

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ*FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**AKSİYAL-VEKTÖR MEZONLARIN KÜTLE VE LEPTONİK
BOZUNUM SABİTLERİNİN HESAPLANMASI VE**

$D_s DK_0^* [B_s BK_0^*]$ KÖŞELERİNİN ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Sinem ŞAHİN

Anabilim Dalı: FİZİK

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Hayriye SUNDU PAMUK

KOCAELİ, 2011

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**AKSİYAL-VEKTÖR MEZONLARIN KÜTLE VE LEPTONİK
BOZUNUM SABİTLERİNİN HESAPLANMASI VE
 $D_s, DK_0^+[B_s, BK_0^*]$ KÖŞELERİNİN ANALİZİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Fizikçi Sinem ŞAHİN

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 2 Haziran 2011

Tezin Savunulduğu Tarih: 17 Haziran 2011

Tez Danışmanı

Yrd. Doç. Dr. Hayriye SUNDU PAMUK

(.....)

Üye

Prof.Dr. Elşen VELİ

(.....)

Üye

Doç.Dr. Kazem AZİZİ

(.....)

KOCAELİ, 2011

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasında, aksiyal-vektör mezonların kütleleri, leptonik bozunum sabitleri ve $g_{D, DK_0^*(800)[K_0^*(1430)]}$ ve $g_{B, BK_0^*(800)[K_0^*(1430)]}$ etkileşme sabitleri, pertürbatif olmayan bir yöntem olan Kuantum Renk Dinamiği toplam kuralları ile incelenmiştir.

Çalışmamın her aşamasında beni sabır ve özveri ile yönlendiren, cesaretlendiren, manevi desteğini hiç esirgemeyen sevgili hocam, danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Hayriye SUNDU PAMUK'a (K.O.Ü) minnettarım. Tez çalışmam boyunca benden yardımlarını ve fikirlerini esirgemeyen Sayın Prof. Dr. Elşen VELİ'ye (K.O.Ü), Sayın Doç. Dr. Kazem AZİZİ'ye (DOĞUŞ Ü.) ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Jale YILMAZKAYA SÜNGÜ'ye (K.O.Ü) teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca tez çalışmam süresince yaşadığım sıkıntıları benimle paylaşan, her zaman yanımda olan sevgili arkadaşım Melis UZDURUM'a (İ.Ü) yardımları için teşekkür borçluyum.

Hayatım boyunca benden maddi manevi desteklerini esirgemeyen aileme de teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR.....	i
İÇİNDEKİLER.....	ii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	iii
TABLolar DİZİNİ.....	iv
SEMBOLLER.....	v
ÖZET.....	vi
İNGİLİZCE ÖZET.....	vii
1. GİRİŞ.....	1
2. STANDART MODEL VE KUANTUM ALAN TEORİLERİ TEMEL ÖZELLİKLERİ.....	4
2.1. Standart Model.....	4
2.2. Abelyenlik Kavramı ve Renormalizasyon.....	5
2.3. Kuantum Renk Dinamiği (KRD).....	7
2.3.1. Asimptotik özgürlük ve hapsolme.....	8
3. KUANTUM RENK DİNAMİĞİ TOPLAM KURALLARI.....	12
3.1. KRD Toplam Kuralları Yöntemi.....	12
3.2. Borel Dönüşümü.....	14
3.3. İşlemci Çarpım Açılımı (OPE).....	15
4. KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE MEZONLARIN ETKİLEŞME SABİTİ HESAPLARI.....	17
4.1. Fiziksel Analiz.....	17
4.2. Nümerik Analiz.....	23
5. KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE AKSİYAL-VEKTÖR MEZONLARIN KÜTLE VE LEPTONİK BOZUNUM SABİTİ HESAPLARI.....	28
5.1. KRD Toplam Kuralları Yöntemi ile Hafif Aksiyal-Vektör Mezonların Kütle ve Leptonik Bozunum Sabiti Hesapları.....	28
5.1.1. Fiziksel analiz.....	28
5.1.2. Nümerik analiz.....	32
5.2. KRD Toplam Kuralları Yöntemi ile Ağır-Hafif Aksiyal-Vektör Mezonların Kütle ve Leptonik Bozunum Sabiti Hesapları.....	35
5.2.1. Fiziksel analiz.....	35
5.2.2. Nümerik analiz.....	37
SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	39
KAYNAKLAR.....	41
EKLER.....	46
KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER.....	69
ÖZGEÇMİŞ.....	70

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1: α_s 'nin Q 'ya göre değişim grafiği.....	9
Şekil 2.2: KRD'de $\alpha_s(Q)$ etkin etkileşme sabiti.....	10
Şekil 4.1: Etkileşme sabitleri için sanal $D[B]$ ve sanal $K_0^*(800)[K_0^*(1430)]$ skaler mezonların durumlarına karşılık gelen Feynman diyagramlarının gösterimi.....	19
Şekil 4.2: $g_{D_s D K_0^*(800)}^{(D)}$ etkileşme sabiti değerinin Borel kütle parametreleri M^2 ve M'^2 ye göre değişimi.....	26
Şekil 4.3: $g_{D_s D K_0^*(800)}^{(K_0^*)}$ etkileşme sabiti değerinin Borel kütle parametreleri M^2 ve M'^2 ye göre değişimi.....	26
Şekil 4.4: $g_{D_s D K_0^*(1430)}^{(D)}$ etkileşme sabiti değerinin Borel kütle parametreleri M^2 ve M'^2 ye göre değişimi.....	26
Şekil 4.5: $g_{D_s D K_0^*(1430)}^{(K_0^*)}$ etkileşme sabiti değerinin Borel kütle parametreleri M^2 ve M'^2 ye göre değişimi.....	27
Şekil 5.1: Kütle ve leptonik bozunum sabiti değerleri için $a_1(1260)$ $f_1(1285)$ ve $K_1(1270)$ hafif aksiyal vektör mezonların durumlarına karşılık gelen Feynman diyagramları.....	29
Şekil 5.2: $a_1(1260)$ hafif aksiyal-vektör mezonunun kütle ve leptonik bozunum sabiti değerlerinin Borel kütle parametresi M^2 'ye göre değişimi.....	34
Şekil 5.3: $K_1(1270)$ hafif aksiyal-vektör mezonunun kütle ve leptonik bozunum sabiti değerlerinin Borel kütle parametresi M^2 'ye göre değişimi.....	34
Şekil 5.4: $f_1(1285)$ hafif aksiyal-vektör mezonunun kütle ve leptonik bozunum sabiti değerlerinin Borel kütle parametresi M^2 'ye göre değişimi.....	34
Şekil 5.5: $B_1(5721)$ ve $B_{s1}(5830)$ ağır-hafif aksiyal-vektör mezonunun kütle ve leptonik bozunum sabiti değerlerinin Borel kütle parametresi M^2 'ye göre değişimi.....	38
Şekil 5.6: $D_1(2420)$ ve $D_{s1}(2460)$ ağır-hafif aksiyal-vektör mezonunun kütle ve leptonik bozunum sabiti değerlerinin Borel kütle parametresi M^2 'ye göre değişimi.....	38

TABLolar DİZİNİ

Tablo 1.1: Standart modelin açıkladığı üç temel kuvvet	1
Tablo 4.1: Etkileşme sabiti hesaplamalarında kullanılan nümerik parametreler	23
Tablo 4.2: $D_s DK_0^*(800)$, $D_s DK_0^*(1430)$, $B_s BK_0^*(800)$ ve $B_s BK_0^*(1430)$ köşelerinin etkileşme sabitleri için verilen parametreler	24
Tablo 4.3: $g_{D_s DK_0^*(800)}$ etkileşme sabitinin GeV^{-1} biriminde değeri	25
Tablo 4.4: $g_{D_s DK_0^*(1430)}$ etkileşme sabitinin GeV^{-1} biriminde değeri	25
Tablo 4.5: $g_{B_s BK_0^*(800)}$ etkileşme sabitinin GeV^{-1} biriminde değeri	25
Tablo 4.6: $g_{B_s BK_0^*(800)}$ etkileşme sabitinin GeV^{-1} biriminde değeri	25
Tablo 5.1: $a_1(1260)$, $f_1(1285)$ ve $K_1(1270)$ aksiyal-vektör mezonlarının kütle ve leptonik bozunum sabiti hesaplamalarında kullanılan nümerik parametreler.....	33
Tablo 5.2: $a_1(1260)$, $f_1(1285)$ ve $K_1(1270)$ aksiyal-vektör mezonları için leptonik bozunum sabiti değerleri.....	33
Tablo 5.3: $a_1(1260)$, $f_1(1285)$ ve $K_1(1270)$ aksiyal-vektör mezonları için kütle değerleri	33
Tablo 5.4: $D_1(2420)$, $D_{s1}(2460)$, $B_1(5721)$ ve $B_{s1}(5830)$ aksiyal-vektör mezonlarının kütle ve leptonik bozunum sabiti hesaplamalarında kullanılan nümerik parametreler.....	37
Tablo 5.5: $D_1(2420)$, $D_{s1}(2460)$, $B_1(5721)$ ve $B_{s1}(5830)$ aksiyal-vektör mezonları için leptonik bozunum sabiti değerleri.....	37
Tablo 5.6: $D_1(2420)$, $D_{s1}(2460)$, $B_1(5721)$ ve $B_{s1}(5830)$ aksiyal-vektör mezonları için kütle değerleri	38

SEMBOLLER

$J(x)$: Ara kesit akımı
$A_\mu^a(k)$: Potansiyel alanı (Yang-Mills alanı)
O_d	: Alan işlemcileri
$C_d(x^2)$: Wilson katsayıları
q_f	: Fermiyon alanı
d	: Boyut
$\rho(s, s', q^2)$: Spektral yoğunluk
λ^a	: SU(3) Gell-Mann matrisleri
T	: Zaman sıralama operatörü
\not{D}	: Kovaryant türev
$G_a^{\mu\nu}$: Gluon alan şiddet tensorü
g, α_s	: Güçlü etkileşim sabitleri
M	: Borel kütle parametresi
N_c	: Kuark renk sayısı
$g_{\mu\nu}$: Metrik tensor
ε	: Polarizasyon (kutuplanma) vektörü
δ	: Delta fonksiyonu
L_{KRD}	: Kuantum Renk Dinamiği Lagranjyeni
$\langle G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \rangle$: Gluon yoğunlaşması
γ_μ	: Dirac matrisi
$\theta(x)$: Basamak fonksiyonu
$\langle \bar{\psi}\psi \rangle$: Kuark yoğunlaşması
Π	: İlişkilendirme fonksiyonu
\hbar	: Planck sabiti

Kısaltmalar

CERN	: Avrupa Parçacık Fiziği Laboratuvarı
BNL	: Brookhaven Ulusal Laboratuvarı
KRD	: Kuantum Renk Dinamiği
SVZ	: Shifman Vainstein Zakharov
KED	: Kuantum Elektrodinamiği
OPE	: İşlemci Çarpım Açılımı

**AKSİYAL-VEKTÖR MEZONLARIN KÜTLE VE LEPTONİK BOZUNUM
SABİTLERİNİN HESAPLANMASI VE $D_s D K_0^* [B_s B K_0^*]$ KÖŞELERİNİN
ANALİZİ
Sinem ŞAHİN**

Anahtar Kelimeler: KRD Toplam Kuralları, Etkileşme Sabiti, Leptonik Bozunum Sabiti

Özet: Bu çalışmada önce $g_{D_s D K_0^* (800) [K_0^* (1430)]}$ ve $g_{B_s B K_0^* (800) [K_0^* (1430)]}$ etkileşme sabitleri, üç nokta KRD toplam kuralları çerçevesinde incelenmiştir. $D [B]$ ve $K_0^* (800) [K_0^* (1430)]$ mezonlarının sanal olduğu durumlara ait köşelerin ilişkilendirme fonksiyonları hesaplanmıştır. Daha sonra aksiyal-vektör mezonların leptonik bozunum sabitleri ve kütleleri, iki nokta KRD toplam kuralları ile hesaplanmıştır. İki kuarkın farklı spin çiftlenimlerine dayanan kuark modelinde, aksiyal-vektörlerin olası kuantum sayıları $J^{PC} = 1^{++}$ ve $J^{PC} = 1^{+-}$ ile verilir. Bu çalışmada $J^{PC} = 1^{++}$ ile verilen hafif aksiyal-vektör mezonların ve $J^P = 1^+$ ile verilen ağır-hafif aksiyal-vektör mezonların kütleleri ve leptonik bozunum sabitleri incelenmiştir. Elde edilen kütle ve leptonik bozunum sabiti değerleri, Chiral pertürbasyon teorisi, Lattice KRD gibi farklı kuark modellerine dayanan pertürbatif olmayan yaklaşımların tahminleri ve mevcut deneysel değerlerle karşılaştırılmıştır ve değerlerin karşılaştırılan verilerle tutarlı oldukları görülmüştür. Leptonik bozunum sabiti ve etkileşme sabiti tahminleri ile ilgili henüz deneysel veri bulunmamaktadır. Ağır-hafif mezon geçişlerine ait etkileşme sabitlerinin bilinmesi, Standart Modelin test edilmesinde önemli bir aşama olacaktır.

**CALCULATION OF MASSES AND LEPTONIC DECAY CONSTANTS OF
AXIAL-VECTOR MESONS AND ANALYSIS OF VERTEXES OF
 $D_s D K_0^* [B_s B K_0^*]$**

Sinem SAHIN

Keywords: QCD Sum Rules, Coupling Constant, Leptonic Decay Constant

Abstract: In this work firstly the coupling constants $g_{D_s D K_0^*(800)[K_0^*(1430)]}$ and $g_{B_s B K_0^*(800)[K_0^*(1430)]}$ are analysed in the framework of three point QCD sum rules. The correlation functions of the vertex are calculated considering both $D[B]$ and $K_0^*(800)[K_0^*(1430)]$ mesons off-shell. Later leptonic decay constants and masses of the light axial-vector mesons are calculated within the framework of the two point QCD sum rules. In the quark model, depending on different spin couplings of two quarks possible quantum numbers for the axial-vector mesons are given by $J^{PC} = 1^{++}$ and $J^{PC} = 1^{+-}$. In this work leptonic decay constants and masses of the heavy-light axial-vector mesons with $J^P = 1^+$ and light axial-vector mesons with $J^{PC} = 1^{++}$ are analysed. The results of mass and leptonic decay constants are in a good consistency with the existing experimental values and the predictions of the other non-perturbative approaches such as different quark models, Chiral perturbation theory, Lattice QCD etc.. There is no experimental data related to predictions on leptonic decay constants and coupling constants yet. The knowledge of heavy-light mesons transition coupling constants will be an important stage for testing of the Standard Model.

1. GİRİŞ

Yüksek enerji fiziği bir diğer adıyla parçacık fiziği maddenin atom altı parçacıklarını ve bu parçacıkların kendi aralarında veya diğer parçacıklarla etkileşimlerini konu alan fizik dalıdır. Maddenin yapıtaşlarının araştırılması J.J. Thomson'ın elektronu keşfetmesi ile başladı. 1897'de gerçekleştirilen bu keşiften sonra fizikçiler atomun bölünebilir bir yapısı olduğunu; maddenin en küçük yapıtaşı olmadığını anladılar. 1918 yılında E. Rutherford'un protonu ve 1932 yılında J. Chadwick'in nötronu keşfetmesiyle fizikçiler maddenin son yapıtaşlarının bu atomaltı parçacıklar olduğunu düşündüler. Fakat 1960'ların başında hızlandırıcıların geliştirilmesiyle bu parçacıklardan daha temel çok sayıda bilinmeyen parçacık gözlemlendi. Daha sonra İsviçre'deki Avrupa Parçacık Fiziği Laboratuvarı (CERN) ve Amerika'daki Brookhaven Ulusal Laboratuvar'nda (BNL) yapılan deneylerde yunanca ağır anlamına gelen hadron denilen parçacıklar keşfedildi.

Günümüzde bilinen 400'ün üzerinde parçacık çeşidi vardır. Doğadaki parçacıkların sınıflandırılması ve onlar arasındaki etkileşmelerin incelenmesi Standart model adı verilen başarılı bir kuramla sağlanır. Standart model doğadaki dört temel kuvvetin üçünü açıklayabilen bir kuramdır. Bu modelin açıkladığı üç kuvvet ve temel özellikleri Tablo 1.1'de verilmiştir.

Tablo 1.1: Standart modelin açıkladığı üç temel kuvvet.

Adı	Şiddeti	Erim	Ayar bozonu	Simetri grubu
Elektromanyetik Kuvvet	10^{-2}	∞	Foton	U(1)
Şiddetli Kuvvet	1	10^{-15} m	Gluon	SU(3)
Zayıf Kuvvet	10^{-5}	10^{-18} m	W^+, W^-, Z	SU(2)

Standart model doğadaki diğer bir temel kuvvet olan “Kütleçekim Kuvveti” hakkında birşey söyleyememektedir.

Standart modelin en büyük başarılarından biri elektronun anomal manyetik momentinin deneysel sonucuyla teorik olarak hesaplanan sonucunun 11 anlamlı basamağa kadar uyumlu olmasıdır. Ayrıca deneylerde gözlemlenen parçacıkların kütle, manyetik etkileşim, bozunma gibi özellikleriyle Standart Model çerçevesindeki kuramsal hesaplar karşılaştırıldığında, deneysel ve kuramsal verilerin bugüne kadar uyum içinde olduğu görülmüştür.

Standart modelin açıkladığı parçacık gruplarından biri hadronlardır. Bu grup üç kuark ya da üç anti-kuark içeren baryonlar ve bir kuark anti-kuark çifti içeren mezonlar olmak üzere iki alt sınıftan oluşur. Baryonlar \hbar ’ın kesirli katları ($s = \hbar/2, 3\hbar/2, 5\hbar/2, \dots$) şeklinde spine sahip olan parçacıklardır ve Fermi-Dirac istatistiğine uyduklarından aynı zamanda fermiyon grubundandır. Bu nedenle Pauli dışarlama ilkesine de uymaktadırlar. Mezonlar ise \hbar ’ın tam katları ($s = 0, \hbar, 2\hbar, 3\hbar, \dots$) şeklinde spine sahip olan parçacıklardır. Bose-Einstein istatistiğine uyduklarından aynı zamanda bozonlar grubundandır. Bu nedenle Pauli dışarlama ilkesine uymazlar. Gluonlar ile bir arada tutulan ve kuark anti-kuark çiftlerinden oluşan mezonlar bütün temel etkileşmeleri hissederler. Mezonların varlığı 1935’de Japon bilim adamı H. Yukawa tarafından kuramsal olarak öngörülmüştür ve 1947’de mezonların en hafifi olan π mezonu deneysel olarak gözlenmiştir.

Mezonlar, güçlü etkileşimin temel teorisi olan KRD’nin özelliklerini inceleyebilmek için seçilen en basit sistemlerdir. Fakat mezonların hadronik yapılarını kuark-gluon serbestlik dereceleri cinsinden açıklayabilmek, KRD’nin pertürbatif olmayan yapısı nedeniyle zorlayıcı bir problemdir. Hapsolme olayı nedeniyle kuark-gluon Feynman diyagramlarının pertürbatif hesabı yeterli olmamaktadır. Bu nedenle pertürbatif KRD sonuçları, pertürbatif olmayan sonuçlarla birleştirilmelidir. Bunu gerçekleştirebilmek için ise hadronik boyutlara göre derecelendirilen KRD dinamiklerinin bilinmesi gerekmektedir.

Skaler mezonların yapısının aydınlatılması ise, pertürbatif olmayan KRD’nin önemli problemlerinden biridir. Bu mezonların varlığını saptamak deneysel olarak çok zordur; vektör, tensör, sözde skaler mezonların aksine $J^{PC} = 0^{++}$ ile ifade edilen

skaler mezonların kuark yapısı ve diğer parçacıklarla etkileşimleri, deneysel ölçümlerdeki kısa ömürleri nedeniyle henüz tam olarak bilinmemektedir. Dolayısıyla skaler mezonların özellikleri ile ilgili teorik ve fenomenolojik çalışmalar bu açıdan önemli bir rol oynamaktadır. Tıpkı skaler mezonlar gibi aksiyal-vektör mezonların da birçok hadronik özelliği hala açık değildir. Mezonların iç yapısının ve diğer parçacıklarla olan etkileşimlerinin bilinmesi hem KRD'deki hapsolme olayının hem de Chiral simetrisinin anlaşılmasında bir basamak olarak düşünülmektedir [1].

Bu çalışmada $K_0^*(800)[K_0^*(1430)]$ skaler mezonu için, $g_{D_s DK_0^*(800)[K_0^*(1430)]}$ ve $g_{B_s BK_0^*(800)[K_0^*(1430)]}$ etkileşme sabitleri ve $a_1(1260)$, $f_1(1285)$ ve $K_1(1270)$, $D_1(2420)$, $D_{s1}(2460)$, $B_1(5721)$ aksiyal-vektör mezonlarının kütle ve leptonik bozunum sabitleri KRD toplam kuralları yöntemi ile incelenmiştir. Literatürde mezonların etkileşme sabitleri üzerine, KRD toplam kuralları yöntemi kullanılarak yapılmış birçok çalışma vardır. $D^*D\pi$ [2, 3], $DD\rho$ [4], DDj/ψ [5], D^*Dj/ψ [6], $D^*D^*\pi$ [7, 8], D^*D^*j/ψ [9], $D_s D^*K$, D_s^*DK [10,11], $D_0 D_s K$ [11], $D_{s0} DK$ [11, 12], $DD\omega$ [13], $D^*D^*\rho$ [14], $D^*D\rho$ [15], $B_{s0}BK$, $B_{s1}B^*K$ [16], $a_0\eta\pi^0$, $a_0\eta'\pi^0$ [17], $a_0K^+K^-$ [18], $f_0K^+K^-$ [18, 19], $D_s^*DK^*(892)$ ve $B_s^*BK^*(892)$ [20] yapılan etkileşme sabiti çalışmalardan birkaçıdır. Aksiyal vektör mezonlar ile ilgili farklı metodlarla yapılan çalışmalardan bazıları ise [21-32]'de verilmiştir.

2. STANDART MODEL VE KUANTUM ALAN TEORİLERİNİN TEMEL ÖZELLİKLERİ

2.1. Standart Model

Parçacık fiziğinin temelini oluşturan bu model, parçacık fiziği hızlandırıcı laboratuvarlarından ve teorik çalışmalardan elde edilen verilerle şekillenen, kuantum mekaniği ve özel görelilik teorisi içeren bir kuantum alan teorisidir. Kuantum alan teorilerinde parçacıklar, alan olarak adlandırılan işlemcilerle tanımlanır. Bu teorilerde klasik parçacıklarla birlikte klasik kuvvet alanları da kuantumlanır. Kuantumlu alan teorilerinin kuantum mekaniğinden farkı, bir parçacığın yok olmasını veya var olmasını tarif edebilen işlemcilere sahip olmasıdır.

Parçacıkların birbirleriyle olan etkileşimleri ve serbest hareketleri parçacıkların alan işlemcilerinden oluşan ve birtakım simetriler altında değişmez kalan lagranjiyenlerle tanımlanır. Lagranjiyen, parçacıkların serbest hareketini içeren kinetik terim ve parçacıkların etkileşme terimi olmak üzere iki kısımdan oluşur. Etkileşimleri belirlemek için lagranjiyeni belirleyen ayar teorileri kullanılır. Ayar dönüşümleri iki çeşittir:

1- Global ayar dönüşümü: Belirli bir uzay-zaman noktasına bağlı olmayan dönüşümlerdir. Bu dönüşüm bir ψ alanı için aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\psi \rightarrow e^{i\theta} \psi \quad \theta \in R$$

2- Yerel ayar dönüşümü: Belirli bir uzay-zaman noktasına bağlı olan dönüşümlerdir. Bu dönüşüm bir ψ alanı için aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\psi \rightarrow e^{i\theta(x)} \psi \quad \theta \in R$$

[33, 34]. Genelde ayar simetrisi, grup elemanları bir Lie cebri elemanının exponansiyel şeklinde yazılabilen Lie grubu ile sınırlandırılır. Bu şartların sağlandığı teorem Yang-Mills teorisi olarak bilinir. Yang ve Mills yerel simetrisinin abelyen olmayan duruma genişletilmesini sağlamışlardır (1954).

Standart Model, $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ayar simetrisi üzerinde kurulmuştur ve modelin lagranjienini bu simetri altında değişmez kalacak şekilde yazılmak zorundadır. Standart Model lagranjieninde kuarklara ve vektör bozonlara simetriden dolayı kütle yazılamaz. Dolayısıyla kuram bu haliyle parçacıkların tümünün kütsesiz olmasından dolayı eksiktir [35]. Teorinin kuantumlanması ve renormalizasyonu nasıl sağlanır, teorinin yukarıdaki niteliklerine zarar vermeden ayar bozonlarına nasıl kütle kazandırılabilir gibi soruların bir sonuca bağlanması yıllar almıştır. Yang-Mills alanlarının kuantumlanması, iz integralleri yöntemiyle 1967'de L. Faddeev ve V. Popov tarafından sağlanmıştır [36]. Böylece, Feynman kuralları tutarlı olarak elde edilmiştir [37].

1960'lardan sonra Higgs mekanizması ile parçacıkların elektromanyetik ve zayıf etkileşmelerini tek bir lagranjien altında toplama işlemi başarılmıştır. S. Weinberg ve A. Salam'ın bu modeli, 1970'li yılların başında kuarkları da içerecek şekilde genişletilmiştir. Bu birleştirilmiş kurama Standart Model adı verilmiştir. Standart Model kapsamında açıklanan parçacıkların kütle kazanmaları, kendiliğinden simetri kırınımını sağlayan ve tüm kütleli parçacıklara kütle kazandıran Higgs parçacığının kurama dahil edilmesiyle mümkün olmuştur.

