Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modellemesi: Bir Simülasyon Çalışması

Rana Şen Doğan

DOKTORA TEZİ

İstatistik Anabilim Dalı

Ağustos 2017

Nonlinear Structural Equation Modeling: A Simulation Study

Rana Şen Doğan

DOCTORAL DISSERTATION

Statistics Department

August 2017

Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modellemesi: Bir Simülasyon Çalışması

Rana Şen Doğan

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
İstatistik Anabilim Dalı
İstatistik Bilgi Sistemleri Bilim Dalı
DOKTORA TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Prof. Dr. Veysel Yılmaz

BAP: 2017-1560 nolu proje ile desteklenmiştir

Ağustos 2017

ONAY

İstatistik Anabilim Dalı DOKTORA öğrencisi Rana Şen Doğan'ın DOKTORA tezi olarak hazırladığı "**Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modellemesi: Bir Simülasyon Çalışması**" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek oy birliği ile kabul edilmiştir.

Danışman : Prof. Dr. Veysel Yılmaz

İkinci Danışman : -

Doktora Tez Savunma Jürisi:

Üye : Prof. Dr. Necmi Gürsakal

Üye : Prof. Dr. Zeki Yıldız

Üye : Prof. Dr. Veysel Yılmaz

Üye : Doç. Dr. Güvenç Arslan

Üye : Yrd. Doç. Dr. Özer Özaydın

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun .... tarih ve .... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof.Dr. Hürriyet ERŞAHAN
Enstitü Müdürü

ETİK BEYAN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Prof. Dr. Veysel Yılmaz danışmanlığında hazırlamış olduğum "**Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modellemesi: Bir Simülasyon Çalışması**" başlıklı tezimin özgün bir çalışma olduğunu; tez çalışmamın tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; tezimde verdiğim bilgileri, verileri akademik ve bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak elde ettiğimi; tez çalışmamda yararlandığım eserlerin tümüne atıf yaptığımı ve kaynak gösterdiğimi ve bilgi, belge ve sonuçları bilimsel etik ilke ve kurallara göre sunduğumu beyan ederim. 17/08/2017

Rana Şen Doğan

ÖZET

Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modelleri, gerçek hayat problemlerinde doğrusal olmayan ilişkilerin varlığına duyulan ihtiyaç sonucu Doğrusal Yapısal Eşitlik Modelleri'nin doğal bir uzantısı olarak ortaya çıkmıştır.

Bu tez çalışmasının amacı, son yıllarda oldukça popüler hale gelmesine rağmen ülkemizde henüz kullanılmayan Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modelleri hakkında bilgi vererek, neden Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modelleri kullanılması gerektiğini açıklamak ve doğrusal olmayan etkilerin parametre tahminlerini bir Monte Carlo simülasyonu yardımıyla örneklem hacmi ve gözlenen değişkenlerin güvenilirlikleri bakımından değerlendirmektir.

Bu tez, Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modelleri'nin teorisinden, Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modelleri'nde kullanılan parametre tahmin yöntemlerinden, SAS Proc NLMIXED prosedürü yardımıyla uygun modelin belirlenmesi ve parametre tahminlerinin değerlendirilmesi aşamalarından oluşmaktadır.

Uygun modellin belirlenmesinde ve doğrusal olmayan model parametrelerinin değerlendirilmesinde Marjinal En Çok Olabilirlik tahmin yöntemi kullanılmıştır. Marjinal En Çok Olabilirlik tahmin yönteminin performansı yakınsaklık, uygun olmayan çözümler, parametre tahminlerinin ve standart hataların yanı, parametre tahminlerinin değişkenliği ve doğruluğu açısından SAS Proc NLMIXED prosedürü ile çeşitli örneklem hacmi ve çeşitli güvenilirlik düzeylerinde değerlendirilmiştir.

Uygun model olarak belirlenen üstel modele ilişkin simülasyon çalışması sonuçları genel olarak değerlendirildiğinde, Marjinal En Çok Olabilirlik tahmin yöntemine göre, küçük örneklem hacimlerinde ve zayıf güvenilirlik düzeylerinde parametre tahminlerinin yakınsak olmadığı yada uygun çözüme yakınsayamadığı, yanlı olduğu, doğru olmadığı ve daha az değişken olduğu gözlenmiştir. Aynı zamanda, Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modelleri'nde doğrusal yaklaşım kullanmanın doğurduğu sakıncalardan bahsedilmiş ve genel tavsiyelerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modellemesi, SAS Proc NLMIXED, Marjinal En Çok Olabilirlik, Monte Carlo Simülasyonu.

SUMMARY

Nonlinear Structural Equation Models have emerged as a natural extension of Linear Structural Equation Models, as a result of the need for the existence of nonlinear relationships in real life problems.

The purpose of this thesis is to explain why Nonlinear Structural Equation Models should be used by giving information about the Nonlinear Structural Equation Models that have not yet been used in our country even though they have become popular in recent years and also to evaluate the parameter estimates of nonlinear effects in terms of sample size and reliability of observed variables with the help of Monte Carlo simulation.

This thesis consists of the theory of Nonlinear Structural Equation Models, parameter estimation methods used in Nonlinear Structural Equation Models, the steps of determining the appropriate model using the SAS Proc NLMIXED procedure and evaluating the parameter estimates.

Marginal Maximum Likelihood estimation method was used in determining appropriate models and evaluating nonlinear model parameters. The performance of the Marginal Maximum Likelihood estimation method is evaluated at various sample sizes and various reliability levels by the SAS Proc NLMIXED procedure in terms of the convergence, improper solutions, bias of the parameter estimates and standard errors, the variability and the accuracy of the parameter estimates.

When the results of the simulation study for the exponential model, which was determined as the appropriate model are evaluated in general, it was observed that the parameter estimations at small sample sizes and poor reliability levels are not convergent or they converge to improper solutions, they are biased, inaccurate, and less variable according to the Marginal Maximum Likelihood estimation method. Morever, shortcomings of the linear approach in Nonlinear Structural Equation Models were mentioned together with general recommendations.

Keywords: Nonlinear Structural Equation Modeling, SAS Proc NLMIXED, Marginal Maximum Likelihood, Monte Carlo Simulation.

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışması boyunca, bilimsel ve manevi desteğini benden esirgemeyen eşim ve meslektaşım Murat Doğan'a, gösterdikleri sabır ve ilgi dolayısıyla aileme ve arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Görüş ve önerileriyle tezi yönlendiren tez danışmanım Prof. Dr. Veysel Yılmaz başta olmak üzere, Prof. Dr. Necmi Gürsakal, Prof. Dr. Zeki Yıldız, Doç. Dr. Güvenç Arslan ve Yard. Doç. Dr. Özer Özaydın'a teze katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Aynı zamanda, doktora çalışmalarım boyunca beni maddi açıdan destekleyen TÜBİTAK ve Eskişehir Osmangazi Üniversitesi BAP Komisyonu'na teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

İÇİNDEKİLER (devam)

İÇİNDEKİLER (devam)

ŞEKİLLER DİZİNİ

ÇİZELGELER DİZİNİ

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Kısaltmalar	**Açıklama**
YEM	Yapısal Eşitlik Modeli
MML	Marjinal En Çok Olabilirlik
RMSE	Hata Kareler Ortalamasının Karekökü
SER	Standart Hata Oranı
PI	İndikatör Üretme
GAPI	Genelleştirilmiş Etkili İndikatör Üretme
PLS	Kısmı En Küçük Kareler
LVS	Gizil Değişken Skorları
2SLS	2 Aşamalı En Küçük Kareler
OLS	Sıradan En Küçük Kareler
2SMM	2 Aşamalı Momentler Metodu
ML	En Çok Olabilirlik
QML	Yarı En Çok Olabilirlik
LMS	Gizil Moderatör Yapısal
EMM	Etkili Momentler Metodu
CFE	Karakteristik Fonksiyon Tahmincisi
GMM	Genelleştirilmiş Momentler Metodu
PML	Sözde En Çok Olabilirlik

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

NSEMM	Doğrusal Olmayan Karma Yapısal Eşitlik Modellemesi
EM	Beklenti Maksimizasyonu
MCMC	Markov Zinciri Monte Carlo
SAS UE	SAS University Edition
AIC	Akaike Bilgi Kriteri
AICC	Düzeltilmiş Akaike Bilgi Kriteri
BIC	Bayes Bilgi Kriteri
MC	Monte Carlo
M	Ortalama
SE	Standart Hata
SD	Standart Sapma

1. GİRİŞ VE AMAÇ

Yapısal Eşitlik Modelleri (YEM), gözlenen ve gizil değişkenleri birlikte ele alan çok değişkenli istatistiksel bir modelleme yöntemidir. Kökenleri Jöreskog (Jöreskog, 1973), Bentler (Bentler, 1980) ve Bollen (Bollen, 1989)'a dayanan YEM, ilk ortaya çıktığında, gözlenen ve gizil değişkenler asındaki doğrusal ilişkileri modellemeye yarayan istatistiksel bir yöntem olarak tanımlanmıştır. Aynı zamanda, YEM için geliştirilen ve kullanımı oldukça yaygın olan LISREL ('LInear Structural RELations'; Jöreskog ve Sörbom, 1996) yazılımının adı "doğrusal yapısal eşitlikler" anlamına gelmektedir.

Geleneksel YEM'in tanımında doğrusallık kısıtı olmasına rağmen, gerçek hayat problemlerinde sıklıkla doğrusal olmayan modellerle karşılaşılmaktadır. Diğer bir deyişle, gerçek hayat problemlerinde tam anlamıyla doğrusal ilişkilerin olma ihtimali yoktur. Gerçekte aralarında doğrusal ilişkilerin olmadığı gizil değişkenli modellerin, yakın zamana kadar doğrusal varsayılıp çözülmesi bazı sakıncaları da beraberinde getirmiştir. Bu sakıncaların yanı sıra, bu istatistiksel modelleme yönteminin esnetilebilmesi ve uygulanabilirliğinin genişletilebilmesi için, doğrusal ilişkilerin yanı sıra gizil değişkenler arasındaki doğrusal olmayan ilişkilerin de yapısal eşitlik modelinin doğal bir uzantısı olarak modele dahil edilmesi gerekmektedir (Wall ve Amemiya, 2007).

Bu ihtiyaç üzerine doğrusal YEM, gizil değişkenler arasındaki doğrusal olmayan ilişkileri de içeren ve gizil değişkenlerle gözlenen değişkenler arasındaki ilişkileri doğrusal olmayan fonksiyonlarla temsil eden, doğrusal olmayan YEM'e genişletilmiştir (Codd, 2011). YEM'in genişletilmesi doğrusal olmayan fonksiyonlarla daha iyi temsil edilen ve daha anlamlı modellerin elde edilmesini sağlamaktadır.

Doğrusal olmayan ilişkilere sahip değişkenlerle yapısal bir model oluşturmak, özellikle davranış bilimlerinde ve sosyal bilimlerde karşılaşılan gerçek hayat problemlerinin altında yatan karmaşıklıkları yeterince açıklamak için gereklidir (Moosbrugger vd., 2009; Harring vd., 2012). Örneğin, iki gizil değişken arasındaki eğim, üçüncü bir değişken tarafından doğrudan ya da aracılık etkisi ile etkileniyorsa, iki gizil değişken arasında bir çarpım terimi vasıtasıyla modellenebilen bu ilişki, geleneksel YEM yöntemleri ile tahmin edilemez.

Doğrusal olmayan YEM kullanımının gecikmesi, bahsedilen faydalarından dolayı merak konusudur. Wall ve Anemiya (Wall ve Amemiya, 2007), bunu iki nedene bağlamıştır:

Birincisi, gizil değişkenli modellerin tahmininde geleneksel olarak, ham verilerden ziyade kovaryans (ya da korelasyon) matrisi kullanılmasıdır. Fakat, gizil değişkenler arasındaki ilişkileri temsil eden fonksiyonlar doğrusal olmadığı zaman, örneklem ortalama vektörü ve kovaryans matrisi ihtiyaç duyulan tüm nicelikleri tahmin etmede yetersizdir. İkincisi, doğrusal olmayan modellerin parametrelerinin tahmin edilmesinin zor olmasıdır. Doğrusal YEM için kullanılan geleneksel tahmin yöntemlerinin, gözlenen değişkenlerin kovaryans matrisi ve modelden elde edilen kovaryans matrisinden elde edilen fark fonksiyonunu minimize etmeye dayanması, doğrusal YEM'in doğrusal olmayan YEM'e genişletilerek ele alınmasında karşılaşılan en büyük zorluktur (Wall, 2009).

Yeni parametre tahmin yöntemlerinin ortaya çıkmasıyla, doğrusal olmayan YEM'in farklı çeşitleri ve onların tahmin edicileri ile ilgili yapılan çalışmalar gittikçe artmaktadır. Doğrusal olmayan YEM için kullanılan tahmin yöntemleri, gizil değişkenler altında yatan dağılımsal varsayımlara dayanarak ya da özel olarak tanımlanmamış bir dağılımdan yararlanılarak belirlenebilir. Ayrıca bu yöntemlerin kullanım alanı, yapısal modelin özel olarak tasarlanmış basit bir formundan, yapısal modelin doğrusal olmayan belirli bir formuna kadar genişletilebilir (Wall ve Amemiya, 2007). Burada belirli formdan kasıt, gizil değişkenler arasındaki ilişkileri tanımlayan ve oldukça geniş bir kümesi olan fonksiyon sınıflarıyla temsil edilebilen yapısal modellerdir.

Mümkün birçok doğrusal olmayan ilişki, i) içsel ve dışsal gizil değişkenlerin her ikisinin de doğrusal olmadığı, ii) içsel gizil değişkenlerin doğrusal olduğu, dışsal gizil değişkenlerin doğrusal olmadığı, iii) ii'deki durumun özel bir hali olan, içsel gizil değişkenlerin doğrusal olduğu, modele sonradan eklenen dışsal gizil değişkenlerin doğrusal olmadığı, iv) dışsal gizil değişkenlerin pür kuvvetlerinden ve bu kuvvetlerinin etkileşimlerinden oluşan genel polinomlu veya v) genel polinom modellerinin özel bir hali olan ve ana etkilerle ve sadece 2. dereceden etkilerle sınırlı kuadratik ve etkileşimli modelleri oluşturabilir (Wall ve Amemiya, 2007).

İlk olarak, Kenny ve Judd (Kenny ve Judd, 1984) tarafından önerilen genel polinom modellerinin özel bir hali olan kuadratik ve etkileşimli modellerin indikatör üretme yaklaşımı ile tahmini, yöntem bilimcilerden büyük bir ilgi görmüş ve doğrusal olmayan modellerin gelişmesi adına yeni ufuklar açmıştır. Pek çok tahmin alternatifi olarak daha genel polinom modelleri mevcuttur, ancak farklı yöntemlerin göreceli etkinliğini araştıran metodolojik çalışmaların büyük çoğunluğu, dışsal gizil değişkenler arasındaki etkileşimleri temsil eden çarpımsal terimlere sahip yapısal modellere odaklanmıştır (Harring vd., 2012). Fakat daha genel doğrusal olmayan yapısal eşitlik modellerinde, indikatör üretme yaklaşımları yetersiz kalmıştır.

Doğrusal olmayan YEM için, verilen bir parametrik form ile gizil değişkenlerin ve hataların dağılımsal varsayımları göz önüne alındığında, bir olabilirlik fonksiyonu yazmak mümkündür. Yakın zamana kadar karşılaşılan hesaplama zorluklarından biri de modelde doğrusal olmayan ilişkilerin kapalı analitik formu olmayan bir olabilirlik yaratmasıdır. Fakat son yıllarda, bu zorlu olabilirlikleri maksimize etmek için istatistiksel hesaplama yöntemlerinde büyük gelişmeler olmuştur. Hesaplama yöntemlerinin gelişmesi ile birlikte, genel doğrusal olmayan modellerin farklı formları için En Çok Olabilirlik ve Bayes gibi olabilirlik fonksiyonunu kullanan parametre tahmin yöntemleri giderek daha popüler hale gelmektedir (Wall, 2009).

Genel doğrusal olmayan YEM için en çok kullanılan parametre tahmin yöntemi, Marjinal En Çok Olabilirilik (MML) yöntemidir. Bu yöntemin uygulaması henüz yeni sayılan bir SAS prosedürü olan NLMIXED'de yapılmıştır.

Bu tezin temel amacı, ülkemizde henüz kullanılmayan doğrusal olmayan YEM hakkında kapsamlı bilgi vererek, öncelikle teorisinin anlaşılmasını sağlamak ve devamında uygulamalarda kullanımının yaygınlaşmasına yardımcı olmaktır. Günümüzde hala bir çok YEM modeli, gizil değişkenler arasındaki ilişkilerin doğrusal olduğuna bakılmaksızın doğrusal varsayılıp çözülmekte ve bu durum bazı sakıncaları beraberinde getirmektedir.

Bu tezin amaçlarından biri de, gerçekte aralarında doğrusal ilişkilerin olmadığı modellerin doğrusal varsayılıp çözülmesinin doğurduğu sakıncalardan bahsetmek ve bu modellerin gerçekte doğrusal olup olmadığını anlamak için kullanılan çeşitli yöntemleri bir uygulama yardımıyla değerlendirmektir.

Bu tezin amaçlarından bir diğeri de, doğrusal olmayan YEM'de kullanılan tüm parametre tahmin yöntemlerini bir başlık altında derleyerek araştırmacılara genel bir bakış açısı kazandırmak ve bu tahmin yöntemlerinden MML tahmin yönteminin SAS Proc NLMIXED'de uygulamasını yaparak araştırmacıları aslında çok zor olmayan doğrusal olmayan YEM kullanımı için teşvik etmektir.

Tezin bir diğer amacı ise, ele alınan doğrusal olmayan bir model yardımıyla, parametre tahminlerini örneklem hacmi ve güvenilirlik seviyelerine göre karşılaştırmak ve gerçek hayat uygulamalarına geçmeden önce dikkat edilmesi gereken bu faktörlere dikkat çekmektir.

Bu amaçlar doğrultusunda, bu tez çalışması sekiz bölümden oluşmaktadır. Varsayımsal olarak ise bu tezin iki kısımdan oluştuğu söylenebilir. Birincisi, doğrusal olmayan YEM ve doğrusal olmayan YEM'de kullanılan parametre tahmin yöntemleri ile ilgili detaylı bilgilerin yer aldığı ilk dört bölümden oluşan teorik kısım; ikincisi ise, kalan dört blümden oluşan, çalışmada ele alınan doğrusal olmayan modele ilişkin YEM aşamalarının değerlendirildiği uygulama kısmıdır. Uygulama kısmında, öncelikle, modelin belirlenmesi ve parametre tahmini aşamaları için uygulamanın yapılacağı SAS Proc NLMIXED prosedürünün tanıtılmış, ardından modelin belirlenmesi ve model parametrelerinin tahmini aşamaları incelenmiştir.

Çalışmasının bir sonraki, yani ikinci bölümünde, "Literatür Araştırması" başlığı altında, doğrusal olmayan YEM'in ortaya çıkışından ve tarihsel kronoloji ile gelişiminden bahsedilmiş ve daha önce yapılan bazı önemli çalışmalar özetlenmiştir.

Üçüncü bölümde, "Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modelleri" başlığı altında, doğrusal YEM'den doğrusal olmayan YEM'e geçiş anlatılmış, doğrusal olmayan YEM'in teorisinin dayandığı matematiksel temellerden ve aşamalardan bahsedilmiş, aynı zamanda doğrusal olmayan YEM'in alt sınıflarına değinilmiştir.

Dördüncü bölümde, "Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modellerinde Kullanılan Tahmin Yöntemleri" başlığı altında, literatürde yer alan hemen hemen tüm tahmin yöntemleri anlatılmıştır.

Beşinci bölümde, "Yöntem" başlığı altında SAS Proc NLMIXED prosedürünün bazı temel özelliklerinden bahsedilmiş ve çalışmada ele alınan tahmin yöntemi olan Marjinal En çok Olabilirlik (MML)'in NLMIXED'de kullanımı bir uygulama yardımıyla detaylı olarak incelenmiştir.

Altıncı bölümde, "Uygun Modelin Belirlenmesi" başlığı altında, doğrusal olmayan modellerde doğrusal yaklaşım kullanın doğurduğu sakıncalardan bahsedilmiş ve bu durumda uyum ölçütlerinin performansları arasında ortaya çıkan farklılıklara değinilmiştir. Bunun için, gizil değişkenler arasında gerçekte üstel ilişki olan bir model ele alınmış ve bu model hem doğrusal hem de doğrusal olmayan yaklaşımla çözülerek ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Yedinci bölümde, "Simülasyon" başlığı altında, öncelikle, ele alınan üstel modelin parametre tahminlerini elde etmek için SAS programı yardımıyla simülasyon çalışması yapılmıştır. Ardından, SAS Proc NLMIXED prosedürü ile MML tahmini, çeşitli örneklem hacmi ve güvenilirlik düzeylerinde, yakınsak ve uygun olmayan çözümler, yan, hata kareler ortalamasının karekökü (RMSE) ve standart hata oranlarına (SER) göre değerlendirilmiştir.

Sekizinci bölümde araştırma sorularına yer verilmiş ve simülasyon sonucunda elde edilen bulgulardan bahsedilmiştir. Son bölüm ise, sonuç ve önerilerden oluşmaktadır. Özellikle ülkemizde, doğrusal olmayan YEM'le ilgili çalışmalar yok denecek kadar azdır. Bu sebeple, bu bölümde, doğrusal olmayan YEM'in öneminden ve doğrusal olmayan bir modelde doğrusal yaklaşım kullanımının doğurduğu sakıncalardan ve doğrusal olmayan YEM uygulamalarında karşılaşılan zorluklardan bahsedilmiştir. Aynı zamanda, çalışmanın kısıtlarından bahsedilmiş ve araştırmacılar için gelecek çalışmalara yönelik önerilerde bulunulmuştur.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Doğrusal olmayan YEM'in temelleri, 1984 yılında Kenny ve Judd tarafından atılmıştır. Kenny ve Judd (Kenny ve Judd, 1984), gizil ikinci dereceden terimlerin ve etkileşim terimlerinin indikatörlerinin (göstergelerinin) gözlenen değişkenler ile oluşturulması fikrini önermiş ve bu fikir, metodolojik tartışmalara ve değişikliklere neden olan bir çok çalışmaya öncülük etmiştir: Hayduck (Hayduk, 1987); Jaccard and Wan (Jaccard ve Wan, 1996); Ping (Ping Jr, 1995; Ping, 1996; Ping Jr, 1996); Jöreskog ve Yang (Jöreskog ve Yang, 1996; Jöreskog ve Yang, 1997); Schumacker ve Marcoulides (Schumacker ve Marcoulides, 1998), Li ve ark., (Li vd., 1998; Li vd., 2000); Algina ve Moulder (Algina ve Moulder, 2001); Moulder ve Algina (Moulder ve Algina, 2002); Wall ve Amemiya (Wall ve Amemiya, 2001); Wen vd. (Wen vd., 2002); Marsh vd. (Marsh vd., 2004). Bu temel çalışmalar, gizil etkileşimli yapısal eşitlik modellerini tahmin etmek için gözlenen değişkenler ile oluşturulan yeni gözlenen değişkenlere yani indikatörlere dayalı yaklaşımlarının güzel bir karşılaştırmasını sunmaktadır. Etkileşimli ve kuadratik Kenny-Judd modeli günümüzde hala tartışılmaktadır ve bu modelin çözümü için kullanılan tahmin yöntemi literatürde "Kenny-Judd" yaklaşımı ya da "Basit Kısıtlı (Constroined) İndikatör Üretme" yaklaşımı olarak da geçmektedir.

Kenny-Judd yaklaşımından sonra Hayduck (Hayduk, 1987), LISREL ile bu yaklaşımın geliştirilmesinin temelini atmış, fakat doğrusal olmayan ilişkileri içeren karmaşık modellerde bu yaklaşımın kullanımı kullanışsız bulunmuştur (Marsh vd., 2004). Jöreskog ve Yang (Jöreskog ve Yang, 1996), Kenny-Judd yaklaşımının özelliklerini incelemiş ve Jöreskog-Yang yaklaşımını geliştirmiştir. Fakat, Jöreskog-Yang yaklaşımının da yakınsaklık problemi içerdiği gözlenmiştir.

Algina ve Moulder (Algina ve Moulder, 2001), Jöreskog-Yang (Jöreskog ve Yang, 1996) yaklaşımın düzeltilmişi olan "Kısıtlı (Constrained) İndikatör Üretme" yaklaşımını önermiştir. Bu yaklaşımın daha önce önerilen basit indikatör üretme yaklaşımlarından farkı, gizil değişkenlerin indikatörlerinin ortalamaya göre merkezileştirilmiş olmasıdır.

Wall ve Amemiya (Wall ve Amemiya, 2001), gizil değişkenlere ait gözlenen değişkenlerin dağılımının normal olmadığı durumda, Kenny-Judd yaklaşımının yanlı tahminlere yol açtığını göstermiş, bunun üzerine "Genelleştirilmiş Etkili İndikatör Üretme (Generalized Appended Product Indicator - GAPI)" olarak adlandırdığı yeni bir yaklaşım önermiştir. Fakat bu yaklaşımın da Kenny-Judd yaklaşımında olduğu gibi, karmaşık doğrusal olmayan ilişkileri içeren modellerde uygulamasının oldukça zor olduğu ifade edilmiştir (Wall ve Amemiya, 2001; Marsh vd., 2004).

Chin vd. (Chin vd., 2003), doğrusal olmayan yapısal eşitlik modellerinin parametre tahmini için Kısmı En Küçük Kareler (Partial Least Square - PLS) İndikatör Üretme yaklaşımını önermişlerdir. Bu yaklaşım geleneksel çok değişkenli yöntemlerin ciddi varsayımlara sahip olması üzerine geliştirilmiştir. Fakat, PLS yönteminin kullanıldığı çalışmalarda (örneğin: Chin vd., 2003; Goodhue vd., 2007; Schermelleh-Engel vd., 2010) bu yöntemin yanlı parametre tahminleri ürettiği gözlenmiştir.

Marsh vd. (Marsh vd., 2004), GAPI yaklaşımını geliştirerek "Kısmen Kısıtlı (Partially Constrained) İndikatör Üretme" yaklaşımı ve yine aynı çalışmada yer alan "Kısıtsız (Constrained) İndikatör Üretme" yaklaşımlarını önermişlerdir. Kısmen kısıtlı ve kısıtsız yöntemlerin, dışsal faktörlerin dağılımının normal olmadığı simülasyon çalışmalarında bile iyi parametre tahminleri ürettiği gözlenmiştir.

Kelava vd. (Kelava vd., 2008), çok değişkenli doğrusal olmayan kuadratik modeller için Kısıtlı İndikatör Üretme yaklaşımını genişleterek "Extended Constrained – Genişletilmiş İndikatör Üretme" yaklaşımını ve Kısıtsız İndikatör Üretme yaklaşımını genişleterek "Extended Unconstrained – Genişletilmiş Kısıtsız İndikatör Üretme" yaklaşımını önermişlerdir. Genişletilmiş Kısıtsız İndikatör Üretme yaklaşımının Genişletilmiş Kısıtlı İnsikatör Üretme yaklaşımına göre avantajı, karmaşık ve doğrusal olmayan kısıtlar için program kodlarının daha kolay yazılmasıdır. Genişletilmiş Kısıtsız İndikatör Üretme yaklaşımın bir diğer avantajı ise, faktör yüklerinin yanı sıra hata varyans ve kovaryanslarının da herhangi bir varsayım gerektirmeden tahmin edilmesidir. Bu yöntem, gizil değişkenlerin normallik varsayımını da gerektirmemektedir. Ayrıca bu yöntem ile doğrusal ve doğrusal olmayan gizil değişkenler arasındaki kovaryanslar, değişkenlerin normal dağılmadığı durumda bile serbestçe tahmin edilebilmektedir (Moosbrugger vd., 2009).

Yukarıda özetlenen indikatör üretme yaklaşımları, basit kuadratik veya etkileşimli yapısal modellerin tahmini için kullanılabilir ve mevcut doğrusal yapısal eşitlik modelleme yazılımlarında uygulanabilir olması açısından avantajlıdır. Fakat yeni gözlenen değişkenlerin yani indikatörlerin üretilmesine dayanan bu yaklaşımlar daha genel olan doğrusal olmayan yapısal eşitlik modellere genişletilemez; böylece bu yöntemler, doğrusal olmayan YEM için genel bir yöntem olmanın potansiyel yararlılığını sınırlandırmaktadır (Wall, 2009). Bunun üzerine indikatör üretme yaklaşımlarından farklı yaklaşımlar geliştirilmiştir.

İndikatör Üretme yöntemlerinden farklı olarak, doğrusal olmayan YEM'de parametrelerin tahmini için önerilen diğer tahmin yöntemleri "İki Aşamalı Yöntemler" ve "Olabilirliğe Dayalı Yöntemler" olmak üzere iki başlık halinde toplanabilir. İki aşamalı yöntemler: Gizil Değişken Skorları (Latent Variable Scores – LVS, Schumacker, 2002), İki Aşamalı En Küçük Kareler (2-Stage Least Square - 2SLS, Bollen (1995, 1996)) ve İki Aşamalı Momentler (2-Stage Moments Methods - 2SMM, Wall ve Amemiya (2000)) yöntemleridir. Olabilirliğe dayalı yöntemler: Yarı En Çok Olabilirlik (Quasi Maximum Likelihood – QML, Yang Jonsson, 1997; Klein ve Muthén, 2007), Gizil Moderetör Yapısal (Latent Moderated Structural - LMS, Schermelleh-Engel vd., 1998; Klein ve Moosbrugger, 2000), Etkili Momentler (Efficient Method of Moments - EMM, Gallant ve Tauchen, 1996), Marjinal En Çok Olabilirlik (Marginal Maximum Likelihood - MML) ve Bayesci (Bayesien, Arminger ve Muthen (Arminger ve Muthén, 1998)) yöntemleridir. Ayrıca bu tez çalışmasında incelenmeyecek diğer bir yöntem de Karakteristik Fonksiyon Tahmincisi (Characteristic Function Estimator - CFE, Blom ve Christoffersson, 2001) yöntemidir.

Genel doğrusal olmayan yapısal eşitlik modellerinin farklı formlarının tahmini için En Çok Olabilirlik ve Bayesci yöntemleri kullanmaya odaklanan büyüyen bir literatür vardır. En çok olabilirliğin kullanıldığı örnekler: Klein vd., (Klein vd., 1997); Lee ve Zhu (Lee ve Zhu, 2000); Klein ve Moosbrugger (Klein ve Moosbrugger, 2000); Lee ve Song (Lee ve Song, 2003a); ve Lee vd., (Lee ve Song, 2003b); Cudeck vd. (Cudeck vd., 2009); Wall, (Wall, 2009); Harring vd. (Harring vd., 2012) ve Bayesci yöntemlerin kullanıldığı örnekler: Wittenberg ve Arminger (Wittenberg ve Arminger, 1997); Arminger ve Muthen (Arminger ve Muthén, 1998); Zhu ve Lee (Zhu ve Lee, 1999); Song ve Lee (Song ve Lee, 2002); Lee ve Song (Lee ve Song, 2003a); Lee vd., (Lee vd., 2007); Lee (Lee, 2007); Wall, (Wall, 2009); Harring vd. (Harring vd., 2012) ve Lee (Lee ve Song, 2012).

Lyhagen (Lyhagen, 2007), Kenny-Judd etkileşimli doğrusal olmayan modelinin tahmini için, Gallant ve Tauchen (Gallant ve Tauchen, 1996)'nin Genelleştirilmiş Momentler Metodu (Generalized Method of Moments - GMM)'ndan yola çıkarak önerdiği EMM tahmin yöntemini kullanmıştır. Farklı örneklem hacimlerinde ürettiği simülasyonlarla elde ettiği parametre tahminlerini Yang-Jonsson (Yang Jonsson, 1997)'nın QML yöntemi, Schermelleh-Engel et al. (Schermelleh-Engel vd., 1998)'in LMS yöntemi ve Blom ve Christoffersson (Blom ve Christoffersson, 2001)'nın CFE yöntemi ile karşılaştırmıştır. Etkileşim etkisi için EMM yöntemi ile elde edilen parametre yanlarının, QML ve CFE metotlarından daha küçük, LMS ile karşılaştırılabilir olduğunu ortaya koymuştur.

Wall and Amemiya (Wall ve Amemiya, 2007), genel bir doğrusal olmayan YEM'den ve doğrusal olmayan YEM için kullanılan tahmin yöntemlerinden bahsetmiştir. Doğrusal olmayan YEM'i, doğrusal YEM'in doğal bir uzantısı olarak ele almış ve literatürde yer alan doğrusal olmayan modellerin alt formlarını tanımlamıştır. Monte Carlo simülasyonu yardımıyla elde ettiği veriler için ”Sözde En Çok Olabilirlik (Pseudo Maximum Likelihood - PML)” tahmin yöntemini kullanmıştır. Güçlü dağılımsal varsayımlara dayanan yöntemler ve güçlü dağılımsal varsayımlara dayanmayan yöntemler arasındaki ayrımlara dikkat çekmiş ve bu varsayımları asgariye indirmeyi hedeflemiştir. PML tahmin yöntemi, doğrusal olmayan YEM için tercih edilen bir yöntem olmadığından ve diğer çalışmalarda kullanılmadığından, bu tez çalışmasında da bu yöntemden bahsedilmeyecektir. Ayrıntılı bilgi için Wall and Amemiya (Wall ve Amemiya, 2007)’ye bakılabilir.

Schermelleh-Engel vd. (Schermelleh-Engel vd., 2010), PLS indikatör üretme yaklaşımının doğrusal olmayan YEM’de alternatif bir parametre tahmin yöntemi olarak kullanılıp kullanılamayacağını araştırmıştır. LMS ve İndikatör Üretme (PI) yaklaşımının performansı, aynı koşullar altında düzenlenen bir Monte Carlo simülasyonu ile daha önce Chin vd. (Chin vd., 2003) ve Goodhue vd. (Goodhue vd., 2007) tarafından kullanılan PLS’nin performansı ile karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, PLS indikatör üretme yaklaşımı ile doğrusal parametrelerin ve etkileşim parametresinin yanlı tahminler üretildiği, buna karşılık, PI ve LMS yöntemleri ile yansız tahminler üretildiği gözlenmiştir. Ayrıca, en küçük standart hatalar PLS indikatör üretme yaklaşımı ile üretilirken, gizil etkileşim etkisini tespit etme gücü diğer yöntemler için daha yüksek bulunmuştur.

Kelava vd. (Kelava vd., 2011), doğrusal olmayan YEM’de etkileşim etkileri ve kuadratik etkiler için LMS ve QML tahmin yöntemlerini incelemişlerdir. Her bir yaklaşımın altında yatan temel fikirleri ve bu yaklaşımların PI yaklaşımlarından farklarını açıklamışlardır. LMS ve QML yaklaşımlarının doğrusal olmayan kısıtların belirtilmesine ihtiyaç duymaması, bu yaklaşımların PI yaklaşımlarına kıyasla karmaşık modellere belirgin bir avantaj sağladığını ifade etmiştir. Ayrıca küçük çaplı simülasyon çalışmaları sonucunda, bu yaklaşımların kısıtsız PI yaklaşımına (indikatör üretme yaklaşımlarından en çok kullanılanı) göre kabul edilir Tip1 hata oranına ve güce sahip olduğunu söylemişlerdir. LMS ve genişletilmiş kısıtsız PI yaklaşımı ile tam yakınsama sağlanmış, QML için yakınsama oranları biraz daha düşük bulunmuştur. Bu sonuçlar, 400 örneklem büyüklüğü ve normal dağılan gözlenen değişkenler ile elde edilmiştir. Daha küçük örneklem hacimleri veya normal dağılmayan gözlenen değişkenler ile yapılan analizlerin muhtemelen daha düşük yakınsama oranlarına sahip olacağı ifade edilmiştir.

Codd (Codd, 2011), MML tahmin yönteminin genel doğrusal olmayan yapısal eşitlik modelini tahmin etmek için nasıl kullanıldığını ve bu yöntemin SAS Proc NLMIXED’de nasıl uygulandığını göstermiştir. Ayrıca, doğrusal olmayan YEM’de model seçimi konusuna dikkat çekerek, yanlış model seçiminin sakıncalarından bahsetmiştir.

Harring vd. (Harring vd., 2012), doğrusal olmayan YEM'de, kuadratik etkilerin tahmininde kullanılan yöntemleri karşılaştırmıştır. Mevcut çalışmada ele alınan yöntemler: (i) gizil değişken skorları kullanılarak hesaplanan 2 Aşamalı Düzenleyici (Moderated) Regresyon (2-Stage Moderated Regression), (ii) Kısıtlı İndikatör Üretme (Unconstrained PI), (iii) LMS, (iv) Bayesci (v) MML. Beş tahmin yönteminden, olabilirliğe dayanan yöntemlerin ve Bayes yaklaşımının, yan, hata kareler ortalamasının karekökü, standart hata oranları, güç ve 1.tip hata denetimi açısından en iyi performans gösterdiği belirlenmiştir. Fakat, buna rağmen, temel farklılıklar olduğu gözlenmiştir. Yöntemler arasındaki benzerliklerin yanı sıra bu farklılıklar da vurgulanmış ve genel tavsiyelerde bulunulmuştur.

Kelava vd. (Kelava vd., 2014), etkileşim etkilerine ve kuadratik etkilere sahip yapısal eşitlik modellerini, doğrusal olmayan fonksiyonel ilişkilerin, yani parametrik yaklaşımların gücünü test etmek ve karmaşık ilişkileri esnek hale getirmek amacıyla incelemiştir. Bunun için simülasyon çalışması yapmış ve elde ettiği verilerin parametre tahmini için yeni bir yaklaşım olan ”Doğrusal olmayan Karma Yapısal Eşitlik Modellemesi (Nonlinear Structural Equation Mixture Modeling - NSEMM)” yöntemini önermiş ve bu yöntemin daha geleneksel olan LMS ve genişletilmiş kısıtsız PI yaklaşımı üzerindeki avantajlarını göstermiştir. Geleneksel yaklaşımlar yanlı parametre tahminlerine ve doğrusal olmayan etkiler üzerinde yanlı standart hatalara sahip iken, önerilen yaklaşımın yansız parametre tahminleri ve standart hatalar ürettiği gözlenmiştir.

Mayer vd. (Mayer vd., 2017), genel doğrusal olmayan bir YEM için yeni bir yaklaşım önermişlerdir. “Etki Analizi (Effect Analysis)” olarak adlandırılan bu yeni yaklaşımın amacı, aşırı değerlerin geçerli olmadığı durumlar için yapısal denklem modellerini incelemeyi mümkün kılmasıdır. Bu tez çalışmasında, NSEMM ve Etki Analizi yöntemi bilgi amaçlı verilmiştir ve bu yöntemlere daha fazla değinilmeyecektir. Ayrıntılı bilgi için ilgili çalışmalar incelenebilir.

Bu tezdeki temel soru, güncel hayat problemlerinde doğrusal olmayan fonksiyonlar yerine kullanılan doğrusal fonksiyonların doğurduğu ve doğrusal olmayn YEM'de parametre tahminlerinin, model uyum istatistiklerini, örneklem hacmini ve gözlenen değişkenlerin güvenilirlik düzeylerinden nasıl etkilendiğidir. Bunun için öncelikle doğrusal olmayan YEM'in tanımından ve teorisinden bahsedilecektir.

3. DOĞRUSAL OLMAYAN YAPISAL EŞİTLİK MODELLERİ

3.1 Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modellerine Giriş

YEM, ilk ortaya çıktığında gözlenen ve gizil değişkenler asındaki doğrusal ilişkiyi modellemeye yarayan istatistiksel bir yöntem olarak tanımlanmıştır. Daha önce de ifade edildiği gibi, geleneksel YEM 'in tanımında doğrusallık kısıtı olmasına rağmen, güncel hayat problemlerinde karşımıza sıklıkla doğrusal olmayan modeller çıkmaktadır. Zaten yararlı olan bu istatistiksel modelleme yönteminin esnetilebilmesi ve uygulanabilirliğinin genişletilebilmesi için, doğrusal ilişkilerin yan sıra gizil değişkenler arasındaki doğrusal olmayan ilişkilerin de yapısal eşitlik modelinin doğal bir uzantısı olarak modele dahil edilmesi gerekir (Wall ve Amemiya, 2007).

Son yıllarda doğrusal olmayan YEM oldukça dikkat çekmiş ve özellikle davranış bilimlerinde ve sosyal bilimlerde karmaşık doğrusal olmayan ilişkilerin çözümlenmesinde giderek popüler hale gelmiştir (Schumacker ve Marcoulides, 1998; Moosbrugger vd., 2009).

Bu bölümde, genel doğrusal olmayan bir yapısal eşitlik modelinin tanımından, doğrusal yapısal eşitlik modellerinin bir uzantısı olarak ortaya çıkışından ve doğrusal YEM'in genelleştirilmiş bir hali olarak elde edilişinden bahsedilmiştir. Aynı zamanda literatürde yer alan doğrusal olmayan yapısal eşitlik modellerinin özel formları anlatılmıştır.

