

84304

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İKİ SERBEST DERECELİ ROBOT KOLUNUN DİNAMİK
MODELLENMESİ SİMULASYONU VE KONTROLÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Elk. - Elo. Müh. Mustafa NİL

Ana Bilim Dalı : Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği

Danışman : Prof . Dr . Doğan DİBEKÇİ

**T.C. YÜKSEK ÖĞRETİM MÜKÜLÜ
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

OCAK 1999

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İKİ SERBEST DERECELİ ROBOT KOLUNUN DİNAMİK
MODELLENMESİ SİMULASYONU VE KONTROLÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Elk. ve Elo. Müh. Mustafa NİL

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 29 Aralık 1998

Tezin Savunulduğu Tarih : 29 Ocak 1999

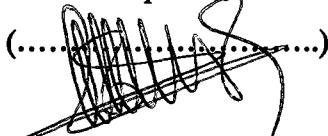
Tez Danışmanı

Prof.Dr. Doğan DİBEKÇİ



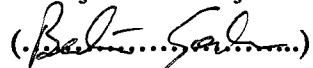
Üye

Prof.Dr. Galip CANSEVER



Üye

Yrd.Doç.Dr. Bekir ÇAKIR



OCAK 1999

İKİ SERBEST DERECELİ ROBOT KOLUNUN DİNAMİK MODELLENMESİ SİMULASYONU VE KONTROLÜ

Mustafa NİL

Anahtar Kelimeler : İki serbestlik derecesi, dinamik modelleme, kontrol, simulasyon

Özet : Bu çalışmada robotlar hakkında genel bilgi verildikten sonra üç serbestlik derecesine sahip robot kolumnun konum ve yönlenmesine ait simülasyonu gösterilmiştir. İki serbestlik derecesine sahip robotun hareketi belirlenerek üç noktasındaki hızı, konum ve hareketi incelenmiştir. Bu harekete göre uygulanması gereken kuvvet ya da moment ; bir başka deyişle dinamik modellenmesi ve simülasyonu yapılmıştır. Klasik kontrol yöntemlerinden PID ve PD kontrolörler ile kontrolü yapılmıştır. Bu kontrol yönteminde matematiksel modellemenin nasıl olacağı da belirtilmiştir.

DYNAMICS MODEL WITH SIMULATION AND CONTROL OF TWO DEGREES OF FREEDOM ROBOT ARMS

Mustafa NIL

Keywords : Two degrees of freedom , dynamics model , control , simulation

Abstract : In this study we have given a general knowledge . In the plane three joints are needed to give the manipulator three degrees of freedom . We have found the position of any point attached to the end effector and have done simulation for this equations. Consider the two degrees of freedom planar manipulator shown in Figure 2.4. and have done simulation and analysis for a end point velocity , position and movement. The dynamic behavior of two degrees of freedom robot arm was described in terms of the time rate of change of the arm configuration in relation to the joint torques using by the movements. Finally we have given the block diagram of closed loop system with PD and PID control . For PD compensator shown mathematical model . Using PD and PID compensator , it was done simulation.

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR

Günümüzde robotların endüstride nedenli önemli olduğu herkes tarafından bilinmektedir. Dünya üzerinde bu konuda bilimsel olarak oldukça fazla uygulama ve teorik çalışma yapılmaktadır. Bu alanda ileri giden ülkelerin yapmış oldukları yatırıminın büyüklüğü olayın ciddiyetini göstermektedir. Ülkemizin robot teknolojisinde istenilen seviyeye gelmesi için yapılan çalışmaların yeterli olduğunu söylemek mümkün değildir. Çünkü mevcut olan şirketlerin sayısı ne yazık ki bir elin parmaklarını geçmemektedir. Yapılan teorik çalışmaların pratiğe dönüşmesi ülke ekonomisine büyük katkılar sağlayacaktır.

Tezin hazırlanmasında değerli katkılarını esirgemeyen danışman hocam Prof.Dr. Doğan DİBEKÇİ 'ye , Yrd.Doç.Dr. Bekir ÇAKIR'a , Y.Müh.Metin NİL'e Ar.Gör. Cihan KARAKUZU ile Ar.Gör.Uğur YÜZGEÇ 'e ve manevi desteklerinden dolayı arkadaşımı ve aileme teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

| | |
|---|-----|
| ÖZET..... | i |
| ABSTRACT..... | ii |
| ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR..... | iii |
| İÇİNDEKİLER..... | iv |
| SİMGELER DİZİNİ ve KISALTMALAR..... | vi |
| ŞEKİLLER DİZİNİ..... | ix |
| TABLOLAR DİZİNİ..... | x |
| | |
| BÖLÜM 1.GİRİŞ..... | 1 |
| 1.1. Robotun Yapıları ve Sınıflandırılması..... | 1 |
| | |
| BÖLÜM 2. ROBOT KOL KİNEMATİĞİ..... | 6 |
| 2.1. Üç Uzuvlu Manipulatörün Konum ve Yönenmesi..... | 7 |
| 2.1.1. Konum ve Yönenmeye İlişkin Simulasyon | 8 |
| 2.2. İki Uzuvlu Manipulatörün Uç Noktasındaki Hızı..... | 10 |
| 2.3. İki Serbest Dereceli Manipulatörün Uç Noktadaki Hızı , Konumu ve Hareketinin Simulasyonu..... | 10 |
| 2.4. Robot Kolu Düz Kinematiği İçin Dönme Matrisleri..... | 13 |
| 2.5. Denavit-Hartenberg Gösterimi..... | 19 |
| 2.6. Ters Kinematik..... | 22 |
| | |
| BÖLÜM 3. ROBOT DİNAMİĞİ..... | 24 |
| 3.1. Lagrange – Euler Formulasyonu..... | 24 |

| | |
|--|----|
| 3.1.1 Tek Serbest Dereceli Robot Kolu İçin Lagrange - Euler Denklemleri..... | 25 |
| 3.1.2. Kinetik ve Potansiyel Enerjilere İlişkin Tanımlamalar..... | 27 |
| 3.1.3. Lagrange-Euler Denklemlerinde Gösterimi..... | 31 |
| 3.2. Newton-Euler Formulasyonu..... | 33 |
| 3.3. İki Eklemlı Planar Manipulatörün Dinamik Modellenmesi..... | 33 |
| 3.3.1.Simulasyonu | 37 |
| BÖLÜM 4. ROBOT KOLUNUN KONTROLÜ..... | 39 |
| 4.1. Eklemlerin Bağımsız Kontrolü..... | 40 |
| 4.2.Eklemin Kontrolü ve Modellenmesi..... | 40 |
| 4.3.Robotlarda PD Kontrol (Oran-Türev)..... | 47 |
| 4.4. Robotlarda PID Kontrol (Oran-Türev-İntegral)..... | 49 |
| SONUÇLAR ve ÖNERİLER | 53 |
| EK 1..... | 54 |
| EK 2..... | 56 |
| EK 3..... | 58 |
| KAYNAKLAR..... | 60 |
| ÖZGEÇMIŞ..... | 61 |

SİMGELER DİZİNİ ve KISALTMALAR

- M_m : Motor momenti
- M_l : Yük momenti
- M_l' : Tahrik elemanı milindeki eşdeğer yük momenti (dişliler vasıtasyyla yüke iletilen)
- θ_m : Motor milindeki açısal yer değiştirmeye
- θ_l : Yük tarafındaki açısal yer değiştirmeye
- B_m : Motor milindeki sürtünme katsayısı
- B_l : Yük tarafındaki sürtünme katsayısı
- j_a : Eklem tahrik elemanın eylemsizlik momenti
- j_m : Motor milindeki eylemsizlik momenti
- j_l : Ükteki eylemsizlik momenti
- r_m : Motor mili çapı
- r_l : Yük mili çapı
- N_m : Motordaki dişli sayısı
- N_l : Ükteki dişli sayısı
- F : Sürtünme momenti
- j_{et} : Etkin eylemsizlik momenti
- B_{et} : Etkin sürtünme katsayısı
- L/R : Elektriksel zaman sabiti
- j_{et} / B_{et} : Mekaniksel zaman sabiti
- CIM : Bilgisayarda bütünlük imalat
- CAD : Bilgisayar destekli dizayn (computer added design)
- SD : Serbestlik derecesi
- RPP : Dönel prizmatik prizmatik
- RRP : Dönel dönel prizmatik
- PPP : Prizmatik prizmatik prizmatik
- J_{11} : Birinci uzvun jakobyen matrisi
- P_{uvw} : Eklem eksen takımı
- P_{xyz} : Referans eksen takımı
- D : Dönüşüm matrisi

- N** : Vektörün fiziksel uzunluğu
 $M_{x,\alpha}$: Dönme matrisi (x ekseni etrafında α kadar döndüğünde)
 $M_{y,\phi}$: Dönme matrisi (y ekseni etrafında ϕ kadar döndüğünde)
 $M_{z,\theta}$: Dönme matrisi (z ekseni etrafında θ kadar döndüğünde)
(i_x, j_y, k_z) : xyz eksen takımındaki birim vektör
(i_u, j_v, k_w) : uvw eksen takımındaki birim vektör
 P_{3x1} : Konum vektör matrisi
 F_{1x3} : İzdüşüm matrisi
 W_{1x1} : Ölçek matrisi
 M_δ : Öteleme matrisi
RPY : Roll pitch yaw
RPR : Roll pitch roll
 θ_i : z_{i-1} ekseninde x_i ile x_{i-1} arasındaki açı
 α_i : x_i ekseninde z_i ile z_{i-1} arasındaki açı
 d_i : z_{i-1} ekseni boyunca $i-1.$ koordinat sistemi merkezinden x_i ve z_{i-1} eksenlerinin kesişme noktasına olan mesafesi
 a_i : x_i ekseni boyunca x_i ile z_{i-1} 'in kesişme noktasıyla $i-1.$ Eksenin orjini arasındaki mesafe
n : Elin normal vektörü
s : Elin kayma vektörü
a : Elin yaklaşım vektörü
p : Elin konum vektörü
 T_0^6 : 6.Serbestlik derecesine sahip düz kinematik
L-E : Lagrange-Euler
N-E : Newton-Euler
R-L : Rekürsif-Lagrange
K : Robotun kinetik enerjisi
V : Robotun potansiyel enerjisi
L : Lagrange fonksiyonu
i : Serbestlik derecesi
 q_i : i.Eklemin genelleştirilmiş koordinatı
 \dot{q}_i : i.Eklemin genelleştirilmiş hızları

- X** : Motorun anma momenti
S : Eğri simetrik matris
Tr : $\dot{I}z$
G(q) : Yerçekiminden dolayı oluşan matrisleri gösteren $i \times 1$ boyutlu vektör
D(q) : $i \times i$ boyutlu atalet matrisi
 $h(q, \dot{q})$: $i \times 1$ boyutlu Merkezkaç ve Coriolis momentlerini gösteren vektör
B[q] : $i \times (i-1)/2$ boyutlu Coriolis kuvvet matrisi
C[q] : $i \times i$ boyutlu merkezkaç kuvvet matrisi
PD : Oran-Türev
PID : Oran-Türev-İntegral

ŞEKİLLER DİZİNİ

| | |
|--|----|
| Şekil 1.1. Robot Eklemlerinin Sembolik Gösterimi..... | 2 |
| Şekil 1.2. Robot Sisteminin Komponentleri..... | 2 |
| Şekil 1.3. Kartezyen ,Silindirik , İnsan Benzeşimli Robotlar..... | 4 |
| Şekil 2.1. Planar Manipulatör ve Kinematik Denklemelerin Çözümü İçin Trigonometrinin Kullanılması | 6 |
| Şekil 2.2. Üç Uzuvlu Robotun Açı ve Zaman Kriterlerine Göre Konumu ve Hareketi..... | 9 |
| Şekil 2.3. İki Serbest Dereceli Planar Manipulatörün Uç Noktasındaki Hızları | 9 |
| Şekil 2.4. İki Serbest Dereceli Planar Manipulatörün x-y Düzlemindeki Hareketi..... | 11 |
| Şekil 2.5. θ_1 ve θ_2 Açılarına İlişkin Örnek..... | 12 |
| Şekil 2.6. θ_1 ve θ_2 İçin Manipulatörün Uç Noktadaki Hızı, Konumu ve Hareketi..... | 12 |
| Şekil 2.7. Referans ve Eklem Eksen Takımları..... | 13 |
| Şekil 2.8. Denavit-Hartenberg Parametreleri..... | 19 |
| Şekil 3.1. Tek Eklemlı Robot..... | 25 |
| Şekil 3.2. İki Serbest Dereceli Planar Manipulatörün x-y Düzlemindeki Hareketi..... | 33 |
| Şekil 3.3. I. ve II.Uzva Uygulanacak Kuvvet ya da Moment..... | 38 |
| Şekil 4.1. Ekleme Tahrik Eden DC Motor-Dişli Takımının Şematik Gösterimi | 41 |
| Şekil 4.2. DC Motorun Gösterimi..... | 41 |
| Şekil 4.3. Doğru Akım Motoru Blok Diagramı..... | 46 |
| Şekil 4.4. PD Kontrollü Doğru Akım Motoru Blok Diagramı | 47 |
| Şekil 4.5. PID Kontrollü Doğru Akım Motoru Blok Diagramı | 50 |
| Şekil 4.6. PD Kontrolör ile I. ve II. Uzva Ait Simülasyon Sonuçları..... | 51 |
| Şekil 4.7. PID Kontrolör ile I. ve II. Uzva Ait Simülasyon Sonuçları..... | 52 |

TABLOLAR DİZİNİ

| | |
|---|----|
| Tablo 2.1. Üç Uzuvlu Manipulatörün Konum ve Yönlendirme İçin Gerekli Açı Değerleri..... | 9 |
| Tablo 2.2. İki Serbest Dereceli Planar Manipulatörün A,B,C,D Konumları İçin Gerekli Açı Değerleri..... | 11 |

BÖLÜM 1. GİRİŞ

Robot; kelime anlamı olarak köledir. Kendi sınıfı içinde değişik amaçlar için programlanabilen elektromekanik sistemlerdir. Başka bir ifadeyle tekrar programlanmak kaydıyla bir noktadan başka noktaya giden ya da sürekli yol izleyerek parçaları ve cisimleri taşıyabilen ve birden fazla uzvu bulunabilen mekaniksel aletlere robot denir.

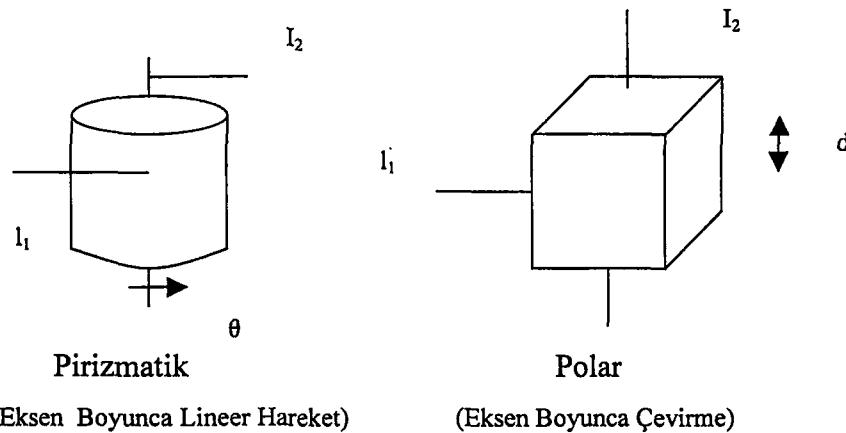
Robotun tarihçesine bakıldığında; 1920 'li yıllarda Karel Capek bu kavramı ortaya atanlardandı [1]. 1949'lı yıllarda ilk gelişmeler olmasına rağmen 1954'te George Devol tarafından ilk programlanabilir robot tasarlanmıştır [1]. 1956'da fizik öğrencisi olan Joseph Engelberger ticari robotlar konusunda faaliyetlerde bulunmuştur [1]. 1961'de ise New Jersey-Trenton 'da General Motors tarafından bu yönde ciddi çalışmalar yapılmıştır. Daha sonraki yıllarda alınan mesafenin temelinin buradan kaynaklandığı söylenebilir. 1961'de robot kolumnun geri beslemeli kontrolü [5] 1963'de ilk robot görme sistemi ; 1971'de Stanford Üniversitesi tarafından Stanford Kolları geliştirilmiştir. 1973'de Stanford' da ilk programlama dili (WAVE) yazılmıştır. 1974'de Cincinnati Milacron T³ robotunun bilgisayarla kontrolünü gerçekleştirmiştir[1]. 1978'de Unimation temelinde General Motors'un çalışmalarından esinlenerek PUMA robotunu tasarlamıştır. Japonlar 1979'da SCARA robotunun tasarımını gerçekleştirmiştir. Carnegie-Mellon Üniversitesi tarafından ilk doğrudan sürülen robot 1981' de tasarlanmıştır [1] .

Robotların mekanik hareket yapısı (manipulatör) modern robot sistemlerinde önemli bir yere sahiptir. Sonraki bölümlerin amacı; robot eklemlerinin hareketinin irdelenmesi; sonuçlarına göre kontrol yapmaktır. Bu nedenle istenenlerin yaptırılması için kullanılacak robotun seçimi önem taşımaktadır. Robotun komponentleri ve yapısı tasarımcı tarafından doğru seçilmelidir.

1.1.Robotun Yapıları ve Sınıflandırılması

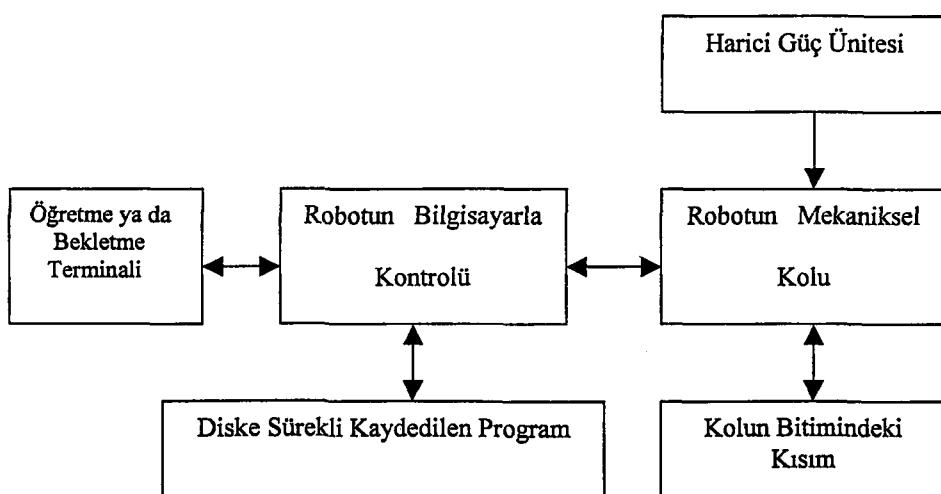
Robotun herbir uzvu birbirlerine eklemlerle bağlanmıştır. Eklemlerle birleştirilen uzuqların (linkler) sayısı ; serbestlik dercesi hakkında bilgi edinilmesini sağlar.

Eklemler pirizmatik ya da polar yapıya sahiptir. Şekil 1.1.'de görüldüğü gibi bu yapıdaki eklemler için eklem açıları, uzunluğun ve ekleme etkiyen kuvvet önemlidir. Robot kolu, bu uzuvların biraraya gelmesiyle oluşur.