2.2. Abelyenlik Kavramı ve Renormalizasyon

Parçacık etkileşimlerinin şekilsel gösterimi Feynman diyagramları ile verilir. Feynman diyagramları, parçacıkların karmaşık etkileşim süreçlerinin basit gösterimlerini sunmakla birlikte, etkileşimdeki fiziksel olasılık genliklerinin hesaplanmasını da kolaylaştırır. Ağaç diyagramları adı verilen diyagramlar ile ifade edilebilen etkileşimlerdeki geçiş genliklerinin hesaplanmasında herhangi bir problemle karşılaşılmazken; ilmek diyagramları ile ifade edilen etkileşimlerin hesaplanmasında karşılaşılan integrallerden sonsuz geçiş genlikleri gelmektedir. İncelenen integrallerden gelen sonsuzlukların yok edilmesi renormalizasyon adı verilen metodla sağlanır. Bir kuantumlu alan teorisinin renormalizasyonunda ilk aşama,

sonsuz integralleri hesaplamaya yarayan bir regülarizasyon kuralı bulmaktır. Bunun için kullanılan en basit yöntemlerden biri, kesme (cut off) regülarizasyon adı verilen yöntemdir. Bu yöntemde istenen diğer koşulları bozmadan (Lorentz değişmezliği, ayar değişmezliği...) integrale, onu sonlu hale getirecek bir kesme yöntemi uygulanır ve daha sonra limit alınır [38]. J. Schwinger, R. Feynman ve S. Tomonoga tarafından oluşturulan Kuantum Elektrodinamiği (KED) teorisinden gelen sonsuzluklar bu yöntemle yok edilebilir. KED ile ilgili yapılan çalışmalarda elektron öz enerjisi, foton öz enerjisi ve elektron-foton köşesi düzeltimi diyagramlarının sonsuz geçiş genlikleri verdiği görülmüştür. KED için kesme regülarizasyonu, üst sınırdaki mor ötesi (UV), alt sınırdaki ise kızılötesi (IR) kesintisi ile gerçekleşir. IR kesintisinin fotonun kütsüz olması nedeniyle yapılması şarttır. UV kesintisi ise renormalizasyon kütsesi (μ) adı verilen bir ölçek belirler. Bu ölçek yalnızca sonsuzlukları çıkarmaya yarayan bir referans parametresidir. KED'nin renormalizasyonu sonrasında, konformal ölçek değişmezliğinin korunabilmesi için teorisin fiziksel parametrelerinin, renormalizasyon grubunun özel bir hali olan Callan-Symanzik denklemini sağlamaları istenir:

$$\mu \frac{dg(\mu)}{d\mu} = \beta(g(\mu)) \quad (2.1)$$

Burada $\beta(g(\mu))$ Callan-Symanzik β fonksiyonudur, $g(\mu)$ ise kayan etkileşme sabiti adını alır. Kullanılan regülarizasyon yöntemlerinden bir diğeri de boyutsal regülarizasyondur. Kuantum Renk Dinamiği teorisi için bu regülarizasyon yöntemi kullanılabilir. KRD'de KED'ye benzer şekilde kuark öz enerjisi, gluon öz enerjisi ve kuark-gluon köşesi düzeltimi diyagramlarından sonsuz geçiş genlikleri gelmektedir. Feynman kuralları elde edildikten sonra t'Hooft momentum uzayında Feynman integrallerini 4 boyut yerine $4-n$ boyutta hesaplayarak, teoriden gelen sonsuzlukların $\frac{1}{4-n}$ ve bunun katları halinde $n \rightarrow 4$ limitinde yakalandığını farketmiştir [37]. Bu yöntemde yine Lorentz değişmezliği ayar değişmezliği ve üniterlik gibi özellikler korunur. Bu çalışmada sonsuzluktan gelen katkıları yok etmek için kullanılan yöntem de boyutsal regülarizasyondur.

Abelyen ve abelyen olmayan teoriler arasındaki fark ise şu şekilde açıklanabilir: Abelyen olan gruplarda grup elemanları birbirleriyle sıra değiştirebilir özelliğe sahiptir. Grubun a ve b gibi iki elemanı için $[a, b] = 0$ dır. Örneğin; KED, abelyen gruplara örnek olan $U(1)$ simetri grubunun oluşturduğu dönüşümlere dayanır. Abelyen olmayan gruplarda ise grup elemanları sıra değiştirmez. Yani abelyen olmayan bir grubun a ve b gibi iki elemanı artık $[a, b] = 0$ komütasyon ilişkisini sağlamaz. Abelyen olmayan ayar teorilerini, abelyen teorilerden ayıran en önemli özellik, etkileşmeyi sağlayan ayar bozonlarının birbirleriyle de etkileşmeye girebilmesidir. Örneğin; Kuantum Renk Dinamiği'nin açıkladığı güçlü etkileşimin ayar bozonları olan gluonlar, diğer kuantum sayılarına ek olarak renk kuantum sayısı taşıdıklarından birbirleriyle etkileşmeye girebilir.

2.3. Kuantum Renk Dinamiği (KRD)

Kuantum Renk Dinamiği (KRD) güçlü etkileşimleri betimleyen, hadronların içerisinde bulunan kuarkların gluonlar aracılığıyla etkileşmelerini inceleyen bir kuantum alan teorisidir.

Fizikte simetri grupları bir fiziksel sistemin iç simetrisini ifade etmek için de kullanılır. Fiziksel sistemin iç simetrisi, sisteme ait korunan bir büyüklükle (spin, izospin, çeşni...) bağlantılıdır ve bu büyüklük grubun simetri dönüşümleri altında değişmez kalır [39].

KRD $SU(3)$ Yang-Mills yerel (ayar) simetri grubu üzerine kurulu;

$$L_{KRD} = -\frac{1}{4} G_a^{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a + \sum_f \bar{q}_f (i\not{D} - m_f) q_f \quad (2.2)$$

lagranjiyeni ile ifade edilen abelyen olmayan yerel ayar değişmezliği prensibine dayanan ve renormalize edilebilen bir kuantum alan kuramıdır [33]. Burada $G_a^{\mu\nu}$ gluon alan şiddet tensörünü ve q_f farklı çeşnilere sahip kuark alanlarını, \not{D} ise;

$$D_{\mu,jk} = \partial_\mu \delta_{jk} - ig \sum_a \frac{\lambda_{jk}^a}{2} A_\mu^a(x) \quad (2.3)$$

şeklinde tanımlanan kovaryant türevi temsil etmektedir. Ayrıca $A_\mu^a(x)$ gluon alanını, λ_{jk}^a SU(3) simetri grubunun üreticisini ve g etkileşme sabitini temsil eder. Lagranjyende bulunan Yang-Mills ayar alanları (gluon alanları) kütsesizdir. KRD, abelyen olmayan yerel ayar simetrisine sahip olması dolayısıyla diğer teorilerde bulunmayan birtakım yeni özelliklere sahiptir. Bu özelliklerden biri asimptotik özgürlük (asymptotic freedom) diğeri ise hapsolma (confinement) dir.

2.3.1. Asimptotik özgürlük ve hapsolma

Derin elastik olmayan saçılma deneyleri, kısa mesafelerde kuark-gluon etkileşimlerinin doğasının aydınlanmasına yardımcı olmaktadır. Bu deneylerde, gelen elektron hadron içinde bir kuark ile etkileşir ve elektrondan kuarka momentum geçişi gerçekleşir. Elektronun çarpışmadan önceki ve sonraki momentumu ölçülerek nükleon içindeki kuarkların momentum dağılımları araştırılır [39].

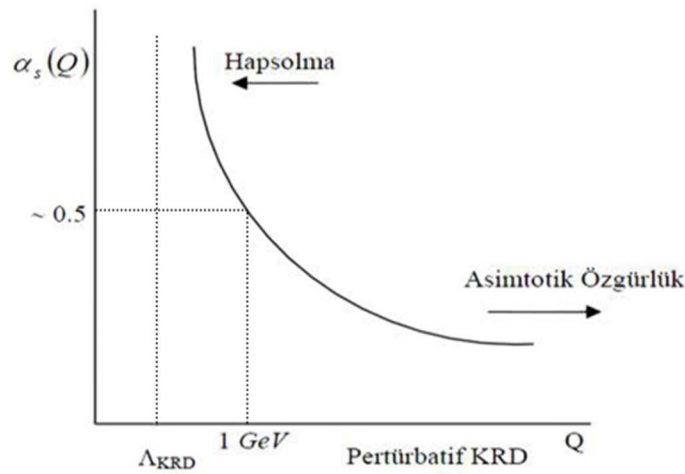
Güçlü etkileşimin kuvveti etkileşme sabitleri g ile belirlenir. Etkileşme sabiti etkileşen parçacıkların renk yüküne ve aralarındaki etkileşim enerjisinin büyüklüğüne göre değişir. Kuantum alan teorilerinin sonlu renormalizasyonları bilinenden farklı olarak renormalizasyon grubu adı verilen bir grup yapısına sahiptirler. Renormalizasyon grubu kullanılarak KRD’de yüksek enerjilere çıkıldıkça etkileşme sabiti değerlerinin düşmeye başladığı gösterilebilir.

Gluonlar renk yükü taşıdıklarından diğer gluonlar ile etkileşme özelliğine sahiptir. Kuarkın diğer bir kuark ile etkileşimini sağlamak amacıyla etrafını saran gluonlar, taşıdıkları bu özellikleri sayesinde etkileşim kuvvetini belirlemede önemli bir rol oynar. Kuarklar arası mesafe azaldıkça, diğer bir deyişle kuarkı çevreleyen gluon bulutunun içine doğru gidildikçe gluon katkısı azalacağından etkileşme kuvveti de azalır. Böylelikle g etkileşim sabiti sıfıra yaklaşır ve kuark gluon etkileşmesi zayıf olur. Bu durumda kuarklar serbest parçacıklar gibi davranır. Asimptotik özgürlük adını alan bu olay, 1973 yılında D. Politzer, D. Gross ve F. Wilczek’ in çalışmaları ile ortaya çıkmıştır ve serbest kuark alanları ile yapılan karmaşık saçılma deneyleriyle açıklanan saf kuark modelinin, fenomenolojik açıdan neden bu kadar başarılı olduğuna dair basit bir açıklama getirmiştir [40, 41, 42].

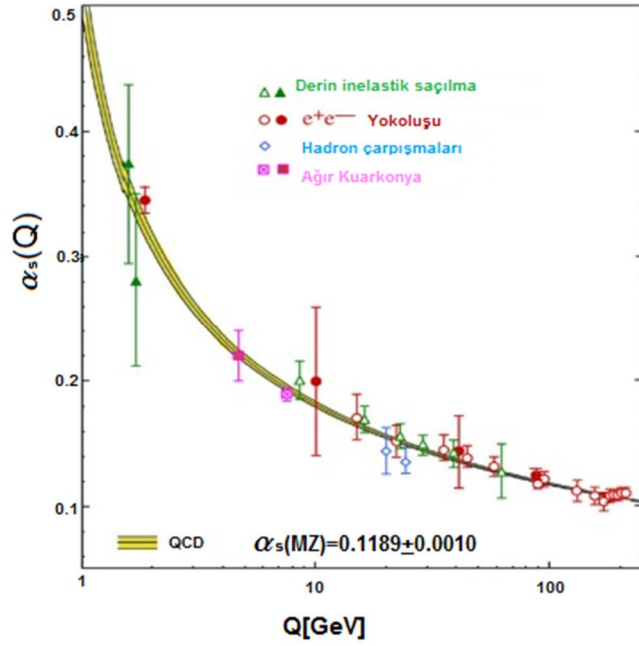
1972 yılında 't Hooft, Yang-Mills ayar kuvvetlerinin, ters kare Coloumb kuvvet yasasından farklı bir nitelikte olduğunu göstermiştir. Yukawa potansiyeli aşağıda gösterildiği gibidir:

$$V_s = -\frac{c}{r} + kr \quad (2.4)$$

Sanal bozonlar aralarındaki etkileşme nedeniyle çıplak yüke perdeleme değil, anti perdeleme yaparlar. Diğer bir deyişle eşitlik (2.4)'de görüldüğü gibi bu kuvvetler, duran iki yük arasında mesafe azalırken sıfıra gider; tersine mesafe artarken sonsuza gitme eğilimi gösterir. Yani büyük mesafelerde kuarklar arası etkileşim kuvveti, onları çevreleyen gluon bulutu nedeniyle etkileşme sabiti artacağından büyür. Bu durumda kuarklar arası çekim oldukça kuvvetlidir. Kuarklar arası etkileşim alanında bulunan sanal parçacık bulutu, etkileşen kuarkları ayırmak için harcanan enerjiyle yeni kuark-anti kuark çifti oluşumuna neden olur; oluşan bu çiftler ise kuarkların bulunduğu hadron içindeki diğer kuark ve anti kuarklarla bir araya gelerek yeni parçacıklar meydana getirir. Dolayısıyla bir kuarkı serbest halde gözlemlememiz mümkün değildir. Bu olaya hapsolme denir. Bugüne kadar deneylerde serbest bir kuark gözlenmemesinin sebebi de kuarkların hapsolmesidir [43, 44]. Renormalizasyon grubu kullanılarak, düşük enerjilerde etkileşim sabitinin büyümesine bağlı olarak kuarkların bir hadron içinde hapsolmesinin gerekliliği de gösterilebilir [45].



Şekil 2.1: α_s 'in Q 'ya göre değişim grafiği [46]



Şekil 2.2: KRD’de $\alpha_s(Q)$ etkin etkileşme sabiti [47]

Kısa mesafe ya da yüksek momentum bölgesinde, KRD’nin asimptotik özgürlük özelliği nedeniyle kuarklar yaklaşık olarak serbest hareket ederler. Bu özellik, etkin etkileşme sabiti α_s terimine göre pertürbatif açılım yapılmasına izin verir ve pertürbasyon teorisi geçerli olur. Uzun mesafe ya da düşük momentum bölgesinde ise kuark gluon etkileşmeleri kuvvetlidir. Bu durumda α_s sabiti büyür ve pertürbatif olmayan etkiler ortaya çıkar. Bu bölgede pertürbasyon teorisi başarısız olur; dolayısıyla pertürbasyon ile güvenilir hesaplar yapılamaz.

Etkileşme olasılığının, etkileşme sabitinin kuvvetleri şeklinde seriye açılarak bulunması tekniğine dayanan pertürbasyon teorisini, KRD’de uygulamak oldukça zordur; hatta bazen mümkün değildir. Bu amaçla geliştirilen pek çok pertürbatif olmayan yöntem mevcuttur. Chiral pertürbasyon teorisi (ChPT), Bag Model, Ağır kuark Etkin Model (HQET), Etkin Lagranj metodu kullanılan pertürbatif olmayan yaklaşımlardan birkaçıdır. Bu yaklaşımlardan biri de kullanışlı bir yöntem olan KRD Toplam Kuralları (KRDTK)’dir.

Etkin etkileşme sabitinin değeri yaklaşık olarak;

$$\alpha_s(Q^2) \approx \frac{1}{4\pi\beta_0 \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda_{KRD}^2}\right)} \quad (2.5)$$

ifadesi ile verilir. Burada β_0 düşük derecede Gell-Mann-Low fonksiyonu sabitidir; değeri:

$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}N_f \quad (2.6)$$

dir. [33, 48]. Λ_{KRD} , KRD parametresidir. Bu parametre, etkileşme sabitinin enerjiye bağımlılığını belirlemeye yarayan bir sabittir. Λ değerinin altındaki enerji değerleri, kuarkların hadronlar içerisinde hapsediği durumdaki enerjileri temsil eder; değeri $\Lambda_{KRD} \approx 150 \text{ MeV}$ 'dir. Q ise momentum ifadesidir. $Q = \Lambda_{KRD}$ olduğunda etkileşme sabiti oldukça büyük ve bağlı durumlar oluşmaya başlar.

3. KUANTUM RENK DİNAMIĞI TOPLAM KURALLARI

3.1. KRD Toplam Kuralları Yöntemi

KRD ya da SVZ toplam kuralları M. A. Shifman, A. I. Vainstein ve V. I. Zakharov tarafından, 1979 yılında mezonlar için oluşturulmuştur [49]. Daha sonra A. F. Ioffe tarafından, 1981 yılında baryonlar için genişletilmiştir ve hadronların spektral özelliklerini araştırmak için kullanılan güçlü bir teori olmuştur [49-52]. Bu yöntemin en önemli avantajı eşitlik (2.2)'de gösterilen KRD lagranj fonksiyonunu temel almasıdır.

Pertürbatif olmayan bir yöntem olan KRD toplam kuralları, birtakım parametrelerle ifade edilen hadronik özelliklerle, vakum yoğunlaşmaları ile temsil edilen, KRD nin pertürbatif olmayan yapısı arasında bir bağ kurulmasını sağlar. [43]'de anlatıldığı gibi bu yöntem, kuarkların kısa mesafelerde geçerli olan asimptotik özgürlük halinden başlayarak, KRD'deki bağlı durumların olduğu uzun mesafelere adım adım yaklaşmaktan ibarettir. Pertürbatif olmayan bir yaklaşıma ihtiyaç duyulmasının nedeni bahsedilen süreçte, asimptotik özgürlük durumunun bozulmaya başlaması böylece hadronların içinde hapsolan bağlı kuark durumlarına karşılık gelen rezonansların ortaya çıkmasıdır. Asimptotik özgürlüğün bozulmasıyla KRD boşluğunda pertürbatif olmayan etkiler oluşur. Bunlar, kuark ve gluon yoğunluk işlemcilerinin boşluktaki sıfırdan farklı değerleri olarak ortaya çıkar.

KRD toplam kuralları çerçevesinde, hadronlar ara kesit (interpolating) kuark akımları ile temsil edilir. Yaklaşımındaki temel amaç; bu ara kesit kuark akımları cinsinden ifade edilen bir ilişkilendirme fonksiyonu oluşturmaktır. Oluşturulan ilişkilendirme fonksiyonunun buradaki görevi, kuarkların boşluğun sıfır noktasından uzay-zamanın belirli bir x noktasına kadar olan davranışlarını incelemektir.

Ara kesit akımlarının Fourier dönüşümü uygulanmış ilişkilendirme fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\Pi(q^2) = i^2 \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T[J(x) \bar{J}(0)] | 0 \rangle \quad (3.1)$$

Bu ifade iki nokta ilişkilendirme fonksiyonu adını alır ve KRD toplam kurallarının temelini oluşturur. Burada $|0\rangle$ pertürbatif olmayan vakumu, $J(x)$ ara kesit akımını (alanını) ve T soldan sağa zaman sıralama operatörünü temsil etmektedir. Hadronun kuantum sayılarına bağlı olarak mezonların ara kesit akımları, kuark alan operatörleri cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}
J^{PC} = 0^{++} & \quad J_s = \bar{\psi}_i \psi_j & \text{Skaler mezon} \\
J^{PC} = 0^{-+} & \quad J_p = \bar{\psi}_i \gamma_5 \psi_j & \text{Sözde skaler mezon} \\
J^{PC} = 1^{-} & \quad J_v = \bar{\psi}_i \gamma_\mu \psi_j & \text{Vektör mezon} \\
J^{PC} = 1^{++} & \quad J_A = \bar{\psi}_i \gamma_\mu \gamma_5 \psi_j & \text{Aksiyal- vektör mezon}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Burada J açısal momentumu, P pariteyi, C yük eşleneğini, ψ kuark alanını, γ ise Dirac-gama matrislerini temsil etmektedir.

Eşitlik (3.1)'deki ilişkilendirme fonksiyonunu hesaplamak için KRD toplam kuralları çerçevesinde iki farklı yol izlenir:

- 1- Oluşturulan ilişkilendirme fonksiyonu, derin Öklid bölgesinde uzun ve kısa mesafe kuark-gluon etkileşimlerini birbirinden ayıran, işlemci çarpım açılımı (OPE) çerçevesinde ele alınır. Önce KRD pertürbasyon teorisi ile hesaplanan nicelikler, daha sonra vakum yoğunlaşmaları cinsinden tanımlanır. Böylece kuark ve gluon serbestlik dereceleri kullanılarak ilişkilendirme fonksiyonunun KRD ya da teorik adı verilen kısmı elde edilmiş olur.
- 2- İlişkilendirme fonksiyonu, hadronik durumların arasına tam setler yerleştirilerek hadronik parametreler cinsinden yazılır. Böylece hadronik serbestlik dereceleri kullanılarak ilişkilendirme fonksiyonunun fiziksel ya da fenomenolojik adı verilen kısmı elde edilmiş olur.

KRD nicelikleri, dispersiyon bağıntısı yoluyla aynı ilişkilendirme fonksiyonunun bu iki kısmından gelen elverişli yapıların katsayıları eşitlenerek elde edilir. Borel dönüşümü ise süreklilikten ve yüksek mertebelerden gelen katkıları bastırmak için

uygulanır; böylelikle bu iki temsilin eşleşmesini sağlar. Bu yolla kütle hesabı, leptonik bozunum sabiti, etkileşme sabiti ve form faktör gibi hadronik nicelikler hesaplanabilmektedir. Bu çalışmalardan birkaçı [53, 54, 55, 56]' dan görülebilir.

3.2. Borel Dönüşümü

İlişkilendirme fonksiyonunun fiziksel parametrelerin fonksiyonu olan fiziksel kısmı ile q^2 , α_s , kuark kütlesi ve operatörlerin vakum beklenen değerlerinin fonksiyonu olan KRD kısmı elde edildikten sonra bu iki temsil eşitlenir. Fakat bu aşamada KRD kısmında yüksek boyutlu operatörlerden gelen katkılar yeterli düzeyde bastırılmamış ve fiziksel kısmında kütle spektrumu en düşük kütle seviyesine indirgenememiştir. Bu amaçla her iki kısma Borel dönüşümü adı verilen yöntem uygulanır. Borel dönüşümü yönteminin amacı Q^2 'ye göre yeteri kadar türev almaktır. Q^2 değeri arttığında türev sayısı n de keyfi olarak artar. $Q^2 \rightarrow \infty$ durumu ortaya çıktığında, sonsuz kere türev alarak sonsuzluktan ve süreklilikten gelen katkılar bastırılmış olur. Bu durumda $\frac{Q^2}{n} \equiv M^2$ limiti seçilebilir ve Q^2 yerine Borel kütlesi adı verilen yeni bir M^2 değişkeni kullanılır [48].

Borel dönüşümü;

$$B_{M^2} \Pi(Q^2) = \lim_{\substack{Q^2, n \rightarrow \infty \\ \frac{Q^2}{n} \rightarrow M^2}} \frac{(Q^2)^{n+1}}{n!} \left(\frac{d}{dQ^2} \right)^n \Pi(Q^2) \quad (3.3)$$

şeklinde tanımlanır. Bazı fonksiyonların Borelleri için eşitlik (3.3) kullanılarak aşağıdaki eşitlikler elde edilebilir:

$$B_{M^2} (Q^2)^n = 0 \quad n \geq 0 \quad (3.4)$$

$$B_{M^2} \frac{1}{(m^2 - Q^2)^n} = \frac{1}{(n-1)!} \frac{1}{(M^2)^{n-1}} e^{-\frac{m^2}{M^2}} \quad (3.5)$$

$$B_{M^2} (e^{-\alpha Q^2}) = \delta \left(\frac{1}{M^2} - \alpha \right) \quad (3.6)$$

[52]. Kütle ve leptonik bozunum sabiti hesaplamalarında kullanılan Borel dönüşümünün genel ifadesi;

$$B \frac{1}{(p^2 - m^2)^s} \rightarrow (-1)^s \frac{1}{\Gamma(s)} e^{-\frac{m^2}{M^2}} \frac{1}{(M^2)^{s-1}} \quad (3.7)$$

dir. Etkileşme sabiti hesaplamalarında kullanılan çift Borel dönüşümünün genel ifadesi ise;

$$B \frac{1}{(p^2 - m_1^2)^s (p'^2 - m_2^2)^n} \rightarrow (-1)^{s+n} \frac{1}{\Gamma(s)} \frac{1}{\Gamma(n)} e^{-\frac{m_1^2}{M^2}} e^{-\frac{m_2^2}{M'^2}} \frac{1}{(M^2)^{s-1}} \frac{1}{(M'^2)^{n-1}} \quad (3.8)$$

şeklindedir. Burada M ve M' sırasıyla p^2 ve p'^2 'ye karşılık gelen Borel kütle parametrelerini temsil eder.

3.3. İşlemci Çarpım Açılımı (OPE)

İlişkilendirme fonksiyonunun KRD kısmı kuark-gluon parametreleri cinsinden, derin Öklid bölgesinde ($Q^2 = -q^2 \gg \Lambda_{KRD}^2$) işlemci çarpım açılımı (OPE) yardımı ile hesaplanabilir.

OPE ile kısa mesafeler için farklı mesafelerdeki iki ya da üç yerel olmayan işlemcinin zaman sıralı çarpımı, uzay-zamana bağlı katsayılar ile yerel operatörler cinsinden açılır. Bu açılım;

$$T\{J(x)\bar{J}(0)\} = \sum_d C_d(x^2) O_d \quad (3.9)$$

şeklindedir.

Burada $C_d(x^2)$ pertürbasyon teorisi kullanılarak elde edilebilen Wilson katsayılarını, O_d ise boyutlarına göre sıralanan yerel operatör setini temsil etmektedir. $C_d(x^2)$ katsayıları kısa mesafelerden gelen katkıları, O_d yerel operatörleri ise uzun mesafelerden gelen katkıları içerir. Böylece kısa ve uzun mesafe kuark-gluon işlemcileri ayırt edilmiş olur [57].

