

**KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**YAPI TANILAMA ALGORİTMALARIYLA ÖZGÜN YAPI
DİNAMİK ÖZELLİKLERİNİN TAHMİNİ**

AHMET SERT

KOCAELİ 2019

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ




İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

YAPI TANILAMA ALGORİTMALARIYLA ÖZGÜN YAPI
DİNAMİK ÖZELLİKLERİNİN TAHMİNİ

AHMET SERT

Prof. Dr. Kemal BEYEN
Danışman, Kocaeli Üniversitesi
Prof. Dr. Erdal ŞAFAK
Jüri Üyesi, Boğaziçi Üniversitesi
Doç. Dr. Fuat OKAY
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniversitesi


.....

.....

.....

Tezin Savunulduğu Tarih: 17.07.2019

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Bu çalışmada makine, mekatronik gibi mühendislik alanlarında aktif bir şekilde kullanılan titreşim mekaniğinin inşaat mühendisliği alanında nasıl hayat bulabileceği gösterilmeye çalışılmıştır. Yapı tanılama teknikleri ile yapının karakteristik özelliklerinin önceden belirlenmesi ve deprem öncesi veya sonrası için binalar hakkında doğru bir çözüm üretilmesine olanak sağlamıştır.

Bana inşaat mühendisliği ve hayat-ı içtimaiye de hem hocalık hem abilik yapan kendini bilim dünyasının derinliklerine adanmış ve hayatının gayesi bilimi coğrafyamızda hâkim kılmaya çalışan değerli hocam Prof. Dr. Kemal BEYEN'e teşekkür ve saygılarımı sunmayı bir borç bilirim.

Tezi hazırlama sürecinde ve hayatın her alanında duruşlarıyla yanımda bulunan değerli annem ve babama, hayattaki duruşlarıyla bana karanlık bir gecede mum ışığı olan ablam Yasemin ve abilerim Sadullah ve Mustafa'ya kendisinin düşüncelerinden dolayı her zaman tebrik ettiğim kardeşim Ömer Faruk'a saygıyla hürmetle teşekkür ederim.

Yakında hayat arkadaşım olacak varlığıyla ve duruşuyla bana kuvvet olan nişanlım Sümeyra 'ya her zaman dost olarak bildiğim dostum Hifzullah ve Yasin'e inşaat mühendisliği ufukumun ilerlemesinde en büyük etken olan İnş. Yük. Mühendisi Rasim CAPGULAŞ, değerli iş arkadaşım İnş. Müh. Habib Ferhat KURTAY'a en içten saygı ve hürmetlerimi sunarım.

Haziran-2019

Ahmet SERT

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR	i
İÇİNDEKİLER	ii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	v
TABLolar DİZİNİ	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	ix
ÖZET.....	xi
ABSTRACT	xii
GİRİŞ	1
1.GENEL BİLGİLER	1
1.1. Deneysel Modal Analiz ve Kullanılma Alanları.....	2
1.2. Tezin İçeriği	4
1.3. Literatür Araştırması	4
1.4. Deneysel Modal Analizin Gelişimi	6
1.4.1. Tek serbestlik dereceli sistemler.....	6
1.4.1.1. Sönümsüz tek serbestlik dereceli sistemler	7
1.4.1.2. Sönümlü tek serbestlik dereceli sistemler	8
1.4.2. Çok serbestlik dereceli sistemler	10
1.4.2.1. Sönümsüz çok serbestlik dereceli sistemler	11
1.4.3. Frekans davranış fonksiyonu	14
1.4.3.1 Farklı formlardaki frekans fonksiyonları	14
1.4.3.2. Frekans davranış fonksiyonlarının grafiksel görüntülenmesi	16
1.4.3.3. Genlik ve faz değerlerinin çizilmesi.....	16
1.4.3.4. Reel ve sanal kısımlarının çizilmesi	17
1.4.3.5. Reel ve sanal kısımların nyquist grafiklerinin çizdirilmesi.....	17
1.5. Fourier Serileri	18
1.5.1. Fourier dönüşümü	19
1.5.2. Sürekli zamanlı fourier dönüşümü.....	20
1.5.3. Laplace dönüşümleri.....	20
1.6. Transfer Fonksiyon Analizi	21
1.6.1. Hareketin matris denkleminin oluşturulması.....	22
1.6.1.1. Üç serbestlik dereceli sistemin bileşenlerinin tayini	22
1.7. Tek Serbestlik Dereceli Sistemin Transfer Fonksiyonu ve Frekans Tepki Fonksiyonu	24
1.7.1. Tek serbestlik dereceli sistemin tanımı ve hareket denklemi	24
1.7.2. Transfer fonksiyonları	24
1.7.3. Frekans Tepkisi.....	26
1.8. Üç Serbestlik Dereceli Sistemin Laplace Dönüşümü, Transfer Fonksiyonları, Kutuplar ve Kökleri	29
1.8.1. Sıfır sınır şartları altında laplace dönüşümü	29
1.8.2. Transfer fonksiyonun çözümü	29
1.8.3. Sönümsüz model için transfer fonksiyonu matrisi	33

1.8.4. Dört farklı transfer fonksiyonu	33
1.8.5. Kutuplar	34
1.8.6. Sıfırlar	35
2. FREKANS TEPKİ ANALİZİ	38
2.1. Giriş	38
2.2. Yüksek ve Düşük Frekansların Asimptotik Davranışı	38
2.3. Bode ve Nyquist Diyagramları	41
2.3.1. Logaritmik eğriler veya bode diyagramları	41
2.4. Transfer Fonksiyonu Matrisleri ile Eigen Vektörlerinin Bulunması	42
3. DURUM UZAYI ANALİZİ	45
3.1. Giriş	45
3.2. Durum Uzayı Formülasyonu	45
3.3. Durum Uzayı Formunda Karmaşık Öz Değerler ve Öz Vektörler	48
3.4. Sönüm	51
3.4.1. Viskoz sönüm	52
3.4.2. Columb rijit cisim sönümü	53
3.4.3. Çevrimsel sönüm	53
3.5. Serbest Titreşimlerde Sönüm	54
3.5.1. Yüksek sönümlü sistem	56
3.5.2. Kritik sönümlü sistem	57
3.5.3. Düşük sönümlü sistemler	57
3.6. Sönüm ile İlgili Yaklaşımlar ve Elde Edilme Yöntemleri	58
3.6.1. Rayleigh teoremi	58
3.6.2. En yüksek genlik metodu (Peak-Picking)	59
3.6.3. Daire uydurma yöntemi (Circle-Fit Method)	61
3.7. Mod Şekilleri ve Mod Şekillerinin Deneysel Yöntemlerle Bulunması	62
4. DOĞRUSAL SİSTEMLERİN DEPREM DAVRANIŞI	64
4.1. Deprem Etkisi	64
4.2. Hareket Denklemi	65
4.3. Tepkinin Zaman İçinde Değişimi	66
4.4. Davranış Spektrumu Kavramı	68
4.5. Şekildeğişimi Sözde-Hız ve Sözde İvme Davranış Spektrumları	69
4.5.1. Şekil değişimi davranış spektrumu	69
4.5.2. Sözde-hız davranış spektrumu	70
4.5.3. Sözde-ivme davranış spektrumu	70
4.6. TBDY-2018'e Göre Elastik Tasarım Spektrumu	72
4.6.1. Deprem düzeyleri	72
4.6.2. Deprem spektrumları	72
4.6.3. Yatay elastik tasarım spektrumu	74
4.6.4. Düşey elastik tasarım spektrumu	75
4.7. Zaman Tanım Alanında Deprem Yer Hareketlerinin Tanımlanması	76
4.7.1. Deprem kayıtlarının seçimi	76
4.7.2. Deprem kayıtlarının basit ölçeklendirme yöntemleriyle ölçeklendirilmesi	76
5. SİSTEM TANILAMA	79
5.1. Sistem Tanılama Yöntemi	79
5.2. Doğrusal Dinamik Sistemler	80
5.2.1. Transfer fonksiyonu modeli	81
5.3. Deneysel Modal Analiz	84

5.3.1. Operasyonel modal analiz.....	85
5.3.2. Deneysel modal analiz.....	85
6. BİNA BİLGİLERİ	89
6.1. Malzeme Bilgileri.....	89
6.2. Kat Bilgileri	89
6.3. Yapı Tanılama	93
6.3.1. Yapı tanılama sonuçları	93
7. DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMİN ÇÖZÜMÜ.....	100
7.1. Yığılı Plastik Mafsal Modeli	100
7.2. Yayılı Plastik Mafsal Modeli	101
7.3. Taşıyıcı Sistemin Modellenmesi	102
7.4. Hasarlı Model İçin Sistem Tanılama.....	102
7.4.1. Deneysel ve sayısal mod şekilleri.....	109
8. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	110
KAYNAKLAR	113
EKLER	117
KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER	125
ÖZGEÇMİŞ	126

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Teorik ve deneysel model analizler için işlem sırası	3
Şekil 1.2. Tek serbestlik dereceli sistem	6
Şekil 1.3. Sönümlü tek serbestlik dereceli yapılar için serbest salınım	9
Şekil 1.4. İki serbestlik dereceli sistem	11
Şekil 1.5. Sönümsüz tipik bir sistem için bode diyagramı	16
Şekil 1.6. Frekans davranış fonksiyonu logaritmik tabanda çizimi	17
Şekil 1.7. Sönümü %1'den düşük sistemin FRF'ın reel ve sanal kısımları.....	18
Şekil 1.8. σ ve ω' nın karmaşık düzlemde tanımı.....	21
Şekil 1.9. Üç serbestlik dereceli sistem.....	22
Şekil 1.10. Kuvvet uygulanan sistem.....	22
Şekil 1.11. Kütle, sönüm, rijitlik matrisleri.....	23
Şekil 1.12. Tek serbestlik dereceli sistem	24
Şekil 1.13. TSD sistemin farklı sönümlerde frekans tepkisinin genlik grafiği	28
Şekil 1.14. TSD sistemin farklı sönümlerde frekans tepkisinin faz grafiği	28
Şekil 1.15. Transfer fonksiyonları için sıfır ve kutuplar	37
Şekil 2.1. Titreşim modundaki rijit sistem	38
Şekil 2.2. Frekans-tepki fonksiyonu.....	40
Şekil 2.3. Transfer fonksiyonu için faz grafiği	41
Şekil 2.4. Bode ve faz diyagramı	42
Şekil 2.5. Mod şekli grafiği.....	44
Şekil 3.1. Üç serbestlik dereceli sönümlü sistem.....	45
Şekil 3.2. Kompleks düzlemde öz değerler.....	50
Şekil 3.3. Farklı sönüm oranlarında PSA değerleri.....	51
Şekil 3.4. Çevrimsel sönüm	52
Şekil 3.5. Elastik ve elasto-plastik davranış.....	52
Şekil 3.6. Sönümlü piston sistemi	54
Şekil 3.7. Yay sabitli basit sönümlü sistem	55
Şekil 3.8. Zaman-yerdeğiştirme grafiği	57
Şekil 3.9. Düşük sönümlü titreşim	58
Şekil 3.10. Rayleigh sönüm modeli için sönüm oranı-periyot ilişkisi	59
Şekil 3.11. En yüksek genlik yöntemi (Peak -picking metodu).....	60
Şekil 3.12. Nyquist grafiğinden modal parametrelerin elde edilmesi.....	61
Şekil 3.13. Üç serbestlik dereceli sistemde mod şekli	62
Şekil 3.14. Konsol elemanda mod şekilleri.....	63
Şekil 4.1. El Centro kaydının ivme, hız, yerdeğiştirme zamana göre grafiği	64
Şekil 4.2. Tek serbestlik dereceli sistem	66
Şekil 4.3. TSD sistemin El Centro depreminde oluşan şekil değiştirmeleri	67
Şekil 4.4. Eşdeğer statik yük	67
Şekil 4.5. TSD sistemlerde sözde ivme.....	68
Şekil 4.6. (a) Yer ivmesi, (b) Aynı sönüm oranlarında farklı periyotlarda şekildeğişimi tepkileri, (c) %2 sönüm için için şekil değiştirme spektrumu	70
Şekil 4.7. El Centro kaydının (a) şekildeğişimi (b) hız (c) ivme spektrumu	71

Şekil 4.8. Kısa periyot bölgesi için yerel zemin etki katsayıları	73
Şekil 4.9. 1.0 saniye periyot için yerel zemin etki katsayıları	73
Şekil 4.10. Yatay elastik tasarım spektrumu	74
Şekil 4.11. Düşey tasarım elastik spektrumu	75
Şekil 4.12. Ölçekli ve ölçeksiz Kocaeli depremi	77
Şekil 4.13. Ölçekli ve ölçeksiz spektrum eğrileri	78
Şekil 5.1. ARX model yapısı	81
Şekil 5.2. ARMAX modeli	82
Şekil 5.3. Output-Error model yapısı	83
Şekil 5.4. Box-Jekins model yapısı	84
Şekil 5.5. Basit plaka etki ve ölçülen tepki	85
Şekil 5.6. Deneysel modal analiz işleyiş sıralaması.....	85
Şekil 5.7. Basit plakanın tepkisi.....	86
Şekil 5.8. Basit plakanın frekans tepki fonksiyonu.....	86
Şekil 5.9. Zaman ve frekans tepki fonksiyonları	86
Şekil 5.10. Plakadaki mod şekilleri	87
Şekil 5.11. (a)Kütle,(b)rijitlik,(c)ÇSD sistemlerde modal etkilemesi.....	87
Şekil 6.1. Kolon donatı detayı.....	89
Şekil 6.2. Kolon donatı detayı.....	90
Şekil 6.3. Temel kalıp planı	90
Şekil 6.4. Kiriş açılımı	91
Şekil 6.5. Kolon planı	91
Şekil 6.6. Bina ile ilgili parametreler	92
Şekil 6.7. Binanın sonlu elemanlar modeli	92
Şekil 6.8. Kocaeli depremi kaydı	93
Şekil 6.9. 186 nolu izleme istasyonu.....	94
Şekil 6.10. Girdi(input) ve çıktı(output) grafiği.....	94
Şekil 6.11. Bode diyagramı (state-space model).....	94
Şekil 6.12. 1. Mod şekli	95
Şekil 6.13. 2. Mod şekli	95
Şekil 6.14. 3.Mod şekli	95
Şekil 6.15. 4.Mod şekli	96
Şekil 6.16. 5. Mod şekli	96
Şekil 6.17. Pole-zero haritası	96
Şekil 6.18. Farklı modlardaki farklı sönüm oranları	97
Şekil 6.19. Kocaeli depremi etkisinde farklı sönümlerde deplasmanlar.....	97
Şekil 6.20. Etkiyen depremlerin kat tepkileri ZTA'da gösterimi.....	98
Şekil 6.21. Farklı matematiksel modellerde frekans tepki fonksiyonları.....	98
Şekil 6.22. Sistem tepkisi	99
Şekil 7.1. Malzemelerde göz önüne alınacak basınç dayanımları	101
Şekil 7.2. Kolonlara ve kirislere plastik mafsalların atanması.....	102
Şekil 7.3. Sisteme atanan plastik mafsallar	103
Şekil 7.4. Sistem tepkilerinin alındığı katlar	103
Şekil 7.5. X yönü için deplasman hikayeleri	104
Şekil 7.6. X yönü için ivme hikâyeleri.....	104
Şekil 7.7. X yönü deplasmanlar için güç yoğunluk spektrumu.....	105
Şekil 7.8. X yönü ivme için güç yoğunluk spektrumu.....	105
Şekil 7.9. Y yönü için ivme spektrumu.....	105
Şekil 7.10. Y yönü için güç spektrumu	106

Şekil 7.11. Y yönü güç spektrumu	106
Şekil 7.12. Yapı X yönü 1. eğilme modu	107
Şekil 7.13. Yapı X yönü 2. eğilme modu	107
Şekil 7.14. Yapı X yönü 3. eğilme modu	107



TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 1. Frekans davranış fonksiyonu formları	15
Tablo 2. Y yönü için modal frekans değerleri.....	106
Tablo 3. Matematiksel modele ait modal frekanslar.....	108
Tablo 4. Modal frekanslara ait modal sönüm değerleri	108
Tablo 5. 1.mod için deneysel ve matematiksel sonuçlar.....	109
Tablo 6. 2.mod için deneysel ve matematiksel sonuçlar.....	109



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

A	: İvme
a_0	: Fourier dönüşümü katsayı fonksiyonları
a_n	: Fourier dönüşümü katsayı fonksiyonları
$A(\omega)$: İntertance formundaki frekans davranış fonksiyonu
$A_i(t)$: Sünizodial dalganın genliği
$ a(\omega) $: Frekans davranış fonksiyonunun genliği
α	: Modlara göre hesaplanan katsayısı
β	: Modlara göre hesaplanan katsayısı
b_n	: Fourier dönüşümü katsayı fonksiyonları
c	: Sönüm
[C]	: Sönüm matrisi
c_{cr}	: Kritik sönüm
DD-1	: 50 aşılma olasılığı %2 olan deprem yer hareketi
DD-2	: 50 aşılma olasılığı %10 olan deprem yer hareketi
DD-3	: 50 aşılma olasılığı %50 olan deprem yer hareketi
DD-4	: 50 aşılma olasılığı %68 olan deprem yer hareketi
F	: Kuvvet genliği
f	: Frekans
F_s	: Kısa periyot için yerel zemin etki katsayısı
F_1	: 1 sn periyot için yerel zemin etki katsayısı
$f(t)$: Zamana bağlı kuvvet
$\{f(t)\}$: Zamana bağlı kuvvet vektörü
f	: Fourier dönüşümü
$F_D(t)$: Sönüm kuvveti
$F_i(t)$: Sünizodial dalganın genliği
g	: Yerçekimi ivmesi
$H(\omega)$: Receptance formundaki frekans davranış fonksiyonu
J	: Karmaşık sayı imajinal kısmı
k	: Rijitlik
[K]	: Rijitlik matrisi
$[k_r]$: Genelleştirilmiş rijitlik matrisi
L_p	: Plastik mafsal boyu
L	: Laplace dönüşümü
m	: Kütle
[M]	: Kütle matrisi,
$[m_r]$: Genelleştirilmiş kütle matrisi
I	: Birim matris
s	: Karmaşık sayı
$S_{ae}(T)$: Elastik spektral ivme
S_{DS}	: Kısa periyot tasarım spektral ivme katsayısı
T	: Periyot
$ Y(\omega) $: Mobility halindeki frekans davranış fonksiyonu

x_{mi}	:	i. moddaki mod şekli
x_i	:	i. frekanstaki vektörün durumu
$x(t)$:	Yerdeğiştirme
$\dot{x}(t)$:	Hız
$\ddot{x}(t)$:	İvme
ω	:	Frekans
ω_n	:	Doğal frekans
ξ	:	Sönüm
\angle	:	Açı değeri
θ_a	:	Faz değeri
$[\psi]$:	Modal matris
$[\phi]$:	Normalleştirilmiş öz vektör
λ_i	:	i. öz değerdeki titreşimin i. modundaki doğal frekansı

Kısaltmalar

ARX	:	Dışsal Şartlarla Özbağımlı (Autoregressive With Exogenous Terms)
ARMAX	:	Dışsal Şartlarla Özbağımlı-Taşıma Ortalaması (Autoregressive-Moving Average With Exogenous Terms)
TBDY	:	Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği
DTS	:	Deprem Tasarım Sınıfı
ZTA	:	Zaman Tanım Alanı

YAPI TANILAMA ALGORİTMALARIYLA ÖZGÜN YAPI DİNAMİK ÖZELLİKLERİNİN TAHMİNİ

ÖZET

Aktif bir fay kuşağında olan ülkemizin deprem ile en büyük imtihanı 17 Ağustos 1999 Kocaeli depremi ile olmuştur. Marmara depremi nüfus yoğunluğunun yüksek olduğu ve sanayi kuruluşlarının yoğun olarak bulunduğu bir bölgede olmasından dolayı çok fazla can ve ciddi ekonomik kayba sebep olmuştur. Depremden sonra bölgedeki çalışmalar yapıların durumunun mevcut hali ile projedeki tasarımının çok farklı olduğunu göstermiştir ve tüm yapıların tekrardan tanılanması gerektiğini ortaya koymuştur. Bu çalışmada Kocaeli ili Derince ilçesinde TBYSBY-2007 göre yapılmış 5 katlı betonarme binanın yapısal davranışını incelemek amacıyla sonlu elemanlar analiz yöntemi ile kurulan modelin Kocaeli depremi ivme kaydı altında alınan kat tepkileri MATLAB ortamında oluşturulan yazılımlar ve MATLAB makro ortamından elde sonuçlar ile birleştirilmiştir. Bu şekilde yapılan yapısal tanılama işlemi sonucunda yapıların kabul edilen değil de kendi dinamik özellikleri tespit edilmiştir. Kat tepkilerinden elde edilen sonuçlarla frekans tepki fonksiyonları elde edilmiş bu tepki fonksiyonlarından dinamik özellikleri (doğal frekanslar, sönüm oranları ve mod şekilleri) elde edilmiştir. Deprem yönetmeliklerinde sabit bir oran olarak %5 olarak tanımlanan sönüm oranlarının servis yükleri altında %5 değerine hiç ulaşamadığı görülmüştür. % 5 sönüm değerine ulaşabilmesi için sistemin ciddi bir dinamik yüklemeye maruz kalması ve sistemde plastik mafsallardan dolayı oluşan enerji emilimleri ile ulaşabilmektedir. Bu çalışma ile yapılarda denetleme ve ruhsatlandırma aşamasına yeni bir tanılama getirilmesi gerektiğini ve özellikle stratejik kamu kuruluşlarında ön ve kesin kabul aşamasında binaya ait gerçek davranışın izlenmesi amacıyla uygulanabilmekte ve yanıltıcı olmasından çok bilimsel bir temele oturmasını sağlamaktadır.

Anahtar Kelimeler: Frekans Tanım Alanında Analiz, Frekans Tepki Fonksiyonu, Sönüm Oranı, Transfer Fonksiyonları, Zaman Tanım Alanında Analiz.

ESTIMATION OF ORIGINAL STRUCTURE DYNAMIC PROPERTIES WITH STRUCTURE IDENTIFICATION ALGORITHMS

ABSTRACT

The biggest test of our country which is in an active earthquake zone is 17 August 1999 Kocaeli earthquake. The Marmara earthquake caused a lot of lives and serious economic losses due to the fact that the population density is high and the industrial establishments are densely located. Studies in the region after the earthquake the current situation of the structures and the design of the project is very different and showed that all the structures should be identified again. In this study, in order to investigate the structural behavior of 5-storey reinforced concrete building constructed according to TEC-2007 in Derince district of Kocaeli province, the floor responses of the model, which was established by using the finite element analysis method, were combined with the software generated in MATLAB environment and obtained from MATLAB macro environment. As a result of the structural diagnostics performed in this way their dynamic properties were determined. Frequency response functions were obtained with the results obtained from the floor responses and dynamic properties (natural frequencies, damping ratios and mode shapes) were obtained from these response functions. 5% as a fixed rate in earthquake regulations it was found that the defined damping ratios never reached 5% under service loads. 5% damping value to achieve a serious dynamic system and energy absorption due to plastic hinge in the system. With this study, it is necessary to bring a new diagnosis to the inspection and licensing stage of the buildings, and especially in the strategic and public it can be applied for the purpose of monitoring behavior and provides a scientific basis rather than misleading.

Keywords: Frequence-Domain Analysis, Frequence Response Function, Damping Ratio, Transfer Functions, Time-Domain Analysis.

GİRİŞ

1.GENEL BİLGİLER

Uygulamalı mekanik bilim dalı tarihsel gelişimi içinde ilk olarak etki seviyeleri bilinmeyen parametreleri analitik yapı içinde irdeleyerek ve teorik bilgiyi ise deneysel çalışmalarla gözlemleyerek dinamik sistemleri ve karakteristik özelliklerini geliştirilen algoritmalar içinde tanımlama çabalarıyla ‘tanılama’ problemine cevap sunmuştur. İlk uygulama örneklerinde, mekanik parçalar ve yapısal sistemler titreşimlerden dolayı hasarlar almakta ilerleyen süreçte kırılmalar meydana gelmektedir. Hasar oluşumunun en önemli sebebi rezonans olarak tanımlanan makinenin bir sistem olarak sahip olduğu hâkim frekansının makine elamanının lokal frekansıyla çakışmasıdır. Makinelerin çalışmalarının sebep olduğu titreşimlerin önüne geçilemeyeceğini bilmekteyiz, bundan dolayı makine parçalarının bu titreşimlere vereceği cevabı ve kendi içinde oluşturacağı davranışların belirlenmesi gerekmektedir. Bu amaçla ilk olarak 1. Dünya savaşı sırasında ciddi çalışmalar yapılmış ve dinamik karakteristik özellikler olarak isimlendirilen doğal frekanslar, doğal frekansların hâkim olduğu andaki mod şekilleri ve sönüm oranları üzerinde çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmalar sonunda deneysel modal analiz yöntemleri geliştirilmiştir [1].

Tıpkı makine parçaları gibi inşaat mühendisliği yapıları da deprem, patlama, rüzgâr gibi dinamik yüklere maruz kalabilmekte ve kaçınılmaz olarak titreşim kaynaklı tepkiler üretmektedir. Makine titreşim kaynağı ile makine parçaları arasındaki dinamik etkileşimin bir benzeri mühendislik yapılarında da gözlenmektedir. Yapısal hakim frekanslar ile dinamik yüklerin hakim karakteristik frekanslarının çakışmasından dolayı rezonans (tınlaşım) oluşmaktadır. Lineer şartlar altında gerçekleşen titreşim tepkisindeki amlifikasyon (büyüme) yapılara ciddi hasarlar vermektedir [1].

İnşaat mühendisliği yapıları hem tasarım yapılırken hemde imalat aşamasında bazı kabuller yapılmaktadır. Bu kabullerin yanı sıra malzeme özelliklerinin tam olarak belli olmaması tasarım sırasında düşünülen sınır şartlarının oluşmamasından dolayı teorik olarak düşünülen sistemle gerçek yapı birbirinden farklı davranış sergilemektedir.

Yukarıda belirtildiği gibi teorik olarak belirlenen yapının dinamik özelliklerinin gerçek yapı ile aynı olup olmadığının tespitinin yapılması gerekmektedir. Yapıların gerçek dinamik özelliklerinin tayini sonunda bu özellikler bilgisayar ortamında işlenebilmekte ve gerçek yapı sistemi tam olarak bilgisayar ortamına aktarabilmektedir. Bu şekilde çevrel titreşimler veya deprem, rüzgâr, gibi dinamik yüklemeler altında her türlü çelik, betonarme yapının dinamik karakteristikleri tayin edilebilmekte ve analitik modellerde gerekli güncellemeler yapılabilmektedir. Tespit edilen yapıya ait gerçek özellikler yardımıyla deprem öncesi gerekli önlemler alınabilmektedir. [2]. Sisteme ait modal parametrelerin bilinmesiyle sistemin hasar tespitinin yapılması kolaylaştırmaktadır [3].

1.1. Deneysel Modal Analiz ve Kullanılma Alanları

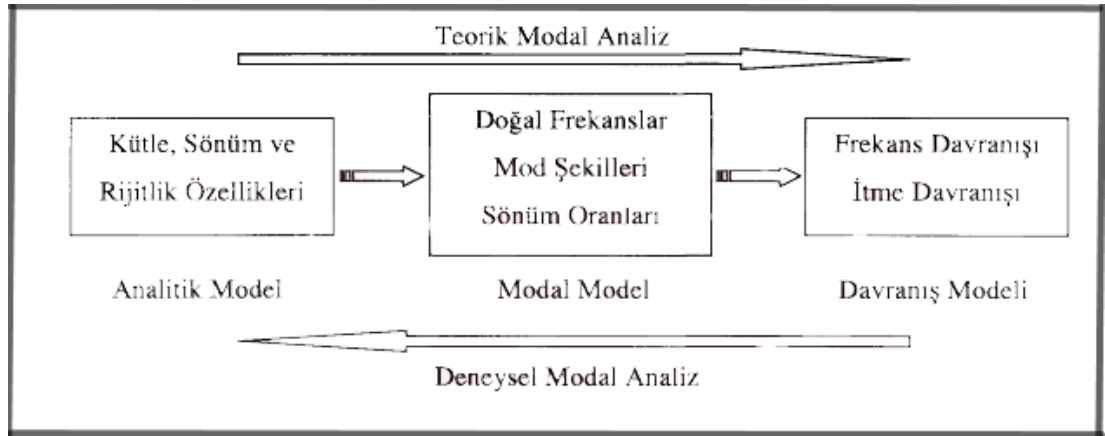
Yapılardaki titreşimler göz önünde bulundurularak yapıların bazı dinamik karakteristik özelliklerinin deneysel yollarla tespit edilmesi deneysel modal analiz ile mümkündür. Bu yöntemin daha iyi idrak edilebilmesi için bazı temel titreşim biçimlerinin bilinmelidir. Titreşim sistemlerin başlangıç koşullarında maruz kaldığı dış yükler altında göstermiş oldukları tepkidir. Titreşimler serbest titreşim ve zorlanmış titreşim olarak iki kısma ayrılabilir. Serbest titreşimde sistem, başlangıç koşulları altında titreşmesidir. Bu titreşim türünde en büyük doğal periyot yani en küçük doğal frekans en hakim olup etkili olan frekanstır. Serbest titreşim sönümün etkisiyle belli bir süre sonra son bulur. İkinci titreşim türü olan zorlanmış titreşimde ise yükleme devam ettiği süreç boyunca devam eder.

Bir yapı dış bir yükleme ile titreştiğinde, yapının kendi doğal frekansı ile dış yüklemekten mütevellit oluşan frekansı aynı olabilir ve üst üste gelen dalgalar sebebi ile çok büyük genliklerde titreşim oluşur. Bu duruma rezonans (tınlaşım) denir [4].

Yapılarda modal analizler deneysel ve teorik olmak üzere iki farklı şekilde yapılabilir. Teorik modal analizde, ilk olarak sistemin kütle, rijitlik, sönüm özellikleri kullanılarak tanımlama yapılması gerekmektedir. Bu fiziksel özelliklerden istifade edilerek sistemin analitik modeli kurulabilir. Bu analitik model sayesinde yapı dinamiğinden bilinen modal analiz yöntemleri kullanılarak sistemin dinamik özellikleri olan doğal frekanslar bu frekanslara ait mod şekilleri ve ilgili moda sönüm oranlarını bulunabilir. Bu değerler ile sistemin modal modeli oluşturulabilir. Modal analizde yapı serbest

titreşim yaptığı için yani dış bir yüklem olmaksızın elde edilen değerler doğal değerler olarak isimlendirilir. En son oluşturulan sistem modalı üzerinden yapının tanımlanan sınır şartları ve yüklemeleri ile beraber vereceği tepkiler tespit edilir. Bu şekilde bu yüklemeler altındaki sistemin davranış tepkisi elde edilebilir. Deneysel modal analiz tarif edilecek olursa sisteme etki edilen kuvvetin veya ivmenin ve sistemden alınan ivmenin alınıp analiz edilmesini kapsar. Sistemdeki girdi ve çıktıların oranlanmasından sonra sisteme ait dinamik karakteristik özelliklerin bulunmasında kullanılacak olan frekans davranış fonksiyonu bulunur. Deneysel modal analiz ve matematiksel modeller Bölüm 5’de ayrıntılı olarak açıklanacaktır.

Deneysel modal analizi algoritmik olarak sıralarsak beş aşamadan oluşmaktadır. İlk olarak sistemin oluşturulması başlangıç koşulları olan mesnetlenmenin yapılması, sistemi takip etmek için ivmeölçerlerin yerleştirilmesidir. İkinci aşamada, sistem titreşime maruz bırakılır ve frekans davranış fonksiyonu bulunur. Üçüncü olarak frekans davranış fonksiyonu aracılığı ile sisteme ait modal karakteristik parametreler tespit edilir. Dördüncü olarak sistemin geçerliği ve uygunluğu tespit edilip son aşamada ise değerlendirmeler yapılır [4].



Şekil 1.1. Teorik ve deneysel model analizler için işlem sırası

Şekil 1.1’de analiz yöntemleri için işlem sıraları verilmiştir. Deneysel modal analizin günümüzdeki uygulama alanlarından bahsedilecek olursak; makine sistemlerinin titreşim analizlerinden, çevresel yüklerden mütevellit sistemlerde oluşan titreşim analizine kadar birçok alanda modal analiz yapabilme imkanı bulunmaktadır. Örnek olarak kamu binalarında geçici kabul veya kesin kabul yapılırken yapı projelendirilirken teorik analiz sırasında yapılan kabullerin gerçek sistemde karşılanıp

karşılanmadığını tespit edebilmektedir. Bir başka uygulama alanı ise elde edilen karakteristik özellikler sayesinde sonlu eleman modelleri güncellenebilir veya hasar görmüş sistemler hakkında bilgi sahibi olmamızı sağlamaktadır Bu şekilde gelecekte olacak bir deprem ile yapıda nasıl hasarlar olabileceğini ve bu şekilde hasar değerlendirilmesinin (sigorta sektörü bakımından) mevcut bina performansına göre yapılmasını sağlar [1].

1.2. Tezin İçeriği

Yapılar kendi çalışma şartları dışında dışardan maruz kaldıkları kuvvetler ile tahrik edilirler. Örnek verilecek olursa yüksek yapılarda deprem kuvvetlerinin ötesinde esen rüzgârdan, binalar üzerinde yürüyen insanlara [5], köprüler, rüzgâr ve trafikte olan araçlar ve insanlar gibi düzenli olmayan tahriklerle titreşmektedir. [6] Titreşen yapılarda sistemlerin gerçek dinamik özelliklerinin tespit edilmesi amaçlanmıştır. Dinamik özellikler olarak sistemin doğal frekansları, o frekanslara ait sönüm değerleri ve o frekansta gösterdiği deformasyon olan mod şeklinin bulunmasıdır. Kullanacağımız çalışma yapısı 2007 Türkiye Bina Deprem yönetmeliğine uygun olarak tasarlanmış 5 katlı betonarme (BA) kesme ve moment eğilme dirençli konut olarak kullanılan bir binadır. Titreşimler üretilen bu sonlu eleman matematik model üzerinde verilen kuvvet-zaman hikâyelerine geliştirdiği kat tepkileridir. Etabs [referans] ve Sap2000 [referans] sonlu eleman programlarından alınan tepkiler, Matlab'in [referans] makro komutlarıyla geliştirilen tanılama yazılımlarıyla özgün yapısal dinamik özellikler tespit edilecektir.

1.3. Literatür Araştırması

Geçmişten günümüze yapıların davranışı ve yapıları tanılama ile ilgili pek çok çalışma yapılmıştır. Bu kısımda yapı tanılama ile ilgili bazı çalışmalardan bahsedilecektir.

Soyoz ve diğerleri (2013) Boğaziçi Üniversitesinin merkez kampüsünde bulunan binanın güçlendirmeden önce ve güçlendirmeden sonraki modal parametrelerini çevrel titreşim ve zorlanma altındaki tahmin etmişlerdir. Bu çalışmada yapı tanılama algoritmaları kullanılmıştır [7].

Şafak (1989) Sistem tanılama algoritmalarının inşaat mühendisliği uygulamaları içinde nasıl uygulanabileceği ve yapı ile ilgili dinamik parametrelerin tahmini üzerinde çalışmalar yapmıştır.

Çelebi (1993) Bitişik nizam etkisi altındaki binaların sistem davranışlarını Whittier-Narrows depremi altındaki incelemiş ve binaların dinamik özelliklerini sistem tanılama algoritmaları yardımıyla incelemiştir [8].

Çelebi (1993) Bitişik nizam etkisi altındaki binaların birbiriyle etkileşimini sistem tanılama algoritmalarıyla ortaya koymuştur [9].

(Beyen ve diğ. 2011) Çevrel ve zorlama kuvvet titreşimleriyle 17 Ağustos 1999 Kocaeli depreminde hasar almış yapı tanı çalışmalarıyla kalibre edilmiş ve 2007 yönetmeliğinin sunduğu doğrusal elastik olmayan yapı davranışı ile ilgili belirsizlikler 2007 deprem yönetmeliğinin sunduğu yöntemleri tartışmaya açmıştır.

Beyen (2007) 17 Ağustos 1999 Kocaeli depreminde hasar alan Fatih Camii Külliyesinin karakteristik özelliklerini (doğal frekanslarını, mod şekillerini ve modal sönüm oranlarını) yapıdaki çevrel titreşimler yardımı ile tanılayıp parametrik analizler yapmıştır.

(Xu ve diğ. 2005) Zaman tanım alanındaki titreşimlerden hasar tanılamaları yapan, mod şekli ve modal parametrelerin elde edildiği akıllı binalarda deprem sonrası için durum tespiti yapılmıştır [10].

Cimilli (1998) Alibeyköy toprak dolgu barajı için sismik tepki analizi yapmıştır. Sistemin dinamik ve statik analizini gerçekleştirmek amacıyla birçok matematiksel model kurulmuştur. Bu çalışmada baraj yapısı üzerinde birçok çevrel titreşim ve impulse testleri yapılmıştır. Bu şekilde sistemim frekansları gibi karakteristik özellikleri tespit edilmiştir [11].

Türker (2005) Çelik çerçeve sistemlerin zorlama titreşim kaydı altında karakteristik özelliklerinin tespit edilmesini kapsar. Deneysel modal analizin mantığı olan zorlanmış titreşim kayıtlarından elde edilen tepki fonksiyonu ile frekans davranış olarak tabir edilen transfer fonksiyonları belirlenmekte ve bu transfer fonksiyonları aracılığıyla sisteme ait dinamik parametreler tespit edilebilmektedir.

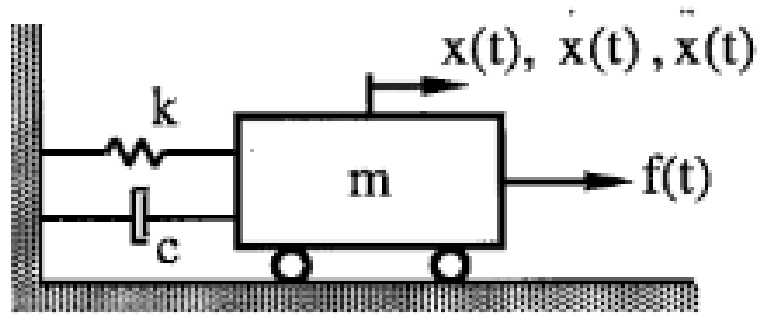
Kuyumcuoğlu (2008) makine parçalarının çalışma şartları altındaki modal karakteristik özelliklerinin tespiti üzerinde çalışmalar yapmıştır [12].

1.4. Deneysel Modal Analizin Gelişimi

Yapılarda modelleme aşamasında kullanılan yapı geometrisi, yapıya ait malzeme bilgileri ve başka belirsizliklerin tespit edilip düzenlenmesi amacıyla 1970 yılların başında başlayan ve 1990 yıllarında aktif bir şekilde kullanılan deneysel modal analiz çoğunlukla mekanik ve uzay araçlarındaki hasar tespit simülasyonlarının yapılması amacıyla kullanılmıştır. İnşaat mühendisliği disiplini içinde ise mevcut yapıların hasar tespitinin yapılması amacıyla kullanılmıştır [1]. Deneysel modal analizi tanımlarsak sisteme uygulanan etkinin ve sistemin bu etkiye karşı ürettiği tepkinin tespit edilmesi ve etki-tepki (girdi-çıkıtı) arasında transfer fonksiyonu olarak adlandırılan frekans davranış fonksiyonunun tayinidir. Bu kısımda tek ve çok serbestlik dereceli sistemlerin frekans davranış fonksiyonunun nasıl tespit edildiği verilecektir [2].

1.4.1. Tek serbestlik dereceli sistemler

Gerçekte çoğu yapı çok serbestlik derecesine sahiptir ama çok serbestlik dereceli sistemler tek serbestlik dereceli sistemlerin süperpoze olduğu düşünülebilir. Bu sebepten ötürü öncelikle tek serbestlik dereceli sistemlerin incelenmesi uygun olacaktır. Tek serbestlik dereceli sistemleri incelenirken sistemde sönüm olmama durumlarına göre iki farklı durum incelenmiştir.



Şekil 1.2. Tek serbestlik dereceli sistem

Şekil 1.2’de Tek serbestlik dereceli sistemlerin genel yapısı verilmiştir. Eğer tek serbestlik dereceli sistemler için hareket denklemini yazarsak,

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1.1)$$

ifadesi ile gösterilebilir. Burada m , c , k sırası ile kütle, sönüm oranı ve sistemin rijitliğidir. $\ddot{x}(t)$, $\dot{x}(t)$, $x(t)$ ise sırası ile sistemin ivmesini, hızını ve yerdeğişmesini vermektedir.

1.4.1.1. Sönümsüz tek serbestlik dereceli sistemler

Eğer sistemde sönüm yoksa sistem sadece kütle ve rijitlik elemanlarından oluşmaktadır ki Denklem (1.2)'de gösterilmiştir.

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1.2)$$

ifadesi ile verilebilir. Eğer yapı serbest titreşim yaptığı düşünülürse Denklem (1.2)

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (1.3)$$

şeklini alır bu denklem çözülürse

$$k - \omega^2 m = 0 \quad (1.4)$$

buradan açısal frekans

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.5)$$

şeklinde bulunabilir.

Sistem zorlanmış titreşim hareketi yaptığı düşünülürse hareket denklemi Denklem (1.2) verildiği gibidir. Bu denklem diferansiyel denklemler yardımı ile çözülürse

$$f(t) = Fe^{i\omega t} \quad (1.6)$$

ayrıca

$$x(t) = Xe^{i\omega t} \quad (1.7)$$

şeklinde kabul edilir ve bu fonksiyon Denklem(1.2)'de yerine yazılıp düzenlemeleri yazarsak,

$$(k - \omega^2 m) X e^{i\omega t} = F e^{i\omega t} \quad (1.8)$$

İfadesi bulunabilir. Bu denklem yardımı ile zorlanmış ve sönümsüz titreşim yapan tek serbestlik dereceli bir sistemin frekans davranış fonksiyonu

$$H(\omega) = \frac{X}{F} = \frac{1}{k - \omega^2 m} \quad (1.9)$$

şeklinde bulunabilir.

