

T.C.  
FIRAT ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

169303

**SINIR ELEMANLARI YÖNTEMİ İÇİN  
OTOMATİK VERİ ÜRETİMİ VE  
ELEKTRİK ALAN PROBLEMLERİNE UYGULANMASI**

**Fatih ÖZSARI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
ELEKTRİK EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**

**ELAZIĞ, 2005**

T.C.  
FIRAT ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SINIR ELEMANLARI YÖNTEMİ İÇİN  
OTOMATİK VERİ ÜRETİMİ VE  
ELEKTRİK ALAN PROBLEMLERİNE UYGULANMASI

Fatih ÖZSARI

Yüksek Lisans Tezi  
Elektrik Eğitimi Anabilim Dalı

Bu tez, 30.09.2005 tarihinde aşağıda belirtilen jüri tarafından oybirliği / ~~oybirliği~~ ile başarılı / ~~başarılı~~ olarak değerlendirilmiştir.

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Selçuk YILDIRIM

*S. Yildirim*

Üye:

*Prof. Dr. Mehmet CEBECİ*

Üye:

Üye: Yrd. Doç. Dr. İbrahim ÇORUKÇU

*İ. Çorukçu*

Üye:

Bu tezin kabulü, Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 05/10/2005 tarih ve 2005/34-1 sayılı kararıyla onaylanmıştır.

## TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasında beni sürekli olarak daha iyisini yapacağıma inandıran ve yardımlarını esirgemeyen değerli hocam ve tez danışmanım Sayın Yrd.Doç.Dr. Selçuk YILDIRIM'a teşekkür ederim.

Ayrıca tezin bu noktaya gelmesinde büyük katkısı olan arkadaşım Murat UYAR'a , değerli fikirlerini benimle paylaşan Resul ÇÖTELİ'ye, Sami EKİCİ'ye ve Ahmet GÜNDOĞDU'ya teşekkür ediyorum.

Bana bu çalışma boyunca sabırla destek olan eşime ve anneme teşekkür ediyorum.

Son olarak, bu çalışmayı kendisiyle hep gurur duyduğum rahmetli babama ithaf ediyorum.



## İÇİNDEKİLER

<b>1.GİRİŞ</b> .....	1
1.1 Genel Bilgi.....	1
<b>2. ELEKTRİK ALANLARI</b> .....	3
2.1 Elektrik Alanı.....	3
2.2 Coulomb Kanunu.....	3
2.3 Elektrik Alan Şiddeti.....	4
2.4 Elektrik Akısı ve Elektrik Akı Yoğunluğu.....	5
2.5 Gauss Kanunu.....	7
2.6 Poisson ve Laplace Denklemleri.....	8
<b>3. SINIR ELEMANLARI YÖNTEMİ</b> .....	9
3.1 Laplace Denklemi İçin Sınır Elemanları Yöntemi.....	9
3.2 Sabit Elemanlar.....	10
3.2.1 Sabit Elemanlar İçin Etki Katsayıları.....	12
3.2.2 $G_{ij}$ Etki İntegrallerinin Hesaplanması.....	13
3.2.3 $\hat{H}_{ij}$ Etki İntegrallerinin Hesaplanması.....	14
3.3 Lineer Elemanlar.....	16
3.4 Parabolik(Quadratic) Elemanlar.....	18
<b>4. MATLAB GUI İLE KULLANICI ARAYÜZÜ TASARLAMA</b> .....	22
4.1 Gui Editörü.....	22
4.2 Guide İle Gui Oluşturmanın Avantajları.....	22
4.3 Guide Editörünün Başlatılması.....	23
4.4 Gui Bileşenlerini Oluşturma Ve Düzenleme.....	24
4.5 Gui Bileşenleri Ve Özellikleri.....	24
4.6 Bileşenlerin Düzenlenmesi.....	25
4.3 Bileşenlerin Programlanması.....	26
<b>5. BEMTOOL PROGRAMI</b> .....	29
5.1 Programın Amacı.....	29
5.2 Programın Genel Görünümü.....	29
5.3 Dosya Menüsü ve Özellikleri.....	31
5.3.1 Yeni Menüsü.....	31
5.3.2 Aç Menüsü.....	31
5.3.3 Kaydet Menüsü.....	32
5.3.4 Yazdır Menüsü.....	32

5.3.5 Temizle Menüsü .....	32
5.3.6 Kapat Menüsü.....	32
5.4 Düzen Menüsü Ve Özellikleri.....	33
5.4.1 Eksen Limitleri Menüsü.....	33
5.4.2 Sayfa Konumu Menüsü .....	33
5.4.3 Sayfa Ayarları Menüsü .....	34
5.5 Geometri Çizimi Menüsü ve Özellikleri.....	34
5.5.1 Çizgi Menüsü.....	34
5.5.2 Daire Menüsü .....	36
5.5.3 Yay Menüsü.....	37
5.6 Eleman Parametreleri Menüsü Ve Özellikleri.....	39
5.7 Analiz Menüsü Ve Özellikleri.....	40
5.7.1 Analiz Tipi Menüsü .....	40
5.7.2 Hesapla Menüsü.....	41
5.8 Grafik Menüsü Ve Özellikleri.....	41
5.8.1 Grafik Seçenekleri Menüsü .....	41
5.8.2 Çizdir Menüsü .....	42
5.9 Araç Çubuğu .....	43
5.10 İç Nokta Hesabı Menüsü.....	44
<b>5. UYGULAMALAR.....</b>	<b>45</b>
6.1 Kapalı Alan(İç Bölge Uygulamaları).....	45
6.1.1 Koaksiyel Kablo .....	45
6.1.2 Silindir – Düzlem Elektrot Sistemi .....	48
6.1.3 Çeyrek Kesitli Koaksiyel Kablo.....	52
6.1.4 Düzlemsel Elektrot Sistemi.....	55
6.2 Açık Alan (Dış Bölge) Problemleri .....	56
6.2.1 Küre - Küre Elektrot Sistemi.....	57
6.2.2 Düzlem-Küre-Düzlem Elektrot Sistemi .....	60
<b>7. SONUÇLAR.....</b>	<b>62</b>
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>63</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ.....</b>	<b>65</b>

## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1 İki nokta yükü arasındaki elektrik alanı .....	4
Şekil 2.2 Bir test yüküne etkiyen kuvvet.....	5
Şekil 2.3 Yalıtılmış pozitif bir yükteki elektrik alan şiddeti çizgileri.....	6
Şekil 2.4 Yüklü cisimler arasındaki elektrik alan şiddeti çizgileri.....	6
Şekil 2.5 Birbirine zıt yüklü paralel düzlemler arasındaki elektrik alan şiddeti çizgileri.....	7
Şekil 3.1 Sınır elemanları.....	9
Şekil 3.2 Sabit Eleman.....	10
Şekil 3.3 'i' sınır düğümündeki temel çözüm ile sınır elemanları arasındaki ilişki .....	11
Şekil 3.4 'i' iç noktasındaki temel çözüm ile sınır elemanları arasındaki ilişki .....	11
Şekil 3.5 Eleman koordinat sistemi .....	12
Şekil 3.6 Lineer şekil fonksiyonları.....	13
Şekil 3.7 Geometrik tanımlar.....	15
Şekil 3.8 Lineer elemanlar .....	16
Şekil 3.9 Parabolik elemanlar .....	19
Şekil 3.10 Parabolik elemanın lokal koordinatlardaki gösterimi .....	19
Şekil 4.1 Matlab Gui editörünün genel görünümü.....	22
Şekil 4.2 Align Objects öğesinin genel görünümü.....	25
Şekil 4.3 Grid and Rulers öğesinin genel görünümü.....	25
Şekil 4.4 Property Inspector aracının görünümü .....	26
Şekil 5.1 BEMTOOL programının genel görünümü.....	29
Şekil 5.2 BEMTOOL programı için akış diyagramı.....	30
Şekil 5.3 Aç penceresinin görünümü .....	31
Şekil 5.4 Kaydet penceresinin görünümü .....	32
Şekil 5.5 Yazdır penceresinin görünümü .....	32
Şekil 5.6 Kapat menüsüne tıklanınca alınan ekran görüntüsü.....	33
Şekil 5.7 Eksen Limitleri Menüsü.....	33
Şekil 5.8 Sayfa konumu ayarları penceresi.....	33
Şekil 5.9 Sayfa ayarları penceresinin görünümü.....	34
Şekil 5.10 Çizgi menüsünün görünümü .....	34
Şekil 5.11 Çizgi penceresine değişkenlerin girilmesi.....	35
Şekil 5.12 Çizimin ve otomatik veri üretiminin yapılması.....	35
Şekil 5.13 Çizgi menüsü ile dörtgenin oluşturulması ve veri üretiminin gerçekleştirilmesi..	36
Şekil 5.14 Daire penceresine değişkenlerin girilmesi.....	37

Şekil 5.15 Daire menüsü ile dairenin oluşturulması ve veri üretiminin gerçekleştirilmesi	37
Şekil 5.16 Yay penceresine değişkenlerin girilmesi.....	38
Şekil 5.17 Yay menüsü ile yayın oluşturulması ve veri üretiminin gerçekleştirilmesi	38
Şekil 5.18 Eleman Parametrelerinin geometriye atanması.....	39
Şekil 5.19 Eleman Parametrelerinin birinci geometriye atanması.....	39
Şekil 5.20 Eleman Parametrelerinin ikinci geometriye atanması.....	40
Şekil 5.21 Analiz tipinin belirlenmesi.....	40
Şekil 5.22 Hesapla menüsüne tıklanarak problemin çözülmesi.....	41
Şekil 5.23 Grafik seçenekleri menüsünden grafik türünün belirlenmesi.....	42
Şekil 5.24 Küre – küre elektrot modelinin elektrik alanı çizgileri grafiği.....	42
Şekil 5.25 Küre – küre elektrot modelinin dolgulu elektrik alanı çizgileri grafiği.....	43
Şekil 5.26 Araç çubuğunun görünümü.....	43
Şekil 5.27 Özel nokta hesabı menüsü.....	44
Şekil 5.28 $X = 1, Y = 1$ noktasındaki potansiyel ve elektrik alan değerleri.....	44
Şekil 6.1 Koaksiyel kablonun analizi.....	46
Şekil 6.2 Koaksiyel kablonun elektrik alanı çizgileri grafiği.....	46
Şekil 6.3 Koaksiyel kablonun dolgulu elektrik alanı çizgileri grafiği.....	47
Şekil 6.4 İç noktalar için sonuçların karşılaştırılması.....	48
Şekil 6.5 Silindir-Düzlem elektrot sistemi.....	50
Şekil 6.6 Silindir-Düzlem elektrot sisteminin analizi.....	51
Şekil 6.7 Silindir-Düzlem elektrot sisteminin elektrik alanı çizgileri grafiği.....	51
Şekil 6.8 Silindir-Düzlem elektrot sisteminin dolgulu elektrik alanı çizgileri grafiği.....	52
Şekil 6.9 Çeyrek kesitli koaksiyel kablonun analizi.....	54
Şekil 6.10 Düzlemsel Elektrot sisteminin analizi.....	55
Şekil 6.11 İç noktalardaki potansiyel ve elektrik alan dağılımı.....	56
Şekil 6.12 Küre – küre elektrot sistemine 1. segment parametrelerinin girilmesi.....	57
Şekil 6.13 Küre – küre elektrot sistemine 2. segment parametrelerinin girilmesi.....	57
Şekil 6.14 Küre – küre elektrot sisteminin analizi.....	58
Şekil 6.15 Küre – küre elektrot sisteminin elektrik alanı çizgileri grafiği.....	58
Şekil 6.16 Küre – küre elektrot sisteminin dolgulu elektrik alanı çizgileri grafiği.....	59
Şekil 6.17 Elektrik Alanının değişimi.....	60
Şekil 6.18 Düzlem– küre–düzlem elektrot sisteminin elektrik alanı çizgileri grafiği.....	60
Şekil 6.19 Düzlem– küre–düzlem elektrot sisteminin dolgulu elektrik alanı çizgileri grafiği.	61

## SİMGELER LİSTESİ

$F$	: Kuvvet (N).
$Q$	: Elektrik Yüktü (C)
$W$	: Enerji (J).
$\epsilon$	: Dielektrik sabiti.
$D$	: Elektrik akı yoğunluğu ( $C/m^2$ ).
$E$	: Elektrik alan şiddeti (V/m).
$E_n$	: Birim vektör yönünde alan şiddeti (V/m).
$E_x, E_y, E_z$	: x, y, z yönlerindeki alan şiddeti (V/m).
$\nabla$	: Gradient operatörü.
$\delta$	: Dirac delta fonksiyonu.
$u$	: Potansiyel (V).
$q$	: Potansiyelin normale göre türevi
$u^*$	: Laplace denkleminin temel çözümü.
$q^*$	: Temel çözümün normale göre türevi.
$\bar{u}$	: Sınır üzerinde bilinen potansiyel.
$\bar{q}$	: Sınır üzerinde bilinen potansiyelin normale göre türevi.
$N_1, N_2$	: Geometrik şekil fonksiyonları.
$x, y$	: Global koordinat sistemi.
$\xi, \eta$	: Lokal koordinat sistemi.
$w$	: Ağırlık fonksiyonu.
$J$	: Jacobian tanımı.
$B$	: Problem bölgesi.
$\partial B$	: Ara kesit.
$S, S_1, S_2$	: Sınırlar.
$H, G$	: Potansiyel ve akı için etki katsayıları.
$H_x, G_x, H_y, G_y$	: Elektrik alana için etki katsayıları.

## TABLÖLAR LİSTESİ

<b>Tablo 6.1</b> Koaksiyel kablo için potansiyel ve elektrik alanı değerleri.....	47
<b>Tablo 6.2</b> Çeyrek kesitli koaksiyel kablo analiz sonuçları.....	55
<b>Tablo 6.3</b> Düzlemsel elektrot sistemi analiz sonuçları.....	56
<b>Tablo 6.6</b> Homojen küre – küre elektrot sistemi analiz sonuçları.....	59



## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### SINIR ELEMANLARI YÖNTEMİ İÇİN OTOMATİK VERİ ÜRETİMİ VE ELEKTRİK ALAN PROBLEMLERİNE UYGULANMASI

**Fatih ÖZSARI**

Fırat Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Elektrik Eğitimi Anabilim Dalı

2005, Sayfa : 65.

Bu tez çalışmasında, sınır elemanları yöntemi uygulamaları için otomatik veri üretimi gerçekleştirilmiş ve bu veriler kullanılarak elektrik alanı hesabı yapılmıştır. Otomatik veri üretimi ve alan hesaplamaları için MATLAB'da BEMTOOL isimli bir program geliştirilmiştir.

BEMTOOL programı, MATLAB içinde bulunan GUI editörü ile hazırlanmıştır. Öncelikle programın arayüzü geliştirilmiştir. Programın grafiksel objeleri ve menüleri oluşturularak Callback adı verilen geri çağırılabilir fonksiyonları yazılmıştır.

Programın tasarımı ve kontrolü yapıldıktan sonra, test amaçlı uygulamalar yapılmıştır. Uygulamaların doğruluğunu denetlemek amacıyla analiz sonuçları, ELECTRO ve EFIELD programlarıyla karşılaştırılmıştır. Bunun yanında analitik çözümlerle de karşılaştırma yapılmıştır.

Uygulamalar grafiksel olarak da desteklenmiştir. Uygulamaların büyük çoğunluğunun çeşitli yüksek seviyeli grafikleri çizilmiştir. Böylece elektrik alanındaki değişimlerin daha iyi gözlemlenmesi sağlanmıştır.

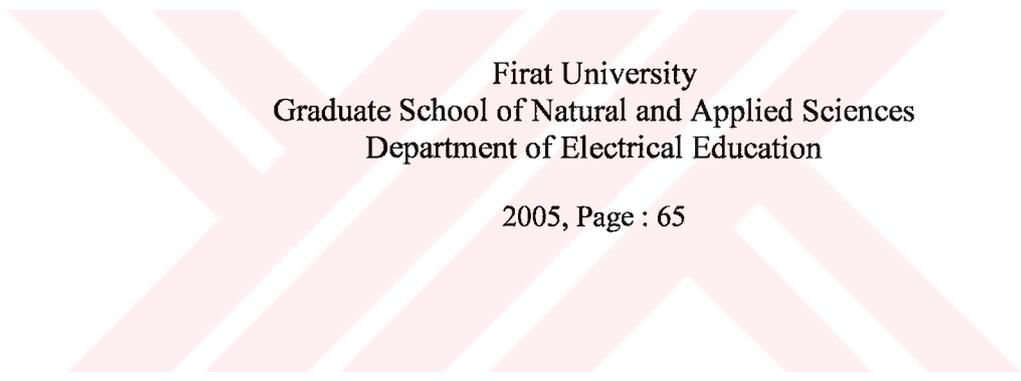
**Anahtar Kelimeler :** BEMTOOL, ELECTRO, EFIELD, GUI, Otomatik Veri Üretimi, Sınır Elemanları Yöntemi, Elektrik Alanı

## **ABSTRACT**

Master Thesis

# **AUTOMATIC DATA PRODUCING FOR BOUNDARY ELEMENT METHOD AND APPLYING FOR ELECTRIC FIELDS PROBLEMS**

**Fatih ÖZSARI**



Firat University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Electrical Education

2005, Page : 65

In this thesis, the automatic data producing is realized for application of boundary element method and electric fields are computed by using these data. For this purpose a software is developed in MATLAB which is called BEMTOOLBOX.

This software is prepared with GUI editor in MATLAB. BEMTOOLBOX software is performed by using GUI editor in MATLAB. Firstly the interface of software is made. Software's graphical objects and menus are designed and the call back functions are then developed. After designing and controlling the software we have been performed some test applications for testing the developed software against to the other software which are called ELECTRO and EFIELD. Moreover, several comparisons are made according to the analytic solutions.

Applications are supported with the graphics. Some applications results are shown with high level graphics. Thus the instantaneous changes on the electric fields can be seen more clearly.

**Keywords:** BEMTOOLBOX, ELECTRO, EFIELD, GUI, Automatic Data Producing, Boundary Element Method, Electric Fields.

# 1. GİRİŞ

## 1.1. Genel Bilgi

Yüksek gerilimde kullanılan cihazların karakteristiklerinin belirlenebilmesi amacıyla, elektrik alanı ve potansiyel dağılımının hesaplanmasında kullanılan çeşitli sayısal yöntemler geliştirilmiştir.

Sınır elemanları yöntemi, diğer sayısal yöntemlerin kullanımlarına göre daha avantajlıdır. Sınır elemanları yönteminde, istenen iç noktalarda bilinmeyen değerlerin çözümü yapılabilir. Sınır elemanları yöntemiyle, Laplace denklemi çözülerek iki boyutlu potansiyel dağılımı hesaplanır. (Watson vd., 1988).

Sınır elemanları yöntemi, elektrik cihazlarının tasarımında kullanılır ve optimum cihaz karakteristiklerinin belirlenmesine yardımcı olur (Bamji vd., 1993).

Sınır elemanları yöntemi, sadece sınır ayrışımını gerektirdiğinden, bir problemi çözmek için gerekli veri sayısını indirger. Temelde bu yöntem, analitik fonksiyonların (temel çözüm) kullanılmasıyla farklı sınır noktalarındaki değişkenlerin ilişkisinden oluşmaktadır. Bu yöntemde, bir matris şekline getirilebilen etki katsayıları elde edilerek, sonlu elemanlar yöntemine benzer şekilde sınır şartları uygulanır. Sınır elemanları yönteminde problemin boyutsallığı bir derece indirgenir ve eğrisel sınırlar kolaylıkla modellenebilir. Temel çözüm terimlerinden oluşan problem formülasyonu nedeniyle, süreksizlikler ve tekillikler gibi durumlarda özel zorluklar olmaksızın modelleme yapılabilir. Yöntemin diğer önemli bir üstünlüğü ise sonsuzluk bulunan problemlere, sonlu hale getirecek alanlara bölmeksizin uygulanmasıdır (Yıldırım, 1999).