3.2 Doğrusal Yapısal Eşitlik Modellerinden Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modellerine Geçiş

3.2.1 Doğrusal Yapısal Eşitlik Modelleri

Doğrusal olmayan YEM'i tanımlamak için doğrusal YEM'in tanımından, doğrusal YEM'de kullanılan yapılardan ve notasyonlardan faydalanılmıştır ve tez boyunca LISREL notasyonları (Jöreskog ve Sörbom, 1996) kullanılacaktır.

YEM, gizil değişkenlerle onların gözlenen değişkenleri arasındaki ilişkileri tanımlayan ölçüm modeli ve gizil değişkenler arasındaki ilişkileri tanımlayan yapısal model olmak üzere iki kısımdan oluşur. N boyutlu bir örneklem için i. birimi z_i olan n elemanlı bir gözlenen değişken vektörü $z(n \times 1)$ ve i. birimi f_i olan m elemanlı bir gizil değişken vektörü $f(m \times 1)$ ele alındığında, $z_i = \mu_i + \Lambda f_i + \epsilon_i,\ i = 1, ..., n,\ j = 1, ..., m$ ve d içsel gizil değişken sayısı iken $b_0 + B_0 f_i = \zeta_{0_i},\ i = 1, ..., d,\ j = 1, ..., m$, olmak üzere, doğrusal yapısal eşitlik model en genel haliyle Eşitlik 3.1 (ölçüm modeli) ve Eşitlik 3.2 (yapısal model) şeklinde ifade edilebilir.

$$z = \mu + \Lambda f + \epsilon \tag{3.1}$$

Eşitlik 3.1 ile ifade edilen ölçüm modelinde, μ, $(n \times 1)$ boyutlu ortalamalar vektörü ve Λ, $(n \times m)$ boyutlu z_i $(i = 1, \ldots, n)$ gözlemleri ve f_j $(j = 1, \ldots, m)$ gizil değişkenleri arasındaki doğrusal ilişkileri betimleyen sabit veya bilinmeyen skalerlerden oluşan matristir. ϵ $(n \times 1)$ ise, f'lerin bağımsız ölçümlerinin rassal hata vektörüdür. Dolayısıyla, $E(\epsilon) = 0$'dır ve $V(\epsilon) = \Psi_\epsilon$ $(n \times n)$, $i = 1, \ldots, n$ olmak üzere $V(\epsilon_i) = \Psi_{\epsilon_i}$ olan sabit ve bilinmeyen skalerlerden oluşan matristir.

$$b_0 + B_0 f = \zeta_0 \tag{3.2}$$

Eşitlik 3.2 ile ifade edilen yapısal modelde, b_0 $(d \times 1)$ kesişim vektörü ve B_0 $(d \times m)$ faktörler arasındaki ilişkileri betimleyen sabit veya bilinmeyen skalerlerden oluşan matristir. Eşitlik 3.2'de, d farklı eşanlı doğrusal yapısal denklem sayısını göstermek üzere, ζ_0 $(d \times 1)$, i. elemanı ζ_{0_i} olan d elemanlı yapısal modelin rassal hata vektörünü tanımlar, $E(\zeta_0) = 0$ ve $V(\zeta_0) = \Psi_0$ $(d \times d)$, $i = 1, \ldots, d$ olmak üzere $V(\zeta_{0_i}) = \Psi(\zeta_{0_i})$ olan sabit ve skalerlerden oluşan matristir. Burada yapısal denklem hataları ζ_0'lar gözlenen değişken hataları ϵ'lardan bağımsızdır. Aynı zamanda içsel gizil değişkenler, diğer içsel değişkenlerin ve dışsal gizil değişkenlerin bir fonksiyonudur.

Yapısal eşitlik modelleri, ”ölçüm modeli” ve ”yapısal model” başlıkları altında, kendi içlerinde ayrı ayrı değerlendirilebilir.

Ölçüm modeli: YEM'de gizil değişkenler, içsel ve dışsal gizil değişkenlerin birleşiminden oluştuğu için, Eşitlik 3.1'deki ölçüm modeli, içsel ve dışsal gizil değişkenlerin ayrımına göre, Eşitlik 3.3 ile verilen dışsal gizil değişkenlerin ölçüm modelinden ve Eşitlik 3.4 ile verilen içsel gizil değişkenlerin ölçüm modelinden oluşur.

$$x = \Lambda^x \xi + \delta \tag{3.3}$$

$$y = \Lambda^y \eta + \epsilon \tag{3.4}$$

Eşitlik 3.3'de, x $(q \times 1)$, i. birimi x_i ($x_i = \Lambda^x \xi_i + \delta_i,\ i = 1, ..., q$) olan q elemanlı dışsal gizil değişkenlere ait bir gözlenen değişken vektörüdür. ξ, j. elemanı ξ_j olan s elemanlı dışsal gizil değişkenler vektörü; Λ^x $(q \times s)$, dışsal gizil değişkenler (ξ) ile onların gözlenen değişkenleri (x) arasındaki ilişkiyi tanımlayan faktör yükleri matrisi; δ $(q \times 1)$, i. elemanı δ_i olan q elemanlı dışsal gizil değişkenlerin gözlenen değişkenlerine ait hata vektörüdür.

Eşitlik 3.4'de, y $(p \times 1)$, i. birimi y_i ($y_i = \Lambda^y \eta_j + \epsilon_i,\ i = 1, ..., p$) olan p elemanlı içsel gizil değişkenlere ait gözlenen değişken vektörü η, j. elemanı η_j olan d elemanlı içsel gizil değişkenler vektörü; Λ^y $(p \times d)$, içsel gizil değişkenler (η) ile onların gözlenen değişkenleri (y) arasındaki ilişkileri tanımlayan faktör yükleri matrisi; ϵ $(p \times 1)$, i. elemanı ϵ_i olan p elemanlı içsel gizil değişkenlerin gözlenen değişkenlerine ait hata vektörüdür.

Eşitlik 3.1'de verilen z vektörü, Eşitlik 3.3'de verilen dışsal gizil değişkenlerin gözlemleri olan $x_{i(i=1,...,q)}$'ler ve Eşitlik 3.4'de verilen içsel gizil değişkenlerin gözlemleri olan $y_{i(i=1,...,p)}$'ler olmak üzere iki bileşenden oluşur ve elemanları $z_{i(i=1,...,n=p+q)} = (x'_{i(i=1,...,q)}, y'_{i(i=1,...,p)})'$'lerdir. Eşitlik 3.1'de verilen gizil değişkenlere ait f vektörü ise, içsel gizil değişken $\eta_{j(j=1,...,d)}$'ler ve dışsal gizil değişken $\xi_{j(j=1,...,s)}$'ler olmak üzere $f_{j(j=1,...,d+s)} = (\eta'_{j(j=1,...,d)}, \xi'_{j(j=1,...,s)})'$ şeklinde yazılabilir.

Aynı zamanda, x ve y gözlenen değişkenlerinin beklenen değerleri, sırasıyla Eşitlik 3.5 ve Eşitlik 3.6'da verildiği gibidir.

$$E(x) = \Lambda^x \kappa \tag{3.5}$$

$$E(y) = \Lambda^y[(1 - B)^{-1}(b - \Gamma\kappa)] \tag{3.6}$$

Gözlenen değişkenlerin kovaryansları ise Eşitlik 3.7, 3.8 ve 3.9' da verildiği gibidir.

$$Cov(y, y') = \Lambda^y[(1 - B)^{-1}(\Gamma\Phi\Gamma' + \Psi)(1 - B)^{-1}]\Lambda^{y\,\prime} + \Psi_\varepsilon \tag{3.7}$$

$$Cov(x, x') = \Lambda^x\Phi\Lambda^{x\,\prime} + \Psi_\delta \tag{3.8}$$

$$Cov(y, x') = \Lambda^y\Gamma\Phi(1 - B)^{-1}\Lambda^{x\,\prime} \tag{3.9}$$

Eşitlik 3.6'da, κ, dışsal gizil değişkenlerin beklenen değeridir. Eşitlik 3.7'de, $b(d \times 1)$ sabit ve skalerlerden oluşan vektör; $B(d \times d)$, içsel gizil değişkenler arasındaki ilişkileri tanımlayan ve $\Gamma(d \times s)$ içsel gizil değişkenlerle dışsal gizil değişkenler arasındaki ilişkileri tanımlayan sabit veya bilinmeyen skalerlerden oluşan matrislerdir. ξ'nin, $E(\xi) = \kappa$, $Cov(\xi, \xi') = \Phi$ $(s \times s)$ ile normal dağılıma sahip olduğu varsayılır. δ ölçüm hatası$E(\delta) = 0$, $Cov(\delta, \delta') = \Psi_\delta$ $(q \times q)$ ile normal dağılıma sahiptir. Benzer şekilde, ε ölçüm hatası da $Cov(\varepsilon, \varepsilon') = \Psi_\varepsilon$ $(p \times p)$ ile normal dağılıma sahiptir. Eşitlik 3.7 ve Eşitlik 3.8'de, Ψ_δ ve Ψ_ε diagonal varyans kovaryans matrisleridir. Ayrıca, $Cov(\xi, \delta') = 0$, $Cov(\eta, \varepsilon') = 0$ olarak varsayılır ve ζ, ε ve δ'lar ikişerli olarak bağımsızdır.

Yapısal model: En genel haliyle Eşitlik 3.2'deki gibi yazılabilen, içsel ve dışsal gizil değişkenleri birlikte ele alan eşanlı doğrusal yapısal eşitlikler, pratikte oldukça kullanışlıdır. Yapısal modelin yaygın olarak kullanılan formu ise Eşitlik 3.10'daki gibidir.

$$\eta = b + B\eta + \Gamma\xi + \zeta \tag{3.10}$$

Eşitlik 3.10'da, η, i. elemanı η_i ($\eta_i = b + B\eta_i + \Gamma\xi_j + \zeta_{i,}$ $i = 1, ..., d,$ $j = 1, ..., s$) olan d elemanlı içsel gizil değişkenler vektörüdür. ξ, j. elemanı ξ_j olan s elemanlı dışsal gizil değişkenler vektörüdür. ζ, i. elemanı ζ_i olan d elemanlı bir içsel gizil değişkenlere ait hata vektörüdür ve $E(\zeta) = 0$ ve $Var(\zeta) = \Psi_\zeta$ $(d \times d)$'dir. ζ_i'ler yapısal denklem hataları olarak varsayılır ve ölçüm modeli hataları olan ε_i ve ξ_i'lerden bağımsızdır. Ayrıca, $b(d \times 1)$, $B(d \times d)$, $\Gamma(d \times s)$ ve $\Psi_\delta(d \times d)$ sabit veya bilinmeyen skalerlerden oluşan matrislerdir.

Eşitlik 3.10'daki yapısal model kapalı formdadır. Çünkü içsel gizil değişkenler denklemin her iki tarafında da vardır, yani denklem içsel gizil değişkenler için çözülmemiştir. Bu denklemin çözümü için gerekli ve yeterli şart $(1 - B)$'nın tersi alınabilir matris olmasıdır, bu durumda denklemin her iki tarafı $(1 - B)$ ile çarpılarak denklem içsel gizil değişkenler için çözülebilir hale getirilir ve Eşitlik 3.11'deki gibi yazılabilir.

$$\eta = b^* + \Gamma^* \xi + \zeta^* \tag{3.11}$$

Burada $b^* = (1 - B)^{-1} b$, $\Gamma^* = (1 - B)\Gamma$ ve $Var(\zeta^*) = (1 - B)^{-1}\psi(1 - B)^{-1'} = \psi^*$'dir. Eşitlik 3.11'deki yapısal model η'ye göre indirgenmiş formdadır. Çünkü artık denklemin sadece sol tarafında η vardır. Denklem hataları ζ^*'lar denkleme eklenmiştir ve ξ'lerden bağımsızdır. Bu önemli bir varsayımdır. Eşitlik 3.2 için tanımlanan varsayımlar indirgenmiş form için de geçerlidir. Aynı zamanda, yaygın bir varsayım, n tane gözlenen değişkenden m tanesinin her biri m tane gizil değişkenden bir tanesi artı onun ölçüm hatasına eşit olacak şekilde ele alınmasıdır. Ya da başka bir deyişle, her bir gizil değişkenin gözlenen değişkenlerinden birinin faktör yükünün 1 olduğu varsayılır. Bu, doğrusal yapısal eşitlik modellerinin tanımlanabilir olması için en çok kullanılan varsayımdır. Buna alternatif yaklaşımlar olmasına rağmen, bu tez çalışmasında bu varsayım kullanılacaktır. Tanımlanabilirlikle ilgili detaylı bilgi için Bollen (Bollen, 1989)'a bakılabilir.

Ayrıca burada dikkat çeken bir nokta, aslında ne ε, ζ_0 ne de f'ler için dağılımsal varsayımlar gerekmediğidir (Wall ve Amemiya, 2007). Fakat model seçimi (model specification) ile dağılımsal varsayımlar modele eklenebilir. Örneğin, yaygın kullanılan bir varsayım dışsal gizil değişken ξ'nin $E(\xi) = \kappa$, $Cov(\xi, \xi') = \Phi(s \times s)$ ile normal dağıldığıdır. Bu durumda, buna ek olarak, faktörler arasındaki ilişkinin doğrusal olmasından dolayı, içsel gizil değişkenin de $E(\eta) = (1 - B)^{-1}(b + \Gamma\kappa)$, $Cov(\eta, \eta') = (1 - B)^{-1}(\Gamma\Phi\Gamma' + \psi)(1 - B)^{-1'}$ ile normal dağıldığı varsayılabilir. Aynı zamanda yapısal denklemin hata terimleri de $E(\zeta) = 0$ ve $Cov(\zeta, \zeta') = \Psi_\zeta(d \times d)$ ile normal dağılır ve ζ ile ξ bağımsızdır (Codd, 2011). Bu tez çalışmasında, yukarıdaki varsayımlara ek olarak bu varsayımlar da kullanılmıştır.

Doğrusal olmayan YEM'de sadece gizil değişkenler arasındaki doğrusal olmayan ilişkiler göz önüne alınmaktadır. Bir başka deyişle, doğrusal olmama durumu sadece yapısal modelle sınırlıdır. Ölçüm modeli her zaman doğrusal kabul edilmektedir.

3.2.2 Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modellerinin teorisi

Birçok bilimsel teorinin açıklanmasının doğal bir yolu örnekleme ait bazı değişkenlerin deneysel olarak ölçülmesi ve değişkenler arasındaki bazı mümkün ilişkilerin incelenmesidir (Wall ve Amemiya, 2007). Yapısal Eşitlik modelleri en genel haliyle, Eşitlik 3.1 ve 3.2‘deki denklemlerin birleşiminden oluştuğu için, Eşitlik 3.1 ile gösterilen kısmın gözlenen değişkenlerin ölçümünden, Eşitlik 3.2 ile gösterilen kısmın ise gizil değişkenler arası ilişkilerden oluştuğu dikkate alındığında yukarıdaki fikir desteklenmektedir. Bu durumda değişkenler Eşitlik 3.1 yoluyla ölçülmekte, gizil değişkenler arasındaki ilişkiler de Eşitlik 3.2 ile temsil edilmektedir. Fakat burada karşılaşılan sorun, gizil değişkenler arasında doğrusal ilişkilerin yanı sıra daha karmaşık olan doğrusal olmayan ilişkilerin de var olduğudur. Bu durumda genel doğrusal olmayan yapısal eşitlik modelleri Eşitlik 3.12’deki ölçüm modeli ve Eşitlik 3.13’deki yapısal modelin birleşiminden oluşur.

$$z = \mu + \Lambda f + \epsilon \tag{3.12}$$

$$H_0(B_0, f) = \delta_0 \tag{3.13}$$

Eşitlik 3.12’deki yapısal model, doğrusal modeldeki gibidir. Zaten ölçüm modelinin değişmediği, hala doğrusal olduğu söylenmişti. Eşitlik 3.13’deki eşanlı genel doğrusal olmayan yapısal eşitlik modeli sistemi de, doğrusal yapısal modelde olduğu gibi, $(d \times 1)$ boyutlu vektörle tanımlanmıştır. H_0, bilinen bir f fonksiyonundan ve bilinmeyen B_0 parametrelerinden oluşur. ε ve ζ_0 hatalarının beklenen değeri 0, ve varyansları sırasıyla, Ψ ve Ψ_{ζ_0}’dir.

Yapısal model, arzu edildiği ve doğrusal yapısal modelde olduğu gibi düzenlenirse, değişkenlerin belirli kümeleri, diğer değişkenlerin fonksiyonları artı hata şeklinde yazılabilir. Burada yine, η ve ξ sırasıyla içsel ve dışsal gizil değişkenler olarak ele alındığında, doğrusal olmayan yapısal eşitlik model Eşitlik 3.14’deki gibi yazılabilir.

$$\eta = H(\eta, \xi; B) + \zeta \tag{3.14}$$

Eşitlik 3.14’de $H(d \times 1)$, bilinmeyen B parametreli vektör fonksiyonudur. ζ, ξ’den bağımsız rassal denklem hatalarıdır ve $E(\zeta) = 0$, $V(\zeta) = \Psi$, $\Psi(d \times d)$: sabit veya bilinmeyen skalerlerden oluşan matristir. Burada, H hem η‘ları hem de ξ’leri içeren fonksiyon olduğundan, denklem kapalı formdadır.

Eşitlik 3.14’deki parametrelerin tanımlı olması için modelin net bir şekilde yazılabilmesi önemlidir. Bunun için tek yol, modeli açık bir indirgenmiş formda yazmaktır. Fakat, Eşitlik 3.14 ile gösterilen denklem η’ya göre çözülürse, indirgenmiş form doğrusal modelde olduğu kadar kolay bir şekilde yazılamaz. Eşitlik 3.14'deki denklemi indirgenmiş formda yazmak için H fonksiyonunun η'ları içermeyen bir fonksiyon olduğu varsayılacaktır. Bu durumda, genel olarak indirgenmiş form Eşitlik 3.15'deki gibi yazılabilir.

$$\eta = h(\xi, \zeta; B^*) \tag{3.15}$$

Eşitlik 3.15'de $h(d \times 1)$, bilinmeyen parametreleri B^* olan bir vektör fonksiyonudur.

Doğrusal olmayan YEM'in yaygın olan ve bu tezde kullanılan formu Eşitlik 3.16'daki gibi yazılabilir.

$$\eta = b + Bf(\eta) + \Gamma g(\xi) + \zeta \tag{3.16}$$

Eşitlik 3.16'da, $f(\eta)\ :\ (d \times 1)$, içsel gizil değişkenlerin yani η'ların mümkün doğrusal olmayan vektör fonksiyonudur. $g(\xi)\ :\ (s \times 1)$, dışsal gizil değişkenlerin yani ξ'lerin mümkün doğrusal olmayan vektör fonksiyonudur. ξ ve η'ların dağılımsal varsayımları daha önce bahsedildiği üzere doğrusal model varsayımlarıyla aynıdır. Yani burada da $E(\zeta) = 0$ ve $cov(\zeta, \zeta') = \Psi_\zeta\ (d \times d)$, $E(\xi) = \kappa$ ve $Cov(\xi, \xi') = \Phi(s \times s)$'dir. Aynı zamanda, gözlenen ve gizil değişkenler arasında doğrusal ilişkiler söz konusu olduğu için ölçüm modeli de Eşitlik 3.3 ve Eşitlik 3.4'deki gibidir.

Eşitlik 3.16'daki modelin potansiyel bir faydası doğrusal olmayan birçok ilişkiyi kapsamasıdır. Yani bu model, doğrusal olmayan yapısal modellerin birçok formunu kapsamaktadır. İki gizil değişken arasındaki doğrusal olmayan ilişkilere ek olarak, etkileşim etkileri, aracılar, 2. dereceden ilişkiler ve özyinelemeli ilişkiler de tahmin edilebilir. Devam eden kısımda yapısal modelin alt formları hakkında detaylı bilgi verilmiştir. Buradaki kısıt, içsel gizil değişkenlerin yine dışsal gizil değişkenlerin bir fonksiyonu olarak yazılma zorunluluğudur. (Codd, 2011; Wall ve Amemiya, 2007).

3.2.3 Doğrusal Olmayan Yapısal Eşitlik Modellerinin alt formları

Kapalı formlardan elde edilen eşzamanlı doğrusal olmayan yapısal modellerin indirgenmiş formları en genel halleriyle Wall ve Amemiye (Wall ve Amemiya, 2007)'de olduğu gibi 5 başlık altında incelenebilir.

1) İçsel gizil değişkenlerin doğrusal olduğu, dışsal gizil değişkenlerin doğrusal olmadığı modeller:

$$\eta = B\eta + g(\xi, \gamma) + \zeta \tag{3.17}$$

Eşitlik 3.17'de, g: bilinmeyen γ parametresi ile ξ'nin bir vektör fonksiyonu ve $(1-B)$ tersi alınabilir matristir. İçsel gizil değişkenlerin doğrusal olmasından dolayı bu genel model, aynı zamanda özyinelemeli olmayan (non-recursive) modelleri de kapsamaktadır. Yukarıda bahsedildiği gibi denklemin her iki tarafı da $(1-B)$'nın tersi ile çarpılarak indirgenmiş form kolayca elde edilir.

2) İçsel ve dışsal gizil değişkenlerin her ikisinin de doğrusal olmadığı modeller:

Bu modeller iteratürde özyinelemeli (recursive) doğrusal olmayan modeller olarak da geçer. Bu modelde eşanlı yapısal denklem sistemi özyinelemelidir. Yani, bir denklem, diğer denklem sisteminin içerisindedir ve bu modeller genel olarak Eşitlik 3.18'deki gibi yazılabilir.

$$\begin{gathered} \eta_1 = g_1(\xi, B_1) + \zeta_1 \\ \eta_2 = g_2(\eta_1, \xi, B_2) + \zeta_2 \\ . \\ . \\ . \\ \eta_d = g_d(\eta_1, ..., \eta_{(d-1)}, \xi, B_d) + \zeta_d \end{gathered} \tag{3.18}$$

Eşitlik 3.18'de, $g_1, \ldots, g_d$; bilinmeyen parametreleri sırasıyla $B_1, \ldots, B_d$ olan gizil değişkenlerin doğrusal olmayan fonksiyonlarıdır. Bu üçgensel özyinelemeli formun bir sonucu olarak, Eşitlik 3.18'deki modelin indirgenmiş formu kolayca yazılabilir.

3) İçsel gizil değişkenlerin doğrusal olduğu, additive (eklemeli) dışsal gizil değişkenlerin doğrusal olmadığı modeller:

Bu model, Eşitlik 3.18' deki denklemin kısıtlanmış halidir. Eşitlik 3.18'deki $g(\xi_i, \gamma)$, burada sadece ξ_i'yi içeren mümkün doğrusal olmayan terimlerin eklemeli bir fonksiyonudur. Bu modelin parametreleri doğrusal olarak tanımlanabilir, fakat dışsal gizil değişkenlerin doğrusal olmadığı durumda yapısal model Eşitlik 3.19'deki gibi yazılır.

$$\eta = B\eta + \Gamma g(\xi) + \zeta \tag{3.19}$$

Eşitlik 3.19'de, r: eklemeli dışsal gizil değişken sayısı olmak üzere, $\Gamma(d \times r)$ sabit veya bilinmeyen skalerlerin bir matrisidir ve $g(\xi) = (g_1(\xi), g_2(\xi), ..., g_r(\xi))'$ $(r \times 1)$ boyutlu, dışsal değişkenlerin bilinmeyen fonksiyonlarından oluşan bir vektör fonksiyonudur.

Doğrusal olmayan modellerin bu formu ve bu formunun alt kümeleri literatürde sıklıkla incelenmiştir. ξ 'nin normallik varsayımıyla, Lee ve Zhu (Lee ve Zhu, 2002) bu modeller için tam (fully) en çok olabilirlik yöntemini tanımlarken, Arminger ve Muthen (Arminger ve Muthén, 1998) ve Zhu ve Lee (Zhu ve Lee, 1999), Eşitlik 3.12'deki ölçüm modeliyle birlikte bu modeller için Bayesci tahmin yöntemini tanımlamıştır. Lee ve Zhu (Lee ve Zhu, 2000), Lee ve Song (Lee ve Song, 2003a; Lee ve Song, 2003b) ve Song ve Lee (Song ve Lee, 2002) Eşitlik 3.19'deki yapısal modelin incelendiği çalışmalara örnek olarak verilebilir.

4) Genel polinom modelleri:

Eşitlik 3.19'deki model $g(\xi)$ 'nın tüm pür kuvvetlerini ve ξ'nin tüm elemanlarının çoklu etkileşimlerini içerecek şekilde kısıtlandığında, bu modeller,genel polinom modelleri olarak adlandırılır (Wall ve Amemiya, 2000; Wall ve Amemiya, 2003; Wall ve Amemiya, 2007). Genel sıralı (order) polinom şeklindeki yapısal eşitlik modelleri Wall and Amemiya (Wall ve Amemiya, 2000, Wall ve Amemiya, 2003) tarafından tanımlanmıştır.

Genel polinom modellerinin özel hali olan etkileşimli ve kuadratik modeller, gizil değişkenler arasındaki mevcut birçok ilişkiyi iyi temsil ettiği için literatürde sıklıkla incelenmiş ve incelenmeye devam edilmektedir.

5) Kuadratik ve etkileşimli modeller:

Genel polinom modellerinin sadece 2. dereceden etkilerie sınırlı olduğu modellerdir. Ele alınan model, sadece 2. dereceden pür kuvvetlerden oluşan ve dolayısıyla sadece kuadratik ilişkileri içeren kuadratik model veya sadece etkileşimli ilişkileri içeren etkileşimli model olabilir. Kuadratik bir modelle ait yapısal denklem Eşitlik 3.20'deki gibi, etkileşimli bir modele ait yapısal denklemi Eşitlik 3.21'deki gibi yazılabilir. Hem kuadratik hem etkileşimli modellere ait yapısal denklemi ise Eşitlik 3.22'deki gibi yazılabilir.

$$\eta = \gamma_0 + \gamma_1\xi + \gamma_2\xi^2 + \zeta \tag{3.20}$$

$$\eta = \gamma_0 + \gamma_1\xi_1 + \gamma_2\xi_2 + \gamma_3\xi_1\xi_2 + \zeta \tag{3.21}$$

$$\eta = \gamma_0 + \gamma_1\xi_1 + \gamma_2\xi_2 + \gamma_3\xi_1\xi_2 + \gamma_4\xi_1^2 + \gamma_5\xi_2^2 + \zeta \tag{3.22}$$

Kuadratik ve etkileşimli modellerin öncüsü, daha önce de bahsedildiği üzere Kenny ve Judd (Kenny ve Judd, 1984) olduğundan, literatürde bu modeller "Kenny-Judd" modeli olarak da bilinir. Bu modelin daha farklı versiyonları ilk olarak Hayduk (Hayduk, 1987), Ping (Ping, 1996), Jaccard ve Wan (Jaccard ve Wan, 1995), Joreskog ve Yang (Jöreskog ve Yang, 1996; Jöreskog ve Yang, 1997), Schumacker ve Marcoulines (Schumacker ve Marcoulides, 1998), Li vd. (Li vd., 1998) tarafından incelenmiştir.

Davranış bilimlerinde kuadratik ve etkileşimli modelleri içeren sayısız teori ve hipotez mevcuttur. (bkz. Ajzen, 1987; Cronbach ve Snow, 1977; Karasek Jr, 1979; Lusch ve Brown, 1996; Snyder ve Tanke, 1976; Kelava vd., 2011) Örnek olarak, Ganzach (Ganzach, 1997), ailelerin eğitim düzeyleri ile çocukların eğitimden beklentileri arasındaki ilişkiyi test ederken, modelde etkileşim etkisinin ve kuadratik etkilerin tutarlı olduğunu bulmuştur: Bir ebeveynin eğitim düzeyi yüksek olduğunda, diğer ebeveynin eğitim düzeyi düşük olsa bile çocuğun eğitimden beklentisi yüksek olmaktadır. Her bir ebeveyn ayrı ayrı incelendiğinde, ebeveyn eğitimi ile çocuğun eğitimden beklentisi arasındaki ilişkinin, ebeveyn eğitim düzeyi arttıkça arttığı görülmüştür. Bu çalışmada kullanılan bir etkileşim etkili ve iki kuadratik etkili yapısal model Eşitlik 3.23'de verildiği gibidir.

$$CEE = \beta_0 + \beta_1 ME + \beta_2 FE + \omega_{12} ME.FE + \omega_{12} ME^2 + \omega_{12} FE^2 + \epsilon \tag{3.23}$$

Eşitlik 3.23'de, CEE: Çocuğun eğitimden beklentisi (İçsel gizil değişken), ME: Annenin eğitim düzeyi (Dışsal gizil değişken), FE: Babanın eğitim düzeyi, ϵ: yapısal hatalar, β_0: sabit katsayı, β'lar: doğrusal etkilerin katsayıları ve ω'lar: doğrusal olmayan etkilerin katsayılarıdır.

İlk çalışmalarda, tek bir gizil değişkenin kuadratik etkisi veya sadece etkileşim etkisi incelenmiştir. (Örneğin, Jöreskog ve Yang, 1996; Kenny ve Judd, 1984). Daha sonraki çalışmalarda ise, Ganzach (Ganzach, 1997)'ın modelindeki gibi eş zamanlı etkileşim etkisini ve kuadratik etkileri içeren daha karmaşık modeller ele alınmaya başlanmıştır (Örneğin, Kelava vd., 2008; Lee vd., 2007).

Bir sonraki bölümde, etkileşimli ve kuadratik modellerde ve daha genel doğrusal olmayan yapısal eşitlik modellerinde kullanılan hemen hemen tüm parametre tahmin yöntemleri anlatılmıştır. Ayrıca, hangi durumda hangi parametre tahmin yönteminin kullanılması gerektiğine ve parametre tahmin yöntemlerinin birbirlerine göre üstünlüklerine değinilmiştir.

4. DOĞRUSAL OLMAYAN YAPISAL EŞİTLİK MODELLERİNDE KULLANILAN TAHMİN YÖNTEMLERİ

Son yıllarda doğrusal olmayan yapısal eşitlik modellerinin gelişmesiyle doğrusal olmayan yapısal eşitlik modelleri için çeşitli tahmin yöntemleri geliştirilmiştir. Tüm yöntemler doğrusal olmayan etkiler için tarafsız ve verimli parametre tahminleri sağlamayı amaçlamaktadır (Moosbrugger vd., 2009). Gizil değişkenli doğrusal modeller için en çok kullanılan tahmin yöntemi, gözlenen değişkenlerin normal dağıldığı varsayımı ile En Çok Olabilirlik (Maximum Likelihood - ML) yöntemidir (Codd, 2011).

Bu bölümde, doğrusal olmayan gizil değişkenli modeller için, literatürde sıklıkla kullanılan parametre tahmin yöntemleri "İndikatör Üretme Yaklaşımları", "İki Aşamalı Yaklaşımlar" ve "Olabilirliğe Dayalı Yaklaşımlar" olmak üzere 3 ana başlık halinde incelenmiştir. Olabilirliğe dayalı yaklaşımlardan bu tez çalışmasında uygulaması yapılan Marjinal En Çok Olabilirlik (MML) yönteminin, doğrusal olmayan modeller için gelecekte en çok kullanılacak tahmin yöntemi olacağı düşünülmektedir.

4.1 İndikatör Üretme (Product Indicator - PI) Yaklaşımları

Kenny ve Judd (Kenny ve Judd, 1984), doğrusal olmayan YEM'de sürekli gizil değişkenler arasındaki etkileşimleri tahmin etmek için literatürde "Kısıtlı İndikatör Üretme" yaklaşımı ya da "Kenny-Judd" yaklaşımı olarak da geçen basit İndikatör Üretme (PI) yaklaşımını önermiştir.

İndikatör üretme yaklaşımları; Kısıtlı PI (Kenny ve Judd, 1984;Jöreskog ve Yang, 1996; Algina ve Moulder, 2001), Kısmen Kısıtlı PI (Marsh vd., 2004), Kısıtsız PI (Marsh vd., 2004), PLS (Chin vd., 2003), Genişletilmiş (Extended) Kısıtlı PI (Kelava vd., 2008) ve Genişletilmiş (Extended) Kısıtsız PI (Kelava vd., 2008) yaklaşımları olarak literatürde yer almaktadır.

Yöntemlerinin temel fikri, mevcut gözlenen değişkenleri çarpmak suretiyle doğrusal olmayan gizil değişkenlerin yeni gözlenen değişkenlerini yani indikatörlerini üretmektir. Bu yaklaşımların önemli bir kısıtı, sadece etkileşimli ve kuadratik modellerde kullanılabilir olmasıdır.

Kenny ve Judd etkileşimli modeli ele alındığında ölçülen bir y değişkeni üzerindeki ana etkiler ve etkileşim etkisi Eşitlik 4.1'deki gibi ifade edilebilir.

$$y = \gamma_1\xi_1 + \gamma_2\xi_2 + \gamma_3\xi_1\xi_2 + \zeta \tag{4.1}$$

Eşitlik 4.1'de, gözlenen tüm değişkenler (y ve x) merkezileştirilmiştir. γ_1, γ_2 ve γ_3 faktör yükleridir. ξ_1 ve ξ_2 dışsal gizil değişkenler, $\xi_1\xi_2$, ξ_1 ve ξ_2 arasındaki gizil etkileşim terimi ve ζ yapısal hata terimidir. Burada ölçülen tüm değişkenler ortalamaya göre merkezileştirilmiş olduğundan kesişim teriminin sıfır olduğu varsayılmış ve denklemden çıkartılmıştır. Kenny-Judd (Kenny ve Judd, 1984), ξ_1 ve ξ_2 dışsal gizil değişkenlerinin sırasıyla $x1, x2$ ve $x3, x4$ ile ölçüldüğünü varsaymıştır. Aynı zamanda, Kenny-Judd modelinde tanımlama problemiyle karşılaşılmaması için her bir gizil değişkene ait gözlenen değişkenlerin faktör yüklerinden bir tanesi "1" olarak alınmıştır. Bu durumda ξ_1 ve ξ_2 dışsal gizil değişkenleri için ölçüm modeli Eşitlik 4.2'deki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned}
x_1 &= \xi_1 + \delta_1 \\
x_2 &= \lambda_2^x\xi_1 + \delta_2 \\
x_3 &= \xi_2 + \delta_3 \\
x_4 &= \lambda_4^x\xi_2 + \delta_4
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Doğrusal olmayan gizil etkileşim terimi $\xi_1\xi_2$ için ölçüm modeli ise Eşitlik 4.3'deki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned}
x_1x_3 &= \xi_1\xi_3 + \xi_1\delta_3 + \xi_2\delta_1 + \delta_1\delta_3 \\
x_1x_4 &= \lambda_4^x\xi_1\xi_2 + \xi_1\delta_4 + \lambda_4^x\xi_2\delta_1 + \delta_1\delta_4 \\
x_2x_3 &= \lambda_2^x\xi_1\xi_2 + \lambda_2^x\xi_1\delta_3 + \xi_2\delta_2 + \delta_2\delta_3 \\
x_2x_4 &= \lambda_2^x\lambda_4^x\xi_1\xi_2 + \lambda_2^x\xi_1\delta_4 + \lambda_4^x\xi_2\delta_2 + \delta_2\delta_4
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Bir örnek verilecek olursa, ξ_1 ve ξ_2 dışsal gizil değişkenleri, sırasıyla merkezileştirilmiş ve normal dağılmış x_1, x_2, x_3 ve x_4, x_5, x_6 ile ölçülmüş olsun, bu durumda ana etkiler için x Eşitlik 4.4'deki gibi hesaplanır.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \lambda_2^x & 0 \\ \lambda_3^x & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & \lambda_5^x \\ 0 & \lambda_6^x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

Kenny-Judd modelinde etkileşim terimi $\xi_1\xi_2$ için indikatörler, gözlenen değişkenlerin tüm mümkün çarpımları kullanılarak hesaplanır. Burada her bir gizil değişken için üçer gözlenen değişken olduğundan, etkileşim terimi için mümkün dokuz tane indikatör vardır. Bu durumda etkileşim terimi için üretilen bu dokuz indikatör Eşitlik 4.5'deki gibi hesaplanır.

$$\begin{bmatrix} x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \\ x_{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1x_4 \\ x_1x_5 \\ x_1x_6 \\ x_2x_4 \\ x_2x_5 \\ x_2x_6 \\ x_3x_4 \\ x_3x_5 \\ x_3x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_7^x \\ \lambda_8^x \\ \lambda_9^x \\ \lambda_{10}^x \\ \lambda_{11}^x \\ \lambda_{12}^x \\ \lambda_{13}^x \\ \lambda_{14}^x \\ \lambda_{15}^x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1\xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_7 \\ \delta_8 \\ \delta_9 \\ \delta_{10} \\ \delta_{11} \\ \delta_{12} \\ \delta_{13} \\ \delta_{14} \\ \delta_{15} \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

Ayrıca burada, etkileşim için üretilen tüm olası indikatörleri kullanmak gerekli değildir, modelin tanımlanması için sadece bir indikatör değişkeni yeterlidir (Jöreskog ve Yang, 1996; Weiss, 2010). Gizil etkileşim değişkenine ilişkin indikatörler oluşturmak için önerilen çeşitli yöntemlere ilerleyen kısımda değinilmiştir.

Bir örnek verilecek olursa, Marsh vd. (Marsh vd., 2004)'nde ξ_1'i ölçen bir gözlenen değişken ile ξ_2'yi ölçen bir gözlenen değişken çarpılarak $\xi_1\xi_2$ için toplam 3 indikatör üretilmiştir. Etkileşim terimi için üretilen 3 indikatör Eşitlik 4.6'deki gibi gösterilebilir.

$$\begin{bmatrix} x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1x_4 \\ x_1x_5 \\ x_1x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_7^x \\ \lambda_8^x \\ \lambda_9^x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1\xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_7 \\ \delta_8 \\ \delta_9 \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

Dışsal gizil değişkenlere ait ölçüm modeli el alınan yaklaşıma göre, Eşitlik 4.4 ile Eşitlik 4.5 veya Eşitlik 4.6 ile bir araya getirilerek oluşturulabilir. Bu durumda dışsal gizil değişkenlerin ölçüm modeli Eşitlik 4.7'deki gibi olur.

$$x = \Lambda^x \xi + \delta \tag{4.7}$$

Aynı zamanda içsel gizil değişenler için ölçüm modeli de Eşitlik 4.8'deki gibidir.

$$y = \Lambda^y \eta + \varepsilon \tag{4.8}$$

PI yaklaşımı ne yazık ki uygulamalı çalışmalarda çok fazla kullanılamamaktadır. Bunun nedeni, doğrusal olmayan parametre kısıtların belirlenmesinde uygulamada karşılaşılan zorluklardır. En sık karşılaşılan kısıt, etkileşim terimlerinin faktör yüklerinin, iki değişkeninin faktör yüklerinin çarpımıyla sınırlandırılmasıdır. Bu durumda etkileşim terimi için üretilen faktör yükleri Eşitlik 4.9'daki gibi olur.

$$\begin{aligned} \lambda_7^x &= \lambda_1^x\lambda_4^x \\ \lambda_8^x &= \lambda_2^x\lambda_5^x \\ \lambda_9^x &= \lambda_3^x\lambda_6^x \end{aligned} \tag{4.9}$$

Örneğin, ξ_1 ve ξ_2'nin gözlenen değişkenleri olan x_2 ve x_5, merkezileştirilmiş ve normal dağılmış gizil değişkenler Eşitlik 4.10'daki verildiği gibidir.

$$\begin{aligned} x_2 &= \lambda_2^x\xi_1 + \delta_2 \\ x_5 &= \lambda_5^x\xi_2 + \delta_5 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Eşitlik 4.10'da, Λ_2^x ve Λ_5^x faktör yükleri ve δ_2 ve δ_5 ölçüm hatalarıdır. Bu durumda, etkileşim terimi $\xi_1\xi_2$'nin indikatörü x_2x_5 Eşitlik 4.11'deki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} x_2x_5 &= (\lambda_2^x\xi_1 + \delta_2)(\lambda_5^x\xi_2 + \delta_5) \\ &\lambda_2^x\lambda_5^x\xi_2\xi_1 + \lambda_5^x\xi_2\delta_2 + \lambda_2^x\xi_1\delta_5 + \delta_2\delta_5 \\ &\lambda_8^x\xi_1\xi_2 + \delta_8 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Eşitlik 4.11'de, x_2x_5 indikatörünün varyans ayrışımı Eşitlik 4.12'deki gibidir.

$$V(x_2x_5) = \lambda_8^x\phi_{33} + \theta_{88}^\delta \tag{4.12}$$

Eşitlik 4.12'de, $\lambda_8^x = \lambda_2^x\lambda_5^x$,
$\phi_{33} = \phi_{11}\phi_{22} + \phi_{21}^2$,
$\theta_{88}^\delta = (\lambda_2^x)^2\phi_{11}\phi_{55}^\delta + (\lambda_5^x)^2\phi_{22}\phi_{22}^\delta + \phi_{22}^\delta\phi_{55}^\delta$,
$\phi_{11} = Var(\xi_1),\ \phi_{21} = Var(\xi_1, \xi_2),\ \phi_{22} = Var(\xi_2),\ \theta_{22}^\delta = Var(\delta_2),\ \theta_{55}^\delta = Var(\delta_5)$ dir.

