

**KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ \* FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**VEKTÖR MEZON-SKALER MEZON-FOTON ÇİFTLENİM  
SABİTİNİN ÜÇ-NOKTA KRD TOPLAM KURALLARI İLE  
ARAŞTIRILMASI VE  $g(K0^*-\text{kapa-gama})$  SABİTİ**

**YÜKSEK LİSANS**

**Zeynep GÜNAY**

**Anabilim Dalı: Fizik**

**Danışman: Yrd.Doç.Dr. Melahat BAYAR**

**KOCAELİ, 2011**

**KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ \* FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**VEKTÖR MEZON-SKALER MEZON -FOTON ÇİFTLENİM  
SABİTİNİN ÜÇ-NOKTA KRD TOPLAM KURALLARI İLE  
ARAŞTIRILMASI VE  $g(K^0^*-k\alpha\text{-}\gamma)$  SABİTİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

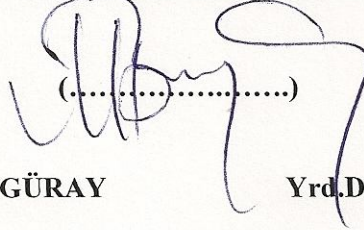
**Zeynep GÜNAY**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 26 Mayıs 2011**

**Tezin Savunulduğu Tarih: 27 Haziran 2011**

**Tez Danışmanı**

**Yrd.Doç.Dr.Melahat BAYAR**

(.....)  


**Üye**

**Doç.Dr.Nalan ÖZKAN GÜRAY**

(.....)  


**Üye**

**Yrd.Doç.Dr.Coşkun AYDIN**

(.....)  


**KOCAELİ, 2011**

## ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

İnsanlar tarih boyunca evrenin yapısı ve doğanın nasıl işlediğini anlamaya çalışmışlardır. Maddeyi var eden temel yapıtaşlarını bulabilmek en ilkel çağlardan günümüze kadar insanların zihnini meşgul etmiştir. 19. yüzyılın sonlarına kadar bölünemeyen en küçük yapı taşı olarak atom biliniyordu. Ancak bu fikir çok sürmeden terk edildi. 1897 yılında Thomson'un elektronu bulmasıyla atomun bölünebilir olduğu ortaya çıktı. Bu süreçten sonra yapılan yeni çalışmalarda birçok yeni parçacık gözlemlendi. İnsanlık tarihi boyunca merak konusu olan maddenin nelerden oluştuğu sorusu, günümüzde de yüksek enerji fiziğinde güncel problemlerden biridir.

Bu çalışmanın konusu olan problemi öneren ve yüksek lisans öğrenimim boyunca yardımlarını esirgemeyen, Kuantum renk dinamiği toplam kuralları yöntemini öğreten, hesap, yazım ve düzeltme aşamasında yol gösteren ve yardımcı olan sayın hocam ve danışmanım Yrd.Doç.Dr. Melahat BAYAR'a sonsuz teşekkür ederim.

Karadeniz Teknik Üniversitesi öğretim üyesi Yrd.Doç.Dr. Coşkun AYDIN ve Kocaeli Üniversitesi öğretim üyesi Doç.Dr. Nalan ÖZKAN GÜRAY'a zamanlarını ayırdıkları ve jürimde buldukları için çok teşekkür ederim.

Fiziğin her alanındaki değerli bilgilerinden yararlandığımız, lisans ve yüksek lisans öğrenimim boyunca hiç bir yardımını esirgemeyen sayın hocam Yrd.Doç.Dr. Oktay CEBECİOĞLU'na teşekkür ederim.

Kocaeli Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Dekanı Sayın Prof.Dr. H. Yüksel GÜNEY'e sağladığı olanaklar için teşekkür ederim.

Yüksek enerji fiziği çalışmalarıyla bizim gibi genç fizikçilere örnek olan, ayrıca sorduğumuz her soruya içtenlikle cevap veren O.D.T.Ü Fizik Bölümü öğretim üyesi Sayın Prof.Dr. Altuğ ÖZPİNECİ'ye teşekkür ederim.

Bugün sahip olduğum her şeye ulaşmamda bana destek olan annem Hürriyet GÜNAY'a, babam Dz.Ast. Mehmet GÜNAY'a ve sevgili kardeşim Güven GÜNAY'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

## İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR.....	i
İÇİNDEKİLER.....	ii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	iii
TABLolar DİZİNİ.....	iv
SİMGELER.....	v
ÖZET.....	vii
İNGİLİZCE ÖZET.....	viii
1. GİRİŞ.....	1
2. GENEL BİLGİLER.....	5
2.1. Standart Model.....	5
2.2. Kuantum Elektrodinamiği.....	8
2.3. Kuantum Renk Dinamiği.....	11
2.4. KRD Toplam Kuralları.....	18
3. KRD TOPLAM KURALLARI İLE $g_{K^{0^*}\kappa\gamma}$ 'NİN HESAPLANMASI.....	25
3.1. $K^{0^*} \rightarrow \kappa\gamma$ Süreci İçin Üç Nokta KRD Toplam Kurallarıyla Fiziksel Kısımın Hesaplanması.....	27
3.2. $K^{0^*} \rightarrow \kappa\gamma$ Süreci İçin Üç Nokta KRD Toplam Kurallarıyla Kuramsal Kısımın Hesaplanması.....	29
3.2.1. $g_{K^{0^*}\kappa\gamma}$ çiftlenim sabitinin tedirgeyen kısmının hesabı.....	29
3.2.2. $g_{K^{0^*}\kappa\gamma}$ çiftlenim sabitinin tedirgemeyen kısmının hesabı.....	43
4. BULGULAR VE TARTIŞMA.....	62
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	68
KAYNAKLAR.....	69
EKLER.....	71
ÖZGEÇMİŞ.....	74

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1: Çeşitli parçacıkların yıllara göre keşfi.....	4
Şekil 2.1: Kuarklar ve leptonlar için parçacık nesilleri.....	6
Şekil 2.2: KED’de etkileşme köşesi.....	10
Şekil 2.3: KED’de tek ilmek içeren Feynman çizimi.....	10
Şekil 2.4: KR D’de kuark-gluon köşesinde kuarkların renk değişimi.....	12
Şekil 2.5: Üç ve dört gluon içeren güçlü etkileşme köşeleri.....	13
Şekil 2.6: KR D’de kuark-kuark etkileşmesi.....	13
Şekil 2.7: KR D’de kuark-anti kuark etkileşmesi.....	14
Şekil 2.8: KR D’de tek ilmek içeren Feynman çizimi.....	15
Şekil 2.9: KR D’de gluon-gluon etkileşmelerini içeren çizimler.....	15
Şekil 2.10: KR D’de etkin çiftlenim sabiti.....	16
Şekil 2.11: Kuarkların, baryon ve mezonların içerisinde hapsolması.....	17
Şekil 3.1: En düşük seviye yalın ilmek Feynman çizimi.....	29
Şekil 3.2: Kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri.....	43
Şekil 3.3: Bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri.....	53
Şekil 4.1: $g_{K^0 s \gamma}$ Çiftlenim sabitinin farklı $s_0$ ve $s'_0$ değerleri için $M^2$ Borel kütle parametresine göre değişimi.....	63
Şekil 4.2: $g_{K^0 s \gamma}$ Çiftlenim sabitinin farklı $s_0$ ve $s'_0$ değerleri için $M'^2$ Borel kütle parametresine göre değişimi.....	63
Şekil 4.3: $g_{K^0 s \gamma}$ Çiftlenim sabitinin sabit $s_0 = 1.9 GeV^2$ , $s'_0 = 1.4 GeV^2$ ve farklı $Q^2$ değerleri için $M^2$ Borel kütle parametresine göre değişimi.....	64
Şekil 4.4: $g_{K^0 s \gamma}$ Çiftlenim sabitinin sabit $s_0 = 1.9 GeV^2$ , $s'_0 = 1.4 GeV^2$ ve farklı $Q^2$ değerleri için $M'^2$ Borel kütle parametresine göre değişimi.....	64
Şekil 4.5: $g_{K^0 s \gamma}$ Çiftlenim sabitinin $Q^2 = (0.4 - 1) GeV^2$ ve $M^2 = (1.6 - 2.2) GeV^2$ Borel kütle parametresine göre değişimi.....	65
Şekil 4.6: $g_{K^0 s \gamma}$ Çiftlenim sabitinin $Q^2 = (0.4 - 1) GeV^2$ ve $M'^2 = (1.4 - 2.0) GeV^2$ Borel kütle parametresine göre değişimi.....	65
Şekil 4.7: $g_{K^0 s \gamma}$ Çiftlenim sabitinin $Q^2 = 0.4 GeV^2$ değeri için $M^2$ ve $M'^2$ Borel kütle parametresine göre değişimi.....	66
Şekil 4.8: $g_{K^0 s \gamma}$ Çiftlenim sabitinin $Q^2 = 0.5 GeV^2$ değeri için $M^2$ ve $M'^2$ Borel kütle parametresine göre değişimi.....	66
Şekil 4.9: $g_{K^0 s \gamma}$ Çiftlenim sabitinin $Q^2 = 0.6 GeV^2$ değeri için $M^2$ ve $M'^2$ Borel kütle parametresine göre değişimi.....	67

## TABLolar DİZİNİ

Tablo 2.1: Leptonlar.....	7
Tablo 2.2: Kuarklar.....	7
Tablo 2.3: Temel Etkileşmeler.....	8

## SİMGELER

$A_\rho^a(k)$	: Potansiyel alan
$c$	: Işık hızı
$C_I^{AB}, C_n^{AB}$	: Wilson katsayıları
$d$	: Boyut
$D_\mu$	: Kovaryant türev
$e_q$	: Kuark yükü
$f^{a\beta\gamma}$	: SU(3)'ün yapı sabitleri
$f_{K^{0*}}$	: $K^{0*}$ mezonunun leptonik bozunma sabiti
$f_\kappa$	: $\kappa$ mezonunun leptonik bozunma sabiti
$F_{\mu\nu}$	: Alan gerilim tensörü
$g_{\alpha\beta}$	: Metrik tensör
$G_{\mu\nu}^a$	: Gluon alan gerilim tensörü
$I$	: Özdeşlik işlemcisi
$J_\mu$	: Arakeştirim akımlar
$K(q^2)$	: Yapı sabiti
$L$	: Lagranjiyen
$m_q$	: Kuark kütlesi
$M, M'$	: Borel kütlesi parametresi
$n$	: Nötron
$N_c$	: Kuark renk sayısı
$O_n$	: Alan işlemcileri
$p$	: Proton
$q$	: Kuark
$s_0, s'_0$	: Sürekli eşik
$T$	: Zaman düzenleme işlemcisi
$\alpha_s(q)$	: Yeğin çiftlenim sabiti
$\delta^{ab}$	: Kronecker delta fonksiyonu
$\varepsilon_\nu$	: Kutuplanma vektörü
$\Gamma$	: Bozunma genişliği
$\lambda^a$	: SU(3) Gell-Mann matrisleri
$\rho_{\mu\nu}(s)$	: İzgesel yoğunluk
$\psi_\beta(x)$	: Fermiyon alanı
$e^-$	: Elektron
$\nu_e$	: Elektron nötrinosu

$\mu^-$	: Müon
$\nu_\mu$	: Müon nötrinosu
$\tau^-$	: Tau
$\nu_\tau$	: Tau nötrinosu

### **Kısaltmalar**

BES	: Beijing Spectrometer
CERN	: Avrupa Nükleer Araştırma Merkezi (Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire)
EZ	: Elektro-Zayıf
KED	: Kuantum Elektrodinamiği (QED)
KRD	: Kuantum Renk Dinamiği (QCD)
LHC	: Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (Large Hadron Collider)
M.Ö.	: Milattan Önce
OPE	: İşlemci Çarpım Açılımı (Operator Product Expansion)
SM	: Standart Model



**VEKTÖR MEZON-SKALER MEZON-FOTON ÇİFTLENİM SABİTİNİN  
ÜÇ-NOKTA KRD TOPLAM KURALLARI İLE ARAŞTIRILMASI  
VE  $g(K0^*-kapa-gama)$  SABİTİ**

**Zeynep GÜNAY**

**Anahtar Kelimeler:** KRD Toplam Kuralları, Çiftlenim Sabiti,  $K0^*$  Mezon, Kapa Mezon, Mezon Bozunumları.

**Özet:** Yüksek momentumlarda (kısa mesafelerde) yeğin etkileşmelerin asimtotik serbestlik özelliğinden dolayı tedirgeme kuramı güvenle kullanılır. Ancak kuark-gluon etkileşmelerinin etkin olduğu küçük momentumlarda (uzun mesafelerde) tedirgeme kuramı geçerli değildir. Hadron bölgesi olarak adlandırılan küçük momentum bölgesinde üç-nokta KRD toplam kuralları yöntemi güvenli sonuçlar vermektedir. Bu tezde vektör mezon-skaler mezon-foton çiftlenim sabiti üç-nokta KRD toplam kuralları yöntemi kullanılarak hesaplandı. Elde edilen sonuçlar literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılarak uyumlu oldukları görüldü.

**INVESTIGATION OF THE VECTOR MESON-SCALAR MESON-PHOTON  
COUPLING CONSTANT USING THE THREE-POINT QCD SUM RULES  
AND  $g(K_0^*-\kappa-\gamma)$  CONSTANT**

**Zeynep GÜNAY**

**Keywords:** QCD Sum Rules, Coupling Constant,  $K_0^*$  Meson, Kappa Meson, Meson Decays.

**Abstract:** The perturbation theory can be safely used at the large momentum (short distance) because of the asymptotic freedom property of the strong interactions. However, the perturbation theory is not valid at the small momentum (high distance) where quark-gluon interactions are active. The three-point QCD sum rules method gives reliable results at the small momentum region which is called as hadron region. In this thesis, the vector meson-scalar meson-photon coupling constant was calculated using the three-point QCD sum rules method. The results obtained in this thesis agree with results in the literature.

## 1. GİRİŞ

Yüksek enerji fiziği maddenin temel yapıtaşlarını araştıran, bu temel yapıtaşları arasındaki etkileşme kuvvetlerini inceleyen ve etkileşme kuvvetlerini birleştirmeye çalışan bilim dalıdır. Parçacık fiziği olarak bilinen yüksek enerji fiziğinin bu isimle anılmasının nedeni maddenin en küçük yapıtaşlarını araştırabilmek için küçük dalga boyuna ve bu nedenle yüksek enerjilere gereksinim duyulmasından kaynaklanmaktadır.

Tarih boyunca maddenin nasıl ve nelerden oluştuğu merak uyandırmıştır. İlk çağlardan bu yana gerek düşünsel, gerekse deneysel birçok çalışma yapılmıştır. İlk yapılan çalışmalar maddeyi daha küçük parçalara bölmektir. Fakat bu bölme işlemi sonucunda aynı yapıda maddeler elde ediliyordu. Bölme işlemi sonsuz defa tekrarlandığında yine aynı maddenin elde edilmesi, maddenin sonsuz bir yapı olmasını gerektiriyordu. Ancak bu düşünceler günümüzde bilinen madde gerçeği ile pek uyuşmamaktaydı. Maddenin gerçek tanımına yakın ilk düşünce M.Ö. 400 yıllarında Yunanlı bilim insanı Demokritus'tan geldi. Ona göre evrendeki varolan her şey boşluk ve bölünemeyen bir yapı olan “atom” olarak adlandırılan taneciklerden oluşmaktaydı. Ancak bu tamamen felsefi bir yaklaşımdı. Atom hakkındaki ilk modern görüş 1803 yılında J. Dalton tarafından ortaya atıldı. Dalton'a göre maddeler bölünemeyen atomlardan oluşur ve bu atomların farklı sayıdaki birleşimleri farklı maddeleri verir. Atom üzerine yapılan ilk çalışma boyutunu belirlemektir. 1890 yılında W. C. Roentgen ve Lord Rayleigh yaptığı deneyle atomun  $10^{-10} m$  boyutunda olduğunu belirledi. Bu aşamada atom maddenin bölünemez en küçük yapıtaşıydı.

1897 yılında J. J. Thomson katot ışınlarıyla yaptığı deneyde elde ettiği ışınların eksi (-) yüklü olduğunu buldu ve bu yüklerin atomun bir parçası olan elektron ( $e^-$ ) olması gerektiğini söyledi. Thomson'un elde ettiği bu sonuçla atomun bölünebilir olduğu görüldü. Buradaki problem ise atomun yüksüz olmasıydı. Çözüm olarak Thomson kendi atom modelini öne sürdü. Bu modele göre atomun kütesinin büyük

bir çoğunluğunu oluşturan artı (+) yükler atomun merkezinde, eksi (-) yükler ise onların etrafında bulunuyordu. Atomun artı (+) yüklü parçacıklara sahip olduğu kabul görmüş ancak bu parçacıklar hakkında henüz net bir bilgi edinilememişti. 1909 yılında E. Marsden ve E. Rutherford  $\alpha$  parçacıklarını altın bir folyo üzerine yolladı. Bu deney sırasında  $\alpha$  parçacıklarının bir kısmının folyonun arka kısmına geçerken bir kısmının ise saçıldığını gördü. Bu deney atomun, küçük bir kütlede toplanmış ve artı (+) yüke sahip bir çekirdeği olduğunu gösteriyordu. E. Rutherford 1911 yılında artı (+) yüklü bu parçacıklara proton ( $p$ ) adını verdi ve Rutherford atom modelini önerdi. Ancak bu modeldeki eksiklik elektronların neden belirli yörüngelerde olduğuydu. Çünkü dairesel bir yörüngede hareket eden elektronun ışıma yapması ve bir süre sonra çekirdeğe düşmesi beklenirdi. Bu sorunun çözümü N. Bohr'un 1913 yılında önerdiği atom modeli ile geldi. Bu modele göre elektronlar atomda ancak kararlı yörüngelerde bulunabiliyordu. Yapılan çalışmalar atomun, protonlardan oluşan artı (+) yüklü bir çekirdek ve onun etrafında kararlı yörüngelerde bulunan elektronlardan oluştuğu yönündeydi. Ancak çekirdeğin kütlesi, içerisinde bulunan protonlardan daha fazlaydı ve nedeni henüz açıklanamamıştı. 1921'de J. Chadwick ve E. S. Bieler çekirdekteki artı (+) yüklü parçacıkların neden birbirlerini itmediklerini ve nasıl bir arada kaldıklarını inceleyerek yeğin etkileşmeyi önerdi.

1928'de A. M. Dirac Klein-Gordon denklemindeki ( $E = \mp\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$ ) eksi (-) işaretini yorumlarken anti-parçacığı öngördü. 1930 yılında nötronun  $\beta^-$ -bozunmasında enerji korunumunun sağlanmadığı görüldü. Bunu açıklayabilmek için W. Pauli 1931'de katılmadığı bir konferansa gönderdiği mektupta nötrinonun varlığını öngördü. W. Pauli'nin kuramsal olarak önerdiği nötrino 1956 yılında C. Cowan ve F. Reines tarafından dolaylı bir şekilde deneysel olarak gözlemlendi.

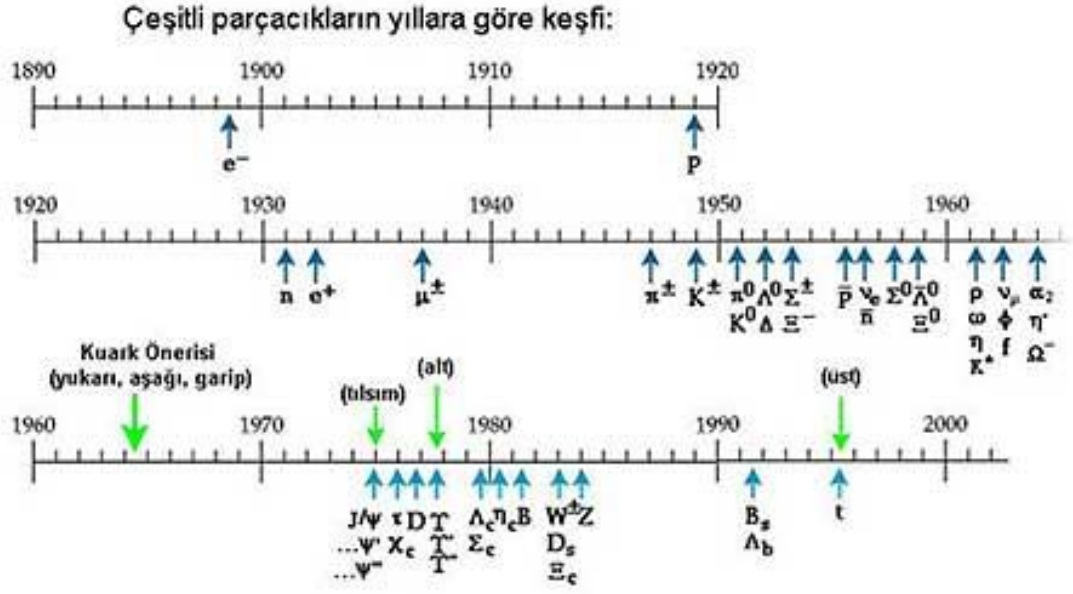
J. Chadwick 1932 yılında  $\alpha$  parçacıklarının altın levhadan saçılmasına benzer bir deneyde  $\alpha$  parçacıklarını berilyum bir levhaya çarptırarak yüksüz nötronu ( $n$ ) buldu. Böylece proton ve çekirdek arasındaki kütle problemi çözülmüş oldu. Çekirdek sadece artı (+) yüklü protonlardan değil, aynı zamanda yüksüz nötronlardan

oluşuyor. Yine aynı yıl C. Anderson, A. M. Dirac'ın öngördüğü pozitronu sis odası deneyiyle gözlemledi.

1946 yılında bulunan ve bulunduğu zaman H. Yukawa tarafından pi-mezonu olarak adlandırılan müonun ( $\mu^-$ ) gözlenmesiyle lepton kavramı şekillenmeye başladı ve parçacık nesilleri ortaya çıktı.

CERN ve Fermi Laboratuvarı'nda devam eden saçılma deneylerinde proton ve nötronun yük dağılımı incelenirken temel bir yapıya sahip olmadıkları anlaşıldı. Bu arada mezon ve baryon kavramı ortaya atıldı. 1963 yılında Gell-Mann ve G. Zweig proton ve nötronların kesirli yüklere sahip kuark adı verilen temel düzeydeki parçacıklardan oluştuğunu öne sürdüler. İlk aşamada  $u$ ,  $d$  ve  $s$  kuarkları ve bunların anti-parçacıkları olduğu anlaşıldı. Kuark kuramının ortaya atılmasından bir yıl sonra M. Y. Han ve Y. Nambu kuarklar için renk yükünü önerdi. Serbest olarak gözlenemeyen bu parçacıklar mezon ve baryonların içinde hapsolmuşlardır. Daha önceden kuramsal olarak öne sürülen  $\Omega^-(sss)$  parçacığı kuark kuramını doğrulamaktadır.

1900'lü yıllarda başlayan parçacıkların keşfi, yapılan deneylerde daha yüksek enerjilere çıkılması ile hız kazanmış ve günümüze değin birçok parçacık bu deneylerde gözlenmiştir. Bazı parçacıkların gözlendiği yıllar Şekil 1.1'de gösterilmektedir.



Şekil 1.1: Çeşitli parçacıkların yıllara göre keşfi (Altın, 2005)

1950'lere kadar deneysel çalışmalar daha önde gitmiş, gözlenen parçacıklar kuramda yerini almıştır. Ancak aynı yıllarda S. Glashow, S. Weinberg ve A. Salam tarafından oluşturulan Standart Model (SM) ile kuram deneyden öne geçmiş ve SM'nin kuramsal olarak önerdiği Higgs haricinde tüm parçacıklar zaman içerisinde deneysel olarak gözlenmiştir. Higgs parçacığını deneysel olarak gözlemleyebilmek için CERN'de kurulan LHC'de çalışmalar devam etmektedir. Her ne kadar SM'nin öngördüğü parçacıkların deneysel olarak gözlenmesi modelin güçlülüğünü göstereceği karanlık madde, karanlık enerji, parçacık nesilleri, madde ve anti-madde simetrisi, yeğin kuvvet gibi SM'nin açıklayamadığı olaylar Standart Model ötesi modellerin gerekliliğini ortaya koymuştur.

## 2. GENEL BİLGİLER

### 2.1. Standart Model

Parçacıklar için spin, yük ve kütle ayırt edici önemli özelliklerdir. SM'de temel parçacıklar iki ana başlık altında toplanmıştır. Maddenin temel yapısını oluşturan fermiyonlar ve temel etkileşmelere aracılık eden bozonlar. Fermiyonlar olarak adlandırılan ve Fermi-Dirac istatistiğine uyan spini-1/2 olan parçacıklar kuarklar ve leptonlardır. Bilinen altı tane kuark  $u, c, t = +2e/3$  ve  $d, s, b = -e/3$  olmak üzere kesirli yüklere sahiptir. Kuarkların kütle, spin ve diğer tüm özellikleri aynı fakat, yalnızca yükü zıt olan anti-kuarkları vardır. Anti-kuarklar  $\bar{u}, \bar{c}, \bar{t} = -2e/3$  ve  $\bar{d}, \bar{s}, \bar{b} = +e/3$  yüklerine sahiptirler. Kuarklar bir araya gelerek tam sayı yüke sahip hadronları oluştururlar.