1.4.1.2. Sönümlü tek serbestlik dereceli sistemler

Sistemin sönümlü olması durumunda model Denklem (1.2) deki gibi kütle, sönüm ve rijitlikten oluşur. Bu durumda hareket denklemini yazılırsa

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1.10)$$

ifadesiyle gösterilir. Serbest titreşim durumu düşünülüp hareket denklemini yazılırsa

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (1.11)$$

şeklini alır. Diferansiyel denklemler yardımı ile çözümlerse

$$x(t) = X e^{st} \quad (1.12)$$

kabulü yapılırsa (s karmaşık sayıyı temsil etmektedir.) ve sistem düzenlenirse,

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (1.13)$$

denklemini bulunur. Bu denklem,

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (1.14)$$

yardımları ile çözümlerse

$$s_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4km}}{2m} \quad (1.15)$$

$$= \omega\xi \pm i\omega\sqrt{1-\xi^2} \quad (1.16)$$

$$= -\omega\xi \pm i\omega_d \quad (1.17)$$

olarak bulunur. Burada ω sönümsüz doğal açısal frekans, ω_d viskoz sönümlü doğal açısal frekans ve ξ ise sönüm oranını temsil etmektedir. Bu denklemlerde sönümlü doğal açısal frekans ve sönüm oranı ise,

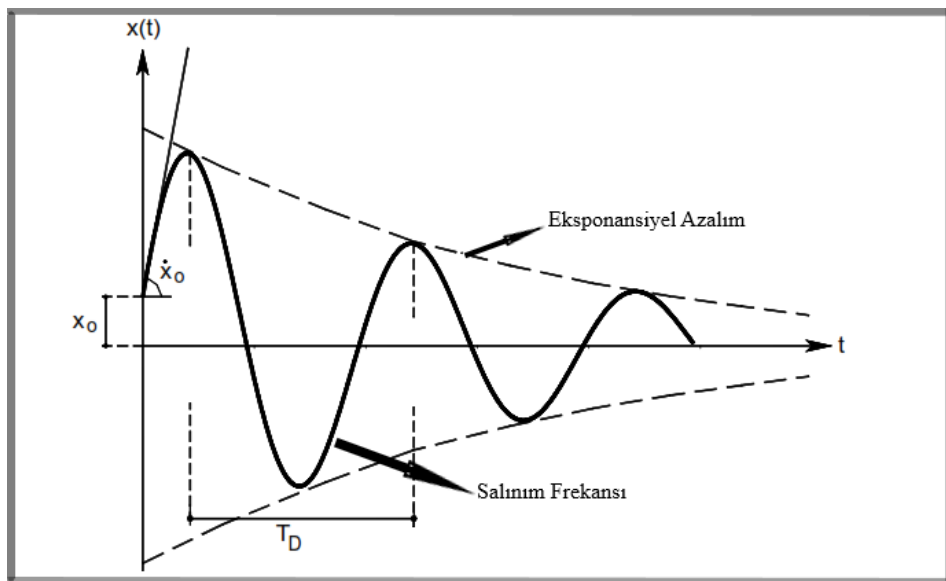
$$\omega_d = \omega\sqrt{1-\xi^2} \quad (1.18)$$

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (1.19)$$

şeklinde gösterilmektedir. C_{cr} kritik sönüm oranıdır. Elde edilen s değerinin kökleri Denklem (1.12) de yerine yazılırsa,

$$x(t) = xe^{(-\omega\xi \pm i\omega\sqrt{1-\xi^2})t} \quad (1.20)$$

bu fonksiyonlarda sanal ve gerçel kısmı ifade etmektedir $\omega\xi$ denklemin gerçel kısmı $\omega\sqrt{1-\xi^2}$ kısmı ise sanal kısmını temsil etmektedir. Tek serbestlik dereceli sönümlü sistemleri titreşim grafiği Şekil 1.3'de gösterilmiştir.



Şekil 1.3. Sönümlü tek serbestlik dereceli yapılar için serbest salınım

Sistemin bir dış yükleme altında kalıp titreşim yaptığı düşünülürse Denklem (1.10)'un çözümü için,

$$f(t) = Fe^{i\omega t} \quad (1.21)$$

ve

$$x(t) = Xe^{i\omega t} \quad (1.22)$$

olarak kabul edilip diferansiyel denklemler kaidelerinden yararlanıp denklem (1.10) da yazılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$(-\omega^2 m + i\omega c + k)Xe^{i\omega t} = Fe^{i\omega t} \quad (1.23)$$

denklemini elde edilir. Sönümlü ve dıştan bir yükleme yapan bir sistemin frekans davranış fonksiyonu;

$$H(\omega) = a(\omega) = \frac{1}{(k - \omega^2 m) + i(\omega c)} \quad (1.24)$$

şeklinde ifade edilir. Frekans davranış fonksiyonu için genlik değeri ve faz açısı için,

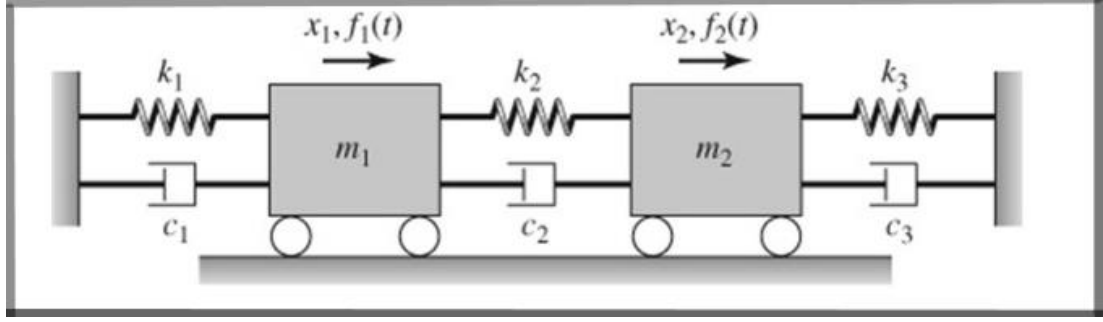
$$|a(\omega)| = \frac{|X|}{|F|} = \frac{1}{\sqrt{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2}} \quad (1.25)$$

$$\angle a(\omega) = \angle X - \angle F = \tan^{-1} \left(\frac{-\omega c}{(k - \omega^2 m)} \right) = \theta_a \quad (1.26)$$

şeklinde ifade edilir. Yukarıdaki denklemlerdeki $|a(\omega)|$ frekans davranış fonksiyonundaki genlik, θ_a ise faz değerini ifade etmektedir [4].

1.4.2. Çok serbestlik dereceli sistemler

Çok serbestlik dereceli sistemler incelenecek olursa bu sistemi göstermek için iki serbestlik derecesine sahip sistem modeli Şekil 1.4'te verilmiştir.



Şekil 1.4. İki serbestlik dereceli sistem

n serbestlik derecesine sahip bir sistemde hareket denklemleri Denklem (1.27) gösterilmiştir.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (1.27)$$

Tek serbestlik dereceli sistemler gibi $[M]$ kütle matrisini $[C]$ sönüm matrisini, $[K]$ ise rijitlik matrisini temsil eder. $\{\ddot{x}(t)\}$ ivme vektörünü, $\{\dot{x}(t)\}$ hız vektörünü $\{x(t)\}$ yerdeğiştirme vektörünü $\{f(t)\}$ ise kuvvet vektörünü temsil etmektedir.

1.4.2.1. Sönümsüz çok serbestlik dereceli sistemler

Yapıda sönümün olmaması durumunda, sadece kütle ve rijitlik terimleriyle gösterilir ki bu durumda Denklem (1.27) hareket denklemleri

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (1.28)$$

şeklini alır. Sistemin doğal frekansı ve bu doğal frekansa ait modal özelliklerini tespit etmek için sistemin dış bir yükleme altında kalmadığı yani serbest titreştiği farz edilirse, hareket denklemleri,

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{0\} \quad (1.29)$$

Şeklini almaktadır.

$$\{x(t)\} = \{X\}e^{i\omega t} \quad (1.30)$$

olduğu varsayılır. $\{X\}$ $N \times 1$ boyutunda zamandan bağımsız genliği temsil etmektedir.

Diferansiyel denklemlerden faydalanarak Denklem (1.29) denklemlerde düzenlemeler yapıp çözümlerse,

$$([\mathbf{K}] - \omega^2[\mathbf{M}])\{\mathbf{X}\}e^{i\omega t} = \{0\} \quad (1.31)$$

denkleminin sıfırdan farklı bir çözümü yapılırsa

$$\det[\mathbf{K}] - \omega^2[\mathbf{M}] = 0 \quad (1.32)$$

şeklinde olmaktadır. Bu sistemlerde serbestlik derecesi kadar sönümsüz doğal frekans ($\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_N$) elde edilir. Her doğal frekansta sistemin aldığı deformasyon şekli mod şekli olarak tanımlanır. Doğal frekansların sıralanması sonucunda en küçük frekans yani en büyük periyot hakim frekans, bu frekansta sistemin aldığı şekil ise temel mod şekli olarak adlandırılır.

Modal model ortoganilite(diklik) şartlarını taşımak zorundadır bu şartları ifade edilecek olunursa;

$$[\psi]^T [\mathbf{M}] [\psi] = [m_r] \quad (1.33)$$

$$[\psi]^T [\mathbf{K}] [\psi] = [k_r] \quad (1.34)$$

$$[\omega_r^2] = [m_r]^{-1} = [k_r] \quad (1.35)$$

olarak ifade edilir. Buradaki terimler ifade edilirse $[\psi], [m_r], [k_r], [\omega_r^2]$ sırasıyla modal mod şekil matrisi, kütle matrisini, modal rijitlik matrisi, sistemin doğal frekansın karesini ifade etmektedir.

Normalize işlemi sonlu elemanlar paket programlarında sık sık kullanılmaktadır. Birkaç yöntemi olan normalize işlemi için kütle normalizesi ele alınacaktır. Bu şekilde kütle ile normalleştirilmiş öz vektörler $[\phi]$ olarak bulunabilir. Ortogonalite işlemi öz vektörlere uygulanırsa,

$$[\phi]^T [\mathbf{M}] [\phi] = [\mathbf{I}] \quad (1.36)$$

$$[\phi]^T [\mathbf{K}] [\phi] = [\omega_r^2] \quad (1.37)$$

olarak bulunabilir. Normalize işlemi uygulanmış mod şekilleri ile modal mod şekilleri arasında bağlantı kurulursa;

$$\{\varphi\} = \frac{1}{\sqrt{m_r}} \{\psi\}_r \quad (1.38)$$

şeklinde ifade edilir. Ortogonalite özelliği ispatlanabilir. Bunu ispatlamak amacıyla r. moda ait (ilgili moda) mod denklemleri yazılırsa,

$$([K] - \omega_r^2 [M]) \{\psi\}_r = 0 \quad (1.39)$$

şekilde yazılabilir. Farklı bir şekilde ifade edilirse herhangi bir modal mod vektörünün önden transpozitesi ile çarpılırsa;

$$\{\psi\}_s^T [K] - \omega_r^2 [M] \{\psi\}_r = \{0\} \quad (1.40)$$

Bu şekilde ifade edilebilir. Eğer m. moda ait hareket denklemleri yazılırsa,

$$([K] - \omega_m^2 [M]) \{\psi\}_m = \{0\} \quad (1.41)$$

eğer bu ifadenin transpozitesi r. moda ait mod vektörü ile sondan çarparsak

$$\{\psi\}_m^T ([K]^T - \omega_m^2 [M]^T) \{\psi\}_r = \{0\} \quad (1.42)$$

şeklinde dir. Bilindiği üzere [M] ve [K] matrisleri simetrik matrislerdir, dolayısıyla simetrik matrisin transpozitesi yine kendisidir. Eğer Denklem (1.40) ve Denklem (1.42) birlikte değerlendirirse

$$(\omega_r^2 - \omega_m^2) \{\psi\}_m^T [M] \{\psi\}_r = \{0\} \quad (1.43)$$

$$\{\psi\}_m^T ([K] \{\psi\}_r) = \{0\}; m \neq r \quad (1.44)$$

şeklinde olmalıdır [2].

Sistemin tepki modelini oluşturmak amacıyla sistemin aynı frekansta yalnız farklı değişen genlik ve fazda sinüzoidal bir kuvvet ile titreştiği kabul edilirse, bu durumda kuvvet ve yerdeğiştirme vektörleri,

$$\{f(t)\} = \{F\}e^{i\omega t} \quad (1.45)$$

ve

$$\{x(t)\} = \{X\}e^{i\omega t} \quad (1.46)$$

şeklinde kabul edilir. Burada $\{F\}$ ve $\{X\}$ $N \times 1$ boyutunda zaman fonksiyonundan bağımsız kompleks genliğe sahip vektörlerdir. Denklem (1.45) ve Denklem (1.49) ifadeleri Denklem (1.28) de yerine yazılıp ve bazı düzenlemeler yapılırsa Denklem (1.47) elde edilir.

$$([K] - \omega^2[M])\{X\}e^{i\omega t} = \{F\}e^{i\omega t} \quad (1.47)$$

şeklinde bulunur. Bilinmeyen tepkinin çözümüne ulaşmak için ifade düzenlenirse,

$$\{X\} = ([K] - \omega^2[M])^{-1} \{F\} \quad (1.48)$$

$$\{X\} = [a(\omega)]\{F\} \quad (1.49)$$

şeklinde elde edilir. Buradaki $[a(\omega)]$ frekans davranış fonksiyonudur.

1.4.3. Frekans davranış fonksiyonu

1.4.3.1 Farklı formlardaki frekans fonksiyonları

Denklem (1.9), Denklem (1.24) ve Denklem (1.49)'da ifade edilen frekans davranış fonksiyonları yerdeğiştirmeye bağımlı olarak hesaplanmıştır ve receptance formundaki frekans davranış fonksiyonları olarak adlandırılmaktadır. Yerdeğiştirmeye bağlı olarak tespit edilebileceği gibi hız ve ivme olarak tespiti de mümkündür. Yapının tepkisinin hız olarak ölçülmesi durumunda frekans davranış fonksiyonu Denklem (1.50)'de verilmiştir.

$$Y(\omega) = \frac{V e^{i\omega t}}{F e^{i\omega t}} \quad (1.50)$$

şeklinde tanımlanır. Hız frekans davranış fonksiyonu mobility olarak adlandırılır. Kullandığımız yerdeğiştirme ifadesi kullanılarak hız ifadesi,

$$x(t) = Xe^{i\omega t} \quad (1.51)$$

$$v(t) = \dot{x}(t) = i\omega X e^{i\omega t} \quad (1.52)$$

olarak elde edilir. Bu şekilde mobility formundaki frekans davranış fonksiyonu,

$$Y(\omega) = \frac{V}{F} = i\omega \frac{X}{F} = i\omega a(\omega) \quad (1.53)$$

şeklinde receptance formunda frekans davranış fonksiyonu bulunur.

Benzer şekilde genlik ve faz değerleri,

$$|Y(\omega)| = \omega |a(\omega)|$$

ve

$$\theta_y = \theta_a - 90^\circ \quad (1.54)$$

şeklindedir. Buradan $|Y(\omega)|$ mobility halindeki frekans davranış fonksiyonuna ait genlik, θ_y faz değerini vermektedir.

Yapının yerdeğiştirme ve hız tepkilerine bağlı olarak frekans davranış fonksiyonu bulunabileceği gibi tepkiler ivmeye bağlı olarak da bulunabilir.

$$A(\omega) = \frac{A}{F} = -\omega^2 a(\omega) \quad (1.55)$$

Şeklindedir. Denklem (1.55) accelerance formundaki frekans davranış fonksiyonu olarak isimlendirilir. Bu ivmeye bağlı olarak frekans davranış fonksiyonu içinde en çok kullanılanadır.

Tablo 1. Frekans davranış fonksiyonu formları

Davranış Parametresi	Tepki/Etki	Etki/Tepki
Yerdeğiştirme	Receptance	Dinamik Rijitlik
Hız	Mobility	Mekanik İmpedance
İvme	Accelerance	Görünen Kütle

Tablo1’de tüm davranış fonksiyonu formları sunulmuştur.

1.4.3.2. Frekans davranış fonksiyonlarının grafiksel görüntülenmesi

Frekans davranış fonksiyonları karmaşık ifadeler olmasından yalnız bir formatta grafik olarak çizilmesi mümkün değildir. Frekans davranış fonksiyonları grafiksel gösterimi üç ayrı şekilde yapılabilir.

Bode diyagramı frekans davranış fonksiyonlarının (FRF) genlik ve faz değerlerinin çizilmesi

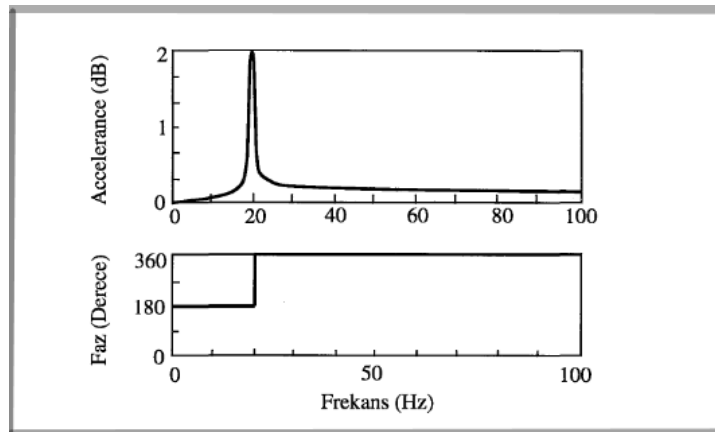
Frekans davranış fonksiyonlarının gerçek ve imajinal kısımlarının çizimi

Nyquist grafikleri frekans davranış fonksiyonlarının gerçek ve imajinal kısımlarının çizilmesi

şeklinde sıralanması mümkündür.

1.4.3.3. Genlik ve faz değerlerinin çizilmesi

Sönümsüz tek serbestlik dereceli (TSD) bir sistemin accelerance halindeki frekans davranış tepkisi Şekil 1.5’de görülmektedir. Bode diyagramlarından sistemin doğal frekanslarının frekans davranış fonksiyonunun tepelik oluşturduğu ve tepe noktasında faz değerinde 180^0 değişme gerçekleşmektedir. Frekans davranış fonksiyonundaki tepelikler (peak-point) sisteme ait sönüm azaldıkça daha sivrilirken sisteme ait sönümü arttıkça yuvarlak hal almaktadır.



Şekil 1.5. Sönümsüz tipik bir sistem için bode diyagramı

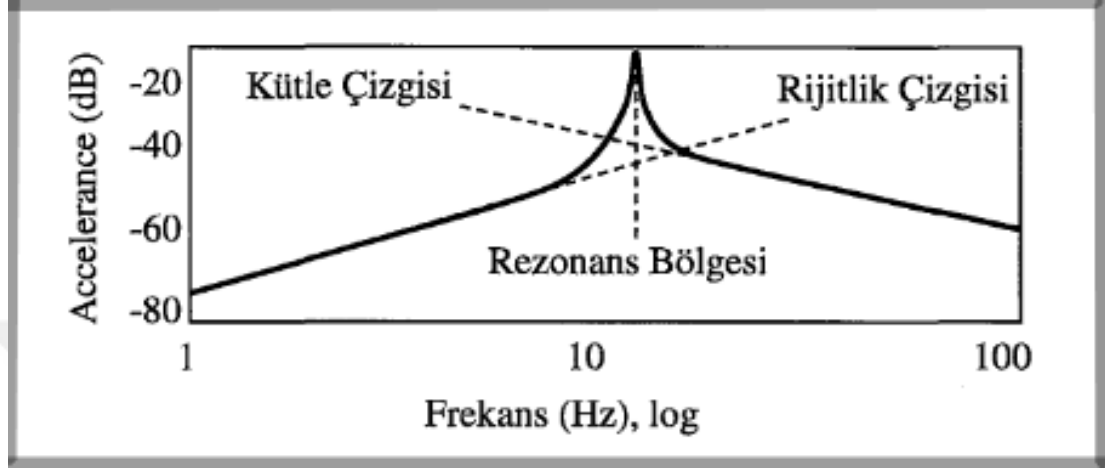
Verilerin uzun olması halinde davranış fonksiyonlarının logaritmik olarak çizilmesi daha uygundur. Burada frekans davranış fonksiyonu üç bölüme ayrılabilir.

Birinci bölüm düşük frekanslı rijitlik çizgisi bölümü

İkinci bölüm rezonans bölümü

Üçüncü bölüm yüksek frekanslı kütle çizgisi bölümüdür.

Tipik bir frekans davranış fonksiyonu logaritmik olarak Şekil 1.6'da gösterilmiştir.



Şekil 1.6. Frekans davranış fonksiyonu logaritmik tabanda çizimi

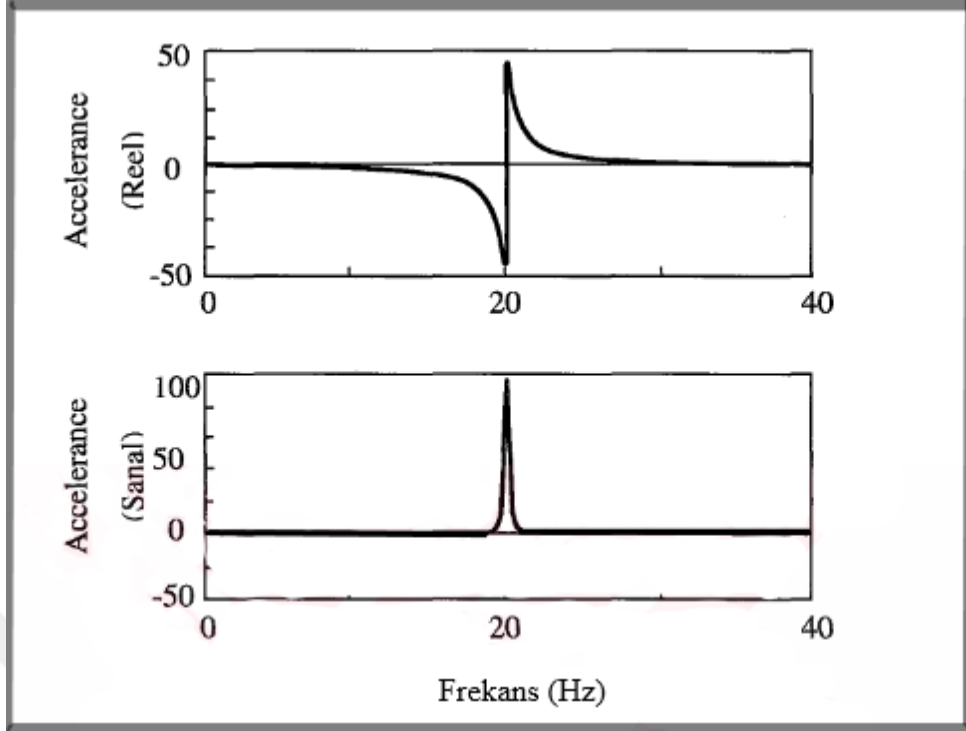
Bode diyagramları frekans davranış fonksiyonlarının çizimi içinde en yaygın olanıdır. Çünkü bu yöntem sönümlü ve sönümsüz bütün sistemlere uygulanabilmektedir. Diğer yöntemler sadece sönümlü sistemlere uygulanabilmektedir.

1.4.3.4. Reel ve sanal kısımlarının çizilmesi

Sönüm oranı yüzde 1'den düşük olan bir sistem için tipik bir frekans davranış fonksiyonuna ait reel ve sanal kısımlar Şekil 1.7'de gösterilmiştir.

1.4.3.5. Reel ve sanal kısımların nyquist grafiklerinin çizdirilmesi

Nyquist grafikleri, frekans davranış fonksiyonlarının rezonans bölgelerinin belirtilmesinde en çok kullanılan yöntemdir. Bu çizimlerde çoğunlukla daire tarzı bir grafik ortaya çıkmaktadır.



Şekil 1.7. Sönümü %1'den düşük sistemin FRF'ın reel ve sanal kısımları

1.5. Fourier Serileri

Fourier analizi salınım ve titreşim gibi periyodik olayları incelemek amacıyla kullanılan bir fonksiyondur ve birçok bilim alanında yaygın bir şekilde kullanılmaktadır [15].

Sinyal veya işaret, zaman, uzay veya başka değişkenler ile farklılık gösteren fiziksel nicelik olarak tanımlanabilir. Matematiksel olarak herhangi bir sinyal bir veya daha fazla bağımsız değişkenin fonksiyonunu olarak tanımlanabilir. Başka bir şekilde ifade edilirse fiziksel durum hakkında bilgi taşıyan, birden fazla değişkene bağlı fonksiyonlardır.

Doğada birçok basit periyodik olay matematiksel olarak sinüs ve kosinüs fonksiyonları ile gösterilebilir. Örnek verilecek olunursa basit sarkacın küçük genliklerle salınım yapması basit bir periyodik olaydır. Eğer olayın saniyede n defa tekrar ediyorsa sistemin basit titreşimleri gösteren fonksiyon sinüs ve kosinüs bileşenleri ile ifade edilir. Farklı genlik ve farklı frekansa sahip bir sinyalin sinüzoidal toplamı gibi Denklem (1.56.)'da gibi yazılabilir.

$$\sum_{i=1}^N A_i(t) \sin[F_i 2\pi(t) + \theta_i(t)] \quad (1.56)$$

Burada:

$A_i(t)$: Sinüzoidal dalganın genliği

$F_i(t)$: Sinüzoidal dalganın frekansı

$\Theta_i(t)$: Sinüzoidal dalganın faz kümesi

1.5.1. Fourier dönüşümü

Fourier dönüşümü karmaşık halde olan herhangi bir sinyalin muhtevasında bulunan bilgilerin tespit edilmesi için sinyallerin işlenmesinde kullanılan önemli bir yöntemdir. Fourier dönüşümü yardımıyla sinyallerde bulunan bilgiler kullanılmaya uygun bir veri formatına dönüşebilmektedir. Fourier ile herhangi bir sinyal farklı genlik, frekans ve fazlarda kosinüs ve sinüs temel bileşenlerin toplamı olarak belirtilebilir. Fourier dönüşümü birtakım anormal durumlar için uygulanamaz. Örnek verilecek olunursa sınırlı bölgede sonsuz sayıda sıçrama yapan bir fonksiyon için veya sinyal muhteviyatında keskin dönüş olan sinyaller için uygulanamaz. Fourier dönüşümü yardımıyla uzaydaki veya zamandaki herhangi bir fonksiyonun frekans, genlik ve evresi değişkenlik gösteren sinüzoidal parçacıklara indirgenebilir. Fourier her bir frekanstaki genliği ve evreyi gösteren bir fonksiyondur. Fourier dönüşümü iki farklı matematiksel yöntemle hesaplanması mümkündür, ilki fonksiyonun sürekli durumunda ise ikincisi ise fonksiyonun kesikliyse (ayrıksa) uygulanır. Fonksiyonun kesikli olması durumunda, yani fonksiyon kesikli zaman aralıklarına ait değerlerden oluşuyorsa aynı frekanslardaki sinüzoidal fonksiyonların serisi şeklinde gösterilebilir. Bu şekilde sinüs fonksiyonlarının toplamına Fourier serisi denir. Fonksiyonun sürekli olması durumunda, yani her gerçek sayının tanımlı bir değeri varsa bu fonksiyon tüm frekanslardaki sinüslerin Fourier integraline indirgenebilir. Aşağıda Fourier ile alakalı bazı özelliklerle aşağıda belirtilmiştir [2].

Genelleme yapılırsa Fourier dönüşümü düzensiz bir şekilde değişim gösteren durumlarla ilgili olan bütün alanlarda kullanılabilir.

Sinyal fonksiyonları genellikle zaman fonksiyonu olarak ifade edilir, lazım sinyal hakkındaki bilgilere frekans tanım alanında ulaşılabilir.

Fourier analizi yardımı ile zaman tanım alanındaki bir sinyal frekans tanım alanına aktarılır.

Fourier dönüşümü bir sinyalin içerdiği frekansı gösterir lakin hangi zaman değerinde hangi frekansın bulunduğu bilgisini vermez. Bu yüzden zamana bağlı olarak değişmeyen sinyallerin dönüşümünde oldukça başarılıdır.

Özet olarak belirtilirse Fourier dönüşümleri yardımıyla fonksiyonlar sinüs ve kosinüs birleşen fonksiyonlarına ayrıştırılarak fonksiyona ait sistemin global modlarını, bu modlara ait sönümleri, faz açıları bulunabilir [14].

1.5.2. Sürekli zamanlı fourier dönüşümü

Fourier dönüşümü, sürekli ve ayrık olarak ikiye ayrılır. Her iki dönüşüm de bir nesneyi ortogonal iki uzay arasında eşler. Sürekli nesnelere için dönüşüm;

$$F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} dx \quad (1.57)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(k) e^{-ikx} dk \quad (1.58)$$

$$X(e^{j\omega}) = \int_{-\infty}^{\infty} X_c(t) e^{-jt\omega} dt \quad (1.59)$$

1.5.3. Laplace dönüşümleri

Fourier dönüşümünün sinyallerdeki ani değişiklikler, sinyallerdeki birleşim problemleri gibi bazı dezavantajları vardır bu dezavantajları çözmek amacıyla Fourier serilerinde bazı değişiklikler yapılarak bazı öneriler ortaya atılmıştır. Bu önerilerden biri Laplace dönüşümüdür. Aşağıda Laplace dönüşümü incelenecektir.

1.5.3.1. Laplace dönüşümü tanımı

Laplace dönüşümü Fourier dönüşümünün genelleştirilmiş formudur ki herhangi bir $f(t)$ fonksiyonunun Fourier dönüşümü $F(\omega)$ aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$F(\omega) = \mathcal{F}\{f(\cdot)\}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{j\omega t} dt \quad (1.60)$$

Burada $\omega = 2\pi f$ 'f' frekansı temsil edip birimi hz dir.

Aynı şekilde Laplace dönüşümünü Denklem (1.61.)'deki gibi tanımlanabilir.

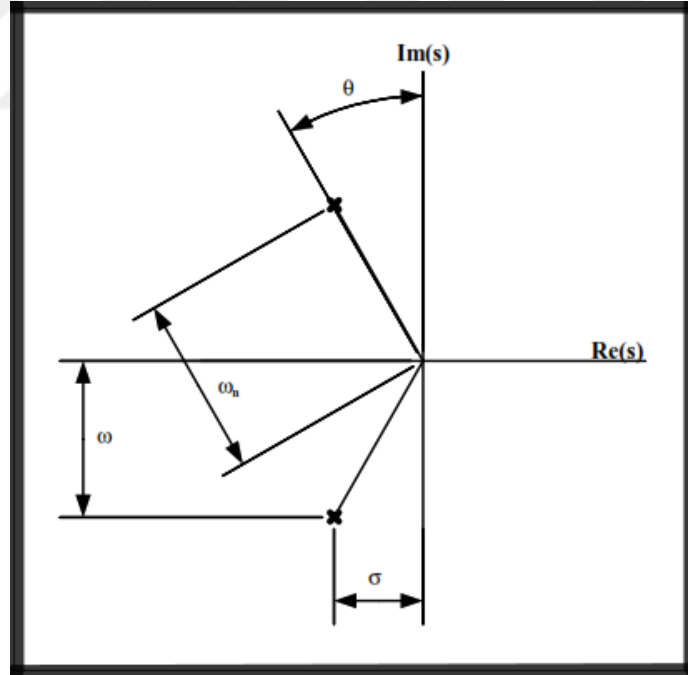
$$F(s) = \mathcal{L}\{f(\cdot)\}(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (1.61)$$

Burada s karmaşık bir sayıdır.

$$s = \sigma + j\omega \quad (1.62)$$

σ ve ω 's' karmaşık uzayında tanımlanan gerçekte sayılardır. Ayrıca, $\omega = 2\pi f$ şeklindedir.

Şekil 1.8'de σ ve ω karmaşık uzaydaki görüntüsü verilmiştir.



Şekil 1.8. σ ve ω 'nın karmaşık düzlemde tanımı

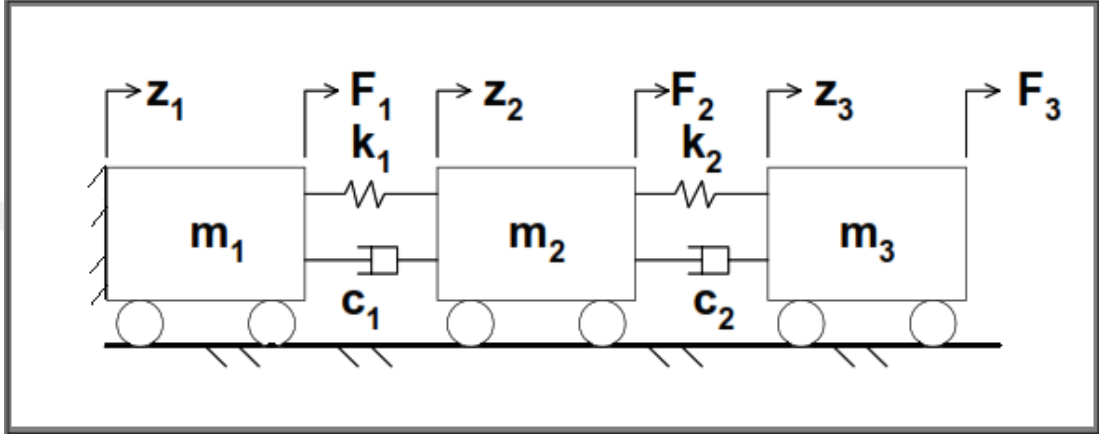
1.6. Transfer Fonksiyon Analizi

Bu kısımda çok serbestlik dereceli sistemlerin transfer fonksiyon analizleri irdelenecektir. Öncelikle üç serbestlik dereceli sönümlü bir sistemin basit hareket

denklemleri oluşturulacaktır. Daha sonra ise tek serbestlik dereceli sönümlü bir sistemin transfer fonksiyonları ve frekans tepki analizleri yapılacaktır. Bu işlemleri yaparken Matlab makro ortamından destek alınacaktır.

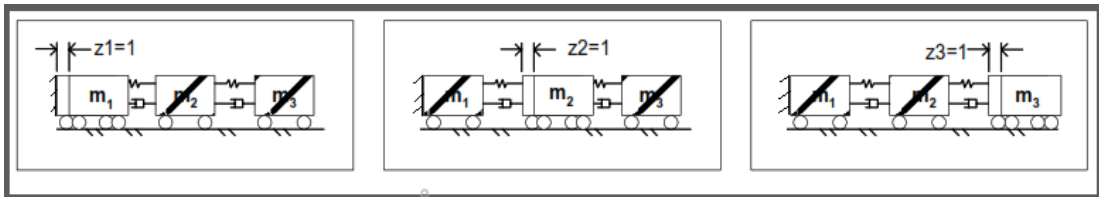
1.6.1. Hareketin matris denkleminin oluşturulması

1.6.1.1. Üç serbestlik dereceli sistemin bileşenlerinin tayini



Şekil 1.9. Üç serbestlik dereceli sistem

Mekanik bir sistemi analiz etmenin ilk adımı sistemi çizip, serbestlik derecelerini, rijitlik, mevcut sönümlerini ve uygulanan kuvvetleri göstermektir. Şekil 1.9'da görüldüğü gibi sistem üç farklı kütle, kütleler arasında mekanik sönüm sistemi bulunmaktadır. Sistem bilinçli olarak sadece z yönünde serbestlik verilip diğer yönlerde serbestlikleri kapatılmıştır. Şekil 1.9'da görüldüğü gibi sistemin serbestlik derecesi z_1 , z_2 ve z_3 şeklindedir.



Şekil 1.10. Kuvvet uygulanan sistem

Şekil 1.10'da kuvvet uygulanan sistem gösterilmiştir. Bu sistemde (taralı olanlar sabit tutulup taralı olmayanlar bir birimlik yer değiştirmeye tabi tutulmuştur)

Üç serbestlik dereceli sistemin genel matris formu aşağıda verilmiştir. “i” yerlerine yerleştirilirse; m_{ij} , c_{ij} , k_{ij} şeklindedir. “i” sıra numarası, “j” ise kolon numarasını temsil etmektedir.

$$j=1 \quad j=2 \quad j=3$$

$$\begin{bmatrix} i=1 \\ i=2 \\ i=3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \\ \ddot{z}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}$$

Şekil 1.11. Kütle, sönüm, rijitlik matrisleri

Hareket denklemleri matris formunda yazılırsa;

$$m_{11}\ddot{z}_1 + m_{12}\ddot{z}_2 + m_{13}\ddot{z}_3 + c_{11}\dot{z}_1 + c_{12}\dot{z}_2 + c_{13}\dot{z}_3 + k_{11}z_1 + k_{12}z_2 + k_{13}z_3 = F_1 \quad (1.63)$$

$$m_{21}\ddot{z}_1 + m_{22}\ddot{z}_2 + m_{23}\ddot{z}_3 + c_{21}\dot{z}_1 + c_{22}\dot{z}_2 + c_{23}\dot{z}_3 + k_{21}z_1 + k_{22}z_2 + k_{23}z_3 = F_2 \quad (1.64)$$

$$m_{31}\ddot{z}_1 + m_{32}\ddot{z}_2 + m_{33}\ddot{z}_3 + c_{31}\dot{z}_1 + c_{32}\dot{z}_2 + c_{33}\dot{z}_3 + k_{31}z_1 + k_{32}z_2 + k_{33}z_3 = F_3 \quad (1.65)$$

Şekil 1.9’da gösterilen üç serbestlik dereceli sistemin hareket denkleminin matris formu

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \\ \ddot{z}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & (c_1 + c_2) & c_2 \\ 0 & -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & (k_1 + k_2) & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (1.66)$$

Denklem açılırsa;

$$m_1\ddot{z}_1 + c_1\dot{z}_1 - c_1\dot{z}_2 + k_1z_1 - k_1z_2 = F_1 \quad (1.67)$$

$$m_2\ddot{z}_1 - c_1\dot{z}_1 + (c_1 + c_2)\dot{z}_2 + c_2\dot{z}_3 - k_1z_1 + (k_1 + k_2)z_2 - k_2z_3 = F_2 \quad (1.68)$$

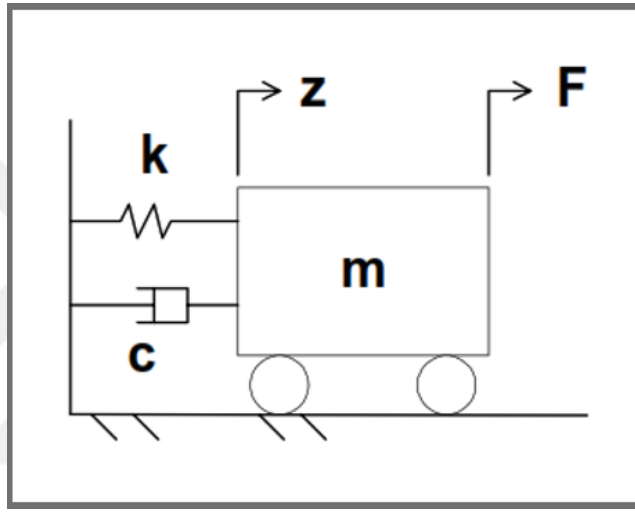
$$m_3\ddot{z}_3 - c_2\dot{z}_2 + c_2\dot{z}_3 + k_2z_2 - k_1z_3 = F_3 \quad (1.69)$$

elde edilir.

1.7. Tek Serbestlik Dereceli Sistemin Transfer Fonksiyonu ve Frekans Tepki Fonksiyonu

1.7.1. Tek serbestlik dereceli sistemin tanımı ve hareket denklemleri

Tek serbestlik dereceli sistem aşağıda gösterilmiştir. Sistem zemine k rijitliği ile bağlanmış ve m kütleyle sahip olup c sönüm katsayısı olan bir sistemdir. Kütle sadece z yönünde hareket edebildiği için sistemi tanımlamak tek serbestlik dereceli sistem yeterlidir. Ayrıca sistemin hareketi için F kuvveti uygulanmıştır [10].



Şekil 1.12. Tek serbestlik dereceli sistem

Şekil 1.12 için hareket denklemleri

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = F \quad (1.70)$$

1.7.2. Transfer fonksiyonları

İkinci mertebeden diferansiyel denklemin Laplace dönüşümü alınır;

$$L\{\ddot{z}(t)\} = s^2 z(s) - sz(0) - \dot{z}(0) \quad (1.71)$$

Kararlı bir sistemin tepkisini bulmak için sisteme bir sinüzoidal girdi verilip transfer fonksiyonu alınır ve sınır şartları sıfır kabul edilirse; [10]

$$L\{\ddot{z}(t)\} = s^2 z(s)$$

$$(1.72)$$

Denklem (1.70) deki tek serbestlik dereceli sistemin Laplace dönüşümüne tabi tutulursa

$$ms^2z(s)+cz(s)+kz(s)=F(s) \quad (1.73)$$

Burada F(s) F'nin Laplace dönüşümünü temsil etmektedir.

Transfer fonsiyonu çözümlenirse

$$\frac{z(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} = \frac{1/m}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}} \quad (1.74)$$

Yukarıdaki denklemleri aşağıdaki tanımlamaları kullanarak basitleştirebiliriz [15].

1-) $\omega_n^2 = \frac{k}{m}$ Burada ω_n sönümsüz doğal frekans, rad/sec.

2-) $c_{cr} = 2\sqrt{km}$ c_{cr} kritik sönüm değerini temsil etmektedir.

3-) ξ orantılı sönüm oranı, sönüm yüzdesi olarak ifade edilir.

4-) $2\xi\omega_n$ hız teriminin çarpanıdır aşağıda bu terim ayrıntılı ifade edilecektir

$$\begin{aligned} \frac{c}{m} &= 2\xi\omega_n \\ &= \frac{c}{c_{cr}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \end{aligned} \quad (1.75)$$

$$= \frac{2c}{2\sqrt{km}} \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{m}}$$

$$= \frac{c}{m}$$

Yukarıdaki denklem yerine yazılırsa;

$$\frac{z(s)}{F(s)} = \frac{1/m}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1.76)$$

1.7.3. Frekans Tepkisi

Denklem (1.76) da “s” yerine “j ω ” yerine yazılırsa frekans tepkisi hesaplanabilir. Burada “j” sanal operatörü temsil etmektedir.

$$\frac{z(j\omega)}{F(j\omega)} = \frac{1/m}{(j\omega)^2 + 2\xi\omega_n(j\omega) + \omega_n^2} \quad (1.77,a)$$

$$= \frac{1/m}{-\omega^2 + 2\xi\omega_n j + \omega_n^2} \quad (1.77,b)$$

$$= \frac{1/(m\omega^2)}{-1 + \frac{2\xi\omega_n j}{\omega} + \frac{\omega_n^2}{\omega^2}} \quad (1.77,c)$$

$$= \frac{1/(m\omega^2)}{\left(\frac{\omega_n^2}{\omega^2} - 1\right) + \frac{2\xi\omega_n j}{\omega}} \quad (1.77,d)$$

$$= \frac{1/(m\omega^2)}{\left[\frac{(\omega_n)}{\omega} - 1\right] + j2\xi\left(\frac{\omega_n}{\omega}\right)} \quad (1.77,e)$$

Yukarıdaki tepki denklemini (z/F) oranının nasıl değiştiğini gösterilmiştir. Bu oran karmaşık bir sayıdır ve (ω_n/ω) oranı farklı değerlerinde değişik özellikler göstermektedir [15].

