \approx 1+x$  yaklaşımı kullanılarak doğrusal olmayan modelin yaklaşık olarak bir karesel AR modeli olduğu görülebilir fakat karesel ifadelerin katsayıları sınırlı değildir. Tsay testi aşağıdaki karesel regresyon modelini ifade eder.

$$\begin{aligned}
Y_t = & \theta_0 + 1 + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_m Y_{t-m} \\
& + \zeta_{1,1} Y_{t-1}^2 + \zeta_{1,2} Y_{t-1} Y_{t-2} + \dots + \zeta_{1,m} Y_{t-1} Y_{t-m} \\
& + \zeta_{2,2} Y_{t-2}^2 + \zeta_{2,3} Y_{t-2} Y_{t-3} + \dots + \zeta_{2,m} Y_{t-2} Y_{t-m} + \dots \\
& + \zeta_{m-1,m-1} Y_{t-m+1}^2 + \zeta_{m-1,m} Y_{t-m+1} Y_{t-m} + \zeta_{m,m} Y_{t-m}^2 + \varepsilon_t
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Tsay testi için kurulacak sıfır hipotezi ve alternatif hipotez şu şekildedir:

$H_0$  = Hata terimleri bağımsız ve özdeş dağılıma sahiptir.

$H_1$  = Hata terimleri bağımsız ve özdeş dağılıma sahip değildir.

Finansal bir zaman serisi için Tsay test sonuçları aşağıdaki gibidir:

**Çizelge 2.2. Finansal bir zaman serisi için Tsay test sonuçları**

Gecikme Sayıları	F-test	p-değeri
1	7.86	0.0050
2	11.64	0.0000
3	9.27	0.0000
4	5.81	0.0000
5	5.27	0.0000

Söz konusu seri için sonuçlar tutarlı ve serinin doğrusal olmadığı yönündedir. 1 ile 5 arası gecikme sayılarında  $H_0$  hipotezi güçlü bir şekilde red edilir. (Acatrieni ve Caraiani, 2011)

## 2.6. Doğrusal Zaman Serisi Modelleri

Doğrusal modeller, zaman serileri analizinde önemli bir yere sahiptir. Doğrusal zaman serisi modelleri otoregresif (AR), hareketli ortalama (MA) ve bu iki modelin birleşimi şeklinde ifade edilen ARMA(p,q) otoregresif hareketli ortalama modelleri olarak

incelenebilir. Burada bu modellere ve doğrusal zaman serisi modellerinin özelliklerine kısaca değinilecektir.

Otoregresif modeller, bir zaman serisinin herhangi bir dönemdeki gözlem değerini, bu serinin geçmiş dönemlerine ait p adet gözlem değerleri ve rastgele hata terimine bağlı olarak açıklayan modellerdir. Birçok ekonomik veri otoregresif zaman serisi ile modellenenmektedir. p, otoregresif modelin derecesidir ve seriye ilişkin geçmiş değerlerin sayısını göstermektedir. Otoregresif modeller üzerinde ilk olarak Yule (1926) tarafından çalışılmıştır.

Hata terimlerinin beyaz gürültü olarak varsayıldığı p. dereceden bir otoregresif modelin genel gösterimi,

$$y_t = \mu + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \dots + \beta_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.21)$$

şeklindedir. Bu modelde,

$y_t$ : t dönemindeki tahmin değeri

$\beta$ : Modelin parametresi

p: Modelin derecesi

$\varepsilon_t$ : Hata terimidir.

Hareketli ortalama (MA) modelinde  $y_t$ 'nin t. dönemindeki gözlem değeri bu döneme ve geriye doğru q adet geçmiş hata terimine bağlı olarak açıklanır.

Genel olarak q. dereceden bir hareketli ortalama modelin genel gösterimi,

$$y_t = \varepsilon_t + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \phi_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.22)$$

şeklindedir. Bu modelde,

$y_t$ : t'inci döneme ait gözlem değeri

$\phi$ : Modelin Parametresi

q: Modelin derecesi

$\varepsilon_t$ : Hata terimidir

Bazı durumlarda zaman serileri sadece AR(p) ya da sadece MA(q) süreçleri tarafından ifade edilemezler. Herhangi bir  $y_t$  serisi p. dereceden otoregresif modeller ve q. dereceden hareketli ortalama modellerin birlikte kullanıldığı “Otoregresif Hareketli Ortalama Modelleri” olarak adlandırılan ARMA(p,q) modelleri ile tahmin edilebilir.

Toplam p+q parametreden oluşan ARMA(p,q) modellerinin genel gösterimi,

$$y_t = \mu + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \dots + \beta_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \phi_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.23)$$

şeklindedir.

Eğer seri durağan değilse, durağan hale getirmek için serinin farkı alınarak durağan hale getirilir.  $d$  kaç kez fark alınması gerektiğini belirten parametre olmak üzere ARMA(p,q) modeli ARIMA(p,d,q) olarak ifade edilebilir. (Cryer ve Chan, 2008)

Doğrusal modeller, kullanım kolaylığına ve bunun yanında pek çok avantaja sahip olmasına rağmen bu modeller tüm zaman serisi problemlerine geniş ölçekli bir çözüm aracı değildirler. Örneğin, doğrusal olmayan modellerin daha kısa ve öz bir analiz sağlayabileceği durumlarda, ARMA modelinin derecesi fazla gelebilir. Sonuç olarak, herhangi bir doğrusal olmayan zaman serisi, en iyi tahminciye sahip bir ARMA sürecinden tahminleme ve yorum açısından daha etkin olabilir.

Gösterim kolaylığı açısından ele alınan doğrusal modeller Çizelge 2.3’de yer almaktadır.

**Çizelge 2.3. Doğrusal Modeller**

Doğrusal Modeller	Denklem
AR(p) Modelleri	$y_t = \mu + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \dots + \beta_p y_{t-p} + \varepsilon_t$
MA(q) Modelleri	$y_t = \varepsilon_t + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \phi_q \varepsilon_{t-q}$
ARMA(p,q) Modelleri	$y_t = \mu + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \dots + \beta_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \phi_q \varepsilon_{t-q}$

## 2.7. Box-Jenkins Model Teşhis Yöntemi

Ekonometristler doğru model kurma ve seçme kavramları üzerinde uzun yıllardan beri çalışmaktadırlar. Bu çalışmalarda en çok karşılaşılan sorular şöyledir: Bir model nasıl

seçilir? Hangi değişkenler modelde önemlidir? İyi bir model nasıl tanımlanır? Tüm bu soruların başlangıç cevabı aslında Box ve Jenkins (1970) tarafından cimrilik prensibi (The principle of parsimony) ile ortaya konmuştur. Prensibe göre, verinin en iyi şekilde yansıtılabilmesi için gerekli en az sayıda parametre yani değişken kullanılmalıdır. Böylelikle baştan bazı sapmalar engellenmiş olacaktır (Ucal, 2006).

Box-Jenkins yöntemi zaman serileri alanında sık kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntem geleneksel ekonometrik modellere nazaran, durağanlığı, deterministik bileşen bilgisini ve geleceğe ilişkin tahminleri bir arada ortaya koyduğu için tercih edilen bir yöntemdir. Box-Jenkins yöntemi alternatif modeller arasından en iyisinin belirlenmesine yöneliktir ve birkaç aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalarda bir önceki aşama bir sonrakinin tamamlar niteliktedir.

Box-Jenkins yönteminde üç modelleme söz konusudur. Bunlardan ilki otoregresif (AR) süreci, hareketli ortalamalar (MA) süreci ve ikisinin birleşiminden oluşan otoregresif hareketli ortalama (ARMA) sürecidir.

Yöntem üç kısımdan oluşmaktadır;

*Belirleme:* Öncelikle serinin durağan, trend durağan veya fark durağan bir süreçten hangisini sahip olduğuna karar verilir. Seri durağan ise orijinal haliyle, trend durağan ise trendden arındırılarak ve birim köke sahipse farkı alınarak seri durağan hale getirilir. Daha sonra serinin ACF ve PACF değerlerine bakılarak serinin AR, MA ya da ARMA süreçlerinden hangisini izlediğine karar verilir. Eğer seri fark durağan bir süreç izliyorsa serinin  $d$  (fark alma sayısı) kadar farkı alındıktan sonra işleme devam edilir.

*Tahmin:* Serinin izlediği süreç belirlendikten sonra modelin katsayıları tahmin edilir. Eğer süreç hareketli ortalama (MA) modeli değilse En Küçük Kareler Yöntemi (EKK) ile tahmin yapılabilir. MA modeli AR süreci gibi EKK ile tahmin edilemez. Normallik varsayımı altında hata teriminin kovaryans matrisini hesaplamak için Maksimum Olabilirlik Yöntemi (Maksimum Likelihood) yöntemi kullanılır.

*Modelin Testi ve İleriye Yönelik Tahmin:* Elde edilen modelin uygunluğu bazı diagnostik testler (Q ve LB istatistikleri vb.) ile sınırlanır. Eğer model uygunsa ileriye yönelik tahmin yapılır.

AR, MA ve ARMA yapısına karar verirken otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerlerinin alacağı görünüm Çizelge 2.4’de verilmiştir (Bozkurt, 2007).

**Çizelge 2.4. AR, MA ve ARMA Sürecine İlişkin Otokorelasyon Yapısı**

Otokorelasyon Yapısı	Süreç
Otokorelasyon fonksiyonunda üssel azalma	AR(p) modeli. p değerini kısmi otokorelasyonun gecikmesi belirler.
Kısmi otokorelasyon fonksiyonunda üssel azalma	MA(q) modeli. Otokorelasyon fonksiyonunun gecikmesi q değerini belirler.
Otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonunda üssel azalma	ARMA(p,q) modeli. Otokorelasyon fonksiyonu ve kısmi otokorelasyon fonksiyonunun gecikmeleri p ve q değerlerini verir.
Otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonunda tüm değerler sıfır	Seri tesadüfi değişkendir.
Belirli aralıklarla otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerlerinin sıfırdan farklı olması (12. ve 24. değer gibi)	Mevsimsel otoregresif terim içerir.
Otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerlerinin sıfıra doğru azalmaması	Durağan değildir.

Kurulan modelin performansının irdelenmesi dışında diğer önemli bir soru, kurulan modeller arasında en iyi performansa sahip modelin nasıl seçilmesi gerektiğidir. Bu noktada belirli model kalıpları için bilgi kriterleri ve performans kriterleri devreye girmektedir.

### 2.7.1. Bilgi kriterleri

Bilgi kriterlerine ilişkin yaklaşımlar içerisinde en çok kullanılan başlıca bilgi kriterleri Akaike bilgi kriteri (AIC), Schwarz bilgi kriteri (SC), Hannan-Quinn bilgi kriteri (HQ) ve Final Prediction Error (FPE) Sequential Modified (LR) test istatistiği değerleridir.

Bilgi kriterleri modelin hata kareler ortalamasını minimize etmeye dayanır. Bilgi kriterlerinin genel özelliği, iki veya daha fazla model kıyaslanırken en düşük bilgi kriteri değerine sahip olan model seçilir. ARMA (p,q) tipi modellerin gecikme uzunluklarının seçiminde de bilgi kriterlerinden elde edilen değerlere göre karar verilebilir.

Modele ilave değişken eklendiğinde bu değişkenlerin yapacağı etkiyi sınırlandırma fikri Akaike (1974) tarafından öne sürülmüştür. Literatürde AIC ile gösterilen kriter, k toplam parametre sayısı  $\hat{\sigma}^2 = 1/n \sum_{t=1}^n \hat{\epsilon}_t^2$  ve n toplam gözlem sayısı olmak üzere,

$$AIC(k) = n \ln \hat{\sigma}^2 + 2k \quad (2.24)$$

şeklindedir.

Schwarz bilgi kriteri (SC ya da BIC) AIC kriterinde olduğu gibi modele eklenen ilave değişkenleri cezalandırarak test istatistiği değerinin minimize edilmesine dayanır ve

$$SC(k) = n \ln \hat{\sigma}^2 + k \ln n \quad (2.25)$$

şeklinde hesaplanır (Franses ve Van Dijk, 2000).

$n > 8$  için  $\ln n > 2$  olacağından SC kriteri modele ilave edilen parametreleri AIC kriterinden daha fazla cezalandıracaktır. Bu yüzden, modelin gecikme sayısının seçiminde BIC kriteri AIC kriterinden daha az tercih edilir.

Model seçiminde AIC ve BIC bilgi kriterlerine alternatif olarak Hannan-Quinn bilgi kriteri geliştirilmiştir. HQ ile gösterilen bu kriter,

$$HQ(k) = n \ln \hat{\sigma}^2 + k \ln \ln n \quad (2.26)$$

şeklinde hesaplanır.

Gecikme uzunluğu seçiminde kullanılan bir başka kriter Akaike tarafından geliştirilen “Final Prediction Error” (FPE) kriteridir.  $S_p = \sum_{t=1}^n \hat{\epsilon}_t^2$ ,  $\hat{\sigma}^2 = S_p / (n-1-p)$ , p tahmin edilen otoregresyon katsayılarının sayısı ve n toplam gözlem değeri olmak üzere FPE kriteri

$$FPE = \hat{\sigma}^2 (1 + (1+p)/n) \quad (2.27)$$

şeklinde hesaplanır (Jones, 1975).

Gecikme uzunluğu seçimi için ele alacağımız son kriter Sequential Modified (LR) testidir. Yukarıda ele aldığımız kriterler, LR testinin tamamlayıcı testleri olarak ele alınmalıdır. LR test istatistiği,



$$LR=(T-m)(\ln|\Sigma_r| - \ln|\Sigma_u|) \sim X^2(q) \quad (2.28)$$

formülü ile hesaplanır. Burada,

T = Kullanılan gözlemlerin sayısı

m = Sabit de dahil olmak üzere sınırlanmamış sistemden tahmin edilen her bir modele ait toplam parametre sayısı

$\ln|\Sigma_r|$  = Kısıtlanmış sistemden elde edilen hataların kovaryans matrisinin determinantının doğal logaritması

$\ln|\Sigma_u|$  = Kısıtlanmamış sistemden elde edilen hataların kovaryans matrisinin determinantının doğal logaritması

q= Serbestlik derecesi

Eğer LR test istatistiği değeri kritik değerden küçükse kısıtlı sisteme ilişkin sıfır hipotezi reddedilir. LR testi küçük örneklerde etkin sonuçlar vermeyebilir. Herhangi bir model başka bir modelin kısıtlı versiyonu ise bu durumda LR testi uygulanması gereken tek testtir (Usman ve Sarpong, 2009).

Çizelge 2.5'de ele alınan tüm bilgi kriterleri gösterim kolaylığı açısından tablo halinde sunulmuştur.

**Çizelge 2.5. Bilgi Kriterleri**

Bilgi Kriteri	Formül
Akaike Bilgi Kriteri (AIC)	$AIC(k) = n \ln \hat{\sigma}^2 + 2k$
Schwarz Bilgi Kriteri (SC ya da BIC)	$SC(k) = n \ln \hat{\sigma}^2 + k \ln n$
Hannan-Quinn Bilgi Kriteri (HQ)	$HQ(k) = n \ln \hat{\sigma}^2 + k \ln \ln n$
Final Prediction Error (FPE)	$FPE = \hat{\sigma}^2 (1 + (1+p)/n)$
Sequential Modified (LR) Test İstatistiği	$LR = (T-m)(\ln \Sigma_r  - \ln \Sigma_u )$

### 2.7.2. Performans kriterleri

Bu bölümde, çalışmanın uygulama kısımlarında elde edilen modellerin etkinliklerini karşılaştırmak amacıyla ölçeğe bağımlı performans ölçütleri ve hata yüzdelere bağımlı olarak hesaplanan performans ölçütleri üzerinde durulacaktır.

Ölçeği verinin ölçeğine bağılı olarak hesaplama yapan performans kriterleri ölçeğe bağımlı performans kriterleri olarak adlandırılmaktadır. Bu ölçütler aynı veriye farklı metotlar uygulandığında etkin hesaplama yöntemleridir. Fakat, farklı ölçeklere sahip veri setleri için kullanılmamalıdır.

Literatürde yaygın olarak kullanılan ölçeğe bağımlı performans ölçütlerinden, hataların karesine bağılı olarak elde edilen Hata Kareler Ortalaması (HKO), ortalama karekök hata (OKH) ile mutlaka hataya bağılı olarak elde edilen ortalama mutlak hata (OMH) değerinin yanı sıra medyan mutlak hata (MdMH) değerlerinin elde edilmesine ilişkin formüller aşağıda verilmiştir.

$$HKO = \sum_{i=1}^n \frac{(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n} \quad (2.29)$$

$$OKH = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}} \quad (2.30)$$

$$OMH = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Y_i - \hat{Y}_i| \quad (2.31)$$

$$MdMH = \text{medyan}(|Y_i - \hat{Y}_i|) \quad (2.32)$$

Burada,

Y: Gözlenen (gerçek) değer

$\hat{Y}_i$ : Tahmin edilen değer

p: Parametre sayısı

n: Gözlem sayısı

şeklindedir.

Veriyle aynı ölçüğe sahip olduğu için genellikle OKH kriteri HKO'ya tercih edilir. Tarihsel olarak, OKH ve HKO kriterleri istatistiksel modellemedeki teorik önemlerinden dolayı yaygın bir şekilde kullanılmıştır. Ancak bu iki kriter veride yer alan aykırı değerlere OMH ve MdmH kriterlerinden daha duyarlıdır.

Hata yüzdelerine bağlı olarak hesaplanan performans ölçütlerinde, hata yüzde katsayısı  $p_t = \frac{100 e_t}{Y_t}$  ile hesaplanır. Yüzde hatalara bağlı performans kriterlerinde, verinin ölçüğünden bağımsız hesaplama yapabilme avantajı vardır. Böylelikle farklı tipteki veri setleri için sıklıkla kullanılmaktadır.

Bu bağlamda en çok kullanılan hata yüzdelerine bağımlı performans kriterlerinden ortalama mutlak hata yüzdesi (OMHY), medyan mutlak hata yüzdesi (MdmHY), hata yüzdelerinin karelerinin ortalamasının kökü (KHKO) ve hata yüzdelerinin karesinin medyanının kökü (KMdHK) değerlerinin hesaplanmasına ilişkin formüller aşağıda verilmiştir.

$$OMHY = \text{Ortalama}(|p_t|) \quad (2.33)$$

$$MdmHY = \text{Medyan}(|p_t|) \quad (2.34)$$

$$KHKO = \sqrt{\text{Ortalama}(p_t^2)} \quad (2.35)$$

$$KMdHK = \sqrt{\text{Medyan}(p_t^2)} \quad (2.36)$$

Hata yüzdelerine bağımlı performans kriterlerinin, ilgili herhangi bir döneme ait  $t$  için  $Y_t$  değeri sifıra eşit olduğunda sonsuz ve tanımsız olma ve  $Y_t$  değeri sifıra yakın bir değer aldığıda tamamen çarpık bir dağılıma sahip olmaları gibi dezavantajları vardır. Bu durum örneğin, OMHY değerinin MdmHY değerinden önemli derecede büyük çıkmasına sebep olacaktır. Bu yüzden  $Y_t$  değeri sifır ya da sifıra yakın değerler içerdiğinde hata yüzdelerine bağımlı performans ölçütlerini kullanmak imkansız hale gelmektedir.

Hata yüzdelere bağımlı performans kriterlerinin bir başka dezavantajı, bu kriterlerin anlamlı bir sıfır değerini varsaymalarıdır. Örneğin, Fahrenheit ve Selsiyus dereceleri için tahmin hataları ölçülmek istendiğinde bu kriterlerin hiçbir anlamı kalmamaktadır.

Ayrıca, OMHY ve MdmHY kriterleri pozitif hatalara negatif hatalardan daha fazla ceza yüklemektedir. Tüm bu dezavantajlar araştırmacılara “simetrik” ölçümler olarak adlandırılan simetrik ortalama mutlak hata yüzdesi (sOMHY) ve simetrik medyan mutlak hata yüzdesi (sMdmHY) kriterlerinin kullanımını gerektirmektedir.

$$sOMHY = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|Y_i - \hat{Y}_i|}{(|Y_i| + |\hat{Y}_i|)/2} \quad (2.37)$$

$$sMdmHY = \text{Medyan} \left( \frac{|Y_i - \hat{Y}_i|}{(|Y_i| + |\hat{Y}_i|)/2} \right) \quad (2.38)$$

$Y_t$ 'nin sıfır ya da sıfıra yakın bir değer alması etrafında beliren problem sOMHY ve sMdmHY kriterleri ile daha az belirgin olacaktır. Yine de,  $Y_t$  sıfıra yakın bir değer aldığı anda  $\hat{Y}_i$  'de sıfıra yakın bir değer alma eğiliminde olacağından ölçümde sıfıra yakın bir değer ile bölünmeye maruz kalınacaktır. Bazı araştırmacılar hata yüzdelere bağımlı ölçümlerin yüksek derecede çarpık olduğunu ve bu yüzden yapılacak bazı dönüşümlerin (logaritmik dönüşüm vb.) bu ölçümleri daha durağan hale getirebileceğini savunmuşlardır (Hyndman ve Koehler, 2006).

Çizelge 2.6.'da ele alınan tüm performans kriterleri gösterim kolaylığı açısından tablo halinde sunulmuştur.

**Çizelge 2.6. Performans Kriterleri**

Ölçeğe Bağımlı Performans Kriterleri		Hata Yüzdelerine Bağlı Performans Kriterleri	
Kriter	Formül	Kriter	Formül
HKO	$\sum_{i=1}^n \frac{(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}$	OMHY	Ortalama( $ p_t $ )
OKH	$\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}}$	MdMHY	Medyan( $ p_t $ )
OMH	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n  Y_i - \hat{Y}_i $	KHKO	$\sqrt{\text{Ortalama}(p_t^2)}$
MdMH	medyan( $ Y_i - \hat{Y}_i $ )	KMdHK	$\sqrt{\text{Medyan}(p_t^2)}$
		sOMHY	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{ Y_i - \hat{Y}_i }{( Y_i  +  \hat{Y}_i )/2}$
		sMdMHY	Medyan $\left( \frac{ Y_i - \hat{Y}_i }{( Y_i  +  \hat{Y}_i )/2} \right)$

### 3. DOĞRUSAL OLMAYAN ZAMAN SERİSİ MODELLERİ

Doğrusal zaman serisi modelleri birçok veri analizi yöntemleri içinde her ne kadar analiz, değerlendirme ve kullanım açısından kolay olsa da, yapısal olarak oldukça sade olması bu modellerin zayıf bir noktasıdır. Gerçek hayatta karşımıza çıkan çoğu veri yeterince karmaşık olduğundan doğrusal modeller bu tarz verilerin özelliklerini yakalamada yetersiz kalmaktadır. Örneğin, bilindiği üzere finansal bir zaman serisinin koşullu varyansı sabit değildir. Bu durum pozitif bir trendin, negatif bir trende karşı karşılaştırıldığı durumda görülebilir. Borsada yükselme beklentilerinin olduğu bir piyasada, düşme eğilimi olan bir piyasaya göre kısmen daha az bir değişkenlik söz konusudur. Bu durum özellikle perakende satıcıları başta olmak üzere piyasa aşağı yönlü olduğu hallerde yatırımcıların tedirginliğine yol açabilir. Bu da, zaten artmakta olan değişkenliğe yol açan satış yönünde bir baskıya dönüşür. Dolayısıyla, otoregresif koşullu değişen varyans modeli (ARCH) ve genelleştirilmiş ARCH (GARCH) gibi modeller, zaman serisinin koşullu varyans denkleminde, doğrusal olmama durumunu da içine alarak analizde ön plana çıkmaktadır (Ramakrishnan, 2010).

İstatistiksel literatürde birçok doğrusal olmayan zaman serisi modeli ortaya konmuştur. Bu modellere Granger ve Andersen (1978) tarafından bilineer modeller, Tong (1978) tarafından eşiksel otoregresif model (TAR), Priestley (1980) tarafından duruma bağlı model ve Hamilton (1989) tarafından ortaya konan Markov rejim değişim modeli (MS) örnek olarak verilebilir. Bu modellerde baz alınan temel düşünce, bazı basit parametrik doğrusal olmayan fonksiyonlara nazaran koşullu ortalama değeri  $\mu_t$ 'nin zamanla değişimine olanak sağlanmasıdır (Tsay, 2005).

Son birkaç yılda, farklı stokastik süreçler tarafından oluşturulan rejimler arası geçişi gözlemlemek için pek çok zaman serisi modeli kapsamlı bir şekilde ele alınmıştır. Rothman (1998), Amerika'daki işsizlik oranlarının tahmininde, doğrusal olmayan modellerin doğrusal karşıtlarına göre daha iyi bir performans ortaya koyduğunu kanıtlamıştır. Pippenger ve Goering (1998) ile Chappell vd. (1996), döviz kuru verisinin analizinde, doğrusal olmayan modellerin doğrusal modellerden daha iyi tahminde bulunduğunu göstermiştir. Terasvirta ve Anderson (1992), sanayi üretimini

yumuşak geçişli otoregresif modeller yardımı ile tahmin etmiştir. Sarantis (1999), reel döviz kurunu doğrusal ve doğrusal olmayan zaman serileri ile tahmin etmiş ve iki tür modelinde aynı performans gösterdiğini saptamıştır. Potter (1999), kapsamlı bir şekilde doğrusal olmayan modeller, bu modellerin tahmin süreçleri ile doğrusal olmama durumuna ilişkin testler üzerinde çalışmıştır.

Franses ve Van Dijk'e (2000) göre bir zaman serisinin duruma bağlı bir seri olması, serinin ortalama varyans ve/veya otokorelasyon gibi bazı özelliklerinin farklı rejimlerde farklılık göstermesidir. Franses ve Dijk daha sonraki çalışmalarında borsa endekslerine ilişkin ortalamaların ve otokorelasyonların hafta boyunca değiştiğini göstermişlerdir. Bu yüzden haftanın her bir gününün farklı bir rejim oluşturduğu söylenebilir ve bu durum doğrusal olmayan zaman serisi modellerinin kullanımını gerektirir (Khan, 2015).

Doğrusal olmayan zaman serileri analizinde tüm modeller, doğrusal olmayan otoregresif (NLAR) sınıfı altında ele alınacaktır:

$$y_t = f(y_{t-1}, \dots, y_{t-p}) + \varepsilon_t \quad (3.1)$$

Bu modelde  $\{\varepsilon_t\}$ ,  $\{y_t\}$ 'den bağımsız olmak üzere beyaz gürültü dizisidir.  $f$  fonksiyonu, serinin geçmiş gözlem değerleri  $(y_{t-1}, \dots, y_{t-p})$  bilindiğinde,  $\{y_t\}$ 'nin koşullu ortalamasını ifade eder.

AR modelleri literatürde kullanılan en popüler modeller ve aynı zamanda yapısal olarak, regresyon metodları kullanılarak kolay tahmin edilebilen kullanışlı modeller olduğu için bu bölümde parametrik modeller içerisinde her bir rejimde AR modelinin kullanıldığı sırasıyla Eşiksel AR (TAR), Kendinden Eşikli AR (SETAR), Yumuşak Geçişli Eşiksel AR (STAR) modelleri ve ayrıca Markov rejim değişim modeli (MS) üzerinde durulacaktır. Parametrik olmayan yöntemlerden ise Çekirdek düzeltme ve Splayn düzeltme yöntemleri ele alınacaktır. Böylece zaman serisinde yer alan doğrusal olmayan yapıyı ortaya koymak, anlamak ve yorumlamak kolay olacaktır.

### 3.1. Eşiksel Otoregresif (TAR) Modeller

İlk olarak 1977’de H.Tong tarafından ortaya konan TAR modeli, kendinden uyarımlı eşiksel model olarak adlandırılan eşiksel modelin özel bir türüdür. TAR modelinin temel gösterimleri ve tahmin yöntemleri Tong (1983) ve Chan ve Tong’un (1986) çalışmalarında incelenmektedir. Bu model, Tiao ve Tsay (1994) ile Hansen (1999) tarafından iktisat bilimi, Melard ve Roy (1988) tarafından çevre bilimleri, Brillinger ve Segundo (1979) tarafından nöral bilim, Li ve Lam (1995) tarafından finans alanında, Tong ve Lim (1980) tarafından su biliminde ve Stenseth vd. (1999) tarafından nüfus dinamikleri gibi çeşitli alanlarda doğrusal olmayan yapıyı modellemek için yaygın bir şekilde kullanılmıştır. Modelin bu kadar yaygın olarak kullanılmasının nedeni, bir ölçüde hem model uyumluluğu hem de model yorumlama açısından sade bir yapıda olmasıdır. Durum uzayını parçalara ayırarak doğrusal olmayan yapıyı modellemek, modelin durağanlığını koruyabilir. Bu yöntem rejim geçişlerinin zamana göre gerçekleştiği ve durağan olmayan süreçle sonuçlandığı değişim noktası modellerinin aksine farklı bir yöntemdir (Fan ve Yao, 2003).

TAR modeli, uygulamada yaygın bir şekilde karşımıza çıkan, sürece ilişkin modelde meydana gelen artma ve azalma hareketleriyle oluşan asimetri gibi pek çok doğrusal olmayan karakteristik özelliklere sahiptir. Bu model koşullu ortalama değerini daha iyi bir şekilde tahmin etmek için parçalı doğrusal modeller kullanır. Böylece her bir rejim kendi içinde doğrusal bir yapıya sahip olurken, modelin bütünü doğrusal olmayan özellikler sergileyebilmektedir. TAR modeli, modelde zaman içinde meydana gelen değişikliklere izin veren geleneksel parçalı doğrusal modellerin aksine, doğrusal yaklaşımı geliştirmek için eşik değeri kullanmaktadır. Eşiksel otoregresif modeller, eşik değeri aşıldığında rejimler arası geçişin ani ve sert olduğunu kabul etmektedir. Örneğin, 2 rejimli basit bir TAR modelinin aşağıdaki gibi olduğunu varsayalım:

$$y_t = \begin{cases} -1.5y_{t-1} + \varepsilon_t & \text{eğer } y_{t-1} < 0, \\ 0.5y_{t-1} + \varepsilon_t & \text{eğer } y_{t-1} \geq 0, \end{cases} \quad (3.2)$$



Burada  $\varepsilon_t$ 'ler birbirinden bağımsız ve özdeş biçimde  $N(0,1)$  dağılımına sahiptir. Geçiş değişkeni  $y_{t-1}$  olmak üzere gecikme sayısı 1 ve eşik değeri 0'dır.

Bu modelde seriler artan ve azalan bir asimetrik yapıya sahiptir. Eğer  $y_{t-1}$  negatif ise  $y_t$ , -1.5 negatif katsayısı ile çarpımından dolayı pozitif bir değer alma eğilimindedir. Ancak  $y_{t-1}$  pozitif bir değer aldığı durumda,  $y_t$ 'yi negatif bir değere indirgemek için  $y_{t-1}$  geçiş değişkeni olarak çoklu zaman indekslerine sahip olur. Sonuç olarak,  $y_t$ 'nin zaman yolu grafiği 2. rejimin 1. rejimden daha fazla gözleme sahip olduğunu gösterir. Bununla beraber seri negatif olduğu durumda yukarı yönlü yüksek sıçrama eğilimine sahiptir. Bu modelde sabit terimler yer almamıştır.  $E(y_t)$  sıfırdan farklı, iki rejimin tartılı ortalamasının değeridir (Tsay, 2005).

Yukarıda açıklanan eşiksel AR(1) modeli  $z_{t-d}$  geçiş değişkenine sahip TAR(p) modeline genelleştirilebilir.

$$y_t = \left( a_0 + a_1 y_{t-1} + \dots + a_p y_{t-p} \right) I(z_{t-d} \leq c) + \left( \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \dots + \beta_p y_{t-p} \right) I(z_{t-d} > c) + e_t \quad (3.3)$$

Burada  $I(\cdot)$  gösterge fonksiyonu olmak üzere,  $z_{t-d} = q(y_{t-1}, \dots, y_{t-p})$  geçiş değişkenidir. Modelin otoregresif derecesi  $p \geq 1$  ve eşik parametresi  $c$ 'dir.  $a_j$ 'ler  $z_{t-d} \leq c$  olduğunda otoregresif modelin parametreleri olmak üzere  $\beta_j$ 'ler ise  $z_{t-d} > c$  olduğu hallerde otoregresif modelin parametreleridir. Hata terimi  $e_t$ 'nin koşullu değişen varyansa sahip olması beklenirken, teori açısından  $e_t \sim iid(0, \sigma^2)$  olduğu kabul edilmektedir.

