

**KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

FİZİK ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

**HAFİF ve AĞIR MEZONLARIN TERMAL KRĐ TOPLAM
KURALLARI YÖNTEMİ İLE ORTAMDA İNCELENMESİ**

NURCAN AKŞİT

KOCAELİ 2012

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

HAFİF ve AĞIR MEZONLARIN TERMAL KRD TOPLAM
KURALLARI YÖNTEMİ İLE ORTAMDA İNCELENMESİ

Nurcan AKŞİT

Prof.Dr. Elşen VELİ
Danışman, Kocaeli Üniv.

Prof.Dr. Takhmasib ALİEV
Jüri Üyesi, Ortadoğu Teknik Üniv.

Prof.Dr. İlhan TAPAN
Jüri Üyesi, Uludağ Üniv.

Doç.Dr. Nalan ÖZKAN GÜRAY
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv.

Yrd.Doç.Dr. Hayriye SUNDU PAMUK
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv.

E. Akşit

Aliiev

İ. Tapan

N. Özkangüray

H. Sundupamuk

Tezin Savunulduğu Tarih: 26.06.2012

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR

Kuantum Renk Dinamiği Toplam Kuralı hadronların özelliklerini incelememizi sağlayan çok kullanışlı bir yöntemdir. Son otuz yıldır, KRK toplam kuralı tekniği başarıyla uygulanmakta ve birçok hadronun özellikleri hakkında bilgi vermektedir. Bu yöntem sonlu sıcaklıklara genelleştirilebilir. Sonlu sıcaklıkta hadronik parametrelerin incelenmesi ağır iyon çarpışma sonuçlarının yorumlanabilmesi ve Termal KRK' nin teorik ve fenomenolojik olarak anlaşılması için çok önemlidir. Bu doktora tezinde Termal KRK toplam kuralları yöntemini kullanarak hafif ve ağır mezonların ortamda özellikleri incelenmiştir.

Bu konuda çalışma fikrini veren yardım ve desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen danışmanım çok değerli hocam Prof. Dr. Elşen VELİ' e, çalışmalarım sırasında bilgilerinden yararlandığım değerli hocalarım Doç. Dr. Kazem AZİZİ (Doğuş Üniversitesi), Yrd. Doç. Dr. Hayriye SUNDU PAMUK ve Yrd. Doç. Dr. Jale YILMAZKAYA SÜNGÜ' ye (K.O.Ü), yardım ve desteklerini esirgemeyen aileme teşekkür ederim.

Haziran – 2012

Nurcan AKŞİT

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR.....	i
İÇİNDEKİLER	ii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	iii
TABLolar DİZİNİ	iv
SİMGELEr DİZİNİ VE KISALTMALAR	v
ÖZET.....	vii
ABSTRACT	viii
GİRİŞ	1
1. GENEL BİLGİLER	3
2. KUARK-GLÜON MADDESİNİN TERMODİNAMİK ÖZELLİKLERİ	15
2.1. Hadronlardan KGP Fazına Geçiş	15
2.2. Kuantum İstatistik Mekanik	21
2.3. KRd Bölüşüm Fonksiyonunun Yapısı	23
2.4. Sonlu Sıcaklıkta KRd için Feynman Kuralları.....	29
3. KRd TOPLAM KURALLARI METODU.....	33
3.1. KRd Toplam Kurallarının Genel Özellikleri.....	33
3.2. Operatör Çarpım Açılımı	37
3.3. Dispersiyon Bağıntısı.....	38
3.4. Borel Dönüşümü ve Toplam Kuralları.....	40
3.5. Vakum Kondensatları.....	42
3.6. Sonlu Sıcaklıkta Glüon ve Kuark kondensatları	45
3.7. Simetriler.....	47
3.8. Kiral Kondensatlar	48
4. HAFİF MEZONLAR İÇİN TERMAL KRd TOPLAM KURALLARI	50
4.1. Hafif Skaler Mezonlar.....	50
4.2. Sonlu Sıcaklıkta Mezonların Spektral Fonksiyonları	52
4.3. Hafif Mezonlar için Toplam Kurallarının Elde Edilmesi ve Termal Hadronik Eşik.....	63
5. AĞIR-AĞIR PSEUDOSKALER MEZONLARIN İNCELENMESİ.....	67
5.1. Sonlu Sıcaklıkta Wilson Açılımının Özellikleri	67
5.2. B_c , η_c ve η_b Ağır Pseudoskaler Mezonları için Termal KRd Toplam Kuralları	69
5.3. Bozunum Sabitlerinin Sıcaklığa Bağlılığı.....	78
6. SONUÇLAR ve ÖNERİLER.....	86
KAYNAKLAR	89
KİŞİSEL YAYINLAR ve ESERLER.....	96
ÖZGEÇMİŞ	97

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1.	KRD' de kayan güçlü kuplaj sabiti	8
Şekil 2.1.	Sıcaklık ve $\mu = \mu_B/3$ kuark kimyasal potansiyeli bağımsız değişkenleri cinsinden KRD' nin şematik faz diyagramı	15
Şekil 2.2.	Feynman Diyagramları.....	31
Şekil 3.1.	Kompleks q^2 düzleminde kontör integral	39
Şekil 5.1.	B_c mezonun kütleinin $M^2 = 20GeV^2$, de sıcaklığa bağlılığı.	79
Şekil 5.2.	Vakumda B_c mezonunun kütleinin M^2 Borel parametresine göre değişimi	79
Şekil 5.3.	B_c mezonun leptonik bozunum sabitinin $M^2 = 20GeV^2$, de sıcaklığa bağlılığı.....	80
Şekil 5.4.	Vakumda B_c mezonunun leptonik bozunum sabitinin M^2 Borel parametresine göre değişimi.....	80
Şekil 5.5.	η_c mezonunun kütleinin $M^2 = 6GeV^2$ değerinde sıcaklığa bağlılığı ...	81
Şekil 5.6.	Vakumda η_c mezonunun kütleinin M^2 Borel parametresine göre değişimi	81
Şekil 5.7.	η_c mezonunun leptonik bozunum sabitinin $M^2 = 6GeV^2$ değerinde sıcaklığa bağlılığı	82
Şekil 5.8.	Vakumda η_c mezonunun leptonik bozunum sabitinin M^2 Borel parametresine göre değişimi.....	82
Şekil 5.9.	η_b mezonunun kütleinin $M^2 = 6GeV^2$ değerinde sıcaklığa bağlılığı ...	83
Şekil 5.10.	Vakumda η_b mezonunun kütleinin M^2 Borel parametresine göre değişimi	83
Şekil 5.11.	η_b mezonunun leptonik bozunum sabitinin $M^2 = 6GeV^2$ değerinde sıcaklığa bağlılığı	84
Şekil 5.12.	Vakumda η_b mezonunun leptonik bozunum sabitinin M^2 Borel parametresine göre değişimi.....	84

TABLolar DİZİNİ

Tablo 1.1. Kuarkların Temel Özellikleri.....	3
Tablo 1.2. Leptonların Temel Özellikleri	4
Tablo 1.3. Temel Etkileşmelerin Özellikleri.....	5
Tablo 1.4. Mezon Çeşitleri ve Özellikleri.....	7
Tablo 1.5. B-mezonlarının kütleleri ve yaşam-süreleri (PDG).....	13
Tablo 4.1. Uyum fonksiyonundaki sabit parametrelerin değerleri	66

SİMGELER DİZİNİ VE KISALTMALAR

a, j, k	: Renk indisleri
A	: Vektör potansiyel
A_{μ}^{ext}	: Dış ayar alanı
B	: Baryon sayısı
d^{abc}	: Antisimetrik yapı sabiti
D_{μ}	: Kovaryant türev
f^{abc}	: Simetrik yapı sabiti
f_{π}	: π mezonun bozunum sabiti
$F_{\mu\nu}$: Elektromanyetik alan tensörü
$F_{\mu\nu}^a$: Antisimetrik şiddet tensörü
g_s	: Güçlü etkileşme sabiti
G_a^{μ}	: Glüon alanları
$\langle G^2 \rangle_T$: Glüon kondensatı
H	: KRD Hamiltoniyeni
$J(x)$: Arakesit akımı
\mathbf{k}	: 3 boyutlu momentum
L	: Lagranjiyen
m	: Kuark kütlesi
m_e	: Elektronun kütlesi
m_d	: d kuarkın kütlesi
m_u	: u kuarkın kütlesi
m_q	: Kuark kütle matrisi
m_Q	: Ağır kuark kütlesi
m_{π}	: π mezonun kütlesi
M^2	: Borel kütle parametresi
$n(x)$: Fermi dağılım fonksiyonu
N_c	: Kuark renk sayısı
N_f	: Kuark çeşni sayısı
p_0	: Bozonik momentum
$\{p_0\}$: Fermiyonik momentum
P	: Basınç
s	: Hadronik eşik
s_0	: Sıfır sıcaklıkta hadronik eşik
S	: Etki (action)
$S(x)$: Kuark propagatörü

t	:Zaman
T	:Sıcaklık
\mathbb{T}	:Zaman sıralama çarpımı
T^a	:SU(3) grubunun renk üreticileri
T_c	:Kritik sıcaklık
$T^{\mu\nu}$:Enerji momentum tensörü
\mathbf{q}	:3 boyutlu momentum
$\langle \bar{q}q \rangle$:Kuark kondensatı
Z	:Bölüşüm fonksiyonu
$\beta(g)$:Beta fonksiyonu
δ	:Kroneker Delta fonksiyonu
ε_μ^λ	:Vektör mezonlar için polarizasyon vektörü
ϕ	:Coulomb potansiyeli
ϕ	:Fiziksel hadron alanı
η	:Ghost (hayalet) alanları
λ	:Hadronlar arasındaki etkileşme sabiti
μ	:Kimyasal potansiyel
μ, ν	:Lorentz indisleri
ρ_s	:Spektral yoğunluk
τ	:Zaman değişkeni
Λ_{KRD}	:Kuark hapsolme ölçeği
Λ_p	:Logaritmik ölçek faktörü
Ψ_e	:Dirac spinörü
$\Psi_q^i, \bar{\Psi}_q^i$:Kuark, Antikuark alanları
Π	:Korelasyon fonksiyonu

Kısaltmalar

CDF	:Collider Detector at Fermilab (Fermilab' da Çarpıştırma Dedektörü)
CERN	:European Organization for Nuclear Research (Avrupa Nükleer Araştırma Merkezi)
CKM	:Cabbibo-Kobayashi-Maskawa
EHQT	:Effective Heavy Quark Theory (Efektif Ağır Kuark Teorisi)
GOR	:Gell-Mann-Oakes-Renner
GUT	:Grand Unified Theory (Büyük Birleşme Teorisi)
KED	:Kuantum Elektrodinamiği
KGP	:Kuark-Glüon Plazma
KRD	:Kuantum Renk Dinamiği
OPE	:Operator Product Expansion (Operatör Çarpım Açılımı)
PDG	:Particle Data Group (Parçacık Data Grubu)
(χ)PT	:Chiral Perturbation Theory (Kiral Pertürbasyon Teorisi)

HAFİF ve AĞIR MEZONLARIN TERMAL KRD TOPLAM KURALLARI YÖNTEMİ İLE ORTAMDA İNCELENMESİ

ÖZET

Bu tezde ilk olarak, KRD toplam kuralları çerçevesinde hafif mezonların termal özelliklerini inceledik. Korelasyon fonksiyonunun fenomenolojik kısmı kuark-hadron ikilemi yöntemi ya da iki-pion sürekli katkıları kullanılarak hesaplanabilir. Kuark-hadron ikilemi yaklaşımında, fenomenolojik kısımda bir serbest parametre (hadronik eşik) ortaya çıkar ve bu hadronik eşğin sıcaklığa bağlılığını bilmek gerekir. Yukarıda bahsedilen yaklaşımların karşılaştırılması bize hadronik eşğin sıcaklığa bağlılığı hakkında ek bilgiler verir. Bu tez çalışmasında ρ ve σ mezonların bozunum sabitleri hesaplanmış ve hesaplamalarımızın yukarıda bahsedilen metotlarla aynı sonuçları verdiği görülmüştür.

Daha sonra, pseudoskaler ağır kuarkonyumların kütlelerinin ve leptonik bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılığı incelenmiştir. KRD kısmında sonlu sıcaklıkta Wilson açılımında ilave operatörlerin katkıları gözönüne alınmış ve termal spektral yoğunluk hesaplanmıştır. Elde edilen termal KRD toplam kurallarının analizinden kritik sıcaklıkta bozunum sabitinin B_c için %7, η_c için %12 ve η_b için %2 azaldığı görülmüştür. Sıfır sıcaklıktaki sonuçlar varolan deneysel değerlerin yanı sıra diğer pertürbatif olmayan yaklaşımların öngörüleriyde uyumludur.

Anahtar Kelimeler: Ağır-ağır Mezonlar, Hafif Mezonlar, KRD Toplam Kuralları, Leptonik Bozunum Sabiti, Operatör Çarpım Açılımı (OPE).

THE INVESTIGATION OF LIGHT AND HEAVY MESONS IN THE MEDIUM WITH THERMAL QCD SUM RULES METHOD

ABSTRACT

In this thesis firstly, we investigate the thermal properties of light mesons in the framework of QCD sum rules. The phenomenological side of the correlation function can be calculated using either the quark-hadron duality approach or in terms of two-pion continuum contributions. In the quark-hadron duality approach, a free parameter (hadronic threshold) arises in the phenomenological part and it is necessary to know the temperature dependence of the hadronic threshold. A comparison of above mentioned approaches gives us additional information about the temperature dependence of the hadronic threshold. The decay constants of ρ and σ mesons are calculated and our investigations show that the above mentioned methods give us the same results.

Then, we investigate the temperature dependence of masses and leptonic decay constants of pseudoscalar heavy quarkonia. We take into account the additional operators in the Wilson expansion at finite temperature and calculate thermal spectral density in the QCD side. Analysis of the obtained thermal QCD sum rules shows that at critical temperature, the decay constant decreases approximately %7 for B_c , %12 for η_c and %2 for η_b . The results at zero temperature are in good consistency with the existing experimental values as well as predictions of the other nonperturbative approaches.

Keywords: Heavy-heavy Mesons, Light Mesons, QCD Sum Rules, Leptonic Decay Constant, Operator Product Expansion (OPE).

GİRİŞ

Yapılan son rölativistik ağır iyon çarpıştırma deneyleriyle birlikte hadronik maddenin özelliklerine olan ilgide artış olmuştur. Bu deneylere bağlı olarak iki teorik bakış önemlidir. Bunlar mevcut ağır iyon datalarını anlamak için çarpışma proseslerinin dikkatli analizi ve sonlu sıcaklık ve yoğunlukta teorik araştırmalardır.

Deneylelerden hadronların temel parametrelerini belirleye bilmek için, uzak mesafe fiziği hakkında birtakım bilgiler gerekir. Bilindiği gibi uzak mesafe fiziği temel Kuatum Renk Dinamiği (KRD) lagranjından direk olarak hesaplanamaz çünkü uzak mesafelerde pertürbasyon teorisi uygulanamaz. Bu sonuç güvenli bir pertürbatif olmayan yaklaşım gerektirir. Shifman, Vainshtein ve Zakharov tarafından formülasyonu yapılan KRD toplam kuralı bu pertürbatif olmayan metotlardan biridir. KRD toplam kurallarının hadron fiziği ve pertürbatif olmayan KRD etkileşmeleri çalışmaları için iyi bir araç olduğuna inanılmaktadır. KRD toplam kuralları metodu KRD vakumunun fiziksel yapısı, Operatör Çarpım Açılımı (OPE) ve Kuark-Hadron Duality gibi teorik kavramları temel almaktadır. Birinci kavram olan fiziksel KRD vakumu pertürbatif KRD vakumundan farklıdır. Fiziksel KRD vakumunun özelliği kondensatlar ile tanımlanabilmesidir. Örnek olarak fiziksel vakum üzerinden yerel ayar invariant olmayan operatörlerin yok olmayan genlikleri verilebilir.

Pertürbatif KRD hesapları hadronik eşiklerden uzaklarda uygulanabilir, fakat modifikasyonlar gerektirir: pertürbatif olmayan katkılar genel pertürbatif ifadeler için üst düzeltmeleri olarak görülen kondensatlar ile verilirler. Pertürbatif teorinin bu modifikasyonları Operatör Çarpım Açılımı ile elde edilebilir. KRD toplam kuralları metodunda en önemli adım fiziksel vakum üzerinden kuark korelatör akımlarını yazmaktır. Bu korelatör için spektral gösterimler, kondensatları içeren modifiye edilmiş KRD teorisi ve hadron saturation kullanılarak elde edilebilir.

Bu metot sonlu sıcaklıklara genişletilebilir. Termal KRD toplam kuralları ile ilgili ilk orjinal çalışma Bochkarev ve Shaposhnikov tarafından ele alınmıştır. Onlar ortamın etkilerini hesaba katmak için spektral gösterimde sürekli durumların öneminin

farkına varmışlardır. Bu toplam kurallarının temelinde rezonans parametrelerinin sıcaklığa bağlılığını ve faz geçişinin varlığını tartışmışlardır. Bundan dolayı, sonlu sıcaklıkta Wilson açılımında ilave operatörler ortaya çıkar. Aslında özellikle düşük sıcaklıkta doğrulanamayan yeni operatör katkılarını hesaplamışlardır. Termal durgun çerçevenin seçimiyle sonlu sıcaklıkta Lorentz invaryantlık kırıldığından dolayı ilave operatörler ortaya çıkar. Rezidual O3 invaryant doğal olarak ilave operatörler getirir. Bu yeni Lorentz non-invariant Operatörlerin termal ortalamasının beklenen davranışı eski Lorentz invariantların zıttıdır. Eski Lorentz invariant Operatörlerin değeri sıfır sıcaklıkta sıfırdan farklı iken sıcaklığın değeri arttıkça azalır, yeni Operatörlerin değeri ise sıfır sıcaklıkta sıfırdır fakat sıcaklık arttıkça büyüklüğü hızla artar.

Bu doktora tezinde, hafif ve ağır mezonların doğasını anlamak için teorik çalışmalar yapılmıştır. Bölüm 1’ de KRD’ nin genel özelliklerinden, Bölüm 2’ de kuark-glüon maddesinin termodinamik özelliklerinden, Bölüm 3’de KRD toplam kuralları metodunun genel özelliklerinden bahsedilmiştir. Bölüm 4’ te termal KRD toplam kuralları çerçevesinde hafif skaler σ mezonu ve hafif vektör ρ mezonunun kütle ve leptonik bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlı olarak değişimleri ele alınmıştır. Reel zaman formalizmi çerçevesinde iki kuarkın kütesinin farklı olduğu durumda (pseudo) skaler ve vektör akımlar için termal spektral yoğunlukları hesaplanmıştır. Sonlu sıcaklıkta kuark propagatörü kullanılarak bahsedilen akımlar için spektral yoğunlukların yok etme ve saçılma kısımları hesaplanmıştır. Hesaplamalar termal katkıların çok önemli olduğunu göstermektedir. Ayrıca sıfır sıcaklık limitinde elde ettiğimiz sonuçların vakumda elde edilen sonuçlar ile uyumlu olduğu görülmüştür. Bölüm 5’ de, sonlu sıcaklıkta ortaya çıkan ilave operatörleri hesaba katarak pseudoskaler B_c , η_c ve η_b mezonlarının kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılıkları incelenmiştir. Spektral yoğunluğun yok etme ve saçılma kısımları pertürbasyon teorisi ile hesaplanmıştır. Sonlu sıcaklıkta ortaya çıkan ilave operatörler ve spektral yoğunluk için pertürbatif iki-ilmek α_s düzeltmeleri gözönüne alınarak termal KRD toplam kuralları elde edilmiştir.

1. GENEL BİLGİLER

Yüksek enerji fizikçileri uzun yıllardır doğadaki maddelerin en küçük yapıtaşlarının neler olduğunu ve parçacıkların aralarında nasıl etkileştikleri sorularının cevabını aramaktadırlar. Standart Model, bu sorulara cevap arayan ve deneylerle uyumlu öngörülerde bulunan oldukça başarılı bir teoridir. Standart Modele göre, maddenin temel yapıtaşları kuarklar ve leptonlar olmak üzere iki sınıfa ayrılır. Kuarklar ve leptonlar yarım tam sayı spinli parçacıklar olup Fermi-Dirac istatistiğine uyar. Bu parçacıklar arasındaki etkileşmeleri gerçekleştiren ayar parçacıkları ise tam sayı spinli parçacıklar olup Bose-Einstein istatistiğine uyar. Kuarkların ve leptonların temel özellikleri Tablo 1.1

Tablo 1.1. Kuarkların temel özellikleri

Kuark	Sembolü	Kütlesi (MeV)	Elektrik Yüğü
yukarı	u	~ 3	$+ 2/3$
aşağı	d	~ 5	$- 1/3$
acayıp	s	~ 100	$- 1/3$
tılsımlı	c	~ 1200	$+ 2/3$
alt	b	~ 4500	$- 1/3$
üst	t	~ 178.000	$+ 2/3$

ve Tablo 1.2' de verilmiştir.

Tablo 1.2. Leptonların temel özellikleri

Lepton	Sembolü	Kütlesi (MeV)	Elektrik Yükü	Katıldığı Etkileşmeler
elektron	(e)	0.511	-1	zayıf, elektromanyetik
elektron nötrinosu	(ν_e)	<0.000003	0	zayıf
müon	(μ)	105.6	-1	zayıf, elektromanyetik
müon nötrinosu	(ν_μ)	<0.19	0	zayıf
tau	(τ)	1777	-1	zayıf, elektromanyetik
Tau nötrinosu	(ν_τ)	<18.2	0	zayıf

Parçacıklar birbiriyle güçlü etkileşme, elektromanyetik etkileşme, zayıf etkileşme ve kütle çekim etkileşmesi olmak üzere dört temel kuvvet aracılığıyla etkileşirler. Kütle çekim etkileşmesine aracılık eden ara bozon graviton, zayıf kuvvete W^\pm ve Z^0 vektör bozonları, elektromanyetik kuvvete elektrik yüklü parçacıklar arasındaki etkileşmeyi sağlayan fotonlar, ve güçlü kuvvete renkli parçacıklar arasında değiş-tokuş edilen glüonlar aracılık eder. Temel parçacıklar arasındaki etkileşmeler ve aracılık eden bozonların özellikleri Tablo1.3’ de verilmiştir.

Zayıf etkileşme kuarkların ve leptonların çeşni değişiminden sorumludur. Cabbibo-Kobayashi-Maskawa (CKM) matrisi 1973’ de zayıf yüklü akımlar için kuark etkileşmelerini açıklamak için tanımlanmıştır. Güçlü ve elektromanyetik etkileşmelerde P parite, C yük-eşleniği ve T zaman tersinmezliği korunur. Paritenin korunumu, uzay koordinatları altında $\vec{x} \rightarrow -\vec{x}$ şeklinde dönüşümünde olayların invaryant kalmasıdır. Zaman tersinmezliği zaman koordinatlarının $t \rightarrow -t$ şeklinde dönüştüğü bir simetridir. Zayıf etkileşmenin ayırteci özelliği parite, yük-eşleniği ve yük-parite (CP) simetrilerinin korunmamasıdır.

Tablo 1.3. Temel etkileşmelerin özellikleri

Etkileşme	Aracı Parçacık	Menzili	Göreceli Şiddeti	Kütlesi (GeV)	Yükü	Spini
kütle çekim	graviton	sonsuz	$\sim 10^{-40}$	0	0	2
zayıf	W^+	$\sim 10^{-6}$	$\sim 10^{-6}$	80.4	1	1
	W^-			80.4	-1	1
	Z^0			91.2	0	1
elektromanyetik	foton	sonsuz	$\sim 10^{-2}$	0	0	1
güçlü	glüonlar	$\sim 10^{-13}$	1	0	0	1

Elektromanyetik ve zayıf kuvvet, elektrozayıf etkileşme çatısı altında birleştirilmiştir. Teorik fizikçilerin amacı bütün etkileşmeleri Büyük Birleşme Teorisi (GUT) adı altında birleştirmektir. Bu hedef doğrultusunda büyük ilerleme kaydedilmesine rağmen Genel Görelilik tarafından tanımlanan kütle çekim etkileşmesi problem çıkarmaktadır.

Elektronların ve fotonların kuantum teorisi Kuantum Elektrodinamiği (KED)' dir. KED Abelyen $U(1)$ grubunu temel alır ve Lagranj yoğunluğu

$$L = \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \bar{\Psi}_e \gamma_\mu (\partial_\mu + ieA_\mu) \Psi_e - m_e \bar{\Psi}_e \Psi_e \quad (1.1)$$

ile verilir. İlk terim ϕ skaler Coulomb potansiyeli ve A vektör potansiyel olmak üzere $A^\mu \equiv (\phi, A)$ dört boyutlu potansiyel ile tanımlanan elektromanyetik alanı tanımlar. Elektromanyetik alan tensörü $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ ile verilir. Son terimde m_e elektronun durgun kütlesi ve Ψ_e dört boyutlu Dirac spinörüdür. İkinci terimin ilk kısmı serbest elektronun kinetik enerjisini ve ikinci kısmı elektromanyetik alan ile elektronların etkileşmelerini gösterir.

Renk yükü aracılığıyla kuarklar ve glüonlar arasındaki güçlü etkileşmeyi tanımlayan teori Kuantum Renk Dinamiği olarak adlandırılır [1]. Güçlü etkileşmeye katılan parçacıklara hadronlar denir. Hadronlar, mezonlar ve baryonlar olmak üzere ikiye

ayrılır. Baryonlar birbirine glüonlar ile bağlı üç kuarktan oluşur. Örneğin, protonun (p) ve nötronun (n) kuark içerikleri sırasıyla uud ve udd şeklindedir. Antibaryonlar ise üç antikuarktan oluşur. Örneğin, antiprotonun (\bar{p}) ve antinötronun (\bar{n}) kuark içerikleri sırasıyla $\bar{u}\bar{u}\bar{d}$ ve $\bar{u}\bar{d}\bar{d}$ şeklindedir.

Mezonlar bir kuark ve bir antikuarktan oluşur. Örneğin, π^+, π^-, π^0 mezonlarının kuark içerikleri sırasıyla $u\bar{d}$, $\bar{u}d$ ve $(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$ şeklindedir. Bir s veya \bar{s} kuark ve hafif kuark içeren mezonlar acayıp mezonlar veya K mezonlar olarak adlandırılır. Bir c veya \bar{c} kuark ve hafif kuark içeren mezonlar tılsımlı mezonlar veya D mezonlar olarak adlandırılır. Bir b veya \bar{b} kuark ve hafif kuark içeren mezonlar acayıp mezonlar veya B mezonlar olarak adlandırılır.

Çeşnili mezon u ve d kuarklardan daha ağır kuark içeren fakat antikuarkı farklı çeşnili olan mezondur. Mezonun ismi iki kuarktan ağır olanı tarafından belirlenir. Çeşnisiz mezonlar çeşni kuantum sayıları sıfır olan mezondur. Çünkü bu mezonlar bir kuark ve aynı çeşnili antikuarktan veya böyle durumların süperpozisyonlarından oluşmaktadır. Bu mezonlar “kuarkonyum” durumları olarak adlandırılır.

Bir çeşnisiz mezonun ismi, S toplam spini ve L toplam orbital açısal momentumu ele alınarak belirlenir. $s = 1/2$ olan iki kuarktan oluşan bir mezonun toplam spini $S = 0$ (paralel spinler) veya $S = 1$ (antiparalel spinler) dir. L orbital kuantum sayısı bir kuarkın diğer kuark etrafında dönmesinden dolayı meydana gelir. Genellikle büyük kütleler daha büyük orbital açısal momentuma sahiptir. L ve S kuantum sayıları mezonların P paritesini $P = (-1)^{L+1}$ ve C yük eşlenik paritesini $C = (-1)^{L+S}$ olarak belirler.

Ayrıca, J toplam açısal momentum kuantum sayısı L ve S kuantum sayıları cinsinden ifade edilebilir ve $|L-S|$ ’ den $|L+S|$ ’ ye değer alır. $^{2S+1}L_J$ ve J^{PC} sembolleri yardımıyla mezonlar Tablo 1.4’ de gruplandırılmıştır.

Tablo 1.4. Mezon çeşitleri ve özellikleri

Spin (S)	Açısal Momentum (L)	Parite $P = (-1)^{L+1}$	Toplam Açısal Momentum ($J = L + S$)	J^P	Mezon Tipi
0	0	-	0	0^-	Pseudoskaler Mezon
	1	+	1	1^+	Pseudovektör Mezon
1	0	-	1	1^-	Vektör Mezon
	1	+	0	0^+	Skaler Mezon
			2	2^+	Tensör Mezon

Her bir kuark kırmızı, yeşil ve mavi renk yüküne sahiptir. Renk kuantum sayısı, hadronların üç özdeş kuarktan oluşmasının nedenini açıklar. Ω^- parçacığı (sss) üç acayip kuarktan oluşur. Pauli Dışarlama İlkesine göre; aynı parçacık içerisinde özdeş kuantum sayısına sahip iki veya daha fazla kuark bulunamaz. Bu nedenle kuarkların çeşni kuantum sayısına ilaveten renk kuantum sayısı dahil edilmiştir. KRD' ye göre gözlenen tüm parçacıkların renk yükü sıfırdır.

KRD, renkli parçacıklar arasındaki etkileşmeleri $SU(3)_C$ simetri grubunu temel olarak Abelyan olmayan ayar alan teorisi ile tanımlar ve Lagranj yoğunluğu

$$L = \bar{\Psi}_j (i\gamma_\mu D_{jk}^\mu - m_{jk}) \Psi_k - \frac{1}{4} F_a^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^a \quad (1.2)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada γ_μ Dirac matrislerini, Ψ ve $\bar{\Psi}$ sırasıyla kuark ve antikuark alanlarını, $F_{\mu\nu}^a$ glüon alanı antisimetrik şiddet tensörünü, D_{jk}^μ kovaryant türevi, m_{jk} kuark kütle matrisini, a, j ve k indisleri rengi temsil eder. Kovaryant türev, G_a^μ glüon alanları, T_a ' lar $SU(3)$ grubu renk üreticileri ve g_s güçlü etkileşme sabiti ($\alpha_s = g_s^2/4\pi$) ifadelerinden yararlanılarak

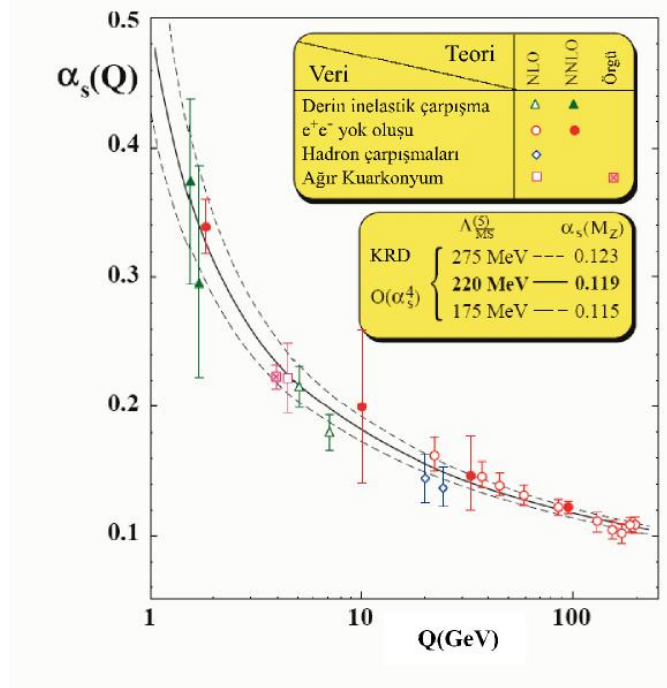
$$D_{jk}^\mu = \delta_{jk} \partial^\mu + ig_s (T_a)_{jk} G_a^\mu \quad (1.3)$$

şeklinde tanımlanır. Burada, glüon alanı şiddet tensörü $F_a^{\mu\nu}, G_a^\mu$ ' ler cinsinden

$$F_a^\mu = \partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu - g_s f_{abc} G_b^\mu G_c^\nu \quad (1.4)$$

şeklinde yazılabilir. Burada f_{abc} ' ler SU(3) renk ayar grubunun yapı sabitleridir.

