



**YAPISAL DİNAMİK ANALİZ İÇİN SONLU
ELEMANLAR MODELLERİNİN FREKANS
TEPKİ FONKSİYONLARI KULLANILARAK
DOĞRULANMASI VE GÜNCELLENMESİ**

Yük. Müh. Mesut HÜSEYİNOĞLU

**Doktora Tezi
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Danışman: Doç. Dr. Orhan ÇAKAR
Mayıs-2017**

T.C
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YAPISAL DİNAMİK ANALİZ İÇİN SONLU ELEMANLAR MODELLERİNİN
FREKANS TEPKİ FONKSİYONLARI KULLANILARAK DOĞRULANMASI VE
GÜNCELLENMESİ






DOKTORA TEZİ

Yük. Müh. Mesut HÜSEYİNOĞLU

(082120202)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 2 Mayıs 2017

Tezin Savunulduğu Tarih : 24 Mayıs 2017

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Orhan ÇAKAR (FÜ) 
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Kenan Yüce ŞANLITÜRK (İTÜ) 
Prof. Dr. Yusuf CALAYIR (FÜ) 
Doç. Dr. Hasan KÖRÜK (MEFÜ) 
Doç. Dr. Oğuz YAKUT (FÜ) 

MAYIS-2017

ÖNSÖZ

Yapısal dinamik analiz, yapıların dinamik davranışlarının incelenmesinde ve belirlenmesinde oldukça önemli ve önemli olduğu kadar da zevkli bir çalışma alanıdır. Bu alanda yapılan teorik çalışmalarda, Sonlu Elemanlar (SE) yöntemi sıkça kullanılan etkili bir araçtır. Ancak bir yapının SE modeli oluşturulurken yapılan bazı kabuller ve modelleme hatalarından kaynaklı olarak gerçek yapı tam olarak temsil edilememektedir. Bu nedenle SE modellerinin, dinamik davranışlar dikkate alındığında, yapıların aslıyla mümkün olan en iyi şekilde örtüşmesi için model güncelleme yöntemleri kullanılmaktadır. Model güncelleme işlemi temel olarak SE modelinin gerçek yapıyla benzer dinamik özellikleri sağlaması amacıyla oluşturulan modelde yapılması gereken yapısal değişikliklerin belirlenmesi olarak tanımlanabilir. Doğru bir SE modeli ile çalışmak mevcut bir yapı üzerinde sonradan yapılan değişiklik ve geliştirmelerin yapının dinamiğini nasıl etkileyeceği konusunda önceden fikir edinmek açısından oldukça önemlidir. Bu durumun dikkate alınması ile yapılan bu çalışmada Sherman-Morrison-Woobury (SMW) eşitliği kullanılarak yeni bir SE model güncelleme yöntemi geliştirilmiştir. Ters yapısal değişiklik tekniğine dayalı olarak geliştirilen bu yöntemde doğrudan Frekans Tepki Fonksiyonları (FTF'ler) kullanılmaktadır. Bu çalışmanın ileride yapılacak olacak yapısal dinamik analiz çalışmalarına yol gösterici ve faydalı olmasını dilerim.

Çalışmalarım esnasında geniş bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, her konuda desteğini gördüğüm tez danışmanım F.Ü. Mühendislik Fakültesi öğretim üyesi Doç. Dr. Orhan ÇAKAR'a teşekkürü bir borç bilirim. Tezimin ilerlemesinde bilgilerini benden esirgemeyen ve çalışmalarından sürekli olarak faydalandığım İ.T.Ü. Makina Fakültesi öğretim üyesi Prof. Dr. Kenan Yüce ŞANLITÜRK'e, aynı ortamı paylaştığım mesai arkadaşlarım, D.Ü. Makine Mühendisliği Bölümü ve F.Ü. Makine Mühendisliği Bölümü ailelerine teşekkür ederim. Ayrıca tez çalışmalarım süresince her zaman yanımda olan, sıkıntı ve mutlulukları birlikte yaşadığımız eşime ve aileme de teşekkürlerimi sunarım.

Mesut HÜSEYİNOĞLU
Elazığ-2017

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	III
İÇİNDEKİLER	IV
ÖZET	IX
SUMMARY	X
ŞEKİLLER LİSTESİ	XI
TABLolar LİSTESİ	XVIII
KISALTMALAR LİSTESİ	XXII
SEMBOLLER LİSTESİ	XXIII
1. GİRİŞ	1
1.1. Titreşim Analizi	3
1.1.1. Hareket Denklemi	4
1.1.2. Modal Analiz	5
1.1.3. Titreşim Ölçümü ve Tepki Fonksiyonları.....	10
1.2. Deneysel Model (Gerçek Yapı)	17
1.3. SE Modeli (Sayısal Model).....	18
1.4. SE Modelindeki Hatalar.....	21
1.5. Model Doğrulama ve Güncelleme Tanımları	22
1.6. Literatür Araştırması.....	23
1.6.1. Deneysel Planlaması.....	23
1.6.2. Modal Analizde Korelasyon	24
1.6.3. Model Güncelleme.....	27
1.6.3.1. Modal Verilerin Kullanıldığı Güncelleme Metotları	28
1.6.3.1.1. Lagrange Çarpanları Metodu.....	28
1.6.3.1.2. Matris Karıştırma Yöntemleri	30
1.6.3.1.3. Hata Matrisi Metodu	31
1.6.3.1.4. Kuvvet Dengesine Dayalı Metotlar	32
1.6.3.1.5. Kontrol Teorisine Dayalı Metotlar	34
1.6.3.1.6. Diklik (Orthogonality) Temeline Dayalı Metotlar	35
1.6.3.1.7. Duyarlılık Metotları.....	36
1.6.3.1.8. Enerji Metotları	40

1.6.3.2.	Cevap Verilerinin Kullanıldığı Güncelleme Metotları	40
1.6.3.2.1.	Doğrudan FTF'lerin Kullanıldığı Güncelleme Metotları	40
1.6.3.2.2.	Zaman Alanındaki Verilerin Kullanıldığı Güncelleme Metotları	44
1.6.4.	Yapısal Değişiklik.....	45
1.7.	Mevcut Durum ve Araştırma Konuları	47
1.8.	Tezin Amacı.....	51
1.9.	Tezin Kapsamı	51
2.	YAPISAL DEĞİŞİKLİK ANALİZİ	53
2.1.	Sherman-Morrison (SM) Formülü.....	54
2.2.	Yapısal Değişimde SM Formülünün Kullanılması.....	55
2.2.1.	Kütle Değişimi	59
2.2.2.	Yay (Direngenlik) Değişimi	61
2.2.2.1.	Genelleştirilmiş Koordinat ile Yer (Sabit Eksen) Arasında Yay Değişimi .	61
2.2.2.2.	Genelleştirilmiş İki Koordinat Arasında Yay Değişimi.....	62
2.2.3.	Sönüm Değişimi.....	65
2.2.3.1.	Genelleştirilmiş Koordinat ile Yer Arasında Sönüm Değişimi	65
2.2.3.2.	Genelleştirilmiş İki Koordinat Arasında Sönüm Değişimi	66
2.3.	Sayısal Simülasyonlar	67
2.3.1.	Sayısal Simülasyon 1: 6 SD'li Sistemde Kütle Değişikliği	69
2.3.2.	Sayısal Simülasyon 2: 6 SD'li Sistemde Yay Değişikliği	71
2.3.3.	Sayısal Simülasyon 3: 4 SD'li Sistemde Sönüm Değişikliği.....	75
2.4.	Sonuç ve Değerlendirmeler.....	78
3.	YAPISAL DEĞİŞİKLİKLERDEN SONRA DOĞAL FREKANSLARIN KORUNMASI	80
3.1.	Yere Bağlı Yay Durumu için Doğal Frekansların Korunması.....	80
3.1.1.	Yere Bağlı Yay ile Bir Doğal Frekansın Sabit Tutulması	80
3.1.2.	Yere Bağlı Yay ile Birden Fazla Doğal Frekansın Sabit Tutulması.....	82
3.2.	Genelleştirilmiş İki Koordinat Arasında Yay Durumu için Doğal Frekansların Korunması.....	84
3.2.1.	Genelleştirilmiş İki Koordinat Arasında Yay Değişimi ile Bir Doğal Frekansın Sabit Tutulması	85
3.2.2.	Genelleştirilmiş İki Koordinat Arasında Yay Değişimi ile Birden Fazla Doğal Frekansın Sabit Tutulması.....	87
3.3.	Sayısal Simülasyonlar	88

3.3.1.	Sayısal Simülasyon 1: Yere Bağlı Yay Durumu.....	89
3.3.1.1.	Bir Doğal Frekansın Sabit Tutulması	91
3.3.1.2.	Birden Fazla Doğal Frekansın Sabit Tutulması	92
3.3.2.	Sayısal Simülasyon 2: Genelleştirilmiş Koordinatlar Arasında Yay Durumu.....	97
3.3.2.1.	Bir Doğal Frekansın Sabit Tutulması	98
3.3.2.2.	Birden Fazla Doğal Frekansın Sabit Tutulması	99
3.3.3.	Sayısal Simülasyon 3: Gürültülü FTF'ler ile Doğal Frekansların Sabit Tutulması	103
3.3.3.1.	Gürültülü FTF'ler Kullanılarak Bir Doğal Frekansın Sabit Tutulması	105
3.3.3.2.	Gürültülü FTF'ler Kullanılarak Birden Fazla Doğal Frekansın Sabit Tutulması	107
3.4.	Sonuç ve Değerlendirmeler.....	110
4.	DOĞAL FREKANSLARIN İSTENİLEN DEĞERLERE KAYDIRILMASI.....	112
4.1.	Kütle Değişikliği ile Doğal Frekansların Kaydırılması	112
4.1.1.	Kütle Değişikliği ile Bir Doğal Frekansın Kaydırılması	112
4.1.2.	Kütle Değişikliği ile Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması.....	114
4.2.	Yay Değişikliği ile Doğal Frekansların Kaydırılması	115
4.2.1.	Yere Bağlı Yay Durumu için Doğal Frekansların Kaydırılması	116
4.2.1.1.	Yere Bağlı Yay ile Bir Doğal Frekansın Kaydırılması	116
4.2.1.2.	Yere Bağlı Yay ile Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması	117
4.2.2.	Genelleştirilmiş Koordinatlar Arasında Yay Durumu için Doğal Frekansların Kaydırılması.....	118
4.2.2.1.	Genelleştirilmiş Koordinatlar Arasında Yay Değişikliği ile Bir Doğal Frekansın Kaydırılması	119
4.2.2.2.	Genelleştirilmiş Koordinatlar Arasında Yay Değişikliği ile Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması	120
4.3.	Sayısal Simülasyonlar	121
4.3.1.	Sayısal Simülasyon 1: Kütle Değişimi ile Doğal Frekansların Kaydırılması.....	122
4.3.1.1.	Bir Doğal Frekansın Kaydırılması	124
4.3.1.2.	Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması.....	125
4.3.2.	Sayısal Simülasyon 2: Yere Bağlı Yay Değişimi ile Doğal Frekansların Kaydırılması.....	128
4.3.2.1.	Bir Doğal Frekansın Kaydırılması	130

4.3.2.2.	Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması.....	131
4.3.3.	Sayısal Simülasyon 3: Genelleştirilmiş Koordinatlar Arasında Yay Değişimi ile Doğal Frekansların Kaydırılması.....	135
4.3.3.1.	Bir Doğal Frekansın Kaydırılması.....	136
4.3.3.2.	Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması.....	138
4.3.4.	Sayısal Simülasyon 4: Gürültülü FTF'ler ile Doğal Frekansların Kaydırılması.....	142
4.3.4.1.	Gürültülü FTF'ler Kullanılarak Bir Doğal Frekansın Kaydırılması.....	143
4.3.4.2.	Gürültülü FTF'ler Kullanılarak Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması.....	145
4.4.	Sonuç ve Değerlendirmeler.....	148
5.	FTF'ler KULLANILARAK SE MODELLERİNİN GÜNCELLENMESİ	150
5.1.	SE Modellerinin Güncellenmesinde SMW Formülüne Dayalı Yeni Bir Yöntem.....	152
5.2.	Sayısal Simülasyonlar	161
5.2.1.	Sayısal Simülasyon 1: 10 SD'li Kütle-Yay Sistemi	161
5.2.1.1.	Kütle Değişikliği ile Benzetilmiş Hedef Model Kullanılarak Güncelleme Yapılması.....	163
5.2.1.1.1.	Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırın Tamamı Kullanılarak Güncelleme Yapılması.....	164
5.2.1.1.2.	Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırın Tamamının Oluşturulamadığı Durum için Güncelleme Yapılması	167
5.2.1.2.	Dirençlik Değişikliği ile Benzetilmiş Hedef Model Kullanılarak Güncelleme Yapılması.....	169
5.2.1.2.1.	Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırın Tamamı Kullanılarak Güncelleme Yapılması.....	171
5.2.1.2.2.	Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırın Tamamının Oluşturulamadığı Durum için Güncelleme Yapılması	173
5.2.1.3.	Kütle ve Dirençlik Değişiklikleri ile Benzetilmiş Hedef Model Kullanılarak Güncelleme Yapılması.....	176
5.2.1.3.1.	Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırın Tamamı Kullanılarak Güncelleme Yapılması.....	177
5.2.1.3.2.	Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırın Tamamının Oluşturulamadığı Durum için Güncelleme Yapılması	180
5.2.2.	Sayısal Simülasyon 2: Serbest-Serbest Kiriş Modeli.....	183
5.2.2.1.	Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırın Tamamı Kullanılarak Güncelleme Yapılması	186

5.2.2.2.	Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırın Tamamının Oluşturulamadığı Durum için Güncelleme Yapılması	190
5.2.3.	Sayısal Simülasyon 3: Gürültülü FTF'ler Kullanılarak SE Güncellemesi	192
5.3.	Deneysel Uygulamalar	199
5.3.1.	Uygulama 1: Dikdörtgen Kesitli Serbest-Serbest Kiriş	202
5.3.2.	Uygulama 2: Düz Plak	213
5.4.	Sonuç ve Değerlendirmeler	227
6.	SONUÇLAR ve GENEL DEĞERLENDİRME	229
6.1.	Giriş	229
6.2.	Doğal Frekansların Korunması	230
6.3.	Doğal Frekansların Kaydırılması	233
6.4.	FTF'ler Kullanılarak SE Modellerinin Güncellenmesi	234
6.5.	Doğru Bir Model Güncelleme için İzlenecek Yol	237
6.6.	Gelecekte Yapılabilecek Çalışmalar	238
KAYNAKLAR.....		240
EKLER		249
Ek A		249
Ek B		252
Ek C		253
Ek D		257
ÖZGEÇMİŞ.....		260

ÖZET

Bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler ile Sonlu Elemanlar (SE) metodu mühendislik uygulamalarının önemli bir aracı haline gelmiştir. Ancak SE modellerinde yapılan bazı kabuller ve modelleme hatalarından dolayı gerçek yapı tam olarak temsil edilememektedir. Bu nedenle yapıların SE modellerinin aslıyla mümkün olan en iyi şekilde örtüşmesi için model güncelleme yöntemleri kullanılmaktadır.

Bu tezin amacı da doğrudan Frekans Tepki Fonksiyonlarının (FTF) kullanıldığı etkili bir SE model güncelleme yöntemi geliştirmektir. Matris teorisinden bilinen Sherman-Morrison (SM) formülü günümüzde yapısal değişiklik problemlerinde etkili bir şekilde kullanılmıştır. Bu yöntemin önemli bir üstünlüğü değişiklik koordinatları ile ilgili kısıtlı sayıdaki FTF'ye ihtiyaç duymasıdır. Bu çalışmada bu yöntemin ters yapısal değişiklik amacıyla kullanılması hedeflenmiştir. Bu amaç doğrultusunda öncelikle özel bir ters yapısal değişiklik problemi olan bir sistemin yapısal değişikliklerden sonra doğal frekanslarının korunması problemi incelenmiş ve SM formülüne dayalı olan bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntem, bir sistem üzerinde yapılan bilinen kütle değişikliklerinden sonra istenilen bazı doğal frekansların değişmemesi için seçilen koordinatlarda yapılması gerekli yay değişikliklerinin bulunmasını sağlamaktadır. Bu yay değişiklikleri yapı ve yer arasında olabildiği gibi yapı üzerinde iki koordinat arasında da olabilir ki bu çalışmanın orijinal taraflarından biridir. Daha sonra bu yöntem, doğal frekansların istenilen değerlere kaydırılması problemine uygulanmıştır. Bir yapının belirli sayıdaki doğal frekanslarının istenilen değerlere kaydırılmasına yönelik gerekli yapısal değişikliklerin hesabı için yeni bir formülasyon elde edilmiştir. Son olarak Sherman-Morrison-Woodbury (SMW) formülü ve ters yapısal değişiklik tekniğine dayalı olan yeni bir SE güncelleme yöntemi geliştirilmiştir. Geliştirilen SE güncelleme yönteminde deneysel ve sayısal (SE) modellere ait FTF'ler arasındaki fark dikkate alınmaktadır. Güncelleme işlemi, bu farkı oluşturan yapısal değişikliklerin hesaplanması temeline dayanmaktadır. Burada geliştirilen yöntemin mevcut bazı yöntemlerden önemli bir üstünlüğü, özellikle deneysel çalışmalarda ölçülemeyen ancak mevcut güncelleme yöntemlerinde gerek duyulan FTF'lere ihtiyaç duymamasıdır.

Tez kapsamında geliştirilen yöntemlerin doğruluğu ve uygulanabilirliği sayısal simülasyonlar ve deneysel uygulamalar ile incelenmiş ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Kullanılan FTF'lerin gürültülü olması halinde ise yöntemlerin performansının olumsuz olarak etkilendiği görülmüştür. Güncelleme işlemlerinde frekans noktalarının gürültüsüz bölgelerden seçilmesi halinde başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Sonlu Eleman Güncellemesi, Doğal Frekans, Yapısal Değişiklik, Frekans Tepki Fonksiyonu.

SUMMARY

Updating and Verification of the Finite Element Models for Structural Dynamic Analysis Using Frequency Response Functions

Finite Element (FE) method has become a powerful tool in engineering with the developments of computer technology. However, the original structure cannot be fully represented due to some assumptions and modeling errors made in FE models. For this reason, model updating methods are used to best overlap with the original structure of the FE models.

The main objective of this thesis is to develop an effective FE updating method that uses directly measured or numerically computed Frequency Response Functions (FRFs). The Sherman-Morrison (SM) formula, known from matrix theory, is now used effectively in structural modification problems. An important advantage of this method is that it requires a limited number of FRFs related to modification coordinates. In this study, it is aimed to use this method for inverse structural modification. For this purpose, firstly a specific inverse structural modification problem is that preservation of natural frequencies of a system after structural modifications is investigated and a method based on the SM formula is developed. The method provides necessary spring modifications at selected coordinates for unchanged some natural frequencies after known mass modifications on a system. The spring modifications can be between the structure and the ground or between two coordinates on the structure, which is one of the original aspects of the study. This method was then applied to the problem of shifting natural frequencies to desired values. A new formulation is obtained for the calculation of the necessary structural modifications to shift the certain number of natural frequencies to desired values of a structure. Finally, a new FE updating method based on the Sherman-Morrison-Woodbury (SMW) formula and the inverse structural modification technique is developed. In the developed FE updating method, the difference between experimental and numerical (FE) FRFs is considered. The updating process is based on the calculation of the structural modifications that make up this difference. An important advantage of the developed method over some existing methods doesn't need the unmeasured FRF's in the experimental studies.

The validity and applicability of the methods developed in the thesis are investigated via numerical simulations and experimental applications and successful results are obtained. It is seen that the performance of the methods was adversely affected if the noisy FRFs are used. If the frequency points are selected from noiseless regions, successful results are obtained in the updating process.

Keywords: Finite Element Updating, Natural Frequency, Structural Modification, Frequency Response Function.

ŞEKİLLER LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1. Titreşim ölçümünde tahrik şekilleri	11
Şekil 1.2. Piezoelektrik ivme ölçer.....	12
Şekil 1.3. Deneysel modal analiz ölçüm düzeneği	13
Şekil 1.4. Lineer bir yapının uygulanan kuvvete karşı gösterdiği tepki.....	14
Şekil 1.5. Kuvvet ve tepki konumlarına göre FTF'ler	15
Şekil 1.6. SE modellerinin oluşturulmasında yaygın olarak kullanılan elaman tipleri.....	19
Şekil 1.7. Bir yapının 8 düğümden oluşan üç boyutlu elemanlar kullanılarak oluşturulmuş SE ağı	20
Şekil 2.1. Bir yapı üzerinde kütle, yay ve sönüm değişikliği yapılması	53
Şekil 2.2. Yapısal değişimde aktif, pasif ve değişim koordinatları	57
Şekil 2.3. Bir yapı üzerinde kütle değişimi	60
Şekil 2.4. Bir yapı üzerinde genelleştirilmiş koordinat ile yer (sabit eksen) arasında yay değişimi	61
Şekil 2.5. Yapı üzerinde genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişimi	62
Şekil 2.6. Yapı üzerinde genelleştirilmiş bir koordinat ile yer arasında sönüm değişimi	65
Şekil 2.7. Yapı üzerinde genelleştirilmiş iki koordinat arasında sönüm değişimi ..	66
Şekil 2.8. Sayısal simülasyonlar için örnek sistemler	68
Şekil 2.9. 6 SD'li kütle-yay sisteminde kütle değişikliği	70
Şekil 2.10. Orijinal ve kütle eklenmiş sistemin hedeflenen transfer FTF'lerinin karşılaştırılması	70
Şekil 2.11. Orijinal, kütle eklenmiş sistemin hedeflenen ve SM yöntemi transfer FTF'lerinin karşılaştırılması	71
Şekil 2.12. 6 SD'li kütle-yay sisteminde yay değişikliği	72
Şekil 2.13. Orijinal ve yay eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş koordinat ile sabit eksen arasına) hedeflenen transfer FTF'lerinin karşılaştırılması	72
Şekil 2.14. Orijinal, yay eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş koordinat ile sabit eksen arasına) hedeflenen ve SM yöntemi transfer FTF'lerinin karşılaştırılması	73
Şekil 2.15. Orijinal ve yay eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş iki koordinat arasına) hedeflenen transfer FTF'lerinin karşılaştırılması	74

Şekil 2.16. Orijinal, yay eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş iki koordinat arasına) hedeflenen ve SM yöntemi transfer FTF'lerinin karşılaştırılması	74
Şekil 2.17. 4 SD' li kütle-yay-sönüm sisteminde sönüm değişikliği	75
Şekil 2.18. Orijinal ve sönüm eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş koordinat ile sabit eksen arasına) hedeflenen sürüş noktası FTF'lerinin karşılaştırılması ..	76
Şekil 2.19. Orijinal, sönüm eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş koordinat ile sabit eksen arasına) hedeflenen ve SM yöntemi sürüş noktası FTF'lerinin karşılaştırılması.....	77
Şekil 2.20. Orijinal ve sönüm eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş iki koordinat arasına) hedeflenen sürüş noktası FTF'lerinin karşılaştırılması	77
Şekil 2.21. Orijinal, sönüm eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş iki koordinat arasına) hedeflenen ve SM yöntemi sürüş noktası FTF'lerinin karşılaştırılması .	78
Şekil 3.1. Kütle ve yere bağlı yay değişikliği yapılmış sistem.....	81
Şekil 3.2. Kütle ve yere bağlı yay değişiklikleri yapılmış sistem	83
Şekil 3.3. Kütle ve genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişikliği yapılmış sistem.....	85
Şekil 3.4. Kütle ve genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişiklikleri yapılmış sistem.....	87
Şekil 3.5. 6 SD'li kütle-yay sistemi [159].....	88
Şekil 3.6. Kütle ve yere bağlı yay değişikliklerinin yapıldığı 6 SD'li kütle-yay sistemi	89
Şekil 3.7. Orijinal ve kütle eklenmiş sistemlerin transfer FTF'lerinin karşılaştırılması	91
Şekil 3.8. Orijinal ve kütle ile yere bağlı k_2^* yayı eklenmiş sistemlerin transfer FTF' leri	92
Şekil 3.9. Orijinal ve kütle ile yere bağlı k_2^* ve k_3^* yayları eklenmiş sistemlerin transfer FTF'leri	94
Şekil 3.10. Orijinal ve kütle ile yere bağlı k_2^* , k_3^* ve k_5^* yayları eklenmiş sistemlerin α_{23} transfer FTF'leri.....	96
Şekil 3.11. Orijinal ve kütle ile yere bağlı k_2^* , k_3^* ve k_5^* yayları eklenmiş sistemlerin α_{35} transfer FTF'leri.....	96
Şekil 3.12. Orijinal ve kütle ile yere bağlı k_2^* , k_3^* ve k_5^* yayları eklenmiş sistemlerin α_{22} sürüş noktası FTF'leri.....	96
Şekil 3.13. Kütle ve genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri yapılmış 6 SD'li kütle-yay sistemi	97
Şekil 3.14. Orijinal ve kütle ile k_{34}^* yayı eklenmiş sistemlerin transfer FTF'leri	99
Şekil 3.15. Orijinal ve kütle ile k_{23}^* ve k_{34}^* yayları eklenmiş sistemlerin transfer FTF'leri	101

Şekil 3.16. Orijinal ve kütle ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yayları eklenmiş sistemlerin α_{23} transfer FTF'leri	102
Şekil 3.17. Orijinal ve kütle ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yayları eklenmiş sistemlerin α_{35} transfer FTF'leri	103
Şekil 3.18. Orijinal ve kütle ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yayları eklenmiş sistemlerin α_{22} sürüş noktası FTF'leri	103
Şekil 3.19. Orijinal ve kütle eklenmiş sistemlerin %3 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri.....	104
Şekil 3.20. Orijinal ve kütle eklenmiş sistemlerin %5 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri.....	104
Şekil 3.21. Orijinal ve kütle ile k_{34}^* yayı eklenmiş sistemlerin %3 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri	106
Şekil 3.22. Orijinal ve kütle ile k_{34}^* yayı eklenmiş sistemlerin %5 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri	107
Şekil 3.23. Orijinal ve kütle ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yayları eklenmiş sistemlerin %3 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri.....	108
Şekil 3.24. Orijinal ve kütle ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yayları eklenmiş sistemlerin %5 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri.....	110
Şekil 4.1. Kütle değişikliği yapılmış sistem.....	113
Şekil 4.2. Kütle değişiklikleri yapılmış sistem.....	114
Şekil 4.3. Yere bağlı yay değişikliği yapılmış sistem	116
Şekil 4.4. Yere bağlı yay değişiklikleri yapılmış sistem	117
Şekil 4.5. Genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişikliği yapılmış sistem.....	119
Şekil 4.6. Genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişiklikleri yapılmış sistem.....	120
Şekil 4.7. Sıralı 5 SD'li kütle-yay sistemi	121
Şekil 4.8. Çoklu bağlantılı 4 SD'li kütle-yay sistemi.....	122
Şekil 4.9. Kütle değişiklikleri yapılmış çoklu bağlantılı 4 SD'li kütle-yay sistemi	123
Şekil 4.10. Orijinal sistemin 0.5-2 Hz frekans aralığındaki bazı FTF'leri.....	123
Şekil 4.11. Orijinal ve m_1^* kütle değişikliği yapılmış sistemlere ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması.....	125
Şekil 4.12. Orijinal ve m_1^* ile m_3^* kütle değişikliklerinin yapıldığı sistemlere ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması	126
Şekil 4.13. Orijinal sistem ile m_1^* , m_3^* ve m_4^* kütle değişiklikleri yapılan sisteme ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması	128

Şekil 4.14. Yere bağlı yay değişikliklerinin yapıldığı sıralı 5 SD'li kütle-yay sistem	129
Şekil 4.15. Orijinal sistemin 0.03-0.3 Hz frekans aralığındaki bazı FTF'leri.....	129
Şekil 4.16. Orijinal sistem ile k_2^* yay değişikliği yapılan sisteme ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması	131
Şekil 4.17. Orijinal sistem ile k_2^* ve k_3^* yay değişiklikleri yapılan sisteme ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması	133
Şekil 4.18. Orijinal sistem ile k_1^* , k_2^* ve k_3^* yay değişiklikleri yapılan sisteme ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması	135
Şekil 4.19. Genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri yapılmış 4 SD'li kütle-yay sistemi.....	136
Şekil 4.20. Orijinal sistem ile k_{12}^* yay değişikliği yapılan sisteme ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması	137
Şekil 4.21. Orijinal sistem ile k_{12}^* ve k_{13}^* yay değişiklikleri yapılan sisteme ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması	139
Şekil 4.22. Orijinal sistem ile k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılan sisteme ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması	141
Şekil 4.23. Orijinal sistemin %3 ve %5 eklemeli durumu için transfer FTF'leri....	142
Şekil 4.24. Orijinal ve k_{12}^* yay eklenmiş sistemlerin %3 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri.....	144
Şekil 4.25. Orijinal ve k_{12}^* yay eklenmiş sistemlerin %5 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri.....	145
Şekil 4.26. Orijinal ve k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemlerin %3 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri.....	146
Şekil 4.27. Orijinal ve k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemlerin %5 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri.....	148
Şekil 5.1. Bir yapının SE modeli üzerinde yapılan yapısal değişiklikler ile güncellenmesi.....	153
Şekil 5.2. 10 SD'li kütle-yay sistemi [162]	161
Şekil 5.3. Mevcut ve hedef (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) modellerin bazı FTF'leri	164
Şekil 5.4. Hedef modelin (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için mevcut modelin kütle elemanlarındaki değişimi veren p değerleri	165
Şekil 5.5. Hedef modelin (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için güncellenmiş ve hedef modellere ait sürüş noktası FTF'leri	166

Şekil 5.6.	Hedef modelin (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için mevcut modelin kütle elemanlarındaki değişimi veren p değerleri	168
Şekil 5.7.	Hedef modelin (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için güncellenmiş ve hedef modellere ait sürüş noktası FTF'leri	169
Şekil 5.8.	Mevcut ve hedef (direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) modellerin bazı FTF'leri	170
Şekil 5.9.	Hedef modelin (direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için mevcut modelin direngenlik elemanlarındaki değişimi veren p değerleri	172
Şekil 5.10.	Hedef modelin (direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için güncellenmiş ve hedef modellerin sürüş noktası FTF'leri	173
Şekil 5.11.	Hedef modelin (direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için mevcut modelin direngenlik elemanlarındaki değişimi veren p değerleri	174
Şekil 5.12.	Hedef modelin (direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için güncellenmiş ve hedef modellerin sürüş noktası FTF'leri	175
Şekil 5.13.	Mevcut ve hedef (kütle ve direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) modellerin bazı FTF'leri	177
Şekil 5.14.	Hedef modelin (kütle ve direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için mevcut modelin kütle ve direngenlik elemanlarındaki değişimi veren p değerleri	178
Şekil 5.15.	Hedef modelin (kütle ve direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için güncellenmiş ve hedef modellerin sürüş noktası FTF'leri	179
Şekil 5.16.	Hedef modelin (kütle ve direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için mevcut modelin kütle ve direngenlik elemanlarındaki değişimi veren p değerleri	181
Şekil 5.17.	Hedef modelin (kütle ve direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için güncellenmiş ve hedef modellerin sürüş noktası FTF'leri	182
Şekil 5.18.	Dikdörtgen kesitli serbest-serbest kirişin SE modeli.	183
Şekil 5.19.	Kirişin hedef modeline ait sürüş noktası FTF'leri	184
Şekil 5.20.	Kirişin hedef ve mevcut modellerine ait sürüş noktası FTF'leri	186

Şekil 5.21. Kirişin hedef modeline ait FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için mevcut modelin kütle ve dirençlilik elemanlarındaki değişimi veren p değerleri	187
Şekil 5.22. Hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için mevcut, hedef ve güncellenmiş modellerin sürüş noktası FTF'leri	189
Şekil 5.23. Kirişin hedef modeline ait FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için mevcut modelin kütle ve dirençlilik elemanlarındaki değişimi veren p değerleri	190
Şekil 5.24. Hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için mevcut, hedef ve güncellenmiş modellerin sürüş noktası FTF'leri	192
Şekil 5.25. Kirişin hedef ve mevcut modellerinin sürüş noktası FTF'leri (%3 eklemeli gürültü durumu)	193
Şekil 5.26. Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF'ler ve 1250 ile 2600 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için mevcut modelin kütle ve dirençlilik elemanlarındaki değişimi veren p değerleri	194
Şekil 5.27. Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF'ler ve 1250 ile 2600 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için hedef, mevcut ve güncellenmiş modellerin sürüş noktası FTF'leri	196
Şekil 5.28. Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF'ler ve 520 ile 1405 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için mevcut modelin kütle ve dirençlilik elemanlarındaki değişimi veren p değerleri	197
Şekil 5.29. Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF'ler ve 520 ile 1405 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için hedef, mevcut ve güncellenmiş modellerin sürüş noktası FTF'leri	199
Şekil 5.30. Titreşim ölçümü, verilerin toplanması ve analiz edilmesinde kullanılan elemanlar	200
Şekil 5.31. Deney düzeneği	201
Şekil 5.32. Serbest-serbest kiriş için deneysel model ve ölçüm sistemi	202
Şekil 5.33. Kirişin deneysel modeline ait α_{11} , sürüş noktası ve $\alpha_{1,21}$, transfer FTF'leri ile $\alpha_{1,21}$ FTF'sine ait koherans grafiği	204
Şekil 5.34. Serbest-serbest sınır şartlarına sahip kirişin SE modeli	204
Şekil 5.35. Serbest-serbest kirişin deneysel ve sayısal modellerine ait FTF'ler	206
Şekil 5.36. Serbest-serbest kiriş için güncelleme öncesi MGK karşılaştırması	206
Şekil 5.37. Serbest-serbest kirişin SE modelindeki elemanların kütle ve dirençliliklerindeki değişimi veren p değerleri (2 frekans noktası seçilmesi durumu)	207

Şekil 5.38. Serbest-serbest giriş için yakınsama grafiği (2 frekans noktası seçilmesi durumu)	208
Şekil 5.39. Serbest-serbest girişin SE modelindeki elemanların kütle ve direngeliklerindeki değişimi veren p değerleri (6 frekans noktası seçilmesi durumu)	210
Şekil 5.40. Serbest-serbest giriş için yakınsama grafiği (6 frekans noktası seçilmesi durumu)	210
Şekil 5.41. Serbest-serbest girişin deneysel, sayısal ve güncellenmiş sayısal modellerine ait bazı FTF'ler.....	212
Şekil 5.42. Serbest-serbest giriş için güncelleme sonrası MGK karşılaştırması	213
Şekil 5.43. Düz plak için deneysel model ve ölçüm sistemi	214
Şekil 5.44. Düz plağın deneysel modeline ait α_{11} , sürüş noktası ve α_{16} , transfer FTF'leri ile α_{16} FTF'sine ait koherans grafiği.....	215
Şekil 5.45. Düz plağın SE modeli	216
Şekil 5.46. Düz plağın deneysel ve sayısal modellerine ait FTF'ler	217
Şekil 5.47. Düz plak için güncelleme öncesi MGK karşılaştırması	218
Şekil 5.48. Düz plak için yapılan güncelleme işlemi sonucunda SE modelindeki elemanların kütle ve direngeliklerindeki değişimi veren p değerleri (2 frekans noktası seçilmesi durumu)	219
Şekil 5.49. Düz plak için yakınsama grafiği (2 frekans noktası seçilmesi durumu)	220
Şekil 5.50. Düz plağın deneysel ve güncellenmiş sayısal modellerine ait FTF'ler (2 frekans noktası seçilmesi durumu)	221
Şekil 5.51. Düz plak için yapılan güncelleme işlemi sonucunda SE modelindeki elemanların kütle ve direngeliklerindeki değişimi veren p değerleri (10 frekans noktası seçilmesi durumu)	223
Şekil 5.52. Düz plak için yakınsama grafiği (10 frekans noktası seçilmesi durumu)	224
Şekil 5.53. Düz plağın deneysel ve güncellenmiş sayısal modellerine ait FTF'ler (10 frekans noktası seçilmesi durumu)	226
Şekil 5.54. Düz plak için güncelleme sonrası MGK karşılaştırması.....	227
Ek Şekil B.1. %10 oranında hesaplanmış eklemeli gürültüler	252
Ek Şekil C.1. 2 SD'li kütle-yay sistemi	255
Ek Şekil D.1. Euler-Bernoulli girişinin iki düğüm ve bir elemanlı modeli	257
Ek Şekil D.2. Dört düğümlü düzlemsel dörtgen plak elemanı.....	259

TABLolar LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1.1. Dinamik analizde kullanılan FTF'ler [7].	17
Tablo 3.1. Orijinal sistem (ω_r) ile m_2^* kütlesi eklenmiş yeni sistemin (ω_r^*) doğal frekansları	90
Tablo 3.2. Orijinal sistem (ω_r) ile m_2^* kütlesi ve k_2^* yayının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{**}) doğal frekansları	91
Tablo 3.3. Orijinal sistem (ω_r) ve m_2^* kütlesi ile k_2^* ve k_3^* yaylarının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{***}) doğal frekansları	93
Tablo 3.4. Orijinal sistem (ω_r) ve m_2^* kütlesi ile k_2^* , k_3^* ve k_5^* yaylarının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{****}) doğal frekansları	95
Tablo 3.5. Orijinal sistem (ω_r) ile m_2^* kütlesi ve k_{34}^* yayının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{**}) doğal frekansları	98
Tablo 3.6. Orijinal sistem (ω_r) ve m_2^* kütlesi ile k_{23}^* ve k_{34}^* yaylarının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{***}) doğal frekansları	100
Tablo 3.7. Orijinal sistem (ω_r) ve m_2^* kütlesi ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yaylarının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{****}) doğal frekansları	102
Tablo 3.8. Orijinal sistem (ω_r) ile m_2^* kütlesi ve k_{34}^* yayının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{**}) doğal frekansları (%3 eklemeli gürültü durumu)	105
Tablo 3.9. Orijinal sistem (ω_r) ile m_2^* kütlesi ve k_{34}^* yayının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{**}) doğal frekansları (%5 eklemeli gürültü durumu)	107
Tablo 3.10. Orijinal sistem (ω_r) ve m_2^* kütlesi ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yaylarının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{****}) doğal frekansları (%3 eklemeli gürültü durumu)	108
Tablo 3.11. Orijinal sistem (ω_r) ve m_2^* kütlesi ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yaylarının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{****}) doğal frekansları (%5 eklemeli gürültü durumu)	109
Tablo 4.1. Orijinal sistemin (ω_r) doğal frekansları	123
Tablo 4.2. Orijinal sistem (ω_r) ile m_1^* kütle değişikliği yapılmış sistemin (ω_r^*) doğal frekansları	124
Tablo 4.3. Orijinal sistem (ω_r) ile m_1^* ve m_3^* kütle değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{**}) doğal frekansları	125
Tablo 4.4. Orijinal sistem (ω_r) ile m_1^* , m_3^* ve m_4^* kütle değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{***}) doğal frekansları	127
Tablo 4.5. Orijinal sistemin (ω_r) doğal frekansları	129

Tablo 4.6.	Orijinal sistem (ω_r) ile k_2^* yay değişikliği yapılmış sistemin (ω_r^*) doğal frekansları	130
Tablo 4.7.	Orijinal sistem (ω_r) ve k_2^* ile k_3^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{**}) doğal frekansları.....	132
Tablo 4.8.	Orijinal sistem (ω_r) ile k_1^* , k_2^* ve k_3^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{***}) doğal frekansları	134
Tablo 4.9.	Orijinal sistem (ω_r) ile k_{12}^* yay değişikliği yapılmış sistemin (ω_r^*) doğal frekansları	136
Tablo 4.10.	Orijinal sistem (ω_r) ile k_{12}^* ve k_{13}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{**}) doğal frekansları.....	139
Tablo 4.11.	Orijinal sistem (ω_r) ile k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{***}) doğal frekansları	141
Tablo 4.12.	Orijinal sistem (ω_r) ve k_{12}^* yay değişikliği yapılmış sistemin (ω_r^*) doğal frekansları (%3 eklemeli gürültü durumu).....	143
Tablo 4.13.	Orijinal sistem (ω_r) ve k_{12}^* yay değişikliği yapılmış sistemin (ω_r^*) doğal frekansları (%5 eklemeli gürültü durumu).....	144
Tablo 4.14.	Orijinal sistem (ω_r) ile k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{***}) doğal frekansları (%3 eklemeli gürültü durumu)	146
Tablo 4.15.	Orijinal sistem (ω_r) ile k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{***}) doğal frekansları (%5 eklemeli gürültü durumu)	147
Tablo 5.1.	Hedef modelin benzetimi için mevcut model üzerinde yapılan kütle değişiklikleri	163
Tablo 5.2.	Mevcut ve hedef (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) modellerin doğal frekansları	163
Tablo 5.3.	Hedef modelin (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için güncellenmiş ve hedef modellerin doğal frekansları	166
Tablo 5.4.	Hedef modelin (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için güncellenmiş ve hedef modellerin doğal frekansları	168
Tablo 5.5.	Hedef modelin benzetimi için mevcut model üzerinde yapılan direngenlik değişiklikleri	169
Tablo 5.6.	Mevcut model ve direngenlik değişikliği yapılarak benzetim yolu ile elde edilen hedef modelin doğal frekansları	170
Tablo 5.7.	Hedef modelin (direngenlik değişimi ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için güncellenmiş ve hedef modelin doğal frekansları	172

Tablo 5.8.	Hedef modelin (direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için hedef model ve güncellenmiş modelin doğal frekansları	175
Tablo 5.9.	Hedef modelin benzetimi için mevcut model üzerinde yapılan kütle ve direngenlik değişiklikleri	176
Tablo 5.10.	Mevcut model ile kütle ve direngenlik değişiklikleri yapılarak benzetilmiş hedef modelin doğal frekansları	176
Tablo 5.11.	Hedef modelin (kütle ve direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için güncellenmiş ve hedef modellerin doğal frekansları.....	179
Tablo 5.12.	Hedef modelin (kütle ve direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için güncellenmiş ve hedef modellerin doğal frekansları.....	181
Tablo 5.13.	AISI 1040 çeliğinin mekanik ve fiziksel özellikleri [163].....	183
Tablo 5.14.	Kirişin ilk beş modu için MATLAB ve ANSYS analizlerine ait doğal frekanslar.....	184
Tablo 5.15.	Kirişin mevcut modelini oluşturmak için hedef model üzerinde yapılan değişiklikler.....	185
Tablo 5.16.	Kirişin hedef ve mevcut modellerinin ilk beş moduna ait doğal frekanslar.....	185
Tablo 5.17.	Kirişin hedef modelinin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için mevcut modelin elemanlarında yapılması gereken değişiklikler	188
Tablo 5.18.	Kirişin hedef modeline ait FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için güncellenmiş ve hedef modellerin ilk beş moduna ait doğal frekanslar	189
Tablo 5.19.	Kirişin hedef modelinin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için mevcut modelin elemanlarında yapılması gereken değişiklikler	191
Tablo 5.20.	Kirişin hedef modeline ait FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için güncellenmiş ve hedef modellerin ilk beş moduna ait doğal frekanslar	191
Tablo 5.21.	Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF'ler ve 1250 ile 2600 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için yapılan güncelleme işlemi sonucunda mevcut modelin elemanlarında yapılması gereken değişiklikler.....	195
Tablo 5.22.	Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF'ler ve 1250 ile 2600 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için yapılan güncelleme işlemi sonucunda hedef ve güncellenmiş modellerin ilk beş moduna ait doğal frekanslar	196

Tablo 5.23. Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF'ler ve 520 ile 1405 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için yapılan güncelleme işlemi sonucunda mevcut modelin elemanlarında yapılması gereken değişiklikler.....	198
Tablo 5.24. Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF'ler ve 520 ile 1405 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için yapılan güncelleme işlemi sonucunda hedef ve güncellenmiş modellerin ilk beş moduna ait doğal frekanslar.....	198
Tablo 5.25. Darbe çekicinin teknik özellikleri.....	200
Tablo 5.26. ICP tipi piezoelektrik ivmeölçerin teknik özellikleri.....	200
Tablo 5.27. OROS Or36 titreşim analizörünün teknik özellikleri	200
Tablo 5.28. AISI 1050 çeliğinin mekanik ve fiziksel özellikleri [163]	203
Tablo 5.29. Serbest-serbest kiriş için kullanılan ölçüm parametreleri	203
Tablo 5.30. Serbest-serbest kirişin ilk altı moduna ait deneysel doğal frekansları	203
Tablo 5.31. Serbest-serbest kirişin deneysel ve sayısal modellerinin ilk 6 moduna ait doğal frekansları	205
Tablo 5.32. Serbest-serbest kirişin deneysel ve güncellenmiş sayısal modellerinin ilk 6 moduna ait doğal frekanslar (2 frekans noktası seçilmesi durumu)	209
Tablo 5.33. Kiriş için yapılan güncelleme işlemi sonucunda SE modelinin elemanlarında yapılması gereken değişiklikler (6 frekans noktası seçilmesi durumu)	211
Tablo 5.34. Serbest-serbest kirişin deneysel ve güncellenmiş sayısal modellerinin ilk 6 moduna ait doğal frekanslar (6 frekans noktası seçilmesi durumu)	212
Tablo 5.35. AISI 1030 çeliğinin mekanik ve fiziksel özellikleri [163]	213
Tablo 5.36. Düz plak için deneysel modal analizde kullanılan ölçüm parametreleri	214
Tablo 5.37. Düz plağın ilk 11 moduna ait deneysel doğal frekansları.....	215
Tablo 5.38. Düz plağın deneysel ve sayısal modellerinin ilk 11 moduna ait doğal frekanslar.....	216
Tablo 5.39. Düz plağın deneysel ve güncellenmiş sayısal modellerinin ilk 11 moduna ait doğal frekanslar (2 frekans noktası seçilmesi durumu) ...	221
Tablo 5.40. Düz plak için yapılan model güncelleme işlemi sonucunda SE modelinin elemanlarında yapılması gereken değişiklikler	225
Tablo 5.41. Düz plağın deneysel ve güncellenmiş sayısal modellerinin ilk 11 moduna ait doğal frekanslar (10 frekans noktası seçilmesi durumu) .	226

KISALTMALAR LİSTESİ

ADTF	: Ani Darbe Tepki Fonksiyonu
CFM	: Cevap Fonksiyonu Metodu
COM	: Cross Orthogonality Method
FAGK	: Frekans Alanı Güvence Kriteri
FFT	: Fast Fourier Transform
FTF	: Frekans Tepki Fonksiyonu
FTGK	: Frekans Tepki Güvence Kriteri
GA	: Genetik Algoritma
GEK	: Genelleştirilmiş En küçük Kareler
KDF	: Kronecker Delta Fonksiyonu
KOMGK	: Koordinat Modal Güvence Kriteri
MCI	: Minimum Örtüşme İndeksi
MGK	: Modal Güvence Kriteri
SD	: Serbestlik Derecesi
SE	: Sonlu Elemanlar
SM	: Sherman-Morrison
SMW	: Sherman-Morrison-Woodbury
SOB	: Sabit Oranlı Bant
TDA	: Tekil Değer Ayrıştırması
TYM	: Tepki Yüzey Modeli

SEMBOLLER LİSTESİ

$[D]$: Sönüm matrisi
F	: Zamandan bağımsız kuvvet
$[H]$: Frekans tepki fonksiyonu matrisi
$[K]$: Direngenlik matrisi
$[M]$: Kütle matrisi
N	: Serbestlik derecesi
$[Z]$: Dinamik direngenlik matrisi
$[Z^*]$: Değiştirilmiş dinamik direngenlik matrisi
$[\Delta Z]$: Değişim dinamik direngenlik matrisi
$[\Phi]$: Modal matris
c	: Viskoz sönüm katsayısı
ω_r	: r modunun doğal frekansı
ϕ_{pr}	: r mod vektörünün p elemanı
ρ	: Yoğunluk
ν	: Poisson oranı
λ	: Öz değer
ζ	: Sönüm oranı
η_r	: r . modun yapısal sönüm oranı
t	: Zaman
f	: Frekans
m	: Kütle
k	: Yay katsayısı
r	: Mod sayısı
α_{pq}	: Reseptans tipindeki frekans tepki fonksiyonu
X	: Zamandan bağımsız cevap
$x(t)$: Zamana bağımlı cevap fonksiyonu
x, y, z	: Kartezyen koordinatlar
δ_{ir}	: Kronecker delta fonksiyonu
j	: $\sqrt{-1}$

1. GİRİŞ

Titreşim hareketi yapının denge konumu etrafında tekrarlanan hareketi olarak tanımlanabilir. Dinamik yükler etkisi altında çalışan sistemlerde de tekrarlı bir hareket olan titreşim hareketi meydana gelmektedir. Mekanik titreşimler mühendislik yapılarının çoğunda önemli problemlere neden olabilmektedir. Herhangi bir yapı titreştiği zaman ortaya çıkabilecek problemlerden biri gürültüdür. Bunun yanında titreşimler, örneğin; bir taşıtta konforun azalmasına ve bir makinede ürün kalitesinin kötüleşmesine neden olur. Uzun süreli titreşimler makine elemanının yorulmasına neden olabileceği gibi yüksek genlikteki titreşimler de hasar ve kırılmalara neden olabilmektedir. Bu nedenle endüstride kullanılan birçok yapı elemanının dinamik yükler etkisi altında nasıl bir davranış gösterdiği, sistemin güvenli bir şekilde çalışması ve performansı açısından oldukça önemlidir. Bu amaçla incelenen yapının doğal frekansları, yapısal sönümü ve titreşim biçimleri elde edilerek gerekli dinamik analizler yapılmalıdır. Yapılan dinamik analizler sonucunda istenmeyen titreşimleri azaltmak için titreşim kaynağını durdurmak veya sistem üzerinde yapısal değişiklikler yapmak gereklidir. Bunların sağlanamadığı durumlarda ise titreşim kaynağının sistem üzerine olan etkisini azaltmak için uygun bir titreşim yalıtım sistemi tasarlanabilir. Titreşim yalıtımını gerçekleştirebilmek için titreşim kaynağı ve yapı arasında sönüm kabiliyeti yüksek malzemeler yerleştirilir veya uygun dinamik titreşim sönümleyicileri tasarlanır.

Günümüzde düşük gürültülü ve yüksek güvenli makinaların, konforlu taşıtların, dinamik yüklere karşı dayanıklı yapıların tasarlanması, emniyetli işletme şartlarının ve optimum çalışma parametrelerinin bulunması gibi çeşitli amaçlar için Sonlu Elemanlar (SE) yöntemi oldukça etkili bir şekilde kullanılmaktadır. SE metodu; karmaşık olan problemlerin daha basit alt problemlere ayrılarak her birinin kendi içinde çözülmesiyle genel çözümün bulunduğu bir çözüm şeklidir. SE metodu oldukça sistematik ve modülerdir. Bundan dolayı SE metodu, bir bilgisayar programı hazırlanarak geniş alandaki pratik titreşim problemlerinin çözümü için kolaylıkla bir bilgisayara uygulanabilmektedir. Günümüzde çok sayıda ticari SE yazılımları mevcuttur ve bu yazılımlar normal bilgisayarlardan süper bilgisayarlara kadar hemen hemen her tip bilgisayarda çalıştırılabilmektedir [1]. SE yöntemi ile bir sistemin analizi iki adımda gerçekleştirilir. Birinci adım, tasarımı gerçekleştirilmiş yapının sonlu sayıda küçük temel parçalara

bölünmesidir. Bu küçük parçalara sonlu elemanlar (finite elements) ve yapının sonlu elemanlara bölünmesi işlemine ise ayrıklaştırma (discretization) adı verilmektedir. Her eleman, hareket denkleminin kolay bir şekilde çözülebilmesi veya yaklaşımın kolay uygulanabilmesi için genellikle kolon, kiriş veya plak gibi çok temel şekildedir. Tüm bu elemanların geometrik ve fiziksel özellikleri dikkate alınarak çözüm aşamalarının belirlenmesi ve sistemin tümüyle analizlerinin gerçekleştirilmesi ikinci adımı oluşturmaktadır [1].

Sonlu elemanlar yönteminde kullanılan modelleme ve çözüm yöntemi ne kadar iyi olursa olsun, analiz edilen sistemin malzeme özelliklerinin kabulü ve bağlantıların tam olarak modellenememesi gibi bazı nedenlerden dolayı bu yöntemle elde edilen sayısal sonuçlar ile gerçek sonuçlar birbirlerinden farklı olabilirler. Ancak, yapıların dinamik davranışlarının analizinde kullanılacak SE modellerinin, dinamik davranışlar göz önüne alındığında, yapıların aslıyla mümkün olan en iyi şekilde örtüşmesi gerekmektedir. Gerçek ve SE yöntemi ile elde edilen sonuçlar arasındaki farkı ortadan kaldırmak için farklı model güncelleme yöntemleri kullanılmaktadır. Bir yapının doğrulanmış SE modeli, sonradan çeşitli amaçlar için daha güvenilir bir şekilde kullanılmasını sağlayacaktır. Örneğin; uçak, uzay ve otomotiv gibi sanayilerde, mevcut bir sistem üzerinde yapılması düşünülen değişiklik ve geliştirmelerin yapının dinamiğini nasıl etkileyeceğini önceden tahmin edebilmek açısından doğru bir SE modeliyle çalışmak oldukça önemlidir. SE modelinin güncellenmesi aslında yapıların dinamik davranışını daha iyi tahmin edebilmek için incelenen yapının kütle $[M]$, direngenlik $[K]$ ve sönüm $[C]$ gibi yapısal özelliklerinin düzenlenmesi veya yenilenmesi işlemidir. Bir başka deyişle istenilen dinamik özellikleri sağlamak amacıyla oluşturulan modelde yapılması gereken değişikliklerin yerinin ve miktarının belirlenme işlemidir ki bu işlem yapısal dinamik değişiklikte (structural dynamics modification), ters yapısal değişiklik (inverse structural modification) olarak tarif edilmektedir.

Yapının SE modelinin güncellenmesinde deneysel ölçüm verileri referans olarak alınmaktadır. Bu nedenle güncelleme işleminin başarısı için deneysel olarak ölçülen verilerdeki hataların ortadan kaldırılması veya azaltılması gerekmektedir. Günümüzde, modal test tekniği yapıların dinamik davranışlarının deneysel olarak belirlenmesinde etkili bir şekilde kullanılmaktadır. Bu yöntemde incelenen yapı, bilinen kuvvet veya kuvvetlerle tahrik edilmekte ve bu tahrik kuvveti ile birlikte aynı anda yapı üzerinde çeşitli noktalardan uygun sensörler (deplasman, hız veya ivme ölçerler) yardımıyla yapının cevapları

ölçülmektedir. Bu amaçla, ya normal işletme şartlarında çalışan makine üzerindeki kuvvet ve cevaplar ölçülür ya da incelenen yapı veya elemanın laboratuvar ortamında ölçümleri yapılır. İkinci tip ölçümde daha yakın ve esnek bir ölçüm söz konusu olduğundan incelenen yapı hakkında daha doğru ve detaylı bilgiler elde etmek mümkün olmaktadır. Alınan bu ölçümlerden yapının uygulanan kuvvete karşılık verdiği cevabı ifade eden Frekans Tepki Fonksiyonları (FTF) elde edilmektedir. Ölçülen bu FTF'ler kullanılarak çeşitli analiz teknikleri ile yapıya ait doğal frekanslar ve mod şekilleri hesaplanabilmektedir. İstenirse bu veriler kullanılarak yapısal model de elde edilebilir ki bu analitik yöntemde izlenen yolun tam tersi bir işlemdir. Yani analitik yöntemde yapının uzaysal modelinden cevap özellikleri elde edilirken modal test yönteminde cevap modelinden yapının uzaysal modeli elde edilebilir. Daha önce bahsedildiği gibi deneysel ölçümlerde bir takım sistematik hatalar mevcut olmasına rağmen bu ölçümler doğrudan yapı üzerinde gerçekleştirildiğinden dolayı bu testlerden elde edilen sonuçların SE metodu gibi sayısal yöntemlerden elde edilen sonuçlara göre daha gerçekçi olduğu söylenebilir.

1.1. Titreşim Analizi

Temel olarak yapıların titreşim analizi yapıya uygulanan tahrik kuvvetine, $\{f(t)\}$, karşılık yapının verdiği cevabı deplasmanın, $\{x\}$, ve zamanın, t , bir fonksiyonu olarak tanımlamak şeklinde ifade edilebilir. Titreşim olgusu, malzemelerin kütle ve elastiklik özellikleri arasındaki etkileşimin sonucu olarak ortaya çıkmaktadır. Yapısal dinamikte, kütle ve direngenlik özellikleri sistemin giriş ve çıkışı arasındaki matematiksel ilişkiyi formüle eden temel özelliklerdir [2]. Bu şekilde tanımlanan model ilişkileri kuvvet dengesine dayalı Newton'un ikinci kanunu veya korunumlu sistemlerde enerji içeriğinin sabit olması temeline dayanmaktadır. Lagrange metodu enerji temeline dayanmaktadır ve analitik enerji ifadeleri ile sistemin matematik modeli oluşturulmaktadır. Bir yapının matematiksel modeli mekanik titreşim analizi için gerekli olan en temel elemandır ve yapının dinamik davranışları hakkında bilgi verir [2].

Sistemin modeli oluşturulurken Serbestlik Derecesi (SD) sayısı, N , dikkate alınmakta ve bu sayı kadar hareket denklemi elde edilmektedir. Ancak pratikte karşılaşılan yapılar sürekli yapıdadır ($N \rightarrow \infty$) ve karmaşık bir geometriye sahiptirler. Sürekli sistemlerin gerçek bir analizi çalışılan uzayın ve zamanın fonksiyonu olan kısmi diferansiyel denklemler ile mümkün olmaktadır. Aynı zamanda çok karmaşık geometrilere sahip

yapıların kapalı çözümlerinin elde edilmesi de oldukça zahmetli ve çoğu zaman mümkün değildir. Kapalı çözümlerin uygun olmadığı durumlarda yaklaşım metotları kullanılmaktadır. Bu yöntemlerde gerçek çözüm için analitik olarak bir yaklaşım oluşturulur ve yapının kütle ve direngenlik özelliklerine karşılık gelen sonlu sayıdaki ayrıklaştırılmış koordinatlar kümesi elde edilir. Basit varsayımlar ile birlikte ayrık sistemin modellenmesi mekanik titreşim analizinin başarısını belirlemektedir [2].

Titreşim teorisinin iyi bilinen örnekleri Thomson [3] ve Bishop ve Johnson [4] tarafından sunulmuştur. Nümerik analiz tekniklerini içeren daha gelişmiş çalışmalar Gasch ve Knothe [5] ve Newland [6] tarafından yayınlanan kaynaklarda bulunmaktadır.

1.1.1. Hareket Denklemi

Verilen N SD'li bir sistemin kütle ve direngenlik özellikleri, koordinatlar arasındaki kuvvet dengesini ifade etmek için kullanılabilir. Burada sürekli sistem modellerinin aksine, zamanla değişmeyen, korunumlu (sönümsüz) ve zorlanmış ayrık sistemler için hareket denklemi matris ve vektör formda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (1.1)$$

Burada $[M]$ kütle matrisini, $[K]$ direngenlik matrisini, $\{f(t)\}$ zorlayıcı kuvveti ve $\{x(t)\}$ sistem cevabını ifade etmektedir. Ewins [7], kütle $[M]$ ve direngenlik $[K]$ matrislerini sistemin "*uzaysal modeli*" olarak sınıflandırmıştır. Eşitlik (1.1), direngenlik ve atalet kuvvetleri ile uygulanan dış kuvvetin $\{f(t)\}$ dengesi dikkate alınarak oluşturulmuş sabit katsayılı ve homojen olmayan N tane lineer adi diferansiyel denklemden oluşmaktadır. Bu denklemler öteleme hareketi için yazılabildiği gibi dönme hareketi için de oluşturulabilir ve denklemlerdeki yer değiştirmelerin bağıl yer değiştirmeler olduğu unutulmamalıdır.

Eşitlik (1.1) ile tanımlanan sistemin uygulanan tahrik kuvvetinin $\{f(t)\} = \{F\}e^{i\omega t}$ olması durumunda $\{x(t)\} = \{X\}e^{i\omega t}$ çözümü önerilerek analizi yapılabilir. Söz konusu ifadeler (1.1) eşitliğinde yerine yazılıp ara işlemler yapılırsa aşağıdaki denklem elde edilmektedir.

$$(-\omega^2 [M] + [K])\{X\} = \{F\} \quad (1.2)$$

Eşitlik (1.2)'den sistemin uygulanan kuvvete karşılık verdiği cevabı FTF, $[H(\omega)]$, formunda aşağıdaki gibi elde edebilir [7].

$$[H(\omega)] = \frac{X}{F} = ([K] - \omega^2 [M])^{-1} \quad (1.3)$$

Sistem cevabının yer değiştirme olduğu bu özel FTF formatı dinamik esneklik (Receptance) tipindeki FTF olarak adlandırılmakta ve Eşitlik (1.3) ile verilen $[H(\omega)]$ yerine sıklıkla $[\alpha(\omega)]$ da kullanılmaktadır.

Eğer analiz edilen yapıda viskoz sönüm mevcut ise zorlanmış yapının hareket denklemi aşağıdaki gibi olacaktır.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (1.4)$$

Hareket denkleminin çözümü için $\{x(t)\} = \{X\}e^{i\omega t}$ önerilecek olursa;

$$(-\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K])\{X\} = \{F\} \quad (1.5)$$

denklemi elde edilir. Buradan sistemin dinamik esneklik tipindeki FTF aşağıdaki gibi elde edilir.

$$[H(\omega)] = [\alpha(\omega)] = \frac{X}{F} = ([K] + i\omega [C] - \omega^2 [M])^{-1} \quad (1.6)$$

Eşitlik (1.6)'dan görüldüğü gibi sönümlü sistemlerin dinamik esneklik tipindeki FTF hem faz hem de genlik bilgisini içeren kompleks bir fonksiyondur.

1.1.2. Modal Analiz

Çok SD'li bir sistemin zorlanmış titreşim cevabının elde edilmesi, dinamik direngenlik matrisi $[Z]$ 'nin tersinin ($[H] = [Z]^{-1} = [-\omega^2 [M] + [K]]^{-1}$) her ω frekans noktası için

hesaplanması ile mümkün olmaktadır. Bu durum oldukça zaman alan zahmetli bir işlemdir. Modal analiz, dinamik analiz işlemlerinde bu olumsuzlukları kayda değer bir biçimde azaltan etkili bir yöntemdir. Bu yöntem titreşim hareketi yapan bir sistemin dinamik davranışını gösteren matematik modeli oluşturmak için ihtiyaç duyulan modal parametrelerin belirlenmesi işlemidir. Sönümsüz bir sistemin modal parametreleri öz değerler (doğal frekansların karesi) ve öz vektörlerden (mod şekilleri) oluşmaktadır. Eğer yapı üzerinde herhangi bir zorlayıcı kuvvet yoksa ($\{f(t)\} = \{0\}$) yapı doğal titreşim yapmaktadır ve bu durumdaki öz değerler ve öz vektörler yapının doğal veya normal modları olarak adlandırılmaktadır [7].

Sönümsüz yapıların titreşimine ait (1.1) eşitliği ile verilen hareket denkleminin çözümü için $\{x(t)\} = \{X\}e^{i\omega t}$ çözümü dikkate alınacak olursa;

$$(-\omega^2 [M] + [K])\{X\}e^{i\omega t} = \{F\}e^{i\omega t} \quad (1.7)$$

elde edilir. Yapının normal modlarının dikkate alınmasıyla, $\{F\} = \{0\}$ olacağından çözüm aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$(-\omega^2 [M] + [K])\{X\} = \{0\} \quad (1.8)$$

Bu denklemde N SD'li bir sistem için N mod sayısı mevcuttur. Eğer mod şekilleri ve doğal frekanslar sırası ile $\{\psi\}_r$ ve ω_r ile gösterilecek olursa;

$$(-\omega_r^2 [M] + [K])\{\psi\}_r = \{0\} \quad r = 1, 2, 3, \dots, N \quad (1.9)$$

eşitliği elde edilir. Ayrıca r modunun öz değeri, $\lambda_r = \omega_r^2$ ile gösterilmektedir. Modal analizde N tane mod dikkate alınarak oluşturulan model "Modal Model" olarak adlandırılmaktadır [7]. Bu durumda öz değerler ve öz vektörler aşağıdaki gibi $N \times N$ boyutunda matrisler olarak ifade edilmektedir.

$$\begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \lambda_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix}_{N \times N} [\Psi]_{N \times N} \quad (1.10)$$

Eşitlik (1.10) ile verilen öz değerler ve öz vektörlerin çözümünü yapabilmek için bazı sayısal yöntemler mevcuttur. SD'si küçük olan ($N < 1000$) sistemler için, tüm sistem matrisleri belirlenir ve tüm modlar dikkate alınarak çözüm yapılır [8]. Ancak pratik uygulamalarda, SD çok fazladır ($N \gg 1000$) ve bu durumlarda sadece N modun m kısmını içeren kısmi çözümler yapılır [9].

Öz değer ve öz vektör çözümlerinin hesaplanması oldukça zahmetli bir iş olmasına rağmen modal model iyi bilinen ortagonallik özelliğine sahiptir ve bu durum sistemin analizini büyük ölçüde basitleştirmektedir. Mod şekillerinin ortagonalliği kısaca aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$[\Psi]^T [M] [\Psi] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & m_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad [\Psi]^T [K] [\Psi] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & k_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Öz vektör matrisi sistemin kütle, $[M]$ ve direngenlik, $[K]$ matrislerini modal kütle, m_r ve modal direngenlik, k_r şeklinde diyagonal matrisler haline getirmektedir. Bu diyagonal modal kütle ve direngenlik matrisleri kullanılarak aşağıdaki gibi öz değerler elde edilebilmektedir.

$$\begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \lambda_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & m_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & k_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Her öz vektör kendi doğal frekansına karşılık gelen bir takım bağlı yer değiştirmelerden oluşmaktadır.

Mod şekilleri, $\{\psi\}_r$, modal kütleleri, m_r ve direngenlikleri, k_r elde etmek için öz vektörler genellikle aşağıdaki gibi kütle ile normalize edilirler.

$$\{\phi\}_r = \frac{1}{\sqrt{m_r}} \{\psi\}_r$$

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & m_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix}^{1/2} [\Psi] \quad (1.13)$$

Bu durumda kütle ile normalize edilmiş öz vektörler kullanılarak aşağıdaki eşitlikler elde edilebilmektedir.

$$\begin{aligned} [\Phi]^T [M] [\Phi] &= [I] \\ [\Phi]^T [K] [\Phi] &= \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \lambda_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.14)$$

Kütle ile normalize edilmiş mod şekilleri yapısal dinamik analizlerinde işlem kolaylığı sağladığı için yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Bu mod şekilleri tez kapsamında yapılan teorik modal analiz hesaplamalarında da sıklıkla kullanılmıştır.

Fiziksel koordinatlardan, $x\{t\}$, birbirinden tamamen bağımsız modal alandaki yeni koordinatlara, $q\{t\}$, geçiş yapılması durumunda (1.1) eşitliği ile verilen hareket denklemi aşağıdaki gibi olacaktır [2].

$$\{\ddot{q}(t)\} + \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \lambda_r & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \{q(t)\} = [\Phi]^T \{f(t)\} \quad (1.15)$$

Fiziksel yer değiştirmeler ve modal koordinatlar arasında ise $\{x(t)\} = [\Phi]\{q(t)\}$ ilişkisi mevcuttur [2].

Yapılan bazı ölçümler, bazı modların diğerlerinden daha güçlü olduğunu göstermektedir. Bir ölçümdeki modların yapısı, tahrik kuvvetlerinin konumu ve dağılımına bağlı olarak değişebilmektedir. Bu durumda bir yapı herhangi bir noktadan tahrik edilmesi durumunda ölçümdeki tüm modların görülmesi mümkün olmayacaktır. Bu nedenle fiziksel kuvvet vektörü modal koordinatlara dağıtılarak aşağıdaki gibi modal kuvvet vektörü elde edilebilir [2].

$$\{f_q(t)\} = [\Phi]^T \{f(t)\} \quad (1.16)$$

Görüldüğü gibi modal koordinatlar birbirinden tamamen bağımsızdır ve her koordinat tek SD'li bir sistem gibi düşünülebilir. Eğer modal kuvvet vektörü, $\{f_q(t)\}$, bazı koordinatlarda küçük değerlere sahip olursa bu koordinatlara karşılık gelen modlar

diğerlerinden daha az tahrik edilmiş demektir. Modal kuvvetin sıfır veya sıfıra çok yakın olması durumunda ise ilgili modlar hiçbir şekilde tahrik edilmemiş olacaktır. Eğer analitik model tahminleri yeterli derecede ölçüm sonuçlarına yakın olursa, modal kuvvet vektörü, $\{f_q(t)\}$, ilgili modları tahrik eden kuvvet vektörlerini tanımlamak için kullanılabilir [7].

Lineer bir yapının harmonik bir kuvvet vasıtasıyla tahrik edilmesi halinde (1.2) eşitliği ile verilen hareket denkleminde dinamik esneklik tipindeki (receptance) FTF matrisi, $[\alpha(\omega)]$ ($[H(\omega)]$), aşağıdaki gibi olacaktır.

$$[-\omega^2 [M] + [K]]^{-1} = [\alpha(\omega)] \quad (1.17)$$

Burada, $[\alpha(\omega)]$ matrisinin elemanları, $\alpha_{ij}(\omega) = X_i(\omega)/F_j(\omega)$ eşitliği ile j koordinatından uygulanan tahrik kuvvetine karşılık i koordinatında meydana gelen yer değiştirme miktarının oranı şeklinde verilmektedir. Dinamik esneklik tipindeki FTF matrisi $[K]$ ve $[M]$ gibi simetriktir ve bu simetri karşılıklılık ilkesine göre $\alpha_{ij}(\omega) = \alpha_{ji}(\omega)$ şeklinde verilmektedir. Frekans noktalarının, ω , sayısına göre dinamik esneklik tipindeki FTF'ler, (1.17) eşitliğinin doğrudan çözümünden elde edilebilir. Ancak her frekans noktası için tüm sistemin matris tersine ihtiyaç olduğu için bu durum oldukça zahmetli ve zaman alıcı bir işlem olmaktadır. Böyle durumlarda modal özelliklerin kullanılması oldukça avantajlıdır. Bazı cebirsel işlemlerden sonra mod şekilleri ve öz değerler kullanılarak (1.17) eşitliği aşağıdaki gibi elde edilebilir [7].

$$[\alpha(\omega)] = [\Phi] \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & (\omega_r^2 - \omega^2) & \\ & & \ddots \end{bmatrix}^{-1} [\Phi]^T \quad (1.18)$$

Eşitlik (1.18)'de diyagonal bir matrisin tersi alındığı için cevap matrisinin hesaplanma süresi oldukça kısalmaktadır. Buradan hareketle dinamik esneklik tipindeki FTF'ler aşağıdaki gibi modların toplam şeklinde hesaplanabilir [2].

$$\alpha_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{ir} \phi_{jr}}{\omega_r^2 - \omega^2} \quad (1.19)$$

Burada N mod sayısına göre i ve j , sırasıyla r modunun öz vektörlerindeki cevap ve tahrik koordinatlarını göstermektedir [2].

Literatürde, büyük yapıların modal analizinde incelenen mod sayısının az sayıda modla sınırlandırılması ve bu sayının, n , toplam mod sayısından, N , çok küçük ($n \ll N$) olması gerektiği vurgulanmıştır [2]. Hesaplanan mod sayısı, n , genellikle yapılan analizin amacına bağlı olarak belirlenir ve tasarım için önemli olan sadece ilk 3 veya 4 modun sayısı kadar olmaktadır. Ancak bazı durumlarda ise bu sayı ilgilenilen frekans aralığındaki belli modların dikkate alınmasıyla belirlenmektedir.

1.1.3. Titreşim Ölçümü ve Tepki Fonksiyonları

Mühendislik yapılarının tasarımında oluşturulan matematiksel modellerde yapılan yaklaşımların bir sonucu olarak bu modellerden elde edilen sonuçların deneysel olarak doğrulanması tasarım sürecinde önemli bir rol oynamaktadır.

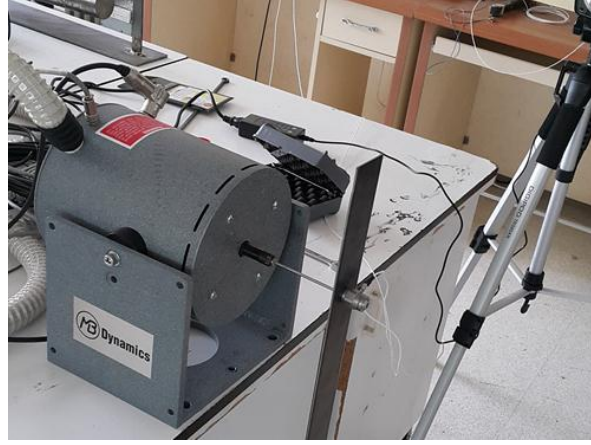
Temel olarak iki çeşit titreşim ölçümü mevcuttur. Bunlardan ilki bir yapının çalışma ortamında sadece titreşim cevabının ölçülmesidir. İkincisi ise yapıya uygulanan bir girişe karşılık yapının verdiği cevabın birlikte ölçülmesidir [7]. Özellikle, yapı üzerine uygulanan girişe karşılık cevabın ölçülmesi yapının ölçülen FTF'lerinin belirlenmesi açısından oldukça önemlidir. Bu işlem sayesinde test yapısının doğal frekansları ve mod şekilleri belirlenebildiği gibi yapının matematik modelinin doğrulanması işlemi de gerçekleştirilebilmektedir.

Bu tez kapsamında hem cevap hem de tahrik kuvvetinin eş zamanlı ölçüldüğü ve buna göre yapının dinamik özelliklerinin belirlendiği ikinci tip ölçüm tekniği kullanılacaktır. Titreşim testi konusunda Ewins [7] tarafından sunulan kaynakta bu yöntemle ilgili farklı yaklaşımlar ifade edilmiştir. Bunlardan biri yapının tek noktadan tahrik edilmesine dayalı ölçüm metodudur. Diğerleri ise yapının eş zamanlı olarak birkaç noktasından tahrik edilmesine dayalı ölçüm tekniğidir.

Deneysel modal analizde iki temel tahrik tipi mevcuttur. Bunlar, test aşamasındaki bir yapının darbe çekici (Şekil 1.1-a) veya üzerine bağlanan bir sarsıcı (Şekil 1.1-b) yardımıyla tahrik edilmesi şeklindedir.



a) Darbe çekici ile tahrik



b) Sarsıcı ile tahrik

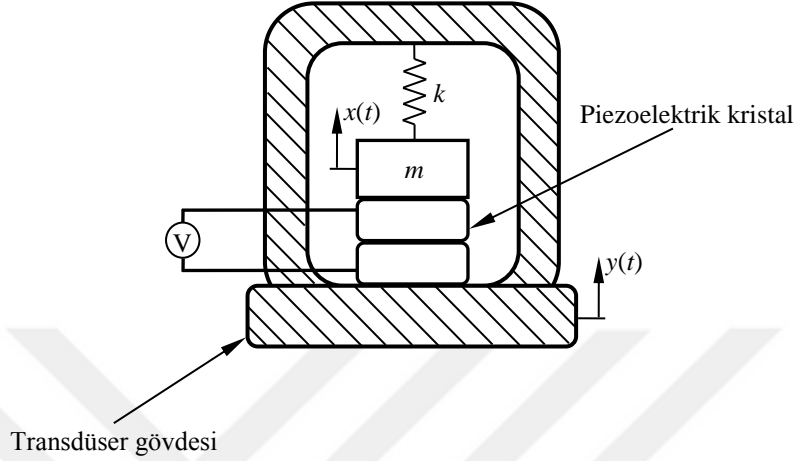
Şekil 1.1. Titreşim ölçümünde tahrik şekilleri

Deneyisel modal analiz işleminde, sisteme uygulanacak tahrik şekli ve tahrik noktalarının seçimi FTF'lerin doğru ve hassas olarak elde edilmesi açısından oldukça önemlidir. Tahrik uygulanacak nokta sayısının çokluğu veya aynı noktaya hassas bir şekilde tekrarlı vuruşlar yapılacağı durumlarda sarsıcı tercih edilebilir. Çünkü modal çekiçle tahrik uygulanması el becerisi, deneyim gibi bazı özel faktörleri gerektirmektedir. Sarsıcılar, titreşim analizlerinde yapının tahrik noktasına bağlanarak istenilen frekans aralıklarında ve istenilen kuvvet tiplerinde etki uygulanmasına imkân sağladığı için deneyisel modal analiz işlemlerinde etkin olarak kullanılmaktadırlar. Fakat bazı küçük veya hafif yapıların sarsıcı ile tahrik edilmesinde, sarsıcının test yapısı ile olan etkileşimi nedeniyle sistemin sınır koşulları etkilenebileceğinden, darbe çekici tercih edilmektedir.

Test yapısına uygulanan tahrik kuvvetine karşılık yapının verdiği cevap ise ivme, hız veya deplasman transdüserleri gibi elemanlar yardımıyla ölçülmektedir. İvmeölçerler, geniş frekans ve dinamik aralığa sahip ve nispeten ufak yapıda olması sebebiyle en genel amaçlı transdüserlerdir. Hız transdüseri, çoğunlukla orta frekans bölgesini içeren izleme sistemlerinde kullanılmaktadır. Deplasman transdüseri ise özellikle düşük frekanslı deplasman ölçümünün gerektiği eksen kaçıklığı gibi ölçümlerde faydalı olmaktadır. Bu transdüserlerde ölçüm tek ekseninde alındığı gibi iki veya üç ekseninde ölçüm yapabilen tipleri de mevcuttur.

Genellikle titreşim ölçümünde tahrik kuvvetlerini ve cevapları ölçmek için piezoelektrik transdüserler kullanılmaktadır. Piezoelektrik transdüserler içerdikleri mikroskobik kristal yapılar sayesinde hareket esnasında belli kuvvetle gerilir ve bu da

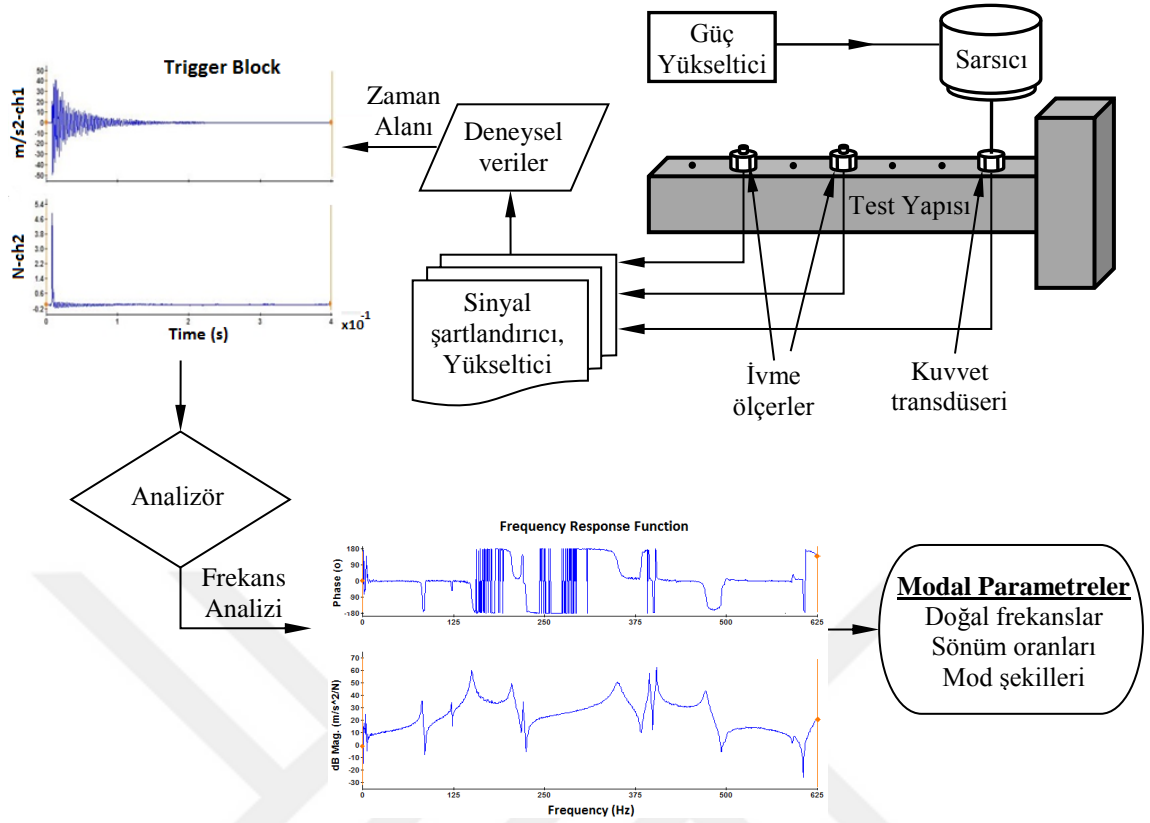
kristal yapının voltaj üretilmesini sağlar. Bu transdüserlerden elde edilen voltaj sinyallerinin şartlandırılması ve işlenmesiyle yapının ölçülmüş FTF'leri elde edilmektedir. Şekil 1.2'de piezoelektrik bir ivmeölçerin yapısı şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 1.2. Piezoelektrik ivme ölçer

Genel olarak titreşim ölçümü yapabilmek için yukarıda bahsedilen transdüserlerin yanında bir titreşim ölçüm cihazına da ihtiyaç vardır. Çoğu zaman cihaz beraberinde transdüserlerin kalibrasyonu için bir kalibratör kullanılması da gerekli olmaktadır. Titreşim ölçüm cihazları ortalama değer hesaplayabilen veya sadece anlık değer ölçebilenler olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. Kapsamlı bir dinamik analiz için frekans analizi yapabilen analizörler kullanılmaktadır. Frekans analizinde kullanılan yöntem FFT (sabit bant genişliği) veya CPB (sabit oranlı bant genişliği) olarak seçilebilmektedir.

Deneyisel modal analizde yapılan deneylerin amacına bağlı olarak, modal analiz veya modal tanımlama işlemi incelenen yapının modal özelliklerinin bulunmasıyla gerçekleştirilmektedir. Burada yapı üzerinde belirli noktalardan tahrik kuvveti uygulanır ve yapının bu etkiye verdiği cevap ölçülerek aradaki transfer fonksiyonları uygun bir titreşim analizörü kullanılarak elde edilmeye çalışılır (Şekil 1.3). Elde edilen ölçümlerden modal parametrelerin ayıklanması için oluşturulan algoritmalar oldukça zaman alan yoğun uğraşlar sonucunda geliştirilmiştir. Modal parametrelerin elde edilme yöntemleri ve bazı pratik uygulamaları Ewins [7] tarafından detaylı olarak incelenmiştir.



Şekil 1.3. Deneysel modal analiz ölçüm düzeneği

Hesaplanan veya yapı üzerinde ölçülen tepki fonksiyonları aşağıda maddeler halinde verilen formlardan biri ile ifade edilebilmektedir [10].

- Frekans tepki fonksiyonu (Frequency Response Function)
- Ani darbe tepki fonksiyonu (Impulse Response Function)
- Geçirgenlik (Transmissibility)
- Titreşim spektrumu (Response Spectrum)

Bunlar bir yapının doğal frekans, mod biçimi ve sönüm oranı gibi titreşim karakteristiklerinin belirlenmesinde sıklıkla kullanılmaktadır. Buradaki tepki terimi genelde yapıya uygulanan etkiye karşılık yapının, yer değiştirme, hız veya ivme büyüklükleri ile ölçülen tepkisi olarak ifade edilmektedir.

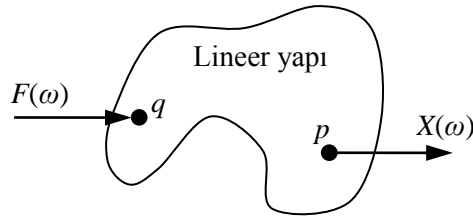
FTF, titreşim testlerinden elde edilen ve çok geniş bir uygulama alanı olan önemli bir fonksiyondur. Bu fonksiyon, uygulanan bir kuvvete karşı lineer bir yapının gösterdiği tepkiyi ifade eder. Diğer bir ifadeyle yapıya uygulanan kuvvet ile yapının gösterdiği tepki arasındaki lineer ilişkiyi verir.

Ani Darbe Tepki Fonksiyonu (ADTF), yapıya birim ani darbe uygulandıktan sonra yapının zaman geçmişi olarak tanımlanır. Burada ani darbe, sonsuz küçük bir zaman diliminde uygulanan kuvvet olarak tanımlanır [1]. ADTF'nin Fourier dönüşümü FTF'yi vermektedir. ADTF'yi yorumlamak kısmen zor olduğu için çoğu zaman FTF'nin kullanımı tercih sebebi olmaktadır [10]. Fourier dönüşümüne ait bazı önemli özellikler EK A'da verilmiştir.

Geçirgenlik, FTF'ye benzer ancak farklı olarak iki noktanın tepkilerinin birbirine oranından hesaplanmaktadır [10].

Titreşim Spektrumu (TS), hareketli bir yapıdan elde edilir ve yapının dinamik özellikleri hakkında önemli bilgiler verir. Geçici davranışların Fourier dönüşümü, öznel spektrum yoğunluk fonksiyonu (Auto spectral density function) ve periyodik bir tepkinin Fourier serisi, tepki spektrumlarına birer örnek olarak gösterilebilir [10].

Tepki fonksiyonlarını kısaca tanımlandıktan sonra bu tez çalışması kapsamında incelenecek olan yapılar için kullanılacak ve analiz edilecek olan FTF hakkında biraz daha geniş bilgi vermek faydalı olacaktır. Bu amaçla, Şekil 1.4'te verilen sistemin girişi ve çıkışı arasındaki ilişkiyi gösteren lineer yapı dikkate alınmaktadır.



Şekil 1.4. Lineer bir yapının uygulanan kuvvete karşı gösterdiği tepki

Lineer yapı üzerindeki q konumundan genliği F ve frekansı ω olan sinüsoidal bir kuvvet uygulandığı zaman yapı bu kuvvete bir tepki gösterecek ve kararlı duruma geçtikten sonra aynı frekansta titreşecektir. Yapı üzerindeki herhangi bir p noktasının bu frekanstaki yer değiştirmesi de (hız veya ivme de olabilir) X olsun. Bu frekans için FTF'nin genliği,

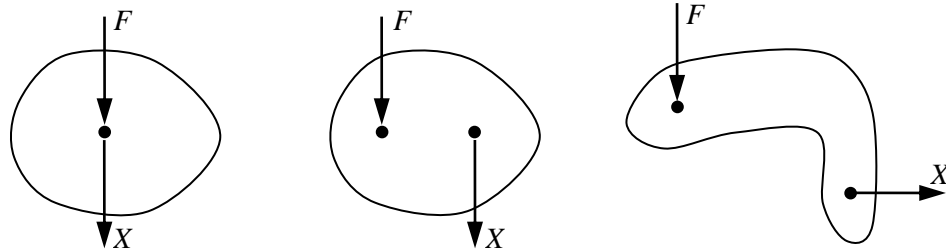
$$|H_{pq}(\omega)| = \frac{|X_p|}{|F_q|} \quad (1.20)$$

ile ifade edilir. FTF'nin fazı ise yer değiştirme ve kuvvet arasındaki açı ile ifade edilmektedir.

$$\angle H_{pq}(\omega) = \angle \alpha_{pq}(\omega) = \angle X_p - \angle F_q = \theta_a \quad (1.21)$$

FTF, frekansın bir fonksiyondur. Bu nedenle uygulanan kuvvetin frekansı değiştikçe FTF'nin genliği ve fazı da değişir. Bir FTF, yapıya farklı frekanslarda sinüsoidal kuvvetler uygulanıp her frekansta kuvvet ve tepkilerin genlik ve fazları ölçülerek elde edilebilir. Ancak bu durum uzun ve zahmetli bir iş olduğundan pratikte daha hızlı ve kolay yöntemler kullanılmaktadır [10].

Yapı üzerindeki kuvvet ve tepki konumları ölçülen FTF'nin türünü belirlemektedir. Bu bağlamda bir FTF yapı üzerinde aynı konum ve doğrultuda ölçülen kuvvet ve tepkiden hesaplanmış ise '*noktasal FTF*' (point FRF) olarak adlandırılmaktadır (Şekil 1.5-a). Kuvvet ve tepki doğrultularının aynı ancak konumlarının birbirinden farklı olması durumu '*transfer FTF*' olarak adlandırılır (Şekil 1.5-b). Bunlara alternatif olarak ölçümler farklı doğrultu ve yönlerde de yapılabilir. Böyle hesaplanan FTF'lere '*çapraz FTF*' (cross FRF) denilmektedir (Şekil 1.5-c).



a) Noktasal FTF
(Sürüş noktası FTF'si)

b) Transfer FTF

c) Çapraz FTF

Şekil 1.5. Kuvvet ve tepki konumlarına göre FTF'ler

FTF hesaplamalarında tepki olarak yer değiştirme dikkate alındığı gibi hız ve ivme büyüklükleri de kullanılabilir. Bu durumda FTF'lere verilen isimler aşağıda verilmiştir.

$$H = \alpha = \frac{\text{Yer Değiştirme}}{\text{Kuvvet}} \quad : \text{Dinamik Esneklik tipinde FTF (Receptance)}$$

$$Y = \frac{Hız}{Kuvvet} \quad : \text{ Hız tipinde FTF (Mobility)}$$

$$A = \frac{\dot{İvme}}{Kuvvet} \quad : \text{ İvme tipinde FTF (Accelerance, Inertance)}$$

Hız ve ivme tipindeki FTF'lerin dinamik esneklik ile arasındaki ilişkiler aşağıdaki ifadelerle verilmektedir.

$$Y(\omega) = \frac{V}{F} = i\omega \frac{X}{F} = i\omega\alpha(\omega) \quad (1.22)$$

$$A(\omega) = \frac{A}{F} = -\omega^2 \frac{X}{F} = -\omega^2\alpha(\omega) \quad (1.23)$$

Yukarıda ifade edilen FTF'lerin tersi alınarak dinamik analizde kullanılan başka fonksiyonların tanımlanması mümkündür. Bunlar aşağıda sırası ile verilmiştir [7].

$$\left(\frac{Kuvvet}{Yer Değiştirme} \right) \quad : \text{ Dinamik Direngenlik (Dynamic Stiffness)}$$

$$\left(\frac{Kuvvet}{Hız} \right) \quad : \text{ Mekanik Empedans (Mechanical Impedance)}$$

$$\left(\frac{Kuvvet}{İvme} \right) \quad : \text{ Belli Kütle (Apparent Mass)}$$

Ancak bu fonksiyonlar önemli karışıklıklara yol açabildiği için bazı özel durumlar haricinde kullanılmamaktadır [7]. Dinamik analizde kullanılan tüm FTF parametreleri ve sıklıkla ifade edilen isimleri Tablo 1.1'de detaylı olarak verilmiştir.

FTF'ler analitik veya sayısal yöntemlerle belirlenen dinamik özellikler kullanılarak da Eşitlik (1.19)'dan farklı olarak sönümlü sistemler için aşağıdaki gibi hesaplanabilir [7]:

$$\alpha_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{ir}\phi_{jr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r\omega_r} \quad (1.24)$$

Burada N mod sayısını, ϕ_{ir} ve ϕ_{jr} sırasıyla r modu için cevap ve tahrik koordinatlarına ait öz vektörleri, ω_r r modunun frekansını, ω zorlayıcı kuvvetin frekansını ve η_r r modunun modal sönüm oranını göstermektedir. Bu şekilde en genel halde istenilen frekans aralığındaki FTF'ler, her bir ω frekans değeri için tüm modların etkileri toplanarak hesaplanabilir.

Tablo 1.1. Dinamik analizde kullanılan FTF'ler [7].

Cevap Parametresi: R	Standart FTF: R/F	Ters FTF: F/R
Yer Değişirme	Reseptans (Receptance) Dinamik Uygunluk (Dynamic Compliance) Dinamik Esneklik (Dynamic Flexibility)	Dinamik Direngenlik (Dynamic Stiffness) Admitans (Admittance)
Hız	Hız Tipinde FTF (Mobility)	Mekanik Empedans (Mechanical Impedance)
İvme	İvme Tipinde FTF (Accelerance) İnertans (Inertance)	Belli Kütle (Apparent Mass)

1.2. Deneysel Model (Gerçek Yapı)

Deneysel model, gerçek yapı üzerinden belirlenmiş noktalardan alınan ölçümlerle yapının titreşim davranışını gösteren modeldir. Yapı üzerinden zaman alanında ölçümler alınmaktadır. Zaman alanında alınan ölçümler frekans alanına dönüştürülüp işlenerek FTF'ler ve tepki modeli elde edilmektedir. Frekans tepki fonksiyonları Modal Analiz yöntemleriyle işlenerek modal alana dönüştürülmekte ve modal model elde edilmektedir (Şekil 1.3). Deneysel model bu üç alandan herhangi biri ile temsil edilebilmektedir. Ancak, zaman alanında belirlenmiş olan model henüz işlenmemiş verilerle oluşturulduğundan, diğer alanlara oranla daha az anlamlı veri barındırmaktadır. Modal model işlenerek uzaysal model de elde edilebilmektedir ancak uzaysal model ölçülen serbestlik derecelerine bağlı

olduğundan uzaysal model yapı hakkında yeterli bilgi vermekte yetersiz kalmaktadır. Deneysel modeldeki hesap yönü sayısal modeldeki hesap yönünün tersidir. Önce tepki modeli sonra modal model en son olarak da uzaysal model elde edilmektedir [1].

Deneysel modelde yapılan ölçümler herhangi bir varsayıma dayanmadan direkt olarak gerçek yapı üzerinden alındığı için SE modeli ile kıyaslandığında daha güvenilirdir. Ancak deneysel yaklaşımlarda da bazı hatalar ve sınırlamalar oluşmaktadır. Bunlar;

- Gürültü, pencereleme ve filtrelemeden kaynaklanan deneysel hatalar
- Sistemde lineer olamayan davranışlar
- Yeterli olmayan deneysel veriler nedeni ile yapılan modal analizin zayıf olması
- Deneysel sistemdeki bazı sınırlamalar nedeni ile ölçülen SD'lerin sınırlı sayıda olması
- İlgilenilen tüm modların tahrik edilememesi
- Dönme SD'lerini ölçme zorluğu

şeklinde [11]. Tüm bu durumlar dikkate alınarak daha gerçekçi bir deneysel modelin oluşturulması için ölçümlerin, deneysel ölçüm yöntemlerine uygun şekilde alınması ve uygun modal analiz yöntemleriyle ölçüm verilerinin işlenmesi gerekmektedir.

1.3. SE Modeli (Sayısal Model)

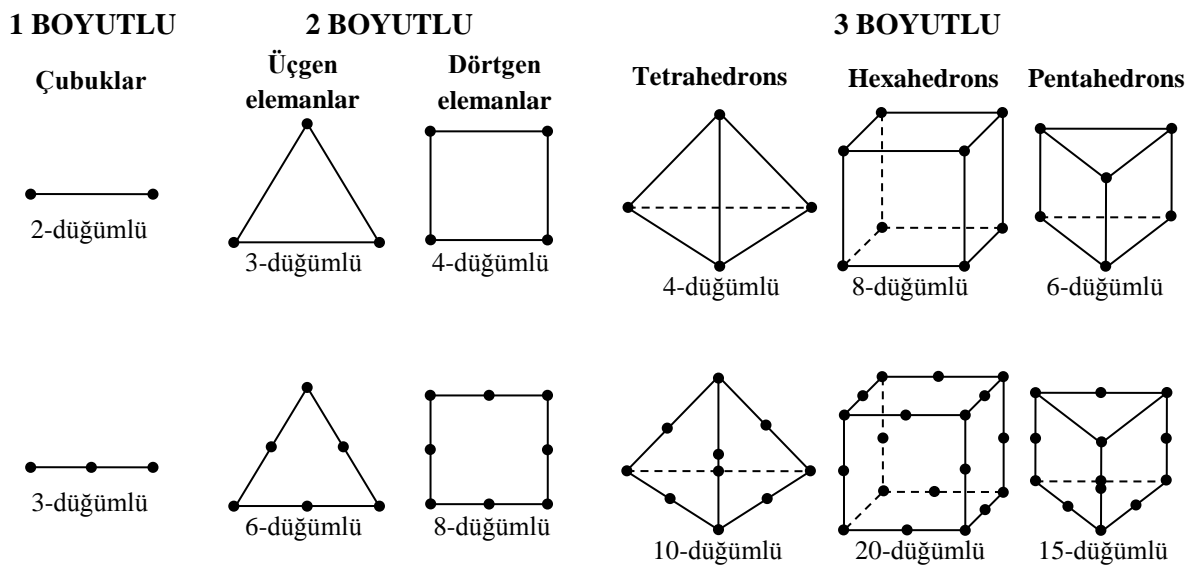
Sürekli bir yapının bilgisayar ortamında sayısal olarak modellenmesi için yapı, sonlu sayıda elemana sahip ayrık sistem olarak modellenir. Bu sonlu sayıdaki elemanlar belli geometrilere ve birbirlerine bağlandıkları düğüm noktalarına sahiptirler. Her eleman belli bir kütle, direngenlik ve sönüm özelliğine sahiptir. Bu elemanların tümünün kütle, direngenlik ve sönüm özelliklerinin toplamı incelenen yapının kütle, direngenlik ve sönüm özelliklerini verecektir.

SE metodunda çözümün üç temel niteliği vardır: İlk olarak, geometrik olarak karmaşık olan çözüm bölgesi sonlu elemanlara ayrılır. İkincisi her elemandaki, sürekli fonksiyonlar, cebirsel polinomların lineer kombinasyonu olarak tanımlanabileceği kabul edilir. Üçüncü kabul ise, aranan değerlerin her eleman içinde sürekli olan tanım denklemlerinin belirli noktadaki (düğüm noktaları) değerleri elde edilmesinin problemin çözümünde yeterli olmasıdır. Kullanılan yaklaşım fonksiyonları interpolasyon teorisinin genel kavramları kullanılarak polinomlardan seçilir. Seçilen polinomların derecesi ise çözülecek problemin

tanım denkleminin derecesine ve çözüm yapılacak elemandaki düğüm sayısına bağlıdır [12].

Sürekli bir ortamda alan değişkenleri (gerilme, yer değiştirme, basınç, sıcaklık vs.) sonsuz sayıda farklı değere sahiptir. Eğer sürekli bir ortamın belirli bir bölgesinin de aynı şekilde sürekli ortam özelliği gösterdiği biliniyorsa, bu alt bölgede alan değişkenlerinin değişimi sonlu sayıda bilinmeyen olan bir fonksiyon ile tanımlanabilir. Bilinmeyen sayısının az ya da çok olmasına göre seçilen fonksiyon lineer ya da yüksek mertebeden olabilir. Sürekli ortamın alt bölgeleri de aynı karakteristik özellikleri gösteren bölgeler olduğundan, bu bölgelere ait alan denklem takımları birleştirildiğinde bütün sistemi ifade eden denklem takımı elde edilir. Denklem takımının çözümü ile sürekli ortamdaki alan değişkenleri sayısal olarak elde edilir [12].

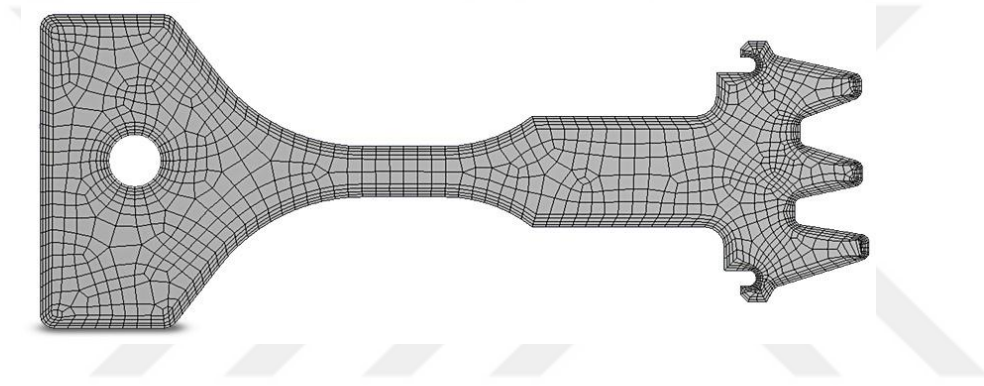
Elemanlar sınıflara ayrılırken düğüm noktası sayısı, düğüm noktalarının SD'leri ve elemanın oluşturulduğu polinomların mertebesi ile tanımlanır. Bu tanımlamada dikkat edilmesi gereken nokta düğüm noktası sayısı ile polinom mertebesinin birbirinden bağımsız oluşudur. Örneğin sadece iki düğüm noktası olan çubuk elemanlar genellikle Euler-Bernoulli ve Timoshenko çubuk formülleri kullanılarak hazırlanmaktadır. Dolayısıyla hem doğrusal yönde hem de açılmalarda hareket edebilmektedirler. Bu tip çubuk elemanlar iki düğüm noktalı ve kübik mertebeli elemanlardır [13]. Genel olarak kullanılan bazı sonlu eleman tipleri Şekil 1.6'da verilmiştir.



Şekil 1.6. SE modellerinin oluşturulmasında yaygın olarak kullanılan eleman tipleri

Şekil 1.6’da verilen eleman tiplerinden modellenecek yapının geometrik şekline uygun olan elemanlar bir araya getirilerek yapının sonlu elemanlar modeli oluşturulur. Tüm bu düğümlerin ve sonlu elemanların toplamı sonlu eleman ağı veya sonlu eleman ızgarası olarak adlandırılmaktadır [1]. Şekil 1.7’de 8 düğümden oluşan üç boyutlu elemanlar kullanılarak oluşturulmuş bir SE ağı görülmektedir.

Her elemana ait kütle, direngenlik ve sönüm değerleri toplanarak yapının genelleştirilmiş kütle [M], direngenlik [K] ve sönüm matrisleri [C] oluşturulmaktadır. Oluşturulan bu matrisler düğümlerin serbestlik derecelerine göre kare matrisler olup gerçek yapının kütle, direngenlik ve sönüm özelliklerini tanımlamak için kullanılmaktadır.



Şekil 1.7. Bir yapının 8 düğümden oluşan üç boyutlu elemanlar kullanılarak oluşturulmuş SE ağı

Sonlu elemanlar metodunda genellikle karşılaşılan problemler kısmi diferansiyel denklemlerle ifade edilen fiziksel problemlerdir. Örneğin katı cisim mekaniğinde aranan sonuç cismin yaptığı yer değiştirmedir. Bu da gerilme ve yer değiştirmeler arasında kurulan ikinci dereceden bir kısmi diferansiyel denklemin çözümü ile elde edilir. Bu denklemler basit geometriler ve yükleme durumları için kesin sonuçlar elde edilecek şekilde çözülebilsede karmaşık problemlerde yaklaşık çözümlerin elde edilmesi kaçınılmaz hale gelmektedir. Yaklaşık çözümleme yöntemleri de genellikle potansiyel enerji ve varyasyonel yöntemleri kullanır. Enerji dengesi yaklaşımlarında sisteme giren ve çıkan mekanik enerjilerin eşitliği ilkesi kullanılmakta olup bir fonksiyonele ihtiyaç duyulmamaktadır. Varyasyonel yaklaşımlar ise bir fonksiyonelin ekstremum (maksimum veya minimum) yapılması ilkesine dayanmaktadır [12].

1.4. SE Modellerindeki Hatalar

Genellikle bir yapının başlangıç SE modelinden elde edilen dinamik özellikleri gerçek sistem ile kıyaslandığında kabul edilebilir bir doğruluğa sahip olmayabilir. Çünkü yapının SE modeli ve deneysel ölçümlerden elde edilen veriler arasında genel farklılıklar söz konusudur. Bu farklılıklardan bazıları deneysel ölçüm sırasında alınan verilerdeki parazitlerden kaynaklanmaktadır. Ancak birçoğu SE modelindeki yanlışlıklar ve belirsizlikler sonucunda oluşmaktadır.