Yapısal parametreler ile ilgili bilgi sahibi olduğunda, otoregresif parametrelerin tahmini ardışık koşullu en küçük kareler ya da koşullu maksimum olabilirlik metodu ile kolayca tahmin edilebilir. Asıl zorluk rejim sayısı ( $k$ ), gecikme parametresi ( $d$ ) ve eşik değerinin ( $c$ ) belirlenmesidir.

Doğrusal olmayan zaman serisine örnek olarak, ekonomik genişleme ve durgunluğun doğrusal olmayan bir özellik sergilediği gayri safi yurtiçi hasıla değerleri verilebilir. Benzer şekilde işsizlik oranları ekonominin durgun olduğu dönemde hızlı bir şekilde artış, ekonomik genişlemenin olduğu dönemde ise yavaşça bir düşüş eğilimindedir.

Eşiksel Otoregresif (TAR) modeli muhtemelen lineer otoregresyonun en basit genelleştirilmiş halidir (Khan, 2015).

Eşiksel otoregresif modeller ile ilgili bazı istatistiksel zorluklar vardır. Bunlardan biri, sıfır hipotezinde doğrusal otoregresif modele karşılık alternatif hipotezde TAR modelinin sınındığı geleneksel testler standart bir dağılıma sahip değildir. Bunun sebebi, eşik parametrelerinin sıfır hipotezinde tanımlanamamasından dolayıdır. Bu problem ilk olarak Davies (1977, 1987) daha sonra Andrews ve Ploberger (1994) ve Andrews (1994) tarafından ortaya konmuştur. Bu problemin üstesinden gelmek için Luukkonen vd. (1988) STAR modeli için regresyon fonksiyonuna Taylor serileri yaklaşımı uygulayarak “Lagranj Çarpanı” (LM) testi ile çözüm önermiştir. Chan (1990), olabilirlik oran testinin asimptotik dağılımı için deneysel bir süreç önermiştir. Hansen (1996), bu asimptotik dağılımı yineleyen bootstrap yöntemini önermiştir.

### **3.1.1. SETAR modeli**

SETAR (Self-Exciting TAR) modeli TAR modelinin özel bir durumudur. SETAR olarak bilinen parçalı doğrusal modeller, doğrusal olmayan modellerin en basit sınıfını oluşturur. SETAR modelini teşkil eden basit AR modelleri regresyon metotlarını kullanarak kolayca tahmin edilebilir. Doğrusal olmayan davranışları dikkate almak için AR modelleri genişletilerek doğrusal olmayan modeller kolayca anlaşılır ve yorumlanır hale gelir. Bu model yaygın olarak ekonomik serilerin asimetrik modellemesi için kullanılmaktadır. Örneğin, Pfann vd. (1996) makalesinde, Amerika’daki faiz oranlarının bir denklemden daha fazla denkleme sahip olduğunu tartışmış ve bu serileri SETAR modeliyle tahmin etmiştir (Aydın ve İşçi, 2012).

TAR modelinde rejimlerin; bilindik, gözlenen, gecikme değeriyle ilişkili bir geçiş değişkeni tarafından oluşturulabileceği kabul edilir. Geçiş değişkeni  $z_t$ ,  $y_t$  zaman serisinin gecikmeli değişkenlerinden biri olarak alınırsa ( $z_{t-d}=y_{t-d}$ ,  $d$  pozitif tam sayısı için) rejim zaman serisinin kendisi tarafından oluşturulur ve bu tipte bir model kendinden eşikli otoregresif (SETAR) model olarak adlandırılır.

Durağan bir  $y_t$  zaman serisi için her bir rejimde  $p$ . dereceden otoregresif gecikmeye sahip, iki rejimli SETAR modeli şu şekildedir:

$$y_t = [\phi_{1,0} + \sum_{i=1}^p \phi_{1,i} y_{t-i}] I_t + (1-I_t) [\phi_{2,0} + \sum_{j=1}^p \phi_{2,j} y_{t-j}] + \varepsilon_t \quad (3.4)$$

Burada gösterge fonksiyonu  $I_t = \begin{cases} 1 & \text{eğer } z_{t-d} \leq c \\ 0 & \text{eğer } z_{t-d} > c \end{cases}$  şeklindedir.

Yukarıdaki modelde  $\varepsilon_t$  ler birbirinden bağımsız, sıfır ortalama ve sabit varyansla özdeş dağılmış hata terimleridir. Modelin otoregresif derecesi alt ve üst rejimler için  $p$ 'dir.  $z_{t-d}$ ,  $z_{t-d} = y_{t-d}$  varsayımı altında geçiş değişkeni,  $d$  ve  $c$  değerleri sırasıyla gecikme ve eşik değerleridir (Khan, 2015).

Eşitlik (3.4) ile verilen modelde, her bir eşik bölgesinde modelin  $p$ . dereceden otoregresif model olduğu varsayılmıştır. Esasen uygulamada, farklı eşik bölgelerine ait modellerin dereceleri farklı olabilmektedir. Bu durumu da göz önünde bulundurarak (3.4) ile verilen model,

$$y_t = \phi_0^{(j)} + \sum_{i=1}^{p_j} \phi_i^{(j)} y_{t-i} + \varepsilon_{it}^{(j)}, \quad \text{eğer } j=1,2,\dots,l, \quad y_{t-i} \in R^j \quad (3.5)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Burada  $p_1, p_2, \dots, p_\ell$ ,  $\ell$  tane eşik bölgesindeki otoregresif modellerin derecelerini göstermektedir. (3.5)'de ifade edilen SETAR modeli daha açık bir formda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$y_t = \begin{cases} \phi_0^{(1)} + \sum_{j=1}^{p_1} \phi_j^{(1)} y_{t-j} + \varepsilon_t^{(1)}, & y_{t-d} \leq c_1 \\ \phi_0^{(2)} + \sum_{j=1}^{p_2} \phi_j^{(2)} y_{t-j} + \varepsilon_t^{(2)}, & c_1 < y_{t-d} < c_2 \\ \vdots & \vdots \\ \phi_0^{(\ell)} + \sum_{j=1}^{p_\ell} \phi_j^{(\ell)} y_{t-j} + \varepsilon_t^{(\ell)}, & c_{\ell-1} < y_{t-d} < c_\ell \end{cases} \quad (3.6)$$

### 3.1.2. TAR modellerinin tahmin aşamaları

SETAR, STAR ve MS modellerinin tahmini için izlenecek yol aşağıdaki adımlardan oluşur (Franses ve Van Dijk, 2000):

- (1) Söz konusu araştırmaya uygun bir AR(p) modeli seçilir.
- (2) Doğrusallık sıfır hipotezine karşılık, SETAR, STAR ya da MS tipi doğrusal olmama durumunu içeren alternatif hipotez test edilir. Bu adım, rejimleri belirleyen uygun değişkenin seçimini de içerir.
- (3) Seçilen modeldeki parametreler tahmin edilir.
- (4) Geleneksel tanılama testleri ile model değerlendirilir.
- (5) Eğer gerekiyse model değiştirilir.
- (6) Elde edilen model açıklama ya da öngörü için kullanılır.

Bu tahmin aşamalarının 2. adımı için BDS testi (Brock vd., 1996) gibi bazı portmanto tipi testler uygulanabilmektedir. Bu tip testler için oluşturulan alternatif hipotez, hangi doğrusal olmayan modelin kullanılacağını kesin olarak belirtmez.

TAR modellerini tahmin etmedeki asıl zorluk eşik parametresi ve eşik değişkeninin belirlenmesi probleimidir. Bu ikisi belirlendikten sonra TAR modeli ardışık koşullu en küçük kareler yöntemiyle tahmin edilebilir.

### **3.1.3. Koşullu EKK yöntemi**

Hata terimleri bağımsız ve özdeş (iid) dağıldıkları için parametrelerin tahmini için en küçük kareler (EKK) yöntemi kullanılır. Ancak doğrusal olmayanlığa bağlı olarak SETAR modellerinde her bir rejimin otoregresif parametreleri ayrı ayrı tahmin edilerek, ardışık koşullu EKK yönteminden faydalanılır. Yukarıda yer alan (3.4) ifadesi vektörel bir şekilde yazılırsa,

$$x_t = \begin{pmatrix} 1 \\ y_{t-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{t-p} \end{pmatrix}, \quad x_t(c) = \left( x_t' I(y_{t-d} \leq c) + x_t' I(y_{t-d} > c) \right) \quad (3.7)$$

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_{1,0} \\ \phi_{1,1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_{1,p} \end{pmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_{2,0} \\ \phi_{2,1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_{2,p} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

olarak tanımlarsak;

$$y_t = \phi_1' x_t I(y_{t-d} \leq c) + \phi_2' x_t I(y_{t-d} > c) + \varepsilon_t \quad (3.9)$$

şeklinde de ifade edilebileceği gibi kısaca  $\theta = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$  dersek,

$$y_t = x_t(c) \theta + \varepsilon_t \quad (3.10)$$

olarak ifade edilebilir. İlgilenilen parametreler  $\theta$  ve  $c$ 'dir. (3.10) denklemi bir regresyon denklemidir ve uygun bir tahmin yöntemi en küçük kareler metodudur.  $\varepsilon_t \sim iid$  ve  $N(0, \sigma^2)$  varsayımı altında EKK tahmincisi maksimum olabilirlik tahmincisine eşdeğerdir. Bu regresyon doğrusal olmayan bir yapıda ve sürekli olmadığı için EKK tahmincisini elde etmenin en kolay yolu ardışık koşullu EKK'yi tahmin etmektir.

$$x_t(c) = \left( x_t' I(y_{t-d} \leq c) + x_t' I(y_{t-d} > c) \right) \quad \text{ve} \quad x_t = \begin{pmatrix} 1 \\ y_{t-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{t-p} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

olmak üzere  $\theta$ 'nın EKK ile tahmini,

$$\hat{\theta}(c) = (\sum_{t=1}^n x_t(c)' x_t(c))^{-1} (\sum_{t=1}^n x_t(c)' y_t) \quad (3.12)$$

şeklindedir. (3.9) nolu denklemden elde edilen kalıntılar;  $\varepsilon_t(c) = y_t - x_t(c)\hat{\theta}(c)$  olmak üzere kalıntı varyansı,

$$\hat{\sigma}_n^2(c) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_n^2(c) \quad (3.13)$$

şeklindedir.  $c$  değeri (3.13) eşitliğini en küçük yapan değerdir:

$$\hat{c} = \underset{c \in \Gamma}{\operatorname{argmin}} \hat{\sigma}_n^2(c), \quad \Gamma = [c, \bar{c}] \quad (3.14)$$

Eşitlik (3.14)'ün minimizasyon problemi doğrudan elde etme yöntemi ile çözülebilir. Kalıntı varyansı  $\hat{\sigma}_n^2(c)$ ,  $c$  değişkenlik gösterirken en fazla  $n$  adet değer alır ve bu değerler  $t=1, \dots, n$  için  $\hat{\sigma}_n^2(z_{t-d})$  'e karşılık gelir. Böylelikle eşitlik (3.12)'nin EKK çözümü için şu algoritma uygulanır: Her bir  $z_{t-d} \in \Gamma$  için  $c = z_{t-d}$  alınarak, eşitlik (3.10)'e düzenli en küçük kareler metodu uygulanır. En küçük varyansa sahip  $c$  değeri seçilir. Bu yöntem şu şekilde de ifade edilebilir:

$$\hat{c} = \underset{c \in \Gamma}{\operatorname{argmin}} \hat{\sigma}_n^2(z_{t-d}) \quad (3.15)$$

$\theta$ 'nın EKK tahmincisi  $\hat{\theta} = \hat{\theta}(\hat{c})$  olarak bulunur. Benzer şekilde, EKK kalıntıları  $\hat{\varepsilon}_t = y_t - x_t(\hat{c})'\hat{\theta}$  ve örneklem varyansı  $\hat{\sigma}_n^2 = \hat{\sigma}_n^2(\hat{c})$  şeklindedir (Hansen, 1997). Her bir rejimin gecikme sayısı, katsayılar üzerinde t-testi yardımıyla, katsayı grupları üzerinde F-testi yaparak ya da AIC/SC testi ile belirlenebilir.

### 3.1.4. Tong'un yöntemi

Eşitlik (3.5) ile verilen SETAR modelindeki yapısal parametreler; gecikme parametresi  $d$ , eşik bölgesi  $\mathcal{R}^j$  ve her bir eşik bölgesindeki modellerin dereceleri olan  $p_1, p_2, \dots, p_\ell$  dir. Bu parametrelerin belirlenmesi oldukça zordur. Tong (1983), AIC kriterine dayalı olarak bu yapısal parametrelerin belirlenmesi için bir algoritma önermiştir. Bu algoritma şu adımlardan oluşmaktadır:

1. *Adım*: İlk olarak gecikme parametresi  $d$  ve eşik değerleri  $c_1, c_2, \dots, c_{\ell-1}$  için uygun olması muhtemel değerlerin bir kümesi belirlenir.

2. *Adım*: Başlangıçta verilen  $d, c_1, c_2, \dots, c_{\ell-1}$  değerlerine göre her bir eşik bölgesinde  $p_1, p_2, \dots, p_\ell$  derecelerine sahip AR modelleri ayrı ayrı uydurulur.  $AIC(p_i)$ ,  $i$ . eşik bölgesindeki modelin AIC değerini göstermek üzere  $\hat{p}_i$ ,  $AIC(p_i)$  değerini minimum yapan değeri gösterebilir. Bu durumda SETAR modeline ilişkin AIC değeri,  $\underline{c} = c_1, c_2, \dots, c_{\ell-1}$  olmak üzere,

$$AIC(d, \underline{c}) = \sum_{i=1}^{\ell} AIC(\hat{p}_i) \quad (3.16)$$

şeklinde hesaplanır.

3. *Adım*:  $\underline{c}$  için uygun olabilecek değerlerin keyfi  $q$  adet alt kümesi seçilir. Bu alt kümenin elemanları  $\underline{c}^{(1)}, \underline{c}^{(2)}, \dots, \underline{c}^{(q)}$  ile gösterilsin. İlk başta alınan  $d$  değeri sabit tutularak  $\underline{c} = \underline{c}^{(j)}$ ,  $j=1, 2, \dots, q$  için Adım 2 tekrarlanarak  $AIC(d, \underline{c})$  değerleri hesaplanır.  $AIC(d, \underline{c})$  değerini minimum yapan  $\hat{\underline{c}}$  değeri seçilir.  $AIC(d, \underline{c})$ 'nin minimum değeri  $AIC(d) = AIC(d, \hat{\underline{c}})$  ile gösterilsin.

4. *Adım*: Bu durumda  $d = d_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$  için Adım 2 ve Adım 3 tekrarlanarak  $d_1, d_2, \dots, d_p$  içinde  $AIC(d)$  değerini en küçük yapan  $\hat{d}$  değeri bulunur.  $AIC(d)$  değerini minimum yapan  $\hat{d}$  değeri seçildiğinde aynı zamanda  $\hat{\underline{c}}$  ve  $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_\ell$  değerleri de seçilmiş olur.  $d$  değerindeki değişiklikler, model tahmininde kullanılacak gözlem sayısını da değiştirdiğinden burada AIC değerinin kullanılabilir gözlem sayısına oranı kullanılmıştır.

### 3.1.5. Tsay'ın yöntemi

Modelin tahmini konusunda Tsay (1989) çalışmasında, Tong ve Lim'in (1980) çalışmasında da belirttiği yöntemin yoğun hesaplama adımlarından oluştuğunu belirtip karmaşık bir yöntem olduğunu ileri sürmüştü ve bu yöntemi kolaylaştırmak için uygulanabilecek aşağıdaki prosedürü önermiştir.

İlk olarak, AR derecesi  $p$ 'nin ve mümkün eşik değerlerinin kümesi belirlenir. Burada  $y$  değişkeninin seçimi PACF (partial autocorrelation function) ile yapılması mümkün olabileceği gibi, AIC bilgi kriteri kullanılarak da yapılabilir. PACF yöntemi, AIC yöntemine göre seriyi belirlemede daha yol gösterici olmaktadır. Bunun sebebi AIC bilgi kriterinin sürecin doğrusal olmaması durumunda yanıltıcı olabileceğidir.

İkinci adım, ilk adımda karar verilen AR derecesi “ $p$ ” ve eşik değerleri kümesinin her bir elemanı  $d$  için eşik doğrusal olmama testi uygulanır. Test sonucunda sürecin doğrusal olmadığına karar verilirse  $d$  gecikme parametresi seçilir.

Üçüncü adım, seçilen  $p$  ve  $d$  değerleri için eşik değerlerinin serpilme diyagramı ile belirlenmesidir. AR katsayıları anlamlı olduğu sürece  $t$  değerleri kullanılabilir. Katsayılar anlamsız olduğu durumda serpilme diyagramı genellikle doğru bilgi vermeyecektir.

Son adım ise her bir rejim için doğrusal AR tahmin yöntemleri kullanılarak AR derecesi ve eşik değerlerinin belirlenmesinden oluşur. Burada Tsay (1989), yüksek dereceden AR modellerinin doğrusal olmayan modele yakınsayabileceğini ve ilk adımdaki  $p$  değerinin belirlenmesinin önemli olduğunu belirtmiştir. PACF yüksek dereceli terimlerin seçiminde daha başarılı sonuçlar verirken, AIC bilgi kriteri doğrusal zaman serileri modellerinde daha doğru sonuçlar vermektedir.

### 3.1.6. Chan'ın yöntemi

TAR modellerinden bilinmeyen parametrelerden biri olan eşik parametresi  $c$ 'nin süper tutarlı tahmincisini elde etmenin yolunu Chan (1993) göstermiştir. Öncelikle eşik değeri serinin kestiği bir değer olmalıdır. Serinin içine almadığı bir değer eşik değeri olarak belirlenmesi anlamsız olacağı için  $c$  serinin minimum ve maksimum değerleri arasında yer almalıdır. Serinin en yüksek ve en düşük %15'inin inceleme dışı bırakılıp serinin kalanı test edilerek eşik parametresi seçilebilir. Eğer veri aralığı çok genişse, minimum ve maksimum %10'luk kısım analiz dışı bırakılabilir. Kalan değerlerin her birinin eşik değeri olarak belirlendiği ve tahmin edildiği modelin AKT değerleri hesaplanır ve bu değerler karşılaştırılır. Minimum AKT tahminini veren ve seçilen veri aralığı içinde bulunan  $c$  değeri eşik değeri olarak belirlenir.



TAR modelinin sakıncası eşik değerlerin belirlenmesinden sonra rejimler arasında geçişin çok hızlı olmasıdır. Bu durumda klasik araçların kullanımı yanlış sonuçlar vermektedir. İncelenen veride rejimler arası geçişin yumuşak olması halinde ise STAR modeller kullanılmaktadır. Bu şekilde STAR (Smooth Transition Autoregressive) modellerin kullanımı ile iki rejimli durumda rejimler arası geçiş sorunu ortadan kalkmaktadır.

### **3.2. Yumuşak Geçişli Otoregresif (STAR) Modeller**

Bir önceki bölümde tanıtılan TAR modellerinde rejim geçişleri, geçiş değişkeni sabit bir geçiş değeri ile kesiştiği zaman gerçekleşmekteydi. Bu modeller her ne kadar ekonomik ve finansal zaman serilerindeki doğrusal olmayan yapıyı çoğunlukla ortaya koysa da rejim geçişlerinin her zaman ani ve sürekli olduğunu iddia etmek mantıklı olmayan bir söylem olacaktır. Bunun yerine, rejim geçişlerinin bazı durumlarda yumuşak bir şekilde kademeli olarak gerçekleştiğini söylemek daha doğru olacaktır. Eğer sürekli olmayan eşik değerlerinin yerine yumuşak bir geçiş fonksiyonu kullanılırsa, TAR modelleri yumuşak geçişli otoregresif (STAR) modellerine genelleştirilebilir (Zivot ve Wang, 2006).

STAR tipi yaklaşımlar ilk olarak Luukkonen vd. (1988) tarafından kullanılacak biçimde sunulmuştur. Bu yaklaşımlarda geçiş fonksiyonunun tipi lojistikdir. Böylece söz konusu yazarlar çalışmalarında STAR tipi doğrusal olmayı ortaya koyarken, olmama durumunu da gösterecek şekilde bir test yöntemi geliştirmişlerdir. Daha sonra bu yaklaşımlar, Terasvirta ve Anderson (1992), Granger ve Terasvirta (1993) ve Terasvirta'nın (1994) öncü çalışmalarıyla STAR modelinin tahmin süreci ve dinamik özelliklerinin incelenmesine yönelik önemli adımlar atılmıştır. İki rejimli bir STAR modeli aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$y_t = (\phi_{1,0} + \phi_{1,1}y_{t-1} + \dots + \phi_{1,p_1}y_{t-p_1}) (1 - GF(s_t, \gamma, c)) + (\phi_{2,0} + \phi_{2,1}y_{t-1} + \dots + \phi_{2,p_2}y_{t-p_2}) GF(s_t, \gamma, c) + \varepsilon_t \quad (3.17)$$

$s_t$  = Durağan bir geçiş değişkeni. İçsel değişkenin gecikmeli değerlerinden herhangi biri olabilir.

$\gamma$  = Yumuşaklık (smoothness) parametresi

$c$  = Eşik değeri

$GF(s_t, \gamma, c)$  = Geçiş fonksiyonu

$$E[\varepsilon_t] = 0, E[\varepsilon_t^2] = \sigma^2$$

(3.17) ifadesindeki STAR modeli kapalı bir formda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$y_t = \phi_1' x_t (1 - GF(s_t, \gamma, c)) + \phi_2' x_t GF(s_t, \gamma, c) + \varepsilon_t \quad (3.18)$$

$y_t$  = içsel değişken

$\phi_i = (\phi_{i,0}, \phi_{i,1}, \dots, \phi_{i,p})$  tahmin edilecek parametreler  $i=1,2$

$x_t = (1, y_{t-1}, \dots, y_{t-p})$  sabit terim ve içsel değişkenin gecikmeli değerleri. Burada  $p$ , otoregresif yapının derecesini göstermektedir (Ekinci ve Kahyaoğlu, 2012).

$y_t$ 'nin alacağı değerler rejimler arasında yumuşak bir geçiş yapar. Bazı zamanlarda alt rejim üst rejime göre daha fazla etkiye sahipken diğer zamanlarda ise üst rejim alt rejime göre daha fazla etkiye sahip olur ve böylelikle  $y_t$ 'nin doğrusal olmayan yapısı bu iki rejim aracılığıyla belirlenir. Bir başka yorum ise, STAR modellerinde, her biri farklı bir  $GF$  değeri ile ilişkili olan rejimlerin sürekliliğe imkan tanınmasıdır (Zivot ve Wang, 2006).

Yumuşaklık parametresi  $\lambda$ , rejimler arası geçişin hızını karakterize eder. Geçiş fonksiyonu  $GF(s_t, \gamma, c)$ , 0 ile 1 arasında değişen sürekli bir fonksiyondur. Geçiş değişkeni  $s_t$ , gecikmeli içsel değişkendir yani  $d > 0$  için  $s_t = y_{t-d}$ . Burada bu varsayımda bulunmadık çünkü geçiş değişkeni dışsal bir değişken ( $s_t = z_t$ ) ya da doğrusal olmayan

bir fonksiyonun gecikmeli içsel değişkenlerin biri (herhangi bir h fonksiyonu için  $s_t = h(\tilde{x}_t; a)$  ve  $a$ ,  $q \times 1$  parametre vektörü olmak üzere ) olabilir. Son olarak, geçiş fonksiyonu doğrusal bir eğilimin fonksiyonu olabilir ( $s_t = t$ ).

STAR modelleri geçiş fonksiyonunun alacağı değere göre bir rejimden diğer bir rejime yumuşak bir geçiş sağlayan rejim geçişli modellerdir. Geçiş fonksiyonu 0 ile 1 arasında değerler almasıyla çok rejimli STAR modelleri elde edilebilir.

İki rejimli bir STAR modeli aşağıdaki şekilde de yazılabilir. Model kabaca doğrusal ve doğrusal olmayan kısım olarak iki bölüme ayrılabilir. Uygulamaya yönelik çalışmalarda modeller genelde (3.19)'daki gibi gösterilir.

$$y_t = \underbrace{\phi' x_t}_{\text{Doğrusal Kısım}} + \underbrace{\phi' x_t GF(s_t; \gamma, c)}_{\text{Doğrusal Olmayan Kısım}} + \varepsilon_t \quad (3.19)$$

Modelleme sürecinde geçiş fonksiyonundan doğrudan etkilenmeyen kısım doğrusal kısım olarak ifade edilir. Yani,  $GF(s_t, \gamma, c) = 0$ 'dır. Doğrusal olmayan kısımda ise geçiş fonksiyonu etkin hale gelmektedir, yani  $GF(s_t, \gamma, c) > 0$ 'dır (Dijk vd., 2000; Enders, 2004).

STAR modelinde geçiş fonksiyonu lojistik fonksiyon olarak seçildiğinde Lojistik Yumuşak Geçişli Otoregresif (LSTAR) modeli elde edilirken, üstel fonksiyonun kullanılmasıyla Üstel Yumuşak Geçişli Otoregresif (ESTAR) modeline ulaşılmaktadır (Terasvirta, 1994). Literatürde geçiş fonksiyonunun tipine göre pek çok STAR tipi doğrusal olmayan model mevcuttur. Çalışmanın bu kısmında öncelikle temel kabul edilen LSTAR ve ESTAR modelleri üzerinde durulacaktır.

### 3.2.1. LSTAR yaklaşımı

Geçiş fonksiyonu  $GF(s_t, \gamma, c)$  için ele alınacak farklı tipte fonksiyonlar, birbirinden farklı rejim geçişli modellerin oluşumuna olanak sağlar.  $GF(s_t, \gamma, c)$  için ele alınan en popüler model birinci dereceden lojistik fonksiyondur:

$$GF(s_t, \gamma, c) = (1 + \exp\{-\gamma(s_t - c)\})^{-1}, \quad \gamma > 0 \quad (3.20)$$

Bu model lojistik STAR (LSTAR) model olarak adlandırılır. Bu denklemde yer alan  $c$ , iki rejim arasındaki eşik değeri olarak yorumlanabilir. Bu bakımdan  $s_t$  artarken lojistik fonksiyon monoton bir şekilde 0 ile 1 arasında değişkenlik gösterir.  $\gamma$ , yumuşaklık parametresidir ve bir rejimden diğerine geçişin yumuşaklığını ifade eder.  $\gamma \rightarrow \infty$ ' a giderken rejimler arası geçiş sertleşmekte,  $\gamma \rightarrow 0$  yaklaşırken geçiş yumuşamaktadır (Dijk vd., 2000)

Buna göre  $\gamma \rightarrow 0$ ' a giderken  $GF(s_t, \gamma, c) = 0.5$  değerini alacaktır. LSTAR(p) modeli bu durumda AR(p) modeline dönüşür.  $\gamma \rightarrow \infty$ 'a giderken  $GF(s_t, \gamma, c) = 1$  değerini alır ve aynı şekilde LSTAR(p) modeli bir başka AR(p) modeline dönüşmektedir.  $\gamma$ 'nın aldığı ara değerler ( $0 < \gamma < \infty$ ) aralığında ise  $0 < GF(s_t, \gamma, c) < 1$  değerleri arasındadır.  $GF(s_t, \gamma, c)$ 'nin bu aralıkta aldığı değerler için farklı otoregresif dinamikler oluşmaktadır.  $s_t \rightarrow -\infty$ 'a giderken  $GF(s_t, \gamma, c) \rightarrow 0$ 'a yaklaşır ve alt rejimin ağırlığı artar. Ancak  $s_t \rightarrow +\infty$ 'a giderken  $GF(s_t, \gamma, c) \rightarrow 1$ 'e yaklaşır ve üst rejimin ağırlığı artar.  $s_t = c$  ise,  $GF(s_t, \gamma, c) = 0.5$  olup rejimler eşit ağırlığa sahiptir (Ekinci ve Kahyaoğlu, 2012).

### 3.2.2. ESTAR yaklaşımı

Eğer geçiş fonksiyonu;

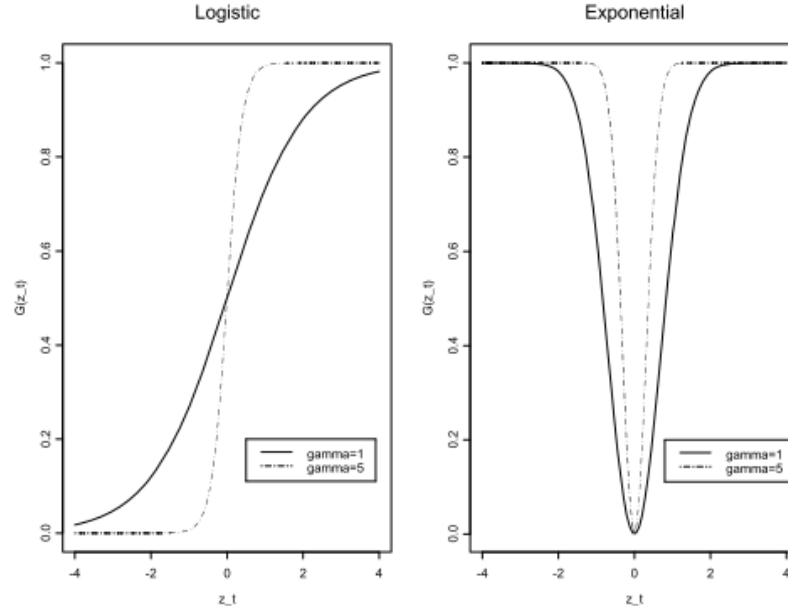
$$GF(s_t, \gamma, c) = 1 - e^{-\gamma(s_t - c)^2}, \quad \gamma > 0 \quad (3.21)$$

olarak ele alınırsa oluşan model üstel STAR ya da ESTAR modelidir. LSTAR modelinde olduğu gibi,  $c$  eşik değeri ve  $\gamma$  ise rejimler arası geçişin hızı ve yumuşaklığı olarak yorumlanabilir.

ESTAR yaklaşımında  $\gamma \rightarrow 0$ 'a giderken  $GF(s_t, \gamma, c) = 0$  değerini almaktadır. Böylece ESTAR(p) modeli AR(p) modeline dönüşür.  $GF$ ,  $\gamma \rightarrow \infty$ 'a giderken  $GF(s_t, \gamma, c) = 1$  değerine sahip olmaktadır. Bunun sonucunda ESTAR(p) modeli başka bir AR(p) modeline dönüşür.  $\gamma$ 'nın aldığı ara değerler için ( $0 < \gamma < \infty$ ),  $(s_t - c)$ 'nin aldığı değerlere bağlı olarak geçiş fonksiyonu  $0 < GF(s_t, \gamma, c) < 1$  arasında değerler alır.  $GF(s_t, \gamma, c)$ 'nin bu aralıkta aldığı değerler için farklı otoregresif dinamikler oluşmaktadır. Ayrıca geçiş

fonksiyonu  $(s_t-c)$  etrafında simetrik bir yapı gösterir.  $(s_t-c) \rightarrow \pm\infty$ 'a giderken  $GF(S_t, \gamma, c) \rightarrow 1$  'e yaklaşır. Ancak,  $(s_t-c) \rightarrow 0$ 'a giderken  $GF(S_t, \gamma, c) \rightarrow 0$ 'a yaklaşır (Ekinci ve Kahyaoğlu, 2012).

LSTAR ve ESTAR modelleri arasındaki benzerliğe rağmen, bu modeller aslında rejimler arası geçişlerde farklı davranış özelliklerine sahiptir. Aşağıdaki grafik,  $c = 0$  ve  $\gamma=1$  ve 5 olmak üzere lojistik ve üstel geçiş fonksiyonlarının grafiğini göstermektedir.



