Tercihsel Bağımlılık Altında Alternatifler için Aralık Ölçeğinde Tercih Puanlarının Belirlenmesi: Kalite Karakteristikleri için Detaylı Analiz

Leman Esra DOLGUN

DOKTORA TEZİ

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Mayıs 2014

Determination of Preference Scores for Decision Alternatives on Interval Scale under Preferential Dependence: Detailed Analysis for Quality Characteristics

Leman Esra DOLGUN

DOCTORAL DISSERTATION

Department of Industrial Engineering

May 2014

Tercihsel Bağımlılık Altında Alternatifler için Aralık Ölçeğinde Tercih Puanlarının Belirlenmesi: Kalite Karakteristikleri için Detaylı Analiz

Leman Esra DOLGUN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı
Endüstri Mühendisliği Bilim Dalı'nda
DOKTORA TEZİ
olarak hazırlanmıştır

Danışman: Prof. Dr. Nimetullah BURNAK
Eş Danışman: Prof. Dr. Gülser KÖKSAL

Bu tez ESOGÜ BAP Komisyonu tarafından "201215016" nolu proje çerçevesinde desteklenmiştir.

Mayıs 2014

ONAY

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı Doktora öğrencisi Leman Esra DOLGUN'un DOKTORA tezi olarak hazırladığı "Tercihsel Bağımlılık Altında Alternatifler için Aralık Ölçeğinde Tercih Puanlarının Belirlenmesi: Kalite Karakteristikleri için Detaylı Analiz" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Danışman **:** Prof. Dr. Nimetullah BURNAK

Eş Danışman **:** Prof. Dr. Gülser KÖKSAL

Doktora Tez Savunma Jürisi:

Üye : Prof. Dr. Nimetullah BURNAK

Üye : Prof. Dr. Gülser KÖKSAL

Üye : Doç. Dr. Esra KARASAKAL

Üye : Doç. Dr. Ezgi AKTAR DEMİRTAŞ

Üye : Yrd. Doç. Dr. R. Aykut ARAPOĞLU

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun .... tarih ve .... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Nimetullah BURNAK

Enstitü Müdürü

ÖZET

Bu çalışmada kesikli türdeki alternatifleri içeren karar problemlerinde ölçütler arası tercihsel bağımlılık görülen durumlarda alternatiflere aralık ölçeğinde tercih puanları verilmesi problemi ele alınmıştır. Yöntem olarak Choquet integral seçilmiştir. Bir birleştirme operatörü olan Choquet integralin parametrelerini ölçüt kümesinin tüm alt kümelerine, bir diğer ifadeyle tüm ölçüt kombinasyonlarına, bir puan veren kapasite oluşturur. Choquet integral bu özelliği sayesinde çeşitli etkileşim türlerini modelleme yeteneğine sahiptir. Literatürde, ele alabildikleri etkileşim durumlarının karmaşıklık derecesi değişen farklı türlerde kapasiteler tanımlanmıştır. Ele alınabilen karmaşıklık derecesi arttıkça bulunması gereken parametre sayısı da artar. Choquet integralin çeşitli etkileşim örneklerini modelleyebilme başarısı literatürde belli karar kurallarını temel alan örnekler üzerinden açıklanmıştır. Dolayısıyla, karşılaşılan bir karar problemi için Choquet integral kullanılarak modelleme yapılıp yapılamayacağı ve hangi tür kapasite kullanılması gerektiği her zaman kolaylıkla anlaşılamayabilir.

Tez çalışması kapsamında öncelikle bağımsızlık varsayımının geçerliliğinin incelenmesinde ve Choquet integral kullanımında yol gösterecek bir yöntem üzerinde durulmuştur. Farklı kapasite türleriyle modellenebilecek etkileşim tipleri kolay anlaşılabilir etkileşim grafikleriyle analiz edilecek şekilde ortaya konmuştur. Etkileşimlerin analizi ve tercih tahmin modelinin oluşturulmasında kullanılacak yöntemin seçimi için geliştirilen yaklaşım kalite alanından örnekler üzerinde uygulanmıştır. Söz konusu uygulamalar imalat ortamlarında kalite iyileştirme çalışmaları için tercih tahmin modellerinin geliştirilmesi kapsamında kalite karakteristikleri arasında sıklıkla görülen etkileşim türlerinin anlaşılmasını ve Choquet integralin pratikte görülen çeşitli etkileşim yapılarını modelleme başarısının incelenmesini sağlamıştır. Bu örneklerde ve literatürde görülen bir etkileşim türünde Choquet integralin başarısız olduğu durumlar için çözüm önerileri geliştirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Çok ölçütlü karar verme, Choquet integral, tercih modelleme, tercihsel bağımlılık, kalite iyileştirme.

SUMMARY

This study considers determination of preference scores for discrete type decision alternatives on interval scale in the existence of preferential dependence among criteria by Choquet integral. Parameters of the Choquet integral are capacities which assign weights not only to criteria but also to each subset of criteria. This property provides Choquet integral with the ability of modeling some types of dependencies. Different capacity types with different degrees of complexity have been defined in the literature. Number of parameters of a capacity increases with increasing degree of complexity. In the literature, the ability of Choquet integral to model interactions has been explained through some decision rules. Thus, it can be confusing to decide on whether the decision problem can be modeled via Choquet integral or which capacity to use to model the decision problem.

In this thesis study, a methodology to investigate the structure of existing dependence situations is proposed. Interaction types that can be modeled via different types of capacities are studied and represented by utilizing intuitive graphical demonstrations. The proposed methodology is applied to examples from quality domain. These applications provide an understanding on mostly encountered interaction types among quality characteristics in predictive modeling for quality improvement studies as well as examples to test the capability of Choquet integral to model different types of interactions from real life applications. Considering these examples and an interaction type from literature, solution approaches are suggested for the situations in which Choquet integral fails to model dependencies.

Keywords: Multiple criteria decision making, Choquet integral, preference modeling, preferential dependence, quality improvement.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam boyunca bilgi ve deneyimlerini benimle paylaşan, karşılaştığım zorluklarda yol gösterici olan ve desteğini benden esirgemeyen, her zaman beni anlamaya ve cesaretlendirmeye çalışan ve kendisinden çok şey öğrendiğim Prof. Dr. Gülser Köksal'a en içten teşekkürlerimi sunarım. Onun gibi ilham verici bir insanla çalışıyor olmayı kendim için daima büyük bir şans olarak gördüm.

Değerli katkılarından dolayı bir diğer tez danışmanım Prof. Dr. Nimetullah Burnak'a da teşekkürlerimi sunarım.

Tez izleme kurulu ve jüri üyelerine gösterdikleri ilgi için teşekkür ediyorum.

Tez çalışmasının uygulama bölümlerinde destek aldığım Gonca Bacanlı Karabulut'a hem teknik açıklamaları hem de içten arkadaşlığı için teşekkür ederim.

Gösterdikleri anlayış ve yanımda oldukları için ailem ve tüm arkadaşlarıma da teşekkürlerimi sunuyorum.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

İÇİNDEKİLER (devam)

Sayfa

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil **Sayfa**

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge **Sayfa**

ÇİZELGELER DİZİNİ (devam)

Çizelge **Sayfa**

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Birçok karar problemi birden fazla ölçütün aynı anda ele alınmasını gerektirir. Tüm ölçütler altında en iyi sonucu veren bir alternatif genellikle bulunamamaktadır. Ölçütlerden biri için bir alternatif iyi olduğunda çoğunlukla bir başka ölçüt için başka bir alternatif daha iyi performans gösterir. Dolayısıyla alternatiflerin değerlendirilmesi ölçütler arasında ödünleşmenin nasıl yapılacağına bağlı olan ve bu sebeple de her karar verici için tercih yapısına göre farklılık gösterebilecek öznel bir konudur. Tercih modelleme, çok çeşitli uygulama alanlarında karşılaşılan ve dolayısıyla farklı alanlardan araştırmacıların ilgisini çeken bir problemdir.

Örneğin pazarlama alanında tercih tahmini modelleri ürün özellikleri değiştikçe müşteri tercihlerinin ne şekilde değişeceğini görmek için yaygın olarak kullanılır. Müşterilerin çeşitli ürünler için bildirdikleri tercih bilgisinden hareketle tercihlerin yapısını açıklamaya çalışan yöntemler bu alanda konjoint analizi başlığı altında toplanmıştır (Green and Srinivasan, 1990). Buna göre, bir müşterinin bir üründen elde ettiği fayda söz konusu ürünün özelliklerinin bir fonksiyonudur. Konjoint analizi ile belirlenen tahmin modelleri müşterilerin satın alma kararlarının benzetiminin yapılmasında kullanılarak rekabet stratejilerinin belirlenmesinde rol oynar. Bu fonksiyonun pazarlama alanındaki en önemli uygulamalarından biri de pazar bölümlerinin belirlenmesidir. Pazar bölümleri ürün özelliklerine verilen önemlerin kümelenmesiyle veya ürünler için tahminlenen tercihlerin doğrudan ayrıştırma ölçütü olarak kullanılmasıyla belirlenebilir. Tercih fonksiyonu pazar bölümlerinin daha iyi anlaşılmasını ve var olan uygulamaların karşılamadığı taleplerin fark edilmesini sağlayarak iyileştirme olanaklarını ortaya koyar. Ürün özelliklerinin önemlerinin ve firmanın rakiplerine göre konumunun analizi, uygun reklam stratejilerinin belirlenmesinde de yardımcı olur (Gustafsson et al., 2007).

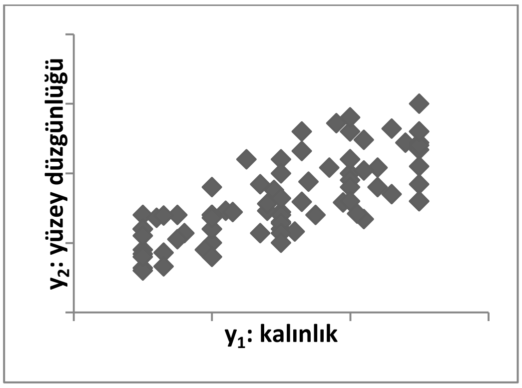
İnternet uygulamalarının artması tercih modelleme probleminin veri madenciliği alanında da sıklıkla çalışılan bir konu olmasına yol açmıştır. Arama motorlarının geri döndürdükleri belgelerin kullanıcı tercihleriyle uyumunun artırılması ve kullanıcıya kitap, sinema filmi seçimi gibi konularda destek vermeyi amaçlayan öneri sistemlerinin geliştirilmesi verilebilecek örnekler arasındadır. Öneri sistemlerinde temel fikir en iyi önerileri kendimizle benzer zevklere sahip kişilerden aldığımızdır. Örneğin belli bir kullanıcının bir kitap için vereceği puan, diğer kullanıcıların bu kitap için verdikleri puanların bir fonksiyonu ile tahminlenir. Bu fonksiyonun parametreleri hem söz konusu kullanıcının hem de diğer kullanıcıların puanladığı kitaplar kullanılarak belirlenir. İlgili kullanıcının ürün veya hizmet için değerlendirmesinin bağımlı değişken, diğer kullanıcıların değerlendirmelerinin ise bağımsız değişkenler olduğu düşünülürse fonksiyonda kullanılacak katsayılar bağımlı değişkenin aldığı değerler mümkün olduğunca yakalanacak şekilde seçilir (Freund et al., 2003; Shashua and Levin, 2003; Rennie and Srebro, 2005). Bir arama motorunun girilen sorgu ifadesine göre döndürdüğü dokümanları kullanıcının en üstten alta incelediği düşünüldüğünde seçtiği dokümanlar tercih sırası bilgisi vermektedir. Dolayısıyla, sorgu ifadesi ve doküman arasındaki uyumu gösteren ortak kelime sayısı gibi özellikleri bileştirerek dokümanlara sıralama puanı verecek bir fonksiyonun katsayıları, arama motorlarının kayıtlarında bulunan sorgulamalar ve bu sorgulamalar için döndürülen dokümanlardan kullanıcı tarafından hangilerinin seçildiği incelenerek belirlenebilir (Joachims, 2002).

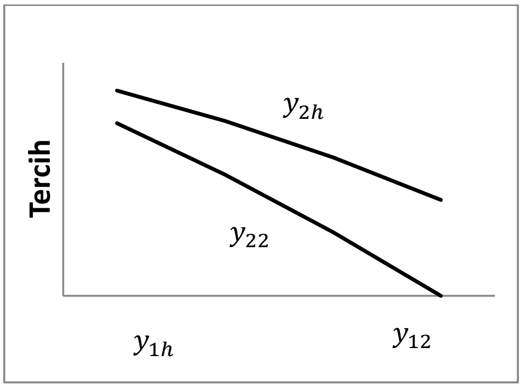
Birden fazla değişkenin tek bir değişkene indirgenmesi problemiyle kalite yönetiminde de sıklıkla karşılaşılır. Kalite girdi ve çıktı karakteristikleri arasındaki ilişkilerin modellenmesi en önemli kalite kontrol ve iyileştirme faaliyetleri arasındadır. Süreç değişkenlerinde yapılacak değişikliklerin kalite düzeyini nasıl etkileyeceğini görebilmek için kalite kontrol uzmanları süreç değişkenleri ile kalite karakteristikleri arasındaki ilişkileri modellemeye çalışır. Elde edilen model kaliteyi etkileyen faktörlerin anlaşılmasını sağladığından ve en iyi kalite karakteristiği sonuçlarını veren süreç parametrelerini belirlemek üzere kullanılabileceğinden kalite iyileştirme ve en iyileme faaliyetlerinde önemli yer tutar. Ürünlerin kalitesi genellikle birden fazla kalite karakteristiği ile belirlendiğinden bu tür çalışmaların yapılabilmesi için birden fazla girdi ve birden fazla çıktı değişkeni arasında ampirik modellemeyi etkili yapabilecek yöntemlere ihtiyaç duyulmaktadır. Yapay sinir ağları gibi yöntemler bu tür modellemeleri sınırlı bir doğrulukta yapabilse de böyle yöntemlerin sayısı azdır. Ampirik modelleme yöntemlerinin çoğu tek çıktı değişkeni varsayılarak geliştirilmiştir. Dolayısıyla, çok sayıdaki kalite karakteristiğinin ürünlerin tercih edilirliğini yansıtan tek bir ölçüye indirgenmesi tüm bu yöntemlerden herhangi birinin kullanılabilmesi adına avantaj sağlar.

Yukarıda verilen ve sayısı artırılabilecek örneklerden görülebileceği gibi farklı alanlardan çok sayıda araştırmacı karar verici tercihlerinin anlaşılması ve modellenmesi üzerinde çalışmaktadır. Geliştirilen yöntemler ele aldıkları problemin yapısı ve kullanılan tekniklere bağlı olarak farklı başlıklar altında toplanmaktadır. Çok ölçütlü karar verme literatürü birden çok ölçütü içeren karar problemlerinde karar vericilere destek olmak için geliştirilmiş çok sayıda yöntem sunar. Bu yöntemlerin bir kısmı (örneğin çok ölçütlü fayda/değer teorisi, analitik hiyerarşi süreci, UTA, Choquet integral) yukarıda açıklanan problem türlerinde ihtiyaç duyulduğu gibi alternatiflere tercih değeri verilmesiyle ilgilenirken bir kısmı alternatiflerin nümerik bir değer atanmadan sıralanması, bir kısmı ise en iyi alternatifin seçilmesi problemiyle ilgilenir (Roy and Slowinski, 2013).

Ölçütler arasında bağımlılıklar (etkileşimler) olması tercih modelleme problemini zorlaştırmaktadır. Şekil 1.1’de aralarında pozitif korelasyon bulunan iki ölçüt görülmektedir. Ölçütlerden birinin değeri yüksekken diğeri de yüksek, düşükken diğeri de düşük değer alma eğilimindedir. Şekil 1.2’de ise bir ölçütün tercih üzerindeki etkisi diğer ölçütün farklı seviyelerinde değişkenlik göstermektedir. Buna göre kalınlık ölçütünün hedef değerinden sapmasının tercih üzerindeki etkisinin yüzey düzgünlüğü ölçütünün hedefte olmadığı durumda daha yüksek olduğu görülmektedir.

İlk örnekte ölçütler arasında istatistiksel bağımlılık varken ikinci örnekte ölçütler tercihsel açıdan bağımlılık veya etkileşim içindedir. Korelasyon bilgisi karar vericinin tercihlerini etkileyerek tercihsel bağımlılığa da yol açabilir.





Şekil 1.1. İstatistiksel bağımlılık örneği

Şekil 1.2. Tercihsel bağımlılık örneği

Etkileşim karmaşık bir kavramdır, bu sebeple karar probleminde kullanılacak ölçütlerin birbirinden bağımsız olacak şekilde tasarlanmasına çalışılır. Böyle bir tasarım mümkün değilse ölçütler arasındaki etkileşimlerin türleri incelenmelidir. Bu sayede belirlenen etkileşim tipini ele alabilecek yöntem seçilebilecektir (Roy and Slowinski, 2013). Ancak etkileşimi dikkate alan tercih modelleme yöntemleri sınırlıdır.

Ölçütler arası etkileşimin dikkate alınabilmesi için ölçütlerin önemlerinin problemdeki diğer ölçütlere bağlı olması gerekir. Bunun için kullanılabilecek yaklaşımlardan biri ağırlıkların ölçütlerin kendilerine değil, ölçüt sıralarına verilmesidir (w_i, alternatifin ölçütler altında aldığı değerler büyükten küçüğe sıralandığında i. sırada yer alan ölçütün ağılığı olarak tanımlanır). Sıralı ağırlıklı aritmetik ortalama (*Ordered Weighted Arithmetic Mean*, OWA) yöntemi bu şekilde çalışmaktadır. Choquet integral ise ölçüt kombinasyonlarının etkilerini de dikkate alarak OWA'nın daha genel bir halini oluşturur.

Bir birleştirme operatörü olan Choquet integralin parametrelerini ölçüt kümesinin tüm alt kümelerine, bir diğer ifadeyle tüm ölçüt kombinasyonlarına, bir puan veren kapasite oluşturur (Choquet, 1953; Sugeno, 1974 tarafından da bulanık (*fuzzy)* ölçü adıyla literatüre sunulmuştur: Grabisch and Labreuche'den (2008a)). Choquet integral kapasite değerlerini ölçütlerin sırasını dikkate alarak birleştirir. Ele alabildikleri etkileşim durumlarının karmaşıklık derecesi farklılık gösteren tek kutuplu (iki referans seviyeli), üç referans seviyeli ve k referans seviyeli kapasitelerden söz edilebilir.

Çoğu çok ölçütlü karar verme yöntemi birleştirme fonksiyonu olarak ağırlıklı toplam kullanır. $w_i \geq 0, \forall i$ ve $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ olmak üzere $\boldsymbol{x} = (x_1, \dots, x_n)$ alternatifi için ağırlıklı toplam $F(\boldsymbol{x})$, $F(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$ ile gösterilir. Oysa birçok durumda ağırlıklı toplamın karar verici tercihlerini temsil edemediği bilinmektedir. Örneğin Grabisch and Labreuche (2008a) tarafından verilen, ölçütler altında $[0,1]$ aralığında aldıkları değerler Çizelge 1.1'de gösterilen üç alternatif için karar verici tercihlerinin ($\succ$ tercih, $\sim$ ise farksızlık ilişkisini göstermek üzere) $a \succ b \sim c$ şeklinde olduğu düşünülsün.

Çizelge 1.1. Ağırlıklı toplam tarafından gösterilemeyen bir tercih yapısındaki alternatifler

Alternatif	Ölçüt 1	Ölçüt2
a	0,4	0,4
b	0	1
c	1	0

Ağırlıklı toplamın karar verici tercihlerini yansıtabilmesi için gerekli w_1 ve w_2 değerleri araştırılsın:

$$b \sim c \;\Leftrightarrow w_1 = w_2$$
$$a \succ b \;\Leftrightarrow 0{,}4(w_1 + w_2) = 0{,}8w_2 > w_2$$

Görüldüğü gibi karar vericinin tercih yapısını yansıtabilecek w_1 ve w_2 değerleri bulunamamaktadır. Ağırlıklı toplamda w_1, ölçüt 1'de tamamen tatmin edici (1), diğer ölçütlerde ise kabul edilemez (0) değer almış bir alternatifin alacağı genel puanı gösterir. Yukarıdaki örnekte karar verici ölçütler altında dengeli puanlar almış alternatifleri daha çok tercih etmektedir. Bu tercih yapısı sadece ölçütler için değil, ölçüt grupları için de ağırlıkların belirlenmesiyle modellenebilir. Söz konusu örnekte her iki ölçütte de tamamen tatmin edici değer almış bir alternatifin alacağı puanı temsil eden w_{12} ağırlığı tanımlanabilir. Böyle bir alternatif, tercih edilirliği en yüksek olacağından, en büyük puan olan 1 puanını alacaktır. Dolayısıyla $w_{12} = 1$ yazılabilir. $w_1 = w_2 = 0{,}3$ olarak belirlensin. a alternatifi her iki ölçütte de eşit puan almıştır. Bu durum w_{12} ile tariflenen duruma (0,4 düzeyinde) uygundur. b ve c alternatifleri de sırasıyla w_2 ve w_1 ağırlıklarıyla tanımlanan durumlara uygundur. $v(i)$, i alternatifinin tercih puanını göstermek üzere alternatifler için tercih puanı aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$v(a) = 0{,}4w_{12} = 0{,}4$$
$$v(b) = w_2 = 0{,}3$$
$$v(c) = w_1 = 0{,}3$$

Elde edilen değerler incelenirse $v(a) > v(b) = v(c)$ olarak elde edildiği ve karar verici tercihlerinin temsil edilebildiği görülür.

Yukarıdaki örnekte alternatifler ağırlıklar tarafından tarif edilen durumlara tam olarak uymaktadır. Bu durumlara uymayan bir alternatif, örneğin d alternatifi ele alınsın:

d	0,2	0,8

Tercih sıralamasının $a \succ d \succ b \sim c$ şeklinde olacağı düşünülebilir. d alternatifi d' ve d'' ile gösterilen iki suni alternatifin toplamı olarak değerlendirilebilir:

d'	0,2	0,2
d''	0	0,6

Toplamlı bir model kullanıldığından d için tercih puanı d' ve d'' alternatiflerinin tercih puanlarının toplamı olacaktır:

$$v(d') = 0{,}2w_{12} = 0{,}2$$

$$v(d'') = 0{,}6w_2 = 0{,}18$$
$$v(d) = v(d') + v(d'') = 0{,}38$$

İstenen sıralamanın elde edildiği görülmektedir. Bu örnekte alternatifler için tercih puanlarının elde edilmesinde kullanılan yöntem Choquet integraldir ve ölçüt ve ölçüt gruplarına verilen ağırlıklar da (w_1, w_2, w_{12}) kapasiteyi (bulanık ölçüyü) oluşturmaktadır.

Yukarıda verilen örnekteki karar yapısında bir alternatifin yüksek tercih puanı alabilmesi için her iki ölçütte de iyi performans göstermesi gerekmektedir. Sadece bir ölçüt altında, en yüksek değeri almış olsa bile, iyi performans gösteriyor olması alternatifin tercih puanının yüksek olması için yeterli olmamaktadır. Bu durumda ölçütlerin bir dereceye kadar birbirini tamamladığı veya karar vericinin toleranssız bir tercih yapısına sahip olduğu söylenir. Uç durumda $(0{,}0)\sim(1{,}0)\sim(0{,}1) \prec (1{,}1)$ şeklinde bir tercih sıralaması geçerli olacaktır. Bir diğer uç durumda ise ölçütler birbirinin yerine geçebilir özellikte olabilir. Bu durumda karar vericinin toleranslı bir tercih yapısına sahip olduğu söylenir ve $(0{,}0) \prec (1{,}0)\sim(0{,}1) \sim (1{,}1)$ şeklinde bir tercih sıralaması geçerli olur. Choquet integralin bu tercih yapılarını modelleyebildiği bilinmektedir (Grabisch and Labreuche, 2008a).

Çok ölçütlü karar verme alanındaki Choquet integral literatüründe Choquet integralin etkileşimleri modelleyebilme yeteneği çoğunlukla iki ölçütün birbirine göre öneminin üçüncü bir ölçütün aldığı değere bağlı olduğu örnekler üzerinden açıklanmıştır. Çizelge 1.2'de verildiği gibi öğrencilerin Matematik, İstatistik ve Dil puanlarına göre değerlendirildiği örnek en yaygın olarak kullanılandır.

Matematik puanı yüksek olan öğrenciler için çoğunlukla İstatistik puanı da yüksek olduğundan ve karar verici bilimsel yönü kuvvetli fakat Dil konusunda yetersiz öğrencilerin öne çıkmasını istemediğinden Matematik puanı iyi olan öğrenciler arasında Dil puanı yüksek olan İstatistik puanı yüksek olanına, Matematik puanı düşük olan öğrencilerde ise İstatistik puanı yüksek olan Dil puanı yüksek olanına tercih edilmektedir. Dolayısıyla Çizelge 1.2’de görülen dört öğrenci için tercih sıralaması $b \succ a \succ c \succ d$ şeklindedir.

Çizelge 1.2. Öğrencilerin farklı derslerde aldıkları puanlar

Öğrenci	Matematik	İstatistik	Dil
a	16	13	7
b	16	11	9
c	6	13	7
d	6	11	9

Bu örnekte Matematik ve İstatistik ölçütleri bir dereceye kadar birbirinin yerine geçebilir özelliktedir. İstatistik puanındaki artışın alternatifin tercih edilirliği üzerindeki etkisi a ve b alternatiflerinde, bu alternatiflerde Matematik puanı yüksek olduğundan, c ve d alternatiflerinde olduğundan daha düşüktür. Choquet integral kullanılarak Çizelge 1.2’de gösterilen alternatifler için belirtilen tercih yapısı modellenebilmektedir. Bu sonucu genelleştirmek gerekirse, tek kutuplu kapasite ile Choquet integral kullanılarak aşağıda verilen türdeki karar kurallarının modellenebildiği gösterilmiştir (Grabisch and Labreuche, 2005a):

(K1): Bir öğrenci için Matematik en yüksek puansa Dil puanı İstatistik puanından önemlidir.

(K2): Bir öğrenci için Matematik en düşük puansa İstatistik puanı Dil puanından önemlidir.

Tercih yapısı (K1) ve (K2)’de belirtildiği gibi Matematik ölçütünün en büyük/en küçük değeri almasına göre değil, belli bir puandan yüksek/düşük olmasına göre değişiyor olabilir. Örneğin öğrencilerin $[0,20]$ aralığında puan aldıkları problem için 10 bir çeşit yeterlilik seviyesi olarak düşünülüyor olabilir. Buna göre puanlar $[-10,10]$ aralığına dönüştürülerek İstatistik ve Dil puanlarının birbirine göre önemlerinin Matematik puanının pozitif veya negatif olmasına bağlı olması istenebilir. Bu durumda en büyük ve en küçük dışında bir referans değeri kabul etmeyen tek kutuplu kapasiteden daha karmaşık bir kapasite olan üç referans seviyeli kapasite (*bicapacity*) kullanılabilir. Üç referans seviyeli kapasite ile aşağıda verilen türdeki karar kurallarının modellenebildiği gösterilmiştir (Labreuche and Grabisch, 2007):

(K1'): Matematik puanı pozitifse ve üç puan içinde sıfıra en yakın olan değilse Dil puanı İstatistik puanından önemlidir.

(K2'): Matematik puanı negatifse ve üç puan içinde sıfıra en yakın olan değilse İstatistik puanı Dil puanından önemlidir.

Bu çalışmanın amacı, ölçütler arasında tercihsel bağımlılık görülen karar problemlerinde alternatifler için aralık ölçeğinde tercih puanlarının belirlenmesini sağlayan etkin bir yöntemin geliştirilmesidir. Yukarıda açıklanan avantajlarından dolayı yöntem olarak Choquet integral benimsenmiştir. Ölçütler arasında görülebilecek etkileşimler çok çeşitli türlerde olabilir. Karar vericinin tercih yapısı bir ölçütün en büyük/en küçük veya belli bir değerden büyük/küçük değer almasına göre değişiyor olabilir. Karar yapısında etkili olan üçten fazla referans değer de söz konusu olabilir. Yukarıda verilen açıklamalardan eldeki karar problemi için Choquet integral kullanılarak modelleme yapılıp yapılamayacağı ve hangi tür kapasite kullanılması gerektiği her zaman kolaylıkla anlaşılamayabilir. Bu sebeple, öncelikle Choquet integralin pratikte karşılaşılan bir karar problemi için uygunluğunun analiz edilmesinde kullanılacak bir yöntem üzerinde çalışılmıştır. Kolay anlaşılabilir etkileşim grafikleri yardımıyla farklı kapasite türleriyle tercih modellemesi yapmak için gerekli şartlar ortaya konmuştur. Choquet integral yönteminin özellikle kalite problemlerinde görülen etkileşimlere yönelik başarısı incelenmiştir. Bu amaçla öncelikle imalat ortamlarında kalite karakteristikleri arasında sık görülen etkileşim türleri anlaşılmaya çalışılmıştır. Elde edilen bilgilerden hareketle yaratılan örnekler için Choquet integralin tercih modelleme yeteneği analiz edilmiştir. Bu örnekler ve literatürde karşılaşılan bir etkileşim türü açısından Choquet integralin başarısız olduğu durumlar için çözümler önerilmiştir. Bu doğrultuda tez raporunun organizasyonu izleyen şekildedir:

Bölüm 2: Raporun ikinci bölümünde literatür taramasına ve temel kavramlara yer verilmiştir. İlk alt bölümde çok ölçütlü karar verme yöntemleri anlatılmıştır. İkinci alt bölümde ölçütler arasındaki etkileşimleri dikkate alan kesikli çok ölçütlü karar verme yöntemleri, kullandıkları tercih bilgisinin şekline göre gruplandırılarak kısaca açıklanmıştır. Üçüncü alt bölüm Choquet integralle ilgili açıklamalara ayrılmıştır. Bu alt bölümde ayrıca çok ölçütlü karar verme alanındaki Choquet integral çalışmalarında görülen etkileşim kavramları ve bulanık (*fuzzy*) ölçü (kapasite) kullanılarak bu etkileşimlerin nasıl modellenebileceği üzerinde durulmuştur. Dördüncü alt bölümde ise kalite iyileştirme faaliyetleriyle ilgili açıklamalar yer almaktadır.

Bölüm 3: Ölçütler arasında etkileşim olan karar problemlerinde uygun yöntemin seçilebilmesi için problemdeki etkileşim türlerinin belirlenmesi gerekir. Ölçütler arası etkileşimlerin analizi imalat ortamlarında kalite karakteristikleri arasındaki etkileşimlerin analizi üzerinden açıklanmıştır. İmalat ortamlarında kalite karakteristikleri arasında sık görülen etkileşim türlerini belirleyebilmek için kalite kontrol uzmanlarıyla görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Yapılan görüşmelerde edinilen deneyimlerle bağımsızlık varsayımının test edilmesi ve var olan bağımlılık durumlarının ortaya çıkarılması için bir analiz yöntemi geliştirilmiştir. Bölüm 3 bu analiz yöntemini ve ayakkabı imalatı ile metal işleme sektörlerindeki uygulamasını anlatmaktadır.

Bölüm 4: Aralarında tercihsel bağımlılık bulunan ölçütleri içeren karar problemlerinde alternatiflere farklı kapasite türleri ile Choquet integral kullanarak tercih puanı verilmesi için sağlanması gereken koşullar ortaya çıkarılmıştır. Koşullardan bazılarının yumuşatılması için çözüm önerilerinde bulunulmuştur.

Bölüm 5: Bölüm 3'te ayakkabı imalatı ve metal işleme sektörleri için belirlenen etkileşim örneklerinin Choquet integral ile modellenmesi uygulamaları Bölüm 5'te açıklanmıştır. Choquet integralin modelleyebileceği tercih yapılarına uymayan durumlar için Bölüm 4'te geliştirilen çözüm önerilerinin bu örneklerin ve Choquet integral literatüründe sıklıkla yer verilen ölçütlerin şartlı göreceli önemleri yapısının modellenmesindeki katkısı gösterilmiştir.

Bölüm 6: Raporun son bölümü sonuçların özetlenmesi ve ileri çalışma alanlarının açıklanmasına ayrılmıştır.

BÖLÜM 2

LİTERATÜR TARAMASI VE TEMEL KAVRAMLAR

Tez çalışmasında ölçütler arasında tercihsel bağımlılık bulunan karar problemleri ele alındığından ve tercih modelleme yöntemi olarak Choquet integral benimsendiğinden Bölüm 2 çok ölçütlü karar verme yöntemleri ve Choquet integral ile ilgili literatür taraması ve temel kavramların açıklanmasına ayrılmıştır. Choquet integral yönteminin özellikle kalite problemlerinde görülen etkileşimlere yönelik başarısı incelendiğinden bu bölümde kalite iyileştirme faaliyetleriyle ilgili açıklamalara da yer verilmiştir.

2.1. Çok Ölçütlü Karar Verme Yöntemleri

Birçok karar problemi birden fazla ölçütün aynı anda ele alınmasını gerektirir. Çok ölçütlü karar analizi, yöneylem araştırmasının karar vericilere bir arada dikkate alınması gereken birden çok ve birbirleriyle çelişen ölçütleri içeren karar problemlerinde destek olmak ve yol göstermek için uygun yöntemlerin geliştirilmesi ile ilgilenen bir dalıdır (Doumpos and Zopounidis, 2011).

Brans and Mareschal (2005) karar problemlerinin yapısını ve öznel boyutunu bir otomobil satın alma problemi üzerinden açıklamıştır. Satın almak için hangi arabanın en iyi olduğuna karar vermeye çalışan bir kişi için fiyat en küçüklenmek istenen önemli bir ölçüttür. Fakat genellikle dikkate alınan tek özellik fiyat değildir. Çoğu insan lüks veya spor bir otomobili ekonomik düzeydeki bir otomobilin fiyatına almak ister. Aslında bu problemde fiyat, imaj, konfor, hız, yakıt tüketimi, güvenilirlik gibi birçok ölçüt dikkate alınır. Tüm bu ölçütleri aynı anda en iyileyen tek bir otomobil seçeneği olmadığından ödünleşik bir çözüm bulunmaya çalışılır.

Hepimiz aynı arabayı satın almayız çünkü hangi ödünleşmenin daha iyi olduğu kişiden kişiye değişir. Çok ölçütlü problemlerde bulunmaya çalışılan en iyi ödünleşik çözüm sadece alternatiflerin ölçütler altındaki değerlerine değil aynı zamanda karar vericinin kişisel tercihlerine bağlıdır. Dolayısıyla karar verme sürecine destek olacak bir yöntem hem alternatiflerin ölçütler altında aldıkları değerlere hem de karar verici tercihlerine ihtiyaç duyar.

A, uygun (*feasible*) alternatiflerin kümesini ve $\{g_1(\cdot), g_2(\cdot), \dots, g_j(\cdot), \dots, g_k(\cdot)\}$ ölçüt kümesini göstermek üzere (2.1)'de verilen çok ölçütlü problem ele alınsın:

$$enb\{g_1(a), g_2(a), \dots, g_j(a), \dots, g_k(a) \,|\, a \in A\} \tag{2.1}$$

Çok ölçütlü bir problem için baskınlık ilişkisi (2.2)'de verilen şekilde tanımlanır (Brans and Mareschal, 2005):

$$\begin{aligned}
&\left.\begin{array}{l}\forall j: g_j(a) \geq g_j(\,b) \\ \exists k: g_k(a) > g_k(b)\end{array}\right\} \Leftrightarrow aPb \\
&\forall j: g_j(a) = g_j(\,b) \Leftrightarrow aIb \\
&\left.\begin{array}{l}\exists s: g_s(a) > g_s(\,b) \\ \exists k: g_r(a) < g_r(b)\end{array}\right\} \Leftrightarrow aRb
\end{aligned} \tag{2.2}$$

(2.2)'de P, I ve R sırasıyla tercih, farksızlık ve karşılaştırılamama durumlarını gösterir. Bu tanıma göre a alternatifi tüm ölçütlerde en az b kadar iyiyse b ölçütünden daha iyidir. Eğer a alternatifi s ölçütünde b alternatifinden daha iyi, b alternatifi de r ölçütünde a alternatifinden daha iyiyse herhangi başka bir bilgi olmadan hangi alternatifin daha iyi olduğuna karar vermek mümkün değildir. Bu durumda söz konusu iki alternatif karşılaştırılamaz.

Herhangi bir alternatifin baskın olmadığı alternatifler etkin çözümler (*efficient solutions*) olarak bilinir. Çok ölçütlü problemlerde genellikle çözümlerin çoğu etkindir. Dolayısıyla baskınlık ilişkisi alternatifler arasında P (tercih) ve I (farksızlık) ilişkileri kurmak için son derece zayıftır. Çoğunlukla bir alternatif bir ölçütte diğerinden daha iyi olduğunda diğeri başka bir ölçütte daha iyi olur.

Çok ölçütlü karar verme problemlerinde ele alınan tek problem tipi en iyi alternatifin seçimi değildir. Karar problemleri amaçlarına göre Roy (1985) referans gösterilerek dört kategoriye ayrılabilir (Doumpos and Zopounidis, 2002; Jacquet-Lagrèze and Siskos, 2001; Guitouni and Martel, 1998; Spronk et al., 2005):

- **Seçim (*choice*)**: En iyi alternatifin veya alternatif kümesinin belirlenmesi problemidir.
- **Sıralama (*ranking*)**: Alternatiflerin en iyiden en kötüye sıralanması problemidir.
- **Sıralı sınıflara ayırma (*sorting*)**: Alternatiflerin önceden tanımlanmış, karar vericinin tercih sıralaması yaptığı gruplara atanması problemidir.
    - Alternatiflerin önceden tanımlanmış gruplara atanması problemi, söz konusu gruplar nominal özellikteyse **sınıflama (*classification*)** problemi olarak bilinir. Daha çok istatistik ve makine öğrenmesi alanında ilgi gören bu problem tipinde gruplar arasında bir tercih ilişkisi yoktur.
- **Tanımlama (*description*)**: Alternatiflerin ölçütler altındaki performansları açısından tanımlanması, tarif edilmesi problemidir.

Tüm çok ölçütlü karar verme yöntemleri baskınlık ilişkisini geliştirerek karşılaştırılamama durumlarını azaltmaya çalışır. Bunun için alternatiflerin ölçütler altındaki değerlerine ek olarak ihtiyaç duyulan bilgiler yöntemden yönteme farklılık gösterir. Bu ek bilgiler için aşağıdaki örnekler verilebilir (Brans and Mareschal, 2005):

- Ölçütler arasındaki ödünleşmeler
- Problemi tek ölçütlü hale dönüştürmek için ölçütleri tek bir fonksiyonda birleştiren bir değer fonksiyonu
- Ölçütlerin göreceli önemlerini veren ağırlıklar
- Her bir ölçüt altında alternatiflerin ikili karşılaştırılmaları ile elde edilen tercih bilgileri

- Tercih limitlerini belirleyen eşik değerleri

Uygun çözüm kümesinin sonlu veya sonsuz sayıda alternatif içermesine göre çok ölçütlü karar problemleri sırasıyla kesikli (*discrete*) çok ölçütlü karar verme problemleri ve çok ölçütlü en iyileme problemleri (*multiple criteria optimization problems*) olarak ikiye ayrılır. Çok ölçütlü en iyileme problemlerinde uygun çözümler eşitlik veya eşitsizlik sistemleri ile gösterilen uygun çözüm alanını oluşturan noktalardır (Wallenius, 2008).

Kesikli çok ölçütlü karar verme problemleri ve çok ölçütlü en iyileme problemleri, uygun çözüm kümeleri dışında tercih fonksiyonunu ele alış biçimleri açısından da farklılık gösterir (Wallenius, 2008). Kesikli çok ölçütlü karar verme problemleri için geliştirilen birçok yöntem karar vericinin tercih yapısına ilişkin bir fonksiyonu matematiksel olarak belirleyip bu fonksiyonu kullanarak alternatifleri sıralamaya, sıralı sınıflara ayırmaya veya en çok tercih edilen alternatifi seçmeye çalışır. Çok ölçütlü en iyileme yöntemlerinde karar vericinin tercih fonksiyonu genellikle açık bir şeklide belirlenmeye çalışılmaz. Bunun yerine en çok tercih edilen çözüme ulaşmak için karar verici tercihleriyle ilgili bilgiler aşamalı olarak alınır ve kullanılır.

Çok ölçütlü karar verme literatürü karar problemlerinde kullanılmak üzere geliştirilmiş çok sayıda yöntem sunmaktadır. Çeşitli araştırmacılar bu yöntemler için kullanılan modeller ve model geliştirme süreçlerini dikkate alarak çeşitli sınıflamalar geliştirmiştir. Roy (1985) geliştirilen modellerin özellikleri açısından çok ölçütlü karar verme yöntemlerinin üç kategoriye ayrılabileceğini belirtmiştir:

- Ölçütleri birleştiren yaklaşımlar (unique synthesis criterion approaches)
- Üstünlük ilişkilerini birleştiren yaklaşımlar (outranking synthesis approaches)
- Yerel kararları kullanan etkileşimli yaklaşımlar (interactive local judgment approaches)

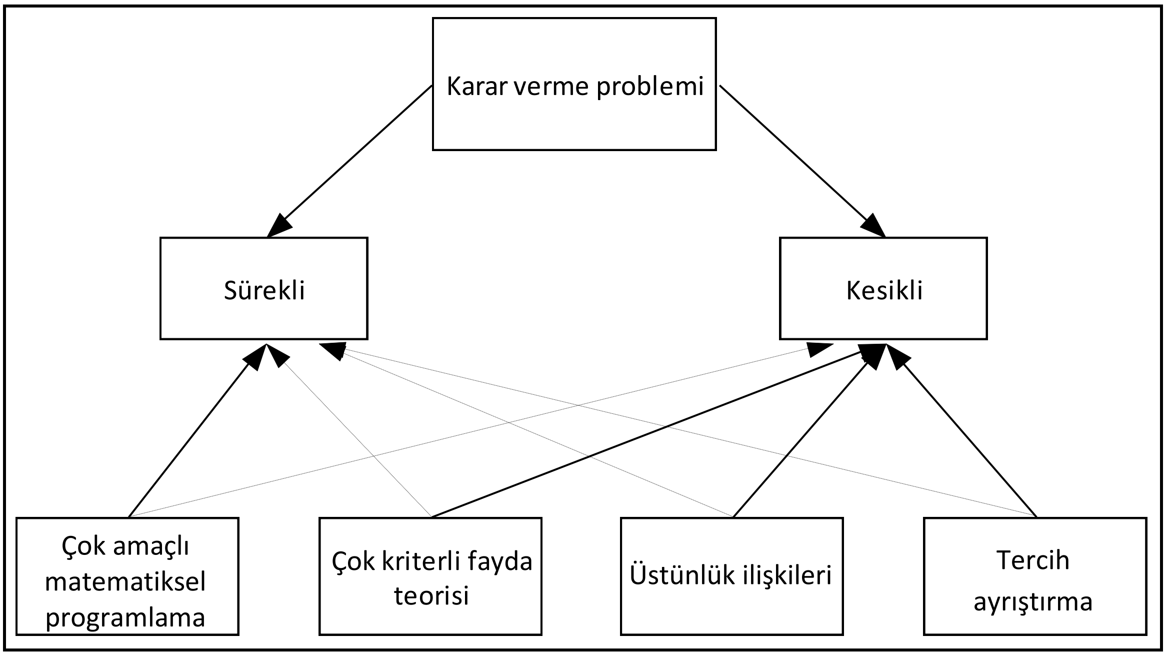
Pardalos et al. (1995) ise hem geliştirilen modellerin özelliklerini hem de model geliştirme sürecini gözeterek yöntemleri dört başlık altında toplamıştır:

- Çok amaçlı matematiksel programlama (multi objective mathematical programming)
- Çok ölçütlü fayda teorisi (multi attribute utility theory)
- Üstünlük ilişkileri (outranking relations)
- Tercih ayrıştırma analizi (preference disaggregation analysis)

Yukarıdaki dört temel çok ölçütlü karar verme yönteminin sürekli ve kesikli tipteki karar problemlerine katkısı Doumpos and Zopounidis (2002) tarafından Şekil 2.1 ile açıklanmıştır. Bu şekilde düz çizgiler doğrudan katkıyı, kesikli çizgiler ise dolaylı katkıyı temsil eder. Çok ölçütlü fayda teorisi, üstünlük ilişkileri ve tercih ayrıştırma yöntemleri kesikli tipteki problemlerde kullanılırlar. Bu yöntemler karar vericinin kesikli tipteki alternatifler arasından seçim yapmasını, alternatifleri sıralamasını veya sınıflandırmasını sağlayacak karar modelinin geliştirilmesini sağlar. Diğer taraftan çok amaçlı matematiksel programlama en çok sürekli tipteki problemler için uygundur.

Şekil 2.1'de görüldüğü gibi doğrudan katkıların yanında dolaylı katkılar da söz konusudur. Çok ölçütlü fayda teorisi, üstünlük ilişkileri ve tercih ayrıştırma yöntemleri sürekli tipteki karar problemleri kapsamında da kullanılabilir. Bu durumda karar vericinin tercih yapısı için fonksiyonel veya ilişkisel bir model oluşturulmasını sağlarlar. İkinci adımda ise oluşturulan model en iyileme kapsamında kullanılır. Benzer şekilde çok amaçlı matematiksel programlama kesikli tipteki problemler için diğer çok ölçütlü karar verme yöntemleri ile birlikte kullanılabilir. Bu kapsamda çok amaçlı matematiksel programlama tekniklerinden model geliştirme aşamasında yararlanılır.

Çok ölçütlü karar verme literatüründe belirsizlik de önemli bir konudur. Karar vericinin yargılarıyla ilgili olan iç belirsizlik ve alternatiflerin sonuçlarıyla ilgili olan dış belirsizlikten söz edilebilir (Stewart, 2005). Dış belirsizlik belli bir seçimin sonuçlarıyla ilgili bilginin yetersizliği ile ilgilidir. Böyle durumlarda belirsizlik dağılımları (örneğin olasılık) kullanılabilir. Bulanık küme (*fuzzy set*) yaklaşımları, kaba küme yaklaşımları iç belirsizlik durumlarında başvurulabilecek yöntemler arasındadır. Stewart (2005) dış belirsizlik durumu için dört yaklaşım incelemiştir. Bunlar çok ölçütlü fayda teorisi, rassal baskınlık kavramları, vekil/alternatif (*surrogate*) risk ölçülerinin kullanımı ve senaryo planlama ile çok ölçütlü karar vermeyi entegre eden yaklaşımlardır.



Şekil 2.1. Çok ölçütlü karar verme yaklaşımlarının sürekli ve kesikli tipteki karar problemlerine katkıları (Doumpos and Zopounidis, 2002)

Yukarıda açıklandığı gibi karar verici tercihlerine ilişkin bilgilerin elde edilmesi çok ölçütlü karar verme yöntemlerinde büyük rol oynamaktadır. Çok ölçütlü karar verme yöntemleri tercih bilgisinin alınma aşamasına ve kullandıkları tercih bilgisinin şekline göre farklılık gösterir. Tercih bilgisinin alınma aşamasına göre çok ölçütlü karar verme yöntemleri üç grupta incelenebilir (Korhonen, 2005).

2.1.1. Tercih bilgisinin alınma aşamasına göre çok ölçütlü karar verme yöntemleri

<u>Tercihlerin Önceden Toplanması:</u> Değer fonksiyonu karar vericiden alınan tercih bilgisi kullanılarak açıkça oluşturulur. Çok ölçütlü fayda teorisi bu yaklaşımın klasik örneklerinden biridir. Analitik Hiyerarşi Süreci, MACBETH bu yaklaşımın diğer örneklerini oluşturur. Aşağıdaki adımlar tanımlanabilir:

a) Tercih yapısını oluşturan değer fonksiyonu için varsayımlar yapılır.
b) Ayrıntılı şekilde tasarlanmış görüşme teknikleri kullanılarak değer fonksiyonunun parametreleri belirlenir.
c) Karar verici yanıtlarının tutarlılığı kontrol edilir.
d) Değer fonksiyonu kullanılarak her bir alternatifin puanı belirlenir. Bu puanlar en iyi alternatifin belirlenmesi veya alternatiflerin sıralanması için kullanılır.

Bu yaklaşım pratikte karar verme problemlerinde yaygın bir şekilde kullanılır. Ağırlıklı ortalama (toplam) ölçütlerin birleştirilmesi için en sık kullanılan yöntem olarak gösterilebilir.

Tercihlerin Etkileşimli Olarak Toplanması: Değer fonksiyonunun bilindiği varsayılmaz ve fonksiyon açık bir şeklide tahminlenmeye çalışılmaz. Karar vericinin belli sorulara verdiği yanıtlar “en iyi” veya “en çok tercih edilen” çözüme ulaşmak için kullanılır. Bu yaklaşımın klasik örnekleri arasında Geoffrion et al. (1972), Zionts and Wallenius (1976) ve Struer (1977) tarafından geliştirilmiş yöntemler yer alır.

Tercihlerin Sonradan Toplanması: Bu yaklaşım etkin sınır (*efficient frontier*) için iyi bir tahmin yapmaya çalışır. Burada temel fikir karar vericiye olası çözümler hakkında bilgi verilmesidir. Steuer (1986) tarafından geliştirilen ADBASE sitemi bu yaklaşımın klasik örneklerindendir (Korhonen, 2005). ADBASE çok amaçlı doğrusal programlama problemi için tüm etkin uç nokta çözümlerini bulur. Ne yazık ki bu çözümlerin sayısı makul büyüklükteki problemler için bile çok olabilir. Günümüzde bu yaklaşım amaç fonksiyonlarının yapısının klasik en iyileme yöntemleri için çok karmaşık olduğu problemlerde popülerlik kazanmıştır. Genetik algoritmalar bu problemler için yaygın olarak kullanılır.

2.1.2. Kullandıkları tercih bilgisine göre çok ölçütlü karar verme yöntemleri

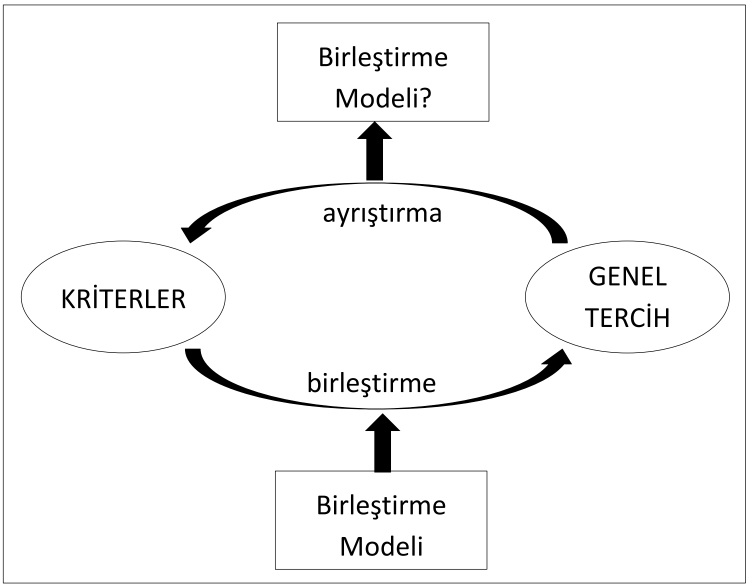
Çok ölçütlü karar verme yöntemleri kullandıkları tercih bilgisinin şekline bağlı olarak da birbirlerinden farklılık gösterirler. Tercih bilgisi doğrudan tercih modelinin ödünleşmeler, istek seviyeleri, eşik değerleri gibi parametrelerinin değerlerinin verilmesi veya dolaylı olarak, yani bazı alternatifler için genel değerlendirmelerin yapılması şeklinde olabilir (Greco et al., 2008).

Doğrudan tercih bilgisi (geleneksel) birleştirme yöntemlerinde kullanılır. Buna göre verilen tercih bilgisiyle karar modeli oluşturulur ve oluşturulan model alternatiflerin değerlendirilmesi amacıyla kullanılır. Çok ölçütlü fayda teorisi bu yaklaşımların tipik bir örneğidir.

Dolaylı tercih bilgisi ise tercih ayrıştırma yaklaşımında kullanılır. Buna göre karar vericinin referans örnekler için yaptığı genel tercih değerlendirmeleriyle uyumlu birleştirme modeli oluşturulur ve bu model alternatiflerin değerlendirilmesi için kullanılır.

Tercih Ayrıştırma (*Preference Disaggregation*) Yaklaşımı

Tercih ayrıştırma yaklaşımı Şekil 2.2'de gösterilmiştir (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 2001). Ayrıştırma yöntemleri, referans alternatifler için verilmiş karar örneklerinden karar modelini oluşturmak için regresyon benzeri teknikler kullanır (Doumpos and Zopounidis, 2011). Oluşturulan modelin karar verici değerlendirmeleriyle mümkün olduğunca uyumlu olmasına çalışılır. Referans kümesi geçmiş karalarda kullanılan alternatiflerden, karar vericinin kolaylıkla değerlendirilebileceği şekilde tasarlanan alternatiflerden veya ilgilenilen alternatiflerin bir alt kümesinden oluşabilir. Problem tipine bağlı olarak referans alternatiflerin değerlendirmesi bir sıra yapısı (toplam, zayıf, kısmi ve benzeri, Ek 1'de açıklanmıştır), ikili karşılaştırmalar veya alternatiflerin uygun şekilde sınıflandırılması şeklinde yapılabilir. Karar verici referans alternatifleri puanlayarak da genel tercih bilgisini verebilir.



Şekil 2.2 Tercih ayrıştırma yaklaşımı

$\mathcal{D}(X)$, karar vericinin alternatif kümesi X üzerindeki değerlendirmelerini göstersin. Karar vericinin değerlendirmelerini parametreleri β ile gösterilen karar modeli f_β üzerinden yaptığı ve bu karar modelinin karar vericinin gerçek tercih yapısını temsil ettiği varsayılır. Ayrıştırma yaklaşımının amacı bilinmeyen parametre kümesi β ile gösterilen bu tercih yapısını mümkün olduğunca doğru tahminleyen $\hat{\beta}^*$ parametre kümesini bulmaktır:

$$\hat{\beta}^* = arg\min_{\hat{\beta}\in\mathcal{A}} \left\|\hat{\beta} - \beta\right\|_p \tag{2.3}$$

Problem (2.3)'te $\left\|\hat{\beta} - \beta\right\|_p$ karar modelinin gerçek ve tahminlenen parametreleri arasındaki farkların p-normunu ($p = 1,2,\infty$) gösterir ve $\mathcal{A}$ parametrelerin uygun değerlerinin kümesidir. β bilinmediğinden problem (2.3) doğrudan çözülemez. Bunun yerine karar vericinin referans alternatifler üzerindeki değerlendirmeleri kullanılır. En iyileme probleminin genel formu aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$\hat{\beta}^* = arg\min_{\hat{\beta}\in\mathcal{A}} L\left[\mathcal{D}(X), \hat{\mathcal{D}}\left(X, f_{\hat{\beta}}\right)\right] \tag{2.4}$$

Problem (2.4)'te $\widehat{\mathcal{D}}(X, f_{\hat{\beta}})$, X kümesindeki alternatifler için $f_{\hat{\beta}}$ modelinin verdiği değerlendirmeleri gösterir. $L(\cdot)$ ise $\mathcal{D}(X)$ ve $\widehat{\mathcal{D}}(X, f_{\hat{\beta}})$ arasındaki farkı ölçen bir fonksiyondur.

Bu yaklaşımda tahminlenen $\hat{\beta}^*$ parametrelerinin karar vericinin tercih sitemi ile kabul edilebilir bir hata eşiği $\varepsilon > 0$ dahilinde uyumlu olduğu kabul edilir: $\|\hat{\beta} - \beta\|_p < \varepsilon$. Fakat söz konusu varsayım referans kümesinin uygun belirlenmemesi (çok küçük, gürültülü ve benzeri), karar modelinin formunun yanlış belirlenmesi gibi sebeplerden doğru olmayabilir: en küçükleme problemi (2.4), kayıp fonksiyonu L için küçük bir değer bulmuşken $\|\hat{\beta} - \beta\|_p$ değeri büyük olabilir. Veri madenciliği çalışmalarında yaygın olarak üzerinde durulan bu konu karar modellerinin güçlülüğü (robustness) ile de ilgilidir ve çok ölçütlü karar verme alanında da önem kazanmaya başlamıştır. Doumpos and Zopounidis (2011) çok ölçütlü karar verme ve veri madenciliği yöntemlerinin kesişim noktaları ile bu iki alanın güçlü yönlerinin birleştirilmesi çalışmalarını açıklayan bir makale yayınlamıştır.

UTA (UTilitès Additives) Jacquet-Lagreze and Siskos (1982) tarafından geliştirilmiştir ve tercih ayrıştırma yaklaşımının en önde gelen örneklerinden biridir. UTA yöntemi karar vericinin sunduğu genel tercih değerlendirmeleriyle uyumlu toplamlı değer fonksiyonunu oluşturmak için doğrusal programlama tekniklerini kullanır. Yöntemin farklı en iyilik ölçütleri kullanan versiyonları da geliştirilmiştir. Örnek olarak UTASTAR Algoritması (Siskos and Yannacopoulos, 1985) ve UTADIS (Devaud et al., 1980; Jacquet-Lagreze, 1995; Doumpos and Zopounidis, 2002) verilebilir.

2.1.3. Kullandıkları ölçüt birleştirme modeline göre kesikli çok ölçütlü karar verme yöntemleri

Bu çalışmada kesikli çok ölçütlü karar verme problemleri ele alındığından bu tür problemler için geliştirilmiş yöntemler daha ayrıntılı incelenmiştir.

Kesikli çok ölçütlü karar verme yöntemleri kullandıkları ölçüt birleştirme modeline göre üç grupta incelenebilir (Spronk et al., 2005; Roy, 2005; Doumpos and Zopounidis, 2011):

- fayda/değer fonksiyonu temelli yaklaşımlar (ölçütleri birleştiren yaklaşımlar (Roy, 1985)),
- üstünlük ilişkisine dayanan yaklaşımlar,
- karar kuralı modelleri.

Fayda/değer fonksiyonu temelli yaklaşımlar karar vericinin kararlarını bir tercih fonksiyonuna dayandırdığını varsayar ve bu fonksiyonu oluşturmaya çalışır. Tercih fonksiyonu V, her alternatife bir tercih puanı verir:

$$V(a) > V(b) \Leftrightarrow a \succ b$$
$$V(a) = V(b) \Leftrightarrow a \sim b$$

Yukarıdaki gösterimde $\succ$ tercih, $\sim$ ise farksızlık ilişkisini gösterir. Bu şekilde modellenen tercih yapısının aşağıdaki özellikleri taşıması gerekir (Belton and Stewart, 2002):

- Tercihler tamdır (*completeness*): Herhangi bir alternatif çifti için biri diğerine kesin olarak tercih ediliyordur (*strict preference*) veya iki alternatif arasında fark yoktur (*indifference*)
- Tercih ve farksızlık ilişkileri geçişlidir (*transitivity*): Herhangi üç alternatif (a, b, c) için $a \succ b$ ve $b \succ c$ ise $a \succ c$'dir. Benzer şekilde $a \sim b$ ve $b \sim c$ ise $a \sim c$'dir.

Bütünlük ve geçişlilik varsayımlarıyla oluşturulan değer fonksiyonuyla elde edilen sonuç bir zayıf sıradır (*weak order,* alternatifleri karşılaştırılamama durumu olmadan en iyiden en kötüye, farksızlık durumu da kabul edilerek sıralanması, Ek 1'de açıklanmıştır). Değer fonksiyonu temelli yaklaşımlar güçlü varsayımlara dayanarak zengin sonuçlar üreten yöntemler olarak değerlendirilmekte (karşılaştırılamam durumu tamamen ortadan kaldırılıyor) ve karar problemlerinin her zaman bu kadar detaylı sonuçlara ihtiyaç duymayacağı ve söz konusu güçlü varsayımların her zaman sağlanamayacak olması nedeniyle eleştirilmektedir (Vincke, 1994). Örneğin bir seçim probleminde a alternatifinin b ve c alternatiflerinden daha iyi olduğu biliniyorsa b ve c alternatifleri arasındaki tercih durumunu analiz etmek gereksiz olacaktır. Bu iki alternatif için karşılaştırılamama problemi olsa bile karar analizi süreci tehlikeye girmez. Bazı alternatifler için karşılaştılamama sonucu problemin daha detaylı çalışılması gereken yönlerini ortaya koyması bakımından faydalı da olabilir. Yöntemin amacını bir zayıf tam sıra elde etmek olarak belirlemek veri bunu desteklemiyor olsa bile bir zayıf sıra oluşturulması riskini taşır.

Tercih ve farksızlık ilişkilerinin geçişlilik özelliğini taşıyamayacağı durumlara rastlanabilir. Örneğin karar verici için iki alternatif arasındaki farkı hissedemeyeceği veya iki alternatiften birini tercih etmeyi reddedeceği bir hassasiyet eşiği olabilir. Farksızlık ilişkisinin geçişli olması ile bağdaşmayan bu durum için Luce (1956) şöyle bir örnek vermiştir: n miligram şeker içeren bir bardak çay ile $n + 1$ miligram içeren çay genellikle farksız olarak değerlendirilir. Farksızlık ilişkisinin geçişli olduğu kabul edilecek olursa belli sayıda adımın ardından N yeterince büyük olmak üzere içinde n miligram olan bir bardak çay ile $n + N$ miligram şeker içeren çayın farksız olduğunu söylemek gerekir. Oysa bu iki bardak çayın tadı arasında büyük fark olacaktır. Condorcet Paradoksu ve alternatiflerin karşılaştırılamama durumu tercih ilişkisinin geçişli olmamasına yol açabilir (Figueira et al., 2005).

Roy and Vincke (1984) iki alternatifin karşılaştırılmasının dört temel sonuçtan birini meydan getireceğini belirtmiştir:

- **Kesin tercih** (P, *strict preference*): iki alternatiften birini tercih etmek için açık ve pozitif sebepler vardır.
- **Farksızlık** (I, *indifference*): İki alternatifin birbirine eşit olduğunu gösteren açık ve pozitif kanıtlar vardır.
- **Zayıf tercih** (Q, *weak preference*): İki alternatiften birincisi diğerine tercih edilmemektedir fakat yukarıdaki iki durumdan biri baskın olmadığından diğer alternatifin birinciye tercih edildiğini veya birinciyle farksız olduğunu söylemek mümkün değildir. Tercih ve farksızlık arasında tereddütte kalınması olarak da tanımlanabilir.
- **Karşılaştırılamama** (R, *incomparability*): Yukarıdaki üç durumdan biri baskın olmadığından iki alternatif karşılaştırılamamaktadır.

Yukarıda açıklanan sebepler üstünlük (*outranking*) modellerinin geliştirilmesine sebep olmuştur. Üstünlük (*outranking*) ilişkisi, A üzerinde tanımlanan ikili (*binary*) bir ilişkidir ve S ile gösterilmiştir (S=P ∪ Q ∪ I). aSb ise a'nın en az b kadar iyi olduğuna karar vermek için yeterince kanıt varken bu ifadeyi reddetmeyi gerektirecek bir sebep yoktur (Vincke, 1994).

Üstünlük yöntemleri genel olarak iki adımdan oluşur. İlk adım alternatiflerin ikili olarak karşılaştırılarak üstünlük ilişkisinin kurulmasına dayanır. Üstünlük ilişkisi geçişli değildir. Bu durum oluşturulan üstünlük ilişkisinden problem tipine uygun (seçim, sıralama, sınıflama) sonuçlar çıkarılabilmesi için ikinci bir adımı (*exploitation*) gerektirir (Figueira et al., 2005). ELECTRE (*ELimination Et Choix Traduisant la Realité*-gerçeği açıklayan eleme ve seçim) ve PROMETHEE (*Preference Ranking Organization METHod of Enrichment Evaluations*) yöntemleri en önde gelen üstünlük yöntemleridir. ELECTRE yöntemleriyle ilgili ayrıntılı açıklamalar Figueira et al. (2005) ve (2013), PROMETHEE yöntemleriyle ilgili ayrıntılı açıklamalar Brans and Mareschal (2005)'te verilmiştir. Diğer üstünlük yöntemleri için Martel and Matarazzo (2005) görülebilir.

Değer fonksiyonuna dayanan yöntemler ile üstünlük ilişkisini temel alan yöntemler ödünleşme yaklaşımları açısından da farklılık gösterir. Üstünlük yöntemleri ödünleşmeyen (*noncompensatory*) yöntemler olarak bilinir.

Karar kuralı yöntemleri "eğer … ise …" şeklindeki karar kurallarının oluşturulmasını sağlar. Her kuralın şart bölümü, sonuç bölümünde belirtilen duruma ulaşılması için alternatifin karşılaması gereken koşulları tanımlar. Bazı durumlarda sonuç bölümü kuralın önerdiği sonucun gücünü gösteren nümerik bir değeri de içerir. Karar kuralı yöntemlerinin temel varsayımı karar vericinin tercih bilgisini bazı alternatifler için karar örnekleri vererek bildireceğidir (Greco et al., 2005). Bir diğer ifadeyle bu yöntemler tercih ayrıştırma yaklaşımı kapsamındadır.