Temel olarak, deneysel ve oluşturulan sayısal model arasındaki farklılıklara neden olan üç çeşit hata tipi vardır. Bu hataların hepsi yapının SE modeli oluşturulurken ortaya çıkmaktadır [2]. Söz konusu hatalar ve SE modellerinin dinamik özelliklerine olan etkileri aşağıda özetlenmiştir.

Parametrik Hatalar: SE modeli bir yapının basitleştirilmiş hali olduğu için bazı parametrelerin değerleri belirsizdir. Bu parametrelerin değerleri genelde yapının malzeme özelliklerinin seçimine bağlıdır. Modelin oluşturulmasında mühendisler kendi deneyimlerine dayalı uygun parametre değerleri belirlerler veya orijinal sisteme en yakın değerleri seçerler. Seçilen parametre değerleri doğru değilse SE modelinin dinamik özellikleri yanlış olacaktır. Eğer parametre değerleri ile gerçek sistem değerleri arasında çok fark yoksa SE modeli yapının esas dinamik özelliklerini sağlayabilir [2].

Biçim Hataları: Oluşturulan SE modelinde kullanılan eleman tipleri ki bunlar özellikle yapının anahtar özelliklerini ifade etmektedirler, örneğin mafsallar modelin dinamik özelliklerini önemli ölçüde etkilemektedir. Modelleme sürecinde, modeli uygun bir boyuta getirebilmek için bazı fiziksel özelliklerin basitleştirilmesi gereklidir [2]. Örneğin, bir uçak motorunun gövdesinde bazı bölgelerdeki kalınlıklar kabuk elemanlar kullanılarak modellemeye uygun olmamasına rağmen modelleme işlemini kolaylaştırmak için uçak motorunun gövdesi genellikle kabuk elemanlar kullanılarak modellenir. Bu şekilde model oluşturmayı kolaylaştırmak için yapılan kabuller modelin bazı belli frekans aralıklarındaki dinamik özelliklerini önemli ölçüde etkilemektedir.

Ayrıklaştırma Hataları: Sonlu sayıda elemana bölünmüş bir SE modelinden elde edilen dinamik özellikler, modelin biçim ve parametrelerinin tamamı doğru olsa bile sürekli sistemlerin dinamik özelliklerinden farklıdır. Bu farklılıkların temel kaynağı SE modelinin "*ayrıklaştırma hataları*" olarak adlandırılmaktadır. Bir SE modelinden dinamik özelliklerin elde edilmesi için hem kütle hem de direngenlik matrisleri hesaba

katılmaktadır. Modelin her bir elemanı için matematiksel olarak kütle ve dirençlilik matrisleri oluşturulması, sürekli bir sistemin hareket denkleminin oluşturulmasından farklıdır ve bu durum ayrıklaştırma hatalarının temel bir nedenidir [2].

1.5. Model Doğrulama ve Güncelleme Tanımları

Bilgisayar teknolojisinin hızlı gelişmesiyle, sayısal benzetim teknikleri ve deneysel sistemlerdeki ölçüm teknolojisi teorik model doğrulama tekniklerinin kullanımında büyük bir artışa yol açmıştır. Doğrulama teknikleri gerçek bir yapının deneysel ve sayısal sonuçlarının birlikte değerlendirilmesi ile sayısal modelin deneysel modele benzetimi için gerekli olan işlem basamaklarını kapsamaktadır. Doğrulama tekniklerinde, statik, gerilme, yorulma, kırılma ve dinamik analiz gibi birçok bilimsel alan vardır. Ancak doğrulama teknikleri alanındaki en hızlı gelişim yapısal dinamik alanında olmuştur. Bu şekilde hızlı ve kapsamlı büyümenin altında titreşim teorisinin uygulanabilirliği, iyi kurulmuş modal test teknolojisi ve titreşim için gelişmiş sayısal benzetim metotları yatmaktadır. Tüm bu avantajlar yapısal dinamik analizlerinde yapısal dinamik modellerin doğrulanması veya sıklıkla kullanılan adıyla model doğrulama ve güncelleme diye bilinen yeni bir alanın gelişmesine katkıda bulunmuştur [11].

Model doğrulama sürecinin bir diğer önemli aşaması ise başarılı bir doğrulama için gerekli olan deney planlamasıdır. Deney planlaması, deneysel süreç başlamadan önce teorik ön tahminlere dayanan test yapısının asılması, tahrik ve ölçüm noktaları gibi optimum deney parametrelerinin belirlenmesi sürecini kapsamaktadır. Deney planlamasının sonucu doğrulanmış modele bağlıdır ve doğrulanma sürecinde çözülmesi gereken bazı belirsizlikleri içerir. Bu durum modeldeki hata ve belirsizliğin derecesine bağlı olduğu için deney planlamasını oldukça zorlaştırmaktadır [11].

Model doğrulama sürecindeki ilişki işlemi iki veri dizisi arasındaki dinamik özelliklerin karşılaştırılması sürecidir. İlişki, bir karşılaştırma süreci olmasına rağmen özellikle temel bir karşılaştırmadan daha fazlasını içermektedir ve gerçekte eksiksiz elde edilen deneysel veri dizisi ve deney planlaması sonuçlarının değerlendirildiği bir süreç olarak değerlendirilmektedir [11].

Model güncellemenin birçok yolu vardır ancak en temel ve en çok bilineni incelenen yapının teorik ve deneysel davranışları arasındaki farklılıkları en aza indirmek için modal test sonuçlarını kullanarak sayısal modelin düzenlenmesidir [12]. Etkili bir model

güncelleme yapı üzerinde bir dizi modal test gerçekleştirilerek, geniş bir aralıkta ve hassas bir şekilde veri toplanması ile yapılabilir. Bu sayede başlangıç modeli elde edilen deneysel sonuçlar ile karşılaştırılarak rahatlıkla güncellenebilir ve bu güncellenmiş model daha sonra yapılacak olan dinamik analizler için de kullanılabilir. Bu durumda sonraki dinamik analizlerde güncellenmiş sayısal model kullanılarak elde edilecek sonuçların doğrulanmasına gerek kalmamaktadır. Uygulamada, bir yapının sayısal modeli başarılı bir şekilde güncellenmişse yapı üzerinde yapılan bir değişiklik sonucu tekrarlanacak olan modal test analizleri güncellenen sayısal modelden elde edilebileceği için zaman alan ve oldukça zahmetli deneysel sürecin tekrarlanmasına gerek yoktur. Ayrıca model doğrulama, modelleme sürecinde farklı yapıların, yapısal bağlantıların ve diğer belirsizliklerin nasıl modellendiği konusunda bilgi edinebilmek için de kullanılmaktadır.

1.6. Literatür Araştırması

Yapısal dinamik analizde, yapıların SE modellerinin güncellenmesi doğru ve güncel bir sayısal model üzerinden analizlerin gerçekleştirilmesi ve bu analizlerin zahmetli deneysel süreçlere gerek kalmadan yapılması bakımından oldukça önemlidir. Bu nedenle SE çözümlerden elde edilen sayısal sonuçların deneysel modele benzetimi konusunda birçok araştırma yapılmış ve yapılmaya devam etmektedir. Tezin bu bölümünde SE güncellemesi üzerine yapılan literatürdeki mevcut yöntemler incelenmiş ve yapılan önemli çalışmalar aşağıda belirli başlıklar halinde verilmiştir.

1.6.1. Deney Planlaması

Deney planlaması daha önceden de ifade edildiği gibi test yapısının optimum asılma şekli, optimum tahrik ve cevap koordinatlarının belirlenmesini içermektedir. Tüm bu parametreler başarılı bir deney süreci için eşit öneme sahip olmasına rağmen test yapısının asılması diğer iki parametreden daha az öneme sahiptir [11]. Genellikle, modal test sürecinde bir yapının asılacağı optimum noktaların belirlenmesi araştırmacıların deneyimine bağlı olmaktadır. Bu konu ile ilgili bazı örnekler Ewins [7] tarafından sunulmuştur.

Tahrik koordinatı veya koordinatlarının seçimi başarılı bir modal test için oldukça önemlidir. Modal test işleminde iki çeşit tahrik stratejisi vardır. Bunlardan ilki, yapıyı sadece bir noktadan tahrik ederek belli frekans aralığında tüm modları ölçmek için kullanılan yöntemdir. Bu tahrik stratejisinde yapı üzerinde bir bölge seçilmeli ve seçilen bölgede yapının tüm modları, referans FTF noktalarını verecek şekilde kaydedilmelidir [11]. Bu tahrik stratejisi ile ilgili bir çalışma Lim [14] tarafından yapılmıştır. Modal testteki diğer tahrik şekli, belli bazı modların yalıtımı için kullanılan tahrikin birden fazla kaynak tarafından uygulandığı ve genellikle sönümün yüksek olduğu sistemlerde kullanılan tahrik şeklidir.

Modal test analizlerinde ölçüm koordinatlarının seçimi önemli bir yer tutmaktadır. Örnek olarak modal test işlemi tamamlandıktan sonra ölçüm koordinatları yetersiz sayıda seçilmiş ise analizler tam ve doğru bir şekilde yapılamamıştır veya çok fazla koordinattan ölçüm alınmışsa bu durumda da gereksiz yere zaman kaybı ve kaynaklar kullanılmış olacaktır. Ölçüm koordinatlarının seçimi için aynı koordinatların seçimine dayanan teorik model Guyan [15] tarafından sunulmuştur. Bir diğer etkili metot Kammer [16] tarafından en küçük kareler probleminde her gözlemin katkısının tahminini dikkate alınarak sunulmuştur. Bu yöntem "Etkin Bağımsızlık" olarak adlandırılmaktadır ve yöntemeye dayalı gerekli teorik bilgi [16]'da bulunabilir.

1.6.2. Modal Analizde Korelasyon

Korelasyon, model doğrulama sürecinin en eski alanlarından biridir. Yapısal dinamikte, deneysel olarak elde edilen modal parametreler ile SE modelinden sayısal olarak hesaplanan modal parametrelerin ilişkilendirilmesi oldukça yaygın bir uygulamadır. Bu konu ilgili bazı temel çalışmalar Ewins [7] tarafından sunulmuştur. Bu konu ile ilgili daha kapsamlı çalışmalar Heylen ve Avitabile [17] ve O'Callahan [18] tarafından yapılmıştır.

Bazı temel korelasyon kurma araçları, ölçülen ve tahmin edilen öz değerlerin tablo veya grafik şeklinde verilmesi olarak tanımlanmaktadır. En genel ilişki kurma tekniği, Modal Güvence Kriteri (MGK) (Modal Assurance Criterion, MAC) olarak adlandırılan yöntemdir. MGK ilk olarak Allemang ve Brown [19] tarafından sunulmuştur ve bugüne kadar da ölçülen ve sayısal modelden elde edilen sonuçlar arasında ilişki kurmak için temel bir araç olarak kullanılmıştır. MGK, referans alınan bir modal vektör ile başka bir modal

vektör arasındaki lineer korelasyonu tanımlayan skaler bir sabit olarak aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır [2].

$$MGK = \frac{\left| \{\phi_X\}_i^H \{\phi_A\}_j \right|^2}{\left(\{\phi_A\}_j^H \{\phi_A\}_j \right) \left(\{\phi_X\}_j^H \{\phi_X\}_j \right)} \quad (1.25)$$

Bu eşitlikten '1' e yakın değerler elde edilmesi, deneysel mod şekli $\{\phi_X\}$ ile tahmin edilen mod şekli $\{\phi_A\}$ arasında oldukça yakın bir uyum olduğunu göstermektedir. Ancak buradaki korelasyon katsayısı sistematik hatalar ve yerel farklılıklar arasındaki ayrımı yapma noktasında yetersizdir.

MGK, modal analizde sonuçların tamamen değerlendirilmesinde yeterli olmadığı için tercihen Lieven ve Ewins [20] tarafından önerilen, Koordinat Modal Güvence Kriteri (KOMGK) (Coordinate Modal Assurance Criterion, COMAC) olarak adlandırılan (1.26) eşitliği kullanılmaktadır.

$$KOMGK(i) = \frac{\left(\sum_{r=1}^L \left| (\phi_A)_{ir} (\phi_X)_{ir}^* \right| \right)^2}{\sum_{r=1}^L (\phi_A)_{ir}^2 \sum_{r=1}^L (\phi_X)_{ir}^{*2}} \quad (1.26)$$

Bu eşitlik dikkate alınarak hesaplanan uygunluk değeri de '0' (uygun değil) ve '1' (çok uygun) arasında değişmektedir. Fakat KOMGK'da belli bir aralıktaki modların seçilen SD'leri arasında korelasyon kurulmaktadır. Hem MGK'da hem de KOMGK'da düz bir çizgi üzerindeki noktaların sapması en küçük kareler yöntemi ile hesaplanmaktadır.

Doğrudan ölçülen ve tahmin edilen FTF'lerin arasındaki korelasyon, Heylen ve Lammens [21] tarafından önerilen, Frekans Tepki Güvence Kriteri (FTGK) (Frequency Response Assurance Criterion, FRAC) olarak adlandırılan eşitlik ile elde edilmektedir.

$$FTGK = \frac{\left| \{H_{X_{ij}}(\omega)\}^H \{H_{A_{ij}}(\omega)\} \right|^2}{\left(\{H_{X_{ij}}(\omega)\}^H \{H_{X_{ij}}(\omega)\} \right) \left(\{H_{A_{ij}}(\omega)\}^H \{H_{A_{ij}}(\omega)\} \right)} \quad (1.27)$$

Burada $\{H_{ij}(\omega)\}$, i cevap ve j tahrik koordinatına karşılık gelen FTF'yi, X ve A alt indisleri ise sırasıyla deneysel ve analitik ifadeleri göstermektedir. Aynı şekilde MGK'da olduğu gibi FTF'lerin uygunluk değerine göre de FTGK '0' ve '1' değerlerini almaktadır.

Grafe [22], MGK korelasyon katsayısından faydalanarak genel bir korelasyon fonksiyonu önermiştir. Önerilen korelasyon fonksiyonu FTGK'nın aksine uzaysal alanın her frekans noktasında uyumluluk seviyesini ifade eder. Daha sonra Nefske ve Sung [23] ve Lenior vd. [24] aynı korelasyon ölçümlerini önermişlerdir. Pascual vd. [25] "Frekans Alanı Güvence Kriteri" (FAGK) (Frequency Domain Assurance Criterion, FDAC) olarak adlandırılan bir yöntem sunmuşlardır. Sunulan yöntemde her frekans noktası ile ölçülen diğer frekans noktaları arasındaki ilişki çaprazlanarak belirlenmektedir. Grafe [26], frekans noktası korelasyon matrisi üzerine benzer bir çalışma sunmuş ve bu yöntemin model güncelleme için uzaysal bağımsız frekans noktalarının tanımlanmasında kullanımını önermiştir.

Modal parametrelerin kullanıldığı diğer korelasyon kurma teknikleri ortagonallik şartlarına dayanmaktadır. Bu yöntemlerde iyi bir uygunluk için diyagonal dışı matris elemanlarının sıfıra yakın olması amaçlanır. Bunun tipik bir örneği Targoff [27] tarafından önerilmiştir. Ortagonallik özelliğine dayanan karşılaştırma metotlarından çapraz ortagonallik (Cross Orthogonality Method, COM) metodu ve karışık ortagonallik kontrolü (Mixed Orthogonality Check, MOC) sırası ile (1.28) ve (1.29) eşitlikleri ile verilmektedir [28-29].

$$[COM_{A,X}] = [\phi_A]^T [M_A] [\phi_X] \quad (1.28)$$

$$[MOC_{A,X}] = [\phi_X]^T [M_A] [\phi_X] \quad (1.29)$$

En iyi korelasyon için ortagonallik matrisinin köşegen elemanlarının '1' olması gerekirken köşegen dışı elemanların '0' olması gereklidir.

Direkt karşılaştırma kriteri olarak enerji karşılaştırması ve kuvvet dengesine ilişkin yöntemler de geliştirilmiştir. Buna göre deneysel ve sayısal modellerden elde edilen her bir düğümde depolanan kinetik ve potansiyel enerjiler aşağıdaki eşitlikler yardımıyla hesaplanabilir [30].

$$KE = \frac{1}{2} \{\dot{\phi}\}_r^T [M] \{\dot{\phi}\}_r \quad (1.30)$$

$$PE = \frac{1}{2} \{\phi\}_r^T [K] \{\phi\}_r \quad (1.31)$$

Kuvvet dengesi ise modal kuvvetlerin karşılaştırılması aracılığı ile aşağıdaki gibi elde edilebilmektedir [28-29,31].

$$\{F_x\}_r = [K_A] \{\phi_x\}_r \quad (1.32)$$

$$\{F_A\}_r = [K_A] \{\phi_A\}_r \quad (1.33)$$

Burada r mod sayısını göstermektedir. Kuvvet hata vektörünü belirlemenin başka bir yolu ise deneysel ve sayısal modellerden elde edilen verilerin karşılaştırılmasıdır [32-33].

$$\{\Delta F\}_r = ([K_A] - \omega_x^2 [M_A]) \{\phi_x\}_r \quad (1.34)$$

Enerji karşılaştırması ve kuvvet dengesine dayalı yöntemler, MGK ve KOMGK yöntemleri kadar kullanılmamaktadır.

1.6.3. Model Güncelleme

Model güncelleme işlemi model doğrulama sürecinin en zor kısmını oluşturmaktadır. Bu nedenle model güncelleme, yapısal dinamikte en çok ilgilenilen ve üzerinde araştırma yapılan alanlardan biri olmuştur. Son yıllarda ölçüm teknolojisindeki iyileşmeler ve deneysel verilerin güvenilirliğinin artması sayısal modellerden elde edilen verilerin güncellenmesinde önemli iyileşmelerin sağlanmasına neden olmuştur. Model güncelleme üzerine yapılan ilk çalışmalar 1970 yılında analitik ve deneysel verilerin birlikte değerlendirilmesi üzerine geliştirilen algoritmalar ile başlamıştır. O tarihten beri günümüze kadar SE modellerinin güncelleme üzerine birçok sistematik çalışma yapılmıştır. Imregun [34] tarafından genel anlamda SE güncelleme üzerine geliştirilen algoritmaların pratikte

uygulanabilirlikleri ve sınırları üzerine detaylı bir araştırma yapılmıştır. Yine kapsamlı birçok güncelleme algoritmasının detayları farklı araştırmalarda sunulmuştur [35-38].

Ölçülen SD sayısı bakımından deneysel modelin yetersizliği model güncellemenin önemli zorluklarından biridir. Bu problem, teorik modelin indirgenmesi (genellikle büyük veri dizisi) veya deneysel modelin genişletilmesi gibi durumlarla aşılabılır. Teorik modelin indirgenmesi ve deneysel modelin genişletilmesi üzerine literatürde farklı çalışmalar yapılmıştır [15, 39-43].

Model güncelleme metotları, güncellemede kullanılan verilerin tipine göre iki ana grupta sınıflandırılabilir. Birinci grupta yer alan yöntemlerde güncelleme işleminde modal veriler kullanılmaktadır. Modal verilen kullanıldığı güncelleme metotları da kendi arasında direkt ve tekrarlamalı (iterative) metotlar olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. Diğer grupta ise doğrudan ölçülmüş ve analitik olarak elde edilmiş FTF verileri kullanılarak güncelleme yapılmaktadır.

1.6.3.1. Modal Verilerin Kullanıldığı Güncelleme Metotları

Model güncellemede kullanılan ilk algoritmalar modal verilerin kullanılması ile türetilmiştir ve incelenen sistemin kütle ve direngenlik matrislerinin doğrudan çözümü temeline dayanmaktadır. Yapının gerçek ve SE modeli arasındaki farklılıkları tanımlayan eşitlikler genellikle ölçülen öz vektörler ve öz değerlerin kullanılmasıyla oluşturulmaktadır [2].

1.6.3.1.1. Lagrange Çarpanları Metodu

Lagrange çarpanlarının kullanıldığı direkt güncelleme metotları önceden tanımlanmış bir amaç fonksiyonu ile ortagonallik ve sistem simetrisi gibi sınırlayıcılar dikkate alınarak oluşturulan standart optimizasyon süreçlerinden türetilmişlerdir [44]. Baruch [45], titreşim ölçümlerinden faydalanarak yapının direngenlik matrisini optimizasyon süreci ile doğrulamıştır. Önerdiği yöntemde kütle matrisini doğru kabul etmiş ve (1.35) eşitliği ile verilen hatayı minimize ederek direngenlik matrisini güncellemiştir.

$$\varepsilon = \left\| [K_A]^{-0.5} ([K_U] - [K_A])[K_A]^{-0.5} \right\| \quad (1.35)$$

Mevcut amaç fonksiyonuna aşağıdaki sınır şartlarını uygulayarak;

$$[K_U] - [K_U]^T = 0 \quad (1.36)$$

$$[\phi_X]^T [K_U] [\phi_X] - [\omega_X^2] = 0 \quad (1.37)$$

güncellenmiş direngenlik matrisini aşağıdaki gibi elde etmiştir.

$$[K_U] = [K_A] + [\Delta K] \quad (1.38)$$

Burada;

$$\begin{aligned} [\Delta K] = & -[K_A][\phi_X][\phi_X]^T [M_A] - [M_A][\phi_X][\phi_X]^T [K_A] + \dots \\ & \dots [M_A][\phi_X][\phi_X]^T [K_A][\phi_X][\phi_X]^T [M_A] + [M_A][\phi_X][\omega_X^2][\phi_X]^T [M_A] \end{aligned} \quad (1.39)$$

şeklindedir.

Berman ve Nagy [46], direngenlik matrisini doğru kabul ederek (1.40) eşitliği ile verilen kütle matrisleri arasındaki farkı minimum yapabilmek için aynı yaklaşımı kullanmışlardır.

$$\varepsilon = \left\| [M_A]^{-0.5} ([M_U] - [M_A]) [M_A]^{-0.5} \right\| \quad (1.40)$$

Burada güncellenmiş kütle matrisini aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir.

$$[M_U] = [M_A] + [\Delta M] \quad (1.41)$$

$$\begin{aligned} [\Delta M] = & [M_A][\phi_X]([\phi_X]^T [M_A][\phi_X])^{-1} \dots \\ & \dots ([I] - [\phi_X]^T [M_A][\phi_X])([\phi_X]^T [M_A][\phi_X])^{-1} [\phi_X]^T [M_A] \end{aligned} \quad (1.42)$$

Ceasar [47] benzer bir çalışma ile sistemin toplam kütesinin değişmeden kalmasını sağlayarak kütle matrisleri arasındaki hatayı minimize etmiştir. Farklı Lagrange çarpanlarının kullanıldığı benzer güncelleme teknikleri O'callahan ve Chou [48] ile Wei [49] tarafından sunulmuştur. Literatürde Lagrange çarpanları metodunun kullanıldığı çalışmaların detaylı olarak incelendiği bir çalışma To vd. [50] tarafından sunulmuştur.

Literatürde verilen yöntemlerde kullanılan metotlar optimizasyon temeline dayalı benzer metotlardır. Pratikte ölçülen öz vektörlerin sınırlı sayıda olması ve yapılan ölçümlerin mevcut haliyle kabul edilmesinden dolayı bu yöntemlerin uygulanabilirliği sınırlıdır.

1.6.3.1.2. Matris Karıştırma Yöntemleri

Matris karıştırma yöntemlerinde sayısal olarak elde edilen öz vektörler deneysel öz vektörlerle karıştırılarak güncelleme işlemi gerçekleştirilmektedir. Bu yöntemin temeli Ross [51] tarafından ortaya konulmuştur. Daha sonra Thoren [52] deneysel verilerden faydalanarak kütle ve direngenlik matrislerinin elde edilmesi için matris karıştırma yöntemi üzerine bir çalışma yapmıştır.

Chen vd. [53] güncellenmiş kütle ve direngenlik matrislerini sırası ile aşağıdaki gibi tanımlamışlardır.

$$[M_U] = [M_A] + [\Delta M] \quad (1.43)$$

$$[K_U] = [K_A] + [\Delta K] \quad (1.44)$$

Buradan hareketle matris karıştırma teorisini kullanarak kütle ve direngenlik matrislerindeki değişim miktarlarını (1.45) ve (1.46) eşitliği ile elde etmişlerdir.

$$[\Delta M] = [M_A][\phi_A] \left(2[I] - [\phi_A]^T [M_A][\phi_A] - [\phi_A]^T [M_A][\phi_A] \right) [\phi_A]^T [M_A] \quad (1.45)$$

$$[\Delta K] = [M_A][\phi_A] \left(2[\omega_A^2] + 2[\omega_A][\omega_x] - \dots \right) [\phi_A]^T [M_A] \quad (1.46)$$

Bir başka araştırmada [33] kütle ve direngenlik matrislerinin yanı sıra sönüm matrislerinin güncellenmesi üzerine bir uygulama yapılmıştır.

Bu yöntemle yapılan güncelleme işlemi sonucunda güncellenen sayısal modelin mod şekilleri ile deneysel mod şekilleri uyum sağlamasına rağmen kütle ve direngenlik matrisleri aşırı miktarda değişmektedir. Bu durum yapının toplam kütle, kütle dağılımı gibi fiziksel özellikleri temsil edilememektedir [54].

1.6.3.1.3. Hata Matrisi Metodu

Hata matrisi metodunun temeli 1980'lerin ortalarında ilk olarak Sidhu ve Ewins [55] tarafından ortaya konulmuştur. Bu yöntem ile deneysel ve sayısal matrisler arasındaki hata tanımlanarak sistem matrisleri üzerinde güncelleme işlemi gerçekleştirilir. Hata matrisi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$[\Delta S] = [S_x] - [S_A] \quad (1.47)$$

Burada $[S]$, kütle veya direngenlik matrisleri olarak tanımlanabilir. Direngenlik matrisi (1.48) eşitliği ile verilmektedir.

$$[\Delta K] \cong [K_A] \{ [K_A]^{-1} - [K_x]^{-1} \} [K_A] \quad (1.48)$$

Burada $[\Delta K]$, $\lim_{n \rightarrow \infty} [\Delta K]'' = [0]$ eşitliğini sağlayan çok küçük bir matris olarak varsayılmaktadır. Matematiksel olarak bu şartın hiçbir anlamı olmamasına rağmen ikinci mertebeden terimlerin ihmal edilebileceği varsayımından ortaya çıkmıştır. Bu nedenle hata matrisi metodu birinci mertebeden bir yaklaşım ortaya koyar ve sadece küçük hatalar için doğru kabul edilebilir.

Hata matrisi üzerine sonraki araştırmalar, He ve Ewins [56] ile Ewnis vd. [57] tarafından yapılmıştır. Yapılan bazı çalışmalarda pratik uygulamalar için hata matrisi metodunun başarılı olduğu belirtilmiştir [58-60].

Lieven ve Ewins [61], direngenlik hata matrisi olarak tanımlanan ve (1.49) eşitliği ile verilen geliştirilmiş bir hata matrisi metodu ortaya koymuşlardır.

$$[\Delta K] = \left([\phi_x] [\omega_x^2]^{-1} [\phi_x]^T \right)^+ - \left([\phi_A] [\omega_A^2]^{-1} [\phi_A]^T \right)^+ \quad (1.49)$$

Burada deneysel ve sayısal modların korelasyonu sonucunda elde edilen esnek matrislerin tersini hesaplamak için Tekil Değer Ayrıştırması (TDA, Singular Value Decomposition) tekniğini kullanmışlardır. Özellikle büyük sistemler dikkate alındığında birçok SE paket programları tüm sistem matrislerini oluşturamayabilirler. Bu yaklaşımın en önemli avantajı analitik sistem matrislerine gerek duyulmamasıdır [11]. Bu avantajından dolayı son yıllarda yapılan çeşitli dinamik analiz çalışmalarında SVD tekniği birçok araştırmacının konusu olmuştur [62-67].

Graukroger [68], (1.50) ve (1.51) eşitlikleri ile verilen ortagonallik şartını içeren tamamen farklı bir formülasyon elde etmiştir.

$$[\Delta K] = \left[[I] - [K_A] \sum_{r=1}^m \{\phi_{X_r}\} \omega_{X_r}^{-2} \{\phi_{X_r}\}^T - \{\phi_{A_r}\} \omega_{A_r}^{-2} \{\phi_{A_r}\}^T \right]^{-1} [K_A] - [K_A] \quad (1.50)$$

$$[\Delta M] = \left[[I] - [M_A] \sum_{r=1}^m \{\phi_{X_r}\} \{\phi_{X_r}\}^T - \{\phi_{A_r}\} \{\phi_{A_r}\}^T \right]^{-1} [M_A] - [M_A] \quad (1.51)$$

Brown [69], kullanılan matrislerin seçilmiş olan iz düşümlerine bağlı olarak daha fazla hata matrisi denklemini yazabilmek için vektör uzay teorisini kullanmıştır. Ancak elde edilen son eşitlikler hata matrisi metodunun temel denklemleri ile oldukça benzerdir. Daha sonra Brown [70], hata konumlandırmaya dayalı bir yöntem daha önermiştir. Yöntem, bu şekli ile kütle ve direngenlik matrisindeki hataları bulabilmektedir ama bulunan hatanın hangi matrise ait olduğu belirlenememektedir.

1.6.3.1.4. Kuvvet Dengesine Dayalı Metotlar

Dinamik kuvvet dengesi yaklaşımı ilk olarak Berger vd. [71] tarafından ortaya konulmuştur. Sunmuş oldukları yöntemde analitik kütle matrisinin doğru olduğu varsayımı ile analitik sistem matrisleri ve ölçülen modların kuvvet dengesi kullanılmaktadır. Yöntemde r modu için kuvvet dengesi (1.52) eşitliğindeki gibi yazılmaktadır.

$$\left([K_A] + [\Delta K] - \omega_{X_r}^{-2} [M_A] \right) \begin{Bmatrix} \phi_{X_2} \\ \phi_{X_1} \end{Bmatrix}_r = \begin{Bmatrix} 0 \\ F \end{Bmatrix}_r \quad (1.52)$$

Burada; $[\Delta K] = \sum_{j=1}^{n \times n} p_j K_j$ ve $\{F\}$ bileşke kuvvet vektörüdür. Bilinmeyen p_j hata katsayıları, $\sum_{r=1}^m \{F\}_r$ ifadesi minimize edilerek veya p_j için iterasyon yapılarak bulunabilir. Berger vd. [72] tarafından yapılan diğer bir araştırmada bu yöntem belirli bir altyapı temeline dayandırılarak daha da geliştirilmiştir.

Link [73], kuvvet artığının (force residual) minimizasyonunu ağırlıklandırılmış Bayesian yaklaşımıyla veya en küçük kareler yöntemiyle çözümüne yönelik bir çalışma yapmıştır. Benzer bir yaklaşım Fissette vd. [74] tarafından kullanılmış ve daha sonra yaklaşım İbrahim vd. [75] tarafından çözümün tekliği üzerinde durularak iki-cevap (two-response) metodu olarak adlandırılan doğrudan bir yöntem elde etmek amacıyla geliştirilmiştir. Sunmuş oldukları yöntem herhangi iki modun kullanımı temeline dayanmaktadır ve güncelleme matrisleri;

$$[K_U] = \sum a_i [K_i] \quad (1.53)$$

$$[M_U] = \sum b_i [M_i] \quad (1.54)$$

olarak a_i ve b_i bilinmeyenleri ile tanımlanmaktadır. $[K_i]$ ve $[M_i]$ 'yi içeren güncelleme matrisleri r modu için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$([K_U] - \omega_r^2 [M_U]) \{\phi_x\}_r = 0 \quad (1.55)$$

Buradan;

$$[A]_r \{a\}_r = [B]_r \{b\}_r \quad (1.56)$$

yazılacak olursa $[A]_r$ ve $[B]_r$;

$$[A]_r = \left[\{ [K_1] \{ \phi_x \}_r \} \{ [K_2] \{ \phi_x \}_r \} \dots \right] \quad (1.57)$$

$$[B]_r = \left[\{ \omega_r^2 [M_1] \{ \phi_x \}_r \} \{ \omega_r^2 [M_2] \{ \phi_x \}_r \} \dots \right] \quad (1.58)$$

şeklinde yazılır. Burada $\{a\}$ ve $\{b\}$ sırası ile a_i ve b_i bilinmeyenlerini içeren vektörlerdir.

1.6.3.1.5. Kontrol Teorisine Dayalı Metotlar

Kontrol temeline dayanan metotlar kontrol teorisinden faydalanılarak geliştirilmiştir. Moore [76] geri beslemeli kontrol teorisini kullanarak farklı öz değerler için öz değer ve öz vektör eşleşmesini sağlayan gerek ve yeter şartları belirlemiştir. Andry ve Chung [77], güncelleme işleminde parametre belirleme yöntemini geliştirerek mekanik bir sistemin fiziksel parametrelerini belirlemiştir.

Inman ve Minas [78], güncelleme problemini çözmek için analitik modeli durum uzay sistemi şeklinde tanımlayarak yaygın bir şekilde kullanılan öz yapı ataması (eigenstructure assignment) ve kutup yerleştirme (pole placement) metotları gibi kontrol tekniklerini kullanmışlardır. Güncellenen direngenlik ve sönüm matrislerini aşağıdaki gibi tanımlamışlardır.

$$[K_U] = [K_A] - [B][G][T_X] \quad (1.59)$$

$$[D_U] = [D_A] - [B][G][T_{\dot{X}}] \quad (1.60)$$

Burada; B , matris geri besleme katsayı sabiti, T_X , deplasman tipindeki matris dönüşüm ölçümü, $T_{\dot{X}}$, hız tipindeki matris dönüşüm ölçümü ve G , kapalı çevrim kazanç matrisi olarak ifade edilmektedir. $[B][G]$ ise;

$$[B][G] = -\left[[M_A][\phi_X][\omega_X^4] + [D_A][\phi_X][\omega_X^2] + [K_A][\phi_X] \right] \left[[\dot{x}][\phi_X][\omega_X^2] + [x][\phi_X] \right]^{-1} \quad (1.61)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Buradan simetrik güncel bir model elde edebilmek için amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi belirlenir.

$$J = \left\| [B][G][\dot{x}] + [\dot{x}]^T [G]^T [B]^T \right\| + \left\| [B][G][x] + [x]^T [G]^T [B]^T \right\| \quad (1.62)$$

Starek ve Inman [79], simetrik katsayılar matrisini oluşturmak için benzer bir yaklaşım önermişlerdir. Yaptıkları çalışmada katı cisim mod özelliği gösteren analitik sistemlerin güncellenmesi üzerinde durmuşlardır.

Aynı şekilde Zimmerman ve Widengren [80], simetrik öz yapı atama metodu ve ek sınırlayıcıların kullanımına dayalı bir yöntem sunmuşlardır.

Shulz ve Inman [81], kontrol temeline dayalı yöntemi yapının fiziksel özellikleriyle ilgili olan kısıtlar altında uyguladılar. Ziaei Rad ve Imregun [82], Shulz ve Inman [81] tarafından sunulan yöntemi büyük sistemlere uygulayabilmek için bir optimizasyon yaklaşımı (quadratic linear optimisation) geliştirdiler.

Belli avantajlarının yanı sıra kontrol teorisine dayalı yöntemlerin uygulamasında da bazı kısıtlamalar bulunmaktadır. Deneysel ölçümlerin sayısal modelin tüm serbestlik derecelerinde yapılması gerekliliği ve güncellenmiş matrislerin simetrisini sağlayabilmek için özel bir çaba harcanması bu kısıtlamalara örnek olarak verilebilir [53].

1.6.3.1.6. Diklik (Orthogonality) Temeline Dayalı Metotlar

Diklik temeline dayalı olan eşitlikler ilk olarak Berman ve Flannely [83] tarafından bir SE modelinin kütle ve dirençlilik özelliklerini geliştirmek için kullanılmıştır. Daha sonra Niedbal vd. [84], modal diklik eşitliklerini yeniden düzenleyerek aşağıdaki eşitliği elde etmişlerdir.

$$[A]\{b\} = \{B\} \quad (1.63)$$

Burada, $\{b\}$ bilinmeyen vektörü güncellenen kütle ve dirençlilik matrislerinin elemanlarından oluşurken, $\{B\}$ vektörü '0' ve '1' elemanlarından oluşmaktadır. $[A]$ matrisi ise deneysel öz vektörler aracılığı ile aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$[A] = \begin{bmatrix} \phi_{11}^2 & 2\phi_{11}\phi_{21} & 2\phi_{11}\phi_{31} & 2\phi_{11}\phi_{41} & \cdots & \phi_{n1}^2 \\ \phi_{11}\phi_{12} & \phi_{11}\phi_{21} + \phi_{22}\phi_{11} & \phi_{12}\phi_{31} + \phi_{32}\phi_{11} & \phi_{13}\phi_{41} + \phi_{42}\phi_{11} & \cdots & \phi_{n1}\phi_{n2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_{1m}^2 & 2\phi_{1m}\phi_{2m} & 2\phi_{1m}\phi_{3m} & 2\phi_{1m}\phi_{4m} & \cdots & \phi_{nm}^2 \end{bmatrix}_X \quad (1.64)$$

Eşitlik (1.63) ile verilen lineer denklem takımı en küçük kareler yaklaşımı kullanılarak $\{b\}$ vektörü için çözülebilmektedir. Öz dinamik sınırlayıcı (eigendynamic constraint)

metodu olarak bilinen benzer bir yaklaşım To vd. [50] tarafından sunulmuştur. Bu yöntemlerin tam anlamıyla başarıya ulaşması için öz vektörlerin eksiksiz bir şekilde kullanılması oldukça önemlidir [11]. Daha sonra Nobari vd. [85], modal özelliklerin kullanımı temeline dayalı bileşen mod sentezi analizine benzer yeni bir güncelleme tekniği geliştirmişlerdir. Aynı zamanda kullandıkları formülasyon öz dinamik sınırlayıcı yaklaşımından da türetilmektedir. Ancak sundukları bu yeni yaklaşımın en önemli avantajı eksik deneysel verilere de uygulanabilmesidir.

1.6.3.1.7. Duyarlılık Metotları

Duyarlılık (Sensitivity) temeline dayalı olan güncelleme yöntemleri temel olarak tekrarlamalı (iterative) yöntemler sınıfında yer almaktadır. Bütün model güncelleme yöntemlerinde olduğu gibi tekrarlı yöntemlerin temel amacı da sayısal model ile deneysel model arasındaki hatayı azaltmaktır.

Duyarlılık metotlarında deneysel verilerin SE modelinin tasarım verileri ile karışık olduğu varsayılır. Bu varsayım nedeniyle kullanılan yöntemlerin etkili olabilmesi için SE verilerinin deneysel verilere yakın olması gereklidir [86].

Duyarlılık temeline dayalı olan model güncelleme üzerine yapılan ilk çalışmalarda Collins vd. [87], istatistik yöntemlerini kullanmışlardır. Sayısal modelden elde edilen sonuçların deneysel modelden elde edilen değerleri sağlaması için yapısal parametrelere bağlı varyans değerini minimize etmişlerdir. Daha sonra bu yöntem geliştirilerek ölçülen modal verilerin kullanılarak yapısal parametrelerin elde edildiği tekrarlı bir süreç olan duyarlılık tipindeki bir analize dönüştürülmüştür. Chen ve Wada [88], SE modelinin hem doğrulanması hem de güncellenmesi için benzer bir yaklaşım geliştirmişlerdir.

Duyarlılık analizi yöntemlerinde ölçülen doğal frekanslar ve mod şekilleri yüksek doğrulukla elde edilebilmektedir. Bu nedenle özellikle son yıllarda araştırmacıların duyarlılık analizine dayalı metotlara olan ilgisi oldukça artmıştır. Duyarlılık yöntemleri temelde bilinmeyen bir fonksiyonun Taylor serisine açılımı ve ikinci mertebeden terimlerin ihmal edilebileceği kabulüne dayanır. Birinci mertebeden kısmi türev ifadelerine duyarlılıklar denir ve yöntemde bu duyarlılıklar bir matris şekline getirilerek kullanılır. Burada SE modelinin deneysel model ile aynı dinamik özellikleri verebilmesi için (1.65) eşitliğinde verilen denklem takımının çözülmesi gerekmektedir [11].

$$\{p\} = [S]\{\Delta\} \quad (1.65)$$

Eşitlik (1.65)'te verilen $[S]$ matrisi duyarlılık matrisi olarak adlandırılmakta ve aşağıdaki eşitlik ile verilmektedir.

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\omega_1^r)_A^2}{\partial p_1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial(\omega_1^r)_A^2}{\partial p_{N_p}} \\ \frac{\partial\{\phi\}_A^1}{\partial p_1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial\{\phi\}_A^1}{\partial p_{N_p}} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial(\omega_m^r)_A^2}{\partial p_1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial(\omega_m^r)_A^2}{\partial p_{N_p}} \\ \frac{\partial\{\phi\}_A^m}{\partial p_1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial\{\phi\}_A^m}{\partial p_{N_p}} \end{bmatrix}_{m(N+1) \times N_p} \quad (1.66)$$

Görüldüğü gibi bu matrisin elemanları öz değerlerin ve öz vektörlerin SE model parametrelerine göre kısmi türevlerinden oluşmaktadır. Yine (1.65) eşitliği ile verilen $\{p\}$ vektörü,

$$\{p\} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_{N_p} \end{Bmatrix}_{N_p \times 1} \quad (1.67)$$

model parametrelerini içermektedir. Eşitlik vektörü $\{\Delta\}$ ise (1.68) eşitliğindeki gibi yazılmaktadır.

Yöntemin temel amacı deneysel modelden ve SE modelinden elde edilen modal parametrelerin aralarındaki farkı, öz değer ve öz vektör duyarlılıklarını kullanarak, SE

model parametrelerinde yapılacak değişikliklerle azaltmak olduğundan, eşitlik vektörü $\{\Delta\}$, deneysel ve SE modelin modal analiz verileri arasındaki farklardan oluşmaktadır.

$$\{\Delta\} = \left\{ \begin{array}{c} \Delta(\omega_1)^2 \\ \{\Delta\phi\}^1 \\ \\ \Delta(\omega_m)^2 \\ \{\Delta\phi\}^m \end{array} \right\}_{m \times (N+1)} \quad (1.68)$$

Eşitlik (1.65) incelendiğinde, denklem takımındaki denklem sayısının seçilen mod sayısına göre değiştiği görülmektedir. Buradan genellikle denklem sayısının parametre sayısından daha fazla olduğuna bir denklem takımı elde edilmekte ve bu denklem takımı en küçük kareler metodu kullanılarak çözülmektedir.

Fox ve Kapoor [89], (1.65) eşitliğinden faydalanarak sönümsüz bir sistemin modal özelliklerinin türevlerini hesaplayan bir yöntem sunmuşlardır. Ölçüm sayısı ile güncellenen değerlerin sayısının birbirine eşit olmadığı durumlarda duyarlılık matrisi kare matris olmamaktadır. Bu durumda güncelleme denkleminde bu matrisin tersi alınamamakta ve güncelleme işlemi yapılamamaktadır. Hart ve Yao [90], tek değer ayrıştırma yöntemini kullanarak kare olmayan matrislerin tersinin alınmasına yönelik bir çalışma sunmuşlardır. Benzer sorunla ilgili olarak Chen ve Garba [91], çözüm için güncellenen parametrelerin normunu ve minimize etme şartını da yeni bir kısıt denklemini olarak önermişlerdir.

Güncelleme için duyarlılık analizinin kullanıldığı bir diğer çalışmada Haug ve Choi [92], parametre değişimlerini anlamak için modal özelliklerin türevlerinin hesaplandığı bir yöntem sunmuşlardır. Bu çalışmada parametre değişimlerine göre doğal frekanslar ve mod şekillerinin türevlerini hesaplamak için kütle ve direngenliklerin diklik ilişkilerini kullanmışlardır.

Lim [93], öz vektörlerin birinci mertebeden türevlerinin hesaplanması için sadece düşük frekanslardaki modlar için geçerli bir yöntem önermiştir. Benzer şekilde öz vektörlerin birinci mertebeden türevlerinin hesaplanmasına dayalı çalışmalar Chu ve Rudisill [94], Ojalvo [95] ve Tan ve Andrew [96] tarafından yapılmıştır.

Duyarlılık analizine dayalı yöntemler ölçülen modların yeniden elde edilebildiği güncel bir analitik model sağlamaktadır. Ancak bu yöntemlerde eleman değişikliklerinin

doğudan uygulandığı durumlarda değişikliğe en hassas olan elemanda hata miktarı daha çok olacaktır. Bu nedenle bazı araştırmalarda hataların yerleştirilmesi ve sadece ilgili olan elemanların dikkate alınarak değişikliklerin yapılması önerilmiştir. Bu konu ile ilgili Heylen ve Janter [97], modelleme hatalarını yerleştirmek için MGK ve Uzaysal-MGK hesaplamalarını kullanmışlardır. Ayrıca Wei ve Janter [98] tarafından yapılan çalışmada MGK duyarlılık eşitliğini içeren bir yöntem sunulmuştur. Daha sonra Janter vd. [99] bu yöntemi daha da geliştirerek ayarlamalara üst ve alt sınırlayıcılar ile ağırlık faktörlerini uygulayarak kullanıcı kontrolünü çözüme dahil etmişlerdir.

Dascotte ve Vanhonacker [100], deneysel veriler üzerine yapılan güvenilir tahminlerin birleştirilmesi ile elde edilen bir duyarlılık yaklaşımı önermişlerdir. Önermiş oldukları yöntemin pratik bir uygulaması Dascotte [101] tarafından yapılmıştır. Yapmış olduğu çalışmada yapının kütle ve direngenlik gibi fiziksel özelliklerini güncelleme parametreleri olarak dikkate almıştır.

Kuo ve Wada [102], duyarlılık analizinin temelini oluşturulan Taylor serisinin açılımındaki kabulden kaynaklanan hataları azaltmak için ikinci mertebeden terimleri de dikkate almışlardır. Daha sonra Ojalvo ve Pilon [103], pratik bir uygulamada ikinci mertebeden öz değer duyarlılıklarını kütle ve direngenlik matrislerini güncellemek için kullanmışlardır.

Hemez [104], model güncellemesi için eleman seviyesinde duyarlılığın belirlendiği bir yöntem önermiştir. Önermiş olduğu yöntemin en önemli avantajı yerel hataları tanımlayabilme özelliğine sahip olmasıdır. Yapmış olduğu çalışmada yöntemin sayısal olarak doğruluğunu ve etkisini bir uygulama ile göstermiştir. Hemez [104] tarafından önerilen bu yaklaşımın yakınsama oranı, başlangıç model parametreleri ve deneysel veriler için istatistiksel olarak daha güvenilir ölçümler alınarak ve daha gerçekçi hata göstergesi kullanılarak Alvin [105] tarafından geliştirilmiştir.

Mottershead vd. [106], titreşim verilerinden faydalanarak farklı modeller üzerinde güncelleme uygulamaları ile duyarlılık analizi yönteminin başarısını gösteren geniş bir inceleme çalışması sunmuşlardır. Sunmuş oldukları çalışmada duyarlılık analizine dayalı yöntemler hakkında detaylı bilgilere ulaşılabilir.

1.6.3.1.8. Enerji Metotları

Model güncelleme yöntemlerinde enerji metotları; incelenen sistemin sahip olduğu kinetik ve potansiyel enerjilerinin kullanımı temeline dayanmaktadır. Ladeveze ve Reynier [107], enerji yaklaşımını kinematik sınırlayıcılar altında gerilme-şekil değiştirme eşitlikleri ile temel denklemlere uygulayarak bir güncelleme tekniği üretmişlerdir.

Doğrudan enerji yaklaşımını kullanarak etkili bir yöntem geliştiren Roy vd. [108], (1.69) eşitliği ile verilen kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamını karşılaştırarak lineer denklem takımı üretmişlerdir.

$$\begin{aligned} KE &= \frac{1}{2} \{\dot{\phi}\}_r^T [M] \{\dot{\phi}\}_r \\ PE &= \frac{1}{2} \{\phi\}_r^T [K] \{\phi\}_r \end{aligned} \quad (1.69)$$

Güncellenen sistem parametrelerine bağlı olarak elde etmiş oldukları lineer denklem takımını en küçük kareler metodu veya ağırlıklandırılmış en küçük kareler metodunu kullanarak çözmüşlerdir.

1.6.3.2. Cevap Verilerinin Kullanıldığı Güncelleme Metotları

Şimdiye kadar incelenen metotlarda doğrudan modal veriler kullanılarak güncelleme işlemi yapılmaktadır. Ancak gerekli olan modal verileri elde etmek için ilk olarak FTF'lerin analiz edilmesi gereklidir. Bu nedenle model güncelleme yöntemleri için deneysel ve SE modelinden elde edilen verilerin karşılaştırılmasında FTF'lerin kullanımı oldukça önem kazanmaktadır. Son zamanlarda model güncellenmesinde doğrudan cevap verilerinin kullanıldığı bazı araştırmalar sunulmuştur.

1.6.3.2.1. Doğrudan FTF'lerin Kullanıldığı Güncelleme Metotları

FTF verileri kullanılarak yapılan güncelleme işlemi, deneysel ve analitik modelin FTF verilerini ve analitik modelin dinamik direngenliğini kullanarak deneysel modelin FTF'lerini veren bir analitik model elde etmeyi amaçlar. Model güncelleme amacı ile

doğrudan ölçülmüş FTF'lerin kullanılması fikri ilk olarak Natke [109] tarafından ortaya konulmuştur. Bir başka çalışmada Natke [110], FTF'leri kullanarak lineer elastomekanik bir sistem üzerinde güncelleme yapmıştır. Daha sonra Lin ve Ewins [111] tarafından yine doğrudan ölçülmüş FTF'lerin kullanıldığı Cevap Fonksiyonu Metodu (CFM) (Response Function Method, RFM) önerilmiştir. Bazı cebirsel işlemlerin ardından sunmuş oldukları yöntemin temel denklemini aşağıdaki gibi elde etmişlerdir.

$$[\alpha_A(\omega)]_{N \times N} [\Delta Z(\omega)]_{N \times N} \{\alpha_X(\omega)\}_{i_{N \times 1}} = \left\{ \{\alpha_A(\omega)\}_i - \{\alpha_X(\omega)\}_i \right\}_{N \times 1} \quad (1.70)$$

Bu denklemde, $[\alpha_A(\omega)]$, analitik model FTF matrisini, $\{\alpha_X(\omega)\}$, deneysel FTF vektörünü, $\{\{\alpha_A(\omega)\} - \{\alpha_X(\omega)\}\}$, analitik ve deneysel modellerin FTF'leri arasındaki fark vektörünü ve $[\Delta Z(\omega)]$ ise güncelleyen dinamik dirençlik matrisini göstermektedir. Eşitlik (1.70)'ten görüldüğü gibi analitik ve deneysel modelin FTF matrislerinin i . kolonları arasındaki fark vektörü; analitik model FTF matrisi ile güncelleyen dinamik dirençlik matrisi ve deneysel FTF'lerin i . kolon vektörünün çarpımına eşittir. Güncelleme işlemi sonucunda hesaplanması gereken değerler, güncelleyen dinamik dirençlik matrisinin değerleridir [111].

Güncelleyen dinamik dirençlik matrisi, güncelleme parametreleri ile SE modelinden elde edilen analitik sistem matrisi değerlerinden oluşmaktadır. Analitik sistem matrisi içindeki değerlerin hesaplanan parametrelerle çarpılması ile güncelleyen dinamik dirençlik matrisi hesaplanabilmektedir. Hesaplanan güncelleme parametrelerinin analitik sistem matrislerine uygulanması ile analitik model güncellenmiş olmaktadır [111].

Güncelleme parametrelerinin hesaplanabilmesi için Eşitlik (1.70) düzenlenip tekrar yazılacak olursa;

$$[C(\omega)]\{p\} = \{\Delta\alpha(\omega)\} \quad (1.71)$$

eşitliği elde edilir. Burada $[C(\omega)]$, analitik model matrisi değerleri ile deneysel ve analitik FTF değerlerinden oluşmaktadır. $\{\Delta\alpha(\omega)\}$ vektörü, analitik ve deneysel FTF'lerin arasındaki farkları, $\{p\}$ vektörü ise bilinmeyen güncelleme parametrelerini temsil etmektedir [111].

Eşitlik (1.71)'de verilen denklem takımındaki denklem sayısı, denklemlerin yazıldığı frekans noktalarının sayısına göre değişiklik göstermektedir. Çözüm için genellikle denklem sayısının, bilinmeyen sayısından fazla olduğu bir denklem takımının elde edilmesine çalışılmaktadır. Böylesi bir durumda, en küçük kareler metodu kullanılarak (1.71) eşitliğinde verilen denklem takımının çözümü yapılmaktadır.

Kozak vd. [112], doğrudan FTF'lerin kullanıldığı örtüşmeme indeksi minimizasyonu yöntemini geliştirmişlerdir. Yöntemde kullanılan indeks daha önce Özer vd. [113] tarafından geliştirilmiş ve doğrusal olmayan sistemlerde doğrusallığı bozan koordinatların bulunması için kullanılan indeksin, doğrusal ancak birbirinden farklı iki modele uygulanmasıyla elde edilmiştir. Tanımlanmış oldukları örtüşmeme indeksi (1.72) eşitliği ile verilmektedir [112].

$$\{MCI_r(\omega)\} = \{\delta_{ir}\} - \{Z_{r1}\}\theta_{1i} - \{Z_{r2}\}\theta_{2i} - \dots - \{Z_{rm}\}\theta_{mi} \quad (1.72)$$

Burada, $\{\delta_{ir}\}$ Kronecker Delta Fonksiyonu (KDF) vektörünün elemanını, $\{Z_{rj}\}$ dinamik dirençlilik matrisi elemanlarını, θ_{ji} test FTF'sinin elemanlarını ifade etmektedir.

Örtüşmeme indeksi r koordinatı için hesaplanırken, i , ölçümü var olan herhangi bir koordinat olabilmektedir. İndeks j ise birden, modeldeki (genişletilmiş veya indirgenmiş model) SD sayısına kadar olan değerleri almaktadır. Eşitlik (1.72)'den görüleceği gibi, örtüşmeme indeksi frekansa bağlı bir fonksiyondur. Bu indeks, örtüşmemenin kaynağının bulunduğu koordinatlarda sıfırdan farklı değerler almaktadır. Bu indeksin kullanıldığı model güncelleme yöntemi ise, koordinatlar için hesaplanan örtüşmeme indeksi değerlerini en aza indirmeyi amaçlamaktadır. Bu indeks hatalı koordinatlarda sıfırdan farklı değerler aldığından, indeks değerlerinin en aza indirilmesi test modeli ve analitik model arasındaki farkları azaltacaktır [112].

Kozak vd. [114], örtüşmeme indeksi minimizasyonu yönteminin performansını incelemek amacıyla 5 SD'li bir kütle-yay sistemi üzerinde uygulamalar yaparak FTF yöntemi ile karşılaştırmışlardır. Test modelinin verileri benzetim yolu ile elde edilmiş ve karşılaştırma kriteri olarak çözüm süreleri dikkate alınmıştır. Çalışmanın amacı yöntemlerin çözüm sürelerini karşılaştırmak olduğundan, koordinat uyumsuzluğunun olmadığı bir uygulama ele alınmıştır. Sayısal olarak türetilen test verilerinde gürültü ihmal edilmiştir. Sonuç olarak model boyutu (frekans noktası veya serbestlik derecesi) arttığında

örtüşme indeksi minimizasyonu yöntemi ve FTF yönteminin çözüm süreleri arasındaki farkın arttığı ve örtüşme indeksi minimizasyonu yönteminin daha hızlı olduğu gözlemlenmiştir.

Son zamanlarda yapılan çalışmalar ile doğrudan FTF'lerin kullanıldığı yöntemler daha da geliştirilerek etkili güncelleme yöntemleri ortaya konulmuştur. Pradhan ve Modak [115], kompleks FTF'lerden faydalanarak kütle ve direngenlik matrislerini güncellemek için CFM'yi kullanmışlardır. Sunmuş oldukları yöntemin doğruluğunu sayısal bir uygulama ile göstermişlerdir. Geliştirmiş oldukları yöntem, tüm sönüm tipleri ve seviyeleri ile tam ve eksik verilerin olduğu tüm durumlar için kütle ve direngenlik matrislerinin güncellenmesinde oldukça etkili olmuştur.

Gang vd. [116], eksik FTF verilerini kullanarak indirgenmiş model için yeni bir tekrarlamalı güncelleme metodu geliştirmişlerdir. Sunmuş oldukları yöntemde:

$$H_a(-\omega^2\Delta M + j\omega\Delta C + \Delta K)H_x = H_a - H_x \quad (1.73)$$

eşitliğini kullanarak kütle, direngenlik ve sönüm değişimleri ile güncelleme parametrelerini belirlemişlerdir.

Siple ve Sanayei [117], sayısal duyarlılıklar ve FTF'leri kullanarak yeni bir SE güncelleme tekniği sunmuşlardır. Sunmuş oldukları yöntemde ters problemini çözmek için mevcut çalışmalardan farklı olarak analitik duyarlılıklar yerine sayısal duyarlılıkları kullanmışlardır. Çözüm için Eşitlik (1.74)'te verilen analitik ve ölçülen FTF'ler arasındaki farkı tanımlamışlardır.

$$\{e(p, \omega)\} = \{\bar{H}^a(p, \omega)\} - \{\bar{H}^m(\omega)\} \quad (1.74)$$

Daha sonra (1.75) eşitliği ile verilen skaler amaç fonksiyonunu ve (1.76)'daki sınırlayıcıyı dikkate alarak sayısal optimizasyon problemini çözmüşlerdir.

$$J(p) = \{e(p, \omega)\}^T \{e(p, \omega)\} \quad (1.75)$$

$$\min(J(p)) \rightarrow 0 \ni p_{ll} < p < p_{ul} \quad (1.76)$$

Burada, p_{ll} ve p_{ul} sayısal optimizasyon sürecinin alt ve üst sınırlayıcıları olarak tanımlanmaktadır. Bir başka çalışmada Siple ve Sanayi [118], sunmuş oldukları yöntemin doğruluğunu gerçek bir yapı üzerine uygulayıp göstermişlerdir.

1.6.3.2.2. Zaman Alanındaki Verilerin Kullanıldığı Güncelleme Metotları

Zaman alanındaki verilerin kullanılması ile model güncelleme yapılması, frekans ve modal alandaki verilerin kullanıldığı metotlarda tanımlanan eşitliklerin temeline dayanmaktadır. Zaman alanındaki verilerin kullanıldığı metotlarda da frekans alanındaki metotlarda olduğu gibi ölçülen verilerin modal analizlerinin yapılmasına ihtiyaç yoktur. Ancak model ve dinamik cevap arasında doğrudan bağlantıyı kurma noktasında, modal veya frekans cevap verilerinin kullanıldığı güncelleme tekniklerinden daha zayıftırlar. Daha da önemlisi, deplasman, hız ve ivme ölçümlerinin eş zamanlı olarak yapılması gereklidir ve bu durum pratikte oldukça zordur. Bu yöntemin bir başka dezavantajı ise zaman alanında sönüm tahminlerinin yapılamamasıdır [11].

Zaman alanındaki verilerin kullanılarak model güncellemesinin yapıldığı bazı çalışmalarda, bu dezavantajların bazıları çeşitli istatistik ve optimizasyon metotları kullanılarak ortadan kaldırılmıştır. Bu amaç doğrultusunda Beardsley vd. [119], lineer olmayan SE modellerinin güncellenmesi için geçici zaman alanındaki verilerin kullanıldığı iki farklı yöntemin karşılaştırılması ve doğrulanması üzerine bir çalışma sunmuşlardır. Yaptıkları çalışmada, yapısal dinamik analiz işlemlerinden elde etmiş oldukları amaç fonksiyonu ve sınırlayıcıları standart optimizasyon problemine dönüştürerek Genelleştirilmiş En küçük Kareler (GEK) (generalized least-squares, GLS) yöntemi ile çözmüşlerdir. Geliştirmiş oldukları yöntemlerin sayısal uygulamasını gerçek bir yapının darbe etkisi altındaki davranışlarının incelenmesi üzerine yapmışlardır. Yuen ve Katafygiotis [120], ölçülen zaman cevaplarını kullanarak modal parametrelerin güncellenmesinde Bayesian yaklaşımını önermişlerdir. Buna bağlı olarak cevabın genişletilmesi yaklaşımına dayalı olan bir Bayesian zaman alanı yaklaşımı geliştirmişlerdir. Geliştirmiş oldukları yaklaşımda sadece belirli sayıda cevap verisi kullanılarak model güncelleme işlemi yapılabilmektedir. Yaptıkları çalışmada sunmuş oldukları yöntemin doğruluğunu, benzetim ile elde edilmiş verilerin kullanıldığı sayısal uygulamalar ile göstermişlerdir. Marwala [121], dalgacık verileri ve FTF verilerini Genetik Algoritma (GA) ile optimize ederek farklı model güncelleme yöntemleri geliştirmiştir.

Yaptığı çalışmanın sonucunda dalgacık verilerinin kullanıldığı model güncelleme yöntemi FTF verilerinin kullanıldığı yöntemden daha başarılı olmuştur. Hernandez ve Bernal [122], yapısal dinamik analizlerde model güncellemesi için zaman alanındaki verileri kullanarak tekrarlamalı bir formülasyon geliştirmişlerdir. Sunmuş oldukları yaklaşım, model tahminleri ve gözlemler arasındaki farkın lineer olan sistem durum parametreleri ve sıralı psödo-Markov parametreleri arasındaki konvolüsyonu olarak açıklanabildiği bir türev ile desteklenmiştir. Sahahidi ve Pakzad [123], zaman alanındaki verileri kullanarak SE modelini güncellemek için Tepki Yüzey Modeli (TYM) (Reponse Surface Model, RSM) geliştirmişlerdir. Geliştirmiş oldukları model statik veya dinamik analizlerde lineer ve lineer olmayan sistemlere kolaylıkla uygulanabilmektedir.

1.6.4. Yapısal Değişiklik

Yapısal değişiklikler genel olarak o yapının kütle, direngenlik veya sönüm gibi fiziksel özelliklerinin değişimiyle olmaktadır. Aynı zamanda bir yapının kütle, direngenlik ve sönüm parametreleri o yapının doğal frekansları ve titreşim biçimleri gibi dinamik özelliklerini belirlemektedir. Temel olarak yapısal dinamik değişiklik mevcut bir yapıya kütle, yay veya sönüm gibi elemanların eklenmesi veya çıkarılması işlemi olarak tanımlanabilir. Yapısal değişiklik genellikle iki farklı şekilde yapılmaktadır. Bunlardan birincisi mevcut yapı üzerinde yapılan fiziksel değişikliklerin o yapının dinamik özelliklerini nasıl etkileyeceğini belirlemek için kullanılan düz yapısal değişikliktir. Diğeri ise imalatı yapılmış bir ürünün istenilen dinamik özellikleri sağlayabilmesi için ürün üzerinde yapılması gerekli olan değişikliklerin belirlenmesi için kullanılan ters yapısal değişikliktir [124]. Ters ve düz yapısal değişiklikler için geliştirilen yöntemlerde sonlu elemanlar (SE) çözümünden veya deneysel modal analizden [125-127] elde edilen modal özellikler kullanılmaktadır. Ancak doğrudan FTF'ler kullanılarak da yapısal değişiklik yapılabilmektedir [128-129]. Çoğu zaman incelenen yapıların SE modellerinin mevcut olmayışı veya oluşturulmasındaki zorluklar gibi nedenlerle deneysel verileri kullanarak yapılan yapısal değişiklikler tercih edilmektedir. Ölçülen FTF'ler yapısal değişikliğin yanı sıra model doğrulama ve güncelleme, genel titreşim ve gürültü problemlerinin çözümü, sistem tanımlama ve dış kuvvetlerin belirlenmesi gibi birçok amaçla kullanılmaktadırlar.

Yapısal değişiklikler ile doğal frekansların korunması birçok araştırmacıya konu olmuştur. Bunun için Wu ve Luo [130], dikdörtgen bir plak üzerine noktasal kütleler ve bir

ucu sabit yaylar ekleyerek değiştirilmiş sistemin istenilen mod şekillerini ve bu mod şekillerine karşılık gelen doğal frekansları sağlaması için bir yöntem geliştirmişlerdir. Gürgöze ve İnceoğlu [131], bir ucu ankastre diğer ucu serbest bir kirişe kütle eklendikten sonra istenilen bir doğal frekansının sabit kalması için eklenen bir ucu sabit yayın yay sabitinin hesabı için bir yöntem sunmuşlardır. Farklı sınır şartları ile eklenen kütlelerin farklı değer ve konumları için eklenmesi gereken yayın yay sabiti değerlerini tablo halinde vermişlerdir. Benzer bir problemi Mermertaş ve Gürgöze [132], plaklara uygulamışlar ve yay sabitinin hesabı için FTF'leri kullanan empedans bağlama tekniği olarak adlandırılan yapısal değişiklik tekniğine dayalı bir yöntem sunmuşlardır. Yaptıkları çalışmada sadece iki sınır şartı için dikdörtgen bir plak üzerinde hareket ettirilen belli sayıda noktasal kütlelerin plağın temel frekansını değiştirmemesi için yayların kullanımı ihtimalini araştırmışlardır. Benzer bir çalışmada Çakar [133], bir konsol kiriş üzerine kütle eklendikten sonra orijinal yapının belirli bir doğal frekansının değişmemesi için eklenmesi gereken bir ucu sabit yayın, yay sabitinin hesaplanması için SM formülüne dayalı bir yöntem sunmuştur. Daha sonra Çakar [134], sunduğu bu yöntemi genelleştirerek gerçek yapılara uygulanabilirliğini göstermiştir.

Yapısal değişikliklerin bir diğer uygulama alanı ise ilgilenilen yapının doğal frekanslarının istenilen değerlere kaydırılmasıdır. Bunun için Tsuei ve Yee [135], sönümsüz bir mekanik sistemin belirli bir doğal frekansının istenilen değere kayması için bir yöntem sunmuşlardır. Geliştirmiş oldukları yöntem, orijinal yapının kuvvet tepkisine dayalıdır ve sistemin kütle ve direnç parametrelerine göre davranışı için genel bir durum sunar. Doğal frekansın istenilen bir değere kaydırılması için duyarlılığı ve uygulanabilirliği sağlar. Bu nedenle dinamik bir sistemin modal değişikliğine kolaylıkla uygulanabilir. Çözümde yineleme işlemine gerek duyulmadığı için yöntem oldukça verimlidir. Bir başka çalışmada Bucher ve Braun [136], modal özelliklerin eksikliğini de dikkate alarak istenilen doğal frekansları ve öz vektörleri elde etmek amacıyla gerekli kütle ve yay değişikliklerinin hesabı için klasik modal analiz teorisine dayalı bir yöntem sunmuşlardır. Ram [137], yapıya kütle-yay sistemleri ekleyerek spektral bir bantta yapının doğal frekanslarını belirleyecek bir strateji geliştirmiştir. Sivan ve Ram [138] ise yapısal değişiklikte sınırlı modal özellik etkisini bir optimizasyon problemi ile çözmeye çalışmışlardır. Diğer taraftan McMillan ve Keane [139], bir plak üzerine eklenen noktasal kütlelerin konumlarını değiştirerek, bu durumun yapının dinamik özellikleri üzerine olan etkisini araştırmışlardır. Daha sonra McMillan ve Keane [140], dikdörtgen bir plak üzerine

sıralı bir şekilde eklenen kütleler ile titreşim yalıtımı üzerine bir çalışma yapmışlardır. Yapılan çalışmada en iyi titreşim yalıtımı için eklenen kütlelerin konumlarını Genetik Algoritma ile optimize etmişlerdir. Park ve Park [141], mevcut bir yapının istenilen dinamik özellikleri sağlması amacıyla FTF bağlama tekniğine dayalı bir yöntem kullanmışlardır. Çalışmadaki gerekli yapısal değişiklikler cebirsel denklem takımının çözümüyle elde edilmiştir. Farahani ve Bahai [142], doğal frekansları kaydırabilmek için yeni bir yöntem geliştirmişlerdir. Sunmuş oldukları yöntemde öncelikle yapının geometrik veya malzeme özelliklerine göre sistem öz değerlerinin duyarlılık analizini yapmışlardır. Daha sonra yapının istenilen frekansını kaydırabilmek için gerekli olan parametre değişimini hesaplamışlardır. Lawther [143], yapının katılığını değiştirerek belirli aralıktaki frekansların kaldırılması üzerine kapsamlı bir çalışma sunmuştur. Sunmuş olduğu yöntemin başarısını birbiriyle bağlantılı olan serbestliklerin sayısı ve değişikliklerin derecesine göre belirlemiştir. Son zamanlarda, Ouyang vd. [144-146] öz değerler ve öz vektörlerin belirli değerleri alabilmesi için kütle ve yay sistemleri üzerinde pasif yapısal değişiklikler üzerinde çalışmışlardır.

Mekanik sistemlerde rezonans kadar ters-rezonanslar da önemli olmaktadır. Tüm FTF'lerde rezonans frekansları aynı olmakla beraber ters-rezonans frekansları her FTF'de farklı olabilmektedir. Bir yapıda ölçülen FTF'ler dikkate alındığında bu yapı, ilgili tahrik koordinatında, ters-rezonans frekanslarında harmonik bir kuvvetle tahrik edildiğinde yapının cevap koordinatındaki titreşim genliği yaklaşık sıfır olur [124]. Mottershead ve Lallement [147], bir doğal frekansı yanındaki ters rezonansa ötelemek suretiyle ilgili noktada bir düğüm noktası oluşturarak rezonans probleminin giderilebileceğini göstermişlerdir.

1.7. Mevcut Durum ve Araştırma Konuları

Şimdiye kadar model güncelleme üzerine birçok araştırma yapılmasına rağmen model güncelleme yöntemlerindeki sorunlar tam olarak çözülmemiş ve bu yöntemlerin yeni çalışmalarla geliştirilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Ancak önerilen yöntemlerin ve varyasyonların sayısı, yeni çalışmalara yön verme ve daha iyi güncelleme yöntemlerinin geliştirilmesine olanak sağlamıştır. Önerilen yöntemlerin, araştırmacılar tarafından avantaj sayılabilecek hataları önceden bilindiği için araştırmacılar yapmış oldukları çalışmalarda bu hataların minimum seviyeye indirilmesi üzerinde durmaktadırlar.

Literatür araştırmasında dikkat çeken en belirgin konu, güncelleme yöntemlerinin sınıflandırılması konusundaki farklılıklar olmuştur. Bazı çalışmalarda [11, 35, 44, 114] yöntemlerde kullanılan verinin tipine göre FTF tabanlı ve modal tabanlı olmak üzere iki farklı başlık altında sınıflandırma yapılırken bazı araştırmalarda [26, 54, 86] ise güncelleme problemin çözüm yöntemine göre doğrudan yöntemler ve tekrarlı yöntemler olarak sınıflandırılma yapılmaktadır. Bunun yanı sıra her iki şekilde sınıflandırma yapan çalışmalar [36, 38] da mevcuttur.

Modal verilerin kullanıldığı güncelleme yöntemlerinde matematiksel modeli doğrudan ve dolaylı olarak güncelleyen yöntemler bulunmaktadır. Deneysel modal analiz sürecinden elde edilen verilerin kalitesi model güncelleme yönteminin doğruluğunu ve etkisini belirlemektedir. Temel olarak modal analiz verilerinin kullanıldığı ters öz duyarlılığı yönteminin verildiği çalışmalarda [89, 114], analitik model ve deneysel modelin serbestlik derecelerinin aynı olmaması (koordinat uyumsuzluğu) durumunda model indirgeme ve titreşim biçim verisi genişletmeye bağlı FTF türetme işlemlerine ihtiyaç duyulmamaktadır. Buna karşılık ters öz duyarlılığı yöntemi kullanılarak sönümleme matrislerinde güncelleme yapılamamaktadır.

Ölçülen ve analitik olarak hesaplanan FTF'lerin kullanıldığı yöntemlerde, deneysel ve analitik modelin FTF'leri ile analitik modelin dinamik direngenliği kullanılarak, deneysel FTF'leri verecek bir analitik model elde etmek amaçlanmaktadır. Burada ters öz duyarlılık yönteminin aksine, koordinat uyumsuzluğu durumunda model indirgeme ve titreşim biçim verisi genişletmeye bağlı FTF türetme işlemlerinden en az birinin uygulanması gerekmektedir. Ayrıca doğrudan FTF'lerin kullanıldığı yöntemlerde viskoz veya yapısal sönüm matrisleri de güncellenebilmektedir. Modal alanda olduğu gibi frekans alanında da doğru ve etkili bir güncelleme işlemi yapılabilmesi için de deneysel model üzerinden ölçülen FTF'lerin parazitsiz ve kaliteli olması gerekmektedir. Ancak yapılan dinamik analiz uygulamalarında istenilen kalitede FTF'leri elde etmek oldukça zahmetli ve uzun bir süreç olabilmektedir. Buna karşın son zamanlarda modern ölçüm olanaklarının artması ile birlikte yapılan analizler sonucunda elde edilen sonuçların doğruluğu da büyük oranda artmıştır.

Doğrudan yöntemler dikkate alındığında, tekrarlı çözüm gerektirmediklerinden dolayı ıraksama oluşmamakta ve her adımda sayısal modelin tekrarlı çözümünü gerektirmedikleri görülmektedir. Ancak doğrudan yöntemler, sayısal model ile deneysel modelin serbestlik derecelerinin aynı olmasını (koordinat uyumsuzluğu olmamasını) gerektirmektedir. Bu

problem mod genişletme yöntemleriyle çözülebilmektedir. Ancak bu durumda da deneysel modele belirli olmayan bir oranda hata eklenmektedir. Kaynak [38]'de mod genişletme yerine sayısal modelin serbestlik derecesinin deneysel modelin serbestlik derecesine indirgenebileceği belirtilmiştir. Fakat bu durumda hata yeri belirlenmesinin çok zor olduğu vurgulanmıştır. Ayrıca doğrudan yöntemlerin kullanıldığı güncelleme uygulamalarında, sistem matrisleri (kütle, dirençlilik ve sönüm matrisleri) doğrudan güncellenmeye çalışıldığı için güncelleme sonucu ortaya çıkan sistem matrisleri fiziksel olarak anlamsız olabilmektedir.

Tekrarlı yöntemlerde sayısal model ile deneysel model arasındaki uyum genellikle sayısal ve deneysel modelin öz değerlerinin farkının karesini kullanan bir fark fonksiyonu ile belirlenmektedir. Doğası gereği bu fark fonksiyonunun çözümü için tekrarlı çözüm gerekmektedir. Bu nedenle tekrarlı yöntemler her adımda tekrar sayısal modelin çözümlenmesini gerektirmektedir. Buna ek olarak çözüm için yakınsama her koşulda garanti edilememektedir. Tüm bu olumsuzluklarına rağmen tekrarlı yöntemlerde güncellenecek değişkenler için geniş seçim olanaklarının yanında başlangıçta seçilen parametrelerin ağırlıklandırılmasına da olanak sağlanmaktadır. Aynı zamanda tekrarlı yöntemler ile yapılan güncelleme işlemlerinde güncellenmiş olan modelin sistem matrisleri fiziksel olarak anlamlıdır.

Bazı çalışmalarda [46, 97, 99] güncelleme probleminin teklik özelliği üzerinde araştırmalar yapılmış olmasına rağmen birçok durumda yapılan çözüm, seçilen parametreler ve sınırlayıcılar ile kullanılan güncelleme yöntemine bağlı olmaktadır. Bu nedenle yapılan güncelleme uygulamasının başarıya ulaşabilmesi için bu parametrelerin tamamının dikkate alınması gereklidir.

Güncelleme parametrelerinin seçimi için [38] numaralı kaynakta güncellenebilecek sayısal model parametreleri aşağıdaki şekilde sıralanmaktadır:

- Sistem matrislerinin bağımsız elemanları
- Yapının (sayısal modelin) farklı yerlerini temsil eden alt sistem matrisleri
- Sayısal modelin malzeme, geometrik büyüklükler gibi fiziksel özellikleri

Çalışmada bu seçenekler arasından sistem matrislerinin bağımsız elemanlarının veya bu matrislerin alt matrislerinin güncellenmesi için sistem matrislerinin tekrar oluşturulmasına gerek kalmadığı belirtilmektedir. Bu seçeneklerin güncellenmesi için herhangi bir sonlu eleman yazılımına ihtiyaç duyulmadığından güncelleme uygulaması daha kolay olmaktadır.

Duyarlılık temeline dayalı metotlar, istenilen modal özelliklerin yeniden türetilmesi için oldukça başarılı sonuçlar vermektedir. Ancak bunun yanında en hassas elemanda değişiklik yapılması ve eleman kütle ve dirençlik matrisleri bilgilerinin gerekmesi gibi güncelleme işlemine ciddi sınırlamalar getirmektedirler.

Model güncelleme sürecinde sayısal ve deneysel model arasındaki uyumu sağlamak için modal analiz ve SE modelinin oluşturulması sırasında beklenen bazı ek zorluklar vardır. Bu zorluklardan ilki haritalama sorunudur. Test modelinde belirlenen koordinatlar SE modelindeki bölmelendirme sonucunda elde edilen koordinatlardan sıklıkla farklı olmaktadır. SE modelindeki tüm koordinatlarda ve doğrultularda ölçüm yapılması oldukça zaman alan bir süreçtir. Ayrıca gerçek yapı üzerindeki bazı fiziksel sınırlandırmalardan dolayı ölçüm yapılacak bazı koordinatlara erişim sağlanamamaktadır. Zorluklardan ikincisi sönüm içeren kompleks modların etkisidir. Modal testlerde elde edilen sonuçlar sönümlü kompleks modları içerirken sayısal modelde genellikle sönüm olmayan modlara ait sonuçlar elde edilmektedir. Bu durum özellikle titreşim genliklerinde büyük farklılıklara neden olmaktadır. Bazı çalışmalarda normal mod yaklaşımı kullanılarak kompleks modların sayısal modlara dönüşümü sağlanmıştır [148-150]. Ancak bu durum da güncelleme sürecine ek işlemler getireceği için çözümde zaman kaybına neden olacaktır. Son olarak model güncelleme işleminde karşımıza çıkan bir diğer zorluk ise deneysel modal analiz hatalarıdır. Başarılı bir model güncelleme için deneysel modal analiz sürecinde oluşan sistematik ve rastgele hatalar giderilmeli veya ihmal edilmelidir. Belirtilen bu zorlukların giderilmesi ile daha başarılı bir güncelleme yöntemi elde edilebilir.

Şimdiye kadar önerilmiş olan bazı FTF tabanlı yöntemlerde [11, 112, 115, 116, 118] ölçülen FTF matrisinin elemanları, ilgilenilen frekans aralığındaki bilgiler kadar mod aralığı dışındaki bilgileri de içerdiği için güncelleme işleminin başarısı artmaktadır. Yöntemlerin bir diğer avantajı ise oluşturulan FTF matrisinin sadece bir satır veya sütunun doğrudan kullanılmasıdır. Bu sayede FTF matrisinin tüm elemanlarının ölçülmesine gerek kalmadan zaman alan modal analiz süreçlerinin önüne geçilmektedir. Tüm bu avantajlarına rağmen son zamanlarda FTF verileri kullanılarak yapılan güncelleme çalışmalarında sunulan yöntemlerin pratik çalışmalara uygulanabilirliği, doğruluğu ve etkisi hala tatmin edici seviyelerde değildir. Bu nedenle doğrudan ölçülen FTF'lerin kullanıldığı mevcut yöntemlerden daha etkili ve pratik bir yöntem hala ihtiyaç duyulmaktadır.

1.8. Tezin Amacı

Her geçen gün bilgisayar teknolojisindeki artış hızına paralel olarak deneysel donanımlardaki iyileşmeler, sayısal modellerden olan beklentiyi arttırmıştır. Deneysel modelin yanında deneysel modeli en iyi şekilde temsil eden bir sayısal modelin olması yapısal analizlerin vazgeçilmez bir unsuru haline gelmiştir. Bu doktora tezi çalışmasındaki temel amaç da yapıların dinamik davranışlarının belirlenmesinde kullanılacak SE modellerinden elde edilen sonuçların, dinamik davranışlar göz önüne alındığında, yapıların aslıyla mümkün olan en iyi şekilde örtüşmesini sağlamaya çalışmaktır. İstenilen dinamik özelliklerin sağlanabilmesi için SE modelinde yapılması gereken değişiklikler bulunmaya çalışılacak ve buna uygun olarak incelenen yapının SE modelinin kütle ve direngenlik özellikleri düzeltilecektir. Bu amaç doğrultusunda ters yapısal değişiklik tekniklerinden faydalanılarak pratikte uygulanabilir etkili bir yöntem geliştirmeye çalışılmaktadır. Geliştirilecek yöntemde doğrudan titreşim ölçümlerinden elde edilen ve SE modelinden sayısal olarak hesaplanan FTF verileri kullanılarak model güncelleme işlemi yapılacaktır. Ters yapısal değişik için literatürden bilinen Sherman-Morrison (SM) [151] ve Sherman-Morrison-Woodbury (SMW) [152] eşitliklerinden faydalanılacaktır. SE modelinin güncellenmesinde titreşim testlerinden elde edilen deneysel veriler referans olarak alınacaktır.

1.9. Tezin Kapsamı

Yapısal dinamik analizler için SE modellerinin güncellenmesi sırasında oluşan problemler ve bu problemin çözümü için bu güne kadar yapılan çalışmalar bu bölümde incelenmiş ve yapılması gerekenler özetlenmeye çalışılmıştır.

Tezin 2. bölümünde, SM formülü kullanılarak yapı üzerinde yapılan çeşitli yapısal değişiklikler için aktif koordinatları kapsayan genel bir değişim formülü verilecektir. Bu değişim formülü kullanılarak bir yapı üzerinde yapılan kütle, yay ve sönüm değişimleri için genel değişim eşitlikleri ayrı ayrı elde edilmiştir. Yapısal değişiklikler için elde edilen bu eşitliklerin geçerliliği ve doğruluğu yapılan sayısal simülasyonlarla gösterilmeye çalışılmıştır.

Bir yapının SE modelinin güncellenmesi işleminde, deneysel modelin dinamik özelliklerinin sağlanabilmesi için SE modeli üzerinde yapılması gereken yapısal

değişikliklerin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda herhangi bir yapı üzerinde yapılan kütle değişikliği ile değiştirilmiş yapının, orijinal yapı ile aynı dinamik özellikleri sağlayabilmesi için gerekli olan yay değişikliklerinin belirlenmesi amacıyla geliştirilen genel bir değişim yöntemi tezin 3. bölümünde sunulmuştur. Mevcut uygulamalardan farklı olarak genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay durumu dikkate alınmış ve birden fazla doğal frekansın orijinal yapı ile aynı olabilmesi için yeni bir yöntem sunulmuştur. Geliştirilen yöntemin performansı ve doğruluğu 6 SD'li bir kütle-yay sistemi üzerinde farklı uygulamalar ile gösterilmeye çalışılmıştır.

Tezin 4. bölümünde, bir yapı üzerinde kütle ve yay değişiklikleri yaparak doğal frekansların istenilen değerlere kaydırılması amacıyla 3. bölümde geliştirilmiş olan yöntemin yeni ve farklı bir uygulaması gösterilmiştir. Yöntemin performansı ve doğruluğu 4 ve 5 SD'li kütle-yay sistemleri üzerinde farklı uygulamalar ile gösterilmiştir.

Ters yapısal değişiklik ile SE modellerinin güncellenmesi arasındaki ilişki ve SE modellerinin güncellenmesi amacıyla geliştirilen yöntem tezin 5. bölümünde verilmektedir. Burada ters yapısal değişiklik yönteminden faydalanılarak SMW formülüne dayalı yeni bir SE güncelleme yöntemi geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntemin etkinliği ve doğruluğu yapılan sayısal simülasyonlar ve deneysel uygulamalar ile gösterilmiştir.

Son olarak elde edilen sonuçların genel bir değerlendirmesi ve ileride yapılabilecek çalışmalar için öneriler tezin 6. bölümünde sunulmuştur.

2. YAPISAL DEĞİŞİKLİK ANALİZİ

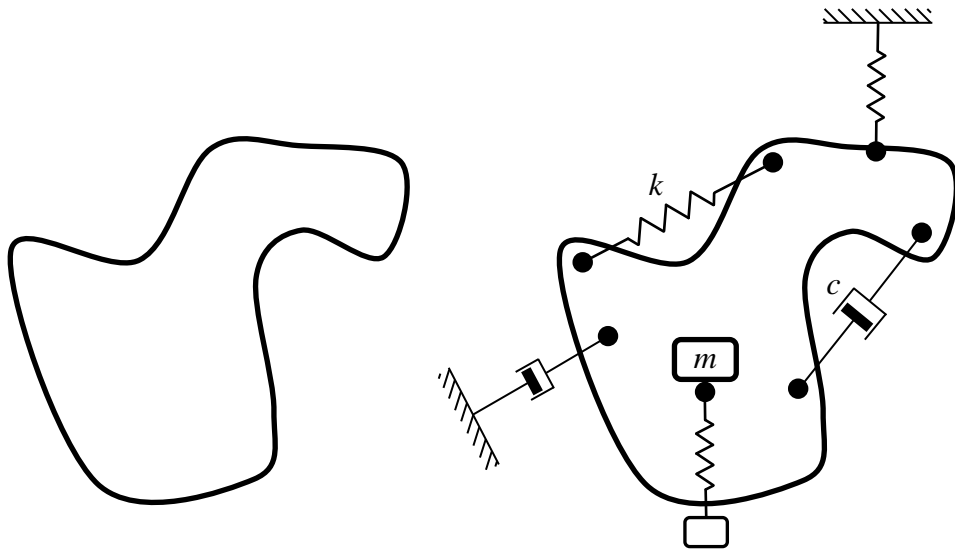
Yapısal değişiklik pratikte karşılaşılan çeşitli titreşim problemlerinin çözümü için kullanılan etkili bir araçtır. Bu değişiklikler ürün üzerinde ek geliştirme yapılmasının yanı sıra çoğu zaman tasarım aşamasında titreşim ve gürültü problemlerinin dikkate alınmaması nedeniyle yapılmaktadır. Yapılan değişiklikler sonucunda ilgilenilen yapının istenilen dinamik özellikleri sağlanması amaçlanmaktadır.

Dinamik direngenliği $[Z]$ ile ifade edilen lineer mekanik bir sisteme Şekil 2.1'deki gibi dinamik direngenliği $[\Delta Z]$ olan ikinci bir mekanik sistem eklendiğinde oluşan değiştirilmiş yeni sistemin dinamik direngenliği $[Z^*]$;

$$[Z^*] = [Z] + [\Delta Z] \quad (2.1)$$

olarak yazılabilir. Burada $[\Delta Z]$, yapılan kütle, direngenlik ve sönüm değişikliklerini içeren toplam değişim matrisidir ve aşağıdaki eşitlik ile verilmektedir.

$$[\Delta Z] = [\Delta K] - \omega^2 [\Delta M] + j\omega [\Delta C] \quad (2.2)$$



a) Orijinal sistem, $[Z]$

b) Değişiklik yapılmış sistem, $[Z^*] = [Z] + [\Delta Z]$

Şekil 2.1. Bir yapı üzerinde kütle, yay ve sönüm değişikliği yapılması

Şekil 2.1'den görüleceği üzere kütle değişikliği, yapı üzerindeki herhangi bir koordinata kütle eklenmesi veya çıkarılması şeklinde yapılabilmektedir. Kütleler yapı üzerinde mevcut bir koordinata doğrudan eklenebildiği gibi bir yay vasıtası ile de eklenebilir. İkinci durumda yapıya ek serbestlik derecesi getirilmiş olur. Buna karşılık yay ve sönüm değişiklikleri, yapı üzerindeki genelleştirilmiş bir koordinat ile sabit eksen takımı arasına eklenerek yapılabildiği gibi yapı üzerindeki genelleştirilmiş iki koordinat arasına eklenerek de yapılabilmektedir.

Çalışmanın bu kısmında öncelikle Sherman-Morrison (SM) formülüne dayalı yapısal değişiklik yönteminden bahsedilecek ve sonra farklı yapısal değişiklik durumları için değişim vektörleri SM formülünde yerine yazılarak değişiklik yapılmış sistemin FTF'leri elde edilecektir. Elde edilen FTF'lerin doğruluğu yapılan sayısal uygulamalar ile gösterilmeye çalışılacaktır.

2.1. Sherman-Morrison (SM) Formülü

SM formülü, mevcut bir matriste yapılan değişiklik ile oluşan yeni matrisin tersini orijinal matrisin tersi ile değişim verilerini kullanarak doğrudan hesaplamaya yarayan bir formüldür. Bu formüle göre tekil olmayan bir $[A]$ kare matrisi göz önüne alınırsa, bu matriste $[\Delta] = \{u\}\{v\}^T$ gibi iki vektörün çarpımı şeklinde ifade edilebilen bir değişiklik yapılması sonucu elde edilen değiştirilmiş yeni $[A^*]$ matrisi,

$$[A^*] = [A] + \{u\}\{v\}^T \quad (2.3)$$

şeklinde yazılabilir. Eğer $[A]$ matrisinin tersi $[A]^{-1}$ önceden hesaplanmış veya mevcut ise değişiklikten sonra elde edilen yeni matrisin tersi $[A^*]^{-1}$,

$$[A^*]^{-1} = [A]^{-1} - \frac{([A]^{-1}\{u\})(\{v\}^T[A]^{-1})}{1 + \{v\}^T[A]^{-1}\{u\}} \quad (2.4)$$

biçiminde verilen SM eşitliği ile herhangi bir ters alma işlemine gerek kalmaksızın doğrudan ilk matrisin tersi ve yapılan değişiklikler kullanılarak hesaplanabilir [151]. Eğer

$[\Delta]$ matrisi iki vektörün çarpımı şeklinde ifade edilemiyorsa aşağıdaki gibi p tane değişim matrisinin toplamı şeklinde yazılabilir.

$$[\Delta] = [\Delta_1] + [\Delta_2] + [\Delta_3] + \dots + [\Delta_p] \quad (2.5)$$

Burada $[\Delta_i] = \{u_i\}\{v_i\}^T$ 'dir. Bu durumda her bir değişim için gerekli hesaplamalar arka arkaya yapılarak orijinal matris elde edilebilir.

Diğer taraftan $[\Delta]$, $[U][V]^T$ gibi iki kare matrisin çarpımı şeklinde yazılarak aşağıdaki gibi genelleştirilebilmektedir.

$$[A^*]^{-1} = [A]^{-1} - [A]^{-1}[U]([I] + [V]^T[A]^{-1}[U])[V]^T[A]^{-1} \quad (2.6)$$

Bu genel formül ise literatürde Sherman-Morrison-Woodbury (SMW) eşitliği olarak bilinmektedir [152].

SM formülü istatistik, elektriksel ağ sistemleri, asimptotik analiz, optimizasyon, kısmi diferansiyel denklemler gibi birçok alanda kullanılmıştır [153]. Yapısal dinamikte de SM formülü bir matrisin tersini güncellemekten ziyade örnek olarak tipik bir SE modelinde yapılan değişiklikten sonra çözümü güncellemek amacıyla kullanılmıştır [154]. Ayrıca, yapısal dinamikte SM formülü Petrov vd. [155] tarafından türbin kanatlarının ayarsızlığının incelenmesinde kullanılmıştır. Bunun yanı sıra Sanlitürk vd. [156], türbin kanatlarında kullanılan sürtünmeli bir damperin modellenmesinde ve lineer olmayan sistemlerin cevaplarının bulunmasında [157] bu formülasyondan faydalanmışlardır.

2.2. Yapısal Değişimde SM Formülünün Kullanılması

Bu çalışmada yapısal değişikliğin formülasyonu için sunulan yöntem, SM eşitliğine dayanmaktadır. SM eşitliği ile değişiklik yapılmış bir matrisin tersini hesaplayabilmek için değişiklikten önceki matrisin tersi ve değişim vektörleri kullanılmaktadır. Bu eşitlik yardımıyla yeni matrisin tersi, herhangi bir matris tersi işlemine gerek kalmaksızın hesaplanabilmektedir. Değişiklik yapılmış sistemin dinamik direngenliğinin (2.1) eşitliği ile verildiği hatırlanacak olursa, yapısal değişiklik ve SM formülü arasında bir ilişki

kurabilmek için toplam değişim matrisinin, $[\Delta Z] = \{u\}\{v\}^T$ biçiminde ifade edilmesi gereklidir. Yapısal dinamikte dinamik direngenlik (empedans), Z ve dinamik esneklik (reseptans), α arasında bilinen $[Z]^{-1} = [\alpha]$ bağıntısı kullanılarak değiştirilmiş sistemin FTF'leri (2.4) eşıtlığı ile verilen SM formülü yardımı ile aşığıdaki gibi hesaplanabilmektedir.

$$[\alpha^*] = [Z^*]^{-1} = [\alpha] - \frac{([\alpha]\{u\})(\{v^T\}[\alpha])}{1 + \{v^T\}[\alpha]\{u\}} \quad (2.7)$$

Bu eşıtlık yardımıyla iki sistemin birleşiminden oluşan yeni sistemin başka bir deyişle değiştirilmiş sistemin dinamik esneklikleri, orijinal sistemin dinamik esneklikleri ve yapılan değişimler kullanılarak hesaplanabilmektedir.

Eşıtlık (2.7)'den anlaşılacağı gibi dinamik esneklik matrisi, $[\alpha]$ incelenen sistemin bütün FTF'lerinden oluşmaktadır. Teorik uygulamalarda bu matrisin tümünü oluşturmak mümkün olmakla beraber deneysel uygulamalarda tüm FTF'leri ölçmek pratik bir yaklaşım değildir ve genellikle FTF matrisinin sadece bir sütununun veya bir satırının elemanları oluşturulur. FTF matrisinin bir satırı veya bir sütununu kullanarak yapılacak bir modal analizden sonra incelenen sistemin tüm FTF'lerini elde etmek mümkündür. Ancak ölçülmüş verilerdeki mevcut uyumsuzluklar ve sistematik hatalar böyle bir hesaptan sonra elde edilecek FTF'lerin doğruluğuna olan güveni azaltır. Ayrıca bu şekilde oluşturulan FTF'ler içine artık (residual) etkilerini dahil etmek zordur. Bununla birlikte (2.7) eşıtlığı daha yakından incelendiği zaman sadece değişimden etkilenen FTF'ler için de yazılabileceği görülebilir [10]. Buna göre FTF matrisinde düzenlemeden etkilenecek aktif ve pasif koordinatlar sırasıyla a ve p indisleri ile gösterilecek olursa değişim matrisi,

$$[\Delta Z] = \begin{Bmatrix} \{u_a\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \{v_a\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}^T \quad (2.8)$$

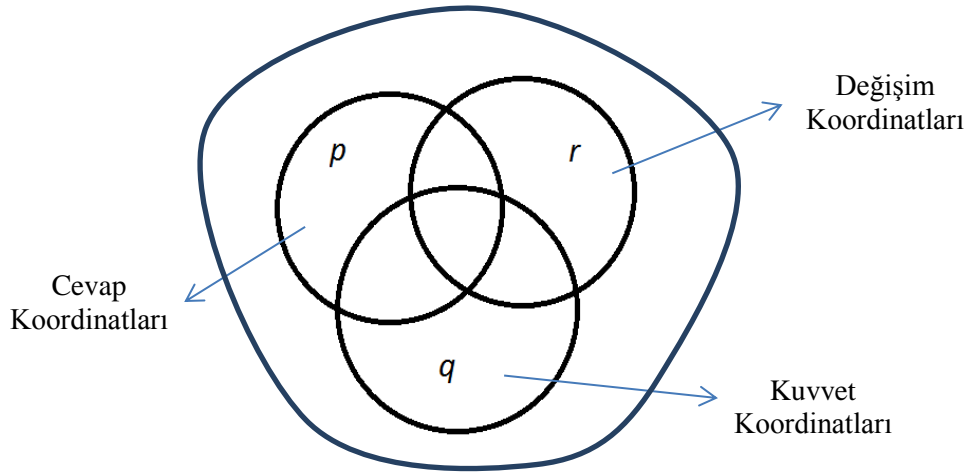
şeklinde ifade edilmektedir. Bu ifadenin (2.7) eşıtlığında yerine yazılması ile,

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \alpha_{aa}^* & \alpha_{ap}^* \\ \alpha_{pa}^* & \alpha_{pp}^* \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \alpha_{aa} & \alpha_{ap} \\ \alpha_{pa} & \alpha_{pp} \end{bmatrix} - \dots \\
&\dots \frac{\left(\begin{bmatrix} \alpha_{aa} & \alpha_{ap} \\ \alpha_{pa} & \alpha_{pp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_a\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \right) \left(\begin{Bmatrix} \{v_a\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{aa} & \alpha_{ap} \\ \alpha_{pa} & \alpha_{pp} \end{bmatrix} \right)}{1 + \begin{Bmatrix} \{v_a\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{aa} & \alpha_{ap} \\ \alpha_{pa} & \alpha_{pp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_a\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

eşitliği alt matrislere ayrılarak aktif ve pasif koordinatlar için yazılabilir. Bu durumda yeni sistemin FTF matrisi aktif koordinatlar için aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\left[\alpha_{aa}^* \right] = \left[\alpha_{aa} \right] - \frac{\left(\left[\alpha_{aa} \right] \{u_a\} \right) \left(\{v_a\}^T \left[\alpha_{aa} \right] \right)}{1 + \{v_a\}^T \left[\alpha_{aa} \right] \{u_a\}} \tag{2.10}$$

Aktif koordinatları daha açık bir şekilde anlamak için yapısal değişimde aktif koordinatlar; herhangi bir FTF için cevap koordinatı p , tahrik koordinatı q ve değişim koordinatı da r olarak ifade edilsin (Şekil 2.2).



Şekil 2.2. Yapısal değişimde aktif, pasif ve değişim koordinatları

Denklemlerin daha anlaşılır olması bakımından aktif koordinatlara uygun olarak herhangi bir FTF'yi α_{pq} biçiminde yazmak daha uygun olacaktır. Bu durumda (2.10) eşitliği aşağıdaki gibi açık olarak yazılabilir [10].

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \alpha_{pp}^* & \alpha_{pq}^* & \alpha_{pr}^* \\ & \alpha_{qq}^* & \alpha_{qr}^* \\ Sim. & & \alpha_{rr}^* \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \alpha_{pp} & \alpha_{pq} & \alpha_{pr} \\ & \alpha_{qq} & \alpha_{qr} \\ Sim. & & \alpha_{rr} \end{bmatrix} - \dots \\
 & \dots \frac{\left(\begin{bmatrix} \alpha_{pp} & \alpha_{pq} & \alpha_{pr} \\ & \alpha_{qq} & \alpha_{qr} \\ Sim. & & \alpha_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_r \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_r \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{pp} & Sim. \\ \alpha_{qp} & \alpha_{qq} \\ \alpha_{rp} & \alpha_{rq} & \alpha_{rr} \end{bmatrix} \right)}{1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_r \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{pp} & Sim. \\ \alpha_{qp} & \alpha_{qq} \\ \alpha_{rp} & \alpha_{rq} & \alpha_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_r \end{bmatrix}}
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Burada '*' simgeli ifadeler yapısal değişiklikten sonra oluşan yeni sistemin FTF'lerini ifade etmektedir. Birden fazla '*' simgenin olması durumunda simge sayısı yapısal değişiklik sayısına eşit olmaktadır.

Eşitlik (2.11)'de basit matris işlemlerinin yapılmasının ardından,

$$\begin{bmatrix} \alpha_{pp}^* & \alpha_{pq}^* & \alpha_{pr}^* \\ & \alpha_{qq}^* & \alpha_{qr}^* \\ Sim. & & \alpha_{rr}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{pp} & \alpha_{pq} & \alpha_{pr} \\ & \alpha_{qq} & \alpha_{qr} \\ Sim. & & \alpha_{rr} \end{bmatrix} - \frac{u_r v_r \begin{bmatrix} \alpha_{pr} \\ \alpha_{qr} \\ \alpha_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{rp} \\ \alpha_{rq} \\ \alpha_{rr} \end{bmatrix}^T}{1 + u_r v_r \alpha_{rr}} \tag{2.12}$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikten α_{pq}^* ,

$$\alpha_{pq}^* = \frac{\alpha_{pq} + u_r v_r (\alpha_{rr} \alpha_{pq} - \alpha_{pr} \alpha_{rq})}{1 + u_r v_r \alpha_{rr}} \tag{2.13}$$

şeklinde elde edilir [10]. Bu eşitlik yardımı ile FTF ölçümü esnasında aktif koordinatlarla ilgili olarak orijinal yapının FTF'leri ve yapılacak değişimler kullanılarak yeni yapının FTF'leri hesaplanmaktadır. Burada şunu unutmamak gerekiyor; FTF frekansa bağlı bir fonksiyon olduğu için (2.13) eşitliği her frekans değeri için uygulanmalıdır.

Eşitlik (2.12)'de FTF matrisinin her bir elamanı için farklı bir eşitlik elde edilebileceği gibi (2.13) eşitliğinde p ve q indislerinin farklı kombinasyonları için aynı denklemlere ulaşılabilir. Örneğin p yerine q yazarak sürüş noktası FTF'si için değişim denklemi aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\alpha_{qq}^* = \frac{\alpha_{qq} + u_r v_r (\alpha_{rr} \alpha_{qq} - \alpha_{qr} \alpha_{rq})}{1 + u_r v_r \alpha_{rr}} \quad (2.14)$$

$\alpha_{qr} = \alpha_{rq}$ eşitliğinden faydalanılarak (2.14) eşitliği düzenlenecek olursa,

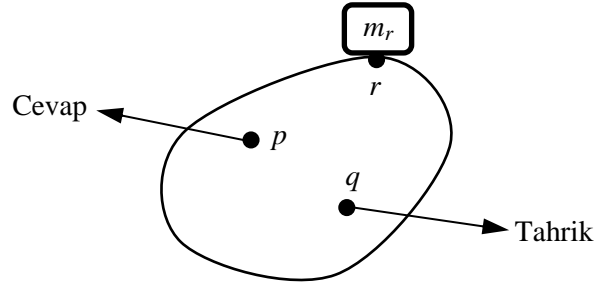
$$\alpha_{qq}^* = \frac{\alpha_{qq} + u_r v_r (\alpha_{rr} \alpha_{qq} - \alpha_{qr}^2)}{1 + u_r v_r \alpha_{rr}} \quad (2.15)$$

eşitliği elde edilir.

Genel olarak bir yapı üzerinde yapılacak fiziksel değişimlerin kütle, yay veya sönüm değişikliği şeklinde olabileceği daha önce belirtilmiştir. Eşitlik (2.13) ile verilen FTF değişim denklemleri, bu tip değişimlerin her biri için aşağıda elde edilmiştir.

2.2.1. Kütle Değişimi

Kütle değişimi için bir sistem üzerinde p , cevap, q , tahrik ve r , değişim koordinatlarını göstermek üzere sistemin r koordinatına bir m_r kütlesi eklendiği varsayılmaktadır (Şekil 2.3).



Şekil 2.3. Bir yapı üzerinde kütle değişimi

Yapı üzerine kütle eklenmesi ile oluşacak değişim matrisi, direngelik ve sönüm değişimleri sıfır alınarak aşağıdaki gibi yazılabilir [10].

$$[\Delta Z] = -\omega^2 [\Delta M] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ 0 & & -\omega^2 m_r & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

r. sütun
↓

← r. satır

Bu matris iki vektörün çarpımı şeklinde aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$[\Delta Z] = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}^T = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ -\omega^2 m_r \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}^T \quad (2.17)$$

Bu durumda; $u_r = 1$ ve $v_r = -\omega^2 m_r$ yazılabilir. Bu değerler (2.13) eşitliğinde yerine yazılarak,

$$\alpha_{pq}^* = \frac{\alpha_{pq} - \omega^2 m_r (\alpha_{rr} \alpha_{pq} - \alpha_{pr} \alpha_{rq})}{1 - \omega^2 m_r \alpha_{rr}} \quad (2.18)$$

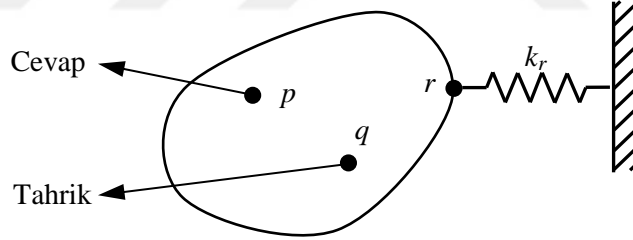
eşitliği ile verilen yapı üzerine bir m_r kütlesi eklendikten sonra oluşan yeni sistemin p ve q genelleştirilmiş koordinatları arasındaki transfer FTF'si elde edilir [10].

