Kontrol Grafiklerinin Bulanık Mantık ile Yorumlanması

Ömer Çimen

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Haziran 2008

Interpretation of Control Charts by Fuzzy Logic

Ömer Çimen

MASTER OF SCIENCE THESIS

Department of Industrial Engineering

June 2008

Kontrol Grafiklerinin Bulanık Mantık ile Yorumlanması

Ömer Çimen

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Endüstri Mühendisliği Bilim Dalında

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Yrd.Doç.Dr. İnci Sarıçiçek

Haziran-2008

ONAY

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Ömer Çimen'in YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı "Kontrol Grafiklerin Bulanık Mantık İle Yorumlanması" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Danışman **:** Yrd. Doç. Dr. İnci SARIÇİÇEK

İkinci Danışman **: -**

Yüksek Lisans Tez Savunma Jürisi:

Üye : Yrd. Doç. Dr. İnci SARIÇİÇEK

Üye : Prof. Dr. Nimetullah BURNAK

Üye : Prof. Dr. A. Sermet ANAGÜN

Üye : Yrd. Doç. Dr. Nihal ERGİNEL

Üye : Yrd. Doç Dr. Murat KARACASU

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun .... tarih ve .... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Nimetullah BURNAK

Enstitü Müdürü

ÖZET

İstatistiksel süreç kontrolünün ürün kalitesini geliştirmede firmalara büyük yarar sağladığı bilinmektedir. Üretim süreçlerinde sürecin kontrol altında olup olmadığının belirlenmesi için yaygın olarak kullanılan araçlardan birisi kontrol grafikleridir. Çalışmada, geleneksel Shewhart kontrol grafiklerine ek olarak klasik küme kavramına yeni bir bakış açısı getirerek belirsizlik koşulları altında daha verimli çalışmalar ortaya koyabilen bulanık mantık ile istatistiksel süreç kontrolünde kullanılabilecek bir model geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Süreçte meydana gelen değişkenliğin kısa sürede tespit edilmesi, maliyet ve kalite açısından önemli kazançlar sağlamaktadır. Değişkenliğin tanımlanmasındaki gecikmenin neden olacağı maliyet düşünüldüğünde, süreçteki sapmayı doğru ve çabuk bir şekilde tespit edebilmenin üretim süreçleri için büyük bir öneme sahip olduğu açıktır. Bilimsel araştırmalarda birçok yeniliğe neden olan bulanık mantığın istatistiksel süreç kontrolünde de yeni gelişmeler kaydedilebileceği düşünülmüştür. Bu amaçla, süreçteki sapmaların belirlenmesinde kullanılmak üzere bir bulanık model geliştirilmiştir. Model, ortalama ve/veya varyanstaki sapmaların dört aşamada belirlenmesi için kullanılan beş bulanık çıkarım sistemi ile beşinci aşamada süreçte meydana gelebilecek özel durumları tespit etmek amacıyla dört bölge kuralını test eden dört çıkarım sisteminden oluşmaktadır. Bulanık model ile kontrol grafiklerinin performansları karşılaştırıldıktan sonra elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Bulanık Mantık, Shewhart Kontrol Grafikleri, Bulanık Çıkarım Sistemleri, Süreç Değişkenliği

SUMMARY

It is well-known that statistical process control is very useful to improve product quality. In production environment, control charts are one of the most widely used tools applied to determine whether a process is statistically in control or not. In this study, in addition to the traditional Shewhart control charts, it is purposed to develop a fuzzy logic model. It will be helpful to achieve efficient studies under conditions with uncertainty by getting a new viewpoint to the classical set theory.

Determining variability in process provides large gains in terms of costs and quality. Considering the costs that caused by delay in defining the variability, it is obvious to see the importance of determining the variation correctly and quickly in production processes. Because of providing innovation in scientific researches by fuzzy logic, it is purposed to achieve improvement in statistical process control with fuzzy logic. To this end, a fuzzy model was developped for determining the variation in process. The model is consist of five fuzzy inference systems which are used for determining the variation in mean and/or standard deviation in four steps with the fifth step that runs four zone rules for determining the special conditions in process. The performance of fuzzy model and control charts are compared, then the results obtained are evaluated.

Keywords: Fuzzy Logic, Shewhart Control Charts, Fuzzy Inference Systems, Process Variability

TEŞEKKÜR

Çalışmalarımda, gerek derslerimde ve gerekse tez çalışmalarımda, bana danışmanlık ederek, beni yönlendiren ve her türlü olanağı sağlayan danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. İnci Sarıçiçek'e en içten teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca çalışmamla ilgili yapıcı görüşlerini esirgemeyen Sayın Prof. Dr. A.Sermet Anagün ile çalışmam süresinde bana destek olup beni cesaretlendiren ESOGÜ İnşaat Mühendisliği Bölümü'nden Sayın Yrd. Doç. Dr. Murat Karacasu ve ESOGÜ Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nden Sayın Araş. Gör. H. Serhan Yavuz'a teşekkürü bir borç bilirim.

Tez savunma jürimde bulunma nezaketini gösteren değerli hocalarım Sayın Prof. Dr. Nimetullah Burnak ile Anadolu Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümünden Sayın Yrd. Doç. Dr. Nihal Erginel'e teşekkür ederim.

Öğrenim hayatımda bana hep destek olan, inanan başta ablam Yrd. Doç. Dr. Yasemin Çimen olmak üzere aileme teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET v
SUMMARY vi
TEŞEKKÜR vii
ŞEKİLLER DİZİNİ xi
ÇİZELGELER DİZİNİ xiii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ xiv

1. GİRİŞ 1
2. İSTATİSTİKSEL SÜREÇ KONTROLÜ 4
   2.1. Kalitede Değişkenlik 4
   2.2. Kontrol Grafikleri 7
   2.3. Kontrol Grafiklerinin Sınıflandırılması 10
      2.3.1. Niteliksel ölçüler için kontrol grafikleri 11
      2.3.2. Niceliksel ölçüler için kontrol grafikleri 13
   2.4. Kontrol Grafiklerinin Yorumlanması 17
   2.5. Kontrol Grafiklerinin Yararları 25
3. BULANIK MANTIK 27
   3.1. Belirsizlik 27
   3.2. Bulanık Kümeler ve Üyelik 29
   3.3. Bulanık Sistemler 31
      3.3.1. Üyelik fonksiyonları 34
      3.3.2. Bulanık küme işlemleri 37
      3.3.3. Bulanık küme ilişkileri 40
      3.3.4. Değer atamaları 41
      3.3.5. Durulaştırma 46
         3.3.5.1. Kesin değer kümelerine durulaştırma 47
         3.3.5.2. Sayısal değerlere durulaştırma 47
      3.3.6. Bulanık Çıkarım Sistemi 54

İÇİNDEKİLER (Devam)

3.4. Bulanık Mantığın Uygulama Alanları 55
4. İSTATİSTİKSEL SÜREÇ KONTROLÜ İÇİN BULANIK ÇIKARIM SİSTEMLERİ 56
4.1. Değişkenliğin Sınıflandırılması 57
4.2. Bulanık Çıkarım Sistemi 58
4.2.1. Girdi verilerinin hazırlanması 59
4.2.2. Bulanık sistem birinci aşama çıkarım sisteminin oluşturulması 61
4.2.3. Bulanık sistem ikinci aşama çıkarım sisteminin oluşturulması 71
4.2.4. Bulanık sistem üçüncü aşama çıkarım sisteminin oluşturulması...........73
4.2.5. Bulanık sistem dördüncü aşama çıkarım sisteminin oluşturulması 77
4.2.6. Bulanık sistem beşinci aşama çıkarım sistemlerinin oluşturulması.......83
4.2.6.1. Bölge kuralı – 2 84
4.2.6.2. Bölge kuralı – 3 86
4.2.6.3. Bölge kuralı – 4 89
4.2.6.4. Bölge kuralı – 5 91
4.3. Test ve Değerlendirme..94
4.3.1. Kontrol grafiklerinin oluşturulması ve sonuçların değerlendirilmesi....94
4.3.2. Bulanık sistemin sonuçlarının değerlendirilmesi................................100
5. SONUÇ VE ÖNERİLER..109
KAYNAKLAR DİZİNİ..111

EKLER

EK – 1 Birinci grup veri için birinci duruma ilişkin çıktı değerleri
EK – 2 Birinci grup veri için ikinci duruma ilişkin çıktı değerleri
EK – 3 Birinci grup veri için üçüncü duruma ilişkin çıktı değerleri
EK – 4 Birinci grup veri için dördüncü duruma ilişkin çıktı değerleri
EK – 5 Birinci grup veri için beşinci duruma ilişkin çıktı değerleri
EK – 6 Birinci grup veri için altıncı duruma ilişkin çıktı değerleri

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u> **<u>Sayfa</u>**

2.1. Kalitede gelişimin sağlanması 6
2.2. Shewhart kontrol grafiği 8
2.3. Normal dağılım ile ilişkilendirilmiş bir kontrol grafiği 9
2.4. Kalite karakteristiğindeki sapmalar 18
2.5. Özel durum kuralları için bölgeler 19
2.6. Döngü deseni 20
2.7. Düzeydeki kademeli değişim deseni 21
2.8. Karışım deseni 22
2.9. Tabakalaşma deseni 22
2.10. Ani sapma deseni 23
2.11. Sistematik değişkenlik deseni 24
2.12. Eğilim deseni 25
3.1. Üyelik derecesi fonksiyonları 30
3.2. Genel Bulanık Sistem 32
3.3. Bulanıklaştırma-durulaştırma birimli bulanık sistem 33
3.4. Üyelik fonksiyonu kısımları 34
3.5. Normal ve normal olmayan bulanık kümeler 35
3.6. Dışbükey ve dışbükey olmayan bulanık kümeler 36
3.7. Gauss eğrisi üyelik fonksiyonu 37
3.8. Temel bulanık küme işlemleri 38
3.9. Bulanık ilişki matrisi 43
3.10. λ kesim seviyelerine göre ilişki matrisleri 43
3.11. En büyük üyelik ilkesi yöntemi ile durulaştırma 48
3.12. Kütle merkezi yöntemi ile durulaştırma 49
3.13. Ağırlıklı ortalama yöntemi ile durulaştırma 50
3.14. Ortalama en büyük üyelik yöntemiyle durulaştırma 50
3.15. Toplamların merkezi durulaştırma yöntemi 52
3.16. En büyük alanın merkezi yöntemi 53

ŞEKİLLER DİZİNİ (Devam)

Şekil **Sayfa**

3.17. En büyük ilk (veya en büyük son) üyelik derecesi yöntemi 53
4.1. Bulanık c-ortalamalı sınıflandırma metoduna göre $\overline{X}$ üyelik fonksiyonları......61
4.2. X girdisi üyelik fonksiyonları (birinci aşama)...64
4.3. R girdisi üyelik fonksiyonları (birinci aşama) 66
4.4. S girdisi üyelik fonksiyonları (birinci aşama)..67
4.5. Birinci aşama için MATLAB bulanık kural tabanı...68
4.6. İkinci aşama için MATLAB bulanık kural tabanı 72
4.7. X girdisi üyelik fonksiyonu (üçüncü aşama) 75
4.8. Üçüncü aşama için MATLAB bulanık kural tabanı 76
4.9. X girdisi üyelik fonksiyonu (dördüncü aşama-negatif) 79
4.10. X girdisi üyelik fonksiyonu (dördüncü aşama-pozitif).......................................80
4.11. Dördüncü aşama için MATLAB bulanık kural tabanı (negatif)..........................82
4.12. Bölge kuralı – 2 için $\overline{X}$ girdisi üyelik fonksiyonu 85
4.13. Bölge kuralı – 2 için MATLAB bulanık kural tabanı..86
4.14. Bölge kuralı – 3 için $\overline{X}$ girdisi üyelik fonksiyonu 87
4.15. Bölge kuralı – 3 için MATLAB bulanık kural tabanı..88
4.16. Bölge kuralı – 4 için $\overline{X}$ girdisi üyelik fonksiyonu 90
4.17. Bölge kuralı – 4 için MATLAB bulanık kural tabanı..90
4.18. Bölge kuralı – 5 için $\overline{X}$ girdisi üyelik fonksiyonu 92
4.19. Bölge kuralı – 5 için MATLAB bulanık kural tabanı..93
4.20. Bulanık sistem ve kontrol grafiklerinin uyuşmayan kararları örnek 1 106
4.21. Bulanık sistem ve kontrol grafiklerinin uyuşmayan kararları örnek 2 107

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge **Sayfa**

3.1. Standart gerçeklik tablosu 39
3.2. Bulanık küme gerçeklik tablosu..39
3.3. λ kesim seviyelerine göre sınıflandırmalar 44
4.1. Kontrol grafiklerinde kontrol sınırları dışında kalan noktaların sayısı – birinci veri seti 97
4.2. Kontrol grafiklerinde kontrol sınırları dışında kalan noktaların sayısı – ikinci veri seti 98
4.3. Kontrol grafiklerinde kontrol sınırları dışında kalan noktaların sayısı – üçüncü veri seti 98
4.4. $\overline{X}$ - S ve $\overline{X}$ - R kontrol grafiklerinin yanlış karar sayıları – birinci veri seti.....98
4.5. $\overline{X}$ - S ve $\overline{X}$ - R kontrol grafiklerinin yanlış karar sayıları – ikinci veri seti 99
4.6. $\overline{X}$ - S ve $\overline{X}$ - R kontrol grafiklerinin yanlış karar sayıları – üçüncü veri seti....99
4.7. Hatalı karar oranları 100
4.8. α hatalarının karşılaştırılması..101
4.9. β hatalarının karşılaştırılması..102
4.10 Bölge kuralı – 2 için kontrol dışı kararları...103
4.11. Bölge kuralı – 3 için kontrol dışı kararları...103
4.12. Bölge kuralı – 4 için kontrol dışı kararları...104
4.13. Eğilime bağlı kontrol dışı kararı 104
4.14. Bölge kuralları birikimli α hataları 105
4.15. Bölge kuralları birikimli β hataları 108

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler	**Açıklama**
μ	Anakütle ortalaması
σ^2	Anakütle varyansı
$\overline{x}$	Örnek ortalaması
S	Örnek standart sapması
R	Örnek değişim aralığı
α	Kontrol grafikleri için I. tip hata olasılığı
β	Kontrol grafikleri için II. tip hata olasılığı
ü(x)	Bulanık küme üyelik fonksiyonu
Λ	“Ve” mantık operatörü
V	“Veya” mantık operatörü
λ	Bulanık kümeler için kesim oranı

Kısaltmalar	
ÜKS	Kontrol grafiğinin üst kontrol sınırı
OÇ	Kontrol grafiğinin orta çizgisi
AKS	Kontrol grafiğinin alt kontrol sınırı
İSK	İstatistiksel süreç kontrolü

1. GİRİŞ

Günümüzde bir rekabet unsuru olan ürün kalitesini geliştirmede firmalara büyük katkılar sağlayan istatistiksel süreç kontrolünün önemi açıktır. Süreçteki değişkenliğin mümkün olan en kısa zamanda ve en az hata ile belirlenmesi, üretim süreçleri için hayati öneme sahip olup, kalite ve maliyete doğrudan etki etmektedir. Artık kusursuza yakın üretimin gerçekleştirilebildiği üretim sistemleri üzerinde durulmaktadır. Kalite karakteristiği değerlerinin sınırlar arasında olması yeterli olmamakta, hedef değer civarında üretim istenmektedir. Süreçteki değişkenliğin nedeninin en kısa zamanda ve en doğru şekilde belirlenmesi ile anında müdahale edilerek ödün verilmez bir kalite seviyesine ulaşmak amaçlanmaktadır.

Kontrol grafikleri İstatistiksel Süreç Kontrolünde (İSK) en yaygın kullanılan araçlardandır. Bu denli tercih edilmesinin en önemli nedeni; üründe meydana gelen değişimin, her zaman var olan şans etkisiyle içsel ve kaçınılmaz olarak gerçekleşen değişkenlik ile süreçte oluşan ve kaliteyi etkileyen belirlenebilir (özel) nedenlerin sonucu olarak ortaya çıkan değişkenlik arasındaki ayrımı yapabilecek yeteneğe sahip olmasıdır.

Rekabet koşullarının sertleşmesinin getirisi olarak, süreçteki değişkenliğin belirlenmesindeki başarısızlık ve kaybedilen zaman, firmalara maliyet olarak yansımaktadır. Dolayısıyla günümüz araştırmaları, değişkenliği en kısa zamanda en doğru şekilde belirleyecek sistemler üzerinde yoğunlaşmaktadır. Ürünün kalite karakteristiğine ilişkin verilerin alınıp, değişkenliği anında belirleyebilecek sistemler amaçlanmaktadır. Süreçteki değişkenliğin belirlenmesi amacıyla yapay sinir ağlarını kullanan çalışmalar, süreç ortalaması ve/veya varyansındaki değişkenliğin belirlenmesine yöneliktir.

Smith (1994), sürecin kontrol altında olması, ortalamada pozitif sapma olması ve varyansta sapma olması durumlarını sınıflandırmak amacıyla yapay sinir ağlarını kullanmıştır. Smith, dört tipik özel düzeni sınıflandırmada da yapay sinir ağlarından yararlanmıştır.

Dedeakayogullari and Burnak (1999), ortalama ve/veya varyanstaki sapmaları belirlemek için yapay sinir ağlarını kullanmıştır. Biri süreç ortalamasındaki, diğeri varyanstaki sapmaları belirleyen iki yapay sinir ağından oluşan bir model kullanmışlardır. Modelde, X ortalama ve R değerlerini eğitmek için geri yayılım algoritması kullanılmıştır. Sonuçlar Shewhart kontrol grafikleriyle karşılaştırılmıştır.

Cook et al. (2001), varyanstaki sapmalar için yapay sinir ağlarını kullanmıştır. Cheng and Chen (2003) süreç ortalaması ve varyansındaki değişkenliği belirlemek amacıyla yapay sinir ağlarını kullanmıştır. Zobel et al. (2004) süreç ortalamasındaki sapmayı belirlemede yapay sinir ağı modelini kullanmıştır.

Ayrıca özel düzenlerin belirlenmesi amacıyla yapay sinir ağlarını kullanan çalışmaların da oldukça yoğun olduğu görülmektedir : Velasco and Rowe (1993), Anagun (1998), Guh et al. (1999), Guh (2004), Al-Assaf (2004).

İSK'nde sinir ağlarıyla bulanık mantığı birlikte kullanan çalışmalar mevcuttur. Wang and Chen (2002), çok değişken süreçte ortalamadaki sapma ve onun şiddetinin belirlenmesi için melez bir yaklaşım önermiştir.

Son yıllarda özellikle özel düzenlerin belirlenmesinde bulanık mantığı kullanan çalışmalar da göze çarpmaktadır.

Rowlands and Wang (2000), süreçteki özel durumları, kontrol grafiklerinde kullanılan özel durumlardan beş tanesini inceleyerek tespit etmeye çalışmış ve bulanık mantık modeli geliştirmiştir. Üyelik fonksiyonları, kontrol grafiklerindeki $\pm 3\sigma$ ve dışarıda kalan alanları temsil edecek şekilde oluşturulmuştur.

Tannock (2003), birimler kontrol grafiği ile kıyaslanabilecek bir bulanık model geliştirmiştir. Model, süreçteki merkeziliği ve rassallığı değerlendirerek sürecin kontrol altında olup olmadığını tek bir kritik değişkene göre test etmekte kullanılmıştır. Çalışmada, değişim, döngü ve eğilim olmak üzere üç adet tipik desen için bulanık kontrol grafiğinin sonuçları gösterilmiştir.

Değişkenliğin yapısını belirlemeye yönelik bulanık mantık çalışmalarına literatürde pek rastlanmamaktadır. Bu tür bir çalışma yakınsama muhakemesinden çok, değer atayarak sınıflandırma özelliği göstermektedir. İSK'nde bulanık mantık yaklaşımlarının kullanımı güncel çalışmalar arasında yer aldığından değişkenliğin yapısının belirlenmesinde kullanımının gösterilmesi önemlidir. Çalışma, bulanık mantık yaklaşımları ile geliştirilen bir modelin kontrol grafiklerinin performansı ile karşılaştırılmasını kapsamaktadır.

Çalışmanın birinci bölümünde konuya giriş yapılmış, ikinci bölümünde İSK'nün tanım ve önemi verilerek kısaca tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde bulanık mantıktan söz edilmiş, bulanık küme ve bulanık çıkarım sistemi kavramları hakkında bilgi verilmiştir. Dördüncü bölüm, süreçteki değişkenliğin bulanık mantık yaklaşımı ile belirlenebilirliği üzerine olup, sürecin kontrol altında olmasıyla ortalama ve/veya varyanstaki sapmaları içeren altı durumun sınıflandırılması ve süreçte meydana gelebilecek özel durumların tespiti amacıyla yapılan çalışmaları kapsamaktadır. İlgili bölümde, bulanık mantık yaklaşımıyla oluşturulan model ile kontrol grafiklerinin hata oranları karşılaştırılmıştır. Son bölümde, çalışmadan çıkarılabilir sonuçlara ve ilgili konuda çalışacak araştırmacılar için önerilere yer verilmiştir.

2. İSTATİSTİKSEL SÜREÇ KONTROLÜ

İSK; ilgilenilen sürecin olağan bir biçimde devam edip etmediğinin istatistiksel yöntemlerle kontrol edilmesi, şayet olağandışı bir durum varsa bunun nedenleriyle tespit edilerek ortadan kaldırılması amacıyla yapılan çalışmalardır (Dedeakayogullari and Burnak, 1999).

2.1. Kalitede Değişkenlik

Her ürünün kalitesinin ölçümünde kullanılan belirli karakteristikler vardır. İlgili kalite karakteristiğindeki değişkenliğin azaltılması, ürünün kalitesinin geliştirildiğine bir işarettir. Değişkenliğin azaltılması, değişkenliğe yol açan nedenlerin doğru belirlenmesine ve engelleyici önlemlerin zamanında alınmasına bağlıdır.

Bütün üretim süreçlerinde, belirli bir miktar değişkenlik kaçınılmazdır. Bu değişkenlik, sürecin ne kadar iyi tasarlandığına, ne kadar iyi yürütüldüğüne veya yeterli bakımın yapılıp yapılmadığına bağlı değildir. Değişkenlik her zaman vardır ve çok sayıda ufak, aslında kontrol edilemeyen sebebin birikiminin sonucudur (Banks, 1989). Bu tür değişkenlikler göreceli olarak düşük bir değerde ise süreç performansının kabul edilebilir seviyede olduğu varsayılır. İstatistiksel Kalite Kontrolünde (Statistical Quality Control – SQC) doğal değişkenlik genellikle "şans etkisi yüzünden oluşan değişkenlik (stable system of chance causes)" olarak adlandırılır (Banks, 1989). Diğer değişkenlik türleri ise bazen sürecin çıktılarında fark edilebilecek düzeyde olabilirler. Genellikle süreç performansının kalite değişkenliğinin kabul edilemeyen bir düzeyini gösterirler. Bu değişkenlikler ise "belirlenebilir nedenlerden kaynaklanan değişkenlik (assignable causes)" olarak adlandırılır. Bu değişkenliğin kaynağı makinelerle, operatörlerle ve/veya kullanılan malzeme ile ilişkili olabilir (Banks, 1989).

Shewhart'a göre değişkenliğin nedenleri iki grupta sınıflandırılabilir:

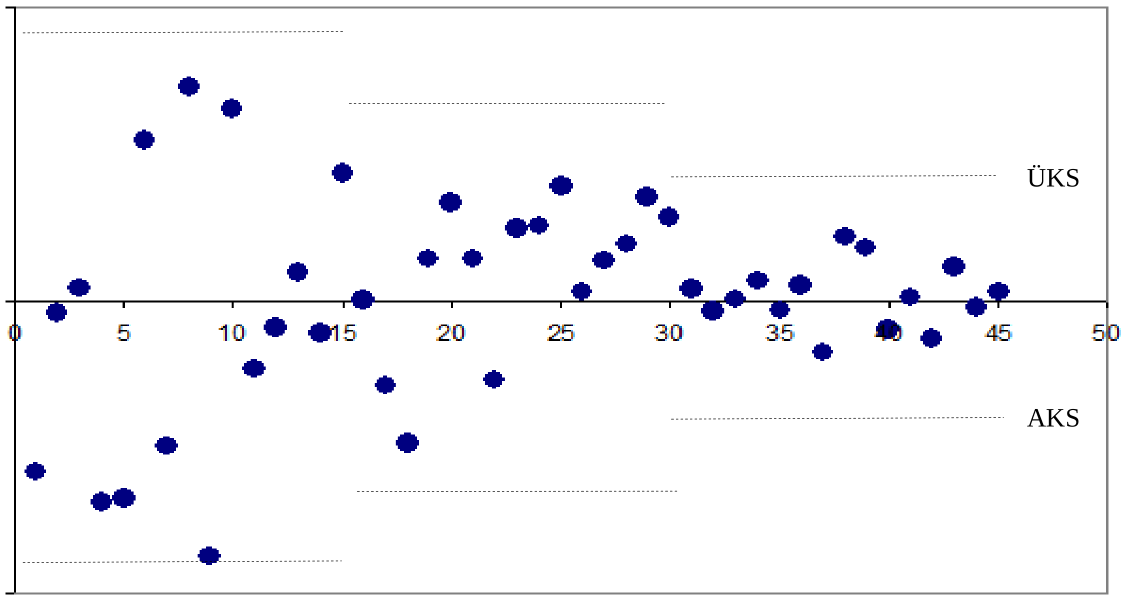
- Özel nedenler (belirlenebilir nedenler)
- Doğal nedenler (sistemden kaynaklanan nedenler)

Değişkenlik her ne pahasına olursa olsun önlenmelidir. Özellikle günümüz rekabet şartlarında üretici firmalar, müşteriye ihtiyaçlarını karşılayacak ürünü sunmaya ve ürünü hatasız üretebilmeye çalışmaktadırlar. Bir başka ifadeyle; kalite seviyesini yükseltmek için süreçteki değişkenliği azaltmak temel amaçtır.

Ürün kalitesinin geliştirilmesi için ürün kalite karakteristiğinin (quality characteristic) belirlenerek izlenmesi gerekir. Birden fazla kalite karakteristiğine sahip olabilen bir ürün için tüketici gereksinimleri açısından birincil öneme sahip olan kalite karakteristikleri performans karakteristiği olarak adlandırılır. Sürekli kalite geliştirme, kalite karakteristiğinin hedef değer (target value) civarındaki değişkenliğini en küçüklemeyi amaçlamaktadır. Performans karakteristiğinin hedef değer civarındaki değişkenliği performans değişkenliği (performance variation) olarak adlandırılır. Hedef civarında daha küçük performans değişkenliği daha iyi kalite anlamına gelmektedir (Çelik, 1993).

Sürecin çıktısı olan ürünün hedef değeri civarındaki kabul edilebilir değerler tolerans aralığını oluşturur. Hedef değer genellikle tolerans aralığının orta değeridir. Ancak bazen aralıktaki başka bir değer de hedef değer olarak belirlenebilir. İSK'nün temel amaçlarından olan kalitede gelişimin sağlanması, İSK'nde kullanılan önemli araçlardan biri olan kontrol grafikleri ile ilişkilendirilerek Şekil 2.1.'de gösterilmiştir.

Kontrol grafiklerinin alt ve üst kontrol sınırları (AKS-ÜKS) dışındaki değerler için kontrol dışı olmasının yanı sıra, kontrol sınırları arasında olmasına rağmen hedef değerdeki sapmalar da sürecin kontrol dışına çıktığının göstergesidir (Montgomery, 2005).



Şekil 2.1. Kalitede gelişimin sağlanması (Besterfield, 2004)

İSK'nde çok çeşitli teknikler kullanılmakla birlikte bunları aşağıdaki başlıklarda gruplandırabilir (Turner et. al., 1993):

- **Akış Şeması:** Süreçte gerçekleştirilen faaliyetleri gösterir. Müşteri – tedarikçi ilişkilerini tanımlar ve prosedürlerin standartlaştırılmasına yardımcı olur.
- **Histogram:** Derlenmiş sayısal verilerin belirli aralıklarda yer alan sayılarının grafik şeklinde gösterimidir.
- **Sebep – Sonuç Diyagramları (Balık Kılçığı Diyagramı):** Bir olayın ortaya çıkmasına neden olan durumlar (sebep) ile ilgilenilen olayın (sonuç) şekilsel gösterimidir. Görünümleri nedeniyle "Balık Kılçığı" olarak ta adlandırılırlar.
- **Kayıt Formu :** Süreçte gözlenen karakteristikle ilgili verileri toplamada kullanılan formlardır.
- **Pareto Analizi:** Sorunu yaratan nedenlerin önem derecesine göre sıralandığı bir tür histogramdır.
- **Serpme Diyagramı:** Bir olaya ilişkin sebep ve sonuç karakteristiklerinin aynı grafikte işaretlenerek aralarındaki ilişkinin araştırılmasını sağlayan diyagramdır.
- **Kontrol Grafikleri:** Düşey eksende yer alan kalite karakteristiğinin yatay eksendeki örnek numarasına, zamana ya da alınış sırasına göre grafik ile

gösterimidir. Tanımlanan sınır değerlere ve belirli bazı kurallara göre sürecin kontrol altında olup olmadığının tespitinde kullanılır.

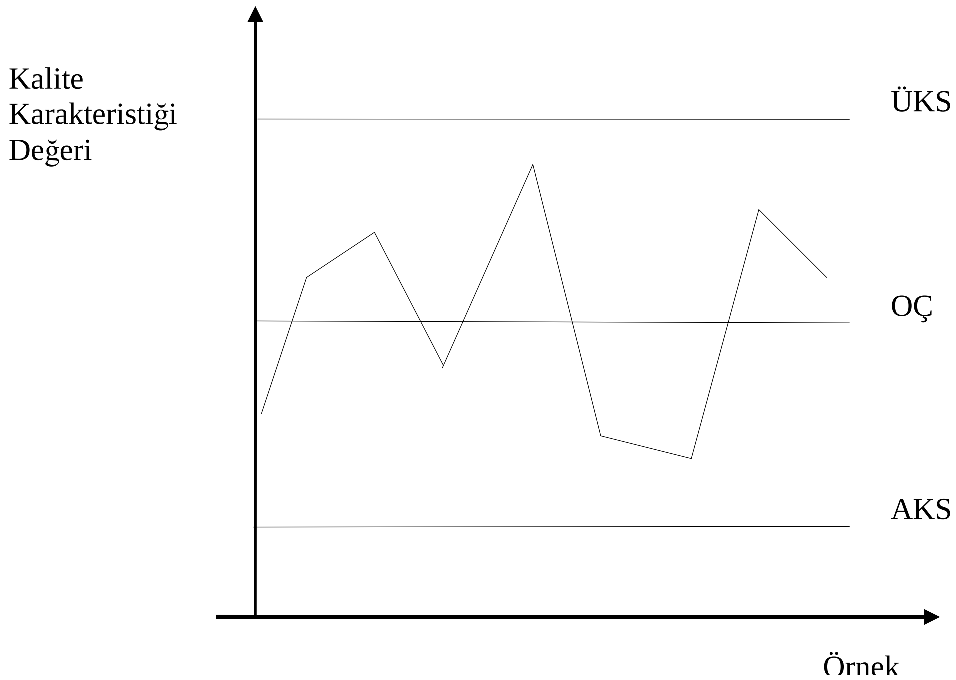
İzleyen kısımda, çalışma ile doğrudan ilişkili olan kontrol grafikleri hakkında bilgi verilecektir.

2.2. Kontrol Grafikleri

İSK'nün temel amaçlarından biri, özel nedenlerin veya süreçteki sapmaların ortaya çıkışının hızlı bir biçimde tespit edilmesi ve böylece sürecin araştırılarak düzeltici eylemlerin uygun olmayan çok sayıda ürün imal edilmeden gerçekleştirilmesidir. Kontrol grafikleri bu amaç için en yaygın kullanılan çevrim içi süreç kontrolü (on-line process control) tekniğidir (Banks, 1989).

Kontrol grafikleri, süreç kalite karakteristiğinde hiçbir sapmanın olmadığı değeri gösteren orta çizgi ve örnek istatistiği değerlerinin orta çizgi değeri etrafında dağılması beklenen sınır değerlerini gösteren alt ve üst kontrol sınırlarını içermektedir. Orta çizgi, süreç kalite karakteristiğinin ortalama değeri olarak da ifade edilebilir. Süreç kalite karakteristiği değerleri kontrol sınırları içerisinde rastgele dağılmış ise süreç istatistiksel olarak kontrol altında olarak tanımlanmakta ve süreç kalitesindeki değişkenliğin doğal nedenlere dayandığı söylenebilmektedir. Eğer bu değerler kontrol sınırları dışında ise veya kontrol sınırları içinde belirli bir düzen gösteriyorlar ise, süreç istatistiksel olarak kontrol dışı olarak tanımlanmakta ve süreç kalite karakteristiğindeki değişkenliğin özel nedenlere dayandığı söylenebilmektedir. Bir örnek Shewhart kontrol grafiği Şekil 2.2.'de verilmiştir.

Kontrol grafikleri aslında görsel birer hipotez testidir. İlgilenilen kalite karakteristiğinin θ ile gösterildiğini varsayarsak, eğer H_0 hipotezi $H_0 : \theta = \theta_0$ ise, H_0 hipotezinin reddi sürecin kontrol dışında olması olarak ifade edilmektedir (Banks, 1989).

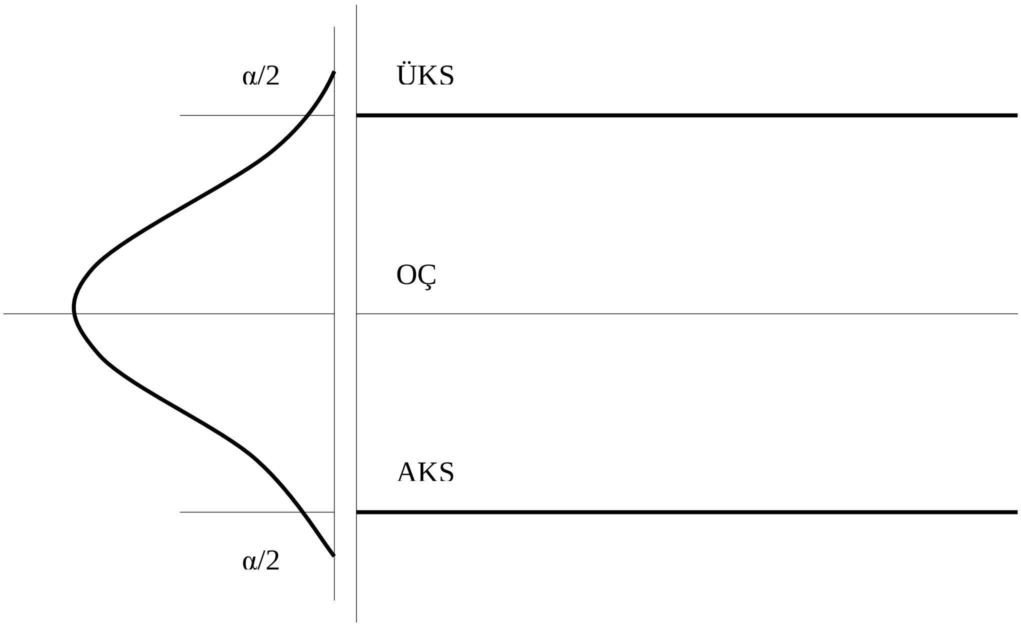


Şekil 2.2. Shewhart kontrol grafiği (Montgomery, 2005)

Orta çizgi etrafında belirli bir düzen göstermeksizin kontrol sınırları içerisinde rastgele dağılmış değerler süreçte kontrol dışı bir durumun olmadığına işarettir.

I. ve II. Tip hata kavramları da kontrol grafiklerine uygulanabilmektedir. Süreç kontrol altında iken örnek değerlerinden birinin kontrol sınırları dışına düşmesi durumunda I. tip hata (α) meydana gelmiş olur. Sürecin gerçekte kontrol dışı olduğu bir durumda örnek değerinin kontrol sınırları arasına düşmesi halinde ise II. tip hata (β) ortaya çıkar.

Kalite karakteristiği değerlerinin ortalaması merkezi limit teoremine göre normal dağılım göstermektedir. Kontrol sınırlarının belirlenmesinde normal dağılımdan yararlanılmaktadır. Normal dağılım ile ilişkilendirilmiş bir kontrol grafiği Şekil 2.3.'de gösterilmiştir.



Şekil 2.3. Normal dağılım ile ilişkilendirilmiş bir kontrol grafiği (Montgomery, 2005)

Genel olarak bir kontrol grafiğini oluşturmak için, ilgilenilen süreç karakteristiği Y ve onun ortalaması ile standart sapması da sırasıyla, μ_y ve σ_y olmak üzere kontrol sınırlarının orta çizgiye olan uzaklığını standart sapma cinsinden gösteren katsayıya *k* denilirse, kontrol sınırları;

$$\begin{aligned} ÜKS_y &= \mu_y + k\sigma_y \\ OÇ_y &= \mu_y \\ AKS_y &= \mu_y - k\sigma_y \end{aligned} \tag{2-1}$$

olarak belirlenir.

Kontrol sınırlarının belirlenmesinde kullanılan k katsayısı için genel kabul k=3'tür. Ancak uyarı sınırları olarak k=2 için de sınırlar belirlenmektedir. Kullanım alanı fazla olmamakla birlikte kontrol sınırları belirli bir olasılığa eşit olacak şekilde de oluşturulabilir. Örneğin; I. tip hata olasılığı α = 0,05 olarak belirlenirse, karşı gelen k değeri 1,96 olmaktadır (Burnak, 1997).

