

**KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ELEKTRONİK VE BİLGİSAYAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**

**DOKTORA TEZİ**

**JİROELEKTRİK ORTAMLA YÜKLÜ KAPALI DALGA  
KILAVUZLARINDA YAYILMA SABİTİNİN CEBİRSEL  
FONKSİYON TEORİSİ YARDIMIYLA İNCELENMESİ**

**ERSOY KELEBEKLER**

**KOCAELİ 2012**

**KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

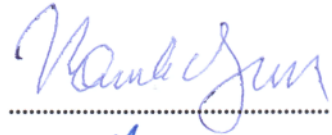
**ELEKTRONİK VE BİLGİSAYAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**

**DOKTORA TEZİ**

**JİROELEKTRİK ORTAMLA YÜKLÜ KAPALI DALGA  
KILAVUZLARINDA YAYILMA SABİTİNİN CEBİRSEL  
FONKSİYON TEORİSİ YARDIMIYLA İNCELENMESİ**

**Ersoy KELEBEKLER**

**Prof.Dr. Namık YENER**  
Danışman, Kocaeli Üniv.



**Prof.Dr. Yunus Emre ERDEMLİ**  
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv.



**Yrd.Doç.Dr. Ali DEMİR**  
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv.



**Prof.Dr. Levent SEVGİ**  
Jüri Üyesi, Doğuş Üniv.



**Doç.Dr. Gonca ÇAKIR**  
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv.



**Tezin Savunulduğu Tarih: 04.07.2012**

## ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Çalışma konusu jiroelektrik ortamla yüklü kayıpsız kapalı dalga kılavuzları için kısmi türevli diferansiyel denklemlerden oluşan Maxwell denklemlerinin, bir doğrusal, cebirsel denklem sistemine dönüştürülmesi (iletim hattı eşdeğerliği yöntemi) ve oluşan katsayılar matrisinin karakteristik denkleminin bir cebirsel denklem olmasından yararlanıp konu matrisin özdeğerlerinin kareköklerine karşı düşen yayılma sabitlerinin, çok gelişmiş bir matematiksel teori olan cebirsel fonksiyon teorisi yardımı ile incelenmesidir. Böylece bu tür yapılar için birer cebirsel fonksiyon olan yayılma sabitlerinin karelerine ait tekil frekanslar, bu frekanslarda yayılma sabitinin katlılık durumları, çatallanma özellikleri matematiksel olarak açıklanabilir ve yayılma sabitlerinin gerçek, sanal veya karmaşık olduğu frekans bölgeleri tekil frekanslar aracılığı ile kestirilebilir.

Bu çalışmanın ortaya çıkmasında fikirleri ile yol gösteren, gösterdiği anlayış ve verdiği sürekli destek için danışmanım Sayın Prof. Dr. Namık YENER'e şükranlarımı belirtmeyi borç bilirim. Ayrıca üzerinde çalıştığım yapının fiziğini ve ilişkili matematik kavramları anlamamda katkısı bulunan başta Sayın Prof. Dr. Taner OSKAY hocama ve ismini saymadığım tüm hocalarıma teşekkürlerimi sunarım.

Bu çalışma süresince desteklerini esirgemeyen tüm çalışma arkadaşlarıma, hocalarıma ve idarecilerime destekleri ve sağladıkları huzurlu çalışma ortamı için teşekkür ederim. Ayrıca bu süreçte verdikleri destekler için tüm aileme ve göstermiş olduğu sabır, anlayış ve verdiği destek için sevgili eşim Pelin KELEBEKLER'e teşekkürlerimi sunarım.

Temmuz - 2012

Ersoy KELEBEKLER

## İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR .....	i
İÇİNDEKİLER .....	ii
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	iv
TABLOLAR DİZİNİ .....	vi
SİMGELER DİZİNİ VE KISALTMALAR .....	vii
ÖZET .....	ix
ABSTRACT .....	x
GİRİŞ .....	1
1. PLAZMA SÜTUN YÜKLÜ SİLİNDİRİK DALGA KILAVUZU VE UYGULANAN YÖNTEMİN LİTERATÜRDEKİ YERİ .....	4
1.1. Plazma Sütun Yüklü Kapalı Silindirik Dalga Kılavuzu Yapısı .....	4
1.2. Plazma Sütun Yüklü Kapalı Silindirik Dalga Kılavuzunun Dispersiyon Karakteristikleri .....	6
1.3. Kullanılan Yöntemler ve Cebirsel Fonksiyon Teorisi .....	12
2. PLAZMA SÜTUN YÜKLÜ SİLİNDİRİK DALGA KILAVUZU İÇİN İLETİM HATTI EŞDEĞERİ .....	17
2.1. Plazma Sütun Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu .....	17
2.2. Kapalı Dalga Kılavuzları için İletim Hattı Eşdeğerliğinin Genel Yapısı .....	18
2.3. Plazma Sütun Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu için İletim Hattı Eşdeğerliği Eşitlikleri .....	19
2.4. Plazma Sütun Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu için Elde Edilen İletim Hattı Eşdeğerliğinin Geçerliliği .....	24
2.4.1. Plazma modları .....	26
2.4.2. Hızlandırıcı modları .....	29
2.4.3. Yüzey dalga modları .....	34
2.5. İletim Hattı Eşdeğerliği Yönteminin Bazı Yarı Analitik Yöntemlerle Karşılaştırılması .....	37
2.6. Plazma Sütun Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu için Kompleks Modlar .....	39
3. CEBİRSEL FONKSİYON TEORİSİ VE TEMEL ÖZELLİKLERİ .....	50
3.1. Polinom Eşitlikler .....	50
3.2. Laurent Teoremi .....	50
3.3. Puiseux Serisi .....	51
3.4. Cebirsel Eşitlikler ve Özellikleri .....	52
3.5. İletim Hattı Eşdeğerliği Cebirsel Eşitlikleri, Karakteristik Denklem ve Bunlara İlişkin Cebirsel Özellikler .....	53
4. PLAZMA SÜTUN YÜKLÜ SİLİNDİRİK DALGA KILAVUZU İÇİN CEBİRSEL FONKSİYON TEORİSİ YARDIMIYLA KUTUPLARIN İNCELENMESİ .....	56
4.1. Kutupların Analitik Olarak İncelenmesi .....	56
4.2. Cebirsel Fonksiyon Teorisi Yardımıyla Kutup Noktaları Civarında Dispersiyon Eğrilerinin Elde Edilmesi ve Kutupların Karakteristikleri .....	58
4.3. Plazma Sütun Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu için Kutup Noktaları Civarında Dispersiyon Eğrileri .....	60

5. PLAZMA SÜTUN YÜKLÜ SİLİNDİRİK DALGA KILAVUZU İÇİN CEBİRSEL FONKSİYON TEORİSİ YARDIMIYLA DALLANMA NOKTALARININ İNCELENMESİ.....	67
5.1. Kompleks Dalga Modları ve Cebirsel Fonksiyon Teorisinin Bazı Özelliklerinin İncelenmesi.....	67
5.1.1. Kompleks ve kompleks olmayan modlar arasındaki geçiş özelliklerinin incelenmesi.....	68
5.1.2. Kompleks dalga frekans aralığının bitiş noktaları için bazı özelliklerin incelenmesi.....	69
5.2. Puiseux Seri Açılım Katsayılarının Yapının Cebirsel Eşitlikleri Kullanılarak Elde Edilmesi.....	71
5.3. Plazma Sütun Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu için Dallanma Noktaları Çivarında Dispersiyon Eğrilerinin Puiseux Serileri Kullanılarak Elde Edilmesi.....	82
6. SONUÇLAR.....	90
KAYNAKLAR.....	94
EKLER.....	101
KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER.....	111
ÖZGEÇMİŞ.....	113

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu .....	17
Şekil 2.2. $R=0,5$ için plazma modlarının dispersiyon eğrileri.....	27
Şekil 2.3. $R=1,5$ için plazma modlarının dispersiyon eğrileri.....	28
Şekil 2.4. Farklı mod sayıları için iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen dispersiyon eğrileri .....	30
Şekil 2.5. Farklı mod sayıları için iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçların ortalama bağıl hata değerleri .....	32
Şekil 2.6. $R=0,5$ için hızlandırıcı modlarının dispersiyon eğrileri.....	33
Şekil 2.7. $R=1,5$ için hızlandırıcı modlarının dispersiyon eğrileri.....	33
Şekil 2.8. $R=0,5$ için yüzey dalga modlarının dispersiyon eğrileri.....	35
Şekil 2.9. $R=1,5$ için yüzey dalga modlarının dispersiyon eğrileri.....	36
Şekil 2.10. $R=0,5$ ve $s_0=0,9$ için yarı analitik yöntemlerden ve tam çözümden elde edilen dispersiyon eğrileri .....	37
Şekil 2.11. $R=1,5$ ve $s_0=0,5$ için yarı analitik yöntemlerden ve tam çözümden elde edilen dispersiyon eğrileri .....	38
Şekil 2.12. Normalize yayılım sabitinin kompleks değerleri için tam çözümden elde edilen mutlak sonuçlar .....	42
Şekil 2.13. $R=0,5$ ve $s_0=0,5$ için yüzey dalga modlarının kompleks dispersiyon eğrileri.....	44
Şekil 2.14. $R=0,5$ ve $s_0=0,1$ için yüzey dalga modlarının kompleks dispersiyon eğrileri.....	45
Şekil 2.15. $R=1,5$ ve $s_0=0,1$ (sol), $R=1,5$ ve $s_0=0,5$ (sağ) için yüzey dalga modlarının kompleks dispersiyon eğrileri.....	46
Şekil 2.16. $R=0,5$ ve $s_0=0,9$ (sol), $R=1,5$ ve $s_0=0,9$ (sağ) için yüzey dalga modlarının kompleks dispersiyon eğrileri.....	47
Şekil 2.17. $R=0,5$ ve $s_0=1,0$ (sol), $R=1,5$ ve $s_0=1,0$ (sağ) için yüzey dalga modlarının kompleks dispersiyon eğrileri.....	48
Şekil 3.1. $C_1$ ve $C_2$ eğrileri arasında kalan kompleks bölge.....	51
Şekil 4.1. Koşul 1 için olası iki durum.....	59
Şekil 4.2. Koşul 2 için olası iki durum.....	60
Şekil 4.3. $R=0,5$ ve $s_0=0,5$ için kutup civarında iletim hattı eşdeğerliğinden ve Laurent serilerinden elde edilen dispersiyon eğrileri.....	62
Şekil 4.4. $R=1,5$ ve $s_0=0,9$ için kutup civarında iletim hattı eşdeğerliğinden ve Laurent serilerinden elde edilen dispersiyon eğrileri.....	63
Şekil 4.5. $R=0,5$ ve $s_0=0,1$ için $\Omega=1$ 'de var olan kutup civarında iletim hattı eşdeğerliğinden ve Laurent serilerinden elde edilen dispersiyon eğrileri.....	64
Şekil 5.1. $\gamma^2(p)$ 'nin sonlu olduğu $j\omega_B$ cebirsel dallanma noktası civarında dispersiyon karakteristiği .....	70
Şekil 5.2. $R=0,5$ ve $s_0=0,1$ için $\Omega_0=0,988762$ dallanma noktası civarında gerçek çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serilerinden elde edilen dispersiyon eğrileri .....	84

Şekil 5.3. $R=0,5$ ve $s_0=0,1$ için $\Omega_0=1,01605311$ dallanma noktası civarında gerçek çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri .....	85
Şekil 5.4. $R=0,5$ ve $s_0=0,5$ için dallanma noktası civarında gerçek çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri .....	86
Şekil 5.5. $R=0,5$ ve $s_0=0,9$ için dallanma noktası civarında gerçek çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri .....	87
Şekil 5.6. $R=1,5$ ve $s_0=0,1$ için dallanma noktası civarında gerçek çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri .....	87
Şekil 5.7. $R=1,5$ ve $s_0=0,5$ için dallanma noktası civarında gerçek çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri .....	88
Şekil 5.8. $R=1,5$ ve $s_0=0,9$ için dallanma noktası civarında gerçek çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri .....	89

## TABLolar DİZİNİ

Tablo 2.1. ${}_1^{0,5}P_{1,1}^{0,9}$ için, yarı analitik yöntemlerden ve tam çözümden elde edilen sonuçlar ve yarı analitik yöntemlerin OKH değerleri.....	38
Tablo 4.1. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzunda $\Omega=R$ ve $\Omega=1$ 'de var olan kutuplar için birinci dereceden Laurent seri açılım katsayıları.....	66



## SİMGELER DİZİNİ VE KISALTMALAR

$E$	: Elektrik alan vektörü (Volt/metre)
$H$	: Manyetik alan vektörü (Amper/metre)
$D$	: Elektrik akı yoğunluğu vektörü (Coulomb/metrekare)
$B$	: Manyetik akı yoğunluğu vektörü (Weber/metrekare)
$J$	: Kaynak akım yoğunluğu vektörü (Amper/metrekare)
$\rho$	: Elektrik yük yoğunluğu (Coulomb/metreküp)
$\epsilon$	: Elektriksel geçirgenlik (Farad/metre)
$\epsilon_0$	: Boşluk ortam için elektriksel geçirgenlik ( $8.854 \times 10^{-12}$ Farad/metre)
$\tilde{\epsilon}$	: Plazma için tensör elektriksel geçirgenlik
$\mu$	: Manyetik geçirgenlik (Henry/metre)
$\mu_0$	: Boşluk ortam için manyetik geçirgenlik ( $4\pi \times 10^{-7}$ Henry/metre)
$\sigma$	: İletkenlik (Siemens/metre)
$r, \varphi, z$	: Silindirik koordinat sistemi değişkenleri
$a$	: Dalga kılavuzu yarıçapı
$b$	: Plazma sütun yarıçapı
$s_0$	: Plazma-dalga kılavuzu yarıçap oranı ( $a/b$ )
$\gamma$	: Plazma içerisinde yayılım sabiti
$\gamma_0$	: Boşluk ortam için yayılım sabiti
$\Gamma$	: Normalize yayılım sabiti ( $\gamma/\gamma_0$ )
$\Omega$	: Normalize çalışma frekansı ( $\omega/\omega_p$ )
$\Omega_u$	: Normalize üst hibrit frekansı
$R$	: Normalize hızlandırıcı (cyclotron) frekansı ( $\omega_c/\omega_p$ )
$\omega$	: Açısız çalışma frekansı (rad/saniye)
$\omega_p$	: Açısız plazma frekansı (rad/saniye)
$\omega_c$	: Açısız hızlandırıcı frekansı (rad/saniye)
$c$	: Işık hızı ( $3 \times 10^8$ km/s)
$\delta$	: Normalize yarıçap oranı ( $\omega_p a/c$ )
$n$	: Azimutal değişim
$t$	: Zaman (saniye)
$m$	: Mod indeksi
$u_{1,2}$	: Ayrıştırma sabitleri
$J_n$	: n. dereceden birinci tip Bessel fonksiyonu
$N_n$	: n. dereceden ikinci tip Bessel fonksiyonu
$N$	: Açınım öz fonksiyon sayısı
$I$	: Birim matris

### **Alt indisler**

b	: Boşluk ortam
p	: Plazma ortam
r	: Alanın r birleşeni
$\varphi$	: Alanın $\varphi$ birleşeni
z	: Alanın z birleşeni

### **Kısaltmalar**

Adj	: Ek (Adjugate) matris
det	: Determinant
MoM	: Method of Moment (Moment Metodu)
OBH	: Ortalama bağıl hata
OKH	: Ortalama karesel hata
TE	: Transverse electric (enine elektrik)
TM	: Transverse magnetic (enine manyetik)
tr	: Matrisin izi (Trace)

# JİROELEKTRİK ORTAMLA YÜKLÜ KAPALI DALGA KILAVUZLARINDA YAYILMA SABİTİNİN CEBİRSEL FONKSİYON TEORİSİ YARDIMIYLA İNCELENMESİ

## ÖZET

Bu çalışmada heterojen ve anizotropik ortamlar, özel olarak plazma ile, doldurulmuş kapalı dalga kılavuzlarında yayılma sabitlerinin özellikleri yapı için iletim hattı eşdeğerliği yönteminden ortaya çıkan cebirsel denklemin özellikleri aracılığıyla incelenmiştir. İletim hattı eşdeğerliği yönteminin sonucu olarak bir cebirsel eşitliğin karakteristik denklemi olarak ortaya çıkması, uygulanan yöntemin özünü oluşturmaktadır. Yöntemde frekansa göre değişimi veri noktaları olarak bilinen iletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilmiş yayılma sabitleri için frekans cinsinden seri açınımlar şeklinde de olsa fonksiyonel ifadeler elde edilebilmektedir. Böyle bir yaklaşım ile söz konusu yapılar için geriye doğru dalga modlarının ve karmaşık yayılma sabitine sahip modların ortaya çıkışlarında var olan dispersiyon eğrilerindeki tekil noktalar ve modların kesim frekanslarında yayılma sabitlerinin davranışları (analitik veya tekil olmaları) incelenebilmektedir. Literatürde var olan bu yöntemin uygulanması daha önce izotropik dielektrik çubuk yüklü ve jromanyetik tüp ile yüklü yapılarda ele alınmıştır. Bu tez çalışmasının özgün yönü yöntemin jiroelektrik ortam ile yüklü bir kılavuza uygulanmasıdır. Yöntemin uygulanmasında plazma sütun yüklü kapalı silindirik dalga kılavuzu ele alınmıştır. Çünkü böyle bir yapı jiroelektrik ortam koşullarını sağlayabilmektedir. Yapı için iletim hattı eşdeğerliği yönteminin kullanılması ile oluşan katsayılar matrisinin karakteristik denkleminin bir cebirsel denklem olması kullanılarak konu matrisin özdeğerlerinin kareköklerine karşı düşen yayılma sabitleri, cebirsel fonksiyon teorisi yardımı ile incelenmiştir. Yöntemin etkinliği ve doğruluğu ilgili yapının kutup noktaları ve dallanma noktaları için sayısal olarak gösterilmiştir. Kutup noktaları civarında dispersiyon karakteristikleri cebirsel fonksiyon teorisi özellikleri yardımıyla çeşitli derecelerden Laurent seri açılımları kullanılarak elde edilmiştir ve kutupların derecesini belirleyebilmek için sayısal bir teknik sunulmuştur. Dallanma noktaları civarında dispersiyon karakteristikleri ise cebirsel fonksiyon teorisi özellikleri yardımıyla Puiseux seri açılımları kullanılarak elde edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Cebirsel Fonksiyon Teorisi, İletim Hattı Eşdeğerliği Yöntemi, Jiroelektrik Ortam, Kapalı Dalga Kılavuzu, Laurent Serisi, Puiseux Serisi

# INVESTIGATION OF PROPAGATION CONSTANT OF GYROELECTRIC MEDIUM LOADED CLOSED WAVEGUIDES BY THE AID OF ALGEBRAIC FUNCTION THEORY

## ABSTRACT

In this study, properties of the propagation constant in heterogeneous and anisotropic medium, in particular with plasma loaded closed waveguides are investigated by means of properties of the algebraic equation obtained from transmission line equivalences for the structure. Emergence of an algebraic equation as a result of transmission line equivalence method constitutes the core of applied method. By this method it is possible to obtain functional expressions as series expansions in terms of frequencies for the propagation constant, whose variation with regard to frequency is known as data points, obtained from transmission line equivalence method. Thus, for the relevant structures, the singular points which exist on the dispersion curves in which the backward wave modes and the complex modes appear and behavior of the propagation constant (being analytic or singular) at cutoff frequencies of the modes can be investigated. Application of this method which already exists in the literature has previously been carried out for structures loaded by an isotropic dielectric rod and a gyromagnetic tube. The original contribution of this thesis work is the application of the method to a guide loaded by gyroelectric medium. Plasma column loaded closed cylindrical waveguide has been dealt in implementation of the method. Because, such a structure can satisfy the conditions for a gyroelectric medium. Using the algebraic equation obtained from transmission line equivalence method for the structure which is the characteristic equation of the coefficient matrix, the propagation constants which are equal to the square root of the eigenvalues of the coefficient matrix have been investigated by means of the algebraic function theory. It is shown that the method is both efficient and accurate numerically for pole points and branch points of the structure. The dispersion curves in the vicinity of pole points have been obtained from the Laurent series expansions with various degrees by means of properties of the algebraic function theory and a numerical technique has been presented in order to determine the degree of the poles. The dispersion curves in the vicinity of branch points have been obtained from the Puiseux series expansions by means of properties of the algebraic function theory.

**Keywords:** Algebraic Function Theory, Transmission Line Equivalence Method, Gyroelectric Medium, Closed Waveguide, Laurent Series, Puiseux Series

## GİRİŞ

Geçen birkaç on yıl plazmanın çeşitli uygulamalarda kullanılması hızlı bir şekilde artmıştır. Günümüzde plazma tabanlı teknolojiler kullanan endüstriyel uygulamalar diğer geleneksel teknolojilere göre belirgin avantajlar sağlamaktadırlar. Bu uygulamalardan bazıları şöyle sıralanabilir; yarı iletken ince tabaka işlemede aşındırma (etching) ve çökeltme (deposition), fiber optik üretimde ve lif materyalleri vb. iyileştirmede çökeltme ve polimerizasyon, elmas filmlerin çökeltmesinde ve paslanmaya (corrosion) dayanıklı kaplamada (coating) yüzey değiştirme (modification), plazma nitrüleme (nitriding) için iyona batırılmış plazma aşılama (plasma immersed ion implantation), düz plak plazma ekranlar, seramik kaplama ve plazma piroliz (pyrolysis) uygulamaları için yüksek basınç arkları ve püskürteçler (jets) [1]. Bununla birlikte yükselteçler, osilatörler, dönüştürücüler, yüklü parçacık hızlandırıcıları gibi pek çok elektronik aygıtlarda plazma yüklü dalga kılavuzları temel bir birleşendir. Plazma yüklü dalga kılavuzu parçacık hızlandırıcı uygulamalarında önemli bir öğedir. Çünkü plazma çok yüksek elektrik alan şiddetini destekleyebilir [2].

Bu çalışmada heterojen ve anizotropik ortamla doldurulmuş kapalı dalga kılavuzlarında, özel olarak plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzunda, yayılma sabitlerinin özellikleri yapı için iletim hattı eşdeğerliği yönteminden ortaya çıkan cebirsel denklemin özellikleri aracılığıyla incelenmiştir. Çalışma jiroelektrik ortamla yüklü kayıpsız kapalı silindirik dalga kılavuzları için kısmi türevli diferansiyel denklemlerden oluşan Maxwell denklemlerinin, bir doğrusal, cebirsel denklem sistemine dönüştürülmesi ve oluşan katsayılar matrisinin karakteristik denkleminin bir cebirsel denklem olmasından yararlanıp konu matrisin özdeğerlerinin kare köklerine karşı düşen yayılma sabitlerinin, cebirsel fonksiyon teorisi yardımı ile incelenmesini hedeflemektedir. Böylece İletim hattı eşdeğerliği yöntemi ile elde edilen ve frekansla değişen yayılma sabitleri için fonksiyon ifadeleri bulunmuş olacaktır. Özel olarak, tekil noktalar civarında cebirsel fonksiyon teorisi yardımı ile Laurent ve/veya Puiseux serilerinin katsayıları hesaplanarak, yayılma sabitleri için

fonksiyonel ifadeler bulmak amaçlanmıştır. Bu iletim hattı eşdeğerliği yöntemine göre bir üstünlük oluşturacaktır. Çünkü böylece frekansla değişimini veri noktaları olarak iletim hattı eşdeğerliği yönteminden bildiğimiz yayılma sabitleri için frekans cinsinden seri açınımlar şeklinde de olsa fonksiyonel ifadeler bulunmuş olacaktır. Böyle bir yaklaşım ile söz konusu yapılar için geriye doğru dalga modlarının ve karmaşık yayılma sabitine sahip modların ortaya çıkışlarında var olan dispersiyon eğrilerindeki tekil noktalar, modların kesim frekanslarında yayılma sabitlerinin davranışları (analitik veya tekil olmaları) incelenebilecektir.

İletim hattı eşdeğerliği yönteminin sonucu olarak bir cebirsel eşitliğin  $Z(p)Y(p)$ 'nin karakteristik denklemi olarak ortaya çıkması, uygulanan yöntemin özünü oluşturmaktadır. Yaklaşık değerli yayılım sabitlerinin kareleri cebirsel eşitliğin çözümünü oluşturmaktadır. Bu nedenle plazma sütun yüklü kapalı silindirik dalga kılavuzu için öncelikle cebirsel eşitlikler elde edilmiştir. Bu cebirsel eşitliklerin uygulanan yöntemin temelini oluşturduğundan geçerliliklerinin gösterilmesi önemlidir. Bölüm 2'de yapı için literatürde var olan plazma modları, hızlandırıcı modları ve yüzey dalga modları iletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilmiş ve gerçek çözüm ve bazı yaklaşık çözüm yöntemlerinden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılarak elde edilen cebirsel eşitliklerin geçerlilikleri gösterilmiştir. Ayrıca Bölüm 2.6'da, bir yenilik olarak plazma sütun yüklü silindirik dalağa kılavuzu için kompleks yüzey dalga modları tam çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve kuasistatik çözüm kullanılarak elde edilmiştir. Bu aşamada, kompleks yayılım sabitlerini tam çözümden elde etmek için iletim hattı eşdeğerliği yöntemini temel alan sayısal bir yöntem verilmiştir. Yöntemlerden elde edilen dispersiyon eğrileri karşılaştırmalı sunularak iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçların tam çözüm ile uyumu gösterilmiştir.

Bölüm 3'te cebirsel fonksiyon teorisinin temel özellikleri içerisinde analitik fonksiyon, tek değerli/çok değerli fonksiyon kavramları ve analitik olmayan fonksiyonların tekil noktalarının çeşitleri ve özellikleri ile Taylor, Laurent ve Puiseux seri açılımlarının tanım ifadeleri verilmiştir. Ayrıca iletim hattı eşdeğerliği yönteminin sonucu olarak bir cebirsel eşitliğin  $Z(p)Y(p)$ 'nin karakteristik denklemi olarak elde edilmesi ve  $Z(p)Y(p)$ 'nin kutuplarından ve  $G(\gamma^2, p)=0$ 'ın diskriminantının sıfırlarından basit bir şekilde çözümün tekil noktaları elde edilmesi ile ilgili

kavramlar açıklanmıştır. Bölüm 4'te plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için farklı frekanslarda dispersiyon eğrilerinde var olan kutup noktaları ve karakteristikleri, yayılım sabitleri sonsuz seriler formunda ifade edilerek cebirsel fonksiyon teorisi yardımıyla incelenmiştir. Çalışmada yapının dispersiyon karakteristiği iletim hattı eşdeğerliği yönteminden ve çeşitli derecelerden Laurent serileri kullanılarak elde edilmiştir. Ayrıca kutupların derecesini belirleyebilmek için sayısal bir teknik önerilmiştir.

Bölüm 5'te plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzları için farklı frekanslarda dallanma noktalarında dispersiyon eğrilerinde var olan dallanma noktaları ve bu noktalar civarında dispersiyon karakteristikleri, yayılım sabitlerinin sonsuz seriler formunda ifade edilerek cebirsel fonksiyon teorisi yardımıyla incelenmiştir. Farklı parametrelere sahip plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzlarında var olan dallanma noktaları civarında dispersiyon karakteristikleri, tam çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serileri kullanılarak elde edilmiştir. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu yapısı çok parametrelili, karmaşık yapı ve özellikle kompleks köklerinin elde edilmesi oldukça zor olan bir tam çözüme sahiptir. Puiseux serileri bu karmaşık yapıya tam çözümden elde edilen gerçek dispersiyon eğrilerini dallanma noktaları civarında yalnızca az sayıda katsayı ile modellemeye imkan vermektedir. Böylece frekansla değişimini sayısal olarak bilinen yayılma sabitleri için frekans cinsinden seri açınımlar şeklinde de olsa fonksiyonel ifadeler elde edilmiştir.

## **1. PLAZMA SÜTUN YÜKLÜ SİLİNDİRİK DALGA KILAVUZU VE UYGULANAN YÖNTEMİN LİTERATÜRDEKİ YERİ**

Bu bölümde tez çalışmasında ele alınan plazma sütun yüklü silindirik kapalı dalga kılavuzu yapısının dispersiyon karakteristikleri ile ilgili genel bilgiler ve bu karakteristiklerin elde edilmesinde kullanılan literatürdeki mevcut çalışmalar sunulmaktadır. Ayrıca çalışmada kullanılan cebirsel fonksiyon teorisi yönteminin literatürdeki yeri verilmektedir.

### **1.1. Plazma Sütun Yüklü Kapalı Silindirik Dalga Kılavuzu Yapısı**

Dalga kılavuzları üç boyutlu uzayda herhangi bir noktada, ortamın özelliklerine bağlı olarak her yöne yayılma eğiliminde olan elektromanyetik dalgayı veya enerjiyi arzu edilen bir noktaya ulaştırmak amacıyla kullanılan yapılardır. Diğer bir deyişle dalga kılavuzları elektromanyetik dalgayı bir noktadan diğer bir noktaya belirli bir güzergah üzerinden iletilmesini sağlayan yapılardır. Dalga kılavuzları sınır özelliklerine göre açık dalga kılavuzları ve kapalı dalga kılavuzları olmak üzere iki gruba ayrılırlar. Kapalı dalga kılavuzları mükemmel veya en azından yüksek yansıtma özelliği gösteren bir sınırla tamamen kapatılmış olan kılavuz yapılarıdır. Elektromanyetik enerji bu kapalı yapı içerisinde ilerler ve dış ortama saçılmadan hedef noktaya ulaşır. Açık dalga kılavuzları ise sınırlanmamış yapılar olmalarına rağmen dalgalar bu yapılar üzerinde yüzey dalgası şeklinde kılavuzlanarak iletilir [3, 4]. Kapalı dalga kılavuzları geometrik şekillerine göre kare/dikdörtgen biçiminde, silindirik veya eliptik şekillerde homojen veya heterojen yapıya sahip olabilmektedirler. Farklı geometrik şekildeki kapalı kılavuzlar, iletken duvarlarda meydana gelen kayıpları azaltmak veya kullanılan malzemenin fiziksel özelliklerinden yararlanmak amacıyla farklı malzemeler ile homojen veya heterojen olarak doldurulabilirler. Örnek olarak dielektrik çubuk yüklü kılavuz yapıları dielektrik çubuk üzerinde ilerleyen yüzey dalgaları sayesinde boş boruya oranla metalik duvarlarda meydana gelen kayıpları azaltırken, plazma yüklü kılavuz yapıları



yüksek elektrik alan altında çalışabildiklerinden parçacık hızlandırıcı gibi özel uygulamalarda kullanılabilirler.

İçinde bulunduğumuz evrenin %99'u pozitif iyonlarına ve negatif elektronlarına ayrılmış elektrik yüklü atomlardan oluşmuş plazma yapısındadır. Yıldızların iç yapıları ve atmosferler, gaz bulutsular (nebulae), yıldızlar arası hidrojenin büyük kısmı ve dünyanın atmosferi plazmadır. Bununla birlikte yaşadığımız ortamda şimşek ışığı, kutuplarda meydana gelen kuzey ışıkları ve floresan/neon lambalar içindeki gazlar gibi plazma ortamlar oldukça sınırlıdır. Bunun anlamı evrenin doğal plazmanın meydana gelmediği %1'lik diliminde yaşadığımızdır. Plazma "beraber davranış ortaya koyan yüklü ve nötr parçacıkların yaklaşık nötr (quasineutral) gaz yapısı" olarak tanımlanır [4].

Elektromanyetik hüme (beam) ve plazma arasındaki etkileşim ilk kez 1925'te Langmuir tarafından ele alınmıştır. Sonrasında problem pek çok çalışmada ele alınmış ve özellikle ellilerin sonunda ve altmışlarda teorik olarak araştırılmıştır [5]. Günümüzde problem çeşitli uygulamalarda kullanıldığı için popülaritesini korumaktadır.

Plazma yüklü dalga kılavuzu yapılarından biri plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzudur. Yapı çeşitli uygulama sahalarına sahiptir. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için önemli bir uygulama alanı ilk kez Tajima ve Dawson tarafından incelenen lazer elektron hızlandırıcılarıdır [6]. Bu araştırmacılar kısa mesafe içerisinde yüksek enerji için elektron hızlandırıcı mekanizmayı yüksek güçlü elektromanyetik yayılım lazerlerini kullanarak gerçekleştirmeyi amaçlamışlardır. Elektron hızlandırıcılar endüstride ve sağlık-ilaç sektöründe geniş ölçüde kullanılmaktadır [7]. Elektron hızlandırıcı yapısı teorik olarak [8] ve deneysel olarak [9] güncel çalışmalarda yer almıştır. Ayrıca plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzları lazer elektron hızlandırıcıların aksine lazer üretmek için de kullanılırlar [10, 11]. Yapının diğer bir uygulaması ise plazma elektron hüme etkileşimini kullanan geriye doğru dalga osilatörleridir [12]. Aynı yönde veya zıt yönde ilerleyen iki dalga birbiriyle etkileştiğinde, birbirlerini zayıflatabilirler veya kuvvetlendirebilirler. Geriye doğru dalga osilatörleri, zıt yönde hareket eden iki dalganın etkileşimi sonucu dalganın iletim yönü doğrultusunda genliğin artması

prensibi ile çalışırlar. Ayrıca plazma-elektron hüzme etkileşimli yüksek güç mikrodalga uygulamaları ve yükselteçleri gibi çeşitli çalışmalarda ele alınmıştır [13, 14].

## **1.2. Plazma Sütun Yüklü Kapalı Silindirik Dalga Kılavuzunun Dispersiyon Karakteristikleri**

Farklı geometrik yapıdaki içi boş kapalı dalga kılavuzları için dalga eşitlikleri ve geometriye göre değişen çözümleri çeşit çalışmalarda sunulmuştur [15-20]. Anizotropik bir ortamla dolu silindirik dalga kılavuzları için alan bileşenlerinin genel yapısı Ramo ve arkadaşları tarafından verilmiştir [21]. Özel olarak, plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu ve boşluk ortamdaki plazma sütun çeşitli çalışmalarda ele alınmıştır. Farklı çalışmalarda; plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için sınır koşulları kullanılarak Maxwell denklemlerinin çözümünden elde edilen tam çözüm veya diğer adıyla dispersiyon bağıntısı farklı notasyonların kullanıldığı farklı formlarda sunulmuştur [22-27]. Çalışmalarda dispersiyon karakteristiği genellikle, Brillouin diyagramı olarak da adlandırılan frekans–yayıma sabiti ( $\omega-\gamma$ ) düzlemi üzerinde araştırılmıştır. Brillouin diyagramının yorumlaması kolay olduğu için mühendisler ve fizikçiler için yararlı ve kullanışlıdır. Bevc çalışmasında, azimutal değişimin  $n = \pm 1$  olduğu durumlar için farklı frekans bölgelerinde var olan modları dispersiyon bağıntısı kullanılarak elde edilmiştir ve Brillouin diyagramları üzerinde sunmuştur [23]. Plazma sütun yüklü silindirik yapı için elektromanyetik dalganın boyuna birleşenleri ikinci mertebeden türevin karesini içeren ikinci dereceden kuple denklemlerdir. Boyuna elektrik veya boyuna manyetik kuple diferansiyel operatörü içeren denklemlerden herhangi birinin kökleri kuadratik formülü kullanılarak elde edilir. Çalışmamızda  $u_1$  ve  $u_2$  olarak sembolize edilen bu kökler ayrıca ayrıştırma sabitleri olarak da adlandırılır. Çalışmamızda boyuna elektrik alan için çözüm [28]'de yüksek dereceden homojen kısmi diferansiyel denklemler için verilen sabit katsayılar yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Boyuna elektrik alan çözüm fonksiyonları boyuna manyetik alan ifadesinde yerine konularak kuple boyuna alan birleşenleri türetilmiştir. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için ayrıştırma sabitlerinin davranışları ve Brillouin diyagramını ayırdığı bölgeler [29] ve [30]'de ayrıntılı olarak incelenmiştir ve daha sonraki çalışmalarda kullanılmışlardır [25-27].

Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için tam çözüm, Maxwell denklemlerinin plazma içi ve çevreleyen boşluk için ayrı ayrı çözülmesiyle ve elde edilen sonuçlara sınır koşullarının koşulmasıyla elde edilir. Maxwell denklemleri silindirik koordinat sisteminde ve plazma sütun içerisinde dalga yayılımı için açık olarak yazılır ve düzenlenirse, elektrik ve manyetik alanın enine birleşenleri boyuna alan birleşenleri cinsinden elde edebilir. Boyuna elektrik alan veya boyuna manyetik alan birleşenleri için çözüm elde edilirse bunlar cinsinden ifade edilen diğer birleşenler için de çözüm elde edilmiş olur. Yapı için elektromanyetik dalganın boyuna birleşenleri için dalga denklemleri  $H_{zp}$  ve  $E_{zp}$  'ye göre kuple denklemlerdir. Bu kuple denklemler plazma çubuk içinde kesim frekansı noktaları ( $\gamma=0$ ) hariç enine elektrik (TE) ve enine manyetik (TM) modlarının tek başlarına var olamayacağını gösterir. Boyuna elektrik alan veya boyuna manyetik alan ifadelerinden biri çözülür ve diğer denklemde yerine konulursa boyuna alan birleşenleri çözüm fonksiyonları cinsinden elde edilir. Dolayısıyla boyuna alan birleşenleri cinsinden ifade edilmiş olan enine alan birleşenleri de çözüm fonksiyonları cinsinden elde edilir. Benzer işlemler plazmayı kaplayan ortam için de gerçekleştirilir. Çözüm fonksiyonlarında bilinmeyen olarak var olan katsayılar ise elde edilen alan birleşenlerine sınır ve süreklilik koşullarının uygulanmasıyla bulunur. Metal iletkenle kaplı yapı için sınır koşulları elektrik alanın teğetsel birleşenin cidarda sıfıra eşit olması ve manyetik akı yoğunluğunun ise dik birleşenin cidarda sıfıra eşit olmasıdır. Süreklilik koşulları ise plazma-boşluk ara yüzünde elektrik ve manyetik alan teğetsel birleşenlerinin sürekli ve elektrik akı yoğunluklarının dik birleşenlerinin ve elektrik alanların azimutal birleşenlerinin sürekli olmasıdır.

Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için tam çözüm ve/veya yaklaşık çözüm yöntemleri kullanılarak farklı frekans bölgelerinde var olan modlar çeşitli çalışmalarda araştırılmıştır [5, 22-27, 31-39]. Ayrıca bu çalışmaların bir kısmında, tam çözümden ve/veya yaklaşık çözümden elde edilen sayısal değerler tablo şeklinde sunulmuştur [24, 25, 31]. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için Ek A'da sunulan dispersiyon bağıntısının doğruluğu, ilgili çalışmalardaki sayısal sonuçlarla karşılaştırılarak sınanmıştır. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için kullanılan en önemli yaklaşık çözümlerden biri kuasistatik yaklaşımdır. Kuasistatik yaklaşıklık, ac manyetik alanların ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu

varsayımına dayanmaktadır. Kuasistatik yaklaşıklıkta alan çözümleri, dalga faz hızının ışık hızından daha düşük olduğu varsayımı altında türetilmiştir. Bu durumda manyetik alan ihmal edilebilir ve elektrik alanın skaler potansiyelden hesaplanmasına müsaade edilebilir. Böylelikle alanlar bir skaler potansiyelden türetilmektedir [5, 24-25, 32-33, 35-41]. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için kuasistatik yaklaşıklık Trivelpiece ve Gould tarafından ayrıntılı olarak sunulmuştur [32-33, 42]. Onlar kuasistatik yaklaşımdan elde edilen sonuçların geçerliliğini deneysel elde edilen sonuçlarla kıyaslayarak göstermişlerdir. Fakat çalışmalarını dar bir mod grubu olan yavaş dalga modları ve TM modları ile sınırlı tutmuşlardır. Sonraki çalışmalarda, farklı frekans bölgelerinde var olan modlar kuasistatik yaklaşıklık kullanılarak ayrıntılı olarak incelenmiştir. Yavaş yüzey dalgaları için [32-33, 42]'de kuasistatik yaklaşımdan elde edilen dispersiyon eğrileri [34]'de ayrıca modal açılım da kullanarak elde edilmiştir ve tensör dielektrik geçirgenlik parametrelerinin yavaş dalga yayılımındaki etkileri araştırılmıştır. Carlile çalışmasında, geriye doğru yüzey modlarını kuasistatik yaklaşım kullanarak araştırmıştır ve elde edilen sonuçların doğruluğunu deneysel olarak göstermiştir [32-33, 35, 42]'de gerçekleştirilen deneysel çalışmalarda kullanılan yapı ile çalışmamızda kullandığımız yapı arasındaki fark plazma-boşluk arayüzünde ayrıca bir dielektrik katmanın kullanılmasıdır. Deneysel çalışmalarda kullanılan dielektrik katman plazma ortamı sınırlamak amacıyla kullanılmıştır. Bevc çalışmasında hızlandırıcı frekansı civarı frekanslarda yayılan çok kutuplu hızlandırıcı modlarını hem kuasistatik dispersiyon eşitliğini hem de tam dispersiyon eşitliğini kullanarak elde etmiştir [24]. Yip ve Le-Ngoc, kısmen veya tamamen plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu içerisinde elektromanyetik dalga yayılımını kuasistatik ve tam çözümleri kullanarak incelemişlerdir [25]. Onlar çalışmalarında jirrezonans ve plazma rezonans bölgelerini kapsayan geniş bir frekans aralığı için kuasistatik yaklaşımdan ve tam çözümden elde edilen dispersiyon karakteristiklerini elde etmişlerdir. Yapı içerisinde var olan olası tüm modları elde etmek için kesim ve rezonans frekanslarını analitik olarak hesaplamışlardır. Ayrıca rezonans frekansları için kuasistatik dispersiyon eşitliğinden hem de tam çözümden elde edilen asimptotik eşitliğin aynı olduğunu göstermişlerdir.

Kapalı bir dalga kılavuzu içerisinde var olan modlar dispersiyon karakteristiklerine göre dört sınıfa ayrılır. İlk ikisi yayılım sabitinin saf sanal olduğu ileri yönlü ve geriye doğru dalgalarıdır. Bir dalga için eğer dispersiyon eğrisinin eğimini gösteren grup hızı ile faz hızı aynı yönlü ise dalga ileriye yönlü dalga, ters yönlü ise geriye doğru dalga şeklinde tanımlanır. İleri yönlü dalga veya geriye doğru dalgalar, yayılım sabitinin saf sanal olduğu kılavuz içerisinde yayılan dalgaları göstermektedir. Kılavuz içerisinde bu iki tip ilerleyen dalga haricinde sönümlü modlar ve kompleks modlar olarak adlandırılan iki tip daha mod çeşidi vardır. Sönümlü modlar yayılım sabitinin saf reel olduğu iletilemeyen modları göstermektedir. Kompleks modlar ise yayılım sabitinin kompleks değerli olduğu sönümlü olarak ilerleyen modları göstermektedir. Fiziksel bir uygulama için kompleks modlar sönümlü modlara eşdeğer sayılabilir çünkü kılavuz içerisinde elektromanyetik dalga enerjisini hızla kaybeder ve yok olur.

Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzunda var olan modların farklı fiziksel karakteristikleri ve parametrik özellikleri göz önüne alınarak frekans düzleminde iki ana bölge tanımlanmıştır. Birinci bölge sıfır frekandan başlayıp frekansın hızlandırıcı (cyclotron) frekansından (eğer hızlandırıcı frekansı plazma frekansından küçük ise) veya plazma frekansından (eğer plazma frekansı hızlandırıcı frekansından küçük ise) küçük olduğu jirorezonans bölgesidir. Jirorezonans [25] bölgesi çeşitli çalışmalarda yığın plazma dalgaları bölgesi [26, 27] ve duran dalgalar bölgesi [36] olarak da adlandırılırlar. İlgili çalışmalarda ve [32-33, 41]'de jirorezonans bölgesinde var olan modlar yayılım sabitinin saf sanal ve faz hızı ile grup hızının aynı işaretli olduğu ileri yönlü dalgalar olarak rapor edilmiştir. Çalışmamızda jirorezonans bölgesinde var olan ileri yönlü dalgalar plazma modları olarak adlandırılır ve P ile sembolize edilir. Çeşitli çalışmalarda plazma modları [25, 32-33, 41], EH modları [26, 27] ve duran modlar [36] olarak adlandırılmışlar ve sırasıyla P, EH ve S<sub>t</sub> ile sembolize edilmişlerdir. Jirorezonans bölgesinde var olan ileri yönlü plazma modları [26, 32-33] çalışmalarında deneysel olarak elde edilmiştir.

Yapı için tanımlı ikinci bölge plazma frekansından (eğer hızlandırıcı frekansı plazma frekansından küçük ise) veya hızlandırıcı frekansından (eğer plazma frekansı hızlandırıcı frekansından küçük ise) başlayıp üst hibrit frekansına kadar olan plazma rezonans bölgesidir. Plazma rezonans [25] bölgesi çeşitli çalışmalarda hızlandırıcı

dalgaları bölgesi [26, 27] ve dinamik dalgalar bölgesi [36] olarak da adlandırılırlar. İlgili çalışmalarda ve [32-33, 41]'de plazma rezonans bölgesinde var olan modlar yayılım sabitinin saf sanal ve faz hızı ile grup hızının zıt işaretli olduğu geriye doğru dalgalar olarak rapor edilmiştir. Çalışmamızda plazma rezonans bölgesinde var olan ileri yönlü dalgalar hızlandırıcı modları olarak adlandırılır ve C ile sembolize edilir. Çeşitli çalışmalarda hızlandırıcı modları [25, 32-33, 41], HE modları [26, 27] ve dinamik modlar [36] olarak adlandırılmışlar ve sırasıyla C, HE ve D ile sembolize edilmişlerdir.

Plazma yüklü silindirik dalga kılavuzu için literatürde pek çok çalışmada da rapor edilmiş olan ve plazma-boşluk ara yüzünde alan enerji yoğunlaşması [43] olarak karakterize edilen yüzey dalga modları var olurlar. Tamamen plazma dolu silindirik dalga kılavuzu ve zayıf dc manyetik alan için küçük plazma-dalga kılavuzu yarıçap oranına sahip yapılar hariç diğer yapılarda yüzey dalga modları ileri yönlü dalgalar olarak doğar ve belirli bir frekans değerinde geriye doğru dalgaya döner. Dispersiyon eğrisinin ileri yönlü dalgadan geriye doğru dalgaya döndüğü frekans noktasında fonksiyon çift değerlidir ve bu nokta çatallanma noktası olarak adlandırılır. Bu nokta aynı zamanda kompleks dalgaların doğduğu noktadır.

Farklı yapılar için yüzey dalgaları ana hatlarıyla çeşitli çalışmalarda ele alınmıştır. Yüzey dalgaları genel olarak iki farklı ortam arayüzü boyunca dağılmadan yayılan dalgalar olarak tanımlanır [44-46]. Dalga kılavuzu modlarını sınıflayan çalışmada [47], yüzey dalga modları kapalı ve açık kılavuzlar için iki ayrı alt sınıfa ayrılmıştır. Yüzey dalgalarını içiren 1960 ile 1987 arasında gerçekleştirilmiş çalışmaların kapsamlı bir özeti Overfelt tarafından rapor edilmiştir [48]. Raporda farklı yapılarda meydana gelen yüzey dalgaları ve dalgaların matematiksel analizleri verilmiştir. Bu yapılardan bazıları; farklı materyal özelliklerinden oluşan iki homojen izotropik ortam arasındaki düzlemsel arayüz, ferrit tabakalar, koaksiyel kablo içerisindeki çeşitli dielektrik katmanlar, dielektrik çubuk dalga kılavuzları, dielektrik kaplı iletken küreler gibi küresel yapılar ve eliptik dielektrik dalga kılavuzlarıdır. Rapora ilginç olarak plazma içinde veya plazma ve ikinci bir ortam arayüzünde var olan yüzey dalgaları eklenmemiştir. Plazma sütunda meydana gelen bir yüzey dalgası, yayılma ortamı olarak plazma sütunu kullanır. Böyle bir yayılımın; dalga alanı içerisindeki enerjinin elektronların düzgün kinetik enerjileri ile periyodik değişiminden

kaynaklandığı kabul edilir. Dalga ilerlerken söner çünkü dalga sütun boyunca her bir noktada enerjisinin bir kısmını plazmaya transfer eder [49]. Bir nokta elektrik dipol tarafından uyarılan plazma sütun için yüzey dalgalarının taşıdığı güç [50-52]'de incelenmiş ve [50]'da yüzey dalgaları tarafından taşınan güç farklı plazma sütun yarıçap değerleri için frekansın fonksiyonu olarak sunulmuştur.

Plazma yüklü kapalı silindirik yapı içerisinde pozitif plazma sütun boyunca yayılan plazma yüzey dalgaları ilk kez Trivelpiece-Gould [32-33, 42] tarafından gözlenmiştir [49]. Onlar çalışmasında alan eşitlikleri kuasistatik yaklaşımdan elde edilmiştir. Dalga yayılımının iki tipini analitik ve deneysel olarak göstermişlerdir. Birincisi, plazma içerisinde yük yoğunluk değişimini kapsayan gövde dalgaları ve ikincisi plazma yüzeyinin perturbasyonunu kapsayan yüzey dalgalarıdır. Sonraki çalışmalarda plazma sütun yüklü kapalı silindirik dalga kılavuzu için yüzey dalga modları ayrıntılı olarak incelenmiştir. Carlile çalışmasında azimutal değişimi sabit ( $n=1$ ) olarak yüzey dalga modunu teorik ve deneysel olarak incelemiş ve bu modun geriye doğru dalga olduğunu rapor etmiştir [35]. Trivelpiece ve Carlile'nin yaptığı çalışmalar birbiriyle tutarlı, doğru ve deneysel olarak da uyumlu fakat analitik yöntem olarak kuasistatik yaklaşımı kullandıkları için eksiklik içermekteydi. Aslında yüzey dalga modları, tamamen plazma dolu silindirik dalga kılavuzu ve zayıf dc manyetik alan için küçük plazma-dalga kılavuzu yarıçap oranına sahip yapılar hariç diğer yapılarda ileri yönlü dalgalar olarak doğar ve belirli bir frekans değerinde geriye doğru dalgaya dönerler. Bu durum analitik yöntem olarak tam çözümü kullanan [25] ve [26] çalışmalarında gösterilmiştir. Ayrıca [26]'da deneysel sonuçlarla da pekiştirilmiştir. Çalışmamızda dalga yüzey modlarının davranışları tam çözüm ve kuasistatik çözüm birlikte kullanılarak incelenmiş ve kuasistatik çözümden elde edilen sonuçların eksikliği gösterilmiştir. Ayrıca yüzey dalga modlarının ileri yönlü dalgadan geriye doğru dalgaya döndüğü noktada doğan kompleks modlar ayrıntılı olarak incelenmiştir.

Çalışmamızda plazma yüklü silindirik dalga kılavuzu için kompleks modlar özel olarak incelenmiştir. Kompleks dalga modları yayılım sabitinde faz sabiti( $\beta$ ) ve zayıflama sabiti ( $\alpha$ )'nın aynı anda sıfırdan farklı olduğu anlamına gelmektedir [53]. Kompleks modlar sönümlü olarak ilerleyen modları temsil etmektedir. Jirotropik ortamla yüklü çift yönlü (bidirectional) dalga kılavuzları için kompleks modların var

olabileceği, bir duran (standing) kompleks dalga için Poynting teoreminin uygulanması ve enerji-güç-grup/faz hızı analitik ilişkinin verilmesiyle Chorney tarafından gösterilmiştir [54, 55]. O öncelikle faz hızını sahte (pseudo) enerji ve güç akışı terimleri ile temsil etmiştir. Doğrudan gerçek enerji ve sahte enerji ifadeleri yardımıyla grup hızı ve faz hızı ile ilişkili bir teorem türetmiştir. Özel olarak bu teoremleri plazma yüklü dalga kılavuzunun dispersiyon karakteristikleri üzerinde uygulamıştır ve sonlu bir yayılım sabiti değeri için dispersiyon eğrisinin eğiminin sonsuz olduğunda kompleks köklerin başlangıcının olabileceğini belirtmiştir. Chorney çalışmasında, bu noktanın gerçekten kompleks modların başlangıç noktası olup olmadığı sorusunun cevabının ancak doğrudan dispersiyon ilişkisinin sayısal olarak hesaplanmasıyla verilebileceğini belirtmiştir [55]. Çalışmamızda Chorney'in öngörüsünün doğruluğu tam çözüm kullanılarak gösterilmiştir.

Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için kompleks modlar ilk kez faz sabitinin ve zayıflama sabitinin birlikte hesaplatıldığı [56] çalışmada yaklaşık olarak elde edilmiştir. Çalışmada plazma, frekansa bağlı kompleks dielektrik geçirgenliğe sahip bir ortam olarak basitleştirilerek yapı çok katmalı bir dielektrik yapıya dönüştürülmüştür ve [57, 58] çalışmaları temel alınarak yapının enine-hat eşdeğeri elde edilmiştir. Dielektrik geçirgenliğin bir katman veya her bir katman için kompleks değerli olarak tanımlanması yaklaşık enine dalga sayısını ve yaklaşık yayılım katsayılarını kompleks değerli yaptığı [56] çalışmasında belirtilmiştir. Çalışmamızda plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için var olma olasılığı Chorney tarafından teorik olarak gösterilen kompleks modlar kesin çözüm ve iletim hattı eşdeğerliği yöntemi kullanılarak sayısal olarak gösterilmiştir. Ayrıca birçok çalışmada yapının çözümleri için temel yöntem olarak ele alınan kuasistatik yaklaşımın kompleks modları elde etmede yetersiz olduğu sayısal olarak gösterilmiştir.

### **1.3. Kullanılan Yöntemler ve Cebirsel Fonksiyon Teorisi**

Bu tez çalışmasında jiroelektrik ortamla yüklü kayıpsız kapalı dalga kılavuzlarında yayılma sabiti cebirsel fonksiyon teorisi yardımıyla incelenmektedir. Bu amaçla önce incelenen yapı için iletim hattı eşdeğerliği bulunmakta ve sonrasında elde edilmiş olan katsayılar matrisinin karakteristik denkleminin bir cebirsel denklem olduğu göz



önüne alınmaktadır. Daha sonra matematiğin çok gelişmiş bir dalı olan cebirsel fonksiyon teorisinin bazı elementer sonuçları incelenen yapıya uygulanmaktadır. Bu yöntemin ayrıntıları Yener tarafından ortaya konulmuştur[66- 70, 102].

Bu çalışmanın özgün yönü ise yukarıdaki referanslarda izotropik dielektrik çubuk veya jromanyetik ferrit tüp ile yüklü kapalı kayıpsız kılavuzlarda uygulanmış olan yöntemin bu kez jiroelektrik ortamla dolu kapalı kayıpsız kılavuzlara uygulanmasıdır. Bu amaçla incelenen yapı olarak plazma sütun yüklü silindirik kapalı kılavuz seçilmiştir. Bunun nedeni ise plazma ortamının jiroelektrik ortam koşullarını sağlıyor olmasıdır. Böyle bir yapının tam dispersiyon bağıntısı çok karmaşık olup yayılma sabitlerinin fonksiyonel davranışları için herhangi bir ip ucu vermekten çok uzaktır [25]. Halbuki bu tezde uygulanan yöntemle yayılma sabitlerinin matematiksel ve fiziksel olarak kavranması kolaylaştırılmaktadır.

Çalışmamızda iletim hattı eşdeğerliği yöntemi kullanılarak plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için frekans-yayılma sabiti karakteristiği cebirsel denklem sisteminin özdeğerlerinden elde edilmiştir. Bilindiği gibi kısmi diferansiyel denklemlerden oluşan Maxwell denklemleri en genel fiziksel yapılar için kapalı formda çözümlere izin vermez. Böyle durumlarda alan ifadeleri serilere açılarak yarı analitik çözümler elde edilebilir. Operatör eşitliklerini matris formunda yazılmış lineer eşitlikler sistemine indirgenmesini temel alan yöntemin genel adı Moment Metodudur (Method of Moment- MoM). MoM, yayılım ve dağılım/saçılma problemlerinin sayısal benzetiminde geniş ölçüde kullanılan bir tekniktir [59, 60]. Bu yöntemin en önemli avantajlarından biri elde edilen sonuçların geçerliliğinin çok iyi olmasıdır. Çünkü yöntemde kullanılan lineer eşitlikler aslında boş yapının tam çözümleridir ve yöntem bu eşitliklerin doğrudan sayısal çözümlerini verir. Diğer bir avantajı ise pratikte geometrik olarak karmaşık olan yapılar için kullanılabilir olmasıdır [61].

Bir elektromanyetik problemin çözümünün MoM kullanılarak gerçekleştirilmesinde, matris formundaki lineer eşitlikler sisteminin boyutu çözümün doğruluğuna ve sistemin katsayılar matrisinin elde edilmesini ve elde edilen sistemin çözülmesi aşamasını kapsayan hesaplama sürenine doğrudan etkir. Çalışmamızda Schelkunoff tarafından verilen “Genelleştirilmiş Telgrafçı Eşitlikleri” [62] veya kapılı kılavuzlar

için iletim hattı eşdeğerliği eşitlikleri, plazma sütun yüklü kapalı silindirik dalga kılavuzu için lineer eşitlikler sisteminin üretilmesinde kullanılmıştır.

Schelkunoff çalışmasında, dalga kılavuzunu sonsuz sayıda iletim hattı olarak modelleyerek kısmi diferansiyel denklemlerden oluşan Maxwell denklemlerini sadece iletim yönüne bağlı türevlerden oluşan adi diferansiyel denklemlere dönüştürmüştür. Bu yöntemde boş dalga kılavuzunun bilinen çözümleri kullanılarak farklı yapılarıdaki dalga kılavuzları için yarı analitik çözümler elde edilir. Dalga kılavuzunun, sonsuz sayıdaki iletim hattı olarak modellenmesiyle; bilinmeyen alan birleşenlerinin yerini bilinmeyen akım ve gerilim büyükleri katsayıları almaktadır. İletim yönüne göre değişimin türevi yayılım sabiti ile çarpmaya karşılık geldiği için sistem cebirsel denklem sistemine dönüşmektedir. Sonuç olarak problem özdeğer probleminde dönüşür. Oluşan sistemin katsayılar matrisi birim uzunluk başına seri empedans ve paralel admitans matrisleri olarak adlandırılan matrislerden oluşur ve dalga kılavuzu kesiti üzerinde çift katlı integrallerin hesaplanması sonucu elde edilirler.

Elde edilen doğrusal cebirsel denklem sisteminin özdeğerleri yayılım sabitlerine eşittir. Bu yöntemde alan ifadeleri akım ve gerilim büyüklüklerinin katsayılar olduğu sonsuz seri toplamlarından oluşmaktadır. Yöntem boş dalga kılavuzunun bilinen analitik çözümleri kullanmakla beraber sonsuz seri toplamının bir noktada kesilmesi zorunluluğundan yarı analitik bir yöntemdir. Kullanılan yöntemde baz fonksiyonları ve test fonksiyonları aynı alındığı için yöntem Moment Metodunun Galerkin versiyonudur [63-65].

Kendimizi enine ve boyuna alan birleşenlerinin kuplajına yol açmayan heterojen yüklemeler sınıfı ile sınırlandırırsak, Moment Metodunun bir sonucu olarak aşağıdaki doğrusal cebirsel denklem sistemini elde ederiz [63].

$$\begin{bmatrix} \gamma(p)v(p) \\ \gamma(p)i(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & Z(p) \\ Y(p) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(p) \\ i(p) \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Burada  $\gamma(p)$  kompleks yayılım sabitini ve  $p=\sigma+j\omega$  kompleks frekansı göstermektedir.  $Z(p)$  ve  $Y(p)$  sırasıyla kuple iletim hatlarının kesit içinde çift katlı integrale

hesaplanan birim uzunluk başına seri empedans ve paralel admitans matrislerini göstermektedir.  $v(p)$  ve  $i(p)$  iletim hattı gerilim ve akım vektörlerini göstermektedir.

Gerçek fiziksel problem için denklem sisteminin boyutu sonsuz olmalıdır. Fakat sistem boyutunu sonlu bir değerde sınırlanması zorunluluğundan fiziksel probleme bir yaklaşıklık yapılmış olur. Yapının cebirsel denklemlerden oluşan (1.1) eşdeğeri için birim uzunluk başına empedans,  $Z(p)$ , ve birim uzunluk başına admitans,  $Y(p)$ , kuplaj matrislerinin çarpımının özdeğerleri yayılma sabitinin karesine,  $\gamma^2$ , karşılık gelmektedir. (1.1)'den dolayı  $Z(p)Y(p)$  ve  $Y(p)Z(p)$  matrisleri aynı özdeğerlere sahiptirler.  $v(p)$  ve  $i(p)$  sırasıyla  $Z(p)Y(p)$  ve  $Y(p)Z(p)$ 'nin  $\gamma^2$  ye karşı düşen özvektörleridir [66].

Herhangi bir frekans,  $p$ , ve fiziksel sistemin gerçek çözümlerine karşılık gelen sonsuz boyutlu  $Z(p)$  ve  $Y(p)$  matrislerinin çarpımından elde edilen  $Z(p)Y(p)$  matrisinin herhangi bir özdeğeri,  $\gamma^2_{\text{grk}}$ , için;  $Z(p)Y(p)$  çarpımının gerçek özdeğere,  $\gamma^2_{\text{grk}}$ , karşı düşen en az bir tane özdeğeri olan sonlu boyutlu  $Z(p)$  ve  $Y(p)$  daima var olur [63]. Yöntemin bu kesinliği göz önünde bulundurularak oluşturulan cebirsel fonksiyon yaklaşımı için iletim hattı eşdeğerliği eşitlikleri temel alınmıştır. Yaklaşık yayılım sabitinin karesinin sağladığı sonlu boyutlu (mxm) sistem olan  $Z(p)Y(p)$  matrisi için karakteristik eşitlik, katsayıları  $p$ 'ye bağlı polinomlar olan  $\gamma^2(p)$  için m.inci dereceden cebirsel eşitliğe dönüşmektedir. Gerçekten de bu cebirsel eşitliğin ortaya çıkışını görmek için

$$\det[\gamma^2 I - Z(p)Y(p)] = g(\gamma^2, p) \quad (1.2)$$

ifadesi açık biçimde yazılır. Burada,  $\det$  determinantı ve  $I$  birim matrisi göstermektedir. Bu  $\gamma^2$  cinsinden polinom sifıra eşitlenirse  $Z(p)Y(p)$  için karakteristik eşitlik bulunmuş olur. Sonra bu eşitliği sol taraftaki katsayıların ortak paydası ile çarparsak yine  $\gamma^2$  nin kuvvetleri cinsinden katsayıları  $p$ 'nin polinomları olan karakteristik eşitliğin yeni bir biçimi elde edilmiş olur [66-69]. Bu son eşitliğin sol tarafına  $G(\gamma^2, p)$  ve eşitlikte  $\gamma^2$ 'nin i'inci kuvvetinin katsayısına  $a_{m-i}(p)$  denirse,

$$G(\gamma^2, p) = a_0(p)\gamma^{2m} + a_1(p)\gamma^{2m-2} + \dots + a_{m-i}(p)\gamma^{2m-2i} + \dots + a_m(p) = 0 \quad (1.3)$$

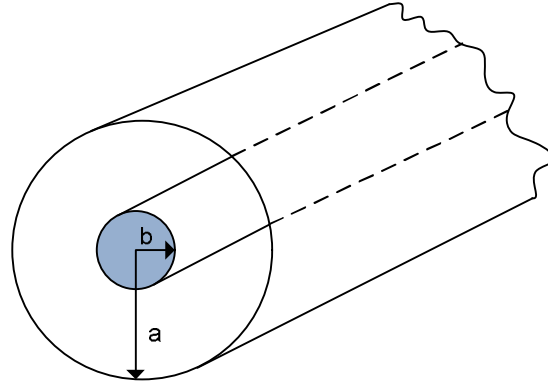
cebirsel denklemi elde edilir. Bu eşitlikteki polinom katsayılar açık formda ifade edilemezler ve her bir frekans değeri için  $(m \times m)$ 'lik matrisin determinantının hesaplanmasıyla elde edilirler. İletim hattı eşdeğerliği yönteminin sonucu olarak bir cebirsel eşitliğin  $Z(p)Y(p)$ 'nin karakteristik denklem olarak ortaya çıkması, uygulanan yöntemin özünü oluşturmaktadır. Yaklaşık değerli yayılım sabitlerinin kareleri cebirsel eşitliğin çözümüdür. Böylelikle  $Z(p)Y(p)$ 'nin kutuplarından ve  $G(\gamma^2, p)=0$ 'ın diskriminantının sıfırlarından basit bir şekilde çözümün tekil noktaları elde edilir. Çünkü cebirsel fonksiyon teorisine göre  $G(\gamma^2, p)=0$ 'ın köklerinin tekil noktaları ya  $a_0(p)$ 'nin sıfırlarıdır ki bunlar Denklem (1.2)'den dolayı  $Z(p)Y(p)$ 'nin kutupları olmalıdır veya Denklem (1.3)'ün diskriminantının sıfırları olmalıdır.

Herhangi bir kapalı dalga kılavuzu yapısı için elde edilen cebirsel denklem sistemi ve bu sistemin özdeğerleri ve karakteristik denklemi ile cebirsel fonksiyon teorisinin bazı temel özellikleri, yapının dispersiyon karakteristiğinin incelenmesinde önemli avantajlar sağlarlar. Ayrıca bu cebirsel ilişkiler teorik analizde de kullanılabilir. Yayılım sabitleri sonsuz seriler formunda analitik fonksiyonlar olarak ifade edilebilmekte ve problemin daha derinlerine inilebilmektedir.

## 2. PLAZMA SÜTÜN YÜKLÜ SİLİNDİRİK DALGA KILAVUZU İÇİN İLETİM HATTI EŞDEĞERİ

### 2.1. Plazma Sütun Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu

Çalışmada metalik cidarla kapatılmış, plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu ele alınmıştır. Yapının kesit görünümü Şekil 2.1’de verilmiştir.



Şekil 2.1. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu

Dalga kılavuz içerisinde elektriksel geçirgenlik aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$\varepsilon(r) = \begin{cases} \tilde{\varepsilon} & 0 \leq r \leq b \\ \varepsilon_0 & b < r < a \end{cases} \quad (2.1)$$

Burada,  $\varepsilon_0$  boşluk (serbest uzay) elektriksel geçirgenliğini ( $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$  Farad/metre) göstermektedir. Denklem (2.1)’de plazma tensör elektriksel geçirgenlik aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & j\varepsilon_2 & 0 \\ -j\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Burada,

$$\varepsilon_1 = 1 + \frac{1}{R^2 - \Omega^2} \quad (2.3)$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{R}{\Omega(R^2 - \Omega^2)} \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \frac{1}{\Omega^2} \quad (2.5)$$

şeklinde tanımlıdır. Plazma sütun içerisinde elektriksel geçirgenlik yöne ve frekansa bağlıdır. İfadelerde  $\Omega$  normalize çalışma frekansını ve  $R$  normalize hızlandırıcı frekansını göstermektedir.  $\Omega$  ve  $R$  ifadeleri sırasıyla Denklem (2.6) ve Denklem (2.7) şeklinde tanımlıdır.

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_p} \quad (2.6)$$

$$R = \frac{\omega_c}{\omega_p} \quad (2.7)$$

Burada,  $\omega$  çalışma frekansını,  $\omega_p$  plazma frekansını ve  $\omega_c$  hızlandırıcı frekansını göstermektedir. Kılavuz içerisinde tüm kesit üzerinde manyetik geçirgenlik boşluk manyetik geçirgenliği  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  Henry/metre olarak tanımlıdır. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu içerisinde alanların değişimi ise Denklem (2.8) şeklinde tanımlıdır.

$$F(r, \varphi, z) = F(r) e^{\gamma z + j(n\varphi - \omega t)} \quad (2.8)$$

Burada  $\gamma$  yayılım sabitini,  $n$  azimutal değişimi,  $t$  zamanı ve  $r, \varphi, z$  ise silindirik koordinat sistemi değişkenlerini göstermektedir.

## 2.2. Kapalı Dalga Kılavuzları için İletim Hattı Eşdeğerliğinin Genel Yapısı

Maxwell denklemleri kısmi diferansiyel denklemlerden oluşur ve bilindiği gibi en genel fiziksel yapılar için kapalı formda çözümlere izin vermez. Böyle durumlarda alan ifadeleri serilere açılarak yarı analitik çözümler elde edilebilir. Bu tür yarı analitik çözümlerden biri Schelkunoff'un klasik makalesinde yer almaktadır [62].

Schelkunoff çalışmasında, dalga kılavuzunu sonsuz sayıda iletim hattı olarak modelleyerek kısmi diferansiyel denklemlerden oluşan Maxwell denklemlerini sadece iletim yönüne bağlı türevlerden oluşan adi diferansiyel denklemlere dönüştürmüştür. Bu yöntemde boş dalga kılavuzunun bilinen çözümleri kullanılarak farklı yapılarıdaki dalga kılavuzları için yarı analitik çözümler elde edilir. Dalga kılavuzunun, sonsuz sayıdaki iletim hattı olarak modellenmesiyle; bilinmeyen alan birleşenlerinin yerini bilinmeyen akım ve gerilim büyüklerinin katsayıları almaktadır. İletim yönüne göre değişim  $e^{yz}$  şeklinde olduğu kabul edilirse, adi diferansiyel denklem sistemi dalga kılavuzunu dolduran ortam jirotropik (jiroelektrik veya jiromanyetik) ise Denklem (1.1)'de verilen lineer cebirsel denklem sistemine dönüşür. Sonuç olarak problem matris özdeğer problemine dönüşmüş olur.

Denklem (1.1) sisteminin özdeğerleri yayılım sabitlerine eşittir. Bu yöntemde alan ifadeleri akım ve gerilim büyüklüklerinin sonsuz seri toplamlarından oluşmaktadır. Yöntem boş dalga kılavuzunun bilinen analitik çözümleri kullanmakla beraber sonsuz seri toplamının bir noktada kesilmesi zorunluluğundan yarı analitik bir yöntemdir. Yöntem aynı zamanda Moment Metodu (MoM) olarak da adlandırılır. Kullanılan yöntemde baz fonksiyonları ve test fonksiyonları aynı alındığı için yöntem Moment Metodunun Galerkin versiyonudur [63-65].

Moment metodunda kullanılan boş borunun bilinen çözümlerinin şu özellikleri önemlidir.

- Analitik çözümlerin biliniyor olması
- Tam küme olmaları
- Cidarda sınır koşullarını sağlamaları

### **2.3. Plazma Sütun Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu için İletim Hattı Eşdeğerliği Eşitlikleri**

Bu bölümde Ek-A'da tam çözümü verilen silindirik dalga kılavuzu için iletim hattı eşdeğerliği eşitlikleri verilecektir. Sabit bir kesite sahip heterojen ve anizotropik ortamla yüklü bir üniform dalga kılavuzu için enine alan birleşenlerini gerilim ve akım büyüklükleri cinsinden temsil eden eşitlikler [62]'de türetilmiştir. Üniform bir

bölgede  $z$  yönünde kılavuzlanmış dalgalar için iletim hattı eşitlikleri, enine alan birleşenleri gerilim ve akım büyüklüklerini katsayılar olarak alan seriler cinsinden modellenerek elde edilir. Bunun için Maxwell denklemlerinden boyuna  $E_z$  ve  $H_z$  alan birleşenlerinin atılması ve bağımlı enine alan birleşenleri için eşitliklerin türetilmesi gerekir. Çünkü  $z$  yönünde kılavuzlanmış dalgalar için diklik koşulları sadece enine birleşenleri kapsar [71]. Kesit üzerinde her hangi bir noktanın dik koordinatlarını gösteren  $u$  ve  $v$  için her bir mod diklik koşullarını sağlayan bir  $T(u,v)$  enine alan dağılım fonksiyonu tarafından tanımlanır. Kaynaksız ortam ve genel koordinat sistemi için iletim hattı eşitliklerinin açık şekli [62], [65] ve [72]'de sunulmuştur ve çalışmada Ek-B'de verilmiştir. İlgili yapı için  $T$  fonksiyonları boş kılavuzun çözüm fonksiyonlarından belirlenir. Bu noktada, boş kılavuzun enine elektrik (TE) ve enine manyetik (TM) çözümlerinin her ikisi de dikkate alınmak zorundadır [62]. Silindirik yapıdaki bir dalga kılavuzu için diklik bağıntılarının var olduğu çözüm fonksiyonları Bessel fonksiyonlarını içerir.  $T_{[n]}$  enine elektrik modları ve  $T_{(n)}$  enine manyetik modları için öz fonksiyonları göstermektedir. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için enine manyetik ve enine elektrik modları için öz fonksiyonlar sırasıyla Denklem (2.9) ve (2.10) verilmiştir.

$$T_{(n)} = A_n J_1(\alpha_n r) e^{j\varphi} \quad (2.9)$$

$$T_{[n]} = jB_n J_1(\beta_n r) e^{j\varphi} \quad (2.10)$$

Burada,  $J$  birinci tip Bessel fonksiyonunu göstermektedir.  $A_n$  ve  $B_n$  normalizasyon katsayıları olarak adlandırılır.  $\alpha_n$  ve  $\beta_n$  ise ayrıştırma sabitleri olarak adlandırılır. İfadelerde alt indis  $()$ , TM modlarına ilişkin büyüklükleri ve alt indis  $[\ ]$  ise TE modlarına ilişkin büyüklükleri temsil etmektedir. TM ve TE modları için öz fonksiyon ifadeleri Denklem (B.1)'de yerine konularak kesit üzerinde integrallerin hesaplanması ile  $A_n$  ve  $B_n$  normalizasyon katsayıları aşağıdaki şekilde elde edilirler.

$$A_n^2 = \frac{I}{\pi \alpha_n^2 a^2 J_0^2(\alpha_n a)} \quad (2.11)$$



$$B_n^2 = \frac{1}{\pi \beta_n^2 a^2 \left[ J_1^2(\beta_n a) + J_0^2(\beta_n a) - \frac{2}{\beta_n a} J_0(\beta_n a) J_1(\beta_n a) \right]} \quad (2.12)$$

Öz fonksiyonlar fiziksel problemin sınır koşullarını sağlamak zorundadır. TM dalgaları için sıfır empedansa sahip sınır üzerinde  $T$  fonksiyonu sıfıra eşittir.

$$T_{(n)} \Big|_{r=a} = 0 \quad \text{ve } A_n \neq 0, e^{j\phi} \neq 0 \Rightarrow J_1(\alpha_n a) = 0 \quad (2.13)$$

Bessel fonksiyonunun sıfırları,  $\alpha_n a$  ifadesine eşittir ve dalga kılavuzunun sabit yarıçapı ayrıştırma sabitlerinin ( $\alpha_n$ ) belirlenmesini sağlar.

TE dalgaları için sıfır empedansa sahip sınır üzerinde  $T$  fonksiyonunun dik türevi sıfıra eşittir.

$$\frac{\partial T_{[n]}}{\partial r} \Big|_{r=a} = 0 \quad \text{ve } B_n \neq 0, e^{j\phi} \neq 0 \Rightarrow \frac{\partial J_1(\beta_n r)}{\partial r} \Big|_{r=a} = 0 \Rightarrow \beta_n J_1'(\beta_n a) = 0 \quad (2.14)$$

Bessel fonksiyonunun türevinin sıfırları,  $\beta_n a$  ifadesine eşittir. İfadede verilen Bessel fonksiyonun türevi açık olarak yazılır ve ifade tekrar düzenlenirse, Eşitlik (2.15) elde edilir.

$$J_0(\beta_n a) = \frac{1}{\beta_n a} J_1(\beta_n a) \quad (2.15)$$

Bu eşitlik kullanılarak ayrıştırma sabitleri,  $\beta_n$  'ler belirlenir.

Jirotropik ortamla dolu kayıpsız ve kaynaksız metalik dalga kılavuzları için genel yapısı Denklem (1.1)'de verilen iletim hattı eşdeğerliği denklemlerinin, plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için özel yapısı Denklemler (B.2), (B.3), (B.4) ve (B.5)'te verilen çift katlı integral ifadelerinin kesit üzerinde çözülmesiyle Denklem (2.16) şeklinde elde edilir.

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} v_{(O)} \\ v_{[I]} \\ i_{(O)} \\ i_{[I]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & Z_{(O)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{[I]} \\ Y_{(O)} & Y_{(I)} & 0 & 0 \\ Y_{[I]} & Y_{[O]} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{(O)} \\ v_{[I]} \\ i_{(O)} \\ i_{[I]} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Burada,  $Z_{(O)}$  ifadesinin açık şekli aşağıda verilmiştir.

$$Z_{(O)} = -j\omega\mu_0 C_{mn} - \frac{1}{j\omega} \alpha_m P_{mn}^{-1} \alpha_n \quad (2.17)$$

Denklemlerde m ve n matris formundaki ifadelerin indislerini göstermektedir.

Denklem (2.17)'de  $C_{mn}$  ve  $P_{mn}$  aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$C_{mn} = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ \pi A_m^2 \alpha_m^2 a^2 J_0^2(\alpha_m a), & m = n \end{cases} \quad (2.18)$$

$$P_{mn} = \begin{cases} 2\pi\epsilon_0(\epsilon_3 - 1)A_n A_m \frac{\alpha_n \alpha_m b}{\alpha_n^2 - \alpha_m^2} \left[ \alpha_m J_1(\alpha_n b) J_0(\alpha_m b) - \alpha_n J_0(\alpha_n b) J_1(\alpha_m b) \right], & m \neq n \\ \pi\epsilon_0 A_m^2 \left\{ (\epsilon_3 - 1) \alpha_m^2 b^2 \left[ J_1^2(\alpha_m b) + J_0^2(\alpha_m b) - \frac{2}{\alpha_m b} J_0(\alpha_m b) J_1(\alpha_m b) \right] \right. \\ \left. + \alpha_m^2 a^2 J_0^2(\alpha_m a) \right\}, & m = n \end{cases} \quad (2.19)$$

Denklem (2.16)'de  $Z_{[I]}$  aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$Z_{[I]} = -j\omega\mu_0 K_{mn} \quad (2.20)$$

Burada  $K_{mn}$  aşağıdaki ifadeye eşittir.

$$K_{mn} = \begin{cases} 2\pi B_n B_m \left\{ \frac{\beta_n \beta_m a}{\beta_n^2 - \beta_m^2} \left[ \beta_m J_0(\beta_n a) J_1(\beta_m a) + \beta_n J_1(\beta_n a) J_0(\beta_m a) \right] \right. \\ \left. - J_1(\beta_n a) J_1(\beta_m a) \right\}, & m \neq n \\ \pi B_m^2 \left\{ \beta_m^2 a^2 \left[ J_0^2(\beta_m a) + J_1^2(\beta_m a) \right] - 2J_1^2(\beta_m a) \right\}, & m = n \end{cases} \quad (2.21)$$

Denklem (2.16)'de  $Y_{(O)}$  ifadesinin açık şekli aşağıda verilmiştir.

$$Y_{( ) ( )} = -j\omega\varepsilon_0(\varepsilon_1 - 1)E_{mn} + \omega\varepsilon_0\varepsilon_2F_{mn} - j\omega\varepsilon_0C_{mn} \quad (2.22)$$

Burada  $E_{mn}$  ve  $F_{mn}$  aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$E_{mn} = \begin{cases} 2\pi A_n A_m \left\{ \frac{\alpha_n \alpha_m b}{\alpha_n^2 - \alpha_m^2} [-\alpha_m J_0(\alpha_n b) J_1(\alpha_m b) + \alpha_n J_1(\alpha_n b) J_0(\alpha_m b)] \right. \\ \left. - J_1(\alpha_n b) J_1(\alpha_m b) \right\}, & m \neq n \\ \pi A_m^2 \left\{ \alpha_m^2 b^2 [J_0^2(\alpha_m b) + J_1^2(\alpha_m b)] - 2J_1^2(\alpha_m b) \right\}, & m = n \end{cases} \quad (2.23)$$

$$F_{mn} = \begin{cases} j2\pi A_n A_m J_1(\alpha_n b) J_1(\alpha_m b), & m \neq n \\ j2\pi A_m^2 J_1^2(\alpha_m b), & m = n \end{cases} \quad (2.24)$$

Denklem (2.16)'de  $Y_{( ) [ ]}$  ifadesinin açık şekli aşağıda verilmiştir.

$$Y_{( ) [ ]} = -j\omega\varepsilon_0(\varepsilon_1 - 1)G_{mn} - \omega\varepsilon_0\varepsilon_2H_{mn} \quad (2.25)$$

Burada  $G_{mn}$  ve  $H_{mn}$  aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$G_{mn} = -2\pi B_n A_m J_1(\beta_n b) J_1(\alpha_m b) \quad (2.26)$$

$$H_{mn} = j2\pi B_n A_m \frac{\beta_n \alpha_m b}{\beta_n^2 - \alpha_m^2} [-\alpha_m J_0(\beta_n b) J_1(\alpha_m b) + \beta_n J_1(\beta_n b) J_0(\alpha_m b)] \\ - j2\pi B_n A_m J_1(\beta_n b) J_1(\alpha_m b) \quad (2.27)$$

Denklem (2.16)'de  $Y_{[ ] ( )}$  ifadesinin açık şekli aşağıda verilmiştir.

$$Y_{[ ] ( )} = j\omega\varepsilon_0(\varepsilon_1 - 1)M_{mn} + \omega\varepsilon_0\varepsilon_2N_{mn} \quad (2.28)$$

Burada  $M_{mn}$  ve  $N_{mn}$  aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$M_{mn} = 2\pi A_n B_m J_1(\alpha_n b) J_1(\beta_m b) \quad (2.29)$$

$$N_{mn} = -j2\pi A_n B_m \frac{\alpha_n \beta_m b}{\alpha_n^2 - \beta_m^2} [-\beta_m J_0(\alpha_n b) J_1(\beta_m b) + \alpha_n J_1(\alpha_n b) J_0(\beta_m b)] \\ - j2\pi A_n B_m J_1(\alpha_n b) J_1(\beta_m b) \quad (2.30)$$

Denklem (2.16)'de  $Y_{[l][l]}$  ifadesinin açık şekli aşağıda verilmiştir.

$$Y_{[l][l]} = -j\omega\varepsilon_0(\varepsilon_1 - 1)R_{mn} + \omega\varepsilon_0\varepsilon_2 S_{mn} - j\omega\varepsilon_0 K_{mn} - \frac{1}{j\omega} \beta_m Q_{mn}^{-1} \beta_n \quad (2.31)$$

Burada  $R_{mn}$ ,  $S_{mn}$  ve  $Q_{mn}$  aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$R_{mn} = \begin{cases} 2\pi B_n B_m \left\{ \frac{\beta_n \beta_m b}{\beta_n^2 - \beta_m^2} [-\beta_m J_0(\beta_n b) J_1(\beta_m b) + \beta_n J_1(\beta_n b) J_0(\beta_m b)] \right. \\ \left. - J_1(\beta_n b) J_1(\beta_m b) \right\}, & m \neq n \\ \pi B_m^2 \left\{ \beta_m^2 a^2 [J_0^2(\beta_m a) + J_1^2(\beta_m a)] - 2J_1^2(\beta_m a) \right\}, & m = n \end{cases} \quad (2.32)$$

$$S_{mn} = \begin{cases} j2\pi B_n B_m J_1(\beta_n b) J_1(\beta_m b), & m \neq n \\ j2\pi B_m^2 J_1^2(\beta_m b), & m = n \end{cases} \quad (2.33)$$

$$Q_{mn} = \begin{cases} 2\pi\mu_0 B_n B_m \frac{\beta_n \beta_m a}{\beta_n^2 - \beta_m^2} [\beta_m J_1(\beta_n a) J_0(\beta_m a) - \beta_n J_0(\beta_n a) J_1(\beta_m a)], & m \neq n \\ \pi\mu_0 B_m^2 \beta_m^2 a^2 \left[ J_1^2(\beta_m a) + J_0^2(\beta_m a) - \frac{2}{\beta_m a} J_0(\beta_m a) J_1(\beta_m a) \right], & m = n \end{cases} \quad (2.34)$$

#### 2.4. Plazma Sütun Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu için Elde Edilen İletim Hattı Eşdeğerliğinin Geçerliliği

Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için Ek-A'da verilen tam çözüm ve yapı için elde edilen iletim hattı eşdeğerliği eşitlikleri kullanılarak yöntemin geçerliliği nümerik olarak gösterilmiştir [73-77].

Kapalı bir dalga kılavuzu içerisinde var olan modlar dispersiyon karakteristiklerine göre sınıflandırılırlar. Bir dalga için eğer dispersiyon eğrisinin eğimini gösteren grup hızı ile faz hızı aynı işaretli ise dalga ileriye yönlü dalga, ters işaretli ise geriye doğru dalga şeklinde tanımlanır [78]. Faz hızı ( $v_{faz}$ ) Denklem (2.35) ve grup hızı ( $v_{gr}$ ) Denklem (2.36) olarak tanımlıdır.

$$v_{faz} = \frac{\omega}{\beta} \quad (2.35)$$

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{d\beta} \quad (2.36)$$

Burada  $\beta$  faz sabitini göstermektedir. İleri yönlü dalga veya geriye doğru dalgalar, yayılım sabitinin saf sanal olduğu kılavuz içerisinde yayılan dalgaları göstermektedir. Kılavuz içerisinde bu iki tip ilerleyen dalga haricinde sönümlü modlar ve kompleks modlar olarak adlandırılan iki tip daha mod çeşidi vardır. Sönümlü modlar yayılım sabitinin saf reel olduğu iletilemeyen modları göstermektedir. Kompleks modlar ise yayılım sabitinin kompleks değerli olduğu sönümlü olarak ilerleyen modları göstermektedir. Daha önce de belirtildiği gibi fiziksel bir uygulama için kompleks modlar sönümlü modlara eşdeğer sayılabilir çünkü kılavuz içerisinde elektromanyetik dalga enerjisini hızla kaybeder ve yok olur.

