

Çok Amaçlı Portföy Optimizasyon Problemi
ve Çözüm Yaklaşımları

Özden Üstün

DOKTORA TEZİ

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Haziran 2007

Multiobjective Portfolio Optimization Problem
and Solution Methods

Özden Üstün

DOCTORAL DISSERTATION

Department of Industrial Engineering

June 2007

Çok Amaçlı Portföy Optimizasyon Problemi ve Çözüm Yaklaşımları

Özden Üstün

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı
Yöneylem Araştırması Bilim Dalında
DOKTORA TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Prof.Dr. Rafail GASIMOV

Haziran 2007

Özden Üstün'ün DOKTORA tezi olarak hazırladığı “Çok Amaçlı Portföy Optimizasyon Problemi ve Çözüm Yaklaşımları” başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Üye : Prof.Dr. Rafail GASIMOV (Danışman)

Üye : Prof.Dr. Abbas AZİMLİ

Üye : Prof.Dr. Hasan BAL

Üye : Prof.Dr.Urfat NURİYEV

Üye : Yrd.Doç.Dr. Aydın SİPAHİOĞLU

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun tarih ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU

Enstitü Müdürü

ÖZET

Bu çalışmada, farklı analistlerden gelen tahminleri kullanan portföy seçimi için önerilen bütünleşik bir yaklaşımın kullanılabilirliği ve etkinliği incelenmiştir. Portföy eniyilemede kullanılan ortalama-varyans-çarpıklık modelini çözmek için farklı tahminleri, Konik Skalerleştirme Tekniğini ve Uygun Değerler Temelli Genelleştirilmiş Subgradient (F-MSG) Algoritmasını birleştiren üç aşamalı bütünleşik bir yaklaşım geliştirilmiştir. Birinci aşamada yatırım aracı getirileri tahminlemede tahmin hatalarının Ortalama Mutlak Sapmasını (MAD) enküçüklemeye farklı kaynaklardan gelen tahmin değerlerinin dışbükey bileşimi kullanılmıştır. Getiri tahminleri ve hatalarının her bir serisinin ortalama, varyans ve çarpıklık performans ölçütlerine göre ölçülüp ve değerlendirilen dağılımsal özellikler, çok amaçlı ortalama-varyans-çarpıklık modelinin kurulmasında kullanıldı. İkinci aşamada amaç fonksiyonları, dışbükey ve dışbükey olmayan vektör eniyileme problemlerinde yatırımcı tercihlerini de göz önüne alarak en çok tercih edilen etkin çözüme ulaşılmasını sağlayan Konik Skalerleştirme Tekniği ile skalerleştirilmiştir. Üçüncü aşamada, dışbükey olmayan ve diferansiyellenemeyen skaler problemin bütünsel eniyi çözümünün bulunmasını garanti eden F-MSG Algoritması kullanılmıştır. Önerilen bütünleşik yaklaşım, literatürdeki diğer yaklaşımlarla karşılaştırılmıştır. Bütünleşik yaklaşım IMKB'ye uygulanarak yatırımcının ortalama, varyans ve çarpıklık ölçütleri üzerindeki farklı tercihleri için karşılaştırmalar yapılmasıyla sonuçlar yorumlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Portföy Eniyileme, Ortalama-varyans-çarpıklık Modeli, Tahmin Birleştirme, Konik Skalerleştirme; Sivri Genişletilmiş Lagrange İkillik; F-MSG Algoritması; Bütünsel Eniyileme.

SUMMARY

This study investigates the usefulness and efficacy of an integrated approach for portfolio selection guided by a set of seemingly diverse analysts' forecasts and their previous performance based on residuals. We propose a three-stage integrated approach which combines various forecasts, the conic scalarization method and the modified subgradient algorithm based on feasible values (F-MSG) to solve a mean-variance-skewness model for portfolio optimization. In the first stage, a convex combination of various forecasts is used to minimize the mean absolute deviation (MAD) with respect to the investment return prediction. Investment returns and residuals on each series of forecasts are measured and then evaluated by three performance criteria, namely, mean, variance, and skewness. Subsequently, these distributional properties of the returns are used to construct a multi-objective mean-variance-skewness model. The objective functions in this model are scalarized by using the conic scalarization method in the second stage. The conic scalarization method provides to find the most preferred non-dominated solutions by considering investor preferences for both convex and non-convex vector optimization problems. The obtained scalar problem is not only non-convex but also non-differentiable optimization problem. In the third stage, F-MSG algorithm is used to cope with the non-differentiable and non-convex optimization problems. The performance of the integrated approach is compared with the integrated approaches suggested by previous studies. The integrated approach is applied to Istanbul Stock Exchange data. The comparison is conducted with respect to different levels of investor preferences over return, variance, and skewness and the obtained results are discussed.

Keywords: Portfolio Optimization; Mean-variance-skewness Model; Combining Forecasts; Conic Scalarization; Sharp Augmented Lagrangian Duality; F-MSG Algorithm; Global Optimization.

TEŞEKKÜR

Doktora tezimin temellerini oluşturan Konik Skalerleştirme Yöntemi'ni ve Genelleştirilmiş Subgradient Algoritması'nı geliştirerek Optimizasyon alanında büyük bir boşluğu dolduran, maddi ve manevi desteğini hiçbir zaman esirgemeyerek hem insani yönüyle hem de akademisyenliğiyle bize örnek olan danışmanım sayın Prof. Dr. Rafail GASIMOV'a ve ailesine ne kadar teşekkür etsem azdır. Tez izleme jürimde yer alarak tezimin hazırlanmasına yardımcı olan Yrd. Doç. Dr. Aydın SİPAHİOĞLU ve Prof. Dr. Urfat NURİYEV'e değerli katkılarından dolayı teşekkür ederim. Kısıtlı kaynakları içerisinde bana her türlü imkanı sağlayan ülkeme, üniversiteme ve bölümüme de teşekkürü borç bilirim.

Ayrıca beni özveriyle yetiştirip bugünlere ulaşmamı sağlayan onurlu halkıma, öğretmenlerime, anne ve babama şükranlarımı sunuyorum. Her türlü zorluğa benimle birlikte göğüs gererek sevinci, üzüntüyü, sevgiyi, heyecanı, stresi kısaca hayatı benimle paylaşan eşim Fatma'ya ve sevgili kızım Aysıla Ayşe'ye sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Bu tez, değerli önerileriyle çalışmamıza önemli katkılarda bulunarak hiçbir zaman desteklerini esirgemeyen ve Eylül 2006'da kaybettiğimiz Prof. Alex M. RUBİNOV'un hatırasını her zaman kalbimizde yaşatacaktır.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	v
SUMMARY	vi
TEŞEKKÜR	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	x
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xii
1. GİRİŞ	1
2. ÇOK AMAÇLI PORTFÖY SEÇİM PROBLEMLERİ	5
2.1. Markowitz'in Ortalama-Varyans Modeli	5
2.2. Konno'nun Ortalama Mutlak Sapma Modeli	8
2.3. Varlık Sayısı Kısıtlı Modeller	14
2.4. Ortalama-Varyans-Çarpıklık Modeli	19
2.5. Tahminleme Süreci, Veri İncelemesi ve Model Seçimi	24
2.5.1. Box-Jenkins (ARIMA) tipi tahminleme modelleri	27
2.5.2. Zaman serilerinin ayrışımı (ZSA) yöntemi	32
2.5.3. Basit üstel düzeltme (BÜD) yöntemi	33
2.5.4. Tahmin değerlerini birleştirerek Tahmin Portföyü (TP) oluşturma.....	34
2.6. Tahminleme ile Bütünleşik Çok Amaçlı Portföy Eniyileme Uygulaması.....	35
2.7. Portföy Eniyileme için Çok Ölçütlü Karar Verme Bütünleşik Yaklaşımı.....	45
3. ÇOK AMAÇLI PROGRAMLAMADA ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI	47
3.1. Ağırlıklı Toplam (Weighted-Sum) Skalerleştirme Yöntemi (ATY)	51
3.2. ϵ -Kısıt Skalerleştirme Yöntemi (EKY).....	54
3.3. Melez Skalerleştirme Yöntem (MY)	56
3.4. Elastik Kısıt Skalerleştirme Yöntemi (ELKY)	57
3.5. Benson Skalerleştirme Yöntemi (BY)	59

3.6. Uzlaşık (Compromise) Programlama Yöntemleri (UPY).....	61
3.7. Konik Skalerleştirme Yöntemi (KSY).....	67
3.8. Hedef Programlama (HP)	70
3.9. Skalerleştirme Yöntemlerinin Karşılaştırılması.....	71
3.10. Başarı Skalerleştirme Fonksiyonları	74
3.11. Fayda Fonksiyonları	80
3.12. UTADIS Yöntemi.....	81
3.13. Çok Ölçütlü Portföy Eniyileme Problemi için Literatürün Sınıflandırması	88
3.14. Çok Ölçütlü Portföy Eniyileme Problemi için Bütünleşik Yaklaşımların Karşılaştırılması	88
4. SİVRİ GENİŞLETİLMİŞ LAGRANGE İKİLLİK VE ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ	93
4.1. Sivri Genişletilmiş Lagrange Fonksiyonun Geometrik İzahı	94
4.2. İkil Problemin Çözümü.....	95
4.2.1. Geliştirilmiş subgradient (MSG) algoritması	96
4.2.2. Uygun değerler temelli genelleştirilmiş subgradient (F-MSG) algoritması ..	98
4.3. Bütünleşik Yaklaşımının Aşamaları	101
5. UYGULAMALAR VE HESAPSAL SONUÇLAR.....	108
5.1. Önerilen Yaklaşımın IMKB'den Alınan 20 Adet Hisse Senetine Uygulanması	108
5.2. Varlık Sayısı Kısıtlı Literatür Test Problemi	135
5.3. Önerilen Yaklaşımın IMKB 30 Endeksindeki Hisse Senetlerine Uygulanması	138
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	141
7. KAYNAKLAR DİZİNİ	144
ÖZGEÇMİŞ	161

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Markowitz modeli için etkin noktalar eğrisi.....	9
2.2. Varlık sayısı kısıtlı problemin etkin noktalarının eğrisi	15
2.3. Ehrgott et al. (2004) tarafından verilen Markowitz modeli temelli ÇÖKV amaç hiyerarşisi.....	16
2.4. Normal dağılımı üç farklı rassal değişkene ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonları	20
2.5. Tahminleme sürecinin adımları	24
2.6. Standart Regresyon Modeli (SRM) ve ARIMA tahminleme yaklaşımları.....	27
2.7. Box-Jenkins tanımlama süreci	30
2.8. Normal dağılımı üç farklı artık değişkene ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonları ve hata ortalamaları.....	37
2.9. Normal dağılımı üç farklı artık değişkene ilişkin olasılık yoğunluk $f(\varepsilon)$ fonksiyonları ve hata varyansları	39
2.10. Normal dağılımı üç farklı artık değişkene ilişkin olasılık yoğunluk $f(\varepsilon)$ fonksiyonları ve hata çarpıklığı	40
2.11. Portföy eniyileme için önerilen ÇÖKV amaç hiyerarşisi	44
2.12. Portföy eniyileme için önerilen bütünleşik yaklaşım	45
3.1. Pareto etkin değerlerin geometrik gösterimi.....	49
3.2. Örnek 3.1'in ölçüt uzayı ve Ağırlıklı Toplam Yöntemi	53
3.3. Örnek 3.1.'in ölçüt uzayı ve ε -Kısıt Yöntemi.....	55
3.4. Melez Yöntem ve Örnek 3.1'in ölçüt uzayı	57
3.5. Elastik Kısıt Yöntemi ve Örnek 3.1'in ölçüt uzayı.....	58
3.6. Benson Yöntemi ve Örnek 3.1.'in ölçüt uzayı.....	60
3.7. Farklı l_q -birim yuvarlarının geometrik şekli	64
3.8. Konik Skalerleştirme Yöntemi'nin geometrik izahı	69
3.9. UTADIS ile $h_k = 4$ için elde edilen parçalı doğrusal öge değer fonk. $u_k(y_k)$	83
3.10. $h_k = 4$ için elde edilen parçalı doğrusal öge değer fonksiyonu $u_k(y_k)$	85

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
4.1. Genişletilmiş Lagrange ikiliğın geometrik gösterimi	95
4.2. Önerilen bütünleşik yaklaşımın aşamaları	102
5.1. Normal olasılık işaretlemesi	111
5.2. Normal dağılım eğrisi ile $Alntf$ nin aylık getiri histogramı	112
5.3. <i>Frdoto</i> hisse senetinin aylık getirileri için doğrusal eğilim analizi	114
5.4. <i>Frdoto</i> için ARIMA(1,1,1) modelinden türeyen artıkların dağılımı	115
5.5. $M = 20$ için KSY ve ATY ile elde edilen etkin noktaların grafiğı.....	130

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Cizelge</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Uygun tahmin yönteminin seçimi için bir kılavuz.....	26
2.2. SRM ve ARIMA yöntemlerinin adımlarının karşılaştırılması	28
3.1. Skalerleştirme yöntemlerinin karşılaştırılması	72
3.2. Çok amaçlı programlama yöntemlerinin sınıflandırması	73
3.3. Uygun değer alanında yer almayan Referans Noktaları için Başarı Fonksiyonlarının performansları.....	79
3.4. Uygun değer alanında yer alan Referans Noktaları için Başarı Fonksiyonlarının performansları.....	79
3.5. Çok ölçütlü portföy eniyileme problemi için literatür sınıflandırması	89
3.6. Bütünleşik yaklaşımların karşılaştırılması.....	91
5.1. Hisse senetlerinin aylık yüzdellik ortalama getirilerinin dağılımına ilişkin istatistikler ve normal dağılım testi sonuçları	110
5.2. Hisse senetlerinin aylık ortalama getirilerine ilişkin ek nitelikler	112
5.3. Hisse senetlerinin aylık ortalama getirilerinin ARIMA(p,d,q) modeli ile tahmini sonucu oluşan artıkların dağılımına ilişkin istatistikler ve normal dağılım testi sonuçları	117
5.4. ARIMA, ZSA, BÜD ve TP'nin hata varyansları ve w_1, w_2, w_3 ağırlıkları	119
5.5. Hisse senetlerinin aylık ortalama getirilerinin Tahmin Portföyü ile tahminlemesi sonucu oluşan artıkların dağılımına ilişkin istatistikler ve normal dağılım testi sonuçları	119
5.6. Farklı w değerleri için (P_1) probleminin çözümüyle elde edilen portföyler ve 2005 yılı dağılımsal özellikleri	122
5.7. Farklı w değerleri için (P_2) problemi ile elde edilen çözümler ve 2005 yılı dağılımsal özellikleri.....	123
5.8. Farklı $w_i \in [0,1]$ değerleri için (P_3) ve (P_4) problemleri ile elde edilen çözümler. .	125
5.9. Farklı λ ve $w_i \in [0,1]$ ağırlıkları için (P_5) probleminin çözümüyle oluşan portföyün $\tilde{y}_5(x_5^*)$ değerleri.....	126

ÇİZELGELER DİZİNİ (devam)

<u>Cizelge</u>	<u>Sayfa</u>
5.10. Farklı N değerleri ve $w_i \in [0,1]$ ağırlıkları için (P_4) ile oluşan portföyün $\tilde{y}_4(x_4^*)$ değerleri	127
5.11. ARIMA, Zaman Serileri Analizi ve Tahmin Portföyü, Geçmiş Dönem parametreleri için (P_3) ve (P_4) problemlerinden edilen portföylerin $\tilde{y}_3(x_3^*)$ ve $\tilde{y}_4(x_4^*)$ değerleri	128
5.12. Farklı K değerleri ve $w_i \in [0,1]$ ağırlıkları için (P_6) problemi ile bulunan portföyün $\tilde{y}_6(x_6^*)$ değerleri ($l_i = 0.1$ ve $u_i = 1$ alınmıştır).	129
5.13. Farklı W değerleri ve $w_i \in [0,1]$ ağırlıkları için (P_6) problemi ile bulunan portföyün $\tilde{y}_6(x_6^*)$ değerleri	129
5.14. Tahmin Portföyü verileri için (P_8) probleminin çözümünde kullanılan amaç fonksiyonu ağırlıkları	132
5.15. Tahmin Portföyü verileri için (P_8) probleminin çözümünde GAMS çözücülerini ile elde edilen $y_8(x_8^*)$ değerleri	134
5.16. (P_8) problemi için F-MSG Algoritması'nın ürettiği uygun ikil değerler	135
5.17. UTADIS yöntemiyle u_i için elde edilmiş kırılma ve μ_i değerleri	135
5.18. Farklı ağırlıklar için KTDOP (112) ve sezgisel yöntemlerin çözümlerinin karşılaştırması	137
5.19. Test problemi için skalerleştirme yöntemlerinin karşılaştırılması	137
5.20. Bütünleşik yaklaşımla test probleminin çözümünde elde edilen hesapsal sonuçlar	138
5.21. IMKB 30 hisse senetleriyle portföyün tahmin varyansını enküçüklemede F-MSG Algoritmasının hesapsal sonuçları	140
5.22. Bütünleşik yaklaşımla IMKB 30 hisse senetleriyle portföy oluşturulmasının hesapsal sonuçları	140

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Hızlı gelişen teknoloji ve ekonomik büyüme insan yaşamını değiştirmekte ve modern toplumu karmaşıklığı gittikçe artan karar problemleriyle karşı karşıya getirmektedir. Günümüz dünyasındaki problemlerin çözümleri, konuyu çok farklı yönleriyle ele alacak disiplinlerarası ekiplere olan ihtiyacı arttırmakta ve bütünleşik yaklaşımlara gereksinim duymaktadır. Farklı disiplinlerden gelen uzmanlarca kurulan ekipler, problemin çözümünde farklı ölçütleri göz önüne almaktadırlar. Çok Ölçütlü Karar Verme (ÇÖKV), ekonomi, mühendislik, tıp gibi farklı faaliyet alanlarında insanların karşılaştığı problemleri çözecek teoriler ve yöntemler ile ilgilenir. Karmaşık problemler, maliyet, performans, güvenilirlik, verimlilik, fırsat, risk ve getiri gibi birbirine dönüştürülemeyen ve çelişen ölçütler ve amaçlar ile karakterize edilir. Çok ölçütlülüğün doğası gereği karmaşık problemlerde tek eniyi karardan söz edilemez. Bazen sonsuz sayıda karar, kesin bir şekilde birbiriyle karşılaştırılmaz ve hepsi de problemin çözümünde uygulanabilir. ÇÖKV, birbirini tamamlayan ve gerçekte kesin çizgilerle de ayrılamayan iki alanı içerir. Bunlar, Çok Amaçlı Programlama ve Çok Ölçütlü Karar Analizi'dir. Çok Amaçlı Programlama'nın hedefi Karar Vericinin çelişen amaçlarına matematiksel programlama yardımıyla tatmin edici çözümler bulmakken, Çok Ölçütlü Karar Analizi daha çok Karar Vericinin kişisel yargılarına ve tercihlerine hitap eden çözümleri bulmaya çalışır.

Günümüz teknolojisi ve kurulan hızlı iletişim ağları dünya üzerindeki sermayenin dolaşımını büyük ölçüde kolaylaştırmıştır. Yatırımcılar ve finansal yöneticiler, dünyanın çeşitli bölgelerinde rahatlıkla yatırım yapma ve tasarruflarını değerlendirme imkanına sahiptirler. Tasarruflar, etkin işleyen piyasalarda kaynak ihtiyacı olan girişimcilere yönelmekte ve verimli yatırımlara dönüşmektedir. Verimli yatırımlar ekonomik büyümeye, istihdamın artmasına ve ülkenin gelişmişliğine katkıda bulunmaktadır. Tasarruflarını doğru alanlarda değerlendiren yatırımcılar ise yatırımlarının karşılığını daha yüksek getirilerle alabilmektedir. Yatırım yaparken cevaplanması gereken en temel iki soru, hangi yatırım aracına ve ne kadar yatırım

yapılacaktır. Ekonomi içerisindeki yatırım araçları arasında düşük riskle yüksek getiri sağlama esasına dayanan portföy optimizasyon problemi, araştırmacıların yoğun ilgisini çekmektedir. Modern Portföy Teorisinin temeli Markowitz'in ortalama-varyans modeline dayanır. Üzerine yüzlerce belki de binlerce çalışmanın kurulduğu Markowitz'in çalışmasında enbüyüklenmek istenilen portföyün beklenen getirisi ile çelişen ve enküçüklenmek istenilen varyans yer alır. Standart yatırımcılar için geliştirilen ortalama-varyans modeli teorik olarak kullanılabilirliğini günümüzde de korumakla birlikte pratikte başka ölçütlere sahip farklı yatırımcılar için geliştirilmeye ihtiyaç duymaktadır. Standart yatırımcıların ortalama-varyans etkin noktalarından oluşan iki boyutlu etkin değerler eğrisi yeni ölçütlerle birlikte artık çok boyutlu bir yüzeye dönüşmüştür. Bu nedenle yatırımcının sonsuz sayıda etkin nokta arasından seçim yapmasını sağlayacak yöntemlere de gereksinim duyulmaktadır.

Bu çalışmada önerilen bütünlük yaklaşım birçok yönden literatüre katkıda bulunarak çok amaçlı portföy eniyileme problemini bütün yönleriyle ele almıştır. Önerilen bütünlük yaklaşımında problem, üç aşamalı olarak ele alınmıştır. Tahminleme aşamasında ARIMA, Üstel Düzeltme ve Zaman Serileri Analizi modelleri kullanılmıştır. Tahminleme aşamasında Yu et al. (2006), farklı modellerden elde ettikleri tahmin değerleriyle portföy oluşturmak için herhangi bir model önermemişler ve modelleri ayrı ayrı kullanmışlardır. Oysa tahminleme yöntemlerini birleştirmenin, yalnız bir yöntem kullanmaya üstünlüğü deneysel olarak Makridakis and Winkler (1983) ve Russel and Adam (1987) tarafından gösterilmiştir. Önerilen yöntemde literatürdeki bu bulgu kullanılarak tahmin hatalarının varyansı asgari düzeye çekilmiştir.

Finansal yöneticiler veya yatırımcılar, yatırım yaparken bütün risk faktörlerini daima hesaba katmak zorunda olduklarından geleneksel olarak kullanılan tek amaçlı modeller yeterli olmayacaktır. Yatırımcı aldığı riski açıkça bilmesi halinde daha düşük risk düzeyinde daha az getiriye razı olabilmektedir (Leung et al., 2001). Bu çalışmada önerilen modelde farklı kaynaklardan gelen tahminlerin birleştirilmesi sonucu elde edilen tahmin değerinin geçmiş dönem performansı, tahmin değerlendirme ölçütleri yardımıyla yatırımcıya yansıtılmıştır. Önerilen yaklaşım ile ortalama-varyans-çarpıklık modeli farklı tahminleme kaynaklarından beslenen çok geniş bir yatırımcı kitlesine hitap edecek şekilde getirilmiştir.

Önerilen Yaklaşım ve Yu et al. (2006), yatırım araçlarından portföy oluşturmada ortalama-varyans-çarpıklık modelini kullanır. Önerilen yaklaşım, Yu et al.'un çalışmasındaki amaçlara ek olarak Bir Yıllık Getiri, Üç Yıllık Getiri, Yıldız Derecesi, Hata Ortalaması, Hata Varyansı, Hata Çarpıklığı, W -test olasılığı ve Varlık Sayısı ölçütlerini de göz önüne alır.

Yu et al.'un önerdiği yaklaşım skalerleştirmede Ağırlıklı Toplam Yöntemini, skalerleştirilmiş problemin çözümünde de klasik Lagrange fonksiyonunu kullandığından türevlenebilir dışbükey çok amaçlı programlama problemlerine hitap etmektedir. Oysa gerçek hayat problemlerinde ortalama-varyans-çarpıklık modelinin gerek kovaryans fonksiyonunun gerekse çarpıklık fonksiyonunun dışbükey fonksiyonlar olmasını beklemek yanlış olur. Önerilen ortalama-varyans-çarpıklık modeli, varlık sayısı kısıtlarını ve değişkenlerini içerdiğinden ve fonksiyonlar üzerine dışbükeylik şartı koymadığından Yu et al.'un önerdiği yaklaşım ile çözülemez.

Dışbükey olmayan çok amaçlı programlama problemlerinin etkin yüzeyindeki bütün noktaları elde edebilecek yeterlilikte olan Konik Skalerleştirme Yöntemi ve Genişletilmiş Ağırlıklı Tchebycheff Yöntemi'nin skalerleştirme fonksiyonları türevlenemez yapıdadır. Yu et al. (2006), skaler problemin eniyi çözümünü Birinci Dereceden Karush-Kuhn-Tucker gerekli koşulu kontrolü ile araştırmaktadırlar. Birinci dereceden Karush-Kuhn-Tucker koşulu türev bilgisi üzerine kurulduğundan türevlenemeyen fonksiyonlarda kullanılamaz (Bazaraa et al., 1993). Konik Skalerleştirme Yöntemi ve F-MSG (The Modified Subgradient Algorithm Based on Feasible Values) Algoritması, çok amaçlı problem üzerine herhangi bir diferansiyellenebilirlik ve dışbükeylik koşulu koymadığından mevcut yaklaşımlar üzerinde önemli bir üstünlüğe sahiptir.

Bu çalışmada yatırım döneminde yatırımcıya en çok tatmini sağlayacak portföyün oluşturulmasını ve etkin çözümlerinin bulunmasını sağlayacak çok amaçlı matematiksel modellerin kurulması; kurulan modellerin yatırımcı tercihlerini de göz önüne alacak şekilde çözülebilirliğinin araştırılması hedeflenmiştir.

Bu hedef doğrultusunda tezin ikinci bölümünde literatürde yer alan çok amaçlı portföy seçim problemlerini çözmek için önerilen matematiksel modeller, dayandıkları teorik temeller, avantaj ve dezavantajları ve temel varsayımları tartışıldı. Daha sonra Lai'nin (1991) ortalama-varyans-çarpıklık modelinin temel varsayımlarından olan

model parametrelerinin mevcut olduğu varsayımı kaldırılarak yatırım araçlarının getirilerine dair farklı kaynaklardan gelen tahmin değerlerini birleştiren ve tahmin değerlendirme ölçütlerini içeren model kuruldu. Kurulan modeli temel alan bütünleşik yaklaşımın aşamaları ayrıntılı olarak tartışıldı.

Üçüncü bölümde çok amaçlı programlama problemlerini çözmek için geliştirilen skalerleştirme yöntemleri ayrıntılı olarak analiz edildi ve çok amaçlı portföy eniyilemede yapılan çalışmalar skalerleştirme yöntemi temelli olarak sınıflandırıldı. Skalerleştirme yöntemleri, Karar Vericinin tercihlerini matematiksel modele yansıtabilme, bütün pareto yüzeyi karakterize edebilme, Pareto etkin çözümleri garanti edebilme, skalerleştirmede modele ilave edilen ek kısıt ve değişken sayısı, Pareto etkin çözümlere ulaşabilmek için çözdüğü ek problem sayısı ölçütlerine göre karşılaştırıldı. Ayrıca yöntemler Karar Vericiyi karar sürecine dahil etme şekline göre de sınıflandırıldı. Önerilen bütünleşik yaklaşım literatürdeki yaklaşımlarla aşama aşama karşılaştırılarak güçlü ve zayıf yönlerine değinildi.

Dördüncü bölümde skalerleştirilmiş problemin eniyi çözümlerinin bulunması için var olan yöntemler tartışıldı. Diferansiyellenemeyen ve dışbükey olmayan skaler problemin çözümü için Gasimov (2002) tarafından önerilen Sivri Genişletilmiş Lagrange İkili Problem ve çözüm yöntemleri verildi. Bu bölümde Sivri Genişletilmiş Lagrange İkili Problemin çözümü için geliştirilen MSG Algoritması ve F-MSG Algoritması verildi. F-MSG Algoritmasının üstünlükleri tartışıldı.

Beşinci bölümde önerilen bütünleşik yaklaşım, IMKB'den rasgele alınan 20 adet hisse senedine ve IMKB 30 indeksinde yer alan 30 adet hisse senedine uygulandı ve elde edilen sonuçlar sunuldu. Tahmin hatalarını göz önünde bulundurmanın yatırımcının tahmin dönemindeki tatmin düzeyine etkisi, Konik Skalerleştirme Yöntemi'nin Ağırlıklı Toplam Yöntemi'ne göre üstünlükleri ve F-MSG Algoritmasının eniyilemeye katkısı incelendi. Ayrıca Ehrgott et al. (2004) tarafından verilen 40 boyutlu problem, skalerleştirme yöntemleri ile çözümlenerek elde edilen sonuçlar yatırımcının fayda fonksiyona göre karşılaştırıldı.

Son bölümde tezin temel bulguları tartışılarak geliştirilen modellerin ve çözüm yaklaşımlarının gerçek hayata yansımalarına değinildi. Tezin gelecekteki çalışmalara gösterdiği yönler açıklanarak ve önerilerde bulunuldu.

BÖLÜM 2

ÇOK AMAÇLI PORTFÖY ŞEÇİM PROBLEMLERİ

Tasarrufların profesyonel yatırım uzmanları tarafından, riskin dağıtılması esasına göre farklı vadelerdeki finansal varlıklara yatırılarak yönetilmesi, Portföy Yönetimi; yatırımcının sahip olduğu finansal varlıkların tümü de Portföy olarak adlandırılır. Modern portföy analizi, Markowitz'in iki ölçütlü matematiksel modeli üzerine kurulmuştur.

2.1. Markowitz'in Ortalama-Varyans Modeli

Markowitz, birçok araştırmacıya ilham kaynağı olan bu çalışmasıyla (Markowitz, 1952) ve Ekonomi Bilimi'ne katkılarından dolayı 1990 yılında Nobel Ekonomi Ödülü'ne layık görülmüştür. Markowitz'in Ortalama-Varyans Modeli, temelde enküçüklenmesi istenilen kovaryans ile tanımlanan portföyün riski ve enbüyüklenmesi istenilen portföyün beklenen getirisi olmak üzere çelişen iki ölçütü içerir (Markowitz, 1952, 1959). İki ölçütlü model aşağıdaki gibi verilebilir.

Kümeler:

$I = J = \{1, \dots, M\}$: mevcut varlıkların kümesi,

Parametreler:

μ_i : i . varlığının beklenen getirisi,

σ_{ij} : i ve j varlıkları arasındaki kovaryans $i, j \in \{1, \dots, M\}$,

$\sigma = (\sigma_{ij})_{i=1, \dots, M; j=1, \dots, M}$: $M \times M$ boyutlu kovaryans matrisi,

Karar değişkenleri:

x_i : i varlığının yatırım içerisindeki oranı ($0 \leq x_i \leq 1, i = 1, \dots, M$),

olmak üzere Markowitz'in Kovaryans Modeli (Markowitz, 1952),

$$\sum_{i=1}^M x_i = 1,$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, M,$$

$$F_1(x) = - \sum_{i=1}^M \mu_i x_i, F_2(x) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sigma_{ij} x_i x_j, \quad (1)$$

kısıtları altında (k.a.) $enk [F_1(x), F_2(x)]$,
şeklinde verilir.

(1) modeli normal dağılmış çok boyutlu rassal değişkenin ortalama ve kovaryansı üzerine kurulmuştur. R , çok boyutlu bir rassal değişken iken bunun bileşenlerinin birbirleriyle etkileşimleri R ile ilgili olasılık göstergelerini türetmede son derece önemlidir. Bu etkileşimlerle ilgili göstergeleri türetmede yaygın olarak kullanılan temel fonksiyon beklenen değer fonksiyonudur.

Tanım 2.1. R rassal değişkeninin beklenen değeri $B[R]$ ile gösterilir ve,

$$B[R] = \begin{cases} \sum_i r_i p(r_i), & R - \text{kesikli,} \\ \int_{-\infty}^{\infty} r f(r) dr, & R - \text{sürekli.} \end{cases} \quad (2)$$

şeklinde tanımlanır. Burada r_i , R - kesikli rassal değişkenin değer kümesi $A = \{r_i \mid i = 1, 2, 3, \dots\}$ 'de yer alan bir değer ve $p(r_i)$ ise r_i 'nin gerçekleşme olasılığıdır. $f(r)$, R - sürekli rassal değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonudur.

Tanım 2.2. $R = (R_1, R_2)$, iki boyutlu bir rassal değişkeni ve B , beklenen değeri gösterebilir.

$$\mu_1 = B[R_1], \sigma_1^2 = V(R_1) = B[(R_1 - \mu_1)^2], \mu_2 = B[R_2], \sigma_2^2 = V(R_2) = B[(R_2 - \mu_2)^2] \text{ iken,}$$

(i). $B[(R_1 - \mu_1)(R_2 - \mu_2)] = B[R_1 R_2] - \mu_1 \mu_2$ ifadesine (R_1, R_2) 'nin kovaryansı denir ve $Cov(R_1, R_2)$ veya $\sigma_{1,2}$ ile gösterilir.

(ii). Kovaryansın $\sigma_1 \sigma_2$ 'ye bölümüne korelasyon katsayısı denir ve $\rho_{1,2}$ ile gösterilir.

Bu tanıma göre $\sigma_{1,2} = \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2$ şeklinde yazılır. Tanımdan anlaşılacağı gibi kovaryans, iki rassal değişkenin kendi aritmetik ortalamalarından sapmalarının çarpımlarının beklenen değeri, bir başka ifadeyle birlikte değişkenliğin bir göstergesidir. Korelasyon katsayısı ise, bunlardan birinin diğeriyle ilişkisinin yönünün ve kuvvetinin bir ölçüsüdür.

Özellik 2.1. R_1, R_2, \dots, R_M rassal değişkenlerinin herhangi bir doğrusal bileşimi R olsun.

Bu durumda her i için $\mu_i = B[R_i]$ ve x_i reel sayı olmak üzere,

$$(i) \quad B[R] = \sum_{i=1}^M x_i B[R_i] = \sum_{i=1}^M x_i \mu_i ,$$

$$(ii) \quad V(R) = \sum_{i=1}^M x_i^2 V(R_i) + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1, j \neq i}^M x_i x_j Cov(R_i, R_j)$$

$$= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M x_i x_j \sigma_{ij} ,$$

özellikleri geçerlidir (Hines and Montgomery, 1990, s.138).

Literatürde Markowitz'in (1) modelini temel alan birçok çalışma yapılmıştır. Bunlardan bir bölümü (1) matematiksel modeli üzerinde yoğunlaşarak modeli geliştirme şeklinde olmuştur. R^* , hedeflenen beklenen getiri düzeyi olmak üzere portföyün beklenen getirisinin hedef değerinden büyük olması kısıtı altında kovaryans fonksiyonunun enküçüklendiği tek amaçlı model aşağıdaki gibi verilmiştir (Chang et al., 2000).

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M x_i &= 1, \\ \sum_{i=1}^M \mu_i x_i &\geq R^*, \\ x_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, M, \\ \text{k.a. } \text{enk} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sigma_{ij} x_i x_j &, \end{aligned} \tag{3}$$

Tek amaçlı (3) problemi, karesel programlama problemidir. Karesel programlama problemlerinin çözümü için etkin algoritmalar olmasına karşın özellikle amaç fonksiyonundaki parametrelerin yapısına bağlı olarak problem dışbükey olmayan bir yapıya sahip olabilir. Bu durumda herhangi bir veri kümesi için (3) probleminin eniyi çözümü bulmak için daha fazla hesapsal süreye ve bütünsel eniyileme algoritmalarına gereksinim duyulur. Pratikte (1) probleminin etkin noktalarını bulmak için bir başka yol $w \in [0,1]$ olmak üzere ağırlıklandırma yöntemiyle problemin tek amaçlı izleyen probleme dönüştürülmesidir.

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^M x_i = 1, \\
& x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, M, \\
& \text{k.a. } \text{enk } w \left[\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sigma_{ij} x_i x_j \right] - (1-w) \left[\sum_{i=1}^M \mu_i x_i \right].
\end{aligned} \tag{4}$$

(4) modelinin çözümüyle elde edilmiş örnek bir etkin noktalar eğrisi Şekil 2.1’de verilmiştir. Markowitz’in ortalama-varyans modeli ve uzantısı olarak geliştirilen modeller, portföyde yer almaya aday varlıkların getirilerinin normal dağıldığı varsayımına dayanır. Bu varsayımın temel dayanak noktası, *Merkezi Limit Teoremi*’dir.

Teorem 2.1. *Merkezi Limit Teoremi:* R_1, R_2, \dots , her birisi μ ortalama ve σ^2 varyans ile bağımsız, özdeş dağılmış rassal değişkenlerin bir dizisi olsun. O zaman

$$\frac{R_1 + R_2 + \dots + R_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}$$

ifadesinin dağılımı, $n \rightarrow \infty$ olduğunda standart normal dağılıma yaklaşır. $n \rightarrow \infty$ için

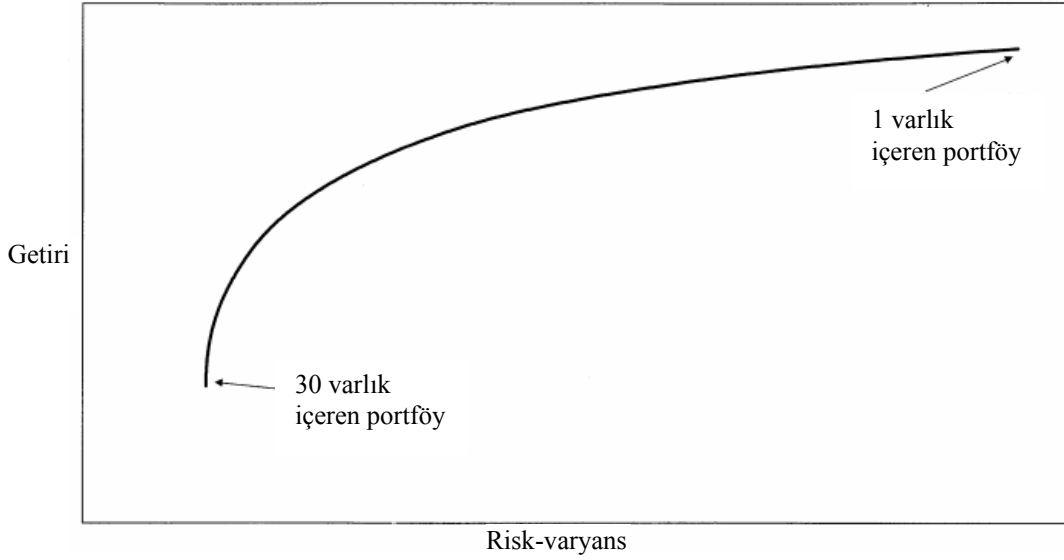
$$P \left\{ \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \leq a \right\} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^a e^{-r^2/2} dr \tag{5}$$

yakınsar.

Teoremin güçlü yanı, R_i ’lerin herhangi bir dağılımı için geçerli olmasıdır (Ross, 1989).

2.2. Konno’nun Ortalama Mutlak Sapma Modeli

1990 yılında Konno ve ardından 1991 yılında Konno ve Yamazaki, özellikle varlıkların getirilerinin normal dağılım kabulünün geçerli olmadığı durumlarda Portföy analizi için yeni bir uygulama geliştirmişlerdir (Konno, 1990; Konno and Yamazaki, 1991). Portföy analizine en önemli katkıları (6) ile gösterilen doğrusal risk fonksiyonunu vermek olmuştur.



Şekil 2.1. Markowitz modeli için etkin noktalar eğrisi

R_j , j . menkul değerın kazanç oranını gösteren rassal değişken ve x_j 'de j . menkul değere yatırılan para miktarını gösteren karar değişkeni olsun. Bu durumda yatırılan para miktarına bağlı olarak oluşturulan portföyün varyansı (6) eşitliği ile gösterilebilir.

$$w(x) = B \left[\sum_{j=1}^M R_j x_j - B \left[\sum_{j=1}^M R_j x_j \right] \right] \quad (6)$$

Konno ve Yamazaki'nin çalışmasına bağlı olarak r_{jt} , t dönemi boyunca rassal değişken R_j 'nin geçmiş verilerden veya tahmini verilerden elde edilebilecek gerçekleşen değerleridir. Kazanç oranlarındaki farklı senaryolar için alternatif modeller Speranza tarafından verilmiştir (Speranza, 1993). Konno ve Yamazaki, T zaman diliminde rassal değişken R_j 'nin ortalamasının izleyen şekilde tahmin edilebileceğini varsayımlardır.

$$r_j = B[R_j] = \frac{\sum_{t=1}^T r_{jt}}{T} \quad (7)$$

Risk fonksiyonu (6) izleyen şekilde yeniden yazılabilir.

$$w(x) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{j=1}^M (r_{jt} - r_j) x_j \right| \quad (8)$$

Konno ve Yamazaki tarafından önerilen model aşağıdaki gibi verilebilir.

$$C = \sum_{j=1}^M c_j x_j,$$

$$\sum_{j=1}^M r_j c_j x_j \geq \rho C,$$

$$C_0 \leq C \leq C_1,$$

$$0 \leq x_j \leq u_j \text{ tamsayı, } j = 1, \dots, M,$$

$$C \geq 0, \quad \text{k.a. enk } w(x) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{j=1}^M (r_{jt} - r_j) x_j \right|$$

Modelde x_j , j . menkul değerden alınacak parti sayısı; c_j , j . menkul değer her bir parti için satın alma fiyatıdır. C_0 ve C_1 , sırasıyla yatırıma ayrılabilir en küçük ve en büyük para miktarları olmak üzere değişken yatırım miktarı C 'dir. j . menkul değerden alınabilecek parti sayısı u_j ile sınırlandırılmıştır. ρ , istenen getiri oranıdır.

$$y_t = \left| \sum_{j=1}^M (r_{jt} - r_j) x_j \right| \text{ eşitliği ile tanımlanan ve portföydeki varlıkların } t. \text{ dönem}$$

beklenen getirisinin, T periyodu boyunca beklenen ortalama getirisinden sapmaları toplamını ifade eden yardımcı değişken y_t 'nin kullanılmasıyla model doğrusallaştırılabilir.

(8) ile gösterilen amaç fonksiyonu izleyen doğrusal programlama modeline eşdeğerdir.

$$y_t + \sum_{j=1}^M (r_{jt} - r_j) x_j \geq 0, \quad t = 1, \dots, T, \quad (9)$$

$$y_t - \sum_{j=1}^M (r_{jt} - r_j) x_j \geq 0, \quad t = 1, \dots, T. \quad (10)$$

$$\text{k.a. enk } \frac{\sum_{t=1}^T y_t}{T} \quad (11)$$

Mutlak sapmanın yerine Speranza'nın önerdiği gibi yarı-mutlak sapma kullanılırsa amaç fonksiyonu izleyen şekle dönüşür. Speranza pozitif sapmanın karar vericinin lehine olduğunu fark ederek yalnızca beklenen ortalama getirilerden negatif sapmaların üzerine durulması gerektiğini saptamıştır.

$$w(x) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \text{enk} \left\{ 0, \sum_{j=1}^M (r_{jt} - r_j) x_j \right\} \right| \quad (12)$$

Böylece model,

$$y_t + \sum_{j=1}^M (r_{jt} - r_j) x_j \geq 0, \quad t = 1, \dots, T, \quad (13)$$

$$\text{enk} \frac{\sum_{t=1}^T y_t}{T} \quad (14)$$

şeklini alır. (11) kısıtları devre dışı bırakılarak modelin kısıt sayısı yarıya indirilmiş ve Speranza tarafından amaç fonksiyonu (8)'in (12)'ye eşdeğer olduğu gösterilmiştir (Speranza, 1993).

Gerçek hayatta menkul değerler, partiler (lot) halinde satılır. Bu nedenle portföy oluştururken varlıklar, enküçük işlem miktarının (lot) katları şeklinde satışa sunulur. Dolayısıyla karar değişkeni sürekli değil kesiklidir. Mansini ve Speranza, minimum işlem miktarını Speranza'nın (8) modeline kısıt olarak ekleyerek izleyen modeli önerdiler.

y_t, r_{jt}, r_j, t ve T , (9)-(11) ile verilen modeldeki anlamlarını korumaktadırlar.

$$y_t + \sum_{j=1}^M (r_{jt} - r_j) x_j \geq 0, \quad t = 1, \dots, T, \quad (15)$$

$$C = \sum_{j=1}^M c_j x_j, \quad (16)$$

$$\sum_{j=1}^M r_j c_j x_j \geq \rho C, \quad (17)$$

$$C_0 \leq C \leq C_1, \quad (18)$$

$$0 \leq x_j \leq u_j \text{ tamsayı}, \quad \forall j, \quad (19)$$

$$C \geq 0, y_t \geq 0, t = 1, \dots, T. \quad (20)$$

$$\text{k.a. } \text{enk} \frac{\sum_{t=1}^T y_t}{T}, \quad (21)$$

(15)-(21) ile verilen portföy uygunluk problemi NP-Tam'dır (Mansini ve Speranza, 1999).

2000 yılında Kelleler, Mansini ve Speranza tarafından (15)-(21) modeli gerçek hayat problemine bir adım daha yaklaştırılmıştır. Yatırımcı portföyünde yer alan her bir menkul değer için sabit bir ücret ($f_j \geq 0$) ödemektedir. Ödeme, iki şekilde yapılmaktadır. İlkinde portföye yeni bir menkul değer eklenmesi durumunda bir defaya mahsus gerçekleşen ve bir daha oluşmayan maliyet, ikincisinde ise satın alınacak menkul değerlerin parasal karşılığı belli bir meblağı ($M_j > 0$) geçmesi halinde oluşan sabit bir maliyettir. Ayrıca aracı kurumlar portföyde yer alan menkul değerlerin getirisi üzerinden oransal olarak bir pay ($d_j > 0$) almaktadırlar (Kelleler et al., 2000).

(15)-(21) modelindeki değişken tanımlamaları korunmak koşuluyla sabit maliyetler ile portföy seçim problemi $FC(f_j)$, Kelleler et al. (2000) tarafından izleyen karma tamsayı programlama problemi ile verildi.

$$z_j = \begin{cases} 1, & x_j > 0 \\ 0, & d.d. \end{cases}$$

olmak üzere $FC(f_j)$ Modeli:

$$y_t + \sum_{j=1}^M (r_{jt} - r_j)x_j \geq 0, \quad t = 1, \dots, T, \quad (22)$$

$$C = \sum_{j=1}^M x_j, \quad (23)$$

$$\sum_{j=1}^M (r_j - d_j)x_j - \sum_{j=1}^M f_j z_j \geq \rho C, \quad (24)$$

$$0 \leq x_j \leq u_j z_j, \quad j = 1, \dots, M, \quad (25)$$

$$z_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, M, \quad (26)$$

$$y_t \geq 0, \quad t = 1, \dots, T. \quad (27)$$

$$\text{k.a. } enk \frac{\sum_{t=1}^T y_t}{T}, \quad (28)$$

şeklinde verilmiştir.

Teorem 2.2. $FC(f_j)$ modeline bir uygun çözüm bulma problemi NP-Zor'dur (Kelleler et al., 2000).

(22)-(28) modeline enküçük işlem miktarı ilave edilmesi durumunda (24) ile verilen ifade (17) ile değiştirilir ve $FC(f_j)$ modeline (19) ile verilen kısıt eklenerek x_j tamsayı değişken olarak alınır.

Eğer bir menkul değere yatırılan toplam para miktarı sabit bir değer olan $M_j > 0$ 'den büyük olması halinde sabit maliyet ($f_j > 0$) oluşuyorsa bu durum için model, Kelleler et al. (2000) tarafından aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$v_j = \begin{cases} 1, & x_j \geq M_j \\ 0, & d.d. \end{cases}$$

olmak üzere $FC(f_j, M_j)$ Modeli:

$$y_t + \sum_{j=1}^M (r_{jt} - r_j)x_j \geq 0, \quad t = 1, \dots, T, \quad (29)$$

$$\sum_{j=1}^M x_j = C, \quad (30)$$

$$\sum_{j=1}^M (r_j - d_j)x_j - \sum_{j=1}^M f_j z_j \geq \rho C, \quad (31)$$

$$v_j \geq \frac{x_j - M_j}{u_j}, \quad j = 1, \dots, M, \quad (32)$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \quad v_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, M, \quad (33)$$

$$y_t \geq 0, \quad t = 1, \dots, T. \quad (34)$$

$$\text{k.a. } enk \frac{\sum_{t=1}^T y_t}{T}, \quad (35)$$

şeklinde verilmiştir.

(29)-(35) modeline enküçük işlem miktarı ilave edilmesi durumunda (24) ile verilen ifade (17) ile değiştirilir ve $FC(f_j, M_j)$ modeline (19) ile verilen kısıt eklenerek x_j tamsayı değişken olarak alınır.

2.3. Varlık Sayısı Kısıtlı Modeller

Varlıkların satın alınmasında özel amaçların veya kısıtların olabileceği Chang et al. (2000) tarafından vurgulanarak standart Markowitz modeli geliştirilmiştir. (1) modelinde karar değişkenleri sürekli olduğu için pratikte çok küçük oranlarda birçok varlığın alınması sonucuyla karşılaşılabilir. İşlem maliyetleri (varlık alımı için), bir varlıktan alınabilecek en küçük oran veya en büyük oran gibi parametrelere dayanarak Chang et al. (2000) izleyen karma tamsayı doğrusal olmayan karesel eniyileme modelini vermişlerdir.

Kümeler:

$I = J = \{1, \dots, M\}$: mevcut varlıkların kümesi,

Parametreler:

μ_i : i varlığının beklenen getirisi,

σ_{ij} : i ve j varlıkları arasındaki kovaryans $i, j \in \{1, \dots, M\}$,

$\sigma = (\sigma_{ij})_{i=1, \dots, M; j=1, \dots, M}$: $M \times M$ boyutlu kovaryans matrisi,

R^* : hedeflenen beklenen getiri düzeyi,

K : portföyde olması istenen varlıkların sayısı,

l_i : herhangi bir i varlığından alınacaksa istenen en küçük oran,

u_i : herhangi bir i varlığından alınacaksa istenen en büyük oran, ($0 \leq l_i \leq u_i \leq 1, i = 1, \dots, M$),

Karar değişkenleri:

x_i : i varlığının yatırım içerisindeki oranı ($0 \leq x_i \leq 1, i = 1, \dots, M$),

z_i : i varlığı alınacaksa 1, diğer durumlarda 0 ($z_i \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, M$), olmak üzere

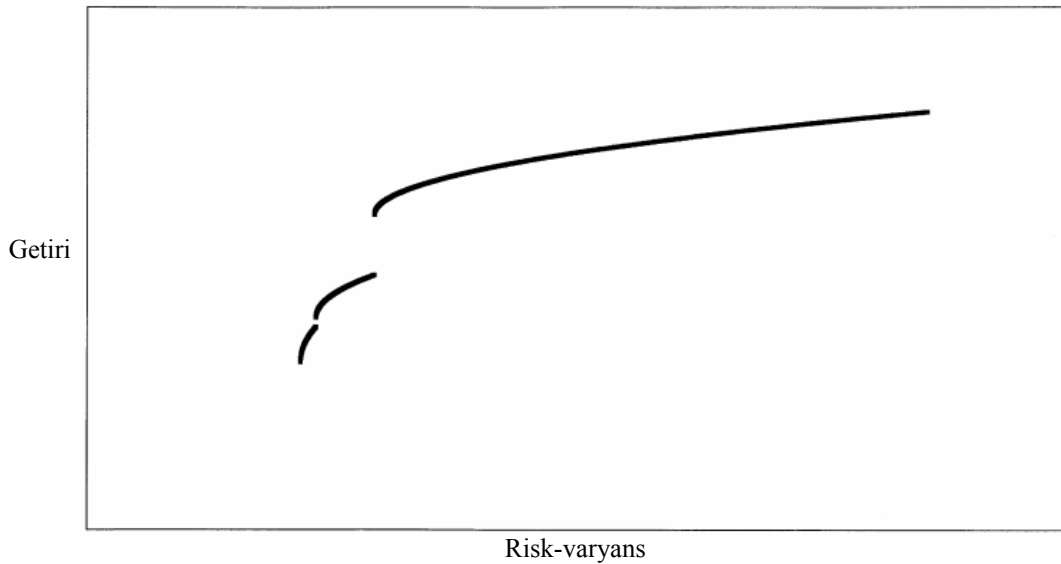
model,

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^M x_i &= 1, \\
 \sum_{i=1}^M \mu_i x_i &= R^*, \\
 \sum_{i=1}^M z_i &= K, \\
 l_i z_i &\leq x_i \leq u_i z_i, i = 1, \dots, M, \\
 x_i &\geq 0, i = 1, \dots, M, \\
 z_i &: 0-1 \text{ tamsayı}, i = 1, \dots, M,
 \end{aligned} \tag{36}$$

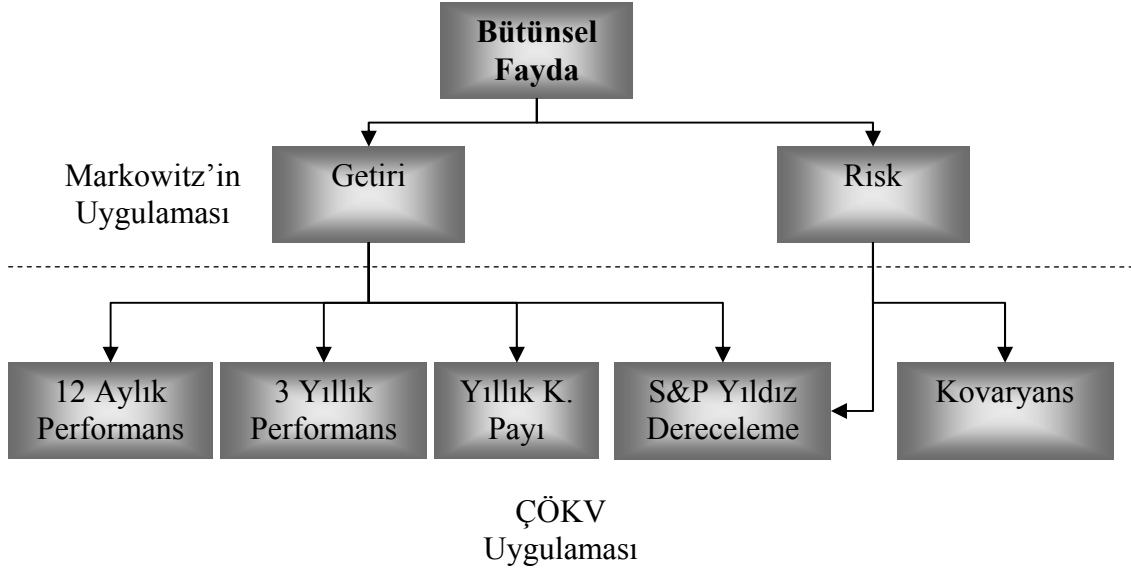
$$\text{k.a. } \text{enk} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sigma_{ij} x_i x_j .$$

(36) modelinin ε -Kısıt Yöntemi kullanılarak elde edilmiş örnek bir etkin noktalar eğrisi Şekil 2.2'de verilmiştir (Chang et al., 2000). Şekil 2.2.'de görüldüğü gibi Markowitz modeline varlık sayısı kısıtlarının eklenmesiyle etkin yüzeyin her noktası (4) problemiyle elde edilemez hale gelir.