2.3. Kontrol Grafiklerinin Sınıflandırılması

Kontrol grafiklerinin sınıflandırılmasında kalite karakteristiğinin ölçülebilirliği esas alınır. Ürünün ağırlığı, uzunluğu, genişliği, yarıçapı vb. gibi kalite karakteristikleri sayısal değerlerle ifade edilebilir ölçülerdir. Kenar düzgünlüğü, renk tonu, desenin doğruluğu vb. kalite karakteristikleri ise sözel ifadelerin kullanıldığı ölçülerdir. Sözel ifadeler genellikle kusurlu / kusursuz olarak tanımlanırlar.

Kontrol grafikleri, sayısal ya da sözel ifade edilebilen kalite karakteristiklerine göre niceliksel ve niteliksel ölçüler için oluşturulan kontrol grafikleri olmak üzere ikiye ayrılırlar.

Niteliksel ölçüler için oluşturulan kontrol grafiklerine;

- p (kusurlu oranı) kontrol grafiği,
- np (kusurlu birim sayısı) kontrol grafiği,
- c (kusur sayısı) kontrol grafiği,
- u (birime düşen kusur sayısı) kontrol grafiği

örnek verilebilir.

Niceliksel ölçüler için oluşturulan kontrol grafiklerine ise;

- $\overline{X}$ (ortalama) kontrol grafiği,
- R (değişim aralığı) kontrol grafiği,
- S (standart sapma) kontrol grafiği,
- X (birimler) kontrol grafiği,

örnek olarak gösterilebilir.

2.3.1. Niteliksel ölçüler için kontrol grafikleri

Üretim sürecinde ilgili ürünün süreç kalite karakteristiği sayısı birden fazla olabilir. Ayrıca kalite karakteristiklerinin niceliksel ölçümü, niteliksel ölçümüne göre çok daha zor ve/veya maliyetli olabilir. Niceliksel ölçüm yapılmasının zorlaştığı durumlarda şayet kusurlu üretimin maliyeti çok yüksek bedeller içermiyor ise, veri derleme işleminin daha kolay ve ucuz olduğu niteliksel ölçüler için kontrol grafikleri daha fazla tercih edilir.

İzleyen kısımda; niteliksel ölçüler için düzenlenen kontrol grafiklerinden kısaca söz edilmiştir:

- p **(kusurlu oranı) kontrol grafiği:** Kusurlu oranı (p), bir anakütlede istenilen özellikleri sağlamayan birimlerin sayısının anakütledeki birim sayısına oranı olarak tanımlanır. Kontrol sınırları ise, $\bar{p}$, örneklerin kusurlu sayısı ortalaması, n, örnekteki birim sayısı olmak üzere şu şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned} ÜKS_p &= \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \\ OÇ_p &= \bar{p} \\ AKS_p &= \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \end{aligned} \qquad (2\text{-}2)$$

- np **(kusurlu birim sayısı) kontrol grafiği:** Özellikle örnek büyüklüğü sabit olduğunda, kusurlu oranı kontrol grafiğine göre daha kullanışlı olabilen bir kontrol grafiğidir. Kontrol sınırları; n, örnekteki birim sayısı olmak üzere;

$$\begin{aligned} ÜKS_{np} &= n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \\ OÇ_{np} &= n\bar{p} \\ AKS_{np} &= n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \end{aligned} \tag{2-3}$$

şeklinde hesaplanır.

- c **(kusur sayısı) kontrol grafiği:** Kusur sayısı (c), anakütlede bir ya da daha fazla kalite karakteristiği için örnekteki uygun olmayan karakteristik sayısı, kusur sayısı ortalaması ($\bar{c}$), örneklerin kusur sayısı ortalaması olmak üzere kontrol sınırları;

$$\begin{aligned} ÜKS_{c} &= \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \\ OÇ_{c} &= \bar{c} \\ AKS_{c} &= \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} \end{aligned} \tag{2-4}$$

olarak tanımlanır.

- u **(birime düşen kusur sayısı) kontrol grafiği:** Birime düşen kusur sayısı (u), alınan örnekteki kusur sayısının örnekteki birim sayısına oranı, birime düşen kusur sayısı ortalaması ($\bar{u}$), örneklerin birime düşen kusur sayısı ortalaması olarak tanımlandığında, kontrol grafiği sınırları, n, örnekteki birim sayısı olmak üzere;

$$\begin{aligned} ÜKS_{u} &= \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} \\ OÇ_{u} &= \bar{u} \\ AKS_{u} &= \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} \end{aligned} \tag{2-5}$$

olarak tanımlanır.

2.3.2. Niceliksel ölçüler için kontrol grafikleri

Niceliksel ölçümlerin yapılması niteliksel ölçümlere göre daha pahalı olduğu halde, daha etkin kontrol yöntemlerini mümkün kılması ve süreç performansı ile ilgili daha çok bilgi sağlaması nedeniyle niceliksel ölçüler için kontrol grafikleri yaygın olarak kullanılmaktadır. Merkezi eğilim ve dağılımın tahmin edilmesi, yaklaşan sorunların önceden fark edilmesi niceliksel ölçümler için kontrol grafiklerinin sağladığı katkılara örnek gösterilebilir.

İzleyen kısımda, niceliksel ölçüler için düzenlenen kontrol grafiklerinden yaygın kullanılan birkaçı kısaca anlatılmıştır:

$\overline{X}$ **(ortalama) kontrol grafiği:** Ortalama değer ($\overline{X}$), örnekten elde edilen değerlerin örnek içindeki aritmetik ortalamasıdır. Kontrol grafiklerinin genel formülüne göre düzenlenmektedir. Süreç ortalamasının (μ) ve standart sapmasının (σ) bilindiği durum için kontrol grafiği örnek büyüklüğüne göre tablolaştırılmış katsayıya (A) bağlı olarak şu şekilde oluşturulur:

$$\begin{aligned} ÜKS_{\overline{x}} &= \mu + A\sigma \\ OÇ_{\overline{x}} &= \mu \\ AKS_{\overline{x}} &= \mu - A\sigma \end{aligned} \qquad (2\text{-}6)$$

Süreç ortalamasının (μ) ve standart sapmasının (σ) bilinmediği durumlarda ise kontrol grafiği farklı şekillerde oluşturulabilir:

$\overline{X}$ (ortalama) kontrol grafiği, değişim aralığı (R) değerleri kullanılarak oluşturulabilir. Bu durumda kontrol grafiğinin orta çizgisini, ilgili kalite karakteristiğinin örneklerden elde edilen ortalama değerlerinin ortalaması ($\overline{\overline{X}}$), yani genel ortalama değeri oluşturur. Kontrol sınırları ise, değişim aralığı ortalaması ($\overline{R}$) ve örnek büyüklüğüne göre tablolaştırılmış katsayıya (A_2) bağlı olarak;

$$
\begin{aligned}
ÜKS_{\bar{x}} &= \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} \\
OÇ_{\bar{x}} &= \bar{\bar{X}} \\
AKS_{\bar{x}} &= \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}
\end{aligned}
\tag{2-7}
$$

şeklinde belirlenir (Burnak, 1997).

Kontrol grafiği oluşturulurken değişim aralığı yerine örnek standart sapması (s) değeri de kullanılabilir. Bu durumda kontrol grafiğinin orta çizgisini yine genel ortalama değeri oluşturur. Kontrol sınırları ise, örnek standart sapmaları ortalaması ($\bar{s}$) ve örnek büyüklüğüne göre tablolaştırılmış katsayıya (A_3) bağlı olarak (Burnak, 1997);

$$
\begin{aligned}
ÜKS_{\bar{x}} &= \bar{\bar{X}} + A_3\bar{s} \\
OÇ_{\bar{x}} &= \bar{\bar{X}} \\
AKS_{\bar{x}} &= \bar{\bar{X}} - A_3\bar{s}
\end{aligned}
\tag{2-8}
$$

şeklinde belirlenir.

- **R (değişim aralığı) kontrol grafiği:** Değişim aralığı (R), alınan örnekteki değerlerin en büyüğü ile en küçüğün farkına eşittir. Örnek büyüklüğü $n \leq 10$ olduğu durumlarda süreçteki değişkenliği belirlemede kullanılan değişim aralığı kontrol grafiğinin orta çizgisi R değerlerinin ortalamasıdır ($\bar{R}$). R değerlerinin standart sapması çoğu durumda bilinmemektedir. Bu nedenle alt ve üst kontrol sınırları; örnek büyüklüğüne göre tablolaştırılmış katsayılara (D_3, D_4) bağlı olarak şu şekilde belirlenir (Burnak, 1997):

$$\begin{aligned} ÜKS_R &= D_4 \overline{R} \\ OÇ_R &= \overline{R} \\ AKS_R &= D_3 \overline{R} \end{aligned} \quad (2\text{-}9)$$

- **S (standart sapma) kontrol grafiği:** Standart sapma (s), alınan örnekteki değerlerin kendi içinde hesaplanır. Kontrol grafiği oluşturulurken orta çizgi değeri, her örnekten elde edilen standart sapmaların ortalamasına eşittir. Kontrol sınırları; örnek büyüklüğüne göre tablo değerleri (B_3, B_4) ile s değerleri kullanılarak;

$$\begin{aligned} ÜKS_S &= B_4 \overline{s} \\ OÇ_S &= \overline{s} \\ AKS_S &= B_4 \overline{s} \end{aligned} \quad (2\text{-}10)$$

şeklinde belirlenir (Burnak, 1997).

Örnek büyüklüğü n=2 iken R ve S kontrol grafikleri aynı sonucu verir. Örnek büyüklüğü n =10 ya da daha fazlaysa R etkinliğini kaybeder. Ancak $4 \le n \le 8$ için R daha iyi çalışır (Banks, 1989).

- X **(birimler) kontrol grafiği :** Süreçten alınan örnekler her zaman 4-5 birimden oluşturulamaz. Zaman, maliyet vb. nedenlerle veya operatörün $\overline{X}$ kontrol grafiğini yanlış anlayıp yorumlamasından şüphe edildiği durumlarda örnek ortalamaları yerine örnek değerlerinin (X) kullanması istenebilir. Bu durumda, kontrol grafiği orta çizgisi X değerlerinin ortalaması olur. Standart sapmanın örnek değişim aralıklarından hareketle tahmini $\hat{\sigma} = \overline{R} / d_2$ olmak üzere orta çizgiden 3σ uzaklıktaki kontrol sınırları;

$$\begin{aligned} ÜKS_{x} &= \overline{X} + 3\frac{\overline{R}}{d_2} \\ OÇ_{x} &= \overline{X} \\ AKS_{x} &= \overline{X} - 3\frac{\overline{R}}{d_2} \end{aligned} \qquad (2\text{-}11)$$

olarak belirlenir (Burnak, 1997). Burada d_2 ; hareketli değişim aralığı hesabında kullanılan birim sayısına bağlı tablo değeridir.

Yapılan çalışmada niceliksel ölçüler için düzenlenen kontrol grafiklerinden $\overline{X}$ (ortalama), R (değişim aralığı) ve S (standart sapma) kontrol grafikleri üzerinde durulmuştur. $\overline{X}$ kontrol grafiği ilgilenilen sürecin parametrelerinin ortalamasındaki değişkenliği tespit etmede kullanılmaktadır. R ve S kontrol grafikleri ise sürecin varyansında meydana gelebilecek değişkenliği tespit etmek amacıyla kullanılırlar. Varyanstaki değişkenliği tespit etmek için her iki kontrol grafiği beraber kullanılabileceği gibi yaygın olan kullanım şekli birinin kullanımıdır ve genel tercih R kontrol grafiğidir. Örnek büyüklüğü n>5 olan durumlarda değişim aralığı değerleri varyans değerlerine göre etkinliğini kaybetmeye başlar ve n>10 için ise kullanılmaması önerilir. Dolayısıyla; n>10 için S kontrol grafiğinin kullanılması tavsiye edilir (Montgomery, 2005).

$\overline{X}$ kontrol grafiği üzerindeki noktaların değerleri aynı genel şekilde veya aynı anda üretilen bütün birimleri etkileyen sebeplerden etkilenir (örneğin; makine ayarının değiştirilmesi). Süreç ortalamasındaki değişkenliğin sebepleri şunlardır (Banks, 1989) :

- Alet aşınması.
- Malzeme kusurları.
- Tedarikçi değişikliği.
- Operatör hatası.
- Makine ayarları değişikliği.
- Muayene hatası.

R ve S kontrol grafikleri, sürecin tutarlılığını ölçerler. Buradaki değişmeler sürecin tamamı yerine bazı birimlerinin diğerlerinden farklı bir işleme tabi tutulması yüzünden ortaya çıkmaktadır (örneğin; bozulan ve tamiri mümkün olmayan bir makinenin bazı ürünleri kontrol sınırların altında veya üstünde üretmesi). Süreç varyansındaki değişkenliğin sebepleri şunlardır (Banks, 1989) :

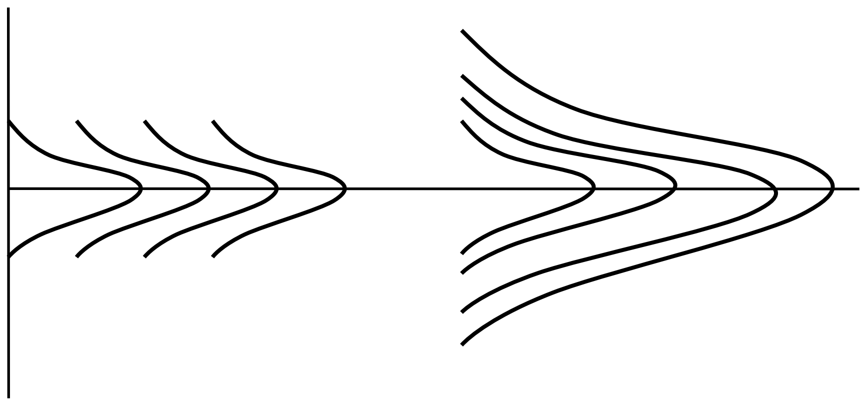
- Çalışmanın başlangıç veya sonunda standart olmayan parçalar.
- İyi eğitilmemiş operatör ya da muayeneci.
- Ayarlanamayan ya da tamir edilemeyen makine.
- Malzemedeki değişkenlik.

Bahsedilen kontrol grafikleri ile ortalama ve değişkenlikte sapma olup olmadığı araştırılırken, yapılan çalışmada kontrol grafikleri için toplanan veriler kullanılarak, sapmaların yönü ve şiddeti hakkında bilgi elde edilmesinin üzerinde de durulmuştur.

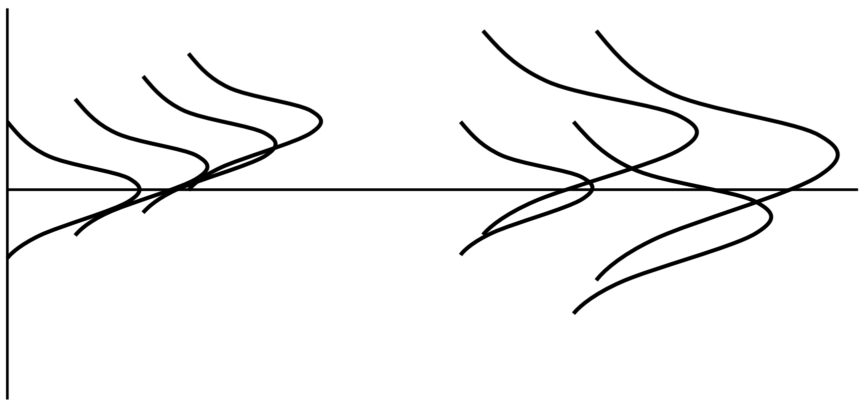
2.4. Kontrol Grafiklerinin Yorumlanması

Sürecin ilgili karakteristiğine ilişkin toplanan örnek verileri kontrol grafikleri üzerine işaretlenerek operatör tarafından sürecin ne durumda olduğu gözlenir. İşaretli bir noktanın kontrol sınırları dışında olması sürecin kontrol dışında olduğuna kanıttır. Daha önce de bahsedilmiş olan şans etkileri nedeniyle bir noktanın kontrol sınırları dışına düşmesi oldukça küçük bir olasılıktır. Bununla birlikte, işaretli bütün noktaların kontrol sınırları içerisinde yer alması da sürecin kontrol altında olduğunu kanıtlamak için yeterli değildir. Sürecin kontrol altında olduğunun söylenebilmesi için, işaretlenen noktaların kontrol sınırları içinde ve belli bir düzen göstermeksizin rastgele dağılmış olmaları gerekmektedir.

Kontrol grafiği üzerinde işaretli noktalar, kalite karakteristiğinin ortalama ve varyansını temsil etmektedirler. Şekil 2.4. ; ortalama (μ) ve/veya varyanstaki (σ) sapmaları göstermektedir.



a) μ ve σ sabit **b)** μ sabit, σ'da sapma



c) μ'de sapma, σ sabit **d)** μ ve σ'da sapma

Şekil 2.4. Kalite karakteristiğindeki sapmalar (Dedeakayogullari and Burnak, 1999)

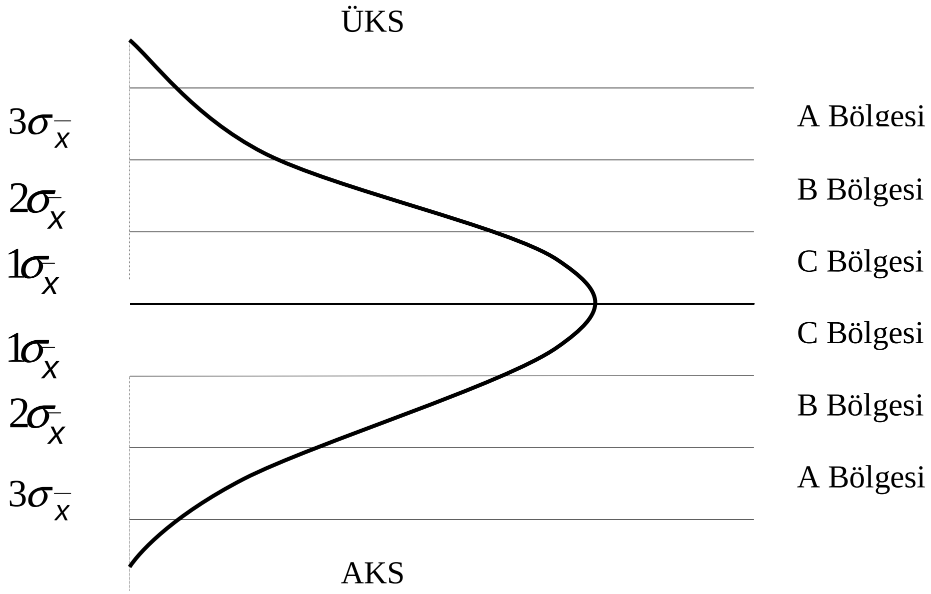
μ'de sapma olması durumunda değerler ortalamadan uzakta yoğunlaşırken, σ'de sapmanın olması değerlerin yoğunlaştığı aralığı arttırır.

Kontrol grafikleri üzerine işaretlenen noktaların aşağıdaki kurallara göre dizildiği durumlar süreçte özel (belirlenebilir) nedenlerin varlığına işarettir (Banks, 1989):

- 3 sigma kontrol sınırları ötesinde bir noktanın bulunması.
- Ardışık 3 noktadan en az 2 tanesinin orta çizgiden 2 sigma uzaklıktaki (A bölgesi) uyarı sınırlarının dışında yer alması.

- Ardışık 5 noktanın en az 4 tanesinin orta çizgiden 1 sigma uzaklıkta (B bölgesi) ya da ötesinde yer alması.
- Ardışık 7 noktanın orta çizginin aynı tarafında yer alması.
- Ardışık 11 noktanın en az 10 tanesinin orta çizginin aynı tarafında yer alması.
- Ardışık 14 noktanın en az 12 tanesinin orta çizginin aynı tarafında yer alması.
- Ardışık 17 noktanın en az 14 tanesinin orta çizginin aynı tarafında yer alması.
- Ardışık 20 noktanın en az 16 tanesinin orta çizginin aynı tarafında yer alması.

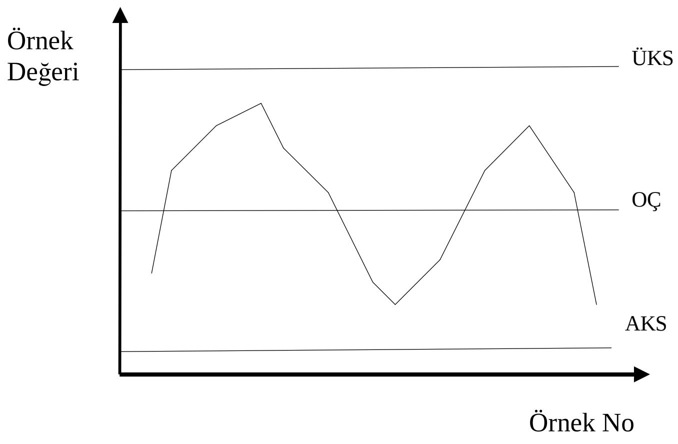
Şekil 2.5.’te özel durumların tespitinde kullanılmak üzere kontrol sınırları arasında oluşturulan bölgeler gösterilmektedir.



Şekil 2.5. Özel durum kuralları için bölgeler

Bu kuralların yanı sıra $\overline{X}$ ve R kontrol grafikleri için tanımlanan bazı özel desenlerin ortaya çıkması da süreçte bir sorun olduğunun göstergesidir. Bu özel desenlerin istatistikî olarak tespiti zor olup, uzman gözler tarafından fark edilebilmektedirler. İlgili özel desenler (Banks, 1989):

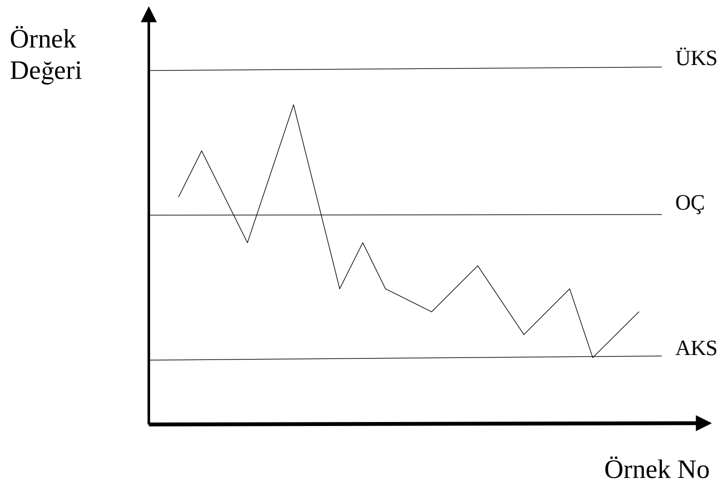
- **Döngü (cycle) :** Süreçte kısa süreli ve tekrar gösteren desenlerdir. Artış ve azalış eğilimlerinin tekrarlanması şeklinde görülür. Sıcaklık ve nem değişimleri, operatör hatası, operatör rotasyonu ve elektrik kesintileri $\overline{X}$ kontrol grafiğinde döngüye neden olabilir. R kontrol grafikleri için döngü oluşumu nedenleri ise; operatör hatası, gece-gündüz vardiya değişimleri arasındaki farklar ve yıpranan aparatlardır. Şekil 2.6.'da döngü deseni görülmektedir.



Şekil 2.6. Döngü deseni (Banks, 1989)

Döngü deseni birbirini takip eden dalgalara benzemektedir.

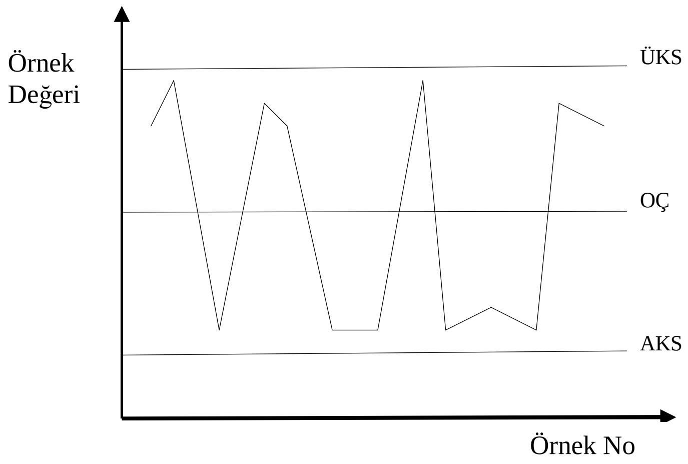
- **Düzeydeki kademeli değişim (gradual change in level):** Süreçte zaman içinde bir değişim meydana gelir ve artık yeni bir seviyede süreç kararlı hale erişir. $\overline{X}$ kontrol grafiğinde düzeyde kademeli değişimi doğuran nedenler; bakım programındaki bir değişiklik, denetlemedeki bir değişiklik veya yeni bir malzemenin tanımlanması olabilir. Yeni bir malzeme şiddetli bir değişim yerine daha yavaş gerçekleşen bir değişim olarak gözlemlenebilir. R kontrol grafiğinde düzeyde kademeli değişim ise; teçhizat, operatör yeteneği veya operatörün gösterdiği özendeki değişimler ile açıklanabilir. Şekil 2.7.'de düzeydeki kademeli değişim deseni görülmektedir.



Şekil 2.7. Düzeydeki kademeli değişim deseni (Banks, 1989)

Düzeyde meydana gelen kademeli değişim ile sürecin artık izlemesi gereken rotadan çıkıp yavaş yavaş başka bir yola doğru yönelmiş bir taşıta benzediği söylenebilir.

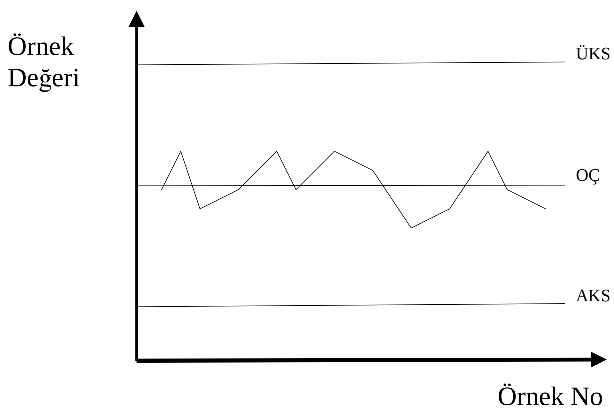
- **Karışım (mixtures) :** Süreç değerleri alt ve üst kontrol sınırları civarında seyreder. Orta çizgiye yakın değer olmaksızın dalgalanmalar gözlenir. Yüksek ve düşük seviyedeki iki farklı desenin birleşimidir. Karışım $\overline{X}$ kontrol grafiğinde ise bunun nedeni yüksek olasılıkla aşırı kontroldür. Operatör yüksek değerde bir veri ile karşılaştığı zaman değeri düşürecek önlemler aldığında oluşacak aşırı düşük değer üzerine tersi bir işlem gerçekleştirir ve tekrar aşırı yüksek değerin oluşmasına yol açar. Operatör değişimin doğal olduğunun farkında olmadan süreçle bu şekilde oynayabilir. R kontrol grafiğinde karışımın nedeni; malzemelerdeki ve ölçme ekipmanlarındaki farklılıklar veya otomatik kontrollerdeki sapmalar olabilir. Üretim bölümünde sık rastlanan bir sorundur. Şekil 2.8.'de karışım deseni görülmektedir.



Şekil 2.8. Karışım deseni (Banks, 1989)

Karışım deseni belirgin zikzaklar çizmektedir.

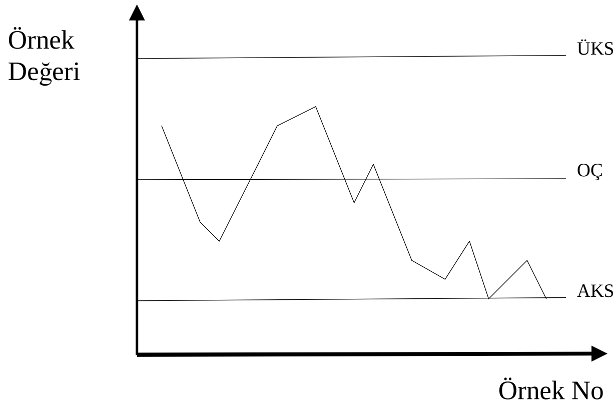
- **Tabakalaşma (stratification) :** Süreç, yapay sabitlenme karakteri gösterir. $\overline{X}$ kontrol grafiğinde tabakalaşmanın sebebi kontrol sınırlarının yanlış hesaplanması olabilir. R kontrol grafiğinde ise, örnekleme sürecinde birkaç temel teşkil eden dağılımların her birinden birer birim toplanması, her örneğin en büyük ve en küçük değerleri birbirine benzer ise bu sonucu doğurabilir. Tabakalaşma deseni Şekil 2.9.'da görülmektedir.



Şekil 2.9. Tabakalaşma deseni (Banks, 1989)

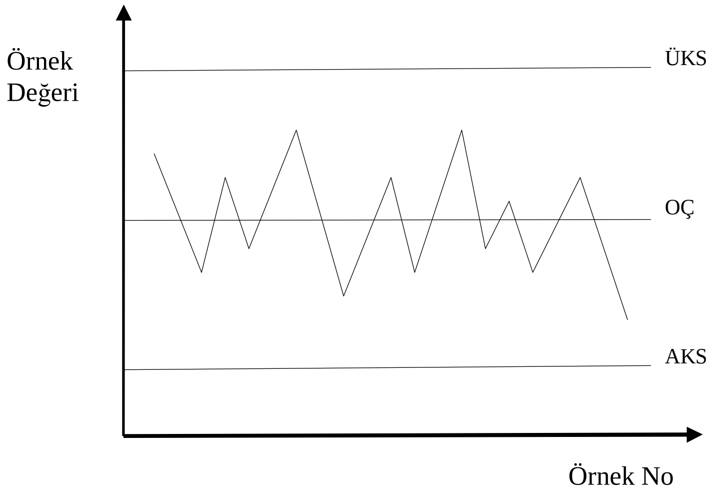
Tabakalaşmada kontrol sınırları içerisinde düzensiz hareketler göstermek yerine orta çizgiye çok yakın değerlerden oluşan bir seyir gözlenir.

- **Ani sapma (sudden shift) :** Süreç düzeyinde tek bir yönde ani değişikliğin oluşmasıdır. İki temel dağılımın değerleri parçalı olarak işaretlendiyse, grafikte belirgin olarak gözlenebileceklerdir. Yeni bir tip malzeme, yeni operatör, yeni muayeneci, yeni makineler vb. $\overline{X}$ kontrol grafiğinde ani değişiklik deseninin nedeni olabilir. R kontrol grafiğinde ise; operatörlerin motivasyonundaki değişimler, yeni operatörler veya yeni ekipmanlar bu değişikliğe sebep olabilir. Şekil 2.10.'da ani değişiklik deseni görülmektedir.



Şekil 2.10. Ani sapma deseni (Banks, 1989)

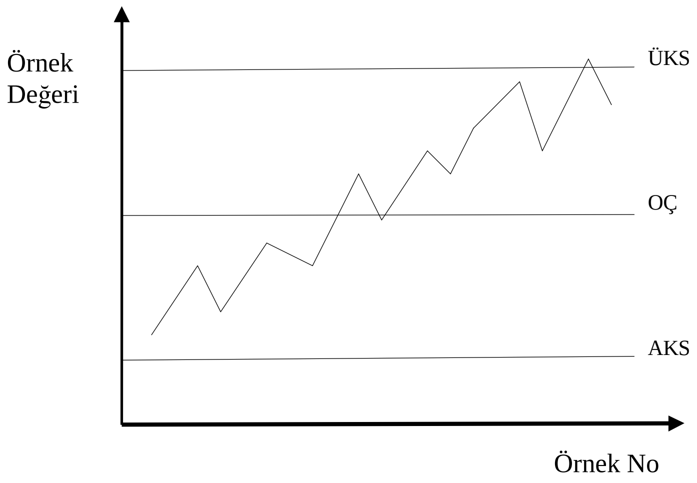
- **Sistematik değişkenlik (systematic variation) :** Sürecin değerleri orta çizgi etrafında rassal dağılmış izlenimi verse de sistematik olarak orta çizginin bir altında, bir üstünde yer alırlar. Bu artış ve azalışlar ikişer-üçer veri şeklinde gerçekleşirse de sistematik değişkenlikten söz edilebilir. $\overline{X}$ kontrol grafiğinde, test ekipmanlarındaki farklık ya da rotasyon temelli örnekleme yapıldığı durumlarda üretim hatlarındaki farklılıklar buna neden olmuş olabilir. R kontrol grafiğinde bu değişkenliğe yol açan neden ise; verilerin bölümünde sistematik bir davranış şeklinin benimsenmesidir. Örneğin, toplanan her 10 veri grubunun ilk beş değeri bir örneği, sonraki beş değer diğer örneği oluşturacak şekilde eylemin tekrarlanması bu sonucu doğurur. Şekil 2.11.'de sistematik değişiklik deseni görülmektedir.



Şekil 2.11. Sistematik değişkenlik deseni (Banks, 1989)

Sistematik değişkenlik deseni ile karşılaşıldığında süreç kontrol altında görülse de değerlerin dağılışı rassallıktan uzaktır. Bir sonraki verinin orta çizginin üstünde mi yoksa altında mı olacağı bilinebilmektedir.

- **Eğilim (trend) :** Süreç gözlemlerinde yukarı ya da aşağı yöne doğru sürekli bir ilerleyişin ortaya çıkmasıdır. $\overline{X}$ kontrol grafiğinde eğilimin yönü, temel teşkil eden dağılımın merkezine doğrudur. Kullanılan aparatlar, makinelerin yaşlanması, bileşik etkiler doğuran düzensiz bakımlar, gerekli üretim miktarındaki değişiklikler eğilim nedeni olabilir. R kontrol grafiğinde eğilim, yayılmadaki azalış yada artış olarak farkedilir. Bakım programındaki, operatör tekniklerindeki, tezgâha bağlanan aparatlardaki değişikliğe bağlı olarak eğilim oluşabilir (Banks, 1989). Şekil 2.12.'de eğilim deseni görülmektedir.



Şekil 2.12. Eğilim deseni (Banks, 1989)

Eğilim deseni görülmeye başladığında süreç yeni ortalama değerine doğru harekete geçmiştir.

2.5. Kontrol Grafiklerinin Yararları

Kontrol grafikleri temelde üç önemli yarar sağlamaktadır (Banks, 1989):

- Sürecin izlenmesi ve denetlenmesi,
- Süreç değişkenliğinin azaltılması,
- Süreç parametrelerinin tahmin edilmesi.

Bununla beraber, ilgilenilen kalite karakteristiği için istenilen sınır değerlerin doğrulanması, yeni sınır değerlerin belirlenmesi ve personelin eğitimi gibi faydaları da bulunmaktadır.

Montgomery'nin (2005) kontrol grafiklerinin uzun yıllardır kullanılmasının nedenlerini sıraladığı aşağıdaki maddeler de, değişik istatistiksel kaynaklar tarafından kontrol grafiklerinin yararlarına örnek olarak gösterilmiştir:

- Kontrol grafikleri verimliliği arttırdığı ispatlanmış bir tekniktir. Başarılı bir kontrol grafiği programı, verimliliğin önündeki en temel engellerden olan ıskarta ve yeniden işlemeyi azaltacaktır. Eğer ıskarta ve yeniden işleme azaltılırsa, verimlilik artar, maliyetler düşer ve saat başına sağlam parça sayısıyla ölçülen verimlilik kapasitesi artar.
- Kontrol grafikleri kusur önlemede etkindir. Kontrol grafikleri süreci kontrol altında tutmaya yardımcı olur. “ilk seferinde doğru yap” felsefesiyle örtüşür. Başlangıçta işi doğru yapmaktansa sonrasında iyiden kötü ayırmak asla daha ucuza mal edilemeyecektir. Eğer etkin süreç kontrolüne sahip değilseniz, kusurlu ürün için bir yerlere ödeme yapmak zorunda kalacağınız aşikârdır.
- Kontrol grafikleri gereksiz süreç ayarlamalarının önüne geçer. Kontrol grafikleri şans etkileri ve özel nedenlerden ortaya çıkan değişkenliği birbirinden ayırabilir. İnsan kontrollü başka hiçbir aygıt bu kadar etkin olamaz. Eğer süreç operatörleri süreci kontrol grafiği programıyla ilintili olmayan periyodik testlere dayanarak ayarlıyorsa, şans etkilerinden ortaya çıkan değişkenliğe aşırı tepki göstererek sık sık gereksiz ayarlamalar yapacaklardır. Bu gereksiz ayarlamalar gerçekten süreç performansının kötüye gitmesiyle sonuçlanabilir.
- Kontrol grafikleri teşhis bilgisi sağlar. Genellikler kontrol grafiği üzerindeki noktaların oluşturduğu desenler deneyimli operatörler veya mühendisler için teşhis bilgisi değeri taşımaktadır. Bu bilgi, süreçteki performans arttırıcı değişiklik uygulamalarına izin verir.
- Kontrol grafikleri süreç yeterliliği hakkında bilgi sağlar. Kontrol grafikleri önemli süreç parametreleri ve onların zaman içindeki kararlılıkları hakkında bilgi sağlar. Böylece süreç yeteneği tahmin edilebilir.

3. BULANIK MANTIK

Bulanık mantık (fuzzy logic) yetersiz ya da belirsiz verilerin olduğu durumlarda bile işlem yapabilme yeteneğine sahip yöntemler ve kurallar dizisi olan bulanık sistemlerin (fuzzy systems) doğru/yanlış kararı vermesinde kullanılan yapıdır. Temel düşüncesi; problemlerin doğasında kesin verilere nazaran çok daha fazla yer tutan belirsizliğin, varsayım ve kabullenmelerle kesinleştirilmesi yerine müphemliğini koruyarak işlemlere dâhil edilmesinin mümkün ve aynı zamanda daha gerçekçi olduğudur.