Hadronlar, mezonlar ve baryonlar olmak üzere iki grupta toplanırlar. Mezonlar bir kuark ve bir anti-kuarktan ( $q\bar{q}$ ), baryonlar ise üç kuarktan ( $qqq$ ) oluşur. Baryonlara örnek olarak proton ( $uud$ ) ve nötron ( $udd$ ), mezonlara örnek olarak da pion ( $u\bar{d}$ ) ve  $K^{0*}$  ( $d\bar{s}$ ) verilebilir. Mezonlar kararsız parçacıklardır ve çok çabuk bozunurlar. Bunun nedeni kuark ve anti-kuarktan oluşmalarıdır.

Kuarklar elektrik yükü taşımakla birlikte aynı zamanda renk yükü de taşımaktadırlar. Kuarkların renk yüküne sahip olmalarının gerekliliği  $\Delta(uuu)$  ve  $\Omega^-(sss)$  gibi baryonların gözlenmesi ve Pauli dışarlama ilkesine uymalarının anlaşılması ile ortaya çıkmıştır. Kuarkların Pauli dışarlama ilkesine uyması için kırmızı, mavi ve yeşil olmak üzere üç renk yükü taşımaları gerektiği görülmüştür. Renk yüklerinin anti-kırmızı, anti-mavi ve anti-yeşil olmak üzere anti-yükleri de vardır. Kuarklar renk yüküne sahip olduğu halde oluşturdukları hadronlar renksizdir ( $k + m + y = \text{yüksüz}$ ). Leptonlar ise elektron ( $e^-$ ), müon ( $\mu^-$ ) ve tau ( $\tau^-$ ) olarak adlandırılan ve  $-|e|$

yüküne sahip parçacıklardır. Bunlara karşılık gelen nötrinolar, elektron nötrinosu ( $\nu_e$ ), müon nötrinosu ( $\nu_\mu$ ) ve tau nötrinosu ( $\nu_\tau$ ) ise yüksüz parçacıklardır. Kuarklar ve leptonlar bozonlar aracılığıyla etkileşerek görünen tüm evreni var ederler. Ancak görünen evrendeki tüm maddeler kuark ve leptonların birinci nesil  $u, d, e^-$  parçacıklarından oluşur. Bunun nedeni ikinci ve üçüncü nesildeki parçacıkların kararsız olup, kararlı hale gelmek için birinci nesildeki parçacıklara bozunmasıdır. Bahsettiğimiz kuark ve leptonlar için parçacık nesilleri aşağıdaki şekildedir:

$$\begin{array}{l} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad 1.nesil \\ \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad 2.nesil \\ \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad 3.nesil \end{array}$$

Şekil 2.1: Kuarklar ve leptonlar için parçacık nesilleri (Griffiths, 1987a)

Bose-Einstein istatistiğine uyan spini-1 olan bozonlar, SM kapsamında ele alınan elektromanyetik, zayıf ve yeğin etkileşmelere aracılık eden parçacıklardır (Sahin, 2006).

Gerçekte doğada bilinen dört temel etkileşme (kuvvet) vardır. Bunlar kütle-çekim, zayıf, elektromanyetik ve yeğin kuvvetlerdir. Bu dört temel etkileşmenin üçü zayıf, elektromanyetik ve yeğin kuvvetler SM çerçevesinde açıklanmaktadır. Yalnızca kütle-çekim kuvveti SM çerçevesinde açıklanamamaktadır. Kütle-çekim kuvveti kütleyle sahip tüm parçacıklara etki eder. Bu kuvvete aracılık eden parçacık spin-2 gravitondur ve henüz gözlenememiştir. Elektromanyetik kuvvet, kütle-siz, yüksüz, sonsuz erimli ve spin-1 olan foton aracılığı ile etkileşir. Foton elektrik yüküne sahip tüm parçacıklarla etkileşmeye girer, fakat yüksüz olduğundan kendisi ile etkileşmeye girmez. Elektromanyetik kuvvet en baskın kuvvettir ve atomların bir arada kalmasını sağlayarak moleküllerin oluşumuna yardımcı olur. Zayıf kuvvet kütleleri (80–90) MeV arasında olan  $W^\pm, Z^0$  bozonlar aracılığı ile etkileşir, tüm parçacıklara etki eder ve erimi  $10^{-16} m$ 'dir. Yeğin kuvvet ise, gluon adı verilen, kütle-siz ve renk yüküne sahip parçacıklar aracılığı ile etkileşmeye girer. Gluonlar ile etkileşmeye



giren kuarklar kırmızı, mavi, yeşil ve bunların antilerinden oluşan renk yüklerine sahiptirler. Ancak kuarklardan oluşan baryon ve mezonlar ise renk yükü bakımından yüksüzlerdir. Bir kuark, diğer bir kuarkla etkileşirken gluon alışverişinden bulunur, bu alışverişte kuarkların renk yükü değişir. Ayrıca elektromanyetik etkileşmeden farklı olarak, yeğın etkileşmelere aracılık eden gluonlar renk yükü taşıdığından kendileri ile etkileşmeye girebilirler. Etkileşmeler sırasında renk yüklerinin korunması gerektiğinden, gluonlar üç renk ve üç anti-renk yükünün ikili birleşimi olacak şekilde bir renk ve bir anti-renk yüküne sahiptirler. Kütlelesiz olmalarına rağmen, kendi aralarında etkileşmelerinden dolayı menzili  $10^{-13} m$ 'dir (Altın, 2005).

Yukarıda kısaca özetlediğimiz leptonlar, kuarklar ve temel etkileşmeler sırasıyla Tablo 2.1, Tablo 2.2 ve Tablo 2.3'te gösterilmektedir (Nakamura, 2010).

Tablo 2.1: Leptonlar

Leptonlar	Elektrik Yükleri	Lepton sayıları	Kütleleri
$e^-$	$- e $	$L_{e^-} = +1$	$0.511 MeV$
$\mu^-$	$- e $	$L_{\mu^-} = +1$	$105.6 MeV$
$\tau^-$	$- e $	$L_{\tau^-} = +1$	$1776.82 MeV$
$\nu_e$	-	$L_{e^-} = +1$	$< 2 eV$
$\nu_\mu$	-	$L_{\mu^-} = +1$	$< 0.17 MeV$
$\nu_\tau$	-	$L_{\tau^-} = +1$	$< 18.2 MeV$

Tablo 2.2: Kuarklar

Kuarklar	Elektrik Yükleri	$I_3$	S	C	B	T	Kütleleri
$u$	$+\frac{2}{3} e $	$+\frac{1}{2}$	0	0	0	0	$(1.7 - 3.3) MeV$
$d$	$-\frac{1}{3} e $	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	$(4.1 - 5.8) MeV$
$c$	$+\frac{2}{3} e $	$+\frac{1}{2}$	0	+1	0	0	$(1.18 - 1.34) GeV$
$s$	$-\frac{1}{3} e $	$-\frac{1}{2}$	-1	0	0	0	$(80 - 130) MeV$
$t$	$+\frac{2}{3} e $	$+\frac{1}{2}$	0	0	0	+1	$172 GeV$
$b$	$-\frac{1}{3} e $	$-\frac{1}{2}$	0	0	-1	0	$4.7 GeV$

Tablo 2.3: Temel Etkileşmeler

Etkileşme	Ara Bozonlar	Kuram	Etkilene Parçacıklar	Elektrik Yükleri	Erim
Yeğın	Gluon (g)	KRD	Kuarklar	0	$10^{-13}$
Elektromanyetik	Foton ( $\gamma$ )	KED	Yüklü Parçacıklar	0	$\infty$
Zayıf	$W^\pm, Z^0$	Elektrozayıf	Kuarklar ve Leptonlar	$\pm e $	$10^{-16}$
Kütle-Çekim	Graviton	Genel görelilik	Kütleli Parçacıklar	0	$\infty$

SM'de parçacıklara kütle kazandırabilmek için 1964 yılında P. Higgs, F. Englert, C. R. Hagen ve T. Kibble tarafından Higgs mekanizması önerilmiştir. Bu mekanizmada tüm uzay Higgs alanı ile kaplıdır ve parçacıklar bu alanla etkileşerek kütle kazanırlar. Higgs alanının etkisini Higgs bozonu taşımaktadır. Higgs bozonu SM'nin öngördüğü ve henüz gözlenememiş olan tek parçacıktır. SM Higgs bozonunun kütlesi hakkında herhangi bir öngöründe bulunamamaktadır. Ancak yapılan deneylerden kütlenin  $114 GeV \leq m_H \leq 219 GeV$  aralığında olması gerektiği tahmin edilmektedir. CERN'de çalışmaya başlayan LHC deneyinde bu bozonların gözlenmesi beklenmektedir.

SM, yüklü parçacıkların etkileşmesini betimleyen KED'i (Kuantum Elektrodinamiği), renk içeren parçacıkların etkileşmelerini tanımlayan KRD'yi (Kuantum Renk Dinamiği) ve zayıf etkileşmeleri betimleyen Elektrozayıf (EZ) kuantum alan kuramlarını içerir. Bu kuantum alan kuramlarını kısaca özetleyelim.

## 2.2. Kuantum Elektrodinamiği

Yüklü parçacıkların etkileşmesini betimleyen kuantum alan kuramıdır. Deneysel ve kuramsal sonuçları uyum içinde olan başarılı bir kuramdır.

$q$  elektrik yüküne sahip, spin- 1/2 ve kütlesi  $m$  olan bir sistem için serbest Lagranjyen

$$L = \bar{\psi}(x)(i\partial - m)\psi(x) \quad (2.1)$$

şeklindedir. Bu Lagranjyen

$$\begin{aligned}
\psi(x) &\rightarrow e^{i\theta} \psi(x) \\
\bar{\psi}(x) &\rightarrow \bar{\psi}(x) e^{-i\theta} \\
\partial_\mu \psi(x) &\rightarrow e^{i\theta} \partial_\mu \psi(x)
\end{aligned} \tag{2.2}$$

U(1) global ayar dönüşümleri altında değişmezdir.  $\theta \in R$  olmak üzere burada  $\theta$  (sabit) fazı ifade etmektedir. Lagranjiyenin U(1) ayar dönüşümleri altında değişmezliği Noether kuramı yardımıyla bizi elektrik yükünün korunumuna götürür.

Yerel ayar dönüşümleri altında Lagranjiyenin dönüşümünü inceleyelim. Bu durumda  $\theta(x)$  herhangi bir uzay zaman noktasına bağlıdır. Böylece denklem (2.2)'deki ifadeler

$$\begin{aligned}
\psi(x) &\rightarrow e^{i\theta(x)} \psi(x) \\
\bar{\psi}(x) &\rightarrow \bar{\psi}(x) e^{-i\theta(x)} \\
\partial_\mu \psi(x) &\rightarrow e^{i\theta(x)} \partial_\mu \psi(x) + i(\partial_\mu \theta(x)) e^{i\theta(x)} \psi(x)
\end{aligned} \tag{2.3}$$

şeklini alır. Görüldüğü üzere yerel ayar (ikinci tür) dönüşümleri altında KED Lagranjiyeni değişmez değildir. Lagranjiyenin değişmezliğini sağlamak için  $\psi(x)$  alanıyla etkileşen  $A_\mu$  foton alanı

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \theta(x) \tag{2.4}$$

şeklinde yeniden tanımlanır. Böylece kovaryant türev yeniden yazılarak

$$D_\mu \psi(x) \equiv (\partial_\mu + iqA_\mu) \psi(x) \tag{2.5}$$

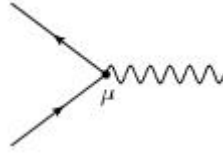
şeklini alır. Kovaryant türev yerel ayar dönüşümleri altında

$$D_\mu \psi(x) \rightarrow e^{i\theta(x)} D_\mu \psi(x) \tag{2.6}$$

olarak dönüşür. Yukarıda yazdığımız KED Lagranjiyenine kinetik terimde eklenmelidir. Foton alanını içeren kinetik terim eklendikten sonra, U(1) ayar dönüşümleri altında değişmez kalan KED Lagranjiyeni

$$L_{KED} = \bar{\psi}(i\mathcal{D} - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (2.7)$$

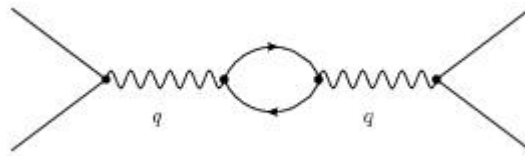
olur. Burada alan gerilim tensörü  $F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}$  'dür. Lagranjiyenden de görüleceği gibi foton-foton etkileşmesi KED'de yoktur. Yalnızca



Şekil 2.2: KED'de etkileşme köşesi (Griffiths, 1987b)

$$ig_e\gamma^{\mu} \quad (g_e = \sqrt{4\pi\alpha}) \quad (2.8)$$

etkileşmesi vardır. Daha yüksek mertebeden katkılara bakacak olursak tek ilmek içeren Feynman çizimi



Şekil 2.3: KED'de tek ilmek içeren Feynman çizimi (Griffiths, 1987c)

şeklindedir. Böylece KED için çiftlenim sabiti

$$\alpha(|q^2|) = \alpha(0) \left\{ 1 + \frac{\alpha(0)}{3\pi} \ln(|q^2|/(mc)^2) \right\} \quad (|q^2| = -q^2 \gg (mc)^2) \quad (2.9)$$

dir. Büyük  $|q^2|$ 'lerde, yükler birbirine yaklaşırken çiftlenim sabiti büyür. Bu boşluk kutuplanmasının bir sonucudur. Eğer daha yüksek mertebeden düzeltmeler hesaba katılırsa çiftlenim sabiti

$$\alpha(|q^2|) = \frac{\alpha(0)}{1 - (\alpha(0)/3\pi) \ln(|q^2|/(mc)^2)} \quad (|q^2| \gg (mc)^2) \quad (2.10)$$

olur. Bu ifadede çiftlenim sabiti  $\ln(|q^2|/(mc)^2) = 3\pi/\alpha(0)$ 'da iraksamaktadır. Ancak bu olay  $10^{280} \text{ MeV}$  gibi çok yüksek enerjilerde gerçekleşmektedir. Bu kadar yüksek enerjilerde çalışma yapılmadığından, KED'de tedirgeme kuramı güvenle kullanılabilir (Griffiths, 1987c).

### 2.3. Kuantum Renk Dinamiği

KRD renk yükü taşıyan parçacıklar arasındaki etkileşmeleri betimler. Kuantum renk dinamiği için yeğin çiftlenim sabiti

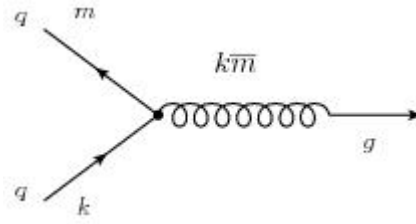
$$g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s} \quad (\alpha_s = 0.1-1) \quad (2.11)$$

şeklinde yazılır. Burada  $g_s = 1, \dots, 8$  şeklinde gluon için renk yükünü ifade eder.

Kuarklar üç renk ve üç anti-renk yükü taşırlar (kırmızı, mavi, yeşil, anti-kırmızı, anti-mavi, anti-yeşil). Kuarklar arasındaki etkileşme sırasında kuarklar sürekli gluon yayınladıkları ya da soğurdıkları için renkleri değişir. Kuarkların üçlü kombinasyonu olan baryonlar ( $qqq$ ), bir kuark ve bir anti-kuarktan oluşan mezonlar ( $q\bar{q}$ ) ise renk yükü bakımından yüksüzdür. Renk yüklerinden dolayı KRD'de bir kuarkı tanımlamak için sadece Dirac spin matrisi  $u^{(s)}(p)$  yetersizdir aynı zamanda renkleri ifade edebilmek için sütun matrisleri de yazılmalıdır:

$$r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} k, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} m, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} y. \quad (2.12)$$

Kuarkların renk değişimi kuark-gluon köşelerinde bir kuarkın gluon alışverişiyle olur. Bu etkileşme için örnek olabilecek bir çizim aşağıdaki gibidir.



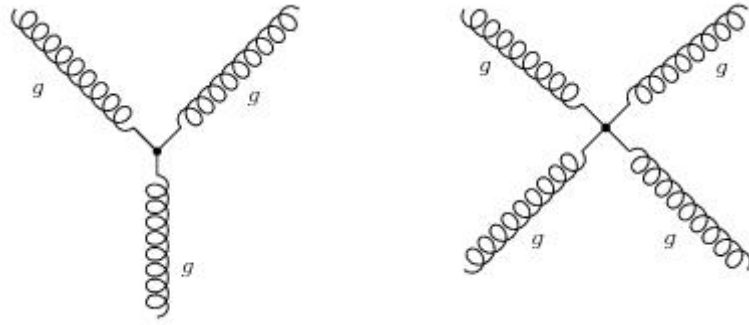
Şekil 2.4: KR D' de kuark-gluon köşesinde kuarkların renk değişimi (Griffiths, 1987d)

Bu çizimde kırmızı renk yüküne sahip bir kuark, mavi renk yüküne sahip bir kuarka dönüşmüştür. Bu etkileşme sırasında kırmızı ve anti-mavi renk yüküne sahip bir gluon yayınlamıştır. Görüldüğü gibi gluonlar bir renk ve bir anti-renkten oluşmuştur. Kırmızı, mavi ve yeşil olmak üzere toplam üç renk yükü ve bunların antileri olan üç anti-renk yükünün ikili kombinasyonu ile toplamda dokuz tane gluon olması mümkün olsada, SM'nin matematiği yalnızca sekiz tane gluona izin vermektedir.

Gluonların renk düzenleri hakkında bilgi sahibi olmak için aşağıdaki  $\alpha$  vektörleri yazılabilir:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} |1\rangle, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} |2\rangle, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} |3\rangle, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} |4\rangle, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} |5\rangle, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} |6\rangle, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} |7\rangle, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} |8\rangle. \quad (2.13)$$

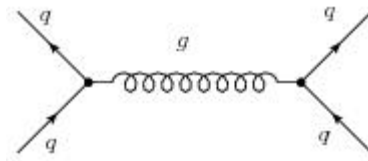
Bunlar sekiz farklı renk düzenindeki gluon gösterimlerinin matrisleridir. Gluonlar fotondan farklı olarak, kuarklarla etkileştikleri gibi kendi aralarında etkileşmeye girebilmektedirler. Bunun nedeni gluonların renk yükü taşımasıdır. Üç ve dört gluon içeren etkileşme köşeleri aşağıdaki gibidir:



Şekil 2.5: Üç ve dört gluon içeren güçlü etkileşme köşeleri (Griffiths, 1987d)

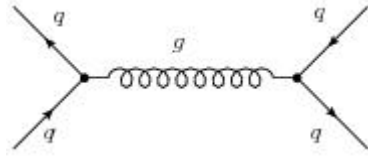
Kuarklar arasındaki etkileşme ise kuark-kuark ve kuark-anti kuark şeklinde olup, bu etkileşmelere aracılık eden parçacık gluondur.

Kuarklar için  $\nearrow$  gelen bir kuarkı,  $\nwarrow$  giden bir kuarkı göstermek üzere kuark-kuark etkileşmesi



Şekil 2.6: KRD' de kuark-kuark etkileşmesi (Griffiths, 1987d)

şeklindedir. Anti-kuarklar için ise  $\nwarrow$  gelen bir anti-kuarkı,  $\nearrow$  giden bir anti-kuarkı göstermek üzere kuark-anti kuark etkileşmesi



Şekil 2.7: KRD' de kuark-anti kuark etkileşmesi (Griffiths, 1987d)

şeklinde olur.

KRD Lagranjyeni

$$L_{KRD} = \sum_q \bar{\psi}_q (i\mathcal{D} - m_q) \psi_q - \frac{1}{4} G_{\alpha}^{\mu\nu} G_{\mu\nu}^{\alpha} \quad (2.14)$$

şeklinde ve SU(3) dönüşümleri altında değişmezdir. Burada  $G_{\mu\nu}^{\alpha}$  gluon alan gelirim tensörü,  $q = u, d, \dots$  kuarklar olup,  $m_q$  kuark kütlesi,  $\mathcal{D}$  kovaryant türevidir.

Gluon alan gerilim tensörü

$$G_{\alpha}^{\mu\nu} = \partial^{\mu} G_{\alpha}^{\nu} - \partial^{\nu} G_{\alpha}^{\mu} + g_s f^{\alpha\beta\gamma} G_{\beta}^{\mu} G_{\gamma}^{\nu} \quad (2.15)$$

şeklinde yazılır. Burada  $G_{\alpha}$  gluon alanı olmak üzere

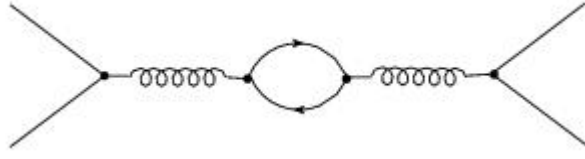
$$D_{\alpha} = \partial_{\alpha} + ig G_{\alpha}^b T^b \quad (2.16)$$

olarak yazılır. Kuark ve gluon arasındaki çiftlenim

$$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi} \quad (2.17)$$

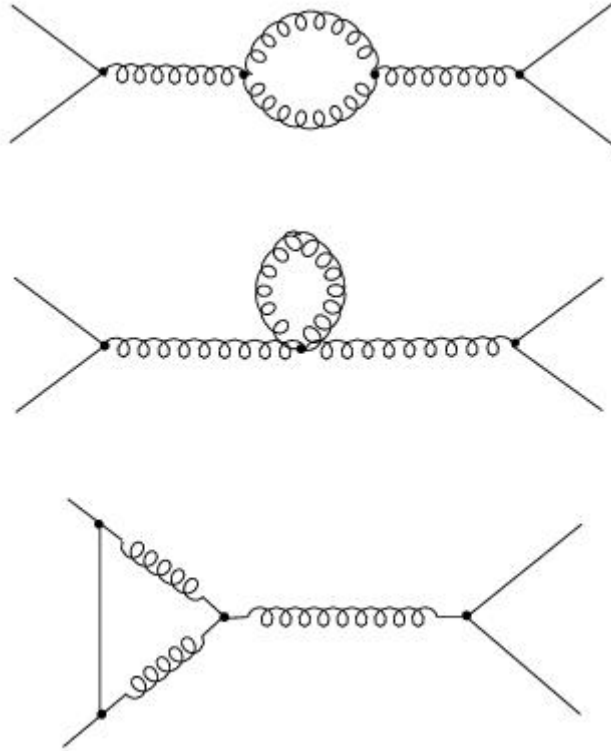
ile verilir. KRD' de kuark-anti kuark etkileşmesi





Şekil 2.8: KRD' de tek ilmek içeren Feynman çizimi (Griffiths, 1987d)

şeklindedir. Aynı zamanda KRD'de gluon-gluon etkileşmesi olduğu için aşağıdaki çizimlerde vardır:

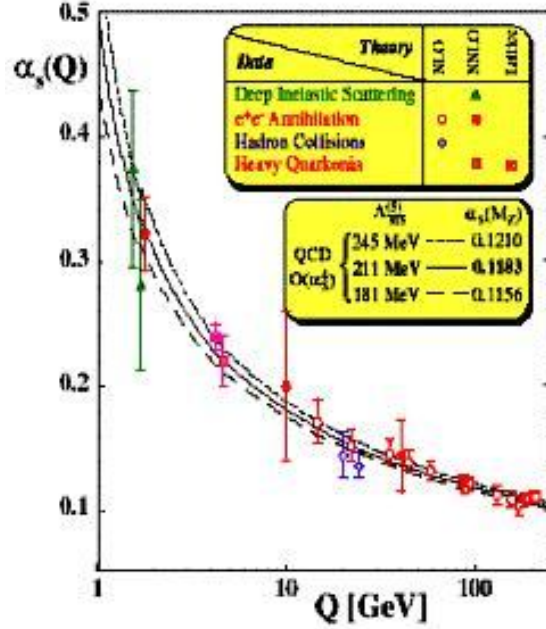


Şekil 2.9: KRD' de gluon-gluon etkileşmelerini içeren çizimler (Griffiths, 1987d)

Böylece KRD için etkin çiftlenim sabiti

$$\alpha_s(|q^2|) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + (\alpha_s(\mu^2)/12\pi)(11n - 2f)\ln(|q^2|/\mu^2)} \quad (|q^2| \gg \mu^2) \quad (2.18)$$

dir. Burada  $n$  renk yükünü göstermekte olup, SM için bu sayı üçtür.  $f$  ise çeşni sayıdır ve SM’de altıdır. Etkin çiftlenim sabitinin momentuma göre değişimi Şekil 2.10’da gösterilmektedir.



