

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DOĞRUSAL OLMAYAN TERS SARKAÇ SİSTEMİNİN
TASARIMI VE KONTROLÜ**

YÜKSEK LİSANS

Selçuk KIZIR

Anabilim Dalı: Mekatronik Mühendisliği

Danışman: Doç.Dr. Cüneyt OYSU

KOCAELİ, 2008

**DOĞRUSAL OLMAYAN TERS SARKAÇ SİSTEMİNİN
TASARIMI VE KONTROLÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Selçuk KİZİR

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 26/05/2008

Tezin Savunulduğu Tarih: 18/07/2008

Tez Danışmanı

Doç.Dr. Cüneyt OYSU

(.....)

Üye

Üye

Doç.Dr. Zafer BİNGÜL

(.....)

Yrd. Doç.Dr. Şeref Naci Engin

(.....)

KOCAELİ, 2008

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR

Ters sarkaç sistemi doğrusal olmayan yapısı ve kararsız olmasından dolayı kontrol teorisi alanında en çok kullanılan test amaçlı deney düzeneklerinden biridir. Bu çalışmada da eğitici, öğretici ve test özelliklerinden dolayı ters sarkaç sistemi gerçekleştirilmiştir ve farklı yöntemler ile sistem gerçek zamanlı denetlenmiştir.

Tez çalışması süresince her zaman desteklerini ve ilgilerini yakından hissettiğim, karşılaştığım güçlük ve sorunlarda yol gösterici olan ve yardımlarını esirgemeyen danışmanlarım Doç. Dr. Cüneyt OYSU ve Doç. Dr. Zafer BİNGÜL'e,

Hayatım boyunca, maddi manevi, her türlü destek ve ilgilerini her an bana hissettirmiş olan, canımdan çok sevdiğim annem, babam ve kardeşlerime,

Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu – Bilim İnsanı Destekleme Birimine (TÜBİTAK-BİDEB) sağladığı lisansüstü bursu ile çalışmalarına yaptığı katkıdan dolayı,

“5 eksen CNC frezeleme operasyonlarında işlenen yüzeyin kalitesini proses optimizasyonu ile arttıran bir sistem geliştirme” isimli ve DPT-2003K120790 numaralı DPT projesine, sağladığı donanım katkılarından dolayı,

İçtenlikle çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	i
İÇİNDEKİLER	ii
ŞEKİLLER DİZİNİ	iv
TABLolar DİZİNİ	vii
SİMGELER ve KISALTMALAR	viii
ÖZET	x
İNGİLİZCE ÖZET	xi
1 GİRİŞ	1
1.1 Amaç	1
1.2 Projenin Genel Tanımı	1
1.3 Tezin İçeriği	7
2 TERS SARKAÇ SİSTEMİ BİLEŞENLERİ	8
2.1 Servo Motor Sürücüsü Bağlantı Şeması Ve Kontrol Kartı	10
3 MODELLEME	14
3.1 Sistemin Dinamik Denklemlerinin Çıkarılması	14
3.2 Doğrusallaştırma Ve Transfer Fonksiyonlarının Elde Edilmesi	20
3.2.1 Sarkaç aşağı yönde ($\theta = 0$)	21
3.2.2 Sarkaç yukarı yönde ($\theta = \pi$)	24
3.3 Durum Uzayı Modeli	28
4 KONTROLÖR TASARIMI	30
4.1 Sarkacın $\theta=0^\circ$ 'den $\theta=180^\circ$ 'ye Yükseltilmesi	31
4.1.1 Stratejik araba hareketleri ile sarkaca kademeli enerji eklenmesi	31
4.1.1.1 Hareket kuralları	31
4.1.1.2 DS1103 kontrolörü için gerçek zamanlı SIMULINK modeli	36
4.1.1.3 Deneysel sonuçlar	38
4.1.2 Bulanık mantık denetleyicisi ile stratejik araba hareketleri kullanılarak sarkaca kademeli enerji eklenmesi	40
4.1.3 Enerji tabanlı sarkacın $\theta=0^\circ$ 'den $\theta=180^\circ$ 'ye yükseltilmesi	40
4.1.3.1 DS1103 kontrolörü için gerçek zamanlı SIMULINK modeli	43
4.1.3.2 Deneysel sonuçlar	45
4.2 Sarkacın Dengelenmesi	48
4.2.1 PID kontrol yöntemi ile sarkacın dengelenmesi	48
4.2.1.1 DS1103 kontrolörü için gerçek zamanlı SIMULINK modeli	50
4.2.1.2 Benzetim ve deneysel sonuçlar	51
4.2.2 Tam durum geri besleme yöntemi ile sarkacın dengelenmesi	53
4.2.2.1 DS1103 kontrolörü için gerçek zamanlı SIMULINK modeli	56
4.2.2.2 Benzetim ve deneysel sonuçlar	57
4.2.3 Bulanık mantık ile ters sarkaç sisteminin kontrolü	60
4.2.3.1 Ters sarkaç sisteminin yapısı	61
4.2.3.2 Kontrolör tasarımı	62
4.2.3.2.1 Bulanık mantık denetleyicisi ile sarkacın $\theta=0^\circ$ 'den $\theta=180^\circ$ 'ye yükseltilmesi	62
4.2.3.2.2 Dengeleme	66

4.2.3.3 DS1103 kontrolörü için gerçek zamanlı SIMULINK modeli.....	68
4.2.3.4 Deneysel sonuçlar	70
4.3 Diğer SIMULINK Blokları.....	74
5 SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	76
KAYNAKLAR	80
EKLER.....	84
KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER	90
ÖZGEÇMİŞ	91

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1 : Ters sarkaç sistemi ile modellenen iki ayaklı insansı robot	3
Şekil 1.2 : Dinamiği ters sarkaç sistemi ile özdeş olan zencefil ulaşım aracı.....	3
Şekil 1.3 : Denge noktaları.....	4
Şekil 2.1 : Ters sarkaç sistemi blok diyagramı	8
Şekil 2.2 : Arabalı ters sarkaç sistemi	9
Şekil 2.3 : dSPACE sistemi.....	10
Şekil 2.4 : Kullanılan servo motor ve sürücüsü	10
Şekil 2.5 : Sürücü bağlantı noktaları	11
Şekil 2.6 : Hız çalışma modu kontrol uçlarının bağlantı şeması.....	11
Şekil 2.7 : Kontrol kartına ait baskı devre şeması.....	13
Şekil 2.8 : Kontrol kartına ait üst görünüş	13
Şekil 3.1 : Arabalı ters sarkaç sistemi modeli	15
Şekil 3.2 : b katsayısının deneysel ve benzetim sonuçlarının karşılaştırılarak belirlenmesi	16
Şekil 3.3 : Alt denge noktası için $X(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun sıfır-kutup noktalarının gösterimi	22
Şekil 3.4 : Alt denge noktası için $\theta(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun sıfır-kutup noktalarının gösterimi	23
Şekil 3.5 : Alt denge noktası için $X(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun bode diyagramı	23
Şekil 3.6 : Alt denge noktası için $\theta(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun bode diyagramı	24
Şekil 3.7 : Üst denge noktası için $X(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun sıfır-kutup noktalarının gösterimi	26
Şekil 3.8 : Üst denge noktası için $\theta(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun sıfır-kutup noktalarının gösterimi	27
Şekil 3.9 : Üst denge noktası için $X(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun bode diyagramı ..	27
Şekil 3.10 : Üst denge noktası için $\theta(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun bode diyagramı..	28
Şekil 4.1 : Koordinat sistemi ve serbest cisim diyagramı	32
Şekil 4.2 : Denklem 4.11 ile verilen ilk ifadenin ($\sin^2 \theta$) sarkaç açısına bağlı olarak yapılan iş üzerine etkisi.....	34
Şekil 4.3 : Sarkaç açısı – araba hareket ilişkisi	35
Şekil 4.4 : -120° , 60° ve 20° 'lik sarkaç başlangıç açıları için hareket kural tabanı doğrultusunda tasarlanan SIMULINK modelinin lineer olmayan sarkaç modeli üzerindeki benzetim sonuçları.....	36
Şekil 4.5 : Sarkacın yükseltilmesi–ana blok diyagram	37
Şekil 4.6 : Sarkacın yükseltilmesi-alt blok diyagram.....	38
Şekil 4.7 : Sarkacın $\theta=0^\circ$ 'den $\theta=180^\circ$ 'ye yükseltilmesi – deneysel veriler.....	39
Şekil 4.8 : Sarkacın $\theta=0^\circ$ 'den $\theta=180^\circ$ 'ye yükseltilmesi – deneysel veriler.....	39
Şekil 4.9 : Arabalı ters sarkaç sistemi modeli	40

Şekil 4.10 : Sistem enerjisi kontrollü sarkacın yükseltilmesi ve tam durum geri besleme yöntemi ile sarkacın dengelenmesi DS1103 ana blok diyagramı	44
Şekil 4.11 : Denklem 4.19 ile verilen kontrol fonksiyonunun DS1103 için tasarlanan yükseltme alt blok diyagramı	45
Şekil 4.12 : Belirlenen Denklem 4.19 kontrol fonksiyonunda, $k=1$ için sarkaç açısının, araba konumunun, kontrol sinyalinin ve potansiyel enerjinin zamanla değişimi	46
Şekil 4.13 : Belirlenen Denklem 4.19 kontrol fonksiyonunda, $k=1.25$ için sarkaç açısının, araba konumunun, kontrol sinyalinin ve potansiyel enerjinin zamanla değişimi	46
Şekil 4.14 : Belirlenen Denklem 4.19 kontrol fonksiyonunda, $k=1.5$ için sarkaç açısının, araba konumunun, kontrol sinyalinin ve potansiyel enerjinin zamanla değişimi	47
Şekil 4.15 : $k=1.25$ ve $k=1.5$ değerleri için $\theta - \dot{\theta}$ faz eğrileri	47
Şekil 4.16 : PID kontrol blok diyagramı	48
Şekil 4.17 : PID kontrol-ana Simulink modeli	50
Şekil 4.18 : PID kontrol-alt Simulink modeli	51
Şekil 4.19 : PID kontrol yöntemine ait benzetim ve deneysel sonuçlar	52
Şekil 4.20 : Sarkacın dik duruma getirilmesi ve PID kontrol yöntemlerinde açının, kontrol sinyalinin, araba konumunun ve hızının zamanla değişimi	52
Şekil 4.21 : Sarkacın dik duruma getirilmesi ve PID kontrol yöntemlerinde açının, kontrol sinyalinin, araba konumunun ve hızının zamanla değişimi	53
Şekil 4.22 : Sistemin durum uzayı blok diyagramı	54
Şekil 4.23 : Durum geri beslemeli sistem	54
Şekil 4.24 : Sisteme ait kutup noktalarının kontrol kazancına bağlı olarak değişimi	55
Şekil 4.25 : Durum geri besleme-ana Simulink modeli	56
Şekil 4.26 : Tam durum geri-besleme kontrolör bloğu	57
Şekil 4.27 : Tam durum geri-besleme yöntemine ait benzetim ve deneysel sonuçlar	58
Şekil 4.28 : Sarkacın yükseltilmesi ve tam durum geri-besleme kontrol yöntemlerinde açının, kontrol sinyalinin, araba konumunun ve hızının zamanla değişimi	58
Şekil 4.29 : Sarkacın yükseltilmesi ve tam durum geri-besleme kontrol yöntemlerinde dış bozucu kuvvetler altında açının, kontrol sinyalinin, araba konumunun zamanla değişimi	59
Şekil 4.30 : Sarkacın yükseltilmesi ve tam durum geri-besleme kontrol yöntemlerinde dış bozucu kuvvetler altında açının, kontrol sinyalinin, araba konumunun zamanla değişimi	59
Şekil 4.31: Tam durum geri-besleme kontrolü $\dot{\theta} - \theta$ faz diyagramı	60
Şekil 4.32 : Ters sarkaç sisteminin blok diyagramı	62
Şekil 4.33 : Temel strateji	64
Şekil 4.34 : θ ve $\dot{\theta}$ için üyelik fonksiyonları	65
Şekil 4.35 : Sarkacın başlangıç konumundan üst denge noktasına ulaştırılmasına ait deneysel zaman cevabı	65
Şekil 4.36 : $\theta, \dot{\theta}, x, \dot{x}$ ve çıkış üyelik fonksiyonları	67
Şekil 4.37 : Sarkacın yükseltilmesinden dengelenmesine geçiş	67
Şekil 4.38 : Dört girişli-bir çıkışlı mamdani bulanık denetleyici yapısı	68

Şekil 4.39 : FIS editör – $e\theta$ sarkaç açısı hatasına ait üyelik fonksiyonları yapısı ..	68
Şekil 4.40 : FIS editör – $e\dot{\theta}$ sarkaç açısal hızı hatasına ait üyelik fonksiyonları yapısı ..	69
Şekil 4.41 : Bulanık denetleyici kontrol yüzeyi ..	69
Şekil 4.42 : Bulanık mantık ana denetleyici blok diyagramı ..	70
Şekil 4.43 : Denetleyici alt blok diyagramı ..	70
Şekil 4.44 : Bozucu etkilerin gösterimi ..	71
Şekil 4.45 : Uzun ve normal çubuğa ait darbe fonksiyonu zaman cevabı ..	72
Şekil 4.46 : Ağır ve kısa çubuğa ait darbe fonksiyonu zaman cevabı ..	73
Şekil 4.47 : En kısa çubuk, hareketli kütle ve harici bozucu etki durumları için zaman cevapları ..	73
Şekil 4.48 : Değişkenlerin ölçülmesi ..	74
Şekil 4.49 : Değişkenlerin filtrelenmesi ..	74
Şekil 4.50 : $e(t)$ hata sinyallerinin elde edilmesi ..	75
Şekil 4.51 : Kontrolör seçimi ..	75

TABLolar DİZİNİ

Tablo 2.1 : Sürücü kontrol uçları ve görevleri	12
Tablo 4.1 : Maksimum araba ivmesi/yer çekimi ivmesi - salınım sayısı ilişkisi	43
Tablo 4.2 : PID parametrelerinin sistem özelliklerine etkileri	50
Tablo 4.3 : Sarkacın yükseltilmesine ait kural tabanı	65
Tablo 4.4 : Araba pozisyon kontrolü için kural tabanı.....	66
Tablo 4.5 : Sarkacın dengelenmesi için kullanılan kural tabanı	66
Tablo 4.6 : Durum değişkenleri hata miktarları	72

SİMGELER

a	:	İvme
A	:	Sistem durum matrisi
b	:	Sarkaç ile araba arasındaki sürtünme katsayısı
B	:	Sistem geçiş matrisi
C	:	Sistem çıkış matrisi
c	:	Yatay eksenle araba arasındaki sürtünme katsayısı
$e(t)$:	Hata sinyali
E	:	Enerji
E_0	:	Referans enerji
f	:	Kuvvet
g	:	Yerçekimi ivmesi
I	:	Sarkaca ait atalet momenti
\hat{i}	:	Birim vektör
\hat{j}	:	Birim vektör
J	:	Toplam atalet
k	:	Kazanç
k_S	:	Salınım sayısı
K	:	Durum geri besleme kazanç matrisi
K_D	:	Türevsel kazanç
K_I	:	İntegratör kazancı
K_P	:	Oransal kazanç
l	:	Sarkaç kütlelerinin merkeze olan uzaklığı
m	:	Sarkacın kütlesi
M	:	Arabanın kütlesi
n	:	Araba ivmesi/yer çekim ivmesi oranı
r	:	Pozisyon vektörü
sat	:	Doyma fonksiyonu
$sign$:	İşaret fonksiyonu
u	:	Kontrol sinyali
V	:	Hız
V	:	Lyapunov fonksiyonu
y	:	Model çıkışı
ω	:	Açısal hız
x	:	Arabanın konumu
\dot{x}	:	Arabanın hızı
θ	:	Sarkacın açısı
$\dot{\theta}$:	Sarkacın açısal hızı

KISALTMALAR

KE	:	Kinetik enerji
L	:	Lagrangian
LQR	:	İkinci dereceden doğrusal düzenleyici
Mak.	:	Maksimum
N	:	Negatif
NB	:	Negatif büyük
NBIG	:	Negatif büyük
NBS	:	Negatif büyük
NEG	:	Negatif
NLS	:	Negatif çok büyük
NVB	:	Negatif çok büyük
NVVB	:	Negatif çok çok büyük
P	:	Pozitif
PB	:	Pozitif büyük
PBIG	:	Pozitif büyük
PBS	:	Pozitif büyük
PE	:	Potansiyel enerji
PID	:	Oransal-integratör-türevsel kontrol yöntemi
PLS	:	Pozitif çok büyük
POS	:	Pozitif
PVB	:	Pozitif çok büyük
PVVB	:	Pozitif çok çok büyük
SALN	:	Salınım negatif
SALP	:	Salınım pozitif
Z	:	Sıfır
ZO	:	Sıfır

DOĞRUSAL OLMAYAN TERS SARKAÇ SİSTEMİNİN TASARIMI VE KONTROLÜ

Selçuk KIZIR

Anahtar Kelimeler : Ters Sarkaç Sistemi, PID, Tam Durum Geri-Besleme, Bulanık Mantık, Enerji, LQR, Kontrol, Dspace.

Özet: Bu çalışmada, kontrol teorisinin klasik problemlerinden biri olan gerçek zamanlı doğrusal olmayan bir ters sarkaç sisteminin kontrolü gerçekleştirilmiştir. Arabalı ters sarkaç sistemi deney düzeneği oluşturulmuştur. Sistemin enerji tabanlı Lagrangian yöntemi ile dinamik denklemleri elde edilmiştir. Yatay eksen üzerinde 70 cm mesafe içerisinde hareket edebilen arabaya bağlı bulunan sarkacın, aşağı yöndeki başlangıç durumundan ters dikey duruma getirilmesi ve bu pozisyonda durağan tutulması farklı kontrol yöntemleriyle gerçekleştirilmiştir. Sarkacın ters dikey pozisyona getirilmesi için enerji tabanlı stratejik araba hareketlerini kullanan bir kontrol yöntemi, bu yöntemle aynı kuralları kullanan bulanık mantık denetçisi ve sistemin başlangıç durumundaki enerjisine, üst denge noktasına ulaştırmak için gerekli enerji miktarının eklenmesini sağlayan bir kontrol algoritması kullanılmıştır. Sarkacın üst denge konumunda durağan kalabilmesini sağlamak amacıyla PID, tam durum geri-besleme ve bulanık mantık yöntemleri uygulanmıştır. Bu yöntemler MATLAB/SIMULINK ortamına uygun DS1103 dSPACE DSP kontrolör kartı üzerinde uygulanmıştır. Her üç yöntemde de sarkaç istenen dikey pozisyona 10 sn içerisinde getirilmiştir. Tasarlanan denetleyicilerin gürbüzlüğü test edilmiştir. Doğrusal yöntemlerden PID ve tam durum geri-besleme yöntemleri karşılaştırıldıklarında tam durum geri-besleme yönteminin daha gürbüz olduğu görülmüştür. Tasarlanan bulanık mantık denetçisinin gürbüzlüğünü test etmek içinse, ters sarkaç sistemine dâhili (model parametrelerini değiştirerek) ve harici bozucu etkiler (harici kuvvetler uygulanarak) uygulanmıştır. Ters sarkaç sistemi bozucu etkiler altında gürbüz olarak çalışmaktadır.

DEVELOPMENT AND CONTROL OF THE NONLINEAR INVERTED PENDULUM SYSTEM

Selçuk KIZIR

Keywords: Inverted Pendulum System, PID, Full State Feedback, Fuzzy Logic, Energy, LQR, Control, Dspace.

Abstract: In this study, a real-time control of the cart-pole inverted pendulum system was developed. Inverted pendulum is very common and interesting nonlinear system in the control applications. Cart-pole inverted pendulum system was designed and tested. System equipments were explained and dynamic equations of the system obtained using Lagrangian method. In the system, pendulum is attached to the cart which can move in the limited horizontal track. Swing-up and stabilization of the inverted pendulum were implemented using different control methods. Swing-up algorithm was obtained using energy based a control method that uses strategic cart movements, a fuzzy logic controller and an energy based control function. For the stabilization of the inverted pendulum, PID, full state feedback and fuzzy logic control methods used. The controllers designed in the MATLAB-SIMULINK environment was embedded in a dSPACE DS1103 DSP controller board. Swing-up algorithms bring the pendulum near to its inverted position in 10 seconds from downward position. The designed controllers were tested for their robustness. If linear methods, PID and full state feedback are compared, full state feedback method was seen more robust than PID. In order to test the robustness of the fuzzy logic controller internal (changing model parameters) and external disturbances (applying external forces) were applied on the inverted pendulum. The inverted pendulum system was shown to be robust to the external and internal disturbances.

BÖLÜM 1

GİRİŞ

1.1 Amaç

Bu çalışmada, bir ters sarkaç sisteminin aşağı yöndeki başlangıç durumundan ters dikey duruma getirilmesi ve bu pozisyonda kontrol edilmesi anlatılmaktadır. Sisteme ait dinamiklerin teorik analizleri, kontrol yöntemleri, kullanılan aygıtlar ve uygulamanın gerçekleştirilmesi ana başlıklar altında incelenmektedir. Bu tezin amacı: arabalı ters sarkaç sistemi için çeşitli kontrol yöntemlerini incelemek, karşılaştırmak ve genel olarak ters sarkaç problemini anlamak ve gerçekleştirmektir.

Bu projenin önemli bir parçasını, kontrol uygulamalarının SIMULINK ortamında tasarlanması ve DS1103 dSPACE kontrolörü üzerinde gerçekleştirilmesi oluşturmaktadır. SIMULINK, sinyal işleme yöntemlerinin blok diyagramlarla temsil edilmesini sağlar ve kolayca görselleştirmeye izin vererek karmaşık kontrol algoritmalarının tasarımını kolaylaştırır. Kod parçaları yerine, SIMULINK blok bazında sezgisel ve organize çözüm sağlar.

1.2 Projenin Genel Tanımı

Çocukken bir çubuğu işaret parmağınızla ya da elinizin avuç içiyle dengede tutmaya çalıştığınızı hatırlıyor musunuz? Çubuğu dik olarak tutabilmek için elinizin pozisyonunu sürekli olarak ayarlamak zorundaydınız. Bir ters sarkaç sistemi temelde aynı şeyi yapar. Ancak eliniz bütün olası yönlere hareket edebilirken, ters sarkaç sadece tek yönde hareket etmektedir.

Elinizle tutmaya çalıştığınız çubuk gibi ters sarkaç sistemi de kararsız bir sistemdir. Kuvvet, sistemi dengede tutmak için doğru bir şekilde uygulanmalıdır. Bunu başarabilmek için doğru kontrol yapısı gereklidir. Ters sarkaç, çeşitli kontrol teorilerinin karşılaştırılmasında ve değerlendirilmesinde kullanılan başlıca deney düzeneğidir. Doğrusal olmayan ve kararsız bir sistem olan ters sarkaç sistemi, kontrol teorisi üzerinde çalışanların var olan çeşitli kontrol yöntemleri ya da kendilerinin geliştirdiği yeni yöntemleri uygulamak ve sonuçlarını incelemek için kontrol sistemleri alanında kullanılır. Ters sarkaç problemi, kontrol mühendisliği alanında eğitim vermek için kontrol edilmesi istenen en uygun sistemlerden biridir. Kontrol mühendisliği alanındaki öneminden dolayı, kontrol mühendisliği öğrencileri için ters sarkaç sistemi modelinin analiz edilmesi ve PID kontrol yöntemine göre bir doğrusal denetleyici tasarımları kaçınılmaz bir hale gelmiştir. Kararsız bir sistem olması sebebiyle, ters sarkaç sisteminin dinamiklerinin incelenmesi ve kontrolünün gerçekleştirilmesi çok yaygın kontrol problemlerinden biri olmuştur.

Ters Sarkaç Sisteminin uygulama alanlarını kısaca şu şekilde özetleyebiliriz:

Bir robot kolunun dinamiklerinin benzetimi:

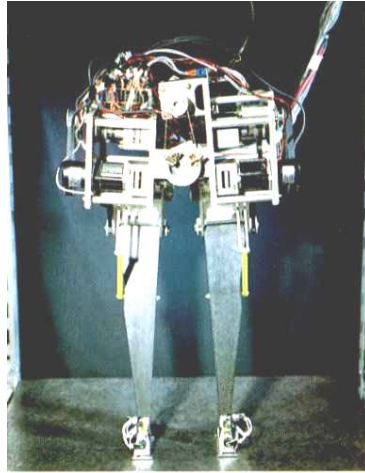
Ters sarkaç problemi robot kollarında var olan kontrol sistemlerine benzer. Ters sarkaç sisteminin dinamikleri, kol için etki merkezinin ağırlık merkezi altına inmesi koşulunda robot kolu dinamiklerinin benzetimini sağlar. Robot kolu bu koşul altında ters sarkaca çok benzer şekilde davranır.

Ayakta duran hareketsiz bir insanın modeli:

Ayakta kararlı şekilde durmayı koruma yeteneği insanların günlük aktiviteleri için büyük öneme sahiptir. Merkezi sinir sistemi duruş pozisyonunu kaydeder, vücudun pozisyonunu değiştirir ve dengeyi sürdürebilmek için kasları uyarır. Ters sarkaç sisteminin, insanın hareketsiz ayaktaki modeli için yeterli olduğu oldukça kabul görmüştür.

Roket, füzeler, uydular, zencefil ve diğer alanlardaki kullanımı:

Ters sarkaç sistemi, itme kuvvetinin uzun bir cismin altından uygulandığı roket ya da füzelerin güdümleri ile ilişkilidir. Benzer bir problemin anlaşılması, kendinden dengeleyicili bir ulaşım aracı olan zencefil teknolojisinde de görülmektedir. En büyük uygulamaları tersanelerdeki büyük kaldırma vinçleri üzerindedir. Konteynırlar ileri-geri hareket ettiklerinde, vinç kutuyu buna göre hareket ettirir ve böylece salınmaz ya da sallanmazlar. Hareket ettirildiğinde ya da durdurulduğunda bile her zaman operatörün kumandası altında mükemmel konumlarında kalmaya devam ederler. Bu alanların yanında, uyduların ek motorları, uçak veya helikopterlerin iniş sistemleri, gemide bir kabinin dengelenmesi, uçakların hava türbülansına girdiğinde dengelenmesi, iki ayaklı hareket sistemlerinin ve reaktörlerdeki nükleer yakıt çubuklarının dengelenmesi gibi uygulamalarda kullanılan bir modeldir.

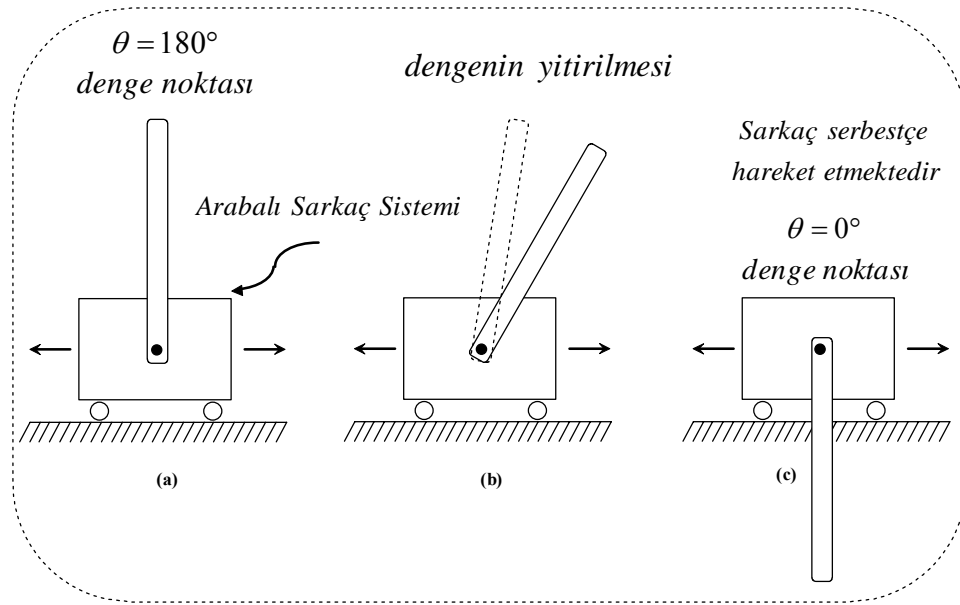


Şekil 1.1: Ters sarkaç sistemi ile modellenen iki ayaklı insansı robot



Şekil 1.2: Dinamiği ters sarkaç sistemi ile özdeş olan zencefil ulaşım aracı

Ters sarkaç sisteminde, sarkaç sınırlı uzunluktaki yatay yol boyunca bir motor tarafından hareket ettirilen taşıyıcı arabaya bağlıdır. Sarkaç ise serbestçe hareket edebilecek şekilde bu arabaya monte edilmiştir. Sistem iki denge noktasına sahiptir: Bunlardan ilki sarkacın yukarı yönlü dikey durumdaki kararsız olduğu nokta ve ikincisi ise sarkacın aşağıya doğru durduğu durumdaki kararlı noktadır. Şekil 1.3-a' da kararsız denge noktası, Şekil 1.3-b' de sarkacın herhangi bir bozucu etki durumunda denge noktasından uzaklaşması ve Şekil 1.3-c' de ise kararlı denge noktası görülmektedir.



Şekil 1.3: Denge noktaları

Literatürde, farklı yapılara sahip ters sarkaç sistemleri ve farklı kontrol yöntemleri çalışılmıştır. Yapısal açıdan ters sarkaç sistemleri şu şekilde gruplandırılabilir: tek çubuklu arabalı ters sarkaç sistemleri [1-20], çift çubuklu arabalı ters sarkaç sistemleri [21-24], tek ve çift çubuklu dönel ters sarkaç sistemleri [25-28], kuvvetin çubuğun ucuna bağlı olan bir tekerin dönmesi sonucu uygulandığı sarkaç sistemleri [29,30], tek kollu çiftli paralel çubuklu arabalı sarkaç sistemleri [31], gezgin ters sarkaç sistemleri [32], seri robotlarla kontrol edilen ters sarkaç sistemleri [33]. Uygulanan kontrol yöntemleri açısından ise şu şekilde sınıflandırılabilir: PID ve durum geri besleme gibi doğrusal yöntemler [1-9], genetik algoritmalar kullanılarak parametre tayini [10], yapay sinir ağları [11], enerji tabanlı [1, 12-13, 19-21, 27-28], bulanık mantık [1, 7, 14-18, 25], geri beslemeli doğrusallaştırma [2], kayan kipli denetim

[18] vb. gibi doğrusal olmayan yöntemler. Muskinja ve Tovornik [1] çalışmalarında tek çubuklu arabalı ters sarkaç sistemi üzerinde bulanık mantık ve enerji tabanlı kontrol yöntemlerini sarkacın yükseltilmesi için uygulamışlardır. Uyarlamalı-durum kontrolör yapısını ise sarkacın dengelenmesi için önermişlerdir. Benzetim ve deneysel sonuçlarını verdikleri çalışmalarında bulanık denetçinin enerji tabanlı kontrolöre göre avantajları olduğunu gözlemlemişlerdir. Nundrakwang ve arkadaşları [9] çalışmalarında sarkacın yükseltilmesi için PD konum kontrollü bir denetçi ve dengelenmesi içinse durum geri besleme yöntemlerini kullanmışlardır. Bugeja [2] çalışmasında, sakacın yükseltilmesi için sistem enerjisini de dikkate alarak geri beslemeli doğrusallaştırma tekniğini ve sarkacın dengelenmesi için durum geri besleme yöntemlerini inceleyerek melez yaklaşımı kullanmıştır. Ji, Lei ve Kin [16] ters sarkaç sisteminin sarkacın ters, evrik duruma getirilmesi ve dengelenmesi problemleri için geliştirdikleri bulanık mantık denetleyicisinin benzetim sonuçlarını sunmuşlardır. Magana ve Holzapfel [15] ters sarkaç sistemini görüntü geri beslemeli bulanık mantık denetçi ile denetlemişlerdir. Tang ve Shoaee [7] klasik kontrol teorisi ile bulanık mantık denetçilerini ters sarkaç sistemi üzerinde benzetim sonuçlarına göre karşılaştırmışlardır. Lozano, Fantoni ve Block [13] çalışmalarında ters sarkaç sisteminin iki probleminin kontrolü için enerji tabanlı bir denetleyici tasarlamışlardır. Sarkacı ters, evrik konumuna araç konumunu da kontrol ederek ulaştırılmasını ve dengelenmesini benzetim ve deneysel sonuçlarla açıklamışlardır.

Ters sarkaç sisteminin çözülmesi gereken iki kontrol problemi vardır: Sarkacın aşağı yöndeki başlangıç durumundan ters dikey pozisyona getirilmesi ve bu konumda dengelenmesi. Ayrıca, bu kontrol algoritmalarının SIMULINK ortamında gerçekleştirilmesi önemlidir.

Bu çalışmada, sarkacın aşağı yöndeki başlangıç durumundan ters dikey pozisyona getirilmesi üç farklı yöntem kullanılarak gerçekleştirilmiştir. İlk yöntem, stratejik araba hareketlerini kullanarak kademeli olarak sarkaca enerji ekler. Bu işlem, sarkaç açısına bağlı olarak arabanın yer değiştirmesini gerektirir. Bu hareket öyle olmalıdır ki, tutarlı ve etkili olacak şekilde sarkaç üzerinde iş yapılmalıdır. Ayrıca kademeli olarak araba hızının azaltılması önemlidir, böylece yükseltme işlemi sarkacı ters pozisyonuna düşük açısız hız ile ulaştırır. İkinci kontrol yöntemi ise ilk kontrol

yönteminin kurallarını kullanarak bulanık mantık denetleyici olarak tasarlanmıştır. Üçüncü yöntem ise, sistemdeki enerji miktarını kontrol etmektedir. Sistemdeki enerji, geri besleme kullanılarak istenen bir değere getirilebilir. Üst denge noktasına karşılık düşen yeterli miktardaki enerji sisteme eklenerek, sarkaç kararsız üst denge noktasına yükseltilebilir.