(1) modelinde verilen ölçütler, Şekil 2.3'te verildiği gibi 5 ölçüte ayrılarak (36) modeli amaç fonksiyonu yönüyle Ehrgott et al. (2004) tarafından daha da geliştirilmiştir. Ehrgott et al. (2004), modelini literatürde yer alan bazı eleştirilere dayandırmıştır. Yatırımcıların pek çoğu, standart Markowitz modelinin çözümüyle elde edilen pareto eniyi portföyleri almamaktadırlar (Konno, 1990). Ortalama yatırımcılar için olan standart model, kişisel yatırımcıların Pareto etkin portföylerine yaklaşmak için güncellenmeye ihtiyaç duymaktadır (Ballesterro and Romero, 1996). Varlıklar için nesnel ve öznel ölçümlere gereksinim duyulmaktadır (Arthur and Ghandforoush, 1987). Modellerin çoğunluğu problemin çok boyutlu doğasını kapsamamaktadır (Hallerbach and Spronk, 1997).



Şekil 2.2. Varlık sayısı kısıtlı problemin etkin noktalarının eğrisi



Şekil 2.3. Ehrgott et al. (2004) tarafından verilen Markowitz modeli temelli ÇÖKV amaç hiyerarşisi

Ehrgott et al. (2004) tarafından Standart and Poor's (S&P) kuruluşuyla yapılan işbirliği neticesinde (36) modeline yeni ölçütler eklenmiştir. Markowitz'in modelindeki beklenen getiri ölçütü, 12-aylık performans, 3-yıllık performans ve yıllık kar payı ölçütlerine ayrılmıştır. S&P Fon servisi GmbH, veri tabanlarında yer alan yatırım fonlarının performanslarını sektör indeksiyle karşılaştırarak derecelendirir. Bunun sonucunda fonlar, düşük performanslılara bir yıldız, çok yüksek performanslılara beş yıldız olmak üzere sıralanır. Dördüncü ölçüt, portföydeki yatırım fonlarının performansları olmuştur. Beşinci ölçüt ise portföyün riskinin göstergesi olan 12-aylık değişkenlik (fiyat kararsızlığı) olarak belirlenmiştir.

Her varlık için 36 aylık verinin mevcut olduğu kabulü altında Ehrgott et al. (2004) tarafından verilen çok amaçlı matematiksel model izleyen şekilde verilebilir.

Kümeler:

$I = J = \{i | i=1, \dots, M\}$: mevcut varlıkların kümesi,

$V = \{t | t=1, \dots, T\}$: hesaplama periyotlarının kümesi,

Parametreler:

$p_{t,i}$: t periyodunda i varlığının fiyatı(değeri),

r_i^{12} : i varlığının 12 aylık performansı, $r_i^{12} = \frac{p_{T,i} - p_{T-1,i}}{p_{T-1,i}}$,

r_i^{36} : i varlığının 36 aylık (uzun dönem) performansı, $r_i^{36} = \frac{p_{T,i} - p_{T-3,i}}{p_{T-3,i}}$,

d_i^a : i varlığının geçen yılki nominal yıllık geliri,

p_i^h : i varlığının geçen yılki en yüksek fiyatı(değeri),

d_i : i varlığının geçen yılki göreceli yıllık kar payı, $d_i = \frac{d_i^a}{p_i^h}$,

sr_i : yatırım fonu i 'ye atanan yıldız sayısı, $sr_i \in \{1,2,3,4,5\}$.

σ_{ij} : i ve j varlıkları arasındaki kovaryans, $i, j \in \{1, \dots, M\}$,

Karar değişkenleri:

x_i : i varlığının yatırım içerisindeki oranı ($0 \leq x_i \leq 1$, $i = 1, \dots, M$),

z_i : i varlığı alınacaksa 1, diğer durumlarda 0 ($z_i \in \{0,1\}$, $i = 1, \dots, M$).

Modelin beş farklı amaç fonksiyonu vardır. Bunlar sırasıyla,

12-aylık performans:

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^M r_i^{12} x_i. \quad (37)$$

$f_1(x)$ amaç fonksiyonu, kısa dönem beklenen getiriye ölçer ve enbüyüklenmesi istenir.

3-yıllık performans:

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^M r_i^{36} x_i. \quad (38)$$

$f_2(x)$ amaç fonksiyonu, uzun dönem beklenen getiriye ölçer ve enbüyüklenmesi istenir.

Yıllık kar payı:

$$f_3(x) = \sum_{i=1}^M d_i x_i. \quad (39)$$

$f_3(x)$ amaç fonksiyonu, portföyün yıllık göreceli kar payını ölçer ve enbüyüklenmesi istenir.

Standard and Poors Yıldız Derecelendirme:

$$f_4(x) = \sum_{i=1}^M sr_i x_i . \quad (40)$$

$f_4(x)$ amaç fonksiyonu, portföydeki yatırım fonlarının performansları toplamını ölçer ve enbüyüklenmesi istenir.

Değişkenlik:

$$F_5(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sigma_{ij} x_i x_j} . \quad (41)$$

Portföyün toplam riskini ölçer ve enküçüklenmesi istenir.

İlk dört amaç fonksiyonun enbüyüklenmesi gerektiğinden problemi enküçükleme problemine çevirmek için işaretleri değiştirilir.

$$F_i(x) = -f_i(x), \quad i = 1, \dots, 4 .$$

Böylece izleyen çok amaçlı matematiksel model elde edilir.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M x_i &= 1, \\ x_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, M, \end{aligned} \quad (42)$$

k.a. *enk* $[F_1(x), \dots, F_5(x)]$

(42) modeline (36) modelinin kısıtları ve parametreleri de ilave edilirse,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M x_i &= 1, \\ \sum_{i=1}^M z_i &= K, \\ l_i z_i &\leq x_i \leq u_i z_i, \quad i = 1, \dots, M, \\ x_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, M, \\ z_i &: 0-1 \text{ tamsayı}, \quad i = 1, \dots, M, \end{aligned} \quad (43)$$

k.a. *enk* $[F_1(x), \dots, F_5(x)]$

modeli elde edilir. Ehrgott et al. (2004) tarafından (43) modelinin amaç fonksiyonlarını toplamsal fayda fonksiyonu ile birleştirerek bütünsel fayda fonksiyonunu oluşturmuş ve meta-sezgisel yöntemlerle yatırımcının bütünsel fayda fonksiyonunu enbüyüklemeye çalışılmıştır.

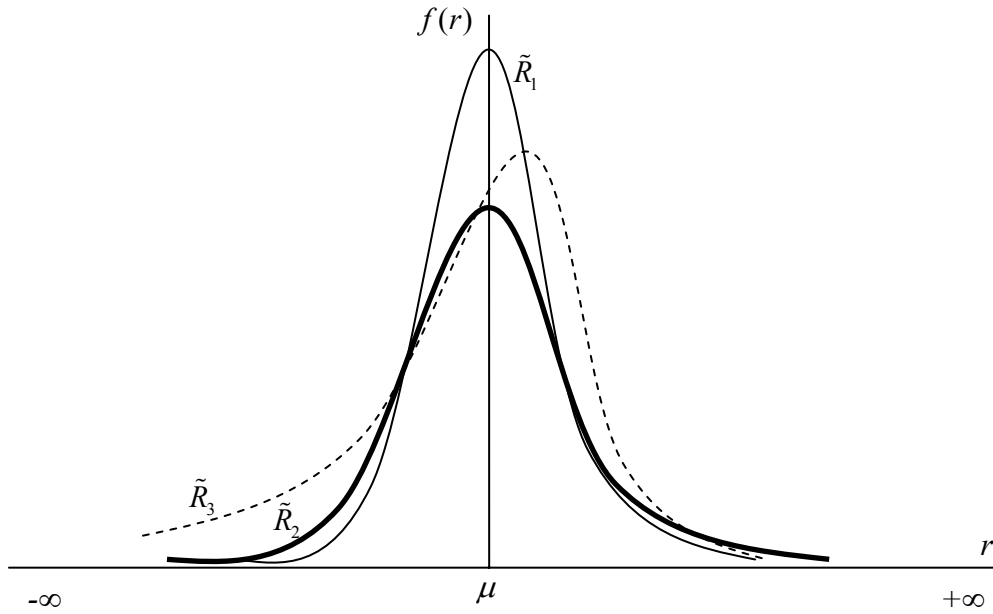
2.4. Ortalama-Varyans-Çarpıklık Modeli

Markowitz'in portföy eniyilemeye temel oluşturan çalışmasından bu yana yapılan birçok çalışmada performans ölçütü olarak, getiri dağılımlarının ilk iki momenti kullanılmıştır (Sharpe, 1964; Lintner, 1965; Chang et al., 2000; Ehrgott et al., 2004; Fernandez ve Gomez, 2007). Yalnızca ilk iki momente dayalı uygulamalar, ancak getiri normal dağılımlarının ortalamaya göre simetrik olduğu durumlarda kullanılabilir.

\tilde{R} rassal değişkeninin gözlem değerleri, R_1, R_2, \dots, R_T olsun. Gözlem değerlerinin aritmetik ortalama μ civarındaki d . momenti M_d ile gösterilir ve izleyen şekilde hesaplanır.

$$M_d(\tilde{R}, \mu) = \frac{\sum_{t=1}^T (R_t - \mu)^d}{T}$$

Gözlem değerlerinin sıfır civarındaki 1. momenti ($M_1(\tilde{R}, 0)$), aritmetik ortalamayı verir. Aritmetik ortalama μ civarındaki 2. moment ($M_2(\tilde{R}, \mu)$), varyansı; 3. moment ($M_3(\tilde{R}, \mu)$), çarpıklığı ve 4. moment ($M_4(\tilde{R}, \mu)$), basıklığı karakterize eder. Literatürde en yaygın kullanılan momentler, ilk dört momenttir.



Şekil 2.4. Normal dağılmış üç farklı rassal değişkene ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonları

Momentler, rassal değişkenlerin özelliklerini karakterize etmede oldukça faydalıdır. Şekil 2.4'te üç farklı rassal değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu verilmiştir. Normal dağılmış rassal değişkenlerin birinci momentlerinin değeri veya ortalamaları eşit olmasına rağmen diğer momentlerinin değerleri farklılık göstermektedir. Örneğin \tilde{R}_1 ve \tilde{R}_2 rassal değişkenlerinin değerleri, ortalamalarına göre simetrik olduklarından üçüncü momentleri, sıfır değerini alırken; \tilde{R}_3 rassal değişkeninin değerleri, sağa çarpık olduğundan 3. momenti pozitif değer alır. Dağılımların, ikinci ve dördüncü momentlerinin değerleri birbirinden farklıdır.

Birçok araştırmacı, getirilerin normal dağılmadığına ve ikiden büyük momentlerin karar vericinin kararlarını etkilemediğine dair bir neden olmadıkça bu momentlerin göz ardı edilemeyeceğini tartışmıştır (Arditti, 1971; Arditti and Levy, 1975; Samuelson, 1970; Rubinstein, 1973; Jean, 1971, 1973; Levy and Sarnat, 1972; Konno and Suzuki, 1995; Chunhachinda, 1997). Samuelson, yüksek dereceli momentlerin portföy seçiminde KV'nin kararlarını etkilediğini göstermiştir (Samuelson, 1970). Joro ve Na, çarpıklığı göz önüne alan modellerin performans ölçümü için Veri Zarflama Analizini

önermiştir (Joro and Na, 2006). Lai (1991), çarpıklığı göz önüne alan portföy seçimi problemine Tayi and Leonard (1988) tarafından geliştirilen Polinomsal Hedef Programlama (PHP) yöntemini uygulamıştır. Chunhachinda et al. (1997), uluslar arası borsalarda çarpıklığı ele aldıkları çalışmada KV tercihlerini modele yansıtmada PHP yöntemini kullanmışlardır.

Lai (1991) tarafından izleyen kabuller altında ortalama-varyans-çarpıklık modeli verilmiştir.

Modelin dayandığı varsayımlar,

1. Yatırımcılar, dönem sonu gelirlerinin beklenen faydasını enbüyüklemeye çalışırken riskten kaçınan kişilerdir.
2. $(M+1)$ adet varlık mevcuttur ve $(M+1)$. varlık risksizdir.
3. Bütün varlıklar, pazarlanabilir, kusursuz bölünebilir ve portföyde sınırlı sorumluluğa sahiptir.
4. Risksiz varlık için borç alma ve borç verme faiz oranı r' 'ye eşittir.
5. Sermaye Piyasası kusursuzdur. Varlıkların ticaretinde herhangi bir ücret, vergi ve işlem maliyeti yoktur.
6. Gelirin tamamı kullanılarak varlıkların tamamının sınırsız alış-satışına izin verilir.
7. $M \times M$ boyutundaki kovaryans matrisi pozitif belirlidir.

Modelin kurulabilmesi için gerekli olan parametrelerin mevcut olduğu da kabul edilir. Bu parametreler, i . riskli varlığın getiri oranının \tilde{R}_i ($i = 1, 2, \dots, M$) ortalama, standart sapma ve yüksek dereceli momentleridir. Bu kabuller altında çok amaçlı ortalama-varyans-çarpıklık portföy seçim problemi aşağıdaki gibi verilmiştir.

Kümeler:

$I, J \in \{1, \dots, M\}$: mevcut varlıkların kümesi,

$T \in \{1, \dots, N\}$: mevcut dönemlerin kümesi.

Parametreler:

R_{it} : t . dönem i . varlığın getiri oranı,

\bar{R}_i : i varlığının ortalama getirisi $\bar{R}_i = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N R_{it}$, $\forall i \in \{1, \dots, M\}$

σ_i^2 : i . varlığın varyansı

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (R_{it} - \bar{R}_i)^2, \forall i \in \{1, \dots, M\},$$

σ_{ij} : i ve j varlıkları arasındaki kovaryans

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (R_{it} - \bar{R}_i)(R_{jt} - \bar{R}_j), \forall i, j \in \{1, \dots, M\},$$

$\sigma = (\sigma_{ij})_{i=1, \dots, M; j=1, \dots, M}$: $M \times M$ boyutlu Kovaryans matrisi,

r_t : t . dönem risksiz varlığın getiri oranı,

$$\bar{r} : \text{risksiz varlığının ortalama getirisi } \bar{r} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N r_t,$$

$$S_i^3 : i. \text{ varlığın çarpıklığı } S_i^3 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (R_{it} - \bar{R}_i)^3,$$

S_{ij} : i . varlığın varyansı ile j . varlığın birlikte çarpıklığı

$$S_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (R_{it} - \bar{R}_i)^2 (R_{jt} - \bar{R}_j), \forall i, j \in \{1, \dots, M\},$$

S_{ji} : j . varlığın varyansı ile i . varlığın birlikte çarpıklığı

$$S_{ji} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (R_{it} - \bar{R}_i)(R_{jt} - \bar{R}_j)^2, \forall i, j \in \{1, \dots, M\},$$

Karar değişkenleri:

x_i : i varlığının yatırım içerisindeki oranı ($0 \leq x_i \leq 1, i = 1, \dots, M$),

olmak üzere çarpıklık ölçütünü içeren çok amaçlı portföy seçimi probleminin doğrusal olmayan matematiksel modeli aşağıdaki gibidir:

$$\sum_{i=1}^M x_i = 1, \tag{44}$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, M,$$

k.a.

$$\text{enb } \sum_{i=1}^M (\bar{R}_i - \bar{r}) x_i, \tag{45}$$

$$\text{enb } \sum_{i=1}^M S_i^3 x_i^3 + 3 \sum_{i=1}^M \left(\sum_{j=1, i \neq j}^M S_{ij} x_i^2 x_j + \sum_{j=1, i \neq j}^M S_{ji} x_i x_j^2 \right), \tag{46}$$

$$\text{enk } \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sigma_{ij} x_i x_j. \tag{47}$$

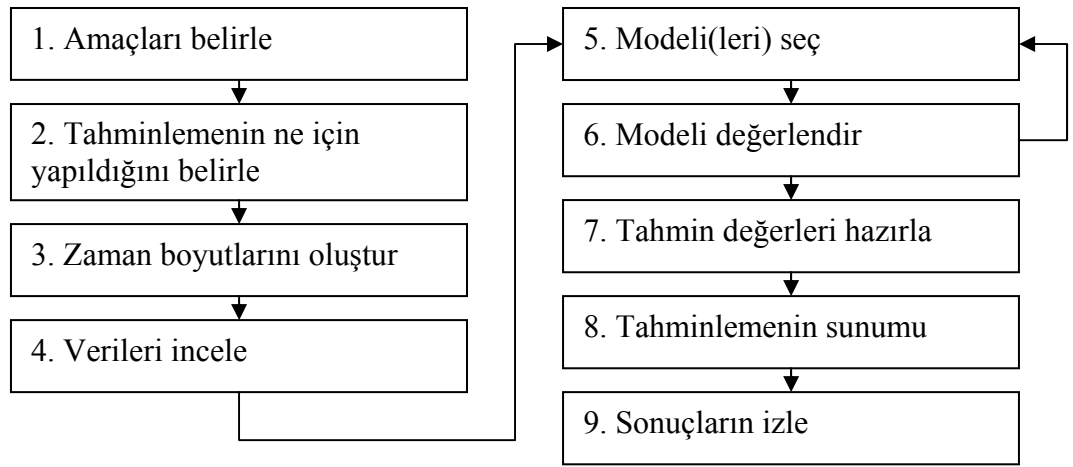
Lai'nin verdiği çok amaçlı modeli (44)-(47) ve model için yaptığı kabuller birçok araştırmaya ilham kaynağı olmuştur.

Ortalama-varyans-çarpıklık modelinde, modelin kurulabilmesi için gerekli olan parametrelerin mevcut olduğu da kabul edilir. Modelin parametreleri geleceğe dair olduğundan i . riskli varlığın getiri oranının \tilde{R}_i ($i = 1, 2, \dots, M$), ortalaması, standart sapması ve yüksek dereceli momentleri gerçek hayatta mevcut değildir. Bu parametrelerin hangi veriler üzerine kurulacağı sorusu literatürde yoğun şekilde tartişılmaktadır (Moreno et al., 2005). Bu tartişmalar Markowitz'in modelinden günümüze değin süregelmiştir. Parametrelerin hesaplanmasında kullanılan yaygın yol geçmiş dönem verilerinin kullanılmasıdır. Geçmiş dönem verileri rassal değişkenlerin özellikleriyle ilgili birçok bilgiyi içermesine rağmen bu verilerin kullanılması geçmişe dönük bir eniyilemedir. Ancak yatırımlar geleceğe yapılmaktadır. Yatırımcılar, rassal değişkenlerin geçmiş dönemlerde gözlenen değerlerinden hareketle yatırım yapılacak dönem için güvenilir tahminlere ihtiyaç duyarlar. Bu ihtiyacı karşılamak için Literatürde birçok çalışma yapılmıştır. Tahminleme ile elde edilen değerlerden çarpıklığın türetildiği çok ölçütlü tahmin portföyü oluşturma problemine Leung et al. (2001) tarafından, Polinomsal Hedef Programlama uygulanmıştır. Tahminleme ile elde edilen değerlerle oluşturulan çok ölçütlü portföy seçim probleminin ağırlıklandırılmış toplam ile skalerleştirilmış problemin çözümlü için Yapay Sinir Ağı uygulaması Yu et al. (2006) tarafından verilmiştir.

Ancak çok amaçlı modeli tamamen tahmin verileri üzerine kurmak, yatırımcıya tahminlemeden dolayı aldığı riskten habersiz olarak karar vermeye yönlendirme anlamına gelir. Bu da parametrelere fazlasıyla duyarlı olan eniyileme probleminde karar verme sürecinin sonucunu doğrudan etkileyecektir. Tahminlemenin Portföy eniyilemede karar verme sürecine etkisini incelemek amacıyla öncelikle varlıkların getirileriyle ilgili tahminleme yapılması gerekmektedir.

2.5. Tahminleme Süreci, Veri İncelemesi ve Model Seçimi

Tahminleme süreci bazı değişkenlerin gelecekteki değerlerine bağlı olarak karar verme ihtiyacının fark edilmesiyle başlar. Tahminleme sürecinin aşamaları, farklı kaynaklarda farklı şekillerde verilse de genel olarak Şekil 2.5'deki yapıdadır.



Şekil 2.5. Tahminleme sürecinin adımları

Tahminleme süreci, tahmin değerlerinin karar vermede nasıl kullanılacağına yol gösteren amaçların açıkça ortaya konulmasıyla başlar ve elde edilen tahminleme sonuçlarının izlenmesiyle sona erer. Eğer tahminleme süreci, dinamik bir ortamda karar vermeye ilgilirse tekrarlanarak devam eder. Tahminleme sürecinde sonucu doğrudan etkileyen en önemli adımlardan birisi, model seçimi adıımıdır. Model seçimi,

1. Verilerin gösterdiği desen,
2. Geçmiş dönemlere ait mevcut verilerin miktarı,
3. Tahminleme döneminin uzunluğu,
4. Tahminlemeyi kullanan ve/veya hazırlayanların niceliksel altyapısı,

ölçütlerine bağlıdır. Bu ölçütlerle niceliksel tahminleme yöntemleri arasındaki ilişki Çizelge 2.1’de özetlenmiştir (Wilson and Keating, 1994, s.46). Örneğin elinde 12 aylık geçmiş dönem getirisi olan ve gelecek bir ayın getirisini tahmin etmeye çalışan yatırımcının istatistik bilgisinden mahrum olduğunu varsayalım. Veri deseni, durağan yapıda olsun. Bu durumda Çizelge 2.1’den yatırımcı için en uygun yöntemlerin Hareketli Ortalama ve Basit Üstel Düzeltme yöntemleri olduğu görülür.

Tahminlemede, uygun tahmin yönteminin seçimi kadar önemli bir aşama da modelin değerlendirilmesi aşamasıdır. Bu genellikle modelin geçmişe dönük performansına bakılarak yapılır. Değerlendirmede modelden elde edilen tahmin değerlerinin, geçmiş dönem verilerine uygunluğuna bakılır. Tahminleme yöntemlerinin çoğunluğu geçmiş dönem verilerine, bir yaklaşım geliştirme sürecinde tahmin değerleriyle gerçek değerler arasındaki farkların kareleri toplamını enküçüklemeyi amaçlar. Aynı veriler üzerinde farklı yöntemlerin karşılaştırılmasında Hata Kareleri Ortalamasının Karekökü (RMSE) gibi ölçütler kullanılır. Yöntemin veri grubuna “uygunluğunun” yanı sıra sonuçların “doğruluğu” da kontrol edilir. Uygunluk, modelin geçmişe dönük performansını göz önüne alırken, doğruluk daha çok geleceğe dönük performansla ilgilidir. Eğer yeterli veri mevcutsa, tahminleme doğruluğu “göz ardı” edilen bir dönem kullanılarak yapılabilir.

Herhangi bir olayın gözlenen değerlerinin zamana göre sıralanmasıyla elde edilen dizi zaman serisi olarak adlandırılır. Yatırım araçlarını getirileri, fiyatların zaman göre değişimine bağlı olduğundan zaman serisi olarak ele alınır. Çizelge 2.1’de verilen tahminleme yöntemleri arasında ekonomik ve finansal zaman serilerinin tahminlemesinde en yaygın kullanılanı Box ve Jenkins tarafından geliştirilen ARIMA modelleridir (Leung et al., 2001; Yu et al., 2006).

Makridakis and Winkler (1983), 1001 zaman serisinin 111 serili alt kümelerini ve 14 tahminleme tekniğini kullanarak farklı tahminleme tekniklerinden elde edilen tahminlerin birleşimini incelemişlerdir. Çalışmalarında tahminlerin bileşiminde kullanılan tekniklerin sayısındaki artışın, bütünsel ortalama mutlak yüzde hatayı (MAPE) üstel olarak azalttığını belirlemişlerdir.

Çizelge 2.1. Uygun tahmin yönteminin seçimi için bir kılavuz

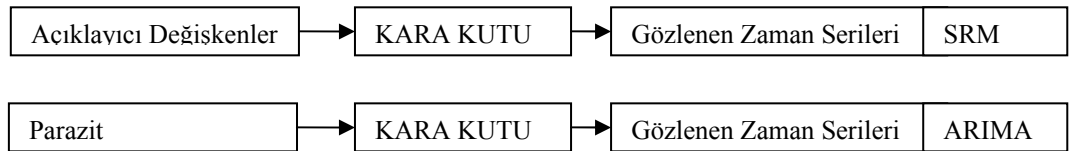
Tahminleme Yöntemi	1.Veri Deseni	2.Geçmiş Dönem Veri Sayısı	3.Tahmin Boyutu	4.Niceliksel Altyapı
Saf (Naive)	Durağan	1 veya 2	Çok kısa	Gerekmez
Hareketli Ortalamalar(HO)	Durağan	HO'daki dönemlere eşit	Çok kısa	Çok az
Üstel Düzeltme Basit Uyarlanmış Tepki (Adaptive response) Holt's Winters'	Durağan	5-10	Kısa	Az
	Durağan	10-15	Kısa	Orta
	Doğrusal eğilim	10-15	Kısa-Orta	Az
	Eğilim ve mevsimsellik	Her Mevsim ≥ 4	Kısa-Orta	Orta
Regresyon Temelli Eğilim Sebepsel Zaman serileri ayrışımı	Doğrusal (olmayan) eğilim Mevsimsellik (siz)	≥ 10 Sezon başına 4-5	Kısa-Orta	Az
	Bütün veri desenleri	Her bağımsız değişken için ≥ 10	Kısa, Orta ve Uzun	Orta
	Eğilim, mevsimsellik ve dönemsellik ele alınabilir	İki tepe noktası arasında geçen çevrim	Kısa, Orta ve Uzun	Az
ARIMA	Durağan veya durağana çevrilmiş	≥ 50	Kısa, Orta ve Uzun	Yüksek

Ayrıca deneysel çalışmalarda tahminlerin birleşiminde kullanılan tekniklerin sayısının 2'den 4'e çıkmasıyla MAPE'de önemli ölçüde iyileşme sağlandığı sonucuna ulaşıldı. Newbold and Granger (1974), Pindyck and Rubinfeld (1976) ve Mahmoud (1984) tarafından yapılan çalışmalarda Box-Jenkins (ARIMA), Regresyon Analizi ve Üstel Düzeltme Tekniklerinin birleşiminin genellikle bireysel tekniklerden daha iyi tahminler türettiği belirlenmiştir.

Bu sonuçların ışığında tez kapsamında yatırım araçlarının getirilerinin tahmininde Box-Jenkins (ARIMA), Basit Üstel Düzeltme (BÜD) ve Zaman Serileri Ayrışımı (ZSA) tahminleme teknikleri ve bileşimleri kullanıldı.

2.5.1. Box-Jenkins (ARIMA) tipi tahminleme modelleri

Box-Jenkins Metodolojisi, zaman serisinin sadece geçmiş desenini ele alarak bir değişkenin gelecekteki değerlerini tahmin etmenin teknik olarak karışık bir yoludur. Birçok gerçek hayat probleminde, tahmin edilecek değişkene etki eden belirleyiciler kesin olarak bilinemez veya sebepsel değişkenlerin geçmiş dönem verileri mevcut olmayabilir. Bu gibi durumlarda Box-Jenkins (ARIMA) tekniği, Standart Regresyon Modelleri (SRM) üzerinde kesin bir üstünlük sağlar (Wilson and Keating, 1994). Box-Jenkins ile tahminleme süreci, kısa dönemli tahminlemeden daha çok uzun dönemli tahminlemede iyi çalışır. Çok az sayıda parametreye bağlıdır ve zaman serilerinden fazla miktarda bilgi üretir. Yöntem, model seçiminde daha fazla esneklik sağlar. Standart Regresyon analizlerinde gözlenen zaman serisini açıklamada, nedensel değişkenlerin bulunmasına çalışılır. Nedensel değişkenler kullanılarak doğrusal veya doğrusal olmayan regresyon modelleri ile zaman serisinin değişim sürecine bir “kara kutu” olarak yaklaşılr. Diğer yandan, ARIMA’da herhangi bir açıklayıcı değişken kullanılmaz. Bunun yerine gözlenen zaman serisinin kendisi kullanılır ve “parazit (white-noise)”den oluşan bir serinin üretilebilir olduğu “doğru” kara kutu oluşturulmaya çalışılır. SRM ve ARIMA tahminleme yaklaşımları Şekil 2.6’da verilmiştir. ARIMA yönteminde parazit kavramı, sayıların saf rassal serileri için kullanılır. Parazitler temel olarak iki karakteristiğe sahiptir: (i) ardışık gözlem değerleri arasında herhangi bir ilişki yoktur, (ii) önceki değerler gelecekteki değerlerin tahminlemesine yardım etmezler.



Şekil 2.6. Standart Regresyon Modeli (SRM) ve ARIMA tahminleme yaklaşımları

Standart Regresyon Modeli ile ARIMA'nın adımlarının karşılaştırması Çizelge 2.2'de verilmiştir.

Çizelge 2.2. SRM ve ARIMA yöntemlerinin adımlarının karşılaştırılması

SRM	ARIMA
1. Nedensel değişkenleri belirle	1. Gözlenen zaman serileri ile başla
2. Doğrusal (veya olmayan) regresyon modeli kullan	2. Gözlenen zaman serisini kara kutudan geçir
3. Sabit terimi ve değişken katsayılarını bul	3. Kara kutudan elde edilen sonuçları incele
4. Modele ait özet istatistikleri incele ve diğer model tiplerini dene	4. Eğer kara kutu doğru belirlenmişse sadece parazitler kalmalıdır
5. En çok istenilen modelin özelliklerini belirle	5. Eğer artakalan (hata terimleri) parazitler değilse bir başka kara kutu dene.

ARIMA yöntemiyle uygun modelin ve parametrelerin belirlenmesi için temel olarak incelenmesi gereken üç tip model vardır. Bu modeller, (1) Hareketli Ortalama (MA) modelleri, (2) Otoregresif (AR) modelleri ve (3) Karma Otoregresif-Hareketli ortalama (ARMA) modelleridir.

1. Hareketli Ortalama (MA) modelleri

MA modelleri, zaman serisi y_t 'nin geçmiş dönem tahmin hatalarının bir fonksiyonu olarak belirlenmesinde kullanılabilecek en basit yöntemlerden birisidir. ε_t , tahminleme hatalarının veya artıkların (parazit) zaman serisi olarak tanımlanırsa MA modeli izleyen şekilde tanımlanabilir.

ε_t : t anındaki tahminleme hatası veya artık değer,

y_t : ilgilenilen zaman serisinin t anındaki değeri,

a_i : t . artık değer katsayısı veya ağırlığı,

ve $q+1$ denklemde yer alacak artık terim sayısı olmak üzere MA(q) modeli,

$$y_t = \varepsilon_t + a_1\varepsilon_{t-1} + a_2\varepsilon_{t-2} + \dots + a_q\varepsilon_{t-q} \quad (48)$$

şeklinde verilir.

t . dönemde tahmin değeri $\hat{y}_t = a_1\varepsilon_{t-1} + a_2\varepsilon_{t-2} + \dots + a_q\varepsilon_{t-q}$ eşitliğinden elde edilir. Ancak öncelikle denklemdeki a_1, a_2, \dots, a_q katsayılarının belirlenmesi gerekir. Katsayılar, geçmiş dönemler için hata karelerinin toplamının enküçüklenmesiyle bulunur. Geçmiş dönem veri sayısı N olmak üzere $\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t$ olduğundan karar değişkeni olan katsayıların bulunması için izleyen problemin çözülmesi gerekir.

$$\text{enk} \sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2 .$$

Tahmin denkleminin bağlı olarak bir eniyileme gerektiğinden katsayıların bulunmasında GAMS gibi eniyileme paket programlarından veya istatistiksel analize yönelik geliştirilen MINITAB gibi paket programlardan yararlanılır (Hanke and Reitsch, 1998).

2. Otoregresif (AR) Modeller

AR modellerinin denklemi, bağımlı değişken y_t 'nin, önceki değerlerine bağlı olmasının dışında MA(q) modelininkiyle aynıdır.

b_i : zaman serisindeki t . terimin katsayısı veya ağırlığı,
ve $p+2$ denklemde yer alacak terim sayısı olmak üzere AR(p) modeli,

$$y_t = \varepsilon_t + b_0 + b_1y_{t-1} + b_2y_{t-2} + \dots + b_p y_{t-p} \quad (49)$$

şeklinde verilir.

3. Karma (ARMA) Modeller

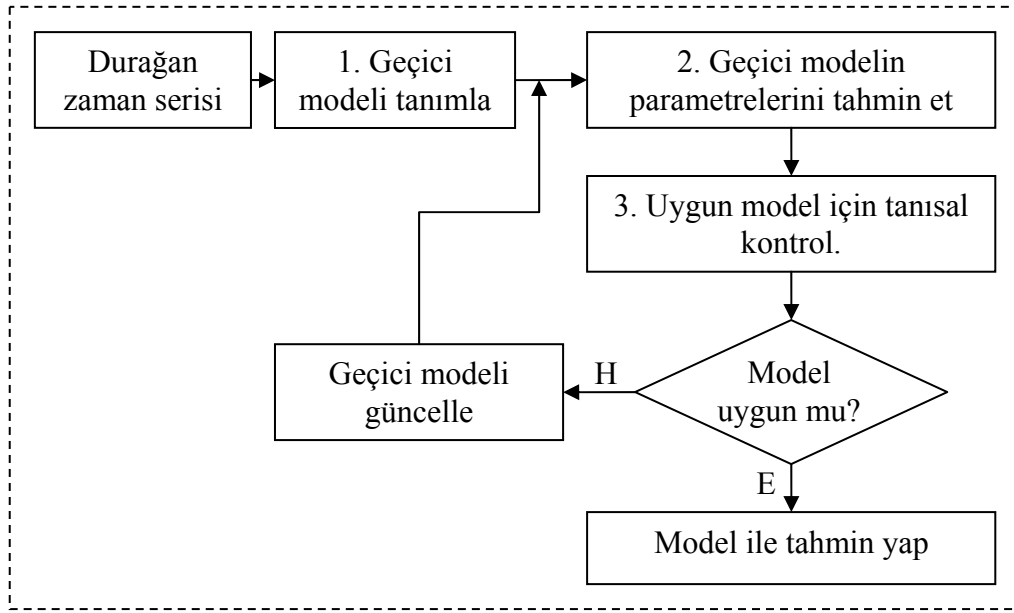
Zaman serilerinin analizinde kullanılabilecek üçüncü sınıf modeller, AR ve MA modellerinin bileşimi olan ve ARMA olarak isimlendirilen otoregresif-hareketli ortalama modelleridir. AR(p) ve MA(q) modellerinin bileşiminden oluşan ARMA(p,q) modeli,

$$y_t = \varepsilon_t + a_1\varepsilon_{t-1} + a_2\varepsilon_{t-2} + \dots + a_q\varepsilon_{t-q} + b_0 + b_1y_{t-1} + b_2y_{t-2} + \dots + b_p y_{t-p} \quad (50)$$

şeklinde verilir.

ARIMA yöntemi, durağan veya durağana çevrilmiş zaman serilerinin analizinde kullanılır. Durağan zaman serileri, serideki değerlerin zamana bağlı olarak artış veya azalış eğilimi göstermeyen serilerdir. ARIMA yöntemi, daha çok ortalama değeri zamanla değişmeyen serilerde başarılı olur. Eğer zaman serisi durağan değilse ardışık

gözlem değerleri arasındaki otokorelasyonlar sıfırdan farklı olacaktır. Otokorelasyonlar, durağan olmayan serilerin deseni üzerinde baskın olduklarından öncelikle serinin durağan hale getirilmesi gerekir. Bunu sağlamak için zaman serisinde yer alan verilerin farkları alınarak yeni bir seri oluşturulur. Zaman serisini durağan hale getirmek için “fark alma” işlemi d defa kullanıldığında oluşan model $ARIMA(p,d,q)$ ile gösterilir. Bu gösterimde “I” fark terimini veya birleştirme terimini, d ise fark derecesini gösterir. $ARIMA(p,d,q)$ modeli, Otopregresif-Hareketli Ortalama Bütünleşik Modeli olarak isimlendirilmektedir. Box-Jenkins’in tek değişkenli bir zaman serisinin tahminlemesi için uygun modelin seçimini amaçlayan sürecinin akışı, Şekil 2.7’de verilmiştir.



Şekil 2.7. Box-Jenkins tanımlama süreci

Süreç, durağan veya durağana dönüştürülmüş zaman serisi ile başlar.

1. *Tanımlama Aşaması:* Geçici modelin belirlenmesinde, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları ve zaman serisi işaretlemeleri gibi standart belirleyiciler kullanılır. Bu fonksiyonların çizilmesinde ve modelin belirlenmesinde SARIMA veya MINITAB gibi istatistiksel analiz için geliştirilmiş paket programlardan yararlanılabilir.

Zaman serilerini değerlendirmede ardışık değerler arasındaki korelasyona bakmak yararlı olur. N adet gözlem değerine sahip zaman serisinin ardışık verileri arasındaki korelasyona “otokorelasyon” denir ve izleyen şekilde hesaplanır.

r_k : zaman serisinin k dönem önceki değerleri arasındaki otokorelasyon,

y_t : ilgilenilen zaman serisinin t anındaki değeri,

y_{t-k} : zaman serisinin t anından k dönem önceki değeri,

\bar{y} : zaman serisinin ortalama değeri,

olmak üzere,

$$r_k = \frac{\sum_{t=k}^N (y_{t-k} - \bar{y})(y_t - \bar{y})}{\sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2}. \quad (51)$$

Eğer zaman serisi durağan ise r_k değeri, k 'daki artışa bağlı olarak hızla sıfıra yaklaşır. Eğer seride eğilim mevcutsa sıfıra daha yavaş yaklaşacaktır. Zaman serisinde mevsimsellik mevcutsa r_k değeri sıfırdan anlamlı bir şekilde farklı olacaktır. Bu göstergelerin yanı sıra modelleri tanımlamada standart otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu şekilleri de tahminciye oldukça yararlı olmaktadır. Eğer otokorelasyon fonksiyonu q defa uç değerler aldıktan sonra bazı noktalarda sıfıra hızlı bir şekilde iniyorsa o zaman uygun model $MA(q)$ 'dur. Eğer aynı durum kısmi otokorelasyon fonksiyonu için oluyorsa uygun model $AR(p)$ 'dir. Her iki fonksiyonda hızlı bir şekilde azalmıyor ancak farklı şekillerde sıfıra yaklaşıyorsa uygun model $ARMA(p,q)$ 'dur (Wilson and Keating, 1994).

2. *Parametre Tahminleme Aşaması*: Bu aşamada geçici modellerin parametreleri bulunmaya çalışılır. Bu görev genellikle standart paket programlar tarafından yapılır. Geçici modeller, tahmin hatalarıyla ilgili standart ölçütler ve katsayıların anlamlılığı kullanılarak karşılaştırılır.

3. *Tanısal Kontrol Aşaması*: Eğer farklı modellerin artık değerleri, rassal seri ise otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının yanı sıra, seri korelasyon için Ljung-Box Q -istatistiği (Box-Pierce Ki-Kare istatistiği) ve normallik testi kullanılır. Eğer Ljung-Box Q değeri, $Q < \chi_{\alpha, k-p-q}$ ise modelin uygun olduğu sonucuna ulaşılır. Eğer artıklar arasında otokorelasyon yok ve modelde uygunsuzsa, artıklar normal dağılımalıdır.

2.5.2. Zaman serilerinin ayrışımı (ZSA) yöntemi

ZSA (Time-Series Decomposition) yöntemi, zaman serilerinden rassal, periyodik, mevsimsel etkilerin ve eğilim etkilerinin ayrıştırılmasıyla tahmin yapmaya dayalı bir yöntemdir. Bu yöntem eski bir yöntem olmasına karşın günümüzde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bunun en önemli sebepleri olarak ZSA Yöntemi'nin çoğu durumda kusursuz sonuç vermesi, anlaşılması ve açıklanmasının nispeten kolay bir yöntem olması gösterilebilir (Wilson and Keating, 1994; Hanke and Reitsch, 1998). ZSA modelinin cebirsel modeli ve bileşenleri izleyen şekilde gösterilebilir.

y : zaman serisi,

T : uzun dönemli eğilim,

S : mevsimsel etki,

C : periyodik faktörler,

I : serideki düzensiz veya rassal değişimler olmak üzere model,

$$y = T*S*C*I,$$

şeklinde verilebilir.

Zaman serisinin ayrıştırılmasında genellikle ilk olarak verilerin mevsimsellikten arındırılması ve mevsimsel indeksin bulunması işlemi gerçekleştirilir. Uzun dönemli eğilim etkilerinin ve periyodik faktörlerin kolayca belirlenebilmesi için, verilerin kısa dönemli dalgalanmalardan arındırılması gerekir. Kısa dönemli dalgalanmalar, mevsimsel etkileri ve düzensiz değişimleri içerir. Bu etki, hareketli ortalamaların bulunmasıyla giderilmiş olur. Hareketli ortalamaadaki dönem sayısı mevsimselliğin gözlemlendiği dönem sayısı kadar olmalıdır. Aylık 12 döneme ilişkin hareketli ortalamalar (MA) izleyen şekilde hesaplanır:

$$MA_t = (y_{t-6} + y_{t-5} + \dots + y_{t+1} + \dots + y_{t-6}) / 12.$$

İki hareketli ortalamanın hareketli ortalamasına merkezlenmiş hareketli ortalama (CMA) denir. CMA, rassal ve düzensiz dalgalanmaların giderilmesine yardımcı olur. CMA değerleri elde edildikten sonra mevsimsel faktörler hesaplanır. SF_t , t .döneme ait mevsimsel faktör olmak üzere;

$$SF_t = y_t / CMA_t,$$

formülü ile hesaplanır. $SF_t > 1$ olması, y değerinin yıllık ortalamadan fazla olacağını; $SF_t < 1$ olması ise y değerinin yıllık ortalamadan az olacağını gösterir.

Uzun dönemli eğilimin bulunabilmesi için $CMAT = a + b(t)$ şeklinde doğrusal bir eşitlik göz önüne alınır.

Periyodik bileşenin ölçülmesinde ise

$$CF = CMA/CMAT,$$

formülü kullanılır. Periyodik faktör (CF) değerinin 1'den büyük olması mevsimsellikten arındırılmış verilerin uzun dönemli eğilim değerinin üzerinde olduğunu, 1'den küçük olması ise tersi bir durum olduğunu gösterir.

$CMAT$: Merkezleştirilmiş hareketli ortalama eğilimi,

SI : Mevsimsel indeks,

CF : Periyodik faktör,

I : Düzensiz bileşen (Sıra dışı durumlar sözkonusu olmadığında 1 kabul edilir.)

y 'nin tahmin değeri (FY) izleyen şekilde hesaplanır:

$$FY = (CMAT) * (SI) * (CF) * (I). \quad (52)$$

2.5.3. Basit üstel düzeltme (BÜD) yöntemi

Üstel Düzeltme, son gözlem değerleri ışığında tahmin değerinin sürekli gözden geçirilmesine dayalı bir yöntemdir. Yöntem, artan (üstel) bir şekilde bir serinin ortalama (Düzeltilme) geçmiş değerleri temellidir. BÜD denklemi,

\hat{y}_{t+1} : gelecek dönem için düzeltilmiş veya tahmini değer,

α : düzeltme sabiti ($0 < \alpha < 1$),

y_t : t döneminde gözlenen veya gerçekleşen değer,

\hat{y}_t : t . dönem için düzeltilmiş veya tahmini değer,

$\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t$, t . dönemdeki hata terimi veya artık değer olmak üzere

$$\hat{y}_{t+1} = \alpha y_t + (1 - \alpha) \hat{y}_t$$

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{y}_t + \alpha(y_t - \hat{y}_t) = \hat{y}_t + \alpha \varepsilon_t \quad (53)$$

Geçmiş dönem verileri, düzeltme sabiti α 'ya ve tahmin dönemine uzaklıklarına bağlı olarak tahmin değeri üzerindeki etkilerini üstel olarak yitirdikleri için yöntem,

“üstel düzeltme” yöntemi olarak isimlendirilmiştir. Periyodik ve düzensiz dalgalanmalar çok büyük olduğunda genel eğilim ve konjonktür dalgalanmalarının varlığının belirlenmesi çok güçtür. Bu gibi durumlarda düzgünleştirme teknikleri kullanılarak büyük sapmalar giderilebilir. Genel eğilim ve mevsimsel etkilerin olduğu durumlarda bu yöntem tavsiye edilmez (Wilson and Keating, 1994; Hanke and Reitsch, 1998).

2.5.4. Tahmin değerlerini birleştirerek Tahmin Portföyü (TP) oluşturma

Literatürde tahminleme ile çok amaçlı portföy eniyilemeyi birleştiren çok az sayıda çalışma mevcuttur. Çalışmaların büyük çoğunluğu tahminleme hatasını enküçüklemeye yönelik tek amaçlı modellerle ilgilidir. Tahminleme hatasını enküçüklemek için tahmin yöntemlerinin birlikte kullanılması yaygın uygulamadır. Farklı tahmin yöntemlerinden elde edilen tahminlerin birleşimi fikri ilk olarak Bates and Granger (1969) tarafından ortaya atılmıştır. Bates and Granger, tahminleme hatasının varyansını enküçüklemek için seçilmiş ağırlıklarla iki farklı tahminleme yönteminin doğrusal bileşimini kullanmışlardır. Bu çalışma, daha sonra ikiden daha fazla tahmin yönteminin birlikte kullanılması gerektiği üzerine görüş birliğinin olduğu Newbold and Granger (1974) ‘in çalışmalarıyla genişletilmiştir. Granger and Ramanathan (1984), kullanılan tekniklerin ağırlıklarını belirlemede regresyon uygulaması geliştirmişlerdir. Tahminleme yöntemlerini birleştirmenin, yalnız bir yöntem kullanmaya üstünlüğü deneysel olarak Makridakis and Winkler (1983) ve Russel and Adam (1987) tarafından gösterilmiştir.

Bu çalışmada farklı tahminleme yöntemlerinin bileşiminin kullanılmasına imkân sağlamak amacıyla Ortalama Mutlak Hata’yı (MAD) enküçükleyen aşağıdaki eniyileme modeli önerildi.

Kümeler:

$i \in \{i = 1, 2, \dots, N\}$: tahmin yöntemleri,

$t \in \{t = 1, 2, \dots, T\}$: tahmin dönemleri,

Parametreler:

ε_{it} : i . yöntemin t . dönemki tahmin hatası,

Karar değişkenleri:

w_i : tahminlerin bileşiminde i . yöntemin ağırlığı olmak üzere

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N w_i &= 1, \\ w_i &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \\ \text{k.a. } \text{enk } MAD(w) &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N |\varepsilon_{it}| w_i, \end{aligned} \quad (54)$$

MAD, tahminleme yöntemlerinin performanslarının değerlendirilmesinde yaygın olarak kullanılan ölçütlerden birisidir. MAD, özellikle analistin tahmin hatasını ele alınan zaman serisiyle aynı birimde ölçmek istediğinde kullanılan bir ölçüttür. Kullanım amacına göre tahminlemeyi değerlendirmede kullanılan birçok ölçüt mevcuttur. Bunlardan bazıları, Hata Kareleri Ortalaması (MSE), Yüzdellik Hata Ortalaması (MPE) ve Mutlak Yüzdellik Hata Ortalaması (MAPE)'dir.

Literatürde tahminleri birleştirmede kullanılan farklı yöntemler de vardır. Tahminleri eşit ağırlık ile birleştirmek (CSAVA), her bir tahmin yöntemine ait MAD değerlerinin tersiyle orantılı olarak ağırlıklandırmak (CMAD), her bir tahmin yöntemine ait MSE değerlerinin tersiyle orantılı olarak ağırlıklandırmak (CMSE), mutlak hata performansı temelli ağırlıklandırma (CCIV) bunlardan bazılarıdır. Leung et al. (2001), CSAVA, CMAD, CMSE ve CCIV birleştirme yöntemlerinin, tek bir yöntemle modelleme yapmak kadar zayıf sonuçlar verdiğini göstermiştir.

2.6. Tahminleme ile Bütünleşik Çok Amaçlı Portföy Eniyileme Uygulaması

Tahmin yöntemlerinin birleştirilmesiyle ilgili birçok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmalardan elde edilen görüş birliği daha çok tek ölçüt üzerine olmuştur (örneğin, enküçük ortalama hata veya hata varyansı). Reeves and Lawrance (1982), tahminlemede birden fazla ölçütü göz önüne alan birkaç araştırmadan birisini gerçekleştirmişlerdir. Toplam tahminleme hatasını, geçmiş dönemler üzerinden pozitif tahminleme hatasını, geçmiş dönemler üzerinden tahminleme hatasını ve enbüyük tahminleme hatasını eşzamanlı olarak enküçükleyen hedef programlama modeli önermiş ve test etmişlerdir. Ancak önerdikleri model, hatalar dışında yatırım araçlarıyla ilgili diğer nitelikleri ve yatırımcının tercihlerini göz önüne almadığı için uygulamacılar tarafından pratikte

kullanışlı bulunmamıştır. Ayrıca yatırımda yeralan varlıkların getirileriyle ilgili dağılımların özellikleri genellikle göz ardı edilmiştir. Leung et al. (2001), birçok finansal servis kuruluşlarının temel operasyonlarında sıklıkla karşılaştıkları bir problem olan yatırım ödünleşim problemine dikkat çekmişlerdir. Varlıkların getiri tahmininde farklı teknikleri birleştirerek tahminleme riskini enküçüklemeye çalışmışlardır. Bu amaçla dört farklı tahminleme yöntemini portföyde yer alacak varlıklar olarak ele almışlar ve yöntemlerden elde ettikleri tahminleme değerleri için ortalama-varyans-çarpıklık modelini geliştirmişlerdir.

Finansal yöneticiler veya yatırımcılar, bütün risk faktörlerini daima hesaba katmak zorunda olduklarından tahminlemede kullanılan toplam hatanın enküçüklenmesi (veya hata varyansı) veya getirinin enbüyüklenmesi gibi tek amaçlı modeller yeterli olmayacaktır. Yatırımcı aldığı riski açıkça bilmesi halinde daha düşük risk düzeyinde daha az getiriye razı olabilmektedir (Leung et al., 2001).

Gerek Leung et al. (2001) tarafından yapılan çalışma gerekse Yu et al. (2006), farklı tahminleme yöntemlerini kullanmış olsalarda tahminleme riskinin kendisini yatırımcıya yansıtmamışlardır.

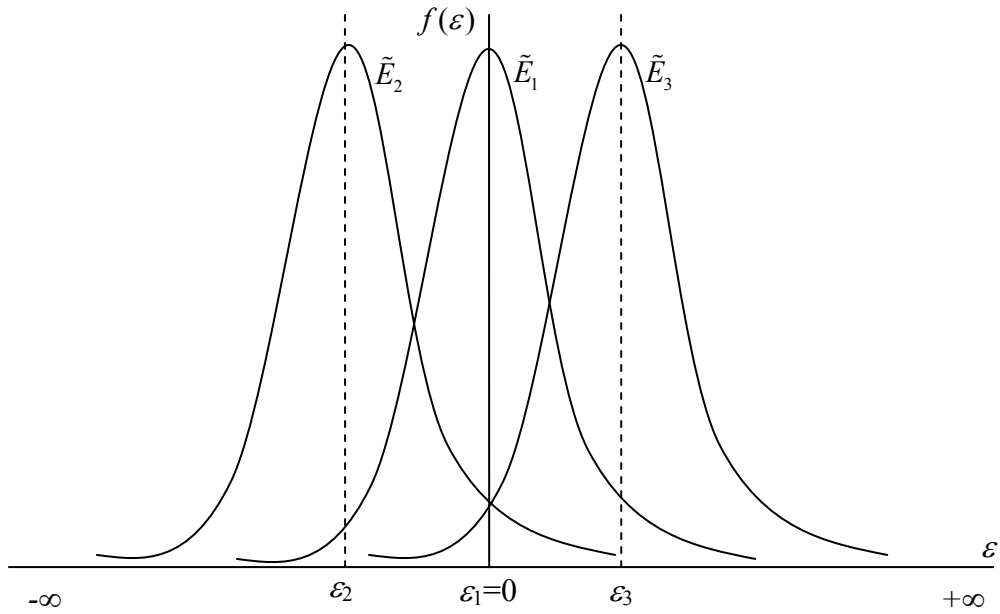
Varlıkların gelecekteki getirileri, hangi yöntemle bulunmaya çalışılırsa çalışılsın, tahminleme probleminin çok boyutlu doğası gereği gerçek değerler ile tahmini değerler arasında artık terimler (ε_t) oluşacaktır. Bu artık terimlerin dağılımsal bazı özellikleri, bu değerlerin kullanılmasıyla alınabilecek riskleri ve kaybedilecek dağılımsal özellikleri ortaya koyması açısından oldukça önemlidir. Tahminlemede kullanılan modelin uygunluğuna genellikle artık terimlerin dağılımına bakılarak karar verilir. Tahminleme için kullanılan model yansız (unbiased) bir tahminleme yapıyorsa artık terimlerin normal dağılıma uyması ve enküçük varyansa sahip olması gerekir.

Bu kapsamda artık terimlerin dağılımlarının izleyen özellikleri, yatırımcının tahminleme risklerini ve zaman serisinin tahminleme ile kaybedilen dağılım özelliklerini göstermesi açısından oldukça önemlidir.

1. Hata ortalaması:

Tahminlemede kullanılan modelin ürettiği artık terimlerin sıfır civarındaki birinci momenti veya ortalaması, yansız (unbiased) bir tahminlemede sıfır veya sıfıra yakın bir

değer alır. Farklı modellerden elde edilen tahmin değerlerini karar verme probleminde girdi olarak kullanacak yatırımcı, ortalamaları dışında artıklarının diğer bütün dağılım özellikleri aynı olan varlıklardan ortalaması en büyük olanı tercih edecektir. Bunun sebebi geçmiş dönem getirilerin yanlış tahminler sebebiyle farklı hata ortalamalarına sahip olmasından kaynaklanır. $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$ olduğundan \hat{y}_i tahmin değerleri eşit olarak bulunan varlıklardan hata ortalaması büyük olanı gerçekte daha fazla getiri sağlamaktadır.



Şekil 2.8. Normal dağılımı üç farklı artık değişkene ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonları ve hata ortalamaları

Şekil 2.8’de üç varlık için elde edilmiş tahmin denklemlerinin ürettiği artıkların dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyonları verilmiştir. Varsayalım karar modeli artıkların dağılımını ve dolayısıyla ortalamaları göz ardı edilerek ortalama-varyans-çarpıklık modeli tamamiyle tahmin verileri üzerine kurulmuş olsun. Her üç varlığın tahmin edilen getirisi eşit olarak gerçekleşmiş olsun. Tahminleme hatasının göz ardı edilmesinden dolayı yatırımcı, üç varlığı eşit derecede tercih edecektir. Ancak y_i , i .

varlığın gerçekleşen ve \hat{y}_i tahmin edilen getirisi olmak üzere $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$, $i = 1, 2, 3$ ve $\varepsilon_1=0$, $\varepsilon_2<0$, $\varepsilon_3>0$ olduğundan tahmin hatası ortalaması da göz önüne alındığında yatırımcı 3. varlığı tercih edecektir. Dolayısıyla tahmin yönteminin geçmiş dönemlere ait artık değer ortalamaları yatırımcı için göz önüne alınması gereken bir ölçüttür. Yatırımcı, hata ortalamalarını göz önüne alarak aynı getiriye sahip olması tahmin edilen portföylerden geçmiş dönem ortalama artışı enbüyük olanını tercih edecektir. Yatırımcı, portföyün beklenen artık değerini enbüyüklemeye çalışacağından aşağıdaki amacı gerçekleştirmeye çalışır.