Sınır elemanları yöntemi, sınır değer problemlerinin çözümü için geliştirilen bir sayısal yöntemdir. Bu yöntem, sınır integral denklem yöntemi olarak bilinen integral denklem yönteminden ortaya çıkmıştır. Sınır integral denklem yönteminin aslında birbirine benzer gibi görülen farklı formülasyona sahip iki yaklaşımı vardır. Bunlardan biri, problemin fiziksel yönlerine bağlı olarak, bir kaynak yüzeyin sınır yüzeye dönüşümünü sağlayan “indirekt” yöntem olarak bilinir. Bu yaklaşım, geçmişte çoğunlukla akışkanlar mekaniği ve elektromanyetik alanları araştırmada kullanılmıştır. Şimdilerde “direkt” yöntem olarak da bilinen sınır integral denklem formülasyonunun diğer bir çeşidi kullanılmaktadır. Bu yaklaşım kısmi diferansiyel denklemlerin Green fonksiyon çözümlerini matematiksel yönleriyle incelemeye dayalıdır. Yöntemde geometrik sınırlar üzerinde tanımlanmış sınır şartları ile beraber verilen bir denklemin Green fonksiyonu bilindiğinde, böyle bir sınır değer problemi integral denklem haline getirilebilir ve sayısal olarak hesaplanabilir (Ayaz, 1998).

1978’de sınır elemanları yöntemi (SINEY) ile ilgili bir kitabın yayınlanmasından bu yana literatürde bu konu ile ilgili pek çok çalışma yayınlanmıştır (Tang, 1988). Bunların bazıları potansiyel, bazıları elektrostatik problemleri, pek çoğu da mühendislik uygulamaları ile ilgilidir. 1978’in önemi, o tarihte hem sınır elemanları yöntemi hakkındaki kitabın yayınlanmasının, hem de yöntemin adının geçtiği ilk konferansın toplanmasının aynı zamana rastlamasıdır. Aslında sınır elemanları yöntemi adı

ilk kez Brebbia ve Dominguez tarafından 1977'de yayınlanan iki makalede kullanılmıştır (Brebbia, vd, 1979). Hess ve Smith, Laplace tipi sınır değer problemlerinin çözümü için bir çok güçlü programlar geliştirmişlerdir. Bu araştırmacılar potansiyel akış problemlerine, şimdi indirekt sınır elemanları yöntemi olarak adlandırılan yöntemi uygulamışlardır (Ayaz, 1998).

Elastisite problemleri için Cruse ve Rizzo direkt integral formülünü sundular (Rizzo, 1967). Mühendislik problemlerinin çözümü için direkt sınır elemanları yöntemi daha uygun olmuştur. Direkt yöntem, şimdi yaklaşık integral denklemlerinde daha uygun olarak kullanılmaktadır (Tang, 1988).

Alan şiddetinin hesabında veya açık sınırlı problemlerde daha çok hassasiyete ihtiyaç duyulmaktadır. Sınır elemanlarının en önemli özelliği, hacim ayrıştırması yerine, sadece yüzey ayrıştırmasının yeterli oluşudur. Bu nedenle sınır elemanları yönteminin kullanılışı, mevcut sabit modellerden ve ağ üreticilerinin kullanımından çok daha kolaydır. Bu durum özellikle sonlu elemanların uygulamasının daha zor olduğu ve bir seri değişikliğin yapılmasının gerekli olduğu tasarım problemlerinde önem kazanır. Sınır elemanları bölgesel yöntemlerdeki gibi değişik tiplerde olabilir. Yakın zamanda ağırlıklı kalanlar, bölgesel yöntemleri sınıflandırmak ve sistemleştirmek için kullanılmışlardır (Ayaz, 1998).

Potansiyel problemlerinin sınır integral denklem formülasyonu ilk olarak 1963'te Fredholm-tipi integral denklemlerinin çözümü için bir sayısal model olarak Jaswon ve Symm tarafından araştırılarak bulunmuştur. Jaswon ve Symm parçaların veya elemanların sayısına göre problemin sınırını ayırdıktan sonra, elemanların her birinin üzerinde sabit bir kaynak yoğunluğu olduğunu kabul etmişlerdir. İntegral denklem serilerini elde etmek için kollokasyon tekniği kullanılmış ve analitik olarak veya köşegen olmayan terimlerin toplamı tarafından hesaplanan tekilli katsayıların hariç tutulması ile etki katsayıları Simpson kuralı kullanılarak hesaplanmıştır.

Başka bir tür çalışmada, iki boyutlu Laplace problemi için varyasyonel sınır elemanları formülasyonu geliştirilmiştir. Uygulama olarak farklı potansiyellerde iki adet koaksiyel iletkenin oluşan problem varyasyonel sınır elemanları yöntemi ile çözülmüş, sınırda hesaplanan ve bir radyal eksen boyunca iç noktalarda hesaplanan potansiyel ve akı değerleri analitik sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Diğer bir uygulamada koaksiyel bir kapasitörde, potansiyel dağılımları hesaplanarak eşpotansiyel eğriler çizdirilmiş ve kapasitesi hesaplanmıştır (Sun vd.,1994).

Yıldırım (1999), yaptığı doktora çalışmasında, sınır elemanları yönteminin bölge tipi yöntemlere göre sağladığı üstünlükleri belirterek, elektrik alanlarını matematiksel olarak modelleyen Laplace ve Poisson denklemlerinden sınır integral denklemlerini elde etmiştir. Daha sonra iki boyutlu ve açık sınırlı alanların analizini yapmak için bir bilgisayar programı (SINEL) geliştirmiştir. Program yardımıyla yüksek gerilim elektrot sistemleri, yüksek gerilim kablosu ve yüksek gerilim izolatör düzeneği üzerinde uygulamalar yapmıştır. Uygulamadan elde edilen sonuçları, analitik sonuçlar ve ELECTRO paket program sonuçları ile karşılaştırmıştır.

## 2. ELEKTRİK ALANLARI

### 2.1. Elektrik Alanı

Elektrik alanı, yüksek gerilim cihazlarının yalıtımında dikkate alınması gereken en önemli faktörlerden biridir. Enerji iletim hattı sistemlerinde gerilimler gün geçtikçe yükseldiğinden, yalıtım malzemelerinin de daha büyük elektriksel zorlanmalar altında çalışması gerekmektedir. Bunun için elektrik alan dağılımının ve kritik bölgelerdeki alan şiddeti değerlerinin bilinmesi gerekir (Rumeli, 1969).

Elektrik alanlarını hesaplamak için, basit geometriye sahip problemlerde analitik çözüm yöntemleri kullanılarak problemin tam çözümü elde edilebilir. Ancak, genellikle elektrik alan problemleri Laplace ve Poisson tipi kısmi diferansiyel denklemlerle ifade edileceğinden bu denklemlerin sayısal çözüm yöntemleri kullanılarak cebirsel denklemlere dönüştürülmesi gerekmektedir. Sayısal çözüm yöntemlerindeki ortak kavram, temel alan denklemlerinin veya bir eşdeğer integral formülasyonunun bir lineer denklem sistemine indirgenmesidir. Bu yöntemler, B bölgesinde yapılan yaklaşımlar ve sadece S sınırı üzerinde yapılan yaklaşımlar olmak üzere iki sınıfta incelenebilir. Sonlu farklar ve sonlu elemanlar yöntemleri birinci sınıfta, sınır elemanları yöntemi ise ikinci sınıfta değerlendirilmektedir (Yıldırım, vd., 2002).

### 2.2. Coulomb Kanunu

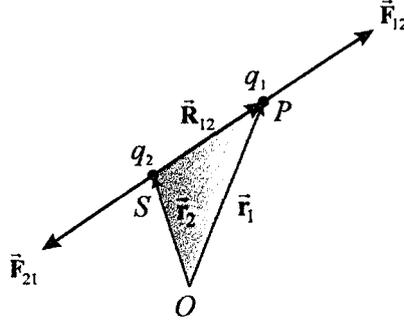
Elektrostatik yüklü bir parçacığın diğeri üzerine etkilediği elektrik kuvveti ile ilgili olarak Coulomb kanununun miktarsal ve deneysel doğrulanabilir ifadesine dayanmaktadır. Fransız fizikçisi Charles Augustin de Coulomb deneyleri sonucu yüklü iki parçacık arasındaki elektrik kuvvetinin ;

- Yüklerin çarpımı ile doğru orantılı,
- Aralarındaki uzaklığın karesi ile ters orantılı,
- Birbirini birleştiren hat boyunca yönlenmiş ve aynı yükler için itici ve zıt yükler için çekici

olduğunu önermektedir. Eğer  $q_1$  ve  $q_2$  Şekil 2.1' de görüldüğü gibi  $P(x,y,z)$  ve  $S(x',y',z')$  noktalarına yerleşmiş yüklü parçacıklar ise  $q_2$ ' den dolayı  $q_1$ 'e etkiyen elektrik kuvveti şu formül ile ifade edilir:

$$\vec{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{R_{12}^2} \vec{a}_{12}$$

(2.1)



Şekil 2.1 İki nokta yükü arasındaki elektrik kuvveti.

Burada :

- $\vec{F}_{12}$  ,  $q_2$ 'den dolayı  $q_1$ 'e etkiyen kuvveti,
- $K$  , orantı katsayısını,
- $\vec{R}_{12}$  , P ve S noktaları arasındaki uzaklığı,
- $\vec{a}_{12}$  , S noktasından P noktası yönünü gösteren birim vektörü ifade etmektedir.

S'den P'ye uzaklık vektörü;

$$\vec{R}_{12} = R_{12} \vec{a}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \quad (2.2)$$

şeklinde yazılır. Burada  $\vec{r}_1$  ve  $\vec{r}_2$  sırasıyla, P ve S noktalarının pozisyon vektörleridir. Uluslararası birim sisteminde (SI) orantı katsayısı;

$$K = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \quad (2.3)$$

burada  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \approx 10^{-9}/36\pi$  farad/metre (F/m) serbest uzayın geçirgenliğidir. Böylece,

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 R_{12}^2} \vec{a}_{12} \quad (2.4)$$

veya

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2 (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{4\pi \epsilon_0 |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (2.5)$$

olur. Bu eşitlik sadece elektron ve protonlar gibi yüklü parçacıklar için geçerli olmayıp nokta yükleri olarak düşünülebilen yüklü cisimler için de geçerlidir. Yüklü cisimler büyüklükleri aralarındaki uzaklığa göre çok az olduğu sürece nokta yükleri olarak kabul edilirler.

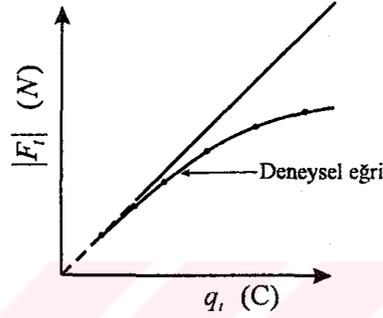
Her biri 1 Coulomb'luk (C) yüke sahip iki nokta yükü arasındaki uzaklık 1 metre (m) ise boş uzayda her yüke etkiyen kuvvetin büyüklüğü denk. (2.4) den  $9 \times 10^9$  Newton (N)' dur.

### 2.3. Elektrik Alan Şiddeti

Coulomb kanunu bir yükün diğer bir yük üzerinde (yükler büyük uzaklıklar ile birbirinden ayrılrsa bile) daima bir kuvvet oluşturacağını ifade etmektedir. Fizikte bir yüke diğer bir yükten dolayı etkiyen kuvvet genellikle bir uzaklıktaki etkileşim olarak adlandırılır. Bununla beraber eğer bir yük diğerine doğru hareket ettirilirse Coulomb kanununa göre yükler tarafından etkiyen kuvvetin de ani

olarak değişmesi gerekir. Bu bakımdan bir yük üzerine başka bir yükün varlığında etkiyen kuvvetin bir alan olarak tanımlanması oldukça kullanışlı olmaktadır. Yükü çevreleyen uzayda her yerde bir elektrik alanı veya elektrik alan şiddetinin var olduğu söylenebilir. Diğer bir yük bu elektrik alanına getirildiğinde üzerine etkiyen bir kuvvetle karşılaşır.

Bir  $P$  noktasındaki elektrik alan şiddetini analiz etmek için bu noktaya bir pozitif test yükü  $q_t$  yerleştirilir ve üzerine etkiyen kuvvet ölçülür. Elektrik alan şiddeti bu durumda birim yük başına kuvvet olarak tanımlanır. Elektrik alan şiddetinin büyüklüğünün  $q_t=0$  da eğrinin eğimi olduğuna dikkat edilmelidir.



Şekil 2.2 Bir test yüküne etkiyen kuvvet

Denk.(2.4)'den,  $S$  de bir  $q$  nokta yükünden dolayı  $P$  noktasında elektrik alan şiddetinin ifadesi,

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0} \frac{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{[\vec{r}_1 - \vec{r}_2]^3} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 R^2} \vec{a}_x \quad (2.6)$$

olarak yazılabilir.

$n$  nokta yüklerinden dolayı elektrik alan şiddeti denk (2.5) eşitliğinden ;

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi \epsilon_0} \frac{(\vec{r} - \vec{r}_i)}{[\vec{r} - \vec{r}_i]^3} \quad (2.7)$$

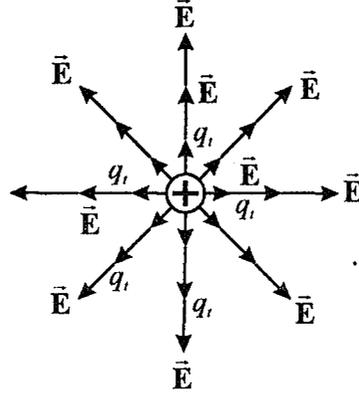
yazılır. Burada  $\vec{r}_i$  yükten  $\vec{E}$  'nin ölçüm noktasına doğru uzaklık vektörüdür(Gürdal, 2000)

## 2.4 Elektrik Akısı ve Elektrik Akı Yoğunluğu

Bir elektrik alanında bir noktaya bir test yükü yerleştirilerek hareket ettirildiğinde, test yüküne etkiyen kuvvet onu belli bir yol boyunca hareket ettirecektir. Bu yol kuvvet çizgisi olarak adlandırılır. Elektrik akı çizgileri gerçek varlığa sahip değildir.

Şekil 2.3'de görüldüğü gibi yalıtılmış pozitif bir yük için elektrik alan şiddeti radyal olarak dışarıya doğru bir yönü göstermektedir. Şekil 2.4 bir çift eşik ve zıt nokta yükleri ile ve pozitif yüklü

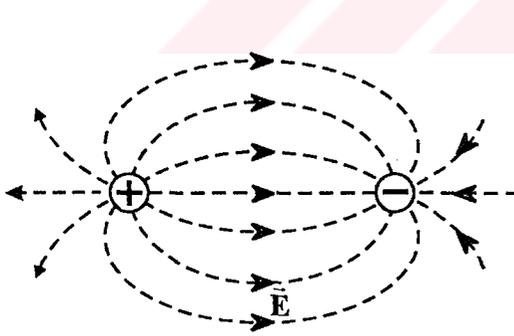
iki cisim arasındaki elektrik hatlarını göstermektedir. Birbirine zıt yüklenmiş paralel düzlemler arasındaki elektrik akı çizgileri Şekil 2.5’de görülmektedir.



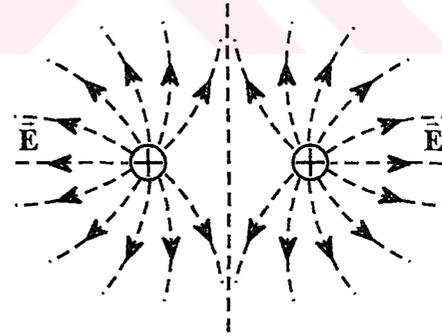
Şekil 2.3 Yalıtılmış pozitif bir yükteki elektrik alan şiddeti çizgileri

İlk araştırmacılar elektrik akısı için aşağıdaki özellikleri ortaya çıkarmışlardır:

- Ortamdan bağımsız olmalıdır.
- Büyüklüğü sadece elektrik akısının orijini olan yüke bağlıdır.
- Eğer bir nokta yükü  $R$  yarıçapında imajiner bir küre içinde çevrenmişse elektrik akısının kürenin yüzeyi boyunca dik ve düzenli olarak geçmesi gerekir.
- Birim alan başına akı olan elektrik akı yoğunluğu  $R^2$  ile ters orantılıdır.

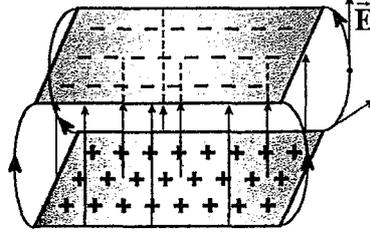


(a) Pozitif ve negatif yük arasında



(b) İki pozitif yük arasında

Şekil 2.4 Yüklü cisimler arasındaki elektrik alan şiddeti çizgileri



Şekil 2.5 Birbirine zıt yüklü paralel düzlemler arasındaki elektrik alan şiddeti çizgileri

Elektrik akı yoğunluğu  $\vec{D}$  nin elektrik alan şiddeti  $\vec{E}$  ile aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad (2.8)$$

Burada  $\epsilon_0$  boş uzayın geçirgenliği olarak daha önceden tanımlanmıştır. Denk. (2.8)' de bir  $q$  nokta yükünden dolayı  $\vec{E}$  'nin yerine konularak bir  $r$  yarıçapında elektrik akı yoğunluğu

$$\vec{D} = \frac{q}{4\pi r^2} \vec{a}_r \quad (2.9)$$

olur. Bu eşitlikten  $\vec{D}$  'nin alan birimine ( $C/m^2$ ) sahip olduğu görülmektedir.

## 2.5 Gauss Kanunu

Gauss kanunu bir kapalı yüzey içinden geçen net dışa doğru akının bu yüzeyle çevrelenen toplam yüke eşit olduğunu ifade etmektedir. Yani ;

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q \quad (2.10)$$

Gauss kanunu kelimelerle şu şekilde ifade edilebilir. Bir kapalı yüzeyden çıkan toplam elektrik akısı sayısal olarak kapalı yüzey içindeki net pozitif yüke eşittir. Gauss kanunu boş uzayda elektrik alan şiddeti ile,

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (2.11)$$

olarak da ifade edilebilir. Eğer yükler bir yüzeyle sınırlanan bir hacimde dağıtılmış ise

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_V \rho_v dv \quad (2.12)$$

olarak yazılabilir.

Benzer eşitlikler eğer yükler bir yüzey veya doğrusal bir eleman üzerine yayılmışsa yazılabilir. (2.12) eşitliği Gauss kanunu'nun integral biçimi olarak bilinir.

Eğer elektrik alan şiddeti veya elektrik akı yoğunluğu yüzeydeki her noktada biliniyorsa Gauss kanunu çevrelenen toplam yükün belirlenmesi için kullanılabilir. Bununla beraber eğer yük dağılımı simetrik ve elektrik akı yoğunluğunun sabit olduğu uygun bir yüzey seçilebiliyorsa Gauss kanunu alan problemlerindeki karmaşıklığı büyük oranda azaltır.