**Şekil 3.1. Lojistik ve Üstel Geçiş Fonksiyonları**

Grafikten de görüleceği üzere; eğer  $\gamma$  değeri küçükse, iki geçiş fonksiyonu da 0 ile 1 arasında çok yumuşak ve yavaş bir geçiş sağlar. Eğer  $\gamma$  değeri büyük bir değerse, iki geçiş fonksiyonu da 0 ile 1 arasında daha hızlı bir geçiş sağlar. Bu durum TAR modelini akıllara getirmektedir. Bu nedenle  $\gamma$  çok büyük bir değer aldığı anda, rejimler arası geçiş ani ve keskindir. Böylece LSTAR modeli TAR modeline yaklaşmaktadır (Zivot ve Wang, 2006).

### 3.2.3. STAR modelinin tahmin aşamaları

STAR modellerinin oluşturulma süreci aşağıdaki adımlardan oluşmaktadır: (Dijk, 1999)

- 1) İlk olarak eldeki veri seti için uygun bir doğrusal otoregresif model, bilgi kriteri (AIC) yardımıyla belirlenir.
- 2) Sıfır hipotezi altında doğrusallık durumuna karşılık, STAR tipi doğrusal olmama durumunu içeren alternatif hipotez test edilir. Eğer sıfır hipotezi reddedilirse uygun geçiş değişkeni  $s_t$  seçilir ve bu fonksiyonun tipine bağlı olarak LSTAR ya da ESTAR modeline karar verilir.
- 3) Seçilen STAR modelindeki parametreler doğrusal olmayan EKK yöntemi ile tahmin edilir.
- 4) Tanılayıcı testler yardımı ile STAR modeli değerlendirilir.
- 5) Eğer gerekliyse model değiştirilir ve yeniden tahmin edilir.
- 6) Son olarak, model açıklama ya da tahminleme amaçlı kullanılır.

Doğrusallık testleri otokorelasyona duyarlı olduğu için doğrusal modeldeki kayda değer otokorelasyonu yakalamak amacıyla otoregresif modelin gecikme sayısı belirlenmelidir. Modelin gecikme sayısı, AIC, SC ya da t anlamlılık testi ile belirlenebilir.

### 3.2.4. Terasvirta'nın doğrusallık testi ve STAR modelinin tahmini

Uygun olan doğrusal model belirlendikten sonra STAR tipi doğrusal olmama durumu test edilebilir. Terasvirta (1994), STAR modellerinin oluşturulmasında Lagranj çarpanı (LM) testleri aracılığıyla doğrusal olmamanın sınanmasına ve uygun olan LSTAR/ESTAR modellerinden birinin seçilmesine olanak sağlayan bir model seçim süreci geliştirmiştir.

Doğrusallık testleri sıfır hipotezi altında, bazı tanımlanamayan sıkıcı parametrelerden (nuisance parameters) dolayı karmaşıktır. Doğrusallık sıfır hipotezi, (3.19) modelinde

iki rejimdeki parametrelerin aynı olduğunu ifade eder. Böylece geçiş fonksiyonu etkisiz kaldığından doğrusal AR(p) modeli geçerli olur.

$$H_0: \phi_1 = \phi_2$$

$$H_1: \phi_{1,i} \neq \phi_{2,i}, \text{ en az biri farklıdır. } i \in (0, 1, \dots, p)$$

Yukarıdaki hipotezler test edilirken karşılaşılan ana problem, sıfır hipotezi altında tanımlanamayan parametrelerin varlığıdır. Sıfır hipotezi altında  $\gamma$  ve  $c$ 'nin tanımsız olması, tanımlanamayan parametreler sorununa yol açmaktadır. Bu sorunun üstesinden gelmek için, geçiş fonksiyonu ( $GF(s_t, \gamma, c)$ ), uygun bir Taylor açılımı ile yer değiştirebilir. Örneğin, Luukkonen vd.'nin (1988) önerisi olan, üçüncü dereceden Taylor yaklaşımı ile aşağıdaki yardımcı regresyon kullanılabilir.

$$y_t = \beta'_0 x_t + \beta'_1 x_t s_t + \beta'_2 x_t s_t^2 + \beta'_3 x_t s_t^3 + u_t \quad (3.22)$$

Burada  $i = 1, 2, 3$  için  $\beta_{i,0}$  ve  $\beta'_i$ ,  $\phi_1, \phi_2, \gamma$  ve  $c$  parametrelerinin fonksiyonları olmak üzere  $u_t$  orijinal hata terimini içerir ve bu terim Taylor yaklaşımından ortaya çıkar. (3.19) denkleminde geçiş değişkeni  $s_t$ 'nin,  $x_t$ 'de yer alan unsurlardan biri olmadığı kabul edilir. Eğer durum böyle değilse,  $i = 1, 2, 3$  için  $\beta_{i,0} s_t^i$  ifadesi yardımcı regresyondan çıkarılmalıdır.

Taylor açılımı sonucunda ulaşılan regresyon (3.22) yardımıyla STAR tipi doğrusal olmama testi yapılmaktadır. Doğrusallık testi için sıfır hipotezi  $i = 1, 2, 3$  için  $H_0: \beta'_i = 0$  olarak kurulabilir. Bir başka deyişle, yardımcı regresyon ile ilgili parametreler sıfıra eşittir. Bu hipotez herhangi bir standart değişken ekleme testi ile kolayca test edilebilir. LM olarak gösterilen test istatistiği;  $p$ ,  $x_t$  vektörünün boyutu olmak üzere,  $3p$  serbestlik derecesi ile asimptotik bir  $X^2$  dağılımına sahiptir.

Uygun geçiş değişkeni  $s_t$ 'nin belirlenmesi için LM istatistiği kullanılabilir. Örneğin en küçük  $p$  olasılık değerine sahip olan modelin gecikme sayısı seçilebilir (Hasanov ve Omay, 2008).

Pratikte STAR modeline özgü doğrusallık sıfır hipotezini sınamak için aşağıdaki adımlar uygulanır (Eithrem ve Teräsvirta, 1996; Teräsvirta, 1998):

1)  $x_t$ 'nin  $y_t$ 'ye göre regresyon denklemi kurulması. Kalıntıların ( $\hat{\epsilon}_t$ ) ve  $HKT_0 = \sum_{i=1}^T \hat{\epsilon}_t^2$ 'nin hesaplanması.

2)  $x_t$  ve  $\hat{x}_t s_t^i$ 'nin ( $i=1,2,3$ )  $\hat{\epsilon}_t$  ya da  $y_t$  'ye göre yardımcı regresyon denklemi kurulur. Kalıntılar ( $\hat{u}_t$ ) ve  $HKT_1 = \sum_{i=1}^T \hat{u}_t^2$  'nin hesaplanır.

3) LM istatistiğinin  $X^2$  versiyonunun hesaplanması:

$$LM = \frac{T(HKT_0 - HKT_1)}{HKT_1} \quad (3.23)$$

(3p serbestlik derecesine sahip asimptotik  $X^2$  dağılımına uymaktadır.)

Ya da LM istatistiğinin F versiyonunun hesaplanması:

$$LM_F = \frac{(HKT_0 - HKT_1)/m}{HKT_1/(T-m-n)} \quad (3.24)$$

Burada F dağılımı, m ve (T-m-n) serbestlik derecelerine sahiptir. (3.17) modeline üçüncü dereceden Taylor açılımı uygulandığı varsayılırsa, bu önsav kapsamında doğrusal olmayan kısımda 3p adet parametre ve doğrusal kısımda (p+1) adet parametrenin tahminini gerektirdiğinden  $m=3p$  ve paydada ise  $(T-m-n)=(T-4p-1)$  yer almaktadır.

Küçük ve orta büyüklükteki örneklem için LM testinin F versiyonunu kullanmak daha avantajlıdır. Bunun nedeni, F istatistiğinin  $X^2$ 'ye göre daha iyi küçük örneklem özellikleri taşımasıdır.

Doğrusallık testi aşamasında geçiş değişkeni  $s_t$  yerine olası tüm geçiş değişkenleri ( $\hat{x}_t = (y_{t-1}, \dots, y_{t-p})'$ ) kullanılarak doğrusallık testi yapılır. Bu doğrusallık testlerinden hangisinin olasılık değeri en küçük ise bu doğrusallık testinde yer alan geçiş değişkeni, STAR modelinin geçiş değişkeni olarak kabul edilmektedir.

Uygun geçiş değişkeni  $s_t$ 'nin belirlenmesinden sonraki adım lojistik ya da üstel fonksiyonlardan birinin seçimi ile STAR modelinin hangi tipte olacağının belirlenmesidir. Terasvirta (1994), eşitlik (3.19)'daki denkleme bağlı olarak bir dizi testlerden oluşan bir yöntem önermiştir. Bu yöntem aşağıdaki sıfır hipotezlerinin LM tipi methodlar ile test edilmesini içerir:



$$i) H_{03}:\beta_3=0$$

$$ii) H_{02}:\beta_2=0 \mid \beta_3=0$$

$$iii) H_{01}:\beta_1=0 \mid \beta_3=\beta_2=0$$

Bu hipotezler, ayrı ayrı  $F_3, F_2, F_1$  olarak gösterilen F testleri ile test edilir. Eğer  $F_2$  ile ilişkili p değeri en küçük değere sahipse ESTAR modeli seçilmeli, diğer tüm durumlarda LSTAR modeli tercih edilmelidir.

Sonuç olarak, STAR tipi doğrusal olmayanlığı test ederken elde edilen önemli kazanımlar vardır. Bunlardan ilki, söz konusu zaman serisinin STAR tipi bir veri yaratım sürecine uygun olup olmadığı anlaşılır. İkincisi, geçiş değişkeni ( $s_t$ ) ve geçiş fonksiyonunun yapısı belirlenir.

Geçiş değişkeni ve geçiş fonksiyonunun yapısı belirlendikten sonra STAR modelinin tahmini için doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemiyle, kalıntıların karesi minimize edilerek,  $\theta=(\phi'_1, \phi'_2, \gamma, c)$ ' nın içerdiği parametreler tahmin edilir:

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \sum_{t=1}^T (y_t - G(x_t, \theta))^2 \quad (3.25)$$

$$G(x_t; \theta) = \phi'_1 x_t \{1 - GF(s_t, \gamma, c)\} + \phi'_2 x_t GF(s_t, \gamma, c) \quad (3.26)$$

### 3.3. Markov Rejim Değişim (Switching) Modeli

Çalışmanın bu kısmına kadar ele alınan, doğrusal olmayan modellerden TAR ve STAR modellerinde rejimler arası geçiş gözlenebilen bir değişkene bağlı olarak değişmekteydi. Markov rejim değişim (switching) modelinde ise rejimler arası geçiş TAR ve STAR modellerinin aksine gözlenemeyen rassal bir durum değişken tarafından belirlenir. Dolayısıyla, Markov değişim modellerinde, zamanın herhangi bir noktasında hangi rejimin etkili olduğu kesin olarak bilinmemektedir. Ancak zamanın herhangi bir anında her bir rejime ait gözlenme olasılığı hesaplanabilmektedir.

Hamilton'un (1989) literatüre kazandırdığı, rejim geçişli model olarak da bilinen Markov rejim değişim modeli en çok kullanılan doğrusal olmayan zaman serisi

modellerinden biridir. Bu model, zaman serisinin yapısını karakterize etmek için farklı rejimlerde pek çok denklem içerir. Bu denklemler arasında geçiş sağlanarak, seride yer alan çok daha karmaşık yapının ortaya konması amaçlanır. Rejimler arası geçişte kullanılan Markov zincirinde durum değişkeninin güncel değeri, bir önceki döneme ait değişkene bağlıdır (Kuan, 2002).

İki rejimli bir Markov rejim değişim modeline sahip  $y_t$  zaman serisi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$y_t = \begin{cases} c_0 + \sum_{i=1}^p \phi_{1i} y_{t-i} + \varepsilon_{t0} & \text{eğer } s_t=1 \\ c_1 + \sum_{i=1}^p \phi_{2i} y_{t-i} + \varepsilon_{t1} & \text{eğer } s_t=2 \end{cases} \quad (3.27)$$

(3.27) ifadesinde yer alan  $\phi_{1,i}$  ve  $\phi_{2,i}$  her bir rejime ait otoregresif gecikme parametreleri olmak üzere  $\varepsilon_{t0}$  ve  $\varepsilon_{t1}$  serileri birbirinden bağımsız “beyaz gürültü” serileridir.  $s_t$ , (3.28) ifadesindeki geçiş olasılıklarına sahip, rejimler arası geçişi sağlayan, birinci dereceden Markov zincirini belirtir ve  $\{1, 2\}$  değerlerini alır. Eğer seri alt rejimde bulunuyorsa  $s_t=1$ , üst rejimde bulunuyorsa  $s_t=2$  değerini alır.

$$P(s_t=2 | s_{t-1}=1)=P_{12} \text{ ve } P(s_t=1 | s_{t-1}=2)=P_{21} \quad (3.28)$$

İki rejimli Markov Zinciri geçiş olasılıkları matrisi aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$P_{11}=[S_t=1 | S_{t-1}=1]=p$  ; alt rejimden alt rejime geçiş olasılığını vermektedir.

$P_{12}=[S_t=2 | S_{t-1}=1]=1-p$  ; alt rejimden üst rejime geçiş olasılığını vermektedir.

$P_{21}=[S_t=1 | S_{t-1}=2]=q$  ; üst rejimden alt rejime geçiş olasılığını vermektedir.

$P_{22}=[S_t=2 | S_{t-1}=2]=1-q$  ; üst rejimden üst rejime geçiş olasılığını vermektedir.

MS modeli bir koşullu ortalama fonksiyonundan diğerine geçişi yönetmek için gizlenmiş bir Markov model zincirini kullanır. Bu özellik, rejimler arası geçiş için serinin gecikmeli değişkenlerinin değerlerini kullanan SETAR modelinden farklı olmasını sağlayan faktördür. Sonuç olarak, SETAR modeli model geçişlerini yönetmek için deterministik bir süreç kullanırken MS modeli stokastik bir süreç

kullanılmaktadır. MS modeli 2 evreden fazla bir modele genelleştirilebilir fakat modeli tahmin etmek için hesapsal yoğunluk oldukça hızlı bir şekilde artar (Ramakrishnan, 2010; Hamilton, 1989).

s adet duruma sahip  $p \times p$  boyutlu geçiş olasılıklarının genel notasyonu şu şekildedir:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{s1} & \cdots & p_{ss} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

### 3.3.1. Markov zincirinin çözüm süreci

Markov rejim değişim modelinde k adet rejimin olduğunu varsayalım. Hesaplama ve sunum kolaylığı açısından ve aynı zamanda uygulamalı çalışmalarda da daha çok tercih edilen  $k=2$  rejimli model üzerinde durulacaktır. Bu modelin parametrelerinin ve geçiş olasılıklarının tahmini için maksimum olabilirlik tahmin yöntemi kullanılacaktır.

$\Omega_t = (x_t, x_{t-1}, \dots, x_1)^T$  p boyutlu açıklayıcı değişkenleri içeren bir matris,  $I_t = (y_1, y_2, \dots, y_t)^T$  t zamanı boyunca gözlemlenen verilere ilişkin vektörleri içeren matris ve  $\theta = (a, \beta_1^T, \beta_2^T, \sigma, p_{11}, p_{22})^T$ 'nin modelin parametrelerinin vektörlerini içerdiğini kabul edelim.

$\theta$ , maksimum olabilirlik yöntemi ile tahmin edilebilir.  $\Omega$  ve  $I_{t-1}$  verildiğinde t. gözleme ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonu  $f(y_t | \Omega_t, I_{t-1}; \theta)$  olsun.  $\{y_1, \dots, y_n\}$ 'e ilişkin maksimum olabilirlik fonksiyonu (3.31)'deki gibidir.

$$L(\theta) = f(y_1 | \Omega_1; \theta) f(y_2 | \Omega_2, I_1; \theta) f(y_3 | \Omega_3, I_2; \theta) \dots f(y_n | \Omega_n, I_{n-1}; \theta) \quad (3.31)$$

$f(y_t | \Omega_t, I_{t-1}; \theta)$ , aşağıdaki gibi tahmin edilebilir.

$$\begin{aligned}
f(y_n | \Omega_n, I_{n-1}; \theta) &= \sum_i \sum_j f(y_t | S_t=i, S_{t-1}=j, \Omega_t, I_{t-1}, \theta) \\
&\times \Pr(S_t=i, S_{t-1}=j | \Omega_t, I_{t-1}; \theta) \\
&= \sum_i \sum_j f(y_t | S_t=i, \Omega_t, I_{t-1}, \theta) \times \Pr(S_t=i, S_{t-1}=j | \Omega_t, I_{t-1}; \theta) \\
&= \sum_i \sum_j f(y_t | S_t=i, \Omega_t, \theta) \times \Pr(S_t=i, S_{t-1}=j | \Omega_t, I_{t-1}; \theta)
\end{aligned} \tag{3.32}$$

(3.32) denkleminde,

$$f(y_t | S_t=i, \Omega_t, \theta) = \frac{\tau(1-\tau)}{\sigma} \exp \left[ -\frac{p_t(y_t - a - x_t^T \beta_t)}{\sigma} \right] \tag{3.33}$$

şeklindedir. Koşulsuz ilk olasılıklar  $\Pr(S_0=i)$   $i=1,2$  verildiğinde, (3.29) ifadesindeki ağırlıklı olasılıklar Bayes kuralı ayrı ayrı uygulanarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\begin{aligned}
&\Pr(S_t=i, S_{t-1}=j | \Omega_t, I_{t-1}; \theta) \\
&= \Pr(S_{t-1}=j | \Omega_{t-1}, I_{t-1}; \theta) \Pr(S_t=i, S_{t-1}=j | \Omega_t, I_{t-1}; \theta)
\end{aligned} \tag{3.34}$$

(3.34) eşitliği rejimler arası geçiş olasılıkları  $p_{ji}$  değerlerini verir.  $\Pr(S_{t-1}=j | \Omega_{t-1}, I_{t-1}; \theta)$  değeri bir önceki özyinelemeden aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\begin{aligned}
\Pr(S_{t-1}=j|\Omega_{t-1},I_{t-1};\theta) &= \sum_{i=1}^2 \Pr(S_{t-1}=j,S_{t-2}=i|\Omega_{t-1},I_{t-1};\theta) \\
&= \sum_{i=1}^2 \frac{f(y_{t-1}|s_{t-1}=j, S_{t-2}=i, \Omega_{t-1}, I_{t-2}; \theta) \Pr(S_{t-1}=j, S_{t-2}=i|\Omega_{t-1}, I_{t-2}; \theta)}{f(y_{t-1}|\Omega_{t-1}, I_{t-2}; \theta)} \\
&= \frac{f(y_{t-1}|s_{t-1}=j, \Omega_{t-1}; \theta) \Pr(S_{t-2}=i|\Omega_{t-2}, I_{t-2}; \theta) p_{ij}}{f(y_{t-1}|\Omega_{t-1}, I_{t-2}; \theta)} \tag{3.35}
\end{aligned}$$

Bu aşamadan sonra,  $L(\theta)$ 'yi maksimize eden  $\hat{\theta}$  tahmin değerleri herhangi bir optimizasyon yöntemi ile elde edilebilir. Önerilen model doğrusal regresyon dağılım modelini genelleştirir ve modelin parametrelerinin farklı rejimler altında değişkenlik gösterdiğini varsayar. Böylece, bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasında doğrusal olmayan ilişki yapısının olduğunu varsayar (Zhu vd., 2016).

### 3.4. Parametrik Olmayan Yöntemler

Parametrik olmayan regresyonun güçlü varsayımlara sahip olmaması ve sabit parametrik bir modele bağlı kalmamasının yanı sıra iki değişken arasında var olan ilişkinin açıklanmasında esneklik sağlaması ve ardışık  $X$  değerleri arasında interpolasyon ve kayıp gözlemlerin yerine kullanılması için esnek yöntemler sunması gibi avantajları vardır.

Parametrik olmayan regresyon aykırı gözlemlerin yer aldığı veri setleri için önemli bir analiz yöntemidir. Literatürde aykırı gözlemlerin etkilerini analiz eden güçlü parametrik yöntemler vardır. Fakat, aykırı gözlemlerden dolayı parametreler bozulduğu için bu güçlü yöntemler dahi uygun çözümler üretemeyebilir ve verinin gerçek yapısı modele yansıtılamaz. Bu durumda parametrik olmayan regresyon, farklı açılımlar sağlamaktadır (Hardle, 1990).

Parametrik ve parametrik olmayan teknikler, regresyon analizi probleminde iki farklı yaklaşım sağlar. Parametrik yöntemlerin uygulanması için,  $\mu$ 'nün yapısıyla ilgili oldukça spesifik ve nicel bilgilere ihtiyaç vardır. Bu yöntemler; teori, geçmiş

tecrübeler ya da diğer kaynaklar süreçle ilgili detaylı bilgi sağladığında en uygun yöntemlerdir. Buna karşılık, parametrik olmayan teknikler, araştırmacının  $\mu$  hakkında nitelikli bilgiler sağlamasına bağlıdır ve regresyon eğrisinin gerçek yapısının ortaya konması için verinin sadece kendisinden faydalanılır; örneğin, önsel bir fonksiyonel yapıya ihtiyaç duyulmaz. Bu yöntemler, regresyon eğrisiyle alakalı az bilgiye sahip olduğunda ya da gerekli olan öncel bilgilere sahip olunmadığında en uygun yöntemlerdir (Eubank, 1999).

Parametrik zaman serisi modelleri doğru ve ayrıntılı bir şekilde tanımlanırsa, bu modeller veriyi analiz etmek için güçlü bir analiz imkanı sağlar. Ancak, en etkili denilebilecek herhangi bir parametrik yöntem eldeki veriyi meydana getiren gerçek stokastik unsurlara sadece bir yaklaşımdır. Modelin yanlı olması meselesi genellikle parametrik modelleme etrafında baş göstermektedir. Bunun için geleneksel yöntemlerden biri parametrik modelleri küçük bir sınıftan daha geniş bir sınıfa genişletmektir. Bu yöntem modelin yanlılığı ile ilgili oluşan endişelerin bir nebze önüne geçebilir fakat bu meselenin üstesinden gelmek için en etkili yöntem olduğu söylenemez.

Uygulamalarda pek çok veri seti, normal olmama durumu, asimetrik dalgalanmalar, gecikmeli değişkenler arasındaki doğrusal olmama durumu ve değişen varyans gibi doğrusal olmayan özellikler gösterir. Bu yüzden veriyi oluşturan süreci açıklamak için doğrusal olmayan modellere ihtiyaç duyulur. Ancak, doğrusal zaman serisi modellerinden öte keşfedilebilecek çok sayıda doğrusal olmayan yapı mevcuttur. Bu durum herhangi bir zaman serileri analisti için modeller birbirini ardına denendiğinden gereksiz bir iş olacaktır. Bunun için alternatif yol parametrik olmayan methodların kullanımınıdır. Parametrik olmayan en esnek model herhangi özel bir yapıyı otoregresyon fonksiyonuna empoze etmeyen, tam parametrik olmayan modeldir. Bu model hiç kuşkusuz modelin bağımlılığını azaltmak için esnek bir modeldir (Fan ve Yao, 2003).

$(x_i, y_i)$ ,  $i=1, \dots, n$  gözlem değerleri verildiğinde  $x=(x_1, \dots, x_p)$  bağımsız değişkenlerinin ve  $y$  bağımlı değişkeninin ölçümleri arasındaki ilişkiyi açıklayan en yaygın yöntem,  $E(y | x)=f(x)$  koşullu beklenen fonksiyonunu tahmin etmektir. Böyle bir ilişkiyi açıklayan genel parametrik olmayan regresyon modeli,

$$y = E(y | x) + \varepsilon$$
$$= f(x) + \varepsilon \quad (3.36)$$

şeklinde ifade edilir. (3.36) modelinde belirtilen  $f$ , parametreleri belli olmayan, bir fonksiyonel ilişkiyi gösteren bilinmeyen bir fonksiyondur. Bir başka ifadeyle, belirgin bir şekle sahip olmayan, az sayıda parametre ile basit bir şekilde açıklanamayan, bağımsız  $x$  değişkenlerinin bir fonksiyonudur. Ayrıca (3.36) modelinde yer alan  $\varepsilon$  rassal hata terimi olup,  $E(\varepsilon | x) = 0$  ve  $\text{Var}(\varepsilon | x) = \sigma^2(x)$  koşullarını sağlayan bağımsız bir rassal değişkendir. Parametrik olmayan regresyonda amaç, parametreleri tahmin etmekten çok, doğrudan (3.36) modelindeki  $f$  regresyon fonksiyonunu tahmin etmektir (Hardle ve Linton, 1994).

Özetle, parametrik olmayan regresyon yaklaşımı ile  $y$  değişkeni için farklı  $x$  değerlerine uygun olan bir beklenen değer elde edilmeye çalışılır. Bu özelliğiyle parametrik olmayan regresyon, regresyon fonksiyonunun önsel bir şekline (örneğin doğrusal, karesel v.b gibi) sahip olmaksızın her bir  $x$  için ortalama  $y$  değeri tahminde kullanılarak, parametrik regresyonun bir alternatifi olur. Böyle bir regresyon fonksiyonu belirli bir tanımlamaya sahip olmadığı ve az sayıda parametre ile açıklanamadığı için model parametrik olmayan (*nonparametric*) olarak adlandırılır.

Parametrik olmayan regresyonla, çok geniş esnek fonksiyonlar sınıfından amaca uygun bir model seçilebilir. Bu fonksiyonlar en az esneklikten (düşük dereceli bir polinom) en çok esnekliğe (interpolasyon) kadar süren bir genişletme ve bir düzeltme parametresi ile indekslenir. Bu fonksiyonlar düzeltme düzeyine bağlı olduğu için karmaşık bir parametrik şekle sahip olabilirler. Diğer yandan, söz konusu probleme ilişkin ele alınan çok sayıda açıklayıcı değişken varsa, parametrik olmayan regresyon modelleri yanlış tahminler üretebilir ve bu modelleri yorumlamak zor olabilir (Hardle vd., 2004).

Sonuç olarak, parametrik ve parametrik olmayan metodlar regresyon analizine belirgin biçimde farklı yaklaşımlar sağlasa da, bu durum bir yaklaşımın diğerine üstün olduğu anlamına gelmez. Aslında, parametrik olmayan yöntemler, önerilen bir parametrik yöntemin geçerliliğini sınamak için kullanılabilir. Diğer yandan, parametrik olmayan

yöntemler ile elde edilen bir regresyon eğrisinin yapısı ileriki çalışmalarda kullanmak için uygun bir parametrik model önerebilir. Böylece, parametrik olmayan yöntemler modelleme sürecinde, analizin son adımını ya da sadece açıklayıcı veya sürecin tasdik edici bir adımını oluşturabilir (Eubank, 1999).

### 3.4.1. Çekirdek (Kernel) düzeltme yöntemi

Çekirdek düzeltme yöntemi, ağırlık fonksiyonu kullanarak gözlemlerin ortalamasını elde etmek için kullanılan, bir hareketli ortalama düzleştiricisidir. (3.36) modelindeki  $f(x)$ 'i kestirmek için ilk yöntem Nadaraya (1964) ve Watson (1964) tarafından önerilmiştir:

$$\hat{f}(x) = \sum_{i=1}^n W_i(x) y_i \quad (3.37)$$

$$W_i(x) = \frac{K\left(\frac{x_i - x}{\lambda}\right)}{\sum_{i=1}^n K\left(\frac{x_i - x}{\lambda}\right)} = \frac{K(u)}{\sum K(u)} \quad (3.38)$$

Bu tahminci Nadaraya-Watson tahmincisi olarak adlandırılmaktadır. Burada,

$n$ : Gözlemlerin sayısı

$K$ : Seçilen çekirdek olasılık yoğunluk fonksiyonu

$\lambda$ : Bant Genişliği

$W_i(x)$ :  $W(x, x_i)$ :  $x - x_i$  uzaklığına bağlı ve  $i$ . gözlem  $y_i$ 'ye atanan ağırlık olarak tanımlanır.

Genel olarak, normal çekirdek fonksiyonu,  $K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)$  kullanılır (Shumway ve Stoffer, 2006).

Böylelikle  $x$ 'e bağlı  $W_i(x)$  ağırlıkları yardımıyla,  $y_i$ 'nin bir ağırlıklı toplamı olarak  $x$  noktasında regresyon fonksiyonu tahmin edilir.  $i$ . gözlemin  $W$  ağırlığı,  $x - x_i$  uzaklığının bir fonksiyonudur. Bu uzaklık küçükse ağırlık genelde yüksek, büyükse ağırlık genelde düşük olur. Ağırlıklar  $K$  fonksiyonu tarafından belirlenir ve bant genişliği (düzeltme parametresi) olarak bilinen  $\lambda$  tarafından kontrol edilir. Bir başka deyişle,



ağırlıkların hacmi  $\lambda$  tarafından parametreleştirilir (Hardle, 1991). Buna göre,  $W_i(x)$  ağırlıklı dizisi (3.37)'de yerine yazıldığında, çekirdek tahmini aşağıdaki şekli alır.

$$\hat{f}(x) = \frac{K\left(\frac{x_i-x}{\lambda}\right)y_i}{\sum_{i=1}^n K\left(\frac{x_i-x}{\lambda}\right)} \quad (3.39)$$

(3.39) tahmini genellikle Nadaraya-Watson kestiricisi olarak adlandırılır.

(3.37) ifadesi matris notasyonunda aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\hat{f} = Wy \quad (3.40)$$

Burada;

$$W = \begin{bmatrix} w_1' \\ \vdots \\ w_i' \\ \vdots \\ w_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & w_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ w_{i1} & \cdot & \cdot & \cdot & w_{in} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ w_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & w_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

şeklindedir.  $W$  matrisi çekirdek şapka matrisi ya da çekirdek düzeltme matrisi olarak adlandırılır. Düzenli en küçük kareler yönteminde  $y_j$ 'lerin  $\hat{y}_i$  lere dönüşümü için kullanılan şapka matrisine benzer olarak, çekirdek şapka matrisi de  $y_j$ 'lerin  $\hat{y}_i$  tahmin değerlerine dönüşümü için kullanılır. Herhangi bir noktadaki çekirdek tahmini (3.37) eşitliği kullanılarak yapılabilir. Örnek olarak,  $x_1$  noktasındaki çekirdek tahmini aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\hat{f}(x_1) = w_1' y = (w_{11}, \dots, w_{1n}) \quad (3.42)$$

Sonuç olarak, (3.36) ifadesindeki parametrik olmayan regresyonun çekirdek tahmincisi (3.43)'daki gibi elde edilebilir (Aydın, 2007).

$$\hat{f} = \begin{bmatrix} \hat{f}(x_1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{f}(x_n) \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} w_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & w_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ w_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & w_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} \begin{bmatrix} y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (3.43)$$

Uygulamada kullanılan farklı türlerde çekirdek olasılık yoğunluk fonksiyonları vardır. Bazı çekirdek fonksiyonları aşağıda verilmiştir (Wand ve Jones, 1995):

1) Normal çekirdek:  $K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)$ ,  $u \in [-\infty, \infty]$

2) Düzgün çekirdek (dikdörtgensel veya kutu):  $K(u) = \frac{1}{2}$ ,  $u \in [-1, 1]$

3) Üçgensel çekirdek:  $(1 - |u|)$ ,  $u \in [-1, 1]$

4) Epanechnikov çekirdek:  $\frac{3}{4}(1 - u^2)$ ,  $u \in [-1, 1]$

5) Dördüncü dereceden çekirdek:  $\frac{15}{16}(1 - u^2)^2$ ,  $u \in [-1, 1]$

6) Altıncı dereceden çekirdek:  $\frac{35}{32}(1 - u^2)^3$ ,  $u \in [-1, 1]$

### 3.4.2. Splayn (Spline) düzeltme yöntemi

Son yıllarda yapılan parametrik olmayan regresyon analizi çalışmalarında splayn düzeltme yöntemi önemli bir yer tutmaktadır. Bu yöntem esasen ilk olarak, Whittaker'in (1923) çalışmalarına dayanırken daha sonra Grace Wahba tarafından ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Splayn düzeltme yöntemi ile ilgili kapsamlı bilgilere Wahba'dan (1990) ulaşılabilir.