Üretilen indikatörlerin varyansları ve faktör yükleri, doğrusal ilişkilere sahip gözlenen değişkenlerin varyansları ve faktör yüklerinin bir fonksiyonu olduğundan bu tahmin yaklaşımı hatalara eğilimi olan doğrusal olmayan parametre gösterimlerine sebep olabilir (Kelava vd., 2011).

Aynı zamanda, Kenny-Judd ölçüm modelindeki tüm doğrusal gözlenen ve gizil değişkenlerin merkezileştirilmiş ve normal olduğu varsayılmaktadır (Kelava vd., 2011). Bu kısıtın esnetilebilmesi için Kenny-Judd modeli geliştirilmiş ve çeşitli indikatör yaklaşımları ortaya çıkmıştır. Literatürde en çok incelenen indikatör üretme yaklaşımları bölüm başında söylenildiği üzere; Kısıtlı PI (Kenny ve Judd, 1984; Jöreskog ve Yang, 1996; Algina ve Moulder, 2001), Kısmen Kısıtlı PI (Marsh vd., 2004), Kısıtsız PI (Marsh vd., 2004), PLS (Chin vd., 2003), Genişletilmiş (Extended) Kısıtlı PI (Kelava vd., 2008) ve Genişletilmiş Kısıtsız PI (Kelava vd., 2008) yaklaşımlarıdır. İlerleyen kısımda, Kısıtlı, Kısmen Kısıtlı ve Genişletilmiş Kısıtsız İndikatör Üretme Yaklaşımlarına değinilmiştir. Genişletilmiş kısıtlı ve kısıtsız indikatör yaklaşımları hakkında detaylı bilgi için Kelava vd. (Kelava vd., 2008)'e bakılabilir.

4.1.1 Kısıtlı İndikatör Üretme yaklaşımı

Algina ve Moulder (Algina ve Moulder, 2001), Jöreskog ve Yang modelini, dışsal gizil değişkenler ξ_1 ve ξ_2 için bağımsız gözlenen değişkenleri ortalamaya göre merkezileştirerek genişletmişlerdir. Bu model, Algina ve Moulder (Algina ve Moulder, 2001) tarafından ”kısıtlı” model olarak adlandırılmıştır ve bu modelin Jöreskog ve Yang (Jöreskog ve Yang, 1996)'ın merkezileştirilmemiş modeline göre daha iyi bir Tip I hata oranına sahip olduğu, daha yakınsak olduğu ve daha az yana sahip olduğu bulunmuştur.

Model ortalamaya göre merkezileştirildiği için ξ_1 ve ξ_2'nin gözlenen değişkenlerinin (yani x'lerin) ortalamalarına gerek duyulmaması, modelin ölçüm modeli kısmını basitleştirmektedir. Ayrıca bu basitlik, hem dışsal gizil değişkenlerin gözlenen indikatörleri hem de dışsal gizil değişkenlerin ölçüm hatalarının korelasyonları için de geçerlidir. Bu yaklaşım kullanılarak oluşturulan ortalamaya göre kısıtlı modelin ölçüm modeli Eşitlik 4.13'deki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1^y \\ \lambda_2^y \\ \lambda_3^y \end{bmatrix} \eta + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_1x_4 \\ x_2x_5 \\ x_3x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1^x & 0 & 0 \\ \lambda_2^x & 0 & 0 \\ \lambda_3^x & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_4^x & 0 \\ 0 & \lambda_5^x & 0 \\ 0 & \lambda_6^x & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_7^x \\ 0 & 0 & \lambda_8^x \\ 0 & 0 & \lambda_9^x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_1\xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \\ \delta_7 \\ \delta_8 \\ \delta_9 \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

4.1.2 Kısmen Kısıtlı İndikatör Üretme yaklaşımı

Kısıtlı modeldeki sınırlamalar, ξ_1 ve ξ_2'nin normal dağıldığı varsayımına dayanmaktadır. Wall ve Amemiya (Wall ve Amemiya, 2001), bu varsayımın karşılanmaması durumunda, ξ_1 ve $\xi_1\xi_2$ arasındaki kovaryans ile ξ_2 ve $\xi_1\xi_2$ arasındaki kovaryansının sıfır olmadığını (yani $\phi_{31} \neq 0$ ve $\phi_{32} \neq 0$), ve $\xi_1\xi_2$ varyansındaki kısıtlılığın ($\phi_{33} = \phi_{11}\phi_{22} + \phi_{21}^2$) sağlanmadığını söylemiştir. Buradan yola çıkarak, Wall ve Amemiya (Wall ve Amemiya, 2001), ikinci kısıtın esnetildiği ”Genelleştirilmiş Etkili İndikatör

Üretme (GAPI)” yaklaşımını önerilmiş ve bu modele kısmen kısıtlı yaklaşım denmiştir. İkinci kısıtın esnetilmesine ilaveten, kısmen kısıtlı yaklaşım $\xi_1\xi_2$’nin ξ_1 ve ξ_1 ile ortak normal dağılım varsayımının ihlaline de izin vermektedir. Ölçüm modeli benzer şekilde Eşitlik 4.13’deki gibidir.

4.1.3 Kısıtsız İndikatör Üretme yaklaşımı

Marsh vd. (Marsh vd., 2004), kısıtlı ve kısmen kısıtlı PI yaklaşımları için bahsedilen tüm sınırlamaların ortadan kaldırıldığı kısıtsız indikatör üretme yaklaşımını önermiştir. Kısmen kısıtlı yaklaşıma benzer şekilde, kısıtsız yaklaşım da $\xi_1\xi_2$ ’nin ξ_1 ve ξ_1 ile ortak normal dağılım varsayımının ihlaline izin verir ve ξ_1 ve ξ_1’ nin normal olarak dağıldığı konusunda katı bir varsayım gerektirmez (Weiss, 2010). Marsh vd. (Marsh vd., 2006), kısıtsız modelin doğrusal olmayan kısıtları gerektirmediği için kısıtlı modele göre kolay uygulayabilir olduğunu belirtmiştir.

Doğrusal ilişkilere sahip gizil değişkenler normal dağılmadığı zaman yüksek dereceli terimler (örneğin $\xi_1\xi_2, \xi_1^2$) ve onların doğrusal terimleri arasındaki kovaryans (örneğin $cov(\xi_1\xi_2, \xi_1^2)$) genel olarak sıfırdan farklı olmaktadır. Kısıtsız yaklaşımda, parametre seçiminin (spesifikasyonu) değişkenlerin dağılımlarına göre belirlenmesi şarttır. Örneğin,dışsal gizil değişkenler ξ_1 ve ξ_1 simetrik bir dağılıma sahip olmadığı zaman yüksek dereceli terimler ve onların doğrusal terimleri arasındaki kovaryans (Örneğin $cov(\xi_1\xi_2, \xi_1)$ ve $cov(\xi_1\xi_2, \xi_2)$) özel olarak belirlenmektedir. Bu durumda Φ kovaryans matrisi serbestçe tahmin edilebilir (Marsh vd., 2004; Marsh vd., 2006; Kelava vd., 2011), Fakat, kısmen kısıtlı ve kısıtsız PI yaklaşımlarında bu mümkün değildir. Etkileşim terimi ve kuadratik terimler için üretilen indikatörlerin modele eklenmesiyle normal olmayan bu varsayımların belirlenmesi daha zor olmaktadır (Kelava vd., 2011). Kısıtsız PI yaklaşımı için ölçüm modeli yine benzer şekilde Eşitlik 4.13’de verildiği gibidir.

Genel olarak değerlendirildiğinde, indikatör üretme yaklaşımları birçok teorik ve pratik eksikliğe sahiptir. Buna rağmen, bu yaklaşımların başlıca avantajı, çoğu araştırmacı tarafından hazır bulunan yazılımlarda uygulanabilir olmasıdır. Bununla birlikte, bu yaklaşımları tatmin edici kılmayan üç temel husus vardır. Birincisi, doğrusal olmayan gizil değişkenler için indikatörlerin geçici olarak oluşturulmasının kavramsal olarak anlamlı olmamasıdır. İkincisi, özellikle kestirimlerin sayısı ve şekli her değiştirdiğinde (örneğin, bir indikatör eklendiğinde) modeli tahmin etmek için gereken varsayımların sağlanamamasıdır. Sonuncusu ise, indikatör üretme yaklaşımlarının doğrusal olmayan YEM’de sadece etkileşim terimi ve ikinci dereceden terimlerle sınırlı olmasıdır. Bu yaklaşımların önerilmesi, doğrusal modellere kıyasla bir gelişme olmasına rağmen, doğrusal olmayan bu formlar karmaşık gerçek hayat problemlerini hesaba katacak kadar geniş değildir (Arminger ve Muthén, 1998; Codd, 2011).

Yukarıda anlatılan indikatör üretme yaklaşımlarına ilaveten en küçük kareler yaklaşımını kullanan PLS indikatör üretme yaklaşımı da bu yöntemler arasında incelenebilir.

4.1.4 Kısmi En Küçük Kareler (Partial Least Square - PLS) yaklaşımı

PLS tahmin yöntemi, kovaryans temelli yapısal eşitlik modellemesinden farklı olarak bileşen tabanlı bir yapısal eşitlik modellemesi yöntemi olarak kabul edilmektedir (Chin vd., 2003; Tenenhaus, 2008; Schermelleh-Engel vd., 2010). PLS yöntemi, başlangıçta Wold (Wold, 1966) tarafından sıradan en küçük kareler regresyonlarının yinelemeli bir dizisini kullanarak temel bileşenlerin ve kanonik korelasyonların hesaplanması için geliştirilmiştir. Kovaryans tabanlı YEM tahmin yöntemlerinin aksine, PLS, gizil değişkenleri gözlenen değişkenlerinin bileşimi olarak kavramsallaştırır. PLS'in temel ilkesi, faktör skorlarını ilgili bileşenlerin indikatörlerinin ağırlıklı toplamı olarak hesaplamaktır. Bu faktör skorları daha sonra Sıradan En Küçük Kareler regresyon analizi yardımıyla, yapısal katsayıları ve faktör yüklerini tahmin etmek için kullanılır (Schermelleh-Engel vd., 2010).

Daha sonra PLS, indikatör üretme yaklaşımlarını kullanarak etkileşim etkilerini analiz etmek için genişletilmiştir (PLS-PI, Chin vd., 2003). Bu yaklaşımın temeli, gizil etkileşim terimine ait bir ölçüm modeli oluşturmak için Kenny ve Judd (1984) yaklaşımını kullanmaya dayalıdır. Üretilen indikatörler, Kenny-Judd yaklaşımında olduğu gibi gözlenen değişkenlerin tüm olası ikili çarpımlarından oluşur. Örneğin, her bir gizil değişenin 3 gözlenen değişkeni varsa dokuz indikatör üretilebilir.

Chin vd. (Chin vd., 2003)'nde bu yaklaşım için standartlaştırılmış veya merkezileştirilmiş gözlenen değişkenlerin kullanılması önerilmiştir. Böylece, ξ_1 ve ξ_1'nin ortalamalarının sıfır olacağı ve etkileşim terimi $\xi_1\xi_1$'nin, hem ξ_1 hem de ξ_1 ile korelasyonlu olmayacağı garanti altına alınmıştır. Daha sonra doğrusal olmayan etkileşim terimi ilgili gözlenen değişkenlerin doğrusal kombinasyonları olarak tahmin edilmiştir. Burada amaç, gizil değişkenlerin açıklanan varyansını maximuma çıkarmaktır (Chin, 1998). PLS algoritması temel olarak dört basamaktan oluşan yinelemeli bir işlem vasıtasıyla faktör skorlarını tahmin eder (Ayrıntılı bilgi için: bkz. Chin, 1998; Tenenhaus vd., 2005; Schermelleh-Engel vd., 2010).

Doğrusal modellerin PLS tahminleri, sadece büyük örneklem hacimlerinde ve gizil değişken başına düşen gözlenen değişken sayısı arttırıldığında asimptotik olarak doğru sonuçlar vermektedir (Jörskog ve Wold, 1982). Chin vd., (Chin vd., 2003), doğrusal olmayan modeller için her bir gizil değişkene ait 6 ila 8 gözlenen değişken olduğu zaman, 100 birimlik bir örneklem hacminde bile makul derecede tutarlı ve yansız tahminler üretildiğini gözlemlemiştir. PLS tahminleri yan ve tutarlılık açısından optimal çözümler vermese de, bahsedilen uygun şartlar sağlandığı zaman optimale yakın çözümler vermektedir (Jörskog ve Wold, 1982). Fakat buna rağmen, bileşenlere ait faktör skorları ölçüm hatası içeren değişkenlerin toplamları olarak hesaplandığından, parametre tahminleri genellikle yanlı olmakta, faktör yükleri olduğundan büyük tahmin edilmekte ve yapısal katsayılar göz ardı edilmeye meyilli olmaktadır (Schermelleh-Engel vd., 2010).

4.2 İki Aşamalı Yöntemler

Doğrusal olmayan YEM'de parametre tahmini için geliştirilen indikatör üretme yaklaşımlarından sonra bunlara paralel gelişim gösteren iki aşamalı çeşitli tahmin yöntemleri önerilmiştir. Bu yöntemler; Gizil değişken Skorları (Latent Variable Scores - LVS), İki Aşamalı En Küçük Kareler (2-Stage Least Square – 2SLS) ve İki aşamalı Momentler (2-Stage Moments Methods – 2SMM)'dir.

Bu yöntemlerin temel fikri, ölçüm modelinin ve yapısal modelin ayrı ayrı tahmin edilmesidir. Genel olarak, uygulamalarda oldukça esnektir ve nispeten uygulaması kolaydır (Codd, 2011).

4.2.1 Gizil Değişken Skorları (Latent Variable Scores - LVS) yöntemi

Gizil değişkenler arasındaki doğrusal olmayan ilişkileri test etmek için kullanılan iki aşamalı yöntemlerden bir tanesi olan LVS yöntemi, indikatör üretme yaklaşımlarında olduğu gibi sadece etkileşimli ve kuadratik modeller için kullanılabilmektedir. Bu yöntem, gizil değişkenlerin skorlarına (örneğin, faktör skorlarına) dayalı iki aşamalı bir süreçten oluşur. İlk aşamada, içsel ve dışsal gizil değişkenler (η, ξ_1 ve ξ_2) için faktör skorları hesaplanır. İkinci aşamada, ξ_1 için üretilen gizil değişken skorları ile ξ_2 için üretilen gizil değişken skorları çarpılarak etkileşim terimi ya da kuadratik model inceleniyorsa, dışsal gizil değişkenler için üretilen faktör skorlarının karesi alınarak kuadratik terimler oluşturulur (Schumacker, 2002; Weiss, 2010; Harring vd., 2012). Hesaplanan gizil değişken skorları daha sonra çoklu regresyon analizinde kullanılır. Çoklu regresyon analizi kullanılarak etkileşimleri test etme prosedürleri ile ilgili detaylı bilgi için Cohen vd. (Cohen vd., 2013)'ne bakılabilir.

Gizil değişken skorlarının hesaplanmasındaki basitlik, regresyon analizlerinde en küçük kareler tahmininin basitliği ile birleşince etkileşimli ve kuadratik yapısal eşitlik modelleri için faktör skorlarının kullanılması mantıklı bir yaklaşım gibi gözükmektedir. LVS yöteminin diğer bir avantajı da parametre tahminlerinin LISREL paket programında varsayılan prosedür kullanarak kolayca uygulanabilir olmasıdır.

Bu avantajların aksine LVS yönteminin yaygın olarak kullanılmasını engelleyebilecek potansiyel dezavantajlar da mevcuttur. Birinci dezavantaj, Bollen (Bollen, 1989)'ın belirttiği üzere, gizil değişken skorlarının, gerçek skorların yalnızca tahminlerini temsil etmesi ve skorların ölçüm hatası içerebilmesidir. Ayrıca, faktör skorları yönteminin gerilemesinin nedeni olarak, yapısal model parametrelerinin yanlı ve/veya tutarsız tahminler ürettiği söylenmiştir. (Bartholomew, 1987; Lastovicka ve Thamodaran, 1991). İkinci dezavantaj, gizil değişkenlerin ve ölçüm hatalarının sayısının gözlenen değişkenlerin sayısından daha büyük olması durumunda, spesifik faktör skorları için sonsuz sayıda olası çözüm bulunmasıdır. Bu, faktör skorlarının belirsizlik problemi olarak da bilinir (Mulaik, 2009).

Bu faktör skorlarını hesaplamak için birçok tahmin yöntemi ortaya atılmıştır. En küçük kareler regresyon yöntemi, Bartlett yöntemi, Anderson ve Rubin yöntemi, Thurstone yöntemi ve Dwyer yöntemi bu tahmin yöntemlerine örnek olarak verilebilir. Bu dezavantajların yanı sıra yine de bu yöntem, gizil değişkenler arasındaki etkileşim etkisinin ve kuadratik etkilerin tahmini için çoklu regresyon analizlerindeki gözlenen skorları kullanmaya kıyasla ölçüm hatasını azalttığı için avantajlıdır (Harring vd., 2012).

4.2.2 İki Aşamalı En Küçük Kareler (2-Stage Least Square - 2SLS) yöntemi

Doğrusal olmayan YEM için kullanılan iki aşamalı yöntemlerden bir diğeri İki Aşamalı En Küçük Kareler (2SLS) tahmin yöntemidir ve Bollen (Bollen, 1995; Bollen, 1996) tarafından önerilmiştir. Bu yöntemin temel fikri, gözlenen değişkenleri yapısal modele dahil ederek modelin parametrelerini tahmin etmek için enstrümantal değişken yöntemlerini kullanmaktır. Enstrümantal değişkenler yapısal modelin hata terimleri ile ilişkisiz olduğundan, modelin tahmininde enstrümantal değişken yöntemlerinden olan Sıradan En Küçük Kareler (Ordinary Least Square - OLS) regresyonu kullanılabilir (Bollen ve Paxton, 1998).

Bu yöntemin avantajı, normallik varsayımı gerektirmemesi, etkileşimler ve kuadratik terimler haricindeki doğrusal olmayan fonksiyonlar için de kullanılabilir olması ve birçok standart istatistiksel yazılım paketinde uygulanabilmesidir (Codd, 2011).

Bu yöntemin en büyük dezavantajı ise, yapısal model parametrelerinin olduğu gibi enstrümantal değişkenlerin de tanımlı olması gerektiğidir. Ayrıca, bu yöntem tüm verileri kullanmaz (Jöreskog, 1998), yani bu yöntemde bağımlı değişkene ait indikatörlerin tamamı kullanılamaz. Fakat, araştırmacılar bağımlı değişkenin birden çok indikatörünü kullanmak isteyebilirler. İki aşamalı en küçük kareler ile bağımlı değişkenin birden fazla indikatörünü kullanmanın hiçbir yolu yoktur. Eğer bağımlı değişkenin birden fazla indikatörü kullanılmak istenirse, bağımlı değişkenin her bir indikatörü için ayrı bir regresyon analizinin uygulanması gerekir. Fakat bu durumda En Küçük Kareler ile kısmen bir yaklaşım sağlanır (Weiss, 2010). 2SLS yönteminin hatalı sonuçlar ürettiği Schermelleh-Engel vd. (Schermelleh-Engel vd., 1998) çalışmasında gösterilmiştir.

4.2.3 İki Aşamalı Momentler (2-Stage Moments Methods - 2SMM) yöntemi

Doğrusal olmayan YEM için kullanılan iki aşamalı yöntemlerden sonucusu, Wall ve Amemiya (Wall ve Amemiya, 2000) tarafından önerilen 2 Aşamalı Momentler (2SMM) yöntemidir. 2SMM'de, ilk aşamada ölçüm modelinin parametrelerinin faktör analizi kullanılarak tahmin edildiği iki aşamalı bir işlem söz konusudur. İkinci aşamada ise, gizil değişkenlerin çarpımlarının koşullu momentleri hesaplanır ve yapısal eşitlik modelinin parametreleri bu koşullu momentler yardımıyla tahmin edilir (Weiss, 2010).

2SMM yöntemi, 2SLS yöntemi ile kıyaslandığında, parametre tahminlerinin yanı, etkinliği ve yakınsaklığı açısından daha iyi performans göstermekte, fakat sadece çoklu etkileşim ve polinom etkilerini içeren modellere uygulanabilmektedir (Codd, 2011). 2SMM yöntemi, etkileşim etkisinin dağılımına ilişkin varsayım gerektirmezken benzer şekilde, dışsal gizil değişkenlerin dağılımlarına ilişkin bir varsayım da gerektirmez. Wall ve Amemiya (Wall ve Amemiya, 2003)'de 2SMM yönteminin bir versiyonunu özetlenmiş olmasına rağmen, bu yöntem şu anda herhangi bir ticari yazılım programında mevcut değildir (Weiss, 2010).

İki aşamalı yöntemler kavramsal olarak indikatör üretme yöntemlerinden daha cazip olmasına rağmen, tüm parametrelerin aynı anda tahmin edilebilmesi açısından ideal değildir. Ayrıca, iki aşamalı yöntemlerin doğruluğunu karşılaştıran az çalışma olmasına rağmen, objektif olarak değerlendirilen çalışmalarda bu yöntemlerin iyi performans göstermediği belirtilmiştir (Jöreskog, 1998; Schumacker ve Marcoulides, 1998).

İndikatör üretme yaklaşımlarının ve iki aşamalı yaklaşımların yukarıda bahsedilen dezavantajları ve etkileşimli ve kuadratik modeller dışında genel doğrusal olmayan YEM modellerine uygulanamaması olabilirliğe dayalı yöntemlerin geliştirilmesinin temelini atmıştır.

4.3 Olabilirliğe Dayalı Yöntemler

Gizil değişkenler arasındaki ilişkileri tahmin etmek için bir önceki kısımda bahsedilen yöntemlere göre daha yakın zamanda geliştirilen olabilirliğe dayalı yöntemler, genel olarak indikatör üretilmesini gerektirmeden parametre tahmininde alternatif yaklaşımlar sunmaları bakımından faydalıdır (Schumacker ve Marcoulides, 1998).

Olabilirliğe dayalı yöntemler, LMS (Latent Moderated Structural), QML (Quasi Maximum Likelihood), EMM (Efficient Method of Moments), MML (Mariginal Maximum Likelihood) ve Bayesci yöntemlerdir.

Olabilirliğe dayalı yöntemlerden bazıları (örneğin LMS, QML ve EMM) hala sadece etkileşimli ve kuadratik modellerde kullanılırken diğer yöntemler (MML ve Bayesci) etkileşimli ve kuadratik modeller haricindeki daha genel doğrusal olmayan modellerin parametre tahminlerinde de kullanılabilmektedir.

Doğrusal YEM'de en çok kullanılan parametre tahmin yöntemi En Çok Olabilirlik (Maximum Likelihood - ML)' dir ve bu yöntem YEM için kullanılabilen en güncel yazılım paketlerinde gözlenen değişkenlerinin çok değişkenli normal dağılıma sahip olduğunu varsaymaktadır. Fakat, gizil değişkenler arasında doğrusal olmayan bir ilişki söz konusu olduğunda bu normallik varsayımı ihlal edilmiş olmaktadır.

Burada yeri gelmişken açıklığa kavuşturulması gereken nokta, normalliğin gerçekte ML tahmini varsayımı değil, daha çok onu kullanan programların varsayımı olduğudur. Model için olabilirlik fonksiyonu yazılabilirse, dağılım ne olursa olsun, teorik olarak o fonksiyonu kullanmak mümkündür. Bu bölümde ele alınan tüm yöntemlerin amacı da, olabilirlik fonksiyonunu yaklaştırmanın bir yolunu bulmaktır (Codd, 2011).

4.3.1 Gizil Moderatör Yapısal (Latent Moderated Structural - LMS) yöntem

Klein ve Moosbrugger (Klein ve Moosbrugger, 2000), gizil doğrusal olmayan etkilerin yol açtığı normal olmayan koşulları açıkça hesaba katan etkileşimli ve kuadratik modellerin tahmini için LMS yöntemini geliştirmiştir.

LMS yöntemi, doğrusal olmayan değişken sayısının artışına karşı nümerik olarak hassas olduğundan, doğrusal olmayan etkiler için asimptotik olarak doğru standart hatalar üretir (Kelava vd., 2011). En çok olabilirlik tahminlerinin hesaplamasında Beklenti Maksimizasyonu (Expectation-Maximization - EM) algoritması (Dempster vd., 1977) kullanılır (Weiss, 2010; Schermelleh-Engel vd., 2010; Harring vd., 2012). EM algoritmasında, nümerik integral Gauss-Hermite Kareleri (Gaussian-Hermite quadrature) formülleriyle yaklaştırılır (Klein ve Moosbrugger, 2000; Harring vd., 2012).

LMS yöntemi, iki anahtar istatistiksel kavram üzerine kuruludur. Birincisi, tüm etkileşimlerin ve kuadratik etkilerin doğrusal olmadığı, koşullu etkilerin doğrusal olduğudur. Bu yöntemde gözlenen değişkenin dağılımı normal değildir. Gözlenen değişkenlerin çok değişkenli dağılımı farklı ortalama ve varyanslara sahip normal dağılımların bir kombinasyonu olarak yazılabilir. İkincisi, gözlenen değişkenlerin çok değişkenli dağılımının, koşullu normal dağılımların ağırlıklandırılmış bir kombinasyonu ile oluşturulan bir dağılıma yaklaştırıldığıdır (Kelava vd., 2011). Burada, gözlenen değişkenlerden kasıt içsel gizil değişkenlere ait gözlenen değişkenlerdir. Ana etkileri temsil eden dışsal gizil değişkenlere ait gözlenen değişkenlerin dağılımı normal olarak varsayılmaktadır.

LMS yönteminin dezavantajı gözlenen değişkenlerin hatalarının normal dağıldığı varsayımıdır. Başka bir deyişle, sadece ana etkileri temsil eden dışsal gizil değişkenlere (ξ_1 ve ξ_2) ait gözlenen değişkenlerin hatalarının normal dağıldığını varsayılmaktadır (Klein ve Moosbrugger, 2000; Schermelleh-Engel vd., 2010; Harring vd., 2012).

LMS yönteminin önemli bir avantajı ise, Mplus yazılım programında kolayca uygulanabilmesidir (Muthén ve Muthén, 1998). Girdi dosyasının söz dizimi (syntax) oluşturulması, yalnızca yapısal ve ölçüm modeli denklemlerine ihtiyaç duyduğu için oldukça kolaydır. Ayrıca, modelde gizil etkileşim terimi ve/veya kuadratik terimler belirtilmelidir fakat, bunlar için ayrı bir ölçüm modeli oluşturulmasına gerek yoktur (Schermelleh-Engel vd., 2010). LMS yaklaşımının bir diğer avantajı, etkileşim etkileri veya kuadratik etkiler için indikatörlerin oluşturulmasına ihtiyaç duymaması ve bu etkiler için normal dağılım varsayımı gerektirmemesidir (Weiss, 2010; Schermelleh-Engel vd., 2010).

Daha önce yapılan simülasyon çalışmalarında gösterildiği üzere, LMS etkili parametre tahminleri ve yansız standart hatalar elde edilmesini sağlar (Klein ve Moosbrugger, 2000; Schermelleh-Engel vd., 1998; Moosbrugger vd., 2009). Bu yüzden, etkileşimli ve kuadratik modeller de parametre tahmini için günümüzde halen kullanılmakta olan bir yöntemdir.

4.3.2 Yarı En Çok Olabilirlik (Quasi Maximum Likelihood - QML) yöntemi

Klein ve Muthén (Klein ve Muthén, 2007), çoklu etkileşim etkilerinin ve kuadratik etkilerin tahmini için QML yöntemini geliştirmiştir. LMS gibi, QML yöntemi de gizil doğrusal olmayan terimlerin yol açtığı normal olmayan durumu açıkça hesaba katar ve bu yöntem de doğrusal olmayan etkilerin tahmini için indikatörlerin üretilmesine ihtiyaç duymaz (Moosbrugger vd., 2009; Klein ve Muthén, 2007; Weiss, 2010). Fakat halen, LMS yönteminde olduğu gibi, ana etkilere ait gözlenen değişkenlerin dağılımı normal olarak varsayılmaktadır. (Klein ve Moosbrugger, 2000; Schermelleh-Engel vd., 1998; Marsh vd., 2004).

QML yöntemi, LMS yöntemiyle aynı standart dağılımsal varsayımlara sahiptir. Bu varsayımlar, yukarıdakilere ek olarak, dışsal gizil değişkenlerin ve gözlenen değişkenlerein hatalarının normal dağıldığıdır. LMS yaklaşımı çok değişkenli normal dağılımların bir karışımını kullanırken, QML yaklaşımı normal ve koşullu normal dağılımların bir ürününü kullanır (Weiss, 2010), başka bir deyişle dışsal gizil değişkenlerin koşullu dağılımların normal dağılıma yakınsadığını varsayar (Moosbrugger vd., 2009).

QML yönteminde, içsel gizil değişkeninin koşullu dağılımına ait ortalama ve varyans türetilir. Daha sonra bu koşullu ortalama ve varyans, QML tahmin prosedürünü geliştirmek için kullanılır (Klein ve Muthén, 2007). Yarı olabilirlik ilkesi uygulanarak, içsel ve dışsal değişkenlere ait gözlenen değişken vektörünün normal olmayan yoğunluk fonksiyonu, normal ve koşullu normal yoğunluk fonksiyonunun bir çarpımı ile yaklaştırılır. QML yöntemi ile yarı log olabilirlik fonksiyonunu maksimize edilir (Klein ve Muthén, 2007; Weiss, 2010) ve bu maksimizasyon işlemi için tek aşamalı iterasyon yöntemi ve Newton-Raphson algoritması kullanılır (Codd, 2011).

QML sadece yaklaşık bir ML tahmincisidir, bu sebeple tahmincinin etkinliğinin daha düşük olması beklenmesine rağmen, bu yöntem dağılımsal varsayımlarının ihlaline karşı daha sağlamdır. Simülasyon çalışmaları QML 'nin, dışsal gizil değişkenler normal olarak dağıldığında neredeyse LMS tahmin edicileri kadar etkili parametre tahminleri sağlandığını göstermiştir. Dağılım varsayımlarının ihlal edildiği simülasyon çalışmalarında, QML, LMS yöntemine kıyasla, dağılım varsayımlarının ihlaline karşı daha sağlam olan etkileşim parametresi için daha etkili parametre tahminleri elde etmiştir (Klein ve Muthén, 2007).

QML'nin dezavantajı, şu anda herhangi bir ticari istatistik yazılımında yer almayan bağımsız bir program yardımıyla kullanılabilir olmasıdır (Moosbrugger vd., 2009; Weiss, 2010). Bu program, gözlenen değişkenlerin, dışsal gizil değişkenlerin, içsel gizil değişkenlerin ve örneklem boyutunun sınırlı olduğu, zaman sınırlı bir deneme sürümü olduğundan tercih edilmemektedir, fakat bireysel istekte bulunularak edinilebilir (Weiss, 2010).

Daha önceki simülasyon çalışmalarında, QML oldukça iyi performans göstermesine rağmen, gözlenen değişkenlere ilişkin varsayılan normallik ihlal edildiğinde ve doğrusal olmayan etki boyutu yüksek olduğunda yanlı parametre tahminlerine sebep olduğu anlaşılmıştır (Klein ve Muthén, 2007; Codd, 2011).

LMS ve QML tahmin yöntemleri hakkında daha detaylı bilgi edinmek için Klein and Moosbrugger (Klein ve Moosbrugger, 2000) ve Klein and Muthén (Klein ve Muthén, 2007) çalışmaları incelenebilir.

4.3.3 Etkili Momentler (Efficient Method of Moments - EMM) yöntemi

Doğrusal olmayan YEM'de parametre tahmini oldukça zordur. Bunun nedeni olabilirlik fonksiyonlarının kapalı formlarının çözümünün olmaması yada mümkün çözüm bulunmamasıdır. Olabilirliliğe dayalı alternatif yöntemlerden biri olan EMM tahmin yöntemi Gallant ve Tauchen (Gallant ve Tauchen, 1996) tarafından önerilmiştir ve belirli şartlar altında en çok olabilirlik yöntemi kadar iyi sonuçlar vermektedir. EMM kullanılarak önerilen YEM tahminleri için modele veri üretmek oldukça kolaydır (Lyhagen, 2007). EMM yönteminin kullanıldığı çalışmalarda model olarak Kenny-Judd modeli benimsenmiştir.

EMM tahmin yönteminde iki model söz konusudur: Önerilen model olan başlangıç modeli ve yaklaştırma modeli (yardımcı model). Başlangıç modeli θ parametre vektörünün bir fonksiyonu ve yaklaştırma modeli β parametre vektörünün bir fonksiyonu olarak tanımlanırsa EMM yönteminin temel basamaklar aşağıdaki şekilde özetlenebilir.

i) Gözlenen veri seti ile β tahmin edilir. ii) Verilen θ parametre vektörü için yeni veri seti üretilir. iii) Üretilen veriler ile β tahmin edilir. iv) Amaç fonksiyonları kullanılarak 1. ve 3. basamaktaki tahminler karşılaştırılır. Eğer tahminler yeteri kadar örtüşüyorsa 5. adıma devam edilir, aksi halde, θ güncelleştirilir ve 2. adıma geri dönülür. EMM, amaç fonksiyonu olarak ağırlıklandırılmış skorları kullanır. v) θ parametre vektörü, EMM tahminlerini verir (Lyhagen, 2007).

Açık olarak EMM'nin performansı, önemli derecede yaklaştırma modeline bağlıdır. Eğer doğru model yaklaştırma modeline düzgün bir şekilde gömülü ise EMM yöntemi en çok olabilirlik yöntemi kadar etkilidir. Eğer gömülü değilse parametre tahminleri yardımcı model veriyi iyi karakterize ettiği sürece tatmin edici olur (Gallant ve Tauchen, 1996).

EMM yönteminin avantajı, etkili parametre tahminleri sağlaması ve güncellenmiş veriler için yaklaştırma modelini tekrar tahmin etmeye gerek duymamasıdır. Bu yöntemin dezavantajı ise, parametre tahminlerinin büyük standart hatalara sahip olmasıdır (Lyhagen, 2007). Daha detaylı bilgi için Gallant Touchen (Gallant ve Tauchen, 1996) ve Lyhagen (Lyhagen, 2007)'ye bakılabilir.

4.3.4 Bayesci yöntem

Olabilirlik temelli yöntemleri karşılaştıran az sayıda çalışma yapılmış olsa da genel olarak bu yöntemlerin indikatör üretme yöntemlerinden ve iki aşamalı yöntemlerden daha iyi performans gösterdiği söylenebilir. Ek olarak, olabilirlik temelli yöntemler etkileyici istatistiksel özelliklere sahiptir fakat uygulamaları kolay değildir. Dolayısıyla kolay kullanıma sahip bir yazılım geliştirilmeden bu yöntemlerin kullanımının yaygınlaşması zaman alacaktır.

Klasik yöntemlerden farklı olarak Bayesci yöntemde gizil değişkenler ve parametreler arasında herhangi bir ayrım yapılmasına gerek yoktur; gözlenmeyen tüm değişkenler parametreler olarak kabul edilir ve tüm parametreler rastgele değişkenler olarak ele alınır. Diğer bir değişle gizil değişkenler de parametreler olarak düşünülür (Wall ve Amemiya, 2007; Harring vd., 2012).

Bayesci yöntem, doğrusal olmayan YEM'de ilk kez Arminger ve Muthen (Arminger ve Muthén, 1998) tarafından kullanılmıştır. Bayesci yaklaşım, Bayes teoreminin uygulamasına dayanır. $P(\theta)$, önceki araştırmalara dayalı olarak yada uzmanlar yardımıyla elde edilen bilinmeyen parametrelerin önsel dağılımı, X^O ve $P(\theta|X^O)$ bilinmeyen parametrelerin sonsal dağılımı olmak üzere; birleşik olasılık yoğunluk fonksiyonu Bayes teoremi yardımıyla Eşitlik 4.14'deki gibi ifade edilir.

$$P(\theta \mid X^O) = \frac{P(X^O \mid \theta)P(\theta)}{P(X^O)} = \frac{P(X^O \mid \theta)P(\theta)}{\int_\theta P(X^O \mid \theta)P(\theta)d\theta} \propto P(X^O \mid \theta)P(\theta) \tag{4.14}$$

Eşitlik 4.14'de $P(X^O \mid \theta)$, θ parametreleri verilen X^O veri setinin koşullu dağılımıdır, yani olabilirlik fonksiyonudur. $\int_\theta P(X^O \mid \theta)P(\theta)d\theta$, $P(\theta \mid X^O)$'yı elde etmek için gerekli normalleştirme sabitini temsil eder ve çok zor olduğu için göz ardı edilerek sonuç oransal olarak hesaplanır (Lee, 2007).

Sonsal dağılımdan çekilen örneklemler, Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) yöntemiyle elde edilebilir. MCMC yöntemi, örneklemenin kolay olmadığı çok değişkenli olasılık yoğunluk fonksiyonlarından farklı olarak, genellikle bu fonksiyonları daha kolay gözlemlemek için tek değişkenli veya çok değişkenli olasılık yoğunluk fonksiyonlarına ayırarak kullanır (Lyhagen, 2007).

Bir MCMC çerçevesinde doğrusal olmayan bir yapısal eşitlik modeli belirlemenin temeli, model parametrelerinin önsel dağılımlarını doğru bir şekilde belirlemekten geçer. Parametrelerin her biri için eşlenik (conjugate) önseller tanımlanır. Bu önsellerin, olabilirlikteki gibi aynı dağılım ailesinden gelmesi gerektiğine dikkat edilmelidir.

Bayesci yöntemler, detaylı olarak incelenmiş bu çerçevede birçok yöntem geliştirilmiştir. Daha fazla bilgi için Arminger ve Muthen (Arminger ve Muthén, 1998), Zhu and Lee (Zhu ve Lee, 1999), Song and Lee (Song ve Lee, 2002), Lee and Song (Lee ve Song, 2003a), Lee (Lee, 2007), Lee (Lee ve Song, 2012) çalışmalarına bakılabilir.

4.3.5 Marjinal En Çok Olabilirlik (Mariginal Maximum Likelihood - MML) yöntemi

En Çok Olabilirlik tahmin yöntemi, gizil değişkenler arasındaki doğrusal ilişkileri ele aldığı için yeteri kadar genel olmayan bir yöntemdir. Bu yöntem, gözlenen değişkenlerin çok değişkenli normal dağılımdan geldiği doğrusal YEM modelleri için tanımlanmıştır ve sadece gizil değişkenler arasındaki ilişkiler doğrusal olduğu zaman kullanılır. Eğer, gizil değişkenler arasındaki ilişkiler doğrusal değilse ML yöntemi ancak modifiye edilerek kullanılabilir (Codd, 2011) ve modifiye edilmiş En Çok Olabilirlik (ML) yöntemi, Marjinal En Çok Olabilirlik (MML) olarak adlandırılır.

Tekrar edilecek olursa, genel doğrusal bir YEM için yapısal model Eşitlik 4.15'de verildiği gibidir.

$$\eta = \alpha + Bf(\eta) + \Gamma g(\xi) + \zeta \tag{4.15}$$

Eşitlik 4.15'de dışsal gizil değişken ξ 'nın ve hata terimi ζ'nın çok değişkenli normal dağıldığı ($\xi \sim N(\kappa, \Phi),\ \zeta \sim N(0, \Psi)$) varsayılır.

Gizil değişkenler (faktörler) arasındaki ilişkiler doğrusal olmadığı için içsel gizil değişken η artık normal dağılmaz. Sonuç olarak, gözlenen değişken $z(z = (x, y)')$ genel olarak normal dağılmayacaktır. Gözlenen değişkenlerin marjinal dağılımı Eşitlik 4.16'da verildiği gibidir.

$$g(z_i) = \int_\xi \int_\zeta g(z \mid \xi, \zeta) g(\xi, \zeta) d\xi d\zeta \tag{4.16}$$

Buna göre, bu modelin olabilirlik fonksiyonu Eşitlik 4.17'deki gibi yazılabilir.

$$L = \prod_{1=1}^{N} \int_\xi \int_\zeta g(z \mid \xi, \zeta) g(\xi, \zeta) d\xi d\zeta \tag{4.17}$$

Eğer ölçüm modeli yada yapısal model doğrusal olmayan ilişkilere sahipse yada dışsal gizil değişkenler yada hata terimleri normal dağılmazsa, olabilirlik fonksiyonundaki bu çok boyutlu integrali analitik olarak çözmek mümkün değildir (Wall ve Amemiya, 2007). Bu durumda, bu çok boyutlu integrali nümerik olarak çözmek için birkaç yöntem önerilmiştir. Bu yöntemler Laplace Yaklaşımı (Laplace's Approximation), Gauss-Hermite Kareleri (Gaussian–Hermite Quadrature), Uyarlamalı Gauss Kareleri (Adaptive Gaussian Quadrature) ve Önem Örneklemesi (Importance Sampling) olmak üzere literatüre tam olabilirlik yöntemleri olarak katılmıştır (Pinheiro ve Bates, 1995; Harring vd., 2012). Bu yöntemlerden uyarlamalı Gauss Kareleri, birinci dereceden Taylor serisi (first-order Taylor series approximation) ve Gauss-Hermite Kareleri yaklaşımları (Gauss-Hermite quadrature) uygulamalarda en çok kullanılan yöntemlerdir (Wolfinger, 1999).