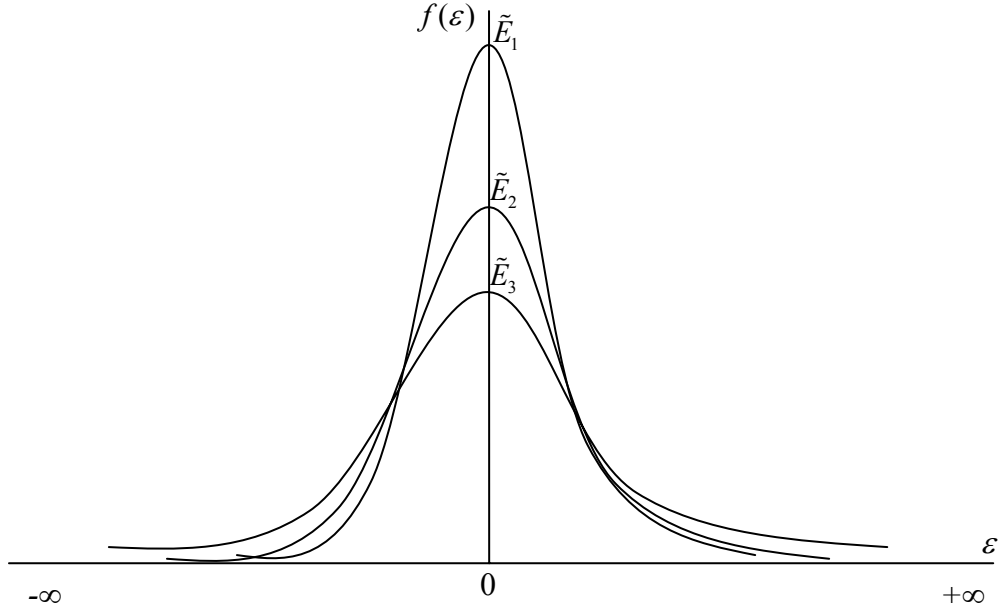
$$\text{enb } O_h(x) = \sum_{i=1}^M \bar{\varepsilon}_i x_i . \quad (55)$$

2. Hata varyansı:

Tahminlemede kullanılan modelin ürettiği artık terimlerin ortalama civarındaki ikinci momenti veya varyansı, yansız bir tahminlemede mümkün olduğunca sifıra yakın bir değer almalıdır. Farklı modellerden elde edilen tahmin değerlerini karar verme probleminde girdi olarak kullanacak yatırımcı, varyansları dışında artıklarının diğer bütün dağılım özellikleri aynı olan varlıklardan varyansı sifıra en yakını tercih edecektir.

Şekil 2.9'da üç varlık için elde edilmiş tahmin denklemlerinin ürettiği artıkların dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyonları verilmiştir. Hata varyansı küçüldükçe normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu, normale göre dik bir hale gelir. Şekil 2.9'da verilen \tilde{E}_1 , \tilde{E}_2 ve \tilde{E}_3 rassal değişkenlerinin varyansları arasındaki ilişki $V(\tilde{E}_1) < V(\tilde{E}_2) < V(\tilde{E}_3)$ şeklinde verilebilir. Varsayalım Ortalama-varyans-çarpıklık modeli tamamiyle tahmin verileri üzerine kurulsun. Her ne kadar tahmini verilerle kurulan ortalama-varyans-çarpıklık modelinde varyans göz önüne alınıyorsa da, değişkenliğin bir bölümü tahmin hatalarına kaymış olabilir. Tahminleme verilerine göre rassal değişkenlerin varyansları aynı olsa da yatırımcı tahminleme varyansı en küçük olanı tercih etmek isteyecektir. Dolayısıyla artıkların varyansı yatırımcı için bir başka risk ölçütüdür. Yatırımcı, hata varyanslarını göz önüne alarak aynı varyansa sahip olması tahmin edilen portföylerden hata varyansı enküçük olanını tercih edecektir. Yatırımcı, portföyün hata varyansını enküçükleme isteyeceğinden aşağıdaki amacı gerçekleştirmeye çalışır.

$$enk V_o(x) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \hat{\sigma}_{ij} x_i x_j . \quad (56)$$



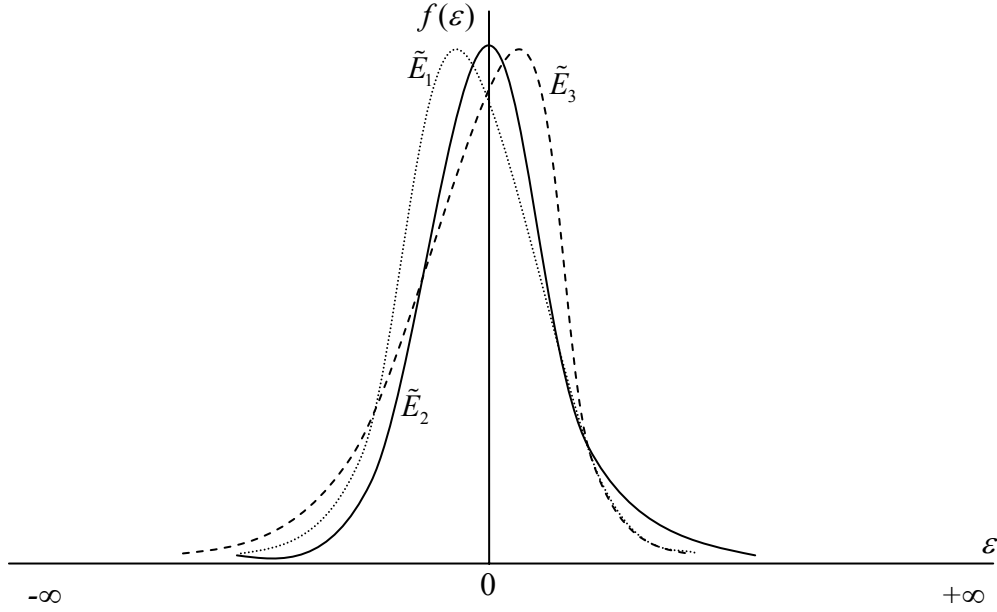
Şekil 2.9. Normal dağılmış üç farklı artık değişkene ilişkin olasılık yoğunluk $f(\varepsilon)$ fonksiyonları ve hata varyansları

3. Hata çarpıklığı:

Tahminlemede kullanılan modelin ürettiği artık terimlerin ortalama civarındaki üçüncü momenti veya çarpıklığı, yansız bir tahminlemede sıfır veya sıfıra yakın bir değer almalıdır.

Şekil 2.10'da üç varlık için elde edilmiş tahmin denklemlerinin ürettiği artıkların dağılımlarının olasılık yoğunluk fonksiyonları verilmiştir. Varsayalım karar modeli artıkların dağılımı ve dolayısıyla çarpıklıkları göz ardı edilerek ortalama-varyans-çarpıklık modeli tamamiyle tahmin verileri üzerine kurulmuş olsun. Her üç varlığın tahmin edilen çarpıklığı eşit olarak gerçekleşecek olsa dahi tahminleme hatasını da gözönüne alan yatırımcı 3. varlığı tercih edecektir. Dolayısıyla tahmin değerlerinin artık değer çarpıklıkları yatırımcı için göz önüne alınması gereken bir ölçüttür. Yatırımcı,

hata çarpıklıklarını göz önüne alarak aynı çarpıklığa sahip olması tahmin edilen portföylerden hata çarpıklığı enbüyük olanı tercih edecektir.



Şekil 2.10. Normal dağılımı üç farklı artık değişkene ilişkin olasılık yoğunluk $f(\varepsilon)$ fonksiyonları ve hata çarpıklığı

Şekil 2.10'da verilen \tilde{E}_1 , \tilde{E}_2 ve \tilde{E}_3 rassal değişkenlerinin çarpıklıkları arasındaki ilişki $S(\tilde{E}_1) < S(\tilde{E}_2) < S(\tilde{E}_3)$ şeklinde verilebilir. Yatırımcı, portföyün hata çarpıklığını enbüyüklemek isteyeceğinden aşağıdaki amacı gerçekleştirmeye çalışır.

$$enb S_H(x) = \sum_{i=1}^M \hat{S}_i^3 x_i^3 + 3 \sum_{i=1}^M \left(\sum_{j=1, i \neq j}^M \hat{S}_{ij} x_i^2 x_j + \sum_{j=1, i \neq j}^M \hat{S}_{ji} x_i x_j^2 \right). \quad (57)$$

4. Hataların normal dağılıma uygunluğu:

Başarılı bir tahminlemede artık terimlerin ortalaması ve çarpıklığı sıfır olan normal dağılıma uyması gerekir. Hata teriminin normal dağılıma uygunluk testi, tahminleme başarısını ölçmede yatırımcıya son derece faydalı bilgi sağlayacaktır.

Tahmin hatalarının normal dağılıp dağılmadığını test etmek için literatürde Anderson-Darling, Kolmogorov-Simirnov, Ryan-Joiner, Jarque-Bera, Lilliefors ve Pearson's Ki-Kare ve Wilk-Shapiro (W -testi) normallik testi gibi farklı testler mevcuttur (Noceti et al., 2003; Bethea et al., 1995, s.185-188). Çalışmada tahmin hatalarının normal dağılıp dağılmadığını test etmek için W -testi kullanıldı. Bunun sebebi W -testi'nin olasılık dağılımının birçok alternatif spesifikasyonu altında normalliği eniyi test eden yöntem olmasındandır (Shapiro et al., 1968; Chunhachinda et al., 1997).

W -testi hipotezleri:

H_0 : Ana kütle normal dağılmıştır.

H_a : Ana kütle normal dağılmamıştır.

Yöntem, W -istatistiği ile ilgili olasılığın incelenmesini gerektirir. Eğer bu olasılık önceden belirlenmiş özel bir α anlam düzeyinden (örneğin $\alpha = 0.05$ veya %95 güven seviyesinde) küçükse H_0 hipotezi bu anlam düzeyinde desteklenemez. Dolayısıyla portföyde yer alan varlıkların ağırlıklı W -test olasılıkları, yatırımcı veya analistin seçeceği bir α anlam düzeyinden büyük olmalıdır. Bu koşul, p_i : i .varlığın W -test olasılığı olmak üzere aşağıdaki kısıt ile ifade edilir.

$$\sum_{i=1}^M p_i x_i \geq \alpha$$

Yatırımcı ağırlıklı ortalamayı enbüyükleme isterse kısıt yerine aşağıdaki amacı da kullanabilir.

$$\text{enb } WT(x) = \sum_{i=1}^M p_i x_i \quad (58)$$

Çalışmada tahmin değerlendirme ölçütlerini de göz önüne alarak geliştirilen çok amaçlı ortalama-varyans-çarpıklık modeli izleyen şekildedir.

Kümeler:

$I = J = \{1, \dots, M\}$: mevcut varlıkların kümesi,

$T_H = \{1, \dots, N\}$: tahminlemede kullanılan geçmiş dönemlerin kümesi.

$T_F = \{1, \dots, P\}$: tahminleme periyodundaki gelecek dönemlerin kümesi.

Parametreler:

p_i : i .varlığın W -test olasılığı,

R_{it} : t . dönem i . varlığın tahmini getiri oranı,

\bar{R}_i : i varlığının tahmin periyodundaki P dönem için tahmini ortalama

$$\text{getirisi } \bar{R}_i = \frac{1}{P} \sum_{t=1}^P R_{it}, \forall i \in \{1, \dots, M\},$$

$$\sigma_i^2: i. \text{ varlığın tahmini getiri varyansı: } \sigma_i^2 = \frac{1}{P} \sum_{t=1}^P (R_{it} - \bar{R}_i)^2, \forall i \in \{1, \dots, M\},$$

σ_{ij} : i ve j varlıklarının tahmini getirileri arasındaki kovaryans:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{P} \sum_{t=1}^P (R_{it} - \bar{R}_i)(R_{jt} - \bar{R}_j), \forall i, j \in \{1, \dots, M\},$$

$\sigma = (\sigma_{ij})_{i=1, \dots, M; j=1, \dots, M}$: $M \times M$ boyutlu kovaryans matrisi,

r_t : t . dönem risksiz varlığın getiri oranı,

$$\bar{r}: \text{ risksiz varlığının ortalama getirisi } \bar{r} = \frac{1}{P} \sum_{t=1}^P r_t,$$

$$S_i^3: i. \text{ varlığın çarpıklığı } S_i^3 = \frac{1}{P} \sum_{t=1}^P (R_{it} - \bar{R}_i)^3,$$

S_{ij} : i . varlığın varyansı ile j . varlığın birlikte çarpıklığı

$$S_{ij} = \frac{1}{P} \sum_{t=1}^P (R_{it} - \bar{R}_i)^2 (R_{jt} - \bar{R}_j), \forall i, j \in \{1, \dots, M\},$$

S_{ji} : j . varlığın varyansı ile i . varlığın birlikte çarpıklığı

$$S_{ji} = \frac{1}{P} \sum_{t=1}^P (R_{it} - \bar{R}_i)(R_{jt} - \bar{R}_j)^2, \forall i, j \in \{1, \dots, M\},$$

y_{it} : i . varlığın t . dönem gerçekleşen getiri oranı,

\hat{y}_{it} : i . varlığın t . dönem tahmin edilen getiri oranı,

ε_{it} : t . dönem i . varlığın tahminleme hatası veya artık değeri,

$$\varepsilon_{it} = y_{it} - \hat{y}_{it}, \forall i \in \{1, \dots, M\}, \forall t \in \{1, \dots, N\},$$

$$\bar{\varepsilon}_i: i. \text{ varlığın ortalama tahminleme hatası } \bar{\varepsilon}_i = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon_{it}, \forall i \in \{1, \dots, M\},$$

$$\hat{\sigma}_i^2: i. \text{ varlığın tahminleme hatası varyansı: } \hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i)^2, \forall i \in \{1, \dots, M\},$$

$\hat{\sigma}_{ij}$: i ve j varlıklarının tahminleme hatası arasındaki kovaryans

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i)(\varepsilon_{jt} - \bar{\varepsilon}_j), \forall i, j \in \{1, \dots, M\},$$

$$\hat{S}_i^3 : i. \text{ varlığın tahminleme hatası çarpıklığı } \hat{S}_i^3 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i)^3,$$

\hat{S}_{ij} : $i.$ varlığın artık varyansı ile $j.$ artığının birlikte çarpıklığı

$$\hat{S}_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i)^2 (\varepsilon_{jt} - \bar{\varepsilon}_j), \forall i, j \in \{1, \dots, M\},$$

\hat{S}_{ji} : $j.$ varlığın artık varyansı ile $i.$ artığının birlikte çarpıklığı

$$\hat{S}_{ji} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i)(\varepsilon_{jt} - \bar{\varepsilon}_j)^2, \forall i, j \in \{1, \dots, M\},$$

l_i : herhangi bir i varlığından alınacaksa istenen enküçük oran,

u_i : herhangi bir i varlığından alınacaksa istenen enbüyük oran, ($0 \leq l_i \leq u_i \leq 1, i = 1, \dots, M$).

Karar değişkenleri:

x_i : i varlığının yatırım içerisindeki oranı ($0 \leq x_i \leq 1, i = 1, \dots, M$),

z_i : i varlığı alınacaksa 1, diğer durumlarda 0,

olmak üzere tahmin değerlendirme ölçütlerini içeren ortalama-varyans-çarpıklık modeli aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M x_i &= 1, \\ l_i z_i &\leq x_i \leq u_i z_i, i = 1, \dots, M, \\ x_i &\geq 0, i = 1, \dots, M, \\ z_i &: 0-1 \text{ tamsayı}, i = 1, \dots, M, \end{aligned} \tag{59}$$

k.a.

$$\text{enb } O_T(x) = \sum_{i=1}^M (\bar{R}_i - \bar{r}) x_i, \tag{60}$$

$$\text{enb } S_T(x) = \sum_{i=1}^M S_i^3 x_i^3 + 3 \sum_{i=1}^M \left(\sum_{j=1, i \neq j}^M S_{ij} x_i^2 x_j + \sum_{j=1, i \neq j}^M S_{ji} x_i x_j^2 \right), \tag{61}$$

$$\text{enk } V_T(x) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sigma_{ij} x_i x_j, \tag{62}$$

$$\text{enb } O_H(x) = \sum_{i=1}^M \bar{\varepsilon}_i x_i, \tag{63}$$

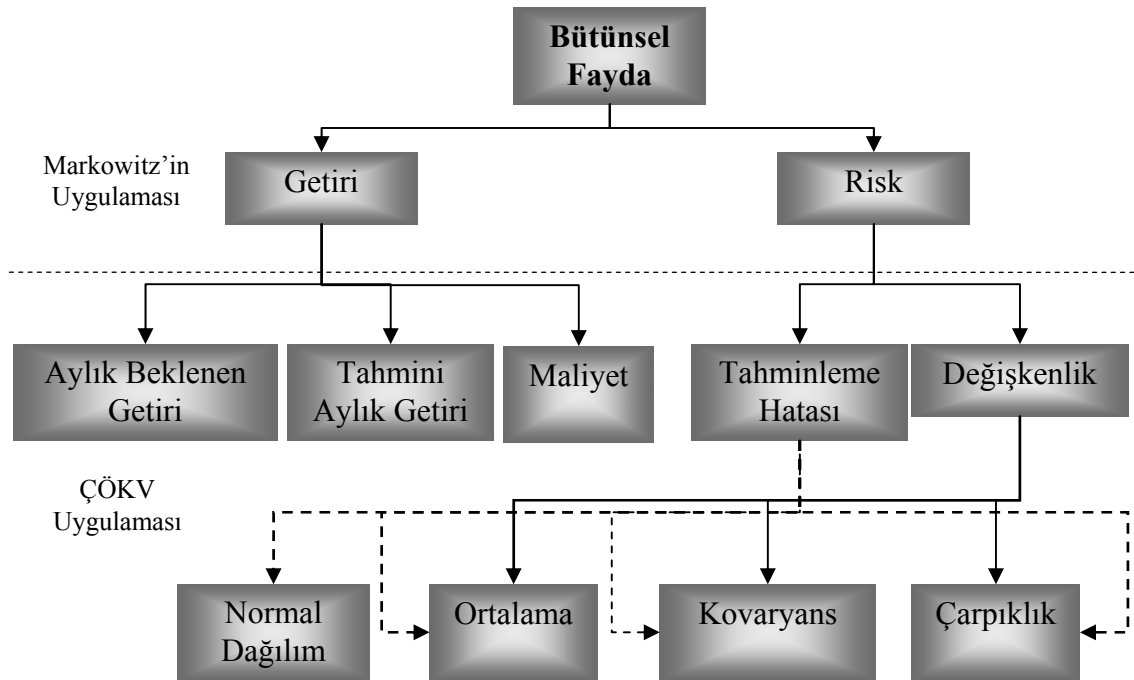
$$enb S_H(x) = \sum_{i=1}^M \hat{S}_i^3 x_i^3 + 3 \sum_{i=1}^M \left(\sum_{j=1, i \neq j}^M \hat{S}_{ij} x_i^2 x_j + \sum_{j=1, i \neq j}^M \hat{S}_{ji} x_i x_j^2 \right), \quad (64)$$

$$enk V_H(x) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \hat{\sigma}_{ij} x_i x_j, \quad (65)$$

$$enk VS(z) = \sum_{i=1}^M z_i, \quad (66)$$

$$enb WT(x) = \sum_{i=1}^M p_i x_i. \quad (67)$$

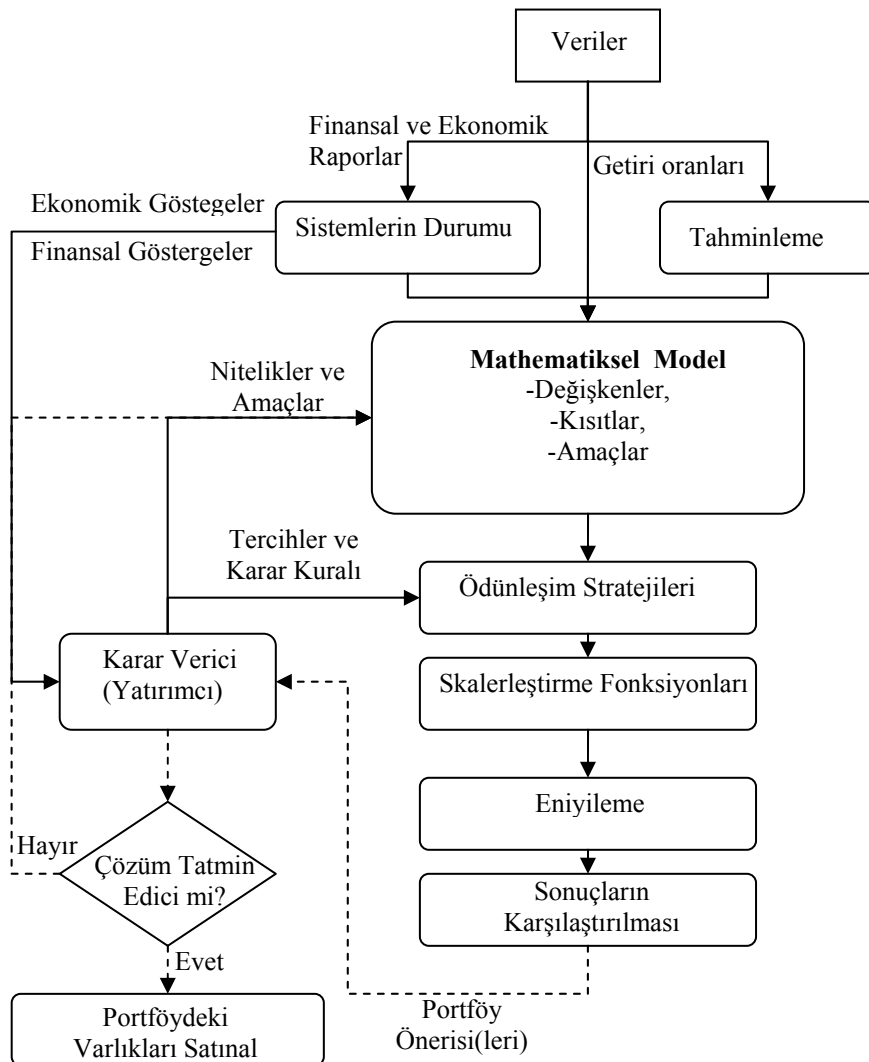
Şekil 2.11’de önerilen çok amaçlı portföy seçimi probleminin amaç hiyerarşisi verilmiştir. Markowitz’in ortalama-varyans modeli tahminlemenin de modelde kullanılmasıyla ortalama-varyans-çarpıklık modeline dönüştürülmüştür.



Şekil 2.11. Portföy eniyileme için önerilen ÇÖKV amaç hiyerarşisi

2.7. Portföy Eniyileme için Çok Ölçütlü Karar Verme Bütünleşik Yaklaşımı

Önerilen çok amaçlı matematiksel model, Şekil 2.12’de görüldüğü gibi Çok Ölçütlü Karar Verme Bütünleşik Yaklaşımı’nın bir parçasını oluşturmaktadır. Çok Ölçütlü Karar Verme Süreci, birbiriyle etkileşimli, merkezde Karar Vericinin(lerin) bulunduğu destek birimlerinden oluşan, amacı Karar Vericinin en fazla tatmini sağlayacağı çözüme ulaşmasına yardımcı olmak olan bir bütündür.



Şekil 2.12. Portföy eniyileme için önerilen bütünleşik yaklaşım

Bu kapsamda Çok Ölçütlü Karar Verme problemleri temel olarak beş bileşenden oluşmaktadır. Bunlar (1) Karar verme birimi veya karar verici, (2) Karar anında Sistemin durumu, (3) Nitelikler Kümesi, (4) Amaçlar Kümesi ve (5) Karar Kuralıdır (Chankong and Haimes, 1983).

BÖLÜM 3

ÇOK AMAÇLI PROGRAMLAMADA ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI

Çok amaçlı programlamada Pareto etkin değerlerin tamamı veya bir bölümünün örneklenerek bulunması ve bulunan etkin değerler kümesinden karar vericinin seçim yaparak nihai çözüme ulaşması amaçlanır. Etkin değerlerin tamamının bulunması, çok fazla hesaplama süresi gerektirdiğinden karar vericiyle etkileşimli teknikler, literatürde yaygın şekilde kullanılmaktadır. Çok amaçlı programlama problemleri çözülmek istenildiğinde iki önemli sorunla karşılaşılır. Bunlardan ilki, literatürdeki matematiksel programlama çözüm yöntemlerinin çoğunluğunun tek amaçlı modellere hitap etmesidir. Bu sorunu aşmak ve tek amaçlı modeller için geliştirilen yöntemlerin gücünden yararlanmak için skalerleştirme yöntemleri önerilmiştir. İkinci zorluk ise skalerleştirilmiş modelin çözümünün bulunmasıyla ilgilidir.

Skalerleştirme, çok amaçlı problemlerin çözümünde kullanılan yöntemlerden birisidir. Genel olarak skalerleştirme, vektör eniyileme problemini uygun dönüşümler yardımıyla gerçel değerli tek amaçlı eniyileme problemine dönüştürmektir. Böylece vektör eniyileme probleminin çözümleri, skaler problemler ile karakterize edilebilir ve hesaplanabilir. Bu problemler yardımcı problemler olarak da isimlendirilmektedir. Skalerleştirme, tek amaçlı problemler için geliştirilmiş etkin çözüm yöntemlerinin kullanılmasına da imkan sağlar. Skalerleştirme yapılarak çok amaçlı problemin çözümleri, tek amaçlı optimizasyon problemleri çözülerek elde edilebilir.

Bu bölümde skalerleştirme için kullanılacak tekniklere ve teorik temellerine değinilmiştir. Tanımlarda ve çözüm yöntemlerinde aşağıda verilen genel çok amaçlı programlama problemi (ÇAP) ele alınmıştır.

$$(ÇAP) \quad x \in X \text{ kısıtları altında} \\ \text{enk } [f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)] \quad (68)$$

Çok ölçütlü karar problemleri için en yaygın kullanılan etkinlik tanımı Pareto tarafından verilmiştir. Pareto'nun 1906 yılında verdiği tanım şöyledir: (Ehrgott, 1999)

“Topluluktaki bireylerin ekonomik olarak en fazla tatmin oldukları pozisyon, topluluktaki her bireyin tatminini çok az da olsa artıracak bir yolun bulunmasının imkânsız olduğu pozisyonudur.”.

Tanım 3.1. $y_1, y_2 \in R^p$ olmak üzere C konisine göre sıralama ilişkisi izleyen şekilde verilir.

$$\begin{aligned} y_1 \succeq_c y_2 &\Leftrightarrow y_1 - y_2 \in C, \\ y_1 \succeq_c y_2 &\Leftrightarrow y_1 - y_2 \in C \setminus \{0\}, \\ y_1 >_c y_2 &\Leftrightarrow y_1 - y_2 \in \text{int } C. \end{aligned}$$

Tanım 3.2. Eğer $f(x) < f(x^*)$ şartını sağlayan $x \in X$ yoksa $x^* \in X$, zayıf Pareto etkin çözüm olarak isimlendirilir. Eğer $x^* \in X$, zayıf Pareto etkin çözüm ise $f(x^*)$ zayıf etkin değer olarak isimlendirilir. Ayrıca $x^* \in X$ ve $f(x^*)$, baskın olunmayan çözüm veya değer olarak da isimlendirilmektedir.

Literatürde karşılaşılan Pareto etkin çözüm tanımlarından bazıları aşağıdaki gibi sıralanmıştır. $R_+^p = \{(y_1, \dots, y_p) \in R^p \mid y_1 \geq 0, \dots, y_p \geq 0\}$ ve Y 'nin konik örtüsü $\text{cone}(Y) = \{\alpha y : \alpha \geq 0, y \in Y\}$ olmak üzere,

- i. Eğer $f_i(x) \leq f_i(x^*)$, $i = 1, \dots, p$ ve $f(x) \neq f(x^*)$ ($f_j(x) < f_j(x^*)$, bazı $j = 1, \dots, p$) şartlarını sağlayan $x \in X$ yoksa $x^* \in X$ etkin çözümdür.
- ii. $f(x) - f(x^*) \in -R_+^p \setminus \{0\}$ kısıtları altında $x \in X$ mevcut değilse $x^* \in X$ etkin çözümdür.
- iii. $f(X) \cap (f(x^*) - R_+^p) = \{f(x^*)\}$ ise $x^* \in X$ etkin çözümdür.
- iv. $(f(X) - f(x^*)) \cap (-R_+^p) = \{0\}$ ise $x^* \in X$ etkin çözümdür.

Tanım 3.3.

1. (Benson, 1979) Eğer $x^* \in X$,

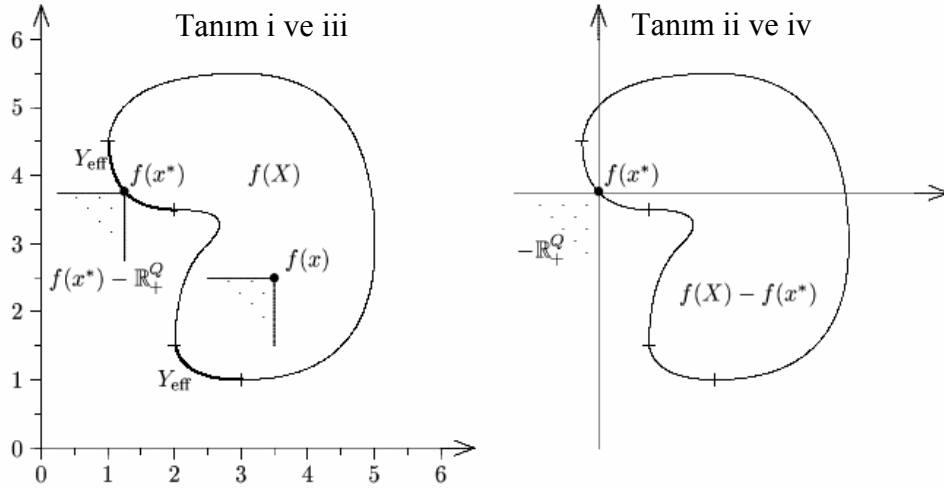
$$\text{cl}(\text{cone}(f(X) + R_+^p - f(x^*))) \cap (-R_+^p) = \{0\}$$

şartını sağlıyorsa, has (properly) Pareto etkin çözüm olarak isimlendirilir.

2. (Geoffrion, 1968)

$x^* \in X$ uygun çözümlü, has (properly) etkin çözüm olarak isimlendirilir eğer Pareto etkin çözümse ve $M > 0$ reel sayısı varsa öyleki $f_i(x) < f_i(x^*)$ şartını sağlayan her i ve $x \in X$ için $f_j(x^*) < f_j(x)$ ve $\frac{f_i(x^*) - f_i(x)}{f_j(x) - f_j(x^*)} \leq M$ ile bir j ($j \neq i$) indisi mevcuttur.

Has pareto etkinliğin konilere göre tanımı, Henig (1982a) tarafından verilmiştir (Henig, 1982a, 1982b).



Şekil 3.1. Pareto etkin değerlerin geometrik gösterimi

Tanım 3.4. Eğer $f(x^*) \leq f(x)$, $\forall x \in X$ ise $x^* \in X$ çözümüne ideal çözüm denir.

Çok Amaçlı Problem (68)'in amaç fonksiyonlarının belirli parametreler yardımıyla birleştirilmesiyle (skalerleştirilmesiyle) elde edilen Tek Amaçlı Problemin (TAP), genel şekli izleyen yapıdadır.

$$(TAP) \quad \underset{x \in X}{\text{enk}} \varphi(f(x)) = \varphi(f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)) \quad (69)$$

(68) ile verilen vektör optimizasyon probleminin etkin çözümlerini elde etmek amacıyla belirli parametrelere bağlı olarak tanımlanmış olan özel bir $\varphi: f(X) \rightarrow R$ fonksiyon sınıfının Çok Amaçlı Problemin Pareto etkin çözümlerini elde etmek için etkin bir yardımcı problem olabilmesi için aşağıdaki iki talebi sağlaması gerekir. Örneğin $w \in R_+^p$ parametresine bağlı ağırlıklı toplam skalerleştirme fonksiyonu sınıfı $\varphi(x, w) = \sum_{i=1}^p w_i f_i(x)$ şeklinde verilebilir.

- i. Özel bir $\varphi: f(X) \rightarrow R$ fonksiyon sınıfı için oluşturulmuş Tek Amaçlı Problemin her \hat{x} çözümü, Çok Amaçlı Problem için Pareto etkin (zayıf etkin veya has etkin) çözüm olmalıdır.
- ii. Çok Amaçlı Problemin her \hat{x} çözümünün, (i)'deki özel $\varphi: f(X) \rightarrow R$ fonksiyon sınıfının parametre değerlerine bağlı olarak Tek Amaçlı Problemin eniyi çözümü olması gerekir.

Etkin bir skalerleştirme tekniğinin bu iki ihtiyacı karşılaması beklenir.

Çok amaçlı eniyileme probleminin etkin çözümlerinin elde edilmesinde genel yeterli koşulun formülasyonu için uygun monotonluk kavramlarına ihtiyaç duyulur.

Tanım 3.5. (Jahn, 1998) $Y \subset R^p$ kümesi, boş olmayan bir küme olsun.

- a) Eğer $y_1, y_2 \in Y$ ve $y_1 \leq_c y_2 \Rightarrow \varphi(y_1) \leq \varphi(y_2)$ ise $\varphi: Y \rightarrow R$ fonksiyonu, Y 'de (koniye göre) monoton artan olarak isimlendirilir.
- b) Eğer $y_1, y_2 \in Y$ ve $y_1 \leq_c y_2 \Rightarrow \varphi(y_1) < \varphi(y_2)$ ise $\varphi: Y \rightarrow R$ fonksiyonu, Y 'de güçlü monoton artan olarak isimlendirilir.
- c) C 'nin iç noktalar kümesi boş olmasın: $\text{int } C \neq \emptyset$. Eğer $y_1, y_2 \in Y$ ve $y_2 - y_1 \in \text{int } C \Rightarrow \varphi(y_1) < \varphi(y_2)$ ise $\varphi: Y \rightarrow R$ fonksiyonu, Y 'de kesin monoton artan olarak isimlendirilir.

$\text{int } C \neq \emptyset$ olduğu durumda her güçlü artan monoton fonksiyon aynı zamanda kesin monoton artan fonksiyondur.

İzleyen teorem, temel skalerleştirme sonucunu verir.

Teorem 3.1. (Jahn, 1998)

a) $\varphi: f(X) \rightarrow R$ fonksiyonu, $f(X)$ 'de güçlü monoton artan bir fonksiyon olsun.

Eğer $\bar{x} \in X$ çözümü, $\varphi(f(\bar{x})) \leq \varphi(f(x)), \forall x \in X$ şartını sağlıyorsa (68) probleminin bir Pareto etkin çözümüdür.

b) $\varphi: f(X) \rightarrow R$ fonksiyonu, $f(X)$ 'de monoton artan bir fonksiyon olsun. Eğer

$\bar{x} \in X$ çözümü, $\varphi(f(\bar{x})) < \varphi(f(x)), \forall x \in X, f(x) \neq f(\bar{x})$ şartını sağlıyorsa (68) probleminin bir Pareto etkin çözümüdür.

c) C , boş olmayan iç noktaları int C 'ye sahip olsun. $\varphi: f(X) \rightarrow R$ fonksiyonu,

$f(X)$ 'de kesin (strictly) monoton artan bir fonksiyon olsun. Eğer $\bar{x} \in X$ çözümü,

$\varphi(f(\bar{x})) \leq \varphi(f(x)), \forall x \in X$ şartını sağlıyorsa (68) probleminin bir zayıf Pareto etkin çözümüdür.

d) $C = R_+^p$ ve $w = (w_1, w_2, \dots, w_p) > 0$ verilmiş reel sayılar olsun. Eğer

$\bar{x} \in X$ çözümü, $\sum_{k=1}^p w_k f_k(\bar{x}) \leq \sum_{k=1}^p w_k f_k(x), \forall x \in X$ şartını sağlıyorsa (68)

probleminin bir has Pareto etkin çözümüdür.

Özellikle Teorem 3.1.'in d) seçeneğinde verilen özelliği kullanarak (68) probleminin bütün Pareto etkin çözümlerini elde etmek için ters teoreme de ihtiyaç duyulur.

3.1. Ağırlıklı Toplam (Weighted-Sum) Skalerleştirme Yöntemi (ATY)

ATY, en eski ve en yaygın kullanılan skalerleştirme tekniklerinden birisidir. Bu yöntemde amaç fonksiyonları, pozitif ağırlıklarla çarpılıp toplanarak skalerleştirilir.

$C = R_+^p$ olarak alınsın. $w = (w_1, w_2, \dots, w_p)$ bileşenleri negatif olmayan ($w \neq 0$)

keyfi sayıları için $\varphi: R^p \rightarrow R$ fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmış olsun:

$\varphi(y_1, y_2, \dots, y_p) = \sum_{k=1}^p w_k y_k, \forall y = (y_1, y_2, \dots, y_p) \in R^p$. Bu durumda $\varphi: R^p \rightarrow R$

fonksiyonu, monoton artandır.

w_k, k . amaç fonksiyonunun pozitif ağırlığı olmak üzere (68) problemi için ATY ile elde edilen skaler problem izleyen şekildedir.

$$(ATY) \quad \underset{x \in X}{\text{enk}} \sum_{k=1}^p w_k f_k(x) \quad (70)$$

(70) probleminin eniyi çözümleri ile (68) probleminin bütün etkin değerlerini karakterize edilebilmesi için uygun çözüm alanı X 'in dışbükey küme ve $f_k(x)$ amaç fonksiyonlarında bu kümede dışbükey fonksiyonlar olması gerekir (Ehrgott, 2005, s.68-92). İzleyen teoremler, (70) probleminin eniyi çözümü ile (68) probleminin pareto etkin çözümleri arasındaki ilişkiyi tanımlar.

Teorem 3.2. (Geoffrion, 1968) $k = 1, \dots, p$ için $w_k > 0$, $\sum_{k=1}^p w_k = 1$ şartını sağlayan pozitif ağırlıklar olsun. Eğer \hat{x} , (70) probleminin eniyi çözümü ise o zaman (68) probleminde has etkin çözümdür.

Yardımcı Teorem 3.1. \hat{x} 'in $w \in R_+^p$ ağırlık vektörü için (70) probleminin eniyi çözümü olduğunu varsayalım. O zaman izleyen durumlar geçerlidir.

1. Eğer $w \in R_+^p$ ise \hat{x} , (68) probleminin zayıf Pareto etkin çözümdür.
2. Eğer $w \in R_{>}^p$ ise \hat{x} , (68) probleminin has Pareto etkin çözümdür.

Teorem 3.2 ve Yardımcı Teorem 3.1'de görüldüğü gibi her bir negatif olmayan ağırlık vektörü $w \in R_+^p$ için (70) probleminin eniyilenmesiyle (68) probleminin bir etkin çözümü elde edilir. Ancak tersi her zaman geçerli değildir. (68) probleminin her etkin çözümünün (70) probleminin çözümüyle elde edilebilmesi, uygun çözüm alanının dışbükey küme ve amaç fonksiyonlarında dışbükey fonksiyon olması şartlarına bağlıdır.

Yardımcı Teorem 3.2. X , dışbükey küme ve $k = 1, \dots, p$ için $f_k(x)$ dışbükey fonksiyonlar olsun. Eğer \hat{x} , (68) probleminin zayıf Pareto etkin çözümü ise (70) probleminin çözümüyle elde edilebileceği $w \in R_+^p$ ağırlıkları mevcuttur.

Yardımcı Teorem 3.2'den de görüldüğü gibi ATY ile (68) probleminin bütün etkin değerlerinin ağırlık parametresine bağlı olarak karakterize edilebilmesi için (68) probleminin amaç fonksiyonlarının ve uygun çözüm alanının dışbükeylik gibi ağır bir şartı sağlaması gerekir. ATY, dışbükey olmayan ÇAP'ın çözümünde yetersiz kalır. Bunu göstermek için izleyen ÇAP problemi iyi bir örnektir.

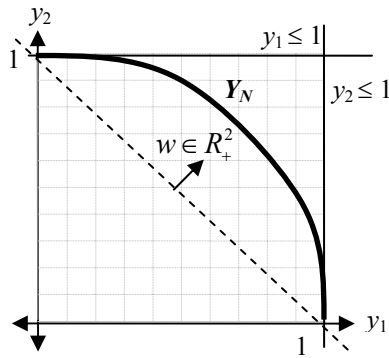
Örnek 3.1. $x_1^2 + x_2^2 \geq 1$,

$$0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1,$$

$$\text{k.a. } \text{enk } f_1(x) = x_1,$$

$$\text{enk } f_2(x) = x_2,$$

Örnek 3.1'de verilen problemin uygun çözüm alanının ölçüt uzayındaki görüntüsü ve pareto etkin değerler Şekil 3.2.'de gösterilmiştir. Şekil 3.2'de de görüldüğü gibi Pareto etkin değerler eğrisi koyu renkli çizgi ile gösterilen $Y_N = \{(y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2 \mid y_1^2 + y_2^2 = 1, 0 \leq y_1 \leq 1, 0 \leq y_2 \leq 1\}$ 'dir. Y_N , dışbükey olmayan bir kümedir.



Şekil 3.2. Örnek 3.1'in ölçüt uzayı ve Ağırlıklı Toplam Yöntemi

Eğer bu problemin çözümünde ATY kullanılırsa $w \in \mathbb{R}_+^2$ ağırlıkları için (70) probleminin çözümüyle sadece $\hat{x}^1 = (1,0)$ ve $\hat{x}^2 = (0,1)$ Pareto etkin çözümleri elde edilebilir. Bunun sebebi ATY'nin Pareto etkin yüzeyi desteklemek için doğrusal fonksiyonları kullanmasıdır.

ATY, dışbükey olmayan problemlere uygun bir yöntem olarak gözükmemektedir. Bununla birlikte literatürde yaygın olarak kullanılmaya devam edilmektedir. Çok amaçlı portföy eniyileme literatüründe ATY, *standart Markowitz modeli* olarak hala kullanılmaktadır (Chang et al., 2000). Bunun sebebi olarak ATY'nin kullanım kolaylığı ve KV'nin amaç fonksiyonlarına dair ağırlık tercihlerini matematiksel modele yansıtması verilebilir. Standart Markowitz modelindeki ağırlıklar riskten kaçınma veya riske eğilim katsayıları olarak yorumlanmıştır.

3.2. ε -Kısıt Skalerleştirme Yöntemi (EKY)

EKY, ilk olarak Haimes et al. tarafından 1971 yılında geliştirilen yöntem, literatürde en çok bilinen skalerleştirme yöntemlerindedir (Haimes et al., 1971). Daha sonra Chankong and Haimes tarafından yöntem detaylandırılmıştır (Chankong ve Haimes, 1983). ATY'den farklı olarak EKY amaçları birleştirmek yerine amaçlardan birisini enbüyüklerken diğerlerini kısıtlara ekler. (68) probleminin çözümü için $\varepsilon \in R^{p-1}$ olmak üzere EKY'nin matematiksel modeli izleyen şekilde verilebilir.

(EKY) $f_k(x) \leq \varepsilon_k, k = 1, \dots, p$ ve $k \neq j$,

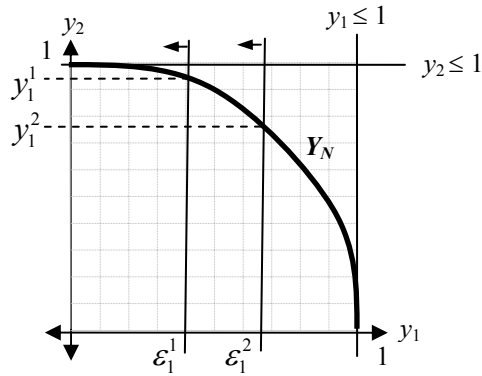
$$\text{k.a. } \min_{x \in X} f_j(x) \quad (71)$$

(71) probleminin eniyilenmesiyle elde edilen çözüm (68) probleminin en azından zayıf etkin çözümüdür. EKY'nin en büyük avantajlarından birisi (68) probleminin etkin çözümleri garanti etmede dışbükeylik şartlarına ihtiyaç duymaması ve genel problemler için geçerli olmasıdır. Bu yönüyle yöntem, ATY'ye üstünlük sağlar.

Teorem 3.3. Ancak ve ancak bütün $j = 1, \dots, p$ için \hat{x} 'nin (71) probleminin eniyi çözümü olduğu bir $\hat{\varepsilon} \in R^p$ varsa $\hat{x} \in X$ uygun çözümü (68) probleminin Pareto etkin çözümüdür.

Yardımcı Teorem 3.3. Bazı j 'ler için \hat{x} , (71) probleminin eniyi çözümü olsun. O zaman \hat{x} , (68) probleminin zayıf Pareto etkin çözümüdür.

Teoremlerde de görüldüğü gibi EKY’de Pareto etkinlik için ÇAP üzerine dışbükeylik şartı konulmamaktadır. Bu özelliği nedeniyle EKY, dışbükey olmayan ÇAP problemlerinin Pareto etkin yüzeylerinin örneklenmesinde ve 3 boyuta kadar çizilmesinde kullanılmaktadır. EKY’nin ÇAP problemlerine çözüm yaklaşımını açıklamak için tekrar Örnek 3.1’i ele alalım. ε_1^1 ve ε_1^2 , $f_1(x)$ amaç fonksiyonu için iki farklı kısıt değeri olsun. Bu durumda EKY elde edilen Pareto etkin değerler ve ölçüt uzayı Şekil 3.3’te verilmiştir.



Şekil 3.3. Örnek 3.1.’in ölçüt uzayı ve ε -Kısıt Yöntemi

$f_1(x)$ amaç fonksiyonunun ε_1^1 ve ε_1^2 değerleri kullanılarak kısıt kümesine dahil edilmiş ve EKY ile y_1^1 ve y_1^2 değerleri elde edilmiştir. $f(x) = (\varepsilon_1^1, y_1^1)$ ve (ε_1^2, y_1^2) noktaları problemin Pareto etkin değerleridir. Bu iki Pareto etkin değer ATY ile elde edilemeyeceği açıktır. Bu problemde $\varepsilon_1 \in [0, 1]$ aralığında parametrik olarak ele alınırsa EKY, bütün Pareto etkin kümeyi karakterize eder. Ancak pratikte $\varepsilon \in R^{p-1}$ vektörünün her bir bileşenini sürekli bir aralıkta değiştirmek mümkün değildir. Bunun yerine öncelikle her bir amaç fonksiyonunun ele alınan problem için değer aralığı belirlenmekte ve daha sonra belirli sayıda aralığa bölünerek kesikli hale getirilmektedir. Bu kesikli noktaların farklı bileşimleri yardımıyla Pareto etkin yüzeye bir yaklaşım elde edilmektedir. Ancak kesikli nokta sayısı ve amaç fonksiyonu sayısı arttıkça EKY’nin

işlem yükü kombinatorik olarak artmaktadır. EKY yöntemi, çok amaçlı portföy eniyileme kapsamında ise genellikle yatırımcının portföyden getiri beklenti düzeyi ile getiri fonksiyonunun kısıta dönüştürülüp değişkenliğin enküçüklenmesi şeklinde kullanılmaktadır (Chang et al., 2000). EKY'nin en büyük avantajı, ÇAP üzerinde dışbükeylik şartına ihtiyaç duymamasıdır. Bununla birlikte KV'nin amaç fonksiyonları arasındaki ağırlık tercihlerini göz önüne almaması yöntemin daha çok analiz temelli bir yöntem olmasına sebep olmaktadır. EKY'nin ve ATY'nin üstünlüklerinden aynı anda yararlanmak için iki yöntemin bileşiminden oluşan Melez (Hibrid) Yöntem önerilmiştir.

3.3. Melez Skalerleştirme Yöntem (MY)

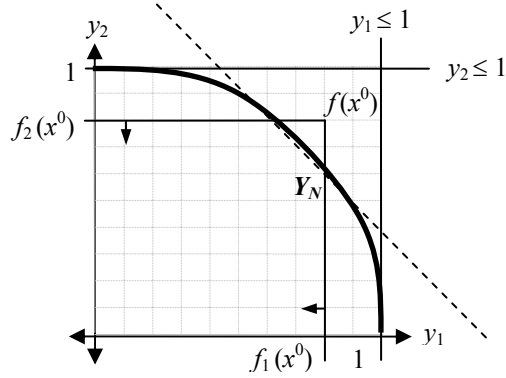
EKY ile ATY'nin bileşiminden oluşan bir yöntemdir. MY'de bütün amaç fonksiyonlarına konulan kısıtlar altında amaç fonksiyonlarının ağırlıklı toplamları enküçüklenir. x^0 , ÇAP'ın herhangi bir uygun çözümü ve $w \in R_+^p$ olmak üzere MY'nin matematiksel model izleyen şekildedir (Ehrgott, 2005).

$$(MY) \quad f_k(x) \leq f_k(x^0), \quad k = 1, \dots, p,$$

$$\text{k.a.} \quad \underset{x \in X}{\text{enk}} \quad \sum_{k=1}^p w_k f_k(x) \quad (72)$$

Teorem 3.4. $w \in R_+^p$ olsun. $x^0 \in X$ uygun çözümü ancak ve ancak Pareto etkin çözüm ise (72) probleminin eniyi çözümüdür.

MY, EKY'nin Çok Amaçlı Problem üzerinde dışbükeylik şartı gerektirmeme ve KV'nin amaç fonksiyonlarının değerleriyle ilgili düzey şartını modele yansıtabilme avantajlarının yanı sıra ATY'nin KV'nin amaç fonksiyonlarına ağırlık vermesine imkan sağlar. MY'nin işleyişini göstermek için Örnek 3.1'e dönülecek olursa $w \in R_+^2$ ve $f(x^0) = (f_1(x^0), f_2(x^0))$ için MY ile elde edilecek Pareto etkin değer Şekil 3.4'te gösterilmiştir.



Şekil 3.4. Melez Yöntem ve Örnek 3.1'in ölçüt uzayı

Şekil 3.4'te görüldüğü gibi MY, ATY ile elde edilemeyecek Pareto etkin değerlere ulaşacaktır. Ancak yine de MY, verilen $x^0 \in X$ uygun çözümüne bağlı olarak farklı $w \in R_+^2$ ağırlıkları için sadece doğrusal fonksiyonlarla desteklenen Pareto etkin değerlere ulaşacaktır. Örneğin $x^0 = (0.8, 0.8)$ uygun çözümü ve $w \in R_+^2$ için (4) probleminin çözümüyle sadece $\hat{x}^1 = (0.8, 0.6)$ ve $\hat{x}^2 = (0.6, 0.8)$ Pareto etkin çözümleri elde edilebilir. MY ile bir anlamda ÇAP probleminin etkin çözümlerinin bulunmasına yerel bir bakış açısı kazandırılmıştır.

3.4. Elastik Kısıt Skalerleştirme Yöntemi (ELKY)

EKY'de has etkin çözümlerle ilgili elde edilmiş bir sonuç bulunmamaktadır. Bununla birlikte EKY'de amaç fonksiyonlarının kısıt kümesine dahil edilmesi problemin çözümünü zorlaştırmaktadır. Bu problemleri aşmak için Ehrgott ve Ryan, ELKY'yi önermişlerdir (Ehrgott, 2005). Ehrgott and Ryan, ε -kısıtları gevşeterek bu kısıtlarda bir cezaya bağlı olarak sapmalara izin verdiler. $k \neq j$ ve $\mu_k \geq 0$ olmak üzere ELKY'nin matematiksel modeli aşağıdaki gibi verilebilir.

$$(ELKY) \quad f_k(x) - s_k \leq \varepsilon_k, \quad k = 1, \dots, p \text{ ve } k \neq j,$$

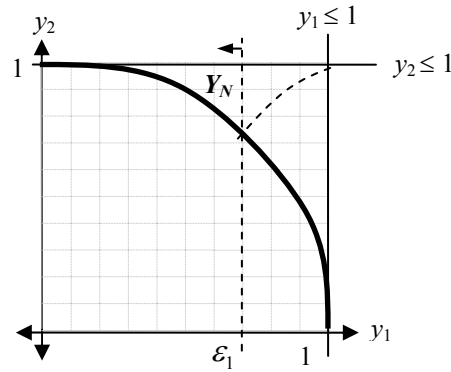
$$s_k \geq 0, \quad k = 1, \dots, p \text{ ve } k \neq j,$$

$$\text{k.a. } \underset{x \in X}{\text{enk}} f_j(x) + \sum_{k \neq j} \mu_k s_k \quad (73)$$

Yardımcı Teorem 3.4. $(\hat{x}, \hat{s}), \mu \geq 0$ ile (73) probleminin eniyi çözümü olsun. O zaman \hat{x} , (68) probleminin zayıf Pareto etkin çözümüdür.

Sonuç 3.1. \hat{x} , (68) probleminin Pareto etkin çözümü olsun. O zaman (\hat{x}, \hat{s}) 'in, bütün j 'ler için (73) probleminin eniyi çözümü olduğu $\varepsilon, \mu \geq 0$ ve \hat{s} mevcuttur.

Ayrıca Ehrgott ve Ryan aynı sonucu has pareto etkin çözümler içinde vermişlerdir (Teorem 4.12, Ehrgott, 2005). ELKY'nin çalışma şeklini Şekil 3.5'i kullanarak göstermek için tekrar Örnek 3.1'i ele alalım. Örneğin $\varepsilon_1 = 0.7$ için düşey kesikli çizgi birinci amaçtan kaynaklanan kısıtı, eğri kesikli çizgide (73) problemdeki amaç fonksiyonunun değerini göstermektedir. $\mu > 0$ için (73) probleminin eniyi çözümü $f_1(x) \leq \varepsilon_1$ kısıtının sağlandığı $\hat{x} = (0.7, 0.71)$ noktasında olacaktır.



Şekil 3.5. Elastik Kısıt Yöntemi ve Örnek 3.1'in ölçüt uzayı

ELKY, kısıtları gevşetmesinden dolayı eniyileme sürecini kolaytırıyor gibi gözükse de $\mu > 0$ ceza parametresi, ceza fonksiyonlarıyla ilgili birçok hesapsal zorluğu da beraberinde getirir. KV'nin amaç fonksiyonlarına dair ağırlık tercihlerini göz önüne

almaz. En önemli avantajı, has Pareto etkin çözümler için de sonuç verebilmesi ve genel ÇAP problemleri için çalışabilmesidir.

3.5. Benson Skalerleştirme Yöntemi (BY)

BY ve BY ile ilgili sonuçlar Benson tarafından verilmiştir (Benson, 1978). BY'deki temel fikir, uygun çözüm alanından bir $x^0 \in X$ noktası seçerek bu noktaya bağlı olarak Pareto efektif değeri bulmaktır. Bunun için Benson, modele $l_k = f_k(x^0) - f_k(x)$ olacak şekilde negatif olmayan sapma değişkenlerini eklemiş ve sapma değişkenlerinin toplamını enküçükleyerek (68) problemini skalerleştirmiştir. $x^0 \in X$ olmak üzere (68) problemini skalerleştirmek için Benson'un önerdiği matematiksel model, izleyen şekilde verilebilir.

$$\begin{aligned} \text{(BY)} \quad & f_k(x^0) - l_k - f_k(x) = 0, \quad k = 1, \dots, p, \\ & l_k \geq 0, \quad k = 1, \dots, p, \\ & \text{k.a. } \min_{x \in X} \sum_{k=1}^p l_k \end{aligned} \quad (74)$$

Yöntem, $x^0 \in X$ uygun çözümüne baskın çözümler içinden amaç fonksiyonu yardımıyla Pareto etkin çözümü bulmayı sağlar. Dolayısıyla Pareto etkin çözüm tanımını kullanan bir yöntemdir. Eğer seçilen $x^0 \in X$ kendisi Pareto etkin çözüm ise amaç fonksiyonunun değeri sıfır çıkacağı açıktır. Bir başka bakış açısıyla BY, verilen bir $x^0 \in X$ başlangıç çözümünün Pareto etkinliğinin kontrolüdür.