Bir bağımlı y değişkeni ve bu bağımlı değişkenle ilişkili x açıklayıcı değişkeninin birlikte oluşturduğu parametrik olmayan regresyon modeli aşağıdaki biçimde tanımlanır:

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i, \quad a < x_1 < \dots < x_n < b, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \quad (3.44)$$

Burada,  $f$  bilinmeyen bir pürüzsüz fonksiyon,  $y_i$  bağımlı değişkene ait gözlem değerleri,  $x_i$  parametrik olmayan açıklayıcı değişkene ait gözlem değerleri,  $\varepsilon_i$  ise bağımsız ve özdeş dağılmış 0 ortalamalı ve  $\sigma^2$  sabit varyanslı rassal hata terimleridir.

Parametrik olmayan regresyonda amaç gözlenen verilere dayanarak (3.44) modeline uygun bir  $f$  fonksiyonunun tahminidir. Eğer  $f$  fonksiyonu doğrusal ise bu fonksiyon en popüler tahmin yöntemlerinden biri olan, doğrusal regresyon yöntemi kullanılarak,  $\hat{f}(x) = a + bx$  şeklindeki tüm fonksiyonlar,

$$\text{HKT}(f) = \sum_{i=1}^n \{y_i - f(x_i)\}^2 \quad (3.45)$$

ile verilen hata kareler toplamını minimum yaparak tahmin edilir. Eğer (3.44) modeline uygun  $f$  fonksiyonu doğrusal değilse, sabit eğim koşulu bozulacağından doğrusal regresyon uygun tahmin sonuçları vermez. Dolayısıyla, tahminde başarılı olabilmek için, doğrusal regresyonda ileri sürülen tahmin koşulları değiştirilmeli ve değişen eğilimli fonksiyonları üzerinde hata kareler toplamının minimizasyonu dikkate alınmalıdır.

Bu durumda, hata kareler toplamını minimum yapacak fonksiyonlar kümesine katı parametrik kısıtlamalar yüklemeksizin, eğrinin pürüzlülüğü için bir ceza uygulanabilir. Yani burada uygulanacak olan yöntem cezalı en küçük kareler yöntemidir.

$$S(f) = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x)]^2 + \lambda \int_a^b [f''(x)]^2 dx \quad (3.46)$$

Splayn düzeltme yönteminde amaç, eşitlik (3.46)'da verilen  $S(f)$  cezalı en küçük kareler kriterini minimum yapmaktır. Burada ilk terim hata kareler toplamını gösterir ve uyumun verilere yakınlığını ölçer. İkinci terim ise pürüzlülük cezasını gösterir ve fonksiyondaki eğriliği cezalandırır. İkinci terimde yer alan  $\lambda$  düzeltme parametresidir. Düzeltme parametresi,  $\int_a^b [f''(x)]^2 dx$  ile ölçümlenen eğrinin pürüzlülüğü ve  $\sum_{i=1}^n [y_i - f(x)]^2$  ile ölçümlenen verilere uyumunu dengeler. Ayrıca,  $\lambda$  parametresi 0 dan  $+\infty$ 'a kadar değişirken, çözüm interpolasyondan basit bir doğrusal modele değişir.

Eğer  $\lambda = \infty$  alınır, o zaman (3.46) denklemi sabit eğimli doğrusal bir regresyon modeline dönüşür. Buna karşılık,  $\lambda=0$  alınır, tümüyle esnek eğimli bir interpolasyon uyumuna karşı gelir.  $\lambda$ , 0'dan  $\infty$ 'a doğru değişirken tahmin edilen model de en kompleks modelden (interpolasyon) en basit modele (doğrusal model) doğru değişkenlik gösterir. Böylece, splayn düzeltme metodunda modelin karmaşıklığı düzeltme parametresi  $\lambda$  tarafından etkin bir şekilde kontrol edilir (Eubank, 1999; Aydın, 2005; Fan ve Yao, 2003).

(3.46) ifadesindeki cezalı en küçük kareler kriterini minimum yapmak için kullanılacak  $\hat{f}$  aşağıdaki şekilde tahmin edilebilir:

Gözlem değerleri vektörü  $y=(y_1, \dots, y_n)^T$  şeklinde olsun.

Eşitlik (3.46) ile verilen cezalı en küçük kareleri minimum yapan  $f$  fonksiyonu doğal kübik splayn ve verilen gözlem değerleri  $y=(y_1, \dots, y_n)^T$  vektörü olduğundan,  $f$  fonksiyonunu parametreleştirmek için (3.46) ifadesindeki ilk kısım olan hata kareler toplamı,

$$\sum \{y_i - f(x_i)\}^2 = (y-f)^T (y-f) \quad (3.47)$$

şeklinde; ikinci kısım olan pürüzlülük ceza terimi,

$$\int_a^b [f''(x)]^2 dx = f^T K f \quad (3.48)$$

olarak yazılabilir. Sonuç olarak cezalı kareler toplamı,

$$\begin{aligned} S(f) &= \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2 + \lambda \int_a^b [f''(x)]^2 dx \\ &= (y-f)^T (y-f) + \lambda f^T K f \\ &= y^T y - y^T f - f^T y + f^T f + \lambda f^T K f \\ &= y^T y - 2y^T f + f^T f + \lambda f^T K f \end{aligned}$$

$$= y^T y - 2y^T f + f^T (1 + \lambda K) f \quad (3.49)$$

şeklinde ifade edilir.  $f$  splayn düzeltme kestiricisi (3.49) eşitliğinde belirtilen cezalı en küçük kareler toplamını minimum yapan eğri olarak kabul edilmektedir.  $K$  matrisi yarı pozitif tanımlı bir matristir.  $\lambda > 0$  olduğundan  $\lambda K$  matrisi de yarı pozitif tanımlı bir matris olacaktır. Dolayısıyla  $(1 + \lambda K)$  matrisi kesin pozitif tanımlı bir matristir. Bu sebeple (3.49) kare formu tek bir minimuma sahiptir. Cezalı hata kareler toplamı  $S(f)$ 'i minimum yapan  $f$  vektörü,  $S(f)$ 'in türevini sıfır yapan  $f$  vektörüdür:

$$S'(f) = 2f(1 + \lambda K) - 2y = 0$$

$$2f(1 + \lambda K) = 2y$$

Buna göre  $f$  vektörü,

$$f = (1 + \lambda K)^{-1} y \quad (3.50)$$

olarak elde edilir. (3.50) ifadesinde yer alan  $(1 + \lambda K)^{-1}$  matrisi  $n \times n$  boyutlu düzeltme matrisidir:

$$S_\lambda = (I + \lambda K)^{-1} \quad (3.51)$$

Böylece (3.46) cezalı en küçük kareler kriterini minimum yapan  $f$  splayn düzeltme kestiricisi,

$$f_\lambda = S_\lambda y \quad (3.52)$$

şeklinde ifade edilebilir (Aydın, 2005; Aydın vd., 2007).

### 3.4.3. Düzeltme parametresinin belirlenmesi

Bazı temel yaklaşımlar sınıfı zaman serisine uygun bir eğri belirlemek amacıyla hata kareler toplamına göre varyansın bir tahminini esas alır. Parametrik regresyon için örneklem hata kareler ortalaması,

$$\hat{\sigma}^2(\text{HKO}) = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2}{\text{DF}} = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n-k} \quad (3.53)$$

formülündeki gibi serbestlik derecesine bölünerek, varyansın yansız bir kestiricisi elde edilir. Elde edilen bu değer aynı zamanda HKO değerine eşittir. Parametrik regresyona benzer olarak splayn düzeltme yönteminde de hata kareler toplamı da (3.53)'de belirtilen eş değer serbestlik derecesine bölünür.  $\lambda$  düzeltme parametresi ile bu yaklaşım aşağıdaki gibi bir varyans kestiricisi üretir:

$$\hat{\sigma}^2 = \hat{\sigma}_\lambda^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{f}_\lambda(x_i))^2}{\text{tr}(1-S_\lambda)} = \frac{\|(S_\lambda - I)y\|^2}{\text{tr}(1-S_\lambda)} \quad (3.54)$$

Burada  $\hat{f}_\lambda$ ,  $\lambda$  düzeltme parametresi için hesaplanan splayn düzeltme tahmini olmak üzere  $S_\lambda$ , aynı  $\lambda$  ile hesaplanan düzeltme matrisidir.  $\hat{\sigma}_\lambda^2$  kestiricisi  $\sigma^2$ 'nin yansız bir kestiricisidir. Burada amaç hata kareler ortalaması değerini minimum yapan  $\lambda$  düzeltme parametresini tahmin etmektir (Aydın, 2005).

Bu kısımda, düzeltme parametresinin seçimi için Craven ve Wahba (1979) tarafından önerilen Çapraz Geçerlilik (CV) yöntemi, bu yöntemin daha basit bir versiyonu olarak geliştirilen Genelleştirilmiş Çapraz Geçerlilik (GCV) yöntemi, Geliştirilmiş Akaike Bilgi Kriteri ( $AIC_c$ ) ve Mallows'un  $C_p$  kriteri üzerinde durulacaktır.

#### 3.4.3.1. Çapraz geçerlilik(CV) ve genelleştirilmiş çapraz geçerlilik (GCV) yöntemi

$\{x_i, y_i\}_{i=1}^n$  gözlem değerlerinden herhangi birini atarak kalan  $(n-1)$  veri noktasına dayalı olarak,  $x_i$  noktasında düzgün (ikinci mertebeden türevlenebilir) bir fonksiyon için kareli artıkları tahmin etmeye ve kareli artıkların toplamını minimum yapan düzeltme parametresi olarak tanımlanır ve çapraz geçerlilik fonksiyonu,

$$CV(\lambda) = n^{-1} \sum_{i=1}^n \{y_i - \hat{f}_\lambda^{(-i)}(x_i)\}^2 \quad (3.55)$$

şeklindedir.  $\lambda$  parametresinin değeri çapraz geçerlilik fonksiyonunun (3.55) değerini minimum yapan değer olarak tanımlanır.

Genelleştirilmiş çapraz geçerlilik yöntemi ise şu şekilde elde edilir:

$$GCV(\lambda) = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n \{y_i - \hat{f}_\lambda(x_i)\}^2}{\{1 - n^{-1} \text{tr}(S_\lambda)\}^2} = \frac{n^{-1} \|(I - S_\lambda)y\|^2}{[n^{-1} \text{tr}(I - S_\lambda)]^2} \quad (3.56)$$

$\lambda$  parametresi çapraz geçerlilik yöntemindeki gibi  $GCV(\lambda)$  değerini minimum yapan değer olarak tanımlanır.

### 3.4.3.2. Geliştirilmiş Akaike bilgi kriteri ( $AIC_c$ )

Bölüm 2.7.1’de ele alınan klasik Akaike Bilgi Kriteri (AIC) ilk olarak parametrik modeller için Kullback-Leibler bilgisinin yaklaşık olarak yansız bir tahmincisi olarak elde edilmiştir. Doğrusal regresyon ve zaman serisi modelleri için Hurvich vd. (1988) küçük örneklemelerde özellikle modelin ölçeği örneklem büyüklüğüne yaklaşırken (böylelikle model aşırı uyum gösterir) AIC’in sapmasının oldukça yüksek olduğunu göstermişlerdir. Bu nedenle, AIC’in geliştirilmiş versiyonu olan ve daha az sapmaya sahip olan  $AIC_c$  kriterini geliştirmişlerdir.  $\text{tr}(S_\lambda)$   $n \times n$   $S_\lambda$  matrisinin izi,  $\hat{\sigma}^2$  tahmin edilen varyans olmak üzere elde edilen  $AIC_c$  kriteri,

$$\begin{aligned} AIC_c(\lambda) &= \log(\hat{\sigma}^2) + \frac{1 + \text{tr}(S_\lambda)/n}{1 - \{\text{tr}(S_\lambda) + 2\}/n} = \log(\hat{\sigma}^2) + 1 + \frac{2\{\text{tr}(S_\lambda) + 1\}}{n - \text{tr}(S_\lambda) - 2} \\ &= \log\left(\frac{\sum \{y_i - \hat{f}_\lambda(x_i)\}^2}{n}\right) + 1 + \frac{2\{\text{tr}(S_\lambda) + 1\}}{n - \text{tr}(S_\lambda) - 2} \end{aligned} \quad (3.57)$$

formülüyle verilir. Bu kriter  $S_\lambda$  matrisinin izi aracılığıyla hesaplama yaptığı için uygulaması kolay bir yöntemdir.

### 3.4.3.3. Mallows'un $C_p$ kriteri

$\lambda$  düzeltme parametresinin sapmasız tahmin edicisi Mallows (1973) tarafından önerilmiş Craven ve Wahba (1979) tarafından splayn düzeltme alanına uygulanmıştır.  $C_p$  seçim kriteri  $\lambda$  düzeltme parametresini,  $\hat{f}_\lambda = S_\lambda y$  olmak üzere (3.58) ifadesinde yer alan  $C_p$  istatistiğini minimum yapan değer olarak kabul edilir.

$$C_p(\lambda) = \|y - \hat{f}_\lambda\|^2 + 2\sigma^2 \text{tr}(S_\lambda) - n\sigma^2 \quad (3.58)$$

$C_p$  istatistiği  $E\{C_p(\lambda)\} = E\|\hat{f} - f\|^2$  ile verilen toplam kestirim hatasının sapmasız bir tahmincisidir (Kou, 2003).

Düzeltilme parametresinin ya da benzer biçimde etkin bir serbestlik derecesinin belirlenmesi, parametrik olmayan regresyonda ortak bir problemdir. Modelin pürüzlülüğü  $\lambda$  düzeltme parametresinin yanı sıra etkin bir serbestlik derecesi ile de kontrol edilebilir. Hastie ve Tibshirani (1990)  $\lambda$  düzeltme parametresine bağlı olan etkin serbestlik derecesini aşağıdaki gibi tanımlamışlardır.

$$df = \text{Tr}(S_\lambda) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{1 + \lambda d_i} \quad (3.59)$$

(3.59) ifadesinde  $d_i$ 'ler  $K$  matrisinin özdeğerleridir.  $\lambda$  ve serbestlik derecesi arasında sıkı bir monoton ilişki vardır.



## 4. UYGULAMA 1

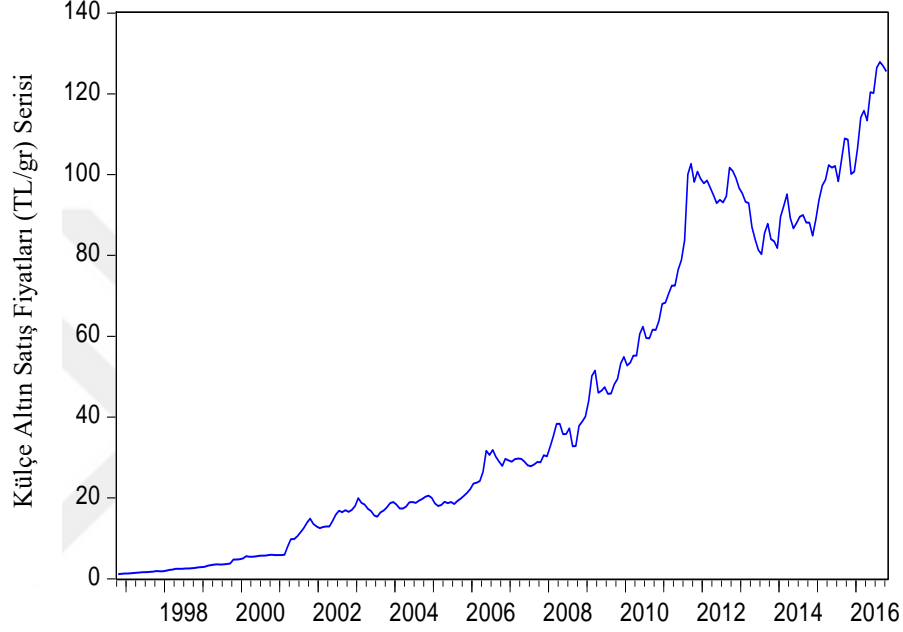
### 4.1. Veri ve Yöntem

Bu bölümde çalışmanın metodoloji kısmında ayrıntılı bir şekilde anlatılan doğrusal olmayan zaman serisi modelleri 1996-2016 yılları arasında aylık olarak elde edilen külçe altın satış fiyatları (gr/TL) serisi için uygulanmıştır. Toplamda 241 adet gözlem değeri üzerinde çalışılacaktır. Söz konusu veriler, Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası'na ait elektronik veri dağıtım sisteminden (<http://evds.tcmb.gov.tr/>) temin edilmiştir. Çalışmamızda zaman serisi analiz yöntemlerinde R Programlama Dili (3.1.3) ve EViews 9 paket programlarından faydalanılmıştır.

Öncelikle külçe altın satış fiyatları (TL/gr) serisinin durağan olup olmadığını araştırmak için serinin zaman yolu grafiği ve korelogram grafikleri elde edilerek yorumlanmış ve son olarak ADF birim kök testi ile serinin durağan olup olmadığına karar verilmiştir. Eğer seri durağan değilse, serinin birinci ya da ikinci dereceden farkı alınarak seri durağan hale getirilmiştir. Durağanlaştırma işleminden sonra seriye uygun bir doğrusal model belirlenerek, modelin parametre tahminleri yapılmıştır. Daha sonra verinin doğrusallıktan sapma durumları BDS ve Keenan testleri ile test edilmiştir. Eğer seri doğrusal değilse doğrusal olmayan zaman serisi yöntemlerinden SETAR modeli, STAR modeli, Markov rejim değişim modeli, Çekirdek ve Splayn düzeltme yöntemleri uygulanmıştır. Elde edilen modellerin ve yöntemlerin etkinlikleri HKO, OKH, OMH, MdmH, sOMHY ve sMdmHY performans kriterleri ile her bir modelden elde edilen uyum değerleri ve gerçek değerlere ilişkin grafik üzerinden karşılaştırılmıştır.

## 4.2. Durağanlık Testleri

Külçe altın satış fiyatları (TL/gr) serisine ilişkin ilk olarak serinin zaman yolu grafiği çizilerek seri hakkında önbilgi elde etmeye çalışalım.



Şekil 4.1. Külçe Altın Satış Fiyatları (TL/gr) Serisine İlişkin Zaman Yolu Grafiği

Şekil 4.1.'e göre elde edilen zaman yolu grafiği sürekli bir artış eğiliminde olduğu için serinin artan bir deterministik trende sahip olduğu söylenebilir. Serinin mevsimsel etkilere sahip olup olmadığı hakkında henüz bir çıkarımda bulunamayız. Şekil 4.1.'de gözlemlenen trend etkisi serinin durağan bir yapıya sahip olmadığını göstermektedir.

Zaman serilerinde durağanlığı tespit etmenin yollarından biri serinin otokorelasyon (ACF) ve kısmi otokorelasyon (PACF) grafiklerini incelemektir. Serinin ACF ve PACF grafiğini gösteren korelogram grafiği Şekil 4.2.'de elde edilmiştir.

Sample: 1 240  
Included observations: 240

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.985	0.985	235.59	0.000	
2	0.968	-0.051	464.20	0.000	
3	0.952	0.013	686.18	0.000	
4	0.937	0.045	902.39	0.000	
5	0.923	-0.021	1112.7	0.000	
6	0.909	0.037	1317.8	0.000	
7	0.894	-0.048	1517.2	0.000	
8	0.880	0.012	1711.2	0.000	
9	0.868	0.065	1900.7	0.000	
10	0.858	0.033	2086.4	0.000	
11	0.847	0.004	2268.5	0.000	
12	0.834	-0.094	2445.8	0.000	
13	0.820	-0.020	2618.0	0.000	
14	0.807	0.023	2785.5	0.000	
15	0.795	0.011	2948.7	0.000	
16	0.782	-0.055	3107.1	0.000	
17	0.768	-0.002	3260.7	0.000	
18	0.754	-0.004	3409.5	0.000	
19	0.741	0.014	3553.9	0.000	
20	0.728	-0.019	3693.8	0.000	

Şekil 4.2. Külçe Altın Satış Fiyatları (TL/gr) Serisi İçin Korelogram Grafiği

Şekil 4.2.'de külçe altın satış fiyatları serisinden elde edilen ACF ve PACF grafikleri incelendiğinde hesaplanan otokorelasyon katsayılarının oldukça yüksek değerli olduğu gözlenmektedir. Yani birbirine yakın gözlemler birbirleriyle oldukça yüksek bir birlikteliğe sahiptirler. Ayrıca serinin mevsimsel bir etkiye sahip olmadığı anlaşılmaktadır.

Verilerin durağan olup olmadığının test edilmesi için son olarak ADF birim kök testi uygulanmıştır.

$H_0$ = Birim kök vardır. (Veri durağan değildir.)

$H_1$ = Birim kök yoktur. (Veri durağandır.)

**Çizelge 4.1: Külçe Altın Satış Fiyatları (TL/gr) İçin ADF Birim Kök Testi**

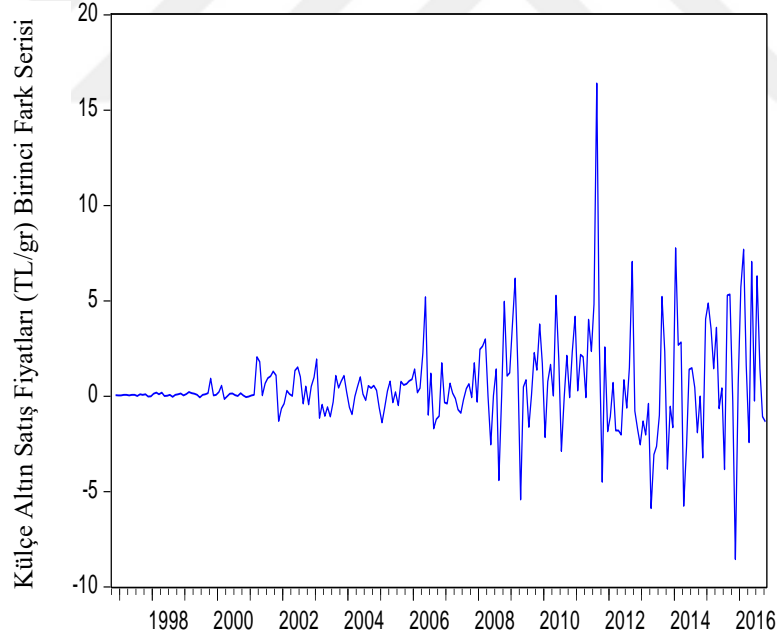
Null Hypothesis: Y has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Lag Length: 0 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.471459	0.8368
Test critical values:		
1% level	-3.996754	
5% level	-3.428660	
10% level	-3.137757	

\*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

ADF birim kök testi sonuçlarına göre ADF test istatistiği -1.471459 tüm kritik değerlerden büyük olduğu için  $H_0$  hipotezi kabul edilir. Seri durağan değildir. ADF birim kök testi ve seriye ilişkin korelogram sonuçlarına bakarak serinin durağan olmadığı sonucuna varılabilir. Seriyi durağan hale getirmek için birinci dereceden farkı alınıp yine aynı yöntemlerle serinin durağanlığı kontrol edilmiştir.

Birinci farkı alınmış külçe altın fiyatları serisinin zaman yolu grafiği Şekil 4.3.'de elde edilmiştir.

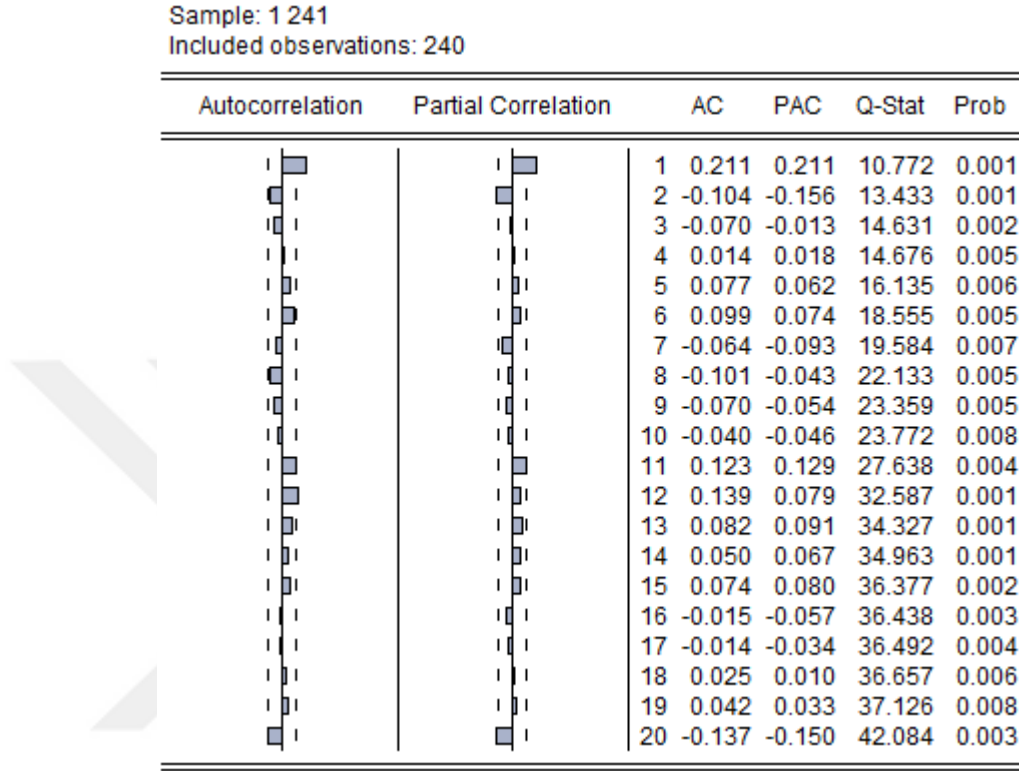


**Şekil 4.3. Birinci Dereceden Farkı Alınmış Külçe Altın Satış Fiyatları (TL/gr) Serisinin Zaman Yolu Grafiği**

Şekil 4.3.'e göre serinin sabit bir ortalama etrafında aşağı ve yukarı yönde düzenli salınımlar sergilediği söylenebilir. Dolayısıyla seri durağan hale gelmiştir diyebiliriz.

Bu kanıyı daha da güçlendirmek için serinin korelogram grafikleri ve ADF birim kök testi sonuçları elde edilmiştir.

Birinci dereceden farkı alınmış külçe altın satış fiyatları serisine ilişkin otokorelasyon (ACF) ve kısmi otokorelasyon (PACF) grafikleri çıktısı Şekil 4.4.'de elde edilmiştir.



Şekil 4.4. Birinci Dereceden Farkı Alınmış Külçe Altın Fiyatları (TL/gr) Serisi İçin Korelogram Grafiği

Şekil 4.4.'de elde edilen korelogramdan da açıkça görüleceği üzere  $k=20$  gecikme için ACF ve PACF değerleri güven aralığının içerisinde yer aldığı için  $H_0$  hipotezi reddedilecektir. ACF grafiğinde etkin bir mevsimsel dalgalanma göze çarpmadığından serinin mevsimsel farkının alınmasına gerek yoktur. O halde korelogram grafiğinden elde ettiğimiz sonuçlara göre birinci dereceden farkı alınmış serinin durağan olduğunu söylemek mümkün olacaktır.

Farkı alınmış seri için durağanlık testinde yine son adım olarak ADF birim kök testi uygulanmıştır ve sonuçlar Çizelge 4.2.'de elde edilmiştir.

**Çizelge 4.2. Birinci Dereceden Farkı Alınmış Külçe Altın Satış Fiyatları (TL/gr) Serisi İçin ADF Birim Kök Testi Sonuçları**

Null Hypothesis: D(Y) has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Lag Length: 0 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-12.54035	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.996918	
5% level	-3.428739	
10% level	-3.137804	

\*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

ADF birim kök testi sonucuna göre test istatistiği -12.54035 tüm kritik değerlerden küçük olduğundan tüm anlamlılık düzeylerinde sıfır hipotezi olan birim kök vardır hipotezi reddedilmiştir. Sonuç olarak, birinci dereceden farkı alınmış külçe altın satış fiyatları serisinin durağanlık şartını sağladığı görülmüştür.

### 4.3. Doğrusal Modelin Belirlenmesi ve Elde Edilen Sonuçlar

Bu bölümde, çalışmanın son kısmında doğrusal olmayan zaman serisi modelleri ile kıyaslama yapmak için külçe altın satış fiyatları (TL/gr) serisine en uygun doğrusal model belirlenecektir. Söz konusu seri için Şekil 4.2.'de elde edilen korelogram grafiği incelendiğinde otokorelasyon katsayılarının giderek azalırken kısmi otokorelasyon katsayı değerlerinin birinci gecikmeden sonra ani bir düşüş içerisine girdiği görülmektedir. Bu bağlamda söz konusu seri için otoregresif (AR) modelinin uygun olduğu söylenebilir. AR modeline uygun gecikme sayısını belirlemek için birinci dereceden farkı alınmış durağan seri için farklı gecikme uzunluklarına göre elde edilen otoregresif modellere ilişkin elde edilen bilgi kriterleri sonuçları Çizelge 4.3.'de verilmiştir.

**Çizelge 4.3. Otoregresif Model (AR) için Bilgi Kriterleri ile Gecikme Uzunluğu Seçimi**

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-532.3660	NA	6.050179	4.637965	4.652913	4.643995
1	-527.1976	10.24687	5.834808	4.601718	4.631614	4.613778
2	-524.3428	5.635052*	5.741463*	4.585590*	4.630434*	4.603679*
3	-524.3199	0.044988	5.790466	4.594086	4.653879	4.618205
4	-524.2858	0.066758	5.839324	4.602485	4.677226	4.632634
5	-523.8220	0.903450	5.866642	4.607148	4.696837	4.643326
6	-523.1746	1.255379	5.884698	4.610214	4.714851	4.652422
7	-522.0815	2.110213	5.879989	4.609404	4.728989	4.657642
8	-521.9126	0.324477	5.922711	4.616631	4.751165	4.670899
9	-521.5240	0.743399	5.954372	4.621948	4.771430	4.682246
10	-521.2810	0.462822	5.993804	4.628530	4.792960	4.694858

\*Seçilen Optimum Gecikme Uzunluğu

Elde edilen sonuçlara göre optimum gecikme uzunluğu başta AIC bilgi kriteri olmak üzere LR, FPE, SC ve HQ bilgi kriterleri tarafından 2 olarak belirlenmiştir. Bu çerçevede, külçe altın satış fiyatları (TL/gr) serisi için tahmin edilen AR(2) modeli tahmin sonuçları Çizelge 4.4.'de yer almaktadır:

**Çizelge 4.4. AR(2) Modeli Tahmin Sonuçları**

	Tahmin	Standart Hata	t-Değeri	p
Sabit	0.5223	0.1663	3.1403	0.0019*
AR(1)	0.2435	0.0645	3.7756	0.0002*
AR(2)	-0.1558	0.0645	-2.4144	0.0165*

\*Anlamlı Katsayılar

Çizelge 4.4.'de elde edilen AR(2) modeli tahmin sonuçlarına göre 0.05 anlamlılık düzeyinde sabit ve tüm katsayılar anlamlı bulunmuştur. Sonuç olarak, külçe altın satış fiyatları (TL/gr) serisi için elde edilen AR(2) modelinin matematiksel gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$y_t = 0.5223 + 0.2435y_{t-1} - 0.1558y_{t-2} + \varepsilon_t \quad (4.1)$$

#### 4.4. Doğrusallık Testleri

##### 4.4.1. BDS testi sonuçları

Külçe altın satış fiyatları verisine ilişkin BDS doğrusallık testinde AR(2) modeli kullanılarak elde edilen hata terimlerine BDS testi uygulanmıştır. Sonuçlar Çizelge 4.5.'de verilmiştir.