3.1. Belirsizlik

Bilimsel çalışmaların yapılmasında son 30 yıla kadar iki çıktılı olan Aristo mantığı kullanılmıştır. Buna göre incelenen olayın sadece ikili alternatif içeren sonuçlarının olması mümkündür (Şen, 1999). Ross'a (2004) göre batının temel bilim anlayışını oluşturan Aristo mantığında gerçek, doğru veya yanlıştan ibarettir. Aradaki bir durum söz konusu değildir. Bilimde temel amaç olayları kesinlik dâhilinde açıklayabilmektir. Ancak olayları etkileyen unsurlar her zaman kesin değildir. İnsanoğlu bilimsel çalışmalarda kesin olmayan durumlardan kesin sonuçlar elde edebilmek için çeşitli kabuller yapmıştır veya varsayımlarda bulunmuştur. Böylece kesin olmayan durumlara teoride kesinlik kazandırmıştır.

Belirsizlik her yerdedir. İnsanların icadı olan bilgisayarlar belirsizliği işleyemez ve çalışmak için sayısal bilgilere ihtiyaç duyar. Bilgisayarlardan farklı olarak insanların belirsizlik içeren veri ve bilgilerle işlem yapabilme yeteneği vardır. Bunun en önemli nedeni insanların sözel düşünebilmesi ve bilgileri sözel olarak aktarabilmesidir (Şen, 2004). Sözel bilgilerin ortaya çıktığı yerde ihtimaller teorisi ve istatistik gibi sayısal belirsizlikleri gerektiren yöntembilimler yetersiz kalabilmektedir. Objektif bilgilerin eksik olduğu durumlarda sübjektif bilgilerin de işlenebilmesi gerekmektedir.

Genel olarak, değişik biçimlerde ortaya çıkan karmaşıklık ve belirsizlik gibi tam ve kesin olmayan bilgi kaynaklarına *bulanık (fuzzy) kaynaklar* adı verilir (Şen, 2004). Zadeh tarafından gerçek dünya sorunları ne kadar yakından incelemeye alınırsa, çözümün daha da bulanık hale geleceği ifade edilmiştir (Şen, 2004). Ayrıca Ross'a (2004) göre de bilginin sadece küçük bir bölümü kesinlik arz etmektedir. Problem büyüdükçe, karmaşıklaştıkça belirsizlik hızla artacaktır. Azerbaycan asıllı Lütfü Askerzade (Zadeh) tarafından 1965 yılında bilim literatürüne bulanık mantıkla ilgili ilk bilgiler verilmiş olmasına karşın, Aristo mantığını temelinde yer alan batılı bilim, belirsizlik içeren bilgilerin işlenebilmesi fikrine pek sıcak bakmamıştır. Ancak 1970'den sonra doğu dünyası ve özellikle Japonya'nın, bulanık mantık yöntemleri sayesinde teknolojik cihazlar konusunda gelişme sağlaması ile kabul görmüş ve yaygın olarak kullanılan bir yöntembilim haline gelmiştir.

Bir problemin içerdiği belirsizliğin doğası, mühendisler için bu belirsizliği açıklayabilmek adına uygun metodun seçimi üzerinde düşünülmesi gereken çok önemli bir noktadır. Bulanık mantığın temel taşı olan bulanık kümeler ve bulanık mantık hesaplamaları insansı sistemlerdeki belirsizliği temsil edebilecek matematiksel yolları mümkün hale getirir. Belirsizliğe bir örnek vermek gerekirse; küçük çocuğunuza kurabiye pişirmeyi öğrettiğinizi düşünün. Çocuğunuza kurabiyeleri fırında 200 ºC'de 15 dakika pişirdikten sonra çıkarmasını söyleyebilirsiniz veya kurabiyeler açık kahverengi renk almaya başladığı zaman onları fırından çıkarmasını tavsiye edebilirsiniz. İkinci seçenekteki bilgi belirsizdir ve kişiden kişiye değişebilmektedir. Ancak çocuğunuzun sonuca gitmesi için muhtemelen tercih edeceğiniz seçenektir (Ross, 2004).

Şen'in (2004) verdiği örnekte ise insanlar için sıcak ya da soğuk kavramı yaşanılan coğrafyaya göre değişebildiği için belirsizliğe sahip olduğu vurgulanmıştır. Kutuplarda yaşayan bir kişi için sıcak algısı 15 ºC olabilirken, ekvatorda yaşayan biri sıcağı 35 ºC olarak tanımlayabilir. Bu rastgele değildir ancak belirsizdir. Bu nedenle de bulanıklık içermektedir.

İnsanların uzun ya da kısa olarak tanımlanması, bir aracın hızlı ya da yavaş gidiyor olması, bir binanın dayanıklı ya da dayanıksız olması gibi belirsizliklere sayısız örnek vermek mümkündür. Belirsizliğin bu kadar yaygın olduğu dünyada Aristo mantığı kullanıp her şeyi tek bir kümeye dâhil etmeye çalışarak doğrudur ya da yanlıştır yargısına varmayı denemek hata olacaktır.

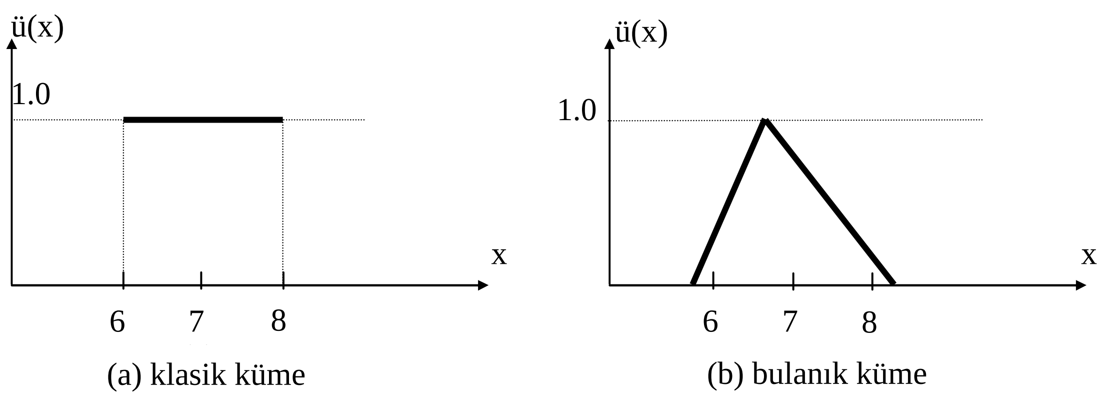
3.2. Bulanık Kümeler ve Üyelik

Örnekler göstermiştir ki belirsizlikleri tek bir kümeye dâhil etmek belirsizliği tümden ortadan kaldırmayacaktır. Aristo mantığına göre çalışan klasik küme anlayışındaki gibi iki kümenin ortak elemanı olması da sorunu çözmeyecektir. Örneğin, bir insanı hem uzun hem kısa olarak tanımlamak durumu daha da karmaşıklaştıracaktır. Ancak aynı insanın belli bir dereceye kadar uzun, belli bir dereceye kadar da kısa olarak tanımlanması belirsizliği ifade etmede daha yararlı bir yol olacaktır. İşte bulanık kümelerin (fuzzy sets) esası buna dayanmaktadır (Şen, 2004). Küme elemanları bulanık kümelere 0-1 arası değişen üyelik dereceleri (ü(x)) ile dâhil edilir. Klasik küme anlayışında bu değer ya 0 ya da 1'dir. 0 kümeye ait olmayışı, 1 ise ait oluşu göstermektedir. Bulanık kümelerde de 0 kümeye ait olmayışı, 1 ise kümeye ait oluşu ifade etmektedir ancak 0-1 arasında değerler alarak bulanık kümeye kuvvetli veya zayıf üyelik derecesi ile bağlı değerler tanımlanabilmektedir. Dolayısıyla klasik kümeleri bulanık kümelerin alt kümesi olarak tanımlamak mümkündür. İSK'nden bir örnek vermek gerekirse ±0.1 birim toleransa sahip kontrol sınırlarının 0.0001 birim dışında yer alan bir değer kontrol dışı olarak adlandırılacaktır. Ancak bulanık küme mantığında probleme göre az veya çok, bir üyelik derecesi ile kontrol altında bulanık kümesinin de elemanı olarak işleme tabi tutulabilecektir.

Üyelik derecelerinin her bir bulanık söz için üç temel özelliği sağlaması tanım olarak gereklidir. Bunlar (Şen, 2004):

- Bulanık kümenin normal olmasıdır ki bunun için en azından o kümede bulunan öğelerden en az birinin üyelik derecesinin en büyük üyelik derecesi 1'e eşit olması gerekliliğidir.
- Bulanık kümenin monoton olmasıdır ki bunun anlamı üyelik derecesi 1'e eşit olan üyeye yakın sağda ve soldaki öğelerin üyelik derecelerinin de 1'e yakın olmasıdır.
- Üyelik derecesi 1'e eşit olan öğelerden sağa veya sola eşit mesafede gidildiği zaman bulunan öğelerin üyelik derecelerinin birbirine eşit olmasıdır ki buna bulanık kümenin simetrik özelliği adı verilir.

Klasik kümelerle bulanık kümeler arasındaki önemli farklardan birisi; klasik kümelerin sadece bir tane dikdörtgen üyelik derecesi fonksiyonu bulunmasına karşılık, bulanık kümenin yukarıdaki üç özellikten ilk ikisini mutlaka sağlayacak biçimde değişik üyelik fonksiyonlarına sahip olabilmesidir (Şen, 2004). Bulanık küme üyelik derecesi fonksiyonlarının simetrik olma özelliğini sağlaması gerekmemektedir. Şekil 3.1.'de üyelik derecesi fonksiyonları görülmektedir.



Şekil 3.1. Üyelik derecesi fonksiyonları (Şen, 2004)

Bulanık kümenin gösterimi değişik şekillerde olabilmektedir. Büyük harf ve altına düz çizgi, büyük harf ve üstüne eğri çizgi veya büyük harf ve altına eğri çizgi bunlardan bazılarıdır. Bu çalışmada bir "A" bulanık kümesinin gösterimi "Ã" şeklinde olacaktır. Buna göre, bir X kümesinin elemanları;

$$X = \{x_1, x_2, x_3 \cdots\}$$

şeklinde gösterilirken bu kümenin bulanık hali;

$$\tilde{X} = \left\{ \frac{ü(x_1)}{x_1} + \frac{ü(x_2)}{x_2} + \frac{ü(x_3)}{x_3} + \ldots \right\} = \left\{ \sum_i \frac{ü(x_i)}{x_i} \right\} \tag{3-1}$$

şeklinde gösterilir. Bulanık kümenin sürekli olması durumunda ise gösterim;

$$\tilde{X} = \int \frac{ü(x)}{x} \tag{3-2}$$

olur. Gösterimdeki bölüm işareti bölme işlemini ifade etmemektedir. Alttaki gerçek sayıya yani küme öğelerine üstteki üyelik derecesinin karşı geldiğini belirtir. Toplama ve integral işaretleri de bilinen anlamda karşılıkları olan matematiksel işlemleri değil, küme öğelerinin topluluğunu ifade etmektedirler. Örneğin, sıcaklık kelimesinin İstanbul ili için bulanık küme olarak gösterimi 18˚C;

$$\tilde{S} = \{0.1/18 + 0.3/20 + 0.5/22 + 0.7/24 + 0.8/26 + 0.9/28 + 1/30\}$$

şeklinde olabilir. Bu gösterimde 18˚C'nin sıcak bulanık kümesindeki üyelik derecesi 0.1'dir. Sıcaklık değerleri arttıkça üyelik dereceleri de artmakta ve 30˚C'de tam üyelik değerine ulaşmaktadır.

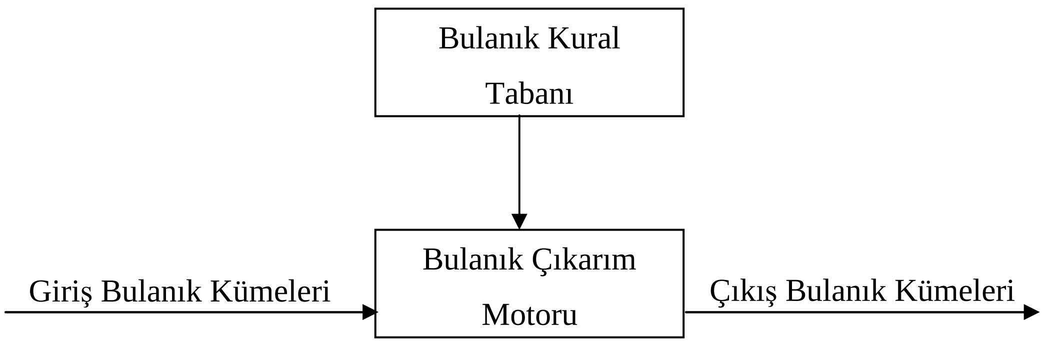
3.3. Bulanık Sistemler

Belirsizliklerle dolu dünyada varsayımlar ve kabullerle belirsizlik azaltılmaya çalışılmaktadır. Mukavemet hesaplamalarındaki emniyet katsayısı bu varsayımlara en güzel örneklerden birisidir. Emniyet katsayısının kullanılması bir bakıma belirsizliklerin arka kapıdan çözümün içine sokulmasıdır (Şen, 2004). Bu tür varsayımları kullanmak yerine çoğunluğu sözel verilerden oluşan belirsizlikleri bilgiye dönüştürebilmek için belirsizlik ilkelerine gerek duyulur. Bu sayede sözel verilerden sayısal bilgilerin türetilmesi mümkün olabilmektedir. Bulanık sistemler bu amacı yerine getiren araçlardan biri olarak görülebilir.

Karacasu'ya (2003) göre genel bulanık sistemi oluşturan birimlerin görevleri aşağıda belirtilen şekilde özetlenebilir:

- **Genel Bilgi Tabanı Birimi :** İncelenen sisteme etki eden girdi değişkenleri ve bunlar hakkında bilgi verir. Veri tabanı veya giriş de denilebilir.
- **Bulanık Kural Tabanı Birimi** : Veri tabanındaki girişleri çıkış değişkenine bağlayan mantıksal yazılabilen kuralların tümüdür.
- **Bulanık Çıkarım Motoru Birimi :** Bulanık kural tabanı kontrolünde giriş ve çıkış bulanık kümeleri arasında bulunan ilişkileri tek çıktı halinde toparlayan birimdir.
- **Çıktı Birimi :** Çıktı değerlerinin topluluğunu ifade eder.

Şekil 3.2.'de genel bulanık sistem gösterilmiştir.



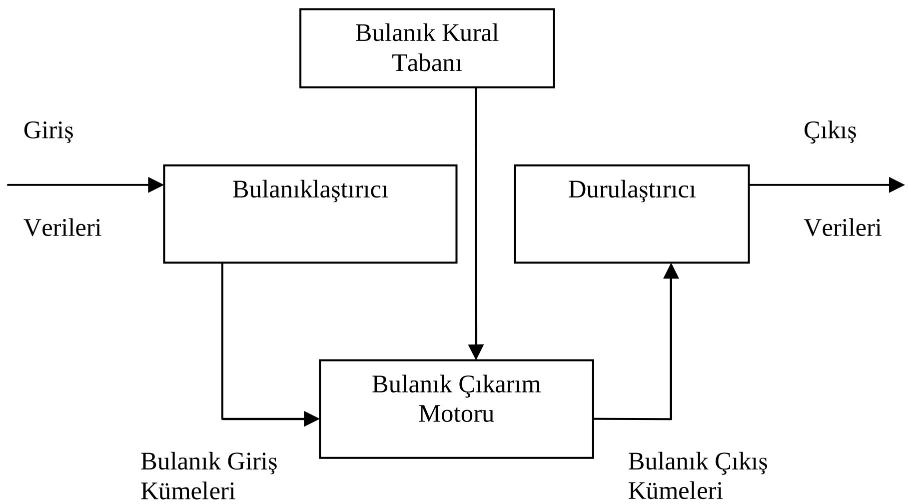
Şekil 3.2. Genel Bulanık Sistem (Şen, 2004)

Bulanık sistemin bulanık kural tabanı *"eğer-ise (if-then)"* şeklinde yazılabilen kuralların bütünüdür. Kurallarda *"eğer"* sözcüğünden sonra gelen kısma *öncül kısım* denir. Öncül kısımda olayla ilgili koşulları içeren deyişler bulunmaktadır. *"ise"* sözcüğünden sonraki kısma ise *soncul kısım* veya *kural çıkarımı* denilmektedir ki öncül kısımdaki koşulların sonuçlarını içerir (Şen, 2004). Aşağıda basit bir sözel örnek verilmiştir.

Eğer kurabiyeler açık kahverengi oldu **ise** kurabiyeleri fırından çıkar.

Genel bulanık sistemin girdi ve çıktıları bulanık değerler olduğundan sayısal olan veri tabanları genel bulanık sisteme giremezler. Dolayısıyla mühendislik tasarımlarında doğrudan kullanılamazlar. Takagi ve Sugeno (1985) ve Sugeno ve Kank (1988) tarafından önerilen Takagi-Sugeno-Kank (TSK) bulanık sistemi ile girdiler birer sayı, çıktılar ise girdilerin bir fonksiyonu şeklindedirler. “İse” kısmından sonra matematik bir ilişki bulunduğundan soncul kısım sözel bilgileri modelleyemez. Bu nedenle giriş-çıkış değişkenleri arasına yazılması mümkün olan tüm kuralların temsili soncul kısımda bulanıklık sağlanamadığı için gerçekleşemez (Şen, 2004).

Belirsizliğin tam temsilini ve mümkün olan bütün koşulların modele eklenebilmesini sağlayabilmek için, girdilerin sayısal olması durumunda onları bulanık değerlere çeviren *bulanıklaştırıcı birim*, bulanık çıktıların sayısallaştırılması için ise *durulaştırıcı birim* kullanılır (Postorino, et al., 2002: Karacasu, 2003). Şekil 3.3.’de Bulanıklaştırma-durulaştırma birimli bulanık sistem görülmektedir.

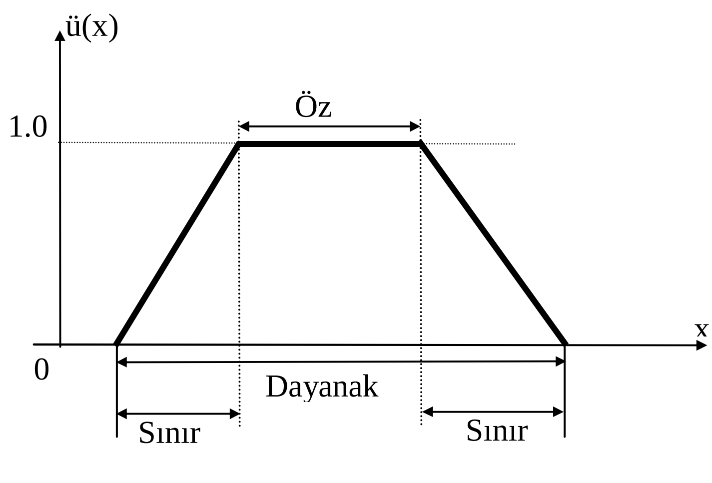


Şekil 3.3. Bulanıklaştırma-durulaştırma birimli bulanık sistem (Şen, 2004)

3.3.1. Üyelik fonksiyonları

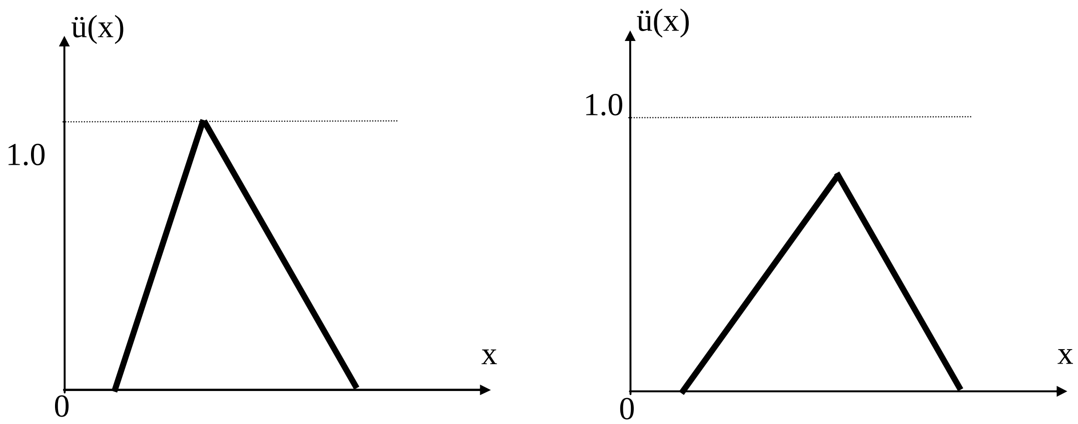
Bulanık küme değerleriyle değişiklik gösteren eğriye *üyelik fonksiyonu (membership function)* ya da *önem eğrisi* denir (Şen, 2004). Üyelik fonksiyonlarının önemli özelliklerinden birisi; üyelik sınırlarındaki değerlerin orta öğelere göre daha düşük üyelik derecesine sahip olmalarıdır. Üyelik derecesi 0-1 arasında değişen ondalıklı rakamlardır.

Üyelik fonksiyonları üç kısımdan oluşur. Üyelik derecesinin 1'e eşit olduğu değerlerin bulunduğu kısma *öz (core)* denir. Bulanık kümeye tam üyeliğin göstergesidir. Örneğin "yaklaşık sekiz" gibi bir bulanık kümede "sekiz" öğesinin üyelik derecesi 1 olur. Normal bir bulanık kümede en az bir öğenin üyelik derecesi 1'e eşit olmalıdır. Birden fazla öğenin üyelik derecesinin 1 olması da mümkündür. Üyelik fonksiyonu özünden kenarlara doğru gidildikçe üyelik derecesi azalır. Üyelik dereceleri 0 veya 1'e eşit olmayan öğelerin oluşturduğu bu kısma *sınır (boundary)* denilmektedir. Bulanık kümeleri klasik kümelerden ayıran ve bulanıklık özelliğini kazandıran bu kısmın matematiksel gösterimi $0 < ü(x) < 1$ şeklindedir. Bulanık kümenin tüm öğelerini içeren aralığa ise *dayanak (support)* adı verilmektedir. $ü(x) > 0$ üyelik fonksiyonunun dayanak kısmının matematiksel gösterimidir (Ross, 1995). Şekil 3.4.'de üyelik fonksiyonu kısımları gösterilmektedir.



Şekil 3.4. Üyelik fonksiyonu kısımları (Şen, 2004)

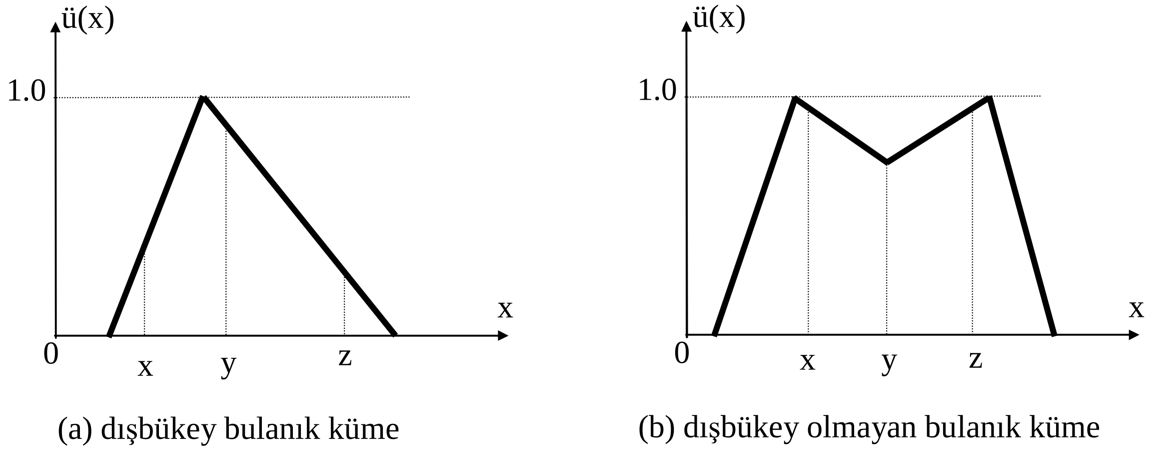
Üyelik fonksiyonu tanımlanırken yukarıdaki özelliklerin yanında bulanık kümenin normalliği sağlamasına da dikkat edilmelidir. Normal bulanık kümede en az bir öğenin üyelik derecesi 1’e eşittir. Üyelik derecesi 1’e eşit olan noktaya bulanık kümenin yüksekliği denilmektedir (Şen, 2004). Bulanık kümelerin üyelik fonksiyonlarında üyelik derecesinin 0.5’e eşit olduğu noktaya geçiş noktası (cross-over) denilir (Ross, 2004). Normal olmayan bir bulanık kümeyi normal bulanık kümeye dönüştürmek için kümenin her bir üyelik derecesinin kümenin en büyük üyelik derecesine bölünebilir. Şekil 3.5.’de normal ve normal olmayan bulanık kümeler gösterilmektedir.



(a) normal bulanık küme (b) normal olmayan bulanık küme

Şekil 3.5. Normal ve normal olmayan bulanık kümeler (Şen, 2004)

Üyelik fonksiyonun dayanak kısımlarının tam üyeliğe doğru sürekli artış göstermesi gerekmektedir. Bu nedenle üyelik fonksiyonları dışbükey olmak zorundadır. Dışbükey olmayan fonksiyonlar bulanık kümelere üyelik fonksiyonu olamaz (Şen, 2004). Şekil 3.6.’da ise dışbükey ve dışbükey olmayan bulanık kümeler gösterilmektedir.



Şekil 3.6. Dışbükey ve dışbükey olmayan bulanık kümeler (Karacasu, 2003)

Üyelik fonksiyonları değişik şekillerde olabilir. Yaygın olarak kullanılan üyelik fonksiyonları üçgen, gauss eğrisi ve yamuk üyelik fonksiyonlarıdır (Şen, 2004). Üçgen üyelik fonksiyonu kullanımı en kolay olan üyelik fonksiyonudur. Veriler belirsiz olsa bile veri aralığı için alt-üst sınır değerler ile en sık rastlanan değerin bilinmesi üçgen üyelik fonksiyonunun oluşturulabilmesi için yeterli olacaktır. Yamuk üyelik fonksiyonunu oluşturmak çok sayıda kesin bilgi gerektirmemektedir. Alt ve üst sınırların yanı sıra en sık rastlanan değer de bir aralığa karşı geliyorsa oluşturulacak üyelik fonksiyonu yamuk üyelik fonksiyonu olmalıdır. Gauss eğrisi üyelik fonksiyonu ise daha fazla rakamsal bilgiye gereksinim duymaktadır. Genel anlamda gauss eğrisi üyelik fonksiyonu şu şekilde oluşturulabilir (Ross, 2004):

x_i : i'nci girdi değişkeni

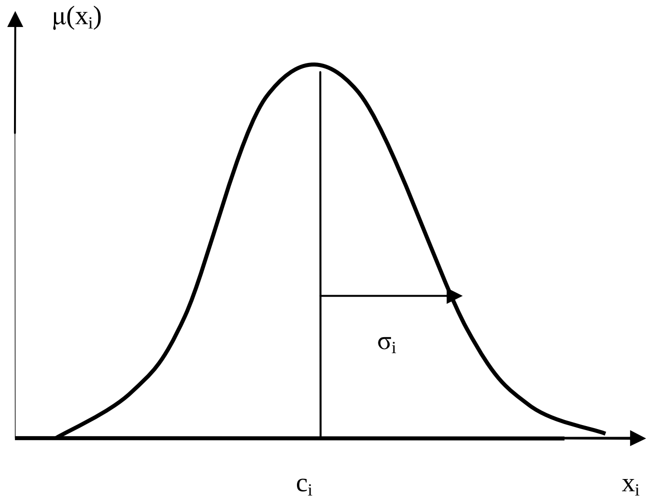
c_i : üyelik fonksiyonunun i'nci merkezi (üyelik fonksiyonunun bir maksimum değere ulaştığı nokta)

σ_i : i'inci üyelik fonksiyonunun yayılımına bağlı sabit değer

için,

$$\mu(x) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - c_i}{\sigma_i}\right)^2\right] \quad (3\text{-}3)$$

şeklindedir. Şekil 3.7.'de Gauss eğrisi üyelik fonksiyonu gösterilmiştir.



Şekil 3.7. Gauss eğrisi üyelik fonksiyonu

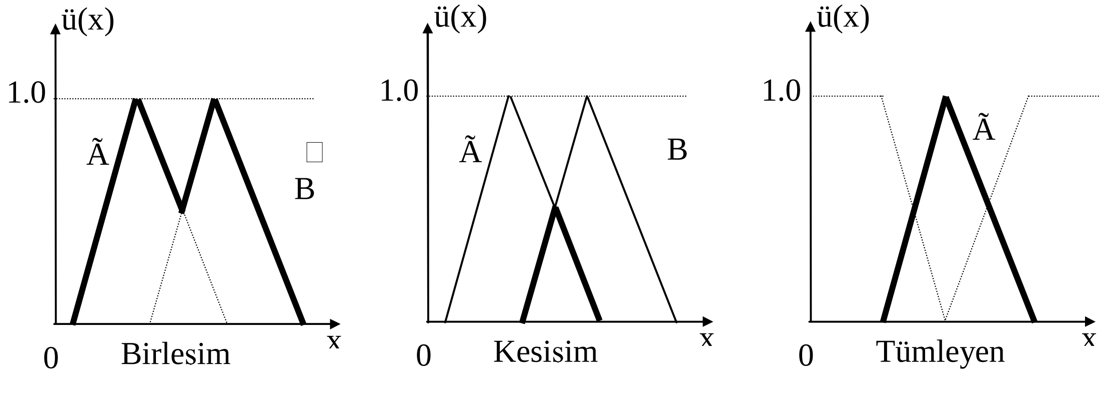
Üyelik derecelerinin ve üyelik fonksiyonlarının belirlenmesinde konuya tam hakim olmayan, yeni başlayanlar tarafından kişisel sezgi, mantık ve tecrübelerin kullanılmasına sıkça rastlanır. Pratikte birçok sorunun üstesinden gelebilen bu yaklaşımlar, bunu başaramasa bile ilk yaklaşım olarak faydalı olabilmektedirler. Üyelik fonksiyonları belirlenirken çok sayıda yöntem, teknik kullanılmaktadır. Sezgi, çıkarım, mertebeleme, açılı bulanık kümeler, yapay sinir ağları, genetik algoritmalar, çıkarımcı muhakeme bu tekniklere örnek sayılabilir (Şen, 2004).

3.3.2. Bulanık küme işlemleri

Üyelik fonksiyonları ile bulanık kümeleri tanımladıktan sonra bu kümelerle işlem yapılabilmesi mümkün hale gelmektedir. Bulanık küme işlemleri klasik küme işlemlerine benzerlik göstermektedir. Bunlar matematiksel mantık ilişkileriyle ifade edilmektedir. Örneğin, klasik küme birleşim işlemi bulanık kümelerde *"veya (V)"* mantık işlemiyle ifade edilirken, kesişim işlemi *"ve (Λ)"* ile gösterilir. Kümenin tümleyeni ise bulanık kümelerde klasik kümelerden farklılık gösterir. Klasik kümelerde küme ile tümleyen arasında ortak öğe bulunmazken, bulanık kümelerde ortak öğe bulunur. Bunun nedeni tümleyen küme işleminin “1-küme” şeklinde olmasıdır. Klasik kümelerde 0-1 arasında değer bulunmadığından küme ile tümleyeni arasında öğe bağıntısı oluşmaz. Bulanık öğelerde ise tümleme işlemi, tam üye öğeler dışında bulanıklığın tümleyeni etkisi gösterir.

Birleşim kümesi üyelik dereceleri bileşen kümelerin üyelik derecelerinin en büyüğüne eşittir. Kesişim kümelerinde ise üyelik derecesi kesişen kümelerin üyeliklerinin en küçüğü alınarak belirlenir. Aşağıda klasik küme işlemlerinin bulanık kümelerdeki karşılıkları görülmektedir. Şekil 3.8’de bulanık küme işlemleri üyelik fonksiyonları üzerinde gösterilmiştir.

- Birleşim $\ddot{u}_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(x)=\ddot{u}_{\tilde{A}}(x)\vee\ddot{u}_{\tilde{B}}(x)=EB\left[\ddot{u}_{\tilde{A}}(x),\ddot{u}_{\tilde{B}}(x)\right]$ (en büyük birleşim)
- Kesişim $\ddot{u}_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(x)=\ddot{u}_{\tilde{A}}(x)\wedge\ddot{u}_{\tilde{B}}(x)=EK\left[\ddot{u}_{\tilde{A}}(x),\ddot{u}_{\tilde{B}}(x)\right]$ (en küçük kesişim)
- Tümleyen $\ddot{u}^{T}{}_{\tilde{A}}(x)=1-\ddot{u}_{\tilde{A}}(x)$



Şekil 3.8. Temel bulanık küme işlemleri (Karacasu, 2003)

Bulanık küme işlemlerinde kullanılan mantık, eğer bulanık değerler uç değerlere kaydırılırsa, yani 1 (tamamen doğru) ve 0 (tamamen yanlış) olduğu varsayılırsa, standart mantık işlemlerinin bulanık kümeler için de geçerli olduğu kolaylıkla görülebilecektir. Çizelge 3.1.’de standart gerçeklik tablosu, Çizelge 3.2.’de bulanık küme gerçeklik tablosu gösterilmektedir.

Çizelge 3.1. Standart gerçeklik tablosu (MATLAB User’s Guide)

A	B	A ve B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	A veya B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	A değil
0	1
1	0

Çizelge 3.2. Bulanık küme gerçeklik tablosu (MATLAB User’s Guide)

A	B	Min(A,B)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	Max(A,B)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	1-A
0	1
1	0

Her iki gerçeklik çizelgesinde de “ve” mantıksal işleminin gerçek olması için her iki bileşenin de gerçek olması gerekirken “veya” mantıksal işlemi için tek bir bileşenin gerçek olması yeterlidir.

3.3.3. Bulanık küme ilişkileri

İki bulanık kümenin öğelerinin sayısında önceden bilinen bir şartın yerine getirilmesi ile sayı bakımından azalma meydana geliyor ise, bu kümelere *ilişki kümeleri* adı verilir. İlişki kümeleri Kartezyen çarpım kümesinin bir alt kümesidir. Şarta göre geçerli olan çarpım öğelerini 1, diğerlerini de 0 ile göstererek klasik kümelerde *ilişki kümesinin kuvveti* olarak ifade edilen bir durum elde edilir. Böylece Kartezyen çarpım sonunda elde edilmiş olan ortak öğelerin şartlı üyelik dereceleri Aristo mantığına göre belirlenmiş olur. Küme ilişkileri mantık, yakınsama muhakemesi (approximate reasoning), kural tabanlı sistemler (rule-based systems), doğrusal olmayan benzetim (nonlinear simulation), sentetik değerlendirme (synthetic evaluation), sınıflandırma (classification), desen tanıma (pattern recognition) ve kontrol gibi konularla doğrudan ilişkilidir (Ross, 2004). Kartezyen çarpımı yapılan kümelerdeki öğelerin sayılarını sonlu olması durumunda ilişkiler matris şeklinde gösterilebilir. Buna *küme ilişki matrisi* adı verilir (Ross, 1995).

Küme ilişki matris işlemleri ile doğrudan bağıntısı olmayan iki uzay birleştirilebilir. Örneğin, R, X uzayından Y uzayına, S ise Y uzayından Z uzayına geçişi gösteren ilişki matrisi olsun. X uzayından Z uzayına geçişi sağlayan T = RoS matris işlemi bulanık ilişki matrisleri için çok farklı yöntemlerle gerçekleştirilebilir. Literatürde yaygın olarak kullanılması tercih edilen iki küme ilişki matris işleminden ilki *en büyük-en küçük (max-min) (enb-enk)* işlemidir. Matematiksel açık ifadesi;

$$Ü_T(x.z) = V\,[ü_R(x,y)]\Lambda[ü_S(y,z)] \qquad y \in Y \tag{3-4}$$

şeklindedir. Diğer işlem ise *en büyük-çarpım (max-product)* işlemidir. Enb-Çarpım işleminin açık ifadesi ise;

$$Ü_T(x.z) = V\,[ü_R(x,y)]\bullet[ü_S(y,z)] \qquad y \in Y \qquad (3\text{-}5)$$

olur.