Rezonans frekansına çok yakın düşük frekanslarda $\omega_n^2 \gg \omega \omega_n \gg \omega^2$ transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir [10].

$$\begin{aligned} \frac{z(j\omega)}{F(j\omega)} &= \frac{1/m}{-\omega^2 + 2\xi\omega\omega_n j + \omega_n^2} \\ &\cong \frac{1/m}{\omega_n^2} = \frac{1}{m\omega_n^2} = \frac{1}{m\left(\frac{k}{m}\right)} = \frac{1}{k} \end{aligned} \quad (1.78)$$

Herhangi bir frekansta frekans tepkisi karmaşık olduğundan faz ve genlik değeri bulunabilir [15].

$$\left| \frac{z(j\omega)}{F(j\omega)} \right| = \frac{1}{k} \quad (1.79)$$

$$\angle \left| \frac{z(j\omega)}{F(j\omega)} \right| \quad (1.80)$$

Yüksek frekanslarda $\omega^2 \gg \omega\omega_n \gg \omega_n^2$ transfer fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{z(j\omega)}{F(j\omega)} &= \frac{1/m}{-\omega^2 + 2\xi\omega\omega_n j + \omega_n^2} \\ &\cong \frac{1/m}{-\omega^2} = \frac{-1}{m\omega^2} \end{aligned} \quad (1.81)$$

Tekrar yukarıdaki gibi faz ve genlik değerleri bulunursa;

$$\left| \frac{z(j\omega)}{F(j\omega)} \right| = \left| \frac{-1}{m\omega^2} \right| = \frac{1}{m\omega^2} \quad (1.82)$$

$$\angle \left| \frac{z(j\omega)}{F(j\omega)} \right| = -180^\circ \quad (1.83)$$

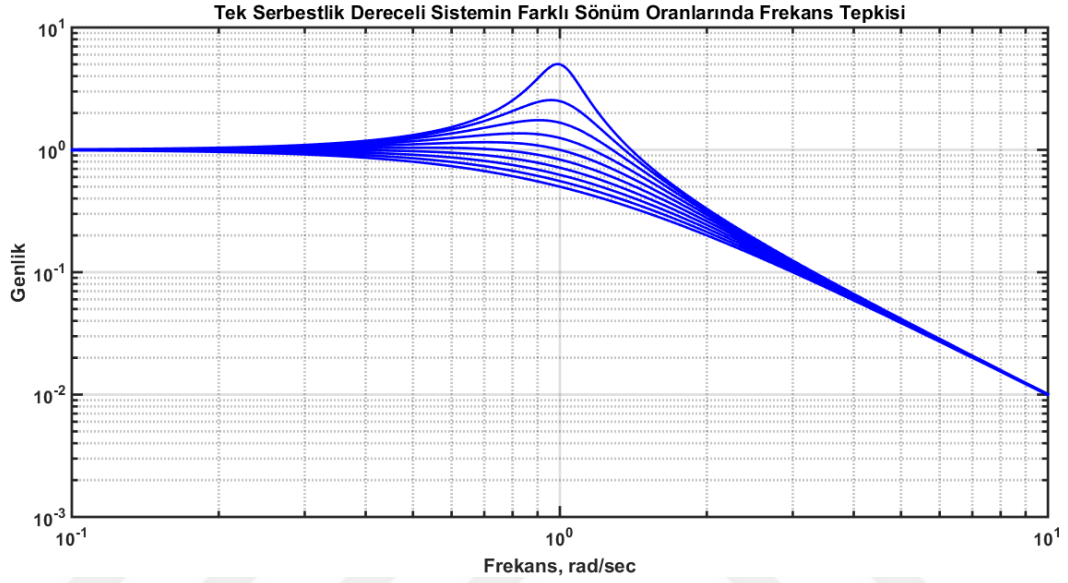
Rezonans durumunda $\omega = \omega_n$ transfer fonksiyonu;

$$\begin{aligned} \frac{z(j\omega)}{F(j\omega)} &= \frac{1/m}{-\omega^2 + 2\xi\omega\omega_n j + \omega_n^2} \\ &= \frac{1/m}{2\xi\omega\omega_n j} = \frac{1/m}{2\xi\omega_n^2 j} = \frac{1}{2\xi\omega_n^2 m j} = \frac{1}{2\xi \frac{k}{m} m j} = \frac{1}{2\omega k j} = jz = \frac{j}{2\xi} \end{aligned} \quad (1.84)$$

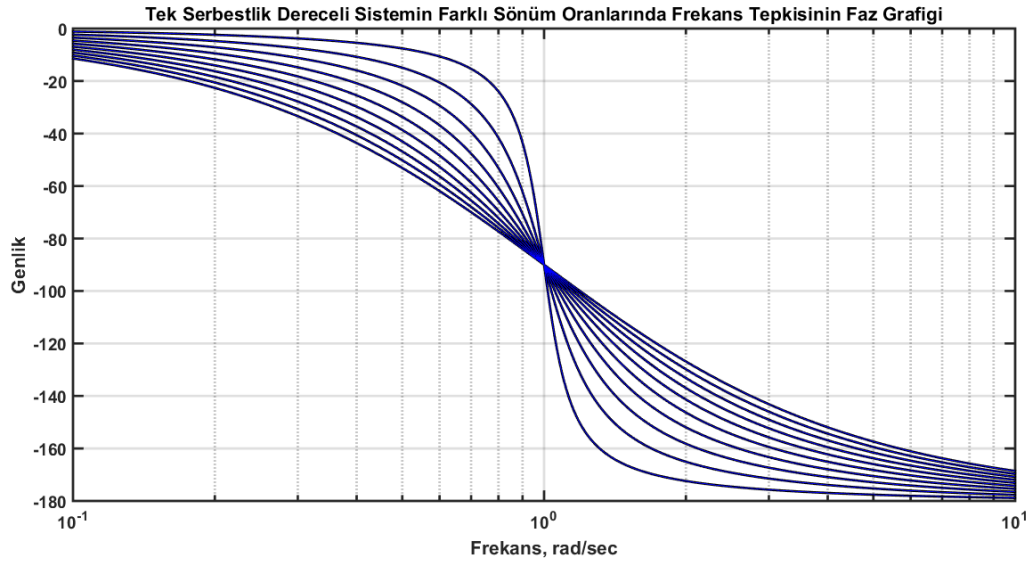
Rezonans durumundaki genlik ve faz değeri;

$$\left| \frac{z(j\omega)}{F(j\omega)} \right| = \left| \frac{-j/k}{2\xi} \right| = \frac{1/k}{2\xi} \quad (1.85)$$

$$\angle \frac{z(j\omega)}{F(j\omega)} = -90^\circ \quad (1.83)$$



Şekil 1.13. TSD sistemin farklı sönümlerde frekans tepkisinin genlik grafiği



Şekil 1.14. TSD sistemin farklı sönümlerde frekans tepkisinin faz grafiği

1.8. Üç Serbestlik Dereceli Sistemin Laplace Dönüşümü, Transfer Fonksiyonları, Kutuplar ve Kökleri

Şekil 1.9'a tekrar dönülürse; sistemin kutup ve köklerini anlamak ve transfer fonksiyonlarını tanımlamak için zaman tanım alanından frekans tanım alanına geçilmelidir. Bunu hareketin denkleminin Laplace dönüşümü ile yapılabilir.

1.8.1. Sıfır sınır şartları altında laplace dönüşümü

Denklem (1.66) başlangıç koşulları sıfır alınıp Laplace dönüşümü yapılırsa;

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s^2 z_1 \\ s^2 z_2 \\ s^2 z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & (c_1 + c_2) & c_2 \\ 0 & c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s z_1 \\ s z_2 \\ s z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & (k_1 + k_2) & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (1.84)$$

“s” içeri alınıp tekrar düzenleme yapılırsa;

$$\begin{bmatrix} (m_1 s^2 + c_1 s + k_1) & (-c_1 s - k_1) & 0 \\ (-c_1 s - k_1) & (m_2 s^2 + c_1 s + c_2 s + k_1 + k_2) & (c_2 s - k_2) \\ 0 & (-c_1 s - k_1) & (m_3 s^2 + c_2 s + k_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (1.85)$$

1.8.2. Transfer fonksiyonun çözümü

Bu bölümde muhtemel dokuz farklı transfer fonksiyonu çözümü gösterilecektir. Transfer fonksiyonun çözümünde sembolik cebir programları (Mathematica, Maple veya MATLAB ,Symbolic Toolbox) kullanılabilir.

Denklem (1.86)'da üç serbestlik dereceli sistem için oluşturulacak dokuz muhtemel transfer fonksiyonu tanımlanacaktır. Belirtilen fonksiyonlara ulaşabilmek amacıyla sembolik cebir programları kullanılacaktır [10].

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{F_1} & \frac{z_1}{F_2} & \frac{z_1}{F_3} \\ \frac{z_2}{F_1} & \frac{z_2}{F_2} & \frac{z_2}{F_3} \\ \frac{z_3}{F_1} & \frac{z_3}{F_2} & \frac{z_3}{F_3} \end{aligned} \quad (1.86)$$

$$\frac{z_1}{F_1} = \left\{ \begin{aligned} & s^4(m^2m^3) + s^3(m_3c_1 + m_3c_2 + m_2c_2) + s^2(c_1c_2 + m_2k_2 + m_3k_1 + m_3k_2) + \\ & s(c_1k_2 + c_2k_1) + k_1k_2 \end{aligned} \right\} / \text{Payda} \quad (1.87)$$

$$\frac{z_1}{F_2} = \left\{ s^3(m_3c_1) + s^2(c_1c_2 + m_3k_1) + s(c_1k_2 + k_1c_2) + k_1k_2 \right\} / \text{Payda} \quad (1.88)$$

$$\frac{z_1}{F_3} = \left\{ s^2(c_1c_2) + s(c_1k_2 + k_1c_2) + k_1k_2 \right\} / \text{Payda} \quad (1.89)$$

$$\frac{z_2}{F_1} = \left\{ s^3(m_3c_1) + s^2(c_1c_2 + m_3k_1) + s(c_1k_2 + k_1c_2) + k_1k_2 \right\} / \text{Payda} \quad (1.90)$$

$$\frac{z_2}{F_2} = \left\{ s^4(m_1m_3) + s^3(m_1c_2 + m_3c_1) + s^2(m_1k_2 + c_1c_2 + m_3k_1) + s(c_1k_2 + c_2k_1) \right\} / \text{Payda} \quad (1.91)$$

$$\frac{z_2}{F_3} = \left\{ s^3(m_1c_2) + s^2(c_1c_2 + m_1k_2) + s(c_1k_2 + k_1c_2) + k_1k_2 \right\} / \text{Payda} \quad (1.92)$$

$$\frac{z_3}{F_1} = \left\{ s(c_1k_2) + s(c_1k_2 + k_1c_2) + k_1k_2 \right\} / \text{Payda} \quad (1.93)$$

$$\frac{z_3}{F_2} = \left\{ s^3(m_1c_2) + s^2(c_1c_2 + m_1k_2) + s(c_1k_2 + k_1c_2) + k_1k_2 \right\} / \text{Payda} \quad (1.95)$$

$$\frac{z_3}{F_2} = \left\{ \begin{aligned} & s^4(m_1m_2) + s^3(m_1c_2 + m_1c_1 + m_2c_1) \\ & + s^2(m_2k_1 + m_1k_1 + m_1k_2 + c_1c_2) + \\ & s(c_1k_1 + c_1k_2) + k_1k_1 \end{aligned} \right\} / \text{Payda} \quad (1.96)$$

Burada payda tanımlanırsa;

$$\text{Payda} = \left. \begin{aligned} & s^4(m_1m_2m_3) + s^3(m_2m_3c_1 + m_1m_3c_1 + m_1m_2c_2 + m_1m_3c) \\ & + s^2(m_1m_3k_1 + m_1m_3k_2 + m_1m_2k_2 + m_2c_1c_2 + m_3c_1c_2 + m_1c_1c_2) \\ & + k_2m_1m_3 + s \left(\begin{aligned} & m_3c_1k_2 + m_2c_2k_1 + m_1c_2k_1 + m_1c_1k_2 + m_3c_2k_1 + m_2c_1k_2 \\ & + m_1k_1k_2 + m_2k_1k_2 + m_3k_1k_2 \end{aligned} \right) \end{aligned} \right\} (1.97)$$

Bütün transfer fonksiyonların paydasının aynı olmasının önemi yoktur.

El hesaplarını kolaylaştırmak için sistemde;

$$m_1=m_2=m_3=m$$

$$c_1=c_2=c \quad (1.97)$$

$$k_1=k_2=k$$

alınırsa;

$$z_{11} = \frac{Z_1}{F_1} = (m^2s^4 + 3mcs^3 + (c^2 + 3mk)s^2 + 2cks + k^2)/\text{Payda1} \quad (1.98)$$

$$z_{12} = \frac{Z_1}{F_2} = (mcs^3 + (c^2 + mk)s^2 + 2cks + k^2)/\text{Payda1} \quad (1.99)$$

$$z_{13} = \frac{Z_1}{F_3} = (c^2s^2 + 2cks + k^2)/\text{Payda1} \quad (1.100)$$

$$z_{21} = \frac{Z_2}{F_1} = (mcs^3 + (c^2 + mk)s^2 + (2ck)s + k^2)/\text{Payda1} \quad (1.101)$$

$$z_{22} = \frac{Z_2}{F_2} = (m^2s^4 + 2mcs^3 + (2mk + c^2)s^2 + 2cks + k^2)/\text{Payda1} \quad (1.102)$$

$$z_{23} = \frac{Z_2}{F_3} = (mcs^3 + (c^2 + mk)s^2 + (2ck)s + k^2)/\text{Payda1} \quad (1.103)$$

$$z_{31} = \frac{Z_3}{F_1} = (c^2s^2 + 2cks + k^2)/\text{Payda1} \quad (1.104)$$

$$z_{32} = \frac{Z_3}{F_2} = (ms^3 + (c^2 + mk)s^2 + (2ck)s + k^2)/\text{Payda1} \quad (1.105)$$

$$z_{33} = \frac{Z_3}{F_3} = (m^2s^4 + (c^2 + mk)s^2 + 2cks + k^2)/\text{Payda1} \quad (1.106)$$

Burada payda tekrar yazılırsa;

$$\text{Payda1} = \{m^3s^4 + 4m^2cs^3 + (4m^2k + 3mk)s^2 + 6mcks + 3mk^2\}s^2 \quad (1.107)$$

El hesaplarının köklerinin hesaplanması için sönüm oranı sıfır alınırsa;

$$\frac{Z_1}{F_1} = (m^2s^4 + 3mks^2 + k^2)/\text{Payda2} \quad (1.108)$$

$$\frac{Z_1}{F_2} = (mks^2 + k^2)/\text{Payda2} \quad (1.109)$$

$$\frac{Z_1}{F_3} = (k^2)/\text{Payda2} \quad (1.110)$$

$$\frac{Z_2}{F_2} = (m^2s^4 + 2mks^2 + k^2)/\text{Payda2} \quad (1.111)$$

$$\frac{Z_2}{F_3} = (mks^2 + k^2)/\text{Payda2} \quad (1.112)$$

$$\frac{Z_3}{F_1} = (k^2)/\text{Payda2} \quad (1.113)$$

$$\frac{Z_3}{F_2} = (mks^2 + k^2)/\text{Payda2} \quad (1.114)$$

$$\frac{Z_3}{F_3} = (m^2s^2 + 2mks^2 + k^2)/\text{Payda2} \quad (1.115)$$

$$\text{Payda2} = s^2(m^3s^4 + 4m^2ks^2 + 3mk^2) \quad (1.116)$$

1.8.3. Sönümsüz model için transfer fonksiyonu matrisi

Farklı transfer fonksiyonların düzenlenmesinin en uygun bir yolu transfer fonksiyonlarını matris formunda yazmaktır.

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \end{bmatrix} \quad (1.117)$$

Burada;

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (1.118)$$

Transfer fonksiyon matrisi sönümsüz durum için yazılırsa aşağıda görülen denklem oluşturulup paydaya böldürülürse Denklem (1.117) elde edilir.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} (m^2s^4 + 3mks^2 + k^2) & (mks^2 + k^2) & k^2 \\ (mks^2 + k^2) & (m^2s^4 + 2mks^2 + k^2) & (mks^2 + k^2) \\ k^2 & (mks^2 + k^2) & (m^2s^4 + 3mks^2 + k^2) \end{bmatrix}}{s^2(m^3s^4 + 4m^2ks^2 + 3mk^2)} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (1.119)$$

1.8.4. Dört farklı transfer fonksiyonu

Aşağıda öncelikle tek girdi tek çıktı (TGTC) sistemler için transfer fonksiyonları ele alınacaktır. Daha sonra çok girdi çok çıktı (ÇGÇÇ) sistemler gösterilecektir. Yani herhangi bir zamanda uygulanan bir kuvvetin girdisi ve elde edilen çıktı arasındaki ilişkiyi gösterir. Üç serbestlik dereceli bir sistemde üç girdi ve üç çıktı olacağından dolayı dokuz farklı transfer fonksiyonu üretilebilir, ama sistemin simetrik olmasından dolayı ($z_{ij} = z_{ji}$) olmasından dolayı dört farklı transfer fonksiyonu elde edilebilir. Denklem (1.117)'de gerekli bazı sadeleştirmeler yapılırsa aşağıdaki denklemler elde edilebilir.

$$\frac{z_1}{F_1} = \frac{m^2s^4 + 3mks^2 + k^2}{s^2(m^3s^4 + 4m^2ks^2 + 3mk^2)} \quad (1.120)$$

$$\begin{aligned}
\frac{z_2}{F_1} &= \frac{mks^2 + k^2}{s^2(m^3s^4 + 4m^2ks^2 + 3mk^2)} \\
&= \frac{k(ms^2 + k)}{s^2(ms^2 + k)(m^2s^2 + 3mk)} \\
&= \frac{k}{s^2(m^2s^2 + 3mk)} \tag{1.121}
\end{aligned}$$

$$\frac{z_3}{F_1} = \frac{k^2}{s^2(m^3s^4 + 4m^2ks^2 + 3mk^2)} \tag{1.122}$$

$$\frac{z_2}{F_2} = \frac{m^2s^4 + 2mks^2 + k^2}{s^2(m^3s^4 + 4m^2ks^2 + 3mk^2)} \tag{1.123}$$

1.8.5. Kutuplar

Transfer fonksiyonlarında payı sıfır yapanlar değerlere kök, paydayı sıfır yapan değerlere ise kutup denir. Kutuplar, öz değerler, rezonans frekansları karakteristik denklemin kökleridir. Kutuplar sistemde sadece kütle dağılımına, rijitliğe ve sönüm oranında bağlıdır. Kütle veya yer değiştirmenin nereden uygulandığına bağlı değildir.

Payda sıfıra eşitlenip tekrar değerlendirilirse;

$$s^2(m^3s^4 + 4m^2ks^2 + 3mk^2) = 0 \tag{1.124}$$

$$s^2 = 0 \text{ çift katlı kök } s_{1,2} = 0 \tag{1.125}$$

Şimdi parantez içindeki denklem sıfıra eşitlenirse;

$$(m^3)s^4 + (4m^2k)s^2 + (3mk^2) = 0 \tag{1.126}$$

Denklem çözülürse;

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{1.127}$$

$$s^2 = \frac{-4m^2k \pm (16m^4k^2 - 12m^4k^2)^{\frac{1}{2}}}{2m^3}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-4m^2k \pm (4m^4k^2)^{\frac{1}{2}}}{2m^3} \\
&= \frac{-4m^2k \pm (4m^2k)}{2m^3} \\
&= \frac{-2k}{2m}, \frac{-6k}{2m} \\
&= \frac{-k}{m}, \frac{-3k}{m} \tag{1.128}
\end{aligned}$$

$$s_{3-4} = \pm j \sqrt{\frac{k}{m}} = \pm j1 \tag{1.129}$$

$$s_{5-6} = \pm j \sqrt{\frac{3k}{m}} = \pm j1.732 \tag{1.130}$$

Sistemde sönüm olmamasından dolayı kutuplar s-düzlemindeki sanal eksene düşmektedir.

1.8.6. Sıfırlar

Tek girdi tek çıktılı (TGTC) her bir transfer fonksiyonun payının kökleri olarak tanımlanabilir. Sıfırlar frekans girdilerinin nerede azalacağını gösterir. Kutupların aksine sıfırlar sistemin karakteristik özellikleri hakkında bilgi verir. Aşağıda bazı transfer fonksiyonları için sıfırlar hesaplanacaktır.

z_1/F_1 sıfırları hesaplanırsa;

$$m^2s^4 + 2mks^2 + k^2 = 0 \tag{1.131}$$

$$s^2 = \frac{-3mk \pm (9m^2k^2 - 4m^2k^2)^{\frac{1}{2}}}{2m^2}$$

$$= \frac{-3mk \pm \sqrt{5}mk}{2m^2} = \frac{-3k \pm \sqrt{5}k}{2m}$$

$$= \left(\frac{k}{m}\right) \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2} = \left(\frac{k}{m}\right) (-2.618), \left(\frac{k}{m}\right) (-0.3820) \quad (1.132)$$

Yukarıda verilen iki değerin karekökünü almak karmaşık eşlenik iki kökünü verir. Bu kökler;

$$s_{1,2} = \pm j 0.618 \left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right) = \pm j 0.618 \quad (1.133)$$

$$s_{3,4} = \pm j 1.618 \left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right) = \pm j 1.618 \quad (1.134)$$

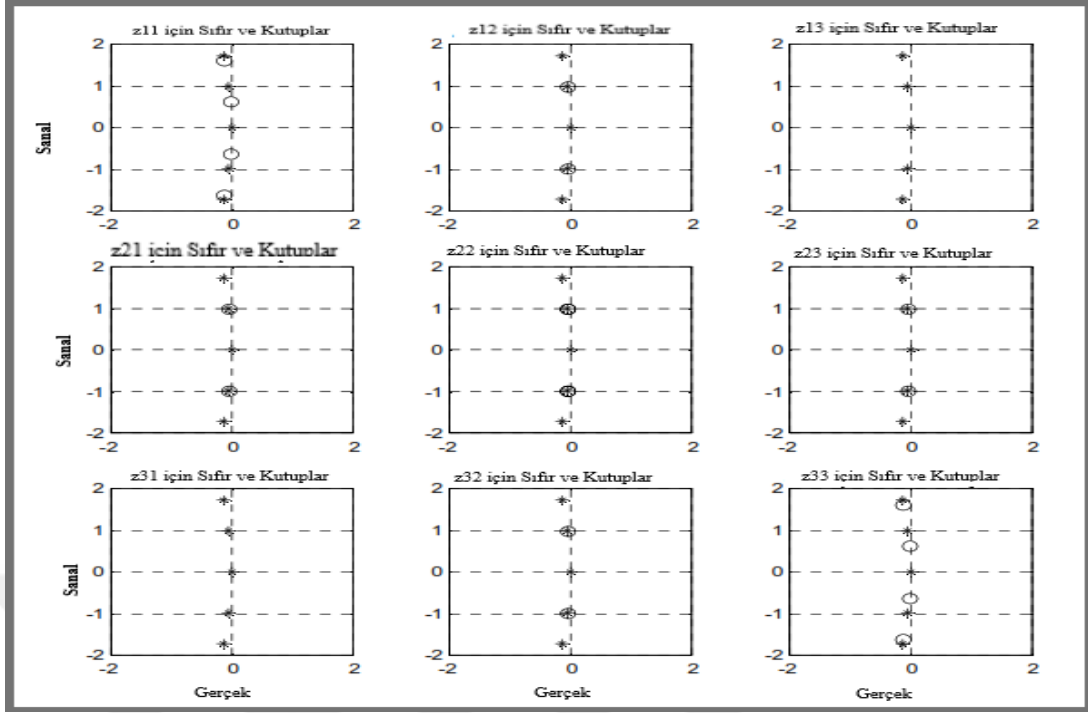
z_2/F_1 sıfırları hesaplanırsa;

$$mks^2 + k^2 = 0 \quad (1.135)$$

$$s^2 = \frac{-k^2}{mk} = \frac{-k}{m} \quad (1.136)$$

$$s_{1,2} = \pm j \left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right) = \pm j \quad (1.137)$$

Kutuplarda olduğu gibi sistemde sönüm olmadığından dolayı tüm sıfırlar sanal eksene düşmektedir. Kutup-Sıfır haritalama yöntemi transfer fonksiyonu yaklaşımında en önemli yaklaşımlardan birisidir [8]. Bu yöntem ile pozitif köklü sistemlerde, kutuplar (pole) karmaşık eşlenik çiftlerdir. Karmaşık çiftlerin her birisi o kökün frekansını ve o frekans ile ilgili sönümü verecektir. Transfer fonksiyonları özetlenirse, sisteme dahil olan girdi ile çıktı arasında çapraz yoğunluk fonksiyonlarının oranı olarak belirtilebilir [18]. Şekil 16'da dokuz farklı transfer fonksiyonun kutup ve sıfırlar verilmiştir.



Şekil 1.15. Transfer fonksiyonları için sıfır ve kutuplar

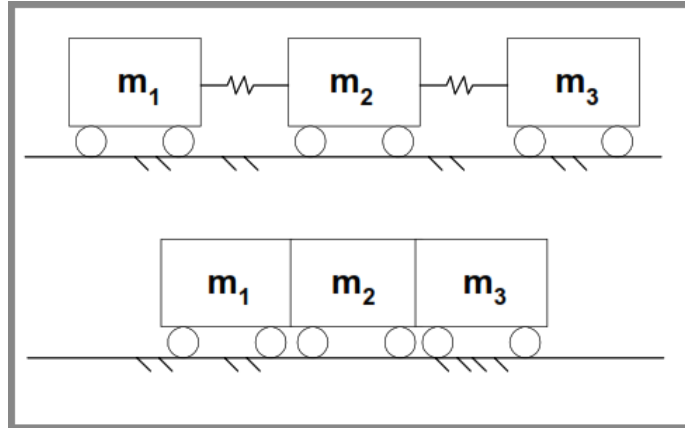
2. FREKANS TEPKİ ANALİZİ

2.1. Giriş

Bir önceki bölümde transfer fonksiyonları hesaplanıp kutup ve sıfırlar tanımlanmıştır. Bu bölümde ise her transfer fonksiyonun frekans tanım alanındaki davranışı incelenecektir. Frekans tanım alanındaki davranış her bir transfer fonksiyonun genlik ve faz değerlerini tanımlamaktadır. Her bir transfer fonksiyonu frekans tanım alanında $s=j\omega$ yazılarak değerlendirilebilir. Denklem (1.119)'da sönümsüz durum için transfer fonksiyonu verilmiştir.

2.2. Yüksek ve Düşük Frekansların Asimptotik Davranışı

Bir sistemi yay ile veya rijit olarak göstermek iyi bir yöntemdir. Aşağıda verilen üç serbestlik dereceli sistemin çok düşük frekanslarda sistemde herhangi bir yay sisteminin bulunmadığı ve zemine rijit bir şekilde bağlandığı düşünülür uygulanan kuvvetler altında hareket etmektedir.



Şekil 2.1. Titreşim modundaki rijit sistem

Rijit sistemin hareket denklemleri yazılırsa;

$$(3m)\ddot{z} = F \quad (2.1)$$

$$\frac{z}{F} = \frac{1}{3ms^2} \quad (2.2)$$

Şimdi sistemi frekans tanım alanında çözmek için “jω” yerine “s” konulursa;

Eğer açısal frekansı 0.1 rad/sn ve m=1 alınırsa transfer fonksiyonu;

$$\begin{aligned}\frac{z}{F} &= \frac{1}{3m(j\omega)^2} = \frac{1}{3m[j(0.1)]^2} \\ &= \frac{-1}{3m(0.01)} = \frac{-100}{3m} = \frac{-33.3}{3m} = -33.3\end{aligned}\quad (2.3)$$

Sanal/Gerçek formu genlik/faz formuna çevirmek amacıyla Denklem (2.4) deki tanım kullanılabilir [10].

$$db = 20 \log_{10} \frac{z}{F} \quad (2.4)$$

$$\frac{z}{F} = 33.3 \text{ veya } 30,45 \text{ db} \quad (2.5a)$$

$$\angle \left| \frac{z}{F} \right| = -180^\circ \quad (2.5b)$$

Yukarıdaki sonuçlar 0.1 rad/sn açısal frekansda hareketin genlik değerinin 33.3*F ve faz açısının -180° olduğunu göstermektedir.

Bölüm 2’de bulunan transfer fonksiyonlarının yüksek ve düşük frekanslardaki asimptotik davranışları incelenmesi için sistem kütle ifadesine bölünüp elde edilebilir.

$\frac{z_1}{F_1}$ ’in transfer fonksiyonu ile başlanırsa;

$$\frac{z_1}{F_1} = \frac{m^2 s^4 + 3mks^2 + k^2}{s^2(m^3 s^4 + 4m^2 ks^2 + 3mk^2)} \quad (2.6)$$

Pay ve paydanın her iki tarafı m³ ifadesine bölünüp tekrar düzenlenirse;

$$\frac{z_1}{F_1} = \frac{s^4 + \omega_n^2 s^2 + \omega_n^4}{ms^2(s^4 + 4\omega_n^2 s^2 + 3\omega_n^4)} \quad (2.7)$$

s=jω yerine konulup yüksek ve düşük frekanslarındaki davranışı incelenirse;

$$\frac{z_1}{F_1} = \frac{(\omega^4 + 3\omega_n^2(-\omega^2) + 3\omega_n^4)}{m(-\omega^2)(\omega^4 + 4\omega_n^2(\omega^2) + 3\omega_n^4)} = \frac{\omega_n^4}{m(-\omega^2) + 3\omega_n^4} = \frac{-1}{3m\omega^2} \quad (2.8)$$

Küçük frekanslarda ($\omega \ll \omega_n$) z_1 'in hareket denklemi $(-1/\omega^2)$ 'de düşüş gösterir ve yükselme ise $(1/3m)$ oranının da olur. $(-1/\omega^2)$ 'in anlamı frekans değerinin 100 kat düşerek değişmesidir. Bu frekans değerindeki genlik -40db olduğundan dolayı frekans genliği 40db olarak ifade edilir.

$$\frac{z_1}{F_1} = \frac{-\omega^4}{m\omega^2(\omega^4)} = \frac{-1}{3(\omega^2)} \quad (2.9)$$

Yüksek frekanslarda ($\omega \gg \omega_n$) z_1 'in hareket denklemi aynı şekilde $(-1/\omega^2)$ 'de düşüş gösterir ama bu defa yükselme $(1/3m)$ yerine $(1/m)$ oranında olur.

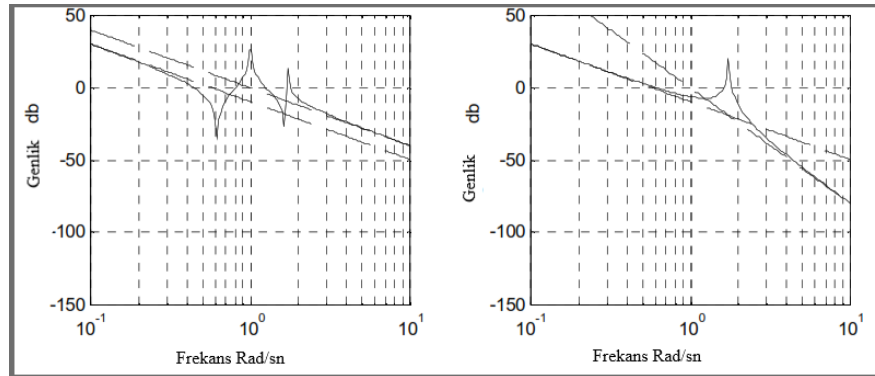
Eğer düşük ($\omega=0.1$ rad/sn) ve yüksek frekans ($\omega=10$ rad/sn) değerleri yukarıdaki (2.8,9) denklemlerinde yerine yazılırsa genlik ve faz değerleri çözümlenebilir.

$$\omega=0.1 \text{ rad/sn}$$

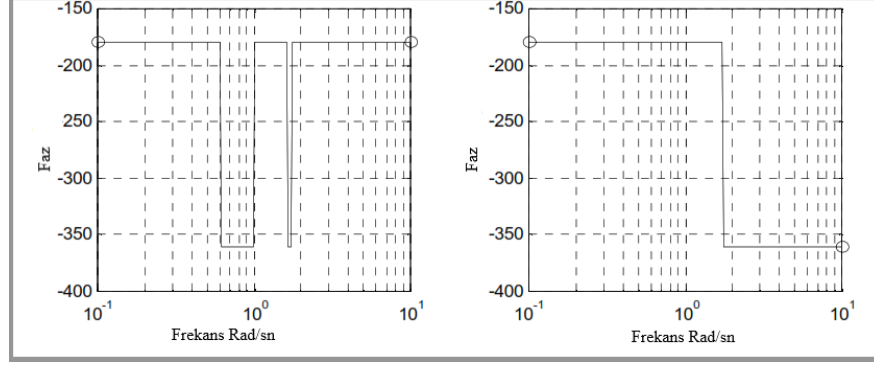
$$\frac{z_1}{F_1} = \frac{-1}{3m(\omega^2)} = \frac{-1}{3m(0.1)^2} = \frac{-1}{3(0.01)} = \frac{-100}{3} = -33 = 33.46\text{db}, 180^\circ \quad (2.10)$$

$$\omega=10 \text{ rad/sn}$$

$$\frac{z_1}{F_1} = \frac{-1}{(\omega^2)} = \frac{-1}{(10)^2} = \frac{-1}{100} = -0.01 = 40\text{db}, 180^\circ \quad (2.11)$$



Şekil 2.2. Frekans-tepki fonksiyonu



Şekil 2.3. Transfer fonksiyonu için faz grafiği

2.3. Bode ve Nyquist Diyagramları

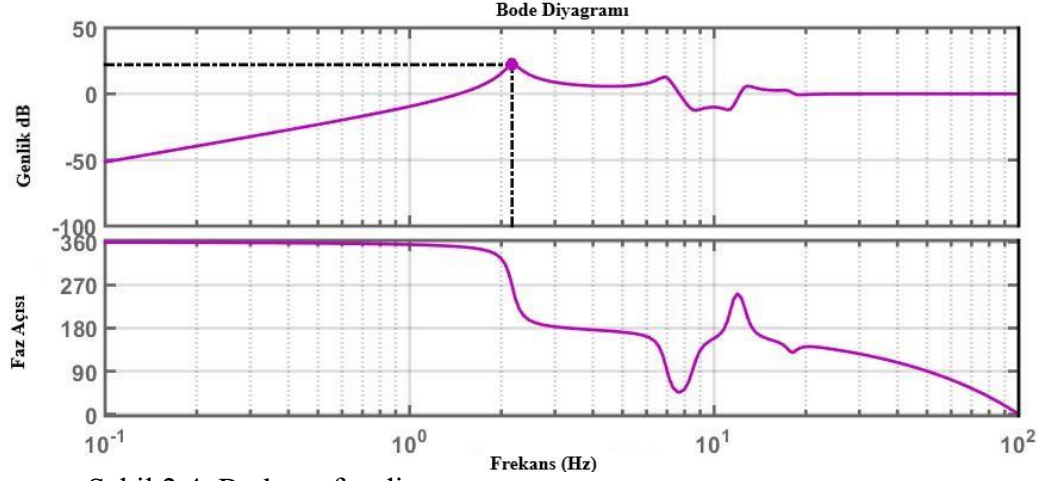
Frekans tepki fonksiyonlarının farklı şekillerde çizimleri mevcuttur. Bu bölümde Matlab ortamında makro halinde bulunan Bode diyagramları ele alınacaktır.

2.3.1. Logaritmik eğriler veya bode diyagramları

Logaritmik eğri veya Bode diyagramı logaritmik ölçekte frekansa, karşı çizilen karmaşık fonksiyonun $G(j\omega)$ bir büyüklük, $[G(j\omega)]$ ve bir de faz açısı $\angle G(j\omega)$ olmak üzere iki eğriden oluşmaktadır [8].

$G(j\omega)$ büyüklüğünün logaritmik gösterimi genellikle $20\log[G(j\omega)]$ şeklinde ifade edilmekte olup birimi desibel(db) cinsindedir. Burada logaritma 10 tabanına göre dir. Logaritmik gösterimde, eğriler yatay eksenini logaritmik ölçekli ve düşey eksenini doğrusal ölçekli yarı logaritmik kâğıtlara çizilir. Logaritmik yatay eksene frekans değerleri ve düşey eksene üstte db cinsinden büyüklük, $[G(j\omega)]$ değerleri ve alta derece cinsinden faz açısı değerleri yerleştirilerek iki eğri alt alta gelecek şekilde çizilir. Bu iki eğri tek bir logaritmik diyagrama karşılık gelir [8].

Logaritmik gösterim transfer fonksiyonunun alçak ve yüksek frekans karakteristiklerinin tek bir diyagram üzerinde gösterilmesinde çok kullanışlıdır. Eğer frekans cevabı verileri logaritmik eğri biçiminde mevcut ise transfer fonksiyonları daha kolay çizilebilir.



Şekil 2.4. Bode ve faz diyagramı

2.4. Transfer Fonksiyonu Matrisleri ile Eigen Vektörlerinin Bulunması

Bundan önceki kısımlarda transfer fonksiyonları, kutup, sıfırlar ve frekans tepkileri ele alındı. Bu kısımda ise; herhangi bir sistemi tamamen tanımlamak için öz vektörleri veya mod şekilleri ele alınacaktır. Her bir doğal frekansta öz vektörü hareket ile serbestlik derecesi arasında ilişki kurar. Sistemin her bir titreşim modundaki dağılımını anlamak sistemin rezonans karakteristik özelliklerini daha iyi kavramak anlamına gelmektedir [10].

Öz vektörleri hareket ve serbestlik derecesi arasında göreceli bir ilişki tanımladığından dolayı, hareketi başka hareketler ile mukayese etmek gerekir. Herhangi bir kolonun transfer fonksiyon matrisini kullanarak göreceli hareket bulunabilir. z_1 referans olarak seçilirse ve z_2/z_1 ve z_3/z_1 transfer fonksiyonu matrisine göre çözülürse;

$$\frac{z_2}{F_1} = \frac{z_{21}}{z_{11}} = \frac{mks^2 + k^2}{m^2s^4 + 3mks^2 + k^2} \quad (2.12)$$

$$\frac{z_3}{F_1} = \frac{z_{31}}{z_{11}} = \frac{k^2}{m^2s^4 + 3mks^2 + k^2} \quad (2.13)$$

Burada herhangi bir frekanstaki mod şeklini tayin etmek için rezonans frekansları denklemden yerine konular, ikinci indeks düşürerek $z_{21} \rightarrow z_2$ bu şekli alır.

1.Mod için $s=j\omega_1=0$ alınrsa;

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{mks^2 + k^2}{m^2s^4 + 3mks^2 + k^2} = \frac{k^2}{k^2} = 1 \quad (2.14)$$

$$z_2 = z_1 \quad (2.15)$$

$$\frac{z_3}{z_1} = \frac{k^2}{m^2s^4 + 3mks^2 + k^2} = \frac{k^2}{k^2} = 1 \quad (2.16)$$

$$z_3 = z_1 \quad (2.17)$$

2.Mod için $s = j\omega_2 = j\sqrt{\frac{k}{m}}$ alınrsa;

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{mks^2 + k^2}{m^2s^4 + 3mks^2 + k^2} = \frac{mk\left(\frac{-k}{m}\right) + k^2}{m^2\left(\frac{k^2}{m^2}\right) + 3mk\left(\frac{-k}{m}\right) + k^2} = \frac{0}{k^2} \quad (2.18)$$

$$z_2 = 0 \quad (2.19)$$

$$\frac{z_3}{z_1} = \frac{k^2}{m^2s^4 + 3mks^2 + k^2} = \frac{k^2}{m^2\left(\frac{k^2}{m^2}\right) + 3mk\left(\frac{-k}{m}\right) + k^2} = -1 \quad (2.20)$$

$$z_3 = -z_1 \quad (2.21)$$

3.Mod için $s = j\omega_2 = j\sqrt{\frac{3k}{m}}$ alınrsa;

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{mks^2 + k^2}{m^2s^4 + 3mks^2 + k^2} = \frac{mk\left(\frac{-k}{m}\right) + k^2}{m^2\left(\frac{k^2}{m^2}\right) + 3mk\left(\frac{-k}{m}\right) + k^2} = \frac{0}{k^2} \quad (2.22)$$

$$\frac{-3k^2 + k^2}{-9k^2 - 9k^2 + k^2} = \frac{-2k^2}{k^2} = -2$$

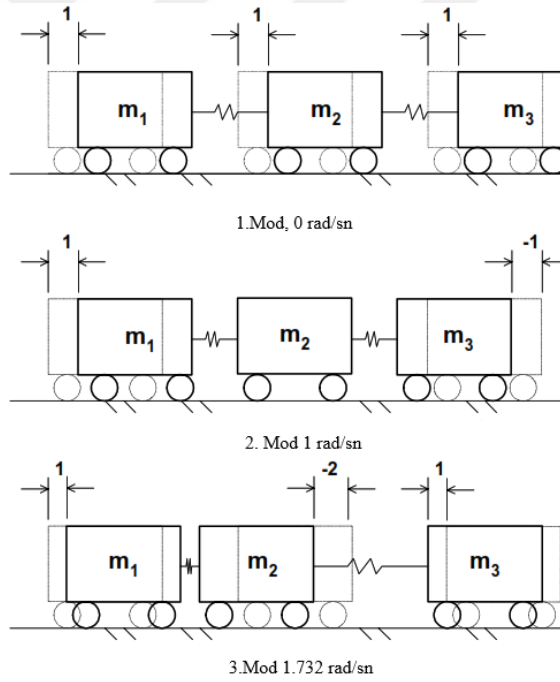
$$z_2 = -2z_1 \quad (2.23)$$

$$\frac{z_3}{z_1} = \frac{k^2}{m^2 s^4 + 3mks^2 + k^2} = \frac{k^2}{m^2 \left(\frac{9k^2}{m^2} \right) + 3mk \left(\frac{-3k}{m} \right) + k^2} = -1 \quad (2.24)$$

$$z_3 = z_1 \quad (2.25)$$

Mod şekilleri modal matriste özetlenirse; matrisin birinci kolonundan üçüncü kolonuna kadar aldığı şekil sırasıyla gösterilmiştir.

$$z_m = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$



Şekil 2.5. Mod şekli grafiği

Şekil 2.5'de normalize edilmiş mod şekli verilmiştir.