Tercih bilgisindeki tutarsızlıkların ele alınabiliyor olması bu yaklaşımın önemli avantajlarındandır. Ayrıca, karar örnekleri yardımıyla elde edilen karar kuralları karar vericinin tercih tutumunu yansıtır ve karar vericiye tercihlerinin altında yatan sebepleri anlama fırsatı verir.

Referans alternatifler ve bu alternatifler için karar vericinin bildirdiği değerlendirmeleri tamamen kapsayan çok sayıda karar kuralı oluşturularak diğer alternatiflerin değerlendirilmesinde kullanılabilir. Fakat bu yaklaşım elde edilen karar kuralı setinin kuralların oluşturulmasında kullanılmayan alternatifler için başarılı olacağını garantilemez. Dolayısıyla etkili bir karar kuralı setinin oluşturulması önemlidir.

Eldeki örnekler yardımıyla kuralların oluşturulması tipik bir veri madenciliği yaklaşımıdır. Veri madenciliği problemlerinde ölçütler arasındaki bağımlılığın tanımlanması, ölçütlerin önceliklerinin belirlenmesi ve tutarsız verinin ele alınabilmesi için geliştirilen kaba küme teorisinin (*rough set theory*) çok ölçütlü karar verme alanında kullanılması için çeşitli çalışmalar gerçekleştirilmiştir (Greco et al., 1999,2001, 2005). Bu çalışmalarda temel kaba küme teorisindeki ayırt edilemezlik (*indiscernibility*) prensibinin yerini baskınlık prensibi almaktadır.

Fayda/değer fonksiyonu temelli yaklaşımlar:

Fayda/değer fonksiyonu temelli yaklaşımlara örnek olarak Çok Ölçütlü Fayda Teorisi, Analitik Hiyerarşi Süreci, UTA Yöntemleri, MACBETH, Choquet İntegral verilebilir. Choquet integral Bölüm 2.4'te ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

- **Çok ölçütlü fayda teorisi (*multi attribute utility theory*)**

Keeney and Raiffa (1993) tercih fonksiyonlarını alternatiflerin belirsizlik içerip içermemesine göre ikiye ayırmıştır. Buna göre belirsizlik altında tercihleri modelleyen fonksiyonlar **fayda (*utility*) fonksiyonu**, belirsizliğin olmadığı durumda kullanılan tercih fonksiyonları **değer (*value*) fonksiyonu** olarak adlandırılmaktadır. Literatürde kabul gören bu ayrım bu çalışmada da benimsenmiştir. Belirsizlik durumunda herhangi bir alternatifin seçilmesiyle elde edilecek sonuçlar tam olarak bilinmemekte fakat gerçekleşmesi muhtemel sonuçların hangi olasılıkla gerçekleşeceği bilinmektedir. Deterministik durumda her bir alternatif için elde edilecek sonuç bellidir. Bu çalışmada deterministik karar problemleri ele alındığından değer fonksiyonu üzerindeki açıklamalara yer verilmiştir. Fayda fonksiyonu ile ilgili çalışmalar için Keeney and Raiffa (1993) ve Abbas (2010) görülebilir.

Elde edilecek tercih fonksiyonu sadece alternatifleri sıralamak amacıyla kullanılabilir. Bazı durumlarda ise tercih fonksiyonunun alternatifler arasındaki tercih farkıyla ilgili de bilgi vermesi istenir. İlk durumda oluşturulacak tercih fonksiyonunun sıralı ölçekte olması yeterliyken ikinci durumda aralık ölçeğinde bir tercih fonksiyonuna ihtiyaç duyulur. Alternatifleri sıralamak için oluşturulan değer fonksiyonu **sırasal değer fonksiyonu** (*ordinal value function*), alternatifler arasındaki tercih farklarının da anlamlı olacağı değerler veren değer fonksiyonu **ölçülebilir değer fonksiyonu** (*measurable value function*) olarak adlandırılmaktadır (Dyer, 2005).

Çok ölçütlü fayda teorisinde üzerine çalışılan konular temel olarak;

- tercih fonksiyonunun yapısını toplamlı (*additive*) veya çarpımlı (*multiplicative*) olarak belirleyen koşulların ortaya konması,

- genel formuna karar verilen tercih fonksiyonun oluşturulmasına yönelik yöntemler (kısmi değer/fayda fonksiyonlarının, ölçeklendirme sabitlerinin belirlenmesi) ve
- bu değerlendirme süreci için yeterli bilginin elde edilmesine yönelik yöntemlerdir (Dyer, 2005).

Değer fonksiyonunun yapısını belirlemek için çeşitli bağımsızlık kavramları kullanılmaktadır.

Deterministik Karar Problemleri için Tercihsel Bağımsızlık Kavramları

Çok ölçütlü değer teorisi açıklamalarında kullanılan terminoloji Çizelge 2.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 2.1. Çok ölçütlü değer teorisi açıklamalarında kullanılan terminoloji

$I \subseteq N = \{1, 2, \dots, n\}$ ölçüt indislerinin bir alt kümesidir.
Y_I: I ile gösterilen ölçütlerin oluşturduğu ölçüt alt kümesi.
$\bar{Y}_I$: Y_I için tamamlayıcı alt küme
$wx \succsim^* yz$: *w* alternatifinin *x*'e tercih edilme derecesi *y* alternatifinin *z*'ye tercih edilme derecesine eşit veya bundan fazladır.
$wx \backsim^* yz$ $wx \succsim^* yz$ ve $yz \succsim^* wx$ durumlarının sağlandığı anlamına gelir.

<u>**Tercihsel Bağımsızlık (*Preferential Independence*)**</u>

Sadece belli ölçütlerde (Y_I ile gösterilsin) farklı değerler almış alternatifler için yapılacak sıralama sabit tutulan diğer ölçütlerin ($\bar{Y}_I$) değerlerinden etkilenmiyorsa Y_I ölçütleri $\bar{Y}_I$ ölçütlerinden tercihsel olarak bağımsızdır.

Herhangi bir $w_I, x_I \in Y_I$ ve $\overline{w}_I \in \overline{Y}_I$ için $(w_I, \overline{w}_I) \gtrsim (x_I, \overline{w}_I)$ olması halinde her $\overline{y}_I \in \overline{Y}_I$ için $(w_I, \overline{y}_I) \gtrsim (x_I, \overline{y}_I)$ ifadesi doğruysa Y_I, $\overline{Y}_I$'dan tercihsel olarak bağımsızdır (Dyer, 2005).

Her bir ölçüt alt kümesinin tamamlayıcısından tercihsel olarak bağımsız olması halinde ölçütler **karşılıklı tercihsel bağımsızdır**.

Karşılıklı tercihsel bağımsızlık herhangi bir ölçüt çifti için oluşturulan farksızlık eğrilerinin diğer ölçütlerin sabit tutulan değerlerinden etkilenmemesi anlamına gelmektedir.

Keeney and Raiffa (1993), Y_I ölçüt kümesinin $\overline{Y}_I$ ölçüt kümesinden tercihsel bağımsızlığı test etmek için aşağıdaki yöntemi önermiştir:

$\overline{w}_I \in \overline{Y}_I$ karar verici için tercih edilmeyen seviyeleri gösterecek şekilde $(w_I, \overline{w}_I) \sim (x_I, \overline{w}_I)$ koşulunu sağlayan $w_I, x_I \in Y_I$ belirlenir. $\overline{Y}_I$ ölçütlerinin istenen seviyeleri $\bar{x}_I \in \overline{Y}_I$ ile oluşturulan $(w_I, \bar{x}_I)$ ve $(x_I, \bar{x}_I)$ alternatifleri değerlendirilmek üzere karar vericiye sunulur. Karar verici bu alternatiflerin de birbirinden farksız olduğunu düşünüyorsa aynı süreç $\overline{Y}_I$ ölçütleri farklı değerlerde sabitlenerek farklı $w_I, x_I \in Y_I$ değerleri ile tekrarlanır.

Karar vericinin yanıtları tercihsel bağımsızlık ile uyumluysa "belli bir $\overline{y}_I$ seçimi için $(w_I, \overline{w}_I)$ ve $(x_I, \overline{w}_I)$ alternatifleri arasında fark görmüyorsanız bu farksızlık durumu tüm $\overline{y}_I$ seçimleri için geçeli midir?" sorusu yöneltilir. Ölçütlerin tercihsel bağımsız olması için yanıtım olumlu olması gerekir.

Aynı süreç tercihlerin yönü için de uygulanır. $(w_I, \overline{w}_I) \succ (x_I, \overline{w}_I)$ ise aynı tercih yönünün aşka herhangi bir $\overline{y}_I \in \overline{Y}_I$ için de geçerli olması gerekir.

Keeney and Raiffa (1993) alternatif bir yöntem olarak birkaç sayfadan oluşan ve her sayfasında örneğin 25 çift alternatifin karşılaştırılması istenen bir anket hazırlanmasını önermiştir. Her bir sayfada $\bar{Y}_I$ ölçütlerinin değerleri sabit tutulmuş, sadece Y_I ölçütlerinin değeri değiştirilmiştir ($\bar{Y}_I$ ölçütlerinin değerleri sayfadan sayfaya değişmektedir). Karar vericiye ilk sayfadaki 25 alternatifi karşılaştırdığında diğer sayfalar için yanıtlarının değişip değişmeyeceği sorulur. Ölçütlerin tercihsel bağımsız olması için alternatif çiftleri için farksızlık ilişkilerinin ve tercih yönlerinin sayfalar arasında farklılık göstermemesi gerekir.

Zayıf Fark Bağımsızlığı (*Weak Difference Independence*)

Tercih farkları arasındaki sıralama sabit tutulan $\bar{Y}_I$ değerlerine değil sadece Y_I ölçütlerine bağlıysa Y_I ölçüt kümesi $\bar{Y}_I$ ölçütlerinden zayıf olarak fark bağımsızdır.

$w_I, x_I, y_I, z_I \in Y_I$, $\bar{w}_I \in \bar{Y}_I$ için karar vericinin tercih farkları üzerindeki yargısı $(w_I, \bar{w}_I)(x_I, \bar{w}_I) \succsim^* (y_I, \bar{w}_I)(z_I, \bar{w}_I)$ olsun. Karar verici $\bar{x}_I \in \bar{Y}_I$ için $(w_I, \bar{x}_I)(x_I, \bar{x}_I) \succsim^* (y_I, \bar{x}_I)(z_I, \bar{x}_I)$ olduğunu düşünüyorsa Y_I ölçüt kümesi $\bar{Y}_I$'dan zayıf fark bağımsızdır (Dyer, 2005).

Tüm ölçüt alt kümeleri tamamlayıcılarından zayıf fark bağımsızsa ölçütler **karşılıklı zayıf fark bağımsızdır**. Ölçütler karşılıklı tercihsel bağımsızsa herhangi bir ölçüt çifti tamamlayıcı ölçütlerden zayıf fark bağımsız olduğunda karşılıklı zayıf fark bağımsızlığı sağlanmış olur (Dyer and Sarin, 1979).

Y_I ölçüt kümesinin $\bar{Y}_I$'dan zayıf fark bağımsızlığını test etmek için aşağıdaki koşulları sağlayan $w_I, x_I, y_I, z_I \in Y_I$ ve $\bar{w}_I \in \bar{Y}_I$ değerleri seçilir:

- $(w_I, \bar{w}_I) \succ (x_I, \bar{w}_I)$,
- $(y_I, \bar{w}_I) \succ (z_I, \bar{w}_I)$,
- $(w_I, \bar{w}_I)$ ve $(x_I, \bar{w}_I)$ alternatifleri arasındaki tercih farkı $(y_I, \bar{w}_I)$ ve $(z_I, \bar{w}_I)$alternatifleri arasındaki tercih farkından büyük.

Yeni bir $\bar{x}_I \in \bar{Y}_I$ değeri seçilir ve karar vericiye $(w_I, \bar{x}_I)$ ve $(x_I, \bar{x}_I)$ alternatifleri arasındaki tercih farkını $(y_I, \bar{x}_I)$ ve $(z_I, \bar{x}_I)$ alternatifleri arasındaki tercih farkıyla karşılaştırması istenir. Eğer hala birinci tercih farkı büyükse $\bar{Y}_I$ ölçütleri farklı değerlerde sabitlenerek farklı $w_I, x_I, y_I, z_I \in Y_I$ değerleri için süreç tekrarlanır (Dyer, 2005).

Örneğin karar vericinin çeşitli arabaları fiyat, beygir gücü ve görünüm ölçütlerine göre değerlendirdiği bir problemde karar verici (35,000 TL, 200 hp, çirkin) şeklinde tanımlanan arabayı (37,000 TL, 150 hp, çirkin) arabasıyla değiştirmeyi (34,000 TL, 130 hp, çirkin) arabasını (35,000 TL, 150 hp, çirkin) arabasıyla değiştirmeye tercih ediyor olsun. Eğer ilk değişimin ikinci değişim üzerindeki üstünlüğü sabit tutulan görünüm ölçütünün seviyesine bağlı değilse ve bu durum fiyat ve beygir gücü ölçütlerinin farklı kombinasyonları için de korunuyorsa fiyat ve beygir gücü ölçütleri görünüm ölçütünden zayıf fark bağımsızdır.

<u>Fark Bağımsızlığı (*Difference Independence*)</u>

Y_i ölçütü $\bar{Y}_i$'den aşağıdaki şart sağlanıyorsa fark bağımsızdır (Dyer,2005):

$\bar{w}_i \in \bar{Y}_i$ için $(w_i, \bar{w}_i) \gtrsim (x_i, \bar{w}_i)$ olacak şekilde tüm $w_i, x_i \in Y_i$ için:
$(w_i, \bar{w}_i)(x_i, \bar{w}_i) \backsim^* (w_i, \bar{x}_i)(x_i, \bar{x}_i), \forall\, \bar{x}_i \in \bar{Y}_i$.

Bu şart şu şekilde açıklanabilir: tek bir ölçütte farklı değer alan iki alternatif arasındaki tercih farkı diğer ölçütlerde alınan ortak değerlerin ne olduğuna bağlı değildir.

Tüm ölçüt alt kümeleri tamamlayıcılarından fark bağımsızsa ölçütler **karşılıklı fark bağımsızdır**. Ölçütler karşılıklı tercihsel bağımsız olduklarında herhangi bir ölçüt tamamlayıcı ölçütlerden fark bağımsız olduğunda karşılıklı fark bağımsızlığı sağlanmış olur (Dyer and Sarin, 1979).

Fark bağımsızlığını test etmek için aşağıdaki yaklaşım uygulanabilir (Dyer, 2005):

$(w_i, \overline{w}_i) \gtrsim (x_i, \overline{w}_i)$ olacak şekilde $w_i, x_i \in Y_i$ ve $\overline{w}_i \in \overline{Y}_i$ seçilir. Karar vericiye iki durum sunulur:

Durum 1: $(x_i, \overline{w}_i)$ alternatifi $(w_i, \overline{w}_i)$ alternatifiyle değiştirilebilir.

Durum 2: Keyfi olarak seçilmiş $\bar{x}_i \in \overline{Y}_i$ için: $(x_i, \bar{x}_i)$ alternatifi $(w_i, \bar{x}_i)$ alternatifiyle değiştirilebilir.

Karar verici yukarıdaki iki durum arasında fark gözetmiyorsa çeşitli $w_i, x_i \in Y_i$ ve $\overline{w}_i, \bar{x}_i \in \overline{Y}_i$ değerleri için süreç tekrarlanır. Farksızlık korunuyorsa Y_i ölçütünün diğer ölçütlerden $(\overline{Y}_i)$ fark bağımsız olduğu sonucuna varılır.

Örneğin karar vericinin çeşitli arabaları fiyat, beygir gücü ve görünüm ölçütlerine göre değerlendirdiği bir problem için aşağıdaki iki durum belirlenmiş olsun:

Durum 1: Karar verici (35,000 TL, 150 hp, çirkin) şeklinde tanımlanan arabayı (35,000 TL, 180 hp, çirkin) arabasıyla değiştirebilir.

Durum 2: (45,000 TL, 150 hp, güzel) ile tariflenen araba (45,000 TL, 180 hp, güzel) arabasıyla değiştirilebilir.

İki durum içinde fiyat ve görünüm ölçütlerinin değeri sabittir. Beygir gücündeki değişimin etkisi sabit tutulan bu ölçütlerin değerlerinden etkilenmiyorsa beygir gücü ölçütü fiyat ve görünüm ölçütlerinden fark bağımsızdır.

Bağımsızlık Kavramlarının Tercih (Değer) Fonksiyonu Seçimindeki Rolü

Ölçülebilir Değer Fonksiyonu

Ölçütlerin karşılıklı zayıf fark bağımsızlığı koşulunu sağlaması halinde değer fonksiyonu $v(\boldsymbol{x})$ aşağıdaki çarpımlı formda yazılabilir (Dyer and Sarin, 1979):

$$1 + \lambda v(\boldsymbol{x}) = \prod_{i=1}^{n}[1 + \lambda\lambda_i v_i(x_i)] \qquad (2.5)$$

$v(x^*) = 1, v(x^0) = 0, v_i(x_i^*) = 1, v_i(x_i^0) = 0, \lambda_i = v(x_i^*, \bar{x}_i^0)$. λ, ölçeklendirme sabitidir. $\lambda > -1$, $1 + \lambda = \prod_{i=1}^{n}(1 + \lambda\lambda_i)$.

Örneğin üç ölçüt için çarpımlı fonksiyon eşitlik (2.6)'da verildiği gibi yazılır:

$$v(y) = \lambda_1 v_1(y_1) + \lambda_2 v_2(y_2) + \lambda_3 v_3(y_3) + \lambda\lambda_1\lambda_2 v_1(y_1)v_2(y_2) + \lambda\lambda_1\lambda_3 v_1(y_1)v_3(y_3) + \lambda\lambda_2\lambda_3 v_2(y_2)v_3(y_3) + \lambda^2\lambda_1\lambda_2\lambda_3 v_1(y_1)v_2(y_2)v_3(y_3) \quad (2.6)$$

Görüldüğü gibi $\lambda = 0$ ise fonksiyon toplamlı hale dönüşecektir:

$$v(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i(x_i), \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1 \quad (2.7)$$

Çarpımlı form için $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \neq 1$ olmalıdır.

Toplamlı değer fonksiyonu için gerekli şart karşılıklı fark bağımsızlığıdır. Bu durumda fonksiyon aşağıdaki gibi oluşturulabilir (Dyer, 2005):

$$v(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i(x_i) \quad (2.8)$$

Fark bağımsızlığı veya zayıf fark bağımsızlığı sağlanıyorsa kısmi değer fonksiyonu v_i diğer ölçütler herhangi bir değerde sabit tutularak bulunabilir. Kullanılabilecek yöntemler arasında ölçüt değerlerinin kardinal bir ölçekte doğudan puanlanması (örneğin 0-100 arasında puanlar verilmesi) ve alternatifler arasındaki tercih farklarının karşılaştırılması yer almaktadır.

$\lambda_n \geq \lambda_i, \forall i \in \{1,2, \ldots, n-1\}$ olsun ve λ_n için keyfi bir değer, örneğin 10, seçilsin. λ_i için 0-10 arasında değerler $(x_i^*, \bar{x}_i^0)$ alternatifi ile $(x_i^0, \bar{x}_i^0)$ alternatifi arasındaki farkın $(x_n^*, \bar{x}_n^0)$ alternatifi ile $(x_n^0, \bar{x}_n^0)$ arasındaki farka göre önemini yansıtacak şekilde belirlenir. Örneğin karar verici $(x_i^*, \bar{x}_i^0)$ ile $(x_i^0, \bar{x}_i^0)$ arasındaki tercih farkının $(x_n^*, \bar{x}_n^0)$ ve $(x_n^0, \bar{x}_n^0)$ arasında olan tercih farkının yarısı kadar olduğunu düşünüyorsa $\lambda_i = 5$ olacaktır. $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$ olacak şekilde λ_i değerleri normalleştirilir.

Çarpımlı model için λ değerinin de belirlenmesi gerekir. Fakat burada diğer sabitleri belirlemek üzere λ_n değeri keyfi olarak seçilemez. Çarpımlı modelde λ_i değerlerini belirlemek için şöyle bir izlenebilir: $(x_n^*, \bar{x}_n^0)$ ve x^0 arasındaki fark x^* ve x^0

arasındaki fark ile karşılaştırılır. Bu fark $v(x^*) = 1, v(x^0) = 0$ bilgisiyle λ_i değerinin belirlenmesini sağlar. Örneğin karar verici ilk farkın ikincisinin onda biri olduğunu düşünüyorsa $\lambda_n = 1/10$ olacaktır. $\lambda_i,\ i = 1,2,\ldots.,n-1$ değerlerini bulmak için karar vericiden $(x_i^*, \bar{x}_i^0) \sim (x_n^i, \bar{x}_n^0)$ olacak şekilde x_n^i değerlerini belirtmesi istenir. Bu değerlendirmelerden elde edilen $\lambda_i = \lambda_n v_n(x_n^i),\ i = 1,2,\ldots.,n-1$ eşitlikleri kullanılarak $\lambda_i,\ i = 1,2,\ldots.,n-1$ değerleri bulunur. λ değeri ise $1 + \lambda = \prod_{i=1}^{n}(1 + \lambda\lambda_i)$ eşitliğinin yardımıyla elde edilir (Dyer and Sarin, 1979).

Sırasal Değer Fonksiyonu

Sadece alternatifler arası sıralamayı koruyacak toplamlı bir değer fonksiyonu oluşturulmak isteniyorsa gerekli koşul ölçütlerin karşılıklı tercihsel bağımsız olmasıdır. Toplamlı sırasal değer fonksiyonu (2.9)'da verilen şekilde yazılır:

$$v(x) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i(x_i) \tag{2.9}$$

$$v_i(x_i^*) = 1, v_i(x_i^0) = 0, \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$$

Sırasal toplamlı değer fonksiyonunun oluşturulması için önerilen yöntemler Keeney and Raiffa (1993) tarafından açıklanmıştır.

- **MACBETH (Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique)**

Karar vericiden tercih farkları ile ilgili nitel değerlendirmeler belirtmesinin isteyen bir çok ölçütlü karar verme yöntemi olan MACBETH (Bana e Costa and Vansnick, 1994, 1999), Labreuche and Grabisch (2003) tarafından birleştirme operatörü olarak Choquet integral kullanılmasına izin verecek şekilde geliştirilmiştir. Ancak Choquet integralin parametreleri olan kapasite değerlerinin MACBETH ile bulunması ölçüt sayısının az olduğu durumlarda uygulanabilir. Buna ek olarak kapasite belirleme sürecinde kullanılan alternatifler gerçek alternatifler olmadığından karar verici bu alternatifleri karşılaştırmakta zorluk çekebilir ve daha gerçekçi seçeneklerin kullanılmasını tercih edebilir. Bu sebeplerden MACBETH ile kapasite oluşturma yöntemi pratik olmaktan çok teoriktir (Grabisch and Labreuche, 2008a). MACBETH yöntemi ile daha ayrıntılı açıklamalar için Bana e Costa et al. (2005) görülebilir.

Bu bölümde $(x_j, \mathbf{0}_{N\backslash j})$ j ölçütü için x_j değerini, diğer ölçütler içinse en kötü (karar verici tarafından kabul edilemez olarak görülen seviye) değeri alan bir x alternatifini temsil etmektedir. Benzer şekilde $(x_j, \mathbf{1}_{N\backslash j})$ alternatifi, ölçüt j için x_j değerini, diğer ölçütler için de en iyi (karar verici tarafından tamamen tatmin edici olarak değerlendirilen seviye) değeri almıştır.

Kısmi değer fonksiyonlarının oluşturulması

MACBETH yönteminde $X\rfloor_j = \{(x_i, \mathbf{0}_{N\backslash i})\}$ olmak üzere $X\rfloor_j$, $\forall j \in N$ altkümesi j ölçütü için kısmi değer fonksiyonun oluşturulmasına temel oluşturur (ölçüt sürekli tipteyse eleman sayısını sınırlamak için uygun görülen değerler seçilebilir). Karar vericiden $X\rfloor_j$'nin iki elemanı için tercih bildirmesi istenir. Eğer karşılaştırılan iki eleman eşit derecede çekici değilse karar vericiden aralarındaki çekicilik farkı için bir yargıda bulunması istenir. Bu değerlendirme için karar verici "çok zayıf", "zayıf", "orta", "güçlü", "çok güçlü" seçeneklerinden birini veya tereddüt yaşaması halinde bir dizisini seçebilir (Bana e Costa et al., 2005). MACBETH yöntemi bu yargıları kullanarak her bir ölçüt için aşağıdaki şartları sağlayan, aralık ölçeğinde kısmi değer fonksiyonları bulur.

- $\forall\, x_j, x_j' \in X_{j,}\; v_j(x_j) \geq v_j(x_j') \Leftrightarrow (x_j, \mathbf{0}_{N\backslash j}) \succcurlyeq (x_j', \mathbf{0}_{N\backslash j})$
- $v_j(x_j) > v_j(x_j')$ ve $v_j(w_j) > v_j(w_j')$ olacak şekilde $\forall\, x_j, x_j', w_j, w_j' \in X_j$,

  $\frac{v_j(x_j) - v_j(x_j')}{v_j(w_j) - v_j(w_j')} = k(x_j, x_j', w_j, w_j')$, $k(x_j, x_j', w_j, w_j') \in \mathbb{R}^+$ eşitliği sade ve sadece karar vericinin $(x_j, \mathbf{0}_{N\backslash j})$ ve $(x_j', 0_{N\backslash j})$ arasında hissettiği memnuniyet derecesi farkı $(w_j, \mathbf{0}_{N\backslash j})$ ve $(w_j', \mathbf{0}_{N\backslash j})$ alternatifleri arasında hissettiğinden $k(x, x_j', w_j, w_j')$ kez daha büyükse sağlanır.
- $v_j(\mathbf{0}_j) = 0$ ve $v_j(\mathbf{1}_j) = 1$.

- $v_j(x_j) > v_j(x')$, $v_j(w_j) > v_j(w_j')$ ve $v_j(z_j) > v_j(z_j')$ olacak şekilde $\forall\, x_j, x_j', w_j, w_j', r_j, r_j' \in X_j$,

  $k(x, x_j', w_j, w_j') \times k(w_j, w_j', r_j, r_j') = k(x, x_j', r_j, r_j')$.

Kapasitenin oluşturulması

Kapasitenin oluşturulması için değerlendirmesi yapılacak alternatifler şöyledir:

$$X]_{\{0,1\}} = \{(\mathbf{1}_P, \mathbf{0}_{N\setminus P}), P \subset N\}$$

Bu alternatifler için yukarıda anlatıldığı şekilde tercih bilgileri alınarak kapasite oluşturulur.

Daha önce açıklandığı gibi çok ölçütlü karar verme yöntemleri için farklı bakış açılarıyla çok çeşitli sınıflamalar yapmak mümkündür. Roy and Slowinski (2013) çok ölçütlü karar verme yöntemlerinin ürettikleri sonuçlar açısından beş kategori altında incelenebileceğini belirtmiştir. Söz konusu sonuçlar ilgili yöntemlerden bazıları ile birlikte aşağıda listelenmiştir:

1. Her alternatife bir değer veya fayda puanı verilir: Çok ölçütlü fayda/değer teorisi, UTA, MACBETH, AHP, SMART, TOPSIS, Choquet integral
2. Alternatif kümesi alternatiflere numerik bir değer atanmadan tam veya kısmi sıra oluşturacak şekilde sıralanır: ELECTRE III ve IV, PROMETHEE I ve II, GRIP
3. Alternatiflerin mümkün olduğunca küçük bir alt kümesi içlerinden bir veya birkaçının son seçim için değerlendirilmesi amacıyla belirlenir: ELECTRE I ve IS, PROMETHEE V
4. Her alternatif önceden tanımlanmış bir veya birkaç sınıfa atanır: UTADIS, ELECTRE TRI,
5. Alternatiflerin karar verme sürecinin bir sonraki aşamasına temel oluşturması için belli özellikleri taşıyan bir alt kümesi belirlenir

Bu çalışmada elde edilmek istenen sonuç her alternatife bir tercih puanı verilmesidir ve yöntem olarak Choquet integral benimsenmiştir. Choquet integral ödünleşen birleştirme operatörleri içinde yer almaktadır. İzleyen bölümde birleştirme operatörleri incelenmiştir.

2.1.4. Birleştirme operatörleri

Tercihlerin önceden toplandığı çok ölçütlü karar verme yöntemlerinin ortak noktası hepsinde bir birleştirme işleminin gerçekleşiyor olmasıdır. Örneğin çok ölçütlü fayda teorisi yaklaşımında her bir ölçüt için oluşturulan fonksiyonlar tüm ölçütleri birleştiren genel bir fayda/değer fonksiyona dönüştürülürken ELECTRE yönteminde alternatif çiftleri için ölçütler altında oluşturulan tercih ilişkileri birleştirilmektedir. En yaygın kullanılan birleştirme aracı ağırlıklı toplamdır.

Bu bölümde $Y = \{y_1, \ldots, y_n\}$ kümesi ile gösterilen ve $[0,1]$ aralığında değerler alan n ölçütten oluşan bir çok ölçütlü karar verme problemi için birleştirme işlemi ele alınmaktadır. Ölçüm skalasının tüm ölçütler için aynı olduğu varsayılmıştır. a_i, a alternatifinin y_i ölçütü için kısmi puanını göstermektedir.

$(\cdot)$, $a_{(1)} \leq \cdots \leq a_{(n)}$ olacak şekilde bir permütasyonu gösterir.

$H: [0,1]^n \to [0,1]$ dönüşümü aşağıdaki koşulları sağlıyorsa n ölçüt için bir birleştirme operatörüdür (Calvo et al., 2002):

i. $H(0, \ldots, 0) = 0, H(1, \ldots, 1) = 1$
ii. H her ölçüt için azalmayan özelliktedir.

$H^{(n)}$ notasyonu birleştirme işlemindeki terim sayısı n'i göstermek üzere kullanılmıştır.

Birleştirme operatörleri *conjunctive* (bağlayan), *disjunctive* (ayıran) ve ödünleşen (ortama alan) operatörler olmak üzere üç kategoriye ayrılabilir (Marichal, 2009).

***Conjunctive* (bağlayan) Operatörler**

*Conjunctiv*e operatörler ölçüt değerlerini sanki bu değerler mantıksal "ve" operatörü kullanılarak ilişkilendiriliyormuş gibi birleştirir. Dolayısıyla birleştirme sonucu sadece tüm değerler yüksekse yüksek olur.

- **Üçgen normlar (*triangular norms*), (t-norms):** t-norm aşağıdaki koşulları sağlayan bir T: $[0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ transformasyondur:

  1. simetri (commutativity): $T(a_1, a_2) = T(a_2, a_1)$
  2. monotonluk (azalmama): Eğer $a_1 \geq b_1$ ve $a_2 \geq b_2$ ise $T(a_1, a_2) \geq T(b_1, b_2)$
  3. birleşme (*associativity*):
     $$T^{(2)}\left(a_1, T^{(2)}(a_2, a_3)\right) = T^{(2)}\left(T^{(2)}(a_1, a_2), a_3\right) = T^{(3)}(a_1, a_2, a_3)$$
  4. 1 etkisiz elemandır (*identity*): $T(1, a) = T(a, 1) = a$

  - t-normlarda 0 yutan elemandır (*annihilator*): $T(a_1, 0) = T(0, a_2) = 0$.
  - En küçük operatörü (Enk) en büyük t-normdur. Çarpım operatörü de t-normlar için bir başka örnektir.
  - En küçük t-norm uç çarpımdır (*drastic product*): Eğer $Enb(a_1, a_2) = 1$ ise $T_D(a_1, a_2) = Enk(a_1, a_2)$, diğer durumlarda $T_D(a_1, a_2) = 0$.

  Dolayısıyla t-normlar için $T_D(a_1, a_2) \leq T(a_1, a_2) \leq Enk(a_1, a_2)$ ilişkisi söz konusudur.

  - t-normların birleşme özelliği *n*'li fonksiyonlar için genelleştirilmelerini sağlar:
    $T^{(n)}$: $[0,1]^n \rightarrow [0,1]$: $T^{(n)}(a_1, \ldots, a_n) = T^{(2)}\left(T^{(n-1)}(a_1, \ldots, a_{n-1}), a_n\right)$.

  t-normlar çok ölçütlü birleştirme işleminde sıklıkla aranan eş güçlülük özelliği (*idempotence*, $H(a, a, \ldots, a) = a, \forall a \in [0,1]$), ödünleşme ve aralık ölçeğine uygunluk gibi koşulları sağlamaz (Grabisch et al., 1998).

Yager (2005) t-normlar için kavramsal bir bakış açısı sunmuştur: her bir ölçüt altındaki yetersizlikler hesaplanır, birleştirilir ve 1'den çıkarılır: $T(a_1, a_2) = 1 - Uzaklık((1,1)'den\ (a_1, a_2)'ye)$.

Hangi t-normun kullanılacağı ölçütler altında 1'den sapmaların genel yeterliliği belirlemek üzere birleştirilme şekli ile yani (a_1, a_2) noktasının $(1,1)$ noktasından uzaklığının nasıl ölçüldüğü ile ilişkilidir.

Örneğin, $T(a_1, a_2) = Enb\ (0, a_1 + a_2 - 1)$ izleyen şekilde gösterilebilir: $T(a_1, a_2) = 1 - Enk\ [1, (1 - a_1) + (1 - a_2)]$

Burada $(1 - a_1)$ ve $(1 - a_2)$ ölçüt değerlerinin 1'den sapmalarını gösterir ve bu yetersizlik değerleri toplanarak birleştirilmiştir. Enk operatörünün burada kullanılma amacı sadece birleştirilmiş yetersizlik değerlerinin (sapmaların) 1 ile sınırlandırılmasını sağlamaktır. Genel yeterlilik değerini bulmak için 1 değeri bu birleşik yetersizlik değeri kadar azaltılır.

En küçük operatörü de bu bakış açısına göre gösterilebilir: $Enk(a_1, a_2) = 1 - Enk\ [1, Enb((1 - a_1), (1 - a_2))]$.

Buradaki tek fark yetersizlikleri birleştirme kuralındadır, toplam almak yerine en büyük yetersizlik değeri seçilmektedir.

- **Kopula (*Copula*):** Kopula $C: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ aşağıdaki özellikleri taşıyan bir fonksiyondur:
  1. 0 yutan elemandır (*grounded*): $C(a_1, 0) = C(0, a_2) = 0$.
     Çok ölçütlü karar vermede söz konusu koşulun anlamı sıfırın "veto" elemanı olmasıdır. Abbas and Howard (2005) bu şartı "ölçüt baskınlığı" olarak adlandırmıştır.
  2. 1, etkisiz elemandır: $C(1, a) = C(a, 1) = a$.

3. C, 2-artan özelliğini taşır: $a_1 \le b_1$ ve $a_2 \le b_2$ eşitsizliklerini sağlayan her $a_1, a_2, b_1, b_2 \in [0,1]$ için: $C(a_1, a_2) + C(b_1, b_2) \ge C(a_1, b_2) + C(b_1, a_2)$.

Tüm kopulalar için aşağıdaki koşul geçerlidir:

$enb(a_1 + a_2 - 1{,}0) \le C(a_1, a_2) \le enk(a_1, a_2)$

n-kopula $C: [0,1]^n \to [0,1]$ aşağıdaki koşulları sağlayan bir fonksiyondur:

1. Eğer herhangi bir i için $a_i = 0$ ise $C(a_1, \dots, a_n) = 0$ olur.
2. Herhangi bir k için a_k hariç tüm a_i değerleri 1 ise $C(a_1, \dots, a_n) = a_k$ eşitliği sağlanır.
3. C, n-artandır: $a_i \le b_i, i = 1, \dots, n$ olacak şekilde her $[a_1, b_1] \times \dots \times [a_n, b_n] \subseteq [0,1]^n$ için:

   $\sum_{i_1=1}^{2} \dots \sum_{i_n=1}^{2} (-1)^{i_1+\cdots+i_n} C\left(y_{1i_1}, \dots, y_{ni_n}\right) \ge 0$,

   $y_{i1} = a_i, y_{i2} = b_i$.

Diferansiyellenebilir fayda fonksiyonları için n-artan şartı karışık kısmi türevin negatif olmaması anlamına gelir. Bir fayda fonksiyonunun karışık kısmi türevi riske karşı tutumu gösterir. Karışık kısmi türev negatifse (pozitifse) karar verici riskten kaçınıyordur (risk almak istiyordur).

Abbas and Howard (2005) kopula yapısını tek ölçüt üzerinden yapılan fayda değerlendirmelerini birleştirmek için kullanmış ve elde ettikleri fayda fonksiyonunu kopulaların yutan eleman özelliği nedeniyle ölçüt baskınlığı fayda fonksiyonu (*attribute dominance utility function*) olarak adlandırmıştır. Ölçüt baskı fayda fonksiyonları pratikteki birçok durum için uygun olabilir. Örneğin oturma alanı, benzin tüketimi, hızlanma gibi ölçütler için eşik değerler belirlenmiş olabilir. Bu durumda ölçütlerden birinin değeri ölçüt için belirlenmiş eşik değerin altında olduğunda diğer ölçütlerin önemi kalmaz ve fayda fonksiyonunun değeri bu ölçütün değerine (minimum değer) eşitlenir. Buna rağmen ölçüt baskınlığı koşuluna uymayan karar durumlar da mevcuttur. Ayrıca n-artan şartı riskten kaçınan tutumu modellemeye izin vermez. Bu sebeplerle Abbas (2009) ölçüt baskınlığı koşulunu yumuşatan ve pozitif veya negatif karışık kısmi türeve sahip fayda fonksiyonlarının oluşturulabilmesini sağlayan, **fayda kopulası** (***utility copula***) olarak adlandırdığı bir fonksiyon sunmuştur.

***Disjunctive* (ayıran) Operatörler**

Disjunctive operatörler ölçüt değerlerini sanki bu değerler mantıksal "veya" operatörü kullanılarak ilişkilendiriliyormuş gibi birleştirir. Dolayısıyla birleştirme sonucu en az bir değer yüksekse yüksek olur. *Enb* operatörü bu grubun en uç örneğidir.

- **T-konormlar** 0'ı etkisiz eleman olarak kabul eden, simetrik, monotonik ve birleşme özelliğine sahip fonksiyonlardır.

Ortalama Alan/Ödünleşen (Compensative) Operatörler (Enk $a_i \leq H(a_1,\ldots,a_n) \leq$ Enb a_i)

Bu operatörler kullanıldığında bir ölçütteki kötü (iyi) değer bir başka ölçütteki iyi (kötü) değer ile telafi edilebilir (Grabisch et al., 1998).

- ***Quasi*-aritmetik ortalama**

$$M_f(a_1,\ldots,a_n) = f^{-1}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f(a_i)\right), \tag{2.10}$$

f herhangi bir sürekli, kesin monoton fonksiyondur. *Quasi*-aritmetik ortalama için aşağıdaki örnekler verilir:

– **Aritmetik ortalama** (*f(a) = a*)

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i \tag{2.11}$$

– **Geometrik ortalama** (*f(a) = log a*)

$$\prod_{i=1}^{n} a_i^{1/n} \tag{2.12}$$

– **Harmonik ortalama** ($f(a) = a^{-1}$)

$$\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{a_i}\right)^{-1} \tag{2.13}$$

– **Kök kuvveti ortalama (root power mean)** ($f(a) = x^{\beta}$ $(\beta \in R\backslash\{0\})$)

$$\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}a_i^{\beta}\right)^{1/\beta} \tag{2.14}$$

- **Medyan ve sıra istatistikleri (*order statistics*)**

  k-sıra istatistiği (k-*order statistic*) OS_k izleyen şekilde tanımlanır: $OS_k(a_1,\ldots,a_n) = a_{(k)}$

  Sıra istatistikleri için aşağıdaki örnekler verilebilir:

  – En küçük operatörü ($k = 1$)

  – En büyük operatörü ($k = n$)

  – Medyan

- **Ağırlıklı Aritmetik Ortalama (*Weighted Arithmetic Mean*)**

$$WA_W(a_1,\ldots,a_n) = \sum_{i=1}^{n} w_i a_i \tag{2.15}$$

- **Sıralı Ağırlıklı Aritmetik Ortalama (*Ordered Weighted Arithmetic Mean*) (OWA)**

$$OWA_W(a_1,\ldots,a_n) = \sum_{j=1}^{n} w_j b_j, \tag{2.16}$$

  b_j, j. büyük değerdir, ($b_j = a_{(n-i+1)}$).

- **Bulanık (Fuzzy) Integraller**

  Sadece ölçütlere değil her bir ölçüt alt kümesine ağırlık verilmesi ölçütler arasındaki karmaşık etkileşimlerin modellenmesinde yardımcı olur. Bu amaçla Sugeno (1974) bulanık ölçü olarak bilinen toplamlı olmayan monotonik ölçüleri geliştirmiştir (Marichal, 2000).

Y üzerinde tanımlanan bulanık ölçü (kapasite) $\mu : 2^Y \rightarrow [0,1]$, sınır koşullarını sağlayan, $\mu(\emptyset) = 0, \mu(Y) = 1$, ve monotonik, her $A \subseteq B$, $A, B \in 2^Y$ için $\mu(A) \leq \mu(B)$, bir küme fonksiyonudur.

Sugeno (1974) tarafından geliştirilen bulanık integraller gerçek bir fonksiyonun bulanık ölçüye göre integralleridir (Marichal, 2000). Çeşitli bulanık integral sınıfları mevcuttur. Choquet ve Sugeno integraller en önemli bulanık integrallerdir.

– **Choquet Integral**

$$C_\mu(a_1, \ldots, a_n) = \sum_{i=1}^{n} a_{(i)} \left[\mu\left(A_{(i)}\right) - \mu\left(A_{(i+1)}\right)\right] \qquad (2.17)$$

veya

$$C_\mu(a_1, \ldots, a_n) = \sum_{i=1}^{n} \left[a_{(i)} - a_{(i-1)}\right] \mu\left(A_{(i)}\right), \qquad (2.18)$$

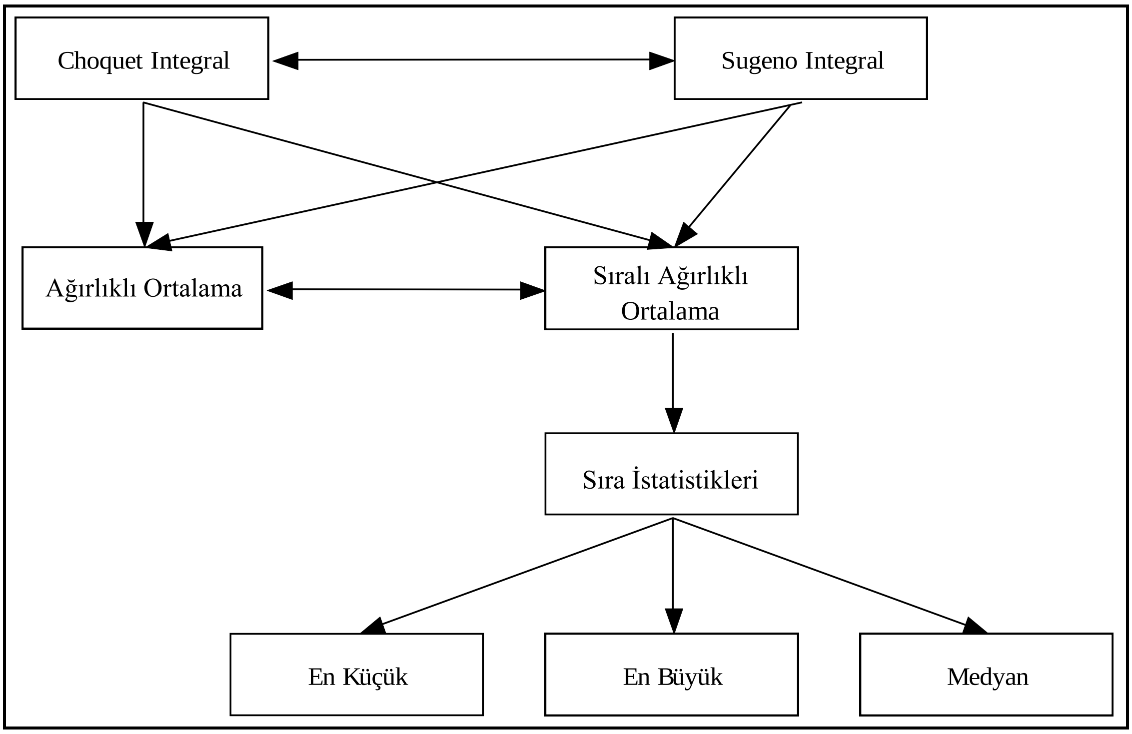
$A_{(i)} = \{y_{(i)}, y_{(i+1)}, \ldots, y_{(n)}\}$, $A_{(n+1)} = \emptyset$ ve $a_{(0)} = 0$.

Y'nin herhangi bir altkümesi *A* için, $\mu(A)$ *A* alt kümesindeki ölçütleri tamamen sağlayan bir alternatife ait tatmin derecesini gösterir.

– **Sugeno Integral**

$$S_\mu(a_1, \ldots, a_n) = \bigvee_{i=1}^{n} \left(a_{(i)} \wedge \mu\left(A_{(i)}\right)\right) \qquad (2.19)$$

Şekil 2.3, bazı birleştirme operatörleri arasındaki ilişkileri göstermektedir. Aynı seviyede gösterilen ve çift taraflı ok ile bağlanan operatörler belli koşulların sağlanması halinde birbirlerine eşit olur. Alt seviyelerde gösterilen operatörler ilgili okun çıktığı operatörün özel hallerini gösterir.



Şekil 2.3. Bazı birleştirme operatörleri arasındaki ilişkiler

Kapasite toplamlıysa (2.20) eşitliği sağlanır:

$$\mu\big(A_{(i)}\big) = \mu\big(\{y_{(i)}, y_{(i+1)}, \dots, y_{(n)}\}\big) = \mu\big(y_{(i)}\big) + \mu\big(y_{(i)}\big) + \cdots + \mu\big(y_{(n)}\big) \qquad (2.20)$$

Buradan, kapasite toplamlı olduğunda Choquet integralin ağırlıkları $\mu\big(y_{(i)}\big)$ olan ağırlıklı aritmetik ortalamaya dönüştüğü görülür:

$$C_\mu(a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^{n} a_{(i)}\mu\big(y_{(i)}\big) \qquad (2.21)$$

Eğer bir alt kümeye ilişkin kapasite sadece bu alt kümenin eleman sayısına bağlıysa Choquet ağırlıkları $w_i = \mu(A_i) - \mu(A_{i-1}), i = 1, \dots, n$ olan OWA operatörüyle aynıdır. A_i, $|A_i| = i$ olan herhangi bir alt kümeyi gösterir.

Örneğin, ağırlık vektörü $\boldsymbol{w} = [0{,}4;\ 0{,}3;\ 0{,}2;\ 0{,}1]$ için $OWA(0{,}5;\ 0{,}2;\ 1;\ 0{,}7)$:

$$OWA(0{,}5;\ 0{,}2;\ 1;\ 0{,}7) = 0{,}4 \times 1 + 0{,}3 \times 0{,}7 + 0{,}2 \times 0{,}5 + 0{,}1 \times 0{,}2$$

$$\begin{aligned} C_\mu(0{,}5;\ 0{,}2;\ 1;\ 0{,}7) \\ &= 0{,}2[\mu(\{y_1, y_2, y_3, y_4\}) - \mu(\{y_1, y_3, y_4\})] \\ &+ 0{,}5[\mu(\{y_1, y_3, y_4\}) - \mu(\{y_3, y_4\})] + 0{,}7[\mu(\{y_3, y_4\}) - \mu(\{y_3\})] \\ &+ 1\mu(\{y_3\}) \end{aligned}$$

$w_{n-k+1} = 1$ ve tüm diğer ağırlıkları $w_i = 0$ olan OWA operatörü k-sıra istatistiğine eşittir. Bu durumda OWA operatörü $k = n$ için en büyük operatörü ile, $k = 1$ için en küçük operatörü ile aynı olur.

OWA operatörü aşağıdaki durumda medyan operatörü ile aynıdır:

n tek sayı ise: $w_{\frac{n+1}{2}} = 1$, diğer ağırlıklar $w_i = 0$,

n çift ise: $w_{\frac{n}{2}} = w_{\frac{n}{2}+1} = 0{,}5$, diğer ağırlıklar $w_i = 0$.

$w_i = \frac{1}{n}, \forall i$ ise OWA operatörü aritmetik ortalamaya eşittir.

2.2. Ölçütler Arasındaki Etkileşimleri Dikkate Alan Kesikli Çok Ölçütlü Karar Verme Yöntemleri

Bu bölümde ölçütler arasındaki etkileşimleri dikkate alan kesikli çok ölçütlü karar verme yöntemleri kullandıkları tercih bilgisinin şekline göre gruplandırılarak doğrudan tercih bilgisini kullanan (geleneksel) çok ölçütlü karar verme yöntemleri ve tercih ayrıştırma yaklaşımları başlıkları altında kısaca açıklanmıştır.

2.2.1. Doğrudan tercih bilgisini kullanan (geleneksel) çok ölçütlü karar verme yöntemleri

Figueira et al. (2009) ELECTRE yönteminde kullanılan ve aşağıdaki eşitlik ile gösterilen uyum endeksini üç tip etkileşim durumunu ele alabilecek şekilde geliştirmiştir.

$$c(a,b) = \sum_{i \in C(aSb)} \frac{w_i}{W}, W = \sum_i w_i \qquad (2.22)$$

Eşitlik (2.22)'de $C(aSb)$, "a alternatifi b alternatifinden üstündür" ifadesini destekleyen ölçütleri gösterir. Çalışmada ele alınan etkileşim türleri aşağıdaki gibidir.

Karşılıklı kuvvetlendirme etkisi (*mutual strengthening effect*): Ölçütlerin birbirini kuvvetlendirme etkisi (tamamlayıcılık özelliği) vardır ve a alternatifi b alternatifinden 1 ve 2 ölçütlerinde aynı anda daha iyiyse $c(a,b)$'de görülen $w_1 + w_2$ değerine bir $w_{12} = w_{21}$ değeri eklenmelidir.

Karşılıklı zayıflatma etkisi (*mutual weakening effect*): Her iki ölçüt de a alternatifinin b alternatifinden daha iyi olduğunu desteklediğinde $c(a,b)$ ifadesindeki $w_1 + w_2$, bu ölçütlerin etkisini göstermek için yüksek bulunmaktadır, $w_{12} = w_{21}$ değeri bu toplamdan çıkarılır.

Karşı (*antagonistic*) etki: i ölçütünün aSb ifadesini desteklediği, j ölçütünün ise bu ifadeye güçlü şekilde karşı koyduğu durumda i ölçütünün uyum endeksine katkısı w_i, j ölçütünün $C(bPa)$'ya ait olmadığı duruma göre daha az olmalıdır. Bu etki $k'_{ij} > 0$ katsayısının kullanılmasıyla (uyum endeksinde k'_{ij} olarak kullanılacak) modellenmektedir. Bu etki sadece i ölçütü aSb ifadesini desteklediğinde geçerli olacaktır. Örneğin bir kamera modeli diğerinden daha az dayanıklı ise düşük fiyatın getireceği avantaj daha az dayanıklılık sebebiyle maskelenecektir.

Figueira et al. (2009), söz konusu etkileşim durumlarında alternatif çiftleri için her bir ölçüt altında belirlenen tercih ilişkilerinin Choquet integral kullanılarak birleştirilebildiğini de göstermiştir.

Bağımlık durumunu dikkate alan kesikli çok ölçütlü karar verme yöntemlerinden biri olan Analitik Serim Süreci (*Analytic Network Process*, ANP), AHP'nin genelleştirilmiş halidir. Hiyerarşik yapıda ölçütlerin önemi alternatiflerin önemini belirler. ANP'de buna ek olarak alternatiflerin öneminin ölçütlerin önemini belirlemesi söz konusudur. Temel yapı, kümeler ve kümelerin içindeki düğümlerden oluşan bir serimdir. Bu serimde bir kümedeki düğümler başka kümelerdeki düğümlerle veya aynı kümenin içindeki düğümlerle bağlı olabilir. İlk durum dış bağımlılık, ikincisi ise iç bağımlılık olarak adlandırılır. Bağlantılı düğümler için AHP'de olduğu gibi ikili karşılaştırmalar gerçekleştirilir. Bu ikili karşılaştırmalardan elde edilen önceliklerle ağırlıklandırılmamış süper matris oluşturulur. Kümeler de önemlerinin belirlenmesi için karşılaştırılır. Elde edilen sonuç ağırlıklandırılmamış süper matristeki ilgili kümelere ilişkin blokları ağırlıklandırmak için kullanılır. Böylece ağırlıklandırılmış süper matris elde edilir. ANP'de durağan durum önceliklerini verecek limit matris oluşturulmaya çalışılır. Bunun için yakınsayana kadar ağırlıklandırılmış süper matrisin kuvveti alınır. Limit matris değerleri her bir küme için normalleştirilebilir. Alternatiflerin öncelikleri de bu şekilde bulunur. ANP'nin tek bir ağdan (serimden) oluşan nispeten basit uygulamaları olabileceği gibi fayda, fırsat, maliyet, risk kontrol ölçütlerinden oluşan bir üst seviye ağ ve her bir kontrol ölçütü için alt ağın oluşturulduğu veya daha karmaşık yapıların ele alındığı uygulamaları da olabilmektedir (Saaty, 1996).

Ölçütler arasındaki bağımlılığı ele alan bir diğer yöntem DEMATEL'dir (*Decision MAking Trial and Evaluation Laboratory*). DEMATEL özellikle karmaşık ilişkilerin yapısının matrisler ve yönlü grafikler ile ortaya konmasında elverişli bir yöntemdir (Tseng, 2009). Yöntemin özü bir dizi ölçütün ele alınarak ikili karşılaştırmaların yapılmasıdır. Ölçütler arasındaki ilişkinin ölçülmesi dört seviyeli bir karşılaştırma ölçeği yardımıyla yapılmaktadır. Ölçütler arasındaki ilişkinin derecesinin ve yönünün belirlenmesi için ikili karşılaştırmalar yapılarak dolaysız ilişki matrisi oluşturulur. Bu matris üzerinde yapılan normalleştirme işlemi ve normalleştirilmiş matrisin kuvvetlerinin toplanması sonrasında elde edilen matris toplam ilişki matrisidir. Bu matrisin satır ve sütun toplamlarından oluşan iki vektör sırasıyla R ve D ile gösterilsin. Bir ölçütün D vektöründeki değeri (d_i) ile R vektöründeki değerinin (r_i) toplamı o ölçütün rolünün önemini gösterir. Diğer taraftan (d_i-r_i) pozitif ise bu fark i ölçütünün diğer ölçütleri etkileme derecesinin kendisinin bunlardan etkilenme derecesinden ne kadar fazla olduğunu gösterir. Farkın negatif olması i ölçütünün diğer ölçütlerden kendisinin onları etkilediğinden daha fazla etkilendiği anlamına gelmektedir (Lin and Tzeng, 2009). DEMATEL ve ANP'yi bir arada kullanan uygulamalara da rastlanmaktadır. Örneğin Tseng (2009) ve Wu (2008), kümeleri *amaçlar, ölçütler* ve *alternatifler* olan ağ yapıları oluşturdukları çalışmalarında ağırlıklandırılmamış süper matris değerlerini belirlerken ölçütler arasındaki iç bağımlılığı değerlendirmek için DEMATEL yönteminden faydalanmışlardır.

ANP ve DEMATEL yöntemlerinin uygulaması alternatif sayısı arttıkça güçleşmektedir. Bu yöntemlerinin tanımlanan etkileşim türleri, örneğin ölçütlerin şartlı göreceli önemleri yapısını modelleyebilme özelliği ayrıca çalışılmalıdır.

2.2.2. Tercih ayrıştırma yaklaşımları

Bu bölümde ölçütler arası etkileşimleri dikkate alan tercih ayrıştırma çalışmaları incelenmiştir. İncelenen yöntemler Çizelge 2.2'de özetlenmiştir.

İncelenen yöntemler etkileşimi ele alabilmelerini sağlayan modele bağlı olarak dörde ayrılabilir: karar kuralları, Choquet integral, kernel fonksiyonları ve polihedral yöntemler.

Çizelgede bahsedilenler haricinde literatürde, Choquet integrali birleştirme operatörü olarak kullanan başka yöntemler de bulunmaktadır. Bu yöntemler birbirlerinden kullandıkları tercih bilgisi ve amaç fonksiyonu açılarından farklılık gösterir. En küçük kareler (*least-squares*) yaklaşımı, en büyük ayrılma (*maximum-split*) yaklaşımı ve en küçük varyans (*minimum variance*) olarak gruplanabilirler. Grabisch et al. (2008) bu yöntemleri inceleyen bir çalışma sunmuştur.

Choquet integral, ölçüt değerlendirmelerinin ortak bir ölçekte olmasını gerektirir. Ölçüt değerlendirmelerinin ortak ölçeğe dönüştürülmesini sağlayacak fonksiyonların belirlenmesini de probleme dahil eden tek çalışma Angelilla et al.'ın (2004) çalışmasıdır. Diğer Choquet integral yöntemleri "ölçüt değerlendirmeleri" sütununda gösterildiği gibi ortak bir aralık ölçeğinin oluşturulduğunu varsayar.

Karar kuralı yaklaşımlarının avantajlarından biri ölçüt değerlendirmeleri için ortak bir ölçeğe ihtiyaç duymamalarıdır.

Greco et al. (2001) ve Dembczynski et al. (2010) ölçüt tanımını tercih sırasına sahip bir ölçek kullanan özellikler (*attributes*) olarak yapmıştır. Otomobil seçimiyle ilgili bir kararda otomobilin fiyatı bir ölçüttür, çünkü düşük fiyat yüksek fiyattan daha çok tercih edilir. Diğer taraftan arabanın rengi bir ölçüt değil özelliktir, çünkü örneğin kırmızı esasen yeşilden daha iyi değildir. Fakat karar verici kırmızının yeşilden daha iyi olduğunu düşünüyorsa arabanın rengi bir ölçüt haline gelir.

Kaba küme teorisi, sınıflar ve ölçüt değerleri için tercih sıralamasının olmadığı (yukarıdaki tanıma göre özellik) sınıflama problemleri için geliştirilmiştir. Bu tür problemlerde özellikler altında aynı tanıma sahip nesneler farklı sınıflara atandığında tutarsızlık oluşur.

Greco et al. (2001) orijinal kaba küme teorisinin ölçütler söz konusu olduğunda oluşabilecek tutarsızlığı ele alamayacağını A ve B firmalarının iflas riski için değerlendirildiği bir örnek üzerinden açıklamıştır. Bu örnekte ölçütlerden biri alacak oranıdır (toplam alacak/toplam değer). Bu ölçüt için A firması düşük değere sahipken B firmasının değerlendirmesi yüksektir. İki firmanın diğer ölçütler üzerindeki değerlendirmeleri ise eşittir. Bu durumda A firmasının B firmasını iflas riski açısından domine ettiği açıktır. A firması B firmasınınkinden daha yüksek risk taşıyan bir sınıfa atanırsa tutarsızlık oluşur. Buna rağmen orijinal kaba küme teorisinde tercih sıralaması gözetilmediğinden bir ölçütte farklılık gösteren A ve B firmalarının farklı sınıflara atanmış olması bir tutarsızlık olarak görülmeyecektir. Dolayısıyla orijinal kaba küme teorisi baskınlık ilişkisini dikkate alabilecek şekilde geliştirilmiştir. Bu şekilde oluşturulan yaklaşım Baskınlık temelli Kaba Küme Yaklaşımı (*Dominance based Rough Set Approach*) olarak adlandırılmıştır.

Angilella et al. (2010) geliştirdikleri yaklaşımı *robust ordinal regression* olarak adlandırır. Buna göre doğrusal programlama kullanılarak her alternatif çifti için iki tercih ilişkisi oluşturulur ve karar vericiye sunulur: tercih bilgisiyle uyumlu tüm kapasiteler için *a* alternatifinin Choquet integral değeri *b* alternatifinin Choquet integral değerinden küçük değilse gerekli zayıf tercih ilişkisi (*necessary weak preference relation*), tercih bilgisiyle uyumlu en az bir kapasite için *a* alternatifinin Choquet integral değeri *b* alternatifinin Choquet integral değerinden küçük değilse olası zayıf tercih ilişkisi (*possible weak preference relation*) oluşturulmuştur. Bu yöntem ayrıca karar verici tutarsızlıklarını belirlemek için ilave bir en iyileme prosedürü kullanır.

Çizelge 2.2. Tercih ayrıştırma yöntemleri

Yazarlar ve tarih	Karar problemi	Tercih bilgisi	Kullanılan model	Öğrenme Algoritması	Ölçüt değerlendirmeleri
Angilella et al., 2004	Sıralama	— Referans kümesindeki alternatiflerin ikili karşılaştırmaları — Ölçütlerin önemlerinin ikili karşılaştırmaları — Ölçütler arasındaki ikili etkileşimlerin işaretleri — Ölçütler arasındaki ikili etkileşimlerin derecesinin ikili karşılaştırmaları	Choquet integral	Basit bir sezgisel önerilmiştir.	Ortak ölçeğe dönüştürme problemin bir parçası olarak ele alınmıştır.
Angilella et al., 2009	Sıralama Sıralı sınıflara ayırma	Sıralama — Referans kümesindeki alternatiflerin ikili karşılaştırmaları — Alternatif çiftleri arasındaki tercih farklarının ikili karşılaştırmaları — Ölçütlerin önemlerinin ikili karşılaştırmaları — Ölçüt önemlerinin farklarının ikili karşılaştırmaları — Ölçütler arasındaki ikili etkileşimlerin işaretleri — Ölçütler arasındaki ikili etkileşimlerin derecesinin ikili karşılaştırmaları — Ölçüt çiftleri arasındaki etkileşim derecelerinin farklarının ikili karşılaştırmaları Sıralı sınıflara ayırma Referans alternatiflerin sınıflara atanması	Choquet integral, Bipolar Choquet integral, Level dependent Choquet integral	Robust Sırasal Regresyon	Ölçütlerin ortak bir aralık ölçeğinde değer aldığı varsayılmıştır.

Çizelge 2.2. Tercih ayrıştırma yöntemleri (devam)

Yazarlar ve tarih	**Karar problemi**	**Tercih bilgisi**	**Kullanılan model**	**Öğrenme Algoritması**	**Ölçüt değerlendirmeleri**
Angilella et al., 2010	Sıralama	— Referans kümesindeki alternatiflerin ikili karşılaştırmaları — Alternatif çiftleri arasındaki tercih farklarının ikili karşılaştırmaları — Ölçütlerin önemlerinin ikili karşılaştırmaları — Ölçüt önemlerinin farklarının ikili karşılaştırmaları — Ölçütler arasındaki ikili etkileşimlerin işaretleri — Ölçütler arasındaki ikili etkileşimlerin derecesinin ikili karşılaştırmaları — Ölçüt çiftleri arasındaki etkileşim derecelerinin farklarının ikili karşılaştırmaları	Choquet integral	Robust Sırasal Regresyon	Ölçütlerin ortak bir aralık ölçeğinde değer aldığı varsayılmıştır.
Marichal and Roubens, 2000	Sıralama	— Referans kümesindeki alternatiflerin ikili karşılaştırmaları — Ölçütlerin önemlerinin ikili karşılaştırmaları — Ölçütler arasındaki ikili etkileşimlerin işaretleri — Ölçütler arasındaki ikili etkileşimlerin derecesinin ikili karşılaştırmaları	Choquet integral	Doğrusal programlama	Ölçütlerin ortak bir aralık ölçeğinde değer aldığı varsayılmıştır.
Greco et al., 2001	Sıralama	Referans alternatiflerin ikili karşılaştırmaları	İkili tercih ilişkisi oluşturan karar kuralları	Baskınlık temelli Kaba Küme (*Dominance based Rough Set*)	Nominal, aralık veya oran ölçeğindeki değerlendirmeler. Ölçüt puanlarıyla birlikte tercihin de arttığı varsayılmıştır.