3.3.4. Değer atamaları

İlişki matrisindeki üyelik değerlerinin hesaplanması için değişik hesaplama yöntemleri bulunmaktadır. Şen (2004) ve Ross (2004)'a göre bunlardan önemli olanları sırası ile;

- **Eksensel çarpım :** Küme elemanlarının birbirleriyle bağlantısının belirlenerek matris işlemlerinin gerçekleştirilmesidir.
- **Kapalı şekil ifadeleri :** Değerlerin bulunabilmesi için incelenen fiziksel olayın verilen bir girdi kümesi ile çıktı kümesinin ne olacağı gözlenmelidir. Verilen bir giriş-çıkış çifti için hiç değişme gözlenmiyorsa, sistemin klasik kümelerle modellenmesi yoluna gidilir. Ayrıca hiç değişkenlik bulunmuyor ise ilişki kapalı form olarak **Y = f(X)** şeklinde gösterilebilir.
- **Tabloya bakma :** Eğer biraz değişkenlik bulunursa 0-1 aralığında üyelik derecelerinin atanması ile bulanık ilişki kurma yoluna gidilir.
- **Sözel bilgi kuralları :** Bulanık sözel bilgilerden yararlanılarak oluşturulan eğer-ise türünde kurallarıdır. Bu sözel bilgiler konunun uzmanları, anketler veya genel mutabakat ile temin edilebilir. Çoklu bağlayıcı öncül kısmın bulunması durumunda "**ve**" mantıksal ilişkisi bir araya getirilir. Genel standart bulanık kesişim işlemine tabi tutulur. Öncül kısım;

$$A^s = \tilde{A}^1 \wedge \tilde{A}^2 \wedge \tilde{A}^3 \wedge \ldots \wedge \tilde{A}^L$$

olmak üzere ilişki matrisi üyelik değeri,

$$\mu_A^s (x) = \min [\mu_A^1 (x), \mu_A^2 (x), \mu_A^3 (x), \dots , \mu_A^L (x)] \qquad (3\text{-}6)$$

ile hesaplanır. Çoklu ayırıcı öncül kısmın bulunmasında ise *“veya”* mantıksal ilişkisi sözel bilgileri oluşturur. Öncül kısım;

$$A^s = \tilde{A}^1 \vee \tilde{A}^2 \vee \tilde{A}^3 \vee \dots \vee \tilde{A}^L$$

olurken ilişki matrisi üyelik değeri,

$$\mu_A^s (x) = \max [\mu_A^1 (x), \mu_A^2 (x), \mu_A^3 (x), \dots , \mu_A^L (x)] \qquad (3\text{-}7)$$

ile hesaplanır. Zadeh bazı sözel ifadelerin üyelik dereceleri arasında bağıntılar kurmuştur (Şen, 2004). Örneğin, herhangi bir sözel ifadenin bir bulanık kümedeki üyelik derecesi α ise “çok” sözel ifadesinin üyelik derecesi α^2 , “çok çok” ifadesininki α^4, “artı” ifadesininki $\alpha^{1.25}$, “eksi” ifadesininki ise $\alpha^{0.75}$ olmaktadır.

- **Sınıflandırma :** Verilerin sınıflandırılması veya belirgin şekillerin ortaya çıkması ile ilişki matrisinin öğelerinin değerleri bulunabilir. Yaygın olarak kullanılan iki sınıflandırma metodu bulunmaktadır. İlki *“denklik ilişkileriyle sınıflandırma (classification by equivalence relations)”* (Zadeh, 1971; Bezdek and Haris, 1978: Ross, 2004), bulanık ilişki matrisinin 0-1 arası bir λ kesim seviyesine göre yeniden şekillendirilerek sınıflandırılmasını amaçlar. Bulanık bir küme λ seviyesinde kesilirse oluşan yeni küme öğeleri 0 veya 1 değerlerini taşıyan klasik küme olur. λ seviyesi ne kadar yüksek olursa sınıflandırma o kadar iyi yapılır. Şekil 3.9.’da örnek bir bulanık ilişki matrisi, Şekil 3.10.’da bu ilişki matrisinin değişik λ seviyelerinde kesiminden elde edilen klasik küme ilişki matrisleri görülmektedir.

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.4 & 0.5 & 0.8 \\ 0.8 & 1 & 0.4 & 0.5 & 0.9 \\ 0.4 & 0.4 & 1 & 0.4 & 0.4 \\ 0.5 & 0.5 & 0.4 & 1 & 0.5 \\ 0.8 & 0.9 & 0.4 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

Şekil 3.9. Bulanık ilişki matrisi (Ross, 2004)

$$\tilde{R}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \tilde{R}_{0.9} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \tilde{R}_{0.8} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R}_{0.5} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \tilde{R}_{0.4} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Şekil 3.10. λ kesim seviyelerine göre ilişki matrisleri (Ross, 2004)

Bulanık ilişki matrisinin λ seviyesine göre kesimi ile λ seviyesinden büyük değerler 1 değerini alarak klasik küme ilişkileri oluşturulmuştur. Çizelge 3.3.'de λ seviyelerine göre oluşturulan sınıflandırmalar görülmektedir.

Çizelge 3.3. λ kesim seviyelerine göre sınıflandırmalar (Ross, 2004)

λ kesim seviyesi	**Sınıflandırma**
1.0	$[x_1][x_2][x_3][x_4][x_5]$
0.9	$[x_1][x_2,x_5][x_3][x_4]$
0.8	$[x_1,x_2,x_5][x_3][x_4]$
0.5	$[x_1,x_2,x_4,x_5][x_3]$
0.4	$[x_1,x_2,x_3,x_4,x_5]$

Kesim işlemi λ= 1 için yapıldığında her satırda yalnız bir eleman kaldığından sınıflar birer elemanlı olmaktadır. Daha küçük λ kesimlerinde ise satırlara birden fazla eleman düşmektedir ki bu aynı zamanda sınıflandırma kümesinin birden çok eleman içerdiğini göstermektedir.

Diğer sınıflandırma metodu Bezdek (1981) tarafından geçmişteki bazı kümeleme metotlarından hareketle geliştirilen *bulanık c-ortalamalı metodu (fuzzy c-means)*, Şen'in (2004) ifadesine göre; bulanık küme elemanlarının her kümenin önceden belirlenen merkezlerine uzaklıklarının en küçüklerinin ayıklanması ile sınıflara ayırma işlemini gerçekleştirir. Her bir noktanın değişik kümelerdeki üyelik derecelerinin toplamı 1'e eşit olmalıdır. Bununla birlikte, aynı kümedeki verilerin üyelik derecelerinin toplamı veri sayısından küçük ya da eşit olmalıdır. Üyelik derecelerinin toplamının veri sayısına eşit olması ancak ve ancak bütün verilerin aynı kümede bulunması ile mümkün olabilir. Noktaların değişik kümelere atanması için noktalarla verilen küme merkezleri arasındaki uzaklığın ağırlıklı ortalaması alınacaktır. Bu ağırlığı ifade eden fonksiyon;

$$f(\ddot{u},v) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{c} (\ddot{u}_{ik})^m \left\| x_k - v_i \right\|^2 \qquad (3\text{-}8)$$

olarak tanımlanır. Ağırlık olarak üyelik derecelerinin $0 < m < \infty$ kuvveti alınmıştır. V vektörü, küme merkezlerinin koordinatlarını temsil eder.

Kümelemeler için bu fonksiyonun değişim uzayında en küçüklenmesi gerekir. Türev alarak çözümlenebilecek bu en küçükleme işleminden sonra üyelik dereceleri için;

$$ü_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{c}\left(\frac{\|x_k - v_i\|}{\|x_k - v_j\|}\right)^{\frac{2}{m-1}}} \qquad (1 \le i \le c\ ;\ 1 \le k \le n) \qquad (3\text{-}9)$$

elde edilir. Bununla birlikte eş zamanlı olarak küme merkezlerinin de aşağıdaki ağırlıklı ortalama formülüne göre değişmesi gereklidir.

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^{n} (ü_{ik})^m x_k}{\sum_{k=1}^{n} (ü_{ik})} \qquad (1 \le i \le c) \qquad (3\text{-}10)$$

Buna göre önce 2 ile veri sayısının bir eksiği arasında kümeleme yapılacak bir c değeri seçilir. Herhangi bir “l” yinelemesinden sonra c ortalama vektörü bileşenleri V_i için geliştirilen formülünden hesaplanır. Üyelik dereceleri l’inci adımda $ü_{ik}$ formülünden yenilenir. Yapılan hesaplamaların ardışık olarak birbirine ne kadar yakın olduğuna bakılır. Son iki yineleme arasındaki fark %5’den büyük ise c ortalama vektörü bileşenleri yeniden hesaplanarak işlemler tekrarlanır.

- **Veri işlemesinde benzerlik yöntemleri :** En fazla kullanılan yöntemlerden birisidir. Verilerden ilişki matrisinin değerleri tespit edilir. Belli başlı iki tip benzerlik yöntemi vardır:

Kosinüs genliği yöntemi için n tane veriye ihtiyaç vardır. Veriler X kümesinin öğeleri olarak düşünülürse;

$$X = \{ x_1, x_2, x_3, ..., x_n \}$$

dir. Buradaki öğelerin her biri m adet veri içermektedir. Dolayısıyla x_i öğeleri için aşağıdaki küme yazılabilir.

$$X_i = \{ x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, ..., x_{im} \}$$

Şen'e (2004) göre ilişki matrisinin r_{ij} gibi bir öğesi, x_i ve x_j verilerinin birer küme olarak düşünülmesi ve üzerinde ortak bazı işlemlerin yapılması ile hesaplanır. Hesaplanan r_{ij} değerine $ü_R(x_i,x_j)$ üyelik derecesi olarak bakılabilir. Kosinüs genliği yönteminde r_{ij}'ler 0 ile 1 arasında değerler alacak şekilde aşağıdaki formül ile hesaplanır.

$$r_{ij} = \frac{\left| \sum_{k=1}^{m} x_{ik} \cdot x_{jk} \right|}{\sqrt{\left(\sum_{k=1}^{m} x_{ik}^2 \right)\left(\sum_{k=1}^{m} x_{jk}^2 \right)}} \qquad \text{(i, j = 1,2,…, m)} \qquad (3\text{-}11)$$

EB-EK yöntemi ise isim olarak ikili ilişki matrisinden üçüncüsünün bulunması için kullanılan yönteme benzese de hesaplamaları daha farklıdır. Kosinüs genliği yönteminden daha kolay olan bu yöntemde kullanılan formülasyon;

$$r_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{m} EK(x_{ik}, x_{jk})}{\sum_{k=1}^{m} EB(x_{ik}, x_{jk})} \qquad \text{(i, j = 1,2,…,m)} \qquad (3\text{-}12)$$

şeklindedir (Şen, 2004).

3.3.5. Durulaştırma

Bulanık sistemler belirsizlik şartı altında işlem yapabilmeyi mümkün kılar ve sonuçları mümkün olduğunca belirsizlikten kurtararak bilimsel çalışmalara katkıda bulunmayı amaçlar. Bulanık kümelerin oluşturulması, üyelik fonksiyonlarının ve derecelerinin belirlenmesi gibi işlemler bulanık sistemlerin bulanıklaştırma kısmını, bulanık kümelerle yapılan işlemler ise bulanık sistemlerin bulanık çıkarım motorunu oluşturur. Sonraki aşamada ise bulanık sistemin bulanıklıktan kurtarılması gelmektedir. Şen'e (2004) göre *durulaştırma (defuzzification),* bulanık olan bilgilerin kesin sonuçlar haline dönüştürülmesi için yapılan işlemlerin tümü olarak tanımlanabilir.

Durulaştırma işlemlerini, "kesin değer kümelerine durulaştırma (defuzzification to crisp sets)" ve "sayısal değerlere durulaştırma (defuzzification to scalars)" olarak iki grupta incelemek mümkündür (Ross, 2004).

3.3.5.1. Kesin değer kümelerine durulaştırma

Bulanık küme ilişkilerinde bulanık üyelik değerleri durulaştırılarak kesin küme ilişkilerine dönüştürülür. Durulaştırma işlemi bölüm 3.3.4.'de söz edilen λ kesimi ile yapılır. Belli bir λ seviyesinin üzerinde üyeliğe sahip öğeler klasik kümeye göre kesin üye olarak kabul görür. Önceki bölümlerde anlatıldığından λ kesim seviyesi yönteminden burada bahsedilmeyecektir.

3.3.5.2. Sayısal değerlere durulaştırma

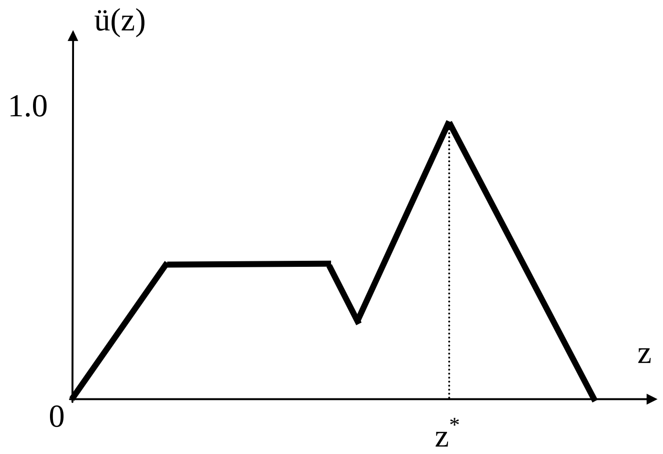
Bulanık küme işlemleri bulanık çıkarım motorunun temel taşlarıdır. Elde edilen çıkarım kümeleri dışbükey ya da içbükey olabilir. Bu bulanık çıkarım kümelerinden kesin sayısal sonuçların elde edilebilmesi için bazı metotlar geliştirilmiştir. Çok sayıda metot bulunmasına rağmen Ross'a (2004) göre en yaygın kullanılan yedi tanesi aşağıda anlatılmaktadır.

- **En büyük üyelik ilkesi (max membership principle) :** Yükseklik yöntemi olarak ta bilinir. Tepe noktası olan bulanık çıkarım kümelerinde kullanılabilir.

En büyük üyelik derecesine sahip olan tepe noktasının karşılığı olan değer çıkarım sonucu olarak atanır. Aritmetik notasyonu,

$$ü_{\tilde{c}}(z^*) \geq ü_{\tilde{c}}(z) \qquad \text{tüm } z \in Z \text{ için} \qquad (3\text{-}13)$$

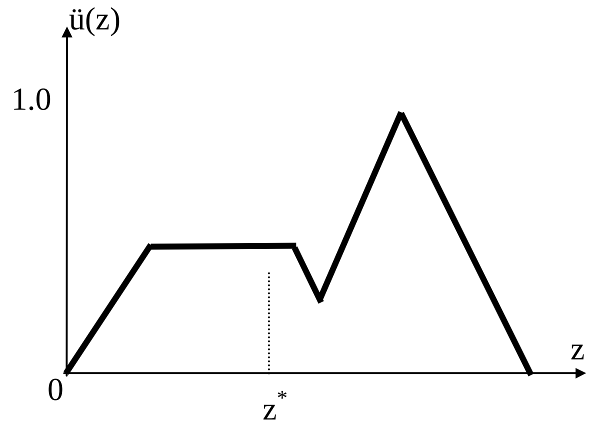
şeklinde olur. Şekil 3.11.'de en büyük üyelik ilkesine göre durulaştırma işlemi gösterilmektedir.



Şekil 3.11. En büyük üyelik ilkesi yöntemi ile durulaştırma (Karacasu, 2003)

- **Kütle merkezi yöntemi (Centroid method) :** Ağırlık merkezi yöntemi olarak ta bilinir. En yaygın kullanılan durulaştırma yöntemidir (Sugeno, 1985; Lee,1990: Ross, 2004). Aşağıdaki cebirsel tanıma göre integral hesaplamasıyla durulaştırılmış değer bulunur. Şekil 3.12.'de kütle merkezi yöntemi ile durulaştırma gösterilmektedir.

$$z^* = \frac{\int ü_{\tilde{c}}(z).z \quad dz}{\int ü_{\tilde{c}}(z) \quad dz} \qquad (3\text{-}14)$$



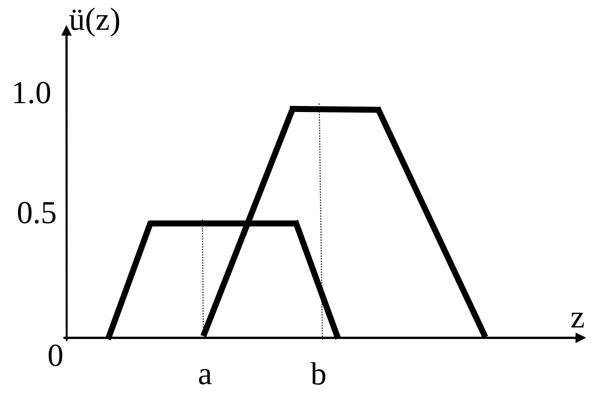
Şekil 3.12. Kütle merkezi yöntemi ile durulaştırma (Karacasu, 2003)

- **Ağırlıklı ortalama yöntemi (weighted average method) :** Hesaplamalardaki etkinliği sebebiyle bulanık uygulamalarda en sık kullanılan metotlardan biri olsa da simetrik üyelik fonksiyonu bulunan durumlar için kullanılması daha uygundur. Cebirsel notasyonu aşağıda verilmiştir.

$$z^{*} = \frac{\sum \ddot{u}_{\tilde{c}}(\bar{z}).\bar{z}}{\sum \ddot{u}_{\tilde{c}}(\bar{z})} \qquad (3\text{-}15)$$

"∑" işareti cebirsel toplamı, $\bar{z}$ ise her simetrik üyelik fonksiyonunun kütle merkezini ifade eder. Üyelik fonksiyonlarının formüldeki ağırlıkları en büyük üyelik dereceleri ile doğru orantılıdır. Şekil 3.13.'de ağırlıklı ortalama yöntemine göre durulaştırmaya dair bir örnek gösterilmektedir. Şekilde gösterilen örneğe göre yapılacak hesaplama şu şekildedir:

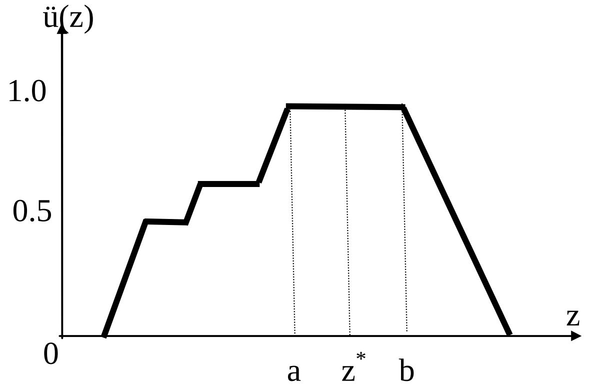
$$z^{*} = \frac{a(0.5) + b(0.9)}{0.5 + 0.9}$$



Şekil 3.13. Ağırlıklı ortalama yöntemi ile durulaştırma (Karacasu, 2003)

- **Ortalama en büyük üyelik (Mean max membership) :** En büyüklerin ortası olarak ta adlandırılır. Verilen ilk durulaştırma yöntemine oldukça benzemektedir. Ancak bu yöntemde en büyük değer tek bir zirve değeri değil bir noktalar kümesinden oluşmaktadır. Bu noktalar kümesinin ortasındaki değeri bulmaya yönelik aşağıdaki formül, a ve b değişkenleri Şekil 3.14.'de tanımlanmış olmakla birlikte uygulanır (Sugeno, 1985; Lee, 1990: Ross, 2004).

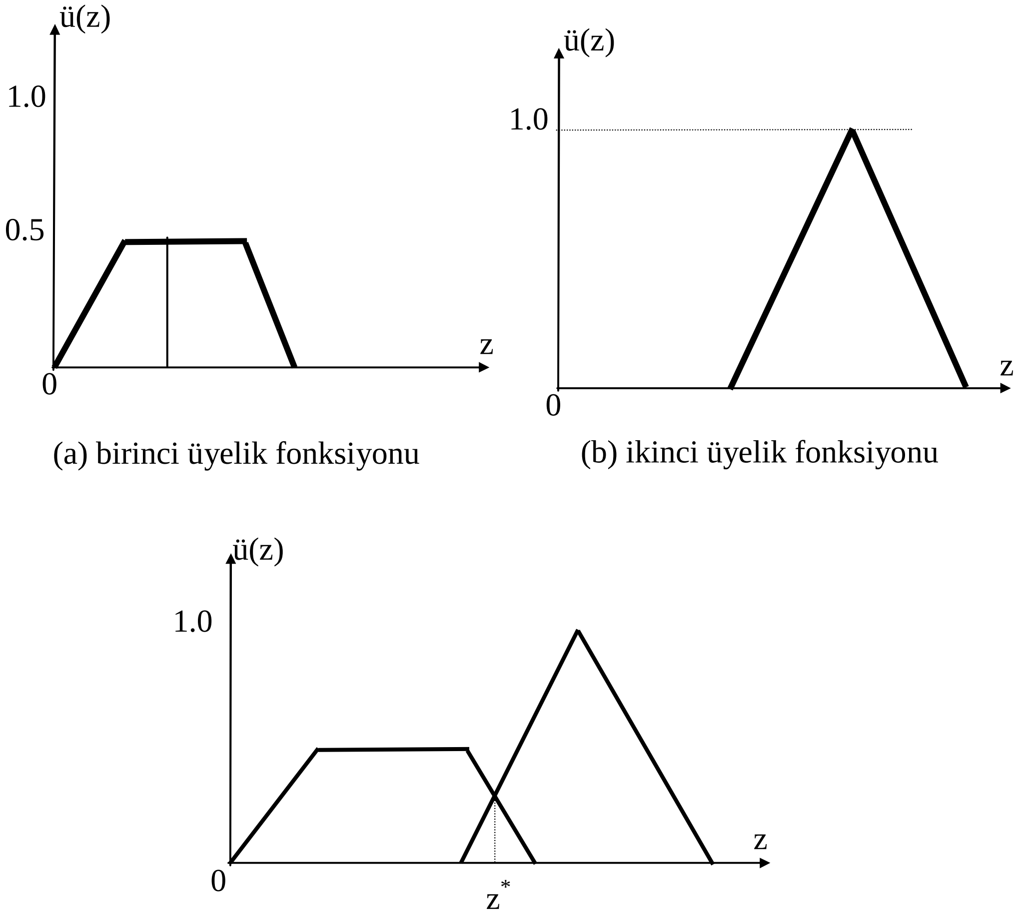
$$z^* = \frac{a+b}{2} \tag{3-16}$$



Şekil 3.14. Ortalama en büyük üyelik yöntemiyle durulaştırma (Şen, 2004)

- **Toplamların merkezi (center of sums) :** Kullanılan birçok durulaştırma yönteminden daha hızlı olan bu yöntem, ağırlıklı ortalama durulaştırma yöntemine benzemektedir. Ancak ondan farklı olarak ağırlıklar üyelik fonksiyonlarının en büyük değerleri değil, üyelik fonksiyonlarının alanlarıdır. Simetrik üyelik fonksiyonlarıyla kısıtlı değildir. Bulanık çıkarım kümesi, girdi kümelerinin birleşimi işlemi ile değil cebirsel toplamı ile elde edilir. Bu durum örtüşen kısımların toplama iki kere girmesine neden olur. Durulaştırılmış değer aşağıdaki formüle göre hesaplanır. $\overline{z}$ sembolü her bir üyelik fonksiyonunun kütle merkezine olan uzaklığını ifade eder. C_k ise ilgilenilen çıktı bulanık kümeleridir. Şekil 3.15.'de toplamların merkezi durulaştırma yöntemi gösterilmiştir.

$$z^* = \frac{\int_z \overline{z} \sum_{k=1}^{n} ü_{\tilde{c}_k}(z)dz}{\int_z \sum_{k=1}^{n} ü_{\tilde{c}_k}(z)dz} \qquad (3\text{-}17)$$



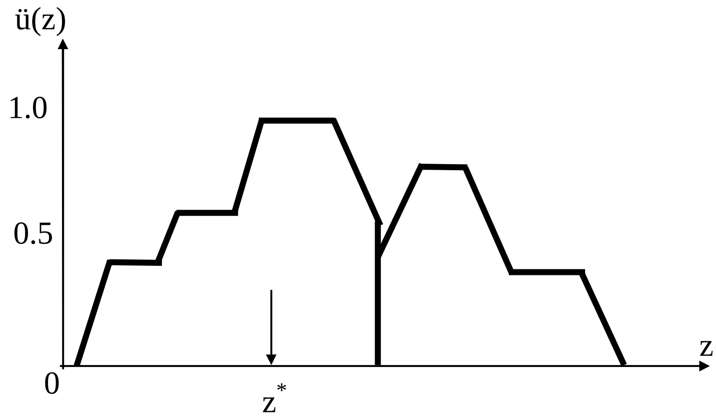
(a) birinci üyelik fonksiyonu

(b) ikinci üyelik fonksiyonu

(c) durulaştırma aşaması

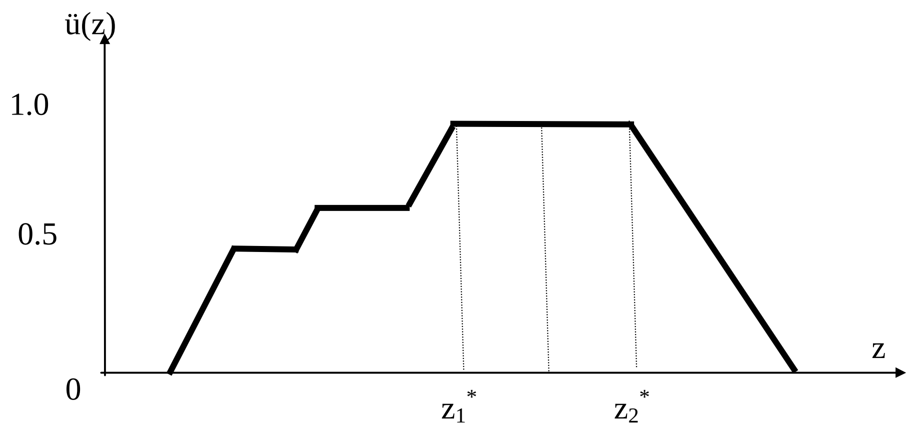
Şekil 3.15. Toplamların merkezi durulaştırma yöntemi

- **En büyük alanın merkezi (center of the largest area) :** Bu yöntemde, çıkış bulanık kümesinin en az iki dışbükey alt küme olması durumunda en büyük alana sahip olan alt kümenin kütle merkezi yöntemine göre durulaştırılması işlemi gerçekleştirilir. Çıkış bulanık kümelerinin bütünü dışbükey ise, kütle merkezi yöntemi ile aynı sonucu verecektir. Şekil 3.16.'da en büyük alan merkezi yöntemi gösterilmektedir.



Şekil 3.16. En büyük alanın merkezi yöntemi (Karacasu, 2003)

- **En büyük ilk (veya en büyük son) üyelik derecesi (first (or last) of maxima):** Bu yöntemde tüm çıktıların birleşimi olarak ortaya çıkan kümede en büyük üyelik derecesine sahip en küçük bulanık küme değerini seçmek esastır. İlk önce bulanık küme çıkarımı birleşimi B'de en büyük yükseklik y_{enb} tespit edilir (Şen, 2004). Şekil 3.17.'de her iki seçim için durulaştırma değerleri gösterilmiştir. z_1^* değeri en büyük ilk, z_2^* değeri en büyük son üyelik derecesine göre belirlenmiştir.



Şekil 3.17. En büyük ilk (veya en büyük son) üyelik derecesi yöntemi

Sonrasında durulaştırmayı en büyük ilk üyelik derecesine göre yapmak için yüksekliğin en küçük değeri seçilir. En büyük son üyelik derecesine göre yapmak için ise, yüksekliğin en büyük değeri seçilir.

$$Y_{enb}(B)=ENB[ü_B(z)] \tag{3-18}$$

3.3.6. Bulanık çıkarım sistemi

Bulanık çıkarımı yapma, bulanık mantık kullanarak verilen girdi değerlerinden çıktı değerlerini elde eden formülasyonu oluşturma sürecidir. Bulanık çıkarım sistemi (fuzzy inference system) algoritmasını beş aşamada tanımlamak mümkündür (MATLAB User’s Guide):

- **Girdileri bulanıklaştır (fuzzify inputs) :** Girdi değerlerinin ait oldukları üyelik fonksiyonlarının ve üyelik derecelerinin belirlenmesi aşamasıdır.
- **Bulanık operatörü uygula (apply fuzzy operators) :** Bulanık küme işlemlerinin tanımlandığı aşamadır. Bulanık kümeler eğer-ise kurallarıyla ve/veya (and/or) operatörleri kullanılarak işleme tabi tutulur. Kuralların birbirlerine karşı üstünlükleri ağırlık dereceleriyle belirlenir.
- **Anlam metodunu uygula (apply implication method) :** Her bir kural için, küme işlemleri sonucunda oluşan bulanık küme ilişkileri belirlenen bir anlam metoduyla matris işlemlerine sokularak tek bir girdi değeri elde edilir. Anlam metotları “ve” operatörü olarak kullanılır. Bu girdi değerine göre bulanık çıktı kümesinin λ kesimi yapılır.
- **Tüm çıktıları topla (aggregate all outputs)** : Her kural için λ kesimi yapılan çıktı kümelerinin bütünleştirilerek tek bir çıktı kümesinin oluşturulmasıdır. Çıktıların toplanması için seçilecek yöntem “veya” operatörü olarak kullanılır. Böylece çıktı kümelerinin birleşimi alınarak durulaştırma işlemi için hazır hale getirilir.
- **Durulaştır (defuzzify) :** Bulanık toplam çıktı kümesinden tek bir gerçek değerin sonuç olarak elde edilmesidir.

Genel olarak Mamdani ve Sugeno olmak üzere iki tip bulanık çıkarım sistem modeli kullanılır (Ross, 2004). Mamdani modelinde çıktılar, girdilerde olduğu gibi bulanık üyelik fonksiyonlarıyla tanımlanırlar. Sugeno modelinde ise çıktı değerleri polinom fonksiyonudur. Çıktı değerleri sabit değerler olarak tanımlandıysa 0. Derece Sugeno Bulanık Model (0. dereceden polinom), doğrusal olarak tanımlandıysa 1. Derece Sugeno Bulanık Model (1. dereceden polinom) olarak adlandırılır (MATLAB User's Guide).

3.4. Bulanık Mantığın Uygulama Alanları

Bulanık sistemler evrensel yakınsamacılar (universal approximators) olarak işlev görmektedirler (Kosko, 1994; Ying et al., 1999: Ross, 2004). Aksiyon ve sonuçları arasındaki ilişkiyi tanımlama üzerine olan sistemlerdir. Davranışları tam olarak kavranamayan karmaşık sistemlerde ve yakınsak ancak hızlı çözüm vaat eden durumlarda kullanılabilir. Monoton davranış göstermeyen sistemler için bulanık mantık tavsiye edilmez. Bulanık sistemlerin zorlanacağı monoton olmayan bir duruma örnek vermek gerekirse, tamamen aynı özelliklere sahip iki banka müşterisinin kredi kartını farklı oranlarda kullanmasını açıklamakta bulanık mantık yetersiz kalabilir. Son yıllarda kullanım alanları hızla genişlemekle birlikte özellikle eniyileme, kural tabanlı sistemler, doğrusal olmayan benzetim, elektronik cihaz tasarımı, sensör tasarımı, sentetik değerlendirme, desen tanıma, görüntü tanıma, süreç kontrolü gibi alanlarda kullanımı hızla artmaktadır (Ross, 2004). Literatür incelendiğinde, bulanık mantığın uygulama alanları; yapay zeka, robotik, tıp (ilaç dozuna insan tepkisi), askeri alanlar (insansız uçaklar, uzaktan kumanda ile hareket eden cihazlar), kontrol faaliyetleri (süreç kontrolü, tren frenleme kontrol mekanizması, otomatik fren sistemi, otomatik vites sistemi vb.), yöneylem araştırması (doğrusal olmayan programlama) olarak örneklenebilir.

İzleyen bölümde bulanık mantığın istatistiksel süreç kontrolünde süreç ortalama ve varyansındaki sapmaların belirlenmesindeki kullanımı açıklanmaktadır.

4. İSTATİSTİKSEL SÜREÇ KONTROLÜ İÇİN BULANIK ÇIKARIM SİSTEMLERİ

İSK'nde değişkenliğin tanımlanması oldukça büyük öneme sahiptir. Değişkenliğin doğru olarak ve gerçek sebepleriyle birlikte ifade edilebilmesi değişkenliğin giderilmesine yönelik düzeltici ve önleyici eylemlerin etkili biçimde gerçekleştirilmesine olanak sağlar. Günümüz rekabet koşullarında, artık yalnızca değişkenliğin varlığını tespit etmek yeterli görülen bir çalışma olmaktan çıkmıştır. Değişkenliğin yönünü ve şiddetini belirleyebilmek etkin ve çabuk müdahaleyi mümkün kılmaktadır.

Zadeh'in bulanık küme kavramını ortaya atmasından itibaren klasik küme anlayışıyla çalışan birçok sistem kendini sorgulamaya başlamıştır. İSK'nde de bulanık mantık uygulamaları görülmeye başlanmıştır. Bu uygulamaların büyük çoğunluğu yakınsama muhakemesi (approximate reasoning) üzerinedir. Kontrol parametrelerinin girdi ve çıktı değerlerinin bulanık mantık uygulamalarına tabi tutularak revize edilmesi geçerli bir uygulama olarak gösterilebilir. Parkinson ve Ross'un süreç parametre değerlerini bulanık mantık uygulamalarına taşıyarak elde ettikleri yeni değerler ile oluşturdukları bulanık $\overline{X}$ ve p kontrol grafikleri, sürecin kontrol altında olup olmadığıyla ilgili yargıya varmada klasik Shewhart kontrol grafiklerindeki karşılıklarına göre daha az hatalı sonuçlar vermiştir (Ross, 2004).

Rowland ve Wang'ın (2000) kontrol grafiklerinde özel durumları tespit için kullanılan bölge (zone) kurallarına yönelik eğer-ise kural tabanlı bulanık sistem tasarımı çalışması İSK'nde bulanık mantık uygulamalarına başka bir örnektir. Bunun yanında Tannock'un (2003) birimler kontrol grafiğine alternatif olarak sunduğu ve sürecin kontrol altında olup olmadığını test etmesinin yanı sıra özel desenleri tanımaya yönelik uygulamalarını da içeren modeli de diğer bir tip bulanık mantık uygulamasıdır.

Ancak yine de değişkenliğin yapısını belirlemeye yönelik bulanık mantık çalışmalarına literatürde pek rastlanmamaktadır. Bu tür bir çalışma yakınsama muhakemesinden ziyade değer atayarak sınıflandırma özelliği göstermektedir. İSK'nde bulanık mantık yaklaşımlarının kullanımı nispeten yeni bilimsel çalışmalar olduğundan değişkenliğin yapısının belirlenmesinde kullanımının gösterilmesi önemlidir. Bulanık mantık yaklaşımları ile geliştirilecek bir modelin kontrol grafiklerinin performansı ile karşılaştırılması amacıyla bu çalışma gerçekleştirilmiştir.

4.1. Değişkenliğin Sınıflandırılması

Çalışmada, Dedeakayogullari and Burnak'ın (1999) üzerinde çalıştığı, sürecin kontrol altında olması ve ortalama ve/veya varyansta sapma olması durumları ele alınmıştır. İlgili durumlar :

- Sürecin kontrol altında olması,
- Varyansta sapma olması,
- Ortalamada negatif yönlü sapma olması,
- Ortalamada negatif yönlü sapmanın olması yanında varyansta da sapma olması,
- Ortalamada pozitif yönlü sapma olması,
- Ortalamada pozitif yönlü sapma olması yanında varyansta da sapma olması,

şeklinde ifade edilebilir.

Süreçte meydana gelebilecek değişkenliği ifade etmek için yukarıda bahsedilen altı durum yeterlidir. Çalışmanın gerek bulanık modelin oluşturulması gerekse modelin test edilmesi aşamalarında kullanılacak veriler, normal dağılımdan yararlanarak rassal olarak türetilmiştir. Ortalaması 0 ve varyansı 1 olan normal dağılmış veri sürecin kontrol altında olduğunu ifade etmektedir (Montgomery, 2005). Çalışmada ele alınan durumlar ve ilgili veri grupları:

- $\mu = 0$ ve $\sigma = 1$ olan normal dağılmış değerler (1. durum)
- $\mu = 0$ ve $\sigma = 3$ olan normal dağılmış değerler (2. durum)
- $\mu = -3$ ve $\sigma = 1$ olan normal dağılmış değerler (3. durum)
- $\mu = -3$ ve $\sigma = 3$ olan normal dağılmış değerler (4. durum)
- $\mu = 3$ ve $\sigma = 1$ olan normal dağılmış değerler (5. durum)
- $\mu = 3$ ve $\sigma = 3$ olan normal dağılmış değerler (6. durum)

4.2. Bulanık Çıkarım Sistemi

İSK'nde değişkenliği tespit edebilmek için MATLAB paket programı kullanılarak *"bulanık çıkarım sistemi"* oluşturulmuştur. Tek bir çıkarım sistemi ile hatalı karar sayısı kontrol grafiklerinden çok daha fazla olarak gerçekleştiğinden girdi verisinin beş aşamadan geçtiği bir bulanık sistem tasarlanmıştır. İlgili sistem dokuz bulanık çıkarım sistemi içermektedir:

- **Birinci aşama :** Sürecin kontrol altında olduğu durumu (1. durum) kontrol dışı olduğu durumlardan (2., 3., 4., 5. ve 6. durumlar) ayırmaktadır.
- **İkinci aşama :** Süreç ortalamasında sapma olmayan ancak varyansında sapma olan durumu (2. durum) süreç ortalamasında sapma olan durumlardan (3., 4., 5. ve 6. durumlar) ayırmaktadır.
- **Üçüncü aşama :** Süreç ortalamasında negatif sapma olan durum (3. ve 4. durumlar) ile pozitif sapma olan durumu (5. ve 6. durumlar) birbirinden ayırmaktadır.
- **Dördüncü aşama :** Süreç ortalamasında negatif sapma olan durum için varyansta sapma olan durum (4. durum) ile varyansta sapma olmayan durumu (3. durum), süreç ortalamasında pozitif sapma olan durum için varyansta sapma olan durum (6.durum) ile varyansta sapma olmayan durumu (5. durum) birbirinden ayırmaktadır.
- **Beşinci Aşama :** Süreçten alınan gözlem değerleri kontrol sınırları arasında olsa da kontrol dışı süreci işaret eden özel durumların tespiti amacıyla dört bölge

kuralı sisteme dahil edilmiştir. İlk dört aşama, anakütle sınıflandırmasının yanı sıra bölge kurallarının birincisini de içerdiğinden beşinci aşamadaki kurallar; ikinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci kurallar olarak adlandırılmıştır:

1. *İkinci Kural :* Ardışık 3 noktadan en az 2 tanesinin orta çizgiden 2 sigma (A bölgesi) uzaklıktaki uyarı sınırlarının dışında yer aldığı durumları tespit etmektedir.
2. *Üçüncü Kural :* Ardışık 5 noktanın en az 4 tanesinin orta çizgiden 1 sigma (B bölgesi) uzaklıkta ya da ötesinde yer aldığı durumları tespit etmektedir.
3. *Dördüncü Kural :* Ardışık 7 noktanın orta çizginin aynı tarafında yer aldığı durumları tespit etmektedir.
4. *Beşinci Kural :* Süreçte artış ya da azalış eğiliminin olduğu durumları tespit etmektedir.