Genellikle ters sarkaç sistemlerinin kontrolünde melez kontrol yaklaşımı kullanılır. Melez yaklaşım iki adımdan oluşur: Sarkacın aşağı yöndeki başlangıç durumundan ters dikey pozisyona getirilmesi ve dengelenmesi işlemleri. İlk işlemin amacı yukarıda bahsedildiği gibi sarkacı durağan halde bulunduğu alt denge noktasından ya da herhangi bir açı ve açısal hıza sahip olması durumlarında üst denge noktası civarına, dengeleme denetleyicisinin çalışma aralığına ulaştırmaktır. Dengeleme işleminde, sarkaç sınırlı bir yol boyunca dengede tutulur. Melez yaklaşımında, denetleyici hangi yöntemin çalıştırılması gerektiğine sarkaç açısına göre karar verir. Sarkacın ters durumda dengelenmesi birkaç yöntemle sağlanabilir. Bu çalışmada istenilen cevabı sağlayabilmek için PID, tam durum geri besleme ve bulanık mantık yöntemleri kullanılmıştır. PID kontrol yönteminde sadece sarkaç dengelenmeye çalışılmıştır, tam durum geri besleme yöntemiyle LQR-“Linear Quadratic Regulator” (doğrusal kuadratik düzenleyici) optimum tasarım aracı kullanılarak kontrol edilen sistem kutupları hızlı ve kararlı bir cevap verecek şekilde yerleştirilir. Doğrusal kontrol yöntemlerinin yanı sıra doğrusal olmayan kontrol yöntemi olarak bulanık mantık denetleyicisi kullanılarak sarkaç açısı ve araba pozisyonu kontrol edilmiştir.

SIMULINK uygulamaları, özel SIMULINK tekniklerinin araştırılmasını gerektirir. PID, tam durum geri besleme kontrol yöntemleri SIMULINK ortamı için uygunken, sarkacın aşağı yöndeki başlangıç durumundan ters dikey pozisyona getirilmesi işlemi (ilk iki yöntem) daha kolay bir şekilde program kodu ile yapılabilecek bazı mantık işlemleri içerir. SIMULINK’e uyum sağlama, mevcut sistem durumunu tanımlayan değişkenlerin bazı bilgilerinin üretilmesini gerektirir. Bu değişkenler mevcut eylemi belirleyebilmek için mantıksal operatörlerle işleme tabi tutulur. SIMULINK uyarlaması kısmen karışıktır. Ancak SIMULINK uygulaması birçok alandaki program yazmaya göre üstündür.

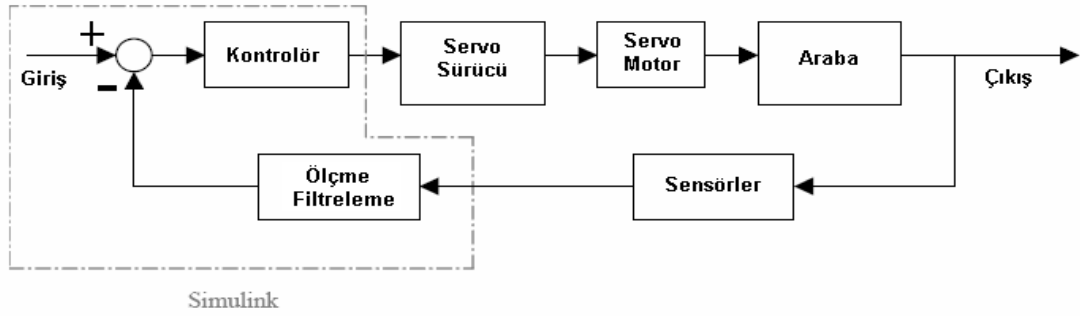
1.3 Tezin İÇeriği

Bu tezin bölümleri, yapılan projenin hem teorik hem de deneysel bakış açılarını kapsamaktadır. Bölüm 2 başlığı altında kullanılan aygıtlar, sistemin genel yapısı ve tasarlanan motor sürücüsü ara kontrol kartı açıklanmaktadır. Bölüm 3 sistem dinamiklerinin teorik tartışmasını içermektedir. Bu analiz, sistem modelleme, kontrolör tasarımı ve arabalı sarkaç sisteminin genel yapısını anlamak için gereklidir. Bölüm 4 ters sarkaç sisteminin kontrol problemleri olan sarkacın yükseltilmesi ve dengelenmesi için kontrolör tasarımlarını araştırmaktadır. Sarkacın $\theta = 0^\circ$ 'den $\theta = 180^\circ$ 'ye yükseltilmesi bölüm 4.1'de ele alınmıştır ve uygulanan üç yöntemi içerir. Sarkacın dengelenmesi PID, durum geri besleme ve bulanık denetleyici yapıları bölüm 4.2'de ele alınmıştır. Son olarak, bölüm 5 gerçekleştirilen denetleyici yapılarının birbirleri ile kıyaslanmasını ve daha ileri uygulamalar için öneriler vermektedir. Ek-A kullanılan MATLAB program parçalarını ve ek-B kullanılan servo motora ait katalog bilgilerini içermektedir.

BÖLÜM 2

TERS SARKAÇ SİSTEMİ BİLEŞENLERİ

Ters sarkaç sistemi, hareketi sağlayan, kuvveti uygulayan, durum değişkenlerini ölçen ve istenen kontrol yöntemlerini uygulayan çeşitli kısımlardan oluşur. Şekil 2.1’de sisteme ait genel blok diyagram görülmektedir. Kontrolör ve sinyal işleme işlemleri için dSPACE DS1103 kontrolcüsü SIMULINK ortamında kullanılmıştır. Sisteme gerekli kuvveti uygulamak için arabaya kayışla bağlanan 400W gücünde 3 fazlı METRONIX firmasına ait servo motor ve yine aynı firmaya ait olan servo motor sürücüsü kullanılmıştır. Arabanın pozisyonu ölçmek için 1024 darbe/tur ve sarkacın açısını ölçmek için 1000 darbe/tur oranına sahip optik kodlayıcılar (encoder) kullanılmıştır. Arabanın hızı ve sarkacın açısal hız değerleri ise nümerik olarak elde edilmiştir. Böylece arabanın konumu için $124 \mu\text{m}$ ve sarkacın açısı için $6,28 \times 10^{-3}$ radyan ya da $0,36^\circ$ çözünürlük sağlanmıştır.

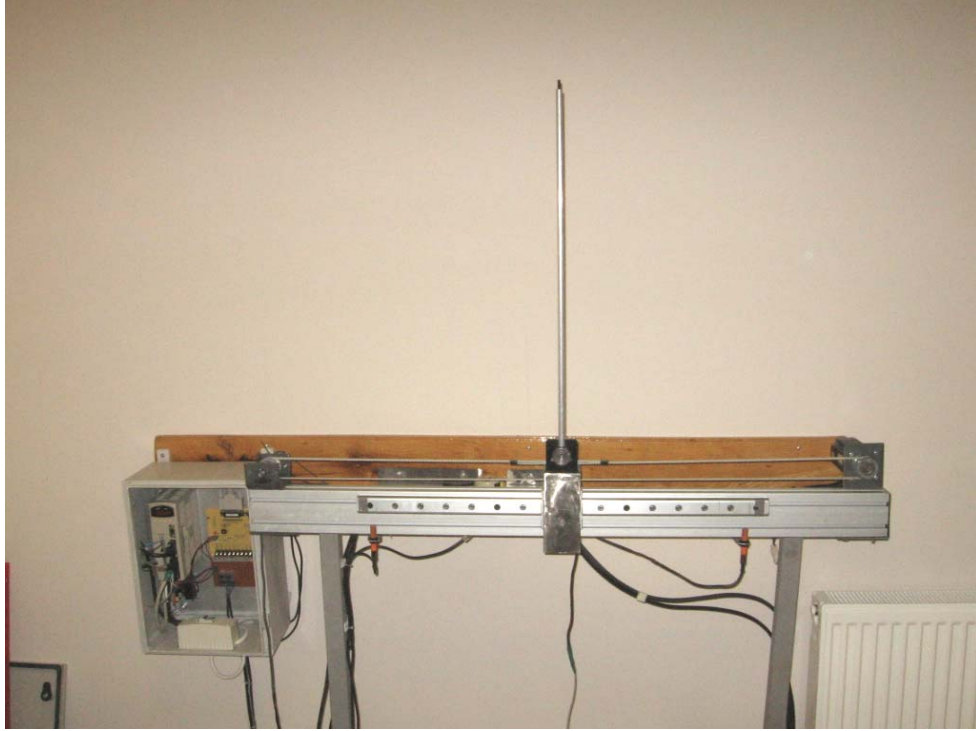


Şekil 2.1: Ters sarkaç sistemi blok diyagramı

Gerçekleştirilen ters sarkaç sistemine ait fotoğraf Şekil 2.2’de görülmektedir. Çubuğun kütlesi ve sarkacın ağırlık merkezinden kaynaklanan ataleti küçüktür ve ihmal edilebilir. Böylece sarkaç, kütle merkezinin uzaklığı $l=0.325$ m olan ağırlıksız çubuk üzerinde $m=0.2$ kg ağırlığında noktasal kütle olarak kabul edilmiştir. Sarkaç hareket edebilen arabaya bir optik kodlayıcı ile bağlanmıştır, böylece sarkaç çok

küçük bir sürtünme ile (0.001 N/m/sn) dönebilmektedir. Yatay eksen üzerinde 70 cm mesafe içerisinde araba tek yönde hareket edebilmektedir. Arabanın kütlesi ise $M=1.095$ kg olarak ölçülmüştür ve yatay eksenle arasındaki viscous sürtünme katsayısı servo motor kullanıldığı için $c=0.001$ N/m/sn olarak kabul edilmiştir. Sürtünme katsayıları hıza bağlı olarak değiştiğinden kesin bir değer elde etmek pek mümkün değildir.

Arabanın konumu (x) ve sarkacın açısal konumu (θ) direkt olarak geri beslenmişlerdir. Arabanın hızı ve sarkacın açısal hızı ise ölçülen konum bilgilerinin türevlerinin alınması ile nümerik olarak elde edilmiştir.



Şekil 2.2: Arabalı ters sarkaç sistemi deney düzeneği

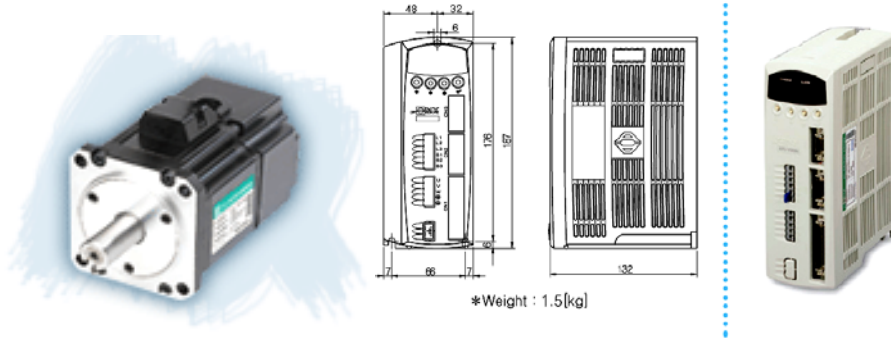
Kontrol uygulamaları ve sinyal işleme işlemleri için MATLAB-SIMULINK yazılımı ile dSPACE kontrolörü kullanılmıştır. dSPACE kontrolör sistemi Şekil 2.3'te görüldüğü gibi DS1103 kontrolör kartı, CLP1103 giriş-çıkış arabirimi, DS817 bağlantı kartı ve uyumlu bir bilgisayardan oluşmaktadır. Geri besleme sinyallerini kullanmak, kalibre etmek ve hem sarkacın ters konuma getirilmesi hem de doğrusal kontrolör uygulamaları için SIMULINK kullanılmıştır.



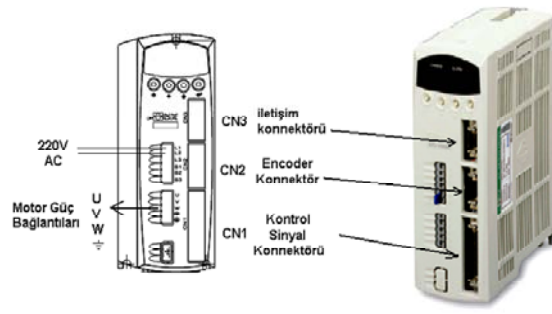
Şekil 2.3: dSPACE sistemi

2.1 Servo Motor Sürücüsü Bağlantı Şeması ve Kontrol Kartı

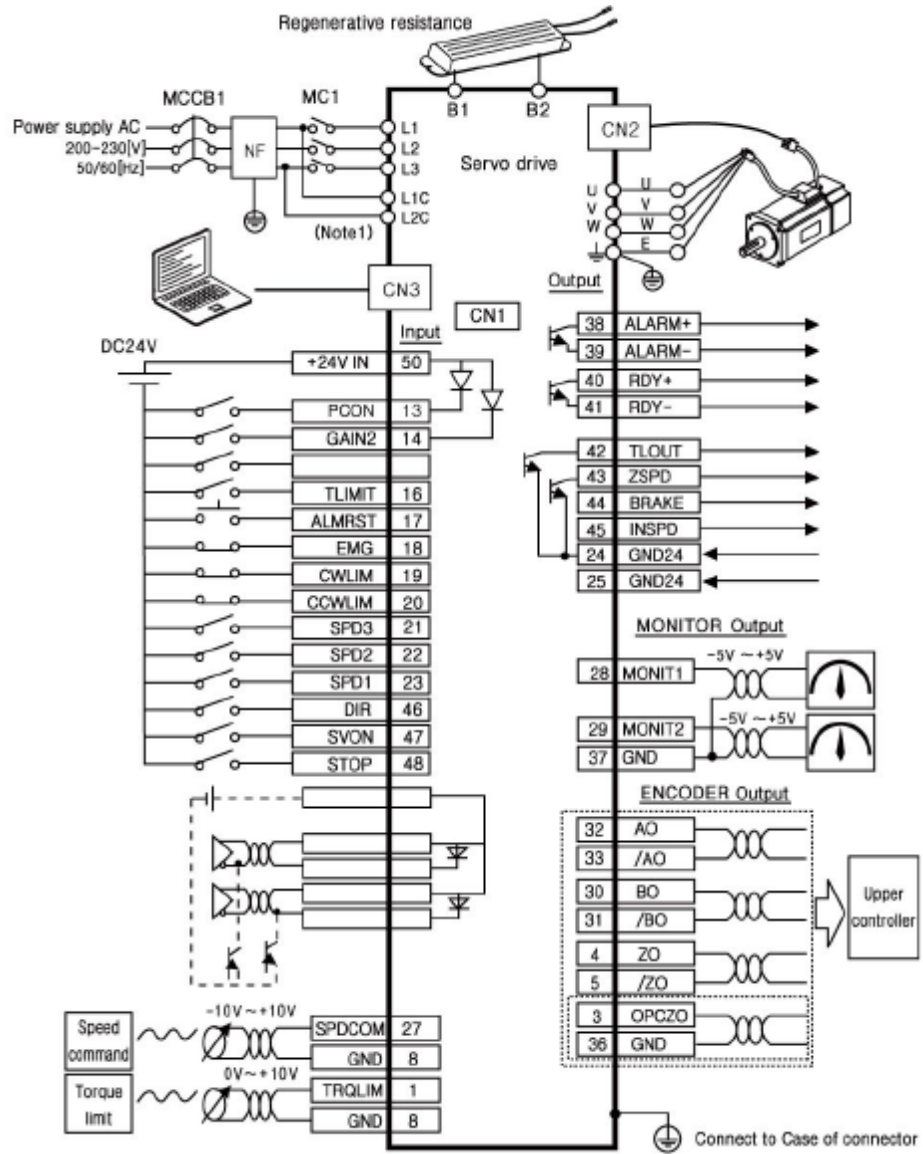
Kullanılan servo motor, sürücüsü ve sürücü üzerinde bulunan bağlantı noktaları Şekil 2.4 ve 2.5'te görülmektedir. Motor hız, pozisyon ve tork modlarında çalışabilmektedir ve Şekil 2.6'da hız çalışma moduna ait kontrol sinyali girişleri gösterilmiştir.



Şekil 2.4: Kullanılan servo motor ve sürücüsü



Şekil 2.5: Sürücü bağlantı noktaları

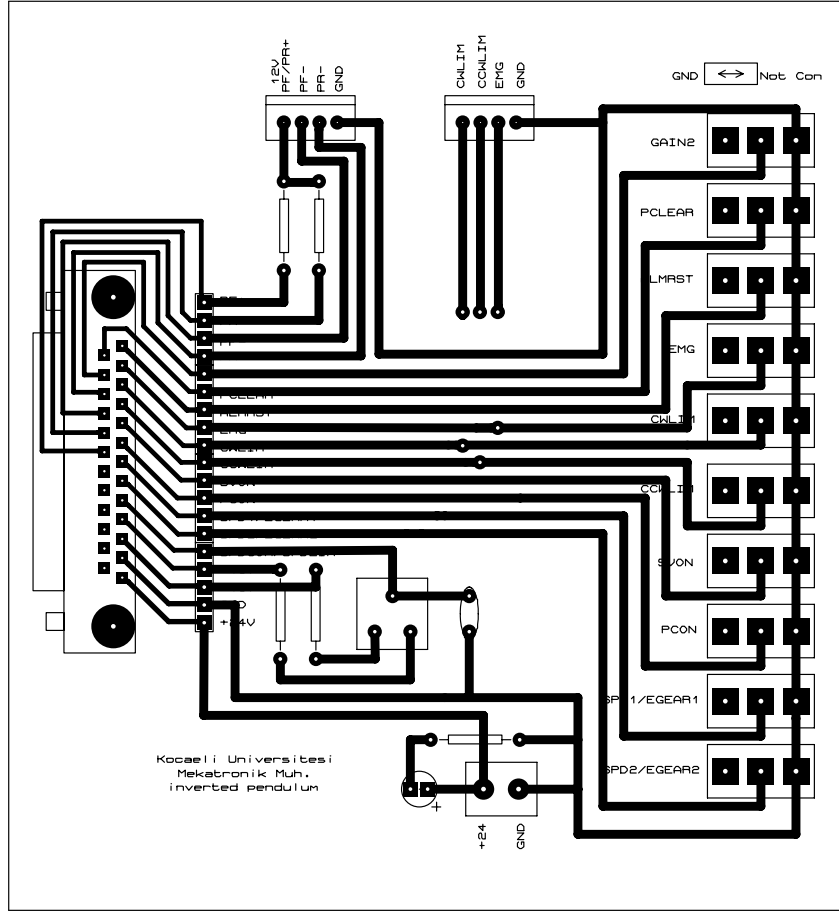


Şekil 2.6: Hız çalışma modu kontrol uçlarının bağlantı şeması

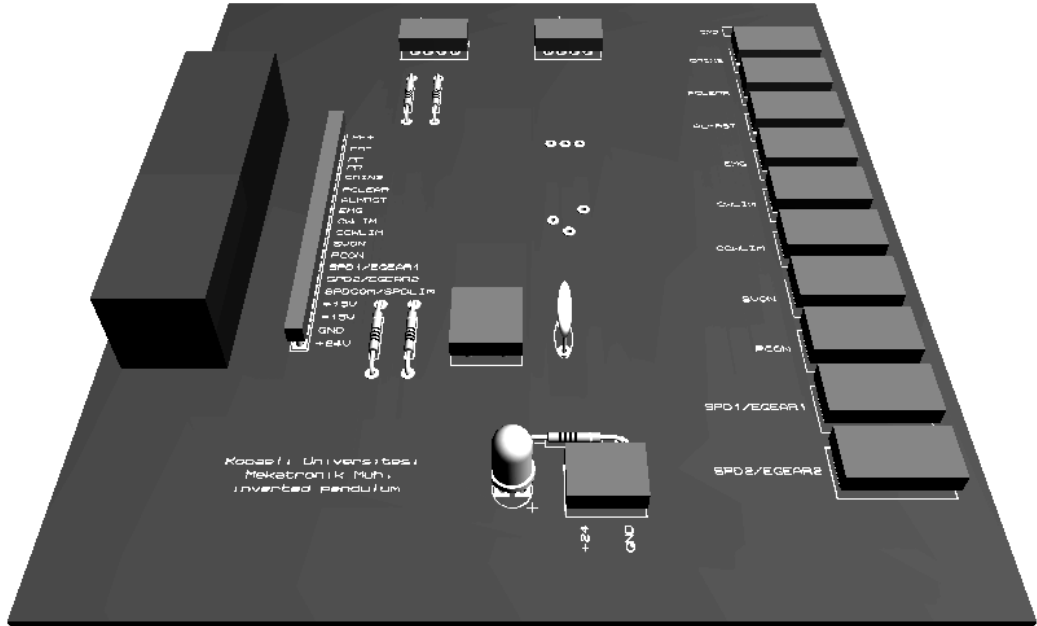
Tablo 2.1: Sürücü kontrol uçları ve görevleri

Pin no	İsim	Görevi
50	+24V in	+24 V besleme girişi (input contact +24V power supply)
13	PCON	P kontrol çalışma (P control operating)
14	GAIN2	Kazanç 2 seçimi (selecting gain 2)
15	PCLEAR	Giriş darbesini sil (input pulse clear)
16	TLIMIT	ON:TRQLIM değeri ile tork limit (torque limit by TRQLIM value) OFF: Parametre ile tork limit (torque limit by parameter)
17	ALMRST	Alarm sıfırla (Reset at ALARM)
18	EMG	Acil dur (Emergency stop)
19	CWLIM	Saat yönü sınırlandırıcı (Prohibit CW rotating)(reverse direction)
20	CCWLIM	Saat yönü tersi sınırlandırıcı (Prohibit CWW rotating)(forward direction)
21	SPD3	Hız 3 seçimi (selecting speed3)
	MODE	Kontrol modu değişimi (switching control mode)
22	SPD2	Hız 2 seçimi (selecting speed2)
	EGEAR2	Elektronik dişli oranı 2 seçimi (switching electronic gear ratio2)
23	SPD1	Hız 1 seçimi (selecting speed1)
	EGEAR1	Elektronik dişli oranı 1 seçimi (switching electronic gear ratio1)
46	DIR	Dönüş yönü seçimi (selecting rotating direction)
47	SVON	Servo çalışma (servo operating)
48	STOP	Motor dur (motor stop)

Servo motor sürücüsünün hız çalışma moduna ait kontrol sinyalleri uç numaraları, isimleri ve görevleri Tablo 2.1’de verilmiştir. Bu görevleri yerine getirebilmek için üst kontrolör ile servo motor sürücüsü arasına bir kontrol kartı tasarlanmıştır ve bu karta ait baskı devre şeması ve devrenin üst görünüşü Şekil 2.7 ve 2.8’de gösterilmiştir.



Şekil 2.7: Kontrol kartına ait baskı devre şeması



Şekil 2.8: Kontrol kartına ait üst görünüş

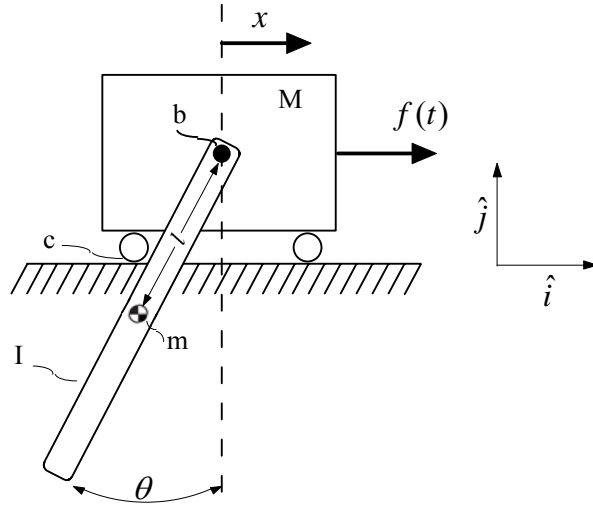
BÖLÜM 3

MODELLEME

Sistemi modellemenin amacı, sistemi doğru ve tam olarak tanımlayan matematiksel denklemini elde etmektir. Bu eşitlik elde edildiğinde, sistemin sabitleri denklemlerde yerlerine koyulduklarında sistemin çalışma şeklinin anlaşılmasını sağlarlar. Sistem dinamiklerini tanımlayan denklemleri bulabilmek için enerji tabanlı Lagrangian yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem, doğrudan kuvvetleri ve momentleri hesaplamaz, bunun yerine geliştirilmiş kuvvetler cinsinden ifade edilen kinetik ve potansiyel enerji farkını kullanır. Öncelikle sistemdeki kinetik ve potansiyel enerji hesaplanarak Lagrangian elde edilir. En sonunda ise hareket denklemleri elde edilir. Şekil 3.1’de ters sarkaç sisteminin matematiksel modelinin çıkartılmasında kullanılan şema görülmektedir. Arabalı sarkaç sisteminin dinamiklerinin anlaşılması bu proje için gereklidir. Bu bölüm içerisinde durum denklemlerinin çıkartılması için Lagrangian yöntemi kullanılarak teorik bir analiz sunulmuştur. Bulunan değerler, sarkacın alt ve üst çalışma noktaları etrafında doğrusallaştırılmış ve transfer fonksiyonları bulunmuştur. Bu yaklaşım, sistem dinamikleri hakkında açıklayıcı bilgiler üretir. Bu bölümde vektör ve matris büyüklükler koyu karakter kullanılarak gösterilmiştir.

3.1 Sistemin Dinamik Denklemlerinin Çıkarılması

Arabalı sarkaç sisteminin tam teorik modeli Lagrangian dinamiği kullanılarak elde edilebilir. Öncelikle geliştirilmiş koordinatlar seçilir ve daha sonra geliştirilmiş kuvvetler, enerji fonksiyonları ve Lagrangian için ifadeler çıkartılır. Sonunda, Lagrange denklemlerini kullanarak hareket denklemleri elde edilir. Analizde kullanılacak sistem modeli ve koordinat sistemi aşağıdaki şekilde görülmektedir.



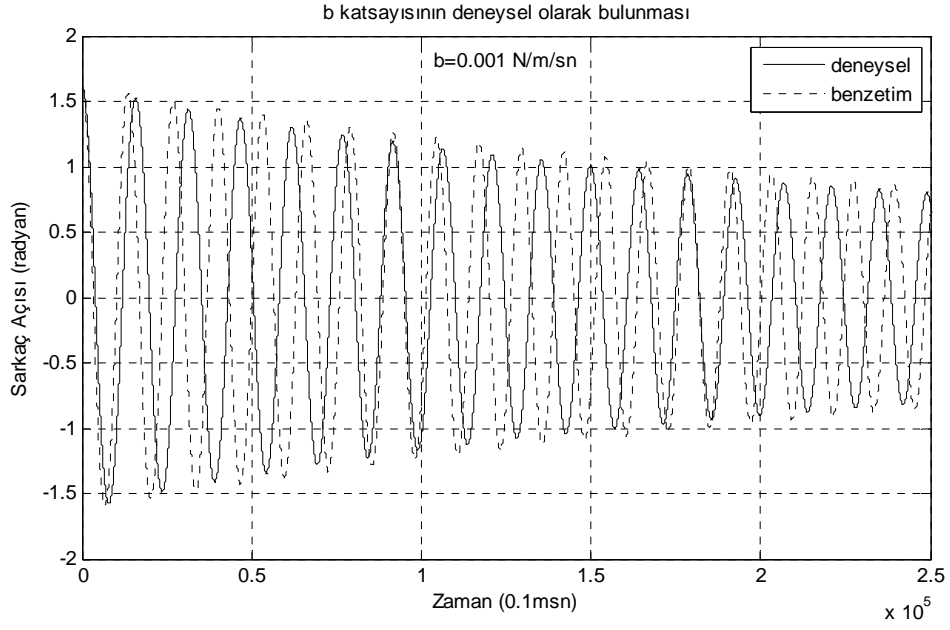
Şekil 3.1: Arabalı ters sarkaç sistemi modeli

Model Parametreleri:

- g Yer çekim ivmesi: $g=9.81 \text{ m/s}^2$
- m Sarkacın kütlesi: $m=0.2 \text{ kg}$
- M Arabanın kütlesi: $M=1.095 \text{ kg}$
- I Sarkacın kütle merkezinin uzaklığı: $I=0.325 \text{ m}$
- b Sarkaç ile araba arasındaki viscous sürtünme katsayısı: $b \approx 0.001 \text{ N/rad/sn}$
- c Araba ile yüzey arasındaki viscous sürtünme katsayısı: $c \approx 0.001 \text{ N/m/sn}$
- I Sarkaca ait atalet momenti: $I \approx 0$

Sisteme ait uzunluk ve kütle gibi fiziksel özellikler ölçülerek kolay bir şekilde belirlenmişlerdir. Diğer sistem parametrelerinin belirlenmesi ise bu kadar kolay olmamaktadır. b viscous sürtünme katsayısını bulabilmek için belirli başlangıç açısıyla serbest bırakılan sarkacın, açısının zamanla değişimi deneysel olarak ölçülmüştür ve sistemin doğrusal olmayan modelini kullanarak benzetim sonuçları karşılaştırılmıştır. Buna göre, $b \approx 0.001 \text{ N/m/sn}$ için deneysel ve benzetim sonuçları Şekil 3.2'de görülmektedir. Şekil incelendiğinde sonuçların belirlenen katsayı için örtüştüğü görülmektedir.

Sistemde servo motor, sürücüsü ve tekerlekli-raylı sistem kullanıldığı için diğer viscous sürtünme katsayısı, c 'nin değeri ihmal edilebilir düzeydedir ve değerinin b katsayısı ile eşit olduğu kabul edilmiştir.



Şekil 3.2: b katsayısının deneysel ve benzetim sonuçlarının karşılaştırılarak belirlenmesi

Tanımlamalar:

KE: Kinetik Enerji

PE: Potansiyel Enerji

$\frac{\partial}{\partial t}$: t'ye göre kısmi türev, diğer tüm değişkenler sabit olarak alınır

$\frac{d}{dt}$: t'ye göre tam türev

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} + \dots$$

L: Lagrangian=KE-PE

İşlem Sırası:

1) Sistemdeki kinetik ve potansiyel enerji tanımlanır.

2) Lagrangian alınır.

$$L=KE-PE$$

3) Son olarak x_i durumu için F_i girişi bulunur.

$$F_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_i}$$

Genelleştirilmiş Koordinat Sistemi:

Arabalı ters sarkaç sistemi iki serbestlik derecesine sahiptir ve bu yüzden iki genelleştirilmiş koordinat sistemi ile tamamen temsil edilebilir. Bu analiz için genelleştirilmiş koordinatlar arabanın yatay yer değişimi, x ve sarkacın dönel yer değişimi, θ olarak seçilmiştir:

$$\xi_j : x, \theta \quad (3.1)$$

x 'in pozitif yönü sağa doğru ve θ 'nın pozitif yönü saat yönünde olacak şekilde seçilmiştir. Pozitif θ saat yönünde seçilmiştir, böylece sarkaç ters konumunda iken x ve θ sağa doğru ölçülürler.

$$\xi_j : \delta x, \delta \theta \quad (3.2)$$

Genelleştirilmiş Kuvvetler:

Ξ_j ile ifade edilen genelleştirilmiş kuvvetler yapılan işten çıkartılabilir:

$$\delta W = \sum_{i=1}^N \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{R}_i = \sum_{j=1}^n \Xi_j \delta \xi_j \quad (3.3)$$

Burada, \mathbf{R}_i pozisyon vektörüdür. Bu durumda genelleştirilmiş kuvvetler, giriş kuvveti ve sistemdeki sürtünme kuvvetlerinin sonucudur:

$$\delta W = f(t)\delta x - c\dot{x}\delta x - b\dot{\theta}\delta\theta \quad (3.4)$$

Denklem 3.3 ve 3.4 karşılaştırıldıklarında, genelleştirilmiş kuvvetler:

$$\begin{aligned} \Xi_x &= f(t) - c\dot{x} \\ \Xi_\theta &= -b\dot{\theta} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Kinetik ve Potansiyel Enerji Fonksiyonları:

Araba için kinetik enerji fonksiyonu basitçe,

$$T_M^* = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (3.6)$$

Sarkaç için kinetik enerji fonksiyonları:

$$KE_m = \frac{1}{2} m \mathbf{V}_c \cdot \mathbf{V}_c + \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (3.7)$$

Burada I sarkaca ait atalet momenti ve V_c sarkacın hızıdır. Bu hız sarkacın kütle merkezinin konumuyla ilişkilidir:

$$\mathbf{r}_c = (x - l \sin \theta) \hat{\mathbf{i}} - l \cos \theta \hat{\mathbf{j}} \quad (3.8)$$

ve

$$\mathbf{V}_c = \frac{d\mathbf{r}_c}{dt} = (\dot{x} - l \cos \theta \dot{\theta}) \hat{\mathbf{i}} + l \sin \theta \dot{\theta} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.9)$$

Açısal hız ise basitçe:

$$\omega = \dot{\theta} \quad (3.10)$$

Denklem 3.9 ve 3.10 denklem 3.7'de yerine konulup düzenlenirse:

$$KE_m = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 - 2\dot{x}l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \cos^2 \theta \dot{\theta}^2 + l^2 \sin^2 \theta \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad (3.11)$$

Basitleştirilirse:

$$KE_m = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 - 2\dot{x}l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad (3.12)$$

Toplam kinetik enerji ise:

$$KE = KE_m + KE_M = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 - 2\dot{x}l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad (3.13)$$

Araba yalnızca yatay ekseninde hareket ettiği için sistemin potansiyel enerjisini sarkaç belirler:

$$PE = -mgl \cos \theta \quad (3.14)$$

Lagrangian:

Kinetik ve potansiyel enerji fonksiyonlarından lagrangian:

$$L = KE - PE \quad (3.15)$$

Denklem 3.13 ve 3.14 kullanılarak:

$$L = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 - 2\dot{x}l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + mgl \cos \theta \quad (3.16)$$

Lagrangian Denklemleri:

Durum denklemleri Lagrange denklemi kullanılarak bulunur:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} = \Xi_j \quad (3.17)$$

x durum değişkeni için 3.17 eşitliği uygulandığında:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} = \Xi_x \quad (3.18)$$

3.16 denklemi kullanılarak yukarıdaki denklem uygulanırsa:

$$\frac{d}{dt} (M\dot{x} + m\dot{x} - ml \cos \theta \dot{\theta}) - 0 = f(t) - c\dot{x} \quad (3.19)$$

Uygulanırsa:

$$(M + m)\ddot{x} - ml \cos \theta \ddot{\theta} + ml \sin \theta \dot{\theta}^2 = f(t) - c\dot{x} \quad (3.20)$$

θ durum değişkeni için 3.17 eşitliği uygulandığında:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = \Xi_{\theta} \quad (3.21)$$

3.16 denklemini kullanılarak yukarıdaki denklem uygulanırsa:

$$\frac{d}{dt} (-m\dot{x} \cos \theta + ml^2 \dot{\theta} + I\dot{\theta}) - (m\dot{x} \sin \theta \dot{\theta} - mgl \sin \theta) = -b\dot{\theta} \quad (3.22)$$

Uygulanırsa:

$$(ml^2 + I)\ddot{\theta} - m\ddot{x} \cos \theta + m\dot{x} \sin \theta \dot{\theta} - m\dot{x} \sin \theta \dot{\theta} + mgl \sin \theta = -b\dot{\theta} \quad (3.23)$$

Basitleştirerek ve tekrar düzenlenerek sistem denklemleri:

$$\begin{aligned} (M + m)\ddot{x} - ml \cos \theta \ddot{\theta} + ml \sin \theta \dot{\theta}^2 &= f(t) - c\dot{x} \\ (ml^2 + I)\ddot{\theta} - m\ddot{x} \cos \theta + mgl \sin \theta &= -b\dot{\theta} \end{aligned} \quad (3.24)$$

elde edilir.