Çizelge 2.2. Tercih ayrıştırma yöntemleri (devam)

Yazarlar ve tarih	Karar problemi	Tercih bilgisi	Kullanılan model	Öğrenme Algoritması	Ölçüt değerlendirmeleri
Dembczynski et al., 2010	Sıralama	Referans alternatiflerin ikili karşılaştırmaları	• İkili tercih ilişkisi oluşturan karar kuralları • Bir değer fonksiyonu için değerler belirleyen karar kuralları	*Boosting* tekniği	Oran, aralık, sırasal veya nominal ölçekte değerlendirmeler
Evgeniou et al., 2005	Sıralama	Her biri iki veya üç alternatiften oluşan alternatif kümelerinden yapılmış seçimler	Kernel fonksiyonları	Destek Vektör Makineleri (Support Vector Machines)	Nominal, sırasal veya aralık ölçekte değerlendirmeler
Waegeman et al., 2009	Sıralama	Referans alternatifler için ikili karşılaştırmalar ve tek ölçüt için oluşturulacak baskınlık ilişkiler için eşik değerler	Kernel fonksiyonları	Destek Vektör Makineleri	Monoton bir tercih ölçeğinin kullanıldığı varsayılmıştır.
Herbrich et al., 1999	Sıralı sınıflara ayırma	Referans alternatiflerin sınıflara atanması	Kernel fonksiyonları	Destek Vektör Makineleri	Sırasal veya aralık ölçekte değerlendirmeler
Toubia et al., 2003	Sıralama	İkili karşılaştırmalar ve her karşılaştırma için tercih gücünü gösterecek bir puan	Polihedral yöntemleri	Polihedral soru tasarımı ve analitik merkez tahmini	Sırasal değerler

2.3. Choquet İntegral

2.3.1. Temel kavramlar ve tek kutuplu kapasite

Ölçütler arasında görülebilecek etkileşimleri modelleyebilmenin bir yolu sadece ölçütlere değil aynı zamanda ölçüt kombinasyonlarına da ağırlık verilmesidir. Bu sebeple Sugeno (1974) bulanık ölçü kavramını geliştirmiştir. Bulanık ölçü, Choquet (1953) tarafından da kapasite olarak tanıtılmıştır. *Fuzzy* ölçü (Sugeno, 1974) veya kapasite (Choquet, 1953) aşağıdaki şartları sağlayan bir küme fonksiyonudur ($\mu : 2^N \rightarrow \mathbb{R}$) ($2^N$, ölçüt kümesi N'in tüm alt kümelerinden oluşan kümedir) (Grabisch and Labreuche, 2008a):

- $A \subseteq B \subseteq N \Rightarrow \mu(A) \leq \mu(B)$,
- $\mu(\emptyset) = 0$.

$\mu(N) = 1$ ise kapasite normalleştirilmiştir.

$A \subseteq B \subseteq N \Rightarrow \mu(A) \leq \mu(B)$ şartı monotonluk koşulu olarak bilinir.

$\upsilon(\emptyset) = 0$ özelliğini taşıyan küme fonksiyonu $\upsilon: 2^N \rightarrow \mathbb{R}$, oyun olarak adlandırılır (Grabisch and Labreuche, 2008a).

Oyun ve kapasite arasındaki tek farkın monotonluk özelliği olduğu görülmektedir. Dolayısıyla monotonik bir oyun aynı zamanda kapasitedir.

$A \subseteq N$ alt kümesi için $\mu(A)$ veya $\upsilon(A)$'nın nasıl yorumlandığı problemin veya uygulamanın hangi alanda olduğuna, bir başka ifadeyle N kümesinin içeriğine bağlıdır (Grabisch, 2006):

- ***N* ölçüt kümesidir**: Bu durumda $A \subseteq N$ bir grup ölçüt veya özelliği ifade eder ve çok ölçütlü karar verme alanında $\mu(A)$, A alt kümesindeki tüm ölçütlerde en yüksek, diğer ölçütlerde en düşük puanı almış bir alternatifin genel puanını gösterir.
- ***N* durum kümesidir (*states of nature*)**: Belirsizlik veya risk altında karar verme alanında $A \subseteq N$ bir olayı, $\mu(A)$ da A'nın doğru durumu içerdiğinin kesinlik derecesini gösterir.

- ***N* oy veren kişilerin oluşturduğu kümedir**: Bu durumda $\upsilon(A)$ koalisyon olarak adlandırılır ve A koalisyonu önergenin geçmesi yönünde oy kullandığında önerge geçiyorsa 1, diğer durumda 0 değerini alır.
- ***N* oyuncular, firmalar ve benzeri grupların oluşturduğu bir kümedir**: Bu durumda da $\upsilon(A)$ koalisyon olarak adlandırılır. İşbirliğine dayalı oyun kuramında (*cooperative game theory*) $\upsilon(A)$, A alt kümesindeki oyuncular işbirliği yapmaya karar verirken diğer oyuncuların işbirliği yapmaya yanaşmaması halinde A tarafından kazanılacak değeri gösterir.

Grabisch and Labreuche (2008a), Schmeidler'in (1986) çalışmasının Choquet integralin belirsizlik altında karar verme alanında kullanılmaya başlamasına öncülük ettiğini belirtmiştir. Murofushi'nin (1992) Shapley değerini önem endeksi olarak kullandığı çalışma ve Murofushi and Soneda'nın (1993) çalışmalarının da Choquet integralin çok ölçütlü karar verme alanında kullanılmasının teorik temelini oluşturduğu belirtilmiştir.

Tüm ölçüt kombinasyonları için kapasite değerleri belirlendiğinde bir alternatife ait genel puanın hesaplanabilmesi için tek bir değere dönüştürülmeleri gerekir. Bu da Choquet integral ile gerçekleştirilir. Bir fonksiyonun integrali bir anlamda ortalama değerini yansıttığından Choquet integral ortalama alan birleştirme operatörleri içinde değerlendirilebilir.

Ağırlıklandırılmış ortalamadan farklı olarak Choquet integral ölçütler arasında fazlalık (*redundancy*) (negatif etkileşim, yerine geçebilirlik) ve sinerji (pozitif etkileşim, tamamlayıcılık) arasında değişen çeşitli etkileşim türlerini modelleyebilir. Bu sebeple de çok ölçütlü karar verme literatüründe kendisine yer bulmuştur.

$\boldsymbol{x}$ alternatifi ve kapasite μ için Choquet integral formülü (2.23)'te verilmiştir:

$$C_\mu(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n} \left[x_{\sigma(i)} - x_{\sigma(i-1)}\right] \mu(\{\sigma(i), \dots, \sigma(n)\}), \qquad (2.23)$$

Alternatif bir gösterim eşitlik (2.24)'te verildiği gibidir:

$$C_\mu(\boldsymbol{x}) = x_{\sigma(i)}[\mu(\{\sigma(i), \dots, \sigma(n)\}) - \mu(\{\sigma(i+1), \dots, \sigma(n)\})], \qquad (2.24)$$

(2.23) ve (2.24) eşitliklerinde σ, N üzerinde $x_{\sigma(1)} \leq \cdots \leq x_{\sigma(n)}$ ve $x_{\sigma(0)} = 0$ olacak şekilde bir permütasyonu gösterir.

Örneğin ölçüt 1, 2 ve 3 için sırasıyla 0,5, 0,9 ve 0,3 değerlerini almış bir alternatifin Choquet integral değeri (2.25)'te verildiği gibi bulunur:

$$C_\mu(0{,}5; 0{,}9;\ 0{,}3) = (0{,}3 - 0)\mu(1{,}2{,}3) + (0{,}5 - 0{,}3)\mu(1{,}2) + (0{,}9 - 0{,}5)\mu(2) \quad (2.25)$$

(2.25) eşitliği (2.26)'da verildiği gibi de gösterilebilir:

$$C_\mu(0{,}5; 0{,}9;\ 0{,}3) = 0{,}3[\mu(1{,}2{,}3) - \mu(1{,}2)] + 0{,}5[\mu(1{,}2) - \mu(2)] + 0{,}9[\mu(2) - \mu(\emptyset)] \quad (2.26)$$

j ölçütünün karar problemindeki önemini sadece $\mu(j)$ göstermez. $\mu(j) = 0$ olsa bile birçok $T \subseteq N$ için $\mu(T \cup j)$, $\mu(T)$'den çok daha büyük olabilir ve bu da j'nin kararda önemli bir ölçüt olduğunu gösterir. Ölçüt j için Shapley önem endeksi aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\phi_\mu(j) = \sum_{T \subseteq N \setminus j} \frac{(n - |T| - 1)!|T|!}{n!} [\mu(T \cup j) - \mu(T)] \qquad (2.27)$$

Shapley (1953) tarafından tanımlanan ve bir önem katsayısı olan Shapley değeri oyun kuramının temel kavramlarından biridir ve j elemanının marjinal katkısı olan $\mu(T \cup j) - \mu(T)$ ifadesinin tüm kombinasyonlar üzerinden ağırlıklı ortalaması olarak görülebilir:

$$\phi_\mu(j) = \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} \frac{1}{\binom{n-1}{t}} \sum_{\substack{T \subseteq N \setminus j \\ |T| = t}} [\mu(T \cup j) - \mu(T)] \qquad (2.28)$$

Shapley değerinin çok ölçütlü karar verme alanında kullanımının öncüsü Murofushi (1992)'dir. Shapley değerinin önemli özelliklerinden biri tüm ölçütler için toplamının 1 olmasıdır:

$$\sum_{j=1}^{n} \phi_{\mu}(j) = \mu(N) = 1 \tag{2.29}$$

$A \cap B = \emptyset$ için $\mu(A \cup B) = \mu(A) + \mu(B)$ ise kapasite toplamlıdır (*additive*).

Toplamlı kapasite μ için $\phi_{\mu}(j) = \mu(j)$ olur.

Etkileşimin olmadığı durumda her ölçüt alternatifin toplam puanına sadece kendi katkısını getirecektir. İki ölçüt için (2.30)'daki gibi gösterilebilir:

$$\mu(\{1,2\}) = \mu(\{1\}) + \mu(\{2\}) \tag{2.30}$$

Görüldüğü gibi bu durum toplamlı kapasiteyi göstermektedir.

$A \subseteq N \setminus \{i,j\}$ olmak üzere A alt kümesindeki ölçütlerde tamamen tatmin edici, $N \setminus (A \cup \{i,j\})$ ölçütlerinde ise kabul edilemez değerler almış bir alternatif düşünülsün. Bu alternatifin i ve j ölçütlerinde alacağı değerin katkısı (2.31) - (2.33) eşitliklerinde verildiği gibi değerlendirilebilir (Grabisch and Labreuche, 2008):

$$\Delta_{\mu} i(A) = \mu(A \cup \{i\}) - \mu(A) \tag{2.31}$$

$$\Delta_{\mu} j(A) = \mu(A \cup \{j\}) - \mu(A) \tag{2.32}$$

$$\Delta_{\mu} ij(A) = \mu(A \cup \{i,j\}) - \mu(A) \tag{2.33}$$

(2.31) - (2.33) eşitlikleri sırasıyla alternatifin i ölçütünde tamamen tatmin edici, j ölçütünde kabul edilemez; j ölçütünde tamamen tatmin edici, i ölçütünde kabul edilemez ve her iki ölçütte de tamamen tatmin edici değer almasının yaratacağı katkıyı göstermektedir.

$\Delta_\mu ij(A) > \Delta_\mu i(A) + \Delta_\mu j(A)$ ise i ve j ölçütlerinin birlikte iyileştirilmesi bu ölçütlerin ayrı ayrı iyileştirilmesinden daha çok katkı yaratmaktadır. Bu durumda i ve j ölçütleri arasında tamamlayıcılık (*complementarity*) özelliği vardır. Ölçütler arasında tamamlayıcılık özelliği söz konusuysa karar verici için ayrı ayrı önemleri az veya yokken bir araya geldiklerinde karar verici için önemli olurlar. Bu durum izleyen şekilde de açıklanabilir: $\mu(A \cup \{i,j\}) - \mu(A \cup \{i\}) > \mu(A \cup \{j\}) - \mu(A)$, diğer bir ifadeyle j ölçütünün i ölçütü kötüyken iyileştirilmesinin etkisi i ölçütü iyiyken iyileştirilmesinin yaratacağı etkiden küçüktür.

$\Delta_\mu ij(A) < \Delta_\mu i(A) + \Delta_\mu j(A)$ ise i ve j ölçütlerini birlikte iyileştirmek çok cazip değildir. Aynı ifade $\mu(A \cup \{i,j\}) - \mu(A \cup \{i\}) < \mu(A \cup \{j\}) - \mu(A)$ veya $\mu(A \cup \{i,j\}) - \mu(A \cup \{j\}) < \mu(A \cup \{i\}) - \mu(A)$ şeklinde de yazılabilir. Ölçütlerden herhangi birini diğeri tamamen tatmin edici bir değer almışken iyileştirmenin etkisi diğeri kötüyken iyileştirmenin yaratacağı etkiden daha azdır. Bu durumda iki ölçüt birbirinin yerine geçebilir özelliktedir (*substitutiveness*).

Örneğin aşağıdaki dört alternatif ele alınsın:

$$x = (0,0)$$
$$y = (1,0)$$
$$z = (0,1)$$
$$t = (1,1)$$

t alternatifinin x alternatifine tercih edileceği açıktır. Fakat her alternatif çifti için tercih durumu bu kadar kolay söylenemez. Grabisch and Labreuche (2005a) aşağıdaki iki uç tercih durumunu tanımlamıştır ($\mu(\{1,2\}) = 1$ ve $\mu(\emptyset) = 0$):

Durum 1: $x \sim y \sim z$. Karar vericinin bir alternatifi tatmin edici olarak değerlendirmesi için alternatifin her iki ölçütte de tatmin edici olması gerekmektedir. Sadece bir ölçütün yüksek olmasının karar verici için bir anlamı yoktur, bir başka ifadeyle ölçütler arasında tamamlayıcılık söz konusudur. Bu tercih durumu $\mu(\{1\}) = \mu(\{2\}) = 0$ alınarak modellenir. $\mu(\{1,2\}) = 1$ iken $\mu(\{1\})$ ve $\mu(\{2\})$ sıfırdır.

Durum 2: $y \sim z \sim t$. Bu durumda karar verici için iki ölçütten sadece birinde tatmin edici sonuç elde edilmesi alternatifin tatmin edici olarak değerlendirilmesi için yeterlidir. Her iki ölçütün de yüksek puan alması gerekli değildir, yani ölçütler birbirinin yerine geçebilir. Bu tercih durumu ise $\mu(\{1\}) = \mu(\{2\}) = 1$ alınarak modellenir. Kapasite değerleri $\mu(\{1,2\}) < \mu(\{1\}) + \mu(\{2\})$ eşitsizliğini sağlar.

Murofushi and Soneda (1993) etkileşim endeksini $\mu(A \cup \{i,j\}) - \mu(A \cup \{i\}) - \mu(A \cup \{j\}) + \mu(A)$, yani $\Delta_\mu ij(A) - \Delta_\mu i(A) + \Delta_\mu j(A)$ değerlerin ortalaması şeklinde tanımlamıştır:

$$I_\mu(ij) = \sum_{A \subseteq N \setminus \{i,j\}} \frac{(n-|A|-2)!|A|!}{(n-1)!} [\mu(A \cup \{i,j\}) - \mu(A \cup \{i\}) - \mu(A \cup \{j\}) + \mu(A)] \quad (2.34)$$

Etkileşim endeksinin pozitif olması ölçütler arasındaki tamamlayıcılığı, negatif olması ise yerine geçebilirliği göstermektedir.

Etkileşim endeksi ilk olarak oyun kuramı literatüründe i ve j elemanları arasındaki tamamlayıcılık veya rekabetin derecesini ifade etmek için 1972 yılında Owen tarafından ortaya atılmıştır (Marichal, 2000).

İkiden fazla ölçüt arasındaki etkileşimi ölçmek için Grabisch (1997) (2.34)'te verilen endeksi S ölçüt altkümesi için genelleştirmiştir:

$$I_\mu(S) = \sum_{A \subseteq N \setminus S} \frac{(n-|A|-|S|)!|A|!}{(n-|S|+1)!} \sum_{K \subset L} (-1)^{|S|-|L|} \mu(A \cup L), \quad \forall S \subset N, S \neq \emptyset \quad (2.35)$$

Kapasite μ herbir alt küme için tanımlanacağından 2^n değerin bulunması gerekir (boş küme ve N için 0 ve 1 olacağını bildiğimizden aslında $2^n - 2$). Örneğin 1, 2 ve 3 olmak üzere üç ölçüt söz konusuysa $\mu(1), \mu(2), \mu(3), \mu(1,2), \mu(1,3), \mu(2,3)$ bulunmalıdır $(\mu(\emptyset) = 0, \mu(1,2,3) = 1)$. Bulunması gereken parametre sayısını azaltmak için k-toplamlı (*k-additive*) kapasite kavramı ortaya atılmıştır.

$|A| > k$ olduğunda $I_\mu(A) = 0$ ise ve $I_\mu(A) \neq 0$ olacak şekilde $|A| = k,\ A \subseteq N$ varsa kapasite μ k-toplamlıdır (Grabisch and Labreuche, 2005a). *1*-toplamlı kapasite toplamlı kapasitedir ve etkileşimlerin modellenmesine olanak vermez. *2*-toplamlı kapasite sadece ölçüt çiftleri arasındaki etkileşimin modellenmesine izin verir. *k*-toplamlı bir kapasite için $\sum_{j=1}^{k} \binom{n}{j}$ parametrenin hesaplanması gerekir (Grabisch and Labreuche, 2008).

Kapasitenin En İyileme Yöntemleri ile Oluşturulması

Grabisch et al. (2008), literatürde önerilen kapasite belirleme yöntemlerini (ölçütlerin ortak bir aralık ölçeğinde değer aldığı varsayılmaktadır) en küçük kareler temelli yaklaşımlar, maksimum ayrılma yaklaşımı, en küçük varyans ve en küçük uzaklık yaklaşımı başlıkları altında toplamış ve Kappalab R paketi ile bu yöntemleri uygulayarak yöntemlerin avantajlı ve dezavantajlı taraflarını açıklamıştır. Bu yöntemlerde kapasitenin oluşturulmasında kullanılacak öğrenme verisi karar vericinin (ilk) tercihlerinden oluşur. Bu tercih bilgileri için şöyle örnekler verilebilir: karar vericinin az sayıda örnek için bildireceği kısmi veya tam sıralama, ölçütler için bildirebileceği kısmi veya tam sıralama, ölçütlerin ve/veya aralarındaki etkileşimlerin önemleriyle ilgili verebileceği bilgiler. Amaç genel olarak karar verinin bildirdiği tercih bilgisiyle uyumlu kapasitenin bulunmasıdır. Genel formu aşağıda verilen bu problemin amaç fonksiyonu ve kısıtları (gerekli tercihsel bilgi) için farklı seçimler söz konusu olabilir. Karar verici tercihlerinin modellenmesi süreci genellikle aşamalı ve etkileşimli olarak uygulanmaktadır. Sürece düşük bir *k*-toplamlılık derecesi ile (örneğin 2-toplamlı kapasite ile) başlanabilir. Bulunan kapasite ile hesaplanan önem ve etkileşim endeksleri karar vericiye sunulur. Karar vericinin tercih yapısı yansıtılamamışsa verdiği yeni bilgilere ilişkin kısıtlar modele eklenir. Herhangi bir aşamada kapasite bulunamaması sorunu yaşandığında *k*- toplamlılık derecesi artırılabilir.

$\mu(A \cup j) - \mu(A) \geq 0, \quad \forall j \in N, \forall A \subseteq N \backslash j$

$\mu(N) = 1$

$\mu(\emptyset) = 0$

$C_\mu(x) - C_\mu(y) \geq \delta_C, \forall (x, y) \in P, P = \{(x, y) \subseteq M \times M | x \neq y, x \gtrsim y\}$ (M: alternatif kümesi, δ_C eşik değeri)

$\phi_\mu(i) - \phi_\mu(j) \geq \delta_S, \forall (i, j) \in Q, Q = \{(i, j) \subseteq N \times N \big| i \neq j, \phi_\mu(i) \geq \phi_\mu(j)\}$

(δ_S: eşik değeri)

$etkileşime\ dair\ kısıtlar$

kısıtları altında

$enk\ veya\ enb\ \mathcal{G}(\cdots)$

$\mathcal{G}$, seçilen kapasite belirleme yöntemine göre farklılık gösterebilen amaç fonksiyonunu temsil eder. Problemin değişkenleri, kapasite μ'ye ait $2^n - 2$ bilinmeyen değerdir.

İlk kısıt kümesi kapasitenin monotonluğunu, ikinci ve üçüncü kısıtlar ise normalizasyonu sağlamak içindir. Dördüncü kısıt kümesi karar vericinin öğrenme kümesindeki alternatiflerle ilgili tercihlerini yansıtır. Beşinci kısıt kümesi ölçütlerin önemleri, son kısıt kümesi ise ölçütler arasındaki etkileşim hakkındaki bilgiyi ifade eder.

Yukarıdaki en iyileme problemi kısıtlar tutarsızsa çözümsüz olabilir. Böyle bir durum temel olarak iki sebepten kaynaklanır (Grabisch et al., 2008):

- Karar verici tarafından sunulan tercihsel bilgi kendi içinde çelişmektedir veya birçok karar verme prosedürünün altında yatan baskınlık, geçişlilik gibi aksiyomları ihlal etmektedir.
- Modelin parametreleri tüm kısıtları sağlamak için yeterli değildir. Bu durumda k-toplamlılık derecesi artırılabilir. Ancak genel (n-toplamlı) kapasiteyle ve biraz önce bahsedilen aksiyomlarla uyumluluk halinde bile karar vericinin belirttiği kısıtlar sağlanamayabilir. Böyle bir durumda

Choquet integral modelinin temelinde olan bazı daha spesifik aksiyomlar ihlal edilmektedir ve Choquet integral karar vericinin tercihlerini modellemek için yeterli esnekliği gösterememektedir.

Daha önce de bahsedildiği gibi en iyileme problemi için bir çözümün bulunması kapasite belirleme sürecinin bittiği anlamına gelmez. Elde edilen model genellikle önem ve etkileşim endeksleri aracılığıyla analiz edilir. Sonuçlar karar vericinin tercih yapısına tamamen uygun değilse ilk tercihleri ilave kısıtlarla zenginleştirilir ve yeni bir kapasite belirlenir. Bu aşamalı süreç tatmin edici bir model elde edilinceye kadar devam eder.

En küçük kareler temelli yaklaşımlar

Bu yöntemde karar verici bazı alternatifler için (bu alternatiflerin oluşturduğu küme $\mathcal{O}$ ile gösterilsin) düşündüğü genel değerlendirme sonuçlarını ($F(x)$) belirtir. Amaç, bu sonuçlar ile alternatifler için hesaplanan Choquet integral değerleri arasındaki farkların kareleri toplamının en küçüklenmesidir:

$$\mathcal{G}(\mu) = \sum_{x \in \mathcal{O}} \left[C_\mu(x) - F(x) \right]^2 \qquad (2.36)$$

Genellikle kısıt kümesi monotonluk ve normalizasyon kısıtlarından oluşur (Grabisch and Labreuche, 2008).

Görüldüğü gibi bu yöntemde en iyileme problemi kareli program halini alır ve her zaman kesin dışbükey değildir, dolayısıyla eğer varsa çözümü tek olmak zorunda değildir.

Bu yaklaşımların temel güçlüğü karar vericiden her zaman elde edilemeyecek $F(x)$ değerlerine ihtiyaç duyulmasıdır.

En büyük ayrılma yaklaşımı

Marichal and Roubens (2000) tarafından önerilen bu yaklaşımda amaç karar verici tarafından sıralanan alternatiflerin aldığı değerler arasındaki en küçük farkın en büyüklenmesidir. Karar verici $x \succ y$ şeklinde bir tercih bildirmişse bu iki alternatifin alacağı değerlerin birbirinden önemli ölçüde farklı olmasını isteyecektir.

Dördüncü kısıt kümesi aşağıdaki hali alacaktır:

$$C_\mu(x) - C_\mu(y) \geq \delta_C + \epsilon \tag{2.37}$$

En büyüklenecek amaç fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\mathcal{G}(\mu) = \epsilon \tag{2.38}$$

Bir doğrusal program haline gelen problem standart algoritmalarla kolaylık çözülebilir. Ancak en küçük kareler yönteminde olduğu gibi eğer bir çözüm varsa tek olmak zorunda değildir ve bulunan çözüm bazen son derece özel bir hali (uç durumları) gösterebilir.

En küçük varyans ve en küçük uzaklık yaklaşımı

En küçük varyans yaklaşımının (Kojadinovic, 2007) ana fikri karar vericinin tercihleriyle uyumlu en az spesifik kapasitenin bulunmasıdır. Amaç fonksiyonu kapasitenin varyansı olarak tanımlanır:

$$\mathcal{G}(\mu) = \frac{1}{n}\sum_{j \in N}\sum_{S \subseteq N \setminus j}\frac{(n-s-1)!s!}{n!}\left(\mu(S \cup j) - \mu(S) - \frac{1}{n}\right)^2 \tag{2.39}$$

Amaç fonksiyonunun kesin dış bükey olması bu yaklaşımın avantajlarından biridir. Ayrıca elde az sayıda öğrenme verisinin olması halinde bile bulunan çözüm çok yüksek pozitif veya negatif etkileşim endeksleri veya birbirinden çok farklı Shapley (önem) değerleri ile kendini gösterebilecek çok spesifik bir yapıda olmayacaktır.

Minimum varyans yaklaşımının genelleştirilmiş hali karar verici tercihleriyle uyumlu ve yine karar verici tarafından belirlenen kapasiteye en yakın kapasitenin bulunmasını amaçlar. Gereksinimlerin açıkça belirtilmemesi halinde düzgün kapasite (toplamlı ve eleman sayısına dayanan: $\mu^*(T) = {}^{t}/_{n}, \forall T \subseteq N$) doğal bir seçim olacaktır. En küçük uzaklık yaklaşımını pratik bir şekilde uygulamak için Kojadinovic tarafından çalışılan üç kareli uzaklıktan biri aşağıdaki gibidir:

$$d^2(a_\theta, a_\mu) = \int_{[0,1]^n} \left[C_\mu(x) - C_\theta(x)\right]^2 dx \tag{2.40}$$

Düzgün kapasite kullanılması halinde amaç fonksiyonu (2.41)'deki gibi olacaktır:

$$\mathcal{G}(\mu) = \int_{[0,1]^n} \left[C_\mu(x) - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j\right]^2 dx \tag{2.41}$$

Ortaya çıkan en iyileme problemi kesin dış bükey kareli programdır.

2.3.2. Çift kutuplu (*bipolar*) ölçek ve üç referans seviyeli kapasite (*bicapacity*)

Ölçütlerin aldıkları değerlerde birer nötr seviye olabilir. Bu seviyenin üstündeki değerler karar verici tarafından "iyi", "pozitif" veya "çekici" olarak değerlendirilir. Altındaki değerler içinse tam tersi söz konusudur. Karar vericinin karar stratejisi yüksek ve düşük değerler için farklılık gösterebilir. Bu durumda ölçek çift kutupludur (*bipolar*) ve Choquet integral üç referans seviyeli kapasite (*bicapacity*) kullanılarak oluşturulur. Daha önce açıklandığı gibi tek kutuplu kapasite tatmin edici değer almış ölçütler ve kabul edilemeyecek değer almış ölçütler açısından tanımlanıyordu. Üç referans seviyeli kapasitede ise bunlara ek olarak nötr değer almış ölçütler de bulunur.

Üç referans seviyeli kapasite μ, $Q(N) = \{(A, B) \in 2^N \times 2^N | A \cap B = \emptyset\}$ üzerinde tanımlanmış aşağıdaki şartları sağlayan bir fonksiyondur $\mu : 2^N \to \mathbb{R}$ (Labreuche and Grabisch, 2006):

- $\mu(\emptyset, \emptyset) = 0$,
- $A \subseteq A'$ ise $\mu(A, B) \leq \mu(A', B)$,
- $B \subseteq B'$ ise $\mu(A, B) \geq \mu(A, B')$.

$\mu(N, \emptyset) = 1, \mu(\emptyset, N) = -1$ ise üç referans seviyeli kapasite μ normalleştirilmiştir.

$\mu(A, B)$, $\left(1_A, -1_B, 0_{(A \cup B)^c}\right)$, alternatifinin genel değerlendirmesini gösterir. Burada nötr seviye 0, tercihsel açıdan en yüksek seviye 1, en düşük seviye de -1 ile gösterilmiştir. A altkümesindeki ölçütler 1, B altkümesindeki ölçütler -1, geriye kalan ölçütler de 0 değerini almıştır.

Üç referans seviyeli kapasite için çift kutuplu Choquet integral (2.42)'de verildiği gibi tanımlanır (Labreuche and Grabisch, 2006):

$$BC_\mu(\boldsymbol{x}) = C_{\mu_{N^+,N^-}}(|\boldsymbol{x}|) \tag{2.42}$$

Eşitlik (2.42)'de;
$\mu_{N^+,N^-}(A) = \mu(A \cap N^+, A \cap N^-)$,
$N^+ = \{i \in N | x_i \geq 0\}$ ve
$N^- = N \setminus N^+$ olarak tanımlanmıştır.

Örneğin 1, 2 ve 3 ölçütleri için sırasıyla 0,4, 0,6 ve -0,3 değerlerini almış bir alternatifin Choquet integral değeri (2.43)'te gösterildiği gibi hesaplanır:

$$BC_\mu(0{,}4;\ 0{,}6; -0{,}3) = 0{,}3\mu(\{1{,}2\}, \{3\}) + (0{,}4 - 0{,}3)\mu(\{1{,}2\}, \emptyset) + (0{,}6 - 0{,}4)\mu(\{2\}, \emptyset) \tag{2.43}$$

Bu durumda belirlenmesi gereken parametre sayısı $(3^n - 3)$'e çıkar.

2.3.3. k referans seviyeli (k'lı) kapasite

Tek kutuplu (unipolar) kapasitede iki, çift kutuplu kapasitede ise üç referans seviyesi bulunmaktadır. Bu kapasitelerin k referans seviyesinin olduğu durumlar için genelleştirilmesiyle k referans seviyeli (k'lı, k-ary) kapasite elde edilmiştir. Bu alt bölümde Choquet integralin k'lı kapasite için genelleştirilmesi çalışması özetlenmiştir. 2.3.3 alt bölümünün sonunda söz konusu üç tip kapasite ile Choquet integral hesaplanması örnekleri Çizelge 2.3 ile sunulmuştur.

Choquet integral, $[0,1]^n$ hiperküpünün köşelerindeki değerlerin bilindiği düşünülerek doğrusal bir interpolasyon şeklinde oluşturulabilir. Grabsich (2004) interpolasyon problemini şu şekilde tarif etmiştir:

Sürekli bir $F: [0,1]^n \rightarrow R$ fonksiyonu ele alınsın. $F(0, 0, \dots, 0) = 0$ olduğu ve fonksiyonun $[0,1]^n$ hiperküpünün köşe noktaları, diğer bir deyişle tüm $\mathbf{1_A}$, $A \subseteq N$ karakteristik vektörleri, haricinde bilinmediği varsayılsın. Bu durumda F için köşe noktaları arasındaki uygun interpolasyonun nasıl olması gerektiği veya F değerinin $[0,1]^n$ hiperküpünün içinde nasıl bulunacağı problemiyle karşı karşıya kalınır. $x \in [0,1]^n$ için $F(x)$, dışbükey kaplamı (*convex closure*) x'i kapsayan $\mathcal{A}(x)$ kümesindeki tüm köşe noktalarının F değerini kullanan bir formül ile hesaplanmalıdır. Diğer taraftan $x \in [0,1]^n$ tek bir polihedrona ait olmalı (ortak sınırlar haricinde) ve süreklilik sağlanmalıdır.

Problem çok ölçütlü karar verme kapsamında açıklanacak olursa $[0,1]^n$'deki noktalar n ölçüt üzerinden değerlendirilmiş alternatiflerin puan vektörlerini gösterir. 0 puanı alternatifin ilgili ölçüt için tamamen kabul edilemez olduğu, 1 ise alternatifin ilgili ölçüt için tatmin edici olduğu anlamına gelir. Böylece karakteristik vektörü $\mathbf{1_A}$, A kümesindeki ölçütler için tatmin edici, diğer ölçütler içinse kabul edilemez bir alternatifi temsil eder. Bu alternatiflere ait genel puanlar bilindiğinde problem herhangi bir alternatif için genel puanı verecek F fonksiyonunun belirlenmesidir.

Tutumlu (*parsimonious*) doğrusal bir interpolasyon operatörü olarak ele alınması Choquet integral kavramının daha geniş şekillerde uygulanması için zemin hazırlamıştır ve Grabisch and Labreuche (2008b) tarafından ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Bunun bir örneği Grabisch and Labreuche'nin (2003) çalışmasıdır.

Birleştirilecek ölçütlerin indislerini gösteren küme $N = \{1, \dots, n\}$ ve bir birleştirme operatörü $F: E \to R$ ele alınsın. E genellikle $[0,1]^n$ veya başka bir aralığın n. kuvveti olarak alınır. Ölçütlerin alabilecekleri puanlar için referans seviyeler belirlenebilir. i ölçütü için referans seviyelerin kümesi L_i ile gösterilsin. Bunun için en kolay örnek $L_i = \{0,1\}$ olacaktır. Bu durumda referans değerler ölçüt i'nin en düşük ve en yüksek değerlerini gösteren numerik değerlerdir. Referans değerler kümesi $\{kötü, orta, iyi\}$ veya $\{düşük, orta, yüksek\}$ gibi nicel değerlerden de oluşabilir. Ölçütlerin sadece referans seviyelerde değer aldığı alternatifler prototip veya saf alternatifler olarak adlandırılabilir. Bu alternatiflerin kümesi, diğer bir ifadeyle tüm ölçütler için tüm referans değerlerin kombinasyonları, $L = L_1 \times \dots \times L_n$ ile gösterilir. Bu prototip örnekler için genel puanların bilindiği varsayıldığında ölçütlerin referans seviyelerin ara değerlerinde de puan aldığı düşünülürse saf olamayan alternatiflerin puanlarının nasıl hesaplanacağı sorusu gündeme gelir. L'nin geometrik realizasyonu tüm olası sonuçları, ölçütlerin alabilecekleri değerlerin tüm kombinasyonlarını, verir ve dolayısıyla birleştirme fonksiyonu F'in tanım kümesini oluşturur (Grabisch and Labreuche, 2005b).

Choquet integralin tutumlu doğrusal interpolasyon operatörü olarak tanımlanması bir dağılımlı kafesin (*distributive lattice*) geometrik realizasyonunun simplekslere ayrılmasıyla gerçekleştirilir (Grabisch and Labreuche, 2008b).

Kafes *(lattice)* L, kısmi sıra $\leq$ ile tanımlanan, her $x, y \in L$ için en küçük üst sınır, $x \vee y$, ve en büyük alt sınırın, $x \wedge y$, mevcut olduğu bir kümedir. $\vee$ ve $\wedge$ dağılımlılık koşulunu sağlıyorsa kafes dağılımlıdır.

$x > y$ ise ve $x > z > y$ olacak şekilde bir z yoksa x elemanı y elemanını kapsar ve bu durum $x \succ y$ şeklinde gösterilir. $x \leq y \leq \cdots \leq z$ sırası x'ten z'ye zincir (*chain*) olarak adlandırılır. Bu zincire herhangi bir eleman eklenemiyorsa zincir en büyüktür (*maximal*), $x \prec y \prec \cdots \prec z$.

L kümesinin sadece bir elemanı kapsayan elemanları $\mathcal{J}(L)$ kümesini oluşturur (bu elemanlar *join-irreducible* olarak adlandırılır).

Herhangi bir kısmi sıralı küme P için $D(P)$ P'den $\{0,1\}$'e, $\mathcal{C}(P)$ ise P'den $[0,1]$'e artmayan transformasyonların kümesi olarak tanımlansın. $\mathcal{C}(P)$, köşe noktalarının kümesi $D(P)$ olan bir iç bükey polihedrondur. Dağılımlı kafes L'nin geometrik realizasyonu $\mathcal{C}\big(\mathcal{J}(L)\big)$ ile tanımlanacaktır. $\mathcal{D}\big(\mathcal{J}(L)\big)$, geometrik realizasyonun köşe noktalarının kümesidir ve oluşturulan simpleksler $\mathcal{D}\big(\mathcal{J}(L)\big)$'nin en büyük zincirlerine karşılık gelir. $\mathcal{C}\big(\mathcal{J}(L)\big)$ içindeki herhangi bir f, tek bir simplekse ait olacaktır.

Örneğin iki ölçütlü bir problem söz konusuysa $N = \{1,2\}$ için $2^N = \big\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\big\}$ olarak yazılır. N kümesinin alt kümelerinin kapsama ilişkisine göre sıralandığı düşünülürse $\emptyset < \{1\}$, $\emptyset < \{2\}$, $\{1\} < \{1,2\}$ ve $\{2\} < \{1,2\}$ yazılabilir. Dolayısıyla elemanları arasında kapsama ilişkisiyle kısmi sıra oluşturulmuş bir küme söz konusudur. Böylece bir kafes (Boolean kafes olarak adlandırılır) elde edilir. Alt kümeler için belirlenen ilişkiye göre, örneğin alt küme $\{1\}$'in ölçüt 1'de tamamen tatmin edici, ölçüt 2'de ise kabul edilemez değer almış bir alternatifi temsil ettiği düşünülebilir. Bu kafes için $\mathcal{J}(L) = \{1,2\}$'dir. $\mathcal{D}\big(\mathcal{J}(L)\big) = \{x\colon \{1,2\} \to \{0,1\}, x\ artmayan\}$ olarak tanımlanır. Fakat $\{1\}$ ve $\{2\}$ arasında sıralama olmadığından $\mathcal{D}(\{1,2\}) = \{0,1\}^{\{1,2\}}$ yazılabilir ($\{1,2\}$'den $\{0,1\}$'e tüm transformasyonların kümesi). $D(\{1,2\}) = \{(0,0), (0,1), (1,0), (1,1)\}$ ve $D\big\{\{1,2\}\big\}$'nin $[0,1]^2$'nin köşe noktalarının kümesi olduğu görülür. Benzer şekilde $\mathcal{C}\big(\mathcal{J}(L)\big) = [0,1]^{\{1,2\}}$ ($\{1,2\}$'den $[0,1]$'e tüm transformasyonların kümesi) yazılır. Bu örnekte $\mathcal{D}(\mathcal{J}(L))$'nin en büyük zincirleri olarak $\{(0,0),(0,1),(1,1)\}$ ve $\{(0,0),(1,0),(1,1)\}$ yazılır.

2^N, $N=\{1,2,\dots,n\}$ genel durumu için bu zincir $\emptyset = A_0 \subset A_1 \subset \cdots \subset A_n = N$ olmak üzere $\{1_{A_0} < 1_{A_1} < \cdots < 1_{A_n}\}$ şeklinde yazılır ve N üzerinde $A_i = \{\pi(1),\dots,\pi(i)\}$ ve

$$f(j) = \sum_{i=0}^{|\mathcal{J}(L)|} \alpha_i 1_{A_i}(j), \forall j \in \mathcal{J}(L), \quad \sum_{i=0}^{|\mathcal{J}(L)|} \alpha_i = 1, \quad \alpha_i \geq 0, \ \forall i \tag{2.44}$$

olacak şekilde bir π permütasyonu oluşturur (Grabisch and Labreuche, 2005b). (2.44) ifadesinden aşağıdakiler elde edilir ($|\mathcal{J}(L)| = n$)[1]:

$$\alpha_i = f(\pi(i)) - f(\pi(i+1)), i = 1,2,\dots,n-1,$$
$$\alpha_n = f(\pi(n)),$$
$$\alpha_0 = 1 - f(\pi(1)) \text{ ve}$$
$$f(\pi(1)) \geq f(\pi(2)) \geq \cdots \geq f(\pi(n)).$$

Dağılımlı kafes L üzerinde herhangi bir $F: \mathcal{D}(\mathcal{J}(L)) \to R$ fonksiyonu, L'nin geometrik realizasyonu $\mathcal{C}(\mathcal{J}(L))$ için aşağıdaki gibi genişletilebilir (Grabisch and Labreuche, 2008b):

$$\bar{F}(f) = \sum_{i=0}^{|\mathcal{J}(L)|} \alpha_i F(1_{A_i}) \tag{2.45}$$

$1_\emptyset = 0$ olduğundan

---

[1] $n = 2$ için:
$$f(\pi(1)) = \alpha_0 1_\emptyset(\pi(1)) + \alpha_1 1_{\{\pi(1)\}}(\pi(1)) + \alpha_2 1_{\{\pi(1),\pi(2)\}}(\pi(1)),$$
$$f(\pi(2)) = \alpha_0 1_\emptyset(\pi(2)) + \alpha_1 1_{\{\pi(1)\}}(\pi(2)) + \alpha_2 1_{\{\pi(1),\pi(2)\}}(\pi(2)).$$
$$f(\pi(1)) = \alpha_1 + \alpha_2,$$
$$f(\pi(2)) = \alpha_2.$$
$$\alpha_0 = 1 - \sum_{i=1}^{2} \alpha_i = 1 - f(\pi(1)).$$

$$\bar{F}(f) = \sum_{i=1}^{|\mathcal{J}(L)|} \alpha_i F\left(1_{A_i}\right) = \sum_{i=1}^{|\mathcal{J}(L)|} \left[f\left(\pi(i)\right) - f\left(\pi(i+1)\right)\right] F\left(1_{\{\pi(1),\ldots,\pi(i)\}}\right), \quad (2.46)$$

$f\left(\pi(|\mathcal{J}(L)| + 1)\right) = 0.$

İki ölçütlü örnek için (2.46) eşitliği (2.47)'de verilen şekilde yazılır:

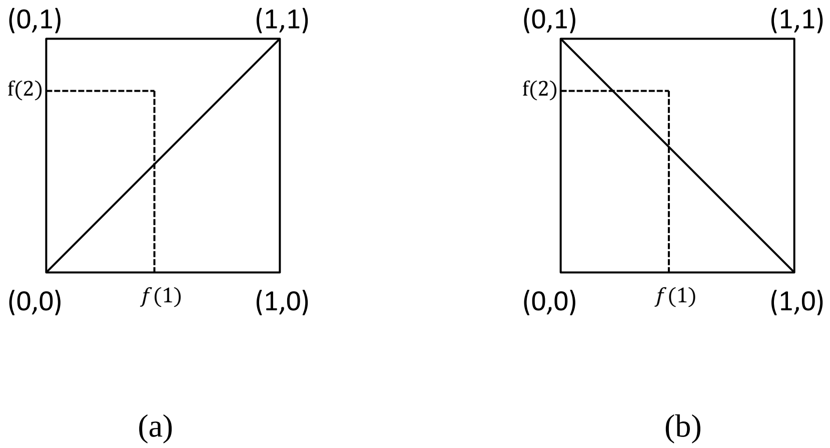
$$\bar{F}(f) = \left[f\left(\pi(1)\right) - f\left(\pi(2)\right)\right] F\left(1_{\{\pi(1)\}}\right) + \left[f\left(\pi(2)\right) - f\left(\pi(3)\right)\right] F\left(1_{\{\pi(1),\pi(2)\}}\right) \quad (2.47)$$

$f(1) > f(2)$ ise $\pi(1) = 1$ve $\pi(2) = 2$ olur:

$$\bar{F}(f) = [f(1) - f(1)]F(1,0) + [f(2) - 0]F(1,1) \quad (2.48)$$

$\mu(A) = F(1_A)$ alınırsa (2.46) eşitliğinin Choquet integral formülü olduğu görülür. Bu interpolasyon formülü, tanım kümesi $\{0,1\}^n$ olan pseudo-Boolean fonksiyonların tanım kümesinin $[0,1]^n$'e genişletilmesi problemini çalışan Lovász (1983) tarafından da elde edilmiştir. Marichal (2002) bu formülün Choquet integral formülü olduğuna dikkat çekmiştir. Yukarıda verilen açıklamalardan ve örneklerden görülebileceği gibi Choquet integral, tanım kümesi $\{0,1\}^n$ olan fonksiyonları kullanan bir $\bar{F}: [0,1]^n \to R$ fonksiyonudur. $F: \mathcal{D}\left(\mathcal{J}(L)\right) \to R$ fonksiyonu $\bar{F}: \mathcal{C}\left(\mathcal{J}(L)\right) \to R$ fonksiyonuna genişletilmektedir.

Buraya kadar olan açıklamaları daha iyi anlayabilmek için Grabisch (2004)'te verilen örnekten yararlanılabilir. $N = \{1,2\}$ için aşağıda verilen Şekil 2.4 ele alınsın ($f(i) = f_i$):



Şekil 2.4. $[0,1]^2$'in simplekslere ayrılması: a) En büyük zincirlere göre oluşturulan simpleksler b) En büyük zincirler dikkate alınmadan oluşturulan simpleksler

Şekil 2.4.(a)'da $\{(f_1, f_2)|f_1 \leq f_2\}$ ve $\{(f_1, f_2)|f_2 \leq f_1\}$ olmak üzere iki bölge elde edilmiştir. İlk bölgenin köşe noktalarını $\{(0,0), (0,1), (1,1)\}$, ikinci bölgenin köşe noktalarını ise $\{(0,0), (1,0), (1,1)\}$ oluşturur.

f'in ait olduğu simpleksin köşe noktalarının kümesi $\mathcal{A}(f)$ ile gösterilsin. Bu durumda ilk şekildeki ilk bölge için $\mathcal{A}(f) = \{(0,0), (0,1), (1,1)\}$ yazılır. $\alpha_i(A) \in R, i = 1, \dots, n, \forall A \in \mathcal{A}(f)$ olmak üzere Grabisch (2004) interpolasyon formülünü (2.49)'da verildiği gibi tanımlamıştır:

$$\bar{F}(f) = \sum_{A \in \mathcal{A}(f)} [\sum_{i=1}^{n} \alpha_i(A) f(i)] F(1_A) \tag{2.49}$$

$f_1 \leq f_2$ için (2.49) aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{aligned} \bar{F}(f_1, f_2) = {} & [\alpha_1(0,0)f(1) + \alpha_2(0,0)f(2)]F\big(1_{(0,0)}\big) + [\alpha_1(0,1)f(1) + \\ & \alpha_2(0,1)f(2)]F\big(1_{(0,1)}\big) + \\ & [\alpha_1(1,1)f(1) + \alpha_2(1,1)f(2)]F\big(1_{(1,1)}\big) \end{aligned} \tag{2.50}$$

$F(0,0) = 0$, $F(1,1) = 1$, $\alpha_1(0,0) = \alpha_1$, $\alpha_2(0,0) = \alpha_2$, $\alpha_1(1,1) = \beta_1$, $\alpha_2(1,1) = \beta_2$ olarak yazılırsa (2.51) eşitliği elde edilir:

$$\bar{F}(f_1, f_2) = [\alpha_1 f(1) + \alpha_2 f(2)]F(0,1) + [\beta_1 f(1) + \beta_2 f(2)] \tag{2.51}$$

$f = (0,1)$ ve $f = (1,1)$ için aşağıdaki değerler bulunur:

$$\alpha_2 = 1, \beta_2 = 0$$
$$\alpha_1 + \alpha_2 = 0, \beta_1 + \beta_2 = 0$$

Buna göre (2.51) eşitlik (2.52)'ye dönüşür:

$$\bar{F}(f_1, f_2) = [f(2) - f(1)]F(0,1) + f(1) \tag{2.52}$$

Benzer şekilde ilerlenerek $f_1 \geq f_2$ için eşitlik (2.53) elde edilir.

$$\bar{F}(f_1, f_2) = [f(1) - f(2)]F(1,0) + f(2) \tag{2.53}$$

Şekil 2.4.(b) ele alınacak olursa (2.49) eşitliği (2.54)'te verildiği gibi yazılır:

$$\bar{F}(f_1, f_2) = [\alpha_1 f(1) + \alpha_2 f(2)]F(0,1) + [\beta_1 f(1) + \beta_2 f(2)]F(1,0) + [\gamma_1 f(1) + \gamma_2 f(2)]F(1,1) \tag{2.54}$$

Eşitlik (2.54) $f = (1,0)$ ve $f = (0,1)$ için değerlendirilirse $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ olması gerektiği görülür. Ancak bu değerlerle (2.54) eşitliği kullanılarak (1,1) noktası bulunamaz.

(2.49) eşitliğinde kullanılan köşe noktaları ilk şekilde olduğu gibi bir $A_1 \subset A_2 \subset \cdots \subset A_n$ zinciri oluşturmalıdır. Burada ele alınan iki ölçütlü örnekte $\{(0,0),(1,0),(1,1)\}$ zinciri $\pi(1) = 1, \pi(2) = 2$ permütasyonuna ($f_1 \geq f_2$ simpleksi), $\{(0,0),(0,1),(1,1)\}$ zinciri $\pi(1) = 2, \pi(2) = 1$ permütasyonuna ($f_2 \geq f_1$ simpleksi) denk gelir.

Buraya kadar Choquet integralin doğrusal bir interpolasyon operatörü olarak tanımlanması açıklanmıştır. Şimdiye kadar ele alınan tek kutuplu kapasitede 0 ve 1 olmak üzere iki seviye söz konusuydu. Bu aşamadan sonra bu durum genelleştirilerek k referans sayısını göstermek üzere $L = k^n$ kafesi ele alınmıştır. Referans seviyeleri $\{0, 1, \dots, k-1\}$ olacak şekilde adlandırılmıştır.

$x \in [\rho_0, \rho_{k-1}]^n$ alternatifi ve genelleştirilmiş kapasite $F\colon \mathcal{D}(\mathcal{J}(L)) \to \mathbb{R}$ ele alınsın. Herhangi bir $i \in N$ için $I(x) \in \{1,2, \dots, k\}^n$, $\rho_{I_i(x)-1} \leq x_i \leq \rho_{I_i(x)}$ olacak şekilde belirlensin. $\Phi\colon [\rho_0, \rho_{k-1}]^n \to [0,1]^n$ fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\Phi_i(x) = \frac{x_i - \rho_{I_i(x)-1}}{\rho_{I_i(x)} - \rho_{I_i(x)-1}} \tag{2.55}$$

<u>$[0, 1]$ aralığı için k'lı kapasite</u>

Örnek: $k = 3$ ve $n = 2$ için kafes $\{(0,0), (1,0), (2,0), (0,1), (0,2), (1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$ kümesinden oluşur. Bu kafes için $\mathcal{J}(L) = \{(1,0), (2,0), (0,1), (0,2)\}$ yazılır (örneğin $(2,1)$ için hem $(2,1) > (2,0)$ hem de $(2,1) > (1,1)$ yazılabilir, bu yüzden $(2,1)$ $\mathcal{J}(L)$kümesinin bir elemanı değildir). Yukarıdaki örnek genelleştirilecek olursa $\mathcal{J}(L)$ kümesi (2.56)'da verilen şekilde yazılır:

$$\mathcal{J}(L) = \left\{\left((l_i, 0_{i^c})\right) \middle| l \in \{1, \dots, k-1\}, i \in N\right\} \tag{2.56}$$

$\mathcal{C}(\mathcal{J}(L))$'nin için aşağıdaki koşulları sağlayan elemanları ele alınmıştır:

$$f_i^1 = \cdots = f_i^{I_i(f)-1} = 1,$$

$$f_i^{I_i(f)} = z_i,$$

$$f_i^{I_i(f)+1} = \cdots = f_i^{k-1} = 0$$

σ, N üzerinde $z_{\sigma(1)} \geq \cdots \geq z_{\sigma(n)}$ olacak şekilde bir permütasyon olsun ve $q^f = \sum_{i \in N}(I_i(f) - 1)$, $X_{q^f} = \{(l_i, 0_{i^c}) | 1 \leq l_i \leq J_i(f) - 1\}$ olarak tanımlansın.

$\mathcal{C}(\mathcal{J}(L))$ bir elemanı olan f aşağıdaki zincirle ifade edilen simplekse aittir (Grabisch and Labreuche, 2008b):

$$1_{X_{q^f}} < 1_{X_{q^f} \cup \left\{\left(\left(I_{\sigma(1)}(f)\right)_{\sigma(1)}, 0_{\sigma(1)^c}\right)\right\}} < \\ 1_{X_{q^f} \cup \left\{\left(\left(I_{\sigma(1)}(f)\right)_{\sigma(1)}, 0_{\sigma(1)^c}\right), \ldots, \left(\left(I_{\sigma(i)}(f)\right)_{\sigma(i)}, 0_{\sigma(i)^c}\right)\right\}} \tag{2.57}$$

Buradan eşitlik (2.45) kullanılarak (2.58) eşitliği elde edilir (Grabisch and Labreuche, 2008):

$$\bar{F} = \\ \left(1 - z_{\sigma(1)}\right) F\left(1_{X_{q^f}}\right) + \\ \sum_{i=1}^{n}\left(z_{\sigma(i)} - z_{\sigma(i+1)}\right) F\left(1_{X_{q^f} \cup \left\{\left(\left(I_{\sigma(1)}(f)\right)_{\sigma(1)}, 0_{\sigma(1)^c}\right), \ldots, \left(\left(I_{\sigma(i)}(f)\right)_{\sigma(i)}, 0_{\sigma(i)^c}\right)\right\}}\right), \tag{2.58}$$

$z_{\sigma(n+1)} = 0,$

$\mu_x(S) = F\left(1_{X_{q^f} \cup \bigcup_{i \in S}\left(\left(I_i(f)\right)_i, 0_{i^c}\right)}\right).$

$k = 3,\ n = 2$ örneği için $\mathcal{C}(\mathcal{J}(L))$'nin bir elemanı olarak $f = (1{,}0.5{,}0.2{,}0)$ alınsın. Bu durumda $f(1{,}0) = 1$, $f(2{,}0) = 0.5$, $f(0{,}1) = 0.2$ ve $f(0{,}2) = 0$ demektir. $I_1(f) = 2,\ I_2(f) = 1$ olduğu görülür. Buradan $q^f = 1$ ve $A_{q^f} = \{(1{,}0)\}$ yazılır. $z_1 = 0.5$ ve $z_2 = 0.2$'dir. $z_1 > z_2$ olduğundan $\sigma(1) = 1,\ \sigma(2) = 2$ olarak belirlenir. $\left(\left(I_{\sigma(1)}(f)\right)_{\sigma(1)}, 0_{\sigma(1)^c}\right) = (2{,}0)$ ve $\left(\left(I_{\sigma(2)}(f)\right)_{\sigma(2)}, 0_{\sigma(2)^c}\right) = (0{,}1)$ olacağı görülür.

Bulunan ifadeler eşitlik (2.58)'de yerine konulduğunda eşitlik (2.59) elde edilir:

$$F(1;\ 0{,}5;\ 0{,}2;\ 0) = (1 - 0{,}5)F(1, 0, 0, 0) + (0{,}5 - 0{,}2)F(1, 1, 0, 0) + \\ (0{,}2 - 0)F(1, 1, 1, 0) \tag{2.59}$$

$\mu_x(\phi) = F(1, 0, 0, 0),$

$\mu_x(1) = F(1, 1, 0, 0),$

$\mu_x(1,2) = F(1,1,1,0)$.

$[-1,1]$ aralığı için k'lı kapasite

$\mathcal{C}(\mathcal{J}(L))$'nin için aşağıdaki koşulları sağlayan elemanları ele alınmıştır:

$$\left|f_i^1\right| = \cdots = \left|f_i^{I_i(f)-1}\right| = 1,$$

$$\left|f_i^{I_i(f)}\right| = z_i,$$

$$\left|f_i^{I_i(f)+1}\right| = \cdots = \left|f_i^{k-1}\right| = 0.$$

$\mathcal{J}(L)^+ = \{(l_i, 0_{i^c}) \in \mathcal{J}(L) | f(l_i, 0_{i^c}) \geq 0\}$ ve $\mathcal{J}(L)^- = \mathcal{J}(L) \setminus \mathcal{J}(L)^+$ olmak üzere

$\mu_x(S) = F\left(1_{\left(X_{q^f} \cup \bigcup_{i \in S}\left(\left(I_i(f)\right)_i, 0_{i^c}\right)\right) \cap \mathcal{J}(L)^+} - 1_{\left(X_{q^f} \cup \bigcup_{i \in S}\left(\left(I_i(f)\right)_i, 0_{i^c}\right)\right) \cap \mathcal{J}(L)^-}\right)$ eşitliği elde edilmiştir (Grabisch and Labreuche, 2008b).

Bu çalışmada Grabisch and Labreuche (2003)'ün notasyonu benimsenmiştir. Buna göre;

$\alpha = \{\alpha^{-q}, \alpha^{-q+1}, \ldots, \alpha^{-1}, \alpha^0, \alpha^1, \ldots \alpha^{p-1}, \alpha^p\}$ referans seviyelerin kümesi,

$x_i \in (\alpha^{j-1}, \alpha^j] \Rightarrow i \in A_j^+$,

$x_i \in [\alpha^{-j}, \alpha^{-j+1}) \Rightarrow i \in A_j^-$,

$\mu_A(B) = \mu(B_q^-, \ldots, B_p^+)$,

$B_j^+ = (A_j^+ \cap B) \cup (A_{j+1}^+ \setminus B)$,

$B_j^- = (A_j^- \cap B) \cup (A_{j+1}^- \setminus B)$ olmak üzere

$$KC_\mu(x) = C_{\mu_A}(\Phi(x)) \tag{2.60}$$

İki notasyonun uyumluluğu $[0,1]$ ve $[-1,1]$ aralıkları için aşağıda açıklanmıştır:

<u>[0,1] aralığı</u>: $\mu_x(B) = \mu(B_1, \dots, B_{k-1})$

$B_j^* = \{i | (j_i, 0_{i^c}) \in A, ((j+1)_i, 0_{i^c}) \notin A\} \ \forall j \in \{1, \dots, k-1\}$ olarak tanımlanıp (2.61) eşitliği oluşturulsun:

$$\mu_x(B) = F(1_A, O_{A^c}) = \mu(B_1^*, \dots, B_{k-1}^*) \tag{2.61}$$

$B_j = (A_j \cap B) \cup (A_{j+1} \setminus B)$ tanımı kullanılarak:

($i \in A_{j+1}$ ve $i \notin B$) veya ($i \in A_j$ ve $i \in B$) ise $(j_i, 0_{i^c}) \in A$ ve $((j+1)_i, 0_{i^c}) \notin A$ olur. Yani $i \in B_j$ ise $i \in B_j^*$ olur. Bu ifadenin tersi de doğrudur.

Dolayısıyla $\mu_x(B) = \mu(B_1^*, \dots, B_{k-1}^*) = \mu(B_1, \dots, B_{k-1})$ eşitliği sağlanır.

<u>[−1,1] aralığı</u>: $\mu_x(B) = \mu\left(B_q^-, \dots, B_p^+\right)$

$$A^+ = \left(X_{q^f} \cup \bigcup_{i \in B} \left(\left(J_i(f)\right)_i, 0_{i^c}\right)\right) \cap \mathcal{J}(L)^+$$

$$A^- = \left(X_{q^f} \cup \bigcup_{i \in B} \left(\left(J_i(f)\right)_i, 0_{i^c}\right)\right) \cap \mathcal{J}(L)^-$$

$B_j^{+*} = \{i | (j_i, 0_{i^c}) \in A^+, ((j+1)_i, 0_{i^c}) \notin A^+\} \ \forall j \in \{1, \dots, p\}$ ve

$B_j^{-*} = \{i | (j_i, 0_{i^c}) \in A^-, ((j+1)_i, 0_{i^c}) \notin A^-\} \ \forall j \in \{1, \dots, q\}$ olarak tanımlanıp (2.62) eşitliği oluşturulsun:

$$\mu_x(B) = F(1_{A^+}, -1_{A^-}) = \mu\left(B_q^{-*}, \dots, B_p^{+*}\right) \tag{2.62}$$

$B_j^+ = \left(A_j^+ \cap B\right) \cup \left(A_{j+1}^+ \setminus B\right)$,

$B_j^- = \left(A_j^- \cap B\right) \cup \left(A_{j+1}^- \setminus B\right)$.

$B_j^+ = B_j^{+*}, B_j^- = B_j^{-*}, \forall j$.

Tek kutuplu (iki referans seviyeli), çift kutuplu (üç referans seviyeli) ve k'lı kapasiteler ile Choquet integral hesaplamaları için örnekler Çizelge 2.3'te sunulmuştur.

Çizelge 2.3. Üç kapasite için Choquet integral hesaplanmasına ilişkin örnekler

Kapasite	Alternatif	Choquet Integral
Tek kutuplu (iki referans seviyeli)	$\boldsymbol{x} = (0{,}1; 0{,}8; 0{,}5)$	$0{,}1[\mu(\{1,2,3\}) - \mu(\{2,3\})] + 0{,}5[\mu(\{2,3\}) - \mu(\{2\})] + 0{,}8[\mu(\{2\}) - \mu(\emptyset)]$ $=0{,}1\ \mu(\{1,2,3\}) + 0{,}4\mu(\{2,3\}) + 0{,}3\mu(\{2\})$
Çift kutuplu (iki referans seviyeli)	$\boldsymbol{x} = (0{,}1; -0{,}8; 0{,}5)$	$0{,}1[\mu(\{1,3\},\{2\}) - \mu(\{3\},\{2\})] + 0{,}5[\mu(\{3\},\{2\}) - \mu(\{3\},\emptyset)] + 0{,}8[\mu(\{3\},\emptyset) - \mu(\emptyset,\emptyset)]$ $= 0{,}1\mu(\{1,3\},\{2\}) + 0{,}4\mu(\{3\},\{2\}) + 0{,}3\mu(\{3\},\emptyset)$
-1;-0,5;0;0,5;1 referans seviyeleri ile k (5) referans seviyeli	$\boldsymbol{x} = (-0{,}85; 0{,}65; 0{,}4)$ $\Phi(\boldsymbol{x}) = (0{,}7; 0{,}3; 0{,}8)$[1]	$0{,}3[\mu(\{1\},\emptyset,\{3\},\{2\}) - \mu(\{1\},\emptyset,\{2,3\},\emptyset)] + 0{,}7[\mu(\{1\},\emptyset,\{2,3\},\emptyset) - \mu(\emptyset,\{1\},\{2,3\},\emptyset)] + 0{,}8[\mu(\emptyset,\{1\},\{2,3\},\emptyset) - \mu(\emptyset,\{1\},\{2\},\emptyset)] + \mu(\emptyset,\{1\},\{2\},\emptyset)$ $= 0{,}3\mu(\{1\},\emptyset,\{3\},\{2\}) + 0{,}4\mu(\{1\},\emptyset,\{2,3\},\emptyset) + 0{,}1\mu(\emptyset,\{1\},\{2,3\},\emptyset) + 0{,}2\mu(\emptyset,\{1\},\{2\},\emptyset)$

2.3.4. Literatürde görülen etkileşim kavramları ve Choquet integral

Bu bölümde çok ölçütlü karar verme alanındaki Choquet integral literatüründe yer alan etkileşim kavramları ile tek kutuplu ve üç referans seviyeli kapasiteler kullanılarak bu etkileşimlerin modellenmelerine yönelik açıklamalar özetlenmiştir.

Yerine geçebilirlik (*substitutiveness*) ve tamamlayıcılık (*complementarity*)

$i, j \in N$ ölçütleri düşünülsün. Karar verici sadece bir ölçütte tatmin edici sonuçlar almanın her ikisinde tatmin edici sonuçlar almakla neredeyse aynı etkiyi

1 $\frac{-0{,}85-(-0{,}5)}{-1-(-0{,}5)} = 0{,}7; \frac{0{,}65-0{,}5}{1-0{,}5} = 0{,}3; \frac{0{,}4-0}{0{,}5-0} = 0{,}8$

yarattığını düşünüyor ise, diğer bir ifadeyle ölçütlerden herhangi birini diğeri tamamen tatmin edici bir değer almışken iyileştirmenin etkisi diğeri kötüyken iyileştirmenin yaratacağı etkiden daha azsa i ve j ölçütleri arasında yerine geçebilirlik vardır. Böyle bir tutum tek kutuplu kapasite μ kullanılarak (2.63)'teki gibi gösterilir (Marichal, 2000):

$$\mu(T) < \begin{Bmatrix} \mu(T \cup i) \\ \mu(T \cup j) \end{Bmatrix} \approx \mu(T \cup ij), \quad T \subseteq N \backslash ij \tag{2.63}$$

Burada $\approx$ yaklaşık olarak eşit anlamındadır. i ve j ölçütleri neredeyse birbirinin yerini alabilir haldedir. Eşitlik halinde bu iki ölçüt birleştirilebilir.

Karar verici tek bir ölçütte tatmin edici sonuç almanın yaratacağı etkinin her ikisinin tatmin edici olmasıyla kıyaslandığında çok zayıf olduğunu düşünebilir. Diğer bir ifadeyle i ve j ölçütlerinin birlikte iyileştirilmesi bu iki ölçütün ayrı ayrı iyileştirilmesinden daha çok katkı yaratıyor olabilir. Bu durum ölçütlerin tamamlayıcılığını gösterir ve tek kutuplu kapasite μ ile (2.64)'te verildiği gibi modellenir:

$$\mu(T) \approx \begin{Bmatrix} \mu(T \cup i) \\ \mu(T \cup j) \end{Bmatrix} < \mu(T \cup ij), \quad T \subseteq N \backslash ij \tag{2.64}$$

Ölçütlerin yerine geçebilirlik veya tamamlayıcılık özelliği taşımaları sırasıyla toleranslı (*disjunctive*) ve toleranssız (*conjunctive*) tercih yapılarını gösterir.

Veto ve kayırma (*favor*) etkileri

Veto etkisine sahip bir k ölçütünün bu etkisi modele aşağıdaki şekilde yansıtılabilir (Kojadinovic, 2007):

$$T \not\ni k \text{ olacak şekilde } \forall\, T \subseteq N \text{ için } \mu(T) = 0$$

Kayırma etkisi:

$$T \ni k \text{ olacak şekilde } \forall\, T \subseteq N \text{ için } \mu(T) = 1$$

Grabisch and Labreuche (2008a) veto etkisi için şöyle bir örnek vermiştir: müşteri ölçütleri arasında operasyonel ve parasal olanlar vardır. Müşteri değerlendirdiği ürünü karmaşık bir sistemde kullanmayı amaçlıyorsa ürünün iyi performans göstermesi zorunludur ve düşük fiyat kötü performansı telafi edemeyecektir. Bu durumda operasyonel ölçütler veto davranışı gösterir.