2.2.2. Yay (Direngenlik) Değişimi

Yapı üzerinde yay (direngenlik) değişimi, yapı üzerindeki genelleştirilmiş bir koordinat ile yer arasında veya yapı üzerindeki genelleştirilmiş iki koordinat arasında yapılabilmektedir. Her iki durumda (2.2) eşitliği ile verilen $[\Delta Z]$ değişim matrisi birbirinden farklı olacağı için her bir durum için ayrı ayrı elde edilecektir.

2.2.2.1. Genelleştirilmiş Koordinat ile Yer (Sabit Eksen) Arasında Yay Değişimi

Burada özel olarak Şekil 2.4'te gösterilen bir ucu sabit diğer ucu hareketli bir yayın sistemin r koordinatına eklenmesi durumunda oluşan yeni sistemin FTF'leri hesaplanmaya çalışılacaktır.



Şekil 2.4. Bir yapı üzerinde genelleştirilmiş koordinat ile yer (sabit eksen) arasında yay değişimi

Şekil 2.4'te görülen sistem için $[\Delta Z]$ değişim matrisi sadece ilgili konumdaki direngenlikten oluşmaktadır. Kütle değişiminde olduğu gibi direngenlik değişiminde de u_r ve v_r aşağıdaki gibi bulunur [10]:

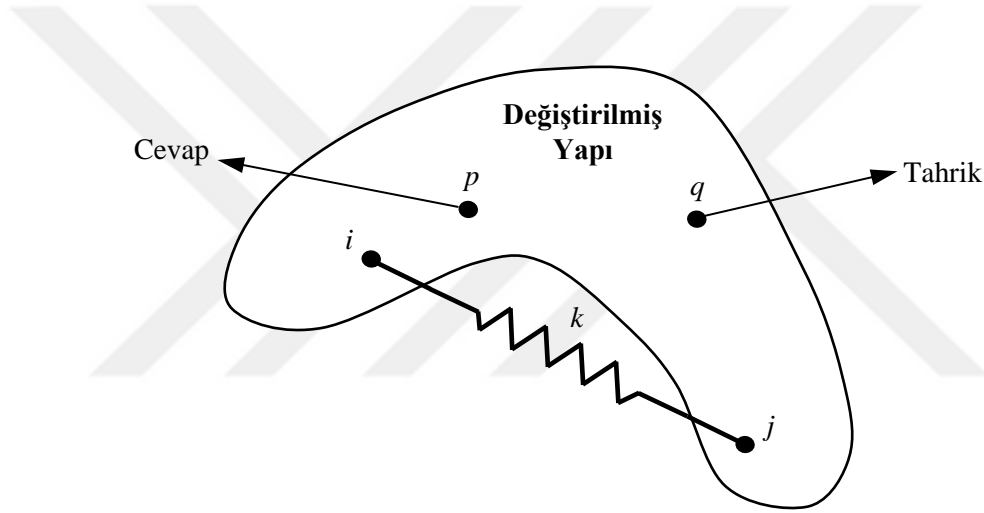
$$\begin{aligned} u_r &= 1 \\ v_r &= k_r \end{aligned} \quad (2.19)$$

Değişimden sonraki sistemin FTF'si ise (2.20) eşitliğindeki gibi hesaplanabilir [10].

$$\alpha_{pq}^* = \frac{\alpha_{pq} + k_r (\alpha_{rr} \alpha_{pq} - \alpha_{pr} \alpha_{rq})}{1 + k_r \alpha_{rr}} \quad (2.20)$$

2.2.2.2. Genelleştirilmiş İki Koordinat Arasında Yay Değişimi

Yapı üzerinde genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişimi için Şekil 2.5'te gösterilen sistem dikkate alınmıştır. Burada yapının i ve j koordinatları arasına k yayı eklenmesi ile oluşan yeni sistemin p , cevap ve q , tahrik koordinatları arasındaki transfer FTF'si hesaplanacaktır.



Şekil 2.5. Yapı üzerinde genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişimi

Şekil 2.5'te verilen sistem dikkate alındığında $[\Delta Z]$, değişim matrisinin sadece i ve j koordinatları k yay değerinden oluşacaktır. Bu durumda $[\Delta Z]$, değişim matrisi aşağıdaki gibi yazılabilir [158].

$$[\Delta Z] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Böyle bir değişim için toplam değişim matrisi, $[\Delta Z]$, (2.22) eşitliğindeki gibi iki vektörün çarpımı şeklinde yazılabilir.

$$[\Delta Z] = \{u\} \{v\}^T = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix} \{k \quad -k\} \quad (2.22)$$

Eşitlik (2.22) ile verilen toplam değişim matrisi $[\Delta Z]$ 'de sadece sıfır olmayan elemanların verildiği belirtilmelidir. Vektör boyutları sistemdeki serbestlik derecesi sayısını sağlayacak şekilde olmalıdır. Bu durumda diğer vektör elemanları '0' olarak alınır.

Değişim koordinatları i ve j ile p , cevap ve q , tahrik koordinatları dikkate alınarak (2.9) eşitliği, (2.23) eşitliğindeki gibi açık olarak yazılabilir.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \alpha_{pp}^* & \alpha_{pq}^* & \alpha_{pi}^* & \alpha_{pj}^* \\ & \alpha_{qq}^* & \alpha_{qi}^* & \alpha_{qj}^* \\ & & \alpha_{ii}^* & \alpha_{ij}^* \\ \text{Sym.} & & & \alpha_{jj}^* \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \alpha_{pp} & \alpha_{pq} & \alpha_{pi} & \alpha_{pj} \\ & \alpha_{qq} & \alpha_{qi} & \alpha_{qj} \\ & & \alpha_{ii} & \alpha_{ij} \\ \text{Sym.} & & & \alpha_{jj} \end{bmatrix} - \dots \\ &= \left(\begin{bmatrix} \alpha_{pp} & \alpha_{pq} & \alpha_{pi} & \alpha_{pj} \\ & \alpha_{qq} & \alpha_{qi} & \alpha_{qj} \\ & & \alpha_{ii} & \alpha_{ij} \\ \text{Sym.} & & & \alpha_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{Bmatrix} \right) \left(\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \\ -k \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{pp} & \alpha_{pq} & \alpha_{pi} & \alpha_{pj} \\ & \alpha_{qq} & \alpha_{qi} & \alpha_{qj} \\ & & \alpha_{ii} & \alpha_{ij} \\ \text{Sym.} & & & \alpha_{jj} \end{bmatrix} \right) \\ &= 1 + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \\ -k \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{pp} & \alpha_{pq} & \alpha_{pi} & \alpha_{pj} \\ & \alpha_{qq} & \alpha_{qi} & \alpha_{qj} \\ & & \alpha_{ii} & \alpha_{ij} \\ \text{Sym.} & & & \alpha_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Matris çarpım işlemleri yapıldıktan sonra,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \alpha_{pp}^* & \alpha_{pq}^* & \alpha_{pi}^* & \alpha_{pj}^* \\ & \alpha_{qq}^* & \alpha_{qi}^* & \alpha_{qj}^* \\ & & \alpha_{ii}^* & \alpha_{ij}^* \\ \text{Sym.} & & & \alpha_{jj}^* \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \alpha_{pp} & \alpha_{pq} & \alpha_{pi} & \alpha_{pj} \\ & \alpha_{qq} & \alpha_{qi} & \alpha_{qj} \\ & & \alpha_{ii} & \alpha_{ij} \\ \text{Sym.} & & & \alpha_{jj} \end{bmatrix} - \frac{k \begin{Bmatrix} \alpha_{pi} - \alpha_{pj} \\ \alpha_{qi} - \alpha_{qj} \\ \alpha_{ii} - \alpha_{ij} \\ \alpha_{ji} - \alpha_{jj} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{ip} - \alpha_{jp} \\ \alpha_{iq} - \alpha_{jq} \\ \alpha_{ii} - \alpha_{ji} \\ \alpha_{ij} - \alpha_{jj} \end{Bmatrix}^T}{1 + k(\alpha_{ii} - \alpha_{ij} - \alpha_{ji} + \alpha_{jj})} \end{aligned} \quad (2.24)$$

eşitliği elde edilmektedir. Eşitlik (2.24), $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ eşitliğinin dikkate alınması ile istenilen FTF için yazılabilir. Örnek olarak sistemin p , cevap ve q , tahrik koordinatına ait transfer FTF'si aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\alpha_{pq}^* = \alpha_{pq} - \frac{k(\alpha_{pi} - \alpha_{pj})(\alpha_{iq} - \alpha_{jq})}{1 + k(\alpha_{ii} - 2\alpha_{ij} + \alpha_{jj})} \quad (2.25)$$

Benzer şekilde p , cevap koordinatına ait sürüş noktası FTF'si de (2.26) eşitliğindeki gibi elde edilebilir.

$$\alpha_{pp}^* = \alpha_{pp} - \frac{k(\alpha_{pi} - \alpha_{pj})^2}{1 + k(\alpha_{ii} - 2\alpha_{ij} + \alpha_{jj})} \quad (2.26)$$

Eşitlik (2.25) ve (2.26) incelendiğinde değişiklik yapılan yeni sistemin FTF'lerini hesaplamak için orijinal sistemin cevap, tahrik ve değişim koordinatlarına ait sürüş noktası ve transfer FTF'lerin bilinmesinin yeterli olduğu görülmektedir.

Eğer yay değişimi yerel bir eksen takımı üzerinde yapılırsa (Küresel koordinat sistemine göre e , f ve g kosinüs doğrultuları) değişim vektörleri, coğrafik koordinat sistemine (Geographic Coordinate System, GCS) göre yeniden oluşturulur. Bu durumda değişim matrisi aşağıdaki gibi olmaktadır [158].

$$[\Delta Z] = \{u\} \{v\}^T = \begin{pmatrix} e \\ f \\ g \\ -e \\ -f \\ -g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e.k \\ f.k \\ g.k \\ -e.k \\ -f.k \\ -g.k \end{pmatrix}^T \quad (2.27)$$

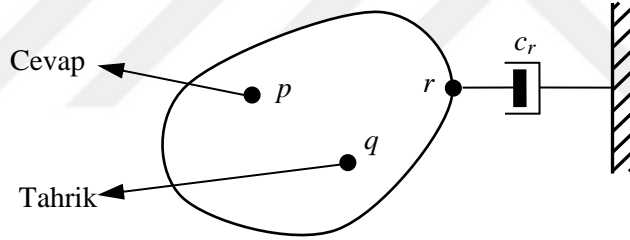
Eşitlik (2.27) ile verilen toplam değişim matrisinin değişim formülünde yerine yazılması ile yerel bir eksen takımı üzerinde yapılan yay değişimi ile oluşan yeni FTF'ler elde edilebilir.

2.2.3. Sönüm Değişimi

Sönüm, gerçek sistemlerde sürekli var olan ve titreşim hareketinin bir süre sonra ortadan kaybolmasına neden olan fiziksel bir parametredir. Bu fiziksel parametre yapının dinamik özellikleri üzerinde oldukça etkili olduğu için yapısal değişimde sönüm değişikliği yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Yapı üzerinde sönüm değişimi, yay değişiminde olduğu gibi yapı üzerindeki genelleştirilmiş bir koordinat ile yer arasında veya yapı üzerindeki genelleştirilmiş iki koordinat arasında yapılabilmektedir.

2.2.3.1. Genelleştirilmiş Koordinat ile Yer Arasında Sönüm Değişimi

Değişiklik yapılacak sistem üzerinde genelleştirilmiş bir koordinat ile yer arasında sönüm eklenmesi durumunda (Şekil 2.6), değişim matrisi sadece sönümden oluşacaktır.



Şekil 2.6. Yapı üzerinde genelleştirilmiş bir koordinat ile yer arasında sönüm değişimi

Yay değişimine benzer olarak, sönüm değişimi için değişim vektörleri,

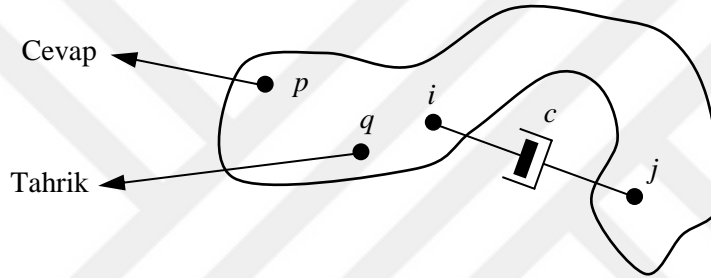
$$\begin{aligned} u_r &= 1 \\ v_r &= j\omega c_r \end{aligned} \quad (2.28)$$

şeklinde yazılabilir [10]. Bu değişim vektörlerinin (2.20) eşitliğinde yerine yazılması ile sönüm eklenmiş sistemin cevap ve tahrik koordinatları arasındaki transfer FTF'si (2.29) eşitliğindeki gibi elde edilebilir [10].

$$\alpha_{pq}^* = \frac{\alpha_{pq}^{(r)} + j\omega c_r (\alpha_{rr}^{(r)} \alpha_{pq}^{(r)} - \alpha_{pr}^{(r)} \alpha_{rq}^{(r)})}{1 + j\omega c_r \alpha_{rr}^{(r)}} \quad (2.29)$$

2.2.3.2. Genelleştirilmiş İki Koordinat Arasında Sönüm Değişimi

Genelleştirilmiş koordinatlar arasında sıkça yapılan diğer bir değişim şekli de sönüm değişimidir. Genelleştirilmiş koordinatlar arasında sönüm değişimi için Şekil 2.7'de verilen yapı dikkate alınmıştır.



Şekil 2.7. Yapı üzerinde genelleştirilmiş iki koordinat arasında sönüm değişimi

Genelleştirilmiş iki koordinat arasında sönüm değişimi için Şekil 2.7'de görülen yapının i ve j koordinatları arasına c sönüm elemanı eklenmesi ile oluşan yeni sistemin p , cevap ve q , tahrik koordinatları arasındaki transfer FTF'si SM formülü yardımı ile hesaplanacaktır.

Genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişimine benzer olarak sönüm değişimi için toplam değişim matrisi aşağıdaki gibi iki vektörün çarpımı şeklinde yazılabilir [140].

$$[\Delta Z] = \{u\} \{v\}^T = j\omega \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix} \{c \quad -c\} = j\omega \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Burada $j = \sqrt{-1}$ olarak sanal birimi, ω ilgilenilen frekans noktasını ve c ise sönüm katsayısını göstermektedir. Eşitlik (2.30)'dan görüleceği üzere eğer sistemde sönüm mevcut ise FTF'lerde reel kısmın yanında sanal kısım da olacaktır.

Değişim vektörleri $\{u\}$ ve $\{v\}^T$ (2.10) eşitliğinde yerine yazılarak matris işlemleri yapıldıktan sonra genelleştirilmiş iki koordinat arasına sönüm eklenmiş yapının p , cevap ve q , tahrik koordinatları arasındaki FTF'si,

$$\alpha_{pq}^* = \alpha_{pq} - \frac{j\omega c(\alpha_{pi} - \alpha_{pj})(\alpha_{iq} - \alpha_{jq})}{1 + j\omega c(\alpha_{ii} - 2\alpha_{ij} + \alpha_{jj})} \quad (2.31)$$

şeklinde elde edilmektedir.

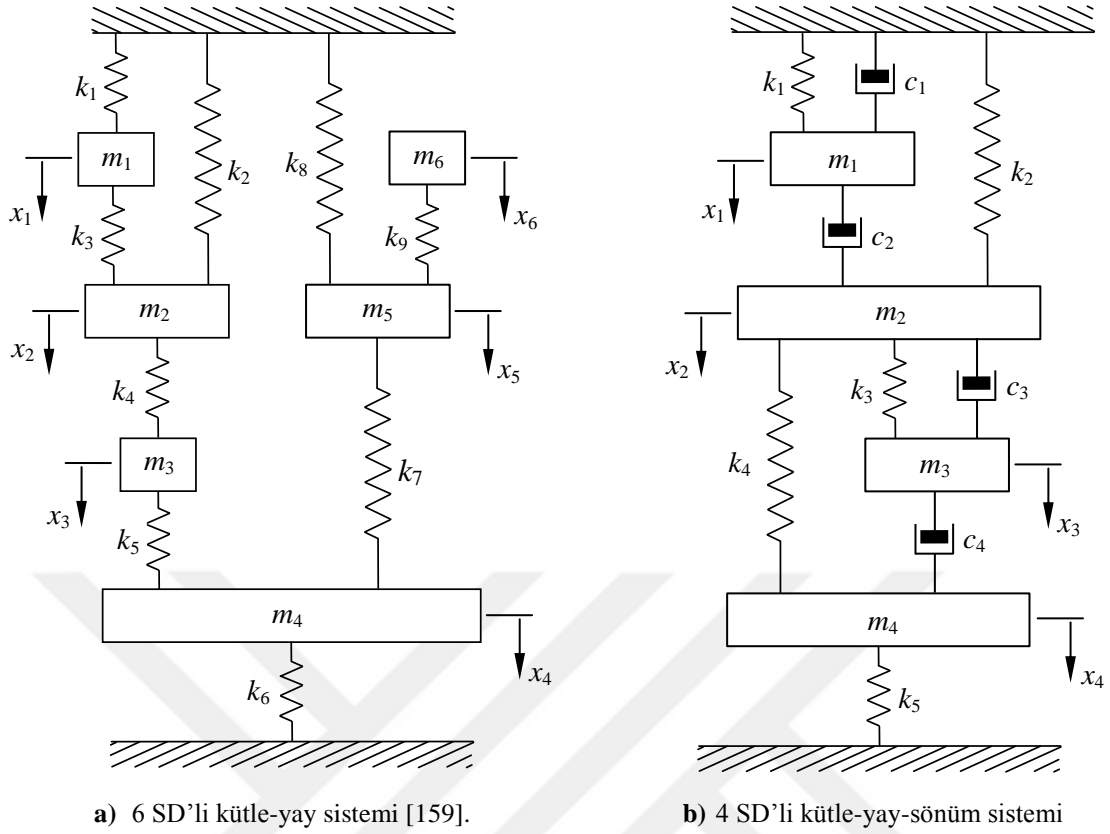
Şimdiye kadar yapılan tüm yapısal değişikliklerin sisteme kütle, yay veya sönüm eklenerek yapıldığı unutulmamalıdır. Buna karşın söz konusu yapısal değişikliklerin sistemden çıkarılarak yapılması durumunda ise değişimlerin negatif olarak uygulanması gereklidir. Örneğin Şekil 2.3'te verilen sistemin r koordinatından bir m_r kütlesi çıkarılması durumunda oluşan yeni sistemin p , cevap ve q , tahrik koordinatları arasında transfer FTF'si aşağıdaki eşitlikteki gibi olacaktır.

$$\alpha_{pq}^* = \frac{\alpha_{pq}^{(r)} + \omega^2 m_r (\alpha_{rr}^{(r)} \alpha_{pq}^{(r)} - \alpha_{pr}^{(r)} \alpha_{rq}^{(r)})}{1 + \omega^2 m_r \alpha_{rr}^{(r)}} \quad (2.32)$$

Eşitlik (2.18)'de m_r 'nin işaretinin değiştirilmesi ile (2.32) eşitliğinin elde edildiği kolayca görülmektedir. Yapılan yapısal değişikliğin yapının fiziksel yapısına uygun olması halinde benzer durum yay ve sönüm değişiklikleri için de geçerli olacaktır.

2.3. Sayısal Simülasyonlar

Bu bölümde, bir yapı üzerinde yapılabilecek yapısal değişiklikler (kütle, yay ve sönüm) için SM formülü yardımı ile elde edilen teorik ifadelerin doğruluğu yapılan sayısal uygulamalar ile gösterilmeye çalışılacaktır. Bunun için Şekil 2.8-a'da gösterilen 6 SD'li kütle-yay sistemi ve Şekil 2.8-b'de gösterilen 4 SD'li kütle-yay-sönüm sistemi göz önüne alınmıştır.



Şekil 2.8. Sayısal simülasyonlar için örnek sistemler

Şekil 2.8-a'da gösterilen 6 SD'li kütle-yay sisteminin fiziksel parametreleri aşağıdaki gibi dikkate alınmıştır.

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = m_6 = 1 \text{ kg}$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6 = k_7 = k_8 = k_9 = 100 \text{ N / m}$$

Şekil 2.8-b'de gösterile sistemin fiziksel parametreleri ise,

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 1 \text{ kg}$$

$$c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 0.02 \text{ kg / s}$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = 100 \text{ N / m}$$

şeklinde dikkate alınmıştır. Her iki sistemin öncelikle matematiksel modelleri oluşturularak kütle, direngenlik ve sönüm matrisleri elde edilmiştir. Elde edilen bu matrislerde mevcut fiziksel parametrelerin yerine yazılması ile oluşan öz değer problemi çözülerek her iki sistem için öz değerler ve öz vektörler hesaplanmıştır. Bu öz değer ve öz vektörler

kullanılarak her iki sistemin istenen koordinatlarına ait transfer ve sürüş noktası FTF'leri [124]'te verilen;

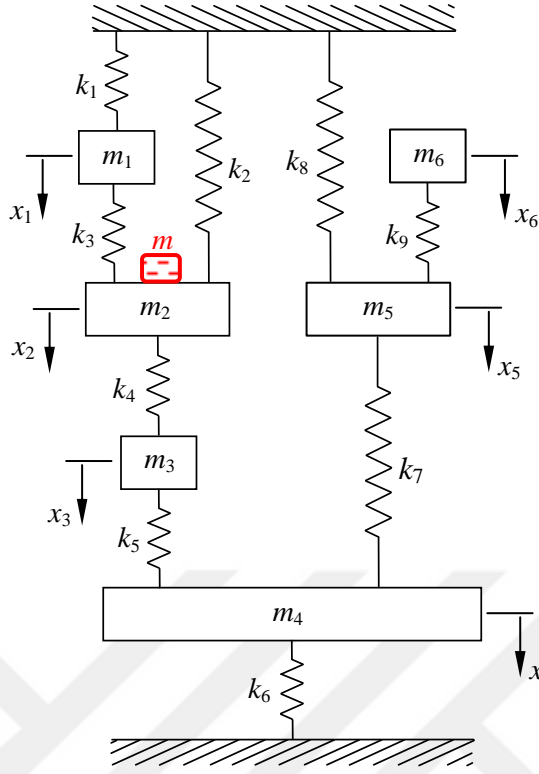
$$\alpha_{pq} = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{pr}\phi_{qr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + j\eta_r\omega_r} \quad (2.33)$$

eşitliği yardımıyla modların toplamı şeklinde 0.01 Hz frekans adımları ile 0-4 Hz frekans aralığında elde edilmiştir. Burada N mod sayısını, ϕ_{pr} ve ϕ_{qr} sırasıyla r modu için cevap ve tahrik koordinatlarına ait öz vektörleri, ω_r r modunun frekansını, ω zorlayıcı kuvvetin frekansını ve η_r r modunun modal sönüm oranını göstermektedir. Bu şekilde orijinal sistemin fiziksel parametreleri kullanılarak elde edilen FTF'ler 'orijinal' olarak adlandırılmıştır. Daha sonra sistemlerin fiziksel parametrelerinde bazı değişiklikler yapılarak oluşan yeni sistemlerin FTF'leri öz değer problemi çözülerek (2.33) eşitliği yardımıyla tekrar hesaplanmıştır. Bu şekilde elde edilen FTF'ler 'hedeflenen' olarak adlandırılmıştır. Burada SM formülü ve orijinal FTF'ler kullanılarak yukarıda verilen yapısal değişiklik teknikleri ile hedeflenen FTF'lerin elde edilmesi amaçlanmaktadır. Orijinal FTF'ler ve SM formülünün kullanılması ile değişiklik yapılmış sistem için elde edilen ve burada 'SM yöntemi' olarak adlandırılan FTF'lerin, hedeflenen FTF'ler ile aynı olması SM genel değişim formülü kullanılarak elde edilen yapısal değişiklik ifadelerinin geçerliliğini gösterecektir.

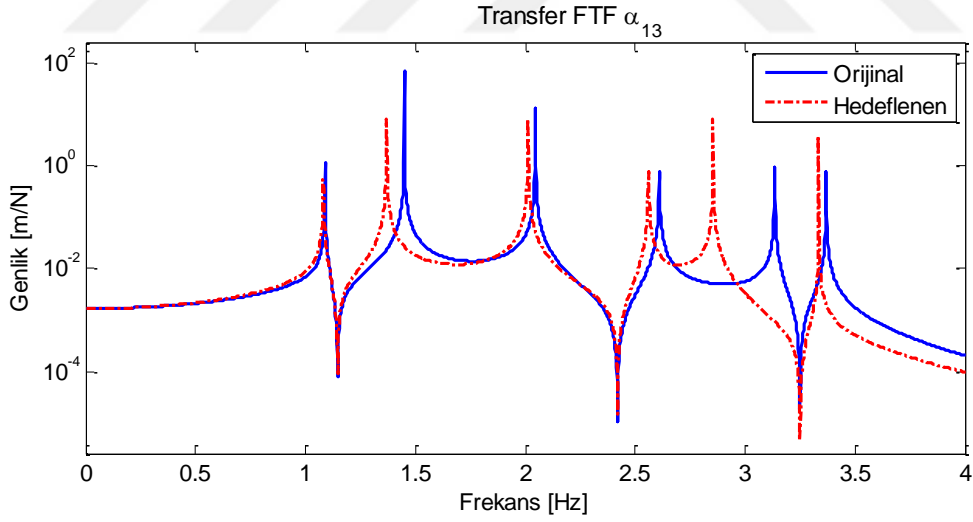
2.3.1. Sayısal Simülasyon 1: 6 SD' li Sistemde Kütle Değişikliği

İlk sayısal simülasyon Şekil 2.9'da görülen 6 SD'li sistemin 2 koordinatına $m = 0.5$ kg'lık bir kütle eklenerek yapılmıştır.

Sistemin (2.33) eşitliği ile hesaplanmış orijinal ve hedeflenen (kütle eklenmiş) FTF'leri Şekil 2.10'da karşılaştırılmıştır. Bu grafikte sistemin 2 koordinatına eklenen 0.5 kg'lık kütle beklediği gibi sistemin doğal frekans değerlerini bir miktar düşürdüğü ve değişim miktarlarının da her bir modda farklı olduğu görülmektedir. Yine Şekil 2.10 incelendiğinde 1 modunun doğal frekans değerinde düşüş miktarı çok küçük olduğu için ilave kütle bu modu çok az etkilemektedir.

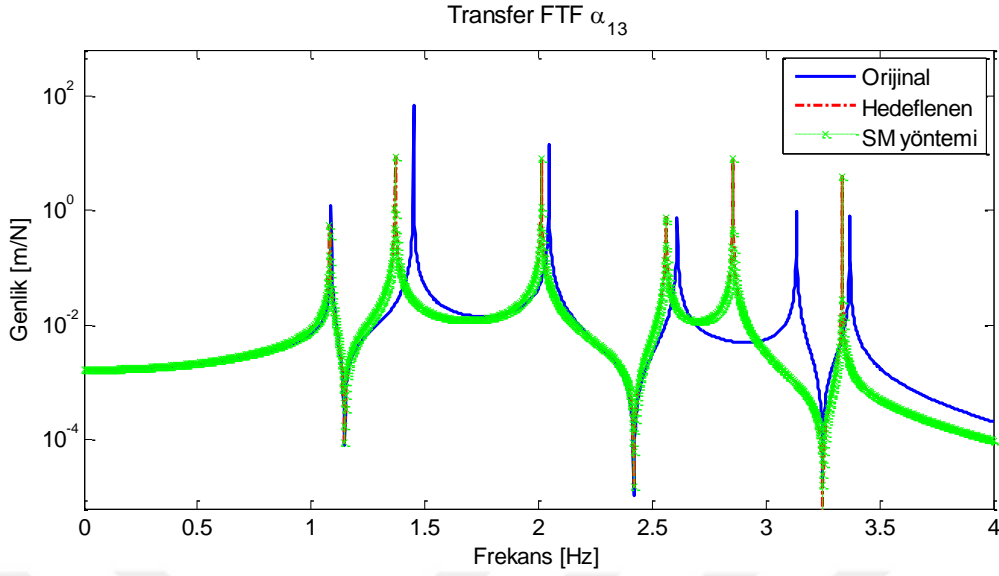


Şekil 2.9. 6 SD'li kütle-yay sisteminde kütle değişikliği



Şekil 2.10. Orijinal ve kütle eklenmiş sistemin hedeflenen transfer FTF'lerinin karşılaştırılması

Sistemin ilgili koordinatlarına ait orijinal FTF'lerin, (2.18) eşitliğinde yerine yazılması ile kütle değişikliği yapılmış sistemin transfer FTF'si hesaplanabilmektedir. Bu şekilde hesaplanmış SM yöntemi FTF'si ile sistemin orijinal ve hedeflenen FTF'leri Şekil 2.11'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

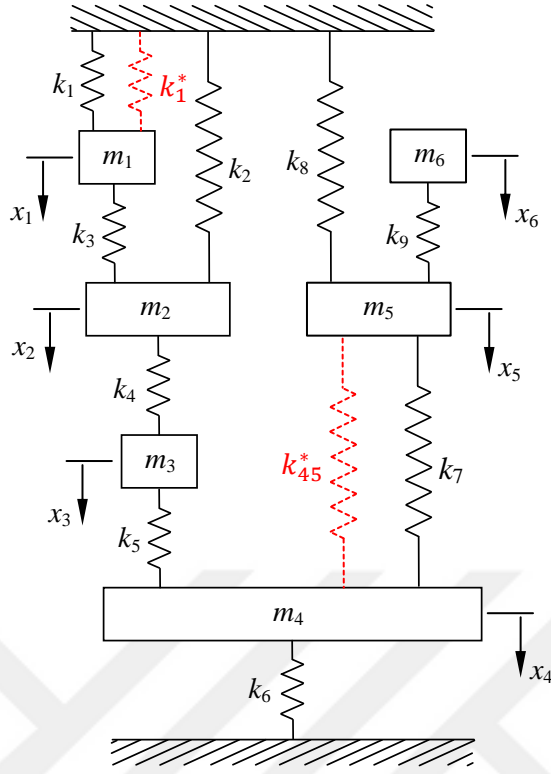


Şekil 2.11. Orijinal, kütle eklenmiş sistemin hedeflenen ve SM yöntemi transfer FTF'lerinin karşılaştırılması

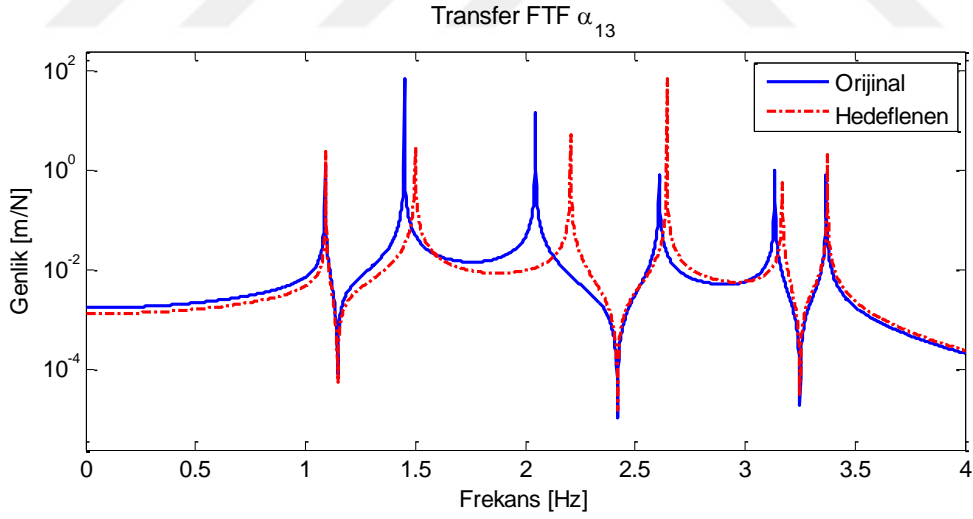
Şekil 2.11 incelendiğinde, orijinal sistemin 2 koordinatına (2.18) eşitliği ile 0.5 kg kütle eklenerek yapılan yapısal değişim sonucunda hesaplanan SM yöntemi ve 2 numaralı kütle için $m_2 = 1.5$ kg alınarak yapılan teorik modal analiz işlemi elde edilen hedeflenen α_{13} transfer FTF'lerinin birebir örtüştüğü görülmektedir. Bu şekilde 6 SD'li sistemin tüm kütlelerinde SM genel değişim formülü kullanılarak elde edilen (2.18) eşitliği yardımı ile sisteme kütle eklenmesi veya çıkarılması şeklinde örnekler çoğaltılabilir.

2.3.2. Sayısal Simülasyon 2: 6 SD'li Sistemde Yay Değişikliği

Yapı üzerinde yay değişiminin genelleştirilmiş bir koordinat ile sabit eksen (yer) arasında veya genelleştirilmiş bir çift koordinat arasında yapılabildiği daha önce belirtilmiştir. Yay değişimi için Şekil 2.12'de verilen yine 6 SD'li kütle-yay sistemi dikkate alınmıştır. Şekilde görüldüğü gibi öncelikle orijinal sistemin sadece 1 genelleştirilmiş koordinatı ile sabit eksen arasına $k_1^* = 50$ N/m'lik bir yayının eklenmesi ile oluşan yeni sistemin hedeflenen ve SM yöntemine ait α_{13} FTF'leri hesaplanarak karşılaştırılacaktır. Bu durumda değişiklik yapılmış sistem için $k_1 = 150$ N/m alınarak yapılan teorik modal analiz sonrasında elde edilen hedeflenen α_{13} FTF'si ile orijinal sistem parametreleri dikkate alınarak hesaplanan orijinal α_{13} FTF'si Şekil 2.13'te karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir.



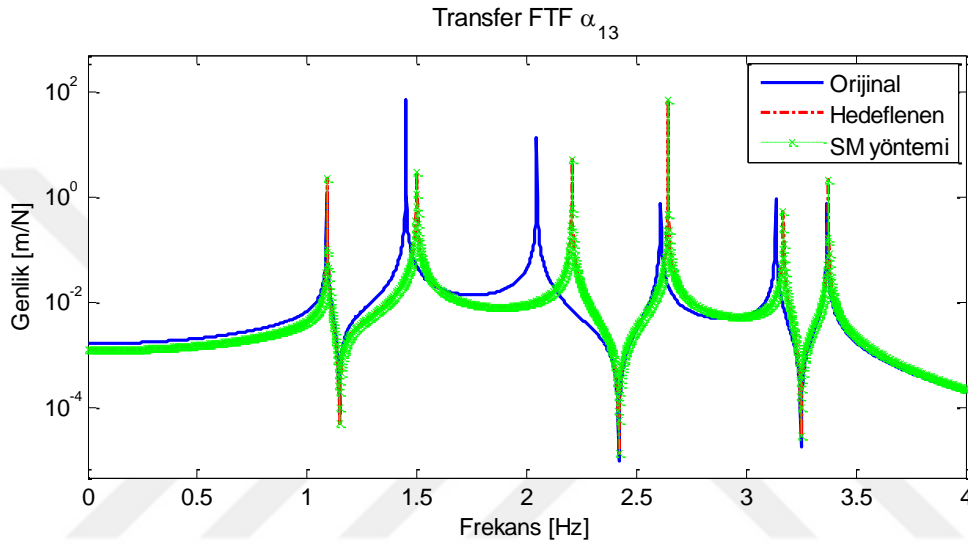
Şekil 2.12. 6 SD'li kütle-yay sisteminde yay değişikliği



Şekil 2.13. Orijinal ve yay eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş koordinat ile sabit eksen arasında) hedeflenen transfer FTF'lerinin karşılaştırılması

Şekil 2.13 incelendiğinde sistemde bir direngenlik artışı olduğu için doğal frekans değerlerinde artış görülmektedir. Ancak bu direngenlik artışı sistemin 1 ve 6 modlarına ait doğal frekansları etkilememektedir.

Sistemin genelleştirilmiş bir koordinatı ile sabit eksen arasında yay değişikliği yapılmış sistemin istenilen koordinatlarına ait FTF'leri daha önce SM formülü kullanılarak elde edilen (2.20) eşitliği yardımı ile de elde edilebilmektedir. Bu şekilde hesaplanmış FTF'lerin hedeflenen FTF'ler ile aynı olması beklenmektedir. Sistemin 1 ve 3 koordinatlarına ait orijinal, hedeflenen ve SM yöntemi şeklinde tanımlanan α_{13} transfer FTF'leri Şekil 2.14'te gösterilmiştir.

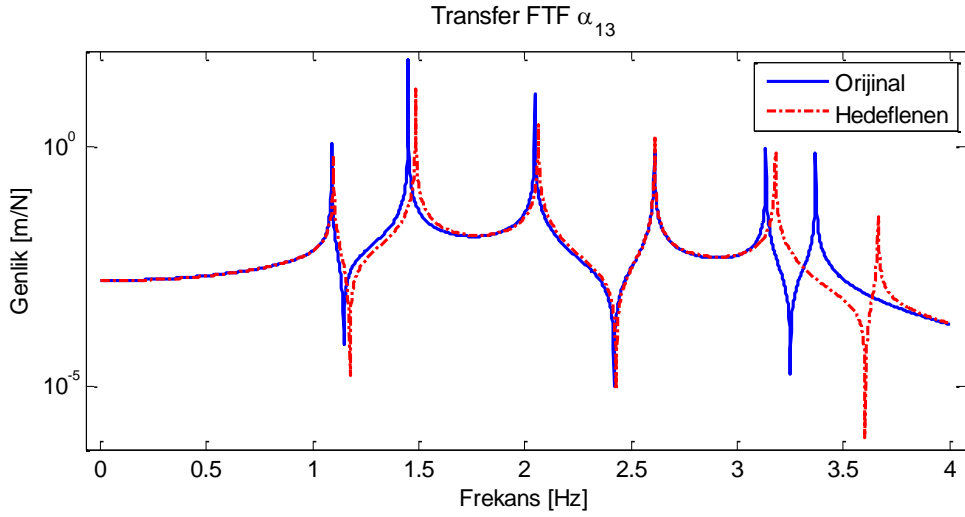


Şekil 2.14. Orijinal, yay eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş koordinat ile sabit eksen arasında) hedeflenen ve SM yöntemi transfer FTF'lerinin karşılaştırılması

Şekil 2.14 incelendiğinde SM formülü kullanılarak hesaplanan SM yöntemi FTF'sinin hedeflenen FTF ile birebir çakıştığı görülmektedir.

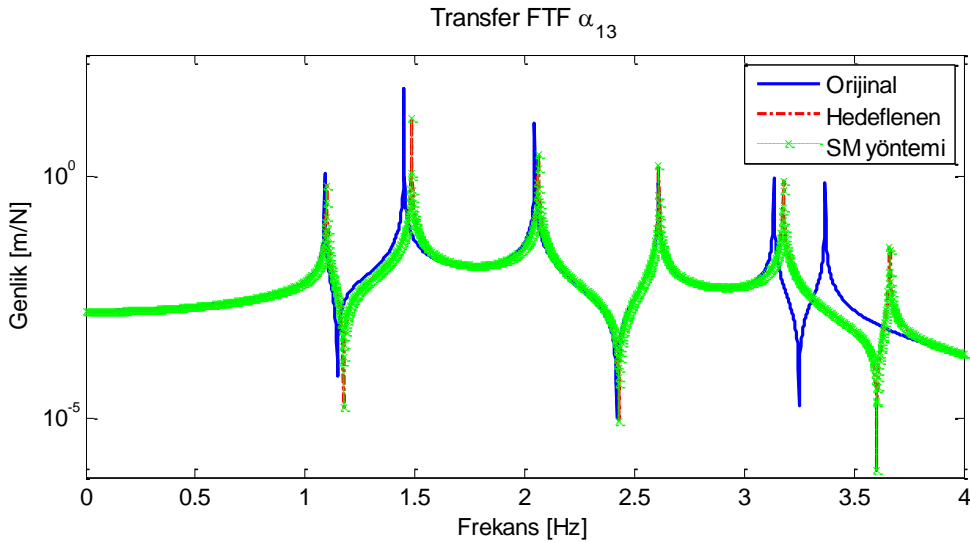
Yapı üzerinde bir diğer yay değişikliği türü de genelleştirilmiş iki koordinat arasında yapılandırır. Bunun için Şekil 2.12'de verilen 6 SD'li kütle-yay sisteminin 4 ve 5 koordinatları arasında $k_{45}^* = 50 \text{ N/m}$ yayının eklenmesi dikkate alınmıştır. Öncelikle Şekil 2.12'de verilen sistemin, $k_7 = 150 \text{ N/m}$ alınarak yapılan teorik modal analiz sonucunda hedeflenen FTF'leri elde edilmiştir. Sistemin 1 ve 3 koordinatları arasındaki orijinal ve hedeflenen transfer FTF'leri Şekil 2.15'te görülmektedir.

Şekil 2.15'ten görüleceği üzere sistemin 4 ve 5 koordinatları arasında $k_{45}^* = 50 \text{ N/m}$ yayının eklenmesi ile oluşan direngenlik artışından dolayı sistemin doğal frekanslarında bir artış olmuştur. Ancak yay değişikliğinden sonra 4 modunun doğal frekansında herhangi bir değişiklik meydana gelmemiştir. Buradan 4 ve 5 koordinatları arasında yapılacak yay değişikliklerinin bu modu etkilemediği söylenebilir.



Şekil 2.15. Orijinal ve yay eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş iki koordinat arasında) hedeflenen transfer FTF'lerinin karşılaştırılması

Sistemin genelleştirilmiş iki koordinatı arasına yay eklenmesi ile oluşan yeni sistemin FTF'leri, orijinal sistemin FTF'leri ve değişim miktarı kullanılarak (2.25) eşitliği yardımı ile hesaplanabilmektedir. Değişiklik yapılmış sistem için bu eşitlik yardımı ile hesaplanan SM yöntemi α_{13} transfer FTF'si, orijinal ve hedeflenen α_{13} transfer FTF'leri ile birlikte Şekil 2.16'da karşılaştırmalı olarak verilmiştir.



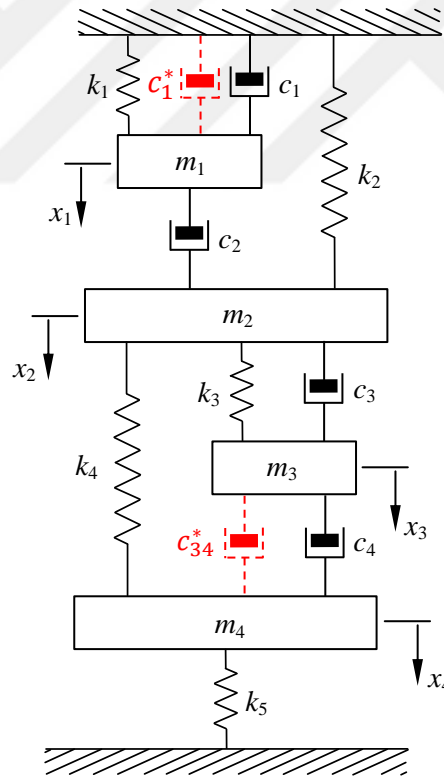
Şekil 2.16. Orijinal, yay eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş iki koordinat arasında) hedeflenen ve SM yöntemi transfer FTF'lerinin karşılaştırılması

Burada orijinal sistemin genelleştirilmiş iki koordinatı arasına yay eklenmesi ile oluşan yeni sistemin (2.25) eşitliğinden faydalanılarak hesaplanan SM yöntemi α_{13} transfer FTF'sinin hedeflenen α_{13} transfer FTF'si ile tamamen uyduğu ve bire bir çakıştığı görülmektedir (Şekil 2.16).

Kütle değişiminde olduğu gibi yay değişimi de sistemden yay çıkarılarak yapılabilmektedir. Bu durumda yay değişimleri için elde edilen eşitliklere değişim miktarları negatif olarak uygulanmalıdır.

2.3.3. Sayısal Simülasyon 3: 4 SD'li Sistemde Sönüm Değişikliği

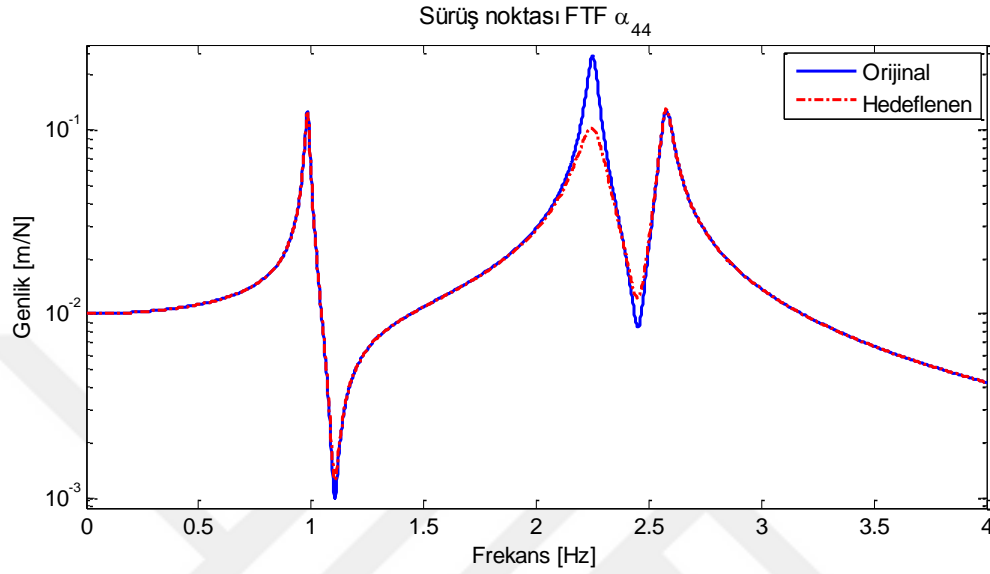
Burada verilen sayısal simülasyonda yapı üzerinde sönüm değişikliği yapılmıştır. Bunun için Şekil 2.8-b'de verilen 4 SD'li kütle-yay-sönüm sistemi dikkate alınmıştır.



Şekil 2.17. 4 SD'li kütle-yay-sönüm sisteminde sönüm değişikliği

Sönüm değişikliği öncelikle orijinal sistemin sadece 1 genelleştirilmiş koordinatı ile sabit eksen arasına $c_1^* = 0.03 \text{ kg/s}$ 'lik bir sönümün eklenmesi ile oluşan yeni sistemin hedeflenen ve SM yöntemi α_{44} FTF'leri hesaplanarak karşılaştırılacaktır.

Değişiklik yapılmış sistem için $c_1 = 0.05 \text{ kg/s}$ alınarak yapılan teorik modal analiz sonrasında elde edilen hedeflenen α_{44} FTF ile orijinal sistem parametreleri dikkate alınarak hesaplanan orijinal α_{44} FTF Şekil 2.18’de karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir.

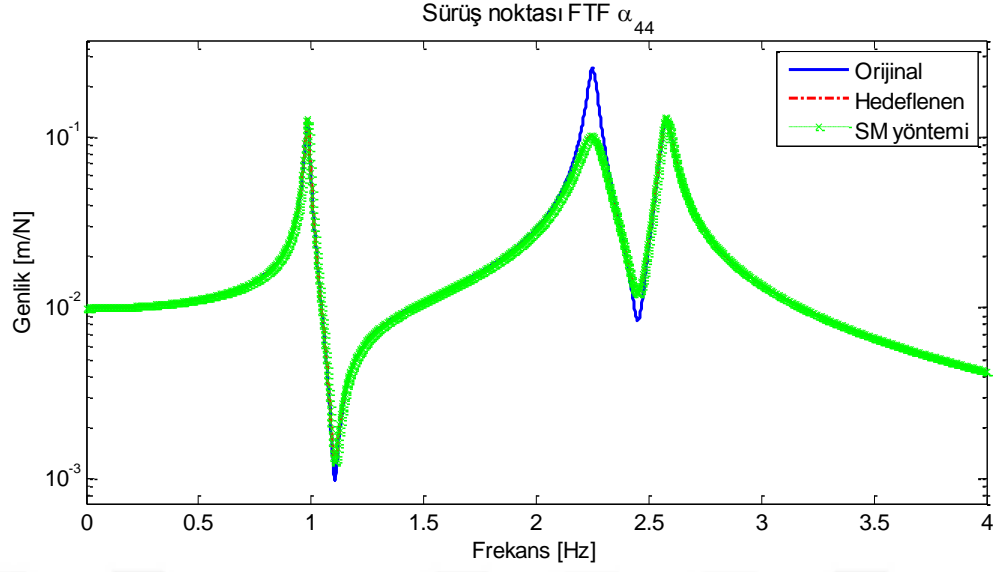


Şekil 2.18. Orijinal ve sönüm eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş koordinat ile sabit eksen arasında) hedeflenen sürüş noktası FTF’lerinin karşılaştırılması

Şekil 2.18 incelendiğinde sistemdeki sönüm artışına bağlı olarak sistemin 2. doğal frekansına ait genlikte büyük oranda bir düşüş gözlemlenmiştir. Buna karşılık 1 ve 3 doğal frekanslarına karşılık gelen genliklerde bir değişim olmamıştır. Aynı şekilde doğal frekans değerlerinde de bir değişim olmamıştır.

Mevcut koordinatlara ait orijinal FTF’ler ve değişim miktarı $c_1^* = 0.03 \text{ kg/s}$ dikkate alınarak (2.29) eşitliği ile SM yöntemi α_{44} sürüş noktası FTF’si hesaplanmış ve Şekil 2.19’da orijinal ve hedeflenen α_{44} sürüş noktası FTF’leri ile karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

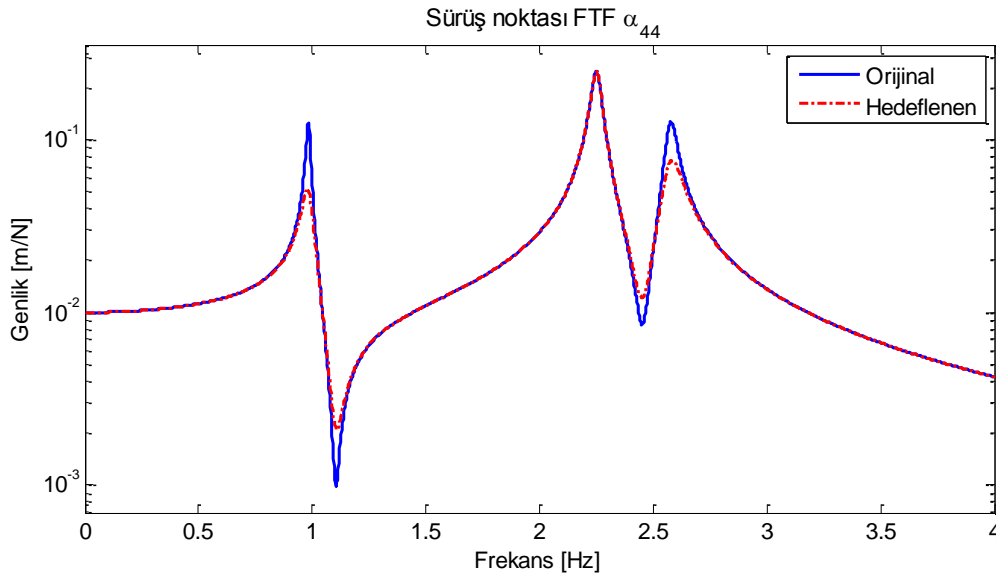
Şekil 2.19 incelendiğinde hedeflenen ve SM yöntemi α_{44} sürüş noktası FTF’lerinin birebir çakıştığı açıkça görülmektedir. Bu durumda yapı üzerinde sabit eksen ile genelleştirilmiş bir koordinat arasında sönüm değişimi için elde edilmiş olan (2.29) eşitliğinin doğru sonuç verdiği söylenebilir.



Şekil 2.19. Orijinal, sönüm eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş koordinat ile sabit eksen arasında) hedeflenen ve SM yöntemi sürüş noktası FTF'lerinin karşılaştırılması

Yapı üzerinde genelleştirilmiş iki koordinat arasında sönüm değişikliği için Şekil 2.17'de verilen 4 SD'li kütle-yay-sönüm sisteminin 3 ve 4 koordinatları arasında $c_{34}^* = 0.03 \text{ kg/s}$ sönüm eklenmesi durumu dikkate alınmıştır.

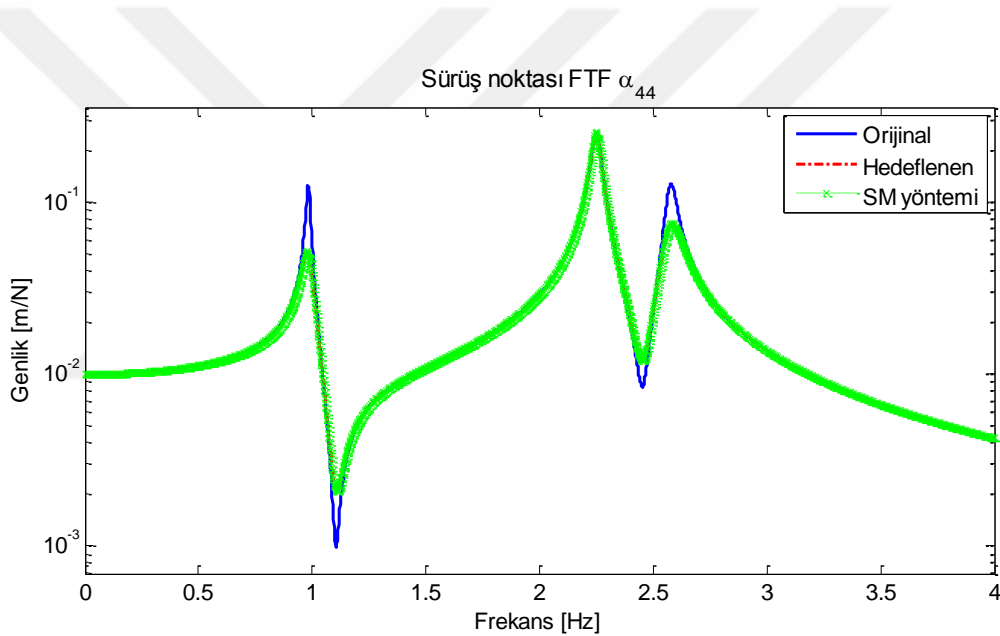
Şekil 2.17'de verilen sistemin başlangıçtaki fiziksel parametreleri dikkate alınarak hesaplanan orijinal α_{44} transfer FTF'si ile $c_4 = 0.05 \text{ kg/s}$ alınarak yapılan teorik modal analiz sonucunda elde edilen hedeflenen α_{44} sürüş FTF'si Şekil 2.20'de verilmiştir.



Şekil 2.20. Orijinal ve sönüm eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş iki koordinat arasında) hedeflenen sürüş noktası FTF'lerinin karşılaştırılması

Sistemin 3 ve 4 koordinatları arasına eklenen sönümden dolayı 1 ve 3 modlarının doğal frekanslarına karşılık gelen genlik değerlerinde büyük bir düşüş görülmektedir (Şekil 2.20). Buna karşılık doğal frekans değerleri ile 2 modunun doğal frekansına karşılık gelen genlik değerinde herhangi bir değişim olmamıştır.

Genelleştirilmiş iki koordinat arasına sönüm eklenmesi ile oluşan yeni sistemin FTF'lerini yine orijinal sistemin FTF'leri ile değişim miktarını kullanarak (2.31) eşitliği yardımıyla hesaplayabiliriz. Buradan, mevcut koordinatlara ait orijinal FTF'lerin ve değişim miktarının, $c_{34}^* = 0.03 \text{ kg/s}$, (2.31) eşitliğinde yerine yazılması ile SM yöntemi α_{44} sürüş noktası FTF'si hesaplanmıştır. Bu şekilde elde edilen SM yöntemi α_{44} FTF'si ile orijinal ve hedeflenen α_{44} FTF'leri Şekil 2.21'de karşılaştırılmıştır.



Şekil 2.21. Orijinal, sönüm eklenmiş sistemin (genelleştirilmiş iki koordinat arasına) hedeflenen ve SM yöntemi sürüş noktası FTF'lerinin karşılaştırılması

Şekil 2.21 incelendiğinde hedeflenen ve (2.31) eşitliği kullanılarak hesaplanan SM yöntemi α_{44} sürüş noktası FTF'lerinin birebir çakıştığı görülmektedir.

2.4. Sonuç ve Değerlendirmeler

Üretimi gerçekleştirilen bir sistem üzerinde zamanla değişiklik yapılması ihtiyacı ortaya çıkabilmektedir. Bunun sonucu olarak üretim aşamasında gerçekleştirilen analizlerin değişiklik yapılmış sistem üzerinde yeniden yapılması gerekmektedir. Bu

durum oldukça zahmetli ve zaman alan süreçlere neden olmaktadır. Yapı üzerinde çeşitli yapısal değişikliklerin yapılması durumunda oluşan yeni sistemin dinamik özelliklerinin belirlenmesinde SM formülü oldukça faydalı olmaktadır. Bu formül sayesinde tekrar bir matris tersi işlemine gerek kalmaksızın değiştirilmiş sistemin FTF'leri, değişikliklerden önceki orijinal sistemin FTF'leri ile değişim matrisi kullanılarak hesaplanabilmektedir.

Bu bölümde yapı üzerinde yapılan çeşitli yapısal değişiklikler için SM formülü kullanılarak sadece aktif koordinatları kapsayan genel bir değişim formülü sunulmuştur. Bu değişim formülü kullanılarak kütle, yay ve sönüm değişiklikleri dikkate alınmış ve geçerlilikleri yapılan sayısal simülasyonlarda gösterilmiştir. Sayısal simülasyonlar sadece bir adet yapısal değişiklikle sınırlandırılmıştır. Aynı anda birden fazla koordinatta yapısal değişim yapmak gerektiğinde her bir değişim ardışık olarak sırasıyla uygulanabilmektedir.

Burada verilen değişim denklemleri sonraki bölümlerde yapısal değişikliklerden sonra doğal frekansların sabit tutulması, yapısal değişiklik yaparak doğal frekansların istenilen değerlere kaydırılması ve SE güncellenmesinde sistem matrislerinin elemanlarında değişiklik yapılması amacıyla kullanılacaktır.

3. YAPISAL DEĞİŞİKLİKLERDEN SONRA DOĞAL FREKANSLARIN KORUNMASI

Tasarım ve imalat aşamasından sonra bir yapı üzerinde bazı iyileştirmelerin gerekliliğinden kaynaklanan değişiklikler, belirli sayıda kütlelerin yapı üzerinde çeşitli koordinatlara eklenmesi veya çıkarılması ile yapılmaktadır. Yapı üzerine kütle eklendikten sonra değişiklik yapılmış yapının bir doğal frekansı harmonik kuvvet frekansı ile çakışabilmekte ve bu durum da yapının rezonansa girmesine neden olmaktadır. Titreşim teorisinden de bilindiği gibi bir sisteme kütle eklendiğinde doğal frekanslar düşme eğilimi gösterirken yay eklendiğinde bu değerler artma eğilimindedirler. Bu özellikten faydalanılarak sisteme kütle eklendikten sonra belirli bir doğal frekansın değişmeden kalması isteniyorsa yapıya yay eklemek suretiyle bunu gerçekleştirmek mümkün olabilir. Burada esas problem yapı üzerine yerleştirilecek yayın özelliklerinin belirlenmesidir.

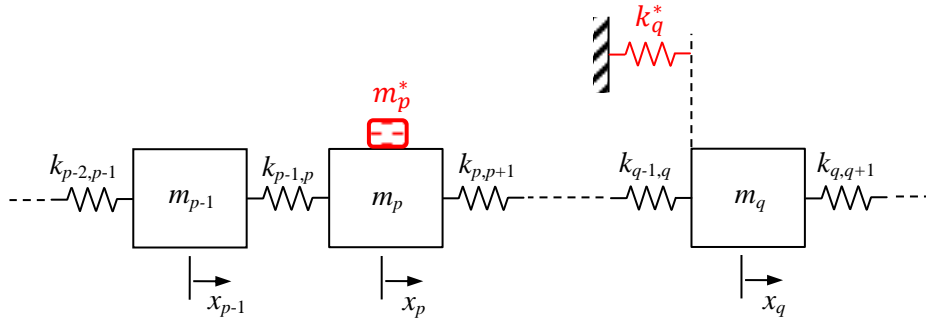
Çalışmanın bu kısmında Çakar [133-134] tarafından önerilen yöntemden farklı olarak yere bağlı (sabit eksen ve genelleştirilmiş koordinat arasında) yay durumunun yanında genelleştirilmiş iki koordinat arasına yerleştirilmiş yay durumu da göz önüne alınmıştır. Aynı zamanda her iki durum için de yapısal değişikliklerden sonra birden fazla doğal frekansın değişmeden aynı kalabilmesi için yeni ve etkili bir yöntem geliştirilmiştir.

3.1. Yere Bağlı Yay Durumu için Doğal Frekansların Korunması

Bir ucu sabit eksen takımına diğer ucu yapı üzerinde herhangi bir genelleştirilmiş koordinata bağlı olan yay değişiminde sadece ilgili koordinata ait direngenlikte değişiklik yapılmış olmaktadır. Bu sayede yapı üzerine bilinen bir kütle eklendiği zaman yapının değişen doğal frekanslarından herhangi birini veya daha fazlasını yere bağlı yaylar kullanarak sabit tutmak mümkündür.

3.1.1. Yere Bağlı Yay ile Bir Doğal Frekansın Sabit Tutulması

Yapı üzerine kütle eklendikten sonra bir doğal frekansının değişmeden sabit kalabilmesi için eklenmesi gereken yayın yay katsayısının hesabında Şekil 3.1'de verilen sistem dikkate alınmıştır.



Şekil 3.1. Kütle ve yere bağlı yay değişikliği yapılmış sistem

Burada öncelikle yapı üzerinde p koordinatına m_p^* kütlesi eklendiğini varsayalım. Bu durumda yapının doğal frekansları daha önce de belirtildiği gibi değişecektir. Ancak bu yapısal değişiklik sonucunda daha önce belirlenen bir ω_s doğal frekansının değişmemesi istenmektedir. Bunu sağlamak için yapı üzerinde q koordinatına bir k_q^* yayı eklenecektir. Buradaki temel amaç yapının q koordinatına eklenmesi gereken k_q^* yayının yay katsayısını hesaplamaktır. Bunun için ilk adım olarak p koordinatına m_p^* kütlesi eklendikten sonra oluşan yeni sistemin p ve q koordinatları arasındaki transfer FTF'si (2.25) eşitliği yardımı ile değişim koordinatının $r = p$ olduğu dikkate alınarak;

$$\alpha_{pq}^* = \frac{\alpha_{pq}}{1 - \omega_s^2 m \alpha_{pp}} \quad (3.1)$$

biçiminde yazılabilir. Bu eşitlik daha önce Çakar [133] tarafından bir konsol kiriş üzerinde yapılan kütle değişikliği için elde edilmiştir.

Şimdi de Şekil 3.1'de verilen sistemin q koordinatına bir k_q^* yayının eklendiğini varsayalım. Bu durumda değişim koordinatının $r = q$ olduğu dikkate alınırsa oluşan yeni sistemin p ve q koordinatları arasındaki transfer FTF'si (2.27) eşitliği yardımı ile aşağıdaki gibi elde edilir [133].

$$\alpha_{pq}^{**} = \frac{\alpha_{pq}^*}{1 + k_q^* \alpha_{qq}^*} \quad (3.2)$$

Burada α_{pq}^{**} kütle ve yay eklenerek değiştirilmiş sistemin transfer FTF'sini ifade etmektedir. Bir başka deyişle bu FTF hem kütle hem de yay etkisini içermektedir. Yapısal değişikliklerden sonra yapının doğal frekanslarından birinin değişmemesi amaçlanmaktadır. Bu ise yapının son hali ile ilk haline ait FTF'lerinin bu ω_s frekansındaki değerlerinin aynı olmasını gerektirir. Yani;

$$\alpha_{pq}(\omega_s) = \alpha_{pq}^{**}(\omega_s) \quad (3.3)$$

olmalıdır. Buna göre (3.1) ve (3.3) eşitlikleri, (3.2) eşitliğinde kullanılıp elde edilen denklemden k_q^* yay katsayısı çekilirse:

$$k_q^* = \frac{\omega_s^2 m_p^* \alpha_{pp}}{\alpha_{qq} - \omega_s^2 m_p^* (\alpha_{pp} \alpha_{qq} - \alpha_{pq}^2)} \quad (3.4)$$

eşitliği elde edilir. Bu denkleme göre yapı üzerine kütle eklendikten sonra ω_s doğal frekansının değişmemesi için eklenmesi gereken yayın k_q^* yay sabitinin hesaplanması için esas yapının sadece p ve q koordinatları ile ilgili üç FTF'sinin mevcut olması yeterlidir.

Özel olarak kütle ve yayın yapı üzerinde aynı koordinata eklenmesi halinde yukarıda açıklanan işlemler tekrarlanırsa (3.4) eşitliği aşağıdaki biçimde elde edilebilmektedir.

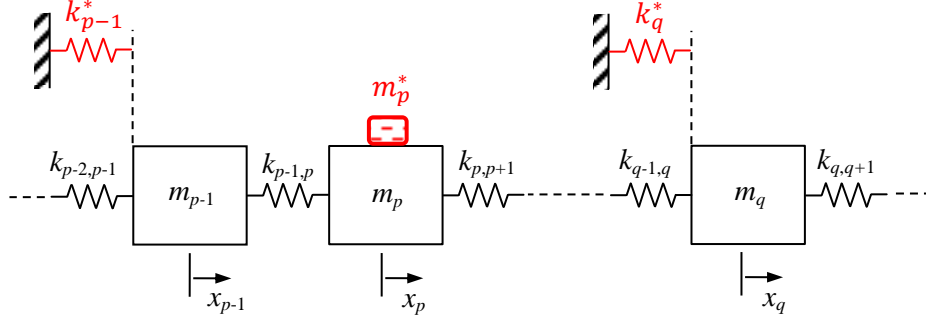
$$k_q^* = \omega_s^2 m \quad (3.5)$$

Bu denkleme göre yapı üzerine aynı noktaya kütle ve yay eklendiğinde tek başına bu kütle-yay sisteminin doğal frekansı esas sistemin korunmak istenen doğal frekansına eşit olmaktadır [133].

3.1.2. Yere Bağlı Yay ile Birden Fazla Doğal Frekansın Sabit Tutulması

Yapı üzerine kütle eklendikten sonra değişen doğal frekanslardan birkaçının sabit tutulması mümkündür. Tezin bu kısmında bunu gerçekleştirebilmek için yeni ve etkili bir

yöntem geliştirilmiştir. Yöntemi açıklayabilmek için Şekil 3.2’de verilen kütle-yay sistemi dikkate alınmıştır.



Şekil 3.2. Kütle ve yere bağlı yay değişiklikleri yapılmış sistem

Şekilde görülen sistemin p koordinatına bilinen bir m_p^* kütlesi ve q koordinatına yere bağlı bir k_q^* yayı eklendiği zaman oluşan yeni sistemin p ve q koordinatları arasındaki transfer FTF’si daha önce eşitlik (3.2)’de verildiği üzere aşağıdaki gibi hesaplanabilmektedir.

$$\alpha_{pq}^{**} = \frac{\alpha_{pq}^*}{1 + k_q^* \alpha_{qq}^*} \quad (3.6)$$

Burada α_{pq}^* ve α_{qq}^* FTF’leri kütle değişikliği yapılmış sistemin FTF’leridir ve bilinmektedirler. Buna karşın α_{pq}^{**} ilgilenilen frekans aralığındaki frekans noktası kadar k_q^* ’a bağımlı olarak değişen denklemden oluşmaktadır. Bu denklemlerden istenilen frekansa karşılık gelen denklem çözülerek elde edilen k_q^* ile sistemin sadece o frekansı sabit tutulmaktadır. Eğer sisteme kütle ekledikten sonra iki doğal frekansın sabit tutulması istenirse, bu durum bir yay değişikliği daha yapılarak (denkleme bir bilinmeyen daha ekleyerek) sağlanabilir. Örneğin Şekil 3.2’de verilen sisteme k_{p-1}^* yayı da eklendiği zaman oluşan yeni sistemin p ve q koordinatları arasındaki transfer FTF’si daha önce 2. bölümde verilen (2.20) eşitliği yardımı ile kolayca hesaplanabilir.

$$\alpha_{pq}^{***} = \frac{\alpha_{pq}^{**} + k_{p-1}^* (\alpha_{p-1p-1}^{**} \alpha_{pq}^{**} - \alpha_{pp-1}^{**} \alpha_{p-1q}^{**})}{1 + k_{p-1}^* \alpha_{p-1p-1}^{**}} \quad (3.7)$$

Eşitlik (3.7) ve eşitlik (3.6) birlikte değerlendirildiğinde kütle ve yayların eklendiği sistemin α_{pq}^{***} transfer FTF'sinin k_q^* ve k_{p-1}^* 'a bağımlı olduğu görülebilir. Bu yay değişikliklerinden sonra yapının doğal frekanslarından ikisinin değişmemesi amaçlanmaktadır. Bu durumda yay değişiklikleri yapılmış sistem ile orijinal sisteme ait FTF'lerin bu ω_{s1} ve ω_{s2} frekanslarındaki değerlerinin aynı olması gereklidir. Yani;

$$\begin{aligned}\alpha_{pq}(\omega_{s1}) &= \alpha_{pq}^{***}(\omega_{s1}) \\ \alpha_{pq}(\omega_{s2}) &= \alpha_{pq}^{***}(\omega_{s2})\end{aligned}\tag{3.8}$$

Bu eşitlikler düzenlenerek,

$$\begin{aligned}f_1(k_q^*, k_{p-1}^*) &= 0 && : \omega = \omega_{s1} \text{ için} \\ f_2(k_q^*, k_{p-1}^*) &= 0 && : \omega = \omega_{s2} \text{ için}\end{aligned}\tag{3.9}$$

şeklinde elde edilen doğrusal olmayan denklem takımının çözülmesi ile k_q^* ve k_{p-1}^* yay katsayıları elde edilir. Bu yay katsayılarına göre yapı üzerinde ilgili koordinatlarda gerekli değişiklikler yapılarak istenilen doğal frekansların değişmeden sabit kalması sağlanabilir. Yapısal değişiklikler arttırılarak daha fazla doğal frekans sabit tutulabilir. Ancak burada yapılan bazı yapısal değişikliklerin belirli bazı modları etkilemediği de göz önünde bulundurulmalıdır.

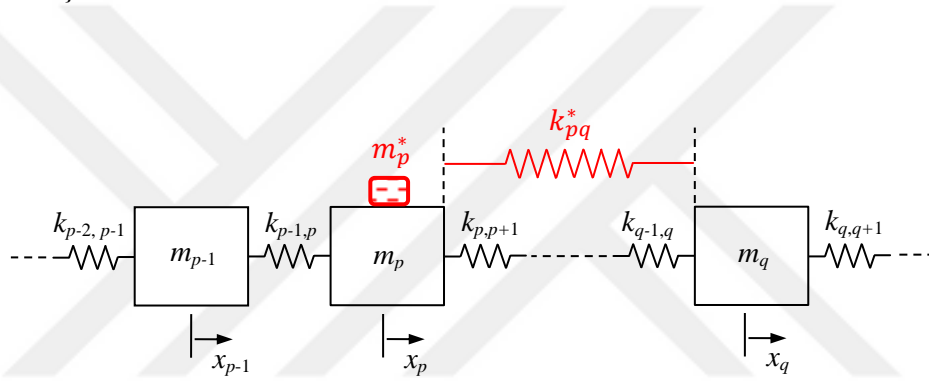
3.2. Genelleştirilmiş İki Koordinat Arasında Yay Durumu için Doğal Frekansların Korunması

Değişiklik yapılacak sistemin tasarımı ve konstrüksiyonu gereği, üzerinde yere bağlı bir yay kullanılarak yapısal değişiklik yapılması her zaman mümkün olmayabilir. Bu durumda yapı üzerinde genelleştirilmiş koordinatlar arasında yapısal değişiklik yapılması gereklidir. Bir yapı üzerine kütle eklendikten sonra değişen doğal frekansları yine yapı üzerinde genelleştirilmiş koordinatlar arasına yay veya yaylar ekleyerek sabit tutmak mümkündür. Ancak genelleştirilmiş koordinatlar arasında yapılan değişikliklerde, sistem matrislerinin değişiklik koordinatlarına ait elemanlarda değişiklik olacağından birden fazla

modun değişiklikten etkilenmesi söz konusu olabilir. Bunun için incelenen yapının bir modal analizi yapılarak değişimlerin hangi mod üzerinde etkili olacağı önceden belirlenebilir.

3.2.1. Genelleştirilmiş İki Koordinat Arasında Yay Değişimi ile Bir Doğal Frekansın Sabit Tutulması

Yere bağlı yay durumunda olduğu gibi genelleştirilmiş koordinatlar arasına yay ekleyerek yapı üzerine kütle eklendikten sonra değişen doğal frekansların herhangi birini sabit tutabilmek mümkündür. Bu durumu açıklayabilmek için Şekil 3.3'te verilen sistem dikkate alınmıştır.



Şekil 3.3. Kütle ve genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişikliği yapılmış sistem

Şekilde görülen sistemde öncelikle sistemin p koordinatına m_p^* kütlesi ve daha sonra p ile q genelleştirilmiş koordinatları arasına k_{pq}^* yayı eklenmiştir. Bu şekilde elde edilen yeni sistemin p , cevap ve q , darbe koordinatları arasındaki α_{pq}^{**} transfer FTF'si (2.25) eşitliği yardımı ile aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\alpha_{pq}^{**} = \alpha_{pq}^* - \frac{k_{pq}^* (\alpha_{pp}^* - \alpha_{pq}^*) (\alpha_{pq}^* - \alpha_{qq}^*)}{1 + k_{pq}^* (\alpha_{pp}^* - 2\alpha_{pq}^* + \alpha_{qq}^*)} \quad (3.10)$$

Burada $\alpha_{..}^*$ kütle değişikliğinden sonra oluşan yeni sistemin (2.18) eşitliği yardımı ile hesaplanabilen sürüş noktası ve transfer FTF'lerini ifade etmektedir. Eşitlik (3.10)'da ara işlemler yapılacak olursa;

$$\alpha_{pq}^{**} = \frac{\alpha_{pq}^* + k_{pq}^* (\alpha_{pp}^* \alpha_{qq}^* - \alpha_{pq}^{*2})}{1 + k_{pq}^* (\alpha_{pp}^* - 2\alpha_{pq}^* + \alpha_{qq}^*)} \quad (3.11)$$

eşitliği elde edilir.

Yere bağlı yay durumunda olduğu gibi yapısal değişikliklerden sonra doğal frekanslardan herhangi birinin değişmemesi için yapının son hali ile ilk haline ait FTF'lerinin bu ω_s frekansındaki değerlerinin aynı olması gereklidir. Bu durumda (3.11) eşitliği yapının orijinal FTF'sine aşağıdaki gibi eşitlenerek;

$$\alpha_{pq}^{**}(\omega_s) = \frac{\alpha_{pq}^* + k_{pq}^* (\alpha_{pp}^* \alpha_{qq}^* - \alpha_{pq}^{*2})}{1 + k_{pq}^* (\alpha_{pp}^* - 2\alpha_{pq}^* + \alpha_{qq}^*)} = \alpha_{pq}(\omega_s) \quad (3.12)$$

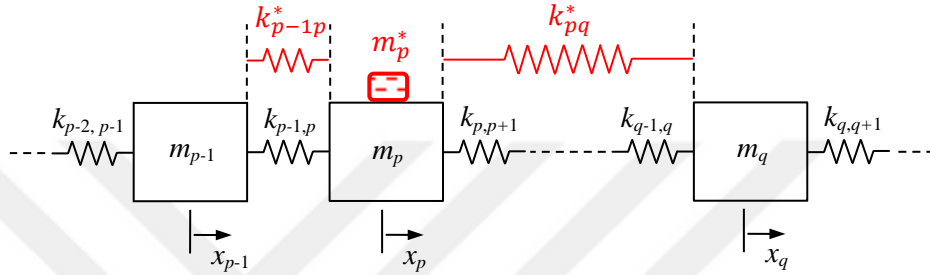
şeklinde elde edilen denklemden k_{pq}^* yay katsayısı çekilirse:

$$k_{pq}^* = \frac{\alpha_{pq}^* - \alpha_{pq}}{\alpha_{pq} (\alpha_{pp}^* - 2\alpha_{pq}^* + \alpha_{qq}^*) - (\alpha_{pp}^* \alpha_{qq}^* - \alpha_{pq}^{*2})} \quad (3.13)$$

eşitliği elde edilir. Bu denkleme göre bir yapıya bilinen bir kütle eklendikten sonra o yapının ω_s doğal frekansının değişmeden kalması için eklenmesi gereken yayın yay sabitinin hesabında p ve q koordinatlarına ait ilgili FTF'lerinin mevcut olması yeterlidir. Burada elde edilen yay katsayısı değerine sahip yay elemanının kütle eklenmiş sisteme eklenmesi ile istenilen doğal frekansın sabit kalması sağlanabilmektedir. Bu formülasyon Hüseyinoğlu ve Çakar [160] tarafından yapılan çalışmada 6 SD'li dereceli bir kütle-yay sistemine uygulanmış ve sistem üzerine bilinen bir kütle eklendikten sonra değişen doğal frekanslardan istenilen birinin korunması için geliştirilmiş koordinatlar arasında yapılması gereken yay değişikliği hesaplanmıştır. Yapılan çalışmada başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

3.2.2. Genelleştirilmiş İki Koordinat Arasında Yay Değişimi ile Birden Fazla Doğal Frekansın Sabit Tutulması

Tezin bu kısmında kütle eklenerek yapısal değişiklik yapılmış bir sistemde genelleştirilmiş koordinatlar arasına yaylar eklenerek birden fazla doğal frekansın sabit tutulması amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda Şekil 3.4'te verilen sistem dikkate alınmıştır.



Şekil 3.4. Kütle ve genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişiklikleri yapılmış sistem

Şekilde görülen sistemin p koordinatına m_p^* kütlesi eklendikten sonra oluşan yeni sistemin FTF'leri yine (2.18) eşitliği yardımı ile kolayca elde edilebilmektedir. Bu değişiklik ile sistemin değişen doğal frekanslarından iki tanesinin sabit kalması için p ile q ve $p-1$ ile p genelleştirilmiş koordinatları arasında sırası ile $k_{p,q}^*$ ve $k_{p-1,p}^*$ yayları eklenecektir. Bu değişikliklerin ardışık olarak yapılması sonucunda oluşan yeni sistemin p ve q koordinatları arasındaki transfer FTF'si (2.25) eşitliği yardımı ile aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\alpha_{pq}^{***} = \alpha_{pq}^{**} - \frac{k_{p-1,p}^* (\alpha_{pp-1}^{**} - \alpha_{pp}^{**}) (\alpha_{p-1,q}^{**} - \alpha_{pq}^{**})}{1 + k_{p-1,p}^* (\alpha_{p-1,p-1}^{**} - 2\alpha_{p-1,p}^{**} + \alpha_{pp}^{**})} \quad (3.14)$$

Bu eşitlikte α_{pq}^{***} , sistemin p koordinatına m kütlesi ile ilgili koordinatlara eklenen $k_{p,q}^*$ ve $k_{p-1,p}^*$ yaylarının etkisini içermektedir. Burada p koordinatına eklenen m kütlesi bilindiği için (3.14) eşitliği $k_{p,q}^*$ ve $k_{p-1,p}^*$ bilinmeyenlerine bağımlı olmaktadır. Burada temel amaç orijinal sistem ile değişikliklerden sonra oluşan yeni sistemin ilgilenilen frekans aralığındaki FTF'lerinin sabit kalması istenen doğal frekanslarına karşılık gelen

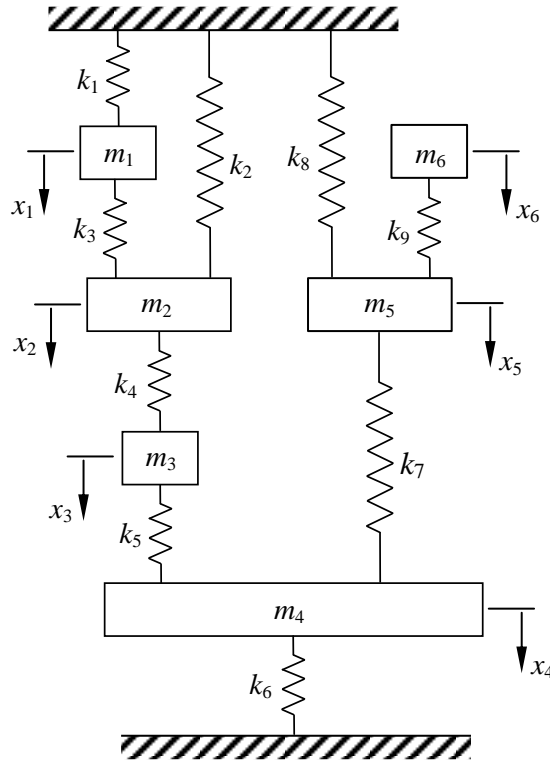
değerlerinin birbirine eşit olmasıdır. Bu durumda aşağıda verilen ve ilgilenilen frekans aralığında sabit tutulmak istenen frekans değerlerine karşılık gelen doğrusal olmayan denklemlerden oluşan denklem takımından;

$$\begin{aligned} f_1(k_{pq}^*, k_{p-1p}^*) &= 0 & : \omega = \omega_{s1} \text{ için} \\ f_2(k_{pq}^*, k_{p-1p}^*) &= 0 & : \omega = \omega_{s2} \text{ için} \end{aligned} \quad (3.15)$$

k_{pq}^* ve k_{p-1p}^* bilinmeyen yay katsayıları çözülerek elde edilir. Tüm bu değişikliklerin orijinal sisteme uygulanması ile istenilen doğal frekansların değişikliklerden etkilenmemesi sağlanabilir. Yine burada da yapılan bazı yapısal değişikliklerin belirli modları etkilemediğini belirtmek gerekir.

3.3. Sayısal Simülasyonlar

Burada sunulan yöntemlerin geçerliliğini göstermek amacıyla Şekil 3.5'te verilen 6 SD'li kütle-yay sistemi üzerinde çeşitli sayısal simülasyonlar yapılmıştır.



Şekil 3.5. 6 SD'li kütle-yay sistemi [159].

Simülasyonlar için öncelikle Şekil 3.6’da verilen sistemin orijinal fiziksel parametreleri dikkate alınarak öz değerleri ve öz vektörleri simetrik öz değer probleminin çözümü ile elde edilmiştir. Orijinal sistemin doğal frekansları (ω_r) Tablo 3.1’in ilk satırında verilmiştir. Daha sonra sistemin 2 koordinatına tasarım değişikliği amacıyla $m_2^* = 500 \text{ gr}$ eklenerek oluşan yeni sistemin FTF’leri (2.18) eşitliği yardımıyla elde edilmiştir. Kütle eklenmiş yeni sistemin doğal frekansları (ω_r^*) Tablo 3.1’in ikinci satırında verilmiştir. Doğal frekanslar arasındaki farklar ile bağlı değişim miktarları ise Tablo 3.1’in sırası ile üçüncü ve dördüncü satırlarında verilmiştir.

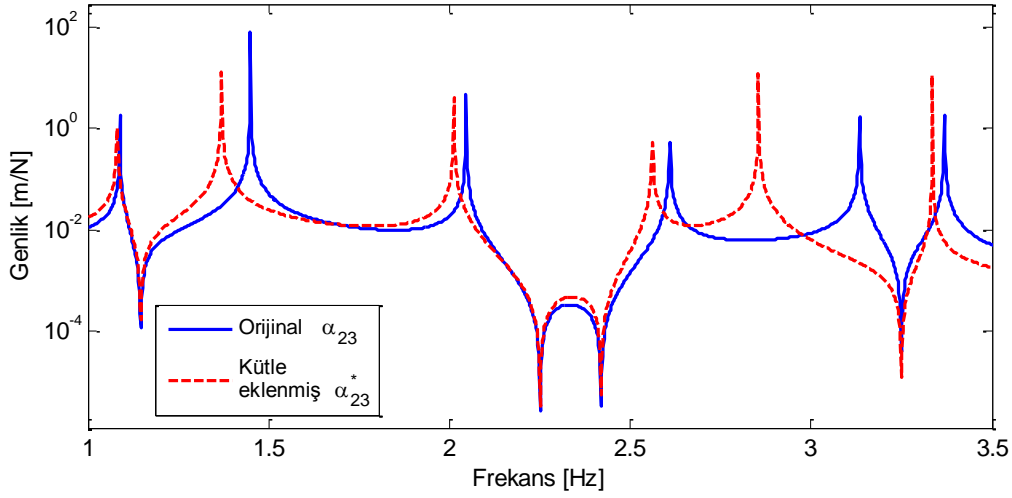
Tablo 3.1. Orijinal sistem (ω_r) ile m_2^* kütlesi eklenmiş yeni sistemin (ω_r^*) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4	5	6
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1.09	1.45	2.05	2.61	3.14	3.37
	ω_r^*	1.08	1.37	2.01	2.56	2.85	3.34
Mutlak Fark (Hz)		0.01	0.08	0.04	0.05	0.29	0.03
Bağlı Değişim (%)		0.92	5.52	1.95	1.92	9.24	0.89

Tablo 3.1’deki veriler incelendiğinde kütle artışına bağlı olarak tüm doğal frekans değerlerinde bir düşüş görülmektedir. Tasarım amacıyla sisteme eklenen kütlenin özellikle 2 ve 5 modlarına karşılık gelen doğal frekansları önemli ölçüde etkilediği söylenebilir. En fazla etki %9.24’lük değişimle 5 modunda meydana gelirken en düşük etki %0.89 ile 6 modunda oluşmaktadır.

Frekanslardaki değişimi daha açık bir şekilde görebilmek amacıyla orijinal sistemin FTF’leri (2.33) eşitliği kullanılarak 0.002 Hz frekans adımları ile 1-4 Hz frekans aralığında elde edilmiştir. Orijinal sistem ile kütle eklenmiş sistemin 2 ve 3 koordinatları arasındaki transfer FTF’leri Şekil 3.7’de görülmektedir.

Şekil 3.7’de verilen orijinal ve kütle eklenmiş sisteme ait transfer FTF’ler incelendiğinde yapıya kütle eklenmesi ile oluşan yeni sistemin doğal frekanslarındaki düşüşe karşılık anti (ters) rezonans frekanslarının bu FTF’ler için değişmediği açık bir şekilde görülmektedir.



Şekil 3.7. Orijinal ve kütle eklenmiş sistemlerin transfer FTF'lerinin karşılaştırılması

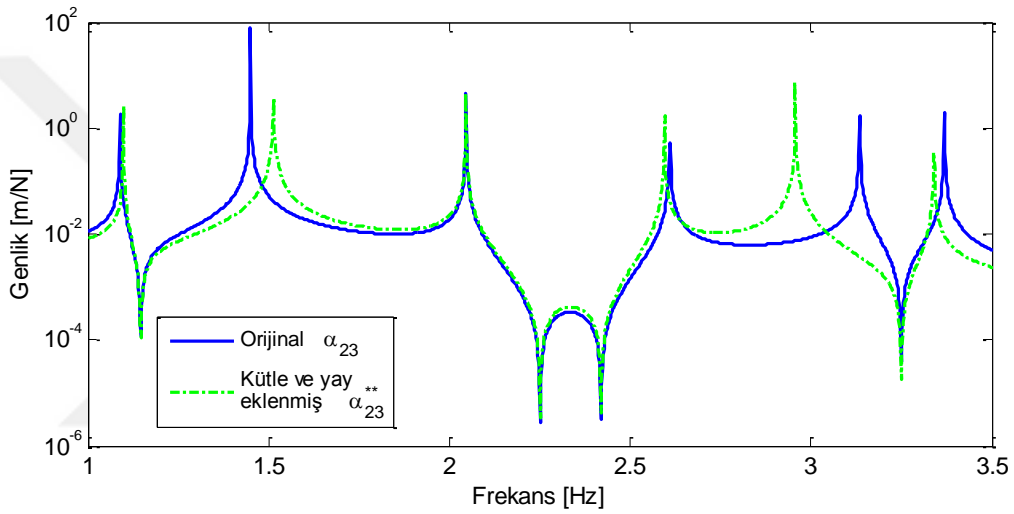
3.3.1.1. Bir Doğal Frekansın Sabit Tutulması

Bu simülasyonda Şekil 3.6'da görülen sistemin 2. koordinatına $m_2^* = 500 \text{ gr}$ kütle eklenmesi ile değişen doğal frekanslarından herhangi birinin sabit tutulabilmesi için yapı üzerine eklenmesi gereken yere bağlı yayın yay katsayısı hesaplanacaktır. Bunun için yapının tamamen keyfi olarak seçilen 3. doğal frekansının sabit tutulması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda sistemin sadece ikinci koordinatına eklenmesi gereken k_2^* yayının yay katsayısı (3.4) eşitliği yardımı ile 81.872 N/m olarak hesaplanmıştır. Yay katsayısı hesaplanan bu yay elemanının sistemin ikinci koordinatına eklenmesi ile oluşan yeni sistemin titreşimlerine ait doğal frekanslar ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 3.2'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 3.2. Orijinal sistem (ω_r) ile m_2^* kütlesi ve k_2^* yayının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{**}) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4	5	6
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1.09	1.45	2.05	2.61	3.14	3.37
	ω_r^{**}	1.1	1.51	2.05	2.59	2.96	3.34
Mutlak Fark (Hz)		0.01	0.06	0.00	0.02	0.18	0.03
Bağıl Değişim (%)		0.92	4.14	0.00	0.77	5.73	0.89

Tablo 3.2 incelendiğinde orijinal sistem ile kütle ve yere bağlı yay değişikliği yapılmış yeni sistemin üçüncü doğal frekanslarının $\omega_3 = \omega_3^* = 2.05$ Hz olarak birbirine eşit olduğu görülmektedir. Beklendiği gibi diğer doğal frekanslarda belirli oranlarda değişiklikler olmuştur. Bu bağlamda en büyük değişim miktarı %5.73 ile 5 modunda oluşmuştur. Buna karşın %0.77 değişim miktarı ile 4 modunun doğal frekansı orijinal değerine oldukça yakındır. Bu durumu FTF'ler üzerinde görebilmek için orijinal sistem ile kütle ve yay değişikliği yapılmış sistemin 2 ve 3 koordinatları arasındaki transfer FTF'leri Şekil 3.8'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.



Şekil 3.8. Orijinal ve kütle ile yere bağlı k_2^* yayı eklenmiş sistemlerin transfer FTF'leri

Şekil 3.8'de verilen FTF'ler incelendiğinde orijinal ve değişiklik yapılmış sistemlerin 3 moduna ait doğal frekansa karşılık gelen FTF'lerin çakıştığı görülmektedir. Buna ek olarak yapılan kütle ve yay değişikliğinden 1 ve 4 modlarının çok az etkilendiği söylenebilir.

3.3.1.2. Birden Fazla Doğal Frekansın Sabit Tutulması

Bu uygulamada ise Şekil 3.6'da görülen sistemin 2. koordinatına $m_2^* = 500$ gr kütle eklenmesi ile değişen doğal frekanslarından en az iki veya daha fazlasının değişimden etkilenmemesi için yapılması gereken yere bağlı yay değişiklikleri hesaplanacaktır. Bunun için önceki simülasyonda belirlenen 3. doğal frekansın yanında kütle değişiminden büyük oranda etkilenen 2. doğal frekansın da sabit tutulması amaçlanmıştır. Bu iki doğal

frekansın değişmeden sabit kalabilmesi için sistem üzerinde en az iki adet yere bağlı yay değişikliği yapılması gereklidir. Bu nedenle yapı üzerinde 2 ve 3 koordinatlarına k_2^* ile k_3^* yayları eklenmiştir. Yapılan bu değişikliklerin sırası ile (3.6) ve (3.7) eşitliklerine uygulanması sonucunda sistemin 2 ve 3 modlarına ait doğal frekansların sabit kalabilmesi için gerekli olan yay elemanlarının yay katsayıları aşağıdaki gibi verilen doğrusal olmayan denklem takımının sayısal olarak çözülmesi ile elde edilebilir.

$$\begin{aligned} f_1(k_2^*, k_3^*) = 0 & \quad : \omega = \omega_2 \text{ için} \\ f_2(k_2^*, k_3^*) = 0 & \quad : \omega = \omega_3 \text{ için} \end{aligned} \quad (3.16)$$

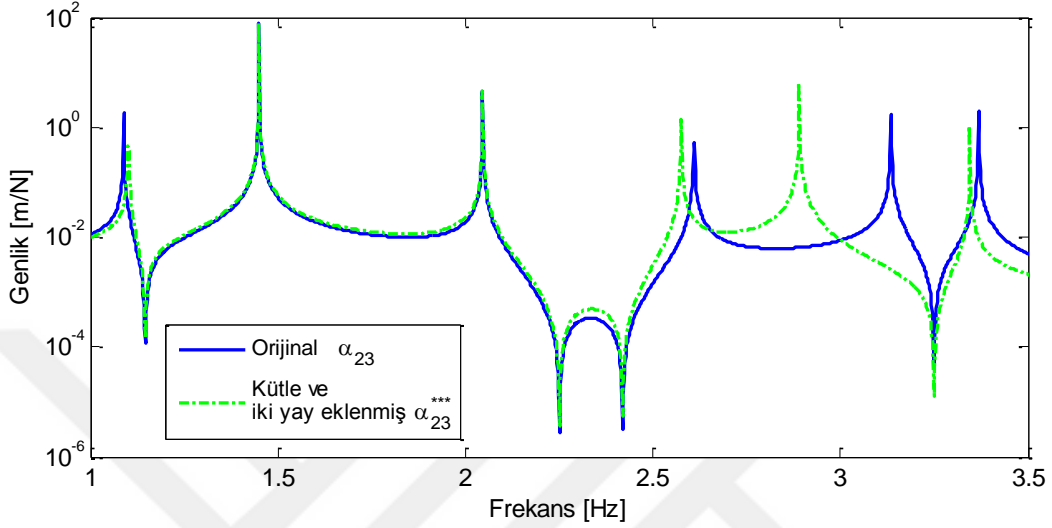
Tez kapsamında doğrusal olmayan denklem takımlarının çözümü için MATLAB'da 'fsolve' fonksiyonu kullanılmıştır. Bu fonksiyon, güvenli bölge, Levenberg-Marquardt ve Gauss-Newton algoritmaları kullanarak çözüme yaklaşır. Tezde yapılan tüm çözümlerde güvenli bölge algoritması kullanılmış ve bilinmeyenler için başlangıç değerleri sıfır '0' olarak seçilmiştir. Tüm bu durumlar dikkate alınarak (3.16) eşitliğinde verilen doğrusal olmayan denklem takımının sayısal olarak çözülmesi ile $k_2^* = 13.898 \text{ N/m}$ ve $k_3^* = 20.214 \text{ N/m}$ olarak hesaplanmıştır. Bu yay elemanlarının sistemin 2 ve 3 koordinatlarına eklenmesi ile oluşan yeni sistemin titreşimlerine ait doğal frekanslar ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 3.3'te karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 3.3. Orijinal sistem (ω_r) ve m_2^* kütlesi ile k_2^* ve k_3^* yaylarının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{***}) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4	5	6
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1.09	1.45	2.05	2.61	3.14	3.37
	ω_r^{***}	1.1	1.45	2.05	2.57	2.89	3.34
Mutlak Fark (Hz)		0.01	0.00	0.00	0.04	0.25	0.03
Bağıl Değişim (%)		0.92	0.00	0.00	1.53	7.96	0.89

Görüldüğü gibi kütle ve yere bağlı iki yay değişikliğinin yapıldığı yeni sistemin ikinci ve üçüncü doğal frekansları ile orijinal sistemin ikinci ve üçüncü doğal frekansları birbirine eşit olmaktadır. Yapılan değişikliklerden sonra 5 modunun doğal frekansındaki değişim oranı bir miktar düşse de yine en büyük değişim oranı % 7.96 ile bu modda meydana gelmiştir. Buna karşılık en düşük değişim miktarı % 0.89 ile 6 modunda olmuştur.

Yapılan değişikliklerin 2 ve 3 koordinatları arasındaki transfer FTF üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla Şekil 3.9’da verilen orijinal ve değişiklik yapılmış sisteme ait transfer FTF’ler dikkate alınmıştır.



Şekil 3.9. Orijinal ve kütle ile yere bağlı k_2^* ve k_3^* yayları eklenmiş sistemlerin transfer FTF’leri

Şekil 3.9’da verilen transfer FTF’ler incelendiğinde yapılan kütle ve yay değişikliklerinden sonra oluşan yeni sistem ile orijinal sistemin 2 ve 3 doğal frekanslarına karşılık gelen FTF’lerinin tamamen çakıştığı görülmektedir. Buna karşılık diğer modlarda herhangi bir düzeltme yapılmadığı için FTF’lerde farklılıklar gözlenmektedir. Kütle ve yay değişikliklerinden 1, 4 ve 6 modları çok fazla etkilenmezken 5 modunun bu değişimlerden çok fazla etkilendiği söylenebilir. Bu durum yapılan değişikliklerin bu mod üzerindeki etkisinin fazla olmasından kaynaklıdır.

Yapılan simülasyon uygulamasında Şekil 3.6’da verilen sistem üzerine eklenen kütleden dolayı etkilenen doğal frekanslardan birinin daha sabit tutulması amacıyla yapı üzerinde bir yay değişikliği daha yapılmıştır. Bu durumun dikkate alınması ile Şekil 3.6’da verilen sistemin 5. koordinatına yere bağlı bir yay daha ekleyerek 4. doğal frekansın da sabit tutulması amaçlanmıştır. Bu amaçla kütle değişikliği yapılmış sistemin 2 ve 3 koordinatlarında yapılan k_2^* ve k_3^* yere bağlı yay değişikliklerine ek olarak 5. koordinatına k_5^* yayı eklenmiştir. Yapılan son yay değişikliğinin (3.7) eşitliğine uygulanması ile elde edilen transfer FTF’nin orijinal sistemin ilgili koordinatlarına ait transfer FTF’sinin 2, 3 ve 4 doğal frekanslarına karşılık gelen değerlerine eşitlenmesi sonucunda oluşan,

$$\begin{aligned}
f_1(k_2^*, k_3^*, k_5^*) &= 0 & : \omega = \omega_2 \text{ için} \\
f_2(k_2^*, k_3^*, k_5^*) &= 0 & : \omega = \omega_3 \text{ için} \\
f_3(k_2^*, k_3^*, k_5^*) &= 0 & : \omega = \omega_4 \text{ için}
\end{aligned} \tag{3.17}$$

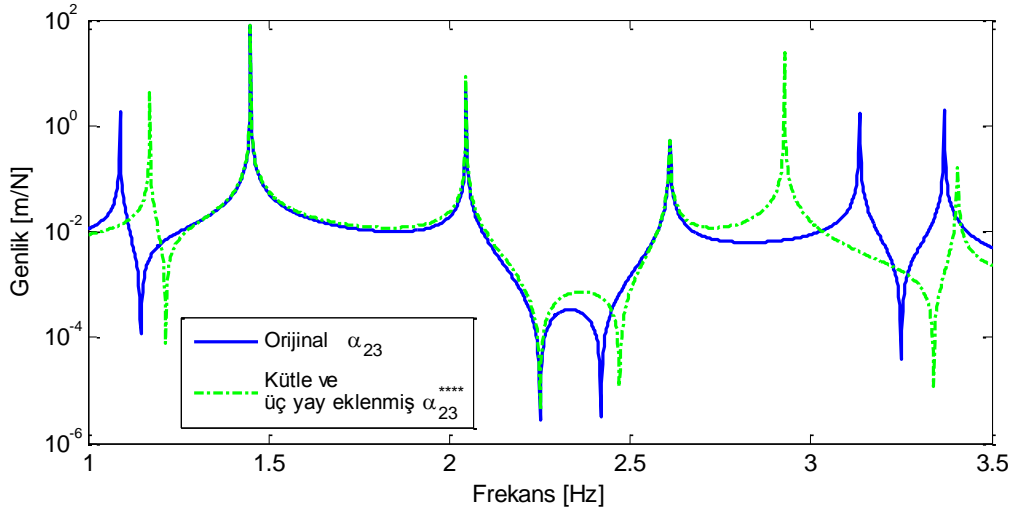
doğrusal olmayan denklem takımının MATLAB’da sayısal olarak çözülmesi ile $k_2^* = 19.061 \text{ N/m}$, $k_3^* = 15.098 \text{ N/m}$ ve $k_5^* = 39.455 \text{ N/m}$ olarak hesaplanmıştır. Bu yay değişikliklerinin kütle eklenmiş sistemin 2, 3 ve 5 koordinatlarında yapılması ile oluşan yeni sistemin titreşimlerine ait doğal frekanslar ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 3.4’te verilmiştir.

Tablo 3.4. Orijinal sistem (ω_r) ve m_2^* kütlesi ile k_2^* , k_3^* ve k_5^* yaylarının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{***}) doğal frekansları

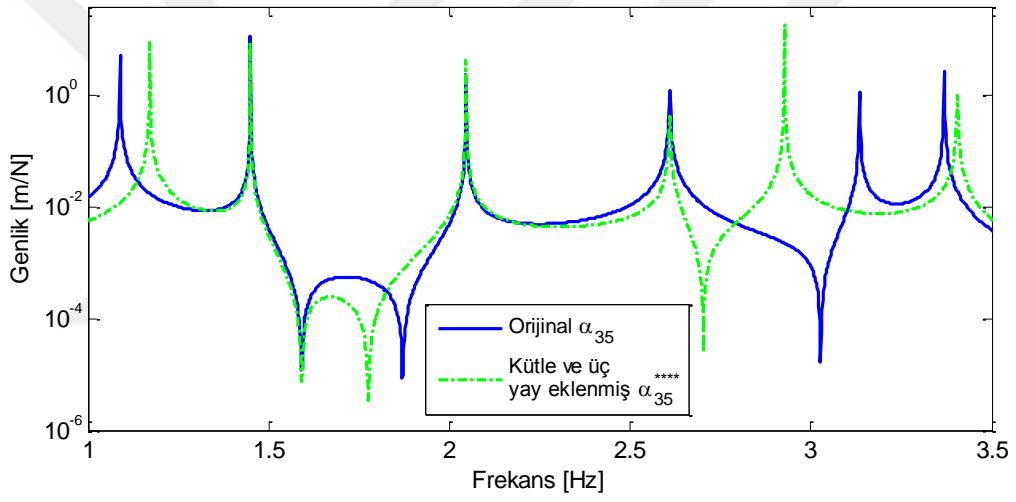
Mod Sayısı (r)		1	2	3	4	5	6
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1.09	1.45	2.05	2.61	3.14	3.37
	ω_r^{***}	1.17	1.45	2.05	2.61	2.93	3.41
Mutlak Fark (Hz)		0.08	0.00	0.00	0.00	0.21	0.04
Bağlı Değişim (%)		7.33	0.00	0.00	0.00	6.69	1.19

Tablo 3.4’te görüldüğü gibi kütle ve yere bağlı üç yay değişikliğinin yapıldığı yeni sistem ile orijinal sistemin 2, 3 ve 4 doğal frekansları birbirine eşit olmaktadır. Tablonun birinci sütunu incelendiğinde %7.33’lük değişim oranı ile 1 moduna ait doğal frekansının yapılan kütle ve yay değişikliklerinden çok fazla etkilendiği görülebilir. Beşinci modun doğal frekansındaki değişim oranı ise sisteme k_5^* yayının eklenmesinin ardından %7.96’dan %6.69’a düşmüştür. Buna karşılık 6 modunun doğal frekansındaki değişim oranı %0.89’dan %1.19’a yükselmiştir. Ancak en düşük değişim miktarı yine %1.19 ile 6 modunun doğal frekansında meydana gelmiştir.