3.2 Doğrusallaştırma ve Transfer Fonksiyonlarının Elde Edilmesi

Denklem 3.24 ile elde ettiğimiz sistemi tanımlayan denklemlerin doğrusal olmadıkları görülmektedir ve bu sebeple analiz, benzetim ve kontrolör tasarımının yapılabilmesi için denklemlerin doğrusallaştırılmaları gerekmektedir. Sistem iki denge noktasına sahiptir: $\theta = 0$ (sarkaç aşağı yönde ve sistem kararlı) ve $\theta = \pi$ (sarkaç yukarı yönde ve sistem kararsız). Yüksek dereceli terimler ihmal edilerek 1. dereceden Denklem 3.26 ile ifade edilen Taylor serisi açılımı Denklem 3.24'e uygulanırsa:

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0 + \varepsilon \\ \dot{\theta} &= \dot{\varepsilon} \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$f(\theta) \cong f(\theta_0) + \left. \frac{df}{d\theta} \right|_{\theta=\theta_0} (\theta - \theta_0) \quad (3.26)$$

$$\dot{\varepsilon}^2 \approx 0 \quad (3.27)$$

3.2.1 Sarkaç aşağı yönde ($\theta = 0$)

$\theta = 0$ için birinci dereceden Taylor serisi açılımı:

$$\begin{aligned}\cos \theta &\approx \cos(0) + \theta[-\sin(0)] = 1 \\ \sin \theta &\approx \sin(0) + \theta[\cos(0)] = \theta\end{aligned}\quad (3.28)$$

Yapılan doğrusallaştırmalar yüksek dereceli ifadeler ihmal edilerek sistem denklemlerinde yerlerine konursa:

$$\begin{aligned}(M + m)\ddot{x} + c\dot{x} - ml\ddot{\theta} &= f(t) \\ -ml\ddot{x} + (ml^2 + I)\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + mgl\theta &= 0\end{aligned}\quad (3.29)$$

Laplace dönüşümü yapılırsa:

$$\begin{aligned}(M + m)s^2 X(s) + csX(s) - mls^2\theta(s) &= F(s) \\ -mls^2 X(s) + (ml^2 + I)s^2\theta(s) + bs\theta(s) + mgl\theta(s) &= 0\end{aligned}\quad (3.30)$$

$\theta(s)$ ve $X(s)$ denklemlerden çekilerek düzenlenirse:

$$\begin{aligned}G_1(s) &= \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{a_2s^2 + a_1s + a_0}{b_4s^4 + b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s} \\ G_2(s) &= \frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{c_2s}{b_4s^3 + b_3s^2 + b_2s + b_1}\end{aligned}\quad (3.31)$$

$$\begin{aligned}a_2 &= ml^2 + I \\ a_1 &= b \\ a_0 &= mgl \\ b_4 &= (M + m)(ml^2 + I) - m^2l^2 \\ b_3 &= (M + m)b + (ml^2 + I)c \\ b_2 &= (M + m)mgl + bc \\ b_1 &= mglc \\ c_2 &= ml\end{aligned}\quad (3.32)$$

Sarkaç, noktasal kütle olarak modellendiği ve ağırlıksız çubuktan oluştuğu kabul edildiği için atalet momenti yoktur. Bu yaklaşım transfer fonksiyonlarına uygulanırsa:

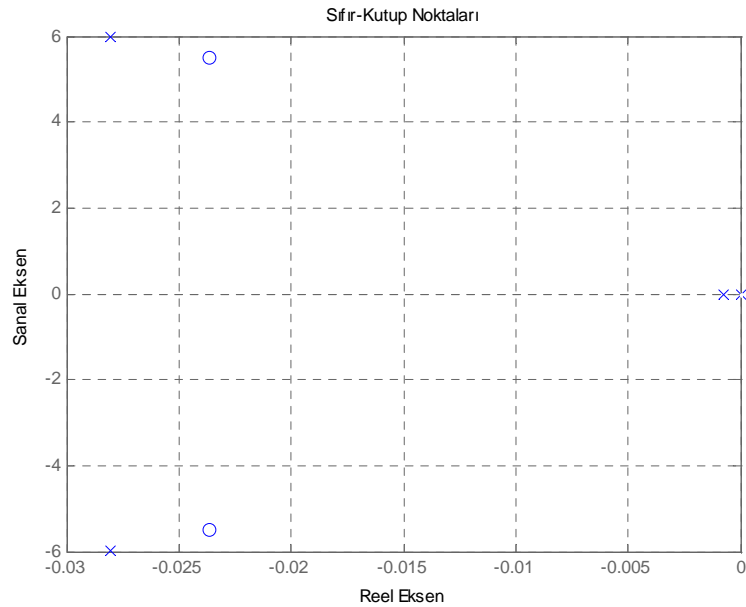
$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{ml^2s^2 + bs + mgl}{Mml^2s^4 + [(M+m)b + ml^2c]s^3 + [(M+m)mgl + bc]s^2 + mgls} \quad (3.33)$$

$$\frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{mls}{Mml^2s^3 + [(M+m)b + ml^2c]s^2 + [(M+m)mgl + bc]s + mglc}$$

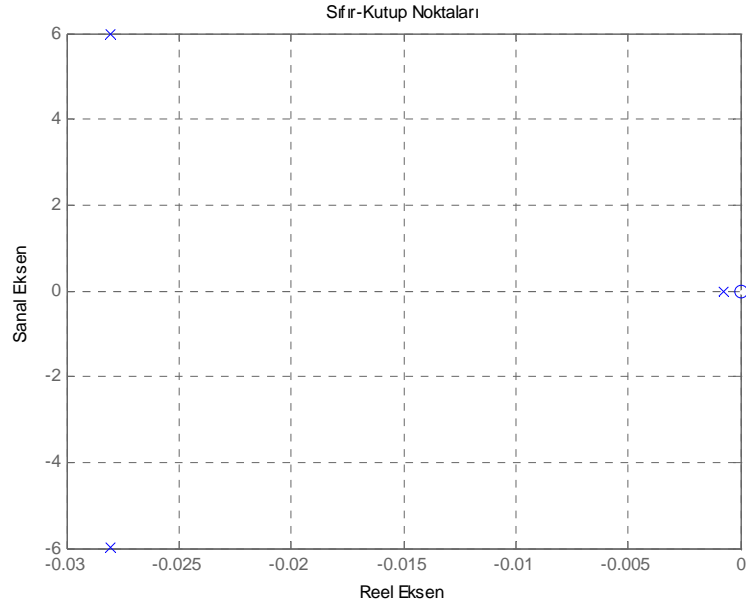
$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{0.02113s^2 + 0.001s + 0.6374}{0.02313s^4 + 0.001316s^3 + 0.8255s^2 + 0.0006374s} \quad (3.34)$$

$$\frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{0.065s}{0.02313s^3 + 0.001316s^2 + 0.8255s + 0.0006374}$$

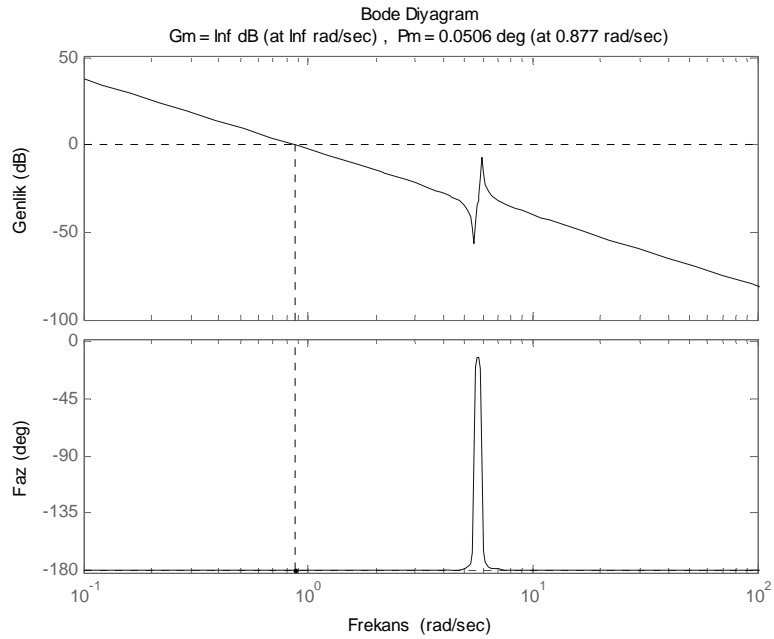
Transfer fonksiyonlarına ait sıfır-kutup noktaları ve bode diyagramları aşağıdaki şekillerde görülmektedir. Şekil 3.3'te Denklem 3.34 ile verilen konum-kuvvet transfer fonksiyonuna ait sıfır-kutup çiziminden görüldüğü üzere, dört kutuptan biri reel eksen, ikincisi sıfırda ve fonksiyonun iki sıfırı ile beraber diğer iki kutup karmaşık düzlem üzerinde bulunmaktadır.



Şekil 3.3: Alt denge noktası için $X(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun sıfır-kutup noktalarının gösterimi



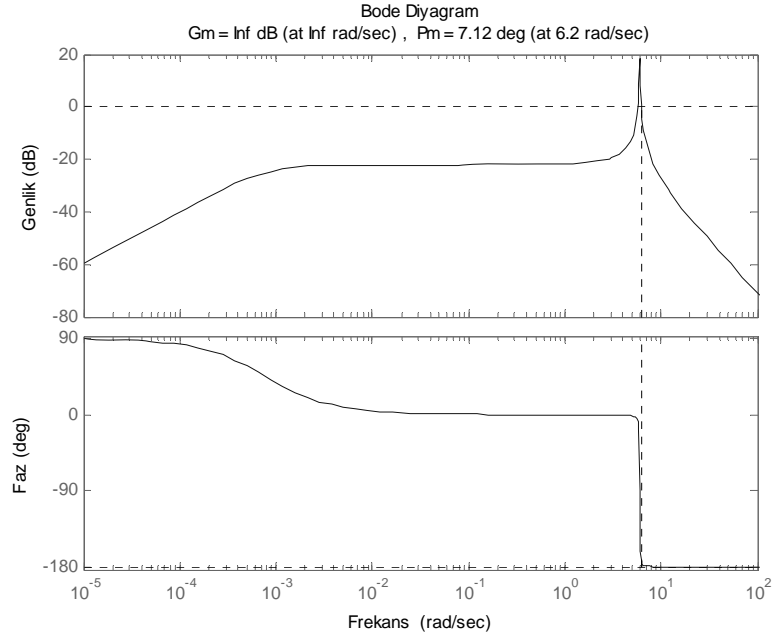
Şekil 3.4: Alt denge noktası için $\theta(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun sıfır-kutup noktalarının gösterimi



Şekil 3.5: Alt denge noktası için $X(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun bode diyagramı

Şekil 3.4'de Denklem 3.34 ile verilen aç-kuvvet transfer fonksiyonuna ait sıfır-kutup çiziminden görüldüğü üzere, üç kutuptan biri reel eksen, diğer iki kutup karmaşık düzlem üzerinde ve bir sıfır ise sıfır noktasında bulunmaktadır. Şekil 3.5 ve 3.6'da ise elde edilen transfer fonksiyonlarına ait bode diyagramları görülmektedir. Faz

marjinlerinin oldukça düşük oldukları görülmektedir, bu nedenle 30-60° aralığında olması istenen faz marjinleri alt denge noktası için düzeltiler.



Şekil 3.6: Alt denge noktası için $\theta(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun bode diyagramı

3.2.2 Sarkaç yukarı yönde ($\theta = \pi$)

$\theta = \pi$ için birinci dereceden Taylor serisi açılımı:

$$\begin{aligned}\cos \theta &\approx \cos(\pi) + (\theta - \pi)[- \sin(\pi)] = -1 \\ \sin \theta &\approx \sin(\pi) + (\theta - \pi)[\cos(\pi)] = \pi - \theta\end{aligned}\quad (3.35)$$

Yeni koordinat sistemi tanımlanarak işlem basitleştirilebilir:

$$\theta' = \theta - \pi \quad (3.36)$$

Bu işlem θ 'nin üst denge noktasındaki konumundan itibaren ölçülmeye başlaması anlamına gelir. Bu durumda:

$$\sin \theta \approx ((\theta' + \pi) - \pi) \cos \pi = -\theta' \quad (3.37)$$

θ' basitlik açısından θ olarak alınıp işleme devam edilecektir. θ 'nin yeni bir referans noktasına göre ölçüldüğü unutulmamalıdır. Ve:

$$\dot{\theta}' = \dot{\theta} \text{ ve } \ddot{\theta}' = \ddot{\theta} \quad (3.38)$$

Böylece bu değişiklik durum denklemlerini diğer açılardan etkilemeyecektir.

Yapılan doğrusallaştırmalar yüksek dereceli ifadeler ihmal edilerek sistem denklemlerinde yerlerine konursa:

$$\begin{aligned} (M + m)\ddot{x} + c\dot{x} + ml\ddot{\theta} &= f(t) \\ ml\ddot{x} + (ml^2 + I)\ddot{\theta} + b\dot{\theta} - mgl\theta &= 0 \end{aligned} \quad (3.39)$$

Laplace dönüşümü alınırsa:

$$\begin{aligned} (M + m)s^2 X(s) + csX(s) + mls^2\theta(s) &= F(s) \\ mls^2 X(s) + (ml^2 + I)s^2\theta(s) + bs\theta(s) - mgl\theta(s) &= 0 \end{aligned} \quad (3.40)$$

$\theta(s)$ ve $X(s)$ denklemlerden çekilerek düzenlenirse:

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s} \\ G_2(s) &= \frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{c_2 s}{b_4 s^3 + b_3 s^2 + b_2 s + b_1} \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} a_2 &= ml^2 + I \\ a_1 &= b \\ a_0 &= -mgl \\ b_4 &= (M + m)(ml^2 + I) - m^2 l^2 \\ b_3 &= (M + m)b + (ml^2 + I)c \\ b_2 &= -(M + m)mgl + bc \\ b_1 &= -mglc \\ c_2 &= -ml \end{aligned} \quad (3.42)$$

Sarkaç, noktasal kütle olarak modellendiği ve ağırlıksız çubuktan oluştuğu kabul edildiği için atalet momenti yoktur. Bu yaklaşım transfer fonksiyonlarına uygulanırsa:

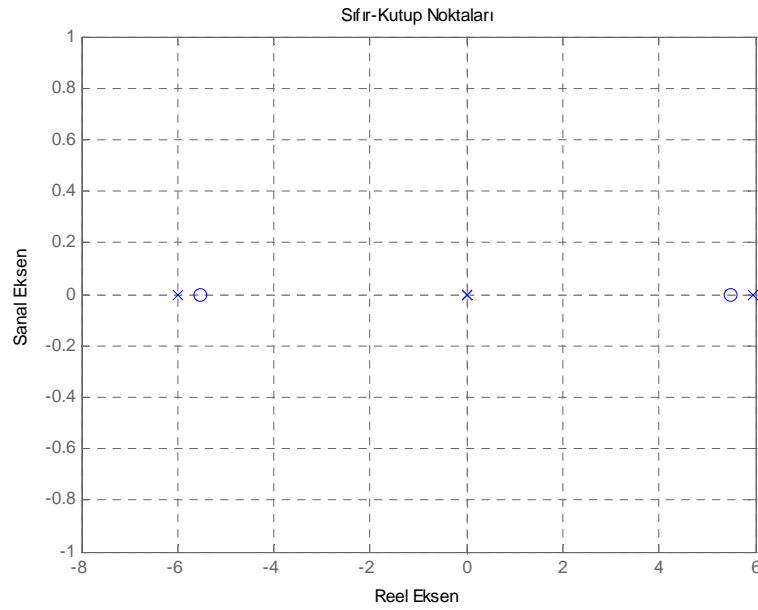
$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{ml^2s^2 + bs - mgl}{Mml^2s^4 + [(M+m)b + ml^2c]s^3 - [(M+m)mgl - bc]s^2 - mglcs}$$

$$\frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{-mls}{Mml^2s^3 + [(M+m)b + ml^2c]s^2 - [(M+m)mgl - bc]s - mglc}$$
(3.43)

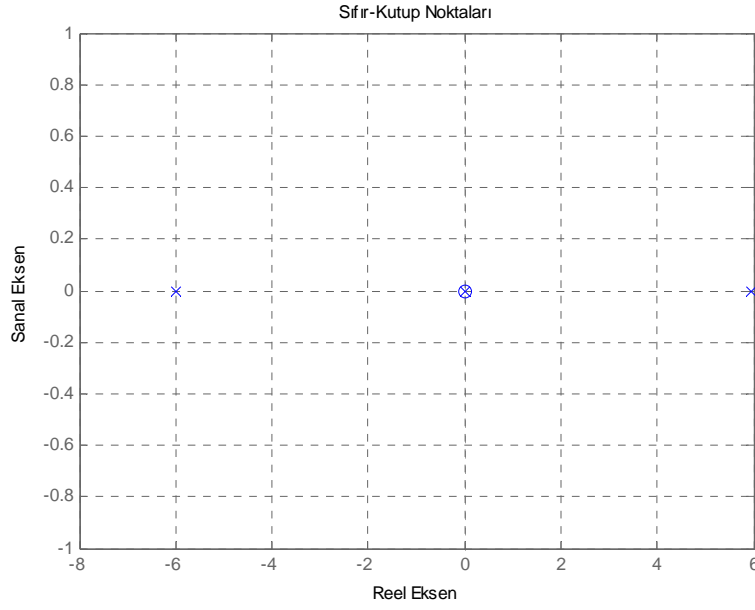
$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{0.02113s^2 + 0.001s - 0.6374}{0.02313s^4 + 0.001316s^3 - 0.8255s^2 - 0.0006374s}$$

$$\frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{-0.065s}{0.02313s^3 + 0.001316s^2 - 0.8255s - 0.0006374}$$
(3.44)

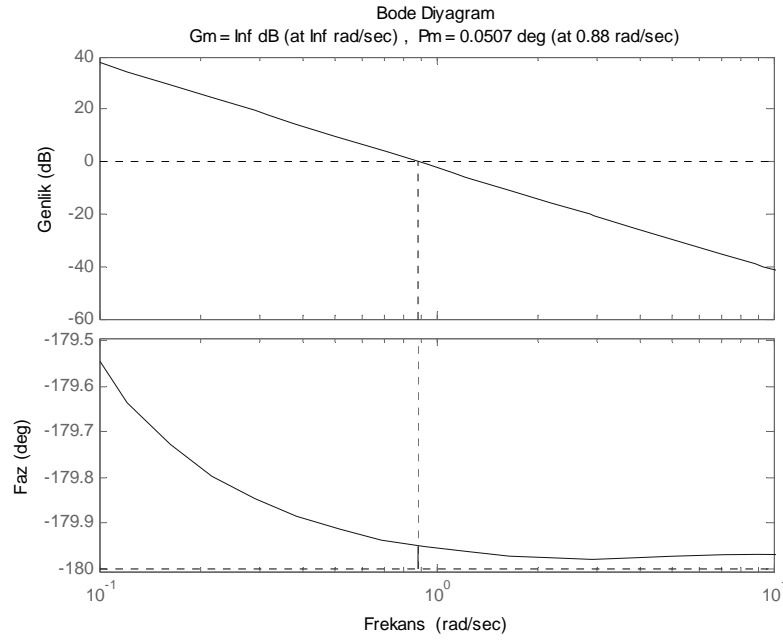
Transfer fonksiyonlarına ait sıfır-kutup noktaları ve bode diyagramları aşağıdaki şekillerde görülmektedir. Şekil 3.7’de Denklem 3.44 ile verilen konum-kuvvet transfer fonksiyonuna ait sıfır-kutup çiziminden görüldüğü üzere, dört kutuptan üçü ve fonksiyonun iki sıfırı reel eksen üzerinde, diğer kutup ise sıfırda bulunmaktadır. Sistem bu denge noktası için sağ s-yarı düzleminde kutbu olduğundan kararsızdır.



Şekil 3.7: Üst denge noktası için $X(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun sıfır-kutup noktalarının gösterimi



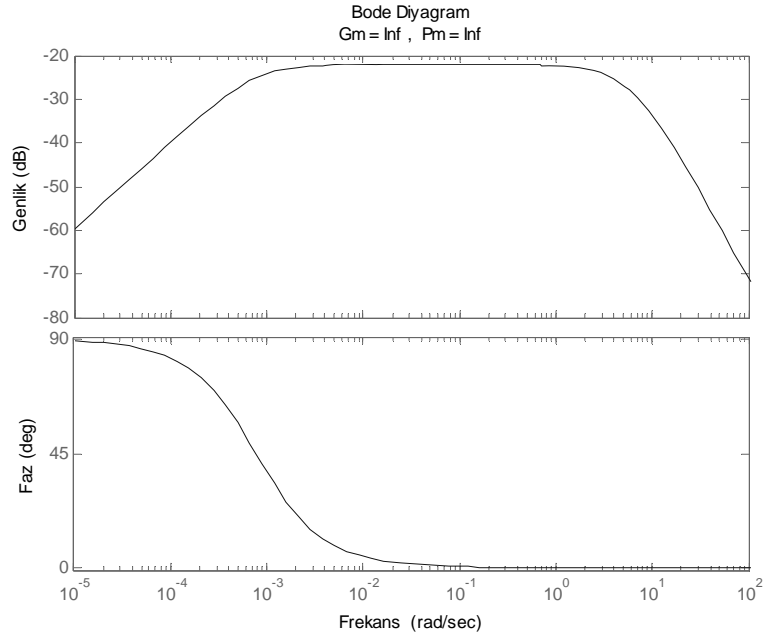
Şekil 3.8: Üst denge noktası için $\theta(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun sıfır-kutup noktalarının gösterimi



Şekil 3.9: Üst denge noktası için $X(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun bode diyagramı

Şekil 3.8'de Denklem 3.44 ile verilen açı-kuvvet transfer fonksiyonuna ait sıfır-kutup çiziminden görüldüğü üzere, iki kutup reel eksen ve fonksiyonun sıfırı ile bir kutbu sıfır noktasında bulunmaktadır. Sistem bu denge noktası için sağ s-yarı düzleminde kutbu olduğundan kararsızdır. Şekil 3.9 ve 3.10'da ise elde edilen transfer

fonksiyonlarına ait bode diyagramları verilmiştir. Frekans cevabı yöntemi sistemin açık çevirim cevabının kararlı olması durumunda uygun bir yöntem olacaktır. Sistem kararlı olmadığı için bu problemin kontrolünün frekans cevabı yöntemiyle yapılması uygun değildir ve bu yüzden bode diyagramları bilgilendirme amaçlı verilmiştir.



Şekil 3.10: Üst denge noktası için $\theta(s)/F(s)$ transfer fonksiyonunun bode diyagramı

3.3 Durum Uzayı Modeli

Durum geri besleme kontrolü için sistem denklemlerini durum uzayı formuna dönüştürmemiz gerekmektedir. Sarkacın atalet momentinin çok düşük olması sebebi ile bu değer sıfır kabul edilerek çubuğun yukarı yöndeki denge noktasında Denklem 3.39 ile ifade edilen denklemler kullanılarak durum uzayı gösterimi:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.45)$$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

Sarkacın üst denge noktası için doğrusallaştırılan denklemlerde atalet momenti ihmal edildiğinde:

$$\begin{aligned} (M + m)\dot{x}_2 + cx_2 + ml\dot{x}_4 &= f(t) \\ ml\dot{x}_2 + ml^2\dot{x}_4 + bx_4 - mglx_3 &= 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

Değişken dönüşümleri:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \end{aligned} \quad (3.48)$$

Denklemler düzenlenirse:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -c/M & -mg/M & b/Ml \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & c/Ml & (M+m)g/Ml & -(m+M)b/Mml^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/M \\ 0 \\ -1/Ml \end{bmatrix} f(t) \quad (3.49)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0009132 & -1.791 & 0.00281 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.00281 & 35.69 & -0.05598 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.9132 \\ 0 \\ -2.81 \end{bmatrix} f(t) \quad (3.50)$$

BÖLÜM 4

KONTROLÖR TASARIMI

Bu çalışmada, ters sarkaç sistemine ait kontrol algoritması yükseltme ve dengeleme olmak üzere ikiye ayrılmıştır. Öncelikle sarkaç, başlangıç konumundan ($\theta = 0^\circ$) sarkacın dengede tutulmak istendiği kararsız olan denge noktasına ($\theta = 180^\circ$ civarına) ulaştırılması gerekmektedir. Sarkacın aşağı yöndeki başlangıç durumundan ters dikey pozisyona getirilmesi üç farklı yöntem kullanılarak gerçekleştirilmiştir. İlk yöntem, stratejik araba hareketlerini kullanarak kademeli olarak sarkaca enerji ekler. Bu işlem, sarkaç açısına bağlı olarak arabanın yer değiştirmesini gerektirir. Bu hareket öyle olmalıdır ki, tutarlı ve etkili olacak şekilde sarkaç üzerinde iş yapılmalıdır. Ayrıca kademeli olarak araba hızının azaltılması önemlidir, böylece kontrolör sarkacı ters pozisyonuna düşük açısal hız ile ulaştırır. Bu işlem, sisteme kademeli olarak enerji eklemek için hassas araba hareketlerinin sağlandığı bir algoritma gerektirir. İkinci kontrol yöntemi ise ilk kontrol yönteminin kurallarını kullanarak bulanık mantık denetleyici olarak tasarlanmıştır. Sarkaç açısı ve açısal değişimi bilgileriyle 10 giriş üyelik fonksiyonu ve 7 kural sarkacın yükseltilmesi için kullanılmıştır. Üçüncü yöntem ise, sistemdeki enerji miktarını kontrol etmektedir. Sistemdeki enerji, geri besleme kullanılarak istenen bir değere getirilebilir. Üst denge noktasına karşılık düşen yeterli miktardaki enerji sisteme eklenerek, sarkaç kararsız üst denge noktasına yükseltilebilir. Bunun için, sisteme enerjinin araba ivmesi ile eklenebileceği gösterilmiş ve Lyapunov tabanlı bir kontrol fonksiyonu belirlenerek işlem gerçekleştirilmiştir. Sarkacın dengesinin sağlanması ise doğrusal kontrol yöntemlerinden PID (oransal-integratör-türevsel) ve tam durum geri besleme yöntemleri ile birlikte doğrusal olmayan bulanık mantık kontrolcüsü kullanılarak gerçekleştirilmiştir. PID kontrol yöntemi ile sarkaç açısı kontrol edilmiştir ve ilk yükseltme yöntemiyle beraber kullanılmıştır, ancak diğer yöntemlerle de kullanılabilir. Tam durum geri besleme yöntemi ise kutupların yerlerinin istenilen değerlere çekilebilmesi için kazanç matrisi hesaplanmıştır ve sarkaç açısıyla araba

konumu kontrol edilmiştir. Bulanık mantık hariç diğer yükseltme yöntemleriyle beraber kullanılmıştır. Son olarak, sarkaç açısı ve araba konumunun bulanık denetçi ile kontrol edebilmek için tüm sistem değişkenleriyle 20 giriş, 9 çıkış üyelik fonksiyonu ve 35 kural kullanılmıştır.

4.1 Sarkacın $\theta=0^\circ$ 'den $\theta=180^\circ$ 'ye Yükseltilmesi

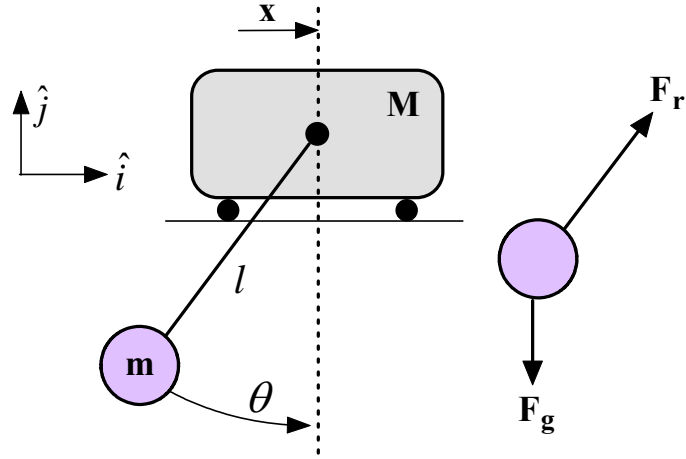
Uygulanan yöntemler takip eden alt başlıklar altında incelenmiştir.

4.1.1 Stratejik araba hareketleri ile sarkaca kademeli enerji eklenmesi

Sarkaç $\theta=0^\circ$ kararlı denge noktasında durağan haldeyken harekete başlar ve çeşitli yöntemlerle salınması sağlanarak $\theta=180^\circ$ 'ye yakın olacak şekilde yükseltilir. Dikkat edilmesi gereken bir nokta kontrol edilebilir ve küçük açısal hızda referans noktasına yükseltilmesi gerekmektedir. Bu şartlar altında yükseltilecek sarkaç, diğer kontrolörün devreye girmesiyle burada tutulmaya çalışılır. Basitçe, bu işlem arabanın belirli hızda, yönde, ivmede ve belirli bekleme-hareket etme süreleri altında yapılabilir ancak çok etkili değildir.

4.1.1.1 Hareket kuralları

Sarkacın başlangıç noktasından referans noktasına ulaştırılması için araba uygun şekilde hareket ettirilmelidir ve sarkaç üzerinde enerji depolanması sağlanarak her araba hareketi sonucunda sarkacın referans noktasına yaklaşması sağlanmalıdır. Bunun için sistem modeli kullanılarak hareket kuralları belirlenmeli ve bu kurallar doğrultusunda kontrolör yapısı oluşturulmalıdır. Şekil 4.1'de bu kuralları belirlemek için kullanılan model görülmektedir.



Şekil 4.1: Koordinat sistemi ve serbest cisim diyagramı

Newtonian yaklaşımı kullanılarak sarkaç ile araba hareketi arasındaki ilişkiyi belirleyebiliriz. Kartezyen koordinat sistemini kullanarak araba hareketi sonucunda sarkaca etki eden kuvvetler belirlenebilir [3]. Bu analizde koyu karakterler vektörel büyüklükleri temsil ederken normal karakterler skaler büyüklükleri temsil etmektedir. Sarkacın hızı ve ivmesi konum vektörünün türevi alınarak elde edilebilir:

$$\mathbf{r} = (x - l \sin \theta) \hat{\mathbf{i}} - l \cos \theta \hat{\mathbf{j}} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{V} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = (\dot{x} - l \cos \theta \dot{\theta}) \hat{\mathbf{i}} + l \sin \theta \dot{\theta} \hat{\mathbf{j}} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} = (\ddot{x} + l \sin \theta \dot{\theta}^2 - l \cos \theta \ddot{\theta}) \hat{\mathbf{i}} + (l \cos \theta \dot{\theta}^2 + l \sin \theta \ddot{\theta}) \hat{\mathbf{j}} \quad (4.3)$$

Sarkaç üzerine iki kuvvet etki etmektedir: çubuğa etki eden kuvvet,

$$\mathbf{F}_r = F_r (\sin \theta \hat{\mathbf{i}} + \cos \theta \hat{\mathbf{j}}) \quad (4.4)$$

ve yer çekim kuvveti:

$$\mathbf{F}_g = -mg \hat{\mathbf{j}} \quad (4.5)$$

Newton hareket kanunu uygulanırsa:

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (4.6)$$

$$F_r \sin \theta \hat{\mathbf{i}} + (F_r \cos \theta - mg) \hat{\mathbf{j}} = m[(\ddot{x} + l \sin \theta \dot{\theta}^2 - l \cos \theta \ddot{\theta}) \hat{\mathbf{i}} + (l \cos \theta \dot{\theta}^2 + l \sin \theta \ddot{\theta}) \hat{\mathbf{j}}] \quad (4.7)$$

Her birim eksen için denklem ayrı ayrı yazılabilir:

$$\begin{aligned} F_r \sin \theta &= m(\ddot{x} + l \sin \theta \dot{\theta}^2 - l \cos \theta \ddot{\theta}) \\ F_r \cos \theta - mg &= m(l \cos \theta \dot{\theta}^2 + l \sin \theta \ddot{\theta}) \end{aligned} \quad (4.8)$$

F_r elenir ve denklem düzenlenirse, araba hareketi ve sarkaç açısıyla ilgili bir ifade bulunur.

$$\ddot{x} - \frac{l\ddot{\theta}}{\cos \theta} - g \tan \theta = 0 \quad (4.9)$$

Denklem 4.9 incelendiğinde, ivme olmaksızın ($\ddot{x} = 0$) sistem basit sarkaç sistemine dönüşür ve yer çekimi ivmesi nedeniyle sarkaç açısına bağlı olarak bir açısal ivme oluşur. Ayrıca, yer çekimi ivmesi ile birlikte arabanın ivmesi de (\ddot{x}) sarkacın dönmesine neden olur. Sarkacın açısal hızının ($\dot{\theta}$) yönü ise arabanın ivmesinin yönüne ve sarkaç açısının 90° atında ya da üstünde olmasına bağlıdır. Arabanın ivmesinin sarkaç üzerindeki etkisinin en büyük olduğu durumlar ise $\theta=0^\circ$ (sarkaç aşağı yönlü) ve $\theta=180^\circ$ (sarkaç yukarı yönlü) olacaktır.