Korelasyon

Öğrencilerin matematik alanındaki üç dersten (istatistik, olasılık, cebir) aldıkları puanlara göre değerlendirildiği düşünülsün. İstatistik puanları yüksek (düşük) olan öğrenciler için çoğunlukla yüksek (düşük) olasılık puanları gözleneceğinden istatistik ve olasılık ölçütleri arasında **pozitif korelasyon** vardır. Öğrencileri değerlendirmek için ağırlıklandırılmış aritmetik ortalama kullanıldığı ve ağırlıkların 0.3, 0.3, 0,4 olduğu varsayılsın. İlk iki ölçüt bir dereceye kadar örtüştüğünden istatistik ve/ya olasılıkta iyi (kötü) öğrenciler için genel değerlendirme gereğinden yüksek (düşük) olacaktır. Bu istenmeyen durumun üstesinden uygun bir tek kutuplu kapasite μ ve Choquet integral kullanarak gelinebilir. i ve j ölçütleri arasındaki pozitif korelasyon aşağıdaki eşitsizlik (2.65) ile modellenir (Marichal, 2000):

$$\mu(ij) < \mu(i) + \mu(j) \tag{2.65}$$

Pozitif korelasyon **negatif etkileşim** veya **negatif sinerji** olarak da adlandırılır. i ve j arasındaki korelasyonun doğru modellenebilmesi için diğer ölçüt kombinasyonlarının da dikkate alınması gerekir. Eğer i ve j arasında pozitif korelasyon varsa j'nin i'yi de içine alan her ölçüt kombinasyonuna marjinal katkısı aynı kombinasyona i'nin dahil olmadığı haldeki katkısından küçük olmalıdır.

$$\mu(T \cup ij) - \mu(T \cup i) < \mu(T \cup j) - \mu(T), \quad T \subseteq N \backslash ij \tag{2.66}$$

Eşitlik halinde i ve j arasında korelasyon yoktur.

i ve j arasında **negatif korelasyonun** olduğu yani i ölçütünde alınan yüksek (düşük) skorların j ölçütünde genellikle düşük (yüksek) skorlarla birlikte gözlendiği durumda her iki ölçütte de tatmin edici sonuçlar alınması nadiren görüldüğünden rastlanması halinde karar verici bu özellikteki alternatiflere ayrıcalık sağlamak isteyebilir (örneğin hem hukuk hem cebirde iyi öğrenciler veya hem hızlı hem de düşük fiyatlı otomobiller). Dolayısıyla i ve j arasındaki negatif korelasyon (2.67) eşitsizliğiyle modellenir.

$$\mu(ij) > \mu(i) + \mu(j) \tag{2.67}$$

Negatif korelasyon **pozitif etkileşim** veya **pozitif sinerji** olarak da adlandırılır. Diğer kombinasyonlar da dikkate alındığında (2.67) aşağıdaki şekilde yazılır:

$$\mu(T \cup ij) - \mu(T \cup i) > \mu(T \cup j) - \mu(T), \quad T \subseteq N \backslash ij \tag{2.68}$$

Ölçütlerin şartlı göreceli önemleri (*conditional relative importance of criteria*)

Choquet integral literatüründe bağımlılık kavramı genellikle ölçütlerin şartlı göreceli önemleri durumu üzerinden çalışılmıştır (Labreuche and Grabisch, 2007). Aşağıdaki tercih ifadesi bu etkileşim türü için örnek olarak verilebilir:

(D1): Ölçüt i'nin değeri çok iyi/tatmin edici ise j^+ ölçütü j^- ölçütünden daha önemlidir. Diğer taraftan ölçüt i'nin değeri çok kötü ise j^+ ölçütü j^- ölçütünden daha az önemlidir.

Choquet integralin bu tür bir etkileşimi modelleyebildiği gösterilmiştir. Örneğin Çizelge 2.4'teki öğrenci değerlendirmesi problemi ele alınsın (Grabisch and Labreuche, 2005a):

Çizelge 2.4. Öğrencilerin farklı derslerde aldıkları puanlar

Öğrenci	Matematik	İstatistik	Dil
a	16	13	7
b	16	11	9
c	6	13	7
d	6	11	9

$A = \{a, b, c, d\}$ alternatif kümesi üzerinde bir sıralama istendiğinde a≻c ve b≻d tercihleri hemen ifade edilebilir. Karar verici şöyle bir muhakeme sunmuştur: bir öğrenci matematikte iyi olduğunda öğrencinin dil puanının yüksek olması istatistikte iyi olmasından daha önemlidir: b≻a. Ama matematikte iyi olmayan bir öğrenci için istatistik daha iyi olmalıdır c≻d. Bu durumda son iki ölçüt birinci ölçüte tercihsel olarak bağımlıdır. Choquet integral kullanılarak söz konusu tercihler aşağıdaki şekilde yansıtabilir:

b≻a: $C_\mu(16{,}11{,}9) > C_\mu(16{,}13{,}7)$

$9 + 2\mu(\text{İ}, M) + 5\mu(M) > 7 + 6\mu(\text{İ}, M) + 3\mu(M)$

Buradan $1 + \mu(M) > 2\mu(\text{İ}, M)$

c≻d: $C_\mu(6{,}13{,}7) > C_\mu(6{,}11{,}9)$

$6 + \mu(\text{İ}, D) + 6\mu(\text{İ}) > 6 + 3\mu(\text{İ}, D) + 2\mu(\text{İ})$

Buradan $2\mu(\text{İ}) > \mu(\text{İ}, D)$

Elde edilen iki eşitsizlik arasında bir uyuşmazlık olmadığından Choquet integralin karar verici tercihlerini modelleyebildiği görülür.

Yukarıdaki tercih ifadesinde j^+ ve j^- ölçütlerinin göreceli önemleri i ölçütünün iki uç değeri (çok iyi ve çok kötü) için tanımlanmıştır. Verilen örnekte de Matematik puanı a ve b alternatiflerinde ölçütler arasında en yüksek, c ve d alternatiflerinde ise en düşük olanıdır. Bu sayede tercih yapısı tek kutuplu kapasite ile Choquet integral kullanılarak modellenebilmiştir. i ölçütünün tüm değerleri için j^+ ve j^- ölçütleri arasındaki tercihler belirlenmek isteneceğinden i ölçütünün ara değerleri için ne yapılması gerektiği belirlenmelidir.

(D1) ifadesinin daha genel bir hali aşağıdaki gibidir:

(D2): i ölçütü iyi bir değer almışsa j^+ ölçütü j^- ölçütünden daha önemlidir. Diğer taraftan i ölçütünün değeri kötü ise j^+ ölçütü j^- ölçütünden daha az önemlidir.

(D2) ifadesinde iyi ve kötü olarak değerlendirilmiş ölçüt puanları, ölçeğin ikiye ayrıldığını gösterir. i ölçütü için nötr seviye olarak adlandırılan bir puan vardır ve bunun üzerindeki puanlar iyi, altındaki puanlar ise kötü olarak değerlendirilmektedir. Daha önce açıklandığı gibi bu ölçek çift kutuplu ölçek olarak adlandırılır.

(D2) ifadesi tek kutuplu kapasite ile Choquet integral kullanılarak modellenemez. Labreuche and Grabisch (2007), (D2) ifadesinin üç referans seviyeli kapasite kullanılarak da modellenemeyeceğini ancak (D3) ifadesinin bu kapasite ile modellenebileceğini göstermiştir:

(D3): i ölçütü cazip (>0) bir değer almışsa ve nötr seviyeye i, j^+ ve j^- ölçütleri arasında en yakın olanı değilse j^+ölçütü j^- ölçütünden daha önemlidir. i ölçütü karar verici tarafından olumlu bulunmayan (<0) bir değer almışsa ve nötr seviyeye i, j^+ ve j^- ölçütleri arasında en yakın olanı değilse j^+ölçütü j^- ölçütünden daha az önemlidir.

Labreuche and Grabisch (2007), (D3) ifadesini şu şekilde açıklamaktadır: i ölçütü nötr seviyeye (0) üç ölçüt arasında en yakın olduğunda bu ölçütün pozitif veya negatif olması arasındaki fark anlamlı değildir. Oysa söz konusu üç ölçüt nötr seviyeden çok uzakken de ölçüt i ölçütler arasında nötr seviyeye en yakın olanı olabilir. Bu durumda pozitif veya negatif olması arasındaki fark anlamlı olacaktır. Bölüm 5.2'de (D2) ifadesinin k referans seviyeli (k'lı) kapasite ile modellenmesi çalışılmıştır.

2.4. Kalite İyileştirme Faaliyetleri

Bir ürünün hayat döngüsü müşteriye satışının öncesi ve sonrası olmak üzere iki bölüme ayrılabilir. Ürünün satışından önce gerçekleşen tüm maliyetler birim imalat maliyetine eklenir. Satış sonrası oluşan maliyetlerin toplamı ise kalite kaybı olarak adlandırılır. Kalite mühendisliği, her iki maliyetin de düşürülmesiyle ilgilenen ve mühendislik tasarımı, imalat yöntemleri ve ekonomiyi kapsayan disiplinler arası bir bilimdir (Phadke, 1989).

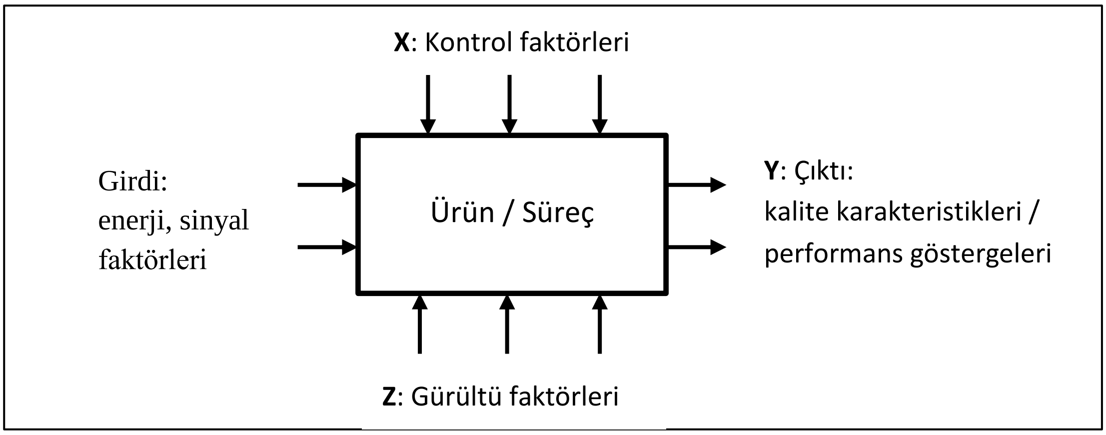
İdeal kalite, her bir ürünün kullanıldığı her seferde, planlanan tüm kullanım koşullarında, planlanan ürün hayatı süresi boyunca ve zararlı yan etkilere yol açmaksızın hedeflenen performansını vermesi olarak tanımlanır. Ürün performansının hedeften sapması kullanıcı, imalatçı ve değişen derecelerde toplumun diğer üyeleri için kayıplara neden olur. Dolayısıyla bir ürünün kalite seviyesi, işlevindeki değişkenlik ve zararlı yan etkiler nedeniyle toplum için neden olduğu toplam kayıp ile ölçülür (Phadke, 1989). İdeal kalite seviyesinde kayıp sıfır olacaktır, kayıp ne kadar büyükse kalite o kadar düşüktür. Ürün açısından verilen bu kalite tanımı süreçler ve servisler için de geçerlidir.

Bir ürünün kalite kaybını değerlendirmek veya ürün tasarımını en iyilemek üzere izlenen özelliğine kalite karakteristiği adı verilir (Phadke, 1989). Kalite karakteristiğini etkileyen parametreler (faktör olarak da adlandırılır) üç sınıfa ayrılır:

- **Sinyal faktörleri** (*signal factors*): kalite karakteristiğinin planlanan değerini gösteren faktörlerdir. Örneğin bir masa fanı için hız seviyesi rüzgar miktarını belirleyen sinyal faktörüdür.
- **Gürültü faktörleri** (*noise factors*): tasarımcı tarafından kontrol edilemeyen faktörlerdir. Seviyelerinin kontrol edilmesi zor veya maliyetli olan faktörler de gürültü faktörü olarak adlandırılır. Bu faktörler çevresel faktörler, kullanım şartları, birimler arası değişkenlik (örneğin boyutsal veya malzeme özeliklerindeki değişkenlik), zaman içinde kullanıma bağlı aşınmalar gibi kategorilere ayrılabilir.

- **Kontrol faktörleri** (*control factors*): Tasarımcının kontrol edebildiği faktörlerdir. Bu faktörlerin seviyeleri kalite karakteristiğinin gürültü faktörlerine duyarlılığını en aza indirecek şeklide belirlenir.

Ürün veya süreç için yukarıda açıklanan girdi ve çıktılar çoğunlukla blok diyagramı, süreç diyagramı veya P-diyagramı olarak bilinen ve Şekil 2.5'te verilen diyagram ile gösterilir.



Şekil 2.5. P-diyagramı

Phadke (1989), bir ürünün üretim kararı verildikten sonraki yaşam döngüsün dört ana aşamadan oluştuğunu belirtmiştir:

- Ürün tasarımı,
- İmalat süreci tasarımı,
- İmalat,
- Müşteri kullanımı.

İmalat süreci ne kadar iyi tasarlanırsa tasarlansın mükemmel olmayacak ve birimler arası değişkenliğin en aza indirgenmesi için imalat süresince de kalite kontrol ve iyileştirme faaliyetlerinin sürdürülmesini gerektirecektir.

Kontrol edilebilir parametreler (çoğunlukla tasarım parametreleri veya süreç parametreleri) ile çıktılar (çoğunlukla ürün/süreç performans göstergeleri) arasındaki matematiksel ilişkinin belirlenmesi P-diyagramını kapalı bir kutu olmaktan çıkarır ve tasarım ve kalite iyileştirme çalışmalarında temel oluşturur. Kalite girdi ve çıktı değişkenleri arasındaki ilişkinin modellenmesi kontrol edilebilir değişkenlerin sürecin rutin operasyonu sırasında çıktı değerleri hedefte olacak şekilde ayarlanmasını da sağlar.

Ürün/süreç parametrelerinin hedeflenen kalite performansının tutarlı bir şekilde elde edilmesini sağlayacak seviyelerinin belirlenmesi tasarım ve kalite iyileştirme çalışmaları için temel oluşturur. Bu en iyileme işlemi çıktı değerlerinin doğrudan kullanılmasıyla (Taguchi yöntemleri kullanılarak) veya ürün/süreç parametreleri ile kalite çıktıları arasındaki ilişkiyi gösteren bir fonksiyonun belirlenmesiyle ve bu fonksiyonu en iyileyecek değerlerin araştırılmasıyla gerçekleştirilebilir. Bu çalışmada önerilen yöntem ikinci grupta kullanılacak fonksiyonun belirlenmesi üzerinedir. İkinci grup için yaygın olarak kullanılan yaklaşımlar arasında kayıp fonksiyonu ve çekicilik fonksiyonu bulunur. Bu yaklaşımların çeşitli bağımlılık türlerini modelleyebilme yeteneklerinin incelenmesi ayrı bir çalışma konusunu oluşturmaktadır. Aşağıda kayıp fonksiyonu ve çekicilik fonksiyonu yaklaşımları kısaca açıklanmıştır.

Kayıp Fonksiyonu Yaklaşımı

Pignatiello (1993), Taguchi'nin tek değişkenli kalite kaybı fonksiyonunu çok değişkenli durum için geliştirerek (2.69)'da verilen çok değişkenli kayıp fonksiyonunu tanımlamıştır:

$$L(\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x}),\boldsymbol{\theta}) = (\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\theta})' C (\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\theta}) \qquad (2.69)$$

$\mathbf{y(x)}$, süreç değişkenlerinin belirlenen seviyelerinde kalite karakteristiklerinin aldığı değerleri gösteren vektörü; $\boldsymbol{\theta}$, kalite karakteristikleri için hedef değerler vektörünü, C ise kalite karakteristikleri hedef değerlerinden saptığında oluşacak kaybı göstermek için kullanılan pozitif *definite* matrisi ifade etmektedir. Beklenen kayıp aşağıdaki gibidir:

$$E[L(\mathbf{y}(\mathbf{x}),\boldsymbol{\theta})] = (E[\mathbf{y}(\mathbf{x})] - \boldsymbol{\theta})' C (E[\mathbf{y}(\mathbf{x})] - \boldsymbol{\theta}) + trace[C\Sigma_y(\mathbf{x})] \quad (2.70)$$

$\Sigma_y(\mathbf{x})$, belli **x** için kalite karakteristiklerine ilişkin varyans-kovaryans matrisidir. Amaç, beklenen kaybı en küçükleyen **x**'in (süreç değişkenleri için seviyelerin) bulunmasıdır. Eşitlik (2.70)'te görülen beklenen kayıp, hedeften sapmaların sebep olduğu kayıp ve kontrol edilemeyen faktörlere duyarlılıktan kaynaklanan kayıp olmak üzere iki bileşenden oluşmaktadır. Süreç parametreleri için ayarlama yapılırken belirlenen seviyelerde gözlenecek kalite karakteristiği değerlerinin varyansının küçük olmasına da dikkat edilmelidir. Farklı **x** setleri için kalite karakteristiklerinin varyansının aynı olduğu varsayılabiliyorsa ikinci terim önemini yitirir.

Vining (1998) kalite karakteristikleri arasında uygun ödünleşmenin bulunması için uygulanacak yöntemin kalite karakteristikleri arasındaki doğrusal ilişkileri, kalite karakteristiklerinin ekonomik önemlerini ve tahminlerin kalitesini (süreç değişkenleri için belirlenen seviyelerde tahmin edilen kalite karakteristiği değerlerinin varyansını) dikkate alması gerektiğini belirtmiş ve kayıp fonksiyonunu aşağıdaki şekilde oluşturmuştur:

$$L(\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x}),\boldsymbol{\theta}) = (\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\theta})' C (\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\theta}) \quad (2.71)$$

$$E[L(\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x}),\boldsymbol{\theta})] = [\mathbf{E}[\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x})] - \boldsymbol{\theta}]' C [\mathbf{E}[\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x})] - \boldsymbol{\theta}] + trace[C\Sigma_{\hat{y}}(\mathbf{x})] \quad (2.72)$$

Kalite karakteristiklerini tahminlemek için kullanılan modellerin doğru olduğu varsayımı ile beklenen kayıp için makul bir tahmin (2.73)'teki gibidir:

$$\hat{E}(L) = [\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\theta}]' C [\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\theta}] + trace[C\Sigma_{\hat{y}}(\mathbf{x})] \quad (2.73)$$

(2.73) eşitliğinin sağ tarafındaki ilk terim hedeften sapmaların, ikinci terim ise kalite karakteristiği tahminlerindeki belirsizliğin yol açtığı kaybı göstermektedir.

Ko et al. (2005), Vining'in (1998) dikkate aldığı ölçütlere ek olarak kalite karakteristiklerinin kontrol edilemeyen değişkenlere karşı duyarlılığının da dikkate alınması gerektiğini belirterek aşağıdaki kayıp fonksiyonunu önermiştir:

$$L(\tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{yeni}}(\mathbf{x}),\boldsymbol{\theta}) = (\tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{yeni}}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\theta})' C (\tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{yeni}}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\theta}) \tag{2.74}$$

(2.74) eşitliğinde $\tilde{y}_{yeni}(\mathbf{x}) = \hat{y}(\mathbf{x}) + \varepsilon(\mathbf{x})$ olarak tanımlanmıştır. Beklenen kayıp da (2.75)'te verilmiştir:

$$E[L(\tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{yeni}}(\mathbf{x}),\boldsymbol{\theta})] = (\mathbf{E}[\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x})] - \boldsymbol{\theta})' C (\mathbf{E}[\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x})] - \boldsymbol{\theta}) + trace[C\Sigma_{\hat{y}}(\mathbf{x})] + trace[C\Sigma_{y}(\mathbf{x})] \tag{2.75}$$

Eşitliğin sağ tarafındaki ilk iki terim eşitlik (2.73) için açıklandığı gibidir. Üçüncü terim ise kontrol edilemeyen faktörlere duyarlılıktan kaynaklanan kaybı göstermektedir.

Vining (1998) C için farklı seçimleri tartışmıştır. Düşünülen alternatiflerden biri, K süreç ekonomisini yansıtmak için uygun şekilde seçilmiş bir matris olmak üzere $C = K\Sigma^{-1}$ şeklindedir. Bu yaklaşımın kalite karakteristiklerinin istatistiksel özelliklerinin kayıp fonksiyonunda baskın olması ile bu özelliklerin tamamen göz ardı edilmesi arasında denge sağlayacağını belirtilmiştir. Fakat K matrisinin nasıl belirleneceği açık değildir.

Romano et al. (2004), C matrisinin özellikle köşegeninde olmayan elemanlarının belirlenmesinin kolay olmadığına ancak bu matrisin bulunacak çözümü etkilediğine işaret etmiştir. Bu matrisin elemanlarının belirlenmesinin tasarımcılar, maliyet ve pazarlama uzmanları ve istatistikçiler arasında sıkı bir işbirliği gerektirdiğini, literatürde bulunan konjoint analizi gibi tekniklerin bu konunun ele alınmasında fikir verebileceğini ancak daha detaylı çalışmalara ihtiyaç olduğunu belirtmişlerdir.

Çekicilik Fonksiyonu Yaklaşımı

Ürün/süreç parametrelerinin birden fazla kalite karakteristiği için uygun seviyelerinin bulunması probleminde başvurulan yöntemlerden bir diğeri çekicilik fonksiyonudur (*desirability function*). Harrington'un (1965) öncülüğünü yaptığı bu yöntemde her bir kalite karakteristiği için bir çekicilik fonksiyonu belirlenerek kalite karakteristiği değeri bu fonksiyon yardımıyla 0-1 aralığında bir çekicilik değerine dönüştürülür. İlgili kalite karakteristiğinin değeri hedefteyse çekicilik 1, kabul edilebilir aralığın dışındaysa 0 olacaktır. Genel çekicilik her bir kalite karakteristiği için ayrı ayrı bulunan çekicilik değerlerinin geometrik ortalamasıdır. Genel çekiciliğin hesaplanması için farklı yöntemler de önerilmiştir. Ağırlıklandırılmış geometrik ortalamanın hesaplanması (Derringer, 1994) veya tek tek bulunan çekicilik değerlerinden en küçüğünün seçilmesi (Kim and Lin, 2000) örnek olarak verilebilir. Süreç değişkenlerinin bu genel çekiciliği en büyükleyen seviyeleri aranır.

Çekicilik fonksiyonu yaklaşımı bireysel çekicilik fonksiyonlarının seçimiyle ve ağırlıklandırılmış geometrik ortalama kullanılıyorsa ağırlıkların belirlenmesiyle kalite karakteristiklerine ilişkin ekonomik bilgilerin (veya karar verici tercihlerinin) analize dahil edilmesine olanak veriyor olsa da kalite karakteristiklerinin varyans-kovaryans yapısını göz ardı ediyor olması nedeniyle eleştirilmiştir (Khuri and Conlon, 1981; Ko et al., 2005; Vining, 1998).

BÖLÜM 3

KALİTE KARAKTERİSTİKLERİ ARASINDA GÖRÜLEN ETKİLEŞİMLERİN ANALİZİ

Tez raporun 3. bölümünde ölçütler arası etkileşimlerin analizi, imalat ortamlarında kalite karakteristikleri arasındaki etkileşimlerin analizi üzerinden açıklanmıştır. Farklı problem alanlarında da benzer bir yapı kullanılabilir.

Bitmiş bir ürünün veya sonraki iş istasyonuna işlenmek üzere gönderilecek bir yarı mamulün kalitesi çoğunlukla birden fazla özelliğiyle tanımlanır. Örneğin bir ayakkabının kalitesi dikişlerinin düzgünlüğü, birleştirilen parçaların renk uyumu, simetrisi, arka uzunluk, yüz uzunluğu gibi boyutsal özellikleri ile belirlenir. Benzer şekilde tornalama işleminin ardından parçanın yüzey düzgünlüğü ve et kalınlığı kontrol edilir.

Kalite özellikleri (karakteristikleri) bağımsız olduğunda çok değişkenli kayıp fonksiyonu, çekicilik fonksiyonu veya ölçütlerin karşılıklı tercihsel bağımsız olduklarını varsayan çok ölçütlü karar verme yöntemleri kullanılarak birleştirilebilir (Dolgun vd., 2011). Fakat bağımsızlık varsayımı genellikle birçok nedenden ihlal edilir. Bağımsızlık varsayımı sağlanmadığında bağımlılığın (ölçütler arası etkileşimin) yapısının anlaşılması önemlidir.

İmalat ortamlarında kalite karakteristikleri arasında sık görülen etkileşim türlerini anlayabilmek için kalite muayene veya kontrolü yapılan noktalarda parça veya ürün üzerinde yapılan ölçümlere göre bunlar hakkında kabul/ret veya diğerlerine göre daha iyi/kötü kararlarını veren uzmanlarla görüşülmüştür. Bu uzmanların bir ürünün kalitesi ile ilgili değerlendirmeyi yaparken özellikle birbirine bağlı en az iki kalite karakteristiğini nasıl yorumladıkları anlaşılmaya çalışılmış, uzmanlara literatürde karşılaşılan etkileşimler örneklerle açıklanarak benzer durumlarla karşılaşıp karşılaşmadıkları ve bahsedilen etkileşimler dışında ürün kalitesi ile ilgili değerlendirmelerinde birden fazla kalite karakteristiğini birlikte düşünmelerini gerektiren sebeplerin neler olduğu sorularak ilgili olduğunu düşündükleri durumları örneklerle açıklamaları istenmiştir.

Bu çalışma kapsamında ziyaret edilen firmaların çoğu tedarikçi olarak çalışmaktadır. Çift taraflı spesifikasyon sınırlarının olduğu, sürekli ölçekte bir kalite karakteristiği spesifikasyon sınırları içinde değer almışsa kabul edilmekte, hurda sınırlarının dışındaysa hurdaya ayrılmakta, spesifikasyon sınırları ile hurda sınırları arasındaysa yeniden işlenmektedir. Bir işlemin ardından birden fazla kalite karakteristiği değerlendiriliyorsa tüm kalite karakteristiklerinin değerlerinin spesifikasyon sınırları içinde olması halinde parça sonraki işleme gönderilir. Bir veya daha fazla kalite karakteristiği hurda sınırlarının dışında değer almışsa parça diğer kalite karakteristiği değerlerine bakılmaksızın hurdaya ayrılır. Bu durumda her bir kalite karakteristiği veto etkisine sahiptir.

Bazı durumlarda bir kalite karakteristiği için yeniden işleme kararı, yapılacak yeniden işleme diğer kalite karakteristiklerini de etkileyebileceğinden, sadece bu kalite karakteristiğinin değerine bakılarak verilemez. Örneğin, delme işleminden sonra kontrol edilen kalite karakteristiklerinden ikisi deliğin konumu ve çapıdır. Eğer konumda sorun varsa çapın büyütülmesiyle bu sorun giderilmeye çalışılabilir. Fakat çap üst spesifikasyon sınırında değer almışsa bu düzeltme işlemi gerçekleştirilemez. Benzer bir durum bir parça kalınlığı ve yüzey düzgünlüğü arasında görülür. Yüzey düzgünlüğü istenen seviyede değilse zımparalama işlemi uygulanabilir. Ancak bu işlem kalınlığı da azaltacağından uygulanabilmesi için kalınlığın alt spesifikasyon sınırında olmaması gerekir. Boya kalınlığı ve parlaklık, yüzeydeki ince çatlaklar ve kalınlık özellikleri arasında da benzer bir durum söz konusudur.

Yapılan görüşmelerden elde edilen deneyimlerle bağımsızlık varsayımının geçerliliğinin test edilmesi ve var olan bağımlılık durumlarının ortaya çıkarılması için bir analiz yöntemi geliştirilmiştir. Bu analizde deney tasarımı ve etkileşim kavramlarından esinlenilmiş, anlaşılmalarının kolay olması sebebiyle benzer grafikler kullanılmıştır. Geliştirilen yöntem üç bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde kalite karakteristiklerine ilişkin özellikler derlenmektedir. İkinci bölüm etkileşim tanımı üzerine açıklamalardan ve bu çalışmada karar verici olan kalite kontrol uzmanı tarafından doldurulacak bir etkileşim tablosundan oluşur. Üçüncü bölümde etkileşimlerin detaylı analizi gerçekleştirilir.

- İlk bölümde çalışmaya dahil olacak kalite karakteristiklerinin (ölçütlerin) isimleri, hangi birimde ölçüldükleri ve hangi aralıkta değer aldıkları, varsa kabul edilebilir limitleri, yeniden işleme aralıkları belirlenir. Bu bölümde ayrıca karar vericiden sürekli ölçekte değer alan kalite karakteristikleri için aralarında önemli miktarda tercih farkı olacak şekilde seviyeler belirlemesi istenmektedir. Kalite alanında sıklıkla kabul, yeniden işleme, hurda şeklinde seviyelendirmeler yapılır. Bir kalite karakteristiğinin spesifikasyon sınırları içindeki (kabul seviyesindeki) değerlerinin tercih üzerindeki etkisi de farklılık gösterecektir. Örneğin hedef değerin tercih edilirliği spesifikasyon sınırlarına yakın değerlerin tercih edilirliğinden daha fazla olacaktır. Diğer taraftan kalite karakteristiğinin yeniden işleme sınırları içinde tercih üzerindeki etkisi kabul sınırları içindeki etkisinden farklı olabilir veya kabul sınırları içinde aldığı değerin etkisi bir başka kalite karakteristiğinin seviyesine bağlı olabilir. Örneğin kalite karakteristiği A için yapılacak bir yeniden işleme kalite karakteristiği B'nin yeniden değer almasına sebep olabilir. Bu durumda kalite karakteristiği B'nin etkisinin A'nın yeniden işleme ve kabul seviyeleri için aynı olduğu söylenemez. Kalite karakteristiklerinden biri yeniden işleme değerinde olduğunda yeniden işlemenin yapılabilmesi bir başka kalite karakteristiğinin aldığı değere bağlı olabilir. Örneğin kabul bölgesinde spesifikasyon sınırlarına yakın değerler farklı bir kalite karakteristiği için yeniden işleme yapılmasına engel olabilir veya kabul bölgesinde örneğin alt spesifikasyon sınırından uzak değerler almasını gerektirebilir. Bu seviyeler için düşük/yüksek, kabul edilebilir/edilemez/riskli gibi örnekler de verilebilir.

- İkinci bölümde karar vericiden satır ve sütunları kalite karakteristiklerini temsil eden etkileşim tablosunda aralarında etkileşim olduğunu düşündüğü kalite karakteristikleri için ilgili hücreyi işaretlemesi istenir. Üç ölçüt arasında etkileşim varsa etkileşen ölçütlerden ikisinin ait olduğu hücreye üçüncü ölçütün adı yazılır.

Çizelge 3.1. Etkileşim tablosu

Etkileşim Tablosu				
	Ölçüt 1	**Ölçüt 2**	**…**	**Ölçüt n**
Ölçüt 1				
Ölçüt 2				
⋮				
Ölçüt n				

- Üçüncü bölümde, önceki bölümde aralarında etkileşim olduğu belirtilen ölçütler için etkileşim grafikleri karar vericinin yönlendirmeleriyle çizilir. Bu grafikler oluşturulurken diğer ölçütlerle etkileşim içinde olmayan ölçütlerin herhangi bir seviyede sabit tutulduğu düşünülür. Örneğin dört ölçüt için ölçüt 1, 2 ve 3 arasında üçlü bir etkileşim varken ölçüt 4 herhangi bir ölçütle etkileşim içinde değilse etkileşim grafikleri ölçüt 4 herhangi bir seviyede sabit tutularak çizilir. Karar vericinin yönlendirmeleri, örneğin üçlü bir etkileşim için, aşağıdaki türden sorulara vereceği cevaplarla olacaktır:
    - Ölçüt 3 belli bir seviyede sabit tutulduğunda ölçüt 1’deki 1 birimlik artış ölçüt 2’nin farklı seviyeleri için tercihi nasıl etkiler?
    - Aynı tercih yapısı ölçüt 3’ün diğer seviyeleri için de geçerli midir?

Kullanılacak birleştirme yönteminin seçimi ortaya çıkarılan bağımlılık yapılarına ve problemin amacına bağlıdır.

Çalışmanın amacı sadece alternatifleri sıralamak ise, yani birleştirme yönteminin sonucunun alternatifler için sadece sıra belirtmesi yeterliyse ve tercih yönünde değişim türünde bir etkileşim görülmüyorsa PROMETHEE, ELECTRE, çok ölçütlü fayda teorisinin sırasal toplamlı değer fonksiyonu gibi yöntemler kullanılabilir.

Alternatifler arasındaki tercih farklarının da önemli olması, yani kardinal bir sıralama elde edilmek istenmesi halinde:

- Ölçütler arasında etkileşim yoksa (grafiklerde gösterilen tercih çizgileri paralel ise) çok ölçütlü fayda teorisinin ölçülebilir toplamlı değer fonksiyonu,
- Grafiklerde gösterilen tercih çizgileri paralel değil fakat tercih değişimlerinin sırası aynı ise çok ölçütlü fayda teorisinin ölçülebilir çarpımlı değer fonksiyonu kullanılabilir.

Yukarıdaki koşullar sağlanmadığında başvurulabilecek yöntemler sınırlıdır. Daha önce açıklandığı gibi bu çalışmada Choquet integral yöntemi benimsenmiştir.

Yöntem ayakkabı ve metal işleme sektörlerinde uygulanmış ve aşağıdaki örnekler elde edilmiştir.

3.1. Ayakkabı İmalatı Örneği

Ayakkabı (bot) imalatı için akış şeması Şekil 3.1'de verilmiştir. Süreç, kalıpların (ıstampa) hazırlanmasıyla başlar. Deri, hazırlanan kalıplara göre kesilir. Kesilen parçalar ayakkabının üst kısmını oluşturmak üzere birbirine dikilir ve astar eklenir. Modelde varsa burunluk eklenir. Daha sonra taban basımı yapılacak alan tıraşlanır. Ortaya çıkan parça (saya) taban astarına tutturulur. Bu işlem monte olarak adlandırılır. Monte işleminde karşılaşılabilecek iki sorun asimetrik görüntü (eğrilik) ve dikişlerin patlamasıdır. Bu aşamada asimetrik bir görüntü ortaya çıkmışsa burunluğun olmaması halinde düzeltilebilir. Burunluk varsa düzeltme işlemi burunluğun da kaymasına yol açar ve görüntü daha çok bozulur. Ayakkabının burun kısmında oluşan dikiş patlamaları ise burunluk varsa görüntüde bozulmaya neden olmadan tamir edilebilir. Yeniden dikim sırasında oluşan izleri burunluk kapattığından ayakkabının görüntüsü bu tamir işleminden etkilenmemiş olur. Bu durumda hangi problemin daha önemli olduğu modelde burunluk olup olmamasına bağlıdır.

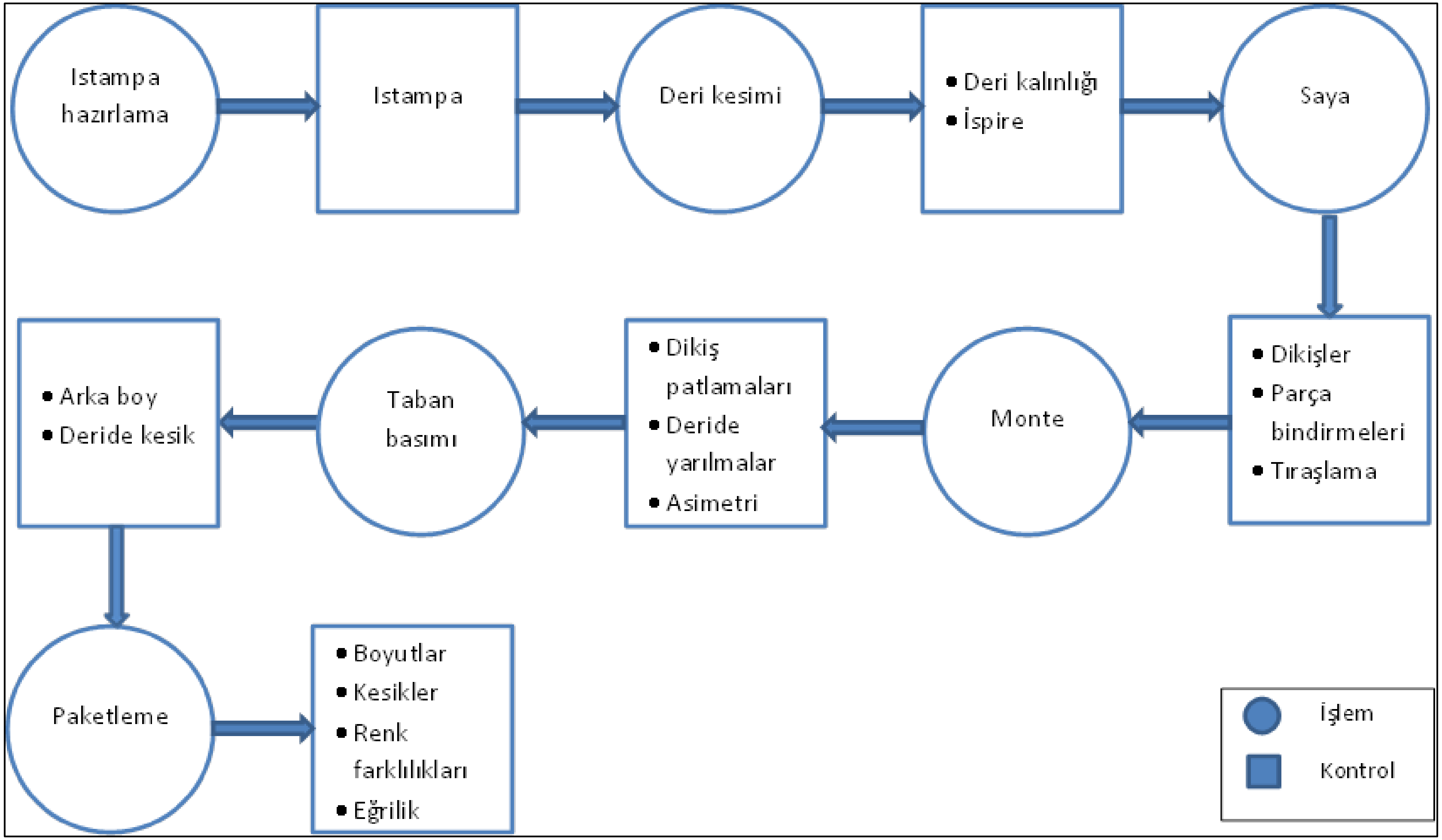
Monte işleminin ardından taban basımı işlemi gerçekleştirilir. Bu örnekte taban basımı işlemi ele alınmıştır. Taban basımı işlemi ve bot resmi Şekil 3.2'de verilmiştir. Bu işlem deride kesik oluşmasına sebep olabilir. Bir başka kalite karakteristiği ise arka yükseklikti̇r. Arka yükseklik için hedef değer 12 cm. olarak belirlenmiştir. 12 cm. ve 13 cm. arasında arka yüksekliğe sahip ayakkabılar için bir yeniden işleme yapılarak istenen seviye elde edilebilir.

Deride kesik oluşmuşsa taban daha üstten tekrar basılır. Taban basımı işlemi için derinin tıraşlanmış olması gerektiğinden bu yeniden işleme için önceki taban basma seviyesinin üzerinde tıraşlanmış yüzeyin kalmış olması gerekir (bu aşamaya kadar astarlama işlemi yapılmıştır ve astarlamanın ardından tekrar tıraşlama yapılamamaktadır). Böyle bir yeniden işleme arka uzunlukta kısalmaya yol açacaktır. Dolayısıyla arka uzunluğun istenenden fazla olması halinde de uygulanır. Taban basımı işleminden sonra kontrol edilen kalite karakteristikleri ve aldıkları değerler aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Arka yükseklik (AY)
- Hedef (H): 12 cm.
- Uzun (U): $12 < AU \leq 13$
- Kısa (K): $9 \leq AU < 12$

Deride kesik (DK)
- Var (DK+)
- Yok (DK-)

Kullanılabilir tıraşlanmış yüzey (TY)
- Var (TY+)
- Yok (TY-)



Şekil 3.1. Bot imalatı için akış şeması

(a) (b)

Şekil 3.2. Ayakkabı imalatı örneği: (a)Taban basımı işlemi, (b) Bot resmi

<u>Bölüm1: Kalite Karakteristikleri</u>

Ayakkabı imalatı örneğinde amaç taban basımı işlemi için bir tahmin modeli geliştirilmesi olduğundan bu işleme ilişkin kalite karakteristiklerine odaklanılmıştır. Kalite karakteristiklerinin ölçüldüğü birimler, değer aralıkları, limitler ve belirlenen seviyeler Çizelge 3.2'de sunulmuştur.

<u>Bölüm 2: Etkileşim Tablosu</u>

Karar verici, alternatifler için yaptığı tercih değerlendirmelerinde ölçütlerin birbirinden etkilendiğini düşünmektedir. Çizelge 3.3'te gösterilen etkileşim tablosu oluşturulmuştur:

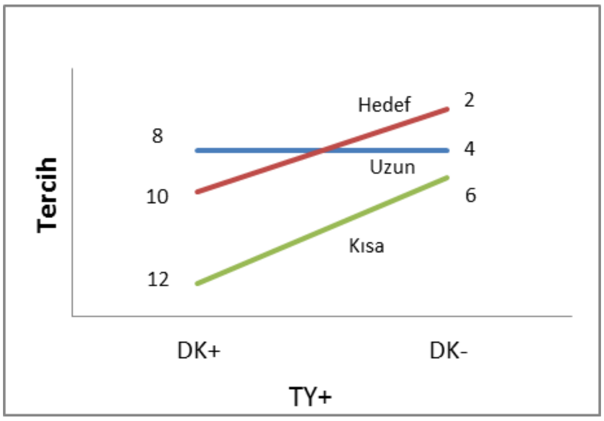
Çizelge 3.2. Ayakkabı imalatı örneği için kalite karakteristikleri

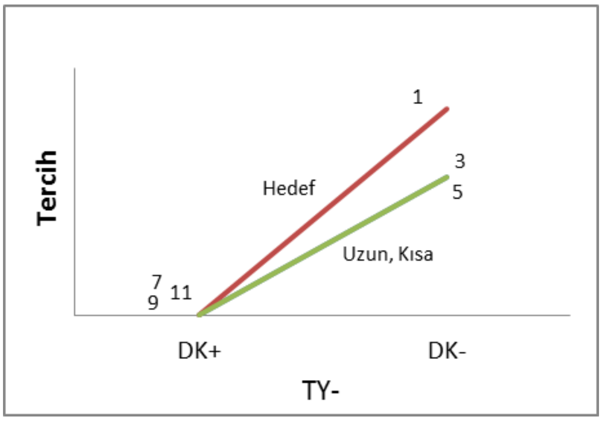
Kalite Karakteristiği		Birim & Değer Aralığı	Limitler	Seviyeler
K1	Arka yükseklik	cm (9-13)	Hedef: 12 Uzun: 12<AY≤13 Kısa: 9 ≤ AY<12	K, H, U
K2	Deride kesik	var / yok	-	var / yok
K3	Kullanılabilir tıraşlanmış yüzey	var / yok	-	var / yok

Çizelge 3.3. Ayakkabı imalatı örneği için oluşturulan etkileşim tablosu

Etkileşim Tablosu			
	K1 (AY)	**K2 (DK)**	**K3 (TY)**
K1 (AY)		K3	K2
K2 (DK)			K1
K3 (TY)			

<u>Bölüm 3: Etkileşim Grafikleri</u>





Şekil 3.3. Ayakkabı imalatı örneği için etkileşim grafikleri

Tıraşlanmış yüzey olduğunda deride kesik ölçütünün tercih üzerindeki etkisinin arka uzunluk ölçütünün üç seviyesi için farklılık gösterdiği görülmektedir. Buradan, kesik ve arka uzunluk ölçütleri arasında etkileşim olduğu sonucuna varılır. Bu etkileşim tıraşlanmış yüzey ölçütünün iki seviyesi için aynı değildir. Dolayısıyla üçlü bir etkileşim söz konusudur. Şekil 3.3'teki grafiklerde gösterilen 12 alternatif için karar vericinin "kabul edilir", "yeniden işlenir", "hurdaya ayrılır", "ikinci kalite olarak kabul edilir", "yeniden işlenir ve ardından ikinci kalite olarak kabul edilir" şeklinde değerlendirmelerde de bulunarak yaptığı tercih sıralaması aşağıdaki gibidir:

$$1 \sim 2 \succ 4 \sim 8 \succ 3 \sim 5 \sim 6 \succ 10 \succ 12 \succ 7 \sim 9 \sim 11$$

Karar verici ayrıca bazı alternatifler arasındaki tercih farkları için karşılaştırmalar yapmıştır. Bu karşılaştırmalar $u(i)$, i alternatifinin tercih değerini göstermek üzere aşağıdaki gibidir:

$$u(4) - u(6) > u(2) - u(4)$$
$$u(10) - u(12) > u(8) - u(10)$$

3.2. Metal İşleme Örneği

Tornalama işleminin ardından kontrol edilen iki kalite karakteristiği yüzey düzgünlüğü (pürüzlülüğü) (1 ile gösterilmiştir) ve et kalınlığıdır (2 ile gösterilmiştir). Et kalınlığı, silindirik bir parça için dış ve iç çaplar arasındaki mesafe olarak tanımlanabilir. Kalite karakteristiklerinden herhangi birinin değeri hurda limitlerinin dışındaysa diğer kalite karakteristiğinin değerine bakılmaksızın parça hurdaya ayrılmaktadır. Hurdaya ayrılan parçaların birbirlerine tercih edilirliği söz konusu olmamakta, bu parçalar için tercih sıralaması yapılmamaktadır. Kalınlık üst spesifikasyon sınırının üstünde değer almışsa kesme işlemi yapılarak düzeltilebilir. Bu durumda yüzey düzgünlüğü yeniden değer almaktadır. Bu sebeple kalınlığın değeri yeniden işleme sınırları içinde olduğunda yüzey düzgünlüğünün (hurda olmadığı sürece) tercih üzerinde etkisi yoktur.

Bölüm1: Kalite Karakteristikleri

Kalite karakteristikleri ve belirlenen seviyeler Çizelge 3.4’te sunulmuştur.

Bölüm 2: Etkileşim Tablosu

Karar verici ölçütlerin birbirinden etkilendiğini düşünmektedir. Çizelge 3.5’te gösterilen etkileşim tablosu oluşturulmuştur:

Çizelge 3.4. Metal işleme örneği için kalite karakteristikleri

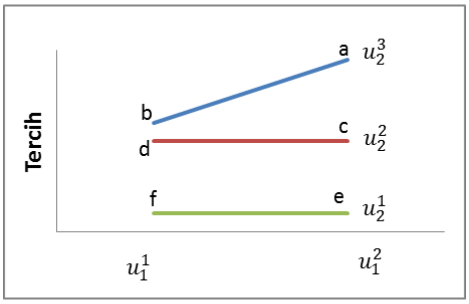
Kalite Karakteristiği		Birim	Limitler	Seviyeler
K1	Yüzey düzgünlüğü (pürüzlülüğü)	mikrometre (µm)	Hedef: 2 µm Üst spesifikasyon sınırı: 8 µm	Kabul, yeniden işleme
K2	Et kalınlığı	milimetre (mm)	Hedef: 4mm Üst spesifikasyon sınırı: 4,01 mm Alt spesifikasyon sınırı: 3,99 mm	Kabul, yeniden işleme, hurda

Çizelge 3.5. Metal işleme örneği için oluşturulan etkileşim tablosu

Etkileşim Tablosu		
	K1	**K2**
K1		+
K2	+	

Bölüm 3: Etkileşim Grafikleri

Kalite karakteristiği 1 spesifikasyon sınırları içine olduğunda tercih yapısı Şekil 3.4'teki gibi gösterilebilir. Bu şekilde u_2^1, u_2^2 ve u_2^3 kalınlık ölçütü için sırasıyla hurda, yeniden işleme ve kabul bölgelerinde değerleri gösterir.



Şekil 3.4. Metal işleme örneğinde açıklanan tercih yapısı

Şekil 3.4'te görülen alternatifler için tercih sıralaması şöyledir: $a \succ b \succ c \sim d \succ e \sim f$

BÖLÜM 4

ARALARINDA TERCİHSEL BAĞIMLILIK BULUNAN ÖLÇÜTLER ALTINDA DEĞERLENDİRİLEN ALTERNATİFLERE CHOQUET INTEGRAL İLE TERCİH PUANI VERİLMESİ

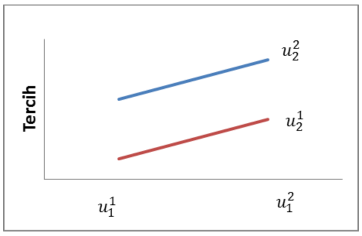
Bu bölümde, aralarında tercihsel bağımlılık bulunan ölçütleri içeren karar problemlerinde alternatiflere tek kutuplu (iki referans seviyeli) ve k'lı (k referans seviyeli) kapasiteler ile Choquet integral kullanarak tercih puanı verilmesi için sağlanması gereken koşullar ortaya çıkarılmıştır. Nominal ölçekte değer alan ölçütler olsa da bu ölçütlerin seviyeleri için karar vericinin tercihte bulunduğu ve ölçütler altındaki değerlendirmelerin ortak bir ölçekte olduğu kabul edilmiştir.

Çalışmada ikili ve üçlü etkileşimler ele alınmış ve Choquet integral tarafından modellenebilen etkileşim türlerinin çalışılması için deney tasarımı çalışmalarında kullanılan etkileşim grafiklerinden yararlanılmıştır.

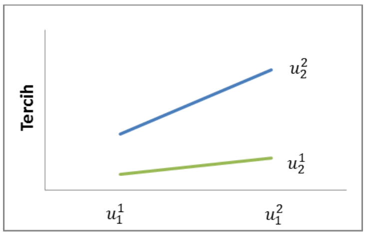
Bir ölçütün tercih üzerindeki etkisi bir başka ölçütün farklı seviyelerinde farklılık gösteriyorsa bu iki ölçüt arasında etkileşimden söz edilir (Montgomery, 2005).

Şekil 4.1'de ölçüt 1'in tercih üzerindeki etkisi ölçüt 2'nin farklı seviyelerinde değişmemektedir ve ölçüt 2'nin etkisi ölçüt 1'in iki seviyesi için aynıdır. Dolayısıyla, bu durum olası diğer seviyeler için de geçerliyse söz konusu iki ölçüt arasında etkileşim bulunmadığı söylenebilir.

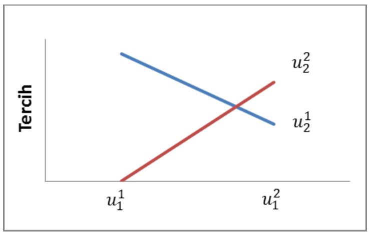
Şekil 4.2 ve 4.3 etkileşim durumlarını gösterir. Şekil 4.2'de ölçüt 1'in etkisi ölçüt 2 ikinci seviyesindeyken daha yüksektir. Diğer bir ifadeyle, **ölçüt 1'in seviyeleri arasındaki tercih farkı ölçüt 2'nin farklı seviyelerinde değişiklik** göstermektedir. Şekil 4.3'te ölçüt 2 ikinci seviyesinde olduğunda ölçüt 1'in ilk seviyesinden ikinci seviyesine geçmesi tercih üzerinde pozitif etki oluştururken ölçüt 2'nin birinci seviyesi için ölçüt 1'in söz konusu etkisi negatiftir. Bu durumda **tercih yönünde değişim** olmaktadır.



Şekil 4.1. Etkileşimin olmadığı durum

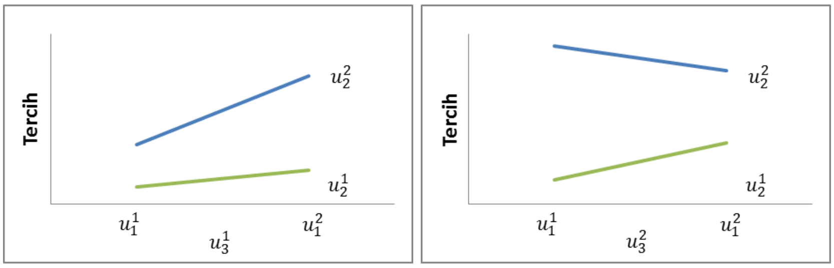


Şekil 4.2. Tercih farklarında değişim



Şekil 4.3. Tercih yönünde değişim

İki ölçüt arasındaki etkileşim bir üçüncü ölçütün değişen seviyelerinde farklılık gösteriyorsa üçlü etkileşimden söz edilir. Bu durum Şekil 4.4'te gösterilmiştir.



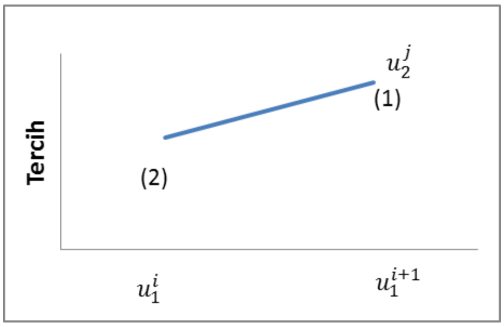
Şekil 4.4. Üçlü etkileşim

4.1. Etkileşim Durumunda Tercihlerin Tek Kutuplu (*Unipolar*) Kapasite İle Modellenmesi İçin Gerekli Koşullar

4.1.1. Tercih farkında değişim

4.1.1.1. İkili etkileşimler

Bu bölümde ölçüt 1 ve 2 arasındaki etkileşimler incelenmektedir. Problem ikiden fazla ölçüt içeriyorsa bu ölçütlerin uygun birer seviyede sabit tutulduğu varsayılmıştır.



Şekil 4.5. Tercih farkı hesaplamaları için açıklayıcı grafik

Şekil 4.5'te u_1^i ve u_1^{i+1}, ölçüt 1'in $u_1^{i+1} > u_1^i$ eşitsizliğini sağlayan herhangi iki seviyesini ve u_2^j ölçüt 2'nin herhangi bir değerini göstersin. Bir önceki bölümde yapılan açıklamalara göre ölçüt 1'in seviyeleri için yeniden işleme gerektiren değerlerden biri (u_1^1) ve hedef değeri (u_1^2) örnek olarak verilebilir. Bu değerlerin ortak bir ölçeğe dönüştürülmüş olduğu kabul edilmiştir.

Gösterim kolaylığı açısından diğer ölçütlerin en kötü değerlerinde sabit tutulduğu ve sıfır değerini aldıkları varsayılmıştır. Buna göre ($i = 1$ alınmıştır), iki alternatif arasındaki tercih farkı $(1) - (2)$:

$$u_2^j \geq u_1^2 > u_1^1 \text{ ise } (u_1^2 - u_1^1)[\mu(1,2) - \mu(2)],$$
$$u_1^2 > u_2^j > u_1^1 \text{ ise } \left(u_2^j - u_1^1\right)[\mu(1,2) - \mu(2)] + \left(u_1^2 - u_2^j\right)[\mu(1) - \mu(\emptyset)], \tag{4.1}$$
$$u_1^2 > u_1^1 \geq u_2^j \text{ ise } (u_1^2 - u_1^1)[\mu(1) - \mu(\emptyset)]$$

olur.

(4.1) ifadesi aşağıdaki şekilde kanıtlanır:

$$(1) - (2) = u_1^2\left[\mu\left(1 \cup A_1(1)\right) - \mu\left(A_1(1)\right)\right] - u_1^1\left[\mu\left(1 \cup A_1(2)\right) - \mu\left(A_1(2)\right)\right] + u_2^j\left[\mu\left(2 \cup A_2(1)\right) - \mu\left(A_2(1)\right) - \mu\left(2 \cup A_2(2)\right) + \mu\left(A_2(2)\right)\right] \tag{4.2}$$

(4.2) eşitliğinde $A_i(j)$, j alternatifinde i ölçütünün değerinden büyük değer almış ölçütlerin kümesini gösterir. Eşitlik halinde $u_i(j)$ j alternatifinde i ölçütünün aldığı değeri göstermek üzere örneğin $u_1(j) = u_2(j)$ise $u_1(j) > u_2(j)$ veya $u_2(j) > u_1(j)$ olarak değerlendirilebilir.

- $A_2(1) = A_2(2)$

  Bu durum aşağıdaki sıralamalardan birinin geçerli olması halinde gerçekleşir:

  – $u_2^j > u_1^2 > u_1^1$

  – $u_1^2 > u_1^1 > u_2^j$

  Dolayısıyla, $A_1(1) = A_1(2)$ eşitliği de sağlanır ve (4.2) eşitliğindeki üçüncü terim kaybolur. Sonuç olarak (4.2) eşitliği aşağıdaki şekilde sadeleşir:

$$(1) - (2) = (u_1^2 - u_1^1)\left[\mu\left(1 \cup A_1(1)\right) - \mu\left(A_1(1)\right)\right] \tag{4.3}$$

  (4.3) eşitliğinde, $u_2^j > u_1^2 > u_1^1$ ise $A_1(1) = \{2\}$ ve $u_1^2 > u_1^1 > u_2^j$ ise $A_1(1) = \emptyset$ olur.

- $A_2(1) \neq A_2(2)$

  Bu durum $u_1^2 > u_2^j > u_1^1$ sıralaması için gerçekleşir. Buradan, $A_1(1) =$

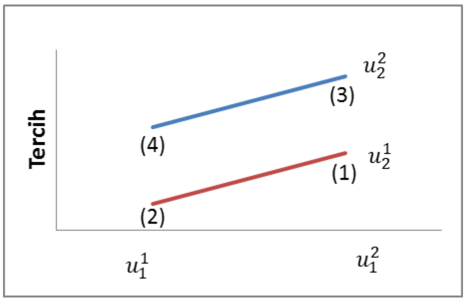
$\emptyset, A_1(2) = \{2\}, A_2(1) = \{1\}, A_2(2) = \emptyset$ yazılır. Dolayısıyla eşitlik (4.2) aşağıdaki hale dönüşür:

$$(1) - (2) = \left(u_2^j - u_1^1\right)[\mu(1,2) - \mu(2)] + \left(u_1^2 - u_2^j\right)[\mu(1) - \mu(\emptyset)] \qquad (4.4)$$

$u_2^j = u_1^2 > u_1^1$ ise $u_2^j > u_1^2 > u_1^1$ veya $u_1^2 > u_2^j > u_1^1$ olarak alınabilir. İlk durum seçilirse (4.3) eşitliği geçerli olur. İkinci durum seçilirse (4.4) eşitliğinin sağ tarafındaki ikinci terim ortadan kalkar, ilk terim de $(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1,2) - \mu(2)]$ olarak yazılabileceğinden ($u_2^j = u_1^2$) (4.3) eşitliği geçerliliğini korur.

$u_1^2 > u_1^1 = u_2^j$ ise $u_1^2 > u_1^1 > u_2^j$ veya $u_1^2 > u_2^j > u_1^1$ olarak alınabilir. Yukarıdaki açıklamalara benzer şekilde ilerlendiğinde yine (4.3) eşitliğinin geçerli olduğu görülür. ■

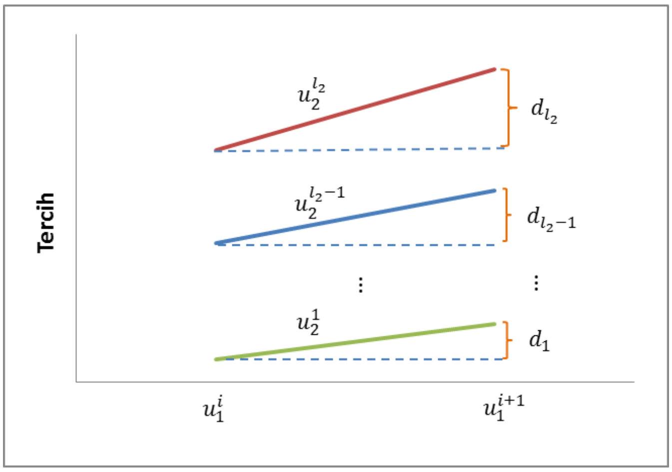
Ölçüt değerleri için aynı sıralamanın geçerli olduğu alternatifler söz konusuysa Choquet integralin ağırlıklı toplama dönüştüğü bilinmektedir (Grabisch and Labreuche, 2005a). Dolayısıyla, herhangi bir etkileşim durumunu modellemek mümkün olmaz. Bu sonuç yukarıda verilen açıklamalardan da görülebilir:



Şekil 4.6. Bölüm 4.1.1.1 için tercih farklarındaki değişim grafiği

Şekil 4.6'da görülen dört alternatif için ölçüt sıralamalarının aynı olduğu düşünülsün. (3) ve (4) alternatifleri ile (1) ve (2) alternatifleri arasındaki tercih farkları (4.1) ifadesindeki 1. veya 3. duruma uyar[1]. Dolayısıyla $(3)-(4)$ ve $(1)-(2)$ farkları birbirine eşit olur. Diğer bir ifadeyle Şekil 4.6'da ölçüt 2'nin her iki seviyesi de ölçüt 1'in seviyelerinden büyük veya küçükse iki çizgi birbirine paralel olur.

Şekil 4.7'de görüldüğü gibi ölçütlerden birinin değeri değiştikçe tercih farklarının nasıl değişeceği incelenirse, bu farkların monoton artması veya azalması gerektiği görülür.



Şekil 4.7. Tercih farklarındaki değişim koşulları için açıklayıcı grafik

d_1 farkı için $u_1^2 > u_1^1 > u_2^1$ sıralamasının geçerli olduğu düşünülsün. Bu durumda $d_1 = (u_1^2 - u_1^1)[\mu(1) - \mu(\emptyset)]$ olur. Bu sıralamanın geçerli olduğu tüm ölçüt

---

[1] Ölçütler için aşağıdaki sıralamalardan biri geçerlidir:

- $u_2^1 < u_2^2 < u_1^1 < u_1^2$: Bu durumda $(3)-(4)$ ve $(1)-(2)$ farklarının her ikisi de $(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1) - \mu(\emptyset)]$ olur.
- $u_2^2 > u_2^1 > u_1^2 > u_1^1$: Bu durumda $(3)-(4)$ ve $(1)-(2)$ farklarının her ikisi de $(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1,2) - \mu(2)]$ olur.

değerleri için tercih farkı aynı kalacaktır. d_2, $u_1^2 > u_2^2 > u_1^1$ durumu için tercih farkı olsun. (4.1) ifadesinden $d_2 = (u_2^2 - u_1^1)[\mu(1,2) - \mu(2)] + (u_1^2 - u_2^2)[\mu(1) - \mu(\emptyset)]$ olacağı görülür. $d_1 > d_2$ ise $[\mu(1) - \mu(\emptyset)] > [\mu(1,2) - \mu(2)]$ eşitsizliği sağlanıyor demektir. $u_1^2 > u_2^3 > u_1^1$ eşitsizliğini sağlayan iki alternatif arasındaki fark (d_3 ile gösterilsin, $d_3 = (u_2^3 - u_1^1)[\mu(1,2) - \mu(2)] + (u_1^2 - u_2^3)[\mu(1) - \mu(\emptyset)]$) ile d_2 arasındaki fark $d_2 - d_3 = (u_2^3 - u_2^2)\{[\mu(1) - \mu(\emptyset)] - [\mu(1,2) - \mu(2)]\}$ olur. d_1 ve d_2 ilişkisinden $[\mu(1) - \mu(\emptyset)] > [\mu(1,2) - \mu(2)]$ eşitsizliği elde edildiğinden bu farkın pozitif olması gerekir, yani $d_1 > d_2 > d_3$ olmalıdır. Benzer şekilde ilerleyerek $u_2^4 > u_1^2 > u_1^1$ eşitsizliğini sağlayan iki alternatif arasındaki fark d_4 incelenirse ($d_4 = (u_1^2 - u_1^1)[\mu(1,2) - \mu(2)]$) $d_3 - d_4$ farkının $d_3 - d_4 = (u_1^2 - u_2^3)\{[\mu(1) - \mu(\emptyset)] - [\mu(1,2) - \mu(2)]\}$ olduğu görülür. Dolayısıyla $d_3 > d_4$ olmalıdır.

Sonuç olarak, $d_1 > d_2$ ilişkisi söz konusuysa tercih farkları için $d_1 > d_2 > d_3 > d_4$ eşitsizliği geçerli olmalıdır. Benzer şekilde $d_1 = d_2$ ise diğer tüm farkların birbirine eşit olması gerektiği görülmektedir.