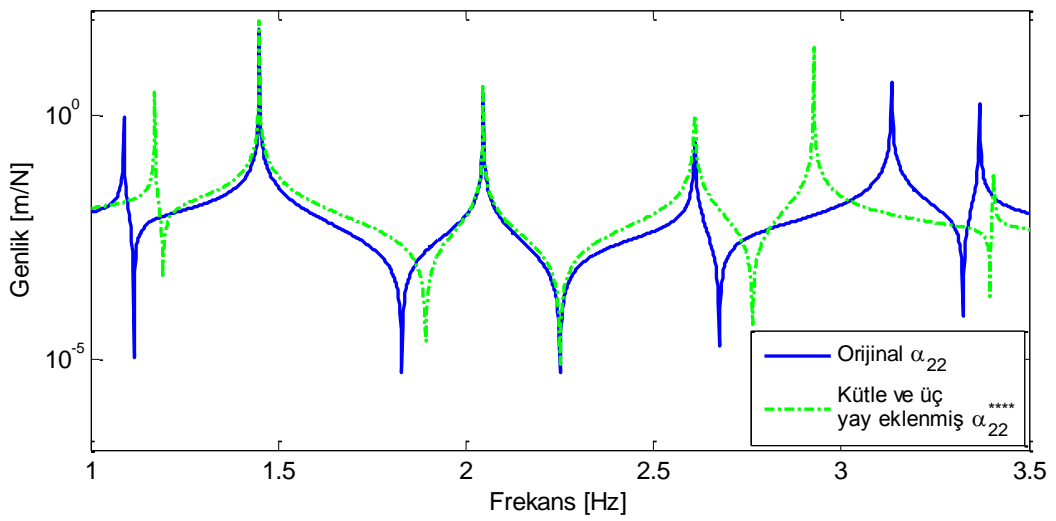
Yapılan kütle ve yere bağlı yay değişikliklerinin FTF’ler üzerindeki etkilerini daha açık bir şekilde görebilmek için orijinal sistem ile değişiklik yapılmış yeni sistemin 2 ve 3 koordinatları arasındaki transfer FTF’leri Şekil 3.10’da karşılaştırılmıştır. Bunun yanı sıra 3 ve 5 koordinatları arasındaki transfer FTF’leri ile 2 koordinatına ait sürüş noktası FTF’leri sırası ile Şekil 3.11 ve Şekil 3.12’de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.



Şekil 3.10. Orijinal ve kütle ile yere bağlı k_2^* , k_3^* ve k_5^* yayları eklenmiş sistemlerin α_{23} transfer FTF'leri



Şekil 3.11. Orijinal ve kütle ile yere bağlı k_2^* , k_3^* ve k_5^* yayları eklenmiş sistemlerin α_{35} transfer FTF'leri

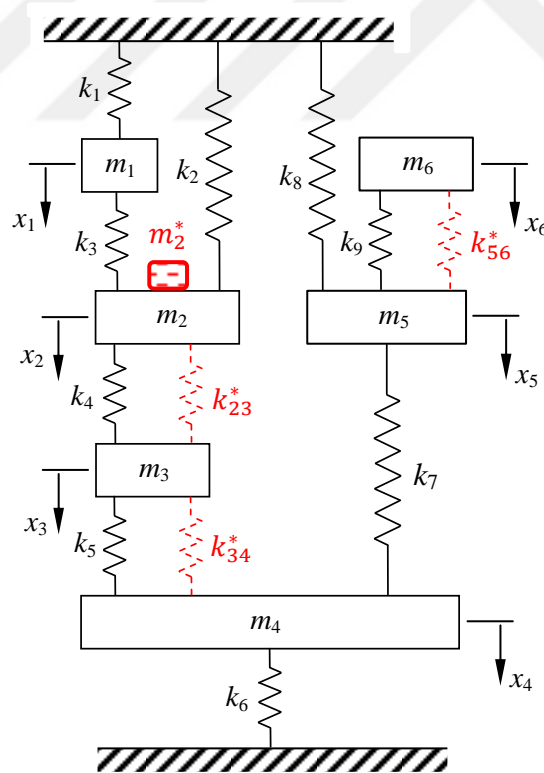


Şekil 3.12. Orijinal ve kütle ile yere bağlı k_2^* , k_3^* ve k_5^* yayları eklenmiş sistemlerin α_{22} sürüş noktası FTF'leri

Yukarıda verilen şekiller incelendiğinde orijinal sistem ile kütle ve yere bağlı üç yay eklenmiş yeni sistemin 2, 3 ve 4 modlarının doğal frekanslarının tamamen çakıştığı açıkça görülmektedir. Buna ek olarak yapılan kütle ve yay değişiklikleri sonucunda 1 ve 6 modlarına ait doğal frekanslarda bir artış olurken 5 modunun doğal frekansında düşüş gözlenmiştir.

3.3.2. Sayısal Simülasyon 2: Genelleştirilmiş Koordinatlar Arasında Yay Durumu

Bu simülasyonda ise kütle değişikliği yapılmış sistemde değişen doğal frekansları sabit tutabilmek için genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri kullanılarak geliştirilen yöntemlerin doğruluğu ve etkisi incelenecektir. Bunun için Şekil 3.13'te görülen belirli koordinatlarda kütle ve genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri yapılmış 6 SD'li kütle-yay sistemi dikkate alınmıştır.



Şekil 3.13. Kütle ve genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri yapılmış 6 SD'li kütle-yay sistemi

Simülasyonlar için gerekli olan orijinal sistemin öz değerleri ve öz vektörleri önceki sayısal simülasyonda hesaplanmış ve FTF'leri elde edilmiştir. Elde edilen bu FTF'lerden faydalanarak Şekil 3.13'te verilen sistemin 2. koordinatına $m_2^* = 500 \text{ gr}$ kütle eklenmesi ile elde edilen yeni sistemin doğal frekansları ve FTF'leri de daha önce hesaplanmıştır.

Burada yapılan simülasyonlarda orijinal sistemin FTF'leri (2.33) eşitliği kullanılarak 0.002 Hz frekans adımları ile 1-4.5 Hz frekans aralığında hesaplanmıştır. Bu durum dikkate alınarak karşılaştırmalar ve yorumlar yapılmıştır. Önceki simülasyonda olduğu gibi bu simülasyonda da önce bir doğal frekansın sabit tutulması için geliştirilmiş koordinatlar arasına eklenmesi gereken yayın hesabı yapılmıştır. Daha sonra birden fazla doğal frekansı sabit tutabilmek için geliştirilmiş koordinatlar arasında yapılması gereken yay değişimleri sırası ile hesaplanmıştır.

3.3.2.1. Bir Doğal Frekansın Sabit Tutulması

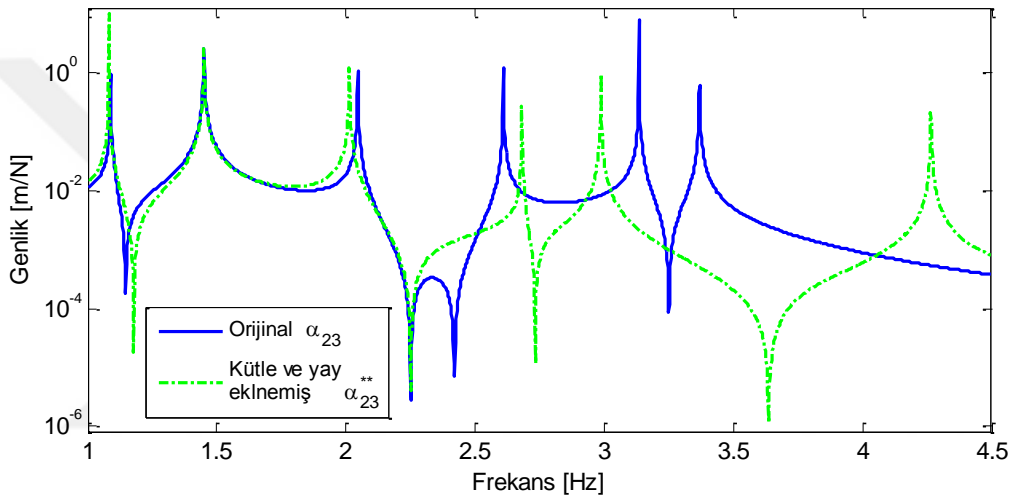
Burada Şekil 3.13'te verilen sistemin 2 koordinatına $m_2^* = 500 \text{ gr}$ kütle eklenmesi ile değişen doğal frekanslarından herhangi birinin sabit tutulabilmesi için yapı üzerinde geliştirilmiş koordinatlar arasına eklenmesi gereken yay elemanının yay katsayısı hesaplanacaktır. Bu durum dikkate alınarak orijinal sistemin 2 moduna ait doğal frekansın kütle değişiminden etkilenmemesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda sistemin 3 ve 4 koordinatları arasına k_{34}^* yayı eklenmiştir (Şekil 3.13). Kütle ve yay değişikliği yapılmış sistemin 2. doğal frekansının orijinal sistem ile aynı olabilmesi için gerekli olan k_{34}^* yayının yay katsayısı (3.13) eşitliği yardımı ile 171.822 N/m olarak hesaplanmıştır. Yay elemanının, kütle eklenmiş sistemin 3 ve 4 koordinatları arasına eklenmesi ile oluşan yeni sistemin titreşimlerine ait doğal frekanslar ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 3.5'te karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 3.5. Orijinal sistem (ω_r) ile m_2^* kütlesi ve k_{34}^* yayının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{**}) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4	5	6
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1.09	1.45	2.05	2.61	3.14	3.37
	ω_r^{**}	1.08	1.45	2.01	2.68	2.99	4.27
Mutlak Fark (Hz)		0.01	0.00	0.04	0.07	0.15	0.90
Bağıl Değişim (%)		0.92	0.00	1.95	2.68	4.78	26.71

Orijinal sistem ile kütle ve genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişikliği yapılmış yeni sistemin 2 moduna ait doğal frekansların $\omega_2 = \omega_2^{**} = 1.45$ Hz olarak birbirine eşit olduğu Tablo 3.5'in ikinci sütunu incelendiğinde görülmektedir. Yapılan değişiklikler sonucunda diğer doğal frekanslarda da belirli oranlarda değişiklikler olmuştur. Bu bağlamda en büyük değişim oranı %26.71 ile 6 modunda oluşurken en düşük değişim oranı %0.92 ile 1 modunda meydana gelmiştir.

Orijinal sistem ile kütle ve yay eklenmiş sistemin 2 ve 3 koordinatları arasındaki transfer FTF'leri Şekil 3.14'de görülmektedir.



Şekil 3.14. Orijinal ve kütle ile k_{34}^* yayı eklenmiş sistemlerin transfer FTF'leri

Şekil 3.14 incelendiğinde kütle ve genelleştirilmiş koordinatlar arasına yay (k_{34}^*) eklenmiş sistemin 1.45 Hz frekansındaki doğal frekansının orijinal sistemin doğal frekansıyla çakıştığı açıkça görülmektedir.

3.3.2.2. Birden Fazla Doğal Frekansın Sabit Tutulması

Simülasyonun bu kısmında Şekil 3.13'te verilen sistem üzerinde yapılan kütle değişikliği ile değişen doğal frekanslarından en az iki veya daha fazlasının kütle değişiminden etkilenmemesi için genelleştirilmiş koordinatlar arasında yapılması gereken yay değişiklikleri hesaplanacaktır. Bunun için öncelikle 2 ve 3 modlarına ait doğal frekansların sabit tutulması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda 2 ve 3 koordinatları arasına k_{23}^* yayı ile 3 ve 4 koordinatları arasına k_{34}^* yayı eklenmiştir. Kütle ve

genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişimlerinin sırası ile (3.1), (3.10) ve (3.14) eşitliklerine uygulanması ile sistemin 2 ve 3 modlarına ait doğal frekansların sabit kalabilmesi için gerekli olan yay elemanlarının yay katsayıları,

$$\begin{aligned} f_1(k_{23}^*, k_{34}^*) &= 0 & : \omega = \omega_2 \text{ için} \\ f_2(k_{23}^*, k_{34}^*) &= 0 & : \omega = \omega_3 \text{ için} \end{aligned} \quad (3.18)$$

şeklinde verilen doğrusal olmayan denklem takımının MATLAB’da sayısal olarak çözülmesi ile elde edilebilir. Yapılan çözümden yay katsayıları, $k_{23}^* = 11.227 \text{ N/m}$ ve $k_{34}^* = 170.749 \text{ N/m}$ olarak hesaplanmıştır.

Yay katsayıları belirlenmiş olan yay elemanlarının kütle eklenmiş sistemin ilgili koordinatlarına eklenmesi ile oluşan yeni sistemin doğal frekansları ile orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 3.6’da karşılaştırılmıştır.

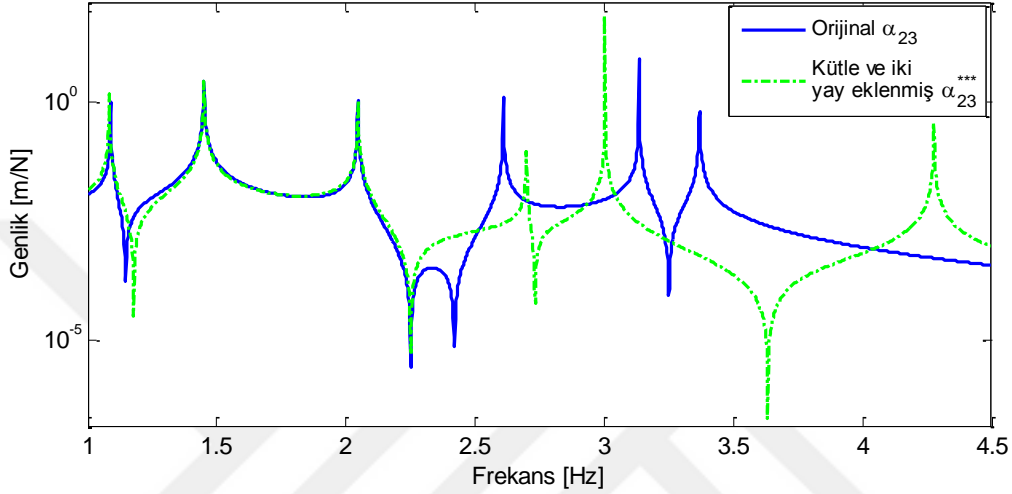
Tablo 3.6. Orijinal sistem (ω_r) ve m_2^* kütlesi ile k_{23}^* ve k_{34}^* yaylarının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{***}) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4	5	6
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1.09	1.45	2.05	2.61	3.14	3.37
	ω_r^{***}	1.08	1.45	2.05	2.70	3.00	4.28
Mutlak Fark (Hz)		0.01	0.00	0.00	0.09	0.14	0.91
Bağıl Değişim (%)		0.92	0.00	0.00	3.45	4.46	27.00

Tablodan görüldüğü gibi kütle ve genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişikliklerinin yapıldığı yeni sistem ile orijinal sistemin 2 ve 3 modlarına ait doğal frekanslar birbirine eşit olmaktadır. Bunun yanı sıra yapılan değişiklikler sonucunda en büyük değişim oranı %27.00 ile 6 modunun doğal frekansında meydana gelirken en düşük değişim oranı ise %0.92 ile 1 modunun doğal frekansında oluşmuştur.

Yapılan değişikliklerin FTF’ler üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla Şekil 3.15’te verilen orijinal ve değişiklik yapılmış yeni sistemin 2 ve 3 koordinatları arasındaki transfer FTF’ler dikkate alınmıştır. Transfer FTF’ler incelendiğinde orijinal sistem ile kütle ve genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri yapılmış sistemin 2 ve 3 modlarına ait doğal frekanslara karşılık gelen FTF’lerinin tamamen çakıştığı görülmektedir. Buna ek olarak 1 modunun doğal frekansı yapılan değişikliklerden çok az etkilenmiştir. Ancak 6

moduna ait doğal frekansta büyük bir artış olmuştur. Yapılan yapısal değişiklikler sonucunda 1 ve 5 modlarının doğal frekanslarında bir düşüş meydana gelirken 4 ve 6 modlarına ait doğal frekanslarda artış olmuştur. Ters rezonans frekanslarına bakıldığında 2.25 Hz frekansının dışındaki tüm ters rezonans frekanslarının değiştiği görülmektedir (Şekil 3.15).



Şekil 3.15. Orijinal ve kütle ile k_{23}^* ve k_{34}^* yayları eklenmiş sistemlerin transfer FTF'leri

Kütle değişiminden sonra değişen doğal frekanslardan birini daha sabit tutabilmek amacıyla Şekil 3.13'te verilen sistemin 5 ve 6 koordinatları arasında k_{56}^* yayı eklenmiştir. Bu yay değişikliği ile kütle değişiminden %9.24'lük değişim oranı ile en çok etkilenen 5 moduna ait doğal frekansın sabit tutulması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yay değişikliklerinin (3.14) eşitliğine ardışık bir şekilde uygulanması ile elde edilen,

$$\begin{aligned}
 f_1(k_{23}^*, k_{34}^*, k_{56}^*) &= 0 & : \omega = \omega_2 \text{ için} \\
 f_2(k_{23}^*, k_{34}^*, k_{56}^*) &= 0 & : \omega = \omega_3 \text{ için} \\
 f_3(k_{23}^*, k_{34}^*, k_{56}^*) &= 0 & : \omega = \omega_5 \text{ için}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

doğrusal olmayan denklem takımının MATLAB'da sayısal olarak çözülmesi ile $k_{23}^* = 2.75 \text{ N/m}$, $k_{34}^* = 65.221 \text{ N/m}$ ve $k_{56}^* = 38.982 \text{ N/m}$ olarak elde edilmiştir. Yay katsayıları belirlenen bu yay elemanlarının kütle eklenmiş sistemin ilgili koordinatları

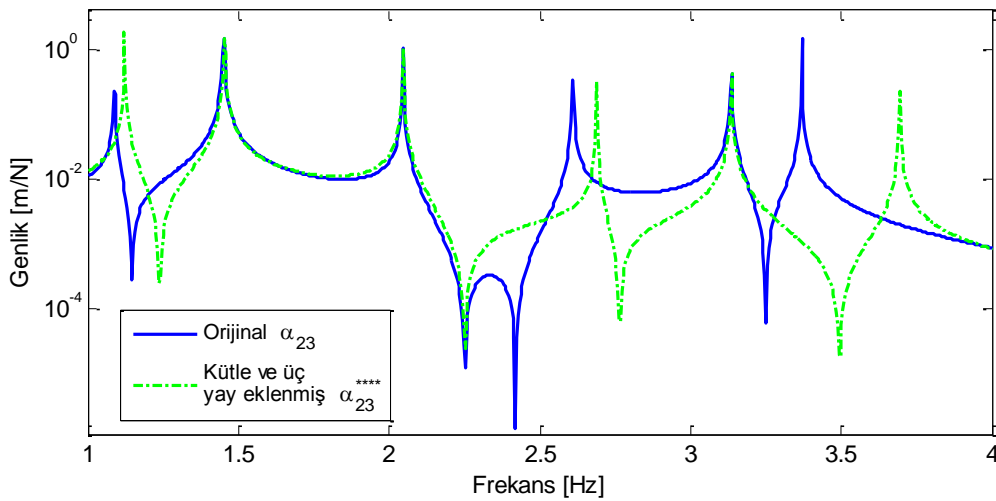
arasına eklenmesi ile oluşan yeni sistemin ve orijinal sistemin titreşimlerine ait doğal frekansları Tablo 3.7’de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 3.7. Orijinal sistem (ω_r) ve m_2^* kütlesi ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yaylarının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{****}) doğal frekansları

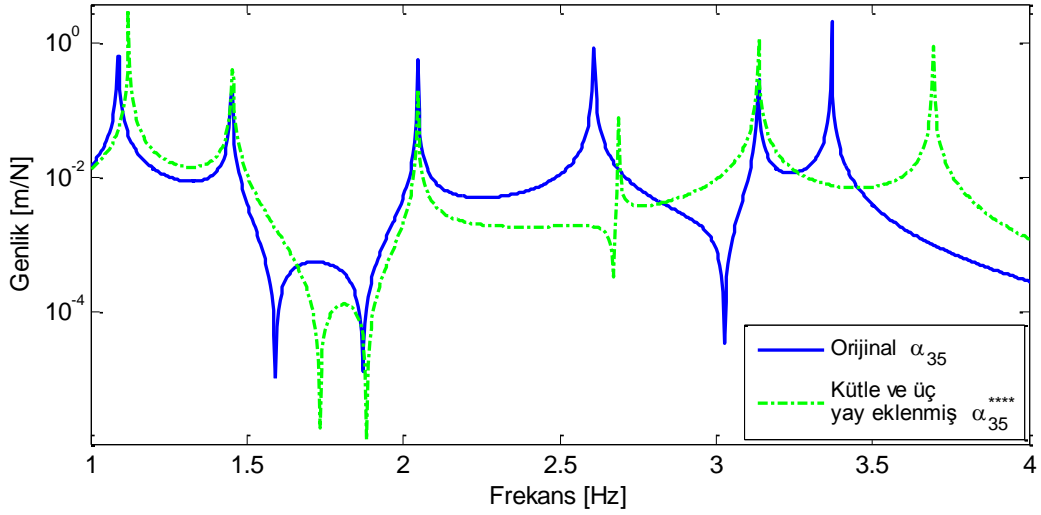
Mod Sayısı (r)		1	2	3	4	5	6
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1.09	1.45	2.05	2.61	3.14	3.37
	ω_r^{****}	1.12	1.45	2.05	2.69	3.14	3.70
Mutlak Fark (Hz)		0.03	0.00	0.00	0.08	0.00	0.33
Bağlı Değişim (%)		2.75	0.00	0.00	3.06	0.00	9.79

Tablo 3.7’den görüleceği üzere, kütle ve geliştirilmiş koordinatlar arasında yay değişikliklerinin yapıldığı yeni sistem ile orijinal sistemin 2, 3 ve 5 modlarına ait doğal frekanslar birbirine eşit olmaktadır. Tablonun 6. sütunu incelendiğinde yapılan kütle ve yay değişiklikleri sonucunda 6 moduna ait doğal frekansın %9.79’luk değişim oranı ile çok fazla etkilendiği görülebilir. Buna karşılık en düşük değişim ise %2.75 ile 1 modunun doğal frekansında olmuştur.

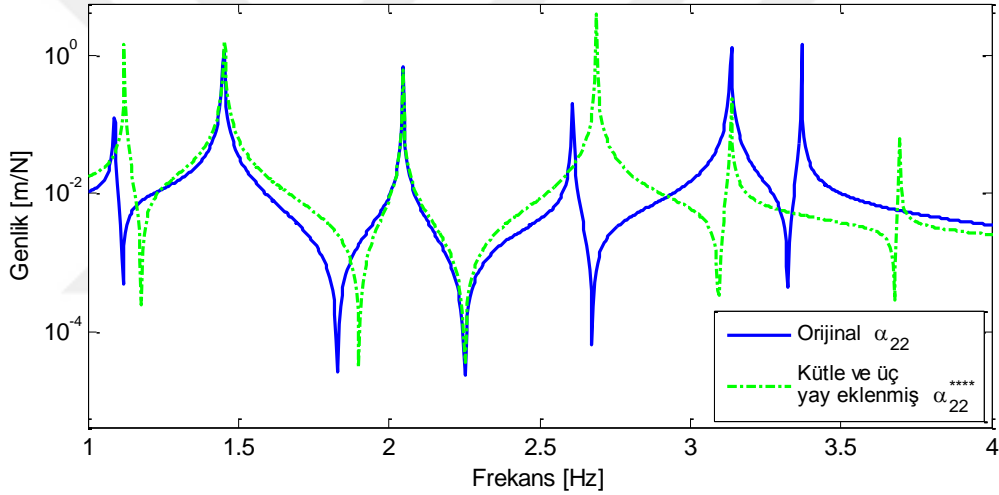
Yapılan değişikliklerin FTF’ler üzerindeki etkilerini görebilmek için orijinal sistem ile değişiklik yapılmış yeni sistemin 2 ve 3 koordinatları arasındaki transfer FTF’leri Şekil 3.16’da karşılaştırılmıştır. Bunun yanı sıra 3 ve 5 koordinatları arasındaki transfer FTF’ler ile 2 koordinatına ait sürüş noktası FTF’leri sırası ile Şekil 3.17 ve Şekil 3.18’de verilmiştir.



Şekil 3.16. Orijinal ve kütle ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yayları eklenmiş sistemlerin α_{23} transfer FTF'leri



Şekil 3.17. Orijinal ve kütle ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yayları eklenmiş sistemlerin α_{35} transfer FTF'leri



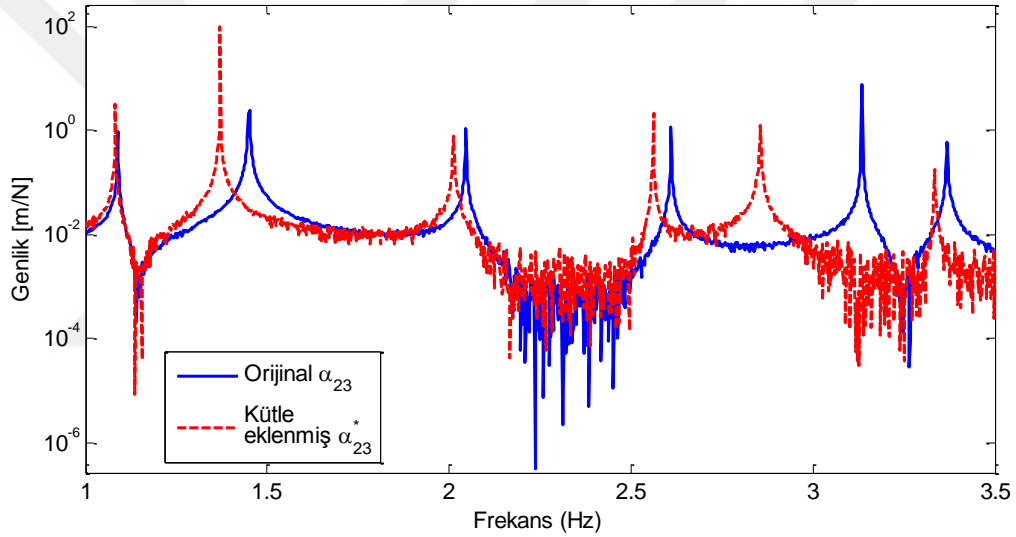
Şekil 3.18. Orijinal ve kütle ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yayları eklenmiş sistemlerin α_{22} sürüş noktası FTF'leri

Şekil 3.16 incelendiğinde orijinal sistem ile kütle ve geliştirilmiş koordinatlar arasında k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yayları eklenmiş yeni sistemin 2, 3 ve 5 modlarına ait doğal frekanslara karşılık gelen transfer FTF'lerin tamamen çakıştığı görülmektedir.

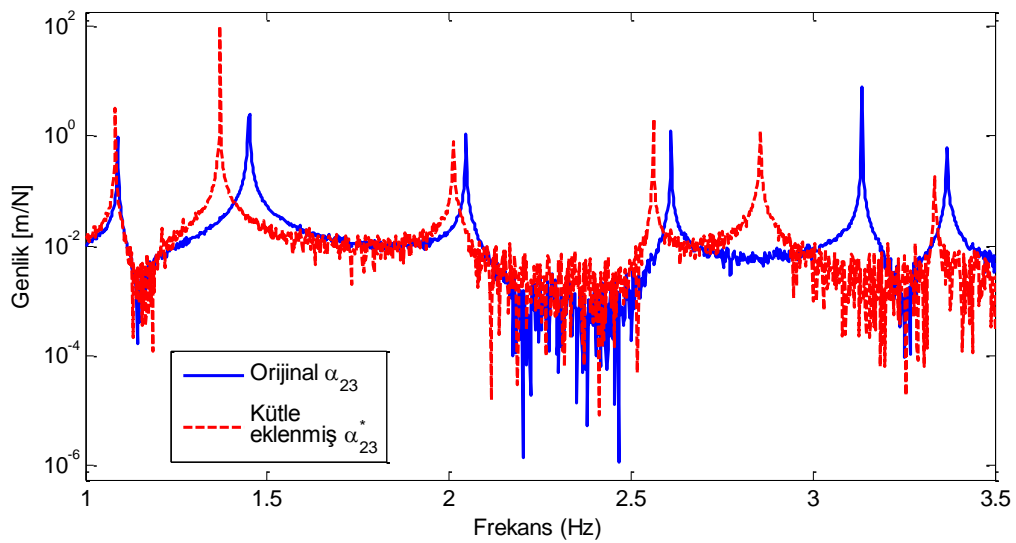
3.3.3. Sayısal Simülasyon 3: Gürültülü FTF'ler ile Doğal Frekansların Sabit Tutulması

Önceki simülasyon çalışmalarında kullanılan FTF'ler sayısal olarak elde edildiği için hiçbir parazit içermemektedirler. Oysa gerçek FTF'lerin kalitesinin gürültüler (parazitler) nedeniyle olumsuz yönde etkilendiği bilinmektedir. Burada tezin bu bölümünde geliştirilen

yöntemin FTF'lerde gürültü olması durumundaki performansını incelemek amacıyla normal dağılımlı rastlantısal sayılardan üretilen eklemeli tip gürültüler (additive white noise) %3 ve %5 oranında FTF'lere eklenmiş ve yöntem tekrar denenmiştir (eklemeli gürültü için Ek B'ye bakınız). Bunun için Şekil 3.13'te verilen kütle ve genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri yapılmış 6 SD'li kütle-yay sistemi dikkate alınmıştır. Bu sistemin orijinal ve 2. koordinatına $m_2^* = 500 \text{ gr}$ kütle eklenmesi ile elde edilen yeni sistemin doğal frekansları ve FTF'leri daha önce hesaplanmıştır. Bu FTF'lere sırası ile %3 ve %5 eklemeli tip gürültü eklenmiştir. Orijinal ve kütle eklenmiş sistemlerin 2 ve 3 koordinatları arasındaki gürültü eklenmiş transfer FTF'leri Şekil 3.19 ve Şekil 3.20'de verilmiştir.



Şekil 3.19. Orijinal ve kütle eklenmiş sistemlerin %3 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri



Şekil 3.20. Orijinal ve kütle eklenmiş sistemlerin %5 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri

Burada öncelikle bir doğal frekansın sabit tutulması için geliştirilmiş koordinatlar arasına eklenmesi gereken yayın hesabı %3 ve %5 eklemeli gürültü durumları dikkate alınarak yapılmıştır. Daha sonra aynı durumlar göz önünde bulundurularak birden fazla doğal frekansı sabit tutabilmek için geliştirilmiş koordinatlar arasında yapılması gereken yay değişimleri sırası ile hesaplanmaya çalışılmıştır.

3.3.3.1. Gürültülü FTF'ler Kullanılarak Bir Doğal Frekansın Sabit Tutulması

Burada %3 ve %5 eklemeli gürültülü FTF'ler kullanılarak Şekil 3.13'te verilen sistemin 2 koordinatına $m_2^* = 500 \text{ gr}$ kütle eklenmesi ile değişen doğal frekanslarından herhangi birinin sabit tutulabilmesi için geliştirilmiş koordinatlar arasına eklenmesi gereken yay elemanının yay katsayısı hesaplanacaktır. Bu durum dikkate alınarak orijinal sistemin 2 moduna ait doğal frekansın kütle değişiminden etkilenmemesi için sistemin 3 ve 4 koordinatları arasına k_{34}^* yayı eklenmiştir.

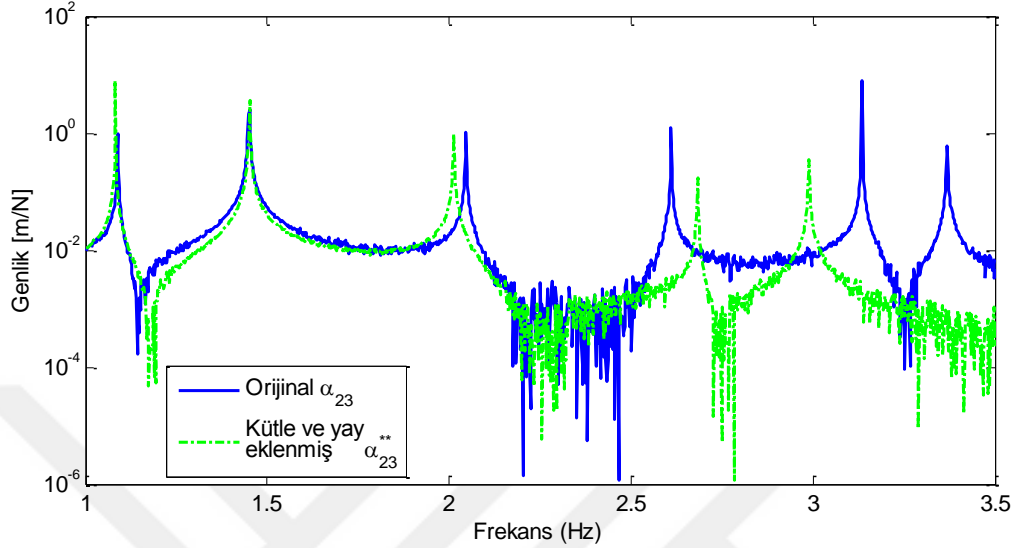
Bu simülasyonda öncelikle %3 eklemeli gürültü eklenmiş FTF'ler kullanılmıştır. Orijinal ve kütle eklenmiş sistemlerin ilgili koordinatlarına ait FTF'lerin sabit tutulmak istenen frekansa karşılık gelen değerleri (3.12) eşitliğinde yerine yazılarak k_{34}^* yayının yay katsayısı 178.95 N/m olarak hesaplanmıştır. Bu yay elemanının kütle eklenmiş sistemin 3 ve 4 koordinatları arasına eklenmesi ile oluşan yeni sistemin titreşimlerine ait doğal frekanslar ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 3.8'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 3.8. Orijinal sistem (ω_r) ile m_2^* kütlesi ve k_{34}^* yayının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{**}) doğal frekansları (%3 eklemeli gürültü durumu)

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4	5	6
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1.09	1.45	2.05	2.61	3.14	3.37
	ω_r^{**}	1.08	1.45	2.01	2.68	2.99	4.31
Mutlak Fark (Hz)		0.01	0.00	0.04	0.07	0.15	0.90
Bağıl Değişim (%)		0.92	0.00	1.95	2.68	4.78	27.89

Tablo 3.8 incelendiğinde orijinal sistem ile kütle ve geliştirilmiş koordinatlar arasında yay değişikliği yapılmış yeni sistemin 2 moduna ait doğal frekansların $\omega_2 = \omega_2^{**} = 1.45 \text{ Hz}$ olarak birbirine eşit olduğu görülmektedir.

Orijinal sistem ile kütle ve yay eklenmiş sistemin 2 ve 3 koordinatları arasındaki transfer FTF'leri %3 eklemeli gürültülü durum için Şekil 3.21'de görülmektedir.



Şekil 3.21. Orijinal ve kütle ile k_{34}^* yayı eklenmiş sistemlerin %3 eklemeli gürültülü durumu için transfer FTF'leri

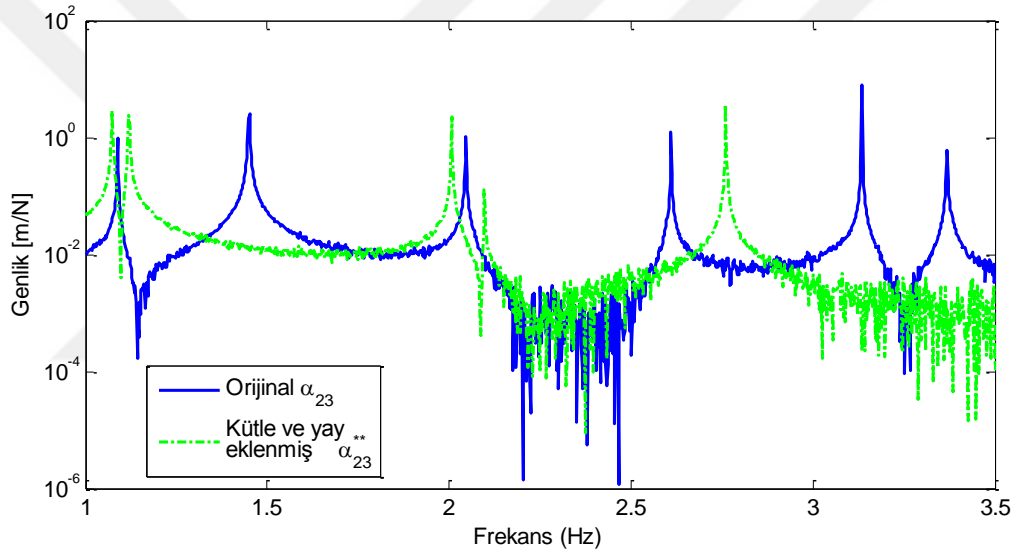
Şekil 3.21 incelendiğinde kütle ve geliştirilmiş koordinatlar arasında k_{34}^* yayı eklenmiş sistemin 1.45 Hz frekansındaki doğal frekansının orijinal sistemin doğal frekansıyla çakıştığı açıkça görülmektedir.

Gürültü miktarının artması durumunda yöntemin performansının nasıl değiştiğini görebilmek amacıyla orijinal ve kütle eklenmiş sistemlerin FTF'lerine %5 eklemeli gürültü eklenmiştir. Gürültü eklenen FTF'lerin sabit tutulmak istenen frekansa karşılık gelen değerleri (3.12) eşitliğinde yerine yazılarak k_{34}^* yayının yay katsayısı -90.62 N/m olarak hesaplanmıştır. Bu yay değişikliği beklenenin aksine negatif hesaplanmıştır. Bu değişikliğin ilgili koordinatlar arasında yapılması ile oluşan yeni sistemin titreşimlerine ait doğal frekanslar ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 3.9'da karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Tabloda verilen doğal frekanslar incelendiğinde orijinal sistem ile kütle ve geliştirilmiş koordinatlar arasında yay değişikliği yapılmış yeni sistemin doğal frekanslarının birbirine eşit olmadığı görülmektedir. En büyük hata %22.76 ile sabit tutulmak istenen 2 modunun doğal frekansında meydana gelmiştir. Buna karşın en küçük hata %1.83'lük değişim oranı ile 1 modunun doğal frekansında oluşmuştur. Bu durumu FTF'ler üzerinde görebilmek amacıyla orijinal sistem ile kütle ve yay eklenmiş sistemin 2

ve 3 koordinatları arasındaki transfer FTF'leri %5 eklemeli gürültülü durum için Şekil 3.22'de verilmiştir.

Tablo 3.9. Orijinal sistem (ω_r) ile m_2^* kütlesi ve k_{34}^* yayının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{**}) doğal frekansları (%5 eklemeli gürültü durumu)

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4	5	6
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1.09	1.45	2.05	2.61	3.14	3.37
	ω_r^{**}	1.07	1.12	2.01	2.10	2.76	3.14
Mutlak Fark (Hz)		0.02	0.33	0.04	0.51	0.38	0.23
Bağıl Değişim (%)		1.83	22.76	1.95	19.54	12.10	6.82



Şekil 3.22. Orijinal ve kütle ile k_{34}^* yayı eklenmiş sistemlerin %5 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri

Şekil 3.22 incelendiğinde kütle ve geliştirilmiş koordinatlar arasına k_{34}^* yayı eklenmiş sistem ile orijinal sistemin 2 moduna ait doğal frekansların çakışmadığı görülmektedir. Sonuç olarak, yüksek gürültülü FTF'lerde yöntem başarısız olmuştur.

3.3.3.2. Gürültülü FTF'ler Kullanılarak Birden Fazla Doğal Frekansın Sabit Tutulması

Bu simülasyonda %3 ve %5 eklemeli gürültülü FTF'ler kullanılarak birden fazla doğal frekansın sabit tutulabilmesi için geliştirilmiş koordinatlar arasına eklenmesi gereken yay elemanlarının yay katsayıları hesaplanacaktır. Bunun için 2, 3 ve 5 modlarına ait doğal

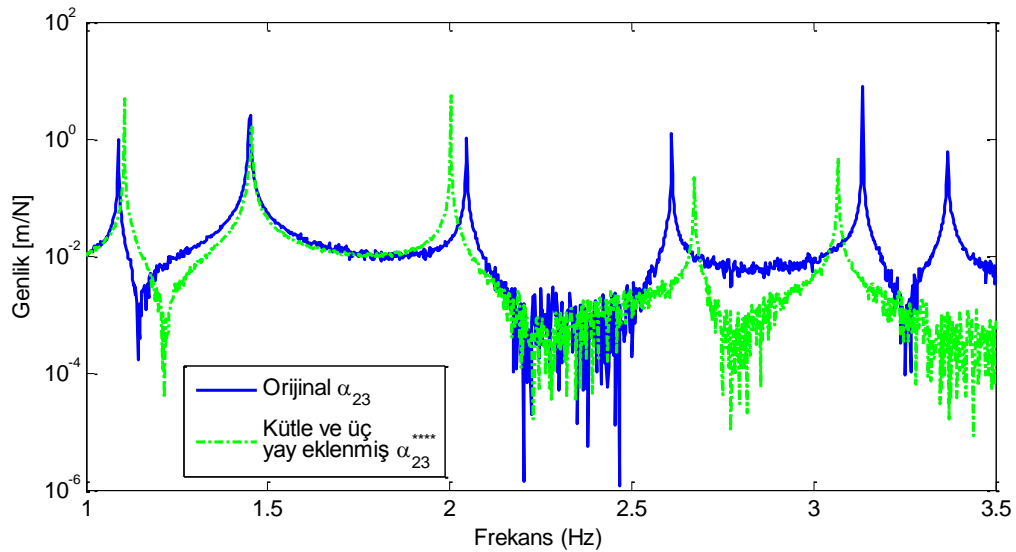
frekansların sabit tutulması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda Şekil 3.13'te verilen sistemin 2-3 koordinatları arasına k_{23}^* , 3-4 koordinatları arasına k_{34}^* ve 5-6 koordinatları arasına k_{56}^* yayları eklenmiştir.

Burada öncelikle %3 eklemeli gürültü eklenmiş FTF'ler kullanılarak yay katsayıları hesaplanmıştır. Kütle eklenmiş sistemin ilgili koordinatlarına ait gürültülü FTF'ler kullanılarak yay katsayıları, $k_{23}^* = -8.21 N/m$, $k_{34}^* = 102.73 N/m$ ve $k_{56}^* = 21.23 N/m$ olarak elde edilmiştir. Bu yay değişikliklerinin kütle eklenmiş sistem üzerinde yapılması ile elde edilen yeni sistemin ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 3.10'da verilmiştir.

Tablo 3.10. Orijinal sistem (ω_r) ve m_2^* kütlesi ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yaylarının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{****}) doğal frekansları (%3 eklemeli gürültü durumu)

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4	5	6
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1.09	1.45	2.05	2.61	3.14	3.37
	ω_r^{****}	1.11	1.45	2.00	2.67	3.07	3.87
Mutlak Fark (Hz)		0.02	0.00	0.05	0.06	0.07	0.50
Bağlı Değişim (%)		1.83	0.00	2.44	2.30	2.23	14.84

Tablo 3.10 incelendiğinde yapılan yay değişiklikleri ile 2 modunun doğal frekansı korunurken 3 ve 5 modlarına ait doğal frekanslarda sırası ile %2.44 ve %2.23'lük hataların meydana geldiği görülmektedir. En büyük fark %19.54 ile 4 modunun doğal frekansında oluşurken en küçük fark %1.83 ile 1 modunun doğal frekansında meydana gelmiştir.



Şekil 3.23. Orijinal ve kütle ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yayları eklenmiş sistemlerin %3 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri

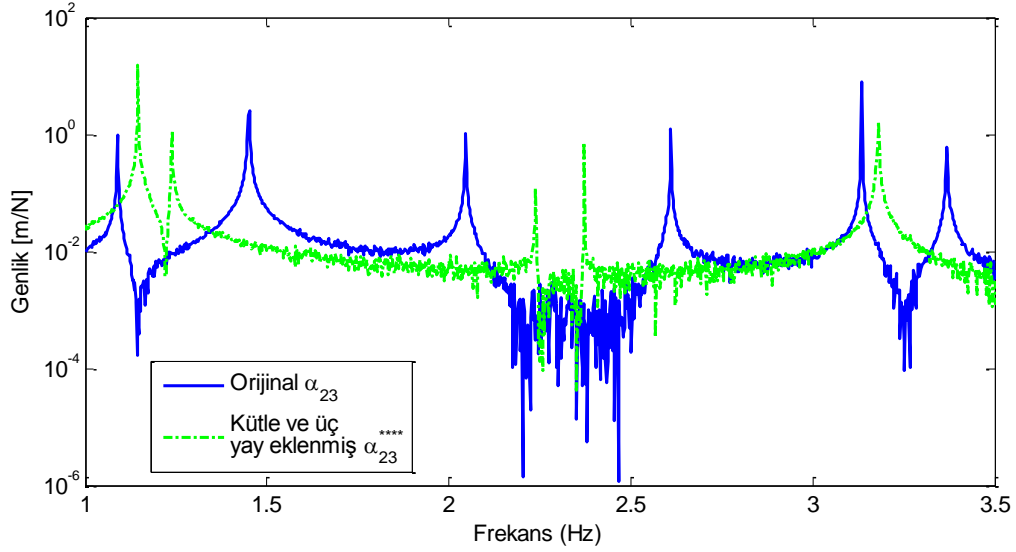
Değişikliklerin FTF'ler üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla orijinal ve m_2^* kütlesi ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yaylarının eklendiği sistemlerin 2 ve 3 koordinatları arasındaki transfer FTF'leri %3 eklemeli gürültülü durum için Şekil 3.23'te verilmiştir. Bu FTF'ler incelendiğinde orijinal ve değişiklik yapılmış sistemlerin 2 moduna ait doğal frekanslarının çakıştığı görülmektedir. Buna karşın değişikliklerden sonra korunmak istenen 3 ve 5 modlarına ait doğal frekanslar çakışmamaktadır. Bu durumda birden fazla doğal frekansın korunması için geliştirilen yöntem, gürültülü FTF'lerde başarısız olmuştur.

Yöntemin performansının gürültü miktarının artması ile nasıl değiştiğini görebilmek amacıyla aynı problem %5 gürültü oranı için incelenmiştir. Bu durumda yay katsayıları $k_{23}^* = 82.67 \text{ N/m}$, $k_{34}^* = -85.43 \text{ N/m}$ ve $k_{56}^* = 151.79 \text{ N/m}$ olarak elde edilmiştir. Bu yay değişikliklerinin kütle eklenmiş sistemin ilgili koordinatları arasında yapılması ile oluşan yeni ve orijinal sistemlerin doğal frekansları Tablo 3.11'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 3.11. Orijinal sistem (ω_r) ve m_2^* kütlesi ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yaylarının eklendiği yeni sistemin (ω_r^{****}) doğal frekansları (%5 eklemeli gürültü durumu)

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4	5	6
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	1.09	1.45	2.05	2.61	3.14	3.37
	ω_r^{****}	1.14	1.24	2.23	2.37	3.18	4.02
Mutlak Fark (Hz)		0.05	0.21	0.18	0.24	0.04	0.65
Bağıl Değişim (%)		4.59	14.48	8.78	9.19	1.27	19.29

Tablo 3.11 incelendiğinde orijinal sistem ile kütle ve yay değişiklikleri yapılmış sistemin 2, 3 ve 5 modlarına ait doğal frekansların birbirinden farklı olduğu görülebilir. Bu modlara ait frekanslar arasında en küçük fark %1.27 ile 5 modunda oluşurken en büyük fark %14.48 ile 2 modunda meydana gelmiştir. Diğer modların da dikkate alınması ile en büyük farkın %19.29'luk bağıl hata oranı ile 6 modunda olduğu görülmektedir. Bu durumu FTF'ler üzerinde görebilmek amacıyla orijinal ve m_2^* kütlesi ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yaylarının eklendiği sistemlerin 2 ve 3 koordinatları arasındaki transfer FTF'leri %5 eklemeli gürültülü durum için Şekil 3.24'te verilmiştir.



Şekil 3.24. Orijinal ve kütle ile k_{23}^* , k_{34}^* ve k_{56}^* yayları eklenmiş sistemlerin %5 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri

Bu simülasyonda farklı gürültü seviyelerinin (%3 ve %5 eklemeli gürültü) uygulandığı FTF'ler kullanılarak bir ve birden fazla doğal frekansın sabit tutulması için uygulamalar yapılmıştır. Bir doğal frekansın korunması işleminde %3 eklemeli gürültü durumu için başarılı sonuç elde edilmesine rağmen %5 eklemeli gürültü durumunda yöntem başarılı olmamıştır. Birden fazla doğal frekansın (2, 3 ve 5 modlarının doğal frekansları) korunması işleminde ise %3 eklemeli gürültülü FTF'ler kullanılarak yapılan çözümde sadece 2 moduna ait doğal frekans korunmuştur. Gürültü seviyesinin %3'ten %5'e çıkarılması durumunda yapılan çözümde ise 2, 3 ve 5 modlarına ait doğal frekanslar korunamamıştır.

3.4. Sonuç ve Değerlendirmeler

Tezin bu bölümünde, bir sistem üzerinde yapılan kütle ve dirençlilik değişimlerinden sonra belirli doğal frekansların değişmeden sabit kalması problemi incelenmiştir. Yapılan çalışmada mevcut çalışmalardan farklı olarak frekansı sabit tutmak için yay elemanı iki koordinat arasına yerleştirilmiş ve gerekli yayın katsayısının hesabı için yeni bir yöntem sunulmuştur. Aynı zamanda yere bağlı ve genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay durumu için birden fazla doğal frekansın kütle değişiminden etkilenmemesi için yeni bir yöntem geliştirilmiştir. Sunulan yöntemlerin geçerliliği 6 SD'li bir kütle-yay sistemi üzerinde yapılan simülasyonlar ile gösterilmeye çalışılmıştır.

Yapılan simülasyonlarda, kütle değişiminden sonra yere bağlı veya genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri yapılarak en fazla üç doğal frekansın kütle değişiminden etkilenmemesi durumu dikkate alınmıştır. Gürültüsüz FTF'ler kullanılarak yapılan simülasyon çalışmalarında son derece başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Ancak farklı gürültü seviyelerinin (%3 ve %5 eklemeli gürültü) uygulandığı FTF'ler kullanılarak yapılan simülasyon çalışmalarında, artan gürültü seviyesi ile yöntemin başarısının olumsuz yönde etkilendiği görülmüştür. Bu durum dikkate alınarak yöntemin başarısı için çözümde kullanılan FTF'lerin gürültülerden ayklanması önerilir. Simülasyonlarda maksimum üç doğal frekans dikkate alınmasına rağmen daha fazla fiziksel sistem parametresi kullanılarak kütle değişiminden etkilenmemesi istenilen doğal frekans sayısı artırılabilir.

Yapısal değişim genelde mevcut yapılara uygulandığından kütle ve direngenlik gibi fiziksel parametreler önceden bilinmeyebilir. Oysa sunulan yöntemlerde FTF'ler kullanıldığından dolayı bunların deneysel olarak ölçülmesi durumunda yapının fiziksel parametrelerinin bilinmesine gerek yoktur. Bu nedenle yöntemler oldukça kullanışlıdır. Ayrıca yöntemlerde yapısal değişiklik koordinatları ile ilgili sınırlı sayıdaki FTF'ler kullanıldığından dolayı modal özelliklerin kullanıldığı yöntemlere göre daha üstündürler. Diğer taraftan bu çalışmada altı serbestlik dereceli bir kütle-yay sistemi dikkate alınmakla birlikte sunulan yöntemin aslında genel olduğu ve tüm sistemlere uygulanabilir olduğu söylenebilir.

Yapısal değişiklikler kullanılarak doğal frekansların korunmasında önemli olan bir diğer nokta hangi fiziksel parametrelerde veya koordinatlarda değişiklik yapılmasının belirlenmesi problemidir. Buna bağlı olarak mevcut durum standart bir optimizasyon problemine dönüştürülerek uygun bir yöntemle çözülebilir. Bu sayede değiştirilmiş sistemlerde belirli doğal frekansların orijinal yapı ile aynı olabilmesi için yapılması gereken en uygun yapısal değişimler belirlenebilir.

4. DOĞAL FREKANSLARIN İSTENİLEN DEĞERLERE KAYDIRILMASI

Tasarım ve imalat aşamasından sonra yapının çalışma şartlarının değişiminden kaynaklanan ve istenmeyen harmonikleri içerisinde barındıran durumlar ortaya çıkabilmektedir. Bu durumda istenmeyen bu harmoniklerin frekansları ile yapının doğal frekanslarının çakıştığı ve titreşim teorisinden bilinen rezonans durumu meydana gelmektedir. Yapı üzerinde belirli koordinatlarda çeşitli yapısal değişiklikler yaparak değişiklik yapılmış yeni yapının doğal frekanslarını istenilen güvenli bölgelere kaydırmak mümkün olabilmektedir. Bu nedenle yapısal değişiklikler doğal frekansların korunmasının yanında rezonans olgusundan kaçınmak amacıyla da yapılmaktadır.

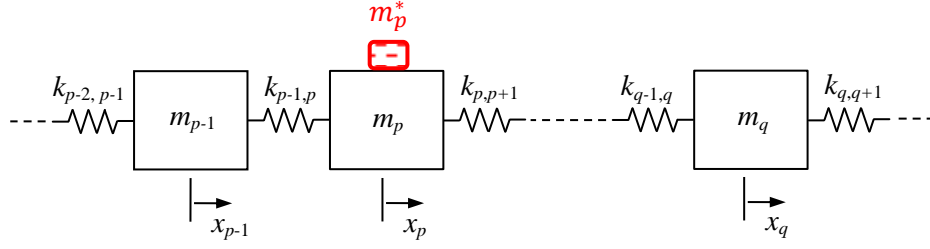
Tezin bu bölümünde doğal frekansları sabit tutabilmek için geliştirilmiş olan yöntemlere farklı bir yaklaşım sunularak değişiklik yapılmış sistemin bir veya daha fazla doğal frekansının istenen değerlere kaydırılması için yeni bir yöntem geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntemde doğrudan FTF'ler kullanılarak yapılan yapısal değişikliklerden faydalanılmıştır. Yöntemin doğruluğu ve geçerliliğu sayısal simülasyonlar ile gösterilmiştir.

4.1. Kütle Değişikliği ile Doğal Frekansların Kaydırılması

Yapı üzerinde herhangi bir koordinatta kütle değişikliğinin yapılması durumunda genel kütle matrisinin sadece ilgili koordinata ait kütle değerinde değişiklik yapılmış olmaktadır. Yapılan kütle değişikleri belirli bir koordinata kütle eklenmesi veya çıkarılması şeklinde olabilir. Burada yapı üzerinde farklı koordinatlarda kütle değişiklikleri yaparak incelenen yapının bir veya daha fazla doğal frekansının istenilen değerlere kaydırılması amaçlanmıştır.

4.1.1. Kütle Değişikliği ile Bir Doğal Frekansın Kaydırılması

Yapı üzerinde kütle değişikliği yapılarak yapının doğal frekanslarından herhangi birinin istenilen bir değere kaydırılması için gerekli olan kütle değişikliğinin hesabında Şekil 4.1'de verilen sistem dikkate alınmıştır.



Şekil 4.1. Kütle değişikliği yapılmış sistem

Şekil 4.1’de verilen yapının p koordinatına m_p^* kütlesi eklenmesi veya çıkarılması ile oluşan yeni sistemin doğal frekansları değişecektir. Burada yapılan bu kütle değişikliğinin sonucunda orijinal yapının doğal frekanslarından herhangi birinin istenilen bir değere kaydırılması amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda yapının p koordinatına m_p^* kütlesinin eklendiği dikkate alınarak, yeni sistemin p ve q koordinatları arasındaki transfer FTF’si daha önce verilmiş olan (3.1) eşitliği yardımı ile aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\alpha_{pq}^* = \frac{\alpha_{pq}}{1 - \omega^2 m_p^* \alpha_{pp}} \quad (4.1)$$

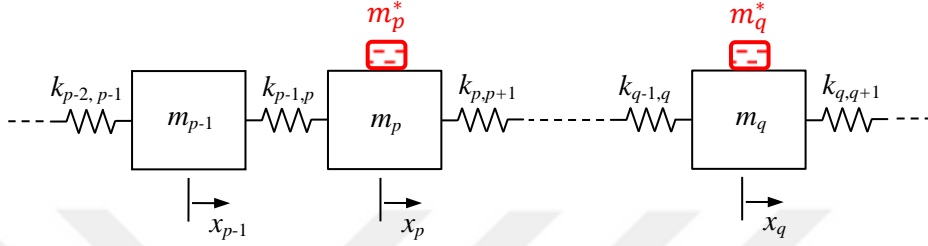
Burada (4.1) eşitliği ile verilen transfer FTF’nin kaydırılmak istenilen doğal frekansa karşılık gelen değerinin sönümsüz sistemler için sonsuza gittiği dikkate alınır ve eşitlik (4.1)’in paydası sıfır olacak şekilde düzenlenirse;

$$m_p^* = \frac{1}{\omega^2 \alpha_{pp}} \quad (4.2)$$

eşitliği elde edilir. Burada ω , kaydırılmak istenen doğal frekans değerini ve α_{pp} , p koordinatına ait sürüş noktası FTF’sinin ω frekansına karşılık gelen değerini göstermektedir. Kaydırılmak istenen frekans ve değişiklik koordinatına ait sürüş noktası FTF’sinin bu frekansa karşılık gelen değeri (4.2) eşitliğinde yerine yazılarak yapılması gereken kütle değişikliği hesaplanabilir. Bu şekilde hesaplanan kütle değerinin negatif olması halinde yapı üzerinde ilgili koordinatta yapılacak kütle değişikliğinin, kütle çıkarılması şeklinde olacağı açıktır.

4.1.2. Kütle Değişikliği ile Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması

Yapı üzerinde birden fazla kütle değişikliği yaparak daha fazla sayıda doğal frekansın istenilen değerlere kaydırılması mümkündür. Bu durumu açıklayabilmek için Şekil 4.2’de verilen sistem dikkate alınmıştır.



Şekil 4.2. Kütle değişiklikleri yapılmış sistem

Burada yapı üzerindeki iki koordinatta kütle değişikliği yapılarak iki doğal frekansın istenilen değerlere kaydırılmasında gerekli olan kütlelerin hesabı için yeni bir yöntem sunulmuştur. Geliştirilen yöntemde öncelikle yapı üzerinde p koordinatına m_p^* kütlesi eklenmiş ve (2.25) eşitliği yardımı ile FTF’leri hesaplanmıştır. Yeni sistemin p ve q koordinatları arasındaki transfer FTF’si ile q koordinatına ait sürüş noktası FTF’si (4.3) ve (4.4) eşitlikleri ile aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\alpha_{pq}^* = \frac{\alpha_{pq}}{1 - \omega^2 m_p^* \alpha_{pp}} \quad (4.3)$$

$$\alpha_{qq}^* = \frac{\alpha_{qq} - \omega^2 m_p^* (\alpha_{pp} \alpha_{qq} - \alpha_{pp} \alpha_{pq})}{1 - \omega^2 m_p^* \alpha_{pp}} \quad (4.4)$$

Daha sonra q koordinatına m_q^* kütlesi eklenerek oluşan yeni sistemin FTF’leri, kütle değişikliklerinin (2.18) eşitliğine ardışık bir şekilde uygulanması ile elde edilmiştir. Kütle değişiklikleri yapılmış sistemin son haline ait p ve q koordinatları arasındaki transfer FTF’si (4.5) eşitliğindeki gibi olmaktadır.

$$\alpha_{pq}^{**} = \frac{\alpha_{qq}^*}{1 - \omega^2 m_q^* \alpha_{qq}^*} \quad (4.5)$$

Buradan (4.4) eşitliğinin (4.5)'te yerine yazılması ile elde edilen denklemin paydası sıfır olacak şekilde düzenlenecek olursa,

$$1 - \omega^2 m_q^* \left(\alpha_{qq} - \omega^2 m_p^* \left(\alpha_{pp} \alpha_{qq} - \alpha_{pp} \alpha_{pq} \right) \right) = 0 \quad (4.6)$$

denklemini elde edilmektedir. Bu denklem m_p^* ve m_q^* 'a bağımlı ilgilenilen frekans noktası sayısı kadar denklemden oluşmaktadır. Bu denklemlerin içerisinde hangi frekansların kaydırılması isteniyorsa o frekanslara karşılık gelen denklemlerin seçilmesi ile oluşan,

$$\begin{aligned} f_1(m_p^*, m_q^*) = 0 & \quad : \omega = \omega_{s1} \text{ için} \\ f_2(m_p^*, m_q^*) = 0 & \quad : \omega = \omega_{s2} \text{ için} \end{aligned} \quad (4.7)$$

denklemler takımının sayısal olarak çözülmesi ile m_p^* ve m_q^* hesaplanabilmektedir. Hesaplanan bu kütle değişikliklerinin yapı üzerinde ilgili koordinatlara uygulanması ile orijinal sistemin doğal frekansları istenilen frekanslara kaydırılabilmektedir.

4.2. Yay Değişikliği ile Doğal Frekansların Kaydırılması

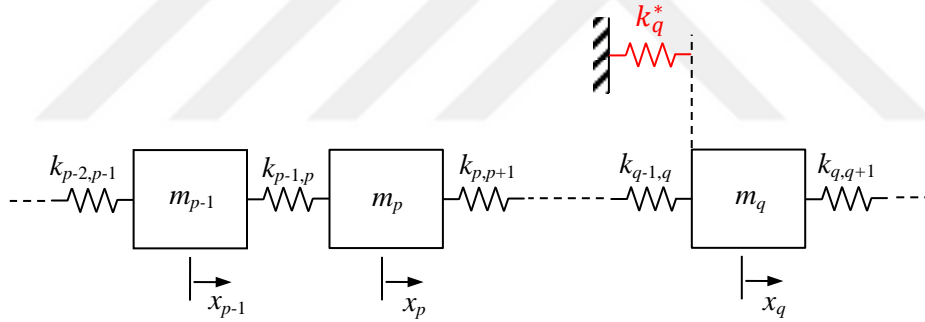
Yapı üzerinde yay değişiklikleri yaparak yapının dinamik özelliklerinde değişiklik yapılabilir. Yapılacak olan yay değişikliği, ilgilenilen sistemin konstrüksiyonuna ve değiştirilmek istenen dinamik özelliğin türüne bağlı olarak değişmektedir. Tezin ikinci ve üçüncü bölümünde de belirtildiği gibi yay değişiklikleri, yapı üzerinde genelleştirilmiş bir koordinat ile sabit eksen arasında veya genelleştirilmiş bir çift koordinat arasında yapılabilir.

4.2.1. Yere Bağlı Yay Durumu için Doğal Frekansların Kaydırılması

Yere bağlı olan yay değişikliklerinde sadece yapı üzerindeki ilgili koordinatlara ait direngenlikte değişiklik yapılmış olmaktadır. Yapının genel direngenlik matrisinde yapılan bu değişiklikler ile dinamik özellikleri belirlenebilmektedir. Bu sayede yere bağlı yaylar kullanılarak orijinal yapının doğal frekanslarının istenilen değerlere kaydırılması mümkün olmaktadır.

4.2.1.1. Yere Bağlı Yay ile Bir Doğal Frekansın Kaydırılması

Yapı üzerine yere bağlı bir yay eklenerek herhangi bir doğal frekansın istenen değere kaydırılması için gereken yayın yay katsayısının hesabında Şekil 4.3'te verilen sistem dikkate alınmıştır.



Şekil 4.3. Yere bağlı yay değişikliği yapılmış sistem

Burada yapının q koordinatına k_q^* yayı eklenerek orijinal sistemin herhangi bir doğal frekansının istenilen bir değere kaydırılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda (2.20) eşitliği kullanılarak yere bağlı yay eklenmiş sistemin p ve q koordinatları arasındaki transfer FTF'si aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\alpha_{pq}^* = \frac{\alpha_{pq}}{1 + k_q^* \alpha_{qq}} \quad (4.8)$$

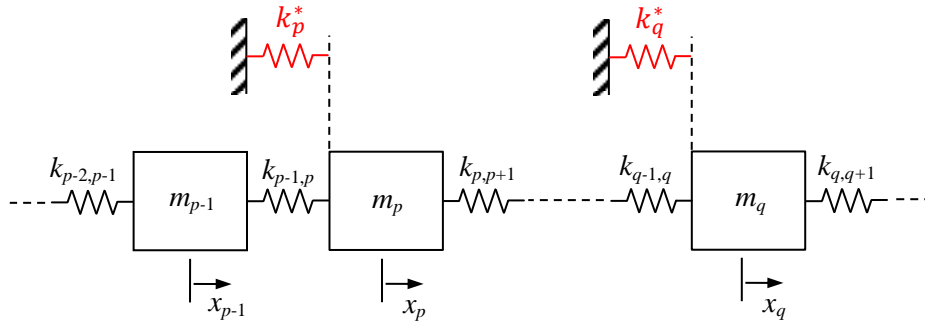
Sönümsüz sistemler için bu eşitliğin kaydırılmak istenen frekansa karşılık gelen değerinin sonsuza gideceği bilindiğine göre denklemin paydası sıfıra eşitlenerek gerekli olan yay katsayısı,

$$k_q^* = -\frac{1}{\alpha_{qq}} \quad (4.9)$$

eşitliği ile hesaplanabilmektedir. Bu eşitlik incelendiğinde, bir doğal frekansın kaydırılmasında gerekli olan yere bağlı yay değişikliğinin hesaplanabilmesi için sadece değişiklik yapılan koordinata ait sürüş noktası FTF'nin bilinmesinin yeterli olduğu görülmektedir.

4.2.1.2. Yere Bağlı Yay ile Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması

Burada birden fazla yere bağlı yay değişikliği yapılarak orijinal yapının birden fazla doğal frekansının kaydırılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda Şekil 4.4'te verilen sistem dikkate alınarak bir sistematik geliştirilmiştir.



Şekil 4.4. Yere bağlı yay değişiklikleri yapılmış sistem

Şekil 4.4'te verilen sistemin önce q koordinatına ve daha sonra p koordinatına yere bağlı yaylar eklenmiştir. Bu değişikliklerin (2.20) eşitliğine ardışık olarak uygulanması ile yeni sistemin p ve q koordinatları arasındaki transfer FTF'si aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\alpha_{pq}^{**} = \frac{\alpha_{pq}^*}{1 + k_p^* \alpha_{pp}^*} \quad (4.10)$$

Burada α_{pq}^* transfer FTF (4.8) eşitliği yardımıyla hesaplanabilmektedir. Paydadaki α_{pp}^* sürüş noktası FTF'si ise (2.27) eşitliğinde önce $q = p$ ve sonra $r = q$ yazılarak aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\alpha_{pp}^* = \frac{\alpha_{pp} + k_q^* (\alpha_{qq} \alpha_{pp} - \alpha_{pq}^2)}{1 + k_q^* \alpha_{qq}} \quad (4.11)$$

Eşitlik (4.8) ve (4.11)'in (4.10) eşitliğinde yerine yazılması ile elde edilen denklemin paydası sıfıra eşitlenecek olursa,

$$1 + k_q^* \alpha_{qq} + k_p^* (\alpha_{pp} + k_q^* (\alpha_{qq} \alpha_{pp} - \alpha_{pq}^2)) = 0 \quad (4.12)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlik k_q^* ve k_p^* bilinmeyenlerine bağımlı doğrusal olmayan bir denklemdir ve sadece değişiklik yapılan koordinatlara ait transfer ve sürüş noktası FTF'lerini içermektedir. Buradan kaydırılmak istenilen frekanslara karşılık gelen FTF değerlerinin (4.12) eşitliğinde yerine yazılması ile:

$$\begin{aligned} f_1(k_q^*, k_p^*) &= 0 & : \omega = \omega_{s1} \text{ için} \\ f_2(k_q^*, k_p^*) &= 0 & : \omega = \omega_{s2} \text{ için} \end{aligned} \quad (4.13)$$

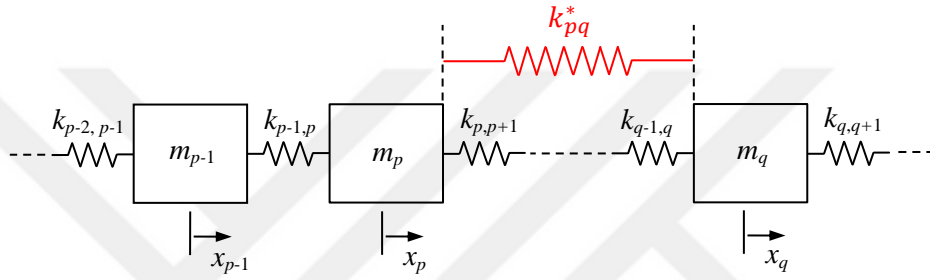
eşitlikleri ile verilen denklem takımından bilinmeyen k_q^* ve k_p^* yay sabiti değerleri çözülebilir.

4.2.2. Genelleştirilmiş Koordinatlar Arasında Yay Durumu için Doğal Frekansların Kaydırılması

Yere bağlı yay durumunda olduğu gibi yapı üzerinde genelleştirilmiş bir çift koordinat arasında da yay değişikliği yapılarak doğal frekanslar kaydırılabilmektedir. Genelleştirilmiş koordinatlar arasında yapılan yay değişikliklerinde ilgili koordinatların tümü değişikliklerden etkilenecektir. Bu nedenle yapılan değişiklikler sonucunda direnç matrisinin bu koordinatlara karşılık gelen değerleri değişmiş olacaktır.

4.2.2.1. Genelleştirilmiş Koordinatlar Arasında Yay Değişikliği ile Bir Doğal Frekansın Kaydırılması

Burada yapı üzerinde genelleştirilmiş bir çift koordinat arasına yay eklenerek orijinal yapının bir doğal frekansının istenilen bir değere kaydırılması için gerekli olan yay değişikliği belirlenmeye çalışılacaktır. Bunun için Şekil 4.5'te verilen sistem dikkate alınmıştır.



Şekil 4.5. Genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişikliği yapılmış sistem

Şekilde verilen sistemin p ve q koordinatları arasına k_{pq}^* yayının eklenmesi ile oluşan sistemin yine p ve q koordinatları arasındaki transfer FTF'si (2.25) eşitliği yardımıyla aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\alpha_{pq}^* = \alpha_{pq} - \frac{k_{pq}^* (\alpha_{pp} - \alpha_{pq})(\alpha_{pq} - \alpha_{qq})}{1 + k_{pq}^* (\alpha_{pp} - 2\alpha_{pq} + \alpha_{qq})} \quad (4.14)$$

Yapılan bu değişiklik sonucunda kaydırılmak istenen frekansa karşılık gelen α_{pq}^* değerinin yine sönümsüz sistemler için sonsuza gideceği göz önünde bulundurularak (4.14) eşitliğinin paydası sıfıra eşitlenecek olursa,

$$1 + k_{pq}^* (\alpha_{pp} - 2\alpha_{pq} + \alpha_{qq}) = 0 \quad (4.15)$$

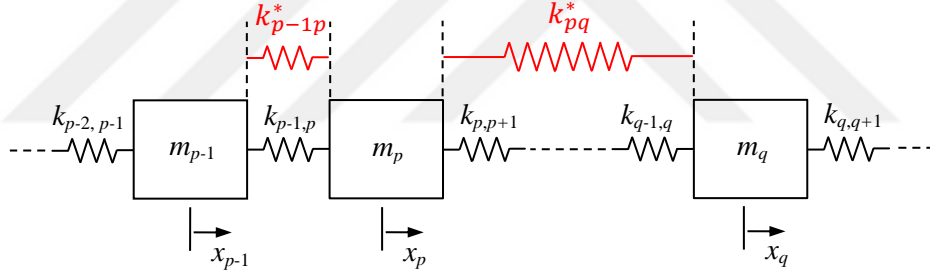
eşitliği elde edilir. Bu eşitlikten k_{pq}^* değeri çekilecek olursa,

$$k_{pq}^* = \frac{1}{2\alpha_{pq} - \alpha_{pp} - \alpha_{qq}} \quad (4.16)$$

eşitliği ile yay sabiti hesaplanabilir. Hesaplanan bu değere göre tasarlanan yayın yapı üzerinde ilgili koordinatlar arasında eklenmesi ile yapının doğal frekanslarından birinin istenilen bir değere kaydırılması sağlanabilir.

4.2.2.2. Genelleştirilmiş Koordinatlar Arasında Yay Değişikliği ile Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması

Tezin bu kısmında Şekil 4.6'da verilen yapı üzerinde genelleştirilmiş koordinatlar arasında yaylar eklenerek orijinal yapının iki doğal frekansının istenilen değerlere kaydırılabilmesi için gerekli olan yay değişiklikleri belirlenmeye çalışılacaktır.



Şekil 4.6. Genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişiklikleri yapılmış sistem

Şekilde verilen sistemin öncelikle p ile q koordinatları arasında k_{pq}^* yayı ve daha sonra $p-1$ ile p koordinatları arasında da $k_{p-1,p}^*$ yayı eklenmiştir. Yapılan bu değişikliklerin (2.25) eşitliğine ardışık olarak uygulanması ile yeni sistemin p ve q koordinatları arasındaki transfer FTF'si aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\alpha_{pq}^{**} = \alpha_{pq}^* - \frac{k_{p-1,p}^* (\alpha_{pp-1}^* - \alpha_{pp}^*) (\alpha_{p-1,q}^* - \alpha_{pq}^*)}{1 + k_{p-1,p}^* (\alpha_{p-1,p-1}^* - 2\alpha_{p-1,p}^* + \alpha_{pp}^*)} \quad (4.17)$$

Benzer şekilde, bu durum için de yapılan değişikliklerden sonra kaydırılmak istenen doğal frekanslara karşılık gelen FTF değerlerinin sönümsüz sistemler için sonsuza gideceği dikkate alınarak (4.17) eşitliğinin paydası sıfıra eşitlenecek olursa,

$$1 + k_{p-1p}^* (\alpha_{p-1p-1}^* - 2\alpha_{p-1p}^* + \alpha_{pp}^*) = 0 \quad (4.18)$$

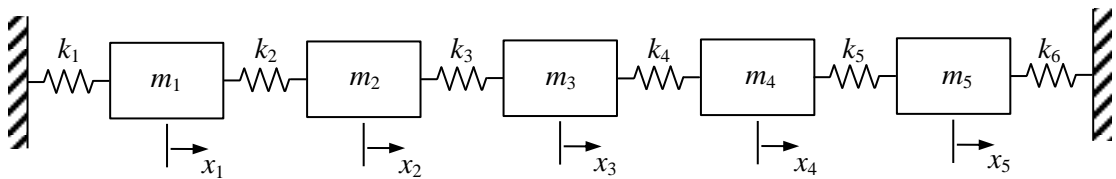
denklemini elde edilir. Bu denkleminde α_{p-1p-1}^* , α_{p-1p}^* ve α_{pp}^* FTF'leri, k_{pq}^* yay değişikliği sonucunda oluşan sistemin mevcut koordinatlara göre FTF'lerini göstermektedirler ve k_{pq}^* değişkenine bağımlıdır. Bu durumda (4.18) eşitliği ilgilenilen frekans sayısı kadar k_{pq}^* ve k_{p-1p}^* değişkenlerine bağımlı lineer olmayan denklemlerden oluşmaktadır. Kaydırılması istenen frekansa karşılık gelen denklemler dikkate alınacak olursa,

$$\begin{aligned} f_1(k_{pq}^*, k_{p-1p}^*) &= 0 & : \omega = \omega_{s1} \text{ için} \\ f_2(k_{pq}^*, k_{p-1p}^*) &= 0 & : \omega = \omega_{s2} \text{ için} \end{aligned} \quad (4.19)$$

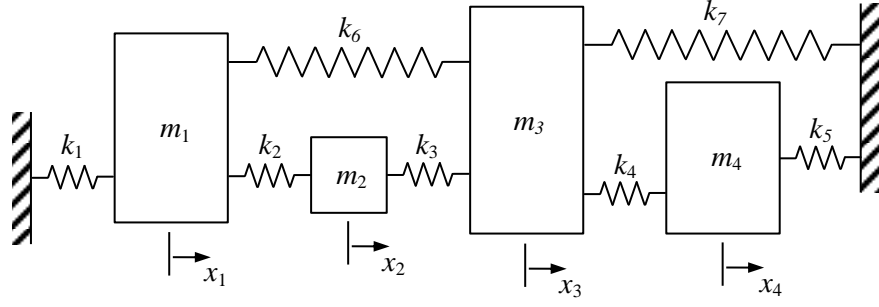
eşitlikleri ile oluşan denklem takımından bilinmeyen k_{pq}^* ve k_{p-1p}^* yay sabiti değerleri çözülebilir. Yay sabitleri belirlenen yayların sistemin ilgili koordinatlarında değişimi yapıldıktan sonra orijinal yapının iki doğal frekansı istenilen değerlere kaydırılmış olacaktır.

4.3. Sayısal Simülasyonlar

Bu bölümde geliştirilen yöntemin geçerliliğini göstermek amacıyla Şekil 4.7'de verilen sıralı bir şekilde dizilmiş olan tek bağlantılı 5 SD'li kütle-yay sistemi ile Şekil 4.8'de verilen çoklu bağlantılı 4 SD'li kütle-yay sistemi dikkate alınmıştır.



Şekil 4.7. Sıralı 5 SD'li kütle-yay sistemi



Şekil 4.8. Çoklu bağlantılı 4 SD'li kütle-yay sistemi

Şekillerde gösterilen sistemler incelendiğinde kütle ve yayların birbiriyle olan bağlantıları bakımından farklılıklar görülmektedir. Şekil 4.7'de verilen kütle-yay sisteminde kütleler ve yaylar ardışık bir şekilde sıralanarak uç uca bağlanmıştır. Şekil 4.8'de verilen kütle-yay sistemi ise bazı kütlelere üç veya daha fazla yayın bağlanması ile oluşturulmuştur. Tüm bu durumlar dikkate alınarak verilen sistemlerin fiziksel parametreleri, Şekil 4.7 için;

$$m_1 = 1, m_2 = 2, m_3 = 3, m_4 = 2, m_5 = 1 \text{ kg}$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6 = 1 \text{ N / m}$$

Şekil 4.8 için;

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 2 \text{ kg}$$

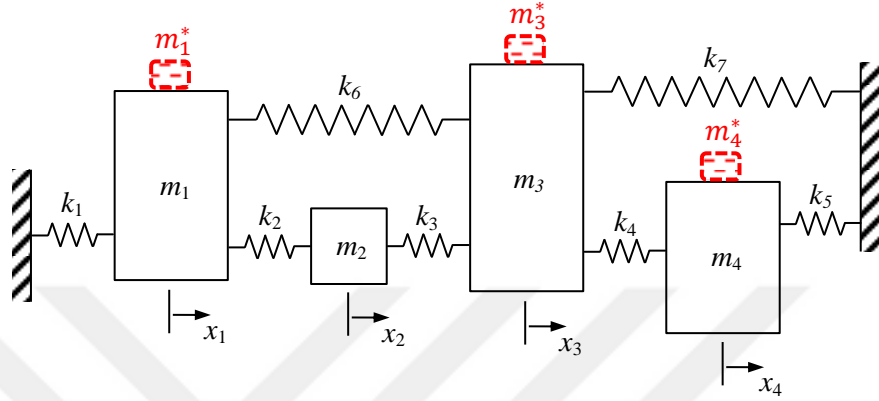
$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6 = k_7 = 50 \text{ N / m}$$

şeklindedir. Yapılan simülasyonlarda bu fiziksel parametreler dikkate alınarak hesaplanan tüm FTF'ler 'orijinal' olarak adlandırılmıştır. Bu FTF'lerden faydalanılarak değişiklik yapılmış sistem için SM formülü ile hesaplanan FTF'ler ise yapılan değişikliğin türüne göre 'kütle değişikliği yapılmış' veya 'yay değişikliği yapılmış' olarak adlandırılmıştır.

4.3.1. Sayısal Simülasyon 1: Kütle Değişimi ile Doğal Frekansların Kaydırılması

Burada yapı üzerinde farklı koordinatlarda kütle değişiklikleri yaparak orijinal doğal frekansları istenilen değerlere kaydırabilmek için geliştirilen yöntemin doğruluğu ve etkinliği incelenecektir. Bunun için Şekil 4.8'de verilen kütle-yay sisteminin belirli

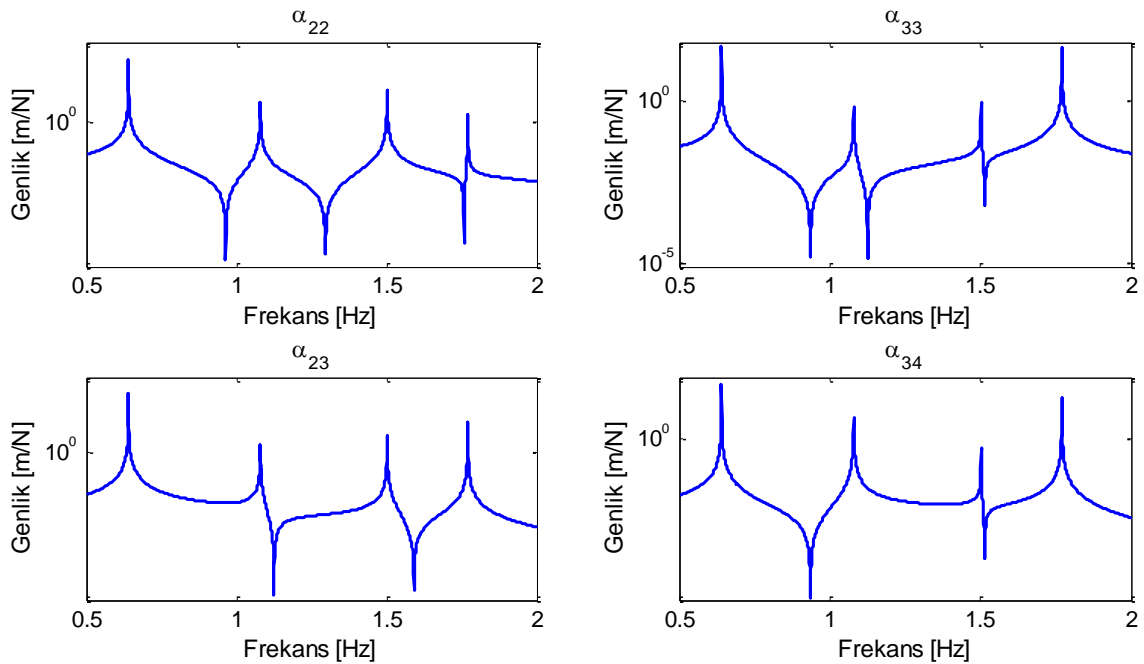
koordinatlarında kütle değişikliği yapılmıştır (Şekil 4.9). Simülasyonlar için öncelikle Şekil 4.8’de verilen orijinal sistemin fiziksel parametreleri dikkate alınarak öz değerleri ve öz vektörleri simetrik öz değer probleminin çözümü ile hesaplanmıştır. Orijinal sistemin doğal frekansları (ω_r) Tablo 4.1’de verilmiştir.



Şekil 4.9. Kütle değişiklikleri yapılmış çoklu bağlantılı 4 SD’li kütle-yay sistemi

Tablo 4.1. Orijinal sistemin (ω_r) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)	1	2	3	4
Doğal Frekans, ω_r (Hz)	0.64	1.08	1.50	1.77



Şekil 4.10. Orijinal sistemin 0.5-2 Hz frekans aralığındaki bazı FTF’leri

Tablo 4.1 incelendiğinde orijinal sistemin doğal frekanslarının 0.5-2 Hz frekans aralığında değiştiği görülmektedir. Bu durumun dikkate alınması ile orijinal sistemin FTF'leri (2.33) eşitliği kullanılarak 0.5-2 Hz frekans aralığında 0.001 Hz adımlarla hesaplanmıştır. Bu şekilde hesaplanan FTF'lerden dördü Şekil 4.10'da verilmiştir.

4.3.1.1. Bir Doğal Frekansın Kaydırılması

Burada öncelikli olarak Şekil 4.9'da verilen sistemin sadece 1. koordinatında m_1^* kütle değişikliği yapılarak 3. doğal frekansın 1.5 Hz'den 1.2 Hz'e kaydırılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda (4.2) eşitliğinin kullanılması ile $m_1^* = 3.173$ kg olarak hesaplanmıştır. Bu kütle değişikliğinin orijinal sistem üzerinde yapılması ile oluşan yeni doğal frekanslar ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 4.2'de karşılaştırılmıştır.

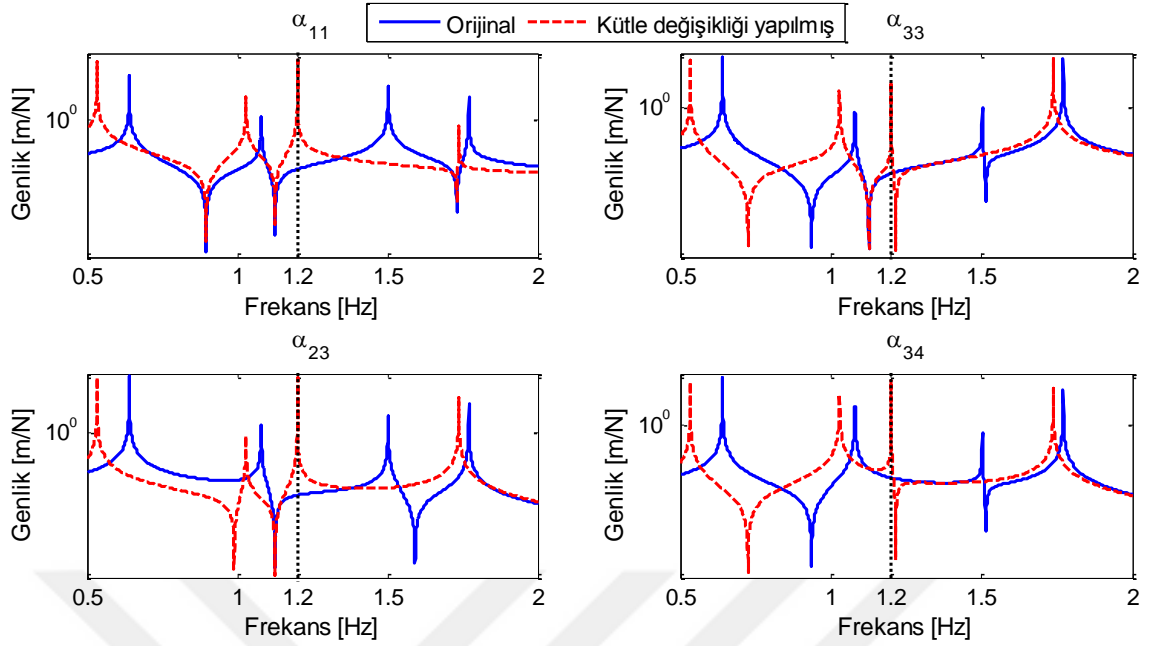
Tablo 4.2. Orijinal sistem (ω_r) ile m_1^* kütle değişikliği yapılmış sistemin (ω_r^*) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	0.64	1.08	1.50	1.77
	ω_r^*	0.53	1.03	1.20	1.74
Mutlak Fark (Hz)		0.11	0.05	0.30	0.03
Bağıl Değişim (%)		17.2	4.63	20.0	1.69

Tablodan görüldüğü gibi orijinal sistemin 1.5 Hz olan 3. doğal frekansı yapılan m_1^* kütle değişikliği ile 1.2 Hz frekansına kaydırılmıştır. Yapılan bu değişiklik ile diğer doğal frekanslarda da belirli oranlarda değişiklikler olmuştur. Bu bağlamda en yüksek değişim oranı %20.0 ile kaydırılmak istenen 3 modunun doğal frekansında oluşurken bunu %17.2 ile 1 modunun doğal frekansı izlemiştir. En düşük değişim oranı ise %1.69 ile 4 modunun doğal frekansında meydana gelmiştir.

Kütle değişikliğinin FTF'ler üzerindeki etkisini görebilmek için Şekil 4.11'de orijinal ve kütle değişikliği yapılmış sisteme ait bazı transfer ve sürüş noktası FTF'leri karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Şekil 4.11'de verilen tüm FTF'ler incelendiğinde yapılan kütle değişikliği ile sistemin 3. doğal frekansının 1.2 Hz kaydırıldığı açıkça görülmektedir. Kütle değişikliği sisteme kütle eklemek suretiyle yapıldığı için tüm doğal frekanslarda azalma yönünde değişiklikler meydana gelmiştir.



Şekil 4.11. Orijinal ve m_1^* kütle değişikliği yapılmış sistemlere ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması

4.3.1.2. Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması

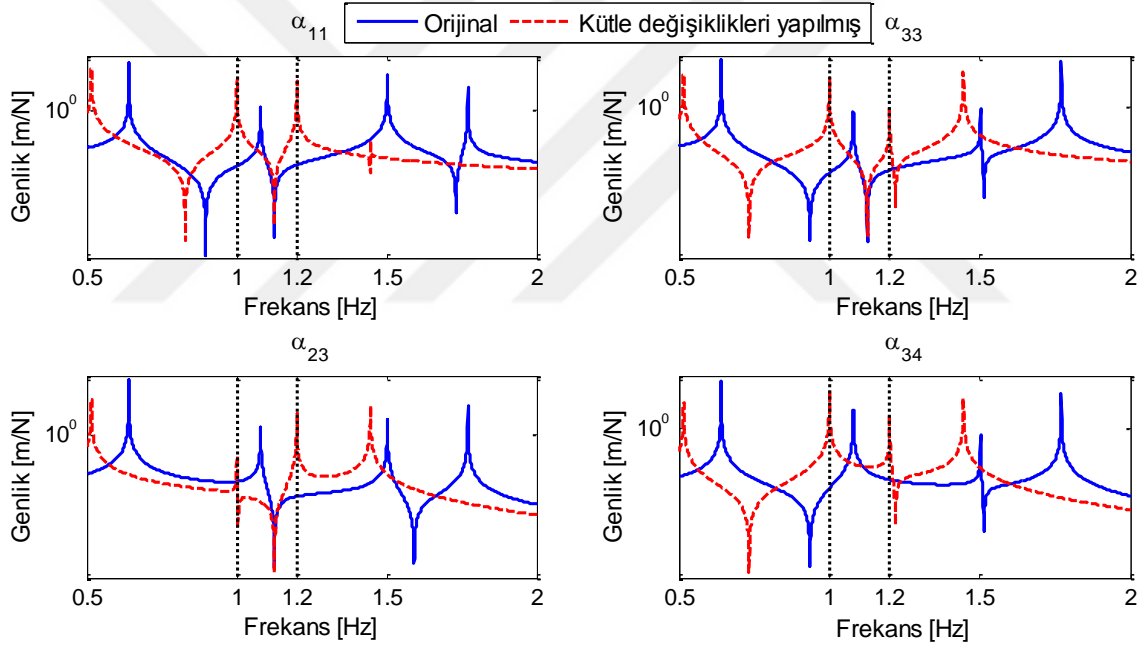
Simülasyonun bu kısmında Şekil 4.9'da verilen sistemin iki veya daha fazla doğal frekansının istenilen değerlere kaydırılması amaçlanmıştır. Bunun için öncelikli olarak orijinal sistemin 1 ve 3 koordinatlarında sırası ile m_1^* ve m_3^* kütle değişiklikleri yapılarak 2. doğal frekansı 1.08 Hz'den 1.0 Hz'e ve 3. doğal frekansı 1.5 Hz'den 1.2 Hz'e kaydırılacaktır. Söz konusu durumlar dikkate alınarak, verilen kütle değişikliklerinin ve kaydırılmak istenen frekanslara karşılık gelen ilgili koordinatlara ait FTF genlik değerlerinin (4.6) eşitliğinde yerine yazılması ile doğrusal olmayan bir denklem takımı elde edilmiştir. Bu denklem takımının MATLAB'da sayısal olarak çözülmesi ile $m_1^* = 3.023$ kg ve $m_3^* = 1.365$ kg olarak hesaplanmıştır. Bu kütle değişikliklerinin orijinal sistem üzerinde yapılması ile oluşan yeni doğal frekanslar ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 4.3'te verilmiştir.

Tablo 4.3. Orijinal sistem (ω_r) ile m_1^* ve m_3^* kütle değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{**}) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	0.64	1.08	1.50	1.77
	ω_r^{**}	0.51	1.00	1.20	1.45
Mutlak Fark (Hz)		0.13	0.08	0.30	0.32
Bağıl Değişim (%)		20.3	7.40	20.0	18.1

Orijinal sistem üzerinde yapılan kütle değişiklikleri ile 2 ve 3 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1.0 ve 1.2 Hz'e kaydırıldığı Tablo 4.3'ün 2. ve 3. sütunu incelendiğinde görülmektedir. Orijinal sistem üzerinde yapılan kütle değişiklikleri sonucunda doğal frekanslardaki değişim miktarları incelendiğinde en yüksek değişim oranının %20.3 ile 1 modunun doğal frekansında olduğu görülmektedir. Bunu %20.0'lik değişim oranı ile 3 modunun doğal frekansı izlemiştir. En düşük değişim oranı ise %7.40 ile 4 modunun doğal frekansında meydana gelmiştir.

Yapılan kütle değişikliklerinin FTF'ler üzerindeki etkilerini görebilmek amacıyla Şekil 4.12'de orijinal ve kütle değişiklikleri yapılmış sistemlere ait bazı transfer ve sürüş noktası FTF'leri karşılaştırılmıştır.



Şekil 4.12. Orijinal ve m_1^* ile m_3^* kütle değişikliklerinin yapıldığı sistemlere ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması

Şekil 4.12'de verilen FTF'ler incelendiğinde yapılan kütle değişiklikleri ile orijinal sistemin 2 ve 3 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1.0 ve 1.2 Hz'e kaydırıldığı görülmektedir. Orijinal sistem üzerinde yapılan kütle değişiklikleri yine sisteme kütle eklenerek yapıldığı için yapılan değişikliklerden sonra tüm doğal frekanslarda bir düşüş olduğu gözlenmiştir.

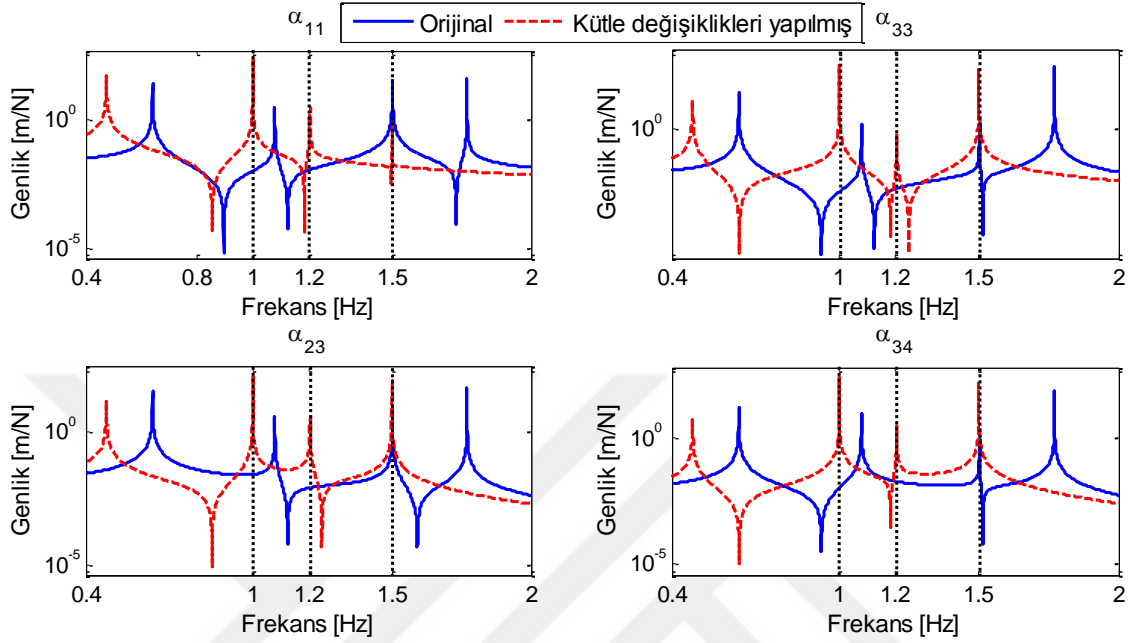
Kaydırılan bu iki doğal frekansa ek olarak bir başka doğal frekansın kaydırılmasının istenmesi durumunda orijinal sistem üzerinde bir kütle değişikliğinin daha yapılması gerekecektir. Bu durumu açıklayabilmek için Şekil 4.9’da verilen sistem üzerinde yapılan m_1^* ve m_3^* kütle değişikliklerine ek olarak m_4^* kütle değişikliğinin yapılması ile orijinal sistemin 2, 3 ve 4 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1.0, 1.2 ve 1.5 Hz frekanslarına kaydırılması işlemi gerçekleştirilecektir. Bunun için öncelikle söz konusu kütle değişiklikleri (4.3) eşitliğine ardışık olarak uygulanarak yeni sisteme ait FTF denklemi elde edilmiştir. Bu denklem m_1^* , m_3^* ve m_4^* değişken parametrelerine bağlı doğrusal olmayan bir denklemdir. Daha sonra bu denklemin paydası sıfır olacak şekilde düzenlenip kaydırılmak istenen frekans noktalarına karşılık gelen değerleri dikkate alınarak doğrusal olmayan bir denklem takımı elde edilmiştir. Son olarak bu denklem takımının MATLAB’da sayısal olarak çözülmesiyle $m_1^* = 4.954$, $m_3^* = 1.258$ ve $m_4^* = -0.376$ kg olarak hesaplanmıştır. Bu değişikliklerin ilgili koordinatlara uygulanması ile oluşan yeni sistemin ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 4.4’te karşılaştırılmıştır.

Tablo 4.4. Orijinal sistem (ω_r) ile m_1^* , m_3^* ve m_4^* kütle değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{***}) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	0.64	1.08	1.50	1.77
	ω_r^{***}	0.47	1.00	1.20	1.50
Mutlak Fark (Hz)		0.17	0.08	0.30	0.27
Bağıl Değişim (%)		26.6	7.40	20.0	15.2

Tablo 4.4 incelendiğinde orijinal sistem üzerinde yapılan m_1^* , m_3^* ve m_4^* kütle değişiklikleri ile sistemin 2, 3 ve 4 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1.0, 1.2 ve 1.5 Hz’e kaydırıldığı görülmektedir. Orijinal sistem üzerinde yapılan kütle değişiklikleri sonucunda doğal frekanslardaki değişim miktarları incelendiğinde en yüksek değişim oranının %26.6 ile 1 modunun doğal frekansında olduğu görülmektedir. Bunu %20.0 değişim oranı ile 3 modunun doğal frekansı izlemiştir. En düşük değişim oranı ise %7.40 ile 2 modunun doğal frekansında meydana gelmiştir. Tablo 4.4’ün birinci ve ikinci satırı incelendiğinde orijinal sistem ile kütle değişiklikleri yapılmış sistemin doğal frekanslarının 0.47 ile 1.77 Hz aralığında değiştiği görülmektedir. Bu nedenle kütle değişikliklerinin FTF’ler üzerindeki etkilerini görebilmek amacıyla orijinal ve kütle değişiklikleri yapılmış

sistemlerin FTF'leri 0.4-2 Hz frekans aralığında 0.001 Hz adımlarla tekrar hesaplanmıştır. Bu şekilde hesaplanan FTF'lerden bazıları Şekil 4.13'te karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

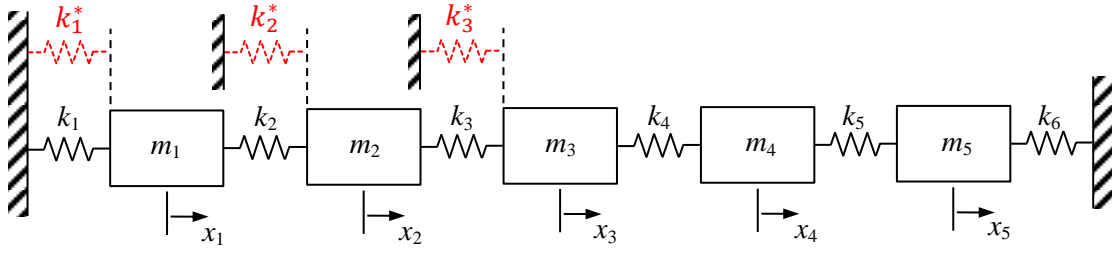


Şekil 4.13. Orijinal sistem ile m_1^* , m_3^* ve m_4^* kütle değişiklikleri yapılan sisteme ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması

Şekil 4.13'te verilen FTF'ler incelendiğinde yapılan kütle değişiklikleri ile orijinal sistemin 2, 3 ve 4 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1.0, 1.2 ve 1.5 Hz'e kaydırıldığı açıkça görülmektedir. Yapılan kütle değişiklikleri sonucunda oluşan yeni sistemin doğal frekansları 0.47 ile 1.5 Hz aralığında kalmıştır.

4.3.2. Sayısal Simülasyon 2: Yere Bağlı Yay Değişimi ile Doğal Frekansların Kaydırılması

Bu simülasyonda herhangi bir yapı üzerindeki farklı koordinatlarda yere bağlı yay değişiklikleri yaparak orijinal sistemin doğal frekanslarının istenilen değerlere kaydırılabilmesi için geliştirilen yöntemin doğruluğu incelenecektir. Bunun için Şekil 4.7'de verilen 5 SD'li kütle-yay sisteminin belirli koordinatlarında yere bağlı yay değişikliklerinin yapıldığı Şekil 4.14'te görülen sistem dikkate alınmıştır.

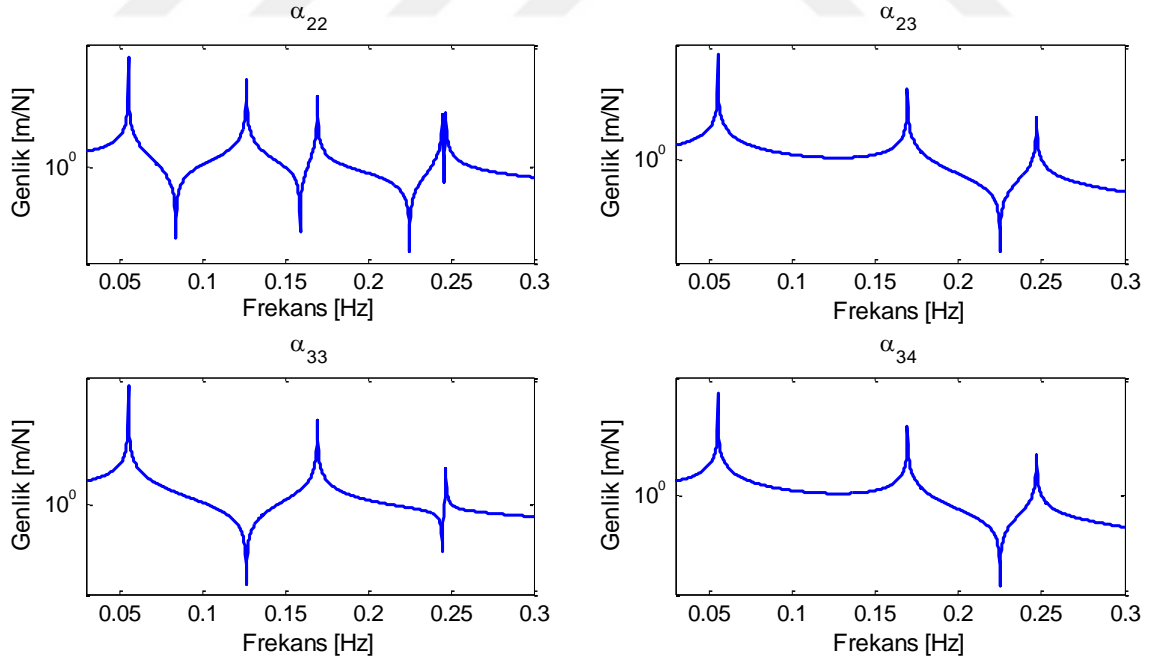


Şekil 4.14. Yere bağlı yay değişikliklerinin yapıldığı sıralı 5 SD'li kütle-yay sistemi

Burada öncelikle Şekil 4.7'de verilen orijinal sistemin fiziksel parametreleri dikkate alınarak, öz değerleri ve öz vektörleri simetrik öz değer probleminin çözümü ile hesaplanmıştır. Bu şekilde öz değerleri ve öz vektörleri hesaplanan orijinal sistemin doğal frekansları (ω_r) Tablo 4.5'te verilmiştir.