En düşük boyutlu (d=0) operatör, perturbatif katkıdan gelen birim operatördür. KRD'de düşük boyutlarda (d=1,2) renksiz operatör yoktur. Diğer 3,4,5 ve 6 boyutlu operatörler ise;

$$\begin{aligned}
 d=3 & \quad O_3 = \bar{\psi} \psi \\
 d=4 & \quad O_4 = m \bar{\psi} \psi \\
 d=4 & \quad O_4 = G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \\
 d=5 & \quad O_5 = \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda^a}{2} G^{a\mu\nu} \psi \\
 d=6 & \quad O_6^\psi = (\bar{\psi} \Gamma_r \psi) (\bar{\psi} \Gamma_s \psi) \\
 d=6 & \quad O_6^G = f_{abc} G_\sigma^{bv} G^{c\sigma\mu}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

şeklindedir.

4. KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE MEZONLARIN ETKİLEŞME SABİTİ HESAPLARI

4.1. Fiziksel Analiz

İki nokta ilişkilendirme fonksiyonu, hadronların kütle ve bozunum sabiti gibi parametrelerini tanımlamak için kullanılır. Bu fonksiyon geçiş genliği ve dallanma oranı gibi nicelikleri hesaplamak için genelleştirilebilir. Bu amaçla üç nokta ilişkilendirme fonksiyonu, üç nokta KRD toplam kuralları çerçevesinde $D_s DK_0^*[B_s BK_0^*]$ köşesi için aşağıdaki şekilde yazılmaktadır [58]:

$$\Pi_{Fiz}^{D[B]}(p', q^2) = i^2 \int d^4x d^4y e^{ip' \cdot x} e^{iq \cdot y} \langle 0 | T(J^{K_0^*}(x) J^{D[B]}(y) J^{D_s[B_s]}(0)) | 0 \rangle \quad (4.1)$$

ve

$$\Pi_{Fiz}^{K_0^*(800)[K_0^*(1430)]}(p', q^2) = i^2 \int d^4x d^4y e^{ip' \cdot x} e^{iq \cdot y} \langle 0 | T(J^{D[B]}(x) J^{K_0^*}(y) J^{D_s[B_s]}(0)) | 0 \rangle \quad (4.2)$$

(4.1) eşitliği $D[B]$ mezonunun sanal (geçiş) olduğu durumu, (4.2) eşitliği ise $K_0^*(800)[K_0^*(1430)]$ mezonunun sanal olduğu durumu gösteren ilişkilendirme fonksiyonlarıdır. Burada T soldan sağa zaman sıralama operatörünü ve $q = p - p'$ transfer momentumunu temsil eder.

Hesaplamalarda kullanılan ara geçiş akımları ise aşağıdaki gibidir:

$$J^{K_0^*(800)[K_0^*(1430)]}(x) = \bar{s}(x) U c[b](x)$$

$$J^{D[B]}(y) = \bar{u}(y) \gamma_5 c[b](y) \quad (4.3)$$

$$J^{D_s[B_s]}(0) = \bar{s}(0) \gamma_5 c[b](0)$$

(4.1) eşitliğinde tanımlanan $D[B]$ mezonunun sanal olduğu durumdaki ilişkilendirme fonksiyonunun fiziksel kısmını hesaplamak için; (4.1) eşitliğindeki matris elemanlarının arasına D , D_s ve $K_0^*(800)[K_0^*(1430)]$ durumlarına karşılık gelen ara geçiş akımlarıyla aynı kuantum sayılarına sahip tam setler yerleştirilir. Daha sonra x ve y üzerinden 4 boyutlu integral alınarak;

$$\begin{aligned} \Pi^{D[B]}(p', q^2) = & \frac{\langle 0 | J^{K_0^*} | K_0^*(p') \rangle \langle 0 | J^{D[B]} | D[B](q) \rangle \langle K_0^*(p') | D[B](q) | D_s[B_s](p) \rangle \langle D_s[B_s](p) | J^{D_s[B_s]} | 0 \rangle}{(q^2 - m_{D[B]}^2)(p^2 - m_{D_s[B_s]}^2)(p'^2 - m_{K_0^*}^2)} \\ & + \dots \end{aligned} \quad (4.4)$$

eşitliği elde edilir.

Burada ‘...’ süreklilikten ve yüksek mertebelerden gelen katkıları göstermektedir.

Yukarıdaki eşitlikte görülen matris elemanları kütle, leptonik bozunum sabitleri ve etkileşme sabitleri gibi hadronik parametreler cinsinden aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$\begin{aligned} \langle 0 | J^{K_0^*} | K_0^*(p') \rangle &= m_{K_0^*} f_{K_0^*} \\ \langle 0 | J^{D[B]} | D[B](q) \rangle &= i \frac{m_{D[B]}^2 f_{D[B]}}{m_{c[b]} + m_u} \\ \langle D_s[B_s](p) | J^{D_s[B_s]} | 0 \rangle &= i \frac{m_{D_s[B_s]}^2 f_{D_s[B_s]}}{m_{c[b]} + m_s} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\langle K_0^*(p') | D[B](q) | D_s[B_s](p) \rangle = g_{D_s D K_0^* [B_s B K_0^*]}^{D[B]} p \cdot p'$$

Burada $g_{D_s D K_0^* [B_s B K_0^*]}$, $D_s D K_0^* [B_s B K_0^*]$ köşesi için etkileşme sabiti, m mezon kütlesi, f ise mezonun leptonik bozunum sabitidir. Böylece $D[B]$ mezonunun sanal olduğu durum için ilişkilendirme fonksiyonunun fiziksel kısmı;

$$\Pi^{D[B]}(p', p) = g_{D_s D K_0^* [B_s B K_0^*]}^{D[B]}(q^2) \frac{f_{D_s [B_s]} f_{D[B]} f_{K_0^*} \frac{m_{D[B]}^2}{m_{c[b]} + m_u} \frac{m_{D_s [B_s]}^2}{m_{c[b]} + m_s} m_{K_0^*}}{2(q^2 - m_{D[B]}^2)(p^2 - m_{D_s [B_s]}^2)(p'^2 - m_{K_0^*}^2)} (m_{D_s [B_s]}^2 + m_{K_0^*}^2 - q^2) + \dots \quad (4.6)$$

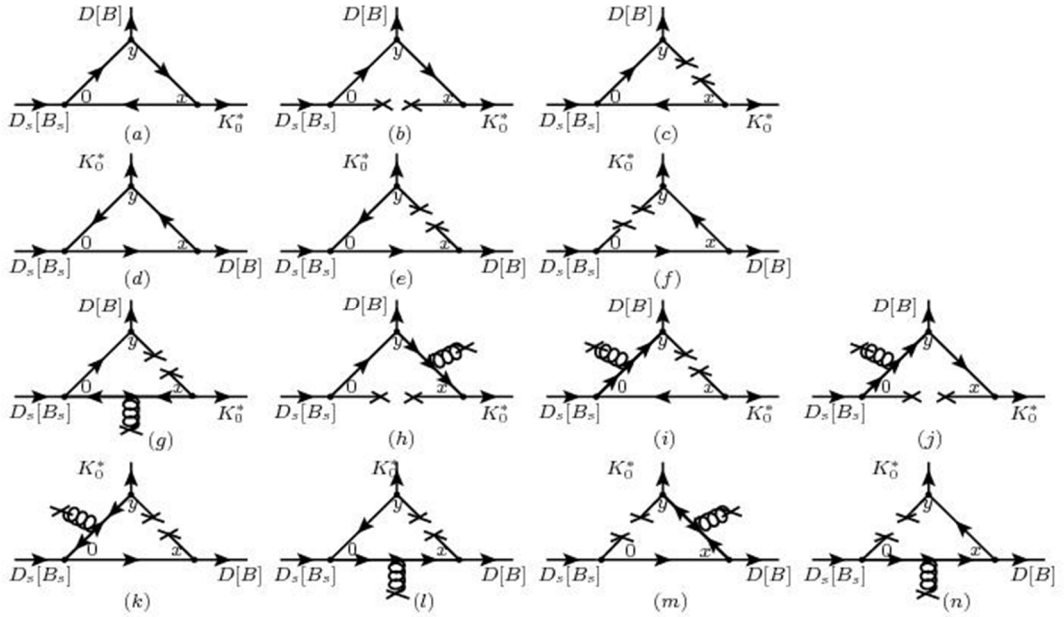
şeklinde elde edilir.

Aynı işlemler $K_0^*(800)[K_0^*(1430)]$ mezonunun sanal olduğu durum için yapılırsa,

ilişkilendirme fonksiyonunun fiziksel kısmı;

$$\Pi^{K_0^*}(p', p) = g_{D_s D K_0^* [B_s B K_0^*]}^{K_0^*}(q^2) \frac{f_{D_s [B_s]} f_{D[B]} f_{K_0^*} \frac{m_{D[B]}^2}{m_{c[b]} + m_u} \frac{m_{D_s [B_s]}^2}{m_{c[b]} + m_s} m_{K_0^*}}{2(q^2 - m_{K_0^*}^2)(p^2 - m_{D_s [B_s]}^2)(p'^2 - m_{D[B]}^2)} (m_{D_s [B_s]}^2 + m_{K_0^*}^2 - q^2) + \dots \quad (4.7)$$

şeklinde elde edilir.



Şekil 4.1: (a) ve (d): sırasıyla $D[B]$ ve $K_0^*(800)[K_0^*(1430)]$ mezonlarının sanal olduğu durum için yalın ilmek diyagramları; (b) ve (c): $D[B]$ mezonunun sanal olduğu durum için kuark yoğunlaşmalarına karşılık gelen diyagramlar; (e) ve (f): $K_0^*(800)[K_0^*(1430)]$ mezonlarının sanal olduğu durum için kuark yoğunlaşmalarına karşılık gelen diyagramlar; (g), (h), (i) ve (j): $D[B]$ mezonunun sanal olduğu durum için kuark-gluon yoğunlaşmalarına karşılık gelen diyagramlar; (k), (l), (m) ve (n): $K_0^*(800)[K_0^*(1430)]$ mezonlarının sanal olduğu durum için kuark-gluon yoğunlaşmalarına karşılık gelen diyagramlar

İlişkilendirme fonksiyonunun fiziksel kısmı hesaplandıktan sonra derin Öklid uzayında ($p^2 \rightarrow -\infty$ ve $p'^2 \rightarrow -\infty$) ilişkilendirme fonksiyonunun KRD kısmı hesaplanır.

$D[B]$ ve $K_0^*(800)[K_0^*(1430)]$ mezonlarının sanal olduğu durumlar için yazılan ilişkilendirme fonksiyonlarının KRD kısmı pertürbatif ve pertürbatif olmayan kısımların toplamları şeklinde aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\Pi_{KRD}(p', p) = \Pi_{per} + \Pi_{nonper} \quad (4.8)$$

İlişkilendirme fonksiyonunun pertürbatif kısmı, çift dispersiyon integrali cinsinden;

$$\Pi_{per} = -\frac{1}{4\pi} \int ds' \int ds \frac{\rho(s, s', q^2)}{(s-p^2)(s'-p'^2)} + \text{çık.ter.} \quad (4.9)$$

ifadesiyle hesaplanır. Burada $\rho(s, s', q^2)$ spektral yoğunluk adını alır ve hadronun spektral özelliklerini barındırır.

Spektral yoğunluğu elde etmek için Şekil 4.1'deki (a) ve (d) çıplak ilmek diyagramlarının hesaplanması gerekir. Bu diyagramların hesaplamalarının ayrıntıları Ek.B'de verilmiştir. Ek.B'de açıkça görülen hesaplamalar yapıldıktan sonra, sırasıyla sanal $D[B]$ ve K_0^* mezonları ile ilişkili $D_s DK_0^*[B_s BK_0^*]$ köşesi için spektral yoğunluk;

$$\rho^{D[B]}(s, s', q^2) = \frac{N_c}{2\lambda^{1/2}(s, s', q^2)} \left[m_s(m_u(m_s+m_u)-q^2) - sm_u - m_{c[b]}((m_s+m_u)^2 - s' - m_{c[b]}(m_s+m_u)) \right] \quad (4.10)$$

ve

$$\rho^{K_0^*}(s, s', q^2) = \frac{N_c}{2\lambda^{1/2}(s, s', q^2)} \left[m_s s' + m_{c[b]}((m_s+m_u)^2 - q^2) - m_{c[b]}^2(m_s+m_u) + m_u(s - m_s(m_s+m_u)) \right] \quad (4.11)$$

şeklinde elde edilir. Burada $\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ac - 2bc - 2ab$ ve $N_c = 3$ renk sayıdır.

KRD kısmından gelen pertürbatif olmayan katkıları hesaplamak için, Şekil 4.1'deki (b), (c), (e), (f), (g), (h), (i), (j), (k), (l), (m) ve (n) yoğunlaşma diyagramları dikkate alınır. Ağır kuark yoğunlaşmalarından gelen katkılar, ağır kuark kütesinin tersi ile orantılı olduğundan çok küçüktür. Bu sebeple hesaplamalarda göz önüne alınmamıştır. (c), (e), (f), (g), (i), (k), (l), (m) ve (n) diyagramlarından katkı gelmemektedir. Çünkü p^2 ve p'^2 değişkenlerine göre uygulanan çift Borel dönüşümü, bu diyagramların hesaplamalarında yalnızca tek değişken baskın olduğu için bu katkıları yok eder. Dolayısıyla sanal $D[B]$ için Şekil 4.1'de yalnızca (b), (h) ve (j) diyagramlarından pertürbatif olmayan katkılar gelmektedir. Bu diyagramların ayrıntılı hesaplamaları Ek.B'de verilmiştir. Bu tür diyagramlar hesaplandığında sonuç;

$$\begin{aligned} \Pi_{nonper}^{D[B]} = \frac{\langle \bar{s}s \rangle}{2} & \left[\frac{2m_{c[b]}m_u - m_{c[b]}^2 - m_u^2 + q^2}{(p^2 - m_{c[b]}^2)(p'^2 - m_u^2)} - \frac{1}{(p^2 - m_{c[b]}^2)} - \frac{1}{(p'^2 - m_u^2)} \right. \\ & + \frac{m_0^2(4m_{c[b]}m_u - m_{c[b]}^2 - m_u^2 + q^2)}{4(p^2 - m_{c[b]}^2)^2(p'^2 - m_u^2)} - \frac{m_0^2}{4(p^2 - m_{c[b]}^2)(p'^2 - m_u^2)} \\ & - \frac{m_0^2}{4(p^2 - m_{c[b]}^2)^2} + \frac{m_0^2(m_{c[b]}^2 + m_u^2 - 4m_{c[b]}m_u - q^2)}{4(p^2 - m_{c[b]}^2)(p'^2 - m_u^2)^2} + \frac{m_0^2}{4(p^2 - m_{c[b]}^2)^2} \\ & \left. + \frac{m_0^2}{4(p^2 - m_{c[b]}^2)(p'^2 - m_u^2)} \right] \end{aligned} \quad (4.12)$$

şeklinde elde edilir. Artık hem fiziksel kısma, hem de KRD kısmına $p^2 \rightarrow (p^2 - M^2)$ ve $p'^2 \rightarrow (p'^2 - M'^2)$ şeklinde ilişkilendirilen çift Borel dönüşümü uygulanabilir ve daha sonra bu iki gösterimden seçilen yapıların katsayıları eşitlenebilir. Kullanılan Borel dönüşümünün genel ifadesi (3.8) eşitliğinde verilmiştir. Sonuç olarak $D[B]$ sanal durumundaki $D_s DK_0^* [B_s BK_0^*]$ köşesi için etkileşme sabitine karşılık gelen toplam kuralları;

$$\begin{aligned}
g_{D_s DK_0^*[B_s BK_0^*]}^{D[B]}(q^2) &= \frac{2(q^2 - m_D^2)(m_{c[b]} + m_u)(m_{c[b]} + m_s)}{m_{D_s}^2 m_D^2 m_{K_0^*}^2 f_{D_s} f_D f_{K_0^*} (m_{D_s}^2 + m_{K_0^*}^2 - q^2)} e^{\frac{m_{D_s}^2}{M^2}} e^{\frac{m_{K_0^*}^2}{M^2}} \\
&\left[\frac{1}{4\pi^2} \int_{(m_{c[b]}+m_s)^2}^{s_0} ds \int_{(m_s+m_u)^2}^{s_0'} ds' \rho^{D[B]}(s, s', q^2) \theta[1 - (f^{D[B]}(s, s'))^2] \right. \\
&\left. \frac{e^{-\frac{s}{M^2}}}{e^{\frac{s}{M^2}}} \frac{e^{-\frac{s'}{M^2}}}{e^{\frac{s'}{M^2}}} + B \Pi_{nonper}^{D[B]} \right] \quad (4.13)
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned}
B \Pi_{nonper}^{D[B]} &= \frac{\langle \bar{s}s \rangle}{2} \left[q^2 - (m_{c[b]} - m_u)^2 + \frac{m_0^2}{4M^2 M'^2} (m_{c[b]}^2 (M^2 + M'^2) \right. \\
&- 4m_{c[b]}(m_s M^2 + m_u M'^2) + M^2(m_u^2 - q^2) \\
&\left. + M'^2(-2M^2 + m_u^2 + q^2) e^{-\frac{m_{c[b]}^2}{M^2}} e^{-\frac{m_u^2}{M'^2}} \right] \quad (4.14)
\end{aligned}$$

şeklinde tanımlanan pertürbatif olmayan kısmın Borel dönüşümünden sonra K_0^* sanal durumunda $D_s DK_0^*[B_s BK_0^*]$ köşesi için elde edilen etkileşme sabiti ise;

$$\begin{aligned}
g_{D_s DK_0^*[B_s BK_0^*]}^{K_0^*}(q^2) &= \frac{2(q^2 - m_{K_0^*}^2)(m_{c[b]} + m_u)(m_{c[b]} + m_s)}{m_{D_s}^2 m_D^2 m_{K_0^*}^2 f_{D_s} f_D f_{K_0^*} (m_{D_s}^2 + m_D^2 - q^2)} e^{-\frac{m_{D_s}^2}{M^2}} e^{-\frac{m_D^2}{M'^2}} \\
&\left[\frac{1}{4\pi^2} \int_{(m_{c[b]}+m_s)^2}^{s_0} ds \int_{(m_{c[b]}+m_u)^2}^{s_0'} ds' \rho^{K_0^*}(s, s', q^2) \theta[1 - (f^{K_0^*}(s, s'))^2] e^{-\frac{s}{M^2}} e^{-\frac{s'}{M'^2}} \right] \quad (4.15)
\end{aligned}$$

şeklinde dir. K_0^* sanal durumunda Borel dönüşümlerinden sonra pertürbatif olmayan katkı gelmemektedir.

(4.14) ve (4.15) eşitliklerindeki pertürbatif kısımların integral bölgeleri, Cutkovsky kuralından gelen üç bağımsız değişken ‘ δ ’ fonksiyonunun kendiliğinden yok olmasının gerekliliği kullanılarak hesaplanır. Böylece fiziksel bölgede s ve s' ’nün birbirlerine bağımlılığı $D[B]$ ve K_0^* sanal durumları için sırasıyla aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$-1 \leq f^{D[B]}(s, s') = \cos \theta = \frac{2s(m_s^2 - m_u^2 + s') + (m_{c[b]}^2 - m_s^2 - s)(-q^2 + s + s')}{\lambda^{1/2}(m_{c[b]}^2, m_s^2, s) \lambda^{1/2}(s, s', q^2)} \leq 1 \quad (4.16a)$$

$$-1 \leq f^{K_0^*}(s, s') = \cos \theta = \frac{2s(-m_{c[b]}^2 + m_u^2 - s') + (m_{c[b]}^2 - m_s^2 + s)(-q^2 + s + s')}{\lambda^{1/2}(m_{c[b]}^2, m_s^2, s) \lambda^{1/2}(s, s', q^2)} \leq 1 \quad (4.16b)$$

Spektral yoğunluğa süreklilikten gelen katıklar, belirli bir süreklilik eşik değeri altında yok olur. Bu eşğin üzerinde spektral yoğunluğa gelen katıklar OPE ile elde edilen sonuçlarla verilir. Kuark-hadron ikililiği adı verilen bu durumda yeteri kadar yüksek s değeri için asimptotik özgürlük durumu beklenir. Spektral yoğunluğa süreklilikten gelen bu katkı;

$$\rho^{\text{yüksek mertebeler}}(s, s') = \rho^{OPE}(s, s') \theta(s - s_0) \theta(s' - s_0') \quad (4.17)$$

ile hesaplanır. 1. veya 2. uyarılmış seviyeye bağlı olan s_0 değerinin seçimi keyfidir. s_0 değeri seçilirken bu uyarılmış seviye bölgesinin etrafında Borel kütle parametresine göre bir kararlılık olması şartı aranır. s_0 değeri genelde $(m_{\text{mezon}} + 0.3)^2 \leq s_0 \leq (m_{\text{mezon}} + 0.7)^2$ aralığında seçilmektedir. Ancak son dönemlerde standart prosedürün gerçeğe ilişkin hataları sunmadığına inanılmaktadır ve Borel kütle parametresine bağlı olan süreklilik eşığı s ile q^2 birtakım belirsizliklere neden olmaktadır [59].

4.2. Nümerik Analiz

Tablo 4.1: Hesaplamalarda kullanılan nümerik değerler

$m_{K_0^*(800)} = 672 \pm 40 \text{ MeV}$	[60]	$m_s = 0.14 \text{ GeV}$	[61]
$m_{K_0^*(1430)} = 1425 \pm 50 \text{ MeV}$	[60]	$m_u = 0$	[62]
$m_{D_s} = 1864.83 \pm 0.14 \text{ MeV}$	[60]	$f_{D_s} = (282 \pm 44(\text{stat}) \pm 41(\text{syst})) \text{ MeV}$	[62]
$m_{D_s} = 1968.47 \pm 0.33 \text{ MeV}$	[60]	$f_{D_s} = (202 \pm 41 \pm 17) \text{ MeV}$	[63]
$m_B = 5279.50 \pm 0.30 \text{ MeV}$	[60]	$f_{K_0^*(800)}(1 \text{ GeV}) = (340 \pm 20) \text{ MeV}$	[64]
$m_{B_s} = 5366.3 \pm 0.6 \text{ MeV}$	[60]	$f_{K_0^*(1430)}(1 \text{ GeV}) = (445 \pm 50) \text{ MeV}$	[64]
$m_c = 1.3 \text{ GeV}$	[61]	$f_{B_s} = 196 \text{ MeV}$	[65]
$m_b = 4.7 \text{ GeV}$	[61]	$f_B = 172 \text{ MeV}$	[65]

Çalışma bölgesinde elde edilen etkileşme sabiti fonksiyonunun, tüm fiziksel bölgede geçerli olması için elde edilen fonksiyona $Q^2 = -q^2$ 'ye göre fit fonksiyonu uygulanır. Fit fonksiyonu olarak aşağıda tanımlanan Boltzman fonksiyonu kullanılmıştır:

$$g_{fit}(Q^2) = A_1 + \frac{A_2}{1 + \exp\left[\frac{Q^2 - x_0}{\Delta x}\right]} \quad (4.18)$$

Etkileşme sabitleri için A_1, A_2, x_0 ve Δx parametrelerinin değerleri Tablo 4.2'de gösterilmiştir.

Tablo 4.2: $D_s DK_0^*(800)$, $D_s DK_0^*(1430)$, $B_s BK_0^*(800)$ ve $B_s BK_0^*(1430)$ köşelerinin etkileşme sabitleri için görülen parametreler

	A_1	A_2	x_0	Δx
$g_{D_s DK_0^*(800)}^D(Q^2)$	3.468	-2.741	8.067	4.995
$g_{D_s DK_0^*(800)}^{K_0^*(800)}(Q^2)$	-0.024	0.772	5.723	1.257
$g_{D_s DK_0^*(1430)}^D(Q^2)$	4.712	-3.818	24.863	10.985
$g_{D_s DK_0^*(1430)}^{K_0^*(1430)}(Q^2)$	-0.022	0.772	4.729	1.673
$g_{B_s BK_0^*(800)}^B(Q^2)$	4.151	-1.932	13.842	12.149
$g_{B_s BK_0^*(800)}^{K_0^*(800)}(Q^2)$	-0.017	0.547	5.431	1.121
$g_{B_s BK_0^*(1430)}^B(Q^2)$	2.055	-0.207	11.239	5.084
$g_{B_s BK_0^*(1430)}^{K_0^*(1430)}(Q^2)$	-0.004	0.255	4.819	1.146

Etkileşme sabitleri form faktörlerin $Q^2 = -m_{mezon}^2$ noktasındaki değerleri olarak tanımlanır. [24] $Q^2 = -m_{mezon}^2$ ifadesi kullanılarak $D_s DK_0^*(800)$, $D_s DK_0^*(1430)$, $B_s BK_0^*(800)$ ve $B_s BK_0^*(1430)$ köşeleri için elde edilen etkileşme sabiti sonuçları sırasıyla Tablo 4.3-4.6'da verilmiştir.