Tek kutuplu kapasite ile iki ölçüt için tercih farklarındaki değişimin modellenmesi için gerekli şartlar Çizelge 4.1'de özetlenmiştir. Ölçüt sıralamaları aynı olan alternatifler için herhangi bir etkileşim yapısının tek kutuplu kapasite ile gösterilemeyeceği bilinmektedir (Grabisch and Labreuche, 2005a). İki ölçüt arasındaki etkileşim birinin diğerinden küçük/büyük değer almasına göre tanımlanmışsa, örneğin ölçüt 1 ölçütler arasında en büyük değeri aldığında bir tercih yapısı, en küçük değeri aldığında ise farklı bir tercih yapısı geçerliyse, tek kutuplu kapasite ile modellenebilir. Bu durum (4.1) ifadesinden de görülebilir. Bölüm 2.3.4'te de örneğin iki ölçüt arasındaki tamamlayıcılık özelliğinin tek kutuplu kapasite ile Choquet integral kullanılarak gösterilebildiği

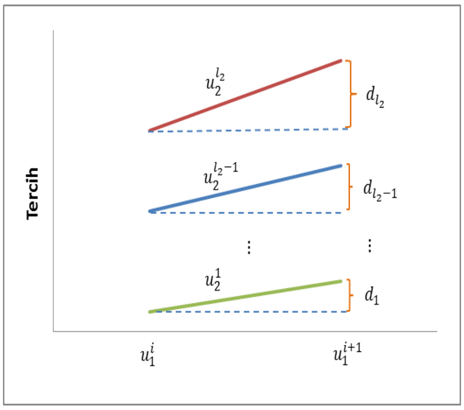
$$\mu(T \cup ij) - \mu(T \cup j) > \mu(T \cup i) - \mu(T)$$

eşitsizliğiyle ifade edilmişti. İki ölçütün bulunduğu bir örnek için $i = 1$, $j = 2$ alınırsa aşağıdaki gibi yazılır:

$$\mu(1,2) - \mu(2) > \mu(1) - \mu(\emptyset)$$

1. ölçütün en kötü (kabul edilmez) değerden tamamen tatmin edici değere çıkmasının tercihte yarattığı etki 2. ölçüt tamamen tatmin edici bir değerdeyken tamamen kabul edilemez değer aldığı duruma göre daha yüksektir. Ölçütlerin 0 ve 1 değerleri dışında da değerler aldığı durumlar düşünülecek olursa (4.1) ifadesinden $\mu(1,2) - \mu(2)$'nin ölçüt 2'nin değeri ölçüt 1'inkinden yüksek olduğunda, $\mu(1) - \mu(\emptyset)$'nin ise ölçüt 2'nin değeri düşük olduğunda ölçüt 1'in tercih üzerindeki etkisini gösterdiği görülmektedir. Tercih yapısındaki değişiklerin bu koşullarla tanımlanmadığı hallerde tek kutuplu kapasite ile Choquet integral kullanılmasının nasıl sonuçlar vereceğinin bilinmesi gerekir. Tek kutuplu kapasite ile iki ölçüt için gösterilebilecek tercih farklarındaki değişim yapısı bu tez çalışması kapsamında belirlenmiştir.

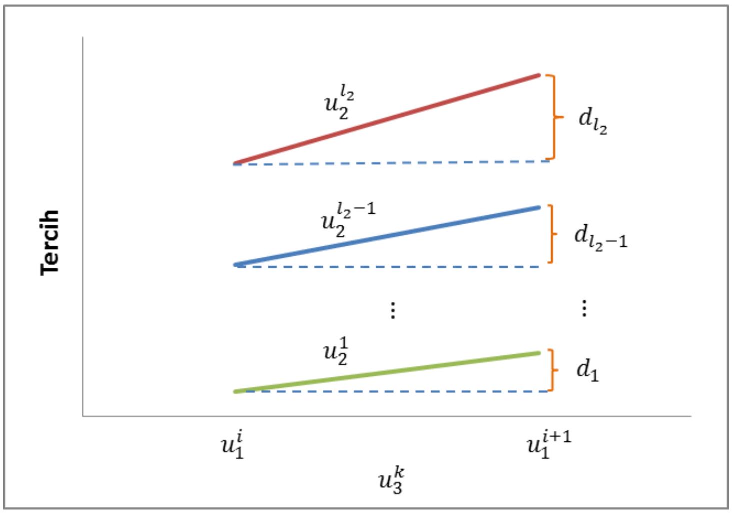
Çizelge 4.1. İki ölçüt için tercih farklarındaki değişimin tek kutuplu kapasite ile modellenmesi için gerekli şartlar

Tercih farkları grafiği	**İki ölçüt için tercih farklarındaki değişimin modellenmesi için gerekli şartlar**
	Sonuç 1. $u_2^j < u_2^{j+1} < \cdots < u_2^t < u_1^i < u_1^{i+1}$ eşitsizliğini sağlayan tüm u_2 değerleri için tercih farkları birbirine eşit olmalıdır: $d_j = d_{j+1} = \cdots = d_t$
	Sonuç 2. $u_2^t > \cdots > u_2^{j+1} > u_2^j > u_1^{i+1} > u_1^i$ eşitsizliğini sağlayan tüm u_2 değerleri için tercih farkları birbirine eşit olmalıdır: $d_j = d_{j+1} = \cdots = d_t$
	Sonuç 3. u_2'nin u_1^i ve u_1^{i+1}'e göre sırası değişen (ölçüt değerleri sıralandığında u_1^i, u_1^{i+1}'in sağında veya solunda birlikte yer almayan değerleri) veya $u_1^i < u_2^j < u_1^{i+1}$ eşitsizliğini sağlayan değerleri için, örneğin $u_2^1 < u_1^i < u_2^2 < u_2^3 < u_1^{i+1}$,aşağıdaki sıralamalardan biri geçerlidir: – $d_{l_2} > d_{l_2-1} > \cdots > d_1$ – $d_{l_2} < d_{l_2-1} < \cdots < d_1$ – $d_{l_2} = d_{l_2-1} = \cdots = d_1$

Daha önce bahsedildiği gibi kapasitenin toplamlı olması halinde Choquet integral ağırlıklı toplama dönüşür. Karar probleminde ölçütlerin bir kısmı etkileşim içindeyken bir kısmı bağımsız olabilir. Örneğin üç ölçüt için ölçüt 1 ve ölçüt 2 arasında etkileşim varken ölçüt 3 diğerlerinden bağımsız olsun. Bu durumda tek kutuplu kapasite kullanılacaksa kapasite ölçüt 1 ve 2 arasında etkileşim olduğundan $\mu(1,2,3) - \mu(1,3) \neq \mu(2,3) - \mu(3)$ ve $\mu(1,2) - \mu(1) \neq \mu(2) - \mu(\emptyset)$ iken ölçüt 3'ün diğer ölçütlerle etkileşimi olmadığından $\mu(1,2,3) - \mu(1,2) = \mu(2,3) - \mu(2) = \mu(1,3) - \mu(1) = \mu(3) - \mu(\emptyset)$ olacak şekilde belirlenir.

4.1.1.2. Üçlü etkileşimler

i. Bu bölümde ölçüt 3 u_3^k seviyesinde tutularak ölçüt 1'in iki seviyesi arasındaki tercih farkında ölçüt 2'nin seviyeleri farklılaştıkça görülebilecek değişimler incelenmiştir. Problemin ele alınış şekli aşağıdaki grafik ile de açıklanmıştır:



Şekil 4.8. Bölüm 4.1.1.2-i için açıklayıcı grafik

Gösterim kolaylığı açısından i=1 alındığında ölçüt 1 ve 3'ün seviyeleri için gerçekleşebilecek üç sıralama aşağıdaki gibidir:

- $u_3^k > u_1^2 > u_1^1$
- $u_1^2 > u_3^k > u_1^1$
- $u_1^2 > u_1^1 > u_3^k$

Üç durumdan her birinde ölçüt 2 için olası dört sıralama vardır. Ortaya çıkan on iki durum Çizelge 4.2'de üç blok halinde gösterilmiştir. Blokların her birinde u_1^1, u_1^2 ve u_3^k sabit iken u_2^j ile gösterilen ölçüt 2'nin seviyesi ilgili bloğun her satırında değişmektedir. Çünkü bu bölümde ölçüt 2'nin seviyesinin değişimiyle oluşan tercih farkındaki değişim incelenmektedir. İkinci sütundaki satırlar $\left(x_1^2, x_2^j, x_3^k\right)$ ve $\left(x_1^1, x_2^j, x_3^k\right)$ alternatifleri arasındaki tercih farkını (d_j)[1] göstermektedir. Üçten fazla ölçüt varsa bu ölçütlerin değerlerinin belli bir seviyede sabit tutulduğu varsayılmıştır.

---

[1] Gösterim kolaylığı açısından i=j=1 alındığında ölçüt 3'ün herhangi bir seviyesi, u_3^k, için d_1 farkı:
$u_2^2 > u_3^k > u_1^2 > u_1^1$ ise $(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3)]$,
$u_1^2 > u_1^1 > u_3^k > u_2^2$ ise $(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1) - \mu(\emptyset)]$,
$u_2^2 > u_1^2 > u_3^k > u_1^1$ ise $\left(u_3^k - u_1^1\right)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3)] + \left(u_1^2 - u_3^k\right)[\mu(1,2) - \mu(2)]$,
$u_1^2 > u_3^k > u_1^1 > u_2^2$ ise $\left(u_3^k - u_1^1\right)[\mu(1,3) - \mu(3)] + \left(u_1^2 - u_3^k\right)[\mu(1) - \mu(\emptyset)]$,
$u_1^2 > u_3^k > u_2^2 > u_1^1$ ise $(u_2^2 - u_1^1)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3)] + \left(u_3^k - u_2^2\right)[\mu(1,3) - \mu(3)] + \left(u_1^2 - u_3^k\right)[\mu(1) - \mu(\emptyset)]$,
$u_1^2 > u_2^2 > u_3^k > u_1^1$ ise $\left(u_3^k - u_1^1\right)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3)] + \left(u_2^2 - u_3^k\right)[\mu(1,2) - \mu(2)] + (u_1^2 - u_2^2)[\mu(1) - \mu(\emptyset)]$.

Çizelge 4.2. İki alternatif arasındaki tercih farklarının değişimi

Blok 1 $u_3^k > u_1^2 > u_1^1$	
$u_2^j > u_3^k > u_1^2 > u_1^1$	$(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1{,}2{,}3) - \mu(2{,}3)]$
$u_3^k > u_2^j > u_1^2 > u_1^1$	$(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1{,}2{,}3) - \mu(2{,}3)]$
$u_3^k > u_1^2 > u_2^j > u_1^1$	$\left(u_2^j - u_1^1\right)[\mu(1{,}2{,}3) - \mu(2{,}3)] + \left(u_1^2 - u_2^j\right)[\mu(1{,}3) - \mu(1)]$
$u_3^k > u_1^2 > u_1^1 > u_2^j$	$(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1{,}3) - \mu(3)]$
Blok 2 $u_1^2 > u_3^k > u_1^1$	
$u_2^j > u_1^2 > u_3^k > u_1^1$	$\left(u_3^k - u_1^1\right)[\mu(1{,}2{,}3) - \mu(2{,}3)] + \left(u_1^2 - u_3^k\right)[\mu(1{,}2) - \mu(2)]$
$u_1^2 > u_2^j > u_3^k > u_1^1$	$\left(u_3^k - u_1^1\right)[\mu(1{,}2{,}3) - \mu(2{,}3)] + \left(u_2^j - u_3^k\right)[\mu(1{,}2) - \mu(2)]$ $+ \left(u_1^2 - u_2^j\right)[\mu(1) - \mu(\emptyset)]$
$u_1^2 > u_3^k > u_2^j > u_1^1$	$\left(u_2^j - u_1^1\right)[\mu(1{,}2{,}3) - \mu(2{,}3)] + \left(u_3^k - u_2^j\right)[\mu(1{,}3) - \mu(3)]$ $+ \left(u_1^2 - u_3^k\right)[\mu(1) - \mu(\emptyset)]$
$u_1^2 > u_3^k > u_1^1 > u_2^j$	$\left(u_3^k - u_1^1\right)[\mu(1{,}3) - \mu(3)] + \left(u_1^2 - u_3^k\right)[\mu(1) - \mu(\emptyset)]$
Blok 3 $u_1^2 > u_1^1 > u_3^k$	
$u_2^j > u_1^2 > u_1^1 > u_3^k$	$(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1{,}2) - \mu(2)]$
$u_1^2 > u_2^j > u_1^1 > u_3^k$	$\left(u_2^j - u_1^1\right)[\mu(1{,}2) - \mu(2)] + \left(u_1^2 - u_2^j\right)[\mu(1) + \mu(\emptyset)]$
$u_1^2 > u_1^1 > u_2^2 > u_3^k$	$(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1) + \mu(\emptyset)]$
$u_1^2 > u_1^1 > u_3^k > u_2^1$	$(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1) - \mu(\emptyset)]$

Çizelge 4.2'nin 1. ve 3. blokları incelendiğinde Çizelge 4.1'de ölçüt 1 ve 2 temelinde tercih farklarındaki değişim için verilen koşulların geçerli olduğu görülür. 2. blok dikkate alındığında ilk iki sıranın farkı (ölçüt 2'nin seviyesi ölçüt 3'ün seviyesinden büyüktür) aşağıdaki gibidir:

$$\left(u_1^2 - u_2^{j_1}\right)[\mu(1,2) - \mu(2) - \mu(1) + \mu(\emptyset)] \quad (4.5)$$

Son iki sıranın farkı ise (ölçüt 3 ölçüt 2'den büyüktür) (4.6) ile gösterilmiştir:

$$\left(u_2^{j_2} - u_1^1\right)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3) - \mu(1,3) + \mu(3)] \quad (4.6)$$

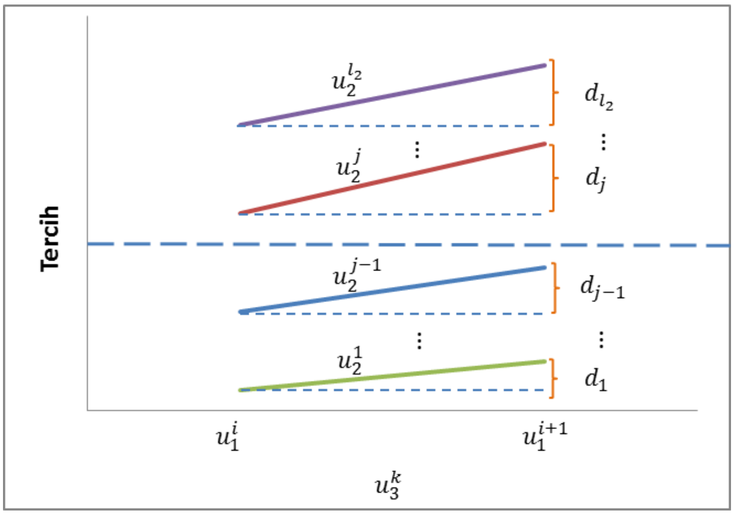
Bu iki fark birbirinden bağımsız olarak pozitif veya negatif olabilir.

İkinci ve üçüncü sıralar arasındaki fark aşağıda verilmiştir:

$$\left(u_3^k - u_2^{j_2}\right)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3) - \mu(1,3) + \mu(3)] + \left(u_2^{j_1} - u_3^k\right)[\mu(1,2) - \mu(2) - \mu(1) + \mu(\emptyset)] \quad (4.7)$$

Buna göre, (4.5) ve (4.6) ifadelerinin her ikisi de pozitifse (negatifse) (4.7) de pozitif (negatif) olur. (4.5) pozitif ve (4.7) negatifse (4.6)'nın da negatif olması gerekir. Benzer şekilde (4.5) negatif, (4.7) pozitifse (4.6) ifadesi de pozitif olmalıdır. $u_1^{i+1} > u_3^k > u_1^i$ durumunu daha iyi açıklayabilmek için Şekil 4.9 oluşturulmuştur.

Şekil 4.9 ölçüt 2'nin seviyelerine göre $u_2^j > u_3^k$ (blok 2'nin ilk iki satırı) ve $u_2^{j-1} < u_3^k$ (blok 2'nin son iki satırı) olacak şekilde ikiye ayrılmıştır. Tercih farklarındaki değişim için daha önce tanımlanan koşullar bu grafiğin iki parçasında ayrı ayrı geçerlidir.



Şekil 4.9. Çizelge 4.2’nin 2. bloğu için açıklayıcı grafik

Şekil 4.9’un iki bölümünü birleştiren koşullar da aşağıdaki gibidir ((4.7) ifadesi $d_j - d_{j-1}$’i gösterir):

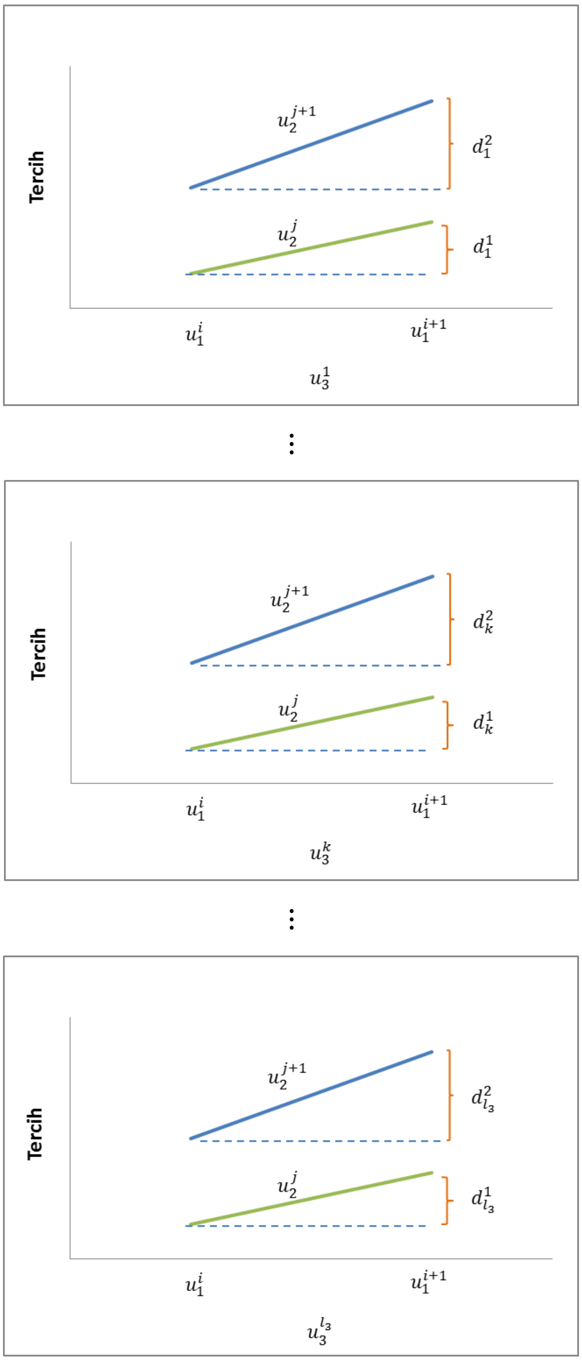
$-d_{l_2} > \cdots > d_j$ ve $d_{j-1} > \cdots > d_1$ ise $d_j > d_{j-1}$

$-d_{l_2} < \cdots < d_j$ ve $d_{j-1} < \cdots < d_1$ ise $d_j < d_{j-1}$

$-d_{l_2} > \cdots > d_j$ ve $d_j < d_{j-1}$ ise $d_{j-1} < \cdots < d_1$

$-d_{l_2} < \cdots < d_j$ ve $d_j > d_{j-1}$ ise $d_{j-1} > \cdots > d_1$

ii. Bu bölümde, Şekil 4.10’da gösterildiği gibi, ölçüt 1 ve 2’nin herhangi iki seviyesi için tercih farklarındaki değişim ölçüt 3’ün farklı seviyeleri, u_3^1, u_3^2,…, u_3^k,…, $u_3^{l_3}$, için incelenmiştir. $u_3^1 < \cdots < u_3^k < \cdots < u_3^{l_3}$ olarak alınmıştır.



Şekil 4.10. Ölçüt 3'ün farklı seviyelerinde ölçüt 1 ve 2 arasında tercih yönündeki değişim grafikleri

i ve j 1 olarak alınırsa ölçüt 1 ve 2'nin seviyeleri için aşağıdaki dört sıralamadan biri geçerli olacaktır:

$u_2^2 > u_1^2 > u_1^1$ $u_1^2 > u_1^1 > u_2^1$	$u_1^2 > u_2^2 > u_1^1$ $u_1^2 > u_1^1 > u_2^1$
$u_2^2 > u_1^2 > u_1^1$ $u_1^2 > u_2^1 > u_1^1$	$u_1^2 > u_2^2 > u_1^1$ $u_1^2 > u_2^1 > u_1^1$

Bu dört durumun her birinde u_3^k için olası beş sıralama vardır. Ortaya çıkan 20 durum için $d_k^2 - d_k^1$ farkı Çizelge 4.3'te dört blok halinde gösterilmiştir. İki ölçüt arasındaki etkileşimin üçüncü bir ölçütün farklı seviyelerinde değişiklik göstermesi halinde üçlü etkileşimden söz edilir. Bölüm 4.1.1.1'de iki ölçüt için tercih yönündeki değişimler iki alternatif arasındaki tercih farkı esas alınarak incelenmişti. Şekil 4.10'a bakılırsa örneğin $d_k^2 - d_k^1$ farkı sıfırdan farklı ise ölçüt 1 ve 2 arasında etkileşim olduğu söylenir. Bu fark ölçüt 3'ün farklı seviyelerinde farklılık gösteriyorsa üçlü etkileşim söz konusudur. Bu sebeple ölçüt 3'ün farklı seviyelerinde $d_k^2 - d_k^1$ farkları incelenmiştir.

Çizelge 4.3. Tercih farkları arasındaki farkların değişimi

Blok 1 $u_2^2 > u_1^2 > u_1^1$ $u_1^2 > u_1^1 > u_2^1$	
$u_2^2 > u_1^2 > u_1^1 > u_3^x$ $u_1^2 > u_1^1 > u_2^1 > u_3^x$	$(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1,2) - \mu(2) - \mu(1) + \mu(\emptyset)]$
$u_2^2 > u_1^2 > u_1^1 > u_3^x$ $u_1^2 > u_1^1 > u_3^x > u_2^1$	$(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1,2) - \mu(2) - \mu(1) + \mu(\emptyset)]$
$u_2^2 > u_1^2 > u_3^x > u_1^1$ $u_1^2 > u_3^x > u_1^1 > u_2^1$	$(u_1^2 - u_3^x)[\mu(1,2) - \mu(2) - \mu(1) + \mu(\emptyset)]$ $+ (u_3^x - u_1^1)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3) - \mu(1,3) + \mu(3)]$
$u_2^2 > u_3^x > u_1^2 > u_1^1$ $u_3^x > u_1^2 > u_1^1 > u_2^1$	$(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3) - \mu(1,3) + \mu(3)]$
$u_3^x > u_2^2 > u_1^2 > u_1^1$ $u_3^x > u_1^2 > u_1^1 > u_2^1$	$(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3) - \mu(1,3) + \mu(3)]$

Blok 2 $u_2^2 > u_1^2 > u_1^1$ $u_1^2 > u_2^1 > u_1^1$	
$u_2^2 > u_1^2 > u_1^1 > u_3^x$ $u_1^2 > u_2^1 > u_1^1 > u_3^x$	$(u_1^2 - u_2^1)[\mu(1,2) - \mu(2) - \mu(1) + \mu(\emptyset)]$
$u_2^2 > u_1^2 > u_3^x > u_1^1$ $u_1^2 > u_2^1 > u_3^x > u_1^1$	$(u_1^2 - u_2^1)[\mu(1,2) - \mu(2) - \mu(1) + \mu(\emptyset)]$
$u_2^2 > u_1^2 > u_3^x > u_1^1$ $u_1^2 > u_3^x > u_2^1 > u_1^1$	$(u_1^2 - u_3^x)[\mu(1,2) - \mu(2) - \mu(1) + \mu(\emptyset)]$ $+ (u_3^x - u_2^1)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3) - \mu(1,3) + \mu(3)]$
$u_2^2 > u_3^x > u_1^2 > u_1^1$ $u_3^x > u_1^2 > u_2^1 > u_1^1$	$(u_1^2 - u_2^1)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3) - \mu(1,3) + \mu(3)]$
$u_3^x > u_2^2 > u_1^2 > u_1^1$ $u_3^x > u_1^2 > u_2^1 > u_1^1$	$(u_1^2 - u_2^1)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3) - \mu(1,3) + \mu(3)]$
Blok 3 $u_1^2 > u_2^2 > u_1^1$ $u_1^2 > u_1^1 > u_2^1$	
$u_1^2 > u_2^2 > u_1^1 > u_3^x$ $u_1^2 > u_1^1 > u_2^1 > u_3^x$	$(u_2^2 - u_1^1)[\mu(1,2) - \mu(2) - \mu(1) + \mu(\emptyset)]$
$u_1^2 > u_2^2 > u_1^1 > u_3^x$ $u_1^2 > u_1^1 > u_3^x > u_2^1$	$(u_2^2 - u_1^1)[\mu(1,2) - \mu(2) - \mu(1) + \mu(\emptyset)]$
$u_1^2 > u_2^2 > u_3^x > u_1^1$ $u_1^2 > u_3^x > u_1^1 > u_2^1$	$(u_2^2 - u_3^x)[\mu(1,2) - \mu(2) - \mu(1) + \mu(\emptyset)]$ $+ (u_3^x - u_1^1)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3) - \mu(1,3) + \mu(3)]$
$u_1^2 > u_3^x > u_2^2 > u_1^1$ $u_1^2 > u_3^x > u_1^1 > u_2^1$	$(u_2^2 - u_1^1)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3) - \mu(1,3) + \mu(3)]$
$u_3^x > u_1^2 > u_2^2 > u_1^1$ $u_3^x > u_1^2 > u_1^1 > u_2^1$	$(u_2^2 - u_1^1)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3) - \mu(1,3) + \mu(3)]$

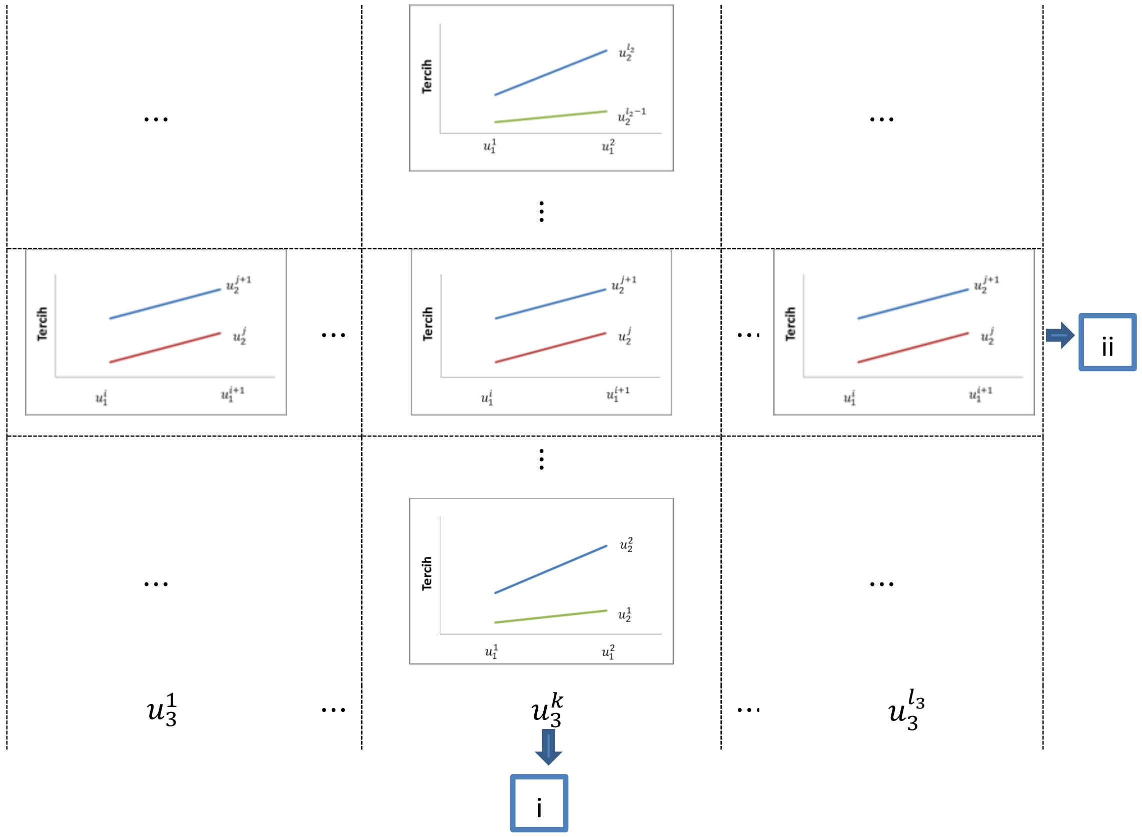
Blok 4 $u_1^2 > u_2^2 > u_1^1$ $u_1^2 > u_2^1 > u_1^1$	
$u_1^2 > u_2^2 > u_1^1 > u_3^x$ $u_1^2 > u_2^1 > u_1^1 > u_3^x$	$(u_2^2 - u_2^1)[\mu(1,2) - \mu(2) - \mu(1) + \mu(\emptyset)]$
$u_1^2 > u_2^2 > u_3^x > u_1^1$ $u_1^2 > u_2^1 > u_3^x > u_1^1$	$(u_2^2 - u_2^1)[\mu(1,2) - \mu(2) - \mu(1) + \mu(\emptyset)]$
$u_1^2 > u_2^2 > u_3^x > u_1^1$ $u_1^2 > u_3^x > u_2^1 > u_1^1$	$(u_2^2 - u_3^x)[\mu(1,2) - \mu(2) - \mu(1) + \mu(\emptyset)]$ $+ (u_3^x - u_2^1)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3) - \mu(1,3) + \mu(3)]$
$u_1^2 > u_3^x > u_2^2 > u_1^1$ $u_1^2 > u_3^x > u_2^1 > u_1^1$	$(u_2^2 - u_2^1)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3) - \mu(1,3) + \mu(3)]$
$u_3^x > u_1^2 > u_2^2 > u_1^1$ $u_3^x > u_1^2 > u_2^1 > u_1^1$	$(u_2^2 - u_2^1)[\mu(1,2,3) - \mu(2,3) - \mu(1,3) + \mu(3)]$

Blok 1'in ilk iki ve son iki satırı incelenirse birbirlerine eşit oldukları görülür. Ölçüt 3 u_3^k ile gösterilen herhangi bir seviyesinde olduğunda tüm alternatifler için ölçüt 1 ölçüt 2'den büyük veya küçük değer almışsa ikili etkileşimlerin gösterilemeyeceği bilinmektedir (Çizelge 4.1, Sonuç 2 ve 3). Dolayısıyla ölçüt 3'ün seviyesinin değişmesiyle üçlü etkileşimler de gösterilemez. Bu sonucun tüm ölçüt çiftleri için geçerli olduğu açıktır. Çünkü üçlü etkileşim örneğin ölçüt 2'nin farklı seviyelerinde ölçüt 1 ve 3 arasındaki etkileşimin değişimi olarak tanımlanabilir. İlk iki satırda tüm alternatifler için ölçüt 3'ün değeri ölçüt 1'den küçüktür. Bu sebeple ölçüt 1 ve 3 arasındaki etkileşim ve dolayısıyla üçlü etkileşimler gösterilemez. Benzer bir durum son iki satır için de geçerlidir; bu sefer ölçüt 3 tüm alternatiflerde ölçüt 1'den büyük değer almıştır.

Blok 2'nin ilk iki satırında da tüm alternatifler için ölçüt 3'ün değeri ölçüt 2'nin değerinden küçüktür. Benzer durumların tüm blokların ilk ve son iki satırları için geçerli olduğu görülmektedir. Bu satırlar birleştirilerek her blok üç satır gibi değerlendirildiğinde Bölüm 4.1.1.1'de açıklanan durumun bu sefer tercih farkları için söz konusu olduğu görülür. Diğer bir ifadeyle Şekil 4.10'da gösterilen tercih farkları için aşağıdaki sıralamalardan birinin geçerli olması gerekir:

- $d_1^2 - d_1^1 > \cdots > d_k^2 - d_k^1 > \cdots > d_{l_3}^2 - d_{l_3}^1$
- $d_1^2 - d_1^1 < \cdots < d_k^2 - d_k^1 < \cdots < d_{l_3}^2 - d_{l_3}^1$
- $d_1^2 - d_1^1 = \cdots = d_k^2 - d_k^1 = \cdots = d_{l_3}^2 - d_{l_3}^1$

Şekil 4.11, Bölüm 4.1.1.2'in alt bölümlerin her birinin (i ve ii) ele aldığı problem yapısını göstermekte ve Çizelge 4.4 tek kutuplu kapasite ile tercih farklarındaki değişim açısından üçlü etkileşimlerin modellenmesi için gerekli şartları özetlemektedir.



Şekil 4.11 Bölüm 4.1.1.2 için açıklayıcı grafik

Çizelge 4.4. Tek kutuplu kapasite ile tercih farklarındaki değişim açısından üçlü etkileşimlerin modellenmesi için gerekli şartlar

Tercih farkları grafiği (bkz. Şekil 4.11)	**Tek kutuplu kapasite ile tercih farklarındaki değişim açısından üçlü etkileşimlerin modellenmesi için gerekli şartlar**
i (Sonuç 4)	$-d_{l_2} > \cdots > d_j$ ve $d_{j-1} > \cdots > d_1$ ise $d_j > d_{j-1}$ $-d_{l_2} < \cdots < d_j$ ve $d_{j-1} < \cdots < d_1$ ise $d_j < d_{j-1}$ $-d_{l_2} > \cdots > d_j$ ve $d_j < d_{j-1}$ ise $d_{j-1} < \cdots < d_1$ $-d_{l_2} < \cdots < d_j$ ve $d_j > d_{j-1}$ ise $d_{j-1} > \cdots > d_1$
ii (Sonuç 5)	$-d_1^2 - d_1^1 > \cdots > d_k^2 - d_k^1 > \cdots > d_{l_3}^2 - d_{l_3}^1$ $-d_1^2 - d_1^1 < \cdots < d_k^2 - d_k^1 < \cdots < d_{l_3}^2 - d_{l_3}^1$ $-d_1^2 - d_1^1 = \cdots = d_k^2 - d_k^1 = \cdots = d_{l_3}^2 - d_{l_3}^1$

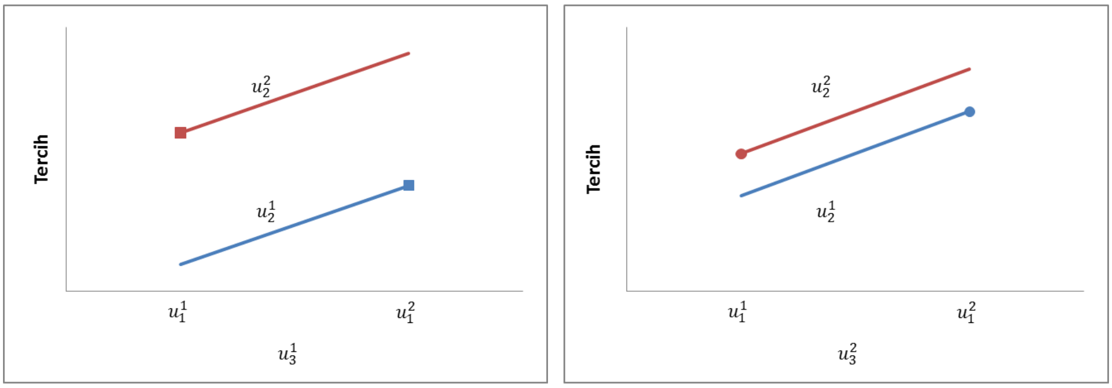
4.1.2. Tercih yönünde değişim

Artanlık aksiyomunun[1] (*increasingness axiom*) ihlal edilmemesi gerekir. Bu sebeple iki ölçüt için tercih yönündeki değişim tek kutuplu kapasite ile gösterilemez. Bu bölümde Choquet integral literatüründe en çok çalışılan etkileşim türü olan ölçütlerin şartlı göreceli önemleri (*conditional relative importance of criteria*) (Labreuche and Grabisch, 2007; Grabisch and Labreuche, 2008) ele alınmıştır. Bu etkileşim tipinde ölçüt 1'in seviyesi ölçüt 2 ve 3'ün göreceli önemlerini belirler. Örneğin, aşağıdaki şekillerde ölçüt 1 ve 2 arasında etkileşim olmamasına rağmen ölçüt 2'nin tercih üzerindeki etkisi ölçüt 3'ün farklı seviyelerinde aynı değildir. Aynı durum ölçüt 1 için de geçerlidir. u_1^2 ve u_2^2 sırasıyla 1. ve 2. ölçütler için hedef değerleri, $u_1^1 = u_2^1$ 1. ve 2. ölçütler için hedeften farklı değerleri göstersin. Ölçüt 3 1. seviyesinde olduğunda 2. ölçütün hedefte olması daha önemli görülmüşken (ilk noktada 2. ölçüt hedefte, 1. ölçüt hedeften sapmışken ikinci noktada 1. ölçüt hedefte, 2. ölçüt hedeften sapmıştır. İlk nokta ikincisine tercih edilmektedir) ölçüt 3'ün 2. seviyesi için 1. ölçütün hedefte olması daha önemli bulunmuştur:

---

[1] x ve y N ölçüt kümesi altında değerlendirilen iki alternatif olsun ve x_i ve y_i alternatiflerin i ölçütü için aldıkları değerleri göstersin. Artanlık aksiyomuna göre $x_i \leq y_i \ \forall i \in N$ ise $C_\mu(x) \leq C_\mu(y)$ olur.

$$(u_1^1, u_2^2, u_3^1) \succ (u_1^2, u_2^1, u_3^1),$$
$$(u_1^1, u_2^2, u_3^2) \prec (u_1^2, u_2^1, u_3^2).$$



Şekil 4.12. Ölçütlerin şartlı göreceli önemleri örneği için tercih grafikleri

Tek kutuplu kapasite kullanıldığında ölçüt ağırlıklarını ölçüt değerlerinin birbirine göre sırası belirlediğinden etkileşim tipini tanımlayan kuralın bu sıraya bağlı olması gerekir. Grabisch and Labreuche (2005) tek kutuplu kapasite ile Choquet integralin aşağıdaki tipte kuralları modelleyebileceğini belirtmiştir:

- Ölçüt 3 ölçütler içinde en iyi (en tatmin edici) değeri almışsa ölçüt 2 ölçüt 1'den daha önemlidir.
- Ölçüt 3 ölçütler içinde en kötü değeri almışsa ölçüt 1 ölçüt 2'den daha önemlidir.

Tercih kuralları ölçüt 3'ün belli bir değerden büyük veya küçük olmasına göre tanımlandığında bu değer ölçüt 1 ve 2'nin değerlerinden büyük, küçük veya iki ölçüt değerinin arasında olabilir. Ölçüt 1 ve 2'nin değerlerinin eşit olduğunu varsayarak ($u_1^1 = u_2^1$ ve $u_1^2 = u_2^2$) tercih farkları aşağıdaki şekilde incelenebilir:

$\left(u_1^1, u_2^2, u_3^k\right)$ ve $\left(u_1^2, u_2^1, u_3^k\right)$ alternatifleri arasındaki tercih farkı aşağıdaki ifadeye eşittir:

$$u_3^k[\mu(3 \cup C_3(1)) - \mu(C_3(1)) - (3 \cup C_3(2)) + \mu(C_3(2))]$$
$$+ u_1^2[(1 \cup C_1(1)) - \mu(C_1(1))] - u_1^1[(1 \cup C_1(2)) - \mu(C_1(2))]$$
$$+ u_2^1[(2 \cup C_2(1)) - \mu(C_2(1))] - u_2^2[(2 \cup C_2(2)) - \mu(C_2(2))]$$

Bu fark;

- Ölçüt 3 her iki alternatifte de en iyi değer almış ölçüt ise: $(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1) - \mu(2)]$,
- Ölçüt 3'ün değeri ölçüt 1 ve 2'nin değerlerinin arasındaysa: $(u_3^k - u_1^1)[\mu(1,3) - \mu(2,3)] + (u_1^2 - u_3^k)[\mu(1) - \mu(2)]$,
- Ölçüt 3 her iki alternatifte de ölçütler arasında en kötü değeri almış olan ise: $(u_1^2 - u_1^1)[\mu(1,3) - \mu(2,3)]$ olur.

Ölçüt 3 ilk alternatif çiftinde ölçütler arasında en kötü değeri almış ölçüt, ikinci alternatif çiftinde ise en iyi değer almış ölçüt ise $[\mu(1) - \mu(2)] > 0$ ve $[\mu(1,3) - \mu(2,3)] < 0$ eşitsizliklerinin sağlanması gerekir. Bu iki eşitsizlik arasında çelişki bulunmamaktadır.

Diğer taraftan ölçüt 3 her iki alternatif çiftinde de en iyi veya en kötü değeri almışsa tercih farkları birbirine eşit olur. Dolayısıyla tercihteki yön değişimi veya tercih farklarında değişim gösterilemez. Ölçüt 3'ün değeri her iki alternatif çiftinde de ölçüt 1 ve 2'nin değerleri arasında ise tercih farkı ölçüt değerleri arasındaki farka bağlı olarak pozitif veya negatif olacaktır. Görüldüğü gibi tek kutuplu kapasite ile tercihlerin şartlı göreceli önemleri tipinde bir etkileşimi modelleyebilmek için şartın ilgili ölçütün ölçütler arasında en büyük veya en küçük olmasına göre tanımlanması gerekir.

4.1.3. Tercihsel bağımsızlık, fark bağımsızlığı ve zayıf fark bağımsızlığı

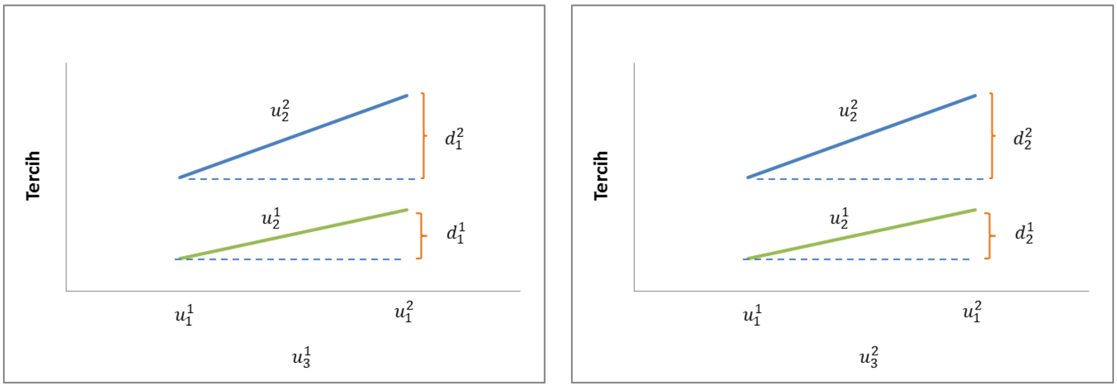
Tercih yönündeki değişim tercihsel bağımsızlık şartının ihlali, tercih farklarındaki değişim ise fark ve zayıf fark bağımsızlarının ihlali ile ilgilidir. Fakat bir ölçüt diğer ölçütün belli bir seviyesinde tercih üzerinde etkisizken farklı bir seviyesinde etkiliyse bu durum tercihsel bağımsızlık şartını ihlal eder. Dolayısıyla, belli koşullar altında tek kutuplu kapasite ile Choquet integral bu bağımsızlık varsayımlarının geçerli olmadığı durumlarda tercihlerin modellenmesi için kullanılabilir. Bunun için gerekli şartlar önceki bölümlerde açıklanmıştır.

Ölçütlerin şartlı göreceli önemleri, veto ve kayırma etkileri, yerine geçebilirlik ve tamamlayıcılık özellikleri tercih yönünde ve tercih farklarında değişimlere yol açar.

Zayıf fark bağımsızlığının ihlal edildiği bir durumun tek kutuplu kapasite ile Choquet integral kullanılarak modellenmesi aşağıdaki örnekle açıklanmıştır:

$$u(u_1^2, u_2^2, u_3^1) - u(u_1^1, u_2^2, u_3^1) > u(u_1^2, u_2^1, u_3^1) - u(u_1^1, u_2^1, u_3^1)$$
$$u(u_1^2, u_2^2, u_3^2) - u(u_1^1, u_2^2, u_3^2) < u(u_1^2, u_2^1, u_3^2) - u(u_1^1, u_2^1, u_3^2)$$

Bu tercih yapısı zayıf fark bağımsızlığını ihlal eder. Bölüm 2.1.3'te verilen tanıma göre: $I = \{1,2\}$, $\bar{I} = \{3\}$.

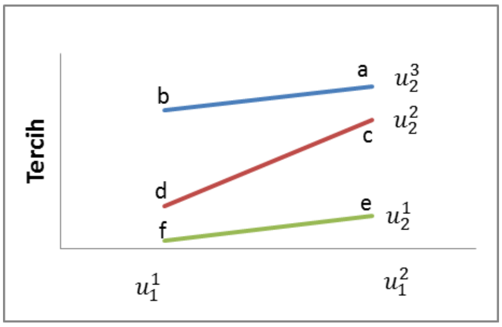


Şekil 4.13. Zayıf fark bağımsızlığı varsayımının ihlal edildiği örnek için tercih grafikleri

Buna göre, söz konusu tercih yapısı Şekil 4.13'te $d_2^2 < d_2^1$ iken $d_1^2 > d_1^1$ olmasını gerektir. Bölüm 1.1.2-ii'den tek kutuplu kapasite ile Choquet integralin bu durumu modelleyebileceği görülebilir ($d_2^2 - d_2^1 < d_1^1 - d_1^2$).

4.2. Etkileşim Durumunda Tercihlerin k Referans Seviyeli (k'lı) Kapasite ile Modellenmesi için Gerekli Koşullar

Örnek 1. İki ölçütten oluşan bir karar probleminde karar verici tercih yapısının Şekil 4.14 ile gösterilebileceğini belirtmiştir:



Şekil 4.14. Örnek 1 için tercih yapısı

Bu tip bir tercih yapısı Çizelge 4.1'de verilen Sonuç 3'ün ihlal edilmesi sebebiyle tek kutuplu kapasite ile modellenemez. Bu tercih yapısı şartlı karar davranışının bir örneğidir: bir ölçütün önemi bir başka ölçütün farklı seviyelerinde farklılık göstermektedir. Söz konusu tercih şeması ölçüt 1'in tercih üzerindeki etkisini ölçüt 2'nin her biri farklı bölgelerde olan üç seviyesi için gösteriyor olsun.

Çizelge 4.5. Örnek 1 için alternatiflerin ölçütler altındaki değerlendirmeleri

Alternatif	Ölçüt 1 (1)	Ölçüt 2 (2)
a	0,9	0,95
b	0,7	0,95
c	0,9	0,6
d	0,7	0,6
e	0,9	0,25
f	0,7	0,25

Alternatiflerin ölçütler altındaki değerlendirmeleri Çizelge 4.5'te verilen bu tercih yapısının referans seviyeleri 0; 0,33; 0,66 ve 1 olan 4 referans seviyeli kapasite kullanılarak Choquet integral ile gösterilip gösterilemeyeceği araştırılsın. Söz konusu tercih yapısının modellenmesi aşağıdaki koşulun sağlanmasına bağlıdır[1]:

$$\mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\}) - \mu(\emptyset,\{1\},\{2\}) = \mu(\{2\},\emptyset,\{1\}) - \mu(\{2\},\{1\},\emptyset)$$
$$< \mu(\emptyset,\{2\},\{1\}) - \mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$$

Bu koşulların aynı anda sağlanması için bir engel bulunmamaktadır. Kapasiteler için aşağıda verilen değerler hem üstteki koşulları hem de monotonluk koşullarını karşılar.

$$\mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\}) = 1$$
$$\mu(\emptyset,\{1\},\{2\}) = 0{,}8$$
$$\mu(\{2\},\emptyset,\{1\}) = 0{,}7$$
$$\mu(\{2\},\{1\},\emptyset) = 0{,}5$$
$$\mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset) = 0{,}66$$
$$\mu(\emptyset,\{2\},\{1\}) = 0{,}95$$

Bu bölümde x_j, $\boldsymbol{x}$ alternatifinin j ölçütü altında ortak ölçeğe göre aldığı ($[-1{,}1]$ aralığındaki) değeri, u_j ise bu değerin Bölüm 2.3.3'te (2.55) ile gösterilen formül kullanılarak $[0{,}1]$ aralığına dönüştürülmüş halini gösterir.

Örnek 2. Şekil 4.15'te gösterilen iki grafik karar vericinin iki ölçüt için tercihlerini temsil etmekte, ölçüt 1'in farklı seviyelerinde ölçüt 2'nin tercih üzerindeki etkisini göstermektedir. Ölçüt 2'nin seviyeleri ilk grafikte A_1 bölgesindeyken ikinci grafikte A_2 bölgesindedir.

---

[1] $C_\mu(a) = 0{,}706[\mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\}) - \mu(\emptyset,\{1\},\{2\})] + 0{,}853[\mu(\emptyset,\{1\},\{2\}) - \mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset)] + \mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$

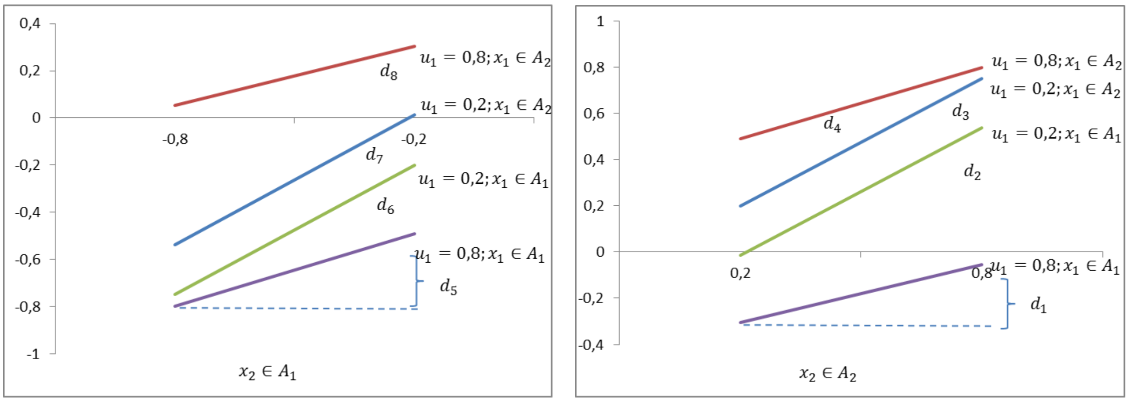
$C_\mu(b) = 0{,}118[\mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\}) - \mu(\emptyset,\{1\},\{2\})] + 0{,}853[\mu(\emptyset,\{1\},\{2\}) - \mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset)] + \mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$

$C_\mu(a) - C_\mu(b) = 0{,}588[\mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\}) - \mu(\emptyset,\{1\},\{2\})]$

$C_\mu(c) - C_\mu(d) = 0{,}588[\mu(\emptyset,\{2\},\{1\}) - \mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset)]$

$C_\mu(e) - C_\mu(f) = 0{,}588[\mu(\{2\},\emptyset,\{1\}) - \mu(\{2\},\{1\},\emptyset)]$

Ölçüt 1 A_1 bölgesindeyken bu ölçütün daha tatmin edici seviyeleri için ölçüt 2'nin tercih üzerindeki etkisinin daha güçlü olduğu, ölçüt 1'in A_2 bölgesinde olması durumunda ise ölçüt 2'nin ölçüt 1'in daha tatmin edici seviyelerindeki etkisinin daha az olduğu görülmektedir. Şartlı tercih davranışının bir örneği olan bu tercih yapısı k'lı kapasite ile gösterilebilmektedir. Referans seviyeleri 1, 0 ve -1 olan, Şekil 4.16'da verilen koşulları sağlayan 3 referans seviyeli kapasite değerleri MATLAB kodu yazılarak bulunmuş ve Ek 2'de sunulmuştur.



Şekil 4.15. Örnek 2 için tercih yapısı

Monotonluk koşulları
Sınır koşullarını oluşturan aşağıdaki eşitlikler: $\mu(\{1,2\},\emptyset) = -1$ $\mu(\emptyset,\emptyset) = 0$ $\mu(\emptyset,\{1,2\}) = 1$
Tercih yapısını yansıtan aşağıdaki kısıtlar: – $d_1 < d_2$ – $d_5 < d_6$ – $d_3 > d_4$ – $d_7 > d_8$

Şekil 4.16. Örnek 2'de kapasite değerlerinin sağlaması gereken koşullar

4.2.1. Tercih farkındaki değişim

Yukarıdaki örnekler tercih farklarında değişimlerin görüldüğü tercih durumlarının k'lı kapasite ile Choquet integral kullanılarak modellenebileceğini göstermektedir. Şekil 4.15'ten görülebileceği gibi tek kutuplu kapasiteden farklı olarak tercih farklarının monotonik olarak değişmediği durumlar da modellenebilmektedir.

k'lı kapasite μ için Δ_j işlemi aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\Delta_j^{A_n^+}\mu(A_q^-,\dots,A_1^-,A_1^+,\dots,A_p^+)$$
$$=\mu(A_q^-,\dots,A_1^-,A_1^+,\dots,A_n^+\cup\{j\},\dots,A_p^+)$$
$$-\mu(A_q^-,\dots,A_1^-,A_1^+,\dots,A_{n-1}^+\cup\{j\},A_n^+,\dots,A_p^+),$$

$$\Delta_j^{A_1^+}\mu(A_q^-,\dots,A_1^-,A_1^+,\dots,A_p^+)$$
$$=\mu(A_q^-,\dots,A_1^-,A_1^+\cup\{j\},\dots,A_p^+)-\mu(A_q^-,\dots,A_1^-,A_1^+,\dots,A_p^+),$$

$$\Delta_j^{A_n^-}\mu(A_q^-,\dots,A_1^-,A_1^+,\dots,A_p^+)$$
$$=\mu(A_q^-,\dots,A_n^-\cup\{j\},\dots,A_1^-,A_1^+,\dots,A_p^+)$$
$$-\mu(A_q^-,\dots,A_n^-,A_{n-1}^-\cup\{j\},\dots,A_1^-,A_1^+,\dots,A_p^+),$$

$$\Delta_j^{A_1^-}\mu(A_q^-,\dots,A_1^-,A_1^+,\dots,A_p^+)=$$
$$\mu(A_q^-,\dots,A_1^-\cup\{j\},A_1^+,\dots,A_p^+)-\mu(A_q^-,\dots,A_1^-,A_1^+,\dots,A_p^+).$$

Bu ifadelerde;

$A_q^- =\{i|i\neq j,i\in A_q^-,u_i\geq u_j\}$,

$A_{q-1}^- =\{i|i\neq j,i\in A_{q-1}^-,u_i\geq u_j\}\cup\{i|i\in A_q^-,u_i<u_j\}$,

$\vdots$

$A_1^- =\{i|i\neq j,i\in A_1^-,u_i\geq u_j\}\cup\{i|i\in A_2^-,u_i<u_j\}$,

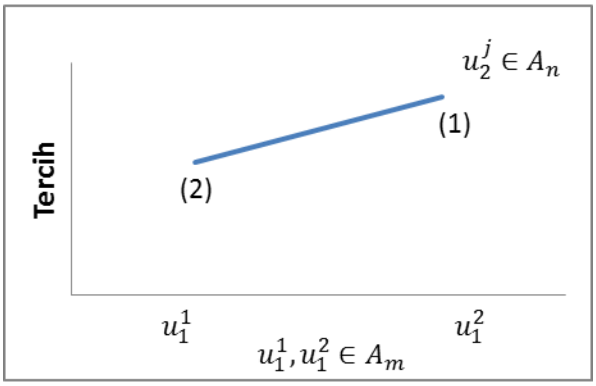
$A_1^+ =\{i|i\neq j,i\in A_1^+,u_i\geq u_j\}\cup\{i|i\in A_2^+,u_i<u_j\}$,

$\vdots$

$A_{p-1}^+ =\{i|i\neq j,i\in A_{p-1}^+,u_i\geq u_j\}\cup\{i|\, i\in A_p^+,u_i<u_j\}$,

$A_p^+ =\{i|i\neq j,i\in A_p^+,u_i\geq u_j\}$ olarak tanımlanmıştır.

$T \in \{A_q^-, \dots, A_1^-, A_1^+, \dots, A_p^+\}$ olmak üzere eğer $j \in T,\ i \in A_n$ ve $u_i \geq u_j$ ise işlem $\Delta_j^{T,[A_n,+]}$ ile gösterilecektir. $\Delta_j^{T,[A_n,-]}$ gösterimi, işlemin $j \in T,\ i \in A_n$ ve $u_i < u_j$ alınarak gerçekleştirileceğini ifade eder.



Şekil 4.17. Bölüm 4.2.1 için tercih farkları grafiği

Şekil 4.17'de gösterilen iki alternatif arasındaki tercih farkı, $(1) - (2)$:

$$d_{A_n,j} = \begin{cases} u_1^2 > u_1^1 \geq u_2^j \ ise\ (u_1^2 - u_1^1)\Delta_1^{A_m,[A_n,-]} \\ u_1^2 > u_2^j > u_1^1 \ ise\ \left(u_1^2 - u_2^j\right)\Delta_1^{A_m,[A_n,-]} + \left(u_2^j - u_1^1\right)\Delta_1^{A_m,[A_n,+]} \\ u_2^j \geq u_1^2 > u_1^1 \ ise\ (u_1^2 - u_1^1)\Delta_1^{A_m,[A_n,+]} \end{cases} \tag{4.8}$$

Önceki tanımlardan $n = 1, 2, \dots, k-2$ için $\Delta_1^{A_m,[A_n,+]} = \Delta_1^{A_m,[A_{n+1},-]}$ ve $\Delta_1^{A_m,[A_1^-,-]} = \Delta_1^{A_m,[A_1^+,-]}$ olduğu görülebilir. Dolayısıyla (1) ve (2) alternatifleri arasındaki tercih farkları bazı u_2 değerleri için birbirine eşit olacaktır. Örneğin, $u_2^j \in A_n$, $u_2^{j+1} \in A_{n+1}$, $u_2^j \geq u_1^2 > u_1^1$ ve $u_1^2 > u_1^1 \geq u_2^{j+1}$ için $d_{A_n,j} = d_{A_{n+1},j+1}$ eşitliği sağlanır.

Aşağıdaki tabloda ilk sütun ölçüt 2'nin aldığı değerin ait olduğu bölgeyi, ikinci sütun ise $u_2 \leq u_1$ olduğunda ölçüt 2'nin Δ_1 işleminde yer alacağı bölgeyi gösterir.

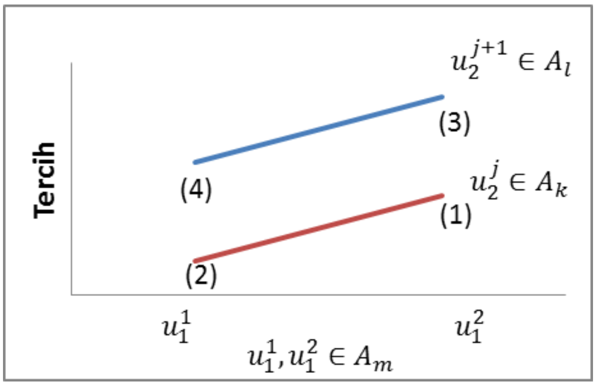
Ölçüt 2'nin Δ_1 işleminde ikinci sütunda gösterilen bölgede olacağı diğer durumlar da son sütunda verilmiştir.

Çizelge 4.6. Δ_1 işleminde yer alan terimlerin değişmediği durumlar

Ölçüt 2'nin değerinin ait olduğu bölge	**Ölçüt 2'nin Δ_1 işleminde $u_2 \leq u_1$ için yer alacağı bölge**	**2. sütunla aynı sonucu veren diğer durumlar**
A_n^+	A_{n-1}^+	$A_{n-1}^+, u_2 \geq u_1$
A_{n+1}^+	A_n^+	$A_n^+, u_2 \geq u_1$
A_1^+	-	$A_1^-, u_2 \leq u_1$
A_1^-	-	$A_1^+, u_2 \leq u_1$
A_n^-	A_{n-1}^-	$A_{n-1}^-, u_2 \geq u_1$
A_{n+1}^-	A_n^-	$A_n^-,\ u_2 \geq u_1$

(4.8) eşitliğinden görülebileceği gibi tercih farklarının hesaplandığı durumlar için ölçütlerden herhangi birinin değerinin ait olduğu bölge değişmediği sürece tek kutuplu kapasite için gerekli şartlar geçerlidir. Çizelge 4.6'dan da aşağıdaki durumların her birinde ilgili iki çizginin paralel olduğu sonucu çıkarılır.

- $u_2^j \in A_n^+,\ u_2^j \geq u_1^2 > u_1^1$
  $u_2^{j+1} \in A_{n+1}^+,\ u_2^{j+1} \leq u_1^1 < u_1^2$
- $u_2^j \in A_1^-,\ u_2^j \leq u_1^1 < u_1^2$
  $u_2^{j+1} \in A_1^+,\ u_2^{j+1} \leq u_1^1 < u_1^2$
- $u_2^j \in A_{n+1}^-,\ u_2^j \leq u_1^1 < u_1^2$
  $u_2^{j+1} \in A_n^-, u_2^{j+1} \geq u_1^2 > u_1^1$



Şekil 4.18. Bölüm 4.2.1 için tercih farklarındaki değişim grafiği

Bu koşulların daha iyi açıklanabilmesi için Şekil 4.18 çizilmiştir. Bu grafikte gösterilen alternatifler için aşağıdaki durumlar geçerliyse iki çizgi paraleldir, bir diğer ifadeyle (3) ve (4) alternatifleri ile (1) ve (2) alternatifleri arasındaki tercih farkları birbirine eşittir:

- A_n pozitif bir bölgeyi göstermek üzere $A_k = A_n^+$, $A_l = A_{n+1}^+$ ve $u_2^j \geq u_1^2 > u_1^1$, $u_2^{j+1} \leq u_1^1 < u_1^2$
- A_n negatif bir bölgeyi göstermek üzere $A_k = A_{n+1}^-$, $A_l = A_n^-$ ve $u_2^j \leq u_1^1 < u_1^2$, $u_2^{j+1} \geq u_1^2 > u_1^1$
- $A_k = A_1^-$, $A_l = A_1^+$ ve $u_2^j \leq u_1^1 < u_1^2$, $u_2^{j+1} \leq u_1^1 < u_1^2$

Detaylı açıklamalar yukarıda verilmiş olmakla birlikte söz konusu koşulların etkisi Örnek 3 ile de açıklanmıştır.

Örnek 3: Karar probleminde iki ölçüt olduğu ve tercih yapısının referans seviyeleri 1, 0 ve -1 olan 3 referans seviyeli kapasite ile gösterilmeye çalışıldığı düşünülsün. Ölçüt 2'nin ölçüt 1 negatifken karar verici tercihleri üzerinde etkisi yokken ölçüt 1'in pozitif değerleri için etkisi olmaktadır. İkinci ölçütün ağırlığı bu ölçüt pozitifken ve $u_1 \leq u_2$ iken aşağıdaki şekilde yazılır:

$x_1 \geq 0$ ise $[\mu(\emptyset, \{2\}) - \mu(\emptyset, \emptyset)]$

$x_1 < 0$ ise $[\mu(\emptyset,\{2\}) - \mu(\emptyset,\emptyset)]$

Görüldüğü gibi $u_1 \leq u_2$ durumunda ölçüt 2'nin önemi ölçüt 1'in pozitif veya negatif olmasından etkilenmemektedir. Dolayısıyla aşağıdaki tercih yapısı modellenemez[1]:

$$(0,4;\ 0,6) \prec (0,4;\ 0,8)$$
$$(-0,4;\ 0,6) \sim (-0,4;\ 0,8)$$

Örnek 3'te verilen şartlı karar davranışını gösterebilmek için tercih yapısını gösteren ifade aşağıdaki şekilde değiştirilmelidir:

Ölçüt 1'in negatif değerleri için ölçüt 2'nin tercih üzerinde etkisi yoktur. Ölçüt 1 pozitif ise ve eğer ölçüt 1'in mutlak değeri ölçüt 2'ninkinden büyükse ölçüt 2'nin tercih üzerinde etkisi vardır.

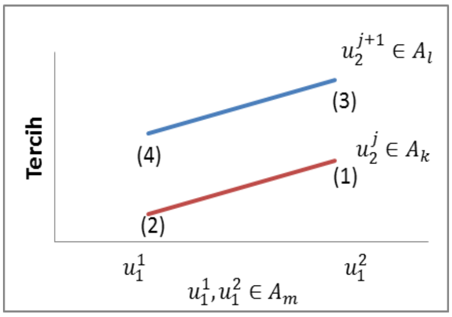
veya,

Ölçüt 1 negatifse ve mutlak değeri ölçüt 2'nin mutlak değerinden büyükse ölçüt 2'nin tercih üzerinde etkisi yoktur. Diğer taraftan ölçüt 1'in pozitif değerleri için ölçüt 2 tercih üzerinde etkilidir.

İki ölçüt için tercih farklarındaki değişimin k'lı kapasite ile modellenmesi için gerekli şartlar Çizelge 4.7'de özetlenmiştir.