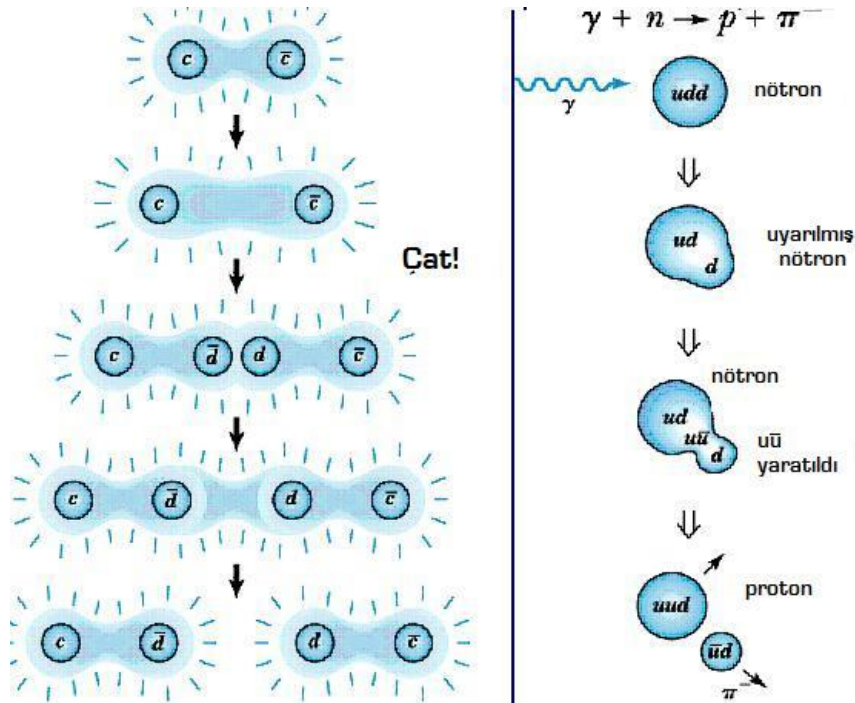
Şekil 2.10: KRD’ de etkin çiftlenim sabiti (Bethke, 2000)

Şekil 2.10’da görüldüğü gibi, yüksek momentumlarda (kısa mesafelerde) etkin çiftlenim sabiti momentumla azalmaktadır. Bu nedenle, bu bölgede parçacıklar arasında etkileşme çok zayıftır ve kuarklar asimtotik serbestlik özelliğine sahiptir. Böylece KED’de güvenle kullandığımız tedirgeme kuramını bu bölgede kullanabiliriz.

Asimtotik serbestlik D. Gross, F. Wilczek ve D. Politzerin 1973 yılında yaptıkları çalışmada elde ettikleri ve onlara 2004 yılında Nobel ödülünü getiren KRD için çok büyük önem taşıyan bir özelliktir. Yaptıkları bu çalışmada iki kuark birbirine yaklaştığında aralarında etkileşme küçülmekte, aralarındaki mesafe arttıkça ise etkileşme artmaktadır. Yeterince birbirine yaklaşan kuarklar arasındaki etkileşme azalırken kuarklar hadronların içinde serbest parçacıklarımız gibi hareket etmektedirler. Yani yüksek enerjilerde (kısa mesafelerde) kuark ve gluonların etkileşmeleri oldukça zayıftır. Bu KRD’ye ait bir özelliktir. Sebebi KRD’de etkileşmelere aracılık eden gluonun renk yüküne sahip olmasıdır.

Küçük momentumlara (uzun mesafelere) bakıldığında ise parçacıklar arasındaki etkileşme kuvvetlidir. Kuarklar arasındaki mesafe arttıkça kuarklar arasındaki etkileşme arttığı gibi, gluonlar arasındaki etkileşmede artar. Bu durumda kuarklar ile gluonlar arasındaki etkileşme çok büyüktür ve kuarklar hadronların içerisinde hapsolmuşlardır. Şekil 2.10'da da görüldüğü gibi küçük momentumlarda hapsolme özelliğinden dolayı etkin çiftlenme sabiti iraksamaktadır. Bu nedenle bu bölgede tedirgeme kuramı kullanılamaz. Tedirgemeyen yöntemlere gereksinim vardır.

Kuarkların hadronların içinde hapsolması bir kuarkın asla serbest olarak gözlenemeyeceğini anlatmaktadır. Örneğin, bir mezonu kuarklarına ayırmaya çalışırsak, bu mezonu oluşturan kuarklar arası etkileşme alanındaki enerji bir kuark ve anti-kuark oluşturacak eşik enerjisine ulaştığında yeni bir kuark, anti-kuark yaratılır ve ortaya çıkan bu yeni kuark, anti-kuark çifti mezondaki diğer kuark ve anti-kuarklarla birleşerek yeni parçacıklar oluşumuna neden olur. Mezon için verilen bu örnek baryonlar söz konusu olduğunda da geçerlidir. Bu durum Şekil 2.11'de gösterilmektedir.



Şekil 2.11: Kuarkların, baryon ve mezonların içerisinde hapsolması.

Günümüzde KRD'yi anlayabilmek için geliştirilmiş birçok tedirgemeyen yöntem vardır. Bunlardan bazıları fenomenolojik kuark model, potansiyel model, torba modeli, etkin lagranjiyen modeli ve KRD toplam kuralları yöntemidir (Griffiths, 1987d).

#### 2.4. KRD Toplam Kuralları

KRD'de yüksek momentumlarda (kısa mesafelerde) asimtotik serbestlik özelliğine sahip olduğundan kuarklar serbestmiş gibi hareket ederler. Bu nedenle bu enerji bölgesinde etkin çiftlenim sabiti  $\alpha_s$ 'ye göre tedirgeyen açılım yapılabilir ve tedirgeme kuramı kullanılabilir. Fakat küçük momentumlarda (uzun mesafelerde) kuark-gluon etkileşmeleri kuvvetli olur ve gluonlar diğer bir gluonu salıp soğurabilir. Yeğin etkileşmelerin aracı parçacığı gluonun bu özelliğinden dolayı uzun mesafelerde gluon bulutlarının katkısıyla etkileşme kuvveti büyür ve tedirgemeyen etkiler etkin olur. Bu bölgede tedirgeme kuramı ile güvenli hesaplar yapılamadığından tedirgemeyen kuramlara gereksinim vardır.

Tedirgeme kuramının geçerli olmadığı hadron bölgesinde, KRD Lagranjiyenini temel alan KRD toplam kuralları yöntemi güvenle kullanılabilir. Bu yöntem 1979 yılında M. Shifman, A. Vainshtein ve V. Zakharov (SVZ) tarafından mezonlar için geliştirildi ve 1981 yılında B. L. Ioffe tarafından baryonlara genişletildi. KRD toplam kuralları yöntemi kendiliğinden simetri kırılması, kuark-hadron ikilemi ve asimtotik serbestlik ilkelerini esas alıp, KRD parametreleri ile hadronik parametreleri ilişkilendirerek uzun mesafe olaylarını açıklar. KRD parametreleri ile hadronik parametreleri ilişkilendirebilmek için, kuark gluon dinamiğinin tedirgeyen hesaplarının geçerli olduğu kısa mesafelerden başlayıp tedirgemeyen etkilerin etkin olduğu uzun mesafelere adım adım yaklaşılır. Bu yaklaşımda, asimtotik serbestlik durumu bozulmaya başlar ve hadronlar içinde hapsolan bağlı kuark durumlarına karşılık gelen rezonanslar ortaya çıkar. Bu tedirgemeyen etkiler, KRD boşluğunda sıfırdan farklı değere sahip kuark gluon yoğunlaşma işlemcileridir.

KRD boşluğunda kuarkların özelliklerini araştırabilmek için  $x=0$  uzay-zaman noktasında boşluğa kuarklar enjekte edilir ve bunların zaman içerisinde gelişimi incelenir. Bu durum ilişkilendirme fonksiyonu ile betimlenir:

$$\Pi_{\mu\nu}(q^2) = i \int d^4x e^{-iq \cdot x} \langle 0 | T \{ J_\mu(x) J_\nu(0) \} | 0 \rangle \quad (2.19)$$

Burada T sağdan sola doğru zamana ait argümanlar artacak şekilde çarpanların düzenlendiği zaman düzenleme işlemcisi,  $J(x)$ , Dirac-gama matrisleri ve kuark alanları ile oluşturulan akım,  $|0\rangle$  taban durumu ve  $q$  kuarkların toplam momentumudur. İlişkilendirme fonksiyonu KRD toplam kuralları yönteminin temelini oluşturur ve iki farklı şekilde yazılarak uzun ve kısa mesafe niceliklerini birleştirir. Bir yanda  $J(x)$  alanının spinörler ile betimlendiği, fermiyon ileticilerine benzer terimler ve yüksek enerji uyarılmalarından gelen katkıların oluşturduğu çift dağılım bağıntısı ile betimlenen hadronik kısım. Diğer yanda, momentumun uygun bölgesinde,  $J(x)$ 'in kuark yapısı kullanılarak KRD serbestlik dereceleri terimleri cinsinden hesaplanan kuramsal kısım. Sonuçta bu iki ilişkilendirme fonksiyonu çok farklı bölgelerde olmalarına rağmen kuark-hadron ikilemi özelliği kullanılarak birbirine eşitlenir.

Yüksek enerjilerde denklem (2.19) ilişkilendirme fonksiyonu işlemci çarpım açılımı (OPE) cinsinden yazılır. OPE iki ya da üç işlemcinin zaman sıralı çarpımının açılımıdır. İşlemci çarpım açılımı genel olarak

$$i \int d^4x e^{iq \cdot x} T(A(x), B(0)) = C_I^{AB} I + \sum_n C_n^{AB}(x) O_n(0) \quad (2.20)$$

şeklinde yazılır. Burada  $I$  özdeşlik işlemcisi,  $C_I^{AB}$  ve  $C_n^{AB}$  Wilson katsayıları,  $O_n$  ise alan işlemcileridir. Kuantum renk dinamiğinin bu bölgesinde saf tedirgeme kuramı geçerli olmadığından işlemci çarpım açılımını kullanabilmek için,  $O_n$  işlemcisi ve  $C_I^{AB}$  ve  $C_n^{AB}$  katsayıları normalizasyon noktası  $\mu$ 'yü içermelidir. İşlemci çarpım açılımı  $\mu$ 'ye bağlı olarak tekrar yazılınca

$$i \int d^4 x e^{iq \cdot x} T(A(x), B(0)) = C_I^{AB} I + \sum_n C_n^{AB}(x, \mu) O_n(0, \mu) \quad (2.21)$$

olur. Momentumun  $\mu$  'den daha büyük olduğu bölge  $C_n^{AB}$ , momentumun  $\mu$  'den daha küçük olduğu bölge ise  $O_n$  ile ifade edilir. Bilindiği üzere yüksek momentumlarda tedirgeyen yöntemler kullanılabilir yani tedirgeyen hesapların yapıldığı bölgeden gelen katkılar  $C_n^{AB}$  'in içindedir. Küçük momentum bölgesinde ise tedirgemeyen etkiler etkindir ve tedirgemeyen katkılar  $O_n$  'in içindedir. KRD toplam kuralları başarıyla tedirgeyen ve tedirgemeyen katkılarını aynı ifadede yazılmasına izin vermektedir. OPE işlemcisine Fourier dönüşümü uygulandığında

$$\Pi_{\mu\nu}^{OPE}(q^2) = C_I^{AB} \langle 0|I|0\rangle + \sum_n C_n(q^2) \langle 0|O_n|0\rangle \quad (2.22)$$

elde edilir. Burada  $O_n$  işlemcisinin boyutu artarken  $C_n(q^2)$  katsayı fonksiyonlarının boyutu azalır. Bu  $-q^2 \rightarrow \infty$  yüksek enerji limitinde OPE yakınsaklığını sağlar.

KRD toplam kurallarının kuramsal kısmı, üç-nokta ilişkilendirme fonksiyonuna farklı boyutlardaki işlemcilerden gelen tedirgeyen ve tedirgemeyen katkılar hesaplanarak elde edilir. Tedirgeyen katkı için, en düşük seviye yalın ilmek Feynman çiziminden gelen katkı öncelikle göz önüne alınır. Tedirgemeyen düzeltmeler ise  $\langle 0|q\bar{q}|0\rangle$ ,  $\langle 0|q\sigma \cdot G\bar{q}|0\rangle$ ,  $\langle 0|G_{\mu\nu} G^{\mu\nu}|0\rangle$  ve  $\langle 0|(q\bar{q})^2|0\rangle$  boşluk yoğunlukları ile orantılı farklı boyutlardaki işlemcilerden hesaplanır. Kuark alanı  $q$  'nun  $d = 3/2$  boyutlu ve gluon alanı  $A_\mu$  'nün  $d = 2$  boyutlu olduğu anımsanırsa ve  $m_q$  kuark kütlesi,  $\lambda^a$  SU(3) Gell-Mann matrisleri,  $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ ,  $G_{\mu\nu}^a$  gluon alan gerilim tensörü olmak üzere,  $d \leq 5$  boyutlu işlemciler kümesi

$$\begin{aligned}
d = 0 & \quad I \text{ (Birim işlemci)} \\
d = 3 & \quad O_3 = \bar{\psi}\psi \\
d = 4 & \quad O_4 = m_q \bar{\psi}\psi \\
d = 4 & \quad O_4 = G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \\
d = 5 & \quad O_5 = \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda^a}{2} G^{a\mu\nu} \psi
\end{aligned} \tag{2.23}$$

olur.

Feynman çizimleri dilinde, ortaya çıkan asimtotik serbestliğe gelen düzeltmeler önemlidir ve bu hesaplar uygun bir ayar kullanılarak yapılmalıdır. Hadronlar renk yükü bakımından yüksüz olduğundan, arakesirim alanlar da renksizdir ve ilişkilendirme fonksiyonu ayar değişmezdir (Langwallner, 2005). Böylece hesabı basitleştirmek için istenilen ayarı seçme serbestliği vardır. En önemli ve kullanılması kolay ayar fermiyon ve potansiyel alanların Taylor açılımı kullanılarak seriye açılmasına izin veren ve momentumun korunumunun gerekmediği

$$x^\mu A_\mu(x) = 0 \tag{2.24}$$

sabit-nokta (Fock, 1937; Schwinger, 1989) ayarıdır. Fakat hesaplamalardan sonra dış alanın momentumu sıfır alınarak momentumun korunması sağlanır ve ayar değişmez sonuçlar elde edilir. Dikkat edilecek nokta, bütün Feynman çizimleri için sabit nokta olarak aynı nokta seçilmesidir.

Böylece tedirgeyen ve tedirgemeyen katkıları içeren KRD toplam kuralları için ilişkilendirme fonksiyonu

$$\Pi^{küramsal}(p, p'; Q^2) = \Pi^{ted}(p, p', Q^2) + \sum_{d=3,4} C_d(p, p', Q^2) \langle 0 | O_d | 0 \rangle \tag{2.25}$$

olarak elde edilir. İlişkilendirme fonksiyonu, hadron durumlarını içerecek şekilde de yazılabilir.  $p$ ,  $p'$  momentumlar olmak üzere çift dağılım bağıntısı

$$\Pi_i^{\text{fiziksel}}(p^2, p'^2; Q^2) = \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho(s, s')}{(s - p^2)(s' - p'^2)} + \text{kalan terimler} \quad (2.26)$$

şeklindedir. Burada izgesel yoğunluk fonksiyonu

$$\rho(s, s') = \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi_i \quad (2.27)$$

olarak yazılır. İzgesel yoğunluk fonksiyonu iki kısma ayrılır.  $A(p) \rightarrow B(p') + C(q)$  bozunmasında küçük  $s$  ve  $s'$  değerleri için  $\rho(s, s')$  keskin rezonanslar içerdiğinden  $\delta(s - m_A^2)\delta(s' - m_B^2)$  kullanılır.  $s$  ve  $s'$ 'nin büyük değerleri için ise izgesel yoğunluk fonksiyonu  $\rho(s, s')$  daha yüksek durumları veren bir sürekli spektruma sahip olduğundan  $\theta(s - s_0)\theta(s' - s'_0)$  formunda yazılır. Burada  $s_0$  ve  $s'_0$  sürekli spektrumun eşik değerleridir. Böylece izgesel yoğunluk fonksiyonu keskin rezonanslı durumlar ve sürekli spektrum durumlarının toplamından oluşur:

$$\rho = \sum \langle 0 | J_1 | n \rangle \langle n | J_2 | m \rangle \delta(s - m_A^2) \delta(s' - m_B^2) + \rho^{\text{sürekli}} \theta(s - s_0) \theta(s' - s'_0) \quad (2.28)$$

$|n\rangle$  ve  $|m\rangle$  durumları, kuark akımı  $J_i$  tarafından yaratılan hadron durumlarını gösterir. Minkowsky bölgesi de denen fiziksel bölgede  $p^2, p'^2 > 0$ , temel durumdan başlayarak hadron durumları üzerinden tam bir toplam yapılır. Böylece fiziksel kısım için ilişkilendirme fonksiyonu

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu, \lambda}^{\text{fiziksel}}(p, p'; Q^2) &= \frac{\langle 0 | J_\nu^A | A(p) \rangle \langle A(p) | J_\mu^C | B(p') \rangle \langle B(p') | J_\lambda^B | 0 \rangle}{(p^2 - m_A^2)(p'^2 - m_B^2)} \\ &+ \int_{s_0}^\infty ds \int_{s'_0}^\infty ds' \frac{\rho_{\mu\nu, \lambda}^{\text{fiziksel}}(s, s')}{(s - p^2)(s' - p'^2)} + \text{kalan terimler} \end{aligned} \quad (2.29)$$

olarak yazılır. Burada, hadronik izgesel yoğunluk  $\rho^{\text{sürekli}}(s, s')$ , kuantum sayıları geçerli olan bütün yüksek rezonansları ve rezonans olmayan sürekli spektrumu içerir.



Sonuçta elimizde ilişkilendirme fonksiyonunun iki farklı gösterimde hesaplanmış sonuçları vardır. Bunlardan biri Wilson katsayılarını içeren kuramsal kısım ve diğeri genel çift dağılım bağıntısını içeren fiziksel kısımdır. Bu iki farklı gösterim birbirlerine eşitlenir:

$$\begin{aligned}
\Pi^{\text{fiziksel}} &= \Pi^{\text{kuramsal}} \\
&\frac{\langle 0|J_v^A|A(p)\rangle\langle A(p)|J_\mu^C|B(p')\rangle\langle B(p')|J_\lambda^B|0\rangle}{(p^2 - m_A^2)(p'^2 - m_B^2)} \\
&+ \int_{s_0}^{\infty} ds \int_{s'_0}^{\infty} ds' \frac{\rho_{\mu\nu,\lambda}^{\text{fiziksel}}(s, s')}{(s - p^2)(s' - p'^2)} + \text{kalan terimler} \\
&= \int_0^{\infty} ds \int_0^{\infty} ds' \frac{\rho^{\text{ted}}(s, s')}{(s - p^2)(s' - p'^2)} + \sum_{d=3,4} C_d(p, p', Q^2) \langle 0|O_d|0\rangle + \text{kalan terimler}
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Denklem (2.30) KRD toplam kuralı ifadesi, bilinmeyen kalan terimlerini içerdiğinden bu ifade çok kullanışlı değildir. Bilinmeyen, kalan terimleri atmak ve sürekli ve daha yüksek durumların katkılarını bastırmak için denklem (2.30)'un her iki yanına  $Q^2 = -q^2$ 'de Borel (ters Laplace) dönüşümü uygulanır. Borel dönüşümü  $1/(q^2 + m^2)$  ifadesini  $B_{M^2}(1/(q^2 + m^2)) \rightarrow e^{-\frac{s}{M^2}}$  olacak şekilde, hadronik gösterimi üstel azalanlar üzerinden toplama dönüştürür ve böylece dağılım bağıntısındaki kalan terimler elenir. Denklem (2.30)'un her iki yanına çift Borel dönüşümü uygulandığında

$$\begin{aligned}
&\langle 0|J_v^A|A(p)\rangle\langle A(p)|J_\mu^C|B(p')\rangle\langle B(p')|J_\lambda^B|0\rangle e^{-\frac{s}{M^2}} e^{-\frac{s'}{M'^2}} \\
&+ \int_{s_0}^{\infty} ds \int_{s'_0}^{\infty} ds' \rho_{\mu\nu,\lambda}^{\text{sürekli}}(s, s') e^{-\frac{s}{M^2}} e^{-\frac{s'}{M'^2}} \\
&= \int_0^{\infty} ds \int_0^{\infty} ds' \rho^{\text{ted}}(s, s') e^{-\frac{s}{M^2}} e^{-\frac{s'}{M'^2}} + B_{M^2} B_{M'^2} \Pi^{\text{ted. olmayan}}
\end{aligned} \tag{2.31}$$

elde edilir. Yukarıdaki denklemdeki tedirgeyen katkılar, spektrum parametrelerinin eşik değerlerine kadar ve daha yüksek değerleri olmak üzere iki parçaya ayrılır:

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} ds \int_0^{\infty} ds' \rho^{ted}(s, s') e^{-\frac{s}{M^2}} e^{-\frac{s'}{M'^2}} &= \int_0^{s_0} ds \int_0^{s'_0} ds' \rho^{ted}(s, s') e^{-\frac{s}{M^2}} e^{-\frac{s'}{M'^2}} \\
&+ \int_{s_0}^{\infty} ds \int_{s'_0}^{\infty} ds' \rho^{ted}(s, s') e^{-\frac{s}{M^2}} e^{-\frac{s'}{M'^2}}
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Denklem (2.32)'deki ikinci integral, daha yüksek rezonans ve sürekli spektrum katkılarını içerir.

Dağılım bağıntısındaki hadron izgesel yoğunluk fonksiyonu  $\rho^{sürekli}(s, s')$ 'nin içerdiği daha yüksek hadron durumlarına kuark-hadron ikilemi uygulanır. Bu durumda,  $p^2, p'^2 < 0$  bölgesinde tedirgeyen olarak hesaplanan  $\rho^{ted}(s, s')$  izgesel yoğunluk fonksiyonu ile daha yüksek rezonans ve sürekli spektrumların  $\rho^{sürekli}(s, s')$  ifadesi yer değiştirilebilir. Böylece KRD toplam kuralları

$$\begin{aligned}
\langle 0 | J_v^A | A(p) \rangle \langle A(p) | J_\mu^C | B(p') \rangle \langle B(p') | J_\lambda^B | 0 \rangle e^{-\frac{s}{M^2}} e^{-\frac{s'}{M'^2}} \\
= \int_0^{s_0} ds \int_0^{s'_0} ds' \rho^{ted}(s, s') e^{-\frac{s}{M^2}} e^{-\frac{s'}{M'^2}} + B_{M^2} B_{M'^2} \Pi^{ted. olmayan}
\end{aligned} \tag{2.33}$$

olarak elde edilir. Bu ifadeden istenilen fiziksel nicelikler hesaplanır (Bayar, 2007).

### 3. KRD TOPLAM KURALLARI İLE $g_{K^0\pi^+\pi^-}$ 'NİN HESAPLANMASI

Hadronların doğası ve hadronlar arası etkileşmeleri anlamak yüksek enerji fiziğinin en önemli amaçlarından birisidir. Hadronlar arasında yeğin etkileşmeler etkindir ve bu etkileşmeler KRD alan kuramı ile betimlenirler. Fakat daha önce açıkladığımız üzere KRD'de yüksek enerjilerde tedirgeme kuramı güvenle kullanılırken orta ve küçük enerji bölgesinde tedirgeme kuramı kullanılmaz. M. Shifman, A. Vainshtein ve V. Zakharov tarafından geliştirilen KRD toplam kuralları orta ve küçük enerji bölgesinde güvenle kullanılan bir kuramdır (Shifman and et al., 1979). KRD toplam kuralları hadron fiziğinde, çok geniş bir alanda yapı sabiti, çiftlenim sabiti, kütle gibi hadronların birçok özelliği bu yöntemle hesaplanabilmektedir (Aydin ve diğ., 2006; Aydin ve diğ., 2010; Azizi ve diğ., 2009; Gokalp ve diğ., 2008).

Hafif skaler mezonlar  $\kappa(800)$ ,  $\sigma(600)$ ,  $f_0(980)$ ,  $a_0(980)$  ve bozunum süreçleri son yılların çok önemli araştırma konusudur. Deneysel ve kuramsal çalışmalar  $1\text{GeV}$  'in altında dokuz skaler mezonun var olduğunu öngörmektedir. Ancak, bu mezonların doğası ve kuark yapıları henüz tam olarak aydınlatılmamıştır. Kuark yapılarının bilinen mezonlar gibi  $q\bar{q}$  yapıda mı,  $K\bar{K}$  molekül yapısında mı yoksa  $q^2\bar{q}^2$  egzotik kuark gösterimdeki gibi mi olduğu tartışılmaktadır. Kuark yapılarının anlaşılmasının yanında, hadron fiziğindeki rolleri de merak konusudur.