Tablo 4.3: $g_{D_s DK_0^*(800)}$ etkileşme sabitinin GeV^{-1} biriminde değeri. Ortalama değer $Q^2 = -m_D^2$ ve $Q^2 = -m_{K_0^*(800)}^2$ için elde edilen sonuçların aritmetik ortalamasını ifade eder

	$Q^2 = -m_D^2$	$Q^2 = -m_{K_0^*(800)}^2$	Ortalama
$g_{D_s DK_0^*(800)}$	0.97 ± 0.02	0.74 ± 0.05	0.85 ± 0.08

Tablo 4.4: $g_{D_s DK_0^*(1430)}$ etkileşme sabitinin GeV^{-1} biriminde değeri

	$Q^2 = -m_D^2$	$Q^2 = -m_{K_0^*(1430)}^2$	Ortalama
$g_{D_s DK_0^*(1430)}$	1.16 ± 0.12	0.49 ± 0.07	0.83 ± 0.09

$D_s DK_0^*(800)$ ve $D_s DK_0^*(1430)$ etkileşme sabitleri için bulunan sonuçlar birbirleriyle uyumludur. Aynı durum $B_s BK_0^*(800)$ ve $B_s BK_0^*(1430)$ etkileşme sabiti değerleri için de geçerlidir.

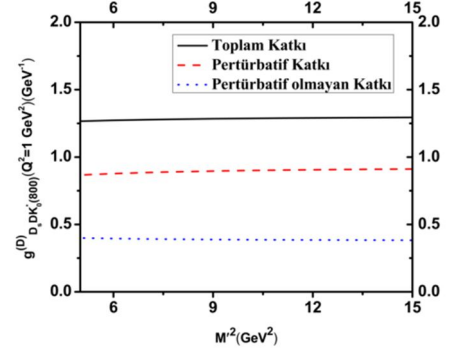
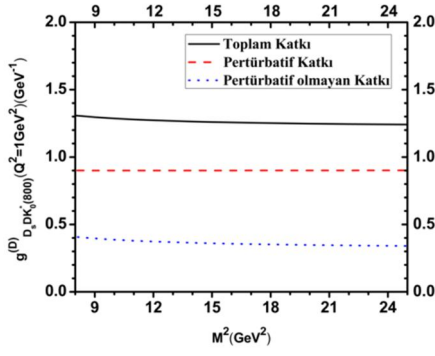
Tablo 4.5: $g_{B_s BK_0^*(800)}$ etkileşme sabitinin GeV^{-1} biriminde değeri

	$Q^2 = -m_B^2$	$Q^2 = -m_{K_0^*(800)}^2$	Ortalama
$g_{B_s BK_0^*(800)}$	2.28 ± 0.18	0.53 ± 0.09	1.41 ± 0.21

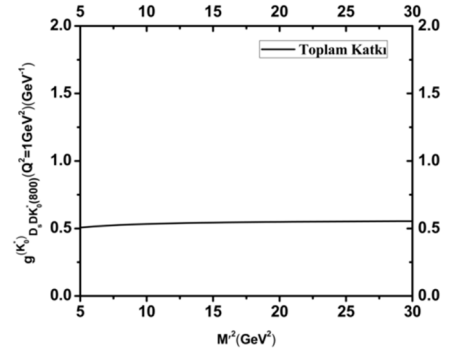
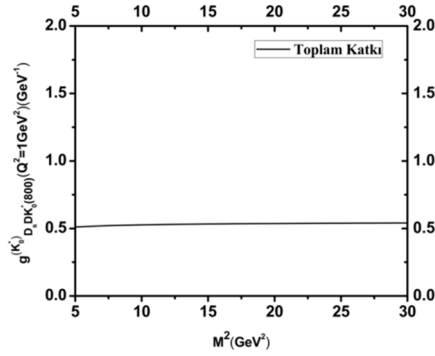
Tablo 4.6: $g_{B_s BK_0^*(1430)}$ etkileşme sabitinin GeV^{-1} biriminde değeri

	$Q^2 = -m_B^2$	$Q^2 = -m_{K_0^*(1430)}^2$	Ortalama
$g_{B_s BK_0^*(1430)}$	1.85 ± 0.53	0.25 ± 0.04	1.05 ± 0.32

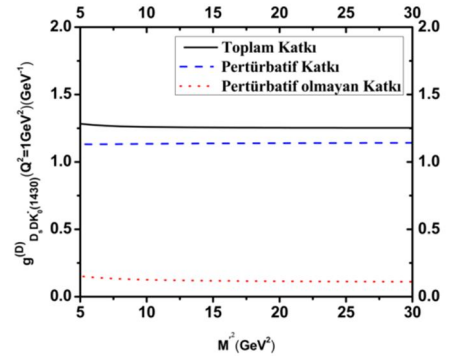
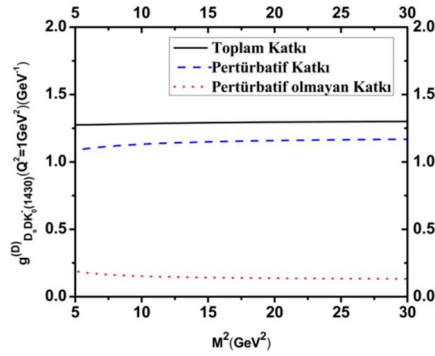
Şekil 4.2-4.5'de, etkileşme sabitlerinin Borel kütle parametrelerine bağlı grafikleri verilmektedir. Grafiklerden, etkileşme sabitlerinin Borel kütle parametresine göre kararlı olduğu bölgeler görülmektedir.



Şekil 4.2: Sol: $M'^2 = 5 GeV^2$ değerinde Borel kütle parametresi M^2 , nin fonksiyonu olarak $g_{D_s D K_0^*(800)}^{(D)} (Q^2 = 1 GeV^2)$ grafiği. Sağ: $M'^2 = 10 GeV^2$ değerinde Borel kütle parametresi M^2 , nin fonksiyonu olarak $g_{D_s D K_0^*(800)}^{(D)} (Q^2 = 1 GeV^2)$ grafiği. Süreklilik eşiği değerleri için $s_0 = 6.09 GeV^2$ ve $s'_0 = 1.37 GeV^2$ kullanılmıştır

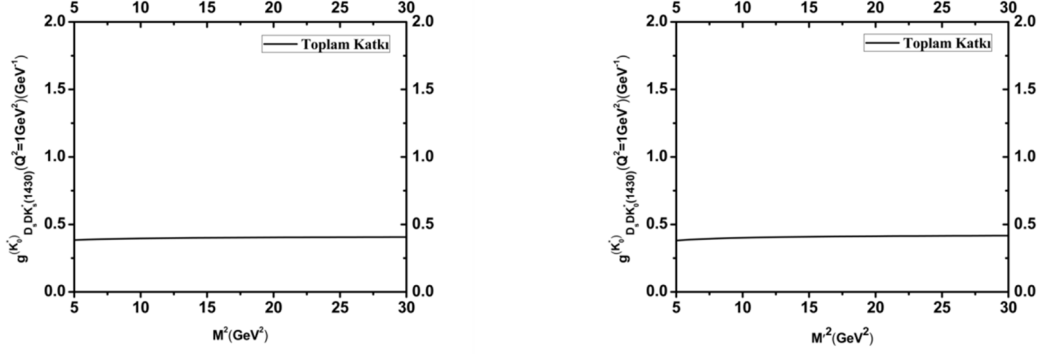


Şekil 4.3: Sol: $M'^2 = 10 GeV^2$ değerinde Borel kütle parametresi M^2 , nin fonksiyonu olarak $g_{D_s D K_0^*(800)}^{(K_0^*)} (Q^2 = 1 GeV^2)$ grafiği. Sağ: $M'^2 = 15 GeV^2$ değerinde Borel kütle parametresi M^2 , nin fonksiyonu olarak $g_{D_s D K_0^*(800)}^{(K_0^*)} (Q^2 = 1 GeV^2)$ grafiği. Süreklilik eşiği değerleri için $s_0 = 6.09 GeV^2$ ve $s'_0 = 5.59 GeV^2$ kullanılmıştır



Şekil 4.4: Sol: $M'^2 = 5 GeV^2$ değerinde Borel kütle parametresi M^2 , nin fonksiyonu olarak $g_{D_s D K_0^*(1430)}^{(D)} (Q^2 = 1 GeV^2)$ grafiği. Sağ: $M'^2 = 10 GeV^2$ değerinde Borel kütle

parametresi M'^2 'nin fonksiyonu olarak $g_{D_s D K_0^*(1430)}^{(D)} (Q^2 = 1 \text{ GeV}^2)$ grafiği. Süreklilik eğiği değerleri için $s_0 = 6.09 \text{ GeV}^2$ ve $s'_0 = 3.71 \text{ GeV}^2$ kullanılmıştır



şekil 4.5: Sol: $M'^2 = 10 \text{ GeV}^2$ değerinde Borel kütle parametresi M^2 'nin fonksiyonu olarak $g_{D_s D K_0^*(1430)}^{(K_0^*)} (Q^2 = 1 \text{ GeV}^2)$ grafiği. Sağ: $M'^2 = 15 \text{ GeV}^2$ değerinde Borel kütle parametresi M'^2 'nin fonksiyonu olarak $g_{D_s D K_0^*(1430)}^{(K_0^*)} (Q^2 = 1 \text{ GeV}^2)$ grafiği. Süreklilik eğiği değerleri için $s_0 = 6.09 \text{ GeV}^2$ ve $s'_0 = 5.59 \text{ GeV}^2$ kullanılmıştır

5. KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE AKSİYAL-VEKTÖR MEZONLARIN KÜTLE VE LEPTONİK BOZUNUM SABİTİ HESAPLARI

5.1 KRD Toplam Kuralları Yöntemi ile Hafif Aksiyal-Vektör Mezonların Kütle ve Leptonik Bozunum Sabiti Hesapları

5.1.1. Fiziksel analiz

İki nokta KRD toplam kuralları yöntemi ile mezonların kütle ve leptonik bozunum sabitlerinin hesabı yapılabilir [66]. Bu amaçla iki nokta ilişkilendirme fonksiyonunun genel ifadesi eşitlik (3.1)'de verildiği gibi;

$$\Pi^{\mu\nu}(q^2) = i^2 \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T [J_{AV}^\mu(x) \bar{J}_{AV}^\nu(0)] | 0 \rangle \quad (5.1)$$

şeklinde yazılır. Burada $J_{AV}^\mu(x) = \bar{q}_1 \gamma_\mu \gamma_5 q_2$ aksiyal-vektör mezonun ara kesit akımı ve T soldan sağa zaman sıralama işlemcisidir.

İlişkilendirme fonksiyonunun fiziksel kısmını hesaplamak için, eşitlik (5.1)'de görülen $J_{AV}^\mu(x)$ akımı ile aynı kuantum sayılarına sahip ara durumlara karşılık gelen tam setler bu akımların arasına yerleştirilir ve x üzerinden integral alınır. Böylece fiziksel kısmın genel ifadesi;

$$\Pi_{Fiz}^{\mu\nu} = \frac{\langle 0 | J_{AV}^\mu(0) | AV(q, \varepsilon) \rangle \langle AV(q, \varepsilon) | J_{AV}^\nu(0) | 0 \rangle}{m_{AV}^2 - q^2} + \dots \quad (5.2)$$

şeklinde elde edilir. Burada ‘...’ yüksek mertebelerden ve süreklilikten gelen katkıları göstermektedir.

Boşluktan bir aksiyal-vektör mezon yaratan matris elemanı hadronik parametreler cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\langle 0 | J_{AV}^\mu(0) | AV(q, \varepsilon) \rangle = f_{AV} m_{AV} \varepsilon^\mu \quad (5.3)$$

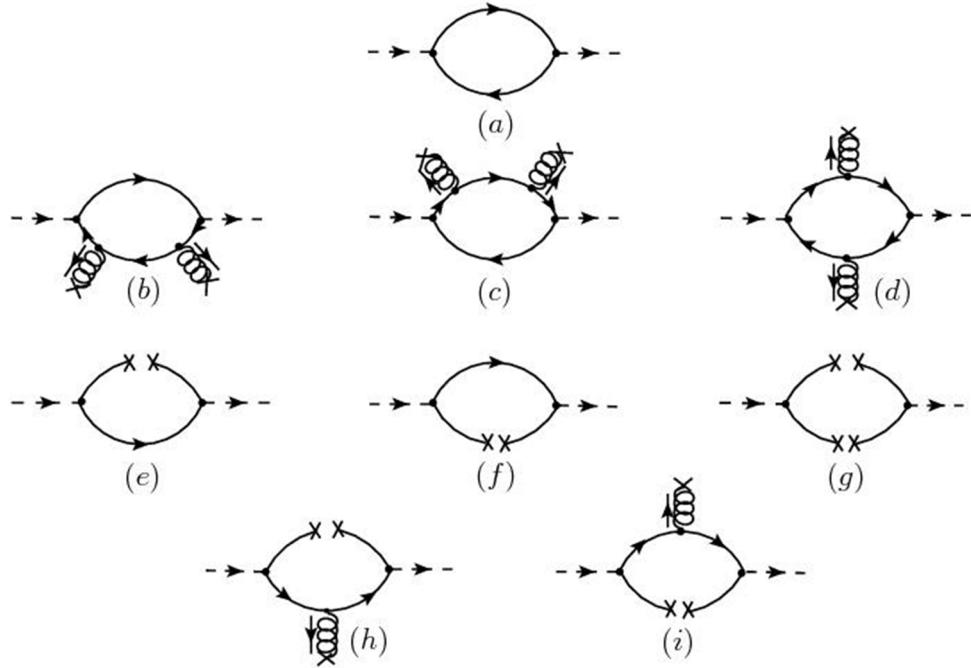
Burada f_{AV} aksiyal-vektör mezonun leptonik bozunum sabiti, m_{AV} aksiyal-vektör mezonun kütlesi ve ε^μ polarizasyon vektörüdür. (5.3) ifadesi, (5.2) eşitliğinde yerine konur ve;

$$\varepsilon^\mu \varepsilon^\nu = -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m_{AV}^2} \quad (5.4)$$

eşitliği kullanılırsa ilişkilendirme fonksiyonunun fiziksel kısmı;

$$\Pi_{Fiz}^{\mu\nu} = \frac{f_{AV}^2 m_{AV}^2}{m_{AV}^2 - q^2} \left(-g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m_{AV}^2} \right) + \dots \quad (5.5)$$

şeklinde elde edilir.



Şekil 5.1: (a): Yalın ilmek diyagramı; (b): çift gluon yoğunlaşmalarına ($G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}$) karşılık gelen diyagramlar; (c): kuark yoğunlaşmalarına ($\langle \bar{\psi}\psi \rangle, \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2$) karşılık gelen diyagramlar; (d): gluon katkılı kuark yoğunlaşmalarına ($\langle \bar{\psi}(x)\psi(0) G_{\mu\nu}^a \rangle$) karşılık gelen diyagramlar.

İlişkilendirme fonksiyonunun KRD kısmını hesaplamak için, bu kısım pertürbatif ve pertürbatif olmayan katkıların toplamı şeklinde yazılır.

$$\Pi_{KRD}^{\mu\nu} = \Pi_{per}^{\mu\nu} + \Pi_{nonper}^{\mu\nu} \quad (5.6)$$

Kısa mesafelerden gelen katkılar pertürbasyon teorisi kullanılarak hesaplanır. Uzun mesafelerden gelen pertürbatif olmayan katkılar ise farklı kütle boyutlarına sahip operatörlerin vakum beklenen değerleri cinsinden elde edilir.

İki nokta ilişkilendirme fonksiyonunun pertürbatif kısmı aşağıdaki dispersiyon integrali ile hesaplanır:

$$\Pi_{per}^{\mu\nu} = \int ds \frac{\rho^{\mu\nu}(s)}{s - q^2} \quad (5.7)$$

Burada $\rho^{\mu\nu}(s)$ spektral yoğunluğu temsil eder. Spektral yoğunluk yalnız ilmek diyagramı ele alınarak, (diyagram (a), Şekil 5.1) Cutkosky kuralı ile elde edilir. Şekil 5.1'deki (a) diyagramına ait detaylı hesaplar Ek.C'de verilmektedir.

Ek.C'de gösterilen hesaplamalardan sonra spektral yoğunluk;

$$\rho^{\mu\nu}(s) = \frac{N_c}{\pi^2} \sqrt{\frac{(m_1^2 - m_2^2 + s)^2}{4s}} - m_1^2 \left[p_\mu p_\nu \rho_1(s) + g_{\mu\nu} \rho_2(s) \right] \quad (5.8)$$

$$\rho_1(s) = \left(\frac{2(m_1^2 - m_2^2 + s)^2}{3s^2} - \frac{m_1^2 - m_2^2 + s}{s} - \frac{2m_1^2}{3s} \right) \quad (5.9)$$

$$\rho_2(s) = \left(\frac{m_1^2 - m_2^2 + s}{2} - \frac{m_1^2}{3} - m_1 m_2 - \frac{(m_1^2 - m_2^2 + s)^2}{6s} \right) \quad (5.10)$$

şeklinde bulunur. Burada m_1 ve m_2 sırasıyla yalnız ilmeğin yukarı ve aşağısındaki kuarkların kütlelerini ve $N_c = 3$ renk sayısını göstermektedir.

Pertürbatif olmayan kısımda ana katkı Şekil 5.1'deki (b), (c), (d), (e), (f), (g), (h), (i) gluon ve kuark yoğunlaşması diyagramlarından gelmektedir. Pertürbatif olmayan kısmın hesabında 6 boyuta kadar olan operatörler dikkate alınmıştır.

İlişkilendirme fonksiyonunun pertürbatif olmayan kısmı ise Ek.C'deki hesaplamalardan sonra;

$$\Pi^{\mu\nu}_{nonper} = p_\mu p_\nu \Pi_{nonper_1} + g_{\mu\nu} \Pi_{nonper_2} \quad (5.11)$$

şeklinde elde edilir. Sırasıyla Π_{nonper_1} ve Π_{nonper_2} ifadeleri;

$$\begin{aligned} \Pi_{nonper_1} = & \int_0^1 dx \frac{\langle \alpha_s G^2 \rangle (-1+x)x^2}{48\pi} \left[\frac{2m_1^2 x^2 (m_2^2 (-1+5x-4x^2) + x(m_1^2 (2+4x) + q^2 (-2+x+x^2)))}{(m_2^2 (-1+x) - (m_1^2 + q^2 (-1+x))x)^4} \right. \\ & + \frac{2m_2^2 x^2 (m_1^2 (-1+5x-4x^2) + x(m_2^2 (2+4x) + q^2 (-2+x+x^2)))}{(m_1^2 (-1+x) - (m_2^2 + q^2 (-1+x))x)^4} - \frac{(-1+x)}{(m_1^2 (-1+x) - (m_2^2 + q^2 (-1+x))x)^4} \\ & (m_1^4 (-1+x)^2 (5-26x+18x^2) - 2m_1^2 (-1+x)x(2m_2^2 (-1-9x+9x^2) + q^2 (2+7x-17x^2+8x^3)) \\ & \left. + x^2 (q^4 (-1+x)^2 (-3-4x+4x^2) + m_2^4 (-3-10x+18x^2) + 2m_2^2 q^2 (3+4x-15x^2+8x^3)) \right] \\ & - \left. \frac{\langle \bar{\psi}_1 \psi_1 \rangle m_1}{(-m_2^2 + q^2)^2} - \frac{\langle \bar{\psi}_2 \psi_2 \rangle m_2}{(-m_1^2 + q^2)^2} + \frac{\pi \alpha_s \langle \bar{\psi}_1 \psi_1 \rangle^2 (64m_2^2 - 64q^2)}{81(-m_2^2 + q^2)^4} + \frac{\pi \alpha_s \langle \bar{\psi}_2 \psi_2 \rangle^2 (64m_1^2 - 64q^2)}{81(-m_1^2 + q^2)^4} \right\} \quad (5.12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_{nonper_2} = & \int_0^1 dx \frac{\langle \alpha_s G^2 \rangle x^2}{96\pi} \left[\frac{m_1^2 x^2}{(m_2^2 (-1+x) - (m_1^2 + q^2 (-1+x))x)^4} + (6m_2 (m_2^2 - q^2)^2 (-1+x)^2 \right. \\ & + m_1^5 x(2+3x) + 2m_1^4 m_2 x(2+3x) - m_1 (-1+x)^2 (-3m_2^4 - 4m_2^2 q^2 (-1+x) + p^4 x(2+x)) \\ & - 2m_1^2 m_2 (-1+x)(-q^2 (3+5x) + m_2^2 (2+6x))] + \frac{m_2 x^2}{(m_1^2 (-1+x) - (m_2^2 + q^2 (-1+x))x)^4} \\ & (6m_1^5 (-1+x)^2 + 3m_1^4 m_2 (-1+x)^2 - 4m_1^3 (-1+x)(3q^2 (-1+x) + m_2^2 (1+3x)) - 2m_1^2 m_2 (-1+x) \\ & (-2q^2 (-1+x)^2 + m_2^2 (1+3x)) + 2m_1 (3q^4 (-1+x)^2 + m_2^4 x(2+3x) + m_2^2 q^2 (-3-2x+5x^2)) \\ & (-9m_1^6 (-1+x)^2 (-5+4x) + x^2 (9m_2^6 (1+4x) + q^6 (-1+x)^2 (-6-11x+11x^2) + m_2^4 q^2 (-24-59x+63x^2) \\ & + m_2 x(-4m_2^2 q^2 (-1+x)x + m_2^4 (2+3x) - q^4 (2-3x+x^3))) + \frac{(-1+x)^2}{(m_1^2 (-1+x) - (m_2^2 + q^2 (-1+x))x)^4} \\ & + m_2^2 q^4 (21+22x-87x^2+44x^3)) + m_1^4 (-1+x)(3m_2^2 (-5+39x+36x^2) + p^2 (20+47x-130x^2+63x^3)) \\ & \left. + m_1^2 x(m_2^2 (24+99x-108x^2) - q^4 (-1+x)^2 (-20-45x+44x^2) - 2m_2^2 q^2 (22+41x-126x^2+63x^3)) \right] \\ & + \frac{\langle \bar{\psi}_1 \psi_1 \rangle m_2 (-m_0^2 m_2^2 + 2m_1^2 m_2^2 + 2(m_2^2 - q^2)^2 + m_1^2 (m_2^3 - m_2 q^2))}{2(m_2^2 + q^2)^3} + \frac{4 \langle \bar{\psi}_1 \psi_1 \rangle \langle \bar{\psi}_2 \psi_2 \rangle}{144} \\ & + \frac{\langle \bar{\psi}_2 \psi_2 \rangle m_1 (-m_0^2 m_1^2 + 2m_2^2 m_1^2 + 2(m_1^2 - q^2)^2 + m_2^2 (m_1^3 - m_1 q^2))}{2(m_1^2 + q^2)^3} + \frac{\pi \alpha_s \langle \bar{\psi}_1 \psi_1 \rangle^2 (64m_2^2 - 64q^2)}{81(-m_2^2 + q^2)^4} \\ & \left. + \frac{\pi \alpha_s \langle \bar{\psi}_2 \psi_2 \rangle^2 (64m_1^2 - 64q^2)}{81(-m_1^2 + q^2)^4} \right\} \quad (5.13) \end{aligned}$$

şeklinindedir.

Burada α_s şiddetli etkileşme sabitini, $\langle \bar{\psi}_1 \psi_1 \rangle$ ve $\langle \bar{\psi}_2 \psi_2 \rangle$ diyagram (e), (f), (g), (h), (i)'de görülen yukarı ve aşağı kuarkların, kuark yoğunlaşmalarını temsil etmektedir. Şekil 5.1 diyagram (b), (c), (d)'nin hesaplamalarındaki 4 boyutlu integral, Ek'C de gösterilen Feynman parametrizasyonu kullanılarak hesaplanmıştır.

Daha sonra yüksek mertebelerden ve süreklilikten gelen katkıları bastırmak için (3.7) eşitliğindeki Borel dönüşümü uygulanır.

İlişkilendirme fonksiyonunun KRD ve fiziksel kısmı hesaplandıktan sonra seçilen bir yapının katsayıları eşitlenerek istenilen fiziksel büyüklük bulunur. $p_\mu p_\nu$ yapısı seçilip katsayıları eşitlendiğinde leptonik bozunum sabiti;

$$f_{AV}^2 e^{\frac{-m_{AV}^2}{M^2}} = \left\{ \int_{(m_1+m_2)^2}^{s_0} ds \rho_1(s) e^{\frac{-s}{M^2}} + B\Pi_{nonper_1} \right\} \quad (5.14)$$

şeklinde elde edilir. Burada B Borel dönüşümünü, M^2 Borel kütle parametresini, s_0 ise süreklilik eşiğini göstermektedir.

Aksiyal-vektör mezonun kütle terimi, ilişkilendirme fonksiyonunun fiziksel ve KRD kısımlarından gelen ifadelerin $-\frac{1}{M^2}$ terimine göre türevleri alındıktan sonra, yine bu ifadelerin kendilerine bölünerek elde edilen sonuçların eşitlenmesiyle elde edilir.

$$m_{AV}^2 = \frac{d\left(-\frac{1}{M^2}\right) \left\{ \int_{(m_1+m_2)^2}^{s_0} ds \rho_1(s) e^{\frac{-s}{M^2}} + B\Pi_{nonper_1} \right\}}{\left\{ \int_{(m_1+m_2)^2}^{s_0} ds \rho_1(s) e^{\frac{-s}{M^2}} + B\Pi_{nonper_1} \right\}} \quad (5.15)$$

Nümerik hesaplamalarda kütle değeri hesaplandıktan sonra (5.14) eşitliğinde yerine konularak leptonik bozunum sabitinin değeri elde edilir.