Tablo 4.5. Orijinal sistemin (ω_r) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)	1	2	3	4	5
Doğal Frekans, ω_r (Hz)	0.056	0.127	0.169	0.245	0.247



Şekil 4.15. Orijinal sistemin 0.03-0.3 Hz frekans aralığındaki bazı FTF'leri

Tablo 4.5'ten orijinal sistemin doğal frekanslarının 0.056 Hz ile 0.247 Hz frekans aralığında değiştiği görülmektedir. Bu durumun dikkate alınması ile orijinal sistemin

FTF'leri (2.33) eşitliği kullanılarak 0.03-0.30 Hz frekans aralığında 0.001 Hz adımlarla hesaplanmıştır. Bu şekilde hesaplanan dinamik esneklik (receptance) tipindeki FTF'lerden bazıları Şekil 4.15'te verilmiştir. Şekil 4.15'te orijinal sistemin sadece belirli koordinatlarına ait transfer ve sürüş noktası FTF'leri verilmiştir. Ancak yapılacak olan hesaplamalarda bu FTF'lere ek olarak Şekil 4.14'te verilen yere bağlı yay değişikliklerinin yapıldığı sistemin değişim koordinatlarına ait diğer FTF'lerin de hesaplanması gereklidir. Gerekli olan FTF'ler hesaplandıktan sonra orijinal sistemin belirlenen doğal frekanslarından biri veya birkaçı istenilen değerlere kaydırılabilecektir.

4.3.2.1. Bir Doğal Frekansın Kaydırılması

Simülasyonun bu bölümünde Şekil 4.14'te verilen sistemin sadece 2. koordinatında k_2^* yay değişikliği yapılarak orijinal sistemin 2 moduna ait doğal frekansın 0.127 Hz'den 0.15 Hz'e kaydırılması işlemi gerçekleştirilmiştir. Burada kaydırılacak frekans değerinin kaydırılmak istenen doğal frekanstan daha büyük olması nedeniyle yapılan yay değişikliğinin pozitif olacağı belirtilmelidir.

Orijinal sistemin değişim yapılan koordinatına ait sürüş noktası FTF'sinin kaydırılmak istenen frekans değerine karşılık gelen değeri (4.9) eşitliğinde yerine yazılarak $k_2^* = 1.904$ N/m olarak hesaplanmıştır. Bu yay değişikliğinin orijinal sisteme uygulanması ile oluşan yeni sistemin doğal frekansları ile orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 4.6'da karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

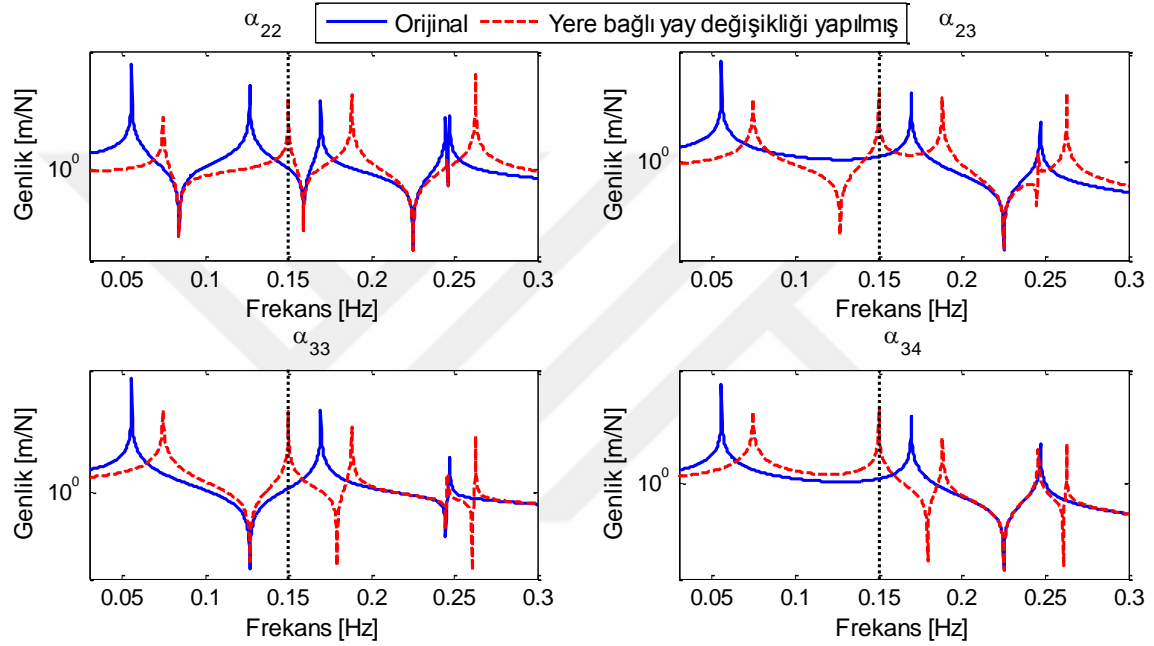
Tablo 4.6. Orijinal sistem (ω_r) ve k_2^* yay değişikliği yapılmış sistemin (ω_r^*) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4	5
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	0.056	0.127	0.169	0.245	0.247
	ω_r^*	0.075	0.150	0.188	0.246	0.263
Mutlak Fark (Hz)		0.019	0.023	0.019	0.001	0.016
Bağıl Değişim (%)		33,93	18.11	11.24	0.408	6.478

Tablo 4.6 incelendiğinde k_2^* yay değişikliği yapılan sistemin doğal frekanslarının (ω_r^*) 0.075 ile 0.263 Hz arasında değiştiği ve orijinal sistemin 2 moduna ait doğal frekansın 0.127 Hz'den 0.15 Hz'e kaydırıldığı görülmektedir. Yapılan bu değişiklik sonucunda diğer modların doğal frekanslarında da belirli oranlarda değişimler meydana gelmiştir. Bu

bağlamda en büyük değişim oranı %33.93 ile 1 modunun doğal frekansında oluşurken bunu %18.11'lik değişim oranı ile kaydırılmak istenen 2 modunun doğal frekansı izlemiştir. En düşük değişim oranı ise %0.408 ile 4 modunun doğal frekansında meydana gelmiştir.

Orijinal ve k_2^* yay değişikliği yapılmış sistemlere ait bazı transfer ve sürüş noktası FTF'leri Şekil 4.16'da karşılaştırılmıştır.



Şekil 4.16. Orijinal sistem ile k_2^* yay değişikliği yapılan sisteme ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması

Şekil 4.16'daki FTF'ler incelendiğinde yapılan k_2^* yay değişikliği ile orijinal sistemin 2 moduna ait doğal frekansının 0.15 Hz'e kaydırıldığı açıkça görülmektedir. Yay değişikliği sonucunda oluşan yeni sistemin katılığı arttığından dolayı doğal frekanslarda belirli oranlarda artışlar gözlenmiştir. Ancak 4 modunun doğal frekansındaki artış miktarı ihmal edilebilecek kadar düşük seviyededir. Bu durum, k_2^* yay değişikliği konumunun orijinal sistemin 4 modunun düğüm noktasına yakın olmasından kaynaklanmıştır.

4.3.2.2. Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması

Herhangi bir sistem üzerinde yere bağlı yay değişiklikleri yaparak o sistemin belirli doğal frekanslarını istenilen değerlere kaydırmak mümkündür. Burada Şekil 4.14'te verilen

sistemin 2 koordinatında yapılan k_2^* yay değişikliğine ek olarak 3 ve 4 koordinatlarında sırası ile k_3^* ve k_4^* değişiklikleri yaparak daha fazla doğal frekansın istenilen değerlere kaydırılması işlemi gerçekleştirilecektir. Bunun için öncelikle Şekil 4.14'te verilen sistemin sadece 2 ve 3 koordinatlarında k_2^* ve k_3^* yay değişiklikleri yaparak orijinal sistemin 1 ve 2 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 0.10 ve 0.15 Hz'e kaydırılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda orijinal sistemin değişiklik yapılan koordinatlarına ait transfer ve sürüş noktası FTF'leri elde edilmiştir. Bu FTF'lerin kaydırılmak istenen frekans değerlerine karşılık gelen genlik değerleri (4.12) eşitliğinde yerine yazılarak aşağıdaki gibi,

$$\begin{aligned} f_1(k_2^*, k_3^*) &= 1 + k_2^* \alpha_{22}(\omega_{s1}) + k_3^* (\alpha_{33}(\omega_{s1}) + k_2^* (\alpha_{22}(\omega_{s1}) \alpha_{33}(\omega_{s1}) - \alpha_{23}^2(\omega_{s1}))) = 0 \\ f_2(k_2^*, k_3^*) &= 1 + k_2^* \alpha_{22}(\omega_{s2}) + k_3^* (\alpha_{33}(\omega_{s2}) + k_2^* (\alpha_{22}(\omega_{s2}) \alpha_{33}(\omega_{s2}) - \alpha_{23}^2(\omega_{s2}))) = 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

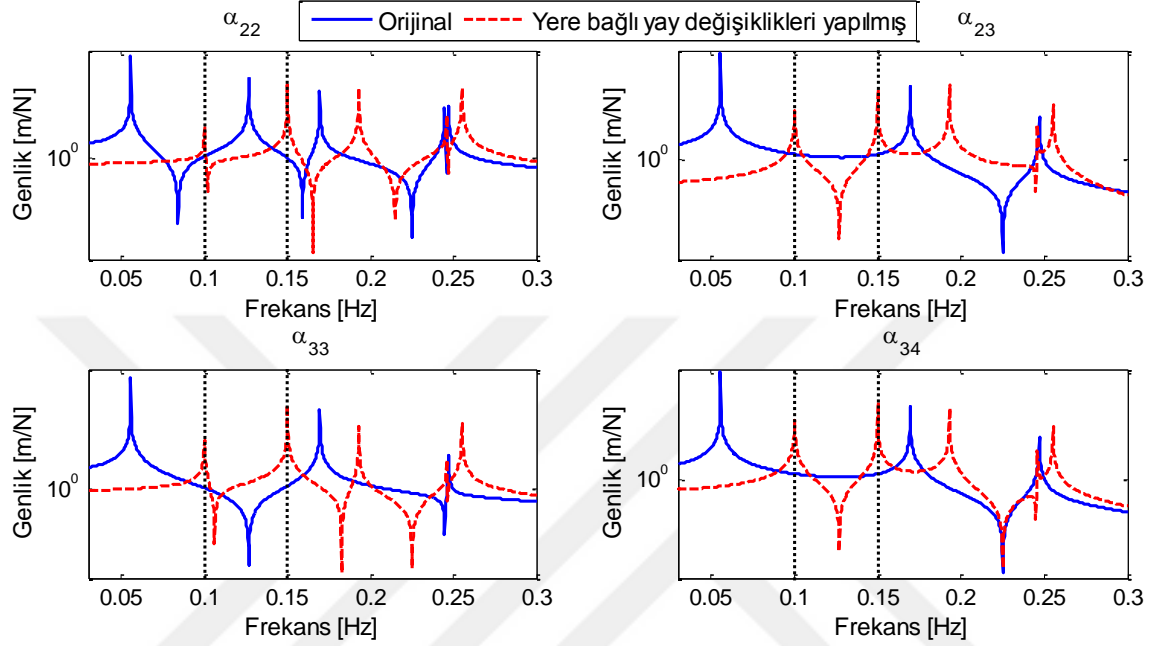
k_2^* ve k_3^* bilinmeyenlerine bağımlı doğrusal olmayan bir denklem takımı elde edilmiştir. Bu denklem takımının MATLAB'da sayısal olarak çözülmesiyle bilinmeyen yay katsayıları $k_2^* = 1.113$ N/m ve $k_3^* = 1.475$ N/m şeklinde hesaplanmıştır. Bu yay değişikliklerinin orijinal sisteme uygulanması ile oluşan yeni sistemin doğal frekansları ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 4.7'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 4.7. Orijinal sistem (ω_r) ve k_2^* ile k_3^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{**}) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4	5
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	0.056	0.127	0.169	0.245	0.247
	ω_r^{**}	0.100	0.150	0.193	0.246	0.255
Mutlak Fark (Hz)		0.044	0.023	0.024	0.001	0.008
Bağıl Değişim (%)		78.57	18.11	14.20	0.408	3.239

Tablo 4.7 incelendiğinde orijinal sistem üzerinde yapılan k_2^* ve k_3^* yay değişiklikleri ile 1 ve 2 moduna ait doğal frekansların sırası ile 0.10 ve 0.15 Hz'e kaydırıldığı görülmektedir. Değişiklik yapılan sistemin doğal frekansları 0.10 ile 0.255 Hz arasında değişmektedir. Orijinal sistem ile değişiklik yapılmış sistemin doğal frekansları arasındaki en büyük fark %78.57'lik değişim oranı ile 1 modunun doğal frekansında oluşurken en düşük fark %0.408 ile 4 modunun doğal doğal frekansında meydana gelmiştir.

Yay değışikliklerinin FTF'ler üzerindeki etkilerini görebilmek amacıyla orijinal ve k_2^* ile k_3^* yay değışiklikleri yapılmış sistemlere ait bazı transfer ve sürüş noktası FTF'leri Şekil 4.17'de karşılaştırılmıştır.



Şekil 4.17. Orijinal sistem ile k_2^* ve k_3^* yay değışiklikleri yapılan sisteme ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması

Şekil 4.17'deki FTF'ler incelendiğinde orijinal sistem üzerinde yapılan k_2^* ve k_3^* yay değışiklikleri ile orijinal sistemin 1 ve 2 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 0.10 ve 0.15 Hz'e kaydırıldığı açıkça görülmektedir. Yay değışiklikleri orijinal sistemin katılığını arttırdığından dolayı doğal frekanslarda belirli oranlarda artışlar meydana gelmiştir. Ancak yapılan bu değışiklikler sonucunda yine 4 modunun doğal frekansındaki artış miktarı ihmal edilebilecek kadar düşük seviyede kalmıştır. Bu durumda orijinal sistem üzerinde yapılan k_2^* ve k_3^* yay değışikliklerinin orijinal sistemin 4 modunu etkilemediği söylenebilir. Burada elde edilen sonuçlar Çakar ve Hüseyinoğlu [161] tarafından yapılan çalışmada sunulmuştur.

Yere bağlı yay değışiklikleri ile orijinal sistemin üç doğal frekansının istenilen değerlere kaydırılabilmesi için Şekil 4.14'te verilen sistem üzerinde k_1^* , k_2^* ve k_3^* yay değışiklikleri yapılmıştır. Bu yay değışiklikleri ile orijinal sistemin 1, 2 ve 3 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 0.10, 0.15 ve 0.20 Hz frekanslarına kaydırılması istenmektedir. Bunun için öncelikle yay değışiklikleri (4.8) eşitliğine ardışık bir şekilde uygulanarak

değişiklik yapılmış sisteme ait FTF denklemi elde edilmiştir. Bu denklem k_1^* , k_2^* ve k_3^* değişkenlerine bağlı doğrusal olmayan bir denklemdir. Daha sonra bu denklem, paydası sıfır olacak şekilde düzenlenip kaydırılmak istenen frekans noktalarına karşılık gelen değerleri dikkate alınarak doğrusal olmayan bir denklem takımı elde edilmiştir. Bu denklem takımının MATLAB’da sayısal olarak çözülmesiyle $k_1^* = 1.303$, $k_2^* = 0.613$ ve $k_3^* = 1.562$ N/m olarak hesaplanmıştır. Bu değişikliklerin mevcut koordinatlara uygulanması ile oluşan yeni sistemin ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 4.8’de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

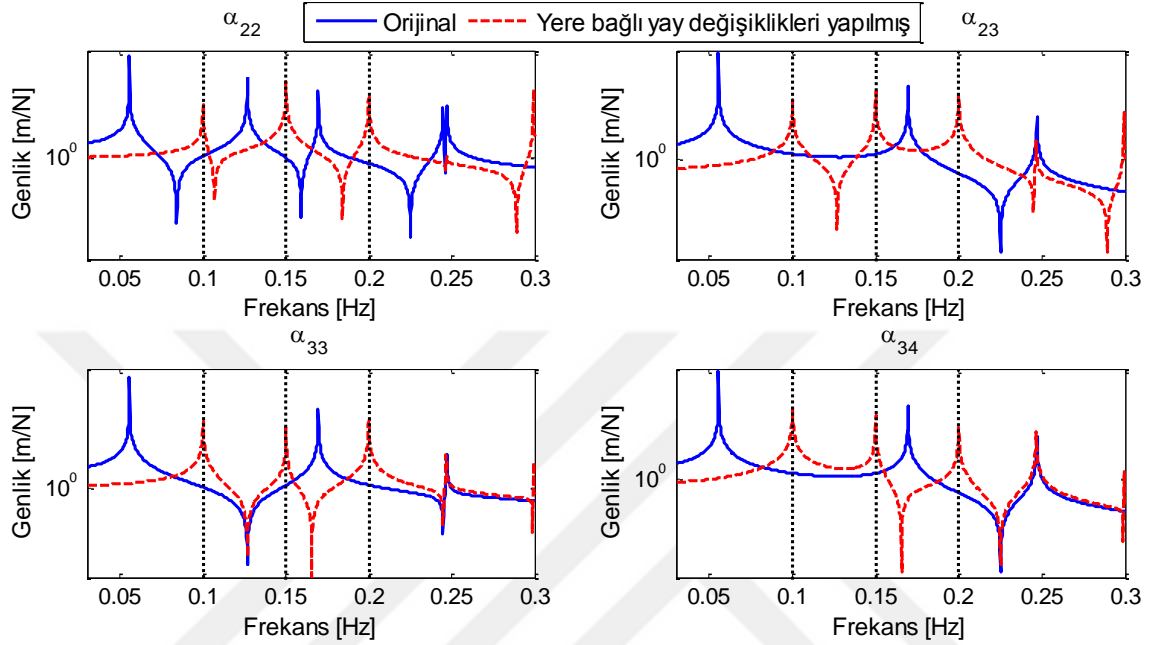
Tablo 4.8. Orijinal sistem (ω_r) ile k_1^* , k_2^* ve k_3^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{**}) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4	5
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	0.056	0.127	0.169	0.245	0.247
	ω_r^*	0.100	0.150	0.200	0.247	0.299
Mutlak Fark (Hz)		0.044	0.023	0.031	0.002	0.052
Bağıl Değişim (%)		78.57	18.11	18.34	0.816	21.05

Tablo 4.8 incelendiğinde orijinal sistem üzerinde yapılan k_1^* , k_2^* ve k_3^* yay değişiklikleri ile orijinal sistemin 1, 2 ve 3 modlarına ait olan doğal frekansların sırası ile 0.10, 0.15 ve 0.20 Hz’e kaydırıldığı görülmektedir. Bu değişiklikler sonucunda oluşan yeni sistemin doğal frekansları 0.10 ile 0.299 Hz aralığında değişmektedir. Orijinal sistem ile değişiklik yapılmış sistemin doğal frekansları arasındaki en büyük fark %78.57’lik değişim oranı ile yine 1 modunun doğal frekansında oluşurken bunu %21.5 ile 5 modunun doğal frekansı izlemiştir. En düşük fark ise %0.816 ile yine 4 modunda meydana gelmiştir.

Yay değişikliklerinin FTF’ler üzerindeki etkilerini görebilmek amacıyla orijinal ve değişiklik yapılmış sisteme ait bazı transfer ve sürüş noktası FTF’leri Şekil 4.18’de karşılaştırılmıştır. Şekilde verilen FTF’lerden görüleceği üzere orijinal sistem üzerinde yapılan k_1^* , k_2^* ve k_3^* yay değişiklikleri ile orijinal sistemin 1, 2 ve 3 modlarına ait doğal frekansları sırası ile 0.10, 0.15 ve 0.20 Hz’e kaydırılmıştır. Yapılan yay değişiklikleri sonucunda orijinal sistemin doğal frekanslarında belirli oranlarda artışlar meydana gelmiştir. Doğal frekanslardaki bu artışlar, yay değişikliklerinin orijinal sistemin katılığını arttırmaktan kaynaklanmaktadır. Ancak orijinal sistem üzerinde k_2^* ve k_3^* yay değişikliklerine ek olarak yapılan k_1^* yay değişikliği sonucunda da 4 modunun doğal

frekansındaki artış miktarı oldukça düşük seviyede kalmıştır. Bu durumda orijinal sistem üzerinde yapılan k_1^* yay değişikliğinin de orijinal sistemin 4 modunu etkilemediği söylenebilir.

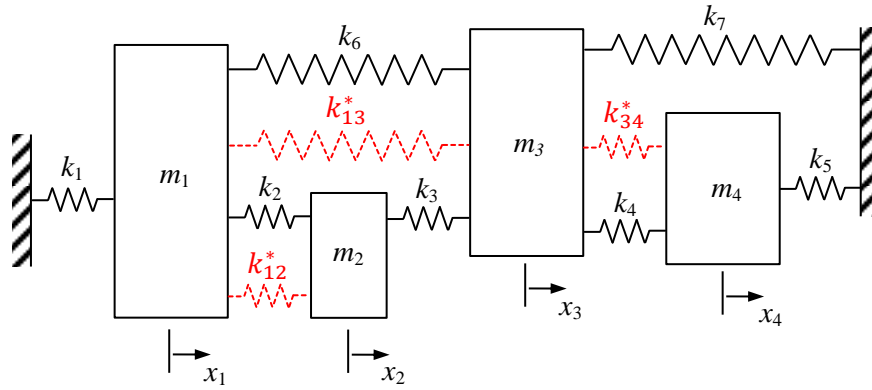


Şekil 4.18. Orijinal sistem ile k_1^* , k_2^* ve k_3^* yay değişiklikleri yapılan sisteme ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması

4.3.3. Sayısal Simülasyon 3: Genelleştirilmiş Koordinatlar Arasında Yay Değişimi ile Doğal Frekansların Kaydırılması

Bir yapı üzerinde genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri yaparak orijinal yapının doğal frekansları istenilen değerlere kaydırılabilmektedir. Bu simülasyon çalışmasında Şekil 4.8'de verilen 4 SD'li kütle-yay sistemi üzerinde Şekil 4.19'daki gibi genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri yaparak orijinal sistemin belirli modlarına ait doğal frekanslarının istenilen değerlere kaydırılması amaçlanmıştır.

Şekil 4.8'de verilen orijinal sistemin öz değerleri ve öz vektörleri daha önce hesaplanmış olup doğal frekansları ve bazı FTF'leri sırası ile Tablo 4.1 ve Şekil 4.10' da verilmiştir. Buradan hareketle orijinal sistem üzerinde Şekil 4.19'da görülen k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılarak orijinal sistemin Tablo 4.1'de verilen doğal frekanslarından biri veya birkaçı kaydırılmıştır.



Şekil 4.19. Genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri yapılmış 4 SD'li kütle-yay sistemi

4.3.3.1. Bir Doğal Frekansın Kaydırılması

Simülasyonun bu kısmında Şekil 4.19'da verilen sistemin sadece 1 ve 2 koordinatları arasında k_{12}^* yay değişikliği yapılarak orijinal sistemin 3. doğal frekansının 1.50 Hz'den 1.30 Hz'e kaydırılması işlemi gerçekleştirilmiştir. Bunun için öncelikle orijinal sistemin değişim yapılan koordinatına ait sürüş noktası ve transfer FTF'lerinin kaydırılmak istenen frekans değerine karşılık gelen değerleri elde edilmiştir. Bu değerlerin daha önce elde edilen (4.16) eşitliğinde yerine yazılması ile $k_{12}^* = -24.112$ N/m olarak hesaplanmıştır. Kaydırılmak istenen doğal frekans değeri kaydırılacak frekanstan büyük olduğu için yay değişikliği negatif hesaplanmıştır. Bu yay değişikliğinin orijinal sisteme uygulanması ile oluşan yeni sistemin 1 ve 2 koordinatları arasındaki k_2 yay elemanının yay sabiti değeri,

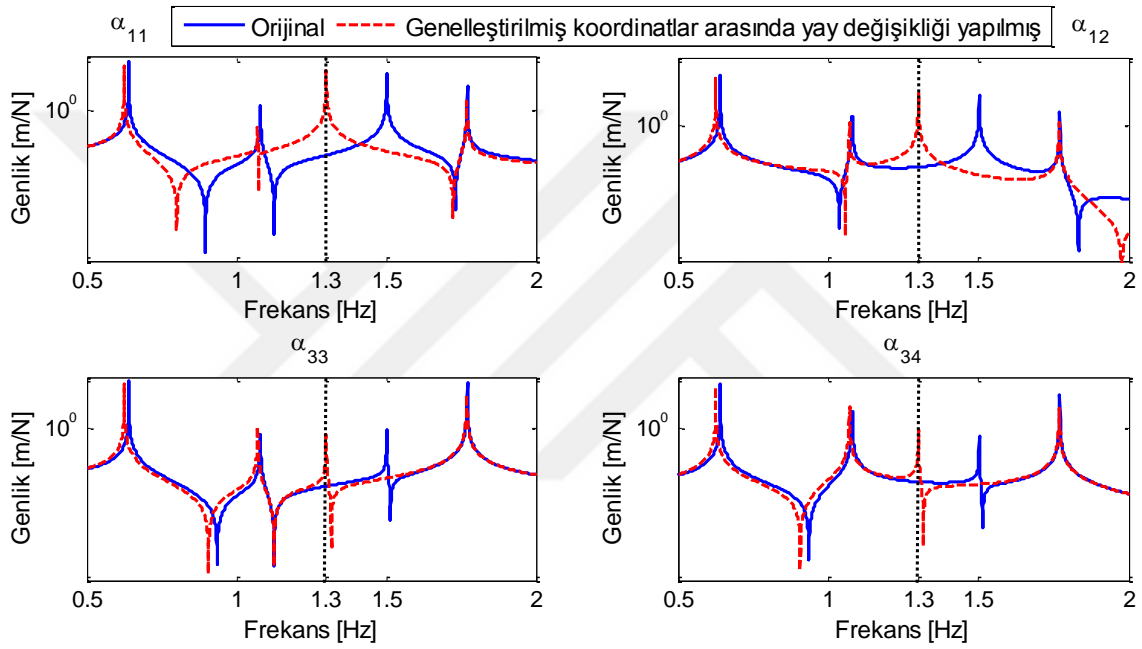
$$k_2 = 50 + k_{12}^* = 25.888 \text{ N/m} \quad (4.21)$$

olarak hesaplanmıştır. Bu değişiklik sonucunda oluşan yeni doğal frekanslar ile orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 4.9'da verilmiştir.

Tablo 4.9. Orijinal sistem (ω_r) ile k_{12}^* yay değişikliği yapılmış sistemin (ω_r^*) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	0.64	1.08	1.50	1.77
	ω_r^*	0.62	1.07	1.30	1.77
Mutlak Fark (Hz)		0.02	0.01	0.20	0.00
Bağıl Değişim (%)		3.12	0.93	13.3	0.00

Orijinal sistem üzerinde yapılan k_{12}^* yay değışikliği ile 3. doğal frekansın 0.15 Hz'den 0.13 Hz'e kaydırıldığı Tablo 4.9'un üçüncü sütunu incelendiğinde açıkça görölmektedir. Yapılan yay değışikliğinden 4 modunun doğal frekansı dışındaki tüm doğal frekanslar etkilenmiştir. Orijinal sistem ile değışiklik yapılmış sistemin doğal frekansları arasındaki en büyük fark %13.3'lük değışim oranı ile kaydırılmak istenen 3 modunun doğal frekansında olurken bunu %3.12'lik değışim oranı ile 1 modunun doğal frekansı izlemiştir.



şekil 4.20. Orijinal sistem ile k_{12}^* yay değışikliği yapılan sisteme ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması

Yay değışikliğinin FTF'ler üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla orijinal ve değışiklik yapılmış sistemlerin dinamik esneklik (receptance) tipindeki FTF'lerinden bazıları şekil 4.20'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Bu FTF'ler incelendiğinde yay değışikliği yapılmış sistemin 3 moduna ait doğal frekansın 1.3 Hz ile tamamen çakıştığı görölmektedir. Orijinal ve değışiklik yapılmış sistemlere ait FTF'lerin 4 moduna karşılık gelen doğal frekansları aynı kalmıştır. Bunun yanı sıra 1 ve 2 modlarına karşılık gelen FTF'leri de birbirlerine oldukça yakındır.

4.3.3.2. Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması

Genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişikliği yaparak birden fazla doğal frekansın kaydırılmasının istenmesi halinde kaydırılmak istenen frekans sayısı kadar yay değişikliği yapmak gerekecektir. Burada da öncelikle Şekil 4.19’da verilen sistemin 1 ve 2 koordinatları arasında yapılan k_{12}^* yay değişikliğine ek olarak 1 ve 3 koordinatları arasında k_{13}^* yay değişikliği yaparak orijinal sistemin iki doğal frekansının istenilen değerlere kaydırılması işlemi gerçekleştirilecektir. Bunun için orijinal sistemin 2 ve 3 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1.00 ve 1.30 Hz’e kaydırılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda söz konusu yay değişikliklerinin (4.14) eşitliğine ardışık olarak uygulanması ile yeni sisteme ait FTF denklemi elde edilmiştir. Bu denklemin paydası sıfıra eşitlenerek kaydırılmak istenen frekans noktalarına karşılık gelen değerlerinin dikkate alınması ile,

$$\begin{aligned} f_1(k_{12}^*, k_{13}^*) = 0 &\Rightarrow \omega = \omega_2 \\ f_2(k_{12}^*, k_{13}^*) = 0 &\Rightarrow \omega = \omega_3 \end{aligned} \quad (4.22)$$

eşitlikleri ile verilen k_{12}^* ve k_{13}^* değişkenlerine bağımlı doğrusal olmayan bir denklem takımı elde edilmiştir. Bu denklem takımının MATLAB’da sayısal olarak çözülmesiyle $k_{12}^* = -5.302$ N/m ve $k_{13}^* = -45.321$ N/m şeklinde hesaplanmıştır. Bu değişikliklerin orijinal sisteme uygulanması ile oluşan yeni sistemin 1-2 ve 1-3 koordinatları arasındaki k_2 ve k_6 yay elemanlarının yeni yay katsayısı değerleri,

$$\begin{aligned} k_2 &= 50 + k_{12}^* = 50 - 5.302 = 44.698 \text{ N/m} \\ k_6 &= 50 + k_{13}^* = 50 - 45.321 = 4.679 \text{ N/m} \end{aligned} \quad (4.23)$$

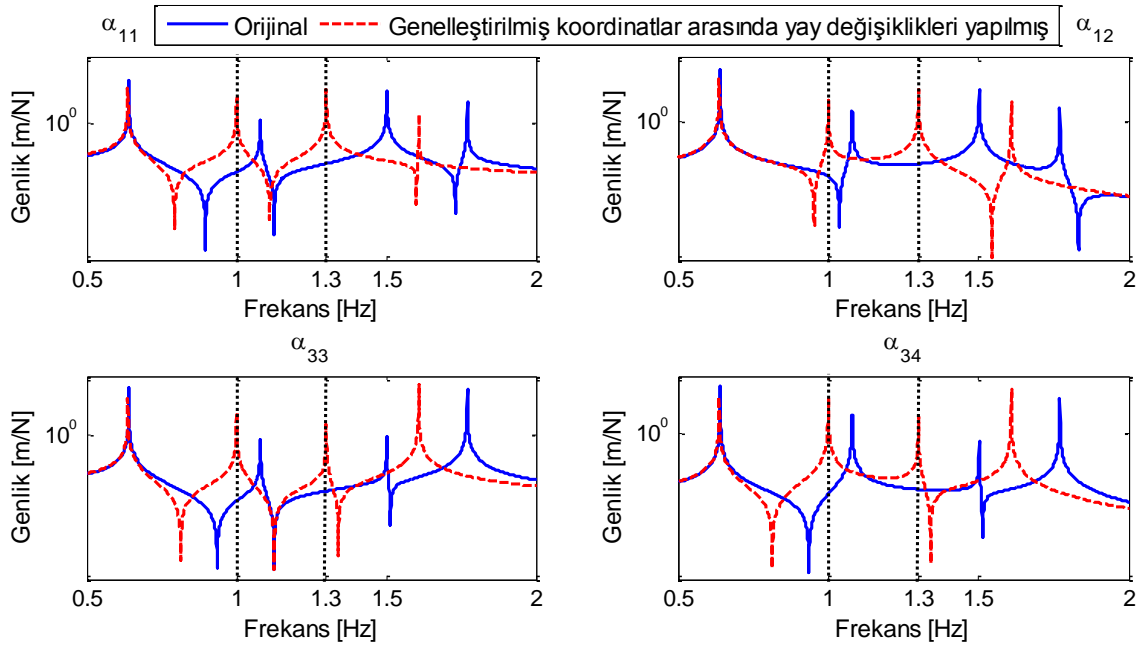
olarak elde edilir. Bu yeni yay katsayısı değerlerinin dikkate alınması ile değişiklik yapılmış sisteme ait doğal frekanslar ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 4.10’da karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Tablo 4.10 incelendiğinde orijinal sistem üzerinde yapılan k_{12}^* ve k_{13}^* yay değişiklikleri ile 2 ve 3 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1.00 ve 1.30 Hz’e kaydırıldığı görülmektedir. Bu yay değişiklikleri sonucunda oluşan yeni sistemin doğal frekansları 0.64 Hz ile 1.61 Hz aralığında değişmektedir. Orijinal sistem ile değişiklik yapılmış sistemin doğal frekansları arasındaki en büyük fark %13.3’lük değişim

oranı ile yine 3 modunun doğal frekansında oluşurken bunu %9.04 ile 4 modunun doğal frekansı izlemiştir. Yay değişikliklerinden 1 modunun doğal frekansı etkilenmemiştir.

Tablo 4.10. Orijinal sistem (ω_r) ile k_{12}^* ve k_{13}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{**}) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	0.64	1.08	1.50	1.77
	ω_r^{**}	0.64	1.00	1.30	1.61
Mutlak Fark (Hz)		0.00	0.08	0.20	0.16
Bağıl Değişim (%)		0.00	7.41	13.3	9.04

Yay değişikliklerinin FTF'ler üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla orijinal ve değişiklik yapılmış sisteme ait transfer ve sürüş noktası FTF'lerinden bazıları Şekil 4.21'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Şekilde verilen FTF'ler incelendiğinde k_{12}^* ve k_{13}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin 2 ve 3 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1.00 ve 1.30 Hz ile tamamen çakıştığı görülmektedir. Aynı zamanda genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri yapılan sistemin FTF'leri ile orijinal sistemin FTF'lerinin 1 moduna karşılık gelen doğal frekansları 0.64 Hz ile çakışmaktadır.



Şekil 4.21. Orijinal sistem ile k_{12}^* ve k_{13}^* yay değişiklikleri yapılan sisteme ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması

Orijinal sistemin üç doğal frekansının istenilen değerlere kaydırılması için Şekil 4.19'da verilen sistem üzerinde k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılmıştır. Bu değişiklikler sonucunda orijinal sistemin 2, 3 ve 4 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1.00, 1.30 ve 1.90 Hz'e kaydırılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda yay değişikliklerinin yine (4.14) eşitliğine ardışık olarak uygulanması ile elde edilen değişiklik yapılmış sisteme ait FTF denkleminin paydası sıfıra eşitlenerek kaydırılmak istenen frekans noktalarına karşılık gelen değerlerin dikkate alınması ile,

$$\begin{aligned}
 f_1(k_{12}^*, k_{13}^*, k_{34}^*) = 0 &\Rightarrow \omega = \omega_2 \\
 f_2(k_{12}^*, k_{13}^*, k_{34}^*) = 0 &\Rightarrow \omega = \omega_3 \\
 f_3(k_{12}^*, k_{13}^*, k_{34}^*) = 0 &\Rightarrow \omega = \omega_4
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

şeklinde verilen doğrusal olmayan denklem takımı elde edilmiştir. Bu denklem takımının MATLAB'da sayısal olarak çözülmesiyle $k_{12}^* = -9.453$ N/m, $k_{13}^* = -49.885$ N/m ve $k_{34}^* = 49.156$ N/m olarak hesaplanmıştır. Yay katsayıları belirlenen bu değişikliklerin orijinal sisteme uygulanması ile oluşan yeni sistemin 1-2, 1-3 ve 3-4 koordinatları arasındaki k_2 , k_6 ve k_4 yay elemanlarının yeni yay katsayısı değerleri (4.25) eşitliğindeki gibi olacaktır.

$$\begin{aligned}
 k_2 &= 50 + k_{12}^* = 50 - 9.453 = 40.547 \text{ N/m} \\
 k_6 &= 50 + k_{13}^* = 50 - 49.885 = 0.115 \text{ N/m} \\
 k_4 &= 50 + k_{34}^* = 50 + 49.156 = 99.156 \text{ N/m}
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

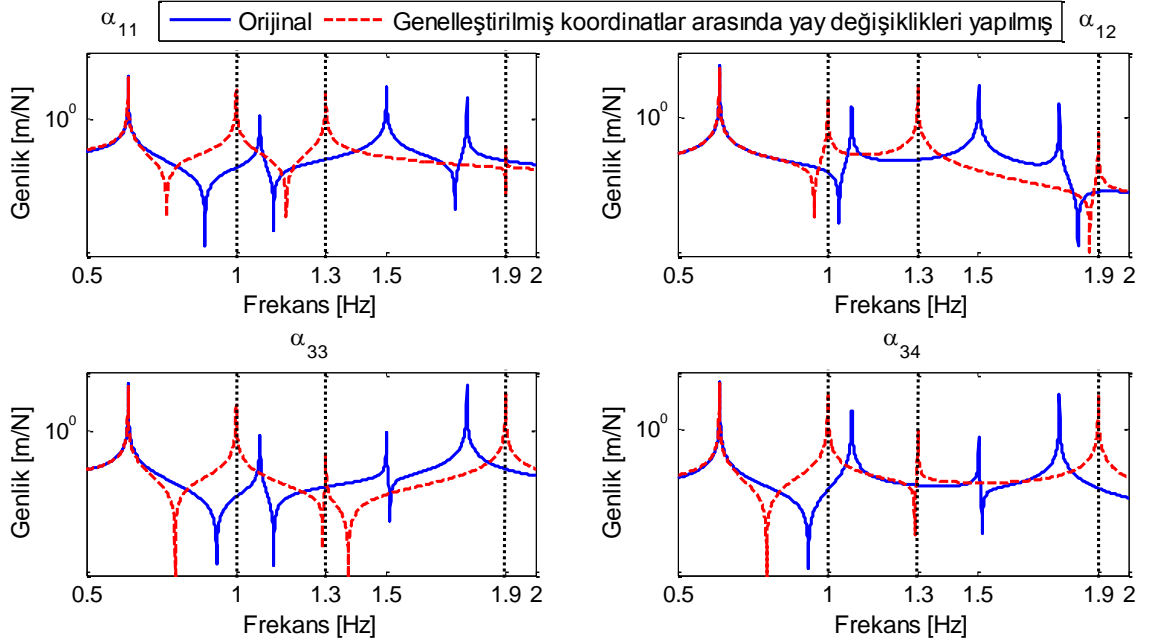
olarak elde edilmiştir. Bu değişikliklerin orijinal sisteme uygulanması ile oluşan yeni sisteme ait doğal frekanslar ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 4.11'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Tabloda verilen doğal frekanslar incelendiğinde orijinal sistem üzerinde yapılan k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri ile orijinal sistemin 2, 3 ve 4 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1.00, 1.30 ve 1.90 Hz'e kaydırıldığı görülmektedir. Yay değişiklikleri sonucunda oluşan yeni sistemin doğal frekansları 0.64-1.90 Hz frekans aralığında değişmektedir. Doğal frekanslardaki değişim oranlarına bakıldığında, en yüksek değişim oranının %13.3 ile yine 3 modunda olduğu

görülmektedir. Bunu %7.41'lik değişim oranı ile 2 modunun doğal frekansı izlemiştir. Yapılan yay değişikliklerinden 1 modunun doğal frekansı etkilenmemiştir.

Tablo 4.11. Orijinal sistem (ω_r) ile k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{***}) doğal frekansları

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	0.64	1.08	1.50	1.77
	ω_r^{***}	0.64	1.00	1.30	1.90
Mutlak Fark (Hz)		0.00	0.08	0.20	0.13
Bağıl Değişim (%)		0.00	7.41	13.3	7.34

Yay değişikliklerinin FTF'ler üzerindeki etkilerini görebilmek amacıyla orijinal ve yay değişiklikleri yapılmış sistemlere ait bazı transfer ve sürüş noktası FTF'leri Şekil 4.22'de verilmiştir. Bu FTF'ler incelendiğinde orijinal sistemin genelleştirilmiş koordinatları arasında yapılan k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri ile oluşan yeni sistemin 2, 3 ve 4 modlarına ait doğal frekanslarının sırası ile 1.00, 1.30 ve 1.90 Hz ile tamamen çakıştığı görülmektedir.

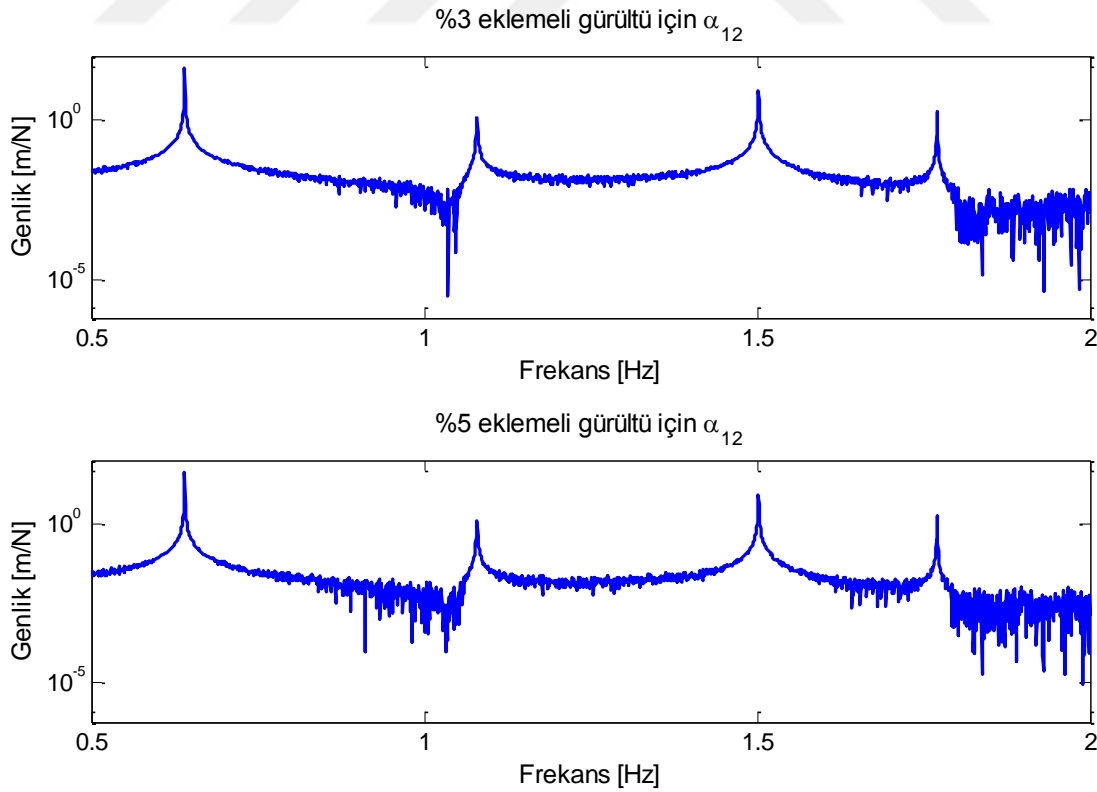


Şekil 4.22. Orijinal sistem ile k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılan sisteme ait bazı FTF'lerin karşılaştırılması

4.3.4. Sayısal Simülasyon 4: Gürültülü FTF'ler ile Doğal Frekansların Kaydırılması

Burada, doğal frekansların kaydırılması için geliştirilen yöntemin FTF'lerde gürültü olması durumundaki performansını incelemek amacıyla eklemeli tip gürültüler %3 ve %5 oranında FTF'lere eklenmiş ve yöntem tekrar denenmiştir. Bunun için Şekil 4.19'da görülen 4 SD'li kütle-yay sistemi üzerinde k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılarak orijinal sistemin bir ve birden fazla doğal frekansı kaydırılmaya çalışılmıştır. Orijinal sisteme ait doğal frekanslar Tablo 4.1'de verilmiştir. Orijinal sistemin %3 ve %5 eklemeli gürültü durumu için 1 ve 2 koordinatları arasındaki transfer FTF'si ise sırası ile Şekil 4.23'te görülmektedir.

Bu simülasyonda da öncelikle bir doğal frekansın kaydırılması için genelleştirilmiş koordinatlar arasına eklenmesi gereken yayın hesabı %3 ve %5 eklemeli gürültü durumları dikkate alınarak yapılmıştır. Daha sonra aynı durumlar göz önünde bulundurularak birden fazla doğal frekansı istenilen frekanslara kaydırmak için genelleştirilmiş koordinatlar arasında yapılması gereken yay değişimleri sırası ile hesaplanmaya çalışılmıştır.



Şekil 4.23. Orijinal sistemin %3 ve %5 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri

4.3.4.1. Gürültülü FTF'ler Kullanılarak Bir Doğal Frekansın Kaydırılması

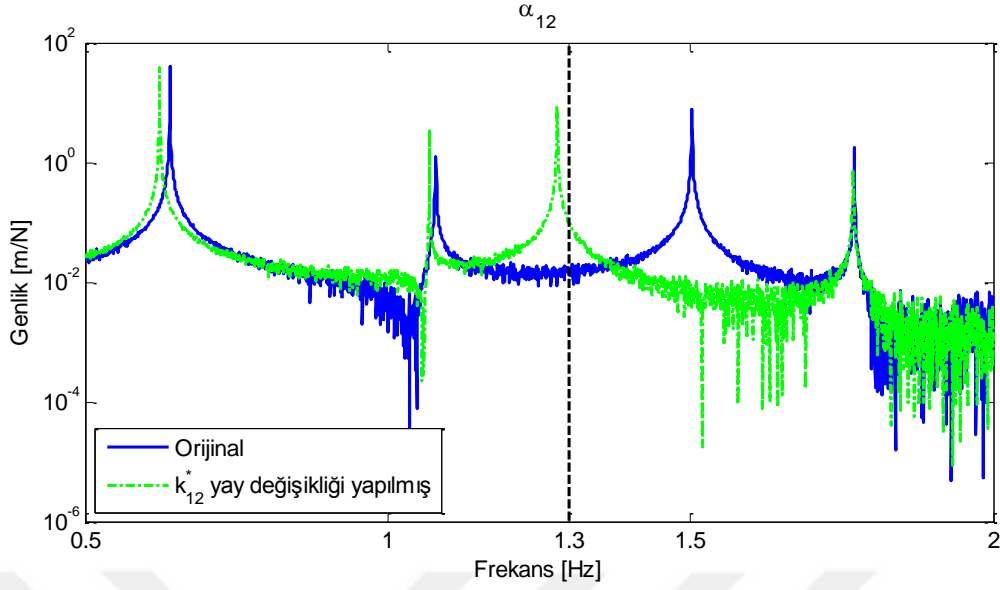
Burada %3 ve %5 eklemeli gürültülü FTF'ler kullanılarak Şekil 4.19'da verilen sistemin 1 ve 2 koordinatları arasında sadece k_{12}^* yay değişikliği yapılarak orijinal sistemin 3 moduna ait doğal frekansı 1.50 Hz'den 1.30 Hz'e kaydırılmaya çalışılacaktır. Bunun için öncelikle %3 eklemeli gürültülü FTF'ler kullanılmıştır. Bu durumda yay katsayısı $k_{12}^* = -26.46$ N/m olarak hesaplanmıştır. Bu yay değişikliğinin orijinal sistem üzerinde yapılması ile oluşan yeni sistemin doğal frekansları Tablo 4.12'de orijinal sistemin doğal frekansları ile birlikte verilmiştir. Tabloda parantez içerisinde verilen değer kaydırılmak istenen frekansı göstermektedir.

Tablo 4.12. Orijinal sistem (ω_r) ve k_{12}^* yay değişikliği yapılmış sistemin (ω_r^*) doğal frekansları (%3 eklemeli gürültü durumu)

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	0.64	1.08	1.50	1.77
	ω_r^*	0.62	1.07	1.28 (1.30)	1.77
Mutlak Fark (Hz)		0.02	0.01	0.22	0.00
Bağıl Değişim (%)		3.12	0.93	14.67	0.00

Tablo 4.12 incelendiğinde k_{12}^* yay değişikliği ile orijinal sistemin 3 moduna ait doğal frekansın 1.30 Hz yerine 1.28 Hz'e kaydırıldığı görülmektedir. Aradaki fark çok az olmasına rağmen yöntem, gürültülü FTF'lerde başarısız olmuştur. Bu nedenle kaydırılmak istenen frekans değerlerine karşılık gelen FTF'lerin gürültüsüz veya gürültü seviyelerinin çok düşük olması yöntemin başarısı için oldukça önemlidir.

Orijinal ve k_{12}^* yay değişikliği yapılmış sistemlerin 1 ve 2 koordinatları arasındaki transfer FTF'leri %3 eklemeli gürültü durumu için Şekil 4.24'te verilmiştir. Şekilde verilen FTF'ler incelendiğinde orijinal sistem üzerinde yapılan k_{12}^* yay değişikliği sonucunda 3 moduna ait doğal frekansın 1.3 Hz ile tam olarak çakışmadığı görülmektedir. Değişiklik yapılan sistemin 4 moduna karşılık gelen doğal frekansı değişmemiştir.



Şekil 4.24. Orijinal ve k_{12}^* yayı eklenmiş sistemlerin %3 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri

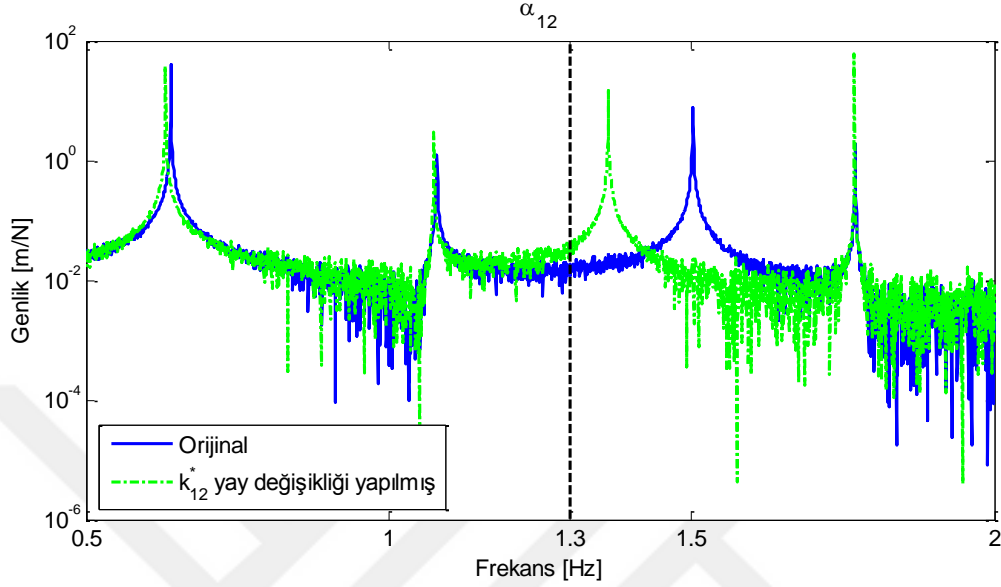
Gürültü miktarının artması durumunda yöntemin performansının nasıl değiştiğini görebilmek amacıyla orijinal sistemin FTF'lerine %5 eklemeli gürültü eklenmiştir. Bu FTF'ler kullanılarak yapılan çözümde $k_{12}^* = -16.84 \text{ N/m}$ şeklinde hesaplanmıştır. Bu değişikliğin orijinal sistem üzerinde yapılması ile oluşan yeni sistem ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 4.13'te karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 4.13. Orijinal sistem (ω_r) ve k_{12}^* yay değişikliği yapılmış sistemin (ω_r^*) doğal frekansları (%5 eklemeli gürültü durumu)

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	0.64	1.08	1.50	1.77
	ω_r^*	0.63	1.07	1.36 (1.30)	1.77
Mutlak Fark (Hz)		0.01	0.01	0.14	0.00
Bağıl Değişim (%)		1.56	0.93	9.33	0.00

Tablo 4.13 incelendiğinde k_{12}^* yay değişikliği ile orijinal sistemin 3 moduna ait doğal frekansın 1.36 Hz kaydırıldığı görülmektedir. Gürültü seviyesinin %3 olması durumu için yapılan çözümde 0.02 Hz'lik bir hata olmasına rağmen gürültü seviyesinin %5'e çıkarılması halinde bu hata 0.06 Hz'e çıkmıştır.

Orijinal ve k_{12}^* yay değışikliği yapılmış sistemlerin 1 ve 2 koordinatları arasındaki transfer FTF'leri %5 eklemeli gürültü durumu için Şekil 4.25'te verilmiştir.



Şekil 4.25. Orijinal ve k_{12}^* yayı eklenmiş sistemlerin %5 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri

Şekil 4.25'te verilen FTF'ler incelendiğinde orijinal sistem üzerinde yapılan k_{12}^* yay değışikliği sonucunda 3 moduna ait doğal frekansın 1.3 Hz ile tam olarak çakışmadığı gürölmektedir. Değişiklik yapılan sistemin 4 moduna karşılık gelen doğal frekansı yine değişmemiştir.

4.3.4.2. Gürötlü FTF'ler Kullanılarak Birden Fazla Doğal Frekansın Kaydırılması

Bu simölasyonda %3 ve %5 eklemeli gürötlü FTF'ler kullanılarak birden fazla doğal frekansın istenilen değerlere kaydırılabilmesi için genelleştirilmiş koordinatlar arasına eklenmesi gereken yay elemanlarının yay katsayıları hesaplanacaktır. Bunun için orijinal sistemin 2, 3 ve 4 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1.00, 1.30 ve 1.90 Hz'e kaydırılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda Şekil 4.19'da verilen 4 SD'li kütle-yay sistemi üzerinde k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılmıştır.

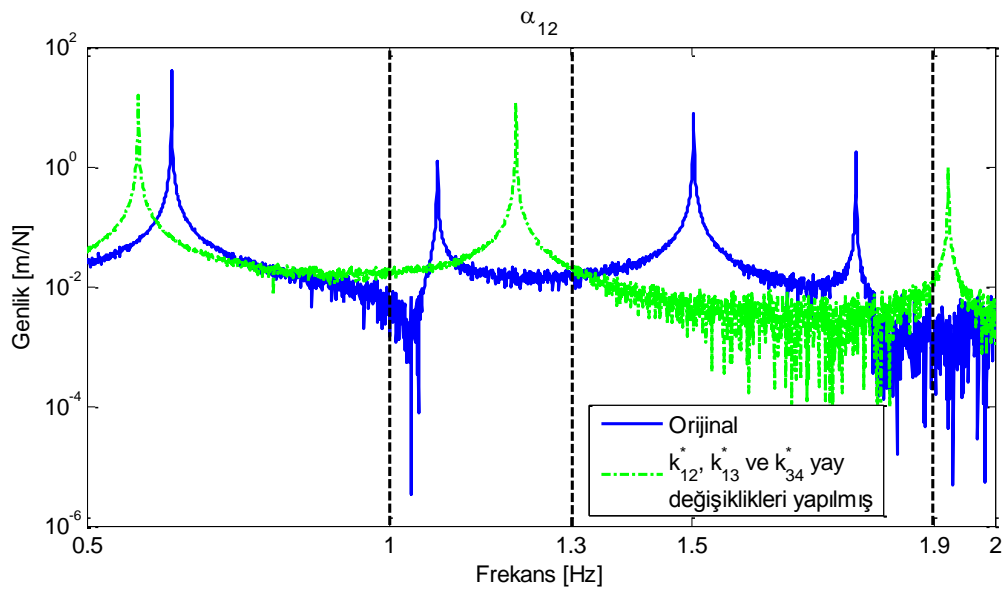
Burada öncelikle %3 eklemeli gürötlü eklenmiş FTF'ler kullanılmıştır. Bu durumda yay katsayıları $k_{12}^* = -35.27$ N/m, $k_{13}^* = 51.63$ N/m ve $k_{34}^* = -48.31$ N/m olarak

hesaplanmıştır. Bu değişikliklerin orijinal sisteme uygulanması ile oluşan yeni sisteme ait doğal frekanslar ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 4.14'te karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 4.14. Orijinal sistem (ω_r) ile k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{***}) doğal frekansları (%3 eklemeli gürültü durumu)

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	0.64	1.08	1.50	1.77
	ω_r^{***}	0.58	(1.00)	(1.30)	(1.90)
Mutlak Fark (Hz)		0.06	0.27	0.29	0.15
Bağlı Değişim (%)		9.37	25.00	19.33	8.47

Tablo 4.14 incelendiğinde yapılan yay değişiklikleri sonucunda orijinal sistemin 2,3 ve 4 modlarına ait doğal frekanslarının sırası ile 0.81, 1.21 ve 1.92 Hz'e kaydırıldığı görülmektedir. Değişiklik yapılmış sistemin 2 ve 3 modlarına ait doğal frekanslar, kaydırılmak istenen 1.00 ve 1.30 Hz frekanslarından oldukça uzaktır. Buna karşın değişiklik yapılmış sistemin 4 moduna ait doğal frekansı 1.92 Hz, kaydırılmak istenen 1.90 Hz frekansına yakın çıkmıştır. Bu durumu FTF'ler üzerinde görebilmek amacıyla orijinal sistem ile k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin 1 ve 2 koordinatları arasındaki transfer FTF'leri %3 eklemeli gürültü durumu için Şekil 4.26'da verilmiştir.



Şekil 4.26. Orijinal ve k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemlerin %3 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri

Şekil 4.26’da verilen FTF’ler incelendiğinde %3 eklemeli gürültülü FTF’ler kullanılarak yapılan çözüm için değişiklik yapılan sistemin 4 moduna ait doğal frekansının 1.90 Hz’e çok yakın olduğu görülmektedir. Ancak değişiklik yapılan sistemin 3 moduna ait doğal frekans 1.30 Hz’den oldukça uzak kalmıştır. Değişiklik yapılan sistemin 1 ve 2 koordinatları arasındaki transfer FTF’inde 2 modunun genliği düşük olduğu için mevcut gürültülerden dolayı bu mod FTF grafiğinde gözükmemektedir.

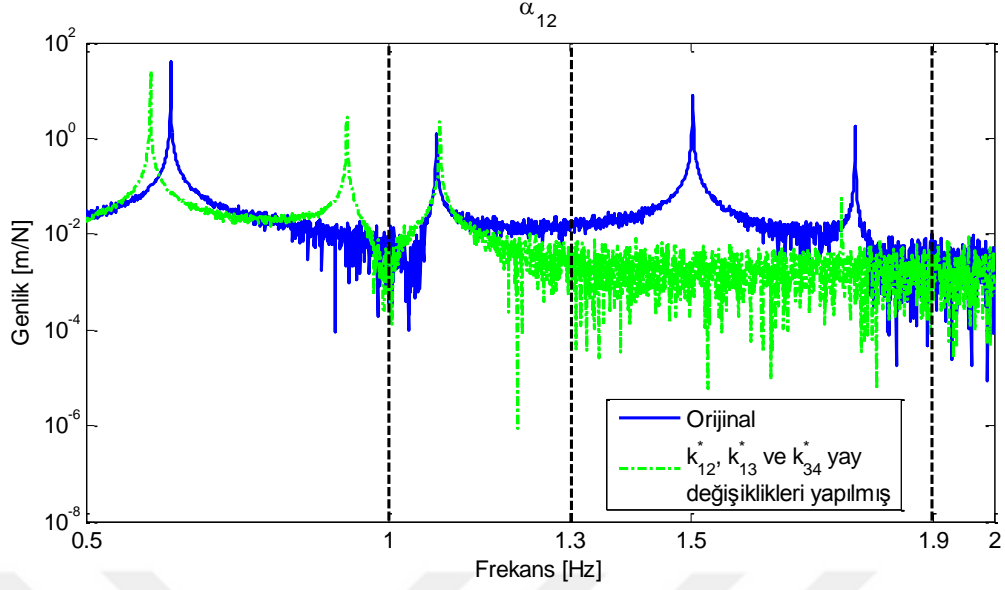
Yöntemin performansının gürültü miktarının artması ile nasıl değiştiğini görebilmek amacıyla aynı problem %5 eklemeli gürültü durumu için incelenmiştir. Bu FTF’ler kullanılarak yapılan çözümde yay katsayıları $k_{12}^* = -38.35$ N/m, $k_{13}^* = -45.71$ N/m ve $k_{34}^* = 24.86$ N/m olarak hesaplanmıştır. Bu değişikliklerin orijinal sisteme uygulanması ile oluşan yeni sisteme ait doğal frekanslar ve orijinal sistemin doğal frekansları Tablo 4.15’te karşılaştırılmıştır.

Tablo 4.15. Orijinal sistem (ω_r) ile k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değişiklikleri yapılmış sistemin (ω_r^{***}) doğal frekansları (%5 eklemeli gürültü durumu)

Mod Sayısı (r)		1	2	3	4
Doğal Frekans (Hz)	ω_r	0.64	1.08	1.50	1.77
	ω_r^{***}	0.61	(1.00)	(1.30)	(1.90)
Mutlak Fark (Hz)		0.03	0.15	0.42	0.02
Bağıl Değişim (%)		4.69	13.89	28.00	1.13

Tabloda verilen doğal frekanslar incelendiğinde yapılan yay değişiklikleri sonucunda orijinal sistemin 2,3 ve 4 modlarına ait doğal frekanslarının sırası ile 0.93, 1.08 ve 1.75 Hz’e kaydırıldığı görülmektedir. Bu frekanslar kaydırılmak istenen 1.00, 1.30 ve 1.90 Hz frekanslarına yakın değildir. FTF’lerdeki gürültü seviyesinin artışına bağlı olarak kaydırılmak istenen ve değişiklik yapılan sisteme ait doğal frekanslar arasındaki farklar artmıştır.

Değişikliklerin FTF’ler üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla orijinal sistem ile değişiklik yapılmış sistemin 1 ve 2 koordinatları arasındaki transfer FTF’leri %5 eklemeli gürültü durumu için Şekil 4.27’de verilmiştir.



Şekil 4.27. Orijinal ve k_{12}^* , k_{13}^* ve k_{34}^* yay değışiklikleri yapılmış sistemlerin %5 eklemeli gürültü durumu için transfer FTF'leri

Şekil 4.27'de verilen FTF'ler incelendiğinde yay değışiklikleri yapılan sistemin 2, 3 ve 4 modlarına ait doğal frekansların sırası ile 1.00, 1.30 ve 1.90 Hz ile çakışmadığı açıkça görülmektedir.

Bu simülasyonda %3 ve %5 eklemeli gürültü uygulanan FTF'ler kullanılarak genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değışiklikleri ile bir ve birden fazla doğal frekansın istenilen değerlere kaydırılabilmesi için uygulamalar yapılmıştır. Bir doğal frekansın kaydırılması işleminde %3 eklemeli gürültü durumu için yapılan çözümde 0.02 Hz'lik bir farkla kaydırılmak istenen değere yaklaşıırken, %5 eklemeli gürültü durumunda 0.06 Hz'lik bir fark oluşmuştur. Birden fazla doğal frekansın kaydırılması işleminde %3 eklemeli gürültü durumu için yapılan çözümde 4 moduna ait doğal frekansta 0.02 Hz'lik düşük bir fark oluşurken 2 ve 3 modları kaydırılmak istenen değerlerden uzak kalmıştır. Gürültü seviyesinin %5'e çıkarılması durumu için yapılan çözümde ise 2, 3 ve 4 modlarına ait doğal frekanslar ile kaydırılmak istenen frekanslar arasındaki fark daha da artmıştır.

4.4. Sonuç ve Değerlendirmeler

Yapısal dinamik analiz çalışmalarında rezonans olgusu oldukça önemli çalışma alanlarından biri olmuştur. Rezonans durumundan kaçınabilmenin bir yolu, incelenen yapının doğal frekanslarını tahrik kuvveti frekansından uzak bir noktaya kaydırmaktır. Bu

durumu gerçekleştirebilmek için yapı üzerinde çeşitli yapısal değişiklikler yapılmalıdır. Doğal frekansların istenilen değerlere kaydırılması için gerekli olan yapısal değişiklik miktarlarını belirleyebilmek için SM formülüne dayalı bir ters yapısal değişim metodu geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntemin doğruluğu ve etkinliği yapılan sayısal simülasyonlarla gösterilmiştir. Bu amaçla, farklı iki kütle-yay sistemi üzerinde sırasıyla kütle, yere bağlı yay ve geliştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri yaparak belirli doğal frekansların istenilen değerlere kaydırılması durumu incelenmiştir. Gürültüsüz FTF'ler kullanılarak bir ve birden fazla doğal frekansın kaydırılması için yapılan simülasyon çalışmalarında son derece başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Sunulan yöntemin gürültülü FTF'ler kullanılması durumunda performansını incelemek amacıyla eklemeli tip gürültüler %3 ve %5 oranında FTF'lere eklenmiştir. Bu FTF'ler kullanılarak geliştirilmiş koordinatlar arasında yapılan yay değişiklikleri ile bir ve birden fazla doğal frekansın kaydırılması için sayısal simülasyonlar yapılmıştır. Bu simülasyonlarda artan gürültü seviyesi ile yöntemin başarısız olduğu gözlemlenmiştir.

Ters yapısal değişiklik problemlerinin doğası gereği çözümün tek olmadığı unutulmamalıdır. Yapısal değişiklikler için farklı koordinatların seçilmesi durumunda farklı bir çözüm bulunabilir. Ancak yapılan yapısal değişikliklerin modların düğüm noktalarına karşılık gelmesi durumunda ilgili modları etkilemeyeceği göz önünde bulundurulmalıdır.

Yapılan simülasyon çalışmalarında kaydırılmak istenen frekans sayısı kadar yapısal değişiklik dikkate alınmıştır. Bu durumda bilinmeyen sayısının denklem sayısına eşit olduğu doğrusal olmayan denklem takımları elde edilmiştir. Ancak bazen dikkate alınan yapısal değişiklik sayısı ile kaydırılmak istenen frekans sayısının birbirine eşit olmadığı durumlar ortaya çıkabilir. Bu gibi durumlarda ise denklem sayısının bilinmeyen sayısından az olduğu (eksik belirlenmiş sistem, 'underdetermined system') veya fazla olduğu (aşırı belirlenmiş sistem, 'overdetermined system') denklem takımları elde edilir.

Doğal frekansların kaydırılması amacıyla yapılan yapısal değişikliklerin hepsi aynı türden olabileceği gibi farklı türden yapısal değişiklikler de bir arada kullanılabilir. Ancak burada önemli olan nokta yine hangi fiziksel parametrelerde veya koordinatlarda değişiklik yapılması problemidir. Buna bağlı olarak mevcut durum standart bir optimizasyon problemine dönüştürülerek uygun bir yöntemle çözülebilir. Bu sayede değiştirilmiş sistemlerde belirli doğal frekansların istenilen değerlere kaydırılabilmesi için yapılması gereken en uygun yapısal değişimler belirlenebilir.

5. FTF'ler KULLANILARAK SE MODELLERİNİN GÜNCELLENMESİ

Sayısal veya deneysel modelin FTF'leri, incelenen yapının dinamik özellikleri hakkında çok fazla bilgi barındırmaktadır. Deneysel model ile sayısal modeli karşılaştırmanın etkili yöntemlerinden biri sayısal olarak hesaplanan ve ölçülen FTF'leri karşılaştırmaktır. Sayısal ve deneysel modelin aynı koordinatlarına karşılık gelen FTF'lerin karşılaştırılması sayısal modelin yapıyı ne kadar temsil edebildiği hakkında bilgi vermektedir. Bu durum FTF'ler kullanılarak yapılan güncelleme yöntemlerinin geliştirilmesine büyük olanak sağlamıştır.

Doğrudan cevap verilerinin kullanıldığı güncelleme yöntemi olan Cevap Fonksiyonu Metodu (CFM) ilgili temel teori ilk olarak Lin ve Ewins [111] tarafından sunulmuştur. Geliştirmiş oldukları yöntemde (5.1) denklemi ile verilen matris eşitliğini dikkate almışlardır.

$$[[A]+[B]]_{N \times N}^{-1} = [A]_{N \times N}^{-1} - [[A]+[B]]_{N \times N}^{-1} [B]_{N \times N} [A]_{N \times N}^{-1} \quad (5.1)$$

Bu eşitlikte yerine yazılmak üzere aşağıdaki tanımlamalar yapılacak olursa;

$$\begin{aligned} [A] &= [Z_A(\omega)] \\ [A]+[B] &= [Z_X(\omega)] \\ [Z_X(\omega)] &= [Z_A(\omega)] + [\Delta Z(\omega)] \end{aligned} \quad (5.2)$$

ve $[A]$ ile $[A+B]$ matrislerinin tekil olmadığı kabul edildiğinde (5.2)'de verilenler (5.1) eşitliğinde yerine yazılarak;

$$[Z_X(\omega)]_{N \times N}^{-1} = [Z_A(\omega)]_{N \times N}^{-1} - [Z_X(\omega)]_{N \times N}^{-1} [[Z_X(\omega)] - [Z_A(\omega)]]_{N \times N} [Z_A(\omega)]_{N \times N}^{-1} \quad (5.3)$$

eşitliği elde edilmiştir. Burada X ve A alt indisleri sırasıyla deneysel ve analitik anlamına gelmektedir. Eşitlik (5.3) sayısal modeldeki hatalardan ve eksik modellemelerden bağımsız olarak sayısal model ve deneysel model için doğrudur. Ancak (5.3) eşitliği rezonans

frekanslarında tekil olacağından, bu frekanslarda doğru sonuç vermeyecektir. Dinamik esneklik, $[\alpha]$ ve dinamik direngenlik, $[Z]$ arasındaki $[Z]^{-1} = [\alpha]$ ilişkisi dikkate alınarak (5.3) eşitliği aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$[\alpha_X(\omega)]_{N \times N} - [\alpha_A(\omega)]_{N \times N} = [\alpha_X(\omega)]_{N \times N} [[Z_X(\omega)] - [Z_A(\omega)]]_{N \times N} [\alpha_A(\omega)]_{N \times N} \quad (5.4)$$

Eşitlik (5.4) düzenlenecek olursa;

$$[\alpha_X(\omega)]_{N \times N} [\Delta Z(\omega)]_{N \times N} [\alpha_A(\omega)]_{N \times N} = [\alpha_X(\omega)]_{N \times N} - [\alpha_A(\omega)]_{N \times N} \quad (5.5)$$

eşitliği elde edilir. Bu matris eşitliğinin transpozunu alınarak her iki tarafın i . sütununun dikkate alınması ile (5.6) denklemini elde edilmektedir.

$$[\alpha_A(\omega)]_{N \times N} [\Delta Z(\omega)]_{N \times N} \{\alpha_X(\omega)_i\}_{N \times 1} = \left\{ \left\{ \alpha_A(\omega)_i \right\} - \left\{ \alpha_X(\omega)_i \right\} \right\}_{N \times 1} \quad (5.6)$$

Eşitlik (5.6)'da verilen dinamik direngenlikteki değişim $[\Delta Z(\omega)]$, kütle ve direngenlik matrislerindeki değişim kullanılarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$[\Delta Z(\omega)]_{N \times N} = [[\Delta K] - \omega^2 [\Delta M]]_{N \times N} \quad (5.7)$$

Bu eşitliğin (5.6) denkleminde yerine yazılması ile,

$$[\alpha_A(\omega)]_{N \times N} [[\Delta K] - \omega^2 [\Delta M]]_{N \times N} \{\alpha_X(\omega)_i\}_{N \times 1} = \left\{ \left\{ \alpha_A(\omega)_i \right\} - \left\{ \alpha_X(\omega)_i \right\} \right\}_{N \times 1} \quad (5.8)$$

denklemini elde edilir. Sistem matrislerinin simetri özelliği kullanılarak (5.8) denklemini aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$[C(\omega)]_{N \times N(N+1)} \{p\}_{N(N+1)} = \{\Delta \alpha(\omega)\}_N \quad (5.9)$$

Burada $[C(\omega)]$ matrisi ve $\{\Delta\alpha(\omega)\}$ vektörü sayısal ve deneysel FTF'ler cinsinden bilinen değerlerdir, p -değerleri olarak adlandırılan $\{p\}$ vektörünün elemanları ise bilinmeyenlerdir. Bu bilinmeyen değerler sayısal kütle ve dirençlik matrislerindeki hataların miktarını ve yerini belirlemektedir.

Eşitlik (5.9) birden fazla tahrik frekansı için yazıldığında bilinmeyen sayısından fazla eşitlik içeren bir denklem sistemi elde edilebilmektedir. Bu denklem takımından $\{p\}$ vektörü çözülebilmektedir. Farklı tahrik frekansları için (5.9) matris eşitliği açık olarak yazılacak olursa,

$$\begin{bmatrix} C(\omega_1) \\ C(\omega_2) \\ C(\omega_3) \\ \vdots \end{bmatrix} \{p\} = \begin{bmatrix} \{\Delta\alpha(\omega_1)\} \\ \{\Delta\alpha(\omega_2)\} \\ \{\Delta\alpha(\omega_3)\} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

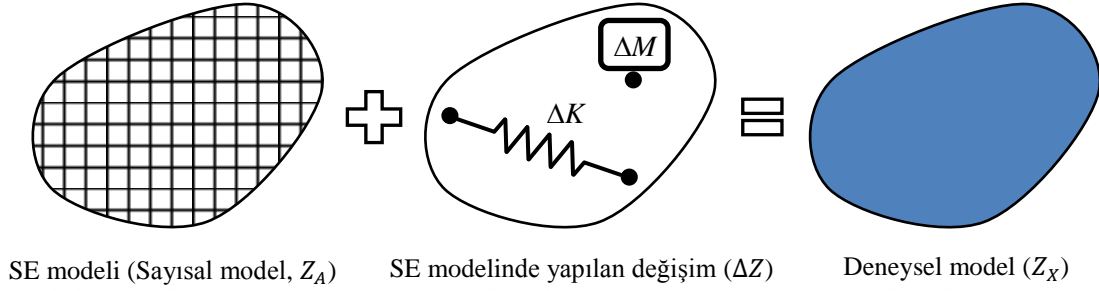
N SD'li bir sistem dikkate alındığında kütle ve dirençlik matrislerinin simetrik olması halinde en fazla $N(N+1)$ bilinmeyen olacaktır. FTF matrisinde bir sütunun tamamının ölçüldüğü kabul edilirse her frekans noktası için N tane eşitlik olacaktır. Bu yüzden sistemde $N(N+1)$ bilinmeyen olması durumunda çözüm koşulu için FTF matrisinin herhangi bir sütununun en az $N+1$ adet frekans noktasında ölçülmüş olması gereklidir. İlgilenen frekans aralığında $N+1$ 'den fazla frekans noktası olması halinde bilinmeyen sayısından fazla değer olacaktır ki (aşırı belirlenmiş sistem, 'overdetermined system') bu durum da p -değerlerinin en küçük kareler yöntemiyle çözülebilmesi anlamına gelmektedir [111].

Elde edilen denklem sayısının bilinmeyen sayısından fazla olması, koordinat uyumsuzluğu ve FTF matrisinde bir sütunun tamamının oluşturulamaması durumunda CFM yeterli doğrulukta sonuç verememektedir.

5.1. SE Modellerinin Güncellenmesinde SMW Formülüne Dayalı Yeni Bir Yöntem

Tezin bu bölümünde gerçek yapı üzerinden ölçülen ve SE modelinden sayısal olarak elde edilen FTF'lerin doğrudan kullanılması ile (2.12) eşitliğinde verilen SMW formülüne dayalı yeni ve farklı bir SE güncelleme yöntemi sunulmuştur. Bu yöntem doğal

frekansların korunmasına yönelik olarak geliştirilen ters yapısal değişiklik temeline dayalı yöntemin bir uzantısı niteliğindedir. Geliştirilen yöntemi açıklayabilmek için Şekil 5.1’de verilen sistem dikkate alınmıştır.



Şekil 5.1. Bir yapının SE modeli üzerinde yapılan yapısal değişiklikler ile güncellenmesi

Temel olarak SE güncellemesinde, sayısal model üzerinde çeşitli yapısal değişiklikler yaparak gerçek yapının belirli özelliklerinin sağlanması amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda yapısal dinamik analiz çalışmaları için Eşitlik (5.11) ile verilen deneysel modelin dinamik direngenliği, sayısal model ile yapısal değişikliğin dinamik direngenliklerinin toplamına eşit olmalıdır.

$$[Z_X(\omega)] = [Z_A(\omega)] + [\Delta Z(\omega)] \quad (5.11)$$

Dinamik direngenlikteki toplam değişim $[\Delta Z(\omega)]$, kütle ve direngenlik matrislerindeki değişim kullanılarak (5.12) eşitliğinde verilen $[U]$ ve $[V]^T$ gibi iki matrisin çarpımı şeklinde ifade edilebilir.

$$[\Delta Z(\omega)] = [\Delta K] - \omega^2 [\Delta M] = [U][V]^T \quad (5.12)$$

Bu durumda deneysel modelin dinamik direngenliği,

$$[Z_X(\omega)] = [Z_A(\omega)] + [U][V]^T \quad (5.13)$$

şeklinde olacaktır. Buradan hareketle dinamik direngenlik, Z ile dinamik esneklik, α arasında olan $[Z]^{-1} = [\alpha]$ bağıntısı kullanılarak deneysel modelin dinamik esneklik tipindeki FTF'leri (5.14) eşitliği ile verilen SMW formülü yardımı ile aşağıdaki gibi hesaplanabilmektedir.

$$[\alpha_x(\omega)] = [\alpha_A(\omega)] - [\alpha_A(\omega)][U]([I] + [V]^T [\alpha_A(\omega)][U])[V]^T [\alpha_A(\omega)] \quad (5.14)$$

N SD'li bir sistem için Eşitlik (5.14) aşağıdaki gibi düzenlenecek olursa,

$$\begin{aligned} [\Delta\alpha(\omega)]_{N \times N} &= [\alpha_A(\omega)]_{N \times N} - [\alpha_x(\omega)]_{N \times N} = [\alpha_A(\omega)]_{N \times N} [U]_{N \times N} \cdots \\ &\cdots ([I]_{N \times N} + [V]_{N \times N}^T [\alpha_A(\omega)]_{N \times N} [U]_{N \times N}) [V]_{N \times N}^T [\alpha_A(\omega)]_{N \times N} \end{aligned} \quad (5.15)$$

eşitliği elde edilir. Bu durumda sayısal ve deneysel modellerin dinamik esneklik tipindeki FTF'leri arasındaki fark (5.15) eşitliği yardımı ile hesaplanabilmektedir. Bu denklemde $\alpha_A(\omega)$, sayısal modelden hesaplanabilmekte ve $\alpha_x(\omega)$, ölçülen koordinatlar için bilinmektedir.

Dinamik direngenlikteki toplam değişimi veren $[U]$ ve $[V]^T$ matrisleri N SD'li bir sistem için açık bir şekilde (5.16) eşitliğindeki gibi yazılabilir. Bu değişim matrislerinin (5.15) eşitliğinde yerine yazılması ile (5.17) eşitliği elde edilir.

$$[\Delta Z(\omega)]_{N \times N} = [U]_{N \times N} [V]_{N \times N}^T = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}}_{[U]} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta Z_{11} & \Delta Z_{12} & \cdots & \Delta Z_{1N} \\ \Delta Z_{21} & \Delta Z_{22} & \cdots & \Delta Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta Z_{N1} & \Delta Z_{N2} & \cdots & \Delta Z_{NN} \end{bmatrix}}_{[V]^T} \quad (5.16)$$

Eşitlik (5.17) incelendiğinde, eşitliğin sağ tarafında bulunan dinamik esneklik tipindeki FTF'lerin sadece sayısal modele ait olduğu görülmektedir. Bu durumda (5.17) eşitliğinin sağ tarafını oluşturabilmek için sadece değişiklik yapılan koordinatlara ait sayısal model FTF'lerinin bilinmesi yeterli olacaktır.

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \Delta\alpha_{11} & \Delta\alpha_{12} & \cdots & \Delta\alpha_{1N} \\ \Delta\alpha_{21} & \Delta\alpha_{22} & \cdots & \Delta\alpha_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta\alpha_{N1} & \Delta\alpha_{N2} & \cdots & \Delta\alpha_{NN} \end{bmatrix}_{N \times N} = \begin{bmatrix} \alpha_{11A} & \alpha_{12A} & \cdots & \alpha_{1NA} \\ \alpha_{21A} & \alpha_{22A} & \cdots & \alpha_{2NA} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{N1A} & \alpha_{N2A} & \cdots & \alpha_{NNA} \end{bmatrix}_{N \times N} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{N \times N} + \cdots \right. \\
& \left. \begin{bmatrix} \Delta Z_{11} & \Delta Z_{12} & \cdots & \Delta Z_{1N} \\ \Delta Z_{21} & \Delta Z_{22} & \cdots & \Delta Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta Z_{N1} & \Delta Z_{N2} & \cdots & \Delta Z_{NN} \end{bmatrix}_{N \times N} \begin{bmatrix} \alpha_{11A} & \alpha_{12A} & \cdots & \alpha_{1NA} \\ \alpha_{21A} & \alpha_{22A} & \cdots & \alpha_{2NA} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{N1A} & \alpha_{N2A} & \cdots & \alpha_{NNA} \end{bmatrix}_{N \times N} \right) \cdots \\
& \left. \begin{bmatrix} \Delta Z_{11} & \Delta Z_{12} & \cdots & \Delta Z_{1N} \\ \Delta Z_{21} & \Delta Z_{22} & \cdots & \Delta Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta Z_{N1} & \Delta Z_{N2} & \cdots & \Delta Z_{NN} \end{bmatrix}_{N \times N} \begin{bmatrix} \alpha_{11A} & \alpha_{12A} & \cdots & \alpha_{1NA} \\ \alpha_{21A} & \alpha_{22A} & \cdots & \alpha_{2NA} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{N1A} & \alpha_{N2A} & \cdots & \alpha_{NNA} \end{bmatrix}_{N \times N} \right) \cdots \quad (5.17)
\end{aligned}$$

Konunun daha iyi anlaşılabilmesi için (5.17) eşitliği 2 SD'li bir sistem dikkate alınarak yazılacak olursa,

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \alpha_{11A} - \alpha_{11X} & \alpha_{12A} - \alpha_{12X} \\ \alpha_{21A} - \alpha_{21X} & \alpha_{22A} - \alpha_{22X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11A} & \alpha_{12A} \\ \alpha_{21A} & \alpha_{22A} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta Z_{11} & \Delta Z_{12} \\ \Delta Z_{21} & \Delta Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11A} & \alpha_{12A} \\ \alpha_{21A} & \alpha_{22A} \end{bmatrix} \right) \\
& \cdots \begin{bmatrix} \Delta Z_{11} & \Delta Z_{12} \\ \Delta Z_{21} & \Delta Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11A} & \alpha_{12A} \\ \alpha_{21A} & \alpha_{22A} \end{bmatrix} \quad (5.18)
\end{aligned}$$

eşitliği haline gelecektir. Devam eden işlemlerde basitleştirme yapmak için sayısal modeli belirten A alt indisi yazılmayacaktır ($\alpha_{ijA} = \alpha_{ij}$). Bu durumda X alt indisinin olmadığı tüm FTF'ler sayısal modeli temsil edecektir. FTF'lerin bilinen $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ özelliğinin de kullanılması ile Eşitlik (5.18)'deki matris çarpımları yapılarak elde edilen denklem EK C'de (C.1) eşitliği ile verilmektedir. Bu matris eşitliğinin elemanları sırası ile (5.19a-d) eşitliklerinde verilmiştir.

$$\Delta\alpha_{11} = \left(\begin{aligned} & \alpha_{11} \left(\begin{aligned} & \Delta Z_{11} (\alpha_{11} (\alpha_{11} \Delta Z_{11} + \alpha_{12} \Delta Z_{12} + 1) + \alpha_{12} (\alpha_{11} \Delta Z_{21} + \alpha_{12} \Delta Z_{22})) + \\ & \Delta Z_{21} (\alpha_{11} (\alpha_{12} \Delta Z_{11} + \alpha_{22} \Delta Z_{12}) + \alpha_{12} (\alpha_{12} \Delta Z_{21} + \alpha_{22} \Delta Z_{22} + 1)) \end{aligned} \right) + \cdots \\ & \cdots \alpha_{12} \left(\begin{aligned} & \Delta Z_{12} (\alpha_{11} (\alpha_{11} \Delta Z_{11} + \alpha_{12} \Delta Z_{12} + 1) + \alpha_{12} (\alpha_{11} \Delta Z_{21} + \alpha_{12} \Delta Z_{22})) + \\ & \Delta Z_{22} (\alpha_{11} (\alpha_{12} \Delta Z_{11} + \alpha_{22} \Delta Z_{12}) + \alpha_{12} (\alpha_{12} \Delta Z_{21} + \alpha_{22} \Delta Z_{22} + 1)) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \quad (5.19a)
\end{aligned}$$

$$\Delta\alpha_{12} = \left(\begin{array}{l} \alpha_{12} \left(\begin{array}{l} \Delta Z_{11} (\alpha_{11} (\alpha_{11} \Delta Z_{11} + \alpha_{12} \Delta Z_{12} + 1) + \alpha_{12} (\alpha_{11} \Delta Z_{21} + \alpha_{12} \Delta Z_{22})) + \\ \Delta Z_{21} (\alpha_{11} (\alpha_{12} \Delta Z_{11} + \alpha_{22} \Delta Z_{12}) + \alpha_{12} (\alpha_{12} \Delta Z_{21} + \alpha_{22} \Delta Z_{22} + 1)) \end{array} \right) + \dots \\ \dots \alpha_{22} \left(\begin{array}{l} \Delta Z_{12} (\alpha_{11} (\alpha_{11} \Delta Z_{11} + \alpha_{12} \Delta Z_{12} + 1) + \alpha_{12} (\alpha_{11} \Delta Z_{21} + \alpha_{12} \Delta Z_{22})) + \\ \Delta Z_{22} (\alpha_{11} (\alpha_{12} \Delta Z_{11} + \alpha_{22} \Delta Z_{12}) + \alpha_{12} (\alpha_{12} \Delta Z_{21} + \alpha_{22} \Delta Z_{22} + 1)) \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (5.19b)$$

$$\Delta\alpha_{21} = \left(\begin{array}{l} \alpha_{11} \left(\begin{array}{l} \Delta Z_{11} (\alpha_{12} (\alpha_{11} \Delta Z_{11} + \alpha_{12} \Delta Z_{12} + 1) + \alpha_{22} (\alpha_{11} \Delta Z_{21} + \alpha_{12} \Delta Z_{22})) + \\ \Delta Z_{21} (\alpha_{12} (\alpha_{12} \Delta Z_{11} + \alpha_{22} \Delta Z_{12}) + \alpha_{22} (\alpha_{12} \Delta Z_{21} + \alpha_{22} \Delta Z_{22} + 1)) \end{array} \right) + \dots \\ \dots \alpha_{12} \left(\begin{array}{l} \Delta Z_{12} (\alpha_{12} (\alpha_{11} \Delta Z_{11} + \alpha_{12} \Delta Z_{12} + 1) + \alpha_{22} (\alpha_{11} \Delta Z_{21} + \alpha_{12} \Delta Z_{22})) + \\ \Delta Z_{22} (\alpha_{12} (\alpha_{12} \Delta Z_{11} + \alpha_{22} \Delta Z_{12}) + \alpha_{22} (\alpha_{12} \Delta Z_{21} + \alpha_{22} \Delta Z_{22} + 1)) \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (5.19c)$$

$$\Delta\alpha_{22} = \left(\begin{array}{l} \alpha_{12} \left(\begin{array}{l} \Delta Z_{11} (\alpha_{12} (\alpha_{11} \Delta Z_{11} + \alpha_{12} \Delta Z_{12} + 1) + \alpha_{22} (\alpha_{11} \Delta Z_{21} + \alpha_{12} \Delta Z_{22})) + \\ \Delta Z_{21} (\alpha_{12} (\alpha_{12} \Delta Z_{11} + \alpha_{22} \Delta Z_{12}) + \alpha_{22} (\alpha_{12} \Delta Z_{21} + \alpha_{22} \Delta Z_{22} + 1)) \end{array} \right) + \dots \\ \dots \alpha_{22} \left(\begin{array}{l} \Delta Z_{12} (\alpha_{12} (\alpha_{11} \Delta Z_{11} + \alpha_{12} \Delta Z_{12} + 1) + \alpha_{22} (\alpha_{11} \Delta Z_{21} + \alpha_{12} \Delta Z_{22})) + \\ \Delta Z_{22} (\alpha_{12} (\alpha_{12} \Delta Z_{11} + \alpha_{22} \Delta Z_{12}) + \alpha_{22} (\alpha_{12} \Delta Z_{21} + \alpha_{22} \Delta Z_{22} + 1)) \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (5.19d)$$

Her bir elemanın dinamik direngenliğindeki değişim, $\Delta Z_{ij} = \Delta K_{ij} - \omega^2 \Delta M_{ij}$, yukarıda verilen denklemlerde yerine yazılarak sayısal ve deneysel FTF'ler arasındaki farkı veren ifadeler aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\Delta\alpha_{11} = \left(\begin{array}{l} \alpha_{11} \left(\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} \alpha_{11} (\alpha_{11} (\Delta K_{11} - \omega^2 \Delta M_{11}) + \alpha_{12} (\Delta K_{12} - \omega^2 \Delta M_{12}) + 1) + \\ \alpha_{12} (\alpha_{11} (\Delta K_{21} - \omega^2 \Delta M_{21}) + \alpha_{12} (\Delta K_{22} - \omega^2 \Delta M_{22})) \end{array} \right) \\ (\Delta K_{11} - \omega^2 \Delta M_{11}) + \\ \left(\begin{array}{l} \alpha_{11} (\alpha_{12} (\Delta K_{11} - \omega^2 \Delta M_{11}) + \alpha_{22} (\Delta K_{12} - \omega^2 \Delta M_{12})) + \\ \alpha_{12} (\alpha_{12} (\Delta K_{21} - \omega^2 \Delta M_{21}) + \alpha_{22} (\Delta K_{22} - \omega^2 \Delta M_{22}) + 1) \end{array} \right) \\ (\Delta K_{21} - \omega^2 \Delta M_{21}) \end{array} \right) + \dots \\ \dots \alpha_{12} \left(\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} \alpha_{11} (\alpha_{11} (\Delta K_{11} - \omega^2 \Delta M_{11}) + \alpha_{12} (\Delta K_{12} - \omega^2 \Delta M_{12}) + 1) + \\ \alpha_{12} (\alpha_{11} (\Delta K_{21} - \omega^2 \Delta M_{21}) + \alpha_{12} (\Delta K_{22} - \omega^2 \Delta M_{22})) \end{array} \right) \\ (\Delta K_{12} - \omega^2 \Delta M_{12}) + \\ \left(\begin{array}{l} \alpha_{11} (\alpha_{12} (\Delta K_{11} - \omega^2 \Delta M_{11}) + \alpha_{22} (\Delta K_{12} - \omega^2 \Delta M_{12})) + \\ \alpha_{12} (\alpha_{12} (\Delta K_{21} - \omega^2 \Delta M_{21}) + \alpha_{22} (\Delta K_{22} - \omega^2 \Delta M_{22}) + 1) \end{array} \right) \\ (\Delta K_{22} - \omega^2 \Delta M_{22}) \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (5.20a)$$

$$\Delta\alpha_{22} = \left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} \left(\alpha_{12} \left(\alpha_{11} \left(\Delta K_{11} - \omega^2 \Delta M_{11} \right) + \alpha_{12} \left(\Delta K_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \right) + 1 \right) + \right. \\ \left. \left(\alpha_{22} \left(\alpha_{11} \left(\Delta K_{21} - \omega^2 \Delta M_{21} \right) + \alpha_{12} \left(\Delta K_{22} - \omega^2 \Delta M_{22} \right) \right) \right) \right) \\ \left(\Delta K_{11} - \omega^2 \Delta M_{11} \right) + \\ \alpha_{12} \left(\begin{array}{c} \left(\alpha_{12} \left(\alpha_{12} \left(\Delta K_{11} - \omega^2 \Delta M_{11} \right) + \alpha_{22} \left(\Delta K_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \right) \right) + \right. \\ \left. \left(\alpha_{22} \left(\alpha_{12} \left(\Delta K_{21} - \omega^2 \Delta M_{21} \right) + \alpha_{22} \left(\Delta K_{22} - \omega^2 \Delta M_{22} \right) + 1 \right) \right) \right) \\ \left(\Delta K_{21} - \omega^2 \Delta M_{21} \right) \end{array} \right) + \dots \\ \dots \alpha_{22} \left(\begin{array}{c} \left(\alpha_{12} \left(\alpha_{11} \left(\Delta K_{11} - \omega^2 \Delta M_{11} \right) + \alpha_{12} \left(\Delta K_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \right) + 1 \right) + \right. \\ \left. \left(\alpha_{22} \left(\alpha_{11} \left(\Delta K_{21} - \omega^2 \Delta M_{21} \right) + \alpha_{12} \left(\Delta K_{22} - \omega^2 \Delta M_{22} \right) \right) \right) \right) \\ \left(\Delta K_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \right) + \\ \left(\alpha_{12} \left(\alpha_{12} \left(\Delta K_{11} - \omega^2 \Delta M_{11} \right) + \alpha_{22} \left(\Delta K_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \right) \right) + \right. \\ \left. \left(\alpha_{22} \left(\alpha_{12} \left(\Delta K_{21} - \omega^2 \Delta M_{21} \right) + \alpha_{22} \left(\Delta K_{22} - \omega^2 \Delta M_{22} \right) + 1 \right) \right) \right) \\ \left(\Delta K_{22} - \omega^2 \Delta M_{22} \right) \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (5.20d)$$

Sistem matrislerinin simetrik olması ($\Delta M_{12} = \Delta M_{21}$ ve $\Delta K_{12} = \Delta K_{21}$) durumu dikkate alınarak (5.20a-d) eşitlikleri yeniden düzenlenecek olursa,

$$\Delta\alpha_{11} = \left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} \left(\Delta K_{11} - \omega^2 \Delta M_{11} \right) \left(\begin{array}{c} -\omega^2 \Delta M_{11} \alpha_{11}^2 + \Delta K_{11} \alpha_{11}^2 - 2\omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{11} \alpha_{12} + \\ 2\Delta K_{12} \alpha_{11} \alpha_{12} + \alpha_{11} - \omega^2 \Delta M_{22} \alpha_{12}^2 + \Delta K_{22} \alpha_{12}^2 \end{array} \right) + \right. \\ \left. \left(\begin{array}{c} \alpha_{11} \left(\Delta K_{11} \alpha_{12} + \Delta K_{12} \alpha_{22} - \omega^2 \Delta M_{11} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{22} \right) + \\ \alpha_{12} \left(\Delta K_{12} \alpha_{12} + \Delta K_{22} \alpha_{22} - \omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{22} \alpha_{22} + 1 \right) \right) \right) \\ \left(\Delta K_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \right) \end{array} \right) + \dots \\ \dots \left(\begin{array}{c} \left(\alpha_{12} \left(\Delta K_{12} \alpha_{11} + \Delta K_{22} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{11} - \omega^2 \Delta M_{22} \alpha_{12} \right) \right) \\ \left(\Delta K_{11} \alpha_{11} + 2\Delta K_{12} \alpha_{12} + \Delta K_{22} \alpha_{22} - \omega^2 \Delta M_{11} \alpha_{11} - \right. \\ \left. 2\omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{22} \alpha_{22} + 1 \right) \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (5.21a)$$

$$\Delta\alpha_{12} = \left(\begin{array}{c} \left(\left(\Delta K_{11} - \omega^2 \Delta M_{11} \right) \left(\begin{array}{c} -\omega^2 \Delta M_{11} \alpha_{11}^2 + \Delta K_{11} \alpha_{11}^2 - 2\omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{11} \alpha_{12} + \\ 2\Delta K_{12} \alpha_{11} \alpha_{12} + \alpha_{11} - \omega^2 \Delta M_{22} \alpha_{12}^2 + \Delta K_{22} \alpha_{12}^2 \end{array} \right) + \right) \\ \alpha_{12} \left(\begin{array}{c} \alpha_{11} \left(\Delta K_{11} \alpha_{12} + \Delta K_{12} \alpha_{22} - \omega^2 \Delta M_{11} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{22} \right) + \\ \alpha_{12} \left(\Delta K_{12} \alpha_{12} + \Delta K_{22} \alpha_{22} - \omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{22} \alpha_{22} + 1 \right) \end{array} \right) \\ \left(\Delta K_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \right) \\ \dots \left(\begin{array}{c} \alpha_{22} \left(\Delta K_{12} \alpha_{11} + \Delta K_{22} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{11} - \omega^2 \Delta M_{22} \alpha_{12} \right) \\ \left(\Delta K_{11} \alpha_{11} + 2\Delta K_{12} \alpha_{12} + \Delta K_{22} \alpha_{22} - \omega^2 \Delta M_{11} \alpha_{11} - \right. \\ \left. 2\omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{22} \alpha_{22} + 1 \right) \end{array} \right) \end{array} \right) + \dots \quad (5.21b)$$

$$\Delta\alpha_{21} = \left(\begin{array}{c} \left(\left(\Delta K_{22} - \omega^2 \Delta M_{22} \right) \left(\begin{array}{c} -\omega^2 \Delta M_{11} \alpha_{12}^2 + \Delta K_{11} \alpha_{12}^2 - 2\omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{12} \alpha_{22} + \\ 2\Delta K_{12} \alpha_{12} \alpha_{22} + \alpha_{22} - \omega^2 \Delta M_{22} \alpha_{22}^2 + \Delta K_{22} \alpha_{22}^2 \end{array} \right) + \right) \\ \alpha_{12} \left(\begin{array}{c} \alpha_{12} \left(\Delta K_{11} \alpha_{11} + \Delta K_{12} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{11} \alpha_{11} - \omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{12} + 1 \right) + \\ \alpha_{22} \left(\Delta K_{12} \alpha_{11} + \Delta K_{22} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{11} - \omega^2 \Delta M_{22} \alpha_{12} \right) \end{array} \right) \\ \left(\Delta K_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \right) \\ \dots \left(\begin{array}{c} \alpha_{11} \left(\Delta K_{11} \alpha_{12} + \Delta K_{12} \alpha_{22} - \omega^2 \Delta M_{11} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{22} \right) \\ \left(\Delta K_{11} \alpha_{11} + 2\Delta K_{12} \alpha_{12} + \Delta K_{22} \alpha_{22} - \omega^2 \Delta M_{11} \alpha_{11} - \right. \\ \left. 2\omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{22} \alpha_{22} + 1 \right) \end{array} \right) \end{array} \right) + \dots \quad (5.21c)$$

$$\Delta\alpha_{22} = \left(\begin{array}{c} \left(\left(\Delta K_{22} - \omega^2 \Delta M_{22} \right) \left(\begin{array}{c} -\omega^2 \Delta M_{11} \alpha_{12}^2 + \Delta K_{11} \alpha_{12}^2 - 2\omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{12} \alpha_{22} + \\ 2\Delta K_{12} \alpha_{12} \alpha_{22} + \alpha_{22} - \omega^2 \Delta M_{22} \alpha_{22}^2 + \Delta K_{22} \alpha_{22}^2 \end{array} \right) + \right) \\ \alpha_{22} \left(\begin{array}{c} \alpha_{12} \left(\Delta K_{11} \alpha_{11} + \Delta K_{12} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{11} \alpha_{11} - \omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{12} + 1 \right) + \\ \alpha_{22} \left(\Delta K_{12} \alpha_{11} + \Delta K_{22} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{11} - \omega^2 \Delta M_{22} \alpha_{12} \right) \end{array} \right) \\ \left(\Delta K_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \right) \\ \dots \left(\begin{array}{c} \alpha_{12} \left(\Delta K_{11} \alpha_{12} + \Delta K_{12} \alpha_{22} - \omega^2 \Delta M_{11} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{22} \right) \\ \left(\Delta K_{11} \alpha_{11} + 2\Delta K_{12} \alpha_{12} + \Delta K_{22} \alpha_{22} - \omega^2 \Delta M_{11} \alpha_{11} - \right. \\ \left. 2\omega^2 \Delta M_{12} \alpha_{12} - \omega^2 \Delta M_{22} \alpha_{22} + 1 \right) \end{array} \right) \end{array} \right) + \dots \quad (5.21d)$$

eşitlikleri elde edilir. Eşitlik (5.21a-d)'de bilinmeyen yapısal değişiklikler için $\Delta M_{11} = p_1 M_{11}$, $\Delta M_{12} = p_2 M_{12}$, $\Delta M_{22} = p_3 M_{22}$, $\Delta K_{11} = p_4 K_{11}$, $\Delta K_{12} = p_5 K_{12}$, $\Delta K_{22} = p_6 K_{22}$ tanımlamaları yapılarak dinamik esneklik tipindeki FTF'lerdeki değişimler aşağıdaki gibi bilinmeyenlerin ve frekansın bir fonksiyonu olarak yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \Delta\alpha_{11}(\omega) & \Delta\alpha_{12}(\omega) \\ \Delta\alpha_{21}(\omega) & \Delta\alpha_{22}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, \omega) & C_{12}(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, \omega) \\ C_{21}(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, \omega) & C_{22}(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, \omega) \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Deneysel FTF matrisinin sadece ilk satırının ölçüldüğü varsayılır ve (5.22) matris eşitliği buna göre düzenlenirse,

$$f_1(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, \omega) = \Delta\alpha_{11} - C_{11} = 0 \quad (5.23a)$$

$$f_2(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, \omega) = \Delta\alpha_{12} - C_{12} = 0 \quad (5.23b)$$

eşitlikleri elde edilir. Bu denklemlerden bilinmeyen p değerlerinin çözülebilmesi için en az bilinmeyen sayısı kadar denklem olmalıdır. Deneysel FTF matrisinde ilk satırın tamamı kullanılarak sadece bir frekans noktası için elde edilen (5.23a-b) denklem takımı 6 bilinmeyen p değerinin hesaplanabilmesi için yeterli değildir. Bu nedenle denklemlerin, bilinmeyen p değerlerini çözebilecek kadar frekans noktası için oluşturulması gereklidir. Bu durum dikkate alınarak (5.23a-b) denklemlerinde her bir frekans noktası için 2 denklem elde edileceğinden toplam 6 bilinmeyen p değerinin hesaplanabilmesi için denklemler aşağıdaki gibi toplam 3 frekans noktasında oluşturulmalıdır.

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_1(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, \omega) \\ f_2(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, \omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \rightarrow \omega = \omega_{s1}, \omega = \omega_{s2}, \omega = \omega_{s3} \quad (5.24)$$

Bu şekilde elde edilen doğrusal olmayan denklem takımının sayısal olarak çözülmesi ile bilinmeyen p değerleri hesaplanabilir. Burada önemli olan nokta SE modeli üzerinde yapılan değişiklikler hesaplanırken sadece değişiklik yapılacak koordinatlara ait noktasal ve transfer FTF'lerin bilinmesinin yeterli olmasıdır. Buna karşın doğrusal olmayan

denklem takımlarının çözümü, zahmetli ve zaman alıcı bir süreç olmaktadır. Bu durum, geliştirilen yöntemin en önemli dezavantajıdır.

Yapısal değişikliklerin 2 SD'li bir kütle-yay sistemine uygulanarak bilinmeyen p değerlerinin hesaplanabilmesi için gerekli olan denklemlerin elde edilmesine yönelik yapılan bir örnek EK C'de verilmiştir.

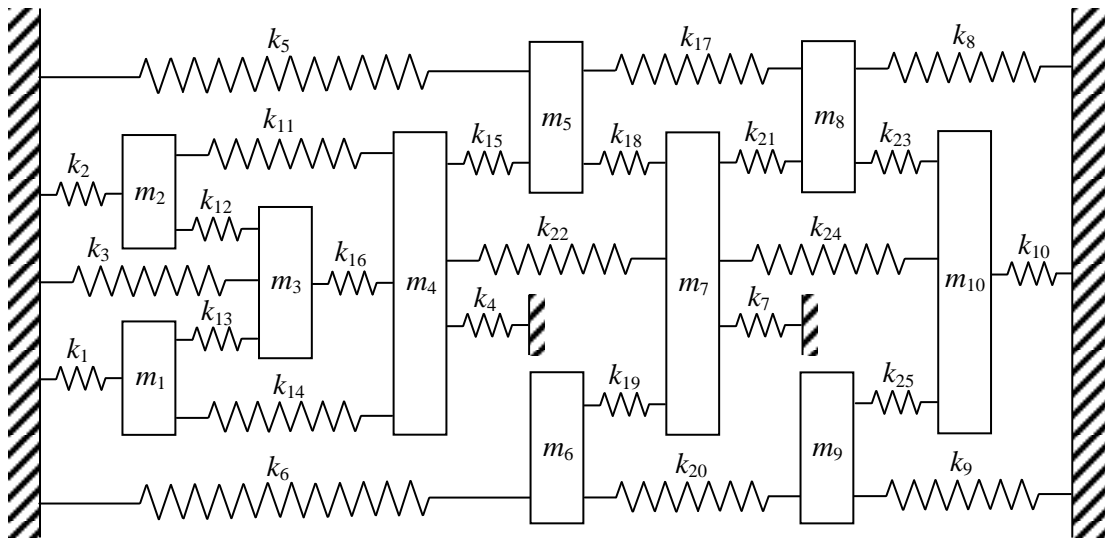
Burada sunulan yöntemin geçerliliği ve performansı bazı sayısal simülasyonlar ve deneysel uygulamalar yapılarak aşağıda incelenmiştir.