Çizelge 4.5. Külçe Altın Satış Fiyatları (TL/gr) Verisine İlişkin BDS Test Sonucu

Test İstatistikleri	Boyutlar				
	2	3	4	5	6
$\varepsilon$					
0,5	5.4862	11.4484	17.7445	25.7342	37.7971
1	3.8252	7.0261	9.6328	11.8196	14.201
1,5	1.8196	3.0971	4.7392	5.729	6.4114
2	0.4049	0.6845	2.0702	2.7379	3.1337
p Değerleri	Boyutlar				
$\varepsilon$					
0,5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1,5	0.0688	0.0019	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.6855	0.4936	0.0384	0.0061	0.0017

BDS testinde kurulacak hipoteze göre,

$H_0$ = Hata terimleri bağımsız ve özdeş dağılıma sahiptir.

$H_1$ = Hata terimleri bağımsız ve özdeş dağılıma sahip değildir.

BDS testi sonuçlarına göre, elde edilen olasılık değerleri hemen hemen tüm boyutlarda 0.05 anlamlılık düzeyinden küçük olduğu için külçe altın satış fiyatları serisinin doğrusal olduğunu kabul eden yokluk hipotezi reddedilmiştir. Bu da hataların bağımsız ve özdeş dağılıma sahip olmadığını dolayısıyla serinin doğrusal olmayan bir yapıya sahip olduğu anlamına gelmektedir.



#### 4.4.2. Keenan testi sonuçları

Külçe altın satış fiyatları verisi için elde edilen Keenan doğrusallık testi sonuçları Çizelge 4.6.'da verilmiştir. Bu çizelgede farklı otoregresif gecikme sayıları ile elde edilen otoregresif modellere karşılık doğrusal olmama durumunun sınanmasından elde edilen F test istatistiği değerleri ve bu değerlere karşılık gelen p olasılık değerleri verilmektedir.

Çizelge 4.6. Külçe Altın Fiyatları (TL/gr) Verisine İlişkin Keenan Test Sonucu

Gecikme Sayıları	F-testi	p-değeri
1	3.9158	0.0490
2	4.3086	0.0390
3	3.8576	0.0507
4	3.7681	0.0534
5	3.7277	0.0547

Keenan testi sonuçlarına göre elde edilen olasılık değerleri 0.10 anlamlılık düzeyinden küçük olduğundan serinin doğrusal bir yapıya sahip olduğunu ileri süren sıfır hipotezi reddedilmiştir.

BDS ve Keenan testlerinden elde edilen sonuçlara göre külçe altın satış fiyatları (TL/gr) serisi doğrusal olmayan zaman serisi modelleri ile analiz edilebilir.

#### 4.5. SETAR Modeli Tahmin Sonuçları

(3.4) formundaki bir SETAR modeli için; d eşik değişkeninin gecikme sayısı, i alt rejimin gecikme sayısı, j üst rejimin gecikme sayısı ve c eşik değeri olmak üzere, yapılan iterasyonlar sonucunda AIC bilgi kriterine göre elde edilmiş en uygun SETAR modellerine ilişkin parametre değerleri Çizelge 4.7.'de verilmiştir.

**Çizelge 4.7. SETAR Modeli İçin En Uygun Gecikme Sayılarını Veren R Programlama Sonuçları**

	Geçiş Değişkeninin Gecikme Sayısı	Alt Rejimin Gecikme Sayısı	Üst Rejimin Gecikme Sayısı	Eşik Değeri	Bilgi Kriteri
	$d (z_{t-d})$	$i (y_{t-i})$	$j (y_{t-j})$	$c$	AIC
1	3	1	1	0.16	399.8567
2	3	1	1	0.15	399.8933
3	3	1	1	0.14	400.0392
4	3	1	1	0.13	400.0780
5	3	1	1	0.12	400.1023
6	3	1	1	0.11	400.1428
7	3	1	1	0.10	400.2160
8	3	1	1	0.09	400.2728
9	3	1	1	0.00	400.3296
10	3	1	1	0.01	400.3558

Çizelge 4.7.'ye göre, geçiş değişkeni için en uygun gecikme sayısı 3 olarak bulunmuştur. Aynı şekilde en düşük AIC değerini veren model, eşik değerinin 0.16, alt ve üst rejimin gecikme sayısının 1 olduğu, birinci dereceden SETAR modeli olarak karşımıza çıkmaktadır.

Ardışık koşullu en küçük kareler yöntemine göre elde edilen parametre değerleri Çizelge 4.8.'de yer almaktadır.

**Çizelge 4.8. SETAR Modeli Sonuçları**

Model	Katsayılar	Standart Hata	t-değeri	p	
Alt Rejim	Sabit $\phi_{1,0}$	0.2304	0.2078	1.1086	0.2687
	$\phi_{1,1}$	0.5708	0.1018	5.6095	0.0000*
Üst Rejim	Sabit $\phi_{2,0}$	0.5184	0.2225	2.3294	0.0207*
	$\phi_{2,1}$	0.0064	0.0766	0.0839	0.9332

\*Anlamlı Katsayılar

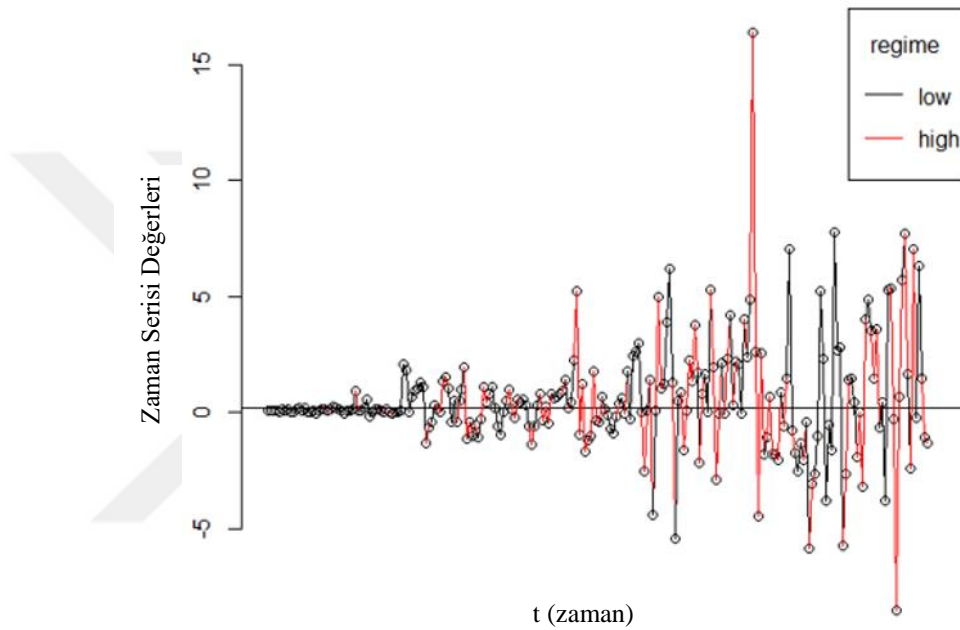
Çizelge 4.8.'de elde edilen SETAR modeli sonuçlarına göre birinci doğrusal denklem için parametre değeri 0.5708 ve standart hatası 0.1018 olarak tahmin edilmiştir. İkinci doğrusal denklem için parametre değeri 0.0064 ve standart hatası 0.0766 olarak tahmin edilmiştir. Alt rejimde sadece birinci gecikmeye ait değer anlamlı çıkmış iken, üst

rejime geçildiğinde sadece sabit terim anlamlı bulunmuştur. Eşik değerinin üzerine çıkıldığında serinin kendi ortalaması etrafında dalgalanması bu sonucu doğurmuştur.

Bu sonuçlara göre elde edilen SETAR modeli,

$$y_t = \begin{cases} 0.2304 + 0.5708y_{t-1} + \varepsilon_t & \text{eğer } y_{t-3} < 0.16 \\ 0.5184 + 0.0064y_{t-1} + \varepsilon_t & \text{eğer } y_{t-3} \geq 0.16 \end{cases} \quad (4.3)$$

formunda yazılabilir.



Şekil 4.5. SETAR Modeli Rejimler Arası Geçiş Grafiği

Eşik değeri  $c=0.16$  değerinin altında yer alan gözlem değerlerinin oluşturduğu alt rejim için 129 adet gözlem değeri kullanılırken,  $0.16$ 'nın üzerinde yer alan gözlem değerlerinin yer aldığı üst rejim için 109 adet gözlem değeri kullanılmıştır. Eşik değerinin altında ya da üzerinde yer alan gözlem değerlerine göre alt ya da üst rejimin etkin olduğu noktaları gösteren grafik Şekil 4.5.'de verilmiştir. Grafığe göre, geçiş değişkeninin aldığı değerlerin ağırlıklı olarak alt rejimde yer aldığı göze çarpmaktadır.

#### 4.6. STAR Tipi Doğrusal Olmama Testi ve Model Tahmin Sonuçları

Bölüm 3.2.3.'de de belirtildiği gibi STAR modeli oluşturma sürecinde ilk adım doğrusal modelin tahmin edilmesidir. Bu çerçevede veriye uygun olarak tahmin edilecek AR(p) modelinin optimum gecikme uzunluğunun belirlenmesi önem taşımaktadır. Farklı gecikme uzunluklarına göre hesaplanmış AR modellerine ilişkin bilgi kriterleri değerleri Çizelge 4.3.'de elde edilmişti. Buna göre ikinci dereceden otoregresif AR(2) modeli STAR tipi doğrusal olmama testinde kullanılacaktır.

AR modelinin hata terimlerinde STAR tipi doğrusal olmama testi Bölüm 3.2.4.'te değinilen çerçevede LM testlerinden hareketle oluşturulmaktadır. Çizelge 4.9.'da, AR modelinin STAR tipi modele karşı sınanmasından elde edilen olasılık değerleri verilmiştir. Bu tablo yardımı ile aynı zamanda, doğrusallığın en güçlü reddedildiği seri geçiş değişkeni olarak belirlenmesi ve aşamalı F testleri ile geçiş fonksiyonunu tipi lojistik yada üstel olarak belirlenmesi söz konusudur. STAR tipi doğrusal olmama testinde, F olasılık değerini minimize eden geçiş değişkeninin bulunması için test  $p = 1,2,3,4,5$  gecikmeleri için tekrarlanmıştır.

Çizelge 4.9. STAR Tipi Doğrusal Olmama Testi ve Geçiş Fonksiyonunun Seçimi

Geçiş Değişkeni	Olasılık Değerleri				Geçiş Fonksiyonu Seçimi
	F	F <sub>3</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>1</sub>	
$y_{t-1}$	0.0005494	0.1699	0.09863	0.07763	LSTAR
$y_{t-2}$	0.001242	0.1587	0.1345	0.1565	LSTAR
$y_{t-3}^*$	0.00002	0.0055	0.0225	0.0043	LSTAR
$y_{t-4}$	0.0009	0.4546	0.5073	0.1133	LSTAR
$y_{t-5}$	0.0125	0.3306	0.673	0.7496	LSTAR

\*Optimum geçiş değişkeni.

STAR tipi doğrusal olmamanın sınanıldığı F testinde, doğrusallık sıfır hipotezi  $H_0:\beta_1=\beta_2=\beta_3=0$ 'dır. Eğer doğrusallık reddedilirse model mimarisi seçimi için öncelikle F testlerinden sırasıyla F<sub>3</sub> testinde sıfır hipotezi  $H_{0,3}:\beta_3=0$  ; F<sub>2</sub> testinde sıfır hipotezi  $H_{02}:\beta_2=0 | \beta_3=0$  ; ve son olarak F<sub>1</sub> testinde  $H_{01}:\beta_1=0 | \beta_3=\beta_2=0$  hipotezleri sınanır. Eğer F<sub>2</sub> değerine ilişkin olasılık F<sub>1</sub> ve F<sub>3</sub> değerlerine ilişkin olasılıklardan daha küçükse, model mimarisi için ESTAR modeli diğer durumlarda LSTAR modeli seçilmesi gerektiğine değinmiştik.

STAR tipi doğrusal olmama testi için farklı gecikme değerlerine sahip geçiş değişkenleri için elde edilen modellerin F olasılık değerleri karşılaştırıldığında en küçük olasılık değeri 3. gecikme için elde edilmiştir.  $Y_{t-3}$  değişkeni için  $F_1, F_2, F_3$  olasılık değerleri karşılaştırıldığında  $F_1, 0.0043$  değeri ile en küçük olasılık değerine sahiptir. Sonuç olarak, külçe altın satış fiyatları serisinin izlediği STAR tipi doğrusal olmamanın sınındığı bu süreçte, doğrusallığın en güçlü reddedildiği üçüncü gecikme geçiş değişkenininin gecikme sayısı olarak belirlenirken, STAR tipi modeller içerisinde geçiş fonksiyonununun yapısı ise LSTAR olarak belirlenmiştir.

Doğrusal olmayan EKK ile tahmin edilen 2 rejimli LSTAR modeli sonuçları Çizelge 4.10'da verilmektedir.

**Çizelge 4.10. LSTAR Modeli Tahmin Sonucu**

	Alt Rejim			
	Tahmin	Standart Hata	t değeri	P
Sabit	0.2856	0.2103	1.3578	0.1745
$Y_{t-1}$	0.6092	0.1022	5.9614	0.0000*
$Y_{t-2}$	-0.1867	0.1052	-1.7743	0.076*
	Üst Rejim			
	Tahmin	Standart Hata	t değeri	P
Sabit	0.3036	0.3127	0.9707	0.3317
$Y_{t-1}$	-0.5731	0.1279	-4.479	0.0000*
$Y_{t-2}$	0.0467	0.1297	0.36	0.7188

\*Anlamlı Katsayılar  $\gamma = 100$   $c=0.1514$   $HKT=1186.643$   $AIC=400$

Külçe altın satış fiyatları serisi için en uygun AR(p) sürecinin 2 gecikmeye sahip olduğunu ortaya koymuştuk. Buna göre 2 gecikme uzunluğu da modele dahil edilmiştir. Tahmin edilen LSTAR modelinin matematiksel gösterimi şu şekildedir:

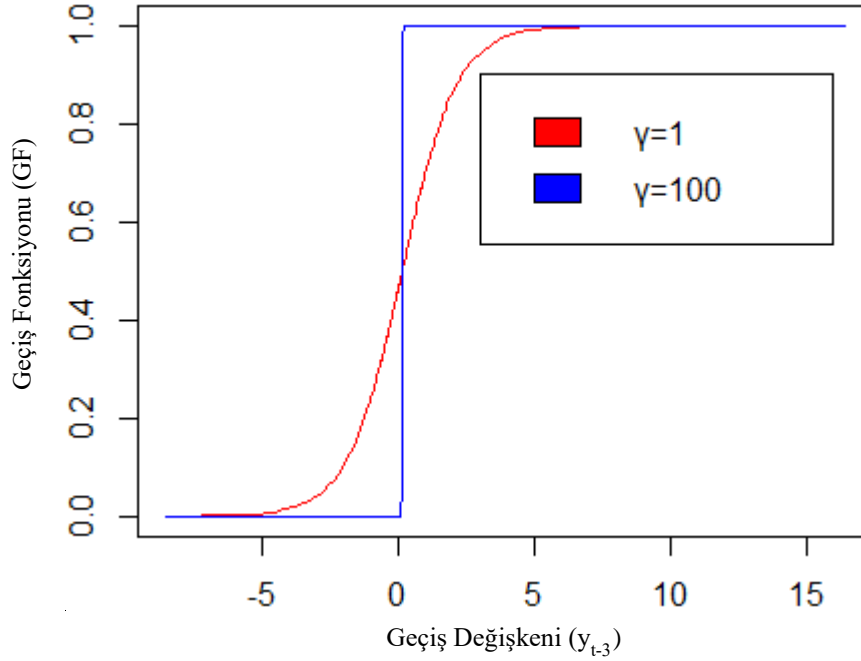
$$Y_t = (0.2856 + 0.6092y_{t-1} - 0.1867y_{t-2}) \times (1 - GF(s_t, \gamma, c)) + [(0.3036 - 0.5731y_{t-1} + 0.0467y_{t-2}) \times GF(s_t, \gamma, c)] + \varepsilon_t \quad (4.4)$$

Burada,

$$GF(s_t, \gamma, c) = GF(y_{t-3}, 100, 0.1514) = (1 + \exp\{-100(y_{t-3} - 0.1514)\})^{-1} \quad (4.5)$$

geçiş fonksiyonudur.

Geçiş fonksiyonunda eşik parametresi  $c$  için en uygun değer 0.1514 bulunmuştur. Model külçe altın fiyatlarının geçmiş dönemlerdeki değerleriyle olan ilişkisini, altın fiyatları serisinin 3 dönem önceki ( $y_{t-3}$ ) değerinin hesaplanan eşik değeri 0.1514'ün altında ya da üstünde olmasına göre ortaya koymaktadır. Rejimler arası geçişin yumuşaklık değeri  $\gamma=100$  olarak hesaplanmıştır. Yüksek  $\gamma$  değeri rejimler arası geçişin hızlı ve sert olduğunu öngörmektedir. Bu öngörüü görselleştirmek için  $\gamma=100$  ve  $\gamma=1$  alınarak rejimler arası geçiş hızları aşağıdaki şekilde açıkça görülmektedir.



**Şekil 4.6. Farklı Yumuşaklık Parametrelerine Göre Rejimler Arası Geçiş Hızları**

Şekil 4.6'dan da görüldüğü gibi lojistik geçiş fonksiyonunun 0'dan 1'e yaklaşma hızını belirleyen parametre  $\gamma$ 'dır.  $\gamma$  değeri 100 iken rejimler arası geçiş ani ve keskindir.  $\gamma$  değeri 1 iken rejimler arası geçişin daha yumuşak olduğu açıkça görülmektedir. Bir başka deyişle,  $\gamma$  parametresinin değeri arttıkça geçiş fonksiyonu daha hızlı bir şekilde 1'e yakınsamaktadır. Ayrıca, geçiş değişkeni eşik değeri 0.1514'e yakınsadığında  $GF(s_t, \gamma, c)$  sabit bir sayıya yaklaşmakta, 0.1514 değerini aldığı anda ise  $GF(s_t, \gamma, c)$  0.5

değerini almaktadır. Bu durumda STAR modeli doğrusal AR modeline dönüşür. Sonuç olarak, rejimler arası geçişin sert ve ani olduğu sonucundan yola çıkarak, külçe altın satış fiyatları serisi için yumuşak geçişli otoregresif modellerden ziyade, rejimler arası geçişlerin ani ve sert olduğu TAR benzeri modellerin daha uygun olacağı söylenebilir.

#### 4.7. Markov Rejim Değişim Modeli Tahmin Sonuçları

Uygulamanın bu kısmında külçe altın satış fiyatları (TL/gr) serisindeki doğrusal olmayan dinamikleri ortaya koymak için geçiş değişkeninde stokastik bir değişkeni esas alan Markov Geçiş yöntemi kullanılacaktır. Maksimum olabilirlik yöntemine göre elde edilen, 2 rejimli ve her bir rejimde 2 gecikmeyi esas alan Markov geçiş modeli sonucu şu şekildedir:

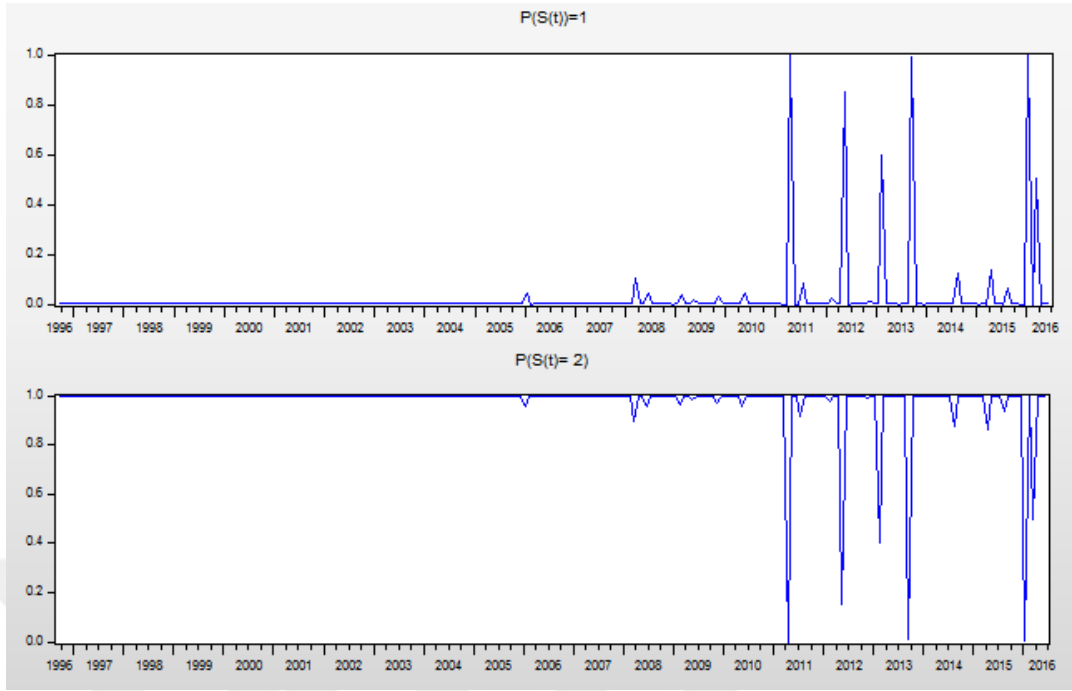
Çizelge 4.11. Markov Rejim Değişim Modeli Tahmin Sonucu

	Alt Rejim			
	Tahmin	Standart Hata	z değeri	p
Sabit	8.3568	1.1796	7.0842	0.0000*
$y_{t-1}$	0.9529	0.4581	2.0801	0.0375*
$y_{t-2}$	1.2863	0.5304	2.4252	0.0153*
	Üst Rejim			
	Tahmin	Standart Hata	z değeri	p
Sabit	0.3507	0.1341	2.6151	0.0089*
$y_{t-1}$	0.2783	0.0690	4.0318	0.0001*
$y_{t-2}$	-0.2640	0.0673	-3.9230	0.0001*

\*Anlamlı Katsayılar

Çizelge 4.11'deki sonuçlara göre elde edilen Markov rejim değişim modelinin matematiksel gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \begin{cases} 8.3568 + 0.9529y_{t-1} + 1.2863y_{t-2} + \varepsilon_{t0} & \text{eğer } s_t=1 \\ 0.3507 + 0.2783y_{t-1} - 0.2640y_{t-2} + \varepsilon_{t1} & \text{eğer } s_t=2 \end{cases} \quad (4.6)$$



**Şekil 4.7. Markov Rejim Değişim Modeli Düzeltilmiş Alt ve Üst Rejim Olasılıkları**

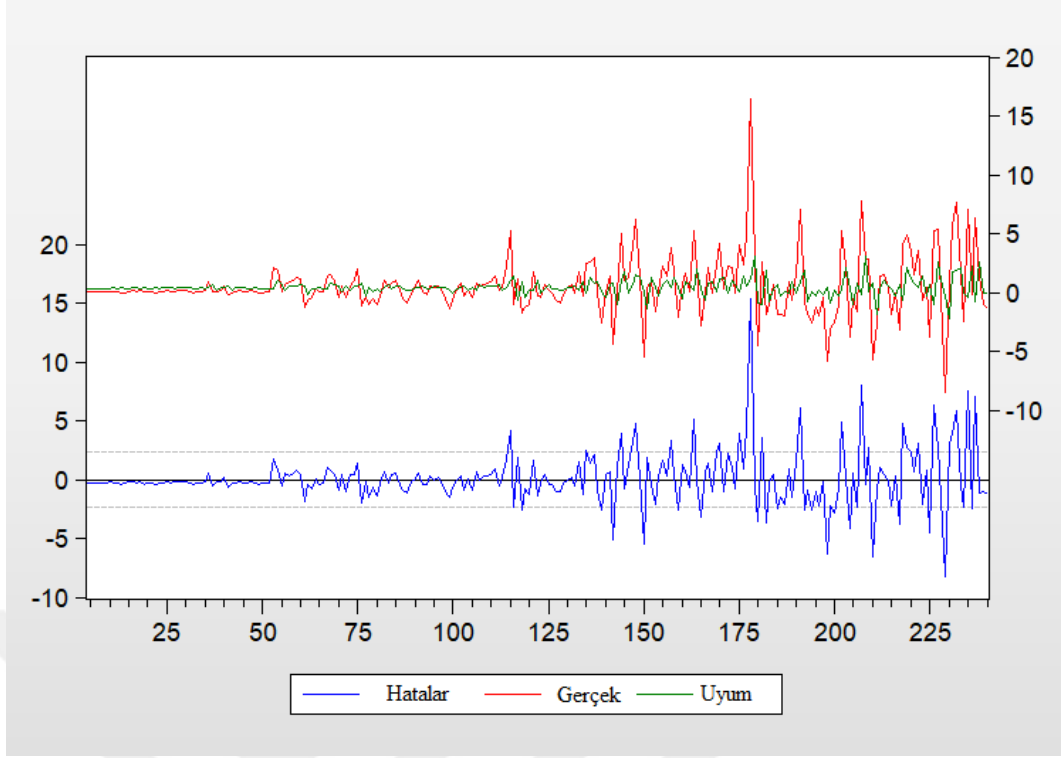
Şekil 4.7. sürecin belirli bir zamanda alt ya da üst rejimde bulunma olasılığını vermektedir.  $P(S(t)=1)$  alt rejimin aktif olma olasılıklarını gösterirken,  $P(S(t)=2)$  üst rejimin aktif olma olasılıklarını göstermektedir. Her iki rejim için elde edilen olasılık grafikleri incelendiğinde genel olarak üst rejimin aktif olduğu göze çarpmaktadır. 2010 yılından sonra elde edilen gözlem değerlerinin zaman zaman alt rejimde aktif hale geldiği görülmektedir.

Rejimler arası geçiş olasılıkları matrisi aşağıdaki şekildedir.

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.41 \times 10^{-09} & 0.9999 \\ 0.0246 & 0.9754 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Rejimler arası geçiş olasılıkları matrisinde hesaplanan olasılık değerleri de Şekil 4.7.'de elde edilen grafiği destekler niteliktedir. Süreç alt rejimde ( $S_t=1$ ) etkin iken üst rejime ( $S_t=2$ ) geçmesi olasılığı ( $P[S_t=2 | S_{t-1}=1]=0.9999$ ) ve üst rejimde etkin iken yine aynı rejimde kalması olasılığı ( $P[S_t=2 | S_{t-1}=2]=0.9754$ ) oldukça yüksek bulunmuştur. Aynı şekilde süreç üst rejimde iken alt rejime geçme olasılığı ( $P[S_t=1 | S_{t-1}=2]=0.0246$ ) oldukça düşüktür.



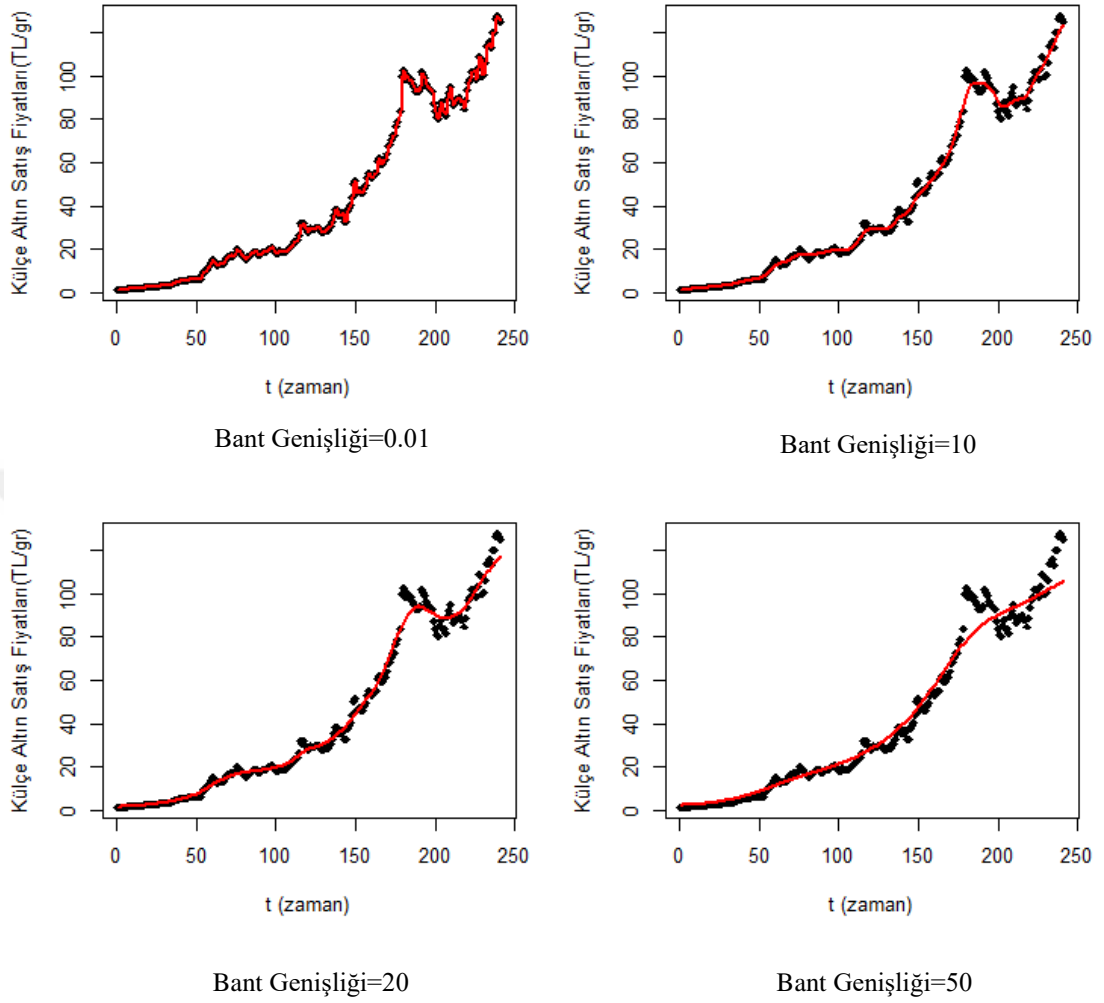


**Şekil 4.8. Markov Rejim Değişim Modeline İlişkin Hatalar, Gerçek ve Uyum Değerleri Grafiği**

Gerçek ve uyum değerleri arasındaki ilişkiyi ve hataların zaman içerisindeki dağılımını gösteren grafik Şekil 4.8.'de yer almaktadır. Gerçek ve uyum değerleri başlangıçta iyi bir uyum gösterirken, belli bir noktadan sonra aradaki uyum gözle görülür şekilde azalmıştır. Hataların ise ortalama sıfır etrafında dalgalanmalarda bulunduğu görülmektedir.

#### **4.8. Çekirdek Düzeltme Sonuçları**

Uygulama 1'in bu kısmında külçe altın satış fiyatları serisi için parametrik olmayan regresyon yöntemlerinden çekirdek düzeltme yöntemi uygulanmıştır. Çekirdek fonksiyonlarından, normal (Gaussian) fonksiyon tercih edilmiştir. Bant genişliği  $\lambda$  değerinin belirlenmesi için, farklı bant genişliklerine göre çekirdek düzeltme eğrileri Nadaraya-Watson yöntemi ile Şekil 4.9.'daki gibi R paket programı ile elde edilmiştir.