5.1.2. Nümerik analiz

Leptonik bozunum sabiti ve kütle değerleri için nümerik hesaplamalarda ilişkilendirme fonksiyonunda görülen $p_\mu p_\nu$ yapısı ve $g_{\mu\nu}$ yapısı için iki ayrı sonuç elde edilmiştir. İki yapıdan elde edilen sonuçlar birbiriyle oldukça uyumludur. Şekillerde ve tablolarda görülen sonuçlar $p_\mu p_\nu$ yapısı içindir.

Tablo 5.1: $a_1(1260)$, $f_1(1285)$ ve $K_1(1270)$ aksiyal-vektör mezonlarının kütle ve leptonik bozunum sabiti hesaplamalarında kullanılan nümerik parametreler. Hesaplamalarda $m_u = 5 MeV$ ve $m_d = 7 MeV$ kullanılmıştır

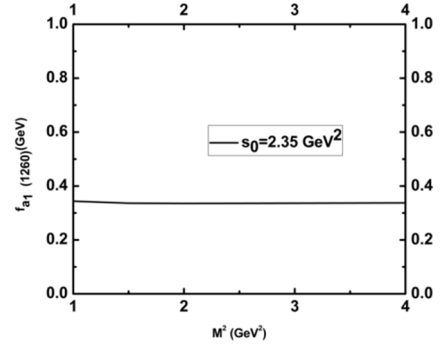
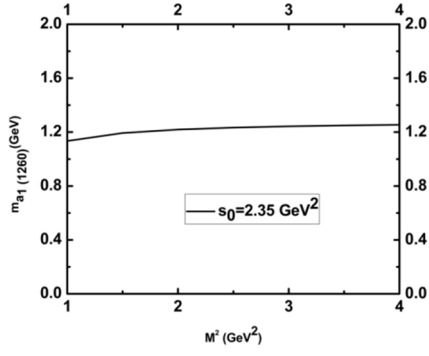
$\left\langle \frac{a_s}{\pi} G^2 \right\rangle = 0.012 \pm 0.04 (GeV)^4$ [61]	$\alpha_s(m_z) = (0.1185 \pm 0.0020)$ [68]
$\langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle = -(0.24 \pm 0.01)^3 GeV^3$ [61]	$m_u \approx 5 MeV$ [69], $m_u = 4.2 MeV$ [61]
$\langle \bar{s}s \rangle = -0.8 \langle \bar{u}u \rangle$ [61]	$m_d \approx 5 MeV$ [69], $m_d = 7.5 MeV$ [61]
$m_0^2 = (0.8 \pm 0.2) GeV^2$ [67]	$m_s \approx 100 MeV$ [69], $m_s = 150 MeV$ [61]

Tablo 5.2: $a_1(1260)$, $f_1(1285)$ ve $K_1(1270)$ aksiyal-vektör mezonları için leptonik bozunum sabiti değerleri. Sonuçlar $s_0 = 2.5 GeV^2$ ve $M^2 = 2 GeV^2$ değerleri kullanılarak elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar GeV birimi cinsindedir

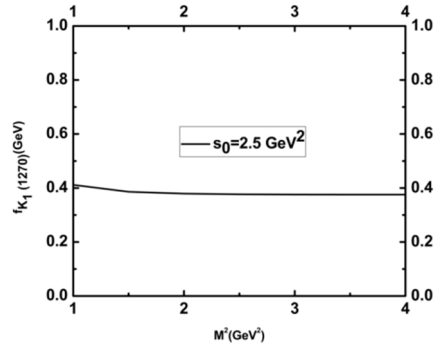
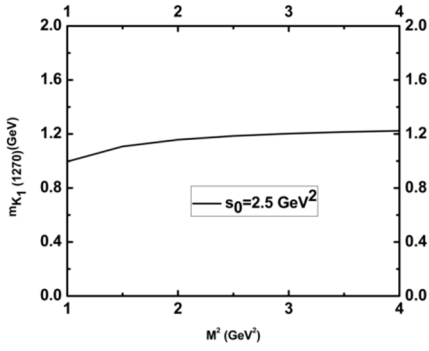
	$f_{a_1(1260)}$	$f_{K_1(1270)}$	$f_{f_1(1285)}$
Bu çalışmada	335 ± 95	375 ± 109	331 ± 85
Lattice KRD [70]	300 ± 30	-	-
Pertürbatif KRD [71]	238 ± 10	169^{+19}_{-21}	-
Işık Konisi KRD [73]			245 ± 13

Tablo 5.3: $a_1(1260)$, $f_1(1285)$ ve $K_1(1270)$ aksiyal-vektör mezonları için kütle değerleri. Elde edilen sonuçlar GeV birimi cinsindedir

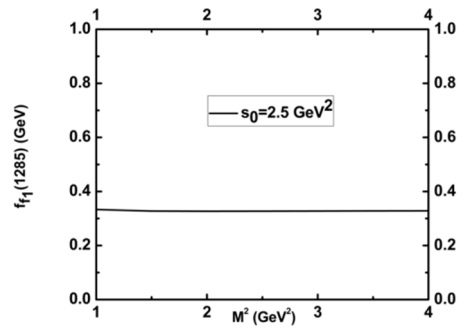
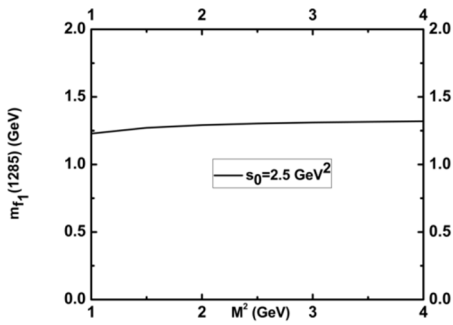
	$m_{a_1(1260)}$	$m_{K_1(1270)}$	$m_{f_1(1285)}$
Bu çalışmada	1.22 ± 0.15	1.24 ± 0.12	1.27 ± 0.13
Deney [60]	1.23 ± 0.04	1.272 ± 0.007	-
Lattice KRD [71]	1.25 ± 0.08	-	-



Şekil 5.2: Sol: $a_1(1260)$ aksiyal-vektör mezounun kütle değerin Borel kütle parametresine bağılılığı. Sağ: $a_1(1260)$ aksiyal-vektör mezounun leptonik bozunum sabiti değerin Borel kütle parametresine bağılılığı.



Şekil 5.3: Sol: $K_1(1270)$ aksiyal-vektör mezounun kütle değerin Borel kütle parametresine bağılılığı. Sağ: $K_1(1270)$ aksiyal-vektör mezounun leptonik bozunum sabiti değerin Borel kütle parametresine bağılılığı.



Şekil 5.4: Sol: $f_1(1285)$ aksiyal-vektör mezounun kütle değerin Borel kütle parametresine bağılılığı. Sağ: $f_1(1285)$ aksiyal-vektör mezounun leptonik bozunum sabiti değerin Borel kütle parametresine bağılılığı.

5.2. KRD Toplam Kuralları Yöntemi ile Ağır-Hafif Aksiyal-Vektör Mezonların Kütle ve Leptonik Bozunum Sabiti Hesapları

5.2.1.Fiziksel analiz

Ağır-hafif aksiyal-vektörlerin kütle ve bozunum sabitlerini hesaplamak için hafif mezonlara uygulanan yol izlenir [73].

Öncelikle (5.1) eşitliğinde gösterilen iki nokta ilişkilendirme fonksiyonu oluşturulur. Daha sonra bu ilişkilendirme fonksiyonu fiziksel ve teorik kısımlar şeklinde ayrı ayrı hesaplanır.

Fiziksel kısmı hesaplamak için incelenen mezonlara karşılık gelen kuark akımları ile aynı kuantum sayılarına sahip tam setler (5.1) eşitliğinde yerleştirilir ve x üzerinden integral alındıktan sonra (5.2) eşitliği elde edilir. Elde edilen eşitlikteki matris elemanlarına karşılık gelen hadronik parametreler yerlerine yerleştirildiğinde fiziksel kısım (5.5) şeklinde elde edilir.

İlişkilendirme fonksiyonunun KRD kısmını hesaplamak için Şekil.5.1’de görülen (a), (b), (c), (d), (f) ve (i) Feynman diyagramlarından yararlanır. KRD kısmında ağır-hafif aksiyal-vektör mezon hesaplamaları için Şekil.5.1’de görülen diyagramlarda yukarı kuark ağır, aşağı kuark ise hafif kuark olarak belirlenmiştir. Ağır kuarklar yoğunlaşma oluşturmadıklarından (e), (g) ve (h) diyagramları hesaplamalarda dikkate alınmamıştır. KRD kısmından gelen pertürbatif katkı (a) diyagramı göz önüne alınarak Cutkovky kuralı yardımı ile hesaplanır. Ek.C’de gösterilen ayrıntılı hesaplamalardan sonra spektral yoğunluk (5.8), (5.9) ve (5.10) eşitliklerinde gösterilen şekilde elde edilir.

Pertürbatif olmayan katkılar ise (b), (c), (d), (f) ve (i) diyagramları göz önüne alınarak Ek.C’deki gibi hesaplanır.

Ek.C’de gösterilen ayrıntılı hesaplamalardan sonra pertürbatif olmayan kısım;

$$\begin{aligned}
\Pi_{nonper_1} = & \left\{ \int_0^1 dx \frac{\langle \alpha_s G^2 \rangle (-1+x)x^2}{48\pi} \left[\frac{2m_1^2 x^2 (m_2^2 (-1+5x-4x^2) + x(m_1^2 (2+4x) + q^2 (-2+x+x^2)))}{(m_2^2 (-1+x) - (m_1^2 + q^2 (-1+x))x)^4} \right. \right. \\
& + \frac{2m_2^2 x^2 (m_1^2 (-1+5x-4x^2) + x(m_2^2 (2+4x) + q^2 (-2+x+x^2)))}{(m_1^2 (-1+x) - (m_2^2 + q^2 (-1+x))x)^4} \\
& - \frac{(-1+x)}{(m_1^2 (-1+x) - (m_2^2 + q^2 (-1+x))x)^4} (m_1^4 (-1+x)^2 (5-26x+18x^2) \\
& - 2m_1^2 (-1+x)x(2m_2^2 (-1-9x+9x^2) + q^2 (2+7x-17x^2+8x^3)) \\
& + x^2 (q^4 (-1+x)^2 (-3-4x+4x^2) + m_2^4 (-3-10x+18x^2) \\
& \left. \left. + 2m_2^2 q^2 (3+4x-15x^2+8x^3)) \right] - \frac{\langle \bar{\psi}_2 \psi_2 \rangle m_2}{(-m_1^2 + q^2)^2} + \frac{\pi \alpha_s \langle \bar{\psi}_2 \psi_2 \rangle^2 (64m_1^2 - 64q^2)}{81(-m_1^2 + q^2)^4} \right\} \quad (5.16)
\end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}
\Pi_{nonper_2} = & \left\{ \int_0^1 dx \frac{\langle \alpha_s G^2 \rangle x^2}{96\pi} \left[\frac{m_1^2 x^2}{(m_2^2 (-1+x) - (m_1^2 + q^2 (-1+x))x)^4} (6m_2 (m_2^2 - q^2)^2 (-1+x)^2 + m_1^5 x(2+3x) \right. \right. \\
& + 2m_1^4 m_2 x(2+3x) - m_1 (-1+x)^2 (-3m_2^4 - 4m_2^2 q^2 (-1+x) + p^4 x(2+x)) - 2m_1^3 (-1+x) \\
& (2q^2 x^2 + m_2^2 (1+3x)) - 2m_1^4 m_2 x(2+3x) - m_1 (-1+x)^2 (-3m_2^4 - 4m_2^2 q^2 (-1+x) \\
& + p^4 x(2+x)) - 2m_1^3 (-1+x)(2q^2 x^2 + m_2^2 (1+3x)) - 2m_1^2 m_2 (-1+x)(-q^2 (2+5x) \\
& + m_2^2 (2+6x)) + \frac{m_2 x^2}{(m_1^2 (-1+x) - (m_2^2 + q^2 (-1+x))x)^4} (6m_1^5 (-1+x)^2 + 3m_1^4 m_2 (-1+x)^2 \\
& - 4m_1^3 (-1+x)(3q^2 (-1+x) + m_2^2 (1+3x)) - 2m_1^2 m_2 (-1+x)(-2q^2 (-1+x)^2 + m_2^2 (1+3x)) \\
& + 2m_1 (3q^4 (-1+x)^2 + m_2^4 x(2+3x) + m_2^2 q^2 (-3-2x+5x^2)) + m_2 x(-4m_2^2 q^2 (-1+x)x \\
& + m_2^4 (2+3x) - q^4 (2-3x+x^3)) + \frac{(-1+x)^2}{(m_1^2 (-1+x) - (m_2^2 + q^2 (-1+x))x)^4} (-9m_1^6 (-1+x)^2 (-5+4x) \\
& + x^2 (9m_2^6 (1+4x) + q^6 (-1+x)^2 (-6-11x+11x^2) + m_2^4 q^2 (-24-59x+63x^2) + m_2^2 q^4 \\
& (21+22x-87x^2+44x^3)) + m_1^4 (-1+x)(3m_2^2 (-5+39x+36x^2) + p^2 (20+47x-130x^2+63x^3)) \\
& + m_1^2 x(m_2^2 (24+99x-108x^2) - q^4 (-1+x)^2 (-20-45x+44x^2) - 2m_2^2 q^2 \\
& (22+41x-126x^2+63x^3)) \left. \right] + \frac{\langle \bar{\psi} \psi \rangle m_1 (-m_0^2 m_1^2 + 2m_2^2 m_1^2 + 2(m_1^2 - q^2)^2 + m_2^2 (m_1^3 - m_1 q^2))}{2(m_2^2 + q^2)^3} \\
& \left. + \frac{\pi \alpha_s \langle \bar{\psi}_2 \psi_2 \rangle^2 (64m_1^2 - 64q^2)}{81(-m_1^2 + q^2)^4} \right\} \quad (5.17)
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir.

Daha sonra ilişkilendirme fonksiyonunun fiziksel ve KRD kısımlarını eşitlemek için (3.7) eşitliğinde gösterilen Borel dönüşümü uygulanır. İlişkilendirme fonksiyonunun Borel dönüşümü uygulanmış iki kısmından seçilen bir yapının katsayıları eşitlenerek istenilen fiziksel büyüklük bulunur. $\mathcal{G}_{\mu\nu}$ yapısı seçilip katsayıları eşitlendiğinde kütle değeri (5.15) eşitliğindeki gibi elde edilir. Nümerik hesaplamalarda kütle değeri

hesaplandıktan sonra (5.14) eşitliğinde yerine konularak leptonik bozunum sabitinin değeri elde edilir.

5.2.2. Nümerik analiz

Nümerik hesaplamalarda kullanılan nümerik değerler Tablo 5.4’de verilmiştir. $D_1(2420)$, $D_{s1}(2460)$, $B_1(5721)$ ve $B_{s1}(5830)$ aksiyal-vektör mezonların leptonik bozunum sabiti ve kütle değerlerinin Borel kütle parametresine bağlılığı Şekil 5.5-5.6’da gösterilmiştir.

Tablo 5.4: $D_1(2420)$, $D_{s1}(2460)$, $B_1(5721)$ ve $B_{s1}(5830)$ aksiyal-vektör mezonlarının kütle ve leptonik bozunum sabiti hesaplamalarında kullanılan nümerik parametreler. Hesaplamalarda $m_u = 5 MeV$ ve $m_d = 7 MeV$ değerleri kullanılmıştır

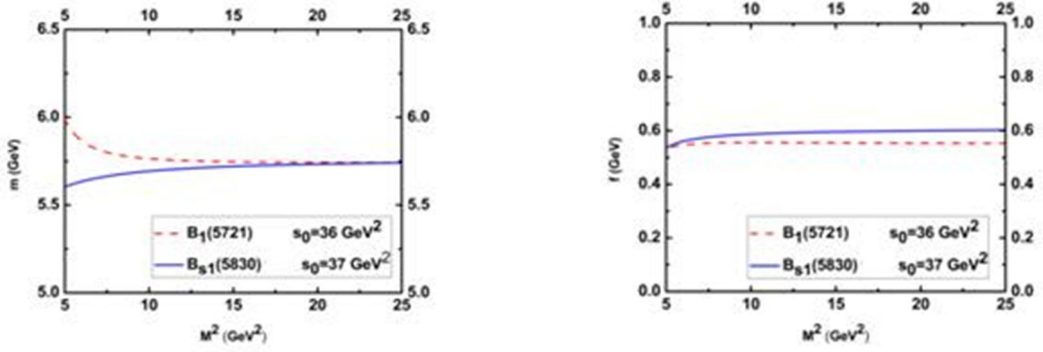
$\left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle = 0.012 \pm 0.04 (GeV)^4$ [61]	$\alpha_s(m_z) = (0.1185 \pm 0.0020)$ [68]
$\langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle = -(0.24 \pm 0.01)^3 GeV^3$ [61]	$m_u \approx 5 MeV$ [69], $m_u = 4.2 MeV$ [61]
$\langle \bar{s}s \rangle = -0.8 \langle \bar{u}u \rangle$ [61]	$m_d \approx 5 MeV$ [69], $m_d = 7.5 MeV$ [61]
$m_0^2 = (0.8 \pm 0.2) GeV^2$ [67]	$m_s \approx 100 MeV$ [69], $m_s = 150 MeV$ [61]
$m_b = (4.7 \pm 0.1) GeV$	$m_c = (1.30 \pm 0.05) GeV$

Tablo 5.5: $D_1(2420)$, $D_{s1}(2460)$, $B_1(5721)$ ve $B_{s1}(5830)$ aksiyal-vektör mezonları için leptonik bozunum sabiti değerleri. Sonuçlar $D_1(2420)$ için $s_0 = 7 GeV^2$ ve $M^2 = 10 GeV^2$, $D_{s1}(2460)$ için $s_0 = 7.5 GeV^2$ ve $M^2 = 10 GeV^2$, $B_1(5721)$ için $s_0 = 36 GeV^2$ ve $M^2 = 10 GeV^2$, ve $B_{s1}(5830)$ için $s_0 = 37 GeV^2$ ve $M^2 = 10 GeV^2$ değerleri kullanılarak elde edilmiştir

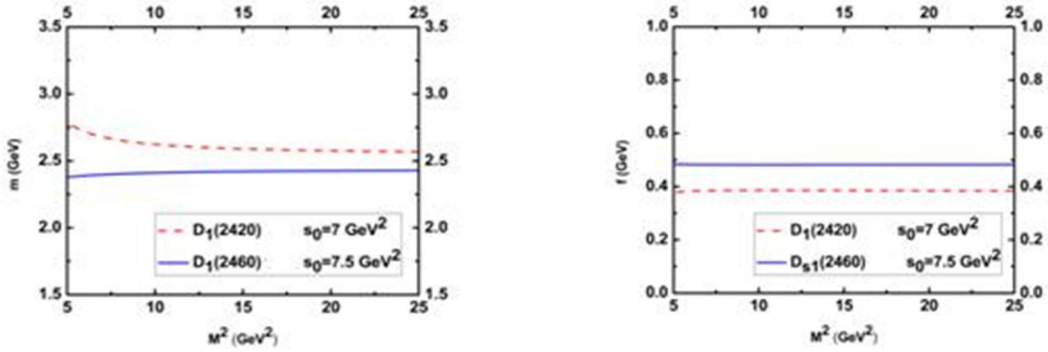
	$f_{D_1(2420)}$	$f_{D_{s1}(2460)}$	$f_{B_1(5721)}$	$f_{B_{s1}(5830)}$
Bu çalışmada	385 ± 175	481 ± 164	555 ± 201	572 ± 213
Lattice Teori	-		173 ± 23	200 ± 20
Deney	-		-	-
KRDTK	-	225 ± 25	-	240 ± 20

Tablo 5.6: $D_1(2420)$, $D_{s1}(2460)$, $B_1(5721)$ ve $B_{s1}(5830)$ aksiyal-vektör mezonları için kütle değerleri

	$m_{D_1(2420)}$	$m_{D_{s1}(2460)}$	$m_{B_1(5721)}$	$m_{B_{s1}(5830)}$
Bu çalışmada	2610 190	2410 60	5760 50	5720 130
Lattice Teori	-	2476 92	-	-
Deney [60]	2423.4 3.1	2459.6 6	5723 2	5829.4 0.7
KRDTK	-	2510	-	-



Şekil 5.5: Sol: $B_1(5721)$ ve $B_{s1}(5830)$ aksiyal-vektör mezonlarının kütle değerlerinin Borel kütle parametresine bağlılığı. Sağ: $B_1(5721)$ ve $B_{s1}(5830)$ aksiyal-vektör mezonlarının leptonik bozunum sabiti değerlerinin Borel kütle parametresine bağlılığı



Şekil 5.6: Sol: $D_1(2420)$ ve $D_{s1}(2460)$ aksiyal-vektör mezonlarının kütle değerlerinin Borel kütle parametresine bağlılığı. Sağ: $D_1(2420)$ ve $D_{s1}(2460)$ aksiyal-vektör mezonlarının leptonik bozunum sabiti değerlerinin Borel kütle parametresine bağlılığı

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Mezonların hadronik özellikleri, Λ_{KRD} parametresi göz önüne alınarak hadronik parametreler ve kuark-gluon parametreleri cinsinden iki yolla incelenebilmektedir. Bu çalışmada, bahsi geçen bu iki yol ile mezonlar için KRD toplam kuralları oluşturulmuş; $K_0^*(800)[K_0^*(1430)]$ skaler mezonu için $\mathcal{G}_{D_s DK_0^*(800)[K_0^*(1430)]}$, $\mathcal{G}_{B_s BK_0^*(800)[K_0^*(1430)]}$ etkileşme sabitleri, $a_1(1260)$, $f_1(1285)$, $K_1(1270)$ hafif ve $D_1(2420)$, $D_{s1}(2460)$, $B_1(5721)$, $B_{s1}(5830)$ ağır-hafif aksiyal-vektör mezonları için kütle ve leptonik bozunum sabitleri hesaplanmıştır.

KRD toplam kuralları, Borel kütle parametreleri M^2 , M'^2 ve süreklilik eşikleri s_0 , s_0' ünden oluşan dört yardımcı parametre içerir. Borel kütle parametreleri fiziksel nicelikler olmadıklarından, elde edilen sonuçlar bu parametrelerden bağımsız olmalıdır. Bu nedenle etkileşme sabiti çalışmasında, bu yardımcı parametrelere bağımlılığın zayıf olduğu bölgeler, çalışma bölgesi olarak aranan bölgelerdir. Elde edilen sonuçlar bu parametrelere göre çok değişmemektedir. Etkileşme sabiti hesaplamalarında; $D_s DK_0^*(800)$ ve $D_s DK_0^*(1430)$ köşeleri için uygun çalışma bölgeleri $5 GeV^2 \leq M^2 \leq 35 GeV^2$ ve $5 GeV^2 \leq M'^2 \leq 30 GeV^2$ olarak seçilebilir. Benzer şekilde, $B_s BK_0^*(800)$ köşesi için sanal B durumunda $20 GeV^2 \leq M^2 \leq 35 GeV^2$ ve $5 GeV^2 \leq M'^2 \leq 25 GeV^2$, sanal K_0^* durumunda $10 GeV^2 \leq M^2 \leq 35 GeV^2$ ve $5 GeV^2 \leq M'^2 \leq 25 GeV^2$ bölgeleri, $B_s BK_0^*(1430)$ köşesi için $10 GeV^2 \leq M^2 \leq 35 GeV^2$ ve $5 GeV^2 \leq M'^2 \leq 25 GeV^2$ bölgeleri seçilmiştir. Ele alınan etkileşme sabitlerinin farklı durumlar için Borel kütle parametresine bağılılığı Bölüm 4.2'de Şekil 4.2-4.5'de gösterilmiştir. Bu şekillerden çalışılan bölgede Borel kütle parametresine göre elde edilen sonuçların kararlı oldukları görülür.