Çalışmada karşılaştırma yapmak amacıyla, n=2, n=5 ve n=10 birimden oluşan örnekleri içeren girdi vektörleri için bulanık çıkarım sistemleri tasarlanmıştır. İzleyen kısımda n=5 için tasarlanan sistem örnek olarak anlatılmıştır.

4.2.1. Girdi verilerinin hazırlanması

Bulanık çıkarım sisteminin karşılaştırılacağı kontrol grafikleri $\overline{X}$, R ve S için örnek büyüklüğü n=5 olarak alınmış dolayısıyla girdi verileri beşer örnekten oluşmuştur. Bu verilere, değişkenliğin nedenlerinin tanımlanmasında bulanık kural tabanında kullanılmak üzere, örnek istatistikleri; $\overline{X}$, R ve s istatistikleri de dâhil edilmiştir.

Çalışmada, değişkenliği ifade eden altı durum için MS Excel programı araçlarından “Rastsal Sayı Üretimi” kullanılarak rassal sayılar girdi verileri olarak türetilmiştir. Her bir durum için n=5 birimden oluşan 75’er örnek sisteme verilmiştir. Dolayısıyla toplamda 450 girdi vektörü kullanılmıştır. Sisteme giren bu veri grubundan elde edilen bazı bilgilerin üyelik fonksiyonları oluşturulurken kullanılmasından dolayı sistem performansını sistemin hiç karşılaşmadığı verilerle test etmek düşüncesiyle veri türetme işlemi iki kere tekrarlanmıştır.

İlk türetilen veri grubundan bazı bilgilerin sistemde kullanılmasından dolayı bu verilerin istatistikî olarak yeterliliğini test etmek gerekmektedir. Kabul edilebilir hata ve risk için kullanılması gereken en az örnek büyüklüğü;

$$n = \frac{(z_{\alpha/2})^2 \sigma^2}{e^2} \tag{4-1}$$

eşitliğinden belirlenebilmektedir. Gerekli örnek büyüklüğü;

m : Girdi vektörü sayısı,

α : Risk,

$\sigma_{\bar{x}}$: Örnek ortalamalarının standart sapması,

e : Ortalama kabul edilebilir hatayı göstermek üzere,

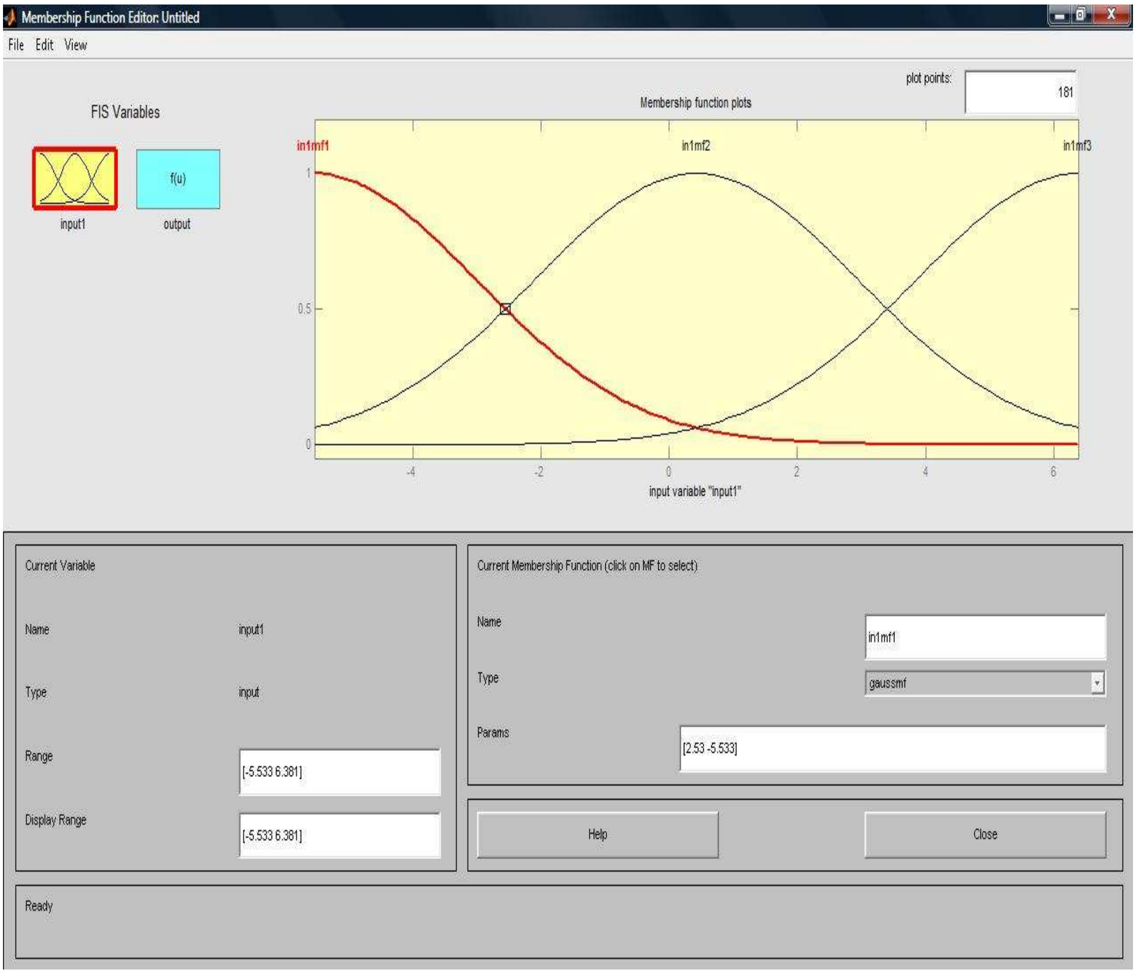
$$m = \frac{(z_{\alpha/2})^2 \sigma_{\bar{x}}^2}{e^2} \tag{4-2}$$

şeklinde belirlenebilir. 0.5 standart sapmayı e için uygun gördüğümüzden risk α = 0.05 $(z_{\alpha/2} = 1.96)$ $\sigma_{\bar{x}}$=2.571 ve e=0.5 için n=5 birimden oluşan girdi vektörü sayısı yaklaşık 102 olarak hesaplanmıştır. Çalışmada 450 girdi vektörü kullanıldığından alınan örnek sayısının yeterli olduğu kararına varılmıştır.

Benzer şekilde n=2 için yeterli girdi vektörü sayısı test edildiğinde $m \cong 162$ bulunur. Örnek büyüklüğü n=2 için çalışmada 1140 girdi vektörü kullanıldığından alınan örnek sayısı yeterli bulunmuştur. Yeterli örnek büyüklüğü (girdi vektörü sayısı) n=10 için $m \cong 95$ bulunmuştur. Çalışmada n=10 için kullanılan girdi vektörü sayısı 228 de yeterli görülmüştür.

4.2.2. Bulanık sistem birinci aşama çıkarım sisteminin oluşturulması

<u>Girdilerin bulanıklaştırılması</u> : MATLAB paket programında girdi değerlerini bulanıklaştırıp otomatik olarak üyelik fonksiyonlarını oluşturan fonksiyonlar mevcuttur. Bulanık c-ortalamalı sınıflandırma ve eksiltici kümeleme metotlarına göre sınıflandırmalar yapılmıştır ancak elde edilen bulanık üyelik fonksiyonlarının bulanık ilişki kurallarıyla istenilen sınıflandırmayı yapmaya uygun olmadığı görülmüştür. Şekil 4.1.'de bulanık c-ortalamalı sınıflandırma metoduna göre $\overline{X}$ üyelik fonksiyonları gösterilmektedir.



Şekil 4.1. Bulanık c-ortalamalı sınıflandırma metoduna göre $\overline{X}$ üyelik fonksiyonları

$\overline{X}$ girdi değerleri için ortalamada sapma olmayan durumu temsil eden üyelik fonksiyonu ortalaması 0.533, varyansı 2.53 olan gauss eğrisi olarak tespit edilmiştir. Ancak, $\overline{X}$ girdi değerleri için ortalamada sapma olmayan durumu ortalaması 0, varyansı 1 olan gauss eğrisinin daha doğru temsil edeceği düşünülmektedir. Üyelik fonksiyonlarının bu yapıları ile oluşturulan bulanık çıkarım sistemi kontrol grafiklerinden daha iyi performans veremediği için üyelik fonksiyonlarının bazıları sezgisel olarak yeniden yapılandırılmıştır. Bulanık mantık ilgilenilen konuda tam uzmanlık gerektirmeyen, belirsizlik ya da yetersiz bilginin olduğu durumlarda bile iyi neticeler alınabilen bir yaklaşımdır. İstenilen sonuçların elde edilemediği durumlarda bile başlangıç modeli olarak faydalıdırlar (Şen, 2004).

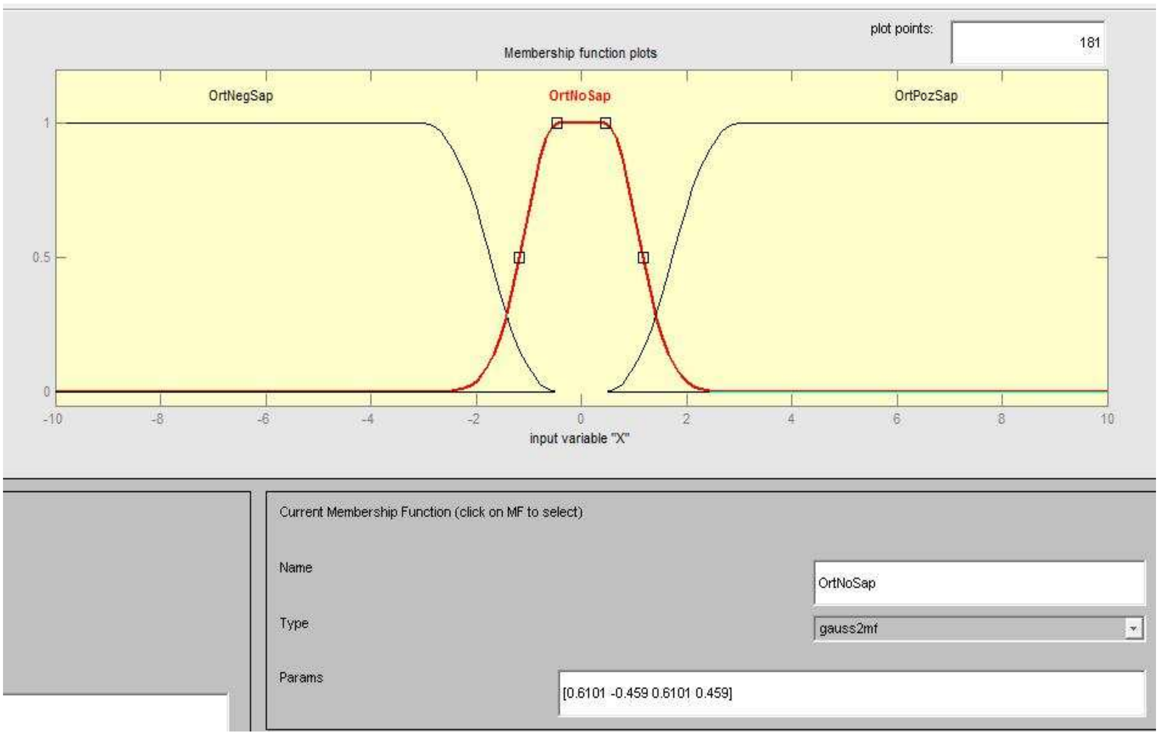
Bulanık sistem birinci aşama çıkarım sisteminde her bir örnek için; beş gözlem değeri (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5), X ortalama değeri (X), değişim aralığı değeri (R) ve standart sapma değeri (S) değişkenlerinin tamamı girdi olarak kullanılmıştır.

Gözlem değerlerini n=5 için alınan beş farklı girdi oluşturmuştur. Normalde beş gözlemin birbirinden farklılık gösteren tek yanları alınış sıralarıdır. Girdi değerlerinin genel anlamda sınıflandırılmak istenen her bir durum için aynı özellikleri göstermeleri beklenmektedir. X_1 girdisinde sürecin kontrol altında olduğu durumu temsil eden üyelik fonksiyonu ile X_5 girdisininki arasında bir fark yoktur. Sınıflandırma için beş gözlem değerinin de μ=0 değeri etrafında kümelenmiş olması belirleyici bir özellik olarak kullanılacağından gauss eğrisi yerine MATLAB'da tanımlanmış olan gauss2 eğrisi üyelik fonksiyonu olarak seçilmiştir. Gauss2 üyelik fonksiyonu çift yönlü gauss üyelik fonksiyonudur. Hesaplanması gauss eğrisi ile aynıdır. Ancak gauss2 üyelik fonksiyonunda iki gauss eğrisinin ortalama değerleri arasındaki üyelik dereceleri 1'e eşittir. MATLAB oluşturulan gauss eğrisini gauss2 eğrisine kolaylıkla uyarlayabilmektedir. MATLAB'ın yaptığı çevirim ile [σ=1,μ=0] gauss eğrisi [σ_1=0.61,μ_1=-0.459, σ_2=0.61,μ_2=0.459] gauss2 üyelik fonksiyonuna dönüştürülmüştür. -0.459 ile 0.459 arasındaki değerler için üyelik derecesi 1'dir.

Bu üyelik fonksiyonu X değerlerinde sapma olmadığını ifade etmek için “NoSap” şeklinde adlandırılmıştır. Şekil 4.2.’de “OrtNoSap” olarak adlandırılan fonksiyon gauss2 üyelik fonksiyonuna örnektir.

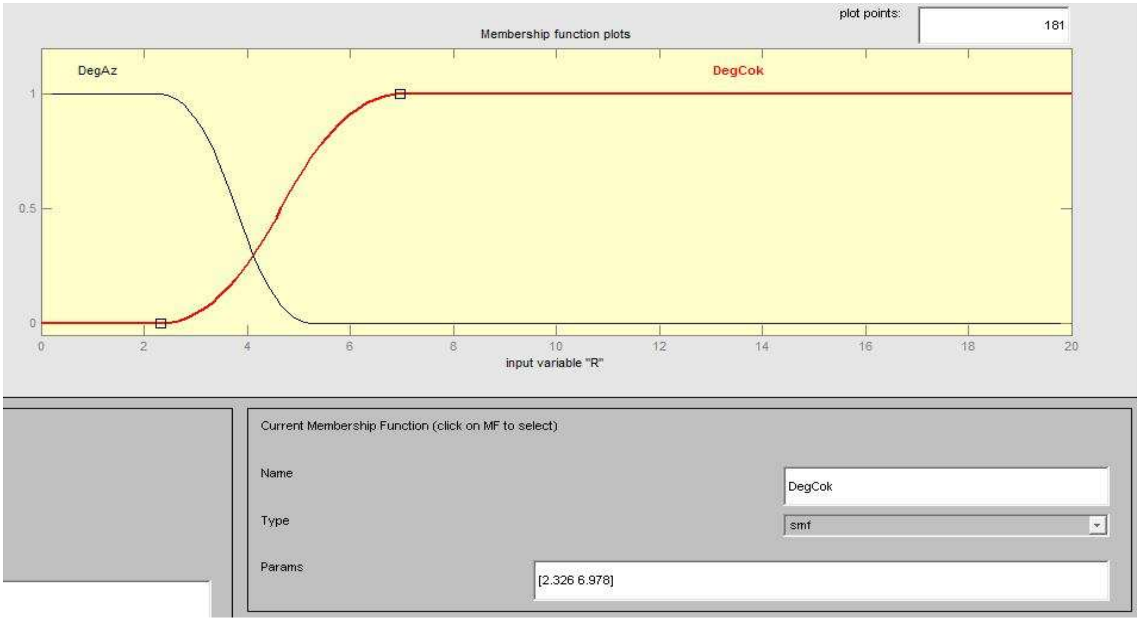
X değerlerinde negatif ve pozitif yönde sapmanın olduğu diğer iki durum da gauss eğrisi çizmektedir. Ortalamada sapmanın olduğu durumu temsil ettiği düşünülen anakütlelere ait veriler de gauss eğrisine uygundur. Ancak çok düşük ve çok yüksek olan sapmalar için gauss eğrisinin azalan üyelik dereceleri yerine sapmanın daha kesin olduğunu belirtebilmek amacıyla Z ve S üyelik fonksiyonlarının kullanılması tercih edilmiştir. Z üyelik fonksiyonu “Z” harfi şeklinde olup iki parametrelidir. İlk parametresi üyelik derecesinin 1’e eşit olacağı son noktayı temsil eder. İlk parametreden önce gelen bütün değerler için üyelik derecesi 1’e eşittir. İkinci parametresi ise üyelik derecesinin 0’a eşit olacağı ilk değeri temsil eder. İkinci parametreden sonraki bütün değerlerin üyelik dereceleri 0’a eşittir. İlk ve ikinci parametreler arasındaki değerler için gauss eğrisi oluşturulur. S üyelik fonksiyonu ise “S” harfi şeklindedir ve Z üyelik fonksiyonun tam tersi yönlü olanıdır. Şekil 4.2.’deki “OrtNegSap” fonksiyonu Z üyelik fonksiyonuna, “OrtPozSap” fonksiyonu da S üyelik fonksiyonuna örnektir.

Herhangi bir girdi değeri için karşı gelen üyelik derecelerinin toplamı 1’den büyük olabilmektedir. Ancak üyelik fonksiyonları bulanık c-ortalamalı kümeleme metodu sonucu elde edilen üyelik fonksiyonlarının düzenlenmiş halleri olduğundan herhangi bir girdi değerinin farklı üyelik fonksiyonlarındaki üyelik derecelerinin toplamının bulanık c-ortalamalı kümeleme metodunda olduğu gibi 1’den büyük olmamasına dikkat edilmiştir. Bu nedenle Z ve S üyelik fonksiyonları için üyelik derecelerinin 0’a eşitlendiği noktalar, “NoSap” üyelik fonksiyonu için üyelik derecesinin 1’e eşit olduğu sınır değerler olan -0.459 ve 0.459 değerleridir. Bu iki fonksiyon için üyelik derecelerinin 1’e eşitlendiği sınır noktalar ise pozitif ve negatif sapmayı temsil etmesi için türetilen normal dağılım eğrisi değerlerinin merkezleri olan X=3 ve X=-3 değerleridir. Üyelik fonksiyonları sırasıyla "NegSap" ve "PozSap" olarak adlandırılmıştır. Bulanık sistem birinci aşama çıkarım sisteminde X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 ve X ($\overline{X}$ değerleri) girdileri için üyelik fonksiyonları aynıdır. Tek fark, X girdisi için üyelik fonksiyonlarının başına "ort" ifadesinin eklenmiş olmasıdır. Şekil 4.2.'de birinci aşama bulanık çıkarım sisteminde X girdisi için oluşturulan üyelik fonksiyonları gösterilmektedir.



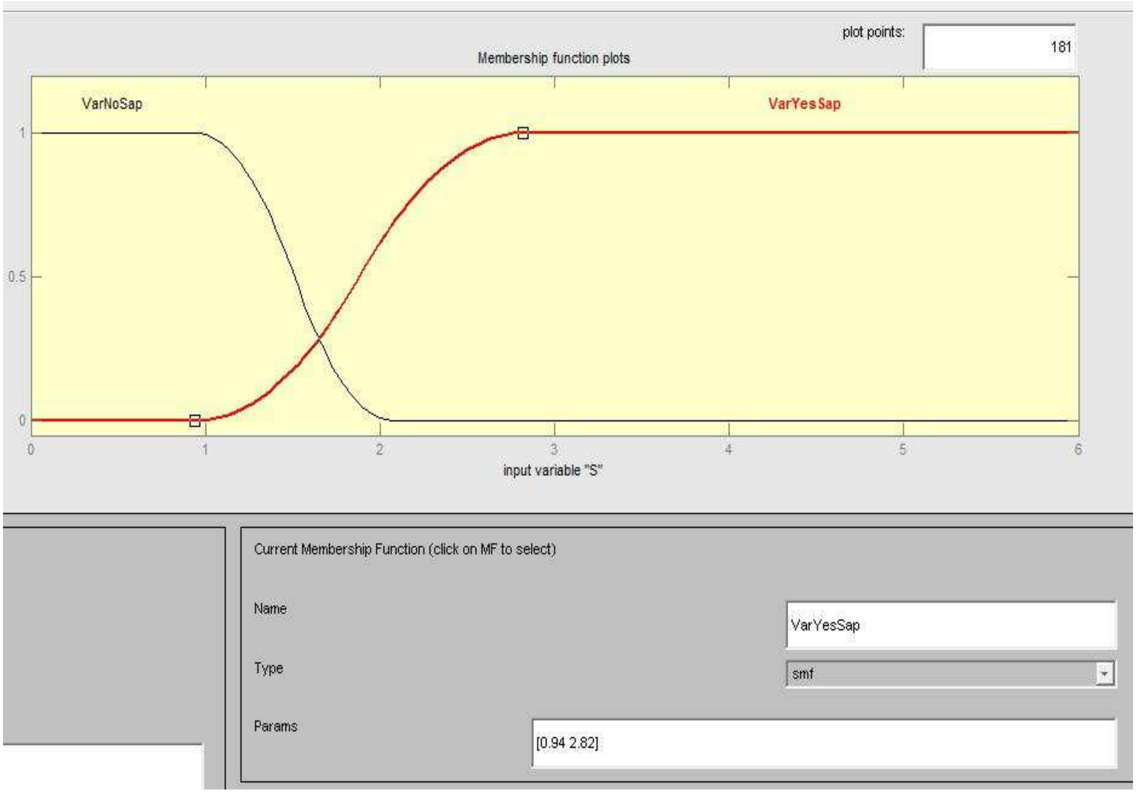
Şekil 4.2. X girdisi üyelik fonksiyonları (birinci aşama)

Değişim aralığı değerleri için iki üyelik fonksiyonu oluşturulmuştur. Değişimin az olduğunu ifade eden üyelik fonksiyonu "DegAz", değişimin çok olduğunu temsil eden üyelik fonksiyonu "DegCok" olarak adlandırılmıştır. Bu iki üyelik fonksiyonu için sırasıyla Z ve S üyelik fonksiyonu eğrileri düşünülmüştür. Değişimin az olduğu durumu temsil eden dağılımlar için kontrol grafiklerinin belirlenmesinde kullanılan formülden yararlanılarak, d_2=2.326 ve σ=1 olmak üzere hesaplanan orta çizgi değeri olan 2.326, "DegAz" üyelik fonksiyonu için birinci parametre yani üyelik derecesinin 1'e eşit olacağı son değer olarak atanmıştır. Kontrol grafiklerinde değişimin az olduğu durum için kabul edilen dağılımın üst sınırı ilgili formüle göre D_2=4.918 ve σ=1 için 4.918 olarak hesaplandığı halde türetilen girdi verilerinde aynı durumu temsil eden dağılım değerlerinin en büyüğü 5.25 olmuştur. Bulanık mantık, klasik küme anlayışında tüm sınır değerlerinin hesaplanmasında bazı kabuller yapıldığını ve gerçekte sınırların bu şekilde kesin olmadığını savunduğundan "DegAz" üyelik fonksiyonu için ikinci parametre (sınır değeri) olarak, gözlemlenen gerçek veri sınırı olan 5.25 değerinin atanması uygun görülmüştür. "DegCok" üyelik fonksiyonu için birinci parametre (üyelik derecesinin 0'a eşit olduğu son değer) "DegAz" üyelik fonksiyonun birinci parametre değeri (üyelik derecesinin 1'e eşit olduğu son değer) ile aynıdır. Değişimin çok olduğu durumları temsil eden dağılımlar için kontrol grafiğinin alt sınırı olan "0" değerinin "DegCok" üyelik fonksiyonu için birinci parametre olarak kabul edilmeme nedeni hem bulanık c-ortalamalı kümelemeye göre 2.326'dan küçük olan değerler için toplam üyelik derecelerinin 1'den büyük olmaması hem de "DegAz" üyelik fonksiyonu için anlamlı olan değer aralığını etkisizleştirecek bir çakışmadan kaçınılmak istenmesidir. "DegCok" üyelik fonksiyonu için ikinci parametre ise değişimin çok olduğu durumları temsil eden dağılımlar için oluşturulan kontrol grafiklerinin d_2=2.326 ve σ=3 için hesaplanan orta çizgi değeri olan 6.978'dir. Şekil 4.3.'de birinci aşama bulanık çıkarım sisteminde R girdileri için üyelik fonksiyonları görülmektedir.



Şekil 4.3. R girdisi üyelik fonksiyonları (birinci aşama)

Varyans girdi değerleri için üyelik fonksiyonları oluşturulurken, değişim aralığı girdi değerleri için uygulanan mantık kullanılmıştır. Varyansta sapma olan durumu temsil eden üyelik fonksiyonu “VarYesSap”, varyansta sapma olmayan durumu temsilen de “VarNoSap” üyelik fonksiyonları oluşturulmuştur. “VarNoSap” üyelik fonksiyonu Z üyelik fonksiyonudur. Birinci parametresi varyansta sapma olmayan (varyansın 1 olduğu) durumu temsil eden dağılımlar için kontrol grafiklerinin c_4=0.94 ve σ=1 için hesaplanan orta çizgi değeri olan 0.94’tür. İkinci parametresi ise varyansta sapmanın olmadığı durumları temsil eden dağılımlardan türetilen girdi verilerinin en yüksek değeri olan 2.08’dir. “VarYesSap” fonksiyonu ise S üyelik fonksiyonudur. Birinci parametresi “VarNoSap” üyelik fonksiyonunun birinci parametresi olan 0.94 değeridir. İkinci parametre ise varyansta sapmanın olduğu durumları temsil eden dağılımlar için oluşturulan kontrol grafiklerinin c_4=0.94 ve σ=3 için hesaplanan orta çizgi değeri olan 2.82.’dir. Şekil 4.4.’de birinci aşama bulanık çıkarım sisteminde S girdisi üyelik fonksiyonları görülmektedir.



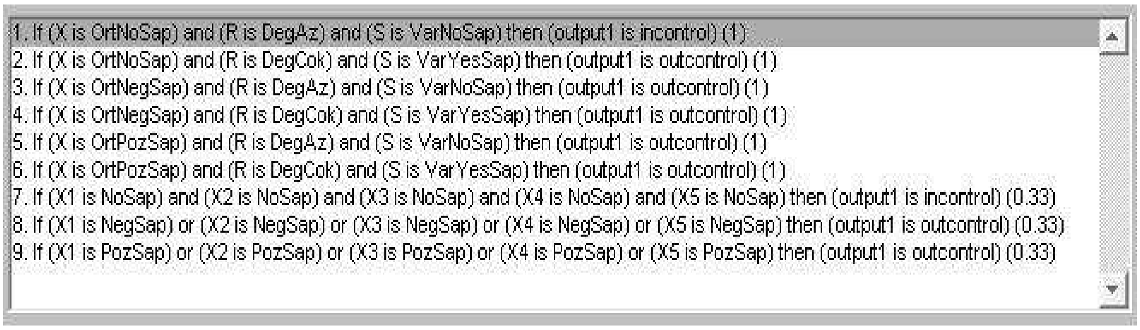
Şekil 4.4. S girdisi üyelik fonksiyonları (birinci aşama)

Şeklin üst kısmındaki grafikte yatay eksendeki "S" girdi değerlerine karşılık gelen üyelik dereceleri dikey eksende görüntülenmiştir. Şeklin alt kısmında ise seçili üyelik fonksiyonuna ilişkin bilgiler gösterilmektedir.

Çıktı üyelik fonksiyonları 0. derece polinom Sugeno bulanık modeli uyarınca sabit değerlerdir. İkili sınıflandırma yapıldığından iki üyelik fonksiyonu oluşturulmuştur. Üyelik fonksiyonları, sürecin kontrol altında olduğu durum için "incontrol", sürecin kontrol dışı olduğu durum için "outcontrol" olarak adlandırılmışlardır. "incontrol" çıktı üyelik fonksiyonu için 1, "outcontrol" çıktı üyelik fonksiyonu için 2 değeri atanmıştır. Çıktı üyelik fonksiyonları sabit değerler olduğundan şekil ile gösterimine gerek duyulmamıştır.

<u>*Bulanık operatörlerin uygulanması*</u> : Bulanık kümeler ve üyelik fonksiyonlarının oluşturulmasının ardından kümeler arasındaki ilişkilerin tanımlanması gerekmektedir. Geliştirilen bulanık sistemin birinci bulanık çıkarım sistemi

aşamasında, sürecin kontrol altında olduğu durum ile kontrol dışında olduğu durumun birbirinden ayırt edilebilmesi gerekmektedir. İlgili çıktı üyelik fonksiyonu için uygun olan girdi üyelik fonksiyonları “ve/veya” operatörleri ile ilişkilendirilerek dokuz kural içeren bulanık kural tabanı oluşturulmuştur. “Ve” operatörleri için *en küçük kesişim***,** “veya” operatörü için *en büyük birleşim* işlemleri uygulanmıştır. Şekil 4.5.’de MATLAB’ta birinci aşama bulanık çıkarım sistemi için oluşturulan bulanık kural tabanı görülmektedir.



Şekil 4.5. Birinci aşama için MATLAB bulanık kural tabanı

Şekildeki her satır bir bulanık “eğer-ise” kuralını ifade etmektedir. Sürecin kontrol altında olduğu durum en basit ifadeyle süreç parametrelerinde değişkenliğin az olması ile ifade edilebilir. $\overline{X}$, R ve s parametrelerinin değişkenliğinin birlikte değerlendirilmesi ile süreçte gözlenebilecek daha önceden tanımlanmış olan altı durum bulanık çıkarım sisteminde ifade edilebilir. İlk altı kural, süreçte gözlenebilecek altı durumun $\overline{X}$, R ve s parametrelerinin birlikte kullanımıyla açıklanmış halidir. Buna göre;

- **Birinci kural: Eğer** ortalamada sapma yok **ve** değişim aralığı az **ve** varyansta sapma yok **ise** süreç kontrol altında,
- **İkinci kural : Eğer** ortalamada sapma yok **ve** değişim aralığı çok **ve** varyansta sapma var **ise** süreç kontrol dışı,
- **Üçüncü kural : Eğer** ortalamada negatif yönlü sapma var **ve** değişim aralığı az **ve** varyansta sapma az **ise** süreç kontrol dışı,
- **Dördüncü kural : Eğer** ortalamada negatif yönlü sapma var **ve** değişim aralığı çok **ve** varyansta sapma var **ise** süreç kontrol dışı,

- **Beşinci kural : Eğer** ortalamada pozitif yönlü sapma var **ve** değişim aralığı az **ve** varyansta sapma az **ise** süreç kontrol dışı,
- **Altıncı kural : Eğer** ortalamada pozitif yönlü sapma var **ve** değişim aralığı çok **ve** varyansta sapma var **ise** süreç kontrol dışı,

şeklindedir.

Belirlenen altı kural ile girdi verilerinin ait oldukları anakütlelere göre ayırımı istenilen düzeyde gerçekleşmemiştir. Anakütle ortalaması ne olursa olsun, varyansta sapmanın olduğu durumlar için bazı girdi verileri sürecin kontrol altında olduğu duruma yakın bir davranış gösterecek şekilde dağılmış olabilmektedir. Daha hassas bir ayrım gerçekleştirebilmek için beş gözlem değeri için de “eğer-ise” kuralları geliştirilmiştir. Yedinci kural sadece $\overline{X}$ değerlerinin değil, $\overline{X}$ değerlerini oluşturan gözlem değerlerinin de sapmasının az olması ile sürecin kontrol altında olduğu durumun ifadesini güçlendirmek için oluşturulmuştur.

- **Yedinci kural : Eğer** birinci gözlem değerinde sapma yok **ve** ikinci gözlem değerinde sapma yok **ve** üçüncü gözlem değerinde sapma yok **ve** dördüncü gözlem değerinde sapma yok **ve** beşinci gözlem değerinde sapma yok **ise** süreç kontrol altındadır.

Ayrıca $\overline{X}$ değerinde sapma görülmese bile verilerin geldiği anakütle farklı olabilir. Bu durumda gözlem değerlerinden en az birinde sapma olması beklenebilir. Böylesi bir durumu “veya” operatörü ile ifade etmek gereklidir.

- **Sekizinci kural : Eğer** birinci gözlem değerinde negatif yönde sapma var **veya** ikinci gözlem değerinde negatif yönde sapma var **veya** üçüncü gözlem değerinde negatif yönde sapma var **veya** dördüncü gözlem değerinde negatif yönde sapma var **veya** beşinci gözlem değerinde negatif yönde sapma var **ise** süreç kontrol dışıdır.
- **Dokuzuncu kural : Eğer** birinci gözlem değerinde pozitif yönde sapma var **veya** ikinci gözlem değerinde pozitif yönde sapma var **veya** üçüncü gözlem değerinde pozitif yönde sapma var **veya** dördüncü gözlem değerinde pozitif

yönde sapma var **veya** beşinci gözlem değerinde pozitif yönde sapma var **ise** süreç kontrol dışıdır.

Oluşturulan kurallardan ilk altısı temel kural tabanını oluşturduğundan bu kuralların ağırlıklarına 1 değeri atanmıştır. Diğer kurallar ise gözlem değerlerinin etkisini kural tabanına yardımcı unsur olarak katma amacı gütmektedir. O nedenle bu üç kural yedinci bir kural gibi düşünülüp ağırlıkları diğer kuralların ağırlıklarının üçte biri olan 0.33 olarak atanmıştır.

Anlam metodunun uygulanması : Her kural için bulanık küme ilişkilerinin çözümlenmesi **en büyük-çarpım** işlemine göre gerçekleştirilir. Bulanık kümeler arasında geçiş, çarpım işlemleriyle yapılırken ortaya çıkan değerlerin en büyükleri bir sonraki çarpım işlemi için matris değeri olarak taşınır. Sonuç değeri çıktı kümesi için λ kesim değeridir. Her kural için çıktı kümelerinin λ kesim değerleri gerçekleştirilir. MATLAB' da diğer küme ilişki işlemlerini kullanmak ta mümkün olduğu halde Sugeno bulanık modeli için sadece en büyük-çarpım anlam metodu kullanılabilmektedir.

Tüm çıktıların toplanması : Her bir kural için anlam metodu uygulanarak elde edilen kesilmiş çıktı bulanık kümelerinin birleştirilmesi MATLAB'ta **toplama (sum)** yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Bu yöntemde bulanık kümelerin birleşim özelliği kullanılmaktadır. MATLAB'da Sugeno modeli için tüm çıktıların toplanmasında sadece toplama yöntemi kullanılabilmektedir.

Durulaştırma : Elde edilen bulanık toplam çıktı kümesinden tek bir kesin değerin elde edilebilmesi için küme durulaştırma işlemine tabi tutulur. MATLAB'ın Sugeno modelinde ağırlıklı ortalama ve ağırlıklı toplam durulaştırma yöntemleri kullanılabilmektedir. Ağırlıklı toplam yöntemi sabit değerlere sınıflandırma için uygun bir durulaştırma yöntemi değildir. Bu yöntem kullanıldığı takdirde çıktı değerleri belirtilen aralıkta gerçekleşmemektedir. Hem elde kalan tek seçenek olduğu için hem de sınıflandırma amacına uygun olarak çıktı üyelik değer aralığında sonuç vermeyi garanti ettiğinden **ağırlıklı ortalama** durulaştırma yöntemi kullanılmıştır.

4.2.3. Bulanık sistem ikinci aşama çıkarım sisteminin oluşturulması

Girdilerin bulanıklaştırılması : Bulanık sistem birinci aşama çıkarım sistemi ile sürecin kontrol altında olduğu durum ile kontrol dışı olduğu durum birbirinden ayrılmış olmaktadır. Bulanık sistem ikinci aşama çıkarım sistemi sürecin kontrol dışında olduğu durumlar için kontrol dışında olma sebeplerini bulmaya yönelik ilk aşamadır. Girdi verileri bir önceki aşamada süreç için kontrol dışı sonucunu veren girdi değerleridir. İkinci aşama için girdi değerlerinin içerdiği durumlar;

- Varyansta sapma olması,
- Ortalamada negatif yönlü sapma olması,
- Ortalamada negatif yönlü sapmanın olması yanında varyansta da sapma olması,
- Ortalamada pozitif yönlü sapma olması,
- Ortalamada pozitif yönlü sapma olması yanında varyansta da sapma olması,

şeklindedir.

Bu beş durum içinden sınıflandırma ile diğerlerinden ayırt edilmesi en kolay görünen durum varyansta sapmanın olması durumudur. Varyansta sapma olan durumun $\overline{X}$ değerlerinin, tıpkı sürecin kontrol altında olduğu durumun değerleri gibi sıfırın etrafında kümelenmesi beklenmektedir. Ancak varyansta sapma olan durum için bu kümelenme daha geniş bir aralıkta gerçekleşeceğinden ortalamada ve varyansta sapma olan durumların değer kümeleri ile iç içe geçmesi daha fazla olmaktadır. Üyelik fonksiyonlarını bu duruma göre yapılandırmak aynı zamanda arada kalan değerlerin kümelerden herhangi birine üyeliğinin daha fazla olduğunun belirlenmesini de zorlaştıracaktır. Bunun da en büyük nedeni, ortalamada herhangi bir yönde sapma olsun ya da olmasın, arada kalan bu değerlerin ortak özelliğinin değişim aralığı ve varyansta sapmalarının olmasıdır. Bu nedenle sınıflandırmada $\overline{X}$ değerlerinin kümelenmelerinin belirleyici olacağı düşünüldüğünden girdiler için üyelik fonksiyonları birinci aşama çıkarım sistemindekilerle aynı olacak şekilde oluşturulmuştur. Belirleyicilik bu üyelik fonksiyonlarıyla oluşturulacak kural tabanında çözülmeye çalışılacaktır.