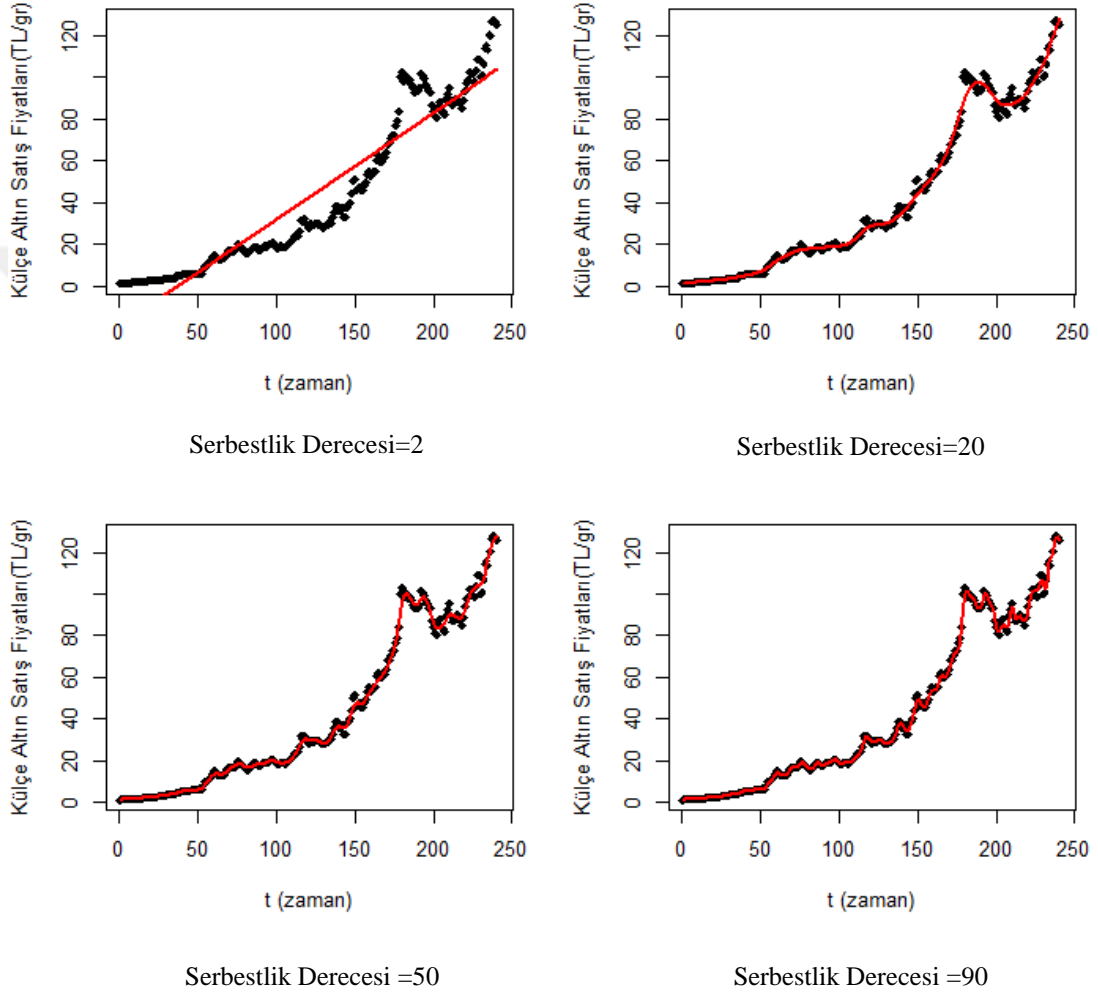


**Şekil 4.9. Farklı Bant Genişliklerine Göre Çekirdek Düzeltme Eğrileri**

Şekil 4.9.'da yer alan çekirdek eğrilerine göre bant genişliği  $h$ , 0.01 değerini aldığı anda gerçek değerler ile çekirdek tahmin değerleri birbirine oldukça yakın ilişki içerisinde olduğu ve bu değer arttıkça gerçek ve uyum değerleri arasındaki ilişkinin bozulduğu görülmektedir.

#### 4.9. Splayn Düzeltme Sonuçları

Splayn düzeltme sonuçları için yine R paket programından yararlanılmıştır. Serbestlik dereceleri 2, 20, 50 ve 90 olmak 4 farklı splayn düzeltme eğrisi Şekil 4.10.'daki gibi elde edilmiştir.



Şekil 4.10. Farklı Serbestlik Derecelerine Göre Elde Edilen Splayn Düzeltme Eğrileri

Farklı serbestlik derecelerine göre elde edilen splayn düzeltme eğrileri incelendiğinde serbestlik derecesi 2 olan tahmin eğrisi doğrusal regresyon eğrisini göstermektedir. Serbestlik derecesi arttıkça splayn eğrisinin gerçek gözlemler ile olan uyumu gözle görülür şekilde artış göstermiştir. Serbestlik derecesi 90 olarak belirlendiğinde veriler elde edilen splayn düzeltme eğrisi ile yakın uyum göstermektedir.

En uygun splayn düzeltme eğrisi için R programlamadan otomatik olarak GCV yöntemi (genelleştirilmiş çapraz geçerlilik) ile elde edilen  $\lambda$  düzeltme parametresi, serbestlik derecesi ve GCV skoru Çizelge 4.12.'de verilmiştir.

**Çizelge 4.12. Splayn Düzeltme Yöntemi için R Programından Otomatik Olarak Elde Edilen İstatistikler**

$\lambda$ Düzeltme Parametresi:	$8.90 \times 10^{-09}$
Serbestlik Derecesi:	95.78
GCV Skoru :	2.64

#### 4.10. Yöntemlerin Karşılaştırılması

Bu uygulamada 1996-2017 yılları arasında aylık olarak elde edilen külçe altın satış fiyatları serisi (TL/gr), doğrusal bir AR(p) modeli ile birlikte 3. bölümde ayrıntılı olarak ele alınan doğrusal olmayan zaman serisi yöntemlerinden TAR modeli, STAR modeli, Markov rejim değişim modeli, Çekirdek düzeltme ve Splayn düzeltme yöntemleri için uygulanmıştır.

Elde edilen modeller bölüm 2.8.2.'de ele alınan performans kriterleri teorisinden hareketle ölçüğe bağımlı performans ölçütlerinden HKO, OKH, OMH ve MdMH kriterleri ile hata yüzdelerine bağlı performans ölçütlerinden sOMHY ve sMdMHY kriterleri ile karşılaştırılmıştır. Hata yüzdelerine bağlı performans kriterlerinden simetrik ölçütlerin tercih edilmesinin sebebi modellemelerde kullanılan durağan  $Y_t$  serisinin sıfır ya da sıfıra çok yakın değerlere sahip olmasıdır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 4.13.'de verilmiştir.

**Çizelge 4.13. Külçe Altın Satış Fiyatları (TL/gr) Serisi için Elde Edilen Modellere İlişkin Performans Kriterleri Sonuçları**

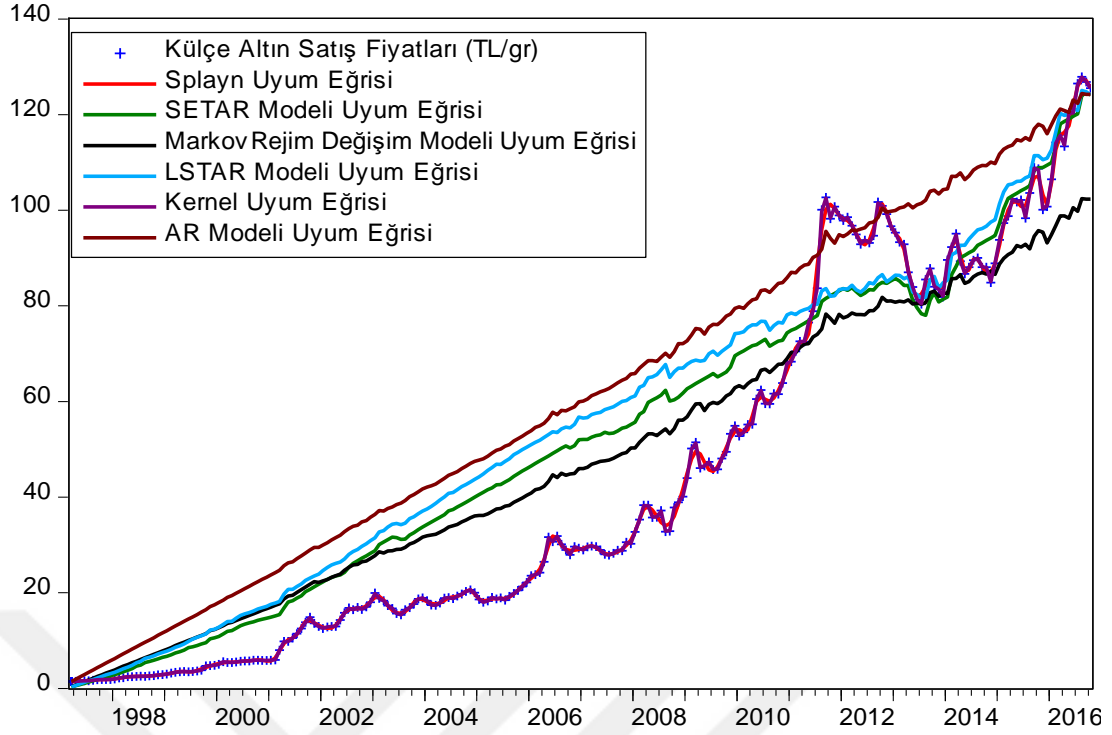
	HKO	OKH	OMH	MdMH	sOMHY	sMdMHY
AR	423.0508	20.5682	17.9568	17.6697	0.5861	67.0609
SETAR	193.3240	13.9041	11.3961	9.7186	0.4101	44.1419
LSTAR	278.5528	16.6899	13.7689	11.6367	0.4720	53.7691
<b>MS</b>	<b>160.8788</b>	<b>12.6838</b>	<b>10.9923</b>	<b>10.1929</b>	<b>0.4119</b>	<b>41.2045</b>
<b>Çekirdek Düzeltme</b>	<b>0.0056</b>	<b>0.0750</b>	<b>0.0460</b>	<b>0.0215</b>	<b>0.0011</b>	<b>0.0843</b>
Splayn Düzeltme	0.9598	0.9797	0.5826	0.2659	0.0148	1.1133

Çizelge 4.13.'de elde edilen HKO, OKH, OMH ve sMdMHY performans kriterleri değerlerine göre parametrik modeller içerisinde Markov rejim değişim modeli en etkin performansa sahip model olarak kabul edilmektedir. Rejimler arası geçişin ani ve sert olduğu SETAR modeli, rejimler arasında yumuşak bir geçişi esas alan LSTAR modelinden daha etkin olduğu tüm performans kriterleri tarafından ortaya konmaktadır. Bu durum Şekil 4.6.'da elde edilen LSTAR modeli rejimler arası geçiş hızları grafiğini destekler niteliktedir. Yine parametrik modeller içerisinde en kötü performansa sahip model doğrusal AR modeli olarak görülmektedir.

Elde edilen tüm performans kriterlerine göre, parametrik olmayan yöntemlerden çekirdek düzeltme yönteminin, splayn düzeltme yönteminden daha iyi performansa sahip olduğu görülmektedir.

Söz konusu modeller genel olarak ele alındığında külçe altın satış fiyatları (TL/gr) serisini en iyi tahmin eden yöntem Çekirdek düzeltme yöntemi iken en kötü performansa sahip modelin doğrusal otoregresif (AR) modeli olduğu sonucuna varılabilir.

Aşağıdaki şekilde her bir modelden elde edilen uyum değerleri ile külçe altın satış fiyatları (TL/gr) serisinin karşılaştırmasını içeren grafik yer almaktadır. Serinin durağanlaştırılması (1. dereceden farkı alınarak) ile tahmin edilen parametrik modellerden elde edilen uyum değerlerine R programlama ile ters fark alma işlemi uygulanarak orijinal seri ile karşılaştırma yapılabilir hale getirilmiştir.



Şekil 4.11. Külçe Altın Satış Fiyatları Eğrisi ve İlgili Modellerden Elde Edilen Uyum Eğrileri

Şekil 4.11.'de elde edilen grafiğe göre Çekirdek ve Splayn eğrileri külçe altın satış fiyatları serisine en yakın uyum gösteren modeller olarak görülmektedir. Performans kriterlerine göre Çekirdek düzeltme yönteminin Splayn düzeltme yönteminden daha etkin olduğu saptanmıştı. Bu iki yöntem arasındaki fark ancak daha küçük ölçekli bir grafik ile görülebilir. Parametrik modellere geçtiğimizde ise beklendiği gibi doğrusal otoregresif (AR) modeli en kötü uyumu gösteren model olarak görülmektedir. Yine parametrik modeller içerisinde Markov rejim değişim modeli en iyi performansa sahip model olarak görünürken, bu modeli SETAR ve LSTAR modelleri takip etmektedir. Şekil 4.6.'da elde edilen LSTAR modeli rejimler arası geçiş hızlarından elde edilen, geçişlerin ani ve sert olduğu sonucuna paralel olarak SETAR modeli rejimler arası geçişte yumuşaklığı esas alan LSTAR modelinden daha iyi bir uyum gösterdiği görülmektedir.

Sonuç olarak, külçe altın satış fiyatları serisi için parametrik olmayan yöntemlerin parametrik modellerden daha etkin bir performansa sahip olduğunu ve doğrusal olmayan modellerin doğrusal modellerden daha iyi performans sergileyebileceğini söyleyebiliriz.

## 5. UYGULAMA 2

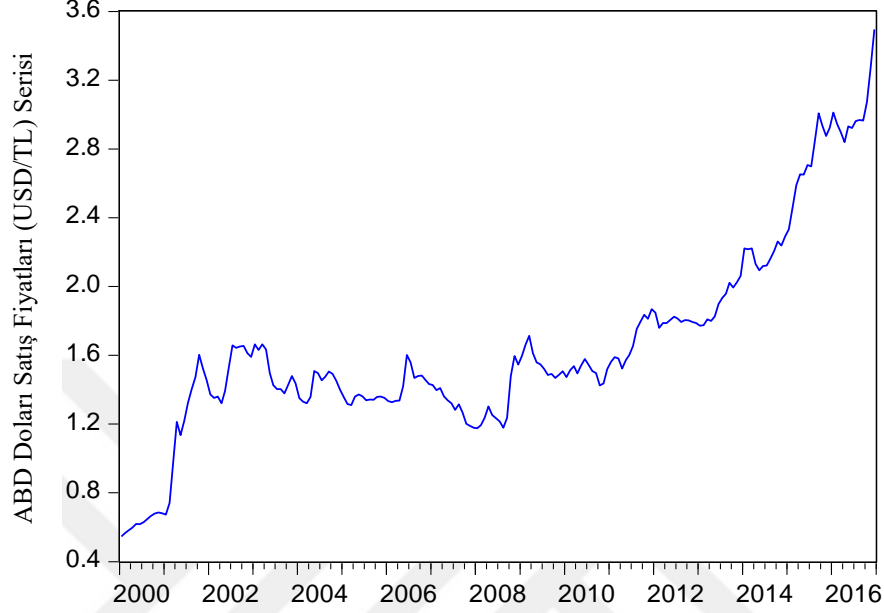
### 5.1. Veri ve Yöntem

Bu uygulamada 3. bölümde ele alınan doğrusal olmayan zaman serisi modelleri 01.01.2000 ve 30.12.2016 tarihleri arasında TL bazında elde edilen Amerikan Doları satış fiyatları (USD/TL) serisi için uygulanmıştır. Günlük olarak elde edilen gözlem değerlerini aylık gözlemlere dönüştürmek için her bir ay içerisinde elde edilen gözlem değerlerinin aritmetik ortalaması alınmıştır. Bu bağlamda toplam 204 adet gözlem değeri mevcuttur. Söz konusu veriler Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası'na ait elektronik veri dağıtım sisteminden (<http://evds.tcmb.gov.tr/>) temin edilmiştir. İstatistiksel analizler için R Programlama Dili (3.1.3) ve EViews 9 paket programlarından faydalanılmıştır.

Öncelikle Amerikan Doları satış fiyatları (USD/TL) serisinin durağanlığını araştırmak amacı ile serinin zaman yolu grafiği ve korelogram grafikleri kontrol edilmiş ve ADF birim kök testi uygulayarak serinin durağan olup olmadığı hakkında çıkarımda bulunulmuştur. Eğer seri ortalama ve varyansta sabit değilse yani durağan bir yapıya sahip değilse, serinin birinci ya da ikinci farkı alınarak seriyi durağanlaştırma yoluna gidilmiştir. Durağan seri için en uygun doğrusal model belirlenerek tahmin edilmiştir. Daha sonra serinin doğrusallıktan sapma durumları BDS ve Keenan testi ile kontrol edilmiştir. Serinin doğrusal olmadığının tespit edilmesinin ardından 3. bölümde ele alınan doğrusal olmayan zaman serisi modelleri uygulanmış ve son olarak elde edilen tüm model ve yöntemler HKO, OKH, OMH, MdMH, sOMHY ve sMdMHY performans kriterleri ile her bir modelden elde edilen uyum ve gerçek değerleri içeren grafik yardımıyla karşılaştırılmıştır.

## 5.2. Durağanlık Testleri

Zaman serisi analizinde ilk adım serinin zaman yolu grafiğini elde etmektir. Böylece serinin genel yapısı hakkında birtakım çıkarımlarda bulunulabilir.



Şekil 5.1. ABD Doları Satış Fiyatları (USD/TL) Serisine İlişkin Zaman Yolu Grafiği

Şekil 5.1.'e bakıldığında ABD doları satış fiyatları serisinin açık bir şekilde deterministik trende sahip olduğu görülmektedir. Bu trend serinin durağan olmadığını göstermektedir.

Durağanlığı test etmenin bir diğer yolu serinin otokorelasyon (ACF) ve kısmi otokorelasyon (PACF) grafiklerinin elde edilmesidir.



Sample: 1 204  
Included observations: 204

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.958	0.958	189.90	0.000
		2	0.917	-0.001	364.94	0.000
		3	0.882	0.049	527.76	0.000
		4	0.851	0.019	679.77	0.000
		5	0.818	-0.021	821.04	0.000
		6	0.785	-0.017	951.80	0.000
		7	0.752	-0.017	1072.5	0.000
		8	0.718	-0.030	1183.1	0.000
		9	0.688	0.018	1285.0	0.000
		10	0.656	-0.033	1378.2	0.000
		11	0.623	-0.028	1462.7	0.000
		12	0.588	-0.051	1538.3	0.000
		13	0.555	0.012	1606.1	0.000
		14	0.525	0.006	1667.2	0.000
		15	0.496	-0.006	1722.0	0.000
		16	0.467	-0.022	1770.7	0.000
		17	0.439	0.011	1814.0	0.000
		18	0.417	0.043	1853.3	0.000
		19	0.395	0.001	1888.8	0.000
		20	0.376	0.017	1921.1	0.000

Şekil 5.2. ABD Doları Satış Fiyatları (USD/TL) Serisi İçin Korelogram Grafiği

Şekil 5.2.'de elde edilen ACF ve PACF grafikleri incelendiğinde serinin gözlemleri birbirleriyle yakın ilişki içerisinde ve dolayısıyla durağan değildir. Ayrıca serinin mevsimsel bir etkiye sahip olmadığı sonucuna varılabilir.

Serinin duranlığının testi için ADF Birim Kök Testi sonuçları Çizelge 5.1.'de elde edilmiştir.

$H_0$  = Birim kök vardır (Veri durağan değildir).

$H_1$  = Birim kök yoktur (Veri durağandır).

Çizelge 5.1. ABD Doları Satış Fiyatları (USD/TL) için ADF Birim Kök Testi

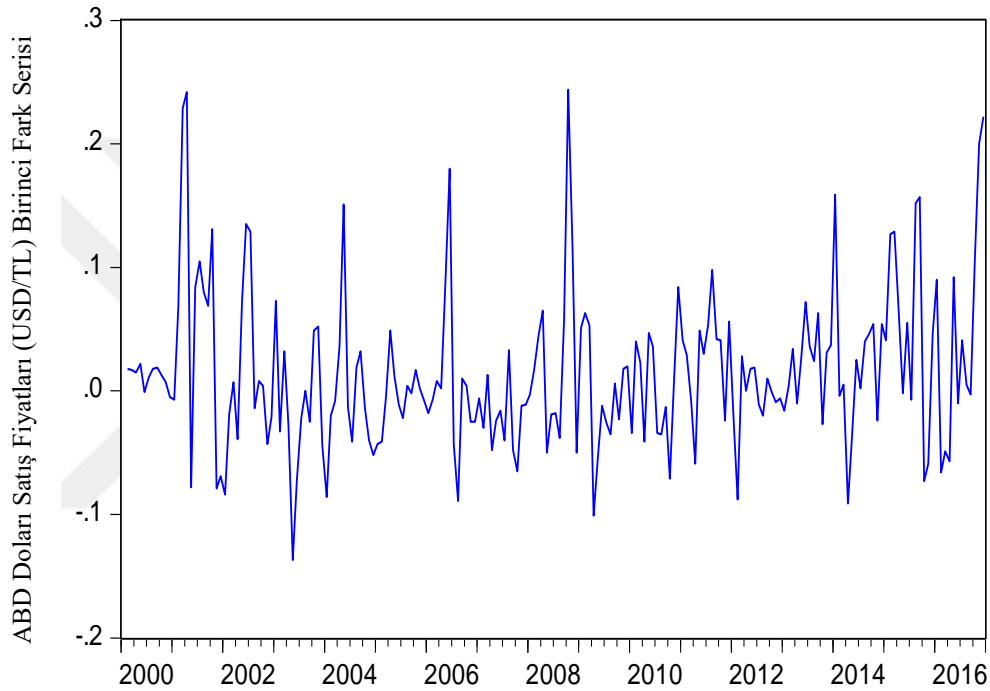
Null Hypothesis: Y has a unit root  
Exogenous: None  
Lag Length: 2 (Fixed)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	2.703276	0.9984
Test critical values:		
1% level	-2.576518	
5% level	-1.942415	
10% level	-1.615649	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Çizelge 5.1.'de ADF birim kök testi için tek taraflı t-istatistik değeri ve bu değere ilişkin olasılık değeri verilmiştir. ADF birim kök testi sonuçlarına göre ADF test istatistiği 2.703276 ve p olasılık değeri oldukça büyük olduğundan sıfır hipotezi tüm anlamlılık seviyelerinde kabul edilmiştir. Dolayısıyla seri durağan değildir.

Serinin durağan hale gelmesi için birinci dereceden farkı alınmış ve yine aynı yöntemlerle serinin durağanlığı kontrol edilmiştir. Birinci dereceden farkı alınmış ABD Doları satış fiyatları (USD/TL) serisi için elde edilen zaman yolu grafiği Şekil 5.3.'deki gibidir.



**Şekil 5.3. Birinci Dereceden Farkı Alınmış ABD Doları Satış Fiyatları (USD/TL) Serisinin Zaman Yolu Grafiği**

Şekil 5.3.'e göre birinci dereceden farkı alınan seri sabit bir sayı etrafında düzenli salınımlar göstermektedir. Bu salınımlar ilk aşamada serinin durağan olduğuna dair bir işaret olarak yorumlanabilir. Bu öngörüğü güçlendirmek için serinin otokorelasyon katsayılarının grafikleri Şekil 5.4.'de elde edilmiştir.

Sample: 1 203  
Included observations: 203

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.342	0.342	24.164	0.000
		2	-0.025	-0.161	24.294	0.000
		3	-0.006	0.069	24.301	0.000
		4	0.040	0.017	24.641	0.000
		5	-0.009	-0.036	24.659	0.000
		6	0.057	0.095	25.336	0.000
		7	0.030	-0.036	25.533	0.001
		8	-0.058	-0.056	26.258	0.001
		9	-0.053	-0.004	26.866	0.001
		10	-0.066	-0.076	27.809	0.002
		11	0.005	0.067	27.815	0.003
		12	-0.100	-0.161	29.984	0.003
		13	-0.040	0.071	30.331	0.004
		14	0.078	0.076	31.655	0.004
		15	0.179	0.134	38.750	0.001
		16	0.037	-0.053	39.057	0.001
		17	0.020	0.049	39.144	0.002
		18	0.020	-0.012	39.231	0.003
		19	0.042	0.052	39.630	0.004
		20	0.034	-0.019	39.895	0.005

Şekil 5.4. Birinci Dereceden Farkı Alınmış ABD Doları Satış Fiyatları (USD/TL) Serisi İçin Korelogram Grafiği

Şekil 5.4.'de verilen ACF ve PACF grafiklerine bakıldığında, k=20 gecikme için ilk gecikmeden sonra hemen hemen tüm ACF ve PACF değerleri güven sınırlarının içerisinde yer aldığından sıfır hipotezi reddedilebilir. Böylece korelogram grafiklerinden de serinin durağanlaştığı sonucuna varılabilir.

Son olarak birinci dereceden farkı alınmış seriye ADF birim kök testi uygulanmış ve elde edilen sonuçlar Çizelge 5.2.'de verilmiştir.

Çizelge 5.2. Birinci Dereceden Farkı Alınmış ABD Doları Satış Fiyatları (USD/TL) Serisi İçin ADF Birim Kök Testi Sonuçları

Null Hypothesis: Y has a unit root		t-Statistic	Prob.*
Exogenous: Constant			
Lag Length: 0 (Fixed)			
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-9.382990	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.462737	
	5% level	-2.875680	
	10% level	-2.574385	

\*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Çizelge 5.2.'de elde edilen ADF birim kök testi sonucuna göre tek taraflı t-istatistiği değeri -9.3829 ve bu değere ilişkin olasılık değeri sıfır bulunmuştur. Buna göre sıfır hipotezi tüm anlamlılık seviyelerinde reddedilmiştir. Sonuç olarak, birinci dereceden farkı alınmış serinin durağan bir seri olduğu söylenebilir.

### 5.3. Doğrusal Modelin Belirlenmesi ve Elde Edilen Sonuçlar

Uygulamanın bu kısmında ABD doları satış fiyatları (USD/TL) serisine uygun bir doğrusal model elde edilecektir. Elde edilen model doğrusallık sınamalarında ve uygulamanın son kısmında doğrusal olmayan zaman serisi modelleri ile karşılaştırma yapmak için kullanılacaktır. Şekil 5.2.'de elde edilen korelogram grafiğine göre, otokorelasyon değerleri gecikme sayısı arttıkça sıfıra yaklaşırken, kısmi otokorelasyon değerleri birinci gecikmeden sonra ani bir düşüşle güven aralığı değerleri içerisinde yer aldığı görülmektedir. Buna göre, söz konusu veri için otoregresif (AR) modelin uygun olduğu söylenebilir. AR modeline ilişkin en uygun gecikme sayısını belirlemek için birinci dereceden farkı alınarak durağanlaştırılan seri için farklı gecikme uzunluklarına göre hesaplanan otoregresif modellere ilişkin bilgi kriterleri sonuçları Çizelge 5.3.'de verilmiştir.

Çizelge 5.3. Otoregresif Model (AR) için Bilgi Kriterleri ile Gecikme Uzunluğu Seçimi

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	254.1410	NA	0.004249	-2.623223	-2.606318	-2.616377
1	266.9234	25.29980	0.003761	-2.745320	-2.711510*	-2.731628
2	269.3001	4.679495*	0.003707*	-2.759586*	-2.708871	-2.739048*
3	269.7939	0.967139	0.003727	-2.754341	-2.686720	-2.726957
4	269.8152	0.041478	0.003765	-2.744199	-2.659673	-2.709969
5	269.9335	0.229375	0.003799	-2.735063	-2.633632	-2.693986
6	270.9140	1.889734	0.003800	-2.734860	-2.616524	-2.686938
7	271.0709	0.300897	0.003834	-2.726124	-2.590883	-2.671355
8	271.2893	0.416344	0.003865	-2.718024	-2.565877	-2.656409
9	271.3302	0.077524	0.003904	-2.708085	-2.539033	-2.639624
10	271.9191	1.110703	0.003920	-2.703825	-2.517868	-2.628518

Çizelge 5.3.'de elde edilen sonuçlara göre, AR modeli için optimum gecikme uzunluğu SC bilgi kriteri hariç LR, FPE, AIC ve HQ bilgi kriterleri tarafından 2 olarak belirlenmiştir. Buna göre birinci dereceden farkı alınmış ABD doları satış fiyatları

serisi için en uygun model AR(2) olarak belirlenmiştir. Koşullu en küçük kareler yöntemi ile tahmin edilen ikinci dereceden otoregresif modele ilişkin tahmin sonuçları Çizelge 5.4.'de verilmiştir.

**Çizelge 5.4. AR(2) Modeli Tahmin Sonuçları**

	Tahmin	Standart Hata	t-Değeri	p
Sabit	0.0146	0.0056	2.6266	0.0093*
AR(1)	0.4122	0.0712	5.7856	0.0000*
AR(2)	-0.1620	0.0729	-2.2220	0.0274*

\*Anlamli Katsayilar

AR(2) modeli tahmin sonuçlarına göre sabit ve her iki gecikmeye ait katsayı değerleri anlamlı bulunmuştur. Elde edilen sonuçlara göre AR(2) modelinin matematiksel gösterimi (5.1)'de verilmiştir.

$$y_t = 0.0146 + 0.4122y_{t-1} - 0.1620y_{t-2} + \varepsilon_t \quad (5.1)$$

## 5.4. Doğrusallık Testleri

### 5.4.1. BDS testi sonuçları

ABD Doları satış fiyatları serisine ilişkin en uygun doğrusal model AR(2) modeli olduğundan bu modelin kalıntı değerlerine BDS testi uygulanmıştır. Sonuçlar Çizelge 5.5.'de verilmiştir.

**Çizelge 5.5. ABD Doları Satış Fiyatları (USD/TL) Verisine İlişkin BDS Test Sonucu**

Test İstatistikleri	Boyutlar				
	2	3	4	5	6
$\varepsilon$					
0.5	6.4960	9.1063	12.437	18.3772	26.9396
1	5.1896	5.5886	5.8767	6.2883	6.8374
1.5	5.4341	5.3829	5.1509	4.9321	4.8120
2	4.8807	4.7485	4.1054	3.3969	2.9434
p Değerleri	Boyutlar				
$\varepsilon$					
0.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

**Çizelge 5.5.** (devam)

1.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0007	0.0003

BDS testinde kurulacak hipoteze göre;

$H_0$  = Hata terimleri bağımsız ve özdeş dağılıma sahiptir.

$H_1$  = Hata terimleri bağımsız ve özdeş dağılıma sahip değildir.

Çizelge 5.5.'de elde edilen BDS testi sonuçlarına göre olasılık değerleri tüm boyutlarda 0.05 anlamlılık düzeyinden küçük bulunduğu için serinin doğrusal olduğunu öne süren yokluk hipotezi reddedilmiştir. Dolayısıyla, ABD doları satış fiyatları serisinin doğrusal olmayan bir zaman serisi özelliği göstermektedir.

#### 5.4.2. Keenan testi sonuçları

Doğrusallığın test edilmesine yönelik olarak en sık kullanılan metodlardan biri Keenan testidir. Keenan testi, sıfır hipotezinde doğrusal bir AR sürecine karşılık doğrusal olmamayı test eder. Farklı gecikme uzunluklarına göre elde edilen F test istatistiği değerleri ve bu değerlere karşılık gelen olasılıklar Çizelge 5.6.'da verilmiştir.

**Çizelge 5.6. ABD Doları Satış Fiyatları (USD/TL) Verisine İlişkin Keenan Test Sonucu**

Gecikme Sayıları	F-testi	p-değeri
1	0.1137	0.7363
2	6.1472	0.0140
3	4.1331	0.0434
4	4.1391	0.0433
5	4.2011	0.0418

Çizelge 5.6.'da elde edilen Keenan testi sonuçlarına göre yokluk hipotezi 0.05 anlamlılık düzeyinde ilk 5 otoregresif gecikme sayısı için test edilmiştir. Doğrusal AR modelini kabul eden sıfır hipotezi birinci gecikme hariç diğer gecikmeler için reddedilmiştir. AR(1) modeli için her ne kadar doğrusal bir yapının varlığı kabul edilse de ilerleyen gecikme sayılarında doğrusal olmayan dinamikler Keenan testi yardımı ile tespit edilmiştir.

BDS ve Keenan testlerinden elde edilen sonuçlara göre, ABD doları satış fiyatları (USD/TL) serisinin doğrusal olmayan zaman serisi modelleri ile incelenmesinin uygun olduğu sonucuna varılabilir.

### 5.5. SETAR Modeli Tahmin Sonuçları

İki rejimli SETAR modelinde  $d$  eşik değişkeninin gecikme sayısı,  $i$  alt rejimin gecikme sayısı,  $j$  üst rejimin gecikme sayısı ve  $c$  eşik değeri olmak üzere AIC bilgi kriterine göre en uygun parametre değerleri Çizelge 5.7.'de yer almaktadır.