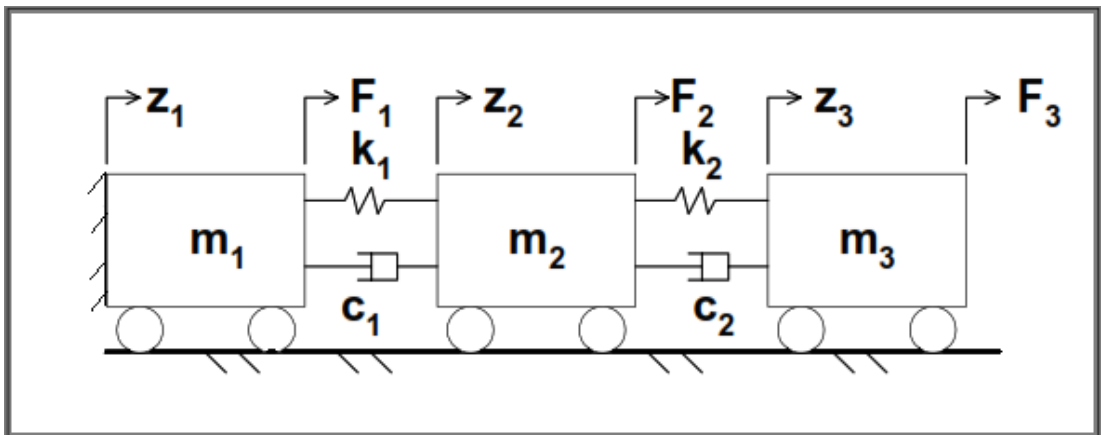
3.DURUM UZAYI ANALİZİ

3.1. Giriş

Bölüm 1 de Şekil 3.1 görülen sistemin hareket denklemleri üretilmiştir ve farklı transfer fonksiyonlarının çözümü gösterilmiştir. Zaman tanım alanındaki problemleri bilgisayar yardımıyla çözmek için n serbestlik dereceli sistemin yapısı ikinci mertebe diferansiyel denklemden birinci mertebeden diferansiyel denkleme çevrilir. Hareketin birinci mertebeden denklemleri durum uzayı (State-Space) olarak bilinir.

Bu bölümde üç serbestlik dereceli sistem için durum uzayı formülasyonu üretilecektir. Ayrıca eigen öz vektörleri ve öz değerleri üzerinde durulacaktır. Karmaşık modları anlamak, özellikle deneysel modal analizin anlaşılmasını sağlamaktadır. Yapıların titreşim modlarını anlamak ve görselleştirmek için çok güçlü deneysel teknikler vardır. Frekans tepkisi yapıda seçilen bir noktadaki tepkileri verir ve yazılımlar en uygun titreşim modlarını vermektedir. Bilgisayar yazılımları yardımıyla sistemin frekansı ve her moda ait sönüm oranları tespit edilebilmektedir. Bu kısımda modal analiz ve sistem tanımlama algoritmaları yardımıyla yapının dinamik karakteristikleri tayin edilecektir.

3.2. Durum Uzayı Formülasyonu



Şekil 3.1. Üç serbestlik dereceli sönümlü sistem

Denklem (1.66) tekrar yazılırsa;

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \\ \ddot{z}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & (c_1 + c_2) & c_2 \\ 0 & -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & (k_1 + k_2) & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Denklem açılırsa;

$$m_1 \ddot{z}_1 + c_1 \dot{z}_1 - c_1 \dot{z}_2 + k_1 z_1 - k_1 z_2 = F_1$$

$$m_2 \ddot{z}_2 - c_1 \dot{z}_1 + (c_1 + c_2) \dot{z}_2 - c_2 \dot{z}_3 - k_1 z_1 + (k_1 + k_2) z_2 - k_2 z_3 = F_2 \quad (3.2a,b,c)$$

$$m_3 \ddot{z}_3 - c_2 \dot{z}_2 + c_2 \dot{z}_3 - k_2 z_2 - k_2 z_3 = F_3$$

elde edilir [10].

Yukarıdaki üç denklem ikinci mertebeden diferansiyel denklemdir ki geçici tepkiyi bulmak için başlangıç şartlarından olan konum ve hız durumlarının bilinmesi gerekmektedir. Durum uzayı formülasyonu için üç tane ikinci mertebeden diferansiyel denklem altı tane birinci mertebeden diferansiyel denkleme çevrilir. Durum uzayı formülasyonları için durum için “x” çıktısı için “y” girdiyi temsil etmek amacıyla kullanılacaktır [10].

Denklem (3.2) deki en yüksek türev mertebelerinin üç denklemini için çözüm yapılırsa;

$$\ddot{z}_1 = \frac{(F_1 - c_1 \dot{z}_1 + c_1 \dot{z}_2 - k_1 z_1 + k_1 z_2)}{m_1}$$

$$\ddot{z}_2 = \frac{(F_2 + c_1 \dot{z}_1 - (c_1 + c_2) \dot{z}_2 + c_2 \dot{z}_3 + k_1 z_1 - (k_1 + k_2) z_2 + k_1 z_3)}{m_2}$$

$$\ddot{z}_3 = \frac{(F_3 - c_2 \dot{z}_2 - c_2 \dot{z}_3 + k_2 z_2 - k_2 z_3)}{m_3} \quad (3.3a,b,c)$$

Yukarıdaki gösterimi altı durumu tanımlamak için değiştirilirse; üç pozisyon ve üç de hız denklemi elde edilir.

$$x_1 = z_1 \quad 1. \text{ Kütlenin pozisyonu} \quad (3.4)$$

$$x_2 = \dot{z}_1 \quad 1. \text{ Kütlenin hızı} \quad (3.5)$$

$$x_3 = z_2 \text{ 2. Kütlenin pozisyonu} \quad (3.6)$$

$$x_4 = \dot{z}_2 \text{ 2. Kütlenin hızı} \quad (3.7)$$

$$x_5 = z_3 \text{ 3. Kütlenin pozisyonu} \quad (3.8)$$

$$x_6 = \dot{z}_3 \text{ 3. Kütlenin hızı} \quad (3.9)$$

Bu notasyonlar kullanılarak, sistemin durumu rahatlıkla izlenebilmektedir.

$$\dot{z}_1 = x_2 = \dot{x}_1 \quad (3.10)$$

$$\dot{z}_2 = x_4 = \dot{x}_3 \quad (3.11)$$

$$\dot{z}_3 = x_6 = \dot{x}_5 \quad (3.12)$$

Ayrıca birinci ve ikinci türevler arasında:

$$\ddot{z}_1 = \dot{x}_2 \quad (3.13)$$

$$\ddot{z}_2 = \dot{x}_4 \quad (3.14)$$

$$\ddot{z}_3 = \dot{x}_6 \quad (3.15)$$

\ddot{z}_1 , \ddot{z}_2 , \ddot{z}_3 denklemleri altı durum açısından tekrar yazılıp ve denklemlere pozisyon ilişkileri eklenirse:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_1 = (F_1 - c_1 x_2 + c_1 x_4 - k_1 x_1 + k_1 x_3) / m_1$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = (F_2 - c_1 x_2 - (c_1 + c_2) x_4 + c_2 x_6 + k_1 x_1 - (k_1 + k_2) x_3 + k_2 x_5) / m_2$$

$$\dot{x}_5 = x_6$$

$$\dot{x}_6 = (F_3 + c_2 x_4 - c_2 x_6 + k_2 x_3 - k_2 x_5) / m_3 \quad (3.16a-f)$$

Yukarıdaki denklem matris formunda tekrar yazılırsa:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1}{m_1} & -\frac{c_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_1}{m_2} & \frac{c_1}{m_2} & -\frac{(k_1+k_2)}{m_2} & -\frac{(c_1+c_2)}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{k_2}{m_3} & \frac{c_2}{m_3} & -\frac{k_2}{m_3} & -\frac{c_2}{m_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{F_1}{m_1} \\ 0 \\ \frac{F_2}{m_2} \\ 0 \\ \frac{F_3}{m_3} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

elde edilir.

3.3. Durum Uzayı Formunda Karmaşık Öz Değerler ve Öz Vektörler

Dinamik bir sistemde yapılabilecek en basit analiz o sistemin öz değerleri (doğal frekanslar) ve öz vektörler (mod şekilleri)'nin çözülmesidir. Bu kısımda sönüm durumunun genel durumu karmaşık öz vektörler ve öz değerler ile bulunacaktır.

Sistem basit serbest titreşim şartları altında olduğu düşünülürse, sistemin tepkisi titreşimin doğal modlarından biri olacaktır. Sistemde herhangi bir dış kuvvet olmadığından dolayı kuvvet fonksiyonu sıfır olacaktır ve hareketin homojen durum uzayı (state-space) denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\dot{x} = Ax \quad (3.18a)$$

Hareket hakim modda şu şekilde tanımlanır.

$$x_i = x_{mi} e^{\lambda_i t} \quad (3.18b)$$

Burada:

λ_i i.öz değeri (eigenvalue) titreşimin i. modundaki doğal frekansı

x_i i. Frekanstaki vektörün durumu

x_{mi} i. öz vektörü(eigenvektor) i. modda mod şekli

Üç serbestlik dereceli sistem (z_1, z_2, z_3), altı durum ($x_1 \dots x_6$) için i. modda öz değerleri ve öz vektörleri aşağıdaki gibi görünür.

$$\begin{bmatrix} z_{1i} \\ z_{2i} \\ z_{3i} \\ z_{4i} \\ z_{5i} \\ z_{6i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1i} \\ x_{2i} \\ x_{3i} \\ x_{4i} \\ x_{5i} \\ x_{6i} \end{bmatrix} = x_{mi} e^{\lambda_i t} = \begin{bmatrix} x_{m1i} \\ x_{m2i} \\ x_{m3i} \\ x_{m4i} \\ x_{m5i} \\ x_{m6i} \end{bmatrix} e^{\lambda_i t} \quad (3.19)$$

Yukarıdaki deplasman denkleminin türevi alınarak hız denklemi elde edilir.

$$\dot{x}_{mi} = \frac{d}{dt} [x_{mi} e^{\lambda_i t}] = \lambda x_{mi} e^{\lambda_i t} \quad (3.20)$$

Denklem (3.17)'de yerine koyulursa ve üstel terim sıfırlanırsa:

$$\dot{x} = Ax$$

$$\lambda x_{mi} e^{\lambda_i t} = Ax_{mi} e^{\lambda_i t}$$

$$\lambda x_{mi} = Ax_{mi} \quad (3.21a-d)$$

$$(\lambda I - A)x_{mi} = 0$$

Denklem (3.21 a-c) klasik öz değer problemidir. Eğer Denklem (3.21d) determinantı sıfır eşitlenirse:

$$|\lambda I - A| = 0 \quad (3.22)$$

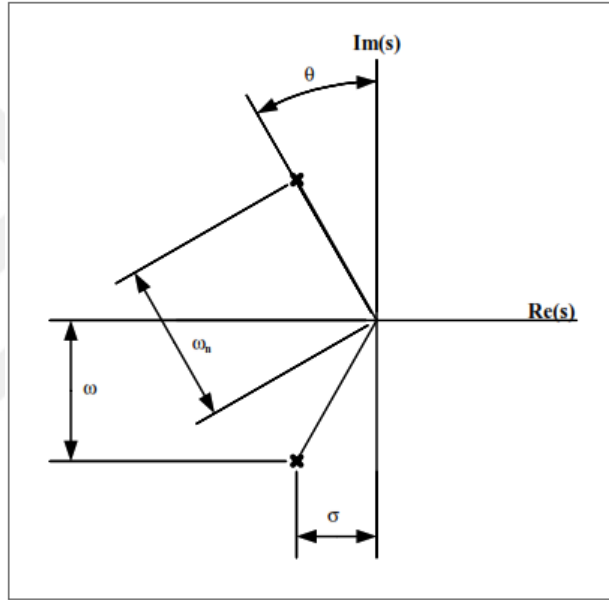
Matris formunda yerine konulursa:

$$(\lambda I - A) = \lambda I - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-k_1}{m_1} & \frac{-c_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-k_1}{m_2} & \frac{c_1}{m_2} & \frac{-(k_1+k_2)}{m_2} & \frac{-(c_1+c_2)}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{k_2}{m_3} & \frac{c_2}{m_3} & \frac{-k_2}{m_3} & \frac{-c_2}{m_3} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Bu işlemler MATLAB'ın "eig" fonksiyonu ile kolaylıkla yapıp m,c,k değerleri elde edilebilir.

Öz değerler karmaşık fonksiyon halinde olabilir Sanal eksen ile başlangıç noktasından kutba kadar olan uzaklık modun sönüm oranı olarak tanımlanır ve ξ sönüm oranı veya kritik sönüm oranının yüzdesi olarak ifade edilir.

Şekil 3.2 de karmaşık (kompleks) düzlemde öz değerler gösterilmiştir. Eğer $\sigma = 0$ ve $\theta = 0$ olursa sistemde sönüm olmadığını gösterir bundan dolayı $\omega = \omega_n$ durumu oluşmaktadır.



Şekil 3.2. Kompleks düzlemde öz değerler

Şekil 3.3 referans alınıp denklem tekrar yazılırsa;

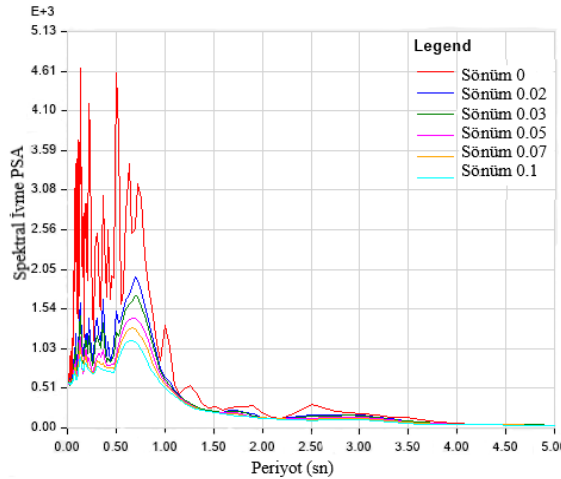
$$\xi = \sin \theta$$

$$= \sin \left(\tan^{-1} \left(\frac{\text{Re}(\lambda)}{\text{Im}(\lambda)} \right) \right) \quad (3.24)$$

$$= \sin \left(\tan^{-1} \left(\frac{\sigma}{\omega} \right) \right)$$

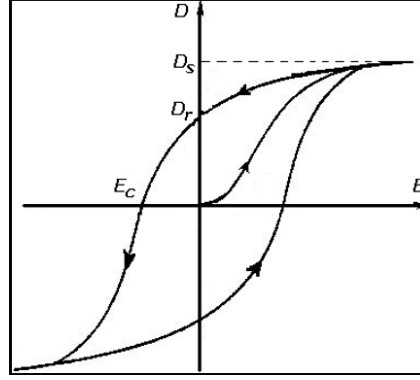
3.4. Sönüm

Yapının ve zemin karakteristik özelliğinden dolayı, dinamik yükler özellikle deprem hareketi altında farklı türden sönümler ortaya çıkar. Bu sönümler ve sönüm parametreleri malzemenin türüne, malzemenin geometrisine bağlı olduğu gibi, dinamik etkide oluşan elastik olmayan şekil değiştirmelerin büyüklüğüne de bağlıdır. Yapının rijitliği kesitlerin boyutlarına ve kullanılan malzemenin elastise modülüne bağlı olmasına rağmen, sönüm ile ilgili verilerin bulunması amacıyla bir takım deneysel yöntemlerden istifade edilmesi gerekmektedir. Bunun sebebi sistemlerin geometrisinin verdiği geometrik sönüm özelliklerinin tam olarak anlaşılması olmasındandır [16]. Deneyler çevrel (ambient) titreşim veya tahrik edilmiş titreşim olabilir. Küçük yer değiştirmeler altında yapılacak deneyde bulunacak sönümün küçük olacağı unutulmamalıdır. Çoğunlukla yapılan deneylerde sisteme hasar verilmediğinden dolayı, tespit edilecek sönüm yüzdelerinin hasar oluşan bir depremdeki sönümden daha küçük olacağı aşikârdır [16]. Yapılan deneyler sonucunda sönümün malzemenin özelliklerinin yanında sisteme etki edilen yüklemenin durumlarına göre değiştiği gözlenmiştir. Örneğin Newmark ve Hall, betonarme sistemlerde düşük seviyedeki yüklenme durumlarında %3-6 yüksek seviyede sistemin yüklenmesinde ise %7-10 düzeylerinde sönüm kullanılmasını tavsiye etmektedir. Başka bir ifade ile sönüm sistemdeki enerji kaybıdır. Bir yapının sönümün düşük olması ile sönümün yüksek olması arasında ciddi farklar vardır, sönümlerin farklı olması sistemin iç kuvvetlerinin ve yer değiştirmelerinin de farklı olmasına sebep olmaktadır [16].

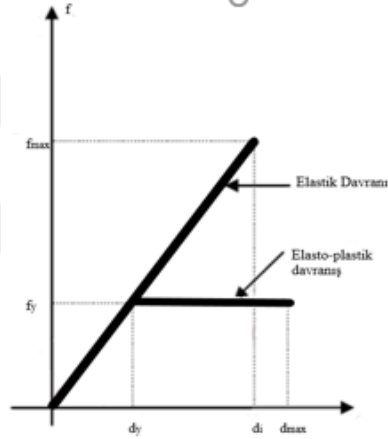


Şekil 3.3. Farklı sönüm oranlarında PSA değerleri

Şekil 3.5 ve Şekil 3.6 de sırasıyla çevrimsel yük-yerdeğiştirme davranışı, elastik ve elasto-plastik davranış verilmiştir [16].



Şekil 3.4.Çevrimsel sönüm[16]



Şekil 3.5.Elastik ve elasto-plastik davranış

3.4.1. Viskoz sönüm

Sönüm ile hız arasında bir orantı olduğunu kabul edilmesine karşı gelir. Bundan dolayı yüksek frekanslarda yüksek sönüm oranlarının meydana gelmesine yol açar. Çoğunlukla taşıyıcı sistemin davranışının modellenmesinde bu tür sönüm, sönüm kutusu kabulü ile dikkate alınır. Bu sönümün etkili olması, malzemedeki gerilmelerden dolayı oluşan elastik ötesi şekil değiştirmelerin seviyesine bağlıdır. Elastik ötesi şekil değiştirmelerin büyük olmasından dolayı taşıyıcı olan ve taşıyıcı olmayan elemanlarda oluşan çatlakların artması bundan dolayı emilen enerjiden dolayı sönüm artar. Bu sebeple küçük yer değiştirmeler altında deneysel olarak ölçülen sönüm küçük kalırken, deprem etkisi altında meydana gelen elastik ötesi değiştirmeler ve çatlamlarla sönüm artar.

Tek serbestlik dereceli sistemde hareket denklemi genel bir sistemin varlığı kabul edilerek;

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (3.25)$$

olarak yazılabilir. Burada $f_D(t)$ sönüm kuvvetini ifade etmektedir. Sönümden dolayı serbest titreşimde sistemde oluşan enerji zamanla absorbe edilirken, titreşim genliklerinde sürekli azalır. Buna karşılık tahrik edilmiş titreşimde azalan enerji dış etki aracılığıyla dengede tutulur. Sistemlerde sönüme sebep olan çok farklı etkiler vardır. Elemanlarda oluşan çatlaklar, kesit kayıpları ve elastik ötesi oluşan şekil değiştirmeler, iç sönümün olmasına sebebiyet verir. Sistemin içinde bulunduğu ortam sebebiyle meydana sönüm dış olarak bilinir. Bir sıvı içinde bulunan sistemin titreşimde, sıvının titreşimini engellenmesi dış sönüme bir örnektir. Sönüm matematiksel olarak değişik kabullerle hesaba katılır [16].

3.4.2. Columb rijit cisim sönümü

Taşıyıcı sistemin mesnetlerinde ve birleşim yerlerinde ortaya çıkar. Hız ve yer değiştirmeden bağımsız olarak sabit kabul edilebilir. Yer değiştirmelerin küçük olması durumunda iç sönümle, büyük olması durumunda da çevrimsel sönümle birleştirilerek göz önüne alınır. Betonarme taşıyıcı sistemlerin dolgu duvarlarında meydana çatlaklardaki sürtünme ile enerji kaybı bu tür sönüme örnektir. Bu sürtünmenin yapıların deprem etkisinin karşılanmasında önemli katkısı vardır [16].

3.4.3. Çevrimsel sönüm

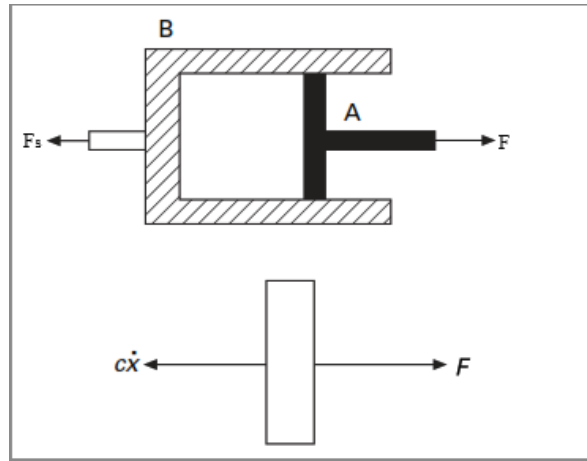
Malzemenin doğrusal olmayan davranışında ve yükün yön değiştiren türden etkimesi durumunda meydana gelir. Şekil 3.4'de gösterilen kuvvet-yer değiştirme düzleminde bir çevrim yapılmasıyla, çevrim içinde kalan alana karşı gelen enerji tüketilir. Bu tür sönüm, hızdan bağımsız ve yer değiştirmeye bağlı olarak meydana gelir. Ancak, böyle bir sönümün analitik ifadelerle katılması yerine, daha kolay olan eşdeğer viskoz sönümün kullanılması tercih edilir [19].

3.4.4. Enerji yayılma sönümü

Ana kayadan gelen deprem hareketi zemin tabakalarından geçerek, yapıyı titreştirir. Bu titreşim zemin serbest yüzeyinden geri yansır ve aynı zamanda yapı içinde yukarı doğru ilerler, en üst kattan yansıyarak geri döner ve yarı sonsuz ortam olan zemin içinde geri yayılarak tekrar geri dönmek üzere kaybolur. Enerjinin çok büyük bir ortamda yayılmasıyla ortaya çıkan bu sönüm, ortamın elastik sabitlerine ve kütleli yoğunluğuna ve yapının özelliklerine bağlıdır. Yapı rijitleştikçe, mesnet ortamı yumuşadıkça ve ana kaya dolgu büyüdükçe, zemin ortamında enerji yayılması sebebiyle sönüm artar. Viskoz sönümünün tersine, yüksek modlardaki enerji yayılma sönümünün, düşük modlara göre az olduğu belirlenmiştir.

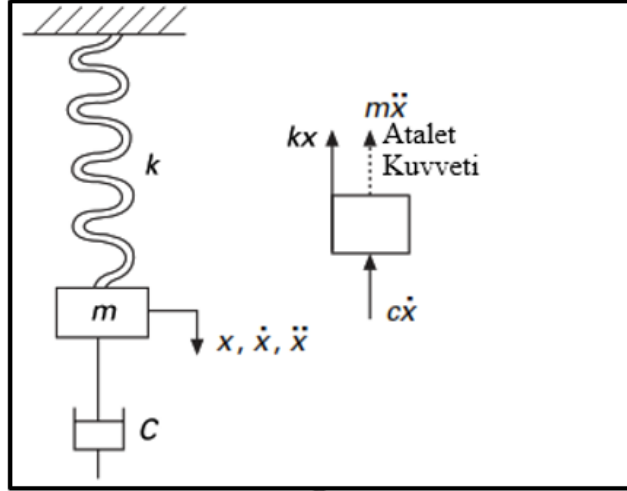
3.5. Serbest Titreşimlerde Sönüm

Gerçek sistemlerde hareketin engellendiği, kuvvetin dağıtıldığı, yani sistemin mekanik enerjisinin sönümlendiği bir etken vardır. Bu etken, sönüm olarak adlandırılır. Sık görülen bir hareketi geciktirme kuvveti hız ile orantılı olan ve harekete ters yönde olan kuvvettir. Sıvı sürtünmesinin sebep olduğu sönüme viskoz sönüm denir.



Şekil 3.6. Sönümlü piston sistemi

Şekil 3.6'da basit bir piston (dashpot) sistemi verilmiştir. Viskoz kuvveti hız ile orantılıdır ve $c\dot{x}$ ile gösterilir. Burada c viskoz sönüm katsayısıdır.



Şekil 3.7. Yay sabitli basit sönümlü sistem

Şekil 3.7 deki serbest titreşimli sönümlü sistem D'Alembert'in yöntemi yardımıyla statik sistem dinamik sisteme çevrilebilir

Serbest titreşimdeki genel hareket denklemini yazılırsa:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (3.26)$$

Denklem (3.26) sistem lineer bir sistemdir ve ikinci mertebeden homojen diferansiyel denklemdir. Diferansiyel denklemin çözümü için;

$$x = e^{\lambda t} \quad (3.27)$$

Türevi alınıp Denklem (3.26)'da yerine konulursa;

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0 \quad (3.28)$$

denklem çözülürse;

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{-c}{2m} \pm \sqrt{\left(\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}\right)} \quad (3.29)$$

Burada kritik sönüm katsayısı:

$$c_c = \sqrt{km} \quad (3.30)$$

$$\text{ve sönüm faktörü } \rho = \frac{c}{c_c} \quad (3.31)$$

$$\lambda_1 = -\frac{c_c \rho}{2m} + \sqrt{\rho^2 \frac{c_c^2}{4m^2} - \left(\frac{k}{m}\right)} \quad (3.32)$$

$$\lambda_1 = \rho \omega_n + \sqrt{\rho^2 \omega_n^2 - \omega_n^2} \quad (3.33)$$

$$\lambda_1 = \omega_n \left(-\rho - \rho \sqrt{\rho^2 - 1} \right) \quad (3.34)$$

$$\lambda_2 = \omega_n \left(-\rho + \rho \sqrt{\rho^2 - 1} \right) \quad (3.35)$$

$$\text{Buradan } x = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad (3.36)$$

Kritik sönüm ile ayırt edilebilen üç farklı özel sönüm durumu vardır.

3.5.1. Yüksek sönümlü sistem

$c > c_c$ ve $\rho > 1$ olduğunda;

Başlangıç koşulları ile değerlendirilebilen A ve B şeklinde iki sabit vardır [20].

$$x_{t=0} = x_0; \quad v_{t=0} = v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \lambda_1 A e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 B e^{\lambda_2 t} \quad (3.37)$$

$$x_0 = A + B \quad (3.38a)$$

$$v_0 = \lambda_1 A + \lambda_2 B \quad (3.38b)$$

Yukarıdaki iki denklem çözülürse;

$$B = \frac{(\lambda_1 x_0 - v_0)}{(\lambda_1 - \lambda_2)}; \quad A = \frac{(\lambda_2 x_0 - v_0)}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \quad (3.39)$$

Denklemden görüldüğü gibi t arttıkça x azalmaktadır.

3.5.2. Kritik sönümlü sistem

$c = c_c$ ve $\rho=1$ olduğunda

$$\lambda_1 = -c/2m; \quad \lambda_2 = -c/2m \quad (3.40)$$

$$\lambda_1 = -\omega_n; \quad \lambda_2 = -\omega_n \quad (3.41)$$

$$x = (A + Bt)e^{\omega_n t} \quad (3.42)$$

3.5.3. Düşük sönümlü sistemler

$c < c_c$ ve $\rho < 1$ olduğunda; Denklem (3.32)'de gösterilen denklem karmaşık haldedir.

$$\lambda_1 = \omega_n \left(-\rho + i\sqrt{1-\rho^2} \right) \quad (3.43)$$

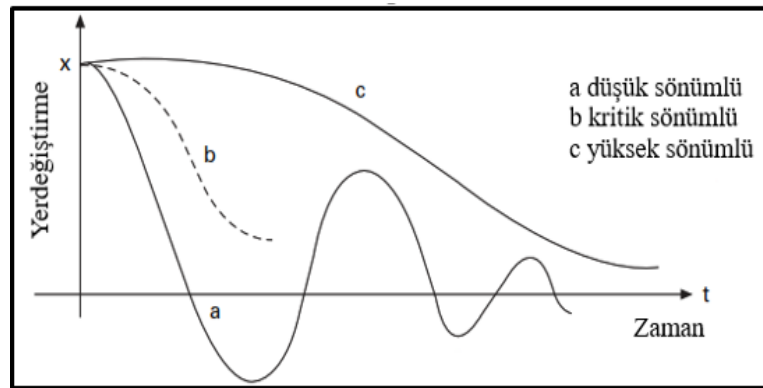
$$\lambda_2 = \omega_n \left(-\rho - i\sqrt{1-\rho^2} \right) \quad (3.44)$$

$$x = Ae^{-\rho\omega_n t} e^{i\sqrt{1-\rho^2}\omega_n t} + Be^{-\rho\omega_n t} e^{-i\sqrt{1-\rho^2}\omega_n t} \quad (3.45)$$

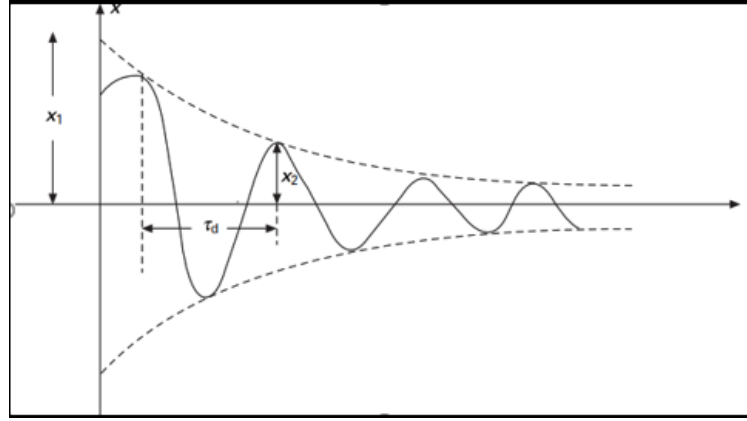
$$= e^{-\rho\omega_n t} \left(c_1 \sin \omega_n \sqrt{1-\rho^2} t + c_2 \cos \omega_n \sqrt{1-\rho^2} t \right) \quad (3.46)$$

denklem tekrar yazılırsa;

$$x = Ae^{-\rho\omega_n t} \left| \sin(\omega_d t + \varphi) \right| \quad (3.47)$$



Şekil 3.8. Zaman-yerdeğiştirme grafiği



Şekil 3.9. Düşük sönümlü titreşim

Şekil 3.9’da titreşim yapan bir sistemde sönüm etkisi gösterilmiştir.

3.6. Sönüm ile İlgili Yaklaşımlar ve Elde Edilme Yöntemleri

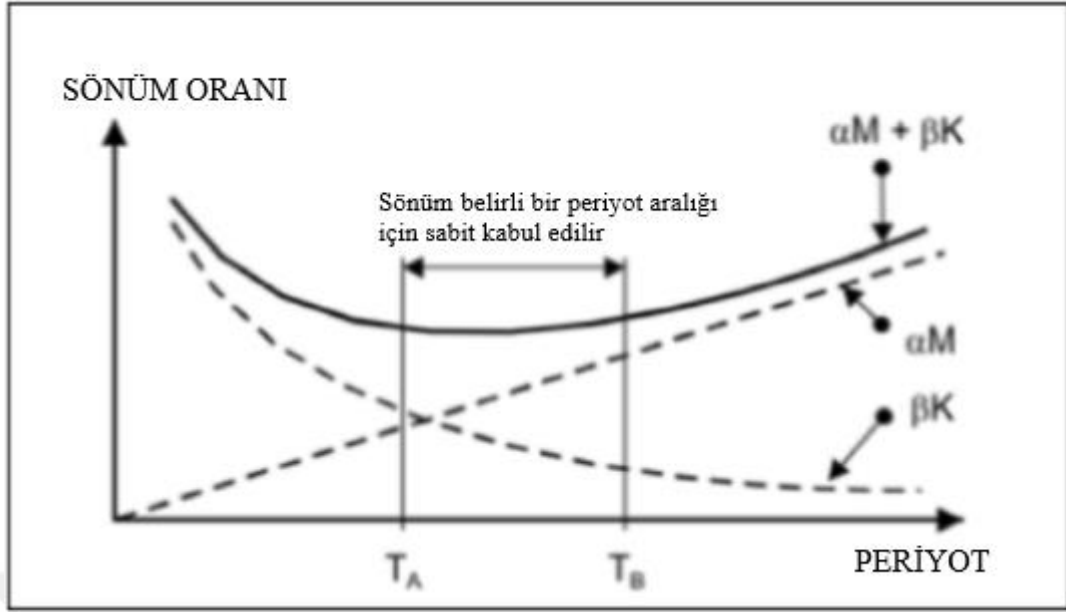
Sönümsüz sistemler için yapılan hesaplar, sistemin titreşimi hakkında bilgi verse de gerçekteki değerlerden çok farklı bir davranış sergilemektedir. Bu sebepten sistemde sönüm mekanizmana eklenmesi gerekmektedir. Bu konuda en çok tercih edilen yöntem, sönümün hızla doğru orantılı olarak kabul edilen viskoz sönümdür.

3.6.1. Rayleigh teoremi

Doğrusal ve doğrusal olmayan çözümlerde hızlı bir çözüm olan Rayleigh sönüm modeli en çok kullanılan yöntemdir. Rayleigh sönüm modelinde sönüm matrisi, kütle ve rijitlik matrisleriyle orantılı olarak değişmektedir.

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (3.48)$$

Yukarıdaki denklemde α ve β istenen modlara göre hesaplanan katsayılardır.



Şekil 3.10. Rayleigh sönüm modeli için sönüm oranı-periyot ilişkisi

Şekil 3.10'da Rayleigh yöntemine göre sönüm oranı-periyot grafiği gösterilmiştir. TBDY 2018 de sönüm oranı %5 olarak belirtilmiştir ve spektrum eğrisi %5 lik sönüm için çizilmiştir. TBDY de verilen sönüm oranı için Rayleigh teoremindeki sönüm oranı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

i. moda ait sönüm değeri;

$$\zeta_i = \frac{\hat{c}_i}{2\hat{m}_i\hat{\omega}_i} \quad (3.49)$$

şeklinde ifade edilir. Denklem (3.49) yeniden düzenlenirse:

$$\zeta_i = \frac{\hat{c}_i}{2\hat{m}_i\hat{\omega}_i} = \frac{1}{2\omega_i} \frac{a\hat{m}_i + \beta\hat{k}_i}{\hat{m}_i} = \frac{a}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (3.50)$$

denklemini elde edilir.

3.6.2. En yüksek genlik metodu (Peak-Picking)

Sistem modlarının ayırık değerler formunda FTF (frekans tepki fonksiyonunda) ölçülebildiği durumda peak-picking metodu yardımıyla sistemin bazı modal parametreleri tespit edilebilir. Bu yöntem aynı zamanda yarı-güç metodu (half-power method) olarak isimlendirilir.

Bu yöntem uygulanırken işlem adımları aşağıda sıralanmıştır.

1-) Doğal frekans tahmin edilir ve tahmin edilen modda ki doğal frekansın FRF (frekans tepki fonksiyonundaki) tepe noktası tespit edilir.

2-) Sönümün tespiti için tespit edilen tepe noktasının genlik değerinin $1/\sqrt{2}$ yani 0.707 katındaki değerinin iki farklı denklem kökünün (ω_a, ω_b) yerleri tespit edilir. Rezonans tepe noktaları genişliği ile sönüm oranı tespit edilebilir.

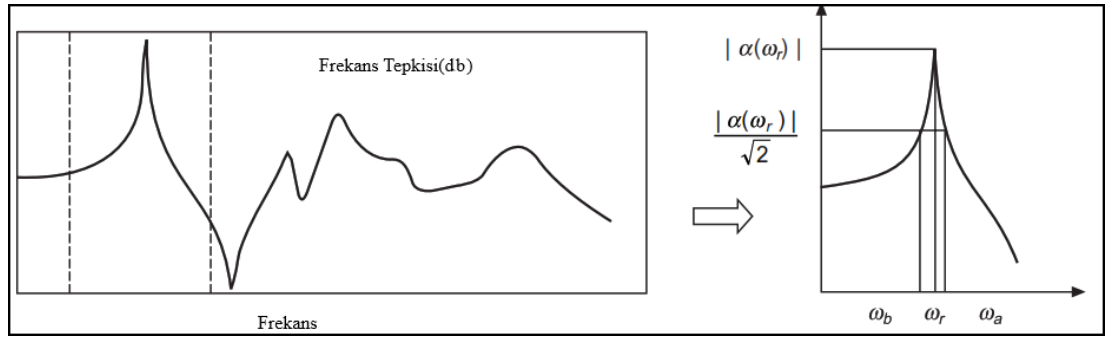
$$\eta_r = \frac{\omega_b^2 - \omega_a^2}{2\omega_r^2} \approx \frac{\omega_b - \omega_a}{\omega_r} \quad (3.51)$$

$$\zeta_r = \frac{\omega_b^2 - \omega_a^2}{4\omega_r^2} \approx \frac{\omega_b - \omega_a}{2\omega_r} \quad (3.52)$$

Modal sabitin tahmini için TSD sistemde frekans tepki fonksiyonunun tepe noktası

$a_{\max} = \frac{A_r}{n_r \omega_r^2}$ şeklindedir. Denklem düzenlenirse $A_r = a_{\max} n_r \omega_r^2$ şeklini alır Viskoz

sönümlü sistem için denklem $A_r = a_{\max} \zeta_r \omega_r^2$ şeklini alır.



Şekil 3.11. En yüksek genlik yöntemi (Peak -picking metodu)[33]

Şekil 3.11 de en yüksek genlik yöntemi gösterilmiştir. Bu yöntem ile frekans tepki fonksiyonlarından hızlıca sonuçlar alınabilmektedir. Ancak doğru modal veri üretme için uygun değildir.

Yukarıda görüldüğü gibi frekans tepki fonksiyonlarında (FRF) çok fazla iç içe girmemiş modal tepelikli davranışın her modun kendine ait sönümlerinin olduğunun işaretidir [33].

3.6.3. Daire uydurma yöntemi (Circle-Fit Method)

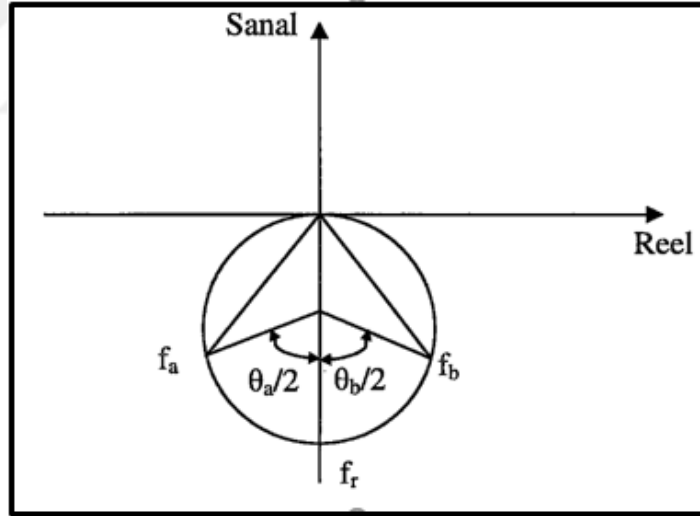
Daire uydurma yönteminde (Circle-Fit Method) frekans tepki fonksiyonlarının rezonans bölgelerine daire şeklinde bir eğri çizme ile elde edilir. Bu yöntemin amacı rezonans bölgelerinin Nyquist grafiği formatında çizmedir. Bu şekilden sistem ile alakalı modal parametreler elde edilir. Bu yöntem için işlem adımları aşağıdaki gibidir.

1-) Yapının doğal frekansları, maksimum tarama noktasının belirlenmesiyle tespit edilir. Bu nokta $f = f_r$ olarak modun frekansıdır.

2-) Sönüm oranının tespiti için ise, doğal frekanslarının tespitinden sonra aşağıda ki denklem kullanılır.

$$\zeta_r = \frac{f_a^2 - f_b^2}{f_r^2 \{ \tan(\theta_a/2) + \tan(\theta_b/2) \}} \quad (3.53)$$

ifadesi elde edilir.



Şekil 3.12. Nyquist grafiğinden modal parametrelerin elde edilmesi [2]

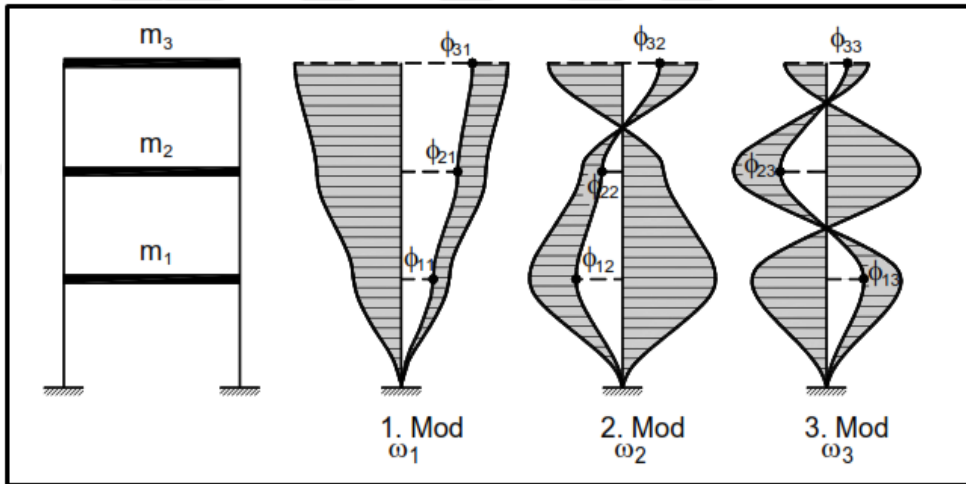
Şekil 3.12 de eğer $\theta_a = \theta_b = 90^\circ$ olursa ifade aşağıdaki şekli alır.

$$\zeta_r = \frac{f_a^2 - f_b^2}{2f_r^2} \quad (3.54)$$

En yüksek genlik yöntemi (Peak-Picking) ve Daire uydurma yöntemi (Circle Fit Method) tek serbestlik dereceli sistemler için uygulanabilir yalnız sistemlerin frekans değerleri birbirine çok yakınsa başka bir deyişle modlar birbirine bağlı durumdaysa bu yöntemler ile modal parametrelerin tespit edilmesi zorlaşır. Bu sebepten dolayı bazı yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemler sistemi bir bütün olarak almasından dolayı sonuçlar daha doğrudur. Bu yöntemler belirtilecek olursa frekans ortamında en küçük kareler yöntemi (Least Square Frequency Domain Method), Frekans ortamındaki direk parametrelerin tanımlanması yöntemi (Frequency Domain Direct Parameter Identification) gibi yöntemler ile bulunabilir [2].