$a_1(1260)$, $f_1(1285)$ ve $K_1(1270)$ hafif, $D_1(2420)$, $D_{s1}(2460)$, $B_1(5721)$, $B_{s1}(5830)$ ağır-hafif aksiyal-vektör mezonların leptonik bozunum sabiti ve kütle değerlerinin Borel kütle parametresine bağıllığı ise sırasıyla Bölüm 5.1.2’de Şekil 5.2-5.4’de ve Bölüm 5.2.2’de Şekil 5.5-5.6’da gösterilmiştir. Aynı şekilde çalışılan bölgelerde elde edilen sonuçların Borel kütle parametresine bağıllığının çok zayıf olduğu görülmüştür. Tablo 5.2 ve Tablo 5.3’de sunulan bozunum sabiti ve kütle değerleri Borel kütle parametresinin çalışma bölgesinde seçilen değer yardımıyla elde edilmiştir. Bu çalışmada tüm hafif aksiyal-vektör mezonlar için $2GeV^2 \leq M^2 \leq 4GeV^2$, tüm ağır-hafif aksiyal-vektör mezonlar için $5GeV^2 \leq M^2 \leq 20GeV^2$ çalışma bölgeleri seçilmiştir. Tabloda bulunan değerlerdeki hatalar, Borel kütle parametresi ve süreklilik eşiği ile diğer kullanılan nümerik parametrelerden kaynaklanmaktadır. Hata paylarının yaklaşık %70’i yardımcı parametrelerden, %30’u da diğer nümerik değerlerden gelmektedir. Tablo 5.2’de aksiyal-vektör mezonların leptonik bozunum sabitleri için elde edilen sonuçlar ile diğer yaklaşımlarla elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu tablodan $a_1(1260)$ mezonunun leptonik bozunum sabiti için tahmin edilen değer Lattice KRD yönteminin öngörülleri ile oldukça tutarlı olduğu görülmüştür. Ancak $K_1(1270)$ mezonu için elde edilen leptonik bozunum sabiti değeri [72]’de elde edilen değerden oldukça farklıdır. Tablo 5.3’de ise hafif aksiyal-vektör mezonların elde edilen kütle değerleri diğer yaklaşımlardaki sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Hafif aksiyal-vektör mezonlar için yapılan hesaplamalarda elde edilen sonuçlar, deneysel sonuçlarla uyumlu olduğu gibi Lattice KRD’de elde edilen sonuçlarla da oldukça tutarlıdır. Bu çalışmada ele alınan ağır-hafif aksiyal-vektör mezonlar için ise kütle değerleri Tablo 5.6’da görüldüğü gibi yine deneysel verilerle uyumluluk göstermektedir. Fakat leptonik bozunum sabitleri için henüz deneysel bir veri bulunmamaktadır; bu değerlerin gelecekteki deneylerde test edilmesi beklenmektedir. Çünkü pertürbatif KRD’nin yapısının araştırılmasında hızlı aşamalar kaydedilirken KRD’nin pertürbatif olmayan yapısı hakkında hala cevaplanmayı bekleyen sorular mevcuttur ve mezonların dahil olduğu hadron ailesinin düşük enerjilerdeki dinamiklerinin bilinmesi KRD’nin pertürbatif olmayan yapısının aydınlatılmasında önemli bir aşama olacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] Özdem U. “Kuantum Kromo Dinamiklerinin Toplam Kuralları” Yüksek Lisans Tezi, *Çanakkale 18 Mart Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü* , Çanakkale, 3, (2010).
- [2] Navarra F.S., Nielsen M., Bracco M.E., Chiapparini M. and Schat C.L., “ $D^*D\pi$ and $B^*B\pi$ form factors from QCD sum rules”, *Phys. Lett. B* **489**, 319 (2000).
- [3] Navarra F. S., Nielsen M., Bracco M. E., “ $D^*D\pi$ form factor revisited”, *Phys. Rev. D* **65**, 037502, (2002).
- [4] Bracco M. E., Chiapparini M., Lozea A., Navarra F. S. and Nielsen M., “ D and ρ Mesons: Who resolves whom?”, *Phys. Lett. B* **521**, 1 (2001).
- [5] Matheus R.D., Navarra F.S., Nielsen M. and da Silva R.R., “The $J/\psi DD$ vertex in QCD sum rule”, *Phys. Lett. B* **541**, 265 (2002).
- [6] Matheus R. D., Navarra F. S., Nielsen M. and da Silva R. R., “ J/ψ couplings to open charm mesons from QCD sum rules” *Int. J. Mod. Phys. E* **14**, 555 (2005).
- [7] Z. G. Wang, “Analysis of the vertices \underline{D}^*D^*P , \underline{D}^*DV and DDV with light-cone QCD sum rules” *Nucl. Phys. A* **796**, 61 (2007); *Eur. Phys. J. C* **52**, 553, (2007).
- [8] Carvalho F., Duraes F. O., Navarra F. S. and Nielsen M., “Hadronic form factors and the J/ψ secondary productions cross section: an update”, *Phys. Rev. C* **72**, 024902, (2005).
- [9] Bracco M. E., Chiapparini M., Navarra F. S. and Nielsen M., “ $J/\psi D^*D^*$ vertex from QCD sum rule”, *Phys. Lett. B* **605**, 326, (2005).
- [10] Bracco M. E., Cerqueira Jr. A., Chiapparini M., Lozea A, Nielsen M., “ D^*D_sK and D_s^*DK vertices in a QCD Sum Rule approach”, *Phys. Lett. B* **641**, 286-293, (2006).
- [11]. Wang Z. G., Wan S. L., “Analysis of the vertices D^*D_sK , D_s^*DK , D_0D_sK and $D_{s0}DK$ with the light-cone QCD sum rules” *Phys. Rev. D* **74**, 014017 (2006).
- [12]. Wang Z. G. and Wan S. L., “Structure of the $D_{s0}(2317)$ and the strong coupling constant $g_{D_{s0}DK}$ with the light-cone QCD sum rules” *Phys. Rev. D* **73**, 094020, (2006).
- [13] Holanda L. B., Marques de Carvalho R. S. and Mihara A., “The ωDD vertex in a sum rule approach” *Phys. Lett. B* **644**, 232, (2007).

- [14] Bracco M. E., Chiapparini M., Navarra F. S. and Nielsen M., “ $\rho D^* D^*$ vertex from QCD sum rule”, *Phys. Lett. B* **659**, 559, (2008).
- [15] Rodrigues B. O., Bracco M. E., Nielsen M., Navarra F. S., “ $D^* D \rho$ vertex from QCD sum rules” [arXiv:1003.2604v1](https://arxiv.org/abs/1003.2604) [hep-ph], (2010).
- [16] Wang Z. G., “Structure of the $(0^+, 1^+)$ mesons B_{s0} and B_{s1} , and the strong coupling constants $g_{B_{s0}BK}$ and $g_{B_{s1}B^*K}$ ”, *Phys. Rev. D* **77**, 054024, (2008).
- [17] Wang Z. G., “Analysis of the coupling constants $g_{a_0\eta\pi_0}$ and $g_{a_0\eta'\pi_0}$ with light-cone QCD sum rules” *Chin. Phys. C* **34**:7-15, (2010).
- [18] Wang Z. G., Yang W.M. and Wan S. L., “Structures of the $f_0(980)$, $a_0(980)$ mesons and the strong coupling constants $g_{f_0K^+K^-}$, $g_{a_0K^+K^-}$ with light-cone QCD sum rules” *Eur. Phys. J C* **37** 223, (2004).
- [19] Colangelo P. and Fazio F. D., “Coupling $g_{f_0K^+K^-}$ and the structure of $f_0(980)$ ”, *Phys. Lett. B* **559** 49 (2003).
- [20] K. Azizi, H. Sundu, “ $g_{D^*_{s1} D K^* (892)}$ and $g_{B^*_{s1} B K^* (892)}$ coupling constants in QCD sum rules” *J. Phys. G* **38**:045005, (2011).
- [21] Krassnigg A., “Axial-vector mesons in a relativistic point-form approach”, *Phys. Rev. C* **72**, 028201, (2005).
- [22] Pasupathy J., Singh R. K., “Axial Vector Current Matrix Elements and QCD Sum Rules” *Int.J.Mod.Phys. A* **21**, 5099-5118, (2006).
- [23] Shin Y. C., Cheoun M. K., Kim K. S., Choi T. K., “A Role of the Axial Vector Mesons on the Photon Production in Heavy Ion Collisions and Their Relevant Decays” *Eur.Phys.J. A* **14**, 87-93, (2002).
- [24] Beveren E. V., Rupp G., “Scalar and axial-vector mesons” *Eur.Phys.J. A* **31**, 468-473, (2007).
- [25] Li B. A., Wu Y.-L., “Hidden Local Symmetry and Effective Chiral Theory for Vector and Axial-vector Mesons” *Mod.Phys.Lett. A* **22**, 683-698, (2007).
- [26] Lutz M. F. M., Leupold S., “On the radiative decays of light vector and axial-vector mesons” *Nucl.Phys. A* **813**, 96-170, (2008).
- [27] Roca L., Palomar J. E., Oset E., “Decay of axial-vector mesons into VP and P γ ”, *Phys. Rev. D* **70**, 094006, (2004).
- [28] Parganlija D., Giacosa F., Rischke D. H., Kovacs P., Wolf G., “A Linear Sigma Model with Three Flavors and Vector and Axial-Vector Mesons” *Int.J.Mod.Phys. A* **26**:607-609, (2011).


- [29] Ballon Bayona C. A., Boschi-Filho H., Nelson Braga R. F., Torres Marcus A. C., “Form factors of vector and axial-vector mesons in holographic D4-D8 model” *arXiv:0911.0023v1* [hep-th], (2009).
- [30] Sasaki C., Harada M., Weise W., “Role of axial-vector mesons near the chiral phase transition” *Nucl.Phys.A827*:350c-352c, (2009).
- [31] Aaltonen T., et al., (CDF Collaboration), “Observation of Orbitally Excited B_s Mesons” *Phys. Rev. Lett.* **100:082001**, (2008).
- [32] Abazov V. M., et al., (D0 Collaboration), “Observation and Properties of the Orbitally Excited B_{s2}^* Meson” *Phys. Rev. Lett.* **100:082002**, (2008).
- [33] Huang K. “Quarks, leptons and gauge fields”, *World Scientific*, Second Edition, 47, (1992).
- [34] Şahin B. “ep Çarpışmasında Üst Kuarkın Spin Polarizasyonu”, Doktora Tezi, *Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 24-25, (2006).
- [35] Gündüç S. “Elektron-Pozitron ve Elektron-Foton Çarpıştırıcılarında Süpersimetri Parametrelerinin İncelenmesi”, Doktora Tezi, *Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 10, (2006).
- [36] Faddeev L.D., Popov V.N., “Feynman Diagrams for the Yang-Mills Field” (Steklov Math. Inst., St. Petersburg), *Phys.Lett.B25*:29-30 , (1967).
- [37] Dereli T.”Elektrozayıf Etkileşmelerin Kuantumlu Yapısı” *Tübitak Bilim ve Teknik Dergisi*, 349, (2000).
- [38] Griffiths D. “Introduction to Elementary Particles” *John Wiley & Sons, Inc*, 208, (1987).
- [39] Saka E. U. “Komütatif Olmayan N=2 Süper Yang-Mills Aksiyonunun Boyutsal İndirgeme Yöntemi ile Oluşturulması”, *İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul, 4, (2007).
- [40] Gross D.J., Wilczek F., "Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories". *Physical Review Letters* 30, (1973).
- [41] Gross D.J., "Twenty Five Years of Asymptotic Freedom". *arXiv: 9809060* [hep-th], (1998).
- [42] Politzer H.D. "Reliable perturbative results for strong interactions". *Physical Review Letters* 30: 1346–1349, (1973).
- [43] Yılmazkaya J., “Kuark Gluon Plazmanın Termodinamik Potansiyelinin Işık Koni Ayarında Hesaplanması”, Doktora Tezi, *Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, İzmit, 22, (2004).
- [44] Okun L. B. “ Particle Physics: The quest for the substance of substance”, *Moskow USSR*, (1985).

- [45] Kaku M., “Quantum Field Theory, A Modern Introduction” *Oxford University Press*, 378 , (1993).
- [46] Khodjamirian A., “Quantum Chromodynamics and Hadrons: an Elementary Introduction”, European School of High Energy Physics, Armenia, *arXiv:0403145* [hep-ph], (2003).
- [47] Bethke S., “Determination of the QCD Coupling α_s ”, *J.Phys.G26:R27*, (2000).
- [48] Bayar M., “Üç-Nokta KRD Toplama Kurallarının Hadron Fiziğine Uygulanması”, Doktora Tezi, *Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Trabzon, 15 ,(2007).
- [49] Shifman M. A., Vainstein A. I., Zakharov V. I., “QCD and Resonance Physics. Theoretical Foundations”, *Nucl. Phys. B147*, 385, (1979).
- [50] Matsui T., Satz H., “J/psi Suppression by Quark-Gluon Plasma Formation”.*Phys. Lett. B178*, 416 (1986).
- [51] Reinders L. J., Rubinstein H. and Yazaki S., “Hadron Properties from QCD sum rule” *Phys. Rep. 127*, 1, (1985).
- [52] Colangelo P., Khodjamirian A., “QCD sum rules, a modern perspective at the Frontier of Particle Physics/Handbook of QCD”, *edited by M. Shifman (World Scientific, Singapore)*, Vol. 3, p. 1495.,(2001).ç
- [53] Aliev T. M., Shifman M. A., “Old Tensor Mesons In Qcd Sum Rules.”, *Phys.Lett.B112:401*, (1982).
- [54] Govaerts J., Reinders L.J., De Viron F., and Weyers J., “L = 1 mesons and the four-quark condensate in QCD sum rules” *Nucl. Phys. B 283, 706* (1987).
- [55] Veliev E. V., Aliev T. M., “Thermal QCD Sum Rules for sigma(600) Meson” *J.Phys.G35:125002*, (2008).
- [56] Aliev T. M., Azizi K., Savci M., “Analysis of rare (B -> K_0*(1430) l^+ l^- decay) within QCD sum rules”, *Phys.Rev.D76:074017*, (2007).
- [57] Saraç Y., “QCD Sum Rules for The Anticharmed Pentaquark”, Doktora Tezi, *Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara,....,(2007).
- [58] Sundu H., Yılmazkaya J.,Sahin S., Yinelek N., Azizi K. “Strong coupling constants of bottom and charmed mesons with scalar, pseudoscalar and axial vector kaons” *Physical Review D, Vol.83 No.11*, (2011).
- [59] Lucha W., Melikhov D. and Simula S., The effective continuum threshold in dispersive sum rules” *Phys. Rev. D 79, 0960011* (2009).
- [60] Nakamura K., *et al.* (Particle Data Group), “Review of Particle Physics”, *J.Phys. G 37*, 075021.
- [61] Ioffe B. L., “QCD at low energies Prog. Part”, *Nucl. Phys. 56*, 232, (2006).

- [62] Abbiendi G., *et al.* [OPAL Collaboration], “Measurement of the Branching Ratio for $D_s \rightarrow \tau \nu_\tau$ Decays” *Phys. Lett. B* **516**, 236-248, (2001).
- [63] Danko I., *et al.* [CLEO Collaboration], “Measurement of $B(D^+ \rightarrow \mu^+ \nu(\mu))$ and the pseudoscalar decay constant $f_{(D)}$ at CLEO”, *J. Phys. Conf. Ser.* **9**, 91-94, (2005).
- [64] Cheng H.-Y., Chua C.-K., Yang K.-C., “Charmless hadronic B decays involving scalar mesons: Implications to the nature of light scalar mesons”, *Phys. Rev. D* **73**, 014017, (2006).
- [65] Ivanov M. A., and Santorelli P., “QFTHEP '99 Workshop”, **DSF-99-35** Moscow, May 27-June 2, (1999).
- [66] Şahin S., Sundu H., Azizi K. “Leptonic Decay Constant and Mass of the Light Axial-Vector Mesons in the framework of QCD Sum Rules”, *27th International Physics Conference of Turkish Physical Society*, 14-17 September 2010, Istanbul, Turkey.
- [67] Dosch H. G., Jamin M. and Narison S., “Baryon masses and flavour symmetry breaking of chiral condensates”, *Phys. Lett. B* **220**, 251, (1989) ; V. M. Belyaev, B. L. Ioffe, *Sov. Phys. JETP*, **57**, 716 (1982).
- [68] Groom D. E., *et al.*, “The Review of Particle Physics” *Eur. Phys. J. C* **15**, 1 (2000).
- [69] Gasser J., Leutwyler H., “Implications of scaling for the proton-neutron mass difference” *Nucl. Phys. B* **94**, 269, (1975); J. Gasser, H. Leutwyler, “Quark masses” *Phys. Rep.* **87**, 77, (1982).
- [70] Wingate M., DeGrand T., Collins S., Heller U. M., “Properties of the a_1 Meson from Lattice QCD”, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4596-4598, (1995).
- [71] Li R.-H., Lü C.-D., Wang W., “Transition form factors of B decays into p-wave axial-vector mesons in the perturbative QCD approach”, *Phys. Rev. D* **79**, 034014, (2009).
- [72] Yılmazkaya Süngü J., Sundu H., Azizi K., Yinelek N., Sahin S. “Heavy-Light Scalar and Axial-Vector Mesons Decay Constants and Masses in QCD Sum Rule Approach”, *The Many Faces of QCD*, 2-5 November 2010, Gent, Belgium.
- [73] Yang K-C, “Light-Cone Distribution Amplitudes of Axial-vector Mesons”, *Nucl. Phys. B* **776**:187-257, (2007).

EKLER

Ek.A. Hesaplamalarda kullanılan eşitlikler

a-Fermiyon ileticisi  $D_F(q) = \frac{i}{p - m_q}$ (A.1)

b-Kuark-gluon köşesi  $\Gamma = ig \frac{\lambda^a}{2} \gamma_\mu$ (A.2)

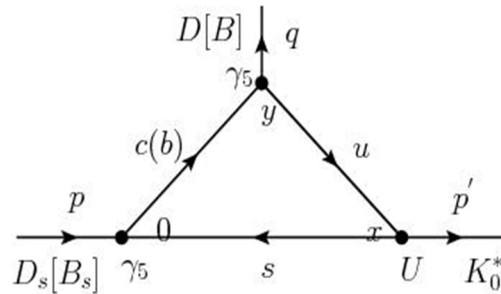
c- Potansiyel alan $A_\mu^a(k) = -\frac{i}{2} (2\pi)^4 G_{\lambda\mu}^a(0) \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \delta(k)$ (A.3)

d-Kısmi türev $x_\phi = i \frac{\partial}{\partial k_\phi} = -i \frac{1}{k} \gamma_\phi \frac{1}{k}$ (A.4)

e- Fermiyon alanı
$$\begin{aligned} \psi_\beta(x) &= \psi_\beta(0) + x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} \\ &+ \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} \\ &+ \frac{1}{6} x_\lambda x_{\lambda'} x_{\lambda''} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \nabla_{\lambda''} \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} + \dots \end{aligned}$$
 (A.5)

[48]

Ek.B.1. Yalın ilmek üç nokta Feynman diyagramının hesaplanması



Şekil B 1: En düşük seviyede kuark yalın ilmek üç nokta Feynman diyagramının gösterimi

Şekil.B.1’de gösterilen yalın ilmek diyagramının matris elemanı;

$$M_1 = N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \hat{I}z \left[U \frac{i}{\not{p}' + \not{k} - m_u} \gamma_5 \frac{i}{\not{p} + \not{k} - m_{c(b)}} \gamma_5 \frac{i}{\not{k} - m_s} \right] \quad (\text{B.1})$$

şeklinde ifade edilir. Burada m_u, m_s ve $m_{c(b)}$ sırasıyla u, s ve $c(b)$ kuarklarının kütleleridir. N_c ise renk sayısıdır ve değeri 3'tür. p, p', k ve q 4-boyutlu momentumları göstermektedir.

Matris elemanı payda kısmındaki ifadenin eşleniği ile çarpılıp bölünürse aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$M_1 = -iN_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\hat{I}z \left[U (\not{p}' + \not{k} + m_u) \gamma_5 (\not{p} + \not{k} + m_{c(b)}) \gamma_5 (\not{k} + m_s) \right]}{\left[(p' + k)^2 - m_u^2 \right] \left[(p + k)^2 - m_{c(b)}^2 \right] \left[k^2 - m_s^2 \right]} \quad (\text{B.2})$$

Yukarıdaki 4 boyutlu integralin alınabilmesi için Cutkosky kuralı olarak bilinen, kuark ileticilerinin Dirac delta ' δ ' fonksiyonları ile yer değiştirmesi esasına dayanan aşağıdaki yöntem kullanılır:

$$\frac{1}{q^2 - m^2} \rightarrow (-2\pi i) \delta(q^2 - m^2)$$

Bu kurala göre M_1 ifadesi yeniden düzenlenirse;

$$M_1 = -iN_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (-2\pi i)^3 \delta((p' + k)^2 - m_u^2) \delta((p + k)^2 - m_{c(b)}^2) \delta(k^2 - m_s^2) \hat{I}z \left[U (\not{p}' + \not{k} + m_u) \gamma_5 (\not{p} + \not{k} + m_{c(b)}) \gamma_5 (\not{k} + m_s) \right] \quad (\text{B.3})$$

eşitliği elde edilir.

(B.3) eşitliğindeki 4-boyutlu momentum integral ifadesini I_0 olarak tanımlayalım:

$$I_0 = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (-2\pi i)^3 \delta((p' + k)^2 - m_u^2) \delta((p + k)^2 - m_{c(b)}^2) \delta(k^2 - m_s^2) \quad (\text{B.4})$$

I_0 integralini hesaplamak için aşağıdaki dönüşümler yapılır ve giren parçacığın durgun olduğu ($\vec{p} = 0$) kabul edilirse;

$$\int d^4 k = \int d^3 \vec{k} dk_0$$

$$k^2 - m_s^2 = k_0^2 - (\vec{k})^2 - m_s^2 = k_0^2 - (\vec{k}^2 + m_s^2) = k_0^2 - \varepsilon_0^2$$

$$(p' + k)^2 - m_u^2 = p'^2 + k^2 + 2p' \cdot k - m_u^2$$

$$(p + k)^2 - m_{c(b)}^2 = p^2 + k^2 + 2p \cdot k - m_{c(b)}^2$$

$$p' \cdot k = p_0' k_0 - \vec{p}' \cdot \vec{k} = p_0' k_0 - |\vec{p}'| |\vec{k}'| \cos \theta$$

$$p \cdot k = p_0 k_0 - \vec{p} \cdot \vec{k} = p_0 k_0$$

olur. Yukarıdaki eşitlikler (B.4) ifadesinde yerine yazılırsa;

$$I_0 = \frac{i}{2\pi} \int d^3 \vec{k} \int dk_0 \delta(k_0^2 - \varepsilon_0^2) \delta(p'^2 + k^2 + 2(p_0' k_0 - |\vec{p}'| |\vec{k}'| \cos \theta) - m_u^2) \delta(p^2 + k^2 + 2p_0 k_0 - m_{c(b)}^2) \quad (\text{B.5})$$

eşitliği elde edilir.

$$\delta(x^2 - a^2) = \frac{1}{2a} [\delta(x-a) + \delta(x+a)] \quad \text{kuralına göre} \quad \delta(k_0^2 - \varepsilon_0^2) = \frac{1}{2\varepsilon_0} \delta(k_0 - \varepsilon_0) \quad \text{eşitliği}$$

(B.5) ifadesinde yerine yazılırsa;

$$I_0 = \frac{i}{2\pi} \int d^3 \vec{k} \int dk_0 \frac{1}{2\varepsilon_0} \delta(k_0^2 - \varepsilon_0^2) \delta(p'^2 + k^2 + 2(p_0' k_0 - |\vec{p}'| |\vec{k}'| \cos \theta) - m_u^2) \delta(p^2 + k^2 + 2p_0 k_0 - m_{c(b)}^2) \quad (\text{B.6})$$

eşitliği elde edilir.

$\int dx \delta(x-a) f(x) = f(a)$ eşitliği kullanılarak I_0 integralini alınır, böylece integral 3 boyutlu hale gelir ve ifade;

$$I_0 = \frac{i}{2\pi} \int d^3 \vec{k} \frac{1}{2\varepsilon_0} \delta(p'^2 + k^2 + 2(p_0' k_0 - |\vec{p}'| |\vec{k}'| \cos \theta) - m_u^2) \delta(p^2 + k^2 + 2p_0 k_0 - m_{c(b)}^2) \quad (\text{B.7})$$

şeklini alır.

Kütle kabuğunda $p^2 = s$ $p'^2 = s'$ ve $k^2 = m_s^2$ dönüşümü uygulanarak;

$$I_0 = \frac{i}{2\pi} \int d^3 \vec{k} \frac{1}{2\varepsilon_0} \delta(s' + m_s^2 + 2(p_0' \varepsilon_0 - |\vec{p}'| |\vec{k}'| \cos \theta) - m_u^2) \delta(s + m_2^2 + 2p_0 k_0 - m_{c(b)}^2) \quad (\text{B.8})$$

ifadesi elde edilir. (B.8) eşitliğinde;

$$|\vec{k}'|^2 = \varepsilon_0^2 - m_s^2 \rightarrow |\vec{k}'| d|\vec{k}'| = \varepsilon_0 d\varepsilon_0$$

ve

$$d^3\vec{k} = |\vec{k}|^2 d|\vec{k}| \sin\theta d\theta d\phi = |\vec{k}|^2 d|\vec{k}| d(-\cos\theta) d\phi = |\vec{k}| \varepsilon_0 d\varepsilon_0 d(-\cos\theta) d\phi$$

dönüşümleri uygulanırsa;

$$I_0 = \frac{i}{2} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} |\vec{k}| d\varepsilon_0 d(-\cos\theta) d\phi \delta(s' + m_s^2 + 2(p_0' \varepsilon_0 - |\vec{p}'| |\vec{k}| \cos\theta) - m_u^2) \delta(s + m_s^2 - m_{c(b)}^2 + 2p_0 k_0) \quad (\text{B.9})$$

$$\cos\theta = \frac{m_s^2 + s' + 2\varepsilon_0 p_0' - m_u^2}{2|\vec{k}| |\vec{p}'|}$$

ve

$$\varepsilon_0 = \frac{m_{c(b)}^2 - m_s^2 - s}{2p_0}$$

eşitlikleri elde edilir. Daha sonra;

$$\delta(A - Bx) = \frac{1}{|B|} \delta\left(\frac{A}{B} - x\right)$$

eşitliği kullanılarak sırasıyla $d\varepsilon_0$ ve $d(-\cos\theta)$ integralleri alınır ve;

$$I_0 = \frac{-iN_c}{4} \frac{1}{p_0} \frac{1}{2|\vec{p}'| |\vec{k}|} \sqrt{\left(\frac{m_s^2 - m_{c(b)}^2 + s}{2p_0}\right)^2 - m_s^2} \quad (\text{B.10})$$

ifadesi elde edilir.

Kütle kabuğunda $p^2 = s$, $p'^2 = s'$ idi. Böylece;

$$q^2 = (p - p')^2 = p^2 + p'^2 - 2p \cdot p' = s + s' - 2(p_0 p_0' - \vec{p} \cdot \vec{p}')$$

$\vec{p} = 0$ olduğundan $p_0 = \sqrt{s}$ yazılabilir ve;

$$q^2 = s + s' - 2\sqrt{s} p_0'$$

elde edilir.