Diverjans teoremi uygulanarak denk.(2.12)

$$\int_V \nabla \cdot \vec{D} dv = \int_V \rho_v dv \quad (2.13)$$

şeklinde yazılabilir. Bunun bir S yüzeyi ile sınırlanan herhangi bir V hacmi için doğru olması gerekir. Böylece iki integral birbirine eşittir. Sonra uzayda herhangi bir noktada

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v \quad (2.14)$$

yazılır. Bu eşitlik Gauss kanununun nokta veya diferansiyel biçimi olarak adlandırılır. (2.14) eşitliği sözlü olarak şu şekilde ifade edilebilir: Uzayda herhangi bir noktadan elektrik akı hatlarının çıktığı yerde bir pozitif yük yoğunluğu vardır. Şayet yük yoğunluğu negatifse elektrik akı hatları noktaya doğru yaklaşarak birleşirler. (Gürdal, 2000)

## 2.6. Poisson ve Laplace Denklemleri

Diferansiyel Gauss yasası denk.(2.10) incelendiğinde

$$\begin{aligned} \vec{E} = -\vec{\nabla}V \quad \text{ve} \quad \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \\ \nabla(\nabla \cdot \vec{V}) = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad \text{ya da} \quad \nabla^2 \cdot \vec{V} = -\frac{\rho}{\epsilon} \end{aligned} \quad (2.15)$$

bağıntısı elde edilir. Denk.(2.15)'e Poisson denklemi adı verilir. Kartezyen koordinat sisteminde bu ifade,

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (2.16)$$

şeklini alır. Kaynak bölgesi dışında bu denklem,

$$\nabla^2 V = 0 \quad (2.17)$$

biçimini alır ve bu homojen denkleme de Laplace denklemi adı verilir. Bu ifadenin kartezyen koordinatlarda gösterimi ise,

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (2.18)$$

şeklindedir. (Uyar, 2004)

### 3. SINIR ELEMANLARI YÖNTEMİ

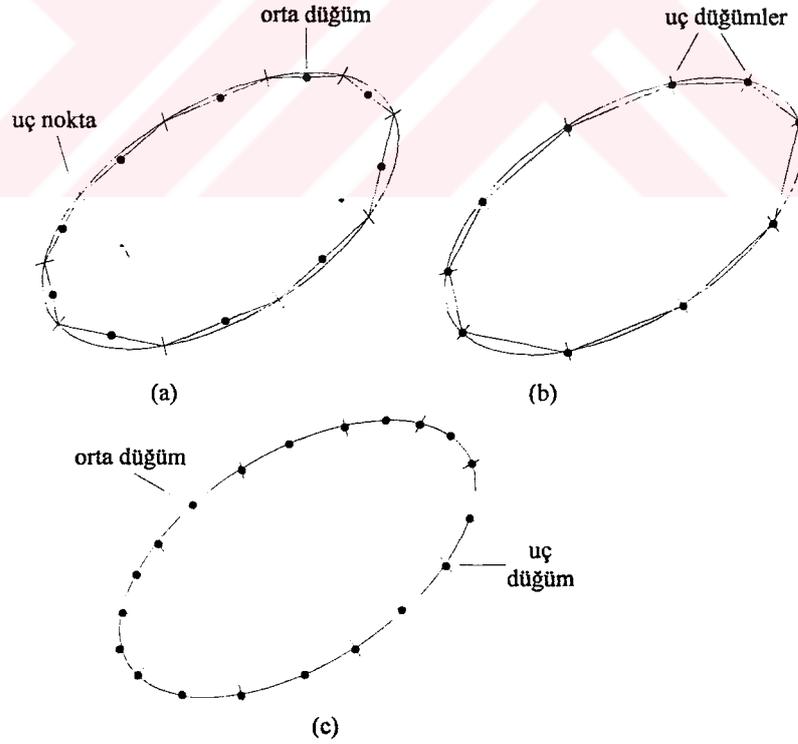
#### 3.1. Laplace Denklemi İçin Sınır Elemanları Yöntemi

$\nabla^2 u = 0$  Laplace denkleminde elde edilen sınır integral denklemi;

$$c_i u_i + \int_S u q^* dS = \int_S q u^* dS \quad (3.1)$$

şeklindedir. Bu denklem sınır elemanları yöntemiyle ayrıştırılarak sınır bilinmeyenleri elde edilir.

İki boyutlu durumda sınırlar N parçaya bölünerek sabit, lineer ve parabolik eleman yaklaşımı olmak üzere üç tip sınır elemanı ile bir sınır problemi çözülebilir. Yöntemde, bilinmeyen değerlerin olduğu noktalar 'düğümler' olarak isimlendirilir ve sabit eleman olarak isimlendirilen durum için elemanın orta noktasında alınır (Şekil 3.1.a). Lineer elemanlı durumda düğümlerin elemanların uç noktalarında veya sonlarında olduğu kabul edilir (Şekil 3.1.b). Parabolik elemanlarda ise, ilave olarak bir orta nokta kabul edilir (Şekil 3.1.c).



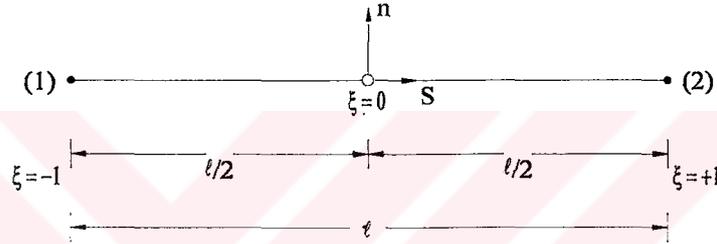
Şekil 3.1 (a) Sabit, (b) Lineer, (c) Parabolik sınır elemanları.

### 3.2. Sabit Elemanlar

Sabit elemanlı sınır elemanları yönteminde, problem sınırı N sayıda elemana ayrıştırıldıktan sonra olarak denk.(3.1), sınır şartları uygulanmadan önce verilen bir 'i' noktası için şu şekilde yazılabilir.

$$\frac{1}{2} u_i + \sum_{j=1}^N \int_{s_j} u q^* dS = \sum_{j=1}^N \int_{s_j} q u^* dS \quad (3.2)$$

Her eleman üzerindeki u ve q değerlerinin sabit ve elemanın ortasındaki düğümün değerine eşit olduğu kabul edilir. Elemanların uçlarındaki noktalar sadece problemin geometrisinin tanımı için kullanılır (Şekil 3.2).



Şekil 3.2 Sabit eleman.

u ve q değerleri, her eleman üzerinde sabittir ve integral dışına alınabilirler.

$$u(\xi) = u_1 = u_2 \quad (3.3)$$

$$q(\xi) = q_1 = q_2 \quad (3.4)$$

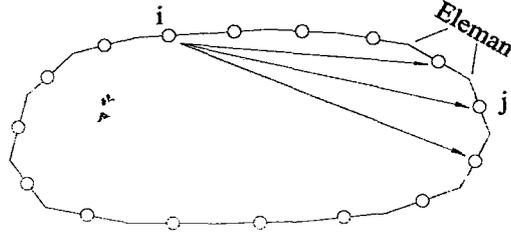
Buradan 'j' elemanı için,

$$\frac{1}{2} u_i + \sum_{j=1}^N u_j \int_{s_j} q^* dS = \sum_{j=1}^N q_j \int_{s_j} u^* dS \quad (3.5)$$

denklemini elde edilir. Temel çözümün bir 'i' düğümüne uygulanması durumunda (Şekil 3.3) denklem,

$$\frac{1}{2} u_i + \sum_{j=1}^N \hat{H}_{ij} u_j = \sum_{j=1}^N G_{ij} q_j \quad (3.6)$$

şeklinde yazılabilir.



Şekil 3.3 'i' sınır düğümündeki temel çözüm ile sınır elemanları arasındaki ilişki.

Eğer 'i' düğümünün pozisyonunun 1'den N'e kadar değiştiği ve temel çözümün sırasıyla her bir düğüme uygulandığı kabul edilirse, denk.(3.6)'un her bir sınıra uygulanması sonucunda bir denklem sistemi elde edilir. Bu denklem sistemi matris şeklinde,

$$H u = G q \quad (3.7)$$

olarak ifade edilebilir. Daha sonra bütün bilinmeyenler sol tarafta toplanarak,

$$A x = y \quad (3.8)$$

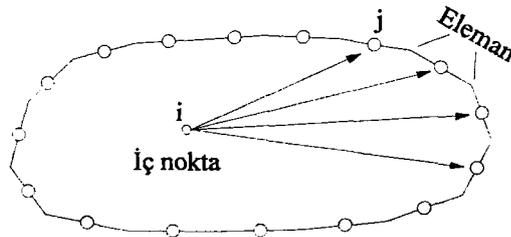
şeklinde bir lineer denklem sistemi elde edilir. Burada x, u ve q 'nun bilinmeyen sınır değerlerinden oluşan bir vektördür. Burada, bilinmeyenler vektörü sonlu elemanlardaki gibi sadece potansiyelden değil, potansiyel ve potansiyel türevin bir karışımından meydana gelmektedir. Bu, sınır elemanları yönteminin karışık formülasyonunun bir sonucudur.

İç noktaları hesaplamak için,

$$u_i = \int_S q u \cdot dS - \int_S u q \cdot dS$$

$$(3.9)$$

denklemini kullanılır. Denk.(3.9), u ve q 'nun sınır değerleri ile 'i' iç noktası arasındaki integral ilişkisini gösterir (Şekil 3.4).



Şekil 3.4 'i' iç noktasındaki temel çözüm ile sınır elemanları arasındaki ilişki.

Denk.(3.9)'deki, sınır integralleri ayrıştırılarak aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$u_i = \sum_{j=1}^N G_{ij} q_j - \sum_{j=1}^N \hat{H}_{ij} u_j \quad (3.10)$$

### 3.2.1. Sabit Elemanlar İçin Etki Katsayıları

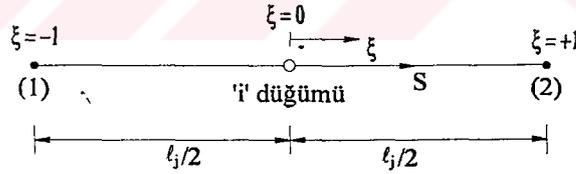
$\hat{H}_{ij}$  ve  $G_{ij}$  etki katsayılarının değerleri, iki boyutlu durumda çizgisel integrallerin sayısal olarak hesaplanması ile bulunur.

Lokal koordinat sisteminde verilen bir eleman üzerindeki bir noktanın koordinatları, global koordinat sisteminde aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$x(\xi) = \frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{x_2 - x_1}{2} \xi \quad (3.11)$$

$$y(\xi) = \frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{y_2 - y_1}{2} \xi \quad (3.12)$$

Bu denklemlerde,  $\xi = -1$  ve  $\xi = +1$  yazılarak sabit elemanın uç noktalarının koordinatları elde edilebilir (Şekil 3.5).



Şekil 3.5 Eleman koordinat sistemi.

Denk.(3.11) ve denk.(3.12),

$$x(\xi) = \frac{1}{2}(1 - \xi) x_1 + \frac{1}{2}(1 + \xi) x_2 \quad (3.13)$$

$$y(\xi) = \frac{1}{2}(1 - \xi) y_1 + \frac{1}{2}(1 + \xi) y_2 \quad (3.14)$$

şeklinde veya özet olarak,

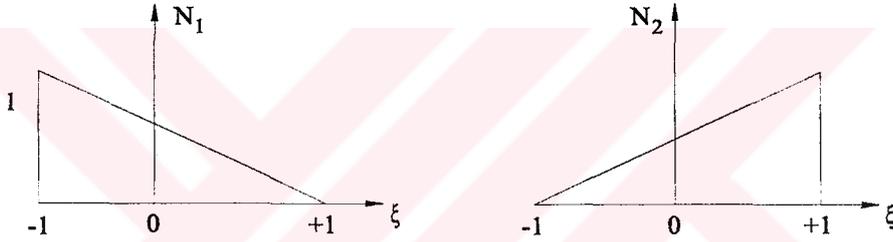
$$x = \sum_{n=1}^2 N_n(\xi) x_n \quad (3.15)$$

$$y = \sum_{n=1}^2 N_n(\xi) y_n \quad (3.16)$$

şeklinde yazılır.  $N_n$  eleman şekil fonksiyonlarıdır. Bu durumda lineer şekil fonksiyonları,

$$N_1 = \frac{1}{2} (1 - \xi) \quad N_2 = \frac{1}{2} (1 + \xi) \quad (3.17)$$

olarak yazılır. Lineer şekil fonksiyonları Şekil 3.6'da gösterilmiştir.



Şekil 3.6 Lineer şekil fonksiyonları.

Böylece, sabit elemanlar için global ve lokal koordinat sistemleri arasındaki ilişki, sabit elemanın (1) ve (2) noktaları arasında lineer şekil fonksiyonları ile verilir:

$$x(\xi) = N_1 x_1 + N_2 x_2 = \frac{1}{2} (1 - \xi) x_1 + \frac{1}{2} (1 + \xi) x_2 \quad (3.18)$$

$$y(\xi) = N_1 y_1 + N_2 y_2 = \frac{1}{2} (1 - \xi) y_1 + \frac{1}{2} (1 + \xi) y_2 \quad (3.19)$$

### 3.2.2. $G_{ij}$ Etki İntegrallerinin Hesaplanması

Denk.(3.20)'de verilen  $G_{ij}$  etki integralini hesaplamak için  $u^*$  temel çözümü kullanılır.

$$G_{ij} = \int_{S_j} u^* dS \quad (3.20)$$

Sınır integrallerini hesaplamak amacıyla, sınırdaki bir  $dS$  sınır parçası için

$$dS = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2} \cdot d\xi \quad (3.21)$$

şeklinde bir koordinat dönüşümü yapılabilir. Denk.(3.21) ve denk.(3.22)'da türev alınarak,

$$\frac{dx}{d\xi} = \frac{x_2 - x_1}{2} \quad \text{ve} \quad \frac{dy}{d\xi} = \frac{y_2 - y_1}{2} \quad (3.22)$$

bu türevler denk.(3.21)'de yerine yazılırsa,

$$dS = \frac{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}{2} \cdot d\xi = \frac{\ell_j}{2} \cdot d\xi \quad (3.23)$$

şeklinde basit bir koordinat dönüşümü yapılmış olur.

Böylece denk.(3.20)'deki integral aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$G_{ij} = \int_{s_j} u^* dS = \int_{s_j} \frac{1}{2\pi} \ell_n \left( \frac{1}{r} \right) dS \quad (3.24)$$

$$G_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_{s_j} \ell_n \left( \frac{1}{r} \right) dS = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\ell_j}{2} \int_{-1}^{+1} \ell_n \left( \frac{1}{r} \right) d\xi$$

$$G_{ij} = \frac{\ell_j}{4\pi} \int_{-1}^{+1} \ell_n \left( \frac{1}{r} \right) d\xi = \frac{\ell_j}{4\pi} \sum_{k=1}^N \ell_n \left( \frac{1}{r_k} \right) w_k$$

$$G_{ij} = \frac{\ell_j}{4\pi} \sum_{k=1}^N \ell_n \left( \frac{1}{r_k} \right) w_k \quad (3.25)$$

### 3.2.3. $\hat{H}_{ij}$ Etki İntegrallerinin Hesaplanması

Denk.(3.26)'de verilen  $\hat{H}_{ij}$  etki integralini hesaplamak için ilk önce,  $q^*$  teriminin bulunması gerekir.

$$\hat{H}_{ij} = \int_{s_j} q^* dS \quad (3.26)$$

Burada  $q^*$ , temel çözümün ( $u^*$ ) normale göre türevidir.

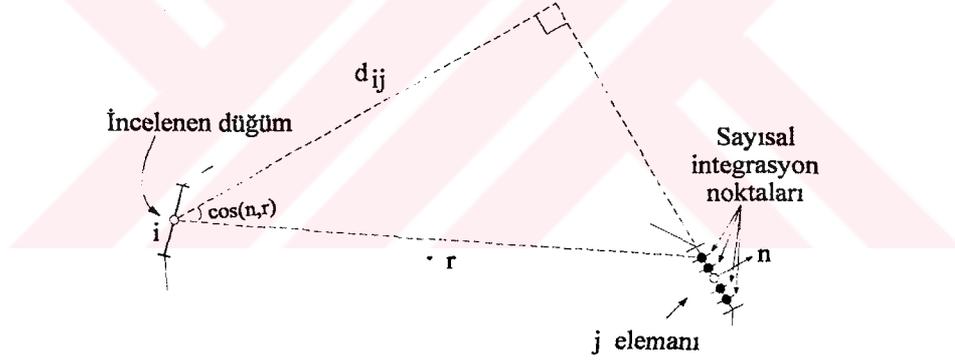
$$q^* = \frac{\partial u^*}{\partial n} = \frac{\partial u^*}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial n} \quad \text{ve} \quad u^* = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{r}\right)$$

olduğundan,

$$\frac{\partial u^*}{\partial r} = -\frac{1}{2\pi r} \quad (3.27)$$

bulunur. Ayrıca,  $\frac{\partial r}{\partial n} = \cos(n, r)$  olduğundan,  $\cos(n, r) = \frac{d_{ij}}{r}$  şeklinde yazılır (Şekil 3.7). ( $d_{ij}$ ,

'i' düğümünün 'j' elemanına dik uzaklığıdır).



Şekil 3.7 Geometrik tanımlar.

Yazılan eşitliklere göre, denk.(3.26),

$$\hat{H}_{ij} = \int_{s_j} q^* dS = \int_{s_j} \frac{\partial u^*}{\partial n} dS = \int_{s_j} \frac{\partial u^*}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial n} dS$$

$$\hat{H}_{ij} = \int_{s_j} -\frac{1}{2\pi r} \frac{d_{ij}}{r} dS = -\frac{1}{2\pi} \int_{s_j} \frac{d_{ij}}{r^2} dS$$

$$\hat{H}_{ij} = -\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\ell_j}{2} \int_{-1}^{+1} \frac{d_{ij}}{r^2} d\xi = -\frac{\ell_j}{4\pi} \sum_{k=1}^N \frac{d_{ij}}{r_k^2} w_k$$

$$\hat{H}_{ij} = -\frac{\ell_j}{4\pi} \sum_{k=1}^N \frac{d_{ij}}{r_k^2} w_k \quad (3.28)$$

şeklinde hesaplanır (Yıldırım, 1999).

### 3.3 Lineer Elemanlar

Sınır elemanları lineer olarak seçildiğinde her bir elemanda iki düğüm bulunur. Düğümlerin her biri iki elemanı birleştiren ve aynı anda iki eleman üzerinde bulunan birleşim noktalarıdır. Yani lineer elemanlarda iki düğüm vardır ve düğümler elemanın uç noktalarındadır.



Şekil 3.8 Lineer Elemanlar

Sınır integral ifadesinin genelleştirilmiş hali denk.(3.1)'de verilmişti ve  $u_i$ 'nin katsayısı  $\frac{1}{2}$ , bilinen  $c_i$  değeri olarak yazılmıştır. Sabit elemanlarda kullanılan  $c_i = \frac{1}{2}$  katsayısı, yalnızca sınırın düzgün kısmına yerleştirilen düğüm için geçerlidir. Herhangi bir sınır noktası için şu eşitlik yazılabilir.

$$c_i = \frac{\theta}{2\pi} \quad (3.29)$$

Burada  $\theta$  açısı 'i' noktasındaki radyan olarak gösterilen iç açıdır. Bu durum, nokta çevresindeki küçük bir dairesel veya küresel bölge tanımlanarak ve bunların yarıçapı sıfıra eşitlenerek elde edilmiştir.

Problem bölgesi N sayıda elemana ayrıldığında denk.(3.1) şu şekilde yazılabilir.

$$c_i u_i + \sum_{j=1}^N \int_S u q dS = \sum_{j=1}^N \int_S q u dS \quad (3.30)$$

Bu denklemde u ve q, her bir  $S_j$  elemanı üzerinde lineer olarak değişmektedir. Bu sebeple u ve q 'nun integral dışına alınması mümkün değildir.

Eleman üzerindeki herhangi bir noktada u ve q değerleri,  $\xi$  homojen koordinatların verilen  $\phi_1$  ve  $\phi_2$  gibi iki lineer interpolasyon fonksiyonu ile bunların düğüm değerlerinde tanımlanabilmektedir ;

$$u(\xi) = \phi_1 u_1 + \phi_2 u_2 = [\phi_1 \quad \phi_2] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$q(\xi) = \phi_1 q_1 + \phi_2 q_2 = [\phi_1 \quad \phi_2] \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$\xi$ , boyutsuz koordinatı  $-1$  den  $+1$ 'e değişir ve iki interpolasyon fonksiyonu şu şekilde verilir;

$$\phi_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi) \quad (3.33)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi) \quad (3.34)$$

Lineer elemanlarda da sabit elemandaki gibi lineer şekil fonksiyonları kullanılır;

$$x(\xi) = N_1 x_1 + N_2 x_2 = \frac{1}{2}(1 - \xi)x_1 + \frac{1}{2}(1 + \xi)x_2 \quad (3.35)$$

$$y(\xi) = N_1 y_1 + N_2 y_2 = \frac{1}{2}(1 - \xi)y_1 + \frac{1}{2}(1 + \xi)y_2 \quad (3.36)$$

Bir eleman içindeki interpolasyon fonksiyonları ile elemanın şekli için kullanılan şekil fonksiyonu aynı ise, bu elemana eşdeğer parametrelili eleman adı verilmektedir.

j elemanı üzerindeki integral denk.(3.30)'in sol tarafı için şu şekilde yazılır;

$$\int_{S_j} u q dS = \int_{S_j} [\phi_1 \quad \phi_2] q dS \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{ij}^1 & h_{ij}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Her “j” elemanı için iki integrali hesaplanır;

$$h_{ij}^1 = \int_S \phi_1 q dS \quad (3.38)$$

ve

$$h_{ij}^2 = \int_S \phi_2 q dS \quad (3.39)$$

Aynı şekilde sağ taraftaki integral şu şekilde yazılır;

$$\int_{S_j} q u dS = \int_{S_j} [\phi_1 \quad \phi_2] u dS \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{ij}^1 & g_{ij}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Burada da integraller şu şekilde hesaplanmaktadır.

$$g_{ij}^1 = \int_{S_j} \phi_1 u dS \quad (3.41)$$

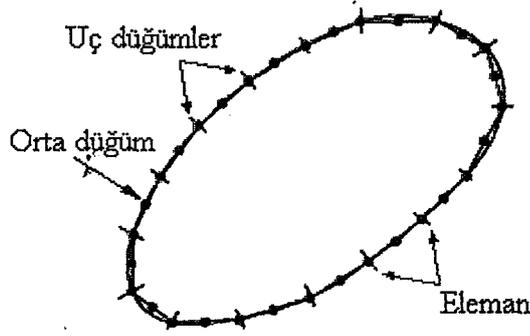
ve

$$g_{ij}^2 = \int_{S_j} \phi_2 u dS \quad (3.42)$$

(Tang, W., 1988)

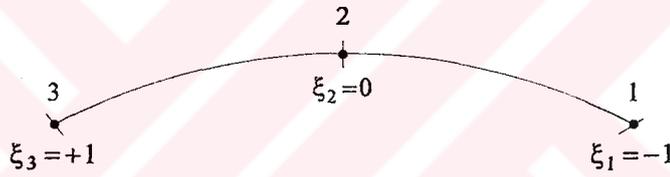
### 3.4. Parabolik (Quadratic) Elemanlar

Bu eleman tipinde, eleman üzerinde bulunan düğüm değerlerinin elemanın üzerinde parabolik bir değişime sahip olduğu kabul edilir. Düğümler eleman boyunca biri merkezde, diğer ikisi ise elemanın uç noktalarında tanımlanır (Şekil 3.9).