Alternatif olarak denklem $\ddot{\theta}$ elenerek F_r için tekrar düzenlenebilir:

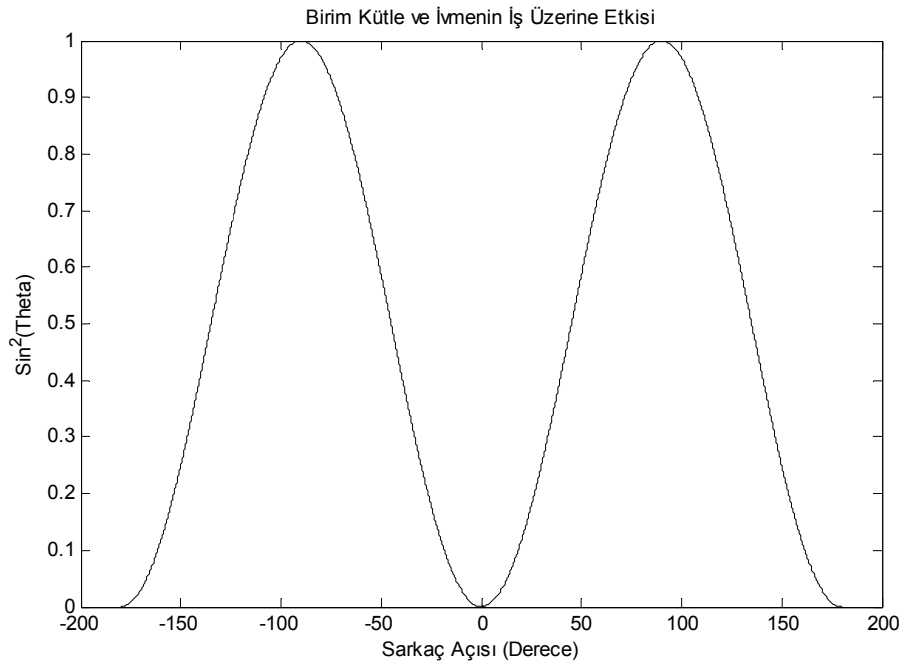
$$F_r = m(\sin \theta \ddot{x} + l \dot{\theta}^2 + g \cos \theta) \quad (4.10)$$

Arabanın küçük bir mesafe boyunca hareketi sonucu sistem üzerinde yapılacak işin ne kadar olduğunu belirleyebiliriz. Bu basitçe hareket yönündeki kuvvet ile yer değişiminin çarpılmasıyla bulunabilir.

$$\delta W = \mathbf{F}_r \cdot \partial x = F_r \sin \theta \partial x = m(\sin^2 \theta \ddot{x} + \sin \theta l \dot{\theta}^2 + g \sin \theta \cos \theta) \partial x \quad (4.11)$$

Denklem 4.11, sarkaç üzerinde yapılan işin üç terim ile etkilendiğini göstermektedir. Bu terimler, maksimum iş katkılarını sırasıyla $\pm 90^\circ$, $\pm 90^\circ$ ve $\pm 45^\circ$ açılarında gerçekleştirirler.

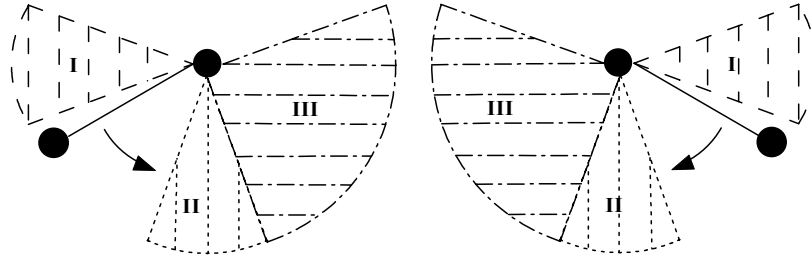
Denklem 4.11 incelendiğinde, herhangi bir açıda verilen ivme sonucu oluşan işin etkisini belirleyen ilk terimin büyük önemi vardır. Şekil 4.2’de bu terime ait çizim görülmektedir. θ yaklaşık $\pm 90^\circ$ civarındayken oluşan bir ivmelenme ve yer değişimi çok fazla iş yapacaktır ve θ yaklaşık 0° civarındayken neredeyse hiç iş yapılmayacaktır. Eğer ivmelenme ve yer değişimi aynı yönde ise pozitif iş yapılır ve sisteme enerji eklenir. Eğer ivmelenme ve yer değişimi birbirlerine zıt ise bu durumda negatif iş yapılır ve sistemden enerji alınır.



Şekil 4.2: Denklem 4.11 ile verilen ilk ifadenin ($\sin^2 \theta$) sarkaç açısına bağlı olarak yapılan iş üzerine etkisi

Bu analizler sonucunda hareket kurallarını θ 'ya bağlı olarak değişen araba yörüngesi düzenleyerek belirleyebiliriz. Arabanın hareket edebileceği yatay uzunluk sınırlı olduğu için yörünge hem hızlanma hem de yavaşlama komutlarını içermelidir. Sarkaç üzerinde maksimum pozitif iş yapılabilmesi için arabanın, yüksek iş transferinin olduğu $\theta = \pm 90^\circ$ civarında hızlandırılması ve düşük iş transferinin olduğu

$\theta=0^\circ$ civarında yavaşlatılması gerekmektedir. Şekil 4.3'te bu kural görülmektedir ve şekil incelendiğinde, sarkaç I. bölgedeyken araba hızlandırılmalı, II. bölgeye ulaştığında araba durdurulmalı ve III. bölgede sarkacın yükselmesi beklenmelidir. Sarkaç ulaştığı maksimum noktadan tekrar düşmeye başlayıp diğer yöne doğru hareket etmeye başladığında belirlenen açı aralıklarında I., II. ve III. bölgede yapılması gereken işlemler tekrarlanarak sarkacın üst denge noktasına ulaştırılması sağlanır [3].

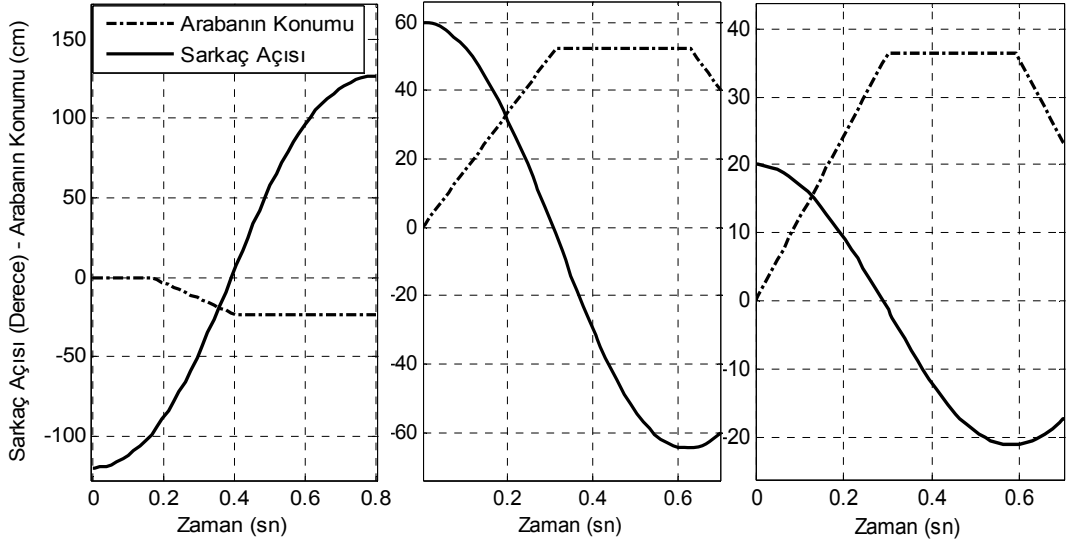


Şekil 4.3: Sarkaç açısı – araba hareket ilişkisi

Bu analizde Denklem 4.11'deki diğer terimler ihmal edilmiştir, çünkü $\dot{\theta}$ ve yer çekimi kontrolümüz dışındadır.

Sarkaç hareketi MATLAB-SIMULINK kullanılarak analiz edilebilir. Şekil 4.4'te sarkacın durağan halde ve -120° , 60° ve 20° 'lik başlangıç açılarıyla harekete başlaması sonucu sarkaç salınımı ve arabanın hareketi görülmektedir. Yer çekim ivmesinin küçük bir etkiye sahip olması ve araba hareketinin sarkacı diğer yöne doğru itme eğiliminde olmasından dolayı sarkaç küçük salınımlar için harekete yavaşça başlar. Düşük başlangıç açılarında yüksek hızlanma sarkacın yukarıya doğru salınmasına neden olur.

Buraya kadar tarif edilen kurallar sisteme etkili bir şekilde enerji ekleyebilirken, sarkacın üst denge noktasına ulaştırılması işlemi başlangıç ve bitişte ek algoritmalar gerektirir. Sarkaç başlangıç durumunda durağan haldeyken bu kurallar etkisizdir, çünkü $\theta=0^\circ$ 'de iş transferi yoktur. Bu bölgede, araba pozisyonundaki hızlı değişimler sarkacın salınımına başlaması için kullanılabilir. Zamanlaması iyi ayarlanmış birkaç sıçrama performansı artırır.



Şekil 4.4: -120° , 60° ve 20° 'lik sarkaç başlangıç açıları için hareket kural tabanı doğrultusunda tasarlanan SIMULINK modelinin lineer olmayan sarkaç modeli üzerindeki benzetim sonuçları

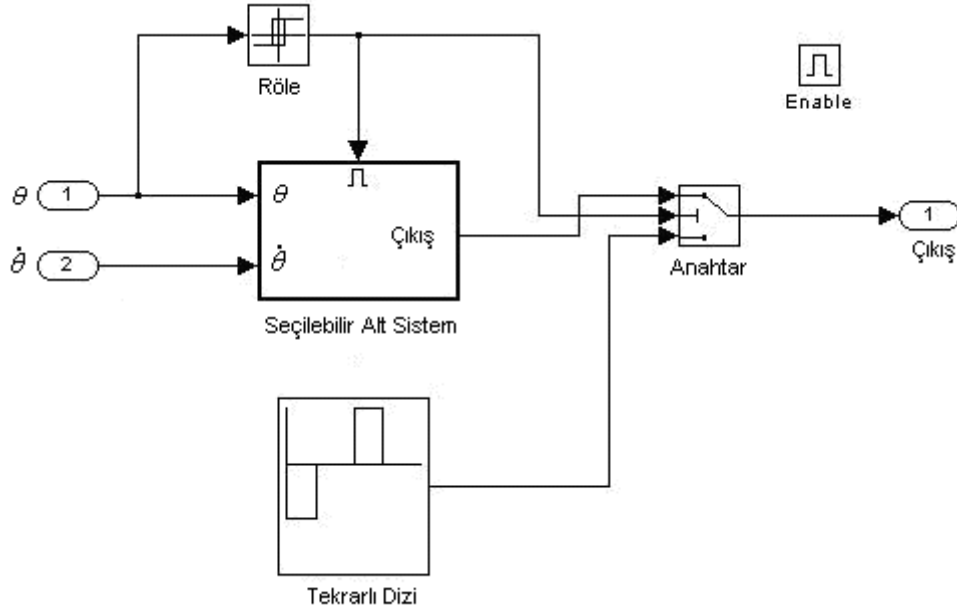
Dikkat edilmesi gereken bir nokta, sarkacın kontrol edilebilir ve küçük açısal hızda referans noktasına yükseltilmesidir.

Özetle, sarkacın üst denge noktasına ulaştırılması şu şekilde yapılmalıdır:

1. Sarkacın salınma başlaması için bir dizi hızlı araba hareketleri ile başlanmalı.
2. Sarkaca etkili şekilde enerji eklemek için araba belirlenen kurallar doğrultusunda hareket ettirilmeli.
3. Sarkaç daha yükseklere salındıkça kademeli olarak araba hızı yavaşlatılmalı ve böylece sarkaç üst denge noktasına küçük artışlarla ve küçük açısal hız ile ulaşması sağlanmalı.

4.1.1.2 DS1103 kontrolörü için gerçek zamanlı SIMULINK modeli

Bu bölümde analiz edilen ve kural tabanı belirlenen kontrol yapısına göre sarkacın yükseltilmesi işlemi Şekil 4.5 ana ve Şekil 4.6'da alt blok diyagramları görülen SIMULINK-dSPACE blokları ile gerçekleştirilmiştir.

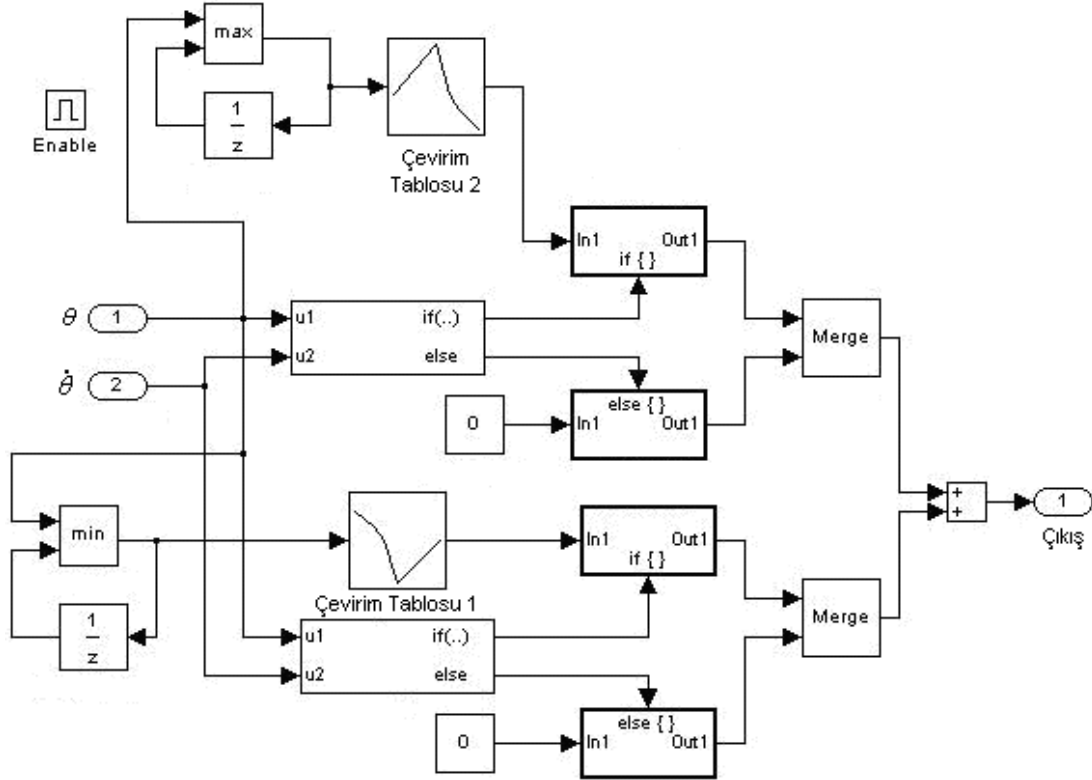


Şekil 4.5: Sarkacın yükseltilmesi–ana blok diyagram

Şekil 4.5’te sarkacın yükseltilmesine ait ana blok diyagramı görülmektedir. Burada iki algoritma mevcuttur. Çıkıştaki anahtar röle tarafından kontrol edilerek sarkacın açısı $\pm 10^\circ$ ulaştığında çıkışın Şekil 4.6’da görülen algoritma tarafından üretilmesi sağlanır. İlk durumda araba sağa-sola hareket ettirilerek hareketsiz durumdaki sarkaç salınmaya başlar. Daha sonra ise sarkaç açısına bağlı olarak arabanın hareketi kontrol edilerek sarkaca enerji depolanır. Açılı üst denge noktasına yaklaştıkça kademeli olarak hız azaltılarak dengeleme kontrolcüsünün devreye girmesi ve düşük başlangıç değerleri altında sistemi kontrol etmeye başlaması sağlanır.

Ana blok diyagramdaki tekrarlı dizi bloğu asıl algoritmanın devreye girmesinden önce sarkacın istenilen açı değerine ulaşmaya kadar salınmasını sağlar. Bu açı değerine ulaşıncaya seçilebilir alt sistem bloğu altında bulunan asıl algoritma devreye girer. Sarkaç açısı ve değişimi bilgileri kullanılarak, arabaya uygulanması gereken pozitif ya da negatif hız değerleri iki çevirim tablosunda bulunmaktadır. Çevirim tabloları vasıtasıyla sarkacın bulunduğu aralıkta ya da son ulaştığı üst açı değerine göre uygun çıkış değerinin üretilmesi sağlanır. Sarkacın ulaştığı son değerler minimum, maksimum ve birim gecikme blokları ile sağlanmıştır. Böylece üst denge noktasına yaklaştıkça çıkış düşürülecek ve dengeleme kontrolörünün sınırlı yatay

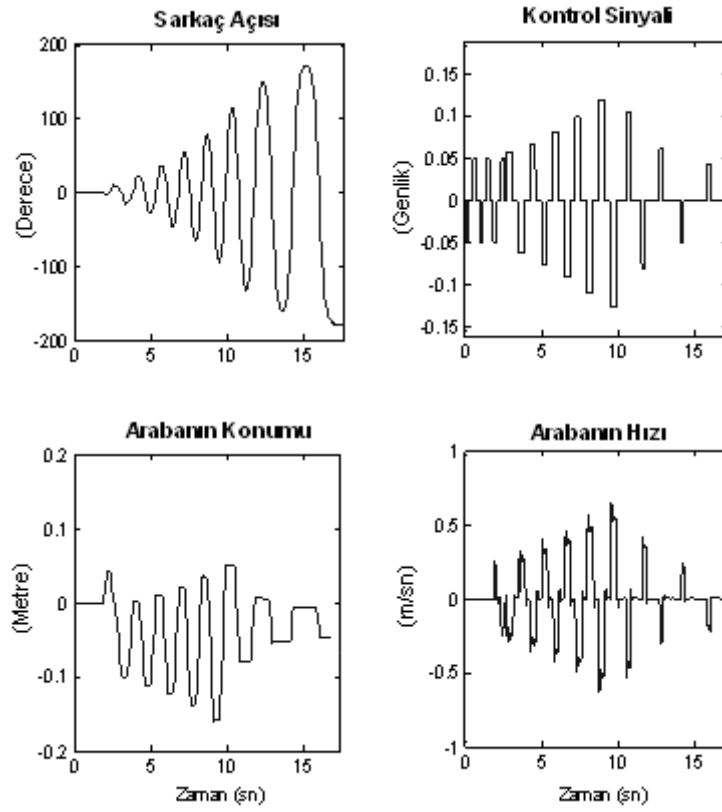
uzunluk içinde kontrolü sağlayabilecek düşük açı ve açısal hız hata değerleri ile devreye girmesi sağlanır.



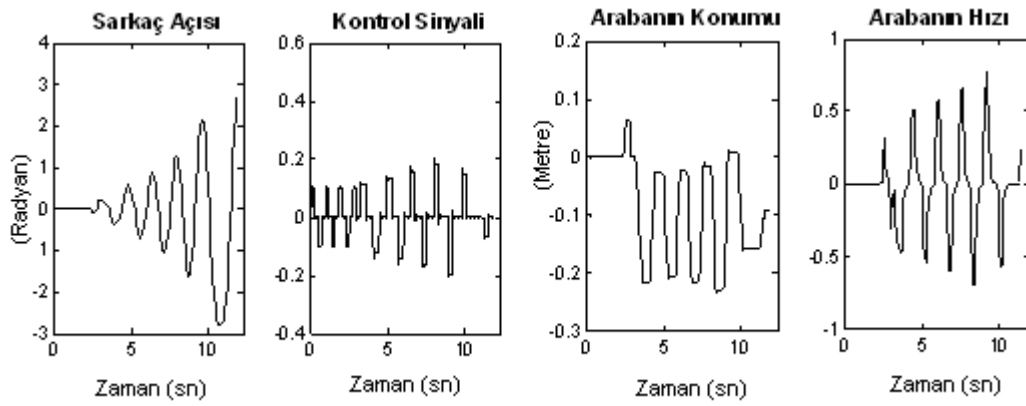
Şekil 4.6: Sarkacın yükseltilmesi-alt blok diyagram

4.1.1.3 Deneysel Sonuçlar

Sarkacın, tasarlanan kontrol algoritması altında farklı çevirim tablosu (hız) değerleri için sarkaç açısının değişimi, araba konumunun ve hızının değişimi ve üretilen kontrol sinyalinin zaman cevapları Şekil 4.7 ve 4.8'de görülmektedir. Sarkacın üst denge noktasına daha düşük açısal hızla ulaşmasını sağlamak amacıyla çevirim tablosunda (Şekil 4.6) bulunan hız katsayıları düşürülmüştür. Diğer çıkış cevabına göre, sarkacın daha fazla salınım yaptığı ve daha uzun sürede üst denge noktası civarına ulaştırıldığı açıkça görülmektedir.



Şekil 4.7: Sarkacın $\theta=0^\circ$ 'den $\theta=180^\circ$ 'ye yükseltilmesi – deneysel veriler



Şekil 4.8: Sarkacın $\theta=0^\circ$ 'den $\theta=180^\circ$ 'ye yükseltilmesi – deneysel veriler

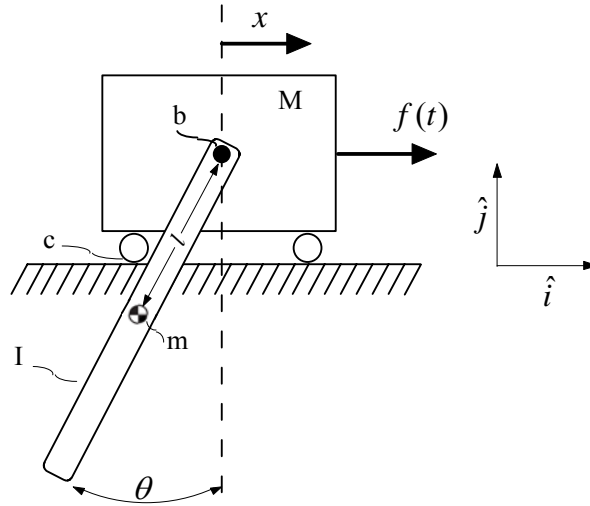
4.1.2 Bulanık mantık denetleyicisi ile stratejik araba hareketleri kullanılarak sarkaca kademeli enerji eklenmesi

Bölüm 4.1.1 başlığı altında ele alınan yöntem ve kurallar doğrultusunda tasarlanan bulanık denetleyici Bölüm 4.2.3 başlığı altında dengeleme kontrolcüsü ile beraber açıklanmıştır.

4.1.3 Enerji tabanlı sarkacın $\theta = 0^\circ$ 'den $\theta = 180^\circ$ 'ye yükseltilmesi

Sarkacın aşağı yöndeki başlangıç durumundan ters dikey pozisyona getirilmesi sistemdeki enerji miktarını kontrol ederek başarılabilir. Sistemdeki enerji, geri besleme kullanılarak istenen bir değere getirilebilir. Üst denge noktasına karşılık düşen yeterli miktardaki enerji sisteme eklenerek, sarkaç kararsız üst denge noktasına yükseltilebilir. Sarkaç kararsız üst denge noktasına istenen değerler aralığında ulaştığında tezde bahsedilen dengeleme denetleyicilerinden biri ile kontrol edilebilir.

Öncelikle sistemdeki enerjiyi nasıl kontrol edebileceğimizi araştırmamız gerekmektedir. Bölüm 3 de kullanılan ters sarkaç sisteminin modelini ve elde edilen doğrusal olmayan sistem denklemlerini bu yöntem için irdeleyelim.



Şekil 4.9: Arabalı ters sarkaç sistemi modeli

$$\begin{aligned}(M + m)\ddot{x} - ml \cos \theta \ddot{\theta} + ml \sin \theta \dot{\theta}^2 &= f(t) - c\dot{x} \\ (ml^2 + I)\ddot{\theta} - ml\ddot{x} \cos \theta + mgl \sin \theta &= -b\dot{\theta}\end{aligned}\quad (4.12)$$

Sürtünmeler ihmal edildiğinde ve birleşim noktasına (kodlayıcı mili) göre toplam atalet J ile temsil edilirse θ için hareket denklemi aşağıdaki gibi bulunur.

$$J\ddot{\theta} - ml\ddot{x} \cos \theta + mgl \sin \theta = 0 \quad (4.13)$$

Sistem iki durum değişkenine sahiptir: sarkaç açısı θ ve değişimi $\dot{\theta}$. Sistem iki denge noktasına sahiptir: $\theta = 0$ (sarkaç aşağı yönde ve sistem kararlı) ve $\theta = \pi$ (sarkaç yukarı yönde ve sistem kararsız).

Denetimsiz sarkaç enerjisi ($\ddot{x} = 0$),

$$E = \frac{1}{2} J\dot{\theta}^2 - mgl \cos \theta \quad (4.14)$$

Sarkaç üst denge noktasında iken ($\theta = \pi$), sistem enerjisi mgl ve diğer denge noktasında ($\theta = 0$) ise $-mgl$ olarak tanımlıdır. Arabanın maksimum ivmesi Denklem 4.15 de verildiği gibi yer çekimi ivmesinin n katı olarak tanımlanabilir.

$$\ddot{x}_{\max} = ng \quad (4.15)$$

Enerjinin türevi alındığında, Denklem 4.13 ile verilen hareket denkleminde $ml\ddot{x}\dot{\theta} \cos \theta$ ifadesine eşit olduğu görülmektedir.

$$\frac{dE}{dt} = J\dot{\theta}\ddot{\theta} + mgl\dot{\theta} \sin \theta = ml\ddot{x}\dot{\theta} \cos \theta \quad (4.16)$$

Bu eşitliğin elde edilmesi ile sistemdeki enerjinin kontrolünün kolay olduğu görülmektedir. Arabanın ivmesi \ddot{x} ve $\dot{\theta} \cos \theta$ terimlerinin çarpımları sisteme enerjinin eklenebileceğini ya da çıkartılabileceğini göstermektedir. Enerjiyi arttırmak için iki terimin çarpımının pozitif olması yeterlidir. Kontrol edilebilirlik sadece \ddot{x} 'in etkisini yitirdiği $\dot{\theta} = 0$ ya da $\theta = \pm\pi/2$ vb. durumlarında yani sarkacın yatay olması durumlarında ya da hareket yönünü değiştirdiği durumlarda kaybolur. Sarkaç açısı $\theta = 0$ ya da $\theta = \pi$ olduğunda ve sarkacın açısal hızı $\dot{\theta}$ yüksek olduğunda kontrol

etkisi en üst düzeydedir. Bir kontrol stratejisi Lyapunov yöntemi kullanılarak kolayca oluşturulabilir. $V = (E_0 - E)^2 / 2$ Lyapunov fonksiyonu ile kontrol kuralı aşağıdaki gibi seçildiğinde Denklem 4.18 bulunur.

$$\ddot{x} = k(E_0 - E)\dot{\theta} \cos \theta \quad (4.17)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{2} 2(E_0 - E)(-\dot{E}) = -mk((E_0 - E)\dot{\theta} \cos \theta)^2 \quad (4.18)$$

Lyapunov fonksiyonu $\dot{\theta} \neq 0$ ve $\cos \theta \neq 0$ olduğu sürece azalır. Sarkacın $\theta = \pm\pi/2$ pozisyonunda durağan kalabilmesi mümkün olmadığından Denklem 4.17 ile verilen strateji E ile verilen sistem enerjisini istenen değeri E_0 'a ulaştırır. Bunu gerçekleştirebilecek birçok kontrol kuralları vardır. Enerjiyi mümkün olduğunca hızlı değiştirebilmek için kontrol sinyali genliği mümkün olduğunca büyük olmalıdır. Bu aşağıdaki kontrol kuralı ile sağlanabilir:

$$\ddot{x} = sat_{ng}(k(E_0 - E)sign(\dot{\theta} \cos \theta)) \quad (4.19)$$

Denklem 4.19, E ile verilen sistem enerjisini istenen değeri E_0 'a ulaştırır. Denklemdeki sat_{ng} ifadesi ng değerinde doyuma ulaşan doğrusal bir fonksiyonu temsil etmektedir. Sarkaç başlangıç durumunda durağan haldeyken Denklem 4.19 ile verilen kontrol fonksiyonu $sign$ fonksiyonundan ötürü sıfır değerini üretecektir. Bunu engellemek ve çıkışın başlangıçta bir değer üretmesinin sağlanması amacıyla $sign$ fonksiyonunun girişinin sıfır olması durumunda $+1$ çıkışını üretecek şekilde tanımlanabilir.

n parametresi kritiktir çünkü maksimum kontrol sinyalini belirler ve böylece maksimum enerji değişim oranını verir. Bu çalışmada baz alınarak sistemimize aktarılan ve buraya kadar özetini vermiş olduğumuz yöntemi geliştiren Aström ve Furuta [12] n parametresine bağlı olarak sistemi üç davranış altında incelemişlerdir. Bu davranışlar; tek salınımlı-çift anahtarlamalı, tek salınımlı-üçlü anahtarlamalı ve çoklu salınımlı olmak üzere sıralanabilir. Tek salınımlı-çift anahtarlamalı davranış biçiminde sarkaç başlangıç durumundan üst denge noktasına sadece bir kez hareket

edecek şekilde ulaştırılır. Diğer bir ifadeyle sarkacın açısal hızının yönü değişmeyecektir. Bu davranış biçiminde çıkış sinyali ise iki kez değer değiştirecektir. Sistemin bu davranış biçimini sergilemesi için ise n katsayısının yani araba ivmesi/yer çekim ivmesi oranının en az 2 olması gerekmektedir. Tek salınımlı-üçlü anahtarlamalı davranış biçiminde ise, sarkaç yine başlangıç konumundan üst denge noktasına tek yörünge çizerek ulaşacaktır. Çıkış sinyali ise üç kez yön değiştirecektir. Sistemin bu davranışı sergileyebilmesi için n katsayısının değerinin $4/3$ değerinden büyük veya eşit olması gerekmektedir. Eğer maksimum ivmelenme $4/3$ 'ten küçükse sarkacın başlangıç konumundan üst denge noktasına ulaştırılması sarkacın birkaç ya da daha fazla salınmasını gerektirir. Aström'un [12] yaptığı bu temel çalışmada maksimum araba ivmesi/yer çekimi ivmesi yani n katsayısı ve salınım sayısı arasında şu verilere ulaşılmıştır.

Tablo 4.1: Maksimum araba ivmesi/yer çekimi ivmesi - salınım sayısı ilişkisi

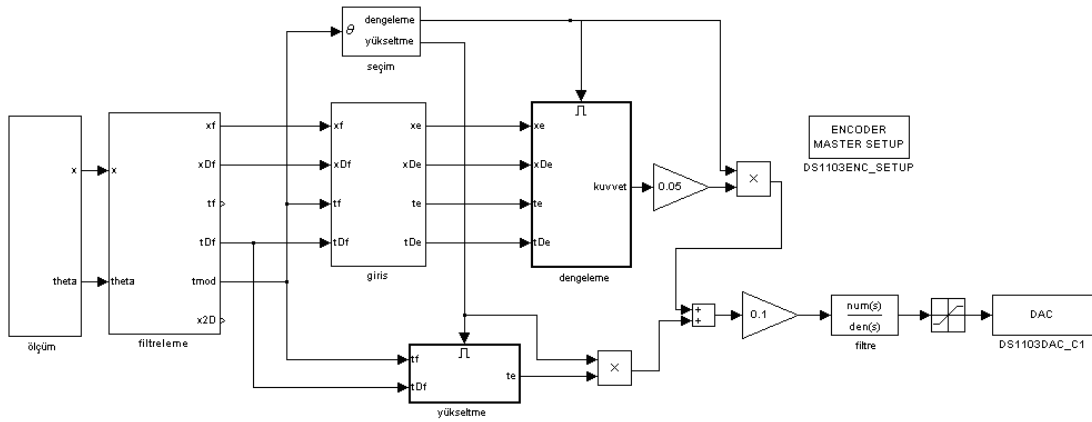
n	1.333	0.577	0.388	0.296	0.241	0.128
k_s	1	2	3	4	5	10

Yine bu çalışmada verilen benzetim sonuçlarına göre yüksek n oranına sahip tek salınımlı stratejiler için araba pozisyonunun yaklaşık 4m boyunca hareket etmesi gerektiği görülmektedir. Benzer şekilde Aström ve Furuta'nın [12] çalışmasını temel alarak Muskinja ve Tovornik [1] tarafından yapılan bir çalışmada $n=0.462$ oranı için 4 salınımlı gerçek zamanlı sistem cevabında araba pozisyonunun yaklaşık 2m boyunca değiştiği görülmektedir. Geliştirmiş olduğumuz ters sarkaç sistemi için arabanın hareket alanı 0.7 m ile sınırlı olduğu için tek salınım stratejilerinin kullanılamayacağı açıktır. Buna göre, çoklu salınım stratejisini kullanılarak sarkacın yükseltilmesi için bir kontrolör tasarlanmıştır.

4.1.3.1 DS1103 kontrolörü için gerçek zamanlı SIMULINK modeli

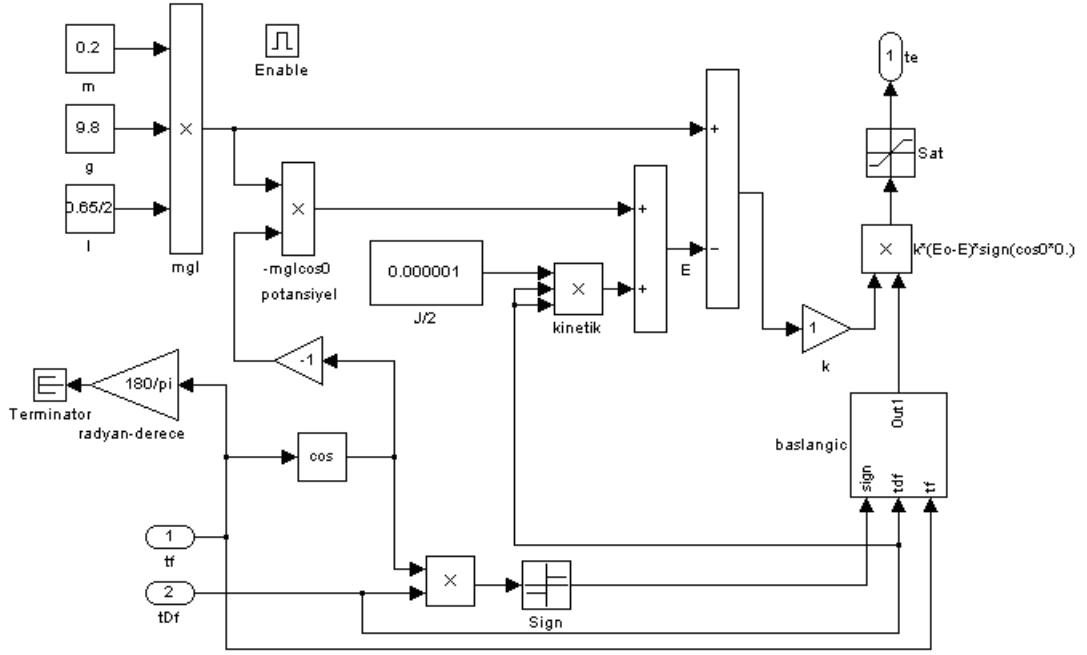
Sarkacın, başlangıç konumundan enerji tabanlı yöntem kullanılarak yükseltilmesi ve tam durum geri besleme yöntemi ile kararsız üst denge noktasında dengelenmesi için tasarlanan SIMULINK ana blok diyagramı Şekil 4.10'da görülmektedir. Ölçüm

bloğu altında durum değişkenleri ölçülmekte, filtreleme bloğu altında değişkenler filtrelenmekte, giriş bloğu altında hata sinyalleri elde edilmekte ve seçim bloğu ile sarkacın açısına bağlı olarak yükseltme ya da dengeleme denetleyicilerinin seçimi yapılmaktadır. Yükseltme bloğu altında Denklem 4.19 ile elde edilen enerji tabanlı kontrol fonksiyonu ile sarkacın üst denge noktasına ulaştırılma algoritması ve dengeleme bloğu altında sarkacın tam durum geri besleme yöntemi ile dengelenmesi işlemleri yapılmaktadır. Bu konu başlığı haricinde bahsedilen blok açıklamaları takip eden ilgili başlıklar altında yapılmıştır.