[1] $0,4[\mu(\emptyset,\{1,2\}) - \mu(\emptyset,\{2\})] + 0,6[\mu(\emptyset,\{2\}) - \mu(\emptyset,\emptyset)] - 0,4[\mu(\emptyset,\{1,2\}) - \mu(\emptyset,\{2\})] - 0,8[\mu(\emptyset,\{2\}) - \mu(\emptyset,\emptyset)] = -0,2[\mu(\emptyset,\{2\}) - \mu(\emptyset,\emptyset)] < 0$
$0,4[\mu(\{1\},\{2\}) - \mu(\emptyset,\{2\})] + 0,6[\mu(\emptyset,\{2\}) - \mu(\emptyset,\emptyset)] - 0,4[\mu(\{1\},\{2\}) - \mu(\emptyset,\{2\})] - 0,8[\mu(\emptyset,\{2\}) - \mu(\emptyset,\emptyset)] = -0,2[\mu(\emptyset,\{2\}) - \mu(\emptyset,\emptyset)] = 0$

Çizelge 4.7. İki ölçüt için tercih farklarındaki değişimin k'lı kapasite ile modellenmesi için gerekli şartlar

<table>
<tr><th>Tercih farkları grafiği</th><th>İki ölçüt için tercih farklarındaki değişimin modellenmesi için gerekli şartlar</th></tr>
<tr><td rowspan="2">
</td><td>Sonuç 6. $A_l = A_k$ ise tek kutuplu kapasite için gerekli şartlar geçerlidir.</td></tr>
<tr><td>Sonuç 7. $A_l \neq A_k$ ise:
Aşağıdaki durumlar için (3) ve (4) alternatifleri ile (1) ve (2) alternatifleri arasındaki tercih farkları birbirine eşittir:
– A_n pozitif bir bölgeyi göstermek üzere $A_k = A_n^+$, $A_l = A_{n+1}^+$ ve $u_2^j \geq u_1^2 > u_1^1$, $u_2^{j+1} \leq u_1^1 < u_1^2$
– A_n negatif bir bölgeyi göstermek üzere $A_k = A_{n+1}^-$, $A_l = A_n^-$ ve $u_2^j \leq u_1^1 < u_1^2$, $u_2^{j+1} \geq u_1^2 > u_1^1$
– $A_k = A_1^-$, $A_l = A_1^+$ ve $u_2^j \leq u_1^1 < u_1^2$, $u_2^{j+1} \leq u_1^1 < u_1^2$</td></tr>
</table>

4.2.2. Yapay bölge

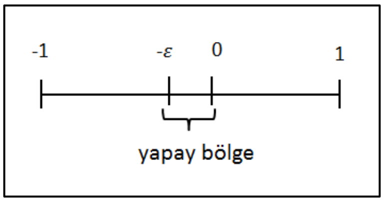
Örnek 3'ten de görüldüğü gibi k'lı kapasite etkileşim durumlarının modellenmesinde bir miktar esneklik sağlasa da tüm tercih farkında değişim durumları k'lı kapasite kullanılarak modellenememektedir. Bu kısıtlamaları giderebilmek için mevcut bölgeler arasında bir ölçüde izolasyon sağlayacak yapay bölgeler eklenmesi düşünülmüştür.

Örnek 3 tekrar ele alınsın. Ölçüt 2'nin ağırlığı bu ölçütün pozitif değerleri için $u_1 \leq u_2$ eşitsizliğinin sağlandığı durumlarda aşağıdaki şekilde yazılır:

$$x_1 \geq 0 \text{ ise}[\mu(\emptyset, \{2\}) - \mu(\emptyset, \emptyset)],$$

$$x_1 < 0 \text{ ise}[\mu(\emptyset, \{2\}) - \mu(\emptyset, \emptyset)].$$

Görüldüğü gibi $u_1 \leq u_2$ olduğunda ölçüt 2'nin önemi ölçüt 1'in değerinin ait olduğu bölgeden etkilenmemektedir (pozitif ve negatif olmak üzere iki bölge bulunmaktadır). Söz konusu iki bölge arasına bir yapay bölge eklenirse ε ihmal edilebilir derecede küçük bir sayı olmak üzere dört referans seviyesi olacaktır: -1, -ε ,0, ve 1. Bu durum Şekil 4.19 ile de gösterilmiştir.



Şekil 4.19 Örnek 3 için yapay bölge eklenmesi

Ölçüt 2'nin ağırlığı bu ölçütün pozitif değerleri için $u_1 \leq u_2$ eşitsizliğinin sağlandığı durumlarda 4 referans seviyeli kapasite kullanılarak aşağıdaki şekilde yazılır:

$x_1 \geq 0$ ise $[\mu(\emptyset,\emptyset,\{2\}) - \mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset)]$,

$x_1 < 0$ ise $[\mu(\emptyset,\{1\},\{2\}) - \mu(\emptyset,\{1\},\emptyset)]$.

Yeni durumda ölçüt 2'nin ağırlığı $x_1 \geq 0$ ve $x_1 < 0$ için farklıdır.

Yapay bölgeyi oluşturan iki referans seviyesi -ε ve 0'dır. Dolayısıyla:

$\mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset) = 0$ ve

$\mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset) = -\varepsilon$.

Monotonluk koşulları aşağıdaki eşitsizliklerin sağlanmasını gerektirir:

$$\mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset) \leq \mu(\emptyset,\{1\},\emptyset) \leq \mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset)$$

$$\mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset) \leq \mu(\emptyset,\{2\},\emptyset) \leq \mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset)$$

Karar vericinin tercih yapısını temsil edebilmek için Δ_2^T işlemi (ölçüt 2'nin ağırlığı) aşağıda verilen koşulları sağlamalıdır:

$$1 \in A_1$$

$$\Delta_2^{A_2,[A_1,+]} = \mu(\{1\},\emptyset,\{2\}) - \mu(\{1\},\emptyset,\emptyset) = 0$$

$$\Delta_2^{A_2,[A_1,-]} = \mu(\emptyset,\{1\},\{2\}) - \mu(\emptyset,\{1\},\emptyset) = 0$$

$$\Delta_2^{A_1,[A_1,+]} = \mu(\{1,2\},\emptyset,\emptyset) - \mu(\{1\},\{2\},\emptyset) = 0$$

$$\Delta_2^{A_1,[A_1,-]} = \mu(\{2\},\{1\},\emptyset) - \mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset) = 0$$

$$1 \in A_2$$

$$\Delta_2^{A_2,[A_2,+]} = \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\}) - \mu(\emptyset,\emptyset,\{1\}) > 0$$

$$\Delta_2^{A_2,[A_2,-]} = \mu(\emptyset,\emptyset,\{2\}) - \mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset) > 0$$

$$\Delta_2^{A_1,[A_2,+]} = \mu(\{2\},\emptyset,\{1\}) - \mu(\emptyset,\{2\},\{1\}) < 0$$

$$\Delta_2^{A_1,[A_2,-]} = \mu(\{2\},\emptyset,\emptyset) - \mu(\emptyset,\{2\},\emptyset) < 0$$

Görüldüğü gibi, $u_1 < u_2$ durumunda ölçüt 2'nin ağırlığı aşağıda verilenlerden biridir:

$$\mu(\emptyset,\{1\},\{2\}) - \mu(\emptyset,\{1\},\emptyset) = 0 \tag{4.9}$$

$$\mu(\{2\},\{1\},\emptyset) - \mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset) = 0 \tag{4.10}$$

$$\mu(\emptyset,\emptyset,\{2\}) - \mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset) > 0 \tag{4.11}$$

$$\mu(\{2\},\emptyset,\emptyset) - \mu(\emptyset,\{2\},\emptyset) < 0 \tag{4.12}$$

Eşitlik (4.9)'dan: $\mu(\emptyset,\{1\},\{2\}) = \mu(\emptyset,\{1\},\emptyset)$.

Daha önce verilen monotonluk şartları $\mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset) \leq \mu(\emptyset,\{1\},\emptyset) \leq \mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset)$ olmasını gerektirdiğinden:

$-\varepsilon \leq \mu(\emptyset,\{1\},\emptyset) \leq 0$ olur ve eşitlik (4.9) aşağıdaki şartı oluşturmuş olur:

$$\mu(\emptyset,\{1\},\{2\}) \cong 0$$

Eşitsizlik (4.11)'den:

$\mu(\emptyset,\emptyset,\{2\}) > \mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset)$,

$\mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset) = 0$ olması gerektiğinden eşitsizlik (4.11) aşağıdaki şartı oluşturur:

$$\mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}) > 0.$$

Sonuç olarak $u_2 \geq 0$ durumunda $x_1 \geq 0$ ve $x_1 < 0$ için ölçüt 2'nin ağırlıklarının birbirinden farklı olması aşağıdaki eşitsizliğin sağlanmasını gerektirir[1]:

$$\mu(\emptyset, \{1\}, \{2\}) < \mu(\emptyset, \emptyset, \{2\})$$

Benzer şekilde ilerlendiğinde $x_2 < 0$ durumu için aşağıdaki eşitsizliğin sağlanması gerektiği görülür. Fakat bu eşitsizlik yapay bölge içi monotonluk şartını ihlal etmektedir:

$$\mu(\{2\}, \{1\}, \emptyset) > \mu(\{2\}, \emptyset, \emptyset).$$

Tercih ifadesi 1: Ölçüt *i*'nin değeri A_n bölgesinde ise ölçüt *j* tercih üzerinde etkili olmazken ölçüt *i*'nin diğer değerleri için ölçüt *j* etkili olmaktadır.

Teorem 1: Tercih ifadesi 1'i A_n bölgesinin her iki tarafına eklenmiş yapay bölgeleri kullanarak k'lı kapasite ile modelleyebilmek için yapay bölgeyle ilgili bazı monotonluk koşullarının ihlal edilmesi gerekir. Aşağıdaki monotonluk ihlallerine izin vermek söz konusu tercih modellemesi için yeterlidir (i ve *j* sırasıyla 2 ve 1 olarak alınmıştır).

- A_n pozitif ise:
  $\mu(A_n, A_{n-1}) > \mu(A_n, D_1)$
  $\mu(D_1, A_n) > \mu(D_1, D_2)$
  $A_n = A_1^+$ ise ilk eşitsizlik $\mu(A_n, \emptyset) > \mu(A_n, D_1)$ olacaktır.
- A_n negatif ise:
  $\mu(A_n, A_{n-1}) < \mu(A_n, D_2)$
  $\mu(D_2, D_1) > \mu(D_2, A_n)$
  $A_n = A_1^-$ ise ilk eşitsizlik $\mu(A_n, \emptyset) < \mu(A_n, D_2)$ olacaktır.

---

[1] $\mu(\emptyset, \{1\}, \{2\}) \cong 0$, $\mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}) > 0$

$\mu(A_n, A_{n+1})$ ölçüt 1'in A_n, ölçüt 2'nin A_{n+1} bölgesinde olduğu bir kapasiteyi göstermektedir. Örneğin -1, 0, 1 referans seviyeleriyle 3 referans seviyeli kapasite için negatif ve pozitif bölgeler sırasıyla A_1 ve A_2 olarak adlandırılıyorsa $\mu(A_1, A_2) = \mu(\{1\},\{2\})$, $\mu(A_2, A_2) = \mu(A_2) = \mu(\emptyset,\{1,2\})$ olacaktır.

Lemma: Bir k'lı kapasite μ tercih ifadesi 1'i aşağıdaki şartların sağlanması halinde gösterebilir:

$\Delta_1^{T,[A_n,\epsilon]} = 0 \ \ \forall\, T \in \{A_q^-, \dots, A_1^-, A_1^+, \dots, A_p^+, D_1, D_2\}$, $\forall \epsilon \in \{-,+\}$

$\Delta_1^{T,[A_t,\epsilon]} \neq 0 \ \forall\, T \in \{A_q^-, \dots, A_1^-, A_1^+, \dots, A_p^+, D_1, D_2\}$, $A_t \neq A_n$, $\forall \epsilon \in \{-,+\}$

Lemma'nın İspatı:

Tercih ifadesi 1'in ilk bölümü aşağıda verilenlere eşittir:

- $\Delta_1^{T,[A_n,\epsilon]} = 0 \ \forall\, T \in \{A_q^-, \dots, A_1^-, A_1^+, \dots, A_p^+\}, \forall \epsilon \in \{-,+\}$
- ölçüt 2'nin değeri A_n bölgesinde olduğunda $\Delta_2^{A_n,[T,\epsilon]}$ ve $\mu_A(\emptyset)$ ölçüt 1'in değerinin hangi bölgede olduğuna bağlı değildir.

Ölçüt 2'nin aldığı değer A_n bölgesinde olduğunda $\mu_A(\emptyset)$; A_n pozitifse $T \in \{A_q^-, \dots, A_1^-, A_1^+, \dots, A_p^+, D_1, D_2\}$ olmak üzere $\mu(T, D_1)$'ye, A_n negatifse $\mu(T, D_2)$'ye eşittir.

Aşağıdaki eşitlik yazılabilir:[1]

$$\Delta_1^{T,[A_n,+]} - \Delta_1^{T,[A_n,-]} = \Delta_2^{A_n,[T,+]} - \Delta_2^{A_n,[T,-]}. \tag{4.13}$$

$\Delta_1^{T,[A_n,+]} - \Delta_1^{T,[A_n,-]} = 0, \forall T$ olduğundan (4.14) eşitliği geçerlidir.

$$\Delta_2^{A_n,[T,+]} = \Delta_2^{A_n,[T,-]}, \forall T \tag{4.14}$$

[1] $\Delta_1^{T,[A_n,+]}$ ve $\Delta_1^{T,[A_n,-]}$ işlemlerinin ilk terimlerinin farkı $\Delta_2^{A_n,[T,+]}$'ye, ikinci terimlerinin farkı ise $\Delta_2^{A_n,[T,-]}$'ye eşittir.

Çizelge 4.6'dan aşağıdaki eşitlikler bilinmektedir:

$$\Delta_2^{A_n,[A_m^+,+]} = \Delta_2^{A_n,[A_{m+1}^+,-]} \tag{4.15}$$

$$\Delta_2^{A_n,[A_1^+,-]} = \Delta_2^{A_n,[A_1^-,-]} \tag{4.16}$$

$$\Delta_2^{A_n,[A_m^-,-]} = \Delta_2^{A_n,[A_{m-1}^-,+]} \tag{4.17}$$

(4.14)-(4.17) eşitliklerinden (4.18) elde edilir:

$$\Delta_2^{A_n,[A_p,+]} = \Delta_2^{A_n,[A_p,-]} = \Delta_2^{A_n,[A_{p-1},+]} = \Delta_2^{A_n,[A_{p-1},-]} = \cdots \Delta_2^{A_n,[A_1^+,-]} = \Delta_2^{A_n,[A_1^-,-]} =$$
$$\Delta_2^{A_n,[A_1^-,+]} = \cdots = \Delta_2^{A_n,[A_{q-1}^-,-]} = \Delta_2^{A_n,[A_{q-1}^-,+]} = \Delta_2^{A_n,[A_q^-,-]} = \Delta_2^{A_n,[A_q^-,+]} \tag{4.18}$$

Dolayısıyla, $\Delta_1^{T,[A_n,\epsilon]} = 0\ \forall\, T$ olduğunda $\Delta_2^{A_n,[T,\epsilon]}$ T'ye bağlı değildir.

$\Delta_1^{T,[A_n,\epsilon]} = 0\ \forall T$, olduğundan $\mu_A(\emptyset)$, T için sabit olacaktır.[1] ■

Teoremin İspatı:

$\Delta_1^{T,[A_n,\epsilon]} = 0$, $\forall\, T \in \{A_q^-, \dots, A_1^-, A_1^+, \dots, A_p^+, D_1, D_2\}$, $\forall \epsilon \in \{-,+\}$, ise ölçüt 2 A_n bölgesinde olduğunda ölçüt 1'in tercih üzerinde etkisinin olmadığı gösterilmişti. Ölçüt 2 A_n'de olmadığında ölçüt 1'in tercih üzerinde etkili olması istendiğinden $\Delta_1^{T,[A_t,\epsilon]} \neq 0$ $\forall\, T \in \{A_q^-, \dots, A_1^-, A_1^+, \dots, A_p^+, D_1, D_2\}$, $A_t \neq A_n$, $\forall \epsilon \in \{-,+\}$ olmalıdır. Aşağıdaki tabloda Δ_1 işlemi $1 \in \{A_{n+1}, A_n, A_{n-1}\}$ alınarak Çizelge 4.7'nin her satırı için incelenmiştir. Çizelge 4.8 için açıklayıcı grafikler Şekil 4.20'de verilmiştir.

Çizelge 4.8'in son sütunu ilk iki sütun göz önünde bulundurularak yapay bölge için monotonluk koşullarını gösterir. Örneğin, son sütunun ilk satırı A_n pozitif olduğunda yapay bölge D_1 için monotonluk koşullarını verir. $\mu(A_{n-1})$ ve $\mu(D_1)$

[1] Ölçüt 2'nin aldığı değer A_n bölgesinde iken ölçüt 1'in birinde A_m, diğerinde A_{m+1} bölgesinde olduğu iki $\mu_A(\emptyset)$ ele alınsın. Bu durumda bu iki $\mu_A(\emptyset)$ arasındaki fark $\Delta_1^{A_m,[A_n,-]}$'ye eşit olur. $\Delta_1^{A_m,[A_n,-]}$ ise sıfıra eşittir.

arasındaki fark göz ardı edilebilir olduğundan bu hücrenin ilk eşitsizliğindeki üç terim birbirine eşit alınabilir. Aynı durum ikinci eşitlikteki üç terim için de geçerlidir. Bu sebeple birinci ve ikinci Δ_1'deki ikinci terimler birbirine eşittir (3. sütunun birinci ve ikinci satırları). Dolayısıyla bu iki hücrede verilen koşullar ilk yapay bölge için monotonluk koşullarının ihlal edilmesini gerektirir:

$$\mu(A_n^+, A_{n-1}^+) > \mu(A_n^+, D_1)$$

Tablonun koyu renkli gösterilmiş hücreleri benzer özellikteki diğer durumları göstermektedir. ■

Örnek 3'te A_n dışında sadece bir bölge olduğundan A_n bölgesini izole etmek için yalnız bir yapay bölgeye ihtiyaç duyulur. Daha önce de açıklandığı gibi yapay bölgeyle ilgili monotonluk ihlali aşağıda verildiği gibidir[1]:

$$\mu(\{2\}, \{1\}, \emptyset) > \mu(\{2\}, \emptyset, \emptyset).$$

Örnek 4: A_1 ve A_2 negatif, A_3 pozitif olmak üzere üç bölgeden oluşan bir problem için $i = 1, j = 2$ ve $A_n = A_2$ alınarak tercih ifadesi 1'i ortak ölçekteki ($[-1,1]$ aralığındaki) tüm değerler için yansıtabilecek kapasite değerlerinin bulunması amacıyla her bölgeden iki değer belirlenerek (u değerleri olarak 0,2 ve 0,8) bu değerlerin kombinasyonlarıyla 36 alternatif oluşturulmuştur (alternatif kümesi A). Bu alternatifler için Şekil 4.22'de verilen koşulları sağlayan kapasite değerleri MATLAB kodu yazılarak bulunmuş ve elde edilen Choquet integral sonuçları grafiksel olarak Ek 3'te verilmiştir. Bu örnek için referans değerleri Şekil 4.21'de de gösterildiği gibi -1; -0,7-ε; -0,7; -ε; 0; 1 olarak alınmıştır. Böylece iki yapay bölge eklenmesi ve aşağıda verilen monotonluk ihlalleriyle tercih ifadesi 1'i modelleyebilen en az bir kapasite bulunduğu gösterilmiştir:

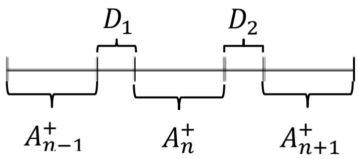
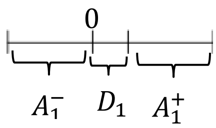
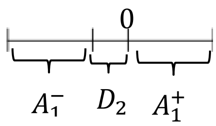
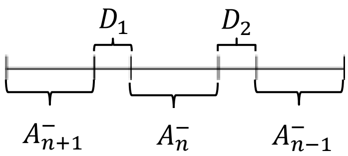
$$\mu(\emptyset, A_2) = \mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \emptyset, \emptyset) < \mu(D_2, A_2) = \mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \{1\}, \emptyset)$$
$$\mu(D_1, D_2) = \mu(\emptyset, \{1\}, \emptyset, \{2\}, \emptyset) > \mu(A_2, D_2) = \mu(\emptyset, \emptyset, \{1\}, \{2\}, \emptyset)$$

---

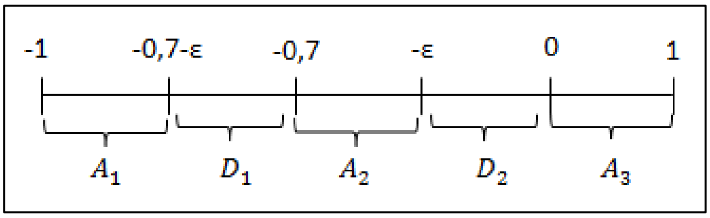
[1] Örnek 3 için tercih ifadesi 1'deki i ve j sırasıyla 1 ve 2'dir. $A_n = A_1^-$, $\mu(\emptyset, A_n) = \mu(\{2\}, \emptyset, \emptyset)$, $\mu(D_2, A_n) = \mu(\{2\}, \{1\}, \emptyset)$.

Çizelge 4.8. Tercih ifadesi 1'in gerektirdiği koşulların monotonluk koşullarıyla birlikte değerlendirilmesi

Çizelge 4.6'nın satırı		**Ölçüt 1'in değer aldığı bölge**	Δ_1	**Monotonluk koşulları**
1	$A_{n-1}^+, u_1 \le u_2$	A_n^+	$\mu(A_n^+, A_{n-1}^+) - \mu(D_1, A_{n-1}^+) > 0$	$\mu(A_{n-1}) \le \mu(A_{n-1}, D_1) \le \mu(D_1)$ $\mu(A_{n-1}) \le \mu(D_1, A_{n-1}) \le \mu(D_1)$
	$A_n^+, u_1 \ge u_2$		$\mu(A_n^+, D_1) - \mu(D_1, D_1) = 0$	
1	$A_{n-1}^+, u_1 \le u_2$	A_{n-1}^+	$\mu(A_{n-1}^+, A_{n-1}^+) - \mu(A_{n-2}^+, A_{n-1}^+) > 0$	
	$A_n^+, u_1 \ge u_2$		$\mu(A_{n-1}^+, D_1) - \mu(A_{n-2}^+, D_1) = 0$	
2	$A_n^+, u_1 \le u_2$	A_{n+1}^+	$\mu(A_{n+1}^+, A_n^+) - \mu(D_2, A_n^+) = 0$	$\mu(A_n) \le \mu(A_n, D_2) \le \mu(D_2)$ $\mu(A_n) \le \mu(D_2, A_n) \le \mu(D_2)$
	$A_{n+1}^+, u_1 \ge u_2$		$\mu(A_{n+1}^+, D_2) - \mu(D_2, D_2) > 0$	
2	$A_n^+, u_1 \le u_2$	A_n^+	$\mu(A_n^+, A_n^+) - \mu(D_1, A_n^+) = 0$	
	$A_{n+1}^+, u_1 \ge u_2$		$\mu(A_n^+, D_2) - \mu(D_1, D_2) > 0$	
3	$A_1^+, u_1 \ge u_2$	A_1^-	$\mu(A_1^-, D_1) - \mu(\emptyset, D_1) = 0$	$\mu(\emptyset) \le \mu(\emptyset, D_1) \le \mu(D_1)$ $\mu(\emptyset) \le \mu(D_1, \emptyset) \le \mu(D_1)$
	$A_1^-, u_1 \ge u_2$		$\mu(A_1^-, \emptyset) - \mu(\emptyset, \emptyset) < 0$	
3	$A_1^+, u_1 \ge u_2$	A_1^+	$\mu(A_1^+, D_1) - \mu(D_1, D_1) = 0$	
	$A_1^-, u_1 \ge u_2$		$\mu(A_1^+, \emptyset) - \mu(\emptyset D_1, \emptyset) > 0$	
4	$A_1^-, u_1 \ge u_2$	A_1^+	$\mu(A_1^+, D_2) - \mu(\emptyset, D_2) = 0$	$\mu(D_2) \le \mu(D_2, \emptyset) \le \mu(\emptyset)$ $\mu(D_2) \le \mu(\emptyset, D_2) \le \mu(\emptyset)$
	$A_1^+, u_1 \ge u_2$		$\mu(A_1^+, \emptyset) - \mu(\emptyset, \emptyset) > 0$	
4	$A_1^-, u_1 \ge u_2$	A_1^-	$\mu(A_1^-, D_2,) - \mu(D_2, D_2) = 0$	
	$A_1^+, u_1 \ge u_2$		$\mu(A_1^-, \emptyset) - \mu(D_2, \emptyset) < 0$	
5	$A_{n-1}^-, u_1 \le u_2$	A_n^-	$\mu(A_n^-, A_{n-1}^-) - \mu(D_2, A_{n-1}^-) < 0$	$\mu(D_2) \le \mu(D_2, A_{n-1}) \le \mu(A_{n-1})$ $\mu(D_2) \le \mu(A_{n-1}, D_2) \le \mu(A_{n-1})$
	$A_n^-, u_1 \ge u_2$		$\mu(A_n^-, D_2) - \mu(D_2, D_2) = 0$	
5	$A_{n-1}^-, u_1 \le u_2$	A_{n-1}^-	$\mu(A_{n-1}^-, A_{n-1}^-) - \mu(A_{n-2}^-, A_{n-1}^-) < 0$	
	$A_n^-, u_1 \ge u_2$		$\mu(A_{n-1}^-, D_2) - \mu(A_{n-2}^-, D_2) = 0$	
6	$A_n^-, u_1 \le u_2$	A_{n+1}^-	$\mu(A_{n+1}^-, A_n^-) - \mu(D_1, A_n^-) = 0$	$\mu(D_1) \le \mu(D_1, A_n) \le \mu(A_n)$ $\mu(D_1) \le \mu(A_n, D_1) \le \mu(A_n)$
	$A_{n+1}^-, u_1 \ge u_2$		$\mu(A_{n+1}^-, D_1) - \mu(D_1, D_1) < 0$	
6	$A_n^-, u_1 \le u_2$	A_n^-	$\mu(A_n^-, A_n^-) - \mu(D_2, A_n^-) = 0$	
	$A_{n+1}^-, u_1 \ge u_2$		$\mu(A_n^-, D_1) - \mu(D_2, D_1) < 0$	

<table>
<tr><th>Çizelge 4.8’deki satır numarası</th><th>Grafik</th></tr>
<tr><td>1 ve 2</td><td>
</td></tr>
<tr><td>3 ($A_n = A_1^{+}$)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>4 ($A_n = A_1^{-}$)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>5 ve 6</td><td>
</td></tr>
</table>

Şekil 4.20. Çizelge 4.8 için açıklayıcı grafikler



Şekil 4.21. Örnek 4 için açıklayıcı grafik

$\mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \emptyset, \emptyset) \geq \mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \{1\}, \emptyset)$ ve

$\mu(\emptyset, \{1\}, \emptyset, \{2\}, \emptyset) \leq \mu(\emptyset, \emptyset, \{1\}, \{2\}, \emptyset)$ haricindeki monotonluk koşulları

Sınır koşullarını oluşturan aşağıdaki eşitlikler:

$$\mu(\{1,2\}, \emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset) = -1 \qquad \mu(\emptyset, \emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \emptyset) = -\varepsilon$$

$$\mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset, \emptyset) = -0{,}7 - \varepsilon \qquad \mu(\emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset) = 0$$

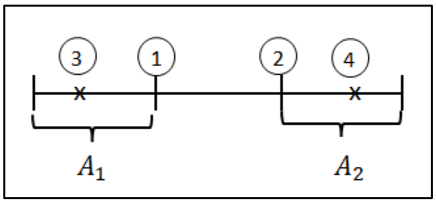
$$\mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset) = -0{,}7 \qquad \mu(\emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset, \{1,2\}) = 1$$

$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2)$, A kümesindeki bir alternatifi göstermek üzere tercih yapısını yansıtan aşağıdaki kısıtlar:

– $x_1 \in A_2$ ise $C_\mu(x_1, x_2) = u_1 = \frac{x_1-(-\varepsilon)}{-0{,}7-(-\varepsilon)}, \forall \boldsymbol{x} \in A$

Şekil 4.22. Örnek 4 için kısıtlar

Bu aşamadan sonra söz konusu monotonluk ihlalinin etkileri araştırılmaktadır. $a = \mu(\{2\}, \{1\}, \emptyset) - \mu(\{2\}, \emptyset, \emptyset)$ monotonluk ihlalinin derecesini gösterir.



Şekil 4.23. Monotonluk ihlalinin etkileri için incelenen dört alternatif

Şekil 4.23'de gösterilen 1 ve 2 noktaları ölçüt 2'nin marjinal değeri -1 olduğunda ölçüt 1'in pozisyonunu gösteriyor olsun (1 ve 2 noktaları sırasıyla $\mu(\{2\}, \{1\}, \emptyset)$ ve $\mu(\{2\}, \emptyset, \emptyset)$'yi gösterir). Nokta 4 ilk ölçütü A_2, ikinci ölçütü A_1 bölgesinde olan bir alternatifi, nokta 3 ise her iki ölçütü de ölçütü A_1 bölgesinde olan bir alternatifi gösterdiğinden nokta 4'ün nokta 3'ten daha büyük bir değere sahip olması gerekir. Bu durumda nokta 4'ün nokta 3'ten büyük bir değere sahip olması için u_1 değerinin ne olması gerektiği önemli bir sorudur.

Nokta 3: $u_1\mu(\{1,2\},\emptyset,\emptyset) + (u_2 - u_1)\mu(\{2\},\{1\},\emptyset) + (1-u_2)\mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$
Nokta 4: $u_1\mu(\{2\},\emptyset,\{1\}) + (u_2 - u_1)\mu(\{2\},\emptyset,\emptyset) + (1-u_2)\mu(\emptyset,\{2\},\emptyset)$

$\mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset) = \mu(\emptyset,\{2\},\emptyset)$, olduğundan nokta 4 ve 3 arasındaki fark aşağıdaki gibidir:

$$u_1[\mu(\{2\},\emptyset,\{1\}) - \mu(\{1,2\},\emptyset,\emptyset)] + (u_2 - u_1)[\mu(\{2\},\emptyset,\emptyset) - \mu(\{2\},\{1\},\emptyset)] > 0$$
$$u_1[\mu(\{2\},\emptyset,\{1\}) - \mu(\{1,2\},\emptyset,\emptyset)] > (u_2 - u_1)a$$

$$u_1 > \frac{au_2}{\mu(\{2\},\emptyset,\{1\}) - \mu(\{1,2\},\emptyset,\emptyset) + a} \tag{4.19}$$

$$\begin{aligned}\mu(\{2\},\emptyset,\{1\}) - \mu(\{1,2\},\emptyset,\emptyset) &\\ &= \mu(\{2\},\emptyset,\{1\}) - \mu(\{2\},\emptyset,\emptyset) + \mu(\{2\},\emptyset,\emptyset) - \mu(\{2\},\{1\},\emptyset)\\ &+ \mu(\{2\},\{1\},\emptyset) - \mu(\{1,2\},\emptyset,\emptyset)\end{aligned}$$

$$w_1^{A_2} = \mu(\{2\},\emptyset,\{1\}) - \mu(\{2\},\emptyset,\emptyset)$$
$$w_1^{A_1} = \mu(\{2\},\{1\},\emptyset) - \mu(\{1,2\},\emptyset,\emptyset)$$

$w_1^{A_2}$ A_2 bölgesinde olduğunda ölçüt 1'in marjinal değerinin tercih üzerindeki etkisini gösterir. $w_1^{A_1}$ ise A_1 bölgesinde olduğundaki etkisidir.

O halde (4.19) eşitliği aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$u_1 > \frac{au_2}{w_1^{A_2} + w_1^{A_1}} \tag{4.20}$$

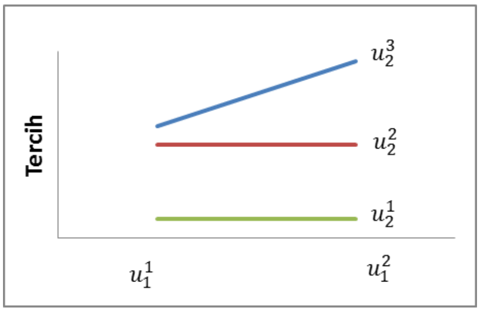
$u_2 = 1$ için:

$$u_1 > \frac{a}{w_1^{A_2} + w_1^{A_1}} \tag{4.21}$$

Tercih ifadesi 2: A_n bölgesi bir çeşit veto etkisine sahiptir, ölçütlerden herhangi birinin değeri A_n bölgesinde olan bir alternatifin tercih puanı A_n bölgesinde olmalıdır.

Tercih ifadesi 2 bir sıralı sınıflara ayırma kuralı örneğidir. Tercih ifadesi 1'in etkilerinden biri ifade 2'nin k'lı kapasite ile gösterilememesidir.

Örneğin A_1^-, A_2^- ve A_1^+ bölgelerinin olduğu bir durumda $2 \in A_1^-$ ise ölçüt 1'in tercih üzerinde etkisinin olmadığı, A_2^- bölgesi için ölçütlerin alabileceği tek değerin -1 olduğu, tercih yapısının $u_1^1, u_1^2 \in A_1^+$, $u_2^1 \in A_2^-, u_2^2 \in A_1^-, u_2^3 \in A_1^+$ için Şekil 4.24 ile gösterilebileceği düşünülsün.



Şekil 4.24. Tercih ifadesi 2 için açıklayıcı grafik

Tercih ifadesi 2 $A_n = A_1^-$ olacak şekilde geçerli olsun. $2 \in A_1^+, 1 \in A_1^-$ ve $u_2 > u_1$ için tercih ifadesi 2, eşitsizlik (4.22)'nın sağlanmasını gerektirir:

$$u_1 \mu(\emptyset, \{1\}, \emptyset, \{2\}) + (u_2 - u_1)\mu(\emptyset, \emptyset, \{1\}, \{2\}) + (1 - u_2)\mu(\emptyset, \emptyset, \{1\}, \emptyset) \leq \mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \emptyset) \tag{4.22}$$

Monotonluk koşullarından dolayı:

$\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\{2\}) \geq \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$ ve $\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\emptyset) \geq \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$.

Tercih ifadesi 1 sebebiyle:

$2 \in A_1^-, 1 \in A_1^-$ ve $u_2 < u_1$ ise $w_1 = \mu(\emptyset,\{1\},\{2\},\emptyset) - \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset) = 0$

Dolayısıyla $\mu(\emptyset,\{1\},\{2\},\emptyset) = \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$ ve monotonluk şartları gereği:

$\mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\{2\}) \geq \mu(\emptyset,\{1\},\{2\},\emptyset) = \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$.

Görüldüğü gibi (4.22) eşitsizliğinin sol tarafındaki tüm terimler sağ taraftaki terime eşit veya bu terimden büyüktür.

$\mu(\emptyset,\{1\},\{2\},\emptyset) > \mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\emptyset)$ olmasına izin verildiğinden $\mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\{2\}) \geq \mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\emptyset)$ eşitsizliği sağlandığı sürece (ölçüt 2'nin kabul bölgesi içindeki değeri arttıkça alternatifin tercih puanının artması için bu eşitsizliğin sağlanması gerekir) $\mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\{2\}) < \mu(\emptyset,\{1\},\{2\},\emptyset)$ olmasına izin verilebilir[1].

Karar vericinin $2 \in A_1^+, 1 \in A_1^-$ ve $u_1 < u_2$ olduğunda ölçüt 2'nin marjinal değerinin alternatifin genel tercih değerinde bir etkisinin olmadığını düşünmesi ($\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\{2\}) - \mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\emptyset) = 0$ olması) halinde (4.22) sağlanabilir ($\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\emptyset) = \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$ alınsın):

$$\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\{2\}) = \mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\emptyset) = \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$$
$$u_1\mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\{2\}) + (1-u_1)\mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset) \leq \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$$
$$u_1\mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\{2\}) \leq u_1\mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$$

Karar verici bu şekilde düşünmüyorsa ($\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\emptyset) = \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$ alınsın):

---

[1] $\mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\emptyset) < \mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\{2\}) < \mu(\emptyset,\{1\},\{2\},\emptyset)$

$$u_1\mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\{2\}) + (u_2 - u_1)\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\{2\}) \leq u_2\mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$$

$$u_1[\mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\{2\}) - \mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\{2\})] \leq u_2[\mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset) - \mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\{2\})]$$

$$u_2[\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\{2\}) - \mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\{2\})] \leq$$
$$u_2[\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\{2\}) - \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)] \qquad (4.23)$$

Sonuç olarak (4.22) eşitsizliğinin sağlanması (4.23)'ün sağlanmasını gerektirir.

Bir diğer seçenek yapay bölgeyle ilgili farklı bir monotonluk ihlaline izin verilmesidir:

$$\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\emptyset) < \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$$

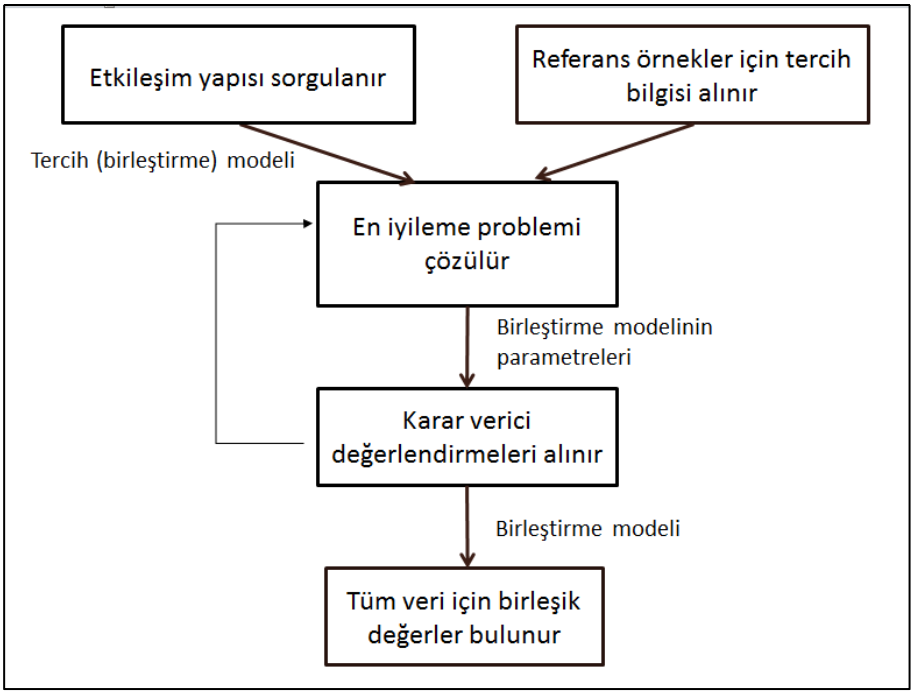
Bu durumda $\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\{2\}) \geq \mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\emptyset)$ olduğu müddetçe $\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\{2\}) \leq \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$ olabilir[1].

Böylelikle tüm $u_1, u_2 \in [0,1]$ için (4.22) eşitsizliğinin sol tarafındaki üç terim de sağ taraftaki terimden küçük olacaktır.

4.3. Bölüm Özeti

Birden fazla ölçüt altında değerlendirilen alternatiflerin tercih puanlarının belirlenmesi, bir diğer ifadeyle ölçütlerin tek bir ölçüt altında birleştirilmesi adımları Şekil 4.25'te gösterilmiştir. Kullanılacak tercih veya birleştirme modeline karar verilmesi için problemdeki etkileşim yapılarının ortaya çıkarılması gerekir. Belirlenen tercih modelinin parametreleri karar vericinin bildirdiği tercih örnekleriyle uyumlu olacak şekilde belirlenir. Karar verici oluşturulan modelin tercih yapısıyla uyumlu olmadığını düşünüyorsa elde edilen yeni bilgiyle parametreler tekrar belirlenir. Karar verici, modelin tercih yapısını temsil ettiği kanısına varıncaya kadar sürece devam edilir.

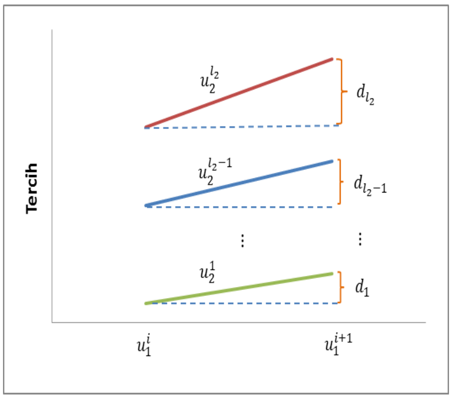
[1] $\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\emptyset) < \mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\{2\}) < \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$



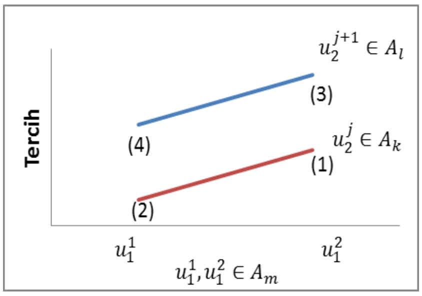
Şekil 4.25 Tercih puanlarını belirlenmesi için akış şeması

Bölüm 3 ve 4, etkileşim yapısının sorgulanması ve tercih puanlarının belirlenmesinde kullanılacak kapasitenin seçimi için geliştirilen analiz yöntemini açıklamaktadır. Ölçütler arası etkileşimlerin analizinin açıklandığı Bölüm 3'te son aşama etkileşim grafiklerinin oluşturulmasıdır. Bu aşamadan sonra ortaya çıkarılan etkileşim türlerinin Choquet integral ile modellenebilirliğinin incelenmesi gerekir. Bölüm 4'te etkileşim grafikleri yardımıyla tercih farklarındaki değişim durumunun tek kutuplu ve k'lı kapasiteler kullanılarak modellenmesi için gerekli şartlar belirlenmiştir. Bu sonuçlar Çizelge 4.9, Çizelge 4.10 ve Çizelge 4.11'de özetlenmiştir. Bu çalışma kapsamında belirlenen sonuçlar koyu yazılmıştır.

Çizelge 4.9. İki ölçüt için tercih farklarındaki değişimin tek kutuplu kapasite ile modellenmesi için gerekli şartlar

Tercih farkları grafiği	**İki ölçüt için tercih farklarındaki değişimin tek kutuplu kapasite ile modellenmesi için gerekli şartlar**
	Sonuç 1. $u_2^j < u_2^{j+1} < \cdots < u_2^t < u_1^i < u_1^{i+1}$ eşitsizliğini sağlayan tüm u_2 değerleri için tercih farkları birbirine eşit olmalıdır: $d_j = d_{j+1} = \cdots = d_t$
	Sonuç 2. $u_2^t > \cdots > u_2^{j+1} > u_2^j > u_1^{i+1} > u_1^i$ eşitsizliğini sağlayan tüm u_2 değerleri için tercih farkları birbirine eşit olmalıdır: $d_j = d_{j+1} = \cdots = d_t$
	Sonuç 3. u_2'nin u_1^i ve u_1^{i+1}'e göre sırası değişen (ölçüt değerleri sıralandığında u_1^i, u_1^{i+1}'in sağında veya solunda birlikte yer almayan değerleri) veya $u_1^i < u_2^j < u_1^{i+1}$ eşitsizliğini sağlayan değerleri için, örneğin $u_2^1 < u_1^i < u_2^2 < u_2^3 < u_1^{i+1}$,aşağıdaki sıralamalardan biri geçerlidir: – $d_{l_2} > d_{l_2-1} > \cdots > d_1$ – $d_{l_2} < d_{l_2-1} < \cdots < d_1$ – $d_{l_2} = d_{l_2-1} = \cdots = d_1$

Çizelge 4.10. İki ölçüt için tercih farklarındaki değişimin k'lı kapasite ile modellenmesi için gerekli şartlar

<table>
<tr><th>Tercih farkları grafiği</th><th>İki ölçüt için tercih farklarındaki değişimin k'lı kapasite ile modellenmesi için gerekli şartlar</th></tr>
<tr><td rowspan="2">
</td><td>Sonuç 6. $A_l = A_k$ ise tek kutuplu kapasite için gerekli şartlar geçerlidir.</td></tr>
<tr><td>Sonuç 7. $A_l \neq A_k$ ise:
Aşağıdaki durumlar için (3) ve (4) alternatifleri ile (1) ve (2) alternatifleri arasındaki tercih farkları birbirine eşittir:
– A_n pozitif bir bölgeyi göstermek üzere $A_k = A_n^+$, $A_l = A_{n+1}^+$ ve $u_2^j \geq u_1^2 > u_1^1$, $u_2^{j+1} \leq u_1^1 < u_1^2$
– A_n negatif bir bölgeyi göstermek üzere $A_k = A_{n+1}^-$, $A_l = A_n^-$ ve $u_2^j \leq u_1^1 < u_1^2$, $u_2^{j+1} \geq u_1^2 > u_1^1$
– $A_k = A_1^-$, $A_l = A_1^+$ ve $u_2^j \leq u_1^1 < u_1^2$, $u_2^{j+1} \leq u_1^1 < u_1^2$</td></tr>
</table>

Çizelge 4.11. Üç ölçüt için tercih farklarındaki değişimin tek kutuplu kapasite ile modellenmesi için gerekli şartlar

Tercih farkları grafiği (bkz. Şekil 4.11)	Tek kutuplu kapasite ile tercih farklarındaki değişim açısından üçlü etkileşimlerin modellenmesi için gerekli şartlar
i **(Sonuç 4)**	$-d_{l_2} > \cdots > d_j$ ve $d_{j-1} > \cdots > d_1$ ise $d_j > d_{j-1}$ $-d_{l_2} < \cdots < d_j$ ve $d_{j-1} < \cdots < d_1$ ise $d_j < d_{j-1}$ $-d_{l_2} > \cdots > d_j$ ve $d_j < d_{j-1}$ ise $d_{j-1} < \cdots < d_1$ $-d_{l_2} < \cdots < d_j$ ve $d_j > d_{j-1}$ ise $d_{j-1} > \cdots > d_1$
ii **(Sonuç 5)**	$-d_1^2 - d_1^1 > \cdots > d_k^2 - d_k^1 > \cdots > d_{l_3}^2 - d_{l_3}^1$ $-d_1^2 - d_1^1 < \cdots < d_k^2 - d_k^1 < \cdots < d_{l_3}^2 - d_{l_3}^1$ $-d_1^2 - d_1^1 = \cdots = d_k^2 - d_k^1 = \cdots = d_{l_3}^2 - d_{l_3}^1$

Tez çalışması kapsamında ikili ve üçlü etkileşimler dikkate alınmıştır. Etkileşim grafikleri oluşturulurken diğer ölçütlerle etkileşim içinde olmayan ölçütlerin herhangi bir seviyede sabit tutulduğu düşünülür. Örneğin üç ölçüt için ölçüt 1 ve 2 arasında etkileşim varken ölçüt 3 diğer ölçütlerle etkileşim içinde değilse etkileşim grafikleri ölçüt 3 herhangi bir seviyede sabit tutularak çizilir. Bu durumda kapasite izleyen koşulları sağlayacak şekilde bulunur (örnek, tek kutuplu kapasite için verilmiştir):

Ölçüt 2 ve 3 arasında etkileşim olmadığından:

$$\mu(1,2,3) - \mu(1,3) = \mu(1,2) - \mu(1)$$
$$\mu(2,3) - \mu(3) = \mu(2) - \mu(\emptyset)$$

Ölçüt 1 ve 2 etkileşim içinde olduğundan:

$$\mu(1,2,3) - \mu(1,3) \neq \mu(2,3) - \mu(3)$$
$$\mu(1,2) - \mu(1) \neq \mu(2) - \mu(\emptyset)$$

Oluşturulan etkileşim grafiklerinin incelenmesiyle karar verilen model karar verici tercihlerini temsil etmekte başarısız oluyorsa elde edilen yeni tercih bilgisiyle modelin tekrar oluşturulması gerekir. Bu durumda ölçütler için belirlenen seviyelerin ve etkileşim tablosu ile etkileşim grafiklerinin yeniden düzenlenmesi gerekebilir. Ortaya çıkan yeni durum öncekinden daha kapsamlı bir modelleme gerektirebileceğinden örneğin tek kutuplu kapasite yerine üç referans seviyeli kapasiteye geçilmesine karar verilebilir.

Çizelge 4.10'da görülen Sonuç 7 yumuşatılmak isteniyorsa, örneğin $A_k = A_n^+$, $A_l = A_{n+1}^+$ ve $u_2^j \geq u_1^2 > u_1^1$, $u_2^{j+1} \leq u_1^1 < u_1^2$ durumunda (3) ve (4) alternatifleri ile (1) ve (2) alternatifleri arasındaki tercih farklarının birbirinden farklı olması isteniyorsa A_n^+ ve A_{n+1}^+ bölgeleri arasına yapay bölge eklenebilir.

Yapay bölge eklenmesi elde edilen tercih örnekleri nedeniyle aşağıdaki tercih yapısı üzerinden detaylı olarak açıklanmıştır:

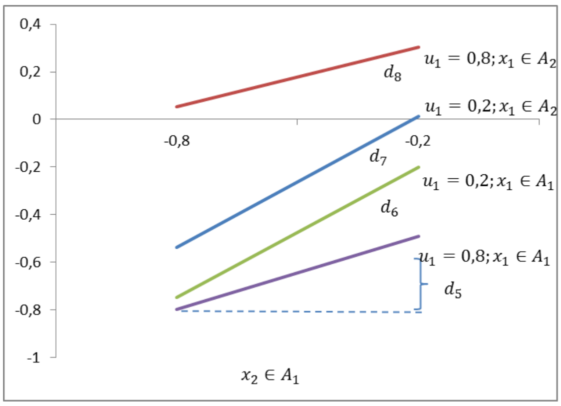
Ölçüt i'nin değeri A_n bölgesinde ise ölçüt j tercih üzerinde etkili olmazken ölçüt i'nin diğer değerleri için ölçüt j etkili olmaktadır.

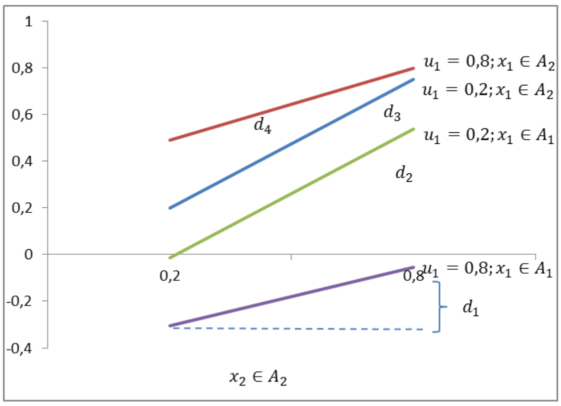
Yukarıdaki tercih ifadesinin modellenebilmesi için yapay bölgeyle ilgili bazı monotonluk koşullarının ihlal edilmesi gerektiği belirlenmiştir (D_1, A_n bölgesinin daha az, D_2 ise A_n bölgesinin daha çok tercih edilen yönüne eklenen yapay bölgeleri göstermektedir):

- A_n pozitif ise:
  $\mu(A_n, A_{n-1}) > \mu(A_n, D_1)$
  $\mu(D_1, A_n) > \mu(D_1, D_2)$
  $A_n = A_1^+$ ise ilk eşitsizlik $\mu(A_n, \emptyset) > \mu(A_n, D_1)$ olacaktır.

- A_n negatif ise:
  $\mu(A_n, A_{n-1},) < \mu(A_n, D_2)$
  $\mu(D_2, D_1) > \mu(D_2, A_n)$
  $A_n = A_1^-$ ise ilk eşitsizlik $\mu(A_n, \emptyset) < \mu(A_n, D_2)$ olacaktır.

Benzer uygulamalar Sonuç 7'nin yumuşatılmasını gerektiren farklı tercih yapıları için de gerçekleştirilebilir. Örneğin Örnek 2'de açıklanan ve Şekil 4.26'daki tercih grafikleri ile gösterilen tercih yapısı tekrar ele alınsın:





Şekil 4.26. Örnek 2'de açıklanan tercih yapısı

Bu tercih yapısı $d_1 < d_2,\ d_3 > d_4,\ d_2 = d_3$ ve $d_5 < d_6,\ d_7 > d_8,\ d_6 = d_7$ olmasını gerektirmektedir ve Sonuç 7 ile uyumludur. $d_2 \neq d_3$ ve $d_6 \neq d_7$ olması Sonuç 7'nin yumuşatılmasını gerektirir. Bu durumda A_1 ve A_2 bölgeleri arasına yapay bölge eklenebilir (bkz. Şekil 4.20, 4 ile gösterilen satır). $d_2 > d_3$ ve/veya $d_6 < d_7$ olması monotonluk ihlalini gerektirirken $d_2 < d_3$ ve/veya $d_6 > d_7$ durumları sadece yapay bölge eklenmesiyle modellenebilir. Aşağıdaki eşitlikler eşitlik (4.8) yardımıyla yazılabilir:

$$d_2 = (0{,}8 - 0{,}2)\Delta_2^{A_2,[A_1,-]} = 0{,}6\Delta_2^{A_2,[A_1,-]}$$
$$d_3 = (0{,}8 - 0{,}2)\Delta_2^{A_2,[A_2,-]} = 0{,}6\Delta_2^{A_2,[A_2,-]}$$
$$d_6 = (0{,}2 - 0{,}8)\Delta_2^{A_1,[A_1,-]} = -0{,}6\Delta_2^{A_1,[A_1,-]}$$
$$d_7 = (0{,}2 - 0{,}8)\Delta_2^{A_1,[A_2,-]} = -0{,}6\Delta_2^{A_1,[A_2,-]}$$

Bu örnekte $A_n = A_1$'dir. Çizelge 4.8 kullanılarak aşağıdaki eşitlikler elde edilir (ölçüt 1'in farklı değerleri için ölçüt 2'nin tercih üzerindeki etkisi incelendiğinden tablodaki ölçüt 1 ve 2 yer değiştirir):

$$\Delta_2^{A_2,[A_1,-]} = \mu(D_2, A_2) - \mu(D_2, \emptyset)$$
$$\Delta_2^{A_2,[A_2,-]} = \mu(\emptyset, A_2) - \mu(\emptyset, \emptyset)$$
$$\Delta_2^{A_1,[A_1,-]} = \mu(D_2, A_1) - \mu(D_2, D_2)$$
$$\Delta_2^{A_1,[A_2,-]} = \mu(\emptyset, A_1) - \mu(\emptyset, D_2)$$

$\mu(\emptyset,\emptyset) = 0$, $\mu(D_2,\emptyset) \sim 0$ olduğundan $d_2 < d_3$ olması için $\mu(D_2, A_2) < \mu(\emptyset, A_2)$, benzer şekilde $\mu(D_2, D_2) \sim 0$, $\mu(\emptyset, D_2) \sim 0$ olduğundan $d_6 > d_7$ olması için $\mu(D_2, A_1) < \mu(\emptyset, A_1)$eşitsizliğinin sağlanması gerekir. Bu eşitsizlikler monotonluk şartlarına uygundur.

Yapay bölge eklenmesinin "ölçütlerden herhangi birinin değeri A_n bölgesinde olan bir alternatifin tercih puanı A_n bölgesinde olmalıdır" şeklindeki tercih ifadesi için etkisi de gösterilmiştir. Ayrıca Bölüm 5'te tercih yönünde değişim örnekleri için de uygulanmıştır.

BÖLÜM 5

UYGULAMADA VE LİTERATÜRDE GÖRÜLEN ETKİLEŞİMLERİN CHOQUET İNTEGRAL KULLANILARAK MODELLENMESİ

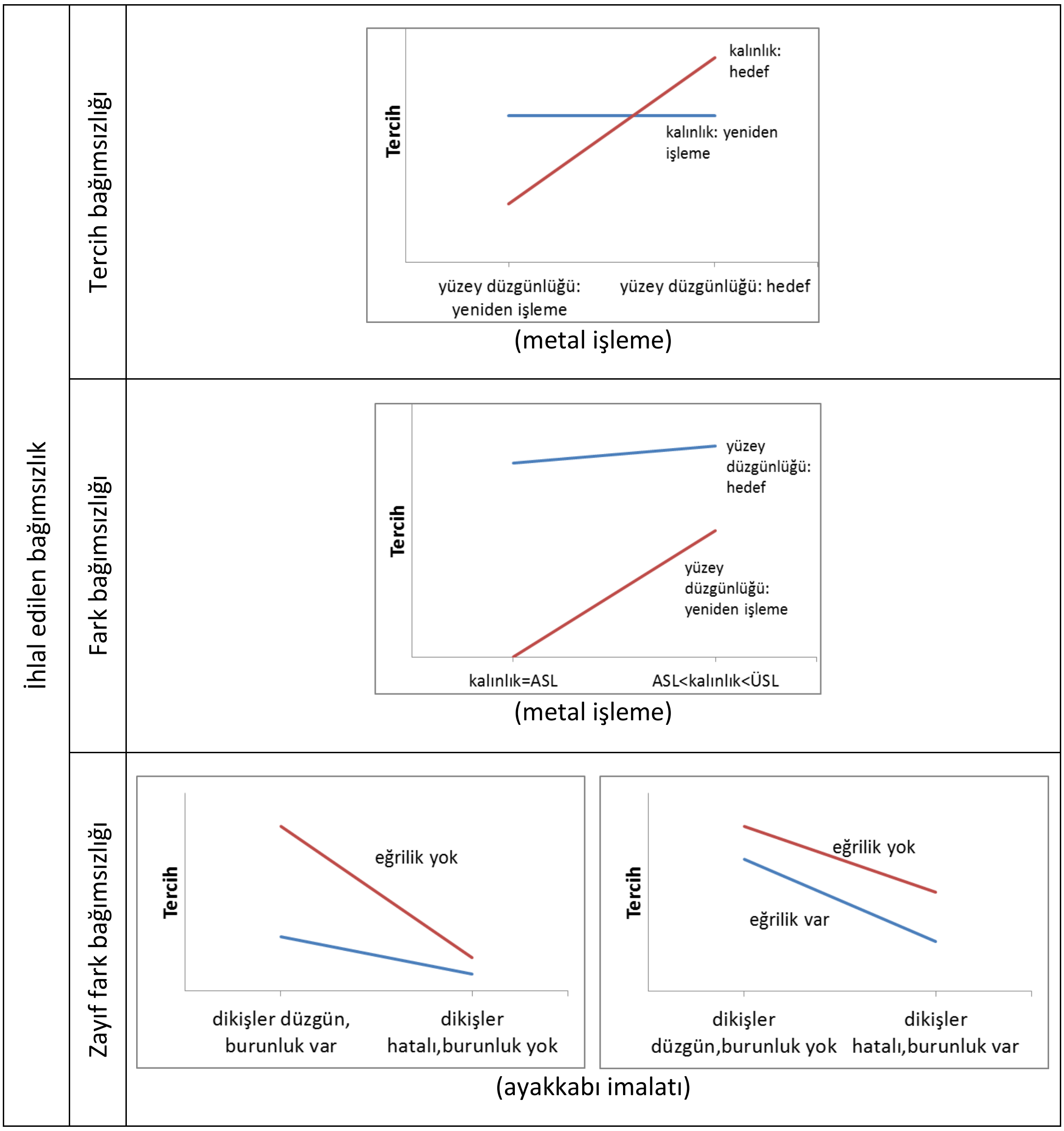
5.1. İmalat Ortamında Kalite Karakteristikleri Arasında Görülen Etkileşimlerin Analizi ve Choquet İntegral ile Modellenmesi

Bölüm 3'te ayakkabı imalatı ve metal işleme sektörlerinde kalite karakteristikleri arasında görülen etkileşim türlerinin ortaya çıkarıldığı iki örnek verilmişti. Bu bölümde de ortaya çıkarılan etkileşim örneklerinin Choquet integral kullanılarak modellenmesi çalışmaları açıklanmaktadır. Bu örnekler Şekil 5.1'de gösterildiği gibi çok ölçütlü fayda teorisinde tanımlanan bağımsızlık koşullarının ihlal edildiği durumlar yaratmaktadır.

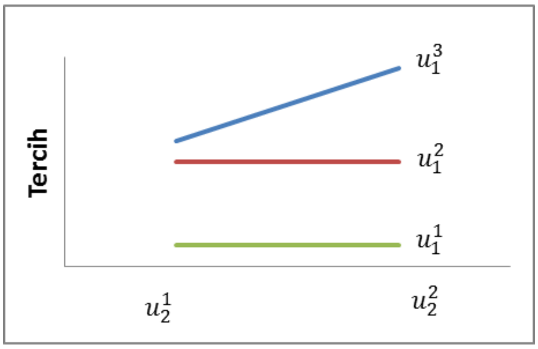
Uygulama 1:

Bölüm 3'te açıklandığı gibi metal işlemede tornalama işleminin ardından kontrol edilen iki kalite karakteristiği et kalınlığı (1 ile gösterilmiştir) ve yüzey düzgünlüğüdür (pürüzsüzlüğü) (2 ile gösterilmiştir). Yüzey düzgünlüğü spesifikasyon sınırları içine olduğunda tercih yapısı Şekil 5.2'deki gibi gösterilmektedir. Bu şekilde u_1^1, u_1^2 ve u_1^3 kalınlık ölçütü için sırasıyla hurda, yeniden işleme ve kabul bölgelerinde değerleri gösterir.

Kalite karakteristiklerinden herhangi birinin değeri hurda limitlerinin dışındaysa diğer kalite karakteristiğinin değerine bakılmaksızın parça hurdaya ayrılmaktadır. Hurdaya ayrılan parçaların birbirlerine tercih edilirliği söz konusu olmamakta, bu parçalar için tercih sıralaması yapılmamaktadır. Kalınlık üst spesifikasyon sınırının üstünde değer almışsa kesme işlemi yapılarak düzeltilebilir. Bu durumda yüzey düzgünlüğü yeniden değer almaktadır. Bu sebeple kalınlığın değeri yeniden işleme sınırları içinde olduğunda yüzey düzgünlüğünün (hurda olmadığı sürece) tercih üzerinde etkisi yoktur.



Şekil 5.1. İmalatta kalite karakteristikleri arasında görülen etkileşim örnekleri



Şekil 5.2. Metal işleme örneğinde açıklanan tercih yapısı

Çizelge 4.1 incelendiğinde Şekil 5.2'de verilen tercih yapısının (5.1) veya (5.2) sıralamalarından birinin geçerliliği halinde tek kutuplu kapasite ile gösterilebileceği anlaşılır.

$$u_1^1 < u_1^2 \leq u_2^1 < u_1^3 \leq u_2^2 \quad (5.1)$$

$$u_1^1 < u_1^2 \leq u_2^1 < u_2^2 \leq u_1^3 \quad (5.2)$$

u_2^1, u_2^2 ve u_1^3 kabul değerlerini, u_1^1 hurda, u_1^2 ise yeniden işleme değerini gösterdiğinden (5.1) ve (5.2) sıralamaları sağlanabilir. (5.2) ile gösterilen sıralama incelendiğinde tercih yapısının sadece kalınlık ölçütünün yüzey düzgünlüğünden yüksek kabul değerleri için modellenebileceği görülür. (5.1) ile gösterilen sıralama için ise kalınlık ölçütünün u_1^3 ile gösterilen kabul değeri söz konusuyken $[u_2^1, u_2^2]$ aralığının $[u_2^1, u_1^3]$ bölümü için Şekil 5.2'de gösterildiği gibi ölçüt 2 tercih üzerinde etkili olurken $[u_1^3, u_2^2]$ aralığı için (bu aralıkta $u_1^3 < u_2^2$ olduğundan ölçüt 2'nin tercih üzerindeki etkisi $\mu(2) - \mu(\emptyset)$ ile belirlenir, oysa bu fark yeniden işleme ve hurda değerleri için belirlenen tercih yapısı sebebiyle sıfırdır) ölçüt 2 tercih üzerinde etkili olmayacaktır.

Ölçütlerden herhangi biri hurda değeri aldığında parça hurdaya ayrılmaktadır. Bu sebeple u_2^a hurda, u_1^b ve u_1^c ise $u_2^a \leq u_1^b < u_1^c$ sıralamasını sağlayacak şekilde hurda, yeniden işleme veya kabul değerlerini göstermek üzere $\left(u_1^c - u_1^b\right)[\mu(1) - \mu(\emptyset)] = 0$ eşitliğinin sağlanması gerekir (ölçüt 2 hurda değerindeyken ölçüt 1 tercih üzerinde etkisizdir). Buna göre u_2^d yeniden işleme, u_1^e ve u_1^f ise $u_2^d \leq u_1^e < u_1^f$ sıralamasını sağlayacak şekilde yeniden işleme veya kabul değerlerini gösterdiğinde ölçüt 1'in tercih üzerindeki etkisi sıfıra eşit olan $\left(u_1^f - u_1^e\right)[\mu(1) - \mu(\emptyset)]$ ile gösterilir. Bu durumda ölçüt 2 yeniden işleme değeri aldığında da ölçüt 1 tercih üzerinde etkisiz olmaktadır. Oysa karar verici yüzey düzgünlüğü ölçütü yeniden işleme değeri aldığında kalınlık ölçütünün tercih üzerinde etkili olduğunu bildirmiştir.