Şekil 3.9 Parabolik eleman

Parabolik elemanda eleman sınırı, problem sınırına denk olarak değişkenlik gösterir. Bu durum izoparametrik olarak adlandırılır. Bu parabolik elemanın en önemli avantajıdır. Buna göre elde edilen çözümler çok hassastır. Başlıca dezavantajları ise; eleman üzerinde bulunan düğümlere ait etki integralleri ve tekil integraller oldukça karmaşık ve hesaplamalarının daha zor olmasıdır.



Şekil 3.10 Parabolik elemanın lokal koordinatlardaki gösterimi

Parabolik elemanda, düğümlere ait interpolasyon fonksiyonları,

$$N_1 = \frac{1}{2}\xi(\xi-1) \quad (3.43)$$

$$N_2 = 1-\xi^2 \quad (3.44)$$

$$N_3 = \frac{1}{2}\xi(\xi+1) \quad (3.45)$$

şeklinde tanımlanır. Eleman üzerindeki herhangi bir noktanın global koordinat cinsinden ifadesi ise;

$$x(\xi) = N_1x_1 + N_2x_2 + N_3x_3 \quad (3.46)$$

$$y(\xi) = N_1y_1 + N_2y_2 + N_3y_3 \quad (3.47)$$

şeklindedir. Sınırdaki bir dS parçası için,

$$dS = J(\xi)d\xi = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2} d\xi \quad (3.48)$$

şeklindeki ifade ile koordinat dönüşümü sağlanır. Bu denklemde  $\frac{dx}{d\xi}$  ve  $\frac{dy}{d\xi}$ 'yi elde etmek için denk.(3.46) ve denk.(3.47)'nin türevleri alınır,

$$\frac{dx}{d\xi} = (2\xi - 1)\frac{x_1}{2} - 2\xi x_2 + (2\xi + 1)\frac{x_3}{2} \quad (3.49)$$

$$\frac{dy}{d\xi} = (2\xi - 1)\frac{y_1}{2} - 2\xi y_2 + (2\xi + 1)\frac{y_3}{2} \quad (3.50)$$

denklemleri elde edilir.

N elemana bölünen parabolik elemanda, sınırdaki düğümler üzerinde bulunan u ve q değerleri genel olarak ifade edilen sınır integral denkleminde elde edilir.

$$c(i)u(i) + \sum_{j=1}^N \int_{\tilde{s}_j} u_j q^* dS = \sum_{j=1}^N \int_{\tilde{s}_j} q_j u^* dS \quad (3.51)$$

Bu denklemde  $u_j$  ve  $q_j$  değerleri, eleman üzerindeki değerleri ifade eder. Bu değerler, eleman üzerinde üç düğüm bulunması nedeniyle,

$$u(\xi) = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 = [N_1 \quad N_2 \quad N_3] [u_1 \quad u_2 \quad u_3]^T \quad (3.52)$$

$$q(\xi) = N_1 q_1 + N_2 q_2 + N_3 q_3 = [N_1 \quad N_2 \quad N_3] [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T \quad (3.53)$$

denklemleri ile tanımlanır. Böylece denk.(3.51),

$$c(i)u(i) + \sum_{j=1}^N \int_{\tilde{s}_j} [N_1 \quad N_2 \quad N_3] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} q^* dS = \sum_{j=1}^N \int_{\tilde{s}_j} [N_1 \quad N_2 \quad N_3] \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} u^* dS \quad (3.54)$$

şeklinde tanımlanır. Bu durumda düğümlere ait etki integralleri ise,

$$h_{i1} = \int_{\tilde{s}_j} N_1 q^* dS \quad h_{i2} = \int_{\tilde{s}_j} N_2 q^* dS \quad h_{i3} = \int_{\tilde{s}_j} N_3 q^* dS \quad (3.55)$$

$$g_{i1} = \int_{\tilde{S}_j} N_1 u^* dS \quad g_{i2} = \int_{\tilde{S}_j} N_2 u^* dS \quad g_{i3} = \int_{\tilde{S}_j} N_3 u^* dS \quad (3.56)$$

şeklinde elde edilir. Bu etki integralleri, sınır noktalarında genel olarak,

$$c(i)u(i) + \sum_{j=1}^N \begin{bmatrix} H_{i1} & H_{i2} & H_{i3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^N \begin{bmatrix} G_{i1} & G_{i2} & G_{i3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

denklemleriyle tanımlanır.

İç noktalarda sınır integral denklemi ise,

$$u(i) = \sum_{j=1}^N \begin{bmatrix} G_{i1} & G_{i2} & G_{i3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} - \sum_{j=1}^N \begin{bmatrix} H_{i1} & H_{i2} & H_{i3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

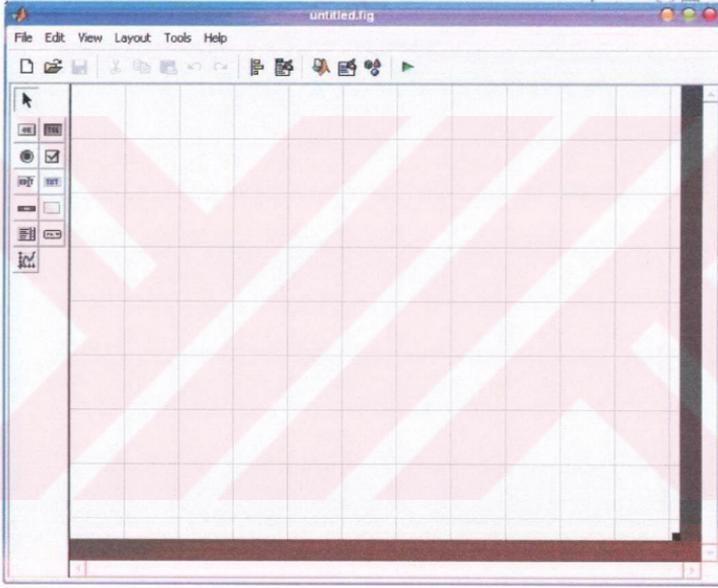
şeklinde tanımlanır. (Erişti, 2003).

## 4. MATLAB GUI İLE KULLANICI ARAYÜZÜ TASARLAMA

### 4.1. Gui Editörü

Matlab programı ile Gui tasarlamının en pratik yolu Guide editörünü kullanmaktır. Guide editörü, görünüm tasarımını ve tasarlanan komponentlerin özelliklerinin belirlenmesini sağlayan bir editördür. Guide editörü Gui 'yi kaydetmek ve çalıştırmak için iki dosya kullanır:

- Grafik dosyası (Dosya adı .fig) : Gui' nin genel görünümü ile ilgili kod ve açıklamaları, komponentleri ve komponentlerin özellik değerlerini içeren grafik dosyasıdır.
- M dosyası (Dosya adı .m) : Gui' yi çalıştırmak için kullanılan ve komponentlerin işlevlerinin alt fonksiyonlar halinde kaydedildiği bir fonksiyon dosyasıdır.



Şekil 4.1 Matlab Gui Editörünün genel görünümü

### 4.2. Guide ile Gui Oluşturmanın Avantajları

Guide editörü, Gui uygulamalarının iskeletini oluşturan m-dosyalarını otomatik olarak oluşturur. M dosyalarının avantajları şunlardır:

- M dosyaları, birçok yararlı özelliğin eklenmesi için kodlar içerir.
- M dosyaları, komponentlere eklenen uzantıların callback (çağrı) çalıştırılmasını sağlar.
- M dosyaları, GUI ile ilgili bütün kodların görüntülenmesini ve değiştirilmesini sağlar.

### 4.3. Guide Editörünün Başlatılması

Guide editörü, komut penceresinde 'guide' yazılarak ya da MATLAB penceresinde 'File' menüsünden 'New' ve daha sonra 'Gui' seçenekler açılır.

Guide editöründe öncelikle tasarlanacak olan Gui'nin temel yapısı belirlenir. Bunun için Guide editör penceresinden 'Tools' menüsü ve sonra 'Gui Options' seçilir.

'Application Options' ile belirlenecek opsiyonlardan '**Resize behaviour**' yani boyutlandırma özelliği, aşağıdaki üç seçenek arasından seçim yapılmasını sağlar:

- **Non-resizable** : Bu özellik seçildiğinde kullanıcı Gui penceresinin boyutlarını değiştiremez.
- **Proportional** : Gui penceresinin boyutunu kullanıcının değiştirebilmesini sağlar ve otomatik olarak pencere ile orantılı şekilde ayarlar.
- **User-specified** : Gui penceresinin, kullanıcının isteğine göre boyutlarını değiştirebilmesini sağlar. Bu özellik için m-dosyasında ayrılmış **ResizeFcn** bölümüne, yeni seçilen boyuta göre komponentlerin boyutlandırılmasını ve yerlerinin belirlenmesini sağlayacak bir 'callback' fonksiyonu yazılmalıdır.

'**Command-line accessibility**' yani komut satırının geçerliliği özelliği, MATLAB komut penceresinde yapılan grafik işlemlerinin, Gui ekranında nasıl görüntüleneceği ile ilgili seçenekler içerir. MATLAB programı, grafik işlemleri için normalde tek bir figür penceresi kullanır. Gui' de bir figür penceresi olduğu için komut penceresindeki grafik işlemlerinin sonucu Gui penceresinde görüntülenir. Bu ekranda kullanıcıya dört seçenek sunulur:

- **Callback** : Gui'nin sadece 'callback'(çağrı) fonksiyonları için geçerli figür penceresi olmasını sağlar ve Gui, kullanıcının komut penceresindeki grafik işlemlerinden etkilenmez.
- **Off** : Gui'nin komut penceresindeki grafik işlemlerinden etkilenmemesini sağlar.
- **On** : Komut penceresindeki grafik işlemlerinin Gui'de görüntülenebilmesini sağlar.
- **Other** : Gui'nin 'Property Inspector' özellik menüsü kullanılarak, daha ayrıntılı şekilde ayarların yapılmasına imkan sağlar.

"**Application Options**" penceresinden, Guide editöründe tasarlanacak olan Gui için yalnızca bir grafik dosyası (\*.fig) ya da m- dosyası (\*.m) ile grafik dosyasının birlikte oluşturulması sağlanabilir.

"**Generate .fig file only**" opsiyonu seçildiğinde Guide editörü, oluşturulan Gui için fonksiyonları içeren m - dosyasını oluşturmaz. Tasarlanan Gui kaydedildiğinde, Guide bir grafik dosyası oluşturur. Bu opsiyon seçildiğinde, Gui'nin istenilen şekilde çalışması için komponentlerin 'callback' fonksiyonları yerine uygun bir ifade ya da komponentle ilgili fonksiyon içeren bir m - dosyasının ismi yazılmalıdır. Bu opsiyon, Guide editörünün otomatik olarak oluşturduğu m - dosyasından farklı yapıda bir program yapısı oluşturmak için kullanılır.

"**Generate .fig file and .m file**" opsiyonu seçildiğinde GUIDE editörü hem m- dosyası hem de grafik dosyası oluşturur.

#### 4.4. Gui Bileşenlerini Oluşturma Ve Düzenleme

Gui oluşturmak için kullanılacak elemanları, Guide editörü penceresinin sol tarafında yukarıdan aşağıya bir palet şeklinde hazır bulundurulur. Bu elemanları, Gui'nin bileşenleri haline getirmek için fare kullanılır. Bileşeni istenen büyüklükte yerleştirmek için yüzey üzerinde fare ile tıklanarak bileşenin bir köşesi belirlenir ve basılı tutulan fare gezdirilerek bileşenin karşı köşesi olarak tayin edilen noktada fare bırakılır.

#### 4.5. Gui Bileşenleri ve Özellikleri

- I. **Push Button** : Fare ile üzerine tıklandığında basılmış görünümü alan, fare bırakıldığında eski konumuna dönen, yaylı buton özelliğindeki bileşendir. Basılı konumdan normal konuma dönerken "callback" fonksiyonu işleme konulur.
- II. **Toogle Button** : Fare ile üzerine tıklandığında basılı konuma geçen, tekrar tıklandığında eski konumuna dönen buton özelliğindeki bileşendir. Üzerine tıklandığında yani her konum değişiminde "callback" fonksiyonu işleme koyulur.
- III. **Radio Button** : Tıklandığında yuvarlak kutucuğa işaret koyan, tekrar tıklandığında işareti kaldıran bileşendir. Gui çıktısını, işaretlenen duruma göre sonuçlandırmak için kullanılır.
- IV. **Checkbox** : Tıklandığında işaret koyan, tekrar tıklandığında işareti kaldıran işaretleme butonudur. İşaretleme butonlarına atanan özellikler, işaretli olduğunda işleme konulur, aksi durumda işleme konulmaz.
- V. **Edit Text** : Kullanıcının karakter dizisi girmesini sağlar. Kullanıcının metin girmesi gereken yerlerde kullanılır.
- VI. **Static Text** : Başlık atamak, isim vermek ya da açıklama yapmak için kullanılan ve kullanıcı tarafından değiştirilemeyen kutucuklardır.
- VII. **Slider** : Fare ile oklara veya çubuğa tıklanarak yukarı-aşağı ya da sağa-sola hareket edilmesini sağlayan, görüntüyü nümerik değerlere karşılık gelecek şekilde kaydıran bileşendir.
- VIII. **Frame** : "Axes" haricindeki bileşenleri çerçeve içine alarak gruplandırmaya yarayan bileşenlerdir. İşlem yaptırılan "callback" fonksiyonları yoktur.
- IX. **Listbox** : Kullanıcı için birçok seçeneği kutucuk içinde görüntülemeyi sağlayan bileşendir. Kullanıcının bir seçeneği veya birkaç seçeneği aynı anda seçmesi sağlanabilir.
- X. **Popup Menü** : Ok bölümüne tıklandığında birçok seçeneğin görüntülediği, menü düzenindeki bileşendir. Farklı gruplarda ve birbiriyle bağlantılı seçeneklerin, yer tasarrufu yaparak görüntülenmesine imkan sağlar.
- XI. **Axes** : Grafiklerin görüntülenmesi için kullanılan, eksenleri ve grafik alanı içeren bileşendir.

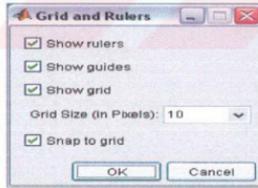
#### 4.6. Bileşenlerin Düzenlenmesi

Gui üzerine gelişigüzel yerleştirilmiş olan bileşenleri düzenlemek için Guide editöründeki “Align Objects” kısayolu kullanılır. Guide editöründeki “Tools” menüsü ile de ilgili kısma girilebilir. Bu pencere açıldığı zaman aşağıda görüldüğü gibi istenilen değişiklikler yapılabilir ve “Apply” butonuna basılır.



Şekil 4.2 Align Objects öğesinin genel görünümü

Bileşenleri düzenlerken ayrıca aşağıda görülen “Grid and Rulers” aracı da kullanılır. Bu araca ulaşmak için “Tools” menüsü kullanılır.



Şekil 4.3 Grid and Rulers öğesinin genel görünümü

**Show rulers** : Gui tasarım bölümünün çevresine cetvel görünümü sağlar.

**Show guides** : Gui tasarım bölümünün sol ve üst sınırlara fare ile tıklanıp çekilen, mavi renkli sınır çizgilerinin kullanımını etkinleştirir.

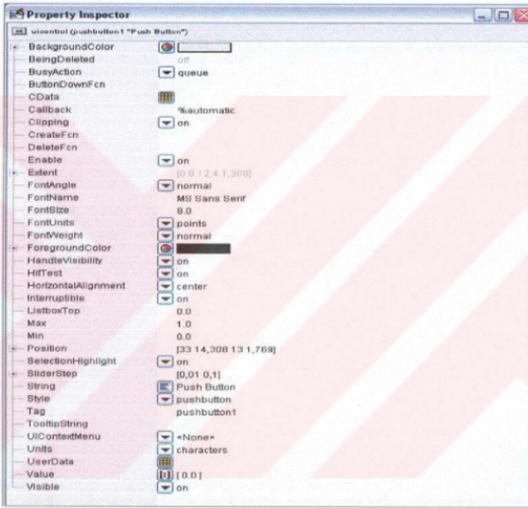
**Show grid** : Gui tasarım bölümünü karelere ayıran çizgilerin görüntülenmesini sağlar. “Grid Size (in Pixels)” özelliği ile “grid” çizgilerinin arasına, istenen değer kadar boşluk bırakılır.

**Snap to grid** : Pozisyonu değiştirilen bir komponent “grid” çizgilerine 9 piksel yakınlıkta bir alana yerleştirilmek istendiğinde, komponentin yakınındaki grid çizgisine bitişik görüntenmesini sağlar. Bu seçenek, Guide editörü penceresindeki “Layout” menüsü yardımıyla da etkin duruma getirilebilir.

#### 4.7. Bileşenlerin Programlanması

Guide editöründe oluşturulan, bileşenleri programlamak ve özellik kazandırmak için komponent üzerinde sağ tıklanarak “Property Inspector” araç kutusuna ulaşılır. Burada örnek olarak sadece “Push Button” incelenmiştir. Diğer bileşenlerde benzer şekilde programlanabilir.

“Push Button” objesi gui ekranına yerleştirildikten sonra, üzerinde sağ tıklanır ve aşağıdaki ekran görüntenir.



Şekil 4.4 Property Inspector aracının görüntenümü

Şekil 4.4’de görülen “Property Inspector” aracının içerisinde bulunan ifadelerin anlamları řu şekildedir :

- **BackgroundColor** : Bileşenin yüzey rengini belirlemek için kullanılır.
- **Busy Action** : Gui’deki işlemlerin üst üste gelmesi durumunda, bileşenin davranışını belirler.
  - **queue** : Gui programı işlem yapmaktayken ayrıca bileşene tıklandığında, bu işlem ilk işlem sonlandırıldıktan sonra gerçekleşir.
  - **cancel** : Gui işlem yapmaktayken, bileşenin de işlem yapması istendiğinde, komponente yaptırılmak istenen işlem iptal edilir.