Çalışmamızda dispersiyon karakteristikleri için [25]'de verilen notasyonlar temel alınmıştır. İlgili çalışmada Yip ve Le-Ngoc, plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu içerisinde elektromanyetik dalga yayılımını kuasistatik ve tam çözümleri kullanarak incelemişlerdir. Onlar, kesim ve rezonans frekanslarını olası tüm modları elde edebilmek için analitik olarak araştırmışlardır. Lip ve Le-Ngoc çalışmalarında, kesim ve rezonans bölgelerini araştırarak ve çeşitli parametrik bölgelerde var olan modların farklı fiziksel karakteristiklerini göz önüne alarak modları şu şekilde sınıflamışlardır;

- Jirorezonans bölgesinde var olan,  $0 \leq \Omega \leq \min(1, R)$ , plazma modları  $\rightarrow \delta^R P_{n,m}^{s_0}$
- Plazma rezonans bölgesinde var olan,  $\max(1, R) \leq \Omega \leq \Omega_u$ , hızlandırıcı (cyclotron) modları  $\rightarrow \delta^R C_{n,m}^{s_0}$
- Plazma-boşluk ara yüzünde alan enerji yoğunlaşması olarak karakterize edilen, yüzey dalga modları  $\rightarrow \delta^R S_n^{s_0}$

Burada  $\delta$  normalize yarıçap oranını,  $\Omega_u$  normalize üst hibrit frekansını,  $m$  mod derecesini ve  $s_0$  plazma-dalga kılavuzu yarıçap oranını göstermektedir.

$$\delta = \frac{\omega_p a}{c} \quad (2.37)$$

$$\Omega_u = \sqrt{1 + R^2} \quad (2.38)$$

Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için elde edilen iletim hattı eşdeğerliği eşitliklerinin geçerliliği yukarıda verilen farklı frekans bölgelerinde var olan mod çeşitleri için alt bölümlerde ayrı ayrı verilmiştir. Elde edilen yarı analitik sonuçların geçerliliği tam çözümden ve yöntemden elde edilen dispersiyon eğrilerinin şekiller üzerinde karşılaştırmalı olarak sunulmasıyla gerçekleştirilmiştir. İletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilen eğriler kısaltma amacıyla şekiller üzerinde yöntemin diğer adı MoM ile gösterilmişlerdir. Çalışmada dalga kılavuzunun yarıçapı  $a=3\text{cm}$ , plazma frekansı  $\omega_p=10^{10}\text{rad/sn}$ , azimutal değişim  $n=1$  ve normalize dalga kılavuzu yarıçapı  $\delta=1$  olarak tüm nümerik hesaplamalarda sabit alınmıştır.

Herhangi bir frekans değeri için dispersiyon bağıntısını sağlayan sonsuz sayıda çözüm (mod) olabilir. Jirorezonans bölgesinde var olan, plazma modlarından en küçük dereceli ( $m = 1$ ) olan modlar tam çözüm ve iletim hattı eşdeğerliği yöntemi kullanılarak karşılaştırılmıştır. Nümerik hesaplamalar normalize hızlandırıcı frekansı  $R=0,5$  ve  $R=1,5$  alınarak iki grupta gerçekleştirilmiştir.  $R = 0,5$  bağıl zayıf dc manyetik alan ve  $R=1,5$  bağıl kuvvetli manyetik alan olarak tanımlıdır [25]. Ayrıca nümerik hesaplamalar farklı plazma-dalga kılavuzu yarıçap oranları için gerçekleştirilmiştir. Bu değerler düşük plazma oranı  $s_0=0,1$ , plazma oranları  $s_0=0,5$  ve  $s_0=0,9$  ve tamamen plazma dolu yapı  $s_0=1$  şeklindedir. Tamamen plazma ile dolu yapı için nümerik hesaplamalar  $s_0=0,9999999999$  alınarak yaklaşık olarak elde edilmiştir. Çünkü tam çözümden ifadesi Denklem (A.22)'de verilen  $G_n(u_0, b)$  ifadesi  $a=b$  için sonsuz değerini alır.

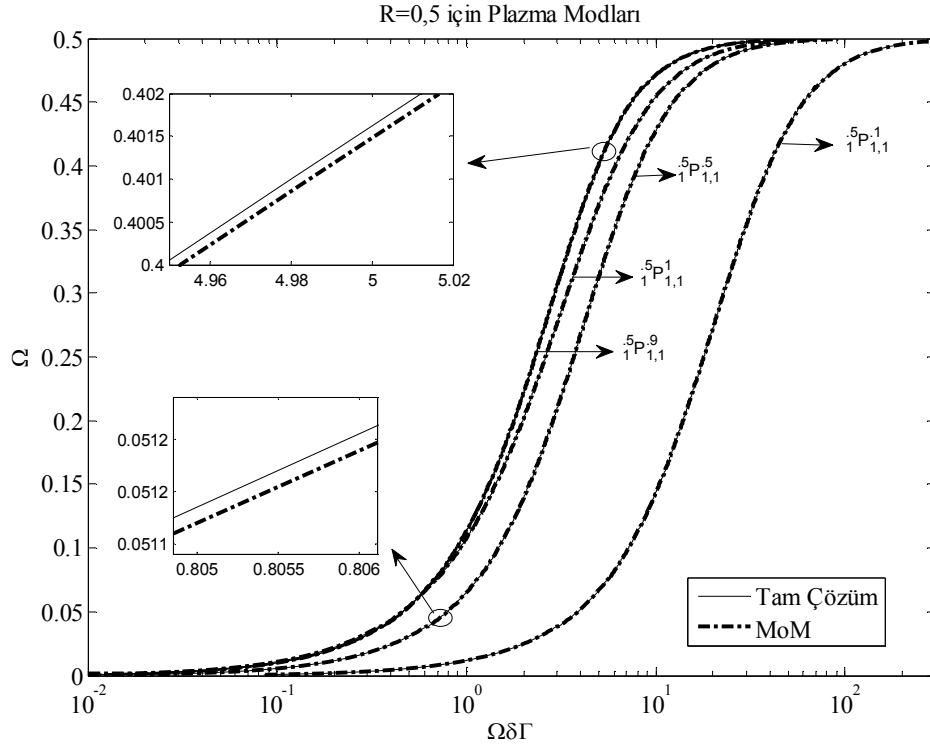
#### 2.4.1. Plazma modları

Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için plazma modları jirorezonans bölgesi olarak adlandırılan  $0 \leq \Omega \leq \min(1, R)$  normalize frekans aralığında var olurlar. Plazma modları kılavuz içerisinde alçak frekans bölgesi olarak tanımlanabilecek plazma frekansının çok altında düşük frekanslardaki dispersiyon karakteristiğini göstermektedir. Plazma modlarının var olduğu jirorezonans bölgesi [25] farklı çalışmalarda yığın plazma dalgaları bölgesi [26, 27] ve duran dalgalar bölgesi [36] olarak da adlandırılmıştır. Tüm çalışmalarda jirorezonans bölgesinde var olan modlar

yayılm sabitinin saf sanal ve faz hızı ile grup hızının aynı işaretli olduğu ileri yönlü dalgalar olarak rapor edilmiştir. Çalışmamızda P ile sembolize edilen plazma modları literatürdeki farklı çalışmalarda plazma modları (P) [25], EH modları [26, 27] ve duran modlar (S) [36] ile sembolize edilmişlerdir.

Plazma sütun yüklü bir dalga kılavuzunu boş veya dielektrik çubuk yüklü bir kılavuzdan ayıran çok önemli bir karakteristik frekansı sıfır olan DC sinyali iletebilmesidir. Bu özellik plazma ortamda var olan serbest elektronların iletken görevi görmesi olarak açıklanabilir. Boş veya dielektrik çubuk yüklü kılavuzlarda iletimin olabilmesi için bilindiği gibi dalga frekansının kesim frekansı üzerinde olması gerekmektedir.

Plazma modlarının iletim hattı eşdeğerliği yönteminden nümerik olarak elde edilmesinde boş dalga kılavuzunun 150 TM ve 150 TE modu açınım öz fonksiyonu olarak kullanılmıştır.

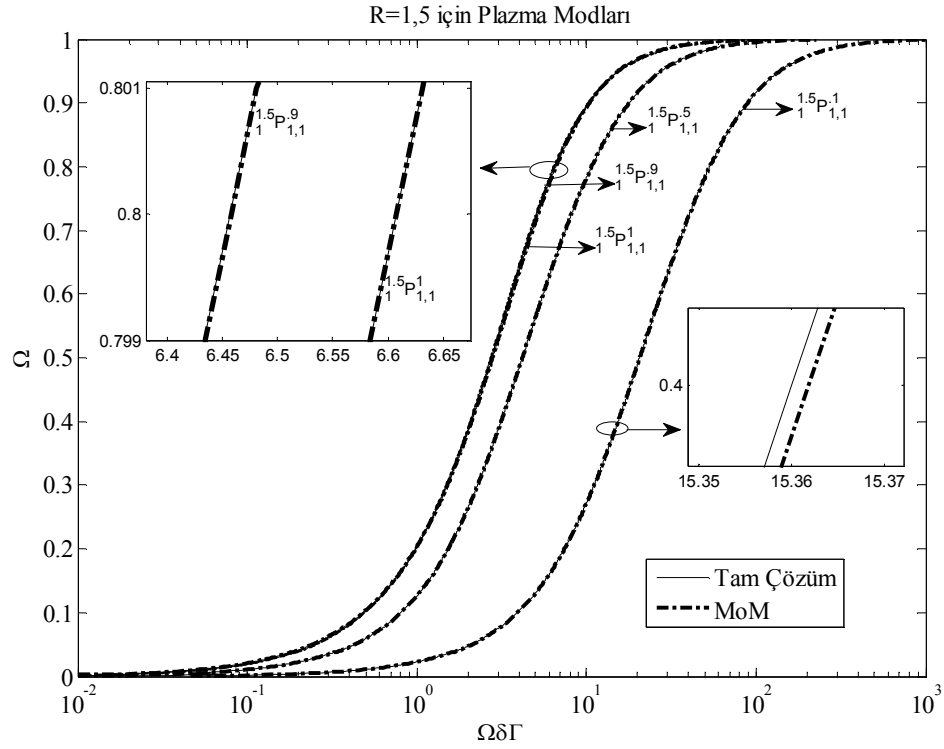


Şekil 2.2.  $R=0,5$  için plazma modlarının dispersiyon eğrileri

Jirrezonans bölgesinde var olan plazma modları sıfır frekanstan var olmaya başlar ve normalize frekansın  $\min(1,R)$ 'e vardığı noktada asimptotik olarak sonsuza yönelirler. Normalize hızlandırıcı frekansının  $R=0,5$  olduğu bağıl zayıf dc manyetik

alan ve farklı plazma-dalga kılavuzu yarıçap oranları için en küçük dereceli plazma modlarının dispersiyon eğrileri Şekil 2.2’de verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi bağıl zayıf dc manyetik alan için asimptotik nokta  $\Omega=0,5$  noktasıdır.

Normalize Hızlandırıcı frekansının  $R=1,5$  olduğu bağıl kuvvetli manyetik alan ve farklı plazma-dalga kılavuzu yarıçap oranları için en küçük dereceli plazma modlarının dispersiyon eğrileri Şekil 2.3’de verilmiştir. Bağıl kuvvetli manyetik alan için asimptotik nokta şekilde de görüldüğü gibi  $\Omega=1$  noktasıdır.  $R=1,5$  için yarıçap oranının  $s_0=0,9$  ve  $s_0=1$  olduğu durumlar için en küçük dereceli plazma modları birbirine çok yakın değerlidir ve şekilde çakışık gibi durmaktadır. Aralarındaki fark Şekil 2.3 içerisinde ki küçük şekilden biri üzerinde  $\Omega=0,8$  normalize frekansı civarında açılarak gösterilmiştir.



Şekil 2.3.  $R=1,5$  için plazma modlarının dispersiyon eğrileri

Plazma modları için yapının iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçlar tam çözümden elde edilen sonuçlarla tüm jirorezonans bölgesinde oldukça uyumludur. Tam çözüm ve iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçlar arasındaki farklar küçük frekans aralıkları için açılarak yine şekiller üzerinde gösterilmiştir.

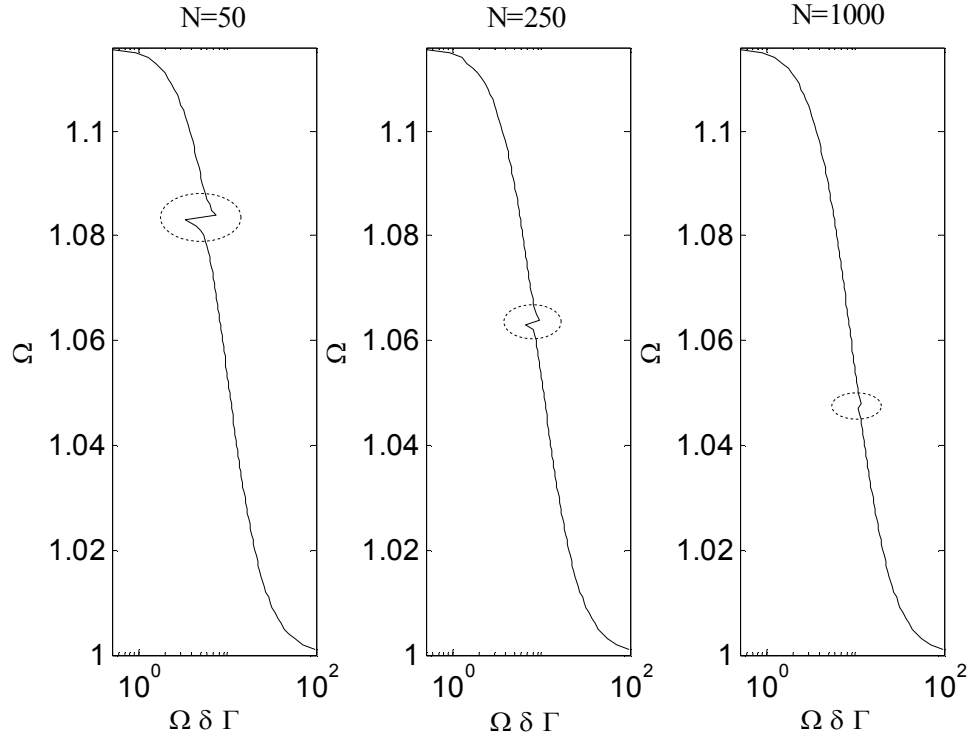


#### 2.4.2. Hızlandırıcı modları

Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için hızlandırıcı modları plazma rezonans bölgesi olarak adlandırılan  $\max(1,R)\leq\Omega\leq\Omega_u$  normalize frekans aralığında var olurlar. Hızlandırıcı modları kılavuz içerisinde yüksek frekans bölgesi olarak tanımlanabilecek hızlandırıcı frekansının üstünde yüksek frekanslardaki dispersiyon karakteristiğini göstermektedir. Farklı çalışmalarda plazma rezonans bölgesi [25] hızlandırıcı dalgalar bölgesi [26, 27] ve dinamik dalgalar bölgesi [36] olarak da adlandırılırlar. Tüm çalışmalarda hızlandırıcı modları yayılım sabitinin saf sanal ve faz hızı ile grup hızının zıt işaretli olduğu geriye doğru dalgalar olarak rapor edilmiştir. Çalışmamızda C [25] ile sembolize edilen hızlandırıcı modları farklı çalışmalarda HE [26, 27] modları ve dinamik modlar (D) [36] ile sembolize edilmişlerdir.

Plazma modlarından farklı olarak yapının iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen hızlandırıcı modlarını elde etmek için daha fazla sayıda öz açınım fonksiyonu (N) kullanmak gerekmektedir. Plazma rezonans bölgesindeki hızlandırıcı modlarının hesaplanması sonucunda yöntemin, büyük öz açınım fonksiyon sayısı kullanmadan ortadan kalkmayan tam çözümle uyumsuzluğu gözlenmiştir. Bu uyumsuzluk Denklem (1.1) sisteminde kullanılan farklı öz açınım fonksiyon sayıları için farklı frekans noktalarında meydana gelmektedir ve Şekil 2.4'te görüldüğü gibi öz açınım fonksiyon sayısı arttıkça ortadan kaybolmaktadır. Şekilde elips içerisinde gösterilen uyumsuz frekans noktaları hariç yöntemden elde edilen değerlerin tümü tam çözümle uyumludur [77].

Hızlandırıcı modları için iletim hattı eşdeğerliğinde meydana gelen uyumsuzluk ile plazma-dalga kılavuzu yarıçapı oranı arasında bir ilişki gözlenmiştir. Plazma-dalga kılavuzu yarıçap oranı azaldıkça meydana gelen uyumsuzluğun ortadan kaybolması için gereken öz açınım fonksiyon sayısı artmaktadır. Hesaplamalarda kullanılacak terim sayısının artması hesaplama süresinin ve hafıza ihtiyacının artmasına neden olur. Ayrıca, tamamen plazma dolu yapı ( $s_0=1$ ) için böyle bir uyumsuzluk meydana gelmemektedir ve küçük öz açınım fonksiyon sayıları için iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen hızlandırıcı modları tam çözüm ile uyumludur [75].



Şekil 2.4. Farklı mod sayıları için iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen dispersiyon eğrileri

Hızlandırıcı modlarında ortaya çıkan bu uyumsuzluk yöntemde kullanılan seri açılımın düzgün yakınsak olup olmadığı sorunu ortaya çıkarır. Düzgün yakınsaklık tanımı aşağıda verilmiştir [79].

Tanım 2.1 :  $\{u_\rho(x)\}$ ,  $[a, b]$  kapalı aralığında tanımlı bir fonksiyonun herhangi dizisi olsun. Eğer aşağıdaki eşitsizliği sağlayan her pozitif hata ( $\varepsilon_h$ ) değeri için  $x$ 'ten bağımsız bir  $P$  pozitif tam sayısı varsa  $u_\rho(x)$  dizisi tam çözüm  $u(x)$ 'e düzgün yakınsar.

$$|u_\rho(x) - u(x)| < \varepsilon_h \quad \text{tüm } \rho > P \text{ için} \quad (2.39)$$

Tanım 2.2:  $\Sigma u_k(x)$ ,  $[a, b]$  kapalı aralığında tanımlı fonksiyonların bir serisi olsun. Eğer  $\Sigma u_k(x)$  serisi  $[a, b]$  aralığında  $x$ 'in her bir değerine yakınsıyor ise toplamalar  $x$ 'in bir fonksiyonu olarak (2.40)'taki gibi tanımlanabilir.

$$s(x) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(x) \quad (2.40)$$

$\rho$  adet kısmi toplamları  $s_\rho(x)$  ile gösterirsek

$$s_{\rho}(x) = u_1(x) + u_2(x) + \dots + u_{\rho}(x) = \sum_{k=1}^{\rho} u_k(x) \quad (2.41)$$

ve  $\rho$  terimden sonrasını  $r_{\rho}(x)$  ile ifade edersek

$$r_{\rho}(x) = s(x) - s_{\rho}(x) = u_{\rho+1}(x) + u_{\rho+2}(x) + \dots \quad (2.42)$$

Seri  $s(x)$ 'e yakınsak,  $\lim_{\rho \rightarrow \infty} s_{\rho}(x) = s(x)$ , olduğundan

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} r_{\rho}(x) = 0 \quad (2.43)$$

elde edilir.  $[a, b]$  aralığında  $x$ 'in tüm değerleri için ve herhangi bir pozitif bir  $\varepsilon$  değeri için bir tam  $P$  sayısı bulunuyorsa öyle ki

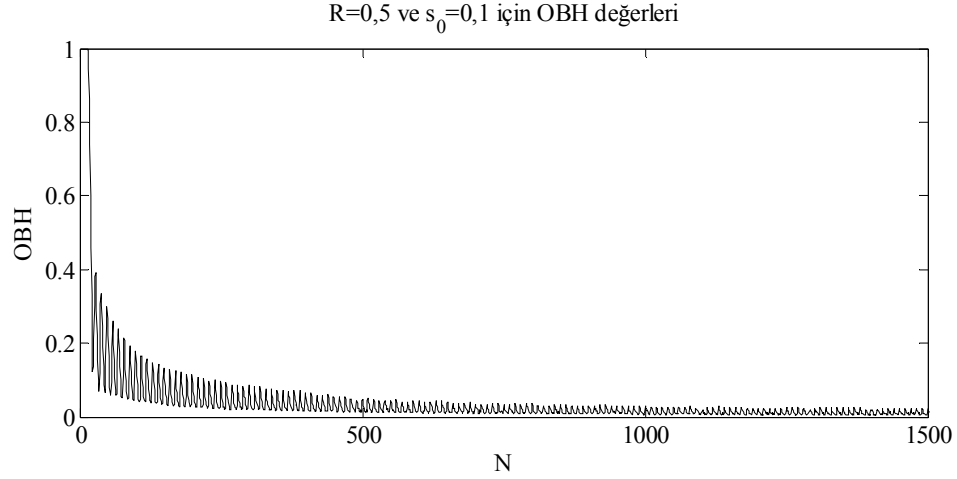
$$|r_{\rho}(x)| < \varepsilon \quad \text{tüm } \rho > P \text{ için} \quad (2.44)$$

olsun, o takdirde  $s(x)$  serisi  $[a, b]$  üzerinde düzgün yakınsaktır denir.

Şekil 2.4'te de görüldüğü gibi terim sayısı arttıkça tam çözüm ile uyumsuzluk azalmakta ve büyük terim sayıları için ortadan kalkmaktadır. Bununla birlikte en fazla uyumsuzluğun meydana geldiği yapı olan en küçük plazma-dalga kılavuzu yarıçapı oranı  $s_0=0,1$  için sistemde kullanılan öz açınım fonksiyon terim sayısına göre ortalama bağıl hata (OBH) değerleri Şekil 2.5'te verilmiştir. Ortalama bağıl hata değerleri Denklem (2.45) ifadesinden elde edilir.

$$\text{OBH} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left| \frac{x_t - x_y}{x_t} \right| \quad (2.45)$$

Burada,  $x_t$  tam çözümden ve  $x_y$  yaklaşık çözümden elde edilen değerleri göstermektedir. Şekil 2.5'te de görüldüğü gibi terim sayısı artarken hata değeri düşmektedir.

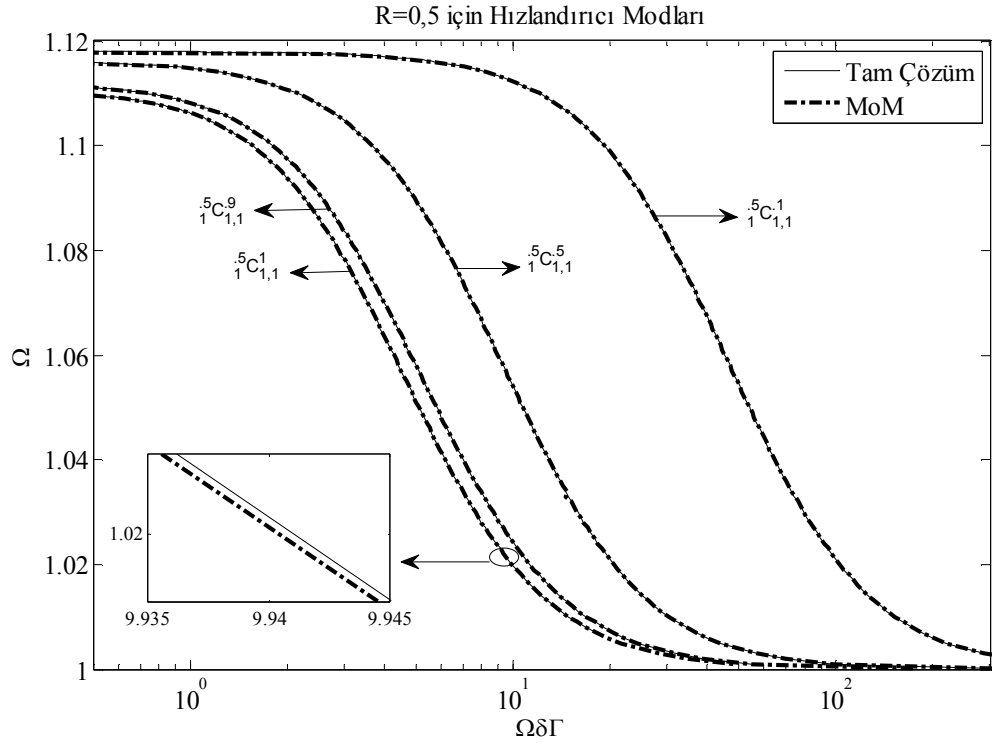


Şekil 2.5. Farklı mod sayıları için iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçların ortalama bağıl hata değerleri

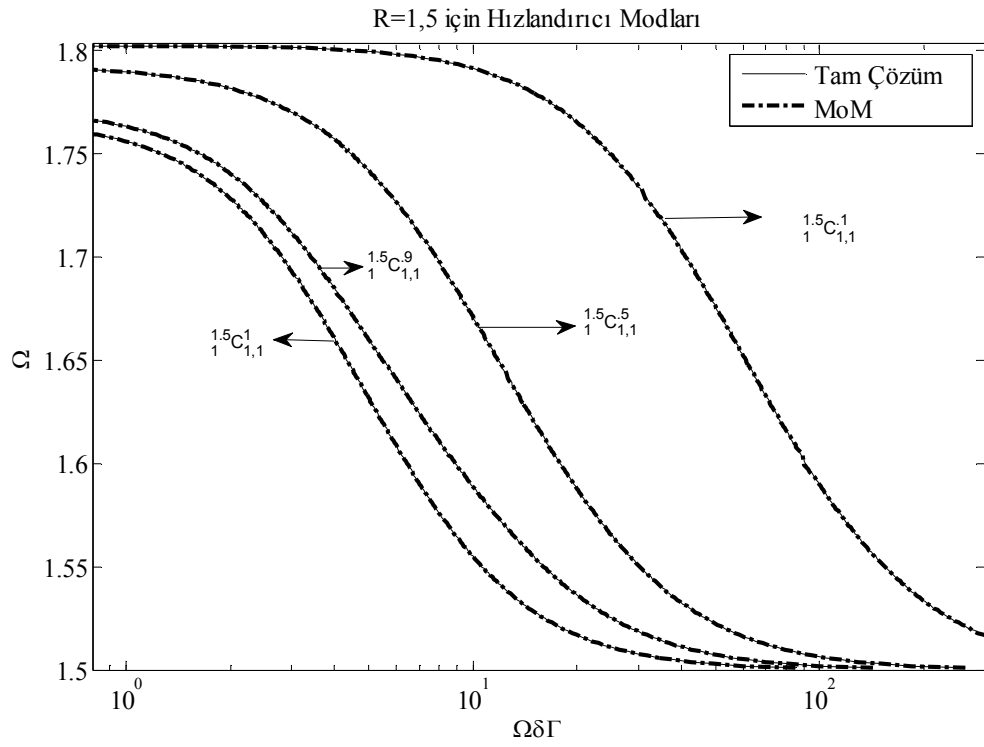
Hızlandırıcı modları için iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçların standartlaştırılması için OBH değerinin 0,025'in altında elde edildiği terim sayıları araştırılmıştır. Farklı plazma-dalga kılavuzu yarıçap oranları için OBH değerinin 0,025'in altında olduğu sistemin çözümünde kullanılan öz açınım fonksiyonu sayıları,  $s_0=0,9$  için  $N=1000$ ,  $s_0=0,5$  için  $N=1250$  ve  $s_0=0,1$  için  $N=1500$  değerlerinin yeterli olduğu saptanmıştır. Tanım 2.1 ve Tanım 2.2 göz önüne alındığında OBH değerini 0,025'ten daha küçük yapan tek bir  $N$  doğal sayısı tüm frekans aralığı için bulunabilmektedir. Bu sonuçlar ışığında yapılan seri açılımın uyumsuzluğun meydana geldiği plazma rezonans bölgesinde de  $(\max(1,R) \leq \Omega \leq \Omega_u)$  tam çözüme düzgün yakınsak olduğu sonucu elde edilir.

Zayıf dc manyetik alan  $R=0,5$  alınarak farklı plazma-dalga kılavuzu yarıçap oranları için tam çözüm ve iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen hızlandırıcı modları Şekil 2.6'da verilmiştir.

Kuvvetli manyetik alan  $R=1,5$  alınarak farklı plazma-dalga kılavuzu yarıçap oranları için tam çözüm ve iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen hızlandırıcı modları Şekil 2.7'de verilmiştir. Her iki normalize hızlandırıcı frekansı ( $R=0,5$  ve  $R=1,5$ ) ve farklı plazma oranına sahip tüm yapılar için iletim hattı eşdeğerliğinden kullanılan öz açınım fonksiyonu sayıları  $s_0=1$  için  $N=150$ ,  $s_0=0,9$  için  $N=1000$ ,  $s_0=0,5$  için  $N=1250$  ve  $s_0=0,1$  için  $N=1500$  olarak alınmıştır.



Şekil 2.6.  $R=0,5$  için hızlandırıcı modlarının dispersiyon eğrileri



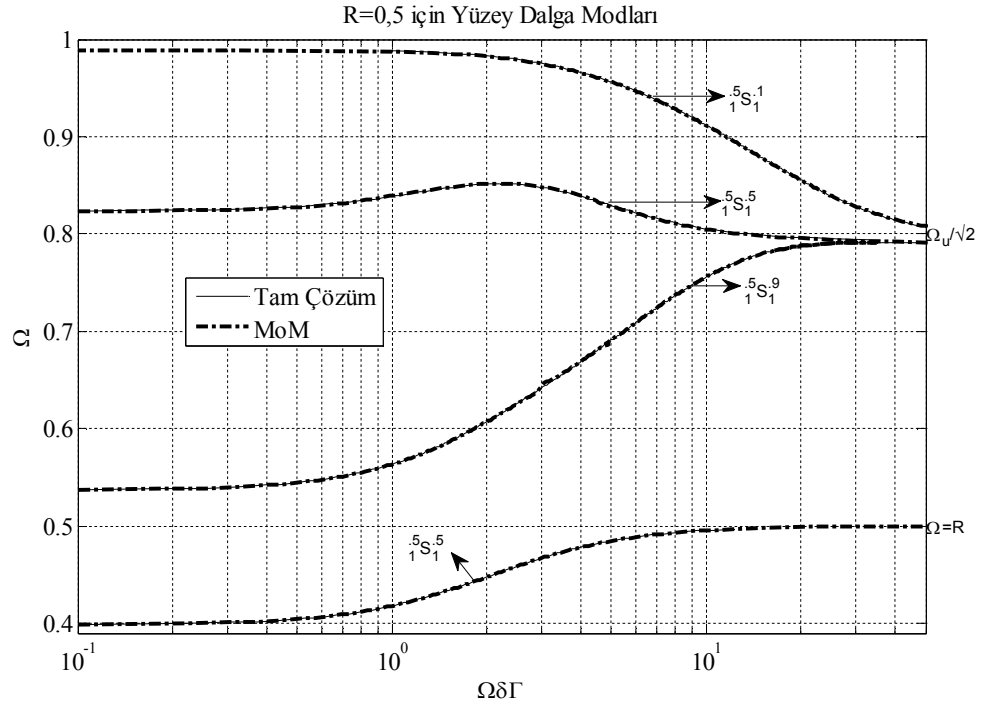
Şekil 2.7.  $R=1,5$  için hızlandırıcı modlarının dispersiyon eğrileri

### 2.4.3. Yüzey dalga modları

Arayüz barındıran bir ortam için önemli bir durum; o ortam içerisinde faz hızı ışık hızını aşmayan yüzey elektromanyetik dalgaları yayılması olasılığıdır [59]. Yüzey dalgaları ile ilgili ellilerde ve altmışlarda yapılan çalışmalar sonrasında yüzey dalgalarının tanımlanmasıyla ilgili bir karmaşa ortaya çıkmıştır. 1960 yılında Londra’da yapılan URSI (International Union of Radio Science) toplantısında yüzey dalgaları için “bir arayüz boyunca akan veya kılavuzlanan dalgaların tüm formlarını kapsayan düzenli bir tanımın” [46] olmadığı sonuç bildirgesine rağmen genel kabul olarak yüzey modları iki farklı ortam arayüzü boyunca dağılmadan veya enerjisini kaybetmeden yayılan dalgalar olarak tanımlanır [44, 45]. Bu tanımdaki dağılma veya enerjisini kaybetme ifadesi ortalama enerjinin yüzey dalga alan formundan diğer formlara dönüşmesi anlamına gelmektedir. Plazma sütunda meydana gelen bir yüzey dalgası, yayılma ortamı olarak plazma sütunu kullanır. Böyle bir yayılımın; dalga alanı içerisindeki enerjinin elektronların düzgün kinetik enerjileri ile periyodik değişiminden kaynaklandığı kabul edilir. Dalga ilerlerken söner çünkü dalga sütun boyunca her bir noktada enerjisinin bir kısmını plazmaya transfer eder [49]. Lip ve Le-Ngoc çalışmalarında, plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için plazma-boşluk ara yüzünde alan enerji yoğunlaşması olarak karakterize edilen yüzey dalga modlarını “ ${}_{\delta}^R S_n^{s_0}$ ” ile sembolize etmişlerdir [25]. Daha önce de belirtildiği üzere plazma ve hızlandırıcı modları için tam çözümü sağlayan sonsuz sayıda mod vardır. Fakat plazma modları ve hızlandırıcı modlarından farklı olarak yüzey dalga modları her yapı için tektir.

Tamamen plazma dolu silindirik dalga kılavuzu ve zayıf dc manyetik alan için  $s_0=0,1$  olduğu yapı hariç diğer yapılarda yüzey dalga modları ileri yönlü dalgalar olarak doğar ve belirli bir frekans değerinde geriye doğru dalgaya döner. Dispersiyon eğrisinin ileri yönlü dalgadan geriye doğru dalgaya döndüğü frekans noktasında fonksiyon çift değerlidir ve bu nokta çatallanma noktası olarak adlandırılır. Bu nokta aynı zamanda kompleks dalgaların doğduğu noktadır fakat kompleks modlar sonraki bölümde incelenecektir. Bu bölümde özel olarak yayılım sabitinin saf sanal olduğu modlar verilmiştir.

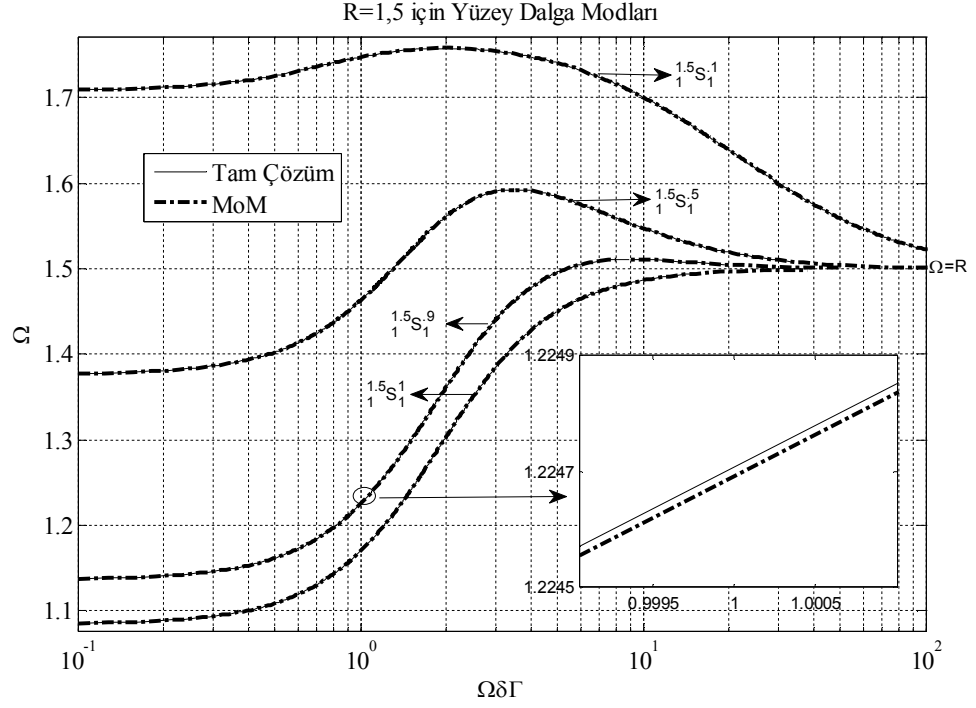
Normalize hızlandırıcı frekansı  $R=0,5$  ve farkı plazma-dalga kılavuzu yarı çap oranları için tam çözümden ve iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen yüzey dalga modları Şekil 2.8’de verilmiştir. Küçük plazma-dalga kılavuzu oranına sahip yapılar  $(_{1,5}S_{1,1})$  için yüzey dalga modları geriye doğru dalgalardır. Plazma-dalga kılavuzu oranı büyüdükçe yüzey dalga modları ileri yönlü dalga olarak doğarlar ve  $\Omega_u/\sqrt{2}$  rezonans noktasına ulaşmadan önce geriye doğru dalgaya dönerler. Normalize hızlandırıcı frekans değeri  $R=0,5$  için  $\Omega_u/\sqrt{2}$  rezonans noktası  $\Omega=0,79$  normalize frekans noktasıdır. Dalga kılavuzu tamamen plazma dolu olduğunda yüzey yüklerinin metalik duvar ile etkileşiminden dolayı yüzey yük osilasyonu artık mümkün değildir. Sonuç olarak  $\Omega_u/\sqrt{2}$ ’deki yüzey dalga rezonansı ortadan kalkmış olur [25].



Şekil 2.8.  $R=0,5$  için yüzey dalga modlarının dispersiyon eğrileri

Tamamıyla plazma dolu yapı için yüzey dalga modu ileri yönlü dalgadır ve  $\Omega=R$  rezonans noktasında sonsuza yönelirler. Normalize hızlandırıcı frekansı  $R=1,5$  ve farkı plazma-dalga kılavuzu yarı çap oranları için tam çözümden ve iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen yüzey dalga modları Şekil 2.9’da verilmiştir. Şekilde de görüldüğü gibi  $R=1,5$  için tamamen plazma dolu silindirik dalga kılavuzu hariç diğer tüm yapılarda yüzey dalga modları ileri yönlü dalgalar olarak doğarlar ve belirli bir frekans değerinde geriye doğru dalgaya dönerler.  $\Omega=R$  rezonans noktasına

yaklaşırken yayılım sabitinin değeri sonsuza yaklaşır. Tamamen plazma dolu yapı için yüzey dalga modu ileri yönlü dalgadır ve  $\Omega=R$  rezonans noktasında sonsuza yönelir. Yüzey dalga modlarının dispersiyon eğrileri için şekillerde de görüldüğü gibi iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçlar tam çözümden elde edilen sonuçlar ile tamamen uyushmaktadır.



Şekil 2.9.  $R=1,5$  için yüzey dalga modlarının dispersiyon eğrileri

Bu bölümde plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzunun farklı mod grupları için tam çözümden ve iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen dispersiyon eğrileri şekillerde karşılaştırmalı olarak verilerek yapı için elde edilen eşdeğerin geçerliliği gösterilmiştir. Yapı için elde edilen iletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilen sonuçların geçerliliğinin gösterilmesi çalışmanın ileriki bölümlerinde verilecek olan ve iletim hattı eşdeğerliği yöntemi üzerine inşa edilecek olan cebirsel fonksiyon teorisi hedef yönteminin uygulanabilmesi açısından önemli bir noktadır.

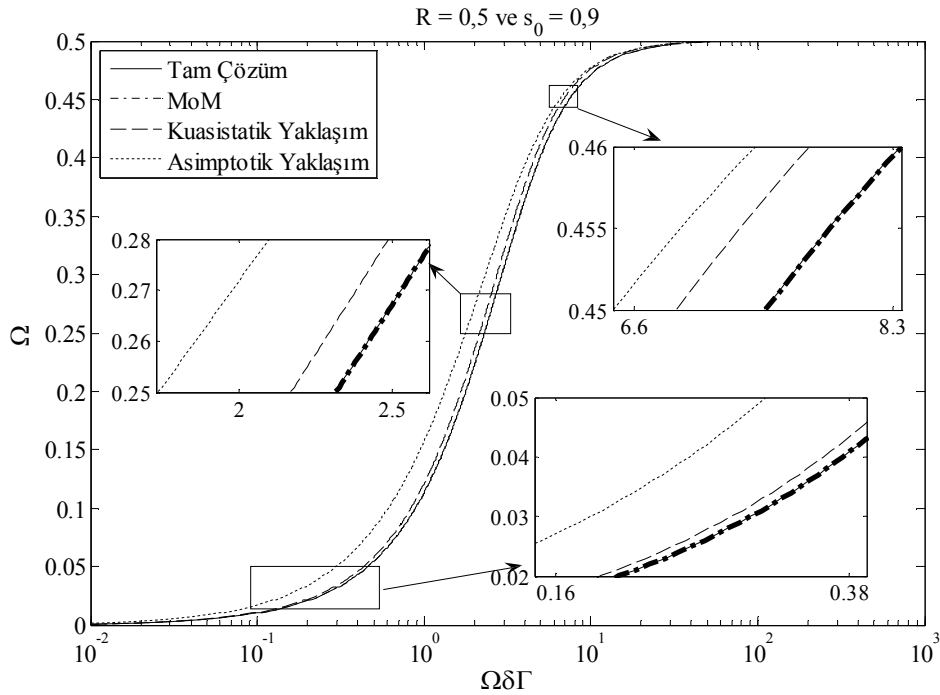


## 2.5. İletim Hattı Eşdeğerliği Yönteminin Bazı Yarı Analitik Yöntemlerle Karşılaştırılması

Bu bölümde plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için elde edilen iletim hattı eşdeğerliği yöntemi literatürde var olan iki yöntem, kuasistatik yaklaşım ve asimptotik yaklaşım ile karşılaştırılarak yöntemin diğer yöntemlerden daha geçerli olduğunun gösterilmesi amaçlanmıştır. Karşılaştırmalar jirorezonans bölgesi için en küçük dereceli mod ( $m = 1$ ) üzerinde yapılmıştır. Yöntemlerden elde edilen nümerik sonuçlar, tam çözümlerden elde edilen nümerik sonuçlarla karşılaştırılarak ortalama karesel hata (OKH) değerleri hesaplatılmıştır. Ortalama karesel hata ifadesi,  $x_t$  tam çözümden ve  $x_y$  yaklaşık çözümden elde edilen değerleri göstermek üzere Denklem (2.46)'te verilmiştir.

$$OKH = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_t - x_y)^2 \quad (2.46)$$

Şekil 2.10'da normalize hızlandırıcı frekansı  $R=0,5$  ve yarıçap oranı  $s_0=0,9$  alınarak iletim hattı eşdeğerliği yönteminden, kuasistatik dispersiyon eşitliğinden, asimptotik dispersiyon eşitliğinden ve tam çözümden elde edilen dispersiyon eğrileri verilmiştir.