Şekil 4.10: Sistem enerjisi kontrollü sarkacın yükseltilmesi ve tam durum geri besleme yöntemi ile sarkacın dengelenmesi DS1103 ana blok diyagramı

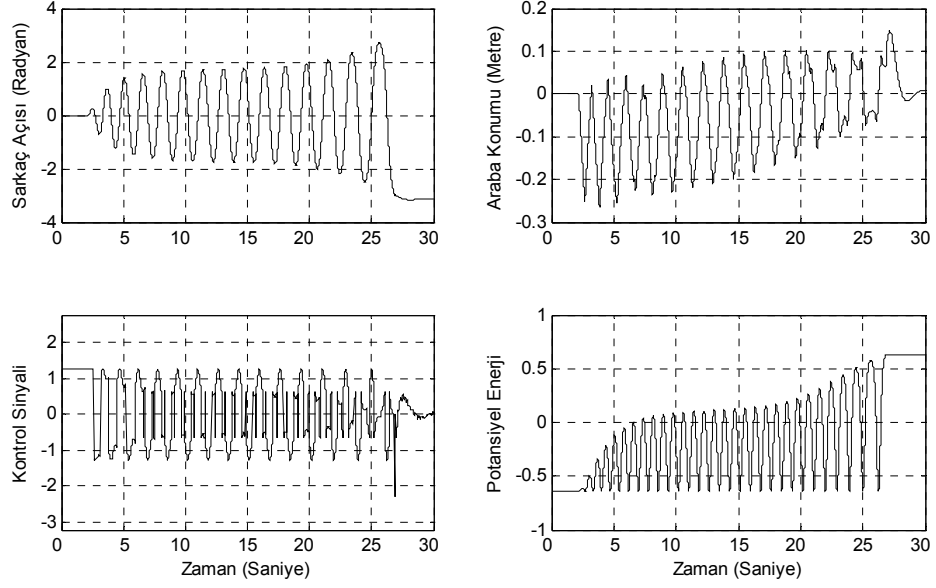
Denklem 4.19 ile verilen sarkacın yükseltilmesine ait kontrol fonksiyonu SIMULINK blokları kullanılarak aşağıdaki gibi tasarlanabilir. Kontrol fonksiyonunda kullanılan durum değişkenleri üst sistemlerden alınır ve fonksiyona bağla olarak çıkış sinyali üretilir. Başlangıç bloğu altında yukarıda bahsedildiği gibi sign fonksiyonunun girişinin sıfır olması durumunda, kontrolör +1 çıkışını üretecek şekilde tanımlanmıştır.



Şekil 4.11: Denklem 4.19 ile verilen kontrol fonksiyonun DS1103 için tasarlanan yükseltme alt blok diyagramı

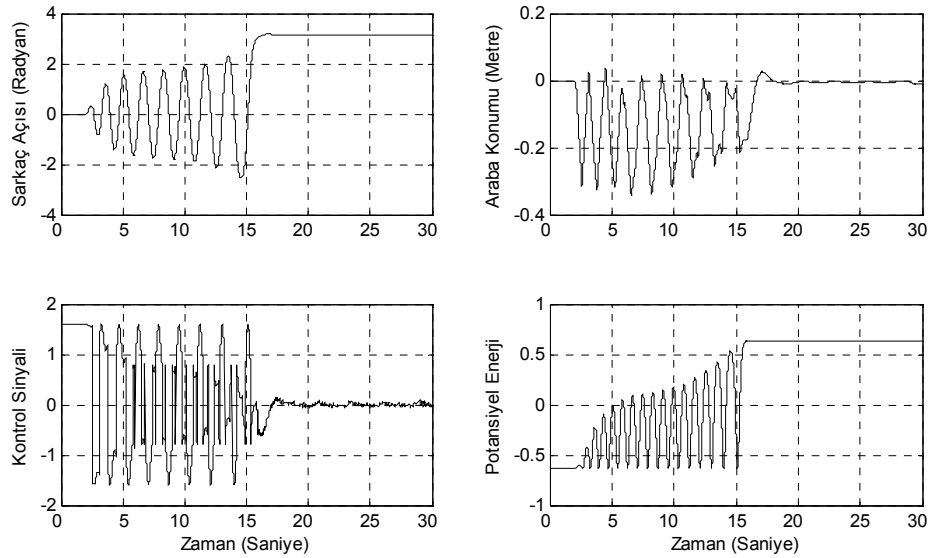
4.1.3.2 Deneysel sonuçlar

Sarkacın $\theta = 0$ başlangıç konumundan $\theta = \pi$ üst denge noktasına ulaştırılması için elde edilen kontrol fonksiyonu (Denklem 4.19) ve bu konumda dengelenmesi amacıyla tam durum geri besleme yöntemlerini gerçek zamanlı sistemde uygulayabilmek için DS1103 denetleyicisi için tasarlanan SIMULINK kontrolör yapıları farklı k kazanç değerleri ile denenmiştir. $k=1$, $k=1.25$ ve $k=1.5$ değerleri için sarkaç açısının, araba konumunun, kontrol sinyalinin ve sistemin potansiyel enerjisinin zamanla değişimi Şekil 4.12, 4.13, 4.14'te ve $k=1.25$, $k=1.5$ değerleri için $\theta - \dot{\theta}$ faz diyagramları ise Şekil 4.15'te verilmiştir. Sonuçlardan anlaşılacağı üzere, sarkacın $\theta = 0^\circ$ başlangıç konumundan $\theta = \pi^\circ$ üst denge noktasına ulaştırılması $k=1$ değeri için sarkacın 30 kez salındığı ve yaklaşık 25 sn sürdüğü, $k=1.25$ değeri için 17 kez salındığı ve yaklaşık 13 sn sürdüğü, son olarak $k=1.5$ değeri için 13 kez salındığı ve yaklaşık 10 sn sürdüğü görülmektedir. Sistemde ivme değerini ölçemediğimizden dolayı salınım sayısı ile maksimum araba ivmesi/yer çekim ivmesi (n) oranı arasındaki ilişkiyi gözlemleyememekteyiz. Aström'ün çalışmasına göre ise, verilen sonuçlar için n oranının 0.128'den küçük olduğu anlaşılmaktadır.

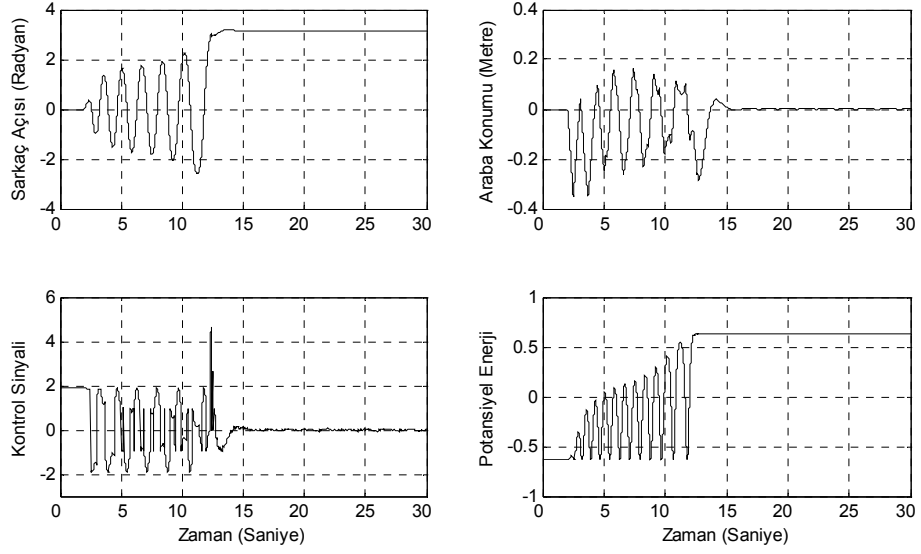


Şekil 4.12: Belirlenen Denklem 4.19 kontrol fonksiyonunda, $k=1$ için sarkaç açısının, araba konumunun, kontrol sinyalinin ve potansiyel enerjinin zamanla değişimi

Şekil 4.12’de $k=1$ için elde edilen sistem cevabı görülmektedir ve açının ve potansiyel enerjinin değişiminden görüleceği gibi sarkacın yaklaşık $\pi/2$ civarında uzunca kaldığı ve üst açı değerlerine bu nokta civarından kurtulduktan sonra hızlıca ulaştığı görülmektedir. Şekil 4.13’te ise $k=1.25$ değeri için gözlemlenen çıkış cevabı verilmiştir. $k=1$ için elde edilen sonuçla karşılaştırıldığında daha etkili ve hızlı bir cevap alınmıştır. Sarkacın her salınmasından sonra daha üst noktalara ulaştığı, enerji eklendiği görülmektedir.

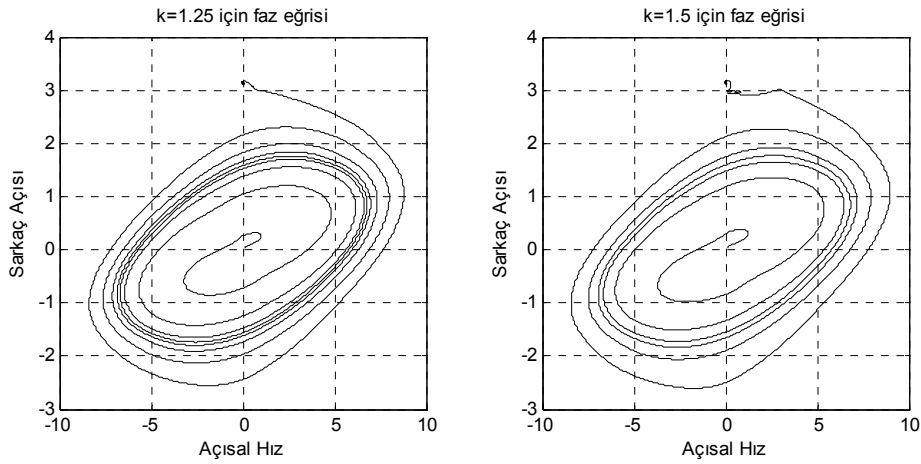


Şekil 4.13: Belirlenen Denklem 4.19 kontrol fonksiyonunda, $k=1.25$ için sarkaç açısının, araba konumunun, kontrol sinyalinin ve potansiyel enerjinin zamanla değişimi



Şekil 4.14: Belirlenen Denklem 4.19 kontrol fonksiyonunda, $k=1.5$ için sarkaç açısının, araba konumunun, kontrol sinyalinin ve potansiyel enerjinin zamanla değişimi

Şekil 4.14’de ise $k=1.5$ değeri için gözlemlenen çıkış cevabı verilmiştir. Önceki elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldığında daha etkili ve hızlı bir cevap alınmıştır. Sarkacın her salınmasından sonra daha üst noktalara ulaştığı, enerji eklendiği görülmektedir. Bu durum Şekil 4.15 ile verilen faz eğrilerinden de görülmektedir. Daha yüksek kazanç değerleri için üretilen çıkış sinyali arabayı alan sınırlarına ulaştırmaktadır. Bu nedenle sonuçları verilmemiştir.



Şekil 4.15: $k=1.25$ ve $k=1.5$ değerleri için $\theta - \dot{\theta}$ faz eğrileri

Deneysel sonuçlardan görüldüğü üzere kazancın artırılmasıyla elde edilen sistem cevabı iyileşmektedir. Ancak sınırlı yol ve sisteme uygulanması gereken ivme değerlerinin donanımla sınırlı olmalarından dolayı daha yüksek kazanç değerleri için deneyler gerçekleştirilmemiştir.

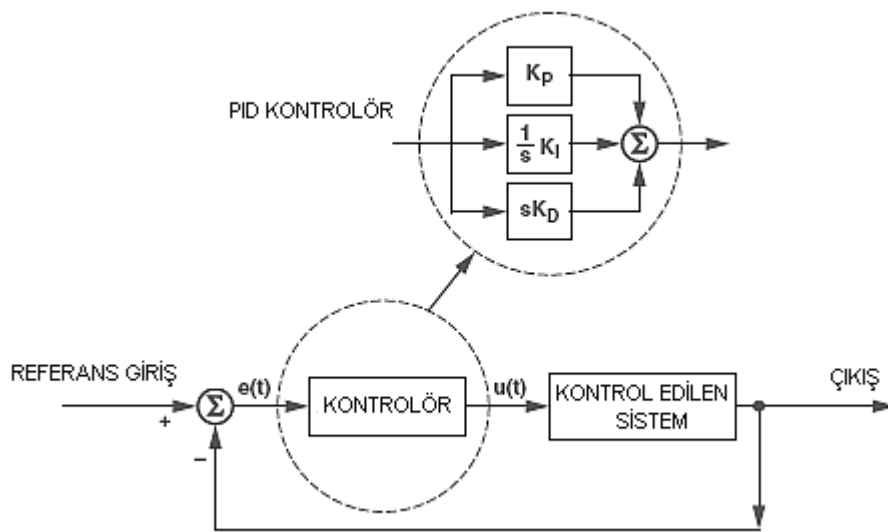
4.2 Sarkacın Dengelenmesi

Uygulanan yöntemler sonraki alt başlıklar altında incelenmiştir.

4.2.1 PID kontrol yöntemi ile sarkacın dengelenmesi

Şekil 4.16'da PID kontrol yönteminin blok diyagramı görülmektedir. Referans değeri, ölçülen değer ile karşılaştırılarak farkı alınır ve $e(t)$ hata sinyali elde edilir. Kontrolör hata sinyaline göre kontrol çıkış sinyali üretir ($u(t)$) ve hatayı minimuma indirmeye çalışır. Klasik kontrol yöntemlerinden biri olan ve endüstride yaygın olarak kullanılan PID kontrol Denklem 4.20 ile ifade edilir ve $u(t)$ kontrol sinyali, $e(t)$ hata sinyalinin K_p oransal, integralinin K_I integral ve türevinin K_D türevsel kazançları ile çarpımlarının toplanmasıyla elde edilir [35, 36, 37, 39].

$$u(t) = K_p e(t) + K_I \int e(t) dt + K_D \frac{d}{dt} e(t) \quad (4.20)$$



Şekil 4.16: PID kontrol blok diyagramı

Oransal terimi hatanın anlık değerine göre makul bir Şekilde hatayı azaltmaya çalıŐırken, integral terimi hatanın yavaŐa sıfır olmasını ve türevsel terim ise hatanın değişim oranını kullanarak gelecek değeri tahmin etmeye çalışır, oransal terimin sisteme olan cevabını hızlandırır ve integral teriminin neden olduğu gecikmeyi giderir.

Bu terimlerin kombinasyonu çok hassas, doğru ve kararlı bir kontrol sağlar. Ancak optimum kontrolü sağlamak için kontrol katsayılarının çok iyi ayarlanması gerekir.

Oransal Kontrol:

Oransal kontrol hatayı giderici bir etki sağlar. Oransal katsayı K_P kontrolörün oransal kazancı olarak bilinir. Kazanç arttıa sistem cevabı, değişen referansa göre daha hızlı hale gelir ve kalıcı durum hatası küçülür, ancak sistem kararlılığı azalır, aşma ve salınımlar oluşur.

İntegral Kontrol:

Oransal kontrolör hatayı yeterli derecede azaltmasına rağmen, tek baŐına hatanın sıfır olmasını sağlayamaz. Ancak hatanın sıfıra düŐürülmesi kontrol sistemine integral teriminin eklenmesiyle sağlanabilir. Uygun integral kazanç sabiti K_I ile hata sıfıra inerken, K_I arttıa salınımlar ve kararsızlık oluŐacaktır.

Türevsel Kontrol:

Türevsel terimin eklenmesiyle, kararlılık artar, yüksek kazançlı oransal ve/veya integral terimleri sonucu oluşan aŐmayı azaltır ve sistemin yanıt hızını arttırır. Türevsel kazanç sabiti ya da sönüm sabiti K_D , küçük seçilmiŐse gidermesi gereken aşma devam edebilirken, yüksek seçilmesi sonucu sistem cevabının yavaş olmasına neden olabilir.

zet olarak, oransal kontrolör (P) yükselme zamanını ve kalıcı durum hatasını azaltır, ancak yok edemez. Bir oransal-integratör kontrolör (PI) kalıcı durum hatasını yok eder, ancak geçici durum cevabını olumsuz Şekilde etkileyebilir. Oransal-integratör-türevsel kontrolör (PID) ise sistem kararlılığını arttırır, aŐmayı azaltır ve geçici durum cevabını düzeltir. Tablo 4.2’de kontrol terimlerinin sistemin yükselme

zamanı, aşma değeri, yerleşme zamanı ve kalıcı durum hatasına etkileri gösterilmiştir.

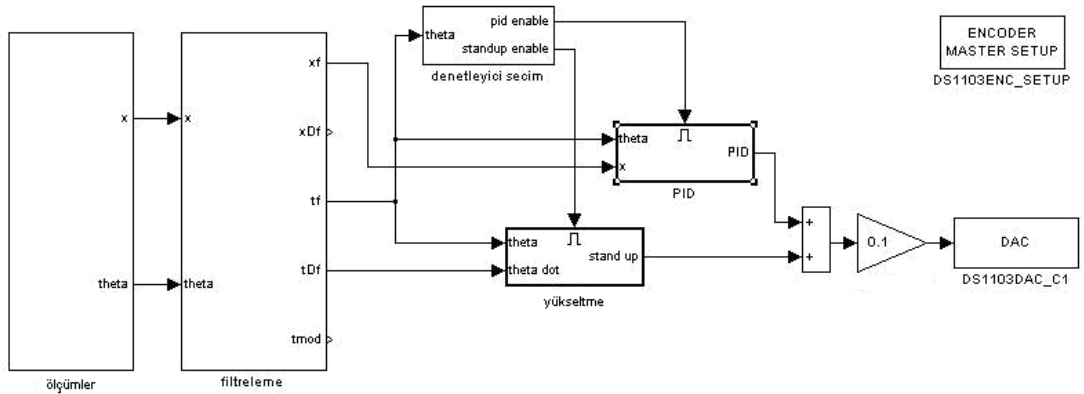
Tablo 4.2: PID parametrelerinin sistem özelliklerine etkileri

PID Sabitleri	Yükselme Zamanı	Aşma	Yerleşme Zamanı	Kalıcı Durum Hatası
K_P	Azaltır	Arttırır	Az değişim	Azaltır
K_I	Azaltır	Arttırır	Arttırır	Yok eder
K_D	Az değişim	Azaltır	Azaltır	Az değişim

Ma ve diğerleri [6] çalışmalarında dSPACE tabanlı doğrusal motor sürücülü ters sarkaç sistemini iki PD denetleyici kullanarak sarkacın dengelenmesini incelemişlerdir. İki PD denetleyiciyi durum geri besleme yöntemine benzeterek sarkaç açısını ve araba konumunu gerçek zamanlı deneylerle kontrol etmişlerdir. Çalışmaları sarkacın diğer kontrol problemini, sarkacın üst denge noktasına ulaştırılmasını içermemektedir. Diğer bir çalışmada Mirza [5] ters sarkaç sistemi için yer kök eğrisini kullanarak PID denetleyici tasarlamış ve işlemsel yükselteçlerle gerçekleştirerek sarkacı dengelemişlerdir.

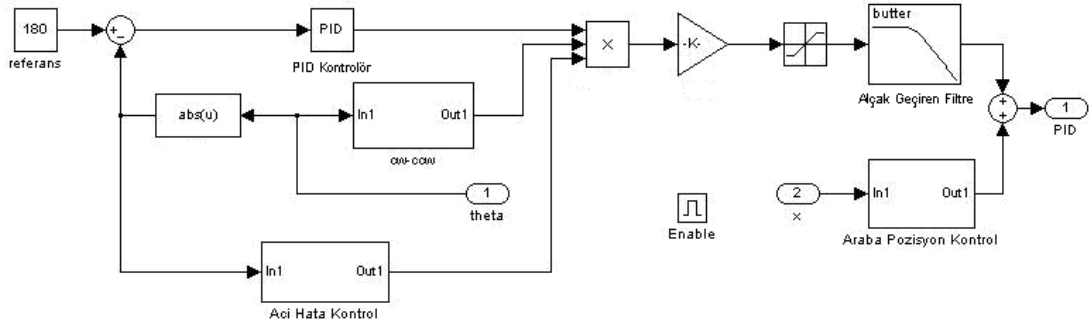
4.2.1.1 DS1103 kontrolörü için gerçek zamanlı SIMULINK modeli

PID kontrol yöntemi sadece tek durum değişkeninin kontrol edilmesini sağlar, bu yüzden tek girişli-tek çıkışlı sistemler için uygundur. Ters sarkaç sistemi ise tek girişli-çok çıkışlı bir sistemdir ancak sistemin sınırlı uzunlukta hareket edebildiği gerçeği yok sayılarak sadece açının kontrol edilmesi sağlanabilir.



Şekil 4.17: PID kontrol-ana Simulink modeli

Şekil 4.17’de sarkacın dengelenmesi için kullanılan SIMULINK blok diyagramı görülmektedir. Ölçümler bloğu altında değişkenler ölçülmekte, filtreleme bloğu altında değişkenler filtrelenmekte, kontrolör seçim bloğu ile sarkacın açısına bağlı olarak yükseltme ya da dengeleme işlemlerinin seçimi, yükseltme bloğu altında sarkacın üst denge noktasına ulaştırılma algoritması ve PID bloğu altında sarkacın dengelenmesi işlemleri yapılmaktadır. Bu bloklar, bölüm 4.5 altında açıklanmıştır. Şekil 4.18’de ise PID bloğu görülmektedir. Kapalı döngü PID yapısı dışında görülen bloklar sistem güvenliği açısından bazı sınırlamalar getirmektedir ve sarkacın saat yönü ya da saat yönünün tersine yükselme durumlarına bağlı olarak çıkış yönünü belirlemektedir.



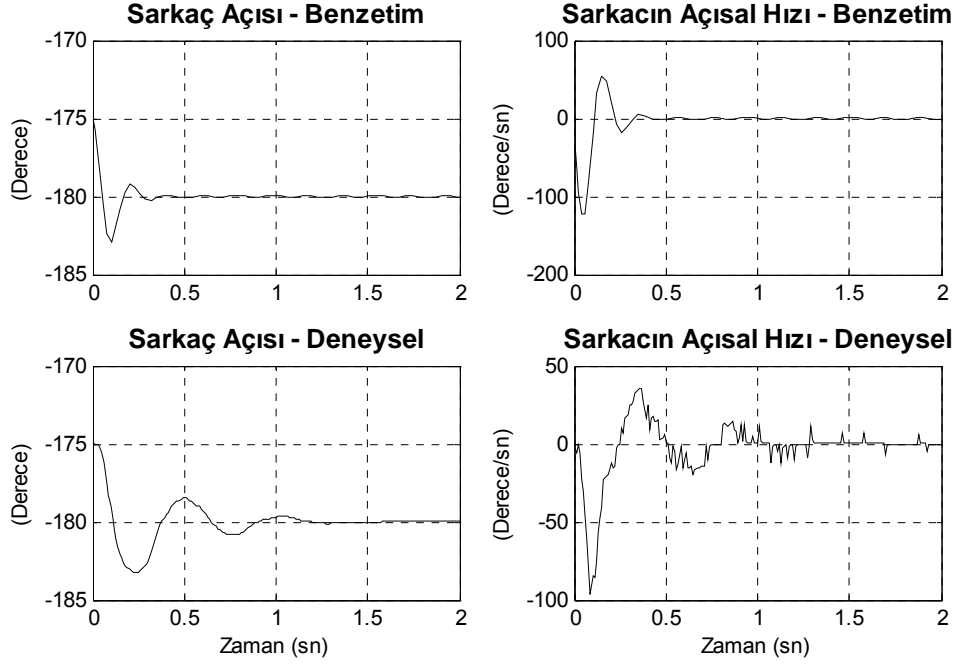
Şekil 4.18: PID kontrol-alt Simulink modeli

4.2.1.2 Benzetim ve deneysel sonuçlar

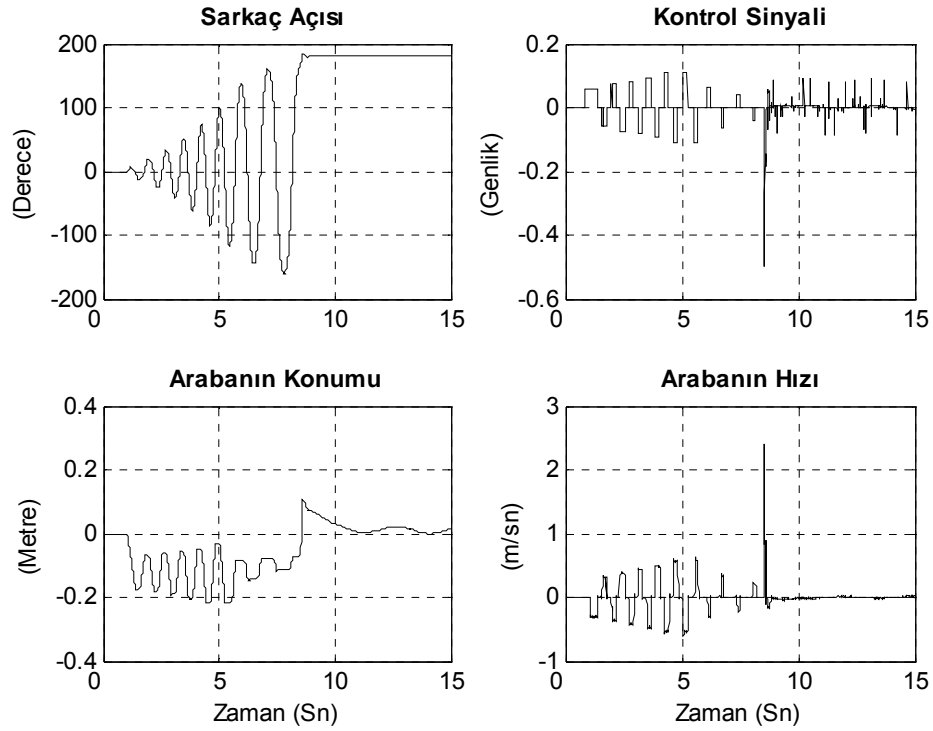
$K_p=20$, $K_I=300$ ve $K_D=0.5$ değerleri için sarkaç açısının ve açısal hızının değişimini gösteren benzetim ve deneysel sonuçlar Şekil 4.19’da görülmektedir. Karşılaştırılan benzetim ve deneysel sonuçlar aynı başlangıç koşulları için çizdirilmiştir ve deneysel cevabın benzetim sonuçlarıyla benzer eğriyi takip ettiği ancak yavaş kaldığı görülmektedir. Şekil 4.20 ve 4.21’de ise deneysel olarak ölçülen durum değişkenleri ve üretilen kontrol sinyali görülmektedir.

Uygulanan PID parametrelerinin her biri, deneylerde ayrı ayrı %50 oranına kadar değiştirilmiştir ve bozucu etkiler altında sistem gürbüzlüğü test edilmiştir. Parametrelerin değiştirilmesiyle sarkacın denge durumu bozulmamıştır, ancak elde

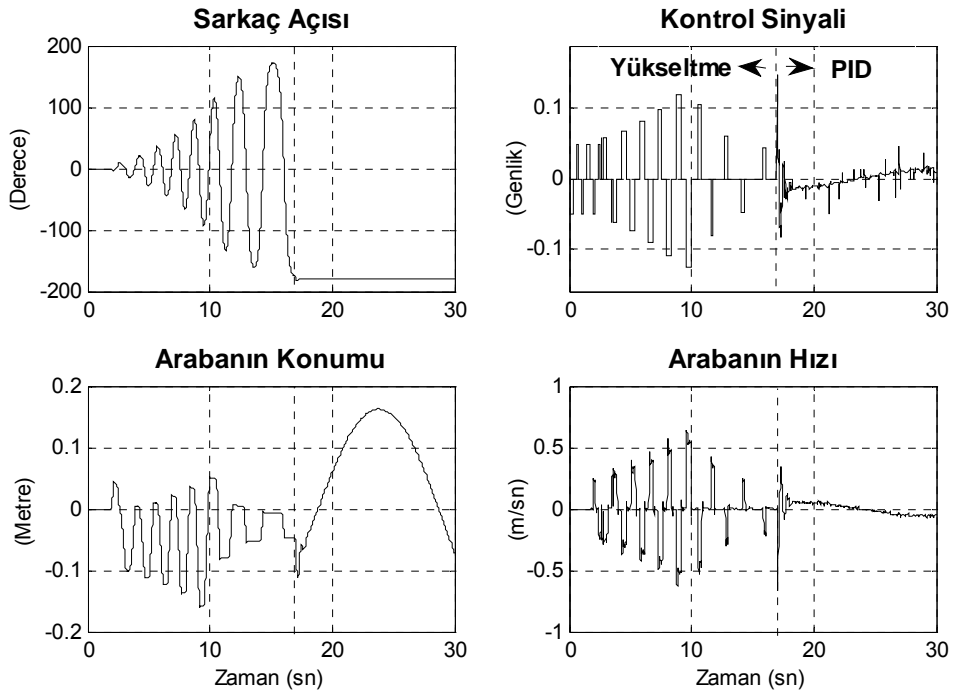
edilen çıkış cevaplarının özellikleri (yükselme zamanı, aşım ve oturma zamanı) farklılıklar içermektedir.



Şekil 4.19: PID kontrol yöntemine ait benzetim ve deneysel sonuçlar



Şekil 4.20: Sarkacın yükseltilmesi ve PID kontrol yöntemlerinde açının, kontrol sinyalinin, araba konumunun ve hızının zamanla değişimi



Şekil 4.21: Sarkacın yükseltilmesi ve PID kontrol yöntemlerinde açının, kontrol sinyalinin, araba konumunun ve hızının zamanla değişimi

4.2.2 Tam durum geri besleme yöntemi ile sarkacın dengelenmesi

Şekil 4.22’de Denklem 4.21 ile ifade edilen durum uzayı modelinin blok diyagramı görülmektedir. Sıradan geri beslemeli kontrol sistemlerinde çıkış toplama fonksiyonuna uygulanır. Tam durum geri besleme yöntemine göre ise çıkışın yerine durumlar geri beslenir. Gerekli kapalı çevirim kutup değerlerini ayarlayabilmek için her durum değişkeni k_i kazancı ile çarpılarak u kontrol sinyaline geri beslenir. Şekil 4.23’te durum geri beslemeli sistem blok diyagramı görülmektedir ve geri besleme kazançları $-K$ vektörü ile gösterilmiştir.

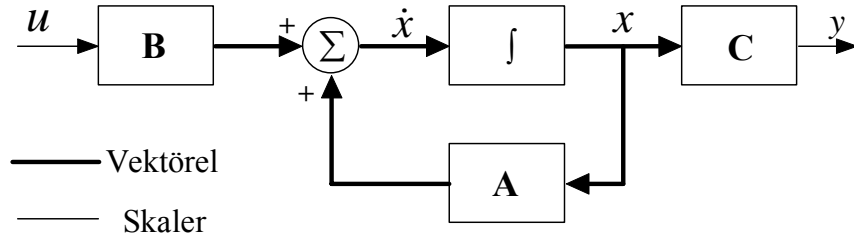
$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (4.21)$$

Şekil 4.23’te görülen kapalı çevirim sisteminin durum denklemleri Denklem 4.22 ile ifade edilir [37]. Böylece A matrisinin öz değerleri ile belirlenen sistem kutupları, $A-BK$ matrisinin öz değerleri ile belirlenerek gerekli kontrol kriterlerini sağlamak için kutupların yerleri ayarlanabilir.