5.2. Sayısal Simülasyonlar

Burada geliştirilen yöntemin doğruluğunu gösterebilmek için öncelikle ayırık sistemler üzerinde çeşitli sayısal simülasyonlar gerçekleştirilmiştir.

5.2.1. Sayısal Simülasyon 1: 10 SD'li Kütle-Yay Sistemi

Bu simülasyonda Şekil 5.2'de verilen 10 SD'li bir kütle-yay sistemi dikkate alınmıştır. Şekil 5.2'de verilen sistemin direngenlik ve kütle matrisleri sırası ile (5.25) ve (5.26) eşitliklerinde verilmiştir. Bu eşitlikler incelendiğinde direngenlik ve kütle matrislerinin köşegen ve simetrik olduğu görülmektedir.



Şekil 5.2. 10 SD'li kütle-yay sistemi [162].

alınarak oluşturulan model 'mevcut model' olarak kabul edilmiştir. Mevcut model üzerinde farklı yapısal değişiklikler yapılarak benzetim yolu ile oluşturulan model 'hedef model' olarak adlandırılmıştır. Geliştirilen yöntem ile hesaplanan değişikliklerin mevcut modele uygulanması ile elde edilen model ise 'güncellenmiş model' olarak tanımlanmıştır. Hedef modelin dinamik özelliklerini elde etmek için öncelikle mevcut modelin tüm yay katsayıları sabit tutularak sadece kütlelerinde değişiklikler yapılmıştır.

5.2.1.1. Kütle Değişikliği ile Benzetilmiş Hedef Model Kullanılarak Güncelleme Yapılması

Burada mevcut modelin sadece kütle matrisinin elemanlarında farklı değişiklikler yapılarak hedef model benzetim yolu ile elde edilmiştir. Mevcut model üzerinde yapılan bu değişiklikler Tablo 5.1’de verilmiştir. Bu değişiklikler dikkate alınarak oluşturulan hedef model ile mevcut modelin doğal frekansları Tablo 5.2’de karşılaştırılmıştır.

Tablo 5.1. Hedef modelin benzetimi için mevcut model üzerinde yapılan kütle değişiklikleri

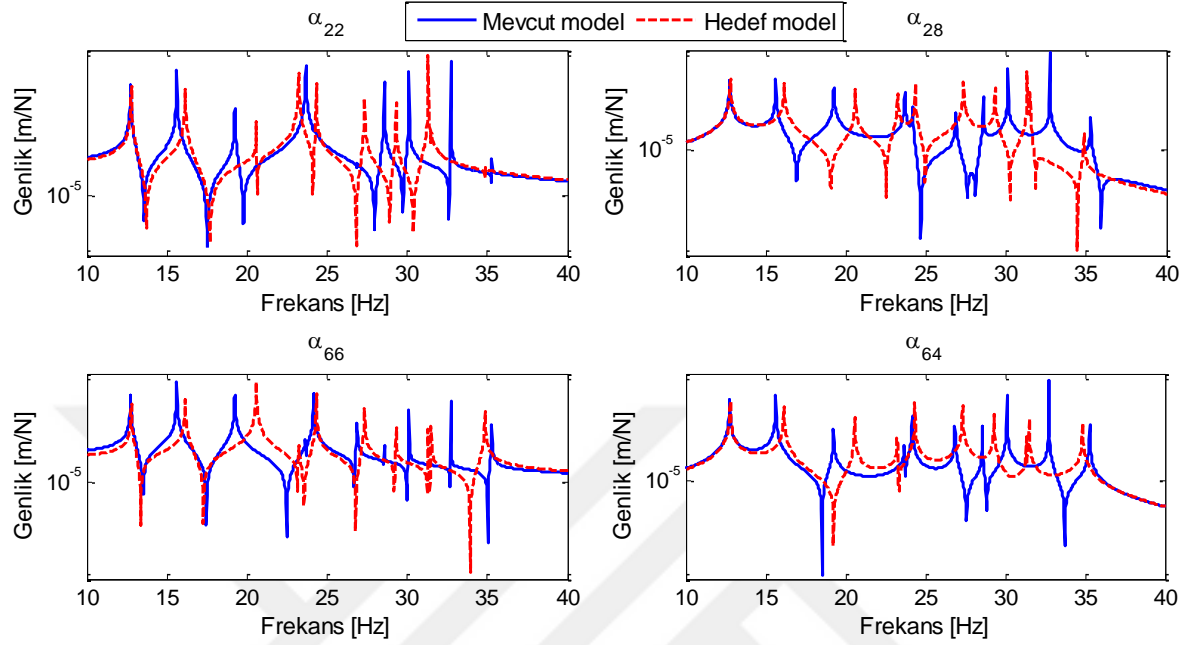
Fiziksel Parametre	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7	m_8	m_9	m_{10}
Değişim Oranı (%)	20	-10	-25	30	-15	-22	-8	16	-26	42

Tablo 5.2. Mevcut ve hedef (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) modellerin doğal frekansları

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar (Hz)		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Hedef Model	Mevcut Model		
1	12.773	12.735	0.038	0.297
2	16.140	15.620	0.52	3.222
3	20.583	19.245	1.338	6.500
4	23.225	23.672	-0.447	-1.925
5	24.331	24.171	0.16	0.658
6	27.335	26.856	0.479	1.752
7	29.300	28.571	0.729	2.488
8	31.300	30.096	1.204	3.847
9	31.509	32.734	-1.225	-3.888
10	34.853	35.277	-0.424	-1.216

Tablo 5.2 incelendiğinde hedef modeli elde etmek amacıyla yapılan kütle değişiklikleri sonucunda 4, 9 ve 10 modlarının doğal frekanslarında azalma olurken diğer modların doğal frekanslarında artış meydana gelmiştir. Bu bağlamda hedef ve mevcut

modeller arasındaki en büyük hata %6.5 ile 6 modunun doğal frekansında meydana gelirken en küçük hata ise %0.297 ile 1 modunun doğal frekansında oluşmuştur.



Şekil 5.3. Mevcut ve hedef (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) modellerin bazı FTF'leri

FTF'ler arasındaki farkı görebilmek amacıyla hedef ve mevcut modellerin dinamik esneklik tipindeki FTF'leri 10-40 Hz frekans aralığında 0.03 Hz adımlarla hesaplanmıştır. Bu FTF'lerden bazıları Şekil 5.3'de görülmektedir.

Şekil 5.3'den de görüleceği üzere yapılan kütle değişiklikleri sonucunda elde edilen hedef ve mevcut modellerin FTF'leri arasında değişik oranlarda farklar oluşmuştur. Burada bu farklardan faydalanarak mevcut modelin güncelleme yapılacaktır.

5.2.1.1.1. Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırının Tamamı Kullanılarak Güncelleme Yapılması

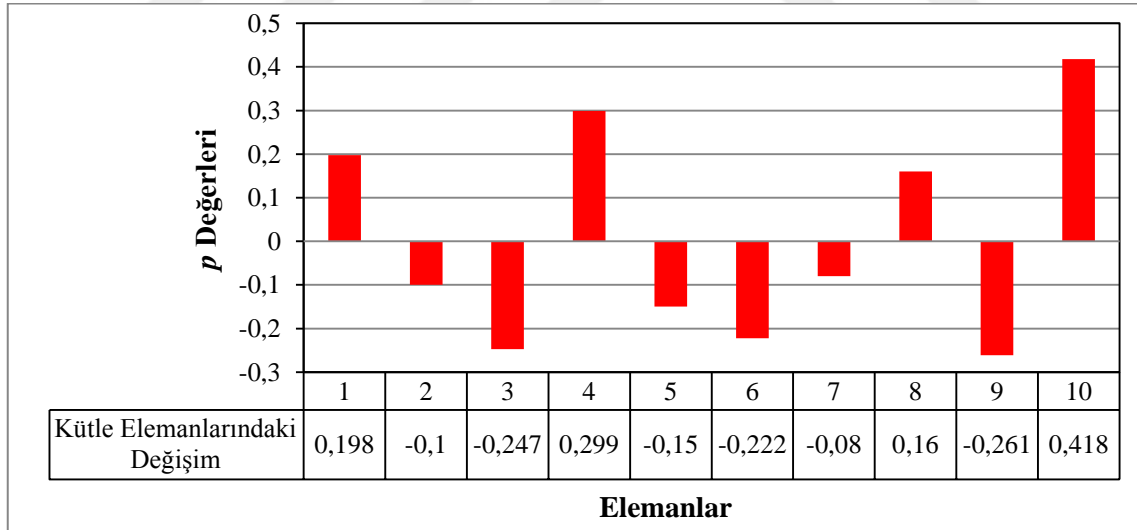
Burada hedef modelin FTF matrisinde ilk satır veya sütununun tamamının (10 adet FTF'nin) elde edildiği varsayılmıştır. Bu uygulamada mevcut modelin sadece kütle matrisinde güncelleme yapılacağından hesaplanması gereken 10 bilinmeyen p değeri olacaktır. Hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın (ilk kolonun) tamamının oluşturulduğu göz önünde bulundurulursa, sadece $10/10=1$ frekans noktasının seçilmesi bilinmeyen p değerlerinin hesaplanabilmesi için yeterli olacaktır. Bu durumlar dikkate alınarak

değişiklik yapılan kütleler için sırası ile $\{p_1, p_2, \dots, p_{10}\}$ değişim oranları tanımlanmış ve 20.4 Hz frekans noktası seçilmiştir. Bu değişikliklerin (5.15) eşitliğinde yerine yazılarak denklemin düzenlenmesi ile aşağıdaki gibi elde edilen,

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_1(p_1, p_2, \dots, p_{10}, \omega) \\ f_2(p_1, p_2, \dots, p_{10}, \omega) \\ \vdots \\ f_{10}(p_1, p_2, \dots, p_{10}, \omega) \end{Bmatrix}_{10 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}_{10 \times 1} \rightarrow \omega_1 = 20.4 \text{ Hz} \quad (5.27)$$

doğrusal olmayan denklem takımının MATLAB'da sayısal olarak çözülmesi ile bilinmeyen p değerleri hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değerler Şekil 5.4'te görülmektedir.

Şekil 5.4'te verilen kütle değişiklikleri incelendiğinde Tablo 5.1'de verilen hedef modelin benzetimi için mevcut model üzerinde yapılan kütle değişiklikleri ile yakından uyduğu görülebilir. Bu değişikliklerin mevcut modelin kütle matrisinde yapılması ile elde edilen güncellenmiş model ve hedef modelin doğal frekansları Tablo 5.3'te verilmiştir.



Şekil 5.4. Hedef modelin (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için mevcut modelin kütle elemanlarındaki değişimi veren p değerleri

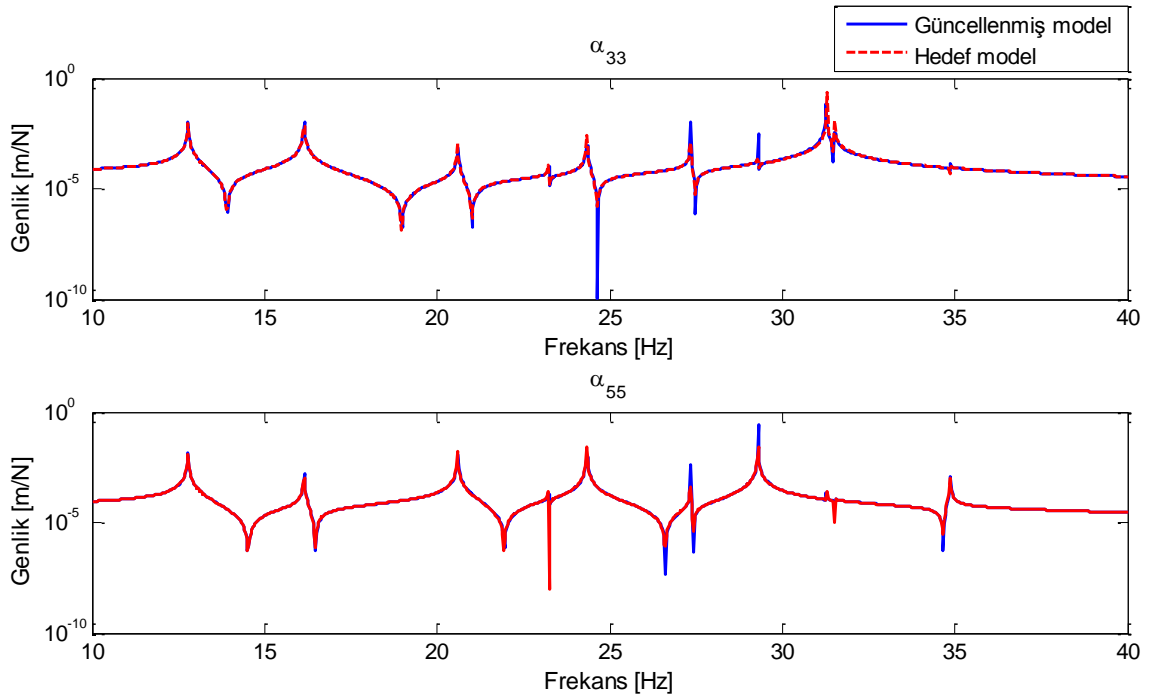
Tablo 5.3'ten görüleceği üzere yapılan güncelleme işlemi sonucunda hedef modelin doğal frekansları ile güncellenmiş modelin doğal frekansları birbirine oldukça yakındır. Doğal frekanslar arasındaki en büyük fark %-0.0632'lik bağıl hata oranı ile 3 modunun

doğal frekansında oluşurken en küçük fark %-0.0095 ile 9 modunun doğal frekansında oluşmuştur.

Tablo 5.3. Hedef modelin (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için güncellenmiş ve hedef modellerin doğal frekansları

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar (Hz)		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Hedef Model	Güncellenmiş Model		
1	12.773	12.775	-0.002	-0.0157
2	16.140	16.144	-0.004	-0.0248
3	20.583	20.596	-0.013	-0.0632
4	23.225	23.235	-0.010	-0.0430
5	24.331	24.341	-0.010	-0.0411
6	27.335	27.344	-0.011	-0.0402
7	29.300	29.306	-0.006	-0.0205
8	31.300	31.286	0.014	0.0447
9	31.509	31.512	-0.003	-0.0095
10	34.853	34.862	-0.009	-0.0258

Güncelleme işleminin FTF'ler üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla hedef ve güncellenmiş modellerin 3 ve 5 koordinatlarına ait sürüş noktası FTF'leri Şekil 5.5'te karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.5. Hedef modelin (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için güncellenmiş ve hedef modellere ait sürüş noktası FTF'leri

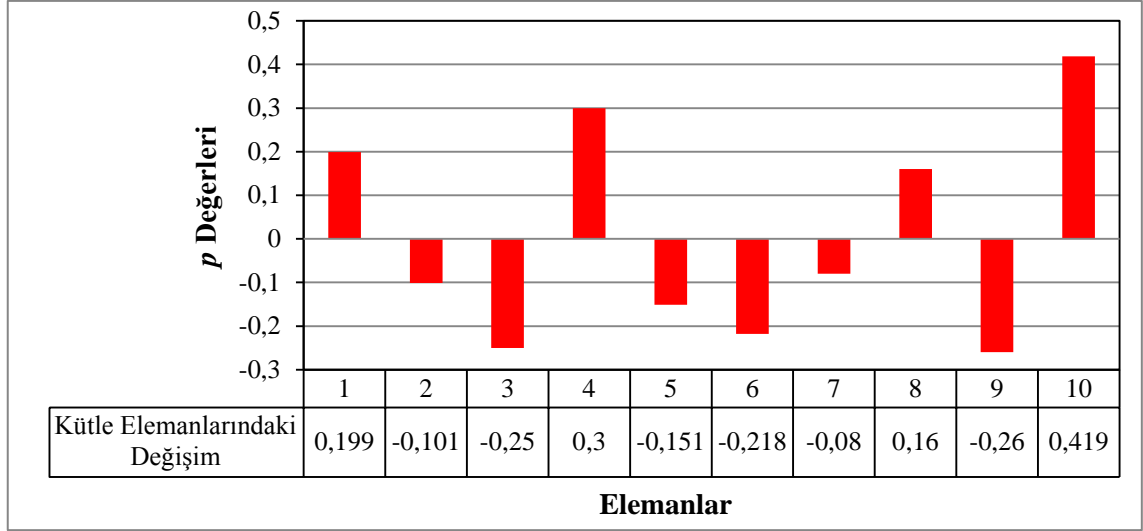
Şekil 5.5 incelendiğinde yapılan güncelleme işlemi sonucunda hedef model ile güncellenmiş modele ait FTF'lerinin çakıştığı açıkça görülmektedir.

5.2.1.1.2. Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırın Tamamının Oluşturulamadığı Durum için Güncelleme Yapılması

Bazı durumlarda deneysel modelin istenilen FTF'leri ölçülemeyebilir. Simülasyonun bu kısmında Şekil 5.2'de verilen 10 SD'li kütle-yay sistemi için kütle değişiklikleri yapılarak benzetim yolu ile elde edilmiş hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamaması durumu dikkate alınmıştır. Bunun için hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın sadece 1, 3, 4, 7 ve 9 koordinatlarına ait FTF'lerin elde edildiği varsayılmıştır. Bu durumda toplam 10 bilinmeyen p değerinin hesaplanabilmesi için $10/5=2$ frekans noktasına ihtiyaç vardır. Bu frekans noktaları 20.4 ve 27.5 Hz olarak seçilmiştir. Bu şartlar dikkate alınarak mevcut değişikliklerin yine (5.15) eşitliğinde yerine yazılıp düzenlenmesi ile (5.28) eşitliğindeki gibi doğrusal olmayan bir denklem takımı elde edilmiştir.

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_1(p_1, p_2, \dots, p_{10}, \omega) \\ f_2(p_1, p_2, \dots, p_{10}, \omega) \\ \vdots \\ f_5(p_1, p_2, \dots, p_{10}, \omega) \end{Bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}_{5 \times 1} \rightarrow \omega_1 = 20.4 \text{ Hz}, \omega_2 = 27.5 \text{ Hz} \quad (5.28)$$

Bu denklem takımının MATLAB'da sayısal olarak çözülmesi ile bilinmeyen p değerleri Şekil 5.6'daki gibi hesaplanmıştır. Şekil 5.6 incelendiğinde hesaplanan p değerlerinin benzetim yolu ile elde edilen hedef model için yapılan kütle değişikliklerine yaklaşık olarak eşit olduğu açıkça görülmektedir. Bu değişikliklerin mevcut modelin kütle matrisinde yapılması ile elde edilen güncellenmiş model ve hedef modelin doğal frekansları Tablo 5.4'te karşılaştırılmıştır. Tablodan görüldüğü gibi güncellenmiş model ile hedef modelin doğal frekansları arasındaki en büyük fark %0.1182 ile 8 modunun doğal frekansında oluşurken en küçük fark ise %-0.0043 ile 4 modunun doğal frekansında meydana gelmiştir.

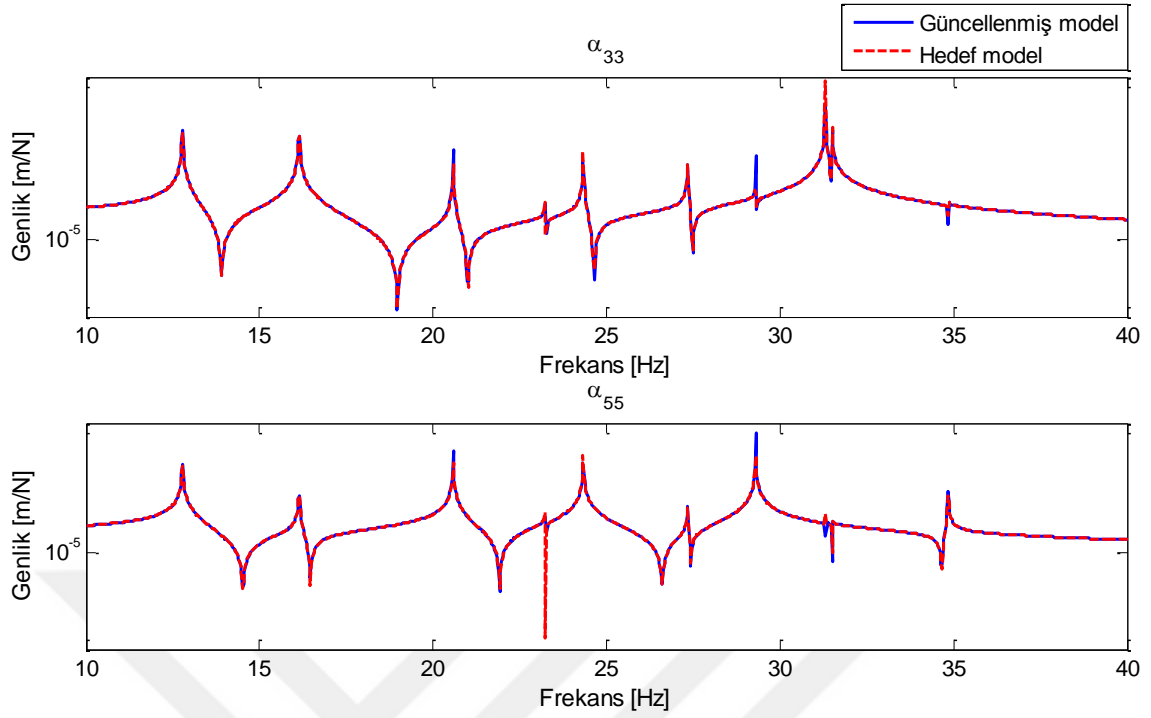


Şekil 5.6. Hedef modelin (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için mevcut modelin kütle elemanlarındaki değişimi veren p değerleri

Hedef model ile güncellenmiş modele ait FTF'lerin arasındaki farkı görebilmek amacıyla 3 ve 5 koordinatlarının sürüş noktası FTF'leri Şekil 5.7'de karşılaştırılmıştır. Şekilde verilen FTF'ler incelendiğinde yapılan güncelleme işlemi sonucunda hedef ve güncellenmiş modellerin FTF'lerinin çakıştığı açıkça görülmektedir.

Tablo 5.4. Hedef modelin (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için güncellenmiş ve hedef modellerin doğal frekansları

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar (Hz)		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Hedef Model	Güncellenmiş Model		
1	12.773	12.774	-0.001	-0.0078
2	16.140	16.142	-0.002	-0.0124
3	20.583	20.596	-0.013	-0.0632
4	23.225	23.226	-0.001	-0.0043
5	24.331	24.341	-0.010	-0.0411
6	27.335	27.344	-0.009	-0.0329
7	29.300	29.305	-0.005	-0.0171
8	31.300	31.263	0.037	0.1182
9	31.509	31.512	-0.003	-0.0095
10	34.853	34.864	-0.011	-0.0316



Şekil 5.7. Hedef modelin (kütle değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için güncellenmiş ve hedef modellere ait sürüş noktası FTF'leri

Mevcut model üzerinde sadece kütle değişikliği yapılarak hedef modelin benzetim yolu ile elde edildiği bu simülasyon çalışmasında deneysel FTF matrisinin ilk satırının tamamının ölçülebildiği veya ölçülemediği durumlar için yapılan güncelleme işlemlerinde gayet başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Farklı fiziksel parametreler ve kombinasyonları kullanılarak güncelleme yapılması aşağıda verilen simülasyon çalışmalarında incelenmiştir.

5.2.1.2. Direngenlik Değişikliği ile Benzetilmiş Hedef Model Kullanılarak Güncelleme Yapılması

Bu simülasyon çalışmasında mevcut modelin sadece direngenlik matrisinin elemanlarında farklı değişiklikler yapılarak hedef model benzetim yolu ile elde edilmiştir. Mevcut model üzerinde yapılan bu değişiklikler Tablo 5.5'te verilmiştir.

Tablo 5.5. Hedef modelin benzetimi için mevcut model üzerinde yapılan direngenlik değişiklikleri

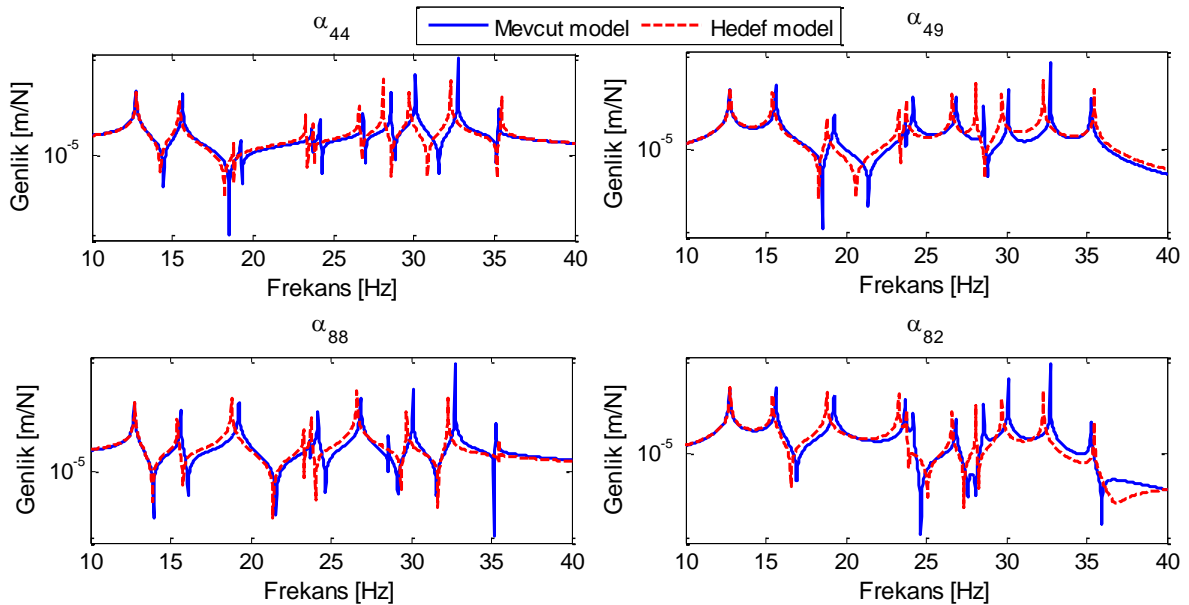
Fiziksel Parametre	k_1	k_2	k_5	k_7	k_8	k_9	k_{12}	k_{14}	k_{15}	k_{16}	k_{18}	k_{19}	k_{21}	k_{22}	k_{23}	k_{25}
Değişim Oranı (%)	10	-15	5	20	-18	-18	-33	10	-21	-26	14	-27	-17	15	24	12

Bu değişiklikler dikkate alınarak oluşturulan hedef model ile mevcut modelin doğal frekansları Tablo 5.6’da karşılaştırılmıştır.

Tablo 5.6. Mevcut model ve dirençlik değişikliği yapılarak benzetim yolu ile elde edilen hedef modelin doğal frekansları

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar (Hz)		Fark (Hz)	Bağıl Hata (%)
	Hedef Model	Mevcut Model		
1	12.697	12.735	-0.038	-0.299
2	15.252	15.620	-0.368	-2.413
3	18.282	19.245	-0.963	-5.267
4	22.350	23.672	-1.322	-5.915
5	23.577	24.171	-0.594	-2.519
6	26.234	26.856	-0.622	-2.371
7	27.231	28.571	-1.340	-4.921
8	29.417	30.096	-0.679	-2.309
9	32.028	32.734	-0.706	-2.204
10	35.490	35.277	-0.087	0.600

Tablo 5.6 incelendiğinde hedef modeli elde etmek amacıyla yapılan dirençlik değişiklikleri sonucunda ilk 9 modun doğal frekanslarında azalma meydana gelirken 10 modunun doğal frekansında artış olmuştur. Yapılan dirençlik değişiklikleri sonucunda hedef ve mevcut modellerin doğal frekansları arasındaki en büyük bağıl hata %-5.915 ile 4 modunda oluşurken en küçük hata %-0.299 ile 1 modunda meydana gelmiştir.



Şekil 5.8. Mevcut ve hedef (dirençlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) modellerin bazı FTF’leri

Hedef model ile mevcut modelin FTF'leri arasındaki farkı görebilmek amacıyla 10-40 Hz frekans aralığında 0.03 Hz adımlarla hesaplanan FTF'lerden bazıları Şekil 5.8'de verilmiştir. Şekilde verilen FTF'ler incelendiğinde direngenlik değişimleri ile elde edilen hedef modelin doğal frekanslarının azalma eğiliminde olduğu görülmektedir. Bu durum mevcut model üzerinde yapılan direngenlik değişimleri sonucunda elde edilen hedef modelin katılığının azalmasından kaynaklanmaktadır.

5.2.1.2.1. Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırın Tamamı Kullanılarak Güncelleme Yapılması

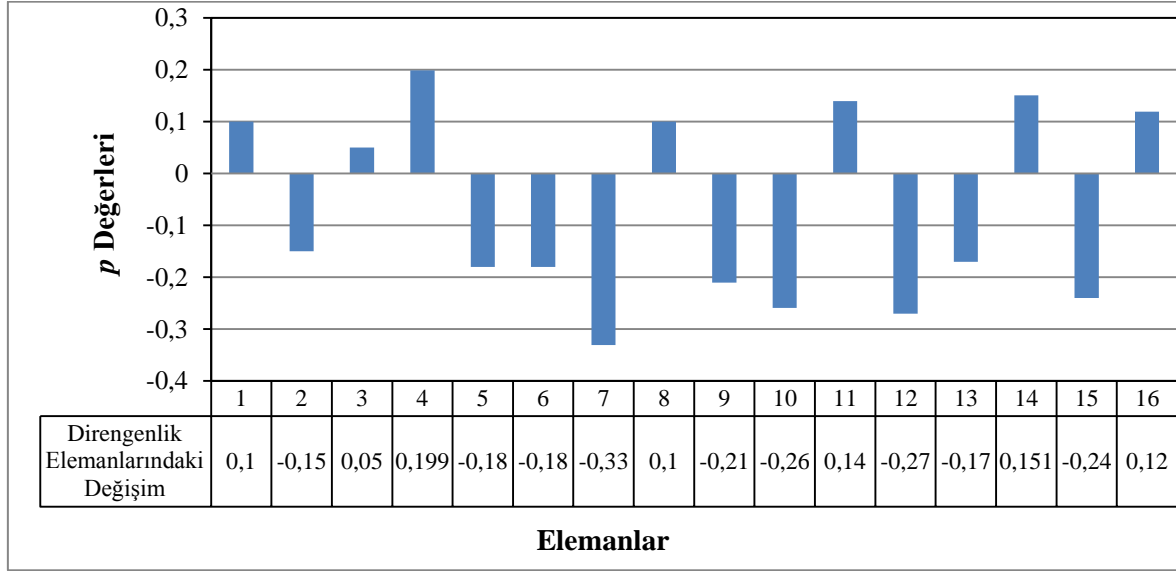
Simülasyonun bu kısmında sadece direngenlik değişiklikleri yapılarak benzetim yolu ile elde edilmiş hedef modelin FTF matrisinin ilk satır veya sütununun tamamının elde edildiği varsayılmıştır. Güncelleme işleminde sadece hedef modelin benzetimi için kullanılan parametreler dikkate alınmıştır. Tablo 5.5'de verilen direngenlik değişiklikleri, 10 SD'li kütle-yay sisteminin tüm koordinatlarını etkilediğinden güncelleme işlemi için mevcut modelin bütün koordinatlarına ait FTF'lerin hesaplanması gereklidir.

Hedef modelin benzetimi için Tablo 5.5'te verilen direngenlik değişiklikleri dikkate alındığında sistemde toplam 16 bilinmeyen p değeri olacaktır. Hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu göz önünde bulundurulursa bu bilinmeyenlerin hesaplanması için $16/10=1.6$ olduğundan en az 2 frekans noktasının bilinmesi gereklidir. Bu frekans noktaları 23.15 ve 27.92 Hz olarak seçilmiştir. Direngenlik matrisinin bilinmeyen elemanları için sırası ile $\{p_1, p_2, \dots, p_{16}\}$ değişiklikleri tanımlanmıştır. Bu değişiklikler yine (5.15) eşitliğinde yerine yazılarak elde edilen denklem düzenlenecek olursa,

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_1(p_1, p_2, \dots, p_{16}, \omega) \\ f_2(p_1, p_2, \dots, p_{16}, \omega) \\ \vdots \\ f_{10}(p_1, p_2, \dots, p_{16}, \omega) \end{Bmatrix}_{10 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}_{10 \times 1} \rightarrow \omega_1 = 23.15 \text{ Hz}, \omega_2 = 27.92 \text{ Hz} \quad (5.29)$$

eşitliği ile verilen denklem sayısının bilinmeyen sayısından fazla olduğu (aşırı belirlenmiş) doğrusal olmayan denklem takımı elde edilmiştir. Bu denklem takımının MATLAB'da en

küçük kareler yöntemi kullanılarak çözülmesi ile bilinmeyen p değerleri hesaplanmıştır. Bu değerler Şekil 5.9'da görülmektedir.

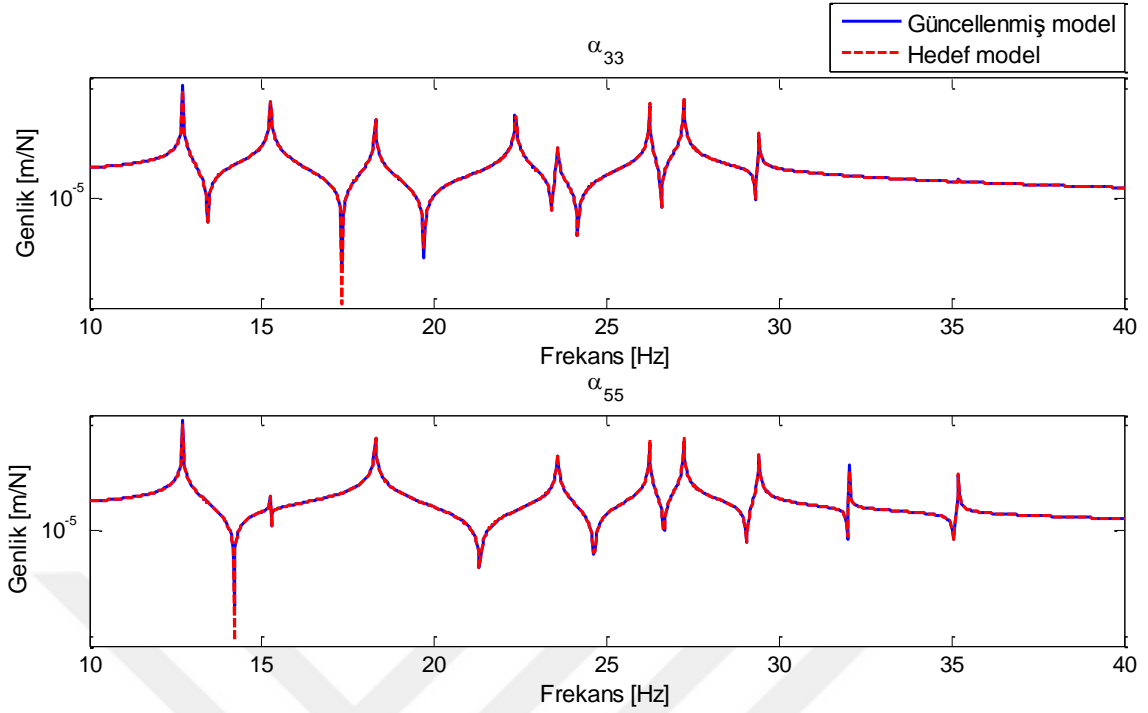


Şekil 5.9. Hedef modelin (dirençlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için mevcut modelin dirençlik elemanlarındaki değişimi veren p değerleri

Şekil 5.9'da verilen p değerleri incelendiğinde Tablo 5.5'te verilen dirençlik değişiklikleri ile uyumlu olduğu görülmektedir. Bu değişikliklerin mevcut modelin dirençlik matrisinde yapılması ile elde edilen güncellenmiş modelin doğal frekansları ve hedef modelin doğal frekansları Tablo 5.7'de verilmiştir. Şekil 5.10'da ise 3 ve 5 koordinatlarına ait sürüş noktası FTF'leri karşılaştırılmıştır.

Tablo 5.7. Hedef modelin (dirençlik değişimi ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için güncellenmiş ve hedef modelin doğal frekansları

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar (Hz)		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Hedef Model	Güncellenmiş Model		
1	12.697	12.697	0.000	0.000
2	15.252	15.252	0.000	0.000
3	18.282	18.283	-0.001	-0,005
4	22.350	22.346	0.004	0,018
5	23.577	23.576	0.001	0,004
6	26.234	26.235	-0.001	-0,004
7	27.231	27.232	-0.001	-0,004
8	29.417	29.416	0.001	0,003
9	32.028	32.029	-0.001	-0,003
10	35.190	35.189	0.001	0,003



Şekil 5.10. Hedef modelin (direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için güncellenmiş ve hedef modellerin sürüş noktası FTF'leri

Tablo 5.7 incelendiğinde güncellenmiş ve hedef modellerin 1 ve 2 modlarına ait doğal frekanslarının birbirlerine tamamen eşit olduğu görülmektedir. Diğer modların doğal frekansları da birbirlerine oldukça yakın ve aralarındaki farklar ihmal edilebilecek kadar küçüktür.

Şekil 5.10'da verilen FTF'ler incelendiğinde hedef ve güncellenmiş modellere ait FTF'lerin çakıştığı görülmektedir.

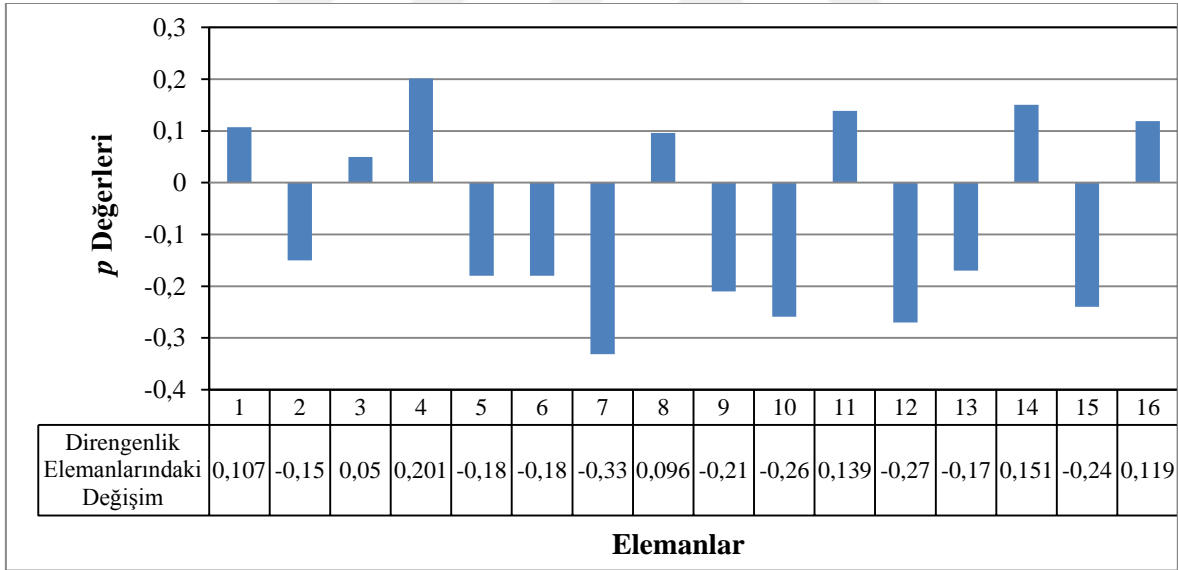
5.2.1.2.2. Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırın Tamamının Oluşturulamadığı Durum için Güncelleme Yapılması

Burada Şekil 5.2'de verilen 10 SD'li kütle-yay sistemi üzerinde Tablo 5.5'te verilen direngenlik değişiklikleri yapılarak oluşturulan hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamaması durumu dikkate alınmıştır. Bu bağlamda hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın sadece 2, 4, 5 ve 8 koordinatlarında oluşturulduğu varsayılmıştır. Bu durumda toplam 16 bilinmeyen p değerinin hesaplanabilmesi için $16/4=4$ frekans noktasına ihtiyaç vardır. Bu frekans noktaları 18.67, 23.15, 27.92 ve 32.12 Hz olarak seçilmiştir. Mevcut değişiklikler, (5.15) eşitliğinde yerine yazılarak elde edilen denklemin

düzenlenmesi ile (5.30) eşitliğindeki gibi doğrusal olmayan bir denklem takımı elde edilmiştir.

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_1(p_1, p_2, \dots, p_{16}, \omega) \\ f_2(p_1, p_2, \dots, p_{16}, \omega) \\ \vdots \\ f_4(p_1, p_2, \dots, p_{16}, \omega) \end{Bmatrix}_{4 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}_{4 \times 1} \rightarrow \begin{matrix} \omega_1 = 18.67 \text{ Hz}, \omega_2 = 23.15 \text{ Hz} \\ \omega_3 = 27.92 \text{ Hz}, \omega_4 = 32.12 \text{ Hz} \end{matrix} \quad (5.30)$$

Bu denklem takımının MATLAB’da sayısal olarak çözülmesi ile bilinmeyen p değerleri hesaplanmış ve Şekil 5.11’de verilmiştir. Şekilde verilen değişiklikler incelendiğinde Tablo 5.5’te verilen direngenlik değişiklikleri ile uyumlu olduğu görülebilir. Bu değişikliklerin mevcut modelin direngenlik matrisinde yapılması ile elde edilen güncellenmiş model ve deneysel modelin doğal frekansları Tablo 5.8’de verilmiştir.



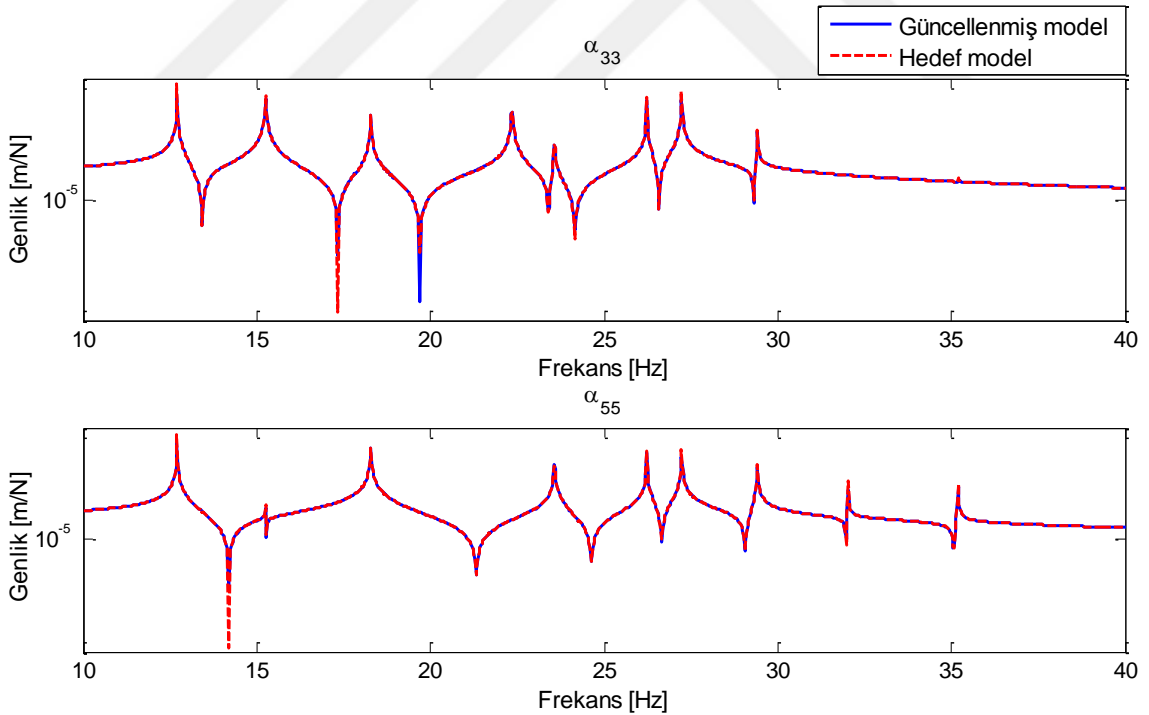
Şekil 5.11. Hedef modelin (direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için mevcut modelin direngenlik elemanlarındaki değişimi veren p değerleri

Tablo 5.8 incelendiğinde güncellenmiş model ile hedef modelin 5 moduna ait doğal frekansların birbirlerine eşit olduğu görülmektedir. Diğer modlarda ise en büyük bağıl hata %-0.018 ile 7 modunun doğal frekansında oluşurken en küçük bağıl hata % ± 0.004 ile 4 ve 6 modlarının doğal frekanslarında meydana gelmiştir. Bu bağıl hata oranları da ihmal edilebilecek kadar küçüktür.

Tablo 5.8.Hedef modelin (direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için hedef model ve güncellenmiş modelin doğal frekansları

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar (Hz)		Fark (Hz)	Bağıl Hata (%)
	Hedef Model	Güncellenmiş Model		
1	12.697	12.699	-0.002	-0.016
2	15.252	15.254	-0.002	-0.013
3	18.282	18.283	-0.001	-0.005
4	22.350	22.349	0.001	0.004
5	23.577	23.577	0.000	0.000
6	26.234	26.235	-0.001	-0.004
7	27.231	27.236	-0.005	-0.018
8	29.417	29.415	0.002	0.007
9	32.028	32.025	0.003	0.009
10	35.190	35.188	0.002	0.006

Güncelleme işleminin FTF'ler üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla hedef ve güncellenmiş modellerin 3 ve 5 koordinatlarına ait sürüş noktası FTF'leri Şekil 5.12'de karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.12. Hedef modelin (direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için güncellenmiş ve hedef modellerin sürüş noktası FTF'leri

Şekil 5.12'den görüleceği üzere güncellenmiş model ile hedef modelin FTF'leri tamamen çakışmaktadır.

Sayısal model üzerinde sadece direngenlik değışikleri yapılarak hedef modelin benzetim yolu ile elde edildiği bu simülasyon çalışmalarında da hedef modelin FTF matrisinde ilk satırının tamamının oluşturulabildiği veya oluşturulamadığı durumlar için başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

5.2.1.3. Kütle ve Direngenlik Değişiklikleri ile Benzetilmiş Hedef Model Kullanılarak Güncelleme Yapılması

Önceki simülasyon çalışmalarında sadece kütle veya sadece direngenlik matrisi elemanlarında değışiklikler yapılarak hedef model oluşturulmuştur. Ancak burada yapılacak olan simülasyon çalışmalarında mevcut modelin hem kütle hem de direngenlik matrisi elemanlarında farklı değışiklikler yapılarak hedef model benzetim yolu ile elde edilmiştir. Bu nedenle güncelleme işlemlerinde mevcut modelin kütle ve direngenlik elemanlarındaki değışimler birlikte hesaplanmıştır. Hedef modeli oluşturmak için mevcut model üzerinde yapılan kütle ve direngenlik değışiklikleri Tablo 5.9’da verilmiştir.

Tablo 5.9. Hedef modelin benzetimi için mevcut model üzerinde yapılan kütle ve direngenlik değışiklikleri

Fiziksel Parametre	m_1	m_3	m_4	m_7	k_1	k_3	k_4	k_7	k_{13}	k_{14}	k_{16}	k_{22}
Değişim Oranı (%)	20	-10	12	15	-18	18	-26	10	-21	-24	12	-25

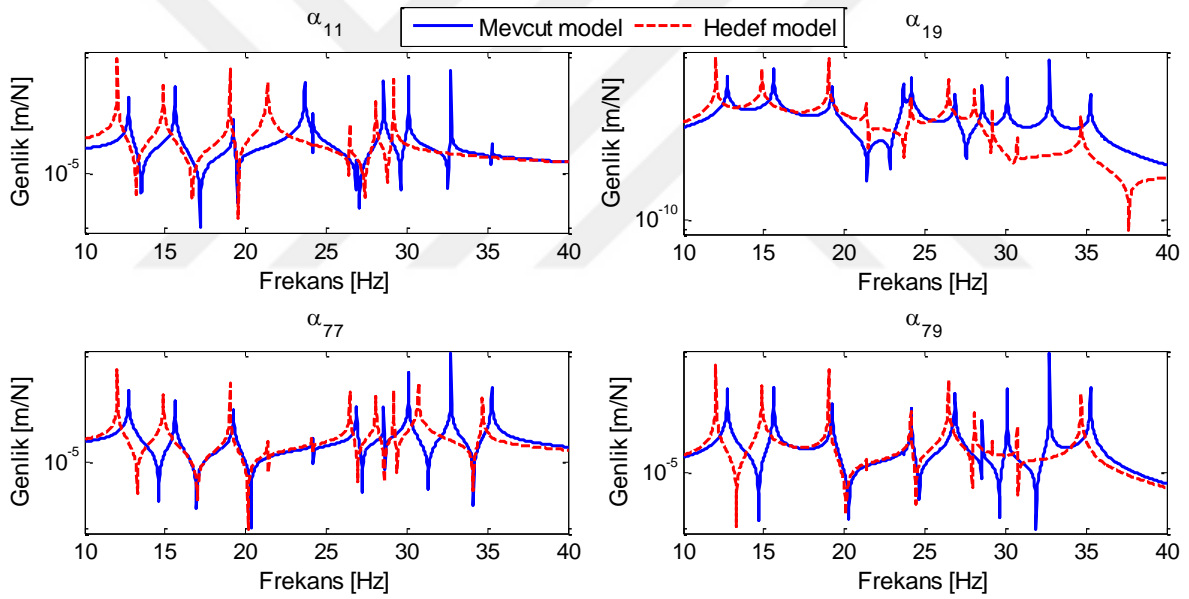
Bu değışiklikler dikkate alınarak oluşturulan hedef model ve mevcut modelin doğal frekansları Tablo 5.10’da karşılaştırılmıştır.

Tablo 5.10. Mevcut model ile kütle ve direngenlik değışiklikleri yapılarak benzetilmiş hedef modelin doğal frekansları

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar (Hz)		Fark (Hz)	Bağıl Hata (%)
	Hedef Model	Mevcut Model		
1	12.022	12.735	-0.713	-5.931
2	14.884	15.620	-0.736	-4.945
3	19.024	19.245	-0.221	-1.162
4	21.351	23.672	-2.321	-10.871
5	24.111	24.171	-0.060	-0.249
6	26.470	26.856	-0.386	-1.458
7	28.084	28.571	-0.487	-1.734
8	29.191	30.096	-0.905	-3.100
9	30.705	32.734	-2.029	-6.608
10	34.704	35.277	-0.573	-1.651

Tablo 5.10 incelendiğinde hedef modeli elde etmek amacıyla yapılan kütle ve direngenlik değişiklikleri sonucunda tüm modların doğal frekanslarında belirli oranlarda azalmalar meydana gelmiştir. Hedef ve mevcut modellerin doğal frekansları arasındaki en büyük bağıl hata %-10.871 ile 4 modunda oluşurken en küçük hata %-0.249 ile 5 modunda meydana gelmiştir. Bu durumu FTF'ler üzerinde görebilmek amacıyla hedef ve mevcut modellerin dinamik esneklik tipindeki FTF'leri 10-40 Hz frekans aralığında 0.03 Hz adımlarla hesaplanmıştır. Bu FTF'lerden bazıları Şekil 5.13'te görülmektedir.

Şekil 5.13 incelendiğinde mevcut model üzerinde yapılan kütle ve direngenlik değişimleri sonucunda elde edilen hedef modelin doğal frekanslarının tüm modlar için azalma eğiliminde olduğu görülmektedir. Bu durum yapılan değişiklikler sonucunda hedef modelin toplam kütlesinin artması ve toplam katılığının azalmasından kaynaklanmaktadır.



Şekil 5.13. Mevcut ve hedef (kütle ve direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) modellerin bazı FTF'leri

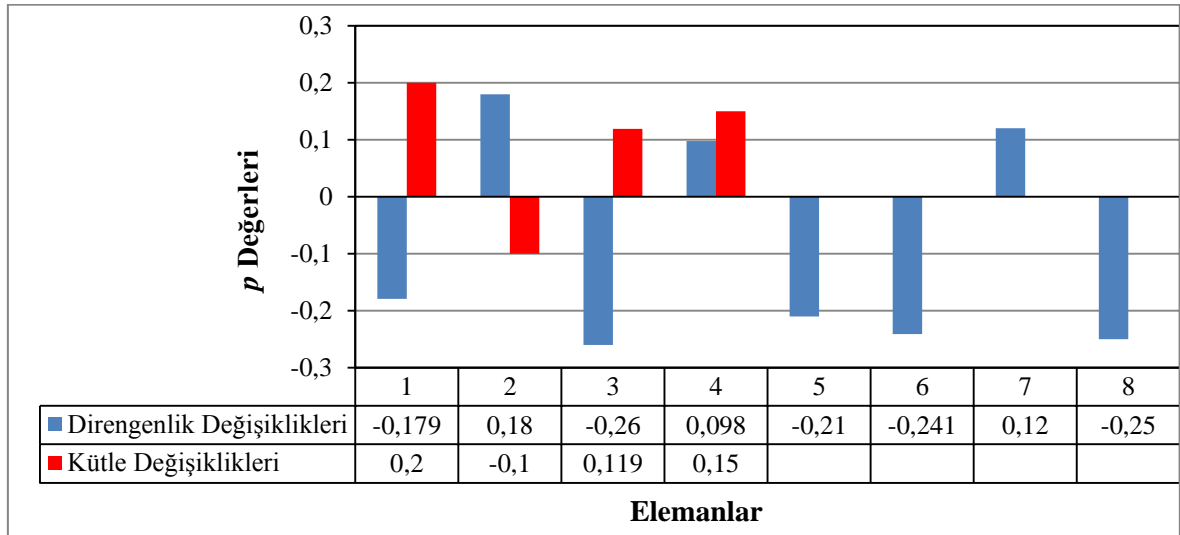
5.2.1.3.1. Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırın Tamamı Kullanılarak Güncelleme Yapılması

Bu simülasyonda mevcut model üzerinde kütle ve direngenlik değişiklikleri yapılarak benzetim yolu ile elde edilmiş hedef modelin FTF matrisinde ilk satır veya sütununun tamamının oluşturulduğu durum dikkate alınmıştır. Güncelleme işleminde sadece hedef modelin benzetimi için kullanılan parametreler seçilmiştir.

Tablo 5.9’da verilen kütle ve direngenlik değışiklikleri dikkate alındığında sistemde toplam 12 bilinmeyen p değeri olacaktır. Bu bilinmeyenlerin hesaplanması için $12/10=1.2$ olacağından en az 2 frekans noktasının seçilmesi yeterli olacaktır. Kütle ve direngenlik matrislerinin bilinmeyen elemanları için sırası ile $\{p_1, p_2, \dots, p_{12}\}$ değışim oranları tanımlanmıştır. Bu değışiklikler (5.15) eşitliğinde yerine yazılarak elde edilen denklem düzenlenecek olursa,

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_1(p_1, p_2, \dots, p_{12}, \omega) \\ f_2(p_1, p_2, \dots, p_{12}, \omega) \\ \vdots \\ f_{10}(p_1, p_2, \dots, p_{12}, \omega) \end{Bmatrix}_{10 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}_{10 \times 1} \rightarrow \omega_1 = 14.51 \text{ Hz}, \omega_2 = 21.02 \text{ Hz} \quad (5.31)$$

eşitliği ile verilen doğrusal olmayan denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımı seçilen iki frekans noktası $\omega_1 = 14.51$ ve $\omega_2 = 21.02$ Hz için yazılarak aşırı belirlenmiş denklem takımı oluşturulur. Oluşturulan denklem takımının MATLAB’da en küçük kareler yöntemi kullanılarak çözülmesi ile hesaplanan p değeri Şekil 5.14’te verilmiştir.



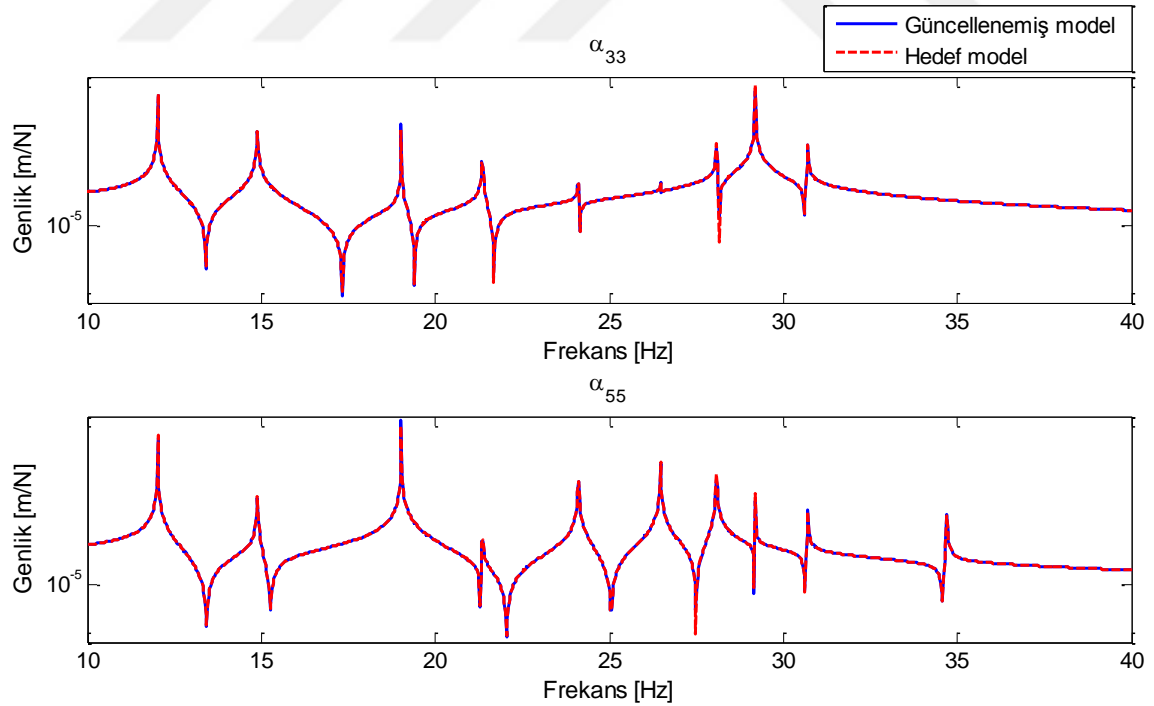
Şekil 5.14. Hedef modelin (kütle ve direngenlik değışiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için mevcut modelin kütle ve direngenlik elemanlarındaki değışimi veren p değeri

Şekil 5.14’te verilen kütle ve direngenlik değışimleri incelendiğinde Tablo 5.9’da verilen kütle ve direngenlik değışikliklerine yaklaşık olarak eşit olduğu görülmektedir. Bu

değişikliklerin mevcut model üzerinde yapılması ile elde edilen güncellenmiş modelin doğal frekansları ve benzetim yolu ile elde edilen hedef modelin doğal frekansları Tablo 5.11’de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 5.11. Hedef modelin (kütle ve direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için güncellenmiş ve hedef modellerin doğal frekansları

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar (Hz)		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Hedef Model	Güncellenmiş Model		
1	12.022	12.023	-0.001	-0.008
2	14.884	14.884	0.000	0.000
3	19.024	19.024	0.000	0.000
4	21.351	21.350	0.001	0.005
5	24.111	24.112	-0.001	-0.004
6	26.470	26.470	0.000	0.000
7	28.084	28.087	-0.003	-0.011
8	29.191	29.192	-0.001	-0.003
9	30.705	30.706	-0.001	-0.003
10	34.704	34.704	0.000	0.000



Şekil 5.15. Hedef modelin (kütle ve direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için güncellenmiş ve hedef modellerin sürüş noktası FTF’leri

Tablo 5.11 incelendiğinde yapılan güncelleme işlemi sonucunda güncellenmiş ve hedef modellerin 2, 3, 6 ve 10 modlarına ait doğal frekanslarının birbirlerine tamamen eşit olduğu görülmektedir. Diğer modların doğal frekansları arasındaki bağıl hata oranları ise ihmal edilebilecek kadar küçüktür.

Güncelleme işleminin FTF'ler üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla hedef ve güncellenmiş modellerin 3 ve 5 koordinatlarına ait sürüş noktası FTF'leri Şekil 5.15'te karşılaştırılmıştır. Şekilde verilen sürüş noktası FTF'leri incelendiğinde hedef ve güncellenmiş modellerin FTF'lerinin tamamen çakıştığı görülmektedir.

5.2.1.3.2. Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırının Tamamının Oluşturulamadığı Durum için Güncelleme Yapılması

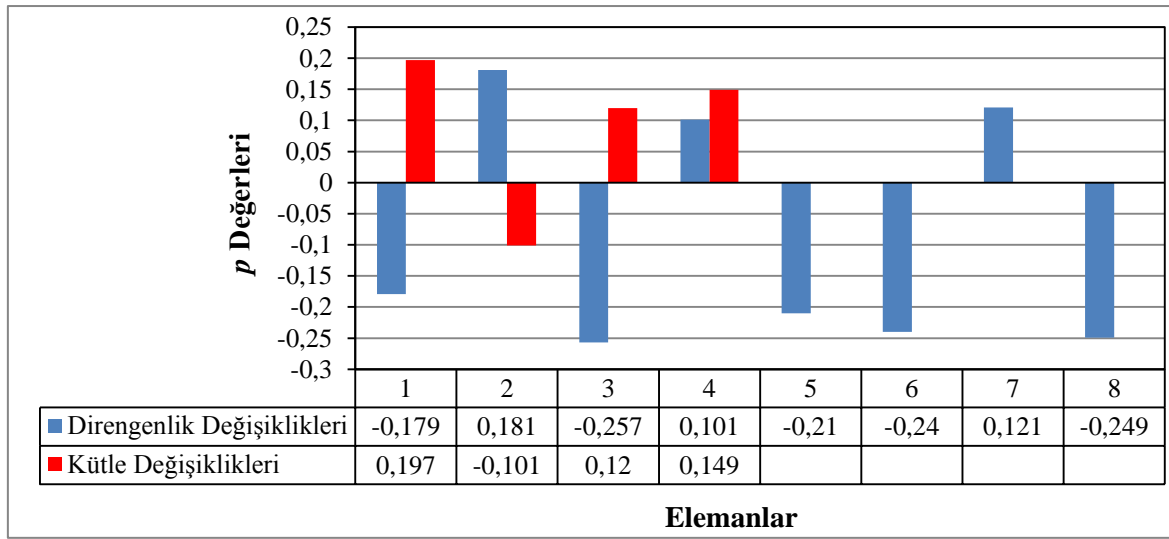
Burada Şekil 5.2'de verilen 10 SD'li kütle-yay sistemi üzerinde Tablo 5.9'da verilen kütle ve dirençlilik değişiklikleri yapılarak oluşturulan hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamaması durumu dikkate alınmıştır. Bu bağlamda hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın sadece 1, 3, 4 ve 7 koordinatlarında oluşturulduğu varsayılmıştır. Tablo 5.9'da verilen kütle ve dirençlilik değişiklikleri incelendiğinde Şekil 5.2'de verilen 10 SD'li kütle-yay sisteminin 1, 3, 4 ve 7 koordinatlarını etkilediği görülebilir. Bu durum dikkate alınarak güncelleme işlemi için mevcut modele ait FTF'lerden sadece 1, 3, 4 ve 7 koordinatlarına ait sürüş noktası ve transfer FTF'lerin hesaplanması yeterli olacaktır.

Hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın sadece 4 elemanının oluşturulduğu dikkate alınacak olursa toplam 12 bilinmeyen p değerinin hesaplanabilmesi için $12/4=3$ frekans noktasının bilinmesine ihtiyaç vardır. Bu frekans noktaları 14.51, 21.02 ve 29.25 Hz olarak seçilmiştir. Güncelleme için mevcut değişiklikler (5.15) eşitliğinde yerine yazılarak elde edilen denklemin düzenlenmesi ile (5.32) eşitliğindeki gibi doğrusal olmayan bir denklem takımı elde edilmiştir.

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_1(p_1, p_2, \dots, p_{12}, \omega) \\ f_2(p_1, p_2, \dots, p_{12}, \omega) \\ \vdots \\ f_4(p_1, p_2, \dots, p_{12}, \omega) \end{Bmatrix}_{4 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}_{4 \times 1} \rightarrow \begin{matrix} \omega_1 = 14.51 \text{ Hz} \\ \omega_2 = 21.02 \text{ Hz} \\ \omega_3 = 29.25 \text{ Hz} \end{matrix} \quad (5.32)$$

Bu denklem takımının MATLAB’da sayısal olarak çözülmesi ile bilinmeyen p değerleri hesaplanmış ve Şekil 5.16’da verilmiştir.

Şekil 5.16 incelendiğinde geliştirilen SE güncelleme yöntemi ile hesaplanan kütle ve dirençlik değişikliklerinin Tablo 5.9’da verilen ve hedef modelin benzetimi için yapılan kütle ve dirençlik değişiklikleri ile tamamen uyduğu görülmektedir. Bu değişikliklerin mevcut model üzerinde yapılması ile elde edilen güncellenmiş model ve benzetim yolu ile elde edilmiş hedef modelin doğal frekansları Tablo 5.12’de verilmiştir.

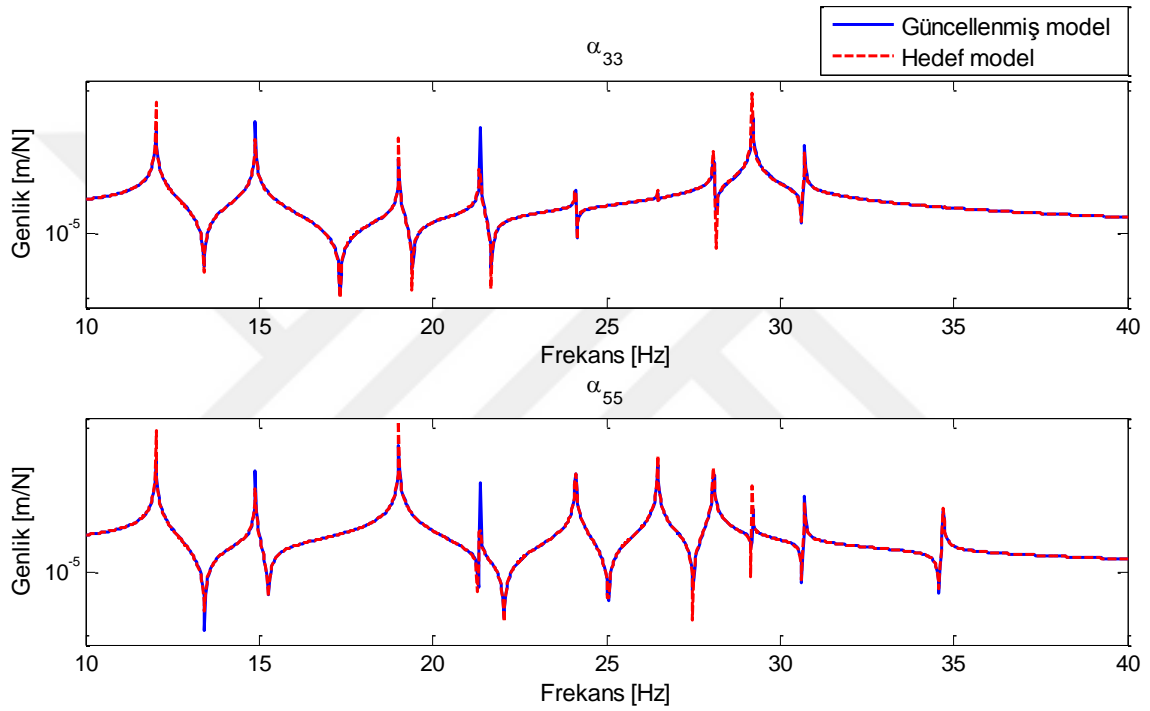


Şekil 5.16. Hedef modelin (kütle ve dirençlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için mevcut modelin kütle ve dirençlik elemanlarındaki değişimi veren p değerleri

Tablo 5.12. Hedef modelin (kütle ve dirençlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için güncellenmiş ve hedef modellerin doğal frekansları

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar (Hz)		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Hedef Model	Güncellenmiş Model		
1	12.022	12.028	-0.006	-0.050
2	14.884	14.890	-0.006	-0.040
3	19.024	19.028	-0.004	-0.021
4	21.351	21.366	-0.015	-0.070
5	24.111	24.117	-0.006	-0.025
6	26.470	26.473	-0.003	-0.011
7	28.084	28.092	-0.008	-0.028
8	29.191	29.210	-0.019	-0.065
9	30.705	30.717	-0.012	-0.039
10	34.704	34.706	-0.002	-0.006

Tablo 5.12 incelendiğinde güncellenmiş model ile hedef modelin tüm modlarına ait doğal frekansların birbirlerine oldukça yakın olduğu görülmektedir. Bütün modlar dikkate alındığında en büyük bağıl hata %-0.070 ile 4 modunun doğal frekansında oluşurken en küçük bağıl hata %-0.006 ile 10 modunun doğal frekansında meydana gelmiştir. Bu durumu FTF'ler üzerinde görebilmek amacıyla hedef ve güncellenmiş modellerin 3 ve 5 koordinatlarına ait sürüş noktası FTF'leri Şekil 5.17'de karşılaştırılmıştır.



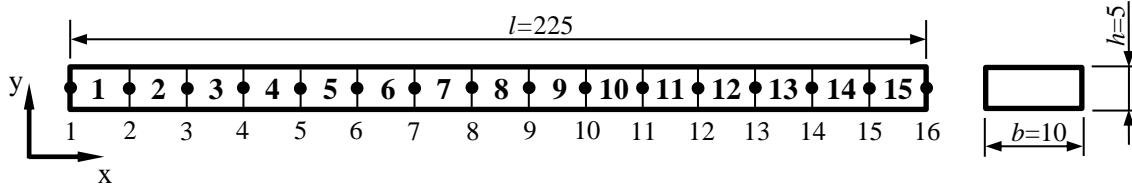
Şekil 5.17. Hedef modelin (kütle ve direngenlik değişiklikleri ile benzetilmiş model) FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için güncellenmiş ve hedef modellerin sürüş noktası FTF'leri

Şekil 5.17'de verilen FTF'ler incelendiğinde güncellenmiş model ile hedef modelin FTF'lerinin çakıştığı görülmektedir.

Hedef modelin, kütle ve direngenlik değişiklikleri yapılarak benzetim yolu ile elde edildiği bu çalışmalarda da geliştirilen yöntem ile yapılan güncelleme işlemlerinde başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

5.2.2. Sayısal Simülasyon 2: Serbest-Serbest Kiriş Modeli

Bu simülasyonda sürekli sistemlere örnek teşkil etmesi bakımından Şekil 5.18’de SE modeli verilen 225x10x5 mm boyutlarında ve serbest-serbest sınır koşullarına sahip AISI 1040 çeliğinden üretilmiş dikdörtgen kesitli bir kiriş dikkate alınmıştır.



Şekil 5.18. Dikdörtgen kesitli serbest-serbest kirişin SE modeli

Şekil 5.18’de verilen kiriş için AISI 1040 çeliğine ait bazı mekanik ve fiziksel özellikler Tablo 5.13’te verilmiştir.

Tablo 5.13. AISI 1040 çeliğinin mekanik ve fiziksel özellikleri [163].

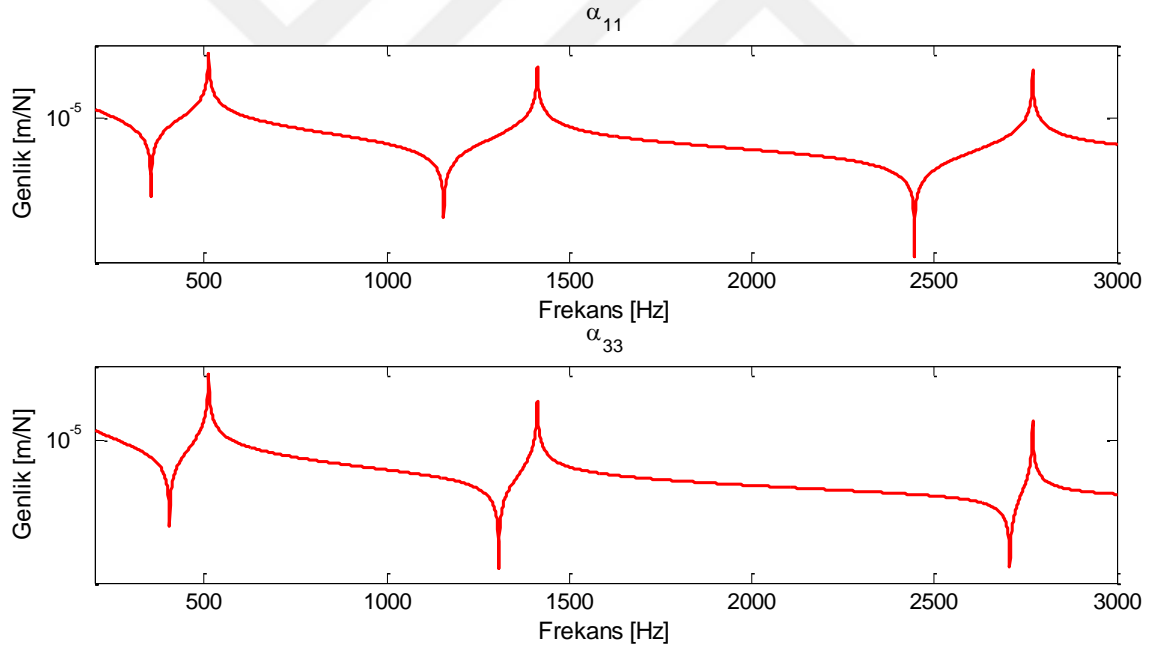
<i>Parametre</i>	Elastisite Modülü (E , GPa)	Kayma Modülü (G , GPa)	Yoğunluk (ρ , kg/m ³)	Poisson Oranı (ν)
<i>Değeri</i>	200	80	7850	0.29

Şekil 5.18’de verilen geometrik ölçüler ile Tablo 5.13’teki mekanik ve fiziksel özellikler dikkate alınarak kirişin SE modelleri oluşturulmuştur. Öncelikle kirişin 16 düğüm ve 15 elemandan oluşan SE modeli BEAM3 (3 SD’li iki boyutlu elastik eleman) eleman tipi kullanılarak ANSYS’de oluşturulmuştur. Daha sonra Ek D’de verilen Euler-Bernoulli kiriş modeli kullanılarak yine 16 düğüm ve 15 elemandan oluşacak şekilde MATLAB’da modellenmiştir. Son olarak oluşturulan bu modellerin y yönündeki eğilme titreşimleri dikkate alınarak modal analizleri yapılmış ve ilk beş mod için elde edilen doğal frekanslar Tablo 5.14’te karşılaştırılmıştır. Tabloda verilen doğal frekanslar incelendiğinde MATLAB ve ANSYS analizlerinden elde edilen sonuçların birbirine oldukça yakın olduğu görülmektedir. Bundan sonra MATLAB’da oluşturulan model 'hedef model' olarak kabul edilmiş ve gerçekleştirilen tüm analizler MATLAB’da yapılmıştır.

Tablo 5.14. Kirişin ilk beş modu için MATLAB ve ANSYS analizlerine ait doğal frekanslar

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekans (Hz)	
	MATLAB	ANSYS
1	512.4	512.2
2	1412.7	1413.4
3	2769.8	2768.7
4	4580.0	4582.1
5	6846.0	6848.3

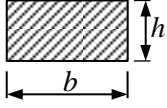
Kirişin hedef modeline ait FTF'leri MATLAB'da (2.33) eşitliği yardımı ile 200-3000 Hz aralığında 1 Hz artımlarla hesaplanmıştır. Bu FTF'lerden 1 ve 3 koordinatlarına ait olan sürüş noktası FTF'leri Şekil 5.19'da verilmiştir.



Şekil 5.19. Kirişin hedef modeline ait sürüş noktası FTF'leri

Şekil 5.18'de verilen kirişin bazı elemanlarında Tablo 5.15'te verilen geometrik (kesit boyutları) ve parametrik (mekanik ve fiziksel) değişiklikler yapılmıştır. Bu değişiklikler sonucunda oluşan model 'mevcut model' olarak kabul edilmiştir.

Tablo 5.15. Kirişin mevcut modelini oluşturmak için hedef model üzerinde yapılan değişiklikler

Eleman Numarası	Değişiklik Türü		Değişim Oranları			
	Geometrik	Parametrik	E	ρ	b	h
		E, ρ				
2	X				1.1	
3	X					1.3
6		X	0.9			
8		X		1.3		
12		X	1.2			
14	X				0.9	

Ek D’de verilen Euler-Bernoulli kiriş modeli için kütle ve direngenlik matrisleri sırası ile (D.4) ve (D.7) eşitlikleri ile verilmektedir. Bu eşitlikler incelendiğinde elemanın kesitinde yapılan değişikliklerin hem kütle hem de direngenlik matrislerini etkilediği görülmektedir. Elastisite modülü ve yoğunlukta yapılan değişiklikler ise sırası ile sadece direngenlik ve kütle matrislerini etkilemektedirler. Tablo 5.15’te verilen değişiklikler dikkate alındığında 2, 3 ve 14 numaralı elemanlarda kütle ve direngenlik değişimleri olmasına karşın 6 ve 12 numaralı elemanlarda direngenlik değişimi, 8 numaralı elemanda ise kütle değişimi olmuştur.

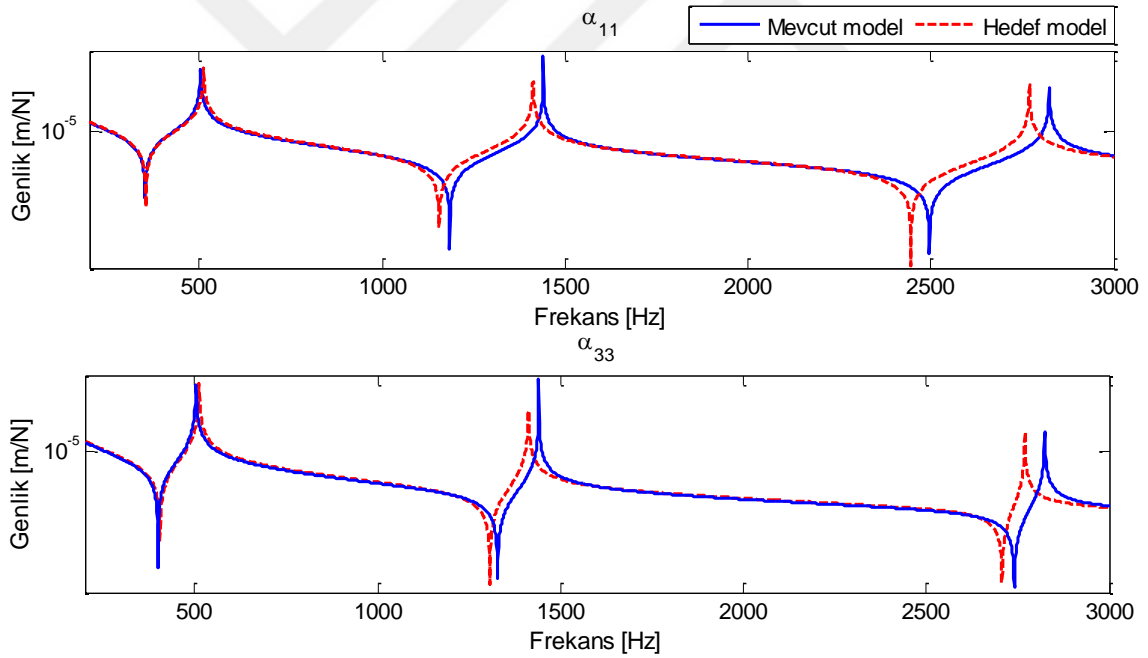
Tablo 5.15’te verilen değişikliklerin dışındaki diğer tüm özelliklerin hedef model ile aynı olduğu dikkate alınarak yapılan modal analiz sonucunda mevcut model için elde edilen doğal frekanslar ile hedef modelin doğal frekansları Tablo 5.16’da karşılaştırılmıştır.

Tablo 5.16. Kirişin hedef ve mevcut modellerinin ilk beş moduna ait doğal frekanslar

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar [Hz]		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Hedef Model	Mevcut Model		
1	512.4	504.3	8.1	1.58
2	1412.7	1440.1	-27.4	-1.94
3	2769.8	2824.0	-54.2	-1.96
4	4580.0	4717.0	-137	-2.99
5	6846.0	6903.5	-57.5	-0.84

Tablo 5.16 incelendiğinde yapılan değişiklikler sonucunda elde edilen mevcut model ile hedef modelin doğal frekansları arasındaki en küçük farkın %-0.84 bağıl hata oranı ile 5 modunun doğal frekansında meydana geldiği görülmektedir. Bunu sırası ile %1.58, %-1.94 ve %-1.96 hata oranlarının olduğu 1, 2 ve 3 modlarının doğal frekansları izlemiştir. En büyük fark ise %-2.99 ile 4 modunun doğal frekansında meydana gelmiştir.

Mevcut modelin FTF'leri yine MATLAB yazılımı kullanılarak (2.33) eşitliği yardımı ile 200-3000 Hz aralığında 1 Hz artımlarla hesaplanmıştır. Mevcut model ile hedef modelin 1 ve 3 koordinatlarına ait sürüş noktası FTF'leri Şekil 5.20'de karşılaştırılmıştır. Şekilde verilen FTF'ler incelendiğinde hedef ve mevcut modellerin FTF'leri arasındaki fark açıkça görülmektedir. Burada geliştirilen yöntem kullanılarak bu farkı oluşturan değişikliklerin belirlenebilmesi amacıyla hedef modelin FTF matrisinde ilk satırının tamamının oluşturulduğu ve oluşturulmadığı durumlar için simülasyonlar yapılmıştır.



Şekil 5.20. Kirişin hedef ve mevcut modellerine ait sürüş noktası FTF'leri

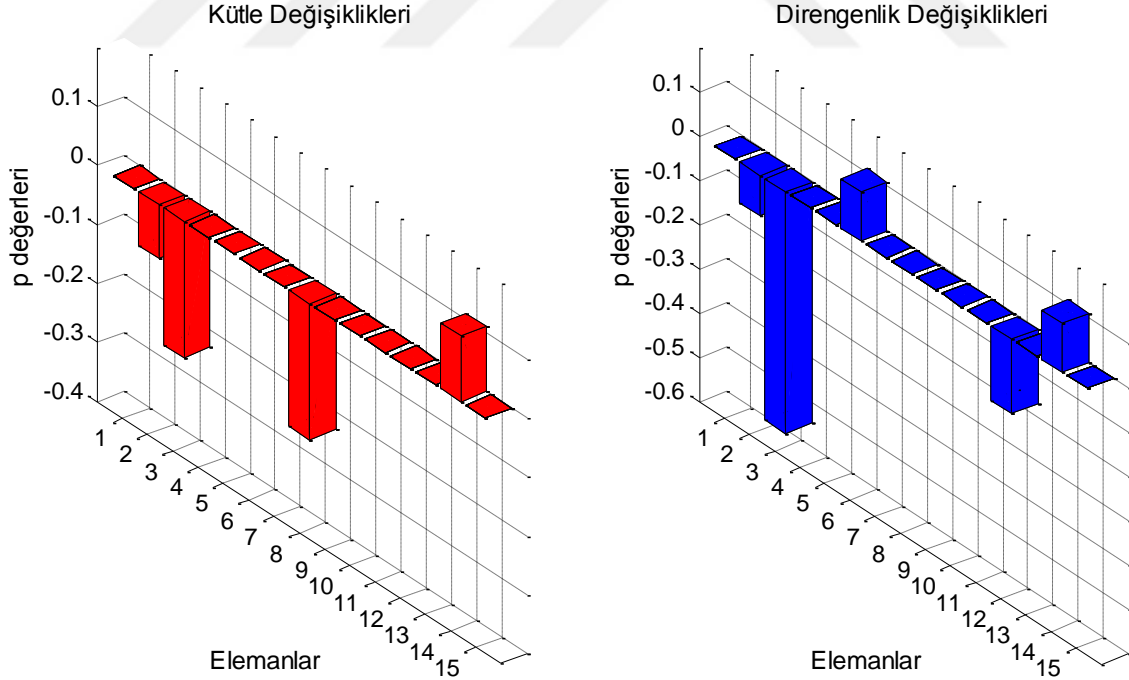
5.2.2.1. Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırın Tamamı Kullanılarak Güncelleme Yapılması

Önceki simülasyon çalışmalarında olduğu gibi burada da hedef modelin FTF matrisinde ilk satırının tamamının oluşturulabildiği durum dikkate alınmıştır. Güncelleme işlemi için kirişin SE modelindeki tüm elemanlarda değişiklik yapılmıştır. Toplam 15

eleman için kütle ve direnç değışiklikleri yapılacağından sistemde 30 bilinmeyen p değeri olacaktır. Hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu varsayıldığından bilinmeyen p değeri için $30/16=1.875$ olduğundan en az 2 frekans noktasının bilinmesi gereklidir. Bu durum dikkate alınarak çözüm için 1405 ve 2761 Hz frekans noktaları seçilmiştir. Tüm elemanlarda yapılan kütle ve direnç değışiklikleri yine (5.15) eşitliğinde yerine yazılarak (5.25) eşitliği ile verilen denklem sayısının bilinmeyen sayısından fazla olduğu denklem takımı elde edilmiştir.

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_1(p_1, p_2, \dots, p_{30}, \omega) \\ f_2(p_1, p_2, \dots, p_{30}, \omega) \\ \vdots \\ f_{16}(p_1, p_2, \dots, p_{30}, \omega) \end{Bmatrix}_{16 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}_{16 \times 1} \rightarrow \omega_1 = 1405 \text{ Hz}, \omega_2 = 2761 \text{ Hz} \quad (5.25)$$

Eşitlik (5.25)'te verilen denklem takımı MATLAB'da en küçük kareler yöntemi ile çözülerek, p değeri Şekil 5.21'deki gibi hesaplanmıştır.

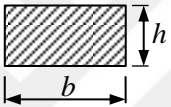


Şekil 5.21. Kirişin hedef modeline ait FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için mevcut modelin kütle ve direnç elemanlarındaki değışimi veren p değeri

Şekil 5.21’de görüldüğü gibi yapılan güncelleme işlemi sonucunda 2, 3 ve 14 numaralı elemanlarda hem kütle hem de direngenlik değişiklikleri hesaplanmıştır. Buna karşın 8 numaralı elemanlarda sadece kütle değişikliği hesaplanırken 6 ve 12 numaralı elemanlarda sadece direngenlik değişikliği hesaplanmıştır.

Değişiklik yapılan elemanlar için yeni mekanik, fiziksel ve geometrik özellikler EK D’de verilen (D.4) ve (D.7) eşitlikleri kullanılarak hesaplanmış ve Tablo 5.17’de verilmiştir. Tabloda parantez içerisinde verilen değerler hedef modeli elde edebilmek için mevcut model üzerinde yapılması gerekli olan doğru değişiklikleri vermektedir.

Tablo 5.17. Kirişin hedef modelinin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için mevcut modelin elemanlarında yapılması gereken değişiklikler

Eleman Numarası	Değişiklik Türü		Değişim Oranları			
	Geometrik 	Parametrik E, ρ	E	ρ	b	h
2	X				0.910 (0.909)	
3	X					0.769 (0.769)
6		X	1.113 (1.111)			
8		X		0.770 (0.769)		
12		X	0.833 (0.833)			
14	X				1.109 (1.111)	

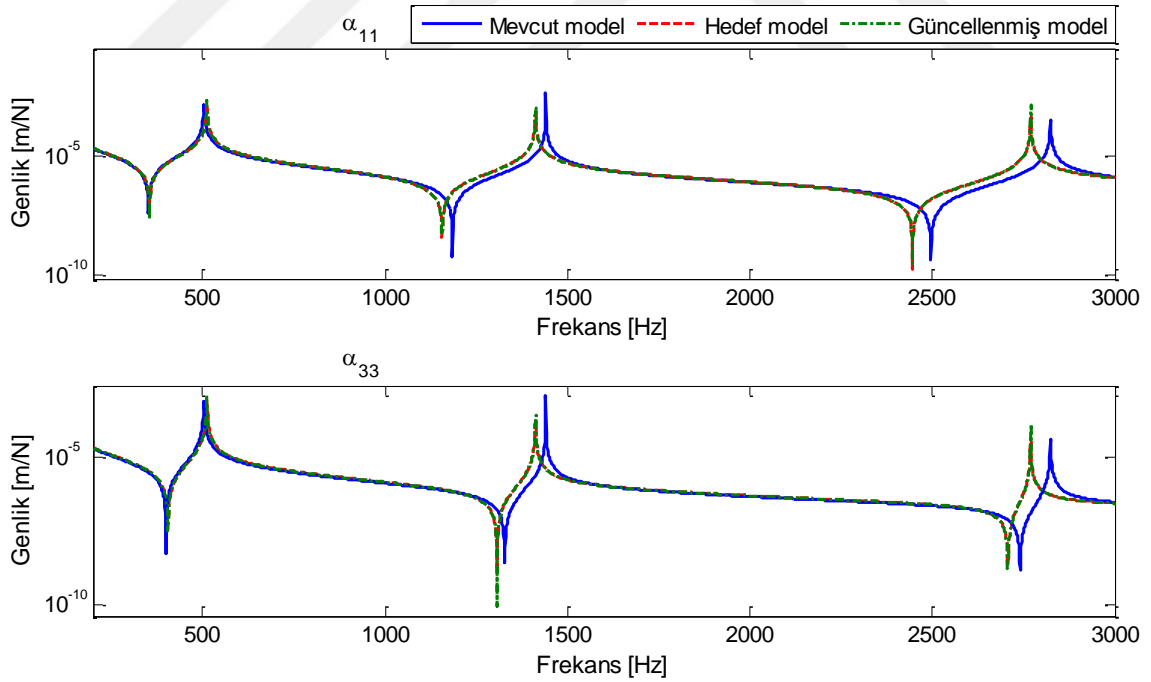
Tablo 5.17’de verilen değişiklikler incelendiğinde geliştirilen güncelleme yöntemi ile hesaplanan değişikliklerin parantez içerisinde verilen doğru değişiklikler ile yakından uyduğu görülebilir.

Hesaplanan değişikliklerin mevcut model üzerinde yapılması ile elde edilen güncellenmiş modelin doğal frekansları ile hedef modelin doğal frekansları Tablo 5.18’de karşılaştırılmıştır. Tabloda verilen değerler incelendiğinde güncellenmiş ve hedef modellerin ilk beş moduna ait doğal frekansların birbirlerine oldukça yakın olduğu görülmektedir.

Tablo 5.18. Kirişin hedef modeline ait FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için güncellenmiş ve hedef modellerin ilk beş moduna ait doğal frekanslar

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar [Hz]		Fark (Hz)	Bağıl Hata (%)
	Hedef Model	Güncellenmiş Model		
1	512.4	512.3	0.1	0.0195
2	1412.7	1412.9	-0.2	-0.0141
3	2769.8	2770.1	-0.3	-0.0108
4	4580.0	4581.0	-1.0	-0.0218
5	6846.0	6845.8	0.2	0.0029

Güncelleme işleminin başarısını FTF'ler üzerinde görebilmek amacıyla hedef, mevcut ve güncellenmiş modellerin 1 ve 3 koordinatlarına ait sürüş noktası FTF'leri Şekil 5.22'de verilmiştir. Şekilde verilen FTF'ler incelendiğinde hedef model ile güncellenmiş modele ait FTF'lerin tamamen çakıştığı görülmektedir. Burada sadece y doğrultusundaki titreşimler dikkate alınarak mevcut modelin güncellendiği unutulmamalıdır.

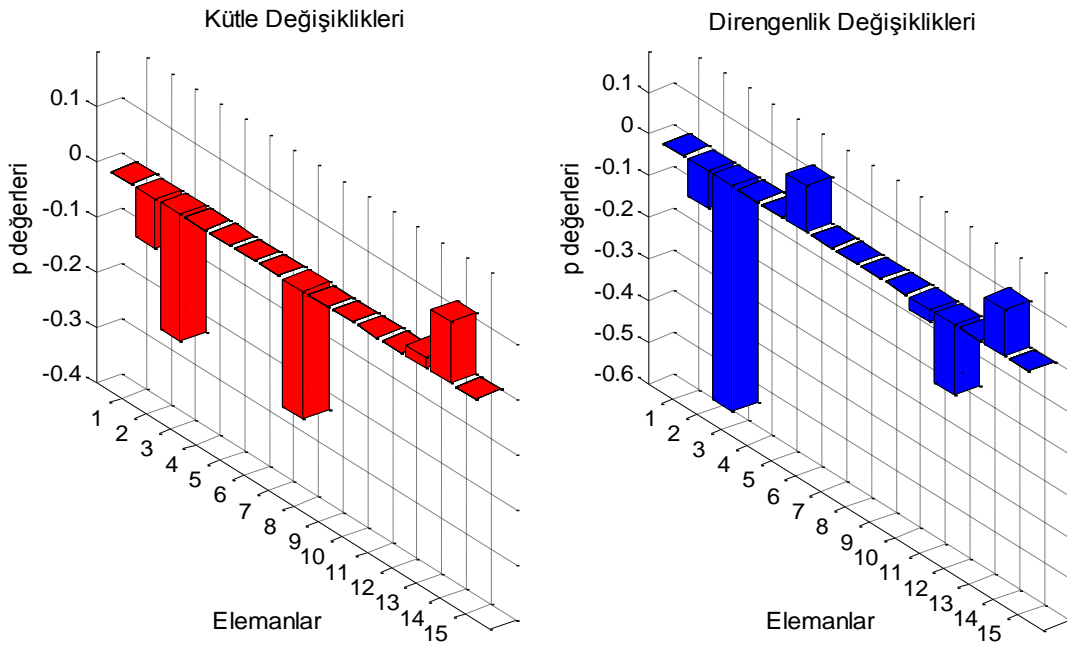


Şekil 5.22. Hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu durum için mevcut, hedef ve güncellenmiş modellerin sürüş noktası FTF'leri

5.2.2.2. Hedef Modelin FTF Matrisinde İlk Satırın Tamamının Oluşturulamadığı Durum için Güncelleme Yapılması

Bu simülasyonda Şekil 5.18’de verilen serbest-serbest sınır şartlarına sahip kirişin hedef modeline ait FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum dikkate alınmıştır. Buradan hareketle ölçümlerin sadece 1, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 12, 13 ve 15 koordinatları olmak üzere toplam 10 koordinatta yapıldığı varsayılmıştır. Güncelleme işleminde yine mevcut modeldeki tüm elemanlar dikkate alındığından toplam 30 bilinmeyen p değeri olacaktır. Hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın sadece 10 elemanı oluşturulduğundan dolayı bilinmeyen p değerlerinin hesabı için $30/10=3$ frekans noktasının seçilmesi gereklidir. Bu durum dikkate alınarak 520, 1405 ve 2671 Hz frekans noktaları seçilmiştir. Elemanlarda yapılan kütle ve dirençlilik değişiklikleri (5.15) eşitliğinde yerine yazılarak (5.26) eşitliği ile verilen denklem takımı elde edilmiştir. Bu denklem takımının MATLAB’da sayısal olarak çözülmesi ile hesaplanan p değerleri Şekil 5.23’te verilmiştir.

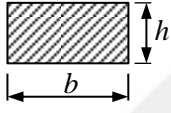
$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_1(p_1, p_2, \dots, p_{30}, \omega) \\ f_2(p_1, p_2, \dots, p_{30}, \omega) \\ \vdots \\ f_{10}(p_1, p_2, \dots, p_{30}, \omega) \end{Bmatrix}_{10 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}_{10 \times 1} \rightarrow \begin{matrix} \omega_1 = 520 \text{ Hz} \\ \omega_2 = 1405 \text{ Hz} \\ \omega_3 = 2671 \text{ Hz} \end{matrix} \quad (5.26)$$



Şekil 5.23. Kirişin hedef modeline ait FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için mevcut modelin kütle ve dirençlilik elemanlarındaki değişimi veren p değerleri

Şekil 5.23'te verilen p değerleri incelendiğinde mevcut modeli oluşturmak için hedef model üzerinde yapılan değişikliklere ek olarak 11 numaralı elemanda direngenlik değişikliği ve 13 numaralı elemanda ise kütle değişikliğinin hesaplandığı görülmektedir. Değişiklik yapılan elemanların yeni mekanik, fiziksel ve geometrik özellikleri yine (D.4) ve (D.7) eşitlikleri kullanılarak hesaplanmış ve Tablo 5.19'da verilmiştir.

Tablo 5.19. Kirişin hedef modelinin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulmadığı durum için mevcut modelin elemanlarında yapılması gereken değişiklikler

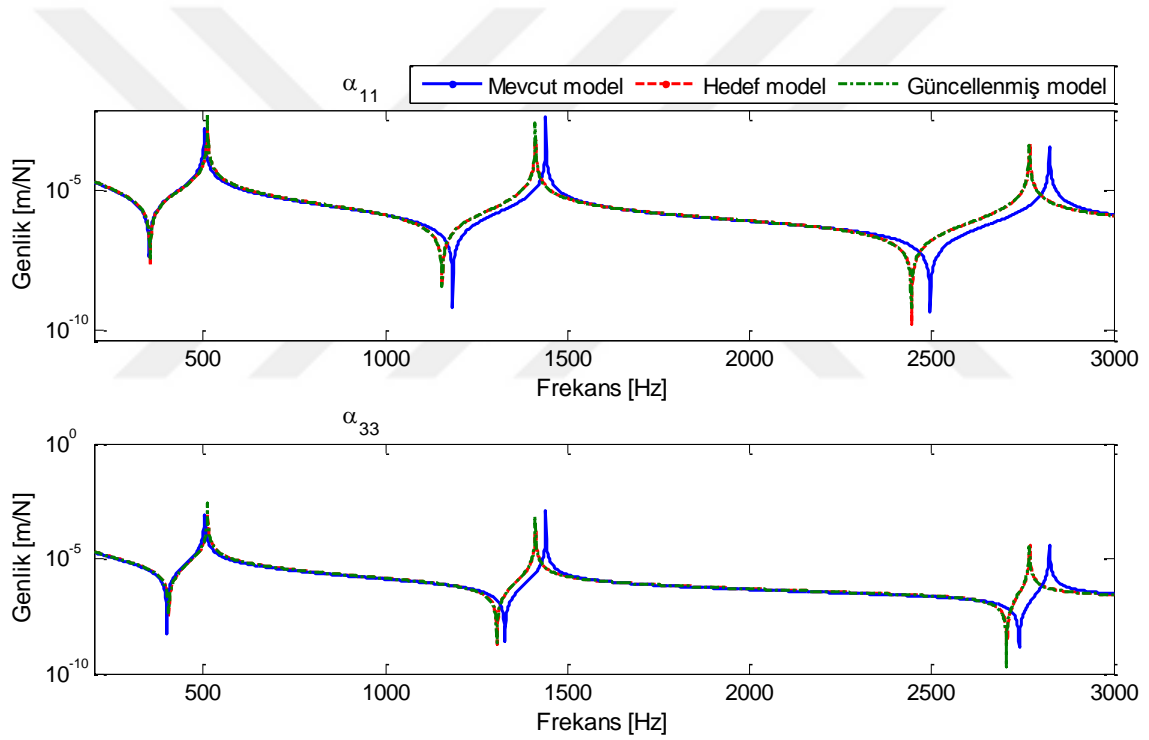
Eleman Numarası	Değişiklik Türü		Değişim Oranları			
	Geometrik 	Parametrik E, ρ	E	ρ	b	h
2	X				0.905 (0.909)	
3		X	0.460 (0.455)	0.770 (0.769)		
6		X	1.111 (1.111)			
8		X		0.768 (0.769)		
11		X	0.970 (1.000)			
12		X	0.835 (0.833)			
13		X		1.020 (1.000)		
14	X				1.108 (1.111)	

Tablo 5.20. Kirişin hedef modeline ait FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulmadığı durum için güncellenmiş ve hedef modellerin ilk beş moduna ait doğal frekanslar

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar [Hz]		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Hedef Model	Güncellenmiş Model		
1	512.4	512.1	0.3	0.0585
2	1412.7	1411.9	0.8	0.0566
3	2769.8	2769.3	0.5	0.0180
4	4580.0	4578.9	1.1	0.0240
5	6846.0	6841.6	4.4	0.0643

Tablo 5.19’da verilen değişikliklerin mevcut modele uygulanması ile elde edilen güncellenmiş modelin doğal frekansları ile hedef modelin doğal frekansları Tablo 5.20’de karşılaştırılmıştır. Yapılan güncelleme işlemi sonucunda hedef ve güncellenmiş modellerin ilk beş moduna ait doğal frekansların birbirlerine oldukça yakın ve aralarındaki farkın ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu görülmektedir.

Güncelleme işleminin FTF’ler üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla hedef, mevcut ve güncellenmiş modellerin 1 ve 3 koordinatlarına ait sürüş noktası FTF’leri Şekil 5.24’te verilmiştir. Şekilde verilen FTF’ler incelendiğinde hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için yapılan güncelleme işlemi sonucunda hedef model ile güncellenmiş modele ait FTF’lerin tamamen çakıştığı açıkça görülmektedir.



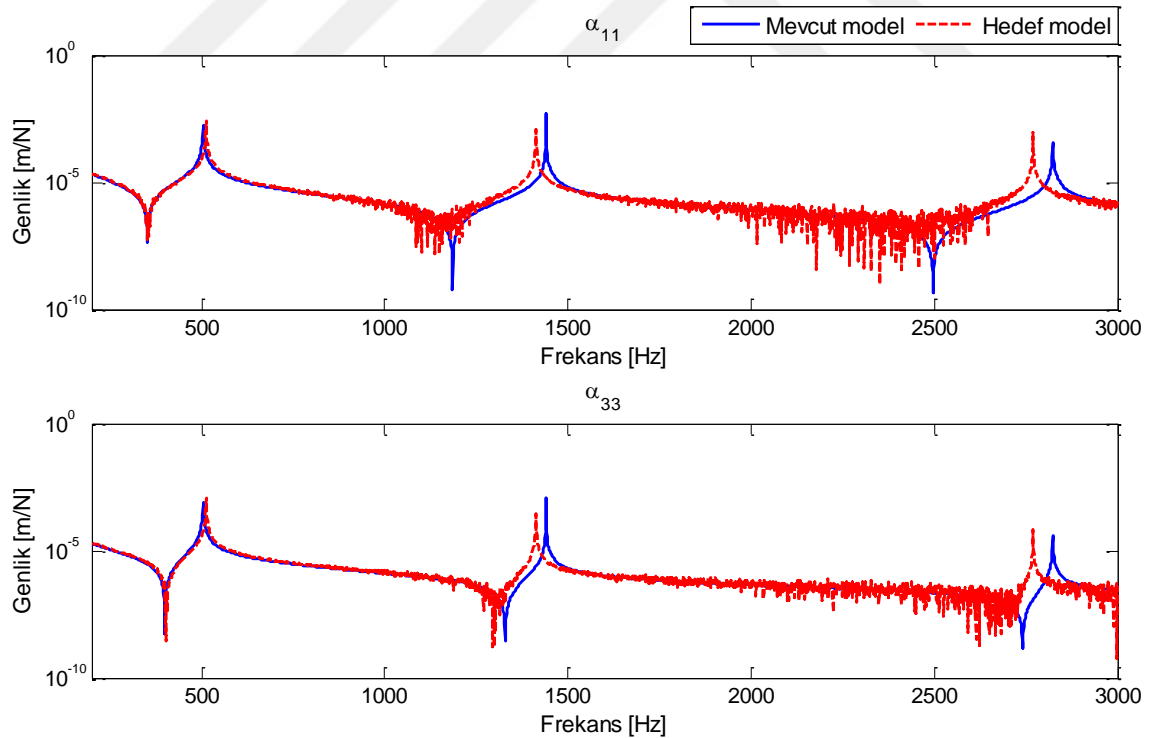
Şekil 5.24. Hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulamadığı durum için mevcut, hedef ve güncellenmiş modellerin sürüş noktası FTF’leri

Burada yapılan simülasyon çalışmalarında kullanılan FTF’ler sayısal simülasyonla elde edildiği için hiçbir gürültü içermemektedirler. Oysa deneysel çalışmalarda FTF’lerin kalitesinin birtakım gürültüler nedeniyle olumsuz yönde etkilendiği bilinmektedir. Bu nedenle geliştirilen yöntemin gürültülü FTF’ler üzerinde performansını görebilmek amacıyla çeşitli uygulamalar yapılmıştır.