Şekil 1.1. Robot Eklemlerinin Sembolik Gösterimi

Eklem değişkeni pirizmatik yapıda θ dönme açısı olurken polar eklemlerde d mesafesidir. Robotik sistemin komponentleri denildiğinde akla mekaniksel kol gelmelidir. Çünkü tüm robotik sistemlerde tek bir mekaniksel kol vardır ve bu kol için gerekli olanlar Şekil 1.2.'de gösterildiği gibidir.



Şekil 1.2. Robot Sisteminin Komponentleri

Robotların çalışmasında insan faktörü önemli olmayabilir. Birden fazla robotun birlikte çalışması sağlanabilir. Bu tür sistemlerde herbir robota üretim hücresi (job shop) adı verilir. Robotların çalışmasını CAD (Bilgisayar Destekli Tasarım) programları. Bunların bütünleşik biçimde bulunduğu yere CIM (Bilgisayarda Bütünleşik İmalat) adı verilir.

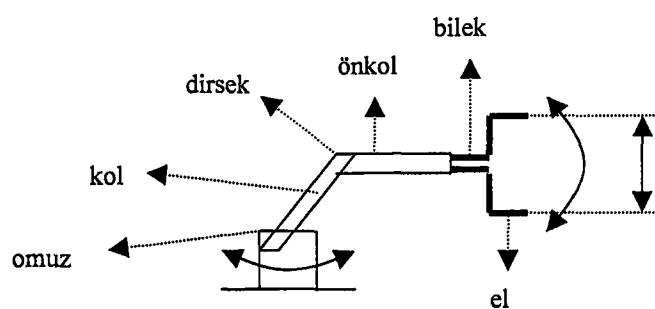
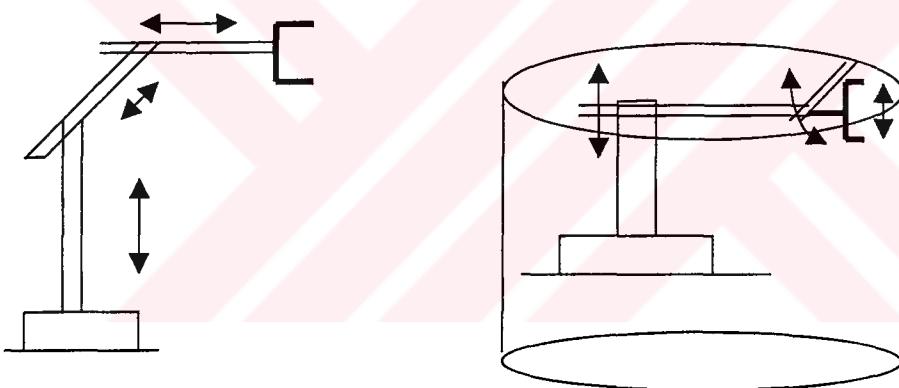
Robotlar aşağıdaki gibi sınıflandırılır.

* **Güç Kaynaklarına Göre** ; Elektrisel , Hidrolik ve Pinömatik (hava basıncı) ile çalışan robotlar vardır. Hidrolik robotlar ; ağır yüklerin kaldırılmasında önemli fonksiyonlara sahiptir. Moment üretme kapasitesi ve sisteme verdiği yanıt oldukça iyidir. Elektriksel güç kaynağı ile gerçekleştirilen robotlar ; AC ya da DC servo motorlar ile sürülebilir. Bu yöntem ucuz , temiz ve hızlı bir çözümüdür. Pinömatik robotlar ; diğerlerine göre daha sınırlı kullanıma sahip olduğu söylenebilir. Bu robotlar basit yapıya sahip oldukları halde maliyetleri yüksektir.

* **Kontrol Metodlarına Göre** ; Servo ve servo olmayan robotlar şeklinde sınıflandırılabilir. İlk robotlar servo olmayan robotlardı ve açık döngüye sahipti. Çalışmaları önceden tanımlanmış mekaniksel hareketlerle sınırlıdır. Servo robotlar; kapalı döngü geri besleme özelliklerine sahiptir. Hareketleri bilgisayar tabanlı tekrar programlanabilir olmalıdır. Servo robotları kendi aralarında da sınıflandırmak mümkündür. Noktadan noktaya en basit türde olanıdır. Bu robotlarda ; izleyeceği yola ait noktalar set edilir ancak uç nokta ile işaretlenen noktalar arasında kontrol yapılmamaktadır. Noktadan noktaya giden robotlar istenen noktalar dışında durmaz (ara noktalar için). Sürekli yol izleyen robotlarda ise , her noktadaki konuma müdahale edilebilir. Manipulatör üç boyutlu uzayda tanımlanmaktadır. Ancak kontrolun hareketin değişken olmasından dolayı kolay yapılması mümkün değildir. Belli bir yol boyunca her noktada durabilir.

* **Uygulama Alanlarına Göre** ; Kartezyen , silindirik , küresel , Scara ve insan kolu benzeşimli biçiminde sınıflandırma yapılabilir. Kartezyen robot da eksenler pirizmatik yani eksen boyunca lineer hareket sergiler. 3SD+1 (SD:Serbestlik Derecesi) özelliğine sahiptir. Literatürde PPP (Prismatic- Prismatic- Prismatic)

biçimindeki rotasyonla gösterilir. Silindirik robot ise RPP (Revolute-Prismatic-Prismatic) rotasyonu ile gösterilir. Robotun ilk eklem yeri dönel yapıya sahiptir. Küresel robotta RRP (Revolute-Revolute-Prismatic) rotasyonuna sahiptir [1]. Yani silindirik robotta ikinci hareket ekseni boyunca doğrusal yerine dönel biçimde tanımlanmıştır. Scara da aynı şekilde RRP yapısındadır. Ancak eksenlerin aldıkları açı bakımından farklılık gösterir. Bu robotta hareketin yatay bileşenini RR yani birinci ve ikinci eksen tayin eder. Hareketin dikey bileşeni üçüncü eksen oluşturur. Böylece kolun yukarı aşağı hareketi pirizmatik eksen tarafından yapılmıştır. Eksenler birbirine diktir. İnsan benzeşimli robotlarda genellikle 6 SD yapıları olanları göze çarpar. Eklem açılarının ilk pozisyonu oldukça önemlidir. Omuz, kol, dirsek, ön kol, bilek, el gibi kavramlar oldukça yaygın biçimde kullanılan terimlerdir. Omuz dikey eksen boyunca öne arkaya doğru hareket eder. Kol yatay eksen boyunca; ön kol ise yukarı ve aşağı yatay dirsek eksen boyunca hareketinde kullanılır. Uygulama alanlarına göre açıklanan bu robotlara ilişkin yapı Şekil 1.3.'de gösterilmiştir.



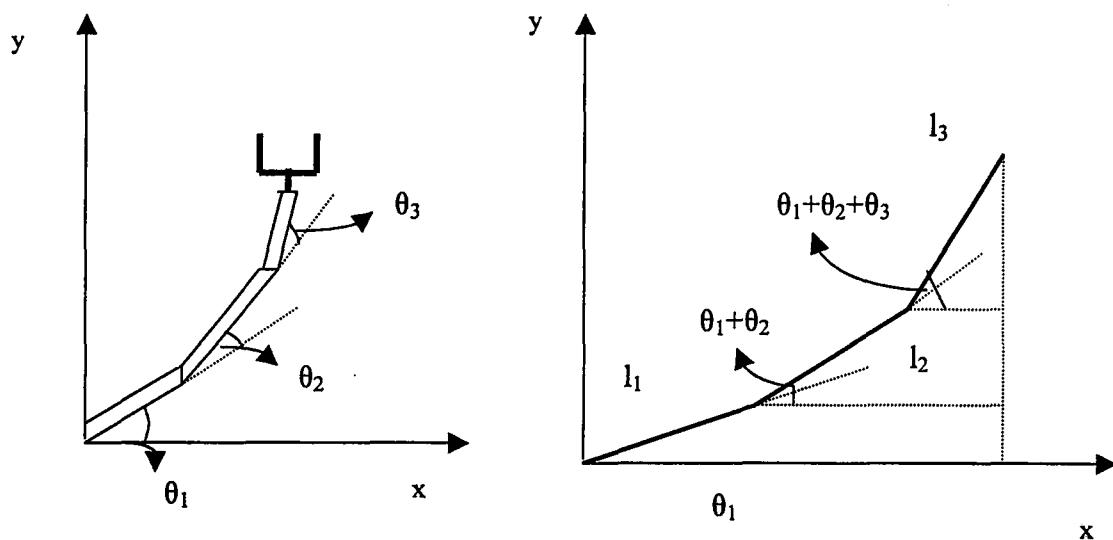
Şekil 1.3. Kartezyen ,Silindirik , İnsan Benzeşimli Robotlar

Daha sonraki bölümlerde robotun kinematik ve dinamik modellenmeleri ele alınarak klasik kontrol yöntemleri üzerinde durulacaktır. Robotun serbestlik derecesi arttıkça sistemin çözümü doğrusal olmadığı için kinematik denklemlerde ters modellenmenin yapılması oldukça zordur. Robotun dinamik özellikleri bilindiği takdirde robotun yeri kontrol edilebilir. Dinamik modellenme yapıldığında çok küçük kuvvetle bile robot kolu tepkide bulunabilir. Aşırı kuvvet uygulandığında robot kolu çatlayabilir ya da osilasyon yapabilir [2] . Robot imalatı yapılırken bu kriterler gözönüne alınır. [Gürbüz –dayanıklı (robust) kontrol]

Robotta aranan önemli özellikler, robotun kapasitesi, hızı, eklem sayısı, kesinliği, tekrarlanabilme yeteneği ve çalışma ortamı olarak sıralanabilir.

BÖLÜM 2.ROBOT KOL KİNEMATİĞİ

Kinematik, bir sistemin mümkün hareket ve kol konfigürasyonlarının davranışları olarak tanımlanabilir. Bu tanım sistemin geometrisiyle ilgilidir. Sistemin hareketinde kuvvet, direnç, enerji ve son konum önemlidir. Robotlar birbirine eklemlerle bağlanmıştır. Eklemler ve bağların birbirine ardışık bağlanması ile zincir oluşur. Şekil 1.3.'den de görüleceği gibi zincirin bir ucu sabittir. Bu uca gövde denir. Diğer ucun açık olması halinde açık kinematik zincir adı verilir. Kendinden önceki ekleme bağlı ise kapalı kinematik zincir adı verilir [2]. Kinematikte konum ve yön önemlidir. Robot kinematiği, eklem değişkenleri vektörü verilen bir robotun yerinin hesaplanması için gereklidir, yani robot kol kinematiği, kuvvet ve moment gözönüne alınmaksızın sabit eksen takımına göre zamanın fonksiyonu olarak kol hareketinin incelenmesidir. Düz kinematikte eklem bağ parametreleriyle referans eksen takımı kullanarak uç noktadaki uzvun konum ve yönlenmesinin hesaplanması gereklidir. Ters kinematikte robot kolunun alacağı son konum ve hız bilinmektedir. Buna göre kinematik zincirin sondan başa doğru çözümü yapılmaktadır. Üç eklemli düzlemsel (planar) manipulatörün kinematik eşitliklerinin yazılıbilmesi için açının bilinmesine ihtiyaç vardır. Uzvun konumunu belirtirken düzlemede iki nokta kullanılmalıdır. Saat yönünün tersi pozitif kabul edilerek θ_1 , θ_2 , θ_3 bu eklemlerin açısı olarak alınmıştır. Her bir uzvunun uzunluğu sırasıyla l_1 , l_2 , l_3 olan manipulatör Şekil 2.1'deki gibidir.



Şekil 2.1.Planar Manipulatör ve Kinematik Denklemlerin Çözümü İçin Trigonometrinin Kullanılması

2.1. Üç Uzuvlu Manipulatörün Konum ve Yönlenmesi

Manipulatör önce θ_3 açısıyla döndüğü kabul edilmiştir. İki boyutlu rıjıt hareketlerin düzlem üzerinde dönme ve öteleme hareketlerinin 3×3 matris biçiminde genel gösterimi (2.1)'de verilmiştir.

$$A_3(\theta_3) = \begin{pmatrix} R(\theta_3) & t_3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

$$\begin{pmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & t_x \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$R(\theta_3)$ dönme matrisini ve t_3 konum vektörünü göstermektedir. t_3 ; referans eksen takımına göre dönen eksen takımına ait orjininin konum vektörüdür. Perspektif dönüşümü 0 (sıfır), ölçek faktörü 1 alınmalıdır.

Başlangıç konumunda üçüncü eklemin koordinatı, dönen eksen takımının orjininin konum vektörü olup koordinatları $(l_1 + l_2, 0)$ dir. Matris biçiminde gösterimi eşitlik (2.2)'deki gibidir.

$$A_3(\theta_3) = \begin{pmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & (1 - \cos\theta_3)(l_1 + l_2) \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & -\sin\theta_3(l_1 + l_2) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

(Bu dönme esnasında birinci ve ikinci uzun konumları değişmemektedir)

İkinci uzuv θ_2 açısı kadar döndüğünde ;

$$A_2(\theta_2) = \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & (1 - \cos\theta_2)l_1 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & -l_1 \sin\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Son olarak θ_1 açısı kadar ilk uzuv döndüğünde ;

$$A_1(\theta_1) = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Bu üç matrisin çarpımıyla hareketin etkisi irdelediğinde :

$$A_1(\theta_1)A_2(\theta_2)A_3(\theta_3) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & -\sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & k_x \\ \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & k_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

$$k_x = l_1 \cos\theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - (l_1 + l_2) \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

$$k_y = l_1 \sin\theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) - (l_1 + l_2) \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (2.6)$$

$$K(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = A_1(\theta_1)A_2(\theta_2)A_3(\theta_3)$$

K matrisi manipulatörün kinematiği hakkında bilgi edinilmesini sağlar. Böylece manipulatörün kinematik dönüşüm matrisleri elde edilebilir. Üç noktadaki konum vektörü, K matrisiyle başlangıç konum vektörünün çarpımı sonucu bulunur.

2.1.1. Konum ve Yönlendirmeye İlişkin Simülasyon

2.1.'de verilen modellemeyi Matlab-Simulink 'te gerçekleştirmek mümkündür.

$(l_1 + l_2 + l_3, 0)$ noktası için hareketin genel denklemi şu şekildedir:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & -\sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & k_x \\ \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & k_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 + l_2 + l_3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

$$x = l_1 \cos\theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (2.8)$$

$$y = l_1 \sin\theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

Bu manipulatörün uzuvalarına ait açıları arttırıp ya da azaltmak suretiyle simülasyonunu görmek mümkündür. 25 saniyelik sürede Tablo 2.1'de verilen açılara

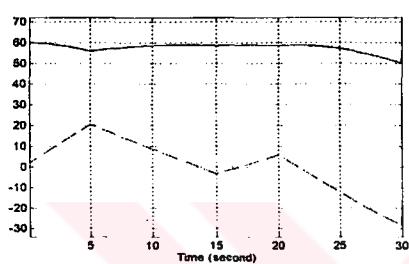
göre ($l_1 + l_2 + l_3, 0$) noktası için simulasyon yapılsın.(Bu açı değerleri istenildiğinde değiştirilebilir)

Tablo 2.1. Üç Uzuvlu Manipulatorun Konum ve Yönlenmesi İçin Gerekli Açı Değerleri

| ZAMAN | θ_1 | θ_2 | θ_3 |
|-------|--------------|--------------|--------------|
| 5 sn | 10 ° artsın | 10 ° artsın | 10 ° artsın |
| 10 sn | 30 ° azalsın | 20 ° artsın | 20 ° azalsın |
| 5 sn | 10 ° artsın | 10 ° azalsın | 20 ° artsın |
| 10 sn | 40 ° azalsın | değişmesin | 20 ° artsın |

Konum

Hareket



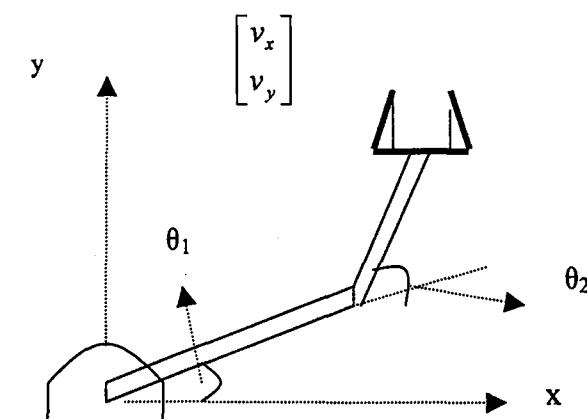
(a)



(b)

Şekil 2.2. Üç Uzuvlu Robotun Açı ve Zaman Kriterlerine Göre Konumu ve Hareketi

Simulasyon yapılrken uzuvların uzunlukları eşit alınmıştır. Şekil 2.2.-b 'de x-y düzleminde konumun nasıl olacağı belirlenmiştir. Şekil 2.2.-a'da x ve y düzlemlerinde ki hareketi ele alınmıştır. Program EK 1 'de ki gibidir.



Şekil 2.3. İki Serbest Dereceli Planar Manipulatorun Uç Noktasındaki Hızları

2.2. İki Uzuvlu Manipulatörün Uç Noktasındaki Hızı

Şekil 2.3.'de görülen iki serbest dereceli planar manipulatörün , uç noktadaki hızını hesaplamak mümkündür. Uç noktadaki doğrusal hızı ,

$$v = J_{l1}\dot{q}_1 + \dots + J_{ln}\dot{q}_n \quad (2.9)$$

şeklindedir.

J_{l1} :Birinci uzun jakobyen matrisi

Planar manipulatör denklemlerinden iki serbest dereceli robotta jakobyen matrisi ve uç noktasındaki hızıyla ilgili aşağıdaki sonuçlar ortaya çıkmaktadır.

$$J = \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 - \sin(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \cos\theta_1 + \cos(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

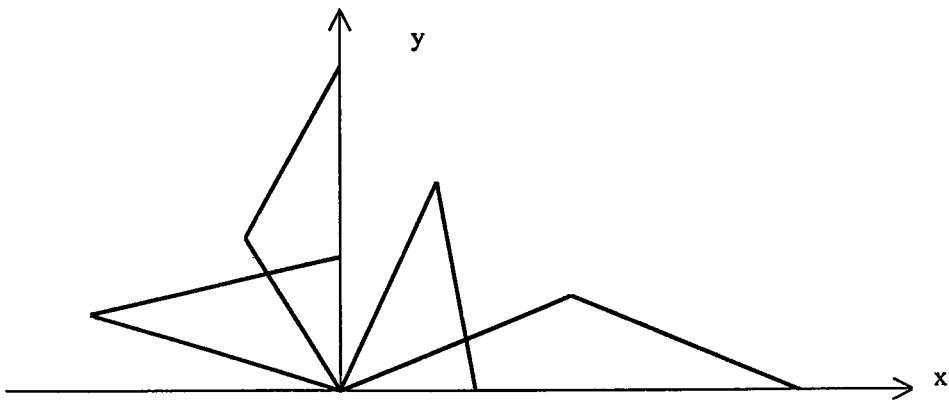
$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\sin(\theta_1) \\ -2\cos(\theta_1) \end{bmatrix} \dot{\theta}_1 + \begin{bmatrix} -\sin(\theta_1) \\ -\cos(\theta_1) \end{bmatrix} \dot{\theta}_2 \quad (2.11)$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta_1) \\ -\cos(\theta_1) \end{bmatrix} (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)$$

Planar manipulatörü , Şekil 2.4.' deki gibi hareket ettirerek robotun konumu,hareketi ve hızı irdelenecektir. Bölüm 3 ve Bölüm 4'de bu açı değerlerine göre dinamik modellenmesi ve klasik kontrol yöntemleri üzerinde durulacaktır.