Son yıllarda  $\kappa$  mezonunun kütle ve bozunum genişliği birçok deneysel ve kuramsal çalışmaya konu olmuş, farklı kütle ve bozunum genişlikleri elde edilmiştir.  $J/\psi \rightarrow \bar{K}^*(892)^0 K^+ \pi^-$  süreci için BES'de yapılan deneyde  $\kappa$  mezonu için elde edilen kütle ve bozunum genişliği,  $m_\kappa = 878 \pm 23_{-55}^{+64} \text{MeV}$  ve  $\Gamma_\kappa = 499 \pm 52_{-87}^{+55} \text{MeV}$  şeklinde bulunmuştur (Ablikim and et al., 2006). Daha sonra  $J/\psi \rightarrow K^\pm K_s^\mp \pi^\mp \pi^0$  bozunumu için BES-II'de yapılan deneyde  $\kappa$  mezonu gözlemlendi (Ablikim and

et al., 2010). Bu deneyde yüklü  $\kappa$  mezonunun kütle ve bozunum genişliği ve yüksüz  $\kappa$  mezonu gözlemlendi. Uyma (Fit) fonksiyonunda üç farklı parametrizasyonu deneyerek, kütle  $m_{\kappa} \sim 745 MeV$  ve  $m_{\kappa} \sim 1165 MeV$ , bozunum genişliği  $\Gamma_{\kappa} \sim 536 MeV$  ve  $\Gamma_{\kappa} \sim 1350 MeV$  aralığında hesaplandı. BES-II'de yapılan çalışmaların yanında birçok deneyde hafif skaler mezonlar gözlemlendi. Örnek olarak, E 791 deneyinde  $D^+ \rightarrow K^- \pi^+ \pi^+$  bozunumuyla  $\kappa$  mezonu gözlemlendi (Aitala and et al., 2002). Bu deneyde  $\kappa$  mezonun kütlesi  $m_{\kappa} = 797 \pm 19 \pm 43 MeV$  ve bozunum genişliği  $\Gamma_{\kappa} = 410 \pm 43 \pm 87 MeV$  olarak elde edildi. Zhou ve Zheng LASS verilerini yeni uyma fonksiyonu kullanarak çalıştıklarında  $\kappa$  mezonun kanıtlarını buldular. En düşük  $\kappa$  rezonansının kütlesini  $m_{\kappa} = 694 \pm 53 MeV$  ve bozunma genişliğini  $\Gamma_{\kappa} = 606 \pm 59 MeV$  olarak elde ettiler.

$K^* \Lambda$  üretimi yüklü  $\gamma p \rightarrow K^{*+} \Lambda$  ve nötr  $\gamma n \rightarrow K^{*0} \Lambda$  reaksiyonları ele alınarak incelenmiştir (Oh and Kim 2006). Bu çalışmanın amacı üretim mekanizmasını anlamaktır. Bu mekanizma t-kanalında  $K^*, K, \kappa$  değiş-tokuşunun yanında s-kanalında nükleon ve u-kanalında hiperon ( $\Lambda, \Sigma, \Sigma^*$ ) çizimlerini içerir. Bu üretim mekanizmasını çalışmak için t-kanalındaki  $\kappa$  değiş-tokuşu  $K^*$  üretimi için çok önemlidir. Yapılan çalışmada  $g_{K^{0*} \kappa \gamma}$  çiftlenim sabitinin değeri için SU(3) limitinde vektör mezon baskın (dominance) modelinden elde edilen sonucu kullanıldı (Black and et al., 2002; Black and et al., 2003). Daha sonra aynı çiftlenim sabiti ışık konisi toplama kuralları yöntemi ile de hesaplandı (Gokalp ve diğ., 2008). Fakat bu iki farklı yöntem ile elde edilen çiftlenim sabiti arasında büyük fark vardır. Bu nedenle  $g_{K^{0*} \kappa \gamma}$  çiftlenim sabiti farklı modeller ile çalışılmalıdır.

Bu çalışmada  $g_{K^{0*} \kappa \gamma}$  çiftlenim sabitini  $\kappa$  mezonun bozunum genişliği hesaba katılarak tedirgemeyen yöntemlerden biri olan üç-nokta kuantum renk dinamiği (KRD) toplam kuralları ile hesaplandı ve  $K^{0*} \kappa \gamma$  çiftlenim sabiti için kuram ile uyuşan sonuçlar elde edildi.

### 3.1. $K^{0*} \rightarrow \kappa\gamma$ Süreci İçin Üç Nokta KR D Toplam Kurallarıyla Fiziksel Kısımın Hesaplanması

$K^{0*} \rightarrow \kappa\gamma$  süreci için üç-nokta ilişkilendirme fonksiyonu

$$\Pi_{\mu\nu}(p, p') = \int d^4x d^4y e^{-ip \cdot x} e^{ip' \cdot y} \langle 0 | T \{ J_\mu^\gamma(0) J_\nu^{K^{0*}}(x) J^{\kappa^\dagger}(y) \} | 0 \rangle \quad (3.1)$$

şeklindedir. Bu denklemde  $J^\kappa$ ,  $\kappa$  mezonun ve  $J_\nu^{K^{0*}}$  ise  $K^{0*}$  mezonun arakeştirim akımlarıdır. Kuark alanları terimleri cinsinden arakeştirim akımlar

$$\begin{aligned} J^\kappa &= \bar{s}d \\ J_\nu^{K^{0*}} &= \bar{s}\gamma_\nu d \\ J_\mu^\gamma &= e_s \bar{s}\gamma_\mu s + e_d \bar{d}\gamma_\mu d \end{aligned} \quad (3.2)$$

şeklindedirler. Hadron dilinde toplam kurallarının fenomenolojik kısmını yazmak için, çift dağılım bağıntısı  $\rho_{\mu\nu}^{\text{sürekli}}(s, s', Q^2)$  sürekli spektrum durumlarını ve daha yüksek rezonanslarının katkıları olmak üzere

$$\Pi_{\mu\nu}(p, p') = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho_{\mu\nu}^{\text{sürekli}}(s, s', Q^2)}{(s-p^2)(s'-p'^2)} + \text{kalan terimler} \quad (3.3)$$

şeklinde yazılır. Denklem (3.2)'deki akım ifadeleri boşluk durumu arasına yazıldığında ilişkilendirme fonksiyonu için

$$\Pi_{\mu\nu}(p, p') = \frac{\langle 0 | J_\nu^{K^{0*}} | K^{0*}(p) \rangle \langle K^{0*}(p) | J_\mu^\gamma | \kappa(p') \rangle \langle \kappa(p') | J^\kappa | 0 \rangle}{(p^2 - m_{K^{0*}}^2)(p'^2 - m_\kappa^2)} + \dots \quad (3.4)$$

elde edilir. Burada “...” ile gösterilen terimler, yüksek katkılı durumları ve sürekli spektrumlardan gelen katkıları gösterir. Sonuç olarak denklem (3.3) ve (3.4)'den fiziksel kısım

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(p, p') = & \frac{\langle 0 | J_\nu^{K^{0*}} | K^{0*}(p) \rangle \langle K^{0*}(p) | J_\mu^\gamma | \kappa(p') \rangle \langle \kappa(p') | J^\kappa | 0 \rangle}{(p^2 - m_{K^{0*}}^2)(p'^2 - m_\kappa^2)} + \\ & + \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho_{\mu\nu}^{\text{süreklı}}(s, s'; Q^2)}{(s-p^2)(s'-p'^2)} + \text{kalan terimler} \end{aligned} \quad (3.5)$$

olur. Vektör ve skaler mezolonlar ile boşluk durumları arasında arakesitirim akımları yazıldığında matris öğeleri,  $\varepsilon_\nu^{K^{0*}}$ ,  $K^{0*}$  mezonunun kutuplanması,  $f_\kappa$  ve  $f_{K^{0*}}$  ise sırasıyla  $\kappa$  mezonu ve  $K^{0*}$  mezonunun leptonik bozunma sabitleri olmak üzere

$$\begin{aligned} \langle 0 | J^\kappa | \kappa \rangle &= f_\kappa \\ \langle 0 | J_\nu^{K^{0*}} | K^{0*} \rangle &= f_{K^{0*}} m_{K^{0*}} \varepsilon_\nu^{K^{0*}} \end{aligned} \quad (3.6)$$

olur.  $K^{0*} \rightarrow \kappa\gamma$  süreci için elektromanyetik akımın matris öğesi

$$\langle K^{0*}(p) | J_\mu^\gamma(q) | \kappa(p') \rangle = -ie g_{K^{0*}\kappa\gamma} K(q^2)(p \cdot q \varepsilon_\mu - \varepsilon \cdot q p_\mu) \quad (3.7)$$

şeklinindedir. Burada  $q = p - p'$  ve  $K(q^2)$  yapı sabitidir ( $K(0) = 1$ ). Denklem (3.6) ve (3.7), denklem (3.5)'te yerine yazıldığında fonksiyonun fiziksel kısmı için

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(p, p') = & \frac{-ie g_{K^{0*}\kappa\gamma} K(q^2) f_\kappa f_{K^{0*}} m_{K^{0*}} \varepsilon_\nu^{K^{0*}} (p \cdot q \varepsilon_\mu - \varepsilon \cdot q p_\mu)}{(p^2 - m_{K^{0*}}^2)(p'^2 - m_\kappa^2)} \\ & + \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho_{\mu\nu}^{\text{süreklı}}(s, s'; Q^2)}{(s-p^2)(s'-p'^2)} + \text{kalan terimler} \end{aligned} \quad (3.8)$$

elde edilir. Bu ifadeye çift Borel dönüşümü uygulanınca ilişkilendirme fonksiyonu

$$\begin{aligned} B_{M^2} B_{M'^2} \Pi_{\mu\nu}(p, p') = & -ie g_{K^{0*}\kappa\gamma} f_\kappa f_{K^{0*}} m_{K^{0*}} e^{-\frac{m_{K^{0*}}^2}{M^2}} e^{-\frac{m_\kappa^2}{M'^2}} \\ & + \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \rho_{\mu\nu}^{\text{süreklı}}(s, s'; Q^2) e^{-\frac{s}{M^2}} e^{-\frac{s'}{M'^2}} \end{aligned} \quad (3.9)$$

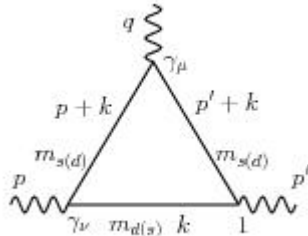
olur.

### 3.2. $K^{0*} \rightarrow \kappa\gamma$ Süreci İçin Üç Nokta KRD Toplam Kurallarıyla Kuramsal Kısımın Hesaplanması

$K^{0*} \rightarrow \kappa\gamma$  sürecinin kuramsal kısmının hesaplanması için tedirgeyen ve tedirgemeyen kısımlarının hesaplanması gerekir. Tedirgeyen katkı için en düşük seviye yalın ilmek Feynman çizimi hesaplanır. Tedirgemeyen katkı için ise kuark yoğuşma ve bir dış alanlı kuark yoğuşma Feynman çizimlerinin hesaplanması yeterlidir. Bu çalışmada  $K^{0*} \rightarrow \kappa\gamma$  bozunumu için  $g_{K^{0*}\kappa\gamma}$  çiftlenim sabiti  $d = 3, 4, 5$  boyutlu katkılar için hesaplanacaktır.  $\kappa$  ve  $K^{0*}$  mezonları  $s$  ve  $d$  kuarklarından oluşmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada  $m_d = 0$ ,  $m_s \neq 0$  seçilmiştir.

#### 3.2.1. $g_{K^{0*}\kappa\gamma}$ çiftlenim sabitinin tedirgeyen kısmının hesabı

$K^{0*} \rightarrow \kappa\gamma$  sürecinden gelen Tedirgeyen katkıyı hesaplamak için en düşük seviye yalın ilmek Feynman çizimi



Şekil 3.1: En düşük seviye yalın ilmek Feynman çizimi

şeklindedir. Burada  $p$  ve  $p'$  sırasıyla  $K^{0*}$  ve  $\kappa$  mezonunun momentumu ve  $q$  fotonun momentumudur. Şekil 3.1'deki en düşük seviye yalın ilmek Feynman çizimi için analitik ifade

$$M_1 = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[ \frac{i}{\not{k} - m_{d(s)}} 1 \frac{i}{\not{p}' + \not{k} - m_{s(d)}} \gamma^\mu \frac{i}{\not{p} + \not{k} - m_{s(d)}} \gamma^\nu \right] \quad (3.10)$$

şeklinde yazılır. Bu denklemdeki iz ifadesi düzenlenirse

$$M_1 = -i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - m_{d(s)}^2) [(p' + k)^2 - m_{s(d)}^2] [(p + k)^2 - m_{s(d)}^2]} \quad (3.11)$$

$$\times \hat{I}z \left[ (\not{k} + m_{d(s)}) \not{1} (\not{p}' + \not{k} + m_{s(d)}) \gamma_\mu (\not{p} + \not{k} + m_{s(d)}) \gamma_\nu \right]$$

olarak elde edilir. Buradaki dört boyutlu  $d^4 k$  momentum integralini alabilmek için Cutkosky kuralı uygulanır. Cutkosky kuralına göre yukarıdaki denklemde kuark ilerletici ifadeleri  $\delta$ -fonksiyonları ile yer değiştirmelidir, böylece kuark ilerleticileri  $1/(k^2 - m_{d(s)}^2) \rightarrow -2\pi i \delta(k^2 - m_{d(s)}^2)$ ,  $1/[(p' + k)^2 - m_{s(d)}^2] \rightarrow -2\pi i \delta[(p' + k)^2 - m_{s(d)}^2]$  ve  $1/[(p + k)^2 - m_{s(d)}^2] \rightarrow -2\pi i \delta[(p + k)^2 - m_{s(d)}^2]$  şeklinde yazılır. Bu ifadeler denklem (3.11)'de yerine yazıldığında

$$M_1 = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \hat{I}z \left[ (\not{k} + m_{d(s)}) \not{1} (\not{p}' + \not{k} + m_{s(d)}) \gamma_\mu (\not{p} + \not{k} + m_{s(d)}) \gamma_\nu \right] \quad (3.12)$$

$$\times (-2\pi i)^3 \delta(k^2 - m_{d(s)}^2) \delta[(p' + k)^2 - m_{s(d)}^2] \delta[(p + k)^2 - m_{s(d)}^2]$$

denklemini elde edilir. Denklem (3.12)'de iz sonucu sabit terimleri,  $k_\alpha$  ve  $k_\alpha k_\beta$  momentumlarına sahip terimleri içermektedir. Burada sabit terimler  $k$  momentumu içermeyen  $p_\mu p'_\nu$  ve  $p_\nu p'_\mu$  yapılarını içeren terimlerdir. Öncelikle sabit terimler için genel bir çözüm

$$I_0 = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (-2\pi i)^3 \delta(k^2 - m_{d(s)}^2) \delta[(p' + k)^2 - m_{s(d)}^2] \delta[(p + k)^2 - m_{s(d)}^2] \quad (3.13)$$

yazılır. Yukarıdaki denklemde dört boyutlu momentum integrali  $\int d^4 k = \int d^3 k dk_0$  şeklindedir. Sırayla denklemdeki terimler ele alınırsa,  $k$  momentumunu içeren terim için  $\delta(k^2 - m_{d(s)}^2) = \delta(k_0^2 - \vec{k}^2 - m_{d(s)}^2) = \delta(k_0^2 - (\vec{k}^2 + m_{d(s)}^2)) = \delta(k_0^2 - \varepsilon_0^2)$  olarak yazılır.  $p' + k$  momentumu içeren terim  $\delta[(p' + k)^2 - m_{s(d)}^2] = \delta[p'^2 + k^2 + 2p'k - m_{s(d)}^2]$  olarak yazılır ve burada  $p'k = p'_0 k_0 - \vec{p}' \cdot \vec{k} = p'_0 k_0 - |p'| |k| \cos \theta$  şeklindedir. Bulunan ifadeyi yerine yazınca  $\delta[(p' + k)^2 - m_{s(d)}^2] = \delta[p'^2 + k^2 + 2(p'_0 k_0 - |p'| |k| \cos \theta) - m_{s(d)}^2]$



olarak elde edilir. Son olarak  $p+k$  momentumunu içeren terim için ise  $\delta[(p+k)^2 - m_{s(d)}^2] = \delta[p^2 + k^2 + 2p.k - m_{s(d)}^2]$  yazılır. Burada  $p.k = p_0k_0 - \vec{p}.\vec{k}$  'dir. Başlangıçta  $K^{0*}$  mezonu durgun olduğundan momentumu  $\vec{p} = 0$  'dır ve  $pk = p_0k_0$  olarak elde edilir. Bulunan bu ifadeler yerlerine yazıldığında  $\delta[(p+k)^2 - m_{s(d)}^2] = \delta[p^2 + k^2 + 2p_0k_0 - m_{s(d)}^2]$  olur. Denklem (3.13)'teki terimler için yapılan bu işlemler yerine yazıldığında

$$I_0 = \frac{i}{2\pi} \int d^3k \int dk_0 \delta(k_0^2 - \varepsilon_0^2) \delta[p'^2 + k^2 + 2(p'_0k_0 - |p'|k|\cos\theta) - m_{s(d)}^2] \times \delta[p^2 + k^2 + 2p_0k_0 - m_{s(d)}^2] \quad (3.14)$$

şeklinde bulunur. Denklemde Dirac  $\delta$  -fonksiyonunun  $\delta[f(x)] = \left[ \frac{1}{|f'(x)|} \right] \delta(x - x_0)$

özelligi kullanılırsa  $\delta(k_0^2 - \varepsilon_0^2) = \frac{1}{2\varepsilon_0} \delta(k_0 - \varepsilon_0)$  olarak yazılır. Bu ifadeyi denklem

(3.14)'te yerine yazıp  $k_0$  integrali alınır

$$I_0 = \frac{i}{2\pi} \int d^3k \frac{1}{2\varepsilon_0} \delta[p'^2 + k^2 + 2(p'_0\varepsilon_0 - |p'|k|\cos\theta) - m_{s(d)}^2] \times \delta[p^2 + k^2 + 2p_0\varepsilon_0 - m_{s(d)}^2] \quad (3.15)$$

olur.  $\delta(k^2 - m_{d(s)}^2) = \delta(k_0^2 - \varepsilon_0^2)$  şeklindedir yani  $k^2 = m_{d(s)}^2$  olarak yazılır. Ayrıca momentumlar  $p^2 = s$  ve  $p'^2 = s'$  'dir ve denklem (3.15)'de yerine yazıldıklarında

$$I_0 = \frac{i}{2\pi} \int d^3k \frac{1}{2\varepsilon_0} \delta[s' + m_{d(s)}^2 + 2(p'_0\varepsilon_0 - |p'|k|\cos\theta) - m_{s(d)}^2] \times \delta[s + m_{d(s)}^2 + 2p_0\varepsilon_0 - m_{s(d)}^2] \quad (3.16)$$

elde edilir. Denklemde  $d^3k = |\vec{k}|^2 dk \sin\theta d\theta d\phi$  olduğundan  $|\vec{k}|^2 dk = 1/2 |\vec{k}| d|\vec{k}|^2 = |\vec{k}| \varepsilon_0 d\varepsilon_0$  olur. Denklem (3.16)'daki üç boyutlu momentum integrali yerine yazılırsa

$$I_0 = \frac{i}{2} \int |\vec{k}| d\varepsilon_0 d(\cos\theta) \delta \left[ s' + m_{d(s)}^2 + 2(p'_0 \varepsilon_0 - |p'| |k| \cos\theta) - m_{s(d)}^2 \right] \times \delta \left[ s + m_{d(s)}^2 + 2p_0 \varepsilon_0 - m_{s(d)}^2 \right] \quad (3.17)$$

olarak elde edilir. Burada da Dirac delta fonksiyonunun  $\delta \left[ s + m_{d(s)}^2 + 2p_0 \varepsilon_0 - m_{s(d)}^2 \right] = 1/2p_0 \delta \left[ (s + m_{d(s)}^2 - m_{s(d)}^2)/2p_0 + \varepsilon_0 \right]$  özelliği ve denklem (3.17)'de  $|\vec{k}| = \sqrt{\varepsilon_0^2 - m_{d(s)}^2}$  kullanılarak  $\varepsilon_0$  üzerinden integral alınırsa

$$I_0 = -\frac{i}{2} \int \frac{1}{2p_0} \sqrt{\left( \frac{m_{s(d)}^2 - s - m_{d(s)}^2}{2p_0} \right)^2 - m_{d(s)}^2} d(\cos\theta) \times \delta \left[ s' + m_{d(s)}^2 + 2p'_0 \frac{s + m_{d(s)}^2 - m_{s(d)}^2}{2p_0} - 2|p'| |k| \cos\theta - m_{s(d)}^2 \right] \quad (3.18)$$

olur. Buradaki Dirac delta fonksiyonu için

$$\delta \left[ s' + m_{d(s)}^2 + p'_0 \frac{m_{s(d)}^2 - s - m_{d(s)}^2}{p_0} - 2|p'| |k| \cos\theta - m_{s(d)}^2 \right] = \frac{1}{2|p'| |k|} \delta \left[ \frac{s' + m_{d(s)}^2 + p'_0 (s + m_{d(s)}^2 - m_{s(d)}^2)/p_0 - m_{s(d)}^2}{2|p'| |k|} - \cos\theta \right] \quad (3.19)$$

ifadesi yazılır ve bu denklem (3.18)'de yerine yazılıp,  $\cos\theta$  üzerinden integral alınırsa

$$I_0 = \frac{i}{2} \frac{1}{2p_0} \frac{1}{2|p'| |k|} \sqrt{\left( \frac{m_{s(d)}^2 - s - m_{d(s)}^2}{2p_0} \right)^2 - m_{d(s)}^2} \quad (3.20)$$

olur. Bu denklemde  $p_0 = \sqrt{s}$  ve  $|k| = \sqrt{\varepsilon_0^2 - m_{d(s)}^2} = \sqrt{\left( (m_{s(d)}^2 - s - m_{d(s)}^2)/2p_0 \right)^2 - m_{d(s)}^2}$  dir.  $p'^2 = p_0'^2 - \vec{p}'^2$ ,  $p^2 = s$  ve  $p'^2 = s'$  olmak üzere

$$\begin{aligned}
q^2 &= (p - p')^2 = p^2 + p'^2 - 2p \cdot p' \\
&= s + s' - 2(p_0 p'_0 - \vec{p} \cdot \vec{p}') \\
&= s + s' - 2\sqrt{s} p'_0
\end{aligned} \tag{3.21}$$

bulunur. Buradan  $p'_0 = (s + s' + Q^2)/2\sqrt{s}$  ve  $p'^2 = p_0'^2 - \vec{p}'^2$  'dir. Denklem (3.20)'de  $|p'| = \sqrt{p_0'^2 - s'} = \sqrt{\left((s + s' - q^2)/2\sqrt{s}\right)^2 - s'}$  şeklindedir. Bulunan bu denklemlerin hepsi denklem (3.20)'de yazılıp, düzenlediğinde

$$I_0 = \frac{i}{4} \frac{1}{\sqrt{(s + s' - q^2)^2 - 4ss'}} \tag{3.22}$$

sonucu elde edilir.