Yukarıdaki eşitlikten;

$$p_0' = \frac{s + s' - q^2}{2\sqrt{s}}$$

olur.

(B.10) eşitliğinde, çıkan parçacığın 4 lü momentum ifadesi için;

$$p'^2 = |p_0'|^2 - |\vec{p}'|^2$$

$$|\vec{p}'|^2 = \sqrt{|p_0'|^2 - s'} = \sqrt{\left(\frac{s + s' - q^2}{2\sqrt{s}}\right)^2 - s'}$$

dönüşümü yapıldıktan sonra;

$$I_0 = \frac{i}{4} \frac{1}{\sqrt{(s + s' - q^2)^2 - 4ss'}} \quad (\text{B.11})$$

sonucu elde edilir.

(B.3) eşitliğindeki İz ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} \text{İz} \left[U(\not{p}' + \not{k} + m_u) \gamma_5 (\not{p} + \not{k} + m_{c(b)}) \gamma_5 (\not{k} + m_s) \right] = & 4m_u \left[m_{c(b)} m_s - (k \cdot k + k \cdot p) \right] + 4m_{c(b)} (k \cdot k + k \cdot p') \\ & - 4m_s (k \cdot k + k \cdot p + k \cdot p' + p \cdot p') \end{aligned}$$

Yukarıda gördüğümüz İz ifadesinde momentum ifadelerinin kütle kabuğundaki eşitliklerini aşağıdaki şekilde yazılır:

$$k \cdot k = m_s^2$$

$$(k + p')^2 = k^2 + p'^2 + 2p' \cdot k$$

$$p' \cdot k = \frac{-[k^2 - p'^2 + (k + p')^2]}{2} = \frac{-[m_s^2 - s' + m_u^2]}{2}$$

$$(k + p)^2 = k^2 + p^2 + 2p \cdot k$$

$$p \cdot k = \frac{-[k^2 - p^2 + (k+p)^2]}{2} = \frac{-[m_s^2 - s + m_{c(b)}^2]}{2}$$

$$q = p - p'$$

$$q^2 = p^2 - 2p \cdot p' + p'^2$$

$$p \cdot p' = \frac{[p^2 + p'^2 - q^2]}{2} = \frac{[s + s' - q^2]}{2}$$

İz ifadesi yukarıdaki eşitliklere göre düzenlenirse;

$$\begin{aligned} \text{İz} [U(\not{p}' + \not{k} + m_u)\gamma_5(\not{p} + \not{k} + m_{c(b)})\gamma_5(\not{k} + m_s)] &= 2(m_{c(b)} m_s^2 - m_{c(b)}^2 m_s - m_{c(b)}^2 m_u + 2m_{c(b)} m_s m_u - m_s^2 m_u \\ &\quad + m_{c(b)} m_u^2 - m_s m_u^2 + q^2 m_s + s m_u - s' m_{c(b)}) \end{aligned}$$

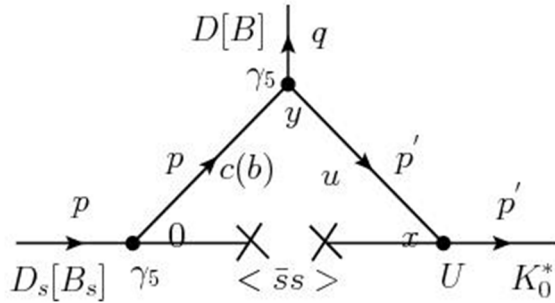
elde edilir.

İz ifadesinin sonucu (B.3) eşliğinde yazıldığında yalnız ilmek diyagramı için elde edilen sonuç;

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{N_c}{2} \frac{1}{\sqrt{(s + s' - q^2)^2 - 4s s'}} (m_{c(b)} m_s^2 - m_{c(b)}^2 m_s - m_{c(b)}^2 m_u \\ &\quad + 2m_{c(b)} m_s m_u - m_s^2 m_u + m_{c(b)} m_u^2 - m_s m_u^2 + q^2 m_s + s m_u - s' m_{c(b)}) \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

olur.

Ek.B.2. Kuark yoğunlaşmasına karşılık gelen Feynman diyagramının hesaplanması



Şekil B 2: Kuark yoğunlaşmasına ait Feynman diyagramının gösterimi

Şekil B.2'de gösterilen yoğunlaşma diyagramının matris elemanı;

$$M_2 = \langle 0 | \bar{\psi}_\beta^a(x) \left[U \frac{i}{\not{p}' - m_u} \gamma_5 \frac{i}{\not{p} - m_{c(b)}} \gamma_5 \right] \bar{\psi}_\alpha^a(0) | 0 \rangle \quad (\text{B.13})$$

şeklinde ifade edilir.

İfade fermiyon alanının ilk terimine göre yazıldığında;

$$M_2 = \langle \bar{\psi}_\beta^a(x) \left[U \frac{i}{\not{p}' - m_u} \gamma_5 \frac{i}{\not{p} - m_{c(b)}} \gamma_5 \right]_{\beta\alpha} \bar{\psi}_\alpha^a(0) \rangle \quad (\text{B.14})$$

$$M_2 = \left(U \frac{i}{\not{p}' - m_u} \gamma_5 \frac{i}{\not{p} - m_{c(b)}} \gamma_5 \right)_{\beta\alpha} \langle \bar{\psi}_\beta^a(0) \psi_\alpha^a(0) \rangle \quad (\text{B.15})$$

elde edilir.

$$\langle \bar{\psi}_\beta^i(x) \psi_\alpha^j(0) \rangle = \frac{1}{12} \delta^{ij} \delta_{\beta\alpha} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \quad [52]$$

ifadesi (B.15) eşitliğinde yerine yazıldığında M_2 ;

$$M_2 = - \frac{\langle \bar{\psi} \psi \rangle}{4} \frac{\text{İz} \left[U (\not{p}' + m_u) \gamma_5 (\not{p} + m_{c(b)}) \gamma_5 \right]}{(p'^2 - m_u^2)(p^2 - m_{c(b)}^2)} \quad (\text{B.16})$$

şeklini alır.

(B.16) eşitliğindeki İz ifadesinin sonucu;

$$\text{İz} \left[U (\not{p}' + m_u) \gamma_5 (\not{p} + m_{c(b)}) \gamma_5 \right] = 4 m_{c(b)} m_u - 4 p \cdot p'$$

şeklindedir.

$$p \cdot p' = \left[\frac{p^2 + p'^2 - q^2}{2} \right]$$

eşitliği ve İz ifadesinin sonucu (B.16) ifadesinde yerine yazıldığında kuark yoğunlaşma diyagramı için elde edilen sonuç;

$$M_2 = - \frac{\langle \bar{s} s \rangle}{2} \frac{2 m_{c(b)} m_u - p^2 - p'^2 + q^2}{(p'^2 - m_u^2)(p^2 - m_{c(b)}^2)} \quad (\text{B.17})$$

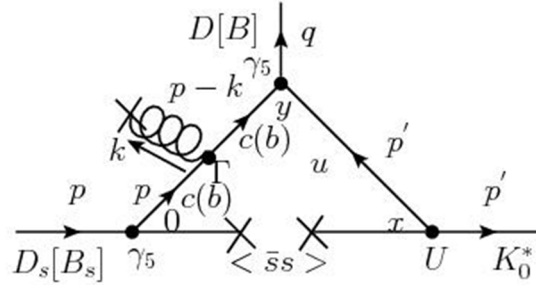
olur.

Çift Borel dönüşümü uygulandıktan sonra elde edilen sonuç;

$$BM_2 = -\frac{\langle \bar{s}s \rangle}{2} \left[2m_{c(b)} m_u - m_{c(b)}^2 - m_u^2 + q^2 \right] e^{\frac{-m_{c(b)}^2}{M^2}} e^{\frac{-m_u^2}{M^2}} \quad (\text{B.18})$$

dir.

Ek.B.3: Gluon katkılı kuark yoğunlaşmalarına karşılık gelen Feynman diyagramının hesaplanması



Şekil B 3: Gluon katkılı kuark yoğunlaşmasına ait Feynman diyagramının gösterimi

Şekil B.3'de gösterilen Feynman diyagramının matris elemanı;

$$M_3 = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \langle 0 | \bar{\psi}_\sigma^a(x) \left\{ U \frac{i}{\not{p}' - m_u} \gamma_5 \frac{i}{\not{p} - \not{k} - m_{c(b)}} \left[-ig \frac{\lambda^c}{2} \gamma_\tau \left(-\frac{i}{2} (2\pi)^4 G_{\lambda\tau}^c \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \delta^4(k) \right) \right] \frac{i}{\not{p} - m_{c(b)}} \gamma_5 \right\} \psi_\rho^a(0) | 0 \rangle \quad (\text{B.19})$$

şeklinde yazılır. (A.5) eşitliğindeki fermiyon alanının ilk terimi göz önüne alınır ve gerekli dönüşümler yapılırsa ifade;

$$M_3 = \int d^4 k \delta^4(k) \frac{i^5}{2} \langle 0 | \bar{\psi}_\sigma^a(0) g \frac{\lambda^c}{2} G_{\lambda\tau}^c \psi_\rho^a(0) | 0 \rangle \left[U \frac{1}{\not{p}' - m_u} \gamma_5 \frac{1}{\not{p} - \not{k} - m_{c(b)}} \gamma_\tau \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \frac{1}{\not{p} - m_{c(b)}} \gamma_5 \right]_{\sigma\rho} \quad (\text{B.20})$$

şeklini alır. Buradan;

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\sigma^a(0) g \frac{\lambda^c}{2} G_{\lambda\tau}^c \psi_\rho^a(0) | 0 \rangle = A(\sigma_{\lambda\tau})_{\rho\sigma}$$

eşitliğinin her iki tarafı $(\sigma_{\lambda\tau})_{op}$ ile çarpılırsa;

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\sigma(0) g \sigma_{\lambda\tau} \frac{\lambda^c}{2} G_{\lambda\tau}^c \psi_\rho(0) | 0 \rangle = A \dot{I}z [\sigma_{\lambda\tau} \sigma_{\lambda\tau}]$$

olur ve A katsayısı;

$$A = \frac{m_0^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle}{48}$$

şeklinde elde edilir.

$$\langle 0 | \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} g \frac{\lambda^a}{2} G^{\mu\nu} \psi | 0 \rangle = m_0^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle \quad [52]$$

eşitliği kullanılarak matris elemanı;

$$M_3 = \int d^4k \delta^4(k) (-i^5) \frac{m_0^2 \langle \bar{s} s \rangle}{96} \dot{I}z \left[\frac{\partial}{\partial k_\lambda} U \frac{1}{\not{p}' - m_u} \gamma_5 \frac{1}{\not{p} - \not{k} - m_{c(b)}} \gamma_\tau \frac{1}{\not{p} - m_{c(b)}} \gamma_5 \sigma_{\lambda\tau} \right] \quad (B.21)$$

şeklini alır.

(A.4) eşitliği kullanılarak;

$$M_3 = \int d^4k \delta^4(k) (-i^5) \frac{m_0^2 \langle \bar{s} s \rangle}{96} \dot{I}z \left[U \frac{1}{\not{p}' - m_u} \gamma_5 \frac{1}{\not{p} - \not{k} - m_{c(b)}} \gamma_\lambda \frac{1}{\not{p} - \not{k} - m_{c(b)}} \gamma_5 \frac{1}{\not{p} - m_{c(b)}} \gamma_5 \sigma_{\lambda\tau} \right] \quad (B.22)$$

elde edilir.

(B.22) eşitliğindeki $\dot{I}z$ ifadesinin sonucu yerine yazılır ve integral alınırsa;

$$M_3 = - \frac{m_0^2 \langle \bar{s} s \rangle}{4} \frac{2m_{c(b)} m_u p^2 - 2m_c^3 m_u + m_c^2 p \cdot p' - p^2 p \cdot p'}{(p'^2 - m_3^2)(p^2 - m_1^2)^3} \quad (B.23)$$

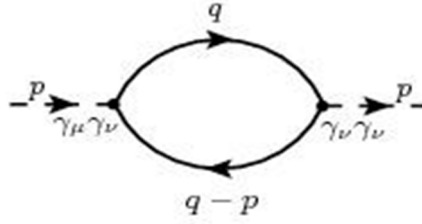
elde edilir.

Çift Borel dönüşümü uygulandıktan sonra elde edilen sonuç ise;

$$BM_3 = \frac{-m_0^2}{8} \langle \bar{s}s \rangle \left[\frac{4m_{c(b)}m_u}{M^2} - 1 + \frac{m_{c(b)}^2}{M^2} + \frac{m_u^2}{M^2} - \frac{3}{2} \frac{q^2}{M^2} \right] e^{\frac{-m_{c(b)}^2}{M^2}} e^{\frac{-m_u^2}{M^2}} \quad (\text{B.24})$$

olur.

Ek.C.1. Yalın ilmek iki nokta Feynman diyagramının hesaplanması



Şekil C 1: En düşük seviyede kuark yalın ilmek iki nokta Feynman diyagramının gösterimi

Şekil C.1’de gösterilen yalın ilmek diyagramının matris elemanı;

$$M'_1 = N_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[\gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{q} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{i}{\not{q} - \not{p} - m_2} \right] \quad (\text{C.1})$$

şeklinindedir. p ve q parçacıkların momentumlarını göstermektedir. Matris elemanı payda kısmındaki ifadenin eşleniği ile çarpılıp bölünürse aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$M'_1 = N_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\text{Tr} \left[\gamma_\nu \gamma_5 (\not{q} + m_1) \gamma_\mu \gamma_5 (\not{q} - \not{p} + m_2) \right]}{(q^2 - m_1^2) [(q-p)^2 - m_2^2]} \quad (\text{C.2})$$

Yukarıda gördüğümüz 4 boyutlu integral Ek. B.1’de gösterilen Cutkosky kuralı ile alınır:

$$M'_1 = -N_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} (-2\pi i)^2 \delta(q^2 - m_1^2) \delta((q-p)^2 - m_2^2) \text{Tr} \left[\gamma_\nu \gamma_5 (\not{q} + m_1) \gamma_\mu \gamma_5 (\not{q} - \not{p} - m_2) \right] \quad (\text{C.3})$$

(C.3) eşitliğindeki 4-boyutlu momentum integral ifadesi I_0 olarak tanımlanır:

$$M'_1 = -N_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} (-2\pi i)^2 \delta(q^2 - m_1^2) \delta((q-p)^2 - m_2^2) \quad (\text{C.4})$$

I_0 ifadesine Ek B.1.’de gösterilen dönüşümler uygulandığında;

$$I_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(m_1^2 - m_2^2 + s)^2}{4s} - m_1^2} \quad (\text{C.5})$$

sonucu elde edilir.

(C.3) eşitliğinde görülen $\dot{I}z$ ifadesinin sonucu;

$$\dot{I}z [\gamma_v \gamma_s (\not{q} + m_1) \gamma_\mu \gamma_s (\not{q} - \not{p} + m_2)] = 4 [-p_\nu q_\mu - p_\mu q_\nu + 2q_\nu q_\mu + g_{\mu\nu} (-m_1 m_2 + p \cdot q - q \cdot q)]$$

şeklindedir.

Daha sonra $\dot{I}z$ ifadesinde bulunan q_ν ve q_μ ifadeleri için;

$q_\mu = A p_\mu$ şeklinde yazılıp p_μ ile çarpılırsa,

$$q \cdot p = A p^2 = A s$$

elde edilir.

Kütle kabuğunda $p^2 = s$ olduğundan;

$$A = \frac{q \cdot p}{s}$$

olur. A ifadesi yerine yazıldığında;

$$q_\mu = \frac{q \cdot p}{s} p_\mu \quad \text{ve} \quad q_\nu = \frac{q \cdot p}{s} p_\nu$$

elde edilir. Daha sonra $q_\mu q_\nu$ ifadesi;

$$q_\mu q_\nu = B g_{\mu\nu} + C p_\mu p_\nu$$

şeklinde yazılır. Bu ifadenin her iki tarafı önce $g_{\mu\nu}$ ile daha sonra $p_\mu p_\nu$ ile çarpılır ve elde edilen eşitlikler kullanılarak;

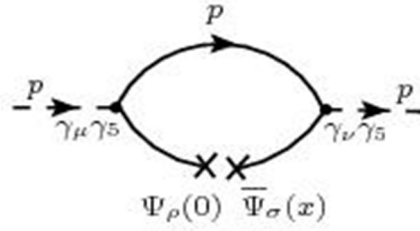
$$B = \left(\frac{q^2}{3} - \frac{(p \cdot q)^2}{3s} \right) \quad \text{ve} \quad C = \left(\frac{q^2}{3s} + \frac{4(p \cdot q)^2}{3s^2} \right)$$

elde edilir. Böylece sonuç;

$$M_1 = \frac{N_c}{\pi} \sqrt{\frac{(m_1^2 - m_2^2 + s)^2}{4s} - m_1^2} \left\{ P_\mu P_\nu \left[\frac{2(m_1^2 - m_2^2 + s)^2}{3s^2} - \frac{(m_1^2 - m_2^2 + s)}{s} \frac{2m_1^2}{3s} \right] + g_{\mu\nu} \left[\frac{m_1^2 - m_2^2 + s}{2} - \frac{m_1^2}{3} - m_1 m_2 \frac{(m_1^2 - m_2^2 + s)^2}{6s} \right] \right\} \quad (C.6)$$

olur.

Ek.C.2. Kuark yoğunlaşmasına karşılık gelen iki nokta Feynman diyagramının hesaplanması



Şekil C 2: Kuark yoğunlaşmasına ait iki nokta Feynman diyagramının gösterimi

Şekil C 2’de gösterilen yoğunlaşma diyagramının matris elemanı;

$$M'_2 = \langle 0 | \bar{\psi}_\sigma^a(x) \left[\gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{p} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \right] \psi_\rho^a(0) | 0 \rangle$$

(C.7)

şeklindedir.

Matris elemanı (A.5) eşitliğinde gösterilen fermiyon alanının ilk terimine göre yazıldığında;

$$M'_{2_a} = \langle 0 | \bar{\psi}_\sigma^a(0) \left[\gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{p} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \right] \psi_\rho^a(0) | 0 \rangle \quad (C.8)$$

şeklini alır. (C.8) ifadesinde tanımlanan matris elemanı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$M'_{2_a} = \left(\gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{p} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \right)_{\sigma\rho} \langle 0 | \bar{\psi}_\sigma^a(0) \psi_\rho^a(0) | 0 \rangle \quad (C.9)$$

Ek.B.2’deki [52]’de gösterilen eşitlik kullanılarak;

$$M'_{2_a} = \frac{i}{4} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \frac{\dot{I}z [\gamma_\nu \gamma_5 (\not{p} + m_1) \gamma_\mu \gamma_5]}{(p^2 - m_1^2)} \quad (\text{C.10})$$

elde edilir.

İz ifadesi;

$$\dot{I}z [\gamma_\nu \gamma_5 (\not{p} + m_1) \gamma_\mu \gamma_5] = -4m_1 g_{\mu\nu}$$

şeklindedir.

İz ifadesi (C.10) ifadesinde yerine konursa kuark yoğunlaşma diyagramının sonucu;

$$M'_{2_a} = -i \langle \bar{\psi} \psi \rangle \frac{m_1 g_{\mu\nu}}{(p^2 - m_1^2)} \quad (\text{C.11})$$

şeklinde elde edilir.

Matris elemanı (A.5) eşitliğinde gösterilen fermiyon alanının ikinci terimine göre yazıldığında;

$$M'_{2_b} = \langle 0 | \bar{\psi}_\sigma^a(0) \left[\gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{p} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \right] x_a \nabla_a \psi_\rho^a(0) \Big|_{x=0} | 0 \rangle \quad (\text{C.12})$$

olur.

$x_\alpha = -i \frac{\partial}{\partial p_\alpha}$ eşitliği kullanılarak;

$$M'_{2_b} = \left(\gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{p} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \right)_{\sigma\rho} (-i) \frac{\partial}{\partial p_\alpha} \langle 0 | \bar{\psi}_\sigma^a(0) \nabla_a \psi_\rho^a(0) \Big|_{x=0} | 0 \rangle \quad (\text{C.13})$$

yazılabilir.

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\sigma^a(0) \nabla_a \psi_\rho^a(0) \Big|_{x=0} | 0 \rangle = A (\gamma_\alpha)_{\rho\sigma} (\gamma_\alpha)_{\sigma\rho}$$

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\sigma^a(0) \nabla_a \gamma_\alpha \psi_\rho^a(0) \Big|_{x=0} | 0 \rangle = A \dot{I}z [\gamma_\alpha \gamma_\alpha] = 4 g_{\alpha\alpha} A$$

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\sigma^a(0) \not{\gamma} \psi_\rho^a(0) \Big|_{x=0} | 0 \rangle = 16 A$$

ve

Dirac denkleminde; $(i \not{\partial} - m_2)\psi = 0$

$$-i m_2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle = 16 A$$

$$A = \frac{-i m_2}{16} \langle \bar{\psi} \psi \rangle$$

eşitliği elde edildikten sonra (C.13) ifadesinde yerine yazılarak;

$$M'_{2_b} = \frac{-i m_2}{16} \langle \bar{\psi} \psi \rangle (\gamma_\alpha)_{\sigma\rho} \frac{\partial}{\partial p_\alpha} \left(\gamma_\nu \gamma_5 \frac{1}{\not{p} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \right)_{\sigma\rho} \quad (\text{C.14})$$

elde edilir.

$x_\alpha = -i \frac{\partial}{\partial p_\alpha}$ eşitliği kullanılarak ifade;

$$M'_{2_b} = \frac{i m_2}{16} \langle \bar{\psi} \psi \rangle (\gamma_\alpha)_{\sigma\rho} \left(\gamma_\nu \gamma_5 \frac{1}{\not{p} - m_1} \gamma_\alpha \frac{1}{\not{p} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \right)_{\sigma\rho} \quad (\text{C.15})$$

şeklini alır. (C.15) eşitliğinde tanımlanan matris elemanı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$M'_{2_b} = \frac{i m_2}{16} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \frac{\text{İz} \left[\gamma_\alpha \gamma_\nu \gamma_5 (\not{p} + m_1) \gamma_\alpha (\not{p} + m_1) \gamma_\mu \gamma_5 \right]}{(p^2 - m_1^2)^2} \quad (\text{C.16})$$

İz ifadesinin sonucu;

$$\text{İz} \left[\gamma_\alpha \gamma_\nu \gamma_5 (\not{p} + m_1) \gamma_\alpha (\not{p} + m_1) \gamma_\nu \gamma_5 \right] = 16 p_\mu p_\nu - 8 m_1^2 g_{\mu\nu}$$

şeklindedir.

İz ifadesinin sonucu (C.16) ifadesinde yerine konursa fermiyon alanının ikinci terimine göre elde edilen sonuç;

$$M'_{2_b} = \frac{i m_2}{2} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \frac{2 p_\mu p_\nu - m_1^2 g_{\mu\nu}}{(p^2 - m_1^2)^2} \quad (\text{C.17})$$

şeklinde olur.

Matris elemanı (A.5) eşitliğinde gösterilen fermiyon alanının üçüncü terimine göre yazıldığında;

$$M'_{2_c} = \langle 0 | \bar{\psi}_\sigma^a(0) \left[\gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{p} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \right] \frac{1}{2} x_\beta x_\alpha \nabla_\beta \nabla_\alpha \psi_\rho^a(0) \Big|_{x=0} | 0 \rangle \quad (C.18)$$

olur (C.18) ifadesinde tanımlanan matris elemanı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$M'_{2_c} = \left(\gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{p} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \right)_{\sigma\rho} \frac{1}{2} \left(-i \frac{\partial}{\partial p_\alpha} \right) \left(-i \frac{\partial}{\partial p_\beta} \right) \langle 0 | \bar{\psi}_\sigma^a(0) \nabla_\beta \nabla_\alpha \psi_\rho^a(0) \Big|_{x=0} | 0 \rangle \quad (C.19)$$

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\sigma^a(0) \nabla_\beta \nabla_\alpha \psi_\rho^a(0) \Big|_{x=0} | 0 \rangle = B(g_{\alpha\beta})_{\rho\sigma} \quad [48]$$

Yukarıdaki ifade $(g_{\alpha\beta})_{\sigma\rho}$ ile çarpılırsa;

$$B = \frac{1}{16} \langle 0 | \bar{\psi} \nabla \nabla \psi | 0 \rangle$$

eşitliği elde edilir. Aşağıdaki dönüşümler uygulanarak B ifadesi;

$$\hat{\nabla} \hat{\nabla} = \nabla^2 - i \sigma_{\alpha\beta} \nabla_\alpha \nabla_\beta$$

$$\hat{\nabla} \hat{\nabla} = \nabla^2 - i \sigma_{\alpha\beta} \frac{1}{2} [\nabla_\alpha, \nabla_\beta] = \nabla^2 - \frac{1}{2} \sigma_{\alpha\beta} g G_{\alpha\beta}$$

$$\nabla^2 = \hat{\nabla} \hat{\nabla} + \frac{1}{2} \sigma_{\alpha\beta} g G_{\alpha\beta}$$

$$B = \frac{1}{16} \left[-m_1^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle + \frac{1}{2} m_0^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle \right]$$

şeklini alır.

Böylece matris elemanı;

$$M_{2_c} = -\frac{i}{32} \left[-m_1^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle + \frac{1}{2} m_0^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle \right] \dot{I}z \left[\gamma_\nu \gamma_5 \frac{1}{\not{p} - m_1} \gamma_\alpha \frac{1}{\not{p} - m_1} \gamma_\beta \frac{1}{\not{p} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \right. \\ \left. + \gamma_\nu \gamma_5 \frac{1}{\not{p} - m_1} \gamma_\beta \frac{1}{\not{p} - m_1} \gamma_\alpha \frac{1}{\not{p} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \right] \quad (C.20)$$

şeklini alır.