**Çizelge 5.7. SETAR Modeli İçin En Uygun Gecikme Sayılarını Veren R Programlama Sonuçları**

	Geçiş Değişkeninin Gecikme Sayısı	Alt Rejimin Gecikme Sayısı	Üst Rejimin Gecikme Sayısı	Eşik Değeri	Bilgi Kriteri
	$d (z_{t-d})$	$i (y_{t-i})$	$j (y_{t-j})$	$c$	AIC
1	5	1	1	-0.011	-1150.701
2	5	1	1	-0.012	-1150.164
3	5	1	1	0.007	-1148.851
4	5	1	1	0.012	-1148.807
5	5	1	1	0.008	-1148.745
6	1	1	1	0.008	-1148.666
7	5	1	1	0.011	-1148.602
8	1	1	1	0.006	-1148.490
9	1	1	1	0.007	-1148.489
10	5	1	1	-0.013	-1148.487

Çizelge 5.7.'de elde edilen sonuçlara göre en düşük AIC değerine sahip SETAR modelinin eşik değeri -0.011 olmak üzere alt ve üst rejime ait otoregresif modellerin gecikme sayıları 1 ve geçiş değişkeninin gecikme sayısı 1 olarak hesaplanmıştır. Ardışık koşullu en küçük kareler yöntemi ile elde edilen SETAR modeli tahmini sonuçları Çizelge 5.8.'de yer almaktadır.

Çizelge 5.8. SETAR Modeli Tahmin Sonuçları

Model	Katsayılar	Standart Hata	t-değeri	p	
Alt Rejim	Sabit $\phi_{1,0}$	-0.0043	0.0069	-0.6227	0.5342
	$\phi_{1,1}$	0.1996	0.1089	1.8324	0.0684*
Üst Rejim	Sabit $\phi_{2,0}$	0.0181	0.0053	3.4013	0.0008*
	$\phi_{2,1}$	0.4581	0.0831	5.5103	0.0000*

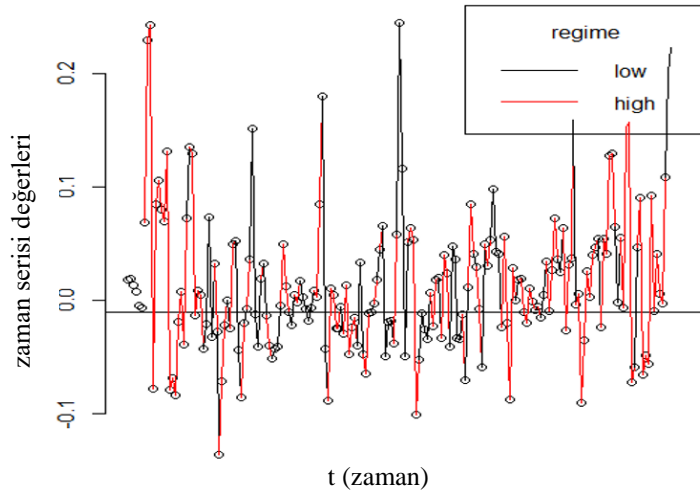
\*Anlamlı Katsayılar

Çizelge 5.8.'de tahmin edilen SETAR modeli sonuçlarına göre, 0.10 anlamlılık düzeyinde alt rejimde sabit değer anlamsız bulunurken üst rejimde sabit ve birinci gecikmeye ait parametre değerleri anlamlı bulunmuştur. Alt rejimde sabit değer anlamlı bulunmamasının nedeni eşik değerinin altında yer alan gözlem değerlerinin kendi ortalamasının etrafında salınım göstermediği anlamına gelmektedir.

Bu sonuçlara göre elde edilen iki rejimli SETAR modeli,

$$y_t = \begin{cases} -0.0043 + 0.1996y_{t-1} + \varepsilon_t & \text{eğer } y_{t-5} < -0.011 \\ 0.0181 + 0.4581y_{t-1} + \varepsilon_t & \text{eğer } y_{t-5} \geq -0.011 \end{cases} \quad (5.2)$$

formunda yazılabilir.



Şekil 5.5. SETAR Modeli Rejimler Arası Geçiş Grafiği

Eşik değeri -0.011'den küçük değerlerin yer aldığı alt rejim için tahmin edilen otoregresif modelde 74 adet gözlem değeri kullanılırken, -0.011'den büyük değerlerin yer aldığı üst rejim için tahmin edilen otoregresif modelde 123 adet gözlem değeri



kullanılmıştır. Şekil 5.5.'den de görüldüğü gibi gözlem değerlerinin ağırlıklı olarak eşik değeri  $c=-0.011$ 'in üstünde yani üst rejimde yoğunlaştığı görülmektedir.

## 5.6. STAR Tipi Doğrusal Olmama Testi ve Model Tahmin Sonuçları

STAR modellerinin tahmin aşamasının ilk adımı üzerinde çalışılan zaman serisine en uygun otoregresif modelin gecikme sayısını belirlemek olduğu Bölüm 3.2.3.'de belirtilmişti. Çizelge 5.3.'de ilk 10 gecikme için hesaplanan bilgi kriterlerinden AIC değeri esas alınmış ve otoregresif modelin gecikme uzunluğu 2 olarak belirlenmişti.

Otoregresif modelin optimum gecikme sayısının belirlenmesinden sonraki adım AR modelinin STAR tipi modele karşı sınanmasından oluşan test aşamasıdır. Optimum gecikme uzunluğu 2 olmasına karşın 5. gecikmeye kadar her bir gecikme sayısı için F test istatistiği ve olasılık değerleri hesaplanmış ve doğrusallığın en güçlü reddedildiği gecikme sayısı geçiş değişkeninin gecikme sayısı olarak belirlenmiştir. Geçiş değişkeninin gecikme sayısının belirlenmesinden sonraki aşama, belirlenen gecikme sayısını esas alan F testleri ile geçiş fonksiyonun lojistik ya da üstel olduğunun belirlenmesinden oluşan aşamadır. Sonuçlar Çizelge 5.9.'da verilmiştir.

Çizelge 5.9. STAR Tipi Doğrusal Olmama Testi ve Geçiş Fonksiyonunun Seçimi

Geçiş Değişkeni	F*	F <sub>3</sub> *	F <sub>2</sub> *	F <sub>1</sub> *	Geçiş Fonksiyonu Seçimi
y <sub>t-1</sub>	6.736 (8.971× 10 <sup>-08</sup> )	0.1503 (0.8606)	0.6278 (0.6433)	3.0304 (0.0074)	LSTAR
y <sub>t-2</sub>	6.597 (1.322× 10 <sup>-07</sup> )	0.6723 (0.5117)	1.3288 (0.2607)	2.8722 (0.0106)	LSTAR
y <sub>t-3</sub>	6.507 (1.721× 10 <sup>-07</sup> )	3.0969 (0.0475)	2.88 (0.0239)	2.7935 (0.0126)	LSTAR
y <sub>t-4</sub> **	7.463 (1.226× 10 <sup>-08</sup> )	10.575 (4.421× 10 <sup>-05</sup> )	9.1952 (8.204× 10 <sup>-07</sup> )	9.8602 (1.837× 10 <sup>-09</sup> )	LSTAR
y <sub>t-5</sub>	4.387 (7× 10 <sup>-05</sup> )	0.463 (0.6301)	0.5394 (0.7069)	0.4188 (0.8659)	ESTAR

\*F test istatistiği değerleri ve parantez içerisinde olasılık değerleri verilmektedir. \*\*Optimum geçiş değişkeni.

Çizelge 5.9.'da yer alan STAR tipi doğrusal olmama test sonuçlarına göre doğrusallık sıfır hipotezi  $H_0:\beta_1=\beta_2=\beta_3=0$  en güçlü 4. gecikmede (F=7.463) reddedilmiştir.

Dolayısıyla, geçiş değişkeninin gecikme sayısı 4 alınabilir. Model mimarisinin seçimi

için F testlerinden sırasıyla  $F_3$  testinde sıfır hipotezi  $H_{0,3}:\beta_3=0$  ;  $F_2$  testinde sıfır hipotezi  $H_{02}:\beta_2=0 | \beta_3=0$  ;  $F_1$  testinde  $H_{01}:\beta_1=0 | \beta_3=\beta_2=0$  hipotezlerinin sınanması gerektiği ve  $F_2$  değerine ilişkin olasılık  $F_1$  ve  $F_3$  değerlerine ilişkin olasılıklardan daha küçükse, model mimarisi için ESTAR modeli diğer durumlarda LSTAR modelinin seçilmesi gerektiği Bölüm 3.2.4.'de belirtilmişti.  $Y_{t-4}$  değişkeni için hesaplanan  $F_1$ ,  $F_2$  ve  $F_3$  olasılık değerleri karşılaştırıldığında  $F_3$  değeri  $4.421 \times 10^{-05}$  ile en küçük olasılık değerine sahiptir. Bu sebeple geçiş fonksiyonunun yapısı LSTAR olarak belirlenmiştir.

ABD doları satış fiyatları (USD/TL) için en uygun otoregresif modelin gecikme sayısı 2 olarak bulunmuştu. Buna göre her iki rejim için 2. dereceden otoregresif model doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemi ile hesaplanmıştır. Yapılan iterasyonlar sonucunda  $\gamma$  yumuşaklık parametresi değeri oldukça yüksek bulunmuştur. Sonuçlar Çizelge 5.10.'da verilmiştir.

**Çizelge 5.10. LSTAR Modeli Tahmin Sonucu**

	Alt Rejim			
	Tahmin	Standart Hata	t değeri	P
Sabit	0.0120	0.0044	2.6902	0.0071*
$Y_{t-1}$	0.4682	0.0730	6.4150	0.0000*
$Y_{t-2}$	-0.1780	0.0754	-2.3577	0.0184*
	Üst Rejim			
	Tahmin	Standart Hata	t değeri	P
Sabit	0.0002	0.0147	0.0153	0.9878
$Y_{t-1}$	-0.5576	0.2425	-2.2994	0.0215*
$Y_{t-2}$	0.0808	0.2212	0.3654	0.7148

\*Anlamlı Katsayılar  $\gamma = 4121$   $c=0.0819$   $HKT=0.6727$   $AIC= -1143$

Çizelge 5.10.'da elde edilen katsayı tahminlerinin anlamlılıklarına baktığımızda 0.05 anlamlılık düzeyinde alt rejime ait tüm parametreler anlamlı bulunmuştur. Üst rejimde sadece birinci gecikmeye ait parametre değeri anlamlı bulunmuştur. Elde edilen modelin matematiksel gösterimi (5.3)'deki gibidir.

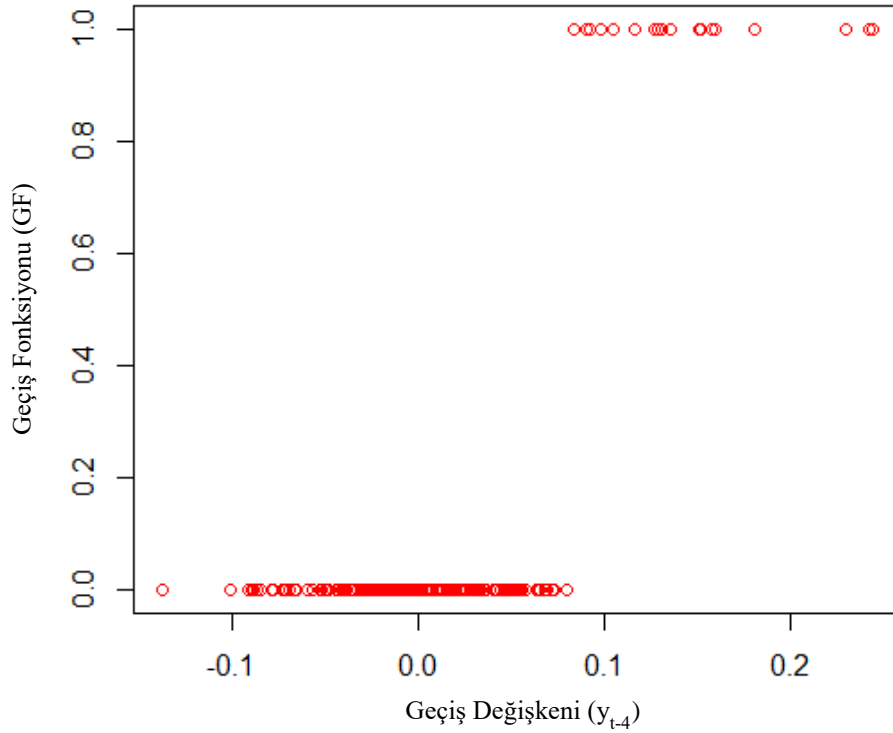
$$y_t = (0.0120 + 0.4682y_{t-1} - 0.1780y_{t-2}) \times (1 - GF(s_t, \gamma, c)) + [(0.0002 - 0.5576y_{t-1} + 0.0808y_{t-2}) \times GF(s_t, \gamma, c)] + \varepsilon_t \quad (5.3)$$

Burada,

$$GF(s_t, \gamma, c) = GF(y_{t-4}, 4121, 0.0819) = (1 + \exp\{-4121(y_{t-4} - 0.0819)\})^{-1}$$

geçiş fonksiyonudur.

Lojistik yumuşak geçişli otoregresif (LSTAR) modeli için en uygun eşik değeri 0.0819 olarak hesaplanmıştır. Geçiş değişkeni  $y_{t-4}$ 'ün aldığı değerlerin eşik değeri 0.0819'un altında veya üstünde olmasına göre alt ya da üst rejim etkin hale gelmektedir. Rejimler arası geçişin yumuşaklık derecesini gösteren  $\gamma$  değeri 4121 olarak hesaplanmıştır. Geçiş değişkeni ve geçiş fonksiyonu arasındaki ilişkiyi gösteren grafik Şekil 5.6.'da yer almaktadır.



**Şekil 5.6. Her bir Gözleme Karşılık Gelen LSTAR Geçiş Fonksiyonunun Değerleri**

Şekil 5.6.'da görüldüğü gibi yüksek  $\gamma$  değeri rejimler arası geçişin ani ve sert olduğunu göstermektedir. LSTAR modeli genel olarak geçiş değişkeninin her bir değerinde ya alt rejimde ya da üst rejimde bulunma eğilimindedir. Sonuç olarak, rejimler arası

geçişin yumuşak olduğu STAR modellerinin, ABD doları satış fiyatları verisi için uygun modeller olmadığı söylenebilir.

### 5.7. Markov Rejim Değişim Modeli Tahmin Sonuçları

Rejimler arası geçişte olasılıksal geçiş değişkenini esas alan, her bir rejimde 2. dereceden otoregresif modelin kullanıldığı, maksimum olabilirlik yöntemi ile tahmin edilen Markov rejim değişim modeli tahmin sonuçları Çizelge 5.11.'de verilmiştir.

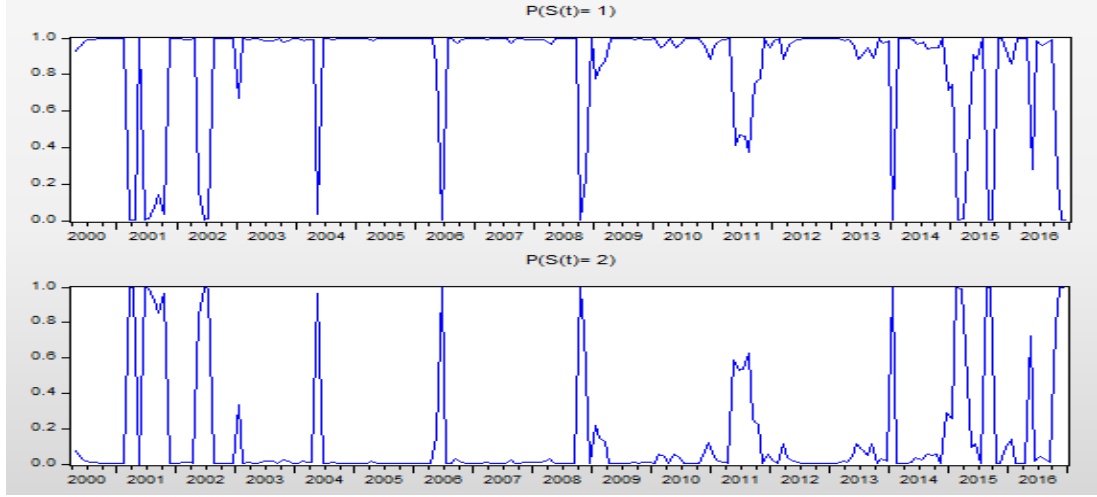
Çizelge 5.11. Markov Rejim Değişim Modeli Tahmin Sonucu

	Alt Rejim			
	Tahmin	Standart Hata	t değeri	P
Sabit	-0.0037	0.0038	-0.9606	0.3367
$y_{t-1}$	0.2376	0.0927	2.5631	0.0104*
$y_{t-2}$	-0.2037	0.1015	-2.0074	0.0447*
	Üst Rejim			
	Tahmin	Standart Hata	t değeri	P
Sabit	0.1209	0.0188	6.4445	0.0000*
$y_{t-1}$	0.8163	0.1952	4.1812	0.0000*
$y_{t-2}$	-0.0967	0.2315	-0.4178	0.6761

\*Anlamlı Katsayılar

Elde edilen modelin matematiksel gösterimi (5.4)'deki gibidir.

$$y_t = \begin{cases} -0.0037 + 0.2376y_{t-1} - 0.2037y_{t-2} + \varepsilon_{t0} & \text{eğer } s_t=1 \\ 0.1209 + 0.8163y_{t-1} - 0.0967y_{t-2} + \varepsilon_{t1} & \text{eğer } s_t=2 \end{cases} \quad (5.4)$$



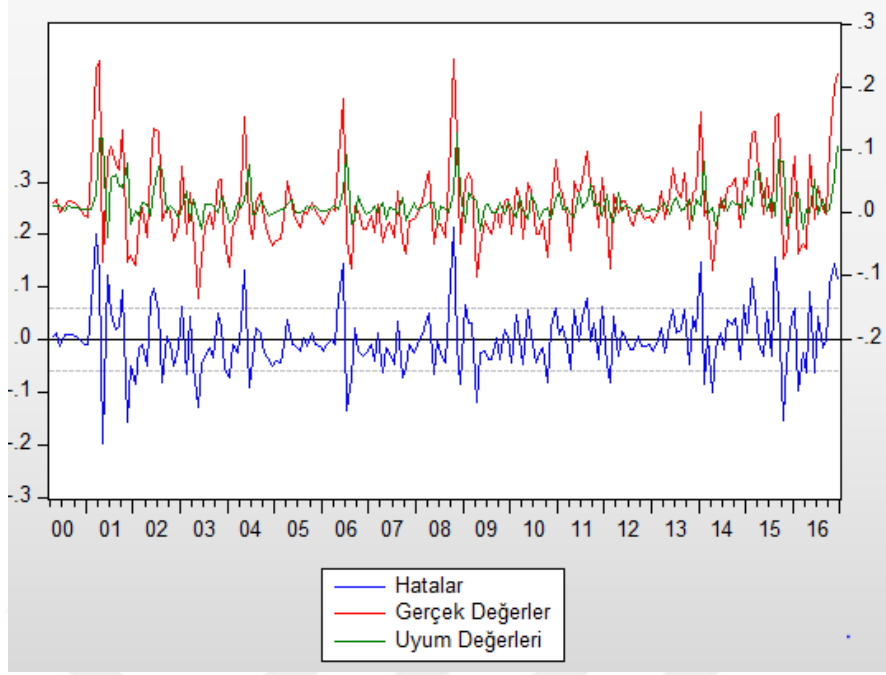
**Şekil 5.7. Markov Rejim Değişim Modeli Düzleştirilmiş Alt ve Üst Rejim Olasılıkları**

Sürecin belirli bir anında alt ya da üst rejimde bulunma olasılığına ilişkin grafikleri veren Şekil 5.7. incelendiğinde, gözlem değerlerinin genel olarak alt rejimde etkin olma eğilimi göze çarpmaktadır.

Rejimler arası geçiş olasılıkları matrisi aşağıdaki şekildedir:

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9230 & 0.0770 \\ 0.4377 & 0.5622 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Rejimler arası geçiş olasılıkları matrisinde elde edilen olasılık değerlerine göre ( $P[S_t=1 | S_{t-1}=1]=0.9230$  ve  $P[S_t=2 | S_{t-1}=2]=0.5622$ ) gözlem değerlerinin alt rejimde etkin olma olasılığı üst rejimde etkin olma olasılığından yüksektir. Eğer süreç alt rejimde ( $S_t=1$ ) etkinse üst rejime ( $S_t=2$ ) geçme olasılığının ( $P[S_t=2 | S_{t-1}=1]=0.0770$ ) oldukça düşük olduğu görülmektedir.

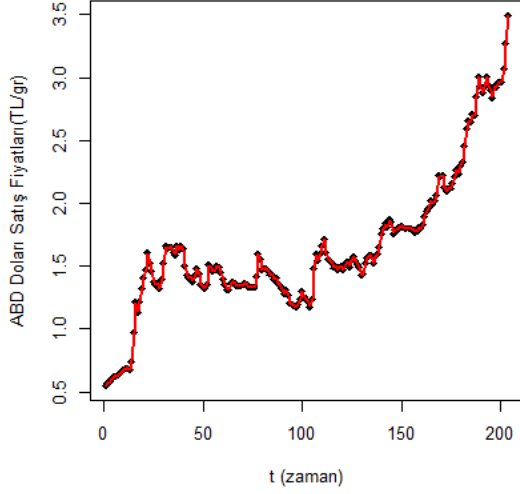


**Şekil 5.8. Markov Rejim Değişim Modeline İlişkin Hatalar, Gerçek ve Uyum Değerleri Grafiği**

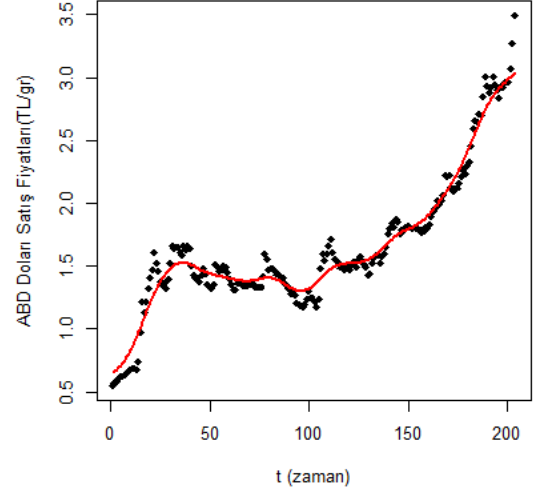
Gerçek ve uyum değerleri arasındaki ilişkiyi ve hataların zaman yolu grafiğini gösteren grafik Şekil 5.8.'de elde edilmiştir. Gerçek ve uyum değerleri arasındaki ilişkinin anlamlı derecede birbirinden farklılaştığı söylenebilir. Hata değerleri beklendiği gibi ortalama 0 etrafında saçılımlar göstermektedir.

### **5.8. Çekirdek Düzeltme Sonuçları**

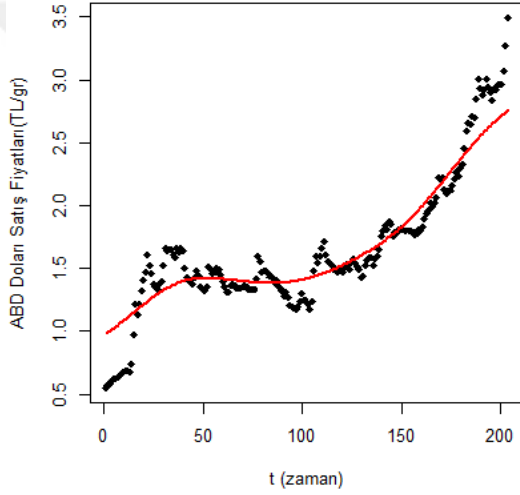
Uygulama 2'nin bu kısmında ABD doları satış fiyatları (USD/TL) serisine parametrik olmayan yöntemlerden çekirdek düzeltme yöntemi uygulanmıştır. Yine uygulama 1'de olduğu gibi çekirdek fonksiyonlarından normal (Gaussian) fonksiyonu tercih edilmiştir. En uygun bant genişliği  $\lambda$  değerinin yaklaşık olarak belirlemek için farklı bant genişliklerine sahip çekirdek düzeltme eğrileri Nadaraya-Watson tahmincisi yardımı ile Şekil 5.9.'da elde edilmiştir.



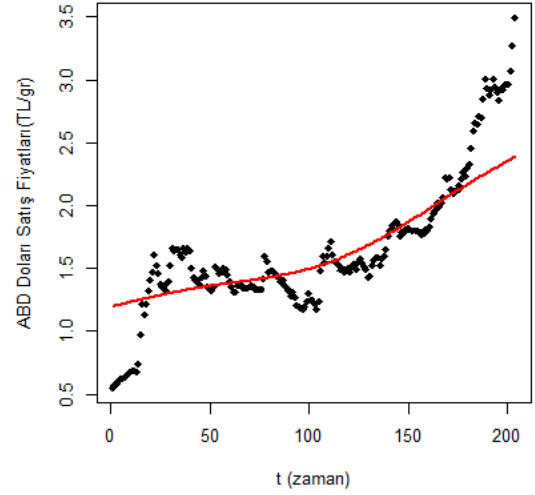
Bant Genişliği=0.01



Bant Genişliği=20



Bant Genişliği=50



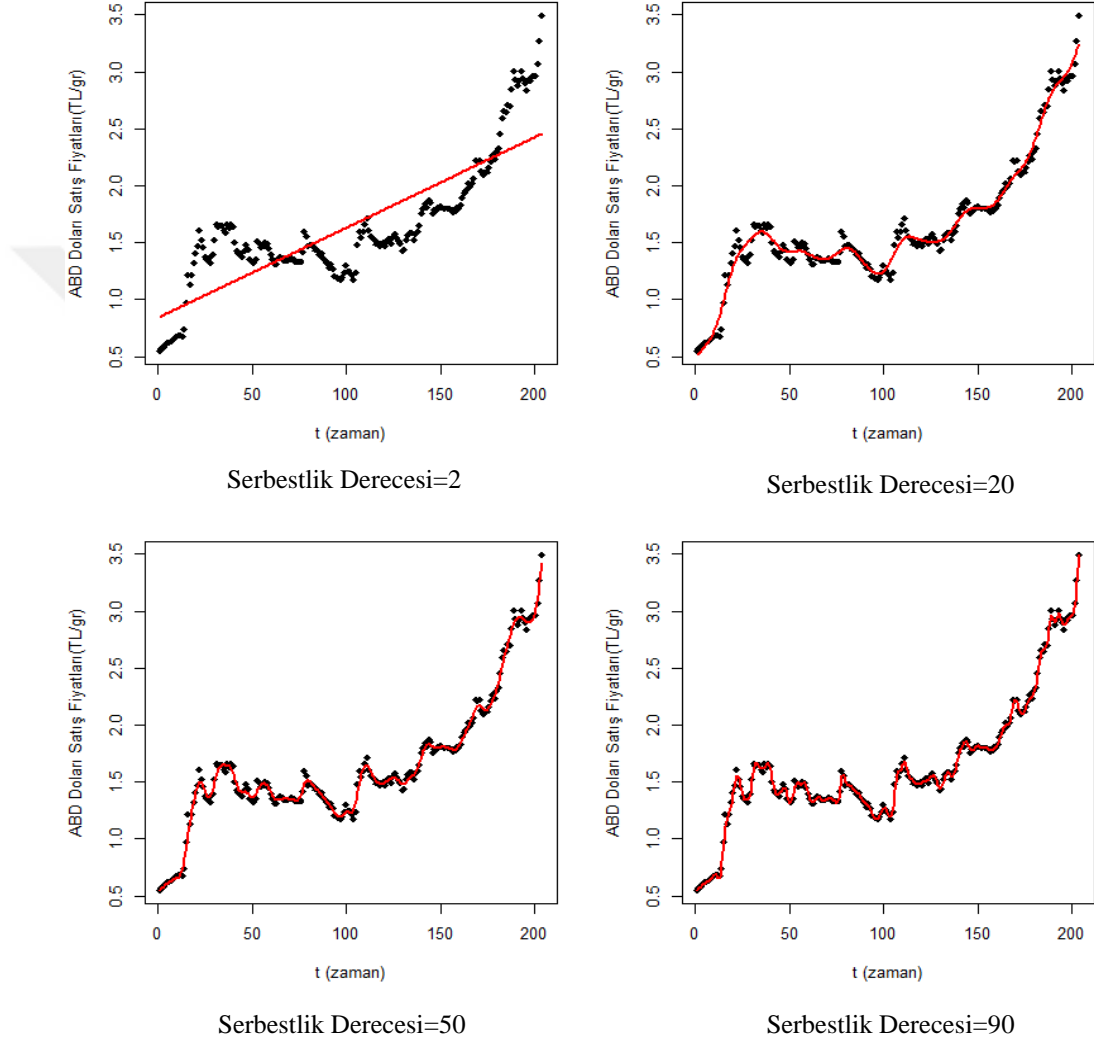
Bant Genişliği=100

**Şekil 5.9. Farklı Bant Genişliklerine Göre Çekirdek Düzeltme Eğrileri**

Farklı bant genişliği değerlerine göre elde edilen çekirdek düzeltme eğrileri incelendiğinde bant genişliği değeri arttıkça gerçek ve uyum değerleri arasındaki ilişkinin bozulduğu görülmektedir. Bant genişliği 0.01 olarak belirlendiğinde gerçek ve uyum değerleri arasındaki ilişki mükemmel yakın iken, bant genişliği 100 olarak alındığında çekirdek tahmin eğrisinin gerçek değerlerden koparak doğrusal regresyon modeline yaklaştığı görülmektedir. Bu yüzden bant genişliği 0.01 olarak belirlenmiştir.

## 5.9. Splayn Düzeltme Sonuçları

Uygulama 2'nin bu kısmında parametrik olmayan regresyon yöntemlerinden splayn düzeltme yöntemi, ABD doları satış fiyatları (USD/TL) verisine uygulanacaktır. Farklı serbestlik derecelerine göre elde edilmiş splayn düzeltme eğrileri Şekil 5.10.'da yer almaktadır.



Şekil 5.10. Farklı Serbestlik Derecelerine Göre Elde Edilen Splayn Düzeltme Eğrileri

Şekil 5.10.'da görüldüğü gibi serbestlik derecesi arttıkça splayn düzeltme eğrisi doğrusal bir eğriden gerçek değerler ile yakın bir uyum sağlayan eğriye dönüşmektedir. Serbestlik derecesi yaklaşık olarak 90 alındığında, gerçek değerler ile uyum değerleri arasındaki ilişkinin ideal olduğu görülmektedir.



Gerçek ve uyum değerleri arasındaki ilişkiyi en iyi açıklayan splayn düzeltme eğrisini elde etmek için R programından faydalanılmıştır. Elde edilen optimum serbestlik derecesi,  $\lambda$  düzeltme parametresi ve GCV skoru değerleri Çizelge 5.12.'de yer almaktadır.

**Çizelge 5.12. Splayn Düzeltme Yöntemi için R Programından Otomatik Olarak Elde Edilen İstatistikler**

$\lambda$ Düzeltme Parametresi:	$1.2129 \times 10^{-08}$
Serbestlik Derecesi:	91.5024
GCV Skoru :	0.0013

### 5.10. Yöntemlerin Karşılaştırılması

Bu çalışmada 2000-2017 yılları arasında aylık olarak elde edilen ABD Doları satış fiyatları (USD/TL) serisi için için uygun bir doğrusal AR(p) modeli ve doğrusal olmayan zaman serisi modelleri (TAR modeli, STAR modeli, Markov rejim değişim modeli, Çekirdek düzeltme yöntemi ve Splayn düzeltme yöntemi) tahmin edilmiştir.

Elde edilen modellerin performanslarını karşılaştırmak amacıyla Bölüm 2.8.2.'de sunulan performans kriterlerinden ölçüğe bağımlı kriterlerin tümü (HKO, OKH, OMH ve MdMH) ele alınmış olup, durağan  $Y_t$  serisi sıfır ya da sıfıra yakın gözlem değerleri içerdiği için hata yüzdelere bağlı performans kriterlerinden sadece simetrik ölçütlere (sOMHY ve sMdMHY) ilişkin performans kriterleri hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.13.'de verilmiştir.