KRD' nin en önemli iki özelliği asimtotik özgürlük ve hapsolmadır [2,3]. İki renkli parçacık arasındaki güçlü kuvvet, iki nesne arasında bir elastik bant tarafından sağlanan kuvvete benzerdir. Elektromanyetik kuvvetten farklı olarak, güçlü kuvvet mesafe arttıkça artar. Mesafe ve güçlü kuvvet arasındaki ilişki Şekil 1.1' de gösterilmiştir.



Şekil 1.1. KRD' de kayan güçlü kuplaj sabiti [3]

Şekil 1.1' den görüldüğü gibi yüksek enerjili etkileşmelerde çok küçük mesafelerde α_s parametresiyle orantılı olan kuvvetin şiddeti çok küçük bir değer alır. Bu özellik 'asimtotik özgürlük' olarak bilinir. Bu durumda kuarklar ve glüonlar serbest parçacık gibi davranır ve pertürbatif hesaplamalar yapılabilir. Ancak, etkileşme olasılığının etkileşme sabitinin kuvvetleri şeklinde seriye açılarak bulunması tekniğine dayanan pertürbasyon teorisini, düşük enerjilerde uygulamak mümkün değildir.

Pertürbasyon yöntemine göre sonlu sıcaklıklarda T sıcaklık olmak üzere etkileşme sabitinin ifadesi

$$g^2(T) = \frac{4\pi}{\left(b_1 \ln \frac{T^2}{\Lambda^2} + \frac{b_2}{b_1} \ln \frac{T^2}{\Lambda^2} \right)} \quad (1.5)$$

eşitliği ile ifade edildiğinden yüksek sıcaklıklarda pertürbasyon teorisi güvenilir bir şekilde uygulanabilir. Burada

$$b_1 = (1/12\pi)(11N_c - 2N_f), \quad b_2 = (1/3)(4\pi)^{-2}(34N_c^2 - 13N_cN_f + 3N_f/N_c), \quad (1.6)$$

Λ KRD ölçek parametresi, N_c kuark renk sayısı ve N_f çeşni sayısıdır. Uzun mesafelerde, Şekil 1.1' den görüldüğü gibi kuvvetin şiddeti büyür. Kuarkların, hadronların içinde hapis olduğu bu durum “hapsolma” olarak bilinir. Uzun mesafeler (veya küçük momentumlar) de kuark-glüon etkileşmeleri kuvvetli olur ve bu nedenle pertürbatif olmayan etkiler baskındır. Böylece pertürbasyon teorisi ile güvenli hesaplar yapılamadığından pertürbatif olmayan bir yaklaşım gerekir. Örgü Teorisi, Torba Modeli, Efektif Lagrange Yöntemi, Potansiyel Model, Fenomenolojik Kuark Modeli ve KRD Toplam Kuralları Yöntemi bu yöntemlerden bazılarıdır [4,5].

Shifman, Vainshtein ve Zakharov tarafından geliştirilen KRD toplam kuralı hadronların kütlelerini, bozunum sabitlerini, manyetik momentlerini etkileşme sabitlerini bulmamamızı sağlayan çok kullanışlı bir yöntemdir [6]. Bu yöntem pertürbatif olmayan yaklaşımda çeşitli hadronik özelliklerin vakum kondensatları ile ifade edilmesini sağlar. KRD toplam kuralları korelasyon fonksiyonunun KRD ve fenomenolojik gösterimleri eşitlenerek elde edilir ve bu metot KRD vakum yapısı ve hadron özellikleri arasında bir bağlantı kurar. Son otuz yıldır KRD toplam kuralı tekniği başarıyla uygulanmaktadır ve birçok hadronun özellikleri hakkında bilgi vermektedir [7,8,9].

Pertürbatif KRD hesapları hadronik eşik aşıldığında da uygulanabilir, fakat değişimler gerektirir: pertürbatif olmayan katkılar genel pertürbatif ifadeler için üst düzeltmeleri olarak görülen kondensatlar ile verilirler. Pertürbatif teorisinin bu modifikasyonları Operatör Çarpım Açılımı ile elde edilebilir [10]. KRD toplam kuralları metodunda en önemli adım fiziksel vakum üzerinden kuark korelasyon akımlarını yazmaktır. Bu korelasyon için spektral gösterimler, kondensatları içeren modifiye edilmiş KRD teorisi ve hadron saturasyonu kullanılarak elde edilebilir.

Pertürbatif olmayan KRD bölgesinde, KRD toplam kuralları geniş bir uygulama alanına sahiptir. Son otuz yılda, KRD toplam kuralları hadron fiziğinin birçok problemine uygulanmıştır. Bu uygulamalardan bazıları: Hafif (u, d, s) ve ağır (c, b) kuark kütlelerinin tayin edilmesi, baryonların, hafif ve ağır mezonların bozunum sabitleri ve kütlelerinin tayin edilmesi, mezonların ve baryonların form faktörlerinin tayin edilmesi, valans kuark dağılımları ve nükleonların spin yapı fonksiyonlarının tayin edilmesi; fotonun, ρ mezonnun ve pionun yapı fonksiyonlarının tayin edilmesi, $K^0 - \bar{K}^0$, $B_d - \bar{B}_d$, $B_s - \bar{B}_s$ karışımlarının tanımlanması için uygun hadronik matris elemanlarının tayin edilmesi; baryonların ve mezonların magnetik momentleri ve güçlü etkileşimlerinin tayin edilmesi; Kiral pertürbasyon teorisi (χ PT), Efektif ağır kuark teori (EHQT), Rölativistik olmayan KRD gibi efektif teorilerin parametrelerinin hesaplanması; $q\bar{q}$ olmayan hadronların (glüno, hibritler) özellikleri ve spektroskopilerinin tayin edilmesi, nükleer maddede hadronların, yüksek sıcaklık ve yoğunlukta hadronik maddenin özelliklerinin tayin edilmesidir [4,5].

KRD toplam kuralı metodu sonlu sıcaklıklara genişletilebilir. Termal KRD toplam kuralları ile ilgili ilk orijinal çalışma Bochkarev ve Shaposhnikov tarafından yapılmıştır [11]. Sonlu sıcaklıklarda toplam kuralı birkaç yeni özelliğe sahiptir. Onlardan biri ortamda parçacıkların akımlar ile etkileşmesidir. Bu etki hadron spektral fonksiyonunun yeniden tanımlanmasını gerektirir. Diğer yenilik referans çerçevesinin seçimi ile Lorentz invaryantlığının kırılmasıdır. Rezidual $O(3)$ simetrisinden dolayı sonlu sıcaklıkla sıfır sıcaklık durumları karşılaştırıldığında operatör çarpım açılımı sonlu sıcaklık durumunda aynı boyutlu daha çok operatör

içerir. Her iki zorluğu hesaba katarak, iki vektör akımın termal korelatörü için OPE ve vektör mezonlar için termal KRD toplam kuralı ile ilgili incelemeler sırasıyla [12] ve [13] çalışmalarında ele alınmıştır. Ayrıca mezon parametrelerinin nükleer ortamda modifikasyonları da literatürde ele alınmaktadır [14]. Bu olayların incelenmesi pertürbatif olmayan yöntemlerin kullanılmasını gerektirir. Bu konu ile ilgili en etkin yöntemlerden biri Termal KRD toplam kuralları yöntemidir. Şimdiye kadar Termal KRD toplam kuralları ile ilgili çok sayıda çalışma [15-26] olmasına rağmen, Operatör Çarpım Açılımı'nın sonlu sıcaklık ve yoğunluklarda uygulamasındaki birtakım zorluklar hala ortadan kaldırılamamıştır.

Sonlu sıcaklıkta hadronik parametrelerin incelenmesi ağır iyon çarpışma sonuçlarının yorumlanabilmesi ve Termal KRD'nin teorik ve fenomenolojik olarak anlaşılması için çok önemlidir. Bu doktora tezinde termal KRD toplam kuralları yöntemi kullanılarak hafif ve ağır mezonların ortamda özellikleri incelenmiştir.

Bölüm 4' de Termal KRD Toplam Kuralları çerçevesinde hafif skaler σ mezonu ve hafif vektör ρ mezonunun kütle ve leptonik bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlı olarak değişimleri ele alınmıştır [27,28]. Hafif mezonlar ağır iyon çarpışmalarında en çok üretilen parçacıklardır. Buna rağmen hafif skaler mezonların doğası hala açıklanamayan bir problemdir ve üzerinde en çok durulan teorik [29] ve deneysel [30] araştırmaların konusudur. Yüksek sıcaklıkta kiral simetrilerin restorasyonu ve kuark ve glüonların serbest hale geçmeleri beklenir. Bundan dolayı sonlu sıcaklıkta skaler mezonlarla ilgili çalışmalar özellikle dikkat çekmektedir. Çünkü bu mezonların kütlesi kiral simetrinin kırılması ile ilgilidir. Bu mezonların fiziksel parametrelerinin sıcaklığa bağlılığı ile ilgili çalışmalar simetri restorasyonunun ipuçlarını verir. Kiral simetrinin kırınımının restorasyonu hadronların kuark-glüon plazmaya faz geçişi ile ilgilidir. Bu bölümde, reel zaman formalizmi çerçevesinde iki kuarkın kütlesinin farklı olduğu durumda (pseudo) skaler ve vektör akımlar için termal spektral yoğunlukları hesaplanmıştır. Bu spektral yoğunluklar, hadronların ortamdaki özelliklerini fenomenolojik olarak incelemek için gereklidir. Sonlu sıcaklıkta kuark propagatörü kullanılarak ve yukarıda bahsedilen akımlar için spektral yoğunlukların yok etme ve saçılma kısımları hesaplanmıştır. Hesaplamalar termal katkıların çok önemli olduğunu göstermektedir. Ayrıca $T \rightarrow 0$ limitinde elde

ettiğimiz sonuçların vakumda elde edilen sonuçlar ile uyumlu olduğu görülmüştür [13, 21, 22, 23, 31]. Korelasyon fonksiyonunun fenomenolojik kısmı kuark-hadron ikilemi yöntemi ya da iki-pion sürekli katkıları kullanılarak hesaplanabilir. Kuark-hadron ikilemi yaklaşımında, fenomenolojik kısımda bir serbest parametre (hadronik eşik) ortaya çıkar ve hadronik eşğin sıcaklığa bağlılığını bilmek gerekir. Yukarıda bahsedilen yaklaşımların karşılaştırılması bize hadronik eşğin sıcaklığa bağlılığı hakkında ek bilgiler verir. Termal spektral yoğunluk ve sonlu sıcaklıkta ortaya çıkan ilave operatörler dikkate alınarak termal KRD toplam kuralları iyileştirilebilir. ρ ve σ mezonların bozunum sabitleri hesaplanmış ve araştırmalarımızdan yukarıda bahsedilen metotların aynı sonuçları verdiği görülmüştür [32, 33].

Bölüm 5' de sonlu sıcaklıkta ortaya çıkan ilave operatörleri hesaba katarak pseudoskaler B_c , η_c ve η_b mezonlarının kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılıkları incelenmiştir [22, 34, 35].

Ağır kuarkonyumlar arasında c ve b kuarklarından oluşan $(\bar{b}c)$ sistemi önemli bir yer tutar. $(c\bar{c})$ ve $(b\bar{b})$ sistemlerinin aksine; bazı spesifik üretimleri, bozunum mekanizmaları ve spektroskopik özelliklere sahip ve ağır kuarkonyum ailesinden olan B_c -mezonları $(\bar{b}c)$ deneysel ve teorik çalışmaların ilgili odağı olmaya devam etmektedir. B_c iki ağır çeşnili kuarktan oluşan pseudoskaler mezondur [22, 34, 36, 37]. Bu mezon 1998 yılında Fermi laboratuvarında CDF detektöründe 1.8TeV pp çarpışmalarında $B_c \rightarrow J/\Psi l^\pm \nu$ bozunumunda keşfedilmiştir [38]. B_c mezon, bozunum kanalları çalışmaları için iyi bir örnektir. B_c mezon bozunum kanalları; b kuarkın c kuarka bozunumu ve zayıf yok olma kanallarından oluşur. İki ağır kuark içerdiğinden dolayı, diğer B mezonlar ile kıyaslandığında B_c bozunum kanalları daha zengindir. Bu nedenle bu mezonların teorik ve deneysel olarak incelenmesi önemlidir. B_c bozunum kanalları CKM matrisinin V_{cb} elemanın belirlenmesini ve standart modelin ötesinin anlaşılmasını sağlar. Teorik olarak hesaplanan kütle, üretim oranı ve yaşam süresi deneysel veriler ile uyumludur. Bu

mekanizmalar ve özellikleri üzerinde yapılan çalışmalar KRD dinamiklerinin ve elektrozayıf teorinin parametrelerinin anlaşılmasını sağlar.

B mezonlar \bar{b} veya b kuark içeren pseudoskaler mezonlardır. B mezonlar yüklü veya nötr olabilirler. $B^+ = u\bar{b}$, $B^0 = d\bar{b}$, $B_s^0 = s\bar{b}$ ve $B_c^+ = c\bar{b}$ mezonlarının kütle ve yaşam-süreleri Tablo 1.5’ de verilmiştir.

Tablo 1.5. B-mezonlarının kütleleri ve yaşam-süreleri (PDG)

B mezon	Kütle [MeV/c^2]	Yaşam-Süresi τ_B [ps]	J^{PC}
B^+	5279.0 ± 0.5	1.638 ± 0.011	0^-
B^0	5279.4 ± 0.5	1.530 ± 0.009	0^-
B_s^0	5367.5 ± 1.8	1.466 ± 0.059	0^-
B_c^+	5279.0 ± 0.5	$0.46^{+0.18}_{-0.16}$	0^-

Λ_{KRD} kuark hapsolme ölçeği ve m_Q ağır kuark kütlesi olmak üzere Λ_{KRD}/m_Q oranının küçük olması ağır kuark etkileşmelerinde KRD dinamiklerinin çalışılması için metotların geliştirilmesine izin verir. Fenomenolojik potansiyel modeli, KRD toplam kuralı ve tek bir ağır kuarktan oluşan hadronlar için başarıyla uygulanabilen Efektif ağır kuark teorisi (EHQT) bu metotlardan bazılarıdır. Ağır kuarkonyum ($\bar{b}c$) spektrumu, KRD rölativistik olmayan potansiyel modelin yanı sıra KRD toplam kuralları çerçevesinde de oldukça güvenilir bir şekilde hesaplanabilir.

($\bar{b}c$) iki ağır kuarktan oluşan bir sistem olduğundan, B_c -ailesinin spektroskopi çalışmaları, kuark modellerinin nicel özelliklerinin ve ağır kuark fiziğinin diğer alanlarında da başarılı bir şekilde uygulanan KRD toplam kurallarının geliştirilmesine yardımcı olabilir. Ayrıca ($\bar{b}c$), çarmonyum ve bottonyumu ile ilgili yapılan detaylı deneysel çalışmalardan elde edilen fenomenolojik bilgilerin kullanılmasına olanak sağlaması açısından önemli bir sistemdir. Çünkü, ($\bar{b}c$) hem ağır kuarklar arasında ortalama mesafe değerleri hem de sistemin kütle düzeyleri bakımından çarmonyum ve bottonyumu durumları arasında bir yerdedir (çarmonyum durumuna göre daha ağır bottonyumu durumuna göre daha hafif).

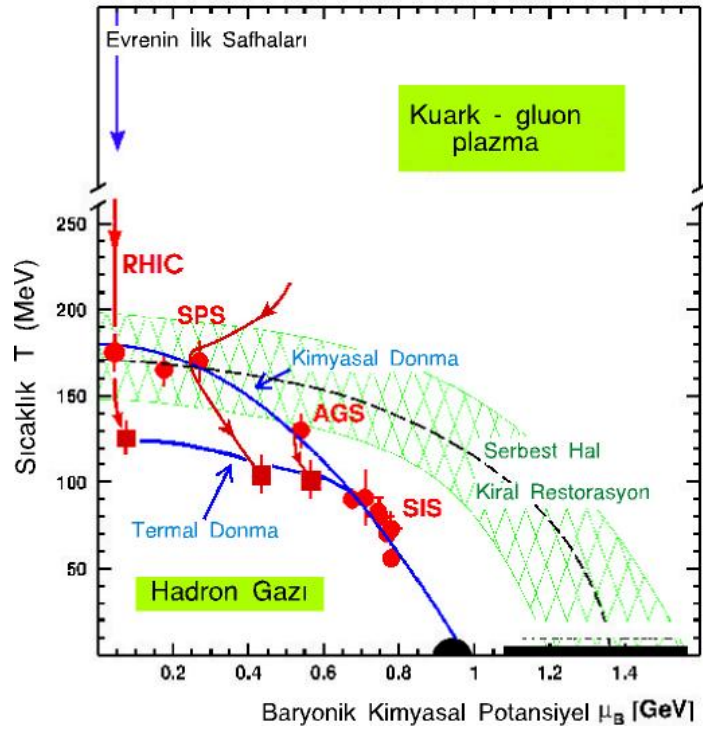
Diğer yüklü mezon durumları gibi B_c mezon ailesinin temel durumu olan pseudoskaler $B_c^+(0^-)$ mezon uzun-ömürlü bir parçacıktır ve B , D -mezonlarının ömürleriyle kıyaslanır bir ömre sahiptir. Bu özellik B_c 'yi η_c ve η_b ağır kuarkonyumlarından ayırt eder. Bu nedenle B_c mezon bozunumu çalışmaları ağır kuark fiziğinde önemli bir yere sahiptir. Son zamanlarda, önemli bir ilerlemede BABAR' da $\gamma(3S) \rightarrow \gamma\eta_b$ foton spektrumunda η_b gözlenmesidir [39]. Sıcak ortamda kuarkonium üretiminin bastırılması maddenin hapsolmesine önemli bir ipucudur [40]. Ağır iyon çarpışma deneylerinin yorumlanması sonlu sıcaklıkta hadron özelliklerinin araştırılmasını gerektirir. KRD toplam kuralları, ağır kuark taban durumlarının pertürbatif olmayan özelliklerini tanımlamak için kullanılan çok güçlü yöntemlerden biridir [41]. KRD toplam kuralları sonlu sıcaklıklara genişletilebilir ve hadronların termal özelliklerini incelemek için güvenle kullanılabilir bir metottur.

Bu çalışmada, spektral yoğunluğun yok etme ve saçılma kısımları pertürbasyon teorisi ile hesaplanmıştır. Sonlu sıcaklıkta ortaya çıkan ilave operatörler ve spektral yoğunluk için pertürbatif iki-ilkem α_s düzeltmeleri gözönüne alınarak termal KRD toplam kuralları elde edilmiştir. B_c , η_c ve η_b mezonlarının kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılıkları incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar kritik sıcaklıkta B_c , η_c ve η_b mezonlarının kütlelerinin sıfır sıcaklıktaki değerleriyle kıyaslandığında sırasıyla %7, %12, %2 azalırken, bozunum sabitlerinin vakumdaki değerlerinin yaklaşık %35' ne ulaştığını göstermektedir. Sıfır sıcakta sonuçlar, mevcut deneysel değerler ve diğer pertürbatif olmayan yaklaşımların sonuçlarıyla iyi bir uyum içindedir [22, 34, 35].

2. KUARK-GLÜON MADDESİNİN TERMODİNAMİK ÖZELLİKLERİ

2.1. Hadronlardan KGP Fazına Geçiş

KRD termodinamiğinin faz yapısı Şekil 2.1’ de özetlenmiştir. $(\mu-T)$ - düzlemi güçlü etkileşen maddenin faz geçişine göre üç kısma bölünmüştür. $T_c \approx 160MeV$ ve kimyasal potansiyel $\mu_c \approx 350MeV$ altındaki değerlerde KRD maddesi, μ ve T değerlerine bağlı olarak sıvı veya gaz formunda bulunabilir. Sıvı-gaz geçişi nükleer maddenin taban durumu $(\mu, T) = (308, 0)MeV$ ’de başlar ve kritik bitiş noktası $T \approx 10MeV$ ’ de son bulur. Bu sıcaklığın üzerinde seyreltilmiş gaz daha yoğun sıvı faza geçer. Sıcaklık ve kimyasal potansiyel T_c ve μ_c den daha büyük olduğunda kuarklar hapsolmaktan kurtulur ve serbest hale geçerler [42-45].



Şekil 2.1. Sıcaklık ve $\mu = \mu_B/3$ kuark kimyasal potansiyeli bağımsız değişkenleri cinsinden KRD’ nin şematik faz diyagramı [45]

KRD'nin serbest fazı iki ayrı kısımdan oluşur. Yüksek sıcaklıklarda madde kuarkların ve glüonların serbest olduğu Kuark-glüon Plazma (KGP) fazındadır. Düşük sıcaklıklarda ve büyük kimyasal potansiyellerde sistemin özellikleri tamamıyla farklıdır. Çünkü Fermi yüzeyinde iki kuark arasındaki çekici etkileşme baskındır. Elektromanyetik duruma benzer şekilde bu kuarklar Cooper çiftleri oluştururlar. Bu güçlü etkileşen maddenin renk süperiletken fazının temel durumudur.

Hadronik maddenin sıcaklığı, dolayısıyla enerji yoğunluğu gittikçe arttırıldığında, kuark ve glüonlar serbest hale geçerek, maddenin yeni hali olarak kabul edilen Kuark-glüon Plazma' yı oluştururlar. Hadron fazı ve KGP fazı arasında farklılıklar vardır. Normal maddede her kuark ya bir mezon formunda bir antikuarkla çiftlenir veya bir baryon formunda (proton ve nötron gibi) iki kuarkla birleşir. KGP fazında mezonlar ve baryonlar kimliklerini kaybederler. Normal maddede kuarklar hapis durumunda iken KGP'de fazında serbest haldedirler [46-49].

Plazma ortamında uzun menzilli Coulomb kuvveti etkindir [50]. KGP fazında kuarkların ve glüonların renk yükü perdelenir. KGP normal bir plazma ile benzerliklere sahip olduğu gibi, renk yükünün abelyen olmaması, elektrik yükünün ise abelyen olmasından kaynaklanan farklılıklara da sahiptir [43,51]. Bu farkın bir sonucu, KED' nin temel dayanağı olan pertürbatif hesaplamalar için renk yükünün çok büyük olmasıdır [52]. KGP'yi incelemede kullanılan en önemli teorilerden biri örgü ayar teorisidir. Hadron fazından kuark-glüon fazına geçişin sıcaklığı (yaklaşık 170MeV) ilk kez örgü ayar teorisi tarafından öngörülmüştür. Örgü ayar teorisi daha sonraları maddenin bu yeni halinin pek çok özellikleri hakkında öngörülerde bulunmuştur [47, 53].

Termal KRD' ye göre, hadronlar belli bir kritik sıcaklığın üstünde bileşenlerine ayrılarak KGP' yi oluştururlar. Bu kritik sıcaklığın 150-250MeV [54-56] aralığında olduğu tahmin edilmektedir. Yüksek enerjide hadron-hadron, çekirdek-çekirdek ve hadron-çekirdek çarpışmalarıyla KGP incelenmektedir. Çalışmalar evrenimizin ilk evrimini, yaklaşık ilk birkaç mikro saniyesini anlamak için önemlidir. KGP oluşturulmaya ilk kez 1980' li yıllarda CERN' deki Proton-Siklotronu deneylerinde çalışılmış ve kısmen başarılı olunmuştur. CERN' de Büyük Hadron Çarpıştırıcısında

ALICE deneyleri ve Brookhaven Ulusal Laboratuvarında Rölativistik Ağır İyon Çarpıştırıcısında deneyler devam etmektedir.

Yüksek sıcaklıklarda kuark-glüon plazma incelemek üzere V hacminde, yüksek bir T sıcaklığında termal dengede bir kuark-glüon sistemi ele alınır. Basitleştirmek için kuarklar ve glüonların idealleştirildiği etkileşimsiz, kütsesiz ve net baryon sayısı sıfır olan durum incelenir. Sistemde kuarkların ve antikuarkların sayısı eşittir.

Gösterilebilir ki, ideal bir kuark-gluon plazmanın toplam basıncı

$$P = g_{\text{toplaml}} \frac{\pi^2}{90} T^4 \quad (2.1)$$

ifadesiyle verilir. Burada

$$g_{\text{toplaml}} = \left[g_g + \frac{7}{8} \times (g_q + g_{\bar{q}}) \right] \quad (2.2)$$

olup, g_g , g_q ve $g_{\bar{q}}$ sırasıyla glüonların, kuarkların ve antikuarkların dejenerelik sayısıdır. Eğer kuarklar ve gluonlar sonlu bir hacim içine hapis olmuşlar ise toplam basınç parçacıkların kuantum kinetik enerjilerinin ek katkılarını içerir. Burada kuark maddesinin hapsolmadığı geniş bir hacim durumu ve bu katkıların ihmal edildiği durum ele alınmıştır.

Her biri mümkün iki polarizasyona sahip 8 gluon için dejenerasyon sayısı

$$g_g = 8 \times 2 \quad (2.3)$$

olur. Kuarkların g_q dejenerasyon sayısı çeşni sayısına bağlıdır. Kritik sıcaklığı bulmak için çeşni sayısı iki olarak alınır. Dejenerasyon sayıları g_q ve $g_{\bar{q}}$

$$g_q = g_{\bar{q}} = N_c N_s N_f \quad (2.4)$$

şeklindedir. Burada $N_c = 3$ renk sayısı, $N_s = 2$ spin sayısı ve $N_f = 2$ veya 3 çeşni sayısıdır. Eşitlik (2.2)' ye göre serbestlik derecesinin toplam sayısı $g_{\text{toplaml}} = 37$ ' dir. Bir T sıcaklığında bir kuark-gluon plazmanın basıncı

$$P = 37 \frac{\pi^2}{90} T^4 \quad (2.5)$$

ve bir T sıcaklığında kuark-gluon maddesinin enerji yoğunluğu

$$\varepsilon = 37 \frac{\pi^2}{30} T^4 \quad (2.6)$$

dir. 200MeV sıcaklığında enerji yoğunluğu $2,54 \text{ GeV}/\text{fm}^3$ verir.

(2.5) eşitliğinden, kuark-gluon basıncında kritik sıcaklık

$$T_c = \left(\frac{90}{37\pi^2} \right)^{1/4} B^{1/4} \quad (2.7)$$

ile verilir. B torba basıncıdır, $B^{1/4} = 206 \text{ MeV}$ den $T_c \cong 144 \text{ MeV}$ elde edilir.

Eğer kuark maddesinin sıcaklığı kritik sıcaklıktan daha büyük bir sıcaklığa artırılırsa, torba içindeki kuark maddesi torba basıncından daha büyük bir basınca sahip olacaktır. Bu durumda kuark maddesi serbest hale geçecektir.

Kuark maddesinin serbest fazı genellikle “kuark-gluon plazma” olarak adlandırılır. Yani kuark maddesinin sıcaklığı çok yüksek ise bir kuark-gluon plazma oluşur.

Gelişmiş laboratuvarlarda kuark-gluon plazma oluşturulmaya çalışılır. Yüksek sıcaklıkta kuark-gluon plazmanın serbest hale geçmesi beklenmesine rağmen, kuark maddesi sadece bulunduğu hacim içerisinde serbesttir. P_0 ve ε_0 sırasıyla sınırlı bir kuark-gluon plazma basıncını ve enerji yoğunluğunu, P ve ε ise sırasıyla sürekli bir kuark-gluon plazma basıncını ve enerji yoğunluğunu temsil etmek üzere

$$P_0 = P - B = g \frac{\pi^2}{90} T^4 - B \quad (2.8a)$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon + B = g \frac{\pi^2}{30} T^4 + B \quad (2.8b)$$

şeklindedir.

Yüksek baryon yoğunluklu kuark-glüon plazmayı incelemek üzere çok yüksek baryon yoğunluklu kuarklardan oluşan bir torba içinde kuark maddesinin durumu ele alınır. Pauli dışarlama ilkesinden dolayı aynı kuantum sayılarına sahip birden fazla fermiyon bulunamaz. Kuarkların farklı kuantum sayısına sahip durumları işgal etme gerekliliği, kuarkların daha büyük momentuma sahip durumları işgal etmek zorunluluğunu ortaya çıkarır. Böylece kuark gazının dejenerasyonundan dolayı kuark gazı bir basınç kazanır ve bu basınç kuark yoğunluğu ile artar. Fakat, eğer torba içindeki kuark maddesinin yoğunluğu artar ise kuark gazının dejenerasyonundan kaynaklanan basıncın torba basıncını aştığı bir nokta oluşacaktır. Bu meydana geldiğinde torba basıncı torba' yı bir arada tutamayacaktır. Kuarkların serbest hale geçmesi mümkün olacaktır. Her kuark 1/3 baryon sayısı taşıdığından yüksek kuark yoğunluğu yüksek baryon yoğunluğuna tekabül eder. Sonuç olarak, net baryon içeriği sıfır olmayan kuark maddesinin yeni fazı büyük baryon yoğunlukları için mümkün olacaktır.

$T = 0$ 'da kritik baryon yoğunluğunu incelemek için rölativistik dejenere kuark gazından meydana gelen basıncı belirlenir. Basitleştirmek için, antikuarkların ve gluonların katkılarını ihmal edilir. Bir T hacminde dp momentum aralığı içinde p momentumlu durumların sayısı:

$$\frac{g_q V}{(2\pi)^3} 4\pi p^2 dp \quad (2.9)$$

ifadesiyle belirlenir. Her durum bir kuark tarafından işgal edildiğinden, kuarkların toplam sayısı

$$N_q = \frac{g_q V}{(2\pi)^3} \int_0^{\mu_q} 4\pi p^2 dp = \frac{g_q V}{6\pi^2} \mu_q^3 \quad (2.10)$$

dir. Kuark gazının sayı yoğunluğu

$$n_q = \frac{N_q}{V} = \frac{g_q}{6\pi^2} \mu_q^3 \quad (2.11)$$

ile verilir. Bir V hacminde kuark gazının enerjisi

$$E_q = \frac{g_q V}{(2\pi)^3} \int_0^{\mu_q} 4\pi p^3 dp = \frac{g_q V}{8\pi^2} \mu_q^4 \quad (2.12)$$

dir. Kuark gazının enerji yoğunluğu, böylece

$$\varepsilon_q = \frac{E_q}{V} = \frac{g_q}{8\pi^2} \mu_q^4 \quad (2.13)$$

dir. Enerji yoğunluğu ve basınç arasındaki ilişkiden

$$P_q = \frac{1}{3} \frac{E}{V} = \frac{g_q}{24\pi^2} \mu_q^4 \quad (2.14)$$

elde ederiz.

Dejenere olmuş kuark maddesinin basıncı torba basıncına eşit olduğu durumda, $P_q = B$, madde hal değiştirir. Bu durum

$$\mu_q = \left(\frac{24\pi^2}{g_q} B \right)^{1/4} \quad (2.15)$$

olmasına sebep olur. Buna karşılık gelen kritik kuark sayı yoğunluğu n_{qc}

$$n_q (\text{kuark} - \text{gluon plazma}) = \left(\frac{g_q}{24\pi^2} \right)^{1/4} B^{3/4} \quad (2.16a)$$

dır. Kritik baryon sayı yoğunluğu için

$$n_B (\text{kuark} - \text{gluon plazma}) = \frac{3}{4} \left(\frac{g_q}{24\pi^2} \right)^{1/4} B^{3/4} \quad (2.16b)$$

elde edilir.