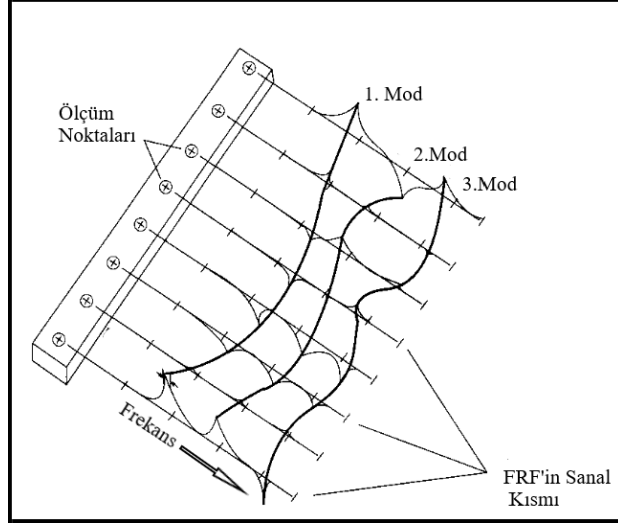
3.7. Mod Şekilleri ve Mod Şekillerinin Deneysel Yöntemlerle Bulunması

N serbestlik dereceli bir sistemde serbestlik derecesi kadar açısal frekans ω_n ve bu açısal frekansta aldığı şekle ise $\{\phi_m\}$ mod şekli denir [19].



Şekil 3.13. Üç serbestlik dereceli sistemde mod şekli [19]

Mod şekillerinin tespit edilmesinde en fazla tercih edilen yöntem ikinci derece toplama yöntemidir. İkinci derece toplama yönteminde herhangi bir frekanstaki frekans tepki fonksiyonunun genliğine bütün modların katkıda bulunduğu düşünülmektedir. Bu ise modal deplasmanlar ile orantılı biçimdedir. Şekil 3.14'te konsol eleman için mod şekilleri gösterilmiştir.



Şekil 3.14. Konsol elemanda mod şekilleri [31]

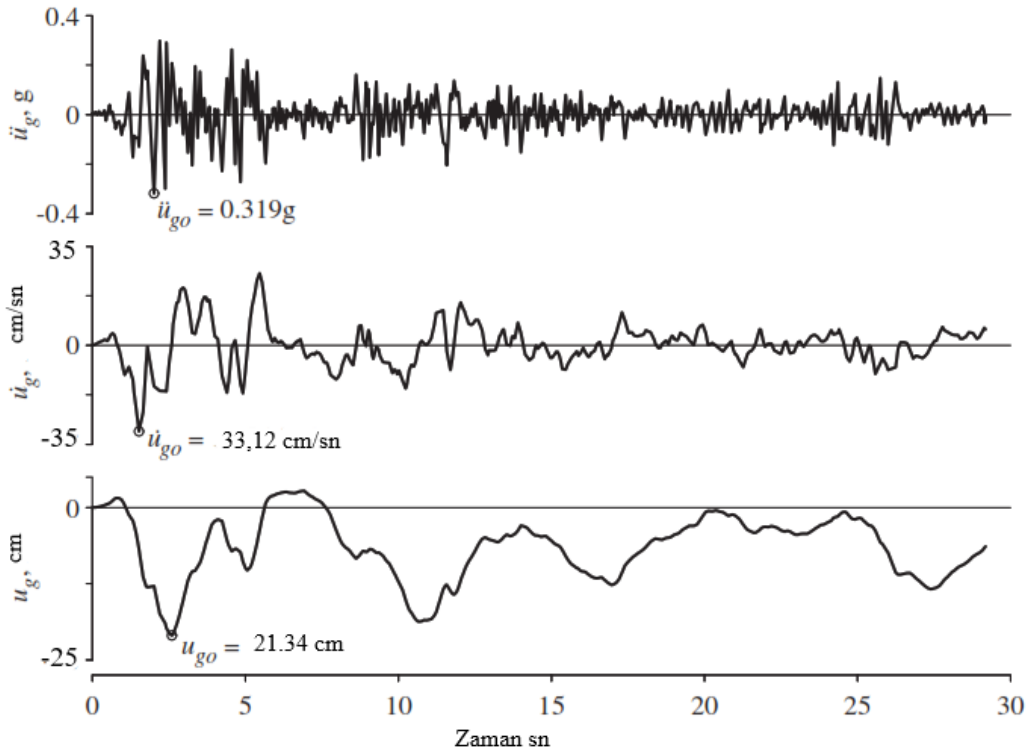
Şekil 3.14'te görüldüğü FRF'in sanal kısımları yardımıyla sisteme ait mod şekillerinin oluşturulması mümkündür.

4. DOĞRUSAL SİSTEMLERİN DEPREM DAVRANIŞI

Yapı dinamiği ve Deprem Mühendisliği teorisinin en önemli uygulamalarından biri, depremlerin sebep olduğu yer sarsıntılarının etkisiyle yapılarda oluşacak tepkilerin tespit edilmesidir. Bu bölümde TSD sistemlerin deprem davranışı ve TBDY 2018 deprem spektrumu kavramları üzerinde durulacaktır.

4.1. Deprem Etkisi

Deprem hareketi sırasında yer tabakasında oluşan sarsıntıları ifade etmenin en kullanışlı yöntemi, ivmenin zaman içinde değişimini incelemektir. Hareket denkleminde bilindiği üzere hareket problemi, rijitliği kütlesi ve sönümü bilinen tek serbestlik dereceli bir sistemde, herhangi bir yer ivmesi için tamamıyla tanımlanmış olur. Deprem hareketi sırasında oluşan yer hareketinin belirlenmesi amacıyla üç bileşenli kayıt cihazları kullanılmaktadır [20].



Şekil 4.1. El Centro kaydının ivme, hız, yerdeğiştirme zamansal grafiği[20]

Şekil 4.1 de 18 Mayıs 1940 tarihli Imperial Valley depremi sırasında El Centro, California’sa yer alan bir istasyonda kaydedilen yatay yer ivmesi verilmiştir. Hız ve ötelenme, ivmelerin integrali alınarak bulunmuştur [20].

Yer ivmesi, belli aralıklarla zamanın belli anlarında, sayısal değerler ile tanımlanır. İvme düzensiz bir şekilde olduğundan dolayı, seçilen zaman aralıkları doğru temsil etmeye olanak sağlayacak kadar küçük olmalıdır. Şekil 4.1 deki yer hareketinin en üstündeki eğri yer ivmesinin zaman içindeki değişimidir. Yer ivmesinin tepe değeri \ddot{u}_{go} 0.319g büyüklüğündedir. İkinci eğri yer-hız eğrisi olup ivme-zaman fonksiyonunun integrasyonu ile elde edilir. Burada $\dot{u}_{go} = 33.12$ cm/sn’dir. Yer-hız hareketinin bir derece integrasyonu ötelenme fonksiyonunu verir. Üçüncü grafik ise yer ötelenmesidir ki $u_{go,21,34}$ cm dir.

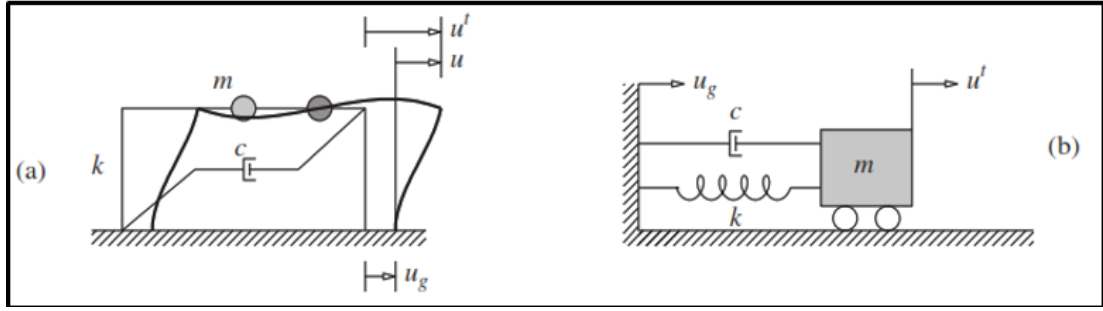
4.2. Hareket Denklemi

Yer ivmesi $\ddot{u}_g(t)$ etkisindeki doğrusal tek serbestlik dereceli bir sistemin Şekil 4.2. hareketini Denklem (1.1.) tanımlar. Bu denklemde denklemin her iki tarafı m’ye bölünürse Denklem (4.1.) elde edilir.

$$\ddot{u} + 2\xi\omega_n + \omega_n^2 u = -\ddot{u}_g(t) \quad (4.1)$$

Görüldüğü üzere sistemde bir yer ivmesi ($\ddot{u}_g(t)$) etkisinde oluşacak şekildeğişimi $u(t)$, yalnız sistemin doğal frekansı ω_n (yani periyodu T_n) ile sönüm oranına bağlıdır; Bu bağımlılık fonksiyonda ifade edilirse $u \equiv u(t, T_n, \xi)$ şeklinde ifade edilir. Fonksiyonda ifade edildiği gibi ağırlığın veya rijitliğin etkisi olmadığı görülür.

Deprem hareketi sırasında yer ivmesi o kadar düzensiz bir şekilde değişmektedir ki [Şekil 4.1.] hareket denkleminin analitik çözümü yapılamaz. Bu kısımda yer hareketinin her adımda doğrusal değiştiği varsayımıyla $\Delta t = 0.02$ s kullanılarak hesaplar yapılmıştır [20].



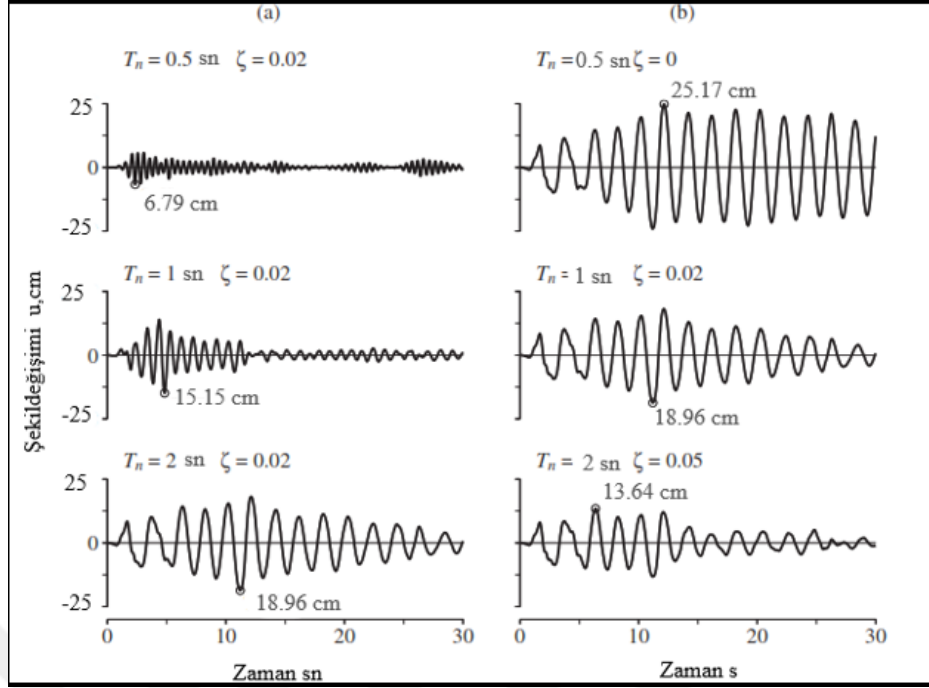
Şekil 4. 2. Tek serbestlik dereceli sistem

Yapı mühendisliği açısından en önemli tepki, yapıda oluşan şekil değişimi, yani sistemin hareketli zemine göre yaptığı göreceli yer değişimi (ötelenmesi) $u(t)$ olarak ifade edilir. Şekil 4.2 a tek katlı sistemin kolonlarındaki eğilme momentleri taban kesme kuvvetleri ile Şekil 4.2 b deki yay sisteminin iç kuvvetleri arasında doğrusal bir ilişki vardır.

4.3. Tepkinin Zaman İçinde Değişimi

Herhangi bir yer hareketi i .in tek serbestlik dereceli sistemin tepkisi yukarıda da belirtildiği üzere yalnız doğal frekans (doğal periyot) ve sönüme bağlıdır. Şekil 4.3.a da El Centro depremi etkisi altında üç farklı sistemde oluşacak şekil değişimleri gösterilmiştir. Şekil 4.3.a da üç sistemin de sönümünün 0.02 olmasından dolayı ötelenmelerdeki farklılıklar sistemlerin periyotlarından kaynaklanmaktadır. Görüldüğü üzere tepe değerler periyotla beraber artmaktadır [20].

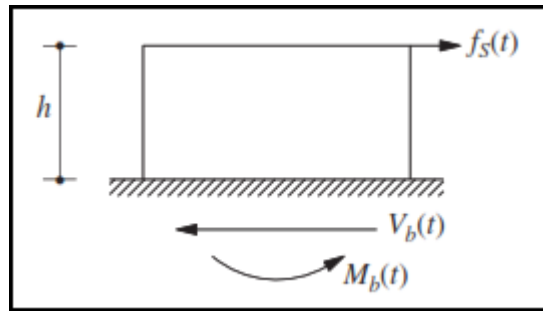
Şekil 4.3.b de ise aynı periyoda sahip fakat sönüm oranları farklı olan sistemlerin şekil değiştirme grafikleri mevcuttur. Bu farklılıklar sönüm oranlarının farklı olmasından kaynaklanmaktadır. Düşük sönümlü sistemlerde oluşan yer değiştirme yüksek sönümlü sistemlere göre daha fazla olduğu görülmektedir.



Şekil 4.3. TSD sistemin El Centro depreminde oluşan şekil değiştirmeleri

Yapının zaman ile değişimi $u(t)$ dinamik çözümlemeyle bulunduktan sonra herhangi bir anda sistemdeki iç kuvvetleri (moment-kesme) statik çözümleme ile yapılır. Yapı deprem mühendisliğinde, eşdeğer statik yük kullanılır. Aşağıdaki denklemde eşdeğer statik yük tanımlanmıştır.

$$f_s(t) = ku(t) \quad (4.2)$$



Şekil 4.4. Eşdeğer statik yük

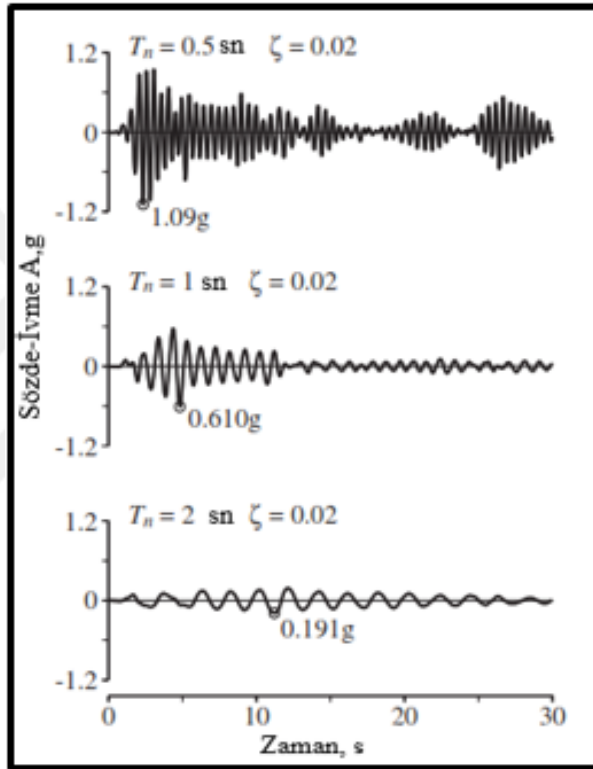
Sistemin yanal rijitliği kütleyle bağlı olarak ifade edilirse,

$$f_s(t) = m\omega_n^2 u(t) = mA(t) \quad (4.3)$$

şeklinde ifade edilir. Burada sadeleştirme yapılırsa;

$$\omega_n^2 u(t) = A(t) \quad (4.4)$$

$A(t)$ sözde ivme olarak tanımlanır. Bir yapının sözde ivmesi $A(t)$ yapının şekil değişimi tepkisinden $u(t)$ ile hemen hesaplanabilir. Sönüm oranı %2 olan ve periyotları 0.5, 1, 2 sn olan üç sistemin tepkileri Şekil 4.5’de gösterilmiştir. Daha açılacak olursa şekil değiştirme $\omega_n^2 = (2\pi/T_n)^2$ değerleriyle çarpıldığında, bu sistemler için sözde ivme değerleri hesaplanır. Hesaplanan değerler tepe noktaları değerleri Şekil 4.5’de gösterilmiştir.



Şekil 4.5. TSD sistemlerde sözde ivme

4.4. Davranış Spektrumu Kavramı

M.A. Biot tarafından 1932 yılında ortaya atılan deprem davranış spektrumu kavramı G.W. Housner’in katkıları ile yer hareketini ve hareketle birlikte onun üzerindeki yapı ile etkilerini uygulamaya yönelik biçimde geniş kabul görmüştür. Yapı dinamiği ve deprem mühendisliğinin temel kavramlarından biri olan davranış spektrumu tüm tek serbestlik sistemlerde belirli bir yer hareketi etkisinde oluşacak tepkilerin tepe değerlerinin kullanışlı bir özetidir. Bu kavram aynı zamanda yapı dinamiği teorisinin,

yapı tasarımına ve yönetmeliklerin gelişmesine katkı vermesi için uygun bir yaklaşımdır [20].

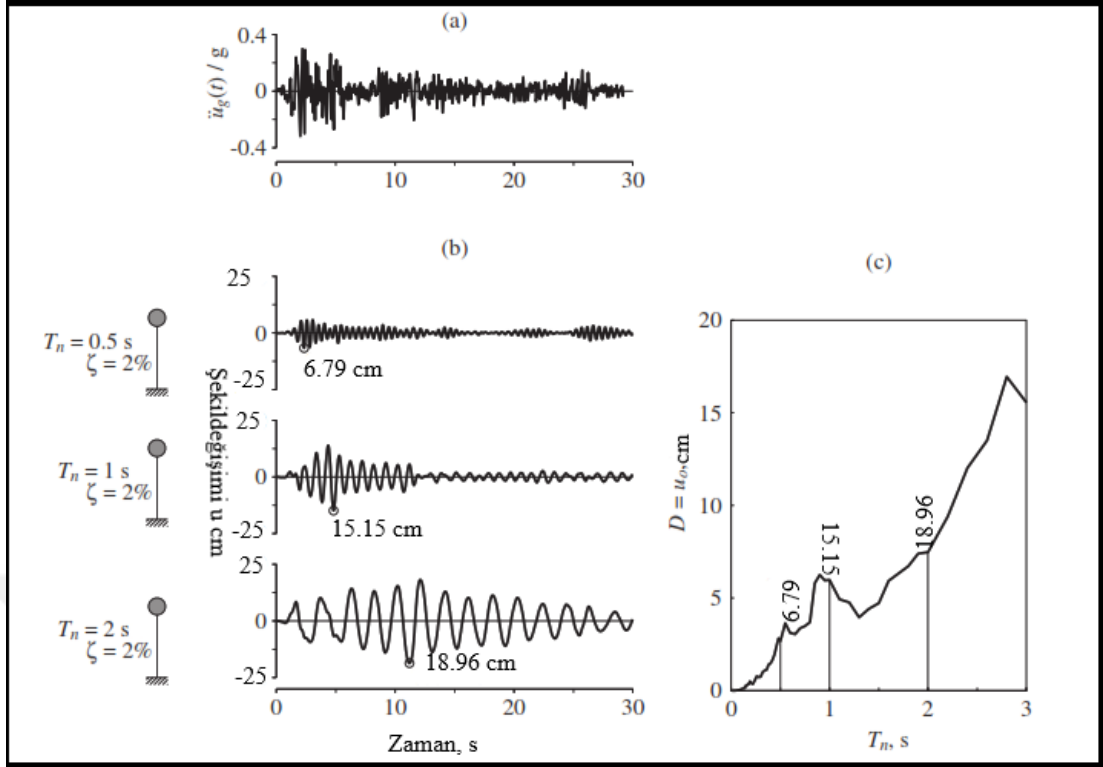
Bir tepki niceliğinin, sistemin doğal periyodu T_n veya doğal frekansı ω_n ile değişimini gösteren eğriye, o niceliğin davranış spektrumu denir. Her eğri belirli bir sönüm değeri ξ sahip TSD sistemler için çizildiğinden, gerçek yapılarda karşılanan sönüm oranlarını kapsayan çeşitli ξ değerleri için böyle eğriler oluşturulur. Tepkilerin f_n veya T_n değerlerine bağlı olarak çizilebilir. İnşaat mühendislerinin ikincisini tercih etmesinin sebebi frekanstan çok periyodun tanınmış olmasıdır.

4.5. Şekildeğişimi Söзде-Hız ve Söзде İvme Davranış Spektrumları

Bu kısımda şekil değiştirme davranış spektrumları yardımı ile söзде hız ve ivme spektrumlarından bahsedilecektir. İç kuvvetlerin hesabında $u(t)$ yeterli olduğundan dolayı şekil değiştirme spektrumu birçok bilgiyi barındırmaktadır. Bunun yanında söзде-hız ve ivme spektrumlarının özelliklerinin kavranması tasarım spektrum eğrilerinin hazırlanması ve deprem mühendisliği yapı dinamiği ve yönetmelikler arasında bağ kurulmasını sağlar.

4.5.1. Şekil değişimi davranış spektrumu

Şekil 4.6'da davranış spektrumunun hazırlanmasında kullanılan yöntem gösterilmiştir. (a) kısmında El-Centro yer hareketini göstermektedir. Bu yer hareketinin sebep olduğu üç farklı tek serbestlik dereceli sistemin şekil değiştirmesi verilmiştir. Burada her sistem için tepe noktası belirlenir (%2 sönüm oranı için $T_n=0.5s$ olanı için tepe noktası 6.79 cm, $T_n=1s$ için 15.15 cm ve $T_n=2s$ için ise 18.96 cm dir. Her periyot için tespit edilen şekil değiştirmeler çizilirse (c) spektrum eğrisi bulunur. Spektrum eğrileri tam olarak oluşturmak için, farklı sönüm oranlarında bu eğrileri çizmek gerekir.



Şekil 4.6.(a) Yer ivmesi, (b) Aynı sönüm oranlarında farklı periyotlarda şekildeğişimi tepkileri, (c) %2 sönüm için için şekil değiştirme spektrumu

4.5.2. Sözde-hız davranış spektrumu

Doğal frekansı ω_n olan tek serbestlik dereceli bir sistemde, deprem hareketinden dolayı oluşan şekildeğiştirmenin en büyük değeri $D \equiv u_o$ ile arasındaki verilen bir V değişkeni tanımlanırsa;

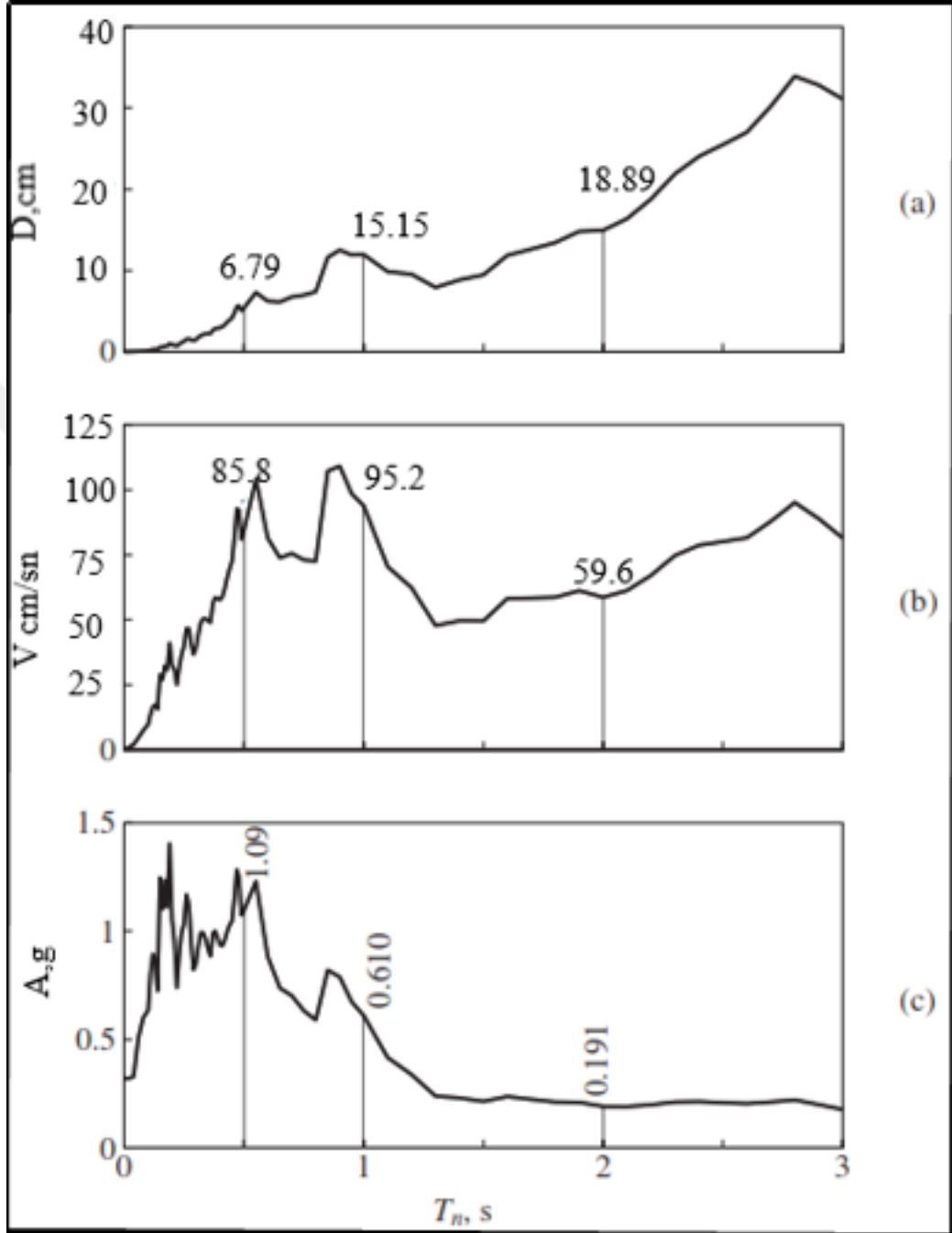
$$V = \omega_n D = \frac{2\pi}{T} D \quad (4.5)$$

Sözde hız davranış spektrumu V 'nin, sistemin doğal periyodu T_n ile değişimini gösterir.

4.5.3. Sözde-ivme davranış spektrumu

Doğal frekansı ω_n olan tek serbestlik dereceli bir sistemde, deprem hareketinden dolayı oluşan şekil değıştirmenin en büyük değeri $D \equiv u_o$ ile arasındaki verilen bir A değışkeni tanımlanırsa;

$$A = \omega_n^2 D = \left(\frac{2\pi}{T_n} \right)^2 D \quad (4.6)$$



Şekil 4.7. El Centro kaydının (a) şekildeğişimi (b) hız (c) ivme spektrumu [20]

Şekil 4.7’de El Centro depremi kaydı için oluşturulan şekil değiştirme, hız ve ivme spektrumu gösterilmiştir. Kocaeli depremi için de spektrum eğrisi oluşturulacak ve gerekli ölçeklendirmeler yapılacaktır.

4.6. TBDY-2018'e Göre Elastik Tasarım Spektrumu

4.6.1. Deprem düzeyleri

Aktif deprem bölgesinde olan ülkemizde sık sık deprem olmaktadır. Bu depremlerden dolayı yapılar hasar almış ve bu hasar yapan depremler araştırıldığında ülkemiz üç ana fay hattına ayrılmıştır. Ülkemizdeki ilk deprem haritası 1945 yılında hazırlanmış olup bu harita geçmişteki deprem hasarları esas alınarak hazırlanmıştır. Deprem mühendisliğindeki gelişmelere paralel olarak deprem haritalarında yenilikler olmuştur. Son yapılan çalışmalar ile birlikte 2018 yılında Türkiye Deprem Tehlikesi Haritaları yayınlanmıştır.

Türkiye Deprem Tehlikesi Haritaları, TBDY'nin tamamlayıcı eki olarak hazırlanmış olup dört deprem düzeyi için kayma hızı 760m/s olan zemin referans kabul edilerek sönüm oranı %5 oranı için, S_s (kısa periyot), S_1 (T=1 s için) spektrum katsayıları verilmiştir. Bu katsayılar, konuma meydana gelen depremlere, fay hatlarına ve tektonik bölgelere bağlı olarak, DD-1,DD-2,DD-3,DD-4 olarak isimlendirilen dört deprem için verilmiştir [21].

a. DD-1 Depremi: 50 yılda aşılma olasılığının %2 ve tekrarlanma periyodunun 2475 yıl olan çok seyrek meydana gelen bu deprem, göz önüne alınan en büyük deprem olarak isimlendirilir.

b. DD-2 Depremi: 50 yılda aşılma olasılığı %10 ve tekrarlanma periyodu 475 yıl olan seyrek meydana gelen bu deprem, tasarım depremi olarak isimlendirilir.[20]

c. DD-3 Depremi 50 yılda aşılma olasılığının %50 ve tekrarlanma periyodu 72 yıl olan sık meydana gelen depremlerdir.

d. DD-4 Depremi: 50 yılda aşılma olasılığının %68 (30 yılda aşılma olasılığı %50) ve tekrarlanma periyodu 43 yıl olan çok sık meydana gelen bu denklem, kullanım depremi olarak isimlendirilir.

4.6.2. Deprem spektrumları

Her deprem düzeyi için kayma dalgası hızı $(V_s)_{30} = 760$ m/s olan referans varsayılp zemin şartları esas alınarak %5 sönüm oranı için a) Kısa periyot bölgesi için S_s ve b)

$T=1.0s$ periyodu için S_1 katsayıları Türkiye Deprem Tehlike Haritasında binanın konumuna bağlı olarak, meydana gelen depremler, fay hatları ve tektonik hareketler kullanılarak tanımlanmıştır. Bu iki katsayı g yerçekimi ivmesine göre boyutsuzlaştırılmış olup, deprem spektrumu bu iki katsayıdan türetilen

$$S_{DS} = S_s F_s \text{ ve } S_{D1} = S_1 F_1 \quad (4.7)$$

Spektral İvme Katsayıları kullanılarak elde edilir. Burada F_s ve F_1 ise Yerel Zemin Etki Katsayılarını göstermektedir.

Yerel Zemin Sınıfı	Kısa periyot bölgesi için Yerel Zemin Etki Katsayısı F_s					
	$S_s \leq 0.25$	$S_s = 0.50$	$S_s = 0.75$	$S_s = 1.00$	$S_s = 1.25$	$S_s \geq 1.50$
ZA	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
ZB	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
ZC	1.3	1.3	1.2	1.2	1.2	1.2
ZD	1.6	1.4	1.2	1.1	1.0	1.0
ZE	2.4	1.7	1.3	1.1	0.9	0.8
ZF	Sahaya özel zemin davranış analizi yapılacaktır (Bkz.16.5).					

Şekil 4.8. Kısa periyot bölgesi için yerel zemin etki katsayıları

Yerel Zemin Sınıfı	1.0 saniye periyot için Yerel Zemin Etki Katsayısı F_1					
	$S_1 \leq 0.10$	$S_1 = 0.20$	$S_1 = 0.30$	$S_1 = 0.40$	$S_1 = 0.50$	$S_1 \geq 0.60$
ZA	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
ZB	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
ZC	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.4
ZD	2.4	2.2	2.0	1.9	1.8	1.7
ZE	4.2	3.3	2.8	2.4	2.2	2.0
ZF	Sahaya özel zemin davranış analizi yapılacaktır (Bkz.16.5).					

Şekil 4.9. 1.0 saniye periyot için yerel zemin etki katsayıları

Yukarıdaki şekillerde Yerel Zemin Etki Katsayıları verilmiş olup, ara değerler için doğrusal enterpolasyon yapılabilir [21].

Şekil 4.8 ve Şekil 4.9’da verildiği ZF sınıfı olarak tanımlanan zeminlerde sahaya özel zemin davranış analizleri yapılması gerekir. Bunun gibi özel durumlarda da, sahaya özel deprem tehlikesi analizleri ile sahaya özel deprem spektrumlarının tanımlanması gerekmektedir.

4.6.3. Yatay elastik tasarım spektrumu

İncelenen bir deprem yer hareketi için yatay elastik tasarım ivme spektrumunun ordinatları olan yatay elastik tasarım spektral ivmeleri $S_{ae}(T)$ doğal titreşim periyoduna bağlı olarak yerçekiminin [g] cinsinden değeri Denklem (4.8)'de tanımlanmıştır [21].

$$S_{ae} = \left(0.4 + 0.6 \frac{T}{T_A} \right) S_{DS} \quad (0 \leq T \leq T_A)$$

$$S_{ae}(T) = S_{DS} \quad T_A \leq T \leq T_B$$

$$S_{ae}(T) = \frac{S_{D1}}{T} \quad (T_B \leq T \leq T_L) \quad (4.8)$$

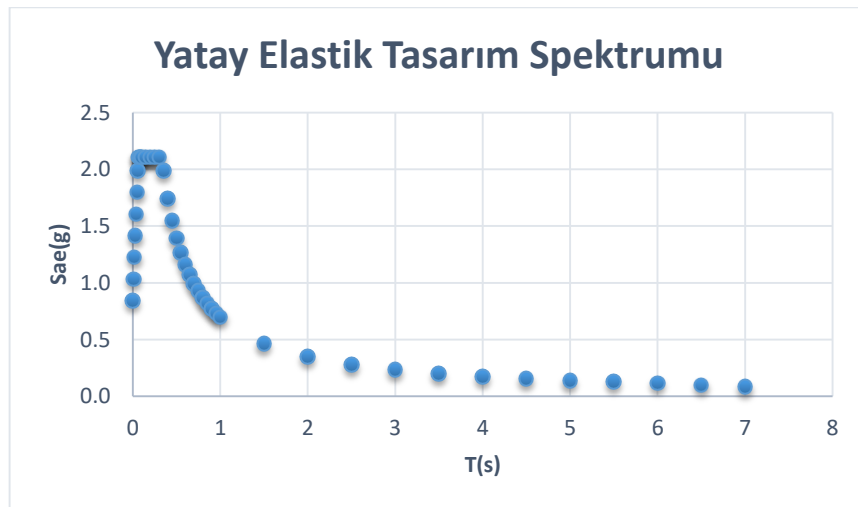
$$S_{ae}(T) = \frac{S_{D1} T_L}{T^2} \quad (T_L \leq T)$$

Burada S_{DS} ve S_{D1} Denklem (4.6) yardımı ile yatay tasarım spektrumu köşe periyotları T_A ve T_B Denklem (4.9) ile S_{DS} ve S_{D1} 'e bağlı olarak tanımlanır:

$$T_A = 0.2 \frac{S_{D1}}{S_{DS}}; T_B = \frac{S_{D1}}{S_{DS}} \quad (4.9)$$

Sabit yer değiştirme bölgesine geçiş periyodu $T_L = 6$ s alınacaktır.

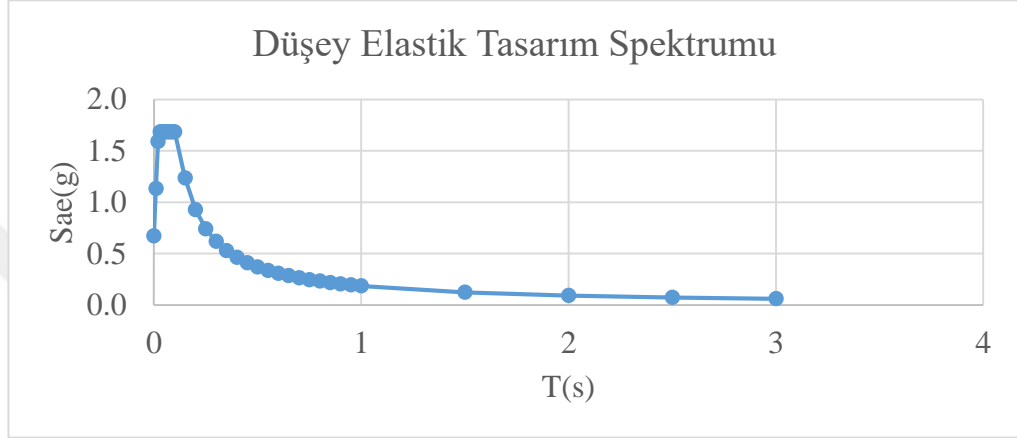
Şekil 4.10'da Yatay elastik tasarım spektrumu verilmiştir.



Şekil 4.10. Yatay elastik tasarım spektrumu

4.6.4. Düşey elastik tasarım spektrumu

Göz önüne alınan herhangi bir deprem yer hareketi düzeyi için düşey elastik tasarım ivme spektrumunun ordinatları olan düşey elastik tasarım ivmeleri $S_{aeD}(T)$, yatay deprem yer hareketleri için tanımlanan kısa periyot tasarım spektral ivme katsayısına ve doğal titreşim periyoduna bağlı olarak yer değişimi ivme[g] cinsinden Denklem (4.10) ile tanımlanır [21].



Şekil 4.11. Düşey tasarım elastik spektrumu

$$S_{aeD}(T) = \left(0.32 + 0.48 \frac{T}{T_{AD}} \right) S_{DS} \quad (0 \leq T \leq T_{AD})$$

$$S_{aeD}(T) = 0.8 S_{DS} \quad (T_{AD} \leq T \leq T_{BD})$$

$$S_{aeD}(T) = \frac{0.8 S_{D1}}{T} \quad (T_{AD} \leq T \leq T_{BD}) \quad (4.10)$$

$$S_{aeD}(T) = \frac{0.8 S_{DS} T_{BD}}{T} \quad (T_{BD} \leq T \leq T_{LD})$$

Denklem (4.10) de yer alan T_{AD} ve T_{BD} düşey spektrum köşe periyotları ile T_{LD} periyodu denklem (4.11) verilmiştir.

$$T_{AD} = \frac{T_A}{3}; T_{BD} = \frac{T_A}{3}; T_{LD} = \frac{T_L}{2} \quad (4.11)$$

4.7. Zaman Tanım Alanında Deprem Yer Hareketlerinin Tanımlanması

Herhangi bir sistemin hareket denklemlerinin zaman artırımları ile birlikte adım adım doğrudan integrasyonuna zaman tanım alanında (ZTA) çözüm denir. ZTA ile çözüm sırasında, doğrusal olmayan davranıştan dolayı yapının rijitlikliğindeki değişim göz önünde bulundurulmalıdır. Çözümde yatay ve birbirine dik iki doğrultudaki ivme kayıtları sisteme aynı anda etki ettirilir. Sonraki adım olarak ivme kayıtlarının eksenleri 90^0 döndürülerek hesaplamalar tekrar yapılır. Çözümde ivme kayıtlarının seçimi ve göz önüne alınan spektruma göre ölçeklendirilmesi önemlidir [16].

4.7.1. Deprem kayıtlarının seçimi

Bina taşıyıcı sistemlerinin zaman tanım alanında deprem hesabında kullanılacak deprem kayıtlarının seçimi, tasarıma esas deprem yer hareketi düzeyi ile uyumlu deprem büyüklükleri, fay uzaklıkları, kaynak mekanizmaları ve yerel zemin koşulları dikkate alınarak yapılacaktır. Binanın bulunduğu bölgede tasarıma esas deprem yer hareketi düzeyi ile uyumlu geçmiş deprem kayıtlarının bulunması durumunda öncelikle bu kayıtlar kullanılacaktır. Yeterli sayı veya nitelikte deprem kaydı seçiminin yapılmadığı durumlarda, zaman tanım alanında benzerleştirilmiş yer hareketleri kayıtları kullanılabilir. Bu tür kayıtların kullanılması durumunda, binanın bulunduğu sahanın sismik kaynak, dalga yayılım ve yerel zemin özellikleri göz önüne alınacaktır. Benzeştirme için kullanılacak modal parametrelerin, söz konusu bölgede meydana gelmiş depremlerde kaydedilmiş gerçek deprem kayıtları ile uyumlu olduğu gösterilecektir.

4.7.2. Deprem kayıtlarının basit ölçeklendirme yöntemleriyle ölçeklendirilmesi

Deprem kayıtlarının tercihlerinde ve ölçeklendirilmesinde aşağıdaki kurallara uyulması gerekmektedir [16].