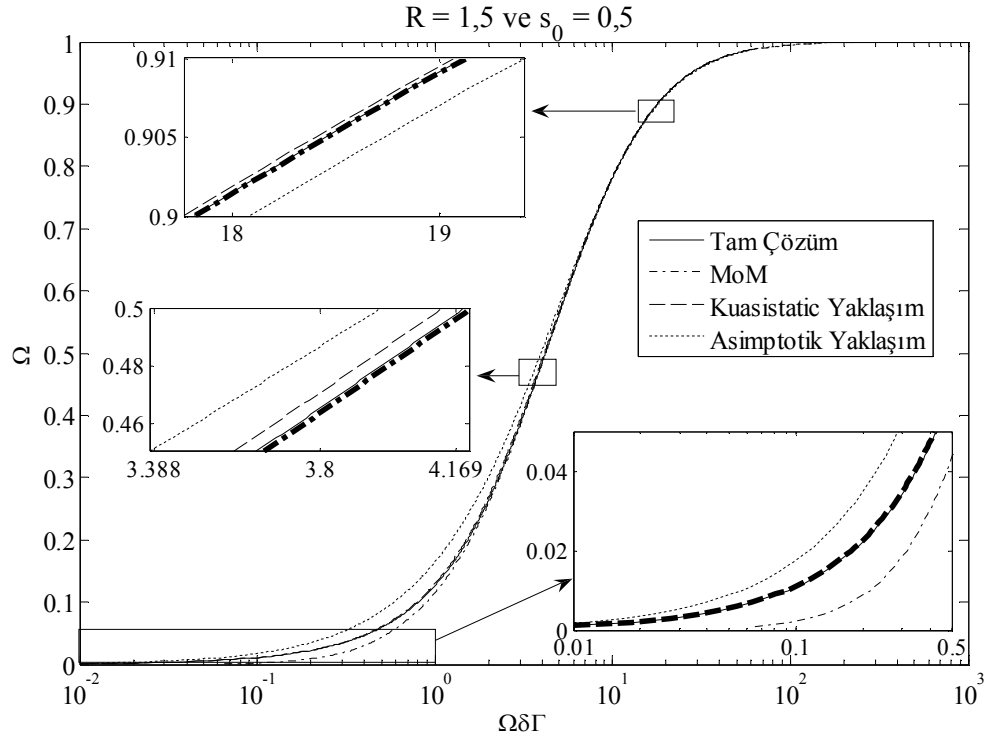
Şekil 2.10.  $R=0,5$  ve  $s_0=0,9$  için yarı analitik yöntemlerden ve tam çözümden elde edilen dispersiyon eğrileri

Tablo 2.1’de  $R=0,5$  ve  $s_0=0,9$  için farklı frekanslarda, yarı analitik yöntemlerden ve tam çözümden elde edilen sayısal sonuçlar ve tüm jirorezonans frekans bölgesi için OKH değerleri verilmiştir.

Tablo 2.1.  ${}_1^{0,5}P_{1,1}^{0,9}$  için, yarı analitik yöntemlerden ve tam çözümden elde edilen sonuçlar ve yarı analitik yöntemlerin OKH değerleri

$\Omega$	Tam Çözüm	MoM	QDE	ADE
0,05	0,46053	0,46053	0,43420	0,29703
0,1	0,88629	0,88635	0,83276	0,60929
0,2	1,78011	1,78076	1,66806	1,32895
0,3	2,92497	2,92683	2,73739	2,32625
0,4	4,94851	4,95291	4,60841	4,18686
0,45	7,40969	7,41672	6,85289	6,47612
OKH		0,00001796	0,1342025	0,4252645

Şekil 2.11’de normalize hızlandırıcı frekansı  $R=1,5$  ve yarıçap oranı  $s_0=0,5$  alınarak iletim hattı eşdeğerliği yönteminden, kuasistatik dispersiyon eşitliğinden, asimptotik dispersiyon eşitliğinden ve tam çözümden elde edilen dispersiyon eğrileri verilmiştir.



Şekil 2.11.  $R=1,5$  ve  $s_0=0,5$  için yarı analitik yöntemlerden ve tam çözümden elde edilen dispersiyon eğrileri

Şekiller ve Tablo 2.1’de verilen sayısal değerler incelendiğinde elde edilen sonuçlar şu şekilde listelenebilir [76]. Tüm jirorezonans bölgesi için iletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilen sonuçlar, kuasistatik ve asimptotik çözümlerden elde edilen sonuçlara göre tam çözümlerle daha uyumludur. Tablo 2.1’de verilen değerler incelendiğinde en küçük OKH değerinin iletim hattı eşdeğerliğinde, en büyük OKH değerinin ise asimptotik çözümden elde edildiği görülmektedir.

## 2.6. Plazma Sütun Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu için Kompleks Modlar

Kompleks dalga modları yayılım sabitinde faz sabiti( $\beta$ ) ve zayıflama sabiti ( $\alpha$ )’nın aynı anda sıfırdan farklı olduğu anlamına gelmektedir [53]. Kompleks modlar sönümlü olarak ilerleyen modları temsil etmektedir. Fiziksel bir uygulama için kompleks modlar sönümlü modlara eşdeğer sayılabilir çünkü kılavuz içerisinde elektromanyetik dalga enerjisini hızla kaybeder ve yok olur. Kayıplı kılavuzlarda modlar genellikle saf reel veya saf sanal olmaktan ziyade yayılım sabitinin kompleks değerli olduğu modlardır ve dalga, gücün kayıplı ortam içinde emilmesinden dolayı zayıflayarak ilerler [80]. Kompleks modlar kayıpsız kılavuz yapılarında da var olabilirler [81]. Kayıpsız bir kılavuz için kompleks yayılım sabiti her zaman kompleks eşleniğe sahiptir. Bu kayıpsızlık koşulunun korunduğu anlamına gelmektedir. Kompleks eşleniklerden bir tanesi sistemden enerji alındığı diğeri ise sisteme enerji verildiğini ifade eder. Böylelikle enerji korunur ve kayıpsızlık koşulu sağlanır.

Kapalı kılavuz yapıları için kompleks modlar pek çok çalışmada ele alınmıştır. Kompleks modlar için geniş kapsamlı bir çalışma Mrozowski [82] tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada izotropik kılavuzlar, jirotropik kılavuzlar ve süreksiz yapılar içerisinde var olan kompleks modlar literatürde var olan araştırmalar referans gösterilerek sunulmuştur. Çalışmada kompleks modlar ağırlıklı olarak jirotropik ortam yüklü dalga kılavuzu sınıfından jiromanyetik ortam yüklü kılavuzlar için araştırılmıştır.

Jirotropik ortamla yüklü çift yönlü (bidirectional) dalga kılavuzları için kompleks modların var olabileceği, bir duran (standing) kompleks dalga için Poynting teoreminin uygulanması ve enerji-güç-grup/faz hızı analitik ilişkinin verilmesiyle Chorney tarafından gösterilmiştir [54, 55]. O öncelikle faz hızını sahte (pseudo)

enerji ve güç akışı terimleri ile temsil etmiştir. Doğrudan gerçek enerji ve sahte enerji ifadeleri yardımıyla grup hızı ve faz hızı ile ilişkili bir teorem türetmiştir. Özel olarak bu teoremleri plazma yüklü dalga kılavuzunun dispersiyon karakteristikleri üzerinde uygulamıştır ve sonlu bir yayılım sabiti değeri için yayılım eğrisinin eğiminin sonsuz olduğunda kompleks köklerin başlangıcının olabileceğini belirtmiştir. Chorney çalışmasında, bu noktanın gerçekten kompleks modların başlangıç noktası olup olmadığı sorusunun cevabının ancak doğrudan yayılım ilişkisinin sayısal olarak hesaplanmasıyla verilebileceğini belirtmiştir [55]. Chorney muhtemelen bu yeni kompleks modlara kompleks dalgalar adını veren ve onların varlıkları için fiziksel açıklama sunan ilk kişidir[82]. Sonraki çalışmalarda Chorney tarafından elde edilen teoremlerin türetilmesinde duran dalga kullanılmasının gerekli olmadığı gösterilmiştir ve teoremler daha genel uygulamalar için genişletilmiştir [53, 83, 84]. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için kompleks modlar ilk kez faz sabitinin ve zayıflama sabitinin birlikte hesaplatıldığı [56] çalışmada yaklaşık olarak elde edilmiştir. Çalışmada plazma, frekansa bağlı bir kompleks dielektrik olarak basitleştirilerek yapı çok katmalı bir dielektrik yapıya dönüştürülmüştür ve [57, 58] çalışmaları temel alınarak yapının enine-hat eşdeğeri elde edilmiştir. Dielektrik geçirgenliğin bir katman veya her bir katman için kompleks değerli olarak tanımlanması yaklaşık enine dalga sayısını ve yaklaşık yayılım katsayılarını kompleks değerli yaptığı [56] çalışmasında belirtilmiştir. Çalışmamızda plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için var olma olasılığı Chorney tarafından teorik olarak gösterilen kompleks modlar kesin çözüm ve iletim hattı eşdeğerliği yöntemi kullanılarak sayısal olarak gösterilmiştir. Ayrıca birçok çalışmada yapının çözümleri için temel yöntem olarak ele alınan kuasistatik yaklaşımın kompleks modları elde etmede yetersiz olduğu sayısal olarak gösterilmiştir.

Yayılım sabitinin sonlu değeri için dispersiyon eğrisinin eğiminin sonsuz olduğu noktanın kompleks dalgaların başlangıç noktası olduğu ve aynı zamanda kompleks dalga modları var olduğunda geriye doğru dalga modlarının da var olduğu çeşitli çalışmalarda nümerik ve teorik olarak gösterilmiştir. Bu sayısal hesaplamalar sonucu elde edilen dispersiyon eğrilerinde; dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzu için [63, 85]'de, dielektrik veya/ve manyetik geçirgenliği farklı iki katmalı silindirik kılavuz için [86]'de, ekranlı dikdörtgen biçiminde dielektrik görüntü klavuzları için

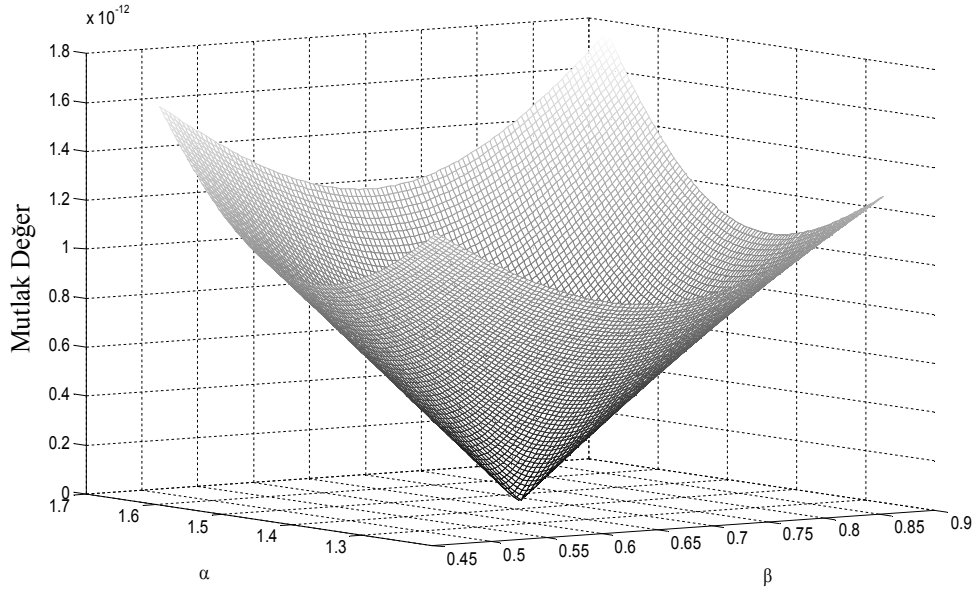
[87, 88]'de ve dielektrik çubuk kılavuzları için [89]'de, düzlemsel iletim hattı için [90, 91]'de, ekranlı asılı kuple mikro şerit hat için [92]'de, finline için [93]'de, asılı ferrit yüklü şerit hatlar için [94]'de, ferrit katman barındıran çok katmanlı paralel düzlemsel dalga kılavuzu için [95]'de gösterilmiştir.

Bazı çalışmalarda kompleks dalga modlarının varlıkları [96] veya kompleks dalga ile geriye doğru dalganın beraber var olacağı [81, 97] farklı dalga kılavuzu yapıları için teorik olarak gösterilmiştir. Bu çalışmalarda dalga kılavuzlarının matris eşdeğerleri temel alınmış ve teorik ispatlar temel matris özellikleri kullanılarak türetilmiştir. Rastgele kesitli, yalnızca heterojen veya yalnızca anizotropik dalga kılavuzları için kompleks dalga modlarının ve geriye doğru dalga modlarının varlığı [81]'de ispatlanmıştır. Kompleks dalga modlarının varlığı için gerek koşul [96]'de verilmiştir ve ayrıca kısmen perturbe edilmiş homojen dalga kılavuzları için kompleks dalga modlarının var olduğu gösterilmiştir. Sonraki çalışmalarda, enine ve boyuna alanlar arasında etkileşim olan ortamla (eş zamanlı heterojen ve anizotropik) yüklü metalik dalga kılavuzu içerisinde geriye doğru dalgaların varlığı için gerek ve yeter koşul [64]'de verilmiş ve her ne zaman bir geriye doğru dalga frekans bölgesi var olsa, o zaman ona bitişik bir frekans bölgesinde kompleks dalga modlarının var olduğunun ispatı [97]'de verilmiştir.

Bu çalışmada, plazma sütun yüklü silindirik dalağa kılavuzu için kompleks yüzey dalga modları tam çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve kuasistatik çözüm kullanılarak elde edilmiştir. Çalışmada, kompleks yayılım sabitlerini tam çözümden elde etmek için iletim hattı eşdeğerliği yöntemini temel alan sayısal bir yöntem önerilmiştir. Şekillerde elde edilen dispersiyon eğrileri karşılaştırmalı sunularak iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçların tam çözüm ile uyumu gösterilmiştir. Böylelikle, ayrıca, yapının kompleks yüzey dalga modlarını elde etmede kuasistatik yaklaşımın yetersiz kaldığı gösterilmiştir. Bu durum, plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzunun genellikle kuasistatik yaklaşımı kullanan pek çok çalışmada ele alınmasına rağmen niçin kompleks yüzey dalga modlarının bu çalışmalarda rapor edilmediğini açıklamaktadır.

Yüzey dalga modlarına ilişkin yayılma sabitini hesaplamak için iki farklı yöntem kullanılmıştır. Birincisi, yayılım sabiti saf sanal olan ileri yönlü dalgaların veya

geriye doğru dalgaların ve yayılım sabiti saf reel olan sönümlü dalgaların elde edilmesinde kullanılan ikiye bölme (bisection) yöntemidir. Denklem (A.14)'da verilen tam dispersiyon eşitliğini sağlayan yayılım sabitlerinin saf sanal ve saf reel olan değerleri frekansa göre hesaplatılarak bu üç dalga grubu elde edilmiştir. İlgili kompleks değerli köklerin hesaplanmasında iletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilen sonuçlardan faydalanan bir sayısal teknik önerilmiştir. Sabit bir frekans değeri için iletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilen kompleks yayılım sabiti civarındaki noktalar kümesi bir yüzey oluştururlar. Bu kompleks değerler için tam çözüm hesaplatılırsa, Şekil 2.12'de görülen açık bir minimuma sahip üç boyutlu bir şekil elde edilir. Lokal minimumun olduğu bu nokta gerçek kompleks yayılım sabitine karşılık gelir.



Şekil 2.12. Normalize yayılım sabitinin kompleks değerleri için tam çözümden elde edilen mutlak sonuçlar

Şekilde düşey eksen tam çözüm için sağlanması gereken ve Denklem (A.14) ile verilen karakteristik denklemin

$$\frac{f_{\varphi}(u_1)}{f_r(u_1)} - \frac{f_{\varphi}(u_2)}{f_r(u_2)} = 0 \quad (2.47)$$

biçiminin sol tarafının mutlak değeridir.

Örnek olarak,  $R=0,5$ ,  $s_0=0,1$  ve  $\Omega=0,996$  için iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen normalize yayılım sabiti  $\gamma=0,68156895+j1,44396519$  ve Şekil 2.12’de tam çözümden elde edilmiş mutlak değer sonuçların minimumuna karşılık gelen gerçek normalize yayılım sabiti değeri  $\gamma=0,67954885+j1,44598539$  dur.

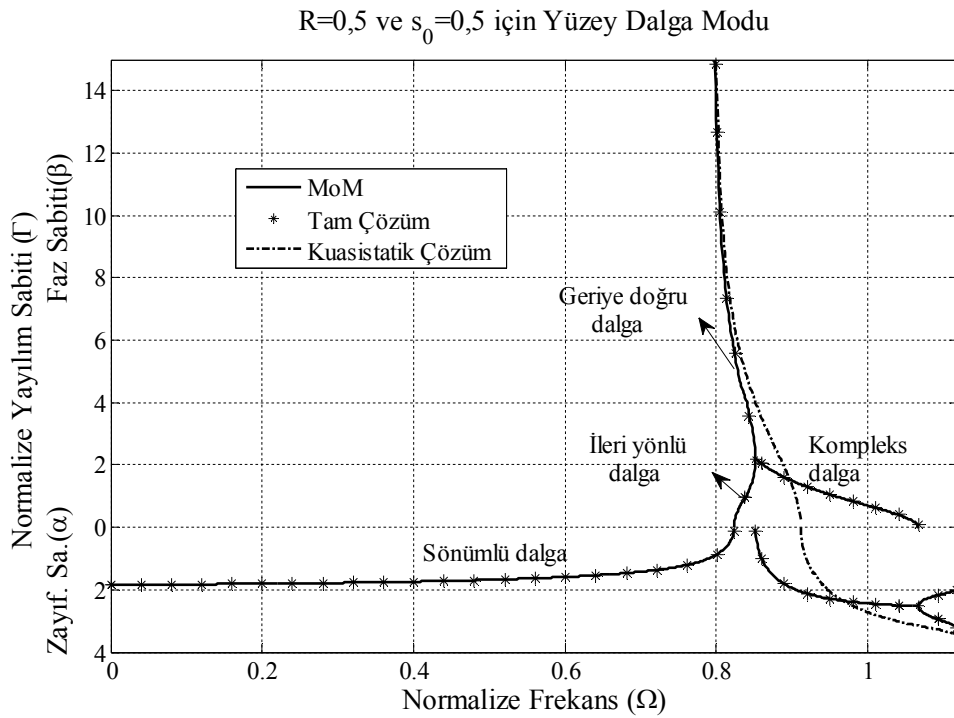
Tamamıyla plazma dolu kılavuz ve  $R<1$  için küçük plazma-dalga yarıçap oranına sahip kılavuz yapıları hariç yüzey dalga modları sıfır frekansta sönümlü modlar olarak doğarlar ve belirli bir frekans değerinde ileri yönlü dalgaya dönüşürler. Daha sonra ise ileri yönlü dalgadan geriye doğru dalgaya dönerler. Plazma-dalga kılavuzu yarıçap oranı  $s_0=0,1$  ve  $R=0,5$  için yüzey dalga modları sıfır frekansta sönümlü modlar olarak doğarlar fakat yayılım sabitinin saf reel olduğu sönümlü dalga bölgesinde faz hızı ve grup hızı aynı işaretliden ters işaretliye döner.  $R<1,0$  ve küçük plazma-dalga yarıçap oranına sahip kılavuz yapısı hariç kısmen plazma yüklü kılavuzlarda Şekil 2.13, Şekil 2.15 ve Şekil 2.16’de görüldüğü gibi ileri yönlü dalganın geriye doğru dalgaya döndüğü noktada dispersiyon eğrisi çatallanır ve kompleks modlar doğar. Kompleks modlar  $R=0,5$  ve  $s_0=0,1$  için Şekil 2.14’de görüldüğü gibi sönümlü dalga bölgesinde doğarlar. Sonrasında belirli bir frekans noktasında kompleks modlar ortadan kaybolur ve bu noktada dispersiyon eğrisi çatallanarak iki sönümlü moda dönüşürler. Şekil 2.17’de görüldüğü gibi tamamen plazma dolu kılavuz yapısında ise yüzey dalga modları ileri yönlü dalgalardır ve geriye doğru dalgaya dönüşmezler. Dolayısıyla Şekil 2.17’de görüldüğü gibi kompleks modlar meydana gelmez.

Çalışmada, azimutal değişimin  $n=-1$  olduğu durumlar için yüzey dalga modları araştırılmamıştır. Çünkü [25]’de rapor edildiği gibi  $n=-1$  için yüzey dalga modları her zaman ileri yönlü dalgalardır ve geriye doğru dalgaya dönüşmezler. Dolayısıyla bu durum için kompleks modlar oluşmazlar. Ayrıca enine alan birleşenleri ( $E_z$  ve  $H_z$ ) kuple denklemler olduğundan  $n=0$  için hibrit çözümler yoktur ve yalnızca kesim frekansları için TE ve TM modları mevcuttur. Bu yüzden  $n=0$  içinde yüzey dalga modları araştırılmamıştır.

Şekil 2.13’de  $0-\Omega_u$  frekans aralığında  $R=0,5$  ve  $s_0=0,5$  için tam çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve kuasistatik yaklaşımdan elde edilen yüzey dalga modlarının kompleks dispersiyon eğrileri verilmiştir. Şekillerde düşey eksenin orijin noktasının

altında kalan kısmı zayıflama sabitini ( $\alpha$ ), yukarı doğru olan kısmı ise faz sabitini ( $\beta$ ) göstermektedir. tamamen dolu veya kısmen dolu tüm yapılar için sönümlü modlar Şekil 2.13’de görüldüğü gibi sıfır frekanstan başladığı için diğer şekillerde düşük frekans bölgesi verilmemiş, dispersiyon eğrileri yalnızca önemli olan frekans aralığında verilmiştir.

$R=0,5$  ve  $s_0=0,5$  için sıfır frekanstan sönümlü olarak başlayan yüzey dalga modu  $\Omega=0,823$ ’de ileri yönlü dalgaya döner.  $\Omega=0,851$ ’de ileri yönlü dalga geriye doğru dalga ile birleşir. Bu noktada dispersiyon eğrisi çatallanır ve  $\Omega=0,851-1,066$  aralığında kompleks modlar var olur.  $\Omega=1,066$  noktasında kompleks modlar yok olur ve dispersiyon eğrisi yayılım sabitinin saf reel olduğu sönümlü dalga bölgesinde çatallanarak iki sönümlü moda dönüşür.



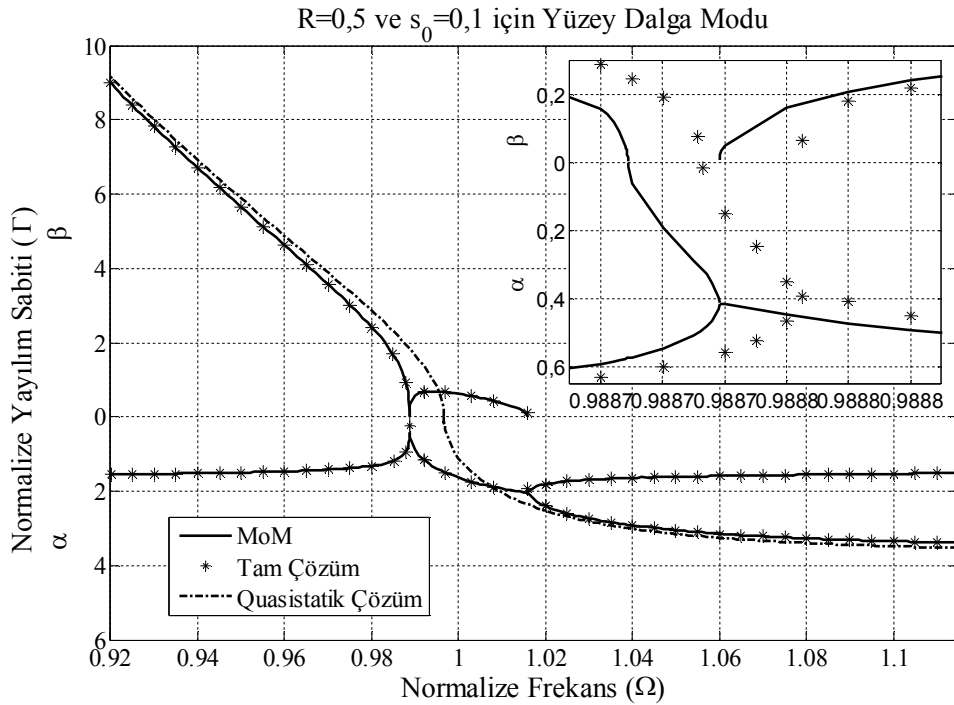
Şekil 2.13.  $R=0,5$  ve  $s_0=0,5$  için yüzey dalga modlarının kompleks dispersiyon eğrileri

Kuasistatik yaklaşımdan elde edilen yüzey dalga modu dispersiyon eğrisi geriye doğru dalgadır ve  $\Omega=0,911$  noktasında sönümlü moda döner. Frekans arttıkça tam çözümden ve iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen dispersiyon eğrisinin büyük değerli olan dalına yaklaşır. Kuasistatik yaklaşımdan elde edilen değerler yayılım sabitinin yalnızca saf sanal veya saf reel olduğu değerlerdir çünkü kuasistatik çözüm



kompleks dalga bölgesinde yayılım sabitinin kompleks değerlerini sağlamaz. İletim hattı eşdeğerliği tüm frekans değerleri için tam çözüm ile uyumlu iken kuasistatik yaklaşım yayılım sabitinin yalnızca büyük değerleri için tam çözüm ile uyumlu olduğu şekilde açık olarak görülmektedir.

$R < 1,0$  ve küçük plazma-dalga kılavuzu yarıçap oranı için yüzey dalga modları farklı dispersiyon karakteristiğine sahiptir. Onlar, örnek olarak Şekil 2.14'de  $R=0,5$  ve  $s_0=0,1$  için görüldüğü gibi geriye doğru dalgalardır ve ileri yönlü dalgaya dönüşmezler. Dispersiyon eğrileri zayıflama sabiti bölgesinde çatallanırlar ve kompleks modlar doğarlar. Bu kompleks dalga modlarının faz sabiti bölgesinde geriye doğru dalga modunun hemen bitişiğinde meydana geldiği klasik kapalı dalga kılavuzu yapılarına [85]-[95] göre farklı bir durumdur. Bu durum her kompleks mod aralığının bitişiğinde bir geriye doğru dalga aralığı bulunması gerektiğine ilişkin bir örnektir [63].

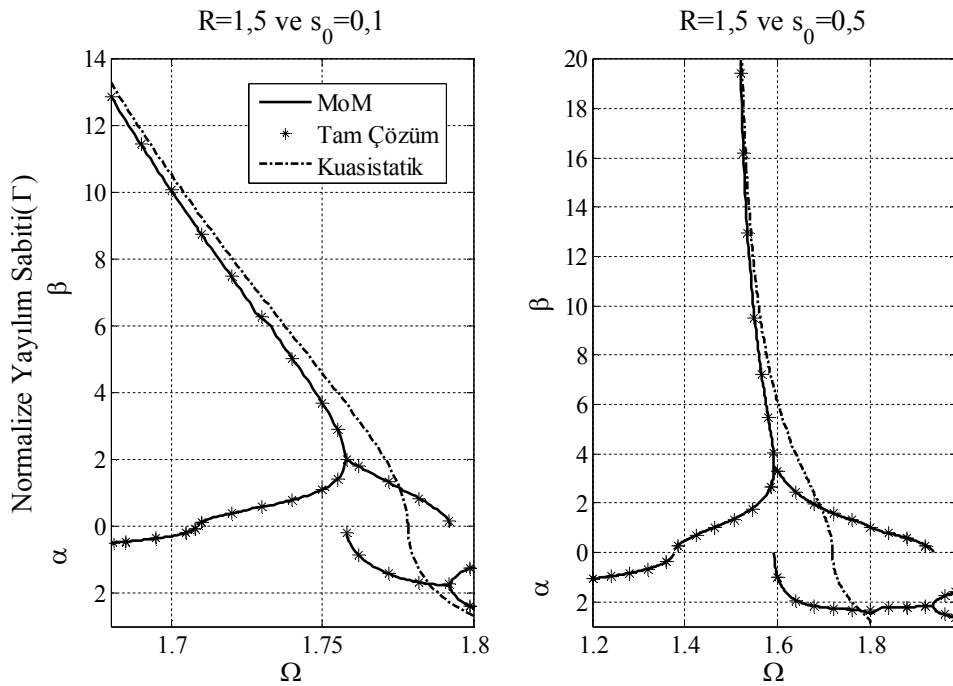


Şekil 2.14.  $R=0,5$  ve  $s_0=0,1$  için yüzey dalga modlarının kompleks dispersiyon eğrileri

Şekil 2.14'de  $R=0,5$  ve  $s_0=0,1$  için yüzey dalga modları için tam çözümden, iletim hattı eşdeğerliğinden ve kuasistatik yaklaşımdan elde edilen kompleks dispersiyon eğrileri verilmiştir. Yapı için dispersiyon eğrisi zayıflama sabiti bölgesinde  $\Omega=0,988$

frekansında çatallanır ve kompleks modlar ortaya çıkar.  $\Omega=0,988-1,015$  aralığında kompleks modlar var olurlar. Kompleks dispersiyon eğrisinin zayıflama dalında  $\Omega=1,015$  frekansında çatallanarak iki sönümlü mod ortaya çıkar. Şekilde görüldüğü gibi kuasistatik yaklaşım yayılım sabitinin yalnızca büyük değerleri için tam çözüm ile uyumludur ve kompleks dalga modlarını sağlamamaktadır.

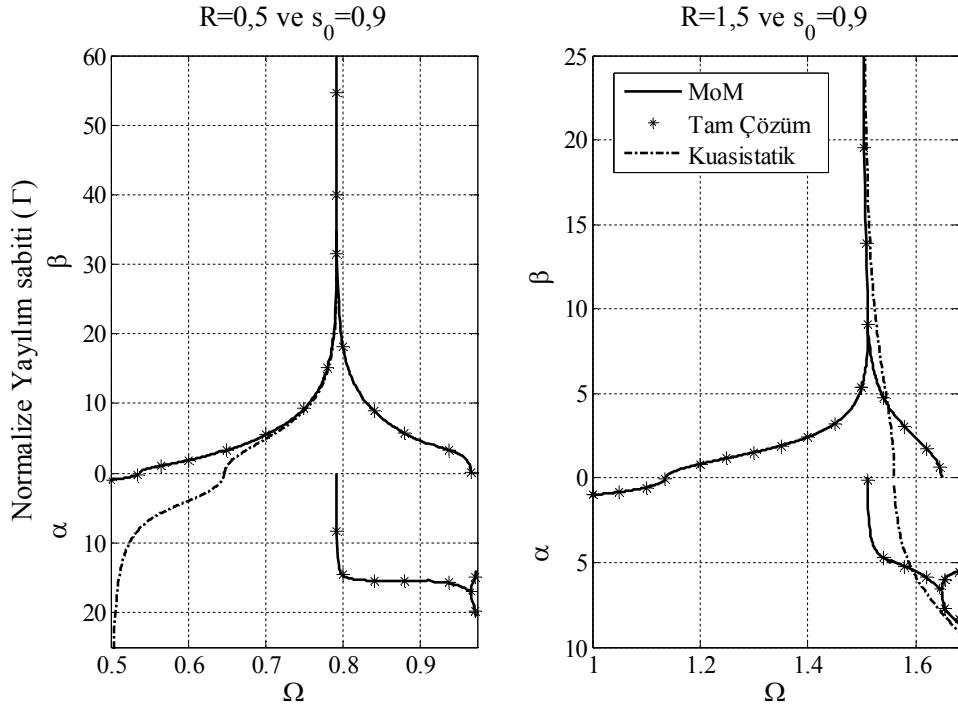
Şekil 2.15’de sağ tarafta  $R=1,5$  ve  $s_0=0,1$  için ve sol tarafta  $R=1,5$  ve  $s_0=0,5$  için yüzey dalga modlarının dispersiyon eğrileri verilmiştir.



Şekil 2.15.  $R=1,5$  ve  $s_0=0,1$  (sol),  $R=1,5$  ve  $s_0=0,5$  (sağ) için yüzey dalga modlarının kompleks dispersiyon eğrileri

Şekil 2.15’de verilen yapılar için dispersiyon karakteristikleri birbirlerine benzerdir. Sönümlü modlar sıfır frekanstan doğarlar ve  $R=1,5$ ,  $s_0=0,1$  için  $\Omega=1,708$ ’de ve  $R=1,5$  -  $s_0=0,5$  için  $\Omega=1,377$ ’de ileri yönlü dalgaya dönüşürler. Dispersiyon eğrisi  $R=1,5$  ve  $s_0=0,1$  için  $\Omega=1,757$ ’de kompleks modlar doğar ve  $\Omega=1,792$  frekansına kadar devam eder.  $R=1,5$  ve  $s_0=0,5$  için ise kompleks modlar  $\Omega=1,592-1,934$  aralığında var olurlar. İletim hattı eşdeğerliği yöntemi tüm frekans aralında tam çözüm ile uyumlu iken kuasistatik yaklaşım yalnızca yayılım sabitinin büyük değerleri için tam çözüm ile uyumludur.

Şekil 2.16'de sol tarafta  $R=0,5$  ve  $s_0=0,9$  için ve sağ tarafta  $R=1,5$  ve  $s_0=0,9$  için yüzey dalga modlarının dispersiyon eğrileri verilmiştir. Plazma oranının büyük olduğu bu iki yapıda  $R=0,5$ ,  $s_0=0,9$  için  $\Omega=0,537$ 'de ve  $R=1,5$ ,  $s_0=0,9$  için  $\Omega=1,136$ 'de sönümlü dalgalar ileri yönlü dalgaya dönüşürler. Dispersiyon eğrisi  $R=0,5$  ve  $s_0=0,9$  için  $\Omega=0,792$ 'de kompleks modlar doğar ve  $\Omega=0,966$  frekansına kadar devam eder.  $R=1,5$  ve  $s_0=0,9$  için ise kompleks modlar  $\Omega=1,051-1,649$  aralığında var olurlar.

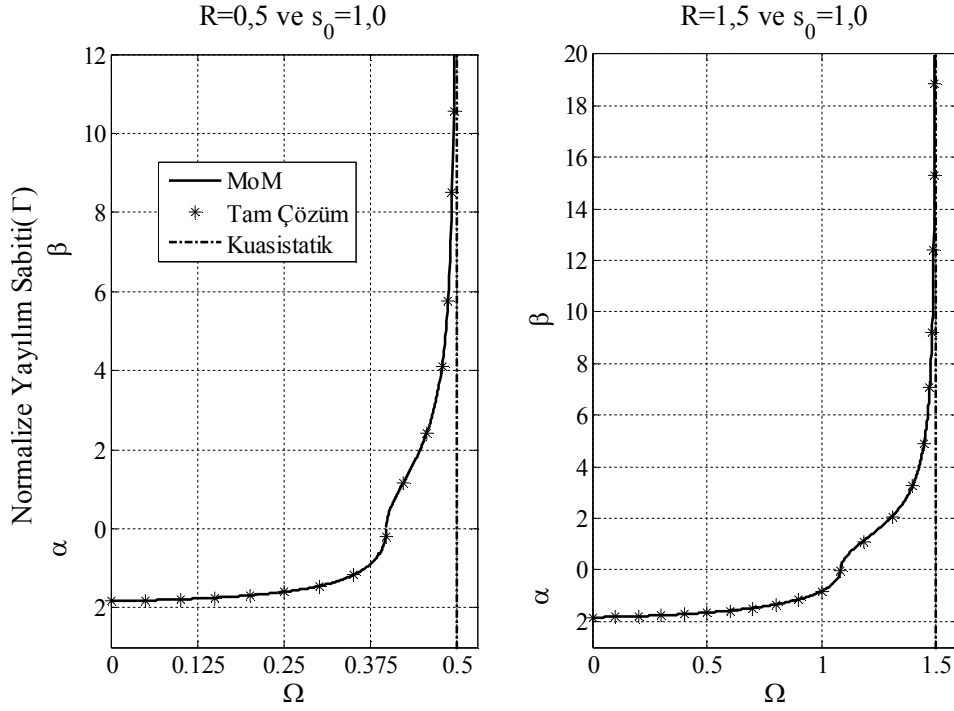


Şekil 2.16.  $R=0,5$  ve  $s_0=0,9$ (sol),  $R=1,5$  ve  $s_0=0,9$  (sağ) için yüzey dalga modlarının kompleks dispersiyon eğrileri

$R=0,5$  ve  $s_0=0,9$  için kuasistatik yaklaşımdan elde edilen dispersiyon karakteristiği kısmen plazma dolu diğer yapılardan diğer yapılardan elde edilen karakteristiklerden ayrılmaktadır. Bu yapı için kuasistatik yaklaşımdan elde edilen dispersiyon eğrisi sıfır frekansta sönümlü mod olarak doğar ve  $\Omega=0,646$ 'de ileri yönlü dalgaya dönüşür. Yayılım sabitinin büyük değerleri için tam çözüm ve iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ile uyumludur.  $R=1,5$  ve  $s_0=0,9$  için kuasistatik yaklaşımdan elde edilen yüzey dalga modları geriye doğru dalgadır ve  $\Omega=1,561$ 'de sönümlü dalgaya dönüşür.

Şekil 2.17'de sol tarafta  $R=0,5$  ve  $s_0=1,0$  için ve sağ tarafta  $R=1,5$  ve  $s_0=1,0$  için yüzey dalga modlarının dispersiyon eğrileri verilmiştir. Tamamen plazma dolu yapı için kısmen plazma dolu yapılarda var olan geriye doğru dalgalar ortadan

kaybolurlar. Yüzey dalga modları sıfır frekanstan sönümlü dalga olarak doğarlar.  $R=0,5$  için  $\Omega=0,398$ 'de ve  $R=1,5$  için  $\Omega=1,084$ 'de ileri yönlü dalgaya dönüşürler.



Şekil 2.17.  $R=0,5$  ve  $s_0=1,0$  (sol),  $R=1,5$  ve  $s_0=1,0$  (sağ) için yüzey dalga modlarının kompleks dispersiyon eğrileri

Yayılm sabitinin büyük değerleri için dispersiyon eğrileri normalize frekans normalize hızlandırıcı frekansına yaklaşırken sonsuza yönelirler. Tamamen plazma dolu yapı için kuasistatik yaklaşım  $\Omega=R$ 'de sağlar ve yayılım sabitinin büyük değerleri için tam çözüm ve iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ile uyumludur.

Kısmen plazma yüklü yapılar için yüzey dalga modları  $R<1,0$  olduğunda  $\Omega_\infty=\Omega_w/\sqrt{2}$ 'a ve  $R>1,0$  olduğunda  $\Omega_\infty=R$  yaklaşırken geriye doğru dalgalardır. Kısmen plazma yüklü yapılar için dispersiyon eğrisini eğiminin sonsuz olduğu ve kompleks modların ortaya çıktığı çatallanma noktasının frekansı, plazma-dalga kılavuzu yarıçapı büyüdükçe küçülmektedir ve  $R=0,5$  için  $\Omega_\infty=0,792$ ,  $R=1,5$  için  $\Omega_\infty=1,5$  rezonans noktalarına yaklaşmaktadır. Bununla birlikte Şekil 2.13'den Şekil 2.16'e kadar olan şekillerde görüldüğü gibi çatallanmanın olduğu noktada yayılım sabitini değeri yarıçap oranı büyüdükçe büyümektedir. Tamamen dolu yapılar için yüzey dalga modları ileri yönlü dalgalardır ve kısmen plazma yüklü yapılar ile aynı rezonans frekansı değerlerinde sonsuza yönelirler.

Elde edilen şekiller incelendiğinde iletim hattı eşdeğerliği tüm frekans değerleri için tam çözüm ile uyumlu iken kuasistatik yaklaşımın yayılım sabitinin yalnızca büyük değerleri için tam çözüm ile uyumlu olduğu açıkça görülmektedir. Bu sonuç [25]'da rapor edilen “tam çözüm ve kuasistatik çözüm aynı asimptotik dispersiyon eşitliğine sahiptir” sonucu ile tamamen uyuşmaktadır.

### 3. CEBİRSEL FONKSİYON TEORİSİ VE TEMEL ÖZELLİKLERİ

Bu bölümde çalışmamızın ileri ki safhalarında kullanılacak olan cebirsel fonksiyon teorisinin temel kavramlarından polinom eşitlikler, Laurent serileri, Puiseux serileri, cebirsel eşitlikler ve özellikleri [16, 98-101] kaynakları kullanılarak özetlenmiştir. Ayrıca iletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilen cebirsel eşitlikler sisteminden türetilen katsayıları  $p$ 'ye bağlı karakteristik denklem ve onun cebirsel özellikleri bu bölümde sunulmuştur.

#### 3.1. Polinom Eşitlikler

$n$  polinomun derecesini göstermek üzere, aşağıdaki şekilde ifade edilen eşitlikler polinom eşitlik olarak adlandırılır,

$$a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_{n-1} z + a_0 = 0 \quad (3.1)$$

burada  $a_0 \neq 0$ ,  $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$  kompleks sayılardır ve  $n$  pozitif tam sayıdır. Eşitliği sağlayan çözümler polinomun sıfırları veya eşitliğin kökleri olarak adlandırılır.

#### 3.2. Laurent Teoremi

Merkezleri  $a$  noktası ve yarıçapları sırasıyla  $R_1$  ve  $R_2$  olan eş merkezli Şekil 3.1'de verilen  $C_1$  ve  $C_2$  çemberleri için,  $f(z)$ ,  $C_1$  ve  $C_2$  arasında  $R$  bölgesinde tek değerli ve analitik olsun.  $R$  içinde  $(a+h)$  noktası herhangi bir nokta olsun.

$(a+h)$  noktası için Laurent seri açılımı;

$$f(a+h) = a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + \dots + \frac{a_{-1}}{h} + \frac{a_{-2}}{h^2} + \frac{a_{-3}}{h^3} + \dots \quad (3.2)$$

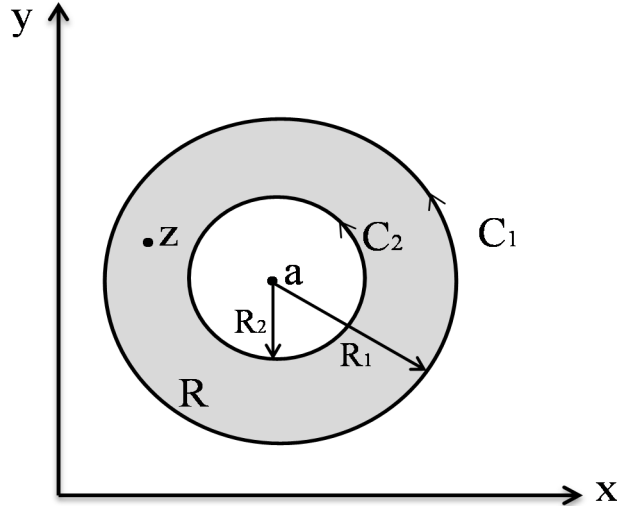
veya  $z = a+h$ ,  $h = z-a$  yazarak (3.2) ifadesini Denklem (3.3) verilen ifade şeklinde yazabiliriz.

$$f(z) = a_0 + a_1(z-a) + a_2(z-a)^2 + \dots + \frac{a_{-1}}{(z-a)} + \frac{a_{-2}}{(z-a)^2} + \frac{a_{-3}}{(z-a)^3} + \dots \quad (3.3)$$

burada  $a_n$  katsayıları Denklem (3.4) kullanılarak elde edilir.

$$a_n = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(z)}{(z-a)^{n+1}} dz \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.4)$$

ile elde edilir. Eğer  $(z-a)$ 'nın negatif kuvvetleri sıfıra eşit olursa, Laurent serisi Taylor serisine indirgenir.