Bazı sayısal değerler bir yüksek baryon yoğunluklu plazmanın doğasını sezgisel olarak anlamamıza yardımcı olur. Yalnızca u ve d valans kuarklara sahip sıkıştırılmış sıradan nükleer maddeden meydana gelmiş plazmada bir kuark maddesi için dejenerelik sayısı

$$g_q = (3 \text{ renk}) \times (2 \text{ spin}) \times (2 \text{ çeşni}) \quad (2.17)$$

dir. Bir torba basıncı için $B^{1/4} = 206 \text{ MeV}$ 'dir. $T = 0$ ' da yüksek baryon yoğunluğu içeren kuark-glüon plazmadan meydana gelmiş sıkıştırılmış hadron maddesinin kritik baryon sayı yoğunluğu $n_b(\text{kuark} - \text{glüon plazma}) = 0,72 / \text{fm}^3$ ve kuark Fermi momentumu μ_q ' ya tekabül eden değer $\mu_{u,d} = 434 \text{ MeV}$ olur.

Kuark-gluon plazma için bu değerler dengede normal nükleer madde için nükleon sayı yoğunluğu $n_B = 0,14 / \text{fm}^3$ ve 251 MeV ' lik bir nükleon Fermi momentumu ile karşılaştırılabilir. Böylece, kritik baryon yoğunluğu normal nükleer madde yoğunluğundan 5 kat daha büyük olduğu görülür.

2.2. Kuantum İstatistik Mekanik

Etrafı parçacıklar ile çevrili ve enerji değiş tokuşunun serbest olduğu bir sistemin en önemli denge özellikleri sistemin bütün kuantum durumlarının üzerinden toplam alınarak elde edilen yoğunluk matrisinin izi olarak tanımlanan bölüşüm fonksiyonu

$$Z(V, T, \{\mu_i\}) \equiv \text{Tr} \rho = \text{Tr} \exp \left[-\beta \left(H - \sum_i \mu_i N_i \right) \right] \quad (2.18)$$

hesaplanarak kolaylıkla elde edilebilir. Burada H Hamiltonyen, N_i korunumlu operatörlerin sayısı, μ_i kimyasal potansiyel ve $\beta \equiv 1/T$ dir. Z ' nin birinci mertebeden türevi alınarak, basınç, entropi ve farklı parçacık sayıları gibi nicelikler;

$$P = T \frac{\partial \ln Z}{\partial V} \quad (2.19)$$

$$S = \frac{\partial (T \ln Z)}{\partial T} \quad (2.20)$$

$$N_i = T \frac{\partial \ln Z}{\partial \mu_i} \quad (2.21)$$

temel bağıntılardan elde edilir ve iç enerji bunların lineer kombinasyonu olarak ifade edilebilir. Duyarlılık gibi tepki fonksiyonları,

$$X_{ijk\dots} \equiv \frac{\partial^n P}{\partial \mu_i \partial \mu_j \partial \mu_k \dots} \quad (2.22)$$

bölüşüm fonksiyonunun yüksek mertebeden türevleri alınarak direk olarak elde edilir ve

$$\langle A \rangle = \frac{1}{Z} \text{Tr}(\rho A) \quad (2.23)$$

formülünden farklı fiziksel niceliklerin termal ortalaması elde edilebilir. Etkileşimsiz sistemler gibi birkaç özel durum dışında, bölüşüm fonksiyonu yalnızca analitik olarak elde edilebilir. Alan teorilerinde Z için genel bir gösterim sıfır sıcaklıkta kuantum alan teorisinde geçiş genliğinin fonksiyonel integral formu kullanılarak elde edilebilir. Bölüşüm fonksiyonunun tanımında görülen iz, sistemin durumları üzerinden bir integral olarak,

$$Z = \int d\phi \left\langle \phi \left| \exp \left[-\beta \left(H - \sum_i \mu_i N_i \right) \right] \right| \phi \right\rangle \quad (2.24)$$

yazılabilir ve $-i\beta$ imajiner zaman üzerinden geçiş genliğinin integrali alınarak nötr skaler alan $\tau = it$ için

$$Z = \int D\phi \exp \left(- \int_0^\beta d\tau \int d^3x L \right) \quad (2.25)$$

ve yüklü bir Dirac alanı için

$$Z = \int D\bar{\Psi} D\Psi \exp \left[- \int_0^\beta d\tau \int d^3x (L - \mu \Psi^+ \Psi) \right] \quad (2.26)$$

şeklinde yazılabilir. Burada belirtildiği gibi, sınır koşulları bozon alanları için $[0, \beta]$ aralığında periyodiklik özelliğine fermiyon alanları için ise antiperiyodik özelliğine sahiptir.

$$\phi(\tau = 0) = \phi(\tau = \beta) \quad (2.27)$$

$$\Psi(\tau = 0) = -\Psi(\tau = \beta) \quad (2.28)$$

$$\bar{\Psi}(\tau = 0) = -\bar{\Psi}(\tau = \beta) \quad (2.29)$$

Bu eşitliklerden (2.28) ve (2.29) integral değişkeni olan fermiyon alanlarının Grassmann yapısından elde edilebilir. Ψ^+ , $\bar{\Psi}$ ' nün bir fonksiyonu olarak

$$\Psi^+ \equiv \bar{\Psi} \gamma_0 \quad (2.30)$$

ele alınır ve fonksiyonel integralin bütün önemsiz normalizasyon faktörleri bastırılır.

Bu çalışmada termal alan teorilerinin reel zaman formülasyonunu kullanacağız. Termal alan teorilerinin diğer formülasyonlarından birisi imajiner zaman formülasyonudur. Özellikle denge durumunda bulunan sistemleri incelemek için daha avantajlıdır. Öklit uzayında tanımlanan imajiner zaman formülasyonuna geçiş için

$$x^\mu x_\mu \equiv x_0^2 - x_i^2 \rightarrow -x_0^2 - x_i^2 \equiv -x_\mu x_\mu \quad (2.31)$$

ve

$$\gamma_i \rightarrow -i\gamma_i \quad (2.32)$$

değişikliklerini yapmamız gerekir. τ zaman değişkeni bundan sonra x_0 ile gösterilecektir.

Etkileşen alan teorilerinde görülen fonksiyonel integrallerin analitik olarak elde edilmesinin mümkün olmadığı bilinir. Nümerik yaklaşımın dışında, verilen Lagranjiyen için (2.25) ve (2.26) eşitliklerindeki integralleri hesaplayabilmemiz için gerekli metot pertürbatif yaklaşımdır.

2.3. KRD Bölüşüm Fonksiyonunun Yapısı

Kuak kütlelerini ihmal edersek KRD Lagranjiyen yoğunluğu,

$$L_{KRD} = \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a + \bar{\Psi} \mathcal{D}\Psi \quad (2.33)$$

tanımlanır. Burada alan şiddet tensörü ve kovaryant (fermiyonik) türev

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (2.34)$$

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - ig A_\mu \equiv \partial_\mu - ig A_\mu^a T^a \quad (2.35)$$

olarak ifade edilir ve genellikle

$$D \equiv \gamma_\mu D_\mu \quad (2.36)$$

tanımını kullanacağız.

Burada T^a , lar $a = 1, \dots, N^2 - 1$ olmak üzere, $SU(N)$ grubunun jeneratörleri ve renk uzayında $N \times N$ şeklinde matrislerdir. T^a , lar f^{abc} ve d^{abc} antisimetrik ve simetrik yapı sabitleri olmak üzere

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c \quad (2.37)$$

$$\{T^a, T^b\} = i d^{abc} T^c \quad (2.38)$$

bağıntılarıyla tanımlanırlar ve antisimetrik katsayılar ayar grubunun ek gösteriminin jeneratörleri gibi davranırlar:

$$(\tau^a)^{bc} \equiv i f^{abc} \quad (2.39)$$

$$[\tau^a, \tau^b] \equiv i f^{abc} \tau^c \quad (2.40)$$

KRD etkisinin (action) aşağıdaki yerel ayar dönüşümleri altında invaryant kaldığı

$$A_\mu \equiv A_\mu^a T^a \rightarrow \Omega^{-1} A_\mu \Omega + \frac{i}{g} (\partial_\mu \Omega^{-1}) \Omega \quad (2.41)$$

ve

$$\Psi \rightarrow \Omega \Psi \quad (2.42)$$

eşitliklerinden açıkça görülebilir. Burada Ω

$$\Omega = \exp(igT^a \alpha^a) \quad (2.43)$$

ifade edilen dönüşüm matrisidir ve $\alpha^a(x)$ ' ler keyfi fonksiyondur. Bu durum teorinin bölüşüm fonksiyonu hesaplanmak istendiğinde bir probleme sebep olur. Aynı fiziksel duruma karşılık gelen serbestlik derecelerini bir kez hesaba katmak için alanlar üzerine uygun bir ayar koşulu konur. Hesaplamalara Z bölüşüm fonksiyonunun tanımı ile başlanır:

$$Z_{KRD} = Tr \exp \left[-\beta \left(H - \sum_f \mu_f N_f \right) \right] \quad (2.44)$$

Burada toplam tüm ilgili kuark çeşnileri üzerinden alınır. $A_0 = 0$ (temporal) ayarda çalışmak göreli olarak basit bir cebiri olduğu için uygun bir seçimdir. Fakat ayarın tamamen sabit olmaması dezavantajdır. Şimdi KRD Lagranjyeni,

$$L_{temp} = \int d^3x \left\{ \frac{1}{2} A_i^a A_i^a + \frac{1}{4} F_{ij}^a F_{ij}^a + \bar{\Psi} \gamma_i D_i \Psi + \Psi^+ \partial_0 \Psi \right\} \quad (2.45)$$

olarak yazabiliriz ve A_i koordinatlarına göre kanonik momentumu,

$$\Pi_i^a \equiv \frac{\delta L}{\delta A_i^a} = A_i^a \quad (2.46)$$

şeklinde tanımlayarak, Hamiltonyeni

$$H_{temp} \equiv \int d^3x H = \int d^3x \left\{ \frac{1}{2} \Pi_i^a \Pi_i^a - \frac{1}{4} F_{ij}^a F_{ij}^a - \bar{\Psi} \gamma_i D_i \Psi - \Psi^+ \partial_0 \Psi \right\} \quad (2.47)$$

olarak elde ederiz. Ayarı sabitlememize rağmen, ayar dönüşümlerini x_0 ' dan bağımsız hale getirmeliyiz. Aslında bu sonuç Gauss yasasının

$$G^a \equiv \partial_i F_{i0}^a + g f^{abc} A_i^b F_{i0}^c + T^a \Psi^+ \Psi = 0 \quad (2.48)$$

bir sonucudur. Burada G^a zamandan bağımsız ayar dönüşümlerinin jeneratörüdür ve

$$\dot{\Pi}_i^a \equiv -\frac{\delta H}{\delta A_i^a}, \quad \dot{A}_i^a = \frac{\delta H}{\delta \Pi_i^a} \quad (2.49)$$

Hamilton hareket denklemlerinde görülmez. Bölüşüm fonksiyonunu hesaplarken sonuca katkıda bulunan durumlar üzerine (2.49) koşulunu koymalıyız. Bu durum hesaba,

$$P = \int_{\Lambda(\infty)=0} D\Lambda \exp\left(i\beta \int d^3x \Lambda^a G^a\right) \quad (2.50)$$

operatörü dahil edilerek yapılabilir. P operatörü fiziksel durum uzayında bir izdüşüm olarak davranır. (2.51)' den görüldüğü gibi sadece Λ alanları P ' ye katkı verir ($x \rightarrow \infty$ ' da sıfır olur). (2.51) ifadesi bölüşüm fonksiyonunda yerine yazıldığında,

$$Z_{KRD} = \lim_{n \rightarrow \infty} Tr \left(P \exp \left[-\beta \left(H_{temp} - \sum_f \mu_f N_f \right) / n \right] \right)^n \quad (2.51)$$

elde edilir. Standart tamlik bağıntısı kullanılarak ve Λ integrasyon değişkeni, A_0 ile değiştirilerek aşağıdaki eşitlik yazılır:

$$Z_{KRD} = \int_{\substack{A_\mu \text{ per.} \\ \Psi \text{ anti.}}} D A_\mu D \Pi_i D \bar{\Psi} D \Psi \times \exp \left[-\int_0^\beta dx_0 \int d^3x \left\{ H - i \Pi_i^a \partial_0 A_i^a \right. \right. \\ \left. \left. - i A_0^a \left(\partial_i \delta^{ab} - g f^{abc} A_i^c \right) \Pi_i^b - \Psi^+ \left(i A_0^a T^a + \mu \right) \Psi \right\} \right] \quad (2.52)$$

Burada A_0 için periyodik sınır koşulları seçilmiştir ve μ

$$\mu \equiv \text{diag} \left(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{n_f} \right) \quad (2.53)$$

ile ifade edilir. (2.52) eşitliğinde eşlenik momentum üzerinden integral Gausyen formda önemsizdir ve sonuç olarak elde edilen

$$Z_{KRD} = \int_{\substack{A_\mu \text{ periyodik} \\ \Psi \text{ antiperiyodik}}} D A_\mu D \bar{\Psi} D \Psi \exp \left[- \int_0^\beta dx_0 \int d^3 x (L_{KRD} - \Psi^+ \mu \Psi) \right] \quad (2.54)$$

İfadesi (2.25) ve (2.26) eşitliklerinin genel sonuçlarına benzerdir. Bölüşüm fonksiyonunun bu formu ayardan bağımsızdır. Bu nedenle temporal yönde $SU(N)$ ayar dönüşümlerinin invaryant kaldığı

$$\Omega(x_0 = \beta) = \Omega(x_0 = 0) \quad (2.55)$$

periyodiklik seçilir. Bu yerel ayar grubuna karşılık gelen sonsuz hacim nedeniyle fonksiyonel integrali tekil bırakır:

$$V_\Omega \equiv \int_{\substack{\Omega \text{ periyodik} \\ \varepsilon SU(N)}} D\Omega = \infty \quad (2.56)$$

Z_{KRD} ' in yukarıdaki formunda ayar serbestliğini sabitlemek için

$$F^a[A] \equiv \partial_\mu A_\mu^a - f^a = 0 \quad (2.57)$$

kovaryant ayar koşulunu seçelim. Burada f^a fonksiyonu x' e bağlı her hangi bir fonksiyonudur. Standart Faddeev-Popov yöntemini kullanarak

$$\Delta[A] \equiv \int_{\substack{\Omega \text{ periyodik} \\ \varepsilon SU(N)}} D\Omega \delta[F^a[A^\Omega]] \quad (2.58)$$

fonksiyoneli ele alalım. Burada A^Ω Eşitlik (2.41) eşitliğinin ayar dönüşüm alanının gösterir. Eylemin ayar invaryant özelliği

$$S \equiv \int_0^\beta dx_0 \int d^3 x (L_{KRD} - \Psi^+ \mu \Psi) \quad (2.59)$$

kullanılarak,

$$\begin{aligned}
Z_{KRD} &= \int_{\substack{A_\mu \text{ per.} \\ \Psi \text{ antip.}}} D A_\mu D \bar{\Psi} D \Psi \exp[S[A]] \\
&= \int_{\substack{A_\mu \text{ per.} \\ \Psi \text{ antip.}}} D A_\mu D \bar{\Psi} D \Psi \Delta^{-1}[A] \int_{\substack{\Omega \text{ per.} \\ \varepsilon SU(N)}} D \Omega \delta[F^a[A^\Omega]] \exp[-S[A]] \quad (2.60) \\
&= \int_{\substack{\Omega \text{ per.} \\ \varepsilon SU(N)}} D \Omega \int_{\substack{A_\mu^\Omega \text{ per.} \\ \Psi \text{ antip.}}} D A_\mu^\Omega D \bar{\Psi} D \Psi \Delta^{-1}[A^\Omega] \delta[F^a[A^\Omega]] \exp[-S[A^\Omega]]
\end{aligned}$$

elde edilir. Burada Ω integrali Kroneker delta fonksiyonunun özelliği kullanılarak yok edilir. Sonuç olarak elde edilen

$$Z_{KRD} = \int_{\substack{A_\mu \text{ per.} \\ \Psi \text{ antip.}}} D A_\mu D \bar{\Psi} D \Psi \Delta^{-1}[A] \delta[F^a[A^\Omega]] \exp[-S[A]] \quad (2.61)$$

için bütün ayar serbestlikleri kaldırıldı. Δ^{-1} fonksiyoneli Fadeev-Popov determinanı kullanılarak daha pratik bir forma dönüştürülebilir:

$$\Delta^{-1}[A] = \det \left(\frac{\delta F^a(x)}{\delta \alpha^b(x')} \right) \Bigg|_{F^a=0} \equiv \det M^{ab} \quad (2.62)$$

Bu determinant η ve $\bar{\eta}$ Grassman ghost (hayalet) alanları üzerinden standart Gausyen interal formunda ifade edilebilir:

$$\det M^{ab} = \int_{\eta \text{ per.}} D \bar{\eta} D \eta \exp \left[- \int_0^\beta dx_0 \int_0^\beta d^3 x \int_0^\beta dy_0 \int_0^\beta d^3 y_0 \int_0^\beta d^3 y \bar{\eta}^a(x) M^{ab}(x, y) \eta^b(y) \right] \quad (2.63)$$

burada integrasyon değişkenleri $[0, \beta]$ aralığında periyodik sınır koşullarına uyar. (2.61)' de (2.62) ifadesi ve M^{ab} ' nin aşağıdaki açık ifadesi yerleştirilerek

$$M^{ab}(x, y) = \partial_\mu \left\{ (\partial_\mu \delta^{ab} + g f^{abc} A_\mu^c) \delta(x - y) \right\} \quad (2.64)$$

bölüşüm fonksiyonu daha uygun bir şekilde tekrar tanımlanır. δ fonksiyoneli ortadan kaldıramamiz için fonksiyonel integral aşağıdaki faktörle çarpılır:

$$\exp\left[-\frac{1}{2\xi}\int_0^\beta dx_0 \int d^3x (f^a(x))^2\right] \quad (2.65)$$

ve f^a fonksiyonları üzerinden integral alınarak aşağıdaki sonuca ulaşılır:

$$Z_{KRD} = \int_{\substack{A_\mu^{per.} \\ \Psi^{antip.}}} D A_\mu D \bar{\Psi} D \Psi D \bar{\eta} D \eta \exp\left[-\int_0^\beta dx_0 \int d^3x L_{eff}\right] \quad (2.66)$$

burada L_{eff} Lagranj yoğunluğu

$$L_{eff} = L_{KRD} + \frac{1}{2\xi} (\partial_\mu A_\mu^a)^2 - \Psi^+ \mu \Psi + \bar{\eta}^a (\partial^2 \delta^{ab} + g f^{abc} A_\mu^c \partial_\mu) \eta^b \quad (2.67)$$

ile verilir [57-60].

2.4. Sonlu Sıcaklıkta KRD için Feynman Kuralları

Eşitlik (2.66)'daki integralleri analitik olarak hesaplamak mümkün değildir. Elde edilen formüller etkileşme sabitinin küçük olduğu durumlarda pertürbatif açılım kullanılarak yaklaşık olarak hesaplanabilir. Şimdi $S[\phi]$ etkisiyle tanımlanan skaler alan teorisini ele alalım.

Hesaba etkiyi S_0 kuadratik kısım ve S_I etkileşme kısmı olmak üzere ikiye bölerek

$$S = S_0 + S_I \quad (2.68)$$

başlayalım. Bölüşüm fonksiyonunun S_I 'nin kuvvetlerine göre açılımından sonra,

$$Z = \int D\phi \exp[-(S_0 + S_I)] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \int D\phi \exp[-S_0] S_I^n \quad (2.69)$$

fonksiyonel integralin tanımı alan operatörlerinin farklı çarpımlarının beklenen değerlerine indirgenir. Wick teoremi kullanılarak, bu fonksiyonlar iki nokta fonksiyonlarının integralini içeren koordinat uzay integralleri cinsinden veya propagatörler cinsinden

$$\Delta(x-y) \equiv \frac{1}{Z} \int D\phi \exp[-S_0] \phi(x) \phi(y) \quad (2.70)$$

temsil edilebilir. İntegraller Feynman diyagramlarıyla grafik şeklinde ifade edilirler. Her çizgi $\Delta(x-y)$ propagatörünü, her köşe fonksiyonu Lagranjiyenin etkileşme kısımlarının farklı terimlerini ve x dört boyutlu integral değişkenini temsil eder. Bölüşüm fonksiyonunun hesabı teoreminin propagatörleri ve köşe fonksiyonları kullanılarak çizilen bütün bağlantılı vakum diyagramlarının değerine eşittir. Pratikte bütün diyagram hesapları propagatörlerin momentumlarıyla ifade edildiği momentum uzayında yapılır. KR D' nin özel durumunda etkiyi oluşturan kısımlar

$$S_0 = \int_0^\beta dx_0 \int d^3x \left\{ -\frac{1}{2} A_\mu^a \left(\delta_{\mu\nu} \partial^2 - \left(1 - \frac{1}{\xi}\right) \partial_\mu \partial_\nu \right) A_\nu^a + \bar{\Psi} (\partial - \gamma_0 \mu) \Psi + \bar{\eta}^a \partial^2 \eta^a \right\} \quad (2.71)$$

ve

$$S_I = S_{eff} - S_0 \equiv \int_0^\beta dx_0 \int d^3x L_{eff} - S_0 \quad (2.72)$$

$$= g \int_0^\beta dx_0 \int d^3x \left\{ g f^{abc} f^{ade} A_\mu^b A_\nu^c A_\mu^d A_\nu^e + f^{abc} (\partial_\mu A_\nu^a) A_\mu^b A_\nu^c - i \bar{\Psi} A \Psi + f^{abc} \bar{\eta}^a \eta^a A_\mu^c \right\}$$

dir. Buradan koordinat uzayında propagatörün tersi alınarak

$$\frac{1}{Z} \int D\phi \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^\beta dx_0 \int d^3x \phi(x) \Delta^{-1}(x-y) \phi(x) \right] \phi(x) \phi(y) = \Delta(x-y) \quad (2.73)$$

elde edilir. Propagatörlerin momentum uzayında gösterimleri karşılık gelen Green fonksiyonu denklemlerinden elde edilebilir:

$$(\Delta_A)_{\mu\nu}(p) \equiv \text{~~~~~} = \frac{1}{p^2} \left(\delta_{\mu\nu} - (1-\xi) \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) \quad (2.74)$$

$$\Delta_\Psi(p) \equiv \text{—————} = \frac{1}{p} = \frac{p}{p^2} \quad (2.75)$$

$$\Delta_\eta(p) \equiv \text{---}\text{---}\text{---} = \frac{1}{p^2} \quad (2.76)$$

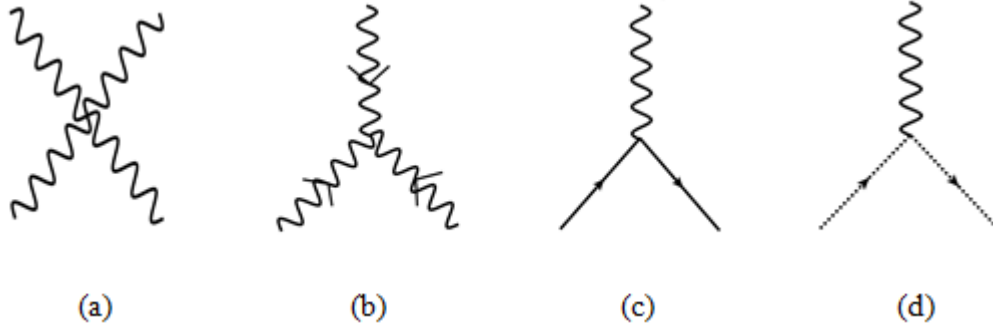
Bozonik ve fermiyonik momentumun sıfırncı bileşenleri sırasıyla

$$(p_0)_{bos.} = 2\pi nT, n \in Z \quad (2.77)$$

$$(p_0)_{ferm.} = (2n + 1)\pi T - i\mu, n \in Z \quad (2.78)$$

ile verilirler. Matsubara frekansları farklı alanların periyodiklik koşullarıyla belirlenir. Teorinin köşe fonksiyonları Eşitlik (2.72)' den elde edilebilir.

KRD' de var olan etkileşimler aşağıdaki Feynman diyagramları ile gösterilmektedir.



Şekil 2.2. Feynman diyagramları

Şekil 2.2 (a)' da dörtlü glüon köşe fonksiyonu:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu\nu\rho\gamma}^{bcde}(k_1, k_2, k_3, k_4) \\ = -g^2 \left\{ f^{ade} f^{ebc} (\delta_{\alpha\rho} \delta_{\delta\nu} - \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\delta\nu}) + f^{abe} f^{edc} (\delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\gamma} - \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\delta\beta}) + f^{ace} f^{edb} (\delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\gamma} - \delta_{\alpha\beta} \delta_{\delta\gamma}) \right\} \end{aligned} \quad (2.79)$$

Şekil 2.2 (b)' de üçlü glüon tepe fonksiyonu,

$$\Gamma_{\mu\nu\lambda}^{abc}(k_1, k_2, k_3) = -ig \left\{ \delta_{\mu\nu} (k_1 - k_2)_\lambda + \delta_{\nu\lambda} (k_2 - k_3)_\mu + \delta_{\lambda\mu} (k_3 - k_1)_\nu \right\} \quad (2.80)$$

Şekil 2.2 (c)' de kuark-glüon tepe fonksiyonu:

$$\Gamma_\mu^{a,i,j} = g\gamma_\mu (T^a)_{ij} \quad (2.81)$$

Şekil 2.2 (d)' de glüon-ghost-ghost tepe fonksiyonu:

$$\Gamma_{c\bar{c}v}(k, p+k, p)_\mu^{naf} = -igf_{abc}q_{1\alpha} \quad (2.82)$$

şeklinde ifade edilirler. Sonlu sıcaklıkta Feynman kuralları sıfır sıcaklıktakinden sadece iki farklılık gösterir. İki farklılıkta momentumun sıfırncı bileşeninin farklı doğasından kaynaklanmaktadır:

$$\delta^{(4)}(P) \rightarrow \frac{\beta}{2\pi} \delta^{(3)}(p) \delta_{p_0}, 0 \quad (2.83)$$

momentumun korunumunu sağlaması için p_0 köşe fonksiyonlarında ortaya çıkan δ - fonksiyonlarının yerini Kroneker δ -sembolü alır. İlâveten, klasik dört-boyutlu ilmek integrallerinin yerini

$$\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \rightarrow T \sum_{p_0/\{p_0\}} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \quad (2.84)$$

toplam integralleri alır. Burada p_0 bozonik momentum, $\{p_0\}$ fermiyonik momentumdur. Sonlu sıcaklıkta simetri faktörleri değişmeden kalır. Her fermiyonik ve ghost ilmeği için -1 faktörü gelir. Bu durum Grasmann değişkenlerinin anti-komutasyon özelliğinin bir sonucudur [61-63].

3. KRD TOPLAM KURALLARI METODU

3.1. KRD Toplam Kurallarının Genel Özellikleri

KRD toplam kuralı yaklaşımı ilk kez 1979 yılında Shifman, Vainshtein ve Zakharov (SVZ) tarafından KRD’de hadron özelliklerini incelemek için ortaya atıldı [6]. KRD toplam kuralı, kuantum sayıları belli hadronların düşük kütleli durumlarını incelemek için iyi bir yöntemdir. KRD toplam kuralı KRD’deki korelasyon fonksiyonundan elde edilir ve KRD’nin analitik özellikleri ile ilişkilidir. KRD ikilemi, KRD kondensatları ile temsil edilen KRD’nin pertürbatif olmayan doğası ile hadronik nicelikler arasında ilişki kurar. Bu bölümde KRD toplam kurallarının genel formalizmi gözden geçirilecektir.

KRD toplam kuralı yaklaşımının başlangıç noktası, kuark serbestlik dereceleri ile arakesit akımların tanımlanmasıdır. Böyle bir alan spin, izospin, parite gibi kuantum sayıları ve valans kuark içeriği ile tanımlanır. Arakesit akım alanları, aynı kuark içerikli ve kuantum sayısına sahip diğer rezonansları ve sürekli durumları yok edebilir. Bu nedenle ilgilendiğimiz durumu aynı kuantum sayısına sahip diğer durumlardan ayırmalıyız. Bunun için KRD toplam kurallarında sıklıkla kullanılan Borel dönüşümleri kullanışlı bir yöntemdir. Borel dönüşümleri yüksek-kütle durumlarını düşük-kütle durumlarına göre bastırır. Sonuç olarak, Borel toplam kuralları kuantum sayıları belirli, düşük-kütle durumlarının spektral özelliklerini belirlemek için kullanışlı bir yöntemdir. Arakesit akım alanlarının zaman sıralama korelasyon fonksiyonları, KRD ve hadronik fenomenoloji arasında köprü rolü oynar. Bir skaler arakesit akım alanının iki noktalı korelasyon fonksiyonu

$$\Pi(q^2) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle \Omega | T [J(x) J(0)] | \Omega \rangle \quad (3.1)$$

ile ifade edilir [15]. Burada $|\Omega\rangle$ pertürbatif olmayan KRD taban durumudur. (3.1) eşitliğindeki korelasyon fonksiyonu OPE kullanılarak KRD serbestlik derecesi

cinsinden hesaplanabilir. OPE açılımından katsayı fonksiyonları KRD pertürbasyon teorisinde hesaplanarak korelasyon fonksiyonu

$$\Pi_{OPE}(q^2) = \sum_n C_n(q^2) \langle O_n \rangle \quad (3.2)$$

şeklinde ifade edilir. Burada O_n yerel operatörlerdir: $1, \bar{q}q, G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}, \dots$. $C_n(q^2)$ katsayıları Wilson katsayıları olarak bilinir ve kısa mesafe fiziği ile ilgili bilgileri içerir [10]. Yerel operatörlerin taban durumunda beklenen değerleri

$$\langle \bar{q}q \rangle, \langle G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \rangle, \dots \quad (3.3)$$

olan kondensatlar, pertürbatif olmayan uzak mesafe etkilerini yansıtırlar.

Kuark kondensat, kiral simetrisinin aniden kırılma parametresi olan vakumun skaler kuark-antikuark yoğunluğunu tanımlar. Glüon kondensat, kuantum etkileri ile KRD'nin invaryant ölçeğinin kırınımının bir göstergesi olan glüon çiftinin yoğunluğunu ölçer. Kısa-mesafe dinamikleri (Wilson katsayıları) ve uzun-mesafe dinamikleri (kondensatlar) arasındaki bu ayırım KRD toplam kuralları çerçevesinin temelidir. Kuark ve glüon kondensatlarının sıcaklığa bağlılığı kiral pertürbasyon teorisi ve örgü teorisi ile hesaplanmış olup literatürde mevcuttur [64-67].

Korelasyon fonksiyonu, hadron kütleleri, hadronlar arasındaki etkileşme sabiti, bozunum sabiti gibi hadronik serbestlik dereceleriyle de fenomenolojik olarak elde edilebilir. λ arakesit akımı ve ϕ fiziksel hadron alanı arasında

$$J = \lambda\phi + \sum_{i=1} \lambda_i^* \phi_i^* \quad (3.4)$$

burada toplam uyarılmış hadron durumlarını içerir, iki-nokta korelasyon fonksiyonu

$$\Pi_{fen}(q^2) = \frac{\lambda^2}{m^2 - q^2 - i\varepsilon} + \sum_{i=1} \frac{\lambda_i^{*2}}{m_i^{*2} - q^2 - i\varepsilon} \quad (3.5)$$

olarak yazılabilir.