2.3. İki Serbest Dereceli Manipulatörün Uç Noktadaki Hızı , Konumu ve Hareketinin Simülasyonu

Manipulatör sırasıyla A,B,C,D biçiminde Şekil 2.4 'teki gibi hareket ettirilsin.



Şekil 2.4. İki Serbest Dereceli Planar Manipulatörün x-y Düzlemindeki Hareketi

Tablo 2.2.'de verilen açı değerleri arasında ilişki olmalıdır. θ_1 Açısına bağlı olarak θ_2 değerleri girilmelidir.

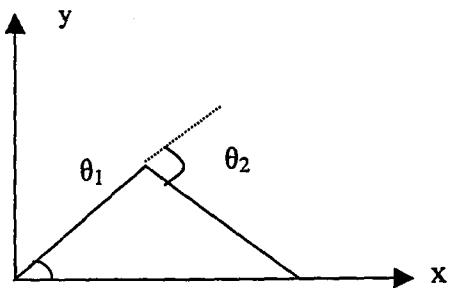
Tablo 2.2. İki Serbest Dereceli Planar Manipulatörün A,B,C,D Konumları İçin Gerekli Açı Değerleri

| KONUM | θ_1 ° | θ_2 ° |
|-------|--------------|--------------------------------|
| A | 15 | 30 (-) yönde $t=0$ sn anında |
| B | 80 | 160 (-) yönde $t=10$ sn anında |
| C | 150 | 120 (+) yönde $t=20$ sn anında |
| D | 100 | 20 (+) yönde $t=30$ sn anında |

Planar Manipulatörün her iki uzunluğunun eşit alınmıştır. Bu nedenle θ_2 açısına ikizkenar üçgen özelliğine uygun değerler verilmesi gereği unutulmamalıdır.

* Örneğin ;

$l_1=l_2$ ve $\theta_1=15^\circ$ alınırsa ,
 θ_2 (-) yönde 30° olmalıdır.

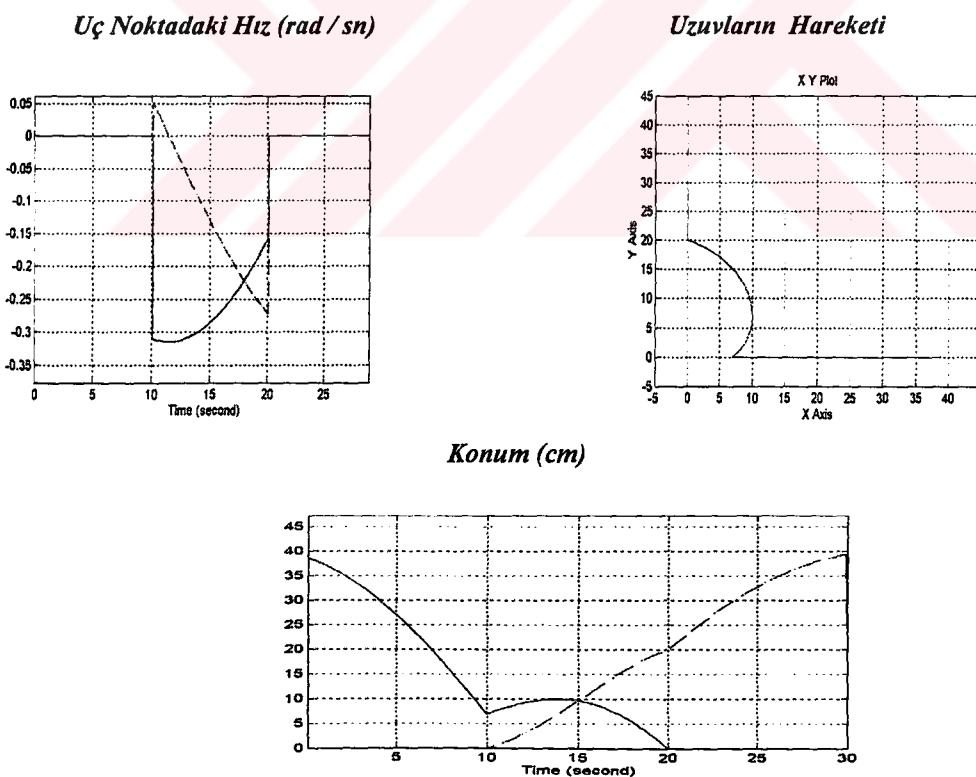


Şekil 2.5. θ_1 ve θ_2 Açılarına İlişkin Örnek

A,B,C,D konumları için tüm açılar hesaplanarak (yaklaşık doğru tahminlerde alınabilir. Bu durumda uzuvların uzunluklarının birbirine eşit olmadığı kabul edilebilir) Tablo 2.2.'deki değerlere göre simülasyonu yapılmıştır.

Matlab-Simulink'te yapılan program EK 1 ' de verilmiştir.

Şekil 2.6.'da θ_1 ve θ_2 değerlerine göre uç noktadaki hız , konumu ve hareketi gösterilmiştir.



Şekil2.6. θ_1 ve θ_2 İçin Manipulatörün Uç Noktadaki Hızı, Konumu ve Hareketi

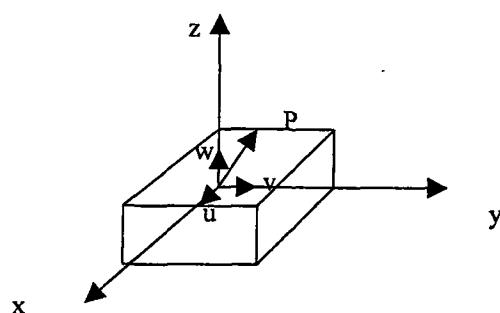
0-10 sn aralığında x düzleminde konum değişimi yoktur,y düzleminde hareket etmektedir. Robot uzuvlarının uzunlukları eşit olduğundan saat yönüne göre I. ve II. uzuvların hareketi birbirinin tersi yönündedir (x için).

Aynı şekilde 20-30 sn aralığında y düzleminde konum değişimi yoktur. Şekil 2.6.'da uzuvların hareketi incelendiğinde B'den C'ye geçerken konum değişimi olduğu görülmektedir.

Üç noktadaki hızı irdelendiğinde robot uzuvlarının açı değişimleri 10-20 sn. aralığında saat yönüne göre birbirini destekleyici yönedir. Diğer durumlarda zit yönde olduklarından dolayı hız değişimi Şekil 2.6.'daki gibi olacaktır.

2.4. Robot Kolu Düz Kinematiği İçin Dönme Matrisleri

Kinematik problemlerin çözümünde herbir eklem için eklem eksen takımı tanımlanarak referans eksen takımına göre dönüşüm yapılır. Referans eksen takımıyla eklem eksen takımının arasındaki zincirleme bağıntıyla kinematik problemler basitleştirilir. Dönme matrisine ötelenme hareketi ilave edilerek homojen dönüşüm matrisleri elde edilir ve oxz' yi referans eklem takımını kabul ederek P noktası Şekil 2.7 'de ki gibi gösterilir.



Şekil 2.7. Referans ve Eklem Eksen Takımları

Referans eksen takımını ve eklem eksen takımları için eşitlik (2.12)'deki bağıntılar yazılabilir.

$P_{uvw} = (P_u, P_v, P_w)^T$ ya da $P_{xyz} = (P_x, P_y, P_z)^T$ olmak üzere;

$$P_{xyz} = D P_{uvw} \quad (2.12)$$

P_{uvw} , P noktasının ouvw eksen takımına göre koordinatlarıdır. P_{uvw} 'nin vektörel olarak gösterimi;

$$P_{uvw} = P_u i_u + P_v j_v + P_w k_w \quad (2.13)$$

P 'nin x, y, z 'deki bileşenleri P_x, P_y, P_z olduğuna göre vektörel gösterimi

$$P_x = i_x \cdot P ; \quad P_y = j_y \cdot P ; \quad P_z = k_z \cdot P \quad (2.14)$$

biçiminde olacaktır. Bu ifadenin matris formunda yazılması gerekirse eşitlik (2.15)'deki gibi yapılmalıdır.

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_x \cdot i_u & i_x \cdot j_v & i_x \cdot k_w \\ j_y \cdot i_u & j_y \cdot j_v & j_y \cdot k_w \\ k_z \cdot i_u & k_z \cdot j_v & k_z \cdot k_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_u \\ P_v \\ P_w \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

D dönüşüm matrisi ;

$$\begin{bmatrix} i_x \cdot i_u & i_x \cdot j_v & i_x \cdot k_w \\ j_y \cdot i_u & j_y \cdot j_v & j_y \cdot k_w \\ k_z \cdot i_u & k_z \cdot j_v & k_z \cdot k_w \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Referans eksen takımı için yazılanlar eklem eksen takımı içinde yazılabilir. Burda dönüşüm matrisini E ile göstermek gerekirse genel olarak eşitlik (2.17)'de verildiği gibi olmalıdır.

$$P_{uvw} = E P_{xyz} \quad (2.17)$$

Matris biçiminde yazılırsa ;

$$\begin{bmatrix} P_u \\ P_v \\ P_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_u i_x & i_u j_y & i_u k_z \\ j_v i_x & j_v j_y & j_v k_z \\ k_w i_x & k_w j_y & k_w k_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

olur.

** Kısa Hatırlatma

Skaler Çarpım Özellikleri

$$\vec{x} \cdot \vec{x} = 0 \text{ ise } \vec{x} = 0$$

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = \vec{y} \cdot \vec{x}$$

$$(\alpha \cdot \vec{x} + \beta \cdot \vec{y}) \cdot \vec{z} = \alpha (\vec{x} \cdot \vec{z}) + \beta (\vec{y} \cdot \vec{z})$$

Vektörel Çarpım Özellikleri

$\vec{x} \times \vec{y}$ ve $\vec{z} = \det M$ olsun

$$M = \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix}$$

i_1, i_2, i_3 birim vektörleri olmak üzere;

$$i_1 = i_2 \times i_3$$

$$i_2 = i_3 \times i_1$$

$$i_3 = i_1 \times i_2$$

$$N(\vec{x} \times \vec{y}) = N(\vec{x}) \cdot N(\vec{y}) \cdot \sin(\theta)$$

N: Vektörün Fiziksel Uzunluğu θ : İki Vektör Arasındaki Açı

Ortogonalilik

\vec{x}, \vec{y} ortogonalsa $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$ ve $\vec{y} \cdot \vec{x} = 0$

Referans eksen takımı ile eklem eksen takımı arasında ;

$E = D^{-1} = E$ yazılabilir. D ve E matrisleri arasında ortogonal dönüşümden bahsetmek mümkündür. Bunun sonucunda ;

$$E \cdot D = D^T \cdot D = D^{-1} \cdot D = 1 \quad (2.19)$$

yazılır. (2.19)'a göre ters koordinat dönüşüm yapıldığı görülmektedir.

Asıl amaç ; referans eksen takımının uvw eksen takımına dönüşünü temsil edecek dönme ya da dönüş matrisini bulmaktır ; uvw eksen takımını x ekseni etrafında α kadar dönerse ;

$$i_u = i_x$$

$$j_v = \cos \alpha j_y + \sin \alpha k_z \quad (2.20)$$

$$k_w = -\sin \alpha j_y + \cos \alpha k_z$$

j_v ve k_w 'da i_x bileşenleri sıfırdır.

Bu eşitlikleri D dönüşüm matrisinde yerine koyulursa ; $M_{x,\alpha}$ dönme matrisi elde edilir.

$$M_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} i_x i_u & i_x j_v & i_x k_w \\ j_y i_u & j_y j_v & j_y k_w \\ k_z i_u & k_z j_v & k_z k_w \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

(i_x, j_y, k_z) : xyz eksen takımındaki birim vektör

(i_u, j_v, k_w) : uvw eksen takımındaki birim vektör

$i_x \cdot i_x = 1 \quad j_y \cdot k_z = 0$ oldukları hatırlatmalardan yaralanarak görülebilir.

Buna göre dönüşüm matrisi eşitlik (2.22)'deki gibidir.

$$M_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

uvw eksen takımı uzayda y ekseni etrafında ϕ kadar dönecek olursa;

$$i_u = \cos\phi \cdot i_x - \sin\phi \cdot k_z$$

$$j_v = j_y \quad (2.23)$$

$$k_w = \sin\phi \cdot i_x + \cos\phi \cdot k_z$$

z ekseni etrafında θ kadar dönerse ;

$$i_u = \cos\theta \cdot i_x + \sin\theta \cdot j_y$$

$$j_v = -\sin\theta \cdot i_x + \cos\theta \cdot j_y \quad (2.24)$$

$$k_w = k_z$$

Diğer dönme matrisleri, $M_{y,\phi}$ ve $M_{z,\theta}$ ‘dir.

Bu matrisler birbirleriyle çarpılmalıdır. Çarpımların sırası değişikçe dönme yönüde değişir. Bulunan dönüşüm matrisleriyle istenilen sonucu elde etmek mümkün değildir. Referans eksen takımıyla eklem eksen arasındaki geometrik ilişkiye açıklayabilmek için 4x4 boyutunda dönüşüm matrisine ihtiyaç vardır. Çünkü homojen koordinatlarda tanımlanmış vektörün başka bir eksen takımında gösterilmesi gerekmektedir. 4x4 boyutundaki bir matriste dönme matrisinin yanısıra, konum vektörü, izdüşüm vektörü ve ölçek faktörü olmalıdır. Robotik uygulamalarda izdüşüm ve ölçek faktörü önemlidir. İzdüşüm 0(sıfır) ; ölçek ise 1 alınmalıdır. Konum vektöründe referans eksen takımıyla eklem eksen takımının orjini arasında bir ilişki mevcuttur.

Genel anlamda M matrisi eşitlik (2.25) ' teki gibidir.

$$M = \begin{bmatrix} M_{3x3} & P_{3x1} \\ F_{1x3} & W_{1x1} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$M = \begin{bmatrix} \text{Dönme Matrisi} & \text{Konum Vektörü} \\ \text{Izdüşüm} & \text{Ölçek} \end{bmatrix}_{4x4}$$

4x4 Matris boyutunda x yönündeki homojen dönüşüm matrisi ;

$$M_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{'dir} \quad (2.26)$$

Öteleme matrisi ;

$$M_\delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_x \\ 0 & 1 & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{' dir} \quad (2.27)$$

Eklem eksen takımıyla referans eksen takımı arasındaki geometrik ilişki eşitlik (2.28) ' deki gibidir.

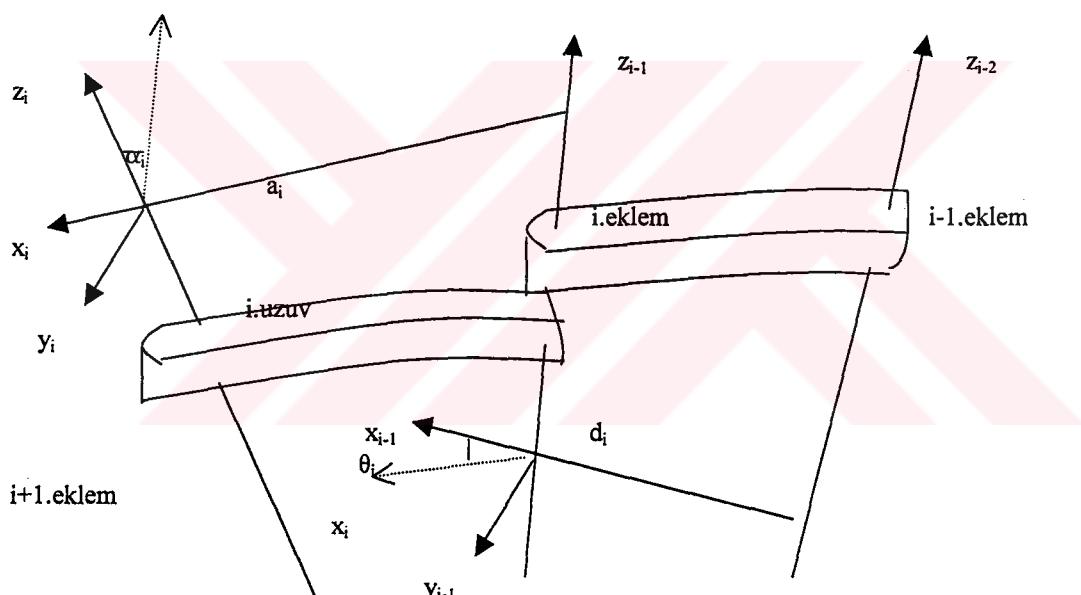
$$M = M_\delta \cdot M_{x,\alpha} \cdot M_{y,\phi} \cdot M_{z,\theta} \quad (2.28)$$

4 x 4 boyutundaki bu matrisin 16 elemanı mevcuttur. Yönlendirmeye ait 9 elemanın tamamı bilinmezse bile amaç, referans eksen takımıyla eklem eksen takımı arasındaki geometrik ilişkiyi çözebilmektir. Bu amaçla kullanılan metodların başında RPY (roll,pitch,yaw) metodu gelir. Endüstriyel robot uygulamalarında RPR yapısı yaygındır. Yaw roll ve pitchin bileşkesinden oluşur. RPY metodunda x,y,z

eksenlerinde belli açılarda dönme olacaktır ve bu açılar dönme matrisindekilerle aynı değildir.

2.5.Denavit-Hartenberg Gösterimi

Kinematik zincirde eklem sayısı arttıkça dönme ve ötelenmeden dolayı problemin çözümü güçleşir. Herbir eklem arasındaki bağı sistematik olarak matris metoduyla tanımlayarak geliştiren Denavit-Hartenberg olmuştur. Bu sayede kinematik çözüm karmaşası bir ölçüde ortadan kalkmıştır. Bağın konum ve yönlenmesi 4×4 boyutundaki matris üzerine kuran Denavit-Hartenberg her uzun konum ve yönlenmesini bir önceki eklem takımı ile göstermiştir. Döner ya da ötelemeli bağı tanımlamak için Denavit-Hartenberg tarafından 4 parametre saptanmıştır.



Şekil 2.8. Denavit-Hartenberg Parametreleri

Bu parametreler ,

θ_i : z_{i-1} ekseninde x_i ile x_{i-1} arasındaki açı

α_i : x_i ekseninde z_i ile z_{i-1} arasındaki açı

d_i : z_{i-1} ekseni boyunca $i-1$. koordinat sistemi merkezinden x_i ve z_{i-1} eksenlerinin kesişme noktasına olan mesafesi

a_i : x_i ekseni boyunca x_i ile z_{i-1} 'in kesişme noktasıyla $i-1$. Eksenin orjini arasındaki mesafe

şeklinde tanımlanmıştır.

Herbir eklem eksen takımı homojen dönüşüm matrisinin elde edilmesiyle kolayca bulunacaktır. Bu nedenle x_i , y_i , z_i eksenleri doğru yerleştirilmelidir. z_i $i-1$. eklemin hareket eksene göre ve x_i ise z_{i-1} 'in normali şeklinde yerleştirilmelidir.

Homojen dönüşüm matrisini şu şekilde elde edilir.