Bu olabilirliği çözmek için Gauss-Hermite Kareleri (Gauss-Hermite quadrature) yöntemi kullanılırsa bu integral Eşitlik 4.18'deki gibi ağırlıklandırılmış bir toplama yaklaştırılır.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} f(x)dx \approx \sum_{j=1}^{q} f(x_j)w_j \tag{4.18}$$

Eşitlik 4.18'de, q: kuadratik noktaların sayısı x_j: Hermite polinomunun düğümleri ve w_j: Hermite polinomunun ağırlıklarıdır. Eşitlik 4.17'daki fonksiyon Eşitlik 4.18'deki gibi düzenlenirse, olabilirlik fonksiyonu yaklaşık olarak Eşitlik 4.19'deki gibi yazılabilir.

$$L = \prod_{1=1}^{N} \sum_{j} \sum_{k} g(z \mid \xi, \zeta) w_j w_k \tag{4.19}$$

Eşitlik 4.19'de $g(z \mid \xi, \zeta)$ fonksiyonu, $E(z \mid \xi, \zeta) = \mu^*$ ve $Cov((z \mid \xi, \zeta), (z \mid \xi, \zeta)') = 0$ ile normal dağılıma sahip olduğundan bu olabilirlik Eşitlik 4.20'deki gibi düzeltilebilir.

$$L \approx \prod_{1=1}^{N} \sum_{j} \sum_{k} |\Psi|^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(z-\mu^*)'\Psi^{-1}(z-\mu^*)\right] w_j w_k \tag{4.20}$$

Gözlenen değişkenleri uygun dağılımının kovaryansı ölçüm modelinden elde edilen hata terimlerinin kovaryansına indirgenir. Diğer bir deyişle, hata terimlerinin kovaryansı Eşitlik 4.21'deki gibidir (Codd, 2011).

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_\delta & \theta \\ \theta & \Psi_\varepsilon \end{pmatrix} \tag{4.21}$$

Ayrıca Eşitlik 4.20'deki olabilirlikte yer alan $z - \mu^*$ terimi, basit bir şekilde ölçüm modelinden elde edilen hata terimlerine (δ ve ε) eşittir. Ψ, diagonal matris olarak ele alındığından, Eşitlik 4.19'da verilen yaklaşık olabilirlik fonksiyonu, açık bir şekilde yeniden ifade edildiğinde Eşitlik 4.20 ile verilen log olabilirlik fonksiyonu şeklinde yazılabilir (Codd, 2011).

Burada ele alınan olabilirlik, sabit parametrelerin bir fonksiyonudur ve MML tahmin prosedürünün amacı fonksiyonu maksimize eden parametre kümesinin tek bir çözümünü bulmaktır, başka bir deyişle, 'en olası' veriyi üreten değeri bulmaktır (Wall ve Amemiya, 2007).

MML yaklaşımının başlıca avantajı, log olabilirlik fonksiyonunun her zaman Eşitlik 4.20'de belirtilen bir forma sahip olmasıdır. Başka bir deyişle, tahmin prosedüründe en az değişiklikle doğrusal olmayan YEM'in geniş bir aralığı tahmin edilebilir. Ayrıca bu yöntem SAS Proc NLMIXED'de uygulanabilirdir. Bu da araştırmacılara kendi programlarını yazmadan doğrusal olmayan YEM'de uygulama yapma fırsatı sağlar.

SAS Proc NLMIXED'de, MML yaklaşımı için optimizasyon tekniğinin seçimi keyfidir, araştırmacı çeşitli optimizasyon tekniklerinden herhangi birini kullanarak log olabilirlik fonksiyonunu maksimize edebilir. SAS, log olabilirlik fonksiyonunu maksimize etmek için varsayılan optimizasyon tekniği olarak dual Quasi-Newton algoritmasını kullanmaktadır (Weiss, 2010).

MML yaklaşımının bir dezavantajı, gizil değişkenlerin sayısı arttıkça yakınsamanın yavaş ilerlemesidir. Harring vd. (Harring vd., 2012) gizil değişkenlerin sayısı üç veya dörtten fazla olduğunda yakınsamanın çok yavaş olabileceğini söylemiştir. Ayrıca MML yaklaşımı çoklu doğrusal olmayan etkileri içeren yapısal modeller için uygun olmayabilir (Weiss, 2010).

Yukarıda tanımlanan olabilirlik fonksiyonundaki çok boyutlu integrali çözmek zordur, fakat artık aralarında MML yönteminin de olduğu birkaç modern istatistiksel hesaplama tekniği ile bu integral çözülebilir olmuştur. Bu yöntemler genel olarak iki sınıfa ayrılır: i) olabilirlik fonksiyonundaki integrali yaklaştırmaya dayalı yukarıda da bahsedilen yöntemler ve ii) bu integrali çözmek için Beklenti Maksimizasyonu (EM) algoritması (Dempster vd., 1977) kullanan yöntemler (Wall ve Amemiya, 2007). En çok olabilirliğin performansı için farklı hesaplama yöntemlerinin detayları hakkında daha kapsamlı bilgi edinmek için Skrondal ve Rabe-Hesketh (Skrondal ve Rabe-Hesketh, 2004, Bölüm 6)'e bakılabilir.

Bir sonraki bölümde, MML tahmin yönteminin SAS Proc NLMMIXED'de nasıl uygulanacağı hakkında detaylı bilgi verilmiştir.

5. YÖNTEM

5.1 SAS Proc NLMIXED

YEM için geliştirilen LISREL (Jöreskog ve Sörbom, 1996), AMOS (Arbuckle, 1995), EQS (Bentler, 1985) ve SAS Proc CALIS (Institute, 1992) gibi orijinal ticari yazılımların tamamı doğrusal modeller için tanımlanmıştır. Tüm bu yazılımlar çok değişkenli normallik varsayımına dayanır ve ML tahmin yöntemini varsayılan olarak gerçekleştirilir. Buna ek olarak, bu yazılımlarda kovaryans matrisine dayanan en küçük kareler tahmininin farklı biçimleri mevcuttur ve bu yöntemler kullanılarak da parametre tahmini yapılabilir.

Gözlenen değişkenlerin kategorik olarak düzenlendiği özel durum için genelleştirilmiş doğrusal YEM, literatürde genellikle "Kategorik değişkenli YEM" olarak adlandırılır ve polikorik korelasyonlar kullanılarak yine doğrusal YEM yazılımlarında uygulanabilir (Muthén, 1984). Fakat polikorik korelasyonlar için üretilen veri setinin dağılımı normal olmadığı durumda yanlı tahmin edicilerle karşılaşılabilir (DiStefano, 2002; Huber vd., 2004). Bu durumda daha gelişmiş hesaplama algoritmaları içeren yazılım programlarına ihtiyaç duyulmuş (Muthén ve Muthén, 1998-2007) ve bu modeller için kullanılan daha esnek gizil değişkenli modelleme yazılımları olan Mplus (Muthén ve Muthén, 1998-2007) ve STATA GLLAMM (Rabe-Hesketh ve Pickles, 2004) geliştirilmiştir.

Peki doğrusal olmayan YEM için varolan yazılımlar nelerdir?

Doğrusal olmayan modellerden ikinci dereceden etkileşimli ve kuadratik modeller için, Klein ve Moosbrugger'ın (Klein ve Moosbrugger, 2000) uyarlanmış (adapted) EM algoritması, Mplus sürüm 3.0 ve sonrasında en çok olabilirlik tahmini için uygulanmaktadır. Mplus uygulamasında, normal dağılım varsayımına sahip dışsal gizil değişkenlerin ve yapısal denklem hatalarının belirlemesi gerekir.

Dahası, doğrusal YEM programı olan LISREL paket programı ile yine ikinci dereceden etkileşimli ve kuadratik modeller için indikatör üretme yaklaşımları yardımıyla parametre tahminleri yapılabilmektedir. Ancak bu yaklaşımlarda, doğrusal YEM yazılımları için varsayılan olarak en çok olabilirlik tahmin yöntemi kullanılır, bu da doğrusal olmayan modeller için çok da uygun görünmemektedir.

Doğrusal olmayan genel yapısal eşitlik modelleri için özel olarak tasarlanmış programlar yerine, daha genel ve daha esnek istatistiksel yazılımlardan yararlanılır. Bu yazılımlar rastgele gizil değişkenli modeller de dahil olmak üzere genel doğrusal olmayan modelleri en iyi tanımlayabilen SAS Proc NLMIXED (SAS Sürüm 8.0 veya üstü) ve WinBUGS (Spiegelhalter vd., 2002)'dır. Bu yazılımlar sırasıyla en çok olabilirlik ve Bayes tahminlerini gerçekleştirmek için donatılmış, esnek hesaplamalı yazılımlardır. Bu yazılımların her ikisi de genel doğrusal olmayan YEM' de parametre tahmini yapmak için kullanılabilir. Bu tez çalışmasında potansiyel faydasından ve genel tüm YEM modelleri için işlevsel oluşundan dolayı SAS Proc NLMIXED programı kullanılmıştır.

SAS NLMIXED 'de, dışsal faktörlerin (gizil değişkenlerin) ve yapısal eşitlik hatalarının normal dağılması gerekmektedir. Gizil faktörlerin sayısı arttıkça yazılımın çalışması daha uzun sürmektedir ve faktörlerin sayısı arttıkça yakınsaklığın belirlenmesi açısından yazılımın sayısal olarak daha az hassas olması beklenmektedir. Bu, kullanılan yazılımın bir kısıtı değil, istatistik yöntemlerinin bir kısıtıdır (Wall ve Amemiya, 2007).

Hem sabit hem de rastgele etkilerin doğrusal olmadığı istatistiksel modeller giderek daha popüler hale gelmektedir. Bu modellerin uygulamaları geniş bir yelpazeye sahiptir, fakat son yıllarda doğrusal olmayan YEM'in geliştirilmesi ile doğrusal olmayan YEM verileri de Proc NLMIXED prosedüründe kullanılmaya başlanmıştır (Wolfinger, 1999).

Bu bölümde, SAS programının yüklenmesi ve çalıştırılması, Proc NLMIXED'in bazı temel özellikleri ve bir örnekle kullanımı gösterilmiştir.

SAS programının yüklenmesi ve çalıştırılması

SAS University Edition (SAS UE), ekonomi, işletme, bilgisayar bilimleri, tıp ve sağlık bilimleri, mühendislik, psikoloji ve diğer sosyal bilimlerde çeşitli istatistiksel ve niceliksel (quantitive) yöntemleri kullanan ücretsiz bir istatistiksel yazlımdır. Yakın zaman kadar ücretli olan bu yazılımın ücretsiz olmasıyla birlikte, programın alınması, kurulması ve kullanımı ile ilgili engeller ortadan kalkmıştır. Akademik kullanıcıların artık kolayca sahip olabilecekleri bu istatistiksel yazılım programı, aynı zamanda kullanıcılara iletişim, destek ve SAS kaynaklarına erişimi sağlayan çevrimiçi bir topluluk olarak da hizmet vermektedir (Institute, 2017b).

SAS EU programını yüklenmeden önce, Windows tabanlı işletim sistemine sahip bir bilgisayarda VirtualBox programının kurulu olması gerekmektedir. Aynı zamanda, program indirilmeden önce, akademik kurumu ve kişisel bilgileri içeren bir form doldurur, ardından kişiye özgü bir indirme bağlantısı yardımıyla program tamamıyla ücretsiz olarak bilgisayara indirilir. Programın çalışması sanal makine mantığına dayandığı için, program öncelikle ana makinede VirtualBox yardımıyla oluşturulan sanal makineye kurulur. Sanal makine ile ana makine arasında veri ve sonuç alışverişi için C kök klasöründe bir dosya oluşturularak SAS UE'ye tanıtılır. Programı çalıştırabilmek için, öncelikle VirtualBox çalıştırılır ve programın arayüzüne tarayıcı üzerinden ulaşılır. SAS UE, alışılagelmişin dışında bir program mantığına sahip olduğundan, kurulumla ilgili daha ayrıntılı bilgi edinmek için şu kaynaklar incelenebilir: Oracle VirtualBox (Oracle, 2017), SAS University Edition (Institute, 2017c); SAS University Edition QuickStart Guide for Oracle VirtualBox (Oracle VirtualBox, 2017).

SAS Proc NLMIXED hakkında bilgi

SAS Proc NLMIXED tasarım gereği bir YEM programı olmasa da YEM tipi modellerin analizi için rutin tahminler ve model seçimi konusunda esneklik sağlar. NLMIXED yanıt değişkenli teorik modelleri (Sheu vd., 2005) ve doğrusal olmayan yapısal eşitlik modellerini (Patefield, 2002; Wall, 2009) ele alabilir.

NLMIXED yöntemi, doğrusal olmayan karmaşık modellere, yani sabit ve rastgele etkilerin yanıt değişkeniyle doğrusal olmayan bir ilişkiye sahip olduğu modellere uymaktadır. Proc NLMIXED'de, değişkenler için standart forma sahip bir dağılım (normal, binomial, poisson) veya SAS programlama deyimleri ile anahtar bir kelime kullanılarak özel bir dağılım belirlenebilir.

Proc NLMIXED, rastgele etkiler üzerindeki olabilirlik integrali yaklaşımlarını maksimize ederek özelleştirilmiş doğrusal olmayan modellere uyar (Wolfinger, 1999). NLMIXED'de, doğrusal olmayan modeller için genel olarak MML tahmin yöntemi ile parametreler tahmin edilir ve logaritmik olabilirlikteki integrali çözmek için varsayılan olarak "Guassian quadratik (Gauss Kareleri)" yaklaşımı kullanılır (Codd, 2011). Bu integralin çözümü için farklı yaklaşımlar mevcuttur fakat en çok kullanılan iki temel yaklaşım Gauss Karesi ve birinci dereceden Taylor serisi yaklaşımıdır. Aynı zamanda olabilirlik fonksiyonunun maksimizasyonunu gerçekleştirmek için varsayılan olarak kullanılan optimizasyon tekniği dual quasi-Newton algoritmasıdır (Wolfinger, 1999). Bunun yanı sıra, diğer optimizasyon prosedürü seçenekleri de program içinde mevcuttur.

Parametre tahmininde başarılı bir yakınsama, olabilirlik fonksiyonunun matrisinin 2. türevinden hesaplanan standart sapmalara yakın standart hatalar ile sonuçlanır. Proc NLMIXED parametre tahminlerini ve rastgele etkilerin deneysel Bayes tahminlerini kullanarak keyfi fonksiyonların tahminlerini oluşturmak için önerilen modelin kullanılmasına olanak tanır. Proc NLMIXED, belirtilen fonksiyonun ilk türevlerini kullanarak (delta yöntemi ile) standart hatalara yaklaşır (Wolfinger, 1999).

Proc NLMIXED'de parametre tahmini yapmadan önce parametrelerin başlangıç değerlerinin belirlenmesi önemlidir. Olabilirliği maksimize etmek için istatistiksel hesaplama yöntemlerinin tümü, parametre tahminleri için başlangıç değerlerine ihtiyaç duyar. Modeller karmaşıklaştıkça iyi başlangıç değerleri sağlamak algoritmanın yakınsama düzeyine erişmesini kolaylaştırmak için önemlidir. Başlangıç değerleri kullanıcı tarafından verilmediği takdirde, SAS Proc NLMIXED varsayılan olarak tüm başlangıç parametresi değerlerini 1 olarak almaktadır (Wall, 2009). Kuadratik noktaların sayısı da yine program tarafından belirlenebileceği gibi özel olarak da seçilebilir.

Proc NLMIXED'in diğer SAS prosedürleri ve makrolarla karşılaştırılması

Proc NLMIXED'e uygun olan modeller, MIXED prosedürüne uyan rasgele katsayılı modellerin genellemesi olarak görülebilir. Bu genelleme, rastgele katsayıların doğrusal olmayan bir şekilde modele girmesine izin verirken, Proc MIXED'de doğrusal olarak modele girerler. Başka bir deyişle, Proc MIXED, verilerin normal dağıldığını varsayar; Proc NLMIXED ise normal, binom veya poisson veya SAS ifadeleriyle programlanabilir herhangi bir olasılığı olan verilerin analiz edilmesini sağlar (Wolfinger, 1999).

Proc NLMIXED'deki bu genel doğrusal olmayan formülasyon REML prosedürüne hiçbir şekilde doğrudan analog olarak girilemez; REML prosedüründe sadece standart en çok olabilirlik tahmin yöntemi kullanılabilir (Wolfinger, 1999).

Proc NLMIXED, NLINMIX ve GLIMMIX makroları ile aynı tahmin yöntemlerini kullanmamaktır. Bu makrolar, Lindstrom ve Bates (Lindstrom ve Bates, 1990), Breslow ve Clayton (Breslow ve Clayton, 1993) ve Wolfinger ve O'Connell (Wolfinger ve O'connell, 1993) 'ın tahmin yöntemlerine dayanmaktadır ve yinelemeli olarak genelleştirilmiş tahmin denklemlerinin bir kümesine uygundur. Bunun aksine, Proc NLMIXED, direkt olarak bir olabilirlik fonksiyonu yaklaşımını maksimize eder (Littell vd., 2007).

SAS yazılımında, Proc NLMIXED, NLP prosedürüyle yakın ilişkilere sahiptir. Proc NLMIXED, Proc NLP'nin altında yatan optimizasyon kodunun bir alt kümesini kullanır ve aynı optimizasyona dayalı seçeneklerin çoğuna sahiptir. Ayrıca Proc NLMIXED tarafından kullanılan programlama deyiminin işlevselliği, MODEL prosedürü tarafından kullanılanlarla aynıdır (Wolfinger, 1999).

5.2 SAS Proc NLMIXED'de Bir Uygulama ile NLMIXED Deyimleri

5.2.1 SAS Proc NLMIXED ile MML tahmini

Bu bölümde, doğrusal olmayan genel bir yapısal eşitlik modelinin SAS Proc NLMIXED'de nasıl uygulandığı gösterilmiştir. Burada amaç, kullanımı yaygın olmayan SAS Proc NLMIXED prosedürü hakkında bilgi vererek kullanımının yaygınlaşmasını sağlamak ve genel bir yapısal modelinin bu program yardımıyla nasıl ele alınabileceğini göstermektir.

Doğrusal olmayan YEM ile ilgili Proc NLMIXED'de ilk uygulama Patafield (Patefield, 2002) tarafından gerçekleştirilmiştir. Sonrasında Codd (Codd, 2011) ve Harring vd. (Harring vd., 2012) çalışmalarında da genel doğrusal olmayan yapısal eşitlik modelleri Proc NLMIXED kullanılarak ele alınmıştır. SAS Proc NLMIXED'in bir avantajı, denklemlerin esnetilerek bir çok modele uydurulabilme kolaylığıdır. Bu sayede, NLMIXED'de en az değişiklikle çok sayıda model ele almak mümkündür.

Bu tez çalışmasında Wall (Wall, 2009)'da kullanılan, ölçüm modeli Eşitlik 5.1 yapısal model Eşitlik 5.2 ve Eşitlik 5.3'deki gibi olan doğrusal olmayan üstel bir model ele alınmış ve SAS Proc NLMIXED'de nasıl uygulandığı adım adım gösterilmiştir Devamında, parametre tahminleri, uyum istatistikleri ve faktör skorlarının nasıl elde edileceğine ilişkin ayrıntılı bilgilere yer verilmiş ve SAS Proc NLMIXED deyimleri ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

$$z = \mu + \Lambda f + \epsilon \tag{5.1}$$

$$\eta_2 = \gamma_0 + \gamma_1 \xi_1 + \zeta_2 \tag{5.2}$$

$$\eta_1 = \gamma_2 + \gamma_3 \exp(\gamma_4 \eta_2 + \gamma_5 \xi_1) + \zeta_1 \tag{5.3}$$

Bu tez çalışmasında, Eşitlik 5.2 ve Eşitlik 5.3 ile verilen doğrusal olmayan YEM'den 500 bağımsız gözlem üretilmiştir. Yani, başka bir deyişle replikasyon (tekrarlama) sayısı 500 olarak seçilmiştir. Simülasyon adımlarının uygulanmasında SAS makrolarından yararlanılmıştır, Bu bölümde SAS Proc NLMIXED vurgulandığı için, simülasyon hakkında detaylı bilgi 7. Bölüm 'de verilmiştir.

Her birinde 3 gözlenen değişken (Z) olan 3 gizil faktör, Eşitlik 5.1'deki doğrusal ölçüm modeli arayıcılığıyla ölçülmüştür. Dışsal faktörler ξ'ler, gözlenen değişkenin hataları ϵ'ler ve içsel gizil değişkenlerin hataları ζ'ler normal değişkenler olarak üretilmiştir. Bu çalışmada ele alınan üstel model Eşitlik 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8'de, çalışmada kullanılan parametre adlarıyla birlikte verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ Z_5 \\ Z_6 \\ Z_7 \\ Z_8 \\ Z_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{01} \\ \lambda_{02} \\ \lambda_{03} \\ \lambda_{04} \\ \lambda_{05} \\ \lambda_{06} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & 0 & 0 \\ \Lambda_{21} & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_{32} & 0 \\ 0 & \Lambda_{42} & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_{53} \\ 0 & 0 & \Lambda_{63} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \epsilon \tag{5.4}$$

$$diag(Var\epsilon) = (\psi_1,\ \psi_2,\ \psi_3,\ \psi_4,\ \psi_5,\ \psi_6,\ \psi_7,\ \psi_8,\ \psi_9) \tag{5.5}$$

$$E(\xi_1) = \mu_{\xi_1},\ Var(\xi_1) = \phi_1 \tag{5.6}$$

$$\eta_1 = \gamma_{10} + \gamma_{11}\,\mathrm{exp}(\gamma_{12}\eta_2 + \gamma_{13}\xi_1) + \zeta_1 \tag{5.7}$$

$$\eta_2 = \gamma_{20} + \gamma_{21}\xi_1 + \zeta_2 \tag{5.8}$$

SAS Proc NLMIXED kullanılarak bu verilere uydurulan model, doğrusal modeldeki aynı basit yapılı ölçüm modeli ile üretilmiş doğrusal olmayan yapısal model olacaktır. Bu çalışmada kullanılan SAS Proc NLMIXED kodları Çizelge 5.1 ve Çizelge 5.2'de verilmiştir.

Çizelge 5.1'de ilk satır veri setinin adını belirtir; ikinci satır, "infile" deyimi ile SAS'ın kurulumu esnasında SAS'a tanıtılmış bir dosyadan verileri okur. Üçüncü satırda, "input" deyimi ile değişkenler belirtilir. Bu örnekte 11 tane değişken yer almaktadır. "dummy" yer tutucu olarak görev yaparken, "count" sayma işlemini gerçekleştirmek için tanımlanmıştır, $z1 - z9$ ise modelde yer alan gözlenen değişkenlerdir. 4. satırda "proc nlmixed" deyimi, işlemi çağırır ve "a" ile adlandırılan veri setine girer. 5. satırda, "parms" deyimi ile bilinmeyen parametreler ve onların başlangıç değerleri tanımlanır. $\psi_i, i = 1, \ldots, 9$ parametreleri burada gözlenen değişkenlere karşılık gelen örneklem varyanslarının yarısına

Çizelge 5.1 SAS Proc NLMIXED Kodları

1	data a;
2	infile "/folders/myfolders/UstelSimCozScatter/UstelVeriler/simUstel.txt";
3	input dummy count z1-z9; run;
4	proc nlmixed data = a;
5	parms psi1 = .30 psi2 = .06 psi3 = .129 psi4=.53 psi5 = .24 psi6 = .15 psi7 = .64 psi8 = .80 psi9 = .96
	gam0= 0 gam1= 1 gam2= .5 gam3= 1 gam4 = .6 vzeta1=.50 vzeta2=.25
	b10 = 0 b20 = 0 b30 = 0 b40 = 0 b50 = 0 b60 = 0
	lam11 = .7 lam21 = .3 lam32 = .4 lam42 = .8 lam53 = .5 lam63 = .4 mf1 = 0 phi1= 1;
6	f3 = gam0 + gam1*f1 + zeta1;
7	f2 = gam2 + gam3*exp(gam4*f3 + gam5*f1) + zeta2
8	mu1 = b10+ lam11*f1;
9	mu2 = b20+ lam21*f1;
10	mu3 = b30+ lam32*f2;
11	mu4 = b40+ lam42*f2;
12	mu5 = b50+ lam53*f3;
13	mu6 = b60+ lam63*f3;
14	mu7 = f1;
15	mu8 = f2;
16	mu9 = f3;
17	ll = -.5*log(psi1) - (1/(2*psi1)) * (z1 - mu1)**2
	-.5*log(psi2) - (1/(2*psi2)) * (z2 - mu2)**2
	-.5*log(psi3) - (1/(2*psi3)) * (z3 - mu3)**2
	-.5*log(psi4) - (1/(2*psi4)) * (z4 - mu4)**2
	-.5*log(psi5) - (1/(2*psi5)) * (z5 - mu5)**2
	-.5*log(psi6) - (1/(2*psi6)) * (z6 - mu6)**2
	-.5*log(psi7) - (1/(2*psi7)) * (z7 - mu7)**2
	-.5*log(psi8) - (1/(2*psi8)) * (z8 - mu8)**2
	-.5*log(psi9) - (1/(2*psi9)) * (z9 - mu9)**2;

Çizelge 5.2 SAS Proc NLMIXED Kodları (Devamı)

18	model dummy ~ general(ll);
19	random f1i zeta1 zeta2 ~ normal([mf1, 0, 0], [phi1, 0, vzeta1, 0, 0, vzeta2]) subject = count;
20	bounds psi1-psi9>=0, phi1>=0, vzeta1-vzeta2>=0;
21	predict f1 out=pred_f1 (keep = count pred rename=(pred=f1));
22	predict zeta1 out=pred_zeta1 (keep = count pred rename=(pred=zeta1));
23	predict zeta1 out=pred_zeta2 (keep = count pred rename=(pred=zeta1));
24	predict f2 out=pred_f2 (keep = count pred rename=(pred=f2));
25	predict f3 out=pred_f3 (keep = count pred rename=(pred=f3)) run;
26	proc print data=work.pred_zeta1;
27	proc print data=work.pred_zeta2;
28	proc print data=work.pred_f1;
29	proc print data=work.pred_f2;
30	proc print data=work.pred_f3;

eşit olacak şekilde seçilmiştir. Tanımlanmayan diğer tüm başlangıç değerleri program tarafından varsayılan olarak 1'e eşit olacak şekilde ayarlanmıştır.

6. ve 7. satırda, doğrusal olmayan yapısal modelin Eşitlik 5.2 ve 5.3 ile verilen formu gösterilir. Burada, içsel gizil değişkenler dışsal gizil değişkenin bir fonksiyonudur. Şüphesiz ki gizil değişkenler arasındaki ilişkiler ilgilendiğimiz veri seti için uygun forma dönüştürülebilir. 8. satırdan 16. satıra ise rassal gizil değişkenler ile her bir gözlenen değişkenin şartlı ortalaması verilir, bu aynı zamanda ölçüm modelinin özel bir formudur. 17. satırda, şartlı ortalamalar kullanılarak hesaplanan log olabilirlik fonksiyonu gösterilir. Log-olabilirlik fonksiyonunun formu 4. Bölümde MML tahmin yönteminde anlatılmıştır.

Model deyimi, bağımlı değişkeninin yani içsel gizil değişkenin ve onun rastgele etkilerle verilen koşullu dağılımını tanımlar (Wolfinger, 1999). 18. satırda, model deyimiyle log-olabilirlik fonksiyonu kullanılarak hesaplanan veri setinin dağılımı gösterilir. SAS içinde birçok yaygın olarak kullanılan dağılımı içerse de kullanıcılara bir log-olabilirlik fonksiyonu tanımlamasına izin verir. Bunun yanı sıra, özel olarak belirlenen dağılımlar da SAS içerisinde tanımlanabilir. Burada tanımlanan log-olabilirlik fonksiyonu bir seçenektir. Olabilirlik durumunda veri setinin tamamı olsa bile, general fonksiyonu tilde'nin solunda bir değişkene ihtiyaç duyar, burada ”dummy” adında bir değişken tanımlanmış ve bu basit bir şekilde yer tutucu olarak kullanılmıştır (Codd, 2011).

Random deyimi, rassal etkilerin, yani dışsal gizil değişkenlerin ve yapısal modelin hatalarının dağılımını tanımlar. 19. Satırda ξ_1 (ksi1)'in, ζ_1 (zeta1)ve ζ_2 (zeta2)'nin çok değişkenli normal dağılımı Eşitlik 5.9'deki gibi verilmiştir. Burada kullanıcının kendi dağılımsal formlarını da yazarak diğer doğrusal olmayan bağlantıları tanımlaması mümkündür.

$$\begin{bmatrix} ksi1 \\ zeta1 \\ zeta2 \end{bmatrix} \sim \left[\begin{pmatrix} mf1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} phi1 & & \\ 0 & vzeta1 & \\ 0 & 0 & vzeta \end{pmatrix}\right] \tag{5.9}$$

20. satırda, ”bounds” deyimi ile sınırlanan parametreler ve sınır değerleri belirtilmiştir.

21. satırdan 25'e kadar gizil değişkenlerin ve hataların faktör skorlarının tahmini yapılmıştır. Modelin tahmini için gerekli bir adım olmamasına rağmen, bu değerlerin nasıl elde edileceği hakkında bilgi vermesi açısından kullanışlıdır. Aynı zamanda bir sonraki bölümde uygun modelin belirlenmesi için faktör skorlarına ihtiyaç duyulacaktır. Bu örnekte faktör skorları ξ_1 (21. satır), ζ_1 (22. satır), ζ_2 (23. satır), η_1 (24.satır) ve η_2 (25.satır) için tahmin edilir. Bu satırların her birinde “out=” seçeneği, faktör skorlarını içeren yeni veri setinin ismini belirtir. “keep=” ve “rename” sadece count değişkenlerini ve her biri için faktör skorlarını içeren yeni veri setinin yeniden biçimlendirilmesini gösterir. Buradan, bu veri setleri grafik oluşturmak ve ya analiz yapmak için aynı SAS'daki diğer veri setleri gibi kullanılabilir (Codd, 2011). 26.satırdan 30'a kadar, yine gerekli olmayan fakat işlevsel açıdan kolaylık için elde edilen faktör skorlarının çıktı da yer alması sağlanabilir.

Doğrusal olmayan modellerin birçok tipi NLMIXED 'de uygulanabilirken var olan birkaç kısıtlama ve sorun unutulmamalıdır. Öncelikle NLMIXED dışsal gizil değişken ξ'lerin ve yapısal modelin hata terimleri ζ' ların normal dağılmasını gerektirir. İkinci olarak, model karmaşıklaştıkça programın çalışma süresi artar. Son olarak da modeldeki her bir parametre için hassas başlangıç değerini seçmek kritiktir. NLMIXED güçlü bir araç olmasına rağmen başlangıç değeri yanlış olursa yakınsama problemi ile karşılaşılabilir (Codd, 2011).

Bu analizin çıktıları Çizelge 5.3'de “Özellikler Tablosu”, Çizelge 5.4'de “Boyutlar tablosu” , Çizelge 5.5 'de “Başlangıç parametreleri tablosu”, Çizelge 5.6'de “İterasyon Hikayesi Tablosu”, Çizelge 5.7'da “Uyum İstatisikleri Tablosu” ve Çizelge 5.8'de “Parametre Tahminleri Tablosu” ile verilmiştir.

Çizelge 5.3 Özellikler Tablosu

The NLMIXED Procedure

Specifications	
Data Set	WORK.A
Dependent Variable	dummy
Distribution for Dependent Variable	General
Random Effects	f1i delta1i delta2i
Distribution for Random Effects	Normal
Subject Variable	count
Optimization Technique	Dual Quasi-Newton
Integration Method	Adaptive Gaussian Quadrature

Çizelge 5.3 ile verilen "Özellikler" tablosunda, ele alınan doğrusal olmayan modelle ilgili bazı temel bilgiler listelenir. Girilen veri setinde, bağımlı değişken, rassal etkiler, bunların ilgili dağılımları, konu değişkenleri, optimizasyon türü ve integrasyon yöntemi yer alır.

Ele alınan veri setinde, bağımlı değişken yer tutucu olarak atanan "dummy" değişkenidir ve yapısal modele ait gizil yada bağımlı değişkenlerin dağılımının belirlenmesini sağlar. Bağımlı değişkenin dağılımı burada olduğu gibi "general" fonksiyonu yardımıyla tanımlanabileceği gibi, bilinen bir dağılımdan da seçilebilir. Bu örnekte rassal etkiler, bir dışsal gizil değişken ve iki içsel gizil değişkene ait hatalardır ve bunların dağılımı normal olarak belirlenmiştir. Konu değişkeni sayma işlemini gerçekleştirmek adına tanımlanan "count" değişkenidir. Optimizasyon yöntemi, SAS'da varsayılan olarak yer alan "Dual Quasi-Newton" yöntemi ve integrasyon yöntemi olarak da yine SAS'da varsayılan olarak yer alan "Adapive Quassian Quadrature" yöntemi seçilmiştir. Bu tez çalışmasında varsayılan yöntemler kullanışlı bulunduğu için değiştirilmemiştir.

Çizelge 5.4 ile verilen "Boyutlar" tablosunda, kullanılan ve kullanılamayan gözlemler, konular, parametreler ve kuadratik noktalar da dahil olmak üzere modelle ilgili çeşitli nicelikler listelenir. Bu nicelikler, veri setinin ve modelin doğru bir şekilde belirtildiğinin kontrol edilmesi amacı ile kullanışlıdır. Ayrıca, Proc NLMIXED'in parametrelerin başlangıç değerlerinde log-olabilirliğin hesaplanmasına dayanarak seçtiği kuadratik noktalarının sayısı da listelenir. Burada, yalnızca üç kuadratik nokta yeterlidir, çünkü rassal etki parametreleri modele doğrusal olarak girer.

Çizelge 5.4 Boyutlar Tablosu

Dimensions	
Observations Used	500
Observations Not Used	0
Total Observations	500
Subjects	500
Max Obs per Subject	1
Parameters	31
Quadrature Points	3

Çizelge 5.5 Başlangıç Parametreleri Tablosu

Initial Parameters																		
psi1	psi2	psi3	psi4	psi5	psi6	psi7	psi8	psi9	phi1	ddelta1	ddelta2	gam0	gam1	gam2	gam3	gam4	gam5	b10
0.3	0.06	0.129	0.53	0.24	0.15	0.64	0.8	0.96	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Initial Parameters												
b11	b20	b21	b30	b32	b40	b42	b50	b53	b60	b63	mf1	Negative Log Likelihood
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4107.01681

Çizelge 5.5 ile verilen ”Başlangıç Parametreleri” tablosunda, tahmin edilecek tüm parametreler, onların başlangıç değerleri ve bu başlangıç değerlerinde hesaplanan negatif log olabilirlik fonksiyonu değeri yer alır.

Çizelge 5.6 ile verilen ”İterasyon Hikayesi” tablosunda, negatif log olabilirlik minimizasyonunun hikayesi kaydedilir. Quasi-Newton optimizasyonunun her tekrarlanması için, fonksiyon çağrılarının sayısı, negatif log olabilirliğin değeri, önceki iterasyon arasındaki fark, en büyük gradyanın mutlak değeri ve aranan eğimi için değerler listelenmiştir. Tablonun altındaki not, algoritmanın, gradient ve ters Hessian’da kuadratik bir form kullanılarak hesaplanan standart bir ölçüt olan GCONV yakınsama ölçütüne göre başarılı bir şekilde yakınsadığını gösterir.

Çizelge 5.7 ile verilen ”Uyum İstatistikleri” tablosu, Akaike Bilgi Kriteri (AIC), Düzeltilmiş Akaike Bilgi Kriteri (AICC), Bayes Bilgi Kriteri (BIC) gibi bilgi kriterlerinin yanı sıra, log olabilirliğin son olarak maksimize edilmiş değerini de listeler. Bu istatistikler, Çizelge 5.6 İterasyon Hikayesi Tablosu

Iteration History					
Iteration	Calls	Negative Log Likelihood	Difference	Maximum Gradient	Slope
1	5	3126.4553	980.5615	879.219	-182509
2	9	1571.6892	1554.766	4535.29	-1027.47
3	13	1354.1610	217.5283	562.038	-9827.09
4	28	1186.4619	167.699	1102.07	-641.241
5	32	854.4861	331.9758	1470.91	-2235.85
6	35	701.9966	152.4895	1016.29	-808.068
7	37	559.6389	142.3577	4184.36	-533.382
8	40	506.7463	52.89263	740.036	-1158.84
9	44	322.6846	184.0617	1358.03	-234.277
10	47	193.1982	129.4864	1732.28	-567.705
11	49	62.5537258	130.6445	744.031	-1446.59
12	56	-229.6943	292.248	763.673	-258.496
13	65	-312.3624	82.66804	717.276	-1181.80
14	68	-368.0260	55.6636	604.116	-427.870
15	70	-408.4755	40.4496	504.073	-186.941
16	72	-464.1287	55.65315	334.256	-112.324
17	75	-497.6775	33.54881	186.198	-84.2642
18	78	-514.3100	16.63245	204.089	-62.1225
19	82	-540.6842	26.37427	623.379	-84.0896

NOTE: GCONV convergence criterion satisfied.

Çizelge 5.7 Uyum İstatisikleri Tablosu

Fit Statistics	
-2 Log Likelihood	-1261
AIC (smaller is better)	-1199
AICC (smaller is better)	-1195
BIC (smaller is better)	-1069

doğrusal olmayan yapısal eşitlik modellerini karşılaştırmak için kullanılır. Bu istatistikler hakkında detaylı bilgi bir sonraki bölümde verilmiştir.

Çizelge 5.8 ile verilen ”Parametre Tahminleri” tablosu, tüm parametrelerin en çok olabilirlik tahminlerini ve bunların son standart Hessian matrisi kullanılarak hesaplanan yaklaşık standart hatalarını listeler. Konu sayısından rassal etkilerin sayısının çıkartılmasıyla hesaplanan ($500 - 3 = 497$) serbestlik derecesi ile yaklaşık t değerleri ve Wald tipi güven sınırları listelenir. Örnekleme dağılımları çarpık olma eğilimi gösterdiğinden varyans parametreleri için bu istatistikler dikkatli yorumlanmalıdır. Çıktının son sütunu, optimizasyon çözümündeki gradient vektördür. Her bir eleman sabit bir noktayı gösterecek kadar küçük görünmektedir (Wolfinger, 1999).

5.2.2 SAS Proc NLMIXED’de kullanılan deyimler

Bu bölüm, Proc NLMIXED’de mevcut olan ve en çok kullanılan bazı deyimlere ve bunların bazı temel özelliklerine genel bir bakış sağlar. Bu bölümdeki ifadeler Wolfing (Wolfinger, 1999) ve SAS/STAT user’s guide’dan alınmıştır. Daha ayrıntılı bilgiler ve ek seçenekler için Statistical Analysis System Institute (Institute, 2017a). SAS/STAT user’s guide version 14.1. SAS Institute ‘ye başvurulabilir.

1. Proc NLMIXED seçenekleri;

“DATA =” girilen veri setini belirtir. Bu veri kümesindeki gözlemler, Proc NLMIXED ifadeleri ile belirttiğiniz günlük olasılık işlevini hesaplamak için kullanılır.

“ALPHA =” t istatistiklerini ve güven aralıklarını hesaplamak için kullanılan alfa anlam düzeyini belirtir. Varsayılan değer 0,05’tir.

“DF=” p-değerleri ve güven aralıklarının hesaplanmasında kullanılan serbestlik derecesini belirtir. Varsayılan değer: konu sayısı – rasgele etkilerin sayısı olarak hesaplanır.

“COV” parametre tahminlerinin yaklaşık kovaryans matrisini ister.

“CORR” parametre tahminlerinin yaklaşık korelasyon matrisini ister.

“ECOV” ESTIMATE deyiminde belirtilen tüm nicelikler için yaklaşık kovaryans matrisini ister.

“ECORR” ESTIMATE deyiminde belirtilen tüm nicelikler için yaklaşık korelasyon matrisini ister.

“START” Başlangıç değerlerinde, log olabilirlik gradyanının görüntülenmesini ister. Ayrıca HESS seçeneği de belirlenirse, başlangıç Hessian da görüntülenir.

“HESS” Optimizasyon sonrasında son Hessian matrisinin görüntülenmesini ister. START seçeneği de verilirse, başlangıç değerlerinde Hessian da yazdırılır.