Şekil 3.1.  $C_1$  ve  $C_2$  eğrileri arasında kalan kompleks bölge

### 3.3. Puiseux Serisi

Basit kapalı  $C$  eğrisi içinde ve üzerinde  $f(z)$  analitik olsun.  $a$  ve  $(a+h)$ ,  $C$  içinde iki nokta ise Puiseux seri açılımı aşağıdaki ifadeye eşittir.

$$f(z) = a_0 + a_1\sqrt{z-a} + a_2(z-a) + a_3\sqrt{(z-a)^3} + \dots + \frac{a_{-1}}{\sqrt{z-a}} + \frac{a_{-2}}{(z-a)} + \frac{a_{-3}}{\sqrt{(z-a)^3}} + \dots \quad (3.5)$$

burada,  $a_n$  katsayıları değer kümesi kompleks sayılar kümesi olarak tanımlıdır.

### 3.4. Cebirsel Eşitlikler ve Özellikleri

$G, p$  ve  $\omega$ 'nın tam rasyonel fonksiyonu olmak üzere;  $G(\omega, p) = 0$  şeklindeki bir eşitlik cebirsel eşitlik olarak tanımlanır.  $G, \omega$ 'nın artan kuvvetleri olarak düzenlenirse, ifade aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$G(\omega, p) = g_0(p) + g_1(p)\omega + g_2(p)\omega^2 + \dots + g_m(p)\omega^m = 0 \quad (3.6)$$

burada,  $g_v(p)$  katsayıları sadece  $p$ 'ye bağlı polinom fonksiyonlardır. Cebirsel bir fonksiyon için cebirsel tekillik aşağıdaki tanımlara bağlı olarak bir kutup ve cebirsel dallanma noktası olabilir [70].

Kutup; Cebirsel eşitliğin baş terimi  $g_m(p)$ 'nin bir sıfırır ve komşuluğunda Laurent seri açılımı, sonlu sayıda negatif kuvvetli terime sahiptir.

Cebirsel dallanma noktası; Negatif kuvvet terimleri olmayan Puiseux seri açılımına karşı düşer. Bu nokta  $G(\omega, p) = 0$ 'in diskriminantının bir sıfırır. Cebirsel eşitliğin kökü bu tip bir tekillikte sonlu ve süreklidir.

Cebirsel dal kutup; Sonlu sayıda negatif kuvvet terimleri içeren rasyonel kuvvetlerden oluşan bir seri açılıma karşı düşer. Bu seri açılım negatif kuvvetlerin sonlu sayılarını içeren bir Puiseux serisi olarak düşünülebilir. Bu tekil nokta aynı zamanda  $g_m(p)$ 'nin bir sıfırır. Bu tarz tekillik aynı zamanda kutup dallanma noktası olarak da adlandırılır.

Kusurlu olmayan çok katlı özdeğer; Kendine ait doğrusal bağımsız özvektörlerin sayısının özdeğer çok katlılığına eşit olan bir çok katlı özdeğerdir. Bu tip bir özdeğer türevlenebilir.

Kusurlu çok katlı özdeğer; Kendine ait doğrusal bağımsız özvektörlerin sayısı, özdeğer katlılığından daha az olan çok katlı özdeğerdir. Bu tip bir özdeğer türevlenemez.

İndirgenemez cebirsel eşitlik,  $G_m(\omega, p) = 0$ ;  $G$  gibi aynı tip iki polinomun çarpımı olarak ifade edilemeyen bir eşitliktir. Çünkü,



$$G_1(\omega, p).G_2(\omega, p)=0$$

ifadesi,  $G_1 = 0$  ve  $G_2 = 0$  gibi iki ayrı eşitlik olarak ele alınabilir.

İndirgenemez cebirsel eşitliğin,  $G_m(\omega, p) = 0$ , diskriminantı; sıfırları,  $G_m(\omega, p) = 0$  'nin çok katlı köklerine karşılık gelen  $p$ 'ye bağlı polinomdur.

$A$  matrisinin özdeğer  $\lambda$ 'ya ilişkin indeksi  $k(\geq 1)$  olan genelleştirilmiş özvektörü; Sadece ve sadece  $r \geq k$  için  $(A-\lambda I)^r x = 0$  ifadesini sağlayan  $x$  vektörüdür. Burada  $r$  ve  $k$  tam sayılardır ve  $I$  birim matrisi göstermektedir.

### **3.5. İletim Hattı Eşdeğerliği Cebirsel Eşitlikleri, Karakteristik Denklemler ve Bunlara İlişkin Cebirsel Özellikler**

İletim hattı eşdeğerliği yöntemi Denklemler (A.1)-(A.4) arasında verilen kısmi diferansiyel denklemlerden oluşan Maxwell Denklemlerini öncelikle sadece yayılma yönüne bağlı adi diferansiyel denklemler sistemine dönüştürür. Yayılma yönüne göre türev yayılma sabitiyle çarpmaya karşılık geldiği için adi diferansiyel denklem sistemi Denklem (1.1)'de verilen cebirsel denklem sistemine dönüşür. Bununla birlikte problem özdeğer problemine dönüşür.

Gerçek fiziksel problem için denklem sisteminin boyutu sonsuz olmalıdır. Fakat sistem boyutunu sonlu bir değerde sınırlandırılması zorunluluğundan fiziksel probleme bir yaklaşıklık yapılmış olur. Eşitlik (1.1)'de verilen birim uzunluk başına empedans,  $Z(p)$ , ve admitans,  $Y(p)$ , kuplaj matrislerinin çarpımının özdeğerleri yayılma sabitinin karesine,  $\gamma^2$ , karşılık gelmektedir.  $Z(p)Y(p)$  ve  $Y(p)Z(p)$  matrisleri aynı özdeğerlere sahiptirler.  $v(p)$  ve  $i(p)$  sırasıyla  $Z(p)Y(p)$  ve  $Y(p)Z(p)$ 'nin  $\gamma^2$  ye karşı düşen özvektörleridir [66].

Herhangi bir frekans,  $p$ , ve fiziksel sistemin gerçek çözümlerine karşılık gelen sonsuz boyutlu  $Z(p)$  ve  $Y(p)$  matrislerinin çarpımından elde edilen  $Z(p)Y(p)$  matrisinin herhangi bir özdeğeri,  $\gamma^2_{\text{grçk}}$ , için;  $Z(p)Y(p)$  çarpımının gerçek özdeğere,  $\gamma^2_{\text{grçk}}$ , karşı düşen en az bir tane özdeğeri olan sonlu boyutlu  $Z(p)$  ve  $Y(p)$  daima var olur [63]. İletim hattı eşdeğerliği yönteminin bu kesinliği göz önüne alınarak bu yöntemeye dayalı olan cebirsel fonksiyon teorisi yaklaşımı kullanılmaktadır. Ayrıca plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için iletim hattı eşdeğerliği eşitliklerinin

geçerliliği farklı normalize hızlandırıcı frekansları, farklı plazma-dalga kılavuzu yarıçap oranları ve farklı çalışma frekansları için çeşitli çalışmalarda gösterilmiştir [73-77].

Denklem (1.1)'den yaklaşık yayılım sabitinin karesinin sağladığı sonlu boyutlu (mxm) sistem olan  $Z(p)Y(p)$  matrisi için karakteristik eşitliğin, katsayıları  $p$ 'ye bağlı polinomlar olan  $\gamma^2(p)$  için m.inci dereceden cebirsel eşitliğe dönüştüğü Bölüm 1.3'de belirtilmiştir. Bu karakteristik denklemden elde edilen cebirsel eşitliğin elde edilmesinde kullanılan ifade Denklem (1.2)'de ve düzenlenmiş biçimi Denklem (1.3)'te verilmiştir. İletim hattı eşdeğerliği yönteminin sonucu olarak bir cebirsel eşitliğin  $Z(p)Y(p)$ 'nin karakteristik denklem olarak ortaya çıkması, uygulanan yöntemin özünü oluşturmaktadır. Yaklaşık değerli yayılım sabitlerinin kareleri cebirsel eşitliğin çözümüdür. Böylelikle  $Z(p)Y(p)$ 'nin kutuplarından ve  $G(\gamma^2, p)=0$ 'ın diskriminantının sıfırlarından basit bir şekilde çözümün tekil noktaları elde edilir.  $\omega_0$  civarı için  $\omega_0$ 'daki tekilliği incelersek; çalışma frekansı  $\omega$ ,  $\omega_0$ 'a yaklaşırken faz sabiti  $\beta(\omega)$  sonsuza yaklaştığı görülür. Aslında  $\omega_0$ 'da sonsuz bir değer  $\omega_0$ 'ın tekil nokta olduğunu gösterir ve Denklem (1.3)'te  $a_0(j\omega_0)$  sıfıra eşit olur. Ayrıca  $j\omega_0$  kutup veya kutup dal noktası olduğunda  $a_0(j\omega_0)=0$  olur. Fakat Yener tarafından gösterilmiştir ki [70]; boyuna alan birleşenlerini enine birleşenlere kuple etmeyen ve girdileri  $p$ 'nin rasyonel fonksiyonları olan Hermisyen  $\tilde{\epsilon}$  ve  $\tilde{\mu}$  matrislerinden oluşan kapalı kayıpsız kılavuz sistemlerinde  $a_0(j\omega_0)=0$  olduğunda,  $j\omega_0$  kutup dal noktası olamaz ve o bir kutup noktası olmalıdır.

Herhangi bir kapalı dalga kılavuzu yapısı için elde edilen cebirsel denklem sistemi ve bu sistemin özdeğerleri ve karakteristik denklemi ile cebirsel fonksiyon teorisinin bazı temel özellikleri yapının dispersiyon karakteristiğinin incelenmesinde avantajlar sağlarlar. Ayrıca bu cebirsel ilişkiler teorik analizde de kullanılabilir. Örneğin kompleks dalgaların varlığı [96] veya kompleks dalga ile geriye doğru dalganın beraber var olacağı [81, 97] farklı dalga kılavuzu yapıları için teorik olarak yapıların cebirsel denklem sistemlerinin özellikleri kullanılarak gösterilmiştir. Başka bir örnekte Yener [64], enine ve boyuna alanlar arasında etkileşim olan ortamla (eş zamanlı heterojen ve anizotropik) yüklü metalik dalga kılavuzu içerisinde geriye doğru dalgaların varlığı için gerek ve yeter koşulu yapının cebirsel denklem sistemini kullanarak vermiştir.

Kapalı dalga kılavuzları için iletim hattı eşdeğerliği yöntemini kullanarak elde edilen cebirsel eşitliklerden ve oluşan katsayılar matrisinin karakteristik denkleminin bir cebirsel denklem olduğu ve bu karakteristik denkleme ilişkin özellikler bu bölümde teorik olarak verilmiştir. Bölüm 4 ve 5'te karakteristik denkleminin bir cebirsel denklem olmasından yararlanıp, plazma sütun yüklü silindirik kapalı dalga kılavuzu için iletim hattı eşdeğerliği yöntemini kullanarak elde edilen cebirsel eşitlikler sisteminin özdeğerlerinin kare köklerine karşı düşen yayılma sabitleri, cebirsel fonksiyon teorisi yardımı ile incelenmiştir. Bölüm 4'te yapı için farklı frekanslarda dispersiyon eğrilerinde var olan kutuplar noktaları öncelikle analitik olarak incelenmiştir ve bu kutup noktaları civarında dispersiyon karakteristikleri iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve negatif kuvvet terimli Laurent serileri kullanılarak elde edilmiştir. Bölüm 5'te yapı için farklı frekanslarda noktalarında dispersiyon eğrilerinde var olan dallanma noktaları ve bu noktalar civarında dispersiyon karakteristikleri, yayılım sabitlerinin sonsuz seriler formunda ifade edilerek cebirsel fonksiyon teorisi yardımıyla incelenmiştir.

#### 4. PLAZMA SÜTUN YÜKLÜ SİLİNDİRİK DALGA KILAVUZU İÇİN CEBİRSEL FONKSİYON TEORİSİ YARDIMIYLA KUTUPLARIN İNCELENMESİ

Bu bölümde plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için farklı frekanslarda dispersiyon eğrilerinde var olan kutup noktaları ve karakteristikleri, yayılım sabitlerinin sonsuz seriler formunda ifade edilerek cebirsel fonksiyon teorisi yardımıyla incelenmiştir. Çalışmada yapının dispersiyon karakteristiği asimptotik dispersiyon eşitliğinden, iletim hattı eşdeğerliğinden ve çeşitli derecelerden Laurent serileri kullanılarak elde edilmiştir. Laurent serileri dispersiyon eğrilerini kutup noktaları civarında yalnızca az sayıda katsayı ile modellemeye imkan vermektedir. Ayrıca kutupların derecesini belirleyebilmek için sayısal bir teknik sunulmuştur.

Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu yapısında var olan kutuplar öncelikle analitik olarak incelenmiştir.

##### 4.1. Kutupların Analitik Olarak İncelenmesi

Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için  $\Omega=R$  ve  $\Omega=1$  normalize frekans noktalarında var olan asimptotik noktalar çeşitli çalışmalarda rapor edilmiştir [23-25, 27, 28]. Aslında bu asimptotik noktaların her biri birer tekil noktaya karşı gelmektedir. Denklem (2.3)'te  $\varepsilon_1$  ifadesi ve Denklem (2.4)'te  $\varepsilon_2$  ifadeleri  $\Omega=R$  için göz önüne alınırsa

$$\lim_{\Omega \rightarrow R} \varepsilon_1 = \lim_{\Omega \rightarrow R} \left[ 1 + \frac{1}{\Omega^2 - R^2} \right] = \infty \quad (4.1)$$

$$\lim_{\Omega \rightarrow R} \varepsilon_2 = \lim_{\Omega \rightarrow R} \left[ -\frac{R}{\Omega(R^2 - \Omega^2)} \right] = \infty \quad (4.2)$$

Bu noktada bir tekilliğe neden olduğu açıkça görülmektedir.  $\Omega=1$ 'de noktasında meydana gelen tekillik için ifadesi Denklem (A.23)'de verilen ayrıştırma sabitleri göz önüne alınırsa  $\Omega=1$  için Denklem (4.3)'te verilen ifade elde edilir.

$$\lim_{\Omega \rightarrow 1} u_i^2 = -\gamma_0^2 \frac{(\Gamma^2 - 1)R^2}{2} \mp \gamma_0^2 \frac{(\Gamma^2 - 1)R^2}{2}, \quad i = 1, 2 \quad (4.3)$$

Eşitlikte açıkça görüldüğü gibi  $\Omega=1$  noktasında ayrıştırma sabitlerinden birinin değeri sıfıra eşit olur. Kapalı formu Denklem (A.14) ifadesinde verilen tam dispersiyon eşitliğinde içerisinde birinci tip Bessel fonksiyonun parametresi olarak ifadeye eklenen ayrıştırma sabitleri  $u_i=0$  için sonsuz değerini alırlar ve bu da  $\Omega=1$ 'de tekilliğe neden olur.

$$\lim_{u_i \rightarrow 0} \left[ \frac{\pm u_i J_{n+1}(u_i b)}{J_n(u_i b)} \right] = \infty \quad (4.4)$$

$\Omega=R$  ve  $\Omega=1$  arasında dispersiyon eğrilerinin incelenmesinde bu tekilliklerin ayrık oldukları gözlenmektedir. Öte yandan Bölüm 2.4.1, 2.4.2 ve 2.4.3'te belirtildiği gibi incelenen yapıda iletim hattı eşdeğerliği yöntemi yayılma sabitine çok iyi bir yaklaşıklık sağladığı ve bu yöntemin üzerine kurgulanan cebirsel fonksiyon teorisine göre cebirsel bir fonksiyon ancak cebirsel tekil noktalara sahip olabildiği için bu aynı tekil noktalar kutup olmalıdır.

Varlıkları analitik olarak gösterilen  $\Omega=R$  ve  $\Omega=1$  noktalarındaki kutuplar civarında dispersiyon eğrisi asimptotik olarak sonsuza yönelmektedir. Bu noktalar civarında yayılım sabitinin değerleri gerçek dispersiyon eşitliğinden nümerik olarak elde edilememektedir. Çünkü yayılım sabitinin büyük değerleri için tam dispersiyon eşitliği içerisinde var olan Bessel fonksiyonları veya  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  gibi bazı ifadelerin değerleri kutup noktaları civarında sonsuza yönelmektedir ve ilgili parametrelerin değerleri bilgisayarın hesaplama sınırlarının dışına çıkmaktadır. Bu sınır hesaplamaların gerçekleştirildiği MATLAB programı için  $10^{307}$  değeridir. Kutup noktaları civarında tam çözümün sayısal hesabında ortaya çıkan bu problem literatürde gerçekleştirilen çalışmalarda yayılma sabitinin sonsuza yöneldiği durum için tam çözümün limiti alınarak asimptotik dispersiyon eşitliğinin elde edilmesi ile ortadan kaldırılmaya çalışılmıştır [25]. Çalışmamızda ele alınan yapının farklı parametrik bölgeleri için asimptotik dispersiyon eşitlikleri Ek-A'da sunulmuştur.

Bu bölümde kutup noktaları civarında dispersiyon eğrilerinin karakteristikleri iletim hattı eşdeğerliği yönteminden ve cebirsel fonksiyon teorisi özellikleri kullanılarak

elde edilmiştir. Elde edilen karakteristikler asimptotik dispersiyon eşitliğinden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılarak kutup noktaları civarında dispersiyon eğrilerinin karakteristikleri incelenmiştir.

#### 4.2. Cebirsel Fonksiyon Teorisi Yardımıyla Kutup Noktaları Civarında Dispersiyon Eğrilerinin Elde Edilmesi ve Kutupların Karakteristikleri

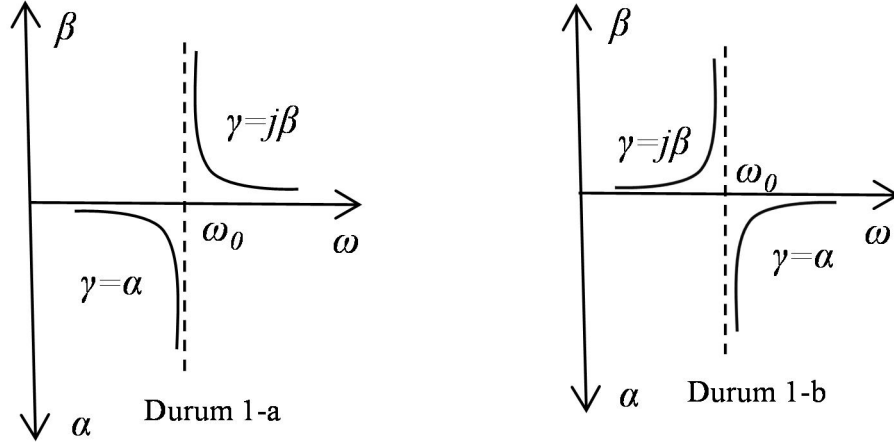
Kutup noktaları civarında yayılım sabitlerinin davranışları cebirsel fonksiyon teorisi özellikleri kullanılarak negatif kuvvet terimli ve sonlu değerli Laurent seri açılımdan elde edilmiştir. Eğer yayılım sabiti kutup noktası civarında saf reel veya saf sanal ise yayılım sabitinin karesi,  $\gamma^2(j\omega)$ , negatif veya pozitif fakat saf reeldir. Denklem (1.3) 'te verilen cebirsel denklem ifadesinin ilk teriminin katsayısının,  $a_0(p)$ , sıfıra eşit olduğu,  $j\omega_0$  kutup noktası civarında yayılım sabitinin davranışı negatif kuvvet terimli Laurent seri açılımı kullanılarak modellenebilir.  $j\omega_0$  noktasındaki bir kutup için Laurent seri açılımı Denklem (4.5)'te verilmiştir.

$$\gamma^2(j\omega) = \sum_{n=-n_1}^{\infty} C_n (j\omega - j\omega_0)^n = \sum_{n=-n_1}^{\infty} C_n (j)^n (\omega - \omega_0)^n \quad (4.5)$$

İfadesi Denklem (4.5)'te verilen negatif kuvvet terimli Laurent serisi için  $\gamma^2(j\omega)$ 'nin alabileceği pozitif ve negatif saf reel değerler için olası durumlar Yener [102] tarafından incelenmiştir ve bu bölümde ana hatlarıyla tekrar verilmiştir. Denklem (4.5)'te açıkça görülmektedir ki,  $\gamma^2(j\omega)$ 'nin saf reel olabilmesini garanti edebilmek için Laurent serisinin negatif kuvvet terimlerinin çift değerleri için  $C_n$  saf reel ve Laurent serisinin negatif kuvvet terimlerinin tek değerleri için  $C_n$  saf sanal olmak zorundadır. Seri açılımda en düşük dereceli negatif indis değeri  $-n_1$  'e sahip olan terim kutbun hemen civarında Laurent seri açılımda baskın terimdir. Bu yüzden olası durumlar bu terim dikkate alınarak incelenmiştir.  $j\omega_0$  noktasında var olan herhangi bir kutup için  $n_1$ 'in değeri aynı zamanda kutbun derecesini göstermektedir. En küçük dereceli negatif kuvvet teriminin tek olduğu ve dolayısıyla  $C_n$ 'nin saf sanal olduğu durum için Laurent seri açılımı incelenirse, kutup noktasının hemen civarı için baskın terim aşağıdaki şekilde olur.

$$(-1)^{(n_1-1)/2} C_{-n_1} (\omega - \omega_0)^{-n_1} \quad (4.6)$$

Bu durumda, eğer  $(-1)^{(n_1-1)/2} C_{-n_1}$  negatif ise,  $\gamma^2(j\omega)$  değeri  $\omega < \omega_0$  için pozitif ve  $\omega > \omega_0$  için negatif olur. Bu durum Şekil 4.1 Durum 1-a'da temsili olarak gösterilmiştir. Eğer  $(-1)^{(n_1-1)/2} C_{-n_1}$  pozitif ise,  $\gamma^2(j\omega)$  değeri  $\omega < \omega_0$  için negatif ve  $\omega > \omega_0$  için pozitif olur. Bu durum Şekil 4.1 Durum 1-b'de temsili olarak gösterilmiştir.

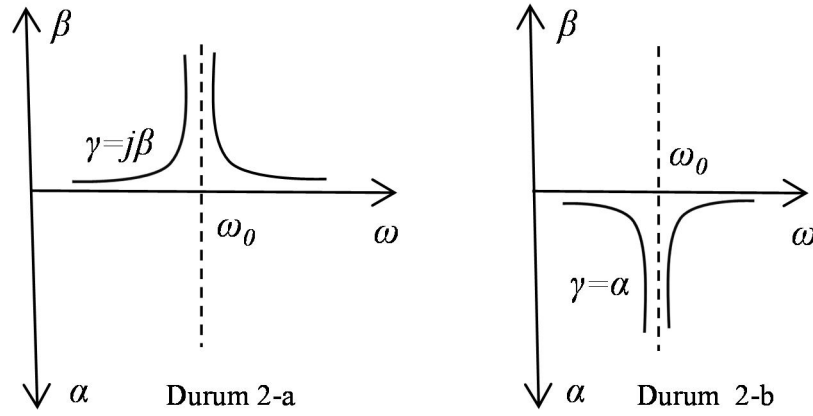


Şekil 4.1. Koşul 1 için olası iki durum

En küçük dereceli kuvvet teriminin çift olduğu ve dolayısıyla  $C_n$ 'nin reel olduğu durum için Laurent seri açılımı incelenirse, kutup noktasının hemen civarı için baskın terim aşağıdaki şekilde olur.

$$(-1)^{n_1/2} C_{-n_1} (\omega - \omega_0)^{-n_1} \quad (4.7)$$

Denklem (4.7) durumunda, eğer  $(-1)^{n_1/2} C_{-n_1}$  negatif ise, çift  $n_1$  olduğu için  $(\omega - \omega_0)^{-n_1}$  değeri her zaman pozitiftir ve  $\gamma^2(j\omega)$  değeri  $\omega_0$ 'ın sağında ve solunda negatif değerli olur. Bu durum Şekil 4.2 Durum 2-a'da temsili olarak gösterilmiştir. Eğer  $(-1)^{n_1/2} C_{-n_1}$  pozitif ise, çift  $n_1$  olduğu için  $\gamma^2(j\omega)$  değeri  $\omega_0$ 'ın sağında ve solunda pozitif olur. Bu durum Şekil 4.2 Durum 2-b'de temsili olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Koşul 2 için olası iki durum

Saf sanal yayılım sabiti için dispersiyon karakteristiği durum 1-b'de ve durum 2-a'nın sol tarafında ileri yönlü dalgaları, durum 1-a ve durum 2'nin sağ tarafında geriye doğru dalgaları göstermektedir. Yayılım sabitinin saf reel olduğu durum 1 ve durum 2'de verilen dispersiyon karakteristikleri sönümlü dalgaları göstermektedir.

#### 4.3. Plazma Sütun Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu için Kutup Noktaları Civarında Dispersiyon Eğrileri

Bu bölümde plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için daha önce varlıkları analitik olarak gösterilen kutup noktaları civarında dispersiyon karakteristikleri asimptotik dispersiyon eşitlikleri, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve negatif kuvvet terimli Laurent serileri kullanılarak incelenmiştir. Negatif kuvvet terimli Laurent serisi kutup noktası civarında yayılım sabitinin davranışını modelleyebilir.  $j\omega_0$  noktasında var olan bir kutup için Laurent serisinin en küçük negatif kuvvet teriminin değeri aynı zamanda kutbun derecesini göstermektedir. Bir kutbun derecesini yayılım sabitinin sayısal değerlerine bakarak doğrudan söyleyebilmek için bir yöntem bulunmamaktadır. Yener'in bir örnek için [66]'da verdiği yöntem doğru değildir. İlgili çalışmada  $a_0(p)=p^2+\omega_0^2$  alınması hatalıdır. Çalışmamızda plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzunun dispersiyon karakteristiklerinde var olan kutupların derecelerini belirleyebilmek için sayısal bir yaklaşım önerilmiştir. Bu yaklaşımda iletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilen yayılım sabitlerinin sayısal değerleri kullanılarak en büyük dereceli negatif kuvvet teriminin üç farklı değeri için  $-n_l = -1, -2, -3$ , üç farklı Laurent seri açılım katsayıları kümesi elde edilmiştir. Tüm kümeler için en büyük pozitif dereceli terimin değerli iki olarak



alınmıştır. Bu kümelerdeki katsayılar üçüncü dereceden Laurent serisi için  $\{C_{3-3}, C_{3-2}, C_{3-1}, C_{30}, C_{31}, C_{32}\}$ , ikinci dereceden Laurent serisi için  $\{C_{2-2}, C_{2-1}, C_{20}, C_{21}, C_{22}\}$ , birinci dereceden Laurent serisi için  $\{C_{1-1}, C_{10}, C_{11}, C_{12}\}$  şekilde adlandırılmışlardır. Her bir katsayı kümesi için Laurent serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri iletim hattı eşdeğerliği yönteminden ve asimptotik dispersiyon eşitliklerinden elde edilen dispersiyon eğrileri ile karşılaştırmalı verilerek kutbun derecesi belirlenir.

Laurent seri açılımının katsayıları iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sayısal değerler kullanılarak elde edilir. Denklem (4.5) aşağıdaki şekilde tekrar düzenlenebilir.

$$\gamma^2(j\omega)(j\omega - j\omega_0)^{n_1} = \sum_{n=-n_1}^{\infty} C_n (j\omega - j\omega_0)^{n+n_1} \quad (4.8)$$

Bu durumda  $C_{-n_1}$  Denklem (4.8)'in sol tarafının  $\omega, \omega_0$ 'a yaklaşırken limitinin sayısal olarak hesaplanmasıyla elde edilir.

$$C_{-n_1} = \lim_{\omega \rightarrow \omega_0} \gamma^2(j\omega)(j\omega - j\omega_0)^{n_1} \quad (4.9)$$

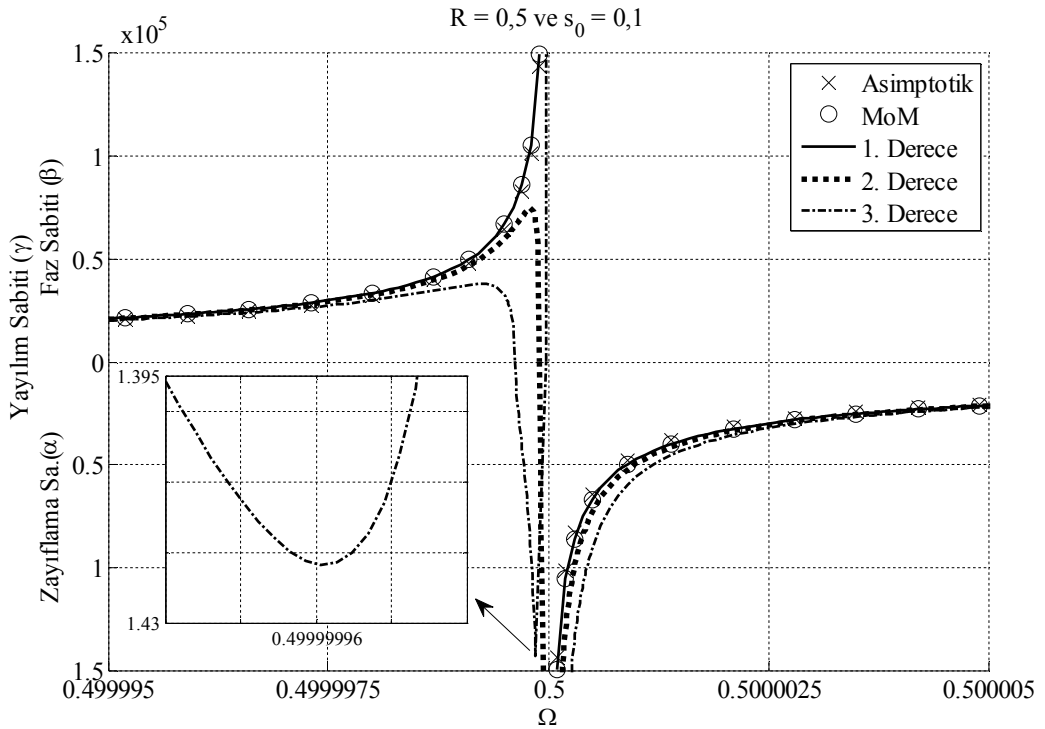
Diğer katsayıları elde edebilmek için ise Denklem (4.9)'un  $j\omega$ 'ya göre türevinin alınması ve elde edilen ifadenin  $\omega, \omega_0$ 'a yaklaşırken limitinin alınmasıyla hesaplanır. Denklem (4.10)'da en büyük dereceli negatif kuvvet teriminin katsayısı haricindeki diğer katsayıların hesaplanmasında kullanılan genel ifade verilmiştir.

$$C_n = \frac{1}{(n+n_1)!} \lim_{\omega \rightarrow \omega_0} \left\{ \frac{d^{(n+n_1)}}{d(j\omega)^{(n+n_1)}} \left[ \gamma^2(j\omega)(j\omega - j\omega_0)^{n_1} \right] \right\} \quad (4.10)$$

İletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilen değerler için türev ve limit hesaplamaları sayısal olarak gerçekleştirilmiştir. Sayısal türev hesaplamalarında merkez fark formülasyonu kullanılmıştır.

Şekil 4.3'de  $R=0,5$  ve  $s_0=0,1$  için  $\Omega=0,5$ 'de var olan kutup civarında Denklem (A.31)'de verilen asimptotik dispersiyon eşitliğinden, iletim hattı eşdeğerliği yönteminden ve üç farklı negatif dereceden Laurent serileri kullanılarak elde edilen dispersiyon eğrileri verilmiştir. Bu yapı için  $\Omega=0,5$ 'in altındaki frekanslar için yayılım sabiti ileri

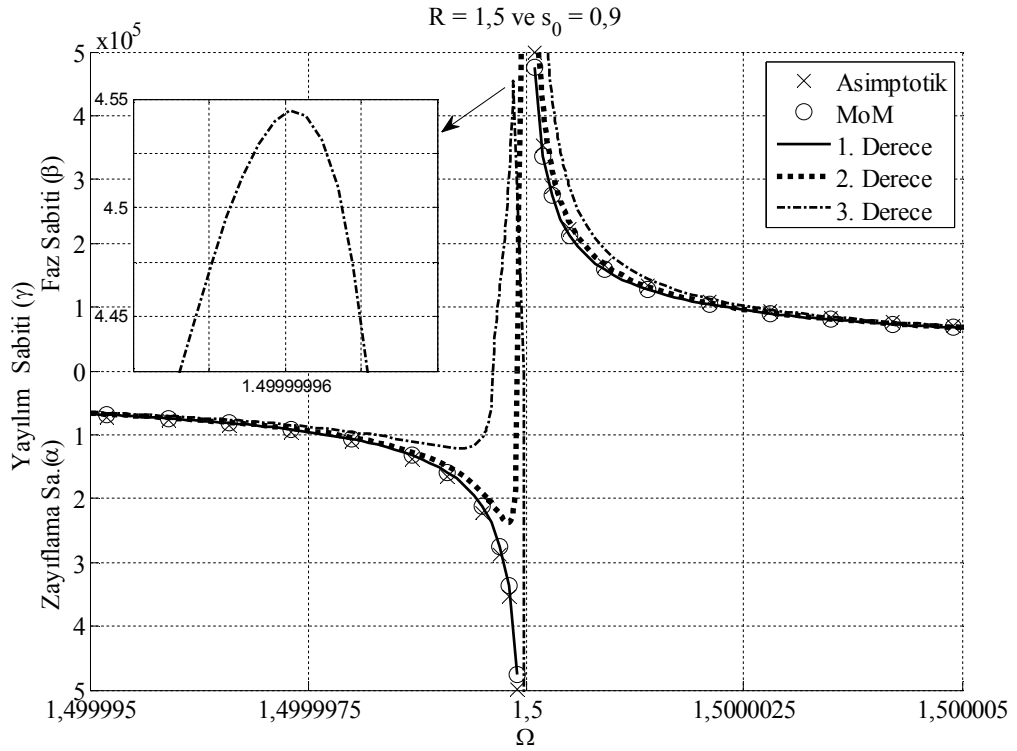
yönlü dalga, üzerindeki frekanslar için ise sönümlü dalga olarak hareket eder. Üçüncü dereceden Laurent seri açılım ile elde edilen dispersiyon eğrisi  $\Omega=0,5$ 'in altındaki frekanslar için kutbun uzağında ileri yönlü dalga iken kutba yaklaşırken sönümlü dalgaya dönüşmektedir. Kutbun yakın civarında ise en küçük dereceli negatif kuvvet ( $C_{3,3}$ ) terimi baskın terim olmakta ve dispersiyon eğrisi tekrar ileri yönlü dalgaya dönüşmektedir. Şekil 4.3'te sönümlü dalgadan iletilen dalgaya geçiş alt çizim olarak açık bir şekilde gösterilmiştir. Elde edilen karakteristik en küçük dereceli negatif kuvvet teriminin baskın olduğu kutbun yakın civarı için önceki bölümde tek sayı derece değeri için verilen teori ile örtüşmektedir. Üçüncü dereceden Laurent seri açılım ile elde edilen dispersiyon eğrisi  $\Omega=0,5$ 'in üstündeki frekanslar için ise sönümlü dalga karakteristiğinde olmasına rağmen asimptotik dispersiyon eşitliğinden ve iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçlarla birinci dereceden Laurent serisine göre daha uyumsuzdur.



Şekil 4.3.  $R=0,5$  ve  $s_0=0,1$  için kutup civarında asimptotik dispersiyon eşitliğinden, iletim hattı eşdeğerliğinden ve Laurent serilerinden elde edilen dispersiyon eğrileri

İkinci dereceden Laurent serisi kutbun uzağında ileri yönlü dalga ve asimptotik sonuç ve iletim hattı eşdeğerliği ile uyumlu iken kutba yaklaşırken sönümlü dalgaya dönüşmektedir ve asimptotik dispersiyon eşitliğinden ve iletim hattı eşdeğerliği

yönteminden elde edilen sonuçlardan uzaklaşmaktadır.  $\Omega=0,5$ 'in üstündeki frekanslar için ikinci dereceden Laurent serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri sönümlü dalga şeklindedir fakat asimptotik dispersiyon eşitliğinden ve iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçlarla birinci dereceden Laurent serisine göre daha uyumsuzdur. Kutbun yakın civarı için ikinci dereceden Laurent serisinden elde edilen dispersiyon karakteristikleri Bölüm 4.2'de verilen teoriyle örtüşmektedir. Asimptotik dispersiyon eşitliğinden ve iletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilen sonuçlarla en uyumlu sonuçlar Şekil 4.3'te görüldüğü gibi birinci dereceden Laurent serisinden elde edilen sonuçlardır.

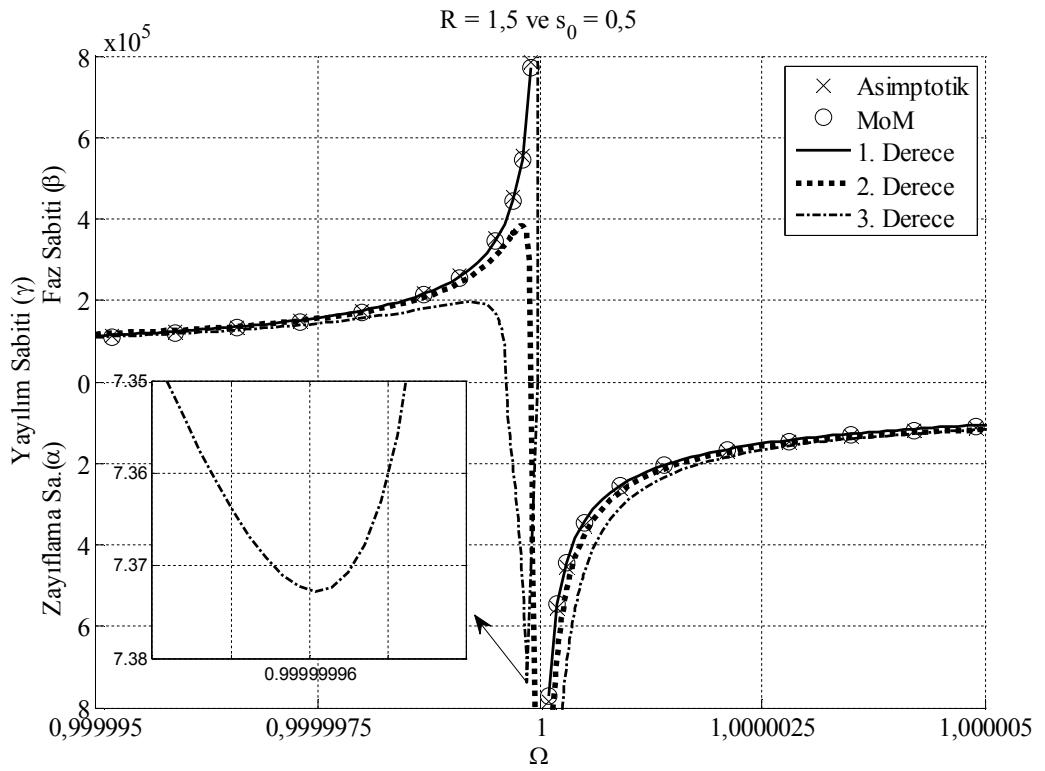


Şekil 4.4.  $R=1,5$  ve  $s_0=0,9$  için kutup civarında asimptotik dispersiyon eşitliğinden, iletim hattı eşdeğerliğinden ve Laurent serilerinden elde edilen dispersiyon eğrileri

Şekil 4.4'te  $R=1,5$  ve  $s_0=0,9$  için  $\Omega=1,5$ 'de var olan kutup civarında Denklem (A.34) 'te verilen asimptotik dispersiyon eşitliğinden, iletim hattı eşdeğerliği yönteminden ve üç farklı dereceden Laurent serileri kullanılarak elde edilen dispersiyon eğrileri verilmiştir. Bu yapı için  $\Omega=1,5$ 'in altındaki frekanslar için yayılım sabiti sönümlü dalga, üzerindeki frekanslar için ise geriye doğru dalga olarak hareket eder. Üçüncü dereceden Laurent seri açılımı ile elde edilen dispersiyon eğrisi  $\Omega=1,5$ 'in altındaki

frekanslar için kutbun yakın civarında gerçek dispersiyon karakteristiğiyle uyumlu iken kutup noktasından uzaklaştıkça uyumsuz olur. İkinci dereceden Laurent serisi kutbun her iki tarafında iletilen dalgadır. İletim hattı eşdeğerliği yöntemi ile en uyumlu sonuçlar birinci dereceden Laurent serisinden elde edilen sonuçlardır.

$\Omega=1$ 'de var olan kutuplar  $R<1$  olduğunda  $\Omega=1$ 'in altındaki frekanslar için yayılım sabiti sönümlü dalga, üzerindeki frekanslar için ise geriye doğru dalga olarak hareket eder.  $R>1$  için ise  $\Omega=1$ 'in altındaki frekanslar için yayılım sabiti ileri yönlü dalga, üzerindeki frekanslar için ise sönümlü dalga olarak hareket eder.



Şekil 4.5.  $R=1,5$  ve  $s_0=0,5$  için kutup civarında asimptotik dispersiyon eşitliğinden, iletim hattı eşdeğerliğinden ve Laurent serilerinden elde edilen dispersiyon eğrileri

Şekil 4.5'te  $R=1,5$  ve  $s_0=0,5$  için  $\Omega=1$ 'de var olan kutup civarında Denklem (A.34) 'de verilen asimptotik dispersiyon eşitliğinden, iletim hattı eşdeğerliğinden ve üç farklı dereceden Laurent serileri kullanılarak elde edilen dispersiyon eğrileri verilmiştir. Bu yapı için  $\Omega=1$ 'in altındaki frekanslar için yayılım sabiti ileri yönlü dalga, üzerindeki frekanslar için ise sönümlü dalga olarak hareket eder. Üçüncü dereceden Laurent seri açılımı ile elde edilen dispersiyon eğrisi  $\Omega=1$ 'in altındaki

frekanslar için kutbun uzağında ileri yönlü dalga iken kutba yaklaşırken sönümlü dalgaya dönüşmektedir. Kutbun yakın civarında dispersiyon eğrisi tekrar ileri yönlü dalgaya dönüşmektedir. Üçüncü dereceden Laurent seri açılım ile elde edilen dispersiyon eğrisi  $\Omega=1$ 'in üstündeki frekanslar için ise sönümlü dalga karakteristiğinde olmasına rağmen asimptotik dispersiyon eşitliğinden ve iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçlarla birinci dereceden Laurent serisine göre daha uyumsuzdur.