En genel sürekli spektrum Källen-Lehmann spektral gösterimi ile

$$\Pi_{fen}(q^2) = \int_0^{\infty} ds \frac{\rho_{fen}(s)}{s - q^2 - i\epsilon} \quad (3.6)$$

verilebilir. Burada $\rho_{fen}(s)$ spektral yoğunluk, korelasyon fonksiyonunun imajiner kısmı ile orantılıdır.

$$\rho_{fen}(s) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi_{fen}(s) \quad (3.7)$$

Pratikte ρ_{fen} fenomenolojik spektral yoğunluk, düşük rezonanslar ve süreklilik içine dahil edilen yüksek kütleli durumlar

$$\rho_{fen}(s) = \rho_{rez}(s) + \rho_{sür}(s) \quad (3.8)$$

şeklinde ifade edilebilir.

KRD ikilemine göre, düşük rezonanslardan ayrılan süreklilik OPE ile elde edilen sonuçlarla verilir. Bu varsayım s ' in yeterince büyük değerleri için asimtotik özgürlük özelliği ile desteklenir. Süreklilik s_0 parametresi dahil edilerek tahmin edilebilir ve bu ölçeğin altında süreklilik katkısı sıfır olur:

$$\rho_{sür}(s) = \rho_{OPE}(s) \Theta(s - s_0) \quad (3.9)$$

OPE büyük uzayımsı-momentum transferi bölgesinde geçerli iken, spektral yoğunluk zamanımsı momentum bölgesinde tanımlanır. Bu nedenle, korelasyon fonksiyonunun analitikliği kullanılarak, ρ_{OPE} cinsinden korelasyon fonksiyonu

$$\tilde{\Pi}_{OPE}(Q^2) = \int_0^{\infty} ds \frac{\rho_{OPE}(s)}{s + Q^2} \quad (3.10)$$

olarak yazılabilir. Burada $\Pi_{OPE}(Q^2)$ analitik olarak sürekli korelasyon fonksiyonudur ve bütün $Q^2 = -q^2$ durumları için $\Pi_{OPE}(q^2)$ ile tanımlanır. ρ_{OPE} spektral yoğunluk Eşitlik (3.11) ile tanımlanır.

$$\rho_{OPE}(s) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi_{OPE}(s) \quad (3.11)$$

Bu bölümün başında bahsedildiği gibi, J arakesit akım alanı yalnızca düşük kütleli durumlar ile değil aynı zamanda J ile aynı kuantum sayılarına sahip yüksek kütleli uyarılmalar ile de etkileşebilir. Uyarılmaların bu yüksek enerjili kısmını ortadan kaldırmak için Borel dönüşümü kullanılır [68]. Bir $f(Q^2)$ fonksiyonunun Borel dönüşümü

$$\widehat{f}(M^2) \equiv \lim_{Q^2, n \rightarrow \infty} \frac{(Q^2)^{n+1}}{n!} \left(-\frac{d}{dQ^2} \right)^n f(Q^2), \quad M^2 \equiv \frac{Q^2}{n} = \text{sonlu} \quad (3.12)$$

ile tanımlanır. Burada M , Borel kütesidir. Fenomenolojik kısımda korelasyon fonksiyonu için Borel dönüşümü uygulanarak yüksek uyarılmış durumlardan gelen katkılar üstel olarak bastırılır:

$$\widetilde{\Pi}_{fen}(Q^2) = \int_0^\infty ds \frac{\rho_{fen}(s)}{s + Q^2} \Rightarrow \widetilde{\Pi}_{fen}(M^2) = \int_0^\infty ds \exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) \rho_{fen}(s) \quad (3.13)$$

Ayrıca OPE kısmında,

$$\widetilde{\Pi}_{OPE}(Q^2) \sim \sum_n \frac{c_n}{(Q^2)^n} \Rightarrow \widetilde{\Pi}_{OPE}(M^2) \sim \sum_n \frac{c_n}{(n-1)! (M^2)^{n-1}} \quad (3.14)$$

Borel dönüşümü açılımın yakınsaklığını düzeltir. Borel dönüşümünden sonra, OPE'de yüksek boyutlu operatörlerden gelen ilave katkılar (3.14) eşitliğinde paydadaki $(n-1)!$ teriminden dolayı küçük olur.

Eksponansiyel faktörden dolayı, Eşitlik (3.13)'deki M^2 ne kadar küçük olursa bastırma o kadar güçlü olur ve düşük rezonans korelasyon fonksiyonunda daha baskın olur. Tersine Eşitlik (3.14)'deki M^2 ne kadar büyük olursa bastırma o kadar güçlü olur. Bu nedenle fiziksel olmayan M^2 parametresi genellikle ara bölgede tanımlanır. Bu bölgede toplam kuralları hem fenomenolojik kısımda hemde OPE kısmında en verimli şekilde çalışır.

3.2. Operatör Çarpım Açılımı

Operatör Çarpım Açılımı, KRD toplam kurallarının temel elemanıdır ve hadronik özelliklerin pertürbatif olmayan yapısını açıklar. OPE, 1969' da Wilson tarafından (3.1) eşitliğinde $x \rightarrow 0$ limitinde

$$\lim_{x \rightarrow 0} T [J(x)J(0)] \quad (3.15)$$

iki alanın zaman-sıralama çarpımını tanımlamak için geliştirilmiştir [10].

Teoride ıraksama olmazsa sonuç $J^2(0)$ olurdu. Ancak morötesi tekillikler olduğundan limit fiziksel olarak uygun bir davranış göstermez. Wilson' a göre, $J(x)J(0)$, $x \rightarrow 0$ olduğu durumda, bir renormalize operatör ile x ' in tekil bir fonksiyonu olarak davranmalıdır. Sonuç olarak, $x \rightarrow 0$ için açılım

$$T J(x)J(0) \sim \sum_n C_n(x)O_n(0) \quad (3.16)$$

son şeklindedir. Yerel renormalize birleşik alanlar üzerinden alınan toplam $J(x)$ ' in simetri özellikleri ve kuantum alan teorisi tarafından kısıtlanır. O_n terimleri artan kütle boyutuna göre düzenlenmektedir. Diğer deyişle $J(x)J(0)$ 'in toplam kütle boyutu sabitlenmiştir. Bu noktada mümkün anormal boyutları ihmal ederek

$$C_n(x) \propto |x|^a, \quad a = \dim [O_n] - \dim [J(x)J(0)] \quad (3.17)$$

bulunur. OPE' nin hesaplanmasında taban durumu (vakum) arasına konularak, Wilson katsayıları hesaplanabilir. KRD toplam kurallarında, sabit-nokta ayarı kullanılarak dış ayar alanı

$$(x - x_0)^\mu A_\mu^{ext.}(x) = 0 \quad (3.18)$$

ile tanımlanır. Burada x_0 keyfi sabitlenmiş bir noktadır ve basitleştirmek için $x_0 = 0$ alınır.

A_μ^{ext} dış ayar alanı $G_{\mu\nu}^{a ext}$, $D_\alpha G_{\mu\nu}^{a ext}$ gibi ayar kovaryant terimler cinsinden

$$\begin{aligned}
A_\mu^{ext.}(x) &= x^\nu \int_0^1 d\alpha \alpha G_\mu^{a\ ext.}(\alpha x) \\
&= \frac{x_\nu}{2} G_{\nu\mu}^{a\ ext.}(0) + \frac{x^\alpha x^\nu}{3} D_\alpha G_{\nu\mu}^{a\ ext.}(0) + \frac{1}{8} x^\alpha x^\beta x^\nu D_\alpha D_\beta G_{\nu\mu}^{a\ ext.}(0) + \dots \\
&= \sum_n \frac{1}{n!(n+2)} x^{\alpha_1} \dots x^{\alpha_n} x^\lambda D_{\alpha_1} \dots D_{\alpha_n} G_{\lambda\mu}^{a\ ext.}(0)
\end{aligned} \tag{3.19}$$

şeklinde ifade edilebilir. Dış arka ayar alanı kullanılarak pertürbatif olmayan kuark propagatörü

$$\begin{aligned}
iS(x) &= iS^0(x) - ig_\delta \int d^4 y S^0(x-y) A^{ext.}(y) S^0(y) \\
&+ ig_\delta^2 \int d^4 y' d^4 y S^0(x-y') A^{ext.}(y') S^0(y'-y) A^{ext.}(y) S^0(y) + \dots
\end{aligned} \tag{3.20}$$

olarak elde edilir. Burada $iS^0(x)$ serbest kuark propagatörünü ifade etmektedir. (3.20) eşitliğinde (3.19) eşitliğini yazarsak dış ayar alanında kuark propagatörü elde edilir. Ağır kuark propagatörü için farklı işlem uygulamak gerekir çünkü $1/m_Q$ pertürbatif açılım parametresi rolü oynar.

3.3. Dispersiyon Bağıntısı

Daha önce belirtildiği gibi, OPE' de $\Pi(q^2)$ korelasyon fonksiyonu Öklit uzayında ($Q^2 = -q^2 > 0$) kuarklar ve glüonlar cinsinden hesaplanır. Öte yandan, bütün fiziksel gözlemler Minkowski uzayında ($q^2 > 0$) hesaplanır. Öklityen öngörüler ve ölçülebilir nicelikler arasındaki ilişki dispersiyon bağıntısı ile kurulur.

Källen and Lehmann iki-nokta fonksiyonunun

$$\Pi(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty ds \frac{Im \Pi(s)}{s - q^2 - i\varepsilon} + a + bq^2 + \dots \tag{3.21}$$

eşitliğinin analitik özelliğinden çıkarılan dispersiyon bağıntısına uyduğunu göstermişlerdir. Burada $\Pi(q^2)$, q^2 kompleks düzlemindeki analitik bir

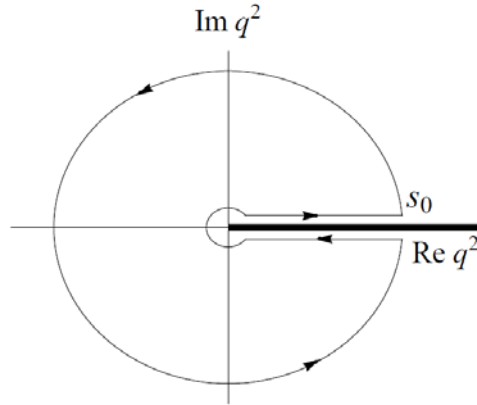
fonksiyondur. Fakat $0 \leq q^2 \leq \infty$ reel ekseninde bir kesiktir. Genelde $\Pi(q^2)$ ' nin Cauchy integral formülü, imajiner kısım üzerinden bir integral olarak ifade edilen kompleks fonksiyonun reel kısmı olan dispersiyon bağıntısı

$$Re \Pi(q^2) = P \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} ds \frac{Im \Pi(s)}{s - q^2} \quad (3.22)$$

ile sonuçlanır. Burada P , Cauchy değerinin kısaltılmış şeklidir. Eşitlik (3.22)' ün yakınsaklık özelliği olduğu farz edilmektedir, fakat toplam kuralı metodunun güvenilirliği için bazı terimlerin çıkartılması

$$Re \Pi(q^2) = P \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} ds \frac{Im \Pi(s)}{s - q^2} + a + bq^2 + \dots \quad (3.23)$$

gerekir. Eşitlik (3.23)' ün sağındaki polinom terimleri, $s \rightarrow \infty$ olduğunda $Im \Pi(s)$ ' in yakınsaklık özelliklerine bağlıdır. Polinom katsayıları süreksiz değildir, başka bir deyişle, iki-nokta fonksiyonunun kısa-mesafe davranışının belirsizliği imajiner kısmında değil yalnızca reel kısmında görülür.



Şekil 3.1. Kompleks q^2 düzleminde kontör integral

Bu katsayıların fiziksel anlamı iki-nokta fonksiyonunda $J(x)$ yerel operatörünün seçimine bağlıdır. Bazı durumlarda katsayılar düşük-enerji teoremleri ile belirlenir, örneğin $\Pi(0)$ biliniyorsa, (3.23) eşitliğinde a yerine yazılırsa

$$Re \Pi(q^2) = Re \Pi(0) + P \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{ds}{s} \frac{q^2}{s - q^2} Im \Pi(s) + bq^2 + \dots \quad (3.24)$$

elde edilir. Diğer durumlarda, sabitler renormalizasyon sabitleri tarafından absorbe edilir. q^2 , 'ye göre uygun sayıda türev alarak polinom terimlerinden kurtulmak mümkündür [69].

3.4. Borel Dönüşümü ve Toplam Kuralları

Korelasyon fonksiyonu için iki ifade mevcuttur. Biri fiziksel parametreler cinsinden $\Pi^{fen}(q^2)$, diğeri ise q^2 , α_s , kuark kütleleri ve \hat{O}_n operatörlerinin vakumda beklenen değerlerinin fonksiyonu olarak $\Pi^{OPE}(q^2)$, 'nin teorik ifadesidir. Korelatörün bu iki ifadesi karşılaştırılabilir fakat pratik olarak böyle bir karşılaştırma henüz mümkün değildir. OPE kısmında yüksek boyutlu operatörlerin dağılımı yeterince bastırılmamış, fenomenolojik kısımda ise alçak kutuplar tarafından spektrum yeterince bastırılmamıştır. Diğer bir deyimle q^2 , 'nin yeterince büyük değerlerinde geçerli bir KRD açılımı yapılabilir. Diğer taraftan yeteri kadar küçük q^2 veya en düşük kütle yakınındaki q^2 (zamanımsı) için en düşük kutbun baskın olduğu fenomenolojik tanım elde edilebilir. Bundan dolayı en düşük kütleli durumun üzerinden bilgi edinmek henüz mümkün değildir.

Analitik sürekliliğin yanı sıra, Borel dönüşümü toplam kuralının güvenilirliğini sağlamak, OPE ve fenomenolojik tanım örtüştüğünde sıklıkla kullanılır. $f(Q^2)$, 'nin fonksiyonunun Borel dönüşümü

$$f(Q^2) \rightarrow \bar{f}(M^2) = \hat{L}^{-1} f(Q^2) = \lim_{Q^2, n \rightarrow \infty} \frac{(Q^2)^n}{(n-1)!} \left(\frac{-d}{dQ^2} \right)^n f(Q^2) \quad (3.25)$$

şeklinde tanımlanır. Burada $Q^2 \equiv -q^2$, $M^2 \equiv \frac{Q^2}{n}$ (= sonlu) ve M Borel kütlesi olarak bilinir. KRD toplam kuralları yaklaşımında, OPE' nin Borel dönüşümü ve fenomenolojik korelasyon fonksiyonu eşittir.

$$\Pi_j^{OPE}(M^2) = \Pi_j^{fen}(M^2) \quad (3.26)$$

Bu noktada KRD toplam kuralları' nda Borel dönüşümünün sağladığı avantajları ifade edebiliriz. İlk olarak

$$\Pi^{fen}(q^2) = -\int_0^{\infty} ds \frac{\rho^{fen}(s)}{q^2 - s + i\epsilon} + \text{çıkarma terimleri} \quad (3.27)$$

dağılım bağıntısının polinom terimleri Borel dönüşümü ile kaldırılır. Burada $\rho^{fen}(s)$ hadronların spektral özelliklerini içeren spektral yoğunluk ve çıkarma terimleri q^2 ' deki bilinmeyen katsayılı polinomlardır. Hafif rezonanslardan gelen katkılar Borel dönüşümünün fenomenolojik kısmına uygulanır. Korelatörün fenomenolojik kısmı

$$\Pi_j^{fen}(Q^2) = \int_0^{\infty} ds \frac{\rho_j^{fen}(s)}{s + Q^2} \quad (3.28)$$

formunu alır ve momentum uzayında yüksek-kütleli durumların kuvvetiyle azalır.

Diğer deyimle Borel-dönüşüm korelatörü

$$\Pi_j^{fen}(M^2) = \int_0^{\infty} ds e^{-\frac{s}{M^2}} \rho_j^{fen}(s) \quad (3.29)$$

ile verilir. (3.29) eşitliği Borel dönüşümünün ekspansiyel olarak azaldığını gösterir.

Korelasyon fonksiyonunun OPE kısmı ele alınırsa, Borel dönüşümü bu kısmın yakınsamasını sağlar. Korelasyon fonksiyonunun OPE Pertürbatif olmayan kısmı

$$\Pi_{pert. olmayan}^{OPE}(Q^2) = \sum_{pert. olmayan} \frac{c'_n}{(Q^2)^n} \langle \hat{O}_n \rangle \quad (3.30)$$

formundadır. Borel dönüşümü

$$\Pi_{pert. olmayan}^{OPE}(M^2) = \sum_{pert. olmayan} \frac{c'_n}{(n-1)! (M^2)^n} \langle \hat{O}_n \rangle \quad (3.31)$$

elde edilir. Bu şekilde n değerli yüksek boyutlu terimler bir faktöryel çarpanıyla azalırken, (3.31) eşitliğinde yalnız Q^2 ' nin kuvvetleriyle azalır.

Prensipite M^2 tamamen keyfidir ve fiziksel parametreler M^2 , den bağımsızdır. Bundan dolayı pratikte M^2 orta aralıkta seçilmelidir. Aslında fenomenolojik kısımda $M^2 \rightarrow 0$ ise Borel dönüşüm korelatörü en düşük kutup tarafından çok güçlü olarak bastırılmış, $M^2 \rightarrow \infty$ iken OPE kısmında daha iyi kapsayacağını garantiler. Bu nedenle yüksek boyutlu operatörlerin ve yüksek kütleli rezonanslardan gelen M^2 , de bir ara bölge seçilir.

Aşağıda birkaç fonksiyon için Borel dönüşümleri verilmiştir.

$$\hat{B}(Q_0^2)e^{-\alpha Q_0^2} = \delta\left(\alpha - \frac{1}{M^2}\right) \quad (3.32)$$

$$\hat{B}\frac{1}{Q^2} = \hat{B}(Q_0^2)\frac{1}{Q_0^2 + Q^2} = \hat{B}(Q_0^2)\int_0^\infty e^{-\alpha Q_0^2} d\alpha = \int_0^\infty e^{-\alpha Q^2} \cdot \delta\left(\alpha - \frac{1}{M^2}\right) d\alpha = e^{-\frac{Q^2}{M^2}} \quad (3.33)$$

$$\hat{B}(Q_0^2)\frac{1}{Q^2} = e^{-\frac{Q^2}{M^2}} \quad (3.34)$$

$$\hat{B}(Q_0^2)\frac{1}{Q^4} = \hat{B}(Q_0^2)\int_0^\infty \alpha e^{-\alpha Q^2} d\alpha = \int_0^\infty e^{-\alpha Q^2} \cdot \alpha \delta\left(\alpha - \frac{1}{M^2}\right) d\alpha = \frac{1}{M^2} e^{-\frac{Q^2}{M^2}} \quad (3.35)$$

$$\hat{B}(Q^2)^k = 0 \quad (3.36)$$

$$\hat{B}(Q_0^2)Q^2 \ln Q^2 = -\hat{B}(Q_0^2)Q^2 \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{d}{d\lambda} \frac{1}{(Q^2)^\lambda} = \left(\frac{1}{M^2}\right)^{-2} e^{-\frac{Q^2}{M^2}} \quad (3.37)$$

3.5. Vakum Kondensatları

KRD toplam kurallarından kütle ve etkileşme şiddeti gibi hadronik parametreleri elde etmek için, aşağıda verilen operatörlerin beklenen değerleri olan vakum kondensatları bilinmelidir:

I (birim operatör)	$d = 0$	
$\bar{q}q$	$d = 3$	
$G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}$	$d = 4$	
$\bar{q} \sigma_{\mu\nu} G^{a\mu\nu} t^a q$	$d = 5$	(3.38)
$\bar{q} \Gamma_1 q \bar{q} \Gamma_2 q$	$d = 6$	
$f_{abc} G_{\mu}^{av} G_{\nu}^{b\lambda} G_{\lambda}^{c\mu}$	$d = 6$	

$|0\rangle$ vakum durumunun Lorentz invaryantlığından dolayı yalnızca spin-0 operatörler sıfırdan farklı vakum beklenen değerlerine sahip olabilirler.

İlk olarak $\langle \bar{q}q \rangle$ kuark kondensatıyla ilgileneceğiz. İzospin simetrisi sonucunda

$$\langle \bar{q}q \rangle = \langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle \quad (3.39)$$

olur. Gellman-Mann-Oakes-Renner bağıntısından $\langle \bar{q}q \rangle$ 'in değeri

$$(m_u + m_d) \langle \bar{q}q \rangle = -m_{\pi}^2 f_{\pi}^2 [1 + O(m_{\pi}^2)] \quad (3.40)$$

olarak belirlenir, burada m_{π} ve f_{π} pionun kütesini ve pionun bozunum sabitini, m_u ve m_d aşağı ve yukarı kuarkın kütlelerini gösterir. m_{π} ve f_{π} için deneysel değerler sırasıyla $138 MeV$ ve $93 MeV$ olarak alınırsa hafif kuark kütlelerinin standart değerleri kullanılarak $\langle \bar{q}q \rangle$ kondensatı için $1 GeV$ renormalizasyon skalasında

$$\langle \bar{q}q \rangle \cong -(0.225 \pm 0.025 GeV)^3 \quad (3.41)$$

değeri elde edilir. Acayip kuark kondensat değeri $\langle \bar{s}s \rangle = 0.8 \langle \bar{q}q \rangle$ şeklinde alt ve üst kuark kondensatları cinsinden parametrelendirilir. Glüon kondensatı ρ^0 ve ϕ^0 mezonlarının leptonik bozunumlarının analizinden ve charmonyum spektrumunun toplam kuralı analizinden [6]

$$\left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle \cong (0.33 \pm 0.04 GeV)^4 \quad (3.42)$$

elde edilir [70]. Beş boyutlu operatörün beklenen değeri

$$G_{\mu\nu}^a = \frac{i}{g_s} [D_\mu, D_\nu]^a \quad \text{ifadesi ve}$$

$$(i\mathcal{D} - m_c)q_f = 0$$

$$q_f (i\bar{\mathcal{D}} + m_f = 0)$$
(3.43)

hareket denklemleri kullanılarak $\langle \bar{q}q \rangle$ kuark kondensatı cinsinden

$$\langle g_s \bar{q} \sigma \cdot G q \rangle = 2 \langle \bar{q} D^2 q \rangle = 2\lambda_q^2 \langle \bar{q}q \rangle$$
(3.44)

şeklinde elde edilir. KRD vakumunda ortalama vakum glüon alanı ve kuarkların momentumlarının karelerinin ortalaması λ_q^2 ile parametrelendirilir ve bu niceliğin değeri standart KRD toplam kuralları ile $\lambda_q^2 = 0.4 \pm 0.1 GeV^2$ şeklinde elde edilir.

KRD toplam kuralı uygulamalarında genellikle dörtlü kuark kondensatları kullanılır. Bu yaklaşımda baskın vakum ara durumu korunarak dörtlü kuark matris elemanının ortasına bir tam ara durum seti ilave edilir. Seyreltilmiş instanton gaz yaklaşımı kullanılarak [6] üç-glüon kondensat, iki-glüon kondensat cinsinden

$$\langle g_s^3 f G^3 \rangle \cong \frac{48\pi^2}{5} \rho_c^{-2} \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle$$
(3.45)

şeklinde ifade edilebilir. Burada instanton büyüklük eşiği $\rho_c \cong (200 MeV)^{-1}$ dir. Fenomenolojik ve instantonlara dayalı tahmin $\langle g_s^3 f G^3 \rangle \cong 0.06 GeV^6$ değerinde uyuşur.

Pratikte, kondensatların değerini güvenilir bir şekilde tahmin etmenin bir yolu olmadığından $d \geq 7$ boyutlu kondensatların değerini belirlemek için faktörizasyon tahmini kullanılır. Böylece yüksek boyutlu kondensatlar düşük boyutlu kondensatlar kullanılarak belirlenir. Birçok toplam kuralı uygulamalarında, Borel dönüşümü yapıldığında OPE hızla yakınsar ve yüksek boyutlu kondensatlardan gelen katkıların önemsiz olması beklenir.

3.6. Sonlu Sıcaklıkta Glüon ve Kuark kondensatları

Kiral simetri ve hapsolmama problemi ile ilgili olarak glüon kondensatı ve enerji momentum tensörünün izi arasındaki bağlantı sonlu sıcaklıkta Leutwyler tarafından incelenmiştir [71]. Leutwyler kiral pertürbasyon teorisinde Goldstone bozonları arasındaki etkileşimleri temel alarak izin anormalliğini detaylı olarak ele almıştır. $T^{\mu\nu}(T)$ enerji momentum tensörü,

$$T^{\mu\nu}(T) = T_0^{\mu\nu} + \theta^{\mu\nu}(T) \quad (3.46)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $T_0^{\mu\nu}$ sıfır sıcaklık kısmı ve $\theta^{\mu\nu}(T)$ sonlu sıcaklık katkısı olmak üzere iki kısımdan oluşur. Rölativistik hidrodinamikde $p(T)$ basıncı ve $\varepsilon(T)$ enerji yoğunluğunun $\theta_\mu^\mu(T)$ izine termodinamiksel katkısı

$$\theta_\mu^\mu(T) = \varepsilon(T) - 3p(T) \quad (3.47)$$

şeklindedir. Glüon kondensatı ve sonlu sıcaklıkta enerji momentum tensörünün izi arasındaki temel bağıntı Leutwyler tarafından

$$\langle G^2 \rangle_T = \langle G^2 \rangle_0 - \langle \theta_\mu^\mu \rangle_T \quad (3.48)$$

şeklinde yazılmıştır. Burada renk üzerinden glüon alan şiddetinin karesi

$$G^2 = \frac{-\beta(g)}{2g^3} G_a^{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a \quad (3.49)$$

dir. (3.48) formülündeki T indisi termal ortalamayı gösterir. Renormalizasyon grup $\beta(g)$ beta fonksiyonu

$$\beta(g) = \mu \frac{dg}{d\mu} = -\frac{1}{48\pi^2} (11N_c - 2N_f) g^3 + O(g^5) \quad (3.50)$$

olarak yazılabilir. Leutwyler iki kütsüz kuark için düşük sıcaklık kiral açılımını kullanarak sonlu sıcaklıkta enerji momentum tensörünün izini

$$\langle \theta_\mu^\mu \rangle_T = -\frac{\pi^2}{270} \frac{T^8}{F_\pi^4} \left(\ln \frac{\Lambda_p}{T} - \frac{1}{4} \right) + O(T^{10}) \quad (3.51)$$

olarak hesaplamıştır. Burada Λ_p değeri yaklaşık 0.275GeV civarında logaritmik ölçek faktörüdür ve F_π değeri 0.093GeV olan pion bozunum sabitidir. Vakumda $\langle G^2 \rangle_0$ glüon kondensatının değeri daha önceki hesaplamalar ile uyumlu olarak yaklaşık $2\text{GeV}/\text{fm}^3$ olarak bulunmuştur. Hesaplamalar sıcaklığın 0.1GeV değerine ulaşana kadar glüon kondensatının çok az değiştiğini, sıcaklığın 0.1GeV değerinden büyük olduğu bölgede ise T^8 ' in kuvvetiyle azaldığını göstermektedir.

Enerji-momentum tensörünün izinde kütleli kuarkların varlığı

$$\langle \theta_\mu^\mu \rangle_T = m_q \langle \bar{\Psi}_q \Psi_q \rangle + \langle G^2 \rangle \quad (3.52)$$

şeklinde kendini gösterir. Burada m_q hafif (renormalize edilmiş) kuark kütlesi ve $\Psi_q, \bar{\Psi}_q$ sırasıyla kuark ve antikuark alanlarıdır. Durumu basitleştirmek için izospin simetrisi aynı ve $m_q = 6\text{MeV}$ değerinde benzer kütleyle sahip iki hafif kuark seçilir. Hafif kuarkların etkilerini içeren glüon kondensatlarının sıcaklığa bağlılığı için

$$\langle G^2 \rangle_T = \langle G^2 \rangle_0 + m_q \langle \bar{\Psi}_q \Psi_q \rangle_0 - m_q \langle \bar{\Psi}_q \Psi_q \rangle_T - \langle \theta_\mu^\mu \rangle_T \quad (3.53)$$

şeklinde yazılabilir. Çok düşük sıcaklıklarda kuark kondensatının sıcaklığa bağlılığından gelen katkılar küçüktür. Bununla birlikte kiral simetri restorasyonu başladığında $\langle \bar{\Psi}_q \Psi_q \rangle_T$ teriminden ilave bir katkı gelir ve böylece hafif kuarkların T_c civarında sıcaklığa bağlılığı oldukça önemli olabilir. Aslında yukarıdaki eşitliği $\langle G^2 \rangle_0$ ve $m_q \langle \bar{\Psi}_q \Psi_q \rangle_0$ bilinen vakum değerlerini kullanarak daha basit bir formda

$$\langle G^2 \rangle_T = B_4 - m_q \langle \bar{\Psi}_q \Psi_q \rangle_T - \Delta_m(T) T^4 \quad (3.54)$$

yazabiliriz. Burada B_4 sabiti u ve d kuarkları için 0.01183GeV^4 değerine sahiptir [65].

3.7. Simetriler

KRD Lagranjyanı

$$L = \bar{\Psi} (iD_\mu \gamma^\mu - \tilde{m}) \Psi - \frac{1}{2} \text{Tr} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \quad (3.55)$$

$SU(3)$ ayar simetrisi dışında $\Psi \rightarrow e^{i\theta} \Psi(x)$ global $U(1)$ simetrisini de sağlar [43]. Baryon sayısı,

$$B = \frac{1}{3} \int d^3x \Psi^+(x) \Psi(x) \quad (3.56)$$

Noether teoremine göre korunan niceliktir. Genelde iyi bir yaklaşım olan $m_u, m_d \rightarrow 0$ limitinde daha çok simetri sağlanır. Bunlardan en önemlisi kiral simetridir. u ve d kuark alanları iki farklı kiraliteye sahip parçalara ayrılır:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L &= \frac{1 - \gamma_5}{2} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_R &= \frac{1 + \gamma_5}{2} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.57)$$

$$\Psi = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L + \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_R = \Psi_L + \Psi_R$$

Eşitlik (3.55)' deki KRD Lagranjyanında ayrışan terim yerine yazılırsa yalnızca sol ve sağ elli kısımlar ile kütle matrisini içeren terimlerin karışımı

$$\bar{\Psi} (i\mathcal{D} - \tilde{m}) \Psi = \bar{\Psi}_L i \mathcal{D} \Psi_L + \bar{\Psi}_R i \mathcal{D} \Psi_R - \bar{\Psi}_R \tilde{m} \Psi_L - \bar{\Psi}_L \tilde{m} \Psi_R \quad (3.58)$$

gözlenir. $\tilde{m} \rightarrow 0$ kiral limitinde KRD Lagranjyanı çeşni uzayında $SU(2)$ dönüşümleri altında

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \rightarrow U_L \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_R \rightarrow U_R \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_R \quad (3.59)$$

invariant kalır. Bu simetriye göre, Noether akımları

$$j_L^{\mu k} = \bar{\Psi}_L \gamma^\mu \frac{\tau^k}{2} \Psi_L \quad \text{ve} \quad j_R^{\mu k} = \bar{\Psi}_R \gamma^\mu \frac{\tau^k}{2} \Psi_R \quad (3.60)$$

olur. Burada $\tau^k, k = 1, 2, 3$ Pauli matrisleridir. Vektör ve aksel vektör akımı

$$j_V^{\mu k} = j_L^{\mu k} + j_R^{\mu k} = \bar{\Psi} \gamma^\mu \frac{\tau^k}{2} \Psi, \quad (3.61)$$

$$j_A^{\mu k} = j_L^{\mu k} - j_R^{\mu k} = \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\tau^k}{2} \Psi$$

kombinasyonlarıyla belirlenir.