Bu denklem elde edildikten sonra iz hesabından gelecek olan  $k_\alpha$  ve  $k_\alpha k_\beta$  içeren ifadeler için hesap yapılmalıdır.  $k$  momentumları içeren integral genel olarak aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$I_{\alpha,\beta} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k_\alpha ; k_\alpha k_\beta}{(k^2 - m_{d(s)}^2) [(p' + k)^2 - m_{s(d)}^2] [(p + k)^2 - m_{s(d)}^2]} \tag{3.23}$$

$K^{0*}$  ve  $\kappa$  mezonları  $s$  ve  $d$  kuarklarını içermektedir. Böylece  $ssd$  ve  $dds$  kuarklarını içeren iki tane en düşük seviye yalın ilmek Feynman çizimi vardır. Bu çizimlerden gelen katkılar izgesel yoğunluk fonksiyonları  $\rho_{ssd}^{ted}$  ve  $\rho_{dds}^{ted}$  ile verilir. İzgesel yoğunluk fonksiyonları bulunursa tedirgeyen katkı elde edilir.  $\rho_{ssd}^{ted}$  'yi bulmak için ilk olarak  $k_\alpha$  momentumunu içeren terimlerin integral ifadeleri ele alınırsa integral

$$I_\alpha^{ssd} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} k_\alpha \frac{1}{k^2 [(p' + k)^2 - m_s^2] [(p + k)^2 - m_s^2]} \tag{3.24}$$

şeklinde yazılır. Bu integral ifadesinden  $p_\alpha$  ve  $p'_\alpha$  yapısında ifadeler elde etmek için  $I_\alpha^{ssd} = A_1 p_\alpha + B_1 p'_\alpha$  şeklinde yazılır. Burada katsayıları elde etmek için önce denklem (3.24)'ün her iki tarafı  $p_\alpha$  ile çarpılırsa

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} k \cdot p \frac{1}{k^2 [(p'+k)^2 - m_s^2] [(p+k)^2 - m_s^2]} = A_1 p^2 + B_1 p' \cdot p \quad (3.25)$$

olarak elde edilir. Bu denklemde  $k \cdot p = (1/2)[(k+p)^2 - p^2 - k^2] = (1/2)(m_s^2 - s)$  ve  $p' \cdot p = (1/2)[p^2 + p'^2 - q^2] = (1/2)(s + s' + Q^2)$  şeklinde olup,  $p^2 = s$  ve  $Q^2 = -q^2$  olarak kullanılmıştır. Bu durumda denklem (3.25)

$$\frac{1}{2}(m_s^2 - s)I_0 = A_1 s + B_1 \frac{1}{2}(s + s' + Q^2) \quad (3.26)$$

şekline dönüşür. Son olarak denklemin her iki tarafı  $p'_\alpha$  ile çarpıldığında

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} k \cdot p' \frac{1}{k^2 [(p'+k)^2 - m_s^2] [(p+k)^2 - m_s^2]} = A_1 p \cdot p' + B_1 p'^2 \quad (3.27)$$

olur. Burada  $k \cdot p' = (1/2)[(p'+k)^2 - p'^2 - k^2] = (1/2)(m_s^2 - s')$  ve  $p'^2 = s'$  olmak üzere

$$\frac{1}{2}(m_s^2 - s')I_0 = A_1 \frac{1}{2}(s + s' + Q^2) + B_1 s' \quad (3.28)$$

katsayıları belirlemek için gereken ikinci denklemde bulunmuş olur. Denklem (3.26) ve (3.28)'den  $A_1$  ve  $B_1$  katsayıları

$$A_1 = \frac{m_s^2(Q^2 + s - s') - s'(Q^2 - s + s')}{(s + s' + Q^2)^2 - 4ss'} I_0 \quad (3.29)$$

$$B_1 = \frac{m_s^2(Q^2 - s + s') - s(Q^2 + s - s')}{(s + s' + Q^2)^2 - 4ss'} I_0 \quad (3.30)$$

olarak bulunur.

$k_\alpha k_\beta$  momentumunu içeren terimlerin integral ifadeleri için

$$I_{\alpha\beta}^{ssd} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} k_\alpha k_\beta \frac{1}{k^2 [(p' + k)^2 - m_s^2] [(p + k)^2 - m_s^2]} \quad (3.31)$$

dir. Denklem (3.31) integral ifadesinin çözümünü elde edebilmek için  $I_{\alpha\beta}^{ssd} = C_1 g_{\alpha\beta} + D_1 p_\alpha p_\beta + E_1 p_\alpha p'_\beta + F_1 p'_\alpha p_\beta + G_1 p'_\alpha p'_\beta$  yazılır. Katsayıları elde edebilmek için denklemin her iki tarafını önce  $g_{\beta\alpha}$  ile çarpılır.

$$\begin{aligned} g_{\beta\alpha} I_{\alpha\beta}^{ssd} &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} k^2 \frac{1}{k^2 [(p' + k)^2 - m_s^2] [(p + k)^2 - m_s^2]} \\ &= C_1 g_{\beta\alpha} g_{\alpha\beta} + D_1 p^2 + E_1 p \cdot p' + F_1 p' \cdot p + G_1 p'^2 \end{aligned} \quad (3.32)$$

Burada  $p^2 = s$ ,  $p'^2 = s'$  ve  $p \cdot p' = (1/2)[p^2 + p'^2 - q^2] = (1/2)(s + s' + Q^2)$  şeklindedir.

Ayrıca  $k^2 = m_d^2 = 0$ 'dir. Denklem (3.32)'de bu ifadeler yazılırsa

$$0 = 4C_1 + sD_1 + \frac{1}{2}(s + s' + Q^2)(E_1 + F_1) + s'G_1 \quad (3.33)$$

elde edilir. Denklem (3.31)'in her iki tarafını  $p_\alpha p_\beta$  ile çarpılarak katsayıları bulmak için gereken bir diğer denklem elde edilir.

$$\begin{aligned} p_\alpha p_\beta I_{\alpha\beta}^{ssd} &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} (k \cdot p)^2 \frac{1}{k^2 [(p' + k)^2 - m_s^2] [(p + k)^2 - m_s^2]} \\ &= C_1 p^2 + D_1 p^4 + E_1 p^2 (p \cdot p') + F_1 (p \cdot p') p^2 + G_1 (p \cdot p')^2 \end{aligned} \quad (3.34)$$

Denklemden daha önceden bulunan  $k.p$ ,  $p.p'$ ,  $p^2 = s$  ve  $p'^2 = s'$  ifadeleri yerine yazılırsa

$$\frac{1}{4}(m_s^2 - s)^2 I_0 = sC_1 + s^2 D_1 + \frac{s}{2}(s + s' + Q^2)(E_1 + F_1) + \frac{1}{4}(s + s' + Q^2)^2 G_1 \quad (3.35)$$

sonucu bulunur. Denklem (3.31)'in her iki tarafı  $p_\alpha p'_\beta$  ile çarpılırsa

$$\begin{aligned} p_\alpha p'_\beta I_{\alpha\beta}^{ssd} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (k.p)(k.p') \frac{1}{k^2 [(p' + k)^2 - m_s^2] [(p + k)^2 - m_s^2]} \\ &= C_1 p.p' + D_1 p^2 (p.p') + E_1 p^2 p'^2 + F_1 (p.p')^2 + G_1 (p.p') p'^2 \end{aligned} \quad (3.36)$$

bulunur. Denklemdeki  $k.p$ ,  $k.p'$ ,  $p.p'$ ,  $p^2$  ve  $p'^2$  ifadeleri yerlerine yazılınca

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}(m_s^2 - s)(m_s^2 - s') I_0 &= \frac{1}{2}(s + s' + Q^2)C_1 + \frac{s}{2}(s + s' + Q^2)D_1 \\ &+ ss'E_1 + \frac{1}{4}(s + s' + Q^2)^2 F_1 + \frac{s'}{2}(s + s' + Q^2)G_1 \end{aligned} \quad (3.37)$$

olur. Denklem (3.31)'in her iki tarafı  $p'_\alpha p_\beta$  ile çarpıldığında ise

$$\begin{aligned} p'_\alpha p_\beta I_{\alpha\beta}^{ssd} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (k.p')(k.p) \frac{1}{k^2 [(p' + k)^2 - m_s^2] [(p + k)^2 - m_s^2]} \\ &= C_1 p.p' + D_1 (p.p') p^2 + E_1 (p.p')^2 + F_1 p'^2 p^2 + G_1 p'^2 (p.p') \end{aligned} \quad (3.38)$$

olarak elde edilir. Denklemde  $k.p$ ,  $k.p'$ ,  $p.p'$ ,  $p^2$  ve  $p'^2$  ifadeleri kullanılırsa

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}(m_s^2 - s)(m_s^2 - s') I_0 &= \frac{1}{2}(s + s' + Q^2)C_1 + \frac{s}{2}(s + s' + Q^2)D_1 \\ &+ \frac{1}{4}(s + s' + Q^2)E_1 + ss'F_1 + \frac{s'}{2}(s + s' + Q^2)G_1 \end{aligned} \quad (3.39)$$

olur. Son olarak denklem (3.31)  $p'_\alpha p'_\beta$  ile çarpılırsa

$$\begin{aligned}
p'_\alpha p'_\beta I_{\alpha\beta}^{ssd} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (k \cdot p')^2 \frac{1}{k^2 [(p' + k)^2 - m_s^2] [(p + k)^2 - m_s^2]} \\
&= C_1 p'^2 + D_1 (p \cdot p')^2 + E_1 (p \cdot p') p'^2 + F_1 p'^2 (p \cdot p') + G_1 p'^4
\end{aligned} \tag{3.40}$$

şekline dönüşür. Denklemdaki  $k \cdot p'$ ,  $p \cdot p'$ ,  $p^2$  ve  $p'^2$  ifadelerini yerlerine yazılırsa

$$\frac{1}{4} (m_s^2 - s')^2 I_0 = s' C_1 + \frac{1}{4} (s + s' + Q^2)^2 D_1 + \frac{s'}{2} (s + s' + Q^2) (E_1 + F_1) + s'^2 G_1 \tag{3.41}$$

olur. Denklem (3.33), (3.35), (3.37), (3.39) ve (3.41)'deki ifadeler kullanılarak  $C_1$ ,  $D_1$ ,  $E_1$ ,  $F_1$  ve  $G_1$  katsayıları

$$C_1 = \frac{m_s^2 \left( (s - s')^2 + Q^2 (s + s') \right) - Q^2 (m_s^4 + s s')}{2 \left[ (s + s' + Q^2)^2 - 4 s s' \right]} I_0 \tag{3.42}$$

$$\begin{aligned}
D_1 &= \left[ m_s^4 \left( Q^4 + 2 Q^2 (s - 2 s') + (s - s')^2 \right) - 2 m_s^2 s' \left( Q^4 - 2 (s - s')^2 - Q^2 (s + s') \right) \right. \\
&\quad \left. + s'^2 \left( Q^4 + (s - s')^2 - 2 Q^2 (2 s - s') \right) \right] I_0 / \left[ (s + s' + Q^2)^2 - 4 s s' \right]^2
\end{aligned} \tag{3.43}$$

$$\begin{aligned}
E_1 &= \left[ (m_s^4 + s s') \left( 2 Q^4 - (s - s')^2 + Q^2 (s + s') \right) - 2 m_s^2 (s + s') \left( Q^4 + (s - s')^2 \right) \right. \\
&\quad \left. - 4 m_s^2 Q^2 (s^2 - s s' + s'^2) \right] I_0 / \left[ (s + s' + Q^2)^2 - 4 s s' \right]^2
\end{aligned} \tag{3.44}$$

$$\begin{aligned}
F_1 &= \left[ (m_s^4 + s s') \left( 2 Q^4 - (s - s')^2 + Q^2 (s + s') \right) - 2 m_s^2 (s + s') \left( Q^4 + (s - s')^2 \right) \right. \\
&\quad \left. - 4 m_s^2 Q^2 (s^2 - s s' + s'^2) \right] I_0 / \left[ (s + s' + Q^2)^2 - 4 s s' \right]^2
\end{aligned} \tag{3.45}$$

$$\begin{aligned}
G_1 &= \left[ s^2 \left( Q^4 + 2 Q^2 (s - 2 s') + (s - s')^2 \right) - 2 m_s^2 s \left( Q^4 - 2 (s - s')^2 - Q^2 (s + s') \right) \right. \\
&\quad \left. + m_s^4 \left( Q^4 + (s - s')^2 - 2 Q^2 (2 s - s') \right) \right] I_0 / \left[ (s + s' + Q^2)^2 - 4 s s' \right]^2
\end{aligned} \tag{3.46}$$

elde edilir. Elde edilen denklemlerden katsayılar hesaplandıktan sonra iz sonucunda  $k_\alpha$  ve  $k_\alpha k_\beta$  şeklinde momentum içeren terimlerde uygun ifadeler yerlerine yazılarak düzenlenir. Düzenlenen bu ifadelerden  $p_\mu p'_\nu - p \cdot p' g_{\mu\nu}$  ayar değişmez yapısını içeren terimler seçilerek katkı hesaplanır. Sonuç olarak katkı

$$K_{ssd} = -8im_s [-A_1 + B_1 + E_1] \quad (3.47)$$

$$= -i \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho_{ssd}^{ted}(s, s'; Q^2)}{(s-p)^2 (s'-p')^2}$$

şeklindedir. Burada

$$\rho_{ssd}^{ted} = \frac{1}{(-4ss' + (s+s'+Q^2)^2)^{5/2}} \left( 2m_s \left( -4m_s^2 s (Q^2 + (s-s')^2 + Q^2 (2s-s')) \right. \right. \quad (3.48)$$

$$+ Q^6 (-s+s') - (s-s')^2 (s^2 + ss' - s'^2) + Q^4 (-3s^2 + 2ss' + 3s'^2)$$

$$\left. \left. + Q^2 (-3s^3 + 2s^2 s' + 3s'^3) + m_s^4 (2Q^4 - (s-s') + Q^2 (s+s')) \right) \right)$$

olarak bulunur.  $dds$  şeklindeki en düşük seviye yalın ilmek Feynman çiziminden  $\rho_{dds}^{ted}$ 'i bulmak için  $k_\alpha$  momentumunu içeren integral ifadesi

$$I_\alpha^{dds} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} k_\alpha \frac{1}{(k^2 - m_s^2)(p'+k)^2 (p+k)^2} \quad (3.49)$$

şeklindedir.  $p_\alpha$  ve  $p'_\alpha$  yapısında ifadeler elde etmek için  $I_\alpha^{dds} = A_2 p_\alpha + B_2 p'_\alpha$  şeklinde yazılır. Burada katsayıları elde etmek için ilk olarak denklem (3.49)'un her iki tarafı  $p_\alpha$  ile çarpılır.

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} k \cdot p \frac{1}{(k^2 - m_s^2)(p'+k)^2 (p+k)^2} = A_2 p^2 + B_2 p' \cdot p \quad (3.50)$$



elde edilir. Burada  $p^2 = s$ ,  $Q^2 = -q^2$ ,  $k.p = (1/2)[(k+p)^2 - p^2 - k^2] = -(1/2)(s + m_s^2)$  ve  $p'.p = (1/2)[p^2 + p'^2 - q^2] = (1/2)(s + s' + Q^2)$  şeklindedir. Bu ifadeler kullanılarak denklem tekrar yazılırsa

$$-\frac{1}{2}(s + m_s^2)I_0 = A_2 s + B_2 \frac{1}{2}(s + s' + Q^2) \quad (3.51)$$

katsayıları hesaplamak için gereken ilk denklem elde edilir. Denklem (3.49)  $p'_\alpha$  ile çarpılırsa aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} k.p' \frac{1}{(k^2 - m_s^2)(p'+k)^2(p+k)^2} = A_2 p.p' + B_2 p'^2 \quad (3.52)$$

(3.52)'de  $k.p' = (1/2)[(p'+k)^2 - p'^2 - k^2] = -(1/2)(s' + m_s^2)$  ve  $p'^2 = s'$  olmak üzere

$$-\frac{1}{2}(s' + m_s^2)I_0 = A_2 \frac{1}{2}(s + s' + Q^2) + B_2 s' \quad (3.53)$$

bulunur. Denklem (3.51) ve (3.53)'den  $A_2$  ve  $B_2$  katsayıları

$$A_2 = -\frac{m_s^2(Q^2 + s - s') + s'(Q^2 - s + s')}{(s + s' + Q^2)^2 - 4ss'} I_0 \quad (3.54)$$

$$B_2 = -\frac{m_s^2(Q^2 - s + s') + s(Q^2 + s - s')}{(s + s' + Q^2)^2 - 4ss'} I_0 \quad (3.55)$$

elde edilir..

$k_\alpha k_\beta$  momentumunu içeren terimlerin integral ifadesi

$$I_{\alpha\beta}^{dds} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} k_\alpha k_\beta \frac{1}{(k^2 - m_s^2)(p' + k)^2(p + k)^2} \quad (3.56)$$

şeklinde yazılır. Denklem (3.56)'daki integral ifadesinin çözümünü elde edebilmek için  $I_{\alpha\beta}^{dds} = C_2 g_{\alpha\beta} + D_2 p_\alpha p_\beta + E_2 p_\alpha p'_\beta + F_2 p'_\alpha p_\beta + G_2 p'_\alpha p'_\beta$  şeklinde yazılır ve ilk olarak  $g_{\beta\alpha}$  ile çarpılır.

$$\begin{aligned} g_{\beta\alpha} I_{\alpha\beta}^{dds} &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} k^2 \frac{1}{(k^2 - m_s^2)(p' + k)^2(p + k)^2} \\ &= C_2 g_{\beta\alpha} g_{\alpha\beta} + D_2 p^2 + E_2 p \cdot p' + F_2 p' \cdot p + G_2 p'^2 \end{aligned} \quad (3.57)$$

Burada  $p^2 = s$ ,  $p'^2 = s'$ ,  $k^2 = m_s^2$  ve  $p \cdot p' = (1/2)[p^2 + p'^2 - q^2] = (1/2)(s + s' + Q^2)$  şeklinde olup, Denklem (3.57)'de yazılırsa

$$m_s^2 I_0 = 4C_2 + sD_2 + \frac{1}{2}(s + s' + Q^2)(E_2 + F_2) + s'G_2 \quad (3.58)$$

olarak bulunur. Denklem (3.56)'nın her iki tarafı  $p_\alpha p_\beta$  ile çarpılırsa elde edilen ikinci denklem

$$\begin{aligned} p_\alpha p_\beta I_{\alpha\beta}^{dds} &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} (k \cdot p)^2 \frac{1}{(k^2 - m_s^2)(p' + k)^2(p + k)^2} \\ &= C_2 p^2 + D_2 p^4 + E_2 p^2 (p \cdot p') + F_2 (p \cdot p') p^2 + G_2 (p \cdot p')^2 \end{aligned} \quad (3.59)$$

şeklinde yazılır. Denklemde  $k \cdot p$ ,  $p \cdot p'$ ,  $p^2 = s$  ve  $p'^2 = s'$  ifadeleri yazılırsa

$$-\frac{1}{4}(s + m_s^2)^2 I_0 = sC_2 + s^2 D_2 + \frac{s}{2}(s + s' + Q^2)(E_2 + F_2) + \frac{1}{4}(s + s' + Q^2)^2 G_2 \quad (3.60)$$

olur. Denklem (3.56)'nın her iki tarafı  $p_\alpha p'_\beta$  ile çarpılınca

$$\begin{aligned}
p_\alpha p'_\beta I_{\alpha\beta} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (k \cdot p)(k \cdot p') \frac{1}{(k^2 - m_s^2)(p' + k)^2 (p + k)^2} \\
&= C_2 p \cdot p' + D_2 p^2 (p \cdot p') + E_2 p^2 p'^2 + F_2 (p \cdot p')^2 + G_2 (p \cdot p') p'^2
\end{aligned} \tag{3.61}$$

elde edilir. Denklemdeki  $k \cdot p$ ,  $k \cdot p'$ ,  $p \cdot p'$ ,  $p^2$  ve  $p'^2$  ifadelerini yerlerine yazılırsa denklem

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4} (s + m_s^2)(s' + m_s^2) I_0 &= \frac{1}{2} (s + s' + Q^2) C_2 + \frac{s}{2} (s + s' + Q^2) D_2 \\
&+ s s' E_2 + \frac{1}{4} (s + s' + Q^2)^2 F_2 + \frac{s'}{2} (s + s' + Q^2) G_2
\end{aligned} \tag{3.62}$$

şekline dönüşür. Denklem (3.56)'nın her iki tarafını  $p'_\alpha p_\beta$  çarpınca elde edilen ifade

$$\begin{aligned}
p'_\alpha p_\beta I_{\alpha\beta} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (k \cdot p')(k \cdot p) \frac{1}{(k^2 - m_s^2)(p' + k)^2 (p + k)^2} \\
&= C_2 p \cdot p' + D_2 (p \cdot p') p^2 + E_2 (p \cdot p')^2 + F_2 p'^2 p^2 + G_2 p'^2 (p \cdot p')
\end{aligned} \tag{3.63}$$

olarak bulunur. Denklem (3.63)'de  $k \cdot p$ ,  $k \cdot p'$ ,  $p \cdot p'$ ,  $p^2$  ve  $p'^2$  ifadeleri yazılırsa

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4} (s + m_s^2)(s' + m_s^2) I_0 &= \frac{1}{2} (s + s' + Q^2) C_2 + \frac{s}{2} (s + s' + Q^2) D_2 \\
&+ \frac{1}{4} (s + s' + Q^2) E_2 + s s' F_2 + \frac{s'}{2} (s + s' + Q^2) G_2
\end{aligned} \tag{3.64}$$

olarak yazılır. Son olarak denklem (3.56)'nın her iki tarafı  $p'_\alpha p'_\beta$  ile çarpılınca elde edilecek denklem

$$\begin{aligned}
p'_\alpha p'_\beta I_{\alpha\beta} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (k \cdot p')^2 \frac{1}{(k^2 - m_s^2)(p' + k)^2 (p + k)^2} \\
&= C_2 p'^2 + D_2 (p \cdot p')^2 + E_2 (p \cdot p') p'^2 + F_2 p'^2 (p \cdot p') + G_2 p'^4
\end{aligned} \tag{3.65}$$

şeklinde yazılır. Denklemdeki  $k \cdot p'$ ,  $p \cdot p'$ ,  $p^2$  ve  $p'^2$  ifadelerini yerlerine yazılırsa

$$\frac{1}{4}(-s' - m_s^2)^2 I_0 = s' C_2 + \frac{1}{4}(s + s' + Q^2)^2 D_2 + \frac{s'}{2}(s + s' + Q^2)(E_2 + F_2) + s'^2 G_2 \quad (3.66)$$

bulunur. Denklem (3.58), (3.60), (3.62), (3.64) ve (3.66)'deki ifadeler kullanarak bu beş denklem için çözüm yapıldığında  $C_2$ ,  $D_2$ ,  $E_2$ ,  $F_2$  ve  $G_2$  katsayıları

$$C_2 = -\frac{Q^2(m_s^4 + ss' - m_s^2(Q^2 + s + s'))}{2[(s + s' + Q^2)^2 - 4ss']} I_0 \quad (3.67)$$

$$D_2 = \left[ m_s^4(Q^4 + 2Q^2(s - 2s') + (s - s')^2) + 2m_s^2 s'(2Q^4 - (s - s')^2 + Q^2(s + s')) + s'^2(Q^4 + (s - s')^2 - 2Q^2(2s - s')) \right] I_0 / \left[ (s + s' + Q^2)^2 - 4ss' \right]^2 \quad (3.68)$$

$$E_2 = \left[ (m_s^4 + ss')(2Q^4 - (s - s')^2 + Q^2(s + s')) - m_s^2(Q^6 + (s + s')(Q^4 - (s - s')^2)) + m_s^2 Q^2(s^2 - 6ss' + s'^2) \right] I_0 / \left[ (s + s' + Q^2)^2 - 4ss' \right]^2 \quad (3.69)$$

$$F_2 = \left[ (m_s^4 + ss')(2Q^4 - (s - s')^2 + Q^2(s + s')) - m_s^2(Q^6 + (s + s')(Q^4 - (s - s')^2)) + m_s^2 Q^2(s^2 - 6ss' + s'^2) \right] I_0 / \left[ (s + s' + Q^2)^2 - 4ss' \right]^2 \quad (3.70)$$

$$G_2 = \left[ s^2(Q^4 + 2Q^2(s - 2s') + (s - s')^2) + 2m_s^2 s(2Q^4 - (s - s')^2 + Q^2(s + s')) + m_s^4(Q^4 + (s - s')^2 - 2Q^2(2s - s')) \right] I_0 / \left[ (s + s' + Q^2)^2 - 4ss' \right]^2 \quad (3.71)$$

olarak elde edilir. Katsayı hesapları yapıldıktan sonra iz sonucunda  $k_\alpha$  ve  $k_\alpha k_\beta$  momentumlarını içeren terimlerde uygun denklemler yerlerine yazılıp,  $p_\mu p'_\nu - p \cdot p' g_{\mu\nu}$  ayar değişmez yapısını içeren terimler seçilince gelen katkı

$$\begin{aligned}
K_{dds} &= -4im_s [2A_2 + 2B_2 + 3E_2 + F_2 + 2I_0] \\
&= -i \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho_{dds}^{ted}(s, s'; Q^2)}{(s-p)^2 (s'-p')^2}
\end{aligned} \tag{3.72}$$

şeklinde bulunur. Burada izgesel yoğunluk fonksiyonu

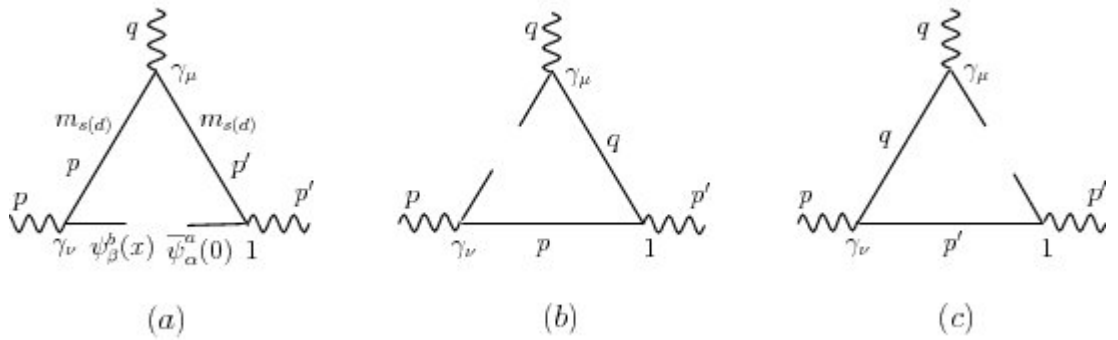
$$\begin{aligned}
\rho_{dds}^{ted} &= \frac{1}{(-4ss' + (s + s' + Q^2)^2)^{5/2}} \left( 2m_s (Q^8 - 2s(s-s')^2 s' + 3Q^6 (s + s') \right. \\
&\quad + 3Q^4 (s + s')^2 + Q^2 (s^3 + s^2 s' + ss'^2 + s'^3) + 2m_s^4 (2Q^4 - (s - s')^2 \\
&\quad \left. + Q^2 (s + s')) - 2m_s^2 (2Q^6 + 4Q^2 ss' + 3Q^4 (s + s') - (s - s')^2 (s + s')) \right)
\end{aligned} \tag{3.73}$$

olarak elde edilir. Böylece tedirgeyen kısımdan gelen toplam katkı

$$K_{toplam} = K_{ssd} + K_{dds} \tag{3.74}$$

olur.