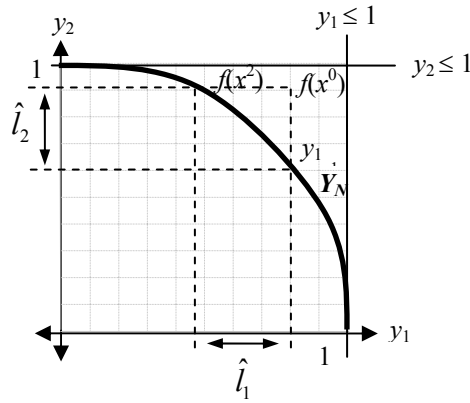
Teorem 2.5. $x^0 \in X$ uygun çözümü, ancak ve ancak (74) probleminin amaç fonksiyonu değeri sıfır ise Pareto etkin çözümdür.

Yardımcı Teorem 2.5. Eğer (74) problemi, sonlu amaç fonksiyonu değeri ile (\hat{x}, \hat{l}) eniyi çözümüne sahipse o zaman \hat{x} , (68) probleminin Pareto etkin çözümüdür.

Benson, has Pareto etkin çözümlerle ilgili olarak varlık teoremini vermiştir.

Teorem 3.6. (Teorem 4.16, Ehrgott, 2005) (68) probleminin uygun çözüm alanının dışbükey küme ve amaç fonksiyonlarının dışbükey olduğunu varsayalım. Eğer (74) probleminin sonlu eniyi amaç fonksiyonu değeri yoksa o zaman (68) probleminin has Pareto etkin çözümü yoktur.

BY'nin çalışma şeklini örneklemek için tekrar Örnek 3.1'e dönelim. $x^0 \in X$ başlangıç çözümü için BY'nin çalışma şekli Şekil 3.6'da gösterildi.



Şekil 3.6. Benson Yöntemi ve Örnek 3.1.'in ölçüt uzayı

$y^0 = f(x^0) \in Y$ başlangıç çözümü için BY, sadece pozitif sapmalara izin verdiği için ve $\hat{l}_1 > \hat{l}_2$ olduğundan $f(x^2)$ noktasında amaç fonksiyonu enbüyük değerine ulaşır. Dolayısıyla $f(x^2)$, Örnek 3.1'de verilen problemin Pareto etkin değeridir.

BY ile ilgili sonuçlar genel ÇAP problemleri içinde geçerlidir. Kısıtları, EKY'ye göre daha esnektir. ÇAP problemlerine uygulanması kolaydır. ELKY'de olduğu gibi ceza parametresi içermemekle birlikte has Pareto etkin çözümlerle ilgili verilmiş bir sonuç yoktur. Bir başlangıç uygun çözüme ihtiyaç duyar. Karar Verme süreci açısından bakılacak olursa yöntemin KV odaklı olduğu söylenemez. Daha çok analize dönük bir yöntemdir. Verilen başlangıç çözüm, KV'nin amaçlara dair istek düzeyleri şeklinde yorumlansa dahi yöntemden elde edilen çözümün tatmin edici olduğu söylenemez. Yöntem sadece uygun çözüm alanından seçilen başlangıç çözüm için çalışır.

3.6. Uzlaşık (Compramise) Programlama Yöntemleri (UPY)

UPY veya diğer ismiyle İdeal Nokta Yaklaşımları, çok ölçütlü problemlerde ulaşılması mümkün olan eniyi değer olan ideal noktaya (y^*) ulaşma fikrine dayanır. Ancak ÇAP probleminin amaçları çeliştiğinden pratikte ideal noktaya ulaşmak genellikle mümkün olmaz. Bu gibi durumlarda ideal nokta, ÇAP'un çözümünde bir referans noktası olarak kullanılır. ÇAP'un çözümü, ideal noktaya mümkün olan en yakın Pareto etkin değeri bularak gerçekleştirilir. UPY'de çözüm, ideal noktaya olan uzaklık ekçüçüklenerek bulunur. Verilen bir $d: R^p \times R^p \rightarrow R_+$ uzaklık ölçümü için UPY'nin genel matematiksel modeli izleyen şekildedir.

$$(UPY) \quad \underset{x \in X}{\text{enk}} \quad d(f(x), y^*) \quad (75)$$

Çok ölçütlü eniyileme literatüründe yaygın kullanımı nedeniyle uzaklık ölçümü için daha çok normlardan türemiş metrikler üzerinde yoğunlaşılacaktır.

Ölçüt uzayından alınan y^1, y^2 ve y^3 noktaları için uzaklık ölçümü d , aşağıdaki özellikleri sağlar.

- i. Simetriklik, $d(y^1, y^2) = d(y^2, y^1)$;
- ii. Üçgen eşitsizliği, $d(y^1, y^2) \leq d(y^1, y^3) + d(y^3, y^2)$;
- iii. Eşitlik, ancak ve ancak $y^1 = y^2$ ise $d(y^1, y^2) = 0$ 'dır.

(75) probleminin eniyi çözümünün (68) probleminin Pareto etkin değeri olup olmadığı, uzaklık ölçümü d 'nin özelliklerine dolayısıyla d 'den türemiş normun $\|\cdot\|$ özelliklerine bağlıdır.

Teorem 3.7. 1. Eğer $\|\cdot\|$ ile verilen norm, monoton ve \hat{x} , (75) probleminin eniyi çözümü ise o zaman \hat{x} , (68) probleminin zayıf Pareto etkin çözümüdür. Eğer \hat{x} , (75) probleminin tek eniyi çözümü ise o zaman (68) probleminin de Pareto etkin çözümüdür.

2. Eğer $\|\cdot\|$ ile verilen norm, kesin monoton ve \hat{x} , (75) probleminin eniyi çözümü ise o zaman \hat{x} , (68) probleminin Pareto etkin çözümüdür.

Normların en önemli sınıfı, l_q -normlarıdır. l_q -normları, $q \in [1, \infty)$ olmak üzere her pozitif ağırlıklı l_q normu, R_+^p 'da güçlü monoton artandır (dolayısıyla sıkı monoton artandır). $q \in [1, \infty)$ olmak üzere her pozitif ağırlıklı l_q normu $\|\cdot\|_q$:

$$\|y\|_q = \left(\sum_{k=1}^p w_k |y_k|^q \right)^{1/q}, \forall y \in R^p. \quad (76)$$

İdeal noktaya uzaklık ölçümünde (76) ile verilen ağırlıklı l_q -normu kullanılacak olursa UPY'nin matematiksel modeli izleyen şekle dönüşür.

$$(UPY) \quad \text{enk}_{x \in X} \left(\sum_{k=1}^p w_k |f_k(x) - y_k^*|^q \right)^{1/q} \quad (77)$$

(77) modelinde kullanılan ağırlık vektörü $w \in R_+^p$, negatif ve sıfır olmayan bilşenlerden oluşmalıdır. (77) problemi, uygun çözüm alanından, ideal nokta y^* 'a en yakın noktayı bulmayı sağlar. Seçilen her bir norm için bir (zayıf) Pareto etkin değer elde edilir.

Teorem 3.8. (Teorem 4.21, Ehrgott, 2005) Ancak ve ancak izleyen şartlardan birisi $q < \infty$ için sağlanırsa (77) probleminin eniyi çözümü \hat{x} , (68) probleminin Pareto etkin çözümüdür.

1. \hat{x} , (77) probleminin tek eniyi çözümüdür.
2. $k = 1, \dots, p$ için $w_k > 0$.

l_q - birim yuvarlarının geometrik şekillerini ve dolayısıyla çalışma şekillerini açıklamak için tekrar Örnek 3.1'i ele alalım. l_q - birim yuvarlarının geometrik gösterimi için $\{y \in R^p : \|y - y^*\| \leq c\}$ c yarıçaplı yuvarlar kullanılır. Bu küme, uygun çözüm alanından ideal noktaya c veya daha az uzaklıktaki noktaları içerir. (77) problemi, seviye kümesiyle ölçüt değer kümesinin kesişiminin boş olmadığı en küçük c değerini bulma problemidir. $k = 1, 2$ için $w_k = 1$ alınarak l_1 uzaklığı $\|y - y^*\|_1 = \sum_{k=1}^2 |y_k - y_k^*|$, l_2 uzaklığı $\|y - y^*\|_2 = \left[\sum_{k=1}^2 (y_k - y_k^*)^2 \right]^{1/2}$ ve l_∞ uzaklığı $\|y - y^*\|_\infty = \text{enb}_{k=1,2} |y_k - y_k^*|$

kullanılarak Örnek 3.1’de verilen problem için elde edilen çözümler Şekil 3.7’de geometrik olarak gösterilmiştir.

Eğer $q = 1$ alınırsa (77) problemi izleyen ATY problemine eşdeğer olur.

$$\text{enk}_{x \in X} \sum_{k=1}^p w_k |f_k(x) - y_k^*| = \text{enk}_{x \in X} \sum_{k=1}^p w_k f_k(x) - \sum_{k=1}^p w_k y_k^*$$

ATY, UPY’nin özel bir halidir.

Son yıllarda l_q -normları içerisinde (68) probleminin çözümünde en sık kullanılan $q = \infty$ veya diğer ismiyle Tchebycheff metriğidir. Eğer l_q -normunda $q = \infty$ alınırsa (77) probleminden izleyen matematiksel model elde edilir.

$$\text{enk}_{x \in X} \text{enb}_{k=1, \dots, p} w_k |f_k(x) - y_k^*| \quad (78)$$

(78) probleminin amaç fonksiyonunun diferansiyellenemeyen yapıdadır. Bununla birlikte (78) problemi, diferansiyellenebilir yapıya dönüştürülebilir. Bu dönüşüm sonucunda elde edilen (78) problemine eşdeğer diferansiyellenebilir problemin matematiksel modeli izleyen şekildedir.

$$\alpha \geq w_k (f_k(x) - y_k^*), \quad k = 1, \dots, p, \\ x \in X,$$

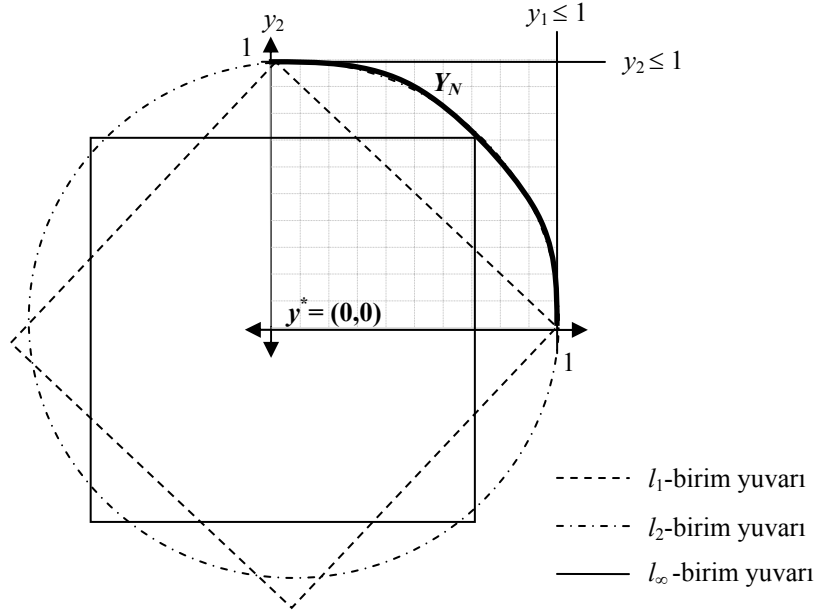
k.a. $\text{enk } \alpha$

(78) problemi, (75) ve (77) problemlerinin özel bir hali olduğundan Teorem 3.7 ve Teorem 3.8 ile verilen sonuçlar geçerlidir. Bunun yanı sıra Choo and Atkins (78) probleminin çözümlerinin (68) probleminin bütün Pareto etkin çözümlerini karakterize etmesiyle ilgili izleyen Teoremi vermişlerdir (Choo and Atkins, 1983).

Tanım 3.6. $\varepsilon \in R_+^p$, pozitif küçük sayılar vektörü olmak üzere $y_k^U = y_k^* - \varepsilon, k = 1, \dots, p$ bileşenlerinden oluşan $y^U \in R^p$ vektörüne “ütopya noktası” denir.

Teorem 3.9. (Choo and Atkins, 1983) \hat{x} noktasının (68) probleminin zayıf Pareto etkin çözümü olabilmesi için gerek ve yeterli koşul belirli bir $w \in R_+^p$ için \hat{x} ’nın, (79)’a çözüm olmasıdır.

$$\text{enk}_{x \in X} \text{enb}_{k=1, \dots, p} [w_k (f_k(x) - y_k^U)] \quad (79)$$



Şekil 3.7. Farklı l_q -birim yuvarlarının geometrik şekli

Teorem 3.9'dan (79) probleminden (68) problemi üzerine herhangi bir dışbükeylik şartı konulmaksızın bütün zayıf Pareto etkin noktaların elde edilebileceği sonucuna ulaşılır. Ancak ağırlıklı Tchebycheff (79) probleminin eleştirilen yönlerinden birisi, ağırlık vektörüne bağlı olarak bulunan zayıf Pareto etkin değerlerin belirlenmesi için ek bir yardımcı problemin çözümünü gerektirmesidir. Bu ek problem, ε -Kısıt Yöntemi'ne benzer olarak (79) probleminden elde edilen çözümün Pareto etkinlik kontrolünü yapar.

Steuer and Choo, ağırlıklı Tchebycheff (79) probleminin bu eksikliğini gidermek için izleyen "lexicographic ağırlıklı Tchebycheff" problemini önermişlerdir (Steuer and Choo, 1983; Steuer, 1986).

$$\alpha \geq w_k (f_k(x) - y_k^U), k = 1, \dots, p,$$

$$x \in X,$$

$$\text{k.a. } \textit{lex enk}(\alpha, \sum_{k=1}^p (f_k(x) - y_k^U)) \quad (80)$$

Ağırlıklı Tchebycheff problemlerinde zayıf Pareto etkin noktaların elde edilmesini engellemek için önerilen yaklaşımlardan birisi de "Genişletilmiş Ağırlıklı Tchebycheff" normunun uzaklık ölçümünde kullanılmasıdır. Bu yaklaşımda ağırlıklı Tchebycheff

normuna bir terim daha eklenerek, seviye kümelerine hafif bir eğim verilmiştir. ρ , yeterince küçük pozitif sabit sayı olmak üzere Genişletilmiş Ağırlıklı Tchebycheff Yönteminin matematiksel modeli izleyen şekildedir.

$$(GATY) \underset{x \in X}{enk} \underset{k=1, \dots, p}{enb} [w_k (f_k(x) - y_k^U)] + \rho \sum_{k=1}^p (f_k(x) - y_k^U) \quad (81)$$

(81) probleminin amaç fonksiyonunun diferansiyellenemeyen yapıdadır. Bununla birlikte (81) problemi, diferansiyellenebilir yapıya dönüştürülebilir. Bu dönüşüm sonucunda elde edilen (81) problemine eşdeğer diferansiyellenebilir problemin matematiksel modeli izleyen şekildedir.

$$\alpha \geq w_k (f_k(x) - y_k^U), k = 1, \dots, p, \\ x \in X,$$

$$\text{k.a. } \underset{x \in X}{enk} \alpha + \rho \sum_{k=1}^p f_k(x) \quad (82)$$

Tchebycheff metriği temelli skalerleştirme'nin Ağırlıklandırma Yöntemi'ne üstünlüğü, sadece hiperdüzlemlerle desteklenen etkin noktalara değil aynı zamanda desteklenemeyen noktalara da ulaşabilmesidir. Etkin noktalar için Tchebycheff metriği temelli genel karakteristikler ilk olarak Bowman tarafından verilmiştir (Bowman, 1976). Tchebycheff skalerleştirme programları, ağırlıklandırılmış Tchebycheff (l_∞) metriğine bağlı olarak referans noktasına (örneğin ideal nokta) en yakın (zayıf) etkin noktayı hesaplar.

KV'nin amaç fonksiyonlarının değerleriyle ilgili iki tip isteği olabilir. Bunlardan ilki KV'nin amaç fonksiyonlarının değerleriyle ilgili hedefini gösteren istek düzeyleridir. Diğeri ise KV'nin amaç fonksiyonlarının değerleriyle ilgili zorunluluklarını gösteren düzey (rezarvasyon düzeyi) şartıdır. İstek düzeyi ile düzey şartı arasındaki en önemli fark birisinin hedef diğeri'nin zorunluluk olmasıdır. Başarı skalerleştirme fonksiyonu, referans noktasının etkin küme üzerindeki "izdüşümü"nin alınmasını sağlar. Örnek olarak referans noktasına, (ağırlıklı) Tchebycheff uzaklığının enküçüklenmesi verilebilir. İstek temelli Karar Destek sistemleri ile ilgili genel bilgiler, Lewandowski and Wierzbicki'nin çalışmalarında yer almaktadır (Lewandowski and Wierzbicki, 1988, 1989). Çok amaçlı tamsayı doğrusal problemler için Tchebycheff veya diğer başarı skalerleştirme fonksiyonları kullanan etkileşimli yöntemler 1983'te

Steuer and Choo, 1986'da Steuer, 1993'te Vassilev and Narula tarafından geliştirilmiştir (Alves and Climaco, 1999).

Genişletilmiş ağırlıklı Tchebycheff skalerleştirme programları, literatürde yaygın olarak iki şekilde kullanılmıştır. Bunlardan ilkinde araştırmacılar referans noktasını (genellikle ideal nokta alınarak) sabitleyerek farklı ağırlıklar kullanmışlardır (Steuer and Choo, 1983). Diğer uygulamalarda ise araştırmacılar genişletilmiş ağırlıksız Tchebycheff skalerleştirme programlarını, parametrik referans noktası kullanarak ele almışlardır (Alves ve Climaco, 1999). Uzlaşık programlama içerisinde yer alan GATY, birçok KV etkileşimli yöntemin çekirdeğini oluşturmaktadır. Bunlardan en kayda değerleri, Steuer ve Choo tarafından verilen İnteraktif Ağırlıklı Tchebycheff Prosedürü (IATP), Wierzbicki tarafından önerilen Referans Noktası Yöntemi (RNY), Buchanan tarafından verilen GUESS yöntemi (GUESS), Nakayama ve Sawaragi tarafından verilen Ödünleşim Tatmini Yöntemi (STOM), Miettinen tarafından verilen NIMBUS yöntemidir (Steuer ve Choo, 1983; Wierzbicki, 1980; Buchanan and Gardnier, 2003; Miettinen, 1999).

Son yıllarda Tchebycheff metriğine dayalı yöntemler, genel çok amaçlı problemlerin çözümünde kullanılan en popüler araç olmuştur. UPY kapsamında kullanılan Tchebycheff yaklaşımlarının en büyük avantajları aşağıdaki gibi sıralanabilir.

1. Ele alınan çok amaçlı programlama probleminin çözümünde amaç ve kısıt fonksiyonları ve uygun çözüm alanı üzerine dışbükeylik şartı gerekmemesi.
2. Bütün Pareto etkin değerlerin karakterize edilebilmesi ve ağırlık parametresine bağlı olarak başarılı bir şekilde bütün Pareto yüzeyi örnekleyebilmesi.
3. (81) ve (80) problemlerinin çözümü ile zayıf Pareto etkin değerlerin elde edilmesi engellenir.

Ancak Tchebycheff yaklaşımlarının bazı dezavantajları da mevcuttur. Bunlardan en kayda değerleri aşağıdaki gibi sıralanabilir.

1. Yaklaşımlar, ideal nokta veya nadir noktaya ihtiyaç duyduğundan ölçüt uzayında uygun değer alanı üzerinde kompaktlık şartı doğal olarak yer alır.
2. Tchebycheff yaklaşımları, KV'nin amaç fonksiyonlarıyla ilgili ağırlık tercihlerini göz önüne almaz. Ağırlıklı Tchebycheff yaklaşımlarında kullanılan ağırlık vektörü, KV'nin tercihleriyle birebir örtüşmez.

3.7. Konik Skalerleştirme Yöntemi (KSY)

KSY, Gasimov tarafından genel çok amaçlı programlama problemlerinin çözümü için geliştirilmiştir (Gasimov, 2001). Gasimov, amaç fonksiyonu ve kısıtlar üzerine herhangi bir kısıtlayıcı şart koymadan amaç fonksiyonlarını birleştirerek tek fonksiyona dönüştüren (koniye göre) artan dışbükey fonksiyonlar sınıfına giriş yapmıştır. Bazı kümelerin (özellikle dışbükey olmayan) has Pareto etkin değerleri, Ağırlıklı Toplam Yönteminin bir çözümü olarak hesaplanamaz (Şekil 3.1). Destek hiperdüzlem yerine uygun destek koniler kullanılarak bütün Pareto etkin noktalar bulunabilir. Gasimov'un skalerleştirme tekniğinin dayandığı temel fikir, Pareto etkin değerlerin bulunmasında destek konilerin kullanılmasıdır. Yöntemin en büyük üstünlüğü de çok geniş bir problem sınıfına hitap etmesidir. KSY, birçok dışbükey olmayan çok amaçlı programlama problemine uygulanmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Özdemir and Gasimov, KSY'yi çok amaçlı fakülte ders atama problemine uygulamışlardır (Özdemir and Gasimov, 2004). Ayrıca Gasimov et al. (2007), KSY'yi 1.5 boyutlu kesme problemlerine uygulamışlar ve elde ettikleri sonuçları Ağırlıklı Toplam Yöntemi ile karşılaştırmışlardır.

Gasimov tarafından verilmiş yöntemin, çok ölçütlü problemlere uygulanmasında öncelikle bazı teoremlerin verilmesi gereklidir (Gasimov, 2001).

W kümesi, $W := \{(\alpha, w) \in R \times R_+^p \mid 0 < \alpha < \text{enk}\{w_1, \dots, w_p\}\}$ şeklinde tanımlansın.

Teorem 3.10. (Teorem 3; Gasimov, 2001) $\hat{x} \in X$ elemanının, bazı $(\alpha, w) \in W$ için izleyen skaler enküçükleme probleminin eniyi çözümü olduğunu varsayalım.

$$\text{enk}_{x \in X} \alpha \sum_{k=1}^p |f_k(x)| + \sum_{k=1}^p w_k f_k(x). \quad (83)$$

O zaman $\hat{x} \in X$, (68) probleminin bir Benson has etkin çözümüdür.

Teorem 3.11. $\hat{x} \in X$, (68)'in Benson has etkin çözümü olsun. O zaman $\hat{x} \in X$ 'in izleyen skaler enküçükleme probleminin eniyi çözümü olduğu $(\alpha, w) \in W$ vektörü vardır.

$$\text{enk}_{x \in X} \alpha \sum_{k=1}^p |f_k(x) - f_k(\hat{x})| + \sum_{k=1}^p w_k (f_k(x) - f_k(\hat{x})) \quad (84)$$

$\hat{x} \in X$, (1) probleminin bir Pareto etkin çözümü ise izleyen “kaydırılmış problem“in de Pareto etkin çözümüdür.

$$(K\check{C}AP) \underset{x \in X}{enk} (f_1(x) - a_1, \dots, f_p(x) - a_p) \quad (85)$$

Yardımcı Teorem 3.5. Ancak ve ancak \hat{x} ’nin izleyen skaler problemin eniyi çözümü olduğu $a \in R^p$ ve $(\alpha, w) \in W$ parametre değerleri varsa $\hat{x} \in X$ uygun çözümü, Benson has etkin çözümdür.

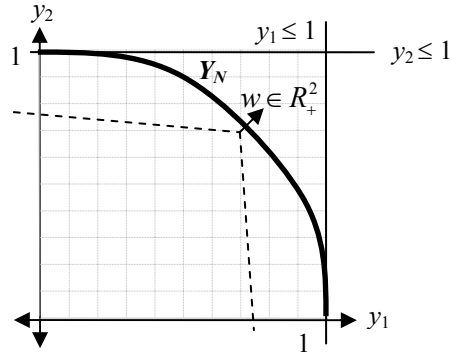
$$\underset{x \in X}{enk} \alpha \sum_{k=1}^p |f_k(x) - a_k| + \sum_{k=1}^p w_k (f_k(x) - a_k) \quad (86)$$

W kümesi, $W := \{(\alpha, w) \in R \times R_+^p \mid 0 \leq \alpha < enk\{w_1, \dots, w_p\}\}$ şeklinde tanımlansın. $a \in R^p$ ve $(\alpha, w) \in W$ olmak üzere KSY’nin matematisel modeli izleyen şekilde verilebilir.

$$(KSY) \underset{x \in X}{enk} \alpha \sum_{k=1}^p |f_k(x) - a_k| + \sum_{k=1}^p w_k (f_k(x) - a_k) \quad (87)$$

(87) probleminde $\alpha = 0$ alınırsa problem, Ağırlıklı Toplam Yöntemine indirgenmiş olur. Dolayısıyla Ağırlıklı Toplam Yöntemi, Konik Skalerleştirme Yönteminin özel bir halidir. Geometrik olarak Ağırlıklı Toplam Yönteminin temelini oluşturan hiperdüzlemler de özel bir konidir.

Konik Skalerleştirme Yönteminde oluşan konilerin geometrik yapısını ve dolayısıyla çalışma şeklini açıklamak için tekrar Örnek 3.1’i ele alalım. Konilerin geometrik gösterimi için $\{y \in R^p : \alpha \sum_{k=1}^p |f_k(x) - a_k| + \sum_{k=1}^p w_k (f_k(x) - a_k) \leq c\}$ seviye kümeleri kullanılır. Bu küme, $c = 0$ olması durumunda tepe noktası $a \in R^p$ ’da yerleşmiş, yönü $w \in R^p$ vektörüyle belirlenen ve tepe açısında $\alpha \in R_+$ parametresine bağlı olan bir konidir. (87) problemi, seviye kümesiyle ölçüt değer kümesinin kesişiminin boş olmadığı en küçük c değerini bulma problemidir. Diğer bir deyişle uygun ölçüt alanında, $a \in R^p$ ve $(\alpha, w) \in W$ parametreleriyle belirlenen koninin Pareto etkin yüzeyi desteklediği noktayı bulma problemidir. Şekil 3.8’de $k = 1, 2$ için $w_k = 0.5$, $\alpha = 0.49$ ve $a = (0.7, 0.7)$ alınarak $\{y \in R^2 : 0.49 \sum_{k=1}^2 |f_k(x) - 0.7| + \sum_{k=1}^2 0.5(f_k(x) - 0.7) \leq 0\}$ ile verilen seviye kümesi için elde edilen koni geometrik olarak gösterilmiştir.



Şekil 3. 8. Konik Skalerleştirme Yöntemi'nin geometrik izahı

Şekil 3.8'de görüldüğü gibi KSY, Pareto etkin noktaların elde edilmesinde bu noktaların tanımlarına en uygun yöntem olarak gözükmektedir. KSY ile zayıf etkin değerler, Pareto etkin değerler ve has Pareto etkin değerler yöntemde kullanılan parametrelerin değerleri değiştirilerek elde edilebilir.

KSY'nin avantajları aşağıdaki gibi sıralanabilir.

1. Amaç fonksiyonları ve uygun çözüm alanı üzerinde dışbükeylik şartı gerektirmez. Genel çok amaçlı problemlerin çözümü için geliştirilmiştir.
2. KV'nin tercihlerini ve isteklerini matematiksel modele yansıtır. KV, amaç fonksiyonlarına dair istek düzeylerini $a \in R^p$ ve amaç fonksiyonlarının ağırlıklarıyla ilgili tercihlerini $(\alpha, w) \in W$ parametreleri yardımıyla modele dahil eder.
3. Ek bir problem çözümüne ihtiyaç duymaksızın Pareto etkin değerlerin ve has etkin değerlerin elde edilmesini sağlar.
4. Özellikle NP-zor problemlerinde skaler problemin sadece bir kez çözülmesiyle KV'yi tatmin edecek bir çözüme ulaşılmasını sağlar.
5. Uygun ve uygun olmayan istek düzeyleri için tatmin edici çözümler üretir.

3.8. Hedef Programlama (HP)

HP ilk olarak Charnes et al. tarafından 1955 yılında yönetici maaşları belirlemek için kullanılmıştır (Charnes et al., 1955). Hedef programlamanın en önemli teknik avantajlarından birisi hiçbir hedef gerçekleştirilebilir olmasa bile, her zaman karar vericiye bir çözüm sağlamasıdır. Bir diğer avantajı da çok ölçütlü problemi, tek ölçütlü problemler için geliştirilmiş yazılımları kullanacak şekilde getirmesidir. En belirgin dezavantajı ise öncelik, ağırlık, hedef değeri gibi karar verici tercihlerini gerektirmesi ve etkin çözümleri garanti etmemesidir. HP, birçok finansal ölçütü hedeflere göre ifade edilebileceğinden finansal planlamada kullanılan önemli bir araçtır. HP'nin genel şekli aşağıdaki gibidir.

x , karar değişkeni vektörü; X , uygun çözüm kümesi; $f_k(x)$, k . amaç fonksiyonu; d_k^+ ve d_k^- , çözümün hedefin altında veya üstünde gerçekleştiğini ölçen sapma değişkenleri; P_l , l . öncelik sınıfı J_l 'i gösteren simge; w_k^+ ve w_k^- , sapma değişkenlerinin göreceli önem ağırlıkları ve t_k , k . hedef değeri olmak üzere HP'nin genel matematiksel modeli:

$$\begin{aligned}
 & f_k(x) + d_k^- - d_k^+ = t_k, k = 1, 2, \dots, p, \\
 & x \in X, \\
 & x, d_k^-, d_k^+ \geq 0; d_k^+ d_k^- = 0; k = 1, 2, \dots, p, \\
 & \text{k.a. } \text{enk} \sum_{i=1}^l P_l \left[\sum_{k \in J_i} (w_k^- d_k^- + w_k^+ d_k^+) \right]
 \end{aligned} \tag{88}$$

şeklinde verilir. (88) modelinin amaç fonksiyonu, birinci öncelik sınıfı J_1 'den başlayarak Karar Vericinin amaç fonksiyonlarıyla ilgili hedeflediği değerler t_k 'dan istemediği ağırlıklı sapmaların toplamını en küçükler. Amaç fonksiyonu, aynı öncelik sınıfında yer alan istenmeyen sapmalar arasında Karar Vericinin göreceli önem ağırlıkları vasıtasıyla bir ödünleşime izin verirken farklı öncelik sınıfında yer alan sapmalar arasında ödünleşime izin vermez. Modelin eşitlik kısıtları, k . amaç fonksiyonunun hedeflenen değeri t_k 'dan negatif ve pozitif sapmaları belirler.

Finans alanındaki ilk HP uygulaması, Lee and Lerro tarafından yapılan müşterek fon endüstrisindeki portföy seçim modelidir (Lee and Lerro, 1973). 1980'li yıllarda finans alanında etkileşimli kademeli HP, ilk olarak Spork tarafından ortaya atılmıştır (Spork, 1981). Ardından Sharda and Musser, alışlagelmiş vadeli satış oranlarını belirleme yöntemlerine alternatif olarak çok dönemli HP modelini önerdi (Sharda and Musser, 1986). Markowitz'in standart modeli için geliştirilen HP modellerinde varlıkların getiri kayganlığını enküçükleme hedefine ulaşmak için gerekli doğrusal olmayan kısıta doğrusal yaklaşımlar, Lee and Chesser ile Kumar et al. tarafından verildi (Lee and Chesser, 1980; Kumar et al., 1978). Powell and Premachandra, çelişen kurumsal yatırım amaçlarını ve kısıtlarını, lexicographic hedef programlama tekniğini kullanarak ele almışlardır (Powell and Premachandra, 1998).

3.9. Skalerleştirme Yöntemlerinin Karşılaştırılması

Çok amaçlı programlamanın doğasına uygun olarak skalerleştirme tekniklerinin karşılaştırılmasında da birçok ölçüt göz önüne alınabilir.

Çok ölçütlü karar verme problemleriyle ilgilendiğimizden dolayı skalerleştirme yöntemlerinin, karar verme süreci ile ilgili ölçütler temelli bir karşılaştırması verilmeye çalışıldı. Bu amaçla aşağıdaki ölçüt ve alt ölçütler kullanıldı.

1. KV'nin tercihlerini modele yansıtabilme.
 - a. Amaç fonksiyonu değerleriyle ilgili istek düzeyleri,
 - b. Amaç fonksiyonlarının ağırlıkları,
 - c. Amaç fonksiyonlarının değerleriyle ilgili düzey şartları.
2. Tüm Pareto yüzeyin karakterizasyonu için çok amaçlı modelin sağlaması gereken şartlar.
 - d. Amaç fonksiyonları ve uygun çözüm alanı üzerinde dışbükeylik şartı,
 - e. Pareto etkin değer kümesi üzerinde kompaktlık şartı.
3. Yöntemin garanti edebildiği çözümler.
 - f. Zayıf Pareto etkin değerler,
 - g. Pareto Etkin değerler,
 - h. Has Pareto etkin değerler.

4. Modele eklenen

- i. Ek kısıt sayısı,
- j. Ek değişken sayısı.

5. Pareto etkin çözümü elde edebilmek için çözülmesi gereken

- k. Ek problem sayısı.

Yukarıdaki ölçütler göz önüne alınarak skalerleştirme yöntemleri aşağıdaki Çizelge 3.1.'de karşılaştırılmıştır. “√” işareti ile skalerleştirme yönteminde ilgili özellik veya şartın var olduğu gösterildi. Çizelge 3.1'de de görüldüğü gibi KSY, birçok açıdan diğer skalerleştirme yöntemlerinden üstündür. Örneğin KSY, 1. özellik olan Karar Vericinin tercihlerinden istek düzeyini ve amaç fonksiyonu ağırlıklarını modele yansıttığından (a) ve (b) sütunlarında ‘√’ ile işaretlenmiştir. Uygun değer alanı üzerine, dışbükeylik ve kompactlık şartı gerektirmediğinden 2. özelliğin (d) ve (e) sütunları boş bırakılmıştır. KSY'ye rezarvasyon düzeyleri kolaylıkla eklenebilir. KSY'ye rezarvasyon düzeylerinin eklenmesi halinde ele alınan özellikler açısından eksiksiz bir yöntem olacağı sonucuna ulaşılabilir.

Çizelge 3.1. Skalerleştirme yöntemlerinin karşılaştırılması

Ölçütler	1			2			3			4		5
Yöntemler*	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	
ATY	√			√	√	√	√	√	0	0	0	
EKY			√			√	√		$p-1$	0	$p-1$	
MY		√	√	√		√	√		p	0	$p-1$	
ELKY			√			√	√		$p-1$	$p-1$	$p-1$	
BY	√					√	√		p	p	0	
UPY	√				√	√	√	√	p	1	p	
KSY	√	√				√	√	√	0	0	0	
HP	√	√							p	$2p$	0	

*Ağırlıklı Toplam Yöntemi (ATY), ϵ -Kısıt Yöntemi (EKY), Melez Yöntem (MY), Elastik Kısıt Yöntemi (ELKY), Benson'un Yöntemi (BY), Uzlaşık Programlam Yöntemi (UPY), Konik Skalerleştirme Yöntemi (KSY), Hedef Programlama (HP)

KSY'nin genel çok amaçlı modellerin çözümü için geliştirilmiş yöntemlerin içerisindeki yerini göstermek amacıyla Karar Vericinin sürece katılımı göz önüne alınarak bir sınıflandırma yapılmaya çalışıldı. Çok amaçlı karar verme literatüründe birbirine göre farklı açılardan üstünlük sağlayan yöntemler olmakla birlikte ideal bir çözüm yöntemi yoktur. Yöntemlerin değerlendirilmesinde ise en önemli unsur Karar Vericinin yeri ve karar sürecine katılım şeklidir. Hwang and Masud (1979) tarafından Karar Vericinin çözüm sürecine katılımıyla ilgili sınıflandırma yöntemi kullanarak yapılan sınıflandırma Çizelge 3.2'de verilmiştir. Çizelge 3.2'de verilen sınıflandırmanın detayları aşağıdaki gibi verilebilir.

1. Karar Vericinin tercih bilgisini gerektirmeyen yöntemler: Bu sınıfa Karar Vericiden herhangi bir tercih bilgisi alınmaksızın çok amaçlı probleme çözüm üreten yöntemler girer. Uzlaşık Programlama teknikleri bu sınıfın tipik örneğidir.

2. Yöntemi uygulamadan önce Karar Vericinin tercih bilgilerine ihtiyaç duyan yöntemler: Bu sınıfa giren yöntemlerde Karar Verici, karar sürecine sadece başlangıçta katılır. Karar Vericinin tercihleri çözüme geçmeden önce detaylı olarak analiz edilir ve toplanan veriler modele yansıtılır. Model bir kez çözülür ve sonuçlar Karar Vericiye sunulur.

Çizelge 3.2. Çok amaçlı programlama yöntemlerinin sınıflandırması

1. KV'nin tercih bilgisini gerektirmeyen yöntemler	2. Yöntemi uygulamadan önce KV'nin tercih bilgilerine ihtiyaç duyan yöntemler
- Ağırlıksız Uzlaşık Programlama Yöntemleri	- Ağırlıklı Toplam Yöntemi - Hedef Programlama Yöntemleri, - Lexicographic sıralama temelli yöntemler, - Fayda Teorisi temelli yöntemler, - Konik Skalerleştirme Yöntemi,
3. Analiz önceliğine dayalı yöntemler	4. KV ile etkileşimli Yöntemler
- ϵ -Kısıt Yöntemi, - Ağırlıklı Uzlaşık Programlama Yöntemleri, - Benson'un Yöntemi, - Elastik Kısıt Yöntemi	- Tchebycheff metriği temelli interaktif yöntemler, - Referans noktası algoritmaları.

3. Analiz önceliğine dayalı yöntemler: Bu sınıfta yer alan yöntemler, analiz öncelikli yöntemlerdir. Karar Verici, karar sürecinin sonunda yer alır. Öncelikle çok amaçlı problemin Pareto etkin yüzeyi analiz edilerek Karar Vericiye problemin etkin çözüm uzayı hakkında detaylı bilgi aktarılır. Karar Verici, analiz sonuçlarına bakarak bir sonuca ulaşmaya çalışır.

4. Karar Verici ile etkileşimli yöntemler: Bu yöntemde Karar Verici ile analist veya çözüm arayüzü (bir program olabilir) ardışık olarak etkileşim halindedir. Analist pareto yüzeyi örnekleyerek Pareto etkin değer kümesini Karar Vericiye gösterir. Karar Verici, Pareto etkin değer kümesinde yer alan çözümlerle ilgili tercihlerini Analiste bildirir. Analist bu tercihleri kullanarak yeni Pareto etkin değer kümesini üretir ve tekrar Karar Vericiye gösterir. Süreç bu şekilde Karar Vericinin tatmin olduğu bir çözüm elde edilinceye kadar devam eder.

3.10. Başarı Skalerleştirme Fonksiyonları

Literatürde çok amaçlı programlama problemleri için referans noktalarının ilk kullanımı Charnes ve Cooper'in hedef programlama çalışmalarında yer almıştır (Charnes ve Cooper, 1961). Referans noktalarıyla ilgili çalışmalar, Wierzbicki'nin çalışmasıyla ivme kazanmıştır (Wierzbicki, 1980). Wierzbicki'nin çalışması, referans noktalarını kontrol ederek Pareto etkin noktaları araştırmaya imkan sağlayan Başarı Skalerleştirme Fonksiyonlarının (BSF) (Achievement Scalarizing Functions) karakteristikleri ile ilgilidir. BSF'ler sadece Pareto etkin çözümleri elde etmek için tasarlandığından, hedef programlama yöntemleri üzerine önemli bir üstünlük sağlamıştır.

Referans Noktası Algoritmalarının temelinde yer alan fikir, KV'lerin nasıl karar verdiğini göz önüne alarak eniyilemeden çok tatmin edici Pareto etkin çözümlere ulaşmaktır. Wierzbicki, kişilerin her kararını bazı değer fonksiyonlarını enbüyükleyerek almadıklarına dikkat çekmiştir (Wierzbicki, 1980). Bunun yerine KV'ler belirli istek düzeylerine ulaşmayı isterler. Wierzbicki, eğer herkes belirli bir değer fonksiyonunu eniyileyerek hareket etseydi o zaman insanların ortalama bir davranış gösterip, kişisel farklılıkların ortaya çıkmasının beklenmemesi gerektiğine dikkat çekmiştir. Referans

noktası, KV için ölçüt uzayında uygun veya istenen uygun veya uygun olmayan noktadır. Referans noktaları, KV tarafından belirlenmesi sezgisel ve kolay olan ve tutarlılığı da şart olmayan noktalardır. Referans Noktası Algoritmalarının temelinde Başarı Skalerleştirme Fonksiyonları yer alır. Wierzbicki, belirli şartları sağlayan BSF'ler yardımıyla Pareto etkin değerlerin karakterize edilebileceğini göstermiştir.

Reel değerli fonksiyonların $s_{\bar{y}}: R^p \rightarrow R$ belirli bir sınıfı, "Başarı Fonksiyonu" olarak isimlendirilir ve (68) probleminin skalerleştirilmesinde kullanılır. $\bar{y} \in R^p$, istek düzeylerini gösteren keyfi referans noktası olmak üzere Başarı Skalerleştirme Fonksiyonu ile skalerleştirilmiş problem izleyen şekilde tanımlanır:

$$\text{enk}_{x \in X} s_{\bar{y}}(f(x)) \quad (89)$$

$s_{\bar{y}}(y)$ ile tanımlanan Başarı Fonksiyonları belirli şartları sağlaması halinde (89) probleminin çözümü ile (68) probleminin (zayıf) Pareto etkin değerlerinin elde edilmesi garanti edilmiş olur. Başarı Fonksiyonlarının özellikleri Wierzbicki tarafından verilmiştir (Ehrgott, 2005, p.121; Wierzbicki, 1986).

Tanım 3.7. Bir Başarı Fonksiyonu $s_{\bar{y}}: R^p \rightarrow R$,

- a) eğer $y^1, y^2 \in R^p$ için $y^1 \leq y^2$ iken $s_{\bar{y}}(y^1) \leq s_{\bar{y}}(y^2)$ ise artan,
- b) eğer for $y^1, y^2 \in R^p$ için $y^1 < y^2$ iken $s_{\bar{y}}(y^1) < s_{\bar{y}}(y^2)$ ise kesin (strictly) artan,
- c) eğer $y^1, y^2 \in R^p$ için $y^1 \leq y^2$ iken $s_{\bar{y}}(y^1) < s_{\bar{y}}(y^2)$ ise güçlü artan olarak isimlendirilir.

İzleyen teorem, Başarı Fonksiyonlarının özellikleri ile (68) probleminin çözümleri arasındaki ilişkiyi vermektedir (Wierzbicki, 1986).

Teorem 3.12. (Wierzbicki, 1986)

- a) Başarı fonksiyonu $s_{\bar{y}}$, artan olsun. Eğer $\hat{x} \in X$, (89) probleminin tek eniyi çözümü ise (68) probleminin kesin Pareto etkin çözümüdür.
- b) Başarı fonksiyonu $s_{\bar{y}}$, kesin artan olsun. Eğer $\hat{x} \in X$, (89) probleminin eniyi çözümü ise (68) probleminin zayıf Pareto etkin çözümüdür.

c) Başarı fonksiyonu $s_{\bar{y}}$ güçlü artan olsun. Eğer $\hat{x} \in X$, (89) probleminin eniyi çözümü ise (68) probleminin Pareto etkin çözümüdür.

Teorem 3.12'deki şartları sağlayan birçok Başarı Fonksiyonu olmasına rağmen literatürde genellikle (c) şıkında verilen şartı sağlayan başarı fonksiyonları kullanılmaktadır. Güçlü artan Başarı Fonksiyonları yardımıyla (89) probleminden zayıf Pareto etkin çözümlerin elde edilmesi engellenir. Literatürde en yaygın kullanılan güçlü artan Başarı Fonksiyonlarından ikisi Wierzbicki tarafından verilen (90) ve (91) fonksiyonlarıdır. Gasimov tarafından verilen (92) konik fonksiyonunda uygun parametre değerleri için güçlü artan Başarı Fonksiyonudur.

$\bar{y} \in R^p$, istek düzeylerini gösteren keyfi referans noktası; $w \in R_+^p$, pozitif ağırlık vektörü; $\rho_1 > 0$, yeterince küçük olan bir skaler; $\rho_2 > 1$, ceza parametresi; $(y - \bar{y})_+$, bileşenleri $enb\{0, y_k - \bar{y}_k\}$ olan vektör (Wierzbicki, 1986); ve (92) ile verilen BF'nin parametreleri $W = \{(\rho_3, w) \in R \times R_+^p \mid 0 < \rho_3 < \min\{w_1, \dots, w_p\}\}$ kümesinden seçilmek üzere (Gasimov, 2001) güçlü artan Başarı Fonksiyonları,

$$s_{\bar{y}}^1(y) = enb_{k=1, \dots, p} [w_k (y_k - \bar{y}_k)] + \rho_1 \sum_{k=1}^p w_k (y_k - \bar{y}_k), \quad (90)$$

$$s_{\bar{y}}^2(y) = -\|y - \bar{y}\|^2 + \rho_2 \|(y - \bar{y})_+\|^2, \quad (91)$$

$$s_{\bar{y}}^3(y) = \rho_3 \sum_{k=1}^p |y_k - \bar{y}_k| + \sum_{k=1}^p w_k (y_k - \bar{y}_k), \quad (92)$$

(90), (91) ve (92) ile verilen Başarı Fonksiyonlarının herbiri diferansiyellenemeyen yapıdadır. (90) ile verilen BF, α yardımcı değişkeni ile diferansiyellenebilir şekilde (93) dönüştürülebilir.

$$\alpha \geq w_k (y_k - \bar{y}_k), \quad k = 1, \dots, p, \quad \text{kısıtları ile} \quad (93)$$

$$s_{\bar{y}}^1(y) = \alpha + \rho_1 \sum_{k=1}^p w_k (y_k - \bar{y}_k)$$

Benzer şekilde α_k , yardımcı değişkenleri kullanılarak (91) ile verilen BF diferansiyellenebilir şekilde (94) dönüşür.

$$\begin{aligned}\alpha_k &\geq y_k - \bar{y}_k, \quad k = 1, \dots, p, \\ \alpha_k &\geq 0, \quad k = 1, \dots, p,\end{aligned}\tag{94}$$

kısıtları ile

$$s_{\bar{y}}^2(y) = -\|y - \bar{y}\|^2 + \rho_2 \|\alpha\|^2$$

Başarı Fonksiyonları, Referans Noktası Algoritmalarının (RNA) en önemli bileşenleridir.

Gerekli kavramların ve matematiksel altyapının oluşturulmasından sonra, Wierzbicki tarafından geliştirilen etkileşimli çok amaçlı eniyileme tekniği verilecektir. Wierzbicki'nin tekniği çok basit ve kullanılması kolaydır (Wierzbicki, 1986). Çözüme başlamadan önce Karar Vericiye problem hakkında bilgi verilir. Algoritma için şart olmamakla birlikte eğer mümkünse; Pareto etkin değer kümesinin sınırlarını göstermek için ideal ve nadir noktaları Karar Vericiye gösterilir. Eğer uygun çözüm alanı sınırlı ise ideal ve nadir noktaları yardımıyla Karar Verici, amaç fonksiyonlarının alabileceği en iyi ve en kötü değerler hakkında bilgi sahibi olacaktır. Algoritma çalıştırılmadan önce Başarı Fonksiyonunun uygun şekli mutlaka seçilmelidir.

Etkileşimli Referans Noktası Algoritmasının temel adımları izleyen şekildedir.

Adım 1. KV'ye problem hakkında bilgi ver. $t=1$ al ve Adım 2'ye git.

Adım 2. KV'ye istek düzeylerini gösteren referans noktasını $\bar{y}^t \in R^p$ sor.

Adım 3. $x \in X$ kısıtı altında Başarı Fonksiyonu $s_{\bar{y}^t}(y)$ 'yi enküçükle ve (zayıf) Pareto etkin değer \hat{y}^t 'yi elde et. Çözümü KV'ye göster ve Adım 4'e git.

Adım 4. $d^t = \|\bar{y}^t - \hat{y}^t\|$ ve e^k , $k = 1, \dots, p$ için k . birim vektör olmak üzere k . eksene paralel olarak kaydırılmış referans noktalarını aşağıdaki formülasyon yardımıyla hesapla.

$$\bar{y}(k) = \bar{y}^t + d^t e^k\tag{95}$$

Kaydırılmış referans noktalarını kullanarak başarı fonksiyonunu enküçüle ve p adet Pareto etkin değeri bul ve Adım 5'e git.

Adım 5. Bulunan p adet Pareto etkin değeri KV'ye göster. Eğer KV, $p+1$ çözüm içerisinde bir tanesini tatmin edici bulursa DUR ve KV'nin tercih ettiği çözümü son çözüm olarak işaretle. Aksi durumda $t = t+1$ al. KV'den yeni bir referans noktası $\bar{y}^t \in R^p$ belirlemesini iste ve Adım 3'e dön.

Uygun Başarı Fonksiyonunun kullanılması ve karar vericinin tutarlı kararlar vermesi halinde Referans Noktası Algoritmasının yakınsaklığı Wierzbicki tarafından gösterilmiştir (Wierzbicki, 1986). Algoritmada parantez içinde (zayıf) yazılmasının sebebi elde edilen çözümün zayıf Pareto, Pareto veya has Pareto etkin değer olmasının kullanılan BF'ye bağlı olmasındandır. Eğer (90), (91) veya (92) ile verilen BF'lerden birisi tercih edilecek olursa algoritmada (zayıf) ifadesine gerek kalmaz.

Adım 4'te referans noktasının eksenler boyunca kaydırılması, karar vericinin mümkün çözümler hakkında daha iyi kıyaslama yapmasına olanak sağlar. Eğer KV'nin seçtiği referans noktası Pareto etkin değer kümesi Y_N 'den uzaksa, Algoritmadan elde edilen Pareto etkin değerler daha geniş aralıkta, yakınsa daha dar aralıkta olacaktır. Referans Noktası Algoritması, karar vericinin tercih ettiği referans noktalarını kullanarak adım adım tatmin edici çözüme yaklaşacaktır.

Referans Noktası Algoritması'nda kullanılan (90), (91) ve (92) ile verilen Başarı Fonksiyonlarının performansını karşılaştırmak için tekrar Örnek 3.1'i ele alalım. Karar vericinin ölçüt uzayında uygun değer alanında yer almayan 9 adet referans noktası için Başarı Fonksiyonlarından elde edilen sonuçlar Çizelge 3.3'te verildi. Uygun değer alanında yer alan 6 adet referans noktası için Başarı Fonksiyonlarından elde edilen sonuçlar ise Çizelge 3.4'te verildi. Başarı Fonksiyonları için parametreler, $w_1 = w_2 = 0.5$, $\rho_1 = 0.01$, $\rho_2 = 100$, $\rho_3 = 0.49$ olarak alınmış ve elde edilen çözümün toplamsal faydası $U(\hat{y}) = 1 - 0.5 * (\hat{y}_1 + \hat{y}_2)$ ile hesaplanmıştır.

Çizelge 3.3. Uygun değer alanında yer almayan Referans Noktaları için Başarı Fonksiyonlarının performansları

RN	BF ₁ (90)		BF ₂ (91)		BF ₃ (92)	
\bar{y}^1	$\hat{y}^1 = (\hat{y}_1^1, \hat{y}_2^1)$	$U(\hat{y}^1)$	$\hat{y}^1 = (\hat{y}_1^1, \hat{y}_2^1)$	$U(\hat{y}^1)$	$\hat{y}^1 = (\hat{y}_1^1, \hat{y}_2^1)$	$U(\hat{y}^1)$
(0.1,0.9)	(0.183,0.983)	0.417	(0.110,0.994)	0.448	(0.1,0.995)	0.453
(0.2,0.8)	(0.340,0.940)	0.360	(0.243,0.970)	0.394	(0.2,0.980)	0.410
(0.3,0.7)	(0.478,0.878)	0.322	(0.394,0.919)	0.343	(0.3,0.954)	0.373
(0.4,0.6)	(0.600,0.800)	0.300	(0.555,0.832)	0.307	(0.4,0.917)	0.342
(0.5,0.5)	(0.707,0.707)	0.293	(0.707,0.707)	0.293	(0.866,0.5)	0.317
(0.6,0.4)	(0.800,0.600)	0.300	(0.832,0.555)	0.307	(0.917,0.4)	0.342
(0.7,0.3)	(0.878,0.478)	0.322	(0.919,0.394)	0.343	(0.954,0.3)	0.373
(0.8,0.2)	(0.940,0.340)	0.360	(0.970,0.243)	0.394	(0.980,0.2)	0.410
(0.9,0.1)	(0.983,0.183)	0.417	(0.994,0.110)	0.448	(0.995,0.1)	0.453

Çizelge 3.4. Uygun değer alanında yer alan Referans Noktaları için Başarı Fonksiyonlarının performansları

RN	BF ₁ (19)		BF ₂ (20)		BF ₃ (21)	
\bar{y}^1	$\hat{y}^1 = (\hat{y}_1^1, \hat{y}_2^1)$	$U(\hat{y}^1)$	$\hat{y}^1 = (\hat{y}_1^1, \hat{y}_2^1)$	$U(\hat{y}^1)$	$\hat{y}^1 = (\hat{y}_1^1, \hat{y}_2^1)$	$U(\hat{y}^1)$
(0.5,1.0)	(0.411,0.911)	0.339	(0,1)	0.500	(0,1)	0.500
(0.6,0.9)	(0.541,0.841)	0.309	(0.428,0.904)	0.334	(0.436,0.900)	0.332
(0.7,0.8)	(0.655,0.755)	0.295	(0.598,0.801)	0.300	(0.600,0.800)	0.300
(0.8,0.7)	(0.755,0.655)	0.295	(0.801,0.598)	0.300	(0.800,0.600)	0.300
(0.9,0.6)	(0.841,0.541)	0.309	(0.904,0.428)	0.334	(0.900,0.436)	0.332
(1.0,0.5)	(0.911,0.411)	0.339	(1,0)	0.500	(1,0)	0.500

Çizelge 3.3 ve Çizelge 3.4'te elde edilen verilerden hareketle BF₃'ün hem KV'nin referans noktalarını iyileştirmeye çalışırken hemde amaç fonksiyonlarının ağırlıklarına göre toplamsal faydayı enbüyüklediği sonucuna ulaşılır. BF'lerin hepsi ATY ile elde edilemeyen etkin noktalara erişebilmektedir.

Günümüzde her yönüyle diğer yöntemlere üstün olan bir skalerleştirme tekniği henüz geliştirilememiştir. Dışbükey veya dışbükey olmayan çok amaçlı problemlerle ilgili çalışmalara devam edilmektedir (Azimli, 2008a, 2008b; Azimov, 1982; Miettinen and Makela, 2002).

3.11. Fayda Fonksiyonları

Fayda teorisi, karar vericilerin kendilerine özgü fayda fonksiyonlarının var olduğu temeline dayanır. Karar Vericilerin kişisel farklılıkları, aynı çözümden farklı faydalar elde etmelerine sebep olmaktadır. Çok nitelikli fayda teorisindeki temel çaba, az sayıda kesikli alternatif göz önüne alarak Karar vericinin fayda fonksiyonunu açıkça ifade edilmesine harcanır. Bunun için karar vericinin tercih yapısının ortaya konulması gerekir. Bu kapsamda cevaplanması gereken iki temel soru vardır:

1. Tek ve çok nitelikli durumları içeren problemlerde hangi şartlar altında fayda fonksiyonlarının varlığı kabul edilebilir?
2. Eğer fayda fonksiyonları mevcutsa bu fonksiyonları yapılandırmanın pratik araçları nelerdir?