1. x_i ekseniyle x_{i-1} 'in yönlerini aynı yapmak için $z_{i-1} \theta_i$ kadar döndürülür.
2. x_i ile x_{i-1} 'i aynı hızaya getirmek için d_i kadar öteleme yapılmalıdır.
3. İki orjini biraraya getirmek ve x eksenlerinin örtüşmesi için a_i kadar öteleme yapılmalıdır.
4. İki eksen takımını çakıştırma için x_i etrafında α_i kadar döndürülür.

$$A_i = T_{z,d} \cdot T_{z,\theta} \cdot T_{x,a} T_{x,\alpha} \quad (2.29)$$

$T_{z,d} \cdot T_{z,\theta}$: z ekseni etrafında gerçekleştiğini gösterir.

θ ve α dönme matrislerini ; d ve a ise öteleme matrislerini belirtir.

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_i & \sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Kısaçca eşitlik (2.32) 'deki gibi gösterilebilir.

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Eşitlik (2.25) 'te belirtilmiş olan homojen matrisinde n , s , a , p tanımladığında ;

$$M = \begin{bmatrix} \text{Dönme Matrisi} & \text{Konum Vektörü} \\ \text{Izdüşüm} & \text{Ölçek} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & s & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

M matrisi şeklinde gösterilecektir.

n:Elin normal vektörü

s:Elin kayma vektörü

a:Elin yaklaşım vektörü

p:Elin konum vektörüdür

Robotik uygulamalarında izdüşüm 0 (sıfır) ; ölçeklendirme 1 'dir. Eklem sayısı arttıkça robotun serbestlik derecesi değişecektir. Homojen dönüşüm matrisini genel olarak eşitlik (2.33)'deki gibi yazılabilir.

$$A_{i-1}^i = T_{z,d} \cdot T_{z,\theta} \cdot T_{x,a} \cdot T_{x,\alpha} \quad (2.33)$$

Robotun serbestlik derecesi değişikçe çarpım elemanlarında değişecektir. Örneğin 4 serbest dereceli robot için ;

$$T_0^4 = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot A_3^4 = \prod_{j=1}^4 A_{j-1}^j \quad (2.34)$$

olmalıdır. Her eklem arasındaki a , d , θ , α bilindiğinde; düz kinematik çözümü yapılabılır.

2.6. Ters Kinematik

Ters kinematik çözümde robot kolumnun gideceği noktadaki konumun koordinatları biliniyor olması gerekmektedir. Örneğin 4 serbest dereceli robotun gideceği noktanın konum ve yönlenmesine karşın hesaplanacak eklem değişkenlerinin $q=(q_1, q_2, q_3, q_4)^T$ bulunması ters kinematiğin çözümü anlamına gelmektedir. Ters kinematik çözümde ;

- Cebir
- İterasyon
- Geometri

yollarından biri kullanılmaktadır. Ancak bu metodlardan hiçbirini tüm robotun ters kinematik problemlerinin çözümünde tam randıman vermez. Örneğin cebir yoluyla ters kinematik problem çözümünde birden fazla metod olabilir. Her uzuv için ayrı seçenekler sözkonusu olduğundan pek kullanışlı değildir. İterasyon yönteminde fazla hesaplama gerektirir ve özel durumlarda doğru çözüm vermeyebilir. Kol yapısının basit olduğu durumlarda geometrik çözüm en uygun olmalıdır.

Ters kinematik çözümlerde denklemler karmaşık ve lineer olmayan çözümleri gerektirebilir. Robot uygulamalarında 6 serbestlik derecesi en ideal olanlardandır. Serbestlik derecesinin az olması durumunda keyfi konumlandırma mümkün olmamaktadır.

6 Serbestlik derecesine ait robottaki düz kinematik ,

$$T_0^6 = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot A_3^4 \cdot A_4^5 \cdot A_5^6 \quad (2.35)$$

ile ifade edilir.

Ters kinematik hesaplamalarda i.ekleme ait θ_i ‘yi çözmek için ,

$$\begin{aligned}(A_0^1)^{-1} \cdot T_0^6 &= A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot A_3^4 \cdot A_4^5 \cdot A_5^6 \\(A_1^2)^{-1} \cdot (A_0^1)^{-1} \cdot T_0^6 &= A_2^3 \cdot A_3^4 \cdot A_4^5 \cdot A_5^6 \\(A_2^3)^{-1} \cdot (A_1^2)^{-1} \cdot (A_0^1)^{-1} \cdot T_0^6 &= A_3^4 \cdot A_4^5 \cdot A_5^6\end{aligned}\tag{2.36}$$

denklemlerinden yararlanılması gereklidir.

BÖLÜM 3. ROBOT DİNAMIĞI

Robot kolumnun hareketi, eklemlerine uygulanan kuvvet ile belirlenir. Bu nedenle eklemlere uygulanan kuvvet ya da moment büyülüklüklerinin zamana göre konumu, hızı ve ivmesi irdelenmelidir. Yapılan bu analize robot kolumnun dinamik analizi denir. Dinamik analiz için lineer olmayan diferansiyel denklemlerin tanımlanması gereklidir. Robot dinamiği düz ve ters olmak üzere ikiye ayrılır. Herhangi t anında istenen moment ve kuvvetler verildiğinde robot kolumnun alacağı konum ve yönlenme için herbir durumdaki hız ve ivmenin bulunmasına düz dinamik problem denir. Ters dinamik problemdede ise robot kolumnun istenen konum ve yönlenmeye gelmesi için (hız ve ivmenin bilinmesi durumunda) tahrik elemanlarının üreteceği moment ve kuvvetlerin bulunması gereklidir.

Robot kollarının dinamik denklemlerini elde etmek için kullanılan yöntemlerden bazıları;

- * Lagrange-Euler (L-E)
- * Newton-Euler (N-E)
- * Rekürsif Lagrange (R-L)
- * Genelleştirilmiş D'Alembert

yöntemleridir.

Yaygın olarak kullanılan ; Lagrange-Euler ve Newton –Euler yöntemleridir.

3.1. Lagrange – Euler Formulasyonu

Sistemin içeriği toplam iş ve enerjiyle ifade edilir. M ; uygulanması gereken momenttir. Lagrange – Euler formulasyonu tanımlanarak dinamik modellenme yapılabilir. Bu nedenle kinetik ve potansiyel enerji ele alınacaktır.

$$M_i = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \left[\frac{\partial L}{\partial q_i} \right] \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.1)$$

K: Robotun kinetik enerjisi

V: Robotun potansiyel enerjisi

L: Lagrange fonksiyonu

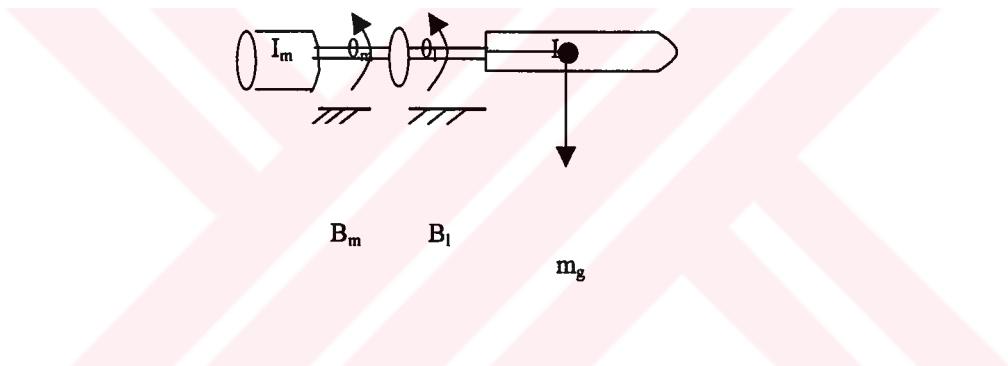
i : Serbestlik derecesi

q_i : i.Eklemin genelleştirilmiş koordinatı

\dot{q}_i : i.Eklemin genelleştirilmiş hızları

3.1.1 Tek Serbest Dereceli Robot Kolu İçin Lagrange-Euler Denklemleri

Tek serbest dereceli robot kolunda Şekil 3.1. ' de gösterilen bir sistemin kinetik ve potansiyel enerji denklemleri yazılıarak L-E metodu uygulanabilir.



Şekil 3.1. Tek eklemlı robot

θ_m motor momentindeki açısal değişimi gösterir. Kinetik ve potansiyel enerji de B_m sürütünme katsayısı ; j_m motor milindeki eylemsizlik momenti ; n dişli oranıdır.

$$\theta_l = \frac{1}{n} \theta_m \quad (3.2)$$

Sistemin kinetik enerjisi;

$$K = \frac{1}{2} j_m \dot{\theta}_m^2 + \frac{1}{2} j_l \dot{\theta}_l^2 \quad (3.3)$$

$$K = \frac{1}{2} (j_m + j_l / n^2) \dot{\theta}_m^2$$

Sistemin potansiyel enerjisi ;

$$V = mgl(1 - \cos \theta_l) = mgl[1 - \cos(\theta_m / n)] \quad (3.4)$$

Lagrange fonksiyonu ;

$$L = \frac{1}{2} [j_m + j_l / n^2] \dot{\theta}_m^2 - mgl[1 - \cos(\theta_m / n)] \quad (3.5)$$

sonucu çıkar. Lagrange fonksiyonunun kinetik ve potansiyel enerjilerine ilişkin tanımlamalar bölüm 3.1.2.'de yapıldıktan sonra eşitlik (3.5) denklemi şu şekilde olmalıdır:

$$\text{Moment : } M = (j_m + j_l / n) \ddot{\theta}_m + \frac{mgl}{n} (\sin \theta_m / n)$$

$$M = X - (B_m + B_l / n^2) \dot{\theta}_m \quad X: \text{Motorun anma momenti} \quad (3.6)$$

$$X = j \ddot{\theta}_m + B \cdot \dot{\theta}_m + c \cdot \sin(\theta_m / n)$$

$$j = j_m + j_l / n^2 \quad ; \quad B = B_m + B_l / n^2 \quad ; \quad C = mgl / n^2$$

Böylece tek uzuvlu robotun momentine ilişkin tanımlamalar yapılmıştır.

3.1.2. Kinetik ve Potansiyel Enerjilere İlişkin Tanımlamalar

Robot kolumnun 3 boyutlu uzayda hareket alanı B ile gösterilsin. Robot uzunun kütlesi;

$$m = \int_B \rho(x, y, z) dx dy dz \quad (3.7)$$

Kinetik enerjiyi ; i. uzuvdaki sonsuz küçük dm kütlesine bağlı eşitlik (3.8) denklemindeki gibi yazmak mümkündür:

$$K = \frac{1}{2} \int_B v^T(x, y, z) v(x, y, z) dm \quad (3.8)$$

3 Boyutlu uzayda ; maddenin kütle merkezi (x_c, y_c, z_c) olduğunda ;

$$x_c = \frac{1}{m} \int_B x dm \quad y_c = \frac{1}{m} \int_B y dm \quad z_c = \frac{1}{m} \int_B z dm \quad (3.9)$$

biçimindedir.

Gövde üzerindeki bir noktanın koordinat vektörü ;

$$r_c = \frac{1}{m} \int_B r dm \quad \text{'dir} \quad (3.10)$$

Kütle merkezi ;

$$\int_B (r_c - r) dm = 0 \quad (3.11)$$

olduğuna göre , manipulatörün hareketi hızla olarak eşitlik (3.12) 'de belirtildiği gibidir :

$$v = v_c + w \cdot r \quad (3.12)$$

w :Açısal hız 'dır.Eğri simetrik matris kullanılarak hız vektörü şu şekilde olmalıdır:

$$v = v_c + S(w) \cdot r \quad (3.13)$$

Eğri simetrik matris ile ilgili tanımlamalar eşitlik (3.14) 'teki gibidir:

$$S^T + S = 0 \quad S_{ij} + S_{ji} = 0 \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (3.14)$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -s_1 & s_2 \\ s_1 & 0 & -s_3 \\ s_2 & s_3 & 0 \end{bmatrix}$$

Eğri simetrik matrisi ve hız'a göre kinetik enerji (3.15) 'teki gibi belirtilebilir:

$$K = \frac{1}{2} \int_B [v_c + S(w) \cdot r]^T \cdot [v_c + S(w) \cdot r] dm \quad (3.15)$$

Integral içindeki terimler genişletildiğinde 4 terim elde edilir.

I.Terim:

$$\frac{1}{2} \int_B v_c^T \cdot v_c dm = \frac{1}{2} m v_c^T \cdot v_c \quad (3.16.1)$$

v_c , B 'ye bağlı olmadığından integralin dışına alınmıştır. Bu miktar m kütlesinin mekezindeki bölgenin kinetik enerjisidir ve v_c ile hareket edecektir. Kinematik enerjinin dönüşebilen kısmı olarak adlandırılır.

II.Terim:

$$\frac{1}{2} \int_B v_c^T S(w) r dm = \frac{1}{2} v_c^T S(w) \int_B r dm = 0 \quad (3.16.2)$$

$$\int_B r dm = 0$$

olduğundan ikinci terim sıfırdır.

III.Terim:

$$\frac{1}{2} \int_B r^T S^T(w) \cdot v_c dm \quad (3.16.3)$$

Benzer şekilde bu terimde 0 (sıfır) ‘dır.

Son olarak ; IV.Terim:

$$K_4 = \frac{1}{2} \int_B r^T S^T(w) \cdot S(w) \cdot r dm \text{ ‘dir.} \quad (3.16.4)$$

Tr matrisin bir izi (parçası) olarak düşünüldüğünde herhangi iki A ve B matrisleri için; $\text{Tr } AB = \text{Tr } BA$ söylenebilir. Buna istinaden bu matrisin herhangi iki vektörü için (a,b) ; $a^T b = \text{Tr } ab^T$ yazılabilir.

Bu doğrultuda 4.Terim ;

$$K_4 = \frac{1}{2} \int_B \text{Tr} S(w) r r^T S^T(w) dm$$

$$K_4 = \frac{1}{2} \text{Tr} S(w) \int_B r r^T dm S^T(w) \quad (3.17)$$

$$K_4 = \frac{1}{2} \text{Tr} S(w) j S^T(w)$$

Eylemsizlik momenti ;

$$j = \int_B r \cdot r^T dm \quad \text{dir.} \quad (3.18)$$

3x3 Matris biçiminde tam olarak ; eşitlik (3.19) 'da gösterildiği gibidir.

$$j = \begin{bmatrix} \int x^2 dm & \int xydm & \int xzdm \\ \int xydm & \int y^2 dm & \int yzdm \\ \int xzdm & \int yzdm & \int z^2 dm \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Eğri simetrik matrisi açısal hızla bağlı olarak 3x3 matris boyutunda;

$$S(w) = \begin{bmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

şeklindedir.

(3.20) denklemi (3.17) 'de yerine korulduğunda (3.21) 'deki sonuca ulaşılır.

$$K_4 = \frac{1}{2} w^T \cdot I \cdot w \quad (3.21)$$

I ; 3x3 Boyutunda atalet matrisi olup eşitlik (3.22) 'deki gibidir.

$$I = \begin{bmatrix} \int (y^2 + z^2) dm & - \int xydm & - \int xzdm \\ - \int xydm & \int (x^2 + z^2) dm & - \int yzdm \\ - \int xzdm & - \int yzdm & \int (x^2 + y^2) dm \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Kinetik enerji I. ve IV. Terimlerin toplamı olacaktır. Genel gösterimi eşitlik (3.23)'te verildiği gibi olacaktır.

$$K = \frac{1}{2} m v_c^T \cdot v_c + \frac{1}{2} w^T \cdot I \cdot w \quad (3.23)$$

i.Koordinat vektörünün hızını ve i.açsal hız vektörünü θ 'ya bağlı olarak;

$$v_{ci} = J_{vci}(q)\dot{q} \quad w_i = R_i^T(q)J_{wi}(q)\dot{q} \quad (3.24)$$

J_{vci} ve J_{wi} jakobyen matrisleridir.

Tüm kinetik enerji problemlerinin çözümünde ;

$$K = \frac{1}{2} \dot{q}^T \sum_i^n [m_i j_v(q)^T j_v(q) + j_w(q)^T R_i(q) I_i R_i(q)^T J_w(q)] \dot{q} \quad (3.25)$$

denklemi kullanılır. Kinetik enerji genel biçimde eşitlik (3.26) 'da ki gibidir.

$$K = \frac{1}{2} \dot{q}^T D(q) \dot{q} \quad (3.26)$$

$D(q)$, $i \times i$ boyutunda kütle matrisidir. Benzer şekilde potansiyel enerji eşitlik (3.27) 'deki gibidir.

$$V = \int_B g^T r dm = g^T \int_B r dm = g^T r_c \cdot m \quad (3.27)$$

3.1.3. Lagrange-Euler Denklemlerinde Gösterimi

Elde edilen kinetik ve potansiyel enerjiyi yerine koyarsak;

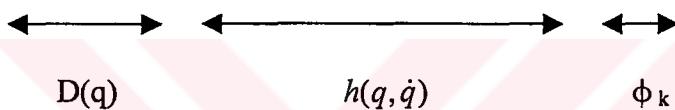
$$L = K - V \quad (3.28)$$

$$L = \left(\frac{1}{2} \sum_{i,j} d_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j - V(q) \right) \quad (3.29)$$

$$M_i = \left[\frac{d}{dt} \left[\frac{dL}{d\dot{q}_i} \right] \right] - \left[\left[\frac{\partial L}{\partial q_i} \right] \right] \quad (3.30)$$

$$M_i = \left[\sum_j d_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j} \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} \dot{q}_i \dot{q}_j \right] - \left[\frac{1}{2} \sum_k \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_i \dot{q}_k - \frac{\partial V}{\partial q_k} \right] \quad (3.31)$$

$$M_k = \sum_j d_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_i} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right] \dot{q}_i \dot{q}_j + \frac{\partial}{\partial q_k} V \quad (3.32)$$



 D(q) h(q, \dot{q}) ϕ_k

$$M = D(q) \ddot{q} + h(q, \dot{q}) + G(q) \quad (3.33)$$

G(q): Yerçekiminden dolayı oluşan matrisleri gösteren $i \times 1$ boyutlu vektör

D(q): $i \times i$ boyutlu atalet matrisi

$h(q, \dot{q})$: $i \times 1$ boyutlu Merkezkaç ve Coriolis momentlerini gösteren vektör

$h(q, \dot{q})$ vektörünü daha açık yazılması gereklidir (3.34) 'teki gibidir:

$$h(q, \dot{q}) = C(\theta) \dot{\theta} + B(\theta) [\dot{\theta} \dot{\theta}] \quad (3.34)$$

B[q]: $i \times (i-1)/2$ boyutlu Coriolis kuvvet matrisi

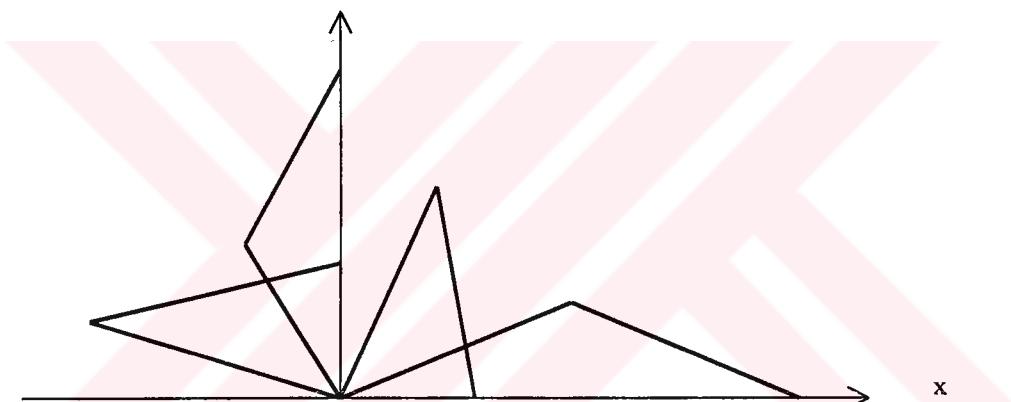
C[q]: $i \times i$ boyutlu merkezkaç kuvvet matrisi

Merkezkaç ve Coriolis momentleri, döner eksenli robotlarda sinüs ve kosinüsün fonksiyonlarıdır.