### 3.2.2. $g_{K^0 \kappa \gamma}$ çiftlenim sabitinin tedirgemeyen kısmının hesabı



Şekil 3.2: Kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri

Şekil 3.2'de her bir çizime karşılık gelen  $ssd$  ve  $dds$  kuark kombinasyonlarını içeren iki farklı çizim vardır. Şekil 3.2 (a) Kuark yoğunlaşma Feynman çizimi için analitik ifade

$$M_{2a} = \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ 1 \frac{i}{\not{p}' - m_{s(d)}} (-ie_{s(d)} \gamma_\mu) \frac{i}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^b(x) | 0 \rangle \quad (3.75)$$

olarak yazılır. Fermiyon alanının ifadesi

$$\psi_\beta^b(x) = \psi_\beta^b(0) + x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta^b(x) \Big|_{x=0} + \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^b(x) \Big|_{x=0} + \dots \quad (3.76)$$

şeklindedir. Analitik ifadede fermiyon alanının terimleri yazılarak farklı boyutlardan gelen katkılar elde edilir.

$$M_{2a} = \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ 1 \frac{i}{\not{p}' - m_{s(d)}} (-ie_{s(d)} \gamma_\mu) \frac{i}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \left( \psi_\beta^b(0) + x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta^b(x) \Big|_{x=0} + \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^b(x) \Big|_{x=0} + \dots \right) | 0 \rangle \quad (3.77)$$

$$M_{2a} = M_{2a}(3d) + M_{2a}(4d) + M_{2a}(5d) + \dots$$

Fermiyon alanının açılımında ilk terim  $\psi_\beta^b(x) = \psi_\beta^b(0)$  şeklinde olup, 3 boyutlu katkıyı verir.  $d = 3$  boyutlu katkı için analitik ifade

$$M_{2a}(3d) = \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ 1 \frac{i}{\not{p}' - m_{s(d)}} (-ie_{s(d)} \gamma_\mu) \frac{i}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle \quad (3.78)$$

şeklinde yazılır. Denklem (3.78) düzenlenirse

$$M_{2a}(3d) = ie_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle \left[ 1 \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \quad (3.79)$$

elde edilir. Bu denklemdeki boşluk matris ögesi  $d = 3$  boyuttan katkıyı veren  $\langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle$ 'dir. Bu ifadeyi bulmak için

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle = A g_{\beta\alpha} \delta^{ab} \quad (3.80)$$

denklemini yazılır. Bu denklemde  $A$  sabit bir katsayı olmak üzere denklemin her iki tarafı  $g_{\alpha\beta} \delta^{ba}$  ile çarpılıp, katsayı bulunur.

$$A = \frac{1}{12} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \quad (3.81)$$

Elde edilen katsayı denklem (3.80)'de yerine yazıldığında boşluk matris ögesi elde edilmiş olur.

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle = \frac{1}{12} g_{\beta\alpha} \delta^{ab} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \quad (3.82)$$

Yukarıda bulunan boşluk matris ögesi ifadesi denklem (3.79)'da yerine yazıldığında analitik ifade

$$M_{2a}(3d) = \frac{i}{12} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \hat{I}_z \left[ 1 \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right] \quad (3.83)$$

şekline dönüşür. Denklemdaki iz ifadesi düzenlenirse

$$M_{2a}(3d) = \frac{i}{12} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \frac{1}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)(p^2 - m_{s(d)}^2)} \times \hat{I}_z \left[ 1(\not{p}' + m_{s(d)}) \gamma_\mu (\not{p} + m_{s(d)}) \gamma_\nu \right] \quad (3.84)$$

olarak bulunur. Denklem (E.4)'deki iz ifadesi denklem (3.84)'te yerine yazıldığında 3 boyutlu katkıyı veren analitik ifade

$$M_{2a}(3d) = \frac{i}{3} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \frac{1}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)(p^2 - m_{s(d)}^2)} \times \left[ p_\mu p'_\nu + p_\nu p'_\mu + (m_{s(d)}^2 - p \cdot p') g_{\mu\nu} \right] \quad (3.85)$$

şekilde bulunmuş olur. Denklem (3.85)'te  $p_\mu p'_\nu - p \cdot p' g_{\mu\nu}$  yapısı seçildiğinde

$$M_{2a}(3d) = \frac{i}{3} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \frac{1}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)(p^2 - m_{s(d)}^2)} \quad (3.86)$$

elde edilir. Denklemden  $p_\mu p'_\nu - p \cdot p' g_{\mu\nu}$  yapısı seçildikten sonra  $p^2$  ve  $p'^2$  için Borel dönüşümü uygulanır.

Borel dönüşümü  $Q^2$ 'ye göre yeterli sayıda türev almaktır. Fakat  $Q^2$  sonsuza giderse türevlerin sayısı  $n$ , isteksel olarak büyür. Bundan dolayı  $Q^2 \rightarrow \infty$ ,  $n \rightarrow \infty$ ,  $(Q^2/n) = M^2$  limiti alınabilir. Bu şekilde  $Q^2$ 'in Borel kütlesi adıyla yeni bir değişken  $M^2$  kullanılır. Borel dönüşümü

$$B_{M^2} \Pi(q^2) = \lim_{\substack{-q^2, n \rightarrow \infty \\ (-q^2/n) = M^2}} \frac{(-q^2)^{(n+1)}}{n!} \left( \frac{d}{dq^2} \right)^n \Pi(q^2) \quad (3.87)$$

olarak tanımlanır. Bu denklem için kullanılacak Borel dönüşüm denklemi

$$B_{M^2} \left( \frac{1}{(m^2 - q^2)^k} \right) = \frac{1}{(k-1)!} \frac{e^{-\frac{m^2}{M^2}}}{M^{2(k-1)}} \quad (3.88)$$

şekindedir. Denklem (3.86)'da  $dds$  çiziminden gelen katkıya Borel dönüşümü uygulandığında

$$B_{M^2} B_{M'^2} M_{2a}^{dbs}(3d) = \frac{2i}{3} e_d \langle 0 | \bar{d} d | 0 \rangle \quad (3.89)$$

şeklinde bulunur.  $ssd$  çiziminden gelen katkıya Borel dönüşümü uygulandığında ise

$$B_{M^2} B_{M'^2} M_{2a}^{ssd}(3d) = \frac{2i}{3} e_s \langle 0 | \bar{s} s | 0 \rangle e^{-\frac{m_s^2}{M^2}} e^{-\frac{m_s^2}{M'^2}} \quad (3.90)$$



elde edilir.

Denklem (3.76)'da Fermiyon alanının açılımında ikinci terim  $\psi_\beta^b(x) = x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta^b(x) \Big|_{x=0}$  şeklindedir. Bu ifadeden gelen  $d = 4$  boyutlu katkıyı veren analitik ifade

$$M_{2a}(4d) = \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ 1 \frac{i}{\not{p}' - m_{s(d)}} (-ie_{s(d)} \gamma_\mu) \frac{i}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle \quad (3.91)$$

şeklindedir. Boşluk matris ögesini elde etmek için denklem düzenlenirse

$$M_{2a}(4d) = ie_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle x_\lambda \left[ 1 \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \quad (3.92)$$

olarak yazılır. Denklemdeki boşluk matrisi ifadesi için

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle = B(\gamma_\lambda)_{\beta\alpha} \delta^{ab} \quad (3.93)$$

yazılır. Sabit bir katsayı olan  $B$ 'yi bulmak için ifadeyi  $(\gamma_\lambda)_{\alpha\beta} \delta^{ba}$  ile çarpınca

$$B = \frac{1}{48} \langle 0 | \bar{\psi} \nabla \psi | 0 \rangle \quad (3.94)$$

elde edilir.  $(i\partial - m)\psi = 0$  Dirac denkleminde gelen  $\nabla = -im_{s(d)}$  ifadesini kullanarak,  $B$  katsayısını denklem (3.93)'de yerine yazılırsa

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle = \frac{-im_{s(d)}}{48} (\gamma_\lambda)_{\beta\alpha} \delta^{ab} \langle 0 | \bar{\psi} \nabla \psi | 0 \rangle \quad (3.95)$$

boşluk matris ifadesini yukarıdaki gibi elde edilir. İfade denklem (3.92)'de yazıldığında

$$M_{2a}(4d) = \frac{m_{s(d)}}{48} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle x_\lambda \dot{I} z \left[ 1 \frac{1}{\mathbf{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \gamma_\lambda \right] \quad (3.96)$$

bulunan denklemde  $x_\lambda = -i \frac{\partial}{\partial p_\lambda}$  şeklinde olup,  $\frac{\partial}{\partial p_\lambda} \frac{1}{\mathbf{p}} = -\frac{1}{\mathbf{p}} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}}$  kuralıyla türev

alınır. Denklem türev alınarak düzenlenince

$$M_{2a}(4d) = \frac{im_{s(d)}}{48} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \dot{I} z \left[ 1 \frac{1}{\mathbf{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \gamma_\lambda \right. \\ \left. + 1 \frac{1}{\mathbf{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p} - m_{s(d)}} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \gamma_\lambda \right] \quad (3.97)$$

olarak bulunur. Denklemdeki iz ifadesi düzenlenirse

$$M_{2a}(4d) = \frac{im_{s(d)}}{48} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \\ \times \left\{ \frac{1}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)^2 (p^2 - m_{s(d)}^2)} \dot{I} z \left[ 1 (\mathbf{p}' + m_{s(d)}) \gamma_\lambda (\mathbf{p}' + m_{s(d)}) \gamma_\mu (\mathbf{p} + m_{s(d)}) \gamma_\nu \gamma_\lambda \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{(p'^2 - m_{s(d)}^2) (p^2 - m_{s(d)}^2)^2} \dot{I} z \left[ 1 (\mathbf{p}' + m_{s(d)}) \gamma_\mu (\mathbf{p} + m_{s(d)}) \gamma_\lambda (\mathbf{p} + m_{s(d)}) \gamma_\nu \gamma_\lambda \right] \right\} \quad (3.98)$$

şeklinde yazılır. Denklem (E.5) ve (E.6)'daki iz ifadeleri kullanılarak denklem düzenlenirse  $d = 4$  boyutlu katkı için

$$M_{2a}(4d) = \frac{im_{s(d)}^2}{6} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \\ \times \left\{ \frac{1}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)^2 (p^2 - m_{s(d)}^2)} \left[ p_\mu p'_\nu + p'_\nu p'_\mu + (2m_{s(d)}^2 - p \cdot p' - p'^2) g_{\mu\nu} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{(p'^2 - m_{s(d)}^2) (p^2 - m_{s(d)}^2)^2} \left[ p_\nu p'_\mu - p_\mu p'_\nu + 2p_\mu p_\nu + (-m_{s(d)}^2 + p \cdot p') g_{\mu\nu} \right] \right\} \quad (3.99)$$

elde edilir. Denklemde  $p_\mu p'_\nu - p \cdot p' g_{\mu\nu}$  yapısı seçilip, denklem tekrar yazıldığında

$$M_{2a}(4d) = \frac{im_{s(d)}^2}{3} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \left\{ \frac{1}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)^2 (p^2 - m_{s(d)}^2)} - \frac{1}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)(p^2 - m_{s(d)}^2)^2} \right\} \quad (3.100)$$

elde edilir.  $p_\mu p'_\nu - p \cdot p' g_{\mu\nu}$  yapısını içeren terimler seçildikten sonra  $p^2$  ve  $p'^2$  kuarklar için Borel dönüşümü uygulanır.  $d = 4$  boyutlu katkıyı veren analitik ifade için kullanılacak Borel dönüşüm denklemi denklem (3.88)'deki gibidir. Bu denklem kullanılarak Borel dönüşümü  $dds$  çiziminden gelen katkılara uygulandığında

$$B_{M^2} B_{M'^2} M_{2a}^{dds}(4d) = 0 \quad (3.101)$$

şeklinde bulunur.  $s$  kuark için Borel dönüşümü uygulandığında ise

$$B_{M^2} B_{M'^2} M_{2a}^{ssd}(4d) = \frac{im_s^2}{3} e_s \langle 0 | \bar{s} s | 0 \rangle \left[ \frac{1}{M^2} - \frac{1}{M'^2} \right] e^{-\frac{m_s^2}{M^2}} e^{-\frac{m_s^2}{M'^2}} \quad (3.102)$$

elde edilir.

Fermiyon alanının üçüncü terimi denklem (3.76)'dan  $\psi_\beta^b(x) = \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^b(x) \Big|_{x=0}$  olmak üzere, bu ifadeyi kullanarak elde ettiğimiz  $d = 5$  boyutlu katkıyı veren analitik ifade

$$M_{2a}(5d) = \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ 1 \frac{i}{\not{p}' - m_{s(d)}} (-i e_{s(d)} \gamma_\mu) \frac{i}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \times \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle \quad (3.103)$$

olur. Denklemdaki boşluk matrisini elde etmek için önce yukarıdaki analitik ifade düzenlenir ve

$$M_{2a}(5d) = ie_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \left[ \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \quad (3.104)$$

elde edilir. Denklem (3.104)'teki boşluk matrisi için

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle = C (g_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \delta^{ab} + D (\sigma_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \delta^{ab} \quad (3.105)$$

şeklinde yazılır. Denklemdeki  $C$  katsayısını elde etmek için önce denklem  $(g_{\lambda\lambda'})_{\alpha\beta} \delta^{ba}$  ile çarpılır. Bu durumda  $C$  katsayısı

$$C = \left( -\frac{1}{48} m_{s(d)}^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle + \frac{1}{96} \langle 0 | \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi | 0 \rangle \right) \quad (3.106)$$

olarak elde edilir.  $D$  katsayısı elde etmek içinde ifade  $(\sigma_{\lambda\lambda'})_{\alpha\beta} \delta^{ba}$  ile çarpılır ve elde edilen  $D$  katsayısı

$$D = -\frac{i}{288} \langle 0 | \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi | 0 \rangle \quad (3.107)$$

şeklinde bulunur.  $\langle 0 | \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi | 0 \rangle = m_0^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle$  olmak üzere  $C$  ve  $D$  katsayıları denklem (3.105)'de yerine yazılınca boşluk matris ögesi

$$\begin{aligned} \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle = & \left( -\frac{1}{48} m_{s(d)}^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle + \frac{1}{96} m_0^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \right) (g_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \delta^{ba} \\ & - \frac{i}{288} m_0^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle (\sigma_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \delta^{ba} \end{aligned} \quad (3.108)$$

olur. Denklem (3.104)'te yerine yazılınca

$$\begin{aligned}
M_{2a}(5d) = ie_{s(d)} & \left\{ \left( -\frac{1}{48} m_q^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle + \frac{1}{96} m_0^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \right) (g_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \right. \\
& \left. - \frac{i}{288} m_0^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle (\sigma_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \right\} \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \left[ \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{3.109}$$

elde edilir. Denklemde  $x_\lambda = -i \frac{\partial}{\partial p_\lambda}$  yazılıp türev alındığında

$$\begin{aligned}
M_{2a}(5d) = \frac{i}{2} e_{s(d)} & \left\{ \frac{1}{48} m_{s(d)}^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle (g_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} - \frac{1}{96} m_0^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle (g_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \right. \\
& \left. + \frac{i}{288} m_0^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle (\sigma_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \right\} \\
& \left[ \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\lambda \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right. \\
& \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\lambda \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \\
& \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\lambda \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \\
& \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\lambda \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \\
& \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\lambda \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \\
& \left. \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\lambda \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{3.110}$$

şekline dönüşür. Denklemdeki iz ifadeleri düzenlenince

$$\begin{aligned}
M_{2a}(5d) = & \frac{i}{2} e_{s(d)} \left[ \left( \frac{1}{48} m_{s(d)}^2 - \frac{1}{96} m_0^2 \right) \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \left\{ \frac{1}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)^3 (p^2 - m_{s(d)}^2)} \right. \right. \\
& \times \dot{I}z \left[ 1(\mathbf{p}' - m_{s(d)}) \gamma_\lambda (\mathbf{p}' - m_{s(d)}) \gamma_\lambda (\mathbf{p}' - m_{s(d)}) \gamma_\mu (\mathbf{p} - m_{s(d)}) \gamma_\nu \right] + \dots \left. \right\} \\
& + \frac{i}{288} m_0^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle (\sigma_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \left\{ \frac{1}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)^3 (p^2 - m_{s(d)}^2)} \right. \\
& \left. \left. \times \dot{I}z \left[ 1(\mathbf{p}' - m_{s(d)}) \gamma_\lambda (\mathbf{p}' - m_{s(d)}) \gamma_\lambda (\mathbf{p}' - m_{s(d)}) \gamma_\mu (\mathbf{p} - m_{s(d)}) \gamma_\nu \sigma_{\lambda\lambda'} \right] + \dots \right\} \right]
\end{aligned} \tag{3.111}$$

şeklinde yazılır. Denklem (E.7), (E.8) ve (E.9)'daki iz ifadeleri kullanılarak denklem yeniden yazılırsa sonuç olarak  $d = 5$  boyutlu katkı için

$$\begin{aligned}
M_{2a}(5d) = & \frac{i}{6} e_{s(d)} \left\{ m_{s(d)}^2 - \frac{1}{2} m_0^2 \right\} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \\
& \times \left\{ \frac{((3m_{s(d)}^2 - p'^2)(p_\mu p'_\nu + p_\nu p'_\mu) + (2m_{s(d)}^4 + p \cdot p'(-3m_{s(d)}^2 + p'^2)) g_{\mu\nu})}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)^3 (p^2 - m_{s(d)}^2)} \right. \\
& + \frac{(2(m_{s(d)}^2 - p^2)p'_\mu p'_\nu + 2(m_{s(d)}^2 - p'^2)p_\mu p_\nu + 2p \cdot p' p_\mu p'_\nu)}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)^2 (p^2 - m_{s(d)}^2)^2} \\
& + \frac{((-m_{s(d)}^4 - 2(p \cdot p')^2 + p^2 p'^2 + 2p \cdot p' m_{s(d)}^2) g_{\mu\nu} + 2p \cdot p' p_\nu p_\mu)}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)^2 (p^2 - m_{s(d)}^2)^2} \\
& \left. + \frac{((3m_{s(d)}^2 - p^2)(p_\mu p'_\nu + p_\nu p'_\mu) (2m_{s(d)}^4 + (-3m_{s(d)}^2 + p^2) p \cdot p') g_{\mu\nu})}{(p'^2 - m_{s(d)}^2) (p^2 - m_{s(d)}^2)^3} \right\}
\end{aligned} \tag{3.112}$$

olarak bulunur. Bu denklemi elde ederken denklem (3.111)'deki  $\sigma_{\lambda\lambda'}$  terimini içeren iz sıfır olur. Denklem (3.112)'de yalnızca  $p_\mu p'_\nu - p \cdot p' g_{\mu\nu}$  yapısı seçilerek denklem tekrar yazıldığında

$$\begin{aligned}
M_{2a}(5d) = & \frac{i}{3} e_{s(d)} \left\{ m_{s(d)}^2 - \frac{1}{2} m_0^2 \right\} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \left\{ \frac{(3m_{s(d)}^2 - p'^2)}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)^3 (p^2 - m_{s(d)}^2)} \right. \\
& \left. + \frac{(2p \cdot p' - m_{s(d)}^2)}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)^2 (p^2 - m_{s(d)}^2)^2} + \frac{(3m_{s(d)}^2 - p^2)}{(p'^2 - m_{s(d)}^2) (p^2 - m_{s(d)}^2)^3} \right\}
\end{aligned} \tag{3.113}$$

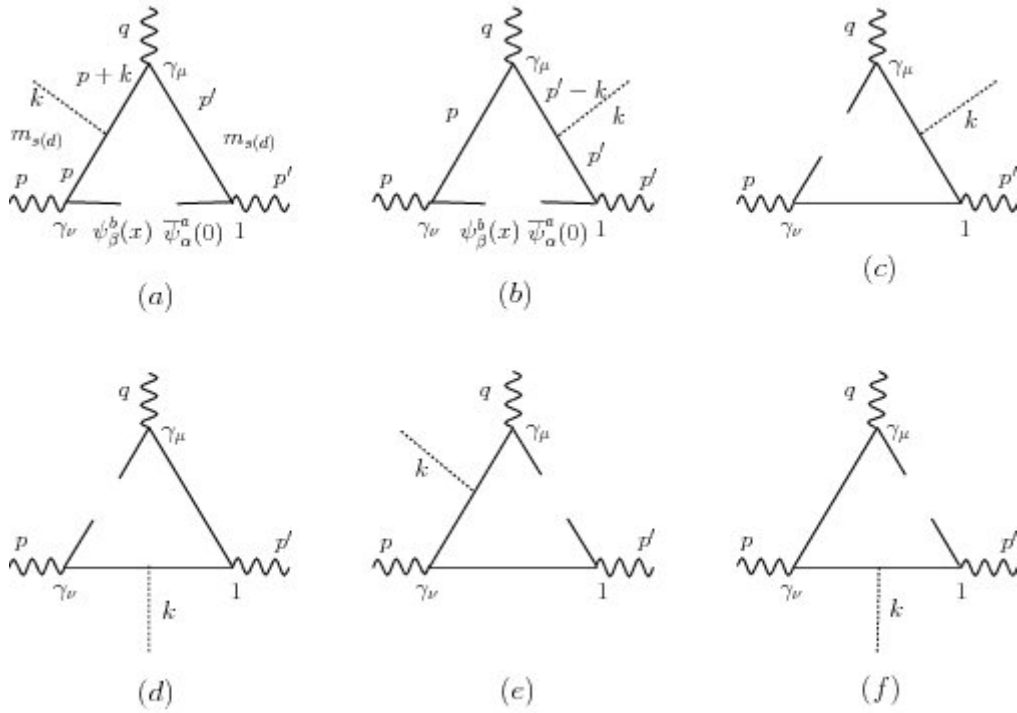
elde edilir.  $d = 5$  boyutlu katkıyı veren analitik ifade için denklem (3.88)'deki Borel dönüşüm denklemi kullanılır. Borel dönüşümü  $dds$  çiziminden gelen katkıya uygulandığında

$$B_{M^2} B_{M'^2} M_{2a}^{dds}(5d) = \frac{i}{6} e_d \langle 0 | \bar{d}d | 0 \rangle \left[ \frac{m_0^2 Q^2}{M^2 M'^2} \right] \quad (3.114)$$

elde edilir.  $ssd$  çiziminden gelen katkıya uygulandığında ise

$$B_{M^2} B_{M'^2} M_{2a}^{ssd}(5d) = \frac{i}{6} e_s \langle 0 | \bar{s}s | 0 \rangle (2m_s^2 - m_0^2) \times \left[ \frac{3m_s^2}{2} \left( \frac{1}{M'^4} + \frac{1}{M^4} \right) - \frac{m_s^2 + Q^2}{M^2 M'^2} \right] e^{-\frac{m_s^2}{M^2}} e^{-\frac{m_s^2}{M'^2}} \quad (3.115)$$

olur. Şekil 3.2 (b,c) Kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri için analitik ifadelerin sonuçları çift Borel dönüşümden sonra sıfır olacağından yazılmadı.