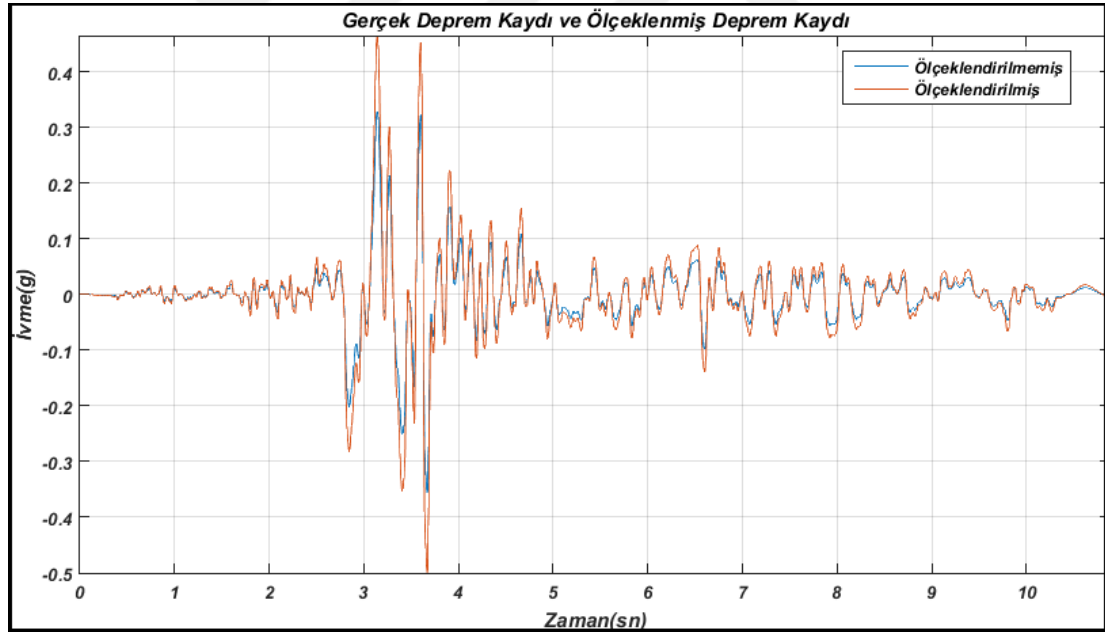
1. Deprem kayıtlarının seçiminde, tasarıma esas deprem ile uyumlu fay uzaklığı, kaynak mekanizması ve yerel zemin özelliklerinin dikkate alınması gerekir. Benzeştirilmiş deprem kayıtlarının kullanılması durumunda, binanın bulunduğu bölgenin sismik kaynak, dalga yayılım ve yerel zemin özellikleri göz önüne alınması gerekir.

2. Kullanılan deprem hareketi kaydı, tasarıma esas olan spektrumla uyumu için basit ölçekleme yöntemi aşağıdaki gibi kullanılabilir.

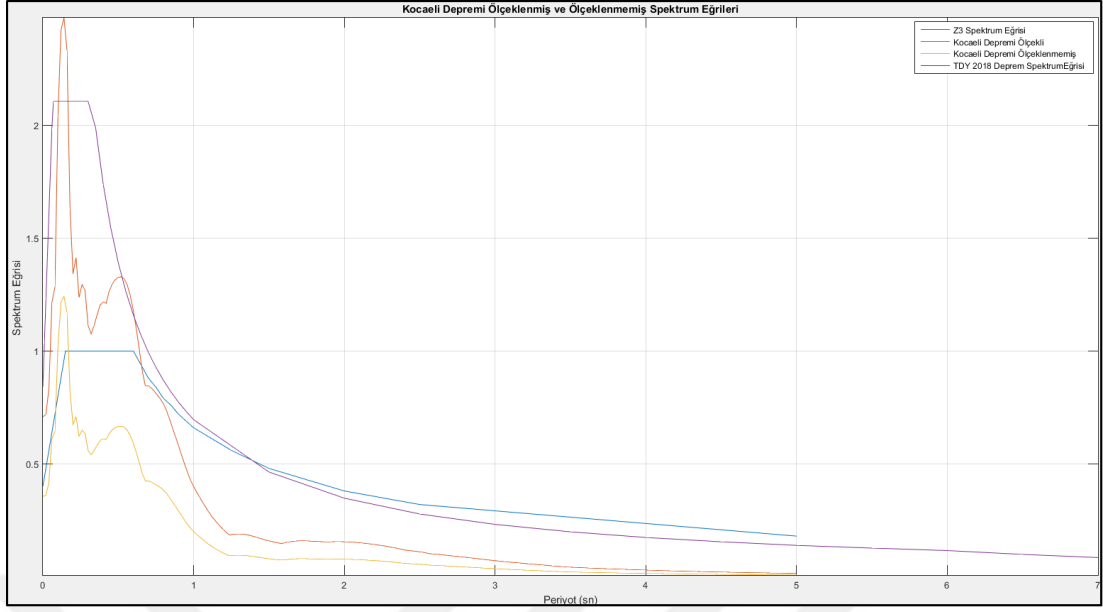
Bir veya iki boyutlu hesapta kullanılan kayıtların spektrumlarının ortalaması $0.2T_p$ ve $1.5T_p$ periyotları arasındaki genlikleri tercih edilen tasarım spektrumunun genliğinden küçük olmamalıdır. Burada T_p binanın hakim doğal titreşim periyodudur.

Üç eksenli hesapta kullanılan deprem kayıt takımının iki yatay birleşimine ait spektrumların kareleri toplamının karekökü alınarak bileşke yatay spektrum elde edilecektir. Tüm bileşke spektrumlarının ortalamasının $0.2T_p$ ve $1.5T_p$ periyotları arasındaki genlikleri, tasarım spektrumun genliklerine oranı 1.3 den küçük olmamalıdır.

Bu çalışmada ölçekleme amacıyla Seismo-Struct programlarından alınan veriler Matlab ortamında kullanılarak ölçekleme işlemi yapılacaktır.



Şekil 4.12. Ölçekli ve ölçeksiz Kocaeli depremi



Şekil 4.13. Ölçekli ve ölçeksiz spektrum eğrileri

Şekil 4.12’de 17 Ağustos 1999 Kocaeli depreminin belirtilen zemin koşullarına göre ölçeklenmiş hali ile verilmiştir. Aynı şekilde Şekil 4.13’te ise ölçeklendirilmiş ivme ve zemin değerlerinin spektrum eğrisi verilmiştir.

5. SİSTEM TANILAMA

İnşaat mühendisliği uygulamaları için henüz yeni bir yaklaşım olan sistem tanılama genellikle kontrol mühendisliğine dinamik sistemlerin deneysel veriler kullanarak ve bazı istatistiksel yöntemler kullanılarak matematiksel modelini çıkartmak şeklinde tanımlanabilir [12]. Başka bir şekilde ifade edilirse sisteme ait dinamik özelliklerin zamana ve frekansa bağlı olarak matematiksel olarak verilmesidir. Son yıllarda inşaat mühendisliği yapılarının deprem tepkilerini anlamak için kullanılan en önemli yöntemlerden biridir [26]. Sistem tanılama tekniklerinin temelini inilirse en çok kullanılan istatistiksel yöntem olan en küçük kareler yöntemi çıkar. En küçük kareler yöntemi birçok matematiksel yöntemin en temel uygulamasıdır. Bu matematiksel algoritmaların kullanılmasının en büyük nedeni zaman frekans dönüşümleri arasında en sık bilinen ve kullanılan Fourier dönüşümünün durağan olmayan sinyaller için kopukluklara sebep olmasıdır [22].

En küçük kareler yönteminin dinamik sistemlerde kullanılması Aström ve Bohlin (1965 Numerical Identification of Linear Dynamic System) tarafından yapılan çalışmalarla başlamıştır. Günümüzde inşaat mühendisliği uygulamaları içinde her ne kadar az olsa da mühendislik uygulamaları içinde en çok yere sahip olan konulardan biridir. Sistem tanılama daha çok istatistik, ekonomi, elektrik ve kontrol mühendisliği alanlarında gelişmiş ve aktif bir şekilde kullanılmaktadır [30].

İnşaat mühendisliği uygulamaları içinde yapı sağlığı izleme, hasar tespiti ve hasar izleme gibi önemli alanlarda hayat bulmuştur.

5.1. Sistem Tanılama Yöntemi

Sistem tanılama, dinamik bir sistemde deneysel çalışmalarla sisteme verilen girdi ve sistemden alınan çıktı ölçümleri anlamına gelir. Sistem tanılamamanın amacı, herhangi bir sistemden girdi çıktı ilişkisinden matematiksel model kurulmasıdır. Bu model ile

- 1-) Sistemin (Yapının) davranışlarının öngörülmesi
- 2-) Sistem davranışına müdahale edebilmeyi ve kontrol edebilmeyi hedefler.

Sistem tanılamaya yönelik çalışmada tek girdi tek çıktı (TGTÇ) olabileceği gibi çok girdi çok çıktı (ÇGÇÇ) arasındaki ilişkiyi de inceler.

Sistem tanılama süreci 1.Deneysel planlama, 2. Model yapısının seçimi, 3. Parametre kestirimi ve 4. Kurulan modelin geçerliliğinin test edilmesi şeklinde dört aşamadan oluşmaktadır.

Sistem tanılamada iki yaklaşım mevcuttur.

1-) Gri Kutu: İncelenen sistem üzerinde daha önceden bilginin olması belli başlı bazı şeylerin bilinmesidir.

2-) Kara Kutu: Gri kutunun aksine incelenen sistem üzerinde daha önceden herhangi bir bilginin bulunmamasıdır.

Sistem tanılama sürecinde aşağıdaki adımlar izlenmelidir.

1-) Sistemden giriş ve çıkış sinyallerini zaman veya frekans alanında ölçülür.

2-) Bir model yapısı seçilir.

3-) Aday model yapısı için ayarlanabilir parametrelerin değerlerini tahmin etmek için bir tahmin yöntemi kullanılır.

4-) Uygulanan modelin yeterli olup olmadığını görmek amacıyla tahmini model değerlendirilir.

5.2. Doğrusal Dinamik Sistemler

Bu bölümde doğrusal matematiksel modellerin teorileri ve Matlab makro ortamında Sistem Tanımlama Algoritmaları gösterilecektir. Bu sistemler için Tek Girdi Tek Çıktı (TGTÇ) basit bir şekilde yazılırsa aşağıdaki denklem elde edilir [26].

$$y(t) = a_1y(t-1)+\dots+a_ny(t-n_a) = b_1x(t-1)+\dots+b_nx(t-n_b) \quad (5.1)$$

burada $x(t)$ ve $y(t)$ sırasıyla girdi ve çıktı dizileridir. a_j ve b_j zamana bağlı sistemin parametreleridir [26].

Denklem (5.1) düzenlenip tekrar yazılırsa;

$$y(t) = \frac{B(q)}{A(q)} x(t) \quad (5.2)$$

Denklem (5.3) deki $B(q)/A(q)$ transfer fonksiyonu olarak adlandırılır [26].

5.2.1. Transfer fonksiyonu modeli

Bölüm 1 de doğrusal zamanla değişmeyen sistemler için transfer fonksiyonu gösterimi yapılmıştı. Bu bölümde ise ayırık zamanlar içinde transfer fonksiyonları ele alınacaktır.

En basit yapı ile başlanırsa;

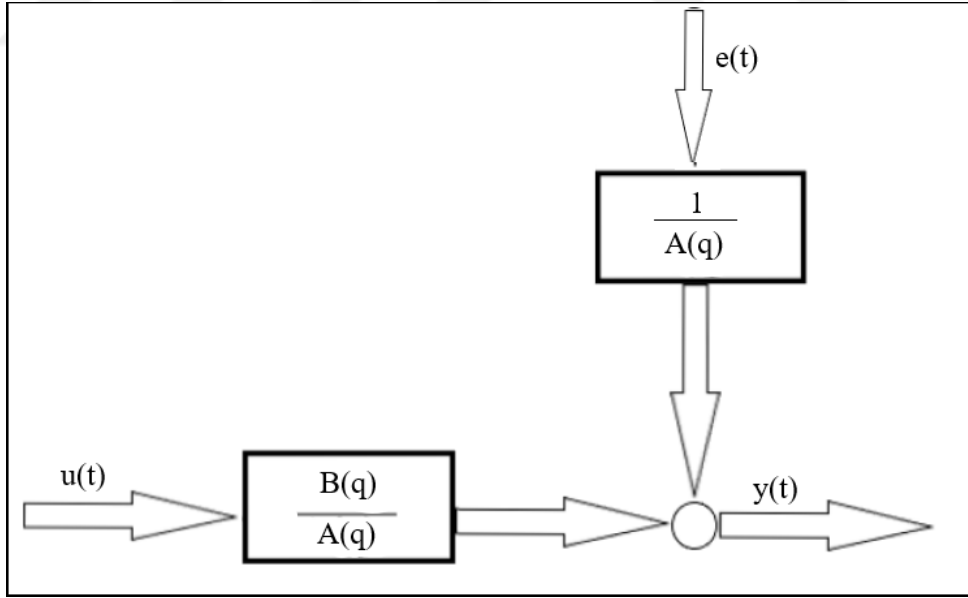
$$y(t) = b_1u(t-1)+b_2u(t-2)+\dots+e(t)=B(q)u(t)+e(t) \quad (5.1)$$

Burada $B(q)$ tanımlanırsa;

$$B(q) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k q^{-k} = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} \quad (5.2)$$

Basit girdi-çıkı ilişkisine gürültü de dahil edilip sistem tekrar yazılırsa;

$$y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_ny(t-n_a) = b_1u(t-1) + \dots + b_nb_y(t-n_b) + e(t) \quad (5.3)$$



Şekil 5.1. ARX model yapısı

$e(t)$ Denklem (5.3)'e direk hata olarak girdiğinden Denklem (5.4)'de ki formu alır.

$$A(q)y(t) = B(q)u(t)+e(t) \quad (5.4)$$

Burada denklem düzenlenip tekrar yazılırsa;

$$y(t) = \frac{B(q)}{A(q)}u(t) + \frac{1}{A(q)}e(t) \quad (5.5)$$

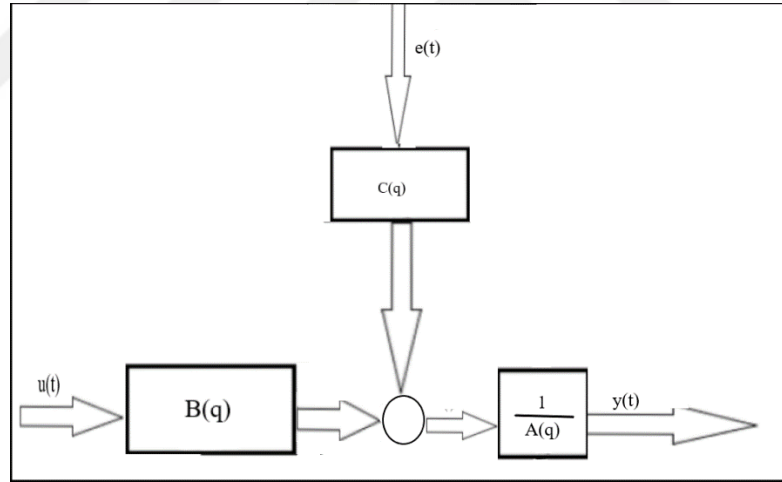
şeklini alır. Burada $A(q)y(t)$ kısmı AutoRegressive ve $B(q)u(t)$ ise eXogenous şeklinde ifade edilir ki bunun genel hali ARX olarak isimlendirilir.

Daha spesifik olarak ifade edilirse; ARX model yapıları aynı zamanda ARX (n_a, n_b, n_c) burada n_c örnekleme sayısını gösterir. Denkleme beyaz gürültü ilave edilip denklem tekrar yazılırsa;

$$y(t) = a_1y(t-1) + \dots + a_{n_a}y(t-n_a) = b_1u(t-1) + \dots + b_{n_b}u(t-n_b) + e(t) + c_1e(t-1) + \dots + c_{n_c}e(t-n_c) \quad (5.6)$$

Denklem (5.6) ARMAX model olarak tanımlanır ve düzenlenip yeniden yazılırsa;

$$y(t) = \frac{B(q)}{A(q)}u(t) + \frac{C(q)}{A(q)}e(t) \quad (5.7)$$



Şekil 5.2. ARMAX modeli

Daha önce $A(q)$ ve $B(q)$ tanımlanmıştı.

$$C(q) = \sum_{k=0}^{n_c} c_k q^{-k} = c_0 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c}, c_0 = 1 \quad (5.7)$$

ARMAX model yapısı denetleyici tasarım prosedürlerinde çok popüler bir yaklaşımdır.

Bununla birlikte doğrusal fark denkleminin hatasız olduğu ve sadece beyaz ölçüm gürültüsünden oluştuğu kabul edilirse, aşağıdaki ifade elde edilir.

Bundan önceki kısımlarda denklem hatası önemli bir yer tutmuştur. Şimdiki kısımlarda doğrusal denklemin hatasız kabul edilirse ve gürültünün sadece beyaz gürültüden oluştuğu varsayılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\xi(t) + f_1 \xi(t-1) + \dots + f_{nf} \xi(t-n_f) = b_1 u(t-1) + \dots + b_{ub} u(t-n_b) \quad (5.8)$$

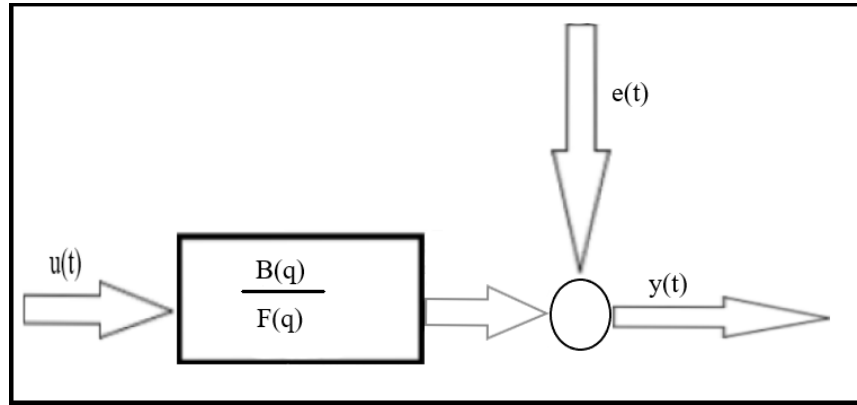
$$y(t) = \xi(t) + e(t) \quad (5.9)$$

Burada $\xi(t)$ dinamik sistemin gürültüsüz formda çıkışı ve

$$F(q) = \sum_{k=0}^{f_n} f_k q^{-k} = 1 + f_1 q^{-1} + f_2 q^{-2} + \dots + f_{nf} q^{-nf} \quad (5.10)$$

Bu modele hata-çıkı (output-error) modeli denir ve aşağıdaki gibi yazılır.

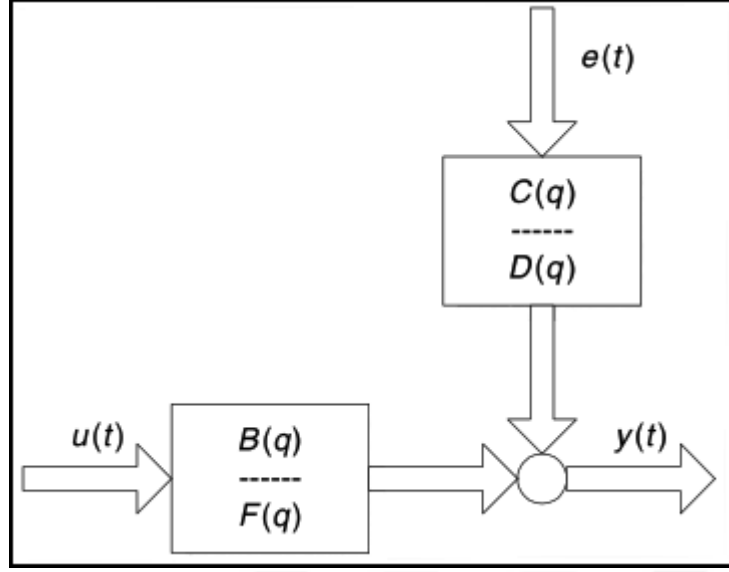
$$y(t) = \frac{B(q)}{A(q)} u(t) + e(t) \quad (5.11)$$



Şekil 5.3. Output-Error model yapısı

Son model yapısı olarak Box-Jenkin model yapısı tanımlanacaktır. Bu model yapısı Output-Error model yapısının doğal bir uzantısıdır. Denklem (5.12) Box-Jenkin modeli olarak tanımlanır.

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t) + \frac{C(q)}{D(q)} e(t) \quad (5.12)$$



Şekil 5.4. Box-Jekins model yapısı

5.3. Deneysel Modal Analiz

Bölüm 1,2,ve 3 de transfer fonksiyonu ve tepki fonksiyonlarının matematiksel altyapısından uzunca bahsedilmiştir. Bu kısımda ise deneysel modal analiz açıklanacaktır.

Yapılarda oluşan titreşimlerin ölçülmesi ve bu ölçümlerden yapıya ait dinamik parametreler belirlenmesi için kullanılan yöntemler Deneysel Modal Analiz yöntemidir. Deneysel modal analizde yapılar ya etkisi bilinen bir kuvvetle sarsılmakta veya çevrel ortam titreşimi altında alınan ölçümlerle yapılabilmektedir. Deneysel yöntemlerde sisteme ait modal parametrelerin tayini için önceki bölümlerde ifade edilen sistem davranışı ve sistem tanılama teknikleri kullanılmaktadır. Mevcut olan yapıların matematiksel modellerinin her zaman kurulamamasından dolayı Deneysel modal analiz kullanılmaktadır. Burda ölçümler yapıdan direk alınmasından dolayı buradan elde edilen sonlu elemanlar matematiksel modeli doğruya en yakındır.

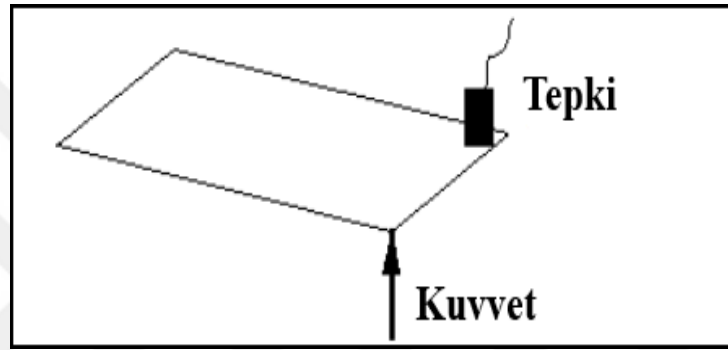
Deneysel modal analizde ölçümlerde kullanılan titreşim kuvveti bilirse Deneysel modal analiz, çevrel titreşimler gibi bilinmemesi durumunda ise Operasyonel modal analiz olarak adlandırılmaktadır [27].

5.3.1. Operasyonel modal analiz

1990'lı yıllardan itibaren İnşaat mühendisliği disiplinde Operasyonel Modal Analiz kullanılmaktadır. İnşaat mühendisliği alanı içinde bina, körü, tarihi yapı gibi birçok alanda kullanılabilir [28].

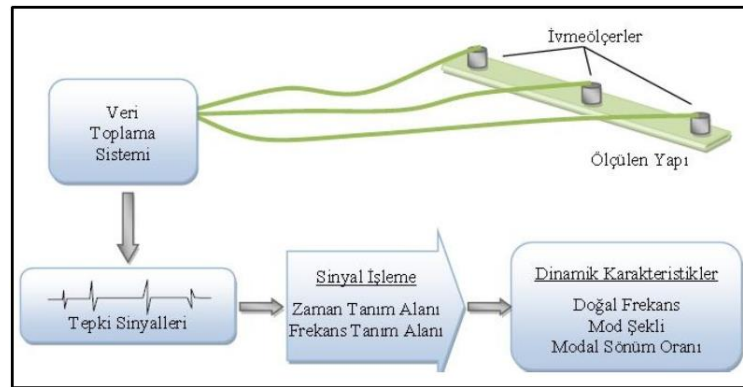
5.3.2. Deneysel modal analiz

Deneysel modal analiz tanımlanacak olursa, yapının doğal frekans, sönüm oranı ve mod şeklinin belirlenmesidir. Deneysel modal analizde etkiyen kuvvet bilinmektedir.

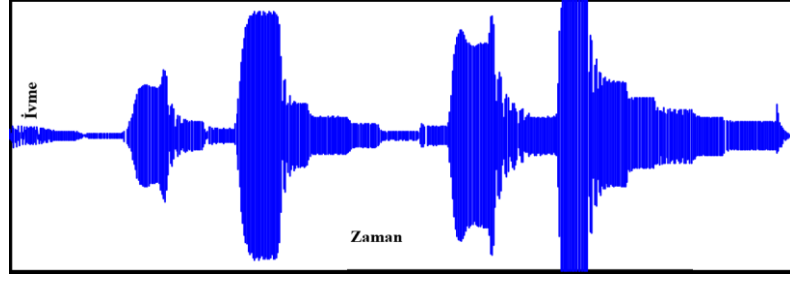


Şekil 5.5. Basit plaka etki ve ölçülen tepki

Şekil 5.5'de verilen basit plakaya kuvvet uygulanıp tepkileri alınıp Frekans tepki fonksiyonu (Frekans response function) tanımlaması yapılacaktır. Şekil 5.6'da plakadan elde edilen tepki gösterilmiştir.

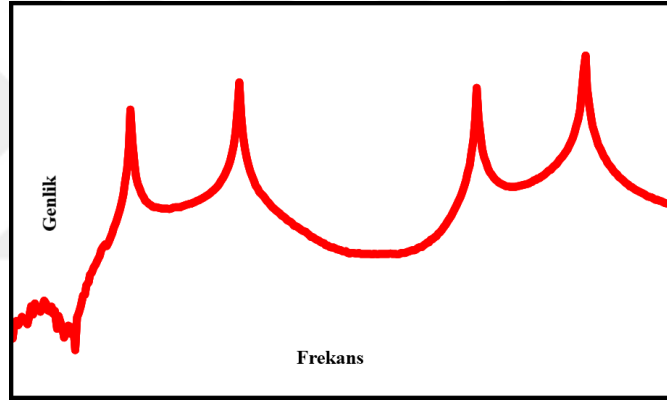


Şekil 5.6. Deneysel modal analiz işleyiş sıralaması



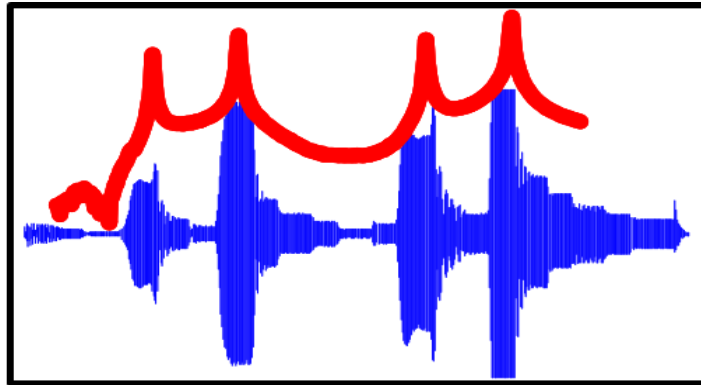
Şekil 5.7. Basit plakanın tepkisi[31]

Sistem tanılama algoritmaları kullanılarak frekans tepki fonksiyonları bulunabilir. Şekil 5.7’de frekans tepki fonksiyonu grafiği verilmiştir. Frekans tepki fonksiyonları aracılığıyla sisteme ait rezonans noktaları yani tepe noktaları ile frekans değerleri, bant genişliği ile sisteme ait sönüm oranları elde edilir. Frekans tepki fonksiyonu bunlar gibi birçok bilgi elde edilebilir.



Şekil 5.8. Basit plakanın frekans tepki fonksiyonu[31]

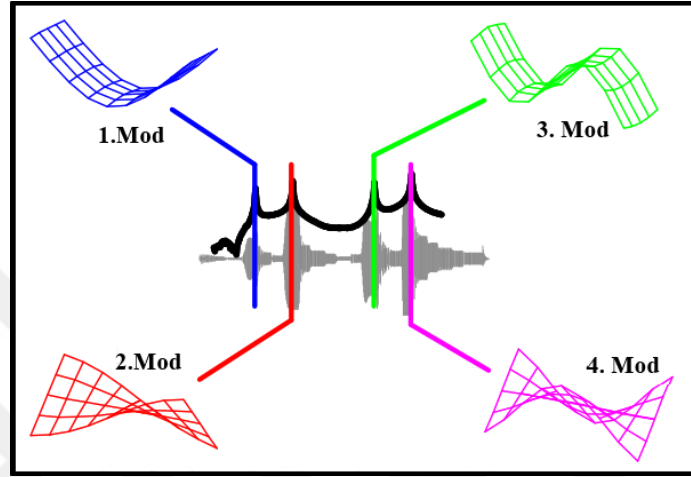
Frekans tepki fonksiyonu ile frekans tepkisi üst üste çizdirilirse Şekil 5.8’deki gibidir.



Şekil 5.9. Zaman ve frekans tepki fonksiyonları[31]

Zaman tanım alanından frekans tanım alanına geçmek amacıyla Fourier dönüşümleri kullanılmaktadır. [30]

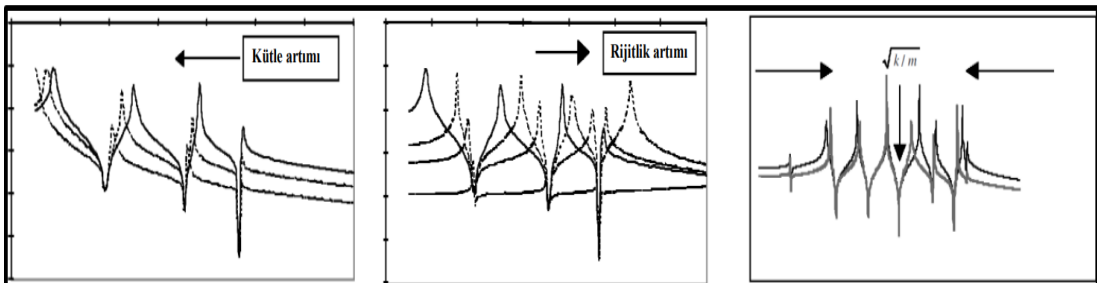
Şekil 5.8. yardımıyla frekans tepki fonksiyonu kolaylıkla değerlendirilebilir. Yine frekans tepki fonksiyonları yardımıyla bulunabilecek diğer modal parametre mod şeklidir. Şekil 5.9 da her frekansta sistemin aldığı şekil olan mod şekli gösterilecektir.



Şekil 5.10. Plakadaki mod şekilleri [31]

Mavi renk ile gösterilen ilk tepe noktasındaki moda ait mod şekli görülmektedir. Kırmızı ile gösterilen şekilde ise ikinci tepe noktasına denk gelen ikinci moddaki mod şeklidir. Aynı şekilde üçüncü ve dördüncü modlardaki plakanın aldığı şekil gösterilmiştir [31].

Doğal frekans ve mod şekli tasarlanan tüm sistemlerde oluşmaktadır. Moda ait frekans ile yapının ağırlığı ve rijitliği arasında ilişki vardır. İnşaat mühendisleri yapının hangi modda hangi şekli alacağını bilmesi tasarım açısından çok önemlidir.



Şekil 5.11. (a) Kütle (b) rijitlik (c) ÇSD sistemlerde frekans etkilemesi

Şekil 5.9 (a,b,c)'da gösterilen temsili frekans tepki fonksiyonu bir konsol ucunda yığılı halde bulunan kütlenin küçük artırılmasıyla modal frekansların küçüldüğü, kütle sabit kalıp rijitlik arttırdığında ise modal frekansların büyüdüğü, Şekil 5.9(c) iki serbestlik dereceli sisteme uygulandığında ise hesaplanan doğal frekansdan daha küçük frekansların büyüdüğünü ve büyük olan frekansların ise küçüldüğü sonucuna varılmıştır [1].



6. BİNA BİLGİLERİ

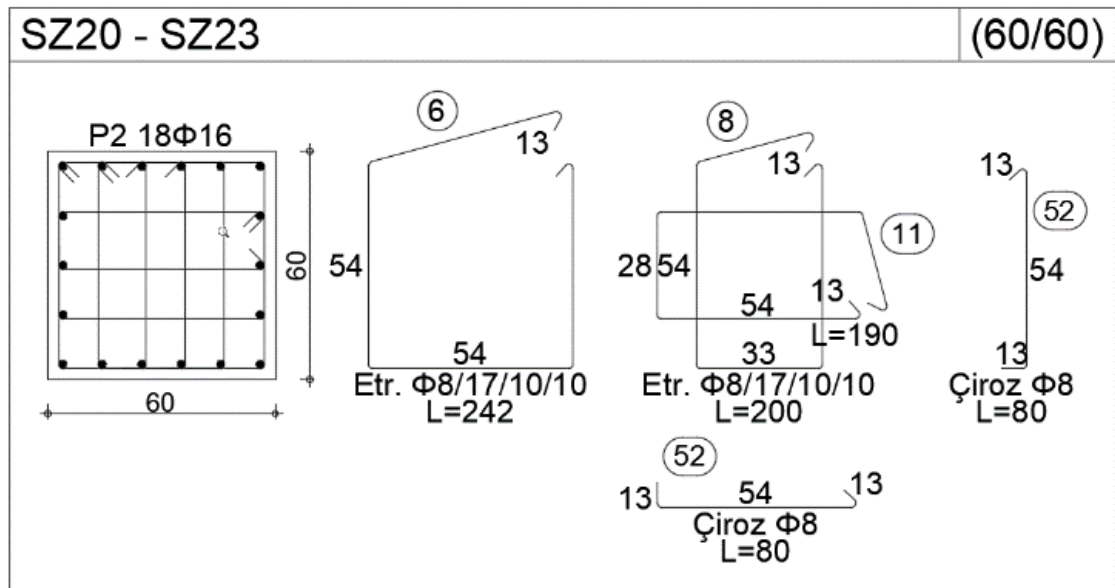
Bu bölümde tez için çalışılmış olan betonarme bina ile ilgili bilgiler sunulmuştur. Betonarme bina Kocaeli bölgesinde TDY-2007'ye göre İDECAD paket programında yapılmış fakat imalatı gerçekleşmemiştir. Binanın performans değerlendirmesi için ETABS ve SAP2000 programları kullanılmıştır. Sistem tanılama algoritmaları için Matlab makro ortamı kullanılmıştır.

6.1. Malzeme Bilgileri

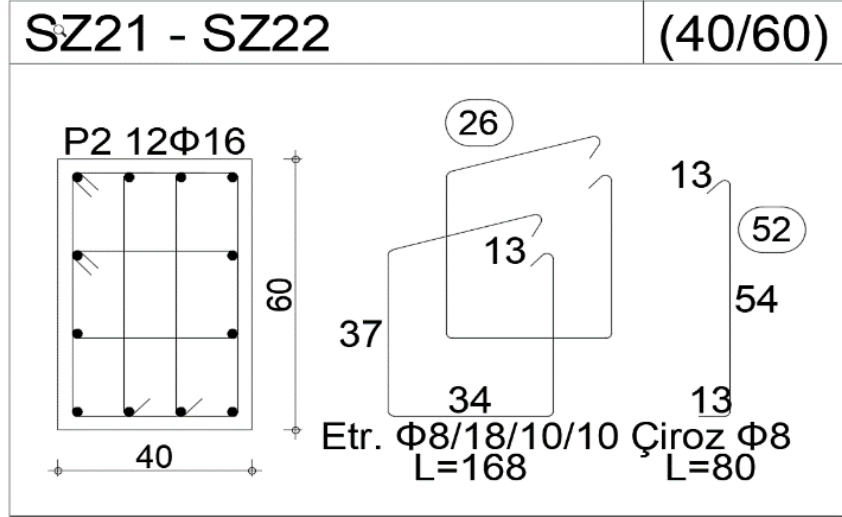
Betonarme sistemin taşıyıcı elamanlarında (kolon ve kirişlerinde) ve döşemelerinde C25 beton kullanılmış olup kullanılan betonarme çeliği ise S420 sınıfındadır. Bina TDY-2007'ye göre 1. Deprem bölgesinde yapılması planlanmış ve zemin sınıfı Z3 olup zemin yatak katsayısı 2500 tf/m^3 dür. Döşemelerdeki hareketli yük (Q) 0.2 tf/m^2 ve sabit yük için de (G) ise 0.448 tf/ m^2 şeklindedir.

6.2. Kat Bilgileri

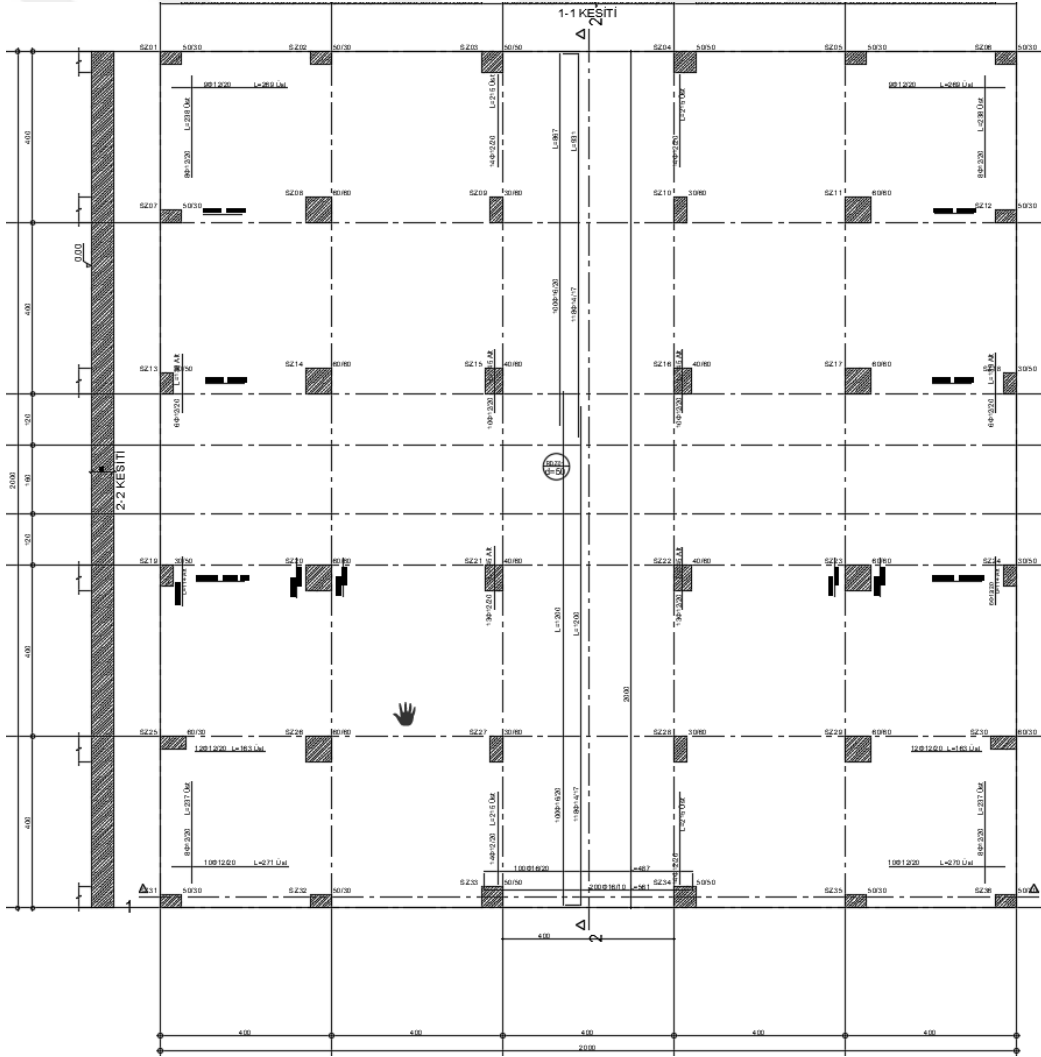
Betonarme bina giriş kat üstüne 4 kattan oluşmaktadır. Her kat 400 m^2 kat alanına sahiptir. Aşağıda bina sonlu elmanlar modeli ve kalıp planları verilmiştir.