“METHOD=” rasgele etkiler üzerindeki integralin yaklaştırılmasına yönelik yöntemi

Çizelge 5.8 Parametre Tahminleri Tablosu

Parameter Estimates								
Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr > |t|	95% Confidence Limits		Gradient
psi1	0.1567	0.01373	497	11.41	<.0001	0.1297	0.1836	-0.01396
psi2	0.02860	0.002515	497	11.37	<.0001	0.02366	0.03354	-0.10777
psi3	0.08397	0.006894	497	12.18	<.0001	0.07042	0.09751	-0.00875
psi4	0.3081	0.02687	497	11.47	<.0001	0.2553	0.3609	-0.00125
psi5	0.1153	0.009871	497	11.68	<.0001	0.09590	0.1347	0.078111
psi6	0.07557	0.006335	497	11.93	<.0001	0.06312	0.08802	0.040007
psi7	0.2665	0.02698	497	9.88	<.0001	0.2135	0.3195	0.008155
psi8	0.4646	0.04035	497	11.52	<.0001	0.3853	0.5439	-0.00229
psi9	0.5248	0.04274	497	12.28	<.0001	0.4408	0.6088	-0.00148
phi1	1.0077	0.08157	497	12.35	<.0001	0.8474	1.1680	-0.00490
ddelta1	0.5054	0.05487	497	9.21	<.0001	0.3975	0.6132	0.007733
ddelta2	0.2477	0.03496	497	7.09	<.0001	0.1790	0.3164	0.001336
gam0	0.02816	0.05036	497	0.56	0.5762	-0.07077	0.1271	0.003355
gam1	0.9397	0.05091	497	18.46	<.0001	0.8397	1.0397	-0.02034
gam2	0.5866	0.1354	497	4.33	<.0001	0.3206	0.8526	0.003573
gam3	0.9174	0.1436	497	6.39	<.0001	0.6352	1.1995	-0.00006
gam4	0.6416	0.07034	497	9.12	<.0001	0.5034	0.7798	-0.00418
gam5	-0.01890	0.05140	497	-0.37	0.7132	-0.1199	0.08209	-0.00795
b10	0.03456	0.02334	497	1.48	0.1393	-0.01129	0.08041	0.003151
b11	0.6570	0.02601	497	25.26	<.0001	0.6059	0.7081	0.008100
b20	-0.00074	0.01004	497	-0.07	0.9413	-0.02047	0.01899	-0.00177
b21	0.2855	0.01109	497	25.74	<.0001	0.2637	0.3073	0.001043
b30	0.003372	0.03691	497	0.09	0.9273	-0.06915	0.07589	-0.00005
b32	0.3933	0.01827	497	21.52	<.0001	0.3574	0.4292	-0.02700
b40	-0.06273	0.07439	497	-0.84	0.3995	-0.2089	0.08342	0.003637
b42	0.8174	0.03695	497	22.12	<.0001	0.7448	0.8900	-0.00704
b50	-0.01269	0.02234	497	-0.57	0.5702	-0.05658	0.03120	-0.00112
b53	0.5056	0.02025	497	24.96	<.0001	0.4658	0.5454	0.020671
b60	-0.01841	0.01772	497	-1.04	0.2995	-0.05323	0.01641	-0.00234
b63	0.3940	0.01611	497	24.46	<.0001	0.3623	0.4256	-0.00042
mf1	-0.04199	0.05048	497	-0.83	0.4059	-0.1412	0.05720	-0.00746

belirtir. Geçerli olanlar FIRO, GAUSS (varsayılan), HARDY ve ISAMP'dir. Bu yöntemlerin ayrıntıları için SAS/STAT user's guide'ya bakılabilir.
"QPOINTS=" her rastgele etki için kuadratik noktalarının sayısını belirtir.
"TECH=" optimizasyon yöntemini belirtir. Geçerli yöntemler, CONGRA, DBLDOG, NMSIMP, NONE, NEWRAP, NRRIDG, QUANEW (varsayılan) ve TRUREG'dir.
"MAXITER=" ve ya "MAXIT=" maksimum yineleme (iterasyon) sayısını belirtir. Özel olarak seçilmediyse varsayılan maksimum iterasyon sayısı, iterasyon yöntemine göre değişir. Varsayılan iterasyon sayısı TRUREG, NRRIDG ve NEWRAP için 50, QUANEW ve DBLDOG için 200; CONGRA için 400; NMSIMP için 1000'dir. .
"MINITER =" minimum yineleme (iterasyon) sayısını belirtir.
"ITDETAILS" parametre tahminlerinin geçerli değerleri, onların gradyanları ve ek optimizasyon istatistikleri gibi daha kapsamlı bir iterasyon geçmişi ister. Daha ayrıntılı bilgi için, SAS/STAT user's guide'daki "İterasyonlar" bölümüne bakılabilir.
"NOAD" Gaussian quadrature (Gauss Kareleri) yaklaşımının uyarlamasız (nonadaptive) olmasını ister. Diğer bir deyişle, kuadratik noktalar, rasgele etkilerin her biri için sıfıra ortalanır ve geçerli rasgele etkilerin varyans matrisi, ölçek matrisi olarak kullanılır.

2. ARRAY seçeneği;

ARRAY deyimi SAS dizilerinin belirlenmesine izin verir. Array dizi adı şeklinde kullanılır. Örnek kullanımı aşağıdaki gibidir.

array r[8] r1-r8; do i = 1 to 8; r[i] = 0; end;

3. BOUNDS seçeneği;

BOUNDS deyimi, parametreler üzerinde sınırların belirlenmesini sağlar. Örnek kullanımı aşağıdaki gibidir.

```
bounds 0 <= a1-a9 X <= 1, -1 <= c2-c5;
bounds b1-b10 y >= 0;
```

Birden fazla BOUNDS deyimi kullanılabilir. Aynı parametre için birden fazla alt (yada üst) sınır belirlenirse, bunların maksimumu (yada minimumu) alınır.

4. ESTIMATE seçeneği;

ESTIMATE deyimi, parametre değerlerinin bir fonksiyonu olan ek bir tahminin hesaplanmasını sağlar. Geçerli SAS deyimini tanımlamak için estimate ifadesinin yanına tırnak işareti içinde hesaplanması istenen fonksiyonun başlığı yazılır. Birden fazla

ESTIMATE ifadesine izin verilir ve tüm ifadelerin sonuçları ortak bir tabloda listelenir. Proc NLMIXED, tahminler için delta yöntemi kullanılarak yaklaşık standart hataları hesaplar. İlgili t istatistiklerini, p-değerlerini ve güven aralıklarını hesaplamak için bu standart hataları kullanır. Örnek kullanımı aşağıdaki gibidir.

estimate ’1/beta1’ 1/beta1;

Proc NLMIXED deyimindeki ECOV seçeneği, istenen tüm ilave tahminlerin yaklaşık kovaryans matrisini içeren bir tablo oluştururken, ECORR seçeneği ilgili korelasyon matrisini üretir.

Aşağıdaki seçenekler ESTIMATE deyiminde mevcuttur:
“ALPHA=” güven aralıklarını hesaplarken kullanılan alfa anlam düzeyini belirtir. Varsayılan değer Proc NLMIXED deyimindeki “ALPHA=” seçeneğine karşılık gelir. Proc NLMIXED deyiminde “ALPHA=” belirtilmediyse program tarafından varsayılan olarak 0,05 alınır.
“DF=” , p-değerleri ve güven sınırlarının hesaplanmasında kullanılacak serbestlik derecesini belirtir. Varsayılan değer Proc NLMIXED deyimindeki DF = seçeneğine karşılık gelir.

5. ID seçeneği;

ID deyimi, tüm PREDICT deyimlerinin “OUT= veri kümesi”ne eklenecek ek nicelikleri tanımlar.

6. MODEL seçeneği (MODEL bağımlı değişken   dağılım)

MODEL deyimi, rasgele etkiler ile verilen veri setinin koşullu dağılımını belirler. Girilen veri setinde tek bir bağımlı değişken belirlenmelidir. SAS’da bu programlama deyimin geçerli olması için bu deyiminin yanında bağımlı değişken, tilda ve parametreleriyle birlikte bir dağılım belirtilmelidir. Geçerli dağılımlar şu şekildedir: normal (m, v), ortalama m ve varyans v ile Normal (Gauss) dağılımı belirtir. binary (p), olasılığı p olan bir Bernouilli dağılımını belirtir. binom (n, p), birim sayısı n ve olasılığ p olan bir Binom dağılımını belirtir. Poisson (m) ortalama m ile Poisson dağılımını belirtir. General(ll), SAS programlama deyimlerini kullanarak oluşturulan genel bir log olabilirlik fonksiyonunu (ll) belirtir. Örnek kullanımı aşağıdaki gibidir.

model x   binomial(n,p);

model dummy   general(ll);

7. RANDOM seçeneği (rastgele etki   dağılım SUBJECT = konu değişkeni)

RANDOM deyimi rastgele etkileri ve onların dağılımını belirtir. Wolfiger (Wolfinger, 1999)'da söylendiği üzere, günümüzde de mevcut olan tek dağıtım normal dağılımdır. Bir RANDOM deyimi kullanıyorsa, girdi veri kümesi "SUBJECT= bağımsız değişkeni"ne göre kümelenmiş olmalıdır. Bunun için veriler, Proc NLMIXED çağrılmadan önce "SUBJECT= bağımsız değişkeni"ne göre sıralamaktır. Proc NLMIXED, kullanıcı adına girdi veri kümesini sıralamamaktadır (Institute, 2017a). "SUBJECT= bağımsız değişken" bir konu değişkenini gösterir. Aşağıdaki seçenekler random deyiminde mevcuttur.

"ALPHA=" t istatistiklerini ve güven aralıklarını hesaplarken kullanılan alfa anlam düzeyini belirtir. Varsayılan değer Proc NLMIXED deyimindeki "ALPHA=" seçeneğine karşılık gelir. Proc NLMIXED deyiminde belirtilmediyse program tarafından varsayılan olarak 0,05 alınır.

"DF=" , OUT=veri setindeki t değerlerinin ve güven aralıkların hesaplanmasında kullanılan serbestlik derecesini belirtir. Varsayılan değer Proc NLMIXED deyimindeki "DF=" seçeneğine karşılık gelir.

"OUT=", rastgele etkilerin deneysel Bayes tahminlerini içeren SAS veri setine isim verir. Kullanımı tercih meselesidir.

RANDOM deyiminin kullanımına ilişkin örnek kullanım aşağıdaki gibidir.

random u   normal(0,s2u) subject=clinic;

random b1 b2   normal([0,0],[s2b1,cb12,s2b2]) subject=person out=eb;

random f1 zeta1 zeta2   normal([mf1, 0, 0], [phi1, 0, vzeta1, 0, 0, vzeta2]) subject = count;

8. PREDICT seçeneği

PREDICT deyimi, girilen veri setindeki her gözlem için tahminler oluşturulmasına olanak tanır. Birden fazla PREDICT ifadesine izin verilir (Wolfinger, 1999). Girilen veri setindeki değişkenleri, parametreleri ve rasgele etkileri içeren herhangi bir SAS programlama ifadesi geçerlidir. Tahmin edilen değerler, rasgele etkilerin parametre tahminleri ve deneysel Bayes tahminleri kullanılarak hesaplanır. Tahmin standart hataları delta yöntemi kullanılarak hesaplanır. Sonuçlar, "OUT=" seçeneği ile belirtilen bir çıktı veri setine yerleştirilir. "OUT=" veri seti girilen veri setindeki tüm değişkenlerin yanında, aşağıdaki değişkenleri içerir: Pred, StdErrPred, DF, tValue, Probt, Alpha, Lower, Upper. Ayrıca, bu veri setine ID deyimi ile hesaplanan diğer nicelikler de eklenebilir (Institute, 2017a) ID deyimi, PREDICT deyiminin "OUT =" veri setindeki ek nicelikleri tanımlar.

PREDICT deyiminde aşağıdaki seçenekler mevcuttur: "ALPHA=" t istatistiklerinin ve aralıklarının hesaplanmasında kullanılan alfa anlam düzeyini belirtir. Varsayılan değer Proc NLMIXED deyimindeki "ALPHA=" seçeneğine karşılık gelir.

“DER”, tüm parametrelere göre öngörülen ifadenin türevlerinin “OUT= veri seti”ne eklenmesini ister. Türevlerin değişken adları, ”Der_” önekinin eklenmiş olduğu parametre adlarıyla aynıdır. Türevlerin tümü, parametrelerin nihai tahminlerinde rasgele etkilerin deneysel Bayes tahminlerine göre değerlendirilir.

“DF=”, t istatistiklerinin hesaplanmasında ve “OUT= veri seti”ndeki aralıkların hesaplanmasında kullanılacak serbestlik derecesini belirtir. Varsayılan değer Proc NLMIXED deyimindeki “DF=” seçeneğine karşılık gelir.
PREDICT deyiminin örnek kullanımı aşağıdaki gibidir.

predict eta out=eta;

9. PARMS seçeneği PARMS deyimi, parametrelerin adlarını listeler ve parametrelerin başlangıç değerlerini belirtir. Parametreleri ve değerleri doğrudan bir listede gösterilebilir veya DATA = seçeneğini kullanarak bunları içeren bir SAS veri kümesinin adını verebilir.
PARMS deyimi gerekli olmasa da, doğru başlangıç değerleriyle Proc NLMIXED’de kullanılması önerilir. PARMS deyiminde listelenmeyen parametrelere başlangıç değeri 1 olarak atanır. Proc NLMIXED, atanmış değerlerin tümünü parametreler olarak değerlendirilir, bu nedenle modelleme ifadeleri dikkatle belirtilmeli ve ”Parametre tahminleri” tablosundaki çıktı kontrol edilmelidir.

PARMS deyimindeki parametre adları virgüllerle ayrılmaz, her parametre farklı değerlerden oluşuyorsa, parametre adının yanında eşitlik işareti onun yanında bir sayı ile belirtilir. Parametre listesi yalnızca bir sayıdan oluşuyorsa, bu sayı eşitlik işaretinin solunda listelenen tüm parametrelerin başlangıç değerini tanımlar. Parametre listesi birden fazla sayıdan oluşuyorsa, bu rakamlar eşitlik işaretinin solundaki listelenen parametrelerin her biri için başlangıç konumlarını belirtir. Bir sayı listesi belirlemek için TO ve BY anahtarları kullanılabilir. Aynı zamanda, potansiyel parametre değerleri için bir aralık da verilebilir.

PREDICT deyiminde aşağıdaki seçenekler mevcuttur: “BEST”, ”Parametre tahminleri” tablosunda gösterilen en çok olabilirlik değerlerine sahip noktaların maksimum sayısını belirtir. Varsayılan olarak, tüm değerler görüntülenir. Bir PARMS deyiminde bir nokta işareti belirlenirse, Proc NLMIXED, her bir kılavuz noktasında amaç fonksiyon değerini hesaplar ve optimizasyon işlemi için başlangıç noktası olarak en iyi (mümkün olan) değeri seçer. BEST = seçeneğini, tüm sütun bilgilerini saklama ve sıralama için bellekten tasarruf etmek amacıyla kullanılabilir (Institute, 2017a).

10. ODS seçeneği

Herhangi bir çıktı tablosunu düzenleyebilir SAS veri setine dönüştürmek için ODS deyimi kullanılır. Örnek kullanım aşağıdaki gibidir.

ods output ‘table-name’=SAS-data-set;

Çizelge 5.9, ”Table Name” sütununda yer alan tablolar yardımıyla ”Statement/Options” sütunundaki kısaltmalar kullanılarak istenilen çıktı tablosu düzenlenebilir formatta görüntülenebir. Aynı zamanda, tüm çıktıları görüntülemek için ods exclude all komutu kullanılır:

ods exclude all;

ve yeniden görüntülemek için ods select all komutu kullanılır:

ods select all;

Çizelge 5.9 ODS’da Tablo İsimleri

Table Name	Statement / Option
AdditionalEstimates	ESTIMATE
ConvergenceStatus	default
CorrMatAddEst	ECORR
CorrMatParmEst	CORR
CovMatAddEst	ECOV
CovMatParmEst	COV
Dimensions	default
Fitting	default
Hessian	HESS
Iterations	default
Parameters	default
ParameterEstimates	default
Specifications	default
StartingHessian	START HESS
StartingValues	START

11. Program deyimleri

Standart SAS programlama deyimleri, çok çeşitli doğrusal olmayan modeller oluşturulmasını sağlar. Normal atama ve matematiksel fonksiyon ifadelerinin yanı sıra, CALL, DO, GOTO, IF, PUT ve WHEN ifadeleri de kullanılabilir.

Proc NLMIXED’in Sınırlılıkları

Proc NLMIXED, tek bir rasgele etkili modeller için en iyi seçimdir, ayrıca iki ve üç boyutlu integraller başarıyla hesaplanabilir. Buna ek olarak, rastgele etkiler tamamen atlanarak Proc NLMIXED genel bir optimizasyon aracı olarak da kullanılabilir. Fakat kötü ölçeklendirilmiş veya yeterince gürültülü (noisy) olan problemler, Proc NLMIXED’de iyi performans göstermez. Ayrıca, Proc NLMIXED halen iç içe geçmiş veya çapraz rastgele etkileri ele almamaktadır (Wolfinger, 1999).

Yine de Proc NLMIXED, doğrusal olmayan modellerin uyumu için esnek ve güçlü bir ortam sunar. Programlama deyimlerinin işlenmesi ile, sayısal bir integralleyici ve bir optimizasyon aracı olarak kullanılabilir. Proc NLMIXED, iç içe geçmiş veya çapraz rastgele etkili modelleri ele alamasa da, olabilirlik temelli yöntemler kullanarak birçok doğrusal olmayan modellerin parametre tahminlerini gerçekleştirir (Institute, 2017a).

6. UYGUN MODELİN BELİRLENMESİ

Doğrusal olmayan YEM'de, Doğrusal YEM'den faklı olarak, parametre tahminine geçmeden önce, modelin belirlenmesi adımında dikkat edilmesi gereken iki temel husus vardır. Bunlardan ilki, doğrusal olmayan modelin gerekli olup olmadığı, ikincisi ise doğrusal olmayan modelin uygun olup olmadığıdır (Codd, 2011). Peki, uygun modelin belirlenmesi neden önemlidir? Çünkü, uygun model seçimi, güvenilir ve yansız parametre tahminleri elde edilmesini sağlar (Schumacker ve Lomax, 2004).

Gözlenen değişkenlerin kullanıldığı ve gözlenen değişkenlerle gizil değişkenler arasındaki ilişkilerin test edildiği gizil değişkenli istatistiksel modellerde (örneğin; regresyon, YEM), değişkenler arasındaki ilişkilerin formunu belirlemek için grafiksel yöntemler kullanılabilir. Gizil değişkenli modellerle amaç, gözlenemeyen yapıyı modellemek olduğundan, uygun modeli belirlenmesi tam anlamıyla kolay değildir.

Diğer istatistiksel yöntemlerde olduğu gibi, uygun YEM' ni belirlemek için hatasız ve tek basamaklı bir prosedür yoktur. Onun yerine, veri seti hakkında daha iyi bir çıkarım yapabilmesini sağlayacak basamaklar vardır. Bu tez çalışmasında, Codd (Codd, 2011)'de uygun YEM' ni belirlenmesi için kullanılan 3 yöntem ele alınmıştır: (i) Gözlenen değişkenlerin ilişkilerinin hesaplanması, (ii) Gizil değişkenlerin faktör skorları arasındaki ilişkilerinin hesaplanması ve (iii) Uyum ölçütleri yardımıyla model uyumunun değerlendirilmesi.

6.1 Gözlenen Değişkenlerin İlişkilerinin Hesaplanması

Gizil değişkenler, gözlenemeyen yapılar olduğundan, gözlenen değişkenler yardımıyla ölçülmektedir. Dolayısıyla gizil değişkenlere ait gözlenen değişkenlerin saçılım grafiğine bakılarak, gizil değişkenlerin ilişkileri hakkında tahmin yapılabilir. Eğer gözlenen değişkenler arasında tutarlı bir yapı varsa gizil değişkenler arasında da bu yapının olacağı muhtemeldir (Codd, 2011).

6.2 Faktör Skorları Arasındaki İlişkilerin Hesaplanması

Gizil değişkenler arasındaki ilişkilerin araştırılması için bir diğer yol, gizil değişkenlerin tahmin edilen değerlerinin, yani faktör skorlarının saçılım grafiğini çizmektir.

SAS Proc NLMIXED deneysel Bayes tahminleri üretilebildiği için gizil değişkenler üzerindeki ilişkilere dayanan faktör skorlarını elde etmek zor değildir. Fakat gizil değişkenler arasındaki ilişkilerin belirlenmesindeki zorluk, faktör skorları arasındaki ilişkilerin belirlenmesini zorlaştırır. Yine de gizil değişkenler arasındaki ilişkilere dair bilgiler saçılım grafiğine bakılarak kazanılabilir. Benzer şekilde, eğer faktör skorları arasında tutarlı bir yapı varsa gizil değişkenler arasında da bu yapının olacağı muhtemeldir. Hiç kuşkusuz ki bu yöntem kullanılırken doğrusal olmayan benzer formlar arasındaki ayrım zordur, buna rağmen, eğer faktörler arasında güçlü bir doğrusal olmayan ilişki mevcutsa, model doğrusal olarak tahmin edilse bile bu saçılım grafiğinde belirgin olarak görülecektir (Codd, 2011).

6.3 Uyum Ölçütleri Yardımıyla Model Uyumunun Değerlendirilmesi

Son olarak, gizil değişkenler arasındaki ilişkileri araştırmanın bir yolu model uyumunun değerlendirilmesidir. Bu adımın arkasındaki fikir, eğer doğrusal olmayan bir model doğrusal bir modelden daha iyi uyum gösterirse, değişkenler arasındaki ilişkinin muhtemelen doğrusal olmadığıdır. Hangi modelin daha iyi uyum gösterdiğini belirlemenin birçok yolu olmasına rağmen, bu tipteki problemler için özellikle çok uygun gibi görünen ölçütler vardır. Bunlar; AIC, AICC, BIC, olabilirlik oran testi ve yapısal ilişkilerden ortaya çıkan hata varyanslarının büyüklüğünün incelenmesidir.

6.3.1 Akaike Bilgi Kriteri (AIC)

AIC, farklı modeller arasından en uygununu seçmek amacıyla kullanılan bir uyum iyiliği ölçüsüdür (Akaike, 1974) ve NLMIXED de dahil çoğu istatistiksel yazılımda kolayca bulunmaktadır. Eşitlik 6.1'deki gibi hesaplanan AIC değeri tek başına küçük anlamlar içermesine rağmen, mevcut modellerden elde edilen AIC değerlerinin karşılaştırılması en iyi modelin belirlenmesine yardımcı olur. AIC değerinin en küçük olduğu model en uygun model olarak seçilebilir.

$$AIC = 2k - 2\ln(L) \tag{6.1}$$

Eşitlik 6.1'de k: modeldeki parametre sayısı ve L: olabilirlik fonksiyonunun maksimum değerini göstermektedir.

6.3.2 Türetilmiş Akaike Bilgi Kriteri (AICC)

Parametre sayısının örneklem hacmine göre büyük olduğu özel durumlarda, yani n örneklem hacmi olmak üzere, $(n/k) < 40$ olduğunda, AIC yerine Hurvich ve Tsai (Hurvich ve Tsai, 1989) tarafından önerilen AICC' nin kullanılması gerekir. AIC'den türetmiş olan AICC, Eşitlik 6.2'deki gibi hesaplanır.

$$AICC = AIC + \frac{2k(k+1)}{n-k-1} \tag{6.2}$$

Eşitlik 6.2'de AIC: Akaike Bilgi Kriteri değeri, k: modeldeki parametre sayısı ve n: örneklem hacmidir.

6.3.3 Bayes Bilgi Kriteri (BIC)

Schwarz (Schwarz, 1978) tarafından önerilen BIC, Eşitlik 6.3'deki gibi hesaplanır.

$$BIC = k\ln(n) - 2\ln(L) \tag{6.3}$$

Eşitlik 6.3'de, k: parametre sayısı, n: örneklem hacmi ve L: olabilirlik fonksiyonunun maksimum değerini gösterir. AIC'ye benzerliğinin yanı sıra, örneklem hacmine bağlı olması açısından farklılık gösterir.

6.3.4 Olabilirlik Oran testi

İki model için Ki-kare Fark testi, log olabilirlik fonksiyonlarının farkının 2 ile çarpılmasıyla elde edilir. Ki-kare dağılımının serbestlik derecesi, 2 model arasındaki serbestlik derecesi farkına eşittir. Diğer bir deyişle, test istatistiği Eşitlik 6.4'deki gibi hesaplanır.

$$F = -2(\ln(L_1) - \ln(L_2)) \tag{6.4}$$

Eşitlik 6.4'de L_1 ve L_2, iki model için olabilirlik fonksiyonlarının maksimum değeridir. Eğer test istatistiği ki-kare kritik değerini geçerse, L_2 ile gösterilen daha karmaşık modelin (yani doğrusal olmayan modelin) uyumunun daha iyi olduğu sonucu çıkartılır

(Codd, 2011). *Log* olabilirlik değerleri NLMIXED'de kolayca bulunabildiğinden bu testin yapılması kolaydır.

Olabilirlik oran testi doğrusal YEM'de iki modelin karşılaştırmasında sıkça kullanılmasına rağmen, doğrusal olmayan YEM'de olabilirlik fonksiyonunun dağılımı hakkında bazı endişeler içerdiği unutulmamalıdır. (Mooijaart ve Bentler, 2010). Doğrusal olmayan YEM'de olabilirlik oran testi ile genellikle doğrusal model ile doğrusal olmayan model karşılaştırmakta ve modellerden sadece bir tanesi normal dağılıma sahip olduğundan fark fonksiyonunun dağılımı bilinmemektedir. Buna rağmen, bu testin doğrusal olmayan yapısal eşitlik modellerinin karşılaştırılmasında kullanımı yaygın olarak kabul edilmiştir (Pinheiro ve Bates, 2000; Vonesh ve Chinchilli, 1996). Bu sebeple dağılımsal varsayımların ihlaline rağmen doğrusal olmayan modellerin karşılaştırılmasında olabilirlik oran testinin kullanılabilir olduğu söylenebilir.

6.3.5 Hata varyansların büyüklüğü

Doğrusal olmayan YEM'de model uyumunun değerlendirilmesi için kullanılan son uyum iyiliği ölçüsü, Yapısal ilişkilerin hata varyanslarının incelenmesidir. Bu yöntem ilk olarak, Raykov ve Penev (Raykov ve Penev, 1997) tarafından, doğrusal YEM'de gizil değişkenlerin doğrusallık varsayımının ihlal edilip edilmediğini test etmek için önerilmiştir. Bu yöntemin temel fikri, gizil değişkenler arasındaki ilişkilerin uygun olmayan bir modelle belirlenmiş formuna ait yapısal hata varyanslarının büyük çıkmasına dayanır. Bu yöntemin doğrusal olmayan YEM'de geliştirilmesi basittir: Eğer yapısal modelin hata varyansı doğrusal olmayan modelde daha küçükse, faktörler altında yatan gerçek ilişkilerin doğrusal olmayan modelle daha iyi tanımlandığı söylenebilir (Raykov ve Penev, 1997).

YEM'de model uyumunun değerlendirilmesinde yukarıda bahsedilen uyum ölçülerinin yanı sıra, önsel deneyimler model seçimi söz konusu olduğunda son derece önemlidir. Önsel deneyimler, değişkenler arasındaki ilişkilerin özel bir formu olması gerektiğini öneriyorsa, bu modeli incelemek için tek başına geçerli bir sebeptir. Burada incelenen uyum ölçüleri, gizil değişkenlerin ilişkileri hakkında kesin bir sonuç vermese de uygun modelin belirlenmesi için bir kılavuz niteliğindedir. Bu fikri göstermek için devam eden bölümde bir örnek ele alınmıştır. Veri, gizil değişkenler arasındaki ilişki üstel olacak olacak şekilde üretilmiştir.

6.4 Bir Uygulama Yardımıyla Uygun Modelin Belirlenmesi Aşamaları

Güvenilir ve yansız parametre tahminleri elde etmek için model uyumunun değerlendirilmesi son derece önemlidir. Model uyumunun değerlendirilmesinde kullanılan ölçütlerden yukarıda bahsedilmiştir, fakat bu ölçütler bir modeli tek başına yorumlamak için yeterli değildir. Daha çok modellerin karşılaştırılmasında kullanılan bu ölçütler, doğrusal modelle doğrusal olmayan modeli karşılaştırarak, doğrusal olmayan modelin gerekli olup olmadığı hakkında araştırmacılara yol göstermektedir. Bu sebeple bu kısımda, gizil değişkenler arasında doğusal olmayan ilişkilerin bulunduğu üstel model ele alınmış, daha sonra gizil değişkenler arasındaki bu ilişkiler doğrusal varsayılıp yeni bir doğrusal model tanımlanmış ve bu iki model karşılaştırılarak doğusal olmayan modelin gerekli olup olmadığı söylenmiştir. Bu karşılaştırma yapılırken yukarıda bahsedilen uyum ölçütlerinden yararlanılmıştır.

Bu çalışmada önerilen model, bir önceki bölümde de bahsedildiği üzere, biri dışsal ikisi içsel olmak üzere 3 gizil değişkenli oldukça genel doğrusal olmayan bir yapısal eşitlik modelidir. Ölçüm modeli Eşitlik 6.5, yapısal model ise Eşitlik 6.6 ve Eşitlik 6.7'de verildiği gibidir.

$$z = \mu + \Lambda f + \epsilon \tag{6.5}$$

$$\eta_2 = \gamma_0 + \gamma_1 \xi_1 + \zeta_2 \tag{6.6}$$

$$\eta_1 = \gamma_2 + \gamma_3 \exp(\gamma_4 \eta_2 + \gamma_5 \xi_1) + \zeta_1 \tag{6.7}$$

Eşitlik 6.6 ve 6.7'deki doğrusal olmayan YEM' den SAS Programı yardımıyla mevcut ilişkinin daha kolay görülebilmesi için 1000 tane bağımsız gözlem üretilmiştir. Burada her birinde 3 gözlenen değişken olan 3 gizil faktör, Eşitlik 6.5'deki doğrusal model arayıcılığıyla ölçülmüştür. Dışsal gizil değişken ξ_1 ve yapısal denklem hataları ζ_1 ve ζ_2 normal dağılıma sahip değişkenler olarak üretilmiştir. Bu çalışmada ele alınan doğrusal olmayan YEM, Eşitlik 6.8, 6.9, 6.10, 6.11, 6.12'de, çalışmada kullanılan parametre adlarıyla birlikte verilmiştir. Doğrusal olmayan bu YEM uygulamasına ait parametrelerin doğru (true) değerleri ve akabinde tahmin edilen parametre değerleri daha sonraki bölümde gösterilecektir.

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ Z_5 \\ Z_6 \\ Z_7 \\ Z_8 \\ Z_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{01} \\ \lambda_{02} \\ \lambda_{03} \\ \lambda_{04} \\ \lambda_{05} \\ \lambda_{06} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & 0 & 0 \\ \Lambda_{21} & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_{32} & 0 \\ 0 & \Lambda_{42} & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_{53} \\ 0 & 0 & \Lambda_{63} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \epsilon \tag{6.8}$$

$$diag(Var\epsilon) = (\psi_1,\ \psi_2,\ \psi_3,\ \psi_4,\ \psi_5,\ \psi_6,\ \psi_7,\ \psi_8,\ \psi_9) \tag{6.9}$$

$$E(\xi_1) = \mu_{\xi_1},\ Var(\xi_1) = \phi_1 \tag{6.10}$$

$$\eta_1 = \gamma_{10} + \gamma_{11} \exp(\gamma_{12}\eta_2 + \gamma_{13}\xi_1) + \zeta_1 \tag{6.11}$$

$$\eta_2 = \gamma_{20} + \gamma_{21}\xi_1 + \zeta_2 \tag{6.12}$$

Bu bölümde, yukarıdaki şekilde tanımlanan doğrusal olmayan bir YEM veri seti hakkında daha iyi çıkarım yapmak için uygun model belirlenmiştir. Bunun için öncelikle gizil değişkenler arasındaki ilişkilerin doğrusal varsayılarak elde edildiği doğrusal YEM modeli tanımlanmış, ardından modelin belirlenmesi aşamaları üstel ve doğrusal YEM için karşılaştırılmış ve hangi modelin veri setini daha iyi temsil ettiği belirlenmiştir.

Doğrusal Model: Doğrusal model olarak, yukarıda ele alınan üstel modele ait içsel gizil değişkenler arasındaki ilişkilerin doğrusal olarak yeniden tanımlandığı bir yapısal eşitlik modeli incelenmiştir. Doğrusal varsayılan ilişkiler sonucu ortaya çıkan yapısal model Eşitlik 6.13 ve Eşitlik 6.14'de verildiği gibidir.

$$\eta_2 = \gamma_0 + \gamma_1\xi_1 + \zeta_2 \tag{6.13}$$

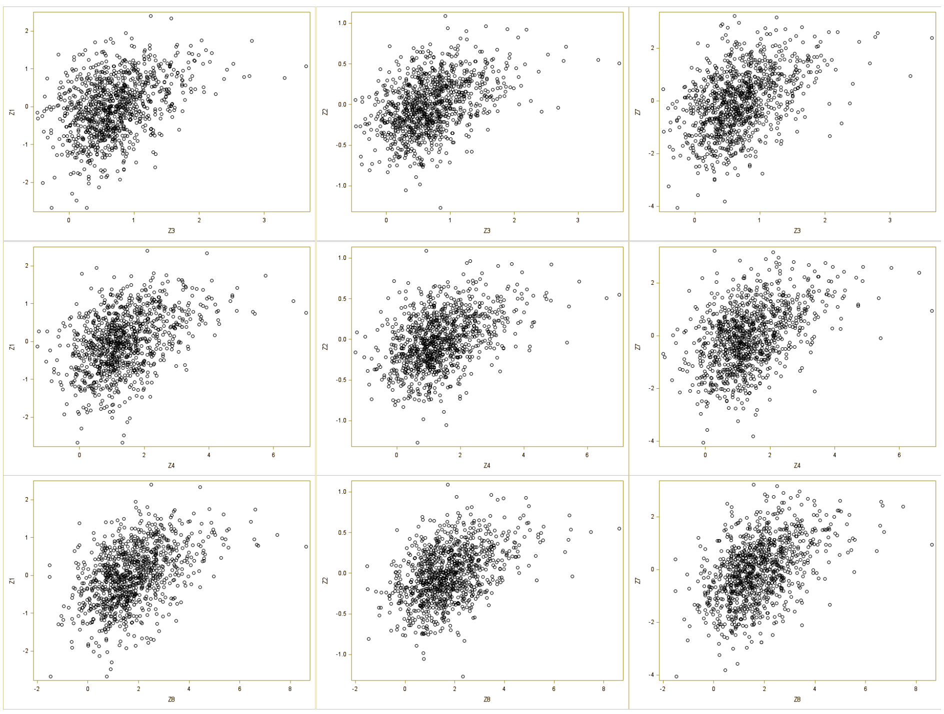
$$\eta_1 = \gamma_2 + \gamma_3\gamma_4\eta_2 + \gamma_3\gamma_5\xi_1 + \zeta_1 \tag{6.14}$$

Eşitlik 6.13 ve Eşitlik 6.14'de, yine $\eta_{i(i=1,2)}$'lar içsel gizil değişkenler, ξ_1 dışsal gizil değişken, $\zeta_{i(i=1,2)}$'lar yapısal denklem hataları ve $\gamma_{i(i=1,\ldots,5)}$'lar ilişki katsayılarıdır. Doğrusal model tanımlandıktan sonra uygun modelin belirlenmesi için doğrusal modelle üstel model karşılaştırılacaktır.

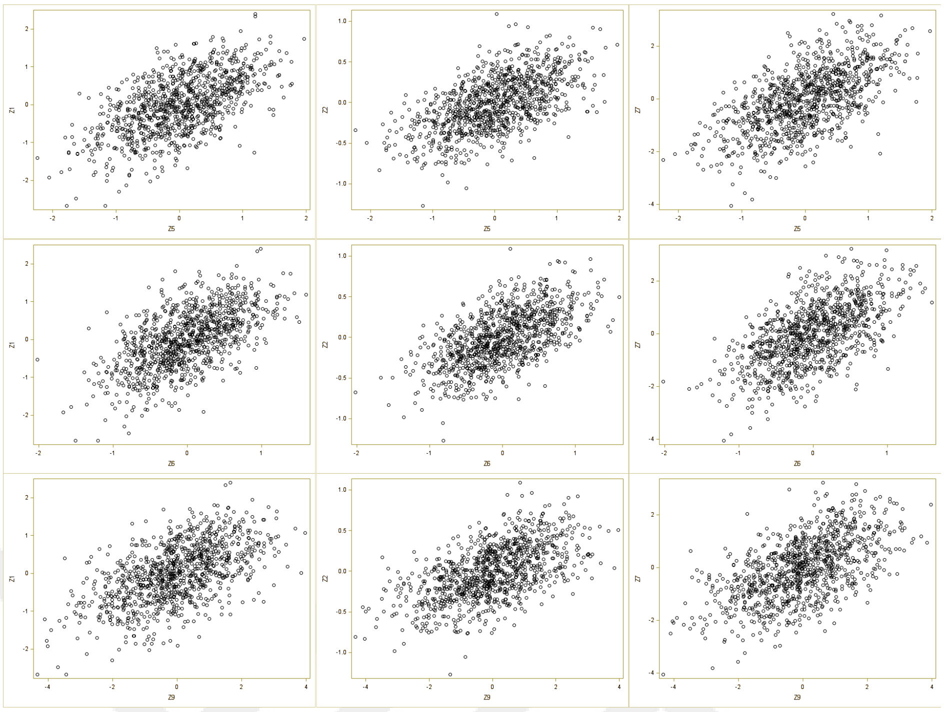
6.4.1 1. Adım: Gözlenen değişkenlerin ilişkilerinin hesaplanması

Gözlenen değişkenlerin ilişkilerinin daha iyi anlaşılması için, bir gizil değişkene ait gözlenen değişken ile diğer bir gizil değişkenin gözlenen değişkenine karşılık gelen saçılım grafiği ile gösterilmiştir. Doğrusal modelden elde edilen gözlenen değişkenlerin saçılım grafiği Şekil 6.1, 6.2 ve 6.3‘de verildiği gibidir. Şekil 6.1’de ξ_1 ve η_1’e ait gözlenen değişkenler, Şekil 6.2’de ξ_1 ve η_2’ye ait gözlenen değişkenler, Şekil 6.3‘de ise η_2 ve η_1’ye ait gözlenen değişkenlerin saçılım grafiği verilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta ξ_1 ve η_2 arasında gerçekte doğrusal ilişkilerin olduğudur.

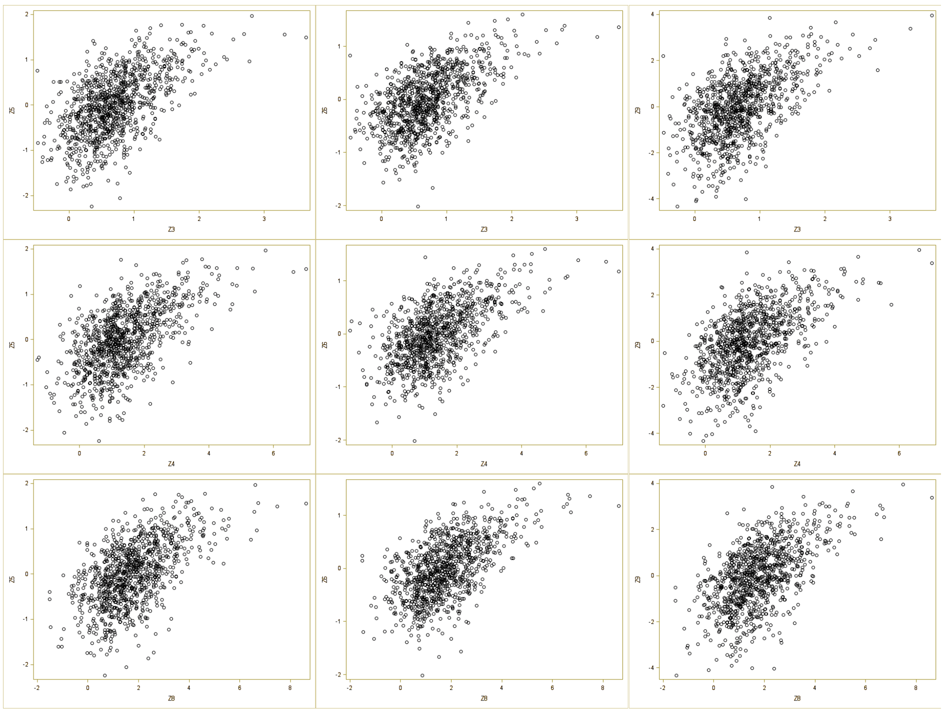
Üstel modelden elde edilen gözlenen değişkenlerin saçılım grafiği ise Şekil 6.4, 6.5 ve 6.6‘da verildiği gibidir. Şekil 6.4’de ξ_1 ve η_1’e ait gözlenen değişkenler, Şekil 6.5’de ξ_1 ve η_2’ye ait gözlenen değişkenler, Şekil 6.6‘de ise η_2 ve η_1’ye ait gözlenen değişkenlerin saçılım grafiği verilmiştir.