Şekil 3.3: Bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri

Şekil 3.3'te her bir Feynman çizimine karşılık gelen *ssd* ve *dds* kuark kombinasyonlarını içeren iki farklı çizim vardır. Şekil 3.3 (a)'da verilen bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri için analitik ifade

$$M_{3a} = \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ 1 \frac{i}{\not{p}' - m_{s(d)}} (-ie_{s(d)} \gamma_\mu) \frac{i}{\not{p} + \not{k} - m_{s(d)}} (-ig \gamma_\rho (\lambda^c/2))^{ij} \right. \\ \left. \times A_\rho^a(k) \frac{i}{\not{p} + \not{k} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^b(x) | 0 \rangle \quad (3.116)$$

şeklindedir. Potansiyel alan ifadesi

$$A_\rho^a(k) = -\frac{i}{2} (2\pi)^4 G_{\lambda\rho}^a(0) \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \delta^4(k) - \frac{1}{3} (2\pi)^4 (D_\sigma G_{\lambda\rho}^a(0)) \frac{\partial^2}{\partial k_\sigma \partial k_\lambda} \delta^4(k) + \dots \quad (3.117)$$

dir. Denklem (3.76) fermiyon alanının ve denklem (3.117) potansiyel alanının ilk terimlerini kullanarak 5 boyutlu ifadeyi yazabiliriz.  $d = 5$  boyutlu katkı için analitik ifade

$$M_{3a}(5d) = \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ 1 \frac{i}{\not{p}' - m_{s(d)}} (-ie_{s(d)} \gamma_\mu) \frac{i}{\not{p} + \not{k} - m_{s(d)}} (-ig \gamma_\rho (\lambda^c/2))^{ij} \right. \\ \left. \times \left( -\frac{i}{2} (2\pi)^4 G_{\lambda\rho}^a(0) \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \delta^4(k) \right)_{k=0} \frac{i}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle \quad (3.118)$$

şeklindedir. Bu denklemdeki eksi işareti  $\int (2\pi)^4 \partial/\partial k_\lambda \delta(k) f(k-a) = -\partial/\partial k_\lambda f(a)$  integralinden gelir. Denklemi düzenlenirse

$$M_{3a}(5d) = -e_{s(d)} \frac{g}{2} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) G_{\lambda\rho}^c(0) \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle \\ \times \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \left[ 1 \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} + \not{k} - m_{s(d)}} \gamma_\rho \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \quad (3.119)$$

elde edilir. Denklemdeki boşluk matris ögesi



$$\langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) G_{\lambda\rho}^c(0) \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle = E (\sigma_{\lambda\rho})_{\beta\alpha} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \delta^{ab} \quad (3.120)$$

şeklinde yazılır. Burada  $E$  sabit bir katsayıdır.  $E$ 'yi bulabilmek için denklemin her iki tarafı  $(\sigma_{\lambda\rho})_{\alpha\beta} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \delta^{ba}$  ile çarpılınca

$$E = \frac{1}{576} \langle 0 | \bar{\psi} G_{\lambda\rho}^c(0) (\lambda^c/2)^{ij} \sigma_{\lambda\rho} \psi | 0 \rangle \quad (3.121)$$

şeklinde elde edilir. Bulunan katsayı denklem (3.120)'de yerine yazılınca

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) G_{\lambda\rho}^c(0) \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle = \frac{1}{576} \langle 0 | \bar{\psi} G_{\lambda\rho}^c \frac{\lambda^c}{2} \sigma_{\lambda\rho} \psi | 0 \rangle (\sigma_{\lambda\rho})_{\beta\alpha} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \delta^{ab} \quad (3.122)$$

şeklinde bulunur. Bulunan denklem, denklem (3.119)'da yerine yazılırsa

$$M_{3a}(5d) = -e_{s(d)} \frac{g}{2} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ji} \frac{1}{576} \langle 0 | \bar{\psi} G_{\lambda\rho}^c \frac{\lambda^c}{2} \sigma_{\lambda\rho} \psi | 0 \rangle (\sigma_{\lambda\rho})_{\beta\alpha} \\ \times \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \left[ 1 \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} + \not{k} - m_{s(d)}} \gamma_\rho \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \quad (3.123)$$

bulunur. Bu denklemde  $\langle 0 | \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda}^a (\lambda^a/2) \sigma_{\lambda\lambda} \psi | 0 \rangle = m_0^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle$  ve  $Tr \left[ \frac{\lambda^c}{2} \frac{\lambda^c}{2} \right] = 4$

şeklindedir ve denklem (3.123)'de yerine yazılırsa

$$M_{3a}(5d) = -\frac{m_0^2}{288} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle (\sigma_{\lambda\rho})_{\beta\alpha} \\ \times \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \left[ 1 \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} + \not{k} - m_{s(d)}} \gamma_\rho \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \quad (3.124)$$

olarak bulunur. Denklemdaki gerekli işlemler yapılarak, düzenlenince

$$M_{3a}(5d) = \frac{m_0^2}{288} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \times \hat{I} z \left[ 1 \frac{1}{p' - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{p + k - m_{s(d)}} \gamma_\lambda \frac{1}{p + k - m_{s(d)}} \gamma_\rho \frac{1}{p - m_{s(d)}} \gamma_\nu \sigma_{\lambda\rho} \right] \quad (3.125)$$

olarak bulunur. Denklemde iz ifadesi düzenlenirse

$$M_{3a}(5d) = \frac{m_0^2}{288} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \frac{1}{(p'^2 - m_{s(d)}^2) [(p+k)^2 - m_{s(d)}^2]} \times \hat{I} z \left[ 1 (p' + m_{s(d)}) \gamma_\mu (p + k + m_{s(d)}) \gamma_\lambda (p + k + m_{s(d)}) \gamma_\rho (p + m_{s(d)}) \gamma_\nu \sigma_{\lambda\rho} \right] \quad (3.126)$$

olur. Denklem (E.10)'daki iz ifadesi kullanılarak

$$M_{3a}(5d) = -\frac{im_0^2}{36} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \times \frac{1}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)(p^2 - m_{s(d)}^2)^3} \left[ (m_{s(d)}^2 - p^2)(3p_\nu p'_\mu - p_\mu p'_\nu + p \cdot p' g_{\mu\nu}) \right] \quad (3.127)$$

elde edilir. Denklemde  $p_\mu p'_\nu - p \cdot p' g_{\mu\nu}$  yapısı seçilip, denklem tekrar yazıldığında

$$M_{3a}(5d) = \frac{im_0^2}{18} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \times \frac{1}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)(p^2 - m_{s(d)}^2)^3} (m_{s(d)}^2 - p^2) \quad (3.128)$$

elde edilir.  $d=5$  boyutlu katkıyı veren bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çiziminin analitik ifadesi için kullanılacak Borel dönüşüm denklemi denklem (3.88)'deki gibidir. Bu denklem kullanılarak Borel dönüşümü uygulandığında  $dds$  çizimi katkısı için sonuç

$$B_{M^2} B_{M^2} M_{3a}^{dds}(5d) = \frac{1}{18} e_d \langle 0 | \bar{d} d | 0 \rangle \left[ \frac{m_0^2}{M^2} \right] \quad (3.129)$$

şeklinde bulunur.  $ssd$  çiziminden gelen katkıya Borel dönüşümü uygulandığında ise

$$B_{M^2} B_{M^2} M_{3a}^{ssd}(5d) = \frac{1}{18} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{s}s | 0 \rangle \left[ \frac{m_0^2}{M^2} + \frac{m_0^2 m_s^2}{2M^4} \right] e^{-\frac{m_s^2}{M^2}} e^{-\frac{m_s^2}{M^2}} \quad (3.130)$$

elde edilir. Şekil 3.3 (b)'de verilen bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri için analitik ifade

$$M_{3b} = \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ 1 \frac{i}{\not{p}' - m_{s(d)}} (-ig\gamma_\rho (\lambda^c/2)^{ij}) \right. \\ \left. \times A_\rho^a(y) \frac{i}{\not{p}' - \not{k} - m_{s(d)}} (-ie_{s(d)}\gamma_\mu) \frac{i}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^b(x) | 0 \rangle \quad (3.131)$$

şeklindedir. Bu ifadede denklem (3.76)'daki Fermiyon açılımı ve denklem (3.117)'deki potansiyel alanının ilk terimlerini denklemde kullanarak 5 boyutlu ifadeyi yazabiliriz.  $d = 5$  boyutlu katkı için analitik ifade

$$M_{3b}(5d) = \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ 1 \frac{i}{\not{p}' - m_{s(d)}} (-ig\gamma_\rho (\lambda^c/2)^{ij}) \left( -\frac{i}{2} (2\pi)^4 G_{\lambda\rho}(0) \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \delta^4(k) \right)_{k=0} \right. \\ \left. \times \frac{i}{\not{p}' - \not{k} - m_{s(d)}} (-ie_{s(d)}\gamma_\mu) \frac{i}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle \quad (3.132)$$

şeklindedir. Bu denklemdeki eksi işareti  $\int (2\pi)^4 \partial/\partial k_\lambda \delta(k) f(k-a) = -\partial/\partial k_\lambda f(a)$  integralinden gelir. Denklem düzenlenirse

$$M_{3b}(5d) = e_{s(d)} \frac{g}{2} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) G_{\lambda\rho}^c(0) \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle \\ \times \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \left[ 1 \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\rho \frac{1}{\not{p}' - \not{k} - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \quad (3.133)$$

elde edilir. Denklemdeki boşluk matris ögesi denklem (3.122)'deki gibidir. Yerine yazılırsa

$$M_{3b}(5d) = e_{s(d)} \frac{g}{2} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ji} \frac{1}{576} \langle 0 | \bar{\psi} G_{\lambda\rho}^c \frac{\lambda^c}{2} \sigma_{\lambda\rho} \psi | 0 \rangle (\sigma_{\lambda\rho})_{\beta\alpha} \quad (3.134)$$

$$\times \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \left[ 1 \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\rho \frac{1}{\not{p}' - \not{k} - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta}$$

bulunur. Bu denklemde  $Tr \left[ \frac{\lambda^c}{2} \frac{\lambda^c}{2} \right] = 4$  ve  $\langle 0 | \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a (\lambda^a/2) \sigma_{\lambda\lambda'} \psi | 0 \rangle = m_0^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle$

şeklindedir. Yerlerine yazılırsa

$$M_{3b}(5d) = \frac{m_0^2}{288} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle (\sigma_{\lambda\rho})_{\beta\alpha} \quad (3.135)$$

$$\times \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \left[ 1 \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\rho \frac{1}{\not{p}' - \not{k} - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta}$$

olarak bulunur. Denklemdeki gerekli işlemler yapılarak, düzenlenince

$$M_{3b}(5d) = -\frac{m_0^2}{288} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \quad (3.136)$$

$$\times \hat{I}z \left[ 1 \frac{1}{\not{p}' - m_{s(d)}} \gamma_\rho \frac{1}{\not{p}' - \not{k} - m_{s(d)}} \gamma_\lambda \frac{1}{\not{p}' - \not{k} - m_{s(d)}} \gamma_\mu \frac{1}{\not{p} - m_{s(d)}} \gamma_\nu \sigma_{\lambda\rho} \right]_{\alpha\beta}$$

olarak bulunur. Denklemde iz ifadesi düzenlenirse

$$M_{3b}(5d) = -\frac{m_0^2}{288} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle (\sigma_{\lambda\rho})_{\beta\alpha} \frac{1}{[(p' - k)^2 - m_{s(d)}^2] (p^2 - m_{s(d)}^2)} \quad (3.137)$$

$$\times \hat{I}z \left[ 1 (\not{p}' - m_{s(d)}) \gamma_\rho (\not{p}' - \not{k} - m_{s(d)}) \gamma_\lambda (\not{p}' - \not{k} - m_{s(d)}) \gamma_\mu (\not{p} - m_{s(d)}) \gamma_\nu \right]$$

olur. Denklem (E.11)'deki iz ifadesi yerine yazılınca

$$M_{3b}(5d) = \frac{i}{12} e_{s(d)} m_0^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \frac{1}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)^3 (p^2 - m_{s(d)}^2)} \times \left[ (m_{s(d)}^2 - p'^2) (p_\nu p'_\mu + p_\mu p'_\nu + (2m_{s(d)}^2 - p \cdot p') g_{\mu\nu}) \right] \quad (3.138)$$

olarak elde edilir. Denklemden  $p_\mu p'_\nu - p \cdot p' g_{\mu\nu}$  katkısı seçilip, denklem tekrar yazıldığında

$$M_{3b}(5d) = \frac{i}{6} e_{s(d)} m_0^2 \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \frac{(m_{s(d)}^2 - p'^2)}{(p'^2 - m_{s(d)}^2)^3 (p^2 - m_{s(d)}^2)} \quad (3.139)$$

elde edilir.  $d = 5$  boyutlu katkıyı veren bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çizimi için yazılan analitik ifade için kullanılacak Borel dönüşüm denklemi denklem (3.88)'deki gibidir. Bu denklem kullanılarak Borel dönüşümü yapıldığında  $dds$  katkısı için

$$B_{M^2} B_{M^2} M_{3b}^{dds}(5d) = -\frac{i}{6} e_d \langle 0 | \bar{d} d | 0 \rangle \left[ \frac{m_0^2}{M'^2} \right] \quad (3.140)$$

elde edilir.  $ssd$  katkısına Borel dönüşümü uygulandığında ise

$$B_{M^2} B_{M^2} M_{3b}^{ssd}(5d) = -\frac{i}{6} e_{s(d)} \langle 0 | \bar{s} s | 0 \rangle \left[ \frac{m_0^2}{M'^2} + \frac{m_0^2 m_s^2}{2M'^4} \right] e^{-\frac{m_s^2}{M^2}} e^{-\frac{m_s^2}{M'^2}} \quad (3.141)$$

elde edilir. Şekil 3.3 (c-f)'de verilen bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri için çift Borel dönüşümünden sonra sıfır elde edileceği için analitik ifadeler yazılmadı.

Sonuç olarak  $dds$  çizimleri katkıları için toplam Borel katkısı denklem (3.89), (3.101), (3.114), (3.129) ve (3.140)'in toplamıdır:

$$B_{M^2} B_{M^2} M_{toplamlar}^{dds} = B_{M^2} B_{M^2} M_{2a}^{dds}(3d) + B_{M^2} B_{M^2} M_{2a}^{dds}(4d) + B_{M^2} B_{M^2} M_{2a}^{dds}(5d) + B_{M^2} B_{M^2} M_{3a}^{dds}(5d) + B_{M^2} B_{M^2} M_{3b}^{dds}(5d) \quad (3.142)$$

Bu denklemdeki Borel dönüşümlerinden elde edilen ifadeler yerlerine yazılırsa  $dds$  çizimleri için toplam katkı

$$B_{M^2} B_{M^2} M_{toplam}^{dds} = \frac{i}{3} e_d \langle 0 | \bar{d}d | 0 \rangle \left[ 2 - \frac{m_0^2}{2M'^2} + \frac{m_0^2}{6M^2} + \frac{m_0^2 Q^2}{2M'^2 M^2} \right] \quad (3.143)$$

şeklinindedir.  $ssd$  çizimleri için toplam Borel katkısı denklem (3.90), (3.102), (3.115), (3.130) ve (3.141)'in toplamıdır:

$$B_{M^2} B_{M^2} M_{toplam}^{ssd} = B_{M^2} B_{M^2} M_{2a}^{ssd} (3d) + B_{M^2} B_{M^2} M_{2a}^{ssd} (4d) + B_{M^2} B_{M^2} M_{2a}^{ssd} (5d) \\ + B_{M^2} B_{M^2} M_{3a}^{ssd} (5d) + B_{M^2} B_{M^2} M_{3b}^{ssd} (5d) \quad (3.144)$$

Yukarıdaki denklemde Borel dönüşümlerinden elde edilen ifadeler yerlerine yazılırsa  $ssd$  çizimleri için toplam katkı

$$B_{M^2} B_{M^2} M_{toplam}^{ssd} = \frac{i}{3} e_s \langle 0 | \bar{s}s | 0 \rangle \left[ 2 - \frac{(m_0^2 + 2m_s^2)}{2M'^2} + \frac{m_s^2 (m_s^2 - 2m_0^2)}{2M'^4} \right. \\ \left. + \frac{m_s^2 (9m_s^2 - 4m_0^2)}{4M^4} + \frac{(m_0^2 + 6m_s^2)}{6M^2} + \frac{(m_s^2 + Q^2)(m_0^2 - 2m_s^2)}{2M'^2 M^2} \right] e^{-\frac{m_s^2}{M^2}} e^{-\frac{m_s^2}{M'^2}} \quad (3.145)$$

olarak bulunur.

Tedirgeyen ve tedirgemeyen katkılar hesaplandı. Feynman çizimlerinden elde edilen bu katkılar toplandığında  $K^{0*} \rightarrow \kappa\gamma$  etkileşmesinin çiftlenim sabiti bulunur.

Böylece  $g_{K^{0^*} \kappa \gamma}$  çiftlenim sabiti

$$\begin{aligned}
g_{K^{0^*} \kappa \gamma} &= \frac{-iN_c}{f_{K^{0^*}} f_\kappa m_{K^{0^*}}} e^{\frac{m_{K^{0^*}}^2}{M^2}} e^{\frac{m_\kappa^2}{M^2}} \left\{ \frac{-i}{4\pi^2} \left[ e_d \int_0^{s_0} ds \int_0^{s_0} ds' \frac{1}{(-4ss' + (s + s' + Q^2)^2)^{5/2}} \right. \right. \\
&\quad \times \left( 2m_s (Q^8 - 2s(s - s')^2 s' + 3Q^6 (s + s') + 3Q^4 (s + s')^2 \right. \\
&\quad + Q^2 (s^3 + s^2 s' + ss'^2 + s'^3) + 2m_s^4 (2Q^4 - (s - s')^2 + Q^2 (s + s')) \\
&\quad \left. \left. - 2m_s^2 (2Q^6 + 4Q^2 ss' + 3Q^4 (s + s') - (s - s')^2 (s + s')) \right) \right] e^{-\frac{s^2}{M^2}} e^{-\frac{s'^2}{M^2}} \\
&\quad + e_s \int_0^{s_0} ds \int_0^{s_0} ds' \frac{1}{(-4ss' + (s + s' + Q^2)^2)^{5/2}} \\
&\quad \times \left( 2m_s (-4m_s^2 s (Q^2 + (s - s')^2 + Q^2 (2s - s')) + Q^6 (-s + s') - (s - s')^2 \right. \\
&\quad \times (s^2 + ss' - s'^2) + Q^4 (-3s^2 + 2ss' + 3s'^2) + Q^2 (-3s^3 + 2s^2 s' + 3s'^3) \\
&\quad \left. \left. + m_s^4 (2Q^4 - (s - s') + Q^2 (s + s')) \right) \right] e^{-\frac{s^2}{M^2}} e^{-\frac{s'^2}{M^2}} \left. \right\} \\
&\quad - ie_d \langle 0 | \bar{d} d | 0 \rangle \left\{ -2 + \frac{m_0^2}{2M'^2} - \frac{m_0^2}{6M^2} - \frac{m_0^2 Q^2}{2M'^2 M^2} \right\} \\
&\quad - ie_s \langle 0 | \bar{s} s | 0 \rangle e^{-m_s^2 \left( \frac{1}{M^2} + \frac{1}{M'^2} \right)} \left\{ -2 + \frac{(m_0^2 + 2m_s^2)}{2M'^2} - \frac{m_s^2 (m_s^2 - 2m_0^2)}{2M'^4} \right. \\
&\quad \left. - \frac{m_s^2 (9m_s^2 - 4m_0^2)}{4M^4} - \frac{(m_0^2 + 6m_s^2)}{6M^2} - \frac{(m_s^2 + Q^2)(m_0^2 - 2m_s^2)}{2M'^2 M^2} \right\}
\end{aligned} \tag{3.146}$$

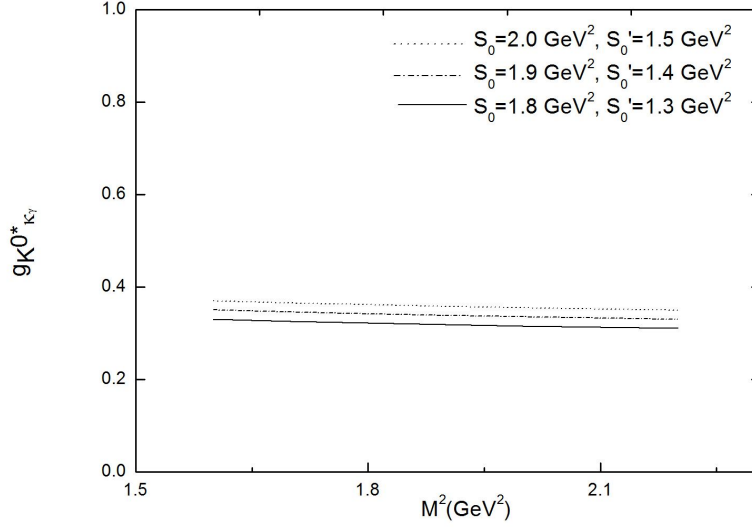
olarak elde edilir.

#### 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

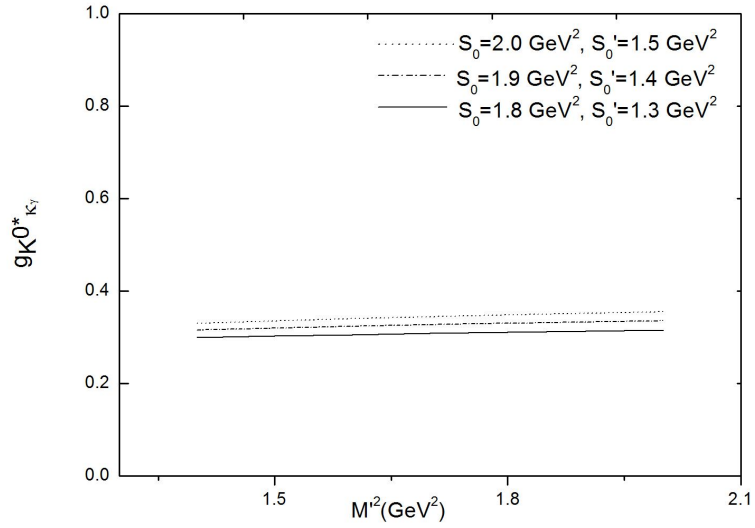
Bu çalışmada tedirgemeyen yöntemlerden biri olan KRD toplam kurallarıyla  $K^{0*} \rightarrow \kappa\gamma$  sürecinin  $g_{K^{0*}\kappa\gamma}$  çiftlenim sabiti tedirgeyen ve tedirgemeyen katkılar hesaplanarak elde edildi.  $g_{K^{0*}\kappa\gamma}$  çiftlenim sabitinin sayısal değerini hesaplamak için  $m_0^2 = 0.8 GeV^2$ ,  $\langle \bar{d}d \rangle = -(240 \pm 0.010)^3 GeV^3$ ,  $\langle \bar{s}s \rangle = 0.8 \langle \bar{d}d \rangle$ ,  $m_{K^{0*}} = 896 MeV$ ,  $m_\kappa = 700 MeV$ ,  $f_\kappa = (0.13 \pm 0.02) GeV^2$ ,  $f_{K^{0*}} = 0.216 GeV$  değerleri kullanıldı (Amsler and et al., 2008). Çiftlenim sabiti hesabında Borel kütle parametresi  $M^2$ ,  $M'^2$  ve sürekli eşik  $s_0$ ,  $s'_0$  olmak üzere iki yardımcı değişken kullanıldı. Borel kütle parametresi  $M^2$  ve  $M'^2$  fiziksel bir parametre değildir. Bu yüzden çiftlenim sabiti bu değişkenlere bağlı olmamalıdır. Öncelikle çiftlenim sabitinin Borel parametresine çok zayıf bir şekilde bağlı olduğu bölge seçilmelidir. Borel kütle parametresi için uygun olan bölge  $1.4 GeV^2 \leq M^2 \leq 2 GeV^2$  ve  $1.6 GeV^2 \leq M'^2 \leq 2.2 GeV^2$  olarak tespit edildi. Bu çalışmada sürekli eşik  $s_0$  ve  $s'_0$  için uygun olarak seçilen bölge  $1.8 GeV^2 \leq s_0 \leq 2 GeV^2$  ve  $1.3 GeV^2 \leq s'_0 \leq 1.5 GeV^2$  şeklindedir. Çiftlenim sabitinin  $s_0 = (1.8-2) GeV^2$  ve  $s'_0 = (1.3-1.5) GeV^2$  değerlerine bağlı olarak  $M^2$  ve  $M'^2$ 'ye göre değişim grafikleri Şekil 4.1 ve 4.2'de gösterilmektedir. Ayrıca Şekil 4.3 ve 4.4'te çiftlenim sabitinin  $s_0 = 1.9 GeV^2$ ,  $s'_0 = 1.4 GeV^2$  sabit ve değişken  $Q^2 = (0.4-0.6) GeV^2$  değerleri için,  $M^2$  ve  $M'^2$ 'ye göre değişim grafikleri gösterilmektedir. Şekil 4.5 Çiftlenim sabitinin  $Q^2 = (0.4-1) GeV^2$  ve  $M^2 = (1.6-2.2) GeV^2$  Borel kütle parametresine göre değişimini vermektedir. Şekil 4.6 Çiftlenim sabitinin  $Q^2 = (0.4-1) GeV^2$  ve  $M'^2 = (1.4-2.0) GeV^2$  Borel kütle parametresine göre değişimini göstermektedir. Şekil 4.7, 4.8 ve 4.9 çiftlenim sabitinin farklı  $Q^2 = (0.4-0.6) GeV^2$  değerleri için  $M^2$  ve  $M'^2$ 'ye göre değişim



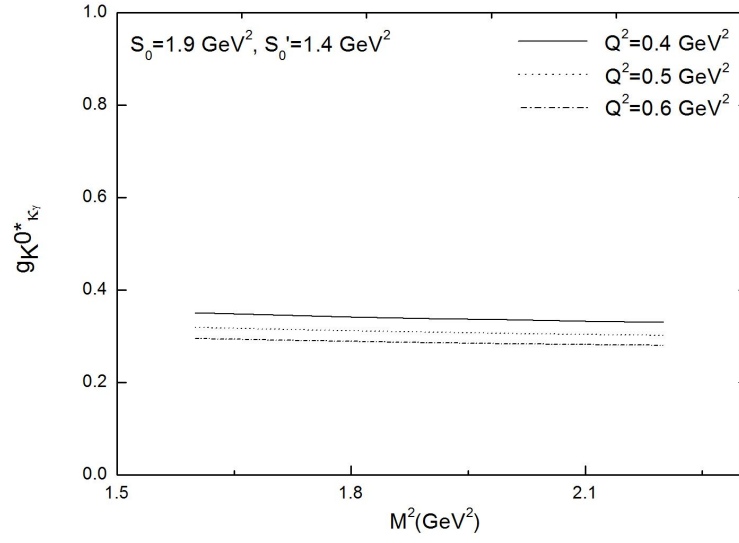
grafikleridir. Grafiklerden de anlaşılacağı üzere çiftlenim sabiti, fiziksel bir nicelik olmayan Borel parametresine çok zayıf bir şekilde bağlıdır.