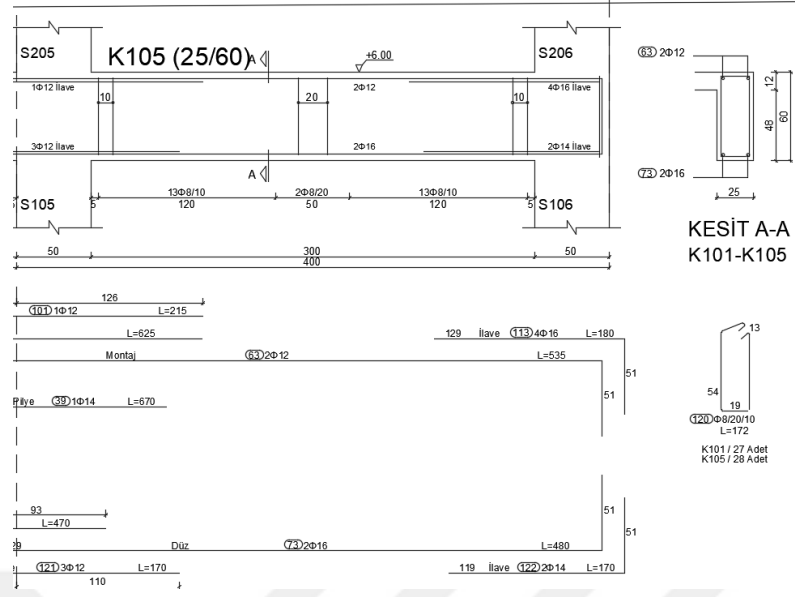
Şekil 6.1. Kolon donatı detayı



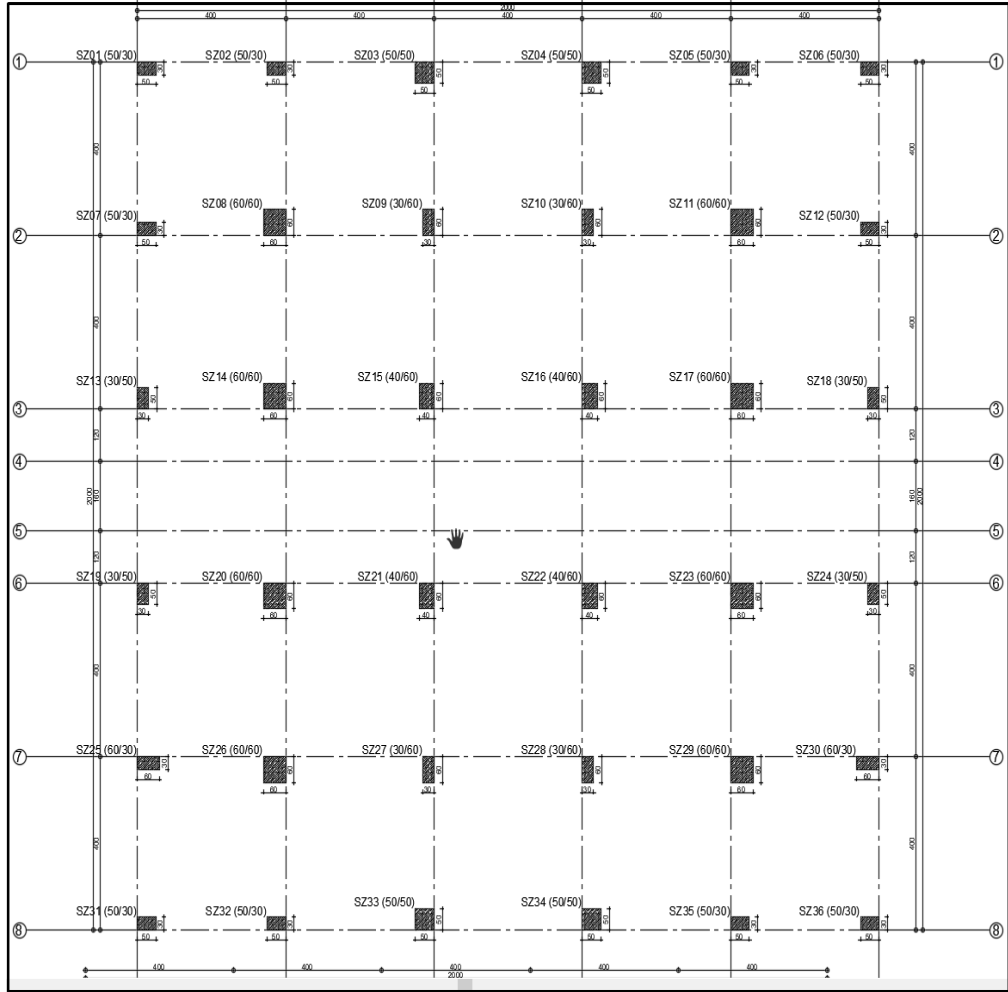
Şekil 6.2. Kolon donatı detayı



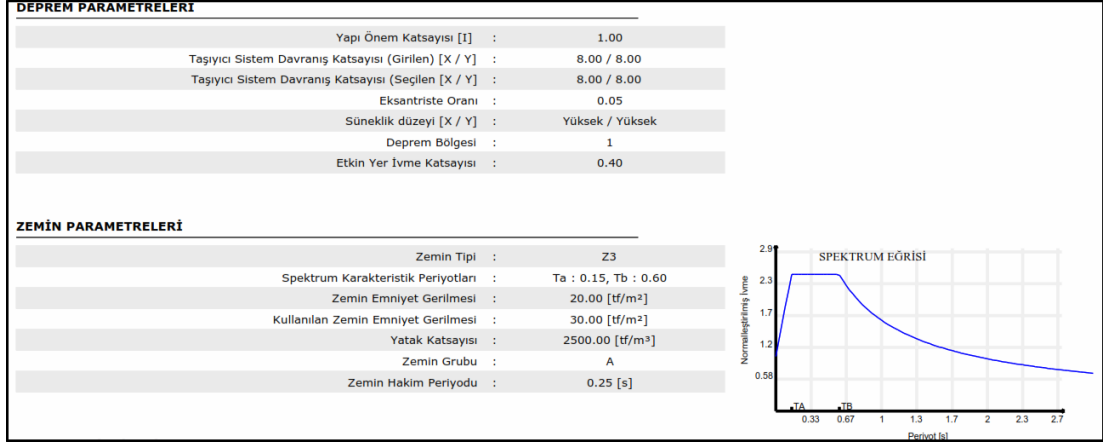
Şekil 6.3. Temel kalıp planı



Şekil 6.4. Kiriş açılımı

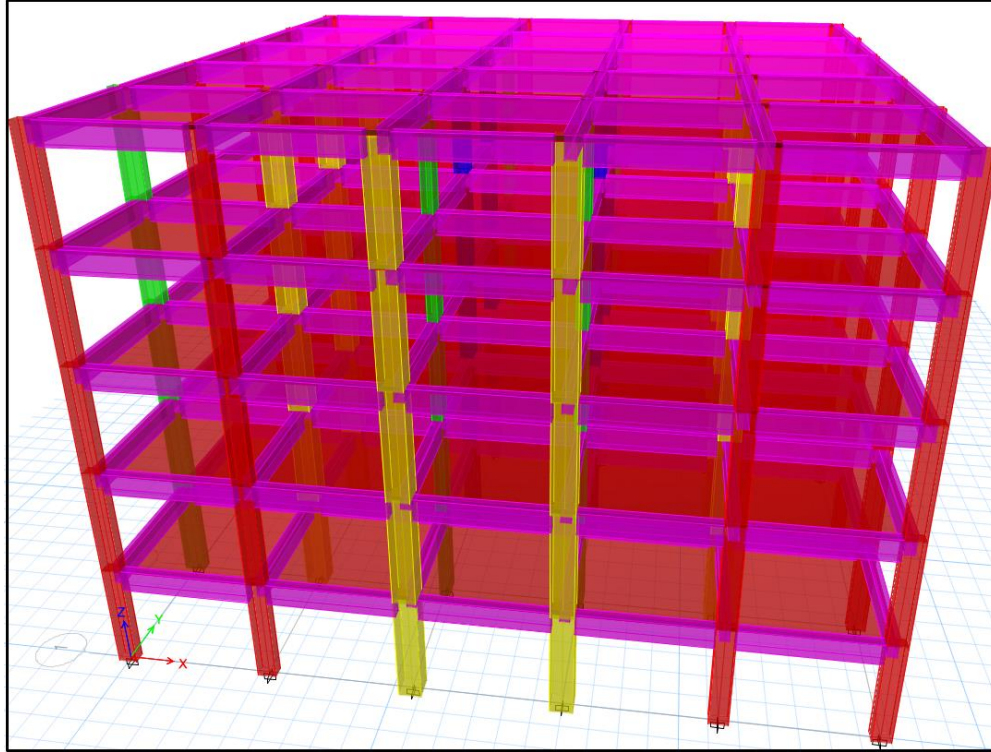


Şekil 6. 5. Kolon planı



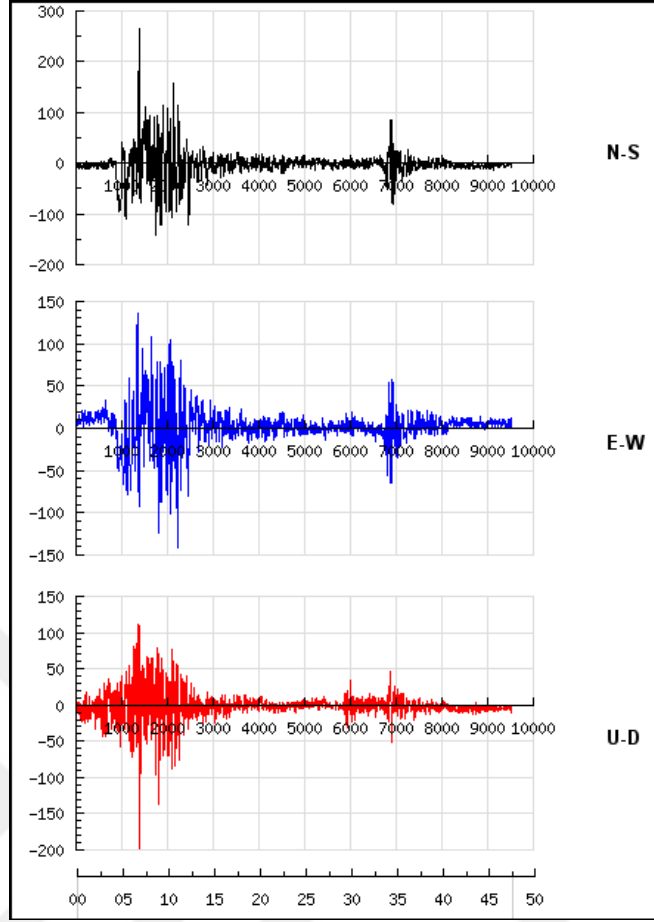
Şekil 6.6. Bina ile ilgili parametreler

Yukarıda seçilen bina ile ilgili bilgiler verilmiştir.



Şekil 6.7. Binanın sonlu elemanlar modeli

Sistemde güçlü yer hareketi olarak 17 Ağustos 1999 Kocaeli depremi kullanılmıştır.



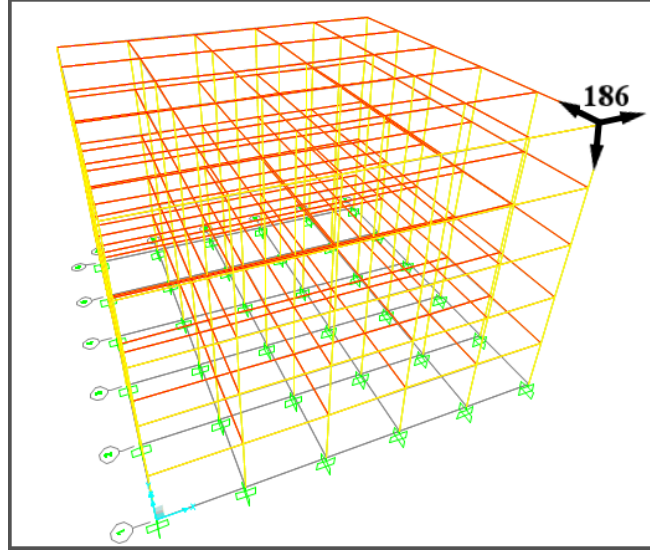
Şekil 6.8. Kocaeli depremi kaydı

6.3. Yapı Tanılama

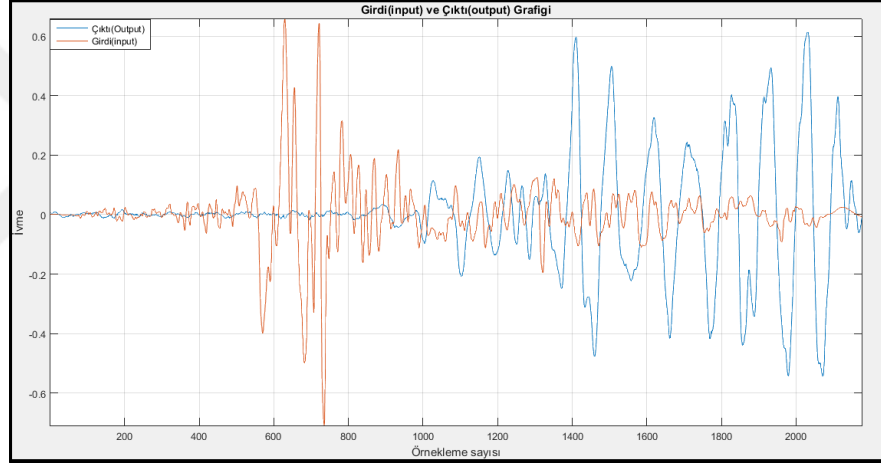
Bu bölümde matematiksel modelden alınan kat tepkileri kullanılarak Matlab makro ortamında işlenecektir. Sistem Tanılama (System Identification) algoritmaları yardımıyla matematiksel modelin varsayılan %5 sönüm oranı değil sistemin her moda ait kendi sönüm oranı bulunacaktır.

6.3.1. Yapı tanılama sonuçları

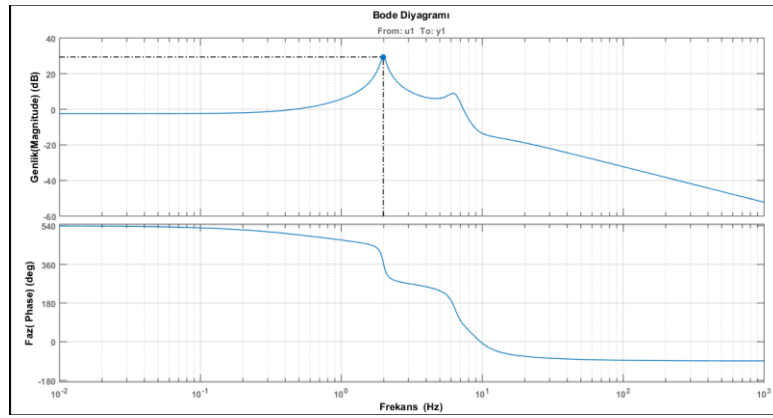
Aşağıda matematiksel ortamdaki sistemin, izleme istasyonu gösterilmiştir. 5. katta 186 nolu istasyonda elde edilen veriler Matlab makro ortamında girdi/çıktı ilişkisi kurularak dinamik karakteristik özellikler tahmin edilmiştir. System Identification toolbox ait veriler Ek-B de ayrıca gösterilecektir.



Şekil 6.9. 186 nolu izleme istasyonu

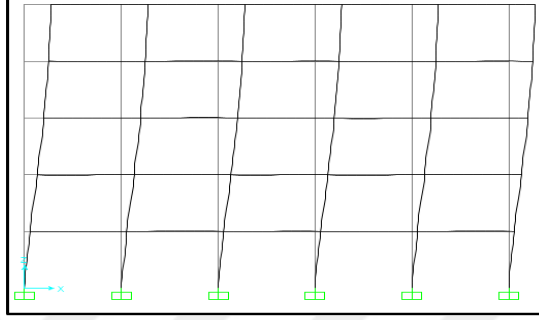


Şekil 6.10. Girdi(input) ve çıktı(output) grafiği

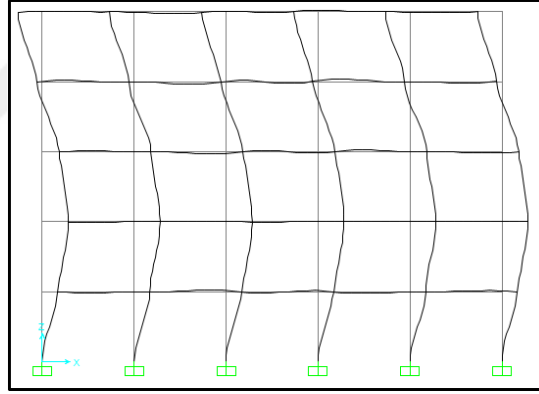


Şekil 6. 11. Bode diyagramı (state-space model)

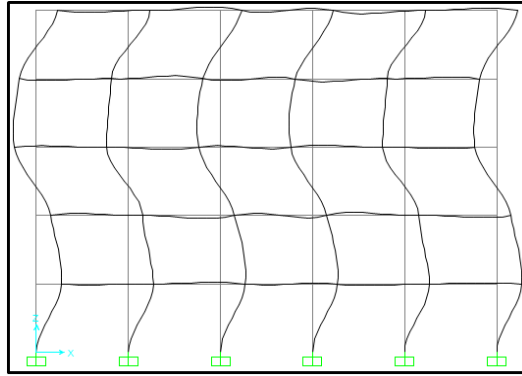
Şekil 6.11’de sistemde girdi ile çıktı arasında oluşturulan frekans tepki fonksiyonu gösterilmiştir. Görüldüğü üzere alınan kat tepkileri ile sisteme ait bazı parametreler elde edilmiştir. Binanın 1.modu matematiksel modelde 1.98 Hz (0.5033 sn) iken aynı şekilde Şekil 6.11’deki grafikte de 1.98 Hz tespit edilmiştir. Matematiksel modelde sistemin 2. modu 6.17 Hz iken yapı tanılama algoritmaları yardımıyla elde edilen 2 mod değeri 6.21 Hz olup yaklaşık aynı değerler elde edilmiştir.



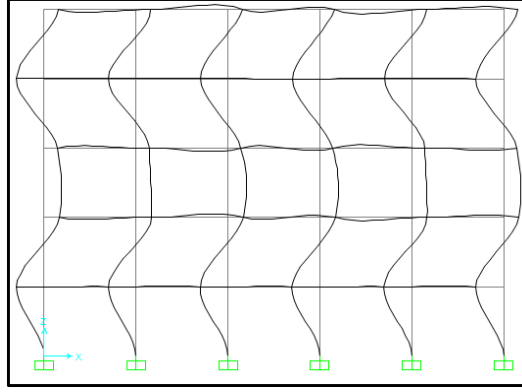
Şekil 6.12. 1. Mod şekli



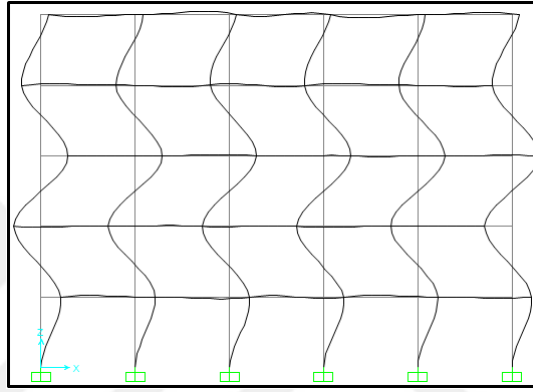
Şekil 6.13. 2. Mod şekli



Şekil 6.14. 3. Mod şekli

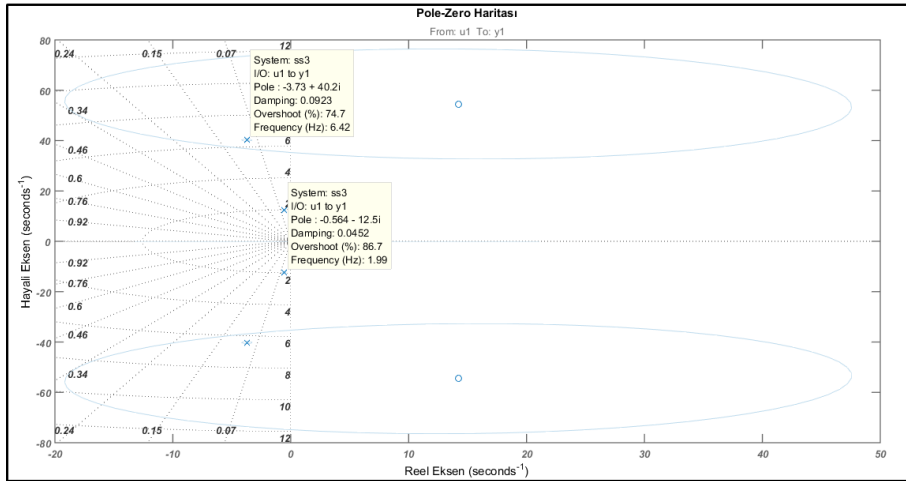


Şekil 6.15. 4.Mod şekli



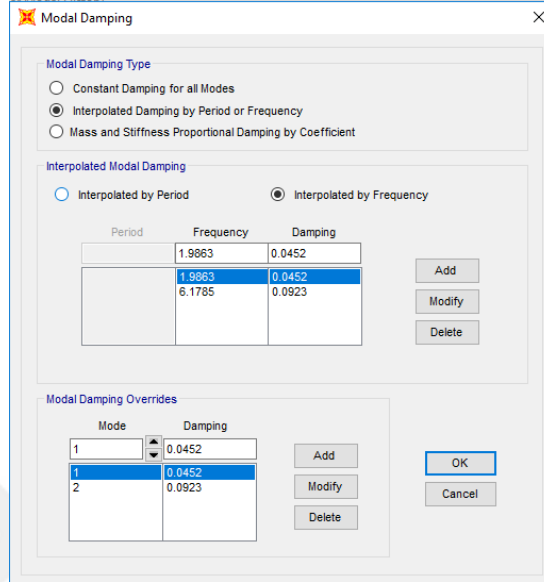
Şekil 6.16. 5. Mod şekli

Deprem yönetmeliklerinde spektrum eğrileri oluşturulurken %5 sönüm oranına göre yapılır. Oysaki binadaki hasarlardan dolayı her modda ayrı sönüm oranı vardır. Sönüm oranının farklı olması sistemde kesit tesirlerinin farklı olmasına bu ise sistemdeki boyutlandırmaya etki eder. Aşağıda sistem tanılama algoritmaları yardımıyla elde edilen 1 ve 2 moddaki sönüm oranları verilmiştir.



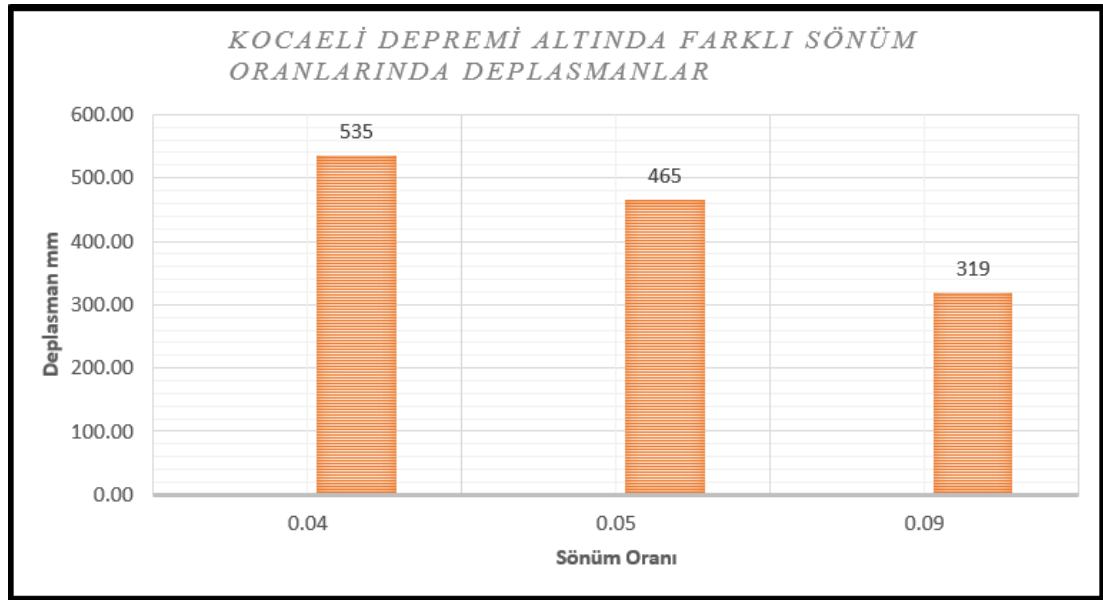
Şekil 6. 17. Pole-zero haritası

Yukarıda pole-zero haritasında görüleceği üzere 1. modda (Frekans 1.99 Hz) daki sönüm oranı %4.52, 2. modda sönüm oranı ise % 9.23 olarak tespit edilmiştir. Bu değerler kullanılarak analizler yenilenirse;



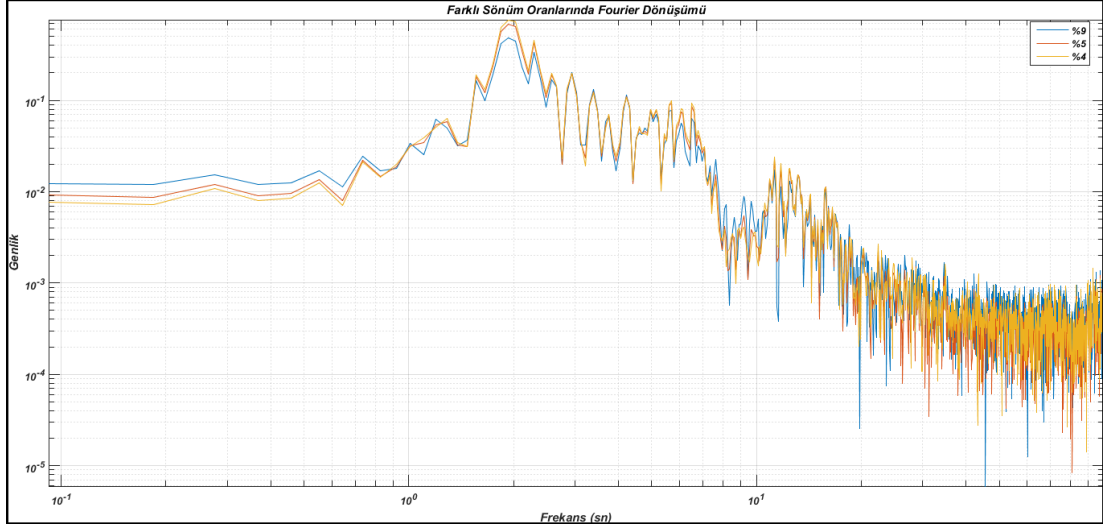
Şekil 6.18. Farklı modlardaki farklı sönüm oranları

Şekil 6.18’de farklı modlarda ki sönüm oranları programa tanımlanmıştır.



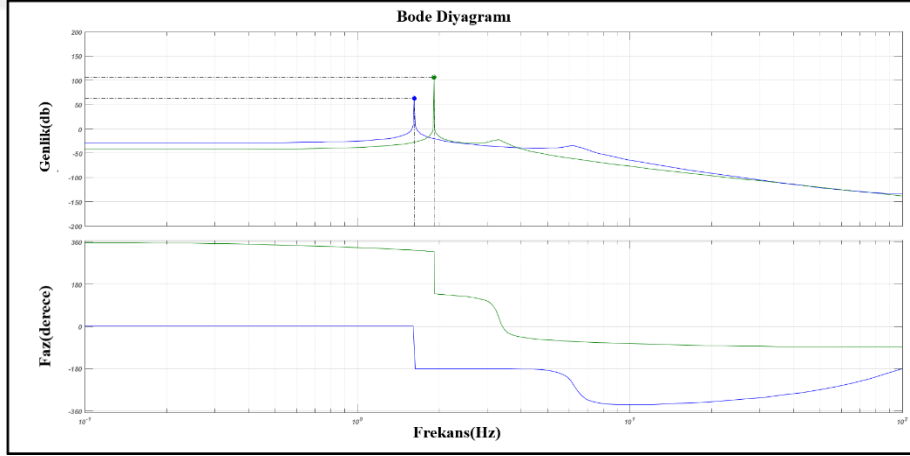
Şekil 6. 19. Kocaeli depremi etkisinde farklı sönümlerde deplasmanlar

Şekil 6.19’da görüldüğü gibi farklı sönüm oranlarında farklı deplasmanlar oluşmaktadır. Bu deplasmanların farklılığı sistemde farklı iç kuvvet ve kesit tesirlerine sebep olmaktadır.



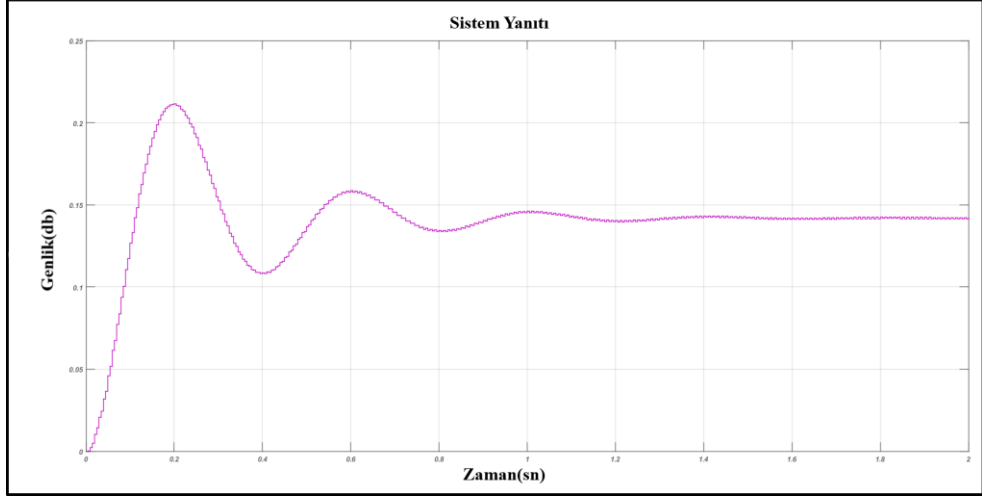
Şekil 6.20. Etkiyen depremlerin kat tepkileri ZTA’da gösterimi

Kat tepkilerinin frekans tepkileri Şekil 6.20’de verilmiştir. Şekilde görüldüğü 1.tepe noktası yaklaşık 1.5 Hz olarak görülmektedir. Sistem tanılama algoritmaları yardımıyla bulunan değer 1.99 Hz bulunmuştu. Numerik sistemde sistemin 1.hâkim frekansı 1.98 Hz olarak bulunmuştur. Fourier dönüşümü Matlab kodları Ek-A da verilecektir.



Şekil 6.21. .Farklı matematiksel modellerde frekans tepki fonksiyonları

Şekil 6.21’de. Birbirinden farklı matematiksel modellerin bode diyagramları verilmiştir. Görüldüğü gibi 1. tepe noktası 1.70-1.98 hz arasındadır. 2.pik noktası ise 6.30 hz de görülmektedir. Faz açısının 180 derece değiştiği yerde tepe noktası yapmaktadır.



Şekil 6.22. Sistem tepkisi

Şekil 6.22’de sistem adımının tepkisi görünmektedir. Burada sönümün etkisi açıkça görülmektedir. Doğrusal olarak çözülen sistemde hakim modlar tam olarak bulunmuştur.

7. DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMİN ÇÖZÜMÜ

Bu bölümde doğrusal olmayan yapısal analizler yapılarak elde edilen tepkiler değerlendirilecektir. Bunun için TDY-2018 sunduğu plastik mafsallar sistemde oluşturulacaktır. Bu şekilde elastik ötesi davranış için sistemin tepkisi incelenecektir ve olası hasarlar için sistemin modal parametreleri incelenecektir. Bu şekilde doğrusal olmayan çözüm yapılarak deprem sırasında gerçek davranış gözlemlenebilir [32].

7.1. Yığılı Plastik Mafsal Modeli

Kolon, kiriş ve çubuk eleman şeklinde tanımlanabilen perdelerin zorlanan ve elastik ötesi şekil değiştirmelerin oluşturduğu kesitlerde plastik mafsal tanımlanır. Deprem yüklemesi durumunda çerçeve tarzındaki yapılarda en çok gerilme yığılımalarının olduğu kolon ve kiriş kesitleri genel olarak iki uçta kabul edilir. Perdenin elemanlarının çubuk olarak modellenmesi durumunda, perde elemanının temel ile kesiştiği kesit veya elemanın alanının ve donatılarının azalmalarının birden meydana geldiği elemanlar muhtemel plastik mafsal bölgeleridir. Plastik mafsallın özellikleri kesitin özelliklerine, kesitte bulunan donatı miktara, donatıların yerleşme biçimine ve kolon ve perdelerde elemana etki eden normal kuvvete bağlıdır. Sisteme etki eden normal kuvvetin bulunması durumunda plastikleşme bölgesinin boyunun artmasına sebep olur. Basınç ve çekmeye çalışan elemanların bulunduğu çelik yapılarda plastikleşme boyu ile eleman boyu eşittir [16].

Çubuk elemanlarda plastikleşen boy, kesit parametreleriyle birlikte elemanda oluşan eğilme momentinin değişimine de bağlıdır. Eğilme momentinin kolon ve perdelerdeki değişimi doğrusal biçimde iken, düşey taşıyıcılardan olan kirişlerde düşüye etkilerden dolayı eğilme momentinin değişimi farklılık gösterir. Kesitlerde plastikleşme değişim gösterdiğinden dolayı, elemanlara ortak eşdeğer bir boy tanımlanır. Plastik mafsal boyu şeklinde adlandırılan bu boyun bağlı olduğu en önemli büyüklük kesit yüksekliği olup plastikleşme boyu $L_p=h/2$ olarak kabul edilir. Moment eğrilik bağlantısı, akma ve güç tükenmesi değerleri kullanılarak, sistemin davranış eğrisi iki farklı doğru şeklinde tanımlanabilir. Hatta pekleşme ihmal edilerek ideal elasto-plastik malzeme kabülü

yapılabilir. Zaman tanım alanında yapılacak doğrusal olmayan (nonlinear) çözümlerde kesitte yükleme yanında boşalmaları da temsil eden uygun bir çevrimsel davranış modelinin kullanılması gerekir. Çevrimsel davranıştan dolayı, elemanda ekstra bir sönüm ortaya çıkar [16].

Beton	$f_{cc} = 1.3 f_{ck}$
Donatı çeliği	$f_{ye} = 1.2 f_{yk}$
Yapı çeliği (S235)	$f_{ye} = 1.5 f_{yk}$
Yapı çeliği (S275)	$f_{ye} = 1.3 f_{yk}$
Yapı çeliği (S355)	$f_{ye} = 1.1 f_{yk}$
Yapı çeliği (S460)	$f_{ye} = 1.1 f_{yk}$

Şekil 7.1. Malzemelerde göz önüne alınacak basınç dayanımları

7.2. Yayılı Plastik Mafsal Modeli

Yayılı plastik davranış modeli tüm betonarme elemanlara kullanılabilmesine rağmen, çoğunlukla perde gibi düzlemsel elemanlarda daha çok tercih edilir. Bu modelde, malzemelerin doğrusal olmayan elastik ötesi şekil değiştirmelerinin yayılı biçimde meydana geldiği kabul edilir ve kesitleri karmaşık perdelerin modellenmesi bu modelle daha uygun olur. Bu modelde perde elemanı sonlu küçük parçalara bölünerek, düzlem gerilme etkisindeki her küçük parçada oluşan gerilmelere göre, malzemede oluşan normal ve kayma gerilmeleri etkisindeki aksinel lineer olan davranışı yanında, doğrusal (nonlinear) olmayan çevrimsel davranışı da dikkate alınır. Bu çözüm sisteminde taşıyıcı sistem elemanlarının doğrusal çalışacağı düşünülen bölgelerinin elastik olarak modellenmesi ve gerilme yığılmalarının fazla olduğu bölgelerde yayılı plastik davranış modelin kullanılması daha kolay bir çözüm sağlar. Kolon ve kiriş gibi taşıyıcı elemanlarda plastik mafsallaşmanın oluşacağı düşünülen bölgelerin genişleterek, yayılı plastik davranışın düşünülmesi çözüm için uygundur. Deprem etkisi arttıkça ve kesitler hasar alıp kapasiteleri azaldıkça mafsallaşmanın olacağı düşünülen bölgeler genişler. Sistemde yapılan elastik çözümün incelenmesiyle plastik davranışın oluşacağı yerler basit bir şekilde tespit edilebilir [16].

7.3. Taşıyıcı Sistemin Modellenmesi

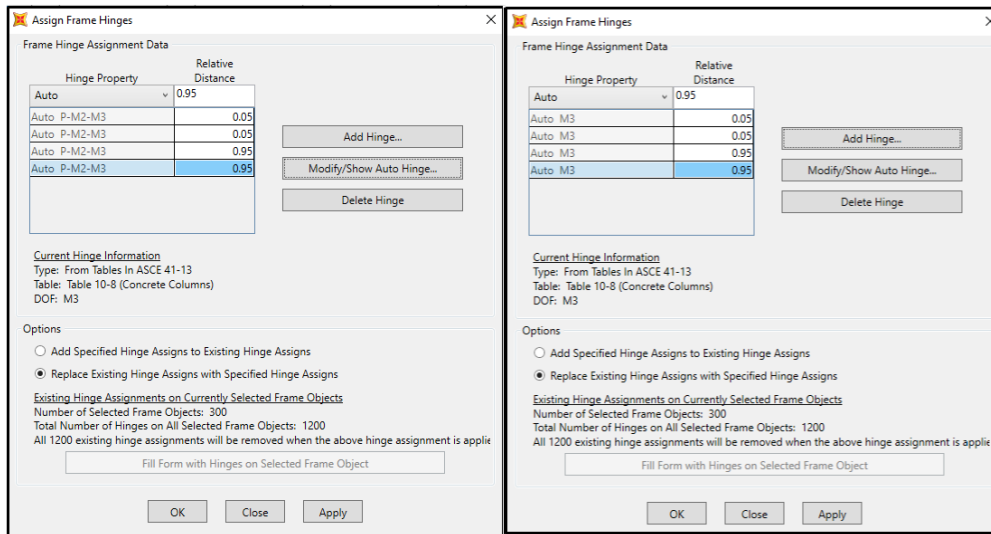
Üç boyutlu şekilde modellenen matematiksel modellerde deprem etkileri birbirine dik iki yatay doğrultuda %5 lik sönüm dikkate alınarak etki edilir. Bu sönümün yanısıra doğrusal olmayan davranıştan mütevellit ve doğrusal olmayan davranışın seviyesine bağlı olarak, çevrimsel davranışın getirdiği ek bir sönüm oluşur. Çubuk eleman olarak düşünülen elemanlarda plastik mafsallarda kullanımı, mafsallaşmanın dışındaki kısmın elastik şartlarda kaldığı düşünülerek, etkin kesit rijitlikleri kullanılabilir. TDY-2018 bu durumda kolon, kiriş, bağ kirişi ve perdelerin etkin kesit rijitliklerinin [21]

$$(EI)_e = M_y L_s / (3\theta_y) \quad (7.1)$$

Olarak belirlenmesini öngörmüştür. Burada L_s kesme açıklığı, kesitteki momentin kesme kuvvetine oranı olup, kolon ve kirişlerde yaklaşık olarak açıklığın yarısı olarak alınabilir. M_y etkin akma momenti ve θ_y ise akma dönmesidir [15].

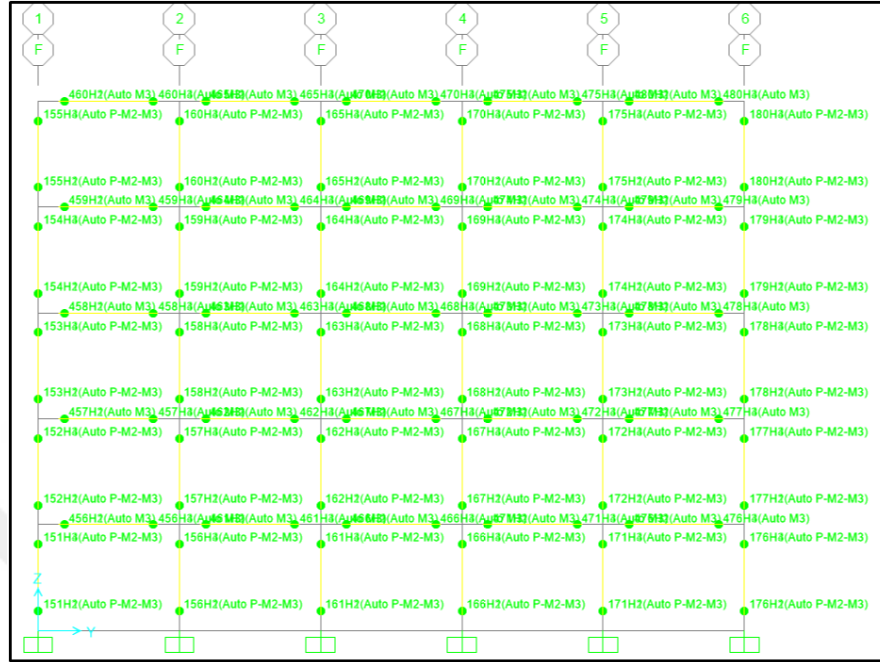
7.4. Hasarlı Model İçin Sistem Tanılama

Matematiksel modelde hasarları temsil eden plastik mafsallar kullanılmıştır. Plastik mafsalların atanmasının sebebi doğrusal olmayan analiz yapabilmek amacıyla. Plastik mafsallar yönetmeliklerin öngördüğü gibi kolon ve kirişlerde elemanların uç noktalarına atanmıştır. Betonarmeden bilindiği gibi kirişler yalnızca eğilmeye çalıştığı için eğilme etkisi, kolonlar ve perdelerde ise bileşik eğilmeye maruz kaldığından dolayı bunlarda eğilme ve düşey etkilerin birlikte değerlendirilmesi gerekmektedir.



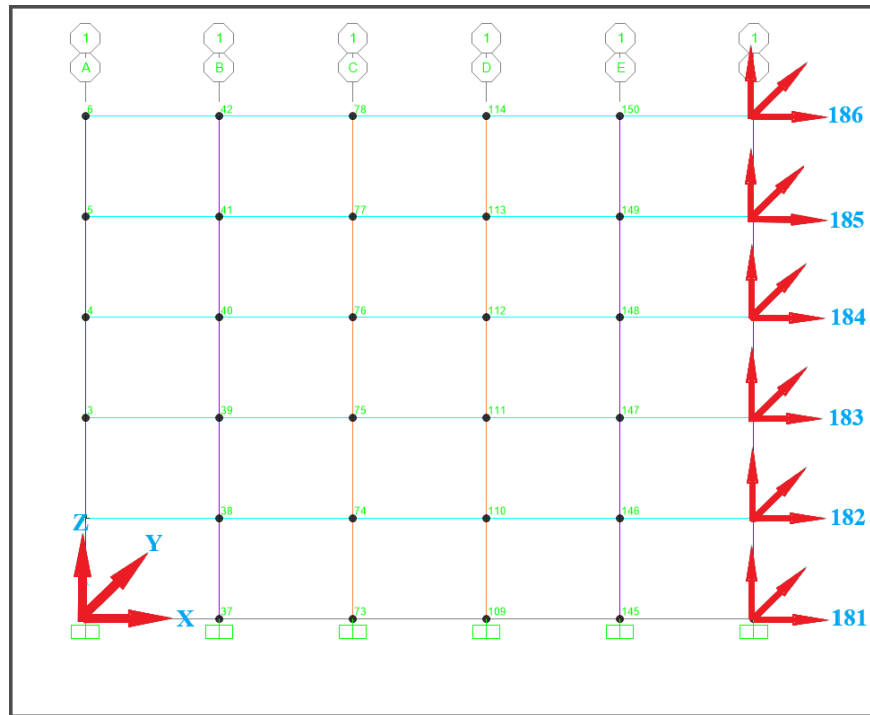
Şekil 7.2. Kolonlara ve kirişlere plastik mafsalların atanması

Şekil 7.2’de kolon ve kirişlerin uç noktalarına atanan plastik mafsallar gösterilmiştir. Görüldüğü gibi kolonlarda P-M-M ve kirişlerde P-M şeklinde atanmıştır.