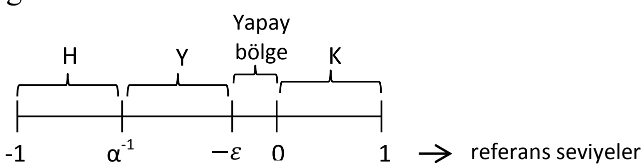
Karar vericinin tercih yapısı kabul, yeniden işleme ve hurda değerleri için farklılık göstermektedir. Her iki kalite karakteristiği de spesifikasyon sınırları içinde olduğunda yüzey düzgünlüğü bu aralıktaki tüm değerleri için tercih üzerinde etkilidir, yani aldığı değerin kalınlık ölçütünün değerinden büyük veya küçük olmasına bakılmamaktadır. Kalınlık yeniden işleme aralığında olduğunda ise yüzey düzgünlüğü, spesifikasyon veya yeniden işleme aralığında olduğu sürece, aldığı değere bakılmaksızın tercih üzerinde etkisizdir. Dolayısıyla tercih yapısı k'lı kapasite ile modellenebilmek için de uygun değildir.

Yukarıdaki örnekte koşullu bir tercih yapısı bulunmaktadır ve söz konusu koşullardan biri ölçütlerden birinin yeniden işleme bölgesinde olmasıyla ilgilidir. Yeniden işleme ve kabul bölgeleri arasına izolasyon sağlamak amacıyla bu iki bölge arasına bir yapay bölge eklenecektir. Hurdaya ayrılan parçalar için tercih sıralaması yapılmadığından tüm hurda değerlerine -1 puanı verilebilir. Bu sebeple de yeniden işleme ve hurda bölgeleri arasında yapay bölgeye ihtiyaç yoktur.

Sonuç olarak bu örnekteki şartlı tercih yapısı 5 referans seviyeli kapasite (3 ana bölge ve 1 yapay bölge) ile gösterilebilir[1]. Yapay bölgeyle ilgili monotonluk ihlali aşağıda verildiği gibidir:

---

[1] Tercih yapısını göstermekte kullanılan 5 referans seviyeli kapasite için grafiksel gösterim:



$$\mu(\emptyset,\{2\},\{1\},\emptyset)\ >\mu(\emptyset,\{2\},\emptyset,\emptyset)$$

Söz konusu tercih yapısını ortak ölçekteki ($[-1,1]$ aralığındaki) tüm değerler için yansıtabilecek kapasite değerlerinin bulunması amacıyla kabul bölgesi ($(0,1]$ aralığı) için dört, yeniden işleme bölgesi ($[-0,7,0)$ aralığı) için dört ve hurda bölgesi ($[-1,-0,7)$ aralığı) için bir seviye (-1) belirlenerek bu seviyelerin kombinasyonlarıyla 81 alternatif oluşturulmuştur (alternatif kümesi A). Bu alternatifler için Şekil 5.3'te verilen koşulları sağlayan kapasite değerleri (5 referans seviye ve 2 ölçüt olduğundan $5^2=25$ kapasite değeri) MATLAB kodu yazılarak bulunmuştur. Söz konusu MATLAB kodu Ek 5'te sunulmuştur.

$\mu(\emptyset,\{2\},\{1\},\emptyset)\leq\mu(\emptyset,\{2\},\emptyset,\emptyset)$ haricindeki monotonluk koşulları
Sınır koşullarını oluşturan aşağıdaki eşitlikler: $\mu(\{1,2\},\emptyset,\emptyset,\emptyset)=-1$ $\quad$ $\mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset,\emptyset)=0$ $\mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset,\emptyset)=-0,7$ $\quad$ $\mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset,\{1,2\})=1$ $\mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)=-\varepsilon$
$\boldsymbol{x}=(x_1,x_2)$, A kümesindeki bir alternatifi göstermek üzere tercih yapısını yansıtan aşağıdaki kısıtlar: – $x_1\in Y$ ise $C_\mu(x_1,x_2)=u_1=\frac{x_1-0}{-0,7-0},\forall\boldsymbol{x}\in A$ – $x_1\in H$ veya $x_2\in H$ ise $C_\mu(x_1,x_2)=-1,\forall\boldsymbol{x}\in A$

Şekil 5.3. Uygulama 1'de kapasite değerlerinin sağlaması gereken koşullar

5 referans seviyeli kapasite değerleri Ek 4'te, bu kapasite değerleri kullanılarak bulunan Choquet integral değerleri ise grafiksel olarak Şekil 5.4'te verilmiştir. Şekil 5.4'te görüldüğü gibi monotonluk ve sınır koşulları ve tercih bilgisini yansıtan kısıtlarla 1. ölçütün yeniden işleme gerektiren bir değer almış olması halinde 2. ölçütün değerinin

alternatifin genel puanı üzerinde etkili olmaması, ölçütlerden biri hurda değeri almışsa alternatifin genel puanının hurda değerinde olması ve bunların dışında 1. ölçüt veya her iki ölçüt kabul bölgesinde değer aldığında ölçütlerin kısmi değeri arttıkça alternatifin genel puanının da artması sağlanmıştır. Şekil 5.4'ü oluşturan Choquet integral değerlerinin hesaplanmasına örnek oluşturması için $\boldsymbol{x_i} = \left(x_1^i, x_2^i\right)$ ile gösterilen, ölçütler altında aldıkları değerler Çizelge 5.1'de verilen alternatifler ele alınsın. Önceki açıklamalardan alternatiflerin ölçüt değerlerinin ait olduğu bölgelerin sırasıyla (H,K), (H,K), (Y,K), (Y,K), (Y,K), (K,K), (K,K), (Y,Y), (Y,Y), (K,Y), (K,Y) şeklinde olduğu görülebilir.

Çizelge 5.1. Uygulama 1 için örnek alternatifler

Alternatif	Ölçüt 1 (kalınlık)	Ölçüt 2 (yüzey düzgünlüğü)
$\boldsymbol{x_1}$	-1	0,2
$\boldsymbol{x_2}$	-1	0,8
$\boldsymbol{x_3}$	-0,42	0,2
$\boldsymbol{x_4}$	-0,28	0,2
$\boldsymbol{x_5}$	-0,28	0,8
$\boldsymbol{x_6}$	0,4	0,2
$\boldsymbol{x_7}$	0,4	0,8
$\boldsymbol{x_8}$	-0,42	-0,28
$\boldsymbol{x_9}$	-0,28	-0,28
$\boldsymbol{x_{10}}$	0,2	-0,28
$\boldsymbol{x_{11}}$	0,4	-0,28

Söz konusu alternatifler için tercih sıralaması aşağıdaki gibidir:

$$\boldsymbol{x_1 \sim x_2 \prec x_3 \sim x_8 \prec x_4 \sim x_5 \sim x_9 \prec x_{10} \prec x_{11} \prec x_6 \prec x_7}$$

Alternatiflerin Choquet integral değerlerinin hesaplanabilmesi için ölçüt değerlerinin (2.32) ile verilen formül kullanılarak [0,1] aralığına dönüştürülmesi gerekir. i alternatifi için u_i ile gösterilen bu değerler ve alternatifler için Choquet integral hesaplamaları aşağıda verilmiştir:

$\boldsymbol{u_1} = (1;\ 0{,}2)$, $\boldsymbol{u_2} = (1;\ 0{,}8)$, $\boldsymbol{u_3} = (0{,}6;\ 0{,}2)$, $\boldsymbol{u_4} = (0{,}4;\ 0{,}2)$,
$\boldsymbol{u_5} = (0{,}4;\ 0{,}8)$, $\boldsymbol{u_6} = (0{,}4;\ 0{,}2)$, $\boldsymbol{u_7} = (0{,}4;\ 0{,}8)$, $\boldsymbol{u_8} = (0{,}6;\ 0{,}4)$,
$\boldsymbol{u_9} = (0{,}4;\ 0{,}4)$, $\boldsymbol{u_{10}} = (0{,}2;\ 0{,}4)$, $\boldsymbol{u_{11}} = (0{,}4;\ 0{,}4)$.

$$C_\mu(\boldsymbol{x_1}) = 0{,}2\mu(\{1\},\emptyset,\emptyset,\{2\}) + 0{,}8\mu(\{1\},\emptyset,\emptyset,\emptyset) = 0{,}2\times(-1) + 0{,}8\times(-1) = -1$$

$$C_\mu(\boldsymbol{x_2}) = 0{,}8\mu(\{1\},\emptyset,\emptyset,\{2\}) + 0{,}2\mu(\{1\},\emptyset,\emptyset,\emptyset) = 0{,}8\times(-1) + 0{,}2\times(-1) = -1$$

$$C_\mu(\boldsymbol{x_3}) = 0{,}2\mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\{2\}) + 0{,}4\mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\emptyset) + 0{,}4\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\emptyset)$$
$$= 0{,}2\times(-0{,}7) + 0{,}4\times(-0{,}7) + 0{,}4\times 0 = -0{,}42$$

$$C_\mu(\boldsymbol{x_4}) = 0{,}2\mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\{2\}) + 0{,}2\mu\big((\emptyset,\{1\},\emptyset,\emptyset)\big) + 0{,}6\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\emptyset)$$
$$= 0{,}2\times(-0{,}7) + 0{,}2\times(-0{,}7) + 0{,}6\times 0 = -0{,}28$$

$$C_\mu(\boldsymbol{x_5}) = 0{,}4\mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\{2\}) + 0{,}4\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\{2\}) + 0{,}2\mu(\emptyset,\emptyset,\{1\},\emptyset)$$
$$= 0{,}4\times(-0{,}7) + 0{,}4\times 0 + 0{,}2\times 0 = -0{,}28$$

$$C_\mu(\boldsymbol{x_6}) = 0{,}2\mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset,\{1{,}2\}) + 0{,}2\mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset,\{1\}) + 0{,}6\mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset,\emptyset)$$
$$= 0{,}2\times 1 + 0{,}2\times 0{,}1 + 0{,}6\times 0 = 0{,}22$$

$$C_\mu(\boldsymbol{x_7}) = 0{,}4\mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset,\{1{,}2\}) + 0{,}4\mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset,\{2\}) + 0{,}2\mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset,\emptyset)$$
$$= 0{,}4\times 1 + 0{,}4\times 0{,}175 + 0{,}2\times 0 = 0{,}47$$

$$C_\mu(\boldsymbol{x_8}) = 0{,}4\mu(\emptyset,\{1{,}2\},\emptyset,\emptyset) + 0{,}2\mu(\emptyset,\{1\},\{2\},\emptyset) + 0{,}4\mu(\emptyset,\emptyset,\{1{,}2\},\emptyset)$$
$$= 0{,}4\times(-0{,}7) + 0{,}2\times(-0{,}7) + 0{,}4\times 0 = -0{,}42$$

$$C_\mu(\boldsymbol{x_9}) = 0{,}4\mu(\emptyset,\{1{,}2\},\emptyset,\emptyset) + 0{,}6\mu(\emptyset,\emptyset,\{1{,}2\},\emptyset) = 0{,}4\times(-0{,}7) + 0{,}6\times 0$$
$$= -0{,}28$$

$$C_\mu(\boldsymbol{x_{10}}) = 0{,}2\mu(\emptyset,\{2\},\emptyset,\{1\}) + 0{,}2\mu(\emptyset,\{2\},\emptyset,\emptyset) + 0{,}6\mu(\emptyset,\emptyset,\{2\},\emptyset)$$
$$= 0{,}2\times 0 + 0{,}2\times(-0{,}05) + 0{,}6\times 0 = -0{,}01$$

$$C_\mu(\boldsymbol{x_{11}}) = 0{,}4\mu(\emptyset,\{2\},\emptyset,\{1\}) + 0{,}6\mu(\emptyset,\emptyset,\{2\},\emptyset) = 0{,}2\times 0 + 0{,}6\times 0 = 0$$

Görüldüğü gibi alternatiflerin aldığı Choquet integral değerleri tercih sıralamasıyla uyumludur, tercihsel bağımsızlık varsayımının sağlanmadığı bu örnekte alternatiflere Choquet integral ile tercih puanı verilebilmiştir:

$$C_\mu(\boldsymbol{x_1}) = C_\mu(\boldsymbol{x_2}) < C_\mu(\boldsymbol{x_3}) = C_\mu(\boldsymbol{x_8}) < C_\mu(\boldsymbol{x_4}) = C_\mu(\boldsymbol{x_5}) = C_\mu(\boldsymbol{x_9}) < C_\mu(\boldsymbol{x_{10}}) < C_\mu(\boldsymbol{x_{11}}) < C_\mu(\boldsymbol{x_6}) < C_\mu(\boldsymbol{x_7})$$

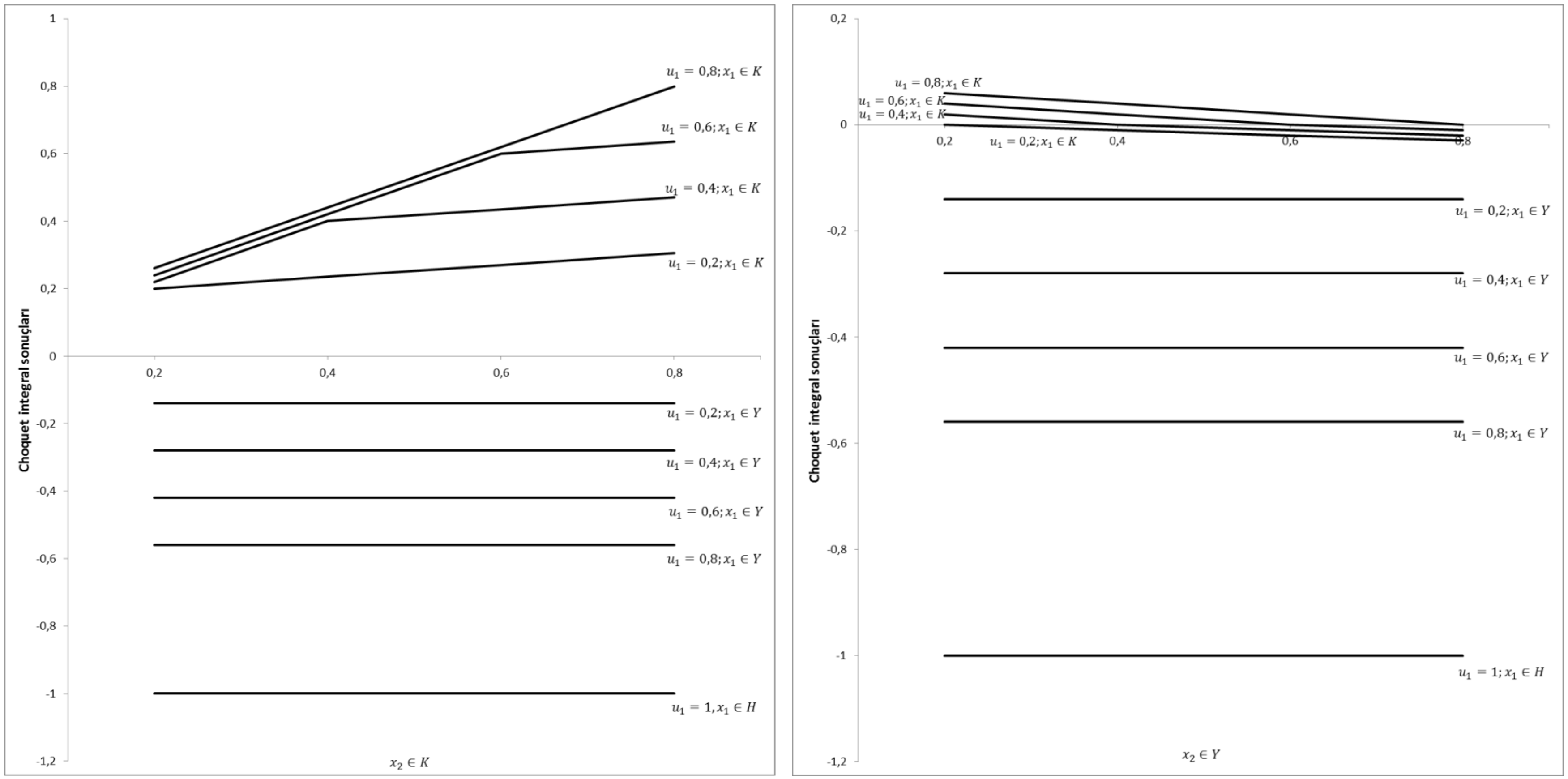
Elde edilen 5 referans seviyeli kapasite ile $a = 0{,}05$ ve $w_1^{A_2} + w_1^{A_1} = 0{,}75$ olarak bulunmaktadır (eşitlik (4.21) için kullanılacak değerler). Dolayısıyla, Şekil 4.23'te gösterilen nokta 4, $u_1 > 0{,}067$ olduğu sürece nokta 3'ten büyük olacaktır.

Uygulama 2:

İki kalite karakteristiğinden en az biri için yeniden işlemeye ihtiyaç olan bir alternatifin tercih puanı yeniden işleme bölgesinde olacağından tercih ifadesi 1 ile birlikte tercih ifadesi 2'nin de gerçekleşmesi istenmektedir. Bir diğer ifadeyle Uygulama 1'de açıklanan tercih kurallarına ek olarak iki kalite karakteristiğinden en az birinin yeniden işleme değerinde olması halinde alternatifin tercih puanının yeniden işleme bölgesinde olması gerekmektedir. Bu örnek bir yapay bölge ile 5 referans seviyeli kapasite kullanılarak modellenebilir. Bölüm 4.2'de açıklandığı gibi $x_1 \in K$, $x_2 \in Y$, $u_1 > u_2$ olacak şekilde bir $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2)$ alternatifi için aşağıdaki eşitsizliğin sağlanması gerekir (eşitsizlik 4.22'de gösterildiği gibi):

$$u_2\mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \{1\}) + (u_1 - u_2)\mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \{1\}) + (1 - u_1)\mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \emptyset) \leq \mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \emptyset) \tag{5.3}$$

Tercih ifadesi 1 sebebiyle $\mu(\emptyset, \{2\}, \{1\}, \emptyset) = \mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \emptyset)$ eşitliğinin sağlanması gerekir ve monotonluk şartları gereği $\mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \{1\}) \geq \mu(\emptyset, \{2\}, \{1\}, \emptyset)$ olmalıdır: $\mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \{1\}) \geq \mu(\emptyset, \{2\}, \{1\}, \emptyset) = \mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \emptyset)$.



Şekil 5.4. Şekil 5.3'te verilen problem için bulunan Choquet integral değerleri

Eşitsizlik (5.3)'ün sol tarafındaki ikinci ve üçüncü terimler de monotonluk şartı gereği sağ taraftaki terime eşit veya bu terimden büyüktür. Uygulama 1'de $\mu(\emptyset, \{2\}, \{1\}, \emptyset) > \mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \emptyset)$ olmasına izin verildiğinden $\mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \{1\}) \geq \mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \emptyset)$ eşitsizliği sağlandığı sürece $\mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \{1\}) < \mu(\emptyset, \{2\}, \{1\}, \emptyset)$ olmasına izin verilebilir. $\mu(\emptyset, \{2\}, \{1\}, \emptyset) = \mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \emptyset)$ olduğundan (5.3)'ün solundaki ilk terim sağdakinden küçük olur. Yapay bölgeyle ilgili $\mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \emptyset) < \mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \emptyset)$ şeklindeki monotonluk ihlaline izin verildiğinde $\mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \{1\}) \geq \mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \emptyset)$ olduğu sürece $\mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \{1\}) < \mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \emptyset)$ olmasına izin verilebilir. Sonuç olarak Bölüm 4.2'de de anlatıldığı gibi yapay bölgeyle ilgili iki monotonluk ihlali aşağıdaki gibidir:

$$\mu(\emptyset, \{2\}, \{1\}, \emptyset) > \mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \emptyset)$$
$$\mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \emptyset) < \mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \emptyset)$$

Söz konusu tercih yapısını ortak ölçekteki ($[-1,1]$ aralığındaki) tüm değerler için yansıtabilecek kapasite değerlerinin bulunması amacıyla kabul bölgesi ($[0,1]$ aralığı) için altı, yeniden işleme bölgesi ($[-0,7;\ 0)$ aralığı) için beş ve hurda bölgesi ($[-1; -0,7)$ aralığı) için bir seviye (-1) belirlenerek bu seviyelerin kombinasyonlarıyla 144 alternatif oluşturulmuştur. Kapasite değerlerini bulmak için sağlanması gereken koşullar Şekil 5.5'te verilmiştir.

Elde edilen kapasite değerleri Ek 6'da, bulunan 5 referans seviyeli kapasite ile hesaplanan Choquet integral değerleri grafiksel olarak Şekil 5.6'da sunulmuştur. Şekil 5.6 ile ilgili olarak Uygulama 1'de yapılan açıklamalar geçerlidir. Buradaki tek fark ölçütlerden birinin değeri yeniden işleme aralığında olduğunda alternatifin tercih puanının yeniden işleme aralığında olması gereğidir.

$\mu(\emptyset,\{2\},\{1\},\emptyset) \leq \mu(\emptyset,\{2\},\emptyset,\emptyset)$ ve $\mu(\emptyset,\emptyset,\{2\},\emptyset) \geq \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$ haricindeki monotonluk koşulları[1]
Sınır koşullarını oluşturan aşağıdaki eşitlikler: $\mu(\{1,2\},\emptyset,\emptyset,\emptyset) = -1$ $\quad$ $\mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset,\emptyset) = 0$ $\mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset,\emptyset) = -0{,}7$ $\quad$ $\mu(\emptyset,\emptyset,\emptyset,\{1,2\}) = 1$ $\mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset) = -\varepsilon$
$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2)$, A kümesindeki bir alternatifi göstermek üzere tercih yapısını yansıtan aşağıdaki kısıtlar: – $x_1 \in Y$ ise $C_\mu(\boldsymbol{x}) = u_1 = \frac{x_1 - 0}{-0{,}7-0}, \forall \boldsymbol{x} \in A$ – $x_1 \in H$ veya $x_2 \in H$ ise $C_\mu(\boldsymbol{x}) = -1, \forall \boldsymbol{x} \in A$ – $x_1 \in K$ ve $x_2 \in Y$ ise $-0{,}7 \leq C_\mu(\boldsymbol{x}) < 0, \forall \boldsymbol{x} \in A$

Şekil 5.5. Uygulama 2'de kapasite değerlerinin sağlaması gereken koşullar

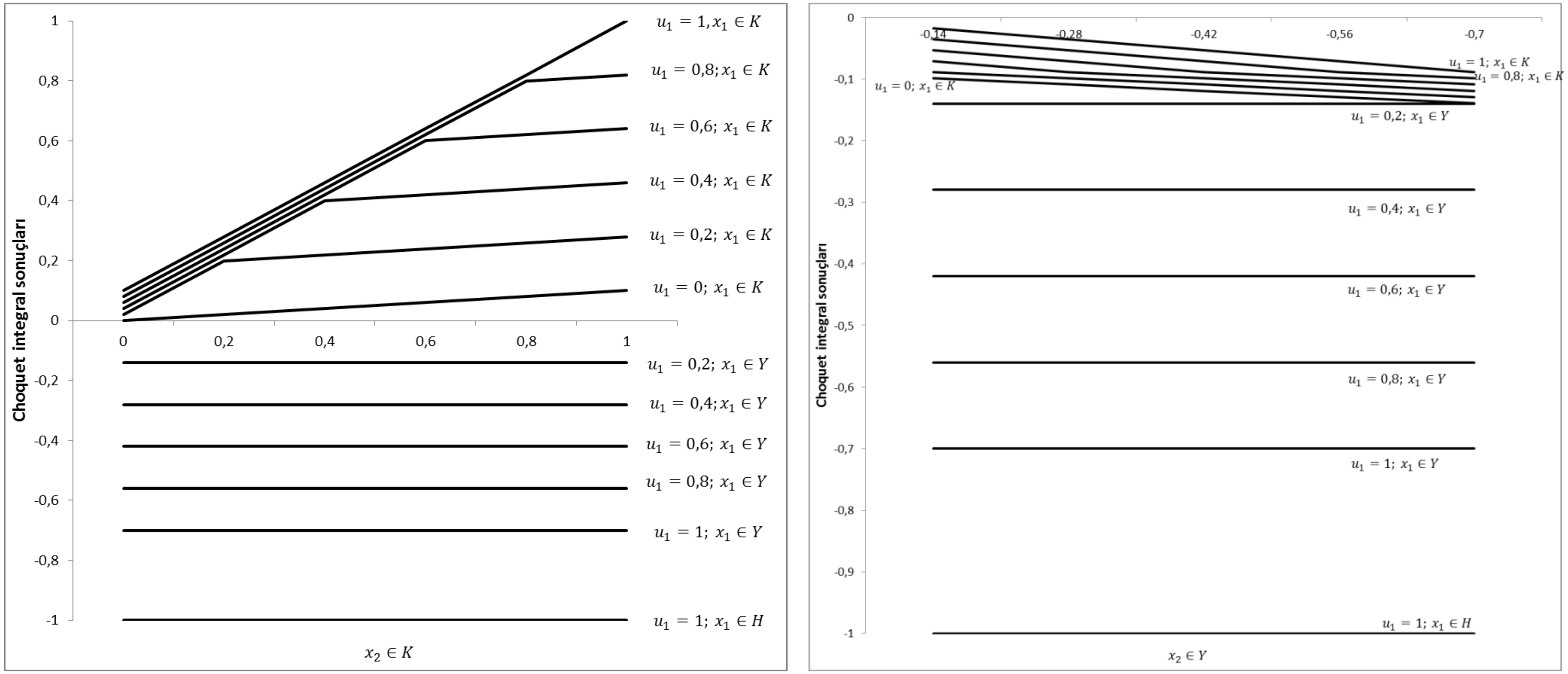
Uygulama 3:

Metal işlemede yüzey düzgünlüğü istenen seviyede değilse zımparalama işlemi uygulanabilir. Ancak bu işlem kalınlığı da azaltacağından uygulanabilmesi için kalınlığın alt spesifikasyon sınırına yakın olmaması gerekir. Dolayısıyla tercih yönünde bir değişim söz konusudur:

$$(K, K) \succ (Y, K)$$
$$(K, Y) \prec (Y, Y)$$

---

[1] Daha önce açıklandığı gibi dolaylı olarak $\mu(\emptyset,\{2\},\emptyset,\{1\}) < \mu(\emptyset,\{2\},\{1\},\emptyset)$ ve $\mu(\emptyset,\emptyset,\{2\},\{1\}) < \mu(\emptyset,\emptyset,\{1,2\},\emptyset)$ şeklindeki monotonluk ihlallerine de izin verilir. Fakat bunlar $\mu(\emptyset,\{2\},\emptyset,\{1\}) \geq \mu(\emptyset,\{2\},\emptyset,\emptyset)$ ve $\mu(\emptyset,\emptyset,\{2\},\{1\}) \geq \mu(\emptyset,\emptyset,\{2\},\emptyset)$ eşitsizlikleri sağlandığından alternatiflerin kabul bölgesi içinde alacakları puanlarda bir tutarsızlığa neden olmaz.



Şekil 5.6. Şekil 5.5'te verilen problem için bulunan Choquet integral değerleri

$(K, Y) \prec (Y, Y)$ durumu tüm kabul ve yeniden işleme değerleri için geçerli olmayacaktır. Tercih yapısı izleyen şekilde gösterilebilir:

$\boldsymbol{x_1} = (x_1^1, x_2^1)$ ve $\boldsymbol{x_2} = (x_1^2, x_2^2)$ iki alternatifi göstermek üzere, $x_1^1 \in K, x_2^1 \in Y, x_1^2 \in Y$ ve $x_2^2 \in Y$ olsun.

- $u_1^1 < u_2^1$ ise $\boldsymbol{x_1} \prec \boldsymbol{x_2}$,
- $u_1^1 > u_2^1$ ise $\boldsymbol{x_1} \succ \boldsymbol{x_2}$.

Daha önce izin verilen yapay bölge içindeki monotonluk ihlalleri ve $\mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \{1\}) = \mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset)$,$\mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset) = \mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \emptyset)$ alınmasıyla

$$(K, K) \succ (Y, K)$$
$$(K, Y) \prec (Y, Y)$$

şeklinde belirtilen tercih yönündeki değişim yansıtılabilmektedir:

$$C_\mu(\boldsymbol{x_1}) = u_1^1\mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \{1\}) + (u_2 - u_1^1)\mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \emptyset) + (1 - u_2)\mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \emptyset) \quad (5.3)$$

$$C_\mu(\boldsymbol{x_2}) = u_1^2\mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset)^1 \quad (5.4)$$

$u_1^1 < u_2^1$ ve $u_1^2 < u_2^2$ ise $(u_2^1 = u_2^2)$ $C_\mu(\boldsymbol{x_1}) < C_\mu(\boldsymbol{x_2})$ eşitsizliği sağlanır:

$$C_\mu(\boldsymbol{x_1}) - C_\mu(\boldsymbol{x_2}) = (u_1^1 - u_1^2)\mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset) + (u_2 - u_1^1)\mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \emptyset) + (1 - u_2)\mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \emptyset) \quad (5.5)$$

$u_1^1 - u_1^2 > 0$ ise (5.5) eşitliğinin sağ tarafındaki tüm terimler negatif olur, $C_\mu(\boldsymbol{x_1}) - C_\mu(\boldsymbol{x_2}) < 0$ eşitsizliği gerçekleşir.

---

[1] $u_1^2 < u_2^2$ ise $C_\mu(\boldsymbol{x_2}) = u_1^2\mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset) + (u_2 - u_1^2)\mu(\emptyset, \{2\}, \{1\}, \emptyset) + (1 - u_2)\mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \emptyset)$. $\mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \emptyset) \cong 0$ ve tercih ifadesi 1 sebebiyle $\mu(\emptyset, \{2\}, \{1\}, \emptyset) = \mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \emptyset)$ olduğundan $C_\mu(\boldsymbol{x_2}) = u_1^2\mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset)$.

$u_1^2 > u_2^2$ ise $C_\mu(\boldsymbol{x_2}) = u_2\mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset) + (u_1^2 - u_2)\mu(\emptyset, \{1\}, \{2\}, \emptyset) + (1 - u_1^2)\mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \emptyset)$. $\mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \emptyset) \cong 0$ ve tercih ifadesi 1 sebebiyle $\mu(\emptyset, \{1\}, \{2\}, \emptyset) = \mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset)$ olduğundan $C_\mu(\boldsymbol{x_2}) = u_1^2\mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset)$.

$u_1^1 - u_1^2 < 0$ ise (5.5) eşitliğinin sağ tarafındaki ilk terim pozitif, ikinci ve üçüncü terimler negatiftir.

$\mathrm{u}_2 - \mathrm{u}_1^1 > \mathrm{u}_1^2 - \mathrm{u}_1^1$ ve

$\mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \emptyset) < \mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \{1\}) = \mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset)$olduğundan

$(\mathrm{u}_1^1 - \mathrm{u}_1^2)\mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset) < |(\mathrm{u}_2 - \mathrm{u}_1^1)\mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \emptyset)|$ yazılır. Bu durumda yine

$\mathrm{C}_\mu(\mathrm{x}_1) - C_\mu(\boldsymbol{x_2}) < 0$ eşitsizliği gerçekleşir.

$u_1^1 < u_2^1$ ve $u_1^2 > u_2^2$ $(u_2^1 = u_2^2)$ ise

$$C_\mu(\boldsymbol{x_1}) - C_\mu(\boldsymbol{x_2}) = u_1^1[\mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset) - \mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \emptyset)] - u_2[\mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \emptyset) - \mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \emptyset)] - u_1^2[\mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset) - \mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \emptyset)] \tag{5.6}$$

$$C_\mu(\boldsymbol{x_1}) - C_\mu(\boldsymbol{x_2}) = (u_1^1 - u_2)[\mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset) - \mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \emptyset)] + u_1^2[\mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \emptyset) - \mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset)] + (1 - u_1^2)\mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \emptyset) \tag{5.7}$$

(5.7) eşitliğinin birinci ve üçüncü terimleri negatif, ikinci terimi ise sıfırdır. Dolayısıyla $C_\mu(\boldsymbol{x_1}) - C_\mu(\boldsymbol{x_2}) < 0$ eşitsizliği gerçekleşir.

$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2)$ alternatifi için $x_1 \in K, x_2 \in Y$ ve $u_1 < u_2$ ise $\boldsymbol{x}$ alternatifinin hurda bölgesinde olması istenmektedir:

$$C_\mu(\boldsymbol{x}) = u_1\mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \{1\}) + (u_2 - u_1)\mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \emptyset) + (1 - u_2)\mu(\emptyset, \emptyset, \{2\}, \emptyset) < \mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset) \tag{5.8}$$

$\mu(\emptyset, \{2\}, \emptyset, \{1\}) = \mu(\emptyset, \{1,2\}, \emptyset, \emptyset)$ alınarak (5.8) ifadesi aşağıdaki eşitsizliğe dönüştürülür:

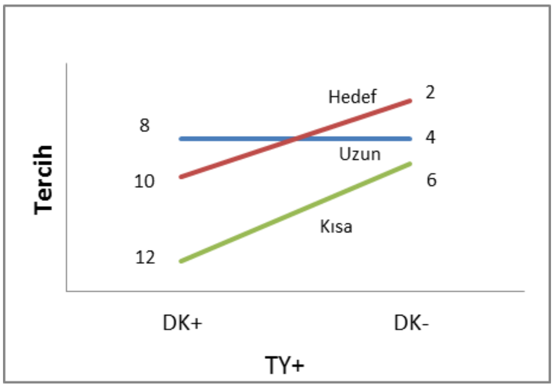
$$\frac{-(1-u_2)}{u_2-u_1} > \frac{\mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset,\emptyset)-\mu(\emptyset,\{2\},\emptyset,\emptyset)}{\mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset,\emptyset)-\mu(\emptyset,\emptyset,\{2\},\emptyset)} \tag{5.9}$$

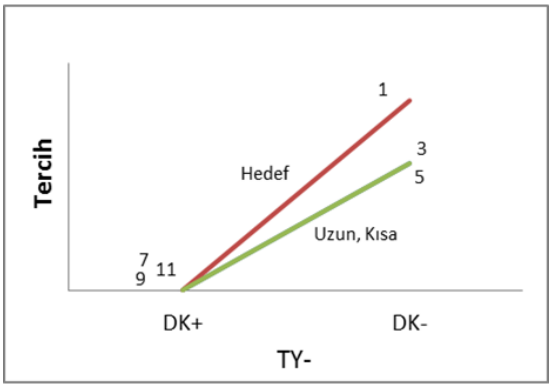
(5.9) eşitsizliğinin sağlanmasıyla tercih yönündeki değişim gösterilebilmektedir.

Uygulama 4:

Bölüm 4.3'te verilen sonuçlar Choquet integral ile modellenemeyecek bazı karar problemlerinin yeniden düzenlenerek Choquet integral kullanılabilir hale getirilmesi için de kullanılabilir. Uygulama 4 bu durum için örnek oluşturur.

Ayakkabı imalatı örneğinde karar verici deride kesik, tıraşlanmış yüzey ve arka uzunluk ölçütlerini dikkate alınmaktadır. Oluşturulan etkileşim tablosundan ölçütler arasında üçlü etkileşim olduğu görülmüştür. Etkileşim grafikleri Şekil 5.7'de verilmiştir.





Şekil 5.7. Ayakkabı imalatı örneği için etkileşim grafikleri

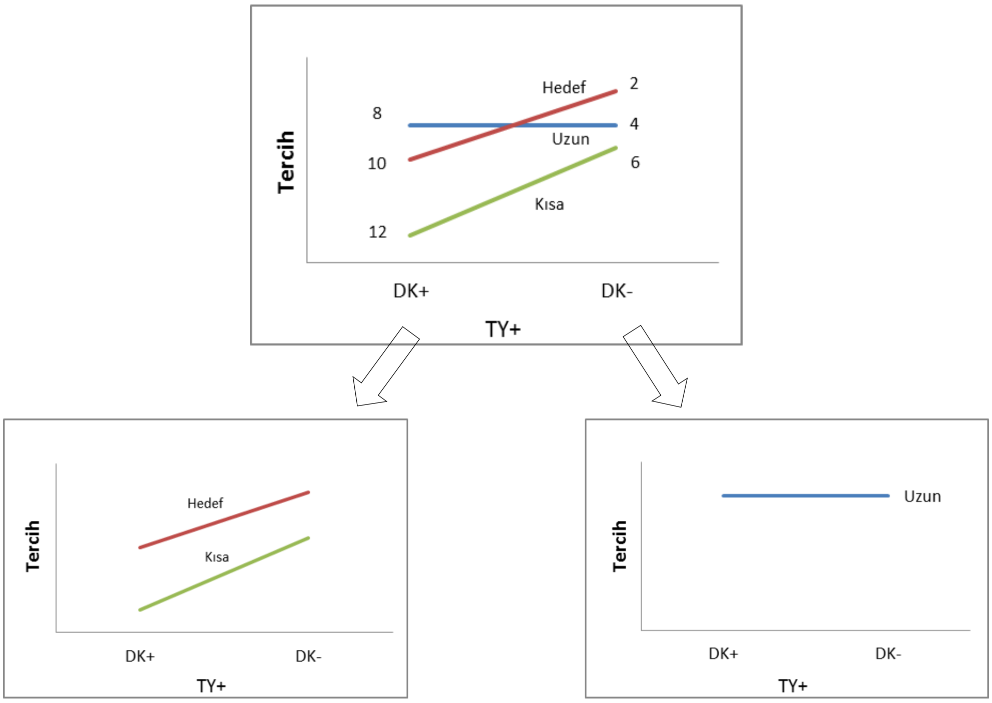
Karar vericinin 12 alternatif için "kabul edilir", "yeniden işlenir", "hurdaya ayrılır", "ikinci kalite olarak kabul edilir", "yeniden işlenir ve ardından ikinci kalite olarak kabul edilir" şeklinde değerlendirmelerde bulunarak yaptığı tercih sıralaması aşağıdaki gibidir:

$$1 \sim 2 \succ 4 \sim 8 \succ 3 \sim 5 \sim 6 \succ 10 \succ 12 \succ 7 \sim 9 \sim 11$$

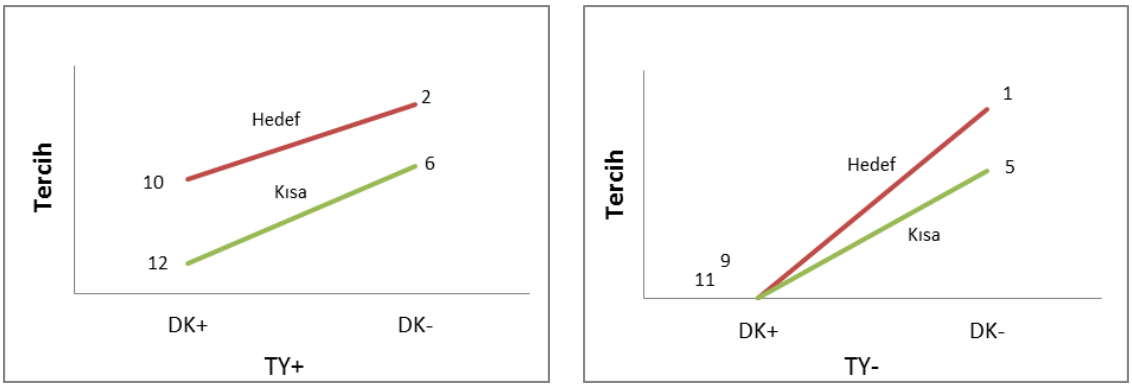
Karar verici ayrıca bazı alternatifler arasındaki tercih farkları için karşılaştırmalar yapmıştır. Bu karşılaştırmalar $u(i)$, i alternatifinin tercih değerini göstermek üzere aşağıdaki gibidir:

$$u(4) - u(6) > u(2) - u(4)$$
$$u(10) - u(12) > u(8) - u(10)$$

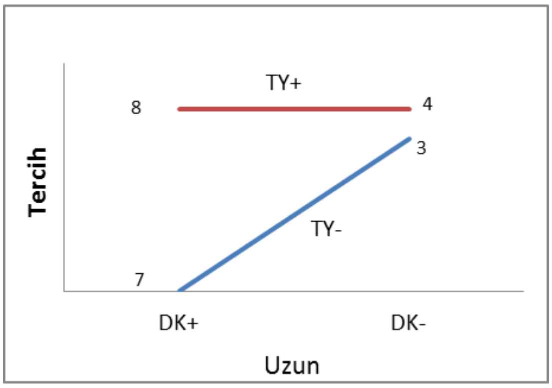
Şekil 5.7'deki ilk grafik artanlık aksiyomunun ihlal edildiğini gösterir. İkinci grafik de Çizelge 4.1'de verilen Sonuç 3 ile uyumlu değildir. Arka uzunluk ölçütünün uzun seviyesi hedef ve kısa seviyelerinden ayrı olarak ele alınırsa grafikler Şekil 5.8-5.10'da verilen hale dönüşür:



Şekil 5.8. Ayakkabı imalatı örneğinin arka uzunluk ölçütüne göre iki alt probleme ayrılması



Şekil 5.9. Ayakkabı imalatı örneği için alt problem 1



Şekil 5.10. Ayakkabı imalatı örneği için alt problem 2

Böylelikle problem Şekil 5.9 ve Şekil 5.10 ile gösterilen ve her biri tek kutuplu kapasite ile modellenebilecek iki parçaya bölünmüştür. İki parça ayrı ayrı modellenecek ve daha sonra yine tercih bilgisi gözetilerek birleştirilecektir.

Tüm ölçütler ve [0,1] aralığında ortak ölçeğe dönüştürülmüş değerleri Çizelge 5.2'de verilmiştir.

Çizelge 5.2. Kalite karakteristikleri ve aldıkları değerler

Deride kesik		**Arka yükseklik**		**Kullanılabilir tıraşlanmış yüzey**	
DK+	0	**U**	0	**TY+**	1
DK-	1	**H**	1	**TY-**	0
		K	0		

Problemin iki parçası için ayrı ayrı elde edilen kapasite değerleri Çizelge 5.3’te gösterilmiştir. 1 ve 2. alternatifler en çok tercih edilen alternatiflerdir, dolayısıyla aldıkları tercih puanı, 1, korunacaktır ve bu alternatiflerin bulunduğu kısa & hedef başlığı altındaki değerler birleştirme işleminde referans olarak alınacaktır. Karar verici 3., 5. ve 6. alternatiflerin aynı değerde olması gerektiğini belirtmiştir. Dolayısıyla problemin diğer parçası olan uzun başlığı altındaki değerler buna uygun bir katsayıyla (0,89) çarpılacaktır. Böylelikle elde edilen tercih puanları Çizelge 5.4’te sunulmuştur.

Çizelge 5.3. Ayakkabı imalatı örneği için bulunan kapasite değerleri

Kısa, Hedef			Uzun		
Alternatif	**Kapasite**	**Kapasite Değeri**	**Alternatif**	**Kapasite**	**Kapasite Değeri**
1	μ(1,2)	1	3	μ(1)	0,75
2	μ(1,2,3)	1	4	μ(1,2)	1
5	μ(2)	0,67	7	μ(Ø)	0
6	μ(2,3)	0,67	8	μ(2)	1
9	μ(1)	0			
10	μ(1,3)	0,6			
11	μ(Ø)	0			
12	μ(3)	0,16			

Çizelge 5.4. Ayakkabı imalatı örneği için bulunan tercih puanları

Alt.	Puan	Alt.	Puan	Alt.	Puan	Alt.	Puan
1	1	**4**	0,89	**7**	0	**10**	0,6
2	1	**5**	0,67	**8**	0,89	**11**	0
3	0,67	**6**	0,67	**9**	0	**12**	0,16

5.2. Ölçütlerin Şartlı Göreceli Önemleri (Tercih Yönünde Değişim)

Tercih ifadesi 3. Ölçüt i'nin değeri pozitif ise ölçüt j^{+} ölçüt j^{-}'den daha önemlidir. Ölçüt i negatif ise ölçüt j^{-} ölçüt j^{+}'dan daha önemlidir.

Tercih ifadesi 3 tek kutuplu kapasite ile Choquet integral kullanılarak modellenemez. Labreuche and Grabisch (2007), bu ifadenin üç referans seviyeli kapasite (referans seviyeleri: -1, 0, 1) kullanılarak da modellenemeyeceğini göstermiştir. Bu bölümde yapay bölge eklenerek tercih ifadesi 3'ün modellenmesi çalışması açıklanmıştır.

2 yapay bölgenin kullanıldığı -1, $-\varepsilon$, 0, ε, 1 referans seviyeleri ile 5 referans seviyeli kapasitenin tercih ifadesi 3'ü modellemesi için aşağıdaki şartların sağlanması gerekir:

$$\Delta_{j^{+}}^{\epsilon_{j^{+}}} \mu(A,B,C,D) > \Delta_{j^{-}}^{\epsilon_{j^{-}}} \mu(A',B',C',D'), \forall (A,B,C,D,A',B',C',D') \in \Sigma_i^{+}, \forall \epsilon_{j^{+}} \epsilon_{j^{-}} \in \{-,+\} \tag{5.10}$$

ve

$$\Delta_{j^{+}}^{\epsilon_{j^{+}}} \mu(A,B,C,D) < \Delta_{j^{-}}^{\epsilon_{j^{-}}} \mu(A',B',C',D'), \forall (A,B,C,D,A',B',C',D') \in \Sigma_i^{-}, \forall \epsilon_{j^{+}} \epsilon_{j^{-}} \in \{-,+\} \tag{5.11}$$

(5.10) ve (5.11)'de ;

ϵ_l, l ölçütünün aldığı değerin işaretini göstermektedir ve

$\Sigma_i^{+} = \{(A,B,C,D),(A',B',C',D') \in \mathcal{S}(N \setminus \{j^{+},j^{-}\}), i \in C \cup D \cup C' \cup D' ve\ \ (A \subseteq A', B \supseteq B', C \supseteq C'$ve $D \subseteq D'\ veya\ \ A \supseteq A', B \subseteq B', C \subseteq C'$ve $D \supseteq D')\}$,

$\Sigma_i^{-} = \{(A,B,C,D),(A',B',C',D') \in \mathcal{S}(N \setminus \{j^{+},j^{-}\}), i \in A \cup B \cup A' \cup B'\ ve\ (A \subseteq A', B \supseteq B', C \supseteq C'$ve $D \subseteq D'\ veya\ \ A \supseteq A', B \subseteq B', C \subseteq C'$ve $D \supseteq D')\}$,

$\Delta_l^{+} \mu(A,B,C,D) = \mu(A,B,C,D \cup \{l\}) - \mu(A,B,C \cup \{l\},D)$,

$\Delta_l^{-} \mu(A,B,C,D) = \mu(A,B \cup \{l\},C,D) - \mu(A \cup \{l\},B,C,D)$ ve

$\mathcal{S}(N) = \{(A, B, C, D) \subseteq 2^N \times 2^N \times 2^N \times 2^N | A \cap B \cap C \cap D = \emptyset\}$ olarak tanımlanmıştır.

(5.10) tercih ifadesi 3'ün ilk bölümü olan "ölçüt i'nin değeri pozitif ise ölçüt j^+ ölçüt j^-'den daha önemlidir" koşulunu temsil eder. Σ_i^+ kümesinde $i \in C \cup D \cup C' \cup D'$ olması i'nin pozitif olduğunu gösterir. Bu ifadenin j^+ ve j^- ölçütlerinin pozitif ve negatif değerleri için ve $u_{j^+} > u_{j^-}$ ve $u_{j^+} < u_{j^-}$ durumlarında modellenebilmesi gerekir. $u_{j^+} > u_{j^-}$ ise $A \subseteq A', B \supseteq B', C \supseteq C'$ve $D \subseteq D'$, $u_{j^+} < u_{j^-}$ ise $A \supseteq A', B \subseteq B', C \subseteq C'$ve $D \supseteq D'$ ilişkileri sağlanacaktır. Benzer şekilde Σ_i^- kümesi de tercih ifadesi 3'ün ikinci bölümü için oluşturulmuştur.

(5.10) ve (5.11) ile gösterilen şartlar yapay bölgeyle ilgili aşağıda verilen monotonluk şartının ihlal edilmesini gerektirir:

$$\mu(\{2\}, \emptyset, \{1\}, \{3\}) \geq \mu(\{2\}, \{1\}, \emptyset, \{3\})$$

i, j^+ ve j^- ölçütleri sırasıyla 1, 2 ve 3 ile gösterilsin ve $x_1 = (x_1^1, x_2^1, x_3^1)$ ve $x_2 = (x_1^2, x_2^2, x_3^2)$ şeklinde iki alternatif tanımlansın. Bu alternatifler için $x_1^1 > 0, x_1^2 < 0$, $x_2^1, x_2^2 < 0$, $x_3^1, x_3^2 > 0$ ve $u_1^1 < u_2^1, u_1^1 < u_3^1$, $u_1^2 < u_2^2, u_1^2 < u_3^2$ olsun. Tercih ifadesi 3'ün gösterilebilmesi için gerekli şartlar Çizelge 5.5'te incelenmiştir.

Monotonluk koşulları

$$\mu(\emptyset, \{1,2,3\}, \emptyset, \emptyset) \leq \mu(\emptyset, A, B, \emptyset) \leq \mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2,3\}, \emptyset), \forall A, B, A \cup B = \{1,2,3\}$$

eşitsizliğinin sağlanmasını gerektirir.

$\mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2,3\}, \emptyset) = \varepsilon$ ve $\mu(\emptyset, \{1,2,3\}, \emptyset, \emptyset) = -\varepsilon$ olduğundan tercih kuralının sağlanması için Çizelge 4.1'in son sütununda gösterilen şartların sağlanması $\mu(\{2\}, \emptyset, \{1\}, \{3\}) < \mu(\{2\}, \{1\}, \emptyset, \{3\})$ olmasını gerektir.

Çizelge 5.5'te verilen koşulların tümünü karşılayan en az bir 5 referans seviyeli kapasite bulunduğunu göstermek için Şekil 5.11'de verilen en iyileme problem çözülmüştür.

Çizelge 5.5. Tercih ifadesi 3'ün modellenmesinde monotonluk ihlaline yol açan durum

Alternatif		Ağırlıklar	Tercih kuralı
Alternatif 1	$u_2 > u_3$	$w_2 = \mu(\emptyset,\{2\},\{1,3\},\emptyset) - \mu(\{2\},\emptyset,\{1,3\},\emptyset)$ $w_3 = \mu(\{2\},\emptyset,\{1\},\{3\}) - \mu(\{2\},\emptyset,\{1,3\},\emptyset)$	$w_2 > w_3$ $\mu(\emptyset,\{2\},\{1,3\},\emptyset) > \mu(\{2\},\emptyset,\{1\},\{3\})$
	$u_2 < u_3$	$w_2 = \mu(\emptyset,\{2\},\{1\},\{3\}) - \mu(\{2\},\emptyset,\{1\},\{3\})$ $w_3 = \mu(\emptyset,\{2\},\{1\},\{3\}) - \mu(\emptyset,\{2\},\{1,3\},\emptyset)$	
Alternatif 2	$u_2 > u_3$	$w_2 = \mu(\emptyset,\{1,2\},\{3\},\emptyset) - \mu(\{2\},\{1\},\{3\},\emptyset)$ $w_3 = \mu(\{2\},\{1\},\emptyset,\{3\}) - \mu(\{2\},\{1\},\{3\},\emptyset)$	$w_2 < w_3$ $\mu(\emptyset,\{1,2\},\{3\},\emptyset) < \mu(\{2\},\{1\},\emptyset,\{3\})$
	$u_2 < u_3$	$w_2 = \mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset,\{3\}) - \mu(\{2\},\{1\},\emptyset,\{3\})$ $w_3 = \mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset,\{3\}) - \mu(\emptyset,\{1,2\},\{3\},\emptyset)$	

$\mu(\{2\},\emptyset,\{1\},\{3\}) \geq \mu(\{2\},\{1\},\emptyset,\{3\})$ *dışındaki monotonluk şartları*

sınır koşulları

$w_2 - w_3 - \delta \geq 0, \forall \epsilon_{2,}\epsilon_3 \in \{-,+\}, x_1 > 0, \forall \sigma$

$w_3 - w_2 - \delta \geq 0, \forall \epsilon_{2,}\epsilon_3 \in \{-,+\}, x_1 < 0, \forall \sigma$

$\delta \geq 0$

kısıtları altında

Enb δ

Şekil 5.11. Tercih ifadesi 3'ü temsil edecek kapasite değerlerinin bulunması için çözülen en iyileme problemi

En iyileme probleminde;

σ, N üzerinde bir permütasyonu göstermekte ve

$$w_l(x) = \begin{cases} \epsilon_l = + \; ise \; \Delta_l^{\epsilon_l}\mu\left(A_l^-(x), A_l^{-,D}(x), A_l^{+,D}(x), A_l^+(x)\right) \\ \epsilon_l = - \; ise \; -\Delta_l^{\epsilon_l}\mu\left(A_l^-(x), A_l^{-,D}(x), A_l^{+,D}(x), A_l^+(x)\right) \end{cases},$$

$A_l^-(x) = \{m | m \neq l, x_m < 0 \; ve \; |x_m| \geq |x_l| \},$

$A_l^{-,D}(x) = \{m|m \neq l, x_m < 0 \; ve \; |x_m| < |x_l| \}$,

$A_l^{+,D}(x) = \{m|m \neq l, x_m \geq 0 \; ve \; |x_m| < |x_l| \}$,

$A_l^{+}(x) = \{m|m \neq l, x_m \geq 0 \; ve \; |x_m| \geq |x_l| \}$ olarak tanımlanmaktadır.

$\delta = 0{,}0875$ çözümü Ek 7'de sunulmuştur. $\delta > 0$ olduğundan ölçüt i'nin pozitif değerleri için ölçüt j^+'nın ölçüt j^-'den, negatif değerleri için ise ölçüt j^-'nin ölçüt j^+'dan daha önemli olması sağlanmıştır. Örneğin Çizelge 5.6'da verilen dört alternatif ele alınsın.

Çizelge 5.6. Tercih ifadesi 3 için örnek problem

Alternatif	**Ölçüt i**	**Ölçüt j^+**	**Ölçüt j^-**
a	0,2	0,9	0,6
b	0,2	0,6	0,9
c	-0,2	0,9	0,6
d	-0,2	0,6	0,9

Ölçüt i, a ve b alternatiflerinde pozitif değer aldığından $a \succ b$, c ve d alternatiflerinde negatif değer aldığından $d \succ c$ olacaktır. Ek 7'de verilen kapasite değerleri kullanılarak söz konusu dört alternatifin Choquet integral değerleri aşağıda hesaplanmıştır:

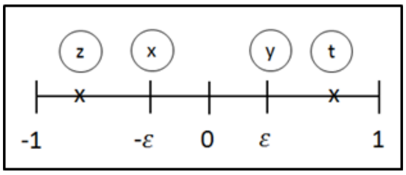
$$C_\mu(a) = 0{,}2\mu(\emptyset, \emptyset, \emptyset, \{1,2,3\}) + 0{,}4\mu(\emptyset, \emptyset, \{1\}, \{2,3\}) + 0{,}3\mu(\emptyset, \emptyset, \{1,3\}, \{2\}) + 0{,}1\mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2,3\}, \emptyset) = 0{,}2 \times 1 + 0{,}4 \times 0{,}2625 + 0{,}3 \times 0{,}175 + 0{,}1 \times 0 = 0{,}3575$$

$$C_\mu(b) = 0{,}2\mu(\emptyset, \emptyset, \emptyset, \{1,2,3\}) + 0{,}4\mu(\emptyset, \emptyset, \{1\}, \{2,3\}) + 0{,}3\mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2\}, \{3\}) + 0{,}1\mu(\emptyset, \emptyset, \{1,2,3\}, \emptyset) = 0{,}2 \times 1 + 0{,}4 \times 0{,}2625 + 0{,}3 \times 0{,}0875 + 0{,}1 \times 0 = 0{,}33125$$

$$C_\mu(c) = 0{,}2\mu(\{1\},\emptyset,\emptyset,\{2{,}3\}) + 0{,}4\mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\{2{,}3\}) + 0{,}3\mu(\emptyset,\{1\},\{3\},\{2\})$$
$$+ 0{,}1\mu(\emptyset,\{1\},\{2{,}3\},\emptyset)$$
$$= 0{,}2 \times 0{,}0875 + 0{,}4 \times 0{,}0875 + 0{,}3 \times 0 + 0{,}1 \times 0 = 0{,}0525$$
$$C_\mu(d) = 0{,}2\mu(\{1\},\emptyset,\emptyset,\{2{,}3\}) + 0{,}4\mu(\emptyset,\{1\},\emptyset,\{2{,}3\}) + 0{,}3\mu(\emptyset,\{1\},\{2\},\{3\}) +$$
$$0{,}1\mu(\emptyset,\{1\},\{2{,}3\},\emptyset) = 0{,}2 \times 0{,}0875 + 0{,}4 \times 0{,}0875 + 0{,}3 \times 0{,}0875 +$$
$$0{,}1 \times 0 = 0{,}07875$$

Görüldüğü gibi $C_\mu(a) > C_\mu(b)$ ve $C_\mu(d) > C_\mu(c)$ olduğundan tercihsel bağımsızlık varsayımını ihlal eden tercih yapısı Choquet integral ile modellenebilmiştir.

Yapay bölge içinde bir monotonluk ihlaline izin verilmiştir; Şekil 5.12'de gösterilen alternatif x alternatif y'den büyük değer almaktadır. Dolayısıyla alternatif t'nin alternatif z'den büyük değer alması için en küçük u_1 değerinin ne olması gerektiği araştırılmıştır.



Şekil 5.12. Monotonluk ihlalinin etkisi için ele alınan dört alternatif

$$a = \mu(\{2\},\{1\},\emptyset,\{3\}) - \mu(\{2\},\emptyset,\{1\},\{3\})$$

$$C_\mu(\boldsymbol{z}) = u_1\mu(\{1{,}2\},\emptyset,\emptyset,\{3\}) + (u_2 - u_1)\mu(\{2\},\{1\},\emptyset,\{3\})$$
$$+ (u_3 - u_2)\mu(\emptyset,\{1{,}2\},\emptyset,\{3\}) + (1 - u_3)\mu(\emptyset,\{1{,}2\},\{3\},\emptyset)$$

$$C_\mu(\boldsymbol{t}) = u_1\mu(\{2\},\emptyset,\emptyset,\{1{,}3\}) + (u_2 - u_1)\mu(\{2\},\emptyset,\{1\},\{3\})$$
$$+ (u_3 - u_2)\mu(\emptyset,\{2\},\{1\},\{3\}) + (1 - u_3)\mu(\emptyset,\{2\},\{1{,}3\},\emptyset)$$

$$C_\mu(\boldsymbol{t}) - C_\mu(\boldsymbol{z}) = u_1[\mu(\{2\},\emptyset,\emptyset,\{1{,}3\}) - \mu(\{1{,}2\},\emptyset,\emptyset,\{3\})] + (u_2 - u_1)(-a)$$
$$+ (u_3 - u_2)[\mu(\emptyset,\{2\},\{1\},\{3\}) - \mu(\emptyset,\{1{,}2\},\emptyset,\{3\})]$$

$C_\mu(\boldsymbol{t}) > C_\mu(\boldsymbol{z})$ olabilmesi için aşağıdaki eşitsizliğin sağlanması gerekir:

$$\frac{u_1[\mu(\{2\},\emptyset,\emptyset,\{1,3\}) - \mu(\{1,2\},\emptyset,\emptyset,\{3\})] + (u_3 - u_2)[\mu(\emptyset,\{2\},\{1\},\{3\}) - \mu(\emptyset,\{1,2\},\emptyset,\{3\})]}{u_2 - u_1} > a$$

Ek 7'de verilen kapasite değerleri kullanıldığında $u_2 = u_3 = 1$ için $u_1 > 0{,}1187$ olduğu sürece $C_\mu(\boldsymbol{t}) > C_\mu(\boldsymbol{z})$ olacaktır.

BÖLÜM 6

SONUÇ VE İLERİ ÇALIŞMA KONULARI

Bu çalışmada kesikli türdeki karar problemlerinde ölçütler arasında tercihsel bağımlılık görülen durumlarda alternatiflerin sıralanması problemi ele alınmıştır. Tercih puanları arasındaki farkların da anlamlı olması istenmektedir. Tercihlerin önceden toplanıldığı yaklaşım benimsenmiş ve birleştirme operatörü olarak Choquet integral seçilmiştir.

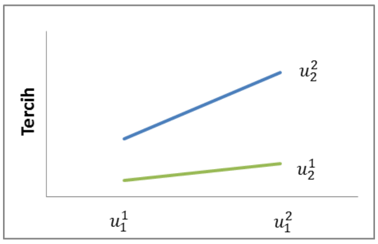
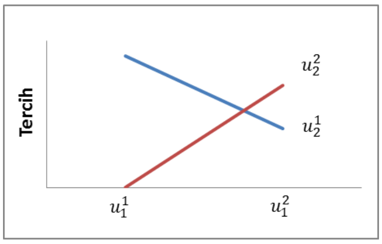
Choquet integral, sadece ölçütleri değil aynı zamanda ölçüt kombinasyonlarını dikkate alması, ölçütlerin birbirine göre konumlarını (sıralarını) ve kullanılan kapasite türüne bağlı olarak değer aldıkları aralıkları gözetiyor olması sayesinde çeşitli etkileşim türlerini modelleme yeteneğine sahiptir.

Bağımsızlık varsayımının sağlanmadığı durumlarda kullanılacak yöntemin belirlenmesi için problemdeki etkileşim türlerinin incelenmesi gerekir. Choquet integralin etkileşimleri modelleme yeteneği literatürde belli karar kurallarını temel alan örneklerle açıklanmış olmakla birlikte pratikte karşılaşılan bir karar problemi için Choquet integralle modelleme yapılmasının uygunluğu ve hangi tür kapasite kullanılması gerektiği her zaman kolaylıkla anlaşılamayabilir. Tez çalışmasında ele alınan araştırma soruları izleyen şekilde özetlenebilir:

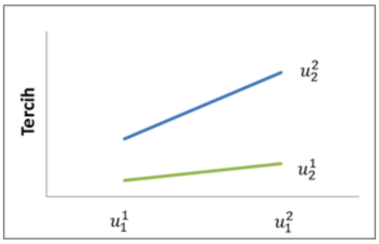
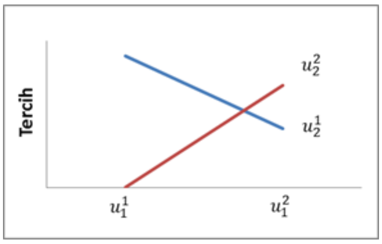
- Herhangi bir problem verildiğinde hangi kapasitenin uygun olduğuna nasıl karar verilir?
- Choquet integral kullanılarak ele alınabilen etkileşim yapıları kalite problemlerinde karşılaşılan bağımlılık türleriyle uyumlu mudur?
- Choquet integralin modelleyemediği durumlar için iyileştirme yapılabilir mi?

İlk maddedeki soru için Choquet integralin farklı kapasiteler ile kullanımıyla modellenebilecek etkileşim türleri üzerine detaylı bir analiz gerçekleştirilmiştir. Çok ölçütlü değer teorisinde tanımlanan tercihsel, zayıf fark ve fark bağımsızlıklarının sağlanmadığı durumlarda Choquet integral ile tercih modellemesi yapılabildiği gösterilmiştir. Bu bağımsızlık koşullarının ihlal edildiği durumlarda Choquet integral ile modelleme yapabilmek için sağlanması gereken koşullar, ikili ve üçlü etkileşimler tercih farklarında değişim ve tercih yönünde değişim başlıkları altında toplanarak ve kolay anlaşılabilir etkileşim grafikleri kullanılarak ortaya konmuştur. Çalışmayla ilgili sonuçların verildiği bölümler Çizelge 6.1 ve Çizelge 6.2'de sunulmuştur. Bu sonuçlar Bölüm 4.3'te de özetlenmiştir.