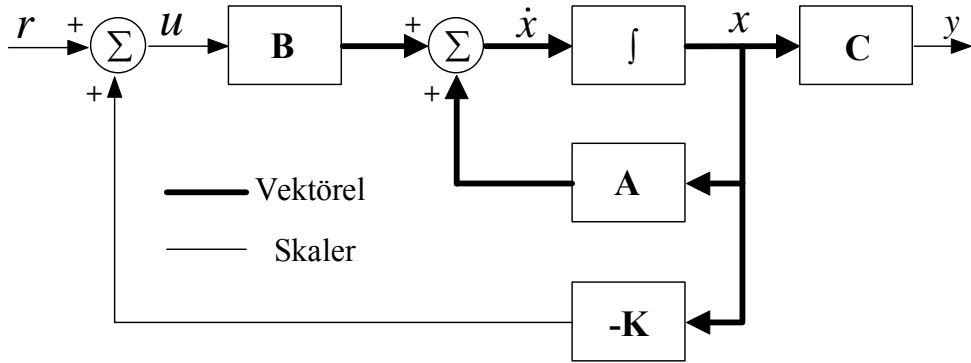
$$\dot{x} = Ax + Bu = Ax + B(-Kx + r) = (A - BK)x + Br$$

$$y = Cx$$
(4.22)

$$K = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n]$$
(4.23)



Şekil 4.22: Sistemin durum uzayı blok diyagramı



Şekil 4.23: Durum geri beslemeli sistem

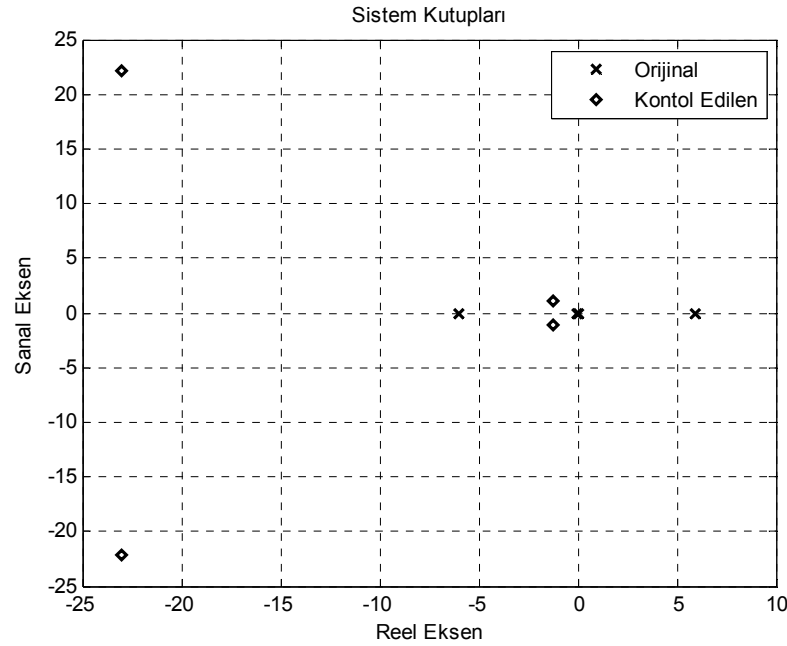
Teorik olarak, birçok sistem için uygun kazanç matrisi ile sistem kutup noktaları istenilen herhangi bir yere yerleştirilebilir. Bu yöntemi kullanarak hızlı ve kararlı sistem cevabı elde edilebilir. Ancak, gerçek performans fiziksel donanımla sınırlıdır. En iyi sonuçlar, cevap hızı ve kontrol eforu arasında optimizasyon yapılarak ulaşılabilir. Bu nümerik olarak Denklem 4.24 ile ifade edilen doğrusal kuadratik düzenleyici (linear quadratic regulator - LQR) yöntemi kullanılarak yapılabilir. MATLAB yazılımının 'lqr' fonksiyonu, durum hataları ile kontrol eforu değerlerini ağırlıklandırmanızı sağlayarak optimum kazanç matrisini hesaplar. Denklem 4.25'te belirlenen Q matrisi, R katsayısı ve Denklem 4.26'da bulunan K kazanç matrisi

görülmektedir. Şekil 4.24'te sistem kutuplarının kontrol sonucundaki yerlerinin değişimi görülmektedir.

$$J = \int_0^{\infty} x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t) dt \quad (4.24)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-4} \end{bmatrix} \quad R = 10^{-4} \quad (4.25)$$

$$K = [-100 \quad -95 \quad -450 \quad -48] \quad (4.26)$$

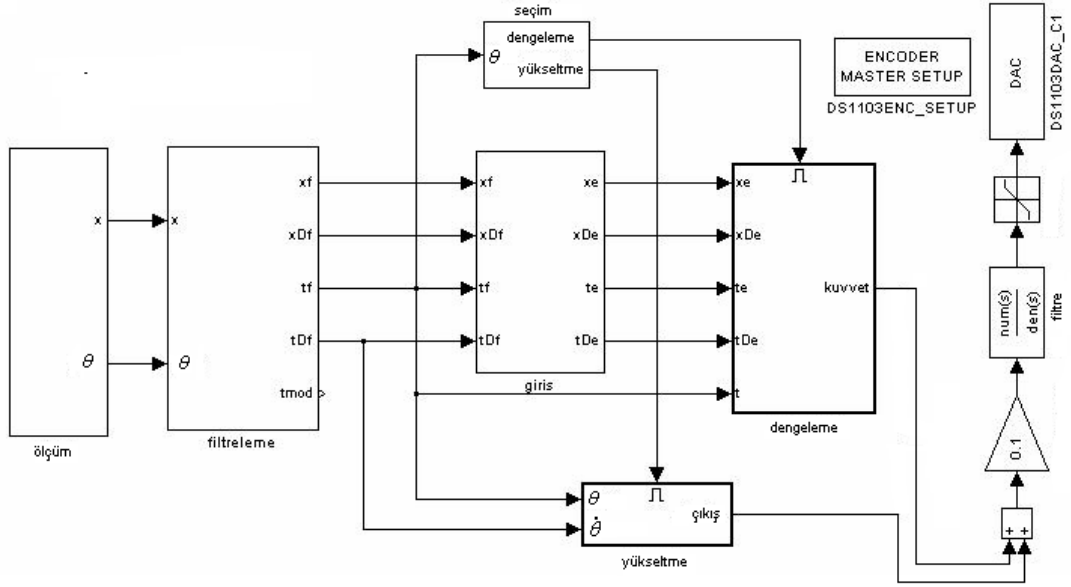


Şekil 4.24 : Sisteme ait kutup noktalarının kontrol kazancına bağlı olarak değişimi

Tang ve Shoae [7] klasik kontrol teorisi ile bulanık mantık denetçilerini ters sarkaç sistemi üzerinde benzetim sonuçlarına göre karşılaştırmışlardır. Sistem parametrelerinden sarkaç kütesinin değişimine karşılık tam durum geri besleme ve bulanık mantık denetçilerin dengeleme benzetim sonuçlarına göre matematiksel modele dayalı olmayan bulanık denetçinin cevabının daha iyi sonuç verdiğini belirtmişlerdir. Stimac [3] çalışmasında dengeleme problemi için tam durum geri besleme yöntemini kullanmış ve kazanç matrisini LQR yöntemini kullanarak

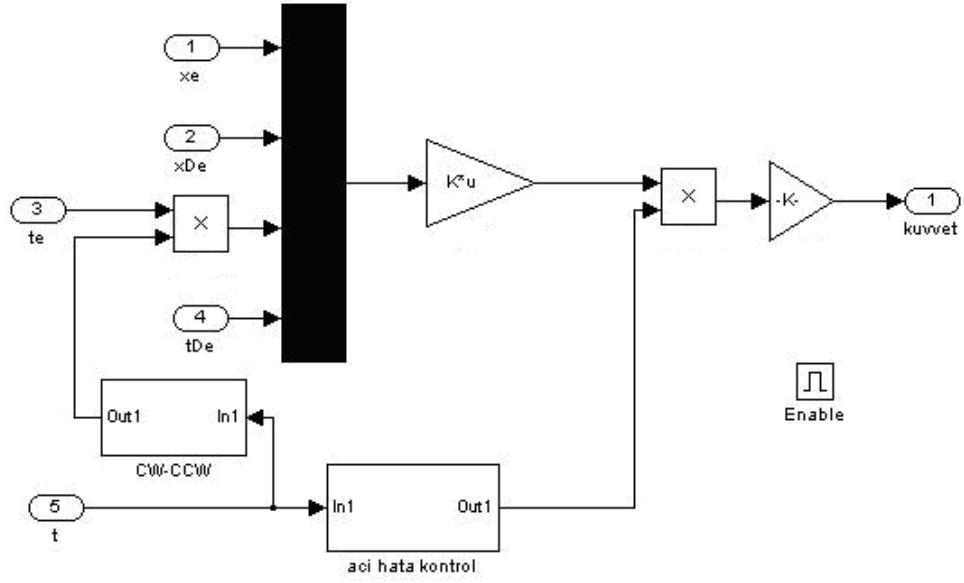
tasarlamıştır, ancak benzetim ve deneysel sonuçlar verilmemiştir. Yine çoğu çalışmada ters sarkaç sistemi için etkili bir yöntem olması sebebi ile tercih edilen ve araştırılan tam durum geri besleme yöntemi Nundrakwang ve diğerleri [9], McGilvray [4] ve ÖZBEY [8] tarafından da başarılı şekilde kullanılmıştır.

4.2.2.1 DS1103 kontrolörü için gerçek zamanlı SIMULINK modeli



Şekil 4.25: Durum geri besleme-ana Simulink modeli

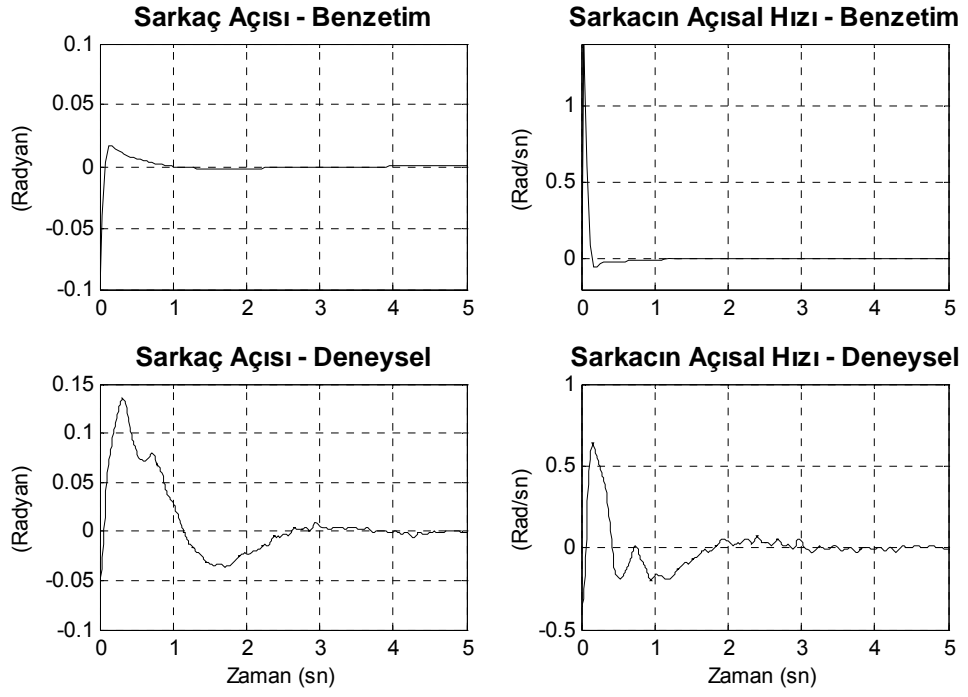
Şekil 4.25'te durum geri besleme yöntemine göre uygulanan kontrol algoritması görülmektedir. PID kontrol yapısından farklı olarak 4 değişken kullanılmaktadır. Şekil 4.26'da ise durum geri besleme kontrol bloğu görülmektedir. Kontrol yapısının dışındaki bloklar sistem güvenliği açısından bazı sınırlamalar getirmektedir ve sarkacın saat yönü ya da saat yönünün tersine yükselme durumlarına bağlı olarak çıkış yönünü belirlemektedir.



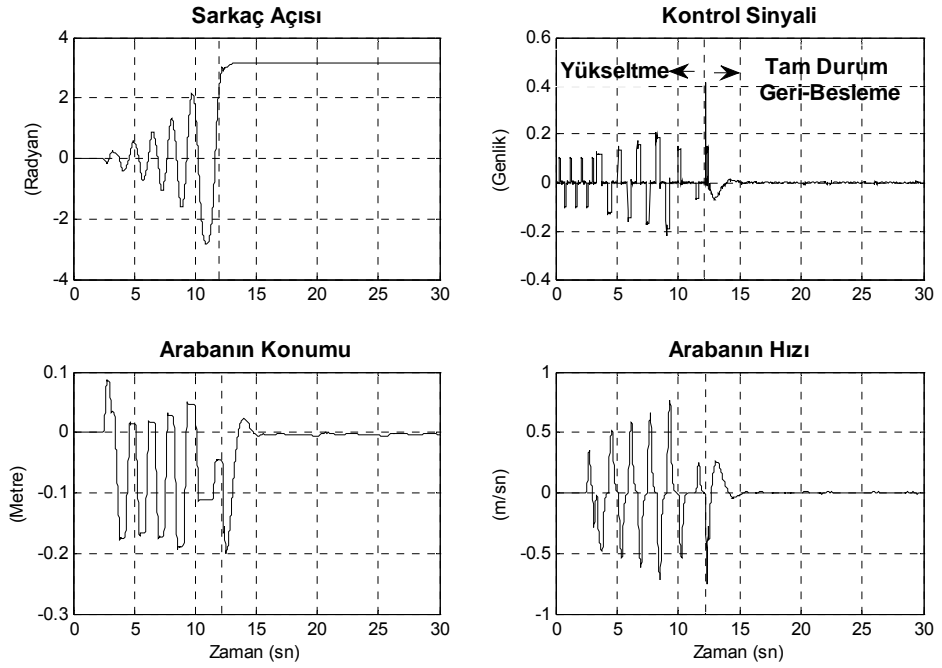
Şekil 4.26: Tam durum geri-besleme kontrolör bloğu

4.2.2.2 Benzetim ve deneysel sonuçlar

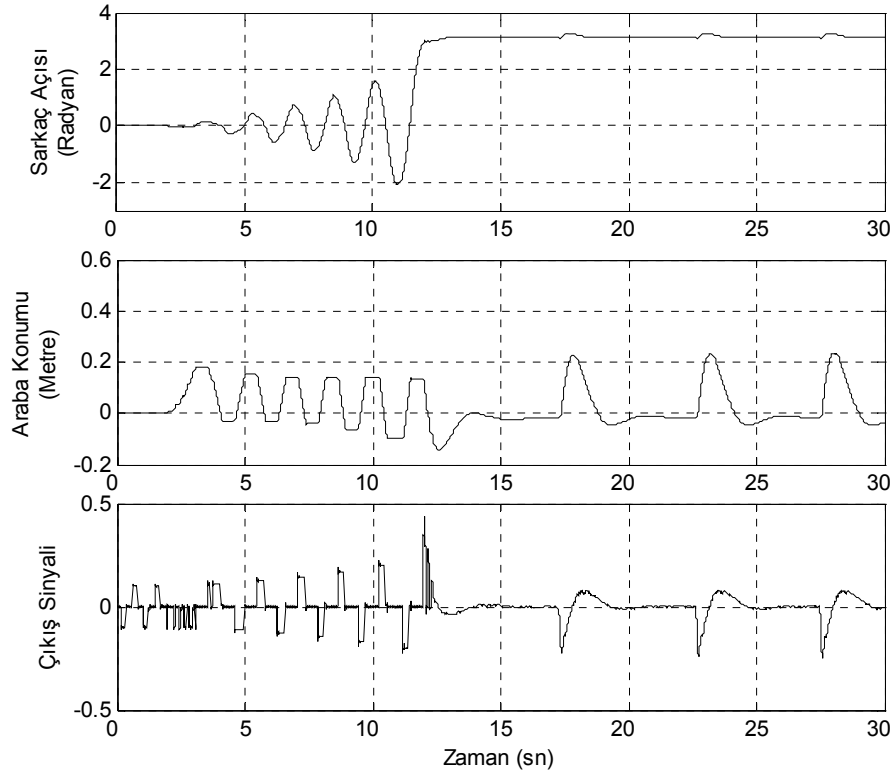
Hesaplanan K kontrol kazancı sonucundaki sarkaç açısının ve açısal hızının benzetim ve deneysel sonuçları Şekil 4.27’de, deneysel olarak ölçülen durum değişkenleri ve üretilen kontrol sinyali Şekil 4.28’de görülmektedir. Karşılaştırılan benzetim ve deneysel sonuçlar aynı başlangıç koşulları için çizdirilmiştir ve deneysel cevabın benzetim sonuçlarıyla benzer eğriyi takip ettiği ancak yavaş kaldığı görülmektedir. Harici bozucu kuvvetlerin uygulanması durumunda ve motor sürücüsünün kısa bir süre için kapatılıp tekrar açılması durumlarında oluşan sistem cevapları ise Şekil 4.29 ve 4.30’da görülmektedir. 18. saniyeden itibaren sisteme bozucu etkiler uygulanmıştır ve görüldüğü gibi başarılı sonuç alınmıştır. Şekil 4.31’de ise sarkacın yükseltilmesi ve tam durum geri-besleme yöntemlerini kapsamında elde edilen 30 saniyelik sistem cevabına göre sarkacın açısal hızı ile sarkaç açısına ait faz diyagramı gösterilmiştir.



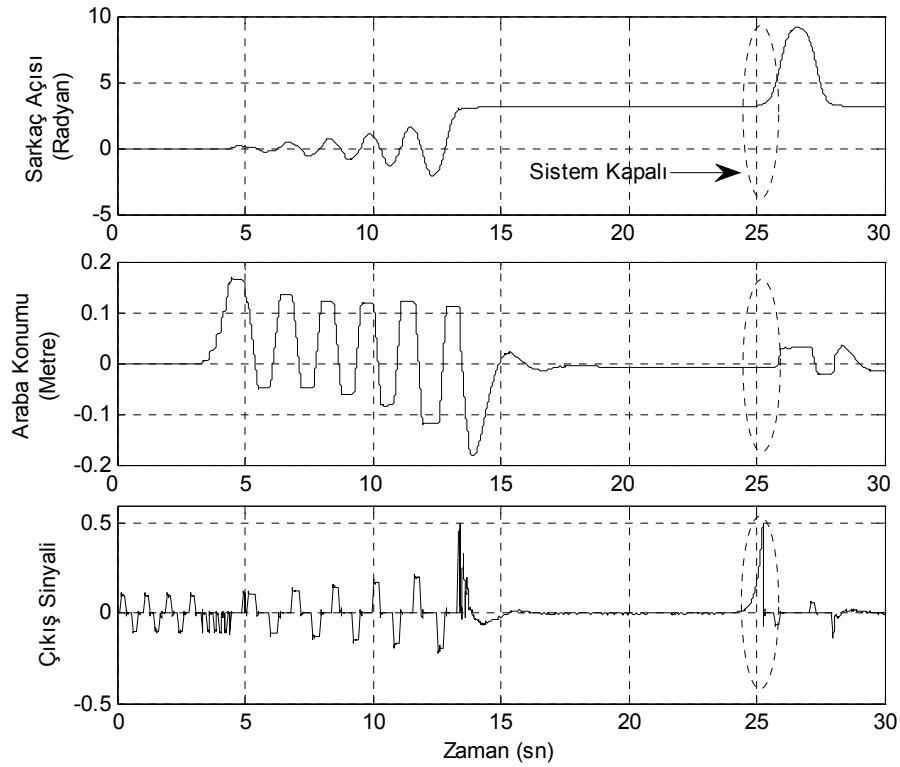
Şekil 4.27: Tam durum geri-besleme yöntemine ait benzetim ve deneysel sonuçlar



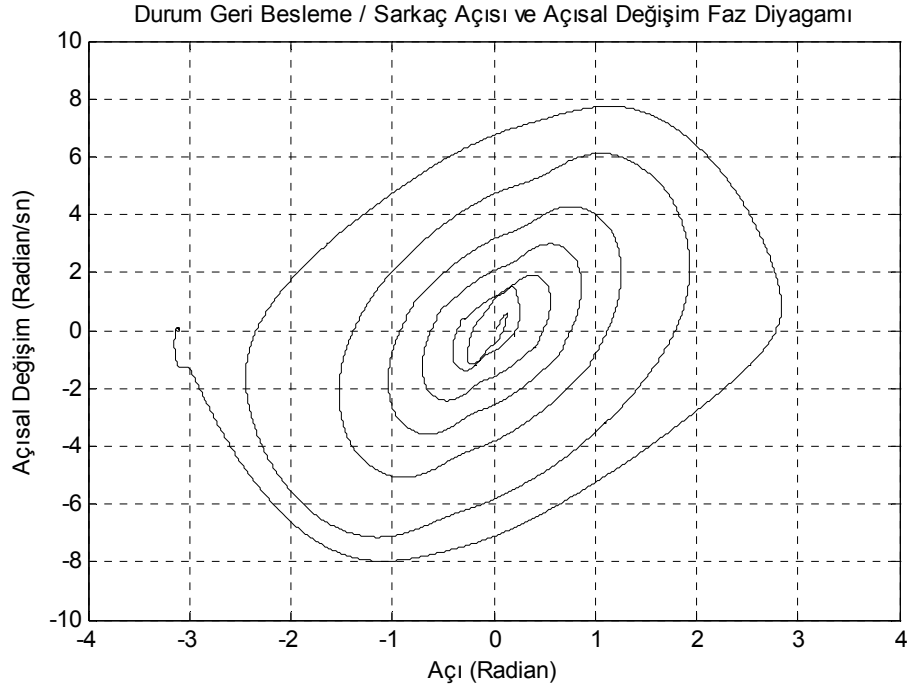
Şekil 4.28: Sarkacın yükseltilmesi ve tam durum geri-besleme kontrol yöntemlerinde açının, kontrol sinyalinin, araba konumunun ve hızının zamanla değişimi



Şekil 4.29: Sarkacın yükseltilmesi ve tam durum geri-besleme kontrol yöntemlerinde dış bozucu kuvvetler altında açının, kontrol sinyalinin, araba konumunun zamanla değişimi



Şekil 4.30: Sarkacın yükseltilmesi ve tam durum geri-besleme kontrol yöntemlerinde dış bozucu kuvvetler altında açının, kontrol sinyalinin, araba konumunun zamanla değişimi



Şekil 4.31: Tam durum geri-besleme kontrolü $\dot{\theta} - \theta$ faz diyagramı

4.2.3 Bulanık mantık ile ters sarkaç sisteminin kontrolü

Ters sarkaç, kontrol teorisinde çok yaygın olarak kullanılan ilginç doğrusal olmayan sistemlerden biridir. Kararsız ve doğrusal olmayan ters sarkaç sistemi farklı kontrol yapılarının performanslarının testi için kullanılır. Ters sarkaç problemi kontrol eğitiminde kullanılacak en uygun sistemlerden biridir. Bu yüzden, kontrol laboratuvarları içinde çok yaygın bir laboratuvar ekipmanıdır.

“Bulanık mantık monotonik olmayan mantıklara sahip sistemler hariç bütün çok boyutlu verilerin analizinde ve her tür kompleks sistem modellemesinde kullanılabilir. Kompleks sistemlerin modellenmesinde özellikle boyut arttıkça belli oranda hassassızlığı, belirsizliği ve kesinsizliği kabul edebiliriz. Herhangi bir kompleks sistem bir bulanık sistem olarak düşünülebilir ve bunun gerçekleşmesi çok boyutlu uzayda arama problemi olarak ele alınabilir. Bu uzayda her bir nokta kural kümesi, üyelik fonksiyonu ve ilgili sistemin davranışı olarak tasvir edilebilir. Verilen bazı başarımlarına bağlı olarak bu uzayda bir çok-boyutlu yüzey oluşur. Bu çok boyutlu yüzey, sonsuz büyük, türevi alınmayan, gürültü içeren, çok parçalı ve yanıltıcı olabilir. Çok boyutlu uzayda en iyi yerin bulunması en iyi bulanık sistemin tasarımı olarak düşünülebilir [34].

Bulanık mantığın bir problemi çözerken kullandığı yaklaşım bir insanın herhangi bir problemi çözerken kullandığı yaklaşıma benzetilebilir. Çünkü her ikisi de dilsel kurallar kullanır. İnsanın bir problemi çözerken kullandığı yaklaşımı genel olarak şu şekilde

tanımlayabiliriz: 1) Kararlarını verirken kullandığı bilgiyi hassas olmayan değerleri veya sınıflandırmaları göz önünde tutarak değerlendirir ve 2) Eğer-sonra kurallarını kullanarak yaptığı eylemlerin doğruluğunu kanıtlar.

Küme teorisine tanımlama yaptığından dolayı tanımlayıcı teori ve mantığına ise doğrulama yaptığından dolayı doğrulama teorisi denir. Bu açıdan, bulanık mantık teorisini ikiye ayırabiliriz: bulanık kümeler teorisi ve bulanık mantık. Bulanık kümeler teorisindeki üyelik fonksiyonu, sadece "0" yada "1" değerini almak yerine "0" ile "1" arasındaki herhangi bir değeri alarak, klasik iki değerli kümenin çok değerli olmasını sağlar. Bulanık kümeler teorisi sınırları tam olarak ifade edilemeyen sınıflar teorisidir. Bu yüzden bir bulanık küme yaklaşıklık, eksik veri veya kısmi doğruluğu ifade eden bilgiyi saklayabilir. Klasik teoride her şey ya "doğru" ya "yanlış" diye tanımlanırken bulanık mantık teorisinde "doğruluk" ve "yanlıklık" derecelendirilir. Bu sebepten ötürü, "iki değerli mantık", "çok değerli mantık" olarak genişliyor. Bu ise "mutlak doğru" veya "mutlak yanlış" kavramlarını yumuşatarak daha çok insan ve doğa arasındaki iletişime benzer bir yaklaşımı getiriyor. Örneğin, 24 saati ışık yoğunluğuna bağlı olarak gece ve gündüz diye ikiye ayırabilirsiniz. Ama bu kesinlik içermez çünkü akşam karanlığı tam karanlık ve sabah aydınlığı tam aydınlık değildir. Ayrıca ülkeler bazında düşündüğünüzde de ışık yoğunluğu farklılık içerir. Bunları ışık yoğunluğuna göre derecelendirirseniz bulanık mantık yapmış olursunuz.

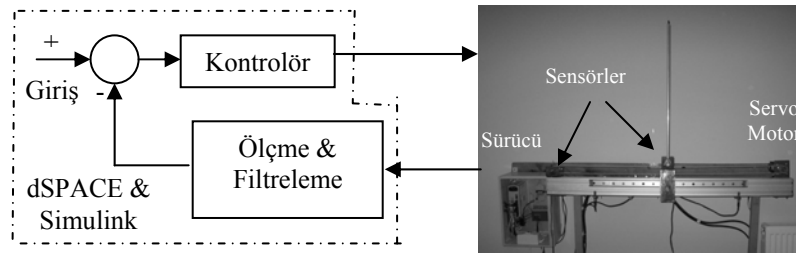
İnsanlar bilgiyi çoğu zaman sayılar yerine dilsel olarak ifade eder. Bu yüzden bu kuralı temel alan bir bulanık sisteminin temel yapısı başlıca üç kısma içerir: 1) Dilsel değişkenler (bulanık kümeler) 2) Dilsel tanımlamalar (bir bulanık kümenin çeşitli sınıflarını tanımlamada kullanılan bulanık küme tanımlamaları) ve 3) Şartlı ifadeler veya kurallar.” (Bingül, 2007)

Muskinja ve Tovornik [1] ters sarkaç sisteminin sarkacın üst denge noktasına ulaştırılması için enerji tabanlı ve bulanık mantık kontrolörlerini ve dengeleme problemi için ise uyarlamalı durum kontrolör yapılarını önemişlerdir. Ji, Lei ve Kin [16] ters sarkaç sisteminin, sarkacın üst denge noktasına ulaştırılması ve dengeleme problemleri için geliştirdikleri bulanık mantık denetleyicisinin benzetim sonuçlarını sunmuşlardır.

4.2.3.1 Ters sarkaç sisteminin yapısı

Tek çubuklu arabalı ters sarkaç sisteminde sarkaç, sınırlı uzunluktaki yatay yol boyunca hareket edebilen arabaya bağlıdır. Çubuk bir optik kodlayıcıya bağlıdır, böylece sürtünme olmadan serbestçe dönebilir. Ters sarkaç sistemi iki denge noktasına sahiptir: aşağı yönlü alt denge noktası ve yukarı yönlü üst denge noktası. Kararlı alt denge noktası $\theta = 0$, $\dot{\theta} = 0$ değerlerine karşılık gelmektedir. Kararsız üst denge noktası ise $\theta = \pi$, $\dot{\theta} = 0$ değerlerine karşılık düşer.

Geliştirilen ters sarkaç sistemi, arabanın hareketini sağlayan ve sarkaca belirlenen kuvvetin uygulanmasını sağlayan servo motor, durum değişkenlerini (araba konumu x ve sarkaç açısı θ) ölçen sensörler ve kontrol sinyallerini üreten kontrolör gibi çeşitli kısımlardan oluşur. Bu birimler ve geliştirilen sistem Şekil 4.32’de görülmektedir. Geliştirilen kontrol algoritması dSPACE DS1103 DSP kontrolör kartına gömülmüştür. Bu kart sensör çıkışlarını alır ve kontrol sinyalini üretir.



Şekil 4.32: Ters sarkaç sisteminin blok diyagramı

4.2.3.2 Kontrolör tasarımı

Genellikle ters sarkaç sistemlerinin kontrolünde melez kontrol yaklaşımı kullanılır. Melez yaklaşım iki adımdan oluşur: sarkacın yükseltilmesi ve denge işlemleri. Sarkacın yükseltilmesi işleminin amacı sarkacı durağan halde bulunduğu alt denge noktasından ya da herhangi bir açı ve açısal hıza sahip olması durumlarında üst denge noktası civarına dengeleme denetçisinin çalışma aralığına ulaştırmaktır. Dengeleme işleminde, sarkaç sınırlı bir yol boyunca dengede tutulur. Melez yaklaşımında, denetleyici hangi yöntemin çalıştırılması gerektiğine sarkaç açısına göre karar verir. Ancak, bulanık mantık kontrolünde bu yaklaşımın kullanılmasına gerek yoktur. Bu işlemler tek bir bulanık sistem içinde birleştirilebilirler. Sarkacın yükseltilmesi ve denge işlemleri aşağıda açıklanmıştır [14-18, 38].

4.2.3.2.1 Bulanık mantık denetleyicisi ile sarkacın $\theta = 0^\circ$ ’den $\theta = 180^\circ$ ’ye yükseltilmesi

Bu çalışmada, sarkacı üst denge noktasına ulaştırmak için, arabaya uygulanan ivmenin yapılan iş üzerindeki etkisine bağlı olacak şekilde bir araba hareket stratejisi

belirlenmiştir. Temel strateji, sarkaca enerji ekleyecek şekilde arabayı hareket ettirmektir. Bu stratejiyi belirleyebilmek için Şekil 4.1’de verilen modeli Newtonian yaklaşımını kullanarak sisteme enerjinin en iyi şekilde nasıl eklenebileceğini araştıralım. Bu analiz boyunca, koyu karakterler vektörel büyüklükleri ifade ederken normal karakterler skaler büyüklükleri temsil etmektedir.

Sarkaca etkiyen kuvvetler,

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_r &= F_r (\sin \theta \hat{\mathbf{i}} + \cos \theta \hat{\mathbf{j}}) \\ \mathbf{F}_g &= -mg \hat{\mathbf{j}} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Newton kanunu kullanılarak F_r bulunur,

$$F_r = m(\sin \theta \ddot{x} + l\dot{\theta}^2 + g \cos \theta) \quad (4.28)$$

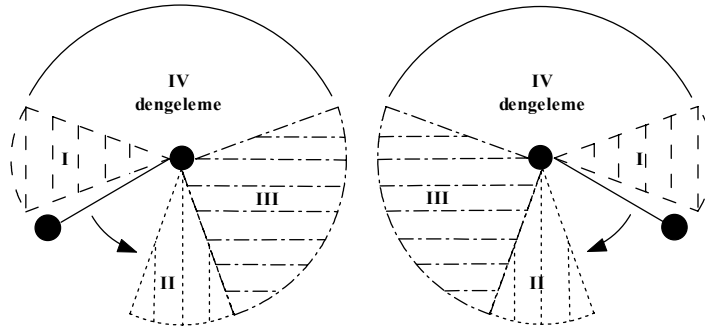
F_r kullanılarak iş bulunur,

$$\delta W = \mathbf{F}_r \cdot \partial \mathbf{x} = F_r \sin \theta \partial x = m(\sin^2 \theta \ddot{x} + \sin \theta l\dot{\theta}^2 + g \sin \theta \cos \theta) \partial x \quad (4.29)$$

Denklem 4.29’da bulunan $\sin^2 \theta \ddot{x}$ terimi önemlidir, çünkü sarkaç açısına bağlı olarak verilen ivmenin yapılan iş üzerindeki etkisini belirtmektedir. Bu ifadeye ait grafik Şekil 4.2’de görülmektedir. θ , $\pm 90^\circ$ civarında iken verilen ivme ve yer değiştirme maksimum iş yaparken θ ’nın 0° civarında olması durumunda ise hemen hemen hiç iş yapılmaz. İvmelenme ve yer değiştirme aynı yönde ise yapılan iş pozitifdir ve bu durumda sisteme enerji eklenir.

Sarkacın yükseltilmesi stratejisi, yapılan işin etkisine bağlı olarak sarkaç açısı tarafından sürülen bir araba hareket yörüngesi olarak geliştirilmiştir. Sarkaç üzerinde yapılan pozitif işi maksimize etmek için araba θ , $\pm 90^\circ$ civarında iken yüksek iş transferini sağlayabilmek için hızlandırılmalıdır ve θ , 0° civarında iken düşük iş transferi nedeniyle araba yavaşlatılmalıdır. Buna göre, arabayı hızlandırma ve yavaşlatma bölgeleri Şekil 4.33’te görülmektedir. Sarkaç I nolu bölgedeyken araba hızlandırılmalı, II nolu bölgede yavaşlatılmalı ve III nolu bölgede ise sarkacın maksimum yüksekliğe ulaşması beklenmelidir. Bu süreç, sarkaç üst denge noktasına ulaşana dek tekrarlanır. Eğer sarkaç alt denge noktasında durağan bir halde II nolu

bölgede olması durumunda bu strateji bir kontrol sinyali üretmeyecektir, bu yüzden sarkacın yükseltilmesi denetçisi sarkacın salınmaya başlamasını sağlamak için bir dizi seri araba manevrası içermelidir. Son olarak, sarkacı üst denge noktasına yakın olacak şekilde ve düşük açısal hızla ulaştırabilmek ve böylece dengeleme denetleyicisinin limitli yol boyunca kontrolü sağlamasını kolaylaştırmak için sarkaç üst denge noktasına yaklaştıkça (yükseklere salındıkça) araba hareket genlikleri azaltılmalıdır.

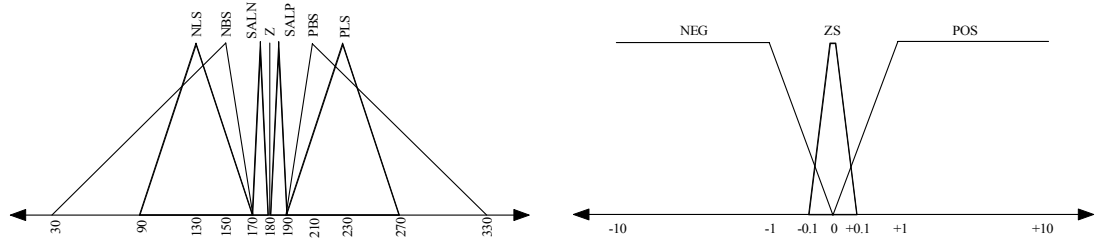


Şekil 4.33: Temel strateji

Yukarıda bahsedilen kurallar bir bulanık mantık denetleyici geliştirmek için çok uygundur. Önerilen bulanık, sarkacın yükseltilmesi denetleyicisinde iki giriş değişkeni kullanılmıştır: sarkaç açısı θ ve açısal hızı $\dot{\theta}$. Sistem sınırlı uzunlukta hareket edebilmesine karşın bu kontrol stratejisini uygulayabilmek için yeterlidir. Sarkaç açısı hata girişi için yedi üyelik fonksiyonu [NLS (Negatif çok büyük), NBS (Negatif büyük), SALN (Salınım negatif), Z (Sıfır), SALP (Salınım pozitif), PBS (Pozitif büyük) ve PLS (Pozitif çok büyük)] kullanılmıştır. Açısal hız hata girişi içinse üç üyelik fonksiyonu seçilmiştir. Tasarlanan giriş üyelik fonksiyonları Şekil 4.34'te ve çıkış üyelik fonksiyonu ise Şekil 4.36'da görülmektedir. Tasarlanan kural tabanı ise Tablo 4.3'te verilmiştir. Çıkış üyelik fonksiyonu dokuz bulanık kümeden [NVVB (Negatif çok çok büyük), NVB (Negatif çok büyük), NB (Negatif büyük), N (Negatif), Z (Sıfır), P (Pozitif), PB (Pozitif büyük), PVB (Pozitif çok büyük), PVVB (Pozitif çok çok büyük)] oluşmaktadır.