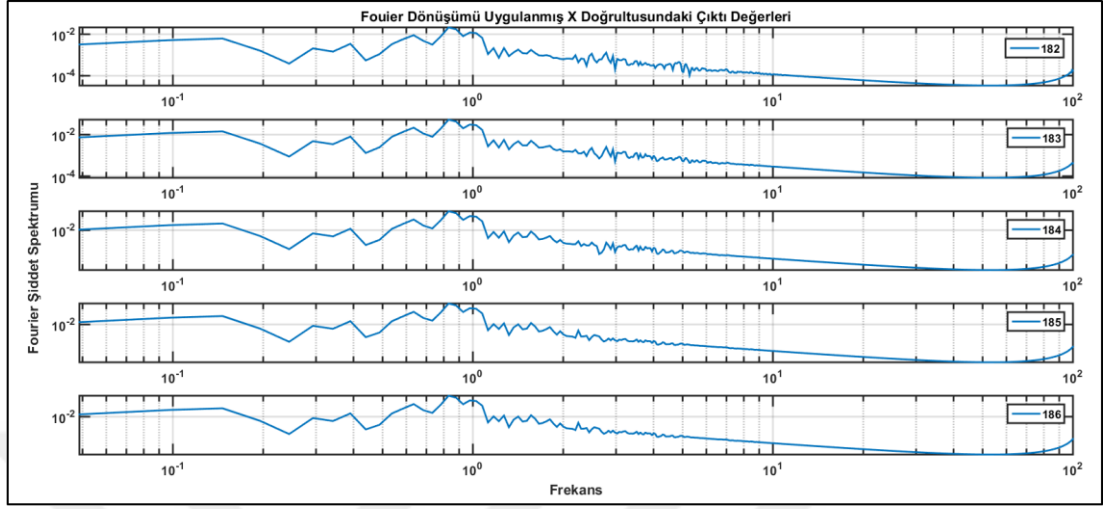
Şekil 7.3. Sisteme atanan plastik mafsallar

Hasarlı sistem için kat tepkileri alınarak deplasman ve ivme hikayeleri ile yapısal tanılama yapılacaktır.

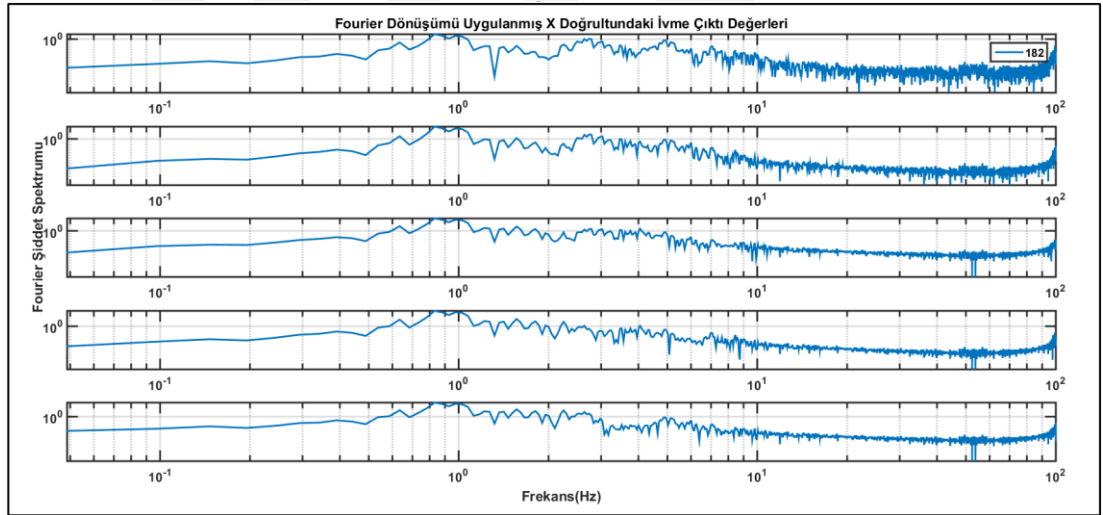


Şekil 7.4. Sistem tepkilerinin alındığı katlar

Şekil 7.4’de sisteme göre kat tapkileri alınıp deplasman ve ivme hikayeleri üzerinde durulacaktır.

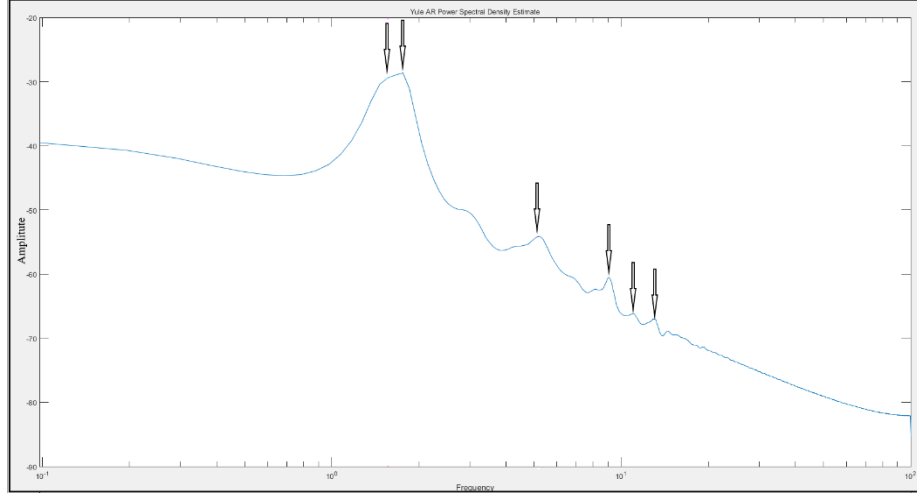


Şekil 7.5. X yönü için deplasman hikayeleri

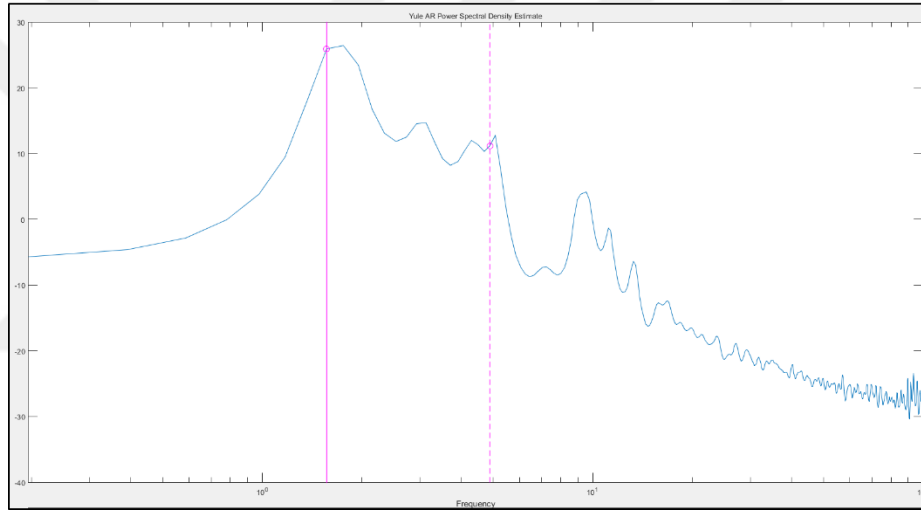


Şekil 7.6. X yönü için ivme hikâyeleri

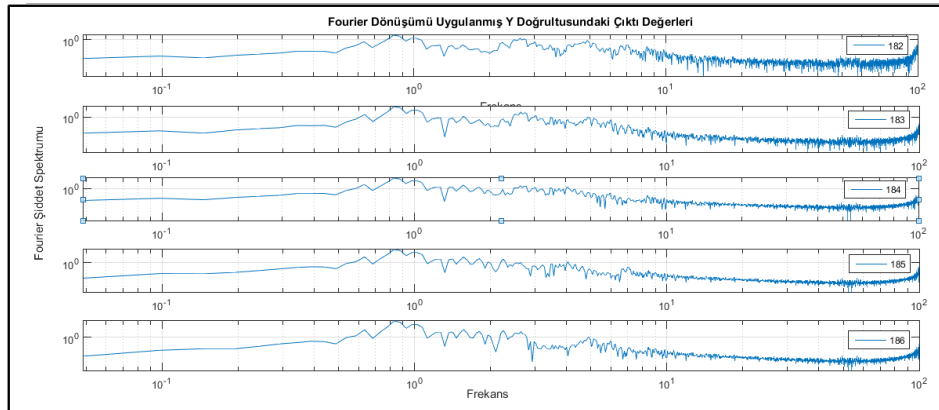
Şekil 7.5 ve Şekil 7.6 da sisteme ait deplasman ve ivme hikayeleri verilmiştir. Şekil 7.6’da görüleceği gibi anlamlı ilk tepe noktası 1.50 Hz civarında gerçekleşmektedir ki bu matematiksel modeldeki sisteme çok yakın bir değerdir. Şekil 7.7 de ise deplasman çıktı değerleri için güç yoğunluk spektrum grafiği verilmiştir. Bu grafik yardımıyla 1. mod, 1. Burulma modu, 2.mod, 3. mod 4. mod 5.mod çok açık bir şekilde görülmektedir.



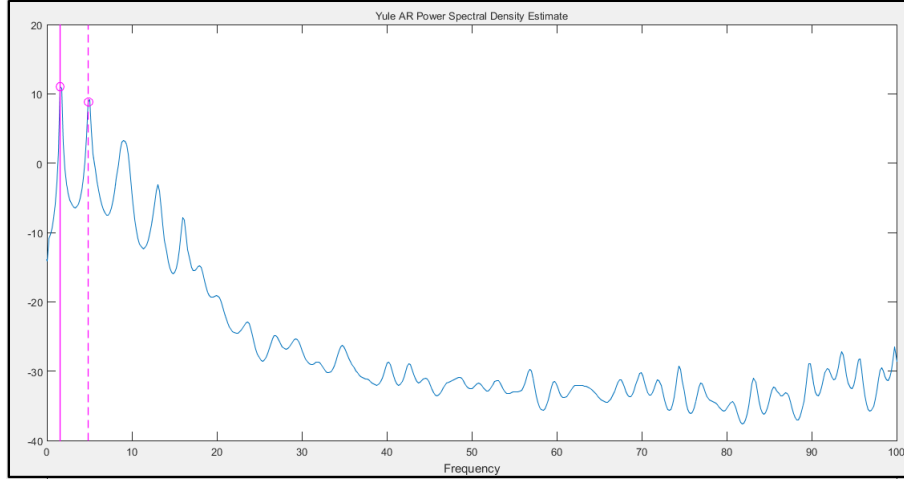
Şekil 7.7. X yönü deplasmanlar için güç yoğunluk spektrumu



Şekil 7.8. X yönü ivme için güç yoğunluk spektrumu



Şekil 7.9. Y yönü için ivme spektrumu

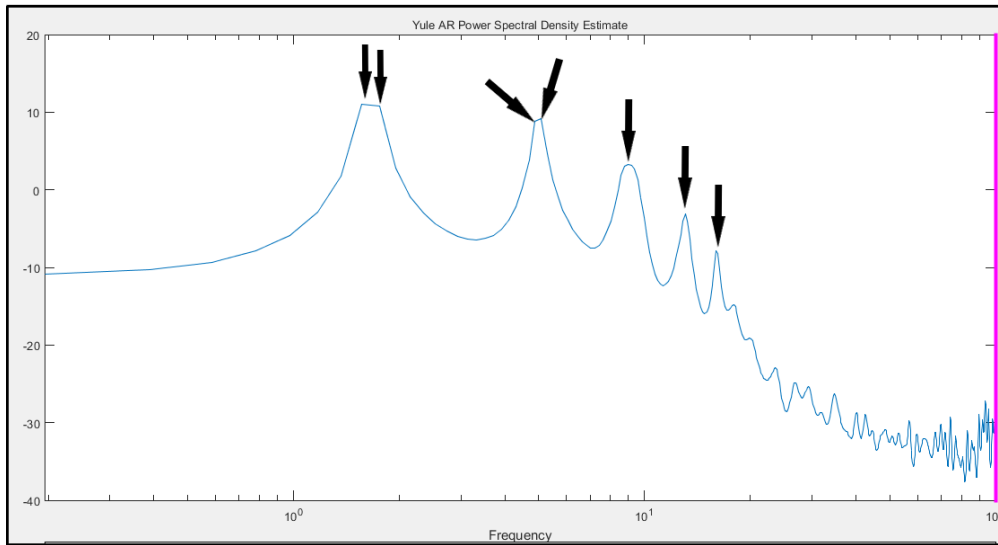


Şekil 7. 10. Y yönü için güç spektrumu

Frekans eksenini logaritmik eksene dönüştürülürse; Şekil 7.11 deki gibi frekanslar daha net bir biçimde görülebilir. Deneysel yolla elde edilen mod şekilleri Tablo 2 de verilmiştir.

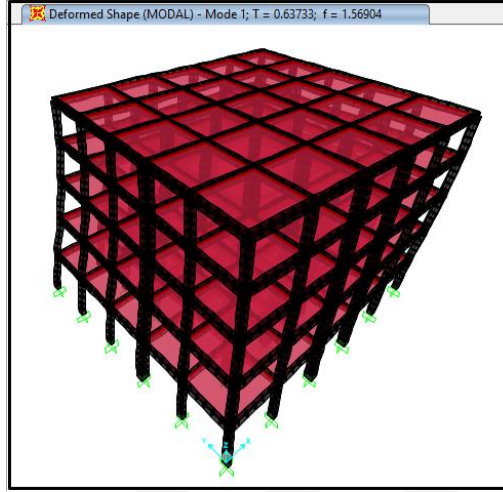
Tablo 2. Y yönü için modal frekans değerleri

1 mod (Eğilme Modu)	1.56 Hz
1 mod (Burulma Modu)	1.75 Hz
2. mod (Eğilme Modu)	4.88 Hz
2 mod (Burulma Modu)	5.27 Hz
3 mod (Eğilme Modu)	8.78 Hz
4 mod (Eğilme Modu)	13.08 Hz
5 mod (Eğilme Modu)	16.01 Hz

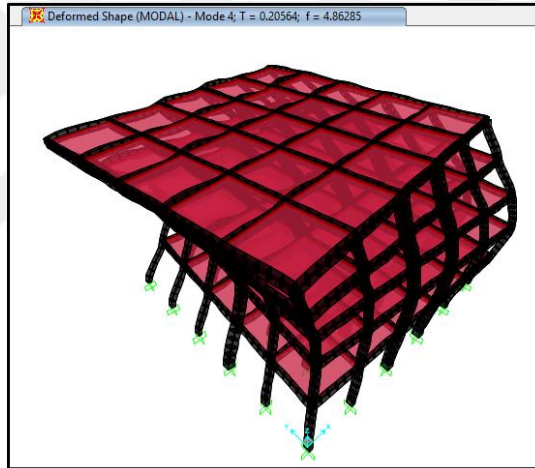


Şekil 7. 11. Y yönü güç spektrumu

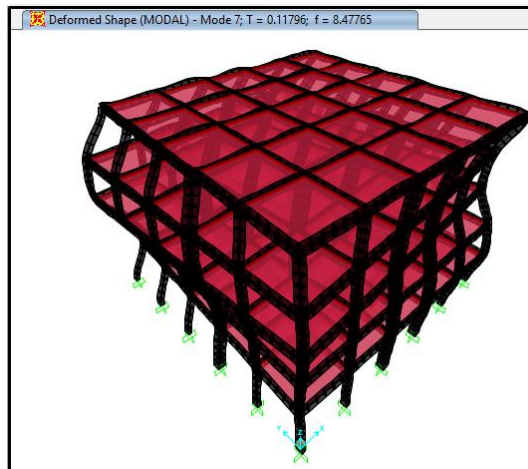
Deneysel modal analiz ile elde edilen modal frekanslar Tablo 2’de verilmiştir.



Şekil 7.12. Yapı X yönü 1. eğilme modu



Şekil 7.13. Yapı X yönü 2. eğilme modu



Şekil 7.14. Yapı X yönü 3. eğilme modu

Şekil 7.12,13,14’de nümerik modelde oluşan mod şekilleri gösterilmiştir

Tablo 3. Matematiksel modele ait modal frekanslar

TABLO: Modal Periyotlar ve Frekanslar						
Çıktı	Adım	AdımS.	Periyot	Frekans	A.Frekans	Özvektör
		Birimsiz	sn	Cyc/sn	rad/sn	rad2/sn2
MODAL	Mode	1	0.637	1.569	9.858	97.191
MODAL	Mode	2	0.633	1.579	9.925	98.508
MODAL	Mode	3	0.593	1.684	10.580	111.957
MODAL	Mode	4	0.205	4.862	30.554	933.560
MODAL	Mode	5	0.203	4.914	30.878	953.499
MODAL	Mode	6	0.191	5.219	32.793	1075.425
MODAL	Mode	7	0.117	8.477	53.266	2837.333
MODAL	Mode	8	0.115	8.657	54.396	2958.947
MODAL	Mode	9	0.109	9.150	57.494	3305.587
MODAL	Mode	10	0.082	12.122	76.170	5802.013
MODAL	Mode	11	0.079	12.552	78.869	6220.334
MODAL	Mode	12	0.075	13.270	83.378	6952.032
MODAL	Mode	13	0.066	15.017	94.359	8903.730
MODAL	Mode	14	0.063	15.646	98.308	9664.535
MODAL	Mode	15	0.063	15.660	98.395	9681.638
MODAL	Mode	16	0.063	15.747	98.943	9789.832

Tablo 2 ve Tablo 3 de görüldüğü gibi nümerik modal frekanslar ile deneysel yöntemler ile elde edilen modal frekanslar %95’in üzerinde bir uyumlulukla gerçekleşmektedir.

Sistemin modal frekanslarına ait modal sönümler Tablo 4 de değerlendirilmiştir. TBDY-2018’de her iki deprem doğrultusu için %5 alınan sönüm değeri farklı karakteristik özellik göstermektedir.

Tablo 4. Modal frekanslara ait modal sönüm değerleri

Modal Frekans	Sönüm Oranı
1.56 Hz	% 0.19
4.88 Hz	% 5.71
8.84 Hz	% 7
13.08	% 7.8
16.01	% 9.2

Tablo 4’de görüleceği üzere sistemde hasarlar başlayıp plastik mafsallar oluşmaya başladıktan sonra yüzde 5 olarak düşünülen hasarlara ulaşılabilir. Plastik mafsallar oluşup enerji tüketimi arttıkça sönüm oranı artmaktadır.

7.4.1. Deneysel ve sayısal mod şekilleri

Bölüm 5’de de belirtildiği üzere mod şekli (titreşim biçimi) yapının belirtilen frekansta aldığı şekildir. Aşağıda belirtilen tablolarda matematiksel modelden ve deneysel yöntemden elde edilen sonuçlar gösterilmiştir.

Tablo 5. 1.mod için deneysel ve matematiksel sonuçlar

Kat Numarası	Deneysel Modal Analiz	Matematiksel Model
5	7.8	3.64
4	7.0	3.28
3	5.9	2.64
2	4.4	1.75
1	2.01	0.73

Tablo 6. 2.mod için deneysel ve matematiksel sonuçlar

Kat Numarası	Deneysel Modal Analiz	Matematiksel Model
5	-6.3	-3.54
4	-1.40	-0.78
3	1.80	2.45
2	2.8	3.75
1	1.74	2.25

Tablo 5 ve Tablo 6 da deneysel ve matematiksel modelden elde edilen sonuçlar gösterilmiştir. Elde edilen mod şekilleri için 1. modda deneysel ve matematiksel modelde uyum oranı 0.91, 2. modda ise 0.98 mertebesindedir. Modlar arası korelasyonun 1 değerine yaklaşması mod şekillerinin uyumlu olduğunu göstermektedir.

8. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında mühendislik biliminin farklı alanlarında hayat bulan ve henüz inşaat mühendisliği disiplini içinde yeni olan deneysel modal analizin inşaat mühendisliği yapılarında nasıl ve ne şekilde kullanılabileceği 5 katlı betonarme bir bina da gösterilmiştir. Kurulan SE (Sonlu Elemanlar) hesap modeli ile her katta 3 boyutlu sensör olduğu düşünülüp her kat için Kocaeli depremi için kat tepkileri elde edilmiştir. Elde edilen kat tepkileri(çıkıtı) ile sisteme dâhil edilen girdi değerleri arasındaki ilişkiyi tespit etmek amacıyla MATLAB makro ortamı ve MATLAB ortamında oluşturulan yazılımlar ile elde edilmiştir. Transfer fonksiyonlarından elde edilen bode diyagramları yardımıyla sisteme ait modal frekanslar elde edilmiştir. Pole-Zero (Sıfır-Kutup) yardımıyla ile de sönüm oranları elde edilmiştir. Hasarsız sistem için uygulanan bu yöntemde farklı matematiksel modeller olan ARX, ARMAX, OUTPUT vs. gibi farklı matematiksel modeller ile transfer fonksiyonları elde edilmiştir. Kullanılan matematiksel modellerde faz açısının 180 derece değiştiği yerlerde tepe noktaları oluşmuş ve sisteme ait modal frekans değerlerini vermiştir. Sonlu elemanlar ile oluşturulan matematiksel modelde 1.mod için 1.98 Hz (0.5033 sn) iken bode (yapı tanılama algoritmalarından) diyagramlarından elde edilen 1.tepe noktası tam olarak 1.98 Hz olarak tespit edilmiştir. Aynı şekilde faz açısının tekrar 180 derece değiştiği ikinci yerde genlik değerinde ikinci defa tepe noktası oluşmuştur ve sonlu elemanlar modelinde 6.17 Hz olarak elde edilirken yapı tanılama algoritmaları ile elde edilen değer 6.21 Hz olarak tespit edilmiştir. Sonuçlardan görüldüğü üzere numerik matematiksel modeller ile yapı tanılama algoritmalarından elde edilen sonuçları birebir uyuşmaktadır. Aynı şekilde sistem tanılama algoritmaları yardımıyla elde edilen diğer bir dinamik parametre olan sönüm oranıdır. Her modal frekansa tekabül eden bir modal sönüm pole-zero grafiklerinden elde edilmiştir.

Yapıların hasar alıp malzemenin elastik ötesi davranış sergilediği göz önüne alınmış hasarları temsil eden plastik mafsallar atanmıştır. Plastik mafsalların atanma sebebi doğrusal olmayan yapı analiz yapabilme amacıyladır. Elamanlara plastik mafsallar atanıp 5 kat için her katta gözleme istasyonları kurulmuştur. Bu istasyonlar üç boyutlu

ivmeölçerleri temsil etmektedir. Her katta alınan deplasman ve ivme hikayeleri MATLAB ortamında yazılan yazılımlar yardımıyla zaman tanım alanından frekans tanım alanına geçilmiştir. Deneysel modal analiz ile 1.eğilme modu için 1.56 Hz ve 1. burulma modu 1.75 Hz, 2.eğilme modu 4.88 Hz, 2. burulma modu 5.27 Hz, 3, 4 ve 5. modlar ise sırasıyla 8.78 Hz, 13.08 Hz, 16.01 Hz olarak tespit edilmiştir. Sonuçlar sonlu elemanlar modeli ile elde edilen modal frekanslar ile karşılaştırılırsa, 1. eğilme modu 1.57 Hz 1.eğilme modu 1.68 Hz 2.eğilme modu 4.86 Hz 2.burulma modu 5.21 Hz 3,4,5.modlar ise sırasıyla 8.65 Hz, 13.27 Hz, 15.74 Hz olarak tespit edilmiştir. Deneysel modal analiz ve sonlu elemanlar modeli aracılığıyla elde edilen modal frekanslar %95'in üzerinde bir uyumlulukla gerçekleşmektedir.

Aynı şekilde modal sönüm oranları karşılaştırılırsa 1.mod için sönüm oranı %0.19, 2.mod için sönüm oranı %5.71 ve 3.mod için sönüm oranı %7 olarak elde edilmiştir ve sonraki modlarda ise daha yüksek sönüm oranları tespit edilmiştir. TBDY-2018 de her iki deprem yönü spektrum eğrisi oluşturulurken %5 sönüm oranına binalar ileri hasar bölgelerinde ulaşmaktadır. Sönüm oranının beklenen seviyeye ulaşmaması sistem için düşünülen spektrum eğrisinin doğru olmamasına sebep olmaktadır. Bu ise elemanlar için düşünülen rijitliğin ve elemanlarda oluşan iç kuvvetlerin değişmesine sebep olmaktadır. Malzemenin lineer sınırlarda kaldığı durumlarda yapısal sönüm oranı %5 değerine ulaşmamaktadır. Tasarım mühendislerinin bu hususlara dikkat etmesi gerekmektedir.

Deneysel modal analiz ve sonlu elemanlar modeli ile bulunan mod şekilleri karşılaştırılırsa 1.mod şeklinde %91 2. mod şekillerinde %98 uyum vardır. Bu ise matematiksel model ile deneysel yolla bulunan sonuçların birbiriyle uyduğünü göstermektedir.

Yapı sağlığı izleme ve yapısal tanılama çalışmalarının temelini teşkil eden titreşim verileri(sinyalleri) inşaat mühendisliği disiplini içinde konut, köprüler, barajlar, ulaşım sistemleri, deniz yapıları gibi alanlarda yapı kontrollerinden yapılara ait matematiksel modellerin güncellenmesi için önemli bir yer tutmaktadır. Bu şekilde gerçeğe en yakın matematiksel modeller elde edilebilir. Bu şekilde büyük bir sektör halini alan sigortacılık sektörü için gelecekte olması muhtemel bir depremde yapıda nasıl bir senaryo üreteceği öncede tahmin edilip en yakın değerlendirme yapıp sigortalananak

binalar için bilimsel bir çerçevede öneride bulunabilir. İmalat aşaması yeni bitmiş yapıların ruhsattan evvel üretim kalitesi ve durum tespiti için sistemin karakteristik özellikleri tayin edilecek ve gelecekte yapılacak işlemler için sistemin sonlu elemanlar modeli bilimsel bir çerçevede değerlendirilebilecektir.

Günümüz teknolojileriyle birlikte inşaat mühendisliği disiplininde önemli bir yer tutan yapı sağlığı izleme ve bununla birlikte hayat bulan işletme sağlığı için yapısal tanılama kaçınılmazdır. Aynı şekilde gelecekte inşaat mühendisliği yapıları içinde önemli bir yere sahip olacağı düşünülen yapay zeka ve derin öğrenme gibi kavramların temelini teşkil edecek husus yapısal tanılamadır.



KAYNAKLAR

- [1] Beyen K., Mevcud Yapılar,Nümerik Modellerinin Güvenirliđi ve Analiz Sonuçlarına Etkileri, 2.*Türkiye Deprem Mühendisliği ve Sismoloji Konferansı*, Türkiye, Hatay, 2013.
- [2] Türker T., Çelik Çerçeve Sistemlerin Dinamik Karakteristiklerinin Deneysel Modal Analiz Yöntemiyle Belirlenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 2005, 170932.
- [3] Beyen K. Kutanis M. Bal İ., Çevrel Zorlanma ve Kuvvet Titreşimleri Altında 17 Ağustos 1999 Kocaeli Depreminde Hasar Almış Binaların Yapı Tanı Çalışmaları, 7. *Ulusal Deprem Mühendisliği Konferansı*, Türkiye, İstanbul, 2011.
- [4] Türker T., *Çevresel Titreşim Verileri Kullanılarak Yapıların Hasar Durumlarının Tespiti ve Değerlendirilmesi*, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 2011, 285387.
- [5] Baptista M. Mendes P. Oliveirs S., Use of ambient vibration test for structural identification: 3 case studies, *Proceedings of 1. Internatioal Operational Modal Analysis (IOMAC)*, Copenhagen, 2005.
- [6] Mendes P. Baptista M., Output Only Analysis Applied on a Reinforced Concrete Building, *22th International Modal Analysis Conference*, Lisbon, 2004.
- [7] Soyoz S. Taciroğlu E. Orakcal K. Nigbor R. Skolnik D. Lus H. Şafak E., Ambient and Forced Vibration Testing of a Reinforced Concrete Building before and after Its Seismic Retrofitting, *Journal of Structural Engineering*, 2013, **237**(10), 1741-1752
- [8] Yüksel İ., *Otomatik Kontrol Sistem Dinamiği ve Denetim Sistemleri*, Dora Basım-Yayın Dağıtım Ltd.Şti, Bursa: 2013.
- [9] Beyen K. Hasar Tanılama Çalışmalarında Sinyal Analizi, 3. *Türkiye Deprem Mühendisliği ve Sismoloji Konferansı* , İzmir, Türkiye, 2015.
- [10] Hatch M., *Vibration Simulation Using Matlab and Ansys*, 3rd ed., Chapman&Hall/Crc, New York, 2001.
- [11] Cimilli İ. T *Seismic Response Analysis of Alibey Earth-Fill Dam*, Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi Kandilli Deprem Araştırma Enstitüsü, İstanbul, 1998, 364601.

- [12] Kuyumcuoğlu A., *Çalışma Şartlarında Modal Analiz*, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2008, 299364
- [13] Şafak E., Identification of linear structures using discrete-time filters, *Journal of Structural Engineering*, 1991, **117**(10), 3064-3085.
- [14] Yu E. Wallace J. W. Taciroğlu E., Parameter identification of framed structures using an improved finite element model-updating method Part II. Application to experimental data, *Earthquake Engineering and Structural Dynamic*, 2007 **36**(3), 641-660.
- [15] Beyen K., Kutunis M., Bal İ.E., Yeni Yönetmeliğin Sunduğu Doğrusal Elastik Olmayan Statik Analiz Yönteminden Elde Edilen Yapı Tepkilerindeki Belirsizlikler, *Yedinci Ulusal Deprem Mühendisliği Konferansı*, İstanbul, Türkiye, 2011.
- [16] Celep Z., *Deprem Mühendisliğine Giriş ve Depreme Dayanıklı Yapı Tasarımı*, 1.Baskı, Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş, İstanbul, 2018.
- [17] Rajeseckeran S., *Structural dynamics of earthquake engineering Theory and application Mathematica and Matlab*, 3rd ed., CRC Press, Washington: 2009.
- [18] Beyen K, Fatih Camii'nin zaman ve frekans ortamında çevrel ve deprem tepki analizleri, *Uluslararası Katılımlı 6.Tarihi Yapıların Korunması ve Güçlendirmesi Sempozyumu*, Trabzon, Türkiye, 2017.
- [19] Darılmaz K., *Depreme Dayanıklı Betonarme Binaların Tasarımına Giriş*, Yapı Yazılımı Yayınları, İstanbul, 2015.
- [20] Chopra A., *Theory and Application to Earthquake Engineering 4. Edition*, Prentice Hall, Upper Sadle River, 2013.
- [21] TBDY 2018, Türk Deprem Yönetmeliği, *Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik Bayındırlık ve İskân Bakanlığı Afet İşleri*, Ankara, 2018.
- [22] Sak Ö.F., Beyen K. , Bir Betonarme Binanın Sanal Davranış Verileriyle Hasar Tespiti İçin Analitik ve Deneysel Çalışma, 5. *International Earthquake Symposium*, Kocaeli, Türkiye, 2015.
- [23] Ikeda Y., Verification of System Identification Utilizing Shaking Table Tests of a Full Scale 4-Story Steel Building, *Earthquake Engineering Structural Dynamic*, 2016, **45**(4), 543-562.
- [24] Şafak E, Adaptive Modeling Identification, and Control of Dynamic Structural System 1:Theory, *Journal of Engineering Mechanics*, 1989, **11**(115), 2386-2405.
- [25] Çelebi M., Seismic Response of Two Adjacent Building 1 Data and Analysis, *Journal of Structural Engineering*, 1993 **119**(8), 2461-2476.

- [26] Çelebi M., Seismic Response of Two Adjacent Building 2 Interaction, *Journal of Structural Engineering*, 1993, **119**(8), 2477-2492.
- [27] Beyen K., Structural Identification for Post Earthquake Safety Analysis of the Fatih Mosque After the 17 August 1999 Kocaeli Earthquake, *Earthquake Engineering Structural Dynamic*, 2008 **30**(8), 2165-2184.
- [28] Moaveni B., He X., Conte J., Restrepo J., Panagiotou M., System Identification Study of a 7-Story Full-Scale Building Slice Tested on the UCSD-NEES Shake Table,» *Journal Structural Engineering*, 2011, **137**(5), 705-717.
- [29] Orak Boru E., Kutanis M., Çevrel Titreşim Kayıları Kullanılarak Yapı Dinamik Parametrelerinin Belirlenmesi, *Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, **19**(1), 59-66. 2015.
- [30] Beyen K., Titreşim Verisiyle Güncellenmiş Sonlu Eleman Modeliyle Hasar Simulasyonu, *Gazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Dergisi*, 2017 **32**(2), 403-415.
- [31] Peter A., *Experimental Modal Analysis*, 2nd ed, A Simple Non-Mathematical Presentation, Massachusetts, 1999.
- [32] Şafak E., Adaptive Modeling Identification and Control of Dynamic Structural System 2: Applications, *Journal of Engineering and Mechanics*, 1989, **115**(11), 2406-2426.
- [33] He J., Structural Modification, *The Royal Society*, 2001, 359, 187-204.
- [34] Kondakcı K., Yapı Dinamik Davranışlarının Yönetmelik Çerçevesinde Tanımlanmış Deprem Yükleri için Doğrusal Olmayan Elastik Yöntemlerle İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Kocaeli, 2014, 372692.
- [35] TS 500, Betonarme Yapıların Tasarım ve Yapım Kuralları, *Türk Standartları Enstitüsü*, Ankara, 2000.
- [36] SAP 2000,. Structural Analysis Program, *Computers and Structures Inc.*, Berkeley, California, 2005.
- [37] ETABS Structural Analysis Program, *Computers and Structures Inc.*, Berkeley, California, 2014
- [38] Mertol A. *Deprem Mühendisliği Depreme Dayanıklı Yapı Tasarımı*, Kozan Ofset, Antalya, Türkiye, 2002.
- [39] Beyen K., Deprem mühendisliği ve yapı dinamiği, İ.M.O. İstanbul şubesi seminerleri, İstanbul, Türkiye, 2006.
- [40] Beyen K., Sayısal yapı modeli güvenilirliği bir yapı klonlama uygulaması, İ.M.O. İstanbul şubesi seminerleri, İstanbul, Türkiye, 2012.

- [41] Çatbaş F. N., Aktan A. E., Condition and damage assessment: Issues and some promising indices, *Journal of Structural Engineering*, 2002, **128**, 1026-1036.





Ek-A

Bu kısımda yapılan fouier dönüşümleri ile ilgili Matlab kodları verilmiştir.

```
%%Coded by Ahmet SERT Kou-2019
```

```
dt=0.005;%Örnekleme Zamanı
```

```
xtd=(0:1:(length(yuzde4)-1))*dt;
```

```
plot(xtd,yuzde4);%
```

```
dfd=1/length(yuzde4)/dt;
```

```
Fnyqd=1/2/dt;
```

```
xfd=0:dfd:Fnyqd;
```

```
yuzde4fft=fft(yuzde4);
```

```
yuzde4fft=yuzde4fft*dt;
```

```
yuzde4fft(1,1)=yuzde4fft(1,1)/2;%end correction for ao/2
```

```
yuzde4fft(length(yuzde4)/2+1,1)=yuzde4fft(length(yuzde4)/2+1,1)/2;%end  
correction for N/2+
```

```
plot(abs(yuzde4fft)); % absolute plot but full frequency up to 200Hz
```

```
figure;plot(xfd,abs(yuzde4(1:length(yuzde4fft)/2+1,1)));% absolute up to Fnyq
```

```
grid on
```

```
figure(5);
```

```
loglog(xfd,abs(yuzde4fft(1:length(yuzde4fft)/2+1,1)));% to better see in loglog plot
```

```
axis tight; grid on
```

```
title('Farklı Sönüm Oranlarında Fourier Dönüşümü')
```

```

hold on

%Yüzde5 Sönüm İçin

dt=0.005;

xtd=(0:1:(length(yuzde5)-1))*dt;

plot(xtd,yuzde5);

dfd=1/length(yuzde5)/dt;

Fnyqd=1/2/dt;

xfd=0:dfd:Fnyqd;

yuzde5fft=fft(yuzde5);

yuzde5fft=yuzde5fft*dt;

yuzde5fft(1,1)=yuzde5fft(1,1)/2;%end correction for ao/2

yuzde5fft(length(yuzde5)/2+1,1)=yuzde5fft(length(yuzde5)/2+1,1)/2;%end
correction for N/2+

plot(abs(yuzde5fft)); % absolute plot but full frequency up to 100Hz

figure;plot(xfd,abs(yuzde5(1:length(yuzde5fft)/2+1,1)));% absolute up to Fnyq

grid on

figure(5);

loglog(xfd,abs(yuzde5fft(1:length(yuzde5fft)/2+1,1)));% to better see in loglog plot

axis tight; grid on

title('Fourier Fast Transform of Yuzde4');

%%%Yüzde 9 Sönüm İçin

```

```

dt=0.005;

xtd=(0:1:(length(yuzde9)-1))*dt;

plot(xtd,yuzde9);

dfd=1/length(yuzde9)/dt;

Fnyqd=1/2/dt;

xfd=0:dfd:Fnyqd;

yuzde9fft=fft(yuzde9);

yuzde9fft=yuzde9fft*dt;

yuzde9fft(1,1)=yuzde9fft(1,1)/2;%end correction for ao/2

yuzde9fft(length(yuzde9)/2+1,1)=yuzde9fft(length(yuzde9)/2+1,1)/2;%end
correction for N/2+

plot(abs(yuzde9fft)); % absolute plot but full frequency up to 100Hz

figure;plot(xfd,abs(yuzde9fft(1:length(yuzde9fft)/2+1,1)));% absolute up to Fnyq

grid on

loglog(xfd,abs(yuzde9fft(1:length(yuzde9fft)/2+1,1)));% to better see in loglog plot

axis tight; grid on

xlabel('Frekans (sn)');

ylabel('Genlik');

```

Ek-B

Bu kısımda modal frekans ve mod şekilleri için Matlab ortamında yazılan kodlar verilmiştir

```
%%%Code By Ahmet SERT KOU-2019
```

```
% Aşağıda 5 katlı yapıya ait kaakteristik özelliklerden olan frekans ve mod
```

```
% şekillerinin bulunmasının Matlab kodları verilecektir.
```

```
clc all;
```

```
syms k1;
```

```
syms k2;
```

```
syms k3;
```

```
syms k4;
```

```
syms k5; %%%% Kullanıcaak terimlerin albegrit gösterimi
```

```
syms m1;
```

```
syms m2;
```

```
syms m3;
```

```
syms m4;
```

```
syms m5;
```

```
% 5 katlı yapıya ait Rijitlik Matrisi
```

```
k=[k1+k2 -k2 0 0 0 ;-k2 k2+k3 -k3 0 0 ;0 -k3 k3+k4 -k4 0; 0 0 -k4 k4+k5 0 ;0 0 0 -  
k5 k5]
```

```
%k =
```

```
 %[ k1 + k2, -k2, 0, 0, 0]
```

```

%[ -k2, k2 + k3, -k3, 0, 0]

%[ 0, -k3, k3 + k4, -k4, 0] Rijitlik matrisi

%[ 0, 0, -k4, k4 + k5, 0]

%[ 0, 0, 0, -k5, k5]

% Kütle Matrisi

m=[m1 0 0 0 0 ;0 m2 0 0 0; 0 0 m3 0 0;0 0 0 m4 0;0 0 0 0 m5];

% m =

%[ m1, 0, 0, 0, 0]

%[ 0, m2, 0, 0, 0]

%[ 0, 0, m3, 0, 0]

%[ 0, 0, 0, m4, 0]

%[ 0, 0, 0, 0, m5]

% k1=k2=k3=k4=k5=2437111 Kn/m

k5 = 2437111, k4 = k5, k3 = k4, k2 = k3, k1 = k2

% m1;=m2=m3=m4=m5=479 Kn-s^2/m

m5 = 479, m4 = m5, m3 = m4, m2 = m3, m1 = m2

% Rijitlik matrisi

k=[k1+k2 -k2 0 0 0 ;-k2 k2+k3 -k3 0 0 ;0 -k3 k3+k4 -k4 0; 0 0 -k4 k4+k5 0 ;0 0 0 -
k5 k5]

% k =

% 4874222 -2437111 0 0 0

```



```

% -2437111  4874222  -2437111    0    0
%    0  -2437111  4874222  -2437111    0
%    0    0  -2437111  4874222    0
%    0    0    0  -2437111  2437111

```

%kütle Matrisi

```
m=[m1 0 0 0 0 ;0 m2 0 0 0; 0 0 m3 0 0;0 0 0 m4 0;0 0 0 0 m5];
```

%m =

```

% 479  0  0  0  0
% 0  479  0  0  0
% 0  0  479  0  0
% 0  0  0  479  0
% 0  0  0  0  479

```

%Açısal Frekanslar ve Doğal Periyotların Elde Edilmesi

```
[Eigenvectors Eigenvalues]=eig(m^0.5*k*m^-0.5);
```

% Eigenvectors =

```

%    0  0.3186  -0.3681  0.3224  0.5638
%    0  0.5154  0.5955  0.1993  -0.3484
%    0  0.5154  -0.5955  -0.1993  -0.3484
%    0  0.3186  0.3681  -0.3224  0.5638
% 1.0000  0.5154  -0.1406  0.8442  -0.3484

```

%Eigenvalues =

```

% 1.0e+06 *

% 2.4371    0    0    0    0

% 0  0.9309    0    0    0

% 0    0  8.8176    0    0

% 0    0    0  3.3680    0

% 0    0    0    0  6.3804

```

```

w2=diag(Eigenvalues)

```

```

Modsekilleri=m^-0.5*Eigenvectors;

```

```

%Modsekilleri =

```

```

% 0  0.0146 -0.0168  0.0147  0.0258

% 0  0.0236  0.0272  0.0091 -0.0159

% 0  0.0236 -0.0272 -0.0091 -0.0159

% 0  0.0146  0.0168 -0.0147  0.0258

%0.0457  0.0236 -0.0064  0.0386 -0.0159

```

KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER

- [1] **Sert A.**, Beyen K., Yapı Sınır Şartlarının Deprem Davranışına Etkisi, *Uluslararası Marmara Fen ve Sosyal Bilimler Kongresi*, Kocaeli, 23-25 Kasım 2018.
- [2] **Sert A.**, Beyen K., Sistem Tanılama Algoritmaları Yardımıyla Yapı Dinamik Karakteristiğinin Tahmini , *Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, Kocaeli, 2019 (Düzeltilme Sürecinde)



ÖZGEÇMİŞ

Ahmet Sert 1992 yılında Adıyaman'ın Çelikhan ilçesinde doğdu. İlköğretim eğitimini Çelikhan da tamamladı. Akabinde Kâhta Anadolu Lisesinde lise eğitimini tamamladı. 2011 yılında yerleştiği Kocaeli Üniversitesi İnşaat Mühendisliği bölümünden mezun olduktan sonra aynı üniversitenin Fen Bilimleri Enstitüsünden lisansüstü eğitimine devam etti. Değerler eğitime çok önem veren yazar bir toplumun kalkınması ve cehaletin, ihtilafın sona ermesi için yegâne yolun bilim, sanat ve marifet olduğuna inanmaktadır.