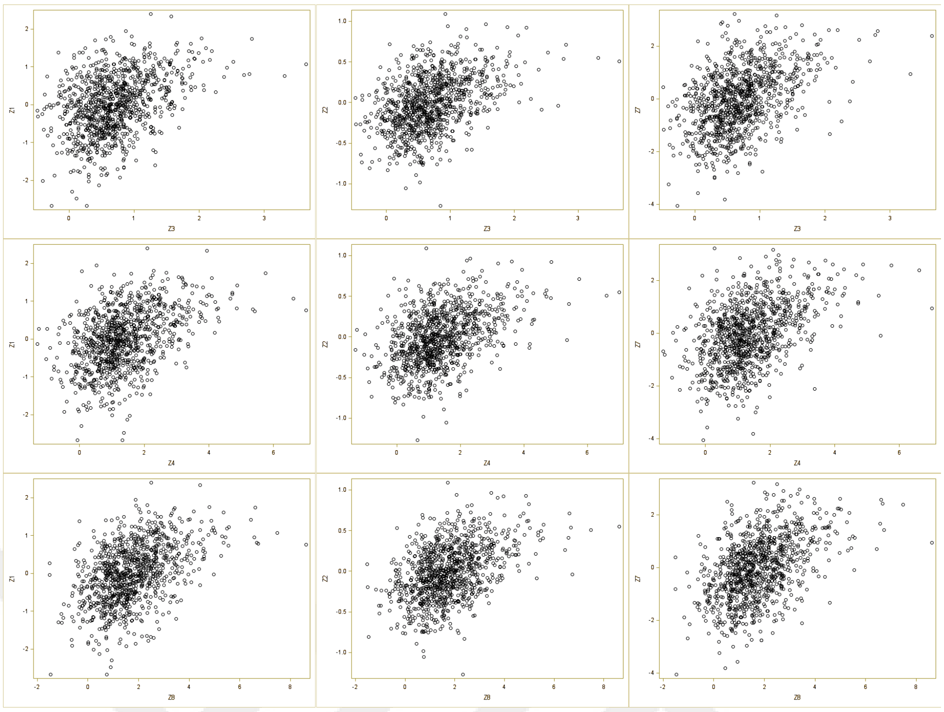
Şekil 6.1 Doğrusal modelden elde edilen gözlenen değişkenlerin saçılım grafiği ($\xi_1 \times \eta_1$)



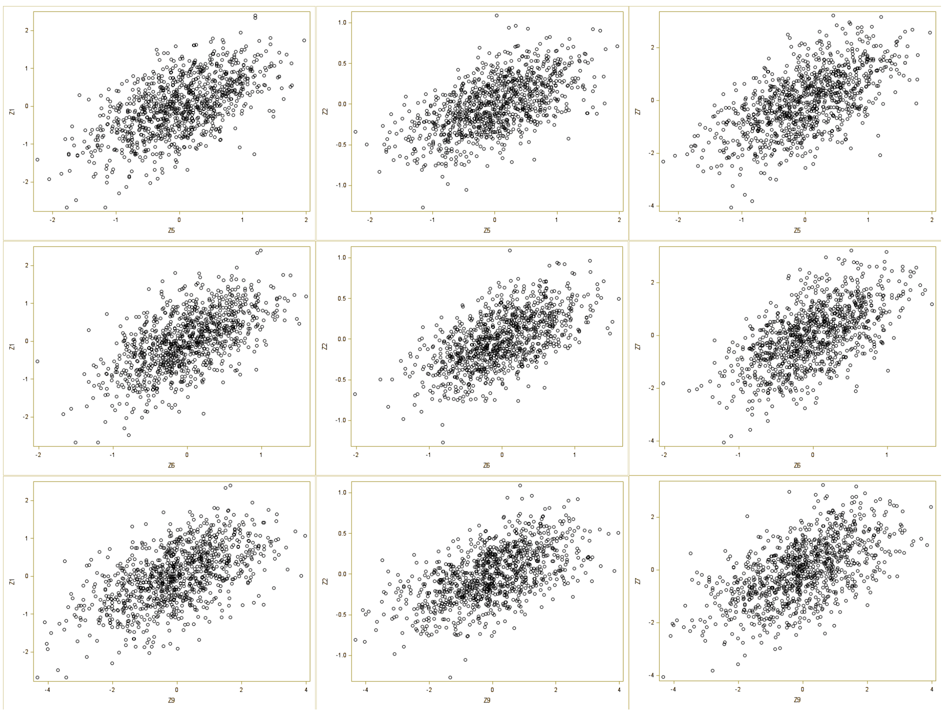
Şekil 6.2 Doğrusal modelden elde edilen gözlenen değişkenlerin saçılım grafiği ($\xi_1 \times \eta_2$)



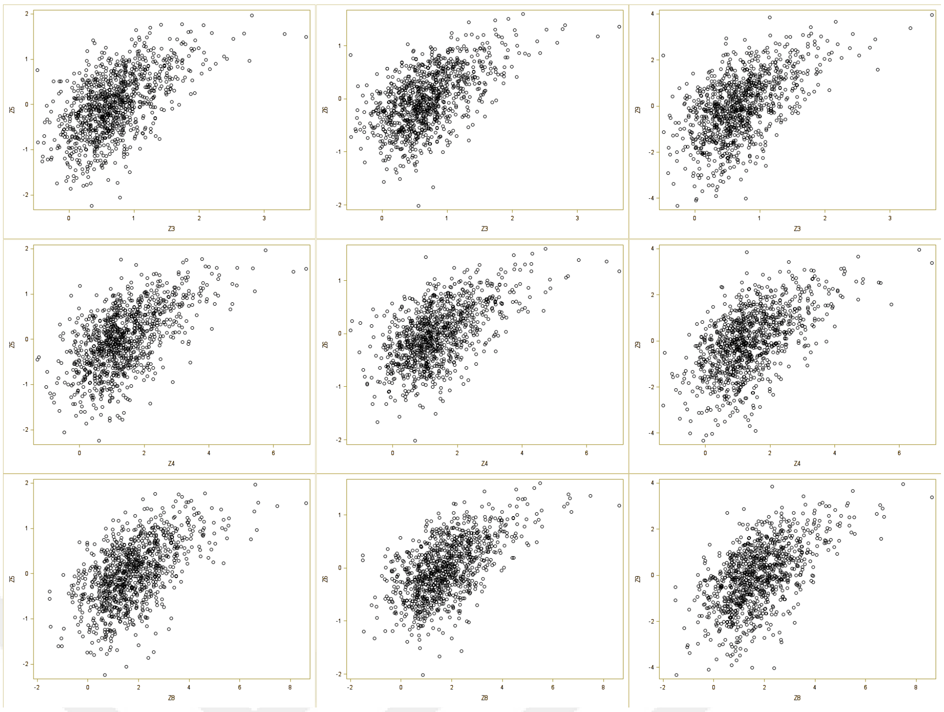
Şekil 6.3 Doğrusal modelden elde edilen gözlenen değişkenlerin saçılım grafiği ($\eta_2 \times \eta_1$)



Şekil 6.4 Üstel modelden elde edilen gözlenen değişkenlerin saçılım grafiği ($\xi_1 \times \eta_1$)



Şekil 6.5 Üstel modelden elde edilen gözlenen değişkenlerin saçılım grafiği ($\xi_1 \times \eta_2$)

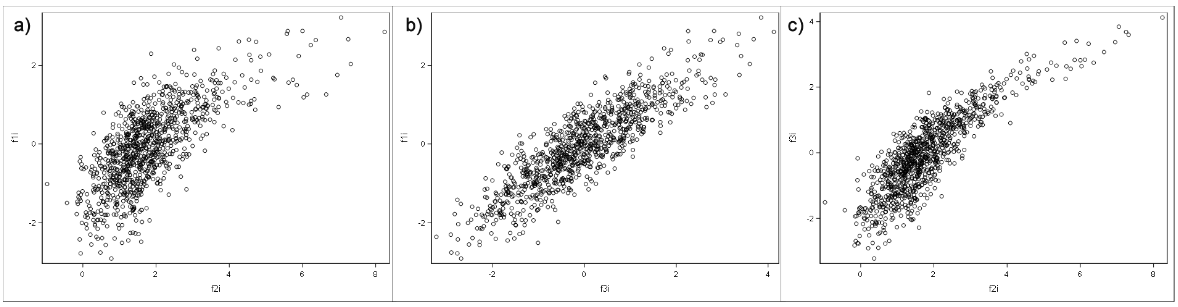


Şekil 6.6 Üstel modelden elde edilen gözlenen değişkenlerin saçılım grafiği ($\eta_2 \times \eta_1$)

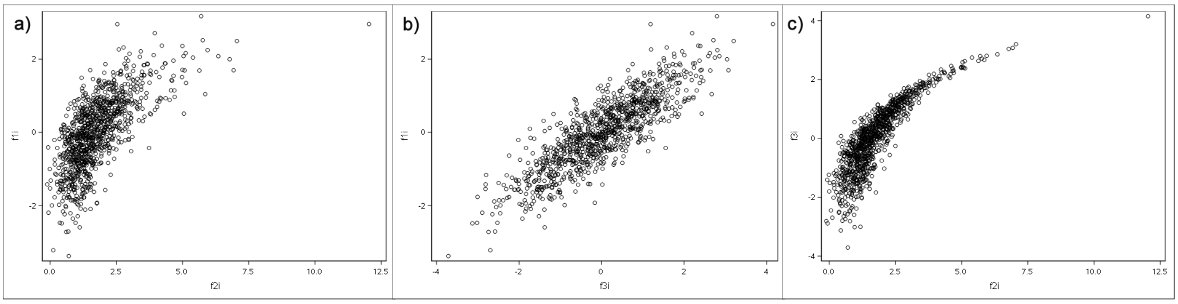
Doğrusal modelden elde edilen gözlenen değişkenlerin saçılım grafikleri ve üstel modelden elde edilen gözlenen değişkenlerin saçılım grafikleri karşılaştırıldığında, her üç durumda da gözlenen değişkenler arasındaki gerçek ilişkiler için önerilen üstel modelin doğrusal modelden daha güçlü olduğu açıktır.

6.4.2 2. Adım: Faktör skorları arasındaki ilişkilerin hesaplanması

Doğrusal modelden elde edilen türetilmiş faktör skorları, Şekil 6.7 (a,b,c)'deki saçılım grafiği ile gösterilmiştir.



Şekil 6.7 Doğrusal YEM'den elde edilen faktör skorlarının saçılım grafiği



Şekil 6.8 Üstel YEM'den elde edilen faktör skorlarının saçılım grafiği

Üstel modelden elde edilen türetilmiş faktör skorlarının saçılım grafiği ise, Şekil 6.8 (a,b,c)'de verildiği gibidir. Şekil 6.7 ve Şekil 6.8'de gizil değişkenlere ait faktör skorları ikişerli olarak incelenmiştir. Saçılım grafiklerine bakıldığında, her iki şekilde de, (a)'da, dışsal gizil faktör (f1i) ile içsel gizil faktör (f2i) arasında yapısal modelde tanımlandığı gibi üstel bir ilişki görülmektedir; (b)'de, dışsal gizil faktör (f1i) ile içsel gizil (f3i) arasında görülen doğrusal ilişki, yapısal modelde tanımlandığı gibidir; Son olarak (c)'de, içsel gizil faktör (f2i) ile içsel gizil faktör (f3i) arasında görülen üstel ilişki yine yapısal modelde tanımlandığı gibidir.

Şekil 6.7 ve Şekil 6.8 karşılaştırılacak olursa, faktörler arasındaki gerçek ilişkiler için önerilen üstel modelin doğrusal YEM'den çok daha güçlü olduğu açıktır.

Gizil değişkenli modellerle çalışıldığında, gizil değişkenler arasındaki ilişkilerin altında yatan gerçeği bilmek mümkün olmadığından, saçılım grafiklerine bakılarak bu ilişkinin ne olabileceği hakkında yorum yapmak önemlidir. İlişkiler hakkında kesin yorum yapılamasa da, bu uygulamada, saçılım grafiklerinden iki şey açık olarak anlaşılmaktadır: Birincisi, gizil değişkenler arasındaki ilişkilerin doğrusal olarak tanımlandığı model veriye iyi bir yaklaşım sağlamaz. İkincisi, daha uygun bir modelin ne olacağını tanımlamak mümkündür. Bunun için üstel modelin veriye daha iyi bir yaklaşım göstereceği açıktır.

Bu uygulama için önerilen modelin kullanılması, true (gerçek) parametrelerle verilen gerçek modele göre daha iyi bir yaklaşım gösteren modelin seçildiğini gösterir. Sonuç olarak, tüm karışıklıklara rağmen uygun modelin belirlenmesi için saçılım grafiklerine bakılması zorunlu olmasa da kullanışlı bir yöntemdir.

6.4.3 3. Adım: Uyum ölçütleri yardımıyla model uyumunun değerlendirilmesi

Bu bölümde, üstel ve doğrusal YEM için, AIC, AICC, BIC, olabilirlik oran test istatistiği ve hata varyanslarının büyüklüğüne göre modellerin karşılaştırması yapılmıştır. Doğrusal modelden ve üstel modelden elde edilen model uyum istatistikleri ve log olabilirlik değerleri, sırasıyla Çizelge 6.1 ve Çizelge 6.2'de gösterilmiştir.

Çizelge 6.1 Doğrusal Modele Ait Uyum İstatistikleri

Fit Statistics	
-2 Log Likelihood	-3226
AIC (smaller is better)	-3164
AICC (smaller is better)	-3160
BIC (smaller is better)	-3033

Çizelge 6.2 Üstel Modele Ait Uyum istatistikleri

Fit Statistics	
-2 Log Likelihood	-3408
AIC (smaller is better)	-3346
AICC (smaller is better)	-3342
BIC (smaller is better)	-3215

Uyum istatistikleri değerlerine göre, doğrusal model ve üstel model karşılaştırılırsa, AIC, AICC ve BIC değerlerinin 3'ünün de üstel model için daha küçük olduğu, dolayısıyla üstel modelinin veri setine daha iyi uyum sağladığı söylenebilir.

Olabilirlik oran testine göre, $F = -2(lnL1 - lnL2) = 2lnL2 - 2lnL1 = 3408 - 3226 = 182$ (Ki-kare kritik değeri) ve $\alpha = 0,05$ anlam düzeyi için $X_2^2 = 5,99$ olduğundan $F > X_2^2$ olup 2. modelin yani üstel modelinin daha iyi uyum gösterdiği söylenebilir.

Hata varyanslarının büyüklüğüne göre, doğrusal model ve üstel model karşılaştırılırsa, üstel modelinin yapısal eşitliklerinden elde edilen hata varyanslarının doğrusal modelin yapısal eşitliklerinden elde edilen hata varyanslarından daha küçük olduğu görülür. Üstel modele ve doğrusal modele ait parametre tahminleri Çizelge 6.3'de verilmiştir.

Çizelge 6.3 Hata Varyansı Tahminleri

Üstel model		Doğrusal model	
Ψ_{ζ_1}	0.4978	Ψ_{ζ_2}	0.5006
Ψ_{ζ_1}	0.249	Ψ_{ζ_2}	0.455

Sonuç olarak, uygun modelin belirlenmesi için kullanılan üç yöntemle de, üstel modelinin bu veri seti için doğrusal modelden daha uygun olduğu söylenebilir.

Doğrusal ve üstel modele ait parametre tahminleri karşılaştırıldığında, üstel modele ait parametrelerin genel olarak, daha yansız, daha doğru ve daha az değişken ve hata varyanslarının daha küçük olarak tahmin edildiği, yani daha güvenilir olduğu gözlenmiştir. Kısalığın hatrına, doğrusal modelden elde edilen parametre tahmin sonuçları bu bölümde verilmemiştir. Bir sonraki bölümde esas ilgilenilen model olan doğrusal olmayan (üstel) modele ait parametre tahminleri ayrıntılı olarak incelenmiştir.

Uygun modelin üstel model olduğuna karar verildikten sonraki aşama, üstel modele ilişkin paramatre tahminlerinin değerlendirilmesidir. Bir sonraki bölümde, bir Monte Carlo (MC) simülasyonu yardımıyla MML yöntemine göre üstel modele ilişkin parametre tahminlerinin yakınsaklık ve uygun çözüme yakınsama durumları, parametre tahminleri ve parametre tahminlerinin standart hatalarının yanlı olup olmaması durumları, standart hataların doğruluğu ve parametrelerin değişkenliği; örneklem hacmi ve gözlenen değişkenlerin güvenilirliği koşulları altında incelenmiştir. Burada amaç, bu tez çalışmasında ve doğrusal olmayan YEM'de sıklıkla kullanılan MML tahmin yönteminin performansını farklı güvenilirlik düzeylerinde ve farklı örneklem hacimlerinde; yakınsaklık, standart hataların doğruluğunu gösteren standart hata oranları (SER) ve standart hataların değişkenliğini gösteren hata kareler ortalamasının karekökü (RMSE) gibi kriterlere göre değerlendirmektir.

7. SİMÜLASYON

Model uyumu değerlendirildikten ve uygun model seçildikten sonra, tezin son aşaması olan bu bölümde, tezin amacına uygun olacak şekilde simülasyon tasarımı yapılmıştır.

7.1 Simülasyon Tasarımı

Bu simülasyon tasarımının temel amacı, literatürde detaylı olarak değinilmeyen Marjinal En Çok Olabilirlik (MML) tahmin yöntemin farklı örneklem hacimlerinde ve farklı güvenilirlik seviyelerinde performansını değerlendirmektir. Bu amaç doğrultusunda simülasyon tasarımı, 5 (örneklem hacmi seviyesi) × 3 (gözlenen değişkenlerin güvenilirlik seviyesi) = 15 olası kombinasyonla yapılmıştır.

Alt amaçları ise, MML tahmin yönteminin örneklem hacmi ve güvenilirlik seviyelerine göre kırılma noktasını bulmak ve gerçek hayat problemleri için bu tahmin yöntemini kullanmak isteyen kullanıcılara rehberlik etmektir. Bu bölümde, MML tahmin yönteminin performansını değerlendirmek için kullanılacak faktörlerin seviyeleri ile ilgili gerekçeler ve bu tahmin yönteminin performansını değerlendirmek için kullanılacak kriterler (yan, RMSE, SER, yakınsaklık ve uygun olmayan çözümler) ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

Geçmiş metodolojik araştırmalarda, tahmin yöntemleriyle ilgili olan önemli kaygı, tahmin yöntemlerini etkilediği gösterilen faktörlerin var olmasıydı. Bu faktörler, örneklem hacmi, gözlenen değişkenlerin güvenilirlik seviyesi, gözlenen veya dışsal gizil değişkenlerin dağılımı ve gizil veya gözlenen değişken sayısı olabilir. Bu tez çalışmasında, örneklem hacmi ve gözlenen değişkenlerin güvenilirlik seviyelerinin MML tahmin yönteminin performansını etkileyip etkilemediği gözlenecektir. Diğer koşulların da tahmin yöntemlerinin performansını etkileyeceği açık ve gelecek çalışmalarda incelenmeye değerdir.

Kullanılacak faktörlerin seviyeleri, gerçekçi analitik ortamlara karşılık gelecek şekilde ve MML tahmin yönteminin bu seviyelere göre kırılma noktalarını bulabilecek şekilde seçilmiştir. Bu durumda, MML tahmin yönteminin farklı örneklem hacimlerinde ve farklı güvenilirlik seviyelerindeki performanslarının, araştırmacılar için net bir rehberlik sağlayabileceği düşünülmektedir.

7.1.1 Gözlenen değişken güvenilirliği

Yapısal eşitlik modellerinin, geleneksel regresyon modelleri üzerindeki bir avantajı, dışsal gizil değişkenlerin hatasız ölçülmesidir. Böylece, ölçüm modelinin ve yapısal modelin eş zamanlı olarak değerlendirildiği tam gizil modeller için güvenilirliğin daha az sorun oluşturduğu fakat yapısal katsayıların tahminlerini etkilediği bilinmektedir (Dimitruk vd., 2007; Harring vd., 2012). Bunun yanı sıra, Weiss (Weiss, 2010), gizil değişkenli bir etkileşim modelinde üretilen yeni gözlenen değişkenlerin yani indikatörlerin güvenilirliğinin, etkileşim etkisini tespit etmede testin gücünü etkilediğini göstermiştir.

Bu tez çalışmasında yukarıdaki gerekçelerden dolayı, geçmişteki simülasyon çalışmalarıyla (örneğin, Jaccard ve Wan, 1995; Algina ve Moulder, 2001; Harring vd., 2012) uyumlu olacak şekilde, gözlenen değişkenlerin güvenilirlikleri, sırasıyla, iyi ve makul değerleri temsil eden 0,85 ve 0,65 ve sınır güvenilirlik düzeyi olarak kötü değerleri temsil eden 0,45 olarak alınmıştır. Aynı zamanda tüm gözlenen değişkenlerin güvenilirlik düzeyleri eşit olarak seçilmiştir. Gerçek hayat uygulamalarında her bir gözlenen değişkenin güvenilirliğinin eşit olmayacağı aşikar olmasına rağmen, simülasyon yapmanın pratik gerekçelerinden dolayı güvenilirlik seviyeleri eşit olarak kabul edilebilir (Harring vd., 2012).

7.1.2 Örneklem hacmi

Bu tez çalışmasında, ölçüm parametrelerinin ve yapısal parametrelerin çeşitli derecelerdeki tahmin hassasiyetini yansıtan beş örneklem hacmi Harring vd. (2012)'de olduğu gibi sırasıyla n = 50, n = 100, n = 250, n = 500 ve n = 1,000 olarak alınmıştır.

Örneklem hacimlerinki üç ölçü (n = 100, n = 250, n = 500), doğrusal olmayan etkilerin araştırıldığı geçmiş simülasyon çalışmalarında (örneğin, Moulder ve Algina, 2002; Marsh vd., 2004; Klein ve Muthén, 2007) kullanılanlarla uyumludur, diğer ikisi (n=50 ve n=1000) ise aşırı koşulları temsil etmektedir. Örneklem hacminin 50 olduğu durum, belki de gerçekçi olmayan bir örneklem boyutunu yansıtacak şekilde alt sınır olarak seçilmiştir. Küçük örneklem hacminin seçilmesinin sebebi, mevcut çalışmalarda, model belirlemesinin performansı hakkında çok fazla araştırma yapılmamış olmasıdır. Doğrusal YEM çalışmalarında, küçük örneklem hacimlerinde uygun olmayan çözümlere sıkça rastlanması, doğrusal olmayan YEM'de de aynı problemle karşılaşılması düşüncesini desteklemektedir. Örneklem hacminin 1000 olduğu durum ise, çok büyük bir örneklem hacmini yansıtacak şekilde üst sınır olarak belirlenmiştir.

Hem yüksek hem de düşük güvenilirliğin söz konusu olduğu durum kombinasyonlarının ön incelemelerinde, daha aşırı örneklem büyüklükleri için (ör., n=2000 olduğunda) gözlem hassasiyetinde gözle görülen artışın 1000 örneklem hacmine kıyasla göz ardı edilebilir olduğu tespit edilmiş ve daha büyük örneklem hacimlerinin kullanılmasına gerek duyulmamıştır.

Gözlenen değişkenlerin güvenilirlik düzeyleri ve örneklem hacimleri belirlendikten sonra, veri setinin nasıl üretildiği hakkında ayrıntılar aşağıda verilmiştir.

7.2 Veri Üretimi ve Model

Bu simülasyon çalışmasında, MML tahmin yöntemine göre, regresyon katsayılarının ve yapısal denklem hataların ait varyans parametrelerinin tahminleri, bunlara karşılık gelen standart hatalar, parametrelerin ve parametrelerin standart hatalarının yanlı olup olmaması durumları, standart hataların doğruluğu ve parametrelerin değişkenliği, örneklem hacmi ve gözlenen değişkenlerin güvenilirliği koşulları altında incelenmiştir.

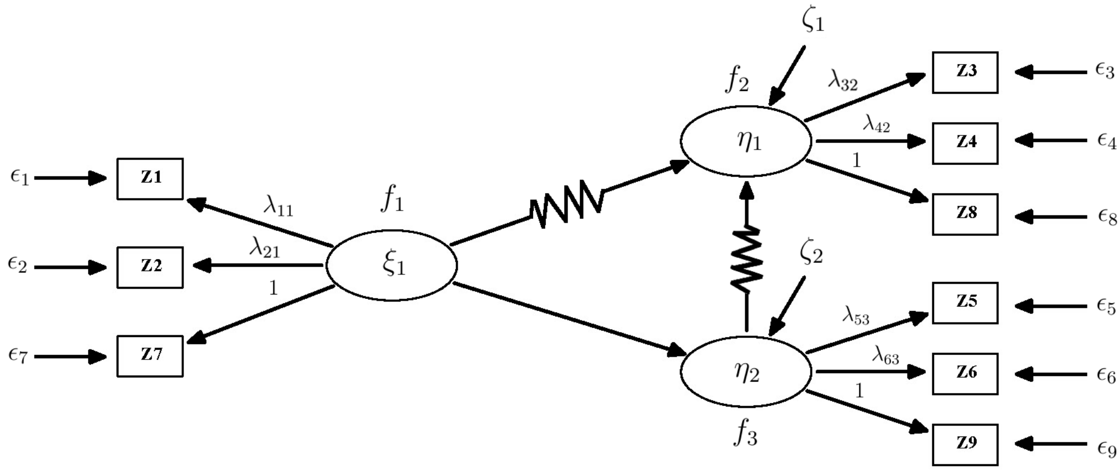
Bu tez çalışmasında kullanılan tüm değişkenler, sırasıyla Eşitlik 7.1'deki ölçüm modeli ve Eşitlik 7.2 ve Eşitlik 7.3'deki yapısal modeli takiben Şekil 7.1 ile gösterilen modele dayanılarak türetilmiştir.

$$z = \mu + \Lambda f + \epsilon \tag{7.1}$$

$$\eta_2 = \gamma_0 + \gamma_1 \xi_1 + \zeta_2 \tag{7.2}$$

$$\eta_1 = \gamma_2 + \gamma_3 \exp(\gamma_4 \eta_2 + \gamma_5 \xi_1) + \zeta_1 \tag{7.3}$$

Eşitlik 7.1, Eşitlik 7.2 ve Eşitlik 7.3'de, regresyon parametrelerinin gerçek (true) değerleri $\gamma_0 = 0$, $\gamma_1 = 1$, $\gamma_2 = 0,5$, $\gamma_3 = 1$, $\gamma_4 = 0,6$ ve $\gamma_5 = 0$ olacak şekilde seçilmiştir. Hatalar ($\epsilon_1,\ \epsilon_2,\ \dots\ ,\ \epsilon_9,\ \zeta_1,\ \zeta_2$), daha önce açıklanan dağılım koşulları altında üretilmiş, hata varyansları da belirlenerek her bir gözlenen değişkenin güvenilirliği yukarıda ayrıntılı bir şekilde bahsedilen seviyelere uydurulmuştur. Gözlenen değişkenlerin hata terimleri ϵ_i'ler, ortalaması 0 ve $Var(\epsilon_i) = \psi_i,\ i = 1, \ldots, 9$ olan normal dağılımdan gelmektedir. Dışsal gizil değişken (faktör), $f_1(\xi_1)$, bu çalışma koşulları altında, ortalaması 0 ve varyans 1 olan normal dağılımdan üretilmiştir. İçsel gizil değişkenlerin hataları sırasıyla ζ_1, 0 ortalama



Şekil 7.1 Üstel Model

ve 0,5 varyansla; zeta2, 0 ortalama ve 0,25 varyansla yine normal dağılımdan üretilmiştir. Aynı zamanda tanımlama problemiyle karşılaşmamak için her bir gizil değişknein faktör yüklerinden bir tanesi ”1” olarak seçilmiştir.

Olası 15 koşullu kombinasyonunun her biri için SAS makroları yardımıyla 500 birimlik veri seti oluşturulmuştur. Bandalos (Bandalos ve Leite, 2006), replikasyon sayısıyla ilgili olarak, YEM'de Monte Carlo simülasyon çalışmaları için 500 replikasyonun büyük olduğunu önermiştir. Bandalos, bu sayıda replikasyonun, veri seti normal olmayan bir dağılımdan geldiği zaman bile, istikrarlı standart hata tahminleri sağlayayabileceğini savunmuştur. Yine de yakınsaklık ve uygun olmayan çözümlerin daha iyi görülebilmesi için her bir kombinasyon için 500 birimlik veri seti oluşturulmuştur. Veriler üretildikten sonra, daha önce ayrıntılı bir şekilde bahsedilen istatistiksel yazılım SAS Proc NLMIXED ile analiz edilmiş ve elde edilen sonuçlar aşağıda bahsedilen değerlendirme kriterlerine göre yorumlanmıştır.

7.3 Değerlendirme Kriterleri

MML tahmin yönteminin performansını değerlendirmek için ”yan, RMSE, SER, yakınsaklık ve uygun olmayan çözümler” kriterleri kullanılmıştır.

7.3.1 Yan

Yan, her bir parametre için 500 replikasyondan elde edilen tahminlerin ortalaması ile gerçek değer arasındaki fark olarak hesaplanmıştır (Harring vd., 2012). Bu durumda yan, en genel haliyle Eşitlik 7.4'deki gibi yazılabilir.

$$Yan = \overline{\hat{\theta}} - \theta \tag{7.4}$$

Eşitlik 7.4'de, $\overline{\hat{\theta}}$, 500 replikasyondan elde edilen parametre tahminlerinin ortalaması, θ anakütle parametresidir.

Her bir tahmin yönteminin deneysel performansı, $b = 1, \ldots, 500$ için ($\hat{\theta}_b$)̂parametresi temelinde hesaplanmıştır. $\hat{\theta}_b(m), m.$ parametre için b. değer; $\theta_b(m), m.$ parametre, yani θ'nın $m.$ elemanı için gerçek parametre değeri olmak üzere $Yan(\hat{\theta}_b(m)) = \overline{\hat{\theta}(m)} - \theta(m)$ şeklinde de ifade edilebilir.

Hoogland ve Boomsma (Hoogland ve Boomsma, 1998), yanın mutlak değerinin, belirli çalışma koşulları karşısında parametre tahminlerinin yansız olarak değerlendirilmesi için 0,05'in altında olması gerektiğini söylemiştir. Kelava vd. (Kelava vd., 2014) ise, parametre tahminlerinin yansız olarak değerlendirilmesi için yanın mutlak değerinin 0,10'dan küçük olmasının yeterli olduğunu söylemiştir.

Diğer bir kriter, göreceli (relative) yanın belirlenmesidir. Göreceli yan, $100(\overline{\hat{\theta}} - \theta)/\theta$ şeklinde hesaplanır (Gagne, 2004). Ayrıntılı bilgi için Gagne (Gagne, 2004) ve Moosbrugger (Moosbrugger vd., 2009)'in çalışmalarına bakılabilir.

Bu tez çalışmasında, yanlı ve yansız parametre tahminlerini ayırt etmek için Hoogland ve Boomsma (Hoogland ve Boomsma, 1998)'nın önerisi benimsenmiş ve $\left|\overline{\hat{\theta}} - \theta\right| < 0,05$ ise parametre tahminleri yansız olarak sayılmıştır. Aynı zamanda, yanı 0,05 ile 0,10 değerleri arasında olan parametreler ise makul bir yana sahip olarak değerlendirilmiştir.

Parametre tahminlerinin standart hatalarının yanı ise Eşitlik 7.5'deki gibi hesaplanmıştır.

$$Yan(SE) = \overline{SE} - SD \tag{7.5}$$

Eşitlik 7.5'de, $\overline{SE}$, 500 replikasyondan elde edilen parametre tahminlerinin standart hatalarının ortalaması, SD 500 replikasyondan elde edilen parametre tahminlerinin standart sapmasıdır.

7.3.2 RMSE (Hata Kareler Ortalamasının Karekökü)

Parametrelerinin değişkenliğini gösteren RMSE, gerçek parametre değeri karşısında beklenen kare kaybının kareköküdür ve θ parametre vektörünün m. elemanı için Eşitlik 7.6'daki gibi hesaplanır.

$$\hat{\theta}(m)_{RMSE} = \left\{ \sqrt{500^{-1} \sum_{b=1}^{500} \left[\hat{\theta}_b(m) - \theta_0(m) \right]^2} \right\} \tag{7.6}$$

Eşitlik 7.6'da, $\theta_0(m)$, θ'un $m.$ elemanı için gerçek parametre değeri ve $\theta_b(m)$, $b = 1, \ldots, 500$ olmak üzere ele alınan yaklaşım ile elde edilen $b.$ parametrenin tehmin edilen değeridir.

7.3.3 SER (Standart Hata Oranı)

Tahmin edilen standart hataların doğruluğu, Eşitlik 7.7'de verilen standart hata oranları yardımıyla belirlenebilir (Lee vd., 1995).

$$SE\left[\hat{\theta}(m)\right] / SD\left[\hat{\theta}(m)\right] \tag{7.7}$$

Eşitlik 7.7'de, $SE\left[\hat{\theta}(m)\right]$, $b = 1, \ldots, 500$ olmak üzere 500 replikasyondan elde edilen tahminlerin standart hatalarının ortalamasıdır. $SD\left[\hat{\theta}(m)\right]$ ise, $b = 1, \ldots 500$ olmak üzere $\hat{\theta}_b(m)$'ler ile hesaplanan örneklem standart hatalarıdır. Standart hatalar doğruysa, bu değerler yakın olmalı ve standart hata oranı yaklaşık "1" olmalıdır. 1'den küçük değerler, standart hataların sistematik olarak olduğundan düşük değerler aldığına işaret eder ve bu durum şişirilmiş (inflated) Tip I hatasına neden olur. Diğer yandan, 1'den büyük değerler ise, şişirilmiş Tip II hatasına neden olur (Harring vd., 2012).

7.3.4 Yakınsak ve uygun olmayan çözümler

Bazı yöntemlerin daha sınır şartlar altında uygun bir çözüme yakınsama şansının azalmasına rağmen, uygun bir çözüme yakınsadığı da izlenmiştir. Bu tez çalışmasının amaçlarından biri de, MML tahmin yönteminin özellikle sınır şartlar altında yakınsaklık durumunu incelemektir. Parametre tahminlerinin yakınsak olması doğru ve tek bir çözümünün olduğunu gösterir. Yakınsanamayan çözümlerin çokluğu ise parametrelerin çözümünde bir problem olduğuna işaret eder Byrne, 2013. Aynı zamanda, yakınsak ve uygun olmayan çözümlerin sayısı, simülasyonun performansının değerlendirilmesine yardımcı olur.

Bu tez çalışmasında yakınsak olmayan çözümler dışında uygun olmayan çözümlere yakınsama durumuyla da karşılaşılmıştır. Uygun olmayan çözümler, hata varyanslarının sıfır veya sıfırdan küçük olduğu ve Hessien matrisin full ranklı fakat negatif bir özdeğerin negatif olduğu durumlardan oluşmaktadır. Bu simülasyon çalışmasında, yakınsamayan ve uygun olmayan çözüme yakınsayan replikasyonlar yeni replikasyonlarla yeniden üretilmiştir. Böylece, sonuç ölçütlerinin hesaplamaları sadece uygun çözümlere yakınsayan replikasyonlara dayanmaktadır. Bir sonraki bölümde simülasyon çalışmasına ait bulgulardan bahsedilmiştir.

8. BULGULAR VE TARTIŞMA

8.1 Araştırma Soruları

Bu simülasyon çalışmasının amacına uygun olarak ele alınan spesifik araştırma soruları aşağıdaki şekilde belirlenmiştir. Yapısal modelin varyans parametreleri ve gizil değişkenlere ait tüm ilişki parametreleri aşağıdaki sorular doğrultusunda incelenmiştir.

1. MML tahmin yöntemine göre, parametre tahminlerinin yakınsaklığı ve uygun olmayan çözümler açısından örneklem hacimleri ve gözlenen değişkenlerin güvenilirlikleri arasında fark var mıdır? Eğer öyleyse, hangi çalışma koşulları parametrelerin yakınsak ve uygun olmayan çözümlerle karşılaşma durumunu etkiler?

2. MML tahmin yöntemine göre, yan açısından örneklem hacimleri ve gözlenen değişken güvenilirlikleri arasında fark var mıdır? Eğer öyleyse hangi şartlar altında parametre tahminleri yansızdır ya da makul kabul edilebilen bir yana sahiptir?

3. MML tahmin yöntemine göre, parametre tahminlerinin standart hatalarının doğruluğunu gösteren standart hata oranları (SER) açısından örneklem hacimleri ve gözlenen değişkenlerin güvenilirlikleri arasında fark var mıdır? Eğer öyleyse hangi örneklem hacimlerinde ya da hangi güvenilirlik seviyelerinde parametre tahminlerinin standart hatalarının doğruluğuna güvenilir?

4. MML tahmin yöntemine göre, RMSE ile ölçülen parametre tahminlerin değişkenliği açısından örneklem hacimleri ve gözlenen değişkenlerin güvenilirlikleri arasında fark var mıdır? Eğer öyleyse hangi çalışma koşulları parametre tahminlerinin değişkenliğini etkiler? Bu çalışma koşulları altında yani hangi örneklem hacimlerinde ya da hangi güvenilirlik seviyelerinde parametre tahminlerinin değişkenliği daha azdır?

8.2 Simülasyon Çalışmasından Elde Edilen Bulgular

Simülasyon çalışmasının sonucunda elde edilen parametre tahminlerinin ortalamaları (M), standart hatalar (SE) ve standart sapmalar (SD), gerçek parametre değeri ile, tasarlanan simülasyon çalışmasına göre Çizelge 8.1 ve Çizelge 8.2'de verildiği gibidir.

Parametre tahminleri elde edildikten sonra, parametre tahminlerinin doğruluğunun ve değişkenliğin belirlenmesinde kullanılan kriterler alt başlıklar halinde detaylı olarak incelenmiştir.

Çizelge 8.1 Parametre Tahminleri

		Ψ_{ζ_1}			Ψ_{ζ_2}			γ_0			γ_1		
Gerçek (true) değer		0,500			0,250			0,000			1,000		
		M	SE	SD	M	SE	SD	M	SE	SD	M	SE	SD
N=50	R=0,45	0,613	0,383	0,395	0,278	0,269	0,240	0,014	0,280	0,297	1,034	0,343	0,351
	R=0,65	0,517	0,217	0,229	0,232	0,141	0,137	0,010	0,195	0,200	1,021	0,214	0,222
	R=0,85	0,493	0,138	0,146	0,228	0,078	0,079	0,005	0,137	0,144	1,009	0,140	0,145
N=100	R=0,45	0,545	0,258	0,256	0,253	0,185	0,155	-0,003	0,194	0,205	1,029	0,233	0,248
	R=0,65	0,514	0,153	0,159	0,235	0,100	0,096	0,001	0,137	0,149	1,009	0,147	0,149
	R=0,85	0,492	0,097	0,099	0,243	0,058	0,060	0,004	0,097	0,097	1,003	0,098	0,100
N=250	R=0,45	0,516	0,159	0,163	0,250	0,115	0,112	0,003	0,121	0,118	1,015	0,144	0,152
	R=0,65	0,508	0,097	0,100	0,245	0,064	0,064	0,002	0,086	0,084	1,006	0,093	0,097
	R=0,85	0,502	0,063	0,066	0,246	0,037	0,036	-0,001	0,062	0,061	1,001	0,062	0,063
N=500	R=0,45	0,510	0,112	0,111	0,257	0,081	0,082	0,001	0,085	0,087	1,009	0,100	0,105
	R=0,65	0,504	0,068	0,067	0,250	0,045	0,046	0,000	0,061	0,063	1,003	0,065	0,067
	R=0,85	0,502	0,045	0,045	0,248	0,026	0,026	-0,001	0,043	0,045	1,001	0,044	0,044
N=1000	R=0,45	0,507	0,079	0,076	0,259	0,057	0,058	0,001	0,060	0,063	1,006	0,070	0,072
	R=0,65	0,505	0,048	0,048	0,251	0,032	0,033	0,000	0,043	0,045	1,002	0,046	0,047
	R=0,85	0,502	0,031	0,031	0,249	0,019	0,018	-0,001	0,031	0,032	1,000	0,031	0,031

8.2.1 Yakınsak ve uygun olmayan çözümler

Veriler hangi paket programda üretilirse üretilsin, simülasyonun performansı değerlendirilmelidir. Rasssal seçimle istenilen sayıda veri üretilir, fakat bunlardan bazıları problemli olabilir. Özellikle üretilen veri seti yakınsak olmayabilir ya da makul çözüme yakınsamayabilir (Paxton vd., 2001). Yakınsak olmayan ve çözüme yakınsamayan çözümlerin sayısı, simülasyon koşullarının dışında izin verilen iterasyon sayısına da bağlıdır. Özel olarak seçilmediyse varsayılan maksimum iterasyon sayısı, iterasyon yöntemine göre değişir. İterasyon yöntemlerine göre varsayılan iterasyon sayıları, TRUREG, NRRIDG ve NEWRAP için 50; QUANEW ve DBLDOG için 200; CONGRA için 400; NMSIMP için 1000 (bknz: Institute, 1999)'dir. Bu sebeple, bu simülasyon çalışmasında, QUANEW yöntemi kullanıldığından iterasyon sayısı varsayılan olarak 200 alınmıştır.