Çıktı üyelik fonksiyonları 0. derece Sugeno bulanık modeli uyarınca sabit değerlerden oluşmaktadır. Varyansta sapma olan durum için çıktı üyelik fonksiyonu değeri 1 olarak atanmıştır. Ortalamada sapmanın olmadığı ve varyansta sapmanın olduğu durum "OrtNoSapVarYesSap" olarak adlandırılmıştır. Diğer durumlar için çıktı üyelik fonksiyonuna 2 sabit değeri atanmıştır. Ortalamada sapmanın olduğu durum "OrtYesSap" olarak adlandırılmıştır. Çıktı üyelik fonksiyonları sabit değerler olduğundan şekil ile gösterimine gerek duyulmamıştır.

Bulanık operatörlerin uygulanması : Kümeler arasındaki ilişkilerin bulanık kural tabanıyla belirlenmesi esnasında, tıpkı birinci aşamada olduğu gibi sınıflandırma ile ayırt edilecek durumun diğerlerinden farkını en iyi şekilde ifade edecek kuralların tespit edilmesine özen gösterilmiştir. Sonuçta varyansta sapma olan durumu diğer durumlardan ayırmak için en önemli verinin $\overline{X}$ değerleri olacağı ve gözlem değerleri, değişim aralığı ve varyans değerlerinin etkisinin çok olmadığı hatta etkili olmasını sağlamaya çalışmanın modelin sınıflandırmayı yapmasına olumsuz etkileri olacağı düşünülerek sadece üç kural tanımlanmıştır. MATLAB bulanık kural tabanı Şekil 4.6.'da görülmektedir.

```
1. If (X is OrtNoSap) then (output1 is OrtNoSapVarYesSap) (1)
2. If (X is OrtNegSap) then (output1 is OrtYesSap) (1)
3. If (X is OrtPozSap) then (output1 is OrtYesSap) (1)
```

Şekil 4.6. İkinci aşama için MATLAB bulanık kural tabanı

Şekilde görülen kuralların $\overline{X}$ değerlerindeki değişkenliğin ikinci aşamadaki sınıflandırma için yeterli olacağı düşünülmüştür. Bu kuralların taşıdığı anlamlar şu şekildedir :

- **Birinci kural : Eğer** ortalamada sapma yok **ise** ortalamada sapma yok ancak varyansta sapma var.
- **İkinci kural : Eğer** ortalamada negatif sapma var **ise** ortalamada sapma var.
- **Üçüncü kural : Eğer** ortalamada pozitif sapma var **ise** ortalamada sapma vardır.

Oluşturulan kuralların hepsi eşit ağırlıkta öneme sahiptir ve bulanık çıkarım sistemini eşit derecede etkilemektedir. Bu nedenle bütün kuralların ağırlıklarına 1 değeri atanmıştır.

Anlam metodunun uygulanması : Bulanık sistem birinci aşama bulanık çıkarım sisteminde olduğu gibi ikinci aşama bulanık çıkarım sisteminde de her kural için bulanık küme ilişkilerinin çözümlenmesi **en büyük-çarpım** işlemine göre gerçekleştirilmiştir.

Tüm çıktıların toplanması : Her bir kural için anlam metodu uygulanarak elde edilen kesilmiş çıktı bulanık kümelerinin birleştirilmesi **toplama (sum)** yöntemiyle gerçekleştirilmiştir.

Durulaştırma : Durulaştırma için **ağırlıklı ortalama** yöntemi kullanılmıştır.

4.2.3. Bulanık sistem üçüncü aşama çıkarım sisteminin oluşturulması

Girdilerin bulanıklaştırılması : Bulanık sistem ikinci aşama çıkarım sistemi ortalama sapmanın olmadığı ama varyansta sapmanın olduğu durum diğer durumlardan ayrıştırılmış olmaktadır. Böylece geriye sınıflandırılması gereken dört durum ;

- Ortalamada negatif yönlü sapma olması,
- Ortalamada negatif yönlü sapmanın olması yanında varyansta da sapma olması,
- Ortalamada pozitif yönlü sapma olması,
- Ortalamada pozitif yönlü sapma olması yanında varyansta da sapma olması,

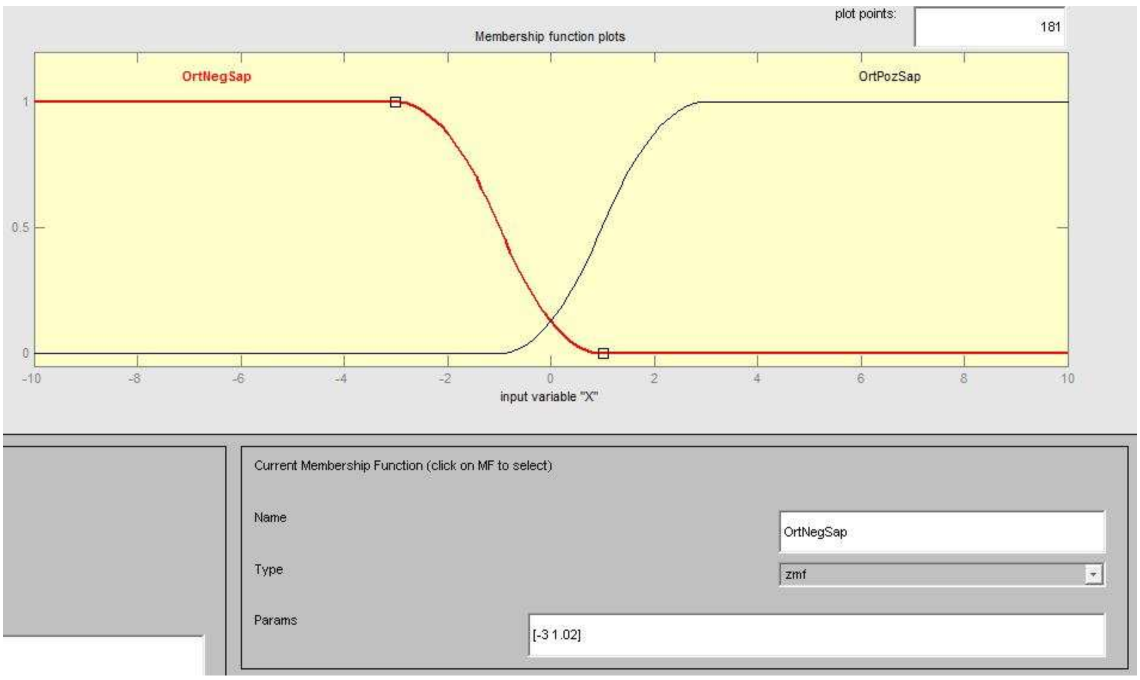
şeklindedir.

Kolaylıkla fark edileceği üzere ortalamada sapmanın olmadığı iki durum çıkarıldıktan sonra kalan durumlar için sınıflandırma yapılırken $\overline{X}$ değerlerinin belirleyici özelliği daha da artmıştır. Kalan girdi değerlerinin ortalamanın altında ve üstünde belirgin bir şekilde kümelenmeleri beklenmektedir. Dolayısıyla üçüncü aşama ortalamada negatif sapma olan durumlar ile ortalamada pozitif sapma olan durumları birbirinden ayırt etmeye yönelik oluşturulmuştur.

$\overline{X}$ değerleri için ortalamada sapmanın olmadığı durumlar mevcut girdi verilerinde bulunmayacağından daha önceki üyelik fonksiyonlarında düzenleme yapmak üçüncü aşama bulanık çıkarım sisteminin performansını arttıracaktır. Önceki aşamaların bulanık çıkarım sistemlerinde ortalama ve gözlem değerleri için ortalamada negatif ve pozitif sapmanın olduğu durumların üyelik fonksiyonlarının 0 değerini aldığı noktalar, ortalamada sapma olmayan durumları tanımlayan üyelik fonksiyonlarının kesiştiği noktalarda üyelik toplam derecesinin 1'i geçmemesi için "NoSap" ve "OrtNoSap" üyelik fonksiyonlarının üyelik derecelerinin 1 olduğu noktalar olarak belirlenmişti. Üçüncü aşama için böyle bir sınırlamaya gerek kalmadığından ortalama ve gözlem değerlerinde negatif ve pozitif sapmanın olduğu durumlar için oluşturulan üyelik fonksiyonlarının sınırları kendi aralarında değerlendirilebilir.

Ortalamada negatif sapmanın olduğu durumu temsil eden “OrtNegSap” üyelik fonksiyonu Z üyelik fonksiyonudur. Fonksiyonun birinci parametresi ortalamada negatif sapmanın olduğu durumun kontrol grafiklerindeki karşılığı olan μ=-3 değeridir. Fonksiyonun ikinci parametresi ise ortalamada negatif sapmanın olduğu varyansta sapmanın olduğu durum için oluşturulan kontrol grafiğinin ilgili formülünden μ=-3, A = 1.3416 ve σ=1 için hesaplanan üst sınırı 1.02’dir.

Ortalamada pozitif sapmanın olduğu durumu temsil eden “OrtPozSap” üyelik fonksiyonu ise S üyelik fonksiyonudur. Fonksiyonun birinci parametresi ortalamada pozitif sapmanın olduğu ve varyansta sapmanın olduğu durum için oluşturulan kontrol grafiğinin ilgili formülünden μ=3, A = 1.3416 ve σ=1 için hesaplanan alt sınırı olan -1.02’dir. Fonksiyonun ikinci parametresi ise ortalamada pozitif sapmanın olduğu durumun kontrol grafiklerindeki karşılığı olan μ=3 değeridir. Şekil 4.7.’de üçüncü aşama bulanık çıkarım sisteminde X girdisi için üyelik fonksiyonları gösterilmektedir.



Şekil 4.7. X girdisi üyelik fonksiyonu (üçüncü aşama)

Gözlem değerleri için oluşturulan üyelik fonksiyonları da aynı sınırlara sahiptir. Sadece üyelik fonksiyonlarının isimleri farklıdır. Negatif sapma olan durum için oluşturulan üyelik fonksiyonu “NegSap”, pozitif sapma olan durum için oluşturulan üyelik fonksiyonu ise “PozSap” olarak adlandırılır.

Değişim aralığı ve varyans girdi değerleri için oluşturulan üyelik fonksiyonları daha önceki aşamalardaki çıkarım sistemleriyle aynıdır. Çıktı üyelik kümesi sabit değer atanmış iki adet üyelik fonksiyonundan oluşmaktadır. Ortalamada pozitif sapmanın olduğu durum “OrtPozSapYes”, negatif sapmanın olduğu durum ise “OrtNegSapYes” olarak adlandırılmıştır. “OrtPozSapYes” üyelik fonksiyonunun değeri 1, “OrtNegSapYes” üyelik fonksiyonunun değeri ise 2’dir.

Bulanık operatörlerin uygulanması : Bulanık küme ilişkileri tanımlanırken ortalamada sapma olan durumların net bir şekilde ayrı ayrı tanımlanması yoluna gidilmiştir. Ortalamada gerek pozitif sapmanın gerekse negatif sapmanın olduğu iki durum da kendi içlerinde barındırdıkları ikişer durumun kurallarla ayrı ayrı ifade edilmesiyle sınıflandırılmıştır. Bu yönüyle üçüncü aşamadaki bulanık kural tabanı ayırım için birinci aşamadaki kural tabanının ilk altı kuralıyla aynı mantığa sahiptir. Şekil 4.8.’de üçüncü aşama için bulanık kural tabanı gösterilmektedir.


1. If (X is OrtPozSap) and (R is DegAz) and (S is VarNoSap) then (output1 is OrtPozSapYes) (1)
2. If (X is OrtNegSap) and (R is DegAz) and (S is VarNoSap) then (output1 is OrtNegSapYes) (1)
3. If (X is OrtNegSap) and (R is DegCok) and (S is VarYesSap) then (output1 is OrtNegSapYes) (1)
4. If (X is OrtPozSap) and (R is DegCok) and (S is VarYesSap) then (output1 is OrtPozSapYes) (1)

Şekil 4.8. Üçüncü aşama için MATLAB bulanık kural tabanı

Şekilde görülen kuralların, $\overline{X}$ değerlerindeki değişkenliğin yanında değişim aralığı ve varyansta sapma olup olmadığına bakılarak üçüncü aşamadaki sınıflandırma için yeterli olacağı düşünülmüştür. Bu kuralların taşıdığı anlamlar şu şekildedir :

- **Birinci kural : Eğer** ortalamada pozitif sapma var **ve** değişim az **ve** varyansta sapma yok **ise** ortalamada pozitif yönde sapma var.
- **İkinci kural : Eğer** ortalamada negatif sapma var **ve** değişim az **ve** varyansta sapma yok **ise** ortalamada negatif yönde sapma var.
- **Üçüncü kural : Eğer** ortalamada negatif sapma var **ve** değişim çok **ve** varyansta sapma var **ise** ortalamada negatif yönde sapma var.
- **Dördüncü kural : Eğer** ortalamada pozitif sapma var **ve** değişim çok **ve** varyansta sapma var **ise** ortalamada pozitif yönde sapma vardır.

Oluşturulan kuralların hepsi eşit ağırlıkta öneme sahiptir ve bulanık çıkarım sistemini eşit derecede etkilemektedir. Bu nedenle bütün kuralların ağırlıklarına 1 değeri atanmıştır.

Anlam metodunun uygulanması : Bulanık sistem birinci aşama bulanık çıkarım sisteminde olduğu gibi üçüncü aşama bulanık çıkarım sisteminde de her kural için bulanık küme ilişkilerinin çözümlenmesi **en büyük-çarpım** işlemine göre gerçekleştirilir.

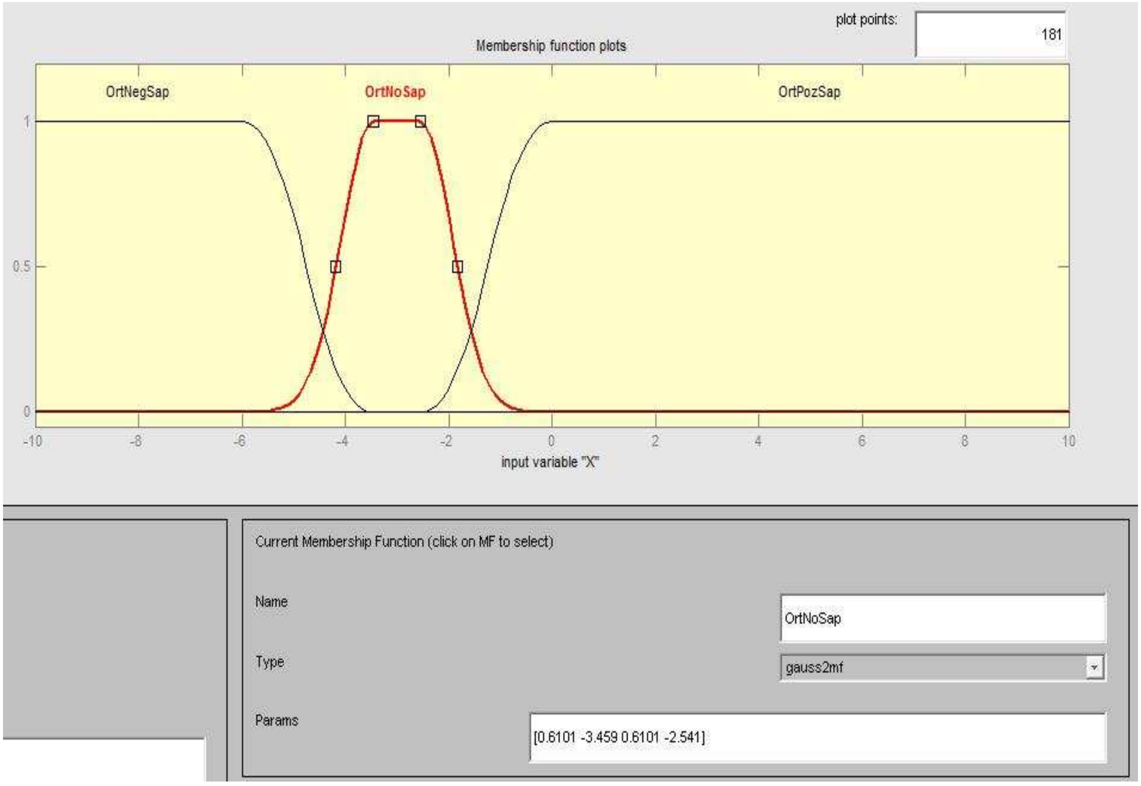
Tüm çıktıların toplanması : Her bir kural için anlam metodu uygulanarak elde edilen kesilmiş çıktı bulanık kümelerinin birleştirilmesi **toplama (sum)** yöntemiyle gerçekleştirilmiştir.

Durulaştırma : Durulaştırma için **ağırlıklı ortalama** yöntemi kullanılmıştır.

4.2.4. Bulanık sistem dördüncü aşama çıkarım sisteminin oluşturulması

Girdilerin bulanıklaştırılması : Bulanık sistem üçüncü aşama sonucunda her hangi bir durum için net bir sınıflandırma gerçekleşmemektedir. İkişer durum içeren iki sınıf ortaya çıkmıştır. Dördüncü aşamada her iki grubun kendi içinde sonuca gitmesiyle geriye kalan tüm durumların sınıflandırılması yapılmış olmaktadır. İki grup için iki farklı bulanık çıkarım sistemi oluşturularak ilgili küme için sınıflandırma yapılmaktadır. Birbirinin simetriği olan her iki grup için de üyelik fonksiyonlarında benzer değişiklikler yapılmıştır.

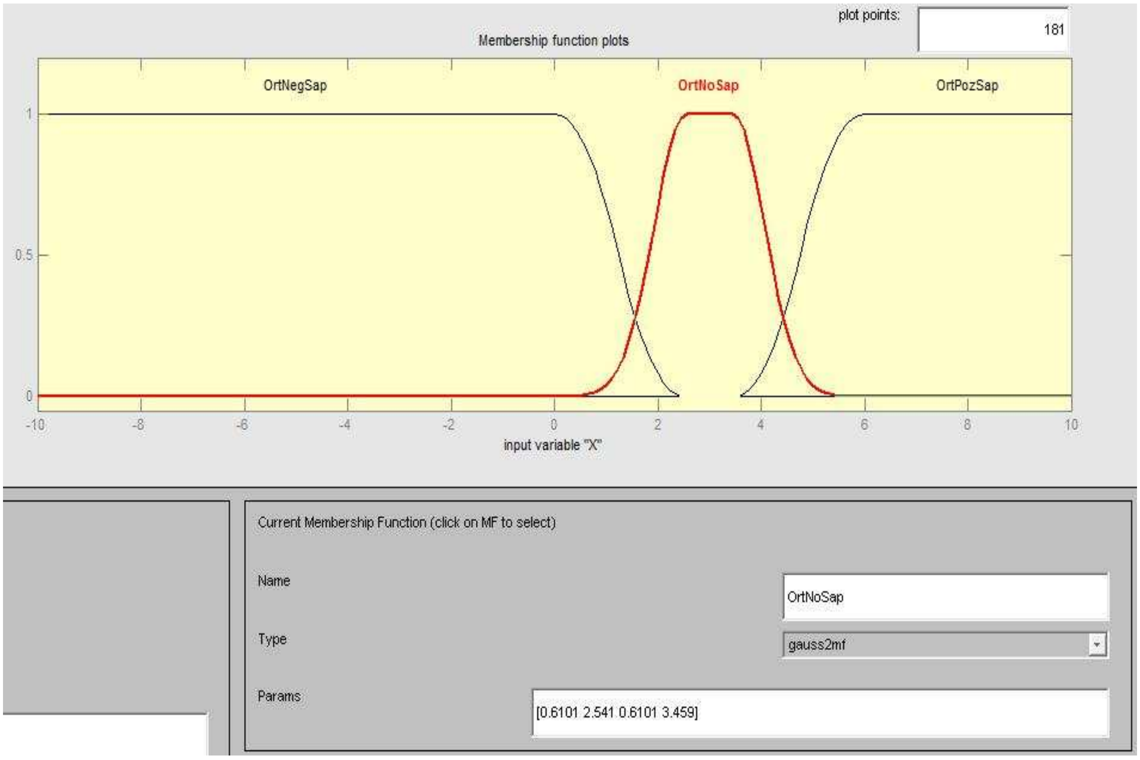
Ortalamada negatif sapma olan grupta varyansta sapma olan durum ile olmayan durumu ayırt etmeye yardımcı olması için gözlem değerleri ve ortalama değerleri elde kalan veri grubuna göre düzenlenmiştir. Buna göre; daha önce birinci aşama bulanık çıkarım sisteminde ortalamada sapma olmayan durumu belirginleştirmek için yapılan gauss fonksiyonu yerine gauss2 fonksiyonu kullanımı burada da tercih edilmiştir. Kalan girdi verisi grubu için ortalamada sapma olmayan durum -3 civarındaki değerlerdir. Bu nedenle ortalaması -3, varyansı 1 olan gauss eğrisi tanımlanıp, gauss2 eğrisine dönüştürülerek üyelik fonksiyonu oluşturulmuştur. Bu üyelik fonksiyonu “OrtNoSap” olarak adlandırılmıştır. -3 değeri bu şekilde kabul edildiği takdirde önceki aşamalardaki üyelik fonksiyonlarından farklı bir “negatif sapma” tanımlanmalıdır. Ortalamadaki oynamalar bu çalışma için 3 birim ile ifade edildiğinden bu bulanık küme için negatif sapmanın olduğu durumun değerlerinin “yaklaşık -6” olması gerektiği söylenebilir. Negatif sapma için üyelik fonksiyonu Z üyelik fonksiyonudur. Birinci parametresi -6, ikinci parametresi “OrtNoSap” üyelik fonksiyonunun üyelik derecesinin 1’e eşit olduğu ilk değer olan -3.459 olarak atanmıştır. Bu üyelik fonksiyonu “OrtNegSap” olarak adlandırılır. Benzer yaklaşımla ortalamada pozitif sapmanın olduğu durumun değerinin “yaklaşık 0” olacağı söylenebilir. Pozitif sapma için üyelik fonksiyonu S üyelik fonksiyonudur ve birinci parametresi “OrtNoSap” üyelik fonksiyonun üyelik derecesinin 1’e eşit olduğu son değer olan -2.541’dir. Fonksiyonun ikinci parametresi ise 0’dır. Gözlem değerleri için aynı üyelik fonksiyonu tanımları adlandırılmasında; “OrtNoSap” yerine “NoSap”, “OrtNegSap” yerine “NegSap” ve “OrtPozSap” yerine “PozSap” kullanılmıştır. Şekil 4.9.’da dördüncü aşama negatif küme bulanık çıkarım sisteminde X girdisi için üyelik fonksiyonları gösterilmektedir.



Şekil 4.9. X girdisi üyelik fonksiyonu (dördüncü aşama-negatif)

Ortalamada negatif sapma olan durum için değişim aralığı ve varyans değerleri için oluşturulan üyelik fonksiyonları önceki aşamalardakilerle aynıdır. Çıktı üyelik fonksiyonları ise, tüm bulanık sisteme uyumlu olacak şekilde isimlendirilmişlerdir. Ortalamada negatif ve varyansta sapmanın olduğu durum "OrtNegSapVarSapYes" olarak adlandırılmıştır ve çıktı üyelik fonksiyonu değeri sabit değer olarak 1' dir. Ortalamada negatif sapmanın olduğu ve varyansta sapmanın olmadığı durum ise "OrtNegSapVarNoSap" olarak adlandırılmıştır. Çıktı üyelik fonksiyonunun değeri sabit değer 2'dir.

Ortalamada pozitif sapma olan grupta varyansta sapma olan durum ile olmayan durumu ayırt etmeye yardımcı olması için gözlem değerleri ve ortalama değerleri ortalamada negatif sapma olan durumdakine benzer bir düzenleme gerçekleştirilmiştir. Negatif sapmanın simetriği olarak 3 değeri ortalamada sapma olmayan durum için belirlenmiştir. Ortalaması 3, varyansı 1 olan gauss eğrisi gauss2 eğrisine dönüştürülmüştür. Bu üyelik fonksiyonu, gözlem değerleri için "NoSap", gözlem ortalamaları için "OrtNoSap" olarak adlandırılmıştır. Negatif sapma için Z üyelik fonksiyonunun birinci parametresi 0, ikinci parametresi 2.541 olarak belirlenmiştir. Üyelik fonksiyonu gözlem değerleri için "NegSap", gözlem ortalaması için "OrtNegSap" olarak adlandırılmıştır. Pozitif sapma için S üyelik fonksiyonunun birinci parametresi 3.459, ikinci parametresi 6 olarak belirlenmiştir. Üyelik fonksiyonları, gözlem değerleri için "PozSap", gözlem ortalamaları için "OrtPozSap" olarak adlandırılmıştır. Şekil 4.10.'da dördüncü aşama pozitif küme bulanık çıkarım sisteminde X girdisi için üyelik fonksiyonları gösterilmektedir.



Şekil 4.10. X girdisi üyelik fonksiyonu (dördüncü aşama-pozitif)

Ortalamada pozitif sapma olan durum için değişim aralığı ve varyans değerleri için oluşturulan üyelik fonksiyonlarında öncekilere göre bir değişiklik yoktur.

Çıktı üyelik fonksiyonları, ortalamada negatif ve varyansta sapmanın olduğu durum için “OrtPozSapVarSapYes” olarak adlandırılmıştır ve üyelik fonksiyonu değeri sabit değer olarak 1’ dir. Ortalamada pozitif sapmanın olduğu ve varyansta sapmanın olmadığı durum ise “OrtPozSapVarNoSap” olarak adlandırılmıştır. Çıktı üyelik fonksiyonunun değeri sabit değer 2’dir.

Bulanık operatörlerin uygulanması : Bulanık küme ilişkileri tanımlanırken ortalamada, gerek negatif sapmanın olduğu gerekse pozitif sapmanın olduğu durumlara ait grupların kendi içlerinde sınıflandırılmasında belirleyici rolü; değişim aralığı, varyans ve gözlem değerleri oynamaktadır.

Ortalamalarda negatif ya da pozitif yönlü sapmaların olduğu ancak varyansta sapmanın olmadığı durumları tespit için girdi değerlerinin gözlem değerleri ve gözlem istatistikleri olarak iki farklı veri grubuyla, gruptaki girdilerin tamamıyla söz edilen durumu temsil etmesi gerekmektedir. Bu nedenle “ve” operatörü kullanılarak ilgili durumun temsili tüm verilerin duruma uygun olması halinde gerçekleşecektir.

Varyansta sapmanın olduğu durumlar için ise, gözlem değerleri ve gözlem ortalamalarındaki sapmanın gerçekleşmesi beklenenden ne kadar uzak olduğu, varyanstaki sapmanın ve değişim aralığı değerlerinin büyüklüğü gibi bilgilerden en az birinin varyansta sapmayı işaret etmesi yeterlidir. Daha önceki aşamalardaki bulanık kural tabanlarında olduğu gibi, burada da gözlem değerlerinin kullanıldığı kurallar yardımcı nitelikte olup bu kuralların ağırlıkları 0.33 olarak atanmıştır. Bu bilgiler ışığında, negatif küme için oluşturulan dördüncü aşama bulanık çıkarım sistemi kural tabanları Şekil 4.11.’de gösterilmektedir.

```
1. If (X is OrtNoSap) and (R is DegAz) and (S is VarNoSap) then (output1 is OrtNegSapVarSapNo) (1)
2. If (X is NegSap) or (R is DegCok) or (S is VarYesSap) then (output1 is OrtNegSapVarSapYes) (1)
3. If (X is PozSap) or (R is DegCok) or (S is VarYesSap) then (output1 is OrtNegSapVarSapYes) (1)
4. If (X1 is NegSap) or (X2 is NegSap) or (X3 is NegSap) or (X4 is NegSap) or (X5 is NegSap) then (output1 is OrtNegSapVarSapYes) (0.33)
5. If (X1 is PozSap) or (X2 is PozSap) or (X3 is PozSap) or (X4 is PozSap) or (X5 is PozSap) then (output1 is OrtNegSapVarSapYes) (0.33)
6. If (X1 is NoSap) and (X2 is NoSap) and (X3 is NoSap) and (X4 is NoSap) and (X5 is NoSap) then (output1 is OrtNegSapVarSapNo) (0.33)
```

Şekil 4.11. Dördüncü aşama için MATLAB bulanık kural tabanı (negatif)

Şekil 4.11’de görülen kuralların yalnızca ortalamada negatif sapma olan durum ile ortalama negatif sapmanın yanında varyansta da sapmanın olduğu durumu birbirinden ayırmakta kullanılmak için yeterli oldukları düşünülmektedir. Bu kuralların anlamları şu şekildedir;

- **Birinci kural : Eğer** ortalamada sapma yok **ve** değişim az **ve** varyansta sapma yok **ise** ortalamada negatif yönde sapma var ancak varyansta sapma yok,
- **İkinci kural : Eğer** ortalamada negatif sapma var **veya** değişim çok **veya** varyansta sapma var **ise** ortalamada negatif yönde sapmayla beraber varyansta da sapma var,
- **Üçüncü kural : Eğer** ortalamada pozitif sapma var **veya** değişim çok **veya** varyansta sapma var **ise** ortalamada negatif yönde sapmayla beraber varyansta da sapma var,
- **Dördüncü kural : Eğer** birinci gözlem değerinde negatif sapma var **veya** ikinci gözlem değerinde negatif sapma var **veya** üçüncü gözlem değerinde negatif sapma var **veya** dördüncü gözlem değerinde negatif sapma var **veya** beşinci gözlem değerinde negatif sapma var **ise** ortalamada negatif yönde sapmayla beraber varyansta da sapma var,
- **Beşinci kural : Eğer** birinci gözlem değerinde pozitif sapma var **veya** ikinci gözlem değerinde pozitif sapma var **veya** üçüncü gözlem değerinde pozitif sapma var **veya** dördüncü gözlem değerinde pozitif sapma var **veya** beşinci gözlem değerinde pozitif sapma var **ise** ortalama negatif yönde sapmayla beraber varyansta da sapma var,

- **Altıncı kural : Eğer** birinci gözlem değerinde sapma yok **ve** ikinci gözlem değerinde sapma yok **ve** üçüncü gözlem değerinde sapma yok **ve** dördüncü gözlem değerinde sapma yok **ve** beşinci gözlem değerinde sapma yok **ise** ortalamada negatif yönde sapma var ancak varyansta sapma yoktur.

Ortalamada pozitif sapmanın olduğu durum veri grubu için oluşturulan kurallar negatif sapmanın olduğu durum ile yön olarak ters ancak mantık olarak tamamen aynı olduğundan gösterilmesine gerek duyulmamıştır.

Anlam metodunun uygulanması : Bulanık sistem 1. aşama bulanık çıkarım sisteminde olduğu gibi 4. aşama bulanık çıkarım sistemlerinde de her kural için bulanık küme ilişkilerinin çözümlenmesi **en büyük-çarpım** işlemine göre gerçekleştirilir.

Tüm çıktıların toplanması : Her bir kural için anlam metodu uygulanarak elde edilen kesilmiş çıktı bulanık kümelerinin birleştirilmesi **toplama (sum)** yöntemiyle gerçekleştirilmiştir.

Durulaştırma : Durulaştırma için **ağırlıklı ortalama** yöntemi kullanılmıştır.

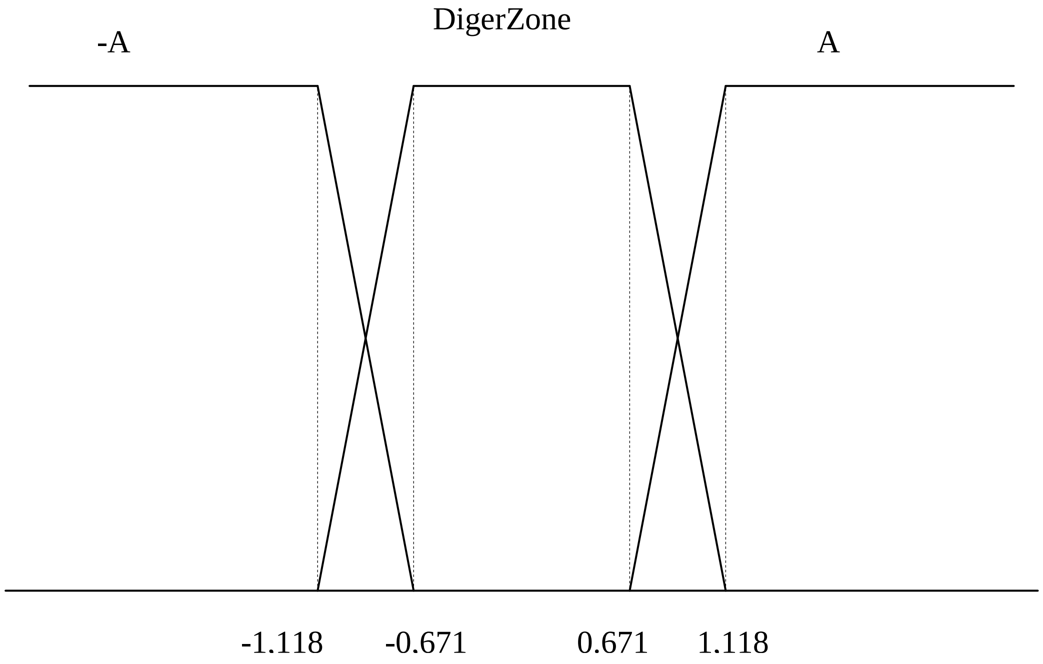
4.2.5. Bulanık sistem beşinci aşama çıkarım sistemlerinin oluşturulması

Bulanık sistemin beşinci aşamasında girdi vektörleri, birinci aşamada kullanılan girdi vektörlerinin $\overline{X}$ bileşenlerinden oluşturulmuştur. İlk girdi vektöründen başlayarak, her bölge kuralına göre o kuralı işletebilmek için yeterli sayıda $\overline{X}$ verisi bir araya getirilmiştir. Bu aşamada dört bölge kuralı için dört farklı bulanık çıkarım sistemi geliştirilmiştir. Bölge kurallarının birincisi ilk dört aşamada işletildiğinden beşinci aşamadaki kurallar ikiden başlayarak adlandırılmıştır.

4.2.6.1. Bölge kuralı – 2

Bölge kuralı – 2 ; ardışık 3 noktadan en az 2 tanesinin orta çizgiden 2 sigma uzaklıktaki (A bölgesi) uyarı sınırlarının dışında yer alması şeklinde tanımlanmaktadır.

- <u>*Girdilerin bulanıklaştırılması*</u> : Rowland and Wang'in (2003) çalışmasında kullandığı yaklaşımla üyelik fonksiyonları oluşturulmuştur. Buna göre, kontrol grafiklerinin kontrol sınırları arasında kalan alan altı bölgeye ayrılarak isimlendirilmiştir. Her bir bölge için birer üçgen dağılım üyelik fonksiyonu tanımlanmıştır. Üçgenlerin tepe noktaları kontrol grafiklerine göre oluşturulan bölgelerin sınırlarının orta noktalarıdır. Üçgen dağılımlar tepe noktasından itibaren her iki yöne doğru azalış göstererek komşu üyelik fonksiyonunun tepe noktasına karşı gelen değerde "0" üyelik derecesini almaktadır. Negatif ve pozitif yöndeki A bölgeleri dışında kalan bölgeler tek bir bölge olarak tasarlanarak bulanık çıkarım sisteminin kural tabanının daha az kural ile daha basite indirgenmesi amaçlanmıştır. Bölge kuralı -2 için girdi vektörü üç $\overline{X}$ değerinden oluşmaktadır. Bu nedenle birbirinin aynısı olan üç bulanık küme tanımlanmıştır. Şekil 4.12'de bölge kuralı – 2 için oluşturulan bulanık kümeler ve üyelik fonksiyonları görülmektedir. MATLAB programının sınırları yakın olan üyelik fonksiyonlarını görüntülemedeki yetersizliğinden dolayı beşinci aşamadaki üyelik fonksiyonları için MATLAB ekran çıktıları kullanılmamıştır.



Şekil 4.12. Bölge kuralı – 2 için $\overline{X}$ girdisi üyelik fonksiyonu

Üyelik fonksiyonlarının kesişim noktaları kontrol grafiklerinde ilgili fonksiyonlara karşı gelen bölgelerin sınır noktalarıdır. "DigerZone" üyelik fonksiyonu –B, -C, C ve B bölgelerini içermektedir.