$SU(2)_L \times SU(2)_R$ simetrisi önemsiz olsaydı, bütün parçacıklar parite dubletlerinde var olurdu. Ancak, hafif pseudoskaler mezonlar (negatif pariteli) hafif skaler mezonlardan (pozitif pariteli) daha hafif kütlelere sahiptirler. Buradan $j_A^{\mu k}$ ile bağlantılı $SU(2)$ aksel simetrisinin kendiliğinden kırıldığı sonucu çıkarılır. Kuantum alan teorisinde Goldstone teoremine göre her kendiliğinden kırılan global simetriden dolayı kırılan simetrisinin jeneratörleri ile benzer kuantum sayılı kütlelessiz parçacıklar ortaya çıkar. $SU(2)_A$ simetrisinde bu parçacıklar üç piondur. Sonlu kuark kütlelerinden dolayı kiral simetri kırıldığından pionlarda sonlu kütleler kazanırlar.

3.8. Kiral Kondensatlar

Toplam kuralları hadronik gözlenebilir niceliklerin belirlenmesinde kiral simetrisinin kırınım modelinin rolü olduğuna işaret eder. Buradan kuark kondensatının kiral simetrisinin kendiliğinden kırılması ile bağlantılı olduğu açıkça görülür.

Kiral simetri aniden kırıldığında, vakumda yeniden düzenlemeler olur. Vakum skaler kuark-antikuark çiftleri ile dolar, bunların yoğunluklarının sonlu beklenen değeri

$$\langle 0 | \bar{\Psi} \Psi | 0 \rangle = \langle 0 | \bar{\Psi}_L \Psi_R + \bar{\Psi}_R \Psi_L | 0 \rangle = \langle 0 | \bar{u}u + \bar{d}d + \bar{s}s | 0 \rangle \neq 0 \quad (3.62)$$

olur. (3.62) ile ifade edilen kuark yoğunlaşmasının tanımı

$$\langle 0|\bar{\Psi}\Psi|0\rangle = -Tr \lim_{y \rightarrow x^+} \langle 0|T \{\Psi(x)\bar{\Psi}(y)\}|0\rangle \quad (3.63)$$

şeklinde verilir. $\langle 0|\bar{\Psi}\Psi|0\rangle$ kiral kondensat veya kuark kondensat olarak adlandırılır ve simetrimin aniden kırılmasından kaynaklanan diğer parametreleri temsil eder. Çünkü $\bar{\Psi}\Psi = \bar{\Psi}_L\Psi_R + \bar{\Psi}_R\Psi_L$ farklı kiraliteli kuarkların karışımından meydana gelir.

Kiral kondensat, kiral limitte f_0 pion bozunum sabiti ve kuark ve pion kütleleri Gell-Mann-Oakes-Renner (GOR)

$$m_\pi^2 = -\frac{1}{f_0^2}(m_u + m_d)\langle \bar{u}u + \bar{d}d \rangle + O(m_{u,d}^2) \quad (3.64)$$

bağıntısı ile ilişkilidir. Bu eşitlikte $m_{u,d}$ 'nin varlığı açıkça kiral simetrimin kırılma miktarını gösterir. $m_{u,d} \rightarrow 0$ kiral limitinde pion kütlesi yok olur. f_0 ' da küçük düzeltmeler fiziksel bozunum sabitinin $f_\pi = 92.4 MeV = f_0 + O(m_{u,d})$ olmasını sağlar. Böylece, GOR bağıntısı

$$m_\pi^2 = -\frac{1}{f_\pi^2}(m_u + m_d)\langle \bar{u}u + \bar{d}d \rangle + O(m_{u,d}^2) \quad (3.65)$$

olarak yazılabilir.

$m_u + m_d \cong 2 MeV$ değeri yerine yazılırsa kuark kondensatlarının değeri

$$\langle \bar{q}q \rangle \equiv \langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle \cong -(239 MeV)^3 \text{ olarak bulunur.}$$

4. HAFİF MEZONLAR İÇİN TERMAL KRD TOPLAM KURALLARI

4.1. Hafif Skaler Mezonlar

Nükleer maddede mezonların özelliklerinin nasıl değiştiği problemi son yıllarda dikkat çeken konulardan biridir. Nükleer madde ortamında bu özellikler arasından en ilgi çekenler parçacıkların kütle ve leptonik bozunum sabitidir. Deneysel olarak parçacıkların bozunum sabitleri ağır iyon çarpışma deneylerinden elde edilen veriler ile ölçülebilir.

Bu özellikler nükleer madde ortamında güçlü etkileşmenin farklı modelleri kullanılarak teorik olarak incelenebilir. Buna öncülük eden çalışma Dukarev ve Levin [72] tarafından KRD toplam kuralları kullanılarak nükleer madde ortamında kütle kaymalarının hesaplanmasıdır. Daha sonra bu metot mezon kütlelerinin hesaplanması için kullanılmıştır [13-14].

Hafif mezonlar ağır iyon çarpışmalarında en çok üretilen parçacıklardır. Buna rağmen hafif skaler mezonların doğası hala açıklanamayan bir problemdir ve üzerinde en çok durulan teorik [29] ve deneysel araştırmaların [30] konusudur. Skaler mezonlar için birkaç senaryo mevcuttur: klasik $\bar{q}q$ durumları, glueball, hibrid durumları, molekül durumları, dört kuark durumları [73,74].

Yüksek sıcaklıkta simetrilerin restorasyonu ve hapsolmama beklenir [71]. Bundan dolayı sonlu sıcaklıkta skaler mezonlarla ilgili çalışmalar özellikle dikkat çekmektedir, çünkü bu mezonların kütlesi kiral simetrinin kırılması ile ilgilidir. Bu mezonların fiziksel parametrelerin sıcaklığa bağlılığı ile ilgili çalışmalar mümkün simetrilerin restorasyonunun ip uçlarını verir. Kiral simetrinin kırılımının restorasyonu hadronların kuark-glüon plazmaya faz geçişi ile ilgilidir [42].

Güçlü etkileşmenin teorisi olan KRD'nin büyük başarılarına rağmen skaler mezonların kuark yapısı hala açıklanamamıştır ve literatürde geniş şekilde ele

alınmaktadır. Skaler mezon yapıları için $\bar{q}q$ iki-kuark, $\bar{q}q\bar{q}q$ dört kuark durumları, mezon-mezon taban durumları ve çift bir skaler glüon-topu gibi pek çok seneryo mevcuttur [73]. Skaler mezonların deneysel olarak belirlenmesi zordur ve pertürbatif olmayan güçlü etkileşmenin karmaşık yapısından dolayı skaler mezonların temel yapısı teorik olarak iyi analiz edilememiştir. Gerçekte 1.5GeV altında gözlenen hafif skaler mezonlar bir tekil $\bar{q}q$ multipletine uyum sağlar. Hafif skaler mezonlarda iki dokuzluk (nonet) multipletten biri 1GeV altındaki bölgede ve bir diğeri 1.5GeV civarındaki bölgededir. Hafif skaler mezonlar izoskalerler $\sigma(500)$, $f_0(980)$, κ izodoublet ve izovektör $a_0(980)$ bir SU(3) çeşni dokuzlu formundadır. Bu skalerin çeşni yapısı geleneksel kuark modelinde

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}), \quad f_0 = s\bar{s},$$

$$a_0^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}), \quad a_0^+ = u\bar{d}, \quad a_0^- = d\bar{u}, \quad (4.1)$$

$$\kappa^+ = u\bar{s}, \quad \kappa^0 = d\bar{s}, \quad \bar{\kappa}^0 = s\bar{d}, \quad \kappa^- = s\bar{u}.$$

şeklinde ifade edilir. Bu model ile $f_0(980)$ ve $a_0(980)$ 'ın aynı kütleyle sahip olmasını anlamak zor olmasına, σ ve κ 'nın $f_0(980)$ ve $a_0(980)$ 'dan niçin daha kısa bir yarı ömre sahip olduğunu açıklamak zor olmasına rağmen bu model hala kullanılmaktadır. Bazı alternatif modeller izoskalerler arasında bir karışıma izin verir. Bununla birlikte farklı deneysel verilerde farklı karışımlar ortaya çıkar. Diğer bir deyimle, 1.3–1.7 GeV kütle bölgesinde skaler mezonlar ($f_0(1370)$, $f_0(1500)$ izoskalerleri, $K_0^*(980)$ izodubleti ve $a_0(1450)$ izovektörü) bir SU(3) çeşni dokuzlu ile kolaylıkla uyum sağlayabilir. 1GeV altında dört-kuarklı modelde $f_0(980)$, $a_0(980)$, σ ve κ 'nın sembolik yapıları

$$\begin{aligned}
\sigma &= ud\bar{u}\bar{d}, & f_0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(us\bar{u}\bar{s} - ds\bar{d}\bar{s}), \\
a_0^- &= ds\bar{u}\bar{s}, & a_0^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(us\bar{u}\bar{s} - ds\bar{d}\bar{s}), & a_0^+ &= us\bar{d}\bar{s}, \\
\kappa^+ &= udd\bar{s}, & \kappa^0 &= ud\bar{u}\bar{s}, & \bar{\kappa}^0 &= us\bar{u}\bar{d}, & \kappa^- &= ds\bar{u}\bar{d}.
\end{aligned} \tag{4.2}$$

ile gösterilir. Bu gösterim örgü hesaplarıyla ve geniş KRD N_c ölçeği ile uyumludur. Hafif mezonlar için bu dört-kuark senaryosunda, $f_0(980)$ ve $a_0(980)$ ' nin kütle dejenerasyonu doğaldır ve nonetlerin kütle hiyerarji modeli anlaşılabilir. Ayrıca σ ve κ ' nin $f_0(980)$ ve $a_0(980)$ ' den niçin daha fazla genişliğe sahip olduğunu açıklamak mümkündür. $\sigma \rightarrow \pi\pi$, $\kappa \rightarrow K\pi$ ve $f_0, a_0 \rightarrow KK$ bozunumları $f_0(980)$ ve $a_0(980)$ $\bar{K}K$ eşiği çok uzak olduğundan, $f_0(980)$ ' de $\pi\pi$ durumu, $a_0(980)$ ' de $\eta\pi$ durumu baskındır [29].

4.2. Sonlu Sıcaklıkta Mezonların Spektral Fonksiyonları

KRD toplam kurallarında ilk adım dispersiyon bağıntıları kullanılarak korelasyon fonksiyonunun belirlenmesidir ve bu amaç için bahsedilen akımın spektral yoğunluğunu elde etmek gerekir. Bu nedenle KRD toplam kuralları metodunda ilk aşama spektral yoğunlukların belirlenmesidir. Farklı durumlarda spektral yoğunluklar literatürde incelenmiştir [75-84].

Termal KRD toplam kuralları yaklaşımı $J(x) = \bar{q}_1(x)\Gamma q_2(x)$ arakesit akımının termal korelatörünün değerlendirilmesini temel alır. İki-nokta termal korelasyon fonksiyonu

$$\Pi(q, T) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \text{Tr}(\rho \mathcal{T}(J(x)J^+(x))) \tag{4.3}$$

ile verilir. Burada \mathcal{T} zaman sıralama çarpımı ve $\rho = e^{-\beta H} / \text{Tr} e^{-\beta H}$, $T = 1/\beta$ sıcaklığında KRD' nin termal yoğunluk matrisidir. $J(x)$ arakesit akımında $\Gamma = I$ veya $i\gamma_5$ sırasıyla skaler ve pseudoskaler parçacıklar ve $\Gamma = \gamma_\mu$ vektör parçacıklar için yazılır. İki nokta korelasyon fonksiyonu

$$\Pi(q, T) = -i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \text{Tr} [i \gamma_5 S(q) i \gamma_5 S(q-p)] \quad (4.4)$$

ele alınır. Burada $S(q)$ sonlu sıcaklıkta kuark propagatörü olup

$$S(q) = (\gamma_\mu q^\mu + m) \left[\frac{1}{q^2 - m^2 + i\varepsilon} + 2\pi i n_f(|q_0|) \delta(q^2 - m^2) \right] \quad (4.5)$$

ifadesiyle verilir. Burada m incelenen kuarkın kütlesi ve n_f fermiyonik dağılım fonksiyonudur. Kuark propagatörünün ifadesi korelasyon fonksiyonunda yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} \Pi(q, T) = & i N_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \text{Tr} (\gamma_\mu q^\mu - m_1) (\gamma_\nu (q-p)^\nu + m_2) \\ & \times \left[\frac{1}{q^2 - m_1^2 + i\varepsilon} + 2\pi i n_f(|q_0|) \delta(q^2 - m_1^2) \right] \\ & + \left[\frac{1}{(q-p)^2 - m_2^2 + i\varepsilon} + 2\pi i n_f(|q_0 - p_0|) \delta((q-p)^2 - m_2^2) \right] \end{aligned} \quad (4.6)$$

elde edilir. $\gamma_5^2 = I$, $\gamma_5 \gamma_\mu = -\gamma_\mu \gamma_5$ ve Dirac matrislerinin diğer özellikleri kullanılarak

$$\text{Tr} (\gamma_\mu q^\mu - m_1) (\gamma_\nu (q-p)^\nu + m_2) = 4(q^2 - q \cdot p - m_1 m_2) \quad (4.7)$$

yazılabilir. Öncelikle, pseudoskaler parçacıklar için termal spektral yoğunluğu ele alalım. Momentum uzayında bu akımlar için $\Pi(q, T)$ ' nin ifadesi

$$\Pi(q, T) = 4i N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (k^2 - k \cdot q - m_1 m_2) D(k, m_1) D(k-q, m_2) \quad (4.8)$$

olarak yazılabilir. Burada $D(k, m) = 1/(k^2 - m^2 + i\varepsilon) + 2\pi i n(|k_0|) \delta(k^2 - m^2)$ şeklinde ifade edilir ve bu ifade de $n(x) = [\exp(\beta x) + 1]^{-1}$ Fermi dağılım fonksiyonudur. k_0 üzerinden integral alınırsa

$$\begin{aligned} \Pi(q, T) = & 4iN_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} (q^2 - p \cdot q - m_1 m_2) \left[\frac{1}{q^2 - m_1^2 + i\varepsilon} \frac{1}{(q-p)^2 - m_2^2 + i\varepsilon} \right. \\ & + 2\pi i n_f(\omega_1) \delta(q_0^2 - \omega_1^2) + 2\pi i n_f(\omega_1) \delta(q_0^2 - \omega_1^2) \frac{1}{(q-p)^2 - m_2^2 + i\varepsilon} \\ & + 2\pi i n_f(\omega_2) \delta((q-p)^2 - m_2^2) \frac{1}{q^2 - m_1^2 + i\varepsilon} \\ & \left. - 4\pi^2 n_f(\omega_1) n_f(\omega_2) \delta(q_0^2 - \omega_1^2) \delta((q_0 - p_0)^2 - \omega_2^2) \right] \end{aligned} \quad (4.9)$$

elde edilir. Bu korelasyon fonksiyonu işlem sadeliği için

$$\Pi(q, T) = \Pi_1(q, T) + \Pi_2(q, T) + \Pi_3(q, T) + \Pi_4(q, T) \quad (4.10)$$

şeklinde dört kısma ayrılarak incelenmiştir. Birinci terimin imajiner kısmı

$$\begin{aligned} \text{Im}\Pi_1(q, T) = & 4N_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} (q^2 - p \cdot q - m_1 m_2) \\ & \times \text{Re} \left[\frac{1}{q^2 - m_1^2 + i\varepsilon} \frac{1}{(q-p)^2 - m_2^2 + i\varepsilon} \right] \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \text{Im}\Pi_1(q, T) = & 4N_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} (q^2 - p \cdot q - m_1 m_2) \frac{-1}{4\omega_1 \omega_2} \\ & \times \left(\text{Re} \frac{1}{q_0 - \omega_1 + i\delta_1} \frac{1}{q_0 - p_0 + \omega_2 - i\delta_2} + \frac{1}{q_0 + \omega_1 - i\delta_1} \frac{1}{q_0 - p_0 - \omega_2 + i\delta_2} \right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned}
\text{Im}\Pi_1(q,T) &= 4N_c \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \text{Re} \frac{i}{4\omega_1\omega_2} (\omega_1^2 - \mathbf{q}^2 - p_0\omega_1 - \mathbf{p}\cdot\mathbf{q} - m_1m_2) \\
&\times \frac{1}{\omega_1 - p_0 + \omega_2 + i\delta} - 4N_c \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \text{Re} \frac{i}{4\omega_1\omega_2} (\omega_1^2 - \mathbf{q}^2 + p_0\omega_1 + \mathbf{p}\cdot\mathbf{q} - m_1m_2) \\
&\times \frac{1}{-\omega_1 - p_0 - \omega_2 + i\delta}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

$$\begin{aligned}
\text{Im}\Pi_1(q,T) &= -4N_c \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{\pi}{4\omega_1\omega_2} [\omega_1^2 - \mathbf{q}^2 - p_0\omega_1 - \mathbf{p}\cdot\mathbf{q} - m_1m_2] \\
&\times \delta(\omega_1 + \omega_2 - p_0) - 4N_c \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{\pi}{4\omega_1\omega_2} [\omega_1^2 - \mathbf{q}^2 + p_0\omega_1 - m_1m_2 + \mathbf{p}\cdot\mathbf{q}] \\
&\times \delta(p_0 + \omega_1 + \omega_2)
\end{aligned} \tag{4.14}$$

işlemleri takip edilirse ve $\mathbf{p} = 0$, $\omega_1^2 = \mathbf{q}^2 + m_1^2$, $\omega_2^2 = \mathbf{q}^2 + m_2^2$ alınarak

$$\frac{1}{x - i\varepsilon} = i\pi\delta(x) + p\left(\frac{1}{x}\right), \quad \frac{1}{x + i\varepsilon} = -i\pi\delta(x) + p\left(\frac{1}{x}\right) \tag{4.15}$$

ifadeleri yerine yazılırsa, $p_0 > 0$ için

$$\text{Im}\Pi_1(q,T) = -4N_c \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{\pi}{4\omega_1\omega_2} (\omega_1^2 - \mathbf{q}^2 - p_0\omega_1 - m_1m_2) \delta(p_0 - \omega_1 - \omega_2) \tag{4.16}$$

$$\begin{aligned}
\text{Im}\Pi_1(q,T) &= -N_c \int \frac{4\pi q^2 dq}{8\pi^2} \frac{\pi}{\omega_1\omega_2} (\omega_1^2 - \mathbf{q}^2 - p_0\omega_1 - m_1m_2) \\
&\times \delta\left(p_0 - \sqrt{\mathbf{q}^2 + m_1^2} - \sqrt{\mathbf{q}^2 + m_2^2}\right)
\end{aligned} \tag{4.17}$$

elde edilir. Burada

$$\delta(p_0 - \omega_1 - \omega_2) = \frac{\delta(q - q_1)}{\left| \left(\frac{df}{dq} \right) \Big|_{q=q_1} \right|},$$

$$f(q) = p_0 - \sqrt{q^2 + m_1^2} - \sqrt{q^2 + m_2^2}, \quad f(q_1) = 0, \quad (4.18)$$

$$q_1^2 = \frac{[p_0^2 - (m_1^2 - m_2^2)]^2 - 4p_0^2 m_2^2}{4p_0^2}, \quad \left| \frac{df}{dq} \right| = \frac{p_0}{\omega_1 \omega_2}$$

ifadeleri yerine yazılırsa,

$$\text{Im}\Pi_1(q, T) = -N_c \int \frac{q^2 dq}{2\pi} \frac{1}{\omega_1 \omega_2} (\omega_1^2 - \mathbf{q}^2 - p_0 \omega_1 - m_1 m_2) \frac{\delta(q - q_1)}{q_1 p_0} \omega_1 \omega_2 \quad (4.19)$$

$$\text{Im}\Pi_1(q, T) = -\frac{1}{2\pi} \frac{q_1}{p_0} (m_1^2 - p_0 \omega_1 - m_1 m_2) \quad (4.20)$$

elde edilir. q_1 ifadesinin yerine p_0 , m_1 ve m_2 cinsinden

$$q_1^2 = \frac{(p_0^2 - m_1^2 - m_2^2)^2 - 4m_1^2 m_2^2}{4p_0^2} \quad (4.21)$$

ifadesi yerleştirildiğinde

$$\text{Im}\Pi_1(q, T) = -\frac{N_c}{4\pi p_0^2} \sqrt{(p_0^2 - m_1^2 - m_2^2)^2 - 4m_1^2 m_2^2} [m_1^2 - p_0 \omega_1 - m_1 m_2] \quad (4.22)$$

bulunur. ω_1 yerine p_0 , m_1 ve m_2 cinsinden $p_0 - \omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\mathbf{q}^2 + m_2^2}$ yazılırsa

$$\text{Im}\Pi_1(q, T) = \frac{N_c}{8\pi p_0^2} \sqrt{(p_0^2 - m_1^2 - m_2^2)^2 - 4m_1^2 m_2^2} (p_0^2 - (m_1 - m_2)^2) \quad (4.23)$$

$$\text{Im}\Pi_1(q, T) = \frac{N_c}{8\pi p_0^2} \sqrt{\frac{p_0^2 - (m_1 + m_2)^2}{p_0^2 - (m_1 - m_2)^2}} (p_0^2 - (m_1 - m_2)^2)^2 \quad (4.24)$$

ifadesi elde edilir. Yukarıdaki ifade aynı zamanda $T = 0$ durumundaki spektral yoğunluğu vermektedir.

$$T = 0 \text{ için } \sqrt{\frac{p_0^2 - (m_1 + m_2)^2}{p_0^2 - (m_1 - m_2)^2}} = \sqrt{1 - \frac{4m_1m_2}{p_0^2 - (m_1 - m_2)^2}} \quad p_0^2 = s \text{ ve}$$

$$\rho_0 = \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi_1 = \frac{3}{8\pi^2 s} \sqrt{1 - \frac{4m_1m_2}{s - (m_1 - m_2)^2}} [s - (m_1 - m_2)^2]^2 \quad (4.25)$$

$$q^2(s) = s - (m_1 - m_2)^2 \quad \text{ve} \quad v(s) = \sqrt{1 - \frac{4m_1m_2}{q^2(s)}} \text{ olarak ele alınırsa,}$$

$$\text{Im} \Pi_1(q, T) = \frac{3}{8\pi s} v(s) q^4(s) \quad (4.26)$$

elde edilir.

İkinci terimin imajiner kısmı aynı şekilde ele alınırsa:

$$\begin{aligned} \text{Im} \Pi_2(q, T) = & -4N_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^3} [q^2 - p \cdot q - m_1 m_2] \\ & \times n_f(\omega_1) \delta(q_0^2 - \omega_1^2) \text{Im} \frac{1}{(q-p)^2 - m_2^2 + i\varepsilon} \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned} \text{Im} \Pi_2(q, T) = & 4N_c \int \frac{d^4 q}{8\pi^2} (q^2 - p \cdot q - m_1 m_2) n_f(\omega_1) \delta(q_0^2 - \omega_1^2) \\ & \times \delta[(q-p)^2 - m_2^2] \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} \text{Im} \Pi_2(q, T) = & 4N_c \int \frac{d^4 q}{8\pi^2} (q_0^2 - \mathbf{q}^2 - p_0 \cdot q_0 - \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} - m_1 m_2) \\ & \times n_f(\omega_1) \frac{1}{4\omega_1 \omega_2} [\delta(q_0 - \omega_1) + \delta(q_0 + \omega_1)] [\delta(q_0 - p_0 - \omega_2) + \delta(q_0 - p_0 + \omega_2)] \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned}
\text{Im}\Pi_2(q, T) &= N_c \int \frac{d\mathbf{q}}{8\pi^2} (\omega_1^2 - \mathbf{q}^2 - p_0 \cdot \omega_1 - \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} - m_1 m_2) \\
&\times \frac{n_f(\omega_1)}{\omega_1 \omega_2} [\delta(\omega_1 - p_0 - \omega_2) + \delta(\omega_1 - p_0 + \omega_2)]
\end{aligned} \tag{4.30}$$

$$\begin{aligned}
&+ N_c \int \frac{d\mathbf{q}}{8\pi^2} (\omega_1^2 - \mathbf{q}^2 - p_0 \cdot \omega_1 - \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} - m_1 m_2) \\
&\times \frac{n_f(\omega_1)}{\omega_1 \omega_2} [\delta(-\omega_1 - p_0 - \omega_2) + \delta(-\omega_1 - p_0 + \omega_2)]
\end{aligned}$$

$\text{Im}\Pi_2(q, T)$, $p_0 > 0$ ve $\mathbf{p} > 0$ için

$$\text{Im}\Pi_2(q, T) = \text{Im}\Pi_{2,a}(q, T) + \text{Im}\Pi_{2,s}(q, T) \tag{4.31}$$

şeklinde iki kısımda ele alınır. İlk terim aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\text{Im}\Pi_{2,a}(q, T) &= N_c \int \frac{d\mathbf{q}}{8\pi^2} (\omega_1^2 - \mathbf{q}^2 - p_0 \cdot \omega_1 - \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} - m_1 m_2) \\
&\times \frac{n_f(\omega_1)}{\omega_1 \omega_2} \delta(\omega_1 - p_0 - \omega_2)
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Burada $n_f(\omega_1) = n_f(\mathbf{q}^2 + m_1^2)$ ve $\omega_1 = \frac{p_0}{2} \left(1 + \frac{m_1^2 - m_2^2}{p_0^2} \right)^2$ ifadeleri yerlerine

yazıldığında

$$\text{Im}\Pi_{2,a}(q, T) = -\text{Im}\Pi_1(q, T) n_f \left[\frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 + \frac{m_1^2 - m_2^2}{p_0^2} \right) \right] \tag{4.33}$$

elde edilir. İkinci terim ise

$$\text{Im}\Pi_{2,s}(q, T) = N_c \int \frac{d\mathbf{q}}{8\pi^2} (\omega_1^2 - \mathbf{q}^2 - p_0 \cdot \omega_1 - m_1 m_2) \frac{n_f(\omega_1)}{\omega_1 \omega_2} \delta(p_0 + \omega_2 - \omega_1) \tag{4.34}$$

yazılabilir. $m_1 > m_2$ olduğunu varsayılırsa ve

$$\delta(p_0 + \omega_2 - \omega_1) = \frac{\delta(q - q_1)}{\left| \left(\frac{df}{dq} \right) \Big|_{q=q_1} \right|}, \quad f(q_1) = 0 \quad (4.35)$$

$$f(q) = p_0 + \frac{\sqrt{q^2 + m_2^2} - \sqrt{q^2 + m_1^2}}{\sqrt{\quad} \sqrt{\quad}}, \quad \frac{df}{dq} = \frac{qp_0}{\omega_1 \omega_2}$$

ifadeleri ele alınırsa, sonuç olarak

$$\text{Im}\Pi_{2,s}(q, T) = -\text{Im}\Pi_1(q, T) n_f \left[\frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 + \frac{m_1^2 - m_2^2}{s} \right) \right] \quad (4.36)$$

elde edilir. Korelasyon fonksiyonunun üçüncü ve dördüncü parçalarının da imajiner kısmı aynı şekilde ele alınırsa,

$$\text{Im}\Pi_3(q, T) = -4N_c \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^3} (q^2 - p \cdot q - m_1 m_2) \times n_f(\omega_2) \delta((q-p)^2 - m_2^2) \delta(q^2 - m_1^2) (-\pi) \quad (4.37)$$

olur. Bazı cebirsel hesaplamalardan sonra

$$\text{Im}\Pi_{3,a}(q, T) = -\text{Im}\Pi_1 n_f \left[\frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 + \frac{m_2^2 - m_1^2}{s} \right) \right] \quad (4.38)$$

elde edilir. Benzer şekilde $\text{Im}\Pi_{3,s}(q, T)$ için $\omega_2 = \frac{m_1^2 - m_2^2 - p_0^2}{2p_0}$ alınarak

$$\text{Im}\Pi_{3,s}(q, T) = -\text{Im}\Pi_1(q, T) n_f \left[\frac{\sqrt{s}}{2} \left(\frac{m_1^2 - m_2^2}{s} - 1 \right) \right] \quad (4.39)$$

ve

$$\begin{aligned} \text{Im}\Pi_4(q, T) = & -4N_c \int \frac{d^4q}{(2\pi)^3} (q^2 - p \cdot q - m_1 m_2) 2\pi n_f(\omega_1) n_f(\omega_2) \\ & \times \delta(q_0^2 - \omega_1^2) \delta[(q_0 - p_0)^2 - \omega_2^2] \end{aligned} \quad (4.40)$$

bulunur.

$$\text{Im}\Pi_{4,a}(q, T) = \text{Im}\Pi_1(q, T) 2n_f(\omega_1) n_f(\omega_2) , \text{ burada } \omega_1 + \omega_2 = p_0 \text{ dir.}$$

$$\text{Im}\Pi_{4,s}(q, T) = \text{Im}\Pi_1(q, T) 2n_f(\omega_1) n_f(\omega_2) , \text{ burada } p_0 = \omega_1 - \omega_2 \text{ dir.}$$

Sonuç olarak $s \geq (m_1 + m_2)^2$ için (yani $p_0 = \omega_1 + \omega_2$ için)

$$\text{Im}\Pi_a(q, T) = \text{Im}\Pi_1(q, T)(1 - n_1 - n_2 + 2n_1 n_2) \quad (4.41)$$

$0 \leq s \leq (m_1 - m_2)^2$ için (yani $p_0 = \omega_1 - \omega_2$ için)

$$\text{Im}\Pi_s(s) = (2n_1 n_2 - n_1 - n_2) \text{Im}\Pi_1(q, T) \quad \text{elde edilir.}$$

$\Pi(q, T)$ ' nin imajiner kısmı $\text{Im}\Pi(q, T) = L(q_0) + L(-q_0)$ şeklinde olur. Burada

$$\begin{aligned} L(q_0) = & -N_c \int \frac{d\mathbf{k}}{8\pi^2} \frac{\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k} \cdot \mathbf{q} - \omega_1 q_0 - m_1 m_2}{\omega_1 \omega_2} [A(n_1, n_2) \delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2) \\ & - B(n_1, n_2) \delta(q_0 - \omega_1 + \omega_2)] \end{aligned} \quad (4.42)$$

olup m_1 ve m_2 kuark kütleleri, $\omega_1 = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_1^2}$, $\omega_2 = \sqrt{(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 + m_2^2}$, $n_1 = n(\omega_1)$, $n_2 = n(\omega_2)$, $A(n_1, n_2) = (1 - n_1)(1 - n_2) + n_1 n_2$, $B(n_1, n_2) = (1 - n_1)n_2 + (1 - n_2)n_1$ şeklinde ifade edilebilir. Yukarıdaki (4.42) eşitliğinde m_1 ve m_2 kütlelerinin önündeki artı ve eksi işaretleri sırasıyla skaler ve pseudoskaler parçacıklara karşılık gelir. Fermi dağılım fonksiyonlarını içermeyen terim vakum katkılarını gösterir. Fermi dağılımlarını içeren terimler ortam katkılarını ifade ederler. Eşitlik (4.42)' in farklı terimlerindeki delta fonksiyonları $\Pi(q, T)$ ' nin sıfır olmayan kısımlarını kontrol eder. Delta fonksiyonu için

$$\delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2) = \frac{\omega_2}{|\mathbf{k}||\mathbf{q}|} \delta\left(\cos\theta + \frac{q^2 - 2q_0\omega_1}{2|\mathbf{k}||\mathbf{q}|}\right) \quad (4.43)$$

ifadesi hesaba katılarak (burada θ , \mathbf{k} ve \mathbf{q} momentumları arasındaki açıdır) ve bazı dönüşümler yapılarak $p_0 = \omega_1 + \omega_2$ için $1 - n_1 - n_2 + 2n_1n_2$ ifadesi ele alınmıştır. n_1 ve n_2 fermiyonik dağılım fonksiyonları

$$n_1 = \frac{1}{\exp(\beta\omega_1) + 1}, \quad \exp(\beta\omega_1) = \frac{1 - n_1}{n_1}, \quad n_2 = \frac{1}{\exp(\beta\omega_2) + 1}, \quad \exp(\beta\omega_2) = \frac{1 - n_2}{n_2}$$

ile verilirler. Sonuç olarak

$$\rho_a(s) = \frac{1}{\pi} \text{Im}\Pi_a \tanh \frac{\beta p_0}{2} \quad (4.44)$$

bulunur.