İkinci dereceden Laurent serisi  $\Omega=1$ 'in altındaki frekanslar için kutbun uzağında ileri yönlü dalga ve asimptotik sonuç ve iletim hattı eşdeğerliği ile uyumlu iken kutba yaklaşırken sönümlü dalgaya dönüşmektedir ve asimptotik dispersiyon eşitliğinden ve iletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilen sonuçlardan uzaklaşmaktadır.  $\Omega=1$ 'in üstündeki frekanslar için ikinci dereceden Laurent serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri sönümlü dalga şeklindedir fakat asimptotik dispersiyon eşitliğinden ve iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçlarla birinci dereceden Laurent serisine göre daha uyumsuzdur. Tüm frekans aralığında asimptotik dispersiyon eşitliğinden ve iletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilen sonuçlarla uyumlu sonuçlar Şekil 4.5'te görüldüğü gibi birinci dereceden Laurent serisinden elde edilen sonuçlardır.

Laurent serisinde en büyük dereceli negatif indis kutup civarında seri açılımda baskın terimdir ve kutup derecesini belirler. Sayısal hesaplamalar ve karşılaştırmalar, yarıçap oranları  $s_0=0,1, 0,5, 0,9$ , ve normalize açısız frekans  $R=0,5, 1,5$  olduğu yapılarda  $\Omega=R$  ve  $\Omega=1$ 'de var olan kutuplar için gerçekleştirilmiştir. Şekillerde de görüldüğü gibi birinci dereceden Laurent serileri kullanılarak elde edilen dispersiyon karakteristikleri asimptotik dispersiyon eşitliklerinden ve iletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilen karakteristiklerle en uyumlu olanlardır. Bu plazma yüklü silindirik dalga kılavuzu yapıları için incelenen kutupların basit kutup ve kutup derecesinin ise bir olduğunu göstermektedir.

Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzunun  $\Omega=R$  ve  $\Omega=1$ 'de var olan kutupları için en küçük negatif kuvvet değeri bir ve en büyük pozitif kuvvet değeri iki alınarak elde edilen birinci dereceden Laurent seri açılım katsayıları Tablo 4.1'de verilmiştir.

Tablo 4.1. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzunda  $\Omega=R$  ve  $\Omega=1$ 'de var olan kutuplar için birinci dereceden Laurent seri açılım katsayıları

$\Omega$	$s_0 = 0.1$			$s_0 = 0.5$			$s_0 = 0.9$		
	0.5	1	1.5	0.5	1	1.5	0.5	1	1.5
R=0.5	C <sub>-1</sub>	$-2,231 \times 10^{15}i$	$-2,856 \times 10^{15}i$	$-9,216 \times 10^{13}i$	$1,142 \times 10^{14}i$	$-3,217 \times 10^{13}i$	$3,526 \times 10^{13}i$		
	C <sub>0</sub>	$-4,891 \times 10^5$	$1,348 \times 10^5$	$-1,779 \times 10^5$	$5,393 \times 10^6$	$-7,953 \times 10^4$	$1,664 \times 10^6$		
	C <sub>1</sub>	$0,7345i$	$1,809 \times 10^4i$	$0,1033i$	$7,239 \times 10^2i$	$-0,1145i$	$2,234 \times 10^2i$		
	C <sub>2</sub>	$1,012 \times 10^{-4}$	$-2,0187$	$-7,549 \times 10^{-8}$	$-0,0807$	$1,784 \times 10^{-6}$	$-0,0249$		
R=1.5	C <sub>-1</sub>	$-1,659 \times 10^{16}i$	$1,087 \times 10^{14}i$	$-5,955 \times 10^{14}i$	$-7,46 \times 10^{14}i$	$-1,823 \times 10^{14}i$	$2,263 \times 10^{14}i$		
	C <sub>0</sub>	$1,518 \times 10^{11}$	$-1,564 \times 10^8$	$8,704 \times 10^8$	$-8,511 \times 10^6$	$1,427 \times 10^8$	$-1,978 \times 10^6$		
	C <sub>1</sub>	$3,386 \times 10^7i$	$-33,55i$	$2,122 \times 10^5i$	$1,0992i$	$-3,152 \times 10^4i$	$-0,273i$		
	C <sub>2</sub>	$-4,434 \times 10^3$	$-1,429 \times 10^{-5}$	$-26,773$	$-2,855 \times 10^{-5}$	$-3,8498$	$-8,523 \times 10^{-6}$		

## 5. PLAZMA SÜTUN YÜKLÜ SİLİNDİRİK DALGA KILAVUZU İÇİN CEBİRSEL FONKSİYON TEORİSİ YARDIMIYLA DALLANMA NOKTALARININ İNCELENMESİ

Bu bölümde plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzları için farklı frekanslarda noktalarında dispersiyon eğrilerinde var olan dallanma noktaları ve bu noktalar civarında dispersiyon karakteristikleri, yayılım sabitlerinin sonsuz seriler formunda ifade edilerek cebirsel fonksiyon teorisi yardımıyla incelenmiştir. Çalışmada farklı parametrelere sahip plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzlarında var olan dallanma noktaları civarında dispersiyon karakteristikleri, tam çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serileri kullanılarak elde edilmiştir. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu yapısı çok parametrelili, karmaşık yapı ve özellikle kompleks köklerinin elde edilmesi oldukça zor olan bir tam çözüme sahiptir. Puiseux serileri bu karmaşık tam çözümden elde edilen gerçek dispersiyon eğrilerini dallanma noktaları civarında yalnızca az sayıda katsayı ile modellemeye imkan vermektedir. Aşağıda Puiseux seri katsayılarının elde edilmesinde yapıya ait cebirsel eşitliklerden nasıl kullanıldığı teorik olarak sunulmuştur ve sonraki bölümde sayısal örnekler ile uygulanan yöntemin geçerliliği gösterilmiştir.

### 5.1. Kompleks Dalga Modları ve Cebirsel Fonksiyon Teorisinin Bazı Özelliklerinin İncelenmesi

Bu bölümde  $\gamma(j\omega)$ 'nin kompleks değerli olduğu frekans bölgesinin bittiği kritik noktaların özellikleri incelenerek kompleks modlar ve cebirsel fonksiyon teorisi için bazı sonuçlar çıkartılacaktır. Kompleks mod bölgesinden yayılım sabiti saf reel veya saf sanal kompleks olmayan mod bölgesine geçiş  $\gamma^2(p)$ 'nin regüler olduğu  $j\omega_B$  noktasında meydana gelemez [70]. Bu özellik bir cebirsel eşitliğin kökü olan veya olmayan  $p$ 'ye bağlı her  $\gamma^2(p)$  fonksiyonel ilişkisine uygulanabilir.  $p = j\omega_B$  civarında (regüler nokta)  $\gamma^2(p)$ 'nin Taylor serisinin var olması koşulu kullanılarak ispatlar elde edilecektir.

Yener [97] çalışmasında, cebirsel fonksiyon teorisini ve kapalı kılavuz yapısı için cebirsel eşitlikleri kullanarak geriye dalgaların var olduğu frekans bölgelerinin bitişiğinde kompleks modların var olduğu frekans bölgelerinin var olduğunu ispatlamıştır. Bu bölümde kapalı dalga kılavuzu yapılarının cebirsel eşitlikleri kullanılarak kompleks dalga modları ve cebirsel fonksiyon teorisi için Yener tarafından [70] verilen bazı kavramlar tekrar ele alınacak ve detaylandırılacaktır. Kompleks modların varlığı  $\gamma^2(j\omega)$ 'nin kompleks veya saf sanal olması ve  $\gamma(j\omega)$ 'nin kompleks olması koşulları için incelenecektir. A ve B gibi iki frekans noktası için  $\omega > \omega_B$  ve  $\omega > \omega_C$  veya  $\omega < \omega_B$  ve  $\omega < \omega_C$  ile kast edilen  $\omega_B$  veya  $\omega_C$ 'nin hemen yanındaki frekans bölgesidir.

### 5.1.1. Kompleks ve kompleks olmayan modlar arasındaki geçiş özelliklerinin incelenmesi

Eğer  $\gamma^2(p)$ ,  $j\omega_B$ 'da bir regüler nokta ise frekans ekseninde bir kompleks dalga modu frekans aralığı  $\omega_B$  noktasında sonlanamaz. Farz edelim ki  $\omega_B$  kompleks modların bitiş noktası olsun. O zaman  $j\omega_B$ 'nin  $|p - j\omega_B| < R$  komşuluğunda  $\gamma^2(p)$  regülerdir fakat  $\gamma^2(j\omega)$ ,  $\omega > \omega_B$  veya  $\omega < \omega_B$  bölgelerinden biri için reel iken diğeri için reel değildir.  $0 < \rho < R$  için  $|p - j\omega_B| < \rho$  içerisinde  $\gamma^2(p)$ , Taylor serisi ile düzgün olarak temsil edilebilir.

$$\gamma^2(p) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^n (\gamma^2(j\omega_B))}{dp^n} (p - j\omega_B)^n \quad (5.1)$$

$p = j\omega$  için seri Denklem (5.2)'de verilen şekle dönüşür.

$$\gamma^2(j\omega) = \gamma^2(j\omega_B) + \frac{d\gamma^2(j\omega_B)}{d\omega} (\omega - \omega_B) + \frac{1}{2} \frac{d^2\gamma^2(j\omega_B)}{d\omega^2} (\omega - \omega_B)^2 + \dots \quad (5.2)$$

$\gamma^2(j\omega)$ ,  $\omega > \omega_B$  için reel olduğu varsayımı altında,  $(\omega - \omega_B)^n$  çarpanları doğrusal bağımsız olduklarından  $n=0, 1, 2, \dots$  için sadece ve sadece  $\left( \frac{d^n (\gamma^2(j\omega))}{d\omega^n} \right)_{\omega=\omega_B}$  reel ise

Denklem (5.2) serisi  $\omega_B < \omega < \rho$  aralığından her  $\omega$  değeri için reeldir. Fakat bu durum (5.2) serisinden de görülebileceği gibi  $\omega > \omega_B$  için  $\gamma^2(j\omega)$ 'nin reel olarak tanımlanmasından dolayı  $\omega < \omega_B$  'de kompleks değerlerin var olmasını önlemektedir.



Bu yüzden kompleks yayılım sabitinden kompleks olmayan saf reel veya saf sanal yayılım sabitine geçiş  $\gamma^2(p)$  regüler olduğu  $j\omega_B$  noktasında meydana gelemez. Ayrıca  $j\omega_B$ 'de  $\gamma^2(j\omega)$ , cebirsel eşitliğin  $G(\gamma^2, p)=0$  bir sonlu ve çok katlı kökü (iki katlı kök) olduğundan  $j\omega_B$ ,  $G(\gamma^2, p)=0$ 'nin diskriminantının bir köküdür.

### 5.1.2. Kompleks dalga frekans aralığının bitiş noktaları için bazı özelliklerin incelenmesi

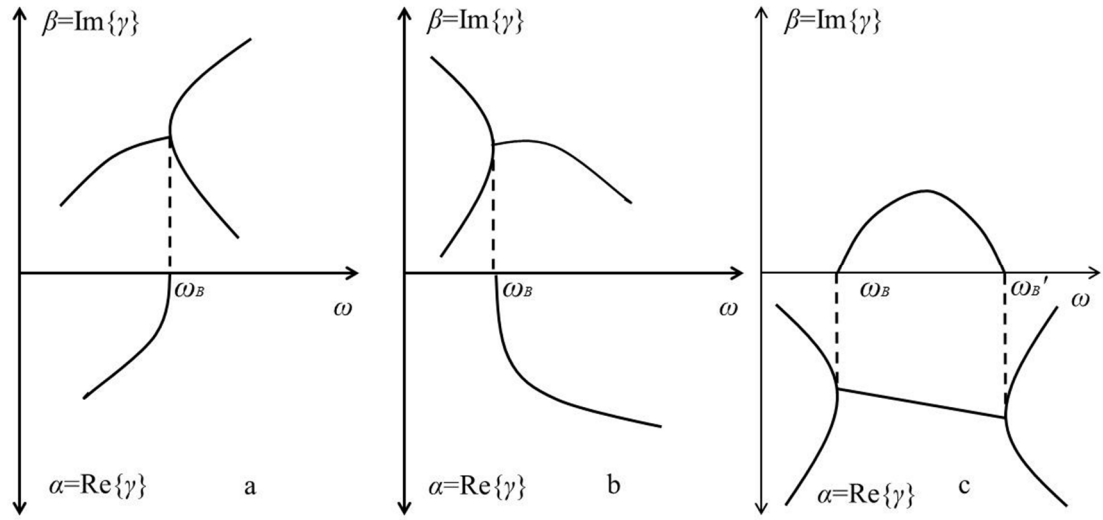
Cebirsel dallanma noktası civarında negatif kuvvet terimleri barındırmayan Puiseux seri açılımı ile modellenen kompleks dalga mod bölgelerinin sonlanmasıyla ilgili koşullar bu bölümde ele alınmıştır.  $j\omega_B$  dallanma noktası civarında  $\gamma_1^2(j\omega)$  için negatif kuvvet terimi içermeyen seri ifadesi Denklem (5.3)'te verilmiştir.

$$\gamma_1^2(j\omega) = \gamma_1^2(j\omega_B) + \sum_{n=1}^{\infty} jA_n [\omega_B - \omega]^{n/q} \quad (5.3)$$

Eğer  $j\omega_B$ ,  $\gamma^2(p)$ 'nin sonlu olduğu bir cebirsel dallanma noktası ise  $\gamma^2(j\omega_B)$  bir kusurlu özdeğerdir ve bunun anlamı  $\gamma^2(j\omega)$ 'nin  $\omega_B$ 'deki türevinin sonsuz olduğudur. Ayrıca  $j\omega$  ekseninde  $j\omega_B$  en az bir tarafında ( $\omega > \omega_B$  veya  $\omega < \omega_B$ ) her zaman en az iki reel çözüm  $\gamma^2(j\omega)$  var olur [70]. Bu iki reel çözüm iki katlı ( $q=2$ ) kök olarak  $\omega$ ,  $\omega_B$ 'ye yaklaşırken ortak reel özdeğer  $\gamma^2(j\omega_B)$ 'ye yaklaşır. Eğer kompleks propagasyon sabitlerinin var olduğu frekans aralığının son bulunduğu en uç nokta  $\omega_B$ 'de,  $\beta(j\omega_B)$  yayılım sabitinin sanal parçası ve  $\alpha(j\omega_B)$  yayılım sabitinin reel parçası olmak üzere, yayılım sabitinin karesi aşağıdaki şekli alır.

$$\gamma^2(j\omega_B) = -\beta^2(j\omega_B) \neq 0 \quad \text{veya} \quad \gamma^2(j\omega_B) = \alpha^2(j\omega_B) \neq 0 \quad (5.4)$$

Şekil 5.1'de  $\gamma^2(p)$ 'nin sonlu olduğu  $j\omega_B$  cebirsel dallanma noktası civarında dispersiyon karakteristiği verilmiştir. Şekil 5.1-a dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzu yapısında var olan kompleks modlara bir örnek iken [85], b'deki karakteristik plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu yapısına bir örnek oluşturmaktadır. Şekil 5.1-c ise yine aynı plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu yapısına özgü dallanma noktalarını içermektedir. Bu eğride kompleks mod frekans aralığının uç noktaları zayıflama sabitinin çatallanma noktalarında bulunmaktadır.



Şekil 5.1.  $\gamma^2(p)$ 'nin sonlu olduğu  $j\omega_B$  cebirsel dallanma noktası civarında dispersiyon karakteristiği

Dallanma noktası  $j\omega_B$  için kompleks dalga mod bölgesi sonlanma noktası  $\omega_B$  için yayılım sabitinin reel ve sanal kısmının davranışı Denklem (5.3) göz önüne alınarak  $q=2$  için incelenebilir. Şekil 5.1-a'da verilen durum ve  $\omega > \omega_B$  için  $\gamma^2(j\omega)$ 'nin reel olmasını garanti etmek için tüm  $A_n$  katsayılarının saf reel olduğunu varsayalım. Bu durumda kompleks dalga modları  $\omega < \omega_B$  bölgesinde var olurlar. Yayılım sabitinin reel ve sanal kısımlarının  $\omega$ 'ya göre türevi alınırsa  $\gamma^2(j\omega_B) < 0$ ,  $\gamma^2(j\omega_B) > 0$  ve  $\gamma^2(j\omega_B) = 0$  için üç ayrı durum ortaya çıkar.  $\gamma^2(j\omega_B) = 0$  durumunda her iki türev sonsuz değerini almalıdır. Fakat her iki türevin sonsuz olması durumunun mümkün olmadığı Yener tarafından gösterilmiştir [70]. Şekil 5.1-a  $\gamma^2(j\omega_B) < 0$ 'a karşı düşmektedir.  $\gamma^2(j\omega_B) < 0$  olduğu durumda  $\left| \lim_{\omega \rightarrow \omega_B^-} \left( \frac{d\alpha(j\omega)}{d\omega} \right) \right| = \infty$  ve  $\left| \lim_{\omega \rightarrow \omega_B^-} \left( \frac{d\beta(j\omega)}{d\omega} \right) \right| < \infty$  olur.

Benzer işlemler Şekil 5.1-b'de verilen durum için uygulanabilir.  $\omega < \omega_B$  için  $\gamma^2(j\omega)$ 'nin reel olmasını garanti etmek için tüm  $A_n$  katsayılarının saf sanal olduğunu varsayalım. Bu durumda kompleks dalga modları  $\omega > \omega_B$  bölgesinde var olurlar. Yayılım sabitinin reel ve sanal kısımlarının  $\omega$ 'ya göre türevini alırsak,  $\gamma^2(j\omega_B) < 0$  için  $\left| \lim_{\omega \rightarrow \omega_B^+} \left( \frac{d\alpha(j\omega)}{d\omega} \right) \right| = \infty$  ve aynı zamanda  $\left| \lim_{\omega \rightarrow \omega_B^+} \left( \frac{d\beta(j\omega)}{d\omega} \right) \right| < \infty$  olur.

Şekil 5.1-c plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu yapısına özgü dallanma noktalarını içermektedir. Bu eğride kompleks mod frekans aralığının uç noktaları zayıflama sabitinin çatallanma noktalarında bulunmaktadır. Bu durum için kompleks dalga modları  $\omega_B < \omega < \omega_B'$  bölgesinde var olurlar.  $\omega_B$ 'de meydana gelen çatallanmayı

göz önüne alırsak  $\omega < \omega_B$  için  $\gamma^2(j\omega)$ 'nin reel olmasını garanti etmek için tüm  $A_n$  katsayılarının saf sanal olduğunu varsayalım. Bu durumda kompleks dalga modları  $\omega > \omega_B$  bölgesinde var olurlar. Yayılım sabitinin reel ve sanal kısımlarının  $\omega$ 'ya göre türevini alırsak, Şekil 5.1-c'de  $\gamma^2(j\omega_B) > 0$  için  $\left| \lim_{\omega \rightarrow \omega_{B+}} \left( \frac{d\alpha(j\omega)}{d\omega} \right) \right| < \infty$  ve aynı zamanda  $\left| \lim_{\omega \rightarrow \omega_{B+}} \left( \frac{d\beta(j\omega)}{d\omega} \right) \right| = \infty$  olur. Aynı şekilde  $(\omega_B)$  de meydana gelen çatallanmayı göz önüne alalım ve (5.3)'te  $\omega_B$  yerine  $\omega_{B'}$  yazarak  $\omega > \omega_{B'}$  için  $\gamma^2(j\omega)$ 'nin reel olmasını garanti etmek için tüm  $A_n$  katsayılarının saf reel olduğunu varsayalım. Bu durumda kompleks dalga modları  $\omega < \omega_{B'}$  bölgesinde var olurlar. Yayılım sabitinin reel ve sanal kısımlarının  $\omega$ 'ya göre türevini alırsak, Şekil 5.1-c'de  $\gamma^2(j\omega_{B'}) > 0$  için  $\left| \lim_{\omega \rightarrow \omega_{B'-}} \left( \frac{d\alpha(j\omega)}{d\omega} \right) \right| < \infty$  ve  $\left| \lim_{\omega \rightarrow \omega_{B'-}} \left( \frac{d\beta(j\omega)}{d\omega} \right) \right| = \infty$  olur.

## 5.2. Puiseux Seri Açılım Katsayılarının Yapının Cebirsel Eşitlikleri Kullanılarak Elde Edilmesi

Dalga kılavuzunun, sonsuz sayıdaki iletim hattı olarak modellenmesiyle; adi diferansiyel denklem sistemi dalga kılavuzunu dolduran ortam jirotropik (jiroelektrik veya jiromanyetik) ise Denklem (1.1)'de verilen lineer cebirsel denklem sistemine dönüştüğü Bölüm 2.2'de sunulmuştur. Denklem (1.1) sistemi için yaklaşık yayılım sabitinin karesinin sağladığı sonlu boyutlu (mxm) sistem olan  $Z(p)Y(p)$  matrisi için karakteristik eşitliğin, katsayıları  $p$ 'ye bağlı polinomlar olan  $\gamma^2(p)$ 'nin m.inci dereceden cebirsel eşitliğe dönüştüğü Bölüm 3.10'da sunulmuştur. Bu sisteminin karakteristik eşitliği ise Denklem (1.3) ifadesinde verilmiştir. İletim hattı eşdeğerliği yönteminin sonucu olarak bir cebirsel eşitliğin  $Z(p)Y(p)$ 'nin karakteristik denklemi olarak ortaya çıkması, uygulanan yöntemin özünü oluşturmaktadır. Yaklaşık değerli yayılım sabitlerinin kareleri cebirsel eşitliğin çözümüdür. Böylelikle  $Z(p)Y(p)$ 'nin kutuplarından ve  $G(\gamma^2, p)=0$ 'ın diskriminantının sıfırlarından basit bir şekilde çözümün tekil noktaları elde edilir.

Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzları için dallanma noktaları civarında yayılım sabitinin karakteristikleri cebirsel fonksiyon özellikleri kullanılarak Puiseux seri açılımı ile elde edilebilir. Dallanma noktası civarında yayılım sabitinin Puiseux serisi ifadesi Denklem (5.5)'de verilmiştir.

$$\gamma_1^2(p) = \gamma_1^2(j\omega_0) + A_1\sqrt{p-j\omega_0} + A_2(p-j\omega_0) + \dots + A_n(p-j\omega_0)^{n/2} \quad (5.5)$$

Burada  $\gamma$  yayılım sabitini,  $p$  kompleks frekansı,  $\omega_0$  dallanma noktası frekansını,  $A_1 \dots A_n$  seri açılım katsayılarını göstermektedir. Puiseux serisinin katsayılarını cebirsel fonksiyon teorisinin temel özellikleri kullanılarak Moment Metodu sonuç ifadelerinden elde edilecektir. Bu amaçla  $p' = \sqrt{p-j\omega_0}$  olarak (5.5) ifadesini tekrar yazarsak,

$$\gamma_1^2(p') = \gamma_1^2(j\omega_0) + A_1 p' + A_2 (p')^2 + \dots + A_n (p')^n \quad (5.6)$$

ifadesi elde edilir. Puiseux seri katsayılarında öncelikle  $A_1$  katsayısını elde etmek için Denklem (5.6) ifadesinin her iki tarafını  $p'=0$ 'da ( $p'$ )'ye göre türevini alırsak Denklem (5.7) ifadesini elde ederiz.

$$A_1 = \left[ \frac{d\gamma_1^2(p')}{dp'} \right]_{p'=0} = \left[ \frac{d\gamma_1^2(p)}{dp} (2p') \right]_{\substack{p=j\omega_0 \\ \gamma^2=\gamma_1^2(j\omega_0)}} \quad (5.7)$$

Denklem (1.3)'te verilen  $\gamma^2$  ve  $p$  ye bağlı kapalı fonksiyon göz önüne alınırsa, kapalı fonksiyonun türevi kullanılarak Denklem (5.7) ifadesi Denklem (5.8) şeklinde yazılabilir.  $A_1$  ifadesini çözebilmek için Eşitlik (1.3)'de verilen sistemin karakteristik denklemini ele alalım.

$$A_1 = \left[ -\frac{G_p}{G_{\gamma^2}} (2p') \right]_{\substack{p=j\omega_0 \\ \gamma^2=\gamma_1^2(j\omega_0)}} \quad (5.8)$$

$G(\gamma^2, p) = \det[Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I] = 0$  kapalı fonksiyonunun köklerinin yayılım sabitlerine karşılık geldiği bilinmektedir. Buna göre Eşitlik (1.3) ifadesini karakteristik denklemin kökleri cinsinden aşağıdaki şekilde tekrar düzenleyebiliriz.

$$G(\gamma^2, p) = (\gamma^2(p) - \gamma_1^2(p))(\gamma^2(p) - \gamma_2^2(p))(\gamma^2(p) - \gamma_3^2(p)) \dots (\gamma^2(p) - \gamma_n^2(p)) \quad (5.9)$$

Dallanma noktalarında ( $p=j\omega_0$ ) ikinci dereceden katlı kök ( $\gamma_1^2(j\omega_0) = \gamma_2^2(j\omega_0)$ ) olduğundan  $G(\gamma^2, p)$  kapalı fonksiyonu  $p=j\omega_0$  ve  $\gamma^2 = \gamma_1^2(j\omega_0)$  komşuluğunda aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$G(\gamma^2, p) = (\gamma^2(p) - \gamma_1^2(j\omega_0))^2 (\gamma^2(p) - \gamma_3^2(j\omega_0)) \cdots (\gamma^2(p) - \gamma_n^2(j\omega_0)) \quad (5.10)$$

$p=j\omega_0$  noktasında  $\gamma^2 = \gamma_1^2(j\omega_0)$  olduğundan  $G$ 'nin  $\gamma^2$  'ye göre türevi ( $G_{\gamma^2}$ ) sifira eşit olur. Bu yüzden  $G_{\gamma^2}$  katlı kök noktası  $p=j\omega_0$  ve  $\gamma^2 = \gamma_1^2(j\omega_0)$  komşuluğunda yaklaşık olarak aşağıdaki ifadeye eşit olur.

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(\gamma^2, p)}{\partial \gamma^2} &= 2(\gamma^2(p) - \gamma_1^2(j\omega_0))(\gamma_1^2(j\omega_0) - \gamma_3^2(j\omega_0)) \cdots (\gamma_1^2(j\omega_0) - \gamma_n^2(j\omega_0)) \\ &+ (\gamma^2(p) - \gamma_1^2(j\omega_0))^2 (\gamma_1^2(j\omega_0) - \gamma_4^2(j\omega_0)) \cdots (\gamma_1^2(j\omega_0) - \gamma_n^2(j\omega_0)) + \cdots \\ &+ (\gamma^2(p) - \gamma_1^2(j\omega_0))^2 (\gamma_1^2(j\omega_0) - \gamma_3^2(j\omega_0)) \cdots (\gamma_1^2(j\omega_0) - \gamma_{n-1}^2(j\omega_0)) \end{aligned} \quad (5.11)$$

Denklem (5.11) ifadesinde ikinci toplamda ve sonraki toplamlarda var olan  $(\gamma^2(p) - \gamma_1^2(j\omega_0))^2$  ifadesi  $p=j\omega_0$  komşuluğunda çok çok küçük bir değer alacağından  $G_{\gamma^2}$  ifadesi yaklaşık olarak aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\frac{\partial G(\gamma^2, p)}{\partial \gamma^2} = G_{\gamma^2} = 2(\gamma^2(p) - \gamma_1^2(j\omega_0))(\gamma_1^2(j\omega_0) - \gamma_3^2(j\omega_0)) \cdots (\gamma_1^2(j\omega_0) - \gamma_n^2(j\omega_0)) \quad (5.12)$$

ve

$$E = (\gamma_1^2(j\omega_0) - \gamma_3^2(j\omega_0))(\gamma_1^2(j\omega_0) - \gamma_4^2(j\omega_0)) \cdots (\gamma_1^2(j\omega_0) - \gamma_n^2(j\omega_0)) \quad (5.13)$$

olarak alınırsa, Denklem (5.12) ifadesi aşağıdaki şekli alır.

$$G_{\gamma^2} = 2(\gamma^2(p) - \gamma_1^2(j\omega_0))E \quad (5.14)$$

Denklem (5.14) ifadesini Denklem (5.8) ifadesine yerine koyarsak ifade aşağıdaki şekli alır.

$$A_1 = \left[ -\frac{G_p}{2(\gamma^2(p) - \gamma_1^2(j\omega_0))E} (2p') \right]_{\substack{p=j\omega_0 \\ \gamma^2=\gamma_1^2(j\omega_0)}} \quad (5.15)$$

Ayrıca Denklem (5.6)'den  $p=j\omega_0$  komşuluğu için  $\gamma_1^2(p) - \gamma_1^2(j\omega_0)$  ifadesini çekip Denklem (5.15) ifadesinde yerine koyarsak ve elde edilen ifadeyi  $p'=0$  için düzenlersek aşağıdaki ifade elde edilir.

$$A_1 = \left[ -\frac{G_p}{2(A_1 p' + A_2 (p')^2 + \dots + A_n (p')^n)E} (2p') \right]_{\substack{p=j\omega_0 \\ \gamma^2=\gamma_1^2(j\omega_0)}} = \left[ -\frac{G_p}{A_1 E} \right]_{\substack{p=j\omega_0 \\ \gamma^2=\gamma_1^2(j\omega_0)}} \quad (5.16)$$

İfadeyi  $A_1$  için tekrar düzenlersek Denklem (5.17) ifadesi elde edilir.

$$A_1 = \sqrt{-\frac{G_p}{E}} \quad (5.17)$$

$A_1$  ifadesindeki  $G$ 'nin  $p$ 'ye göre türevi ( $G_p$ ),  $G(\gamma^2, p) = \det[Z(p)Y(p) - \gamma^2 I]$  tanım ifadesi kullanılarak determinantın türevinden elde edilir. Bu durumda  $G_p$  aşağıdaki ifadeye eşit olacaktır.

$$G_p = \text{tr} \left( \text{Adj} \left( Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I \right) \left( \frac{dZ(p)}{dp} Y(p) + Z(p) \frac{dY(p)}{dp} - \frac{d\gamma^2(p)}{dp} I - \gamma^2(p) \frac{dI}{dp} \right) \right) \quad (5.18)$$

Burada,  $\text{tr}$  (trace) matris izini ve  $\text{Adj}$  (Adjugate) ek matrisi göstermektedir. Denklem (5.18)'te birim matrisin  $p$ 'ye göre türevi sıfırdır ayrıca  $\gamma^2$  'nin  $p$ 'ye göre türevi  $G(\gamma^2, p)$  kapalı fonksiyonunun  $p$ 'ye göre türevi ele alınarak elde edilir.

$$\frac{\partial G(\gamma^2, p)}{\partial p} = \frac{\partial G(\gamma^2, p)}{\partial \gamma^2} \frac{\partial \gamma^2}{\partial p} + \frac{\partial G(\gamma^2, p)}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial p} \quad (5.19)$$

Denklem (5.19) ifadesi düzenlenirse,

$$\frac{\partial G(\gamma^2, p)}{\partial \gamma^2} \frac{\partial \gamma^2}{\partial p} = 0 \quad (5.20)$$

İfadesi elde edilir. İfadede  $G$ 'nin  $\gamma^2$  'e göre türevini (determinantın türevi) açık olarak yazarsak Denklem (5.21) ifadesi elde edilir.

$$\operatorname{tr} \left( \operatorname{Adj} \left( Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I \right) \left( \frac{\partial(Z(p)Y(p))}{\partial \gamma^2} - I \frac{\partial \gamma^2}{\partial p} \right) \right) \frac{\partial \gamma^2}{\partial p} = 0 \quad (5.21)$$

$Z(p)$  ve  $Y(p)$  ifadeleri  $\gamma^2$ 'den bağımsız ifadeler olduğu için çarpımlarının  $\gamma^2$ 'ye göre türevi sıfırdır.  $\gamma^2$ 'nin kendisine göre türevi ise bir olduğundan yukarıdaki ifade aşağıdaki şekli alır.

$$\operatorname{tr} \left( \operatorname{Adj} \left( Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I \right) \right) \frac{\partial \gamma^2}{\partial p} = 0 \quad (5.22)$$

Burada  $\operatorname{tr} \left( \operatorname{Adj} \left( Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I \right) \right) \neq 0$  olduğundan Denklem (5.22)'un sağlanabilmesi için  $\frac{\partial \gamma^2}{\partial p} = 0$  olmak zorundadır. Bu sonuçlara göre Denklem (5.18) tekrar düzenlenirse,  $G_p$  aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$G_p = \operatorname{tr} \left( \operatorname{Adj} \left( Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I \right) \left( \frac{dZ(p)}{dp} Y(p) + Z(p) \frac{dY(p)}{dp} \right) \right) \quad (5.23)$$

Böylece  $A_1$  Denklemler (5.13) ve (5.23) verilen ifadeler kullanılarak elde edilebilir. Denklem (5.5)'de verilen Puiseux serisinin ikinci katsayısı  $A_2$ 'yi elde etmek için Denklem (5.6)'nin her iki tarafının  $p'=0$ 'da  $(p')$ 'ye göre ikinci türevini alırsak Denklem (5.24) ifadesini elde ederiz.

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{1}{2} \left[ \frac{d\gamma_1^2(p')}{dp'^2} \right]_{p'=0} = \frac{1}{2} \frac{d}{dp'} \left[ \frac{d\gamma_1^2(p)}{dp} (2p') \right]_{p'=0} \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{d^2\gamma_1^2(p)}{dp^2} (2p')^2 + 2 \frac{d\gamma_1^2(p)}{dp} \right]_{p'=0} \end{aligned} \quad (5.24)$$

Kapalı fonksiyonun ikinci dereceden türev ifadesini [79] açık olarak yazılırsa,

$$\frac{d^2\gamma_1^2(p)}{dp^2} = - \frac{G_{pp} (G_{\gamma^2})^2 - 2G_{\gamma^2 p} G_p G_{\gamma^2} + G_{\gamma^2 \gamma^2} (G_p)^2}{(G_{\gamma^2})^3} \quad (5.25)$$

ve kapalı fonksiyonun birinci dereceden türevi ile birlikte Denklem (5.24)'de yerine konulursa  $A_2$  ifadesi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$A_2 = \frac{1}{2} \left[ -\frac{G_{pp}}{G_{\gamma^2}} (2p')^2 + \frac{2G_{\gamma^2 p}}{G_{\gamma^2}} \frac{G_p}{G_{\gamma^2}} (2p')^2 - \frac{G_{\gamma^2 \gamma^2}}{G_{\gamma^2}} \left( \frac{G_p}{G_{\gamma^2}} \right)^2 (2p')^2 - 2 \frac{G_p}{G_{\gamma^2}} \right]_{p'=0} \quad (5.26)$$

Denklem (5.14) göz önüne alınarak  $G$ 'nin  $\gamma^2$  ye göre ikinci dereceden türevi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$G_{\gamma^2 \gamma^2} = 2E \quad (5.27)$$

Denklemler (5.8), (5.14) ve (5.27) ele alınarak Denklem (5.26) ifadesi tekrar düzenlenirse  $A_2$  aşağıdaki şekli alır.

$$A_2 = \frac{1}{4(\gamma^2(p) - \gamma_1^2(j\omega_0))E} \left[ -4G_{pp} (p')^2 + 4G_{\gamma^2 p} (-A_1) p' - 2EA_1^2 - 2G_p \right]_{p'=0} \quad (5.28)$$

Elde edilen ifade Denklemler (5.6) ve (5.17) ele alınarak tekrar düzenlenirse,

$$A_2 = \frac{1}{E(A_1 + A_2 p' + A_3 (p')^2 + \dots)} \left[ -G_{pp} p' - G_{\gamma^2 p} A_1 \right]_{p'=0} \quad (5.29)$$

ifadesi elde edilir ve  $p'=0$  için  $A_2$  ifadesi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$A_2 = -\frac{G_{\gamma^2 p}}{E} \quad (5.30)$$

$A_2$  ifadesinde  $G(\gamma^2, p)$  kapalı fonksiyonun önce  $\gamma^2$  ve daha sonra  $p$  ye bağlı ikinci dereceden türevi ( $G_{\gamma^2 p}$ ) determinantın türevi kullanılarak aşağıdaki şekilde elde edilir.  $G$ 'nin  $\gamma^2$  ye göre türevinin açık ifadesi Denklem (5.31)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(\gamma^2, p)}{\partial \gamma^2} &= \frac{\partial \det(Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I)}{\partial \gamma^2} \\ &= \text{tr} \left( \text{Adj}(Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I) \left( \frac{dZ(p)}{d\gamma^2} Y(p) + Z(p) \frac{dY(p)}{d\gamma^2} - \frac{d\gamma^2(p)}{d\gamma^2} I - \gamma^2(p) \frac{dI}{d\gamma^2} \right) \right) \end{aligned} \quad (5.31)$$



Denklem (5.31) ifadesinde empedans, admittans matrislerinde ve birim matriste  $\gamma^2$  ye bağılı ifade olmadığından bu ifadelerin  $\gamma^2$  'ye göre türevleri sifıra eşittir. Bu durumda  $G$ 'nin  $\gamma^2$  ye göre türevi aşağıdaki ifadeye eşit olur.

$$\frac{\partial G(\gamma^2, p)}{\partial \gamma^2} = G_{\gamma^2} = -tr\left(Adj\left(Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I\right)\right) \quad (5.32)$$

Bu durumda  $G_{\gamma^2 p}$  ifadesi ise aşağıdaki şekle dönüşür.

$$\frac{\partial G(\gamma^2, p)}{\partial \gamma^2 \partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{\partial G(\gamma^2, p)}{\partial \gamma^2} \right] = - \frac{\partial \left( tr\left( Adj\left( Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I \right) \right) \right)}{\partial p} \quad (5.33)$$

$D$  bir matris olmak üzere  $\partial tr(D) = tr(\partial D)$  olduğu için  $G_{\gamma^2 p}$  ifadesi Denklem (5.34) şekilde yazılabilir.

$$\frac{\partial G(\gamma^2, p)}{\partial \gamma^2 \partial p} = G_{\gamma^2 p} = -tr \left( \frac{\partial Adj\left( Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I \right)}{\partial p} \right) \quad (5.34)$$

Tekil olmayan bir  $D$  matrisinin, matrisin tersi tanımı kullanılarak elde edilen, ek matrisinin türev ifadesi Denklem (C.12)'de verilmiştir. Fakat karakteristik Denklem aynı zamanda  $G(\gamma^2, p) = det(Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I) = 0$  yani  $(Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I)$  matrisi tekil bir matris olduğu için ek matrisin türevi, Denklem (C.12) kullanılarak değil aşağıda adımları analitik olarak gösterilen ek matrisin tanım ifadesi kullanılarak elde edilir.  $B$  bir tekil veya tekil olmayan  $n \times n$  boyutlu herhangi bir matris olmak üzere ek matris  $B$ , kofaktörler matrisinin devriği (transpozu) şeklinde tanımlıdır.

$$Adj(B) = C^T = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & \cdots & C_{n1} \\ C_{12} & C_{22} & \cdots & C_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{1n} & C_{2n} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Burada  $C_{ij}$ ,  $B$  matrisinin  $(i, j)$  elemanına karşı gelen kofaktörüdür ve aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} \det(b_{ij}) \quad (5.36)$$

Burada  $b_{ij}$ ,  $B$  matrisinin  $(i,j)$  elemanına karşı gelen minördür. Ek matrisin türevi ise, matrisin bir değişkene göre türevi her bir elemanın ilgili değişkene göre türevine eşit olduğu için aşağıdaki ifadeye eşittir.

$$D = \frac{dAdj(B)}{dp} = \frac{d(C^T)}{dp} = \begin{bmatrix} \frac{dC_{11}}{dp} & \frac{dC_{21}}{dp} & \dots & \frac{dC_{n1}}{dp} \\ \frac{dC_{12}}{dp} & \frac{dC_{22}}{dp} & \dots & \frac{dC_{n2}}{dp} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dC_{1n}}{dp} & \frac{dC_{2n}}{dp} & \dots & \frac{dC_{nn}}{dp} \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{d \det(b_{11})}{dp} & \frac{d \det(b_{21})}{dp} & \dots & (-1)^{n+1} \frac{d \det(b_{n1})}{dp} \\ \frac{d \det(b_{12})}{dp} & \frac{d \det(b_{22})}{dp} & \dots & (-1)^{n+2} \frac{d \det(b_{n2})}{dp} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (-1)^{1+n} \frac{d \det(b_{1n})}{dp} & (-1)^{n+2} \frac{d \det(b_{2n})}{dp} & \dots & \frac{d \det(b_{nn})}{dp} \end{bmatrix}$$

Denklem (5.37)'de determinantın türevi ifadelerini yerlerine yazarsak,

$$D = \frac{dAdj(B)}{dp} = \begin{bmatrix} \text{tr} \left( Adj(b_{11}) \frac{db_{11}}{dp} \right) & -\text{tr} \left( Adj(b_{21}) \frac{db_{21}}{dp} \right) & \dots & (-1)^{n+1} \text{tr} \left( Adj(b_{n1}) \frac{db_{n1}}{dp} \right) \\ -\text{tr} \left( Adj(b_{12}) \frac{db_{12}}{dp} \right) & \text{tr} \left( Adj(b_{22}) \frac{db_{22}}{dp} \right) & \dots & (-1)^{n+2} \text{tr} \left( Adj(b_{n2}) \frac{db_{n2}}{dp} \right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (-1)^{n+1} \text{tr} \left( Adj(b_{1n}) \frac{db_{1n}}{dp} \right) & (-1)^{n+2} \text{tr} \left( Adj(b_{2n}) \frac{db_{2n}}{dp} \right) & \dots & \text{tr} \left( Adj(b_{nn}) \frac{db_{nn}}{dp} \right) \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

ifadesi elde edilir. Karşımıza çıkan sistemde cevaplanması gereken diğer bir soru ise tekil veya tekil olmayan herhangi bir  $B$  matrisinin  $(i,j)$  elemanına karşı gelen  $b_{ij}$  minörünün herhangi bir değişkene göre türevi ile  $B$  matrisinin ilgili değişkene göre türevinin ilişkisidir.  $B$  matrisinin bir  $p$  değişkenine göre türevi Denklem (5.39)' te verilmiştir.

$$\frac{dB}{dp} = \begin{bmatrix} \frac{dB_{11}}{dp} & \frac{dB_{12}}{dp} & \dots & \frac{dB_{1n}}{dp} \\ \frac{dB_{21}}{dp} & \frac{dB_{22}}{dp} & \dots & \frac{dB_{2n}}{dp} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dB_{n1}}{dp} & \frac{dB_{n2}}{dp} & \dots & \frac{dB_{nm}}{dp} \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

Bu matrisin  $(i,j)$  elemanına karşı gelen minörü  $i$ 'inci satır ve  $j$ 'inci sütunun silinmesiyle elde edilen  $(n-1) \times (n-1)$  boyutlu matristir. Ek matrisin türevi ifadesinde karşımıza çıkan  $(i,j)$  elemanına karşı gelen minör matrisin türevi ise; önce  $B$  matrisinin  $(i,j)$  elemanına karşı düşen minörünün, yani  $i$ 'inci satır ve  $j$ 'inci sütunların silinip elde edilen matrisin, bulunması ve daha sonra  $p$  değişkenine göre elemanların türevlerinin alınması sırasıyla elde edilir. Sonuç olarak aşıkardır ki elde edilen her iki sonuç birbirine eşittir.  $[ ]_{ij}$  içindeki matrisin  $(i,j)$  elemanına karşı gelen minörünü göstermek üzere her iki matrisin de birbirine eşit olduğu Denklem (5.40)'da açık olarak görülmektedir.