Birinci sorunun cevabı fayda fonksiyonlarının varlık teoremleri ile verilir. Varlık teoremlerindeki birinci şart, en az bir niteliğin değerinin diğer niteliklerin değerinde azalış olmaksızın arttığında tercihinde artacağını ifade eden “monotonluk” (baskınlık veya doyumsuzluk) olarak bilinir. İkinci şart ise fayda fonksiyonunun varlığını saptamada gerekli olan tercih uzayında süreklilik (Arşimet) şartıdır. Teoremlerin ayrıntıları için Chankong ve Haimes ile Keeney ve Raiffa'nın kitaplarından yararlanılabilir (Chankong and Haimes, 1983; Keeney and Raiffa, 1993).

Bununla birlikte karar vermeye temel oluşturabilmesi için ilgili değer fonksiyonunun (çok değişkenli) kurulması gerekir. Fonksiyonun kurulması için harcanacak çaba (Karar Vericinin tercihlerini ortaya çıkarmak için sorgulama) problemin boyutu arttıkça artar. Bu çabayı azaltmanın en etkin yolu eğer mümkünse boyut indirgemektir. Boyut indirgeme, nitelikleri daha küçük alt gruplara ayırıp her birisini diğerlerinden bağımsız düşünmekle yapılabilir. İdeal durumda fayda fonksiyonunun her nitelik için kurulması ve daha sonra elde edilen sonuçların bazı toplamsal şekillerde birleştirilmesi beklenir. Karar vericinin bütünsel fayda fonksiyonunun kurulmasında en çok kullanılan yapı, toplamsal fayda fonksiyonudur (Keeney and Raiffa, 1993, s.116-125). Toplamsal fayda fonksiyonunun kullanılabilmesi için karar vericinin niteliklerin değerlerine ilişkin tercihlerinin, karşılıklı tercihsel bağımsız olması gerekir. Toplamsal fayda fonksiyonunun kurulmasında ise Doğrudan

Derecelendirme Yöntemi, Orta Değer Ayırma Yöntemi ve UTADIS gibi yöntemlerden yararlanır (Chankong and Haimes, 1983; Doumpos ve Zopounidis, 2002). Toplamsal fayda fonksiyonu dışında KV'nin tercih yapısına göre incelenmesi gereken başka fayda fonksiyonu şekilleri de vardır. Bunlardan bazıları, çarpımsal, polinomsal, kısmi toplamsal ve çarpımsal-toplam şekilleridir (Chankong and Haimes, 1983).

3.12. UTADIS Yöntemi

Toplamsal fayda fonksiyonu kurmada kullanılan yöntemlerden birisi, Doumpos ve Zopounidis tarafından geliştirilen UTADIS (UTilities Additives DIScriminate) alternatifleri sınıflandırma yöntemidir (Doumpos ve Zopounidis, 2002;2004). Jaquet-Lagrange ve Siskos (1982) tarafından önerilmiş UTA(UTilities Additives) yönteminin bir türevidir. Çok Nitelikli Fayda Fonksiyonu kurmada kullanılan MAUT(Multi Attribute Utility Theory) modeli, karar vericinin model için kendine özgü parametre değerlerini tanımlamasını gerektirir (Keeney and Raiffa, 1993). Karar Verici tarafından belirlenen bu parametreler, fayda değerleri ve fayda fonksiyonu ağırlıklarıdır. UTADIS Yöntemi, karar verici tarafından önceden tanımlanmış tercihlere göre referans kümesini gruplara ayırır. Her ölçüt için parçalı doğrusal fayda fonksiyonları ve ölçütlerin faydalarını birleştirirken toplamsal bütünsel fayda fonksiyonu kullanır. Öge fonksiyonlarının kırılma noktalarını ve bütünsel ağırlıklarını bulmak için sınıflandırma hatalarını enküçükleyecek doğrusal programlama modeli çözer. Bu noktada toplamsal fayda fonksiyonunun kurulmasında kullanılan UTADIS yönteminin detaylandırılması gerekmektedir.

Yöntem, toplamsal fayda fonksiyonunun varlığını kabul eder. Bu durumda her bir uygun çözüme karşı gelen $y \in R^p$ amaç fonksiyonu değer vektörünü, bütünsel fayda değerine $U(y) \in R$ dönüştüren bir fonksiyon $U: R^p \rightarrow R$ mevcuttur. Marjinal fayda fonksiyonları \tilde{u}_k , her $y \in Y$ ve $k = 1, 2, \dots, p$ için $0 \leq \tilde{u}_k(y_k) \leq 1$ şartını sağlamak ve μ_k marjinal fayda fonksiyonlarının önem derecelerini gösteren ağırlıklar olmak üzere toplamsal fayda fonksiyonu izleyen yapıya sahiptir:

$$U(y) = \sum_{k=1}^p \mu_k \tilde{u}_k(y_k). \quad (96)$$

UTADIS (UTilities Additives Discriminates) yöntemi, y^j nitelik vektörüne sahip x^j alternatiflerinin sonlu kümesini önceden tanımlanmış ve sıralanmış C_1 en çok tercih edilen ve C_q da en az tercih edilen alternatifleri içeren sınıflar olmak üzere q adet sınıf C_l 'ye ayırmak için geliştirilmiştir. Yöntemde (96)'da verilen toplamsal fayda fonksiyonu ve her bir y^j nitelik vektörüne sahip x^j alternatifinin eğer $\bar{u}_l \leq U(y^j) < \bar{u}_{l-1}$ ise atandığı C_l , $l = 1, \dots, q-1$ sınıfları için eşik değerleri $\bar{u}_l \in R$ belirlenir.

UTADIS yöntemiyle toplamsal fayda fonksiyonunu oluştururken, KV tarafından nitelik değerlerine $y_k^j = f_k(x^j)$ göre seçilmiş ve q guruba sınıflandırılmış olan alternatiflerin referans kümesi $\{x^j, j = 1, \dots, o\}$ kullanılır. m_l , referans kümesinin C_l sınıfında yer alan alternatiflerinin sayısını gösterir. Bu durumda referans kümesinden hareketle marjinal veya öge fayda fonksiyonlarını \tilde{u}_k , bunların ölçeklendirme sabitlerini μ_k ve fayda eşik değerlerini \bar{u}_l belirlemek için bir eniyileme modeline ihtiyaç duyulur. UTADIS yöntemi, bu ihtiyacı gidermek için referans kümesindeki sınıflandırma hata oranını enküçükleyecek amaç fonksiyonu önermiştir. Eğer KV'nin marjinal fayda fonksiyonlarına \tilde{u}_k , parçalı doğrusal fonksiyonlarla yaklaşırsa eniyileme problemi, doğrusal programlama problemine dönüşür.

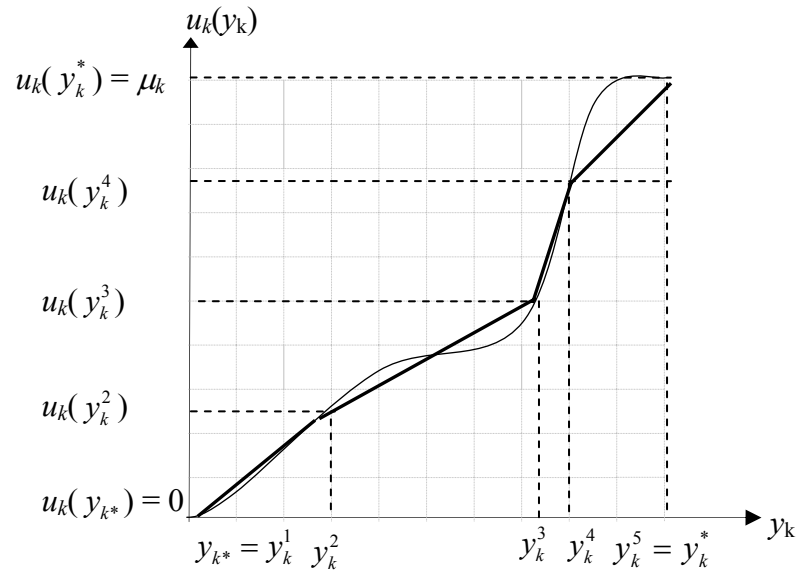
Yöntemi daha kolay izah etmek için bütün marjinal fayda fonksiyonlarının \tilde{u}_k , artan olduğunu, dolayısıyla tüm nitelikler y_k için çok olanın az olana tercih edildiğini (doyumsuzluk özelliği) ve y_k niteliğinin mümkün değerlerinin aralığının $[y_{k^*}, y_k^*]$ olduğunu varsayalım. Şekil 3.9'da örnek bir parçalı doğrusal yaklaşım verilmiştir. Notasyonu basitleştirmek için $u_k = \mu_k \tilde{u}_k$ olsun ($\mu_k = u_k(y_k^*)$ ve $u_k(y_{k^*}) = 0$). p adet ölçütün y_k her birisi için y_k^h , $h=1,2,\dots, h_k$ için parçalı doğrusal fonksiyon u_k 'nin kırılma noktalarını gösterebilir. Bu gösterimde Şekil 3.9'da görüldüğü gibi $y_k^1 = y_{k^*}$ ve $y_k^{h_k} = y_k^*$ olduğu açıktır. O halde marjinal fayda fonksiyonu

$$u_k(y_k) = \sum_{r=1}^{h-1} w_{kr} + \frac{y_k - y_k^h}{y_k^{h+1} - y_k^h} w_{kh_k}, \quad \forall y_k \in [y_k^h, y_k^{h+1}] \quad (97)$$

şeklinde verilir. $w_{kr} = u_k(y_k^{h'+1}) - u_k(y_k^h) \geq 0$ olarak verilmiştir ve $[y_k^h, y_k^{h'+1}]$ aralığında marjinal fayda fonksiyonundaki enbüyük değişimi göstermektedir. $y = f(x)$ nitelik veya ölçüt vektörüne sahip x alternatifinin bütünsel faydası ise

$$U(y) = \sum_{k=1}^p \left(\sum_{r=1}^{h'_k-1} w_{kr} + \frac{y_k - y_k^{h'_k}}{y_k^{h'_k+1} - y_k^{h'_k}} w_{kh'_k} \right) \quad y_k \in [y_k^{h'_k}, y_k^{h'_k+1}] \quad (98)$$

h'_k, y_k 'nin bulunduğu $y_k \in [y_k^{h'_k}, y_k^{h'_k+1}]$ aralığını göstermektedir.



Şekil 3.9. UTADIS ile $h_k = 4$ için elde edilen parçalı doğrusal öge değer fonk. $u_k(y_k)$

Referans kümesindeki x^j alternatifinin $y \in C_l$, $l = 1, \dots, q$ sınıfı için sınıflandırma hataları $\sigma_j^+ = \text{enb}\{0, \bar{u}_l - U(y^j)\}$ ve $\sigma_j^- = \text{enb}\{0, U(y^j) - \bar{u}_l\}$ olsun. Bu durumda alternatiflerin toplamsal faydalarına göre sınıflandırma hatalarını en küçükleyen doğrusal programlama modelini izleyen şekilde verilmiştir (Doupoupos ve Zopounidis, 2004).

$$\sum_{k=1}^p \left(\sum_{r=1}^{h_k'-1} w_{kr} + \frac{y_k^j - y_k^{h_k'}}{y_k^{h_k'+1} - y_k^{h_k'}} w_{kh_k'} \right) - \bar{u}_1 + \sigma_j^+ \geq \delta_1 \quad x^j \in C_1, \quad (99)$$

$$\sum_{k=1}^p \left(\sum_{r=1}^{h_k'-1} w_{kr} + \frac{y_k^j - y_k^{h_k'}}{y_k^{h_k'+1} - y_k^{h_k'}} w_{kh_k'} \right) - \bar{u}_l + \sigma_j^+ \geq \delta_1 \quad x^j \in C_l, 2 \leq l \leq q-1, \quad (100)$$

$$\sum_{k=1}^p \left(\sum_{r=1}^{h_k'-1} w_{kr} + \frac{y_k^j - y_k^{h_k'}}{y_k^{h_k'+1} - y_k^{h_k'}} w_{kh_k'} \right) - \bar{u}_{l-1} - \sigma_j^- \leq -\delta_2 \quad x^j \in C_l, 2 \leq l \leq q-1, \quad (101)$$

$$\sum_{k=1}^p \left(\sum_{r=1}^{h_k'-1} w_{kr} + \frac{y_k^j - y_k^{h_k'}}{y_k^{h_k'+1} - y_k^{h_k'}} w_{kh_k'} \right) - \bar{u}_{q-1} - \sigma_j^- \leq -\delta_2 \quad x^j \in C_q, \quad (102)$$

$$\sum_{k=1}^p \sum_{h=1}^{h_k-1} w_{kh} = 1, \quad (103)$$

$$\bar{u}_l - \bar{u}_{l+1} \geq s, l = 1, \dots, q-2 \quad (104)$$

$$\sigma_j^+, \sigma_j^- \geq 0, j = 1, \dots, o \quad (105)$$

$$w_{kh} \geq 0, k = 1, \dots, p; h = 1, \dots, h_{k-1}. \quad (106)$$

$$\text{k.a. enk } f = \sum_{l=1}^q \left[\frac{\sum_{x^j \in C_l} (\sigma_j^+ + \sigma_j^-)}{m_l} \right] \quad (107)$$

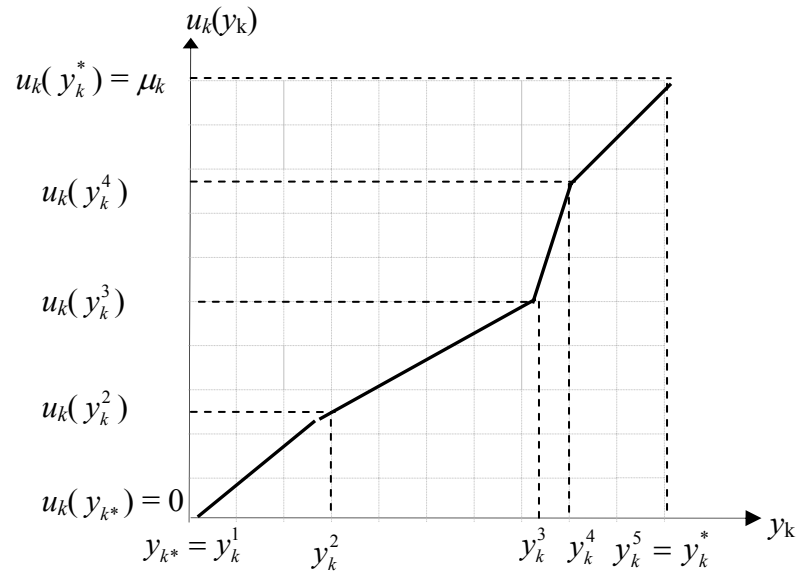
(99)-(102) kısıtları, σ_j^+ ve σ_j^- sınıflandırma hatalarını tanımlar. (103) ile verilen eşitlik $U(y^*)=1$ olacak şekilde bütünsel fayda fonksiyonunu normalleştirir. (104) ile verilen kısıtlar fayda eşik değerlerinin birbirinden farklı olmasını ve fayda fonksiyonunun monoton artan olmasını sağlar. δ_1 ve δ_2 pozitif sayıları, herhangi bir $x^j \in C_l$ alternatifinin faydasının eşik değerine eşit olması $U(y^j) = \bar{u}_l$ durumundan kaçınmak için kullanılır. s pozitif sayısı ise δ_1 ve δ_2 'den büyük seçilmelidir ki \bar{u}_l, \bar{u}_{l+1} 'den büyük olması garanti edilmiş olsun.

UTADIS yöntemiyle elde edilmiş olan parçalı doğrusal yaklaşımlar kullanılarak KV'nin bütünsel fayda fonksiyonunu en büyükmek amacıyla izleyen Karma Tamsayı Doğrusal Olmayan Programlama (KTDOP) modeli önerilmiştir.

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n x_i &= 1, \\
 \sum_{i=1}^n y_i &= K, \\
 x_i &\leq r_i y_i, \quad i = 1, \dots, n, \\
 x_i &\geq l_i y_i, \quad i = 1, \dots, n, \\
 x_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \\
 y_i &\in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n,
 \end{aligned} \tag{108}$$

$$\text{k.a. } \text{enb } U(f(x)) = \sum_{k=1}^p \mu_k \tilde{u}_k(f_k(x))$$

Ancak UTADIS yöntemiyle Şekil 3.10'daki gibi elde edilmiş olan parçalı doğrusal yaklaşımların (108) ile verilen matematiksel modele, uygun kısıt ve değişkenler kullanılarak dahil edilmesi gerekmektedir.



Şekil 3.10. $h_k=4$ için elde edilen parçalı doğrusal öge değer fonksiyonu $u_k(y_k)$

Bu amaçla parçalı doğrusal fonksiyon, izleyen yöntemle matematiksel modele dahil edilmiştir (Winston, 1993).

$y_k^* = y_k^{h=1}$, $y_k^2, \dots, y_k^* = y_k^{h_k}$ noktaları, parçalı doğrusal fayda fonksiyonu u_k 'nın kırılma noktaları olsun. Bu durumda Şekil 3.10'da da açıkça görüldüğü gibi iki kırılma noktası arasında nitelik değeri ve doğrusal fayda fonksiyonu değerleri (109) ve (110)'daki gibi hesaplanabilir.

$$y_k = y_k^h z_h + y_k^{h+1} (1 - z_h), 0 \leq z_h \leq 1 \text{ ve } y_k^h \leq y_k \leq y_k^{h+1}, \quad (109)$$

Buradan

$$u_k(y_k) = u_k(y_k^h) z_h + u_k(y_k^{h+1}) (1 - z_h), \quad (110)$$

eşitliği elde edilir. (109) ve (110) ifadesi, bütün kırılma noktalarını kapsayacak şekilde genelleştirilecek olursa parçalı doğrusal fonksiyon u_k izleyen kısıtlar ile modellenabilir (Winston, 1993).

$$\begin{aligned} z_h &\leq w_{h-1} + w_h, \quad h = 1, \dots, h_k, \\ \sum_{h=1}^{h_k} w_h &= 1, \\ \sum_{h=1}^{h_k} z_h &= 1, \\ \sum_{h=1}^{h_k} y_k^h z_h &= y_k, \\ w_0 = w_{h_k} &= 0, \\ w_h &\in \{0, 1\}, \quad h = 1, \dots, h_k, \\ z_h &\geq 0, \quad h = 1, \dots, h_k. \end{aligned} \quad (111)$$

(111) ile verilen kısıtlar, (108) modeline eklenerek

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^n x_i &= 1, \\
\sum_{i=1}^n y_i &= K, \\
x_i &\leq r_i y_i, \quad i = 1, \dots, n, \\
x_i &\geq l_i y_i, \quad i = 1, \dots, n, \\
x_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \\
y_i &\in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n, \\
z_h^k &\leq w_{h-1}^k + w_h^k, \quad h = 1, \dots, h_k; k = 1, \dots, p, \\
\sum_{h=1}^{h_k} w_h^k &= 1, \quad k = 1, \dots, p, \\
\sum_{h=1}^{h_k} z_h^k &= 1, \quad k = 1, \dots, p, \\
\sum_{h=1}^{h_k} y_k^h z_h^k &= f_k(x), \quad k = 1, \dots, p, \\
w_0^k &= w_{h_k}^k = 0, \quad k = 1, \dots, p, \\
w_h^k &\in \{0, 1\}, \quad h = 1, \dots, h_k; k = 1, \dots, p, \\
z_h^k &\geq 0, \quad h = 1, \dots, h_k; k = 1, \dots, p.
\end{aligned} \tag{112}$$

$$\text{k.a. } \text{enb } U(f(x)) = \sum_{k=1}^p \mu_k \tilde{u}_k(f_k(x)) = \sum_{k=1}^p \mu_k \sum_{h=1}^{h_k} z_h^k u_k(y_k^h)$$

şeklinde KV'nin bütünsel faydasını enbüyükleyecek (KTDOP) modeli elde edildi.

Bu noktada cevaplanması gereken en önemli soru, (112) modelinden elde edilen çözümün (68) modelinin bir etkin değeri olup olmadığıdır.

Yardımcı Teorem 3.6. $U: R^p \rightarrow R$, bileşensel artan olsun ve U 'nun en büyük değerine y^* 'da ulaştığını kabul edelim. O zaman y^* , Y 'nin bir etkin çözümüdür.

İspat. $U(y^*) = \text{enb}\{U(y): y \in Y\}$ olsun. Eğer y^* , etkin olmayan bir değer ise $y_k \leq y_k^* \quad \forall k = 1, \dots, p$ ve en az bir j için $y_j < y_j^*$ olacak şekilde bazı $y \in Y$ çözümleri mevcuttur. U bileşensel artan olduğundan $U(y) > U(y^*)$ olduğu sonucuna ulaşılır ki bu y^* 'ın etkin değer olmasıyla çelişir. \square

(112) modelinde kullanılan fayda fonksiyonu U , marjinal fayda fonksiyonlarının \tilde{u}_k tamamı artan olduğundan bileşensel artandır. Sonuç olarak (112) modelinden elde edilen çözüm (68) modeli için bir etkin çözümdür.

Parçalı doğrusal öge fonksiyonlarına sahip toplamsal değer fonksiyonunu eniyilemek için önerdiğimiz KTDOP modeli ve portföy eniyilemede kullanılması Ehrgott et al. (2006) tarafından verilmiştir.

3.13. Çok Ölçütlü Portföy Eniyileme Problemi için Literatürün Sınıflandırması

Çok Ölçütlü Portföy Eniyileme Problemleriyle ilgili çalışmalar Markowitz'in 1952 yılında verdiği Markowitz'in ortalama-varyans modeli ile başlamış ve günümüze kadar pek çok araştırmaya konu olmuştur. Çok ölçütlü Portföy Eniyileme literatürünü doğru ve eksiksiz şekilde ortaya koymak için çok geniş ve kapsamlı bir taramaya ihtiyaç duyulmuştur. Yayın taramalarından ulaşılan kaynaklar, içeriğine ve ele aldığı problemin çözümü için geliştirdiği yaklaşımlara göre Çizelge 3.5'de sınıflandırıldı. Ele aldığı çok ölçütlü modeller için önerdiği çözüm yaklaşımları, Hedef Programlama, Çok Amaçlı Programlama, Çok Ölçütlü Karar Analizi, Fayda Teorisi ve Analitik Hiyerarşi Süreçleri başlıkları altında toplanmıştır.

3.14. Çok Ölçütlü Portföy Eniyileme Problemi için Bütünleşik Yaklaşımların Karşılaştırılması

Literatürde Çok Ölçütlü Portföy Eniyileme Problemlerininin çözümünü bütün aşamalarıyla ele alan çok az sayıda bütünleşik yaklaşım mevcuttur. Leung et al. (2001) tarafından verilen bütünleşik yaklaşımda problem, üç aşamalı olarak ele alınmıştır. Tahminleme aşamasında Üstel Düzeltme (ÜD), ARIMA, Çok Değişkenli Transfer Fonksiyonu (Multivariate Transfer Function) (ÇDTF) ve Yapay Sinir Ağı (YSA) modelleriyle tahmin değerleri elde edilmiştir. Matematiksel Modelleme aşamasında elde edilen tahmin değerleri, ortalama-varyans-çarpıklık modeli kullanılarak birleştirilmiştir. Çok amaçlı modelin amaç fonksiyonlarının birleştirilmesinde ise Lai (1991)'nin verdiği Polinomsal Hedef Programlama kullanılmıştır. Polinomsal Hedef Programlama ile skalerleştirilmiş problemin eniyilenmesi için ise standard paket program kullanılmıştır. Leung et al. (2001) tarafından yapılan çalışma her ne kadar tahminleme ile bütünleşik bir çalışma gibi gözükse de asıl katkıları tahmin verilerini birleştirme konusunda olmuştur.

Çizelge 3.5. Çok ölçütlü portföy eniyileme problemi için literatür sınıflandırması

Yöntem	Makale Sayısı	Yazarlar
Hedef Programlama	17	Powell and Premachandra (1998), Dominiak (1997), Khorramshahgol and Okoruwa (1994), Vermeulen, Spronk and van der Wijst (1994), Colson and de Bruyn (1989), Spronk and Zambruno (1985, 1981), Spronk and Veeneklaas (1983), Harrington and Fischer (1980), Lee and Chesser (1980), Kumar and Philippatos (1979), Kumar, Philippatos and Ezzell (1978), Taylor and Keown (1978), Booth and Dash (1977), Sheshai, Harwood and Hermanson (1977), Orne, Rao and Wallace (1975), Lee and Lerro (1973).
Çok Amaçlı Programlama	34	Fernandez and Gomez (2007), Chang, Meade, Beasley and Sharaiha (2000), Kellerer, Mansini and Speranza (2000), Ogryczak (2000), Schniederjans and Schniederjans (2000), Schwehm (2000), Mansini and Speranza (1999), Rustem (1998), Trafalis and Mishina (1997), Coffin and Taylor, III (1996), Skulimowski (1996), Speranza (1996, 1994, 1993), Chen (1995), Konno and Suzuki (1995), L'Hoir and Teghem (1995), Konno, Shirakawa and Yamazaki (1993), Weber and Current (1993), Rys and Ziemba (1991), Konno and Yamazaki (1991), Konno (1990), Skocz, Zebrowski and Ziemba (1989), Kobayashi, Tanino, Wierzbicki and Okumura (1986), Nakayama, Takeguchi and Sano (1983), Muhlemann and Lockett (1980), Wilhelm (1980), Muhlemann, Lockett and Gear (1978), Sealey (1977), Shapiro (1976), Caplin and Kornbluth (1975), Stone and Reback (1975), Steuer (1974), Stone (1973).
Çok Ölçütlü Karar Analizi	16	Hallerbach (2000), Hallerbach and Spronk (2000), Hurson and Ricci-Xella (1998), Scarelli (1998), Hurson and Zopounidis (1994), Jog and Michalowski (1994), Tibiletti (1994), Zopounidis (1994, 1993), Chevalier and Gupta (1993), Manas (1993), Cerny and Gluckaufova (1992), Danev, Kolev and Slavov (1991), Wymore and Duckstein (1989), Martel, Khoury and Bergeron (1988), Siskos and Zopounidis (1987).
Fayda Teorisi	6	Pendaraki, Zopounidis and Doumpos (2005), Ehr Gott, Klamroth and Schwehm (2004), Chuvej and Mount-Campbell (1989), Bodily and White (1983), Rios-Garcia and Rios-Insua (1983), Bassler, MacCrimmon, Stanbury and Wehrung (1978), Schwartz and Vertinsky (1977).
Analitik Hiyerarşi Süreçleri	6	Jablonsky (1993), Fuller (1991), Rashid and Tabucanon (1991), Meziani and Rezvani (1990), Jensen (1987), Lockett, Hetherington and Yallup (1986).
Literatür Taraması	4	Steuer and Na (2003), Brockett, Cooper, Kwon and Ruefli (1997), Zeleny (1982), Colson and Zeleny (1979).
Bütünleşik Yaklaşım	2	Yu, Wang, and Lai (2006), Leung, Daouk, and Chen (2001).

Yu et al. (2006) tarafından verilen bütünleşik yaklaşımda ise problem yine 3 aşamalı olarak ele alınmıştır. Tahminleme aşamasında Rassal Yürüme (Random Walk)

(RY), Üstel Düzeltme, ARIMA ve Yapay Sinir Ağı modellerini kullanılmıştır. Tahminleri birleştirmemişlerdir. Matematiksel model olarak ortalama-varyans-çarpıklık modelini ve amaçları skalerleştirmede Ağırlıklı Toplam Skalerleştirme Yöntemi kullanılmıştır. Skalerleştirilmiş problemin çözümünde ise klasik Lagrange fonksiyonunu kullanılmıştır. Eniyi portföyün bulunmasında ise Birinci Dereceden Karush-Kuhn-Tucker Gerekli Koşulları (Bazaraa, et al., 1993, s. 162-164) kullanılmıştır.

Önerilen Bütünleşik Yaklaşım ile Literatürdeki yöntemlerin karşılaştırması Çizelge 3.6.'da verildi. Bütünleşik yaklaşımlardan Leung et al. (2001) tarafından yapılan çalışmayı farklı bir yere koymak gerekir. Çünkü önerdikleri model, tahminlerin birleştirilmesinde ortalama-varyans-çarpıklık modeliyle tahminleme portföyü oluşturmayla ilgilidir. Farklı kaynaklardan gelen tahmin değerleriyle tahmin portföyü oluşturmanın tek kaynaktan gelen tahmin değeri ile çalışmaya üstünlüğünü göstermişlerdir.

Önerilen Yaklaşım ve Yu et al. (2006) tarafından önerilen yaklaşım, problemi bütün aşamalarıyla ele almıştır. Önerilen yaklaşımın Çizelge 3.6'da görüldüğü gibi Yu et al. (2006) tarafından verilen yaklaşıma hem teorik hemde pratikte birçok üstünlüğü mevcuttur. Bunlardan birincisi tahminleme aşamasındadır. Tahminleme aşamasında Yu et al. (2001), farklı modellerden elde ettikleri tahmin değerleriyle portföy oluşturmak için herhangi bir model önermemişler ve modelleri ayrı ayrı kullanmışlardır. Oysa tahminleme yöntemlerini birleştirmenin, yalnız bir yöntem kullanmaya üstünlüğü deneysel olarak Makridakis and Winkler (1983) ve Russel and Adam (1987) tarafından gösterilmiştir. Önerilen yöntem, literatürdeki bu bulguyu kullanarak tahmin hatalarının varyansını asgari düzeye çekmiştir.

Finansal yöneticiler veya yatırımcılar, bütün risk faktörlerini daima hesaba katmak zorunda olduklarından geleneksel olarak kullanılan tek amaçlı modeller yeterli olmayacaktır. Yatırımcı aldığı riski açıkça bilmesi halinde daha düşük risk düzeyinde daha az getiriye razı olabilmektedir (Leung et al., 2001). Bu nedenle farklı kaynaklardan gelen tahminlerin birleştirilmesi sonucu elde edilen tahmin değerinin geçmiş dönem performansı, tahmin değerlendirme ölçütleri yardımıyla yatırımcıya yansıtıldı. Yatırımcı, örneğin portföyün ortalama getirisini, ortalama tahmin hatasıyla birlikte

değerlendirerek karar verecektir. Böylece yaklaşım, farklı tahminleme kaynaklarından beslenen çok geniş bir yatırımcı kitlesine hitap edecek hale getirildi.

Çizelge 3.6. Bütünleşik yaklaşımların karşılaştırılması

Özellikler/Çalışma	Leung et al. (2001)	Yu et al. (2006)	Önerilen Yaklaşım
1.Tahminlemede kullandığı modeller	ÜD, ARIMA, ÇDTF, YSA	RY, ÜD, ARIMA, YSA	ÜD, ZSA, ARIMA
2.Tahminleri birleştirmede kullandığı model	Ortalama-Varyans-Çarpıklık modeli	-	MAD modeli
3.Tahmin hatalarını yatırımcıya yansıtma	-	-	Değerlendirme ölçütleri
4.Portföy oluşturmada kullandığı model	-	Ortalama-varyans-çarpıklık modeli	Ortalama-varyans-çarpıklık modeli
5. Ek Amaçlar	-	-	1 Yıllık Getiri, 3 Yıllık Getiri, Yıldız Derecesi, Hata Ortalaması, Hata Varyansı, Hata Çarpıklığı, <i>W</i> -test olasılığı, Varlık Sayısı.
5.Ek kısıtları	-	-	Oran kısıtları
6.Skalerleştirme Yöntemi	Polinomsal Hedef Programlama	Ağırlıklı Toplam Yöntemi	Konik Skalerleştirme Yöntemi
7.Eniyileme Yöntemi	-	Birinci dereceden KKT koşulu kontrolü	F-MSG Algoritması
8.Hitap ettiği problem sınıfı	Kullanılan Paket Programa Bağlı	Türevlenebilir ve dışbükey çok amaçlı programlama problemleri	Genel çok amaçlı programlama problemleri
9. Ele alınan zaman serisi sayısı	3	6	20 ve 30

Önerilen Yaklaşım ve Yu et al. (2006), yatırım araçlarından portföy oluşturmada ortalama-varyans-çarpıklık modelini kullanır. Önerilen yaklaşım, Yu et al.'un çalışmasındaki amaçlara ek olarak Bir Yıllık Getiri, Üç Yıllık Getiri, Yıldız Derecesi, Hata Ortalaması, Hata Varyansı, Hata Çarpıklığı, *W*-test olasılığı ve Varlık Sayısı ölçütlerini de göz önüne alır.

Yu et al.'un önerdiği yaklaşım skalerleştirmede Ağırlıklı Toplam Yöntemini, skalerleştirilmiş problemin çözümünde de klasik Lagrange fonksiyonunu kullandığından türevlenebilir dışbükey çok amaçlı programlama problemlerine hitap etmektedir. Oysa gerçek hayat problemlerinde ortalama-varyans-çarpıklık modelinin gerek kovaryans fonksiyonunun gerekse çarpıklık fonksiyonunun dışbükey fonksiyonlar olmasını beklemek yanlış olur. Önerilen ortalama-varyans-çarpıklık modeli, varlık sayısı kısıtlarını ve değişkenlerini içerdiğinden ve fonksiyonlar üzerine dışbükeylik şartı koymadığından Yu et al.'un önerdiği yaklaşım ile çözülemez.

Dışbükey olmayan çok amaçlı programlama problemlerinin etkin yüzeyindeki bütün noktaları elde edebilecek yeterlilikte olan Konik Skalerleştirme Yöntemi ve Genişletilmiş Ağırlıklı Tchebycheff Yöntemi'nin skalerleştirme fonksiyonları türevlenemez yapıdadır. Varlık sayısı kısıtlarını içeren çok amaçlı portföy modelleri için türevsiz arama yöntemlerine olan ihtiyaç Steuer et al. (2005) tarafından vurgulanmıştır. Ayrıca Steuer et al. (2005), gelecekte çok amaçlı portföy modellerinin çözümünde türevsiz eniyileme algoritmalarının kullanılmasının yeni bir araştırma alanı olacağına dikkat çekmiştir. Yu et al. (2006), skaler problemin eniyi çözümünü Birinci Dereceden KKT koşulu kontrolü ile araştırmaktadırlar. Birinci dereceden KKT koşulu türev bilgisi üzerine kurulduğundan türevlenemeyen fonksiyonlarda kullanılamaz. Konik Skalerleştirme Yöntemi ve F-MSG Algoritması, çok amaçlı problem üzerine herhangi bir diferansiyellenebilirlik ve dışbükeylik koşulu koymadığından önemli bir üstünlüğe sahiptir.

BÖLÜM 4

SİVRİ GENİŞLETİLMİŞ LAGRANGE İKİLLİK VE ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Genişletilmiş (sharp) Lagrangian ikillik, ilk olarak Azimov and Gasimov tarafından dışbükey olmayan problemlerin çözümü için önerilmiştir (Azimov and Gasimov, 1999, 2002; Gasimov, 2002). Bu çalışma oldukça geniş bir problem sınıfına hitap etmekle birlikte özellikle dışbükey olmayan problemlerde alışlagelmiş Lagrange ikil problemin çözümünde sıkça karşılaşılan ikil aralığın giderilmesini sağlamıştır. Bu ikil problem, asıl problemin özelliklerinden bağımsız olarak her durumda içbükeydir (Gasimov, 2002). Ayrıca asıl problem üzerine herhangi bir dışbükeylik ve diferansiyellenebilirlik şartı konulmaksızın asıl problem ile ikil problemlerin eniyi çözümlerinin eşit olduğu gösterilmiştir. Klasik Lagrange fonksiyonunda kullanılan X 'in kısıt ve amaç fonksiyonu dönüşümleri ile oluşan görüntü kümesi G 'ye destek hiperdüzlemlerle yaklaşma yerine konilerle yaklaşma üzerine kurulmuş bir ikilliktir. İkil problemin kurulmasında ceza parametresi kullanılmamaktadır. Ayrıca herhangi bir alt problem çözmeksizin her adımda ikil problemin değerinin güçlü artan olduğu Geliştirilmiş Subgradient Algoritması (MSG) tanımlanmıştır. MSG yöntemiyle oluşturulan dizinin problemin eniyi çözümüne yakınsadığı ispatlanmıştır (Gasimov, 2002).

Aşağıdaki gibi tanımlanmış bir doğrusal olmayan programlama probleminin çözümünüyle ilgilenilsin.

X bir metrik uzay, $S \subset X, f: X \rightarrow R$ ve $h: X \rightarrow R^m$ verilmiş fonksiyonlar olmak üzere

$$(P) \quad h(x) = 0, \quad x \in S,$$

k.a.

$$\text{enk } f(x), \tag{113}$$

R_+ ile negatif olmayan reel sayılar kümesi, $\| \cdot \|$ ile Euclid normu, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ ile R^m 'de skaler çarpım gösterilsin. (P) problemiyle ilgili Sivri Genişletilmiş Lagrange (Sharp Augmented Lagrangian) Fonksiyonu $L: S \times R^m \times R_+ \rightarrow R$ ve ikil fonksiyon $H: R^m \times R_+ \rightarrow R$ aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$L(x, u, c) = f(x) + c \|h(x)\| - \langle u, h(x) \rangle \quad (114)$$

ve

$$H(u, c) = \operatorname{enk}_{x \in S} L(x, u, c) \quad (115)$$

(P)'nin sivri genişletilmiş Lagrange ikil problemi (D) izleyen şekilde ifade edilir.

$$(D) \operatorname{enb}_{(u, c) \in R^m \times R_+} H(u, c) \quad (116)$$

4.1. Sivri Genişletilmiş Lagrange Fonksiyonun Geometrik İzahı

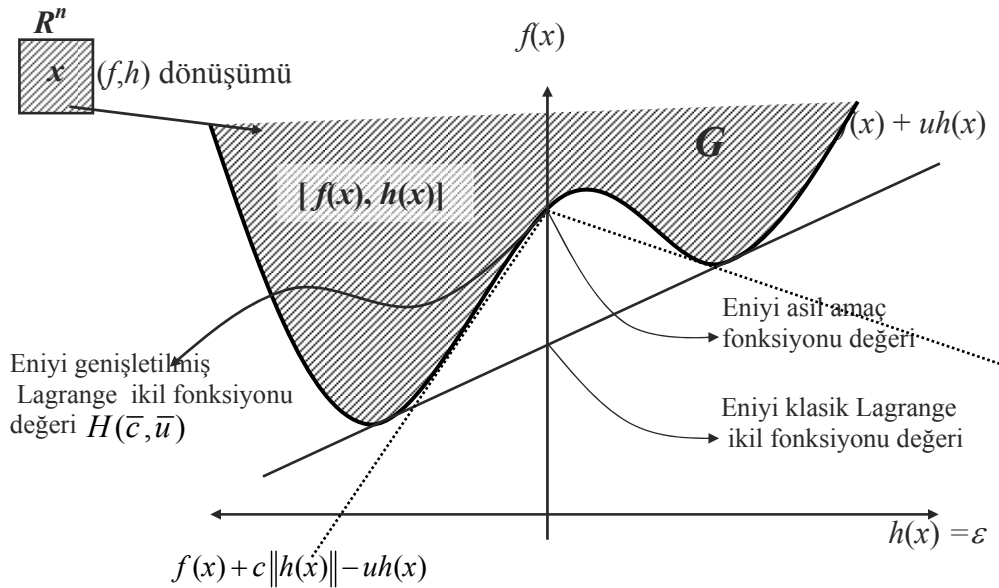
Dışbükey olmayan problemlerde (P)'nin eniyi amaç değeriyle klasik Lagrange ikil probleminin eniyi amaç değerleri arasında ikil aralık oluşabilmektedir. İkili aralığın, sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonu yardımıyla nasıl ortadan kaldırıldığının gösterilmesi amacıyla geometrik izahı verilmiştir. Geometrik izah, sadece bir eşitlik kısıtına sahip dışbükey olmayan bir problem üzerinde verilmiştir. Varsayalım $\{ [h(x), f(x)]: x \in R^n \}$ kümesi Şekil 4.1'deki gibi oluşmuş olsun. Asıl problemin eniyi amaç fonksiyonu değeriyle klasik Lagrange fonksiyonu $f(x) + uh(x)$ temelli ikil problemin eniyi amaç fonksiyonu değeri arasında ikil aralık mevcuttur. Ele alınan eşitlik kısıtlı problemin uygun Lagrange çarpanları $c \geq 0$, $u \in R$ ve $x \in R^n$ için $L(x, u, c) = f(x) + c \|h(x)\| - uh(x)$ 'dir. Herhangi bir $c \geq 0$ ve $u \in R$ için genişletilmiş Lagrange ikil problem $f(x) + c \|h(x)\| - uh(x)$ ile verilen koninin R^m 'nin (h, f) dönüşümü altında görüntü kümesinde enküçüklenmesidir. Bir başka ifadeyle verilmiş Lagrange çarpanları $c \geq 0$ ve $u \in R$ için koninin görüntü kümesine aşağıdan destek noktasının bulunmasıdır. Şekil 4.1 'den elde edilebilir en önemli sonuçlardan birisi Genişletilmiş Lagrange ikil probleme elde edilecek eniyi çözümün asıl problemin eniyi çözümüne eşit olacaktır. Böylece gerek dışbükey olmayan problem sınıfı için gerekse diferansiyellenemeyen problemler için eniyi çözümler ikil problem (D) yardımıyla bulunabilir.

4.2. İkili Problemin Çözümü

Öncelikle ikil problemle ilgili bazı özellikleri verdikten sonra (D) ' in çözümü için Gasimov tarafından verilen algoritmalara bir giriş yapılacaktır. İkili fonksiyon $H(u,c)$, açıkça belirli olan bir fonksiyon değildir. Ancak $f(x)$ ve $h(x)$ sürekli fonksiyonları ve S kompakt kümesi için dışbükey bir fonksiyondur (Gasimov,2002). İkili fonksiyonun dışbükeyliği, ikil problem (D) 'nin çözümünde önemli bir avantaj sağlamaktadır. Gasimov (2002) tarafından ikil problemin çözümü için MSG Algoritması önerilmiştir. (P) ve (D) problemlerinin eniyi amaç fonksiyonu değerleri arasındaki eşitlik için gerekli ve yeterli koşullar Gasimov tarafından verilmiştir (Gasimov, 2002). (u,c) çifti için genişletilmiş Lagrange fonksiyonunun enküçükleyen noktalar kümesini aşağıdaki gibi tanımlayalım.

$$S(u,c) = \{ \bar{x} \mid \bar{x} = \arg \min \{ f(x) + c \|h(x)\| - \langle h(x), u \rangle, x \in S \} \}.$$

Teorem 4.1. (Gasimov, 2002, Teorem 6) S, X 'de boş olmayan kompakt küme, f ve h sürekli olsunlar öyleki her $(\bar{u}, \bar{c}) \in R^m \times R_+$ için $S(\bar{u}, \bar{c})$ boş küme değildir. Eğer $\bar{x} \in S(\bar{u}, \bar{c})$ ise o zaman $(-h(\bar{x}), \|h(\bar{x})\|)$, (\bar{u}, \bar{c}) noktasında H 'ın bir subgradientidir.



Şekil 4.1. Genişletilmiş Lagrange ikilliğinin geometrik gösterimi

4.2.1. Geliştirilmiş subgradient (MSG) algoritması

(D) probleminin eniyi çözümü için önerilmiş MSG Algoritması'nın adımları aşağıdaki gibidir (Gasimov, 2002).

Başlangıç Adım. $c_0 \geq 0$ olacak şekilde (u_0, c_0) vektörünü seç. $k = 0$ al ve Adım1'e git.

Adım 1. Verilmiş (u_k, c_k) için izleyen alt problemi çöz:

$x \in S$ k.a.

$$\text{enk } f(x) + c_k \|h(x_k)\| - \langle u_k, h(x_k) \rangle. \quad (117)$$

x_k , alt problemin bir çözümü olsun. Eğer $h(x_k) = 0$ ise o zaman dur. (u_k, c_k) , (D) için x_k ise (P) için çözümdür. Değilse Adım 2'ye git.

Adım 2. s_k ve ε_k pozitif sabit adım uzunlukları olmak üzere

$$u_{k+1} = u_k - s_k h(x_k), \quad c_{k+1} = c_k + (s_k + \varepsilon_k) \|h(x_k)\|$$

$k = k + 1$ al ve A.2.'ye dön.

İzleyen teorem ardıştırmalardaki adım uzunluğu hesabı için önerilmiştir (Gasimov, 2002, Teorem7, 8, 9).

Teorem 4.2. $\{(u_k, c_k)\}$, MSG tarafından üretilmiş ikil değişkenlerin bir dizisi olsun. Herhangi bir k için (u_k, c_k) 'nin ikil problemin bir çözümü olmadığını varsayalım ($h(x_k) \neq 0, \forall k$). O zaman,

$$\text{a) } 0 < H(u_{k+1}, c_{k+1}) - H(u_k, c_k) < (2s_k + \varepsilon_k) \|h(x_k)\|^2, \quad \forall s_k, \varepsilon_k > 0.$$

b) Bir ikil çözümün var olduğunu varsayımı altında eğer

$$0 < \varepsilon_k < s_k = \frac{\delta(\bar{H} - H(u_k, c_k))}{5 \|h(x_k)\|^2}, \quad (118)$$

ise o zaman $d_{k+1} - d_k < 0$ olur. $d_k = d(z_k, \bar{z})$, eniyi ikil çözüm \bar{z} ile k . ardıştırmada algoritma tarafından hesaplanan ikil çözüm z_k arasındaki uzaklık; \bar{H} , asıl-ikil eniyi çözüm ve $0 < \delta < 2$ 'dir.

c) S , kompakt küme, $f(x)$ ve $h(x)$ sürekli fonksiyonlar olsunlar. İkil çözüm ve asıl çözüm mevcut olsun. Eğer

$$0 < \varepsilon_k < s_k = \frac{\delta(\bar{H} - H(u_k, c_k))}{5\|h(x_k)\|^2},$$

ise o zaman $H_k \rightarrow \bar{H}$.

Burachik et al. (2006), MSG algoritması için yakınsaklığı sağlayan bir başka adım uzunluğu formülasyonunu önermiştir. $\alpha > 0$, $0 < \delta < 2$ ve (\bar{u}, \bar{c}) , eniyi ikil çözüm olmak üzere adım uzunluğu formülasyonu,

$$0 < s_k = \delta \frac{\bar{H} - H(u_k, c_k) + \alpha(\bar{c} - c_k)\|h(x_k)\|}{[1 + (1 + \alpha)^2]\|h(x_k)\|^2}, \quad (119)$$

şeklinde verilmiştir.

MSG algoritması birçok dışbükey olmayan probleme başarıyla uygulanmıştır (Gasimov 2002; Gasimov et al., 2004; Gasimov and Rubinov, 2004; Burachik et al., 2006; Gasimov ve Üstün, 2005, 2007). Dışbükey olmayan kısıtsız eniyileme problemlerinin bütünsel eniyi çözümlerini bulmak için geliştirilmiş yöntemlerin yetersizliği nedeniyle 1. adımda kısıtsız eniyileme için yerel eniyiyi veren yöntemlerin kullanılması MSG algoritmasının asıl-ikil eniyi çözümü aşarak durmasına sebep olmaktadır (Gasimov et al., 2006; Gasimov and Üstün, 2007; Üstün, 2001, s.79-82). Bu da MSG algoritmasının kullanılmasını olanaksız hale getirmektedir. MSG algoritmasının kullanılmasıyla ilgili bir diğer zorlukta, yaklaşık veya kesin olarak bilinen asıl-ikil eniyi amaç fonksiyonu değerine ihtiyaç duymasındır. Bu zorlukları aşmak amacıyla Gasimov et al., Uygun İkili Çözümler Temelli Modifiye Subgradient Algoritmasını (F-MSG) geliştirmiştir (Gasimov et al., 2004, 2006, Gasimov and Ustun, 2007).

F-MSG algoritması, genişletilmiş Lagrange ikil fonksiyon için keyfi bir üst sınır seçilmesiyle çalışmaya başlar. Algoritma, seçilen üst sınırın altında uygun çözüm olup olmadığını kontrol eder. Eğer çözüm varsa buna karşı amaç fonksiyonu değeri, yeni üst sınır olarak alınır ve süreç yeniden başlar. Bu süreç, verilen üst sınıra uygun çözüm vermeyen bir sınıra gelinceye kadar devam eder. Uygun çözüm vermeyen sınır, alt sınır olarak alınır ve problemin eniyi çözümü için bir alt ve üst sınır elde edilmiş olur. Daha sonra alt ve üst sınırlar arasındaki aralık, belli bir toleranstan küçük olana kadar daraltılır.

F-MSG Algoritmasında, MSG Algoritmasının birinci adımındaki verilmiş (u_k, c_k) için bütünsel eniyileme problemi (BEP),

$$(BEP) \quad \underset{x \in S}{\text{enk}} f(x) + c_k \|h(x_k)\| - \langle u_k, h(x_k) \rangle, \quad (120)$$

gevşetilerek izleyen kısıt sağlama problemine (KSP) $P(H_n)$ dönüştürülmüştür.

$$(KSP) \quad f(x) + c_k \|h(x_k)\| - \langle u_k, h(x_k) \rangle \leq H_n \text{ kısıtını sağlayan } x \in S \text{ 'i bul.} \quad (121)$$

Tanım 4.1. \tilde{H} reel sayısı, eğer $f(\tilde{x}) \leq \tilde{H}$ ve $h(\tilde{x})=0$ olacak şekilde bir $x \in S$ çözümü mevcutsa (P) problemi için uygun değer olarak isimlendirilir. Diğer durumlarda \tilde{H} reel sayısı, (P) problemi için uygun olmayan bir değerdir.

Yeni geliştirilen algoritma, asıl problemin uygun ve uygun olmayan değerleri temelli çalıştığından Uygun Değerler Temelli Genelleştirilmiş Subgradient (F-MSG) Algoritması olarak isimlendirilmiştir. Algoritmanın temel fikri, asıl-ikil eniyi amaç fonksiyonu değerinin, uygun ve uygun olmayan değerler yardımıyla bulunmasıdır. Algoritma keyfi bir H_1 , sayısı ve $c_1 \geq 0$ olacak şekilde (u_1, c_1) ikil başlangıç çözümü ile başlar ve (KSP) problemine çözüm arar. Sonraki adımda H_1 'in uygun değer olup olmamasına bağlı olarak (KSP)'deki üst değer $H_1 = \{L_1, H_1 - \Delta_1\}$ veya $H_1 = H_1 + \Delta_1$ şeklinde güncellenir. Burada L_1 , (KSP)'nin çözümünden elde edilmiş uygun değer ve Δ_1 aralık genişliğini gösteren parametredir. H_1 'in güncellemesi bir uygun birde uygun olmayan alt ve üst değerler elde edilinceye kadar bu şekilde devam eder. Eğer uygun ve uygun olmayan alt ve üst değerli bir aralık yakalanmış ise güncelleme uygun değer için $H_1 = H_1 - \Delta_1/2$ ve uygun olmayan değer için $H_1 = H_1 + \Delta_1/2$ eşitliği ile güncellenir (Gasimov v.d., 2006; Gasimov and Ustun, 2007). MSG Algoritmasının genelleştirilmiş şekli olan F-MSG Algoritması izleyen şekilde verilebilir.

4.2.2. Uygun değerler temelli genelleştirilmiş subgradient (F-MSG) algoritması

Adım 1. $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \Delta_1, M$ pozitif sayılarını ve H_1 , keyfi sayısını seç. $n = 1, t = 0, q = 0$ al ve Adım 2'ye git.

Adım 2. Genişletilmiş lagrange çarpanlarını $(u_1^n, c_1^n) \in R^m \times R_+$ ve $0 < l(1) < M$ seç ve $k = 1$ al. $u_k = u_1^n$ ve $c_k = c_1^n$ al ve Adım 3'e git.

Adım 3. Verilen (u_k, c_k) için izleyen kısıt sağlama problemini çöz $P(H_n)$:

$$f(x) + c_k \|h(x)\| - \langle u_k, h(x) \rangle \leq H_n,$$

için $x \in S$ 'i bul. Eğer bir çözüm mevcut değilse (örneğin eğer $l(k) > M$ ise) Adım 6'ya git. Eğer bir x_k çözümü varsa $h(x_k) = 0$ olup olmadığını kontrol et. Eğer $h(x_k) = 0$ (veya $\|h(x_k)\| \leq \varepsilon_1$) ise Adım 5'e değilse Adım 4'e git.

Adım 4. İkil değişkenleri güncelle,

$$u_{k+1} = u_k - \alpha s_k h(x_k), \quad c_{k+1} = c_k + (1 + \alpha) s_k \|h(x_k)\|,$$

s_k , izleyen şekilde tanımlanan adım uzunluğu parametresi:

$$0 < s_k = \delta \alpha (H_n - L(x_k, u_k, c_k)) / (\alpha^2 + (1 + \alpha)^2 \|h(x_k)\|^2) \quad (122)$$

veya

$$0 < s_k = \delta [\alpha (H_n - L(x_k, u_k, c_k)) + (\bar{c} - c_k) \|h(x_k)\|] / (\alpha^2 + (1 + \alpha)^2 \|h(x_k)\|^2) \quad (123)$$

$\alpha > 0$, ve $0 < \delta < 2$.

Ayrıca yakınsaklık için ilgili ikil çarpanlara (u_k, c_k) göre s_k adım uzunluğunun izleyen özelliği sağlaması gerekir.

$$s_k \|h(x_k)\| + c_k - \|u_k\| > l(k), \quad (124)$$

$k = k+1$ al $k \rightarrow +\infty$ iken $l(k) \rightarrow +\infty$ olacak şekilde $l(k)$ 'yi güncelle ve Adım 3'ü tekrarla.

Adım 5. $x_k, h(x_k) = 0$ şartını sağlayacak şekilde $P(H_n)$ 'nin bir çözümü olsun. Bu durumda $L(x_k, u_k, c_k) = f(x_k)$ olur. $q = q+1$ al ve t 'yi kontrol et. Eğer $t = 0$ ise $\Delta_{n+1} = \Delta_n$ değilse $\Delta_{n+1} = \Delta_n / 2$ al ve Δ_{n+1} 'i kontrol et. Eğer $\Delta_{n+1} < \varepsilon_2$ ise dur. $f(x_k)$, yaklaşık eniyi çözüm, x_k ve (u_k, c_k) ise sırasıyla yaklaşık asi-ikil eniyi çözümlerdir. Değilse $H_{n+1} = \text{enk} \{f(x_k), H_n - \Delta_{n+1}\}$, $n = n+1$ al ve Adım 2'ye git.

Adım 6. $t = t + 1$ al. Eğer $q = 0$ ise o zaman $\Delta_{n+1} = \Delta_n$, değilse $\Delta_{n+1} = \Delta_n / 2$ al. $H_{n+1} = H_n + \Delta_{n+1}$, $n = n + 1$ al ve Adım 2'ye git.

F-MSG Algoritmasının 3 ve 4. adımları iç döngü; 2, 5 ve 6. adımları dış döngü olarak düşünülebilir (Gasimov et al., 2006; Gasimov and Ustun, 2007). n indisi dış döngü, k indisi iç döngü sayacıdır. Algoritmanın iç döngüsü, verilmiş bir reel sayı H_n için (KSP) problemine bir çözüm bulmaya çalışırken dış döngüsü uygun ve uygun olmayan değerlere göre eniyi asıl-ikil amaç fonksiyonu değerinin bulunduğu aralığı daraltmaya çalışır. Karar verici, çözümü belirli bir hata toleransı ε_1 ile kabul edebilirse ($\|h(x_k)\| \leq \varepsilon_1$) tolerans değerini algoritmaya girer. M sayısı (KSP)'deki sağ taraf sabitinin uygun değer olup olmadığını tahmin etmek için kullanılan sonlandırma toleransdır. Eğer $l(k)$ değeri M 'den büyük olana kadar herhangi bir kesin veya yaklaşık çözüme erişilemezse H_n 'in uygun olmayan bir değer olduğu sonucuna ulaşılır. Bu durumda dış döngüdeki Adım 6'ya gidilir. Eğer (KSP) için uygun ancak ($\|h(x_k)\| \geq \varepsilon_1$) olan bir çözüm bulunmuşsa Adım 4'e gidilir. Adım 4'teki ikil değişkenleri güncellemede kullanılan adım uzunluğu formülasyonları x_k çözümlerinin uygun bir çözüme yakınsamasını sağlayacaktır.