- **ButtonDownFcn** : Bileşen üzerinde veya bileşene beş piksel yakınlıkta, fare ile tıklandığında çalıştırılacak olan fonksiyonu m-dosyasından çağıran komutun girildiği bölümdür.
- **CData** : Bileşenin yüzeyinin alacalı renkler almasını sağlayan özelliktir. MATLAB komut penceresinde oluşturulan matrisel bir değişken “Enter Expression” yerine kullanılabilir. Yalnız bu özellik kullanıldığı zaman bileşen üzerindeki yazı görüntülenemez.
- **Callback** : Guide editöründe hazırlanan Gui kaydedildikten sonra, Gui'nin tüm kodlarını içeren m-dosyasının içine, bileşenin gerçekleştireceği işlemleri içeren “callback” fonksiyonun çatısı oluşturulur. Gui çalıştırılıp bileşen etkin kılındığında, bu bölüme girilen komut ile m-dosyasındaki bileşenin “callback” fonksiyonu içindeki komutlar işleme konulur. Guide editörünün bu bölüme otomatik olarak girdiği satır şu şekildedir :
 

**deneme1('pushbutton\_Callback',gcbo,[],guidata(gcbo))**

  - *deneme1* : Gui ile oluşturulan dosyanın ve aynı zamanda m-dosyasının adı
  - *pushbutton2\_Callback* : Tag bölümüne girilen “callback” fonksiyonunun adı
  - *gcbo* : Tag bölümüne girilen komponent üzerine dönen bir komuttur.
  - *[]* : İstenirse sonradan kullanılmak üzere boş bırakılan “eventdata” ifadesi
  - *guidata(gcbo)* : “handles” yapısına dönen bir komuttur.
- **Clipping** : Bu bileşen üzerinde etkisi yoktur.
- **CreateFcn** : Bileşen oluşturulduğunda MATLAB programının çalıştırdığı “callback” fonksiyonudur. Yeni oluşturulacak bileşen için bu fonksiyon çalıştırılır.
- **DeleteFcn** : Bileşen silinmeden önce MATLAB programı tarafından çalıştırılan “callback” fonksiyonudur.
- **Enable** : Bileşenin aktif olup olmamasını sağlar.
- **FontAngle** : Bileşenin üstündeki metnin hafif yatık ya da çok yatık görüntülenmesini sağlar.
- **FontName** : Guide editörünün otomatik olarak kullandığı yazı cinsidir.
- **FontSize** : Bileşenin üstündeki yazı boyutunu belirlemek için kullanılır.
- **FontWeight** : Bileşen üstündeki metnin kalın, koyu veya ince görüntülenmesini sağlar.
- **FontUnits** : Bileşenin üstündeki yazının büyüklüğünün santimetre, inch, pixel, point, gibi birimlerle ifade edilmesini sağlar.
- **ForegroundColor** : Bileşenin üstündeki yazı rengini belirlemek için kullanılır. Ayrıca bileşenin seçili olduğunu belli eden ve bileşeni çevreleyen siyah çerçevenin rengini değiştirmek için kullanılır.
- **HandleVisibility** : Gui ile ilgili “handle” (kulp) fonksiyonlarının komut penceresinden görüntülenip görüntülenmemesini ayarlamak için kullanılır.
- **HitTest** : Bu bileşen üzerinde etkisi yoktur.
- **HorizontalAligment** : Bileşenin üzerindeki yazının, “Position” özelliğinde belirtilen alan içinde, yatay olarak ne şekilde görüntüleneceğini belirlemek için kullanılır.

- **Interruptible** : “No” seçeneği seçilirse, bu bileşene tıklandıktan sonra işlem sürmekte iken başka bir bileşene işlem yaptırılmak istenildiğinde, ilk işlem sonlandırılır ve sonra ikinci işleme geçilir. ”Yes” seçeneği seçilirse, önce ikinci işlemi sonlandırır daha sonra birinci işleme döner ve birinci işlemi sonlandırır.
- **ListBoxTop** : Bu bileşen üzerinde etkisi yoktur.
- **Max** : “Value” bölümüne girilmesine izin verilen maksimum değeri belirtir.
- **Min** : “Value” bölümüne girilmesine izin verilen minimum değeri belirtir.
- **Position** : Bileşenin Gui üzerindeki yerinin, koordinatlar cinsinden ve boyutlarının da sayısal olarak belirlenebilmesini sağlar.
- **SelectionHighlight** : “On” seçeneği seçildiğinde, bileşen ile işlem yaptırdıktan sonra bileşenin etrafı belirginleştirici siyah bir kutucuğa dönüşür. ”Off” seçeneği seçildiğinde ise işlem yaptırdıktan sonra bileşen siyah çerçeve içine alınmaz.
- **SliderStep** : Gui çalıştığında bileşen üzerinde, “Slider” çubuğunun, oka her tıklandığında yatay veya düşey eksenlerde girilen değerler kadar hareket etmesini sağlar.
- **String** : Bileşenin üzerindeki “Push Button” yazısı yerine görüntülenecek olan metnin görüntülenmesini sağlar.
- **Style** : Bileşenin cinsini değiştirmek için kullanılır.
- **Tag** : Bu bölüme girilen metin, bileşenin m-dosyasındaki “callback” alt fonksiyonunun ismi olarak atanır. Guide editörünün oluşturduğu “handles” yani Gui’de kullanılan bütün bileşenlerin “handle” kulplarını içeren yapıya girilen metni de ekler. ”Callback” fonksiyonunun m-dosyasındaki yapısı şu şekildedir:
 

**function varargout = pushbutton2\_Callback(h, eventdata, handles,varargin)**

  - *Pushbutton2\_Callback* : “Tag” bölümüne girilen “pushbutton2” metninin sonuna belirgin olması için “\_Callback” eklenerek, bu fonksiyonun adı olarak kaydedilir.
  - *h* : Komponentin kulpu.
  - *varargin* : Fonksiyona atanan değerleri içeren değişkendir.
- **TooltipString** : Gui penceresinde fare, bileşen üzerinde bekletildiğinde beliren ve komponentle ilgili açıklamayı içeren metnin görüntülenmesini sağlar.
- **UIContextMenu** : Bileşenin üzerinde farenin sağ tuşuna tıklandığında belirmesi istenen menünün, “Menu Editör” ile oluşturulan “Context” menüleri arasından seçilmesini sağlar.
- **Units** : “Position” bölümüne girilen değerlerin birimini belirlemeye yarar.

## 5. BEMTOOL PROGRAMI

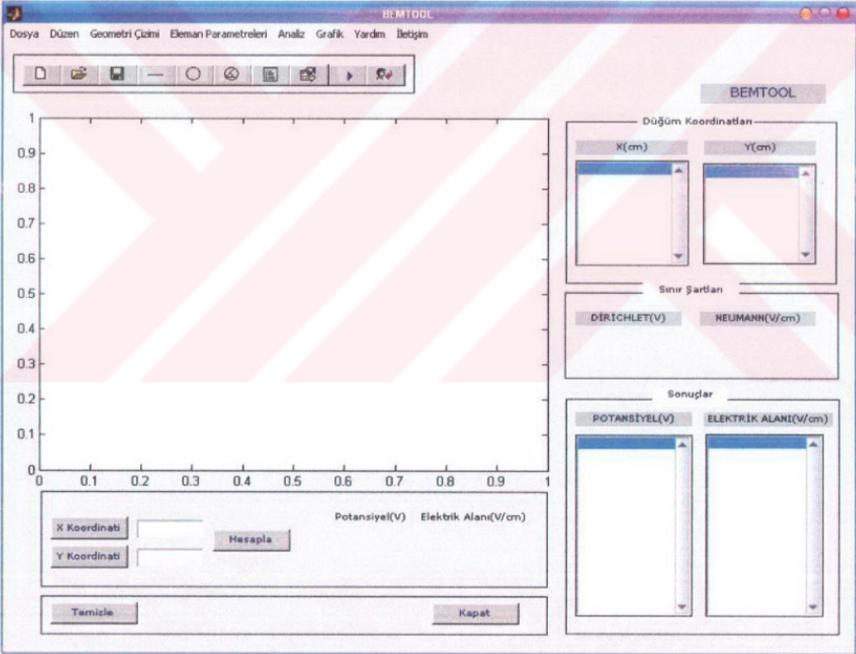
### 5.1. Programın Amacı

BEMTOOL programı, sınır elemanları yöntemi için otomatik veri üretimi yapmak ve bu veriler yardımıyla elektrik alan problemlerini çözmek amacıyla tasarlanmıştır. Programın tasarlanması için teknik programlama dili olan MATLAB 6.5'den yararlanılmıştır. Bu programda sabit sınır elemanları kullanılarak çözüm yapılmıştır.

Programın tasarımı, MATLAB içerisinde bulunan ve grafiksel bir ortamda program yazmayı ve düzenlemeyi sağlayan GUIDE editöründe yapılmıştır.

Programın yazılmasında 4. bölümde anlatılan Gui bileşenlerinden yararlanılmıştır. Bu bileşenler daha sonra amaca uygun olarak programlanmıştır.

### 5.2. Programın Genel Görünümü



Şekil 5.1 BEMTOOL programının genel görünümü

BEMTOOL programı, iki boyutlu elektrik alan problemlerini direkt sınır elemanları yöntemiyle çözmektedir. Programın işleyişini aşağıdaki akış diyagramı ile açıklamak mümkündür.



Şekil 5.2 BEMTOOL programı için akış diyagramı

Programda kullanılan genel değişkenler anlamları ile birlikte aşağıda verilmiştir.

- N : Sınır elemanlarının sayısı  
 nis : İntegrasyon noktalarının sayısı  
 E : Gauss integrasyon noktalarının apsileri  
 W : Gauss integrasyon noktalarının ağırlık faktörleri  
 NI : Hesaplanacak iç nokta sayısı  
 x : Sınır elemanlarının uç noktalarının x koordinatlarını temsil eden vektör  
 y : Sınır elemanlarının uç noktalarının y koordinatlarını temsil eden vektör  
 xl : İç noktaların x koordinatını temsil eden vektör  
 yl : İç noktaların y koordinatını temsil eden vektör  
 KOD : Eleman düğümlerinde kullanılan sınır şartını belirten vektör  
 ns : Farklı bölge sayısı  
 inc : Eleman bağlantısı  
 G : Etki matrisi

- H : Etki matrisi  
 Ij : Elemanın boyunu temsil eden vektör  
 R : İncelenen düğümle gauss noktaları arasındaki uzaklık  
 dij : İncelenen düğümün elemana dik uzaklığı  
 Hx : Elektrik alanının x yönündeki bileşenini hesaplamak için gerekli olan etki matrisi  
 Hy : Elektrik alanının y yönündeki bileşenini hesaplamak için gerekli olan etki matrisi  
 Gx : Elektrik alanının x yönündeki bileşenini hesaplamak için gerekli olan etki matrisi  
 Gy : Elektrik alanının y yönündeki bileşenini hesaplamak için gerekli olan etki matrisi  
 A : Sistem matrisi  
 X : Denklem sistemindeki sağ taraf vektörü  
 Ex : Elektrik alanının x yönündeki bileşenini temsil eden vektör  
 Ey : Elektrik alanının y yönündeki bileşenini temsil eden vektör  
 Ec : Elektrik alanının büyüklüğünü temsil eden vektör  
 Ea : Elektrik alanının açısını temsil eden vektör

### 5.3. Dosya Menüsü ve Özellikleri

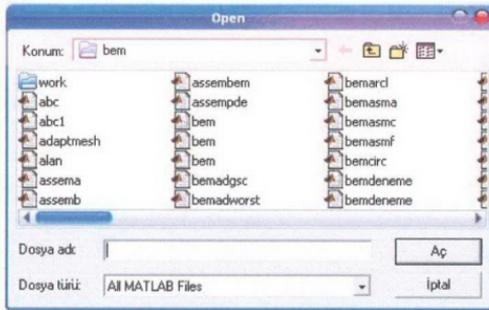
Bu menü içerisinde sırasıyla Yeni, Aç, Kaydet , Yazdır, Temizle ve Kapat alt menüleri bulunmaktadır.

#### 5.3.1. Yeni Menüü

Yeni bir çalışma ekranı açmak amacıyla kullanılır. Bu menüye tıklanıldığı zaman ekran temizlenerek yeni bir çalışma penceresi ekrana getirilir.

#### 5.3.2. Aç Menüü

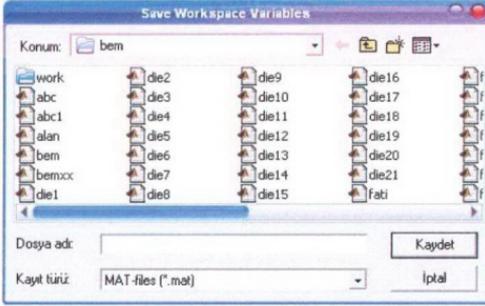
Bu menü tıklandığı zaman Matlab içerisinde bulunan standart aç penceresi görüntülenir. Şekil 5.3'de bu butona tıklanınca alınan ekran görüntüsü yer almaktadır.



Şekil 5.3 Aç penceresinin görüntüsü

### 5.3.3. Kaydet Menüsü

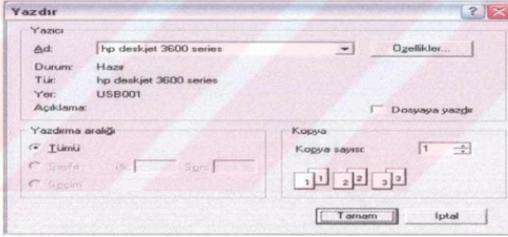
Standart kaydet penceresini görüntüleyen menüdür. Yapılan çalışmalar bu pencere vasıtasıyla kaydedilir. Şekil 5.4'de bu diyalog kutusunun görüntüsü yer almaktadır.



Şekil 5.4 Kaydet penceresinin görüntüsü

### 5.3.4. Yazdır Menüsü

Yazdırma penceresini görüntüleyen menüdür. Yazdırılmak istenen çalışmalar bu menüye tıklanarak yazdırılır. Şekil 5.5'te Yazdır penceresi yer almaktadır.



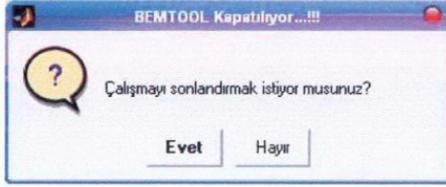
Şekil 5.5 Yazdır penceresinin görüntüsü

### 5.3.5. Temizle Menüsü

Bu butonun görevi şekil penceresindeki geometrileri temizlemektir. Yapılan bir çalışmanın sonunda, yeni bir geometri çizilmek istendiğinde temizle menüsüne tıklanarak ekran temizlenir. Eğer önceki geometrinin de yeni geometri ile birlikte görüntülenmesi istenirse temizle butonu kullanılmaz.

### 5.3.6. Kapat Menüsü

Kapat menüsü ile çalışma sonlandırılır. Bu menüye tıklanıldığında bir uyarı penceresi görüntülenir. Bu uyarı penceresi Şekil 5.6'da görülmektedir.



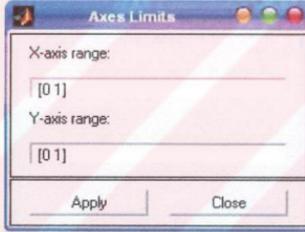
Şekil 5.6 Kapat menüsüne tıklanınca alınan ekran görüntüsü

#### 5.4. Düzen Menüsü ve Özellikleri

Bu menü içerisinde sırasıyla Eksen Limitleri, Sayfa Konumu ve Sayfa Ayarları alt menüleri bulunmaktadır.

##### 5.4.1. Eksen Limitleri Menüsü

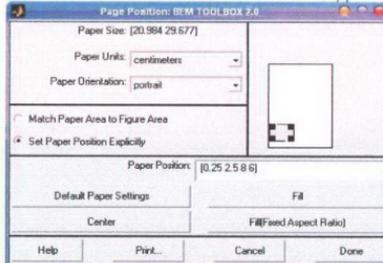
Bu menüye tıkladığı zaman eksenleri değiştirmek için kullanılan bir menü görüntülenir. Buradan istenilen şekilde eksen limitleri değiştirilir. Şekil 5.7'de bu menüye tıklanınca ekrana gelen pencere görülmektedir.



Şekil 5.7 Eksen Limitleri menüsü

##### 5.4.2. Sayfa Konumu Menüsü

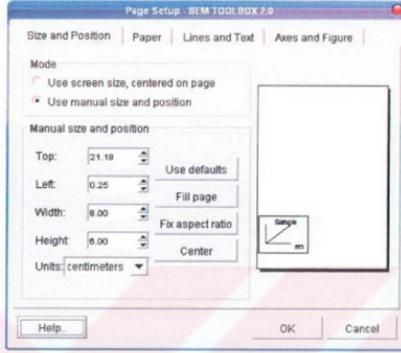
Sayfa konumuyla ilgili ayarların yapıldığı araç kutusunu görüntüleyen menüdür. Şekil 5.8'de bu araç kutusu görüntülenmektedir.



Şekil 5.8 Sayfa konumu ayarları penceresi

### 5.4.3. Sayfa Ayarları Menüsü

Sayfa ile ilgili düzenlemelerin yapılacağı diyalog kutusunu görüntüleyen menüdür. Bu menüden sayfa ile ilgili gerekli düzenlemeler yapılır. Şekil 5.9'da bu aracın görünümü yer almaktadır.



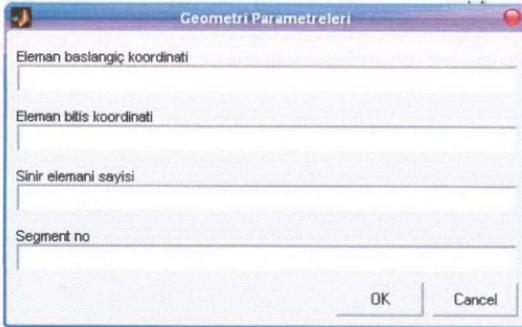
Şekil 5.9 Sayfa ayarları penceresinin görünümü

### 5.5. Geometri Çizimi Menüsü ve Özellikleri

Bu menü içerisinde sırasıyla Çizgi, Daire ve Yay alt menüleri bulunmaktadır. Bu menü programın en önemli kısımlarından birini teşkil etmektedir.

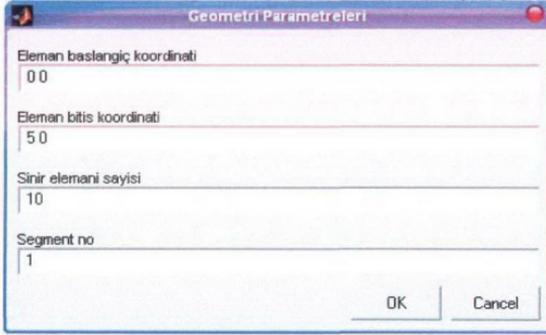
#### 5.5.1. Çizgi Menüsü

Çizgi çizdirmek amacı ile yapılmış bir menüdür. Çizgi menüsüne tıklanınca bir pencere görüntülenir. Bu pencerede istenilen değişkenler girildikten sonra çizgi çizdirilir. Şekil 5.10'da bu pencere görülmektedir.



Şekil 5.10 Çizgi menüsünün görünümü

Şekil 5.11'de pencere içerisine değişkenler atanarak örnek bir çizim gerçekleştirilmiştir.