5.2.3. Sayısal Simülasyon 3: Gürültülü FTF'ler Kullanılarak SE Güncellemesi

Önceki sayısal simülasyonlarda yapılan SE model güncellemesinde sayısal olarak hesaplanan gürültüsüz FTF'ler kullanılmıştır. Ancak gerçek yapılar üzerinden ölçülen FTF'lerin kalitesi gürültüler nedeniyle olumsuz yönde etkilenmektedir. Bu simülasyonda SE güncellemesi için geliştirilen yöntemin, FTF'lerde gürültü olması durumundaki performansını incelemek amacıyla %3 eklemeli tip gürültüler hedef modelin FTF'lerine eklenmiş ve yöntem tekrar denenmiştir. Bunun için Şekil 5.18'de SE modeli ve Tablo 5.13'te malzeme özellikleri verilen serbest-serbest sınır şartlarına sahip kiriş dikkate alınmıştır. Bu kirişin hedef ve mevcut modellerinin modal analizleri bir önceki simülasyonda yapılmış olup FTF'leri elde edilmiştir.

Simülasyonda öncelikle hedef modelin FTF'lerine %3 eklemeli gürültü eklenmiş durum dikkate alınmıştır. Hedef model ile mevcut modelin 1 ve 3 koordinatlarına ait sürüş noktası FTF'leri Şekil 5.25'te karşılaştırılmıştır.



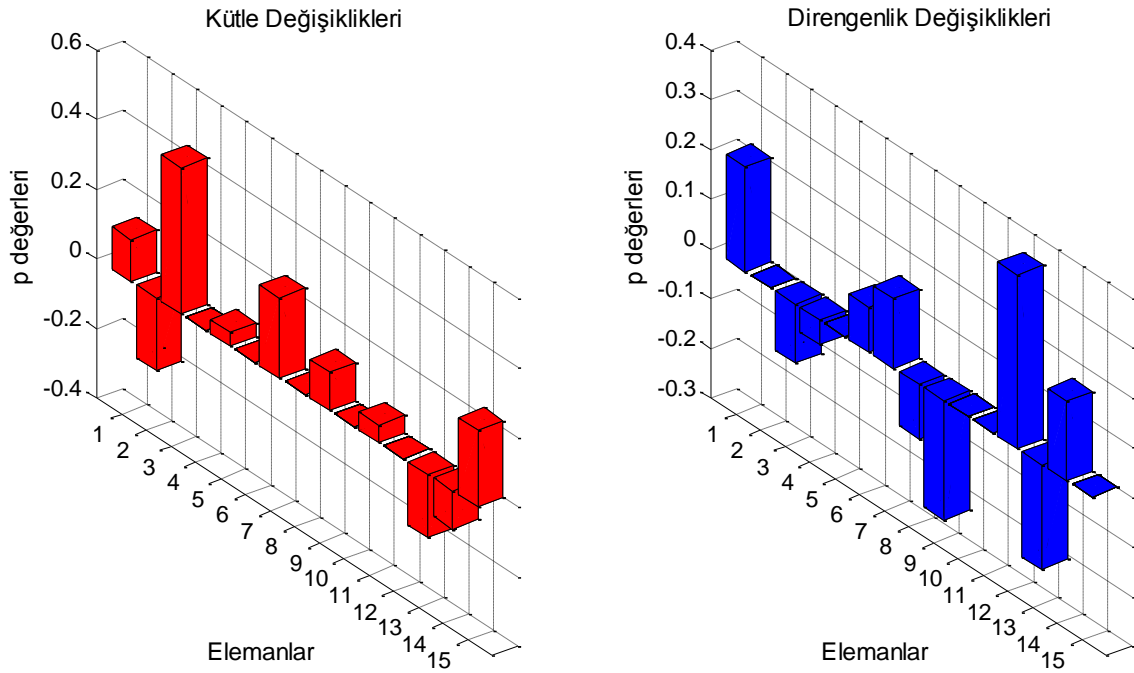
Şekil 5.25. Kirişin hedef ve mevcut modellerinin sürüş noktası FTF'leri (%3 eklemeli gürültü durumu)

Güncelleme işlemlerinde kirişin SE modelindeki tüm elemanlarda değişiklik yapıldığı ve hedef modelin FTF matrisinde ilk satır veya sütunun tamamının oluşturulduğu

varsayılmıştır. Tüm elemanlarda değişiklik yapılacağından 30 bilinmeyen p değeri olacaktır. Elemanlarda yapılan kütle ve direngenlik değişiklikleri için sırası ile p_1, p_2, \dots, p_{30} değerleri tanımlanmıştır. Hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu varsayıldığından çözüm için en az 2 frekans noktasının bilinmesi gereklidir. Bu frekans noktaları öncelikle 1250 ve 2600 Hz olarak gürültü etkisinin daha fazla hissedildiği, yani; FTF genliklerinin düşük olduğu bölgelerden seçilmiştir. Elemanlarda yapılan kütle ve direngenlik değişikliklerinin yine (5.15) eşitliğinde yerine yazılması ile (5.27) eşitliğindeki gibi denklem sayısının bilinmeyen sayısından fazla olduğu denklem takımı elde edilmiştir.

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_1(p_1, p_2, \dots, p_{30}, \omega) \\ f_2(p_1, p_2, \dots, p_{30}, \omega) \\ \vdots \\ f_{16}(p_1, p_2, \dots, p_{30}, \omega) \end{Bmatrix}_{16 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}_{16 \times 1} \rightarrow \omega_1 = 1250 \text{ Hz}, \omega_2 = 2600 \text{ Hz} \quad (5.27)$$

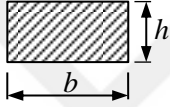
En küçük kareler yöntemi kullanılarak bu denklem takımının çözülmesi ile hesaplanan p değerleri Şekil 5.26'da verilmiştir.



Şekil 5.26. Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF'ler ve 1250 ile 2600 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için mevcut modelin kütle ve direngenlik elemanlarındaki değişimi veren p değerleri

Şekil 5.26’da görüldüğü gibi yapılan güncelleme işlemi sonucunda 4, 6, 8 ve 12 elemanlarda kütle değişikliği sıfır olarak hesaplanırken 2, 5, 11 ve 15 numaralı elemanlarda direngenlik değişikliği sıfır olarak hesaplanmıştır. Buna karşın 10 numaralı elemanda herhangi bir değişiklik hesaplanmamıştır. Değişiklik yapılan elemanlar için yeni mekanik, fiziksel ve geometrik özellikler EK D’de verilen (D.4) ve (D.7) eşitlikleri kullanılarak hesaplanmış ve Tablo 5.21’de verilmiştir.

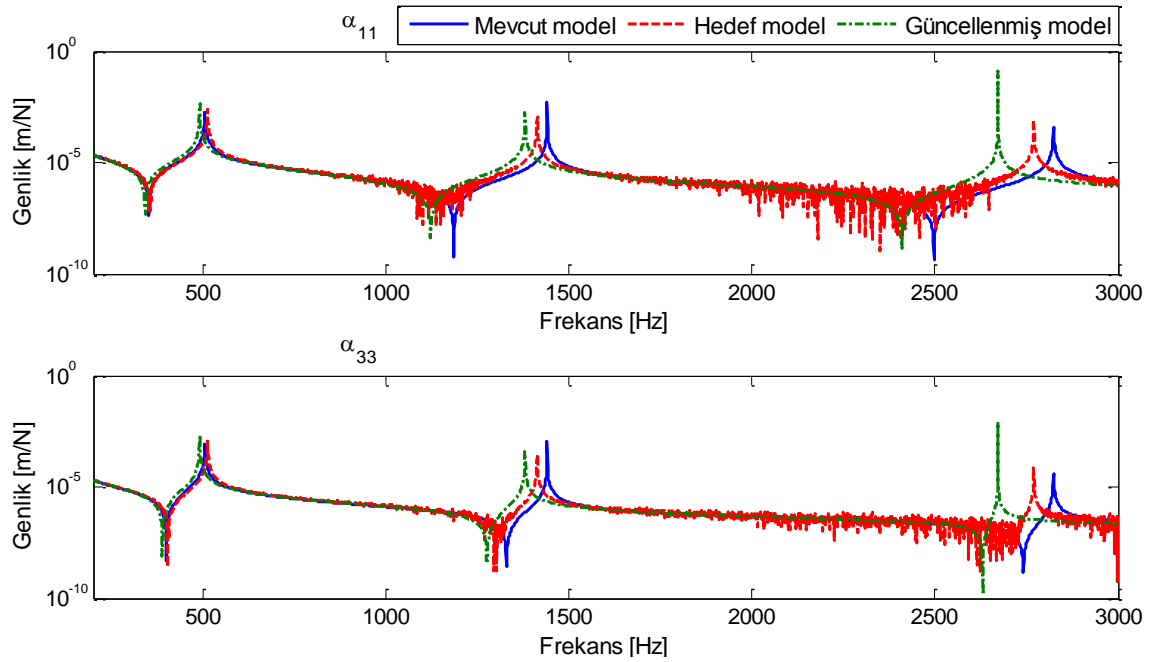
Tablo 5.21. Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF’ler ve 1250 ile 2600 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için yapılan güncelleme işlemi sonucunda mevcut modelin elemanlarında yapılması gereken değişiklikler

Eleman Numarası	Değişiklik Türü		Değişim Oranları			
	Geometrik	Parametrik	E	ρ	b	h
		E, ρ				
1		X	1.211 (1.000)	1.124 (1.000)		
2	X	X	1.266 (1.000)		0.790 (0.909)	
3	X	X	0.307 (1.000)			1.421 (0.769)
4	X	X		1.053 (1.000)	0.950 (1.000)	
5		X		1.043 (1.000)		
6		X	1.094 (1.111)			
7		X	1.231 (1.000)	1.143 (1.000)		
8		X	0.892 (1.000)	1.000 (0.769)		
9	X	X		1.462 (1.000)	0.762 (1.000)	
11	X	X	0.859 (1.000)			1.052 (1.000)
12		X	1.351 (0.833)			
13	X	X		1.042 (1.000)	0.792 (1.000)	
14		X	1.651 (1.000)			0.890 (1.111)
15		X		1.221 (1.000)		

Tablo 5.21’de verilen değişiklikler incelendiğinde hesaplanan değişikliklerin parantez içerisinde verilen doğru değişiklikler ile uyuşmadığı görülebilir. Hesaplanan değişikliklerin mevcut model üzerinde yapılması ile elde edilen güncellenmiş modelin doğal frekansları ile hedef modelin doğal frekansları Tablo 5.22’de karşılaştırılmıştır. Güncelleme işlemi sonunda doğal frekanslar arasındaki en büyük fark %4.12 ile 1 modunda oluşurken en küçük fark %1.67 ile 5 modunda meydana gelmiştir. Hedef ve güncellenmiş modellerin 1 ve 3 koordinatlarına ait sürüş noktası FTF’leri Şekil 5.27’de karşılaştırılmıştır.

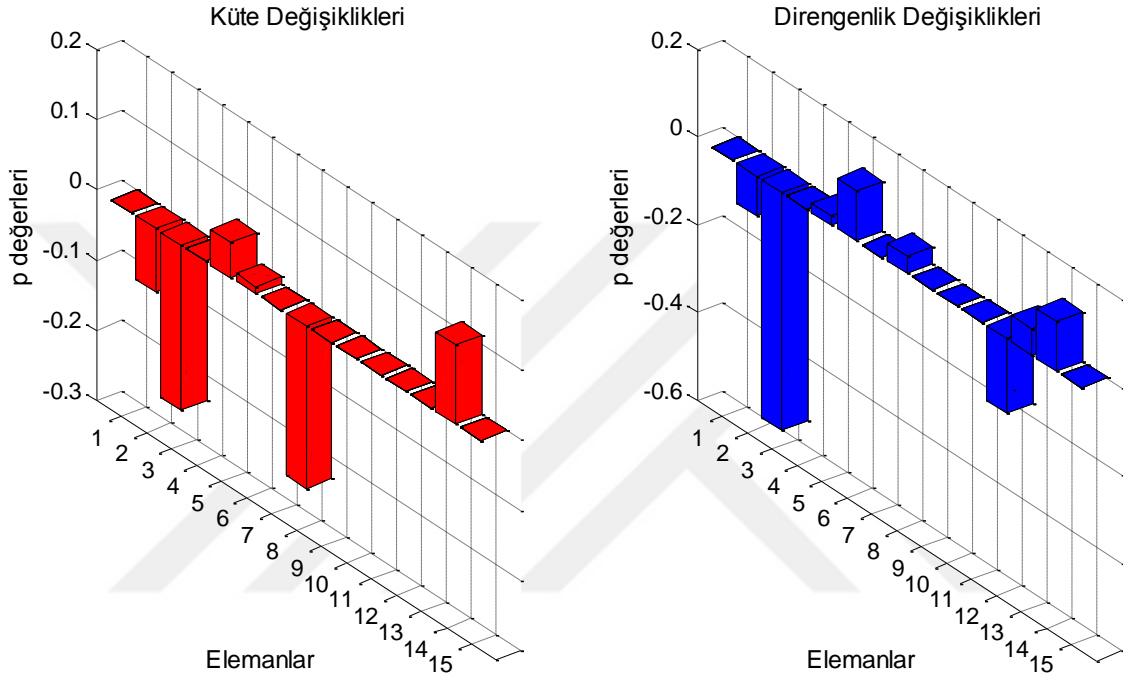
Tablo 5.22. Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF’ler ve 1250 ile 2600 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için yapılan güncelleme işlemi sonucunda hedef ve güncellenmiş modellerin ilk beş moduna ait doğal frekanslar

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar [Hz]		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Hedef Model	Güncellenmiş Model		
1	512.4	491.3	21.1	4.12
2	1412.7	1379.8	32.9	2.33
3	2769.8	2672.0	97.8	3.53
4	4580.0	4471.8	108.2	2.36
5	6846.0	6731.4	114.6	1.67



Şekil 5.27. Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF’ler ve 1250 ile 2600 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için hedef, mevcut ve güncellenmiş modellerin sürüş noktası FTF’leri

Frekans ve FTF karşılaştırmalarından görüldüğü gibi gürültü etkisinin fazla olduğu bölgelerden frekans noktalarının seçilmesi, güncelleme işleminin başarısını olumsuz yönde etkilemiştir. Bu durumun dikkate alınması ile gürültüsüz bölgelerden 520 ve 1405 Hz olmak üzere 2 frekans noktaları seçilmiş ve işlemler tekrarlanmıştır. Güncelleme işlemi sonunda hesaplanan p değerleri Şekil 5.28’de verilmiştir.



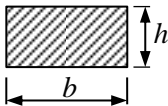
Şekil 5.28. Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF’ler ve 520 ile 1405 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için mevcut modelin kütle ve dirençlik elemanlarındaki değişimi veren p değerleri

Şekil 5.28’den görüldüğü gibi 1, 4, 7, 9, 10, 11 ve 15 numaralı elemanlarda kütle ve dirençlik değişikliği sıfır olarak hesaplanmıştır. Buna ek olarak 12 ve 13 numaralı elemanlarda sadece dirençlik değişikliği hesaplanmıştır. Değişiklik yapılan elemanlar için yeni mekanik, fiziksel ve geometrik özellikler EK D’de verilen (D.4) ve (D.7) eşitlikleri kullanılarak hesaplanmış ve Tablo 5.23’te verilmiştir.

Tablo 5.23’te verilen değişikliklerin mevcut model üzerinde yapılması ile elde edilen güncellenmiş modelin doğal frekansları ile hedef modelin doğal frekansları Tablo 5.24’te karşılaştırılmıştır. Tabloda verilen değerler incelendiğinde güncellenmiş ve hedef modellere ait doğal frekansların birbirlerine oldukça yakın olduğu görülmektedir. Doğal frekanslar arasındaki en büyük fark %0.27 ile 5 modunda oluşurken en küçük fark %0.01

ile 3 modunda oluşmuştur. Bu farklar ihmal edilebilecek seviyelerde olduğundan güncelleme işlemi başarılı olmuştur.

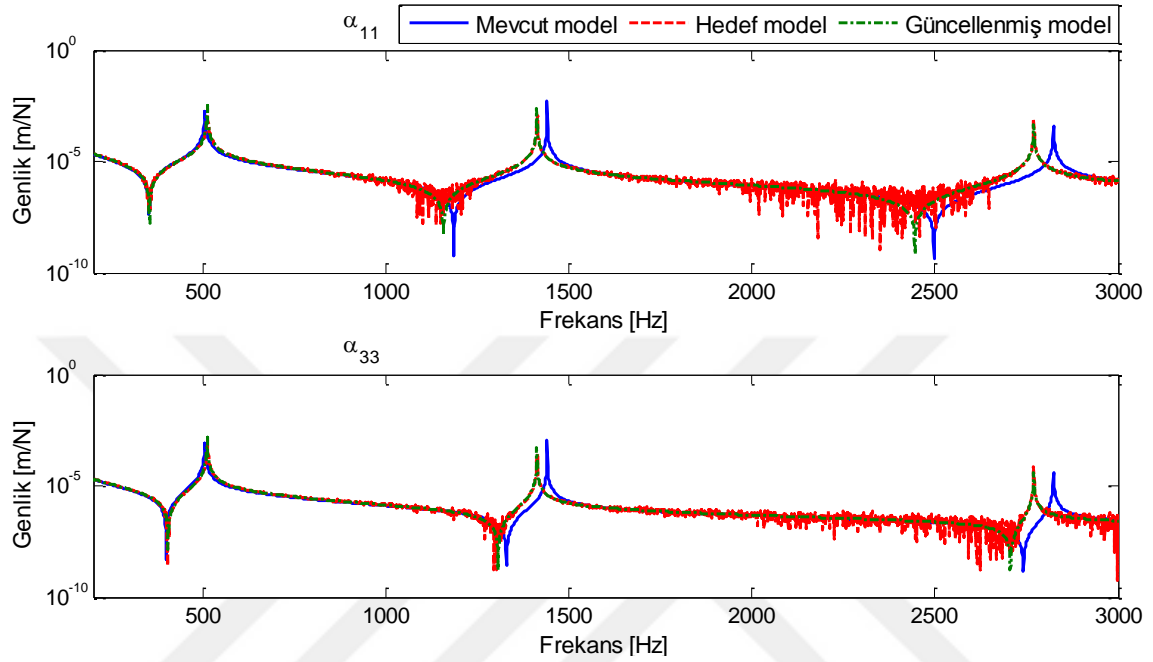
Tablo 5.23. Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF'ler ve 520 ile 1405 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için yapılan güncelleme işlemi sonucunda mevcut modelin elemanlarında yapılması gereken değişiklikler

Eleman Numarası	Değişiklik Türü		Değişim Oranları			
	Geometrik 	Parametrik E, ρ	E	ρ	b	h
2	X				0.905 (0.912)	
3		X	0.460 (0.471)	0.770 (0.776)		
5		X	1.025 (1.000)	1.012 (1.000)		
6		X	1.111 (1.107)			
8		X		0.768 (0.766)		
12		X	0.826 (0.833)			
13		X		0.985 (1.000)		
14	X				1.109 (1.111)	

Tablo 5.24. Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF'ler ve 520 ile 1405 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için yapılan güncelleme işlemi sonucunda hedef ve güncellenmiş modellerin ilk beş moduna ait doğal frekanslar

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar [Hz]		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Hedef Model	Güncellenmiş Model		
1	512.4	511.6	0.8	0.16
2	1412.7	1411.8	0.9	0.06
3	2769.8	2769.6	0.2	0.01
4	4580.0	4570.5	9.5	0.21
5	6846.0	6827.8	18.2	0.27

Güncelleme işleminin başarısını FTF'ler üzerinde görebilmek amacıyla hedef, mevcut ve güncellenmiş modellerin 1 ve 3 koordinatlarına ait sürüş noktası FTF'leri Şekil 5.29'da karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.29. Kirişin hedef modeline ait %3 eklemeli gürültülü FTF'ler ve 520 ile 1405 Hz frekans noktalarının kullanıldığı durum için hedef, mevcut ve güncellenmiş modellerin sürüş noktası FTF'leri

Şekil 5.29 incelendiğinde güncellenmiş model ile hedef modele ait FTF'lerin ilgilenilen frekans aralığında tamamen uyumlu olduğu görülebilir.

5.3. Deneysel Uygulamalar

Tez kapsamında SE modellerinin güncellenmesi için geliştirilen yöntemin performansı ve geçerliliği sayısal simülasyonlarla önceki kısımlarda gösterilmiştir. Bundan sonraki adım ise bu yöntemin pratikte uygulanabilirliğinin araştırılmasıdır. Bu amaçla farklı dinamik özelliklere sahip sistemler üzerinde FTF ölçümleri yapılmıştır. Bu tez çalışmasında yapılan tüm deneysel uygulamalar Fırat Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü Makine Teorisi ve Dinamiği Laboratuvarında gerçekleştirilmiştir. Ölçümlerde yapıyı titreştirmek için KISTLER firmasının üretmiş olduğu darbe çekici (Model: 9724A2000 S/N 2069942) (Şekil 5.30-a) ve yapının

titreşimlerini ölçmek için Dytran firmasının üretmiş olduğu ICP tipi piezoelektrik ivmeölçer (3055 D serisi) (Şekil 5.30-b) kullanılmıştır. Ölçülen titreşim sinyallerinin toplanması ve analiz edilmesi için OROS firmasının Or36 serisi titreşim analizörü (Şekil 5.30-c) ve parametrelerin belirlenmesi için OROS Modal yazılımı kullanıldı.



Şekil 5.30. Titreşim ölçümü, verilerin toplanması ve analiz edilmesinde kullanılan elemanlar

Şekil 5.30’da verilen elemanların teknik özellikleri sırası ile Tablo 5.25, Tablo 5.26 ve Tablo 5.27’de verilmiştir.

Tablo 5.25. Darbe çekicinin teknik özellikleri

Kuvvet Aralığı (N)	Maksimum Kuvvet (N)	Duyarlılık (mV/N)	Rezonans Frekansı (kHz)	Zaman Sabiti (sn)	Katılığı (kN/μm)
0-2000	10000	2	27	500	0.8

Tablo 5.26. ICP tipi piezoelektrik ivmeölçerin teknik özellikleri

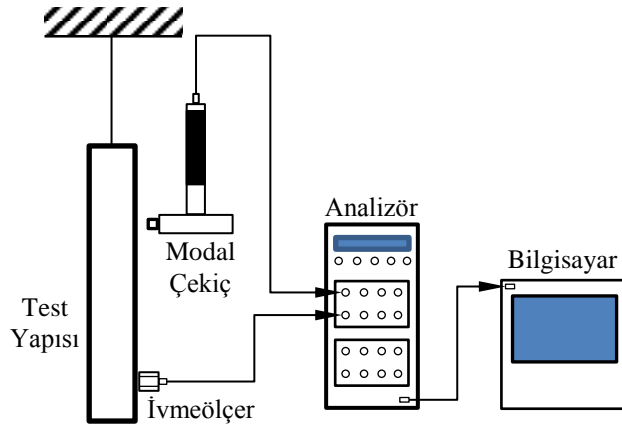
Frekans Aralığı (Hz)	Duyarlılık (mV/m/s ²)	Bant Çözünürlüğü (m/s ² rms)	Rezonans Frekansı (kHz)	Zaman Sabiti (sn)	Ağırlık (gr)
1-10000	1	0.029	>36	0.5-1.5	10

Tablo 5.27. OROS Or36 titreşim analizörünün teknik özellikleri

Giriş Kanal Sayısı	Çıkış Kanal Sayısı	Bağlantı Tipi	Örnekleme Oranı (kS/s)	Doğruluk (°,dB)	Filtreleme
16	2(+4)	BNC	2-102.4	±0.02	Yüksek/Düşük geçiren Toplayıcı Farklılaştırıcı

Model güncelleme çalışmalarında deneysel modelin gerçek yapıyı en uygun biçimde temsil etmesi gereklidir. Deneysel modelin doğruluğu ölçüm verilerinin etkili bir şekilde işlenmesiyle ortaya konmaktadır. Bu nedenle ölçümlerin kalitesi deneysel modelin doruluğunu doğrudan etkilemektedir. Deneysel modelin uygunluğunun belirlenebilmesi için ölçümlerin yapıma şekli değerlendirilmelidir. Deneysel model üzerinden yapılan ölçümler farklı sınır şartlarında yapılabilmektedir. Ölçülmek istenen yapının bağlantıları sınır şartlarına uygun şekilde yapılmalıdır. Çünkü sınır şartlarından ötürü ölçülmek istenen SD'ler bağlı veya sınırlanmış olabilir. Bu nedenle yapılar, sayısal modelde temsili kolay olduğu için genellikle serbest sınır şartlarında ölçülmek istenir. Serbest sınır şartlarını sağlayabilmek için yapılar genellikle yumuşak elastik bağlantı elemanları ile bağlanmaktadır. Burada yapılan tüm deneysel uygulamalarda da yapının serbest titreşimleri dikkate alındı. Serbest titreşim analizi için yapılar misina ile asılarak serbest sınır şartları oluşturulmaya çalışıldı.

Yapının sınır şartları belirlendikten sonra deneysel planlama yapılması gereklidir. Deneysel planlamada amaç ölçülmek istenen frekans aralığına uygun tahrik ve cevap noktalarını ve sayılarını belirlemektir. Yapının ölçülmek istenen frekans aralığındaki modlarda en çok hareket eden bölgeler en iyi ölçüm noktaları olarak değerlendirilmektedir. Modlardaki düğüm noktalarında (nodal point) hareket olmadığından en kötü ölçüm noktaları olarak değerlendirilmektedir. Benzer durum tahrik noktalarının belirlenmesi için de geçerlidir. Deneysel alışmalar için gerekli olan uygun donanım, sınır şartları ve deney planlaması belirlendikten sonra deney düzeneği hazırlanmıştır. Hazırlanan deney düzeneğinin şematik gösterimi şekil 5.31'de verilmiştir.



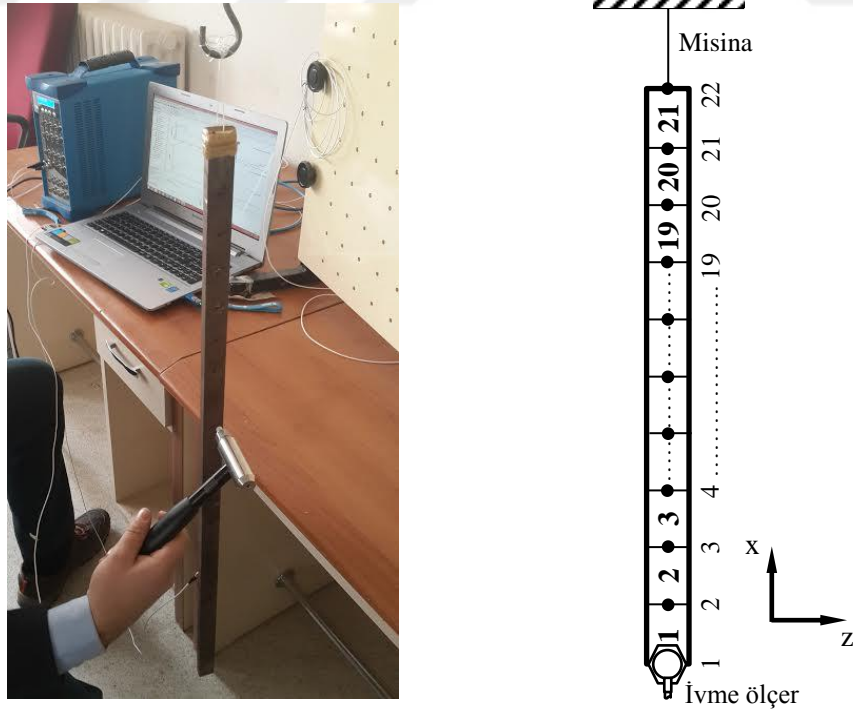
Şekil 5.31. Deney düzeneği

Deney düzeneğinin oluşturulmasının ardından düzeneğin sınanması için ön hazırlık ölçümleri yapılmıştır. Bu ölçümler sayesinde tetikleme, örnekleme oranı, frekans çözünürlüğü, kayıt süresi, ölçülecek frekans aralığı, kullanılacak pencereleme fonksiyonu ve en uygun veri kayıt değişkenleri tanımlanmıştır. Bu parametreler belirlendikten sonra deneysel uygulamalara geçilmiştir.

5.3.1. Uygulama 1: Dikdörtgen Kesitli Serbest-Serbest Kiriş

İlk uygulama olarak Şekil 5.32’de görülen AISI 1050 malzemesinde üretilmiş ve boyutları 855x25x12 mm olan dikdörtgen kesitli bir kiriş dikkate alınmıştır.

Şekil 5.32’de verilen kiriş, bir ucundan eksenini boyunca uzanan bir misina ile asılarak serbest sınır şartları sağlanmaya çalışılmıştır. İvmeölçer birinci düğüm noktasına balmumu yardımı ile bağlanmıştır. İvmeölçerin birinci düğüm noktasına bağlanması, serbest sınır şartlarında ve geniş bir frekans aralığında dinamik özelliklerin belirlenmesi için oldukça uygundur.



Şekil 5.32. Serbest-serbest kiriş için deneysel model ve ölçüm sistemi

AISI 1050 çeliğine ait bazı mekanik ve fiziksel özellikler Tablo 5.28’de verilmiştir. Sayısal modelin oluşturulmasında bu özellikler dikkate alınmıştır.

Tablo 5.28. AISI 1050 çeliğinin mekanik ve fiziksel özellikleri [163].

<i>Parametre</i>	Elastisite Modülü (<i>E</i> ,GPa)	Kayma Modülü (<i>G</i> ,GPa)	Yoğunluk (ρ ,kg/m ³)	Poisson Oranı (ν)
<i>Değeri</i>	205	160	7850	0.29

Deney düzeneği oluşturulduktan sonra deneysel çalışmada kullanılan ölçüm parametreleri belirlenmiştir. Bu parametreler Tablo 5.29’da verilmiştir.

Tablo 5.29. Serbest-serbest kiriş için kullanılan ölçüm parametreleri

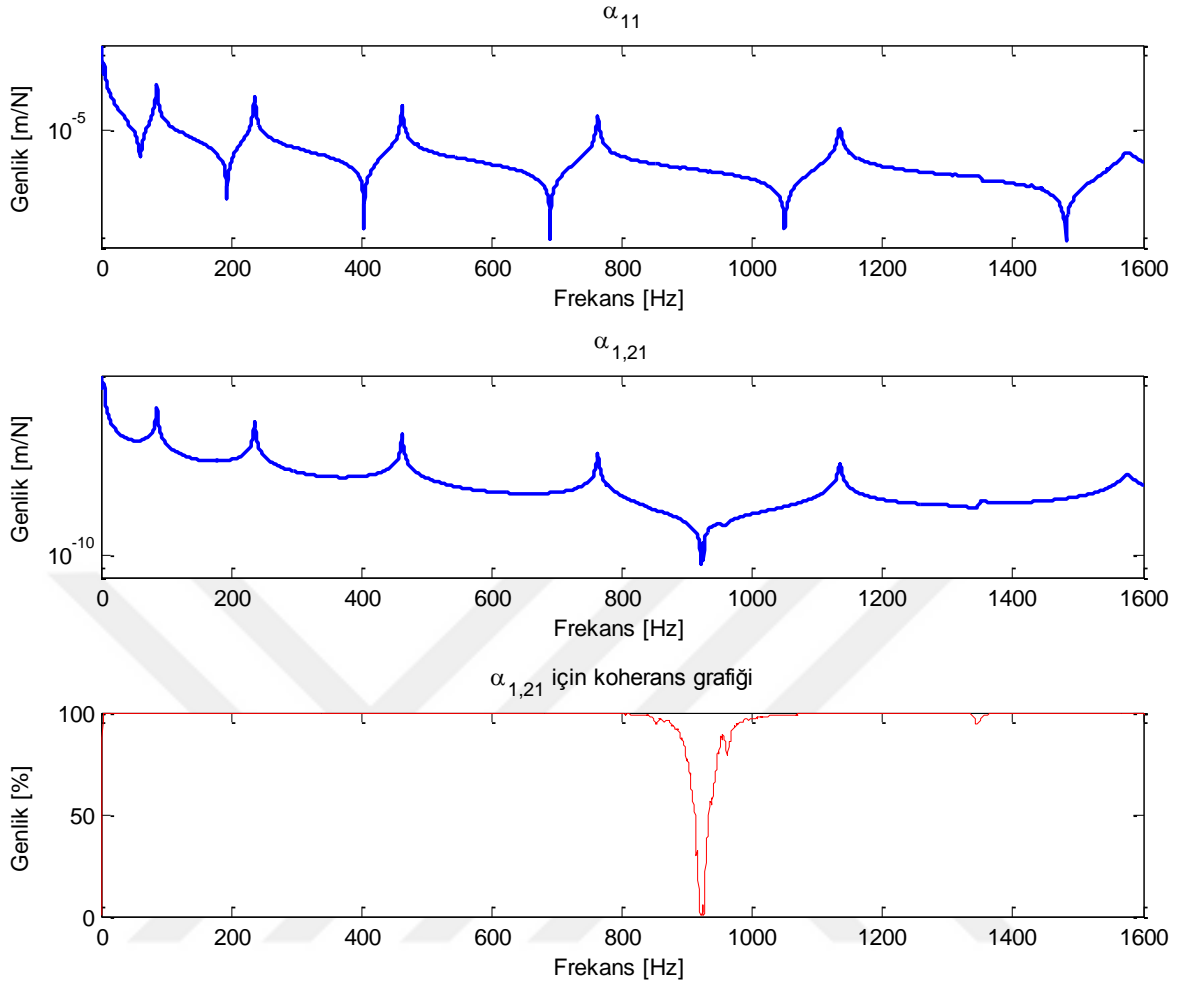
<i>Parametre</i>	Frekans Genişliği (Hz)	Frekans Çözünürlüğü (Hz)	Örnekleme Frekansı (Hz)	Ölçüm Süresi (sn)	Pencereleme (cevap/tahrik)
<i>Değeri</i>	0-1600	0.5	3201	2	uniform/uniform

Deneylerde, kirişin 1 düğümüne ivmeölçer yerleştirilip, her bir düğüme modal çekiçle darbe uygulanarak ilgili düğüm noktaları için FTF’ler elde edildi. Bu şekilde 22 adet FTF ölçüldü ve ilk 6 mod için doğal frekanslar belirlendi. Deneysel modelin doğal frekansları Tablo 5.30’da verilmiştir.

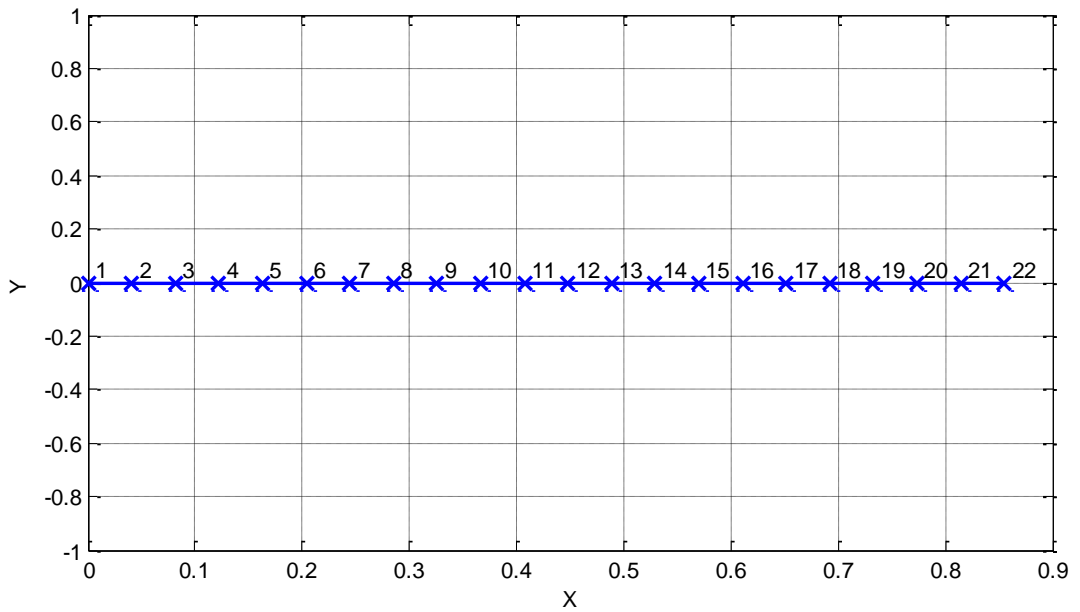
Tablo 5.30. Serbest-serbest kirişin ilk 6 moduna ait deneysel doğal frekanslar

Mod Sayısı (r)	1	2	3	4	5	6
Doğal Frekans (Hz)	85.86	235.81	462.42	762.79	1134.34	1576.81

Kirişin deneysel modeline ait dinamik esneklik tipindeki α_{11} ve $\alpha_{1,21}$ FTF’leri, $\alpha_{1,21}$ FTF’sine ait koherans (coherence) grafiği ile birlikte Şekil 5.33’te verilmiştir. Şekil 5.32’de verilen serbest-serbest sınır şartlarına sahip kirişin SE modeli, yine Euler-Bernoulli kiriş modeli kullanılarak 22 düğüm (her düğüm iki öteleme ve bir dönme olarak 3 SD’li) ve 21 elemandan oluşacak şekilde oluşturulmuştur (Şekil 5.34).



Şekil 5.33. Kirişin deneysel modeline ait α_{11} , sürüş noktası ve $\alpha_{1,21}$, transfer FTF'leri ile $\alpha_{1,21}$ FTF'sine ait koherans grafiği



Şekil 5.34. Serbest-serbest sınır şartlarına sahip kirişin SE modeli

Kirişin SE modelinin y yönündeki eğilme titreşimleri dikkate alınarak modal analizleri MATLAB’da yapılmıştır. Yapılan modal analiz sonucunda sayısal modelin ilk 6 moduna ait doğal frekanslar ve deneysel modelin doğal frekansları Tablo 5.31’de karşılaştırılmıştır.

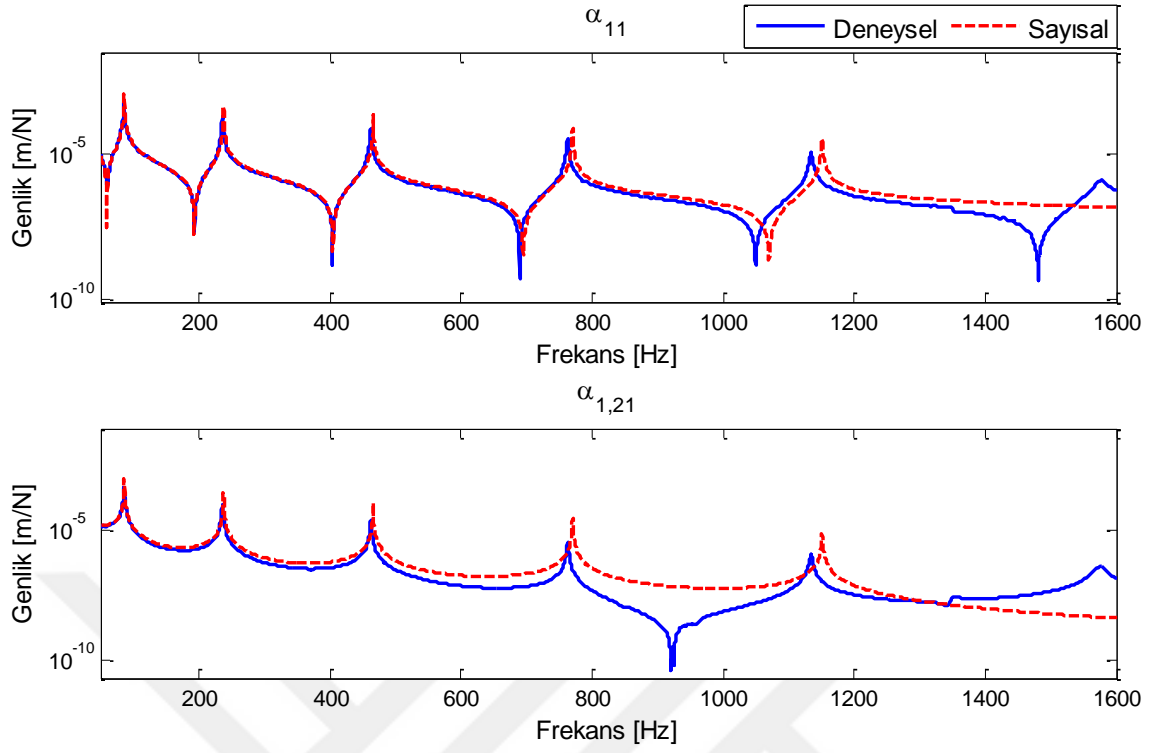
Tablo 5.31. Serbest-serbest kirişin deneysel ve sayısal modellerinin ilk 6 moduna ait doğal frekanslar

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar [Hz]		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Deneysel Model	Sayısal Model		
1	85.86	86.23	-0.37	-0.43
2	235.81	237.69	-1.88	-0.80
3	462.42	465.99	-3.57	-0.77
4	762.79	770.38	-7.59	-0.99
5	1134.34	1151.00	-16.66	-1.47
6	1576.81	1608.06	-31.25	-1.98

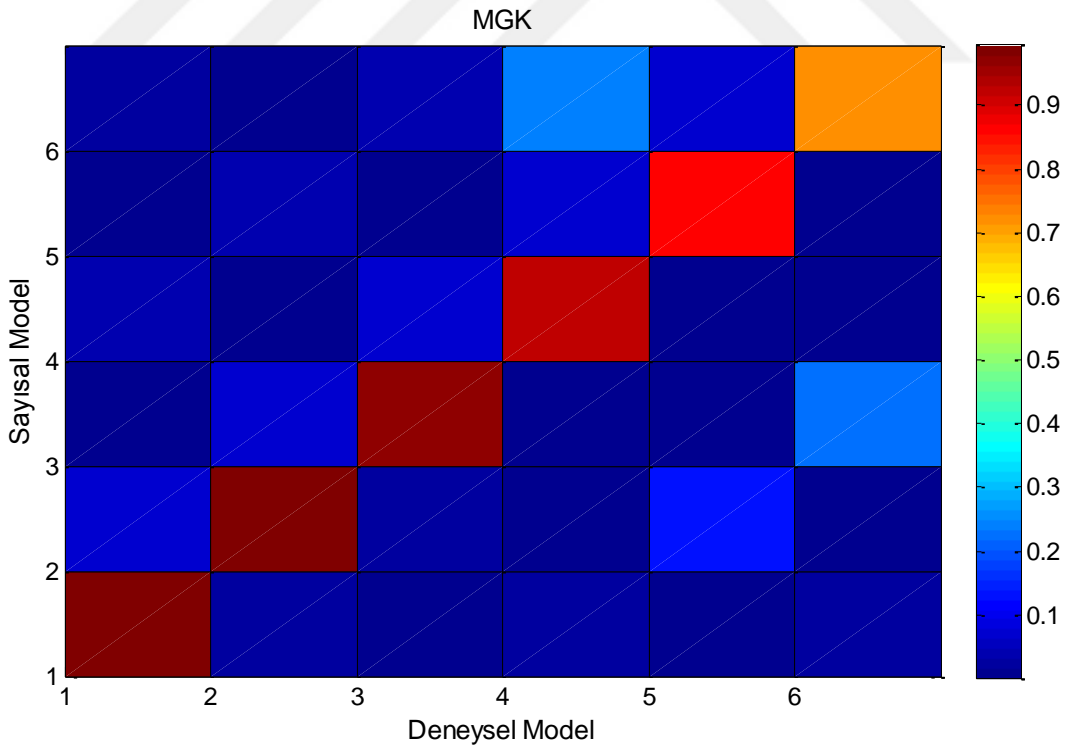
Tablo 5.31’de verilen doğal frekanslar incelendiğinde deneysel model ile sayısal modelin doğal frekansları arasındaki en küçük farkın %-0.43 bağlı hata oranı ile 1 modunda olduğu görülmektedir. En büyük fark ise %-1.98 ile 6 modunda meydana gelmiştir. Bunu sırası ile %-1.47, %-0.99, %-0.80 ve %-0.77 bağlı hataların olduğu 5, 4, 2 ve 3 modlarının doğal frekansları izlemiştir.

Kirişin SE analizinden elde edilen öz değerler ve öz vektörler ilk 6 mod için dikkate alınarak sayısal modelin FTF’leri MATLAB’da (2.33) eşitliği yardımı ile 0-1600 Hz frekans aralığında ve 0.5 Hz artımlarla hesaplanmıştır. Bu şekilde elde edilen FTF’ler 'sayısal' olarak adlandırılmıştır. Sayısal ve deneysel modellerin 1 koordinatına ait sürüş noktası FTF’leri ile 1 ve 21 koordinatları arasındaki transfer FTF’leri 50-1600 Hz frekans aralığı için Şekil 5.35’te karşılaştırılmıştır.

Güncellenmemiş sayısal model ile deneysel modelin uyumunu gösteren Modal Güvence Kriteri (MGK) grafiği Şekil 5.36’da verilmiştir. Verilmiş olan MGK grafiğinde yatay eksen deneysel modeli, dikey eksen ise sayısal modeli göstermektedir. MGK grafiği incelendiğinde deneysel ve SE modellerine ait mod şekillerinin 1-5 modları arasında uyum gösterdiği söylenebilir. Ancak Şekil 5.35’te verilen FTF karşılaştırmasına bakıldığında özellikle 4, 5 ve 6 modlarına ait doğal frekanslarda oluşan farklılıklar nedeniyle FTF’lerde uyumsuzluk görülmektedir.



Şekil 5.35. Serbest-serbest kirişin deneysel ve sayısal modellerine ait FTF'ler

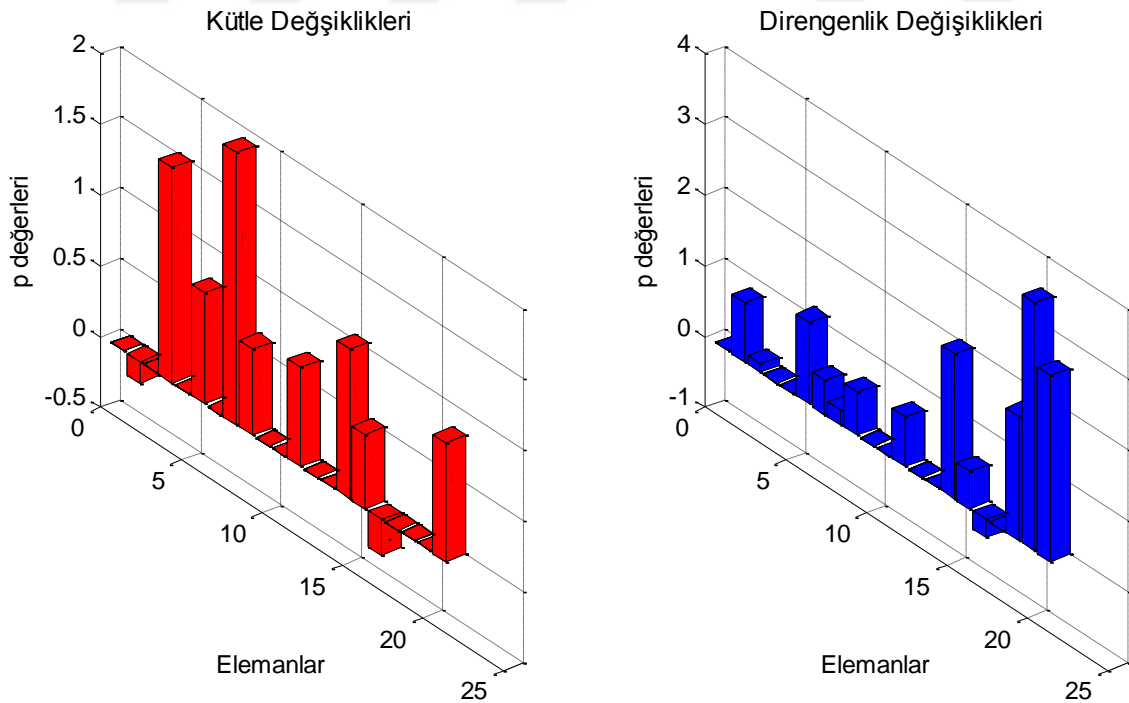


Şekil 5.36. Serbest-serbest kiriş için güncelleme öncesi MGK karşılaştırması

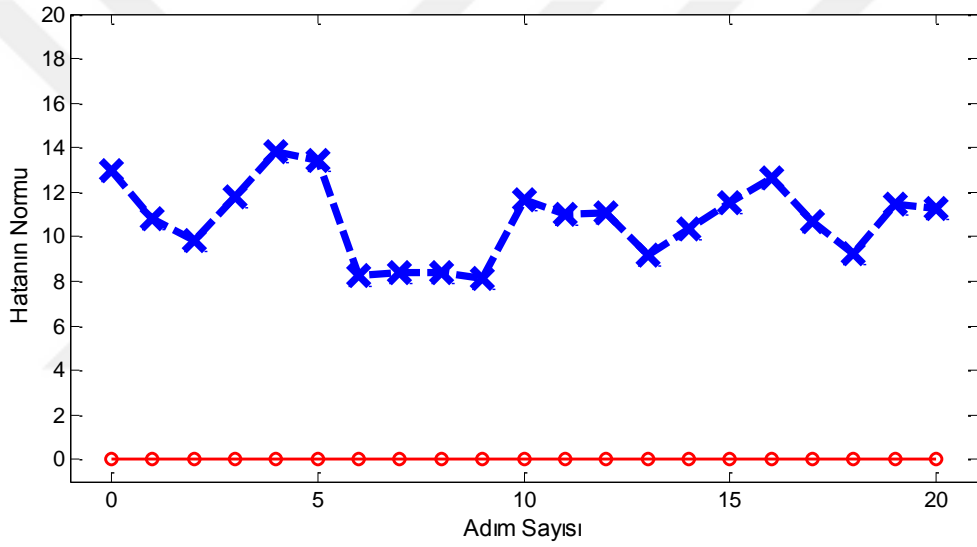
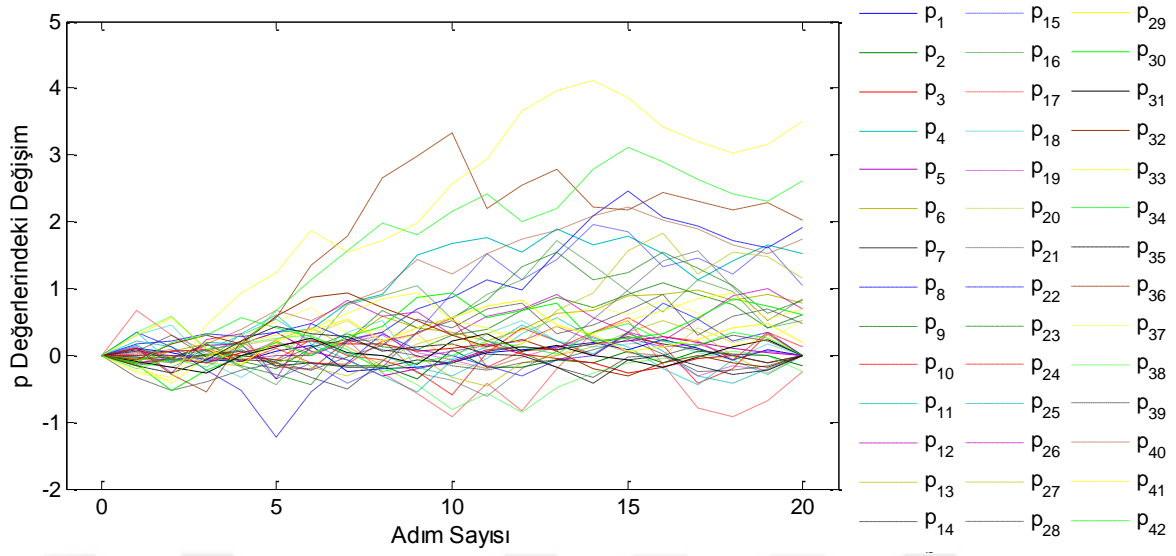
Güncelleme işleminde ilk 6 mod ve sayısal modelin tüm elemanlarında değişiklik yapılması dikkate alınmıştır. Bu durumda toplam 21 eleman için kütle ve dirençlilik değişiklikleri yapılacağından 42 bilinmeyen p değeri olacaktır. Deneysel FTF matrisinde ilk satırın tamamı ölçüldüğünden bilinmeyen p değerlerinin hesaplanabilmesi için $42/21=2$ frekans noktasının bilinmesi yeterli olacaktır. Bu frekans noktaları 1120 ve 1550 Hz olarak seçilmiştir. Bu frekans noktalarına karşılık gelen FTF'lerin (5.15) eşitliğinde yerine yazılması ile,

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_1(p_1, p_2, \dots, p_{42}, \omega) \\ \vdots \\ f_{21}(p_1, p_2, \dots, p_{42}, \omega) \end{Bmatrix}_{21 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \rightarrow \omega_1 = 1120 \text{ Hz}, \omega_2 = 1550 \text{ Hz} \quad (5.27)$$

şeklinde verilen bilinmeyen sayısının denklem sayısına eşit olduğu doğrusal olmayan denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımının MATLAB'da sayısal olarak çözümü için 20 adımda yakınsama sağlanmamıştır. Hesaplanan p değerleri ve adım sayısına göre değişimini gösteren yakınsama grafiği sırası ile Şekil 5.37 ve Şekil 5.38'de verilmiştir.



Şekil 5.37. Serbest-serbest kirişin SE modelindeki elemanların kütle ve dirençliliklerindeki değişimi veren p değerleri (2 frekans noktası seçilmesi durumu)



Şekil 5.38. Serbest-serbest giriş için yakınsama grafiği (2 frekans noktası seçilmesi durumu)

Şekil 5.37’de verilen kütle ve direngelik değişikliklerinin SE modeli üzerinde yapılması ile elde edilen doğal frekanslar ve deneysel modelin doğal doğal frekansları Tablo 5.32’de verilmiştir. Tabloda verilen doğal frekanslar incelendiğinde yapılan güncelleme işlemi sonucunda deneysel ve güncellenmiş sayısal modellere ait doğal frekanslar arasındaki farkların başlangıç sayısal modele oranla arttığı görülmektedir. Bu bağlamda en büyük fark %9.31 ile 4 modunda oluşurken en küçük fark %-1.38 ile 5 modunda meydana gelmiştir.

Tablo 5.32. Serbest-serbest kirişin deneysel ve güncellenmiş sayısal modellerinin ilk 6 moduna ait doğal frekanslar (2 frekans noktası seçilmesi durumu)

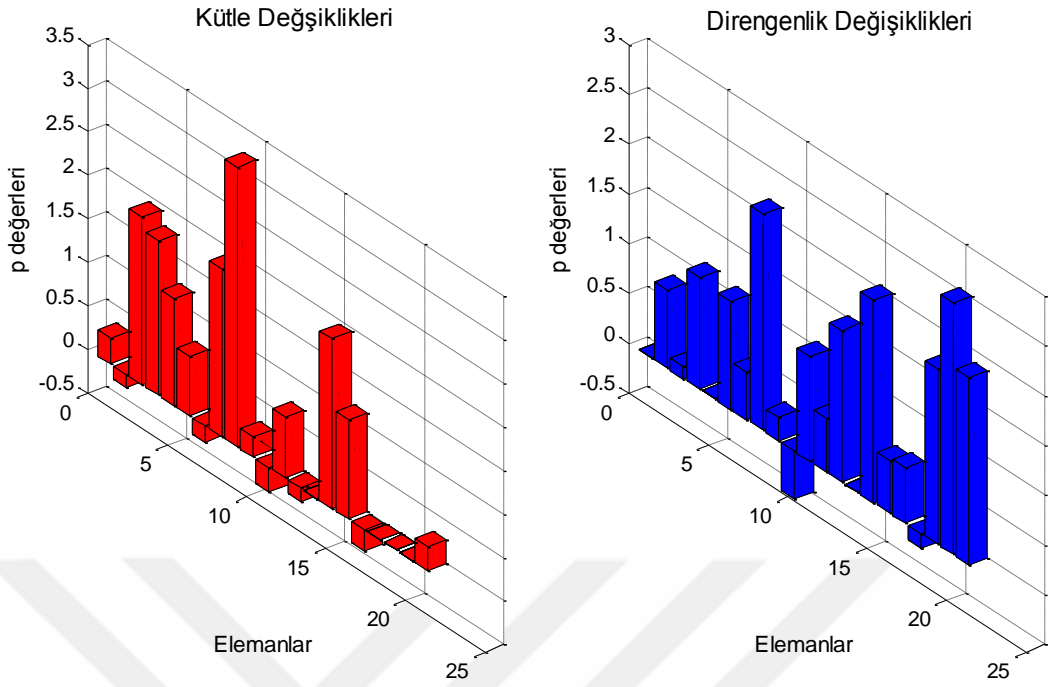
Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar [Hz]		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Deneysel Model	Güncellenmiş Sayısal Model		
1	85.86	83.20	2.66	3.10
2	235.81	216.49	19.32	8.19
3	462.42	427.11	35.31	7.64
4	762.79	691.79	71.00	9.31
5	1134.34	1150.01	-15.67	-1.38
6	1576.81	1693.03	-116.22	-7.37

Yeni bir güncelleme için çözümde kullanılan frekans noktası sayısı artırılarak güncelleme işlemi tekrarlanmıştır. Bunun için 240, 450, 780, 900, 1200, 1550 Hz olmak üzere 6 frekans noktası seçilmiştir. Başlangıç sayısal modeli ile deneysel modelin bu frekanslara karşılık gelen FTF'leri ve güncelleme parametreleri (5.15) eşitliğinde yerine yazılarak,

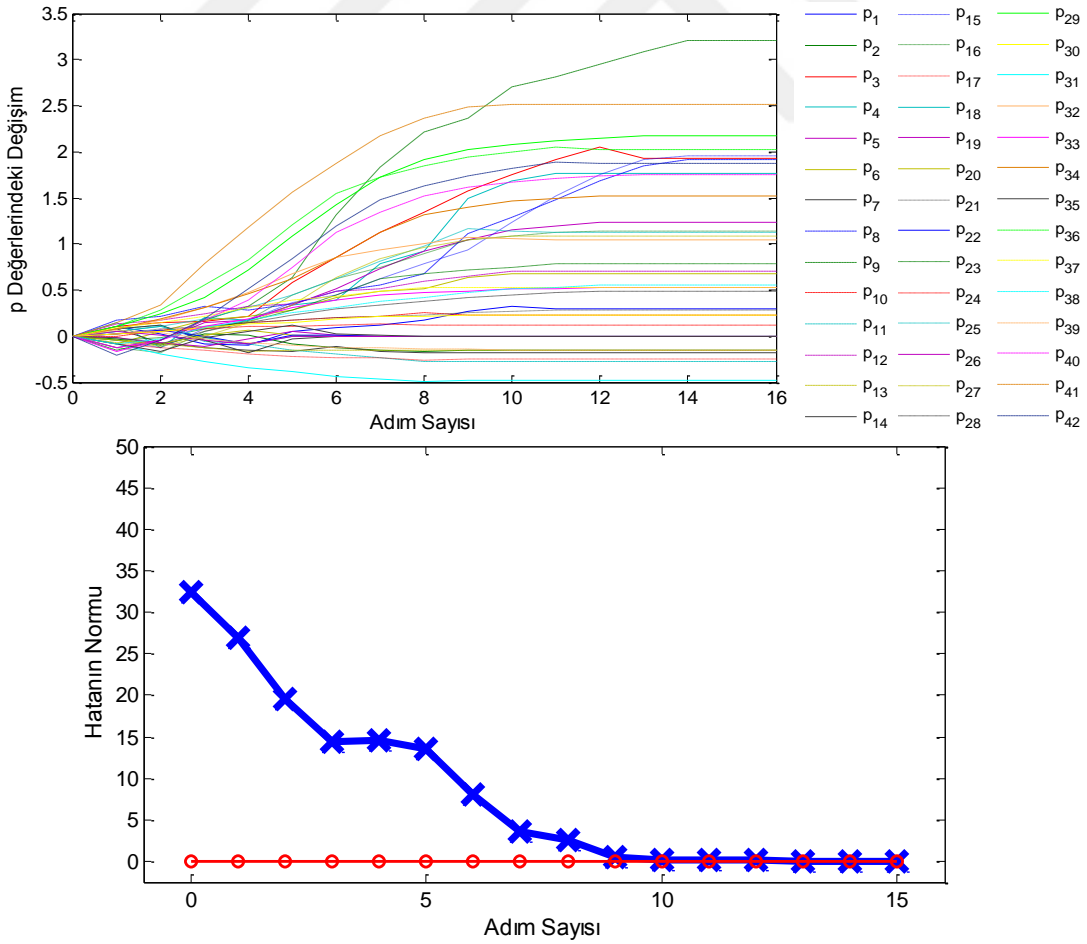
$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_1(p_1, p_2, \dots, p_{42}, \omega) \\ \vdots \\ f_{21}(p_1, p_2, \dots, p_{42}, \omega) \end{Bmatrix}_{21 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{cases} \omega_1 = 240 \text{ Hz}, \omega_2 = 450 \text{ Hz} \\ \omega_3 = 780 \text{ Hz}, \omega_4 = 900 \text{ Hz} \\ \omega_5 = 1200 \text{ Hz}, \omega_6 = 1550 \text{ Hz} \end{cases} \quad (5.28)$$

eşitliği ile verilen bilinmeyen sayısının denklem sayısından fazla olduğu doğrusal olmayan denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımı en küçük kareler yöntemi ile çözülerek 16 adımda yakınsama sağlanmamıştır. Hesaplanan p değerleri ve yakınsama grafiği sırası ile Şekil 5.39 ve Şekil 5.40'ta verilmiştir.

Şekil 5.39 incelendiğinde kirişin SE modelindeki 1 ve 5 numaralı elemanlarda sadece kütle değişikliği, 18, 19 ve 20 numaralı elemanlarda sadece direngenlik değişikliği hesaplanmıştır. Buna karşın 14 numaralı elemanda herhangi bir yapısal değişiklik hesaplanmamıştır. Bu değişikliklerin dikkate alınması ile Ek D'de verilen (D.4) ve (D.7) eşitlikleri kullanılarak SE modelindeki elemanların geometrik (kesit boyutları) ve parametrik (elastisite modülü, yoğunluk) özelliklerinde yapılması gereken değişiklikler hesaplanmış ve Tablo 5.33'te verilmiştir.

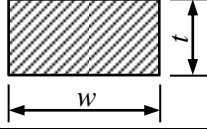


Şekil 5.39. Serbest-serbest kirişin SE modelindeki elemanların kütle ve direngenliklerindeki değişimi veren p değerleri (6 frekans noktası seçilmesi durumu)



Şekil 5.40. Serbest-serbest kiriş için yakınsama grafiği (6 frekans noktası seçilmesi durumu)

Tablo 5.33. Kiriş için yapılan güncelleme işlemi sonucunda SE modelinin elemanlarında yapılması gereken değişiklikler (6 frekans noktası seçilmesi durumu)

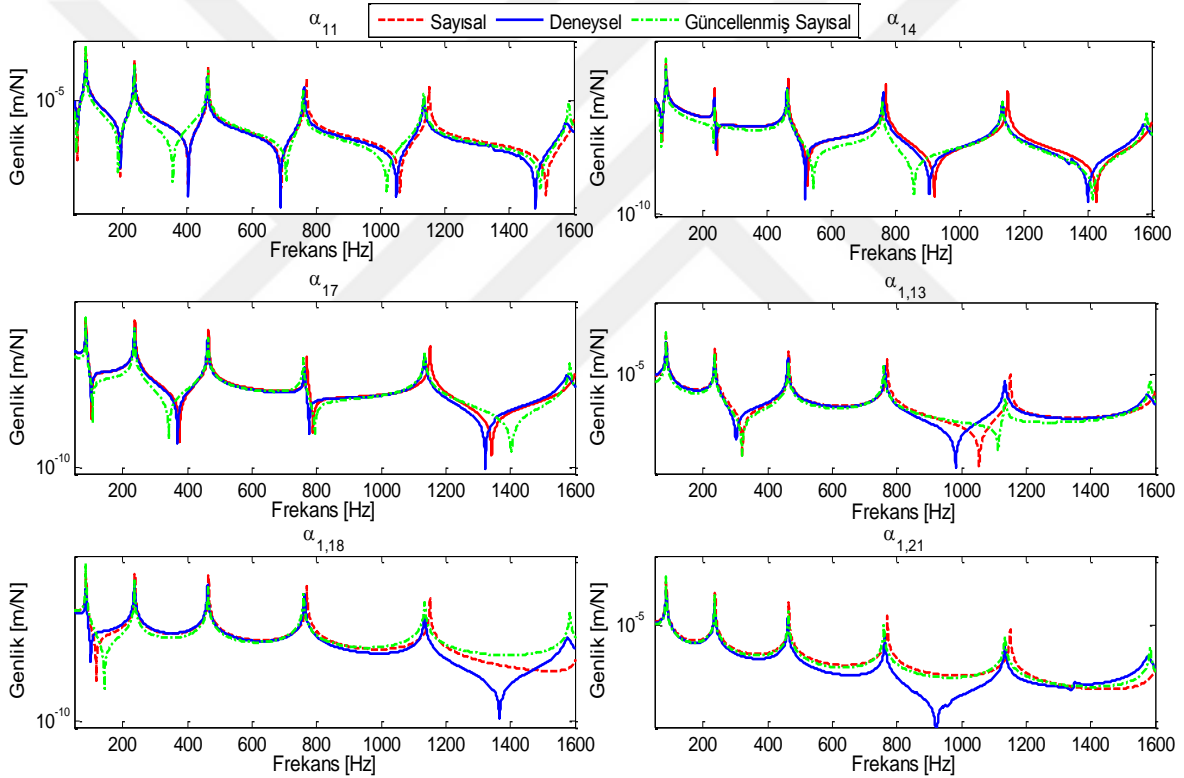
Eleman Numarası	Değişiklik Türü		Değişim Oranları			
	Geometrik	Parametrik	E	ρ	w	t
		E, ρ				
1		X	-	1.3	-	-
2		X	1.78	-0.85	-	-
3		X	1.12	2.93	-	-
4	X		-	-	3.17	0.87
5		X	-	2.23	-	-
6		X	2.08	1.68	-	-
7	X		-	-	0.61	1.34
8		X	3.17	2.92	-	-
9		X	1.23	4.21	-	-
10	X		-	-	1.89	0.65
11		X	2.05	0.72	-	-
12		X	1.53	1.7	-	-
13	X		-	-	0.49	1.72
15		X	3.03	2.95	-	-
16	X		-	-	0.97	1.16
17	X	X	2.08	-	0.75	-
18		X	0.85	-	-	-
19		X	2.75	-	-	-
20		X	3.52	-	-	-
21	X		-	-	0.85	1.5

Tablo 5.33'te verilen değişikliklerin başlangıç SE modeli üzerinde yapılması ile elde edilen güncellenmiş sayısal model ve deneysel modelin ilk 6 moduna ait doğal frekanslar Tablo 5.34'te karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Tabloda verilen değerler incelendiğinde yapılan güncelleme işlemi sonucunda deneysel model ile güncellenmiş sayısal modelin ilk 6 moduna ait doğal frekansların birbirlerine oldukça yakın olduğu görülmektedir.

Güncelleme işleminin FTF'ler üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla deneysel, sayısal ve güncellenmiş sayısal modellerin bazı FTF'leri Şekil 5.41'de karşılaştırılmıştır.

Tablo 5.34. Serbest-serbest kirişin deneysel ve güncellenmiş sayısal modellerinin ilk 6 moduna ait doğal frekanslar (6 frekans noktası seçilmesi durumu)

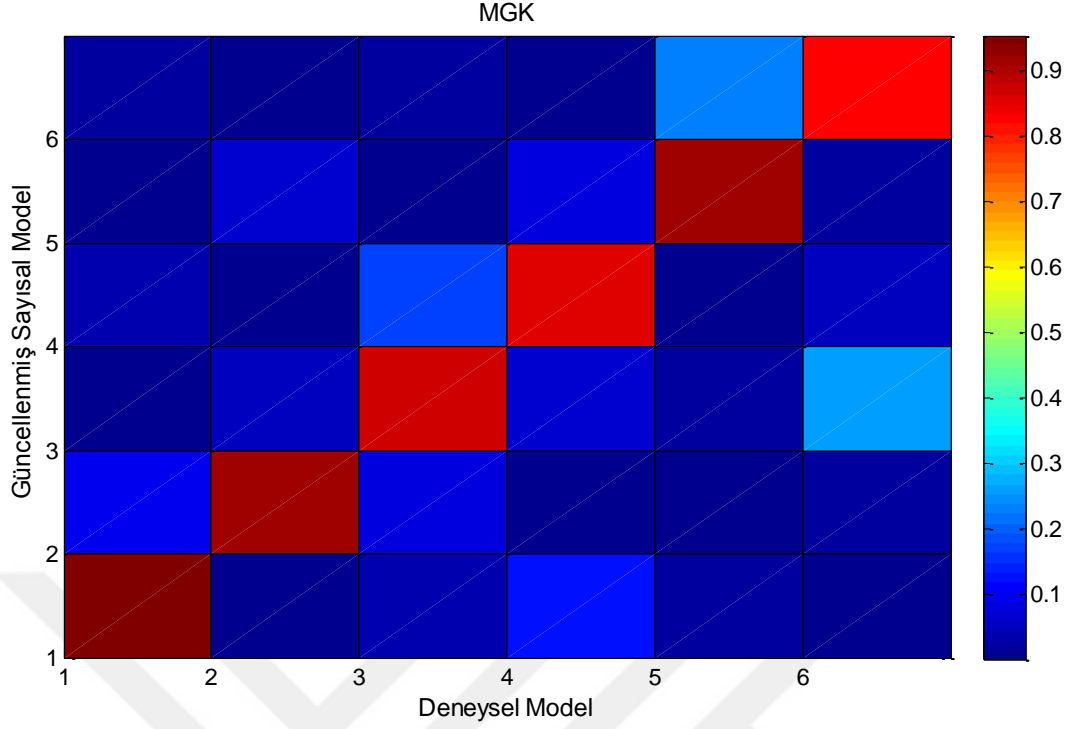
Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar [Hz]		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Deneysel Model	Güncellenmiş Sayısal Model		
1	85.86	85.94	-0.08	-0.09
2	235.81	235.93	-0.12	-0.05
3	462.42	464.21	-1.79	-0.39
4	762.79	759.56	3.23	0.42
5	1134.34	1134.62	-0.28	-0.02
6	1576.81	1584.04	-7.23	-0.46



Şekil 5.41. Serbest-serbest kirişin deneysel, sayısal ve güncellenmiş sayısal modellerine ait bazı FTF'ler

Şekil 5.41'de görüldüğü gibi deneysel model ile güncellenmiş sayısal modele ait FTF'ler arasındaki uyum artmıştır. Güncelleme işlemi sonucunda frekans farkları azaltılmış ve ilgilenilen modlar eşlenmiştir. Bu bağlamda güncellenmiş sayısal model, gerçek yapıyı 0-1600 Hz frekans aralığında başarılı bir şekilde temsil etmektedir.

Güncellenmiş sayısal model ile deneysel model arasındaki modal uyumu görebilmek amacıyla Şekil 5.42'de MGK karşılaştırması verilmiştir.



Şekil 5.42. Serbest-serbest kiriş için güncelleme sonrası MGK karşılaştırması

Şekil 5.42 incelendiğinde deneysel model ile güncellenmiş sayısal model arasında ilk 6 mod için modal uyum sağlandığı görülebilir. Güncelleme işlemi sonunda MGK, frekans karşılaştırması ve FTF sonuçlarında belirgin bir iyileşme sağlanmıştır ve SE modelindeki hatalar düzeltilmiştir.

5.3.2. Uygulama 2: Düz Plak

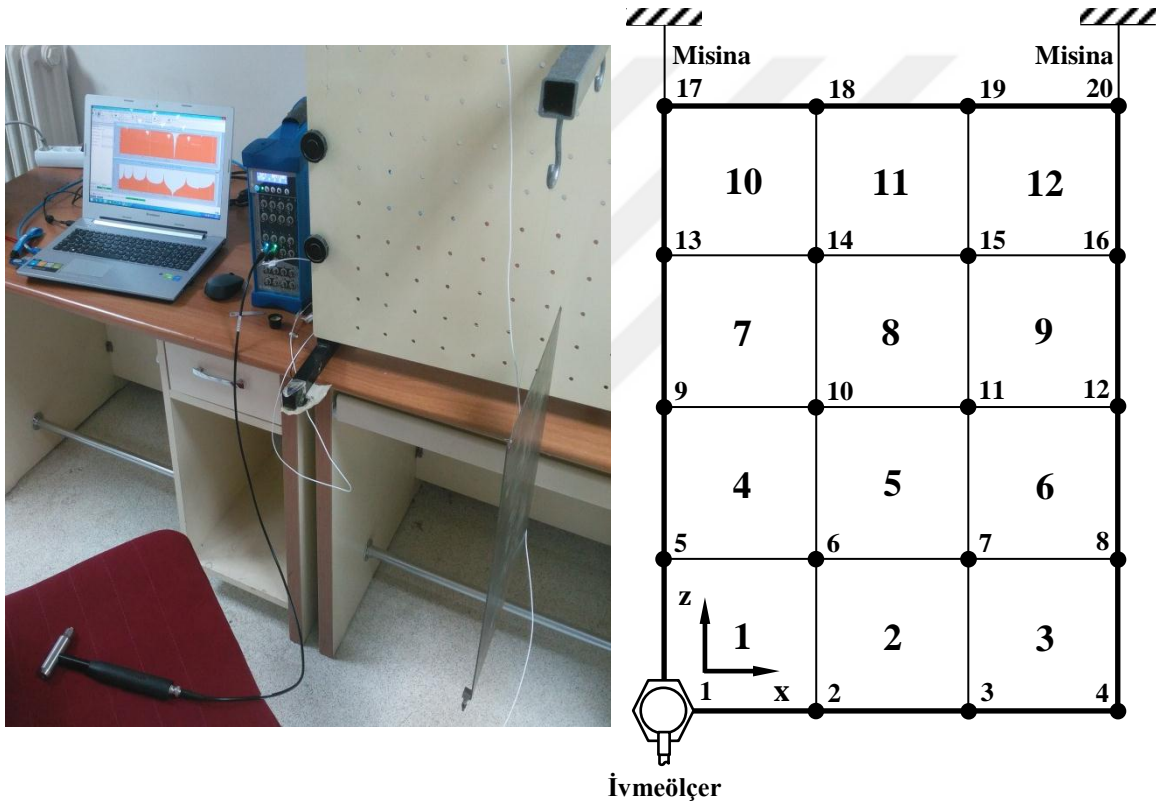
İkinci deneysel uygulama olarak AISI 1030 malzemesinden üretilmiş ve boyutları 300x400x2 mm olan düz bir plak dikkate alınmıştır. Plak malzemesine ait bazı fiziksel ve mekanik özellikler Tablo 5.35'te verilmiştir.

Tablo 5.35. AISI 1030 çeliğinin mekanik ve fiziksel özellikleri [163].

<i>Parametre</i>	Elastisite Modülü (E , GPa)	Kayma Modülü (G , GPa)	Yoğunluk (ρ , kg/m ³)	Poisson Oranı (ν)
<i>Değeri</i>	207	163	7850	0.3

Plâğın SE modeli oluşturulurken tanımlanan malzeme özellikleri için Tablo 5.35'te verilen fiziksel ve mekanik özellikler dikkate alınmıştır.

Deneyisel çalışmalarda tüm kenarlarından serbest sınır şartlarına sahip plâğın modal analizleri yapılmıştır. Serbest sınır şartlarını sağlamak için plak iki ucundan kenar doğrultusu boyunca uzanan misinalar ile asılmıştır. Plâğın deneyisel modeli 20 düğüm ve 12 elemandan oluşacak şekilde oluşturulmuştur. İvmeölçer birinci düğüm noktasına bağlanarak diğer düğümlerden darbeler uygulanmıştır. Şekil 5.43'te plak için hazırlanan deneyisel model ve ölçüm sistemi görülmektedir.



Şekil 5.43. Düz plak için deneyisel model ve ölçüm sistemi

Yapılan deneyisel çalışmalarda kullanılan ölçüm parametreleri Tablo 5.36'da verilmiştir.

Tablo 5.36. Düz plak için deneyisel modal analizde kullanılan ölçüm parametreleri

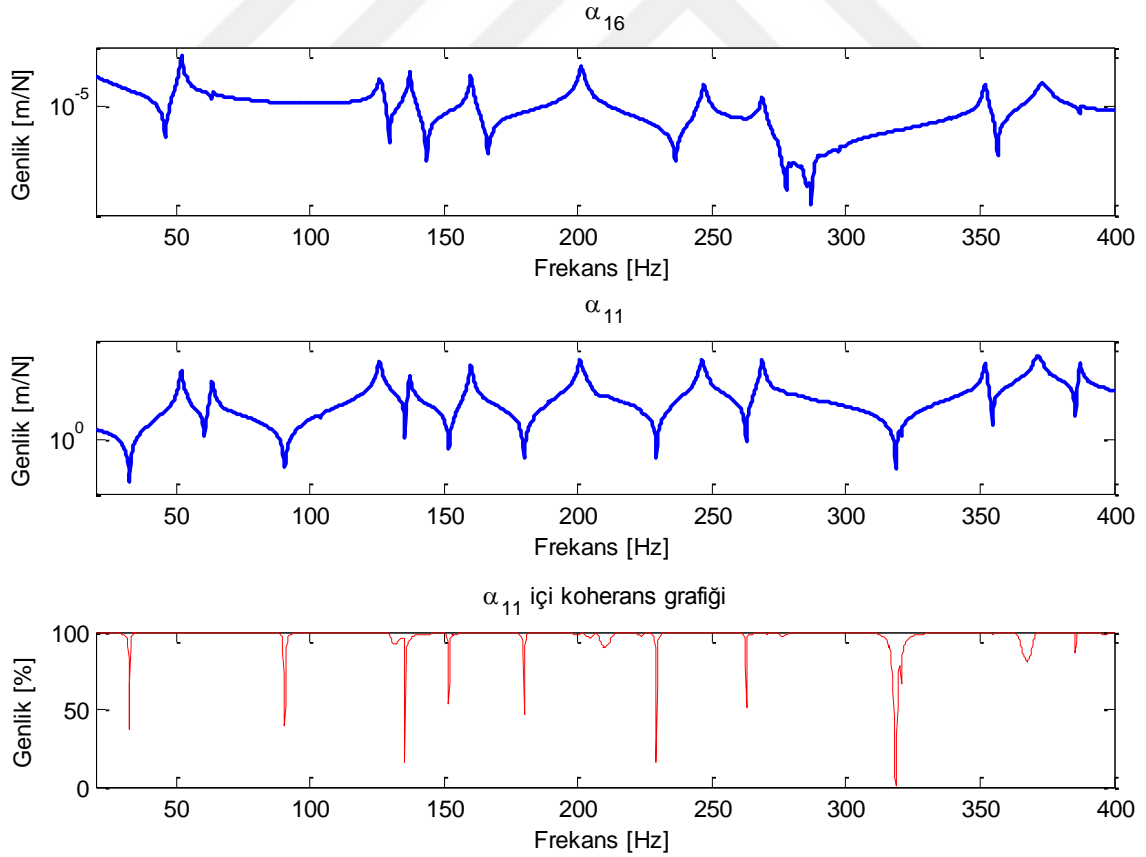
<i>Parametre</i>	Frekans Genişliği (Hz)	Frekans Çözünürlüğü (Hz)	Örnekleme Frekansı (Hz)	Ölçüm Süresi (sn)	Pencereleme (cevap/tahrik)
<i>Değeri</i>	0-400	0.25	1601	4	uniform/uniform

Tablo 5.36’da verilen parametreler dikkate alınarak deneysel FTF matrisinin ilk satırı ölçülmüştür. Ölçülen bu FTF’lerden faydalanılarak yapılan modal analiz sonucunda deneysel modelin öz değerleri ve öz vektörleri hesaplanmıştır. Deneysel modelin ilk 11 moduna ait doğal frekansları Tablo 5.37’de verilmiştir.

Tablo 5.37. Düz plağın ilk 11 moduna ait deneysel doğal frekansları

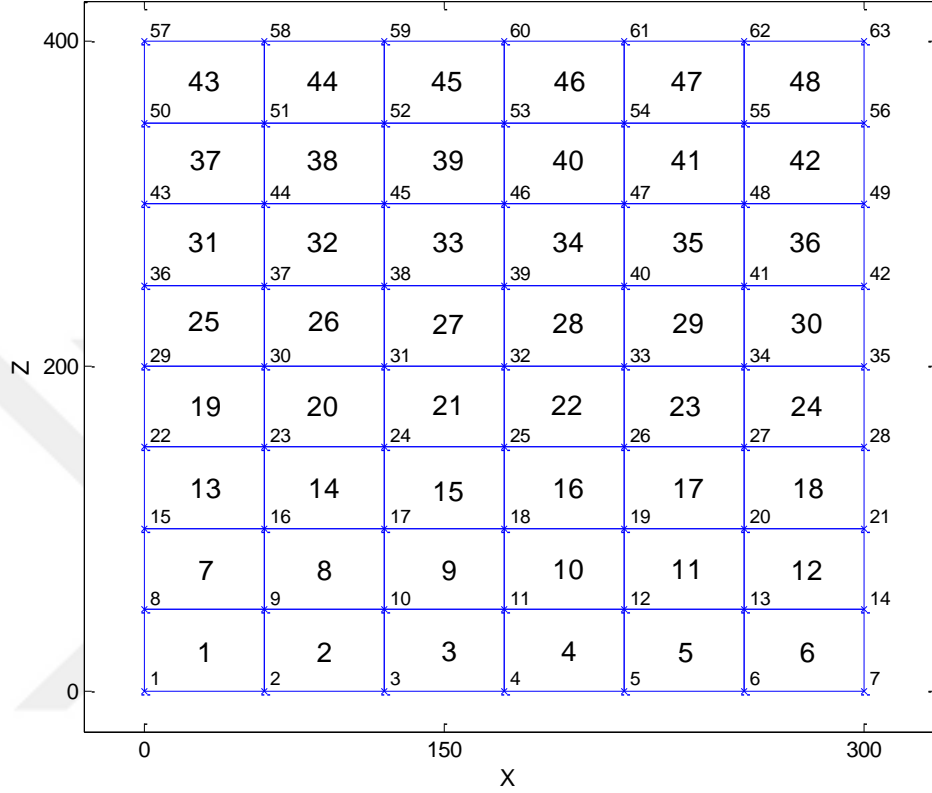
Mod Sayısı (r)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Doğal Frekans (Hz)	52.02	63.60	126.05	137.21	160.07	201.14	247.03	268.85	351.99	373.02	387.31

Düz plağın deneysel modeline ait dinamik esneklik tipindeki α_{11} ve α_{16} FTF’leri, α_{16} FTF’sine ait koherans grafiği ile birlikte Şekil 5.44’te verilmiştir.



Şekil 5.44. Düz plağın deneysel modeline ait α_{11} , sürüş noktası ve α_{16} , transfer FTF’leri ile α_{16} FTF’sine ait koherans grafiği

Plâğın SE modeli, Ek D’de verilen düzlemsel dörtgen plak elemanı kullanılarak 63 düğüm (her düğüm 3 SD’li) ve 48 elemandan oluşacak şekilde modellenmiştir. Plâğın SE modeli Şekil 5.45’te verilmiştir.



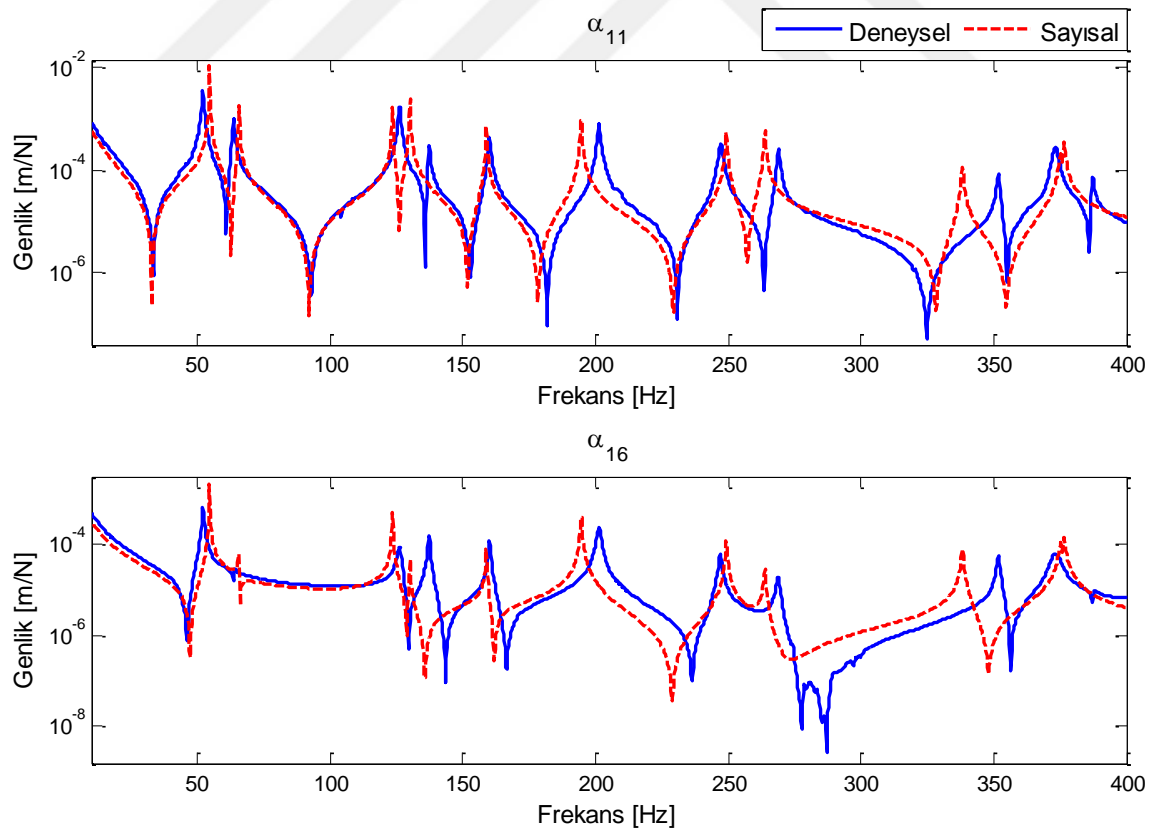
Şekil 5.45. Düz plâğın SE modeli

Tablo 5.38. Düz plâğın deneysel ve sayısal modellerinin ilk 11 moduna ait doğal frekanslar

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar [Hz]		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Deneysel Model	Sayısal Model		
1	52.02	54.51	-2.49	-4.79
2	63.60	65.66	-2.06	-3.24
3	126.05	123.47	2.58	2.05
4	137.21	129.98	7.23	5.27
5	160.07	158.78	1.29	0.81
6	201.14	194.62	6.52	3.24
7	247.03	249.25	-2.22	-0.90
8	268.85	263.74	5.11	1.90
9	351.99	338.15	13.84	3.93
10	373.02	375.30	-2.28	-0.61
11	387.31	376.47	10.84	2.80

Plak için oluşturulan SE modeline ait modal analizler MATLAB’da yapılmıştır. Sayısal model ile deneysel modelin ilk 11 moduna ait doğal frekanslar Tablo 5.38’de karşılaştırılmıştır. Tabloda verilen doğal frekanslar incelendiğinde en küçük farkın %-0.61 bağıl hata oranı ile 10 modunda olduğu görülmektedir. En büyük fark ise %5.27 ile 4 modunda meydana gelmiştir.

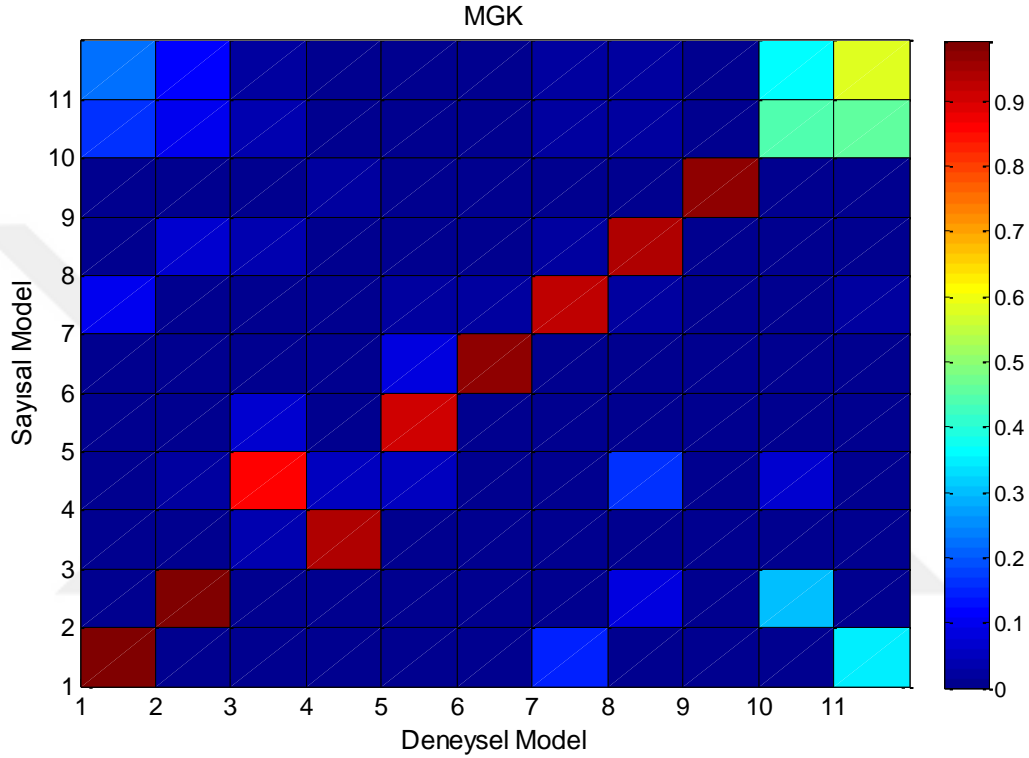
Düz plağın MATLAB’da yapılan modal analizinden elde edilen öz değerler ve öz vektörler kullanılarak SE modelinin FTF’leri ilk 11 mod için MATLAB’da (2.33) eşitliği yardımı ile 0-400 Hz frekans aralığında ve 0.25 Hz artımlarla hesaplanmıştır. Bu şekilde elde edilen FTF’ler 'sayısal' olarak adlandırılmıştır. Sayısal ve deneysel modelin 1 koordinatına ait sürüş noktası FTF’leri ile 1 ve 6 koordinatları arasındaki transfer FTF’leri Şekil 5.46’da karşılaştırılmıştır. Deneysel modelin 6 koordinatı SE modelinin 17 koordinatına karşılık gelmektedir. Bu nedenle SE modelinin FTF’leri oluşturulurken seçilen koordinatlar, deneysel modelin ölçülen koordinatlarına karşılık gelecek şekilde belirlenmiştir.



Şekil 5.46. Düz plağın deneysel ve sayısal modellerine ait FTF’ler

Şekil 5.46 incelendiğinde deneysel ve sayısal modellerin FTF'leri arasındaki farklılıklar açıkça görülmektedir.

Deneysel model ile sayısal model arasındaki modal uyumu belirlemek amacıyla ilk 11 mod için MGK hesaplanmıştır. Güncellenmemiş SE modeli ile deneysel modele ait MGK grafiği Şekil 5.47'de verilmiştir.



Şekil 5.47. Düz plak için güncelleme öncesi MGK karşılaştırması

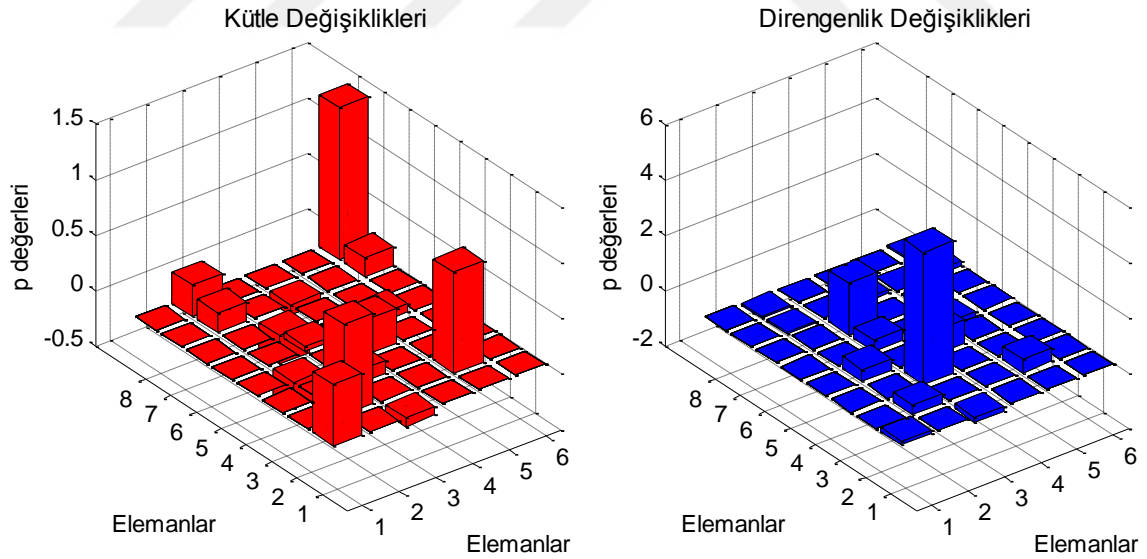
Şekil 5.47 incelendiğinde 3 ve 4 modlarının yer değiştirdiği görülmektedir. Buna ek olarak deneysel ve sayısal mod şekillerinin 1, 2, 5, 6, 7, 8 ve 9 modları için uyum sağladığı söylenebilir. Ancak diğer modlarda oluşan farklılıklar nedeniyle MGK'da uyumsuzluklar görülmektedir.

Düz plak için yapılan güncelleme işleminde belirlenen ilk 11 mod kullanılmıştır. Model güncelleme için SE modelinde 1, 3, 8, 11, 15, 20, 22, 27, 29, 33, 38, 40, 42, 44 ve 48 numaralı elemanlarda değişiklik yapılması dikkate alınmıştır. Bu durumda toplam 15 elemanda kütle ve dirençlilik değişiklikleri yapılacağından 30 bilinmeyen p değeri olacaktır. Elemanlarda yapılan kütle ve dirençlilik değişiklikleri için sırası ile p_1, p_2, \dots, p_{30} değerleri tanımlanmıştır. Deneysel FTF matrisinde ilk satırın tamamı

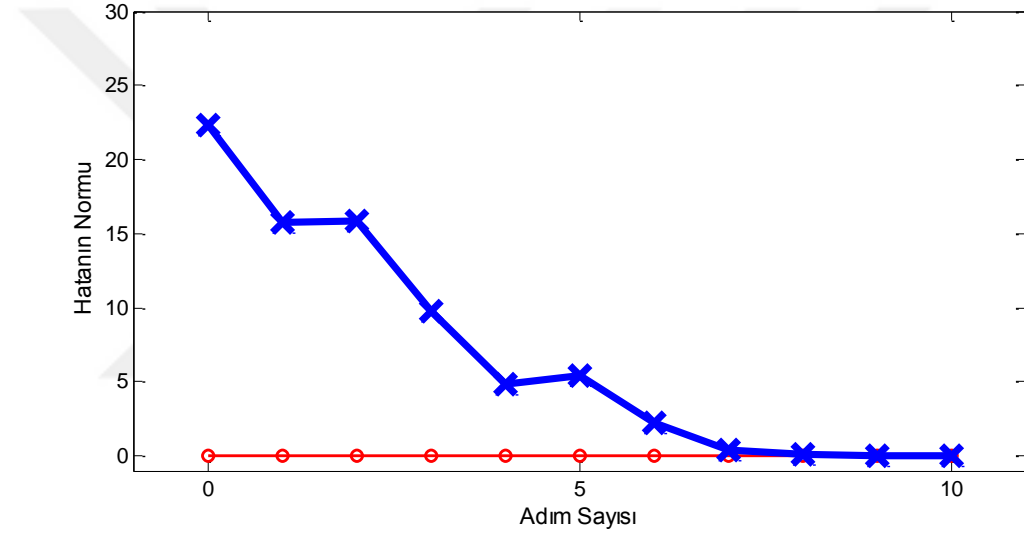
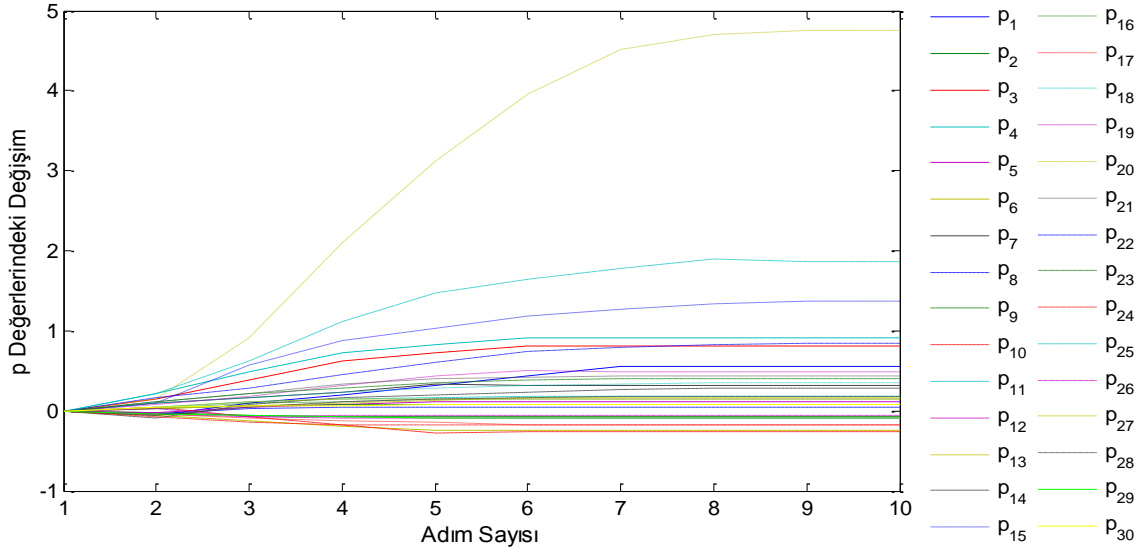
ölçüldüğünden bilinmeyen p değerlerinin hesabında $30/20=1.5$ olacağı için 2 frekans noktasının bilinmesi gereklidir. Bu frekans noktaları belirlenirken deneysel FTF'lerin gürültüsüz ve doğal frekanslara yakın olan bölgeleri göz önünde bulundurulmuştur. Bu durumun dikkate alınması ile frekans noktaları 50 ve 205 Hz olarak seçilmiştir. Bu frekans noktalarına karşılık gelen FTF'lerin (5.15) eşitliğinde yerine yazılması ile,

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_1(p_1, p_2, \dots, p_{30}, \omega) \\ \vdots \\ f_{20}(p_1, p_2, \dots, p_{30}, \omega) \end{Bmatrix}_{20 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \rightarrow \omega_1 = 50 \text{ Hz}, \omega_2 = 205 \text{ Hz} \quad (5.29)$$

şeklinde verilen denklem sayısının bilinmeyen sayısından fazla olduğu doğrusal olmayan denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımının en küçük kareler metodu kullanılarak yapılan çözümü için 9 adımda yakınsama sağlanmıştır. Hesaplanan p değerleri ve adım sayısına göre değişimlerini gösteren yakınsama grafiği sırası ile Şekil 5.48 ve Şekil 5.49'da verilmiştir.



Şekil 5.48. Düz plak için yapılan güncelleme işlemi sonucunda SE modelindeki elemanların kütle ve direngenliklerindeki değişimi veren p değerleri (2 frekans noktası seçilmesi durumu)



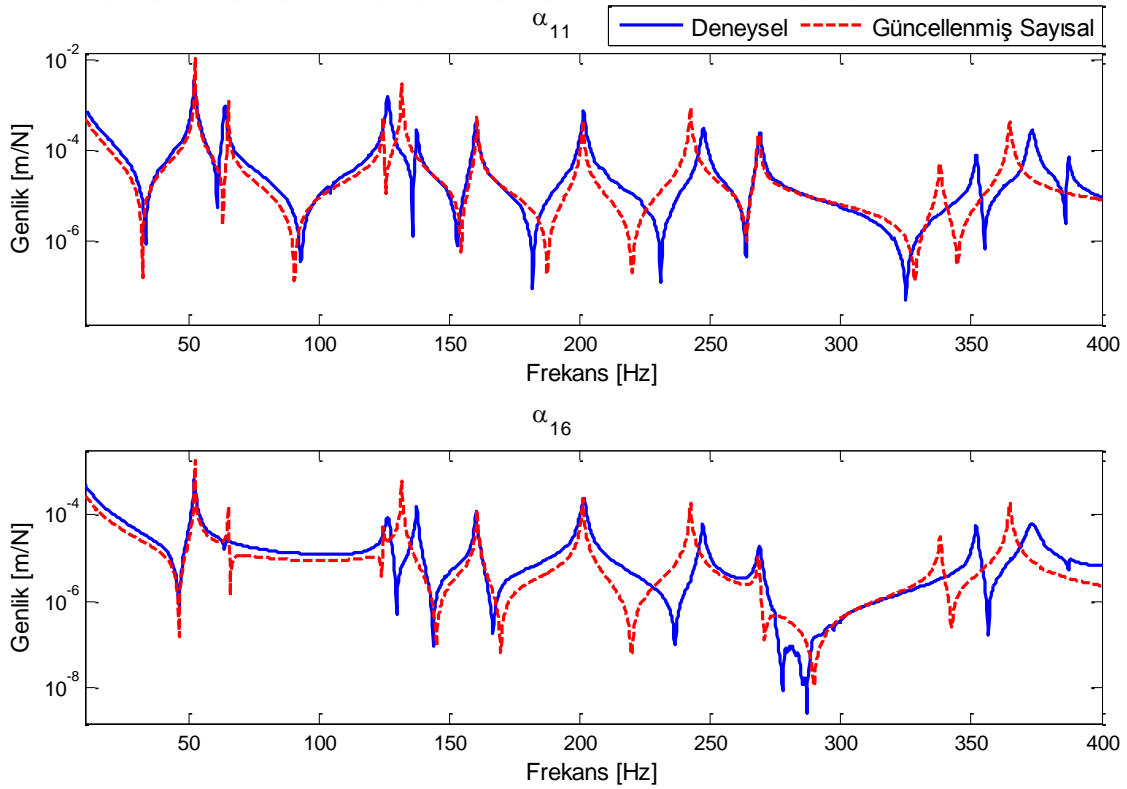
Şekil 5.49. Düz plak için yakınsama grafiği (2 frekans noktası seçilmesi durumu)

Yapılan güncelleme işlemi sonucunda değişiklik yapılması dikkate alınan tüm elemanlarda kütle ve direngenlik değişikliği hesaplanmıştır. Bu değişikliklerin başlangıç SE modelindeki elemanlarda yapılması ile elde edilen güncellenmiş sayısal modele ait doğal frekanslar ve deneysel modelin doğal frekansları Tablo 5.39’da karşılaştırılmıştır. Tablo 5.39 incelendiğinde yapılan güncelleme işlemi sonucunda deneysel model ile güncellenmiş sayısal modelin 1, 5, 6 ve 8 modlarına ait doğal frekansların birbirlerine oldukça yakın olduğu görülmektedir. Ancak diğer modlarda yeterli yakınsama sağlanamamıştır. Doğal frekanslar arasındaki en büyük hata %4.14 ile 4 modunun doğal frekansında oluşurken bunu sırası ile %3.98, %2.90, %2.21, %-2.14, %1.93 ve %1.38 hata oranlarının olduğu 9, 11, 10, 2, 7 ve 3 modları izlemiştir. Bu durumu FTF’ler üzerinde

görebilmek amacıyla güncellenmiş sayısal ve deneysel modellerin α_{11} ve α_{16} FTF'leri ile Şekil 5.50'de karşılaştırılmıştır.