$$\text{Burada } \tanh \frac{\beta p_0}{2} = \frac{\exp(\beta p_0) - 1}{\exp(\beta p_0) + 1} \text{ ve } \frac{\exp[\beta(\omega_1 + \omega_2)] - 1}{\exp[\beta(\omega_1 + \omega_2)] + 1} = \frac{1 - n_1 - n_2}{1 - n_1 - n_2 + 2n_1n_2}$$

ifadeleri kullanılarak, hesaplamalar sonunda $\rho_a(s) = \rho_0(s)(1 - n_1 - n_2)$

$$\rho_{a, \text{pert}}(s, T) = \rho_0(s) \left[1 - n \left(\frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 + \frac{m_1^2 - m_2^2}{s} \right) \right) - n \left(\frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 - \frac{m_1^2 - m_2^2}{s} \right) \right) \right] \quad (4.45)$$

şeklinde yazılabilir. $s \geq (m_1 + m_2)^2$ bölgesinde geçerlidir.

$$p_0 = \omega_1 - \omega_2 \text{ için } \tanh \left(\frac{\beta p_0}{2} \right) = \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2 - 2n_1n_2} \text{ olmak üzere}$$

$$\rho_{s, \text{pert}}(s, T) = \rho_0(s) \left[n \left(\frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 + \frac{m_1^2 - m_2^2}{s} \right) \right) - n \left(-\frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 - \frac{m_1^2 - m_2^2}{s} \right) \right) \right] \quad (4.46)$$

bulunur. Burada $\rho_0(s)$ sıfır sıcaklıkta pertürbasyon teorisinin düşük mertebelerinde spektral yoğunluk olup

$$\rho_0(s) = \frac{3}{8\pi^2 s} q^2(s) v^n(s) \quad (4.47)$$

ifadesi ile verilir. Burada $q(s) = s - (m_1 - m_2)^2$, $v(s) = (1 - 4m_1 m_2 / q(s))^{1/2}$, $n = 3$ ve $n = 1$ sırasıyla skaler ve pseudoskaler parçacıklar için yazılır. Benzer şekilde, vektör mezonlar için termal spektral yoğunluğu ele alalım. Vektör akımın korelasyon fonksiyonu termal alan teorisinde Lorentz invariant fonksiyonlar ile verilir: $\Pi_1(q^2, \omega) = \Pi_2 / \bar{q}^2$ ve $\Pi_1(q^2, \omega) = -\frac{1}{2}(\Pi_1 + \Pi_2 / \bar{q}^2)$. Burada $\Pi_1(q, T) = g^{\mu\nu} \Pi_{\mu\nu}$, $\Pi_2(q, T) = u^\mu \Pi_{\mu\nu} u^\nu$, $\bar{q}^2 = \omega^2 - q^2$, $\omega = u \cdot q$ ve u_μ dört vektördür. k_0 üzerinden integral alındıktan sonra $\Pi_2(q, T)$ ' in imajiner kısmını $Im \Pi_2(q, T) = K(q_0) + K(-q_0)$ elde edilir. Burada

$$K(q_0) = N_c \int \frac{d\mathbf{k}}{8\pi^2} \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q} + q_0 \omega_1 - 2\omega_1^2}{\omega_1 \omega_2} \times [A(n_1, n_2) \delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2) - B(n_1, n_2) \delta(q_0 - \omega_1 + \omega_2)] \quad (4.48)$$

şeklinde verilir. Eşitlik (4.43)' yı kullanarak ve θ üzerinden integral alınarak, sıfır olmayan momentumda vektör akım için termal spektral yoğunlukların yok olma ve saçılma kısımları

$$\rho_{l,a}(s, |\mathbf{q}|) = \frac{3}{16\pi^2} \int_{-v}^v dx (1 - x^2) [1 - 2n + (s, |\mathbf{q}|)] \quad (4.49)$$

$$\rho_{l,s}(s, |\mathbf{q}|) = \frac{3}{16\pi^2} \int_{-v}^\infty dx (1 - x^2) [n_+(s, |\mathbf{q}|) + n_-(s, |\mathbf{q}|)] \quad (4.50)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $n_+(s, |\mathbf{q}|) = n \left[\frac{1}{2} (|\mathbf{q}|x + \sqrt{s}) \right]$ ve

$n_-(s, |\mathbf{q}|) = n \left[\frac{1}{2} (|\mathbf{q}|x - \sqrt{s}) \right]$ dir. $m_1 = m_2$ için, sıfır sıcaklık ve $|\mathbf{q}| \rightarrow 0$ limit

durumlarında, (4.45), (4.46), (4.49) ve (4.50) eşitlikleri literatürde var olan sonuçlar ile uyumludurlar. Ayrıca, elde edilen sonuçlar göstermektedir ki termal katkılar çok

önemlidir. Bu nedenle termal katkılar ortamda mezon özelliklerinin analizinde ve ağır iyon çarpışma deneylerinin yorumunda muhakkak ele alınmalıdır.

4.3. Hafif Mezonlar için Toplam Kurallarının Elde Edilmesi ve Termal Hadronik Eşik

Güçlü etkileşmenin KRD teorisinin başarılarına rağmen hafif mezonların yapısı hala tam olarak anlaşılmamıştır. Özellikle aynı kuantum sayılarına ($J^{PC} = 0^{++}$) sahip hafif skaler mezonların yapısını bilmek KRD vakumunun pertürbatif olmayan özelliklerini anlamak için çok önemlidir. ρ ve σ mezonların leptonik bozunum sabitleri [13,19] yaygın olarak incelenmiştir. Bu çalışmalarda, iki-pion sürekli katkıları kullanılarak bozunum sabitleri elde edilebilir. Fakat kuark-hadron ikilemi yaklaşımı hadronik eşğin sıcaklığa bağlılığını bilmeyi gerektirir. Hadronik eşğin sıcaklığa bağlılığı $\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle$ kuark kondensatına bağlı olarak [23]

$$s_0(T) = s_0 \frac{\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle}{\langle 0 | \bar{\Psi}\Psi | 0 \rangle} \left(1 - \frac{4m^2}{s_0} \right) + 4m^2 \quad (4.51)$$

ile verilir. Burada s_0 sıfır sıcaklıkta hadronik eşik ve m kuark kütesidir. Bu çalışmada ρ ve σ mezonlarının bozunum sabitleri tekrar elde edilmiştir ve bulunan sonuçlar literatürde var olan [13,19] sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Termal spektral yoğunluk ve pertürbatif iki-ilmek düzeltmeleri ele alınarak korelasyon fonksiyonu ve termal KRD toplam kuralları modifiye edilmiştir. Kiral pertürbasyon teorisi [67] ve Örgü KRD teorisi [64,85] aracılığıyla elde edilen enerji yoğunluğu ve kuark-glüon kondensatlarının değerleri kullanılarak leptonik bozunum sabitleri hesaplanabilir. Hesaplamalarımız elde edilen sonuçların hem iki pion süreklilik yaklaşımının hem de kuark-hadron ikilemi yaklaşımının birbiriyle uyumlu olduğunu gösterir.

Bu bölümde ρ ve σ mezonları için termal toplam kuralları ele alınmıştır. Hesaplamaya (4.3) eşitliğindeki iki-pion termal korelasyon fonksiyonu ele alınarak başlanmıştır. $J(x) =: \bar{Q}(x)\Gamma Q(x)$: arakesit akımı ve arakesit akımındaki $Q(x)$ kuark alanı ve Γ skaler ve vektör parçacıklar için sırasıyla $\Gamma = I$ ve $\Gamma = \gamma_\mu$ olarak ele

alınmıştır. Termal spektral yoğunluk pertürbasyon teorisinin en düşük mertebesinde [11, 21] makalelerinde

$$\rho(s, T) = \frac{s}{8\pi^2} v(s) f(s) \left[1 - 2n \left(\frac{\sqrt{s}}{2} \right) \right] \quad (4.52)$$

olarak hesaplanmıştır. Burada ρ ve σ mezonları için sırasıyla $v(s) = \sqrt{1 - 4m^2/s}$ ve $f(s) = 3v^2(s)$ veya $f(s) = 3 - v^2(s)$ şeklindedir. Hesaplamalarımızda, spektral yoğunluk için iki-ilmek seviyesinde α_s düzeltmeleri dikkate alınmıştır. Sıfır sıcaklıkta bu düzeltmeler ρ ve σ mezonları için [41]'deki gibi sırasıyla

$$\rho_{\alpha_s}(s, T) = \frac{11s}{8\pi^3} \alpha_s \quad \text{ve} \quad \rho_{\alpha_s}(s, T) = \frac{s}{4\pi^3} \alpha_s \quad (4.53)$$

şeklinde yazılabilir. Eşitlik (4.53)'te α_s yerine örgü teorisinde sıcaklığa bağlı ifadesi olan $\alpha(T) = 2.095(82)g^2(T)/4\pi$ değeri yazılmıştır [21].

Korelasyon fonksiyonunun fenomenolojik kısmını hesaplamak için, Eşitlik (4.52)'ye fiziksel ara durumların tam bir takımı ilave edilmiştir. f_σ ve f_ρ bozunum sabitleri, $J(0)$ skaler akımın ve $J_\mu(0)$ vektör akımın

$$\langle 0 | J(0) | \sigma \rangle = f_\sigma m_\sigma \quad \text{ve} \quad \langle 0 | J_\mu(0) | \rho \rangle = f_\rho m_\rho \varepsilon_\mu^\lambda \quad (4.54)$$

şeklinde matris elemanı olarak tanımlanırlar. Burada ε_μ^λ vektör mezonlar için polarizasyon durumlarıdır. Son olarak OPE sonuçları ve spektral gösterim eşitlenerek σ ve ρ -mezonları için toplam kuralı

$$f^2(T) m^2(T) \exp\left(-\frac{m^2(T)}{M^2}\right) = \int_{4m^2}^{s_0(T)} ds [\rho(s) + \rho_{\alpha_s}(s)] \quad (4.55)$$

$$\times \exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) + \hat{B} \Pi^{\text{pert. olmayan}}(q, T)$$

şeklinde yazılır. Burada M^2 Borel kütle parametresidir. Eşitlik (4.55)' de σ ve ρ - mezonları için pertürbatif olmayan kısım [13, 19]' da

$$\hat{B}\Pi_{\sigma}^{pert. olmayan}(q, T) = 3m\langle\bar{\psi}\psi\rangle + \frac{g^2}{32\pi^2}\langle G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}\rangle$$

$$- \frac{6}{11}\left[\langle u\Theta u\rangle + \lambda(M^2)\left(\frac{16}{3}\langle u\Theta^f u\rangle - \langle u\Theta^g u\rangle\right)\right]$$
(4.56)

$$\hat{B}\Pi_{\rho}^{pert. olmayan}(q, T) = -2m\langle\bar{\psi}\psi\rangle - \frac{g^2}{48\pi^2}\langle G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}\rangle$$

$$- \frac{4}{11}\left[\langle u\Theta u\rangle + \lambda(M^2)\left(\frac{16}{3}\langle u\Theta^f u\rangle - \langle u\Theta^g u\rangle\right)\right]$$
(4.57)

şeklinde verilmiştir. Burada $\lambda(M^2) = \left[\frac{\ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right)}{\ln\left(\frac{M^2}{\Lambda^2}\right)}\right]^{\frac{44}{87}}$, $\Theta_{\mu\nu}^f$ ve $\Theta_{\mu\nu}^g$ sırasıyla

$\Theta_{\mu\nu}$ enerji momentum tensörünün fermiyonik ve glüonik kısımlarıdır.

Nümerik sonuçlarımız, σ kanalı için $s_0 = (1-1.5)GeV^2$ aralığında ve ρ kanalı için $s_0 = (1.5-2)GeV^2$ aralığında elde edilen sonuçların bu parametrelere zayıf şekilde bağlı olduğunu göstermektedir. Borel kütle parametreleri için çalışma aralığı σ ve ρ - mezonları için sırasıyla $0.3GeV^2 \leq M^2 \leq 0.6GeV^2$ ve $0.5GeV^2 \leq M^2 \leq 1.2GeV^2$ dir. Hadronik eşğin, enerji yoğunluğunun, kuark ve glüon kondensatlarının sıcaklığa bağlılıklarını [21, 64, 67, 85] ele alarak σ ve ρ - mezonları için bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılıkları

$$f = A \exp(-T/\lambda) + B$$
(4.58)

uyum fonksiyonu ile verilebilir. Burada A , λ ve B sabit parametrelerdir ve Tablo 4.1.' de bu parametrelerin elde edilen sonuçları verilmiştir.

Tablo 4.1. Uyum fonksiyonundaki sabit parametrelerin değerleri

	$A(GeV)$	$\lambda(GeV)$	$B(GeV)$
σ	-4.18646×10^{-4}	-0.02988	0.20328
ρ	-4.72423×10^{-5}	-0.01877	0.20966

$T=0$ ' da σ ve ρ mezonlarının bozunum sabitlerinin değerleri hesaplanmış ve $f_\sigma = 205.92 MeV$ ve $f_\rho = 210.53 MeV$ değerleri bulunmuştur. Bu sonuçlar literatürde [5, 32, 33] var olan sonuçlar ile uyumludur. Hesaplamalarımız termal spektral yoğunluk ve iki ilmek katkılarının önemli olduğunu ve iki-pion süreklilik yaklaşımının ve kuark-hadron ikilemi yaklaşımının benzer sonuçları verdiğini gösterir.

5. AĞIR-AĞIR PSEUDOSKALER MEZONLARIN İNCELENMESİ

5.1. Sonlu Sıcaklıkta Wilson Açılımının Özellikleri

Yirmi yılı aşkın süreden beri hadronların ortamdaki özelliklerinin araştırılmasına olan ilgide artış olmuştur [8, 9]. Bu araştırmalara göre, sonlu sıcaklık ve yoğunlukta hadronların teorik olarak incelenmesi hem de ağır iyon çarpıştırma deneylerinin sonuçlarının dikkatli bir analizi gereklidir. KRD' de direk olarak sonlu sıcaklık ve yoğunlukta hadronik hesaplama yapmak zordur. Termal KRD, kuark-glüon kayan çiftlenim sabitinin küçük olduğu ve pertürbatif yaklaşımların güvenilir bir şekilde kullanıldığı büyük momentum transfer bölgesinde başarılı bir teoridir. Fakat, hadronik ölçekte, bu çiftlenim sabiti büyür ve pertürbasyon teorisi başarısız olur. Bu nedenle, hadronik özelliklerin araştırılması için bir takım pertürbatif olmayan yaklaşımlar gerekir. Örgü KRD, ağır kuark efektif teori (HQFT), farklı kuark modelleri ve KRD toplam kuralları pertürbatif olmayan yaklaşımlardan bazılarıdır. Bu yaklaşımlar arasında, KRD toplam kuralı metodu [6] ve sonlu sıcaklıklara genişletilmiş hali [11] hadron fiziği için etkili bir araç olarak yaygın bir şekilde kullanılmaktadır [5]. Vakumda toplam kurallarına benzer olarak, termal toplam kurallarında temel amaç hadronik parametreler ile KRD serbestlik derecelerini ilişkilendirebilmektir. Bu metotta, ele alınan parçacıkların arakesit akımlarına uygun bir termal korelasyon fonksiyonu yazılır. Bir yandan, korelasyon fonksiyonu fenomenolojik olarak bakılan hadronun kütle kutup, uyarılmış ve sürekli durumlarının katkıları göz önüne alınarak elde edilir. Diğer yandan, korelasyon fonksiyonu farklı kütle boyutlarına sahip operatörler cinsinden OPE ile hesaplanır. Aynı korelasyon fonksiyonunun bu farklı iki gösterimi eşitlenerek, sonlu sıcaklıkta pertürbasyon teorisine göre hadronik özellikleri tahmin edebilmemizi ve enerji yoğunluğunun termal ortalamasıyla beraber termal kuark ve glüon kondensatlarını içeren pertürbatif olmayan uzun-mesafe fiziği hakkında bilgi sahibi olmamızı sağlar. Vakum KRD toplam kurallarıyla kıyaslandığında termal toplam kuralları birkaç yeni özelliğe sahiptir. Onlardan biri ortamda var olan parçacıklar ile akımların etkileşmesini dikkate almaktır. Böyle etkileşmeler hadronik spektral fonksiyonun

değişimini (modifikasyonunu) gerektirir. Bir diğer değişiklik ise incelenen sisteme bağlı referans çerçevesine geçmemizden dolayı Lorentz invaryantlığın bozulmasıdır. Rezidual $O(3)$ simetrisinden dolayı sonlu sıcaklıkta sıfır sıcaklıkla kıyaslandığında OPE' de aynı boyutlu daha fazla operatör ortaya çıkar [12,15, 16]. Termal KRD toplam kuralı metodu hafif [13, 14, 18], ağır-hafif [20, 23, 24] ve ağır-ağır [21, 23, 24, 86] mezonların termal özellikleriyle ilgili çalışmalar için yaygın olarak kullanılan güvenilir bir metottur.

Sıfır sıcaklıkta ağır mezonların özelliklerinin tartışılması oldukça uzun bir geçmişe sahiptir [87-95]. Ağır mezonlar KRD' nin pertürbatif olmayan dinamiklerini anlamamızda çok önemli rol oynarlar. İlk kez pseudoskalerlerin leptonik bozunum sabitinin belirlenmesi yaklaşık otuz yıl önce sıfır sıcaklıkta B_c mezonu için yapılmıştır [36, 37]. Bu gibi yüklü mezon bozunmaları, standart model ötesinin ve CP bozunumunun temellerini anlamamıza yardımcı olan Cabbibo-Kobayashi-Maskawa (CKM) matris elemanlarının büyüklükleri ve fazlarının elde edilmesinde önemli rol oynar.

Bu tez çalışmasında amacımız, sonlu sıcaklıkta ortaya çıkan ilave operatörleri hesaba katarak pseudoskaler B_c , η_c ve η_b mezonlarının kütle ve bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılıklarını incelemektir. f_p pseudoskaler mezonun bozunum sabitinin tanımı aksenal vektör akımının vakum matris elemanı ile

$$\langle 0 | (\bar{Q}_1 \gamma_\mu \gamma_5 Q_2)(0) | P \rangle = i f_p q_\mu \quad (5.1)$$

şeklinde tanımlanır. Burada $Q_{1,2} = c$ veya b , $P = B_c, \eta_c$ veya η_b ' dir. Termal alan teorilerinde, m_p mezon kütlesi ve f_p bozunum sabitinin sıcaklığa bağlı olarak değişmesinin gözönüne alınması gerekir.

Bölüm 5.2' de, spektral yoğunluklar ve pertürbatif olamayan katkılar ele alınarak pseudoskaler mezonların kütleleri ve bozunum sabitleri için termal KRD toplam kuralları elde edilmiştir. Bölüm 5.3' de, nümerik hesaplamalar ve tartışmalar sunulmuştur.

5.2. B_c , η_c ve η_b Ağır Pseudoskaler Mezonları için Termal KRD Toplam Kuralları

Bu bölümde, sonlu sıcaklıkta KRD toplam kurallarının yeni özellikleri ele alınarak b ve/veya c kuark içeren ağır pseudoskaler mezonların kütleleri ve bozunum sabitleri için toplam kuralları elde edilmiştir. Başlangıç noktası olarak

$$\Pi(q, T) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle T (J^P(x) J^{P+}(0)) \rangle \quad (5.2)$$

iki-nokta termal korelasyon fonksiyonu ele alınır. Burada T sıcaklığı gösterir, T zaman sıralama çarpımı ve $J^P(x) = \bar{Q}_1(x) i \gamma_5 Q_2(x)$ ağır pseudoskaler mezonların arakesit akımıdır. $A = T \langle J^P(x) J^{P+}(0) \rangle$ yukarıda görülen korelasyon fonksiyonunda operatörünün termal ortalaması,

$$\langle A \rangle = \frac{Tr(e^{-\beta H} A)}{Tr(e^{-\beta H})} \quad (5.3)$$

şeklinde ifade edilir. Burada H , KRD Hamiltonyeni, $\beta = 1/T$ ve izler, durumların tam setleri üzerinden alınmıştır.

Daha önceden de bahsettiğimiz gibi, fiziksel gözlemler için toplam kurallarını elde etmek üzere iki farklı yolla daha bahsedilen korelasyon fonksiyonunu hesaplamamız gerekir. KRD' de veya teorik kısımda, korelasyon fonksiyonu OPE ile $q^2 \ll -\Lambda_{QCD}^2$ derin Euclidean bölgede hesaplanır,

$$\Pi^{KRD}(q, T) = \Pi^{pert}(q, T) + \Pi^{pert. olmayan}(q, T) \quad (5.4)$$

burada pertürbatif (kısa mesafe) ve pertürbatif olmayan (uzun mesafe) katkılar ayrışır. Pertürbatif katkılar pertürbasyon teorisi kullanılarak hesaplanırken pertürbatif olmayan katkılar hem kuark ve glüon kondensatlarının termal beklenen değerleri hem de enerji yoğunluğunun termal ortalaması cinsinden ifade edilir. Pertürbatif kısım dispersiyon bağıntısına göre

$$\Pi^{KRD}(q, T) = \int \frac{ds \rho(s, T)}{s - q^2} + \Pi^{pert. olmayan}(q, T) \quad (5.5)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\rho(s, T)$ sonlu sıcaklıkta spektral yoğunluktur. Sabit $|\mathbf{q}|$, de termal spektral yoğunluk

$$\rho(q, T) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi^{pert}(q, T) \tanh\left(\frac{\beta q_0}{2}\right) \quad (5.6)$$

olarak tanımlanır. Pertürbasyon teorisinde düşük mertebede $\rho(q, T)$ ' yi hesaplamak için,

$$S(q) = (\gamma_\mu q^\mu + m) \left(\frac{1}{q^2 - m^2 + i\varepsilon} + 2\pi \text{in}(|q_0|) \delta(q^2 - m^2) \right) \quad (5.7)$$

sonlu sıcaklıkta kuark propagatörü kullanılır [42]. Burada $n(x) = [\exp(\beta x) + 1]^{-1}$ Fermi dağılım fonksiyonudur. Yukarıdaki propagatör kullanılarak, bazı hesaplamalardan sonra korelasyon fonksiyonunun imajiner kısmı

$$\text{Im} \Pi(q, T) = L(q_0) + L(-q_0) \quad (5.8)$$

olarak elde edilmiştir. Burada

$$\begin{aligned} L(q_0) = & -N_c \int \frac{d\mathbf{k}}{8\pi^2} \frac{\omega_1^2 - \mathbf{k}^2 + \mathbf{k} \cdot \mathbf{q} - \omega_1 q_0 - m_1 m_2}{\omega_1 \omega_2} \\ & \times \{ [(1 - n_1(\omega_1))(1 - n_2(\omega_2)) + n_1(\omega_1)n_2(\omega_2)] \delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2) \\ & - [(1 - n_1(\omega_1))n_2(\omega_2) + (1 - n_2(\omega_2))n_1(\omega_1)] \delta(q_0 - \omega_1 + \omega_2) \} \end{aligned} \quad (5.9)$$

ve $\omega_1 = \sqrt{q^2 + m_1^2}$ ve $\omega_2 = \sqrt{(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 + m_2^2}$ dir. Görüldüğü gibi, termal ortalamanın imajiner kısmı iki kısımdan oluşur. $\delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2)$ delta fonksiyonunu içeren birinci terim sıfır sıcaklıkta geçerlidir ve yok etme terimi olarak adlandırılır. $\delta(q_0 - \omega_1 + \omega_2)$ delta fonksiyonunu içeren ikinci terim saçılma terimi olarak adlandırılır ve $T = 0$ ' da yok olur. Eşitlik (5.9)' deki $\delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2)$ delta

fonksiyonu, parçacık bozunumları için standart eşiği tanımlayan sıfır sıcaklıkta dallanma ile aynı olan $q^2 \geq (m_1 + m_2)^2$ birinci dallanmayı verir. Diğer deyimle, Eşitlik (5.9)' deki $\delta(q_0 - \omega_1 + \omega_2)$ delta fonksiyonu, $q^2 \leq (m_1 - m_2)^2$ ortamda parçacık soğurulmalarına karşılık gelen sonlu sıcaklıkta oluşan ilave dallanmayı gösterir. $\mathbf{q} = 0$ durumunda spektral yoğunluğa yok etme ve saçılma kısımlarından gelen katkılar ele alınarak $(m_1 + m_2)^2 \leq s \leq \infty$ için

$$\rho^{a,pert}(s,T) = \rho_0(s) \left[1 - n \left(\frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 + \frac{m_1^2 - m_2^2}{s} \right) \right) - n \left(\frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 - \frac{m_1^2 - m_2^2}{s} \right) \right) \right] \quad (5.10)$$

ve $m_1 \geq m_2$ durumunda $0 \leq s \leq (m_1 - m_2)^2$ için

$$\rho^{s,pert}(s,T) = \rho_0(s) \left[n \left(\frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 + \frac{m_1^2 - m_2^2}{s} \right) \right) - n \left(-\frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 - \frac{m_1^2 - m_2^2}{s} \right) \right) \right] \quad (5.11)$$

yazılabilir. Burada $\rho_0(s)$, sıfır sıcaklıkta pertürbasyon teorisinin düşük mertebeden spektral yoğunluğudur ve

$$\rho_0(s) = \frac{3}{8\pi^2 s} q^2(s) v(s) \quad (5.12)$$

ile verilir. Burada $q(s) = s - (m_1 - m_2)^2$ ve $v(s) = \sqrt{1 - 4m_1 m_2 / q(s)}$ dir.

Hesaplamalarımızda, spektral yoğunluk için α_s pertürbatif iki-ilmek düzeltmelerini göz önüne aldık. Sıfır sıcaklıkta eşit kuark kütle durumları için bu düzeltme terimi

$$\rho_{\alpha_s} = \frac{s\alpha_s v}{2\pi^3} \left[\frac{\pi^2}{2v} - \frac{1+v}{2} \left(\frac{\pi^2}{2} - 3 \right) + F(v) \ln \frac{1+v}{1-v} + G(v) \right] \quad (5.13)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $F(v)$ ve $G(v)$ fonksiyonları

$$F(v) = \frac{3}{4v^3} - \frac{21}{16v} - \frac{18v}{16} + \frac{3v^3}{16} \quad (5.14)$$

ve

$$G(v) = -\frac{2}{2v^2} - \frac{9}{8} - \frac{3v^2}{8} \quad (5.15)$$

olarak ifade edilirler. Burada v fonksiyonu s ' ye bağlıdır: $v = v(s)$. B_c mezonu için nümerik hesaplamalar yapılırken, eşit olmayan kuark kütleleri için ρ_{α_s} ' in literatürde yer alan [41, 96] iki-ilmek diyagramlarının katkısı göz önüne alınmıştır.