Çizelge 6.1. Tek kutuplu (iki referans seviyeli) kapasite için sonuçların verildiği bölümler

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">Etkileşim (bağımlılık) durumu</th><th rowspan="2">İhlal edilen bağımsızlık koşulları</th><th colspan="2">Modelleme için gerekli koşulların açıklandığı bölüm</th></tr>
<tr><th>İkili etkileşimler</th><th>Üçlü etkileşimler</th></tr>
<tr><td>Tercih farklarında değişim</td><td>
</td><td>• Fark bağımsızlığı
• Zayıf fark bağımsızlığı
• Tercihsel bağımsızlık</td><td>4.1.1.1 (Çizelge 4.1, sayfa 107)</td><td>4.1.1.2 (Çizelge 4.4, sayfa 118)</td></tr>
<tr><td>Tercih yönünde değişim</td><td>
</td><td>Tercihsel bağımsızlık</td><td colspan="2">4.1.2 (sayfa 118)</td></tr>
</table>

Çizelge 6.2. k'lı kapasite için sonuçların verildiği bölümler

Etkileşim (bağımlılık) durumu		**İhlal edilen bağımsızlık koşulları**	**Modelleme için gerekli koşulların açıklandığı bölüm**
Tercih farklarında değişim		• Fark bağımsızlığı • Zayıf fark bağımsızlığı • Tercihsel bağımsızlık	4.2.1 (Çizelge 4.7, sayfa 130)
Tercih yönünde değişim		Tercihsel bağımsızlık	5.1 (Uygulama 3, sayfa 160) ve 5.2 (sayfa 169)

Choquet integral yönteminin pratikte görülen etkileşim türleri üzerindeki modelleme başarısını incelemek amacıyla gerçekçi problemlerin belirlenmesi için imalat ortamlarında kalite karakteristikleri arasında sık görülen etkileşim türleri anlaşılmaya çalışılmıştır. Kalite kontrol uzmanları sıklıkla süreç değişkenlerinde gerçekleşecek değişikliklerin kalite karakteristikleri üzerindeki etkisini anlamaya çalışır. Bu amaçla kullanılabilecek regresyon veya karar ağacı gibi yöntemlerin çoğu tek bir bağımlı değişken ile çalışmaktadır. Oysa Bölüm 3'te de örnekleri verildiği gibi imalat ortamlarında kalite kontrol ve iyileştirme çalışmaları genellikle birden fazla ve birbiriyle etkileşen kalite karakteristiklerinin ele alınmasını gerektirir. Kalite karakteristikleri Choquet integral kullanılarak tercih bilgisini yansıtan tek bir ölçüde birleştirildiğinde bu birleşik ölçü ile süreç değişkenleri arasındaki ilişkiyi ortaya koymak için tek bağımlı değişken ile çalışan herhangi bir yöntem kullanılabilir.

Bağımsızlık varsayımının test edilmesi ve var olan bağımlılık durumlarının ortaya çıkarılması için geliştirilen analiz yöntemi ayakkabı imalatı ile metal işleme sektörlerinde uygulanmıştır. Söz konusu uygulamalarda Choquet integralin ele alabildiği etkileşim durumları ile uyumlu olmayan etkileşim yapıları belirlenmiştir. Choquet integralin modelleyemediği durumlar için iyileştirme yapılması amacıyla yapay bölge çözümü önerilmiştir. Önerilen çözümün söz konusu kalite uygulamalarındaki tercih örnekleri ve literatürde karşılaşılan bir etkileşim türü açısından etkisi gösterilmiştir. Böylelikle Choquet integralin daha çok bağımlılık türünü ele alabilecek şekilde geliştirilmesi sağlanmıştır. Ayrıca bilindiği kadarıyla şu ana kadar sadece teorik olarak çalışılan k'lı kapasitenin uygulaması da tez çalışması kapsamında gerçekleştirilmiştir.

Alternatiflere tercih puanı verilmesi probleminin kalite, pazarlama, veri madenciliği gibi çeşitli alanlardaki önemi Giriş bölümünde açıklanmıştır. Bunlara sağlık sektörü, lojistik gibi farklı alanlardan da örnekler verilebilir. Ölçütler arasında etkileşim olduğunda başvurulabilecek yöntemler ise kısıtlıdır. Bu çalışma kapsamında ortaya çıkarılan Choquet integral ile modellenebilecek etkileşim türlerini açıklayan tablolar çok çeşitli alanlarda uygulaması olan tercih tahmini modellerinin geliştirilmesi probleminde uygulayıcıların yöntem seçiminde başvurabileceği bir kılavuz oluşturmaktadır.

k'lı kapasite ile tercih yönündeki değişimlerin modellenmesi karar örnekleri üzerinden açıklanmıştır. Bu etkileşim türleri için Choquet integral ile modelleme yapılmasına ilişkin genel kuralların ortaya konması çalışmanın devamında gerçekleştirilebilecektir.

Tez çalışması kapsamında alternatiflerin ölçütler altında aldıkları değerlerin ortak bir ölçeğe dönüştürülmüş olduğu varsayılmıştır. Ölçüt değerlerinin ortak skalaya dönüştürülmesi işleminin problem kapsamına dahil edilmesi de ileri çalışma konuları arasındadır.

Tez çalışmasında tercihsel bağımlılıklar ele alınmıştır. Oysa Giriş bölümünde açıklandığı gibi ölçüt değerleri birlikte yüksek veya düşük olma eğiliminde olabilir. Korelasyon bilgisi karar vericinin tercihlerini etkileyerek tercihsel bağımlılığa da yol açabilir. Dolayısıyla ölçütleri arasında hem tercihsel bağımlılık hem de korelasyon olan karar problemlerinin modellenmesi, üzerinde dikkatle durulması gereken bir konudur. Literatürde korelasyon haricinde kuyruk bağımlılığı, bölge bağımlılığı gibi çeşitli istatistiksel bağımlılık türleri de tanımlanmıştır. Bu etkileşim türlerinin ele alınması ileri bir çalışma alanını oluşturmaktadır. İlgilenilen problemdeki etkileşim türlerinin analizinde kullanılan sorgulamaların karar vericiyi daha az yoracak yönde geliştirilmesi de ileri çalışma konuları arasındadır.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Abbas, A.E., 2009, Multiattribute Utility copulas, Operations Research, 57, 6, 1367-1383.

Abbas, A.E., 2010, Constructing multiattribute utility functions for decision analysis, Tutorials in Operations Research INFORMS, 62-98.

Abbas, A.E. and Howard, R.A., 2005, Attribute dominance utility, Decision Analysis, 2, 4, 185-206.

Angilella, S., Greco, S., Lamantia, F. and Matarazzo, B., 2004, Assessing non-additive utility for multicriteria decision aid, European Journal of Operational Research, 158, 734–744.

Angilella, S., Greco, S. and Matarazzo, B., 2009, Non-additive robust ordinal regression with Choquet integral, bipolar and level dependent Choquet integrals, IFSA-EUSFLAT 2009, 1194-1199.

Angilella, S., Greco, S. and Matarazzo, B., 2010, Non-additive robust ordinal regression: a multiple criteria decision model based on the Choquet integral, European Journal of Operational Research, 201, 277-288.

Bana e Costa, C.A. and Vansnick, J.C., 1994, A theoretical framework for measuring attractiveness by a categorical based evaluation technique (Macbeth), Proc. XIth Internat. Conf. on Multi Criteria Decision Making, Portugal, 15–24.

Bana e Costa, C.A. and Vansnick, J.C., 1999, Preference relations and MCDM, Multi Criteria Decision Making: Advances in MCDM Models, Algorithms, Theory and Applications, Gal, T., Steward, T. and Hanne, T. (Eds.), Kluwer, Dordrecht.

Bana e Costa, C. A., De Corte, J.M. and Vansnick, J.C., 2005, On the mathematical foundation of Macbeth, Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (Eds.), New York: Springer, 409-442.

Belton, V. and Stewart, T.J., 2002, Multiple criteria decision analysis: an integrated approach, Kluwer Academic Publishers, 372 p.

Brans, J.P. and Mareschal, B., 2005, PROMETHEE methods, Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (Eds.), New York: Springer, 163-195.

Calvo, T., Mayor, G. and Mesiar, R., 2002, Aggregation operators: new trends and applications, Springer, 352 p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)

Choquet, G., 1953, Theory of capacities, Annales de l'Institut Fourier, 5, 131–295.

Dembczynski, K., Kotlowski, W., Slowinski, R. and Szelag, M., 2010, Learning of rule ensembles for multiple attribute ranking problems, Preference Learning, Fürnkranz, J. and Hüllermeier (Eds.), 217-247.

Derringer, G., 1994, A balancing act: optimizing a product's properties, Quality Progress, 6, 51-58.

Devaud, J.M., Groussaud, G. and Jacquet-Lagrèze, E., 1980, UTADIS: Une méthode de construction de fonctions d'utilité additives rendant compte de jugements globaux, European Working Group on Multicriteria Decision Aid, Bochum.

Dolgun L.E., İpekçi, A.İ. ve Köksal, G., 2011, A preference based multi response decision tree approach for quality improvement in manufacturing, IADIS European Conference on Data Mining, Abraham, A.P. (Ed.), CD-ROM, 211-213.

Doumpos, M. and Zopounidis, C., 2002, Multicriteria decision aid classification methods, Kluwer Academic Publishers.

Doumpos, M. and Zopounidis, C., 2011, Preference disaggregation and statistical learning for multicriteria decision support: a review, European Journal of Operational Research, 209, 203-214.

Dyer, J.S., 2005, MAUT-Multiattribute utility theory, Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (Eds.), New York : Springer, 265-295.

Dyer, J.S. and Sarin R.K., 1979, Measurable multiattribute value functions, Operations Research, 27, 4, 810-822.

Evgeniou, T., Boussios, C. and Zacharia, G., 2005, Generalized robust conjoint estimation, Marketing Science, 2, 3, 415-429.

Figueira, J.R., Mousseau, V. and Roy, B., 2005, ELECTRE methods, Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (Eds.), New York : Springer, 133-162.

Figueira, J.R., Greco, S. and Roy, B., 2009, ELECTRE methods with interaction between criteria: an extension of the concordance index, European Journal of Operational Research, 199, 478-495.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)

Figueira, J.R., Greco, S., Roy, B. and Slowinski, R., 2013, An overview of ELECTRE methods and their recent extensions, Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 20, 1-2, 61-85.

Freund, Y., Iyer, R., Schapire, R.E. and Singer, Y., 2003, An efficient boosting algorithm for combining preferences, Journal of Machine Learning Research, 4, 933-969.

Geoffrion, A., Dyer, J. and Feinberg, A., 1972, An interactive approach for multi-criterion optimization, with an application to the operation of an academic department, Management Science, 19, 357–368.

Grabisch, M., 1997, k-order additive discrete fuzzy measures and their representation, Fuzzy Sets and Systems, 92, 167–189.

Grabisch, M., 2004, The Choquet integral as a linear interpolator, 10th Int. Conf. on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, 373-378.

Grabisch, M., 2006, Capacities and games on lattices: a survey of results, International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 14, 4, 371-392.

Grabisch, M. and Labreuche, C., 2003, Capacities on lattices and k-ary Capacities, 3rd Int. Conf. of the European Soc. for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT, 2003).

Grabisch, M. and Labreuche, C., 2005a, Fuzzy measures and integrals in MCDA, Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (Eds.), New York: Springer, 563-608.

Grabisch, M. and Labreuche C., 2005b, A general construction for unipolar and bipolar interpolative aggregation, Joint 4th EUSFLAT and 11th LFA Conference (EUSFLAT 2005), Barcelona, Spain, 916–921.

Grabisch, M. and Labreuche C., 2008a, A decade of application of the Choquet and Sugeno integrals in multi-criteria decision aid. 4OR, 6, 1-44.

Grabisch M. and Labreuche C., 2008b, Bipolarization of posets and natural interpolation, J. Math. Anal. Appl., 343, 1080-1097.

Grabisch, M., Orlovski, S.A. and Yager, R.R., 1998, Fuzzy aggregation of numerical preferences, Fuzzy Sets in Decision Analysis, Operations Research and Statistics, Slowinski, R. (Ed.), Kluwer Academic, 1-43.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)

Grabisch, M., Kojadinovic I. and Meyer, P., 2008, A review of methods for capacity identification in Choquet integral based multi-attribute utility theory: applications of the Kappalab R Package, European Journal of Operational Research, 186, 766-785.

Greco, S., Matarazzo, B.,R. and Slowinski, R., 1999, Rough approximation of a preference relation by dominance relations, European Journal of Operational Research, 117, 63–83.

Greco, S., Matarazzo, B.,R. and Slowinski, R., 2001, Rough sets theory for multicriteria decision analysis, European Journal of Operational Research, 129, 1–47.

Greco, S., Matarazzo, B. and Slowinski, R., 2005, Decision rule approach, Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (Eds.), New York : Springer, 507-561.

Greco, S., Matarazzo, B. and Slowinski, R., 2008, Dominance-based rough set approach to interactive multiobjective optimization, Multiobjective Optimization: Interactive and Evolutionary Approaches, Branke, J., Deb, K., Miettinen, K. and Slowinski, R. (Eds.), Springer, 121–156.

Green, P.E. and Srinivasan, V., 1990, Conjoint analysis in marketing: new developments with implications for research and practice, Conjoint Analysis in Marketing, 3-19.

Guitouni A. and Martel J.M., 1998, Tentative guidelines to help choosing an appropriate MCDA method, European Journal of Operational Research, 109, 501–521.

Gustafsson, A., Herrmann, A. and Huber, F. (Eds.), 2007, Conjoint measurement: methods and applications, Springer, 373 p.

Harrington, E. C., Jr., 1965, The Desirability Function, Industrial Quality Control, 2, 494-498.

Herbrich, R., Graepel, T. ve Obermayer, K., 1999, Support vector learning for ordinal regression, Proceedings of the 9th International Conference on Artificial Neural Networks.

Jacquet-Lagrèze, E., 1995, An application of the UTA discriminant model for the evaluation of R&D projects, Advances in Multicriteria Analysis, Pardalos, P.,M., Siskos, Y. and Zopounidis, C. (Eds.), Kluwer Academic Publishers, 203–211.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)

Jacquet-Lagrèze, E. and Siskos, Y., 1982, Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision making: the UTA method, European Journal of Operational Research, 10, 2, 151–164.

Jacquet-Lagrèze E. and Siskos Y., 2001, Preference disaggregation: 20 years of MCDA experience, European Journal of Operational Research, 130, 233-245.

Joachims, T., 2002, Optimizing search engines using clickthrough data, Proceedings of the ACM Conference on Knowledge Discovery and Data Mining.

Keeney R.L. and Raiffa, H., 1993, Decisions with multiple objectives: preferences and value tradeoffs, Cambridge University Press, 569 p.

Khuri, A.I. and Conlon, M., 1981, Simultaneous optimization of multiple responses represented by polynomial regression functions, Technometrics, 23, 4, 363-375.

Kim, K. and Lin, D., 2000, Simultaneous optimization of multiple responses by maximizing exponential desirability functions, Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics), 43, 311-325.

Ko, Y.-H., Kim, K.-J. and Jun, C.-H., 2005, A new loss function-based method for multiresponse optimization, Journal of Quality Technology, 37, 1, 50-59.

Kojadinovic, I., 2007, Minimum variance capacity identification, European Journal of Operational Research, 177, 498-514.

Korhonen, P., 2005, Interactive methods, Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (Eds.), New York: Springer, 641-665.

Labreuche, C. and Grabisch, M., 2003, The Choquet integral for the aggregation of interval scales in multicriteria decision making, Fuzzy Sets and Systems, 137, 11–26.

Labreuche, C. and Grabisch, M., 2006, Generalized Choquet-like aggregation functions for handling ratio scales, European Journal of Operational Research, 172, 931–955.

Labreuche, C. and Grabisch, M., 2007, The representation of conditional importance between criteria, Annals of Operations Research, 154, 93-122.

Lin, C.-L. and Tzeng, G.-H., 2009, A value-created system of science (technology) park by using DEMATEL, Expert Systems with Applications, 36, 9683-9697.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)

Lovász, L., 1983, Submodular functions and convexity, Mathematical Programming: The State of the Art, Bachem, A., Grötschel, M. and Korte, B. (Eds.), Springer-Verlag, 235–257.

Luce, R.D., 1956, Semiorders and a theory of utility discrimination, Econometrica, 24, 178–191.

Marichal J.L., 2000, An axiomatic approach of the discrete Choquet integral as a tool to aggregate interacting criteria, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 8, 6, 800-807.

Marichal J.L., 2002, Aggregation of interacting criteria by means of discrete Choquet integral, Aggregation Operators: New Trends and Applications, Calvo, T., Mayor, G. and Mesiar, R. (Eds.), Physica-Verlag, 224-244.

Marichal, J.,L., 2009, Aggregation functions for decision making, Decision-Making Process: Concepts and Methods, Bouyssou, D., Dubois, D., Pirlot, M. and Prade, H. (Eds.), Wiley, 673-721.

Marichal J.L. and Roubens, M., 2000, Determination of weights of interacting criteria from a reference set, European Journal of Operational Research, 124, 3, 641-650.

Martel, J.M. and Matarazzo, B., 2005, Other outranking approaches, Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (Eds.), New York: Springer, 197-262.

Montgomery, D.C, 2005, Design and Analysis of Experiments, John Wiley and Sons, Inc., 643 p.

Murofushi, T., 1992, A technique for reading fuzzy measures (I): the Shapley value with respect to a fuzzy measure, 2nd Fuzzy Workshop, Nagaoka, 39–48.

Murofushi, T. and Soneda, S., 1993, Techniques for reading fuzzy measures (III): interaction index, 9th Fuzzy System Symposium, Sapporo, 693–696.

Owen, G., 1972, Multilinear extensions of games, Management Sci., 18, 64-79.

Öztürk, M., Tsoukias, A. and Vincke, P., 2005, Preference modelling, Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (Eds.), New York: Springer, 27-71.

Phadke, M.S., 1989, Quality Engineering Using Robust Design, Prentice Hall, 334 p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)

Pignatiello, J.J., 1993, Strategies for robust multiresponse quality engineering, IIE Transactions, 25, 3, 5-15.

Rennie, J.D.M. and Srebro, N., 2005, Loss functions for preference levels: regression with discrete ordered labels, Proceedings of the IJCAI Multidisciplinary Workshop on Advances in Preference Handling, Edinburgh, Scotland, 180-186.

Romano, D., Varetto, M. and Vicario, G., 2004, Multiresponse robust design: a general framework based on combined array, Journal of Quality Technology, 36, 1, 27-37.

Roy, B., 1985, Méthodologie multicritère d'aide à la décision, Economica, Paris.

Roy, B., 2005, Paradigms and challenges, Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (Eds.), New York: Springer, 3-24.

Roy, B.and Slowinski, R., 2013, Questions guiding the choice of a multicriteria decision aiding method, EURO J Desic Process, 1, 69-97.

Roy, B. and Vincke P., 1984, relational systems of preference with one or more pseudo-criteria: some new concepts and results, Management Science, 30, 11, 1323–1335.

Saaty, T.L., 1996, Decision making with dependence and feedback: the analytic network process, RWS Publications.

Schmeidler, D., 1986, Integral representation without additivity, Proc. Am. Math. Soc., 97, 2, 255–261.

Shashua, A. and Levin, A. 2003, Ranking with large margin principle: two approaches, Advances in Neural Information Processing Systems, 15, 937-944.

Siskos, Y. and Yannacopoulos, D., 1985, UTASTAR: an ordinal regression method for building additive value functions, Investigação Operacional, 5, 1, 39–53.

Siskos, Y., Grigoroudis, V. and Matsatsinis, N., 2005, UTA methods, Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (Eds.), New York : Springer, 297-343.

Spronk, J., Steuer, R.E. and Zopounidis, C., 2005, Multicriteria decision aid/analysis in finance, Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (Eds.), New York : Springer, 799-857.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)

Steuer, R.,E., 1977, An interactive multiple objective linear programming procedure, TIMS Studies in the Management Sciences, 6, 225–239.

Steuer, R.,E., 1986, Multiple criteria optimization: theory, computation, and application. John Wiley & Sons, New York.

Stewart, T.J., 2005, Dealing with uncertainties in MCDA, Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (Eds.), New York: Springer, 445-470.

Sugeno, M., 1974, Theory of fuzzy integrals and its applications, Doctoral thesis, Tokyo Institute of Technology.

Toubia, O., Simester, D.I., Hauser, J.R. and Dahan, E. , 2003. Fast polyhedral adaptive conjoint estimation, Marketing Science, 22, 3, 273-303.

Tseng, M.-L., 2009, Application of ANP and DEMATEL to evaluate the decision-making of municipal solid waste management in Metro Manila, Environ. Monit. Assess., 156, 181-197.

Vincke, P., 1994, Recent progresses in multicriteria decision-aid, Rivista di Matematica perle Scienze Economiche e Sociali, 17, 2, 21–32.

Vining, G.G., 1998, A compromise approach to multiresponse optimization, Journal of Quality Technology, 30, 4, 309-313.

Waegeman, W., De Baets, B.and Boullart, L., 2009, Kernel-based learning methods for reference aggregation, Oper Res, 7, 169-189.

Wallenius, J., Dyer, J.S., Fishburn, P.C., Steuer, R.E., Zionts, S. and Deb, K., 2008, Multiple criteria decision making, multiattribute utility theory: recent accomplishments and what lies ahead, Management Science, 54, 7, 1336-1349.

Wu, W.W., 2008, Choosing knowledge management strategies by using a combined ANP and DEMATEL approach, Expert Systems with Applications, 35, 828-835.

Yager, R.R., 2005, Extending multicriteria decision making by mixing t-norms and OWA operators, International Journal of Intelligent Systems, 20, 453–474.

Zionts, S.and Wallenius, J., 1976, An interactive programming method for solving the multiple criteria problem, Management Science, 22, 652–663.

Tercihsel Bağımlılık Altında Alternatifler için Aralık Ölçeğinde Tercih Puanlarının Belirlenmesi: Kalite Karakteristikleri için Detaylı Analiz

Leman Esra DOLGUN

EKLER

Danışman: Prof. Dr. Nimetullah BURNAK

Eş Danışman: Prof. Dr. Gülser KÖKSAL

Bu tez ESOGÜ BAP Komisyonu tarafından “201215016” nolu proje çerçevesinde desteklenmiştir.

Mayıs 2014

EK 1. İKİLİ İLİŞKİ VE SIRA YAPILARI

İkili ilişki (*binary relation*): A, $(a, b, c, \dots, n)$ elemanlarından oluşan sonlu bir küme olsun. A kümesi üzerinde tanımlanmış bir ikili ilişki R, Kartezyen çarpım $A \times A$'nın bir alt kümesi, yani sıralı çiftlerinden oluşan bir kümedir (Öztürk vd., 2005). R'ye ait olan bir (a, b) sıralı çifti için aşağıdaki iki notasyondan biri kullanılabilir:

$$(a, b) \in R \text{ veya } aRb \text{ veya } R(a, b)$$

Biri ikili ilişkiyi göstermenin yollarından biri a alternatifinin bulunduğu satır ile b alternatifinin bulunduğu sütunun kesişimi olan hücrenin değeri aRb ise 1 $değil(aRb)$ ise 0 olacak şekilde bir matris oluşturmaktır. Örneğin $A = \{a, b, c, d\}$ ve $R = \{(a, b), (b, d), (b, c), (c, a), (c, d), (d, b)\}$ ise R ikili ilişkisinin matris gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$\begin{array}{ccccc} & a & b & c & d \\ a & 0 & 1 & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 1 & 1 \\ c & 1 & 0 & 0 & 1 \\ d & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

İkili ilişki R;

– $aRa, \forall a \in A$ ise **dönüşlü** (***reflexive***),

– (aRb veya bRa), $\forall a \neq b \in A$ ise **tam** (***complete***),

– $((aRb, bRc) \rightarrow aRc,\ \forall a, b, c \in A$ ise **geçişlidir** (***transitive***).

Tercih yapısı: Bir tercih yapısı, A kümesi üzerinde tanımlanmış ikili ilişkilerin birleşiminden oluşur ve aşağıdaki şartları sağlar:

- A kümesindeki her a, b çifti için ikili ilişkilerden en az biri sağlanır,
- A kümesindeki her a, b çifti için ikili ilişkilerden biri sağlanmışsa diğeri sağlanamaz.

Diğer bir ifadeyle bir tercih yapısı $A \times A$ kümesinin farklı alt kümelere ayrılmasını tanımlar. Bu tanım genellikle aşağıdaki iki hipotezle birlikte yapılır:

- Tercih yapısındaki her tercih ilişkisi simetri, geçişlilik gibi özellikleriyle unique olarak karakterize edilir.
- Her tercih yapısı için tercih yapısını oluşturan farklı ilişkilerin çıkarımının yapılabileceği tek bir karakteristik ilişki R vardır.

$\langle \boldsymbol{P}, \boldsymbol{I} \rangle$ Yapısı

Geleneksel tercih modeli karar vericinin A kümesinin birbirinden farklı iki elemanını karşılaştırdığında aşağıdaki iki durumdan birinin gerçekleşeceğini varsayar:

- Alternatiflerden birini diğerine tercih eder veya
- Alternatiflerin farksız olduğunu düşünür.

$\langle P, I \rangle$ tercih yapısının karakteristik ilişkisi R, P ve I ilişkilerinin kombinasyonu olarak aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$a(P \cup I)b \text{ ise } aRb$$

Bu durumda P ve I karakteristik ilişki R'den aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$aRb \text{ ve } aR^c b \text{ ise } aPb$$
$$aRb \text{ ve } bRa \text{ ise } aIb$$

Tercih yapılarının uygulamaya konmasını sağladıklarından karar analizinde sıra (*order*) oluşturulması önem taşımaktadır.

Toplam sıra (*total order*): R, A kümesi üzerimde tanımlanmış ve $\langle P, I \rangle$ tercih yapısının karakteristik ilişkisi olan bir ikili ilişki olsun. R aşağıdaki özellikleri sağlıyorsa bir toplam sıradır:

- $I = \{(a, a), \forall a \in A\}$,
- P geçişlidir,
- $P \cup I$ reflexive ve tamdır.

Bu tanıma göre iki alternatif sadece aynı olduklarında farksızdır. Toplam sıra yapısı alternatifleri en iyiden en kötüye eşitlik olmadan sıralar. Toplam sıra, tam (*complete*) sıra, basit (*simple*) sıra veya doğrusal (*linear*) sıra olarak da bilinir.

Zayıf sıra (*weak order*): R, A kümesi üzerimde tanımlanmış ve $\langle P, I\rangle$ tercih yapısının karakteristik ilişkisi olan bir ikili ilişki olsun. R aşağıdaki özellikleri sağlıyorsa bir zayıf sıradır:

- I geçişlidir,
- P geçişlidir,
- $P \cup I$ reflexive ve tamdır.

Bu tanımda farksızlık bir eşitlik ilişkisidir. Zayıf sıra aslında A kümesinin eşitlik (farksızlık) sınıflarının bir tam sırasıdır. Zayıf sıra tam ön sıra (*complete preorder*) veya toplam ön sıra (*total preorder*) olarak da adlandırılır.

Yukarıda tanımlanan iki sıra yapısına karşılaştırılamama (*incomparability*) ilişkisi eklendiğinde sırasıyla **kısmi sıra (*partial order*)** ve **kısmi ön sıra (*partial preorder*)** elde edilir.

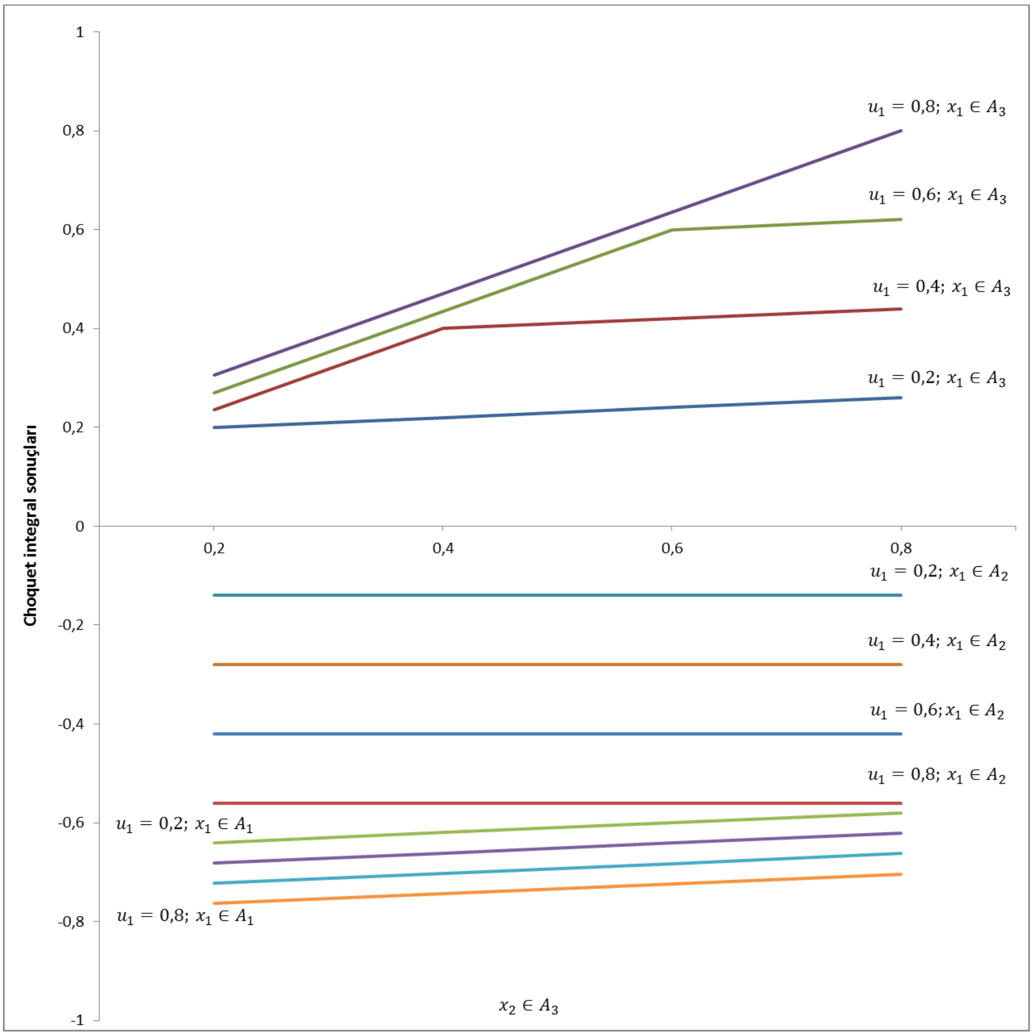
EK 2 ÖRNEK 2 İÇİN 3 REFERANS SEVİYELİ KAPASİTE DEĞERLERİ

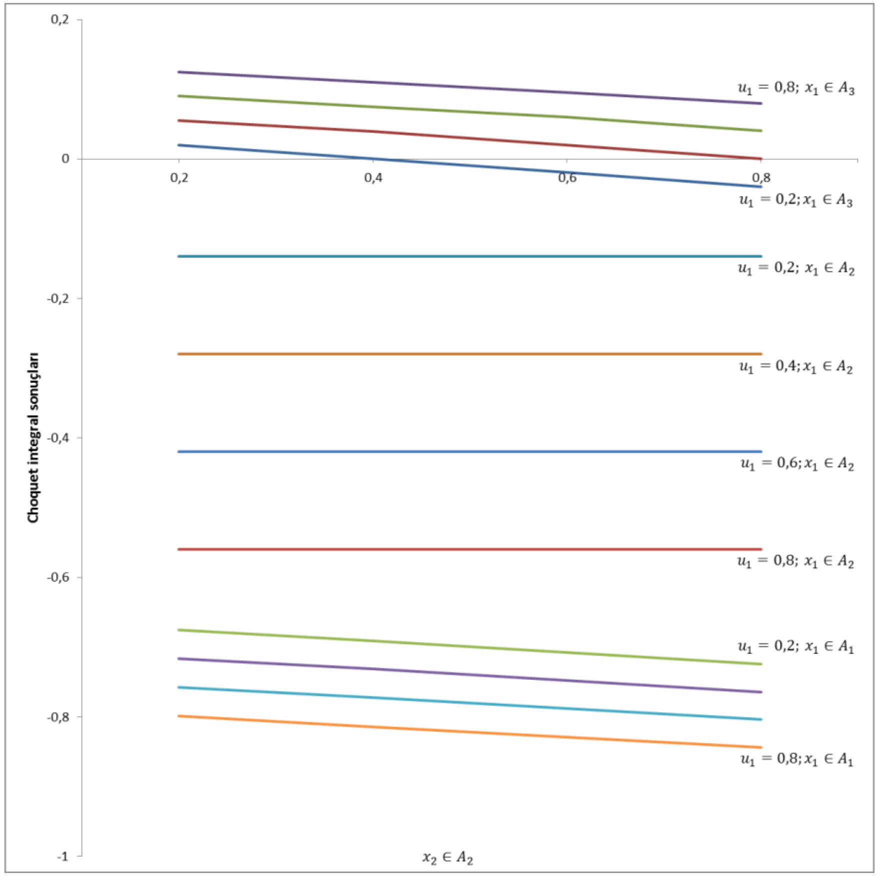
Aşağıdaki tabloda ilk iki sütun 3 referans seviyeli (2 kutuplu) kapasitenin 1., son iki sütun ise 2. hanesindeki (yani 1. ve 2. bölgelerdeki) ölçütleri gösterir. Örneğin ilk satır $\mu(\{1,2\},\emptyset) = -1$ olduğunu ifade eder.

Kapasite				**Kapasite Değeri**
1	2	0	0	-1
1	0	2	0	-0,0667
1	0	0	0	-0,4833
2	0	1	0	0,0667
0	0	1	2	1
0	0	1	0	0,4833
2	0	0	0	-0,9167
0	0	2	0	0,9167
0	0	0	0	0

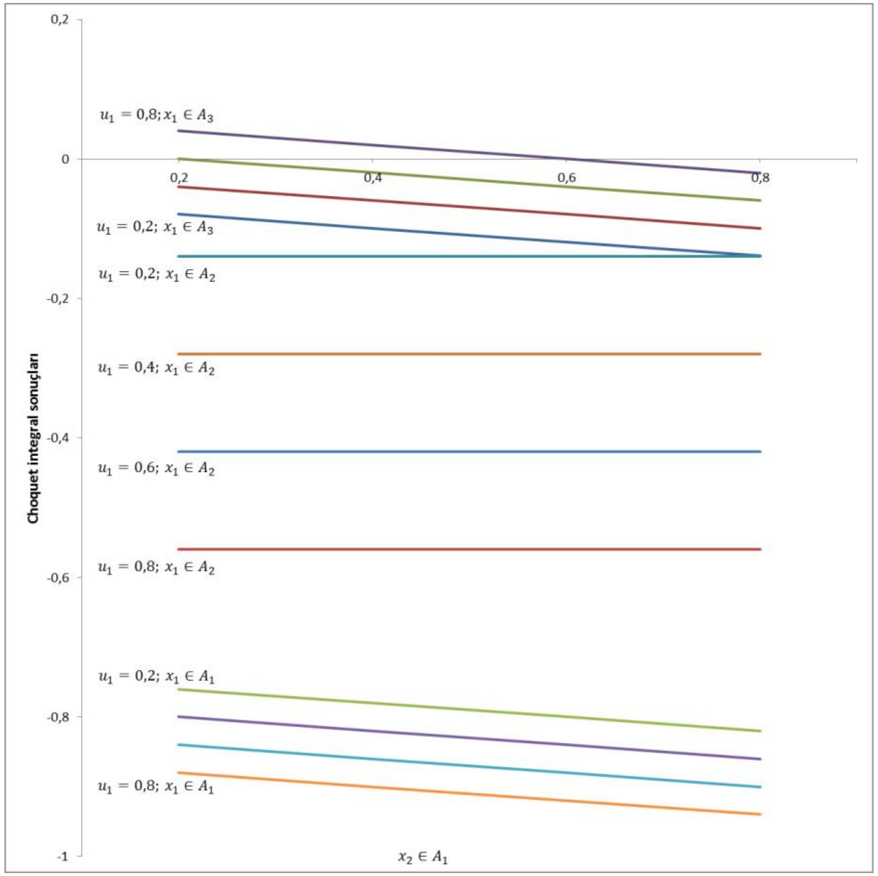
EK 3 BÖLÜM 4.2.2 İÇİN ÖRNEK

Üç ana bölge A_1, A_2 ve A_3'tür. A_1 ve A_2 negatif, A_3 ise pozitiftir. $A_n = A_2$ olarak alınmıştır ve referans noktaları -1; -0,7-ε; -0,7; -ε; 0 ve 1'dir.





Choquet integral sonuçları
0,2
0
-0,2
-0,4
-0,6
-0,8
-1
0,2
0,4
0,6
0,8
$u_1 = 0{,}8;\ x_1 \in A_3$
$u_1 = 0{,}2; x_1 \in A_3$
$u_1 = 0{,}2;\ x_1 \in A_2$
$u_1 = 0{,}4; x_1 \in A_2$
$u_1 = 0{,}6; x_1 \in A_2$
$u_1 = 0{,}8;\ x_1 \in A_2$
$u_1 = 0{,}2;\ x_1 \in A_1$
$u_1 = 0{,}8; x_1 \in A_1$
$x_2 \in A_2$



Choquet integral sonuçları
0,2
0
-0,2
-0,4
-0,6
-0,8
-1
0,2
0,4
0,6
0,8
$u_1 = 0{,}8; x_1 \in A_3$
$u_1 = 0{,}2;\ x_1 \in A_3$
$u_1 = 0{,}2;\ x_1 \in A_2$
$u_1 = 0{,}4;\ x_1 \in A_2$
$u_1 = 0{,}6;\ x_1 \in A_2$
$u_1 = 0{,}8;\ x_1 \in A_2$
$u_1 = 0{,}2;\ x_1 \in A_1$
$u_1 = 0{,}8;\ x_1 \in A_1$
$x_2 \in A_1$

EK 4. ŞEKİL 5.3'TE VERİLEN PROBLEM İÇİN BULUNAN 5 REFERANS SEVİYELİ KAPASİTE DEĞERLERİ

Kapasite								Kapasite Değeri
1	2	0	0	0	0	0	0	-1
1	0	2	0	0	0	0	0	-1
1	0	0	0	2	0	0	0	-1
1	0	0	0	0	0	2	0	-1
1	0	0	0	0	0	0	0	-1
2	0	1	0	0	0	0	0	-1
0	0	1	2	0	0	0	0	-0,7
0	0	1	0	2	0	0	0	-0,7
0	0	1	0	0	0	2	0	-0,7
0	0	1	0	0	0	0	0	-0,7
2	0	0	0	1	0	0	0	-1
0	0	2	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	2	0	0	0
0	0	0	0	1	0	2	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1	0	-1
0	0	2	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	2	0	1	0	0,1
0	0	0	0	0	0	1	2	1
0	0	0	0	0	0	1	0	0,1
2	0	0	0	0	0	0	0	-1
0	0	2	0	0	0	0	0	-0,05
0	0	0	0	2	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	2	0	0,175
0	0	0	0	0	0	0	0	0

EK 5. UYGULAMA 1 İÇİN MATLAB KODU

```
% Kriterlerden biri S oldugunda ve 1:R oldugunda diger kriterin etkisinin
% olmadigi, diger durumlarda 2. kriterin etkisinin oldugu ornek.
%input
n=2;
ALT=81;
SEVIYE=5;
POZINT=1;
NEGINT=3;
POZLEVEL=[0 1];
NEGLEVEL=[0 0 -0.7 -1];


A=xlsread('rap1.xlsx');


KISITSAY=1;
ESITSAY=1;
S=[1:n];
i=2^n;
KAPSAY=SEVIYE^n;
M=sym('M',[1 KAPSAY]);
KATSAYI=zeros(ALT,KAPSAY);
PMEMBER=zeros(ALT,POZINT);
NMEMBER=zeros(ALT,NEGINT);
for t=1:ALT
    POZARALIK{t,POZINT+1}=[];
    NEGARALIK{t,NEGINT+1}=[];
end


%kapasite kumesinin olusturulması
KARY=cell((SEVIYE^n),(SEVIYE-1));
for SAY=1:n
    SAYAC=0;
    k=1;
    DON=1;
    ONCE=1;
    EKLE=0;
    if (SAY==1)
        while (k<SEVIYE)
            for SAYAC=(SAYAC+1):k*SEVIYE^(n-SAY)
                KARY{SAYAC,k}=[SAY];
            end
            k=k+1;
        end
    else
        while (DON <= (SEVIYE^(SAY-1)))
            while k<SEVIYE
                for SAYAC=(SAYAC+1):EKLE+k*(SEVIYE^(n-SAY))
                    SUTUN=size(KARY{SAYAC,k});
                    KARY{SAYAC,k}(SUTUN(2)+1)=[SAY];
                end
                k=k+1;
            end
            DON=DON+1;
            SAYAC=ONCE*(SEVIYE^(n-SAY+1));
            ONCE=ONCE+1;
            k=1;
            EKLE=SAYAC;
        end
    end
end


%monotonicity kısıtları
for j=1:(KAPSAY-1)
    for SAYAC=(j+1):KAPSAY
        CIK1=0;
        CIK2=0;
        CIK3=0;
        if ((ismember(1,KARY{j,3}))||(ismember(1,KARY{SAYAC,3})))
            if
((size(KARY{j,1},2)==size(KARY{SAYAC,1},2))&&(size(KARY{j,2},2)==size(KARY{SAYAC,2},2))&&(size(KARY{j
,4},2)==size(KARY{SAYAC,4},2)))
                if (isempty(KARY{j,1}))&&(isempty(KARY{SAYAC,1}))
                    CIK1=1;
                end
```

```
                if((~isempty(KARY{j,1}))&&(~isempty(KARY{SAYAC,1})))
                    BAK1=(KARY{j,1}==KARY{SAYAC,1});
                    BOYBAK1=size(nonzeros(BAK1),1);
                    if (BOYBAK1==(size(KARY{j,1},2)))
                        CIK1=1;
                    end
                end
                if (isempty(KARY{j,2}))&&(isempty(KARY{SAYAC,2}))
                    CIK2=1;
                end
                if((~isempty(KARY{j,2}))&&(~isempty(KARY{SAYAC,2})))
                    BAK2=(KARY{j,2}==KARY{SAYAC,2});
                    BOYBAK2=size(nonzeros(BAK2),1);
                    if (BOYBAK2==(size(KARY{j,2},2)))
                        CIK2=1;
                    end
                end
                if (isempty(KARY{j,4}))&&(isempty(KARY{SAYAC,4}))
                    CIK3=1;
                end
                if((~isempty(KARY{j,4}))&&(~isempty(KARY{SAYAC,4})))
                    BAK3=(KARY{j,4}==KARY{SAYAC,4});
                    BOYBAK3=size(nonzeros(BAK3),1);
                    if (BOYBAK3==(size(KARY{j,4},2)))
                        CIK3=1;
                    end
                end
            end
        end
        if (CIK1&&CIK2&&CIK3)
            CIKIS=0;
        else
            CIKIS=1;
        end

        if(CIKIS)

        clear NEGBIR NEGIKI POZBIR POZIKI MBIR MIKI MUC MDORT MBES MALTI MYEDI MSEKIZ BOYBIR BOYIKI
BOYUC BOYDORT BOYBES BOYALTI BOYYEDI BOYSEKIZ ONAYBIR ONAYIKI ONAYUC ONAYDORT
        for t=1:NEGINT
            if (isempty(KARY{SAYAC,t}))
                NEGBIR(t)=1;
            else
                MBIR=ismember(KARY{SAYAC,t},KARY{j,t});
                BOYBIR=size(MBIR,2);
                MIKI=nonzeros(MBIR);
                BOYIKI=size(MIKI,1);
                if (BOYBIR==BOYIKI)
                    NEGBIR(t)=1;
                else
                    NEGBIR(t)=0;
                end
            end
            if (isempty(KARY{j,t}))
                NEGIKI(t)=1;
            else
                MUC=ismember(KARY{j,t},KARY{SAYAC,t});
                BOYUC=size(MUC,2);
                MDORT=nonzeros(MUC);
                BOYDORT=size(MDORT,1);
                if (BOYUC==BOYDORT)
                    NEGIKI(t)=1;
                else
                    NEGIKI(t)=0;
                end
            end
        end
        for t=(NEGINT+1):(NEGINT+POZINT)
            if (isempty(KARY{j,t}))
                POZBIR(t)=1;
                if (t==NEGINT+1)
                    for ART=1:(t-1)
                        POZBIR(ART)=1;
                    end
                end
            else
                MBES=ismember(KARY{j,t},KARY{SAYAC,t});
                BOYBES=size(MBES,2);
                MALTI=nonzeros(MBES);
                BOYALTI=size(MALTI,1);
                if (BOYBES==BOYALTI)
```

```
                    POZBIR(t)=1;
                    if (t==NEGINT+1)
                        for ART=1:(t-1)
                            POZBIR(ART)=1;
                        end
                    end
                else
                    POZBIR(t)=0;
                end
            end
            if (isempty(KARY{SAYAC,t}))
                POZIKI(t)=1;
                    if (t==NEGINT+1)
                        for ART=1:(t-1)
                            POZIKI(ART)=1;
                        end
                    end
            else
                MYEDI=ismember(KARY{SAYAC,t},KARY{j,t});
                BOYYEDI=size(MYEDI,2);
                MSEKIZ=nonzeros(MYEDI);
                BOYSEKIZ=size(MSEKIZ,1);
                if (BOYYEDI==BOYSEKIZ)
                    POZIKI(t)=1;
                    if (t==NEGINT+1)
                        for ART=1:(t-1)
                            POZIKI(ART)=1;
                        end
                    end
                else
                    POZIKI(t)=0;
                end
            end
        end
        if NEGBIR
            ONAYBIR=1;
        else
            ONAYBIR=0;
        end
        if POZBIR
            ONAYIKI=1;
        else
            ONAYIKI=0;
        end
        if NEGIKI
            ONAYUC=1;
        else
            ONAYUC=0;
        end
        if POZIKI
            ONAYDORT=1;
        else
            ONAYDORT=0;
        end
        if (ONAYBIR && ONAYIKI)
            KISIT(KISITSAY,j)=1;
            KISIT(KISITSAY,SAYAC)=-1;
            b(KISITSAY,1)=0;
            KISITSAY=KISITSAY+1;
        elseif (ONAYUC && ONAYDORT)
            KISIT(KISITSAY,SAYAC)=1;
            KISIT(KISITSAY,j)=-1;
            b(KISITSAY,1)=0;
            KISITSAY=KISITSAY+1;
        end
        end
    end
end


%ek monotonicity kısıtları


for j=1:(KAPSAY-1)
    for SAYAC=(j+1):KAPSAY
        if
(size(KARY{j,4},2)==size(KARY{SAYAC,4},2))&&(size(union(KARY{j,1},union(KARY{j,2},KARY{j,3})),2)==siz
e(union(KARY{SAYAC,1},union(KARY{SAYAC,2},KARY{SAYAC,3})),2))

PASS1=union(KARY{j,1},union(KARY{j,2},KARY{j,3}))==union(KARY{SAYAC,1},union(KARY{SAYAC,2},KARY{SAYAC
,3}));
            PASS2=(KARY{j,4}==KARY{SAYAC,4});
```

```
            if
(size(nonzeros(PASS1),1)==size(union(KARY{j,1},union(KARY{j,2},KARY{j,3})),2))&&((size(nonzeros(PASS2
),1)==size(KARY{j,4},2))||(isempty(KARY{j,4})))
                KONTROLA(1)=0;
                KONTROLA(2)=0;
                KONTROLB(1)=0;
                KONTROLB(2)=0;
                if (ismember(1,union(KARY{j,1},union(KARY{j,2},KARY{j,3}))))
                    for t=1:3
                        if (ismember(1,KARY{j,t}))
                            KONTROLA(1)=t;
                        end
                    end
                end
                if (ismember(1,union(KARY{SAYAC,1},union(KARY{SAYAC,2},KARY{SAYAC,3}))))
                    for t=1:3
                        if (ismember(1,KARY{SAYAC,t}))
                            KONTROLA(2)=t;
                        end
                    end
                end
                if (ismember(2,union(KARY{j,1},union(KARY{j,2},KARY{j,3}))))
                    for t=1:3
                        if (ismember(2,KARY{j,t}))
                            KONTROLB(1)=t;
                        end
                    end
                end
                if (ismember(2,union(KARY{SAYAC,1},union(KARY{SAYAC,2},KARY{SAYAC,3}))))
                    for t=1:3
                        if (ismember(2,KARY{SAYAC,t}))
                            KONTROLB(2)=t;
                        end
                    end
                end

if(((KONTROLA(1)<KONTROLA(2))&&(KONTROLB(1)==KONTROLB(2)))||((KONTROLB(1)<KONTROLB(2))&&(KONTROLA(1)=
=KONTROLA(2))))
                    KISIT(KISITSAY,j)=1;
                    KISIT(KISITSAY,SAYAC)=-1;
                    b(KISITSAY)=0;
                    KISITSAY=KISITSAY+1;
                elseif
(((KONTROLA(2)<KONTROLA(1))&&(KONTROLB(1)==KONTROLB(2)))||((KONTROLB(2)<KONTROLB(1))&&(KONTROLA(1)==K
ONTROLA(2))))
                    KISIT(KISITSAY,j)=-1;
                    KISIT(KISITSAY,SAYAC)=1;
                    b(KISITSAY)=0;
                    KISITSAY=KISITSAY+1;
                end
                clear PASS1 PASS2
            end
        end
    end
end
%normalization kısıtları
for j=1:KAPSAY
    if (size(KARY{j,1},2)==n)
        ESIT(ESITSAY,j)=1;
        beq(ESITSAY)=-1;
        ESITSAY=ESITSAY+1;
    elseif (size(KARY{j,2},2)==n)
        ESIT(ESITSAY,j)=1;
        beq(ESITSAY)=-0.7;
        ESITSAY=ESITSAY+1;
    elseif (size(KARY{j,3},2)==n)
        ESIT(ESITSAY,j)=1;
        beq(ESITSAY)=0;
        ESITSAY=ESITSAY+1;
    elseif (size(KARY{j,4},2)==n)
        ESIT(ESITSAY,j)=1;
        beq(ESITSAY)=1;
        ESITSAY=ESITSAY+1;
    elseif ((isempty(KARY{j,1}))&&(isempty(KARY{j,2}))&&(isempty(KARY{j,3}))&&(isempty(KARY{j,4})))
        ESIT(ESITSAY,j)=1;
        beq(ESITSAY)=0;
        ESITSAY=ESITSAY+1;
    end
end


ESIT(:,KAPSAY+1)=0;
```

```
%alternatifler icin Choquet integral yazimi(kapasite katsayilarinin
%olusturulmasi)

for j=1:n
    ALTKUME{j}=combnk(S,j);
end
SUBSET{1}=0;
k=1;
for j=1:n
    l=size(combnk(S,j));
    m=1;
    for k=(k+1):(k+l)
        SUBSET{k}=ALTKUME{j}(m,:);
        m=m+1;
    end
end
for j=1:i
    BOYUT=size(SUBSET{j});
    SUTUN=BOYUT(2);
    for SAYAC=2:n
        if (SUTUN<SAYAC)
            SUBSET{j}(SAYAC)=0;
        end
    end
end

for t=1:ALT
    for j=1:n
            for SAYAC=2:(POZINT+1)
                if ((A(t,j)>POZLEVEL(SAYAC-1))&&(A(t,j)<=POZLEVEL(SAYAC)))
                    PMEMBER(t,SAYAC-1)=PMEMBER(t,SAYAC-1)+1;
                    POZARALIK{t,SAYAC-1}(PMEMBER(t,SAYAC-1))=j;
                end
            end
            for SAYAC=2:(NEGINT+1)
                if ((A(t,j)< NEGLEVEL(SAYAC-1)) && (A(t,j)>=NEGLEVEL(SAYAC)))
                    NMEMBER(t,SAYAC-1)=NMEMBER(t,SAYAC-1)+1;
                    NEGARALIK{t,SAYAC-1}(NMEMBER(t,SAYAC-1))=j;
                end
            end
    end
end

for t=1:ALT
    for SAYAC=1:POZINT
        for ART=1:PMEMBER(t,SAYAC)
            j=POZARALIK{t,SAYAC}(ART);
            P(t,j)=(A(t,j)-POZLEVEL(SAYAC))/(POZLEVEL(SAYAC+1)-POZLEVEL(SAYAC));
        end
    end
    for SAYAC=1:NEGINT
        for ART=1:NMEMBER(t,SAYAC)
            j=NEGARALIK{t,SAYAC}(ART);
            P(t,j)=abs(A(t,j)-NEGLEVEL(SAYAC))/(NEGLEVEL(SAYAC)-NEGLEVEL(SAYAC+1));
        end
    end
end

for j=1:ALT
    B(j,:)=sort(P(j,:));
end
B(:,n+1)=1;
for j=1:ALT
    KONUM=1;
    while(KONUM<=n)
        YERLESIM=find(P(j,:)==B(j,KONUM));
        [row,col]=size(YERLESIM);
        for SAYAC=1:col
            C(j,KONUM)=YERLESIM(1,SAYAC);
            KONUM=KONUM+1;
        end
    end
end

%KARY sıfırlar eklenerek tamamlanacak ve sutunlar birlestirilecek,YENI
%olacak
for j=1:KAPSAY
```

```
    for ART=1:(SEVIYE-1)
        BOYUT=size(KARY{j,ART},2);
        if BOYUT<n
            for SAYAC=(BOYUT+1):n
                KARY{j,ART}(SAYAC)=0;
            end
        end
    end
end
for j=1:KAPSAY
    ART=1;
    for SAYAC=1:(SEVIYE-1)
        for INDIS=1:n
            YENI{j}(ART)=KARY{j,SAYAC}(INDIS);
            ART=ART+1;
        end
    end
end


for t=1:ALT
    clear D DUZGUN
    D{1}=C(t,:);
    for j=1:(n-1)
        D{j+1}=D{j};
        D{j+1}(1)=[];
    end
    for j=1:n
        DUZGUN{j}=sort(D{j});
    end
    for j=1:n
        BOYUT=size(DUZGUN{j});
        SUTUN=BOYUT(2);
        for SAYAC=2:n
            if (SUTUN<SAYAC)
                DUZGUN{j}(SAYAC)=0;
            end
        end
    end
    DUZGUN{n+1}=zeros(1,n);


    j=1;
    for SAYAC=(NEGINT+1):-1:1
        ARALIK{j}=NEGARALIK{t,SAYAC};
        j=j+1;
    end
    for SAYAC=1:(POZINT+1)
        ARALIK{j}=POZARALIK{t,SAYAC};
        j=j+1;
    end
    for j=1:n+1
        for SAYAC=2:(NEGINT+1)
            DUZELT{j,SAYAC-1}=union(intersect(ARALIK{SAYAC},DUZGUN{j}),setdiff(ARALIK{SAYAC-
1},DUZGUN{j}));
        end
    end
    for j=1:n+1
        for SAYAC=(NEGINT+1):(NEGINT+POZINT)

DUZELT{j,SAYAC}=union(intersect(ARALIK{SAYAC+1},DUZGUN{j}),setdiff(ARALIK{SAYAC+2},DUZGUN{j}));
        end
    end
    for j=1:n+1
        for ART=1:(SEVIYE-1)
            BOYUT=size(DUZELT{j,ART},2);
            if BOYUT<n
                for SAYAC=(BOYUT+1):n
                    DUZELT{j,ART}(SAYAC)=0;
                end
            end
        end
    end
    for j=1:n+1
        ART=1;
        for SAYAC=1:(SEVIYE-1)
            for INDIS=1:n
                ESLE{j}(ART)=DUZELT{j,SAYAC}(INDIS);
                ART=ART+1;
            end
        end
    end
```

```
    for j=1:(n+1)
        for SAYAC=1:KAPSAY
            if (ESLE{j}==YENI{SAYAC})
                KUME(t,j)=SAYAC;
            end
        end
    end
    for j=1:n+1
        if (j==1)
            KATSAYI(t,KUME(t,j))=B(t,j);
        else
            KATSAYI(t,KUME(t,j))=(B(t,j)-B(t,(j-1)));
        end
    end
end


%kısıtlar
for t=1:ALT


    if ((ismember(1,NEGARALIK{t,2}))&&(NMEMBER(t,3)==0))
        % 1:R
        for j=1:KAPSAY
            ESIT(ESITSAY,j)=KATSAYI(t,j);
        end
        ESIT(ESITSAY,KAPSAY+1)=0;
        beq(ESITSAY)=A(t,1);
        ESITSAY=ESITSAY+1;


    elseif (NMEMBER(t,3)>0)
        % S
        for j=1:KAPSAY
            KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(t,j);
        end
        KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
        b(KISITSAY)=-1;
        KISITSAY=KISITSAY+1;
        for j=1:KAPSAY
            KISIT(KISITSAY,j)=-1*KATSAYI(t,j);
        end
        KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
        b(KISITSAY)=1;
        KISITSAY=KISITSAY+1;
    end
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=-1;
b(KISITSAY)=0;
KISITSAY=KISITSAY+1;


KISIT(KISITSAY,9)=1;
KISIT(KISITSAY,14)=-1;
b(KISITSAY)=0;
KISITSAY=KISITSAY+1;


KISIT(KISITSAY,10)=1;
KISIT(KISITSAY,9)=-1;
b(KISITSAY)=0;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(53,j)-KATSAYI(17,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(54,j)-KATSAYI(18,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
```

```
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(55,j)-KATSAYI(19,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(56,j)-KATSAYI(20,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.001;
KISITSAY=KISITSAY+1;


% A,R
for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(18,j)-KATSAYI(17,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(19,j)-KATSAYI(18,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(20,j)-KATSAYI(19,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(30,j)-KATSAYI(29,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.009;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(31,j)-KATSAYI(30,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.009;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(32,j)-KATSAYI(31,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.009;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(17,j)-KATSAYI(21,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(18,j)-KATSAYI(22,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(19,j)-KATSAYI(23,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
```

```
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(20,j)-KATSAYI(24,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(21,j)-KATSAYI(25,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(22,j)-KATSAYI(26,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(23,j)-KATSAYI(27,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(24,j)-KATSAYI(28,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(25,j)-KATSAYI(29,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(26,j)-KATSAYI(30,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(27,j)-KATSAYI(31,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(28,j)-KATSAYI(32,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.01;
KISITSAY=KISITSAY+1;


% A,A
for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(1,j)-KATSAYI(2,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.035;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(2,j)-KATSAYI(3,j);
```

```
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.035;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(3,j)-KATSAYI(4,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.035;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(1,j)-KATSAYI(5,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.02;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(2,j)-KATSAYI(6,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.02;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(3,j)-KATSAYI(7,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.02;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(4,j)-KATSAYI(8,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.02;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(5,j)-KATSAYI(9,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.02;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(6,j)-KATSAYI(10,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.02;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(7,j)-KATSAYI(11,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.02;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(8,j)-KATSAYI(12,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.02;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(9,j)-KATSAYI(13,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.02;
KISITSAY=KISITSAY+1;
```

```
for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(10,j)-KATSAYI(14,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.02;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(11,j)-KATSAYI(15,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.02;
KISITSAY=KISITSAY+1;


for j=1:KAPSAY
    KISIT(KISITSAY,j)=KATSAYI(12,j)-KATSAYI(16,j);
end
KISIT(KISITSAY,KAPSAY+1)=0;
b(KISITSAY)=-0.02;
KISITSAY=KISITSAY+1;


%dummy bolge ile ilgili kisitlar


ESIT(ESITSAY,3)=1;
ESIT(ESITSAY,5)=-1;
beq(ESITSAY)=0;
ESITSAY=ESITSAY+1;


ESIT(ESITSAY,8)=1;
ESIT(ESITSAY,10)=-1;
beq(ESITSAY)=0;
ESITSAY=ESITSAY+1;


KISIT(KISITSAY,13)=1;
KISIT(KISITSAY,23)=-1;
b(KISITSAY)=0;
KISITSAY=KISITSAY+1;


% optimizasyon
f=zeros(KAPSAY,1);
f(KAPSAY+1,1)=1;
options=optimset('LargeScale','off','Simplex','on');
[M,fval,exitflag,output,lambda]=linprog(f,KISIT,b,ESIT,beq,[],[],[],options);
for t=1:ALT
    for j=1:n
        TOPLAM(t,j)= B(t,j)*(M(KUME(t,j))-M(KUME(t,j+1)));
    end
    CHOQUET(t)=TOPLAM(t,1);
    for j=2:n
        CHOQUET(t)=CHOQUET(t)+TOPLAM(t,j);
    end
    CHOQUET(t)=CHOQUET(t)+(M(KUME(t,n+1)));
end
```

EK 6. ŞEKİL 5.5’TE VERİLEN PROBLEM İÇİN BULUNAN 5 REFERANS SEVİYELİ KAPASİTE DEĞERLERİ

Kapasite								Kapasite Değeri
1	2	0	0	0	0	0	0	-1
1	0	2	0	0	0	0	0	-1
1	0	0	0	2	0	0	0	-1
1	0	0	0	0	0	2	0	-1
1	0	0	0	0	0	0	0	-1
2	0	1	0	0	0	0	0	-1
0	0	1	2	0	0	0	0	-0,7
0	0	1	0	2	0	0	0	-0,7
0	0	1	0	0	0	2	0	-0,7
0	0	1	0	0	0	0	0	-0,7
2	0	0	0	1	0	0	0	-1
0	0	2	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	2	0	0	0
0	0	0	0	1	0	2	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1	0	-1
0	0	2	0	0	0	1	0	-0,089
0	0	0	0	2	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	2	1
0	0	0	0	0	0	1	0	0,1
2	0	0	0	0	0	0	0	-1
0	0	2	0	0	0	0	0	-0,139
0	0	0	0	2	0	0	0	-0,089
0	0	0	0	0	0	2	0	0,1
0	0	0	0	0	0	0	0	0

EK 7. BÖLÜM 5.2 İÇİN 5 REFERANS SEVİYELİ KAPASİTE DEĞERLERİ

Kapasite												Kapasite Değerleri
1	2	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
1	2	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,825
1	2	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	-0,825
1	2	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	-0,65
1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,825
1	3	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
1	0	0	2	3	0	0	0	0	0	0	0	-0,825
1	0	0	2	0	0	3	0	0	0	0	0	-0,825
1	0	0	2	0	0	0	0	0	3	0	0	-0,65
1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,825
1	3	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	-0,0875
1	0	0	3	0	0	2	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	2	3	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	2	0	0	3	0	0	0,0875
1	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
1	3	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	-0,0875
1	0	0	3	0	0	0	0	0	2	0	0	0
1	0	0	0	0	0	3	0	0	2	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	3	0	0,0875
1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0
1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0875
1	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,2625
2	0	0	1	3	0	0	0	0	0	0	0	-0,0875
2	0	0	1	0	0	3	0	0	0	0	0	-0,0875
2	0	0	1	0	0	0	0	0	3	0	0	0,0875
2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0875
3	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	-0,175
0	0	0	1	2	3	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	2	0	3	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	2	0	0	0	0	3	0	0	0,0875
0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0

Kapasite												Kapasite Değerleri
0	0	0	0	0	0	1	2	0	3	0	0	0,0875
0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1	0	0	2	0	0	0,0875
0	0	0	3	0	0	1	0	0	2	0	0	0,0875
0	0	0	0	0	0	1	3	0	2	0	0	0,175
0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	3	0	0,2625
0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	0	0	0,0875
3	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	3	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	3	0	0	0,0875
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
2	3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-0,0875
2	0	0	3	0	0	0	0	0	1	0	0	-0,0875
2	0	0	0	0	0	3	0	0	1	0	0	0,65
2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	0	0,65
2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
3	0	0	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	2	3	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	2	0	0	3	0	0	1	0	0	0,7375
0	0	0	2	0	0	0	0	0	1	3	0	0,825
0	0	0	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0
3	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	0	0
0	0	0	3	0	0	2	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	2	3	0	1	0	0	0,7375
0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	3	0	0,825
0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0,0875
0	0	0	3	0	0	0	0	0	1	2	0	0,0875
0	0	0	0	0	0	3	0	0	1	2	0	0,9125
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0,0875
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	3	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	3	0	0	1	0	0	0,7375

Kapasite												Kapasite Değerleri
3	0	0	1	0	0	2	0	0	0	0	0	-0,0875
0	0	0	1	3	0	2	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	2	3	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	2	0	0	3	0	0	0,0875
0	0	0	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	0	2	0	0	-0,0875
0	0	0	1	3	0	0	0	0	2	0	0	0
0	0	0	1	0	0	3	0	0	2	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	2	3	0	0,0875
0	0	0	1	0	0	0	0	0	2	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0875
0	0	0	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	3	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	3	0	0	0,0875
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-0,0875
2	0	0	3	0	0	1	0	0	0	0	0	-0,0875
2	0	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	-0,0875
2	0	0	0	0	0	1	0	0	3	0	0	-0,0875
2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-0,0875
3	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	2	3	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	2	0	0	1	3	0	0	0	0	0
0	0	0	2	0	0	1	0	0	3	0	0	0,0875
0	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0
0	0	0	3	0	0	1	2	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	2	3	0	0	0	0

Kapasite												Kapasite Değerleri
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	0	0,825
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
2	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0875
2	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0875
2	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	-0,0875
2	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0875
3	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	2	3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	2	0	0	3	0	0	0	0	0	0
0	0	0	2	0	0	0	0	0	3	0	0	0,0875
0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
0	0	0	3	0	0	2	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	2	3	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	2	0	0	3	0	0	0,0875
0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0
0	0	0	3	0	0	0	0	0	2	0	0	0
0	0	0	0	0	0	3	0	0	2	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	3	0	0,0875
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0,0875
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ÖZGEÇMİŞ

Leman Esra Dolgun 1981 yılında Mersin’de doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Mersin’de tamamladı. Lisans derecesini 2002 yılında Osmangazi Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü’nden, yüksek lisans derecesini 2006 yılında Orta Doğu Teknik Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü’nden aldı. Halen Anadolu Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü’nde araştırma görevlisi olarak çalışmakta olan Leman Esra Dolgun’un ilgi alanları arasında çok ölçütlü karar verme, kalite yönetimi, istatistiksel uygulamalar, kalite iyileştirme için veri madenciliği ve Kansei mühendisliği yer almaktadır.