3.2. Newton-Euler Formulasyonu

Newton-Euler (N-E) formulasyonunda uygulanacak kuvvet momentlerinin hesaplama zamanı robot kolumnun eklem sayısıyla doğru orantılı olarak bulunur. N-E hareket denklemleri ileri ve geri rekürsif (tekrarlamalı) denklemlerinden oluşur. Her uzuv üzerine etkiyen moment ve kuvvetleri baz alınarak gövdeye doğru hesaplamalar yapıldığından geri rekürsif ve her uzuv üzerine etkiyen açısal ve lineer (doğrusal) hız ile ivmesi baz alınarak üç noktaya doğru hesaplamalar yapıldığında ise ileri rekürsif denklemler ortaya çıkar.

3.3. İki Eklemlı Planar Manipulatorun Dinamik Modelleme



Şekil 3.2. İki Serbest Dereceli Planar Manipulatorun x-y Düzlemindeki Hareketi

İki eklemlı planar manipulatorun önceki bölümde kinematik denklemleri verilerek simulasyonları yapılmıştı. Bu kısımda verilen temel denklemlerden yararlanarak dinamik denklemler elde edilmiş, Matlab-Simulink'te simülasyonları yapılacak, ayrıca analizleri irdelenerek kontrol algoritmalarında kullanılacaktır.

Bu nedenle, uzuvlara uygulanması gereken kuvvet ya da momentlerin matematiksel ifadeleri ele alındığında ;

I.uzvun merkezine bağlı hızı ;

$$v_{c1} = j_{vc1} \cdot \dot{q} \quad (3.35)$$

$$j_{vc1} = \begin{bmatrix} -l_{c1} \sin q_1 & 0 \\ l_{c1} \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Benzer şekilde II.uzvun merkezine bağlı hızı ;

$$v_{c2} = j_{vc2} \cdot \dot{q} \quad (3.36)$$

$$j_{vc2} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin q_1 - l_{c2} \sin(q_1 + q_2) & -l_{c2} \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos q_1 + l_{c2} \cos(q_1 + q_2) & l_{c2} \cos(q_1 + q_2) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Öteleme kısmına ait kinetik enerji ;

$$\frac{1}{2} m_1 v_{c1}^T v_{c1} + \frac{1}{2} m_2 v_{c2}^T v_{c2} = \frac{1}{2} \dot{q} \{ m_1 j_{vc1}^T j_{vc1} + m_2 j_{vc2}^T j_{vc2} \} \dot{q} \quad (3.37)$$

Dönme kısmına ait kinetik enerji ;

$$\frac{1}{2} \dot{q}^T \left\{ I_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + I_2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right\} \dot{q} \quad (3.38)$$

Her uzvun açısal hızları ;

$$w_1 = \dot{q}_1 k$$

$$w_2 = (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) k \quad (3.39)$$

(3.37) ve (3.38) denklemlerinden yararlanarak atalet metrisi eşitlik (3.40) 'daki gibi olmalıdır.

$$D(q) = m_1 j_{vc1}^T j_{vc1} + m_2 j_{vc2}^T j_{vc2} + \begin{bmatrix} I_1 + I_2 & I_2 \\ I_2 & I_2 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$D(q)$ atalet matrisinin elemanları ,

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \quad ; \quad \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha - \beta)$$

trigonometrik bilgilerinden faydalananarak ; aşağıdaki gibi olmalıdır:

$$\begin{aligned} d_{11} &= m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_1 + I_2 \\ d_{12} = d_{21} &= m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_2 \\ d_{22} &= m_2 l_{c2}^2 + I_2 \end{aligned} \quad (3.41)$$

(3.42) 'de belirtilen Christoffel sembollerini kullanılarak sonuçları (3.43) 'te verilmiştir.

$$c_{ijk} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right\} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned}
c_{111} &= \frac{1}{2} \frac{\partial d_{11}}{\partial q_1} = 0 \\
c_{221} &= \frac{\partial d_{12}}{\partial q_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial d_{22}}{\partial q_1} = h \\
c_{121} = c_{211} &= \frac{1}{2} \frac{\partial d_{11}}{\partial q_2} = -m_2 l_1 l_{c2} \sin q_2 = h
\end{aligned} \tag{3.43}$$

$$\begin{aligned}
c_{112} &= \frac{\partial d_{12}}{\partial q_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial d_{11}}{\partial q_2} = -h \\
c_{122} = c_{212} &= \frac{1}{2} \frac{\partial d_{22}}{\partial q_1} = 0 \\
c_{222} &= \frac{1}{2} \frac{\partial d_{22}}{\partial q_2} = 0
\end{aligned}$$

Potansiyel enerji için de her iki uzuv için ayrı ayrı denklemler yazılarak q_1 ve q_2 'ye bağlı olarak türevleri alınmalıdır.

$$V_1 = m_1 \cdot g \cdot l_{c1} \cdot \sin q_1 \tag{3.44}$$

$$V_2 = m_2 \cdot g \cdot (l_1 \sin q_1 + l_{c2} \sin(q_1 + q_2)) \tag{3.45}$$

Lagrange-Euler Formulasyonunda toplam enerji önemli olduğundan ;

$$V = V_1 + V_2 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) \cdot g \cdot \sin q_1 + m_2 \cdot l_{c2} \cdot g \cdot \sin(q_1 + q_2) \tag{3.46}$$

yazılmalıdır.

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= \frac{\partial V}{\partial q_1} = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) \cdot g \cdot \cos q_1 + m_2 l_{c2} \cdot g \cdot \cos(q_1 + q_2) \\
\phi_2 &= \frac{\partial V}{\partial q_2} = m_2 \cdot l_{c2} \cdot \cos(q_1 + q_2) \cdot g
\end{aligned} \tag{3.47}$$

Eşitlik (3.47) deki değerler kullanılarak (3.48) 'de dinamik denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned} d_{11}\ddot{q}_1 + d_{12}\ddot{q}_2 + c_{121}\dot{q}_1\dot{q}_2 + c_{211}\dot{q}_2\dot{q}_1 + c_{221}\dot{q}_2^2 + \phi_1 &= M_1 \\ d_{21}\ddot{q}_2 + d_{22}\ddot{q}_1 + c_{112}\dot{q}_1^2 + \phi_2 &= M_2 \end{aligned} \quad (3.48)$$

Bu sebepten dolayı , C matrisi (3.49)'da verildiği gibidir.

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} h\dot{q}_2 & h\dot{q}_2 + h\dot{q}_1 \\ -h\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

3.3.1.Simulasyonu

Simulasyonu gerçekleştirebilmek için yukarıda elde edilen sonuçları matris biçiminde tekrar ele alınsın. Ancak burda kullanılan indisler aşağıda belirtildiği gibi olmalıdır:

$$M = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

$$c_{11} = (-m_2 l_1 l_{c2} \cdot \sin q_2) q_2$$

$$c_{12} = (-m_2 l_1 l_{c2} \cdot \sin q_2)(q_2 + q_1)$$

$$c_{21} = (m_2 l_1 l_{c2} \cdot \sin q_2) q_1$$

$$c_{22} = 0$$

d_{11} , d_{12} , d_{21} , d_{22} (3.41)'de belirtildiği gibidir.

ϕ_1 ve ϕ_2 (3.47) 'de belirtildiği gibidir.

*Açılar Şekil 3.2.'ye uygun olarak Tablo 2.2'deki veriler radyana çevrilerek alınmıştır.

*Robotun uzuvlarının kütlesi eşit alınmıştır. ($m_1 = m_2 = 0.1 \text{ kg}$)

*Atalet momentleri $I_1 = I_2 = 50 \text{ kgm}^2$

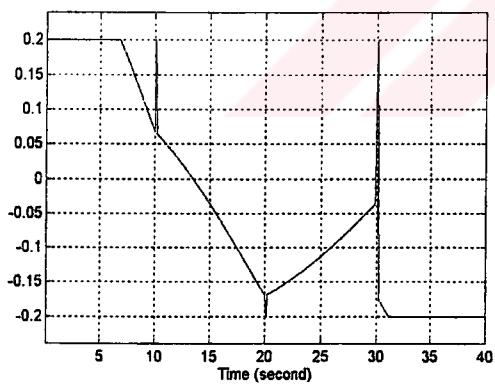
*Uzuvların uzunlukları ve merkeze olan uzunlukları eşit alınmıştır. ($l_1 = l_2 = 0.2 \text{ m}$
 $l_{c1} = l_{c2} = 0.1 \text{ m}$)

*Yerçekim ivmesi $g = 9.8 \text{ m/sn}^2$ alınmıştır.

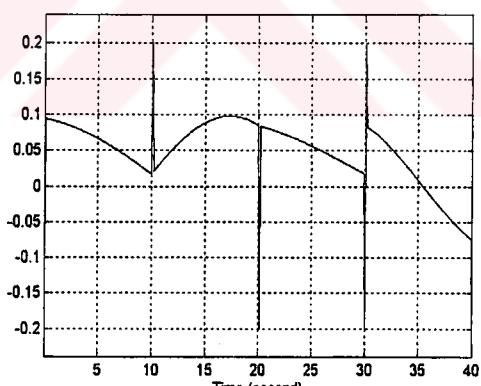
*Simülasyon sonuçları Şekil 3.3 'te gösterilmiştir.

Program EK-2 'de verildiği gibidir.

I. ve II. Uzva Uygulanacak Kuvvet ya da Moment



I. Uzuv



II. Uzuv

Şekil 3.3. I. ve II.Uzva Uygulanacak Kuvvet ya da Moment

BÖLÜM 4. ROBOT KOLUNUN KONTROLÜ

Robot kolunun kontrolünde , klasik yöntemlerin yanısıra geliştirilen yeni yöntemlerle de doğru sonuca ulaşılmaktadır. İstenen ve planlanmış yörüngeyi izlemesi robot kontrolünde en önemli unsurdur. Robotun verimli çalışması için doğru örneklemme ve yönlendirme yapılması gereklidir. Klasik kontrol yönteminden kasıt ; bilinen PD, PID denetleçler ile yapılan kontrol yöntemleridir. Pekçok endüstriyel robotta, bilinen klasik kontrol yöntemleri kullanılmaktadır. Bu kontrolün çeşitli olumlu ve olumsuz yanları vardır. Örneğin PID ile kontrolde gerçekleştirmeye maliyeti düşüktür. Düşük hızda izleme yapabilir ve sabit girişe karşı sıfır hatalı çıkış verir. Buna karşın yüksek hızda izleme yapmaz ve değişken yerçekimi etkisi hesaba katılmaz. Benzer şekilde, PD kontrolde de; sabit girişe karşı sıfır hatalı çıkış okur ve yerçekimi etkisini hesaba katar. Olumsuz tarafı , değişken bir referans sinyalini izleyemez. Klasik yöntemlerin yanısıra daha etkili algoritmalar da kullanılmaya başlamıştır. Bulanık mantık (fuzzy logic) ya da yapay sinir ağlarında belirtilen öğretme algoritmaları kullanılarak da kontrol yapılabilir. Bulanık mantık ve yapay sinir ağlarının birlikte kullanıldığı neuro-fuzzy yöntemi de etkili kontrol yöntemidir. Robot kolunun kontrolünde robotun en az hatayla istenen yörüngeyi mümkün olduğunda izlemesini sağlayabilmek için robotun eylemsizlik , merkezkaç , coriolis , yerçekimi ve sürtünme gibi olumsuz faktörlerine dikkat edilmesi gerekmektedir. Bu faktörlere verilen değer ölçüsünde yörüngeyi izlemekteki gecikme zamanının en aza inmesi sağlanmış olacaktır. Bir başka kontrol yöntemi de hesaplanmış moment kontroludur. Bu yöntem de yerçekimi etkisi, hız eşleşme momenti, eylemsizlik momenti , sürtünme kuvveti hesaba katılır. Bu metoddada kol parametreleri açık ve kesin olarak bilindiğinde iyi tepki verir. Parametreler tahmini olduğundan hata ihtimali yüksektir. Ani referans sinyali değişimlerinden etkilendiğinden hızı düşüktür. Robot kol kontrolörlerinin performanslarının ölçülmesinde önemli olan kriterler , istenen yörüngeye verilen yanıt izleme duyarlılığı , cevap hızı , bozucu dış yükler , kullanılan matematiksel algoritma ve modelleme hatası olarak söylenebilir .

Robot kol kontrolü bir yörüngé izleme problemi olarak düşünülebilir. (eşitlik (3.33) 'te ki denklem) n.serbestlik dereceli bir robot kolumnun tam dinamik modeli , kapalı formda verilmiştir. Daha sonra iki serbestlik derecesine ait robot kolumnun yörüngesine göre dinamik modelleme yapılmıştır. Bu bölümde , verilen yörüngeye göre manipatörün klasik yöntemlerle kontrolü gerçekleştirilecektir [6,7]

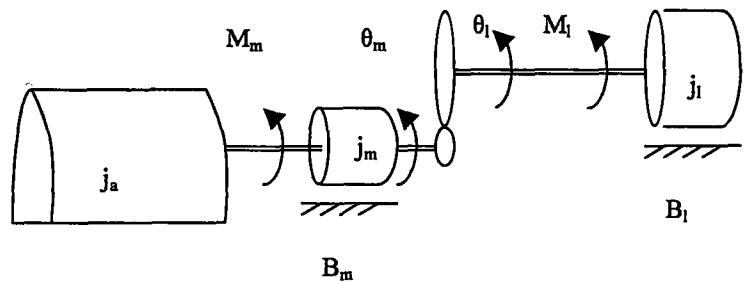
4.1. Eklemlerin Bağımsız Kontrolü

Robot kol dinamiğinin modellemede kullanılmasıyla , kontrol tasarımlı eklem sayısı arttıkça zorlaşacaktır. Bu nedenle eklemlere ait yapılan dinamik modellemelerde bağımsız eklem kontrolü (Independent Joint Control) metodu dikkate alınır. Ancak yüksek hızlarda istenen sonuçlara ulaşamayacaktır. Eklemlerin yapılan dinamik modellemelerinde bağımsız ve lineer oldukları düşünülür. Dinamik denklemelerdeki zorluk , eklemlerin birbirlerine olan bağımlılığından kaynaklanmaktadır. Düşük hızlarda ve dişli düzenekleri vasıtasyyla bu zorluğu azaltmak mümkündür. PID kontrolörlerinin dinamik modellerini kullanarak kontrol blok diyagramları oluşturulur. Yörüngé kısıtlamaları yoksa kontrolör , robot kol ucunun istenen yörüngé üzerinde tanımlanmış köşe noktalardan geçmesi gerekmektedir. Koordinatlardan yararlanarak robota , tanımlanmış bir noktadan diğerine konum kontrolü uygulanır. Pratik uygulamalarda herbir eklem için elektriksel, hidrolik ve pnömatik sürücülerden biri tercih edilir. Elektriksel sürücülerde de servo motor, adım (step) motor, sabit ya da serbest uyarmalı doğru akım motorları kullanılır.

4.2.Eklemin Kontrolü ve Modelleme

Robot kolumnun her eklemi bağımsız düşünülerek PD konum kontrolü tasarımlı yapılmıştır (Robotun doğrusal olmayan dinamığını bozucu olarak kabul edilir)

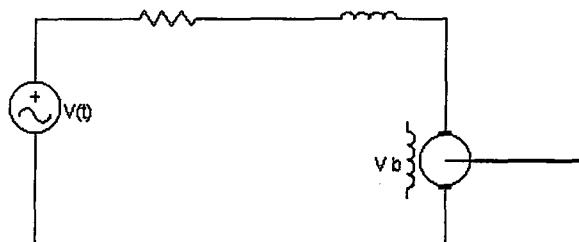
Robot kolumnun katı cisim yapısına sahip olduğu düşünülerek , doğru akım motorunun dönüşüm oranı $1/n$ olan dişli takımı üzerinden eklemlerin birbirine bağlandıkları bilinmektedir. Şekil 4.1.'de doğru akım motoru ile dişliler arasında mevcut olan ilişki gösterilmiştir.



Şekil 4.1. Eklemi Tahrik Eden DC Motor-Dişli Takımının Şematik Gösterimi

Aşağıda belirtilen denklemlere ilişkin kullanılan simgeler ; dizinde verilmiştir.B ; sürütmeyi , M ; momenti , θ ; açısal yerdeğiştirmeyi , N ; dişli sayısını , j ; eylemsizlik momentini ifade etmektedir.m ve 1 indisleri ise , sırasıyla motor mili ve yük mili anlamındadır.

DC Motorunun elektriksel olarak gösterimi Şekil 4.2.'deki gibidir.



Şekil 4.2. DC Motorun Gösterimi

DC motorunun , matematiksel modellenmesi yapılabilmesi için aşağıdaki eşitliklerin bilinmesi gereklidir:

$$M_m = K \cdot \phi \cdot i_a = K_m \cdot i_a \quad (4.1)$$

$$E = K_e \cdot \phi \cdot w_m = K_b \cdot w_m = K_b \cdot \frac{d\theta_m}{dt} \quad (4.2)$$

Motor milinde üretilen moment M_m , endüvi sargı uçlarında endüklenen gerilim E 'dir. Motor milinde üretilen moment elektrik makinasının yapısal sabitiyle ve endüvi sargasından geçen akım ile orantılıdır. Endüvi sargasında endüklenen gerilim de devir sayısıyla doğru orantılıdır. Motor ile yükün dışlileri arasındaki oran ise (4.3) 'de belirtildiği gibidir.

$$n = \frac{r_m}{r_l} = \frac{N_m}{N_l} \leq 1 \quad (4.3)$$

Tahrik elemanı milindeki eşdeğer yük momenti (dişliler vasıtasyyla yüze iletilen) ve yük momenti aşağıda verilmiştir.

$$M_l' = F \cdot r_m \quad M_l = F \cdot r_l \quad (4.4)$$

Yük momentinin motor mili çapıyla ilgisi (4.5) 'de verilmiştir.

$$\frac{M_l'}{M_l} = \frac{r_m}{r_l} = n \quad \text{ve} \quad M_l' = n \cdot M_l \quad (4.5)$$

$\theta_m = 2\pi / N_m$ ve $\theta_l = 2\pi / N_l$ olduğuna göre ;

$$\frac{\theta_m}{\theta_l} = \frac{2\pi / N_m}{2\pi / N_l} \Rightarrow \theta_l = \frac{N_l}{N_m} \cdot \theta_m$$

$$\theta_l = n \cdot \theta_m \quad (4.6)$$

D'Alambert kanunu;

$$\sum \text{moment} = \sum (j \cdot \theta) \text{ şeklindedir.}$$

Buna göre yük miline uygulanırsa , (4.7)'deki denklem elde edilir.

$$M_l - B_l \cdot \dot{\theta}_l = j_l \cdot \ddot{\theta}_l \quad (4.7)$$

Motor miline de uygulandığında ;

$$M_m - M_l' - B_m \cdot \dot{\theta}_m = (j_a + j_m) \cdot \ddot{\theta}_m \quad (4.8)$$

olmalıdır. Eşitlik (4.6) 'daki yük ile motor mili arasındaki açısal yerdeğiştirmenin türevi alınarak eşitlik (4.7)'de yerine konulduğunda ;

$$M_l - B_l(n \cdot \dot{\theta}_m) = j_l(n \cdot \ddot{\theta}_m) \quad (4.9)$$

$$M_l = n[B_l \cdot \dot{\theta}_m + j_l \cdot \ddot{\theta}_m]$$

elde edilir.