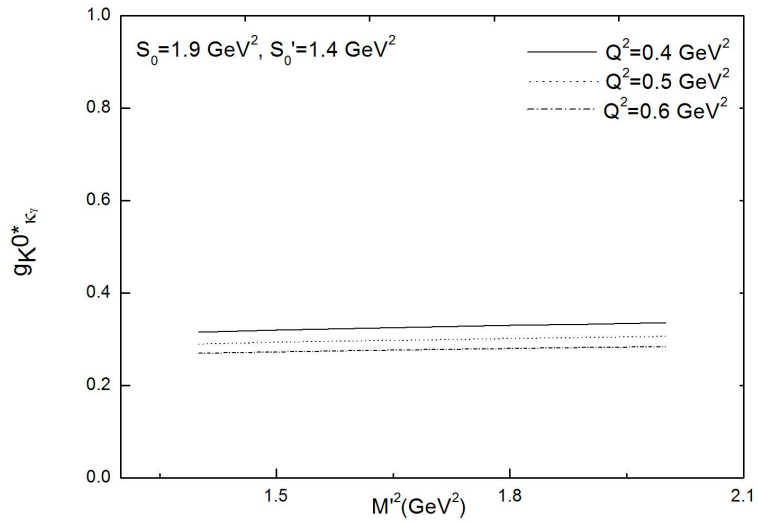
Şekil 4.1:  $g_{K^0 K^*}$  Çiftlenim sabitinin farklı  $s_0$  ve  $s_0'$  değerleri için  $M^2$  Borel kütle parametresine göre değişimi



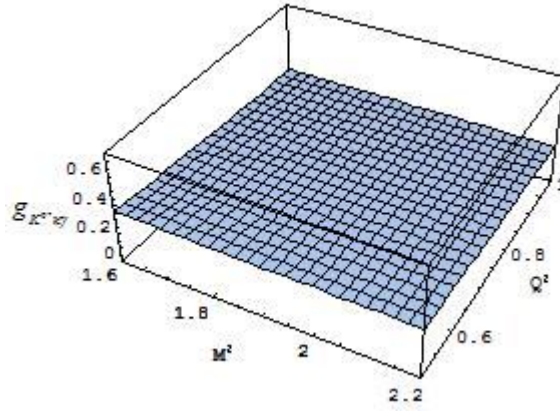
Şekil 4.2:  $g_{K^0 K^*}$  Çiftlenim sabitinin farklı  $s_0$  ve  $s_0'$  değerleri için  $M^2$  Borel kütle parametresine göre değişimi



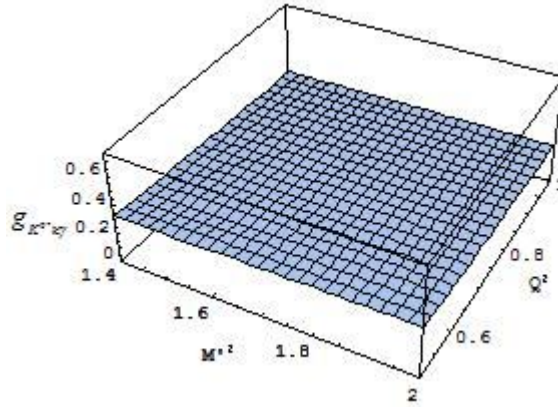
Şekil 4.3:  $g_{K^0 \pi^0}$  Çiftlenim sabitinin sabit  $s_0 = 1.9 \text{ GeV}^2$ ,  $s'_0 = 1.4 \text{ GeV}^2$  ve farklı  $Q^2$  değerleri için  $M^2$  Borel kütle parametresine göre değişimi



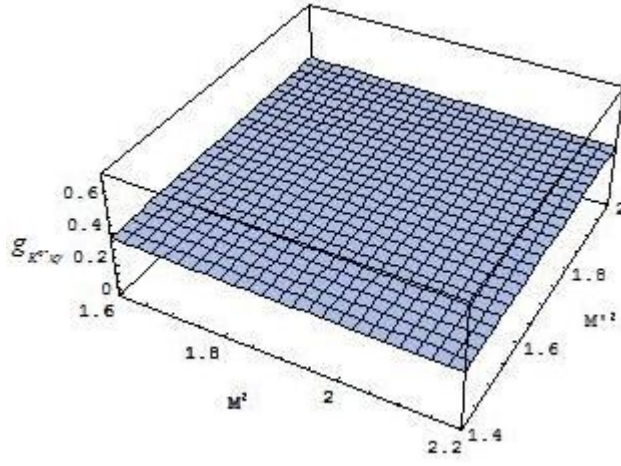
Şekil 4.4:  $g_{K^0 \pi^0}$  Çiftlenim sabitinin sabit  $s_0 = 1.9 \text{ GeV}^2$ ,  $s'_0 = 1.4 \text{ GeV}^2$  ve farklı  $Q^2$  değerleri için  $M^2$  Borel kütle parametresine göre değişimi



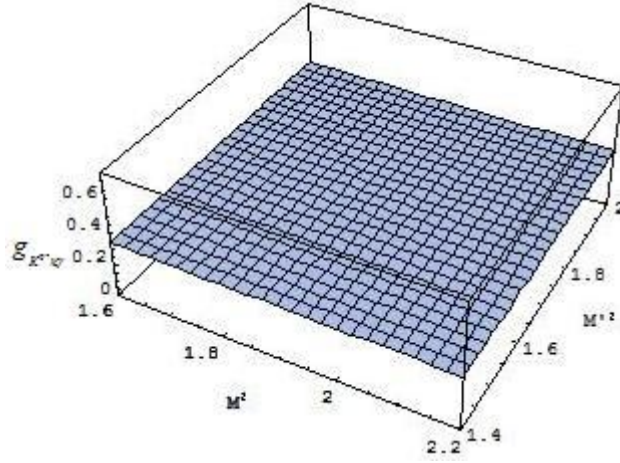
Şekil 4.5:  $g_{K^0 \pi^0 \eta}$  Çiftlenim sabitinin  $Q^2 = (0.4-1) GeV^2$  ve  $M^2 = (1.6-2.2) GeV^2$  Borel kütle parametresine göre değişimi



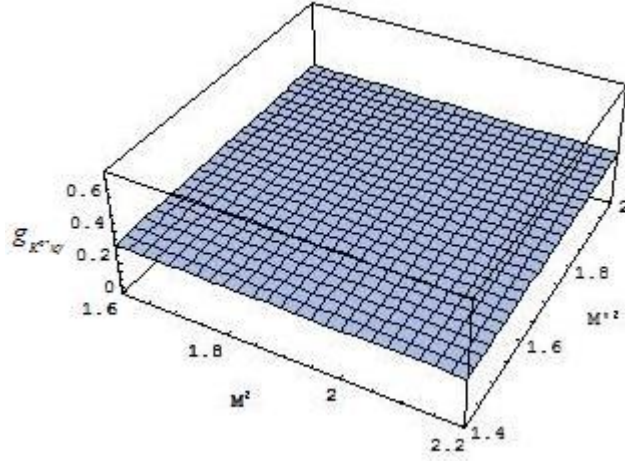
Şekil 4.6:  $g_{K^0 \pi^0 \eta}$  Çiftlenim sabitinin  $Q^2 = (0.4-1) GeV^2$  ve  $M'^2 = (1.4-2.0) GeV^2$  Borel kütle parametresine göre değişimi



Şekil 4.7:  $g_{K^0 \to K^+ \gamma}$  Çiftlenim sabitinin  $Q^2 = 0.4 GeV^2$  değeri için  $M^2$  ve  $M'^2$  Borel kütle parametresine göre değişimi



Şekil 4.8:  $g_{K^0 \to K^+ \gamma}$  Çiftlenim sabitinin  $Q^2 = 0.5 GeV^2$  değeri için  $M^2$  ve  $M'^2$  Borel kütle parametresine göre değişimi



Şekil 4.9:  $g_{K^0 \kappa \gamma}$  Çiftlenim sabitinin  $Q^2 = 0.6 GeV^2$  değeri için  $M^2$  ve  $M'^2$  Borel kütle parametresine göre değişimi

$g_{K^0 \kappa \gamma}$  çiftlenim sabitinin sayısal değerini KRD toplam kuralları yöntemiyle hesaplamak için  $M^2 = (1.6 - 2.2) GeV^2$ ,  $M'^2 = (1.4 - 2.0) GeV^2$ ,  $s_0 = 1.9 GeV^2$  ve  $s'_0 = 1.4 GeV^2$  ve  $Q^2 = 0.4 GeV^2$  değerleri kullanılarak  $g_{K^0 \kappa \gamma} = (0.38 \pm 0.09) GeV^{-1}$  elde edildi.  $\kappa$  mezounun genişliği büyük olduğundan hesaba katılmalıdır.  $\kappa$  mezonu için deneysel bozunma genişliği  $\Gamma_\kappa = (550 \pm 34) MeV$  ve buna karşılık gelen kütle  $m_\kappa = (672 \pm 40) MeV$  değerleri kullanılarak,  $g_{K^0 \kappa \gamma}$  çiftlenim sabiti  $\kappa$  mezounun kütlesi  $m_\kappa - \frac{\Gamma}{2}$ 'den  $m_\kappa + \frac{\Gamma}{2}$ 'ye değiştirilerek tekrar hesaplandı. Sonuçta çiftlenim sabitinin  $Q^2 = 0.4 GeV^2$  için  $g_{K^0 \kappa \gamma} = (0.20 - 0.63) GeV^{-1}$  aralığında,  $Q^2 = 0.5 GeV^2$  için ise  $g_{K^0 \kappa \gamma} = (0.19 - 0.56) GeV^{-1}$  aralığında değiştiği görüldü. Black ve arkadaşlarının SU(3) limitinde vektör mezoun baskın modelini kullanarak elde ettikleri değer  $|g_{K^0 \kappa \gamma}| = 0.24 GeV^{-1}$ 'dir (Black ve diğ., 2002; Black ve diğ., 2003). Görüldüğü üzere, üç-nokta KRD toplam kuralları ile elde ettiğimiz sonuçla uyumludur. Bu çalışmada sonucun biraz büyük çıkmasının nedeni,  $m_\kappa$  kütesinin hesaba katılmasından kaynaklanmış olabilir. Fakat aynı çiftlenim sabiti ışık konisi toplam kuralları ile de hesaplanmış ve  $|g_{K^0 \kappa \gamma}| = (2.2 \pm 0.5) GeV^{-1}$  olarak elde edilmiştir (Gokalp ve diğ., 2008). Bu yöntemle elde edilen sonuç bu iki çalışma ile uyum içerisinde değildir. Bu nedenle tam ve güvenli sonuç için bu konuda daha fazla kuramsal ve deneysel çalışmalara gereksinim vardır.

## 5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Yeğin etkileşmelerin henüz açıklanamamış karmaşık yapısından dolayı hadron fiziğinde bir çok açık problem vardır. Bu problemlerden bir çoğu tedirgemeyen yöntemler kullanılarak çözülür. Bu tedirgemeyen yöntemlerden biri olan üç-nokta KRD toplam kuralları kullanılarak  $g_{K^0\kappa\gamma}$  çiftlenim sabiti hesaplandı ve henüz tam değeri bilinmeyen bu çiftlenim sabiti için diğer yapılan çalışmaların bir kısmı ile uyum içinde olan sayısal değer elde edildi. Tabi ki ileride yapılacak olan çalışmalar bu çiftlenim sabitinin değerini tam olarak belirlemede faydalı olacaktır. Aynı zamanda bu tezde yapılan çalışma  $\kappa$  mezonunun henüz tam olarak bilinmeyen kuark yapısına da ışık tutacaktır.

Bu çalışmada hesaplar beşinci boyuta kadar yapılmıştır. Her ne kadar daha yüksek mertebeden katkıların çok küçük olacağı bilinsede, elde edilen çiftlenim sabitinin sayısal değerini ne kadar değiştireceğine bakılabilir.

Yine KRD toplam kuralları yöntemi kullanılarak yapı sabitleri, kütle, leptonik bozunma sabiti gibi fiziksel nicelikler hesaplanabilir.

Henüz kuark yapıları tam olarak bilinmeyen parçacıklar bu yöntemle çalışılarak kuark yapıları hakkında bilgi edinilebilir. Aynı zamanda ağır baryon ve mezonlar için kütle, yapı sabiti, çiftlenim sabiti gibi fiziksel özellikler bu yöntemle güvenle çalışılabilir.

## KAYNAKLAR

- Ablikim, M., et al., “Evidence for  $\kappa$  meson production in  $J/\psi \rightarrow \bar{K}^*(892)^0 K^+ \pi^-$  process”, *Phys. Lett. B*, 633, 681-690, (2006).
- Ablikim, M., et al., “A study of charged  $\kappa$  in  $J/\psi \rightarrow K^\pm K_s^\mp \pi^\mp \pi^0$ ”, *Phys. Lett. B*, 693, 88-94, (2010).
- Aitala, E.M., et al., “Dalitz Plot Analysis of the Decay  $D^+ \rightarrow K^- \pi^+ \pi^+$  and Indication of a Low-Mass Scalar  $K\pi$  Resonance”, *Phys. Rev. Lett.*, 89, 121801, (2002).
- Altın, V., 2005, Maddenin Yapısı ve Standart Model [online], Boğaziçi Üniversitesi, <http://www.biltek.tubitak.gov.tr/bilgipaket/madde/standartmodel.html> (Ziyaret tarihi : 12 Nisan 2011).
- Altın, V., 2005, Maddenin Yapısı ve Standart Model [online], Boğaziçi Üniversitesi, [http://www.biltek.tubitak.gov.tr/bilgipaket/madde/tarihce\\_34.html](http://www.biltek.tubitak.gov.tr/bilgipaket/madde/tarihce_34.html) (Ziyaret tarihi : 24 Temmuz 2011).
- Amsler, C., et al., (Particle Data Group), “Review of Particle Physics”, *Phys. Lett. B*, 667, 1, (2008).
- Aydin, C., Bayar, M., Yilmaz, A.H., “g\_a0-rho-gamma and g\_f0-rho-gamma coupling constants in three point QCD sum rules”, *Phys. Rev. D*, 73, 074020, (2006).
- Aydin, C., Bayar, M., Yilmaz, A.H., “Recalculation of the coupling constants  $g_{\rho\eta\gamma}$ ,  $g_{\omega\eta\gamma}$ ,  $g_{\eta'\rho\gamma}$ , and  $g_{\eta'\omega\gamma}$  in QCD sum rules”, *Phys. Rev. D*, 81, 094032, (2010).
- Azizi, K., Bayar, M., Ozpineci, A., Sarac, Y., “Tree level semileptonic  $\Sigma_b$  to nucleon decay in light cone QCD sum rules”, *Phys. Rev. D*, 80, 036007, (2009).
- Bayar, M., “Üç-nokta KRD toplama kurallarının hadron fiziğine uygulaması”, Doktora Tezi, *Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Trabzon, 19-45, (2007).
- Bethke, S., “Determination of The QCD coupling  $\alpha_s$ ”, *J. Phys. G*, 26, R22-R66, (2000).
- Black, D., Harada, M., Schechter, J., “Vector-Meson-Dominance Model for Radiative Decays Involving Light Scalar Mesons”, *Phys. Rev. Lett.*, 88, 181603, (2002).

- Black, D., Harada, M., Schechter, J., “Radiative Decays involving  $a_0(980)$  and  $f_0(980)$  in the Vector Meson Dominance Model”, *hep-ph*, 0306065, (2003).
- Fock, V. A., “The Eigen-Time in Classical and Quantum Mechanics”, *Sov. Phys.*, 12, 404, (1937).
- Gokalp, A., Sarac, Y., Yilmaz, O., “ $\kappa K^{*0} \gamma$ -vertex in light cone QCD sum rules”, *Phys. Rev D*, 77, 114015, (2008).
- Griffiths, D., “Introduction to Elementary Particles”, *John Wiley & Sons*, INC, 47, (1987a).
- Griffiths, D., “Introduction to Elementary Particles”, *John Wiley & Sons*, INC, 380, (1987b).
- Griffiths, D., “Introduction to Elementary Particles”, *John Wiley & Sons*, INC, 292-293, (1987c).
- Griffiths, D., “Introduction to Elementary Particles”, *John Wiley & Sons*, INC, 279-296, (1987d).
- Griffiths, D., “Introduction to Elementary Particles”, *John Wiley & Sons*, INC, 379, (1987e).
- Langwallner, B., “Improved QCD Sum Rules for The Nucleon”, Diploma Thesis, *Technische Universität München*, Germany, (2005).
- Nakamura, K., et al., “Journal of Physics”, *J. Phys. G*, 37, 075021, (2010).
- Oh, Y., Kim, H., “ $K^*$  photoproduction off the nucleon:  $\gamma N \rightarrow K^* A$ ”, *Phys. Rev. C*, **73**, 065202, (2006).
- Sahin, B., “ep Çarpışmasında Üst Kuarkın Spin Polarizasyonu”, Doktora Tezi, *Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı*, Ankara, 3-7, (2006).
- Schwinger, J. S., “Particles, Sources and Fields Vol.1”, Addison-Wesley., *Massachusetts*, 444, (1989).
- Shifman, M. A., Vainshtein, A.I., Zakharov, V.I., “QCD and Resonance Physics-Theoretical Foundations.”, *Nucl. Phys. B*, 147, 385-447, (1979).



## EKLER

### Ek-A. İz Kuramı

Ele alınan iz ifadesinde gama matrislerinin sayısı tek ise sonuç sıfırdır (Griffiths, 1987e).

$$\dot{I}z(1) = 4 \quad (\text{E.1})$$

$$\dot{I}z(\gamma_\mu \gamma_\nu) = 4 g_{\mu\nu} \quad (\text{E.2})$$

$$\dot{I}z(\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\sigma) = 4(g_{\mu\nu} g_{\lambda\sigma} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma} g_{\nu\lambda}) \quad (\text{E.3})$$

Hesaplarda kullanılan iz ifadelerinin karşılıkları aşağıdaki şekildedir.

$$\dot{I}z[1(\mathbf{p}' + m_{s(d)})\gamma_\mu(\mathbf{p} + m_{s(d)})\gamma_\nu] = 4[p_\mu p'_\nu + p_\nu p'_\mu + (m_{s(d)}^2 - p \cdot p')g_{\mu\nu}] \quad (\text{E.4})$$

$$\begin{aligned} \dot{I}z[1(\mathbf{p}' + m_{s(d)})\gamma_\lambda(\mathbf{p}' + m_{s(d)})\gamma_\mu(\mathbf{p} + m_{s(d)})\gamma_\nu\gamma_\lambda] = \\ 8m_{s(d)}[p_\mu p'_\nu + p_\nu p'_\mu + (2m_{s(d)}^2 - p \cdot p' - p'^2)g_{\mu\nu}] \end{aligned} \quad (\text{E.5})$$

$$\begin{aligned} \dot{I}z[1(\mathbf{p}' + m_{s(d)})\gamma_\mu(\mathbf{p} + m_{s(d)})\gamma_\lambda(\mathbf{p} + m_{s(d)})\gamma_\nu\gamma_\lambda] = \\ 8m_{s(d)}[-p_\mu p'_\nu + p_\nu p'_\mu + 2p_\mu p_\nu + (-m_{s(d)}^2 + p \cdot p')g_{\mu\nu}] \end{aligned} \quad (\text{E.6})$$

$$\begin{aligned} \dot{I}z[1(\mathbf{p}' + m_{s(d)})\gamma_\lambda(\mathbf{p}' + m_{s(d)})\gamma_\lambda(\mathbf{p}' + m_{s(d)})\gamma_\mu(\mathbf{p} + m_{s(d)})\gamma_\nu] = \\ 8[p_\nu(3m_s^2 - p'^2)p'_\mu + p_\mu(3m_s^2 - p'^2)p'_\nu + (2m_s^4 + p \cdot p'(p'^2 - 3m_s^2))g_{\mu\nu}] \end{aligned} \quad (\text{E.7})$$

$$\begin{aligned} \dot{I}z[1(\mathbf{p}' + m_{s(d)})\gamma_\lambda(\mathbf{p}' + m_{s(d)})\gamma_\mu(\mathbf{p} + m_{s(d)})\gamma_\lambda(\mathbf{p} + m_{s(d)})\gamma_\nu] = \\ 8[2(m_s^2 - p^2)p'_\mu p'_\nu + 2p_\mu(p_\nu(m_s^2 - p'^2) + p \cdot p' p'_\nu) \\ + (m_s^4 - 2(p \cdot p')^2 + p^2 p'^2 + 2m_s^2 p \cdot p')g_{\mu\nu} + 2p \cdot p' p_\nu p'_\mu] \end{aligned} \quad (\text{E.8})$$

$$\begin{aligned} \dot{I}z[1(\mathbf{p}' + m_{s(d)})\gamma_\mu(\mathbf{p} + m_{s(d)})\gamma_\lambda(\mathbf{p} + m_{s(d)})\gamma_\lambda(\mathbf{p} + m_{s(d)})\gamma_\nu] = \\ 8[(3m_s^2 - p^2)p_\nu p'_\mu + (3m_s^2 - p^2)p_\mu p'_\nu + (2m_s^4 + (p^2 - 3m_s^2)p \cdot p')g_{\mu\nu}] \end{aligned} \quad (\text{E.9})$$

$$\begin{aligned} \dot{I}z \left[ 1(\not{p}' + m_{s(d)})\gamma_\mu(\not{p} + \not{k} + m_{s(d)})\gamma_\lambda(\not{p} + \not{k} + m_{s(d)})\gamma_\rho(\not{p} + m_{s(d)})\gamma_\nu\sigma_{\lambda\rho} \right]_{k=0} = \\ \left[ -8i(m_{s(d)}^2 - p^2)(3p_\nu p'_\mu - p_\mu p'_\nu + p \cdot p' g_{\mu\nu}) \right] \end{aligned} \quad (\text{E.10})$$

$$\begin{aligned} \dot{I}z \left[ 1(\not{p}' - m_{s(d)})\gamma_\rho(\not{p}' - \not{k} - m_{s(d)})\gamma_\lambda(\not{p}' - \not{k} - m_{s(d)})\gamma_\mu(\not{p} - m_{s(d)})\gamma_\nu \right]_{k=0} = \\ \left[ -24i(m_{s(d)}^2 - p'^2)(p_\nu p'_\mu + p_\mu p'_\nu + (2m_{s(d)}^2 - p \cdot p')g_{\mu\nu}) \right] \end{aligned} \quad (\text{E.11})$$

## Ek-B. Feynman Kuralları

Feynman kurallarının geçerli olduğu Feynman çizimleri fiziksel süreçlerin şekilsel gösterimleridir.

### Feynman Kuralları İçin Bazı İlerletici ve Akımlar:



Kuark



Gluon



Dış Akım

### Bazı Etkileşme Terimleri (Köşe Faktörleri) :

Kuark İlerleticisi : 
$$D(p) = \frac{i}{p - m_q} \quad (\text{E.12})$$

Gluon İlerleticisi : 
$$D_{G\alpha\beta}^{ab}(k) = -g_{\alpha\beta} \delta^{ab} \frac{i}{k^2} \quad (\text{E.13})$$

Kuark-Gluon Köşesi : 
$$ig\gamma_\mu \left( \frac{\lambda^a}{2} \right) \quad (\text{E.14})$$

Kuark-Foton Köşesi : 
$$-ie_q \gamma_\mu \quad (\text{E.15})$$

## **ÖZGEÇMİŞ**

1986 yılında Muğla'da doğdu. İlköğrenimini Gölcük Barbaros İlköğretim Okulu'nda, ortaokul Bodrum Mumcular Fuat Erten İlköğretim Okulu'nda ve liseyi Kocaeli Merkez Bankası Derince Anadolu Lisesi'nde tamamladı. 2005 yılında Kocaeli Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünde lisans eğitimine başladı ve 2009 yılında lisans eğitimini tamamladı. Yine aynı yıl Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalında yüksek lisans öğrenimine başladı. İngilizce bilmektedir.