Kullanılan sarkacın yükseltilmesi denetleyicisine ait deneysel zaman cevabı Şekil 4.35'te görülmektedir. Şekilden görülebileceği gibi, sarkaç 10 saniye içerisinde alt denge noktasından üst denge noktasına ulaştırılmıştır. Salınım sayısı ve üst denge

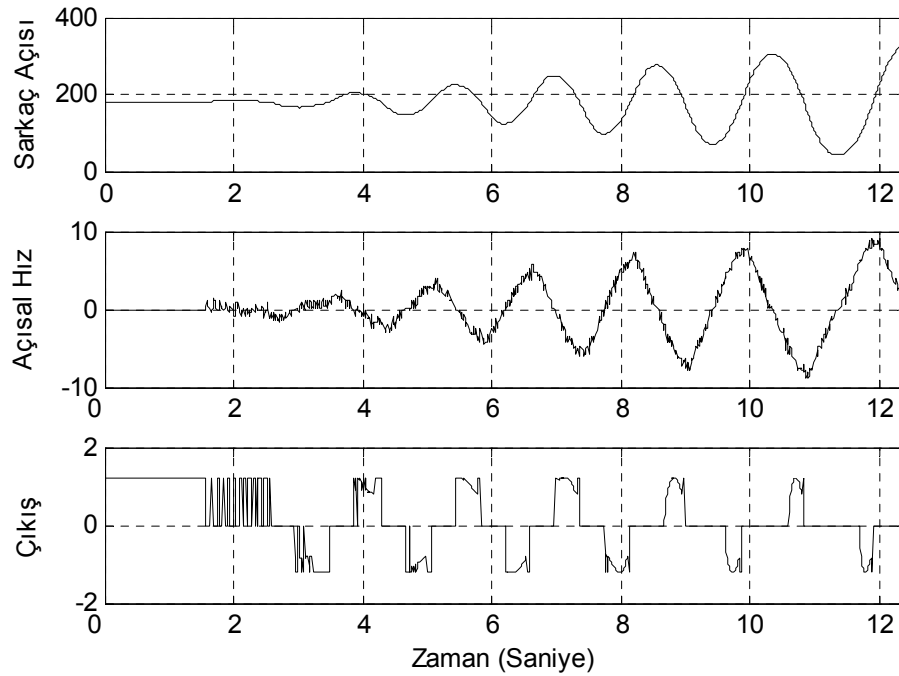
noktasına ulaştırılma süresi çıkış üyelik fonksiyonlarının genliklerinin ayarlanmasıyla arttırılabilir ya da azaltılabilir.



Şekil 4.34: θ ve $\dot{\theta}$ için üyelik fonksiyonları

Tablo 4.3: Sarkacın yükseltilmesine ait kural tabanı

$e\dot{\theta}$	$e\theta$						
	NLS	NBS	SALN	Z	SALP	PBS	PLS
NEG					P	Z	PB
ZS				P			
POS	NB	Z	N				



Şekil 4.35: Sarkacın başlangıç konumundan üst denge noktasına ulaştırılmasına ait deneysel zaman cevabı

4.2.3.2.2 Dengeleme

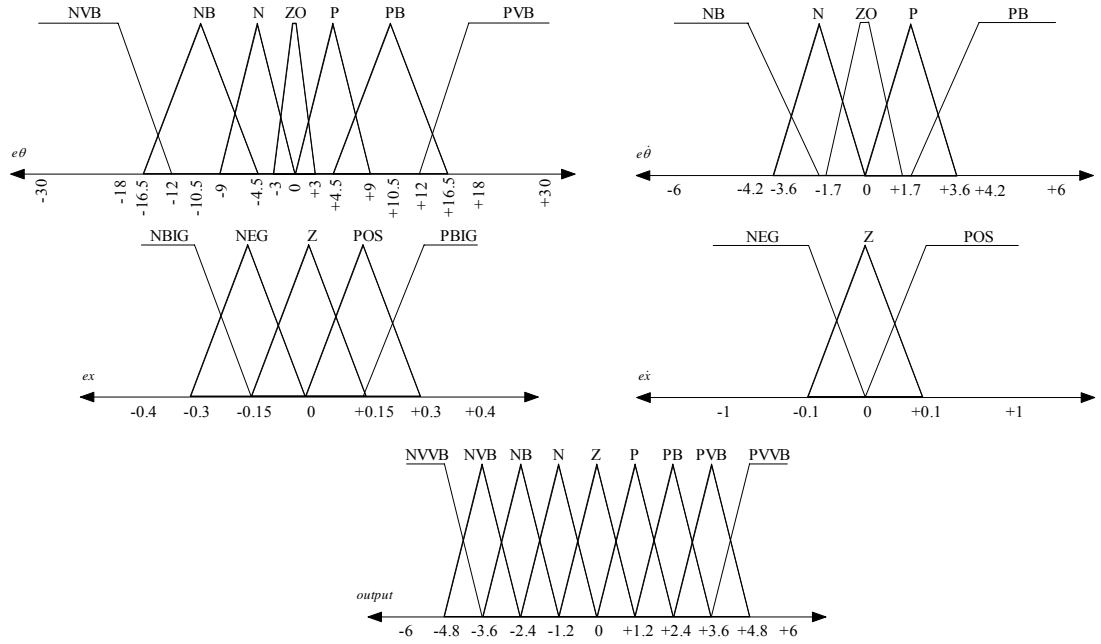
Önerilen bulanık dengeleme denetleyicisinde dört giriş değişkeni kullanılmıştır: sarkaç açısı θ , sarkacın açısal hızı $\dot{\theta}$, araba pozisyonu x ve araba hızı \dot{x} . Sarkacı, $\pm 30^\circ$ aralığında dengede tutabilmek için, yedi bulanık küme [NVB, NB, N, ZO, P, PB, PVB] sarkacın açısal hatası için ve beş bulanık küme [NB, N, ZO, P, PB] sarkacın açısal hızının hatası için seçilmiştir. Ayrıca, arabayı başlangıç noktasına döndürmek ve bu noktada kalmasını sağlamak için beş bulanık küme [NBIG, NEG, Z, POS, PBIG] araba pozisyon hatası ve üç küme ise [NEG, Z, POS] araba hızının hatası için seçilmiştir. Buna göre, sarkacın yükseltilmesi ve dengeleme bulanık denetleyicisi dört girişli ve bir çıkışlı mamdani yapısına sahip bir kontrolördür. Bu üyelik fonksiyonları Şekil 4.36’da görülmektedir. Araba pozisyonu ve sarkaç açısı kontrolleri için oluşturulan kural tabanları Tablo 4.4 ve 4.5’te verilmiştir. Toplamda bütün sistemi kontrol etmek için 49 kural kullanılmıştır.

Tablo 4.4: Araba pozisyon kontrolü için kural tabanı

	ex				
$e\dot{x}$	NBIG	NEG	Z	POS	PBIG
NEG	PVVB	PVB	PB		
ZERO			Z		
POS			NB	NVB	NVVB

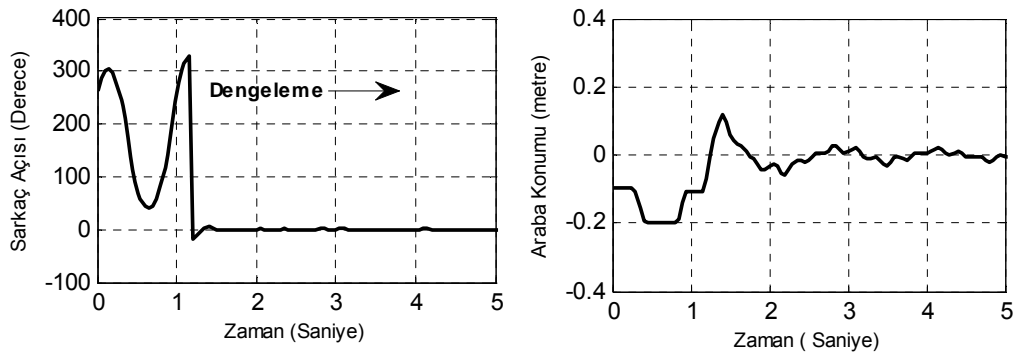
Tablo 4.5: Sarkacın dengelenmesi için kullanılan kural tabanı

	$e\theta$						
$e\dot{\theta}$	NVB	NB	N	ZO	P	PB	PVB
NB	NVVB	NVVB	NVB	NB	N	Z	P
N	NVVB	NVB	NB	N	Z	P	PB
ZO	NVB	NB	N	Z	P	PB	PVB
P	NB	N	Z	P	PB	PVB	PVVB
PB	N	Z	P	PB	PVB	PVVB	PVVB



Şekil 4.36: $\theta, \dot{\theta}, x, \dot{x}$ ve çıkış üyelik fonksiyonları

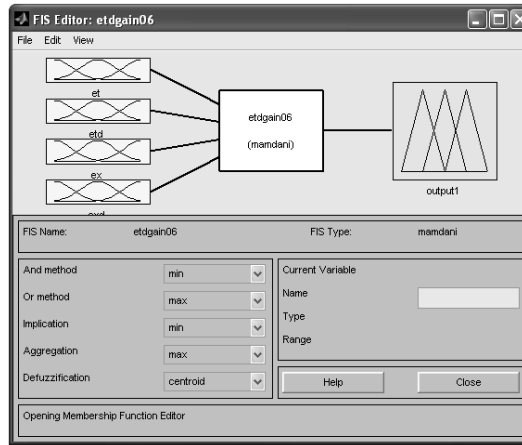
Geliştirilen denetleyicinin deneysel zaman cevabı Şekil 4.37’de görülmektedir. Şekilde çıkış, kural tabanına bağlı olarak sarkacın üst denge noktasına ulaştırılması kural bütününden dengeleme kural bütününe geçiş yaparak üretilmiştir. Bu geçişten sonra, sarkaç açısı ve araba pozisyonu hedeflenen değerlerine getirilmiştir.



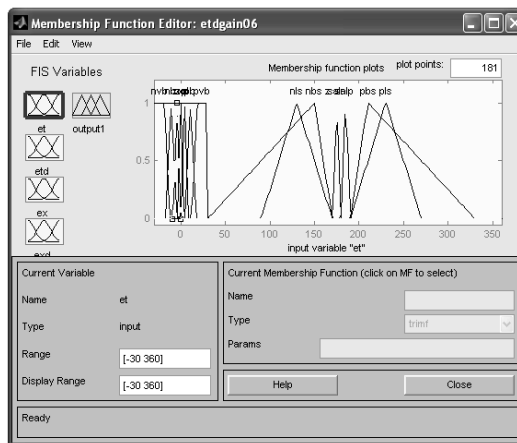
Şekil 4.37: Sarkacın yükseltilmesinden dengelenmesine geçiş

4.2.3.3 DS1103 kontrolörü için gerçek zamanlı SIMULINK modeli

Sistemi kontrol etmek için belirlenen üyelik fonksiyonları ve kural tabanları MATLAB-FIS (Fuzzy Inference System) editörü kullanılarak tasarlanmıştır. Kullanılan editör tasarım sonucuna göre *.fis uzantılı dosya oluşturmaktadır ve gerçek zamanlı denetleyici yapısında bulanık mantık denetleyicisi (Şekil 4.43) bloğu ile gerçekleştirilen tasarım kullanılabilir. Şekil 4.38, 4.39, 4.40 ve 4.41 ile FIS editörü tasarım aşamalarının bazıları verilmiştir. Şekil 4.38’de tasarım aşaması sonuçlanmış dört girişli bir çıkışlı ve mamdani yapısına sahip denetleyicinin FIS editörü ana menüsü görülmektedir.

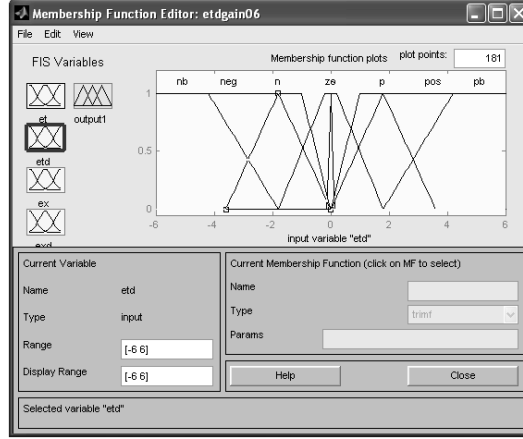


Şekil 4.38: Dört girişli-bir çıkışlı mamdani bulanık denetleyici yapısı



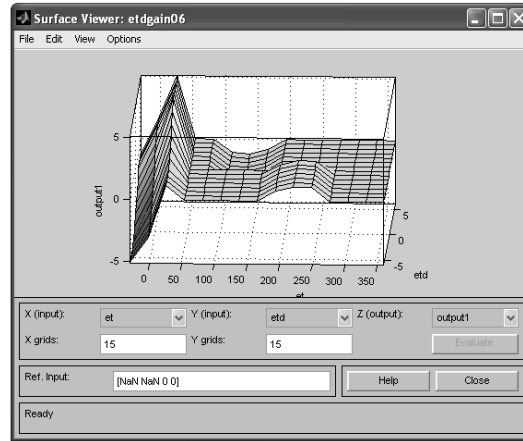
Şekil 4.39: FIS editör – e sarkaç açısı hatasına ait üyelik fonksiyonları yapısı

FIS editörü θ ve $\dot{\theta}$ giriş değişkenleri üyelik fonksiyonları seçimi ve yerleşim ekranları Şekil 4.39 ve 4.40'da görülmektedir. Kullanılan bulanık denetleyici, kural tabanı-giriş/çıkış uzayını görüntülemeyi destekleyen editöre ait ekran görüntüsü ise Şekil 4.41 ile verilmektedir.

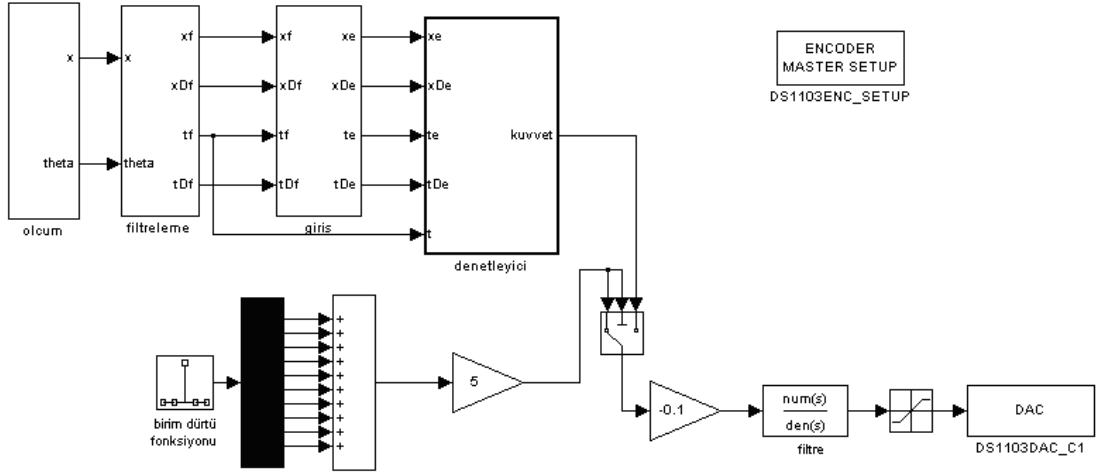


Şekil 4.40: FIS editör – $e\dot{\theta}$ sarkaç açılma hızı hatasına ait üyelik fonksiyonları yapısı

DS1103 kontrolcüsü için gerçek zamanlı bulanık denetleyici yapısı SIMULINK ortamında oluşturulmuştur. Bu yapıda değişkenler ölçülmekte, nümerik olarak türevleri alınmakta ve referans değerleri ile karşılaştırılarak hata sinyalleri elde edilmektedir. Hata sinyalleri bulanık denetleyiciye uygulanmakta ve elde edilen çıkış kontrolcü için uygun kazanç değerleri ile çarpılmakta, sınırlandırılmakta ve dijital-analog dönüştürücüye uygulanarak motor sürücüsüne verilmektedir. Bu yapı Şekil 4.42'de görülmektedir ve bahsedilen bloklar dışında deneylerde uygulanan birim dürtü bozucu sinyalini üreten yapıyı içermektedir.

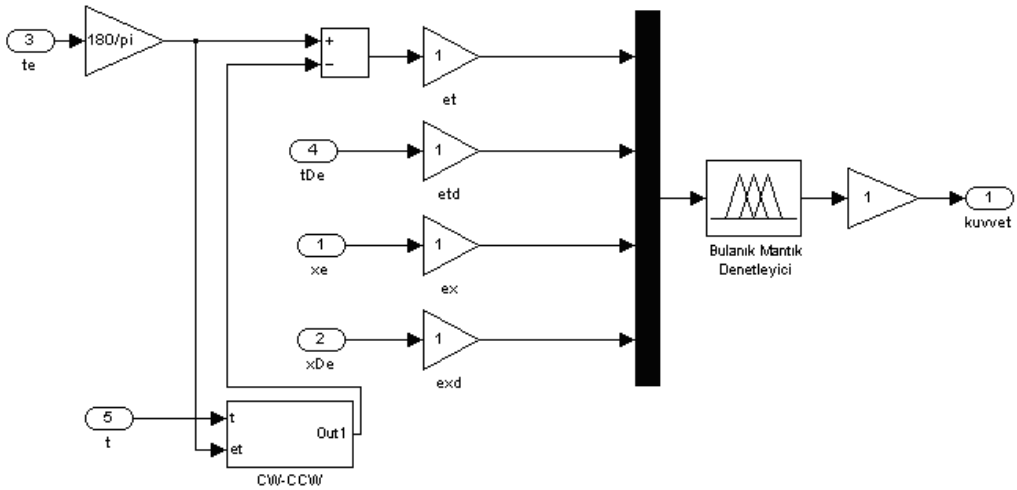


Şekil 4.41: Bulanık denetleyici kontrol yüzeyi



Şekil 4.42: Bulanık mantık ana denetleyici blok diyagramı

Şekil 4.43'te ise ana diyagramda görülen denetleyici alt blok diyagramı içeriği görülmektedir. Yapı, denetleyici geliştirme aşamasında kullanılan giriş-çıkış ölçeklendirme kazançlarını ve sarkacın saat yönü ya da tersi yönünde yükselmesi durumları için yapılar içermektedir.



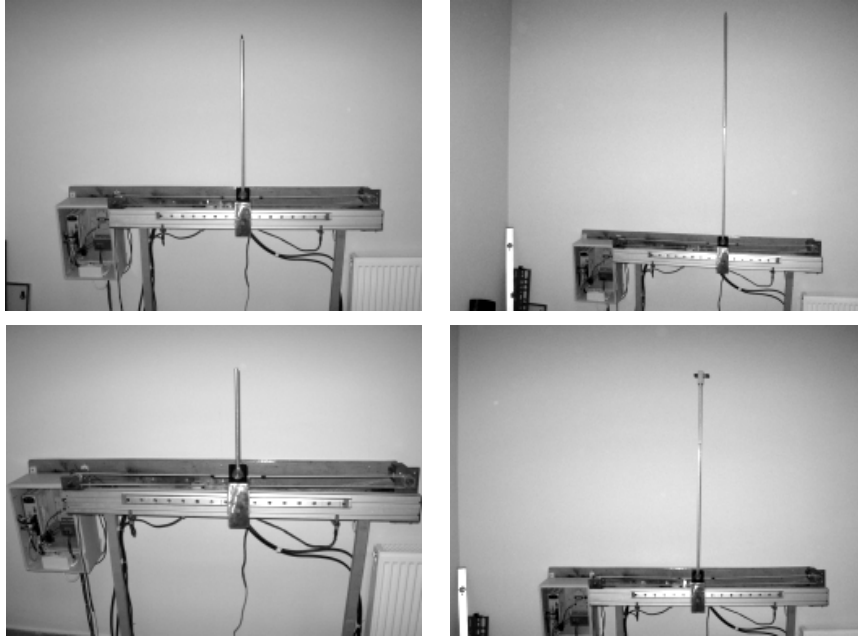
Şekil 4.43: Denetleyici alt blok diyagramı

4.2.3.4 Deneysel sonuçlar

Tasarlanan bulanık denetleyicinin gürbüzlüğünü test etmek için, farklı ağırlık ve uzunlukta çubuklar kullanarak deneyler gerçekleştirilmiştir. Bu deneylerde, sisteme

iki tip bozucu etki uygulanmıştır: harici ve dâhili bozucu etkiler. Dâhili bozucu etkiler çubuk uzunluğu ve ağırlığı gibi sistem parametrelerinin değiştirilmesiyle uygulanmıştır. Tablo 4.6’da sistem parametrelerindeki değişiklikler sonucunda elde edilen deneysel sonuçlara göre durum değişkenlerinin tepe değerleri ve altında kalan alan değerleri verilmiştir. Bulanık denetleyici, Şekil 4.32’de görülen 0.65m ve 0.2 kg özelliklerine sahip çubuklu ters sarkaç sistemi için tasarlanmıştır. Bu çubuk normal olarak adlandırılmıştır ve aşağıda verilen özelliklerdeki çubuklarla değiştirilmiştir:

- Aynı uzunlukta ve daha ağır bir çubuk ile
- Daha uzun bir çubuk ile
- Daha kısa bir çubuk ile
- Aynı ağırlıkta ve farklı uzunlukta bir çubuk ile
- Çubuğun uç noktasına yatay ekseninde hareket edebilen bir kütlelin yerleştirilmesi ile



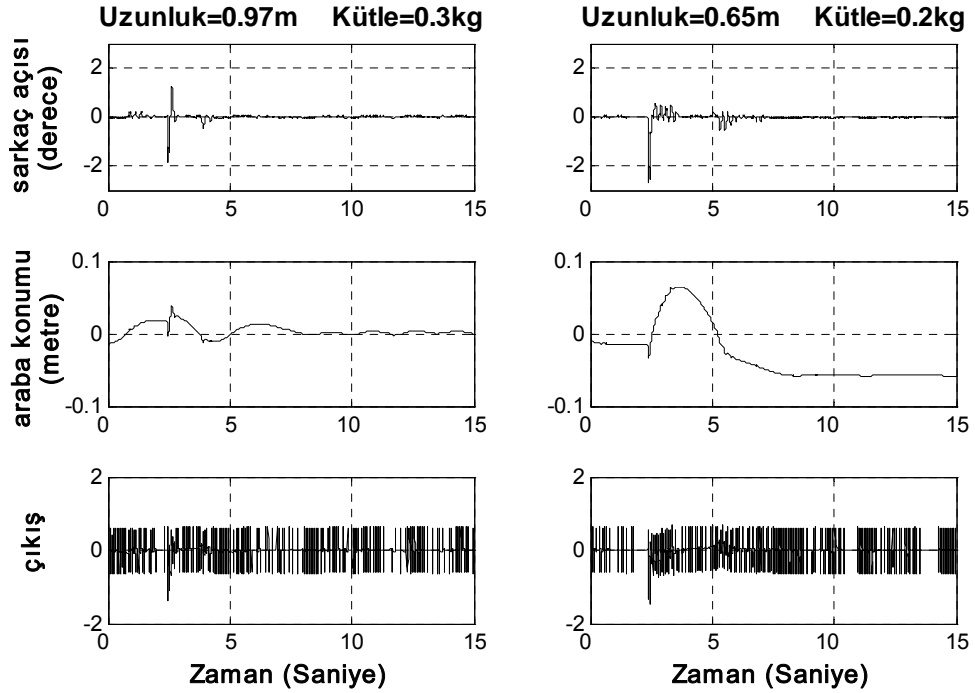
Şekil 4.44: Bozucu etkilerin gösterimi

Durum değişkenlerinin, daha uzun ve hafif özellikteki sarkaçlı sistemde minimum ve daha kısa ve ağır özellikteki sarkaçlı sistemde ise maksimum hata değerlerine sahip oldukları Tablo 4.6’da görülmektedir. Denge noktası civarında, ters sarkaç sisteminin doğal frekansı sarkacın uzunluğuna bağlıdır ve bu yüzden, daha uzun çubuklu sarkaç

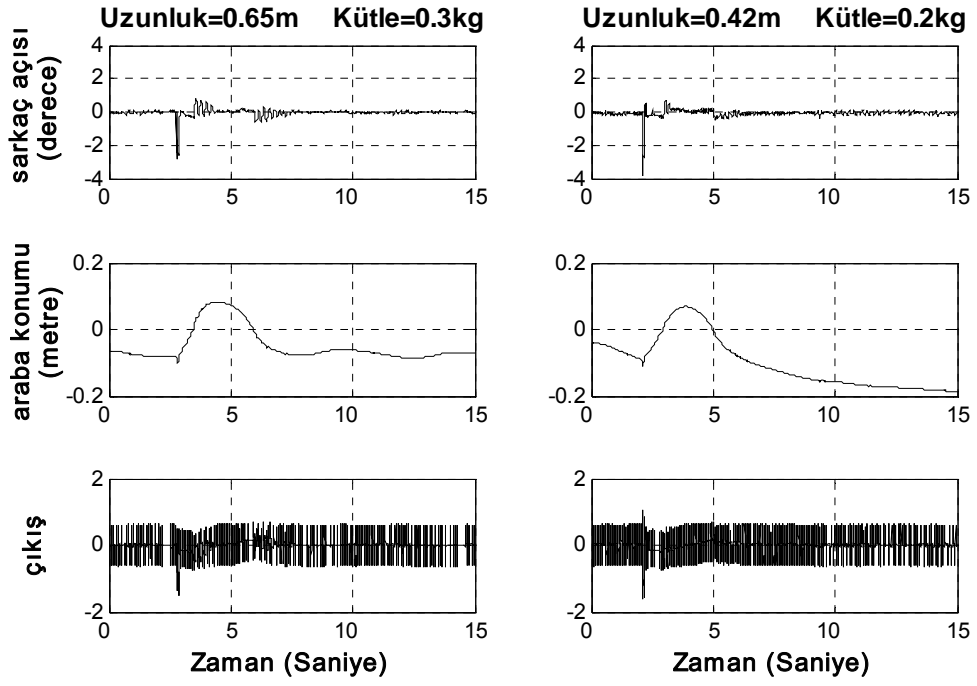
sistemi daha düşük doğal frekansa sahiptir. Uzun çubuklu sarkaç sistemi düşük cevap karakteristiği dolayısıyla daha kolay kontrol edilmiştir. Bu doğal frekans, dönele değişikliklere karşı yüksek direnç gösteren yüksek dönele atalet momentine neden olmaktadır.

Tablo 4.6: Bozucu etkiler altındaki ters sarkaçların karşılaştırılması

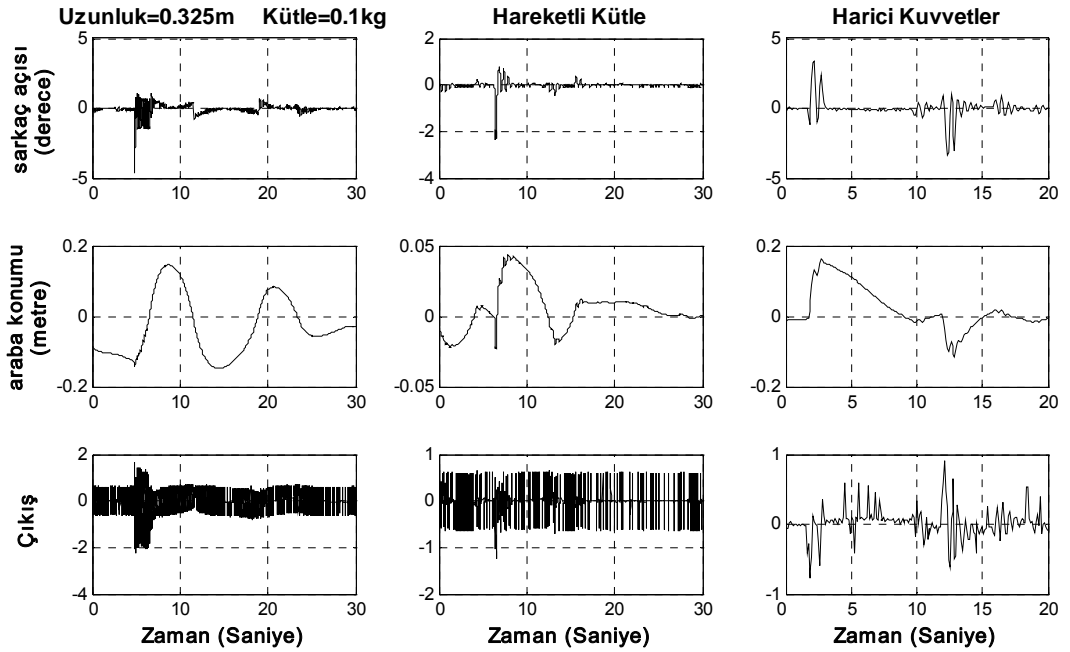
Çubuk özellikleri		θ_{tepe}	x_{tepe}	$\int \theta $	$\int x $	$\int u $
Sarkaç uzunluğu	Sarkaç kütlesi					
0.65m	0.2 kg	-2.6952	0.0655	0.0540	0.0444	0.0492
0.97 m	0.3 kg	-1.89	0.0384	0.0426	0.0065	0.0410
0.325 m	0.1 kg	-4.6449	0.1482	0.1568	0.0816	0.1388
0.42 m	0.2 kg	-3.8655	0.1881	0.0988	0.1131	0.0731
0.65 m	0.3 kg	-2.79	0.1027	0.0782	0.0680	0.0643
0.65 m	0.4 kg (hareketli kütle)	-2.3400	0.0440	0.0575	0.0121	0.0435



Şekil 4.45: Uzun ve normal çubuğa ait darbe fonksiyonu zaman cevabı



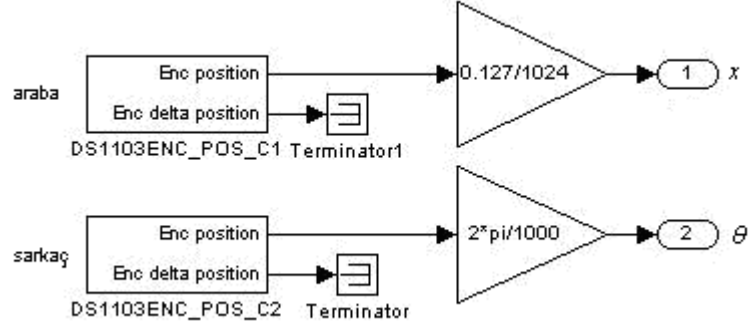
Şekil 4.46: Ağır ve kısa çubuğa ait darbe fonksiyonu zaman cevabı



Şekil 4.47: En kısa çubuk, hareketli kütle ve harici bozucu etki durumları için zaman cevapları

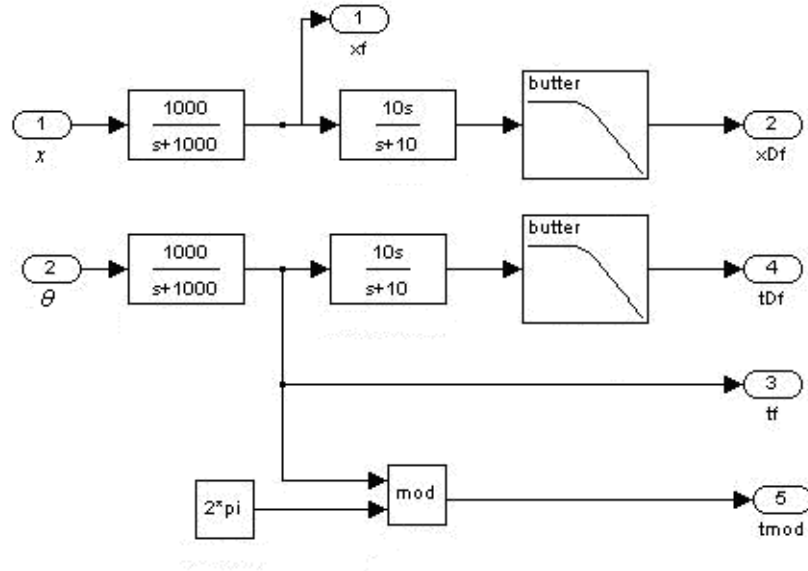
4.3 Diğer SIMULINK Blokları

Uygulanan kontrol algoritmaları içinde blok bazında görülen ve değişkenlerin ölçülmesi, filtrelenmesi, $e(t)$ hata sinyallerinin elde edilmesi sarkaç açısına bağlı olarak uygun kontrolör seçiminin yapıldığı SIMULINK uygulamaları Şekil 4.48, 4.49, 4.50 ve 4.51’de görülmektedir.



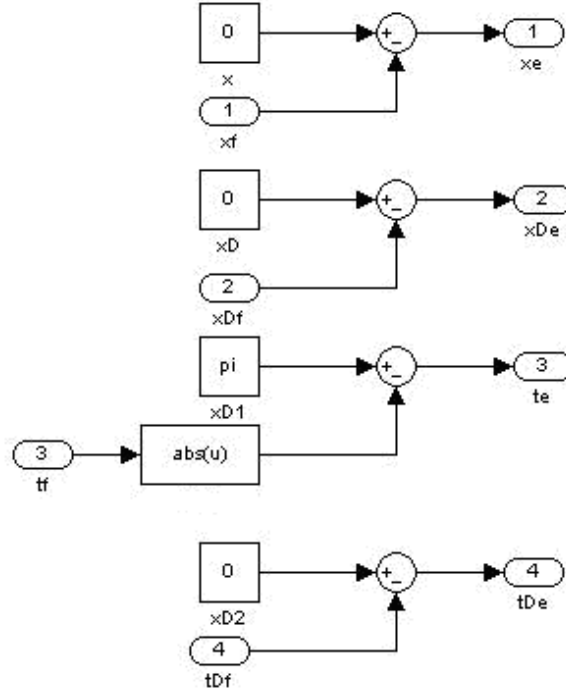
Şekil 4.48: Değişkenlerin ölçülmesi

Şekil 4.48’de araba pozisyonunun ve sarkaç açısının kullanılan kodlayıcılardan ölçülerek metre ve radyan cinsine dönüştürülme işlemleri görülmektedir.