Adım 1'de seçilen Δ_1 sayısı, dış döngünün 5. ve 6. adımlarında sağtaraf sabiti H_n 'nin güncellenmesi için kullanılan adım uzunluğu parametresidir. Bu parametrenin seçimi, algoritmanın performansı açısından oldukça önemlidir. Büyük seçilmesi eniyi asıl-ikil değer olduğu aralığın daraltılmasında, küçük seçilmeside bu aralığın yakalanmasında ek işlem sürelerine sebep olacaktır.

Algoritmada t ve q parametrelerinin her ikisinin de sıfırdan farklı olması, uygun ve uygun olmayan değerli uç noktalara sahip aralığın yakalandığı anlamına gelir. Bu aralık yakalandıktan sonraki her ardıştırmada Δ_n 'nin değeri azalacaktır. Δ_{n+1} değeri, hata sınırı ε_2 'den küçük olduğunda algoritma sona erer. En son elde edilen uygun değer, asıl problemin yaklaşık eniyi amaç fonksiyonu değeridir.

F-MSG Algoritmasının performansını etkileyen bir başka faktör de (KSP)'nin çözümünde kullanılan yöntemdir. Bu çalışmada çözüm, tek kısıtlı ve sahte amaç fonksiyonunun (bilinen bir sabit sayı) enküçüklendiği problem yardımıyla bulunmuştur. Böylece (KSP), standart eniyileme paket programlarınca çözülebilir hale geldi (Gasimov and Ustun, 2007).

İzleyen iki teorem, temel yakınsaklık teoremleridir (Gasimov and Ustun, 2007). Teorem 4.3, sağ taraf sabiti H_n 'nin uygun değer olması halinde Adım 4'teki

formülasyonlar kullanılarak ikil değişken değerleri güncellenen (KSP)'den elde edilen çözümlerin $\{x_k\}$ asıl problemin uygun çözümüne yakınsayacağına dairdir. Eğer H_n uygun değer değilse (105) şartı eşitsizliğin sol tarafını sonsuzluğa götürecektir. Bu da H_n 'nin uygun olmadığının bir göstergesidir.

Teorem 4.3. S , kompakt bir küme ve $f(x)$ ve $h(x)$ 'de bu kümede sürekli fonksiyonlar olsun. Bütün k 'lar için s_k adım uzunluklarının (124) eşitsizliğini sağladığını varsayalım. Eğer algoritmanın 3. ve 4. adımları, $\{x_k\}$ sonsuz dizisini üretirse herhangi bir $H_n \geq \bar{H}$ uygun değeri için $k \rightarrow \infty$ iken $\|h(x_k)\| \rightarrow 0$ olur.

Teorem 4.4. (x_k, u_k, c_k) , $H_n = \bar{H}$ için F-MSG Algoritmasının 3. ve 4. adımlarında hesaplanmış olsun. Varsayalım $\{f(x_k)\}$ sınırlı bir dizi ve (u_{k+1}, c_{k+1}) , $\delta = 1$ için Adım 4'teki formülasyonlarla hesaplınsın. Eğer 3. ve 4. adımlar Lagrange fonksiyonu $L_k = L(x_k, u_k, c_k)$ 'nin değerlerinin sonsuz bir dizisini üretiyorsa o zaman $k \rightarrow \infty$ iken $L_k \rightarrow \bar{H}$ olur.

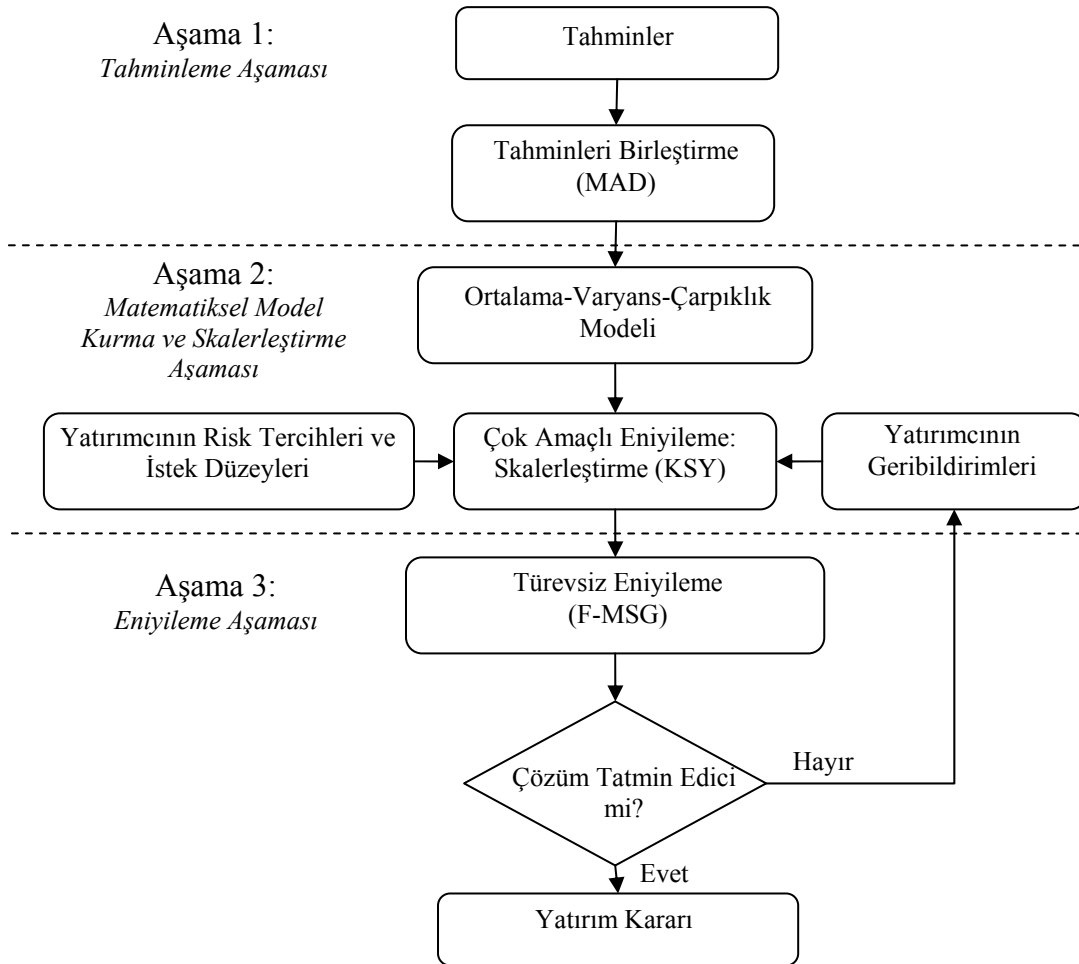
4.3. Bütünleşik Yaklaşımın Aşamaları

Çok ölçütlü portföy eniyileme için Şekil 4.2'de verildiği gibi tahminlemeyi, matematiksel programlamayı ve eniyilemeyi üç aşamada ele alan bütünleşik bir yaklaşım önerilmiştir. Başarılı bir yatırım kararı için bütünleşik yaklaşımın aşamalarının herbirisi en az diğerleri kadar önemlidir. Bütünleşik yaklaşımın aşamaları, özet olarak aşağıdaki gibi verilebilir.

1. Aşama. Tahminleme Aşaması:

Yatırım kararları geleceğe yöneliktir. Gerçekleşmiş getiriler, yatırım kararlarında doğrudan kullanılamazlar. Yatırımcı veya finansal yönetici, herhangi bir matematiksel model kurmadan önce farklı kaynaklardan (analist(ler) ve/veya tahmin modelleri) gelen tahminlere ihtiyaç duyar. Farklı kaynaklardan gelen tahminleri kullanmak (çalışmamızda ARIMA, Zaman Serileri Ayırışımı ve Üstel Düzeltme teknikleri),

yatırımcıya farklı analist ve/veya modellerin üstünlüklerinden yararlanma imkânı sağlar. Tek bir model veya analist ile çalışmak, ilgili tahminin olumsuzluklarına katlanmaya sebep olur. Tahminleri birleştirmede en belirleyici ölçüt, analist(ler) ve/veya tahminleme model(ler)inin geçmiş dönem performanslarıdır. Geçmiş dönem performansları, tahmin hatalarının değişkenliği ile ölçülür (Hanke and Reitsch, 1998, s. 111–119).



Şekil 4.2. Önerilen bütünlük yaklaşımın aşamaları

Bütünleşik yaklaşımın tahminleme aşamasında farklı kaynaklardan gelen tahminlerin birleştirilmesinde Ortalama Mutlak Hata (MAD) kullanılır.

Kümeler:

$i \in \{1, 2, \dots, N\}$: tahmin yöntemleri,

$t \in \{1, 2, \dots, T\}$: tahmin dönemleri,

Parametreler:

ε_{it} : i . yöntemin t . dönemdeki tahmin hatası,

Karar değişkenleri:

w_i : tahminlerin bileşiminde i . yöntemin ağırlığı olmak üzere

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1,$$

$$w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

k.a.

$$\text{enk } MAD(w) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N |\varepsilon_{it}| w_i. \quad (125)$$

Modelin eniyi çözümü $w^* = (w_1^*, \dots, w_N^*)$ olsun. Ortalama Mutlak Sapma modeliyle her hisse senedi için birleştirilen tahmin değerleri ve geçmiş dönem hataları,

$$\hat{y}_t = \sum_{i=1}^N w_i^* \hat{y}_i, \quad \varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t, \quad t = 1, 2, \dots, T,$$

formülasyonları ile hesaplanır. Birleştirilen tahmin ve hata serileri Matematiksel Model Kurma aşamasının parametrelerini oluşturmaktadır. Tahminleme aşamasının amacı, tahminlemeyi mümkün olan en yüksek doğrulukla gerçekleştirmektir.

2. Aşama. İkinci Aşama Model kurma ve Skalerleştirme olmak üzere iki alt kısımdan oluşmaktadır.

i. Matematiksel Model Kurma:

Birinci aşamada elde edilen birleştirilmiş tahminlerin her bir serisindeki tahmin değerleri ve hataları, ortalama, varyans ve çarpıklık performans ölçütlerine göre değerlendirilip ölçülür. Getirilerin bu dağılımsal özellikleri, ortalama-varyans-çarpıklık modelinin kurulmasında kullanılır. Önerilen model, Ehr Gott et al. (2004) tarafından verilen 12-aylık performans (37), 3-yıllık performans (38) ve yıldız derecesi (40) ölçütleri eklenerek ve (59)-(67) modelinde yer alan z_i 0-1 tamsayı değişkenleri,

$0 \leq z_i \leq 1 \forall i$ ve $\sum_{i=1}^M (z_i - z_i^2) = 0$ kısıtları modele eklenip değişkenler sürekli hale

getirilerek oluşturulmuştur. Önerilen model aşağıda verilmiştir.

Çözümüyle ilgilenilen çok amaçlı asıl problem (P) izleyen şekildedir.

$$h_1(x) = \sum_{i=1}^M x_i - 1 = 0, \quad (\text{yatırım oranları toplamı 1 olmalı}) \quad (126)$$

$$h_2(x) = \sum_{i=1}^M (z_i - z_i^2) = 0, \quad (z_i \text{ 0-1 tamsayı kısıtı}) \quad (127)$$

$$l_i z_i \leq x_i \leq u_i z_i, i = 1, \dots, M, \quad (\text{alt ve üst oran kısıtı}) \quad (128)$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, M, \quad (\text{değişkenlerin değer kümeleri}) \quad (129)$$

$$z_i \in [0, 1], i = 1, \dots, M,$$

k.a.

$$\text{enb } f_1(x) = \sum_{i=1}^M (\bar{R}_i - \bar{r}) x_i, \quad (\text{Portföyün tahmini beklenen getirisi}) \quad (130)$$

$$\text{enb } f_2(x) = \sum_{i=1}^M R_i^{36} x_i, \quad (\text{Portföyün geçmiş 3 yıllık getirisi}) \quad (131)$$

$$\text{enb } f_3(x) = \sum_{i=1}^M R_i^{12} x_i, \quad (\text{Portföyün geçmiş 1 yıllık getirisi}) \quad (132)$$

$$\text{enb } f_4(x) = \sum_{i=1}^M sr_i x_i, \quad (\text{Portföyün yıldız derecesi}) \quad (133)$$

$$\text{enb } f_5(x) = \sum_{i=1}^M S_i^3 x_i^3 + 3 \sum_{i=1}^M \left(\sum_{j=1, i \neq j}^M S_{ij} x_i^2 x_j + \sum_{j=1, i \neq j}^M S_{ji} x_i x_j^2 \right), \quad (\text{Tahmini çarpıklık}) \quad (134)$$

$$\text{enk } f_6(x) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sigma_{ij} x_i x_j, \quad (\text{Portföyün tahmini varyansı}) \quad (135)$$

$$\text{enb } f_7(x) = \sum_{i=1}^M \bar{\varepsilon}_i x_i, \quad (\text{Portföyün beklenen tahmin hatası}) \quad (136)$$

$$\text{enb } f_8(x) = \sum_{i=1}^M \hat{S}_i^3 x_i^3 + 3 \sum_{i=1}^M \left(\sum_{j=1, i \neq j}^M \hat{S}_{ij} x_i^2 x_j + \sum_{j=1, i \neq j}^M \hat{S}_{ji} x_i x_j^2 \right), \quad (\text{Tahmin Hatası çarpıklığı}) \quad (137)$$

$$\text{enk } f_9(x) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \hat{\sigma}_{ij} x_i x_j, \quad (\text{Portföyün tahmin hatası varyansı}) \quad (138)$$

$$\text{enk } f_{10}(z) = \sum_{i=1}^M z_i, \quad (\text{Portföydeki varlık sayısı}) \quad (139)$$

$$enb \ f_{11}(x) = \sum_{i=1}^M p_i x_i . \text{ (Portföyün tahmin hatasının normal dağılıma uygunluğu) (140)}$$

Önerilen (126)-(140) modeli, Markowitz'in ortalama-varyans modelini ve uzantısı olarak geliştirilen çok amaçlı modelleri (Markowitz, 1952; Sharpe, 1964; Lintner, 1965; Chang et al., 2000; Ehrgott et al., 2004, Fernandez and Gomez, 2007) ve Lai'nin önerdiği ortalama-varyans-çarpıklık modelini ve uzantısı olarak geliştirilen modelleri (Lai, 1991; Chunhachinda et al., 1997; Yu et al., 2006) kapsamaktadır. Eğer sadece 1. ve 6. amaçlar göz önüne alınırsa Markowitz tarafından önerilen ortalama-varyans modeli, sadece 1-4 ve 6. amaçlar göz önüne alınırsa Ehrgott et al. (2004) tarafından önerilen ortalama-varyans-yıldız derecelendirme modeli, sadece 1., 5. ve 6. amaçlar göz önüne alınırsa Lai (1991) tarafından önerilen ortalama-varyans-çarpıklık modeli elde edilir. Yatırımcıların hepsinin tercihleri aynı olmadığından karar verirken farklı sayıda amacı göz önünde bulundurabilirler. Örneğin modelini tamamen tahmin verilerine dayandırmak isteyen bir yatırımcı için tahminlemeyi değerlendirme ölçütlerine karşı gelen $f_7(x), f_8(x), f_9(x)$ ve $f_{11}(x)$ amaç fonksiyonlarının bir önemi olmayacaktır.

iii. *Skalerleştirme:*

Ortalama-varyans-çarpıklık modelinde yer alan dışbükey olmayan yapılar nedeniyle amaç fonksiyonlarının skalerleştirilmesinde Konik Skalerleştirme Yöntemi kullanılmıştır. Konik Skalerleştirme Yöntemi, yatırımcının risk tercihlerini ve amaç fonksiyonlarının değerleriyle ilgili istek düzeylerini matematiksel modele yansıtarak en çok tercih edilen etkin çözüme ulaşılmasını sağlar.

Amaç fonksiyonları (130)-(140) skalerleştirilmeden önce bütün amaçlar enküçükmeye çevrilmesi gerekir. Bunun için $F_i(x) = -f_i(x)$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 11$) ve $F_i(x) = f_i(x)$ ($i = 6, 9, 10$) dönüşümleri yapılır. Daha sonra yatırımcının amaç fonksiyonlarının değerleriyle ilgili isteklerini gösteren referans noktası $a = (a_1, a_2, \dots, a_{11})$ belirlenir. Konik Skalerleştirme Yöntemi ile izleyen skaler problem (SP) elde edilir.

$$\begin{aligned}
h_1(x) &= \sum_{i=1}^M x_i - 1, \\
h_2(x) &= \sum_{i=1}^M (z_i - z_i^2), \\
l_i z_i &\leq x_i \leq u_i z_i, i = 1, \dots, M, \\
x_i &\geq 0, i = 1, \dots, M, \\
z_i &\in [0, 1], i = 1, \dots, M,
\end{aligned} \tag{141}$$

k.a.

$$enk.f(x) = \alpha \sum_{k=1}^{11} |F_k(x) - a_k| + \sum_{k=1}^{11} w_k (F_k(x) - a_k), \tag{142}$$

Konik Skalerleştirme Yönteminde $\alpha = 0$ değeri için Ağırlıklı Toplam Yöntemi ile skalerleştirilmiş problem elde edilir. Matematiksel model kurma ve skalerleştirme aşamasının amacı, yatırımcının amaçlarını, amaç fonksiyonlarını, amaç fonksiyonları ile ilgili tercihlerini, kısıtlarını ve aldığı risklerini doğrulukla matematiksel modele yansıtmaktır. Konik Skalerleştirme Yöntemi ile skalerleştirilmiş problemin eniyi çözümünün bulunmasında bütünsel eniyilemeye ihtiyaç duyulur.

3. Aşama. Eniyileme Aşaması:

İkinci aşamada elde edilen skaler problem (SP), türevlenemeyen ve dışbükey olmayan eniyileme problemidir. Skaler problem, Sivri Genişletilmiş Lagrange Fonksiyonu kullanılarak kısıtsız hale getirilir. Genişletilmiş Lagrange Fonksiyonu yardımıyla kısıt sağlama problemi $P(H_n)$ kurulur.

(141)-(142) ile verilen (SP)'in değişkenlerinin değer kümesi $S \subset R^m$,

$$S = \{(x, z) \in R_+^M \times [0, 1]^M : l_i z_i \leq x_i \leq u_i z_i, i = 1, 2, \dots, M\} \text{ şeklinde tanımlansın.}$$

(SP) problemiyle ilgili Sivri Genişletilmiş Lagrange Fonksiyonu $L: S \times R^2 \times R_+ \rightarrow R$ aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$L(x, u, c) = f(x) + c \|h(x)\| - \langle u, h(x) \rangle,$$

burada $f(x) = \alpha \sum_{k=1}^{11} |F_k(x) - a_k| + \sum_{k=1}^{11} w_k (F_k(x) - a_k)$ ve $h(x) = (h_1(x), h_2(x))$ 'dir.

F-MSG Algoritmasının 3. adımında verilen (u_k, c_k) için izleyen kısıt sağlama alt probleminin çözülmesi gerekir $P(H_n)$:

$$f(x) + c_k \|h(x)\| - \langle u_k, h(x) \rangle \leq H_n, \text{ için } x \in S^i \text{ bul.}$$

F-MSG Algoritması kullanılarak skaler problemin eniyi çözümü araştırılır. Bu çalışmada F-MSG Algoritmasında kısıt sağlama alt problemi $P(H_n)$ 'nin çözümü için izleyen problemin çözümüyle ilgilenilmiştir. Bu problem yardımıyla, $P(H_n)$ 'nin çözümünde GAMS veya LINGO gibi tek amaçlı eniyileme paket programları ve yöntemleri kullanılabilir hale gelmiştir.

$$f(x) + c_k \|h(x)\| - \langle u_k, h(x) \rangle \leq H_n,$$

$$x \in S \text{ k.a.}$$

$$\text{enk } F(x) = 0.$$

$F(x)$, fonksiyonu sıfır veya herhangi bir sabit sayı olan sahte amaç fonksiyonudur. Bu alt problemin çözümünde GAMS/MINOS/DNLP türevsiz arama çözücüsü kullanıldı. $P(H_n)$ probleminin çözümünde, farklı kısıt sağlama yöntemlerinden yararlanılabilir (Neumaier, 2004).

F-MSG Algoritması ile elde edilen eniyi çözüm, ortalama-varyans-çarpıklık modelinin bir etkin çözümüdür. Elde edilen etkin değer yatırımcıya gösterilir. Eğer etkin değer yatırımcı için tatmin ediciyse elde edilen portföy satın alınır. Değilse yatırımcının geribildirimini tekrar modele yansıtılmak üzere 2. aşamaya dönülür.

BÖLÜM 5

UYGULAMALAR VE HESAPSAL SONUÇLAR

Bu bölümde önerilen bütünleşik yaklaşım, gerçek hayat ve test problemlerine uygulanarak elde edilen sonuçlar literatürdeki yaklaşımlarla karşılaştırılmalı olarak sunulmuştur.

5.1. Önerilen Yaklaşımın IMKB'den Alınan 20 Adet Hisse Senetine Uygulanması

Önerilen yaklaşım, IMKB'de işlem gören ve ortalama-varyans-çarpıklık modelleri için büyük boyutlu sayılabilecek 20 farklı hisse senetinden portföy oluşturma problemine uygulandı. Test verileri, 1999-2004 yılları arasında hisse senetlerinin aylık getirilerinden oluşmaktadır. Veriler, IMKB'nin resmi internet sitesinden alınmıştır (www.imkb.gov.tr). 60 aylık geçmiş döneme ait aylık ortalama getirilerden hareketle gelecek 12 aylık getiriler, ARIMA, Basit Üstel Düzeltme ve Zaman Serileri Ayrışımı yöntemleri kullanılarak tahmin edildi. ARIMA, Basit Üstel Düzeltme ve Zaman Serileri Ayrışımı yöntemleri, her hisse seneti için ayrı ayrı uygulanarak uygun tahmin modelleri bulundu ve bulunan modeller ile tahminleme gerçekleştirildi. Analizlerde MINITAB istatistik yazılımının 13.32 sürümü kullanıldı (Hanke and Reitsch, 1998).

Tahminlemeler ve tahminleme sonucu ortaya çıkan artık terimler veya hata terimlerinden hareketle ilgili model parametreleri hesaplandı. Daha sonra hesaplanan parametrelere dayalı olarak (126)-(140) modeli oluşturuldu ve çözüldü. Çok Amaçlı Portföy Eniyileme Modelleri ve Eniyileme algoritmaları GAMS eniyileme paket programı kullanılarak kuruldu ve GAMS'in çözücüsü yardımıyla çözüldü (Brooke et al., 1998). Modeller üzerindeki analizler, iki adet Intel Xeon işlemcili HP XW6000 çalışma istasyonunda gerçekleştirildi. Önerilen modellerin performanslarını değerlendirmek için de 2004-2005 yılı gerçekleşen aylık hisse seneti getirileri kullanıldı.

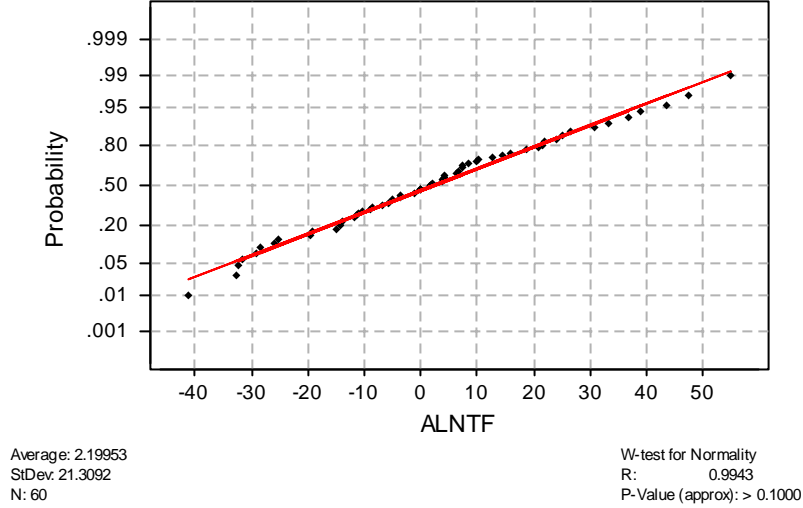
Analizlere 20 adet hisse senetinin 1999–2004 tarihleri arasındaki aylık ortalama getirilerinin betimsel (descriptive) istatistiklerinin oluşturulması ve normal dağılım testlerinin yapılmasıyla başlandı. Çizelge 5.1.’de 20 adet hisse senetinin 5 yıllık süre ($T_H = \{1,2,\dots,60\}$) için aylık ortalama getirilerinin dağılımına ilişkin istatistikler ve normal dağılım testi sonuçları yer almaktadır. R_{it} , i .hisse senetinin t . dönemdeki getiri oranı olmak üzere hisse senetlerinin 5 yıllık istatistikleri incelendiğinde farklı niteliklere sahip oldukları görülür. Örneğin Abana isimli hisse senetinin aylık getirisi, ortalaması $\bar{R}_1 = \% 0.29$, standart sapması $\sigma_1 = 17.39$, en küçük getirisi $\% -43.5$, en yüksek getirisi $\% 58.3$, $S_1 = 0.49$ değeri ile sağa çarpık, $KU_1 = 4$ basıklık değeri ile normale göre dik ve $\% 5$ anlam düzeyinde normal dağıldığı söylenebilecek bir rassal değişkendir. Hisse senedi getirilerine ilişkin betimsel istatistiklerin başlangıçta yatırımcıya gösterilmesi faydalıdır. Yatırımcı hisse senetlerinin betimsel istatistiklerine bakarak bazılarını portföye aday hisse senedi listesinden çıkartabilir.

Hisse senetlerinin ortalama, standart sapma ve çarpıklık değerleri ortalama-varyans-çarpıklık modelinin kullanılması gereğini deneysel olarak da desteklemektedir. Markowitz’in ortalama-varyans modelinin kullanılabilmesi için hisse senetlerinin aylık getirilerinin dağılımının ortalamalarına göre simetrik olması gerekmektedir. Ancak Çizelge 5.1’in çarpıklık sütununda görüldüğü gibi S_i değerleri sıfırdan anlamlı şekilde farklıdır. Çizelge 5.1’de verilen (7) ve (8) kolonlarındaki değerler, hisse senetlerinin 5 yıllık verilerine uygulanan Wilk-Shapiro normallik testi sonuçlarını göstermektedir. Her ne kadar Markowitz Kovaryans modeline dayalı çalışmalar, varlıkların getirilerinin normal dağıldığı varsayımına dayansa da bütünleşik yaklaşımın başlangıcında normallik testi yatırımcıya ve analiste değerli bilgiler türetecektir. (8) kolonunda verilen olasılık daha önce belirlenmiş olan anlam düzeyinden küçükse (Örneğin 0.05) H_0 hipotezi (H_0 : Populasyon normal dağılmıştır) 0.05 anlam düzeyinde desteklenemez. Çizelge 5.1.’in (8) kolonundaki değerler incelendiğinde hisse senedi getirilerinin hemen hemen yarısının 0.05 anlam düzeyinde normal dağılıma uyduğu söylenemez. Normallik varsayımı yatırımcı için bir risk kaynağıdır ve Markowitz modellerine dayalı yaklaşımlarda yer alması gereken bir ölçüttür.

Çizelge 5.1. Hisse senetlerinin aylık yüzdelik ortalama getirilerinin dağılımına ilişkin istatistikler ve normal dağılım testi sonuçları

Hisse Seneti i	Ortalama Getiri \bar{R}_i	Std. Sapma σ_i	Enk Getiri $enk\{R_{it}\}_{t \in T_H}$	Enb Getiri $enb\{R_{it}\}_{t \in T_H}$	Çarpıklık S_i	Basıklık KU_i	W - istatistiği (7) w_i	$P < W$ (8)
Abana	0.29	17.39	-43.5	58.3	0.49	4.00	0.98	0.05
Alark	2.47	19.05	-35.6	45.1	0.48	3.00	0.98	0.05
Alcar	2.04	16.47	-30.4	44.1	0.55	3.27	0.98	0.05
Alctl	0.27	20.27	-35.7	57.1	0.70	3.37	0.98	0.06
Algyo	3.16	18.14	-36.8	64.8	0.87	4.45	0.97	0.02
Alntf	2.2	21.31	-41.2	55	0.28	2.66	0.99	> 0.1
Altın	0.92	17.8	-40.4	52.2	0.47	3.81	0.98	0.03
Anacm	4.99	18.89	-32.6	69.5	0.55	4.02	0.98	0.1
Ansg	3.1	17.29	-28.6	46.7	0.40	2.65	0.99	>0.1
Arat	2.36	24.4	-48.5	76.9	1.13	4.70	0.94	<0.01
Arcik	3.54	21.34	-40.9	61.5	0.75	3.43	0.98	0.03
Arfyo	6.4	32.84	-59.1	137	1.40	6.77	0.94	<0.01
Arsan	4.23	27.88	-62.9	98.9	0.79	4.45	0.97	<0.01
Aselsn	3.14	24.9	-38.4	96.4	1.88	7.67	0.9	<0.01
Fmbn	4.47	23.99	-51.3	97.9	0.95	5.67	0.96	<0.01
Fmızp	7.03	20.85	-35	63.6	0.64	3.13	0.98	0.05
Fnsyo	4.37	23.34	-43.5	80	0.97	4.36	0.96	<0.01
Friyo	3.18	20.86	-41.5	54.2	0.28	2.96	0.99	>0.1
Frdoto	4.01	17.55	-37.6	60	0.57	4.19	0.97	0.02
Garan	3.76	22.6	-40	93.4	0.98	5.70	0.96	<0.01

Şekil 5.1’de verilen *Alntf* hisse seneti için yapılan normal olasılık işaretlemesi, normal dağılım testinde kullanılan bir başka yaklaşımdır. Veriler, çizilen doğruya ne kadar yakınsa o kadar normal dağılıma uygundur. Çizelge 5.1.’de verilen W -istatistiğinin değeri 1’e ne kadar yakınsa normal dağılım eğrisi ile gerçek verilerin dağılımı birbirine o kadar yakındır. Hisse seneti getirilerine ilişkin betimsel istatistiklerin yatırımcıya gösterilmesi, yatırımcının amaçlarıyla ilgili beklenti düzeylerini belirlemesine yardımcı olacaktır. Örneğin hisse senetlerinin aylık ortalama getirileri, Çizelge 5.1’nin ortalama getiri sütununda görüldüğü gibi % 0.29 ile 7.03 arasındadır. Ayrıca yatırımcının betimsel istatistik ölçütlerine göre etkin olmayan hisse senetlerini aday listesinden çıkarması sonraki aşamalarda çözülen problemlerin boyutlarını küçültecektir.



Şekil 5.1. Normal olasılık işaretlemesi

Çizelge 5.2.'de hisse senetlerinin getirilerine ilişkin kullanılan diğer nitelikler ve bunlara karşı gelen değerler verildi. 3 yıllık getiri ve 1 yıllık getiriler aşağıdaki formülasyon yardımıyla hesaplandı.

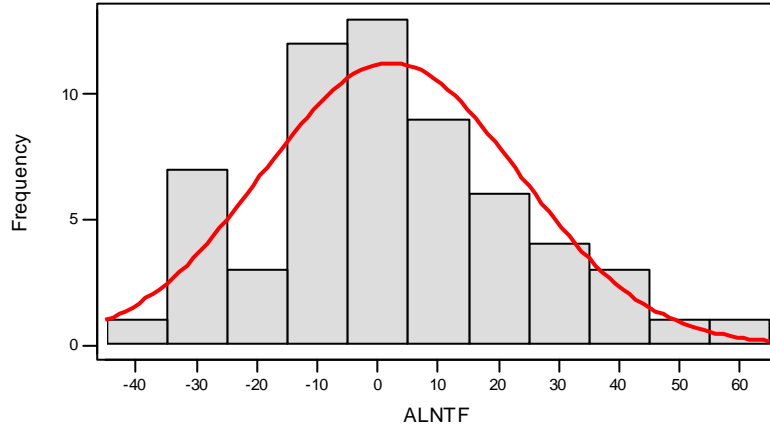
i . hisse senetinin 3 yıllık getirisi (R_i^{36}) ve 1 yıllık getirisi (R_i^{12}) için sırasıyla $t = 36$ aylık ve $t = 12$ aylık tahminleme periyodunun başlangıcını göstermek üzere getiriler

$$R_i^{36} = \prod_{t=1}^{36} (1 + 0.01R_{it}), \quad i = 1, \dots, M,$$

$$R_i^1 = \prod_{t=1}^{12} (1 + 0.01R_{it}), \quad i = 1, \dots, M,$$

şeklinde hesaplanır. Yıldız derecesi, yatırımcının hisse senetlerinin 5 yıllık ortalama getirilerine atadığı 0 ile 5 arasındaki sayıları göstermektedir. 5 en çok tercih edilen 0 ise en az tercih edilen ortalama getirileri temsil etmektedir. Değişkenlik katsayısı (σ_i/\bar{R}_i), birim getiri başına değişkenliği göstermektedir. Değişim katsayısı düşük olan hisse senetleri, eniyi portföyde yer alması beklenen hisse senetleridir. *Fmızp* hisse seneti, 2.97 değeri ile birim getiri başına en düşük riske sahip hisse senetidir. Şekil 5.2'de *Alntf* hisse seneti aylık getirilerinin histogramı ve normal dağılım eğrisi verildi. Histogramda

gerçek veriler ile normal dağılım yaklaşımı arasındaki farklılıklar açıkça gözükmemektedir.



Şekil 5.2. Normal dağılım eğrisi ile *Alntf*'nin aylık getiri histogramı

Çizelge 5.2. Hisse senetlerinin aylık ortalama getirilerine ilişkin ek nitelikler

Hisse Seneti	Aylık Ortalama Getiri \bar{R}_i	3 yıllık getiri R_i^{36}	1 yıllık getiri R_i^{12}	Yıldız derecesi sr_i	Değişkenlik Katsayısı σ_i/\bar{R}_i	Ortalama yıllık Getiri
Abana	0.29	-17.14	23.93	3	59.97	36.96
Alark	2.47	42.75	53.85	5	7.71	97.4
Alcar	2.04	53.57	17.78	3	8.07	62.94
Alctl	0.27	-39.37	9.55	3	75.07	54.08
Algyo	3.16	45.9	106.61	3	5.74	56.36
Alntf	2.2	50.72	81.82	3	9.69	39.32
Altın	0.92	31.46	16.67	0	19.35	-23.77
Anacm	4.99	670	138.34	4	3.79	78.59
Ansg	3.1	235.83	199.63	3	5.58	62.22
Arat	2.36	-4.54	-10.98	0	10.34	-7.52
Arclk	3.54	145.9	29.92	4	6.03	89.61
Arfyo	6.4	255.81	122.38	3	5.13	46.14
Arsan	4.23	57.02	-23.37	1	6.59	8.24
Aselsn	3.14	64.75	19.79	3	7.93	64.36
Fmbn	4.47	307.2	207.09	4	5.37	86.37
Fmızp	7.03	608.3	156.61	3	2.97	62.62
Fnsyo	4.37	134.91	83.56	3	5.34	42.53
Frigo	3.18	70.79	15.15	2	6.56	27.52
Frdoto	4.01	190.65	45.81	5	4.38	94.73
Garan	3.76	157.21	99	3	6.01	77.41

Bu aşamada yatırımcıya betimsel istatistikler gösterilip ve istediği hisse senedini yatırım listesinden çıkarmasına izin verilebilir. Örneğin yatırımcıya, değişim katsayısı 75.07 ile en yüksek olan *Alctl* ve 59.97 olan *Abana* hisse senetlerinin listeden çıkarılması önerilebilir. *Abana* hisse senedinin geçmiş 5 yıllık aylık ortalama getirisi $\bar{R}_1 = \% 0.29$, geçmiş 3 yıllık getirisi $R_1^{36} = \% -17.14$, geçmiş 1 yıllık getirisi $R_1^{12} = \% 23.93$, Değişkenlik katsayısı $\sigma_1 / \bar{R}_1 = 59.97$, yatırımcının geçmiş 5 yıllık ortalama getiri $\% 36.96$ 'ya atadığı yıldız derecesi $sr_1 = 3$ 'tür.

1. Aşama: Tahminleme Aşaması

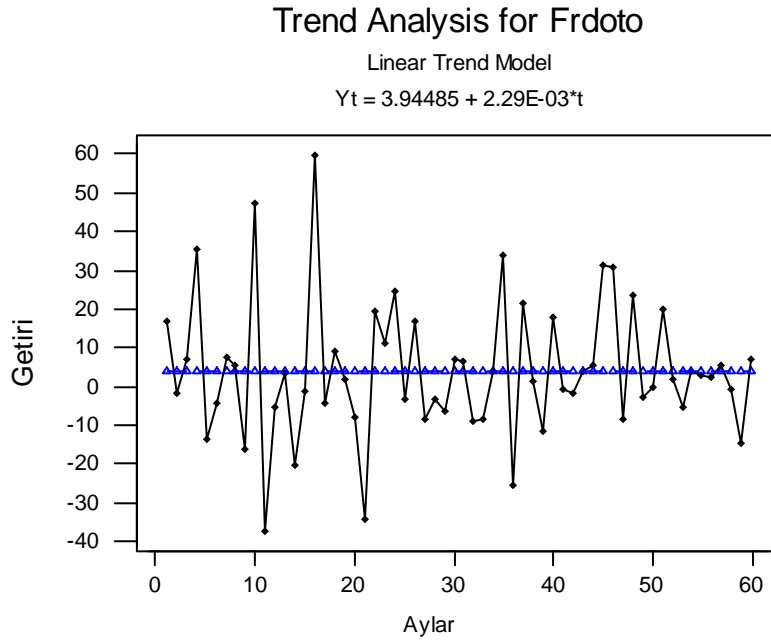
Bütünleşik yaklaşımın tahminleme aşamasında Box-Jenkins (ARIMA), Zaman Serileri Ayrışımı ve Basit Üstel Düzeltme Tahminleme Modelleri ile Hisse seneti getirilerinin tahmini yapıldı ve istatistiksel sonuçlar değerlendirildi.

Box-Jenkins'in tek değişkenli bir zaman serisinin tahminlemesi için uygun modelin seçimini amaçlayan süreç akışı verilmişti. Hisse seneti aylık getirilerinin tahmininde bu süreç uygulandı. Süreç, durağan veya durağana dönüştürülmüş zaman serisi ile başlar. *Frdoto* isimli hisse seneti için ARIMA tahminleme süreci örneklendi. Hisse seneti getirilerinin durağan olup olmadığının kontrolü için zaman serisi işaretlemeleri oldukça faydalıdır. Şekil 5.3'te *Frdoto* hisse senetinin 5 yıllık verileri için aylara göre getiri zaman serisi işaretlemesi verilmiştir. Şekil 5.3'te Y_t doğrusu, 3.94485 getiri düzeyinde küçük üçgenlerle işaretlenmiş doğrudur. Şekil 5.3'te hem doğrusal eğilim modeli denkleminde $Y_t = 3.94485 + 0.00229t$, hem de grafikten görüldüğü gibi hisse senetinin aylık getirileri, ortalama değerleri zamana bağlı olarak değişmediğinden durağan bir yapıdadır. Dolayısıyla veri deseni, ARIMA, Basit Üstel Düzeltme ve Zaman Serileri Ayrışımı modelleri için uygundur.

ARIMA yöntemi ile 12 aylık tahmin yapılmasında aşağıdaki aşamalar gerçekleştirilmiştir.

1. *Tanımlama Aşaması*: Geçici modelin belirlenmesinde, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları ve zaman serisi işaretlemeleri gibi standart belirleyiciler kullanılır. Ek 1'de verilen otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarından hareketle ARIMA modelinde hem AR hemde MA terimine gereksinim olduğu gözükmektedir. Bu noktada otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları birer

kez uç değerler aldıktan sonra yavaş bir şekilde sifira yaklaştıklarından uygun model ARMA(1,1) olarak gözükmektedir. ARMA(1,1) modeli verilere uygulanarak elde edilen model parametrelerinin istatistiksel olarak anlamlılığı kontrol edilmiştir.



Şekil 5.3. *Frdoto* hisse senetinin aylık getirileri için doğrusal eğilim analizi

2. *Parametre Tahminleme Aşaması*: Bu görev MINITAB istatistik programı yardımıyla gerçekleştirildi. Geçici modeller, tahmin hatalarıyla ilgili standart ölçütler ve katsayıların anlamlılığı kullanılarak karşılaştırılır. ARIMA(1,1,1) modeli için MINITAB programı yardımıyla aşağıdaki sonuçlar elde edildi.

Frdoto için elde edilen ARIMA(1,1,1) modeli:

$$y_t = \varepsilon_t + 0.9671\varepsilon_{t-1} - 0.2836y_{t-1}$$

şeklindedir.

```

ARIMA model for Frdoto

Unable to reduce sum of squares any further

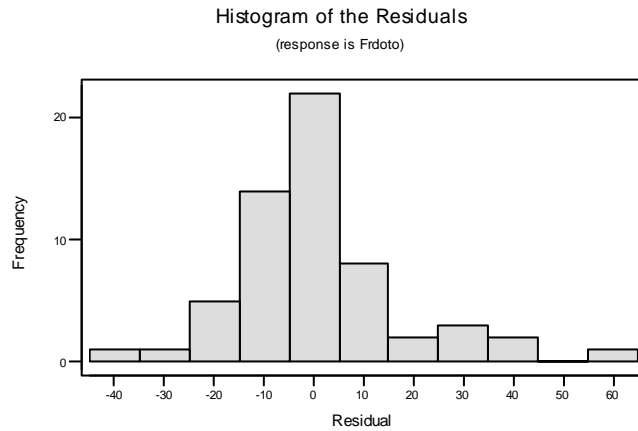
Final Estimates of Parameters
Type      Coef      SE Coef      T      P
AR 1      -0.2836     0.1285     -2.21  0.031
MA 1       0.9671     0.0466     20.75  0.000

Differencing: 1 regular difference
Number of observations: Original series 60, after differencing 59
Residuals:  SS = 17181.9 (backforecasts excluded)
              MS = 301.4  DF = 57

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic
Lag        12        24        36        48
Chi-Square 18.4      25.8      32.1      44.5
DF         10        22        34        46
P-Value    0.048     0.262     0.559     0.537

```

2. *Tanısal Kontrol Aşaması*: Eğer farklı modellerin artık değerleri, rassal seri ise otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının yanı sıra, seri korelasyon için Ljung-Box Q -istatistiği (Box-Pierce Ki-Kare istatistiği) ve normallik testi kullanılır. Eğer Ljung-Box Q değeri, $Q < \chi_{\alpha, k-p-q}$ ise modelin uygun olduğu sonucuna ulaşılır. Eğer artıklar arasında otokorelasyon yok ve modelde uygunsa, artıklar normal dağılmalıdır. $Q = 44.5 \leq \chi_{0.1, 40} = 51.8 \leq \chi_{0.1, 46}$ olduğundan model uygun gözükmektedir. Şekil 5.4'te ARIMA(1,1,1) modelinden türeyen artıkların dağılımı verilmiştir.



Şekil 5.4. *Frdoto* için ARIMA(1,1,1) modelinden türeyen artıkların dağılımı

ARIMA tahminleme süreci her bir hisse senetine uygulanarak uygun model belirlenmeye çalışılmıştır. Ancak bu modellerin ürettikleri artık terimlerin dağılımları farklılıklar göstermektedir. Artık terimlerin dağılımlarındaki farklılıklar yatırımcı için önemlidir. Farklı hisse senetleri için farklı artıkların elde edilmesinin birçok sebebi olabilir. Bunların arasında ARIMA modellerinin bazı hisse seneti getiri desenlerine daha uygun olması ve analistin tam olarak doğru modeli belirleyememesi en dikkate değer olanlarıdır. Sebebi ne olursa olsun ortaya çıkan riske maruz kalan yatırımcıdır ve yatırımcı artıkların dağılımına bakarak daha az riskli olan hisse senetlerini tercih edebilecektir.

Çizelge 5.3.'te göz önüne alınan geçmiş dönem kümesi $T_H = \{1,2,\dots,60\}$ için ARIMA ile elde edilen modellerde türeyen artıkların dağılımına ilişkin istatistikler yer almaktadır. Örneğin Çizelge 5.3'ün $i = 1$ satırında *Abana* hisse senetinin ARIMA ile tahmin hatası ortalaması $\bar{\varepsilon}_1 = -0.89$, standart sapması $\hat{\sigma}_1 = 14.28$, enbüyük pozitif hatası 27.87, enbüyük negatif hatası, -33.36, hata çarpıklığı $\hat{S}_1 = 0.11$, hata basıklığı $K\hat{U}_1 = 2.61$ ve W -istatistiği $\hat{w}_1 = 0.99$ olarak bulundu. $\hat{w}_1 = 0.99$ değeri 1. hisse senedinin tahmin hatalarının %10 anlam düzeyinde normal dağıldığını ve dolayısıyla tahmin modelinin veri desenine uygun olduğunu gösterir.

Çizelge 5.3.'te de görüldüğü gibi tahminleme yönteminin ürettiği artıkların dağılımları farklılıklar göstermektedir ve bu farklılıkların göz ardı edilmesi yatırımcının yanlış yönlendirilmesine sebep olabilecektir. Bu durumda tahminleme hatalarını da göz önüne alan çarpıklık modeli yatırımcının daha sağlıklı karar vermesine yardımcı olacaktır. Ancak elbetteki yatırımcının hedefi sadece tahmin hatalarını enküçükmek değildir. Düşük riskle yüksek getiriye sahip olmak en ideal durum olsa da, yatırımcının risk eğilimine göre portföyünü oluşturmasına yardımcı olacak çok amaçlı modellere gereksinim duyulmaktadır.

Zaman Serileri Ayrışımı ve Basit Üstel Düzeltme, ARIMA kadar detaylı analiz ve niceliksel altyapı gerektirmez.

Çizelge 5.3. Hisse senetlerinin aylık ortalama getirilerinin ARIMA(p,d,q) modeli ile tahmini sonucu oluşan artıkların dağılımına ilişkin istatistikler ve normal dağılım testi sonuçları

Artık terim i	Ortalama hata $\bar{\varepsilon}_i$	Std.Sapma $\hat{\sigma}_i$	Enk hata $enk\{\varepsilon_{it}\}_{t \in T_H}$	Enb hata $enb\{\varepsilon_{it}\}_{t \in T_H}$	Çarpıklık \hat{S}_i	Basıklık $K\hat{U}_i$	W - istatistiği \hat{W}_i	$P < W$
1	-0.89	14.28	-33.36	27.87	0.11	2.61	0.99	>0.1
2	0.06	17.29	-38.44	45.31	0.21	2.75	0.99	>0.1
3	0.71	15.46	-30.71	44.83	0.66	3.52	0.98	0.05
4	-0.5	18.83	-39.43	43.41	0.35	2.74	0.99	>0.1
5	0.24	16.86	-31.77	53.22	0.34	2.12	0.98	0.07
6	-2.36	18.25	-35.83	40.69	0.51	2.42	0.98	0.06
7	0.1	19.9	-52.22	45.93	-0.02	2.79	0.99	>0.1
8	-2.7	17.04	-39.21	38.53	0.02	2.63	0.99	>0.1
9	-1.23	17.44	-32.92	42.32	0.39	2.56	0.99	>0.1
10	-0.21	23.32	-48.6	74.71	1.18	5.05	0.94	<0.01
11	-0.02	20.08	-39.03	49.65	0.52	3.04	0.99	>0.1
12	-0.83	31.75	-59.92	128.33	1.50	6.86	0.94	<0.01
13	3.4	26.15	-62.23	86.98	0.52	3.96	0.98	0.08
14	-1.48	25.49	-43.24	96.03	1.92	7.79	0.9	<0.01
15	-1.69	24.3	-57.65	91.9	0.93	5.47	0.96	<0.01
16	-0.6	23.29	-52.46	90.47	1.02	5.80	0.96	<0.01
17	0.31	21.47	-45.93	64.28	0.73	3.78	0.97	0.03
18	0.18	22.57	-44.11	69.89	0.53	2.60	0.97	<0.01
19	0.91	17.19	-40.41	57.81	0.78	4.29	0.97	<0.01
20	-0.02	21.26	-48.36	72.25	0.40	4.27	0.98	0.09

Zaman Serileri Ayırışımı için analistin, mevsimsel uzunluğu belirlenmesi yeterlidir. 12 aylık tahmin yapılacağı ve hata varyansını enküçüklediği için mevsim uzunluğu 12 olarak belirlendi. Hisse senetlerinin her birisinin 60 aylık geçmiş dönem verisi için Zaman Serileri Ayırışımı (ZSA) ve Basit Üstel Düzeltme (BÜD) modelleri kullanılarak gelecek 12 aylık dönem için ($T_F = \{1,2,\dots,12\}$) tahmin gerçekleştirildi. Daha sonra izleyen Ortalama Mutlak Sapma (MAD) modeli kullanılarak ARIMA, ZSA ve BÜD modellerinden elde edilen tahminler birleştirildi.

Kümeler:

i : tahmin yöntemi $\{i = 1 \text{ (ARIMA)}, 2 \text{ (ZSA)}, 3 \text{ (BÜD)}\}$,

t : geçmiş dönemler $\{t = 1,2,\dots,60\}$,

Parametreler:

ε_{it} : i . yöntemin t . dönemki tahmin hatası,

Karar Değişkenleri:

w_i : tahminlemede i . yöntemin ağırlığı.

$$\sum_{i=1}^3 w_i = 1, \quad (143)$$

$$w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3,$$

$$\text{k.a. } \text{enk } MAD(w) = \frac{1}{60} \sum_{t=1}^{60} \sum_{i=1}^3 w_i |\varepsilon_{it}|,$$

Hisse senetlerinin gelecek 12 aylık getiri tahminleri yapmak için ARIMA, Zaman Serileri Ayrışımı ve Basit Üstel Düzeltme yöntemleri önce ayrı ayrı kullanıldı. Daha sonra ilgili yöntemlerden ortalama mutlak hatayı enküçükleyecek şekilde bir Tahmin Portföyü (TP) oluşturuldu. Ortalama Mutlak Sapma (MAD) modelinin çözümünde GAMS/CPLEX çözücüsü kullanıldı. Yöntemlerin bireysel kullanılmaları sonucu oluşan hata varyansları ve Tahmin Portföyünün hata varyansları Çizelge 5.4.'te verilmiştir. Çizelge 5.4'teki i satırı hisse senetlerini göstermektedir. Örneğin $i = 1$ *Abana* hisse senedini, $i = 2$ *Alark* hisse senedini göstermektedir. w_1 , w_2 ve w_3 ağırlıkları ise Tahmin Portföyünde yer alan sırasıyla ARIMA, Zaman Serileri Ayrışımı ve Basit Üstel Düzeltme'den elde edilen tahmin değerlerinin birleştirilmesinde kullanılır.

Çizelge 5.4.'te görüldüğü gibi tahminlemede yöntemlerin bireysel kullanımları yerine Ortalama Mutlak Sapma modelinin çözümüyle oluşan Tahmin Portföyü'nün kullanımıyla hata varyanslarında büyük ölçüde iyileşme sağlanmıştır. Tahmin Portföyünün kullanımı ile en çarpıcı iyileşme 16. hisse senetinin tahmininde olmuştur. 16. hisse senedinde ARIMA, Zaman Serileri Ayrışımı ve Basit Üstel Düzeltme ile ulaşılabilen en küçük varyans 398.13 iken TP ile bu değer 261.33'e indirilmiştir. Sağlanan iyileşme, yaklaşık % 34'tür.

TP ile tahminleme sonucu oluşan artıklara ilişkin betimsel istatistikler ve normal dağılım testi sonuçları Çizelge 5.5'te verildi.

Çizelge 5.3 ve Çizelge 5.5'te görüldüğü gibi tahmin hatalarının ortalama, standart sapma ve çarpıklık değerleri portföy eniyilemede hata terimlerinin dağılımının göz ardı edilemeyeceğini deneysel olarak desteklemektedir.

Çizelge 5.4. ARIMA, ZSA, BÜD ve TP'nin hata varyansları ve w_1, w_2, w_3 ağırlıkları

\hat{i}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ARIMA	200.56	279.61	234.91	349.62	235.77	327.57	379.26	285.59	298.87	534.57
ZSA	232.55	243.89	196.47	343.44	152.86	340.27	279.08	208.75	177.26	426.14
BÜD	260.38	349.05	244.22	412.09	269.12	455.81	319.25	285.59	298.87	534.57
w_1	0.70	0.32	0.18	0.39	0.12	0.39	0.39	0.02	0.15	0.00
w_2	0.31	0.68	0.82	0.61	0.89	0.61	0.61	0.91	0.85	0.75
w_3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.07	0.00	0.25
TP	185.41	215.35	192.76	303.90	153.80	280.93	249.73	205.83	175.80	428.61
\hat{i}	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ARIMA	403.27	964.42	651.82	638.63	580.56	536.96	453.15	425.54	290.39	444.40
ZSA	356.91	966.40	522.56	521.09	469.62	399.32	363.83	319.90	256.20	419.47
BÜD	468.21	1062.96	769.03	638.63	580.56	398.13	453.15	435.35	314.84	517.91
w_1	0.32	0.23	0.14	0.27	0.07	0.44	0.00	0.37	0.21	0.07
w_2	0.68	0.58	0.54	0.70	0.93	0.56	0.87	0.63	0.72	0.93
w_3	0.00	0.19	0.32	0.03	0.00	0.00	0.13	0.00	0.08	0.00
TP	320.92	953.46	539.90	536.85	468.72	261.33	364.29	256.55	253.83	413.18

Zaman Serileri Ayrışımı (ZSA), Basit Üstel Düzeltme (BÜD), Tahmin Portföyü (TP).