Geometri Parametreleri

Eleman başlangıç koordinatı  
0 0

Eleman bitiş koordinatı  
5 0

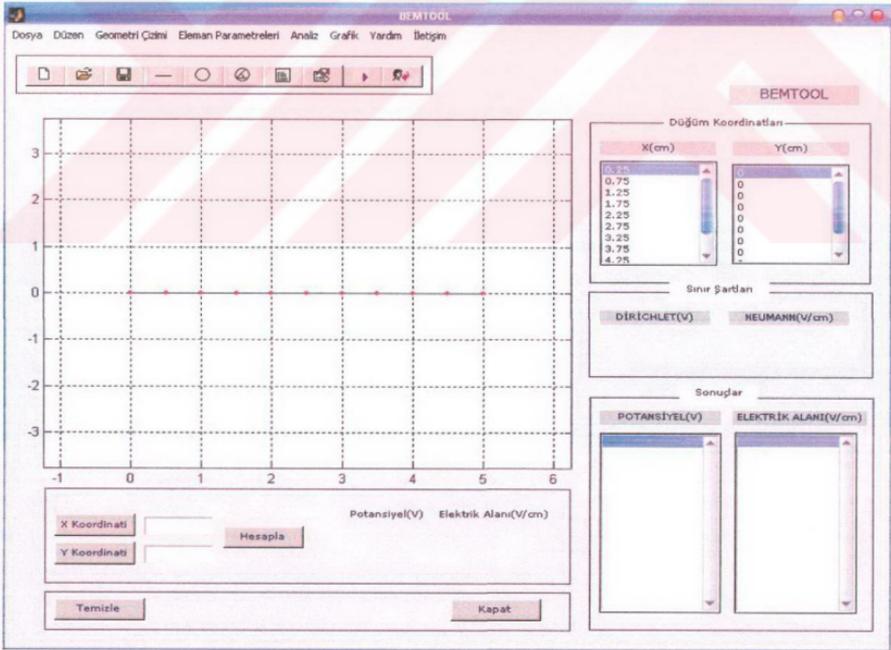
Sinir elemanı sayısı  
10

Segment no  
1

OK Cancel

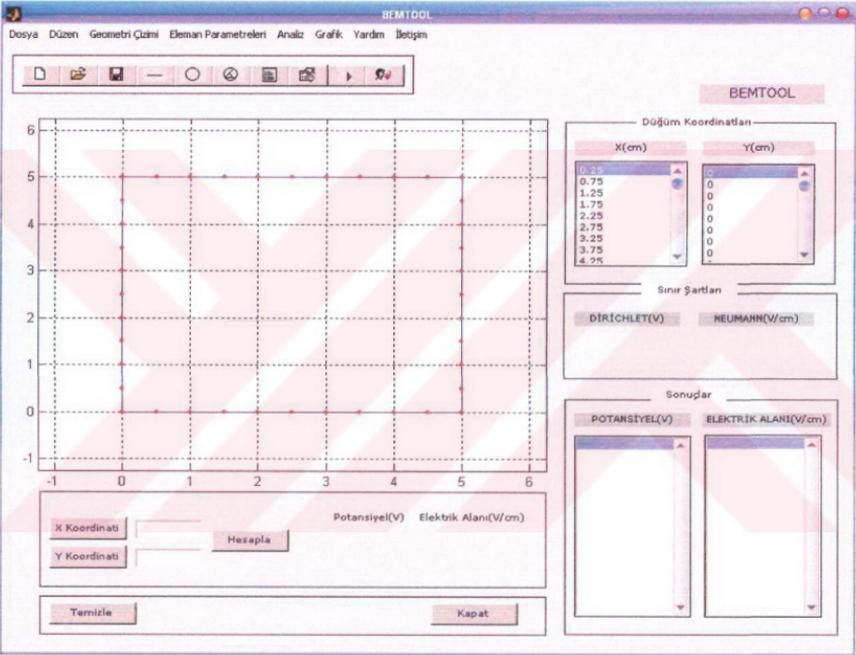
Şekil 5.11 Çizgi penceresine değişkenlerin girilmesi

Çizimin tamamlanması ile otomatik veri üretimi de yapılmış olur. Üretilen veriler program içerisinde koordinatlar kısmında görüntülenmektedir.



Şekil 5.12 Çizimin ve otomatik veri üretiminin yapılması

Bu aşamadan sonra yeni bir çizgi çizdirilmek istenilirse, ekranın temizlenmesi gerekir. Çizilmiş olan geometri üzerine çizim yapılmak istenirse, bu durumda ekran temizlenmeden ilgili menüye girilip değişkenler atanarak çizime devam edilir. Yeni geometrinin çizilmesi ile üretilen veriler diğer verilerin altına ilave edilir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, her bir yeni geometri için bir segment numarasının verilmesi gerektiğidir.Örneğin dört tane çizgi çizilecekse sırasıyla segment numaraları 1,2,3,4 şeklinde pencere içerisine yazılmalıdır.



Şekil 5.13 Çizgi menüsü ile bir dörtgenin oluşturulması ve otomatik veri üretimin gerçekleştirilmesi

### 5.5.2. Daire Menüsü

Daire çizdirmek amacı ile yapılmış bir menüdür. Daire menüsüne tıklanınca bir pencere görüntülenir. Bu pencerede istenilen değişkenler girildikten sonra daire çizdirilir. Şekil 5.14'de bu pencere görülmektedir.



**Geometri Parametreleri**

Daire yayı merkez koordinati  
0 0

Yay başlangıç koordinati  
0 1

Yay bitiş koordinati  
1 0

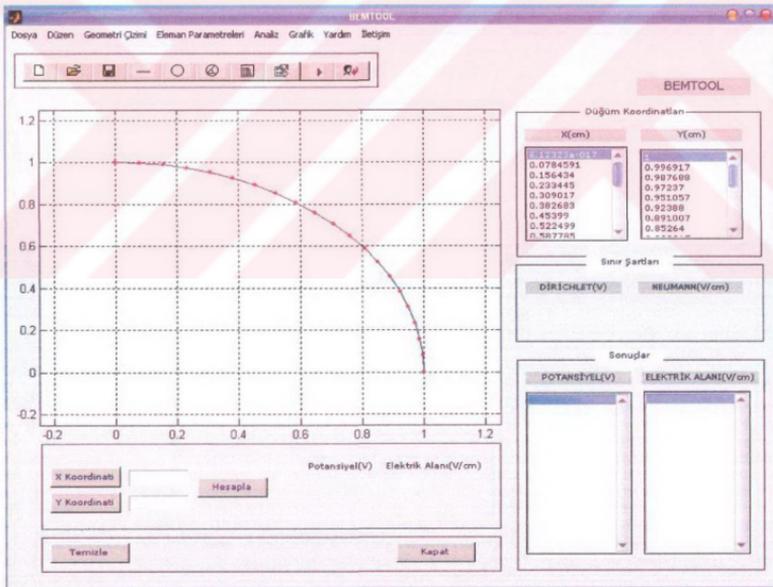
Saat yönü için 1, tersi için 2  
1

Sinir elemanı sayısı  
20

Segment no  
1

OK Cancel

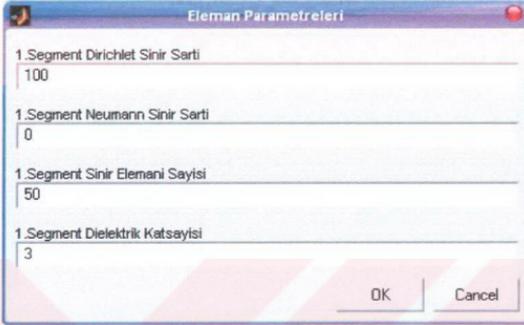
Şekil 5.16 Yay penceresine değişkenlerin girilmesi



Şekil 5.17 Yay menüsü ile bir yayın oluşturulması ve otomatik veri üretiminin gerçekleştirilmesi

## 5.6. Eleman Parametreleri Menüsü ve Özellikleri

Bu menü ile çizimi yapılmış olan geometrilere parametrelerin atanması işlemi gerçekleştirilir. Bu parametreler Dirichlet tipi sınır şartı, Neumann tipi sınır şartı ve bölge eleman sayısı parametreleridir. Geometri çizildikten sonra bu menüye tıklanırsa eleman parametreleri penceresi görüntülenir. Bu pencere aracılığı ile geometriye gerekli olan parametreler atanır.

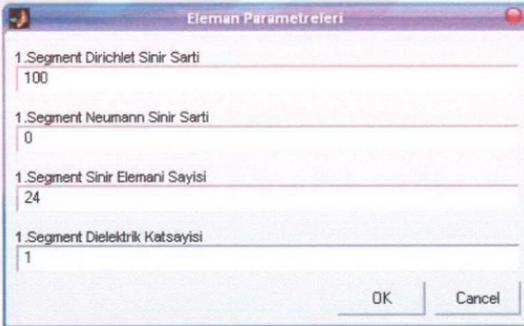


The screenshot shows a dialog box titled "Eleman Parametreleri" with four input fields and two buttons. The values are as follows:

Parametre	Değer
1.Segment Dirichlet Sınır Şartı	100
1.Segment Neumann Sınır Şartı	0
1.Segment Sınır Elemanı Sayısı	50
1.Segment Dielektrik Katsayısı	3

Şekil 5.18 Eleman Parametrelerinin geometriye atanması

Bu menüde önemli olan nokta, çizilmiş olan her geometri için parametrelerin otomatik olarak ekrana gelen pencerelere girilmesi gerektiridir. Örneğin iki adet daire çizilmiş ise program içerisinde bu durum algılanarak iki adet pencere, üç adet daire çizilmiş ise üç adet parametre penceresi görüntülenir. Şekil 5.19 ve Şekil 5.20’de iki tane daire çizildikten sonra otomatik olarak görüntülenen parametre pencereleri görülmektedir.



The screenshot shows a dialog box titled "Eleman Parametreleri" with four input fields and two buttons. The values are as follows:

Parametre	Değer
1.Segment Dirichlet Sınır Şartı	100
1.Segment Neumann Sınır Şartı	0
1.Segment Sınır Elemanı Sayısı	24
1.Segment Dielektrik Katsayısı	1

Şekil 5.19 Eleman parametrelerinin birinci geometriye atanması

Eleman Parametreleri

2.Segment Dirichlet Sınır Sarti  
-100

2.Segment Neumann Sınır Sarti  
0

2.Segment Sınır Elemanı Sayısı  
24

2.Segment Dielektrik Katsayısı  
1

OK Cancel

Şekil 5.20 Eleman parametrelerinin ikinci geometriye atanması

Böylece geometrilere parametrelerin atanması işlemi tamamlanmış olur. Bundan sonraki aşama, analiz menüsü ile gerekli düzenlemelerin yapılmasıdır.

### 5.7. Analiz Menüsü ve Özellikleri

Analiz menüsü içerisinde analiz tipi ve hesapla alt menüleri bulunmaktadır. Bu menü problemin çözümü için gerekli en son değişkenlerin girildiği menüdür.

#### 5.7.1 Analiz Tipi

Sınır elemanları yönteminde hesaplama yapılırken problemlerin açık alan ve kapalı alan durumlarına dikkat edilmelidir. Açık alan problemlerinde, incelenen sistemin dış bölgesinde hesaplama yapılmaktadır. Örneğin, küre-küre elektrot sistemi gibi. Kapalı alan problemlerinde ise incelenen sistemin iç bölgesinde hesaplama yapılmaktadır. Örneğin güç kablosu gibi.

Geometrilere çizilip, parametreleri atandıktan sonra bu menüden açık ya da kapalı alan parametresi girilmelidir. Programda açık alan için 1, kapalı alan için ise 2 değeri girilmelidir.

Eleman Parametreleri

Açık alan problemi için 1 , Kapalı alan problemi için 2 degerini giriniz.

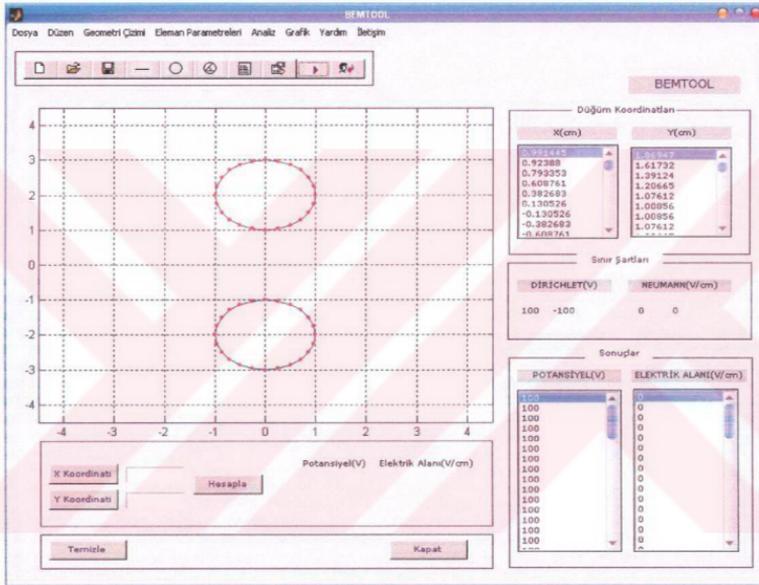
OK Cancel

Şekil 5.21 Analiz tipinin belirlenmesi

## 5.7.2 Hesapla Menüüsü

Geometriler çizilip, tüm parametreler atandıktan sonra problem çözüme hazır duruma gelmiş olur. Hesapla menüsüne tıklanarak problemin çözümü gerçekleştirilir. Potansiyel ve elektrik alan değerleri çözümlenerek ekranda görüntülenir.

Bu aşamada problemin çözüm işlemi tamamlanmış olur. Ekranda geometriler, sınır değerleri, koordinatlar, potansiyel ve elektrik alan değerlerinin tamamı görüntülenmiş olur. Sonuçlar listbox objesinde görüntülediğinden, kaydırma çubuğu ile değerlerin tamamına ulaşmak mümkün olur. Şekil 5.22'de hesapla menüsüne tıklanınca alınan ekran görüntüsü yer almaktadır.



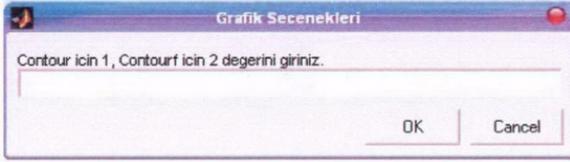
Şekil 5.22 Hesapla menüsüne tıklanarak problemin çözülmesi

## 5.8 Grafik Menüüsü ve Özellikleri

Grafik menüsü, grafik seçenekleri ve çizdir alt menülerinden oluşmaktadır. Problemin çözümünden sonra görsel olarak elektrik alan etkileşimlerini görmek bakımından bu menünün önemi büyüktür.

### 5.8.1 Grafik Seçenekleri Menüüsü

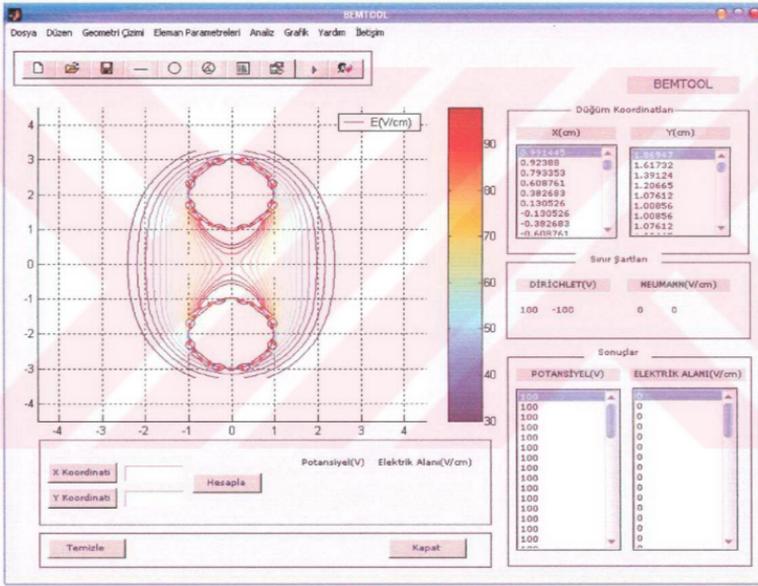
Bu menü içerisinde iki farklı grafik seçeneği yer almaktadır. Bu seçenekler contour ve contourf yüksek seviyeli grafik fonksiyonlarıdır. Contour için 1, contourf için 2 değeri girilmelidir.



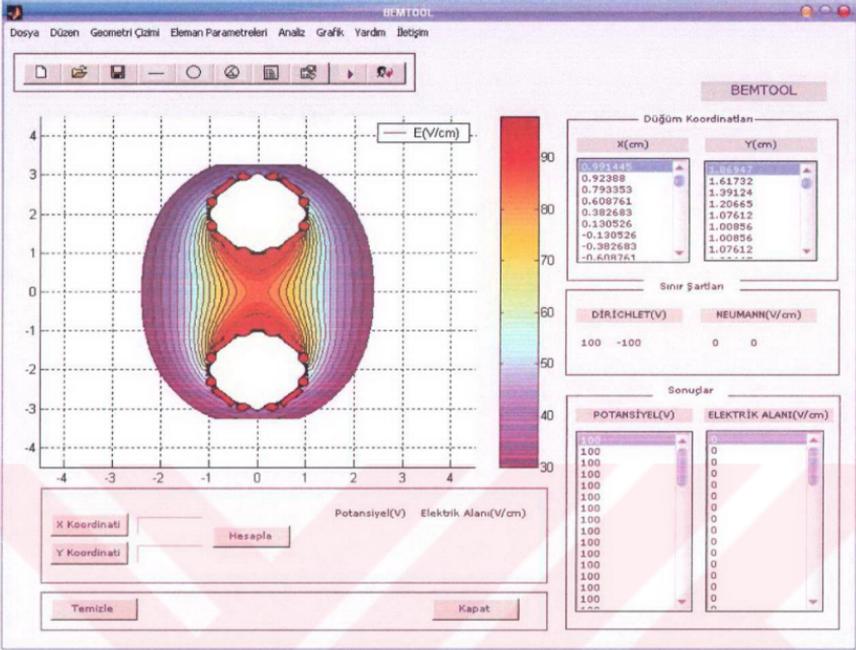
Şekil 5.23 Grafik seçenekleri menüsünden grafik türünün belirlenmesi

## 5.8.2 Çizdir Menüsü

Grafik seçenekleri menüsünden, çizilecek grafik türü belirlendikten sonra çizdir menüsüne tıklanarak grafik görüntülenir. Küre- küre modelinin elektrik alanı sonuçlarının iki farklı grafik türünde nasıl görüntülediği Şekil 5.24 ve Şekil 5.25 görülmektedir.



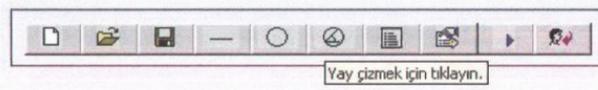
Şekil 5.24 Küre-küre elektrot modelinin elektrik alanı çizgileri grafiği



Şekil 5.25 Küre-küre elektrot modelinin dolgulu elektrik alanı çizgileri grafiği

## 5.9 Araç Çubuğu

BEM TOOLBOX programının genel işleyişi menüler yardımıyla olmaktadır. Ancak kullanıcıların daha hızlı hesaplama yapabilmesi amacıyla bir de kısayol araç çubuğu oluşturulmuştur. Geometrilerin çizilip, parametrelerin atanması ve çözümün yapılması aşamalarının tamamı araç çubuğundaki ikonlar yardımıyla da yapılabilmektedir.



Şekil 5.26 Araç çubuğunun görünümü

Araç çubuğu üzerine gelindiği zaman ayrıca kullanıcıya bilgi veren gizli bir yardım mesajı da görüntülenmektedir. Burada bulunan ikonlara tıklanarak problem çözümü rahatlıkla gerçekleştirilir.

### 5.10 Özel Nokta Hesabı Menüü

Problemin çözümünden sonra isteğe bağlı herhangi bir iç yada dış noktadaki potansiyel ve elektrik alan değerlerinin bulunması gerekebilir. Bu durumda program içerisinde bulunan özel nokta hesabı menüsü istenen noktalarda hesaplama yapılabilir.

X Koordinati		Hesapla	Potansiyel(V)	Elektrik Alanı(V/cm)
Y Koordinati				
Temizle		Kapat		

Şekil 5.27 Özel Nokta Hesabı Menüü

Küre – küre elektrot sisteminde çözüm yapıldıktan sonra iç noktadaki potansiyel ve elektrik alan değerleri koordinatlar girilerek bulunur. Şekil 5.28'de  $x = 1$  ve  $y = 1$  noktasındaki potansiyel ve elektrik alan değerleri görülmektedir.

X Koordinati	1	Hesapla	Potansiyel(V)	Elektrik Alanı(V/cm)
Y Koordinati	1		-64.3556	72.4449
Temizle		Kapat		

Şekil 5.28  $X = 1$ ,  $Y = 1$  noktasındaki potansiyel ve elektrik alan değerleri

## 6. UYGULAMALAR

### 6.1. Kapalı Alan (İç Bölge) Uygulamaları

Potansiyel ve dolayısıyla elektrik alanın bölge içinde var olduğu bilinen çeşitli elektrik makineleri, kablolar gibi malzemelerin modellenerek çözümün yapıldığı problem tipidir.

#### 6.1.1. Koaksiyel Kablo

Bu uygulamada bir koaksiyel kablonun elektrik alan analizi yapılmıştır. Koaksiyel kablonun dielektrik sabiti ( $\epsilon = 1$ ) olarak alınmıştır. Koaksiyel kablonun BEMTOOL programı ile çözümü yapıldıktan sonra analitik çözüm ile karşılaştırılmıştır. Analitik çözüm için denk. (6.1) kullanılmıştır.

$$E_m = \frac{U}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} \frac{1}{r_h} \quad (6.1)$$

Burada  $E_m$  elektrik alanının genliği,  $U$  potansiyel ve  $r_h$  incelenen noktanın yarıçapını temsil etmektedir.