KRD kısmında pertürbatif olmayan kısmı hesaplamak için, $x^\mu A_\mu^a(x) = 0$ Fock-Schwinger ayarındaki $A_\mu^a(x)$ bir dış glüon alanında kuark propagatörünün pertürbatif olmayan kısmını kullandık. Vakumla bir ve iki glüon alışverişinde bulunan ağır kuark propagatörü momentum uzayında

$$S^{aa'}(k) = \frac{i}{k-m} \delta^{aa'} - \frac{i}{4} g(t^c)^{aa'} G_{\kappa\lambda}^c \frac{1}{(k^2-m^2)^2} [\sigma_{\kappa\lambda}(k+m) + (k+m)\sigma_{\kappa\lambda}]$$

$$- \frac{i}{4} g^2 (t^c t^d)^{aa'} G_{\alpha\beta}^c(0) G_{\mu\nu}^d(0) \frac{k+m}{(k^2-m^2)^5} (f_{\alpha\beta\mu\nu} + f_{\alpha\mu\beta\nu} + f_{\alpha\nu\mu\beta})(k+m)$$
(5.16)

şeklinde yazılabilir [41]. Burada

$$f_{\alpha\beta\mu\nu} = \gamma_\alpha(k+m)\gamma_\beta(k+m)\gamma_\mu(k+m)\gamma_\nu \quad (5.17)$$

ile verilir. Hesaplama ilerleyebilmek için $\langle Tr G_{\alpha\beta} G_{\mu\nu} \rangle$ beklenen değerini bilmemiz gerekir. Sonlu sıcaklıkta Lorentz kovaryantlığı bu beklenen değer geneli yapısını

$$\langle Tr^c G_{\alpha\beta} G_{\mu\nu} \rangle = \frac{1}{24} g(t^c)^{aa'} (g_{\alpha\mu} g_{\beta\nu} - g_{\alpha\nu} g_{\beta\mu}) \langle G_{\alpha\beta}^a \rangle \langle G^{a\alpha\beta} \rangle$$

$$+ \frac{1}{6} [g_{\alpha\mu} g_{\beta\nu} - g_{\alpha\nu} g_{\beta\mu} - 2(u_\alpha u_\mu g_{\beta\nu} - u_\alpha u_\nu g_{\beta\mu} - u_\beta u_\mu g_{\alpha\nu} + u_\beta u_\nu g_{\alpha\mu})] \langle u^{\alpha'} \Theta_{\alpha\beta}^g u^\beta \rangle$$
(5.18)

şeklinde yazmamıza izin verir. Burada u^μ ısı banyosunun dört boyutlu hız vektörüdür ve termal alan teorilerinde Lorentz invariant olarak alınır. Isı banyosu için durgun çerçeve $u^\mu = (1,0,0,0)$ ve $u^2 = 1$ olarak tanımlanır. Burada $\Theta_{\alpha\beta}^g$ KRD'nin enerji-momentum tensörünün glüonik kısmının izi sıfırdır. Bu nedenle, hesaplamamız gereken terimlere kadar, sonlu sıcaklıkta ağır kuark propagatörünün pertürbatif olmayan kısmı aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}
S^{aa' \text{ pert.olmayan}}(k) &= -\frac{i}{4} g(t^c)^{aa'} G_{\kappa\lambda}^c \frac{1}{(k^2 - m^2)^2} [\sigma_{\kappa\lambda} (k+m) + (k+m)\sigma_{\kappa\lambda}] \\
&- \frac{ig^2 \delta^{aa'}}{3(k^2 - m^2)^4} \left\{ \frac{m(k^2 + mk)}{4} \langle G_{\alpha\beta}^c G^{c\alpha\beta} \rangle + \frac{1}{3(k^2 - m^2)} \right. \\
&\times \left[m(k^2 - m^2)(k^2 - 4(k \cdot u)^2) + (m^2 - k^2)(-m^2 + 4(k \cdot u)^2) k \right. \\
&\left. \left. + 4(k \cdot u)(m^2 - k^2)^2 \not{u} \right] \langle u^\alpha \Theta_{\alpha\beta}^g u^\beta \rangle \right\}
\end{aligned} \tag{5.19}$$

Yukarıdaki ifade kullanılarak ve bazı uzun hesaplamalardan sonra, KRD tarafında pertürbatif olmayan kısım

$$\begin{aligned}
\Pi^{pert\ olmayan} = & \int_0^1 dx \left\{ \frac{\langle \alpha_s G^2 \rangle}{48\pi [m_1^2(-1+x) - (m_2^2 + q^2(-1+x))x]^4} \right. \\
& [-m_1^6(-1+x)^4(5-20x+3x^2) + m_1^5 m_2(-1+x)^2] (5-6x+12x^2-4x^3+6x^4) \\
& - x^4(24m_2^2 q^4(-1+x)^3 + 6q^6(-1+x)^4 + m_2^6(-12+14x+3x^2) + 2m_2^4 q^2(15-31x+16x^2)) \\
& + m_1^4(-1+x)^2 x(-2q^2(-1+x)^2(-1+16x) + m_2^2(-8+58x-56x^2+3x^3)) + m_1^2(-1+x)x^2 \\
& \times (24q^4(-1+x)^3 x + m_2^4(3-45x+47x^2+3x^3) + 3m_2^2 q^2(-1+23x-44x^2+22x^3)) \\
& - m_1^3 m_2(-1+x)x(q^2(-8+5x+9x^2-7x^3+x^4) + 2m_2^2(4-3x+9x^2-12x^3+6x^4)) \\
& + m_1 m_2 x^2(3q^4(1-5x^2+6x^3-2x^4) - m_2^2 q^2(6-9x^2+2x^3+x^4) + m_2^4(3+6x^2-10x^3+6x^4)) \\
& + \frac{\alpha_s \langle u^{\alpha'} \Theta_{\alpha\beta}^s u^{\beta'} \rangle}{72\pi [m_1^2(-1+x) - (m_2^2 + q^2(-1+x))x]^4} \left[6m_1^6(-1+u^2)(-1+x)^4(5-20x+3x^2)^2 \right. \\
& - 6m_1^5 m_2(-1+u^2)(-1+x)^2(5-6x+12x^2-14x^3+6x^4) + 2m_1^2(-1+x)x^2 \\
& \times [-3m_2^4(-1+u^2)(3-45x+47x^2-3x^3) - m_2^2 q^2(-1+x)(-9(1-22x+22x^2) \\
& + u^2(23-27x+227x^2)) + q^4(-1+x)^2(72(-1+x)x + u^2(-14+96x-92x^2+x^3))] \\
& - m_1^4(-1+x)^2 x(6m_2^2(-1+u^2)(-8+58x-56x^2+3x^3) + q^2(-1+x)(12(1-17x+16x^2) \\
& + u^2(-37+259x-239x^2+8x^3))) + x^3[6m_2^6(-1+u^2)x(-12+14x+3x^2) + q^6(-1+x)^3 \\
& \times (-36(-1+x)x + u^2(-37+259x-239x^2+8x^3)) + x^3[6m_2^6(-1+u^2)x(-12+14x+3x^2) \\
& + q^6(-1+x)^3(-36(-1+x)x + u^2(9-47x+47x^2)) + 2m_2^2 q^4(-1+x)^2(-72(-1+x)x \\
& + u^2(9-85x+89x^2+x^3)) + m_2^4 q^2(-1+x)(12(15-16x)x + u^2(9-195x+215x^2+8x^3))] \\
& + 2m_1^3 m_2^2(-1+x)x[6m_2^2(-1+u^2)(4-3x+9x^2-12x^3+6x^4) + q^2(-1+x) \\
& \times (-3(8+3x-6x^2+x^3) + 2u^2(12+x-8x^3+4x^4))] - 2m_1 m_2 x^2 [3m_2^4(-1+u^2) \\
& \times (3+6x^2-10x^3+6x^4) + q^2(-1+x)^2(9(1-2x+2x^2) + u^2(9+14x-12x^2-4x^3+2x^4)) \\
& \times m_2^2 q^2(-1+x)(2(-6-6x+3x^2+x^3) + 2u^2(9+7x-8x^3+4x^4))] - 4(-1+x)x \\
& \times \{2m_1^3 m_2(-1+x)^2 x(7-11x+8x^2) - m_1^4(-1+x)^2(-25+55x-47x^2+8x^3) \\
& - 2m_1 m_2(-1+x)x^2(m_2^2(4-5x+8x^2) + 2q^2(-2+3x-2x^2+x^3)) + 2m_1^2(-1+x)x \\
& \times (m_2^2(-14+29x+29x^2) + q^2(14-38x+44x^2-21x^3+x^4)) + x^2(q^4(-1+x)^2 \\
& \times (9-11x+11x^2) + m_2^4(9-15x+23x^2+8x^3) + 2m_2^2 q^2(-9+22x-30x^2+16x^3+x^4))\} \\
& \left. \times (q \cdot u)^2 \right\}
\end{aligned}
\tag{5.20}$$

olarak elde edilir.

Şimdi korelasyon fonksiyonunun fenomenolojik veya fiziksel tarafına bakalım. Taban durumunda pseudoskaler mezon kutbuna ilave daha yüksek mertebeden

durumların ve sürekliliğin katkıları hadronik spektral yoğunluk ile ifade edilir. Kuark-hadron ikilemine göre, s_0 ' dan başlayarak pertürbasyon teorisinde hesaplanan KRD spektral yoğunluğu ile iyi bir yaklaşım yapılması beklenir. Bu nedenle, hadronik spektral yoğunluk

$$\rho^{had}(s) = \frac{f_p^2(T)m_p^4(T)}{(m_1 + m_2)^2} \delta(s - m_p^2) + \theta(s - s_0) \rho^{pert}(s) \quad (5.21)$$

olarak yazılabilir.

Korelasyon fonksiyonunun KRD ve fenomenolojik kısımları eşitlenerek, pseudoskaler mezonların kütle ve bozunum sabitleri için toplam kuralları elde edilir. Yüksek mertebeden durumların ve sürekliliğin katkılarını bastırmak için, q^2 üzerinden Borel dönüşümleri yapılır ve yüksek boyutlardan gelen katkılar çıkarılır. Bu işlemlerden ve yapılan hesaplamalardan sonra

$$f_p^2(T)m_p^4(T) \exp\left(-\frac{m_p^2}{M^2}\right) = (m_1 + m_2)^2 \left\{ \int_{(m_1+m_2)^2}^{s_0(T)} ds \rho^{a,pert}(s) \exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) \right. \\ \left. + \int_0^{(m_1-m_2)^2} ds \rho^{s,pert}(s) \exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) + \hat{B}\Gamma^{pert.olmayan} \right\} \quad (5.22)$$

bozunum sabiti elde edilmiştir. Burada M^2 Borel kütle parametresidir.

Eşitlik (5.22)' de pseudoskaler mezonun bozunum sabiti için toplam kuralının her iki tarafının $-\frac{1}{M^2}$ ' ye göre türevi alınır ve kendisine bölünürse kütle için toplam kuralı

$$m_p^2(T) = \frac{F(T)}{G(T)} \quad (5.23)$$

elde edilir. Burada

$$F(T) = \int_{(m_1+m_2)^2}^{s_0(T)} ds \rho^{a,pert}(s) s \exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) + \int_0^{(m_1-m_2)^2} ds \rho^{s,pert}(s) s \exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) \quad (5.24)$$

$$+ \Pi_1^{pert. olmayan}(M^2, T)$$

$$G(T) = \int_{(m_1+m_2)^2}^{s_0(T)} ds \rho^{a,pert}(s) \exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) + \int_0^{(m_1-m_2)^2} ds \rho^{s,pert}(s) \exp\left(-\frac{s}{M^2}\right) \quad (5.25)$$

$$+ \widehat{B}\Pi^{pert. olmayan}$$

ve

$$\Pi_1^{pert. olmayan}(M^2, T) = M^4 \frac{d}{dM^2} \widehat{B}\Pi^{pert. olmayan} \quad (5.26)$$

olmak üzere $\widehat{B}\Pi^{pert. olmayan}$ KRD tarafının pertürbatif olmayan kısmının Borel dönüşümünü gösterir ve

$$\begin{aligned} \widehat{B}\Pi^{pert. olmayan} = & \int_0^1 dx \frac{1}{96\pi M^6 x^4 (-1+x)^4} \exp\left[\frac{m_2^2 x - (-1+x)}{M^2 x(-1+x)}\right] \left\{ \langle \alpha_s G^2 \rangle \left[-m_1^6 (-1+x)^6 \right. \right. \\ & + m_1^5 m_2 (-1+x)^4 x (-1+2x) + x^4 (-12m_2^2 M^4 (-1+x)^3 + 12M^6 (-1+x)^4 + 2m_2^4 M^2 x (-1+x) \\ & - m_2^6 x^2) + m_1^4 x (-1+x)^3 (2M^2 (-1+x)^2 + m_2^2 (1-3x+x^2)) + m_1^2 x^2 (-1+x) (12M^4 x (-1+x)^3 \\ & + m_2^4 x (-1+x+x^2) + 3m_2^2 M^2 (1-3x+4x^2-2x^3)) + m_1^3 m_2 x (-1+x)^2 (-m_2^2 x (1-2x)^2 \\ & + M^2 (2-9x+6x^2+x^3)) - m_1 m_2 (-1+x) x^2 (m_2^4 x^2 (1-2x) - m_2^2 M^2 x (6-9x+x^2) \\ & + 6M^4 (1+x-4x^2+2x^3)) \left. \right] + 3\alpha_s \langle \Theta^g \rangle \left[m_1^6 (-1+x)^6 - m_1^5 m_2 x (-1+x)^4 (-1+2x) \right. \\ & + m_1 m_2 x^3 (-1+x) (m_2^4 x (1-2x) + 4M^4 (-1+x)^2 (2-x+x^2) + m_2^2 M^2 (-4+3x+5x^2-4x^3)) \\ & - m_1^4 x (-1+x)^3 (m_2^2 (1-3x+x^2) + 2M^2 (1-2x+x^3)) - m_1^2 x^2 (-1+x) (m_2^4 x (-1+x+x^2) \\ & + m_2^2 M^2 (5-17x+24x^2-12x^3) + M^4 (-1+x)^2 (-1+15x-7x^2+2x^3)) + x^3 (m_2^6 x^3 + M^6 \\ & \times (-1+x)^3 (9-11x+11x^2) + 2m_2^4 M^2 x (-1+4x-4x^2+x^3) - m_2^2 M^4 (-1+x)^2 (-9+7x+x^2 \\ & + 2x^3)) + m_1^3 m_2^2 x^2 (-1+x)^2 (m_2^2 (1-2x)^2 + M^2 (1+6x-11x^2+4x^3)) \left. \right] \left. \right\} \quad (5.27) \end{aligned}$$

ile ifade edilir. Burada $\Theta^s = \Theta_{00}^s$ ' dir ve nümerik incelemelerde literatürde var olan [21] çalışması takip edilmiştir. Sayısal hesaplamalarımızda enerji yoğunluğunun glüonik kısmı için hem Örgü KRD teorisinde [64, 85] hemde Kiral pertürbasyon teorisinde [34] elde edilen sonuçlar kullanılmaktadır. Örgü KRD teorisinde $\langle \Theta \rangle$ toplam enerjinin termal ortalaması, ısı banyosunun durgun çerçevesinde [85] çalışmasında detaylı şekilde incelenmiş ve bu çalışmada elde edilen sonuçlar iyi bir şekilde aşağıdaki uyum fonksiyonu ile parametrelendirilebilir:

$$\langle \Theta \rangle = 2\langle \Theta^s \rangle = 6 \times 10^{-6} \exp[80(T - 0.1)] (GeV^4) \quad (5.28)$$

Burada T sıcaklığı GeV birimi ile ölçülür ve bu parametrelendirme yalnızca $0.1 GeV \leq T \leq 0.17 GeV$ aralığında geçerlidir. Örgü KRD' de yalnızca $T \geq 100 MeV$ için hesaplanabilen toplam enerji yoğunluğu kiral pertürbasyon teorisinde $T \geq 0$ için hesaplanmıştır [64, 85]. Düşük sıcaklık için kiral pertürbasyon limiti [67]

$$\langle \Theta \rangle = \langle \Theta_\mu^\mu \rangle + 3p \quad (5.29)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada p basınç ve $\langle \Theta_\mu^\mu \rangle$ toplam enerji yoğunluğunun izidir. Bu nicelikler

$$\langle \Theta_\mu^\mu \rangle = \frac{\pi^2}{270} \frac{T^8}{F_\pi^4} \ln\left(\frac{\Lambda_p}{T}\right) \quad (5.30)$$

$$p = 3T \left(\frac{m_\pi T}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{15T}{8m_\pi} + \frac{105T^2}{128m_\pi^2}\right) \exp\left(-\frac{m_\pi}{T}\right)$$

ile verilirler. Burada $\Lambda_p = 0.275 GeV$, $F_\pi = 0.093 GeV$ ve $m_\pi = 0.14 GeV$ dir. Hesaplamalarda, [21]' de verilen $s_0(T)$ süreklilik eşiğinin sıcaklığa bağlılığı, $\langle G^2 \rangle$ glüon kondensatı ve güçlü çiftlenim sabiti kullanılmıştır [24, 26, 64, 85, 97].

5.3. Bozunum Sabitlerinin Sıcaklığa Bağlılığı

Bu bölümde, ağır-ağır pseudoskaler mezonların bozunum sabitleri ve kütleleri için toplam kurallarını nümerik olarak analiz ettik. Sıfır sıcaklıkta kuark kütleleri ve glüon kondensatları için $m_c = (1.3 \pm 0.05) GeV$, $m_b = (4.7 \pm 0.1) GeV$ ve

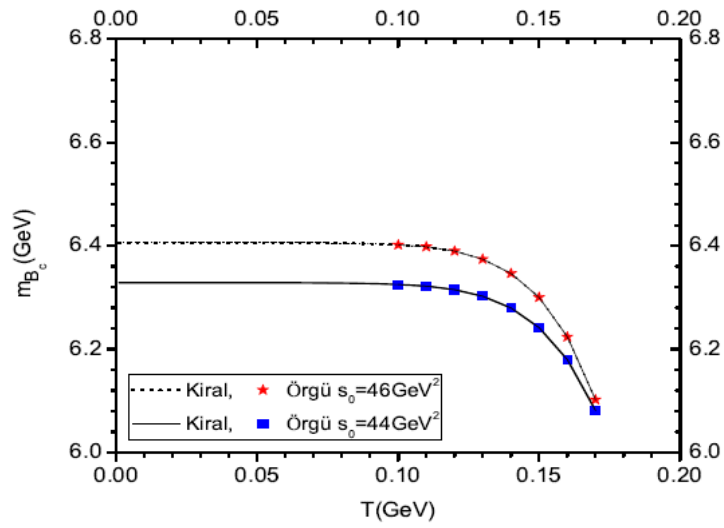
$$\left\langle 0 \left| \frac{1}{\pi} \alpha_s G^2 \right| 0 \right\rangle = (0.012 \pm 0.004) GeV^4$$
 değerlerini kullandık. Kütleler ve bozunum

sabiti için toplam kuralları s_0 süreklilik eşiği ve M^2 Borel kütle parametresi olmak üzere iki yardımcı parametre içerir. M^2 Borel parametresi fiziksel nicelik değildir, bu nedenle fiziksel gözlenebilirler bu parametreden bağımsızdır. s_0 süreklilik eşiği keyfi değildir ve uyarılmış durumları karakterize etmektedir. Süreklilik eşiğini sırasıyla B_c , η_c ve η_b kanalları için $s_0 = (48 \pm 2) GeV^2$, $s_0 = (12 \pm 1) GeV^2$ ve $s_0 = (100 \pm 3) GeV^2$ değerlerini seçtik. M^2 Borel kütle parametresi için çalışılan bölge aşağıdaki gibi seçilir. Borel parametresinin alt limiti dispersiyon integralinin yaklaşık %30'nun uyarılmış durumlar ve süreklilik katkılarından oluşması koşulundan, üst limit ise kütle toplam kurallarının yakınsaklığı koşulundan elde edilir. Diğer deyişle yüksek boyutlu operatörlerin katkılarının küçük olması gerekir. Bu işlemin sonucunda, Borel parametresi için çalışma bölgesi B_c ve η_b kanalları için $M^2 = 20 GeV^2$, η_c kanalı için ise $M^2 = 6 GeV^2$ olarak bulunmuştur.

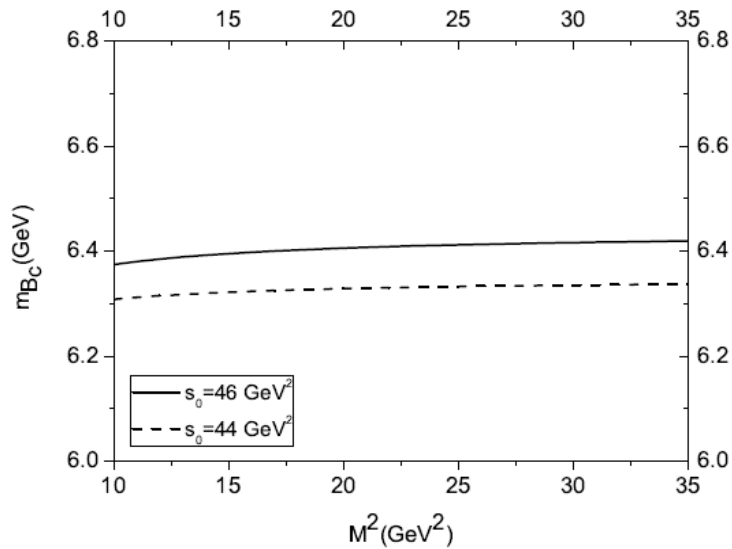
Elde edilen çalışma bölgeleri ele alınarak, sıfır sıcaklıkta B_c , η_c ve η_b mezonlarının kütle ve bozunum sabitlerinin T sıcaklığına bağlılıkları aşağıdaki Şekil 5.1- Şekil 5.12' de gösterilmiştir. Bu şekiller, enerji yoğunluğunun glüonik kısımları için Örgü KRD ve Kiral pertürbasyon parametrizasyonu kullanılarak elde edilen sonuçları içerir. Hem Örgü KRD hemde kiral pertürbasyon teorisinin parametrizasyonları benzer sonuçları vermektedir. Bu şekillerden kütlelerin ve bozunum sabitlerinin yaklaşık olarak $T \cong 100 MeV$ ' e kadar değişmediği, fakat bu noktadan sonra, sıcaklık arttıkça azalmaya başladıkları görülmektedir. Kritik veya serbest faza geçiş sıcaklığı civarında, B_c , η_c ve η_b mezonlarının kütleleri sıfır sıcaklıktaki değerleriyle kıyaslandığında sırasıyla %7, %12, %2 azalırken, bozunum sabitleri vakumdaki değerlerinin yaklaşık %35' ne ulaşır. Bulduğumuz sonuçların diğer çalışmalar ve

varolan deneysel veriler [98, 99] ile arasındaki farklar sıfır sıcaklıkta sıcaklık eşiğinin değerindeki belirsizlikten, Borel kütle parametresinden, glüon kondensat ve güçlü çiftlenim sabiti ve diğer ilave katkıların belirsizliklerinden kaynaklanmaktadır.

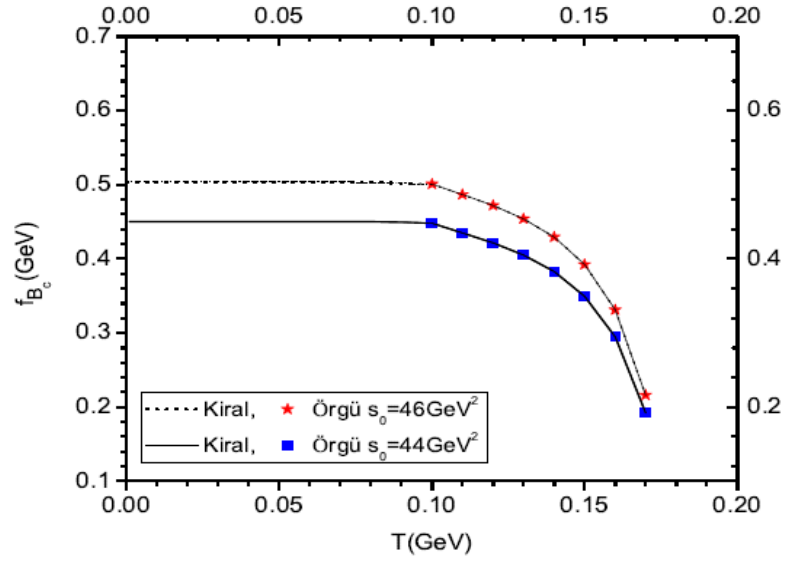
Ele alınan pseudoskaler ağır mezonların bozunum sabitleri ve kütlelerinin sıcaklığa göre davranışı gelecekte yapılacak deneyler ile kontrol edilebilir. Sıcaklık cinsinden gözlenebilirlerin elde edilen davranışları ağır iyon çarpışma deneylerinin sonuçlarının analizinde kullanılabilir.



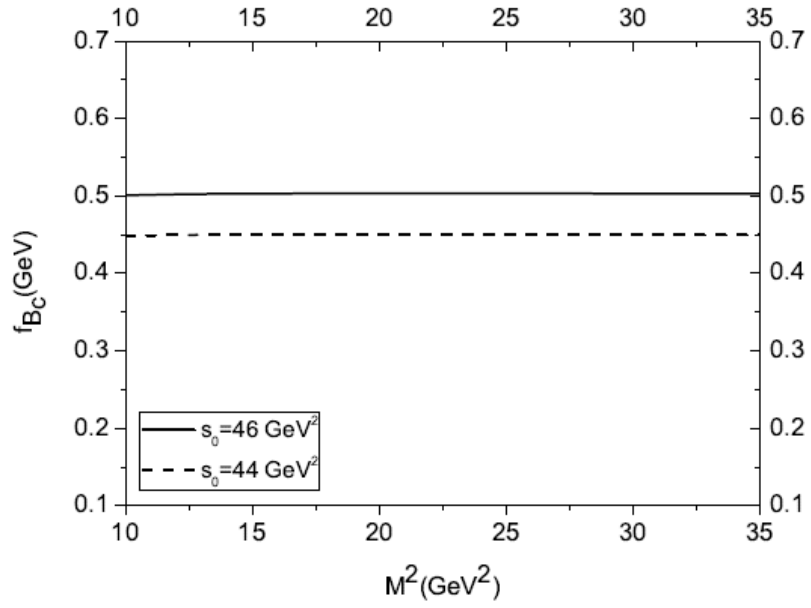
Şekil 5.1. B_c mezonun kütlesinin $M^2 = 20 \text{ GeV}^2$, de sıcaklığa bağlılığı



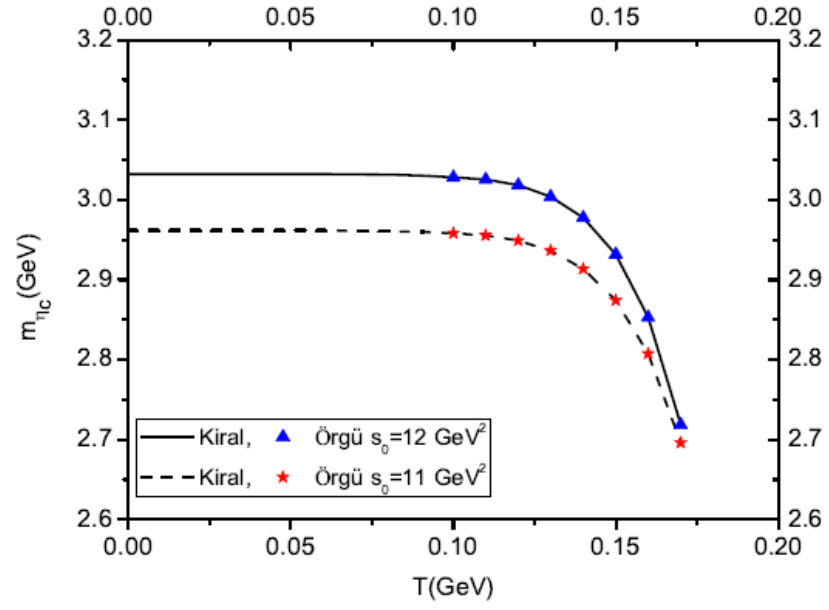
Şekil 5.2. Vakumda B_c mezonunun kütlesinin M^2 Borel parametresine göre değişimi



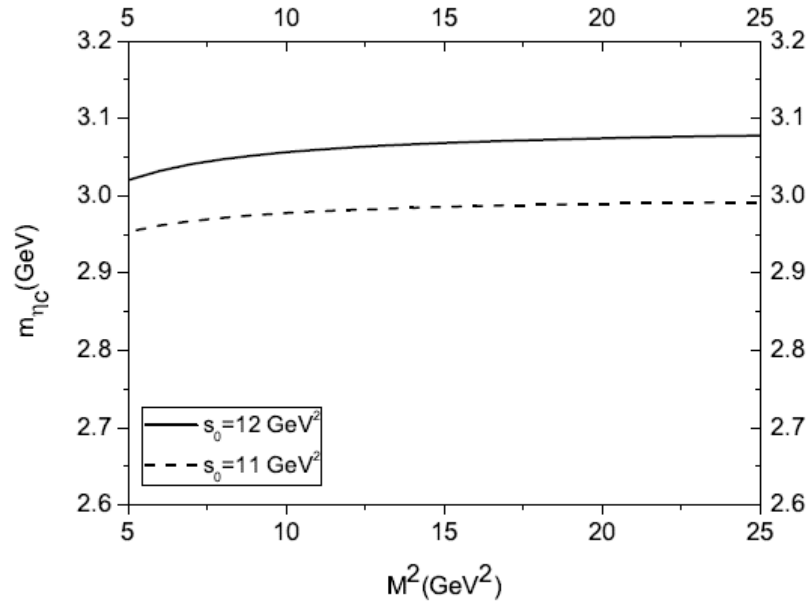
Şekil 5.3. B_c mezonun leptonik bozunum sabitinin $M^2 = 20 \text{ GeV}^2$, de sıcaklığa bağıllığı



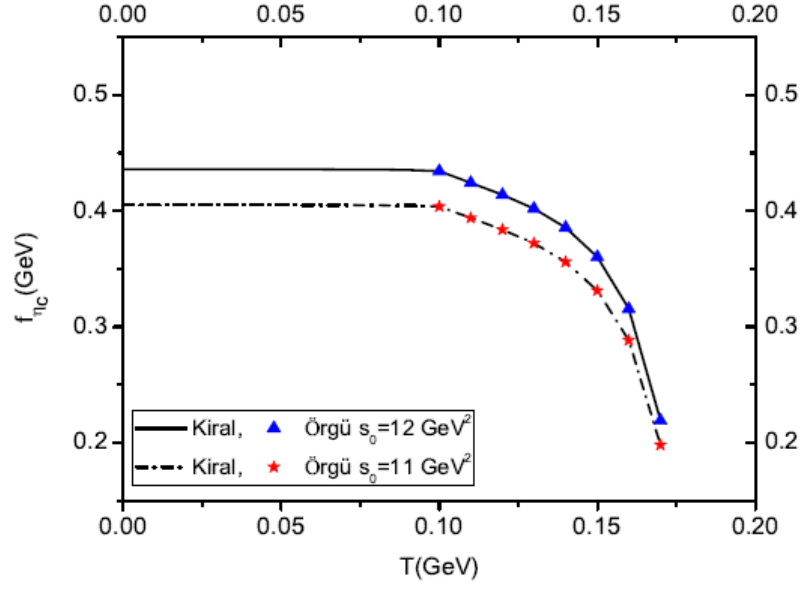
Şekil 5.4. Vakumda B_c mezonunun leptonik bozunum sabitinin M^2 Borel parametresine göre değişimi



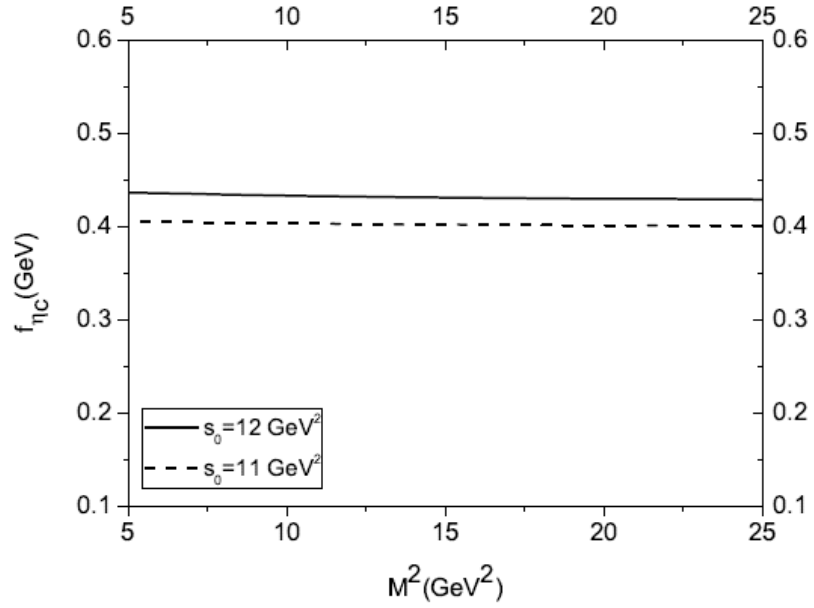
Şekil 5.5. η_c mezonunun kütesinin $M^2 = 6 GeV^2$ değerinde sıcaklığa bağlılığı



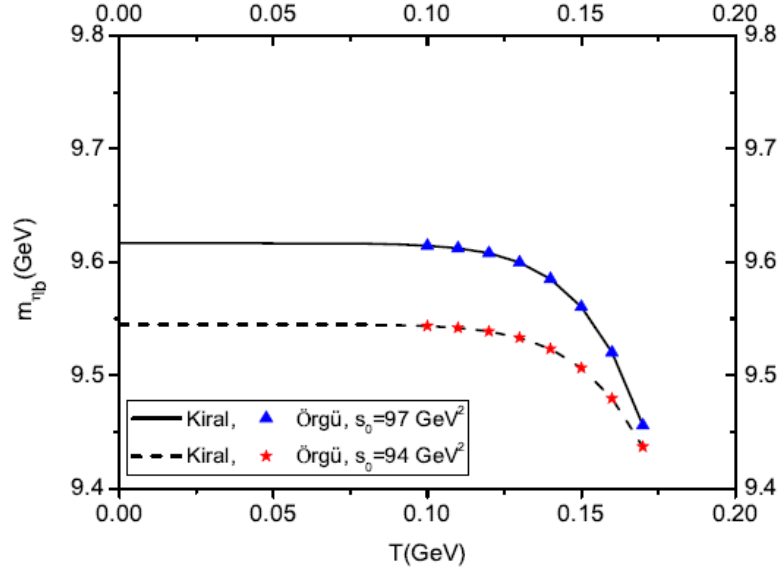
Şekil 5.6. Vakumda η_c mezonunun kütesinin M^2 Borel parametresine göre değişimi