Bulanık operatörlerin uygulanması : Bulanık kural tabanı oluşturulurken özel durumu ifade etmek için üç noktadan oluşan girdi vektörünün iki noktasının –A veya A bölgesinde yer alması yeterlidir. Üçüncü noktanın yeri önemli değildir. Özel durumların bulanık kurallarla ifade edilmesi girdi verilerinin üçünün ikişerli gruplarının –A veya A bölgesinde yer almasının kombinasyonları kadar kural gerektirmektedir. Benzer şekilde özel durum olmamasını da üç girdi verisinin ikişerli gruplarının "DigerZone" üyelik fonksiyonu ile tanımlanan bölgelerde bulunması yeterlidir. Bölge kuralı – 2 için MATLAB bulanık kural tabanı Şekil 4.13'de gösterilmektedir.

```
1. If (Xort1 is -A) and (Xort2 is -A) then (output1 is OzelDurum1) (1)
2. If (Xort1 is -A) and (Xort2 is A) then (output1 is OzelDurum1) (1)
3. If (Xort1 is -A) and (Xort3 is -A) then (output1 is OzelDurum1) (1)
4. If (Xort1 is -A) and (Xort3 is A) then (output1 is OzelDurum1) (1)
5. If (Xort1 is A) and (Xort2 is -A) then (output1 is OzelDurum1) (1)
6. If (Xort1 is A) and (Xort2 is A) then (output1 is OzelDurum1) (1)
7. If (Xort1 is A) and (Xort3 is -A) then (output1 is OzelDurum1) (1)
8. If (Xort1 is A) and (Xort3 is A) then (output1 is OzelDurum1) (1)
9. If (Xort1 is DigerZone) and (Xort2 is DigerZone) then (output1 is OzelDurumYok) (1)
10. If (Xort1 is DigerZone) and (Xort3 is DigerZone) then (output1 is OzelDurumYok) (1)
11. If (Xort2 is DigerZone) and (Xort3 is DigerZone) then (output1 is OzelDurumYok) (1)
12. If (Xort2 is -A) and (Xort3 is -A) then (output1 is OzelDurum1) (1)
13. If (Xort2 is -A) and (Xort3 is A) then (output1 is OzelDurum1) (1)
14. If (Xort2 is A) and (Xort3 is -A) then (output1 is OzelDurum1) (1)
15. If (Xort2 is A) and (Xort3 is A) then (output1 is OzelDurum1) (1)
```

Şekil 4.13. Bölge kuralı – 2 için MATLAB bulanık kural tabanı

Üç girdi verisinin ikişerli kombinasyonlarının özel durum olan ve olmayan üyelik fonksiyonları için tek tek tanımlandığı görülmektedir. Kurallar eşit ağırlıkta olduğundan her bir kuralın ağırlık derecesi 1 olarak atanmıştır.

Anlam metodunun uygulanması : Bulanık sistemin diğer aşamalarında olduğu gibi beşinci aşama bölge kuralı – 2 bulanık çıkarım sisteminde de her kural için bulanık küme ilişkilerinin çözümlenmesi **en büyük-çarpım** işlemine göre gerçekleştirilir.

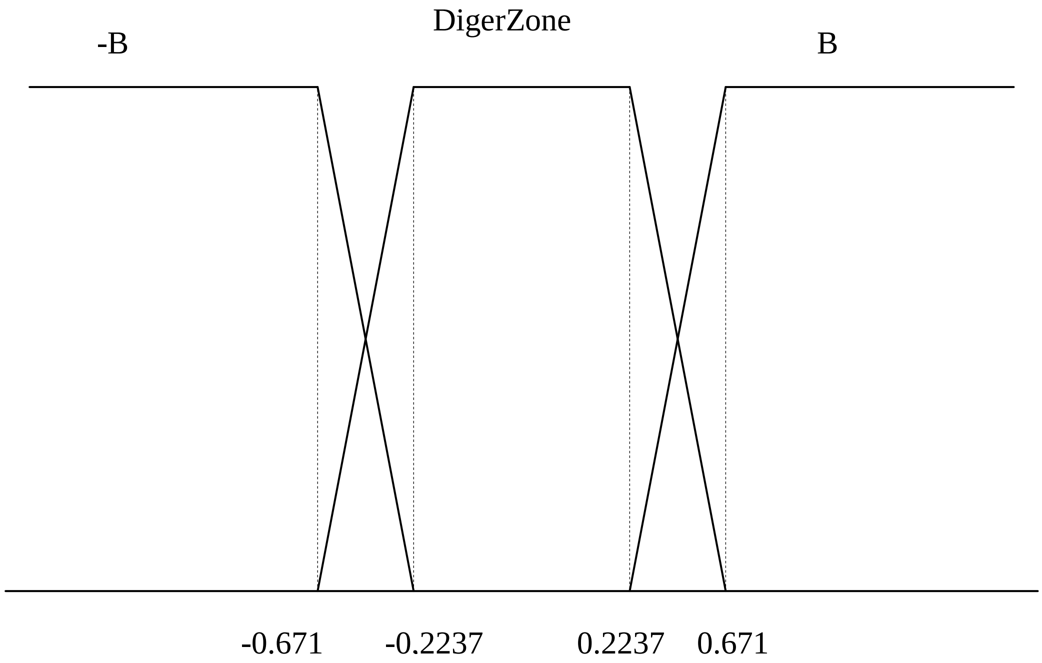
Tüm çıktıların toplanması : Her bir kural için anlam metodu uygulanarak elde edilen kesilmiş çıktı bulanık kümelerinin birleştirilmesi **toplama (sum)** yöntemiyle gerçekleştirilmiştir.

Durulaştırma : Durulaştırma için **ağırlıklı ortalama** yöntemi kullanılmıştır.

4.2.6.2. Bölge kuralı – 3

Bölge kuralı – 3 ; ardışık 5 noktadan en az 4 tanesinin orta çizgiden 1 sigma uzaklıktaki (B bölgesi) uyarı sınırlarının dışında yer alması şeklinde tanımlanmaktadır.

- *Girdilerin bulanıklaştırılması* : Bölge kuralı – 2 için oluşturulan üyelik fonksiyonlarına benzer şekilde bölge kuralı – 3 için üyelik fonksiyonları oluşturulmuştur. Ancak bu özel durumun olmadığını gösteren "DigerZone" üyelik fonksiyonun sınırları B bölgesine göre değil C bölgesine göre belirlenirken B bölgesinin sınırları özel durumu gösteren üyelik fonksiyonlarını tanımlamada kullanılmıştır. Bölge kuralı -3 için girdi vektörü beş $\overline{X}$ değerinden oluşmaktadır. Bu nedenle birbirinin aynısı olan beş bulanık küme tanımlanmıştır. Şekil 4.14'de bölge kuralı – 3 için oluşturulan bulanık kümeler ve üyelik fonksiyonları görülmektedir.



Şekil 4.14. Bölge kuralı – 3 için $\overline{X}$ girdisi üyelik fonksiyonu

Bulanık operatörlerin uygulanması : Bulanık kural tabanı oluşturulurken özel durumu ifade etmek için beş noktadan oluşan girdi vektörünün dört noktasının B veya -B bölgesinde yer alması gerekmektedir. Beşinci noktanın yeri önemli değildir. Özel durumların bulanık kurallarla ifade edilmesi girdi verilerinin beşinin dörderli gruplarının B veya -B bölgesinde yer almasının kombinasyonları kadar kural gerektirmektedir. Özel durumları tanımlamak için

80 tane bulanık kural oluşturulmuştur. Benzer şekilde özel durum olmaması için beş girdi verisinin ikişerli gruplarının “DigerZone” üyelik fonksiyonu ile tanımlanan bölgelerde bulunması yeterlidir. Özel durumun olmadığınıngösterilmesi için 10 kural yeterli olmaktadır. Bölge kuralı – 3 için oluşturulan bulanık kuralların tamamını göstermenin zorluğundan dolayı MATLAB bulanık kural tabanındaki özel durumu gösteren kuralların bir kısmı Şekil 4.15’de gösterilmektedir.

```
1. If (Xort1 is -B) and (Xort2 is -B) and (Xort3 is -B) anc (Xort4 is -B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
2. If (Xort1 is -B) and (Xort2 is -B) and (Xort3 is -B) anc (Xort4 is B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
3. If (Xort1 is -B) and (Xort2 is -B) and (Xort3 is B) and (Xort4 is -B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
4. If (Xort1 is -B) and (Xort2 is -B) and (Xort3 is B) and (Xort4 is B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
5. If (Xort1 is -B) and (Xort2 is B) and (Xort3 is -B) and (Xort4 is -B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
6. If (Xort1 is -B) and (Xort2 is B) and (Xort3 is -B) and (Xort4 is B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
7. If (Xort1 is -B) and (Xort2 is B) and (Xort3 is B) and (Xort4 is B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
8. If (Xort1 is -B) and (Xort2 is B) and (Xort3 is B) and (Xort4 is -B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
9. If (Xort1 is B) and (Xort2 is -B) and (Xort3 is -B) and (Xort4 is -B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
10. If (Xort1 is B) and (Xort2 is -B) and (Xort3 is -B) and (Xort4 is B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
11. If (Xort1 is B) and (Xort2 is  B) and (Xort3 is B) and (Xort4 is  B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
12. If (Xort1 is B) and (Xort2 is B) and (Xort3 is -B) and (Xort4 is -B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
13. If (Xort1 is B) and (Xort2 is -B) and (Xort3 is B) and (Xort4 is B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
14. If (Xort1 is B) and (Xort2 is B) and (Xort3 is B) and (Xort4 is -B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
15. If (Xort1 is B) and (Xort2 is B) and (Xort3 is B) and (Xort4 is B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
16. If (Xort1 is B) and (Xort2 is B) and (Xort3 is -B) and (Xort4 is B) then (output1 is OzelDurum2) (1)
```

Şekil 4.15. Bölge kuralı – 3 için MATLAB bulanık kural tabanı (İlk 16 kural)

Bütün kurallar eşit ağırlıkta ve ağırlık değerleri 1’dir. Şekilde görülen ilk 16 kural girdi vektörünün ilk dördünün incelenip, beşincisinin ne değer aldığının önemsiz kaldığı durumlar için oluşturulmuştur. Benzer şekilde birinci, ikinci, üçüncü veya dördüncü girdi vektörü elemanının alacağı değerin önemsiz olduğu durumlar için de kurallar oluşturulmuştur.

<u>Anlam metodunun uygulanması</u> : Beşinci aşama bölge kuralı – 3 bulanık çıkarım sisteminde her kural için bulanık küme ilişkilerinin çözümlenmesi **en büyük-çarpım** işlemine göre gerçekleştirilir.

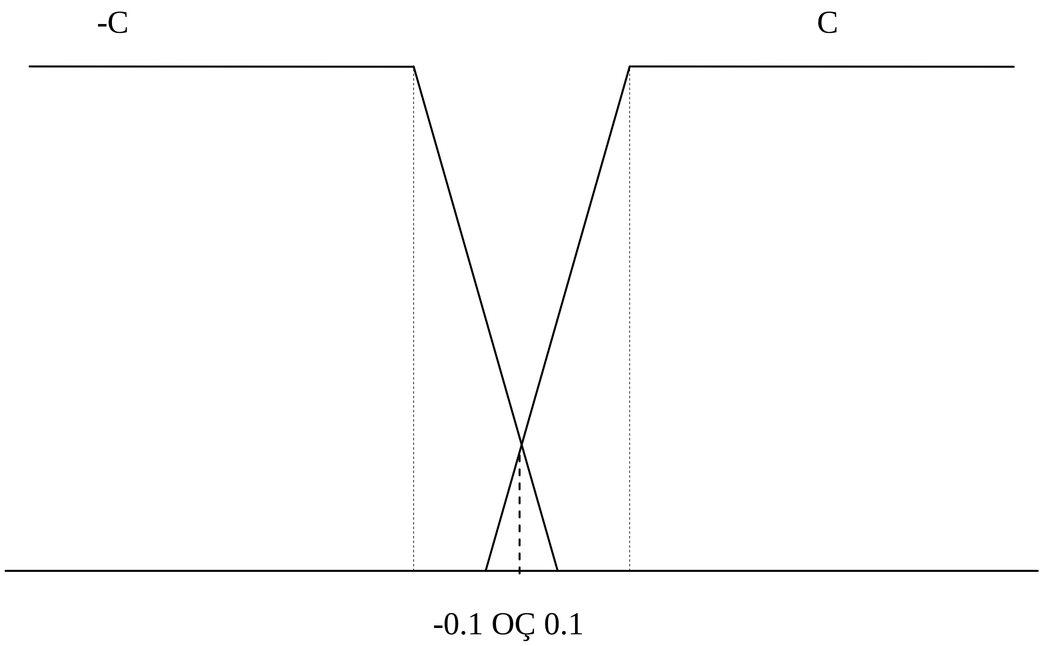
<u>Tüm çıktıların toplanması</u> : Her bir kural için anlam metodu uygulanarak elde edilen kesilmiş çıktı bulanık kümelerinin birleştirilmesi **toplama (sum)** yöntemiyle gerçekleştirilmiştir.

<u>Durulaştırma</u> : Durulaştırma için **ağırlıklı ortalama** yöntemi kullanılmıştır.

4.2.6.3. Bölge kuralı – 4

Bölge kuralı – 4; ardışık 7 noktanın orta çizginin aynı tarafında yer alması şeklinde tanımlanmaktadır.

- *<u>Girdilerin bulanıklaştırılması</u>* : Bölge kuralı – 4 için üyelik fonksiyonları oluşturulurken kontrol grafiklerindeki orta çizginin üstünde ve altında olan bölgelerin tanımlanması gerekmektedir. Orta çizginin üstü ve altı için birbiriyle kesişimi olmayan üyelik fonksiyonları oluşturmak, bulanık mantığın bölge kuralı- 4 için geçersiz olmasına yol açacaktır. Bu nedenle orta çizgi değeri 0'ın altında kalan noktalar için "-C" üyelik fonksiyonu tanımlanmış ancak üyelik fonksiyonun üyelik derecesinin 0 olduğu değer için orta çizginin üstünde bir değer seçilmiştir. Seçilen değerin büyüklüğüne göre aşırı bulanıklaşma söz konusu olabilmektedir. Bu durumda bulanık çıkarım sisteminin performansı, kontrol grafiğininkine yaklaşamamaktadır. Yapılan denemelerle 0,1 ve daha küçük değerler için bulanık çıkarım sisteminin iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Benzer şekilde orta çizginin üstünde kalan noktalar için oluşturulan "C" üyelik fonksiyonu da -0,1 gibi küçük bir değere kadar çizginin altında üyelik derecesine sahip olmuştur. Girdi vektörü yedi $\overline{X}$ değerinden oluşmaktadır. Bu nedenle birbirinin aynısı olan yedi bulanık küme tanımlanmıştır. Şekil 4.16'da bölge kuralı – 4 için oluşturulan bulanık kümeler ve üyelik fonksiyonları görülmektedir.



Şekil 4.16. Bölge kuralı – 4 için $\overline{X}$ girdisi üyelik fonksiyonu

Bulanık operatörlerin uygulanması : Bulanık kural tabanında özel durumu tanımlamak için girdi vektöründeki yedi verinin tamamının orta çizginin üstünde ya da altında olmasını tanımlamak yeterlidir. Bütün girdi vektörünün “ve” operatörü ile “-C” veya “C” üyelik fonksiyonunda olması durumu gösterilmiştir. Özel durumun olmaması ise bütün girdi vektörünün “veya” operatörü ile “-C” veya “C” üyelik fonksiyonunda olması şeklinde kurala bağlanmıştır. Şekil 4.17’de Bölge kuralı – 4 için MATLAB bulanık kural tabanı gösterilmektedir.

1. If (Xort1 is -C) and (Xort2 is -C) and (Xort3 is -C) and (Xort4 is -C) and (Xort5 is -C) and (Xort6 is -C) and (Xort7 is -C) then (output1 is OzelDurum4) (1)
2. If (Xort1 is C) and (Xort2 is C) and (Xort3 is C) and (Xort4 is C) and (Xort5 is C) and (Xort6 is C) and (Xort7 is C) then (output1 is OzelDurum4) (1)
3. If (Xort1 is C) or (Xort2 is C) or (Xort3 is C) or (Xort4 is C) or (Xort5 is C) or (Xort6 is C) or (Xort7 is C) then (output1 is OzelDurumYok) (0.5)
4. If (Xort1 is -C) or (Xort2 is -C) or (Xort3 is -C) or (Xort4 is -C) or (Xort5 is -C) or (Xort6 is -C) or (Xort7 is -C) then (output1 is OzelDurumYok) (0.5)

Şekil 4.17. Bölge kuralı – 4 için MATLAB bulanık kural tabanı

Üçüncü ve dördüncü kurallar birbirine “veya” operatörü ile bağlanarak herhangi bir girdi verisinin ilgili bölgelerde yer almasının özel durum olmadığını göstermesi amaçlanmaktadır. Burada amaç; orta çizginin farklı tarafında bulunan noktaları en az kural ile yakalayarak bulanık çıkarım sisteminin özel durumun olmadığını fark etmesini sağlamaktır. Ancak üçüncü ve dördüncü kurallar bütün noktaların aynı tarafta olması durumunu da kapsamaktadır ve tanımlanan özel durumla birebir örtüşmektedir. Kuralların ifadelerinin çatışması durumunda hangisinin baskın olması gerektiğini belirtmek için özel durum için tanımlanan kuralların ağırlığı 1 iken, özel durumun olmadığı kuralların ağırlığı 0,5’e düşürülerek “veya” operatörü ile bütün girdi vektörünün orta çizginin aynı tarafında olduğu durumun yakalanması halinde birinci veya ikinci kurala göre çekinik kalması ve yanlış karar vermemesi sağlanmıştır.

Anlam metodunun uygulanması : Beşinci aşama bölge kuralı – 4 bulanık çıkarım sisteminde her kural için bulanık küme ilişkilerinin çözümlenmesi **en büyük-çarpım** işlemine göre gerçekleştirilir.

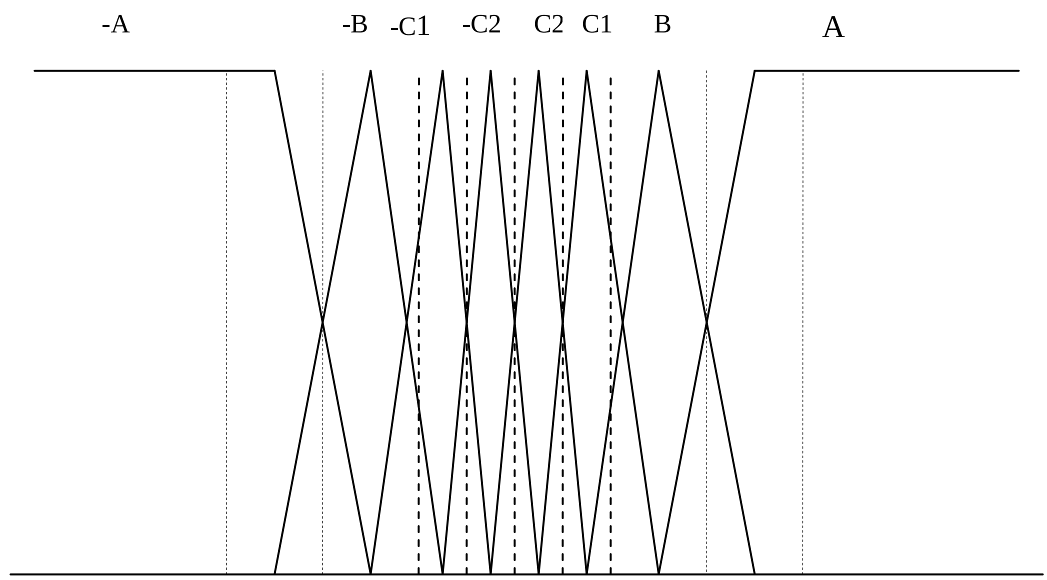
Tüm çıktıların toplanması : Her bir kural için anlam metodu uygulanarak elde edilen kesilmiş çıktı bulanık kümelerinin birleştirilmesi **toplama (sum)** yöntemiyle gerçekleştirilmiştir.

Durulaştırma : Durulaştırma için **ağırlıklı ortalama** yöntemi kullanılmıştır.

4.2.5.4. Bölge kuralı – 5

Bölge kuralı – 5; ardışık 8 noktanın artan ya da azalan eğilim göstermesi şeklinde tanımlanmaktadır.

- *Girdilerin bulanıklaştırılması* : Bölge kuralı – 5 için artışın tanımı; -A bölgesinden başlayarak her noktanın sırası ile bir üstteki bölgeye ait olması şeklindedir. –C ve C bölgeleri ikişer alt bölgeye ayrıldığında toplamda 8 ardışık nokta için birer bölge oluşmaktadır. Benzer şekilde azalış eğiliminin tanımı da A bölgesinden başlayarak –A bölgesine kadar ardışık sekiz noktanın sürekli bir alt bölgeye ait olacak hareketi göstermesidir. Girdi vektörü sekiz $\overline{X}$ değerinden oluşmaktadır. Bu nedenle birbirinin aynısı olan sekiz bulanık küme tanımlanmıştır. Şekil 4.18'de bölge kuralı – 5 için oluşturulan bulanık kümeler ve üyelik fonksiyonları görülmektedir.



Şekil 4.18. Bölge kuralı – 5 için $\overline{X}$ girdisi üyelik fonksiyonu

Sürekli çizgiler üyelik fonksiyonlarını, kesikli çizgiler ise kontrol grafiklerindeki bölge sınırlarını göstermektedir.

<u>*Bulanık operatörlerin uygulanması*</u> : Bulanık kural tabanında artış eğilimini tanımlamak için girdi vektöründeki sekiz verinin ilk veriden başlayarak sırasıyla –A, -B, -C1, -C2, C2, C1, B ve A üyelik fonksiyonlarınca temsil ediliyor olmaları gerekmektedir. Benzer şekilde azalış eğilimi için bu sıra ters yönde işlemektedir. Eğilimin olmaması ise, bütün girdi vektörünün aynı sırayla "veya" operatörü ile bağlanmasıyla tanımlanmaktadır. Bu yapıda oluşturulan kurallar

beşinci aşama bulanık kural – 4’te olduğu gibi ağırlıkları düşürülerek (0,1) eğilim durumları ile çatışma durumunda çekinik karakter göstermeleri sağlanmıştır. Yine de özel durumun olmadığı durumu tanımlamada daha iyi performans sağlanması için dört kural daha eklenmesine ihtiyaç duyulmuştur. Bu dört kural girdi vektörünün ilk ve son verilerinin C bölgelerinde olmaları durumunda özel durumun söz konusu olmadığını ifade etmektedirler. Şekil 4.19’da Bölge kuralı – 5 için MATLAB bulanık kural tabanı gösterilmektedir.

1. If (Xort1 is -A) and (Xort2 is -B) and (Xort3 is -C1) and (Xort4 is -C2) and (Xort5 is C2) and (Xort6 is C1) and (Xort7 is B) and (Xort8 is A) then (output1 is OzelDurum5) (1)
2. If (Xort1 is A) and (Xort2 is B) and (Xort3 is C1) and (Xort4 is C2) and (Xort5 is -C2) and (Xort6 is -C1) and (Xort7 is -B) and (Xort8 is -A) then (output1 is OzelDurum5) (1)
3. If (Xort1 is -A) or (Xort2 is -B) or (Xort3 is -C1) or (Xort4 is -C2) or (Xort5 is C2) or (Xort6 is C1) or (Xort7 is B) or (Xort8 is A) then (output1 is OzelDurumYok) (0.1)
4. If (Xort1 is A) or (Xort2 is B) or (Xort3 is C1) or (Xort4 is C2) or (Xort5 is -C2) or (Xort6 is -C1) or (Xort7 is -B) or (Xort8 is -A) then (output1 is OzelDurumYok) (0.1)
5. If (Xort1 is -C1) or (Xort8 is -C1) then (output1 is OzelDurumYok) (1)
6. If (Xort1 is -C2) or (Xort8 is -C2) then (output1 is OzelDurumYok) (1)
7. If (Xort1 is C2) or (Xort8 is C2) then (output1 is OzelDurumYok) (1)
8. If (Xort1 is C1) or (Xort8 is C1) then (output1 is OzelDurumYok) (1)

Şekil 4.19. Bölge kuralı – 5 için MATLAB bulanık kural tabanı

Anlam metodunun uygulanması : Beşinci aşama bölge kuralı – 4 bulanık çıkarım sisteminde her kural için bulanık küme ilişkilerinin çözümlenmesi **en büyük-çarpım** işlemine göre gerçekleştirilir.

Tüm çıktıların toplanması : Her bir kural için anlam metodu uygulanarak elde edilen kesilmiş çıktı bulanık kümelerinin birleştirilmesi **toplama (sum)** yöntemiyle gerçekleştirilmiştir.

Durulaştırma : Durulaştırma için **ağırlıklı ortalama** yöntemi kullanılmıştır.

4.3 Test ve Değerlendirme

4.3.1 Kontrol grafiklerinin oluşturulması ve sonuçların değerlendirilmesi

Shewhart kontrol grafikleri ile bulanık sistemin performanslarını α ve β hataları ile yanlış karar verme bakımından karşılaştırabilmek için kontrol grafiklerinin kontrol sınırlarının oluşturulması gerekmektedir. $\overline{X}$, R ve S kontrol grafikleri için kontrol sınırları şu şekilde hesaplanmıştır:

- $\overline{X}$ **kontrol grafiği :** Anakütle ortalaması $\mu = 0$ ve varyansı $\sigma^2 = 1$ olup, bu parametrelerin bilindiği durum için n=5 ve A = 1.3416 olmak üzere $\overline{X}$ kontrol grafiğinin sınırları;

  $$ÜKS_{\overline{X}} = \mu + A\sigma = 1.3416$$
  $$OÇ_{\overline{X}} = \mu$$
  $$AKS_{\overline{X}} = \mu - A\sigma = -1.3416$$

  olarak elde edilmektedir.

- **R kontrol grafiği :** Varyans biliniyor ve σ^2=1 iken, n=5 için D_2=4.918, d_2=2.326 ve D_1=0 olmak üzere R kontrol grafiğinin sınırları;

  $$ÜKS_{R} = D_2\sigma = 4.918$$
  $$OÇ_{R} = d_2\sigma = 2.326$$
  $$AKS_{R} = D_1\sigma = 0$$

  olarak elde edilmektedir.

- **S kontrol grafiği :** Varyans biliniyor ve σ^2=1 iken, n=5 için B_6=1.964, c_4=0.94 ve B_5=0 olmak üzere S kontrol grafiği sınırları;

$$ÜKS_S = B_6\sigma = 1.964$$
$$OÇ_S = c_4\sigma = 0.94$$
$$AKS_S = B_5\sigma = 0$$

olarak elde edilmektedir.

Kontrol grafikleri için α ve β hataları hipotez testleri ile ilişkilendirilerek;

α = P(I.tip hata) = P(H_0 red / H_0 doğru)

β = P(II.tip hata) = P(H_0 kabul / H_0 yanlış)

şeklinde verilebilir.

Süreç kontrol altında olduğu halde kontrol dışı kararının verilmesi olarak tanımlanan α hatası, ortalama μ=0 ve σ=1 iken alınacak ilk örneğin $\overline{X}$ kontrol grafiği kontrol sınırlarının dışında çıkma olasılığı;

$$\begin{aligned}
\alpha &= P\left(\overline{x} < AKS_{\overline{X}} / \mu = 0,\ \ \sigma^2 = 1\right) + P\left(\overline{x} > ÜKS_{\overline{X}} / \mu = 0,\ \ \sigma^2 = 1\right) \\
&= P\left(\frac{X-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{-1.3416-0}{1/\sqrt{5}}\right) + P\left(\frac{X-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{1.3416-0}{1/\sqrt{5}}\right) \\
&= 2 \bullet (0.5 - 0.49865) \\
&= 0.0027
\end{aligned}$$

olarak bulunur.

Kontrol grafiklerinin kontrol sınırlarına göre süreç kontrol dışı olduğu halde kontrol altında kararının verilmesi olarak tanımlanan β hataları hesaplanarak izleyen kısımda bulanık sistemin hataları ile karşılaştırılmıştır. $\overline{X}$ kontrol grafiği kontrol sınırları kullanılarak ortalama ve standart sapmadaki değişkenliklere göre β hataları hesaplanmıştır.

Standart sapma σ=1 iken σ=3 olduğu takdirde $\overline{X}$ kontrol grafiğinin sapmayı alınacak ilk örnekte yakalayamama olasılığı;

$$\begin{aligned}\beta &= P\left(AKS_{\bar{x}} \le \overline{X} \le ÜKS_{\bar{x}} \,/\, \mu = 0,\ \sigma^2 = 3^2\right)\\ &= P\left(\frac{-1.3416-0}{3/\sqrt{5}} \le \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \le \frac{1.3416-0}{3/\sqrt{5}}\right)\\ &= \left(-0.999969 \le Z \le 0.999969\right)\\ &= 2\cdot\left(0.3413\right)\\ &= 0.6826\end{aligned}$$

olarak bulunur.

Ortalama μ=0 iken μ=3 olması durumunda $\overline{X}$ kontrol grafiğinin sapmayı alınacak ilk örnekte yakalayamama olasılığı;

$$\begin{aligned}\beta &= P\left(AKS_{\overline{X}} \le \overline{x} \le ÜKS_{\overline{X}} \,/\, \mu = 3,\ \sigma^2 = 1\right)\\ &= P\left(\frac{-1.3416-3}{1/\sqrt{5}} \le \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \le \frac{1.3416-3}{1/\sqrt{5}}\right)\\ &= P\left(-9.7081 \le Z \le -3.7083\right)\\ &= P\left(Z \le 9.7081\right) - P\left(Z \le 3.7083\right)\\ &= 0.5 - 0.4998922\\ &= 0.0001\end{aligned}$$

olarak hesaplanır.

Ortalama μ=0 iken μ=-3 olması durumunda $\overline{X}$ kontrol grafiğinin sapmayı alınacak ilk örnekte yakalayamaması olasılığı, ortalama μ=0 iken μ=3 olması durumunda sapmayı alınacak ilk örnekte yakalayamaması olasılığı ile aynıdır.

Ortalama μ=0 iken μ=3 ve standart sapma σ=1 iken σ=3 olması durumunda $\overline{X}$ kontrol grafiğinin sapmayı alınacak ilk örnekte yakalayamama olasılığı;

$$\beta = P\left(AKS_{\overline{X}} \le \overline{x} \le ÜKS_{\overline{X}} / \mu = 3,\ \sigma^2 = 3^2\right)$$

$$= P\left(\frac{-1.3416 - 3}{3/\sqrt{5}} \le \frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{1.3416 - 3}{3/\sqrt{5}}\right)$$

$$= P\left(-3.2360 \le Z \le -1.2361\right)$$

$$= P\left(Z \le 3.2360\right) - P\left(Z \le 1.2361\right)$$

$$= 0.4993138 - 0.391798$$

$$= 0.1075$$

olarak hesaplanır.

Ortalama μ=0 iken μ=-3 ve standart sapma σ=1 iken σ=3 olması durumunda $\overline{X}$ kontrol grafiğinin sapmayı alınacak ilk örnekte yakalayamaması olasılığı, ortalama μ=0 iken μ=3 ve standart sapma σ=1 iken σ=3 olması durumunda sapmayı alınacak ilk örnekte yakalayamaması olasılığı ile aynıdır.

Kontrol grafiklerinin verdiği yanlış kararların tespiti için $\overline{X}$, R ve S kontrol grafikleri için hesaplanan kontrol sınırları kullanılarak hem bulanık sistem oluşturulurken bazı istatistikleri kullanılan girdi verileri için hem de sistemin daha önce karşılaşmadığı diğer iki veri grubu için grafiklerin yanlış karar sayıları elde edilmiştir. Kontrol sınırları dışında yer alan girdi verileri için süreç kontrol dışı kararı alınmıştır. Çizelge 4.1.'de ilk veri grubu için kontrol grafiklerinde kontrol sınırları dışında kalan noktaların sayıları gösterilmektedir.

Çizelge 4.1. Kontrol grafiklerinde kontrol sınırları dışında kalan noktaların sayısı - birinci veri seti

Durumlar	$\overline{X}$	**S**	**R**
μ=0, σ=1	1	1	1
μ=0, σ=3	16	57	52
μ=-3, σ=1	75	0	0
μ=-3, σ=3	67	64	63
μ=3, σ=1	75	0	1
μ=3, σ=3	67	55	54

Benzer şekilde sistemle daha önce karşılaşmamış olan ikinci ve üçüncü veri grupları için de kontrol sınırları dışında kalan noktaların sayıları hesaplanmıştır. Çizelge 4.2.'de ikinci , Çizelge 4.3.'de üçüncü veri grubu için kontrol grafiklerinde kontrol sınırları dışında kalan noktaların sayıları gösterilmektedir.

Çizelge 4.2. Kontrol grafiklerinde kontrol sınırları dışında kalan noktaların sayısı - ikinci veri seti

Durumlar	$\overline{X}$	**S**	**R**
μ=0, σ=1	0	0	0
μ=0, σ=3	27	58	55
μ=-3, σ=1	75	0	0
μ=-3, σ=3	68	62	58
μ=3, σ=1	75	1	1
μ=3, σ=3	69	61	61

Çizelge 4.3. Kontrol grafiklerinde kontrol sınırları dışında kalan noktaların sayısı – üçüncü veri seti

Durumlar	$\overline{X}$	**S**	**R**
μ=0, σ=1	0	0	1
μ=0, σ=3	23	64	61
μ=-3, σ=1	75	0	0
μ=-3, σ=3	70	62	60
μ=3, σ=1	75	0	0
μ=3, σ=3	70	59	57

Shewhart kontrol grafikleri ile ortalama ve varyanstaki sapmaları belirleyebilmek için $\overline{X}$ ve s ya da $\overline{X}$ ve R kontrol grafiklerinin oluşturulması gerekmektedir. Çizelge 4.4.'de kontrol grafiklerinin yanlış karar sayıları gösterilmektedir.

Çizelge 4.4. $\overline{X}$ - S ve $\overline{X}$ - R kontrol grafiklerinin yanlış karar sayıları - birinci veri seti

Durumlar	$\overline{X}$ - s	$\overline{X}$ - R
μ=0, σ=1	2	2
μ=0, σ=3	28	32
μ=-3, σ=1	0	0
μ=-3, σ=3	19	19
μ=3, σ=1	0	1
μ=3, σ=3	27	28
Toplam	76	82

Sistemin daha önce karşılaştırılmadığı veri grupları için de $\overline{X}$ - s ve $\overline{X}$ - R kontrol grafiklerinin yanlış karar sayıları tespit edilmiş ve ikinci ve üçüncü veri grupları için sırasıyla Çizelge 4.5. ve Çizelge 4.6.'da gösterilmiştir.

Çizelge 4.5. $\overline{X}$ - s ve $\overline{X}$ - R kontrol grafiklerinin yanlış karar sayıları - ikinci veri seti

Durumlar	$\overline{X}$ - s	$\overline{X}$ - R
μ=0, σ=1	0	0
μ=0, σ=3	37	38
μ=-3, σ=1	0	0
μ=-3, σ=3	19	23
μ=3, σ=1	1	1
μ=3, σ=3	19	19
Toplam	76	81

Çizelge 4.6. $\overline{X}$ - s ve $\overline{X}$ - R kontrol grafiklerinin yanlış karar sayıları - üçüncü veri seti

Durumlar	$\overline{X}$ - s	$\overline{X}$ - R
μ=0, σ=1	0	1
μ=0, σ=3	33	36
μ=-3, σ=1	0	0
μ=-3, σ=3	17	18
μ=3, σ=1	0	0
μ=3, σ=3	19	21
Toplam	69	76

Sistemin oluşturulmasında bazı istatistiklerinden yararlanılan birinci grup 450 veri ile sistemle daha önce karşılaşmamış olan ikinci ve üçüncü grup için oluşturulan 450' şer verinin $\overline{X}$ - s kontrol grafiklerinin kullanılması durumundaki yanlış karar oranları sırasıyla; $76/450 \cong 0.169$, $76/450 \cong 0.169$ ve $69/450 \cong 0.153$ olarak bulunmuştur. İlgili veriler için $\overline{X}$ ve R kontrol grafiklerinin kullanılması durumunda ise, yanlış karar oranları sırasıyla; $82/450 \cong 0.182$, $81/450 \cong 0.180$ ve $76/450 \cong 0.169$ olmaktadır.

4.3.2. Bulanık sistemin sonuçlarının değerlendirilmesi

Bulanık sistemin sonuçlarının değerlendirilebilmesi için, sistemin her üç grup veride gösterdiği hatalarını incelenmesi gerekmektedir. Birinci grup veri için bulanık sistemin bulanık çıkarım sistemi aşamalarında gerçekleşen çıktı değerleri her bir durum için çizelgelenmiştir. Bu sonuçlar izleyen kısımda yanlış karar oranlarının bulunmasında da kullanılacaktır. Birinci grup girdi verileri için bulanık sistem sonuçları EK-1, EK-2, EK-3, EK-4, EK-5 ve EK-6'da verilmektedir.

Kontrol grafiklerinin hatalı karar oranları ile karşılaştırmak amacıyla bulanık sistemin hatalı karar oranları üç farklı örnek büyüklüğü için hesaplanmıştır. Üç grup girdi verisi için sürecin kontrol altında ve kontrol dışı olduğunu gösteren altı durumu sınıflandırmada meydana gelen hatalı karar oranları Çizelge 4.7.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.7. Hatalı karar oranları

		Kontrol Grafikleri		**Bulanık Sistem**
		$\overline{X}$ **- R**	$\overline{X}$ **- s**	
n=2	1. veri	0,417	0,417	0,371
	2. veri	0,411	0,411	0,365
	3. veri	0,400	0,400	0,347
Ortalama		**0,409**	**0,409**	**0,361**
n=5	1. veri	0,182	0,169	0,153
	2. veri	0,180	0,169	0,129
	3. veri	0,169	0,153	0,142
Ortalama		**0,177**	**0,164**	**0,141**
n=10	1. veri	0,066	0,040	0,044
	2. veri	0,075	0,075	0,040
	3. veri	0,083	0,061	0,031
Ortalama		**0,075**	**0,058**	**0,038**

Çizelgede görüldüğü üzere, bulanık sistemin hatalı karar oranları incelenen örnek büyüklüklerinin tamamında kontrol grafiklerine göre daha düşüktür. Örnek büyüklüğü arttıkça; gerek kontrol grafikleri, gerekse bulanık sistemin hatalı karar oranlarının düştüğü görülmüştür.