Eşitlik (4.5) 'teki yük momenti ile tahrik elemanı milindeki eşdeğer yük momenti arasındaki bağıntıdan yararlanarak ;

$$M_l' = n[n(B_l \cdot \dot{\theta}_m + j_l \cdot \ddot{\theta}_m)] \quad (4.10)$$

$$M_l' = n^2[B_l \cdot \dot{\theta}_m + j_l \cdot \ddot{\theta}_m]$$

yazılabilir.

Bu sonuç (4.8)'de konulduğunda ;

$$M_m - n^2 [B_l \cdot \dot{\theta}_m + j_l \ddot{\theta}_m] - B_m \cdot \dot{\theta}_m = (j_a + j_m) \cdot \ddot{\theta}_m \quad (4.11)$$

$$M_m = (j_a + j_m + n^2 \cdot j_l) \cdot \ddot{\theta}_m + (B_m + n^2 \cdot B_l) \cdot \dot{\theta}_m \quad (4.12)$$

elde edilir. Bu ifadenin Laplace 'ı alınırsa ;

$$M_m(s) = [(j_a + j_m + n^2 \cdot j_l) \cdot s^2 + (B_m + n^2 \cdot B_l) \cdot s] \cdot \theta_m(s) \quad (4.13)$$

$$M_m(s) = [j_{et} \cdot s^2 + B_{et} \cdot s] \cdot \theta_m(s) \quad (4.14)$$

olmalıdır. j_{et} ; etkin eylemsizlik momenti , B_{et} ; etkin sürtünme katsayısıdır.

Yük momentinin 0 (sıfır) yani boşta çalışması durumunda ;

$$M_m(s) = K_m \cdot i_a(s) \text{ olduğundan ;}$$

$$i_a(s) = [j_{et} \cdot s^2 + B_{et} \cdot s] \cdot \frac{\theta_m(s)}{K_m} \quad (4.15)$$

şeklinde ifade edilebilir. Elektrik makinasının motor olarak çalışabilmesi için uygulanan gerilim , endüklenen gerilime göre daha büyüktür. Bundan dolayı

$$L \cdot \frac{di_a}{dt} + R \cdot i_a = V - E \quad (4.16)$$

yazılır. Uygulanan gerilim V'dir. Bu ifadenin Laplace 'ı alınırsa ;

$$(R + sL) \cdot i_a(s) = V(s) - K_b \cdot s \cdot \theta_m(s) \quad (4.17)$$

olmalıdır.

(4.15) (4.17)'de yerine konulduğunda ;

$$(R + sL) \cdot [j_{et} \cdot s^2 + B_{et} \cdot s] \frac{\theta_m(s)}{K_m} + K_b \cdot s \cdot \theta_m(s) = V(s) \quad (4.18)$$

$$\theta_m(s) \left[(R + sL) \{ j_{et} \cdot s^2 + B_{et} \cdot s \} \cdot \frac{1}{K_m} + s \cdot K_b \right] = V(s) \quad (4.19)$$

$$\frac{\theta_m(s)}{V(s)} = \frac{K_m}{(R + sL) [j_{et} \cdot s^2 + B_{et} \cdot s] + K_b \cdot K_m \cdot s}$$

$$\frac{\theta_m}{V}(s) = \frac{K_m}{R \cdot j_{et} \cdot s^2 + R \cdot B_{et} \cdot s + j_{et} \cdot L \cdot s^3 + B_{et} \cdot L \cdot s^2 + K_b \cdot K_m \cdot s} \quad (4.20)$$

$$\frac{\theta_m}{V}(s) = \frac{K_m}{s \cdot [K_b \cdot K_m + R \cdot B_{et} + s \cdot R \cdot J_{et} + sL \cdot B_{et} + s^2 L \cdot j_{et}]} \quad (4.21)$$

$$\frac{\theta_m}{V}(s) = \frac{K_m}{s \cdot [K_b \cdot K_m + (R + sL)(j_{et} \cdot s + B_{et})]} \quad (4.22)$$

sonucuna ulaşılır. Bulunan transfer fonksiyonunda yük momenti 0 (sıfır)'dır. Motor miline yük bağlandığı zaman ;

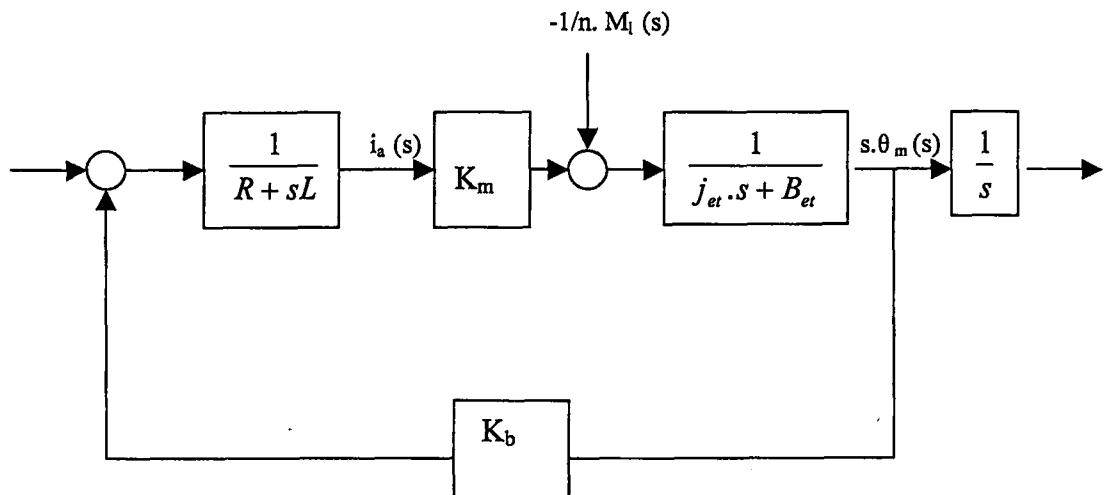
$$\frac{\theta_m}{M_l}(s) = \frac{-1/n(R + sL)}{s \cdot [K_b \cdot K_m + (R + sL)(j_{et} \cdot s + B_{et})]} \quad (4.23)$$

$$(j_{et} \cdot s^2 + B_{et} \cdot s) \cdot \theta_m(s) = \frac{K_m [V(s) - K_b \cdot s \cdot \theta_m(s)]}{sL + R} - \frac{1}{n \cdot M_l(s)} \quad (4.24)$$

şeklinde ifade edilir.

$$s \cdot \theta_m(s) = \frac{1}{j_{et} \cdot s + B_{et}} \left[\frac{1}{R + sL} \cdot K_m (V(s) - K_b \cdot s \cdot \theta_m(s)) - \frac{1}{n} \cdot M_l \right] \quad (4.25)$$

Buna göre elde edilen matematiksel modelin blok diagramı Şekil 4.3'te verildiği gibidir.



Şekil 4.3. Doğru Akım Motoru Blok Diagramı

L / R :Elektriksel zaman sabitidir.

J_{et} / B_{et} :Mekaniksel zaman sabitidir.

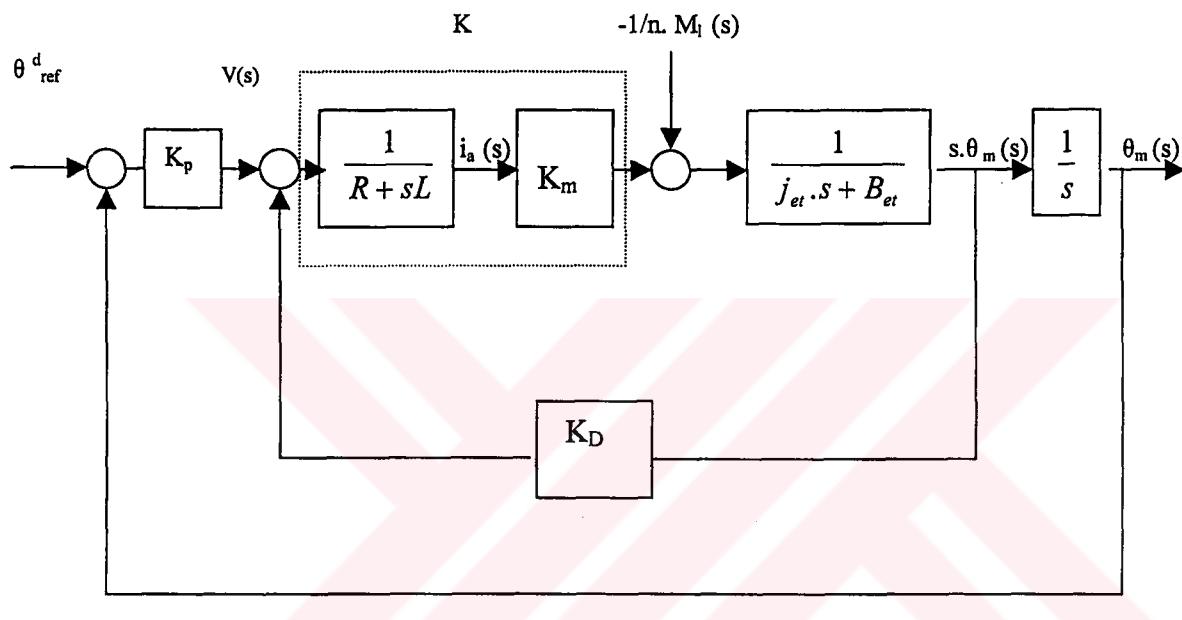
L / R 'nin çok küçük olması durumunda θ_m ile V arasındaki transfer fonksiyonu eşitlik (4.26) 'daki gibidir.

$$\frac{\theta_m}{V}(s) = \frac{K_m / R}{s \cdot [j_{et} \cdot s + B_{et} + K_b \cdot K_m / R]} \quad (4.26)$$

Motor miline gelen yük momenti dişli oranı kadar azalacaktır. Bozucunun büyümesi sistemi olumsuz yönde etkilediğinden bağımsız eklem kontrolü düşük hızlarda daha iyi sonuç verecektir.

4.3.Robotlarda PD Kontrol (Oran-Türev)

Şekil 4.3.'de verilen DC motor blok diagramını PD kontrolör ile denetlemek mümkündür ve Şekil 4.4'te verilmiştir. PD oransal-türev anlamına gelip sistemin daha kısa sürede istenilen değere ulaşmasını sağlar.



Şekil 4.4. PD Kontrollü Doğru Akım Motoru Blok Diagramı

$$K = \frac{K_m}{R + sL}$$

şeklinde kısaltma yapılarak (4.25) 'teki denklemi aşağıdaki gibi göstermek mümkündür.

$$s \cdot \theta_m(s) = \frac{1}{s \cdot j_{et} + B_{et}} \cdot \left[K \cdot V(s) - s \cdot K \cdot K_D \cdot \theta_m(s) - \frac{M_l}{n} \right] \quad (4.27)$$

$$\theta_m(s) \cdot (s^2 \cdot j_{et} + s \cdot B_{et}) = K \cdot V(s) - s \cdot K \cdot K_D \cdot \theta_m(s) - \frac{1}{n} \cdot M_l \quad (4.28)$$

$$\theta_m(s) \cdot [s^2 \cdot j_{et} + s \cdot (B_{et} + K \cdot K_D)] = K \cdot V(s) - \frac{1}{n} \cdot M_l \quad (4.29)$$

$$\theta_m(s) = \frac{K \cdot V(s) - \frac{1}{n} \cdot M_l}{s^2 \cdot j_{et} + s \cdot (B_{et} + K \cdot K_D)} \quad (4.30)$$

Şekil 4.4'teki blok diagramından ;

$$V(s) = K_p \cdot [\theta^d_{ref} - \theta_m(s)] \quad (4.31)$$

olduğuna göre ;

$$V(s) = K_p \cdot \theta^d_{ref} - K_p \cdot \frac{\left[K \cdot V(s) - \frac{1}{n} \cdot M_l \right]}{s^2 \cdot j_{et} + s \cdot (B_{et} + K \cdot K_D)} \quad (4.32)$$

$$V(s) = K_p \cdot \theta^d_{ref} - \frac{\left[K_p K \cdot V(s) - \frac{1}{n} \cdot M_l \cdot K_p \right]}{s^2 \cdot j_{et} + s \cdot (B_{et} + K \cdot K_D)} \quad (4.33)$$

$$V(s) \cdot [s^2 \cdot j_{et} + s \cdot (B_{et} + K \cdot K_D)] = K_p \cdot \theta^d_{ref} \cdot [s^2 \cdot j_{et} + s \cdot (B_{et} + K \cdot K_D)] - K \cdot K_p \cdot V(s) + \frac{1}{n} M_l \cdot K_p$$

$$(4.34)$$

$$V(s) \cdot [s^2 \cdot j_{et} + s \cdot (B_{et} + K \cdot K_D) + K \cdot K_D] = K_p \cdot \theta^d_{ref} \cdot [s^2 \cdot j_{et} + s \cdot (B_{et} + K \cdot K_D)] + \frac{1}{n} M_l \cdot K_p$$

$$(4.35)$$

$$V(s) = \frac{\left\{ K_p \cdot \theta^d_{ref} \cdot [s^2 \cdot j_{et} + s \cdot (B_{et} + K \cdot K_D)] + \frac{1}{n} \cdot M_l \cdot K_p \right\}}{s^2 + s \cdot \frac{(B_{et} + K \cdot K_D)}{j_{et}} + \frac{K \cdot K_p}{j_{et}}} \cdot j_{et} \quad (4.36)$$

şeklindedir.

Kapalı kontrol sisteminin çıkıştı ile girişi arasında (4.37) 'deki gibi bir ilişki vardır.

$$\frac{C}{R}(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n \cdot s + w_n^2} \quad (4.37)$$

ξ ; Sönüüm oranı , w_n ;sönüymsüz doğal frekanstır.

$$2\xi w = \frac{B_{et} + K \cdot K_D}{j_{et}} \quad w^2 = \frac{K \cdot K_p}{j_{et}} \quad (4.38)$$

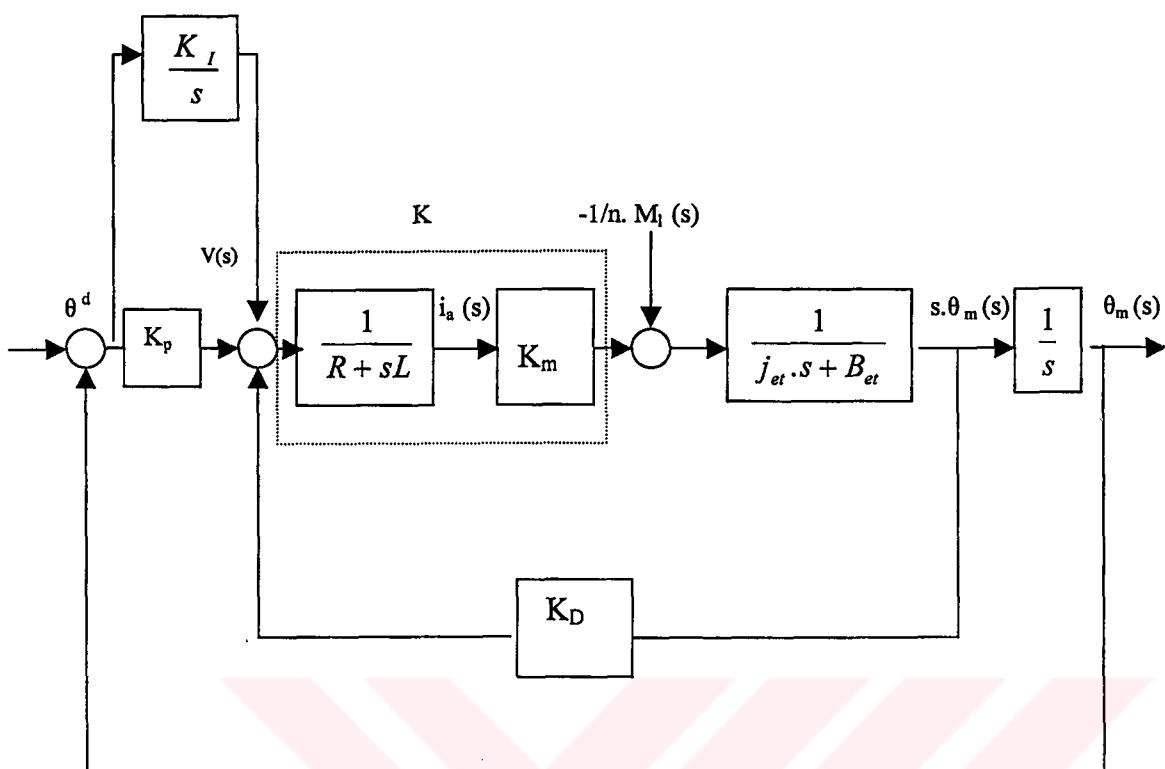
denklemi çözüldüğünde ;

$$K_D = \frac{2\xi w \cdot j_{et} - B_{et}}{K} \quad K_p = \frac{w^2 \cdot j_{et}}{K} \quad (4.39)$$

elde edilir.

4.4. Robotlarda PID Kontrol (Oran-Türev-İntegral)

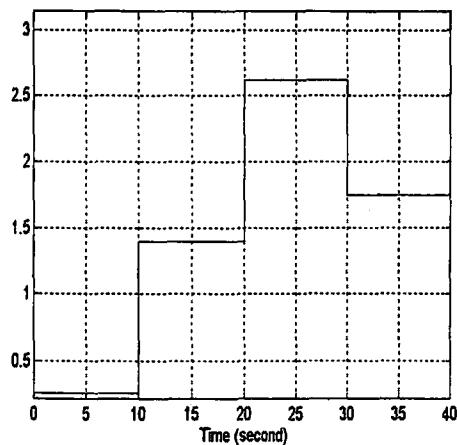
DC motor blok diagramını PID kontrolör ile de denetlemek mümkündür ve Şekil 4.5'te verilmiştir. PID oransal-türev anlamına gelip sistemin daha kısa sürede istenilen değere ulaşmasını sağlar.



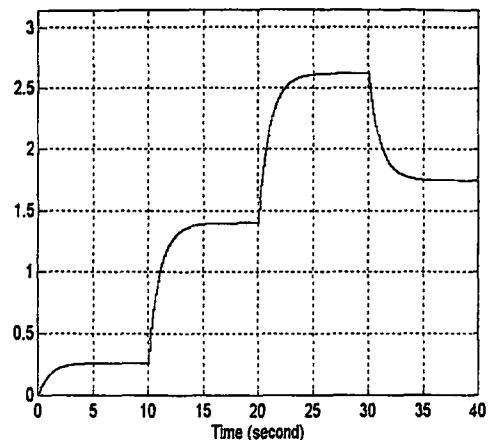
Şekil 4.5. PID Kontrollü Doğru Akım Motoru Blok Diagramı

PD ve PID kontrolörler için Matlab-Simulink'te yapılan programlar EK-3'te verildiği gibidir. Yapılan simülasyonlarda PD kontrolörünün PID 'ye göre daha az salınımda referans açısına oturduğu gözlemlenmiştir. Kazanç arttırdıkça sistem daha kısa sürede oturacaktır. Ancak kazancın aşırı artması durumunda sistem osilasyon yapacaktır.