Çizelge 5.5. Hisse senetlerinin aylık ortalama getirilerinin Tahmin Portföyü ile tahminlemesi sonucu oluşan artıkların dağılımına ilişkin istatistikler ve normal dağılım testi sonuçları

\hat{i}	$\bar{\varepsilon}_i$	$\hat{\sigma}_i$	$enk\{\varepsilon_{it}\}_{t \in T_H}$	$enb\{\varepsilon_{it}\}_{t \in T_H}$	\hat{S}_i	$K\hat{U}_i$	\hat{w}_i	$P < W$
1	-0.88	13.62	-33.57	29.44	0.03	2.84	0.99	>0.1
2	-0.58	14.67	-46.46	32.19	-0.29	4.16	0.98	0.08
3	-0.51	13.88	-38.54	34.1	0.1	3.38	0.99	>0.1
4	-0.47	17.43	-49.21	49.8	0.17	3.73	0.99	>0.1
5	-0.99	12.4	-31.03	31.11	0.31	3.31	0.99	>0.1
6	-1.07	16.76	-35.36	37.7	0.3	2.82	0.99	>0.1
7	-0.33	15.8	-42	39.63	-0.04	3.91	0.98	0.05
8	-1.19	14.33	-46.37	32.96	-0.43	4	0.99	>0.1
9	-0.37	13.26	-33.5	32.82	0.22	3.12	0.99	>0.1
10	-0.51	20.7	-55.73	64.74	0.6	4.39	0.98	0.04
11	-0.07	17.91	-40.33	47.65	0.46	3.15	0.99	>0.1
12	-0.64	30.85	-56.11	128.5	1.81	8.25	0.91	<0.01
13	-0.06	23.23	-55.39	73.38	0.59	4.17	0.98	0.05
14	-0.62	23.17	-46.75	90.98	1.78	7.62	0.91	<0.01
15	-0.5	21.65	-43.38	97.36	1.42	8.46	0.94	<0.01
16	-0.93	16.17	-36.86	45.61	0.39	3.64	0.99	>0.1
17	-0.97	19.09	-57.39	55.89	0.3	4.62	0.98	0.03
18	-0.64	16	-39.06	39.91	0.18	3.29	0.99	>0.1
19	0.09	15.95	-37.37	53.09	0.67	4.44	0.98	0.02
20	-0.21	20.33	-46.54	89.7	1.29	8.14	0.94	<0.01

i . hisse senedinin tahmin hatası ortalaması $\bar{\varepsilon}_i$, standart sapması $\hat{\sigma}_i$, çarpıklığı \hat{S}_i , basıklığı $K\hat{U}_i$, W -test istatistiği \hat{w}_i ve test olasılığı $P < W$ ile işaretlenmiştir.

Tahminleme hatalarının göz ardı edilebilmesi için hisse senetlerinin hata ortalamalarının ve hata çarpıklıklarının sıfır, hata varyanslarının da birbirine eşit çıkması gerekmektedir. Ancak gerçekleşen değerler, tahmin hatalarının göz ardı edilemeyeceğini göstermektedir.

2. Aşama: Matematiksel Modelleme Aşaması

Portföy eniyileme için önerilen modelin katkısını vurgulamak amacıyla 20 hisse seneti kullanıldı ve izleyen modelin çözümüyle ilgilenildi.

$$h_1(x) = \sum_{i=1}^{20} x_i - 1 = 0, \quad (\text{yatırım oranları toplamı 1 olmalı}) \quad (144)$$

$$h_2(x) = \sum_{i=1}^{20} (z_i - z_i^2) = 0, \quad (z_i \text{ 0-1 tamsayı kısıtı}) \quad (145)$$

$$l_i z_i \leq x_i \leq u_i z_i, i = 1, \dots, 20, \quad (\text{alt ve üst oran kısıtı}) \quad (146)$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, 20, \quad (\text{değişkenlerin değer kümeleri}) \quad (147)$$

$$z_i \in [0, 1], i = 1, \dots, 20,$$

k.a.

$$\text{enb } f_1(x) = \sum_{i=1}^{20} (\bar{R}_i - \bar{r}) x_i, \quad (\text{Portföyün tahmini beklenen getirisi}) \quad (148)$$

$$\text{enb } f_2(x) = \sum_{i=1}^{20} R_i^{36} x_i, \quad (\text{Portföyün geçmiş 3 yıllık getirisi}) \quad (149)$$

$$\text{enb } f_3(x) = \sum_{i=1}^{20} R_i^{12} x_i, \quad (\text{Portföyün geçmiş 1 yıllık getirisi}) \quad (150)$$

$$\text{enb } f_4(x) = \sum_{i=1}^{20} sr_i x_i, \quad (\text{Portföyün yıldız derecesi}) \quad (151)$$

$$\text{enb } f_5(x) = \sum_{i=1}^{20} S_i^3 x_i^3 + 3 \sum_{i=1}^{20} \left(\sum_{j=1, i \neq j}^{20} S_{ij} x_i^2 x_j + \sum_{j=1, i \neq j}^{20} S_{ji} x_i x_j^2 \right), \quad (\text{Tahmini çarpıklık}) \quad (152)$$

$$\text{enk } f_6(x) = \sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^{20} \sigma_{ij} x_i x_j, \quad (\text{Portföyün tahmini varyansı}) \quad (153)$$

$$\text{enb } f_7(x) = \sum_{i=1}^{20} \bar{\varepsilon}_i x_i, \quad (\text{Portföyün beklenen tahmin hatası}) \quad (154)$$

$$enb \ f_8(x) = \sum_{i=1}^{20} \hat{S}_i^3 x_i^3 + 3 \sum_{i=1}^{20} \left(\sum_{j=1, i \neq j}^{20} \hat{S}_{ij} x_i^2 x_j + \sum_{j=1, i \neq j}^{20} \hat{S}_{ji} x_i x_j^2 \right),$$

(Tahmin Hatası çarpıklığı) (155)

$$enk \ f_9(x) = \sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^{20} \hat{\sigma}_{ij} x_i x_j, \quad (\text{Portföyün tahmin hatası varyansı}) \quad (156)$$

$$enk \ f_{10}(z) = \sum_{i=1}^{20} z_i, \quad (\text{Portföydeki varlık sayısı}) \quad (157)$$

$$enb \ f_{11}(x) = \sum_{i=1}^{20} p_i x_i. \quad (\text{Hata terimlerinin normal dağılıma uygunluğu}) \quad (158)$$

Tahmin hatalarının yatırımcının tercihlerine ve eniyilemeye etkisini incelemek amacıyla bir dizi analiz gerçekleştirildi. Yatırımcı eğer ARIMA ile elde edilmiş tahmin değerleriyle Markowitz'in ortalama-varyans modelini kullanarak yatırım yapmak isterse izleyen modelin çözümüyle ilgilenir. Amaç fonksiyonları arasındaki ödünleşimi örneklemek amacıyla skalerleştirmede Ağırlıklı Toplam Yöntemi kullanılmıştır.

$$(P_1) \quad \sum_{i=1}^{20} x_i = 1,$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 20,$$

$$\text{k.a. } enk \ y_1(x) = -w f_1(x) + (1-w) f_6(x).$$

Tahmin hatasının dağılımsal özellikleri, tahmin değerleriyle aynı öneme sahip olarak Markowitz modeline dahil edilirse,

$$(P_2) \quad \sum_{i=1}^{20} x_i = 1,$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 20,$$

$$enk \ y_2(x) = -w(f_1(x) + f_7(x)) + (1-w)(f_6(x) + f_9(x)),$$

probleminin çözümüyle ilgilenilir.

Farklı $w \in [0,1]$ değerleri için (P_1) ve (P_2) problemleri çözülmüş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Modellerin tahmin dönemindeki performanslarını karşılaştırmak için 2005 verilerinin dağılımsal özelliklerini kullanan genel bir değerlendirme ölçütü kullanıldı. Bunun için farklı modeller tarafından oluşturulan portföylerin yatırımcı tercihlerini de göz önüne alan 2005 yılı performansı izleyen şekilde hesaplandı.

$$\tilde{y}_k(x_k^*) = -wm(x_k^*) + (1-w)v(x_k^*).$$

$m(x_k^*)$ ile (P_k) probleminin çözümüyle elde edilen x_k^* çözümü için oluşan portföyün 2005 yılı ortalama getirisi; $v(x_k^*)$ ile x_k^* çözümü için oluşan portföyün 2005 yılındaki varyansı olmak üzere $\tilde{y}_k(x_k^*)$ ise yatırımcının tercihsel ağırlığı w 'ya göre x_k^* çözümünün ağırlıklı toplamıdır. $\tilde{y}_k(x_k^*)$ değeri ne kadar küçük olursa 2005 yılı Pareto etkin yüzeyine o kadar yaklaşılabilecektir. Dolayısıyla yatırımcının en çok tatmin olacağı nokta w ağırlığına bağlı olarak $\tilde{y}_k(x_k^*)$ 'nin en küçük değer aldığı etkin noktadır. (P_1) ve (P_2) problemlerinin çözümüyle oluşturulan portföylerin 2005 yılı performansları $\tilde{y}_k(x_k^*)$ ile değerlendirildi. $\tilde{y}_k(x_k^*)$ performans ölçütü Yu et al. (2006) tarafından da kullanılmıştır.

Çizelge 5.6'da $f_1(x_1^*)$ ve $f_6(x_1^*)$ sütunlarında görüldüğü gibi modelde sadece tahmin verileri kullanılacak olursa yatırımcı sıfır risk ile gelecek 12 ay boyunca aylık % 5.6'lık bir getiri sağlayacak portföyü satın aldığı sanacaktır.

(P_1) problemi için $(f_1(x_1^*), f_6(x_1^*)) = (5.6, 0)$ etkin noktası, ideal etkin noktadır. Ancak Markowitz modelinde getiri ve varyans, çelişen amaçlardır. $v(x_1^*)$ sütununda da portföyün 2005 yılı varyansının sıfır olmadığı gözükmektedir. (P_1) probleminde ideal etkin noktanın riskinin sıfır çıkması, değişkenliğin hata terimi olarak hata varyansına kaymasından kaynaklanmaktadır.

Çizelge 5.6. Farklı w değerleri için (P_1) probleminin çözümüyle elde edilen portföyler ve 2005 yılı dağılımsal özellikleri

No	w	$1-w$	$f_1(x_1^*)$	$f_6(x_1^*)$	$m(x_1^*)$	$v(x_1^*)$	$\tilde{y}_1(x_1^*)$	x_1^*
1	0	1.0	5.6	0	3.18	92.45	92.45	$x_8 = 1$
2	0.1	0.9	5.6	0	3.18	92.45	82.89	$x_8 = 1$
3	0.2	0.8	5.6	0	3.18	92.45	73.32	$x_8 = 1$
4	0.3	0.7	5.6	0	3.18	92.45	63.76	$x_8 = 1$
5	0.4	0.6	5.6	0	3.18	92.45	54.2	$x_8 = 1$
6	0.5	0.5	5.6	0	3.18	92.45	44.64	$x_8 = 1$
7	0.6	0.4	5.6	0	3.18	92.45	35.07	$x_8 = 1$
8	0.7	0.3	5.6	0	3.18	92.45	25.51	$x_8 = 1$
9	0.8	0.2	5.6	0	3.18	92.45	15.95	$x_8 = 1$
10	0.9	0.1	5.6	0	3.18	92.45	6.39	$x_8 = 1$
11	1.0	0	5.6	0	3.18	92.45	-3.18	$x_8 = 1$

Hata terimlerinin modele eklenmesiyle (P_2) probleminin çözümüyle Çizelge 5.7'nin getiri (f_1+f_7) ve varyans (f_6+f_9) sütunlarında görüldüğü gibi doğal olarak getiri arttıkça riskte artmaktadır. Oluşan portföylerin 2005 yılı ortalama getirileri $m(x_2^*)$ ve varyansları $v(x_2^*)$ buna paralel olarak değişmektedir. Ayrıca bütün w ağırlıkları için $\tilde{y}_2(x_2^*) < \tilde{y}_1(x_1^*)$ olduğundan tahminleme hata dağılımlarını da göz önüne alan (P_2) probleminin çözümleri yatırımcıyı 2005 yılında daha çok tatmin edecek çözümler üretmektedir. (P_2) ile bulunan etkin çözümlerin büyük kısmı $(m(x_1^*), v(x_1^*)) = (3.18, 92.45)$ değerine baskındır.

Örneğin Çizelge 5.7'de 6, 7, 8, 9, 10 ve 11 nolu satırlardaki $(m(x_2^*), v(x_2^*))$ değerleri, (3.18, 92.45) değerine baskındır. (P_1) ile bütün ağırlıklar için tek bir hisse senetinin yer alındığı ($x_8 = 1$) çözümü bulunurken, (P_2) ile oluşturulan portföyde farklı sayılarda ve oranlarda hisse senetleri yer almaktadır. Örneğin Çizelge 5.7'nin 1 nolu satırında yer alan etkin değere karşı gelen etkin çözüm, $x_1=0.42$, $x_3=0.05$, $x_5=0.21$, $x_8=0.05$, $x_9=0.02$, $x_{13}=0.09$, $x_{19}=0.16$ ve diğer değişkenlerin sıfır değeri aldığı yatırım portföyüdür. Dolayısıyla tahminleme hatasının dağılımı yatırımcı için göz ardı edilemeyecek kadar önemli bir ölçüttür.

Çizelge 5.7. Farklı w değerleri için (P_2) problemi ile elde edilen çözümler ve 2005 yılı dağılımsal özellikleri.

No	w	$1-w$	f_1+f_7	f_6+f_9	$m(x_2^*)$	$v(x_2^*)$	$\tilde{y}_2(x_2^*)$	$\tilde{y}_1(x_1^*)$
1	0	1.0	1.01	120.14	2.67	71.81	71.81	92.45
2	0.1	0.9	1.48	123.71	2.46	62.13	55.67	82.89
3	0.2	0.8	2	137.88	2.19	57.02	45.18	73.32
4	0.3	0.7	2.52	163.8	2.78	52.22	35.72	63.76
5	0.4	0.6	3.13	213.96	3.84	55.43	31.72	54.2
6	0.5	0.5	3.34	238.38	4.39	57.01	26.31	44.64
7	0.6	0.4	3.5	267.21	5.02	58.85	20.53	35.07
8	0.7	0.3	3.54	279.12	5.32	59.82	14.22	25.51
9	0.8	0.2	3.54	279.15	5.36	59.91	7.7	15.95
10	0.9	0.1	3.54	279.3	5.47	60.18	1.1	6.39
11	1.0	0	3.56	580.56	13.03	176.67	-13.03	-3.18

Yatırımcı eğer ARIMA ile elde edilmiş tahmin değerleriyle Lai'nin Ortalama-Varyans-Çarpıklık Modelini kullanarak yatırım yapmak isterse izleyen modelin

çözümüyle ilgilendir. Amaç fonksiyonları arasındaki ödünleşimi örneklemek amacıyla skalerleştirmede Ağırlıklı Toplam Yöntemi kullanıldı.

$$(P_3) \quad \sum_{i=1}^{20} x_i = 1, \\ x_i \geq 0, i = 1, \dots, 20,$$

$$\text{k.a. } \text{enk } y_3(x) = -w_1 f_1(x) + w_2 f_6(x) - w_3 f_5(x),$$

Tahmin hatası da tahmin değerleriyle aynı öneme sahip olarak ortalama-varyans-çarpıklık modeline dahil edilirse,

$$(P_4) \quad \sum_{i=1}^{20} x_i = 1, \\ x_i \geq 0, i = 1, \dots, 20,$$

$$\text{enk } y_4(x) = -w_1 (f_1(x) + f_7(x)) + w_2 (f_6(x) + f_9(x)) - w_3 (f_5(x) + f_8(x)),$$

amaç fonksiyonu kullanılır.

Farklı $w_i \in [0,1]$, $i = 1, 2, 3$ değerleri için (P_3) ve (P_4) problemleri çözüldü ve elde edilen sonuçlar Çizelge 5.8'de verildi. (P_3) ve (P_4) problemlerinden elde edilen portföylerin performansları çarpıklık ölçütü de göz önüne alınarak yine 2005 yılına göre değerlendirildi.

$$\tilde{y}_k(x_k^*) = -w_1 m(x_k^*) + w_2 v(x_k^*) - w_3 s(x_k^*),$$

$m(x_k^*)$ ile x_k^* çözümü için oluşan portföyün 2005 yılı ortalama getirisi; $v(x_k^*)$ ile x_k^* çözümü için oluşan portföyün 2005 yılındaki varyansı ve $s(x_k^*)$ ile x_k^* çözümü için oluşan portföyün 2005 yılındaki çarpıklığı gösterildi. $\tilde{y}_k(x_k^*)$ ise (P_k) problemi ile elde edilen x_k^* çözümü için yatırımcının tercihsel ağırlığı w 'ya göre çözümün ağırlıklı toplamıdır.

Çizelge 5.8'in $\tilde{y}_3(x_3^*)$ ve $\tilde{y}_4(x_4^*)$ sütunlarında görüldüğü gibi bütün w ağırlık kombinasyonları için (P_4) probleminin çözümleri, (P_4) 'e göre yatırımcıyı 2005 yılında daha çok tatmin edecek çözümler üretmektedir.

$\tilde{y}_4(x_4^*)$ değerinin, yatırımcının tahmin değerlerini kullanma eğilimine $\lambda \in [0,1]$ ve ortalama, varyans, çarpıklık tercih ağırlıkları $w_i \in [0,1]$ 'na göre nasıl değiştiğini analiz

etmek için λ 'ya bağılı parametrik programlama problemi (P_5)'in çözümüyle ilgilenildi. $\lambda = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ ve 1 değerleri için edilen sonuçlar Çizelge 5.9'da verilmiştir.

Çizelge 5.8. Farklı $w_i \in [0,1]$ değerleri için (P_3) ve (P_4) problemleri ile elde edilen çözümler.

No	w_1	w_2	w_3	$f_1(x_3^*)$	$f_5(x_3^*)$	$f_6(x_3^*)$	$m(x_3^*)$	$v(x_3^*)$	$s(x_3^*)$	$\tilde{y}_3(x_3^*)$
1	1	0	0	5.6	0	0	3.18	92.45	-447.09	-3.18
2	0	1	0	5.6	0	0	3.18	92.45	-447.09	92.45
3	0	0	1	1.07	28.35	248.45	0.36	86.96	458.09	-458.09
4	0.33	0.33	0.33	5.6	0	0	3.18	92.45	-447.09	177
5	0.3	0.4	0.3	5.6	0	0	3.18	92.45	-447.09	170.15
6	0.4	0.3	0.3	5.6	0	0	3.18	92.45	-447.09	160.59
7	0.3	0.3	0.4	5.6	0	0	3.18	92.45	-447.09	205.62
8	0.1	0.7	0.2	5.6	0	0	3.18	92.45	-447.09	153.81
9	0.2	0.7	0.1	5.6	0	0	3.18	92.45	-447.09	108.79
10	0.7	0.1	0.2	5.6	0	0	3.18	92.45	-447.09	96.44
11	0.1	0.2	0.7	5.6	0	0	3.18	92.45	-447.09	331.14
No	w_1	w_2	w_3	f_1+f_7	f_5+f_8	f_6+f_9	$m(x_4^*)$	$v(x_4^*)$	$s(x_4^*)$	$\tilde{y}_4(x_4^*)$
1	1	0	0	4.56	1161.12	13564.82	13.03	176.67	-443.74	-13.03
2	0	1	0	2.01	236.61	520.18	2.67	71.81	-79.05	71.81
3	0	0	1	1.16	942.03	15933.46	-3.22	132.61	528.69	-528.69
4	0.33	0.33	0.33	4.46	574.41	4787.1	3.62	59.5	173.1	-38.68
5	0.3	0.4	0.3	4.39	498.18	2555.8	3.86	56.78	242.27	-51.13
6	0.4	0.3	0.3	4.54	570.21	3723.88	4.17	59.43	425.96	-111.63
7	0.3	0.3	0.4	4.41	573.27	5172.57	3.53	59.46	76.89	-13.98
8	0.1	0.7	0.2	2.58	249.83	565.66	2.65	59.32	-68.69	55
9	0.2	0.7	0.1	3.15	286.39	479.29	2.23	55.99	82.08	30.54
10	0.7	0.1	0.2	4.54	580.85	4036.38	3.77	60.35	345.11	-65.62
11	0.1	0.2	0.7	4.22	589.46	6194.59	3.19	62.88	-236.13	177.55

$$(P_5) \quad \sum_{i=1}^{20} x_i = 1,$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, 20,$$

$$\text{k.a. } \text{enk } y_5(x) = -w_1[\lambda f_1(x) + (1-\lambda)f_7(x)] + w_2[\lambda f_6(x) + (1-\lambda)f_9(x)] \\ - w_3[\lambda f_5(x) + (1-\lambda)f_8(x)]$$

Çizelge 5.9'da her satır için $\tilde{y}_5(x_5^*)$ değerleri incelendiğinde yatırımcının tahmin değerlerini kullanma eğilimi λ 'nın etkisi açıkça görülmektedir. Örneğin yatırımcı, 1 nolu satırda verilen $w_1 = 1, w_2 = 0$ ve $w_3 = 0$ ağırlıklarını tercih etmesi halinde aylık ortalama % 13.03 getiri ile en yüksek tatmini $\lambda = 0.6$ 'da sağlayacaktır. Dolayısıyla yatırımcının tatmini λ değerine bağılıdır. λ 'nın değeri yatırımcı tarafından

belirlenebileceği gibi geçmişteki dönemler için Çizelge 5.9'daki analize benzer bir çalışma ile de belirlenebilir. Yatırımcı getiri, varyans ve çarpıklık dağılım fonksiyonlarını tek bir λ değeriyle birleştirmek zorunda değildir. Örneğin hisse senetlerinin tahmin hata ortalamaları sıfır çıktıysa bu ölçütü göz önüne almayabilir. Bunu sağlamak için de ortalama, varyans ve çarpıklık için λ_1 , λ_2 ve λ_3 parametrelerini kullanabilir.

Çizelge 5.9. Farklı λ ve $w_i \in [0,1]$ ağırlıkları için (P_5) probleminin çözümüyle oluşan portföyün $\tilde{y}_5(x_5^*)$ değerleri

No	$w_i \in [0,1]$			$\lambda \in [0,1]$					
	w_1	w_2	w_3	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
1	1	0	0	-0.76	-0.76	-3.77	-13.03	-3.18	-3.18
2	0	1	0	70.56	71.9	71.88	71.74	72.37	92.45
3	0	0	1	-528.69	-528.69	-528.69	-528.69	-528.69	-458.29
4	0.33	0.33	0.33	48.46	-16.8	-39.49	118.79	177	177
5	0.3	0.4	0.3	21.52	-12.49	-9.63	92.67	170.15	170.15
6	0.4	0.3	0.3	106.1	36.51	-60.62	162.25	160.59	160.59
7	0.3	0.3	0.4	18.45	-71.05	-18.08	226.59	205.62	205.62
8	0.1	0.7	0.2	19.7	43.76	77.98	43.09	147.71	153.81
9	0.2	0.7	0.1	19.71	22.59	38.25	50.33	113.87	108.79
10	0.7	0.1	0.2	-114.11	-114.11	-65.62	97.3	96.44	96.44
11	0.1	0.2	0.7	57.59	57.59	57.59	57.59	57.59	331.14

Yatırımcının veya analistin karar vermesi gereken bir başka değişken de hata dağılımlarının geçmişe dönük kaç dönemlik veri üzerine kurulacağıdır. Önceki analizlerde hataların 5 senelik yani $N = 60$ (60 adet verinin 1 tanesi fark derecesi kullanan ARIMA modellerinde yer almadığından göz ardı edildi) veri için hesaplanan dağılımsal özellikleri 1, 2, 3 ve 4 senelik veriler için tekrar hesaplandı. Değişen parametreler kullanılarak oluşturulan (P_4) probleminin çözümüyle elde edilen $\tilde{y}_4(x_4^*)$ değerleri Çizelge 5.10'da verildi.

Çizelge 5.10'da bütün satırlar için en küçük $\tilde{y}_4(x_4^*)$ değerleri incelendiğinde yatırımcı tercihlerinin büyük çoğunluğu için en fazla tatmini sağlayan çözümlerin $N = 60$ için elde edildiği görülür. Bununla birlikte 1 nolu satırda en büyük getiri, 2, 4 ve 5 yıllık hata verileriyle elde edildi. En küçük varyansa sahip çözüm 1 yıllık hata verileriyle bulunurken en büyük çarpıklık değeri 4 ve 5 yıllık verilerle elde edildi.

Çizelge 5.10. Farklı N değerleri ve $w_i \in [0,1]$ ağırlıkları için (P_4) ile oluşan portföyün $\tilde{y}_4(x_4^*)$ değerleri

No	$w_i \in [0,1]$			Geçmiş dönem sayısı (N)				
	w_1	w_2	w_3	12	24	36	48	60
1	1	0	0	-4.36	-13.03	-3.18	-13.03	-13.03
2	0	1	0	59.85	62.52	66.26	67.96	71.81
3	0	0	1	47.33	408.31	1875.10	-528.78	-528.69
4	0.33	0.33	0.33	55.26	269.98	177.00	130.15	-38.68
5	0.3	0.4	0.3	82.61	249.87	170.15	124.91	-51.13
6	0.4	0.3	0.3	49.80	250.78	160.59	155.19	-111.63
7	0.3	0.3	0.4	54.97	316.75	205.62	135.09	-13.98
8	0.1	0.7	0.2	164.43	160.83	71.43	108.64	55
9	0.2	0.7	0.1	132.74	131.1	94.26	71.1	30.54
10	0.7	0.1	0.2	18.86	97.3	96.44	97.3	-65.62
11	0.1	0.2	0.7	57.59	-1154.06	161.83	57.59	177.55

Hata terimlerinin yatırımcı için önemini daha da pekiştirmek için ARIMA, Zaman Serileri Ayrışımı ve Tahmin Portföyü ile elde edilen tahmin değerleri kullanılarak oluşturulan (P_3) probleminden $\tilde{y}_3(x_3^*)$ değerleri bulundu. Ek olarak doğrudan 3 yıllık geçmiş dönem verileri (GV) üzerine kurulan (P_3) probleminden $\tilde{y}_3(x_3^*)$ değeri bulundu. Hata terimlerinin modele girmesiyle elde edilen çözümler karşılaştırmalı olarak Çizelge 5.11'de verildi. Çizelge 5.11'de Tahminleme Yöntemi temelinde $\tilde{y}_3(x_3^*)$ ile $\tilde{y}_4(x_4^*)$ değerleri karşılaştırıldığında hata terimleriyle birlikte kullanılan modellerin (ARIAM-H, ZSA-H ve TP-H) sadece tahmin verilerini kullanan modellere (ARIMA, ZSA ve TP) göre daha tatmin edici çözümleri verdiği görülür. Örneğin 2 nolu satır oluşturulan portföylerin 2005 yılındaki varyanslarını göstermektedir. Hata terimi içermeyen modellerle bulunan portföyler daha fazla riske sebep olmaktadır. Yatırımcının sadece getirisini enbüyüklemeye çalıştığı 1 nolu satırda ARIMA ve Geçmiş Dönem Verileri dışındaki bütün modeller 2005 yılında tam olarak tatmin sağladı.

Tahmin Portföyü ile elde edilmiş tahmin değerleri için (P_4) problemine portföyde yer alacak hisse seneti sayısı (K) ve hata terimlerinin normal dağılıma uygunluk (W) kısıtları da dahil edilirse,

Çizelge 5. 11. ARIMA, Zaman Serileri Analizi ve Tahmin Portföyü, Geçmiş Dönem parametreleri için (P_3) ve (P_4) problemlerinden edilen portföylerin $\tilde{y}_3(x_3^*)$ ve $\tilde{y}_4(x_4^*)$ değerleri

No	ARIMA	ARIMA-H	ZSA	ZSA-H	TP	TP-H	GV
	$\tilde{y}_3(x_3^*)$	$\tilde{y}_4(x_4^*)$	$\tilde{y}_3(x_3^*)$	$\tilde{y}_4(x_4^*)$	$\tilde{y}_3(x_3^*)$	$\tilde{y}_4(x_4^*)$	$\tilde{y}_3(x_3^*)$
1	-3.18	-13.03	-13.03	-13.03	-13.03	-13.03	-9.48
2	92.45	71.81	81.38	67.62	85.91	71.73	69.08
3	-458.09	-528.69	579.55	47.33	873.21	47.33	47.33
4	177	-38.68	-0.68	-63.84	-90.43	-97.09	55.26
5	170.15	-51.13	23.51	-54.92	-33.21	-103.37	62.68
6	160.59	-111.63	-32.63	-56.29	-56.13	-56.25	49.8
7	205.62	-13.98	-8.66	-79.69	-117	-123.34	54.97
8	153.81	55	-30.88	-14.02	-44.59	-46.7	23.22
9	108.79	30.54	42.99	16.4	38.63	0.07	30.62
10	96.44	-65.62	97.3	-4.88	97.3	7.57	18.86
11	331.14	177.55	23.34	-50.78	599.9	-257.67	57.59

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 1,$$

$$f_{10}(x) = \sum_{i=1}^{20} z_i = K,$$

$$(P_6) \quad f_{11}(x) = w_i x_i \geq W,$$

$$l_i z_i \leq x_i \leq u_i z_i, i = 1, \dots, 20,$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, 20,$$

$$z_i : 0-1 \text{ tamsayı}, i = 1, \dots, 20,$$

$$\text{k.a. } \text{enk } y_6(x) = -w_1(f_1(x) + f_7(x)) + w_2(f_6(x) + f_9(x)) - w_3(f_5(x) + f_8(x)),$$

problemi elde edilir. Modelin farklı K ve W değerleri için elde edilen $\tilde{y}_6(x_6^*)$ değerleri, Çizelge 5.12 ve Çizelge 5.13'te verildi. 0-1 tamsayı z_i değişkenleri ile yarı sürekli x_i değişkenleri arasındaki ilişki kısıtlarının çalışması için hisse senetlerinin portföydeki enküçük oranları $l_i=0.1$ ile sınırlandırıldı.

Çizelge 5.12 ve 13'de görüldüğü gibi K ve W değerlerindeki artış portföydeki çeşitliliği artırdığı ve portföyü daha başarılı tahmin değerlerine sahip hisse senetleriyle kısıtladığından 1 nolu satırda yer alan getiriye azaltmaktadır. K ve W değerleri yatırımcının risk alma eğilimine göre belirlenir.

Çizelge 5.12. Farklı K değerleri ve $w_i \in [0,1]$ ağırlıkları için (P_6) problemi ile bulunan portföyün $\tilde{y}_6(x_6^*)$ değerleri ($l_i = 0.1$ ve $u_i = 1$ alınmıştır).

No	$w_i \in [0,1]$			Portföydeki varlık sayısı (K)				
	w_1	w_2	w_3	2	4	6	8	10
1	1	0	0	-12.27	-10.62	-8.67	-7.20	-5.76
2	0	1	0	102.88	67.80	75.01	72.18	85.04
3	0	0	1	250.50	511.99	441.96	453.63	366.13
4	0.33	0.33	0.33	435.72	-77.35	-51.07	-38.32	34.29
5	0.3	0.4	0.3	-274.83	-74.15	-70.09	-28.20	44.22
6	0.4	0.3	0.3	-191.30	-46.99	-1.60	-27.11	30.67
7	0.3	0.3	0.4	-143.28	-9.36	-100.38	-52.68	34.45
8	0.1	0.7	0.2	3.65	-50.33	-48.46	-8.99	66.76
9	0.2	0.7	0.1	180.86	52.87	-0.40	29.00	62.51
10	0.7	0.1	0.2	-2.85	-2.69	-6.83	-8.78	11.40
11	0.1	0.2	0.7	198.50	376.67	357.95	345.46	129.84

Çizelge 5.13. Farklı W değerleri ve $w_i \in [0,1]$ ağırlıkları için (P_6) problemi ile bulunan portföyün $\tilde{y}_6(x_6^*)$ değerleri

No	$w_i \in [0,1]$			W -test istatistiği değeri (W)			
	w_1	w_2	w_3	0.94	0.96	0.98	0.99
1	1	0	0	-13.03	-13.03	-7.94	-5.40
2	0	1	0	71.73	71.73	71.41	99.31
3	0	0	1	47.33	708.46	454.27	1313.22
4	0.33	0.33	0.33	-86.59	-86.58	-86.59	-145.74
5	0.3	0.4	0.3	-95.42	-95.43	-95.42	-163.00
6	0.4	0.3	0.3	-45.96	-45.95	-45.96	-85.25
7	0.3	0.3	0.4	-103.95	-103.95	-103.96	-182.87
8	0.1	0.7	0.2	-42.91	-42.92	-42.91	-152.49
9	0.2	0.7	0.1	0.94	0.94	0.94	-30.87
10	0.7	0.1	0.2	97.30	97.30	45.38	203.42
11	0.1	0.2	0.7	518.42	518.42	425.52	-443.82

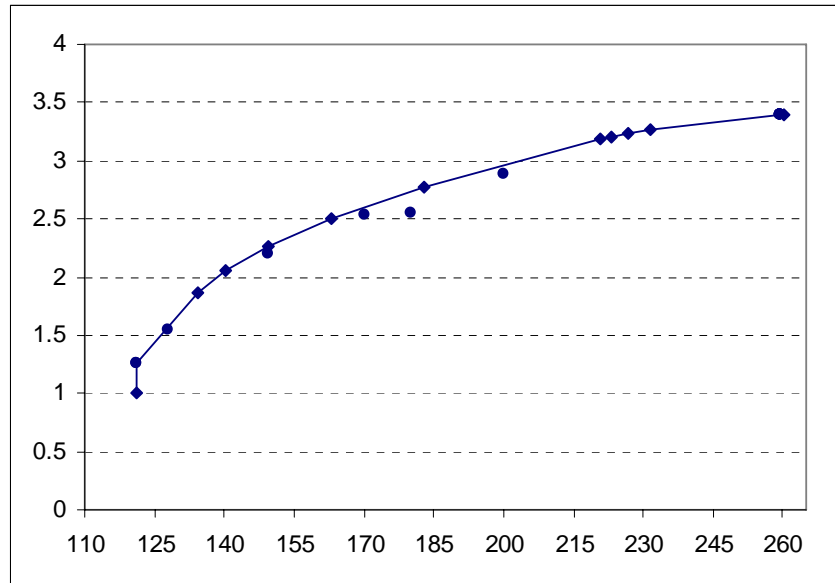
Bütünleşik yaklaşımda Konik Skalerleştirme Yöntemi'nin kullanılmasının Ağırlıklı Toplam Yöntemi'ne üstünlüğünü göstermek amacıyla 20 hisse senedi için ARIMA tahmin verileri kullanılarak $K = 4$ varlık sayısı kısıtları altında ($l_i = 0.1$ ve $u_i = 1$ alındı) tahmin hatalarının dağılımını içeren aşağıdaki modelin çözümüyle ilgilenildi.

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 1,$$

$$\sum_{i=1}^{20} z_i = 4,$$

(P₇) $l_i z_i \leq x_i \leq u_i z_i, i = 1, \dots, 20,$
 $x_i \geq 0, i = 1, \dots, 20,$
 $z_i : 0-1$ tamsayı, $i = 1, \dots, 20,$
 enk $y(x) = \alpha (| -f_1(x) - f_7(x) - a_1 | + | f_6(x) + f_9(x) - a_2 |) + w(-f_1(x) - f_7(x) - a_1)$
 $+ (1-w)(f_6(x) + f_9(x) - a_2)$

$a = (a_1, a_2)$ vektörü, Konik Skalerleştirme Yöntemi için yatırımcı tarafından belirlenen referans noktasıdır. w ağırlığı, 0.05 birim artırılarak elde edilen 20 adet ağırlık vektörüyle $\alpha = 0$ için Ağırlıklı Toplam Yöntemi ile ve $\alpha \neq 0$ için Konik Skalerleştirme Yöntemi ile elde edilen etkin noktaların grafiği, Şekil 5.5'te verildi.



Şekil 5.5. $M = 20$ için KSY ve ATY ile elde edilen etkin noktaların grafiği

Şekil 5.5'de verilen etkin noktalardan çizgi ile birleştirilmiş olanlar Ağırlıklı Toplam Yöntemi ile elde edilen etkin noktaları gösterirken çizgilerin altında kalan saklı

etkin noktalar (“*hidden*” efficient points) Konik Skalerleştirme Yöntemi ile elde edildi. $K = 4$ hisse senedinden oluşan portföylerden 260.26 varyans ile enyüksek getirili olanı aylık % 3.4 olarak elde edilirken en düşük olanı 121.04 varyans ile aylık % 1 olarak bulundu. Konik Skalerleştirme Yöntemi ile elde edilen (2.2, 149.36), (2.54,170), (2.55, 180) ve (2.89, 200) has etkin noktaları Ağırlıklı Toplam Yöntemi ile elde edilemez. Yatırımcının referans noktaları olarak (2.26, 149.36), (2.5, 170), (2.5, 180) ve (2.8, 200) noktaları incelendi. İncelenen referans noktaları uygun değer kümesinde yer aldığından Konik Skalerleştirme Yöntemi, referans noktalarını iyileştirdi.

20 hisse seneti için önerilen modelin (144)-(158) çözümünde Konik Skalerleştirme Yöntemini ve Ağırlıklı Toplam Yöntemini karşılaştırmak amacıyla Çizelge 5.14’deki amaç fonksiyonu ağırlıkları kullanıldı. Çizelge 5.14’de ‘-’ ile verilen ağırlıklar, yatırımcının karar verirken ilgili amacı göz ardı ettiğini göstermektedir.

Model, Tahmin Portföyü verileri ve hata terimleri üzerine kuruldu.

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 1,$$

$$(P_8) \quad l_i z_i \leq x_i \leq u_i z_i, i = 1, \dots, 20,$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, 20,$$

$$z_i : 0-1 \text{ tamsayı}, i = 1, \dots, 20,$$

$$\text{k.a. } enk \ y_8(x) = \alpha \sum_{k=1}^{11} |F_k(x) - a_k| + \sum_{k=1}^{11} w_k (F_k(x) - a_k),$$

Öncelikle yatırımcıya, bileşenleri

$$f_k^* = \underset{x \in S}{enk} F_k(x), k = 1, \dots, 11,$$

ile verilen alt eniyileme problemlerinin çözümüne elde edilen ideal nokta gösterilir. Yatırımcı, ideal noktayı göz önüne alarak amaç fonksiyonlarının aldığı enbüyük ve enküçük değerlere göre referans noktasını belirler. 20 hisse senetli ve 11 amaç fonksiyonlu problem için ideal nokta $f^* = (11.65, 670, 207.09, 5, 1401.35, 3.76, 0.09, 14458.10, 126.77, 1, 0.99)$ olarak hesaplandı (Yatırımcı tarafından $l_i = 0.1$ ve $u_i = 1$ olarak belirlenmiş olsun). Ek olarak yatırımcı, referans noktası olarak $a = (4, 300, 150, 3, 700, 50, 0, 7500, 200, 4, 0.97)$ vektörünü belirlemiş olsun. Referans noktası için Konik Skalerleştirme Yöntemi ile skalerleştirilmiş yapı, GAMS’te

Yatırımcı sadece portföyün tahmini beklenen getirisi $f_1(x)$ ve varyansı $f_6(x)$ 'i göz önüne alsın ve referans noktası olarak $a = (4, 50)$ vektörünü belirlesin. Bu durumda Konik Skalerleştirme Yöntemi ile referans noktasına göre her iki amaç fonksiyonunu da iyileştiren $(4.61, 44.59)$ etkin noktası elde edilirken ATY ile getiriye iyileştirirken riski artıran $(11.65, 97.8)$ noktası elde edildi. ATY, yatırımcının referans noktalarını göz ardı etmesi ve dışbükey olmayan problemlerde bütün etkin noktalara ulaşamaması nedenleriyle Konik Skalerleştirme Yöntemine göre daha zayıf bir yöntemdir.

3. Aşama: Eniyileme Aşaması

Bu aşamanın amacı, skaler amaç fonksiyonuna enküçük değeri verecek etkin çözüme ulaşmaktır. Bu aşamada bütünsel eniyi çözüme erişmek için F-MSG Algoritması önerilmiştir. Çizelge 5.14'de verilen ağırlıklar için Konik Skalerleştirme Yöntemi, farklı GAMS Karma Tamsayılı Doğrusal Olmayan Programlama (MINLP) çözümleri DICOPT ve SBB kullanılarak çözüldü. Doğrusal alt problemlerin çözümünde CPLEX, doğrusal olmayan alt problemlerin çözümünde ise CONOPT, MINOS, MSNLP, SNOPT çözümleri kullanıldı (Brooke et al., 1998). Elde edilen $y_8(x_8^*)$ değerleri Çizelge 5.15'te verildi. Çizelge 5.14'deki ağırlıklar çözümleri farklı zorlukta olan problemleri oluşturmaktadır. Örneğin Çizelge 5.14'deki 1, 2, 3, 4, 7 ve 10 nolu satırlardaki ağırlıkların Konik Skalerleştirme Yöntemi'nde kullanılmasıyla çözümü için etkin algoritmaların olduğu Karma Tamsayılı Doğrusal Programlama problemlerinin çözümüyle ilgilenilir. 20 nolu satırdaki ağırlıkların (P_8) probleminde kullanılmasıyla karma tamsayılı hem doğrusal hemde dışbükey olmayan Programlama probleminin çözülmesi gerekir. Ayrıca 20 nolu ağırlıklar kullanıldığında diferansiyellenemeyen bir problem ortaya çıkar. 20 Nolu ağırlıklar için Konik Skalerleştirme Yöntemi ile skalerleştirilmiş probleme F-MSG Algoritması uygulandı. Çizelge 5.15'de görüldüğü gibi farklı çözümler, enküçük amaç fonksiyonu değeri $y_8(x_8^*)$ ve ortalama çözüm süreleri (saniye) yönleriyle farklılık göstermektedir. Örneğin çözüm süresi ve çözüm kalitesi yönünden çözümler karşılaştırıldığında 20 ağırlık için eniyi performansı SBB-CPLEX-SNOPT bileşimi sergiledi. SBB-CPLEX-SNOPT bileşimi sadece 12 nolu problemde enküçük $y_8(x_8^*)$ değerine ulaşamadı. 16 nolu problemde MSNLP çözümleriyle elde edilen çözümler, uygun çözüm değildir.

Eniyilemede farklı çözümleri ve bütünsel eniyileme algoritmaları kullanmak yatırımcıyı etkin olmayan bir çözümü uygulama riskine karşı koruyacaktır.

Konik Skalerleştirme Yöntemi ve F-MSG Algoritması Bütünleşik Yaklaşımı, 20 nolu ağırlık vektörü için oluşan (P_8) problemin çözümünde kullanıldı. Adım uzunluğu parametreleri (122) ve (124) formülasyonu ile hesaplandı. Hesaplamalarda $\alpha = 1$, $\delta = 1$, $\Delta_1 = 0.05$, $\varepsilon_1 = 10^{-10}$ ve $\varepsilon_2 = 0.01$ ve başlangıç genişletilmiş Lagrange çarpanları (u_0, c_0) $\in R^3 = (-1, -1, 1)$ olarak alındı.

F-MSG Algoritması ile elde edilen ikil fonksiyonun uygun değerleri “ F ” ve uygun olmayan değerleri “ InF ” ile Çizelge 5.16’da verildi. F-MSG Algoritması ile -0.24 uygun değerinin eniyi çözüm olduğu sonucuna ulaşıldı.

Çizelge 5.15. Tahmin Portföyü verileri için (P_8) probleminin çözümünde GAMS çözümleri ile elde edilen $y_8(x_8^*)$ değerleri

No.	SBB				DICOPT				Enk
	CONOPT	MINOS	MSNLP	SNOPT	CONOPT	MINOS	MSNLP	SNOPT	$y(x)$
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-0.99	-1	-1	-1	-1	-1	-1
3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
6	0	0	0	0	0	0	0	0.02	0
7	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
8	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
11	-0.32	-0.37	-0.41	-0.41	-0.41	-0.13	-0.41	-0.23	-0.41
12	-0.39	-0.38	-0.4	-0.38	-0.38	-0.4	-0.4	-0.4	-0.4
13	-0.15	-0.17	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.19	-0.2
14	0.04	0.04	0.05	0.03	0.04	0.04	0.05	0.04	0.03
15	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.04	0.04	0.03
16	0.03	0.03	-134405*	0.03	0.03	0.03	-57040.2*	0.03	0.03
17	-0.13	-0.13	-0.13	-0.13	-0.13	-0.11	-0.13	-0.13	-0.13
18	-0.37	-0.36	-0.37	-0.37	-0.37	-0.37	-0.37	-0.37	-0.37
19	-0.37	-0.37	-0.37	-0.37	-0.37	-0.37	-0.37	-0.37	-0.37
20	-0.25	-0.24	-0.24	-0.24	-0.24	-0.24	-0.24	-0.24	-0.24
Ort.									
Süre	1.46	0.25	1736.6	0.175	2.11	0.51	418.2	0.63	0.175

* Uygun olmayan çözümlere karşı gelen $y_8(x_8^*)$ değerleri

Çizelge 5.16. (P_8) problemi için F-MSG Algoritması'nın ürettiği uygun ikil değerler

N	1	2	3	4	5	6	7
H_n	10	0.28	0.25	0.24	0.19	0.22	0.23
	F	F	F	F	InF	InF	InF
Δ_n	0.05	0.05	0.05	0.05	0.025	0.0125	0.00625
t_n	8.6	7.7	10.2	4.8	15.8	7.2	21.8

5.2. Varlık Sayısı Kısıtlı Literatür Test Problemi

Önerilen yaklaşımları test etmek için Ehrgott et al. (2004) tarafından önerilmiş (43) modeli ele alındı. Ehrgott et al. (2004) tarafından $M = 40$ adet yatırım aracı içeren test problemi, $K = 10$ varlık sayısı, $l_i = 0.05$ alt sınırı ve $u_i = 0.30$ üst sınırı parametreleri ile tanımlanmıştır. Ehrgott et al. (2004), yatırımcı tercihlerini kullanarak öge fayda fonksiyonlarını ve toplamsal fayda fonksiyonlarını oluşturmuştur. Uzun çabalar sonrasında oluşturdukları toplamsal fayda fonksiyonunu enbüyüklemek içinse farklı sezgisel yöntemlerden yararlanmışlardır. Hem önerdikleri sezgisel yöntemleri hemde skalerleştirme yöntemlerini test problemi üzerinden karşılaştırmak için yine yatırımcı tercihleri kullanıldı. Ehrgott et al. (2006) tarafından yapılan çalışmada UTADIS yöntemi ile yatırımcının tercihleri kullanılarak bulunan öge fayda fonksiyonlarının kırılma noktaları ve toplamsal fayda fonksiyonundaki ağırlıkları Çizelge 5.17'de verildi.

Çizelge 5.17. UTADIS yöntemiyle u_i için elde edilmiş kırılma ve μ_i değerleri

12 Aylık Performans		3 Yıllık Performans		Kar Payı		Yıldız Derecelendirme		Kovaryans	
y_1^h	$u_1(y_1^h)$	y_2^h	$u_2(y_2^h)$	y_3^h	$u_3(y_3^h)$	y_4^h	$u_4(y_4^h)$	y_5^h	$u_5(y_5^h)$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
15	3.966	40	97.558	0.5	16.51	2	98.671	5	96.632
40	3.966	90	100	1.5	16.350	3	98.671	15	96.584
60	3.966	130	100	2.5	16.835	4	99.706	20	95.672
150	3.966	180	100	4.5	16.835	5	100	30	90.207
450	100	350	100	10	100			50	0
μ_i	0.1627		0.0025		0.0321		0.5352		0.2675
h_k	6		6		6		5		6

Ehrgott et al. (2004), test probleminde toplamsal fayda fonksiyonunu enbüyüklemek için 3 farklı meta-sezgisel Genetik Algoritma (GA), Yasaklı Arama (YA), Tavlama Benzetimi (TB) ve birde komşu nokta algoritması temelli İki Aşamalı Yerel Arama (İAYA) yöntemi önermişlerdir. Önerdiğimiz KTDOP (112) modeli, farklı öge fayda fonksiyonu ağırlıkları için F-MSG Algoritması ile çözümü sonucu elde ettiğimiz bütünsel fayda fonksiyonu değerlerinin ve çözüm sürelerinin, Ehrgott et al. (2004) tarafından önerilen yöntemlerle karşılaştırılması Çizelge 5.18'de verildi.

Önerilen KTDOP (112) modelinin F-MSG Algoritması kullanılarak elde edilen çözümlerinin hem çözüm kalitesi hemde çözüm süresi yönünden sezgisel yöntemlere açık bir üstünlüğü ortaya çıkmıştır. Farklı ağırlıklar ve portföyde yer alacak varlık sayıları için analizler Ehrgott et al. (2006) tarafından yapılmıştır.

Yatırımcının amaç fonksiyonlarının değerleriyle ilgili istek düzeyleri $a = (234.46, 175.3, 4.51, 3, 0)$ vektörü, amaç fonksiyonlarının ağırlıklarıyla ilgili tercihini ise $w = (0.1627, 0.0025, 0.0321, 0.5352, 0.2675)$ vektörü ile belirlemiş olsun.

Yatırımcının toplamsal fayda fonksiyonu, $U(y) = w_1y_1 + w_2y_2 + w_3y_3 + w_4y_4 + w_5(-y_5)$ formülasyonu ile hesaplandı. Farklı skalerleştirme tekniklerinden elde edilen etkin noktaların karşılaştırılmasında, yaygın olarak toplamsal fayda fonksiyonu kullanılmaktadır (Demirtas and Üstün, 2008). $M = 40$ boyutlu problemin ideal noktası $y^* = (280.02, 278.8, 5.94, 5, 0.39)$ ve bu noktaya karşı gelen toplamsal fayda değeri $U(y^*) = 49.24$ 'tür.

Yatırımcı tarafından belirlenen referans noktası, uygun çözüm alanında yer almadığından Elastik Kısıt Yöntemi, Melez Yöntem ve Benson'un Yöntemi ile herhangi bir çözüm elde edilemedi ve Çizelge 5.19'da ilgili satırlar boş bırakıldı. Dikkat edilirse Konik Skalerleştirme Yöntemi ve Ağırlıklı Toplam Yöntemi'nden elde edilen etkin değerler aynıdır. $\alpha = 0.002$ olduğundan Konik Skalerleştirme Yönteminde oluşan koni, Ağırlıklı Toplam Yönteminde kullanılan hiperdüzleme çok yakın bir şekle sahiptir. Dolayısıyla Konik Skalerleştirme Yöntemi, Ağırlıklı Toplam Yöntemi ve l_1 normu için Uzlaşık Programlama Yöntemin'den elde edilen etkin değerler aynıdır.

Çizelge 5.18. Farklı ağırlıklar için KTDOP (112) ve sezgisel yöntemlerin çözümlerinin karşılaştırması

No	KTDOP					YA	GA	TB	İAYA	
	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	$U(y)$	Ortalama $U(y)$ değerleri			
1	0.163	0.003	0.032	0.535	0.268	87.8	82.5	73.75	86.07	81.53
2	1	0	0	0	0	45.59	3.97	45.38	45.59	3.97
3	0	1	0	0	0	100	100	100	100	100
4	0	0	1	0	0	38.61	16.84	38.51	38.61	16.84
5	0	0	0	1	0	99.74	98.99	99.46	99.03	99.1
6	0	0	0	0	1	100	100	100	100	100
7	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	70.92	63.47	63.7	69.79	63.47
8	0.29	0.29	0.14	0.14	0.14	70.79	60.19	63.38	69.82	61.61
9	0.29	0.14	0.29	0.14	0.14	58.66	48.31	48.46	57.97	48.31
10	0.29	0.14	0.14	0.14	0.29	70.73	59.71	60.84	69.03	61.03
11	0.29	0.14	0.14	0.29	0.14	70.74	60.18	60.35	69.89	60.57
12	0.14	0.29	0.29	0.14	0.14	68.22	62.03	62.19	66.32	62.03
13	0.14	0.29	0.14	0.14	0.29	79.24	73.43	74.15	77.84	73.43
14	0.14	0.29	0.14	0.29	0.14	79.25	73.91	75.34	78.32	73.91
15	0.14	0.14	0.29	0.14	0.29	68.27	61.54	64.41	65.85	61.55
16	0.14	0.14	0.29	0.29	0.14	68.14	62.02	62.18	66.53	62.02
17	0.14	0.14	0.14	0.29	0.29	79.18	73.42	74.95	77.54	73.42
Ortalama Çözüm Süreleri (sn)						6	63	3583	6793	63

Çizelge 5.19. Test problemi için skalerleştirme yöntemlerinin karşılaştırılması

Yöntem*	$y(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$	$f_5(x)$	$U(y)$	Süre
ATY	48.4	280.02	240.8	0.29	4.15	0.73	48.4	0.04
EKY	-	-	-	-	-	-	-	-
MY	-	-	-	-	-	-	-	-
ELKY	222.91	234.46	210.38	2.29	3.52	0.65	40.63	0.11
BY	-	-	-	-	-	-	-	-
l_1 - UPY	0.94	280.02	240.8	0.29	4.15	0.73	48.4	1.78
l_2 - UPY	2.15	278.96	247.32	0.37	4.2	0.72	48.28	0.42
l_∞ - UPY	0.45	277.36	246.15	0.12	4.26	0.73	48.03	1.31
GATY	-4.84	278.61	247.51	0.12	4.25	0.73	48.24	0.94
BF ₁	0.11	269.45	241.84	0.35	4.1	0.64	46.68	0.53
BF ₂	-9155.4	241.78	278.52	0.6	4.15	0.67	42.31	0.1
UTADIS&								
KTDOP	87.8	280.02	240.8	0.29	4.15	0.73	48.4	0.97
KSY&								
F-MSG	-7.62	280.02	240.8	0.29	4.15	0.73	48.4	8.2

* Ağırlıklı Toplam Yöntemi (ATY), ϵ -Kısıt Yöntemi (EKY), Melez Yöntem (MY), Elastik Kısıt Yöntemi (ELKY), Benson Yöntemi (BY), Uzlaşık Programlama Yöntemi (UPY), Genişletilmiş Ağırlıklı Tchebycheff Yöntemi (GATY), Başarı Fonksiyonu (BF), Konik Skalerleştirme Yöntemi (KSY).

Bütünleşik yaklaşımla elde edilen eniyi çözüme karşı gelen hesapsal sonuçlar Çizelge 5.20’de verilmiştir. F-MSG Algoritması ile elde edilen uygun değerler “*F*” ve uygun olmayan değerler ise “*InF*” işaretlemesiyle verildi. $H_1 = -600$ ve $H_2 = -762.76$ değerleri uygun değerlerdir. $P(H_n)$ kısıt sağlama probleminin çözümünde GAMS/MINOS türevsiz arama çözücüsü (DNLP) kullanıldı. H_2 değeri 4.7 saniyede çözücü tarafından iyileştirilemediğinden $H_3 = H_2 - \Delta_2 = -762.76 - 10 = -772.76$ şeklinde hesaplanır. H_3 ’den H_7 kadar olan değerler uygun değer değildir. Bu nedenle $H_4 = H_3 + \Delta_3 = H_3 + \Delta_2/2 = -772.76 + 5 = -767.76$ olarak bulunur.

Çizelge 5.20. Bütünleşik yaklaşımla test probleminin çözümünde elde edilen hesapsal sonuçlar

<i>N</i>	1	2	3	4	5	6	7
H_n	-600	-762.76	-772.76	-767.76	-765.26	-764.01	-763.385
	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>InF</i>	<i>InF</i>	<i>InF</i>	<i>InF</i>	<i>InF</i>
Δ_n	10	10	5	2.5	1.25	0.625	0.3125
t_n	3.5	4.7	5.07	4.93	5.05	5.12	4.69

$n = 2$. dış ardıştırmada ve $k = 78$. iç ardıştırmada bulunan asıl problemin yaklaşık eniyi çözümü $x_1 = x_2 = 0.3$, $x_i = 0.05$, $i = 3, 4, \dots, 10$ ve $x_i = 0$, $i = 11, 12, \dots, 40$ olarak; ikil eniyi çözümü $(u_{78}, c_{78}) \in R^4 = (-305746.78, -16412.30, -17888.04, 614921.07)$ olarak bulundu. Bu çözüm, test problemi için UTADIS&KTDOP ile elde edilmiş çözümlerle aynıdır.

5.3. Önerilen Yaklaşımın IMKB 30 Endeksindeki Hisse Senetlerine Uygulanması

Önerilen model, 2004 yılında IMKB 30 endeksinde yer alan hisse senetlerine uygulandı. Test verileri, 1999-2004 yılları arasında hisse senetlerinin aylık getirilerinden oluşmaktadır. 60 aylık geçmiş döneme ait aylık ortalama getirilerden hareketle gelecek 12 aylık getiriler, ARIMA, Basit Üstel Düzeltme ve Zaman Serileri Ayırımı yöntemleri kullanılarak tahmin edildi. ARIMA, BÜD ve ZSA yöntemleri, her hisse seneti için ayrı ayrı uygulanarak uygun tahmin modelleri bulundu ve bulunan

modeller ile tahminleme gerçekleştirildi. Analizlerde MINITAB istatistik yazılımının 13.32 sürümü kullanıldı (Hanke and Reitsch, 1998).