$$\frac{db_{ij}}{dp} = \left[ \frac{dB}{dp} \right]_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{dB_{11}}{dp} & \dots & \frac{dB_{1,j-1}}{dp} & \frac{dB_{1,j+1}}{dp} & \dots & \frac{dB_{1n}}{dp} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dB_{i-1,1}}{dp} & \dots & \frac{dB_{i-1,j-1}}{dp} & \frac{dB_{i-1,j+1}}{dp} & \dots & \frac{dB_{i-1,n}}{dp} \\ \frac{dB_{i+1,1}}{dp} & \dots & \frac{dB_{i+1,j-1}}{dp} & \frac{dB_{i+1,j+1}}{dp} & \dots & \frac{dB_{i+1,n}}{dp} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dB_{n1}}{dp} & \dots & \frac{dB_{n,j-1}}{dp} & \frac{dB_{n,j+1}}{dp} & \dots & \frac{dB_{nm}}{dp} \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

Sonuç olarak tekil veya tekil olmayan bir  $B$  matrisinin ek matrisinin türevinin elemanları ( $D = dAdj(B)/dp$ ) Denklem (5.41)'de verilen ifade kullanılarak elde edilir.

$$D_{i,j} = (-1)^{i+j} \operatorname{tr} \left( \operatorname{Adj}(b_{ji}) \left[ \frac{dB}{dp} \right]_{ji} \right) \quad (5.41)$$

Burada  $D_{i,j}$ ,  $D$  matrisinin  $(i,j)$  elemanını,  $b_{ij}$  ise  $B$  matrisinin  $(i,j)$  elemanına karşı gelen minörünü,  $[ ]_{ij}$  ise içindeki matrisin  $(i,j)$  elemanına karşı gelen minörünü göstermektedir. Tekil matrisin ek matrisinin türevi için elde edilen sonuçları Denklem (5.34)'da verilen  $G_{\gamma^2 p}$  ifadesini ile özdeşleştirirsek;  $B, (Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I)$  tekil matrisine,  $D$  bu tekil matrisin ek matrisinin türevine karşı düşmektedir. Denklem (5.34)'da tekil matrisin ek matrisinin izi alınacağı için ifade Denklem (5.38)'de göz önüne alınarak aşağıdaki şekilde düzenlenebilir.

$$\begin{aligned} G_{\gamma^2 p} &= -\operatorname{tr}(D) = -\operatorname{tr} \left( \frac{d\operatorname{Adj}(B)}{dp} \right) = -\operatorname{tr} \left( \frac{\partial \operatorname{Adj}(Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I)}{\partial p} \right) \\ &= -\sum_{i=1}^n \operatorname{tr} \left( \operatorname{Adj} \left( [Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I]_{ii} \right) \left[ \frac{dZ(p)}{dp} Y(p) + Z(p) \frac{dY(p)}{dp} \right]_{ii} \right) \end{aligned} \quad (5.42)$$

Bilindiği gibi Denklem (1.1) sisteminin boyutu elde edilen öz değer sayısını yani problemin çözüm kümesinin büyüklüğünü belirlemektedir.  $A_1$  ve  $A_2$  ifadelerinde paydada yer alan ve açık ifadesi Denklem (5.13)'de verilen  $E$  değeri katlı kökün diğer köklerle farklarının çarpımı olarak tanımlıdır.  $E$  ifadesindeki çarpan sayısı sistemin boyutu ( $m \times m$ ) olmak üzere sistemin uzunluğundan iki eksiktir ( $m-2$ ) ve sistemin boyutu büyüdükçe  $E$ 'nin değeri sonsuza yaklaşmaktadır. Arıca  $A_1$  ve  $A_2$  ifadelerinde paylarında yer alan ek matris ifadeleri ilgili matrislerin minörlerinin determinantlarına karşı gelmektedir ve büyük değerli bu matrislerin de determinantları sistemin boyutu büyüdükçe sonsuza doğru yaklaşmaktadır. Bu durum  $A_1$  ve  $A_2$  'de pay ve paydalarda yer alan ifadelerin ayna anda hesaplatılması yani  $E$  ifadesinin ek matrisin içine (dolayısıyla determinant ifadesinin içine) alınmasını gerektirmektedir. Bu durumu göz önüne alarak bir matrisin izinin tanım özelliklerini kullanarak  $A_1$  ve  $A_2$  ifadelerini aşağıdaki şekilde düzenleyebiliriz.

$$A_1 = \sqrt{-\frac{G_p}{E}} = \sqrt{-tr \left( \frac{Adj(Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I)}{E} \left( \frac{dZ(p)}{dp} Y(p) + Z(p) \frac{dY(p)}{dp} \right) \right)} \quad (5.43)$$

$$A_2 = -\frac{G_{\gamma^2 p}}{E} = \sum_{i=1}^n tr \left( \frac{Adj([Z(p)Y(p) - \gamma^2(p)I]_{ii})}{E} \left[ \frac{dZ(p)}{dp} Y(p) + Z(p) \frac{dY(p)}{dp} \right]_{ii} \right) \quad (5.44)$$

Burada, ek matrisin  $E$  ifadesine bölümü, ek matrisin minörlerin determinantlarına karşı gelen her bir elemanın  $E$  ifadesine bölünmesidir.  $B$  ek matrisi aranan herhangi bir  $(n \times n)$  boyutlu matris olmak üzere ek matrisin bir  $E$  değerine oranı sonucunda elde edilen sonuç matrisinin elemanları, Denklem (5.36) göz önüne alınarak aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\frac{C_{ij}}{E} = (-1)^{i+j} \frac{\det(b_{ij})}{E} \quad (5.45)$$

Burada,  $\det()/E$  oranı cebirsel Denklem sisteminin boyutu arttıkça  $\infty/\infty$  değerine yaklaşmaktadır fakat oranları anlamlı bir değer olduğundan hesaplamalar yapılırken  $E$  ifadesi determinant hesabının içine alınmıştır. Bu işlem için  $(n-1) \times (n-1)$  boyutlu minör matrisin  $(b_{ij})$  tekil değer ayrıştırması (singular value decomposition) yapılarak matris çarpanlarına ayrıştırılmıştır.  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{n-1}$  ifadeleri  $b_{ij}$  matrisinin tekil değerlerini yani özdeğerlerin kareköklerini,  $u_1, u_2, \dots, u_{n-1}$  ifadeleri  $b_{ij}$  matrisinin her bir özdeğerlerine karşı gelen sol tekil vektörlerini ve  $v_1, v_2, \dots, v_{n-1}$  ise  $b_{ij}$  matrisinin her bir özdeğerlerine karşı gelen sağ tekil vektörlerini göstermek üzere  $b_{ij}$  matrisinin tekil değer ayrıştırması Denklem (5.46)'de verilmiştir.

$$b_{ij} = U \Sigma V^T = [u_1 u_2 \dots u_{n-1}] \begin{bmatrix} \sigma_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{n-1} \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

Bu durumda  $\det()/E$  işlemi aşağıdaki şekle dönüşür.

$$\frac{C_{ij}}{E} = (-1)^{i+j} \frac{\det(b_{ij})}{E} = (-1)^{i+j} \det(U) \frac{\det(\Sigma)}{E} \det(V^T) \quad (5.47)$$

Bir köşegen matrisin determinantı köşegen elemanlarının birbiriyle çarpımına eşit olduğu ve  $E=e_1*e_2*...*e_{n-2}$  şeklinde (n-2) adet değer birbiriyle çarpımı olarak tanımlı olduğu için ifade Denklem (5.48) şeklinde yazılabilir.

$$\frac{C_{ij}}{E} = (-1)^{i+j} \det(U) \frac{\sigma_1 * \sigma_2 * \sigma_3 * \dots * \sigma_{n-1}}{e_1 * e_2 * \dots * e_{n-2}} \det(V^T) = (-1)^{i+j} \det(U) \sigma_{n-1} \prod_{i=1}^{n-2} \frac{\sigma_i}{e_i} \det(V^T) \quad (5.48)$$

Böylelikle determinant değeri sonsuza yaklaşan ve katlı kökün diğer köklerle farklarının çarpım değeri sonsuzsa yaklaşan iki değer anlamlı oranları, öncelikle oran değerleri hesaplanması sonrasında çarpımların yapılması sonucunda sayısal olarak elde edilebilmektedir. Sonuç olarak  $\det()/E$  işlemi için sayısal hesaplamalarda ortaya çıkan belirsizlik ilgili matrisin çarpanlarına ayrıştırılarak ifade edilmesi ile ortadan kaldırılmıştır.

Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için herhangi bir frekans değerinde var olan dallanma noktası civarında dispersiyon karakteristiği Puiseux serileri kullanarak modellenebilir. Seri katsayıları için yapının iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen ve cebirsel eşitliklerden oluşan empedans  $Z(p)$  ve admitans  $Y(p)$  matrisleri ve  $Z(p)Y(p)$  çarpım matrisinin özdeğerleri yardımıyla Denklemler (5.43) ve (5.44) kullanılarak hesaplanır.

### **5.3. Plazma Sütun Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu için Dallanma Noktaları Civarında Dispersiyon Eğrilerinin Puiseux Serileri Kullanılarak Elde Edilmesi**

Farklı malzemelerle yüklenmiş kapalı bir dalga kılavuzu yapısında var olabilen dallanma noktaları cebirsel fonksiyon teorisin temel özellikleri kullanılarak Puiseux serileri ile elde edilebildiği önceki bölümlerde teorik olarak verilmiştir. Bu bölümde Puiseux serilerine sayısal örnekler plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu yapısı için Bölüm 2.6'da verilen kompleks modların doğduğu dallanma noktaları için elde edilmiştir.

Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzları için dallanma noktaları civarında yayılım sabitinin karakteristikleri Puiseux seri açılımı ile elde edilmiştir ve iletim hattı eşdeğerliği yönteminde ve gerçek çözümde elde edilen değerler ile birlikte

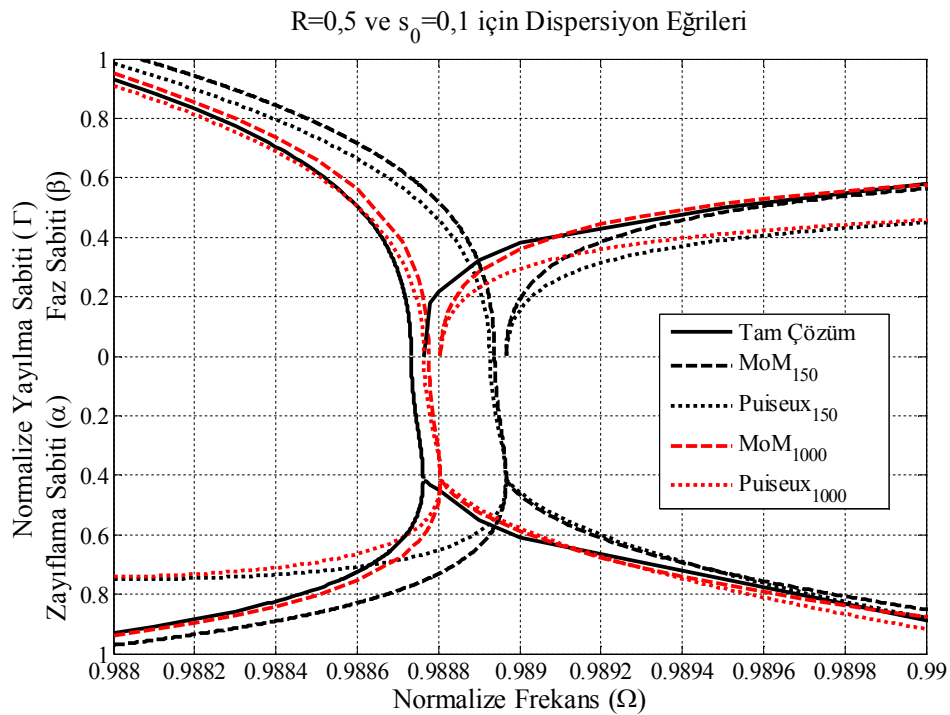
karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Sayısal hesaplamalarda sırasıyla aşağıda verilen işlemler gerçekleştirilmiştir.

- Dallanma noktasının iletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilen sonuçlar kullanılarak saptanması
- Dallanma noktası için Puiseux serisi katsayıları  $A_1$  ve  $A_2$ 'nin Denklemler (5.43) ve (5.44) kullanılarak hesaplanması
- Dallanma noktası civarında dispersiyon eğrisinin iletim hattı eşdeğerliği yöntemi, Puiseux serisi ve gerçek çözüm kullanılarak elde edilmesi

Plazma sütün yüklü silindirik dalga kılavuzu için kompleks değerli bu modlar gerçek çözümden Bölüm 2.6'da verilen yöntem kullanılarak elde edilmiştir. Anizotropik ortamla yüklü kapalı dalga kılavuzu yapılarının iletim hattı eşdeğerliği sisteminin Denklem (1.1)'de verilen en genel formu için sistemin boyutu aynı zamanda boş borunun çözümleri olan TE ve TM modlarının sayısı tarafından diğer bir deyişle kullanılan açınım öz fonksiyon sayısı (N) tarafından belirlenir. Sistemin boyutunun artması elde edilen sonuçların gerçek çözüme yaklaşmasını sağlarken hesaplama süresini arttırmaktadır. Çalışmada önerilen ve cebirsel fonksiyon teorisinin özellikleri temel alınarak yapının cebirsel eşdeğerliğini kullanan yöntemden elde edilen sonuçları iletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilen sonuçlar doğrudan etkilemektedir. Önerilen yöntemin geçerliliğinin ve iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçların etkisinin gösterilmesi amacıyla Şekil 5.2'de iki farklı açınım öz fonksiyon sayısı için dallanma noktası civarında dispersiyon eğrileri verilmiştir.

Bölüm 2.6'da açıklandığı gibi normalize hızlandırıcı frekansının  $R=0,5$  olduğu bağlı zayıf dc manyetik alan ve küçük yarıçap oranı için kompleks modların doğduğu ve sonlandığı dallanma noktalarının her ikisi de özel bir durum olarak zayıflama sabiti bölgesinde meydana gelmektedir. Şekil 2.14'de  $R=0,5$  ve  $s_0=0,1$  için  $0,988762 < \Omega < 1,015956$  aralığında var olan kompleks modların her iki dallanma noktası zayıflama sabiti bölgesinde olduğu açık olarak görülmektedir. Şekil 5.2'de  $R=0,5$  ve  $s_0=0,1$  için  $\Omega_0=0,988762$ 'de meydana gelen dallanma noktası civarında tam çözümden,  $N=150$  ve  $N=1000$  alınarak iletim hattı eşdeğerliğinden ( $MoM_{150}$  ve  $MoM_{1000}$ ) ve Puiseux serilerinden ( $Puiseux_{150}$  ve  $Puiseux_{1000}$ ) elde edilen dispersiyon

eğrileri verilmiştir. Şekilde de görüldüğü ve beklendiği gibi iletim hattı eşdeğerliğinde kullanılan açınım öz fonksiyon sayısının büyük olduğu durumda elde edilen sonuçlar tam çözümle daha uyumludur. Dolayısıyla katsayılarının hesabında iletim hattı eşdeğerliği eşitliklerinin temel alındığı Puiseux serilerinden elde edilen sonuçlarda açınım öz fonksiyon sayısının büyük olduğu durumda tam çözümle daha uyumludur. Fakat kullanılan öz fonksiyon sayısı büyüdükçe bilgisayar hesaplama süresi de çok hızlı olarak artmaktadır. N=150 için Puiseux serisi katsayılarının hesaplanması birkaç dakika sürerken N=1000 için yaklaşık 24 saat sürmektedir.

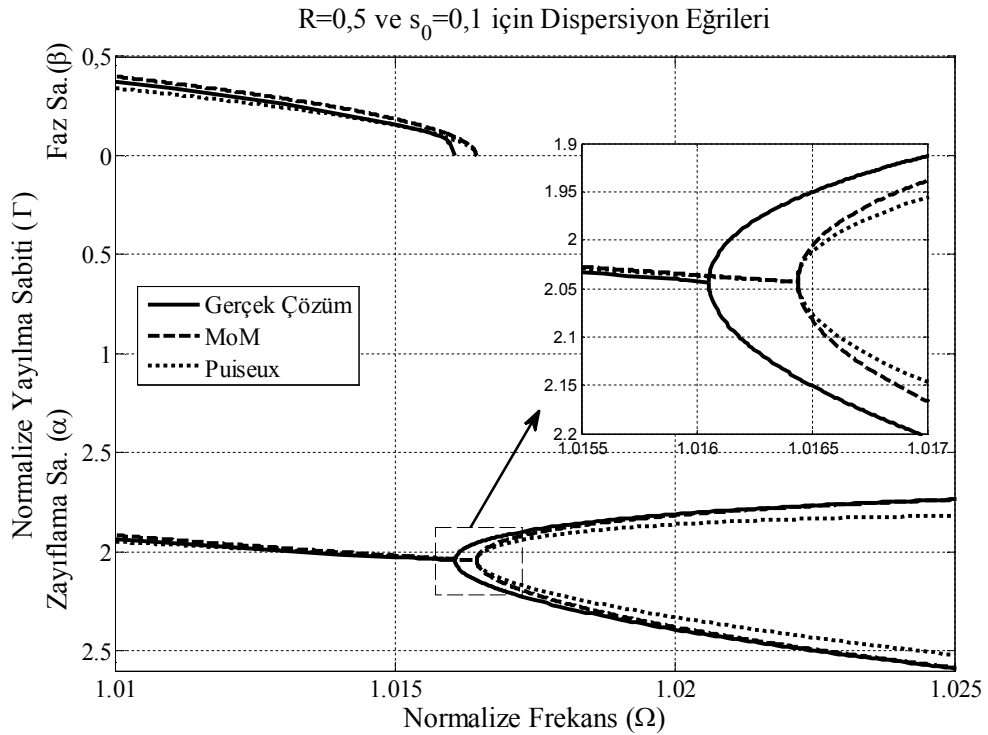


Şekil 5.2.  $R=0,5$  ve  $s_0=0,1$  için  $\Omega_0=0,988762$  dallanma noktası civarında gerçek çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serilerinden elde edilen dispersiyon eğrileri

$R=0,5$  ve  $s_0=0,1$  için tam çözümden  $\Omega_0=0,988762$  ( $\omega_0=9,88762 \times 10^{10}$  rad/sn) noktasında saptanan dallanma N=150 alındığında  $\Omega_0=0,98896$  noktasında meydana gelmektedir ve Puiseux seri katsayıları  $A_1=0,19337(1+i)$  ve  $A_2=-4,2981 \times 10^{-5}i$  olarak hesaplanmıştır. N=1000 alındığında ise dallanma  $\Omega_0=0,988805$  noktasında meydana gelmektedir ve Puiseux seri katsayıları  $A_1=0,191004(1+i)$  ve  $A_2=-4,2808 \times 10^{-5}i$  olarak hesaplanmıştır. Büyük açınım öz fonksiyon sayısı değerleri için hesaplama sürelerinin uzunluğu dikkate alınarak sonraki yapılar N=150 alınarak hesaplamalar gerçekleştirilmiştir.



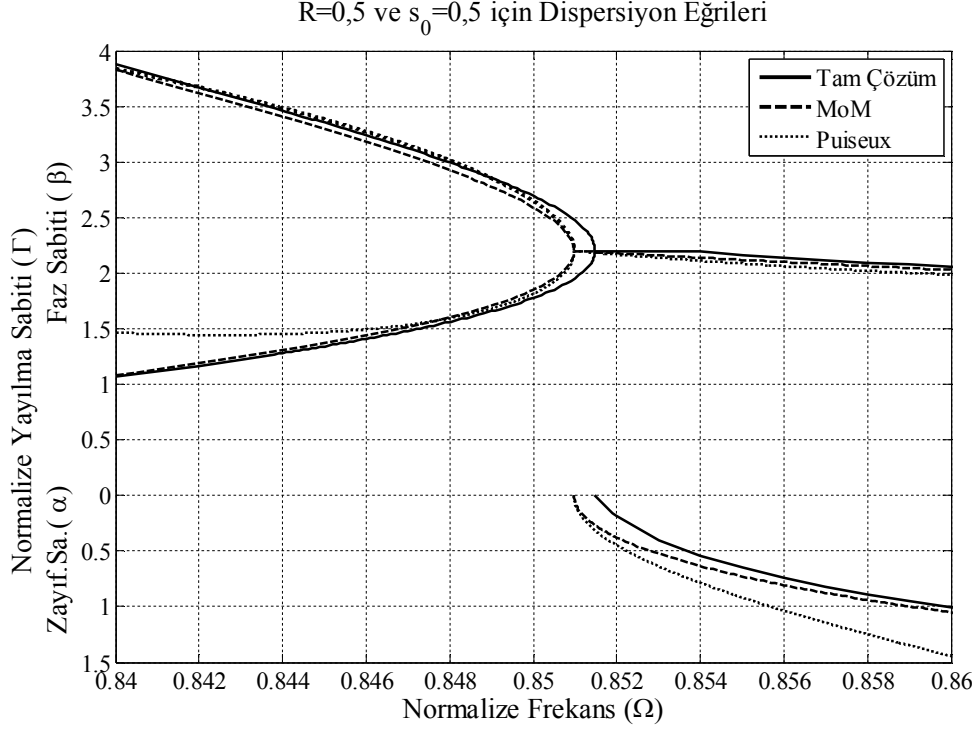
Şekil 2.14'te  $R=0,5$  ve  $s_0=0,1$  için dallanma noktalarının her ikisi de zayıflama sabiti bölgesinde meydana geldiği özel durum olarak karşımıza çıkan yapının  $\Omega_0=1,016053$  dallanma noktası civarında tam çözümden, iletim hattı eşdeğerliğinden ve Puiseux serisinde elde edilen dispersiyon eğrileri Şekil 5.3'te verilmiştir. Tam çözümde  $\Omega_0=1,016053$  noktasında meydana gelen dallanma iletim hattı eşdeğerliği yönteminde  $\Omega_0=1,016438$  noktasında meydana gelmektedir. Puiseux seri katsayıları  $A_1=0,129607*(1-i)$  ve  $A_2=-8,507454 \times 10^{-6}i$  olarak hesaplanmıştır.



Şekil 5.3.  $R=0,5$  ve  $s_0=0,1$  için  $\Omega_0=1,01605311$  dallanma noktası civarında gerçek çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri

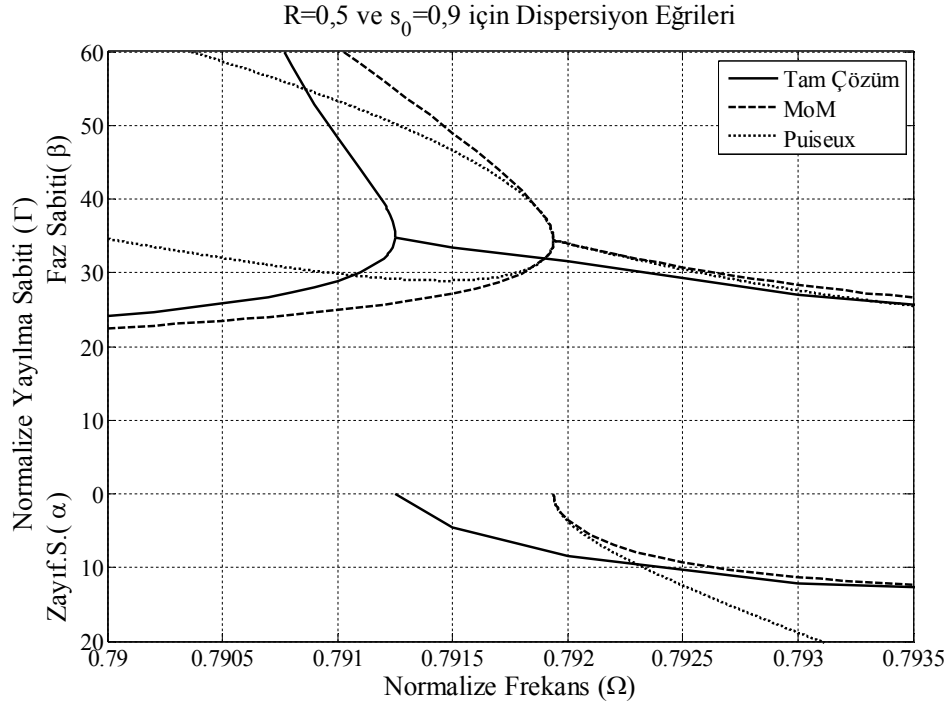
Şekil 5.4'de  $R=0,5$  ve  $s_0=0,5$  için dallanma noktası civarında tam çözümden, iletim hattı eşdeğerliğinden ve Puiseux serilerinden elde edilen dispersiyon eğrileri verilmiştir. Normalize hızlandırıcı frekansının  $R=0,5$  ve küçük yarıçap oranı  $s_0=0,1$  yapısı haricinde diğer yapılarda kompleks modların doğduğu dallanma noktası faz sabiti bölgesinde ileri yönlü dalga ile geriye doğru dalganın birleştiği noktada meydana gelmektedir. Ayrıca karakteristik özellik olarak yarıçap oranı büyüdükçe dallanma noktası faz sabitinin daha büyük değerlerinde ortaya çıkmaktadır.  $R=0,5$  ve  $s_0=0,5$  için tam çözümde  $\Omega_0=0,85148$  noktasında meydana gelen dallanma iletim

hattı eşdeğerliği yönteminde  $\Omega_0=0,85097$  noktasında meydana gelmektedir. Puiseux seri katsayıları  $A_1= 0,4729*(1+i)$  ve  $A_2= - 3,65506 \times 10^{-5}$ i olarak hesaplanmıştır.

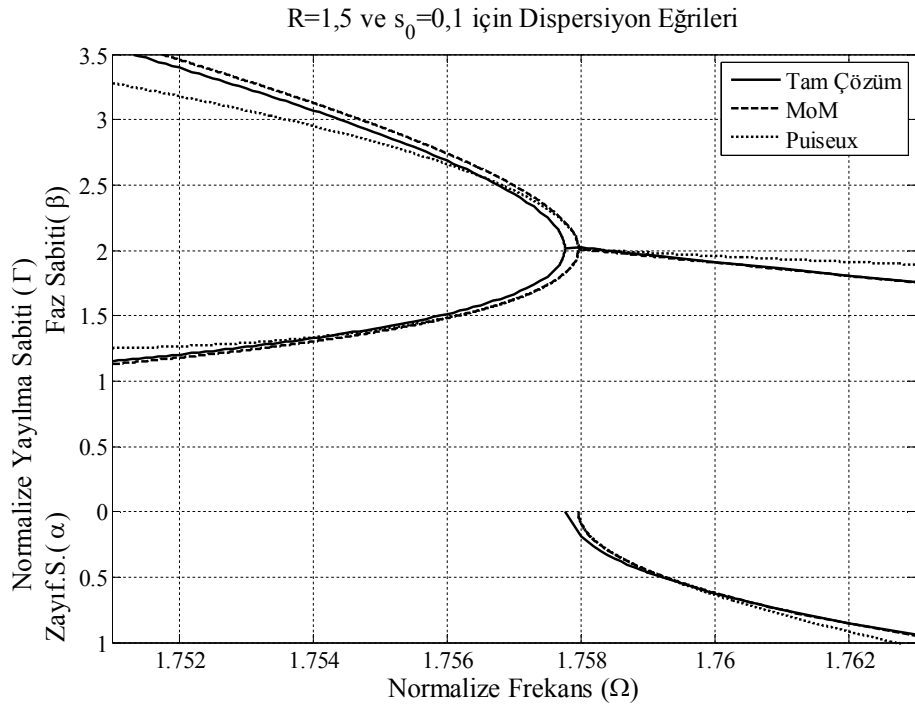


Şekil 5.4.  $R=0,5$  ve  $s_0=0,5$  için dallanma noktası civarında gerçek çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri

Şekil 5.5'te  $R=0,5$  ve  $s_0=0,9$  için dallanma noktası civarında tam çözümden, iletim hattı eşdeğerliğinden ve Puiseux serilerinden elde edilen dispersiyon eğrileri verilmiştir.  $R=0,5$  ve  $s_0=0,9$  için dallanma noktası tam çözümden  $\Omega_0=0,79125$  noktasında, iletim hattı eşdeğerliği yönteminde  $\Omega_0=0,79193$  noktasında meydana gelmektedir. Puiseux seri katsayıları  $A_1=250,4398*(1+i)$  ve  $A_2= -0,08112i$  olarak hesaplanmıştır. Şekil 5.6'te  $R=1,5$  ve  $s_0=0,1$  için dallanma noktası civarında tam çözümden, iletim hattı eşdeğerliğinden ve Puiseux serilerinden elde edilen dispersiyon eğrileri verilmiştir. Tam çözümden  $\Omega_0= 1,75776$  noktasında meydana gelen dallanma iletim hattı eşdeğerliği yönteminden  $\Omega_0= 1,75796$  noktasında meydana gelmektedir. Puiseux seri katsayıları  $A_1= 0,43309*(1+i)$  ve  $A_2= - 3,37954 \times 10^{-5}$ i olarak hesaplanmıştır.

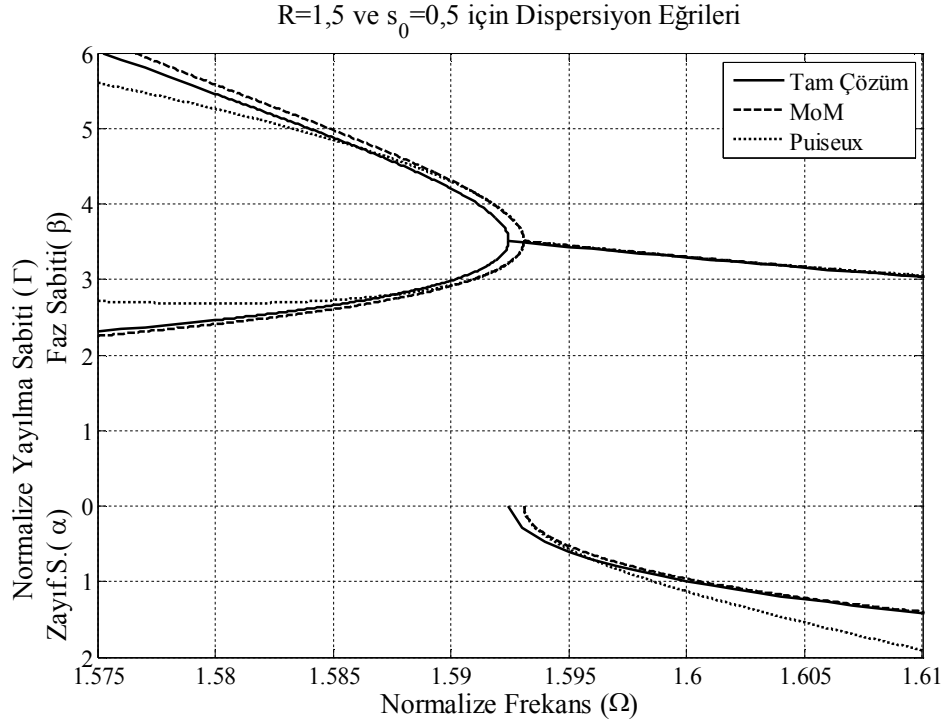


Şekil 5.5.  $R=0,5$  ve  $s_0=0,9$  için dallanma noktası civarında gerçek çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri



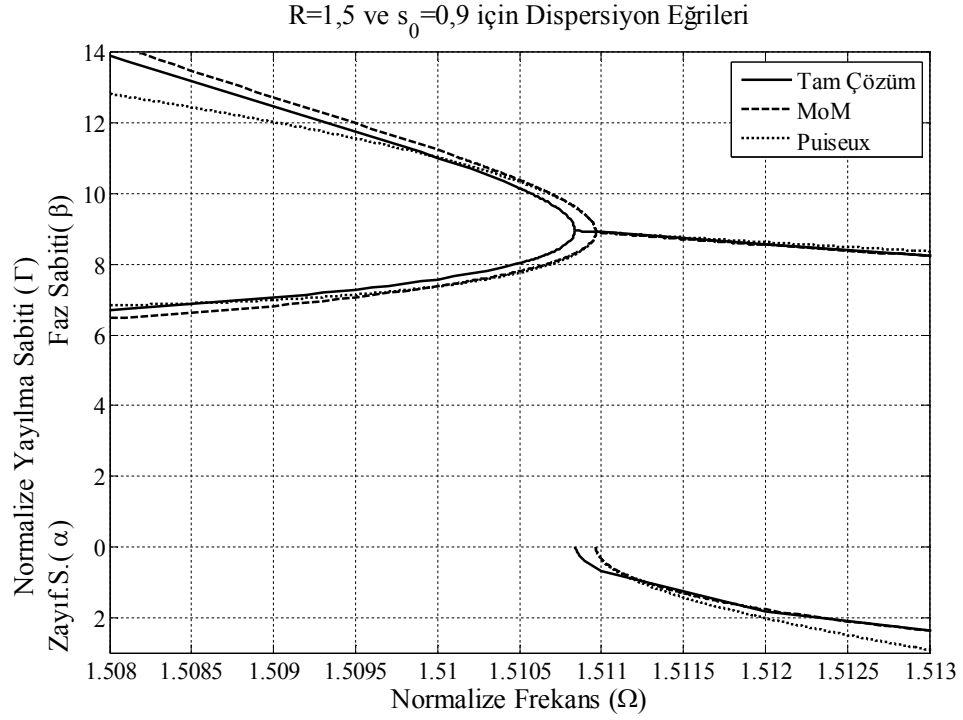
Şekil 5.6.  $R=1,5$  ve  $s_0=0,1$  için dallanma noktası civarında gerçek çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri

Şekil 5.7’te  $R=1,5$  ve  $s_0=0,5$  için dallanma noktası civarında tam çözümden, iletim hattı eşdeğerliğinden ve Puiseux serilerinden elde edilen dispersiyon eğrileri verilmiştir. Tam çözümde  $\Omega_0=1,59244$  noktasında meydana gelen dallanma iletim hattı eşdeğerliği yönteminden  $\Omega_0=1,59309$  noktasında meydana gelmektedir. Puiseux seri katsayıları  $A_1 = 0,70297 \cdot (1+i)$  ve  $A_2 = -4,34551 \times 10^{-5}$  i olarak hesaplanmıştır.



Şekil 5.7.  $R=1,5$  ve  $s_0=0,5$  için dallanma noktası civarında gerçek çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri

Şekil 5.8’da ise  $R=1,5$  ve  $s_0=0,9$  için dallanma noktası civarında tam çözümden, iletim hattı eşdeğerliğinden ve Puiseux serilerinden elde edilen dispersiyon eğrileri verilmiştir. Bu yapı için dallanma noktası tam çözümde  $\Omega_0=1,51083$  noktasında, iletim hattı eşdeğerliği yönteminde  $\Omega_0=1,51096$  noktasında meydana gelmektedir. Puiseux seri katsayıları  $A_1=8,50364 \cdot (1+i)$  ve  $A_2 = -9,81143 \times 10^{-4}$  i olarak hesaplanmıştır.



Şekil 5.8.  $R=1,5$  ve  $s_0=0,9$  için dallanma noktası civarında gerçek çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puisseux serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri

Dallanma noktası ve yakın civarı için tam çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puisseux serilerinden elde edilen karakteristikler bir biriyle tamamiyle uyumludur. Bütün frekans ekseni ve ileri yönlü, geriye doğru, sönümlü ve kompleks modların tümü göz önüne alındığında iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçlar gerçek çözümden elde edilen sonuçlardan dallanma noktası civarında diğer frekans noktalarına göre daha uyumsuzdur. Dallanma noktasından uzaklaştıkça iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçlar gerçek çözümden elde edilen sonuçlarla daha uyumlu hale gelir. Puisseux serisinden elde edilen sonuçlar temel olarak iletim hattı eşdeğerliği yönteminde kullanılan cebirsel eşitlikleri kullandığı için dallanma noktasında ve yakın civarında iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen sonuçlarla bire bir uyumludur. Dallanma noktasından uzaklaştıkça Puisseux serisinden elde edilen sonuçlar iletim hattı eşdeğerliği yönteminden ve dolayısıyla gerçek çözümden de uzaklaşmaktadır. Değinilmesi gereken bir diğer nokta ise incelenen yapı için dielektrik çubuk yüklü izotropik kılavuzdan ayrı olarak kompleks mod frekans aralığının her iki uç noktasında da dallanmanın zayıflama sabiti için var olduğu bir durum mevcuttur. Bu durum Şekil 2.14 ve Şekil 5.1-c’de gözlenebilmektedir.

## 6. SONUÇLAR

Bu çalışmada heterojen ve anizotropik ortamlar, özel olarak plazma ile, doldurulmuş kapalı dalga kılavuzlarında yayılma sabitlerinin özellikleri yapı için iletim hattı eşdeğerliği yönteminden ortaya çıkan cebirsel denklemin özellikleri aracılığıyla incelenmiştir. İletim hattı eşdeğerliği yönteminin sonucu olarak bir cebirsel eşitliğin  $Z(p)Y(p)$ 'nin karakteristik denklemi olarak ortaya çıkması, uygulanan yöntemin özünü oluşturmaktadır. Yaklaşık değerli yayılım sabitlerinin kareleri cebirsel eşitliğin çözümünü oluşturmaktadır. Örnek yapı olarak incelenen plazma sütun yüklü kapalı silindirik dalga kılavuzu için iletim hattı eşdeğerliği yöntemini kullanarak cebirsel eşitlikler elde edilmiştir. Elde edilen cebirsel eşitliklerin geçerliliği literatürde yapılan çalışmalarda verilen farklı frekans bölgelerinde var olan plazma, hızlandırıcı ve yüzey dalga modları için gösterilmiştir.

Tez çalışmasının bir katkısı olarak plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için kompleks yüzey dalga modları iletim hattı eşdeğerliği yöntemi, tam çözüm ve kuasistatik yaklaşım kullanılarak elde edilmiştir. Bu aşamada, kompleks yayılım sabitlerini tam çözümden elde etmek için iletim hattı eşdeğerliği yöntemini temel alan sayısal bir yöntem sunulmuştur. Kompleks yüzey dalga modları için elde edilen sonuçlar incelendiğinde iletim hattı eşdeğerliği tüm frekans değerleri için tam çözüm ile uyumlu iken kuasistatik yaklaşımın yayılım sabitinin yalnızca büyük değerleri için tam çözüm ile uyumlu olduğu görülmüştür. Bu sonuç literatürde daha önce rapor edilmiş olan “tam çözüm ve kuasistatik çözüm aynı asimptotik dispersiyon eşitliğine sahiptir” sonucu ile tamamen uyum sağlamaktadır. Bununla birlikte birçok çalışmada yapının çözümleri için temel yöntem olarak ele alınan kuasistatik yaklaşımın kompleks modları elde etmede yetersiz olduğu gösterilmiştir.

Plazma sütun yüklü kapalı silindirik dalga kılavuzu için iletim hattı eşdeğerliği yöntemini kullanarak elde edilen cebirsel eşitliklerden ve oluşan katsayılar matrisinin karakteristik denkleminin bir cebirsel denklem olmasından yararlanıp konu matrisin

özdeğerlerinin kare köklerine karşı düşen yayılma sabitleri, cebirsel fonksiyon teorisi yardımı ile incelenmiştir. Yapı için farklı frekanslarda dispersiyon eğrilerinde var olan kutuplar noktaları öncelikle analitik olarak incelenmiştir ve bu kutup noktaları civarında dispersiyon karakteristikleri asimptotik dispersiyon eşitlikleri, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve negatif kuvvet terimli Laurent serileri kullanılarak elde edilmiştir. Laurent serileri dispersiyon eğrilerini kutup noktaları civarında yalnızca az sayıda katsayı ile modellemeye imkan vermektedir.

Kutup noktaları civarında yayılım karakteristikleri asimptotik dispersiyon eşitliklerinden, iletim hattı eşdeğerliğinden ve çeşitli derecelerden Laurent serilerinden elde edilmiştir ve kutupların derecesini belirleyebilmek için sayısal bir teknik önerilmiştir. Bu yaklaşımda iletim hattı eşdeğerliği yönteminden elde edilen yayılım sabitlerinin sayısal değerleri kullanılarak en küçük dereceli negatif kuvvet teriminin üç farklı değeri için üç farklı Laurent seri açılım katsayıları kümesi elde edilmiştir. Tüm kümeler için en büyük pozitif dereceli terimin değerli iki olarak alınmıştır. Her bir katsayı kümesi için Laurent serisinden elde edilen dispersiyon eğrileri iletim hattı eşdeğerliğinden elde edilen dispersiyon eğrileri ile karşılaştırmalı verilerek plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu yapısında var olan kutupların derecesinin 1 olduğu yani bu yapı için kutupların basit kutup oldukları saptanmıştır. Analitik tam çözümleri bulunmayan dielektrik çubuk yüklü dikdörtgensel dalga kılavuzu gibi yapılarda yaklaşık çözümlerden elde edilen sayısal değerleri kullanarak yapıda var olan kutupların derecelerini belirlemede kullanılabilir olması sunulan tekniğin önemi arttırmaktadır.

Çalışmada, ayrıca plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzları için farklı frekans noktalarında dispersiyon eğrilerinde var olan dallanma noktaları ve bu noktalar civarında dispersiyon karakteristikleri, yayılım sabitlerinin sonsuz seriler formunda ifade edilerek cebirsel fonksiyon teorisi yardımıyla incelenmiştir. Farklı parametrelere sahip plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzlarında var olan dallanma noktaları civarında dispersiyon karakteristikleri, tam çözüm, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi ve Puiseux serileri kullanılarak elde edilmiştir. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu yapısı çok parametrelili, karmaşık yapı ve özellikle kompleks köklerinin elde edilmesi oldukça zor olan bir tam çözüme sahiptir. Puiseux serileri bu karmaşık tam çözümden elde edilen gerçek dispersiyon eğrilerini

dallanma noktaları civarında yalnızca az sayıda katsayı ile modellemeye imkan vermektedir. Bu iletim hattı eşdeğerliği yöntemine göre bir üstünlük oluşturmaktadır. Çünkü böylece frekansla değişimini veri noktaları olarak iletim hattı eşdeğerliği yönteminden bildiğimiz yayılma sabitleri için frekans cinsinden seri açınımlar şeklinde de olsa fonksiyonel ifadeler elde edilmiştir. Böyle bir yaklaşım ile söz konusu yapılar için geriye doğru dalga modlarının ve karmaşık yayılma sabitine sahip modların ortaya çıkışlarında var olan dispersiyon eğrilerindeki tekil noktalar, modların kesim frekanslarında yayılma sabitlerinin davranışları (analitik veya tekil olmaları) incelenebilmektedir.

Ayrıca dielektrik çubukla yüklü izotrop kapalı kılavuzdan farklı olarak incelenen yapı için kompleks mod frekans aralığının uç noktalarının her ikisinin zayıflama sabitinin çatallandığı noktalarda bulunduğu bir durum gözlenmiştir.