Analizi yapılacak koaksiyel kablo için kullanılacak parametreler şu şekildedir :

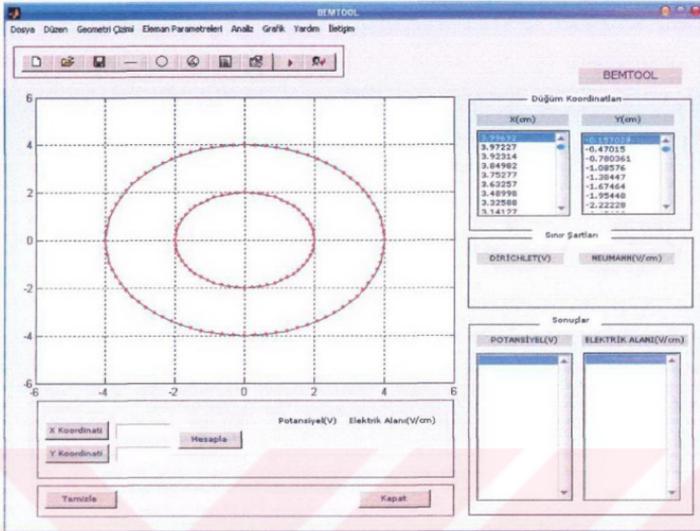
#### ❖ 1. Segment (Dış Sınır) Parametreleri;

- Yarıçap : 4 cm
- Dirichlet Sınır Şartı : 0 V
- Sınır Elemanı Sayısı : 80
- Dielektrik Sabiti : 1

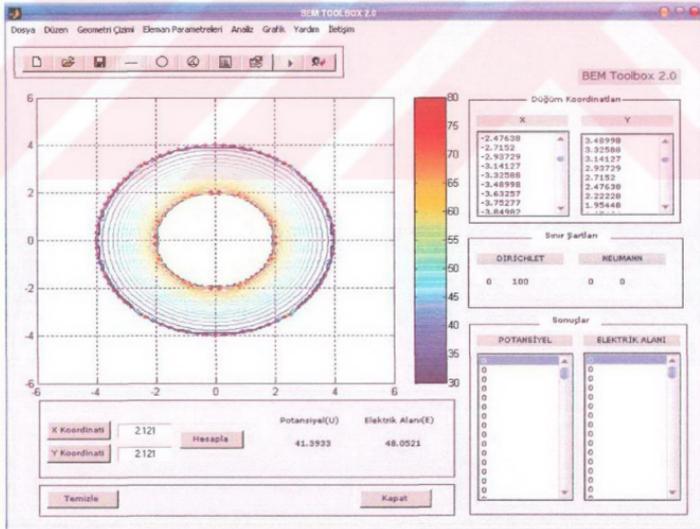
#### ❖ 2. Segment (İç Sınır) Parametreleri;

- Yarıçap : 2 cm
- Dirichlet Sınır Şartı : 100 V
- Sınır Elemanı Sayısı : 56
- Dielektrik Sabiti : 1

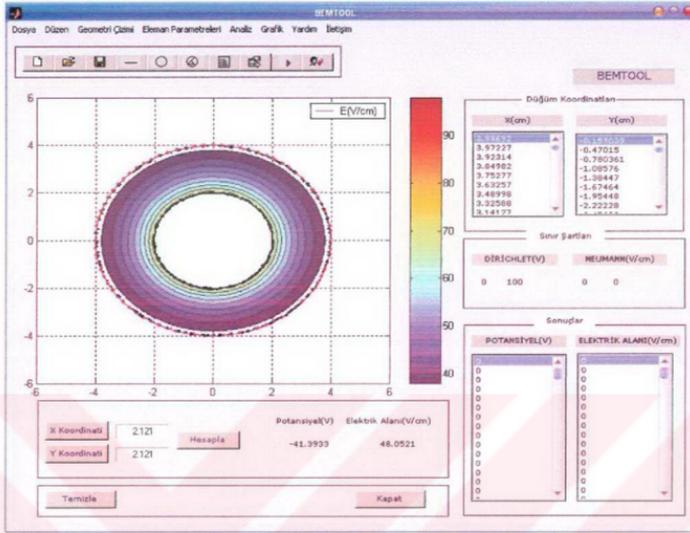
Bu parametreler programa girildikten sonra analiz yapılmıştır. Şekil 6.1' de koaksiyel kablonun analizi için üretilen veriler ve elde edilen potansiyel ve elektrik alan sonuçları görülmektedir.



Şekil 6.1 Koaksiyel kablonun analizi



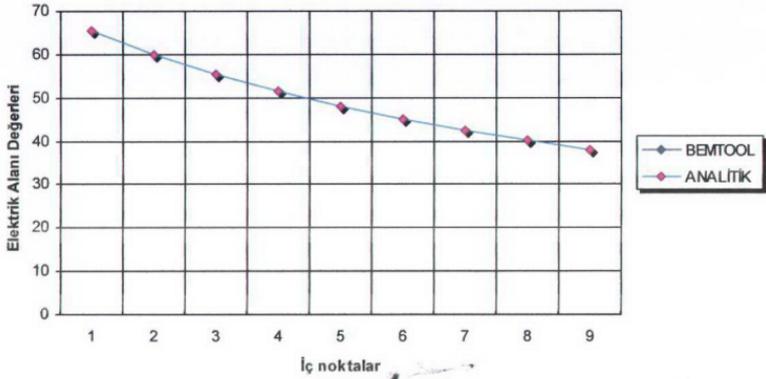
Şekil 6.2 Koaksiyel kablonun elektrik alanı çizgileri grafiği



Şekil 6.3 Koaksiyel kablunun dolgulu elektrik alanı çizimleri grafiği

Tablo 6.1 Koaksiyel Kablo İçin Potansiyel ve Elektrik Alanı Değerleri

Hesap Noktası	Koordinatlar (cm)		Potansiyel U (Volt)		Elektrik Alan Em (V/cm)		Analitik Çözüm Em (V/cm)	% Hata (136 Elm. İçin)
	X	Y	68 Eleman	136 Eleman	68 Eleman	136 Eleman		
1	1.555	1.555	85.617	86.133	65.329	65.518	65.574	0.056
2	1.697	1.697	73.059	73.539	59.905	60.057	60.114	0.057
3	1.838	1.838	61.585	62.034	55.302	55.450	55.491	0.041
4	1.979	1.979	50.960	51.381	51.361	51.5	51.525	0.025
5	2.121	2.121	40.999	41.393	47.922	48.052	48.090	0.038
6	2.262	2.262	31.747	32.116	44.935	45.056	45.085	0.029
7	2.404	2.404	22.995	23.341	42.282	42.395	42.433	0.038
8	2.545	2.545	14.801	15.125	39.950	40.046	40.076	0.03
9	2.687	2.687	6.995	7.299	37.734	37.935	37.966	0.031



Şekil 6.4 İç noktalar için sonuçların karşılaştırılması

### 6.1.2. Silindir-Düzlem Elektrot Sistemi

Bu uygulamada heterojen ortamdan oluşan silindir - düzlem elektrot sistemi analiz edilmiştir. Şekil 6.5 'de parametrelerin girilmesi ve hesaplamaların yapılması ile elde edilen geometri görülmektedir.

Analizi yapılacak sistem için kullanılacak parametreler şu şekildedir:

#### ❖ 1. Segment Parametreleri (Çizgi);

- Başlangıç Koordinatı :  $x = 10, y = 2$
- Bitiş Koordinatı :  $x = 0, y = 2$
- Sınır Elemanı Sayısı : 20
- Dirichlet Sınır Şartı : -
- Neumann Sınır Şartı : 0
- Dielektrik Sabiti : 2

#### ❖ 2. Segment Parametreleri (Çizgi);

- Başlangıç Koordinatı :  $x = 0, y = 2$
- Bitiş Koordinatı :  $x = 0, y = 0$
- Sınır Elemanı Sayısı : 4
- Dirichlet Sınır Şartı : -
- Neumann Sınır Şartı : 0
- Dielektrik Katsayısı : 2

❖ 3. Segment Parametreleri (Çizgi);

- Başlangıç Koordinatı :  $x = 0, y = 0$
- Bitiş Koordinatı :  $x = 10, y = 0$
- Sınır Elemanı Sayısı : 20
- Dirichlet Sınır Şartı : 0 V
- Neumann Sınır Şartı : 0
- Dielektrik Sabiti : 2

❖ 4. Segment Parametreleri (Çizgi);

- Başlangıç Koordinatı :  $x = 10, y = 0$
- Bitiş Koordinatı :  $x = 10, y = 2$
- Sınır Elemanı Sayısı : 4
- Dirichlet Sınır Şartı : -
- Neumann Sınır Şartı : 0
- Dielektrik Sabiti : 2

❖ 5. Segment Parametreleri (Çizgi);

- Başlangıç Koordinatı :  $x = 10, y = 2$
- Bitiş Koordinatı :  $x = 10, y = 6$
- Sınır Elemanı Sayısı : 8
- Dirichlet Sınır Şartı : -
- Neumann Sınır Şartı : 0
- Dielektrik Sabiti : 4

❖ 6. Segment Parametreleri (Yay);

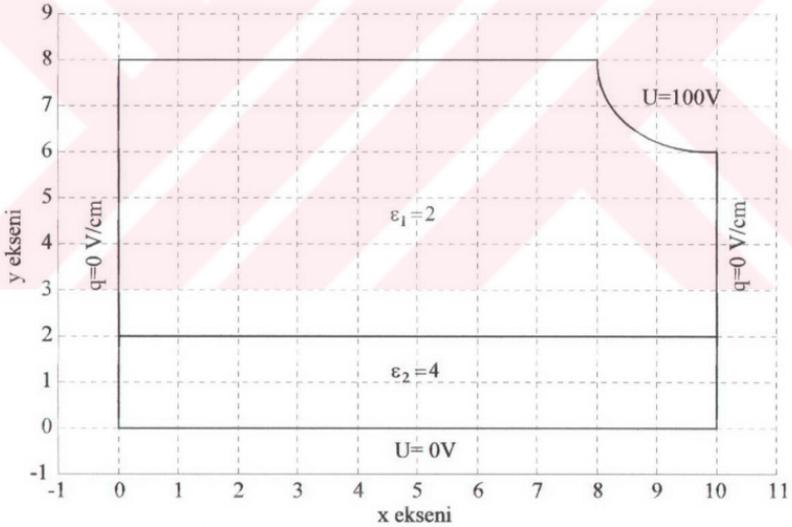
- Merkez Koordinatı :  $x = 10, y = 8$
- Başlangıç Koordinatı :  $x = 10, y = 6$
- Bitiş Koordinatı :  $x = 8, y = 8$
- Sınır Elemanı Sayısı : 12
- Dirichlet Sınır Şartı : 100 V
- Neumann Sınır Şartı : 0
- Dielektrik Sabiti : 4

❖ 7. Segment Parametreleri (Çizgi);

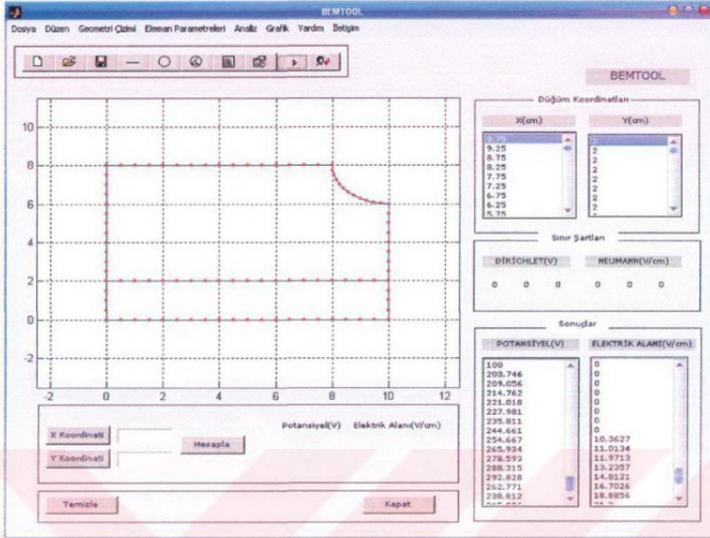
- Başlangıç Koordinatı :  $x = 8, y = 8$
- Bitiş Koordinatı :  $x = 0, y = 8$
- Sınır Elemanı Sayısı : 16
- Dirichlet Sınır Şartı :-
- Neumann Sınır Şartı : 0
- Dielektrik Sabiti : 4

❖ 8. Segment Parametreleri (Çizgi);

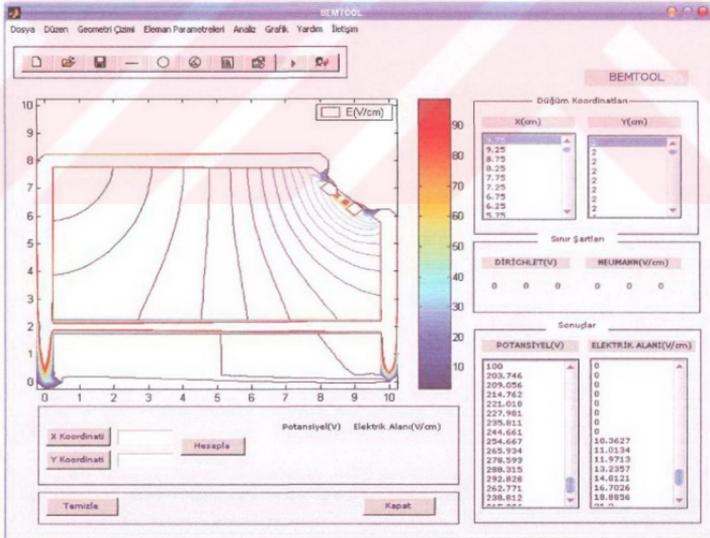
- Başlangıç Koordinatı :  $x = 0, y = 8$
- Bitiş Koordinatı :  $x = 0, y = 2$
- Sınır Elemanı Sayısı : 12
- Dirichlet Sınır Şartı :-
- Neumann Sınır Şartı : 0
- Dielektrik Katsayısı : 4



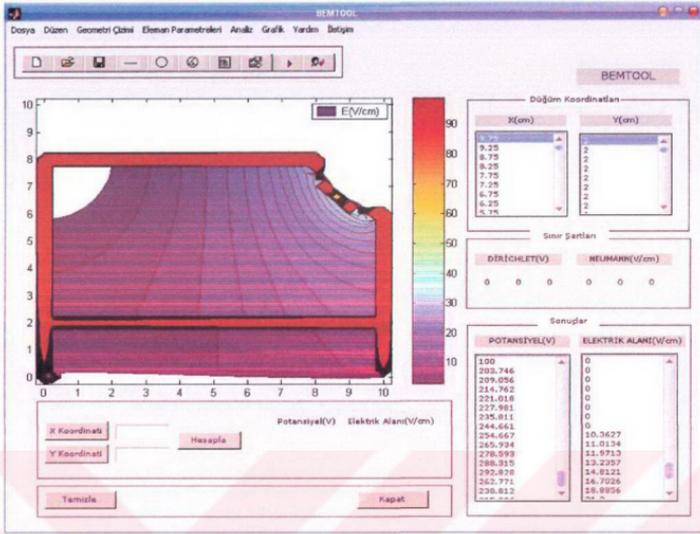
Şekil 6.5 Silindir-düzlem elektrot sistemi



Şekil 6.6 Silindir – Düzlem elektrot sisteminin analizi



Şekil 6.7 Silindir – Düzlem elektrot sisteminin elektrik alanı çizimleri grafiği



Şekil 6.8 Silindir – Düzlem elektrot sisteminin dolgulu elektrik alanı çizgileri grafiği

### 6.1.3. Çeyrek Kesitli Koaksiyel Kablo

Bu uygulamada, çeyrek kesitli bir koaksiyel kablo incelenmiştir. Koaksiyel kablo  $\epsilon_1 = 4$  ve  $\epsilon_2 = 8$  olmak üzere iki farklı ortamdandır. Bu yapıya sahiptir. Gerekli parametrelerin atanması ile çözüm yapılarak, potansiyel ve elektrik alanı sonuçları Tablo 6.2'de gösterilmiştir.

#### ❖ 1.Segment Parametreleri (Çizgi);

- Başlangıç Koordinatı :  $x = 0, y = 3$
- Bitiş Koordinatı :  $x = 0, y = 2$
- Sınır Elemanı Sayısı : 10
- Dirichlet Sınır Şartı : -
- Neumann Sınır Şartı : 0
- Dielektrik Katsayısı : 4

❖ 2. Segment Parametreleri (Yay);

- Merkez Koordinatı :  $x = 0, y = 0$
- Başlangıç Koordinatı :  $x = 0, y = 2$
- Bitiş Koordinatı :  $x = 2, y = 0$
- Sınır Elemanı Sayısı : 10
- Dirichlet Sınır Şartı : 100 V
- Neumann Sınır Şartı : 0
- Dielektrik Katsayısı : 4

❖ 3. Segment Parametreleri (Çizgi);

- Başlangıç Koordinatı :  $x = 2, y = 0$
- Bitiş Koordinatı :  $x = 3, y = 0$
- Sınır Elemanı Sayısı : 10
- Dirichlet Sınır Şartı : -
- Neumann Sınır Şartı : 0
- Dielektrik Katsayısı : 4

❖ 4. Segment Parametreleri (Yay);

- Merkez Koordinatı :  $x = 0, y = 0$
- Başlangıç Koordinatı :  $x = 3, y = 0$
- Bitiş Koordinatı :  $x = 0, y = 3$
- Sınır Elemanı Sayısı : 20
- Dirichlet Sınır Şartı : -
- Neumann Sınır Şartı : 0
- Dielektrik Katsayısı : 4

❖ 5. Segment Parametreleri (Çizgi);

- Başlangıç Koordinatı :  $x = 0, y = 3$
- Bitiş Koordinatı :  $x = 0, y = 4$
- Sınır Elemanı Sayısı : 10
- Dirichlet Sınır Şartı : -
- Neumann Sınır Şartı : 0
- Dielektrik Katsayısı : 8



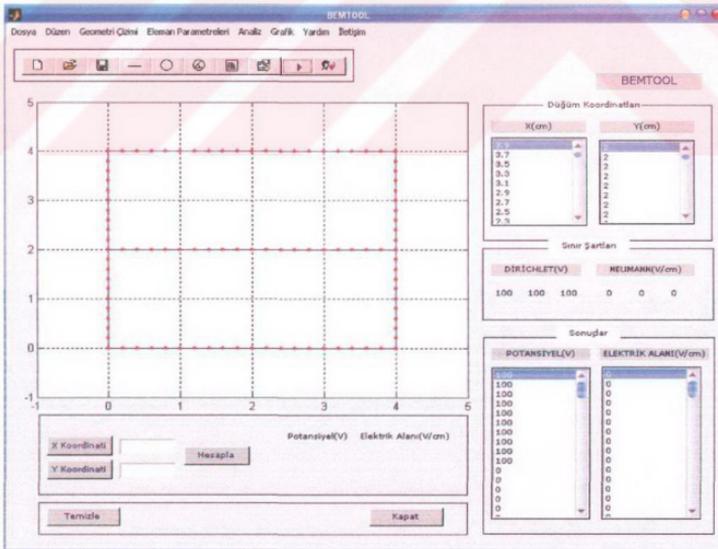
**Tablo 6.2** Çeyrek Kesitli Koaksiyel Kablo Analiz Sonuçları

Hesap Noktası	Koordinatlar (cm)		BEMTOOL	BEMTOOL
	x	y	U(V)	Em(V/cm)
1	2	2	0.001	0.002
2	2.3	2	-1.8180	0.001
3	2.5	2	-7.2479	1.622
4	2.7	2	-2.8441	3.957
5	2.9	2	2.5166	3.159
6	3	2	5.1589	2.754
7	3.1	2	7.6504	2.580
8	3.2	2	9.9523	2.278

#### 6.1.4. Düzlemsel Elektrot Sistemi

Kapalı alan uygulamalarından biri de düzlemsel elektrot sistemidir. Bu uygulamada birbirine paralel olarak yerleştirilmiş elektrotlar ve iki ortamdan oluşan sistem analiz edilmiştir.