**Çizelge 5.13. ABD Doları Satış Fiyatları (USD/TL) Serisi için Elde Edilen Modellere İlişkin Performans Kriterleri Sonuçları**

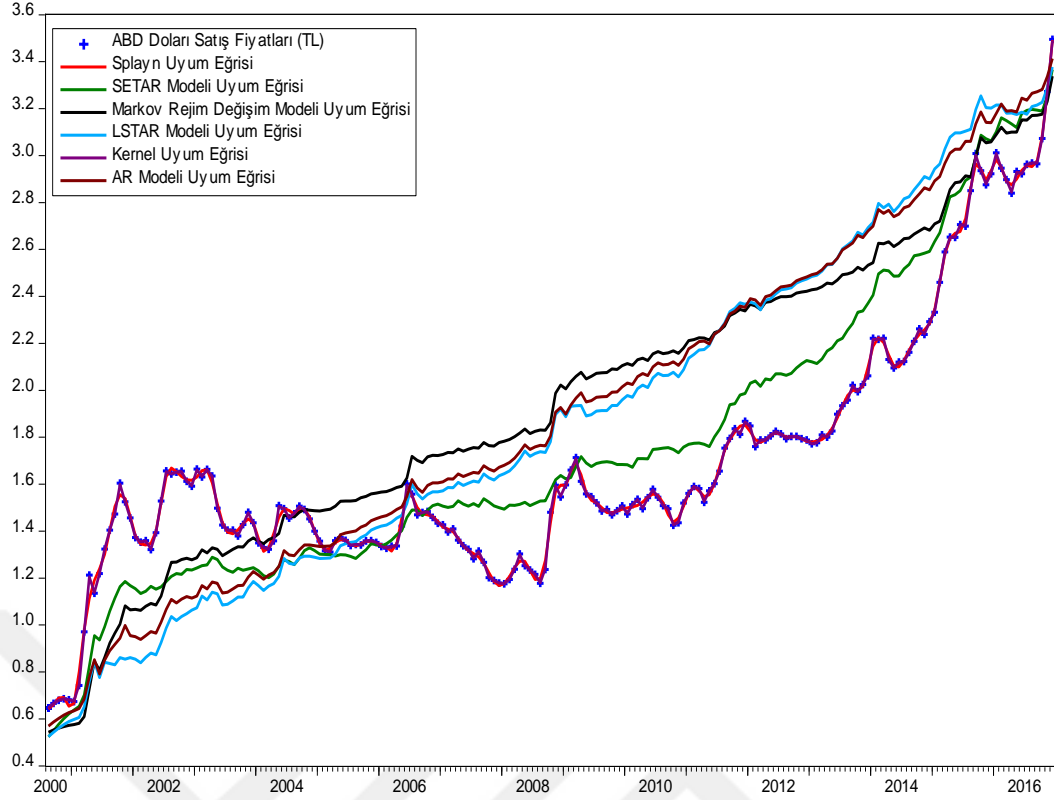
	HKO	OKH	OMH	MdMH	sOMHY	sMdMHY
AR	0.1947	0.4412	0.3896	0.4277	0.2243	24.0925
<b>SETAR</b>	<b>0.0551</b>	<b>0.2348</b>	<b>0.2061</b>	<b>0.2067</b>	<b>0.1283</b>	<b>12.5457</b>
LSTAR	0.1999	0.4472	0.3952	0.4398	0.2334	24.9898
MS	0.1782	0.4222	0.3696	0.3881	0.2152	21.9987
<b>Çekirdek Düzeltme</b>	<b>0.000003</b>	<b>0.0018</b>	<b>0.0013</b>	<b>0.0009</b>	<b>0.0008</b>	<b>0.0492</b>
Splayn Düzeltme	0.0004	0.0200	0.0147	0.0104	0.0097	0.6787

Çizelge 5.13.'de her bir yöntem için elde edilen performans kriterleri değerlerine göre, parametrik modeller içerisinde SETAR modeli en iyi performansı gösteren model olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu modeli sırasıyla MS modeli, AR modeli ve LSTAR modeli takip etmektedir. LSTAR modeli sonuçlarında oldukça yüksek elde edilen  $\gamma$  değerine bağlı olarak rejimler arası geçişin yumuşak bir özellik göstermemesi bu sonucu doğurmuştur.

Parametrik olmayan yöntemlerden Çekirdek düzeltme yöntemi Splayn düzeltme yöntemine göre daha iyi bir performans gösterdiği görülmektedir.

Sonuç olarak, performans kriterlerine göre söz konusu tüm modeller içerisinde en etkin performansa sahip model Çekirdek düzeltme yöntemi iken en kötü performansı gösteren modeller AR ve LSTAR modelleridir.

ABD doları satış fiyatları serisi ve doğrusal olmayan zaman serisi modellerini görsel olarak karşılaştırmak amacıyla, gerçek değerler ve ilgili modellerden elde edilen uyum değerlerine ilişkin grafik Şekil 5.11.'de elde edilmiştir. Parametrik modellerden elde edilen uyum değerlerine R programlama yardımı ile geri fark alma işlemi uygulanmıştır.



**Şekil 5.11. ABD Doları Satış Fiyatları Eğrisi ve İlgili Modellerden Elde Edilen Uyum Eğrileri**

Şekil 5.11.'de elde edilen grafikten de görüldüğü üzere, çekirdek ve splayn uyum eğrileri gerçek seriye neredeyse birebir uyum sağlamıştır. Splayn ve çekirdek uyum eğrileri arasındaki fark ancak daha küçük ölçekli grafikte görülebilir. Performans kriterlerinden elde edilen sonuca paralel olarak SETAR uyum eğrisi diğer parametrik modellere nazaran gerçek seriye yakın bir uyum göstermiştir. Yine de doğrusal olmayan parametrik zaman serisi modellerinin ABD doları satış fiyatları serisini tahmin etmede etkin modeller olduğu söylenemez. Bu noktadan hareketle, doğrusal olmayan zaman serisi modelleri içerisinde parametrik olmayan yöntemlerin parametrik modellere göre daha etkin bir tahmin performansına sahip olduğu söylenebilir.

Sonuç olarak, ABD doları satış fiyatları serisi için tahmin edilen doğrusal olmayan zaman serisi modellerinin doğrusal modellere göre daha iyi tahmin değerleri ortaya koyabileceği görülmüştür.

## 6. SONUÇ

Doğrusal olmayan zaman serisi modelleri metodolojisi yakın zamanda doğmuş ve son yıllarda üzerinde çalışmalar yapılan, gün geçtikçe daha da önem kazanan bir alan olarak karşımıza çıkmaktadır.

Literatürde kullanılan pek çok ekonometrik zaman serisinin asimetrik bir yapıya sahip olması doğrusal olmayan zaman serisi modellerinin kullanımını, bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle beraber son yıllarda yaygınlaştırmıştır.

Zaman serileri analizinde ilk adım, serinin durağan olup olmadığının test edilmesidir. Her iki uygulamada ele alınan zaman serisi verilerine ilişkin zaman yolu, otokorelasyon fonksiyonu (ACF), kısmi otokorelasyon fonksiyonu (PACF) grafikleri ve ADF birim kök testi sonuçları elde edilerek serilerin durağan olup olmadığı kontrol edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre, külçe altın satış fiyatları (TL/gr) ve ABD doları satış fiyatları (USD/TL) serilerinin durağan olmadığı görülmüştür. Her iki serinin birinci dereceden farkı alınarak durağan hale getirilmiştir.

Yapılan durağanlık testlerinin ardından her iki uygulamada ele alınan zaman serileri için en uygun doğrusal model belirlenmeye çalışılmıştır. Her iki zaman serisi için Şekil 4.2. ve Şekil 5.2.'de elde edilen korelogram grafiklerine göre serilerin otoregresif (AR) modeline uygun olduğu görülmüştür. AR modeline uygun gecikme sayısının belirlenmesi için LR, FPE, AIC, SC ve HQ bilgi kriterlerinden yararlanılmıştır. Külçe altın satış fiyatları için uygun gecikme sayısı tüm bilgi kriterlerinde 2 olarak kabul edilirken ABD doları satış fiyatları serisi için uygun gecikme sayısı SC kriteri hariç tüm bilgi kriterleri tarafından 2 olarak belirlenmiştir. 2. dereceden otoregresif (AR) modelleri koşullu en küçük kareler yöntemi ile tahmin edilmiştir.

Zaman serilerinin doğrusal bir yapıya sahip olup olmadığını belirlemek için doğrusallık testlerinden BDS ve Keenan testleri uygulanmıştır. Elde edilen BDS testi sonuçlarına göre, külçe altın satış fiyatları serisi için hemen hemen tüm boyutlarda, ABD doları satış fiyatları serisi için ise tüm boyutlarda 0.05 anlamlılık düzeyinde sıfır

hipotezi reddedilmiştir. Keenan testi sonuçlarına göre külçe altın satış fiyatları serisi için tüm gecikme sayılarında, ABD doları satış fiyatları serisi için birinci gecikme hariç tüm gecikme sayılarında 0.10 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi reddedilmiştir. BDS ve Keenan testi sonuçlarına göre her iki uygulamada ele alınan zaman serilerinin doğrusal bir yapıda olmadıkları söylenebilir.

Doğrusal olmayan zaman serisi modellerinden ilk olarak iki rejimli kendinden eşikli otoregresif (SETAR) modelleri tahmin edilmiştir. Öncelikle her bir rejimde kullanılacak otoregresif modellerin gecikme sayıları, geçiş değişkenine ilişkin gecikme sayısı ve eşik değeri yapılan iterasyonlar sonucunda AIC bilgi kriterine göre otomatik olarak R Programlama ile elde edilmiştir. Her iki seri için elde edilen değerlere göre ardışık koşullu en küçük kareler (EKK) yöntemi ile iki rejimli SETAR modelleri oluşturulmuştur. Daha sonra her iki seri için rejimler arası geçiş grafikleri elde edilmiştir. Uygulama 1’de külçe altın satış fiyatları için gözlem değerleri daha çok alt rejimde etkin iken Uygulama 2’de ABD Doları satış fiyatları için gözlem değerlerinin daha çok üst rejimde etkin oldukları görülmüştür.

Doğrusal olmayan parametrik zaman serisi modellerinden ikinci olarak STAR modelleri tahmin edilmiştir. İlk olarak, Bölüm 4.3. ve Bölüm 5.3.’de elde edilen otoregresif modelleri ve geçiş değişkenlerinin gecikme sayılarına bağlı olarak elde edilen her bir model STAR tipi modele karşı sınanmış ve elde edilen F testlerine bağlı olarak hesaplanan olasılık değerlerinden, doğrusallığın en güçlü reddedildiği değişken geçiş değişkeni olarak belirlenmiştir. Daha sonra aşamalı LM tipi testler ile elde edilen F değerlerine bağlı olasılıklara bakarak geçiş fonksiyonlarının tipi belirlenmiştir. Eğer F2 değerine ilişkin olasılık değeri F1 ve F3 değerlerine ilişkin olasılık değerlerinden küçük ise geçiş fonksiyonunun tipi ESTAR değilse LSTAR olarak belirlenmiştir. Uygulama 1’de külçe altın satış fiyatları (TL/gr) serisi için STAR tipi doğrusal olmamanın sınıandığı testte doğrusallık en güçlü 3. gecikmede reddedilmiş ve dolayısıyla geçiş değişkeninin gecikme sayısı 3 olarak belirlenmiştir. Geçiş değişkenine bağlı olarak yapılan LM tipi testler sonucunda F1 değerine bağlı olasılık değeri en küçük değeri aldığından geçiş fonksiyonunun tipi LSTAR olarak belirlenmiştir. Aynı işlemler Uygulama 2’de ABD doları satış fiyatları (USD/TL) serisine uygulanmış ve geçiş değişkeninin gecikme sayısı 4 ve geçiş fonksiyonunun tipi LSTAR olarak belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlara bağlı olarak doğrusal olmayan

en küçük kareler yöntemi ile her bir rejimde 2 gecikmeye sahip otoregresif modeller birinci ve ikinci uygulamada tahmin edilmiştir. Her iki uygulamada tahmin edilen LSTAR modeli için ilk dikkat çeken nokta rejimler arası geçişin hızını gösteren gama parametresinin oldukça yüksek bulunmasıdır. Dolayısıyla elde edilen LSTAR modelinin TAR modellerine çok yaklaştığı söylenebilir. Bu durumda STAR modellerinin incelenen her iki veri seti için de etkin sonuçlar verdiği söylenemez.

Parametrik doğrusal olmayan zaman serisi modellerinden son olarak rejimler arası geçişte olasılıksal bir geçiş değişkenini esas alan 2 rejimli Markov rejim değişim modelleri tahmin edilmiştir. Uygulama 1 ve Uygulama 2’de ele alınan veri setleri için her bir rejimde 2. dereceden otoregresif modeller maksimum olabilirlik yöntemi ile tahmin edilmiştir. Daha sonra rejimler arası geçiş olasılıkları matrisi ve rejimler arası düzeltilmiş geçiş olasılıkları grafikleri her bir rejim için ayrı ayrı elde edilmiştir. Sonuçlara göre, külçe altın satış fiyatları (TL/gr) serisine ilişkin gözlem değerleri ağırlıklı olarak üst rejimde etkin olurken, ABD doları satış fiyatları (TL) serisine ilişkin gözlem değerleri ise ağırlıklı olarak alt rejimde etkin oldukları görülmüştür.

Doğrusal olmayan parametrik zaman serisi modellerinin ardından parametrik olmayan yöntemlerden ilk olarak Çekirdek düzeltme yöntemi ile külçe altın satış fiyatları (TL/gr) ve ABD doları satış fiyatları (USD/TL) serileri tahmin edilmiştir. Çekirdek eğrilerinin tahmini için normal (Gaussian) çekirdek fonksiyonu ve Nadaraya-Watson yöntemi kullanılmıştır. Farklı bant genişliği değerlerine göre elde edilen Çekirdek düzeltme eğrileri ile en uygun bant genişliği değerleri gerçek ve uyum değerleri arasındaki ilişkiye bakılarak belirlenmiştir. Her iki seri için elde edilen eğrilere göre bant genişliği değeri arttıkça gerçek ve uyum değerleri arasındaki ilişkinin bozulduğu görülmüştür. Külçe altın satış fiyatları (TL/gr) ve ABD doları satış fiyatları (USD/TL) serileri için en uygun bant genişliği değeri 0.01 olarak belirlenmiştir.

Parametrik olmayan zaman serisi yöntemlerinden ikinci olarak Splayn düzeltme yöntemi kullanılarak gerçek değerlere en yakın uyum değerleri elde edilmeye çalışılmıştır. Farklı serbestlik derecelerine göre elde edilen gerçek ve uyum değerleri arasındaki ilişkinin seyri gözlenmiştir. Serbestlik derecesi 2 alındığında uyum değerleri için Uygulama 1 ve 2’de doğrusal bir regresyon eğrisi elde edilmiştir. Serbestlik derecesi arttıkça gerçek değerler ile uyum değerleri arasındaki ilişki artış

göstermiştir. R programlama ile otomatik olarak külçe altın satış fiyatları (TL/gr) ve ABD doları satış fiyatları (USD/TL) serisi için Splayn düzeltme yöntemine ilişkin istatistiki değerler elde edilmiştir.

Çalışmada ele alınan modellerin Uygulama 1 ve Uygulama 2 için hesaplanan performans ölçütleri değerleri Bölüm 4.10. ve Bölüm 5.10.'da ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Özetle, her iki uygulamada ele alınan veriler için doğrusal olmayan hem parametrik hem de parametrik olmayan yöntemler, doğrusal otoregresif AR modelinden daha etkin bir performansa sahip olduğu görülmüştür. Her iki veri seti için Çekirdek düzeltme yöntemi en iyi performansa sahip yöntem olarak belirlenirken, bu yöntemin oldukça etkin tahmin sonuçlarına sahip olduğu görülmüştür. Parametrik modeller içerisinde SETAR modeli ve MS modeli sırasıyla 1. ve 2. uygulamada en etkin performansı göstermişlerdir. Performans kriterlerinden elde edilen istatistiki değerler her bir uygulama için gerçek değerler ile ilgili modellerden elde edilen uyum değerleri arasındaki ilişkiyi gösteren Şekil 4.11. ve Şekil 5.11.'deki grafikler ile desteklenmiştir.

## KAYNAKLAR

- Acatrinei, M. C. ve Caraiani, P. (2011) Modeling and Forecasting the Dynamics in Romanian Stock Market Indices Using Threshold Models, *Romanian Journal of Economic Forecasting*, 2: 42-53.
- Akaike, H. (1974) A New Look at Statistical Model Identification, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19 (6): 716-723
- Andrews, D. W. K. (1994) Empirical Process Methods in Econometrics, *Handbook of Econometrics*, Amsterdam, 4: 2248-2296.
- Andrews, D. W. K. ve Ploberger W. (1994). Optimal Tests When a Nuisance Parameter is Present Only Under the Alternative, *Econometrica*, 62: 1383-1414.
- Aydın, D. (2005) *Semiparametrik Regresyon Modellemede Splayn Düzeltme Yaklaşımı ile Tahmin ve Çıkarsamalar*, Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir, 128s.
- Aydın, D. (2007) A Comparison of the Nonparametric Regression Models using Smoothing Spline and Kernel Regression, *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Mathematical and Computational Sciences*, 1(12): 588-592.
- Aydın, D., Mammadov, M., Yüzer, A. F. ve Ağaoğlu, E. (2007) Yarı Parametrik Modellerde Splayn Düzeltme ile Tahmin ve Çıkarsamalar, *Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 8: 41-52.
- Aydın, D. ve İşçi, Ö. (2012) Doğrusal Olmayan Otoregresif Zaman Serileri Modellerinin Kestirimi, *Muğla Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 28: 205-217.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M. ve Reinsel, G.M. (1970) *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, John Wiley & Sons, USA, 729s.



- Bozkurt, H. (2007) *Zaman Serileri Analizi*, Ekin Kitabevi, Ankara, 176s.
- Brillinger, D.R. ve Segundo, P. (1979) Empirical Examination of the Threshold Model of Neuron Firing, *Biological Cybernetics*, 35: 213-220.
- Brock, W., W. Dechert ve J. Scheinkman (1987) *Test for Independence Based on the Correlation Dimension*, University of Wisconsin at Madison.
- Brock, W., Dechert ,W. ve J. Scheinkman (1996) A Test For Independence Based on the Correlation Dimension, *Econometric Reviews*, 15:197-235.
- Brockwell, P. J. ve Davis, R. A. (2002) *Introduction to Time Series and Forecasting*, 2. Baskı, Springer-Verlag, New York, 434s.
- Chan, K. S. (1990) Testing for Threshold Autoregression, *The Annals of Statistics*, 18: 1886-1894.
- Chan, K. S. (1993) Consistency and Limiting Distribution of the Least Squares Estimator of a Threshold Autoregressive Model, *The Annals of Statistics*, 21(1): 520-533
- Chan, K. S. ve Tong, H. (1986) On Estimating Thresholds in Autoregressive Models, *Journal of Time Series Analysis*, 7: 179-190.
- Chappell, D., Padmore J., Mistry, P. ve Ellis C. (1996) A Threshold Model for the French Franc/Deutschmark Exchange Rate, *Journal of Forecasting* 15: 155-164.
- Chatfield, C. (1984) *The Analysis of Time Series: An Introduction*, 3. Baskı, Chapman & Hall, New York, 286s.
- Craven, P. ve Wahba, G. (1979) Smoothing Noisy Data With Spline Functions:Estimating the Correct Degree of Smoothing By the Method of the Generalized Cross-Validation, *Numer. Math.*, 31:377-403.
- Cryer, J. D. ve Chan, K. S. (2008) *Time Series Analysis With Applications in R*, 2. Baskı, Springer Science+Business Media LLC , USA, 491s.

- Davies, R. B. (1977) Hypothesis Testing When a Nuisance Parameter is Present Only Under the Alternative, *Biometrika*, 64: 247–254.
- Davies, R. B. (1987) Hypothesis Testing When a Nuisance Parameter is Present Only Under the Alternative, *Biometrika*, 74:33-43.
- Dickey, D. A. ve Fuller, W. A. (1979) Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Journal of the American Statistical Association*, 74 (366): 427-431.
- Dijk van, D. J. C. (1999) *Smooth Transition Models: Extensions and Outlier Robust Inference*, Thela Thesis, Amsterdam, 219s.
- Dijk van, D. J. C., Terasvirta, T. ve Franses P. H. (2000) Smooth Transition Autoregressive Models: A Survey of Recent Developments, *Econometric Institute Research Report, EI2000-23/A*, 55s.
- Eitrheim, Ø. ve Terasvirta, T. (1996) Testing the Adequacy of Smooth Transition Autoregressive Models, *Journal of Econometrics*, 74: 59–76.
- Ekinci R. ve Kahyaoğlu H. (2012) Türkiye’de Cari İşlemler Açıklarının Sürdürülebilirliği: Doğrusal Olmayan Zaman Serisi Yaklaşımı, *Uluslararası Ekonomi Konferansı*, 1-3 Kasım, İzmir, 20s.
- Enders, W. (2004) *Applied Econometric Time Series*, Wiley India Pvt. Limited, 2. Baskı, USA, 480s.
- Eubank, L. R. (1999) *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*, Marcel Dekker, New York, 337s.
- Fan, J. ve Yao, Q. (2003) *Nonlinear Time Series: Nonparametric and Parametric Methods*, Springer-Verlag, USA, 551s.
- Franses, P. H. ve Dijk van D., (2000) *Nonlinear Time Series Models in Empirical Finance*, Cambridge University Press, New York, 280s.
- Granger, C. W. J. ve Andersen, A. P. (1978) *An Introduction to Bilinear Time Series Models*, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 94s.

- Granger, C. W. ve Terasvirta, T. (1993) *Modelling Nonlinear Economic Relationships*, Oxford University Press, Oxford, 198s.
- Guhathakurta, K., Bhattacharya, B. ve Chowdhury A. R. (2011) Nonlinearity in Indian Stock & Commodity Markets: a Pre-Diagnostic Investigation, *SSRN Electronic Journal*.
- Hamilton, J.D. (1989) A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle, *Econometrica*, 57:357-384.
- Hansen, B. E. (1996) Inference When a Nuisance Parameter is not Identified Under the Null Hypothesis, *Econometrica*, 64: 413-430.
- Hansen, B. E. (1997) Inference in TAR Models, *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 2: 1-16.
- Hansen, B. E. (1999) Threshold Effects in Non-Dynamic Panels: Estimation, Testing and Inference, *Journal of Econometrics*, 93: 345-368.
- Hardle, W. (1990) *Applied Nonparametric Regression*, Cambridge University Press, Cambridge, 313s.
- Hardle, W. (1991) *Applied Nonparametric Regression*, Cambridge University Press, Cambridge, 333s.
- Hardle, W. ve Linton, O. (1994) Applied Nonparametrics Methods, *The Handbook of Econometrics*, 4: 2295-2339.
- Hardle, W., Müller, M., Sperlich, S. ve Werwatz, A. (2004) *Nonparametric and Semiparametric Models*, Springer, New York, 299s.
- Hasanov, M. ve Omay, T. (2008) Nonlinearities in Emerging Stock Markets: Evidence From Europe's Two Largest Emerging Markets, *Applied Economics*, 40 (20): 2645-2658.
- Hastie, T. J. ve Tibshirani, R. J. (1990) *Generalized Additive Models*, Chapman&Hall, London, 352s.

- Hurvich, M. C., Simonoff, J. S. ve Tsai, C. L. (1998) Smoothing Parameter Selection in Nonparametric Regression Using an Improved Akaike Information Criterion, *Journal of the Royal Statistical Society*, 60 (2): 271-293.
- Hyndman, R. J. ve Koehler A. B. (2006) Another Look at Measures of Forecast Accuracy, *International Journal of Forecasting*, 22:679-688.
- Jones, R. H. (1975) Fitting Autoregressions, *Journal of the American Statistical Association*, 70 (351): 590-592.
- Kayım, H. (1985) *İstatistiksel Ön Tahmin Yöntemleri*, Hacettepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Yayınları, Ankara, 160s.
- Khan, M. Y. (2015) *Advanced in Applied Nonlinear Time Series Modeling*, Doktora Tezi, Münih Üniversitesi, Münih, 181s.
- Kou, S. C. (2003) On the Efficiency of Selection Criteria in Spline Regression, *Probability Theory and Related Fields*, 127:153-176.
- Kuan, C. M. (2002) *Lecture On The Markov Switching Model*, Institute of Economics Academia Sinica, Taipei, 40s.
- Kutlar A. (2000) *Ekonometrik Zaman Serileri*, Gazi Kitabevi, Ankara, 332s.
- LeBaron, B. (1992) Some Relationships Between Volatility and Serial Correlations in Stock Market Returns, *Journal of Business*, 65:199-219.
- Li, W.K. ve Lam, K. (1995) Modelling Asymmetry in Stock Returns by a Threshold ARCH Model, *The Statistician*, 44: 333-341.
- Lim, K.P., Azali, M. ve Lee, H.A. (2003) Is MYR/USD a Random Walk? New Evidence From the BDS Test, *Peranika J.Soc.Sic&Hum*, 11 (1): 41-49.
- Lim, K.P. (2011) The Evolution Of Stock Market Efficiency Over Time: A Survey of the Emprical Literature, *Journal of Economic Surveys*, 25 (1): 69-108.
- Luukkonen, R., Saikkonen, P. ve Terasvirta, T. (1988) Testing Linearity Against Smooth Transition Autoregressive Models, *Biometrika*, 75: 491-499.

- Mallows, C. (1973) Some Comments on  $C_p$ , *Techometrics*, 15: 661-675.
- Melard, G. ve Roy, R. (1988) Modeles de Series Chronologiques Avec Seuil, *Revue de Statistiques Appliquées*, 36: 5–24.
- Nadaraya, E. A. (1964) On Estimating Regression, *Theory Prob. Appl.*, 10: 186-190.
- Pfann, G. A., Schotman, P. C. ve Tschernig, R. (1996) Nonlinear Interest Rate Dynamics and Implications for The Term Structure, *Journal of Econometrics*, 74: 149-176.
- Pippenger, M. K. ve Goering, G. E. (1998) Exchange Rate Forecasting: Results From a Threshold Autoregressive Model, *Open Economies Review*, 9: 157-170.
- Potter, S. M. (1999) Nonlinear Time Series Modeling: An Introduction, *Journal of Economic Surveys*, 13 (5): 505-528.
- Priestley, M. B. (1980) State-Dependent Models: A General Approach to Nonlinear Time Series Analysis, *Journal of Time Series Analysis*, 1: 47-71.
- Ramakrishnan, R. (2010) *Robust Multivariate and Nonlinear Time Series Models*, Doktora Tezi, École Polytechnique Fédérale De Lausanne, Lozan, 145s.
- Rothman, P. (1998) Forecasting Asymmetric Unemployment Rates, *Review of Economics and Statistics*, 80: 164-168.
- Sarantis, N. (1999) Modeling Non-Linearities in Real Effective Exchange Rates, *Journal of International Money and Finance*, 18 (1): 27-45.
- Scheinkman, J. A. ve LeBaron, B. (1989) Nonlinear Dynamics and Stock Returns, *Journal of Business*, 62 (3): 311-337.
- Sevüktekin, M. ve Nargeleçekenler, M. (2005) *Zaman Serileri Analizi*, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara, 341s.
- Shumway, R.H. ve Stoffer, D.S. (2006) *Time Series Analysis and Its Applications*, Springer Science + Business Media LLC, New York, 575s.

- Slutsky, E. (1937) The Summation of Random Causes As The Source of Cyclical Processes, *Econometrica*, 5: 105-146.
- Stenseth, N.C., Falck, W., Chan, K.S., Bjornstad, O.N., O'Donoghue, M., Tong, H., Boonstra, R., Boutin, S., Krebs, C.J. ve Yoccoz, N.G. (1999) From Ecological Patterns to Ecological Processes: Phase and Density-Dependencies in Canadian Lynx Cycle, *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, 95: 15430-15435.
- Terasvirta, T. ve Anderson, H. M. (1992) Characterizing Nonlinearities in Business Cycles Using Smooth Transition Autoregressive Models, *Journal of Applied Econometrics*, 7: 119-136.
- Terasvirta, T. (1994) Specification, Estimation and Evaluation of Smooth Transition Autoregressive Models, *Journal of the American Statistical Association*, 89: 208-218.
- Terasvirta, T. (1998) Modelling Economic Relationships with Smooth Transition Regressions. *Handbook of Applied Economic Statistics*, 507–552.
- Tiao, G.C. ve Tsay, R.S. (1994) Some Advances in Nonlinear and Adaptive Modeling in Time Series, *Journal of Forecasting*, 13: 109-131.
- Tong, H. (1978) On a Threshold Model, 575-586, Chen, C. H. (editör), *Pattern Recognition and Signal Processing*, Sijthoff & Noordhoff, Amsterdam, 655s.
- Tong, H. ve Lim, K. S. (1980) Threshold Autoregression, Limit Cycles and Cyclical Data, *Journal of the Royal Statistical Society*, 42 (3): 245-292.
- Tong, H. (1983) *Threshold Models in Non-linear Time Series Analysis*, Springer-Verlag, New York, 323s.
- Tong, H. (1990) *Non-linear Time Series: A Dynamical Systems Approach*, Oxford University Press, Oxford, 564s.
- Tsay, R. S. (1986) Nonlinearity Tests for Time Series, *Biometrika*, 73 (2): 461-466.
- Tsay, R. S. (1989) Testing and Modeling Threshold Autoregressive Processes, *Journal of the American Statist. Assoc.*, 84 (405): 231-240.

- Tsay, R. S. (2005) *Analysis of Financial Time Series*, 2. Baskı, John Wiley & Sons, USA, 605s.
- Ucal, M. Ş. (2006) Ekonometrik Model Seçim Kriterleri Üzerine Kısa Bir İnceleme, *C.Ü. İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 7 (2): 41-57.
- Usman, S. ve Sarpong, F. A. A. (2009) *Testing Granger Causality With Application to Exchange Rates for Swedish Kronor With GB Pound and US Dollar*, Yüksek Lisans Tezi, Lund Üniversitesi, Lund, 22.
- Wahba, G. (1990) *Spline Models for Observational Data*, SIAM, Pensilvanya, 169s.
- Walker, G. (1931) On Periodicity in Series of Related Terms, *Proceedings of The Royal Society*, A131: 195-215.
- Wand, M. P. ve Jones, M. C. (1995) *Kernel Smoothing*, Chapman&Hall, New York, 224s.
- Watson, G. S. (1964) Smooth Regression Analysis, *Sankhya*, A26: 359-372.
- Whittaker, E.T. (1923) On a New Method of Graduations, *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society*, 41: 63-75.
- Wold, H. O. A. (1938) A Study in the Analysis of Stationary Time Series, Almqvist & Wiksells, Uppsala, 214s.
- Yule, G. U. (1926) Why Do We Sometimes Get Nonsense Correlations Between Time Series? - A Study in Sampling and the Nature of Time Series, *Journal of the Royal Statistical Society*, 89 (1): 1-63.
- Zhu, Y., Ye, W., Wu, Y. ve Miao, B. (2016) Markov Regime-Switching Quantile Regression Models and Financial Contagion Detection, *Insurance: Mathematics and Economics*, 67:21-26.
- Zivot, E. ve Wang, J. (2006) *Modelling Financial Time Series with S-PLUS*, 2. Baskı, Springer Science+Business Media, USA, 998s.

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Ad Soyad : Selman Mermi  
Uyruk : T.C.  
Doğum Yeri & Tarihi : Menteşe/MUĞLA & 14.08.1991  
E-posta : selmanmermi@mu.edu.tr

### Eğitim

Lise	Muğla Turgut Reis Lisesi	2005-2009
Lisans	Anadolu Üniversitesi	2009-2014

### İş Tecrübesi

Marmaris Grand Yazıcı Turban Otel	İletişim Görevlisi	05/2016-10/2016
Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi	Arş. Gör.	04/2017- ...

### Yabancı Dil

İngilizce → Okuma: İyi  
Yazma: İyi  
Konuşma: İyi  
(YDS:80)