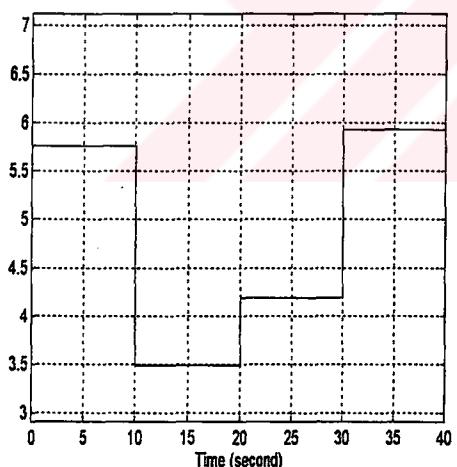
*I. UZVUN SET EDİLEN AÇI DEĞERİ
(Radyan)*



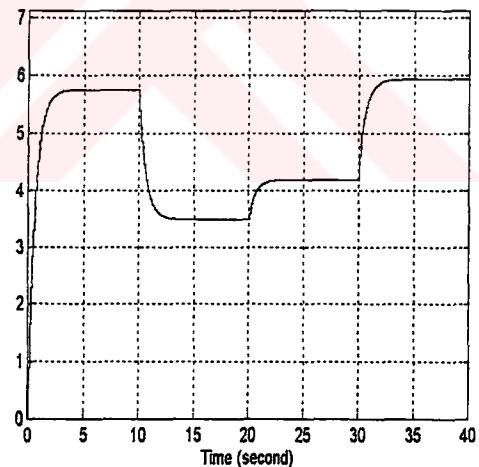
KONTROLÖRÜN YANITI



*II. UZVUN SET EDİLEN AÇI DEĞERİ
(Radyan)*

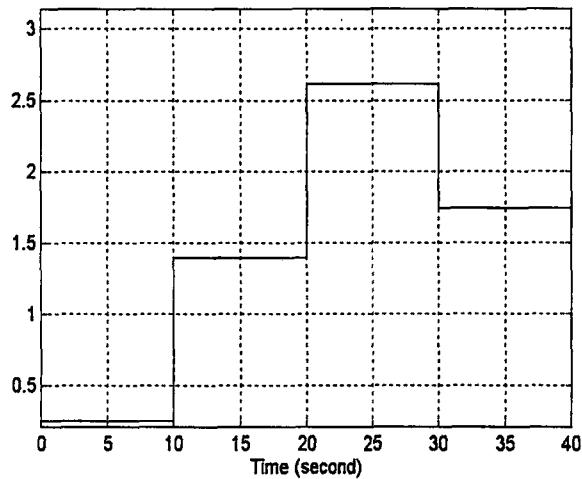


KONTROLÖRÜN YANITI

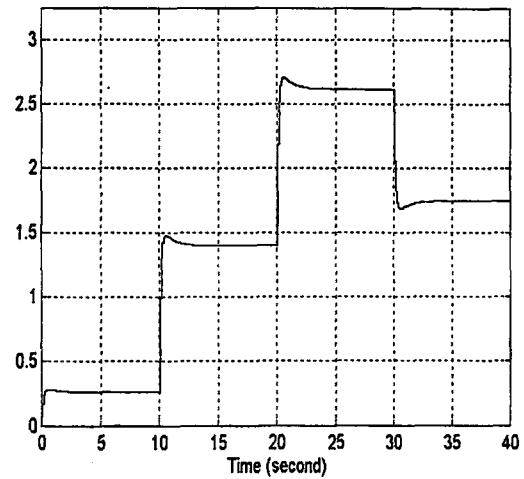


Şekil 4.6. PD Kontrolör ile I. ve II. Uzva Ait Simülasyon Sonuçları

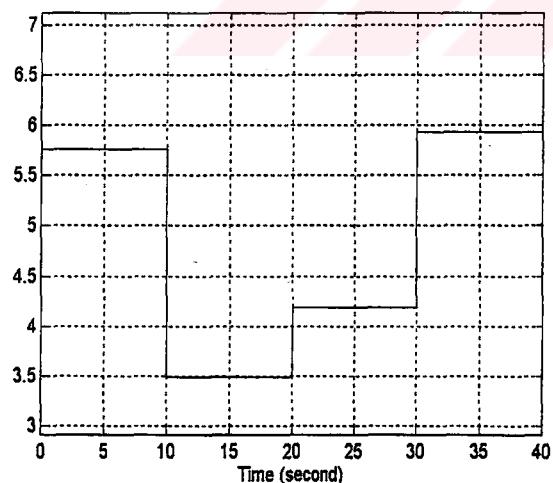
I. UZVUN SET EDİLEN AÇI DEĞERİ
(Radyan)



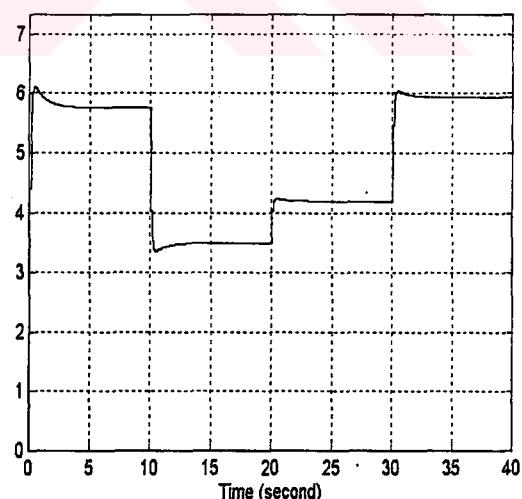
KONTROLÖRÜN YANITI



II. UZVUN SET EDİLEN AÇI DEĞERİ
(Radyan)



KONTROLÖRÜN YANITI



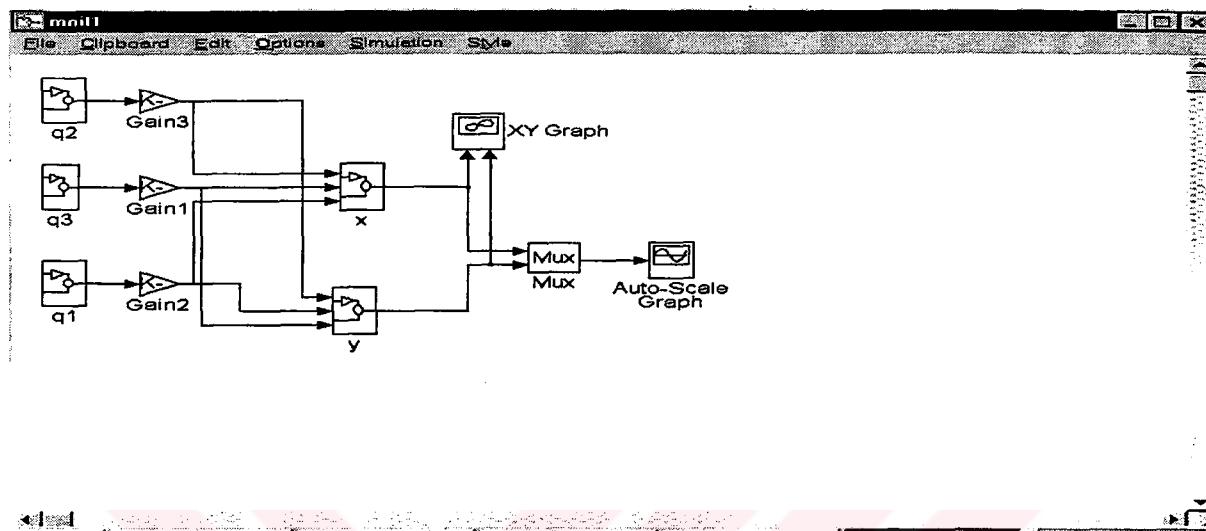
Şekil 4.7. PID Kontrolör ile I. ve II. Uzva Ait Simulasyon Sonuçları

SONUÇ ve ÖNERİLER

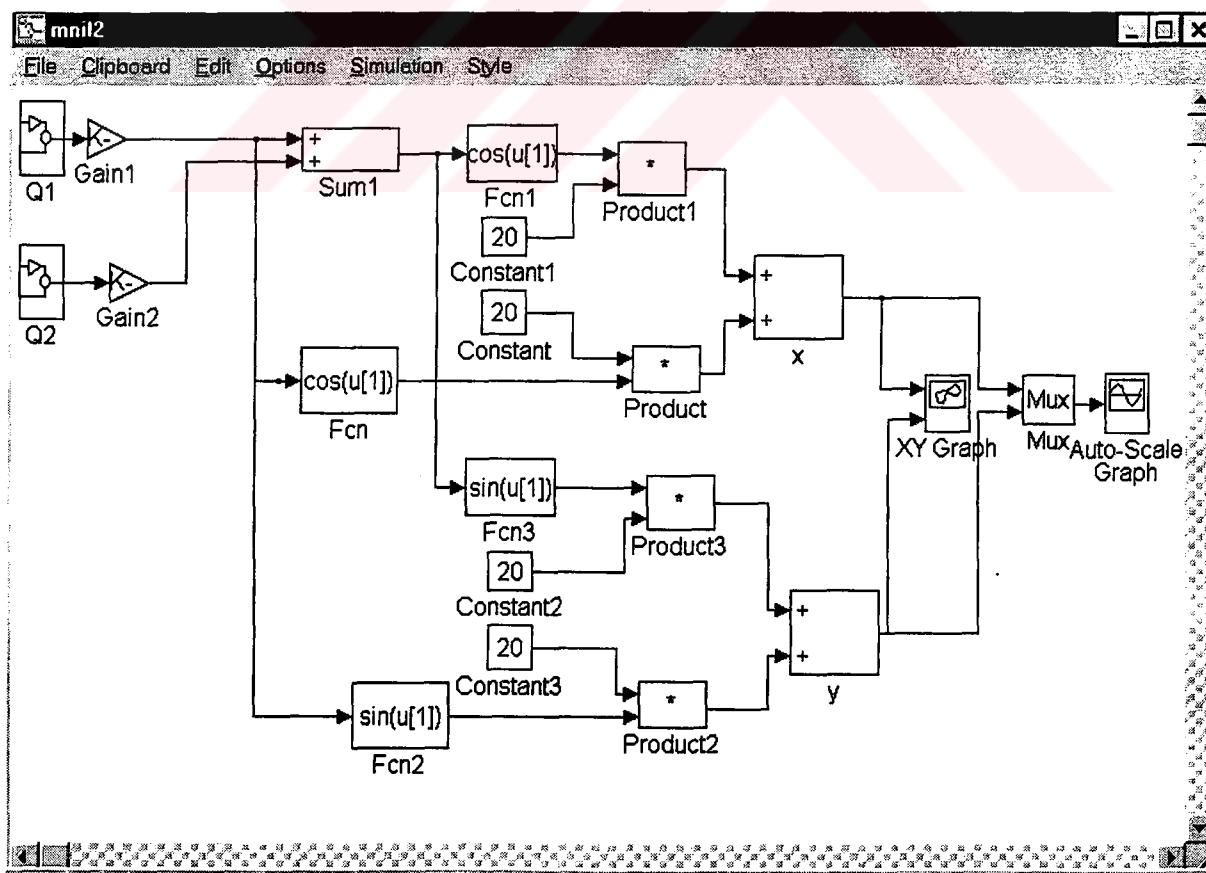
İki serbest dereceli robot kolumnun düz kinematik denlemlerinin simülasyonları gerçekleştirildi. Şekil 2.4.'te tanımlanan hareket eksene göre her bir uzva uygulanması gereken kuvvet ya da momentin modellenmesi yapılarak simülasyonları yapıldı. Bu simülasyon sayesinde verilerin daha fazla değiştirilerek her durum için uygulanması gereken kuvvet ya da momentin uygun olup olmadığı görülebilir. Her bir uzvun kontrolü PD ve PID kontrolörler yardımıyla gerçekleştirildi. Set edilen açı değerlerine, PD kontrolör ile daha geç ulaşmıştır. Simülasyonda ; türev ve oran kazanç değerleri değiştirilerek gözlemlenen sonuçlar olması gereken değerlerdeydi. (Örneğin K_p kazancın aşırı arttırlıldığında osilasyon görülmüştür)

PID kontrolör ile sistemin daha çabuk set edilen değerlere ulaşmıştır. Ancak PD'ye göre dalgalanmanın daha fazla olduğu da görülmüştür. Her iki kontrol yönteminde de bozucu etkenlerin daha fazla olması gereklidir. Bu sayede sistemin gerçekten de bu kadar iyi bir sonuç verip veremeyeceği daha iyi anlaşılacaktır. Ayrıca diğer kontrol yöntemleriyle de nasıl sonuçlar elde edilebileceği görülmelidir. Böylece en doğru kontrol yöntemiyle pratik çalışma gerçekleştirilebilir.

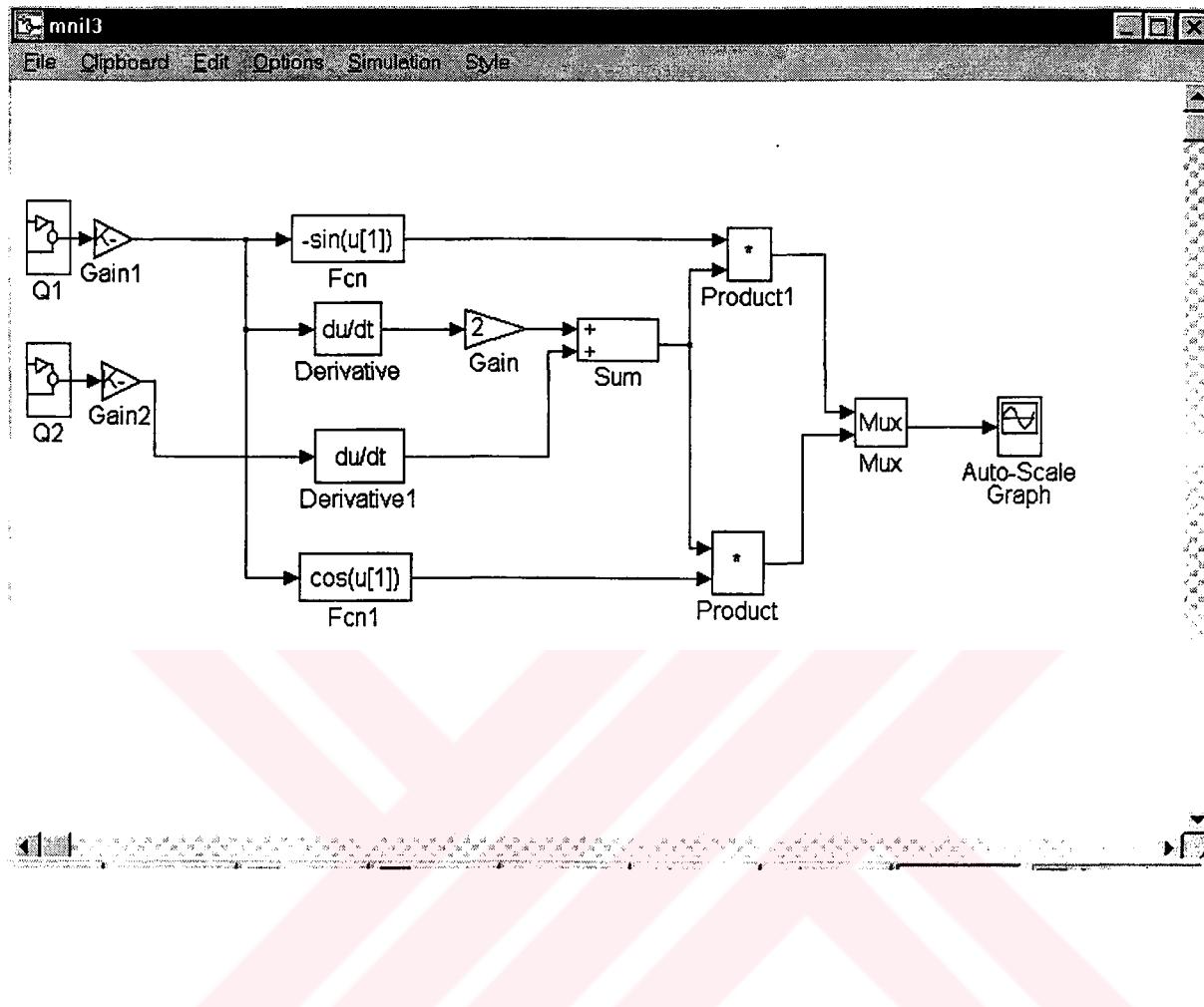
Şekil 2.2. ' de Üç Uzuvlu Robotun Açı ve Zaman Kriterlerine Göre Konumu ve Hareketi İçin Yapılan Program



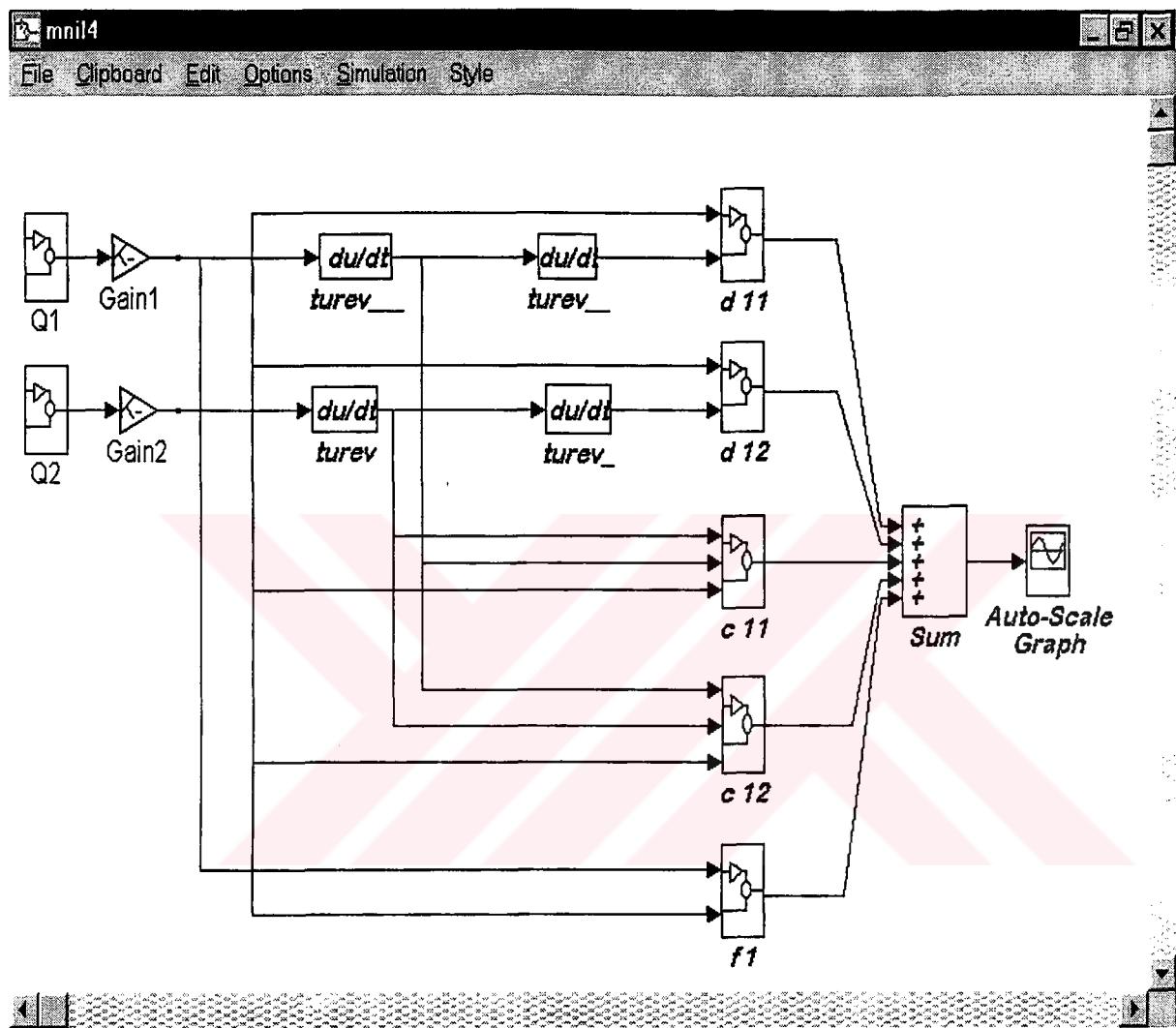
Şekil 2.6 .'da θ_1 ve θ_2 İçin Manipulatörün Konumu ve Hareketi İçin Yapılan Program