Aynı zamanda parametrelerin başlangıç değerleri ve uygun bir tohum seçimi de yakınsak ve uygun olmayan çözümlerin varlığını etkilemektedir. Tohum, programda rassal

Çizelge 8.2 Parametre Tahminleri (Devamı)

Gerçek (true) değer		γ_2			γ_3			γ_4			γ_5		
		0,500			1,000			0,600			0,000		
		M	SE	SD	M	SE	SD	M	SE	SD	M	SE	SD
N=50	R=0,45	-0,046	3,183	2,593	1,587	3,226	2,631	0,492	0,437	0,407	0,139	0,478	0,453
	R=0,65	0,263	0,836	0,849	1,259	0,868	0,887	0,561	0,272	0,269	0,053	0,256	0,262
	R=0,85	0,398	0,472	0,495	1,110	0,497	0,525	0,596	0,187	0,205	0,015	0,141	0,154
N=100	R=0,45	0,174	1,165	1,231	1,357	1,194	1,281	0,521	0,265	0,269	0,073	0,287	0,289
	R=0,65	0,340	0,634	0,931	1,175	0,655	0,948	0,566	0,173	0,182	0,032	0,154	0,161
	R=0,85	0,411	0,296	0,308	1,097	0,314	0,334	0,581	0,122	0,126	0,006	0,092	0,104
N=250	R=0,45	0,392	0,365	0,419	1,120	0,378	0,442	0,543	0,146	0,142	0,053	0,157	0,151
	R=0,65	0,448	0,238	0,261	1,058	0,250	0,281	0,575	0,103	0,107	0,021	0,093	0,094
	R=0,85	0,477	0,167	0,181	1,026	0,176	0,196	0,591	0,074	0,078	0,008	0,057	0,057
N=500	R=0,45	0,444	0,231	0,232	1,065	0,240	0,246	0,546	0,099	0,093	0,054	0,108	0,101
	R=0,65	0,467	0,161	0,163	1,037	0,169	0,176	0,575	0,071	0,072	0,021	0,065	0,063
	R=0,85	0,486	0,114	0,120	1,015	0,120	0,129	0,592	0,051	0,053	0,008	0,040	0,038
N=1000	R=0,45	0,469	0,157	0,159	1,037	0,163	0,168	0,551	0,069	0,064	0,054	0,075	0,074
	R=0,65	0,482	0,111	0,114	1,021	0,116	0,123	0,579	0,050	0,050	0,021	0,046	0,047
	R=0,85	0,494	0,080	0,084	1,006	0,084	0,089	0,593	0,036	0,037	0,008	0,028	0,029

çekimleri kontrol etmek için başlangıç değeri olarak kullanılabilir. Tohum seçimiyle ilgili dikkat edilmesi gereken birkaç husus vardır. Eğer aynı analizin farklı replikasyonlarında aynı başlangıç değerleri seçilirse aynı veriler üretilecektir. Bu sorunla karşılaşmamak için, her bir adımında tohum değeri değiştirilerek simülasyonun rassallığı kontrol edilebilir. Aynı zamanda güçlü başlangıç değerine sahip bir tohum seçimi, yakınsamayı ve parametre tahminlerinin uygun çözümlere yakınsamasını etkilemektedir. Tohum değerlerini üretmek için bazı rastgele sayılar kitapları kullanılabilir (Bkz: Beyer, 1984; Paxton vd., 2001; Öztürk ve Özbek, 2004; Doğan, 2013). Bu çalışmada kullanılan tohum değerleri, her bir replikasyon için 1 ile 10000 arasında uniform dağılımdan gelen rasgele sayılar olarak üretilmiştir.

SAS Proc NLMIXED, başlangıç değerleri kullanıcı tarafından verilmese bile varsayılan olarak tüm başlangıç değerlerini belirler. İyi bir başlangıç değerinin belirlenmesi, algoritmanın yakınsama seviyesine ulaşmasını kolaylaştırır (Wall, 2009). Bu çalışmada parametrelerin başlangıç değerleri, gözlenen değişkenlerin hata varyansları için, örneklem varyans kovaryans matrisinin diagonal elemanlarının yarısına eşit olacak şekilde oluşturulmuş, diğer parametreler için ise SAS'ın varsayılan başlangıç değeri "1" olarak seçilmiştir. Bu çalışmada replikasyon sayısı 500 olarak belirlenmiş, yakınsak olmayan ve makul çözüme yakınsamayanlar çalışmadan çıkartılmış yerine yeni replikasyonlar kullanılmıştır. Daha önce de bahsedildiği üzere, replikasyon sayısının arttırılması yakınsak ve uygun çözümlerin oranını değiştirebilmektedir.

Yakınsamama ve uygun olmayan çözüme yakınsama problemleri ile özellikle sınır örneklem hacimlerinde ve sınır güvenilirlik düzeylerinde sık karşılaşılacağı düşünüldüğünden, ele alınan doğrusal olmayan yapısal eşitlik modeli için üretilen veri setinin yakınsaklık durumu ve uygun olmayan çözümlerin varlığı MML tahmin yöntemi ile incelenmiştir.

Yakınsaklık

Örneklem hacminin 50 ve güvenilirliğin 0,45 olduğu durumda, yani her iki koşulda da sınır şartlar söz konusu olduğunda, %23 gibi yüksek bir oranda yakınsanamayan çözümlerle karşılaşılmıştır.

Örneklem hacminin 100 ve güvenilirliğin 0,45 olduğu durumda ise, %13 gibi yüksek oranında yakınsanamayan çözümlerle karşılaşılmıştır.

Örneklem hacmi 50 iken tüm güvenilirlik koşullarında yakınsanamayan çözümlerin oranı yüksek bulunmuştur (Bknz: Çizelge 8.3).

Tüm güvenilirlik düzeylerinde, örneklem hacmi arttıkça yakınsanamayan çözümlerin oranı düşmüş, fakat örneklem hacminin 1000 olduğu sınır şartında bu düşüş devam etmemiş hatta yükselmiştir.

En yakınsak çözümlerle örneklem hacminin 500 olduğu durumda karşılaşılmıştır. Güvenirlik düzeylerine göre ise, 0,45 sınır şartının yakınsaklığı en çok değiştirdiği gözlenmiştir.

Buradan çıkartılacak sonuç, hem örneklem hacmi hem de güvenilirlik düzeyleri için, sınır şartların yakınsaklığı olumsuz etkilediğidir. Sınır şartlar dışındaki durumlar için ise, örneklem hacminin artması, yakınsak çözümlerin oranını arttırmaktadır. Bir başka deyişle, sınır şartlar söz konusu olmadığında, güvenilirlik düzeyine bakılmaksızın örneklem hacmi arttıkça yakınsayan çözümlerin oranı artmaktadır.

Bu beklenen ve literatürle hemen hemen tutarlı bulunan bir sonuçtur. Harring vd. (Harring vd., 2012), kuadratik etkileri incelediği modelde, MML tahmin yöntemine göre, makul (250, 500) ve yüksek örneklem hacimlerinde (1000) parametre tahminlerinin yakınsak olmayan çözümleriyle karşılaşmamış, düşük örneklem hacimlerinde (50 ve 100) ise yakınsanamayan çözümlerle karşılaşmıştır. Bu tez çalışmasındaki gözlenen farklılık ise, makul örneklem hacimlerinde de yakınsanamayan çözümlerle karşılaşılmasıdır, yine de bu oran her iki durumda da %1'den küçük bulunmuştur. Bunun yanı sıra, 1000 örneklem hacminde, tüm güvenilirlik düzeyleri için yakınsak olmayan çözümlerin oranı %1,6 olarak bulunmuştur.

Uygun olmayan çözümler

Yakınsaklık dışında, dikkat edilmesi gereken bir diğer problem de uygun olmayan çözümlerin varlığıdır. Bu tez çalışmasında, uygun çözümlerin sağlanmadığı iki farklı durumla karşılaşılmıştır. İlki, final Hessian matrisinin tam ranklı olduğu fakat en az bir negatif özdeğere sahip olduğu durumdur. Optimallik şartının sağlanması olarak ele alınan bu durum için, final Hessian matrisi tam ranklı olmalı ve tüm özdeğerleri 0'den büyük olmalıdır (Jeyakumar ve Wang, 1999). Burada, ikinci dereceden optimallik şartı ihlal edildiğinden elde edilen çözümlerin uygun olmadığı söylenebilir. Bu konuda detaylı bilgi için Jeyakumar ve Wang (Jeyakumar ve Wang, 1999)'a bakılabilir.

Uygun olmayan çözümlerin bu problemiyle güvenilirlik düzeyine bakılmaksızın en çok örneklem hacminin 50, 100 ve 1000 olduğu durumda karşılaşılmıştır, yine de bu oran hiçbir durumda %2'yi geçmemiştir. Makul örneklem hacimlerinde (250, 500) ise bu problemle oldukça düşük oranda karşılaşılmıştır.

Buradan çıkartılacak sonuç, uygun olmayan çözümlerin bu problemiyle karşılaşma oranının güvenilirlik düzeyinden etkilenmediği ve makul örneklem hacimlerinde uygun olmayan çözümlerin oldukça düşük olduğudur.

Uygun olmayan çözümlerle karşılaşılan durumlardan ikincisi ise, uygun olmayan parametre tahminlerinin varlığıdır. Modelin değerlendirilebilir olması için, parametre tahminlerinin kabul edilebilir sınırlar içerisinde olması gerekir. Parametre tahminleri, altında yatan teoriye uygun, doğru işaretli ve doğru büyüklükte olmalıdır (Byrne, 2013). Örneğin, bu çalışmada da olduğu gibi, varyans parametrelerinin sıfıra eşit ve ya sıfırdan küçük olması durumu uygun olmayan çözümlere yakınsandığını gösterir.

Bu tez çalışmasında, makul (250, 500) ve yüksek (1000) örneklem hacimlerinde parametre tahminlerinin uygun olmayan çözümleriyle karşılaşılmamış, düşük örneklem hacimlerinde (50 ve 100) ise uygun olmayan çözümlere sıkça rastlanmıştır.

Sınır örneklem hacminde (50) ve sınır güvenilirlik düzeyinde (0,45), uygun olmayan parametre tahminlerinin oranı, %7 ile oldukça yüksek bulunmuştur, 50 örneklem hacminde, 0,65 güvenilirlik düzeyinde ise bu oran %2,8'e düşmektedir.

Örneklem hacmi 50'den 100'e çıkartıldığında ise, 0,45 ve 0,65 güvenilirlik düzeylerinin her ikisinde de bu oran %1 bulunmuştur.

Güvenilirlik düzeyi 0,85 olduğunda, tüm örneklem hacimlerinde (sınır örneklem hacmi de dahil) bu problemle karşılaşılmamış olması dikkat çeken bir sonuçtur.

Genel olarak değerlendirildiğinde, örneklem hacmi ve güvenilirlik düzeyi arttığında bu problemle karşılaşma oranının düşmektedir.

Tüm yakınsak olmayan ve uygun bir çözüme yakınsanamayan çözümler birleştirildiğinde, örneklem hacminin 50 ve güvenilirlik düzeyinin 0,45 olduğu sınır şartlarında uygun olmayan çözümlerin oranı, %31,6 ile azımsanmayacak kadar yüksektir. Bu yüksek oranı, %14,4 ile örneklem hacminin 100 ve güvenilirlik düzeyinin 0,45 olduğu durum izlemektedir. Aynı zamanda 50 örneklem hacminde ve 0,65 güvenilirlik düzeyinde de bu oran %9,6 ile yüksek bulunmuştur.

Sonuç olarak ele alınan bu çalışma koşullarının (N=50 ve R=0,45, N=50, R=0,65 ve N=100 R=0,45) parametre tahmini için uygun olmadığı söylenebilir. Diğer tüm çalışma koşullarında uygun olan çözümlerin oranı %95'in üstünde bulunmuştur. Daha genel olarak değerlendirilecek olursa, örneklem hacminin düşük olduğu durumlar (50, 100) YEM'de MML tahmini için uygun değildir sonucuna varılabilir.

Bu çalışmada yakınsak olmayan ve uygun olmayan çözümler çalışmadan çıkartılmış, sadece uygun çözümler kullanılarak parametre tahmini yapılmıştır. Tüm çalışma koşulları için uygun çözümlerin oranı Çizelge 8.3'de verilmiştir. İterasyon sayısı arttırılarak daha hassas oranlar elde edilebilir.

8.2.2 Yan, SER ve RMSE

Bu simülasyon çalışmasında parametre tahminlerini değerlendirme ölçütleri olan yan, standart hata oranı (SER) ve RMSE, keşişim parametreleri (γ_0 ve γ_2), doğrusal ilişki parametresi (γ_1), doğrusal olmayan ilişki parametreleri (γ_3,γ_4 ve γ_5) ve yapısal modele ait varyans parametreleri (Ψ_{ζ_1} ve Ψ_{ζ_2}) sonuçları dikkate alınarak incelenmiştir. Burada ilişki parametreleri dışında varyans parametrelerinin incelenmesinin sebebi modelin değerlendirilmesinde yapısal hata varyanslarının kullanılmasıdır. MML yöntemine göre elde edilen bu parametre tahminlerinin yanı, SER ve RMSE değerleri, sırasıyla Çizelge 8.4, 8.5 ve 8.6'te örneklem hacmi ve gözlenen değişkenlerin güvenilirlikleri dikkate alınarak gösterilmiştir.

Çizelge 8.3 Uygun Çözümlerin Oranı

		Yakınsak olmayan çözümler	Uygun olmayan çözümler (durum 1)	Uygun olmayan çözümler (durum 2)	Yakınsanamayan ve uygun olmayan çözümlerin toplam oranı
N=50	R=0,45	%23,00	%1,60	%7,00	%31,60
	R=0,65	%5,60	%1,00	%2,80	%9,40
	R=0,85	%2,20	%1,20	%0,00	%3,30
N=100	R=0,45	%13,00	%0,40	%1,00	%14,40
	R=0,65	%0,40	%1,20	%1,00	%2,60
	R=0,85	%1,80	%1,80	%0,00	%3,60
N=250	R=0,45	%1,40	%0,20	%0,00	%1,60
	R=0,65	%0,00	%0,80	%0,00	%0,80
	R=0,85	%1,40	%0,40	%0,00	%1,80
N=500	R=0,45	%0,00	%0,00	%0,00	%0,00
	R=0,65	%0,00	%0,40	%0,00	%0,40
	R=0,85	%0,40	%0,40	%0,00	%0,80
N=1000	R=0,45	%0,40	%0,40	%0,00	%0,80
	R=0,65	%0,40	%0,00	%0,00	%0,40
	R=0,85	%2,40	%2,00	%0,00	%4,40

Yan

Varyans parametreleri (Ψ_{ζ_1} ve Ψ_{ζ_2}) ve kesişim parametresi γ_0 ve doğrusal ilişki parametresi (γ_1) için tüm koşullarda parametre tahminleri yansız olarak üretilmiştir.

Örneklem hacminin 1000 olduğu durumda, tüm güvenilirlik düzeyleri için parametre tahminlerinin tamamına yakını yansız üretilmiştir.

Sadece doğrusal olmayan ilişki parametresi γ_5, güvenilirliğin 0,45 olduğu durumda, makul bir yana sahip iken, diğer tüm parametreler tüm güvenilirlik düzeylerinde yansız bulunmuştur.

Aynı zamanda γ_5 parametresi güvenilirliğin 0,45 olduğu tüm örneklem hacimlerine yanlı üretilmiş, örneklem hacminin 50 olduğu durumda, bu yan değeri yüksek iken, diğer örneklem hacimlerinde makul bulunmuştur.

Örneklem hacmi 500 olduğunda, 0,65 ve 0,85 güvenilirlik düzeyleri için parametrelerin tamamı yansız üretilmiş iken, 0,45 örneklem hacmi için doğrusal olmayan ilişki parametreleri (γ_3,γ_4 ve γ_5) ve kesişim parametresi γ_2 yanlı üretilmiştir Fakat bu parametre tahminlerinin yanları makul seviyededir.

Örneklem hacmi 250 olduğunda, güvenilirlik 0,85 iken parametre tahminlerinin tamamı yansız üretilmiş iken güvenilirlik 0,65 olduğunda γ_2 ve γ_3 parametreleri makul seviyede yana sahip olarak üretilmiştir. Güvenirlik 0,45'e düştüğünde ise, γ_2 ve γ_3 parametrelerinin yanı artarken buna ek olarak γ_4 ve γ_5 parametreleri de makul seviyede yanlı olarak üretilmiştir.

Örneklem hacmi 100 olduğunda, γ_2 ve γ_3 parametreleri üç güvenilirlik düzeyinde de yanlı olarak üretilmiştir. Güvenilirlik 0,85 olduğunda bu yan makul sayılabilecekken, 0,65 ve 0,45'e düştükçe gittikçe artmış ve bu güvenilirlik düzeylerinde bu parametre tahminleri oldukça yanlı bulunmuştur. Aynı zamanda güvenilirlik 0,45 olduğunda, γ_4 ve γ_5 parametreleri de makul seviyede yanlı olarak tahmin edilmiştir.

Örneklem hacmi 50 olduğunda, 0,85 güvenilirlikte, γ_2 ve γ_3 parametreleri; 0,65 güvenilirlikte γ_2,γ_3 ve γ_5 parametreleri, ve 0,45'de γ_2, γ_3, γ_4 ve γ_5 parametreleri yüksek derecede yanlı olarak bulunmuştur.

Buradan çıkartılacak sonuç, parametrelerin yansız olarak tahmin edilmesinde güvenilirlik düzeylerinin oldukça etkili olduğu, buna karşılık örneklem hacminin de güvenilirlik kadar olmasa da yine etkili olduğu gözlenmiştir. Gözlenen değişkenlerin güvenilirliği ve örneklem hacmi arttıkça parametreler yansız olarak tahmin edilmektedir. Burada dikkat edilecek nokta, yapılan bu çıkarsamanın sadece doğrusal olmayan model parametreleri ve γ_2 kesişim parametresi için geçerli olduğudur.

Elde edilen parametre tahminlerinin yanları Çizelge 8.4'de gösterilmiştir.

Standart hatalar için yan

Standart hatalar parametre tahminlerinin hassaslığını gösterir. Standart hataların düşük değerleri doğru tahminlerin aşırı düşük ya da aşırı yüksek değerleri doğru olmayan tahminlerin göstergesi olarak yorumlanır (Byrne, 2013). Örneğin, eğer bir standart hata değeri aşırı derecede büyükse ya da sıfıra yakınsa, test istatistiği ilgili parametre için tanımlanamaz (Joreskog ve Sorbom, 1993; Bentler ve Wu, 2005; Byrne, 2013). Çünkü standart hatalar, gözlenen ve gizil değişkenlerin ölçü biriminden etkilenir. Bahsedilen büyüklüğün ve küçüklüğün kesin sınırları belirtilmemiştir (Jöreskog ve Sörbom, 1996; Byrne, 2013).

Standart hatalar, tek başlarına kesin bir anlam ifade etmediğinden, bu tez çalışmasında, standart hataların yanlı olup olmadığı incelenmiştir. Standart hatalara ait yan değerleri Çizelge 8.5'de verilmiştir.

Çizelge 8.4 Parametre Tahminlerinin Yanları

		Ψ_{ζ_1}	Ψ_{ζ_2}	γ_0	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5
	R=0,45	0.1131**	0.0279	0.0139	0.0336	-0.5465**	0.5871**	-0.1082**	0.1394**
N=50	R=0,65	0,0168	-0,0183	0,0100	0,0206	-0,2375**	0,2593**	-0,0388	0,0534*
	R=0,85	-0,0069	-0,0224	0,0047	0,0086	-0,1022**	0,1101**	-0,0039	0,0154
	R=0,45	0,0449	0,0032	-0,0028	0,0288	-0,3256**	0,3566**	-0,0785*	0,0731*
N=100	R=0,65	0,0136	-0,0152	0,0005	0,0092	-0,1604**	0,1751**	-0,0341	0,0321
	R=0,85	-0,0084	-0,0075	0,0043	0,0026	-0,0890*	0,0969*	-0,0193	0,0060
	R=0,45	0,0158	-0,0005	0,0031	0,0146	-0,1084**	0,1205**	-0,0565*	0,0528*
N=250	R=0,65	0,0081	-0,0051	0,0021	0,0064	-0,0524*	0,0577*	-0,0254	0,0214
	R=0,85	0,0025	-0,0042	-0,0009	0,0015	-0,0231	0,0260	-0,0091	0,0076
	R=0,45	0,0096	0,0069	0,0014	0,0089	-0,0555*	0,0649*	-0,0541*	0,0536*
N=500	R=0,65	0,0043	0,0002	0,0002	0,0028	-0,0326	0,0373	-0,0246	0,0213
	R=0,85	0,0019	-0,0024	-0,0006	0,0010	-0,0136	0,0149	-0,0083	0,0079
	R=0,45	0,0070	0,0086	0,0015	0,0060	-0,0306	0,0375	-0,0493	0,0537*
N=1000	R=0,65	0,0006	-0,0008	-0,0021	-0,0009	-0,0032	-0,0063	0,0003	-0,0010
	R=0,85	0,0024	-0,0011	-0,0008	0,0001	-0,0062	0,0063	-0,0067	0,0076

Yanlı değerler : *Harring vd. (Harring vd., 2012)'ye göre **Kelava vd. (Kelava vd., 2014)'göre işaretlenmiştir.

Simülasyon sonucunda, γ_2 ve γ_3 dışındaki tüm parametrelerin standart hataları tüm olası durumlarda yansız olarak bulunmuştur.

Örneklem hacmi 500 ve 1000 olduğunda, tüm standart hataların yansız olarak üretildiği gözlenmiştir.

Güvenilirlik düzeyi 0,85 olduğunda yine tüm parametreler yansız olarak üretilmiştir.

Örneklem hacminin ve güvenilirliğin düşük olduğu durumlar standart hatalarının oldukça yüksek çıkmasına sebep olmuştur. Örneklem hacmi 250'ye yükseltildiğinde ise, sadece sınır güvenilirlik düzeyinde (0,45) makul yanla karşılaşılmıştır.

SER

Standart hata oranı (SER), belki de sonuç değişkenlerinin en açık göstergesi fakat literatürde en az dikkat çeken orandır. Mevcut kullanımda, bu oran, tahmin edilen parametrenin standart hatasının, gerçek değişkenliğini temsil eden deneysel olarak türetilmiş bir standart sapma ile karşılaştırmasını göstermektedir. Örneğin, 0,80 değeri, hesaplanan standart hatanın, gerçek olduğundan %20 daha küçük olabileceğini gösterir.

Çizelge 8.5 Standart Hataların Yanları

		Ψ_{ζ_1}	Ψ_{ζ_2}	γ_0	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5
N=50	R=0,45	-0,0114	0,0286	-0,0168	-0,008	0,5898**	0,5953**	0,0297	0,0254
	R=0,65	-0,0123	0,0041	-0,0052	-0,008	-0,0132	-0,0182	0,003	-0,0066
	R=0,85	-0,0083	-0,0009	-0,0074	-0,0045	-0,0238	-0,0279	-0,018	-0,0127
N=100	R=0,45	0,0014	0,0297	-0,011	-0,0154	-0,066*	-0,0863*	-0,0033	-0,002
	R=0,65	-0,006	0,0036	-0,0119	-0,0025	-0,2966**	-0,2935**	-0,0097	-0,0064
	R=0,85	-0,0014	-0,0018	-0,0004	-0,0025	-0,0124	-0,0203	-0,0035	-0,0117
N=250	R=0,45	-0,0039	0,0023	0,0028	-0,0083	-0,0545*	-0,0644*	0,0043	0,0054
	R=0,65	-0,0025	0,0003	0,0021	-0,004	-0,0225	-0,0308	-0,0042	-0,0015
	R=0,85	-0,0026	0,001	0,0006	-0,0002	-0,014	-0,0195	-0,0042	-0,0006
N=500	R=0,45	0,0009	-0,001	-0,0021	-0,0048	-0,0007	-0,0068	0,0056	0,0067
	R=0,65	0,0011	-0,0001	-0,0017	-0,0015	-0,0026	-0,0071	-0,0002	0,0021
	R=0,85	-0,0006	0,0002	-0,0015	-0,0004	-0,0054	-0,0086	-0,0023	0,0015
N=1000	R=0,45	0,0027	-0,0013	-0,0027	-0,002	-0,0014	-0,0057	0,0045	0,0012
	R=0,65	0,0006	-0,0008	-0,0021	-0,0009	-0,0032	-0,0063	0,0003	-0,001
	R=0,85	0,0002	0,0003	-0,0017	-0,0003	-0,0042	-0,0057	-0,0011	-0,0008

Yanlı değerler : *Harring vd. (Harring vd., 2012)'ye göre **Kelava vd. (Kelava vd., 2014)'göre işaretlenmiştir.

SER değerlerinin 1'den çok küçük olması, standart hata tahminlerinin ortalamasının çok küçük olması nedeniyle, Tip I hatasının gerçekleşme olasılığını yükseltir. Diğer yandan, 1'in üstündeki değerler, standart hata tahminlerinin ortalama olarak çok büyük olması nedeniyle, Tip II hatasının gerçekleşme olasılığını yükseltir (Harring vd., 2012).

Simülasyon çalışmasının standart hata oranları açısından sonuçları Çizelge 8.6'da gösterilmiştir.

Çizelge 8.6'dan görüldüğü üzere, standart hataların oranı, ele alınana koşullar karşısında aynı değildir. Örneklem hacminin ve güvenilirliğin düşük olduğu kombinasyonlarda beklenildiği üzere bu oran 1'den uzaklaşmaktadır.

Varyans parametresi (Ψ_{ζ_2}) için sadece güvenilirliğin 0,45 olduğu, örneklem hacminin 50 ve 100 olduğu durumda, SER oranı 1'den yeteri kadar büyük çıkmıştır. Çizelge 8.6 incelendiğinde, Ψ_{ζ_2} için hesaplanan standart hatanın, 50 ve 100 örneklem hacimlerinde sırasıyla %12 ve %19 gibi yüksek oranda çıktığı görülmektedir.

1'in çok üstündeki değerler, standart hata tahminlerinin yeterince büyük olduğunu göstermekte ve bu durum Tip II hatasının gerçekleşme olasılığımı arttırmaktadır.

Çizelge 8.6 Standart Hata Oranları (SER)

		Ψ_{ζ_1}	Ψ_{ζ_2}	γ_0	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5
N=50	R=0,45	0,9712	1,1194	0,9434	0,9772	1,2274	1,2263	1,0730	1,0561
	R=0,65	0,9462	1,0302	0,9740	0,9639	0,9844	0,9795	1,0113	0,9748
	R=0,85	0,9431	0,9887	0,9485	0,9688	0,9519	0,9469	0,9122	0,9172
N=100	R=0,45	1,0054	1,1914	0,9465	0,9380	0,9464	0,9326	0,9876	0,9932
	R=0,65	0,9621	1,0369	0,9202	0,9834	0,6814	0,6905	0,9468	0,9601
	R=0,85	0,9855	0,9700	0,9962	0,9750	0,9599	0,9391	0,9718	0,8876
N=250	R=0,45	0,9759	1,0209	1,0239	0,9456	0,8700	0,8545	1,0304	1,0355
	R=0,65	0,9752	1,0040	1,0254	0,9587	0,9136	0,8902	0,9611	0,9837
	R=0,85	0,9607	1,0271	1,0101	0,9967	0,9227	0,9005	0,9461	0,9895
N=500	R=0,45	1,0084	0,9881	0,9758	0,9545	0,9968	0,9722	1,0601	1,0666
	R=0,65	1,0159	0,9974	0,9725	0,9776	0,9842	0,9597	0,9966	1,0343
	R=0,85	0,9872	1,0070	0,9662	0,9910	0,9547	0,9334	0,9578	1,0386
N=1000	R=0,45	1,0361	0,9784	0,9563	0,9727	0,9911	0,9664	1,0699	1,0162
	R=0,65	1,0119	0,9744	0,9537	0,9814	0,9719	0,9484	1,0063	0,9795
	R=0,85	1,0067	1,0166	0,9471	0,9909	0,9497	0,9364	0,9707	0,9718

Varyans parametresi yansız olarak tahmin edilmişken, standart hata oranlarının bu şekilde çıkması, parametre tahminlerinin değerlendirilirken sadece yansızlık vb. kriterlerini ele almak dışında, standart hata oranlarının da incelenmesi gerektiğini göstermektedir.

Doğrusal olmayan γ_2 ve γ_3 parametreleri için de benzer fakat tutarsız bir durum söz konusudur. Örneklem hacminin 50, güvenilirliğin 0,45 olduğu sınır şartlarda bu oran 1'den yeterince yüksek iken, örneklem hacmi 250 olduğunda bu oran 1'den yeteri kadar düşük çıkmıştır.

1'in çok altındaki değerler için, standart hata tahminlerinin yeterince küçük olması nedeniyle, Tip I hatasının gerçekleşme olasılığını artmaktadır. Bu durum, düşük örneklem hacimlerinde ve düşük güvenilirlik seviyelerinde, parametre tahminlerinin güvenilir olmadığını göstermektedir.

Örneklem hacmi 500 ve 1000 olduğu durumlarda ise tüm parametrelerin standart hata oranı 1'e yakın çıkmıştır. Bu şartlar altında standart hata oranları 1'e yakın olduğu için, bu durumda deneysel örneklem dağılımından hesaplanan standart sapmaya en yakın standart hatalar üretilmiştir yorumu yapılabilir. Aynı zamanda güvenilirliğin yüksek olduğu (0,85) durumlarda da yine tüm parametrelerin standart hata oranı 1'e yakın çıkmaktadır.

RMSE

Parametrelerin değişkenliğini gösteren RMSE'ye göre belirli şartlar altında küçük olan değere sahip parametre, daha az değişkendir. Bu çalışmada RMSE ile ölçülen parametre tahminlerinin değişkenliği, örneklem hacmi ve gözlenen değişkenlerin güvenilirliği koşullarına göre öngörülebilir ve sistematik bir değişiklik göstermiştir. Bu literatürle tutarlı bulunan bir sonuçtur. (Bknz: Harring vd., 2012).

Simülasyon çalışmasının RMSE açısından sonuçları Çizelge 8.7'de gösterilmiştir.

Çizelge 8.7 RMSE Değerleri

		Ψ_{ζ_1}	Ψ_{ζ_2}	γ_0	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5
N=50	R=0,45	0,4102	0,2412	0,2971	0,3518	2,6469	2,6923	0,4207	0,4729
	R=0,65	0,2294	0,1377	0,2001	0,2228	0,8809	0,9228	0,2715	0,2674
	R=0,85	0,1462	0,0824	0,1444	0,1443	0,5066	0,5371	0,2052	0,1540
N=100	R=0,45	0,2601	0,1549	0,2048	0,2496	1,2723	1,3282	0,2797	0,2982
	R=0,65	0,1599	0,0976	0,1484	0,1496	0,9438	0,9634	0,1852	0,1637
	R=0,85	0,0990	0,0600	0,0971	0,1003	0,3205	0,3474	0,1270	0,1042
N=250	R=0,45	0,1635	0,1122	0,1180	0,1524	0,4327	0,4580	0,1524	0,1603
	R=0,65	0,5080	0,4271	0,0453	0,0799	0,4445	0,2403	0,4632	0,1463
	R=0,85	0,0656	0,0361	0,0609	0,0626	0,1823	0,1972	0,0784	0,0578
N=500	R=0,45	0,1110	0,0818	0,0870	0,1051	0,2382	0,2546	0,1078	0,1140
	R=0,65	0,0673	0,0455	0,0626	0,0666	0,1664	0,1794	0,0756	0,0661
	R=0,85	0,0453	0,0261	0,0450	0,0443	0,1202	0,1295	0,0540	0,0391
N=1000	R=0,45	0,0761	0,0586	0,0626	0,0724	0,1612	0,1721	0,0810	0,0912
	R=0,65	0,0479	0,0330	0,0451	0,0468	0,1154	0,1241	0,0541	0,0510
	R=0,85	0,0312	0,0183	0,0324	0,0312	0,0839	0,0895	0,0375	0,0298

Simülasyon çalışması sonucunda, Ψ_{ζ_2} ve γ_4 parametreleri dışında, tüm parametreler için büyük örneklem hacmi ve yüksek güvenilirlik düzeylerinde parametrelerin daha az değişken olduğu bulunmuştur. Sistematik düzeni bozan Ψ_{ζ_2} ve γ_4 parametrelerinin en yüksek RMSE'ye sahip değerlerine örneklem hacmi 250 ve güvenilirlik 0,65 olduğunda rastlanmıştır. Bu, RMSE ile ilgili ilginç bir sonuçtur. Yükselen örneklem hacimlerinde ve güvenilirlik koşullarında bu RMSE değerleri yine sistematik şekilde düşmüştür.

Bunlar dışındaki tüm parametre değerleri güvenilirlik düzeyleri sabit tutulduğunda örneklem hacmi arttıkça, RMSE oranı düşmüş ve benzer şekilde, örneklem hacmi sabit tutulduğunda da güvenilirlik seviyesi arttıkça RMSE oranı düşmüştür.

Buradan çıkartılacak sonuç, örneklem hacmi ve güvenilirlik arttıkça parametre tahminlerinin daha az değişken olduğudur. Tahmin edilebileceği üzere, parametreler, örneklem büyüklüğü ve gösterge güvenilirliği arttıkça daha kesin olarak tahmin edilmiştir.

Bu simülasyon çalışmasında, MML tahmin yönteminin çeşitli örneklem hacimlerine ve gözlenen değişkenlerin güvenilirlik düzeylerine göre performansı değerlendirilmiştir. Bunun için yapısal modelin varyans parametreleri ve gizil değişkenlere ait tüm ilişki parametreleri incelenmiştir.

Yukarıda verilen araştırma soruları önderliğinde elde edilen bulgular sırasıyla aşağıdaki şekilde özetlenmiştir.

1) Hem yakınsak olmayan hem de uygun çözüme yakınsanamayan çözümlerin oranı açısından örneklem hacimleri gözlenen değişkenlerin güvenilirlikleri arasında fark olduğunu göstermektedir. Düşük (50, 100) örneklem hacimleri söz konusu olduğunda, özellikle 50 örneklem hacminde uygun olmayan çözümlerin oranının oldukça yüksek olduğu gözlenmiştir.

Güvenilirlik düzeyleri açısında ise, yakınsak ve uygun olmayan çözümlerin oranını, parametre tahminlerini örneklem hacmi kadar etkilemese de en uygun çözümlere güvenilirlik düzeyinin 0,65 olduğu durumlarda, en kötü çözümlere ise güvenilirlik düzeyinin 0,45 olduğu durumlarda rastlanmıştır.

2) MML tahmin yöntemine göre, yan, sadece doğrusal olmayan ilişki parametreleri ve doğrusal olmayan kesişim parametresi için değerlendirilmiştir. Doğrusal kesişim ve ilişki parametreleri açısından, örneklem hacmi ve güvenilirlik düzeyine göre bir faklılık gözlenmemiş, tüm doğrusal parametre tahminleri yansız bulunmuştur.

Doğrusal olmayan kesişim ve ilişki parametrelerinin tahminlerinde ise, parametre tahminlerinin yanı açısından örneklem hacimleri ve gözlenen değişkenlerin güvenilirlikleri arasında belirli farklılıklar gözlenmiştir. Örneklem hacminin 50 ve 100 olduğu durumda, tüm güvenilirlik düzeylerinde yanlı parametre tahminleriyle karşılaşılmış fakat güvenilirlik düzeyi arttıkça parametrelerin yanları azalmıştır. Güvenilirlik düzeyi 0,85 olduğunda, sadece örneklem hacminin 50 ve 100 olduğu durumda yanlı parametre tahminleriyle karşılaşılmıştır. Örneklem hacminin 1000 olduğu durum dışında tüm durumlarda ise, 0,45 güvenilirlik düzeyinde tüm parametre tahminleri yanlı çıkmıştır. Bu sonuç parametre tahminlerinin yanlı olmaması açısından, güvenilirlik düzeyinin 0,65 veya 0,85 olması gerektiğini söylemektedir. Benzer şekilde, 250 ve üzeri örneklem hacminin de, daha yansız parametre tahminleri elde edilmesini sağladığı söylenebilir. Örneklem hacminin 500 ve üzerinde olduğu durumlarda ise, 0,45 güvenilirlik düzeyinde parametre tahminleri makul bir yana sahip bulunmuştur.

Standart hataların yanları açısından, 0,85 güvenilirlik düzeyinde tüm parametrelerin standart hatalarının yansız olduğu gözlenmiştir. 250 ve üstü örneklem hacimlerinde ise 0,45 güvenilirlik düzeyinin makul bir yana sahip olduğu, 0,65 ve üstü güvenilirlik düzeyinde ise yansız olduğu bulunmuştur. 500 ve üstü örneklem hacimlerinde ise tüm parametrelerin standart hataları yansız bulunmuştur.

3) MML tahmin yöntemine göre, parametre tahminlerinin standart hata oranları (SER) açısından, örneklem hacmi ve güvenilirlik düzeylerine göre fark olduğu gözlenmiştir. Elde edilen bulgulara göre, 500 ve 1000 örneklem hacminde tüm güvenilirlik düzeylerinde tüm parametrelerin SER oranlarının 1'e yakın çıkmaması, bu koşullar altında, parametre tahminlerinin doğruluğuna güvenilebilir olduğunu göstermektedir. Benzer şekilde, 0,85 güvenilirlik düzeyinde, tüm örneklem hacimlerinde, SER oranlarının 1'e yakın çıkması parametre tahminlerinin doğruluğuna güvenilebilir olduğunu göstermektedir.

4) MML tahmin yöntemine göre, RMSE ile ölçülen parametre tahminlerinin değişkenliği açısından örneklem hacimleri ve gözlenen değişkenlerin güvenilirlikleri arasında fark olduğu gözlenmiştir. RMSE, bir karşılaştırma ölçütü olduğundan ve küçük değerler daha az değişken parametre tahminlerini gösterdiğinden, ele alınana koşullar altında parametre tahminlerinin RMSE değerleri karşılaştırıldığında, en yüksek RMSE'ye örneklem hacminin 250 ve güvenilirlik düzeyinin 0,65 olduğu durumda rastlanmıştır. Bu durum dışında, güvenilirlik düzeyi sabit tutulduğunda, örneklem hacmi arttıkça parametrelerin değişkenliği azalmış ve örneklem hacmi sabit tutulduğunda güvenilirlik düzeyi artıkça yine parametrelerin değişkenliği azalmıştır.

Diğer kriterlere benzer şekilde, RMSE açısından da güvenilirlik düzeylerinin ve örneklem hacminin artması, parametrelerin değişkenliğini azaltmakta ve parametrelerin değişkenliğinin azalması da istenen bir durum olarak karşımıza çıkmaktadır.

Tüm kriterler göz önüne alındığında, MML tahmin yönteminin performansı, örneklem hacmi ve güvenilirlik düzeyi arttıkça artmakta ve özellikle makul şartlarda istenen özelliklerde parametre tahminleri elde edilmektedir.

9. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, doğrusal olmayan yapısal eşitlik modelleri en genel haliyle tanımlanmış, doğrusal modellere doğrusal olmayan ilişkiler eklenerek, doğrusal YEM'den doğrusal olmayan YEM'e geçiş anlatılmıştır. Şüphesiz ki, gizil değişkenli modellere doğrusal olmayan ilişkileri ekleme olanağı, genel metodolojiyi önemli ölçüde daha esnek hale getirir. Bu esneklik, sadece araştırmacıların geçmişte mümkün olmayan bir modelin uyumuna olanak tanıması değil, aynı zamanda, yeni sonuçlara ve doğrusal modellerde olmayan konulara yer vermesi açısından da önemlidir.

Literatürde, doğrusal olmayan YEM için önerilen çok sayıda tahmin yöntemi yer almaktadır. Bu tez çalışmasının faydalarından biri, literatürü özetleyerek önerilen bu tahmin yöntemlerinin büyük bir çoğunluğunu bir araya toplaması ve bunlara genel bir bakış sağlamasıdır. Yöntemler bir araya getirildikten sonra, bu tahmin yöntemleri arasından daha genel doğrusal olmayan formların çözümünü sağlayan ve bu tez çalışmasında ele alınan üstel modelin çözülebilmesini mümkün kılan MML tahmin yönteminin kullanılmasına karar verilmiştir.

MML tahmin yönteminin başlıca avantajı, doğrusal olmayan fonksiyonlara diğer yöntemlerden daha uygun olması ve artık ücretsiz olarak edinilebilen SAS Proc NLMIXED 'de kolayca uygulanabilir olmasıdır. Fakat bu avantajına rağmen, kullanımı henüz çok yaygın değildir.

Doğrusal olmayan gizil değişkenli modellerin LISREL gibi tanıtımı sıkça yapılan programlarda kullanımı gittikçe artmaktadır. Oysa ki, genel doğrusal olmayan modeller için daha uygun olan, fakat tanıtımı yeterince yapılmadığından çok fazla bilinmeyen ve bu zamana kadar ulaşımı zor olduğu için sıklıkla tercih edilmeyen SAS Proc NLMIXED programının kullanımının oldukça kolaydır. Bu tez çalışması, doğrusal olmayan modellerin SAS Proc NLMIXED'de MML tahmininin nasıl kullanıldığını ayrıntılı bir şekilde adım adım göstermektedir. Böylelikle, bu tez çalışmasının, doğrusal olmayan YEM kullanıcılarına MML tahmin yönteminin kullanımı konusunda rehberlik edeceği düşünülmekte ve bu sayede, popülerliğinin artması amaçlanmaktadır. Aynı zamanda bu tez çalışması, simülasyon yardımıyla teoriyi güçlendirmeyi amaçlamakta ve bu sayede literatüre katkı sağlayacağı ve ülkemizdeki araştırmacıları doğrusal olmayan modelleri kullanma konusunda cesaretlendireceği düşünülmektedir.