Ortalama Mutlak Sapma (MAD) ile birleştirilen tahminlemeler ve tahminleme sonucu ortaya çıkan artık terimler veya hata terimlerinden hareketle ilgili parametreler hesaplandı. Daha sonra hesaplanan parametrelere dayalı olarak model oluşturulmuş ve çözülmüştür. 20 hisse senetli uygulamada olduğu gibi yatırımcının referans noktası $a = (4,300,150,3,700,50,0,7500,200,4,0.97)$ olsun. Çizelge 5.14’de verilen ağırlıklar kullanılarak IMKB 30’da yer alan hisse senetleri için elde edilen sonuçlar Ek-3’de verildi. Portföyün kovaryans fonksiyonları $f_6(x)$ ve $f_9(x)$ ve çarpıklık fonksiyonları $f_5(x)$ ve $f_8(x)$ parametrelere bağlı olarak dışbükey olmayan yapıya sahip olabilir. Kullanılan GAMS çözücüleri, yerel eniyileme algoritmalarını kullandığından elde edilen çözüm bütünsel eniyi olmayabilir. Bu nedenle 5, 6, 8 ve 9 nolu çözümler F-MSG Algoritması kullanılarak iyileştirilmeye çalışıldı. Çizelge 21 ve Çizelge 22’de görüldüğü gibi 6. ve 9. amaçlarda F-MSG Algoritması ile önemli iyileştirmeler sağlandı. GAMS/Snopt çözücüsüyle enküçük değeri 56.87 olarak bulunan $f_6(x)$, F-MSG Algoritmasıyla 38.34’e ve 136.96 olarak bulunan $f_9(x)$ enküçük değeri 111.65’e düşürülmüştür. Bu sonuçlar portföy eniyilemede bütünsel eniyileme algoritmasının ne kadar önemli olduğunu bir kez daha göstermektedir. Yatırımcı yerel eniyileme algoritmasına bağlı olarak daha fazla riske katlanmak zorunda kalmaktadır. Ayrıca Ek-3’ün 11-20. satırları incelendiğinde KSY ile ATY ile elde edilemeyen çözümler ulaşıldığı görülür.

Ek-3’ün 6. satırındaki GAMS/SNOPT ile bulunan çözüm bir uygun değer $H_1 = 56.87$ olarak F-MSG Algoritması’na girildi. F-MSG Algoritması, $H_1 = 56.87$ uygun değerini $n = 5$. dış ardıştırmaya kadar iyileştirerek 38.34 eniyi çözümüne ulaştı. $\Delta_7 = 0.0625 < \varepsilon_2 = 0.1$ olduğundan algoritma sona erdi. Ek-3’ün 6. satırı F-MSG Algoritmasıyla bulunan

f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}
6.33	229.22	70.15	3.49	464.64	38.34	-0.86	459.67	227.5	3	0.95

etkin çözümüyle değiştirildi. Aynı şekilde 9. satırda enküçük değeri 136.96 olarak bulunan hata varyansı F-MSG Algoritmasıyla iyileştirilerek 5. dış ardıştırmada 111.65 değeri elde edildi. Ek-3’ün 9. satırı F-MSG Algoritmasıyla bulunan

f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}
4.69	85.63	45.53	1.27	630	64.88	-0.26	-606.02	111.65	4	0.98

etkin değeriyle değiştirildi. F-MSG Algoritmasının ardıştırmaları Çizelge 5.21 ve Çizelge 5.22’de verildi.

Çizelge 5.21. IMKB 30 hisse senetleriyle portföyün tahmin varyansını enküçüklemeye F-MSG Algoritmasının hesapsal sonuçları

N	1	2	3	4	5	6	7
H_n	56.87	53.13	39	38.34	37.84	38.09	38.215
	F	F	F	F	InF	InF	InF
Δ_n	0.5	0.5	0.5	0.5	0.25	0.125	0.0625
t_n	1.68	5.15	6.05	6.05	0.55	2.20	1.63

Çizelge 5.22. Bütünleşik yaklaşımla IMKB 30 hisse senetleriyle portföy oluşturulmasının hesapsal sonuçları

n	1	2	3	4	5	6	7
H_n	136.96	115.55	112.85	112.33	111.65	111.15	38.215
	F	F	F	F	F	InF	InF
Δ_n	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.25	0.125
t_n	1.28	5.15	86.09	10.25	2.75	2.18	1.63

Eniyileme Aşamasında F-MSG Algoritmasının kullanılması, yatırımcıyı etkin olmayan çözümleri uygulamaktan koruyacaktır.

BÖLÜM 5

SONUÇ VE ÖNERİLER

Çalışmada çok amaçlı portföy optimizasyon problemleri için üç aşamalı bütünlük bir yaklaşım geliştirilerek IMKB'den alınan hisse senetlerine uygulanmış ve yatırımcının ölçütleri üzerindeki farklı tercihleri için elde edilen sonuçlar verilmiştir. Yatırımların geleceğe yapıldığı ve dolayısıyla tahminlemeye ihtiyaç duyulduğuna dikkat çekilerek farklı kaynaklardan gelen tahmin değerlerini birleştiren Ortalama Mutlak Sapma (MAD) modeli önerilmiştir. MAD modelinin hata varyansında önemli iyileştirmeler yaptığı gösterilmiştir. Bununla birlikte MAD modeli hata varyansında iyileştirmeler yapsa da tahminleme başarısı, büyük ölçüde tahminleme modellerine ve analiste bağımlıdır ve yatırımcıya yansıtılması gerekmektedir. Tahminleme hatalarından dolayı yatırımcının yanlış yönlendirilebileceğine dikkat çekilerek tahmin değerlendirme ölçütleri verilmiştir. Hata terimlerini değerlendirmek için verilen ortalama, varyans, çarpıklık ve normal dağılım testi ölçütlerinin gerekliliği betimsel istatistiklerle desteklenmiştir. Tahmin değerlendirme ölçütlerini göz önüne alan modellerin yatırımcıyı daha tatmin edici çözümlere götürdüğü deneysel olarak gösterilmiştir.

Dışbükey olmayan çok amaçlı modellerin skalerleştirilmesinde Konik Skalerleştirme Yöntemi'nin kullanılmasının hem teorik üstünlükleri hemde pratikteki avantajları verilmiştir. Ağırlıklı Toplam Yöntemi ile Pareto etkin yüzeyde ulaşılamayan çözümlerin, yatırımcı için daha tatmin edici çözümler olabileceği uygulamalarla gösterilmiştir. Yatırımcı tercihlerine bağlı olarak Konik Skalerleştirme Yöntemi kullanılarak Ağırlıklı Toplam Yöntemi ile elde edilemeyen çözümlere ulaşılmıştır. Dışbükey olmayan ve diferansiyellenemeyen skalerleştirilmiş problemin çözümü için F-MSG Algoritması önerilmiş ve pratikte sağladığı yararlar gösterilmiştir. Bütünlük yaklaşımın, portföy optimizasyon literatürüne sağladığı temel katkılar aşağıdaki gibi sıralanabilir.

1. Tahminleme hata dağılımlarının, çok amaçlı portföy optimizasyon modeline dahil edilmesiyle kişisel yatırımcıların farklı kaynaklardan elde ettikleri tahminleri değerlendirerek kullanmalarına imkan sağlanmıştır.

2. Tahminleri birleştirmek için Ortalama Mutlak Sapma (MAD) modeli önerilerek hata varyansı asgari düzeye indirilmiştir.

3. Çok amaçlı programlama için literatürde önerilen skalerleştirme yöntemleri araştırılmış ve sınıflandırılmıştır. Skalerleştirme yöntemlerinin avantajları ve dezavantajları sıralanmıştır. 40 boyutlu literatür test probleminin çözümü, farklı skalerleştirme yöntemlerine göre yapılmış ve çözümler, çözüm süresi ve yatırımcının fayda fonksiyonu ölçütlerine göre karşılaştırılmıştır. Önerilen 11 amaçlı model, dışbükey olmayan ve diferansiyellenemeyen çok amaçlı programlama problemidir. Önerilen modelin amaç fonksiyonlarının skalerleştirilmesi için Konik Skalerleştirme Yöntemi önerilmiştir. Böylece Pareto etkin yüzeydeki bütün noktaların elde edilebilmesi için ele alınan model üzerine herhangi bir dışbükeylik şartı konulmamıştır. Konik Skalerleştirme Yöntemi, yatırımcının referans noktasını ve amaç fonksiyonlarının ağırlıklarını matematiksel modele yansıtılabildiğinden yatırımcı için daha tatmin edici çözümler elde edilmiştir.

4. Konik Skalerleştirme Fonksiyonu ve varlık sayısı kısıtlarından dolayı diferansiyellenemeyen ve dışbükey olmayan skalerleştirilmiş problemin eniyi çözümünün bulunması için F-MSG Algoritması önerilmiş ve pratikteki faydaları gösterilmiştir.

Tezde elde edilen sonuçlar, gelecekte yapılabilecek birçok araştırma için bir başlangıç noktasıdır. Gelecekte yapılacak çalışmalar, temel olarak aşağıdaki başlıklarda toplanabilir.

1. Yatırımcının farklı ölçütlerini göz önüne alarak gelecekte oluşacak gerçek pareto yüzeylere daha da yaklaşmak amacıyla tahminleme aşamasında farklı tahminleme yöntemleri kullanılabilir ve modellerin performansları yatırımcı tercihlerine göre karşılaştırılabilir.

2. Hata terimleri, hem göz ardı edilmiş gelecek dönemlere hem de geçmiş dönemlere göre ele alınarak tahminleme performans ölçütleri geliştirilebilir. Tahmin hatalarının etkisi Konno'nun Ortalama Mutlak Sapma Modeli'nde de incelenebilir.

3. Geliştirilen model hem tahminleme aşamasında hem de modellerin çözümü aşamasında başarılı meta sezgisel algoritmalarla desteklenerek bağımsız bir paket program haline getirilebilir.

4. Yatırımcının sonsuz sayıda etkin noktayı içeren Pareto yüzeydeki alternatifleri karşılaştırması mümkün değildir. Konik Skalerleştirme Yöntemi'ni kullanan etkileşimli referans noktası algoritması geliştirilerek yatırımcının adım adım daha tatmin edici çözüme ilerlemesi sağlanabilir. Pareto etkin yüzeyi örneklemek için sistematik referans noktası belirleme yaklaşımlarına ihtiyaç duyulmaktadır.

5. F-MSG Algoritması'nın gerçek performansı, kısıt sağlama alt problemi $P(H_n)$ 'nin çözülmesinde kullanılan yonteme bağlıdır. Tez kapsamında $P(H_n)$ 'in çözümünde GAMS'in türevsiz eniyileme çözücüsü MINOS kullanılmıştır. Ancak meta sezgisel algoritmalarla veya kısıt sağlama problemine özel yaklaşımlarla daha başarılı sonuçlar elde edilebilir. $P(H_n)$ 'nin çözümünde kullanılan farklı yöntemler farklı performanslara sahip çözüm yaklaşımlarını ortaya çıkaracaktır.

6. Yatırımcının ölçütleri, tez kapsamında yer alan ölçütlerle sınırlı değildir. Bütünleşik yaklaşım yatırımcının ek ölçütlerini de yeni amaç fonksiyonlarıyla modele katabilecek esnekliktedir.

7. Bilgimiz dahilinde çok amaçlı portföy eniyileme literatüründe hisse senetlerinin ait olduğu şirketlerin mali durumlarını ve çalışma performanslarını gösteren finansal oranları göz önüne alan çalışma mevcut değildir. Hem ülkemizin ve dünyanın ekonomik durumuna ait göstergeler hem de şirketlerin finansal oranları yatırımcı için çok önemlidir. Bu ölçütleri göz önüne alan çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır.

Sonuç olarak küreselleşen dünyada tasarruflarını değerlendirmek isteyen yatırımcılar ile kaynak ihtiyacı olan girişimcileri bir araya getiren borsaların önemi gün geçtikçe artmaktadır. Yapılan ticaretin büyüklüğünün milyar dolarlarla ölçüldüğü bu arayüz, mühendislere ve akademisyenlere yeni fırsatlar sunmaktadır.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Alves, M.J., and Climaco, J., 1999, Using cutting planes in an interactive reference point approach for multiobjective integer linear programming problems, *European Journal of Operational Research*, 117, 565–577.
- Arditti, F.D., and Levy, H., 1975, Portfolio efficiency analysis in three moments: The multi-period case, *Journal of Finance*, 30, 797-809.
- Arditti, F.D., 1971, Another look at mutual fund performance, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 6, 909-912.
- Arthur L., and Ghandforoush, P., 1987, Subjectivity and portfolio optimization. In K. Lawrence, J. Guerard, and G. Reeves, editors, *Advances in Mathematical Programming and Financial Planning*, 171–186. JAI Press, Greenwich, CO.
- Azimli, A., 2008a, Duality for Setvalued Multiobjective Optimization Problems: Part1: Mathematical Programming, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 136 (1).
- Azimli, A., 2008b, Duality for Setvalued Multiobjective Optimization Problems Part2: Optimal Control, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 136 (1).
- Azimov, A.Ja., 1982, Duality in vector optimization problems, *Soviet Math. Doklady*, 26, 170-174.
- Azimov, A.Y., and Gasimov, R.N., 1999, On weak conjugacy, weak subdifferentials and duality with zero gap in nonconvex optimization, *International Journal of Applied Mathematics*, 1, 171-192.
- Azimov, A.Y., and Gasimov R.N., 2002, Stability and duality of nonconvex problems via augmented Lagrangian, *Cybernetics and Systems Analysis*, 38, 412-421.
- Ballestero, E., and Romero, C., 1996, Portfolio selection: A compromise programming solution. *Journal of the Operational Research Society*, 47, 1377–1386.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Bassler, J.F., MacCrimmon, K.R., Stanbury, W.T., and Wehrung, D.A., 1978, Multiple criteria dominance models: An empirical study of investment preferences, In: Zionts, S. (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 155, Springer-Verlag, Berlin, 494–508.
- Bates, J.M., and Granger, C.W.J., 1969, Combination of forecasts, *Oper. Res. Quart.*, 20, 451-468.
- Bazaraa, M.S., Sherali, H.D., and Shetty, C.M., 1993, *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Benson, H., 1978, Existence of efficient solutions for vector maximization problems, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 26, 569-580.
- Benson, H., 1979, An improved definition of proper efficiency for vector maximization with respect to cones, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 71, 232-241.
- Bethea, R.M., Duran, B.S., and Boullion, T.L., 1995, *Statistical Methods for Engineers and Scientists*, 3rd Ed., Marcel Dekker, Inc., New York.
- Bodily, S.E., and White, C.C., 1983, Optimal consumption and portfolio strategies in a continuous-time model with summary-dependent preferences, In: Hansen, P. (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 209, Springer-Verlag, Berlin, 1-7.
- Booth, G.G., and Dash, G.H., 1977, Bank portfolio management using non-linear goal programming, *The Financial Review*, 14 (1), 59–69.
- Bowman, V.J., 1976, On the relationship of the Tchebychef norm and the efficient frontier of multiple-criteria objectives, In: Thiriez, H., Zionts, S. (Ed.), *Multiple Criteria Decision Making. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 130, Springer, Berlin, 76-86.
- Brockett, P.L., Cooper, W.W., Kwon K.H., and Ruel, T.W., 1997, A study of evaluations of mutual fund investment strategies, In: M.H. Karwan, J. Spronk, J. Wallenius (Ed.), *Essays in Decision Making: A Volume in Honour of Stanley Zionts*, Springer-Verlag, 237–274.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Brooke, A., Kendrick, D., Meeraus, A., and Raman, R., 1998, GAMS A User's Guide., GAMS Development Corporation. Downloadable from website: <<http://www.gams.com/>>.
- Buchanan, J., and Gardnier, L., 2003, Comparison of two reference point methods in multiple objective mathematical programming, *European Journal of Operational Research*, 149, 17–34.
- Burachik R.S., Gasimov, R.N., Ismayilova, N.A., and Kaya, C.Y., 2006, On a modified subgradient algorithm for dual problems via sharp augmented Lagrangian, *Journal of Global Optimization*, 34, 55-78.
- Caplin, D.A., and Kornbluth, J.S.H., 1975, Multiobjective investments planning under uncertainty, *Omega*, 3(4), 423–441.
- Cerny, M., and Glückaufova, D., 1992, Evaluating business appeal of eastern European countries, *Czechoslovak Journal for Operations Research*, 1(2), 153–158.
- Chang, T., Meade, N., Beasley, J., and Sharaiha, Y., 2000, Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation. *Computers and Operations Research*, 27, 1271–1302.
- Chankong, V., and Haimes, Y.Y., 1983, *Multiobjective Decision Making: Theory and Methodology*, Elsevier Science Publishing Co., New York.
- Charnes, A., Cooper, W.W., and Ferguson, R.O., 1955, Optimal estimation of executive compensation by linear programming, *Management Science*, 1(8), 138–151.
- Charnes, A., and Cooper, WW., 1961, In: *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*, 1, John Wiley, New York.
- Chen, S., 1995, Multiobjective decision making on the portfolio selection, In: J. Gu, G. Chen, Q. Wei, S. Wang (Ed.), *Proceeding of the 6th National Conference on Multiple Criteria Decision Making*, Beijing, SCI-TECH Information Services, Windsor, England, 169– 172.
- Chevalier, A., and Gupta, J., 1993, Portfolio managements a multicriteria process. The situation of take over bids, In: J. Janssen, C.H. Skiadas (Eds.), *Applied Stochastic Models and Data Analysis*, I, World Scientific, Singapore, 161–181.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Choo, E., and Atkins, D., 1983, Proper efficiency in nonconvex multicriteria programming, *Mathematics of Operations Research*, 8(3), 467-470.
- Chunhachinda, P., Dandapani, K., Hamid, S., and Prakash A.J., 1997, Portfolio selection and skewness: evidence from international stock market, *Journal of Banking and Finance*, 21, 143-67.
- Chujej, C.N., and Mount-Campbell, C.A., 1989, An adaptive criterion for the evaluation of capital investment projects, In: M.T. Tabucanon, V. Chankong (Eds.), *Multiple Criteria Decision Making: Applications in Industry and Service*, Asian Institute of Technology, Bangkok, 301-315.
- Coffin, M.A., and Taylor III, B.W., 1996, Multiple criteria R&D project selection and scheduling using fuzzy logic, *Computers and Operations Research*, 23(3), 207-220.
- Colson, G., and de Bruyn, C., 1989, An integrated multiobjective portfolio management system, *Mathematical and Computer Modelling*, 12(10/11), 1359-1381.
- Colson, G., and Zeleny, M., 1979, Uncertain prospects ranking and portfolio analysis under the conditions of partial information, *Mathematical Systems in Economics*, 44, Verlag Anton Hain, Königstein, Germany, and Oelgeschlager, Gunn & Hain, Cambridge, Massachusetts, 212 pp.
- Danev B., Kolev, K., and Slavov, G., 1991, Multicriteria analysis of R&D projects, In: P. Korhonen, A. Lewandowski, J. Wallenius (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, vol. 356, Springer-Verlag, Berlin, 283-292.
- Demirtas, E.A., and Üstün, Ö., 2008, An integrated multiobjective decision making process for supplier selection and order allocation, *Omega*, 36(1), 76-90.
- Dominiak, C., 1997, An application of interactive multiple goal programming on the Warsaw stock exchange, In: R. Caballero, F. Ruiz, R.E. Steuer (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 455, Springer-Verlag, Berlin, 66-74.
- Doumpos, M., and Zopounidis, C., 2002, *Multicriteria Decision Aid Classification Methods*, volume 73 of *Applied Optimization*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Doumpos, M., and Zopounidis, C., 2004, Developing sorting models using preference disaggregation analysis: An experimental investigation, *European Journal of Operations Research*, 154, 585–598.
- Ehrgott, M., 2005, *Multicriteria optimization*, 2nd Ed., Springer Verlag.
- Ehrgott, M., 1999, *Multicriteria optimization*, Lecture Notes, Department of Mathematics, University of Kaiserslautern.
- Ehrgott M., Waters, C., Gasimov, R.N., and Ustun, O., 2006, *Multiobjective Programming and Multiattribute Utility Functions in Portfolio Optimization*, Technical Paper, The University of Auckland, New Zealand, <http://www.esc.auckland.ac.nz/research/tech/esc-tr-639.pdf>.
- Ehrgott, M., Klamroth, K., and Schwehm, C., 2004, An MCDM approach to portfolio optimization, *European Journal of Operational Research*, 155, 752-770.
- El Sheshai, K.M., Harwood, G.B., and Hermanson, R.H., 1977, Cost volume profit analysis with integer goal programming, *Management Accounting*, IX, 43–47.
- Fernandez, A., and Gomez, S., 2007, Portfolio selection using neural networks, *Computers & Operations Research*, 34, 1177–1191.
- Fuller, S.K., 1991, Evaluating fire protection investment decisions for homeowners, *Socio-Economic Planning Sciences*, 25(2), 143–154.
- Gasimov, R.N., and Ustun, O., 2007, Solving the quadratic assignment problem using F-MSG algorithm, *Journal of Industrial and Management Optimization*, 3(2), 173–191.
- Gasimov, R.N., and Üstün, Ö., 2006, Reference Point Approach for Cardinality Constrained Portfolio Optimization, First Conference of Advanced Mathematical Methods for Finance, April 26-29, Antalya-Side, Turkey.
- Gasimov, R.N., and Üstün, Ö., 2005, Solving the quadratic assignment problems using modified subgradient algorithm, 35th International Conference on Computers & Industrial Engineering, June 19-22, Istanbul, Turkey.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Gasimov, R.N. ve Üstün, Ö., 2005, Genelleştirilmiş Subgradient Algoritması ve Uygulamaları, 25. Ulusal Yöneylem Araştırması ve Endüstri Mühendisliği Kongresi, 4-6 Temmuz, 2005, Koç Üniversitesi, İstanbul.
- Gasimov, R.N., 2001, Characterization of the Benson proper efficiency and scalarization in nonconvex vector optimization, Multiple Criteria Decision Making in the new millenium, Proceedings of the 15th International Conference on MCDM, Ankara, Turkey, July 10-14, 2000, Lecture Notes In Economics And Mathematical Systems, 507, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 189-198.
- Gasimov, R.N., 2002, Augmented Lagrangian duality and nondifferentiable optimization methods in nonconvex programming, Journal of Global Optimization, 24, 187–203.
- Gasimov, R.N., Rubinov, A.M., 2004, On augmented Lagrangians for optimization problems with a single constraint, Journal of Global Optimization, 28, 153–173.
- Gasimov, R.N., Üstün, Ö., and Rubinov, A.M., 2004, The modified subgradient algorithm based on feasible dual values and solving the quadratic assignment problems, International Conference on Continuous Optimization ICCOPT-I, August 2-4, Troy, USA.
- Gasimov, R.N., Ustun, O., and Rubinov, A.M., 2006, The modified subgradient algorithm based on feasible values (İnceleme).
- Gasimov, R.N., Sipahioglu, A., and Saraç, T., 2007, A multi-objective programming approach to 1.5-dimensional assortment problem, European Journal of Operational Research, 179, 64-79.
- Granger, C.W.J., and Ramanathan, R., 1984, Improved methods of combining forecasts, J. Forecasting, 3, 197-204.
- Geoffrion, A.M., 1968, Proper efficiency and the theory of vector maximization, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 22, 618–630.
- Haimes, Y.Y., Wismer, D.A., and Lasdon, L.S., 1971, On bicriterion, formulation of the integrated systems identification and system optimization, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics SMC-1, 296-297.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Hallerbach, W. and Spronk, J., 1997, A multi-dimensional framework for portfolio management. In: M. H. Karwan, J. Spronk, and J. Wallenius, (Eds.), *Essays in Decision Making. A Volume in Honour of Stanley Zionts*, Springer, Berlin, 275–293.
- Hallerbach, W., and Spronk, J., 2000, A multi-dimensional framework for portfolio management, In: M.H. Karwan, J.Spronk, J. Wallenius (Eds.), *Essays in Decision Making: A Volume in Honour of Stanley Zionts*, Springer, Berlin, 275–293.
- Hallerbach, W.G., 2000, *Multi-attribute portfolio selection: A conceptual framework*, Ph.D. Dissertation, Erasmus Universitaet Rotterdam, 347 pp.
- Hanke, J.E., and Reitsch, A.G., 1998. *Business Forecasting*, 6th Ed., Prentice-Hall, Inc.
- Harrington, T.C., Fischer, W.A., 1980, Portfolio modeling in multiple-criteria situations under uncertainty: Comment, *Decision Sciences*, 11(1), 171–177.
- Henig, M.I., 1982a, Proper efficiency with respect to cones, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 36 (3), 387-407.
- Henig, M.I., 1982b, A cone separation theorem, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 36 (3), 451-455.
- Hines, W.W., and Montgomery, D.C., 1990, *Probability and Statistics in Engineering and Management Science*, 3rd Ed., John Wiley&Sons, New York.
- Hoir, L.L., Teghem, J., 1995, Portfolio selection by MOLP using an interactive branch and bound, *Foundations of Computing and Decision Sciences*, 20(3), 175–185.
- Hurson, C., and Ricci-Xella, N., 1998, Multicriteria decision making and portfolio management with arbitrage pricing theory, In: C. Zopounidis (Ed.), *Operational Tools in the Management of Financial Risks*, Kluwer, Norwell, Massachusetts, 31–55.
- Hurson, Ch., and Zopounidis, C., 1994, On the use of multicriteria decision aid methods to portfolio selection, In: J. Climaco (Ed.), *Multicriteria Analysis, Proceedings of the XIth International Conference on MCDM*, Springer, Berlin, 496–507.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Hwang, C.L. and Masud, A.S.M., 1979, Multiple Objective Decision Making-Methods and Applications, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems No. 164, Springer, Berlin.
- Jablonsky, J., 1993, Multicriteria evaluation of clients in financial houses, Central European Journal for Operations Research and Economics, 2(3), 257–264.
- Jacquet-Lagrange, E., and Siskos, Y., 1982, Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision making: The UTA Method, European Journal of Operations Research, 10, 151–164.
- Jahn J., 1998, Theory of vector maximization: various concepts of efficient solutions, (Eds: T.Gal, T. Hane, T. Stewart), No.240, Advances in MCDM, Kluwer.
- Jean, W., 1971, The extension of portfolio analysis to three or more parameters, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 6, 505-515.
- Jean, W., 1973, More on multidimensional portfolio analysis, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 8, 475-490.
- Jensen, R.E., 1987, International investment risk analysis: Extensions for multinational corporation capital budgeting models, Mathematical Modelling, 9(3–5), 265–284.
- Jog, V., and Michalowski, W., 1994, An interactive procedure for learning about preferences: Case study of a portfolio manager, Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 3(1), 27–40.
- Joro, T., and Na, P., 2006. Portfolio performance evaluation in a mean–variance–skewness framework, European Journal of Operational Research 175, 446–461.
- Keeney, R.L., and Raiffa, H., 1993. Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs, Cambridge University Press, Canada.
- Kelleler, H., Mansini, R., and Speranza, M.G., 2000, Selecting portfolios with fixed costs and minimum transaction lots, Annals of Operations Research, 99, 287-304.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Khorranshahgol, R., and Okoruwa, A.A., 1994, A goal programming approach to investment decisions: A case study of fund allocation among different shopping malls, *European Journal of Operational Research*, 73(1), 17–22.
- Kobayashi, K., Tanino, T., Wierzbicki, A.P., and Okumura, M., 1986, Multifactor decision analysis for regional investment allocation, In: Y. Sawaragi, K. Inoue, H. Nakayama (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 286, Springer-Verlag, Berlin, 422–431.
- Konno, H., and Suzuki, K., 1995, A mean-variance-skewness optimization model. *Journal of the Operations Research of Japan*, 38, 137–87.
- Konno, H., Shirakawa, H., and Yamazaki, H., 1993, A mean-absolute deviation-skewness portfolio optimization model, *Annals of Operations Research*, 45, 205–220.
- Konno, H., and Yamazaki, H., 1991, Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo Stock Market, *Management Science*, 37, 519-531.
- Konno, H., 1990, Piecewise linear risk function and portfolio optimization, *Journal of the Operational Research Society of Japan*, 33(2), 139–156.
- Kumar, P.C., and Philippatos, G.C., 1979, Conflict resolution in investment decisions: Implementation of goal programming methodology for dual-purpose funds, *Decision Sciences*, 10(4), 562–576.
- Kumar, P.C., Philippatos, G.C., and Ezzell, J.R., 1978, Goal programming and selection of portfolio by dual-purpose funds, *Journal of Finance*, 33(1), 303–310.
- Lai, T.Y., 1991, Portfolio selection with skewness: A multiple-objective approach, *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 1, 293-305.
- Lawrence, K.D., and Steuer, R.E., 1981, A weighted Tchebycheff multiple objective approach to capital budgeting, In: *Proceedings: 1981 Fall Industrial Engineering Conference*, 275–280.
- Lee, S.M., and Lerro, A.J., 1971, Optimization of tax switching for commercial banks, *Journal of Money, Credit and Banking*, III (2), 293–303.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Lee, S.M., Lerro, A.J., 1973, Optimizing the portfolio selection for mutual funds, *Journal of Finance*, 28 (5), 1087–1101.
- Lee, S.M., and Chesser, D.L., 1980, Goal programming for portfolio management, *Journal of Portfolio Management*, 6 (3), 22–26.
- Leung, M.T., Daouk, H., and Chen, A., 2001. Using investment portfolio return to combine forecasts: A multiobjective approach, *European Journal of Operations Research*, 134, 84-102.
- Levy, H., and Sarnat, M., 1972, *Investment and portfolio analysis*, Wiley, New York.
- Lewandowski, A., and Wierzbicki, A., 1988, *Aspiration based decision analysis and support. Part I: Theoretical and Methodological Backgrounds*. WP-88-03, IIASA, Laxenburg, Austria.
- Lewandowski A., and Wierzbicki, A.P. (Eds.), 1989, *Aspiration based decision support systems*. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 331, Springer, Berlin.
- Lintner, J., 1965, The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets, *The Review of Economics and Statistics*, 47, 13-37.
- Lockett A.G., Hetherington, B., and Yallup, P., 1986, Modelling a research portfolio using the AHP, a group decision process, *R&D Management*, 16 (2), 151–160.
- Mahmoud, E., 1984, Accuracy in forecasting: A survey, *Journal of Forecasting*, 3, 139-159.
- Makridakis, S., and Winkler, R.L., 1983, Averages of forecasts, *Management Sciences*, 29, 987-996.
- Manas, M., 1993, Portfolio selection in newly established financial markets, *Central European Journal for Operations Research and Economics*, 2 (3), 213–221.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Mansini, R., and Speranza, M.G., 1999, Heuristic algorithms for the portfolio selection problem with minimum transaction lots, *European Journal of Operational Research*, 114 (2), 219–233.
- Mareschal, B., and Brans, J.P., 1991, Bankadviser: An industrial evaluation system, *European Journal of Operational Research*, 54 (3), 318–324.
- Markowitz, H., 1959, *Portfolio Selection: Efficient diversification of investments*, John Wiley and Sons, New York.
- Markowitz, H., 1952, Portfolio Selection, *Journal of Finance*, 7, 77-91.
- Martel, J.M., Khoury, N.T., and Bergeron, M., 1988, An application of a multicriteria approach to portfolio comparisons, *Journal of the Operational Research Society*, 39 (7), 617–628.
- Meziani, A.S., and Rezvani, F., 1990, Using the analytic hierarchy process to select a financial instrument for a foreign investment, *Mathematical and Computer Modelling*, 13 (7), 77–82.
- Miettinen, K.M., 1999, *Nonlinear Multiobjective Optimization*, Kluwer, Boston.
- Miettinen, K.M., and Makela, M.M., 2002, On scalarizing functions in multiobjective optimization, *OR Spectrum*, 24, 193-213.
- Moreno, D., Marco, P., and Olmeda, I., 2005, Risk forecasting models and optimal portfolio selection, *Applied Economics*, 37, 1267–1281.
- Muhlemann, A.P., Lockett, A.G., and Gear, A.E., 1978, Portfolio modeling in multiple-criteria situations under uncertainty, *Decision Sciences*, 9 (4), 612–626.
- Muhlemann, A.P., and Lockett, A.G., 1980, Portfolio modeling in multiple-criteria situations under uncertainty: Rejoinder, *Decision Sciences*, 11 (1), 178–180.
- Nakayama, H., Takeguchi, T., and Sano, M., 1983, Interactive graphics for portfolio selection, In: P. Hansen (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 209, Springer-Verlag, Berlin, 280–289.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Neumaier, A., 2004, Complete Search in Continuous Global Optimization and Constraint Satisfaction, *Acta Numerica 2004* (Iserles, A., Ed.), 13, 271-369, Cambridge University Press.
- Newbold, P., and Granger, C.W., 1974, Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts, *Journal of Royal Statistical Society*, 137, 231-246.
- Noceti, P., Smith, J., and Hodges, S., 2003, An evaluation of tests of distributional forecasts, *Journal of Forecasting*, 22, 447-455.
- Ogryczak, W., 2000, Multiple criteria linear programming model for portfolio selection, *Annals of Operations Research*, 97, 143–162.
- Orne D.L., Rao, A., and Wallace, W.A., 1975, Profit maximization with the aid of goal programming for speculative housing estate developers, *Operational Research Quarterly*, 26 (4), 813–826.
- Özdemir, M.S., and Gasimov, R.N., 2004, The analytic hierarchy process and multiobjective 0–1 faculty course assignment, *European Journal of Operational Research*, 157 (2), 398–408.
- Pendaraki, K., Zopounidis, C., and Doumpos, M., 2005, On the construction of mutual fund portfolios: A multicriteria methodology and an application to the Grek market of equity mutual funds, *European Journal of Operational Research*, 163, 462-481.
- Pindyck, R., and Rubinfeld, D., 1976, *Econometric models and economic forecasts*, McGraw-Hill.
- Powell, J.G., and Premachandra, I.M., 1998, Accommodating diverse institutional investment objectives and constraints using non-linear goal programming, *European Journal of Operational Research*, 105, 447-456.
- Rashid M., and Tabucanon, M.T., 1991, An integrated multi-criteria approach for selecting priority industries for investment promotion, *Information and Management Sciences*, 2(2), 73–90.
- Reeves, G.R. and Lawrance, K.D., 1982, Combining multiple forecasts given multiple objectives, *Journal of Forecasting*, 1, 271-279.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Rios-Garcia S., Rios-Insua, S., 1983, The portfolio selection problem with multiattributes and multiple criteria, In: P. Hansen (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 209, Springer-Verlag, Berlin, 317–325.
- Ross S.M., 1989. *Introduction to probability models*, 4th Ed., Academic Pres, Inc., San Diego.
- Rubinstein, M., 1973, The fundamental theorem of parameter preference security valuation, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 8, 61-69.
- Russel, T.D., and Adam Jr, E.E., 1987, An emprical evaluation of alternative forecasting combinations, *Management Sciences*, 31, 1267-1276.
- Rustem, B., 1998, *Algorithms for Nonlinear Programming and Multiple Objective Decisions*, Wiley, Chichester, England, 231–240.
- Rys, T., and Ziemba, W., 1991, Multiobjective investment scheduling problem, In: A. Lewandowski, V. Volkovich (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 351, Springer-Verlag, Berlin, 245–253.
- Samuelson, P., 1970, The fundamental approximation of theorem of portfolio analysis in terms of means, variances and higher moments, *Review of Economic Studies*, 37, 537-542.
- Scarelli, A., 1998, An entropy risk aversion in portfolio selection, In: C. Zopounidis (Ed.), *Operational Tools in the Management of Financial Risks*, Kluwer, Dordrecht, 17–30.
- Schniederjans A.M., and Schniederjans, M.J., 2000, Using the analytic hierarchy process and multi-objective programming for internet portfolio analysis, In: K.D. Lawrence, G.R. Reeves, R.K. Klimberg (Eds.), *Multi-Criteria Applications*, JAI/Elsevier, Amsterdam, 103–137.
- Schwartz, S.L., and Vertinsky, I., 1977, Multi-attribute investment decisions: A study of R&D project selection, *Management Science*, 24 (3), 285–301.
- Schwehm, C., 2000, *A multicriteria decision making approach to portfolio theory*, Master's thesis, Department of Mathematics, Universty of Kaiserslautern.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Sealey Jr., C.W., 1977, Commercial bank portfolio management with multiple objectives, *Journal of Commercial Bank Lending*, 59 (6), 39–48.
- Shapiro, J.F., 1976, Multiple criteria public investment decision making by mixed integer programming, In: H. Thiriez, S. Zionts (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 130, Springer-Verlag, Berlin, 170–181.
- Shapiro, P.J., Wilk, M.B., and Chen, H.J., 1968, A comparative study of various tests for normality, *Journal of American Statistical Association*, 63, 1343-1372.
- Sharda R., and Musser, K.D., 1986, Financial futures hedging via goal programming, *Management Science*, 32 (8), 933–947.
- Sharpe, W.F., 1964, Capital asset prices: A theory of market equilibrium under condition of risk, *Journal of Finance*, 19, 425-442.
- Siskos, J., and Zopounidis, C., 1987, The evaluation criteria of the venture capital investment activity: An interactive assessment, *European Journal of Operational Research*, 31 (3), 304–313.
- Skocz, M., Zebrowski, M., and Ziemba, W., 1989, Spatial allocation and investment scheduling in the development programming, In: A. Lewandowski, A.P. Wierzbicki (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 331, Springer-Verlag, Berlin, 322–338.
- Skulimowski, A.M.J., 1996, Dynamic portfolio optimization based on reference trajectories, system modelling and optimization, In: *Proceedings of the 17th IFIP TC7 Conference on System Modelling and Optimization*, Chapman & Hall, 171–178.
- Speranza, M.G., 1996, A heuristic algorithm for a portfolio optimization model applied to the Milan stock market, *Computers and Operations Research*, 23 (5), 433–441.
- Speranza, M.G., 1994, Linear models for portfolio selection and their application to the Milano stock market, In: L. Peccati, M. Viren (Eds.), *Financial Modelling*, Springer-Verlag, Berlin, 320–333.
- Speranza, M.G., 1993, Linear programming models for portfolio optimization, *Finance*, 14 (1), 107–123.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Spronk, J., and Veeneklaas, F., A feasibility study of economic and environmental scenarios by means of interactive multiple goal programming, *Regional Science and Urban Economics*, 13 (1), 141–160.
- Spronk, J., and Zambruno, G.M., 1981, A multiple-criteria approach to portfolio selection, In: H. Göppl, Rudolf Henn (Eds.), *Geld, Banken und Versicherungen*, Band 1, Athenum, 451–459.
- Spronk, J., and Zambruno, G.M., 1985, Interactive multiple goal programming for bank portfolio selection, In: G. Fandel, J. Spronk (Eds.), *Multiple Criteria Decision Methods and Applications*, Springer-Verlag, Berlin, 289–306.
- Spronk, J., 1981, *Interactive Multiple Goal Programming: Applications to Financial Planning*, Martinus Nijhoff Publishing, Boston, 10–29.
- Steuer, R.E., Qi, Y., and Hirschberger, M., 2005, Multiple Objectives in Portfolio Selection, *Journal of Financial Decision Making*, 1 (1), 5-20.
- Steuer, R.E., and Na, P., 2003, Multiple criteria decision making combined with finance: A categorized bibliographic study, *European Journal of Operations Research*, 150, 496-515.
- Steuer, R.E., and Choo, E.U., 1983, An interactive weighted Tchebychef procedure for multiple objective programming, *Mathematical Programming*, 26, 326-344.
- Steuer, R.E., 1986, *Multiple criteria optimization: Theory, Computation and Application*, John Wiley, New York.
- Steuer, R.E., 1974, Interval criterion weights programming: A portfolio selection example, gradient cone modification, and computational experience, In: M. Golden, R.L. Schumacker (Eds.), *Proceedings: Tenth Southeastern Institute of Management Sciences Meeting*, Clemson University Press, 246–255.
- Stone, B.K., 1973, A linear programming formulation of the general portfolio selection problem, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, VIII (4), 621–636.
- Stone, B.K., Reback, R., 1975, Constructing a model for managing portfolio revisions, *Journal of Bank Research*, 6 (1), 48–60.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Tayi, G., and Leonard, P., 1988, Bank balance-sheet management: An alternative multi-objective model, *Journal of the Operational Research Society*, 39, 401-410.
- Taylor III, B.W., and Keown, A.J., 1978, A goal programming application of capital project selection in the production area, *AIIE Transactions*, 10 (1), 52-57.
- Tibiletti L., 1994, A multicriteria classification: An application to Italian mutual funds, In: L. Peccati, M. Viren (Eds.), *Financial Modelling*, Springer-Verlag, Berlin, 49-59.
- Üstün Ö., 2001, Kareli Atama Probleminin Çözümü için Subgradient Yöntemi, Yüksek Lisans Tezi, Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 105 s.
- Vassilev, V., and Narula, S.C. 1993, A reference direction algorithm for solving multiple objective integer linear programming problems, *Journal of Operational Research Society*, 44(12), 1201-1209.
- Vermeulen, E.M., Spronk, J., and van der Wijst, D., 1993, A new approach to firm evaluation, *Annals of Operations Research*, 45, 387-403.
- Weber, C.A., and Current, J.R., 1993, A multiobjective approach to vendor selection, *European Journal of Operational Research*, 68 (2), 173-184.
- Wierzbicki, A., 1980, The use of reference objectives in multiobjective optimization. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 177, Springer, Berlin, 468-486.
- Wilhelm, J., 1980, Multiperiod portfolio selection and capital asset pricing, In: G. Fandel, T. Gal (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 177, Springer-Verlag, Berlin, 487-510.
- Wilson, J.H., and Keating, B., 1994, *Business Forecasting*, 2nd Ed., Richard D. Irwin, Inc.
- Winston, W.L., 1993. *Operations Research: Applications and Algorithms*, 3rd Ed., Duxbury Pres, Belmont, California.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Wymore, M.L., Duckstein, L., 1989, Prioritizing of factory automation investments with multicriterion Q-analysis, In: M.T. Tabucanon, V. Chankong (Eds.), *Multiple Criteria Decision Making: Applications in Industry and Service*, Asian Institute of Technology, Bangkok, 317–331.
- Yoon, K., and Hwang, C.L., 1981, *Multiple Attribute Decision Making. Methods and Applications. A State-of-the-Art Survey*, 186, Springer Verlag.
- Yu, L., Wang, S., and Lai, K.K., 2006, Neural network-based mean–variance–skewness model for portfolio selection, *Computers & Operations Research*, (in press).
- Zeleny, M., 1982, *Multiple Criteria Decision Making*, McGraw- Hill, New York, 384–407.
- Zeleny, M., 1981, Satisficing optimization, and risk in portfolio selection, In: F.G.J. Derkinderen, R.L. Crum (Eds.), *Readings in Strategies for Corporate Investment*, Pitman Publishing, Boston, 200–219.
- Zopounidis, C., 1993, On the use of the MINORA multicriteria decision aiding system to portfolio selection and management, *Journal of Information Science and Technology*, 2 (2), 150–156.
- Zopounidis, C., 1994, Venture capital modelling: Evaluation criteria for the appraisal of investments, *The Financier: ACMT*, 1 (2), 54–64.

ÖZGEÇMİŞ

1974 senesinde Aksaray’da dünyaya gelen Özden Üstün, ilk, orta ve lise öğrenimini Aksaray’da tamamladı. 1993 senesinde Anadolu Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü’ne girdi. 1997’de dereceyle mezun olduğu bölümünde aynı sene Araştırma Görevlisi olarak akademik hayata başladı. 1998’de Osmangazi Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü Yöneylem Araştırması Bilim Dalı’nda Yüksek Lisans’a başladı. 2001’de Prof.Dr. Rafail GASIMOV danışmanlığında yürüttüğü “Kareli Atama Probleminin Çözümü için Subgradient Yöntemi” başlıklı tezini savunarak yüksek lisansını tamamladı. Aynı sene Osmangazi Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü’nde Yöneylem Araştırması Bilim Dalı’nda doktora başladı. 2001 yılında kısa dönem askerlik hizmeti nedeniyle bir yıl ara verdiği eğitime askerlik dönüşünde devam etti. Halen Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü’nde Araştırma görevlisi olarak çalışan Özden Üstün evli ve bir çocuk babasıdır.

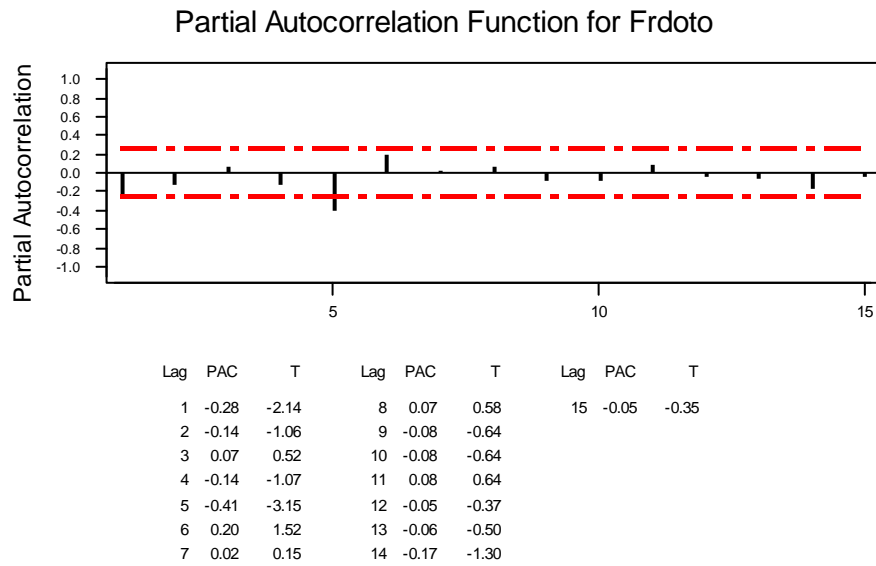
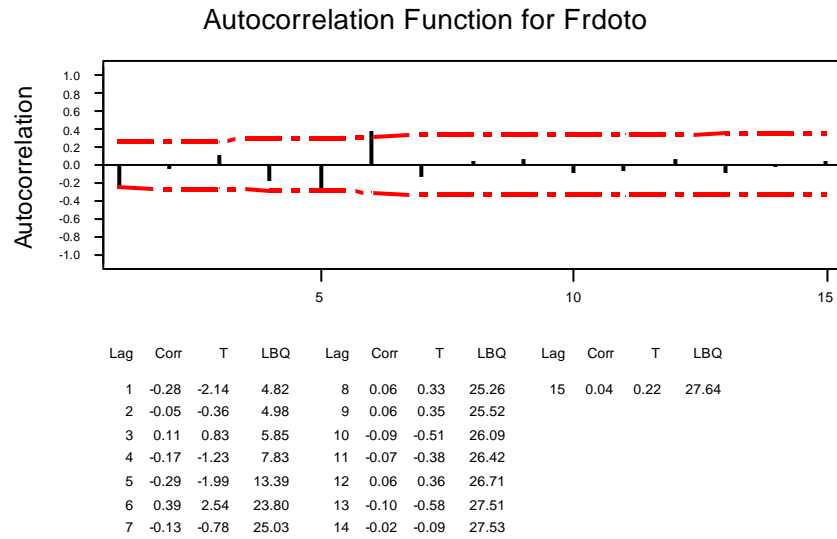
EKLER

Ek.1. *Frdoto* Hisse Senetinin Aylık Getirileri Arasındaki Otokorelasyon Fonksiyonları

Ek.2. IMKB'den Alınan 20 Hisse Seneti için Tahmin Portföyü Verilerinin Kullanımıyla ATY ve KSY ile Elde Edilen Etkin Değerler

Ek.3. IMKB 30 İndeksindeki Hisse Senedlerinin Tahmin Portföyü Verileri ve Hataları için ATY ve KSY ile Elde Edilen Etkin Değerler

Ek.1. Frdoto Hisse Senetinin Aylık Getirileri Arasındaki Otokorelasyon Fonksiyonları



**Ek.2. IMKB'den Alınan 20 Hisse Seneti için Tahmin Portföyü Verilerinin Kullanımıyla
ATY ve KSY ile Elde Edilen Etkin Değerler**

No	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	Süre
1	11.65	307.2	207.09	4	631.11	97.8	-0.5	14458.1	468.72	1	0.94	0.04
2	8.89	670	138.34	4	505.88	91.58	-1.19	-1270.5	205.44	1	0.99	0.02
3	11.65	307.2	207.09	4	631.11	97.8	-0.5	14458.1	468.72	1	0.94	0.01
4	2.29	42.75	53.85	5	349.84	77.29	-0.58	-931.48	215.34	1	0.98	0.01
5	3.73	145.9	29.92	4	1401.35	92.44	-0.07	2625	320.94	1	0.99	0.9
6	0.52	20.2	21.11	2.74	-6.9	3.76	-0.63	-689.67	126.77	4	0.99	37.1
7	2.97	190.65	45.81	5	177.97	30.75	0.09	2715.79	254.34	1	0.98	0.9
8	11.65	307.2	207.09	4	631.11	97.8	-0.5	14458.1	468.72	1	0.94	1.8
9	0.52	20.2	21.11	2.74	-6.9	3.76	-0.63	-689.67	126.77	4	0.99	22.8
10	3.71	182.45	77.93	3.1	126.05	35.62	-0.71	37.64	140.69	10	0.99	0.87
11	11.65	307.2	207.09	4	631.11	97.8	-0.5	14458.1	468.72	1	0.94	0.88
	4.61	300	150	3	282.7	44.59	-0.8	280.44	137.01	3	0.99	274
12	11.65	307.2	207.09	4	631.11	97.8	-0.5	14458.1	468.72	1	0.94	0.82
	7.7	300	150	4.17	398.9	56.99	-0.44	3685.47	273.66	4	0.96	806
13	11.65	307.2	207.09	4	631.11	97.8	-0.5	14458.1	468.72	1	0.94	0.76
	4.61	300	150	3	282.7	44.59	-0.8	280.44	137.01	3	0.99	1282
14	3.55	195.17	61.19	4.8	306.99	32.57	0.04	2063.81	230.24	2	0.98	80.8
	4.42	206.82	77.32	4.7	370.8	35.27	-0.01	1291.1	220.97	3	0.98	4766
15	4.8	356.96	127.63	3.7	150.14	30.14	-0.41	149.3	161.48	3	0.99	212.3
	6.24	216.04	132.25	3.88	709.52	56.48	-0.17	442.87	165.78	2	0.99	231.2
16	2.97	190.65	45.81	5	177.97	30.75	0.09	2715.79	254.34	1	0.98	1.86
	5.73	212.09	118.79	4.05	663.97	50	-0.13	594.05	172.07	2	0.98	0.12
17	2.39	152.03	35.12	4.3	315.22	27.69	-0.04	801.46	182.03	4	0.98	6.17
	3.24	177.33	52.69	4.3	459.48	37.95	0.01	1032.41	196.33	4	0.98	646
18	11.09	336.34	199.47	3.9	800.61	92.23	-0.55	6358.82	357.82	3	0.95	1.74
	9.29	300	197.83	3.36	727.81	78.41	-0.47	788.3	200.05	3	0.97	27.7
19	8.44	381.08	169.68	3.8	346.5	58.8	-0.57	2994.77	244.41	5	0.97	2.52
	7.23	300	150	3.91	378.31	49.42	-0.36	875.11	200	4	0.97	11
20	9.71	269.53	187.05	3.8	784.01	79.04	-0.39	1481.73	247.09	3	0.96	4.48
	7.73	233.76	150	3.79	645.56	61.65	-0.26	262.55	195.41	4	0.97	17

Ek.3. IMKB 30 Endeksindeki Hisse Senedlerinin Tahmin Portföyü Verileri ve Hataları için ATY ve KSY ile Elde Edilen Etkin Değerler

No	F_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	Süre
1	16.57	709.62	488.25	5	-441.54	178.83	-0.77	30079.36	821.46	1	0.95	0.15
2	16.57	709.62	488.25	5	-441.54	178.83	-0.77	30079.36	821.46	1	0.95	0.04
3	16.57	709.62	488.25	5	-441.54	178.83	-0.77	30079.36	821.46	1	0.95	0.05
4	16.57	709.62	488.25	5	-441.54	178.83	-0.77	30079.36	821.46	1	0.95	0.02
5	6.13	136.69	63.59	2.57	7301.96	167.56	-0.28	351.47	329.8	2	0.99	0.46
6	4.07	38.9	33.87	1	419.94	56.87	-0.42	343.86	136.96	1	0.98	0.31
7	8.02	255.2	34.97	3	298.19	98.95	0.13	207.58	195.36	1	0.99	0.02
8	4.91	199.85	36.6	3.72	1180.36	80.01	-0.41	38307.63	496.15	2	0.9	0.52
9	4.07	38.9	33.87	1	419.94	56.87	-0.42	343.86	136.96	1	0.98	0.45
10	4.47	91.66	51.26	2	581.57	83.83	-0.28	-129.9	167.92	10	0.99	0.02
11	16.57	709.62	488.25	5	-441.54	178.83	-0.77	30079.36	821.46	1	0.95	0.07
	9.39	387.47	190.23	4.27	119.14	50	-0.91	2802.2	314.92	3	0.95	7.37
12	16.57	709.62	488.25	5	-441.54	178.83	-0.77	30079.36	821.46	1	0.95	0.06
	16.57	709.62	488.25	5	-441.54	178.83	-0.77	30079.36	821.46	1	0.95	0.19
13	16.57	709.62	488.25	5	-441.54	178.83	-0.77	30079.36	821.46	1	0.95	0.05
	10.47	387.7	147.54	4.16	273.01	50	-0.7	4510.38	308.12	3	0.95	1.6
14	8.49	261.54	43.58	3.12	332.71	93.3	0.08	-225.75	187.77	2	0.98	0.65
	6.8	136.08	58.69	2.32	701.48	71.68	0	1060.5	187.16	3	0.98	9.67
15	16.57	709.62	488.25	5	-441.54	178.83	-0.77	30079.36	821.46	1	0.95	0.06
	9.51	318.36	150	3.04	129.49	73.99	-0.1	1326.15	200	3	0.98	96.56
16	8.4	260.4	42.03	3.1	325.53	94.2	0.09	-154.45	188.31	2	0.99	0.48
	6.94	167.83	46.34	2.17	584.78	82.55	0.1	-107.32	139.11	2	0.99	0.38
17	9.23	282.01	116.63	3	188.61	72.75	-0.12	553.58	188.15	8	0.97	0.71
	7.61	190.42	67.82	2.5	338.22	78.35	0.01	107.7	186.04	8	0.98	0.73
18	16.57	709.62	488.25	5	-441.54	178.83	-0.77	30079.36	821.46	1	0.95	0.06
	9.37	310.63	150	3	127.43	75.68	-0.11	1057.76	204.51	6	0.98	1.06
19	9.39	308	108.67	3.1	187.42	74.3	-0.11	305.91	174.14	7	0.97	0.54
	9.27	306.48	87.99	3.3	215.73	85.18	0	229.85	197.32	3	0.98	0.8
20	16.57	709.62	488.25	5	-441.54	178.83	-0.77	30079.36	821.46	1	0.95	0.09
	9.34	299.37	150	2.99	133.82	73.32	-0.1	1346.83	208.94	5	0.98	1.31