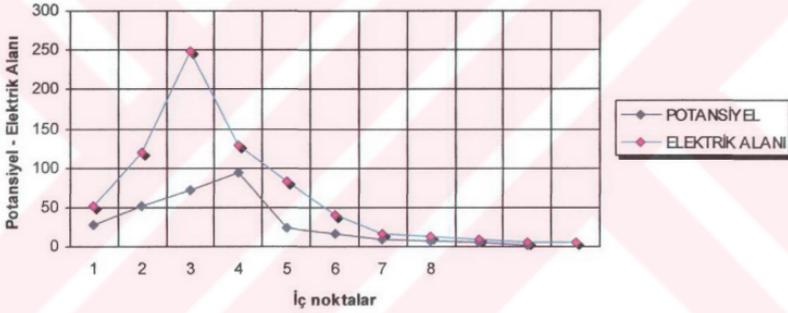
Parametrelerin tanımlanmasıyla problem çözüme hazırlanmış olur. Problemin çözümüyle elde edilen ekran görüntüsü Şekil 6.10'da, potansiyel ve elektrik alanı analiz sonuçları ise Tablo6.3'de gösterilmiştir. Bu bölümde yapılan uygulamalardan BEMTOOL programının kapalı alan problemlerinde oldukça hassas sonuçlar verdiği görülmüştür.



**Şekil 6.10** Düzlemsel Elektrot Sisteminin Analizi

**Tablo 6.3** Düzlemsel Elektrot Sistemi Analiz Sonuçları

Koordinatlar (cm)		BEMTOOL	BEMTOOL
x	y	U(V)	Em(V/cm)
1	1.2	28.1195	50.9888
1	1.6	52.0589	120.537
1	1.8	71.6576	247.808
1	2	93.5499	128.75
1	2.2	23.9222	83.6142
1	2.4	17.3427	40.3651
1	2.8	9.3561	16.9893
1	3	6.7420	12.1415
1	3.2	4.7494	8.9946
1	3.6	1.9791	5.6062
1	3.8	0.9432	4.8746



**Şekil 6.11** İç noktadaki potansiyel ve elektrik alanı dağılımı

## 6.2. Açık Alan (Dış Bölge) Problemleri

Bu tip problemlerde elektrostatik potansiyel ve elektrik alan dağılımı bölge dışında oluşmaktadır. İzolatör, kesici, transformatör buşingleri bu bölge tipine örnek olarak verilebilir.

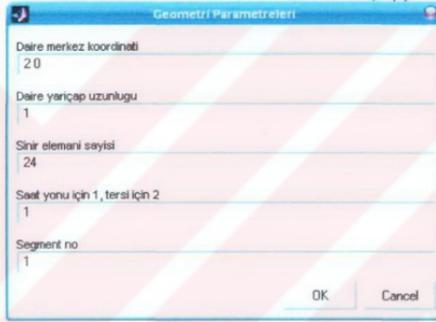
Bu bölümde homojen ortamda oluşan küre-küre elektrot sistemi incelenmiş ve çözümler karşılaştırılmıştır. Ayrıca çözümü yapılan geometrilerin 'contour' ve 'contourf' türündeki yüksek seviyeli grafikleri de çizilmiştir. Herhangi bir noktadaki potansiyel ve elektrik alanı değerleri özel nokta hesabı menüsü yardımıyla elde edilmiştir.

### 6.2.1 Küre – Küre Elektrot Sistemi

Analizi yapılacak olan küre-küre elektrot sistemi BEMTOOL programında aşağıda verilen parametreler ile çizilmiştir. Çizimin yapılması sonucunda otomatik veri üretimi gerçekleştirilmiştir. Elde edilen elektrik alanı sonuçları, EFIELD ve ELECTRO programı ile karşılaştırılmıştır.

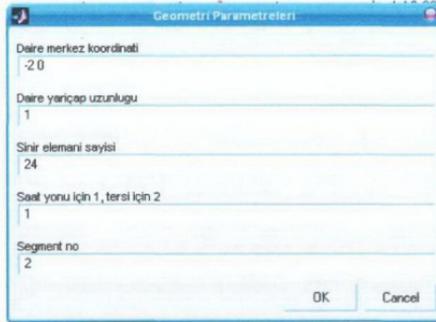
Bu çalışmada kullanılan ELECTRO, sınır elemanları yöntemiyle iki boyutlu elektrostatik alan problemlerinin çözümü için kullanılan bir paket programdır.

EFIELD programı ise, Fırat Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Elektrik Eğitimi Bölümü'nde araştırma görevlisi olarak çalışmakta olan Murat UYAR tarafından yapılmıştır (Uyar, 2004). Bu program ile elektrik alanı ve potansiyel problemleri sınır elemanları yöntemi yardımı ile çözülmektedir.



Parametre	Değer
Daire merkez koordinati	2.0
Daire yarıçap uzunluğu	1
Sınır elemanı sayısı	24
Saat yönü için 1, tersi için 2	1
Segment no	1

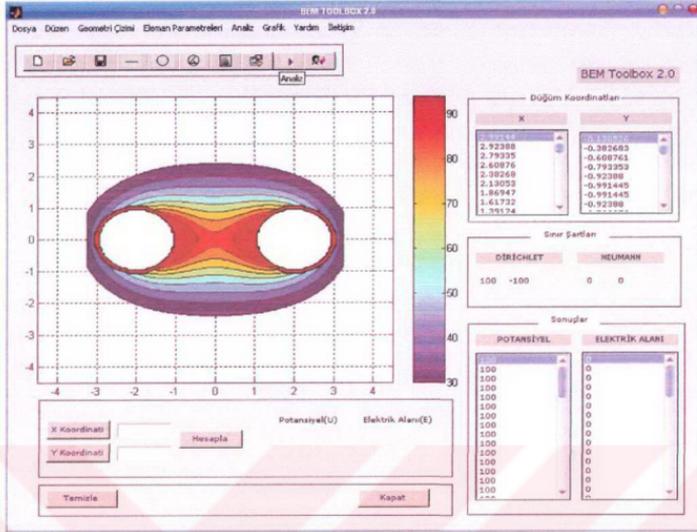
Şekil 6.12 Küre – küre elektrot sistemine 1.segment parametrelerinin atanması



Parametre	Değer
Daire merkez koordinati	-2.0
Daire yarıçap uzunluğu	1
Sınır elemanı sayısı	24
Saat yönü için 1, tersi için 2	1
Segment no	2

Şekil 6.13 Küre – küre elektrot sistemine 2. segment parametrelerinin atanması

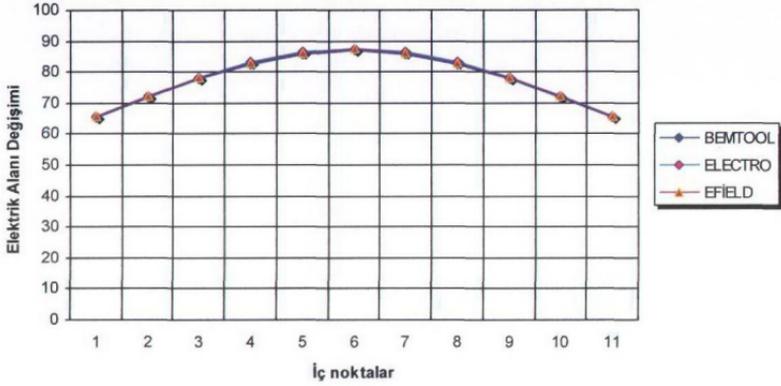




Şekil 6.16 Küre – küre elektrot sisteminin dolgu elektrik alanı çizgileri grafiği

Tablo 6.4 Homojen küre-küre elektrot sistemi analiz sonuçları

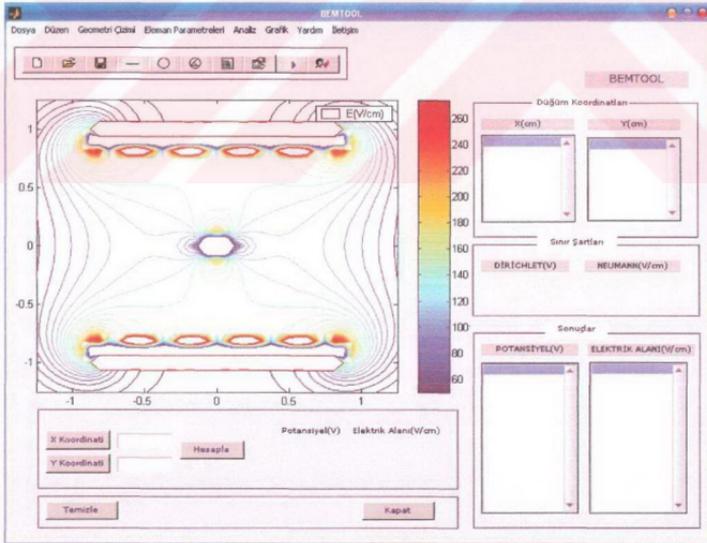
Hesap Noktası	Koordinatlar (m)		BEMTOOL	ELECTRO	EFIELD
	x	y	Em(V/cm)	Em	Em
1	0.0	1	65.2807	65.7590	65.5645
2	0.0	0.8	71.7113	72.2630	72.0380
3	0.0	0.6	77.6613	78.2850	78.0302
4	0.0	0.4	82.5537	83.2400	82.9590
5	0.0	0.2	85.7966	86.5250	86.2270
6	0.0	0	86.9349	87.6790	87.3742
7	0.0	-0.2	85.7966	86.5250	86.2270
8	0.0	-0.4	82.5537	83.2400	82.9590
9	0.0	-0.6	77.6613	78.2850	78.0302
10	0.0	-0.8	71.7113	72.2630	72.0380
11	0.0	-1	65.2807	65.7590	65.5645



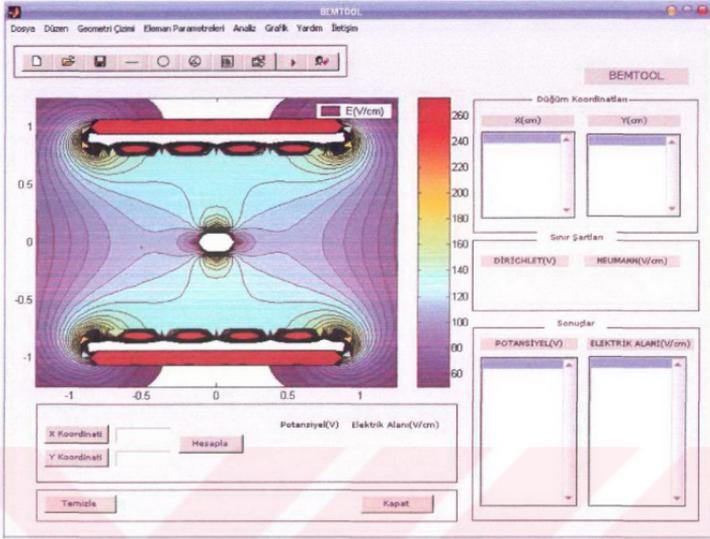
Şekil 6.17 Elektrik alanının değişimi

### 6.2.2. Düzlem – Küre – Düzlem Elektrot Sistemi

Bu uygulamada, iki düzlem ve bir küreden oluşan bir elektrot sistemi açık alan problem örneği olarak seçilmiştir (Şekil 6.18). Düzlemsel elektrotlar 36, ortadaki küre ise 12 eleman olmak üzere toplam 84 sınır eleman ile bölmeleme yapılmıştır.



Şekil 6.18 Düzlem-küre-düzlem elektrot sisteminin elektrik alanı çizgileri grafiği



Şekil 6.18 Düzlem-küre-düzlem elektrot sisteminin dolgu elektrik alanı çizimleri grafiği

## 7. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında, sınır elemanları yöntemi kullanılarak otomatik veri üretimi gerçekleştirilmiş ve bu veriler ile elektrik alanı hesabı yapılmıştır. Otomatik veri üretimi ve hesaplamalar MATLAB paket programı yardımıyla geliştirilen BEMTOOL isimli programda gerçekleştirilmiştir.

BEMTOOL programı MATLAB içinde bulunan GUI editörü ile programlanmıştır. Öncelikle programın arayüzü geliştirilmiştir. Programın arayüzü tıpkı bir paket program gibi menüler, kısayol simgeleri, butonlar, metin kutuları ve çizim platformundan meydana gelmiştir.

Yapılan uygulamalar iki kategoride toplanmıştır. Bunlar açık alan ve kapalı alan problemleridir. Geometrilere ise dielektrik sabitlerine göre homojen ya da heterojen olarak adlandırılmıştır.

BEMTOOL programı, kullanıcı açısından rahat bir arayüze sahiptir. Bu arayüz sayesinde kullanıcılar değişkenleri rahatlıkla probleme atayabilmektedirler.

BEMTOOL programının en büyük avantajı aynı pencere üzerinde bütün işlemlerin görüntülenmesidir. Problemin analizi ile ilgili bütün aşamalar grafiksel arayüz üzerinde gerçekleştirilmektedir. Problemin çözümünden sonraki analiz sonuçları ekranda görüntülenmekte ve grafiksel eğrileri çizilmektedir.

BEMTOOL programı üzerinde çalışılarak geliştirilebilecek bir yapıya sahiptir. Gui bileşenleri istenilen şekilde düzenlendikten sonra uygun şekilde kodlanabilir.

Program ile bazı elektrot sistemlerinin analizi gerçekleştirilmiştir. Çözümü yapılan problemlerden hassas sonuçlar elde edilmiştir. Koaksiyel kablo, düzlem-küre-düzlem elektrot sistemi, çeyrek kesitli koaksiyel kablo, küre-küre elektrot sistemi analizi yapılan problemlerin en önemlileridir.

Analiz sonuçlarının yüksek seviyeli grafikleri de çizilmiştir. Yüksek seviyeli grafikler ile elektrik alanı çizimleri net bir şekilde görüntülenmiştir.

Sınır elemanları yöntemi ile elektrik alanı analizi yapmak amacıyla tasarlanan bu program, bu alandaki bir eksikliği giderecektir. Grafiksel bir arayüze sahip olan BEMTOOL programı kullanışlı algoritması ile çok daha hızlı işlem yapmaktadır.

Sonuç olarak, bu çalışmada sınır elemanları yöntemiyle elektrik alanı problemlerini çözmek için bir program geliştirilmiştir. Program kullanımı kolay bir arayüze sahiptir. Program MATLAB ortamında çalışmaktadır. Program ileride yapılacak çalışmalar ile .exe formatına dönüştürülerek, MATLAB ortamından bağımsız hale getirilebilir.

## KAYNAKLAR

- Adamiak, K., 1991, Simulation of Corona in Wire-Duct Electrostatic Precipitator by Means of The Boundary Element Method, Proc. of 1991 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, Dearborn, Michigan, 610-615.
- Banjji, S. S., Bulinski, A. T., and Prasad, K. M., 1993, Electric Field Calculation with The Boundary Element Method, IEEE Transaction on Electrical Insulation, 28, No. 3, 420-424.
- Beer, G., and Watson, J. O., Introduction to Finite and Boundary Element Methods for Engineering, John Wiley and Sons, New York.
- Bialecki, R.A., Ostrowski, Z., Kassab, A. J., Yin, Q., Sciubba, E., 2002, Coupling BEM, FEM and Analytic Solutions in Steady-State Potential Problems, ELSEVIER, Engineering Analysis with Boundary Elements, 26, 597-611.
- Bourmanne, P., Delince, F., Genon, A., Legros, W., Nicolet, A., 1991, Corner Modelization For FEM-BEM Coupling, IEEE Transaction on Magnetics, 27, No. 5, 4110-4113.
- Brebbia, C.A., Telles, J.F.C., and Wrobel, L.C., 1984, Boundary Element Techniques. Springer-Verlag, Berlin, New York, Tokyo.
- Ekici, S., 2003, İndirekt Sınır Elemanları Yöntemiyle İki Boyutlu Potansiyel Dağılımının Hesaplanması, Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 64s., Elazığ.
- Enokizono, M., Todaka, T., and Nakamura, M., 1992, Optimal Design Method by Using Boundary Element Method Analysis for Plural Permanent Magnets, IEEE Transaction on Magnetics, 28, No. 2, 1597-1600.
- Erişti, B., 2003, Sınır Elemanları Yöntemi ile Elektrostatik Alan Problemlerinin Analizinde Parabolik İnterpolasyon Fonksiyonlarının Kullanımı, Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 78s., Elazığ
- Gürdal, O., 2000, Elektromanyetik Alan Teorisi, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.
- Griffiths, D.,J., 1996, Elektromanyetik Teori, Güven Kitap Dağıtım, İstanbul, 402s.
- Hunter, P. and Pullan, A., 2002, FEM/BEM Notes, New Zealand,145s.
- Igarashi, H., Sakai, S., Nakamura, T., Morinaga, T. and Honma, T., 1993, A Boundary Element Analysis of Space Charge Field in A Corona Device, IEEE Transactions on Magnetics, 29, No. 2, 1508-1511.
- Integrated Engineering Software Inc., 1997, ELECTRO: Two Dimensional Electric Field Solver, Version 4.1, User and Technical Manual, Winnipeq, Manitoba, Canada.

- Koh, C. S., Jung, K-S., and Hahn, S-Y., 2000, A Design of Eddy Current Controller in Electron Gun Using 3D Boundary Element Method, IEEE Transactions on Magnetics, 36, No. 4, 1800-1803.
- Mantic, V., Graciani, E., Paris, F., 1999, A Simple Local Smoothing Scheme in Strongly Singular Boundary Integral Representation of Potential Gradient, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 178, 267-289.
- Nicolet, A., 1994, Boundary Element and Singular Integrals in 3D Magnetostatics, Engineering Analysis with Boundary Elements, ELSEVIER, 13, 193-200.
- Nuggehally, M., Liu, Y.J., Chaudhari, S.B., Thampi, P., 2003, An Internet-based Computing Platform for The Boundary Element Method, ELSEVIER, Advances in Engineering Software, 34, 261-269.
- Oniko,T. and Wakao, S., 1992, Novel Boundary Element Formulation in Hybrid FE-BE Method for Electromagnetic Field Computation, IEEE Transaction on Magnetics, 28, No. 2, 1162-1165.
- Paris, F. and Canas, J.,1997, Boundary Element Method, Oxford, New York, Tokyo, 389p.
- Sakata, M., 1989, An Electrostatic Microactuator For Electro-Mechanical Relay, Proc IEEE MEMS Workshop '89, Salt Lake City, 149-151.
- Trinitis, C., and Eberl, M., 1999, Parallel Computation of High Voltage Apparatus on Different Architectures, PASA Workshops 1999, 191-201.
- Uyar, M., Sınır Elemanları Yöntemi ile Elektrik Alan Analizi, Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ, 77 s. 2004.
- Yamashita, H., Shinozaki, K., Nakamae, E., 1988, Boundary- Finite Element Method to Compute Directly Electric Field Intensity With High Accuracy, IEEE Transaction Power Delivery, 3, No.4, 1754-1760.
- Yatchev, L.S., 1996, Axisymmetrical Electrical Field Computation Using Boundary Element Method, Journal of Electrostatic, ELSEVIER, 36, 277-284.
- Yıldır, Y. B., 1987, Computer-Aided Field Analysis of High Voltage Apparatus Using the Boundary Element Method, Proceeding of the International Coil Winding Conference, Illionis, USA, 42-48.
- Yıldırım, S., 1999, Yüksek Gerilimli Sistemlerde Elektrik Alanlarının Sınır Elemanları Yöntemi Yardımıyla İncelenmesi, Doktora Tezi, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 113s., Elazığ.
- Yıldırım, S. ve Uyar, M., 2002, Elektrik Alan Hesaplamalarında Kullanılan Sayısal Çözüm Yöntemlerinin Karşılaştırılması, ELECO-2002 ,Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği Sempozyumu, Bursa, Cilt I, 151-153.

## ÖZGEÇMİŞ

### Fatih ÖZSARI

Orhan Çalış Çok Programlı Lisesi

Elektrik Bölümü

14780, BOLU

e-mail: fozsari25@hotmail.com, fatih@teknikogretmenler.net

- 1977            Ankara'nın Keçiören ilçesinde doğdu.
- 1991-1994     Ankara Yenimahalle Endüstri Meslek Lisesi, Elektrik Bölümünden mezun oldu.
- 1996-2000     Fırat Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi, Elektrik Eğitimi Bölümünden mezun oldu.
- 2000-2004     Elazığ Maden, Çok Programlı Lisesi'nde Elektrik Öğretmeni olarak çalıştı.
- 2004-.....     Halen Bolu Göynük, Orhan Çalış Çok Programlı Lisesinde görev yapmaktadır.