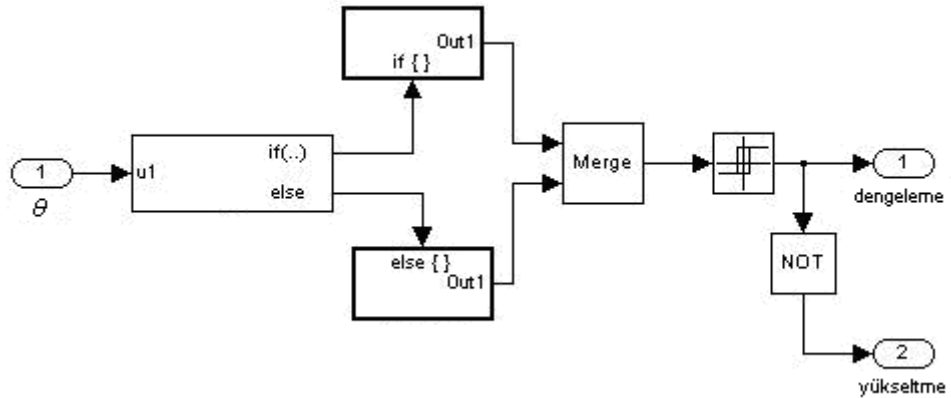
Şekil 4.49: Değişkenlerin filtrelenmesi

Şekil 4.49’da ölçüm bloğundan gelen bilgiler alçak geçiren filtrelerden geçtikten sonra nümerik olarak türevleri alınmakta ve tekrar filtrelenmektedir. Blok çıkışında gerekli durum değişkenleri elde edilmiş ve filtrelenmişlerdir.



Şekil 4.50: $e(t)$ Hata sinyallerinin elde edilmesi

Şekil 4.50’de durum değişkenlerinin referans değerleri ile karşılaştırılmaları ve her durum değişkeni için hata sinyallerinin elde edilmeleri görülmektedir. Şekil 4.51’de ise sarkaç açısına bağlı olarak kontrolörün seçiminin gerçekleştiği algoritma görülmektedir.



Şekil 4.51: Kontrolör seçimi

BÖLÜM 5

SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Kontrol sistemlerinin örnek problemlerinden biri olan arabalı ters sarkaç sistemi deney düzeneği olarak hazırlanmıştır ve sarkacın üst denge noktasına ulaştırılması ve bu noktada dengede tutulabilmesi için enerji tabanlı kurallarla birlikte PID, durum geri-besleme ve bulanık mantık yöntemleri incelenmiştir ve uygulanmıştır. Bu kontrol yöntemleri DS1103 kontrolörü için SIMULINK ortamında tasarlanmıştır ve bu yapılarla ilgili bilgiler verilmiştir. Uygulanan yöntemler için benzetim ve deneysel sonuçlar incelendiğinde sistem kontrol edilmiş ve başarılı sonuçlar alınmıştır.

Sarkacın başlangıç durumundan ters, evrik duruma ulaştırılması için enerji tabanlı stratejik araba hareketlerini kullanan yöntem temel mantık çerçevesinde hem SIMULINK blok yapıları ile hem de bulanık mantık denetçisi tasarımı ile gerçekleştirilmiştir. Uygulanan diğer bir yöntem ise sistemin başlangıç durumundaki enerjisine, üst denge noktasına ulaştırmak için gerekli enerji miktarının eklenmesini sağlayan bir kontrol fonksiyonun belirlenmesiyle yapılmıştır. Bu yöntemler sadece sarkaç açısı ve açısal hızını giriş olarak kullanmaktadır ve çıkışlarında araba hızını üretmektedirler. Diğer bir ifadeyle araba konumuyla ilgilenmezler, ancak sistem arabanın hareket edebildiği yatay yolun merkezinde harekete başlar ve bu yüzden merkez etrafında arabayı hareket ettirirler. Sarkaç konumuna ve açısal yönüne bağlı olarak arabayı sisteme enerji ekleyecek şekilde hareket ettiren ve bu şekilde sarkacın ters, evrik konumuna ulaştırılmasını sağlayan iki denetleyici, temel mantık blokları kullanılarak tasarlanan ve aynı işlemi bulanık kümelerle yapan yapılar, sarkacı çoklu salınım hareketi yaptıracak şekilde çalışırlar. Aktif ve pasif oldukları bölgeler mevcuttur. Salınım sayısı denetçilerin kazançları ile doğrudan ilişkilidir. Her iki yöntemde farklı uzunluktaki ve ağırlıktaki çubuktan oluşan sarkaç sistemlerini üst denge noktasına ulaştıracaktır, ancak çubuğun doğal frekansına bağlı olarak sistem hızlı ya da yavaş cevaplar verecektir. İki yapı arasındaki en büyük fark ise temel

mantık blokları ile tasarlanan denetleyici mutlaka başka bir dengeleme denetleyicisi ile beraber ve hibrit yaklaşımı ile kullanılabilirken, bulanık denetçi hibrit yaklaşımla beraber farklı olarak bu çalışmada uygulandığı gibi kendi bünyesinde barındırdığı dengeleme denetçisi ile beraber çalışabilir. Son, üçüncü yöntem ise sarkaç açısı ve açısal hızına bağlı olarak sisteme eklenmesi gereken enerji miktarını hesaplayarak referans enerji miktarına ulaştırmak için tek ya da çok salınımlı hareketlerle sarkacı üst denge noktasına ulaştırır. Denetleyici her bölgede aktiftir ve yine hibrit yaklaşımı ile kullanılır. Bu yöntemde, farklı uzunluktaki ve ağırlıktaki çubuktan oluşan sarkaç sistemlerini üst denge noktasına ulaştıracaktır, ancak en önemli özelliğini yani sarkacı üst denge noktasına çıkarabilecek enerjiyi ekleyebilmesi ve hesaplayabilmesi için çubuğa ait kütle, uzunluk, atalet, kazanç gibi parametrelerin güncellenmesi gereklidir.

Sarkacı üst denge noktasında tutmak içinse PID, tam durum geri besleme ve bulanık mantık denetçileri olmak üzere üç farklı yöntem altında sistem incelenmiştir. PID kontrol yöntemiyle sadece açı kontrol edildiği için bozucu etki durumunda ya da yüksek açısal hız ile PID kontrolör devreye girdiğinde, araba hareket edebildiği alan sınırlarına ulaşabilmektedir. Arabalı ters sarkaç sistemi için bu durum araba konumunun kontrol edilmemesinden ve durdurulamamasından dolayı bir dezavantajdır. Dönel ters sarkaç sistemleri için bu durum eksen boyunca hareket sınırı olmadığı için çok kritik değildir. Benzetim ve deneysel çalışmalarla belirlenen PID parametreleri deneyler sırasında ayrı ayrı %50 oranlarına kadar kademeli olarak değiştirilmiş, buna rağmen sarkaç üst denge noktasında tutulmaya devam etmiştir.

Sarkaç açısı, açısal hızı, araba konumu ve hızı durum değişkenlerini giriş olarak kullanan tam durum geri besleme yöntemi, sarkacı ve arabayı referans konumlarında tutmak için dört elemanlı kazanç matrisi ile tek çubuklu ters sarkaç sistemleri için en uygun doğrusal kontrol yöntemlerinden biridir. Bu yöntem ile gerekli kontrol kriterlerini sağlamak için kutupların yerleri kazanç matrisi ile ayarlanabilir. Bu durumda kazanç matrisinin nasıl belirleneceği önemlidir. En iyi sonuçlar, cevap hızı ve kontrol eforu arasında optimizasyon yapılarak ulaşılabilir. Bu işlem, doğrusal kuadratik düzenleyici (linear quadratic regulator - LQR) yöntemi kullanılarak yapılabilir. Durum geri besleme yöntemiyle, bahsedilen nedenlerden dolayı PID

kontrol yapısıyla karşılaştırıldığında çok daha başarılı sonuç alınmıştır. Durum geri besleme yöntemi sistemin matematiksel modeline bağlıdır, bu yüzden farklı uzunluktaki ve ağırlıktaki çubuktan oluşan sarkaç sistemlerinin dengelenebilmesi için kazanç matrisi güncellenmelidir. Kazanç matrisi, farklı çubuk için güncellenmemesi durumunda sistemin zaman cevabı çubuğun uzunluğuna bağlı olan doğal frekansına ve dönel ataletine göre iyileşecek ya da kötüleşecektir.

Bilgi ya da kural tabanlı bulanık mantık kontrol yönteminin en büyük özelliklerinden biri sistemi bilinmeyen bir kara kutu gibi ele alıp denetleyebilmesidir. Bazen kontrol edilmek istenen sistemin matematiksel modelinin elde edilmesi çok zor ya da karmaşık olabilir. Bir bulanık mantık denetleyici tasarlayabilmek için sistemin matematiksel modelini elde etmek bir zorunluluk değildir. Bu tasarım tamamen sistemi tanıyan bir uzmanın, bir insanın bilgi birikimi ile gerçekleştirilebilir. Bu çalışmada, arabalı ters sarkaç sisteminin sarkacın ters, evrik duruma getirilmesi ve dengeleme problemleri için gerçek zamanlı bulanık mantık denetleyici geliştirilmiştir. Sarkacın üst denge noktasına ulaştırılması için uygulanan bulanık denetçi için yukarıda bilgi verilmiştir. Bulanık dengeleme denetçisi ise tam durum geri besleme yöntemi gibi sarkaç açısı, açısal hızı, araba konumu ve hızı bilgilerini giriş olarak kullanarak sarkacı ve arabayı referans değerlerinde tutmaya çalışır. Bulanık denetleyicinin gürbüzlüğünü sınamak için dâhili ve harici bozucu etkiler altında bazı deneyler yapılmıştır. Bu deneyler farklı doğal frekanslara ve dönel ataletlere sahip çubuklar için gerçekleştirilmiştir. Dâhili bozucu etkiler için kontrolör çıkışını anlık olarak kapatıp servo motor sürücüsüne birim dürtü fonksiyonu uygulanmıştır. Harici bozucu etkiler için ise basitçe denge durumunu bozacak dış kuvvetler ve çubuğun ucuna yatayda serbestçe hareket edebilen bir kütle yerleştirilmiştir. Bu deneylerde, ters sarkaç sistemi bozucu etkilere karşı gürbüz olarak tespit edilmiştir. Bozucu etki deneyleri sırasında, birim dürtü bozucu fonksiyonun verilen sarkaç açısal hataları tepe değerleri 1.89° ve 4.6449° aralığında elde edilmiştir.

Arabalı ters sarkaç sistemi için araba ile hareket edebildiği yatay yol mekanizmasının çok iyi tasarlanması gerekmektedir. Sürtünmeler, boşluklar ya da yoldaki eğimler gibi birçok istenmeyen ya da fark edilemeyen bozucu etkiler meydana gelecektir.

Sarkacın taşıyıcı arabaya monte edilmesi için en uygun yöntemlerden biri optik kodlayıcılardır. Sürtünmelerinin az olması ve hassas ölçüm yapabilen bu kodlayıcılar özellikle sistemdeki bulunan boşluklar ya da eğimlerden çok fazla etkilenebilirler. Böylece yanlış ölçüme neden olarak sistemin çalışmasını etkileyeceklerdir.

Bu tez kapsamında yapılan çalışmalar, tek çubuklu sistemden çok çubuklu sistemlerin kontrolüne yönelik çalışmalarla, sarkacın üst denge noktasına ulaştırılması için araba konumunu da kontrol eden çalışmalarla ve son olarak ters sarkaç sisteminin kontrolünde yeni geliştirilen, tüm sistemi tek bir kontrol fonksiyonu ile kontrol edebilen yöntemlerin incelenerek eksikliklerinin belirlenmesi ve giderilmesi ile ilgili çalışmalar yapılarak geliştirilebilir.

Burada geliştirilen ters sarkaç sistemi lisans, lisansüstü öğrencileri ve araştırmacılar için kontrol eğitimi açısından yeni teknikler geliştirmek ve uygulamak için kullanılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Muskinja, N., Tovornik, B., “Swinging Up and Stabilization of a Real Inverted Pendulum”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, VOL. 53, NO. 2 (2006).
- [2] Bugeja, M., “Non-Linear Swing-Up and Stabilizing Control of an Inverted Pendulum System”, *EUROCON* Ljubljana, Slovenia (2003).
- [3] Stimac, A.K., “Standup and Stabilization of the Inverted Pendulum”, Lisans Tezi, *Massachusetts Institute of Technology* (1999).
- [4] McGilvray, S., “Self-Erecting Inverted Pendulum: Swing up and Stabilization Control”, *IEEE Life Member Award for the 2002, IEEE Canada Student Paper Competition* (1st place in Central Canada) (2002).
- [5] Mirza, A., “Inverted Pendulum”, *Journal of AMSE*, Vol. 55, No 3,4-, France (2000).
- [6] Ma, R., Zhou, H., Sun, P., Hou, S., “dSPACE-based PID controller for a linear motor driven inverted pendulum”, *M2VIP 2007. 14th International Conference on Volume Mechatronics and Machine Vision in Practice, 2007*, Page(s):68 – 72 (2007).
- [7] Tang, J., Shoaee, H., “A Comparative Study of Fuzzy Logic and Classical Control with EPICS[Experimental Physics and Industrial Control System]”, *ICALEPCS 95*, Chicago, IL (US), (1995).
- [8] ÖZBEY, A., “Bir Ters Sarkacın Gözlemleyicili Tam Durum Geri Beslemesi İle Kontrolü”, *II. Mühendislik Bilimleri Genç Araştırmacılar Kongresi*, İstanbul (2005).
- [9] Nundrakwang, S., Benjanarasuth, T., Ngamwiwit, J., Komine, N., “Hybrid PD - Servo State Feedback Control Algorithm for Swing up Inverted Pendulum System”, *ICCAS2005*, KINTEX, Gyeonggi-Do, Korea (2005).
- [10] Omatu, S., Deris, S., “Stabilization of inverted pendulum by the genetic algorithm”, *International Conference on Volume Evolutionary Computation*, Page(s):700 – 705 (1996).
- [11] Omatu, S., Fujinaka, T., Yoshioka, M., “Neuro-PID control for inverted single and double pendulums”, *2000 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, Volume 4, Page(s):2685 – 2690, (2000).
- [12] Åström, K.J., Furuta, K., “Swinging up a pendulum by energy control”, *Automatica* 2000; 36:287–295 (2000).

- [13] Lozano R., Fantoni I., Block D.J., “Stabilization of the inverted pendulum around its homoclinic orbit”, *Systems and Control Letters*, Volume 40, Number 3, 5 July 2000 , pp. 197-204(8) (2000).
- [14] Becerikli, Y., Celik, B.K., “Fuzzy control of inverted pendulum and concept of stability using Java application”, *Mathematical and Computer Modeling*, Volume 46, Issues 1-2, pp. 24--37 (2007).
- [15] Magana, M.E., Holzapfel, F., “Fuzzy-logic control of an inverted pendulum with vision feedback”, *IEEE Transactions on Education*, Volume 41, Issue 2, pp. 165 – 170 (1998).
- [16] Ji, C.W., Lei, F., Kin, K., “Fuzzy logic controller for an inverted pendulum system”, *ICIPS'97, 1997 IEEE International Conference on Intelligent Processing Systems*, Volume 1, pp. 185 -- 189 (1997).
- [17] Yasunobu, S., Mori, M., “Swing up fuzzy controller for inverted pendulum based on a human control strategy”, *Sixth IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Volume 3, pp. 1621 - 1625 (1997).
- [18] Chen, C.S., Chen, W.L., “Robust Adaptive Sliding-Mode Control Using Fuzzy Modeling for an Inverted-Pendulum System”, *Ieee Transactions On Industrial Electronics*, VOL. 45, NO. 2, APRIL (1998).
- [19] Gordillo, F., Aracil, J., “A new controller for the inverted pendulum on a cart”, *International Journal Of Robust And Nonlinear Control, Int. J. Robust Nonlinear Control* (2008).
- [20] Aström, K.J., Aracil, J., Gordillo, F., “A NEW FAMILY OF SMOOTH STRATEGIES FOR SWINGING UP A PENDULUM”, *Automatica* (2008), doi:10.1016/j.automatica.2007.10.040 (2007).
- [21] Zhong, W., Röck, H., “Energy and passivity based control of the double inverted pendulum on a cart”, *IEEE Conference on Control Applications*, (2001).
- [22] Niemann, H., Poulsen, J.K., “Analysis and Design of Controllers for a Double Inverted Pendulum”, *American Control Conference*, Denver, Colorado June 4-6, (2003).
- [23] Xiao, J., Zhang, S., Xiao, J., Xi, N., “Motion mode control in double inverted pendulum system”, *2005 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, 24-28 July 2005 Page(s):831 – 836 (2005).
- [24] Inoue, A., Deng, M., Tanabe, T., “Practical Swing-up Control System Design of Cart-type Double Inverted Pendulum”, *25th Chinese Control Conference* 7–11 August, 2006, Harbin, Heilongjiang (2006).

- [25] Krishen, J., Becerra, V.M., “Efficient Fuzzy Control of a Rotary Inverted Pendulum Based on LQR Mapping”, *IEEE International Symposium on Intelligent Control*, pp. 2701 – 2706, Germany (2006).
- [26] Craig, K., Awtar, S., “Inverted Pendulum Systems: Rotary And Arm-Driven A Mechatronic System Design Case Study”, *Mechatronics*, Vol. 12, pp. 357--370 (2001).
- [27] Banavar, R.N., Mahindrakar, A.D., “Energy-based swing-up of the acrobot and time-optimal motion”, *CCA 2003, 2003 IEEE Conference on Control Applications, 2003*, Volume 1, Issue , 23-25 June 2003 Page(s): 706 - 711 vol.1 (2003).
- [28] Iwashiro, M., Furuta, K., Aström, K.J., “Energy based control of pendulum”, *1996 IEEE International Conference on Control Applications*, Volume , Issue , 15-18 Sep 1996 Page(s):715 – 720 (1996).
- [29] Farahmand, F., Elahi, A., Sedeh, R., “Swinging Up And Stabilizing A Pendulum (Gyrobot)”, *13th Annual (International) Mechanical Engineering Conference*, May 2000 Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran (2000).
- [30] Spong, M.W., Corke, P., Lozano, R., “Nonlinear control of the inertia wheel pendulum”, *Automatica*, 37, 2001, 1845-1851 (2001).
- [31] Lundberg, K.H., Roberge J.K., “Classical Dual-Inverted-Pendulum Control”, *Ieee Conference On Decision And Control*, (2003).
- [32] Grasser, F., Arrigo, A., Colombi, S., Rufer, A.C., “JOE: a mobile, inverted pendulum”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Volume 49, Issue 1, Feb 2002 Page(s):107 – 114 (2002).
- [33] Sprenger, B., Kucera, L. ve Mourad, S., “Balancing of an Inverted Pendulum with a SCARA Robot”, *Ieee/Asme Transactions On Mechatronics*, VOL. 3, NO. 2, JUNE (1998).
- [34] Bingül, Z., Cook, G.E., Strauss, A.M., “Application of Fuzzy Logic to Spatial Thermal Control in Fusion Welding”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 36, No. 6, (2000).
- [35] Kizir, S., Ertunç, H.M., “Mikro Kontrolör Tabanlı PID Kontrol Sistemi Eğitim Seti”, *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, TOK’06*, 6-8 Kasım 2006, Ankara.
- [36] Bingül, Z., “Matlab ve Simulink ile Modelleme/Kontrol II”, *Birsen Yayınevi*, 86-95, (2006).
- [37] N. S. Nise, “Control Systems Engineering”, *Wiley*, 2004.
- [38] Passino, K.M., Yurkovich, S., “Fuzzy Control”, *Addison Wesley Longman*, Menlo Park, CA, 1998 (later published by *Prentice-Hall*) (1998).

[39] Kuo, B.C., “Otomatik Kontrol Sistemleri”, 7.Baskı, *Literatür Yayıncılık*, 192-198, 563-591, (2002).

[40] Kızır, S., Bingül, Z., Oysu, C., “Ters Sarkaç Probleminin PID ve Tam Durum Geri-Besleme Yöntemleri ile Kontrolü”, *TOK 2007*, sayfa 49-54, Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, 5-7 Eylül 2007, Sabancı Üniversitesi, İstanbul (2007).

[41] MATLAB User's Manual - Math works, 1996.

[42] BİNGÜL, Z., "Bulanık Mantık ve Bulanık Sistemler", Türkiye Bilişim Ansiklopedisi, ISBN (Yayın) No: , (2007).

EKLER

EK-A

Dosya: lqr_pendulum.m

Tanım: Bu kod parçası ile sistem modeli tanımlanmakta, durum geri besleme yöntemi için lqr yöntemiyle kazanç matrisi bulunmakta ve sistemin açık ve kapalı çevrim kutup noktalarının değişimi gösterilmektedir.

```
% pendulum lqr
clear all; close all;

%Sistem Parametreleri
m = 0.2;
l = 0.65/2;
M = 1.095;
I = 0;
g = 9.80665;
b = 0.001;
c = b;
Mt=M+m;

%Durum uzayı modeli
A = [0 1 0 0; 0 -c/M -m*g/M b/(M*l); 0 0 0 1; 0 c/(M*l) Mt*g/(M*l) -
Mt*b/(M*m*l)];
B = [0; 1/M; 0; -1/(M*l)];
C = [1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0];
D = [0; 0; 0];
sysp = ss(A,B,C,D);

%LQR parametreleri
Q = zeros(4,4);
Q(1,1) = 1;
Q(2,2) = 1e-4;
Q(3,3) = 13;
Q(4,4) = 1e-4;
R = 1e-4;

K = lqr(A,B,Q,R)
%K=[-100.0000 -94.4022 -449.6146 -47.8928]

%Açık ve Kapalı çevrim kutup noktaları
c_poles=eig(A-B*K)
poles=eig(A);
figure(1);
plot(real(poles),imag(poles),'kx',real(c_poles),imag(c_poles),'k. ');
legend('Orijinal', 'Kontrol Edilen');
```

```
grid;
title('Sistem Kutupları');
xlabel('Reel Eksen');
ylabel('Sanal Eksen');
```

Dosya: polezerodown.m

Tanım: Bu kod parçası ile sistemin aşağı yöndeki transfer fonksiyonu tanımlanmakta ve sistemin sıfır-kutup noktaları ile bode diyagramları gösterilmektedir.

```
%inverted pendulum
% Transfer fonk zero-pole plot

clear;clc;close;

%sistem parametreleri
m = 0.2;
l = 0.65/2;
M = 1.095;
I = 0;
g = 9.80665;
b = 0.001;
c = b;
Mt=M+m;

%pendulum down
xfs=tf([m*l*b m*g*l],[M*m*l*(Mt*b+m*l*c) (Mt*m*g*l+b*c) m*g*l*c 0])

tfs=tf([m*l 0],[M*m*l*(Mt*b+m*l*c) (Mt*m*g*l+b*c) m*g*l*c])

pzmap(xfs)
title('Sıfır-Kutup Noktaları')

figure
pzmap(tfs)
title('Sıfır-Kutup Noktaları')

figure
bode(xfs)
title('Bode Diyagramı')

figure
bode(tfs)
title('Bode Diyagramı')
```

Dosya: polezeroup.m

Tanım: Bu kod parçası ile sistemin yukarı yöndeki transfer fonksiyonu tanımlanmakta ve sistemin sıfır-kutup noktaları ile bode diyagramları gösterilmektedir.

```
%inverted pendulum
% Transfer fonk zero-pole plot

clear;clc;close;

%sistem parametreleri
m = 0.2;
l = 0.65/2;
M = 1.095;
I = 0;
g = 9.80665;
b = 0.001;
c = b;
Mt=M+m;

%pendulum up
xfs=tf([m*l*b -m*g*l],[M*m*l*(Mt*b+m*l*c) (-Mt*m*g*l+b*c) -m*g*l*c 0])

tfs=tf([-m*l 0],[M*m*l*(Mt*b+m*l*c) (-Mt*m*g*l+b*c) -m*g*l*c])

pzmap(xfs)
title('Sıfır-Kutup Noktaları')

figure
pzmap(tfs)
title('Sıfır-Kutup Noktaları')

figure
bode(xfs)
title('Bode Diyagramı')

figure
bode(tfs)
title('Bode Diyagramı')
```

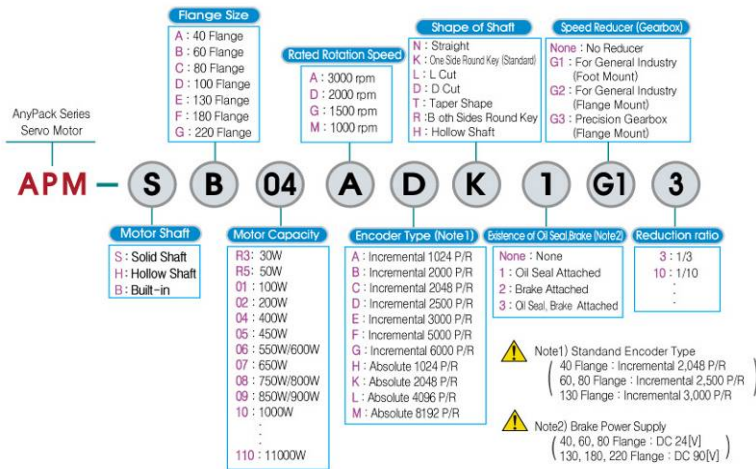
EK-B APM-SB04ADK Servo Motor Özellikleri



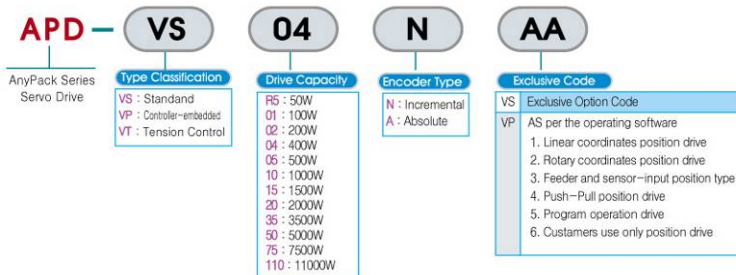
Servo Motor					Applicable drive	Main Application	Encoder Used		IP grade
Flange	Model (APM-)	Capacity (kW)	Rated Speed (r/min)	Maximum Speed (r/min)	Model (APD-)		Standard Incremental	Standard Absolute	
□180	SF12M	1.2	1,000	2,000	VS15	Low-Speed High-Inertia Type	-15pin type -3000 P/R	-15pin type -2048 P/R	IP 65
	SF20M	2.0			VS20				
	SF30M	3.0			VS35				
	SF44M	4.4			VS50				
□220	SG12M	1.2	1,000	2,000	VS15	Food processing machinery Conveyors Machine tools	-15pin type -3000 P/R	-15pin type -2048 P/R	IP 65
	SG20M	2.0			VS20				
	SG30M	3.0			VS35				
	SG44M	4.4			VS50				
□60	HB 01A	0.1	3,000	5,000	VS01	Low-Speed High-Inertia Type	-15pin type -1024 P/R		IP 55
	HB 02A	0.2			VS02				
□130	HB 04A	0.4	3,000	5,000	VS04	Food processing machinery Conveyors Machine tools	-15pin type -1024 P/R		IP 65
	HE 09A	0.9			VS10				
	HE 15A	1.5			VS15				

⚠ Note) IP grade of Servo Motor excludes the shaft section.

Servo Motor Model Configuration



Servo Drive Model Configuration





Servo Motor Characteristics

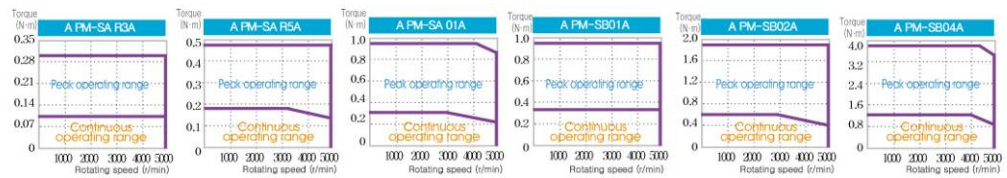


Servo Motor's Characteristics 1

Servo Motor Model (APM-□□□□□)	SAR3A	SAR5A	SA01A	SB01A	SB02A	SB04A	
Applicable Drive (APD-□□□□□)	VSR5		VS01		VS02	VS04	
Flange Size (□)	□40			□60			
Rated Power	[kW]	0.03	0.05	0.1	0.2	0.4	
Rated Torque	[N · m]	0.095	0.159	0.318	0.637	1.274	
	[kgf · cm]	0.97	1.62	3.25	6.50	13.0	
Maximum Instantaneous Torque	[N · m]	0.286	0.477	0.955	1.912	3.822	
Rated rpm	[r/min]	3,000					
	[r/min]	5,000					
Moment of Inertia	[kg · m ² × 10 ⁻⁴]	0.011	0.021	0.045	0.114	0.182	0.321
	[gf · cm · s ²]	0.0112	0.0214	0.0459	0.116	0.186	0.327
Allowable Load Inertia Ratio		30 times of motor inertia			20 times of motor inertia		
Rated Power Rate	[kW/S]	5.57	10.52	23.80	8.92	22.26	50.65
Speed, Position Transducer	Standard	Incremental 5V Line Drive 2,048P/R			2,500P/R		
	Option	Absolute, Manchester communication					
Specification & Features	Protective Method	Totally enclosed, Non ventilated IP55(Excluding the shaft-through section and connectors.)					
	Rated Time	Continuous					
	Ambient Temp.	Operating Temp : 0~50[°C] · Storage Temp : -20~80[°C]					
	Ambient Humidity	Lower than 90[%](avoid condensation)					
	Atmosphere	Avoid direct sunlight, no corrosive gas, inflammable gas, oil mist, or dust					
	E/V	Elevation/Vibration 49[m/s ²](5G)					
Weight	[kg]	0.3	0.4	0.52	0.84	1.11	1.63

AC SERVO MOTOR & DRIVE

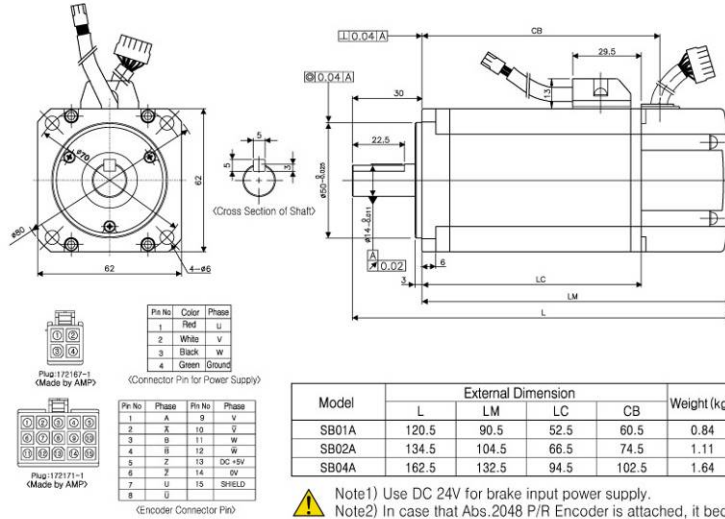
Rotation Speed-Torque's Characteristics





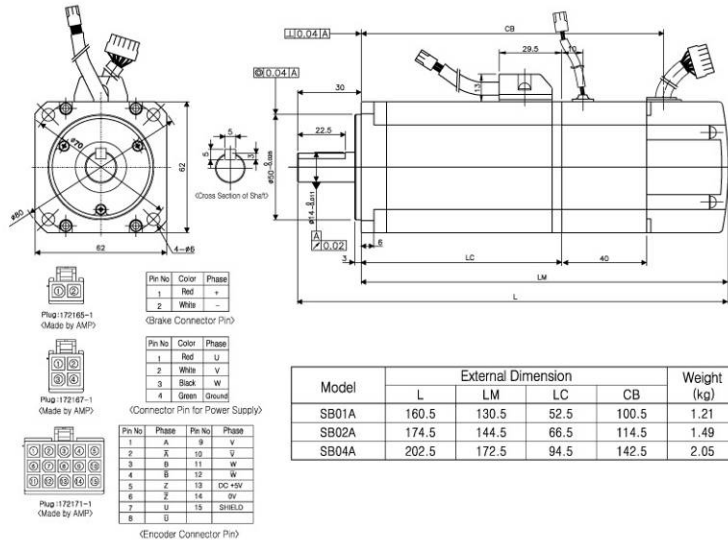
Servo Motor's Outline Drawing

Standard Type APM-SB01A, APM-SB02A, APM-SB04A



AC SERVO MOTOR & DRIVE

Brake-attached Type APM-SB01A, APM-SB02A, APM-SB04A



KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER

Selçuk Kızır, Zafer Bingül, Cüneyt Oysu, "Fuzzy Control of a Real Time Inverted Pendulum System", *Lecture Notes in Computer Science*, (2008).

Selçuk Kızır, Zafer Bingül, Cüneyt Oysu, " Swing-up and Stabilization of the Inverted Pendulum Problem With PID and Full State Feedback Control Methods ", *REM'08-9th International Workshop on Research and Education in Mechatronics*, (2008).

Selçuk Kızır, Zafer Bingül, Cüneyt Oysu, " Design and Implementation of a Single – Axis Magnetic Levitation System", *REM'08-9th International Workshop on Research and Education in Mechatronics*, (2008).

Selçuk Kızır, Zafer Bingül, Cüneyt Oysu, "Ters Sarkaç Probleminin PID ve Tam Durum Geri-Besleme Yöntemleri ile Kontrolü", TOK 2007, sayfa 49-54, *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı*, 5-7 Eylül 2007, Sabancı Üniversitesi, İstanbul (2007).

Sertaç Öztürk, Selçuk Kızır, Zafer Bingül, Cüneyt Oysu, "Manyetik Süspansiyon Sisteminin Gerçeklenmesi ve Kontrolü", TOK 2007, sayfa 95-100, *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı*, 5-7 Eylül 2007, Sabancı Üniversitesi, İstanbul (2007).

S.Kızır, H.M.Ertunç, İkili ve Renkli Logo ile Sayısal Damgalama, *Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği Sempozyumu*, ELECO'06, Bursa, 6-10 Aralık (2006).

S.Kızır, H.M.Ertunç, Mikro Kontrolör Tabanlı PID Kontrol Sistemi Eğitim Seti, *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı*, TOK'06, 6-8 Kasım 2006, TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Ankara, s. 474-479 (2006).

ÖZGEÇMİŞ

Selçuk Kızır Ocak 1982, Mersin doğumludur. İlk, orta ve lise öğrenimini Mersin’de tamamlamıştır.2000 yılında kazandığı Kocaeli Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Elektronik Öğretmenliği Bölümü’nden 2005 yılında Elektronik öğretmeni olarak mezun oldu. 2005 yılında, Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı’nda Yüksek Lisans eğitime başlamıştır. Aynı yıl, Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, Mekatronik Mühendisliği Bölümü’nde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başlamıştır ve görevine devam etmektedir.

Mikrodenetleyici ve uygulamaları, kontrol sistemleri, robotik, elektronik devre tasarımı, bilgisayar bilimleri ve teknolojisi konularıyla ilgilenmektedir.