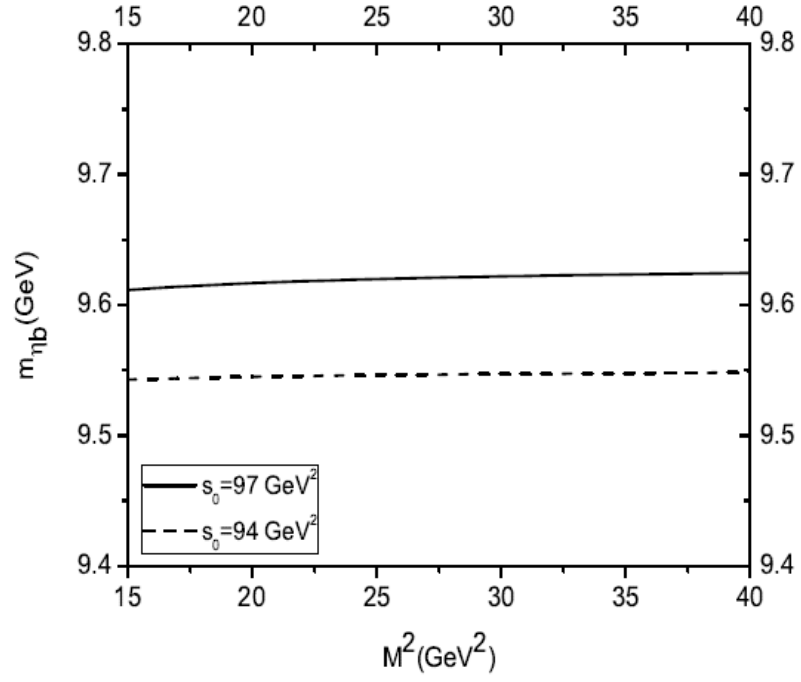
Şekil 5.7. η_c mezonunun leptonik bozunum sabitinin $M^2 = 6\text{GeV}^2$ değerinde sıcaklığa bağlılığı



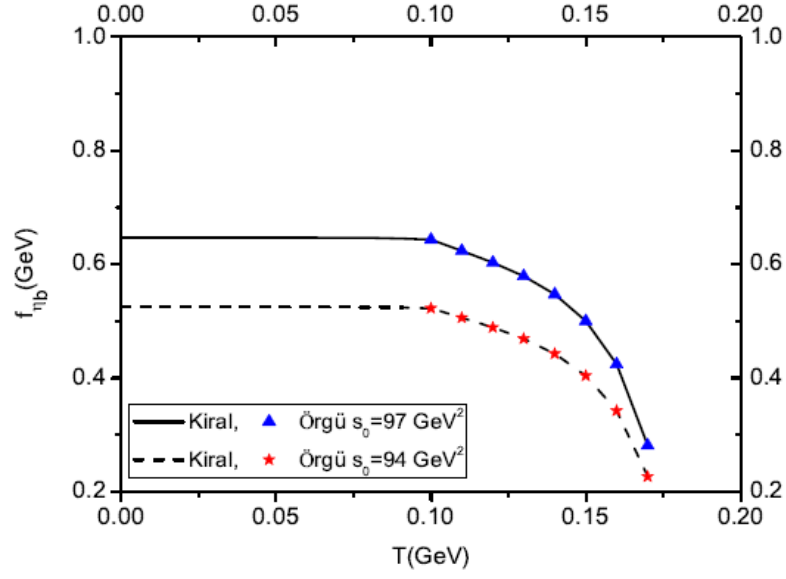
Şekil 5.8. Vakumda η_c mezonunun leptonik bozunum sabitinin M^2 Borel parametresine göre değişimi



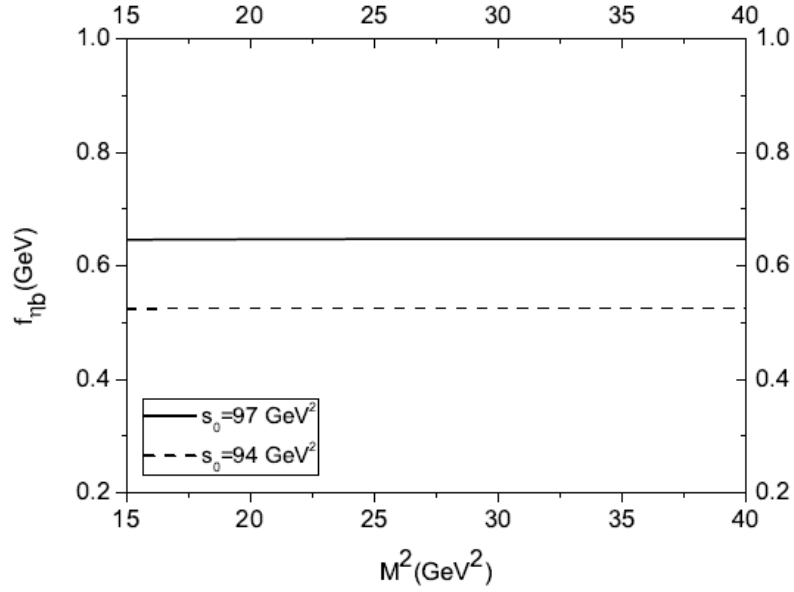
Şekil 5.9. η_b mezonunun kütlesinin $M^2 = 6 GeV^2$ değerinde sıcaklığa bağlılığı



Şekil 5.10. Vakumda η_b mezonunun kütlesinin M^2 Borel parametresine göre değişimi



Şekil 5.11. η_b mezonunun leptonik bozunum sabitinin $M^2 = 6 \text{ GeV}^2$ değerinde sıcaklığa bağlılığı



Şekil 5.12. Vakumda η_b mezonunun leptonik bozunum sabitinin M^2 Borel parametresine göre değişimi

Sonlu sıcaklıkta KRD toplam kuralları çerçevesinde B_c , η_c ve η_b ağır-ağır pseudoskaler mezonların kütle ve bozunum sabitlerini inceledik. Pertürbasyon teorisini kullanarak spektral yoğunluğun yok etme ve saçılma kısımlarını düşük mertebeden hesapladık. Sonlu sıcaklıkta ortaya çıkan ilave operatörleri ele alarak pertürbatif olmayan düzeltmeleri elde ettik. $T = 100 \text{ MeV}$ altında kütle ve bozunum

sabitleri değişmez kalır, fakat bu noktadan sonra sıcaklık arttıkça azalmaya başlar. Sıfır sıcaklıktaki sonuçlar varolan deneysel değerlerin yanısıra pertürbatif olamayan diğer yaklaşımların öngörleriyle de uyumludur.

6. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Termal KRD toplam kuralı metodu hafif, ağır-hafif ve ağır-ağır mezonların termal özellikleriyle ilgili çalışmalar için yaygın olarak kullanılan güvenilir bir metottur. Bu doktora tezinde, termal KRD toplam kuralı metodu kullanılarak hafif ve ağır mezonların ortamdaki özellikleri incelenmiştir.

Vakumda toplam kurallarına benzer olarak, termal toplam kurallarında temel amaç hadronik parametreler ile KRD serbestlik derecelerini ilişkilendirebilmektir. Bu metotta, parçacıklar arakesit akımları cinsinden uygun bir termal korelatör ile ifade edilir. Bir yandan, korelasyon fonksiyonu fenomenolojik olarak ele alınan hadronun kutup, uyarılmış ve sürekli durumlarının katkıları göz önüne alınarak elde edilir. Diğer yandan, korelasyon fonksiyonu farklı kütle boyutlarına sahip operatörler cinsinden operatör çarpım açılımı (OPE) ile hesaplanır. Aynı korelasyon fonksiyonunun bu farklı iki gösterim eşitlenerek, sonlu sıcaklıkta pertürbasyon teorisi cinsinden hadronik özellikleri tahmin etme olasılığını ve enerji yoğunluğunun termal ortalamasıyla beraber termal kuark ve glüon kondensatlarını içeren pertürbatif olmayan uzun-mesafe fiziğini elde ederiz. Vakum KRD toplam kurallarıyla kıyaslandığında termal toplam kuralları birkaç yeni özelliğe sahiptir. Onlardan biri ortamda var olan parçacıklar ile akımların etkileşmesini dikkate almaktır. Böyle etkileşmeler hadronik spektral fonksiyonun değişimini gerektirir. Bir diğer değişiklik ise referans çerçevesinin değişiminden dolayı Lorentz invaryanslığın bozulmasıdır. Sonlu sıcaklıkta rezidual $O(3)$ simetrisinden dolayı sıfır sıcaklıkla kıyaslandığında OPE' de aynı boyutlu daha fazla operatör ortaya çıkar.

Bu doktora tezinde, hafif ve ağır mezonların doğasını anlamak için teorik çalışmalar yapılmıştır. Öncelikle, reel zaman formalizmi çerçevesinde iki kuarkın kütlelerinin farklı olduğu durumda (pseudo) skaler ve vektör akımlar için termal spektral yoğunluklar hesaplanmıştır. Sonlu sıcaklıkta kuark propagatörünü kullanarak yukarıda bahsedilen akımlar için spektral yoğunlukların yokolma ve saçılma

kısımları hesaplanmıştır. $T \rightarrow 0$ limitinde elde edilen sonuçların vakum sonuçlarıyla uyumlu olduğu görülmüştür.

Hesaplamalardan termal katkıların çok önemli olduğu görülmektedir. Bu nedenle termal katkılar ortamda mezon özelliklerinin analizinde ve ağır iyon çarpışma deneylerinin yorumunda muhakkak ele alınmalıdır. Daha sonra, ρ ve σ mezonlarının bozunum sabitleri hadronik eşiğin sıcaklığa bağlılığı dikkate alınarak hesaplanmıştır. Hesaplamalarımız termal spektral yoğunluk ve iki ilmek katkılarının önemli olduğunu ve iki-pion süreklilik yaklaşımının ve kuark-hadron ikilemi yaklaşımının benzer sonuçları verdiğini göstermektedir.

Son olarak, sonlu sıcaklıkta KRD toplam kuralları çerçevesinde B_c , η_c ve η_b ağır-ağır pseudoskaler mezonların kütle ve bozunum sabitleri incelenmiştir. Spektral yoğunluğun yok etme ve saçılma kısımlarını pertürbasyon teorisiyle düşük mertebede hesaplanmıştır. Sonlu sıcaklıkta ortaya çıkan ilave operatörleri ele alarak pertürbatif olmayan düzeltmeler elde edilmiştir. $T = 100 \text{ MeV}$ altında kütle ve bozunum sabitleri değişmez kalmıştır. Fakat bu noktadan sonra sıcaklık arttıkça azalmaya başlamıştır. Kritik sıcaklıkta, bozunum sabitleri vakumdaki değerlerinin yaklaşık %35' ne yaklaşırken, B_c , η_c ve η_b durumları için kütle değerleri sırasıyla %7, %12 ve %2 civarında azalmıştır. Sıfır sıcaklıktaki sonuçlar varolan deneysel değerlerin yanısıra pertürbatif olmayan diğer yaklaşımların öngörülerıyla de uyumlu olduğu görülmüştür.

Bu çalışmada aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

1. Termal alan teorilerinin reel zaman formülasyonunda kuark propagatörü kullanılarak $m_1 \neq m_2$ durumu için pseudoskaler ve vektör akımlar için spektral yoğunlukların yokolma ve saçılma kısımları hesaplanmıştır.
2. KRD toplam kuralları çerçevesinde hafif vektör ve skaler mezonlar için korelasyon fonksiyonunun fenemolojik kısmı kuark-hadron ikilemi yöntemi ve iki-piyon sürekli katkıları kullanılarak hesaplanmıştır. Kuark-hadron ikilemi yaklaşımında, fenemolojik kısımda ortaya çıkan hadronik eşiğin sıcaklığa bağlılığı, termal spektral yoğunluk ve sonlu sıcaklıkta ortaya çıkan ilave

operatörler dikkate alınarak termal KRD toplam kuralları geliştirilmiştir. Elde edilen KRD toplam kurallarının nümerik analizinden σ ve ρ mezonlarının bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlı değişimi bulunmuştur. $T = 0'$ da σ ve ρ mezonlarının bozunum sabitlerinin değerleri hesaplanmış ve $f_\sigma = 205.92 MeV$ ve $f_\rho = 210.53 MeV$ değerleri elde edilmiştir.

3. Termal KRD toplam kuralları temel alınarak B_c mezonu için spektral yoğunluğun yok etme ve saçılma kısımları pertürbasyon teorisi ile hesaplanmıştır. Sonlu sıcaklıkta ortaya çıkan ilave operatörler ve spektral yoğunluk için pertürbatif iki-ilmek α_s düzeltmeleri gözönüne alınarak B_c mezonu için ilk kez termal KRD toplam kuralları elde edilmiştir. Elde edilen KRD toplam kurallarının nümerik analizinden B_c mezonunun bozunum sabitinin sıcaklığa bağlı değişimi bulunmuştur. $T = 0'$ da, B_c mezonunun kütle ve leptonik bozunum sabiti için $m_{B_c} = (6.367 \pm 0.038) GeV$ ve $f_{B_c} = (0.476 \pm 0.0265) GeV$ değerleri elde edilmiştir. Sıfır sıcaklıkta sonuçlar, mevcut deneysel değerler ve diğer pertürbatif olmayan yaklaşımların sonuçlarıyla uyumlu olduğu görülmüştür.
4. Pseudoskaler ağır kuarkoniaların kütlelerinin ve leptonik bozunum sabitlerinin sıcaklığa bağlılığı incelenmiştir. Sonlu sıcaklıkta Wilson açılımında ilave operatörlerin katkıları göz önüne alınmış ve KRD tarafında termal spektral yoğunluk hesaplanmıştır. $T = 0$ sıcaklığında η_c ve η_b ağır-ağır mezonlarının kütle ve leptonik bozunum sabitleri sırasıyla $m_{\eta_c} = 2.996 \pm 0.035 GeV$, $f_{\eta_c} = 0.420 \pm 0.015 GeV$, $m_{\eta_b} = 9.650 \pm 0.034 GeV$, $f_{\eta_b} = 0.696 \pm 0.049 GeV$ olarak elde edilmiş ve bu değerlerin mevcut deneysel verilerle uyumlu olduğu görülmüştür.

Elde edilen sonuçları ağır iyon çarpışma deneylerini yorumlamak için kullanabiliriz. Diğer model uygulamalarıyla bu sonuçlar kıyaslanabilir. Bu çalışmanın Termal KRD'nin fenomenolojik ve teorik olarak anlaşılmasına katkıları olacağına inanmaktayız.

KAYNAKLAR

- [1] Gell-Mann M., A schematic model of baryons and mesons, *Phys. Lett.*, 1964, **8**, 214-215.
- [2] Gross D. J., Wilczek F., Ultraviolet Behaviour of Non-Abelian Gauge Theories, *Phys. Rev. Lett.*, 1973, **30**, 1343-1346.
- [3] Bethke S., Determination of the QCD coupling α_s , *J. Phys. G*, 2000, **26**, R27-R66.
- [4] Colangelo P., Khodjamirian A., QCD Sum Rules, A modern perspective, CERNTH/2000-296, BARI-TH/2000-394, 2001, arXiv: hep/0010175v1.
- [5] Colangelo P., Khodjamirian A., *In: at the frontier of particle physics*, Editor: Shifman M., World Scientific, Singapore, 1495-1576, 2001.
- [6] Shifman M. A., Vainstein A. I., Zakharov V. I., QCD and resonance physics theoretical foundations, *Nucl. Phys. B*, 1979, **147**, 385-447.
- [7] Ioffe B. L., Calculation of baryon masses in Quantum Chromodynamics, *Nucl. Phys. B*, 1981, **188**, 317-341.
- [8] Yagi K., Hatsuda T., Miake Y., *Quark-Gluon Plasma*, Cambridge University Press, Cambridge, 2005.
- [9] Letessier J., Rafelski J., *Hadrons and Quark-Gluon Plasma*, Cambridge University Press, Cambridge, 2002.
- [10] Wilson K. G., Non-lagrangian models of current algebra, *Phys. Rev. D*, 1969, **179**, 1499-1512.
- [11] Bochkarev A. I., Shaposhnikov M. E., The spectrum of hot hadronic matter and finite-temperature QCD sum rules, *Nucl. Phys. B*, 1986, **268**, 220-252.
- [12] Mallik S., Operator product expansion at finite temperature, *Phys. Lett. B*, 1998, **416**, 373-378.
- [13] Mallik S., Mukherjee K, Rho parameters from odd and even chirality, thermal QCD sum rules, *Phys. Rev. D*, 2000, **61**, 116007.
- [14] Mallik S., Nyffeler A., QCD sum rules for ρ mesons in nuclear matter, *Phys. Rev. C*, 2001, **63**, 065204.
- [15] Shuryak E. V., Correlation functions in the QCD vacuum, *Rev. Mod. Phys.*, 1993, **65**, 1-46.

- [16] Hatsuda T., Koike Y., Lee S. H., Finite-temperature QCD sum rules reexamined: ρ , ω and A_1 mesons, *Nucl. Phys. B*, 1993, **394**, 221-264.
- [17] Eletsky V. L., Ioffe B. L., Meson masses in nuclear matter, *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**, 1010-1013.
- [18] Veliev E. V., Operator product expansion for the thermal correlator of scalar currents, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 2008, **35**, 035004.
- [19] Veliev E. V., Aliev T. M., Thermal QCD sum rules for $\sigma(600)$ meson, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 2008, **35**, 125002.
- [20] Veliev E. V., Kaya G., Leptonic decay constants of D_s and B_s Mesons at finite temperature, *Euro. Jour. Phys. C*, 2009, **63**, 87-91.
- [21] Veliev E. V., Sundu H., Azizi K., Bayar M., Scalar quarkonia at finite temperature, *Phys. Rev. D*, 2010, **82**, 056012.
- [22] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Aksit N., Investigation of heavy-heavy pseudoscalar mesons in thermal QCD sum rules, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 2012, **39**, 015002.
- [23] Dominguez C. A., Loewe M., Rojas J. C., Heavy-light quark pseudoscalar and vector mesons at finite temperature, *J. High Energy Phys.*, 2007, **0708**, 040.
- [24] Dominguez C. A., Loewe M., Roja J. C., Zhang Y., Charmonium in the vector channel at finite temperature from QCD sum rules, *Phys. Rev. D*, 2010, **81**, 014007.
- [25] Morita K., Lee S. H., Heavy quarkonium correlators at finite temperature: QCD sum rule approach, *Phys. Rev. D*, 2010, **82**, 054008.
- [26] Morita K., Lee S. H., Critical behavior of charmonia across the phase transition: A QCD sum rule approach, *Phys. Rev. C*, 2008, **77**, 064904.
- [27] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Kaya G., Akşit N., Spectral densities for different currents at finite temperature, *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2012, **348**, 012016.
- [28] Veliev E. V., Türkan A., Akşit N., Improved sum rules for light mesons and thermal hadronic threshold, *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2012, **348**, 012015.
- [29] Törnqvist N. A., Invited talk at conference: Possible existence of the light sigma resonance and its implications to hadron physics, Kyoto, Japan, 11–14 June 2000.
- [30] Aitala E. M., et al., Experimental evidence for a light and broad scalar resonance in $D^+ \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^+$ decay, *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **86**, 770-774.

- [31] Veliev E. V., Kaya G., The mass and leptonic decay constant of $D_{s0}(2317)$ meson in the framework of thermal QCD sum rules, *Act. Phys. Pol. B*, 2010, **41**, 1905-1906.
- [32] Nakamura K., et al., Particle Data Group, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 2010, **37**, 075021.
- [33] Gokalp A., Yilmaz O., Coupling constant $g_{\rho\sigma\gamma}$ as derived from QCD sum rules, *Phys. Rev. D*, 2001, **64**, 034012.
- [34] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Akşit N., B_c meson at finite temperature, *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.*, 2011, **219-220**, 170-173.
- [35] Veliev Veli E., Azizi K., Sundu H., Akşit N., The thermal properties of pseudoscalar heavy quarkonium, *The 2011 Europhysics Conference on High Energy Physics-HEP*, Grenoble, France, 21-27 June 2011.
- [36] Aliev T. M., Yilmaz O., Properties of B_c -meson in QCD sum rules, *Nuovo Cimento*, 1992, **A105**, 827.
- [37] Kiselev V. V., Tkabladze A. V., Semileptonic B_c decays from QCD sum rules, *Phys. Rev. D*, 1993, **48**, 5208.
- [38] Abe F., et al., CDF Collaboration, *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **81**, 2432.
- [39] Aubert B., et.al, BABAR Collaboration, *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **101**, 071801.
- [40] Matsui T., Satz H., J/psi suppression by Quark-Gluon Plasma formation, *Phys. Lett. B*, 1986, **178**, 416.
- [41] Reinders L. J, Rubinstein H., Yazaki S., Hadron properties from QCD sum rules, *Phys. Rep.*, 1985, **127**, No1.
- [42] Das A., *Finite temperature field theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
- [43] Bellac M. L., *Thermal field theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.
- [44] Kapusta J. I, Quantum Chromodynamics at high-temperature, *Nucl. Phys. B*, 1979, **148**, 461-498.
- [45] Peter Braun-Munzinger, Chemical equilibration and the hadron-QGP phase transition, *Nucl. Phys. A*, 2001, **681**, 119-123.
- [46] Singh C. P., Signals of Quark Gluon Plasma, *Phys. Rept.*, 1993, **236**, 147-224.
- [47] Wilson K. G., Confinement of quarks, *Phys. Rev. D*, 1974, **10**, 2445-2459.

- [48] Veliev E., Yılmazkaya J., Maddenin yeni hali: Kuark-Gluon Plazması, *Bilim ve Teknik Dergisi*, 2002, **421**, 76-79.
- [49] Veliev E. V., Yılmazkaya J., Quark-Gluon Plasma signals, *Eur. J. Phys.*, 2003, **24**, 341-349.
- [50] Ramond P., *Field theory*, 2.nd ed., The Benjamin/Cummings Publishing Company Inc. Addison-Wesley, U.S.A., 1989.
- [51] Veliev E. V., Yılmazkaya J., The calculation of Quark-Gluon Plasma thermodynamic potential in the lightcone gauge, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 2004, **30**, 1-7.
- [52] Toimela T., Perturbative QED and QCD at finite temperatures and densities, *Int. J. Theor. Phys.*, 1985, **24**, 901-949.
- [53] McLerran L., Svetitsky B., A Monte Carlo study of SU(2) Yang-Mills Theory at finite temperature, *Phys. Lett. B*, 1981, **98**, 195-198.
- [54] Cabo A., Kalashnikov O. K., Veliev E. K., Bootstrap calculation of the dynamical quark mass in QCD₄ at finite temperature, *Nucl. Phys. B*, 1988, **299**, 367-378.
- [55] Veliev E. Kh., Kalashnikov O. K., The contribution of the magnetic mass of a gluon to the thermodynamic potential of Quantum Chromodynamic Plasma, *Sov.Phys.-Lebedev Inst.Rep.*, 1987, **1**, 1-83.
- [56] Letessier J., Rafelski J., *Hadrons and Quark-Gluon Plasma*, Cambridge University Press, Cambridge, 2002.
- [57] Itzykson C., Zuber J. B., *Quantum field theory*, Mc Graw Hill, Newyork, 1980.
- [58] Muta T., *Foundations of Quantum Chromodynamics*, World Scientific, Massachusetts, 1987.
- [59] Huang K., *Quarks, leptons&gauge fields*, World Scientific, Massachusetts, 1992.
- [60] Greiner W., et al., *Quantum Chromodynamics*, Springer, Germany, 2000.
- [61] Dolan L., Jackiw R., Symmetry behaviour at finite temperature, *Phys. Rev. D*, 1974, **9**, 3320-3341.
- [62] Kalashnikov O. K., QCD at finite temperature, *Fortsch. Phys.*, 1984, **32**, 525-583.
- [63] Veliev E. V., The investigation of fermi excitations in a Quark-Gluon Plasma in the light-cone gauge, *J. Phys. G:Nucl. Partic. Phys.*, 2000, **26**(8),1235-1238.
- [64] Miller D. E., Lattice QCD calculation for the physical equation of state, *Phys. Rept.*, 2007, **443**, 55-96.

- [65] Miller D. E., Gluon condensates at finite temperature, *Acta Phys. Pol. B*, 1997, **28**, 2937.
- [66] Gasser J., Leutwyler H., Light quarks at low temperatures, *Phys. Lett. B*, 1987, **184**, 83-88.
- [67] Gerber P., Leutwyler H., Hadrons below the chiral phase transition, *Nucl. Phys. B*, 1989, **321**, 387-429.
- [68] Radyushkin A. V., Theory group, Jefferson Lab, Newport News, Introduction to QCD sum rule approach, arXiv:hep-ph/0101227v2, 2001.
- [69] Hatsuda T., Koike Y., Lee S. H., Pattern of chiral restoration at low temperature from QCD sum rules, *Phys. Rev. D*, 1993, **47**, 1225-1230.
- [70] Shuryak E. V., The QCD vacuum, hadrons, and the superdense matter, World Scientific, Singapore, 1988.
- [71] Leutwyler H., Deconfinement and chiral symmetry in QCD 20 years later, Vol.2, World Scientific, Singapore, 1993.
- [72] Drukarev E. G., Levin E. M., QCD sum-rules and nuclear-matter, *Sov. Phys. JETP Lett.*, 1988, **48**, 317-338.
- [73] Aliev T. M., Savcı M., Scalar form factor of the nucleon and nucleon-scalar meson coupling constant in QCD, *Phys. Rev. D*, 2007, **75**, 045006.
- [74] Thiago V. B., Fernanda S. N., Marina N., Mirian E. B., QCD sum rule approach for the light scalar mesons as four-quark states, *Physics Letters B*, 2005, **608**, 69-76.
- [75] Rapp R., Wambach J., Chiral symmetry restoration and dileptons in relativistic heavy-ion collisions, *Adv. Nucl. Phys.*, 2000, **25**, 1-205.
- [76] Leutwyler H., Smilga A. V., Nucleons at finite temperature, *Nucl. Phys. B*, 1990, **342**, 302-316.
- [77] Wetzorke I., Karsch F., Laermann E., Petreczky P., Stickan S., Meson spectral functions at finite temperature, *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.*, 2002, **106**, 510-512.
- [78] Aarts G. Martinez, Resco J. M. , Continuum and lattice meson spectral functions at nonzero momentum and high temperature, *Nucl. Phys. B*, 2005, **726**, 93-108.
- [79] Van Hees H., Rapp R., $\Delta(1232)$ and nucleon spectral functions in hot hadronic matter, *Phys. Lett. B*, 2005, **606**, 59-66.
- [80] Sarkar S., Patra B., K. Menon V. J., Mallik S., Spectral representation at finite temperature, *Indian J. Phys.*, 2002, **76A**, 385-391.

- [81] Muehlich P., Shklyar V., Leupold S., Mosel U., Post M., The spectral function of the ω meson in nuclear matter from a coupled-channel resonance model, *Nucl. Phys. A*, 2006, **780**, 187-205.
- [82] Aarts G., Allton C., Foley J., Hands S., Kim S., Meson spectral functions at nonzero momentum in hot QCD, *Nucl. Phys. A*, 2007, **785**, 202-205.
- [83] Mallik S., Sarkar S., Real-time propagators at finite temperature and chemical potential, *Eur. Phys. J. C*, 2009, **61**, 489-494.
- [84] Ghosh S., Sarkar S., Mallik S., Relativistic spectral function of nucleons in hot nuclear matter, *Phys. Rev. C*, 2010, **82**, 045202.
- [85] Cheng M., et.al, QCD equation of state with almost physical quark masses, *Phys. Rev. D*, 2008, **77**, 014511.
- [86] Klingl F., Kim S., Lee S. H., Morath P., Weise W., Masses of J/Ψ and η_c in the nuclear medium: QCD sum rule approach, *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **82**, 3396.
- [87] Aliev T. M., Eletsky V. L., On the leptonic decay constants of the pseudoscalar D-meson and B-meson, *Sov. J. Nucl. Phys.*, 1983, **38**, 936-946.
- [88] Balitsky I. I., Braun V. M., Kolesnichenko A.V., Radiative decay $\sigma^+ \rightarrow p\gamma$ in quantum chromodynamics, *Nucl. Phys. B*, 1989, **312**, 509-550.
- [89] Dominguez C. A., Paver N., Leptonic decay constants of charm and beauty mesons in QCD, *Phys. Lett. B*, 1987, **197**, 423-429.
- [90] Ball P., Braun V. M., Exclusive semileptonic and rare B meson decays in QCD, *Phys. Rev. D*, 1998, **58**, 094016.
- [91] Narison S., c, b quark masses and $f_{D(s)}$, $f_{B(c)}$ decay constants from pseudoscalar sum rules in full QCD to order α_s^2 , *Phys. Lett. B*, 2001, **520**, 115-123.
- [92] Jamin M., Lange B. O., f_B , $f_{B(c)}$ from QCD sum rules, *Phys. Rev. D*, 2002, **65**, 056005.
- [93] Wang W., Shen Y. L., Lü C. D., Covariant light-front approach for B_c transition form factors, *Phys. Rev. D*, 2009, **79**, 054012.
- [94] Aliev T. M., Azizi K., Bashiry, V., On the mass and decay constant of $K_2^*(1430)$ tensor meson, *J. Phys. G*, 2010, **37**, 025001.
- [95] Aliev T. M., Azizi K., Savcı M., Heavy χ_{02} tensor meson in QCD, *Phys. Lett. B*, 2010, **690**, 157-164.
- [96] Dominguez C. A., Pauer N., Leptonic decay constants of D_s and B_s mesons from QCD sum rules, *Phys. Lett. B*, 1993, **318**, 629-639.

- [97] Kaczmarek O., Karsch F., Zantow F., Petreczky P., Static quark-antiquark free energy and the running coupling at finite temperature, *Phys. Rev. D*, 2004, **70**, 074505.
- [98] Edwards K. W., et.al, CLEO Collaboration, *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **86**, 30-34.
- [99] Amsler C., et.al (Particle Data Group), *Phys. Lett. B*, 2008, 667, 1; Nakamura K. et al. (Particle Data Group), *J. Phys. G*, 2010, **37**, 075021.

KİŞİSEL YAYINLAR ve ESERLER

- [1] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., **Akşit N.**, Investigation of heavy-heavy pseudoscalar mesons in thermal QCD sum rules, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 2012, **39**, 015002.
- [2] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., **Akşit N.**, B_c meson at finite temperature, *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.*, 2011, **219-220**, 170-173.
- [3] Veliev E. Veli, Azizi K., Sundu H., **Akşit N.**, The thermal properties of pseudoscalar heavy quarkonium, *The 2011 Europhysics Conference on High Energy Physics-HEP*, Grenoble, France, 21-27 July 2011.
- [4] Veliev E. V., Azizi K., Sundu H., Kaya G., **Akşit N.**, Spectral densities for different currents at finite temperature, *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2012, **348**, 012016.
- [5] Veliev E. V., Türkan A., **Akşit N.**, Improved sum rules for light mesons and thermal hadronic threshold, *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2012, **348**, 012015.
- [6] Veliev E. V., Süngü J. Y., Bozkır G., **Akşit N.**, The investigation of Bose excitations in quark-gluon plasma in lightcone gauge, *6th Int. Conf. of the Balkan Physical Union*, İstanbul, Turkey, 22-26 August 2006.
- [7] Veliev E. V., Bozkır G., **Akşit N.**, Finite temperature calculations in noncovariant gauges, *Turk. Phys. Soc. 23rd Int. Phys. Conf.*, Muğla, Turkey, 13-16 September 2005.

ÖZGEÇMİŞ

1981 yılında Kars'ta doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini İstanbul'da tamamladı. 1998 yılında girdiği Kocaeli Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Lisans Bölümünde bir yıl İngilizce hazırlık eğitimi alarak 2003 yılında mezun oldu. Aynı yıl yüksek lisans öğrenimine başladı. 2004-2011 yılları arasında Kocaeli Üniversitesi Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak çalıştı. 2006 yılında yüksek lisans eğitimini tamamlayıp aynı yıl doktora eğitimine başladı. 2011 yılı Ağustos ayından beri Milli Eğitim Bakanlığında fizik öğretmeni olarak görev yapmaktadır.