Gerçek hayat problemlerinde, değişkenler arasındaki ilişkilerin tamamıyla doğrusal olduğu düşünülemez. Fakat birçok durumda bu ilişkilerin doğrusalmış gibi varsayılması ve bu problemlerin doğrusal yaklaşımla çözülmesi birçok sakıncayı beraberinde getirmektedir. Bu tez çalışmasında, doğrusal olmayan modeller için doğrusal yaklaşım kullanılmasının doğurduğu sonuçlara ve yapılan yanlışlara dikkat çekilmiştir. Doğrusal olmayan YEM'de, doğrusal olmayan yaklaşım yerine doğrusal yaklaşım kullanılması, parametre tahminlerinin ve uyum iyiliği ölçütlerinin güvenilmez olduğunu göstermektedir. Bu çalışmanın mevcut sorun için yeni bir bakış açısı getireceği ve bu sorunu iyileştirebileceği düşünülmektedir.

Bu doğrultuda bu tez çalışmasının bir diğer faydası ise, uygun modelin belirlenmesi konusuna yer vererek model seçiminin önemini vurgulaması ve model belirleme aşamalarını bir uygulama yardımıyla tek tek anlatmasıdır. Modelin belirlenmesi adımında dikkat edilmesi gereken iki temel husus vardır. Bunlardan ilki, doğrusal olmayan modelin gerekli olup olmadığı, ikincisi ise doğrusal olmayan modelin uygun olup olmadığıdır. Bunun için saçılım grafiklerine ve uyum istatistiklerine ihtiyaç duyulur. Önerilen bir doğrusal olmayan model ve ilişkileri doğrusal varsayılan aynı model, saçılım grafiklerine ve uyum istatistikleri yardımıyla karşılaştırılır.

Bu tez çalışmasında uygun modelin belirlenmesi için üç yöntem kullanılmıştır. Bunlar: (i) Gözlenen değişkenlerin saçılım grafiklerinin incelenmesi, (ii) Faktör skorlarının saçılım grafiklerinin incelenmesi ve (iii) Uyum ölçütleri yardımıyla model uyumunun değerlendirilmesidir. Uygun modelin belirlenmesi adımında bu üç yöntemle de doğrusal olmayan model formunun kullanımı gerekli bulunmuştur. Eğer doğrusal olmayan modelin kullanımı gerekli değilse, doğrusal model yaklaşımını kullanan daha basit olarak görülen doğrusal model tabanlı yazılım paket programları kullanılabilir. Yine de doğrusal modelin SAS Proc NLMIXED kullanılarak çözülmesinde bir sakınca yoktur.

Bu tez çalışmasında, uygun modelin belirlenmesi için kullanılan üç yöntemin birbirlerine göre üstünlükleri değerlendirilmemiş ve hangi yöntemin seçileceği araştırmacılara bırakılmış olsa da, model uyumunun değerlendirilmesinde üç yöntemin birden kullanılması önerilmektedir. Yine de, gözlenen değişkenlerin saçılım grafiğine nazaran faktör skorlarının saçılım grafiğinin, gizil değişkenler arasındaki üstel ilişkileri daha net ortaya çıkarması dikkat çeken bir sonuçtur.

Küçük örneklem hacimlerinde, saçılım grafiklerindeki ilişkilerin net olarak anlaşılamaması, üç yaklaşımı birden kullanmanın gerekçelerinden biri olarak görülebilir. Bir diğer gerekçe ise, model uyum ölçütlerinin karşılaştırılmasının sadece hangi modelin daha uygun olduğunu söylemesi ve dolayısıyla doğrusal olmayan modelin formuna ilişkin bilgiler içermemesidir. Yine de değişkenler arasındaki ilişkilerin formu her zaman bu çalışmada ele alınan modelde olduğu kadar açık değildir. Daha karmaşık modeller için saçılım grafikleri yardımıyla model formunun belirlenmesi kolay değildir. Ayrıca sadece saçılım grafiklerine bakılarak kesin sonuçlara ulaşılabileceği söylenemez.

Bu tez çalışmasında kullanılan model formu, gizil değişkenler arasındaki üstel ilişkilere dayandığından, bu formunun saçılım grafiği ile belirlenmesi ya da daha doğru bir ifadeyle öngörülmesi kolaydır. Bu çalışmada üstel model ele alınmasının sebeplerinden biri de uygun modelin formunun saçılım grafikleri yardımıyla net bir şekilde görülebilmesidir.

Bu tez çalışmasında, uygun modelin belirlenmesinde örneklem hacmi 1000 olarak ele alınmıştır. Bu sayede, karşılaştırılan doğrusal ve üstel modele ilişkin saçılım grafikleri arasındaki fark açık olarak görülebilmektedir. Saçılım grafiklerine ait ön incelemelerde, gizil değişkenler arasındaki ilişkilerin üstel olduğu, 1000 örneklem hacminin yanı sıra 500 örneklem hacminde de net olarak görülebilmektedir. Örneklem hacmi 250 olduğunda bozulan üstel ilişki, 100 ve 50 örneklem hacimlerinde ise artık anlaşılamamaktadır. Genel olarak, küçük örneklem hacimleri, gizil değişkenler arasındaki ilişkilerin formunu veren gözlenen değişkenlerin ve faktör skorlarının ilişkileri, direkt olarak model formunu gösteremese de, modelin doğrusal olmadığını gösterebileceği sonucuna ulaşılabilir.

Ayrıca bu çalışmada, uygun modelin belirlenmesinde kullanılan tüm uyum iyiliği ölçütleri ise, şaşırtıcı olmayan bir şekilde, doğrusal olmayan model formuna ait uyumun doğrusal formundan daha iyi olduğunu göstermektedir. Bunun için ayrıca model uyum ölçütleri sayılan log-olabilirlikler arasındaki farkın anlamlı olup olmadığı olabilirlik oran testi ile incelenmiş, üstel modelle doğrusal model arasındaki farkın anlamlı olduğu görülmüş ve yine üstel modelin kullanılması gerektiği sonucuna varılmıştır. Model, hata varyanslarının büyüklüğüne göre incelendiğinde ise, üstel modele ait hata varyanslarının daha küçük olmasından dolayı, yine üstel modelin daha uygun olduğu sonucu ortaya çıkmıştır.

Doğrusal ve üstel modele ait parametre tahminleri karşılaştırıldığında, üstel modele ait parametrelerin genel olarak, daha yansız, daha doğru ve daha az değişken ve hata varyanslarının daha küçük olarak tahmin edildiği, yani daha güvenilir olduğu gözlenmiştir. Bu doğrultuda, doğrusal olmayan YEM'de doğrusal yaklaşım kullanmanın doğurduğu sakıncalar olarak, parametre tahminlerinin yanlı, daha az doğru ve daha değişken olması sonucuna ulaşılır. Bunun yanı sıra, gözlenen değişkenlerin ve faktör skorlarının saçılım grafikleri ya da model uyum ölçütleri değerlendirilmeden kullanılan, aslında doğrusal olmayan fakat doğrusal varsayılan modelin, gerçek hayat problemlerinde yanıltıcı sonuçlara yol açabileceği düşünülmektedir. Çünkü bu durumda, parametre tahminleri olduğundan küçük veya büyük çıkabilmekte ve bu YEM'nin temelini oluşturan gizil değişkenler arasındaki ilişkilerin yanlış belirlenmesine yol açabilmektedir. Bu sonuç, biraz iddialı olsa da, gerçek hayat problemlerinde değişkenler arasında doğrusal olmayan ilişkiler söz konusu olduğundan, aslında tüm YEM modellerinin doğrusal olup olmadığının kontrol edilmesi gerektiği tartışmasını ortaya atmaktadır.

Modelin belirlenmesi, doğrusal YEM için yeni bir konu olmamasına rağmen, doğrusal olmayan YEM için yeni bir bakış açısı getirmektedir. Bu konuyla ilgili çalışma yok denecek kadar azdır. Model belirlemesi için bu yeni bakış açısını ortaya çıkartan mevcut tek çalışmanın (Codd, 2011) eksikliği ise, önerilen form ile doğrusal form arasında uyum istatistikleri açısından anlamlı bir fark olup olmadığının belirlenmemiş olmasıdır. Elde edilen değerler birbirine çok yakın olduğundan bu fark anlamsız gözükmekte ve bu durumda doğrusal olmayan model kullanımının belki de gereksiz olduğu sonucu ortaya çıkmaktadır.

Geçmiş çalışmalarda model seçiminin, sadece uygun gözlenen değişkenlere ve onların ilgili gizil değişkenlerine karar verilmesine dayanması, model belirlemesi konusundaki eksiği ortaya çıkarmakta ve bu konu ile doğrusal olmayan gelecek YEM uygulamaları için alternatif, kullanışlı ve gerekli olan fakat kesin olmayan bir yol sunulmaktadır. Model belirlemesi konusunda geliştirilmesi ve tam olarak anlaşılması gereken hususların varlığı, gelecek çalışmalar için bu konuyu incelemeye değer kılmaktadır.

Bu tez çalışmasının amaçlarından biri de, MML tahmin yönteminin performansının değerlendirilmesidir. Bu amaç doğrultusunda yapılan simülasyon çalışması ile, MML tahmin yöntemine göre üstel modele ilişkin parametre tahminlerinin yakınsaklık ve uygun çözüme yakınsama durumları, parametre tahminleri ve parametre tahminlerinin standart hatalarının yanlı olup olmaması durumları, standart hataların doğruluğu ve parametrelerin değişkenliği; örneklem hacmi ve gözlenen değişkenlerin güvenilirliği koşulları altında incelenmiştir. Burada esas amaç, bu tez çalışmasında ve doğrusal olmayan YEM'de sıklıkla kullanılan MML tahmin yönteminin performansını gözlenen değişkenlerin farklı güvenilirlik düzeylerinde ve farklı örneklem hacimlerinde, yakınsaklık, standart hataların doğruluğunu gösteren standart hata oranları (SER) ve standart hataların değişkenliğini gösteren RMSE gibi kriterlerine göre değerlendirmektir.

MML tahmin yöntemine göre, tüm değerlendirme kriterleri açısından örneklem hacimleri ve gözlenen değişkenlerin güvenilirlikleri arasında belirgin farklar olduğu gözlenmiştir.

Yakınsak ve uygun olmayan çözümlerin oranı dikkate alındığında, düşük örneklem hacimlerinde (50,100), özellikle örneklem hacminin 50 olduğu durumda, güvenilirlik düzeylerine bakılmaksızın MML tahmin yönteminin, doğrusal olmayan bir YEM modeli uygulamalarında kullanılmaması gerektiği söylenebilir.

MML tahmin yönteminin performansının, yakınsak ve uygun olmayan çözümlerin oranı dikkate alındığında, güvenilirlik düzeylerinden örneklem hacminden etkilendiği kadar etkilenmediği görülmüştür. En iyi sonuçlara, güvenilirlik düzeyinin 0,65 olduğu durumlarda, en kötü sonuçlara ise güvenilirlik düzeyinin 0,45 olduğu durumlarda rastlanmıştır. Yine de, örneklem hacmi 250 ve üzerinde olduğunda, 0,45 güvenilirlik düzeyinin bile uygun çözümlerin oranı için yeterli olduğu söylenebilir.

MML tahmin yöntemine göre, düşük güvenilirlik düzeyinin (0,45), parametre tahminlerinin yanlı olmasına sebep olduğu ve yansız parametre tahminleri elde etmek için örneklem hacminin 250 ve üzerinde olması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır. Özellikle gözlenen değişken güvenilirliği zayıf olduğunda ve bu durum küçük örneklem hacmi ile birleştiğinde yanlı tahminlerle karşılaşılmıştır. Bu beklenen ve literatürle tutarlı bulunan bir sonuçtur. Harring vd. (Harring vd., 2012) ve Marsh vd. (Marsh vd., 2004)'de zayıf gözlenen değişken güvenilirliği ve küçük örneklem hacimleri söz konusu olduğunda yanlı tahminlerle karşılaşılmıştır.

Similasyon çalışmasında, örneklem hacminin yüksek (500, 1000) ve/veya güvenilirliğin yüksek (0,85) olduğu durumlarda, tüm standart hataların yansız olarak üretildiği gözlenmiştir. Örneklem hacminin ve güvenilirliğin düşük olduğu durumlarda ise, doğrusal olmayan ilişki parametrelerinin standart hatalarının yanlarının oldukça yüksek olduğu bulunmuştur.

Standart hataların yanlarının incelendiği çok az sayıda çalışma bulunduğundan geliştirilmesi gereken bir konu olarak gelecek çalışmalar için ele alınabilir.

Similasyon çalışmasından elde edilen bir sonuç, 500 ve 1000 örneklem hacminde tüm güvenilirlik düzeylerinde tüm parametrelerin doğruluğuna güvenilebilir olduğudur. Benzer şekilde 0,85 güvenilirlik düzeyinde de tüm örneklem hacimlerinde parametre tahminlerinin doğruluğuna güvenilebilir olduğu bulunmuştur.

Ele alınan koşullar altında parametre tahminlerinin değişkenliğini gösteren RMSE değerleri karşılaştırıldığında, en yüksek RMSE'ye örneklem hacminin 250 ve güvenilirlik düzeyinin 0,65 olduğu durumda rastlanmıştır. Örneklem hacmi ve güvenilirlik düzeyi arttıkça, RMSE oranlarının düşmesi beklendiğinden, bu sonuç beklenilmeyen bir sonuç olarak değerlendirilmiştir. Yine de, bu koşullar göz ardı edildiğinde, genel olarak, örneklem hacmi ve güvenilirlik düzeyi arttıkça parametrelerin değişkenliğinin azaldığı söylenilebilir.

RMSE dışındaki tüm kriterler göz önüne alındığında MML tahmin yöntemi ile doğrusal olmayan bir YEM tahmininde, 0,65 ve 0,85 güvenilirlik düzeyinin ve 250 ve 500 örneklem hacminin kullanılması gerektiği ortaya çıkmıştır. RMSE yorumu da eklendiğinde, en istenen parametre tahmin değerlerine 0,85 güvenilirlik düzeyi ve 500 örneklem hacminde rastlandığı söylenebilir.

Parametre tahminlerinin performansını etkileyen ve bu çalışmada değinilmeyen diğer faktörler (gözlenen ve/veya gizil değişkenlerin dağılımı ve gözlenen ve/veya gizil değişkenlerin sayısı), 500 örneklem hacmi ve 0,85 güvenilirlik koşullarında incelenerek bu faktörlerin MML tahmin yönteminin performansını nasıl etkilediği gelecek çalışmalarda incelenebilir. Bu sayede simülasyon tasarımının karmaşıklığı ortadan kalkmış olur.

Simülasyon çalışması genel olarak değerlendirildiğinde, zayıf güvenirlik (0,45) ve küçük örneklem hacimleri (50, 100) kombinasyonlarının, yan ve standart hata oranı açısından MML tahmin yöntemi üzerinde en büyük bir etkiye sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Bu literatürle uyumlu bulunan bir sonuçtur (Bknz: (Harring vd., 2012)). Bu sonuç, sınır şartlarda MML tahmin yönteminin performansının kötü olduğunu göstermektedir.

Bu tez çalışmasında, yakınsama sürelerinin örneklem hacmi ve gözlenen değişkenlerin güvenilirlikleriyle de yakından ilişkili olduğu bulunmuştur. Düşük örneklem hacimlerinde ve düşük güvenilirlik düzeylerinde yakınsanamayan çözümlerle karşılaşılması, MML yönteminin bir diğer dezavantajı olarak sayılabilir.

Simülasyon çalışması sonucunda elde edilen bulgular, genel olarak literatürle tutarlı bulunmuştur. Geçmiş simülasyon çalışmalarında olduğu gibi, gözlenen değişkenlerin güvenilirlikleri ve örneklem hacmi, doğrusal olmayan etkileri doğru ve kesin olarak tahmin etmede, büyük bir etkiye sahiptir. Zayıf güvenilirlik düzeylerinin ve aşırı küçük örneklem hacimlerinin, Harring vd. (Harring vd., 2012)'nin çalışmasına benzer şekilde doğrusal olmayan parametrelerin ve standart hatalarının tahminlerinin doğruluğu ve hassasiyeti üzerinde en büyük olumsuz etkiye sahip olduğu bulunmuştur.

Harring vd. (Harring vd., 2012) 'nin çalışmasında, tüm sınır şartlarda, düşük örneklem hacmi ve düşük güvenilirlik düzeyleri beş tahmin yöntemi ile incelenmiş ve tüm tahmin yöntemlerine göre de bu şartların kötü performans sergilediği gösterilmiştir. Bu tez çalışmasında ele alınan model üstel model olduğu için sadece MML tahmin yöntemi ile parametre tahmini yapılmıştır. Gelecek çalışmalarda, farklı bir model ele alınarak, diğer tahmin yöntemlerinin performansları da benzer şekilde değerlendirilebilir ve karşılaştırılabilir.

Bu tez çalışmasında amaç, MML yönteminin performansını değerlendirmek olduğundan ve parametre tahmin yöntemleri arasında her hangi bir kıyaslama amaçlanmadığından bir tek bu yöntem kullanılmıştır. Ele alınan üstel modelin çözümünü mümkün kılan bir diğer yöntem ise Bayesci yöntemlerdir. Ele alınan model için Bayesci yöntemle de parametre tahmini yapılabilirdi, fakat Harring vd.(Harring vd., 2012), Bayesci tahmin yönteminin örnekleme tabanlı bir tahmin yöntemi olması sebebiyle, kıyaslama amacıyla kullanılmasının gerekli olmadığını söylemiştir. Yine de gelecek çalışmalarda bu iki tahmin yöntemiyle elde edilen parametre tahminleri karşılaştırılabilir.

Çalışmada kullanılan MML tahmin yöntemi, yeni geliştirilmekte olan bir yöntem olmakla birlikte, karmaşık modellerle ilgilenildiği zaman uygulamaya ilişkin yapısal eşitliklerin çözümünün oldukça zor olması beklenmektedir. Bunun için modellerin karmaşıklığının kısıtlanması üzerine gidilebilir, gerekli durumda parametre sayısı azaltılabilir veya gizil değişkenler arasındaki ilişkilerin derecesi düşürülebilir.

Doğrusal yapısal eşitlik modelleriyle ve basit doğrusal olmayan yapısal eşitlik modelleri ile ilgili çalışmalar genellikle LISREL paket programıyla yapılmaktadır ve bu program genel doğrusal olmayan yapısal eşitlik modelleri için yeterli değildir. Bu çalışmada kullanılan SAS Proc NLMIXED ile ilgili çok fazla çalışma mevcut olmadığından bu çalışma, araştırmacılara bir örnek teşkil edecektir. Çünkü her doğrusal model, aslında doğrusal olmayan modelin bir alt formu gibi düşünülebilir. Fakat bunun tersi doğru değildir.

SAS Proc NLMIXED, rastgele etkili modeller için en iyi seçim olsa da, SAS Proc NLMIXED’de kötü ölçeklendirilmiş ve karmaşık modellerinin MML çözümü, iyi performans sergilememektedir. Aynı zamanda, PROC NLMIXED halen iç içe geçmiş veya çapraz rastgele etkileri ele almamaktadır (Wolfinger, 1999). Bu tez çalışmasının sınırlılıklarından bir tanesi de, karmaşık problemler açısından MML’nin performansının değerlendirilememiş olmasıdır. Gelecek çalışmalarda, MML’nin performansının değerlendirilmesinde çeşitli karmaşık modellerden yararlanılması önerilmektedir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Ajzen, Icek (1987). “Attitudes, traits, and actions: Dispositional prediction of behavior in personality and social psychology”. *Advances in experimental social psychology* 20, pp. 1–63.

Akaike, Hirotugu (1974). “A new look at the statistical model identification”. *IEEE transactions on automatic control* 19.6, pp. 716–723.

Algina, James ve Bradley C Moulder (2001). “A note on estimating the Jöreskog-Yang model for latent variable interaction using LISREL 8.3”. *Structural Equation Modeling* 8.1, pp. 40–52.

Arbuckle, James L (1995). “Amos™ 16.0 User’s Guide”. *PA: Amos Development Corporation*.

Arminger, Gerhard ve Bengt O Muthén (1998). “A Bayesian approach to nonlinear latent variable models using the Gibbs sampler and the Metropolis-Hastings algorithm”. *Psychometrika* 63.3, pp. 271–300.

Bandalos, Deborah L ve W Leite (2006). “The use of Monte Carlo studies in structural equation modeling research”. *Structural equation modeling: A second course*, pp. 385–426.

Bartholomew, DJ (1987). *Latent Variable Models and Factor AnalysisGriffin*.

Bentler, Peter M (1980). “Multivariate analysis with latent variables: Causal modeling”. *Annual review of psychology* 31.1, pp. 419–456.

— (1985). *Theory and implementation of EQS: A structural equations program*. BMDP Statistical Software.

Bentler, Peter M ve Eric JC Wu (2005). *EQS 6.1 for Windows*. Encino, CA: Multivariate Software INC.

Beyer, William H (1984). *CRC Handbook of chemistry and physics*. CRC press.

Blom, Peder ve Anders Christoffersson (2001). "Estimation of nonlinear structural equation models using empirical characteristic functions."

Bollen, Kenneth A. (1989). *Structural Equations with Latent Variables*. Wiley-Interscience. ISBN: 0471011711,9780471011712.

Bollen, Kenneth A (1995). "Structural equation models that are nonlinear in latent variables: A least-squares estimator". *Sociological methodology*, pp. 223–251.

— (1996). "An alternative two stage least squares (2SLS) estimator for latent variable equations". *Psychometrika* 61.1, pp. 109–121.

Bollen, Kenneth A ve Pamela Paxton (1998). "Interactions of latent variables in structural equation models". *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal* 5.3, pp. 267–293.

Breslow, Norman E ve David G Clayton (1993). "Approximate inference in generalized linear mixed models". *Journal of the American statistical Association* 88.421, pp. 9–25.

Byrne, Barbara M (2013). *Structural equation modeling with EQS: Basic concepts, applications, and programming*. Routledge.

Chin, Wynne W (1998). "The partial least squares approach to structural equation modeling". *Modern methods for business research* 295.2, pp. 295–336.

Chin, Wynne W, Barbara L Marcolin ve Peter R Newsted (2003). "A partial least squares latent variable modeling approach for measuring interaction effects: Results from a Monte Carlo simulation study and an electronic-mail emotion/adoption study". *Information systems research* 14.2, pp. 189–217.

Codd, Casey L (2011). "Nonlinear Structural Equation Models: Estimation and Applications". phdthesis. The Ohio State University.

Cohen, Jacob, Patricia Cohen, Stephen G West ve Leona S Aiken (2013). *Applied multiple regression/correlation analysis for the behavioral sciences*. Routledge.

Cronbach, Lee J ve Richard E Snow (1977). *Aptitudes and instructional methods: A handbook for research on interactions.* Irvington.

Cudeck, Robert, Jeffrey R Harring ve Stephen HC du Toit (2009). "Marginal maximum likelihood estimation of a latent variable model with interaction". *Journal of Educational and Behavioral Statistics* 34.1, pp. 131–144.

Dempster, Arthur P, Nan M Laird ve Donald B Rubin (1977). "Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm". *Journal of the royal statistical society. Series B (methodological)*, pp. 1–38.

DiStefano, Christine (2002). "The impact of categorization with confirmatory factor analysis". *Structural Equation Modeling* 9.3, pp. 327–346.

Dimitruk, Polina, Karin Schermelleh-Engel, Augustin Kelava ve Helfried Moosbrugger (2007). "Challenges in nonlinear structural equation modeling". *Methodology* 3.3, pp. 100–114.

Doğan, Murat (2013). "Doğrulayıcı faktör analizinde örneklem hacmi, tahmin yöntemleri ve normalliğin uyum ölçütlerine etkisi". mathesis. ESOGÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü.

Gagne, Phill (2004). "Generalized Confirmatory Factor Mixture Modeling: A Tool for Assessing Factorial Invariance Across Unspecified Populations". phdthesis.

Gallant, A Ronald ve George Tauchen (1996). "Which moments to match?": *Econometric Theory* 12.4, pp. 657–681.

Ganzach, Yoav (1997). "Misleading interaction and curvilinear terms." *Psychological Methods* 2.3, p. 235.

Goodhue, Dale, William Lewis ve Ronald Thompson (2007). "Research note—Statistical power in analyzing interaction effects: Questioning the advantage of PLS with product indicators". *Information Systems Research* 18.2, pp. 211–227.

Harring, Jeffrey R, Brandi A Weiss ve Jui-Chen Hsu (2012). "A comparison of methods for estimating quadratic effects in nonlinear structural equation models." *Psychological methods* 17.2, p. 193.

Hayduk, Leslie A (1987). *Structural equation modeling with LISREL: Essentials and advances*. Jhu Press.

Hoogland, Jeffrey J ve Anne Boomsma (1998). "Robustness studies in covariance structure modeling: An overview and a meta-analysis". *Sociological Methods & Research* 26.3, pp. 329–367.

Huber, Philippe, Elvezio Ronchetti ve Maria-Pia Victoria-Feser (2004). "Estimation of generalized linear latent variable models". *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)* 66.4, pp. 893–908.

Hurvich, Clifford M ve Chih-Ling Tsai (1989). "Regression and time series model selection in small samples". *Biometrika* 76.2, pp. 297–307.

Institute, SAS (1992). *PROC CALIS Statement*. SAS Institute.

— (2017a). *SAS Institute*. URL: `https://www.sas.com/en_us/software/stat.html` (Retrieved 06/30/2017).

— (2017b). *SAS University Edition*. URL: `https://www.sas.com/tr_tr/software/university-edition.html` (Retrieved 06/30/2017).

— (2017c). *SAS University Edition*. URL: `http://www.sas.com/en_us/software/university-edition/download.html` (Retrieved 06/30/2017).

Institute, Statistical Analysis System (1999). *SAS/STAT user's guide, version 8*. Vol. 2. SAS Institute.

Jaccard, James ve Choi K Wan (1995). "Measurement error in the analysis of interaction effects between continuous predictors using multiple regression: Multiple indicator and structural equation approaches." *Psychological bulletin* 117.2, p. 348.

— (1996). *LISREL approaches to interaction effects in multiple regression*. 114. Sage.

Jeyakumar, V ve X Wang (1999). "Approximate Hessian matrices and second-order optimality conditions for nonlinear programming problems with C 1-data". *The ANZIAM Journal* 40.3, pp. 403–420.

Jöreskog, KG ve F Yang (1997). "Estimation of interaction models using the augmented moment matrix: Comparison of asymptotic standard errors". *SoftStat* 97, pp. 467–478.

Jöreskog, Karl G (1998). "Interaction and nonlinear modeling: Issues and approaches."

Joreskog, Karl G ve Dag Sorbom (1993). *LISREL 8: Structural equation modeling with the SIMPLIS command language*. Scientific Software International.

Jöreskog, Karl G ve Dag Sörbom (1996). *LISREL 8: User's reference guide*. Scientific Software International.

Jöreskog, Karl G ve Fan Yang (1996). "Nonlinear structural equation models: The Kenny-Judd model with interaction effects". *Advanced structural equation modeling: Issues and techniques*, pp. 57–88.

Jöreskog, Karl Gustav (1973). "A general method for estimating a linear structural equation system". New York: Academic Press, pp. 85–112.

Jörskog, KG ve H Wold (1982). "The ML and PLS Techniques for Modeling With Latent Variables: Historical and Comparitive Aspects". *Systems Under Indirect Observation: Part I*, pp. 263–70.

Karasek Jr, Robert A (1979). "Job demands, job decision latitude, and mental strain: Implications for job redesign". *Administrative science quarterly*, pp. 285–308.

Kelava, Augustin, Helfried Moosbrugger, Polina Dimitruk ve Karin Schermelleh-Engel (2008). "Multicollinearity and missing constraints: A comparison of three approaches for the analysis of latent nonlinear effects". *Methodology* 4.2, pp. 51–66.

Kelava, Augustin, Christina S Werner, Karin Schermelleh-Engel, Helfried Moosbrugger, Dieter Zapf, Yue Ma, Heining Cham, Leona S Aiken ve Stephen G West (2011). "Advanced nonlinear latent variable modeling: Distribution analytic LMS and QML estimators of interaction and quadratic effects". *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal* 18.3, pp. 465–491.

Kelava, Augustin, Benjamin Nagengast ve Holger Brandt (2014). "A nonlinear structural equation mixture modeling approach for nonnormally distributed latent predictor variables". *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal* 21.3, pp. 468–481.

Kenny, David A ve Charles M Judd (1984). "Estimating the nonlinear and interactive effects of latent variables." *Psychological bulletin* 96.1, p. 201.

Klein, Andreas G ve Bengt O Muthén (2007). “Quasi-maximum likelihood estimation of structural equation models with multiple interaction and quadratic effects”. *Multivariate Behavioral Research* 42.4, pp. 647–673.

Klein, Andreas ve Helfried Moosbrugger (2000). “Maximum likelihood estimation of latent interaction effects with the LMS method”. *Psychometrika* 65.4, pp. 457–474.

Klein, Andreas, Helfried Moosbrugger, Karin Schermelleh-Engel ve Dirk Frank (1997). “A new approach to the estimation of latent interaction effects in structural equation models”. *SoftStat* 97, pp. 479–486.

Lastovicka, John L ve Kanchana Thamodaran (1991). “Common factor score estimates in multiple regression problems”. *Journal of Marketing Research*, pp. 105–112.

Lee, Sik-Yum (2007). *Structural equation modeling: A Bayesian approach*. Vol. 711. John Wiley & Sons.

Lee, Sik-Yum ve Xin-Yuan Song (2003a). “Maximum likelihood estimation and model comparison of nonlinear structural equation models with continuous and polytomous variables”. *Computational statistics & data analysis* 44.1, pp. 125–142.

— (2003b). “Model comparison of nonlinear structural equation models with fixed covariates”. *Psychometrika* 68.1, pp. 27–47.

— (2012). *Basic and advanced Bayesian structural equation modeling: With applications in the medical and behavioral sciences*. John Wiley & Sons.

Lee, Sik-Yum ve Hong-Tu Zhu (2000). “Statistical analysis of nonlinear structural equation models with continuous and polytomous data”. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology* 53.2, pp. 209–232.

— (2002). “Maximum likelihood estimation of nonlinear structural equation models”. *Psychometrika* 67.2, pp. 189–210.

Lee, Sik-Yum, Wai-Yin Poon ve Peter M Bentler (1995). “A two-stage estimation of structural equation models with continuous and polytomous variables”. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology* 48.2, pp. 339–358.

Lee, Sik-Yum, Xin-Yuan Song ve Nian-Sheng Tang (2007). “Bayesian methods for analyzing structural equation models with covariates, interaction, and quadratic latent variables”. *Structural Equation Modeling* 14.3, pp. 404–434.

Li, Fuzhong, Peter Harmer, Terry E Duncan, Susan C Duncan, Alan Acock ve Shawn Boles (1998). “Approaches to testing interaction effects using structural equation modeling methodology”. *Multivariate Behavioral Research* 33.1, pp. 1–39.

Li, Fuzhong, Terry E Duncan ve Alan Acock (2000). “Modeling interaction effects in latent growth curve models”. *Structural Equation Modeling* 7.4, pp. 497–533.

Lindstrom, Mary J ve Douglas M Bates (1990). “Nonlinear mixed effects models for repeated measures data”. *Biometrics*, pp. 673–687.

Littell, Ramon C, George A Milliken, Walter W Stroup, Russell D Wolfinger ve Oliver Schabenberger (2007). *SAS for mixed models*. SAS institute.

Lusch, Robert F ve James R Brown (1996). “Interdependency, contracting, and relational behavior in marketing channels”. *The Journal of Marketing*, pp. 19–38.

Lyhagen, Johan (2007). “Estimating Nonlinear Structural Models: EMM and the Kenny–Judd Model”. *Structural Equation Modeling* 14.3, pp. 391–403.

Marsh, Herbert W, Zhonglin Wen ve Kit-Tai Hau (2004). “Structural equation models of latent interactions: evaluation of alternative estimation strategies and indicator construction.” *Psychological methods* 9.3, p. 275.

— (2006). “Structural equation models of latent interaction and quadratic effects”. *Structural equation modeling: A second course*, pp. 225–265.

Mayer, Axel, Nora Umbach, Barbara Flunger ve Augustin Kelava (2017). “Effect Analysis Using Nonlinear Structural Equation Mixture Modeling”. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal* 24.4, pp. 556–570. DOI: 10.1080/10705511.2016.1273780. eprint: http://dx.doi.org/10.1080/10705511.2016.1273780. URL: http://dx.doi.org/10.1080/10705511.2016.1273780.

Mooijaart, Ab ve Peter M Bentler (2010). “An alternative approach for nonlinear latent variable models”. *Structural Equation Modeling* 17.3, pp. 357–373.

Moosbrugger, Helfried, Karin Schermelleh-Engel, AUGUSTIN Kelava ve Andreas G Klein (2009). “Testing multiple nonlinear effects in structural equation modeling: A comparison of alternative estimation approaches”. *Structural equation modeling in educational research: Concepts and applications*, pp. 103–136.

Moulder, Bradley C ve James Algina (2002). “Comparison of methods for estimating and testing latent variable interactions”. *Structural Equation Modeling* 9.1, pp. 1–19.

Mulaik, Stanley A (2009). *Foundations of factor analysis*. CRC press.

Muthén, Bengt (1984). “A general structural equation model with dichotomous, ordered categorical, and continuous latent variable indicators”. *Psychometrika* 49.1, pp. 115–132.

Muthén, LK ve BO Muthén (1998). *Mplus User’s Guide, 7th Edn*.

Muthén, Linda K ve Bengt O Muthén (1998-2007). *Mplus User’s Guide: Statistical Analysis with Latent Variables: User’ss Guide*. Muthén & Muthén.

Oracle VirtualBox, SAS University Edition QuickStart Guide for (2017). *SAS University Edition*. URL: https://support.sas.com/software/products/university-edition/docs/en/SASUniversityEditionQuickStartVirtualBox.pdf (Retrieved 06/30/2017).

Oracle (2017). *Oracle VirtualBox*. URL: https://www.virtualbox.org/wiki/Downloads (Retrieved 06/30/2017).

Öztürk, Fikri ve Levent Özbek (2004). *Matematiksel modelleme ve simulasyon*. Gazi Kitabevi.

Patefield, Mike (2002). “Fitting non-linear structural relationships using SAS procedure NLMIXED”. *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)* 51.3, pp. 355–366.

Paxton, Pamela, Patrick J Curran, Kenneth A Bollen, Jim Kirby ve Feinian Chen (2001). “Monte Carlo experiments: Design and implementation”. *Structural Equation Modeling* 8.2, pp. 287–312.

Ping Jr, Robert A (1995). “A parsimonious estimating technique for interaction and quadratic latent variables”. *Journal of Marketing Research*, pp. 336–347.

— (1996). “Latent variable interaction and quadratic effect estimation: A two-step technique using structural equation analysis.” *Psychological Bulletin* 119.1, p. 166.

Ping, Robert A (1996). “Estimating latent variable interactions and quadratics: The state of this art”. *Journal of management* 22.1, pp. 163–183.

Pinheiro, JC ve DM Bates (2000). “Mixed-effects models in S and S-PLUS. New York: Springer.”

Pinheiro, José C ve Douglas M Bates (1995). “Approximations to the log-likelihood function in the nonlinear mixed-effects model”. *Journal of computational and Graphical Statistics* 4.1, pp. 12–35.

Rabe-Hesketh Sophia, Skrondal Anders ve Andrew Pickles (2004). “GLLAMM Manual UC Berkeley Division of Biostatistics Working Paper Series, Working Paper 160”.

Raykov, Tenko ve Spiridon Penev (1997). “Structural equation modeling and the latent linearity hypothesis in social and behavioral research”. *Quality and Quantity* 31.1, pp. 57–78.

Schermelleh-Engel, Karin, Andreas Klein ve Helfried Moosbrugger (1998). “Estimating nonlinear effects using a latent moderated structural equations approach.”

Schermelleh-Engel, Karin, Christina S Werner, Andreas G Klein ve Helfried Moosbrugger (2010). “Nonlinear structural equation modeling: Is partial least squares an alternative?”: *AStA Advances in Statistical Analysis* 94.2, pp. 167–184.

Schumacker, Randall E (2002). “Latent variable interaction modeling”. *Structural Equation Modeling* 9.1, pp. 40–54.

Schumacker, Randall E ve Richard G Lomax (2004). *A beginner’s guide to structural equation modeling*. Psychology Press.

Schumacker, Randall E ve George A Marcoulides (1998). *Interaction and nonlinear effects in structural equation modeling.* Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Schwarz, G (1978). “Estimating the dimension of a model The Annals of Statistics 6 (2), 461–464”. *URL: http://dx. doi. org/10.1214/aos/1176344136*.

Sheu, Ching-Fan, Cheng-Te Chen, Ya-Hui Su ve Wen-Chung Wang (2005). “Using SAS PROC NLMIXED to fit item response theory models”. *Behavior Research Methods* 37.2, pp. 202–218.

Skrondal, Anders ve Sophia Rabe-Hesketh (2004). *Generalized latent variable modeling: Multilevel, longitudinal, and structural equation models*. Crc Press.

Snyder, Mark ve Elizabeth Decker Tanke (1976). “Behavior and attitude: Some people are more consistent than others”. *Journal of Personality* 44.3, pp. 501–517.

Song, Xin-Yuan ve Sik-Yum Lee (2002). “A Bayesian approach for multigroup nonlinear factor analysis”. *Structural Equation Modeling* 9.4, pp. 523–553.

Spiegelhalter, DJ, A Thomas, NG Best ve DJ Lunn (2002). *WinBUGS: Bayesian Inference Using Gibbs Sampling Manual, Version 1.4. London: Imperial College; Cambridge, UK: MRC Biostatistics Unit*.

Tenenhaus, Michel (2008). “Component-based structural equation modelling”. *Total quality management* 19.7-8, pp. 871–886.

Tenenhaus, Michel, Vincenzo Esposito Vinzi, Yves-Marie Chatelin ve Carlo Lauro (2005). “PLS path modeling”. *Computational statistics & data analysis* 48.1, pp. 159–205.

Vonesh, Edward ve Vernon M Chinchilli (1996). *Linear and nonlinear models for the analysis of repeated measurements*. CRC press.

Wall, MM (2009). “Maximum likelihood and Bayesian estimation for nonlinear structural equation models”. *The SAGE handbook of quantitative methods in psychology*, pp. 540–567.

Wall, Melanie M ve Yasuo Amemiya (2000). “Estimation for polynomial structural equation models”. *Journal of the American statistical association* 95.451, pp. 929–940.

— (2001). “Generalized appended product indicator procedure for nonlinear structural equation analysis”. *Journal of Educational and Behavioral Statistics* 26.1, pp. 1–29.

Wall, Melanie M ve Yasuo Amemiya (2003). “A method of moments technique for fitting interaction effects in structural equation models”. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology* 56.1, pp. 47–63.

— (2007). “Nonlinear structural equation modeling as a statistical method”. *Handbook of latent variable and related models*, pp. 321–343.

Weiss, Brandi A (2010). *A comparison of methods for testing for interaction effects in structural equation modeling*. University of Maryland, College Park.

Wen, Zhonglin, Herbert W Marsh ve Kit-Tai Hau (2002). “Interaction effects in growth modeling: A full model”. *Structural Equation Modeling* 9.1, pp. 20–39.

Wittenberg, J ve G Arminger (1997). “Bayesian non-linear latent variable modelsspecification and estimation with the program system BALAM”. *SoftStat* 97, pp. 487–494.

Wold, Herman (1966). “Estimation of principal components and related methods by iterative least squares”. *Multivariate analysis*.

Wolfinger, Russ ve Michael O’connell (1993). “Generalized linear mixed models a pseudo-likelihood approach”. *Journal of statistical Computation and Simulation* 48.3-4, pp. 233–243.

Wolfinger, Russell D (1999). *Fitting nonlinear mixed models with the new NLMIXED procedure*. SAS Institute Inc., Cary, NC, pp. 278–284.

Yang Jonsson, Fan (1997). “Non-linear structural equation models: Simulation studies of the Kenny-Judd model”. phdthesis. Acta Universitatis Upsaliensis.

Zhu, Hong-Tu ve Sik-Yum Lee (1999). “Statistical analysis of nonlinear factor analysis models”. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology* 52.2, pp. 225–242.

ÖZGEÇMİŞ

Rana Şen Doğan, 1986 yılında İzmir'de doğmuştur. 2004 yılında İzmir Konak Anadolu Lisesi'nden, 2009 yılında Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Matematik Bölümü'nden mezun olmuştur. 2010 yılında Anadolu Üniversitesi Matematik Öğretmenliği Bölümü Tezsiz Yüksek Lisans programını tamamlamıştır. 2010 yılında Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İstatistik Bölümü Bilgi Sistemleri Anabilim Dalı'nda Araştırma Görevlisi olarak göreve başlamıştır ve halen görevini sürdürmektedir.

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İstatistik Bölümü'nde, 2013 yılında ”Model Belirlemesi, Örneklem Hacmi ve Tahmin Yönteminin Yapısal Eşitlik Modelleri Uyum Ölçütlerine Etkisi” isimli yüksek lisans tezini, 2017 yılında ise ”Doğrusal olmayan Yapısal Eşitlik Modellemesi: Bir Simülasyon Çalışması” isimli doktora tezini tamamlamıştır.