Tablo 5.39. Düz plağın deneysel ve güncellenmiş sayısal modellerinin ilk 11 moduna ait doğal frekanslar (2 frekans noktası seçilmesi durumu)

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar [Hz]		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Deneysel Model	Güncellenmiş Sayısal Model		
1	52.02	52.23	-0.21	-0.40
2	63.60	64.96	-1.36	-2.14
3	126.05	124.31	1.74	1.38
4	137.21	131.53	5.68	4.14
5	160.07	160.41	-0.34	-0.21
6	201.14	200.92	0.22	0.11
7	247.03	242.25	4.78	1.93
8	268.85	268.33	0.52	0.19
9	351.99	337.98	14.01	3.98
10	373.02	364.78	8.24	2.21
11	387.31	376.06	11.25	2.90



Şekil 5.50. Düz plağın deneysel ve güncellenmiş sayısal modellerine ait FTF'ler (2 frekans noktası seçilmesi durumu)

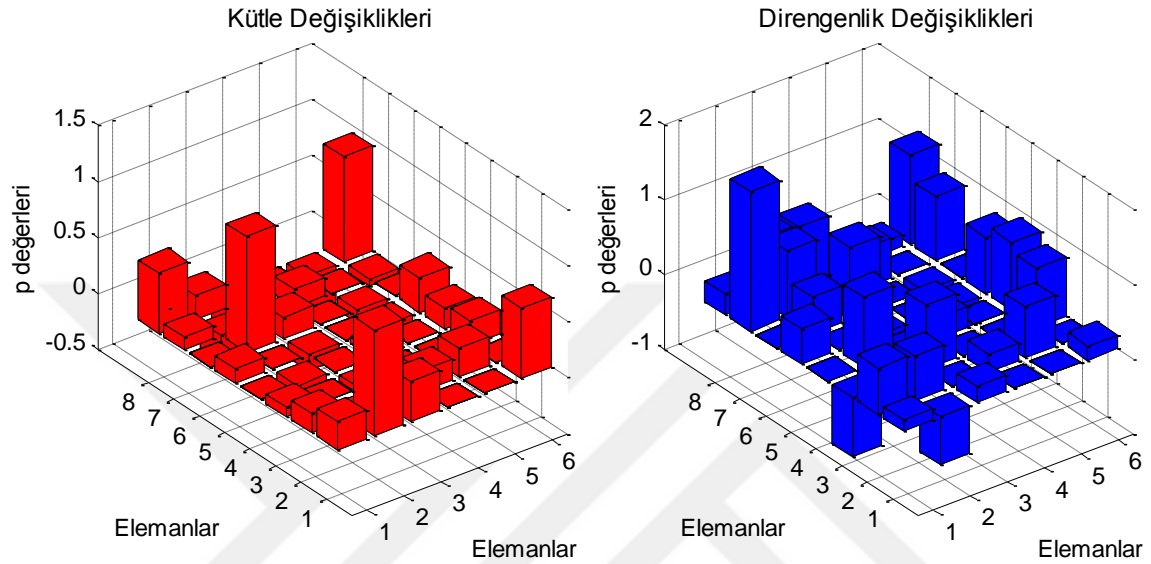
Şekil 5.50 incelendiğinde deneysel ve güncellenmiş sayısal modellerin 1, 5, 6 ve 8 modlarına ait FTF'lerin çakıştığı görülmektedir. Ancak diğer modlarda tam olarak çakışma sağlanamamıştır.

Yapılan çözümde toplam 15 elemanda kütle ve direngenlik değişikliği yapılması dikkate alınmış ve 2 frekans noktası seçilmiştir. Bu durumda 1, 5, 6 ve 8 modları için yakınsama sağlanmış ancak diğer modlarda belirli oranlarda farklılıklar oluşmuştur. Diğer modlarda da yakınsama sağlamak için güncelleme yapılan eleman sayısı ve frekans noktası sayısı arttırılmıştır. Bunun için önceki güncelleme işleminde değişiklik yapılan elemanlara ek olarak 2, 6, 7, 10, 13, 18, 24, 25, 30, 32, 35, 37, 43, 45 ve 47 elemanlarında değişiklik yapılması dikkate alınmıştır. Bu durumda toplam 30 elemanda kütle ve direngenlik değişiklikleri yapılacağından 60 bilinmeyen p değeri olacaktır. Elemanlarda yapılan kütle ve direngenlik değişiklikleri için sırası ile p_1, p_2, \dots, p_{60} değerleri tanımlanmıştır. Deneysel FTF matrisinde ilk satırın tamamı ölçüldüğünden bilinmeyen p değerlerinin hesabı için $60/20=3$ frekans noktasının bilinmesi gereklidir. Ancak önceki güncelleme işleminden de görüleceği üzere bu gerekli şarttır. Yeterli şartı sağlayabilmek için ilgilenilen frekans aralığındaki mod sayıları da dikkate alınmalıdır. Frekans noktaları belirlenirken yine deneysel FTF'lerin doğal frekanslara yakın ve gürültüsüz olan bölgeleri göz önünde bulundurulmuştur. Bu durumun dikkate alınması ile 50, 65, 125, 138.5, 159, 205, 250, 270, 349 ve 375 Hz olarak toplamda 10 frekans noktası seçilmiştir. Bu frekans noktalarına karşılık gelen FTF'lerin (5.15) eşitliğinde yerine yazılması ile,

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_1(p_1, p_2, \dots, p_{60}, \omega) \\ \vdots \\ f_{20}(p_1, p_2, \dots, p_{60}, \omega) \end{Bmatrix}_{20 \times 1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} \omega_1 = 50 \text{ Hz}, \omega_2 = 65 \text{ Hz} \\ \omega_3 = 125 \text{ Hz}, \omega_4 = 138.5 \text{ Hz} \\ \omega_5 = 159 \text{ Hz}, \omega_6 = 205 \text{ Hz} \\ \omega_7 = 245 \text{ Hz}, \omega_8 = 270 \text{ Hz} \\ \omega_9 = 348 \text{ Hz}, \omega_{10} = 360 \text{ Hz} \end{matrix} \quad (5.29)$$

şeklinde verilen denklem sayısının bilinmeyen sayısından fazla olduğu doğrusal olmayan denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımının en küçük kareler metodu kullanılarak yapılan çözümü için 27 adımda yakınsama sağlanmıştır. Hesaplanan p değerleri ve adım sayısına göre değişimlerini gösteren yakınsama grafiği sırası ile Şekil 5.51 ve Şekil 5.52'de verilmiştir.

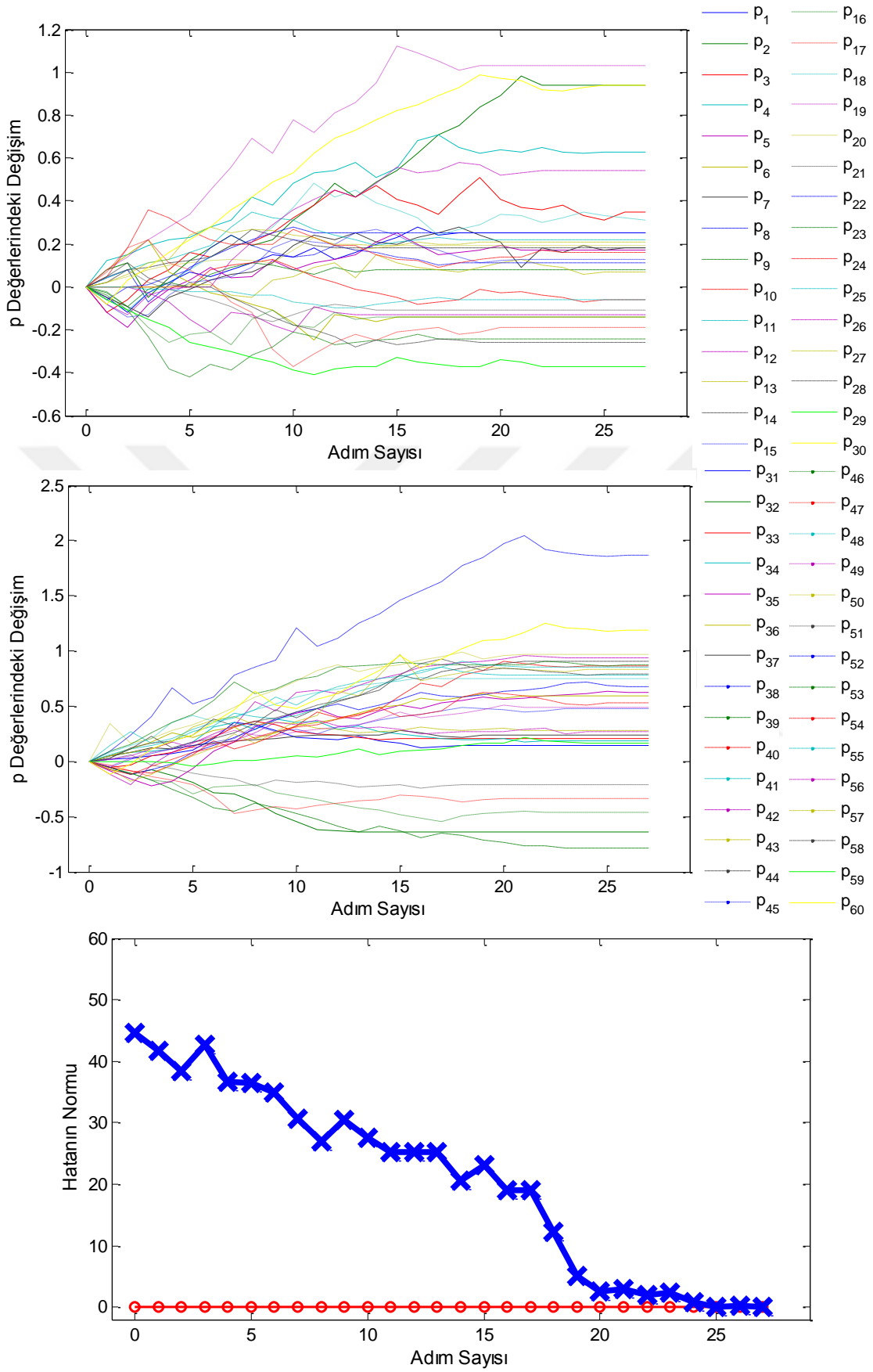
Model güncelleme işlemi sonucunda elde edilen p değerlerine göre EK D’de verilen (D.8) ve (D.9) eşitlikleri kullanılarak değişiklik yapılan her bir eleman için kütle ve dirençlik matrislerindeki geometrik ve parametrik değişim oranları hesaplanmış ve Tablo 5.40’ta verilmiştir.



Şekil 5.51. Düz plak için yapılan güncelleme işlemi sonucunda SE modelindeki elemanların kütle ve dirençliklerindeki değişimi veren p değerleri (10 frekans noktası seçilmesi durumu)

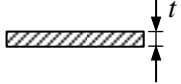
Tablo 5.40’ta verilen değişikliklerin başlangıç SE modelindeki elemanlarda yapılması ile elde edilen güncellenmiş sayısal modele ait doğal frekanslar ve deneysel modelin doğal frekansları Tablo 5.41’de karşılaştırılmıştır. Tabloda verilen doğal frekanslar incelendiğinde deneysel model ile güncellenmiş sayısal modelin 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 ve 10 modlarına ait doğal frekansların birbirlerine oldukça yakın olduğu görülmektedir. Doğal frekanslar arasındaki en büyük fark %-3.80 ile 11 modunun doğal frekansında oluşurken en küçük fark %0.06 ile 3 modunda meydana gelmiştir. Bu durumu FTF’ler üzerinde görebilmek amacıyla güncellenmiş sayısal ve deneysel modellerin α_{11} ve α_{16} FTF’leri ile Şekil 5.53’te karşılaştırılmıştır.

Şekil 5.53’te verilen FTF’ler incelendiğinde deneysel ve güncellenmiş sayısal modellerin 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 ve 10 modlarına ait FTF’lerin uyumlu olduğu görülmektedir. Buna ek olarak 4 modu için de uyum artmıştır. Ancak 9 ve 11 modları için tam olarak uyum sağlanamamıştır.



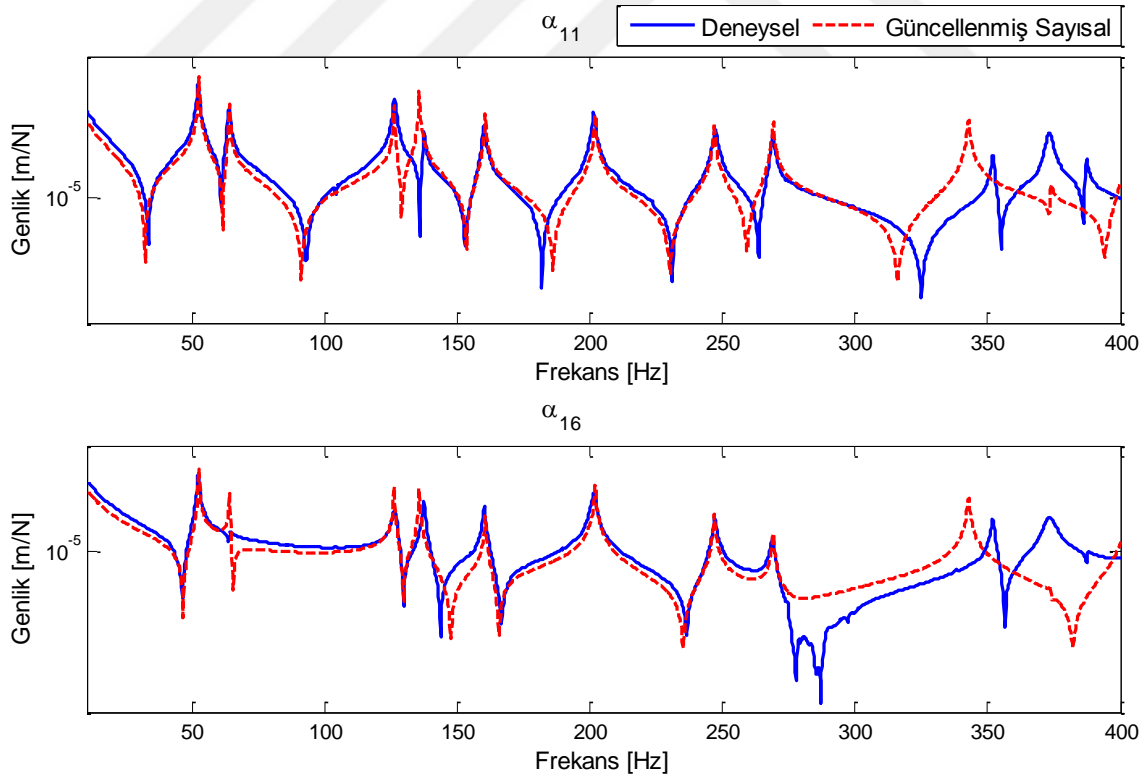
Şekil 5.52. Düz plak için yakınsama grafiği (10 frekans noktası seçilmesi durumu)

Tablo 5.40. Düz plak için yapılan model güncelleme işlemi sonucunda SE modelinin elamanlarında yapılması gereken değişiklikler

Eleman Numarası	Değişiklik Türü		Değişim Oranı		
	Geometrik	Parametrik	E	ρ	t
		E, ρ			
1	X	X	0.58	-	1.25
2		X	0.36	1.94	-
3		X	1.21	1.35	-
6		X	1.19	1.63	-
7	X		-	-	1.17
8		X	1.59	0.86	
10		X	1.24	1.18	
11	X	X	-	1.05	1.19
13	X	X	0.17	-	1.08
15		X	1.86	0.94	
18	X	X	0.53	0.81	1.5
20		X	1.94	0.87	
22		X	1.28	1.07	
24		X	1.91	1.18	
25	X		-	-	1.13
27		X	0.54	0.86	
29	X	X	1.24	-	0.81
30		X	1.75	1.31	
32		X	1.49	2.03	
33	X	X	-	0.94	1.26
35	X	X	1.13	-	0.89
37		X	2.87	1.11	
38	X	X	4.28	-	0.76
40		X	1.53	1.16	
42		X	1.85	0.94	
43		X	1.27	1.54	
44	X		-	-	1.22
45		X	1.79	0.74	
47	X	X	-	0.60	1.05
48	X	X	0.30	-	1.94

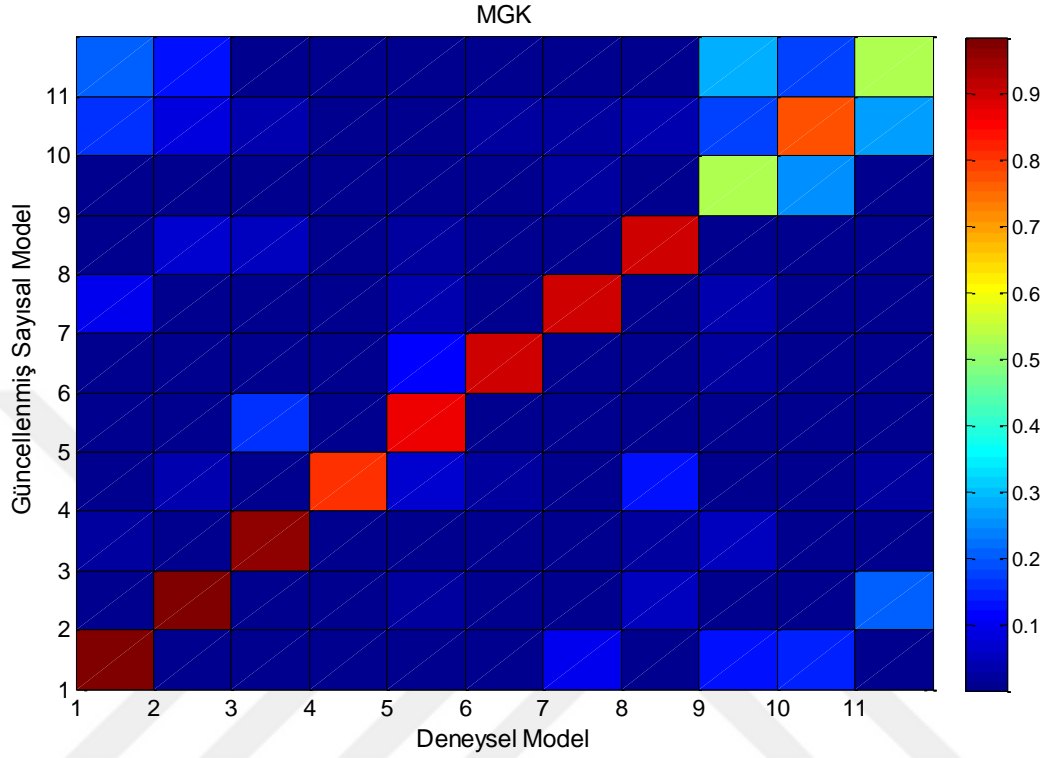
Tablo 5.41. Düz plağın deneysel ve güncellenmiş sayısal modellerinin ilk 11 moduna ait doğal frekanslar (10 frekans noktası seçilmesi durumu)

Mod Sayısı (r)	Doğal Frekanslar [Hz]		Fark (Hz)	Bağlı Hata (%)
	Deneysel Model	Güncellenmiş Sayısal Model		
1	52.02	52.35	-0.33	-0.63
2	63.60	63.84	-0.24	-0.38
3	126.05	125.97	0.08	0.06
4	137.21	135.48	1.73	1.26
5	160.07	160.41	-0.34	-0.21
6	201.14	201.86	-0.72	-0.36
7	247.03	246.79	0.24	0.01
8	268.85	268.95	-0.10	-0.04
9	351.99	342.67	9.32	2.65
10	373.02	373.84	-0.82	-0.22
11	387.31	402.02	-14.71	-3.80



Şekil 5.53. Düz plağın deneysel ve güncellenmiş sayısal modellerine ait FTF'ler (10 frekans noktası seçilmesi durumu)

Güncellenmiş sayısal model ile deneysel modelin MGK karşılaştırması Şekil 5.54'te verilmiştir.



Şekil 5.54. Düz plak için güncelleme sonrası MGK karşılaştırması

Şekil 5.54 incelendiğinde güncellenmiş sayısal model ile deneysel model arasında ilk 8 mod ve 10 modu için uyum sağlandığı görülmektedir. Güncelleme işlemi sonunda MGK, frekans ve FTF karşılaştırmalarının sonuçlarında belirgin bir iyileşme sağlanmış ve SE modelindeki hatalar düzeltilmiştir. Bu durumda SE modelinin yapıyı 0-400 Hz frekans aralığında başarılı bir şekilde temsil ettiği söylenebilir.

Bu uygulama sonunda çözüm için kullanılan frekans noktası ve değişiklik yapılan eleman sayılarındaki artışın, güncelleme sürecine olumlu katkıda bulunduğu sonucuna varılmıştır. Ancak bu sayıların artışına bağlı olarak çözüm sürelerinin de uzayacağı unutulmamalıdır.

5.4. Sonuç ve Değerlendirmeler

Tezin bu bölümünde yapıların SE modellerinin güncellenmesinde SMW formülüne dayalı ölçülen ve sayısal olarak hesaplanan FTF'lerin kullanıldığı yeni bir yöntem

geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntemin etkinliği ve doğruluğu çeşitli sayısal simülasyonlar ve deneysel uygulamalar ile gösterilmiştir. Uygulama sonuçları değerlendirildiğinde güncellenmiş modelin güncellenmemiş modele oranla gerçek yapıyı daha iyi temsil ettiği gözlenmiş ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Geliştirilen yöntem ile yapılan güncelleme işleminde modelleme hataları güncelleme parametrelerinin (p değerlerinin) doğrusal olmayan kombinasyonları şeklinde ifade edilmektedir. Bu nedenle bilinmeyen p değerlerinin hesaplanabilmesi için doğrusal olmayan denklem takımının çözülmesi gereklidir.

Ölçülen FTF'lerde ölçüm sürecinden kaynaklanan bir takım gürültüler mevcuttur. Bu gürültüler güncelleme işleminin başarısını olumsuz yönde etkilemektedir. Bu nedenle başarılı bir güncelleme için kullanılan frekans noktalarının FTF'lerin gürültüsüz olan bölgelerinden seçilmesi veya FTF'lerde mevcut olan gürültülerin ayıklanması gereklidir.

Güncelleme için seçilen her eleman ve frekans noktasında, doğrusal olmayan denklem takımlarının çözümü mevcut olmayabilir. Aynı zamanda seçilen eleman ve frekans noktaları için başarılı bir çözümle yapılan güncelleme işleminde ilgilenilen mod aralığı için tam olarak yakınsama sağlanamayabilir. Bu nedenle güncelleme işleminde seçilen eleman ve frekans noktası sayıları artırılarak daha hassas ve doğru güncellemeler yapılabilir. Ancak bu durumda dikkate alınan koordinat ve denklem sayıları artacağından çözüm süresinin uzayacağı unutulmamalıdır. Burada en uygun yol güncelleme için dikkate alınan frekans aralığı ve mod sayısı üzerinde yüksek etkiye sahip olan elemanların standart bir optimizasyon yöntemi ile belirlenmesidir.

Geliştirilen yöntemde deneysel ve sayısal modeller arasındaki modelleme hataları sayısal modelin FTF'leri, güncelleme parametreleri ve SE modelinin fiziksel parametreleri (kütle, direnç ve sönüm) kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu nedenle deneysel FTF matrisinin tam olarak oluşturulamadığı durumlar için ölçülemeyen FTF'lerin yerine güncellenmiş sayısal modele karşılık gelen FTF'lerin kullanılmasına gerek kalmadan çözüm yapılabilir. Bu durum geliştirilen yöntemin önemli sayılabilecek avantajları arasındadır.

6. SONUÇLAR ve GENEL DEĞERLENDİRME

Tez kapsamında yapılan çalışmalar ile ilgili elde edilen sonuçlar tezin bu bölümünde kısaca özetlenmeye çalışılmıştır.

6.1. Giriş

Yapısal dinamik analiz çalışmalarında SE metodu çok çeşitli amaçlar için kullanılmaktadır. Ancak SE metodunda oluşturulan model, yapılan bazı kabuller ve modelleme hatalarından kaynaklı olarak gerçek yapıyı tam olarak temsil edememektedir. Bu nedenle yapıların dinamik davranışlarının analizinde oluşturulan SE modellerinin gerçek yapıyla mümkün olan en iyi şekilde örtüşebilmesi için model güncelleme yöntemleri geliştirilmiştir. SE modelinin güncellenmesi aslında gerçek yapının dinamik davranışlarını daha iyi tahmin edebilmek için oluşturulan sayısal modelin kütle [M], direngenlik [K] ve sönüm [C] gibi yapısal özelliklerinin düzenlenmesi veya değiştirilmesi işlemidir. Bir başka deyişle istenilen dinamik özellikleri sağlamak amacıyla oluşturulan modelde yapılması gereken değişikliklerin yerinin ve miktarının belirlenmesidir. Bu işlem yapısal dinamikte ters yapısal değişiklik olarak tarif edilmektedir.

SE modelinin güncellenmesinde referans olarak deneysel ölçüm verileri dikkate alınmaktadır. Bu nedenle ölçülen verilerin gerçek yapıyı mümkün olan en iyi şekilde temsil etmesi gereklidir. Ayrıca deneysel verilerdeki hata ve parazitlerin ortadan kaldırılması veya azaltılması güncelleme işleminin başarısı için oldukça önemlidir. Deneysel modelin güncelleme için uygunluğu ölçümlerin yapılma şekline bağlı olmaktadır. Bu nedenle deneysel düzeneğin oluşturulmasında donanım seçimi, yapının ölçüme hazırlanışı ve ölçümlerin güvenilirliği sınanmalıdır.

Yapılan literatür araştırması kapsamında model güncelleme için geliştirilen yöntemler, güncelleme probleminin çözüm şekline göre doğrudan ve tekrarlı yöntemler olmak üzere iki ana grupta toplanabilir.

Doğrudan yöntemlerde deneysel modelden elde edilen veriler kullanılarak SE modelinin sistem matrislerinde güncelleme işlemi yapılmaktadır. Doğrudan yöntemlerin uygulanmasında SE modeli ile deneysel model arasındaki SD'lerin farkına (koordinat

uyuşmazlığı) bağı olarak bir takım olumsuzluklar oluşabilmektedir. Ancak günümüz teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak gelişen ölçüm sistemleri ile bu olumsuzluklar giderilebilmektedir.

Tekrarlı yöntemlerde SE modeli ile deneysel modelin öz değerleri arasındaki farkın karesi ile elde edilen bir fonksiyon kullanılmaktadır. Bu fonksiyonun çözümü ise doğası gereği tekrarlı çözüm gerektirmektedir. Tekrarlı yöntemlerde güncelleme parametreleri için geniş bir seçim olanağı mevcuttur.

Bu doktora tezinde ters yapısal değişiklik tekniğinden faydalanılarak pratikte uygulanabilir etkili bir SE güncelleme yöntemi geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntemde titreşim ölçümlerinden elde edilen ve SE modelinden sayısal olarak hesaplanan FTF verileri doğrudan kullanılarak model güncelleme işlemi yapılmaktadır. Model güncelleme yönteminin geliştirilmesi aşamasında ters yapısal değişikliğin özel uygulama alanları olan doğal frekansların korunması ve kaydırılması için yeni ve farklı stratejiler geliştirilmiştir. Tez kapsamında geliştirilen tüm yöntemlerde oldukça etkili ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Devam eden bölümlerde bu tezde yapılan katkılar özetlenmiş ve geliştirilen yöntemlerin avantaj ve sınırlayıcıları irdelenmiştir.

6.2. Doğal Frekansların Korunması

Mühendislikte üretimi gerçekleştirilmiş bir yapı üzerinde zamanla bazı fiziksel değişikliklerin yapılması ihtiyacı ortaya çıkabilmektedir. Bu ihtiyaç yapı üzerinde ek geliştirmeler yapmanın yanı sıra çoğu zaman tasarım aşamasında titreşim ve gürültü problemlerinin dikkate alınmamasından kaynaklanmaktadır. Yapı üzerinde yapılan bu değişiklikler genel olarak o yapının kütle, direngenlik veya sönüm gibi özelliklerinin değişmesine neden olmaktadır. Bir yapının kütle, direngenlik ve sönüm parametreleri o yapının doğal frekansları ve mod şekilleri gibi dinamik özelliklerini belirlemektedir. Bu nedenle yapı üzerinde gerçekleştirilen fiziksel değişiklikler yapının dinamik özelliklerinde değişime neden olmaktadır.

Mevcut bir yapı üzerinde yapılan fiziksel değişikliklerin yapının dinamik özelliklerini nasıl etkileyeceğini belirleme işlemi düz yapısal değişiklik olarak tanımlanmaktadır. Diğer taraftan bir yapının istenilen dinamik özellikleri sağlaması için yapılması gereken kütle,

direngenlik veya sönüm değişikliklerinin belirlenmesi işlemi ise ters yapısal değişiklik olarak bilinmektedir.

Ters yapısal değişiklik işleminde özel bir durum, yapılacak yapısal değişikliklerden sonra yapının belirli dinamik özelliklerinin değişmeden kalmasını sağlamaktır. Temel olarak bir sisteme kütle eklendiğinde doğal frekanslar düşme eğilimi gösterirken yay eklendiğinde bunlar artma eğiliminde olmaktadır. Bu özellikten faydalanarak bir sisteme belirli bir kütle eklendikten sonra istenilen bir doğal frekansın sabit kalması isteniyorsa uygun bir yay tasarımı ile bunu sağlamak mümkün olabilir.

Bu çalışmada, bir sistem üzerinde yapılan kütle ve direngenlik değişikliklerinden sonra istenilen doğal frekansların değişmeden sabit kalması problemi incelenmiştir. Bunun için matris teorisinden bilinen SM eşitliğine ve ters yapısal değişikliğe dayalı bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemde değişiklik yapılmış sistem ile orijinal sistemin istenilen doğal frekanslarına karşılık gelen FTF'lerinin birbirine eşitlenerek yapılan fiziksel değişiklikler hesaplanmaktadır. Orijinal yapı üzerinde yapılan fiziksel değişiklikler, genelleştirilmiş bir koordinatta kütle değişikliği, genelleştirilmiş bir koordinat ile sabit eksen arasında yay değişikliği ve genelleştirilmiş iki koordinat arasında yay değişikliği şeklinde dikkate alınmıştır. Burada orijinal yapının herhangi bir koordinatına kütle eklendikten sonra değişen doğal frekanslarından istenilen bir veya birkaçının değişmeden kalması istenmektedir. Geliştirilen yöntem ile SM eşitliğinin kullanıldığı mevcut uygulamalardan farklı olarak bir doğal frekansı sabit tutabilmek için yay elemanı yapı üzerinde genelleştirilmiş iki koordinat arasına yerleştirilmiş ve gerekli yayın yay katsayısı hesaplanmıştır. Aynı zamanda yere bağlı ve genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay durumu için birden fazla doğal frekansın kütle değişiminden etkilenmemesi sağlanmıştır. Sunulan yöntemin geçerliliği 6 SD'li bir kütle-yay sistemi üzerinde yapılan simülasyonlar ile gösterilmeye çalışılmıştır.

Simülasyonlarda öncelikle sayısal olarak hesaplanan gürültüsüz FTF'ler kullanılmıştır. Bu FTF'lerden faydalanılarak kütle değişiminden sonra değişen doğal frekanslardan birinin korunması için yere bağlı yay değişikliği hesaplanmıştır. Bu değişikliklerin orijinal yapıya uygulanması ile orijinal sistemin bir doğal frekansını başarılı bir şekilde korunmuştur. Orijinal sistem üzerinde yapılan kütle değişikliğinden sonra daha fazla doğal frekansın korunabilmesi için en az korunmak istenen doğal frekans sayısı kadar yay değişikliği yapılması gereklidir. Bu durum dikkate alınarak orijinal yapının iki ve üç doğal frekansının kütle değişiminden etkilenmemesi için sırası ile orijinal sistem üzerinde bir ve iki yere

bağlı yay değişikliği daha yapılmıştır. Bu değişiklikler sonucunda yay katsayıları hesaplanan yay değişikliklerinin kütle değişikliği yapılmış yapıya uygulanması ile orijinal yapının iki ve üç doğal frekansı değişikliklerden etkilenmeden korunmuştur. Bir diğer simülasyon çalışmasında kütle değişiminde sonra doğal frekansların korunması için değişiklik yapılmış yapı üzerinde genelleştirilmiş koordinatlar arasına yaylar eklenerek gerekli olan yay katsayıları hesaplanmıştır. Genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişikliği için cevap, tahrik ve değişim koordinatlarına ait FTF'lerin bilinmesi gereklidir. Burada öncelikle kütle değişikliği yapılmış yapı üzerinde genelleştirilmiş iki koordinat arasına bir yay eklenerek orijinal yapının istenilen bir doğal frekansı korunmuştur. Daha sonra orijinal yapının sırası ile iki ve üç doğal frekansının kütle değişiminden etkilenmemesi için genelleştirilmiş koordinatlar arasında bir ve iki yay değişikliği daha yapılarak gerekli olan yay katsayıları hesaplanmıştır. Bu değişikliklerin değiştirilmiş yapıya uygulanması ile orijinal yapının sırası ile iki ve üç doğal frekansı korunmuştur.

Gürültüsüz FTF'ler kullanılarak yapılan simülasyon çalışmalarında son derece başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Ancak farklı gürültü seviyelerinin (%3 ve %5 eklemeli gürültü) uygulandığı FTF'ler kullanılarak yapılan simülasyon çalışmalarında, artan gürültü seviyesi yöntemin başarısını olumsuz yönde etkilemiş ve başarısız sonuçlar elde edilmiştir. Bu durum dikkate alınarak yöntemin başarısı için çözümde kullanılan FTF'lerin gürültülerden ayıklanması önerilir.

Yapılan simülasyonlarda, kütle değişiminden sonra yere bağlı veya genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri yapılarak maksimum üç doğal frekansın kütle değişiminden etkilenmemesi sağlanmıştır. Sunulan yöntemlerde daha fazla fiziksel sistem parametresi dikkate alınarak kütle değişiminden etkilenmemesi istenilen doğal frekans sayısı arttırılabilir. Diğer taraftan bu çalışmada bir kütle-yay sistemi dikkate alınmakla birlikte sunulan yöntemin aslında genel olduğu ve tüm sistemlere uygulanabilir olduğu söylenebilir.

Yapısal değişiklikler mevcut yapılara uygulandığı için bu yapıların kütle, dirençlilik ve sönüm gibi fiziksel parametreleri önceden bilinmeyebilir. Ancak geliştirilen yöntemde doğrudan FTF'ler kullanıldığı için yapının fiziksel parametrelerinin bilinmesine gerek yoktur. Bu durum dikkate alındığında geliştirilen yöntemin oldukça kullanışlı olduğu söylenebilir. Ayrıca, sunulan yöntemde yapısal değişikliklerin hesabı için değişiklik koordinatlarına ait sınırlı sayıdaki FTF'ler kullanıldığından modal özelliklerin kullanıldığı yöntemlere göre daha üstündür.

6.3. Doğal Frekansların Kaydırılması

Bazı durumlarda bir yapının çalışma şartlarında meydana değişimden kaynaklı olarak istenmeyen harmonikler ortaya çıkabilmektedir. Böyle bir durum oluştuğunda istenmeyen harmoniklerin frekansları ile yapının doğal frekanslarının çakıştığı rezonans durumu meydana gelmektedir. Yapısal değişikliklerin bir diğer uygulama alanı ise ilgilenilen yapının doğal frekanslarının istenilen güvenli bölgelere kaydırılmasını sağlamaktır. Bu durumu gerçekleştirebilmek için yapı üzerinde çeşitli yapısal değişiklikler yapılmalıdır. Bunu gerçekleştirebilmek için de yine SM formülüne dayalı olarak bir ters yapısal değişim metodu geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntemde yapısal değişikliklerin orijinal yapıya uygulanması ile elde edilen yeni sisteme ait FTF'lerin doğal frekanslara karşılık gelen genlik değerlerinin çok yüksek olması dikkate alınmıştır. Bu sayede SM formülü kullanılarak değişiklik yapılmış sistemin FTF'lerini veren eşitliğin paydası sıfıra eşitlenerek gerekli olan değişim miktarları hesaplanabilmektedir.

Geliştirilen yöntemin geçerliliğini göstermek amacıyla tek bağlantılı 5 SD'li kütle-yay sistemi ile çoklu bağlantılı 4 SD'li kütle-yay sistemleri üzerinde sayısal simülasyonlar yapılmıştır. Simülasyonlarda öncelikle gürültüsüz FTF'ler kullanılarak kütle, yere bağlı yay ve genelleştirilmiş koordinatlar arasında yay değişiklikleri yapılarak bir, iki ve üç doğal frekansın istenilen değerlere kaydırılması amaçlanmıştır. Gürültüsüz FTF'ler kullanılarak yapısal değişiklikler ile bir ve birden fazla doğal frekansın kaydırılması için yapılan simülasyon çalışmalarında son derece başarılı sonuçlar elde edilmiş ve yöntem doğrulanmıştır. Yöntemin gürültülü FTF'ler üzerindeki performansını incelemek amacıyla eklemeli tip gürültüler %3 ve %5 oranında FTF'lere eklenmiştir. Bu FTF'ler kullanılarak genelleştirilmiş koordinatlar arasında yapılan yay değişiklikleri ile bir ve birden fazla doğal frekansın kaydırılması için sayısal simülasyonlar yapılmıştır. Bu simülasyonlarda doğal frekansların kaydırılması için geliştirilen yöntemin başarısız olduğu görülmüştür. Bu nedenle yöntemin başarısı için çözümde kullanılan FTF'lerin gürültülerden ayıklanması önerilir.

Geliştirilen yöntemde en az kaydırılmak istenen doğal frekans sayısı kadar yapısal değişiklik yapılmasının gerekli olduğu belirtilmelidir. Simülasyonlarda en fazla üç doğal frekansın kaydırılması işlemi yapılmıştır. Daha fazla doğal frekansın kaydırılmasının istenmesi durumunda dikkate alınan yapısal değişikliklerin de artırılması gerektiği unutulmamalıdır. Bu yapısal değişikliklerin hepsi aynı türden olabileceği gibi farklı türden

yapısal değişiklikler de bir arada kullanılabilir. Ancak burada önemli olan nokta hangi fiziksel parametrelerde veya koordinatlarda değişiklik yapılması problemidir.

Ters yapısal değişiklik problemlerinin doğası gereği çözümün tek olmadığı unutulmamalıdır. Yapısal değişiklikler için farklı koordinatların seçilmesi durumunda farklı bir çözüm bulunabilir. Ancak bazı koordinatlarda yapılan yapısal değişikliklerin düğüm noktalarına karşılık gelmesinden dolayı belirli modları etkilemediği göz önünde bulundurulmalıdır.

6.4. FTF'ler Kullanılarak SE Modellerinin Güncellenmesi

Deneyssel olarak ölçülen veya sayısal olarak hesaplanan FTF'ler hem deneyssel hem de SE modeli hakkında çok fazla bilgi barındırmaktadır. Bu durum doğrudan FTF'lerin kullanıldığı güncelleme yöntemlerinin geliştirilmesine büyük olanak sağlamıştır. Bu çalışmada da doğrudan ölçülen ve sayısal olarak hesaplanan FTF'lerin kullanıldığı SMW formülüne dayalı yeni bir güncelleme yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntem geliştirilirken doğal frekansların korunması için geliştirilen yöntemde kullanılan yol izlenmiştir. Ancak burada toplam değişim, iki matrisin çarpımı şeklinde ifade edilerek SMW eşitliği ile değişiklik yapılmış sistemin FTF'leri hesaplanmıştır. Bu şekilde hesaplanan FTF'ler ile deneyssel modelin ilgili koordinatlarına ait FTF'leri karşılaştırılarak aradaki farkı oluşturan değişiklikler (p değerleri) belirlenmiştir.

Geliştirilen yöntemin doğruluğu ve etkinliği farklı yapılar üzerinde yapılan bazı sayısal simülasyonlar ve deneyssel uygulamalar ile gösterilmiştir. Ayrık ve sürekli yapılar üzerinde yapılan bu çalışmaların sonuçları değerlendirildiğinde güncellenmiş modelin güncellenmemiş modele oranla gerçek yapıyı daha iyi temsil ettiği gözlenmiş ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Ayrık sistemlere örnek teşkil etmesi bakımından dikkate alınan 10 SD'li kütle-yay sistemi için yapılan sayısal simülasyonlarda, sayısal model üzerinde farklı fiziksel değişiklikler yapılarak deneyssel model oluşturulmuştur. Bu şekilde deneyssel ve sayısal modeller arasındaki farkı oluşturan p değerleri deneyssel FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu ve oluşturulamadığı durumlar için hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değerlerin deneyssel modeli oluşturmak için yapılan değişiklikler ile birebir uyumlu olduğu gözlenmiştir.

Serbest-serbest sınır şartlarına sahip 225x10x5 mm boyutlarında bir kiriş dikkate alınarak yapılan sayısal simülasyonlarda hedef, model orijinal fiziksel parametreler ve Euler-Bernoulli kiriş modeli kullanılarak 16 düğüm (her düğüm 3 SD'li) ve 15 elemandan oluşturulmuştur. Kirişin mevcut modeli ise hedef modelin bazı elemanlarında parametrik ve geometrik değişiklikler yapılarak benzetim yolu ile elde edilmiştir. Bu değişiklikler sonucunda mevcut model ve hedef modelin FTF'leri arasında oluşan fark kullanılarak hedef modelin FTF matrisinde ilk satırın tamamının oluşturulduğu ve oluşturulmadığı durumlar için p değerleri hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değerlerin mevcut modeli oluşturmak için yapılan değişiklikler ile tamamen uyduğu görülmüş ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Ölçülen FTF'lerde deney düzeneği ve kullanılan donanımdan kaynaklı olarak bir takım gürültüler mevcuttur. Bu nedenle tez kapsamında geliştirilen güncelleme yönteminin gürültülü FTF'ler üzerindeki performansını görebilmek amacıyla hedef modelin FTF'lerine %3 eklemeli tip gürültü eklenmiştir. Bunun için serbest-serbest sınır şartlarına sahip 225x10x5 mm boyutlarında bir kiriş dikkate alınmıştır. Güncelleme işleminde seçilen frekans noktalarının gürültülü bölgelerde olması güncelleme işleminin başarısını olumsuz yönde etkilemiş ve başarısız sonuçlar elde edilmiştir. Ancak gürültüsüz bölgelerden seçilen frekans noktaları kullanılarak yapılan güncelleme işleminde başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Bu nedenle geliştirilen yöntem ile yapılan güncelleme işleminde frekans noktalarının gürültüsüz olan bölgelerden seçilmesi veya FTF'lerde mevcut olan gürültülerin ayıklanması yöntemin başarısı için oldukça önemlidir.

Deneysel çalışmalar kapsamında serbest-serbest sınır şartlarına sahip 855x25x12 mm boyutlarında kiriş ve yine serbest sınır şartlarına sahip 300x400x2 mm boyutlarında düz plak dikkate alınmıştır.

Kirişin SE modeli Ek D'de verilen Euler-Bernoulli kiriş modeli kullanılarak 22 düğüm ve 21 elemandan oluşacak şekilde oluşturulmuş ve MATLAB'da modal analizleri yapılmıştır. Deneysel modeli ise yine 22 düğüm ve 21 elemandan oluşturularak ölçümler yapılmıştır. Güncelleme işlemi için belirlenen ilk 6 mod ve SE modelinin tüm elemanlarında değişiklik yapılması dikkate alınmıştır. İki frekans noktası kullanılarak yapılan güncelleme işleminde çözüm yakınsamamıştır. Bu durumda seçilen her frekans noktası için yapılan güncelleme işleminde, doğrusal olmayan denklem takımlarının çözümü olduğu söylenemez. Frekans noktaları düzenlenip sayıları artırılarak yeni bir güncelleme işlemi yapılmış ve çözüm yakınsamıştır. Güncelleme sonunda deneysel ve

sayısal modeller arasındaki frekans, FTF ve MGK karşılaştırmalarından başarılı sonuçlar elde edilmiş ve SE modelindeki hatalar düzeltilmiştir.

Düz plağın SE modeli Ek D’de verilen düzlemsel dörtgen plak elemanı kullanılarak 63 düğüm ve 48 elemandan oluşacak şekilde oluşturulmuş ve MATLAB’da modal analizleri yapılmıştır. Plağın deneysel modeli ise 20 düğüm ve 12 elemandan oluşacak şekilde tasarlanmış ve ölçümler bu model üzerinden alınmıştır. Yapılan modal analizler sonucunda deneysel ve sayısal modellere ait FTF’ler arasında belirgin farklar oluşmuştur. Güncelleme için belirlenen ilk 11 mod ve SE modelindeki 30 elemanda değişiklik yapılması dikkate alınmıştır. Güncelleme işleminde öncelikle 2 frekans noktası seçilmiş ve çözüm yakınsamıştır. Ancak ilgilenilen frekans aralığı ve modlar için elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde güncelleme işleminin tam olarak başarılı olmadığı görülmüştür. Bu durum dikkate alınarak 10 frekans noktası seçilmiş ve yeni bir güncelleme işlemi yapılmıştır. Güncelleme sonunda ilgilenilen mod ve frekans aralığı için başarılı sonuçlar elde edilmiş ve frekans, FTF ve MGK karşılaştırmalarında belirgin bir iyileşme sağlanmıştır.

Geliştirilen yöntemde deneysel ve SE modellerine ait FTF’ler arasındaki fark SE modelinin FTF’leri, güncelleme parametreleri ve SE modelinin fiziksel parametreleri (kütle, direngenlik ve sönüm) kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu nedenle deneysel FTF matrisinin tam olarak oluşturulamadığı durumlar için ölçülemeyen FTF’nin yerine güncellenmiş SE modeline karşılık gelen FTF’nin kullanılmasına gerek kalmadan çözüm yapılabilmektedir.

Deneysel ve SE modellerinin FTF’leri arasındaki fark hesaplanırken SE modelinde sadece değişiklik yapılan elemanların koordinatlarına ait FTF’ler kullanılmaktadır. Bu durumda güncelleme işlemi için sadece değişim koordinatlarına ait FTF’lerin bilinmesi yeterli olacaktır. Bu sayede değişiklik yapılmayan koordinatlara ait FTF’lerin hesaplanması ve işleme katılması gibi zaman alan uygulamalardan kaçınılacaktır.

Güncelleme işleminde deneysel model ile SE modeli arasındaki fark, p değerlerinin doğrusal olmayan kombinasyonları şeklinde ifade edilmektedir. Bu nedenle bilinmeyen p değerlerinin hesaplanabilmesi için doğrusal olmayan denklem takımının çözülmesi gereklidir. Bilindiği gibi doğrusal olmayan denklem takımlarının çözümü zahmetli ve zaman alıcı bir süreçtir.

6.5. Doğru Bir Model Güncelleme için İzlenecek Yol

Tez kapsamında geliştirilen SE güncelleme metodundan elde edilen sonuçlar ve bilgilerden faydalanılarak, model güncelleme işleminde doğru bir sayısal modele ulaşılması için gerekli olan süreç belirli aşamalardan oluşmaktadır. Bunun için öncelikle incelenen yapının deneysel ve SE modellerinin oluşturulması ile işe başlanır. SE modelinin oluşturulmasında seçilen malzeme özellikleri, geometrik boyutlar ve sınır şartları deneysel model ile uyumlu olmalıdır. Bu durum dikkate alınarak oluşturulan SE modelinin modal analizleri yapılır ve FTF'leri oluşturulur. Deneysel modelin oluşturulması aşamasında ise öncelikle incelenen yapı, sınır şartlarına uygun olacak şekilde hazırlanır. Daha sonra deney planlaması yapılarak belirli bir frekans aralığı ve yapı üzerinde ölçülecek koordinatlar (tahrik ve cevap koordinatları) belirlenir. Son olarak incelenen yapıya uygun deneysel donanım seçimi yapılarak yapı üzerinden ön ölçümler alınır. Bu ön ölçümler ile ölçüm sisteminin kalibrasyonu yapıldıktan sonra elde edilen deneysel sonuçlar güncelleme işleminde kullanılabilir.

Uygun olan deneysel ve SE modelleri oluşturulup modal analizleri yapıldıktan sonra model güncelleme işlemine geçilir. Model güncellemede öncelikle SE modelindeki hangi elemanlarda değişiklik yapılacağı belirlenir. Burada seçilecek elemanlarda yapılacak değişikliklerin belirlenen mod sayısı ve frekans aralığı üzerinde etkili olması gerektiği unutulmamalıdır. Daha sonra doğrusal olmayan denklem takımlarının çözümü için frekans noktaları belirlenir. İlgilenilen frekans aralığında seçilen frekans noktalarının sayısı arttıkça güncelleme işleminin başarısı artmaktadır. Ancak bu durumda doğrusal olmayan denklem sayısı artacağından çözüm süresi uzayacak veya çözüm yakınsamayacaktır. Frekans noktalarının belirlenmesinin ardından deneysel ve sayısal modellere ait FTF'ler arasındaki fark minimize edilene kadar elemanlardaki değişim parametreleri güncellenir. Model güncelleme işlemi sonucunda hesaplanan değişiklikler başlangıç SE modeline uygulanarak güncellenmiş sayısal model elde edilir. Güncellenmiş sayısal model ve deneysel model karşılaştırılarak güncelleme işleminin başarısı değerlendirilir. Eğer güncelleme işlemi sonunda elde edilen sonuçlar deneysel modeli temsil etme noktasında yeterli değilse dikkate alınan parametreler ve frekans noktası sayısı artırılarak tekrar çözüm yapılması yoluna gidilmelidir.

6.6. Gelecekte Yapılabilecek Çalışmalar

Bu tezde FTF'ler kullanılarak doğal frekansların korunması, kaydırılması ve SE modellerinin güncellenmesi için ters yapısal değişiklik tekniğine dayalı olarak farklı ve yeni yöntemler geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntemler sayesinde, tez kapsamında hedeflenen amaçlara ulaşılmakla birlikte halen yapılması ve devam ettirilmesi gereken bazı çalışmalar vardır. Bunlar aşağıda maddeler halinde özetlenmeye çalışılmıştır:

- i.** Geliştirilen yöntemler için hazırlanan bilgisayar programları MATLAB'da hazırlanmış birçok alt programdan oluşmaktadır. Bu durum son kullanıcıların programı anlayabilmeleri ve kullanabilmelerini oldukça zorlaştırmaktadır. Bu nedenle öncelikle geliştirilen programların pratikte kullanılmasını sağlamak amacıyla kullanıcı dostu olan bir ara yüz geliştirilebilir. Bunun için yapılan çalışmalar devam etmektedir.
- ii.** Doğal frekansların korunması ve kaydırılması için hangi fiziksel parametrelerde veya koordinatlarda değişiklik yapılması önemli bir çalışma konusudur. Buna bağlı olarak mevcut durum standart bir optimizasyon problemine dönüştürülerek uygun bir yöntemle çözülebilir. Bu sayede değiştirilmiş sistemlerde belirli doğal frekansların orijinal yapı ile aynı olabilmesi için yapılması gereken en uygun yapısal değişiklikler belirlenebilir.
- iii.** Model güncelleme işleminde deneysel ve SE modeline ait FTF'ler arasındaki farkı oluşturan yapısal değişiklikler seçilen elemanlara göre hesaplanmaktadır. Güncelleme işleminde seçilen elemanların değişmesi durumunda farklı çözümler elde edilebilmektedir. Buradan hareketle en uygun çözümü bulabilmek için hangi elemanlarda değişiklik yapılması durumunun optimizasyon veya yapay zeka teknikleri belirlenmesi üzerine çalışmalar yapılabilir.
- iv.** Tez kapsamında yapılan güncelleme işlemlerinde SE modelinin sadece kütle ve dirençlik matrislerinde güncellemeler yapılmıştır. Bu bağlamda SE modelinin sönüm matrislerinde güncelleme yapılması bir başka araştırma konusu olabilir.
- v.** Pratikte kullanılan model güncelleme uygulamalarında karşılaşılan önemli problemlerden biri de deneysel model ile SE modeli arasındaki koordinat uyumsuzluğudur. Koordinat uyumsuzluklarını ortadan kaldırabilmek için SE modelinin ölçülen SD'lere indirgenmesi veya ölçülen verilerin SE modelinin

boyutuna genişletilmesi gereklidir. Bu durumlar dikkate alınarak tez kapsamında geliştirilen güncelleme yöntemi üzerinde çalışmalar yapılabilir.



KAYNAKLAR

- [1] **Inman D.J.**, 2007. Engineering Vibration, Pearson Education Inc., Upper Saddle River, New Jersey.
- [2] **Grafe H.**, 1998. Model updating of large structural dynamics models using measured response functions, *PhD Thesis*, Imperial College of Science, Technology and Medicine University of London, London.
- [3] **Thomson, W.T.**, 1950. Mechanical Vibration, George Allen & Unwin Ltd., London.
- [4] **Bishop, R.E.D. and Johnson, D.C.**, 1960. The Mechanics of Vibration, Cambridge University Press, Cambridge.
- [5] **Gasch, R. and Knothe, K.**, 1987. Structurdynamik Band 1: Diskrete Systeme, Springer Verlag, Berlin.
- [6] **Newland, D.E.**, 1975. An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis, Pearson Education Limited, Edinburgh.
- [7] **Evins, D.J.**, 1984. Modal Testing, Research Studies Press Limited, Hertfordshire.
- [8] **Balke, H.**, 1956. Einführung in die Technische Mechanik, Springer Verlag, Berlin.
- [9] **Saad, Y.**, 1996. Iterative Methods for Sparse Linear Systems, PWS Publishing Company, Boston.
- [10] **Çakar, O.**, 2003. Titreşim testlerinden elde edilen verilerin kalitesinin iyileştirilmesi, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [11] **Visser, W.J.**, 1992. Updating structural dynamics models using frequency response data, *PhD Thesis*, Imperial College of Science, Technology and Medicine University of London, London.
- [12] **Chandrupatla, T.R. and Belegundu, A.D.**, 1991. Introduction to Finite Elements in Engineering, Pearson Education Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- [13] **Fotsch, D.W.**, 2001. Development of valid FE models for structural dynamic design, *PhD Thesis*, Imperial College of Science, Technology and Medicine University of London, London.
- [14] **Lim, T.W.**, 1993. Actuator/Sensor placement for modal parameter identification of flexible structures, *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, **8**, 1-13.
- [15] **Guyan, R. J.**, 1965. Reduction of stiffness and mass matrices, *AIAA Journal*, **3**, 380.
- [16] **Kammer, D.C.**, 1991. Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **14**, 251-259.
- [17] **Heylen, W. and Avitabile, P.**, 1998. Correlation considerations - part 5 (degree of freedom correlation techniques), *16th International Modal Analysis Conference*, Santa Barbara, January 1998, 207-214.
- [18] **O'Callahan, J.C.**, 1998. Correlation considerations - part 4 (modal vector correlation techniques), *16th International Modal Analysis Conference*, Santa Barbara, January 1998, 197-206.
- [19] **Allemang, R. and Brown, D.**, 1982. A correlation coefficient for modal vector analysis, *1st International Modal Analysis Conference*, Orlando, November 1982, 110-116
- [20] **Lieven, N.A. and Ewins, D.J.**, 1988. Spatial correlation of mode shapes, the coordinate modal assurance criterion (COMAC), *6th International Modal Analysis Conference*, Orlando, February 1988, 690-695.

- [21] **Heylen, W. and Lammens S.**, 1996. FRAC: a consistent way of comparing frequency response functions, *Proceedings of Conference on Identification in Engineering Systems*, Swansea, March 1996, 48-57.
- [22] **Grafe, H.**, 1995. Review of frequency response function updating methods, Technical report no. 1.01, **BRITE-URANUS BRE2-CT94-0946**.
- [23] **Nefske, D.J. and Sung, S.H.**, 1996. Correlation of a coarse-mesh finite element model using structural system identification and a frequency response criterion, *14th International Modal Analysis Conference*, Dearborn, February 1996, 597-602.
- [24] **Lenoir, D., Cogan, S., Lellement, G. and Briscout J.N.**, 1998. Model updating by modal synthesis of experimental forced responses, *16th International Modal Analysis Conference*, Santa Barbara, January 1998, 399-405.
- [25] **Pascual, R., Golinval, J.C. and Razeto, M.**, 1997. A frequency domain correlation technique for model correlation and updating, *15th International Modal Analysis Conference*, Orlando, February 1997, 587-592.
- [26] **Grafe, H.**, 1997. An improved FRF updating method, Technical report no. 1.03b, **BRITE-URANUS BRE2-CT94-0946**.
- [27] **Targoff, W.P.**, 1976. Orthogonality check and correction of measured modes, *AIAA Journal*, **14**, 164-167.
- [28] **Wada, B.K.**, 1980. Correlation of modal and test analysis, *Technical Report Jet Propulsion Laboratory*, **NASA-CR-138728, JPL-TM-33-690**.
- [29] **Chu, D.F.H., Debroy, J.M. and Yang, J.**, 1989. Pitfalls of mass orthogonality check, *7th International Modal Analysis Conference*, Nevada, January 1989, 822-829.
- [30] **Bugeat, L.P. and Lallement, G.**, 1976. Methods of matching calculated and identified eigensolutions, *Strojnický Casopis-Journal of Mechanical Engineering*, **32**, 162-167.
- [31] Dornier Systems, Procedures for Updating Dynamic Mathematical Models, Technical Report Dornier Systems, 1985.
- [32] **Fisette, E., Stavrinidis, C. and Ibrahim, S.**, 1988. Error location and updating of analytical dynamic models using a force balance method, *6th International Modal Analysis Conference*, Orlando, February 1988, 1063-1070.
- [33] **Chen, T.Y.**, 1987. Finite element model refinement using modal analysis data, *PhD Thesis*, University of Texas at Arlington, Teksas.
- [34] **Imregun, M.**, 1992. Correlation and updating of finite element models using vibration test data, *Noise and Vibration Worldwide*, **23**, 16-24.
- [35] **Imregun, M. and Visser, W.J.**, 1991. A review of model updating techniques, *The shock and Vibration Digest*, **23**, 9-20.
- [36] **Mottershead, J.E. and Friswell, M.I.**, 1993. Model updating in structural dynamics: A survey. *Journal of Sound and Vibration*, **167**, 347-375.
- [37] **Natke, H.G., Lallement, G., Cottin, N. and Prells, U.**, 1995. Properties of various residuals within updating of mathematical models, *Inverse Problems in Engineering*, **1**, 329-348.
- [38] **Friswell, M.I. and Mottershead, J.E.**, 1995. Finite Element Model Updating in Structural Dynamics, *Solid Mechanics and its Application*, Kluwer Academic Publishers, London.
- [39] **Paz, M.**, 1984. Dynamic condensation, *AIAA Journal*, **22**, 724-727.
- [40] **O'Callahan, J.C., Avitabile, P., Lieu, I. and Madden, R.**, 1986. An efficient method of determining rotational degrees of freedom from analytical and

- experimental modal data, *4th International Modal Analysis Conference*, Los Angeles, February 1986, 54-60.
- [41] **Avitable, P., O'Callahan, J.C. and Milani, J.**, 1989. Comparison of system characteristics using various model reduction techniques, *7th International Modal Analysis Conference*, Nevada, January 1989, 421-428.
- [42] **Imregun, M. and Ewins, D.J.**, 1993. An investigation into mode shape expansion techniques, *11th International Modal Analysis Conference*, Florida, February 1993, 168-175.
- [43] **Besselink, B., Tabak, U., Lutowska, A., Wouw, N., Nijmeijer, H., Rixen, D.J., Hochstenbach, M.E. and Schilders, W.H.A.**, 2013. A comparison of model reduction techniques from structural dynamics, numerical mathematics and systems and control, *Journal of Sound and Vibration*, **332**, 4403-4422.
- [44] **Imamovic, N.**, 1998. Validation of large structural dynamics models using modal data, *PhD Thesis*, Imperial College of Science, Technology and Medicine University of London, London.
- [45] **Baruch, M.**, 1978. Optimisation procedure to correct stiffness and flexibility matrices using vibration tests, *AIAA Journal*, **16**, 1208-1210.
- [46] **Berman, A. and Nagy, E.J.**, 1983. Improvement of a large analytical model using test data. *AIAA Journal*, **21**, 1168-1173.
- [47] **Caesar, B.**, 1982. Update and identification of dynamic mathematical models, *1st International Modal Analysis Conference*, Orlando, November 1982, 394-401.
- [48] **O'Callahan, J.C. and Chou, C.M.**, 1988. Localisation of model errors in optimised mass and stiffness matrices using modal test data, *6th International Modal Analysis Conference*, Orlando, February 1988, 49-55.
- [49] **Wei, F.S.**, 1989. Structural dynamic model modification using vibration test data, *7th International Modal Analysis Conference*, Nevada, January 1989, 562-567.
- [50] **To, W.M., Lin, R.M. and Ewins, D.J.**, 1990. A criterion for the localisation of structural modification sites using modal data, *8th International Modal Analysis Conference*, Orlando, January 1990, 961-967.
- [51] **Ross, R.G.**, 1972. Synthesis of stiffness and mass matrices from experimental vibration modes, *J.P.L. Quarterly Technical Review*, **2**, 12-21.
- [52] **Thoren, A.R.**, 1972. Derivation of mass and stiffness matrices from dynamic test data, *AIAA/ASME/SAI 13th Structures, structural Dynamics and Materials Conference*, Texas, April 1972, 346-352.
- [53] **Chen, J.C., Kuo, C.P. and Garba, J.A.**, 1983. Direct structural parameter identification by modal test results, *AIAA/ASME/SAI 24th Structures, structural Dynamics and Materials Conference*, Nevada, May 1983, 44-49.
- [54] **Chen, G.**, 2001. FE Model validation for structural dynamics, *PhD Thesis*, Imperial College of Science, Technology and Medicine University of London, London.
- [55] **Sidhu, J. and Ewins, D.J.**, 1984. Correlation of finite element and modal test studies of a practical structure, *2nd International Modal Analysis Conference*, Orlando, February 1984, 756-762.
- [56] **He, J. and Ewins, D.J.**, 1986. Location of damping elements in a vibration structure, *Proceedings of the 1st International Seminar on Modal Analysis*, Leuven, September 1986, 764-770.
- [57] **Ewins, D.J., He, J. and Lieven, N.A.J.**, 1988. A review of the error matrix method (emm) for structural dynamic model comparison, *Proceedings of ESA*, Netherlands, 1231-1236.

- [58] **Gysin, H.P.**, 1986. Critical application of the error matrix method for localisation of finite element modelling inaccuracies, *4th International Modal Analysis Conference*, Los Angeles, February 1986, 1339-1351.
- [59] **Lawrence, C.**, 1987. Identification of differences between finite element analysis and experimental vibration data, *5th International Modal Analysis Conference*, London, April 1987, 1681-1691.
- [60] **Park, Y.S., Park, H.S. and Lee, S.S.**, 1988. Weighted-error-matrix application to detect stiffness damage by dynamic characteristic measurement, *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, **3**, 101-107.
- [61] **Lieven, N.A.J. and Ewins, D.J.**, 1990. Error location and updating of finite element model using singular value decomposition, *8th International Modal Analysis Conference*, Orlando, January 1990, 769-773.
- [62] **Kilundu, B., Chimentin, X. and Dehombreux, P.**, 2011. Singular spectrum analysis for bearing defect detection, *Journal of Vibration and Acoustics*, **133**, 1-7.
- [63] **Kang, M. and Kim, J.M.**, 2013. Singular value decomposition based feature extraction approaches for classifying faults of induction motors, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **41**, 348–356.
- [64] **Muruganatham, B., Sanjith, M., Krishnakumar, B. and Murty, S.S.**, 2013. Roller element bearing fault diagnosis using singular spectrum analysis, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **35**, 150-166.
- [65] **Liu, H., Wan, X. and Lu, C.**, 2014. Rolling bearing fault diagnosis under variable conditions using hilbert-huang transform and singular value decomposition, *Mathematical Problem in Engineering*, **5**, 1-10.
- [66] **Golafshan, R. and Sanliturk, K.Y.**, 2015. The effect of SVD based noise elimination methods applied for ball bearing fault detection, *TrC-IFTOMM Symposium on Theory of Machines and Mechanisms*, Izmir, June 2015, 273-279.
- [67] **Golafshan, R. and Sanliturk, K.Y.**, 2016. SVD and Hankel matrix based de-noising approach for ballbearing fault detection and its assessment using artificial faults, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **70**, 36-50.
- [68] **Gaukroger, D.R.**, 1984. A note on using measured vibration modes to modify an analytical model of a structure , **Technical Memo MAY/SIR 1018**.
- [69] **Brown, T.A.**, 1985. A unified approach to the identification of dynamic behaviour using the theory of vector spaces, *PhD Thesis*, University of Bristol, Bristol.
- [70] **Brown, T.A.**, 1988. A matrix cursor for dynamic model improvement using experimental modes of vibration, *GEC Journal of Research*, **6**, 139-146.
- [71] **Berger, H., Chaquin, J.P. and Ohayon, R.**, 1984. Finite element modal adjustment using experimental modal data, *2th International Modal Analysis Conference*, Orlando, February 1984, 1-5.
- [72] **Berger, H., Ohayon, R., Barthe, L. and Chaquin, J. P.**, 1990. Parametric updating of fe model using experimental simulation: a dynamic reaction approach, *8th International Modal Analysis Conference*, Orlando, January 1990, 180-186.
- [73] **Link, M.**, 1991. Comparison of procedures for localising and correcting errors in computational models using test data, *9th International Modal Analysis Conference*, Florence, April 1991, 479-485.
- [74] **Fisette, E., Stavrinidis, C. and Ibrahim, S.**, 1988. Error location and updating of analytical dynamic models using a force balance method, *6th International Modal Analysis Conference*, Orlando, February 1988, 1063-1070.
- [75] **Ibrahim, S.R., Stravinidis, C., Fisette, E. and Brunner, O.**, 1989. A direct two response approach for updating analytical dynamic models of structures with

- emphasis on uniqueness, *7th International Modal Analysis Conference*, Nevada, January 1989, 340-346.
- [76] **Moore, B.C.**, 1976. On the flexibility offered by state feedback in multivariable system beyond closed loop eigenvalue assignment, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **21**, 689-692.
- [77] **Andry, A.N. and Chung, J.C.**, 1983. Eigenstructure assignment for linear systems, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **19**, 711-729.
- [78] **Inman, D.J. and Minas, C.**, 1990. Matching finite element models to modal data, *Journal of Vibration and Acoustics*, **112**, 84-92.
- [79] **Starek, L. and Inman, D.J.**, 1991. Solution to the model correction problem via inverse methods, *9th International Modal Analysis Conference*, Florence, April 1991, 352-355.
- [80] **Zimmerman, D.C. and Widengren, M.**, 1990. Correcting finite element models using a symmetric eigenstructure assignment technique, *AIAA Journal*, **28**, 1670-1676.
- [81] **Shulz, M.J. and Inman, D.J.**, 1994. Model updating using constrained eigenstructure assignment, *Journal of Sound and Vibration*, **178**, 113-130.
- [82] **Ziaei Rad, S. and Imregun, M.**, 1998. Use of generic elements for model updating, *Proceedings of the 21st International Seminar on Modal Analysis*, Leuven, September 1998, 1895-1906.
- [83] **Berman, A. and Flanelly, W.G.**, 1971. Theory of incomplete models of dynamic structures, *AIAA Journal*, **9**, 1481-1487.
- [84] **Niedbal, N., Klusowski, E. and Lubert, W.**, 1988. Updating a finite element model by means of normal mode parameters, *Proceedings of the 13th International Seminar on Modal Analysis*, Leuven, October 1988, 19-34.
- [85] **Nobari, A.S., Robb, D.A. and Ewins, D.J.**, 1992. A new modal-based method for structural dynamic model updating and joint identification, *10th International Modal Analysis Conference*, San Diego, February 1992, 741-750.
- [86] **Marwala, T.**, 2010. *Finite Element Model Updating Using Computational Intelligence Techniques, Applications to Structural Dynamics*, Springer Verlag, London.
- [87] **Collins, J.D., Hart, G.C., Hasselman, T.K. and Kennedy, B.**, 1974. Statistical identification of structures, *AIAA Journal*, **12**, 185-190.
- [88] **Chen, J.C. and Wada B.K.**, 1975. Criteria for analysis-test correlation of structural dynamic systems, *Journal of Applied Mechanics*, **42**, 471-477.
- [89] **Fox, R.L. and Kapoor, M.P.**, 1968. Rate of change of eigenvalues and eigenvectors, *AIAA Journal*, **12**, 2426-2429.
- [90] **Hart, G.C. and Yao, J.P.**, 1977. System identification in structural dynamics, American Society of Civil Engineers, *Journal of engineering Mechanics Division*, **103**, 1089-1104.
- [91] **Chen, J.C. and Garba, J.A.**, 1980. Analytical model improvement using modal test results, *AIAA Journal*, **18**, 684-690.
- [92] **Haug, E.F. and Choi, K.K.**, 1984. Structural design sensitivity with generalized global stiffness and mass matrices, *AIAA Journal*, **22**, 1299-1303.
- [93] **Lim, K.B.**, 1987. Re-examination of eigenvector derivatives, *AIAA Journal*, **10**, 581-587.
- [94] **Chu, Y. and Rudisill, C.S.**, 1975. Numerical methods for evaluating the derivatives of eigenvalues and eigenvectors, *AIAA Journal*, **13**, 834-837.

- [95] **Ojalvo, I.U.**, 1987. Efficient computation of mode shape derivatives for large dynamic systems, *AIAA Journal*, **25**, 1386-1390.
- [96] **Tan, R.C.E. and Andrew, A.L.**, 1989. Computing derivatives of eigenvalues and eigenvectors by simultaneous iteration, Institute of Mathematics and its Application, *Journal of Numerical Analysis*, **9**, 111-122.
- [97] **Heylen, W. and Janter, T.**, 1988. Applications of the modal assurance criterion in dynamic model updating, *Proceedings of the 13th International Seminar on Modal Analysis*, Leuven, October 1988, 1-18.
- [98] **Wei, M.L. and Janter, T.**, 1988. Optimisation of mathematical model via selected physical parameters, *6th International Modal Analysis Conference*, Orlando, February 1988, 73-79.
- [99] **Janter, T., Heylen, W. and Sas, P.**, 1990. Practical applications of the UA model updating scheme, *8th International Modal Analysis Conference*, Orlando, January 1990, 173-179.
- [100] **Dascotte, E. and Vanhonacker, P.**, 1989. Development of an automatic model updating program, *7th International Modal Analysis Conference*, Nevada, January 1989, 596-602.
- [101] **Dascotte, E.**, 1990. Practical applications of finite element tuning using experimental modal data, *8th International Modal Analysis Conference*, Orlando, January 1990, 1032-1037.
- [102] **Kuo, C.P. and Wada, B.K.**, 1987. Nonlinear sensitivity coefficient and correction in system identification, *AIAA Journal*, **25**, 1463-1468.
- [103] **Ojalvo, I.U. and Pilon, D.**, 1991. A second order iteration procedure for correlation of analysis frequencies with test data, *9th International Modal Analysis Conference*, Florence, April 1991, 499-502.
- [104] **Hemez, F.M.**, 1993. Theoretical and experimental correlation between finite element models and modal tests in the context of large flexible space structures, *PhD Thesis*, University of Colorado, Boulder.
- [105] **Alvin, K.F.**, 1996. Finite element model updating via bayesian estimation and minimisation of dynamic residuals, *14th International Modal Analysis Conference*, Dearborn, February 1996, 428-431.
- [106] **Mottershead, J.E., Link, M. and Friswell, M.I.**, 2011. The sensitivity method in finite element model updating: A tutorial, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **25**, 2275-2296.
- [107] **Ladeveze, P. and Reynier, M.**, 1989. A localisation method of stiffness errors for the adjustment of FE models, *ASME Vib. Anal. Tech. Appl.*, **18**, 350-355.
- [108] **Roy, N.A., Girard, A. and Dupuis, P.E.**, 1991. A direct energy approach for updating dynamic finite element models, *9th International Modal Analysis Conference*, Florence, April 1991, 51-57.
- [109] **Natke, H.G.**, 1977. Die korrektur des rechenmodells eines elastomechanischen systems mittels gemessener erzwungener schwingungen, *Ingenieur-Archiv*, **46**, 169-184.
- [110] **Natke, H.G.**, 1983. Einfuehrung in Theorie und Praxis der Zeitreihen-und Modalanalyse, Vieweg Verlag, Wiesbaden.
- [111] **Lin, R.M. and Ewins, D.J.**, 1990. Modal updating using FRF data, *Proceedings of the 15th International Seminar on Modal Analysis*, Leuven, September 1990, 141-162.
- [112] **Kozak, M.T., Cömert, M.D. and Özgüven, H.N.**, 2007. A model updating routine based on the minimization of a new frequency response based index for error

- localization, *25th International Modal Analysis Conference*, Orlando, February 2007, 84-95.
- [113] **Özer, M.B., Özgüven, H.N. and Royston, T.J.**, 2005. Identification of structural nonlinearities using describing functions and Sherman-Morrison method, *23rd International Modal Analysis Conference*, Orlando, January 2005, 199-212.
- [114] **Kozak, M.T., Cömert, M.D. ve Özgüven, H.N.**, 2007. Titreşim analizinde kullanılan sonlu eleman modeli güncelleme yöntemlerinin incelenmesi ve gerçek yapılara uygulanması, *13. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu*, Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas, 07-09 Haziran, s. 83-90.
- [115] **Pradhan, S. and Modak, S.V.**, 2012. Normal response function method for mass and stiffness matrix updating using complex FRFs, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **32**, 232–250.
- [116] **Gang, X., Chai, S., Allemang, R.J. and Li, L.**, 2014. A new iterative model updating method using incomplete frequency response function data, *Journal of Sound and Vibration*, **333**, 2443–2453.
- [117] **Sipple, J.D. and Sanayei, M.**, 2014. Finite element model updating using frequency response functions and numerical sensitivities, *Structural Control and Health Monitoring*, **21**, 784–802.
- [118] **Sipple, J.D. and Sanayei, M.**, 2014. Finite element model updating of the UCF grid benchmark using measured frequency response functions, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **46**, 179-190.
- [119] **Beardsley, P.J., Hemez, F.M. and Doebling, S.W.**, 1999. Updating nonlinear finite element models in the time domain, *Proceedings of 2nd international workshop on structural health monitoring*, California, September 1999, 774-783.
- [120] **Yuen, K.V. and Katafygiotis, L.S.**, 2001. Bayesian time-domain approach for modal updating using ambient data, *Probabilistic Engineering Mechanics*, **16**, 219-231.
- [121] **Marwala, T.**, 2002. Finite element model updating using wavelet data and genetic algorithm, *Journal of Aircraft*, **39**, 709-711.
- [122] **Hernandez, E.M. and Bernal, D.**, 2013. Iterative finite element model updating in the time domain, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **34**, 39-46.
- [123] **Sahahidi, S.G. and Pakzad, S.N.**, 2014. Generalized response surface model updating using time domain data, *Journal of Structural Engineering*, **140**, 1-13.
- [124] **Ewins D.J.**, 2000. *Modal Testing Theory, Practice and Application*, Research Studies Press, Baldock.
- [125] **Ram, Y.M. and Braun, S.G.**, 1990. Upper and lower bounds for the natural frequencies of modified structures based on truncated modal testing results, *Journal of Sound and Vibration*, **137**, 69-81.
- [126] **Ram, Y.M., Blech, J.J. and Braun, S.G.**, 1990. Eigen problem error bounds with application to symmetric dynamic system modification, *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, **11**, 553-564.
- [127] **Braun, S.G. and Ram, Y.M.**, 2001. Modal modification of vibrating systems: some problems and their solutions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **15**, 101–119.
- [128] **Özgüven, H.N.**, 1990. Structural modifications using frequency response functions, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **4**, 53–63.
- [129] **Park, Y.H. and Park, Y.S.**, 2000. Structure optimization to enhance its natural frequencies based on measured frequency response functions, *Journal of Sound and Vibration*, **229**, 1235-1255.

- [130] **Wu, J.S. and Luo, S.S.**, 1997. Use of the analytical and numerical combined method in the free vibration analysis of a rectangular plate with any number of point masses and translational springs. *Journal of Sound and Vibration*, **200**, 179-194.
- [131] **Gürgöze, M. and Inceoğlu, S.**, 2000. Preserving the fundamental frequencies of beams despite mass attachments. *Journal of Sound and Vibration*, **235**, 345-359.
- [132] **Mermertaş, V. and Gürgöze, M.**, 2004. Preservation of the fundamental natural frequencies of rectangular plates with mass and spring modifications. *Journal of Sound and Vibration*, **276**, 440-448.
- [133] **Çakar O.**, 2009. Bir konsol kirişin belirli bir doğal frekansını değiştirmeksizin kütle ve yay eklenmesi, *14. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu*, Güzelyurt/KKTC, Temmuz 2009, 183-190.
- [134] **Çakar O.**, 2010. Mass and stiffness modifications without changing any specified natural frequency of a structure, *Journal of Vibration and Control*, **17**, 769-776.
- [135] **Tsuei, Y.G. and Yee, E.K.L.**, 1989. A method for modifying dynamic properties of undamped mechanical systems, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, **111**, 403-408.
- [136] **Bucher, I. and Braun, S.**, 1993. The structural modification inverse problem: an exact solution, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **7**, 217-238.
- [137] **Ram, Y.M.**, 1994. Enlarging a spectral gap by structural modification, *Journal of Sound and Vibration*, **176**, 225-234.
- [138] **Sivan, D.D. and Ram, Y.M.**, 1996. Mass and stiffness modifications to achieve desired natural frequencies, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, **12**, 531-542.
- [139] **McMillan, J. and Keane, A.J.**, 1996. Shifting resonances from a frequency band by applying concentrated masses to a thin rectangular plate. *Journal of Sound and Vibration*, **192**, 549-562.
- [140] **McMillan, J. and Keane, A.J.**, 1997. Vibration isolation in a thin rectangular plate using a large number of optimally positioned point masses. *Journal of Sound and Vibration*, **202**, 219-234.
- [141] **Park, Y.H. and Park, Y.S.**, 2000. Structural modification based on measured frequency response functions: An exact eigenproperties reallocation. *Journal of Sound and Vibration*, **237**, 411-426.
- [142] **Farahani, K. And Bahai, H.**, 2004. An inverse strategy for relocation of eigenfrequencies in structural design. Part I: First order approximate solutions, *Journal of Sound and Vibration*, **274**, 481-505.
- [143] **Lawther, R.**, 2007. Assessing how changes to a structure can create gaps in the natural frequency spectrum, *International Journal of Solids and Structures*, **44**, 614-635.
- [144] **Ouyang, H., Richiedei, D., Trevisani, A. and Zanardo, G.**, 2012. Eigenstructure assignment in undamped vibrating systems: a convex-constrained modification method based on receptances, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **27**, 397-409.
- [145] **Ouyang, H., Richiedei, D., Trevisani, A. and Zanardo, G.**, 2012. Discrete mass and stiffness modifications for the inverse eigenstructure assignment in vibrating systems: Theory and experimental validation, *International Journal of Mechanical Sciences*, **64**, 211-220.
- [146] **Ouyang, H. and Zhang, J.**, 2015. Passive modifications for partial assignment of natural frequencies of mass-spring systems, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **50**, 214-226.

- [147] **Mottershead, J.E. and Lallement, G.**, 1999. Vibration nodes, and the cancellation of poles and zeros by unit-rank modifications to structures, *Journal of Sound and Vibration*, **222**, 833-851.
- [148] **Baruch, M. and Bar Itzhack, I.Y.**, 1977. Optimal weighted orthogonalization of measured modes, *AIAA Journal*, **16**, 351-357.
- [149] **Niedbal, N.**, 1984. Analytical determination of real modes from measured complex responses, *Proceedings of the 25th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, California, May 1984, 292-295.
- [150] **Zhang, Q., Lallement, G., Filled, R. and Piranda, J. P.**, 1987. A complete procedure for the adjustment of a mathematical model from the identified complex modes, *5th International Modal Analysis Conference*, London, April 1987, 1183-1190.
- [151] **Sherman, J. and Morrison, W. J.**, 1950. Adjustment of an inverse matrix corresponding to a change in one element of a given matrix, *Annals of Mathematical Statistics*, **21**, 124-127.
- [152] **Woodbury M.**, 1950, Inverting Modified Matrices, Memorandum Report 42, Statistical Research Group, Princeton University, Princeton, New Jersey, USA.
- [153] **Hager, W.W.**, 1989. Updating the inverse of a matrix, *SIAM Review*, **31**, 221-239.
- [154] **Level, P., Moraux, D., Drazetic, P. and Tison, T.**, 1996. On a direct inversion of the impedance matrix in response reanalysis, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, **12**, 151-159.
- [155] **Petrov, E., Sanliturk, K., Ewins, D.J. and Elliot, R.**, 2000. Quantitative prediction of the effects of mistuning arrangement of resonant response of a practical turbine bladed disc, *Proceedings of 5th National Turbine Engine High Cycle Fatigue (HCF) Conference*, Arizona, May 2000, 1-12.
- [156] **Sanliturk, K.Y., Ewins, D.J., Elliot, R. and Green, S.J.**, 2001. Friction damper optimization: simulation of rainbow tests, *ASME Journal of the Engineering for Gas Turbines and Power*, **123**, 930-939.
- [157] **Sanliturk, K.Y., Ewins, D.J. and Stanbridge, A.B.**, 2001. Under platform dampers for turbine blades: theoretical modeling, analysis and comparison with experimental data, *ASME Journal of the Engineering for Gas Turbines and Power*, **123**, 919-929.
- [158] **Sanliturk, K.Y.**, 2002. An efficient method for linear and nonlinear structural modifications, *6th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, Istanbul, Turkey, July 8-11.
- [159] **Mottershead, J.E., Mares, C. and Friswell, M.I.**, 2001. An inverse method for the assignment of vibration nodes, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **15**, 87-100.
- [160] **Hüseyinoğlu, M. ve Çakar, O.**, 2015. Bir kütle-yay sisteminde belirli bir doğal frekansı değiştirmeksizin ters yapısal değişiklik yapılması, *Uluslararası Katılımlı 17. Makina Teorisi Sempozyumu*, İzmir, Haziran 2015, 892-898.
- [161] **Çakar, O. and Hüseyinoğlu, M.**, 2016. Relocation of resonance frequencies of undamped systems adding grounded springs, *International Journal of Automation, Mechatronics & Robotics*, **3**, 66-70.
- [162] **Zhao, Y.B.**, 2002. Research on inverse design method of structure and its application in engineering, *MSc Thesis*, University of Technology, Beijing.
- [163] www.matweb.com Malzeme Özellikleri. 12 Kasım 2016.

EKLER

Ek A

Bu ekte modal analiz uygulamalarında gerekli olan Fourier analizinin bazı önemli özellikleri açıklanmaya çalışılacaktır. Özellikle bir yapı üzerinde belirli bir zaman aralığında ölçülmüş kuvvet ve cevap sinyallerinden FTF'lerin hesaplanması için Fourier dönüşümlerinden faydalanılmaktadır.

A.1. Fourier Serisi

Bir T zamanı boyunca periyodik olan $x(t)$ fonksiyonu (A.1) eşitliğinde verildiği gibi sonsuz sayıdaki sinüsoidler ile ifade edilebilir.

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \omega_n t + b_n \sin \omega_n t) \quad (\text{A.1})$$

Burada,

$$\omega_n = \frac{2\pi n}{T} \quad (\text{A.2})$$

ve katsayılar ise aşağıdaki ifadeler ile verilir:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (\text{A.3a})$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos \omega_n t dt \quad (\text{A.3b})$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin \omega_n t dt \quad (\text{A.3c})$$

Yukarıda verilen eşitliklerden faydalanılarak $x(t)$ fonksiyonunun bazı alternatif hesaplama yöntemleri de mevcuttur. Bunlardan ilki (A.4) eşitliği ile verilen hesaplama şeklidir.

$$x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (c_n \cos \omega_n t + \phi_n) \quad (\text{A.4})$$

Burada,

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (\text{A.5a})$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \left(-\frac{b_n}{a_n} \right) \quad (\text{A.5b})$$

eşitlikleri ile verilmektedir. Bir diğer hesaplama şekli ise eşitlik (A.6)'da verildiği gibidir.

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} X_n e^{j\omega_n t} \quad (\text{A.6})$$

Burada,

$$X_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j\omega_n t} dt \quad (\text{A.7})$$

eşitliği ile verilmektedir.

A.2. Fourier Dönüşümü

Fourier dönüşümü, zaman alanındaki bir sinyali frekans alanında ifade etmek için gerçekleştirilen dönüşümdür. Bu dönüşüme göre periyodik olmayan bir fonksiyon,

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \quad (\text{A.8})$$

şartını sağlıyorsa (A.9) eşitliğinde verilen integral ile temsil edilebilir.

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} (A(\omega) \cos(\omega t) + B(\omega) \sin(\omega t)) d\omega \quad (\text{A.9})$$

Burada,

$$A(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cos(\omega t) dt \quad (\text{A.10a})$$

$$B(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \sin(\omega t) dt \quad (\text{A.10b})$$

şeklindedir. Fourier dönüşümünün alternatif bir hesap şekli de (A.11) eşitliğinde verildiği gibidir.

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (\text{A.11})$$

Burada,

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (\text{A.12})$$

eşitliği ile verilmektedir.



Ek B

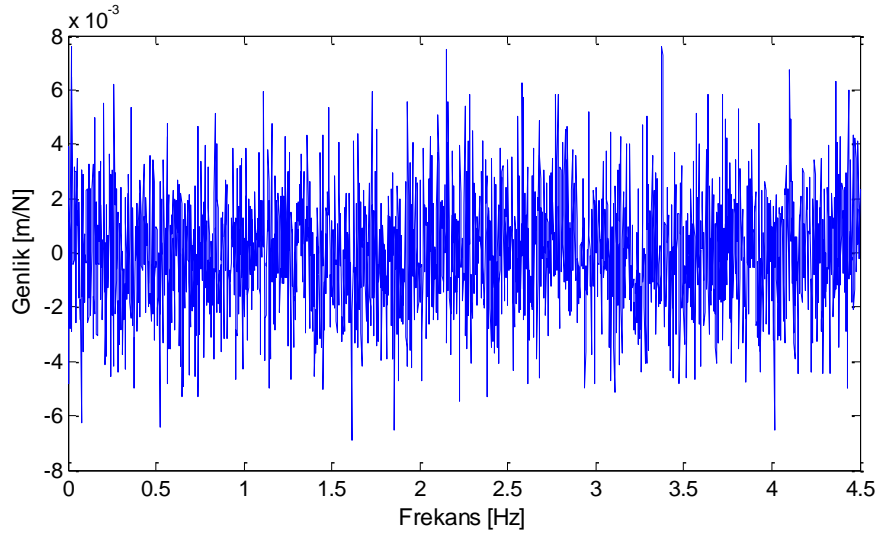
Yapısal dinamik analiz çalışmalarında incelenen sistem üzerinden alınan sinyaller üzerinde istenmeyen bazı bileşenler de bulunmaktadır. Bu gibi istenmeyen bileşenler, parazit, parazitik sinyal veya gürültü olarak tanımlanmaktadır. Bu ekte, eklemeli tip gürültü hakkında genel bilgiler verilmiş ve bir uygulama yapılmıştır.

B.1. Eklemeli Gürültü (Additive White Gaussian Noise, AWGN)

Eklemeli gürültü, doğada meydana gelen birçok rastgele olayın etkisini taklit etmek için sıklıkla kullanılan temel bir gürültü tipidir. Ortalama değeri sıfır ($P1=0$) ve varyansı $P2$ olan rastlantısal sayılardan üretilmektedir. Orijinal veri 'a' ve parazitli veri 'b' olmak üzere aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$b = a + \sqrt{P2} * \text{randn}(\text{size}(a)) + P1 \quad (\text{B.1})$$

FTF'ler kompleks bir fonksiyon olduğundan $P2$ varyansı, istenilen oranda FTF'nin gerçel ve sanal kısımlarının mutlak değerlerinin ortalamaları alınarak hesaplanmıştır. Eklemeli tip gürültüler MATLAB'da 'innoise' fonksiyonu ile sunulmaktadır. MATLAB'ın Help menüsünden bu fonksiyonun kullanımına ulaşılabilir. Örnek bir FTF (Şekil 3.19'da verilen orijinal sistemin FTF'si) için %10 oranında hesaplanan eklemeli tip gürültüler Ek Şekil B.1'de gösterilmiştir.



Ek Şekil B.1. %10 oranında hesaplanmış eklemeli gürültüler

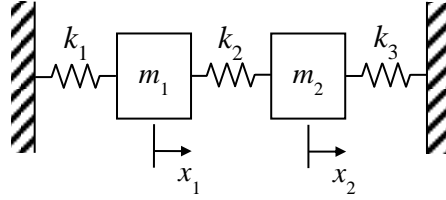
Ek C

Bu ekte (5.17) eşitliğinde verilen matris çarpımı işleminin sonucu açık bir şekilde verilecek ve SMW formülüne dayalı SE model güncellemesi yönteminin 2 SD'li bir kütle-yay sistemi üzerine uygulanması ile bilinmeyen p değerlerinin hesabı için gerekli olan denklemlerin elde edilmesi gösterilecektir. Bunun için öncelikle 5. bölümde aşağıdaki gibi verilen matris eşitliği dikkate alınmıştır.

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \Delta\alpha_{11} & \Delta\alpha_{12} & \cdots & \Delta\alpha_{1N} \\ \Delta\alpha_{21} & \Delta\alpha_{22} & \cdots & \Delta\alpha_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta\alpha_{N1} & \Delta\alpha_{N2} & \cdots & \Delta\alpha_{NN} \end{bmatrix}_{N \times N} = \begin{bmatrix} \alpha_{11A} & \alpha_{12A} & \cdots & \alpha_{1NA} \\ \alpha_{21A} & \alpha_{22A} & \cdots & \alpha_{2NA} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{N1A} & \alpha_{N2A} & \cdots & \alpha_{NNA} \end{bmatrix}_{N \times N} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{N \times N} + \cdots \right. \\
 & \left. \begin{bmatrix} \Delta Z_{11} & \Delta Z_{12} & \cdots & \Delta Z_{1N} \\ \Delta Z_{21} & \Delta Z_{22} & \cdots & \Delta Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta Z_{N1} & \Delta Z_{N2} & \cdots & \Delta Z_{NN} \end{bmatrix}_{N \times N} \begin{bmatrix} \alpha_{11A} & \alpha_{12A} & \cdots & \alpha_{1NA} \\ \alpha_{21A} & \alpha_{22A} & \cdots & \alpha_{2NA} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{N1A} & \alpha_{N2A} & \cdots & \alpha_{NNA} \end{bmatrix}_{N \times N} \right) \cdots \\
 & \left. \begin{bmatrix} \Delta Z_{11} & \Delta Z_{12} & \cdots & \Delta Z_{1N} \\ \Delta Z_{21} & \Delta Z_{22} & \cdots & \Delta Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta Z_{N1} & \Delta Z_{N2} & \cdots & \Delta Z_{NN} \end{bmatrix}_{N \times N} \begin{bmatrix} \alpha_{11A} & \alpha_{12A} & \cdots & \alpha_{1NA} \\ \alpha_{21A} & \alpha_{22A} & \cdots & \alpha_{2NA} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{N1A} & \alpha_{N2A} & \cdots & \alpha_{NNA} \end{bmatrix}_{N \times N} \right) \cdots \quad (C.1)
 \end{aligned}$$

Bu eşitlikteki matris çarpımları yapılarak (C.2) eşitliği ile verilen matris eşitliği elde edilmiştir.

SMW formülüne dayalı SE güncelleme yöntemi kullanılarak bilinmeyen p değerlerinin hesaplanabilmesi için gerekli olan denklemlerin elde edilmesi kapsamında Ek Şekil C.1’de verilen 2 SD’li bir kütle-yay sistemi dikkate alınmıştır.



Ek Şekil C.1. 2 SD’li kütle-yay sistemi

Ek Şekil C.1’de verilen sistemin hareket denklemlerinden kütle ve direngenlik matrisleri aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad (C.3)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \quad (C.4)$$

DeneySEL FTF matrisinin ilk satırının tamamının ölçüldüğü ve kütle ile direngenlik matrislerindeki her bir elemanda değişiklik yapılacağı varsayılmıştır. Bu değişiklikler SE modeli sistem matrislerinin doğrusal bir fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \Delta M_{11} &= p_1 m_1 & \Delta M_{12} &= \Delta M_{21} = 0 & \Delta M_{22} &= p_2 m_2 \\ \Delta K_{11} &= p_3 k_1 + p_4 k_2 & \Delta K_{12} &= \Delta K_{21} = -p_4 k_2 & \Delta K_{22} &= p_4 k_2 + p_5 k_3 \end{aligned} \quad (C.5)$$

DeneySEL FTF matrisinde ilk satırın tamamının ölçüldüğü varsayıldığından bu değişikliklerin 5. bölümde verilen (5.23a-b) eşitliklerinde yerine yazılması ile doğrusal olmayan,

$$\begin{aligned} \Delta \alpha_{11} - \alpha_{11} & \left(\begin{array}{l} \left((k_1 p_3 + k_2 p_4 - \omega^2 m_1 p_1) \left(\alpha_{11} + \alpha_{11}^2 (k_1 p_3 + k_2 p_4 - \omega^2 m_1 p_1) + \right. \right. \\ \left. \left. \alpha_{12}^2 (k_2 p_4 + k_3 p_5 - \omega^2 m_2 p_2) - 2\alpha_{11} \alpha_{12} k_2 p_4 \right) \right) \\ -k_2 p_4 \left(\begin{array}{l} \alpha_{11} (\alpha_{12} (k_2 p_4 + k_1 p_3 - \omega^2 m_1 p_1) - \alpha_{22} k_2 p_4) + \\ \alpha_{12} (\alpha_{22} (k_3 p_5 + k_2 p_4 - \omega^2 m_2 p_2) - \alpha_{12} k_2 p_4 + 1) \end{array} \right) \end{array} \right) \dots \\ \dots \left(\begin{array}{l} \alpha_{12} (\alpha_{12} (\omega^2 m_2 p_2 - k_2 p_4 - k_3 p_5) + \alpha_{11} k_2 p_4) \\ (\alpha_{11} (k_1 p_3 + k_2 p_4 - \omega^2 m_1 p_1) + \alpha_{12} k_2 p_4 + \alpha_{22} (k_2 p_4 + k_3 p_5 - \omega^2 m_2 p_2) + 1) \end{array} \right) = 0 \end{aligned} \quad (C.6a)$$

$$\begin{aligned}
& \Delta\alpha_{12} - \alpha_{12} \left(\begin{array}{l} (k_1 p_3 + k_2 p_4 - \omega^2 m_1 p_1) \left(\alpha_{11} + \alpha_{11}^2 (k_1 p_3 + k_2 p_4 - \omega^2 m_1 p_1) + \right. \\ \left. \alpha_{12}^2 (k_2 p_4 + k_3 p_5 - \omega^2 m_2 p_2) - 2\alpha_{11} \alpha_{12} k_2 p_4 \right) \\ -k_2 p_4 \left(\begin{array}{l} \alpha_{11} (\alpha_{12} (k_2 p_4 + k_1 p_3 - \omega^2 m_1 p_1) - \alpha_{22} k_2 p_4) + \\ \alpha_{12} (\alpha_{22} (k_3 p_5 + k_2 p_4 - \omega^2 m_2 p_2) - \alpha_{12} k_2 p_4 + 1) \end{array} \right) \end{array} \right) \dots \\
& \dots \left(\begin{array}{l} \alpha_{22} (\alpha_{12} (\omega^2 m_2 p_2 - k_2 p_4 - k_3 p_5) + \alpha_{11} k_2 p_4) \\ (\alpha_{11} (k_1 p_3 + k_2 p_4 - \omega^2 m_1 p_1) + \alpha_{12} k_2 p_4 + \alpha_{22} (k_2 p_4 + k_3 p_5 - \omega^2 m_2 p_2) + 1) \end{array} \right) = 0
\end{aligned} \tag{C.6b}$$

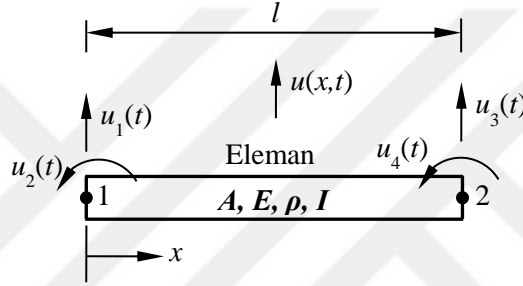
denklemleri elde edilir. Seçilen bir frekans noktası için toplam iki denklem olacağından bilinmeyen p_1 , p_2 , p_3 , p_4 ve p_5 değerlerinin hesaplanabilmesi için en az 3 frekans noktasının seçilmesi gereklidir. Bu durumda 6 denklemden oluşan bir denklem takımı elde edileceğinden denklem sayısının bilinmeyen sayısından fazla (aşırı belirlenmiş) olduğu bir durum oluşmaktadır. Bu denklem takımının sayısal olarak çözülmesi ile bilinmeyen p değerleri hesaplanabilmektedir.

Ek D

Bu ekte yapıların SE modellerinin oluşturulmasında sıkça kullanılan çubuk ve levha elemanları için kütle ve direngenlik matrisleri oluşturulacaktır.

D.1. Çubuk Elemanı

Bir çubuğun enine titreşimleri, titreşim analizinde SE modelinin nasıl kurulacağı konusunda önemli bir örnek teşkil eder. Enine titreşimlere örnek olarak Ek Şekil D.1'de verilen iki düğüm ve bir elemandan oluşan Euler-Bernoulli kirişi dikkate alınmıştır.



Ek Şekil D.1. Euler-Bernoulli kirişinin iki düğüm ve bir elemanlı SE modeli

İki düğüm ve bir elemandan oluşan sistemin yaklaşık yer değiştirme miktarı aşağıdaki eşitlikle hesaplanabilir.

$$u(x,t) = \left[1 - 3\frac{x^2}{l^2} + 2\frac{x^3}{l^3} \right] u_1(t) + l \left[\frac{x}{l} - 2\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3} \right] u_2(t) + \dots \quad (D.1)$$
$$\dots \left[3\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3} \right] u_3(t) + l \left[-\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3} \right] u_4(t)$$

Buradan hareketle elemanın kinetik enerjisi;

$$T(t) = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A [u_t(x,t)]^2 dx \quad (D.2)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklem matris formda ifade edilecek olursa;

$$T(t) = \frac{1}{2} \dot{u}^T M \dot{u} \quad (D.3)$$

denklemleri elde edilir. Burada u düğüm yer değiştirmeleri, \dot{u} düğüm hızları, M ise kütle matrisidir.

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \end{bmatrix}_{4 \times 1}, \dot{u}(t) = \begin{bmatrix} \dot{u}_1(t) \\ \dot{u}_2(t) \\ \dot{u}_3(t) \\ \dot{u}_4(t) \end{bmatrix}_{4 \times 1}, M = \frac{\rho Al}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (D.4)$$

Kirişin Şekil değiştirme enerjisi ise (D.5) eşitliği ile hesaplanabilir.

$$V(t) = \frac{1}{2} \int_0^l EI [u_{xx}(x,t)]^2 dx \quad (D.5)$$

Bu denklem aşağıdaki gibi matris formunda yazılabilir.

$$V(t) = \frac{1}{2} u^T K u \quad (D.6)$$

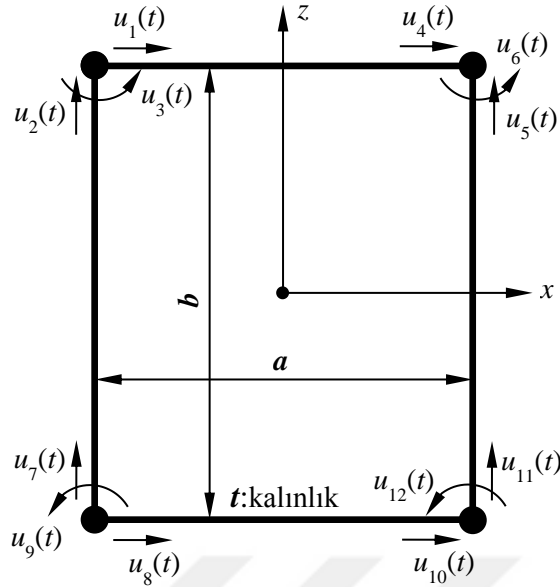
Burada K direngenlik (rijitlik) matrisi olarak adlandırılır ve (D.7) eşitliğindeki gibi elde edilir.

$$K = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (D.7)$$

Bu Şekilde elde edilen kütle ve direngenlik matrisleri iki düğüm ve bir elemandan oluşan kirişin eğilme titreşimleri için en genel halidir. Bu kütle ve direngenlik matrisleri incelendiğinde elemanın elastisite modülünün (E) sadece katılığı (K) etkilediği görülmektedir. Elemanın yoğunluğu (ρ) sadece kütle (M) etkilemektedir. Elemanın kesiti ve uzunluğu ise hem kütle (M) hem de katılığı (K) etkilemektedir.

C.2. Plak Elemanı

Plak elemanın titreşimlerine örnek teşkil etmesi bakımından Ek Şekil D.2'de verilen dört düğümlü, yoğunluğu, ρ , poisson oranı, ν ve elastisite modülü, E olan düzlemsel dörtgen plak elemanı dikkate alınmıştır.



Ek Şekil D.2. Dört düğümlü düzlemsel dörtgen plak elemanı

Şekilde görülen plak elemanının serbest sınır şartları dikkate alınarak her bir düğüm, 2 öteleme ve 1 dönme hareketi olacak şekilde 3 SD'li olarak modellenmiştir. Buradan hareketle her bir düğüm için hesaplanan kinetik ve potansiyel enerjiler toplanarak plak elemanının kütle (M) ve direngenlik (K) matrisleri elde edilmiştir. Bu matrisler (D.8) ve (D.9) eşitliklerinde görülmektedir. Kısa olması için matris elemanları belirli özelliklerin fonksiyonu olarak verilmiştir.

$$M = \rho t \begin{bmatrix} f_1(a,b) & \dots & f_{12}(a,b) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ sim. & \dots & f_{144}(a,b) \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (D.8)$$

$$K = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} g_1(a,b,\nu) & \dots & g_{12}(a,b,\nu) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ sim. & \dots & g_{144}(a,b,\nu) \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (D.9)$$

Kütle ve direngenlik matrisleri incelendiğinde geometrik özelliklerin hem kütle hem de direngenlik matrislerini etkilediği görülebilir. Bunun yanı sıra plak elemanın yoğunluğu, ρ sadece kütle matrisi (M) üzerinde etkili olurken elastisite modülü, E ve poisson oranı, ν sadece direngenlik matrisi (K) üzerinde etkili olmaktadır.

ÖZGEÇMİŞ

Mesut HÜSEYİNOĞLU, 1981 yılında Diyarbakır'da doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini 1998 yılında Diyarbakır'da tamamladı. 2004 yılında, Fırat Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümünden birincilik derecesi ile mezun oldu. 2007 yılında Dicle Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümünde araştırma görevliliğine atandı. 2008 yılında Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konstrüksiyon ve İmalat programından Yüksek Mühendislik unvanı aldı. Aynı yıl Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Teorisi ve Dinamiği programında doktora çalışmalarına başladı. 2011 yılında 2547 nolu YÖK kanununun 35. maddesine göre Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsüne görevlendirildi. Doktora çalışmalarında belirli bir aşamaya geldikten sonra 2015 yılında tekrar Dicle Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümüne geri döndü. Halen Dicle Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü, Makine Teorisi ve Dinamiği anabilim dalında araştırma görevlisi olarak çalışan Mesut HÜSEYİNOĞLU evlidir.