Bu tez çalışmanın literatürde var olan çalışmalardan farklılığı ve katkısı şu şekilde özetlenebilir:

- Plazma sütun yüklü kapalı silindirik dalga kılavuzuna iletim hattı eşdeğerliği yöntemi uygulanmış ve yapının dispersiyon eğrileri yöntemden elde edilmiştir.
- Yapı için varlıkları analitik olarak öngörülen kompleks modlar, iletim hattı eşdeğerliği yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Ayrıca kompleks modlar, iletim hattı eşdeğerliliği yönteminden elde edilen değerleri başlangıç değeri olarak kullanan bir yöntem geliştirilerek tam çözümden elde edilmiştir.
- Kayıpsız kapalı dalga kılavuzlarında özdeğerlerin (yayılma sabitlerinin) ve geriye doğru dalgaların incelenmesinde Yener [66-70, 102] tarafından genel olarak uygulanan cebirsel fonksiyon teorisi özel olarak jiroelektrik ortamla yüklü silindirik dalga kılavuzu yapısına uygulanmıştır.
- Daha önce Yener tarafından heterojen ve anizotropik (jiromanyetik) ortamla yüklü kapalı silindirik dalga kılavuzuna uygulanan yöntem, heterojen ve anizotropik (jiroelektrik) ortamla yüklü kapalı silindirik dalga kılavuzuna uygulanarak kutup civarında dispersiyon eğrileri Laurent seri açılımından elde edilmiştir ve kutup karakteristikleri incelenmiştir.



- Kutup derecelerini belirleyebilmek için sayısal bir teknik önerilmiştir ve plazma sütun yüklü kapalı silindirik dalga kılavuzu yapısına uygulanmıştır. Böylece yapı için var olan kutupların derecesinin bir olduğu yani kutupların basit kutup olduğu saptanmıştır. Bu yöntemin önemli bir avantajı, analitik çözümü olmayan dolayısıyla kutbun var oluş nedenlerinin analitik olarak açıklanamadığı durumlarda kutup karakteristiğinin incelenebilmesini ve kutbun mertebesinin belirlenebilmesini mümkün kılmasıdır.
- Daha önce Yener tarafından heterojen ve izotropik ortamlar, özel olarak dielektrik çubuk, yüklü kapalı silindirik dalga kılavuzuna uygulanan yöntem, heterojen ve anizotropik (jiroelektrik) ortamlarla yüklü kapalı silindirik dalga kılavuzuna uygulanarak dallanma noktaları civarında dispersiyon eğrileri Puiseux seri açılımından elde edilmiştir.

## KAYNAKLAR

- [1] Ganguli A. and Tarey R. D., Understanding plasma source, *Current Science*, 2002, **83**, 279-290.
- [2] Kumar S. and Yoon M., Electron dynamics and acceleration study in a magnetized plasma-filled cylindrical waveguide, *Journal of Applied Physics*, 2008, **103**, 1-7.
- [3] Mahmoud S. F., *Electromagnetic waveguides: theory and applications*, Peter Peregrinus Ltd., London, 1991.
- [4] Chen F. F., *Introduction to plasma physics and controlled fusion*, Springer, New Delhi, 2009.
- [5] Serafim P. E., Analysis of electron beam-plasma systems, *Massachusetts Institute of Technology*, Technical Report 423, 1964.
- [6] Tajima T. and Dawson J. M., Laser electron accelerator, *Physical Review Letters*, 1979, **43**, 267-270.
- [7] Batskikh G., Mamaev G., Mischenko A., Pirozhenko V., The electron accelerator installations with local shielding for applied purposes, *Proceedings of the 1999 Particle Accelerator Conference*, New York, 29 March-2 April 1999.
- [8] Esarey E., Schroeder C. B., Leemans W. P., Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators, *Reviews of Modern Physics*, 2009, **81**, 1229-1280.
- [9] Rechatin C., et.al., Observation of beam loading in a laser-plasma accelerator, *Physical Review Letters*, 2009, **103**, 1-4.
- [10] Ling G., Chen D., Liu Y., Li C., Plasma-loaded Cerenkov free-electron laser, *Chinese Physics Letters*, 1993, **10**, 594-597.
- [11] Shi Z., Yang Z., Liang Z., Linear theory of free electron laser with a plasma-loaded cylindrical waveguide, *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2003, **24**, 1823-1831.
- [12] Carmel Y., et.al., Demonstration of efficiency enhancement in a high-power backward-wave oscillator by plasma injection, *Physical Review Letters*, 1989, **62**, 2389-2392.
- [13] Gower S. A., Development of a high power microwave plasma beam applicator, *Review of Scientific Instruments*, 2001, **72**, 4273-4278.

- [14] Nusinovich G. S., Mitin A. L., Vlasov A. N., Space charge effects in plasma-filled traveling-wave tubes, *American Institute of Physics*, 1997, **4**, 4394-4403.
- [15] Balanis C. A., *Advanced Engineering Electromagnetics*, Jonh Wiley & Sons, New Jersey, 1989.
- [16] Morse P. M. and Feshbach H., *Method of Theoretical Physics*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1953.
- [17] Ida N., *Engineering electromagnetics*, 2nd ed., Springer, New York, 2004.
- [18] Pozar D. M., *Microwave engineering*, 3rd ed., Jonh Wiley & Sons, New Jersey, 2005.
- [19] Jackson J. D., *Clasical Electrodynamics*, Jonh Wiley & Sons, New Jersey, 1962.
- [20] Cheng D. K., *Dalga ve alan elektromagnetizması*, Akademi Yayıncılık, Ankara, 2006.
- [21] Ramo S., Whinnery J. R., Duzer T. V., *Fields and Waves in Communication Electronics*, 1st ed., John Wiley and Sons Inc., New Jersey, 1965.
- [22] Allis W. P., Buchsbaum S. J., Bers A., *Waves in Anisotropic Plasmas*, The M.I.T. Press, Massachusetts, 1963.
- [23] Bevc V. and Everhart T. E., Fast-wave propagation in plasma-filled waveguides, *Journal of Electronics Control*, 1962, **13**, 185-212.
- [24] Bevc V., A new multipolar mode in bounded gyrotropic plasma, *Journal of Applied Physics*, 1968, **39**, 1492-1502.
- [25] Yip G. L. and Le-Ngoc S., Dispersion characteristics of the dipolar modes in a waveguide partially filled with a magnetoplasma column, *Canadian Journal of Physics*, 1975, **53**, 1163-1178.
- [26] Ivanov S. T., Alexov E. G., Malinov P. N., Symetrical electromagnetic waves in partially-filled plasma waveguide, *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 1989, **31**, 941-953.
- [27] Ivanov S. T. and Alexov E. G., Electromagnetic waves in a plasma waveguide, *Journal of Plasma Physics*, 1990, **43**, 51-67.
- [28] Ayres F., *Schaum's Outline of Theory and Problems of Differential Equations*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1952.
- [29] Becv V., Behavior of separation constants for finite gyromagnetic plasmas, *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 1965, **13**, 918-926.
- [30] Samaddar S. N., Behavior of separation constants for finite gyromagnetic plasmas, *Electronics Letters*, 1966, **2**, 271-273.

- [31] Bevc V., Wave propagation in a waveguide partially filled with plasma in an infinite axial magnetic field, *Journal of Applied Physics*, 1967, **38**, 4857-4866.
- [32] Trivelpiece A. W., Slow Wave Propagation in Plasma Waveguides, Doctoral Thesis, California Institute of Technology, Pasadena-California, 1958.
- [33] Trivelpiece A. W. and Gould R. W., Space charge waves in cylindrical plasma columns, *Journal of Applied Physics*, 1959, **30**, 1784-1793.
- [34] Samaddar S. N., Wave Propagation in an Anisotropic Column with Ring Source Excitation, Doctoral Thesis, The University of Michigan, Michigan, 1961.
- [35] Carlile R. N., A backward-wave surface mode in a plasma waveguide, *Journal of Applied Physics*, 1963, **35**, 1384-1391.
- [36] Granatstein V. L. and Schlesinger S. P., Electromagnetic waves in parameter space for finite Magnetoplasmas, *Journal of Applied Physics*, 1964, **35**, 2866-2855.
- [37] Chorney P., Electron-stimulated ion oscillations, *Massachusetts Institute of Technology*, Technical Report 277, 1958.
- [38] Clarricoats P. J. B. and Wong J. S. L., Dispersion characteristics of circular waveguides containing isotropic plasma, *Proceedings of IEE*, 1964, **111**, 6.
- [39] Clarricoats P. J. B., Olver A. D., Wong J. S. L., Propagation in isotropic plasma waveguides, *Proceedings of IEE*, 1966, **113**, 5.
- [40] Le-Ngoc S., Yip G. L., Nemoto S., Dispersion Characteristics of the dipolar modes in a waveguide partially filled with a magnetized ferrite column, *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, 1977, **25**, 197-209.
- [41] Chen F. F., *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*, Springer, New York, 1974.
- [42] Gould R. W. and Trivelpiece A. W., A New Mode of Wave Propagation on Electron Beams, *Proceeding of the Symposium on Electronic Waveguides*, 8-10 April 1958.
- [43] Aleksich N. B., Aliev Y. M., Frolov A. A., Substantially nonlinear new surface modes at plasma-vacuum interface, *JETP Letters*, 1990, **51**, 299-301.
- [44] Goubau G., On the Excitation of Surface Waves, *Proceedings of the IRE*, 1952, **42**, 865-868.
- [45] Barlow H. M. and Cullen A. L., Surface Waves, *Proceeding IEE*, 1953, **100**, 363-364.
- [46] Wait J. R., A Note on Surface Waves and Ground Waves, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1965, **13**, 996- 997.

- [47] Karbowski A. E., Some Comments on the Classification of Waveguide Modes, *Proceeding IEE*, 1960, **107**, 85-90.
- [48] Overfelt P. L., Review of Electromagnetic Surface Waves: 1960 through 1987, *Naval Weapons Center, China Lake, CA.*, 1987.
- [49] Moisan M., et.al, Properties and applications of surface wave produced plasmas, *Revue Physics Applications*, 1982, **17**, 707-727.
- [50] Yip G. L. and Seshadri S. R., Surface waves along an axially magnetized plasma column, *Canadian Journal of Physics*, 1967, **45**, 2889-2911.
- [51] Yip G. L., Seshadri S. R., Yen J. L., Numerical and asymptotic solutions of the dispersion equation for dipolar surface waves along a magnetoplasma column, *Canadian Journal of Physics*, 1968, **39**, 6100-6102.
- [52] Bevc V., Surface and bulk waves on axially magnetized plasma columns, *Journal of Applied Physics*, 1969, **40**, 633-640.
- [53] Laxpati S. R. and Mitra R., Energy Considerations in Open and Closed Waveguides, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1965, **13**, 883-890.
- [54] Chorney P., Power and Energy Relations in Bidirectional Waveguides, *MIT Research Lab.*, Technical Report 396, 1961.
- [55] Chorney P., Power and Energy Relations in Bidirectional Waveguides, *Proceedings of Electromagnetics and Fluid Dynamics of Gaseous Plasma*, 4-6 April 1961.
- [56] Clarricoats P. J. B., Olver A. D., Wong J. S. L., Propagation in isotropic plasma waveguides, *Proceeding IEE*, 1966, **113**, 5.
- [57] Clarricoats P. J. B. and Oliner A. A., Transverse-network representation for inhomogeneously filled circular waveguide, *Proceeding IEE*, 1965, **112**, 5.
- [58] Clarricoats P. J. B., Olver A. D., Propagation in anisotropic radially stratified circular waveguides, *Electronics Letters*, 1966, **2**, 1.
- [59] Heldring A., Rius J. M., Tamayo J. M., Parron J., Ubeda E., Fast Direct Solution of the Method of Moments Linear System, *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 2007, **55**, 3220-3228.
- [60] Harrington R. F., *Field Computation by Moment Methods*, Macmillan, New York, 1968.
- [61] Gouda M., The Method Of Moment For The Electromagnetic Scattering From Bodies of Revolution, Doctoral Thesis, Collage of Boras, Sweden, 2008.
- [62] Schelkunoff S. A., Generalized Telegraphist's Equation For Waveguide, *Bell System Technics Journal*, 1952, 785-801.

- [63] Noble D. F., Circuit Properties of Dispersive Coupled Transmission Lines and Waveguides, Doctoral Thesis, Cornell University, New York, 1971.
- [64] Yener N., Necessary And Sufficient Conditions For The Existence Of Backward Waves In Metallic Waveguides, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2003, **17**, 1713-1722.
- [65] Yener N., Bazı Üniform Dalga Kılavuzlarında Özdeğerlerin Transmisyon Hattı Eşdeğerlikleri Yardımıyla Belirlenmesi, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, 2000.
- [66] Yener N., Algebraic function approximation in eigenvalue problems of lossless metallic waveguides: examples, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2006, **6**, 731-745.
- [67] Yener N., Advancement of algebraic function approximation in eigenvalue problems of lossless metallic waveguides to infinite dimensions, part I: properties of the operator in infinite dimensions, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2006, **20**, 1611-1628.
- [68] Yener N., Advancement of algebraic function approximation in eigenvalue problems of lossless metallic waveguides to infinite dimensions, part II: transfer of results in finite dimensions to infinite dimensions, *Progress In Electromagnetics Research*, 2006, **65**, 41-58.
- [69] Yener N., Advancement of algebraic function approximation in eigenvalue problems of lossless metallic waveguides to infinite dimensions, part III: examples verifying the theory, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2006, **20**, 1861-1874.
- [70] Yener N., Algebraic function approximation in eigenvalue problems of lossless metallic waveguides Revisited *Progress In Electromagnetics Research*, 2005, **55**, 147-174.
- [71] Felsen L. B., Marcuvitz N., *Radiation and Scattering of Waves*, IEEE Press, New York, 1994.
- [72] Kelebekler P., Kaplı Dalga Kılavuzlarında Karmaşık Propagasyon Sabitlerinin İncelenmesinde Bazı İlk Sonuçlar, Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kocaeli, 2009.
- [73] Kelebekler E., Investigation of the Gyro-resonance Region Modes by Using the MoM for Plasma Column Loaded Cylindrical Waveguide, *IEEE Electrical Design of Advanced Packaging & Systems Symposium*, Hong Kong, 2-4 Aralık 2009.
- [74] Kelebekler E., Yener N., Farklı Yapıdaki Silindirik Dalga Kılavuzlarının Dispersiyon Eğrilerinin İletim Hattı Eşdeğerlikleri Yöntemi ile Elde Edilmesi, *Elektrik, Elektronik, Bilgisayar, Biyomedikal Mühendisliği 13. Ulusal Kongresi*, Ankara, 23-26 Aralık 2009.

- [75] Kelebekler E., Yener N., Obtaining the Backwards Waves of Fully Plasma Filled Cylindrical Waveguide by Using the MoM, *17th Telecommunications Forum*, Serbia, 24-26 Kasım 2009.
- [76] Kelebekler E., Comparison of Some Semi Analytic Methods for Plasma Column Loaded Cylindrical Waveguide, *IEEE Applied Electromagnetics Conference*, India, 18-22 Aralık 2009.
- [77] Kelebekler E., Yener N., Backward Wave Modes of Partially Plasma Column Loaded Cylindrical Waveguide, *PIERS Proceedings*, Marrakesh, 20-23 Mart 2011.
- [78] Shevchenko V. V., Forward and backward waves: three definitions and their interrelation and applicability, *Physics-Uspekhi*, 2007, **50**, 287-292.
- [79] Sokolnikoff I. S., Redheffer R. M., *Mathematics of Physics and Modern Engineering*, McGraw-Hill Kogakusha Ltd., Tokyo, 25-26, 1961.
- [80] Tamir T. and Oliner A. A., Guided Complex Waves. Part I-II, *Proceeding IEE*, 1963, **110**, 310-334.
- [81] Omar A. S. and Schünemann K. F., Complex and Backward-Wave Modes in Inhomogeneously and Anisotropically Filled Waveguides, *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, 1987, **35**, 268-275.
- [82] Mrozowski M., *Guided Electromagnetic Waves Properties and Analysis*, John Wiley and Sons Inc., New Delhi, 1997.
- [83] Chorney P., Bers A., Penfield P., Further Generalization of Waveguide Theorems, *IEEE Microwave Theory and Techniques*, 1967, **15**, 58-59.
- [84] Chorney P. and Penfield P., Waveguide Power-Mode Theorems for Nonconservative Systems, *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, 1967, **19**, 767-772.
- [85] Clarricoats P. J. B. and Slinn K. R., Complex modes of propagation in dielectric loaded circular waveguide, *Electronics Letters*, 1965, **1**, 145-146.
- [86] Raevskii S. B., Kompleks Waves in a Two-Lawyer Circular Shielding Waveguide, *Gorkii Polytechnic Institute*, 1975, 82-85.
- [87] Crombach U., Complex Waves on Shielded Lossless Rectangular Dielectric Image Guide, *Electronics Letters*, 1983, **19**, 557-558.
- [88] Fernandez F. A., Lu Y., Davies J. B., Zhu S., Finite element analysis of complex modes in inhomogeneous waveguides, *IEEE Transaction on Magnetics*, 1993, **29**, 1601-1604.
- [89] Wells C. G., Ball A. R., Mode-matching analysis of shielded rectangular dielectric-rod waveguide, *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, 2005, **53**, 3169-3177.

- [90] Omar A. S. and Schünemann K. F., New type of evanescent modes in finlines, *Proceedings of 15<sup>th</sup> EuMC*, Paris, 1985.
- [91] Omar A. S. and Schünemann K. F., Formulation of the Singular Integral Equation Technique for Planar Transmission Lines, *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, 1985, **33**, 1313-1322.
- [92] Kuo J. T. and Tzuang C. K., Complex Modes in Shielded Suspended Coupled Microstrip Lines, *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, 1990, **38**, 1278-1286.
- [93] Tzuang C. K, Lin J. M., On the mode-coupling formation of complex modes in a nonreciprocal finline, *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, 1993, **41**, 1400-1408.
- [94] Idrissi R. R., Marques R., Medina F., Efficient Analysis of Magnetostatic Surface Waves in Printed and Suspended Ferrite Loaded Strip Lines, *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, 2001, **11**, 176-178.
- [95] Marques R., Mesa F. L., Horno M., Nonreciprocal and Reciprocal Complex and Backward Waves in Parallel Plate Waveguides Loaded with a Ferrite Slab Arbitrarily Magnetized, *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, 1993, **41**, 1409-1418.
- [96] Mrozowski M. and Mazur J., Matrix Theory Approach to Complex Waves, *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques*, 1992, **40**, 781-785.
- [97] Yener N. On the Existence of Backward Waves in Metallic Waveguides, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2004, **18**, 769-779.
- [98] Spiegel M. R., *Shaumm's Outline Series Theory and Problem of Complex Variables*, McGraw-Hill, New York, 1964.
- [99] İdeman M., *Kompleks Değişkenli Fonksiyonlar Teorisi*, Literatür Yayınları, İstanbul, 1999.
- [100] Knopp K., *Theory of Functions, Parts I and II*, Dover, New York, 1996.
- [101] Churchill R. V., *Karmaşık değişkenler ve uygulamalar*, M.E.B. Yayınları, Ankara, 1989.
- [102] Yener N., Application of algebraic function theory to backward wave problems, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2004, **18**, 1399-1417.



## **EKLER**

## EK-A PLAZMA SÜTUN YÜKLÜ SİLİNDİRİK DALGA KILAVUZU İÇİN TAM ÇÖZÜM VE BAZI YAKLAŞIK ÇÖZÜMLER

### Plazma Sütun Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu İçin Tam Çözüm

Plazma sütun yüklü kapalı yapı içerisinde dalga yayılımı için Maxwell denklemlerinin aşağıdaki şekilleri kullanılmıştır.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (\text{A.2})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{A.4})$$

Denklemlerde koyu gösterilen ifadeler, büyüklüğün bir vektör olduğunu göstermektedir. Ayrıca

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{A.7})$$

şeklinde tanımlıdır.

Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için alan ifadelerinin değişimi Denklem (2.8) şeklindedir. Çalışılan yapı kayıpsız ve kaynaksız olarak alınmıştır ve çözümler elde edilmiştir. Kaynaksız ve kayıpsız bir yapı için Denklem (A.2)'de  $\mathbf{J}=0$  ve (A.3)'de  $\rho=0$  olur. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için tam çözüm, Maxwell denklemlerinin plazma içi ve çevreleyen boşluk için ayrı ayrı çözülmesiyle ve elde edilen sonuçlara sınır koşullarının koşulmasıyla elde edilir. Maxwell denklemlerini silindirik koordinat sisteminde ve plazma sütun içerisinde dalga yayılımı için açık olarak yazılır ve düzenlenirse, elektrik ve manyetik alanın enine birleşenlerini boyuna birleşenler cinsinden elde edilebilir. Boyuna elektrik alan ve boyuna manyetik alan birleşenleri için çözüm elde edilirse bunlar cinsinden ifade edilen diğer birleşenler içinde çözüm elde edilmiş olur.

Yukarıda verilen işlemler plazmayı çevreleyen boşluk ortam için de gerçekleştirilerek boşluk ortamda elektrik ve manyetik alan birleşenleri elde edilebilir. Plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuz için tam çözüm, elde edilen alan birleşenlerine sınır ve süreklilik koşullarının uygulanmasıyla bulunur.

Metal iletkenle kaplı yapı için sınır koşulları elektrik alanın teğetsel birleşenin cidarda sıfıra eşit olması ve manyetik akı yoğunluğunun ise dik birleşenin cidarda sıfıra eşit olmasıdır.

$$E_{zb} \Big|_{r=a} = 0 \quad (\text{A.8})$$

$$B_{rb} \Big|_{r=a} = \mu_0 H_{rb} \Big|_{r=a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial H_{zb}}{\partial r} \Big|_{r=a} = 0 \quad (\text{A.9})$$

Plazma-boşluk ara yüzünde elektrik ve manyetik alan teğetsel birleşenleri süreklidir. Ayrıca elektrik akı yoğunluklarının dik birleşeni ve elektrik alanların azimutal birleşenleri plazma-boşluk ara yüzünde süreklidir.

$$E_{zp} \Big|_{r=b} = E_{zb} \Big|_{r=b} \quad (\text{A.10})$$

$$H_{zp} \Big|_{r=b} = H_{zb} \Big|_{r=b} \quad (\text{A.11})$$

$$D_{rp} \Big|_{r=b} = D_{rb} \Big|_{r=b} \quad (\text{A.12})$$

$$E_{\varphi p} \Big|_{r=b} = E_{\varphi b} \Big|_{r=b} \quad (\text{A.13})$$

Sınır koşulları ve süreklilik koşulları uygulanması sonucunda plazma sütun yüklü silindirik dalga kılavuzu için tam çözüm Denklem (A.14) olarak elde edilebilir [25].

$$\frac{f_{\varphi}(u_1)}{f_r(u_1)} = \frac{f_{\varphi}(u_2)}{f_r(u_2)} \quad (\text{A.14})$$

burada,

$$f_{\varphi}(u_i) = -\frac{n}{b} \left\{ \frac{u_i^2 + \gamma^2 - \gamma_0^2 (\varepsilon_1 \mp \varepsilon_2)}{(\gamma_0^2 \varepsilon_1 - \gamma^2) u_i^2 + \Delta} - \frac{1}{\gamma_0^2 - \gamma^2} \right\} - \frac{k_0^2 \varepsilon_2}{(\gamma_0^2 \varepsilon_1 - \gamma^2) u_i^2 + \Delta} \left\{ \frac{u_i^2 u_0}{\gamma_0^2 - \gamma^2} H_n(u_0, b) - \left[ \frac{\pm u_i J_{n+1}(u_i b)}{J_n(u_i b)} \right] \right\}, i=1,2 \quad (\text{A.15})$$

$$f_r(u_i) = \frac{n}{b} \left\{ -\gamma_0^2 (\varepsilon_2 \pm \varepsilon_1) [u_i^2 + \gamma^2 - \gamma_0^2 (\varepsilon_1 \mp \varepsilon_2)] + \frac{\gamma_0^4 \varepsilon_2 u_i^2}{\gamma_0^2 - \gamma^2} \right\} \frac{1}{(\gamma_0^2 \varepsilon_1 - \gamma^2) u_i^2 + \Delta} + \left[ 1 + \frac{\gamma^2 (u_i^2 + \gamma^2 - \gamma_0^2 \varepsilon_1)}{(\gamma_0^2 \varepsilon_1 - \gamma^2) u_i^2 + \Delta} \right] \left[ \frac{\pm u_i J_{n+1}(u_i b)}{J_n(u_i b)} \right] - \frac{\gamma_0^2 u_0}{\gamma_0^2 - \gamma^2} G_n(u_0, b), i=1,2 \quad (\text{A.16})$$

Denklemlerde var olan  $\Gamma$  normalize yayılım sabiti,  $\gamma_0$  boşlukta yayılım sabiti ve  $\Delta$ ,  $u_0^2$ ,  $H_n(u_0, b)$ ,  $G_n(u_0, b)$  ifadeleri aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$\Gamma = \frac{\gamma}{\gamma_0} \quad (\text{A.17})$$

$$\gamma_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \quad (\text{A.18})$$

$$\Delta = \gamma_0^4 \left[ \varepsilon_2^2 - (\varepsilon_1 - \Gamma^2)^2 \right] \quad (\text{A.19})$$

$$u_0^2 = \gamma_0^2 - \gamma^2 \quad (\text{A.20})$$

$$H_n(u_0, b) = \frac{N'_n(u_0 a) J'_n(u_0 b) - J'_n(u_0 a) N'_n(u_0 b)}{N'_n(u_0 a) J_n(u_0 b) - J'_n(u_0 a) N_n(u_0 b)} \quad (\text{A.21})$$

$$G_n(u_0, b) = \frac{J'_n(u_0 b) N_n(u_0 a) - J_n(u_0 a) N'_n(u_0 b)}{J_n(u_0 b) N_n(u_0 a) - J_n(u_0 a) N_n(u_0 b)} \quad (\text{A.22})$$

Ayrıca,  $u_1$  ve  $u_2$  ayrıştırma sabitleri olarak adlandırılırlar ve Denklem (A.23) kullanılarak elde edilirler. Ayrıştırma sabitleri için elde edilen ifade [25] çalışmasında verilen ifade ile  $2(\Omega^2 - 1)$  katsayısında  $\beta^2$  yerine  $1/\Omega^2$  olarak farklılık göstermektedir. Fakat [25] çalışmasında verilen sayısal sonuçlar ancak Denklem (A.23)'te elde edilen ifade ile elde edilebilmektedir. Bu [25] çalışmasında ayrıştırma sabitleri için verilen ifadenin yanlış yazıldığı sonucunu çıkartmaktadır.

$$u_{1,2}^2 = \gamma_0^2 \frac{-(\Gamma^2 - 1) \left[ 2(\Omega^2 - 1 - R^2) + \frac{R^2}{\Omega^2} \right] - \frac{2}{\Omega^2} (\Omega^2 - 1)}{2(\Omega^2 - 1 - R^2)} \quad (\text{A.23})$$

$$\pm \gamma_0^2 \frac{\frac{R^2}{\Omega^2} \sqrt{(\Gamma^2 - 1)^2 + \frac{4\Gamma^2}{R^2} (\Omega^2 - 1)}}{2(\Omega^2 - 1 - R^2)}$$

şeklinde tanımlıdır.

## Plazma Sütun Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu İçin Kuasistatik Çözüm

Kuasistatik yaklaşıklık, ac manyetik alanların ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu varsayımına dayanmaktadır. Böylelikle alanlar bir skaler potansiyelden türetilir [25].

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi \quad (\text{A.24})$$

Plazma, serbest yüklerin olmadığı ifadesi Denklem (A.25)'da verilen bir dielektrik gibi ele alınabilir.

$$\hat{\epsilon} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

Böylece skaler potansiyel Laplace eşitliğinden elde edilebilir.

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \nabla \cdot (\tilde{\epsilon} \mathbf{E}) = \nabla \cdot (\tilde{\epsilon} \nabla \Phi) = 0 \quad (\text{A.26})$$

Skaler potansiyel ifadesinden elektrik alan vektörü ve elektrik akı yoğunluğu vektörü ifadeleri kolaylıkla elde edilir. Sınır koşulları ve süreklilik koşulları (metalik duvarda,  $r=a$ ,  $E_\phi=0$  ve  $r=b$  ara yüzünde  $E_\phi$  ve  $D_r$  sürekli) koşullararak kuasistatik dispersiyon bağıntısı Eşitlik 'deki gibi elde edilir.

$$\epsilon_1 u \frac{J'_n(ub)}{J_n(ub)} - \epsilon_2 \frac{n}{b} = \gamma \frac{I'_n(\gamma b)K_n(\gamma a) - I_n(\gamma a)K'_n(\gamma b)}{I_n(\gamma b)K_n(\gamma a) - I_n(\gamma a)K_n(\gamma b)} \quad (\text{A.27})$$

Burada

$$u = \sqrt{-\gamma^2 \frac{\epsilon_3}{\epsilon_1}} \quad (\text{A.28})$$

## Plazma Sütun Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu İçin Asimptotik Çözüm

Yayılm sabitinin sonsuza yöneldiği ( $\gamma \rightarrow \infty$ ) yerlerdeki frekanslar, rezonans frekansları olarak adlandırılır. Denklem (A.14)'ta verilen plazma yüklü silindirik dalga kılavuzunun tam çözüm ifadesi rezonans frekansları için incelenerek asimptotik dispersiyon eşitlikleri elde edilir. Yayılm sabiti sonsuza yaklaştığında Denklem (A.23)'de verilen ayrıştırma sabitleri aşağıdaki şekli alır [25].

$$\lim_{\gamma \rightarrow \infty} u_1^2 = -\gamma_0^2 \Gamma^2 \quad (\text{A.29})$$

$$\lim_{\gamma \rightarrow \infty} u_2^2 = -\gamma_0^2 \Gamma^2 \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} \quad (\text{A.30})$$

Denklemler (A.29) ve (A.30) kullanılarak Denklem (A.14),  $\gamma \rightarrow \infty$  için incelenirse düşük frekans bölgesi,  $0 \leq \Omega \leq \min(1, R)$ , için asimptotik dispersiyon eşitliği aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\Omega \delta \Gamma = \frac{1}{s_0 \sqrt{-\varepsilon_3 / \varepsilon_1}} \{ \Theta + \pi [m + 0.25] \} \quad n = 1 \quad (\text{A.31})$$

$$\Omega \delta \Gamma = \frac{1}{s_0 \sqrt{-\varepsilon_3 / \varepsilon_1}} \{ \Theta + \pi [(m+1) + 0.25] \} \quad n = -1 \quad (\text{A.32})$$

Burada  $\Theta$  aşağıdaki şekilde tanımlıdır

$$\Theta = \tan^{-1} \left( -\varepsilon_1 \sqrt{\frac{-\varepsilon_3}{\varepsilon_1}} \right), \quad 0 > \Theta > -\pi/2 \quad \text{ve} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{A.33})$$

Yüksek frekans bölgesi,  $\max(1, R) \leq \Omega \leq \Omega_u$ , için asimptotik dispersiyon eşitliği  $0 < \Theta < \pi/2$  ve  $m = 1, 2, 3, \dots$  için aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\Omega \delta \Gamma = \frac{1}{s_0 \sqrt{-\varepsilon_3 / \varepsilon_1}} \{ \Theta + \pi [m + 0.25] \} \quad n = \pm 1 \quad (\text{A.34})$$

## EK-B MÜKEMMEL İLETKEN İLE KATAPILMIŞ EN GENEL DALGA KILAVUZU YAPISI İÇİN İLETİM HATTI EŞİTLİKLERİ

En genel koordinat sistemi için  $(u, v, z)$  koordinat değişkenlerini ve  $e_1, e_2, e_3$  koordinat sistemi metrik çarpanlarını ve  $T(u,v)$  enine alan dağılım fonksiyonunu temsil etmek üzere kapalı, kaynaksız ve uniform bir dalga kılavuzu için iletim hattı eşdeğerliği eşitlikleri Denklemler (B.2), (B.3), (B.4) ve (B.5) şeklinde tanımlıdır [62]. Ayrıca alt indis [], enine elektrik (TE) modlarına ilişkin büyüklükleri ve alt indis (), enine manyetik (TM) modlarına ilişkin büyüklükleri temsil etmektedir.  $T$  fonksiyonları normalizasyon bağıntısı Denklem (B.1)'de verilmiştir.

$$\iint \nabla T \cdot \nabla T dS \equiv \chi^2 \iint T^2 dS = 1 \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} \frac{dV_{(m)}}{dz} = & -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{(n)} \iint_s \left[ \mu_{uu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} - \mu_{vu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right. \\ & \left. - \mu_{uv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} + \mu_{vv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right] dS \\ & + j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{[n]} \iint_s \left[ \mu_{uu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} - \mu_{vu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right. \\ & \left. - \mu_{uv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} + \mu_{vv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right] dS \\ & + j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{z,[n]} \iint_s \left[ \mu_{uz} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} - \mu_{vz} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right] \chi_{[n]} T_{[n]} dS + \chi_{(m)} V_{z,(m)} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned}
\frac{dV_{[m]}}{dz} = & j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{(n)} \iint_s \left[ \mu_{uu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} + \mu_{vu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right. \\
& \left. - \mu_{uv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} - \mu_{vv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right] dS \\
& - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{[n]} \iint_s \left[ \mu_{uu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} + \mu_{vu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right. \\
& \left. + \mu_{uv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} + \mu_{vv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right] dS \\
& - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{z,[n]} \iint_s \left[ \mu_{uz} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} + \mu_{vz} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right] \chi_{[n]} T_{[n]} dS
\end{aligned} \tag{B.3}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dI_{(m)}}{dz} = & -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \iint_s \left[ \varepsilon_{uu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \varepsilon_{vu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right. \\
& \left. + \varepsilon_{uv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \varepsilon_{vv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] dS \\
& + j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \iint_s \left[ \varepsilon_{uu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} - \varepsilon_{vu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right. \\
& \left. + \varepsilon_{uv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \varepsilon_{vv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] dS \\
& - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{z,(n)} \iint_s \left[ \varepsilon_{uz} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \varepsilon_{vz} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] \chi_{(n)} T_{(n)} dS
\end{aligned} \tag{B.4}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dI_{[m]}}{dz} = & j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \iint_s \left[ -\varepsilon_{uu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} + \varepsilon_{vu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right. \\
& \left. - \varepsilon_{uv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} + \varepsilon_{vv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right] dS \\
& - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \iint_s \left[ \varepsilon_{uu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} - \varepsilon_{vu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right. \\
& \left. - \varepsilon_{uv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} + \varepsilon_{vv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right] dS \\
& + j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{z,[n]} \iint_s \left[ -\varepsilon_{uz} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} + \varepsilon_{vz} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right] \chi_{(n)} T_{(n)} ds + \chi_{[m]} I_{z,[m]}
\end{aligned} \tag{B.5}$$



Denklem (B.2) ve (B.5)' deki  $\chi_{(m)}V_{z,(m)}$  ve  $\chi_{[m]}I_{z,[m]}$  ifadeleri sırasıyla Denklem (B.6) ve (B.7) kullanılarak elde edilir.

$$\begin{aligned}
I_{[m]} = & -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \iint_s \left[ \varepsilon_{zu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} + \varepsilon_{zv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \right] T_{(m)} dS \\
& - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \iint_s \left[ \varepsilon_{zu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} - \varepsilon_{zv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \right] T_{(m)} dS - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{z,(n)} \iint_s \varepsilon_{zz} \chi_{(n)} T_{(n)} T_{(m)} dS
\end{aligned} \tag{B.6}$$

$$\begin{aligned}
V_{[m]} = & j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{(n)} \iint_s \left[ \mu_{zu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} - \mu_{zv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \right] T_{[m]} ds \\
& - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{[n]} \iint_s \left[ \mu_{zu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} + \mu_{zv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \right] T_{[m]} ds - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{z,[n]} \iint_s \mu_{zz} \chi_{[n]} T_{[n]} T_{[m]} ds
\end{aligned} \tag{B.7}$$

## EK-C SİLİNDİRİK KOORDİNAT SİSTEMİ İÇİN VEKTÖREL ÖZDEŞLİKLER VE MATRİS ÖZDEŞLİKLERİ

$\mathbf{A}$  bir vektör ve  $B$  bir skaler,  $\mathbf{a}_r$ ,  $\mathbf{a}_\varphi$ ,  $\mathbf{a}_z$  silindirik koordinatlarda birim vektörler olmak üzere

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{C.1})$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \mathbf{a}_r + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{a}_\varphi + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (rA_\varphi) - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} \right] \mathbf{a}_z \quad (\text{C.2})$$

$$\nabla B = \frac{\partial B}{\partial r} \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial B}{\partial \varphi} \mathbf{a}_\varphi + \frac{\partial B}{\partial z} \mathbf{a}_z \quad (\text{C.3})$$

$$\nabla^2 B = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial B}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} \quad (\text{C.4})$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (\text{C.5})$$

$$\nabla^2 B = \nabla_e^2 B + \nabla_b^2 B \quad (\text{C.6})$$

$$\mathbf{a}_z \times (\nabla \times \mathbf{A}) = (\mathbf{a}_z \cdot \mathbf{A}) \nabla - (\mathbf{a}_z \cdot \nabla) \mathbf{A} = \nabla_e A_z - \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{A}_e \quad (\text{C.7})$$

$D$   $n \times n$ 'lik bir matris,  $p$  bir değişken olmak üzere

$$DD^{-1} = I \quad (\text{C.8})$$

$$D^{-1} = \frac{1}{\det(D)} \text{Adj}(D) \quad (\text{C.9})$$

$$\frac{d \det(D)}{dp} = \text{tr} \left[ \text{Adj}(D) \frac{dD}{dp} \right] \quad (\text{C.10})$$

$$\frac{dD^{-1}}{dp} = -D^{-1} \frac{dD}{dp} D^{-1} \quad (\text{C.11})$$

$$\frac{d \text{Adj}(D)}{dp} = \frac{d \det(D)}{dp} D^{-1} - \det(D) D^{-1} \frac{dD}{dp} D^{-1} \quad (\text{C.12})$$

## KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER

### A. Uluslararası Hakemli Dergilerde (SCI, SCI-E) Yayımlanan Makaleler

- [1] **Kelebekler E.** and Yıldız A. B., Characteristic Equation-Based Computation of Thévenin and Norton Equivalent Circuits, *IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, 2011, **6**, 509-516.
- [2] Bayılmış C., **Kelebekler E.**, Ertürk İ., Çeken C., Ozcelik I., Integration of A Speech Activated Control System And A Wireless Networking Unit For A CAN-Based Distributed Application, *Journal of Network and Computer Applications*, 2009, **32**, 1210-1218.
- [3] **Kelebekler E.** and Inal M., White and Color Noise Cancellation of Speech Signal by Adaptive Filtering and Soft Computing Algorithms, *Lecture Notes in Computer Science*, 2006, **4304**, 970-975.

### B. Ulusal Hakemli Dergilerde Yayımlanan Makaleler

- [1] **Kelebekler E.** ve İnal M., Otomobil İçindeki Cihazların Sesle Kontrolüne Yönelik Konuşma Tanıma Sisteminin Gerçek Zamanlı Laboratuvar Uygulaması, *Gazi Üniversitesi Politeknik Dergisi*, 2008, **11**, 109-114.

### C. Uluslararası Bilimsel Toplantılarda Sunulan ve Bildiri Kitabında Basılan Bildiriler

- [1] **Kelebekler E.** and Yener N., Backward Wave Modes of Partially Plasma Column Loaded Cylindrical Waveguide, *PIERS Proceedings*, Marrakesh, 20-23 March, 2011.
- [2] **Kelebekler E.** and Yener N., Obtaining the Backwards Waves of Fully Plasma Filled Cylindrical Waveguide by Using the MoM, *17th Telecommunications Forum (TELFOR 2009)*, Serbia, 24-26 November 2009.
- [3] **Kelebekler E.**, Comparison of Some Semi Analytic Methods for Plasma Column Loaded Cylindrical Waveguide, *IEEE Applied Electromagnetics Conference*, India, 18-22 December 2009.
- [4] **Kelebekler E.**, Investigation of the Gyro-resonance Region Modes by Using the MoM for Plasma Column Loaded Cylindrical Waveguide, *2009 IEEE Electrical Design of Advanced Packaging & Systems Symposium*, Hong Kong, 2-4 December 2009.
- [5] **Kelebekler E.** and Yıldız A. B., State Variables Analysis of Passive Filters *Electrical Machines and Power Electronics*, Bodrum, Turkey, 10-12 September 2007.

[6] **Kelebekler E.** and Yıldız A. B., Analysis of Passive and Active Filters Using Modified Nodal Approach, *The IEEE 5th Compatibility in Power Electronics*, Poland, 29 May-1 June 2007.

[7] Fatihoğlu Y. S. and **Kelebekler E.**, Çevrimiçi Sınav Uygulaması, *5th International Educational Technologies Conference*, Sakarya, 21-23 Eylül 2005.

#### **D. Ulusal Bilimsel Toplantılarda Sunulan ve Bildiri Kitabında Basılan Bildiriler**

[1] **Kelebekler E.** and Yener N., Farklı Yapıdaki Silindirik Dalga Kılavuzlarının Dispersiyon Eğrilerinin İletim Hattı Eşdeğerlikleri Yöntemi ile Elde Edilmesi, *Elektrik, Elektronik, Bilgisayar, Biyomedikal Mühendisliği 13. Ulusal Kongresi*, Ankara, 23-26 Aralık 2009.

[2] Bayılmış C. and **Kelebekler E.**, Can Temelli Gezgin Bir Model Aracın Ses Aktivasyon Sistemi İle Kablosuz Kontrolü, *IEEE 16. Sinyal İşleme, İletişim ve Uygulamaları Kurultayı*, Aydın, 20-22 Nisan 2008.

[3] Küçük K., **Kelebekler E.**, Kavak A., MATLAB GUI Tabanlı Sensör Dizi İşleme Tahmin Yöntemleri ve Performans Analizi Simülatörü, *IEEE 15. Sinyal İşleme, İletişim ve Uygulamaları Kurultayı*, Eskişehir, 11-13 Haziran 2007.

#### **E. Diğer Yayınlar**

[1] İşak P., **Kelebekler E.**, Yıldız A. B., Karşılıklı Endüktans Etkisinin Anahtarlamalı Devrelerde İfade Edilmesi, *Kaynak Elektrik (Enerji, Elektrik, Aydınlatma, Elektronik ve Otomasyon Mühendisliği Dergisi)*, **222**, 180-184, 2007.

#### **F. Görev Aldığı Projeler**

[1] Yardımcı Araştırmacı, Jiroelektrik Ortamla Yüklü Kapalı Dalga Kılavuzlarında Yayılma Sabitinin Cebrik Fonksiyon Teorisi Yardımıyla İncelenmesi, *KOÜ, Bilimsel Araştırmalar Birimi*, 2010-034, 2010-2012.

## **ÖZGEÇMİŞ**

Ersoy KELEBEKLER 28.02.1980'de Bursa'da doğdu. Haziran 1997'de Bursa Hürriyet Endüstri Meslek Lisesi'ni, Temmuz 2002'de Kocaeli Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Elektronik Öğretmenliği Bölümünü bitirdi. Mayıs 2004'te Askerlik hizmetini tamamladıktan sonra Haziran 2004'te Kocaeli Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Elektronik ve Bilgisayar Eğitimi Bölümüne Araştırma Görevlisi olarak girdi. 2006 güz döneminde Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik ve Bilgisayar Eğitimi Anabilim Dalından doktora çalışmasına başladı.