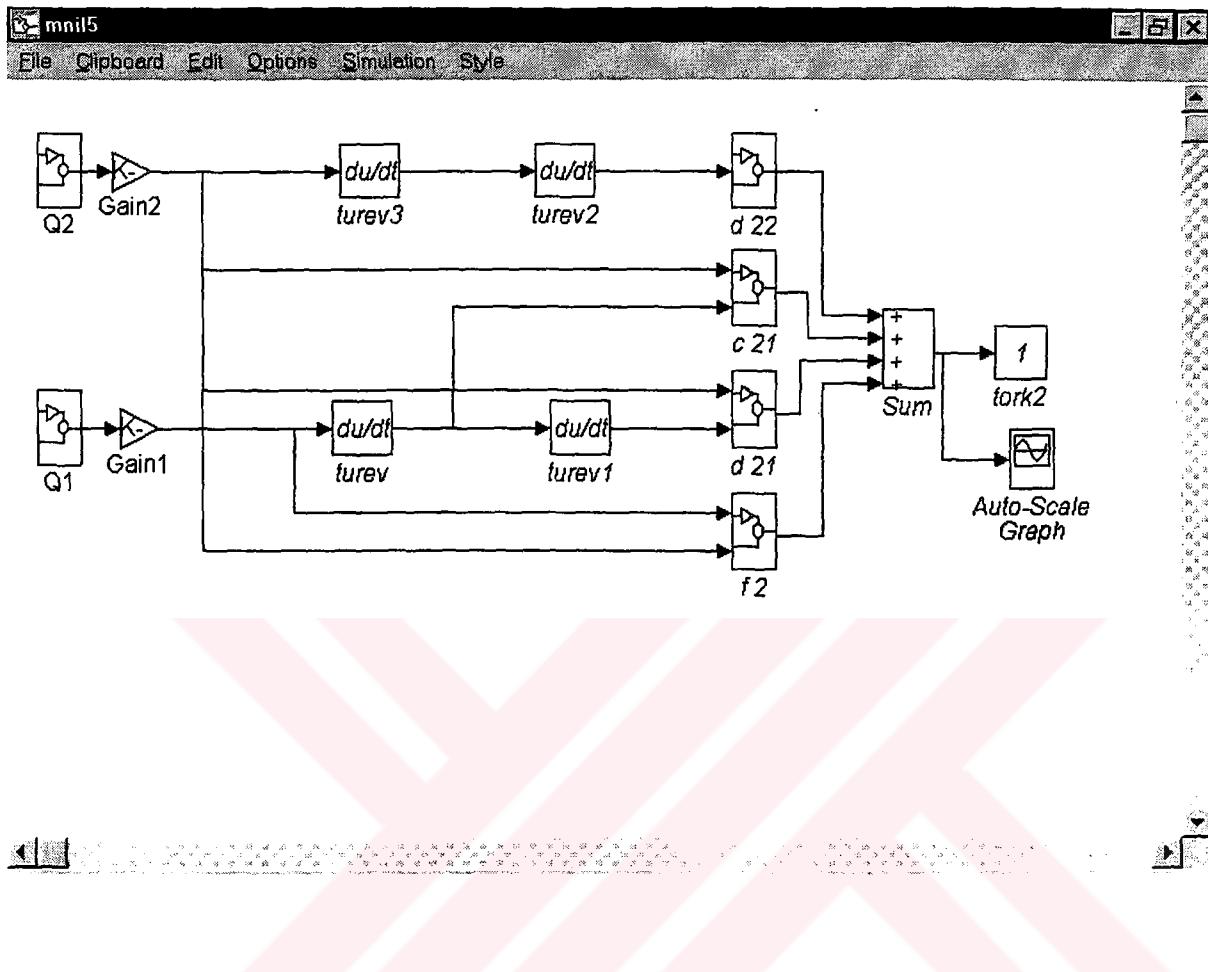
Şekil2.6. ‘da θ_1 ve θ_2 İçin Manipulatörün Uç Noktadaki Hızı İçin Yapılan Program



Şekil 3.3.'te I. Uzva Uygulanacak Kuvvet ya da Moment İçin Yapılan Program

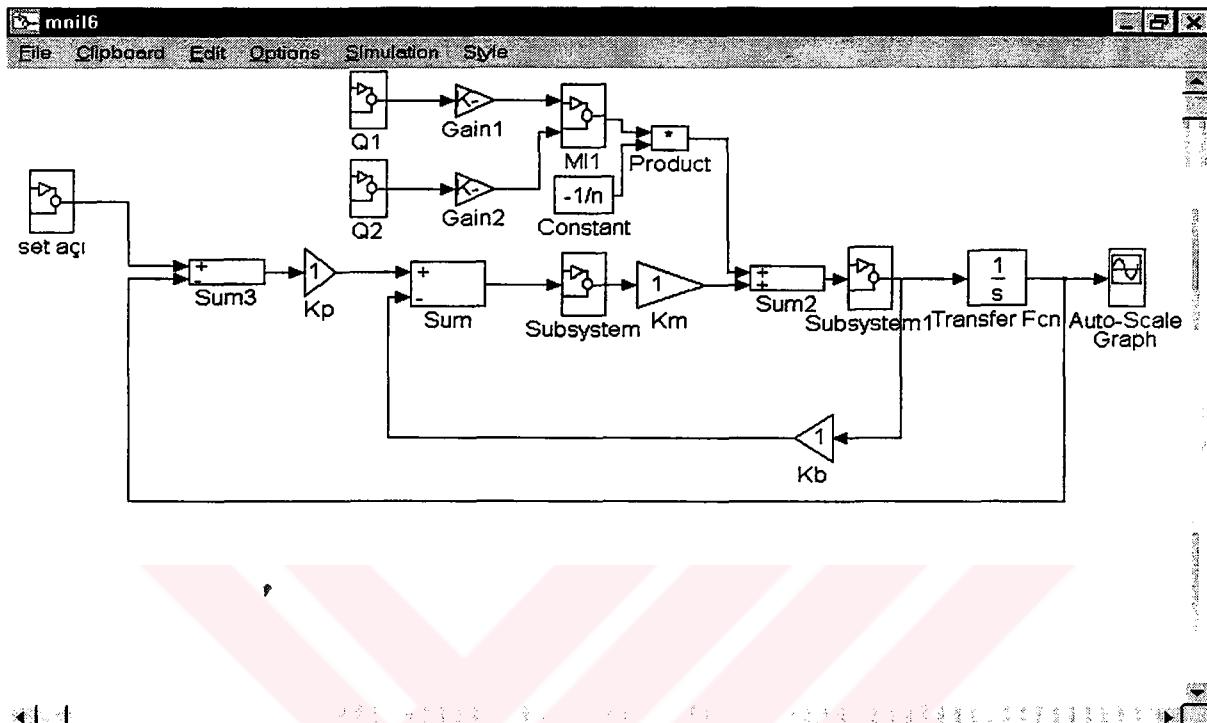


Şekil 3.3.'te II. Uzva Uygulanacak Kuvvet ya da Moment İçin Yapılan Program

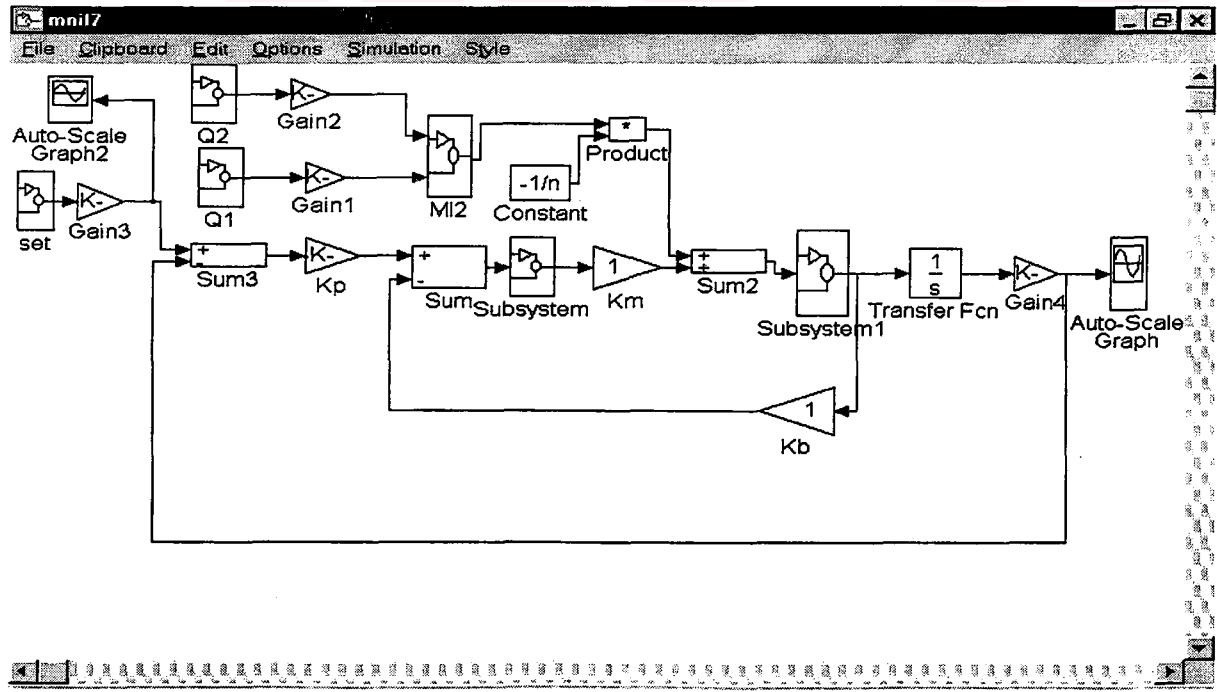


EK-3

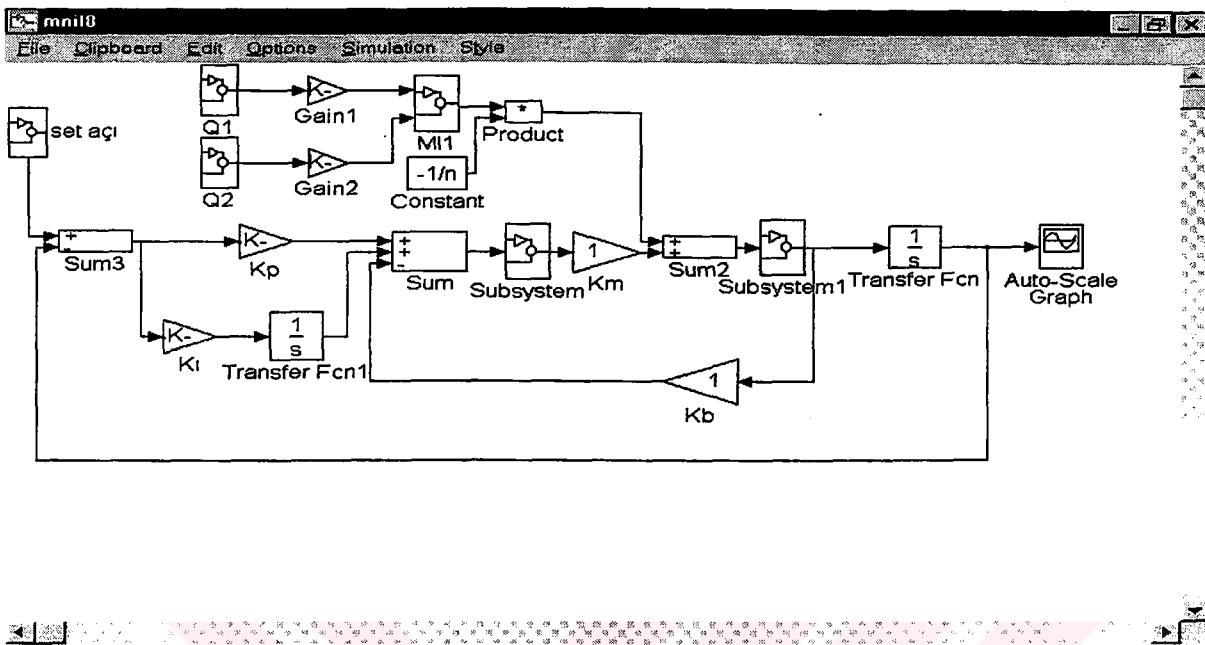
Şekil 4.6. 'da PD Kontrolör ile I. Uzva Ait Yapılan Program



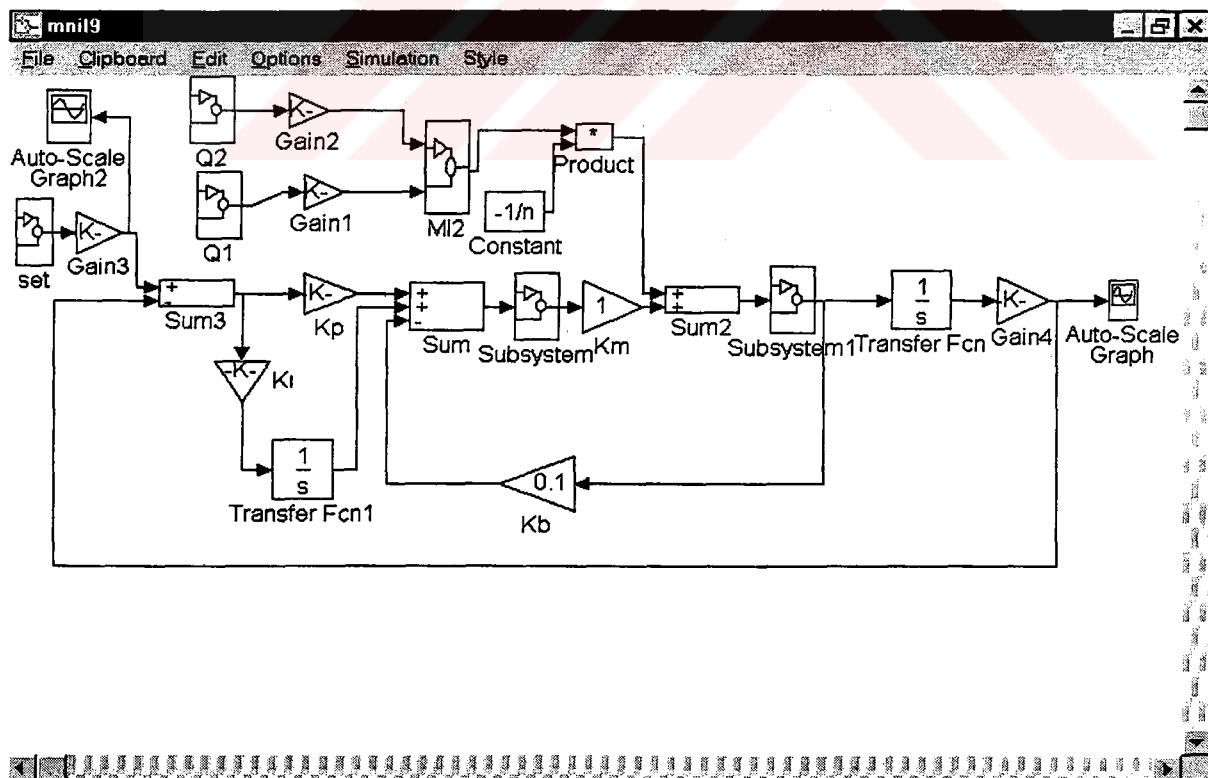
Şekil 4.6. 'da PD Kontrolör ile II. Uzva Ait Yapılan Program



Şekil 4.7. 'de PID Kontrolör ile I. Uzva Ait Yapılan Program



Şekil 4.7. 'de PID Kontrolör ile II. Uzva Ait Yapılan Program



KAYNAKLAR

1. SPONG , M. and VIDYASAGAR M., 1989, Robot Dynamics and Control , John Wiley & Sons , New York
2. ASADA , H. and SLOTINE J.E., 1986, Robot Analysis and Control , John Wiley & Sons , New York
3. SELIG , J.M. , 1992 , Introductory Robotics , Prentice Hall , New York
4. CAVALLO , A. , SETOLA , R. and VASCA F. , 1996 , Using Matlab , Simulink and Control System Toolbox , Prentice Hall , London
5. FU , K.S. , GONZALEZ , R.C. and LEE C.S.G. , 1987 , Robotics : Control , Sensing , Vision and Intelligence , McGraw – Hill Book Company , New York
6. YOO , D.S. , CHUNG M.J. and BIEN Z. , Real Time Implementation and Evaluation of Dynamic Control Algorithms for Industrial Manipulators , IEEE Trans. on Industrial Electronics , Vol.38 , No.1 , February 1991 ,26-31
7. MILLS , J.K. , Dynamics of Robotic Manipulators with Wrist –Mounted Force – Torque Sensor A Singular Perturbation Approach , IEEE Trans. on Robotics and Automation , Vol.7 , No.6 , December 1991 , 870-875
8. BAŞBUG , R.M., Bulanık Adaptif Kayan Kipli Robot Kontrolü , Doktora Tezi , Nisan 1995
9. PALAZ , H. , Robot Kollarının Geleneksel ve Dinamik Kontrolü , Y.Lisans Tezi , Eylül 1991
10. SPONG , M. , On the Robust Control of Robot Manipulators , IEEE Trans.on Automatic Control , Vol.37 , No.11 , November 1992 , 1782-1786

ÖZGEÇMİŞ

1974 yılında İzmir ‘de doğdu. İlk , orta ve lise eğitimini İzmir ‘ de tamamladı. 1996 yılında Fırat Üniversitesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği bölümünden mezun olduktan sonra , İES – SAMSUNG (İzmir Elektronik Sanayi AŞ) ‘ta Üretim Mühendisliği Bölümünde çalıştı. Kocaeli Üniversitesi Elektronik ve Haberleşme Bölümünde yüksek lisans programına başladıkтан sonra Fen Bilimleri Enstitüsünde göreve başladı. Elektrik Mühendisliği Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya devam etmektedir.

**T.C. YÜKSEKOĞRETİM KURULU
DOKUMANTASYON DÖVİZİ**