İz ifadesinin sonucu aşağıdaki gibidir;

$$\dot{I}z \left[\gamma_\nu \gamma_5 (\not{p} + m_1) \gamma_\alpha (\not{p} + m_1) \gamma_\beta (\not{p} + m_1) \gamma_\mu \gamma_5 \right] + \dot{I}z \left[\gamma_\nu \gamma_5 (\not{p} + m_1) \gamma_\beta (\not{p} + m_1) \gamma_\alpha (\not{p} + m_1) \gamma_\mu \gamma_5 \right] \\ = -32 m_1^3 g_{\mu\nu}$$

İz ifadesinin sonucu (C.20) eşitliğinde yerine konduğunda matris elemanı;

$$M'_{2_c} = i(-m_1^2 + \frac{m_0^2}{2}) \langle \bar{\psi} \psi \rangle \frac{m_1^3}{(p^2 - m_1^2)^3} g_{\mu\nu} \quad (C.21)$$

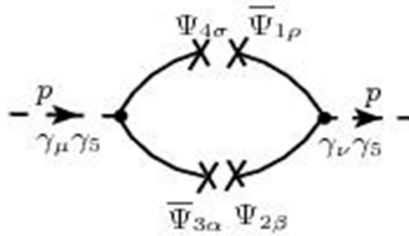
şeklinde elde edilir.

Şekil C.2'deki kuark yoğunlaşma diyagramının sonucu;

$$M'_{2_c} = -i \langle \bar{\psi} \psi \rangle \left(\frac{m_1 g_{\mu\nu}}{(p^2 - m_1^2)} - \frac{i m_2}{2} \frac{p_\mu p_\nu - m_1^2 g_{\mu\nu}}{(p^2 - m_1^2)^2} - i(-m_1^2 + \frac{m_0^2}{2}) \frac{m_1^3 g_{\mu\nu}}{(p^2 - m_1^2)^3} \right) \quad (C.22)$$

şeklindedir.

Ek.C.3. Çift kuark yoğunlaşmasına karşılık gelen iki nokta Feynman diyagramının hesaplanması



Şekil C 3: Çift kuark yoğunlaşmasına ait iki nokta Feynman diyagramının gösterimi

Şekil C 3'de gösterilen çift kuark yoğunlaşma diyagramının matris elemanı;

$$M'_3 = \langle 0 | \bar{\psi}_{1\rho}^a (\gamma_\nu \gamma_5)_{\rho\beta}^{\text{ab}} \psi_{2\beta}^b \bar{\psi}_{3\alpha}^c (\gamma_\mu \gamma_5)_{\alpha\sigma}^{\text{cd}} \psi_{4\sigma}^d | 0 \rangle \quad (C.23)$$

(C.23) eşitliğinde tanımlanan matris elemanı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$M'_3 = \langle 0 | \bar{\psi}_{1\rho}^a \psi_{2\beta}^b \bar{\psi}_{3\alpha}^c \psi_{4\sigma}^d | 0 \rangle (\gamma_\nu \gamma_5)^{ab}_{\rho\beta} (\gamma_\mu \gamma_5)^{cd}_{\alpha\sigma} \quad (C.24)$$

$$\langle 0 | \bar{\psi}_{1\rho}^a \psi_{2\beta}^b \bar{\psi}_{3\alpha}^c \psi_{4\sigma}^d | 0 \rangle = \frac{1}{144} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle^2 (\delta^{ad} \delta^{cb} g_{\rho\sigma} g_{\beta\alpha} - \delta^{ab} \delta^{cd} g_{\rho\beta} g_{\alpha\sigma})$$

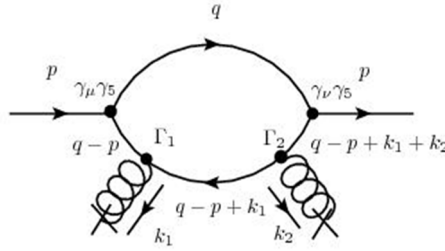
eşitliği kullanılarak sonuç;

$$M'_3 = -\frac{\langle \bar{\psi} \psi \rangle^2}{36} g_{\mu\nu} \quad (C.25)$$

şeklinde elde edilir.

Çift kuark yoğunlaşma diyagramının Borel hesabı sonucunda bu diyagramdan katkı gelmemektedir.

Ek.C.4. Çift gluon yoğunlaşmasına karşılık gelen iki nokta Feynman diyagramının hesaplanması



Şekil C 3: Çift gluonyoğunlaşmasına ait iki nokta Feynman diyagramının gösterimi

Çift gluon yoğunlaşmasına karşılık gelen iki nokta Feynman diyagramının ifadesi;

$$M'_4 = \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \langle 0 | \bar{z} \left\{ \gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{q} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{i}{\not{q} - \not{p} - m_2} \left[-ig \frac{\lambda^a}{2} \gamma_\tau \right] \right. \quad (C.26)$$

$$\left. \left[\frac{-i}{2} (2\pi)^4 G_{\lambda\tau}^a(0) \frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}} \delta^4(k_1) \right] \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 - m_2} \left[-ig \frac{\lambda^b}{2} \gamma_\rho \right] \right.$$

$$\left. \left[\frac{-i}{2} (2\pi)^4 G_{\lambda'\rho}^b(0) \frac{\partial}{\partial k_{2\lambda'}} \delta^4(k_2) \right] \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 + \not{k}_2 - m_2} \right\} | 0 \rangle$$

şeklindedir.

(C.26) ifadesinde tanımlanan matris elemanı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$M'_4 = \left(\frac{-i}{2}\right)^2 (-ig)^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \int d^4 k_1 \int d^4 k_2 \delta^4(k_1) \delta^4(k_2) \langle 0 | G_{\lambda\tau}^a G_{\lambda'\rho}^b | 0 \rangle \dot{I}_z \left[\frac{\lambda^a}{2} \frac{\lambda^b}{2} \right]$$

$$\dot{I}_z \left\{ \gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{q} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{i}{\not{q} - \not{p} - m_2} \gamma_\tau \frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}} \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 - m_2} \right.$$

$$\left. \gamma_\rho \frac{\partial}{\partial k_{2\lambda'}} \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 + \not{k}_2 - m_2} \right\} \quad (C.27)$$

$$\langle 0 | G_{\lambda\tau}^a G_{\lambda'\rho}^b | 0 \rangle = \frac{\langle G^2 \rangle}{96} \delta^{ab} (g_{\lambda\lambda'} g_{\tau\rho} - g_{\lambda\rho} g_{\tau\lambda'}) \quad [48]$$

Yukarıdaki eşitlik kullanılarak ifade;

$$M'_4 = g^2 \frac{\langle G^2 \rangle}{96} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \int d^4 k_1 \int d^4 k_2 \delta^4(k_1) \delta^4(k_2) (g_{\lambda\lambda'} g_{\tau\rho} - g_{\lambda\rho} g_{\tau\lambda'})$$

$$\dot{I}_z \left\{ \gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{q} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{i}{\not{q} - \not{p} - m_2} \gamma_\tau \frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}} \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 - m_2} \right.$$

$$\left. \gamma_\rho \frac{\partial}{\partial k_{2\lambda'}} \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 + \not{k}_2 - m_2} \right\} \quad (C.28)$$

şeklini alır.

(A.4) eşitliği kullanılarak $\frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}}$ ve $\frac{\partial}{\partial k_{2\lambda'}}$ türevleri alınırsa;

$$M'_4 = g^2 \frac{\langle G^2 \rangle}{96} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \int d^4 k_1 \int d^4 k_2 \delta^4(k_1) \delta^4(k_2)$$

$$(g_{\lambda\lambda'} g_{\tau\rho} - g_{\lambda\rho} g_{\tau\lambda'}) \dot{I}_z \left\{ \gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{q} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{i}{\not{q} - \not{p} - m_2} \gamma_\tau \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 - m_2} \gamma_\lambda \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 - m_2} \gamma_\rho \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 + \not{k}_2 - m_2} \right.$$

$$\gamma_{\lambda'} \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 + \not{k}_2 - m_2} + \gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{q} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{i}{\not{q} - \not{p} - m_2} \gamma_\tau \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 - m_2} \gamma_\rho \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 + \not{k}_2 - m_2} \gamma_\lambda \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 + \not{k}_2 - m_2}$$

$$\gamma_\rho \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 + \not{k}_2 - m_2} \gamma_{\lambda'} \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 + \not{k}_2 - m_2} \gamma_\lambda \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 + \not{k}_2 - m_2} \gamma_{\lambda'} \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 + \not{k}_2 - m_2} + \gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{q} - m_1} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{i}{\not{q} - \not{p} - m_2}$$

$$\left. \gamma_\tau \frac{i}{\not{q} - \not{p} + \not{k}_1 - m_2} \right\} \quad (C.29)$$

olur.

Yukarıdaki integral ifadesi aşağıda genel özellikleri verilen Feynman parametrizasyonu yöntemi ile alınır:

$$\int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Rightarrow \mu^{4-D} \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D}$$

μ burada keyfi kütle parametresini temsil etmektedir. Çünkü boyutsal regülarizasyon yönteminde uzay-zamanın 4-boyutlu olmaması dışında hiçbir kural ihlal edilmez; tüm fiziksel gereklilikler korunur. Dolayısıyla boyutsal regülarizasyon yöntemi Lorentz değişmezliği ayar değişmezliği ve üniter olma özelliklerini sağlar.

Aşağıda görülen Feynman integralinin hesaplanması için;

$$\mu^{4-D} \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{f(q)}{D_1 D_2 D_3 \dots D_i}$$

Feynman parametrizasyonu kullanılır. Bu yöntem ilmek diyagramlarının hesaplanmasında kullanılan elverişli bir yöntemdir.

Feynman parametrizasyonunun en gelen ifadesi aşağıdaki gibidir;

$$\prod_{i=1}^n \frac{1}{A_i^{\alpha_j}} = \frac{\Gamma(\alpha)}{\prod_{i=1}^n \Gamma(\alpha_i)} \int_0^1 (\prod_{i=1}^n dx_i x_i^{\alpha_j-1}) \frac{\delta(1-x)}{(\sum_{i=1}^n x_i A_i)^\alpha}$$

Burada; $\alpha_j (j=1,2,3,\dots,n)$ keyfi karmaşık sayıları temsil etmektedir ve;

$$\alpha = \sum_{j=1}^n \alpha_j \quad \text{ve} \quad x = \sum_{i=1}^n x_i$$

Genel olarak;

$$\frac{1}{AB} = \int_0^1 \frac{dx}{[Ax + B(1-x)]^2}$$

$$\frac{1}{ABC} = 2 \int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{dy}{[Ay + B(1-x-y) + Cx]^3}$$

yazılabilir.

Bazı momentum integrallerinin sonuçları aşağıdaki şekildedir:

$$\int \frac{d^D l}{2\pi^D} \frac{1}{(l^2 - \Delta)^n} = \frac{(-1)^n i \Gamma(n-D/2)}{4\pi^{D/2} \Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n-D/2}$$

$$\int \frac{d^D l}{2\pi^D} \frac{l^2}{(l^2 - \Delta)^n} = \frac{(-1)^{n-1} i}{4\pi^{D/2}} \frac{D}{2} \frac{\Gamma(n-D/2-1)}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n-D/2-1}$$

$$\int \frac{d^D l}{2\pi^D} \frac{l_\mu l_\nu}{(l^2 - \Delta)^n} = \frac{(-1)^{n-1} i}{4\pi^{D/2}} \frac{g_{\mu\nu}}{2} \frac{\Gamma(n-D/2-1)}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n-D/2-1}$$

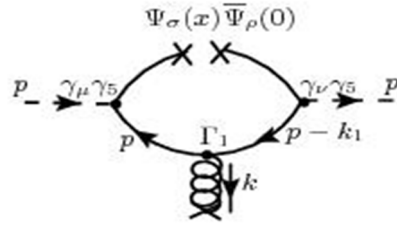
$$\int \frac{d^D l}{2\pi^D} \frac{(l^2)^2}{(l^2 - \Delta)^n} = \frac{(-1)^n i}{4\pi^{D/2}} \frac{D(D+2)}{4} \frac{\Gamma(n-D/2-1)}{\Gamma(n)} \Delta^{-n-D/2+2}$$

$$\int \frac{d^D l}{2\pi^D} \frac{l_\mu l_\nu l_\rho l_\sigma}{(l^2 - \Delta)^n} = \frac{(-1)^n i}{4\pi^{D/2}} \frac{\Gamma(n-D/2-2)}{\Gamma(n)} \Delta^{-n-D/2+2} \frac{1}{4} (g_{\mu\nu} g_{\rho\sigma} + g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma} g_{\nu\rho})$$

Burada;

$$D = 4 - 2\varepsilon \text{ dur.}$$

Ek.C.5. Gluon katkılı kuark yoğunlaşmalarına karşılık gelen Feynman diyagramının hesaplanması



Şekil C.5: Gluon katkılı kuark yoğunlaşmasına ait Feynman diyagramının gösterimi

Şekil C.5’de gösterilen Feynman diyagramının matris elemanı;

$$M'_{s_a} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \langle 0 | \bar{\psi}_\rho^a(0) \left[\gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{p} - \not{k}_1 - m_2} \left(-ig \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \gamma_\tau \left(-\frac{i}{2} \right) \right. \\ \left. (2\pi)^4 G_{\lambda\tau}^c(0) \frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}} \delta^4(k_1) \frac{i}{\not{p} - m_2} \gamma_\mu \gamma_5 \right] \psi_\sigma^b(0) | 0 \rangle \quad (C.30)$$

şeklinde yazılır. (A.5) ifadesindeki fermiyon alanının ilk terimi göz önüne alınır ve gerekli dönüşümler yapılırsa ifade;

$$M'_{5_a} = \frac{i^2}{2} \int d^4k \delta^4(k_1) \langle 0 | \bar{\psi}_\rho^a(0) \frac{\lambda^c}{2} g G_{\lambda\tau}^c \psi_\sigma^b(0) | 0 \rangle \frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}} \left[\gamma_\nu \gamma_5 \frac{1}{\not{\rho} - \not{k}_1 - m_2} \gamma_\tau \frac{1}{\not{\rho} - m_2} \gamma_\mu \gamma_5 \right]_{\rho\sigma} \quad (C.31)$$

şeklini alır. Buradan; $\langle 0 | \bar{\psi}_\rho^a(0) \frac{\lambda^c}{2} g G_{\lambda\tau}^c \psi_\sigma^b(0) | 0 \rangle$ ifadesi için Şekil B.3'de gösterilen dönüşümler uygulanırsa;

$$M'_{5_a} = -\frac{i^4}{2} (2\pi)^4 \frac{m_0^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle}{96} \delta^4(k_1) \frac{1}{[(p-k_1)^2 - m_2^2]^2 (p^2 - m_2^2)} \text{Tr} \left[\sigma_{\lambda\tau} \gamma_\nu \gamma_5 (\not{\rho} - \not{k}_1 + m_2) \gamma_\lambda (\not{\rho} - \not{k}_1 + m_2) \gamma_\tau (\not{\rho} + m_2) \gamma_\mu \gamma_5 \right] \quad (C.32)$$

ifadesi elde edilir.

İz ifadesinin sonucu;

$$\text{Tr} \left[\sigma_{\lambda\tau} \gamma_\nu \gamma_5 (\not{\rho} - \not{k}_1 + m_2) \gamma_\lambda (\not{\rho} - \not{k}_1 + m_2) \gamma_\tau (\not{\rho} + m_2) \gamma_\mu \gamma_5 \right] = 8i(-4m_2 k_{1\nu} k_{1\mu} + m_2 k_{1\nu} p_\mu + 3m_2 k_{1\mu} p_\nu + m_2 k_1^2 g_{\mu\nu} - m_2 k_1 - p g_{\mu\nu})$$

şeklindedir. İz ifadesi (C.32) eşitliğinde yerine yazıldığında eşitlik;

$$M'_{5_a} = -\frac{(2\pi)^4}{96} m_0^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle \delta^4(k_1) \frac{8i(-4m_2 k_{1\nu} k_{1\mu} + m_2 k_{1\nu} p_\mu + 3m_2 k_{1\mu} p_\nu + m_2 k_1^2 g_{\mu\nu} - m_2 k_1 - p g_{\mu\nu})}{[(p-k_1)^2 - m_2^2]^2 (p^2 - m_2^2)} \quad (C.33)$$

şeklini alır.

İz ifadesinin sonucu yerine yazıldıktan sonra integral alınırsa sonuç aşağıdaki şekilde elde edilir;

$$M'_{5_a} = 0$$

İfade fermiyon alanının ikinci terimine göre yazıldığında;

$$M'_{5_b} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \langle 0 | \bar{\psi}_\rho^a(0) \left[\gamma_\nu \gamma_5 \frac{i}{\not{\rho} - \not{k}_1 - m_2} \left(-ig \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \gamma_\tau \left(-\frac{i}{2} \right) (2\pi)^4 G_{\lambda\tau}^c(0) \frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}} \delta^4(k_1) \frac{i}{\not{\rho} - m_2} \gamma_\mu \gamma_5 \right]_{\rho\sigma} x_\alpha \nabla_\alpha \psi_\sigma^b(0) | 0 \rangle \quad (C.34)$$

eşitliği elde edilir.

Gerekli dönüşümler yapılırsa ifade;

$$M'_{5_b} = \frac{i^4 g}{2} \int d^4 k \delta^4(k_1) \langle 0 | \bar{\psi}_\rho^a(0) G_{\lambda\tau}^c \nabla_\alpha \psi_\sigma^b(0) | 0 \rangle \left(-i \frac{\partial}{\partial p_\alpha} \right) \left[\gamma_\nu \gamma_5 \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m_2} \left(\frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \gamma_\tau \frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}} \frac{1}{\not{p} - m_2} \gamma_\mu \gamma_5 \right]_{\rho\sigma} \quad (C.35)$$

şeklini alır.

$\langle 0 | \bar{\psi}_\rho^a(0) G_{\lambda\tau}^c \nabla_\alpha \psi_\sigma^b(0) | 0 \rangle$ ifadesi için aşağıdaki dönüşümler uygulanırsa;

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\rho^a(0) G_{\lambda\tau}^c \nabla_\alpha \psi_\sigma^b(0) | 0 \rangle = \left[E(\delta_{\alpha\lambda} \gamma_\tau - \delta_{\alpha\tau} \gamma_\lambda) + iF \varepsilon_{\alpha\lambda\tau\mu} \gamma_5 \gamma_\mu \right]_{\sigma\rho} (\lambda^c)^{ji} \delta^{aa}$$

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\rho^a(0) G_{\lambda\tau}^c \not{\nabla} \psi_\sigma^b(0) | 0 \rangle = \left[E \dot{I}z(\gamma_\lambda \gamma_\tau - \gamma_\tau \gamma_\lambda) + iF \dot{I}z(\varepsilon_{\alpha\lambda\tau\mu}) \gamma_\alpha \gamma_5 \gamma_\mu \right]_{\sigma\rho} (\lambda^c)^{ji} \delta^{aa}$$

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\rho^a(0) G_{\lambda\tau}^c \not{\nabla} \psi_\sigma^b(0) | 0 \rangle = -m \langle \bar{\psi}_\rho^a(0) G_{\lambda\tau}^c \psi_\sigma^b(0) \rangle = 0$$

$$\gamma_\alpha \gamma_5 \gamma_\mu = -\gamma_\alpha \gamma_\mu \gamma_5$$

$$\varepsilon_{\alpha\lambda\tau\mu} \gamma_\alpha \gamma_5 \gamma_\mu = i(\gamma_\lambda \gamma_\tau - \gamma_\tau \gamma_\lambda)$$

$$0 = \left[E \dot{I}z(\gamma_\lambda \gamma_\tau - \gamma_\tau \gamma_\lambda) + i^2 F \dot{I}z(\gamma_\lambda \gamma_\tau - \gamma_\tau \gamma_\lambda) \right] (\lambda^c)^{ji} \delta^{aa}$$

$$E + F = 0 \leftrightarrow F = -E$$

$$E = \frac{g}{3^4 2^5}$$

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\rho^a(0) G_{\lambda\tau}^c \nabla_\alpha \psi_\sigma^b(0) | 0 \rangle = \frac{g}{3^4 2^5} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left[\delta_{\alpha\lambda} \gamma_\tau - \delta_{\alpha\tau} \gamma_\lambda - i \varepsilon_{\alpha\lambda\tau\mu} \gamma_5 \gamma_\mu \right]_{\sigma\rho} (\lambda^c)^{ji}$$

eşitliği elde edilir. Yukarıdaki ifade (C.35) ifadesinde yerine yazıldığında;

$$M'_{5_b} = \frac{i^4 g^2 (2\pi)^4}{3^4 2^5 2} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \text{Iz} [\lambda^c \lambda^c] \delta^4(k_1) \left(-i \frac{\partial}{\partial p_\alpha} \right) \left(\frac{\partial}{\partial k_{1_\lambda}} \right) \left[\gamma_\nu \gamma_5 \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m_2} \gamma_\tau \frac{1}{\not{p} - m_2} \gamma_\mu \gamma_5 \right]_{\rho\sigma} \left[\delta_{\alpha\lambda} \gamma_\tau - \delta_{\alpha\tau} \gamma_\lambda - i \varepsilon_{\alpha\lambda\tau\mu} \gamma_5 \gamma_\mu \right]_{\sigma\rho} \quad (\text{C.36})$$

eşitliği elde edilir.

Sırasıyla $\left(-i \frac{\partial}{\partial p_\alpha} \right)$ ve $\left(\frac{\partial}{\partial k_{1_\lambda}} \right)$ türevleri aldıktan sonra ifade;

$$M'_{5_b} = \frac{i^5 g^2 (2\pi)^4}{3^4 2^2} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \delta^4(k_1) \left[\gamma_\nu \gamma_5 \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m_2} \gamma_\alpha \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m_2} \gamma_\lambda \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m_2} \gamma_\tau \frac{1}{\not{p} - m_2} \gamma_\mu \gamma_5 + \gamma_\nu \gamma_5 \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m_2} \gamma_\lambda \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m_2} \gamma_\alpha \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m_2} \gamma_\tau \frac{1}{\not{p} - m_2} \gamma_\mu \gamma_5 + \gamma_\nu \gamma_5 \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m_2} \gamma_\lambda \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m_2} \gamma_\alpha \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m_2} \gamma_\tau \frac{1}{\not{p} - m_2} \gamma_\mu \gamma_5 + \gamma_\nu \gamma_5 \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m_2} \gamma_\alpha \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m_2} \gamma_\lambda \frac{1}{\not{p} - \not{k}_1 - m_2} \gamma_\tau \frac{1}{\not{p} - m_2} \gamma_\mu \gamma_5 \right]_{\rho\sigma} \left[\delta_{\alpha\lambda} \gamma_\tau - \delta_{\alpha\tau} \gamma_\lambda - i \varepsilon_{\alpha\lambda\tau\mu} \gamma_5 \gamma_\mu \right]_{\sigma\rho} \quad (\text{C.37})$$

şeklini alır.

(C.37) eşitliğinde İz ifadesi oluşturulduktan sonra İz ifadesinin sonucu yazılır ve sonuç;

$$M'_{5_b} = \frac{i^5 g^2 (2\pi)^4}{3^4 2^2} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \delta^4(k_1) \frac{64 m_2^2 p_\mu p_\nu - 64 p^2 p_\mu p_\nu + 48 m_2^2 g_{\mu\nu} - 64 m_2^2 p^2 g_{\mu\nu} + 16 p^4 g_{\mu\nu}}{(p^2 - m_2^2)^4} \quad (\text{C.38})$$

şeklinde elde edilir.

Aksiyal-vektör mezonlar için Feynman diyagramlarının Borel hesaplamaları çok uzun sonuçlar verdiği için gösterilmemiştir.

KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER

Yayınlar:

Sundu H., Yılmazkaya J., **Sahin S.**, Yinelek N., Azizi K. “Strong coupling constants of bottom and charmed mesons with scalar, pseudoscalar and axial vector kaons” *Physical Review D, Vol.83 No.11*, (2011).

Bildiriler:

Şahin S., Sundu H., Azizi K. “Leptonic Decay Constant and Mass of the Light Axial-Vector Mesons in the framework of QCD Sum Rules”, *27th International Physics Conference of Turkish Physical Society*, 14-17 September 2010, Istanbul, Turkey.

Yılmazkaya Süngü J., Sundu H., Azizi K., Yinelek N., **Sahin S.** “Heavy-Light Scalar and Axial-Vector Mesons Decay Constants and Masses in QCD Sum Rule Approach”, *The Many Faces of QCD*, 2-5 November 2010, Gent, Belgium.

Bilimsel Etkinlikler:

International Summer School And Conference on High Energy Physics: Standart Model and Beyond, 27 August - 4 September 2010, Muğla, Akyaka, Türkiye.

ÖZGEÇMİŞ

Sinem Şahin, 1987 yılında İstanbul Üsküdar'da doğdu. İlk ve orta öğrenimini İstanbul'da tamamladıktan sonra 2005 yılında Kocaeli Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü'nde başladığı lisans öğrenimini 2009 yılında tamamladı. Aynı yıl Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Bölümü Yüksek Enerji Fiziği Anabilim Dalı'nda Tezli Yüksek Lisans öğrenimine başladı. İstanbul'da ikamet etmektedir.