Kontrol grafiklerinin α ve β hataları ile karşılaştırmak amacıyla bulanık sistemin α ve β hataları hesaplanmıştır. Üç grup girdi verisi için bulanık sistemin süreç kontrol altında iken, kontrol dışı kararı verme oranı olan α hataları Çizelge 4.8.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.8. α hatalarının karşılaştırılması

		Kontrol Grafikleri		**Bulanık Sistem**
		$\overline{X}$ **- R**	$\overline{X}$ **- s**	
n=2	1. veri	0,021	0,021	0,153
	2. veri	0,011	0,011	0,179
	3. veri	0,021	0,021	0,153
Ortalama		**0,018**	**0,018**	**0,161**
n=5	1. veri	0,027	0,027	0,093
	2. veri	0,000	0,000	0,027
	3. veri	0,013	0,000	0,093
Ortalama		**0,013**	**0,009**	**0,071**
n=10	1. veri	0,000	0,000	0,026
	2. veri	0,000	0,000	0,000
	3. veri	0,000	0,000	0,000
Ortalama		**0,000**	**0,000**	**0,009**

Tasarlanan bulanık sistemin α hatalarının kontrol grafiklerininkine göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Ancak örnek büyüklüğü artıkça hata oranındaki azalma bulanık sistemde çok daha hızlı gerçekleşmiştir.

Bulanık sistemin süreç kontrol dışında iken, kontrol altında kararı verme oranı olan β hataları Çizelge 4.9.'da gösterilmiştir.

Çizelge 4.9. β hatalarının karşılaştırılması

		Kontrol Grafikleri		Bulanık Sistem
		$\overline{X}$ - R	$\overline{X}$ - s	
n=2	1. veri	0,225	0,225	0,062
	2. veri	0,199	0,199	0,060
	3. veri	0,202	0,202	0,067
Ortalama		**0,209**	**0,209**	**0,063**
n=5	1. veri	0,048	0,035	0,008
	2. veri	0,035	0,032	0,011
	3. veri	0,045	0,035	0,008
Ortalama		**0,043**	**0,034**	**0,009**
n=10	1. veri	0,011	0,000	0,000
	2. veri	0,000	0,000	0,000
	3. veri	0,011	0,000	0,000
Ortalama		**0,007**	**0,000**	**0,000**

Tasarlanan bulanık sistemin β hatalarının kontrol grafiklerininkine göre oldukça düşük olduğu görülmektedir. Örnek büyüklüğü n=2 iken kontrol grafiklerinin β hatası yaklaşık %21 iken, bulanık sisteminki %6,3 olarak gerçekleşmiştir. Örnek büyüklüğü n=5 iken kontrol grafiklerinin β hatası yaklaşık %3-4 iken, bulanık sisteminki %0,9 olarak gerçekleşmiştir. Örnek büyüklüğü n=10 iken $\overline{X}$ - R kontrol grafiğinin β hatası %0,7 ve $\overline{X}$ - s kontrol grafiğinin β hatası %0 olurken, bulanık sisteminki de %0 olarak gerçekleşmiştir. Dolayısıyla bulanık sistemin performansının önemli bir gösterge olan β hatasında kontrol grafiklerine göre çok daha başarılı olduğu açıktır.

Bulanık sistemin ilk dört aşamasında hem birinci bölge kuralı hem de sürecin kontrol altında olduğu ve kontrol dışı olduğu altı durumu sınıflandırma çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Süreçte meydana gelebilecek özel durumları tespit edebilmek için geliştirilen bölge kurallarından ikincisi (üç noktadan en az ikisinin A bölgesi veya dışında olması) için kontrol dışı kararları (ikinci bölge kuralına uyan girdi vektörü sayısı) Çizelge 4.10.'da örnek büyüklükleri temelinde verilmiştir.

Çizelge 4.10. Bölge kuralı – 2 için kontrol dışı kararları

		$\overline{X}$ Kontrol Grafikleri		Bulanık Sistem	
		Kontrol altındaki durumda	**Kontrol dışı durumlarda**	**Kontrol altındaki durumda**	**Kontrol dışı durumlarda**
n=2	1. veri	0/188	806/940	0/188	809/940
	2. veri	2/188	832/940	2/188	836/940
	3. veri	0/188	798/940	0/188	801/940
n=5	1. veri	1/73	318/365	1/73	317/365
	2. veri	2/73	328/365	0/73	328/365
	3. veri	0/73	324/365	0/73	323/365
n=10	1. veri	1/36	164/180	0/36	163/180
	2. veri	0/36	163/180	0/36	163/180
	3. veri	0/36	162/180	0/36	160/180

(Çizelgedeki değerler, kontrol dışı karar sayısı / girdi vektörü sayısı olarak verilmiştir)

Bölge kurallarından üçüncüsü (beş noktadan en az dördünün B bölgesi veya dışında olması) için kontrol dışı kararları (üçüncü bölge kuralına uyan girdi vektörü sayısı) Çizelge 4.11.'de örnek büyüklükleri temelinde verilmiştir.

Çizelge 4.11. Bölge kuralı – 3 için kontrol dışı kararları

		$\overline{X}$ Kontrol Grafikleri		Bulanık Sistem	
		Kontrol altındaki durumda	**Kontrol dışı durumlarda**	**Kontrol altındaki durumda**	**Kontrol dışı durumlarda**
n=2	1. veri	8/186	823/930	5/186	828/930
	2. veri	13/186	848/930	5/186	850/930
	3. veri	0/186	825/930	0/186	835/930
n=5	1. veri	0/71	321/355	0/71	320/355
	2. veri	1/71	331/355	0/71	333/355
	3. veri	5/71	330/355	2/71	325/355
n=10	1. veri	1/34	151/170	1/34	151/170
	2. veri	5/34	157/170	2/34	157/170
	3. veri	0/34	155/170	1/34	154/170

(Çizelgedeki değerler, kontrol dışı karar sayısı / girdi vektörü sayısı olarak verilmiştir)

Bölge kurallarından dördüncüsü (ardışık 7 noktanın orta çizginin aynı tarafında yer alması) için kontrol dışı kararları (dördüncü bölge kuralına uyan girdi vektörü sayısı) Çizelge 4.12.'de örnek büyüklükleri temelinde verilmiştir.

Çizelge 4.12. Bölge kuralı – 4 için kontrol dışı kararları

		$\overline{X}$ Kontrol Grafikleri		Bulanık Sistem	
		Kontrol altındaki durumda	**Kontrol dışı durumlarda**	**Kontrol altındaki durumda**	**Kontrol dışı durumlarda**
n=2	1. veri	0/184	578/920	0/184	576/920
	2. veri	0/184	571/920	0/184	564/920
	3. veri	3/184	617/920	3/184	613/920
n=5	1. veri	0/69	263/345	0/69	263/345
	2. veri	0/69	265/345	0/69	265/345
	3. veri	0/69	262/345	0/69	262/345
n=10	1. veri	0/32	139/160	0/32	129/160
	2. veri	0/32	138/160	0/32	128/160
	3. veri	2/32	138/160	2/32	128/160

(Çizelgedeki değerler, kontrol dışı karar sayısı / girdi vektörü sayısı olarak verilmiştir)

Çalışmada kullanılan üç veri setinde eğilim mevcut olmadığından, bölge kuralı – 5 (eğilim) için eğilim içeren sekizer girdi vektöründen oluşan 100 adet veri türetilerek bulanık çıkarım sisteminin performansı test edilmiştir. Sonuçlar Çizelge 4.13.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.13. Eğilime bağlı kontrol dışı kararı

	$\overline{X}$ Kontrol Grafikleri	**Bulanık Sistem**
n=2	100	89
n=5	100	89
n=10	100	84

Türetilen veriler için kontrol grafiklerinde eğilim kararı sayısı 100 olarak alınmıştır. Bulanık sistemin örnek büyüklüğü n=2 ve n=5 için 100 adet eğilim verisinden 89'unu, n=10 için 84'ünü tespit ettiği görülmüştür. Ancak tasarlanan bulanık sistemin bütününe bakıldığında ilk üç ya da ilk beş veride bölge kurallarından iki ve üç kullanılacağından sürecin kontrol dışı durumu sekiz veriye gerek kalmadan belirlenebilmektedir.

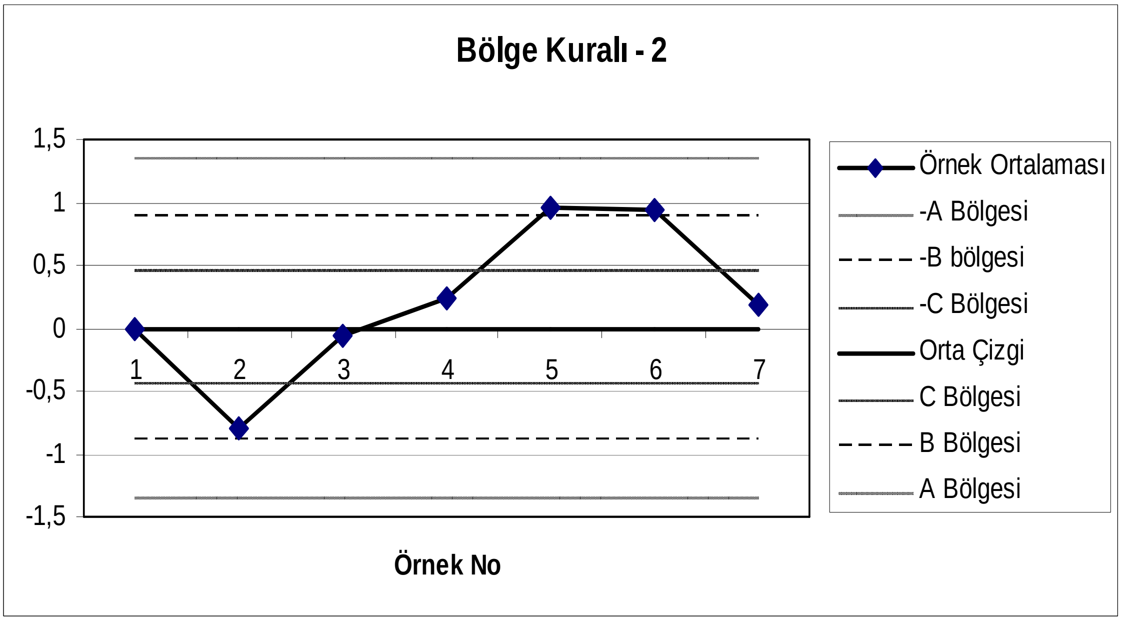
Çalışmada, ele alınan sürecin kontrol altında ve kontrol dışında olduğunu gösteren altı durum için bölge kuralları birikimli olarak test edilmiştir. Elde edilen sonuçlara bağlı olarak α hataları Çizelge 4.14.'de verilmiştir.

Çizelge 4.14. Bölge kuralları birikimli α hataları

		Kontrol Grafikleri		Bulanık Sistem
		$\overline{X}$ - R	$\overline{X}$ - s	
n=2	1. veri	0,063	0,063	0,174
	2. veri	0,079	0,079	0,200
	3. veri	0,037	0,037	0,168
Ortalama		**0,060**	**0,060**	**0,181**
n=5	1. veri	0,040	0,040	0,093
	2. veri	0,040	0,040	0,027
	3. veri	0,080	0,067	0,120
Ortalama		**0,053**	**0,049**	**0,080**
n=10	1. veri	0,026	0,026	0,053
	2. veri	0,132	0,132	0,053
	3. veri	0,053	0,053	0,053
Ortalama		**0,070**	**0,070**	**0,053**

Tasarlanan bulanık sistemin α hataları bölge kurallarının dahil edildiği durumda da kontrol grafiklerininkine göre yüksek çıkmıştır. Örnek büyüklüğüne bağlı olarak her iki kontrol grafiğinde de α hatalarının düşmesine karşın bulanık sistemde düşüşün çok daha hızlı olduğu görülmektedir. Örnek büyülüğü n=10 olduğunda tasarlanan sistem üç veri seti için α hatası ortalama 0,053 olmuştur ki kontrol grafiklerininkinden daha düşük bir hata gerçekleşmiştir.

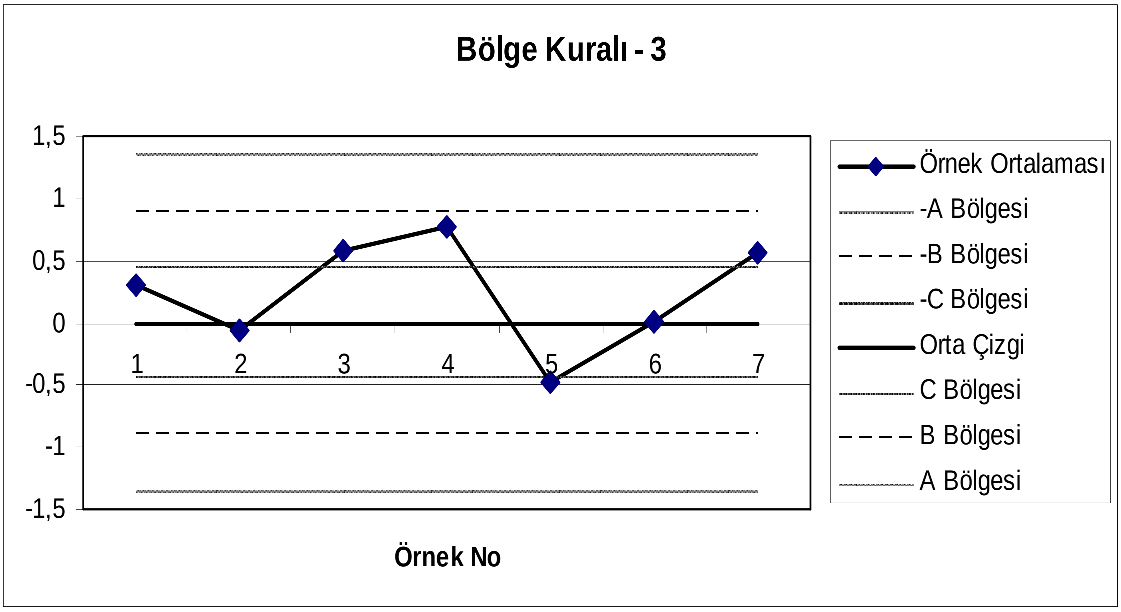
Bölge kurallarının bütünleşik incelenmesi ile ortaya çıkan sonuçlarda sürecin kontrol altında olduğu durumu temsil eden veri grubunda kontrol grafiklerinin kontrol dışı kararı verdiği bazı durumlarda bulanık sistem kontrol altında kararı vermiştir. Şekil 4.20.'de bulanık sistem ile kontrol grafiklerinin farklı kararlar verdikleri durumlara bir örnek gösterilmektedir.



Şekil 4.20. Bulanık sistem ve kontrol grafiklerinin uyuşmayan kararları örnek 1

Şekildeki bölge çizgileri bölgelerin içten dışa doğru bitiş sınırlarını göstermektedir. Örneğin, -B bölgesi olarak gösterilen sınırın üzerinde kalan bölge –A bölgesidir. Şekilde işaretli örnek ortalamalarından 5, 6 ve 7.'si bölge kuralı – 2'ye göre kontrol dışı durumu işaret etmektedir. Kontrol grafikleri klasik küme anlayışına göre kesin sınırlardan oluştuğundan –B bölgesinin hemen üzerindeki 5. ve 6. noktaların –B bölgesi ile hiçbir bağının olmadığı kabul edilmektedir. Ancak bulanık küme üyelik derecelerini işleten bulanık sisteme göre bu üç nokta için bölge kuralı – 2 işletildiğinde, bu üç noktadan oluşan girdi vektörünün %70 oranında kontrol altında, %30 oranında kontrol dışı olduğu sonucu ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle tasarlanan bulanık sistem kontrol altında kararı almaktadır.

Kontrol grafikleri ile tasarlanan bulanık sistemin farklı kararlar verdikleri durumlara bir başka örnek Şekil 4.21.'de gösterilmektedir.



Şekil 4.21. Bulanık sistem ve kontrol grafiklerinin uyuşmayan kararları örnek 2

Şekilde işaretli örnek ortalamalarından 3, 4, 5, 6 ve 7.'si bölge kuralı – 3'e göre kontrol dışı durumu işaret etmektedir. –C ve C bölgelerinin hemen üzerindeki 3., 5. ve 7. noktaların da bulanık kümelere göre –C ve C bölgelerine belli bir üyelik derecesiyle ait olduğu düşünüldüğünde, tasarlanan bulanık sistemin bölge kuralı – 3 için çalıştırılan bulanık çıkarım sistemine göre bu 5 noktadan oluşan girdi vektörü %77 oranında kontrol altında, %23 oranında kontrol dışındadır. Tasarlanan bulanık sistem, ilgili girdi vektörü için kontrol altında kararı almaktadır.

Süreç kontrol dışı olduğu halde kontrol altında kararı vermeye bağlı olarak elde edilen β hatalarının tasarlanan bulanık sisteme bölge kurallarının dahil edilmesiyle oluşan hali Çizelge 4.15.'de verilmiştir.

Çizelge 4.15. Bölge kuralları birikimli β hataları

		Kontrol Grafikleri		Bulanık Sistem
		$\overline{X}$ - R	$\overline{X}$ - s	
n=2	1. veri	0,039	0,039	0,024
	2. veri	0,026	0,026	0,017
	3. veri	0,029	0,029	0,012
Ortalama		**0,032**	**0,032**	**0,018**
n=5	1. veri	0,027	0,019	0,003
	2. veri	0,011	0,011	0,003
	3. veri	0,013	0,008	0,003
Ortalama		**0,017**	**0,012**	**0,003**
n=10	1. veri	0,005	0,000	0,000
	2. veri	0,000	0,000	0,000
	3. veri	0,000	0,000	0,000
Ortalama		**0,002**	**0,000**	**0,000**

Tüketici riskini gösteren β hataları, süreç kontrolü için önemli bir göstergedir. Tasarlanan bulanık sistem gerek bölge kuralları içermeden, gerekse bölge kuralları dahil edilerek kontrol grafikleriyle karşılaştırıldığında çok daha iyi performans göstermiştir. Örnek büyüklüğü n=2 için kontrol grafiklerinin β hatasının tasarlanan bulanık sistemde yarıya düştüğü görülmektedir. Örnek büyüklüğü n=5 için tasarlanan sistemin başarısı $\overline{X}$ - R kontrol grafiğine göre yaklaşık altı kat, $\overline{X}$ - s kontrol grafiğine göre dört kat daha iyidir. Bölge kuralları işletildiğinde, Shewhart kontrol grafiklerinin β hatası hızlı bir şekilde düşmektedir, ancak yine de tasarlanan bulanık sistemin performansına yaklaşamamaktadır.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

İSK, süreçteki değişkenliğin belirlenmesinde önemli olup, bu amaçla kontrol grafikleri yaygın olarak kullanılmaktadır. İlgilenilen sürecin ortalama ve/veya varyansında meydana gelen sapmanın belirlenmesi ve bu değişkenliğin nedenlerinin araştırılarak sorunların giderilmesi hatalı üretim dolayısıyla oluşacak maliyetlerin azaltılmasına ve ürün kalitesinin geliştirilmesine yardımcı olacaktır.

Kontrol grafiklerinin süreçteki bilgiyi kullanmasından dolayı kontrol süreci çoğu zaman olması gerekeni değil, olanı kıstas alarak bir sonuca gitmeye çalışır. Belirsiz ve müphem bilgiden belirleyici bilgi türetmeye uğraşır. Hâlbuki bulanık mantık gibi yaklaşımlarda, belirsizliğin içerdiği önemin yanında belirli olduğu kabul edilen bilgilerin bile içerisinde belirsizliği taşıdığına inanılmaktadır. İSK'nde bulanık mantık ile yapılmış çalışmalar çok fazla olmasa da bu zamana kadar yapılmış olan çalışmalarda ümit verici sonuçların elde edilmesi, çalışmanın konusunun belirlenmesinde cesaret verici bir etmen olmuştur.

Süreçteki değişkenliği belirlemek amacıyla sürecin kontrol altında olduğu durum ile birlikte ortalama ve/veya varyansta sapmanın olduğu durumlar tanımlanarak ikili karşılaştırmalarla belirlenen durumlar arasından eleme yapılarak dört aşamalı bir bulanık sınıflandırma sistemi geliştirilmiştir. Öncelikle sürecin kontrol altında olduğu durum sürecin kontrol dışı olduğu durumlardan ayrılarak çalışmanın daha sonraki aşamalarında değişkenliğin nedenlerinin tespiti üzerine gidilmiştir. Kontrol grafikleri için varyanstaki sapmanın olduğu durumlar hatalı kararların ortaya çıkmasında temel neden olurken, geliştirilen bulanık sistem varyansta sapmanın olduğu durumları tespit etmede oldukça başarılı olmuştur. Buna karşılık sürecin kontrol altında olduğu durum ile yalnızca ortalamada sapmanın olduğu durumlarda arzu edilen ölçüde başarı sağlanamamıştır. Bu sonucun oluşması konusunda bulanık sistem geliştirilirken, özellikle üyelik fonksiyonları ve eğer-ise kurallar oluşturulurken ödünleşmenin varyanstaki sapmayı yakalayacak şekilde gerçekleştirilmesine özen gösterilmiştir. Yine de, toplam hata oranları bakımından kontrol grafiklerine göre daha az hatalı sonuçlar veren bir sistem geliştirilebilmiştir. Tasarlanan bulanık sisteme bölge kurallarından dördü eklenerek sistem, Shewhart kontrol grafiklerinin bölge kuralları dahil edilmiş haliyle karşılaştırılmıştır. α hataları bakımından kontrol grafiklerinin gerisinde kalsa da, tüketici riski olarak bilinen ve süreç kontrolü için önemli bir gösterge olan β hataları açısından ilgili sistemin geleneksel kontrol grafiklerinin performansına göre oldukça başarılı olduğu görülmüştür.

Tasarlanan bulanık sistemin örnek büyüklüğüne bağlı olarak performansını test etmek amacıyla; n=2, n=5 ve n=10 için çalışma tekrarlanmıştır. Örnek büyüklüğü arttıkça kontrol grafiklerinin performansı artmasına karşın, bulanık sistemin performansına yaklaşamadığı görülmüştür.

Geliştirilen bulanık sistemin performansını arttırmak adına değişikliklere gidilebilir. Üyelik fonksiyonlarında değişiklik yapılarak daha iyi sonuç veren bir sisteme ulaşılabilir. Girdi verilerine farklı istatistiklerin derlenmesi ile yeni değişkenler eklenebilir veya çıkarılabilir. Üyelik fonksiyonu sayıları arttırılabilir ya da azaltılabilir. Genetik algoritmalar veya yapay sinir ağları gibi teknikler üyelik fonksiyonlarının yeniden tanımlanması için kullanılabilir. Bunun dışında bulanık kural tabanında değişikliğe gidilebilir. Uzman görüşleri alınarak bulanık kuralların ağırlıkları amaçlarına uygun olarak arttırılabilir ya da azaltılabilir. Ancak unutulmamalıdır ki girdi veri çeşidinin arttırılması sistemin daha iyi anlaşılması yerine daha da karmaşıklaşarak ayrımı zorlaştırıcı etkilerde bulunabileceği unutulmamalıdır.

Geliştirilen bulanık sistemin sürecin kontrol altında olduğu durumda süreç kontrol dışı kararı verme hatasında artış oluşmasından dolayı, fire oranlarının düşük olmasının beklendiği sistemlerde kullanılmasında sakıncalar olacaktır. Ancak fire oranlarının yüksek olduğu süreçlerde hatalı üretildiği halde müşteriye sunulan ürünlerin azaltılmasında faydalı olacaktır. Bazı kontrol grafikleri ile birlikte kullanılarak hata oranının fazla olduğu durumlar için verilen kararlarda gelişme sağlanabilir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Al-Assaf, Y., 2004, "Recognition of Control Chart Patterns Using Multi-Resolution Wavelets Analysis and Neural Networks", *Computers & Industrial Engineering*, 47 (1), pp. 17-29.

Anagun, A.S., 1998, "A Neural Network Applied To Pattern Recognition In Statistical Process Control", *Computers & Industrial Engineering*, 35 (1-2), pp. 185-188.

Banks, J., 1989, *Principals of Quality Control*, John Wiley and Sons Inc., Canada, 672p.

Besterfield, D.H., 2004, *Quality Control, Seventh Edition*, Prentice Hall, USA.

Burnak, N., 1997, *Toplam Kalite Yönetimi -İstatistiksel Süreç Kontrolü-*, TEKAM Yayın No: TS-97-008-NB.

Cheng, C.S., Chen, S.J., 2003, "Joint Monitoring Of The Mean And Variance Of A Process By Using An Artificial Neural Network Approach", *International Journal Of Industrial Engineering-Theory Application And Practice*, 10 (1), pp. 62-72.

Cook, D.F., Zobel, C.W., Nottingham, Q.J., 2001, "Utilization Of Neural Networks For The Recognition Of Variance Shifts In Correlated Manufacturing Process Parameters", *International Journal Of Production Research*, 39 (17), pp. 3881-3887.

Çelik, C., 1993, "Kalite Geliştirmede Tasarım Eniyileme Problemine Taguchi Yöntemlerinin Uygulanmasında Sistematik Yaklaşım", Doktora Tezi, Şubat 1993, A.Ü. Eskişehir.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devam)

Dedeakayoğulları, İ., 1996, "Süreçteki Değişkenliğin Belirlenmesinde Yapay Sinir Ağlarının Kullanılması", Yüksek Lisans Tezi, Şubat 1996, Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Dedeakayogullari I, Burnak, N., 1999, "Determination of Mean And/Or Variance Shifts With Artificial Neural Networks", *International Journal of Production Research*, 37 (10), pp. 2191-2200.

Guh, R.S., Zorriassatine, F., Tannock, J.D.T., O'Brien, C., 1999, "On-line Control Chart Pattern Detection And Discrimination - A Neural Network Approach", *Artificial Intelligence in Engineering*, 13 (4), pp. 413-425.

Guh R.S., 2004, "Optimizing Feedforward Neural Networks For Control Chart Pattern Recognition Through Genetic Algorithms", *International Journal of Pattern Recognation And Artificial Intelligence*, 18 (2), pp. 75-99.

Jang J.-S. R. , Sun.C.-T., Mizutani E., 1997, *Neuro Fuzzy And Soft Computing : A Computational Approach To Learning And Machine Intelegence*, Prentice Hall, US, 614 p.

Jang J.-S. R., 1997, *MATLAB Fuzzy Logic ToolBox : User's Guide*, MathWorks Inc.,

Karacasu, M., 2003, "Kent İçi Otobüs Taşımacılığında Özelleştirme İçin Bir Karar Destek Modeli Önerisi: Eskişehir Örneği", Doktora Tezi, İ.T.Ü., İstanbul.

Klir, J.G., Yuan, B., 1995, *Fuzzy Sets And Fuzzy Logic : Theory And Application*, Prentice Hall PTR, 592 p.

Montgomery, D.C., 2005, *Introduction To Statistical Quality Control, Fifth Edition*, John Wiley & Sons Inc., USA.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devam)

Ross, T., 2004, *Fuzzy Logic With Engineering Applications*, John Wiley and Sons Inc., Canada, 650 p.

Rowlands, W., Wang, L.R., 2000, “An Approach Of Fuzzy Logic Evaluation And Control In SPC”, *Quality And Reliability Engineering International*, 16 (2), pp. 91-98.

Sakawa, M., 1993, *Fuzzy Sets And Interactive Multiobjective Optimization*, Springer, 320 p.

Smith, A.E., 1994, “X-bar and R Control Charts Interpretation Using Neural Computing”, *International Journal Of Production Research*, 32 (2), pp. 309-320.

Şen, Z., 2004, *Mühendislikte Bulanık (Fuzzy) Mantık İle Modelleme Prensipleri*, Su Vakfı, 289 s.

Wang, T.Y., Chen, L.H., 2002, “Mean Shifts Detection and Classification In Multivariate Process: A Neural-Fuzzy Approach”, *Journal of Intelligent Manufacturing*,13 (3), pp. 211-221.

Tannock, J.T.D., 2003, “A Fuzzy Control Charting Method For Individuals”, *International Journal Of Production Research*, 41 (5), pp. 1017-1032.

Turner, W.C., Mize, J.H., Case, K.E. and Nazemtz, J.W., 1993, *Introduction to Industrial And Systems Engineering*, *3rd Edition*, Prentice Hall

Velasco, T., Rowe, M.R., 1993, “Back-Propagation Artificial Neural Networks For The Analysis Of Quality Control Charts”, *Computers & Industrial Engineering*, 25 (1-4), pp. 397-400.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devam)

Zobel, C.W., Cook, D.F., Nottingham, Q.J., 2004, "An Augmented Neural Network Classification Approach To Detecting Mean Shifts In Correlated Manufacturing Process Parameters", *International Journal Of Production Research*, 42 (4), pp. 741-758.

EK – 1 Birinci grup veri için birinci duruma ilişkin çıktı değerleri

1. Aşama		2. aşama		Sınıf
Hedef	Gerçekleşen	Hedef	Gerçekleşen	
1,0000	1,0204	-	-	1.durum
1,0000	1,1265	-	-	1.durum
1,0000	1,2131	-	-	1.durum
1,0000	2,0000	-	1,0000	2.durum
1,0000	1,8817	-	1,0000	2.durum
1,0000	1,0585	-	-	1.durum
1,0000	1,0294	-	-	1.durum
1,0000	1,0804	-	-	1.durum
1,0000	1,0792	-	-	1.durum
1,0000	1,1808	-	-	1.durum
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
1,0000	1,2233	-	-	1.durum
1,0000	1,0808	-	-	1.durum
1,0000	1,0509	-	-	1.durum
1,0000	1,0862	-	-	1.durum
1,0000	1,7966	-	1,0000	2.durum
1,0000	1,0429	-	-	1.durum
1,0000	1,0239	-	-	1.durum
1,0000	1,1524	-	-	1.durum
1,0000	1,3459	-	-	1.durum
1,0000	1,1775	-	-	1.durum

EK – 2 Birinci grup veri için ikinci duruma ilişkin çıktı değerleri

1. Aşama		2. aşama		3. aşama		4. aşama		Sınıf
Hedef	Gerçekleşen	Hedef	Gerçekleşen	Hedef	Gerçekleşen	Hedef	Gerçekleşen	
2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	-	-	-	-	2.durum
2,0000	2,0000	1,0000	1,1986	-	-	-	-	2.durum
2,0000	1,3590	-	-	-	-	-	-	1.durum
2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	-	-	-	-	2.durum
2,0000	2,0000	1,0000	1,0002	-	-	-	-	2.durum
2,0000	2,0000	1,0000	1,5874	-	2,0000	-	1,0000	4.durum
2,0000	2,0000	1,0000	1,9794	-	1,0000	-	1,0000	6.durum
2,0000	2,0000	1,0000	1,0074	-	-	-	-	2.durum
2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	-	-	-	-	2.durum
2,0000	1,9710	1,0000	1,7106	-	2,0000	-	1,0179	4.durum
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
2,0000	2,0000	1,0000	1,2026	-	-	-	-	2.durum
2,0000	1,4290	-	-	-	-	-	-	1.durum
2,0000	2,0000	1,0000	1,0016	-	-	-	-	2.durum
2,0000	2,0000	1,0000	1,9659	-	1,0000	-	1,0000	6.durum
2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	-	-	-	-	2.durum
2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	-	-	-	-	2.durum
2,0000	2,0000	1,0000	1,7922	-	2,0000	-	1,0000	4.durum
2,0000	1,0025	-	-	-	-	-	-	1.durum
2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	-	-	-	-	2.durum
2,0000	1,9886	1,0000	1,0000	-	-	-	-	2.durum

EK – 3 Birinci grup veri için üçüncü duruma ilişkin çıktı değerleri

1. Aşama		2. aşama		3. aşama		4. aşama(neg)		Sınıf
hedef	gerçekleşen	hedef	gerçekleşen	hedef	gerçekleşen	hedef	gerçekleşen	
2,0000	1,9998	2,0000	1,9998	2,0000	2,0000	1,0000	1,6910	3.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,6127	3.durum
2,0000	1,9995	2,0000	1,9993	2,0000	2,0000	1,0000	1,7695	3.durum
2,0000	1,9992	2,0000	1,9991	2,0000	2,0000	1,0000	1,6061	3.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,1849	4.durum
2,0000	1,9996	2,0000	1,9995	2,0000	2,0000	1,0000	1,9652	3.durum
2,0000	1,9971	2,0000	1,9962	2,0000	2,0000	1,0000	1,6733	3.durum
2,0000	1,9994	2,0000	1,9992	2,0000	2,0000	1,0000	1,9660	3.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,8541	3.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,6256	3.durum
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,5546	3.durum
2,0000	1,9907	2,0000	1,9869	2,0000	2,0000	1,0000	1,7324	3.durum
2,0000	1,9992	2,0000	1,9989	2,0000	2,0000	1,0000	1,9554	3.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,8617	3.durum
2,0000	1,9999	2,0000	1,9999	2,0000	2,0000	1,0000	1,9389	3.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,7064	3.durum
2,0000	1,9997	2,0000	1,9996	2,0000	2,0000	1,0000	1,9371	3.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,8463	3.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,9580	3.durum
2,0000	1,9994	2,0000	1,9992	2,0000	2,0000	1,0000	1,9954	3.durum

EK – 4 Birinci grup veri için dördüncü duruma ilişkin çıktı değerleri

1. Aşama		2. aşama		3. aşama		4. aşama(neg)		Sınıf
hedef	gerçekleşen	hedef	gerçekleşen	hedef	gerçekleşen	hedef	gerçekleşen	
2,0000	2,0000	2,0000	1,0484	-	-	-	-	2.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,8459	3.durum
2,0000	2,0000	2,0000	1,7174	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	4.durum
2,0000	2,0000	2,0000	1,9998	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	4.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,5371	3.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	4.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0311	4.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	4.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	4.durum
2,0000	2,0000	2,0000	1,9980	2,0000	2,0000	1,0000	1,0001	4.durum
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
2,0000	2,0000	2,0000	1,9996	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	4.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	4.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,4573	4.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0037	4.durum
2,0000	2,0000	2,0000	1,9999	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	4.durum
2,0000	2,0000	2,0000	1,9990	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	4.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	4.durum
2,0000	2,0000	2,0000	1,9483	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	4.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	4.durum
2,0000	1,9694	2,0000	1,9540	2,0000	2,0000	1,0000	1,6481	3.durum

EK – 5 Birinci grup veri için beşinci duruma ilişkin çıktı değerleri

1. Aşama		2. aşama		3. aşama		4. aşama(poz)		Sınıf
hedef	gerçekleşen	hedef	gerçekleşen	hedef	gerçekleşen	hedef	gerçekleşen	
2,0000	1,9998	2,0000	1,9998	1,0000	1,0000	2,0000	1,6455	5.durum
2,0000	1,9999	2,0000	1,9999	1,0000	1,0000	2,0000	1,2198	6.durum
2,0000	1,9973	2,0000	1,9963	1,0000	1,0000	2,0000	1,9200	5.durum
2,0000	1,9978	2,0000	1,9971	1,0000	1,0000	2,0000	1,8618	5.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	2,0000	1,7961	5.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	2,0000	1,8590	5.durum
2,0000	1,9976	2,0000	1,9967	1,0000	1,0000	2,0000	1,8120	5.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	2,0000	1,9401	5.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	2,0000	1,6183	5.durum
2,0000	1,9988	2,0000	1,9988	1,0000	1,0000	2,0000	1,4792	6.durum
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
2,0000	1,9999	2,0000	1,9998	1,0000	1,0000	2,0000	1,9634	5.durum
2,0000	1,9996	2,0000	1,9995	1,0000	1,0000	2,0000	1,9627	5.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	2,0000	1,9564	5.durum
2,0000	1,9991	2,0000	1,9989	1,0000	1,0000	2,0000	1,9791	5.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	2,0000	1,8574	5.durum
2,0000	1,9997	2,0000	1,9996	1,0000	1,0000	2,0000	1,9971	5.durum
2,0000	1,9994	2,0000	1,9992	1,0000	1,0000	2,0000	1,9763	5.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	2,0000	1,5100	5.durum
2,0000	1,6563	2,0000	1,4558	-	-	-	-	2.durum
2,0000	1,9999	2,0000	1,9999	1,0000	1,0000	2,0000	1,8319	5.durum

EK – 6 Birinci grup veri için altıncı duruma ilişkin çıktı değerleri

1. Aşama		2. aşama		3. aşama		4. aşama(poz)		Sınıf
hedef	gerçekleşen	hedef	gerçekleşen	hedef	gerçekleşen	hedef	gerçekleşen	
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0150	1,0000	1,0000	6.durum
2,0000	2,0000	2,0000	1,0394	-	-	-	-	2.durum
2,0000	2,0000	2,0000	1,9998	1,0000	1,1005	1,0000	1,0000	6.durum
2,0000	2,0000	2,0000	1,0008	-	-	-	-	2.durum
2,0000	2,0000	2,0000	1,9775	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	6.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	6.durum
2,0000	2,0000	2,0000	1,9981	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	6.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0288	6.durum
2,0000	1,8935	2,0000	1,8362	1,0000	1,0000	1,0000	1,4494	6.durum
2,0000	1,9721	2,0000	1,9521	1,0000	1,0000	1,0000	1,0148	6.durum
:	:	:	:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:	:	:	:
2,0000	2,0000	2,0000	1,9963	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	6.durum
2,0000	2,0000	2,0000	1,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	6.durum
2,0000	2,0000	2,0000	1,9995	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	6.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	6.durum
2,0000	1,9973	2,0000	1,9963	1,0000	1,0000	1,0000	1,8043	5.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	6.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	6.durum
2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0008	6.durum
2,0000	2,0000	2,0000	1,9994	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	6.durum
2,0000	2,0000	2,0000	1,4404	-	-	-	-	2.durum