ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KAREKÖKLÜ SAYILAR KONUSUNDA BİLGİYİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Yakup DİNÇ

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ

Eskişehir, 2018

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Yakup DİNÇ tarafından hazırlanan **"Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kareköklü Sayılar Konusunda Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi"** başlıklı bu tez, **17/08/2018** tarihinde *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği*'nin ilgili maddeleri uyarınca yapılan **Tez Savunma Sınavı** sonucunda **başarılı** bulunarak, jürimiz tarafından oy birliği ile Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Görevi		Unvanı Adı SOYADI	İmza
Jüri Başkanı	:	Doç. Dr. Güney HACIÖMEROĞLU	
Danışman	:	Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ	
Üye	:	Dr. Öğr. Üyesi Emre EV ÇİMEN	

Prof. Dr. Eyüp ARTVİNLİ
Enstitü Müdürü

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

“Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kareköklü Sayılar Konusunda Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi” başlıklı tezin bizzat tarafımca hazırlanan, özgün bir çalışma olduğunu; bu çalışmanın tüm aşamalarında (hazırlık, veri toplama, analiz, bilgilerin sunumu ve raporlaştırma vb.) bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak hareket ettiğimi; bu çalışma kapsamında elde edilmeyen tüm veri, bilgi vb. için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara çalışmanın kaynakçasında yer verdiğimi; bu çalışmanın Eskişehir Osmangazi Üniversitesi tarafından kullanılan “Bilimsel İntihal Tespit Programı”yla tarandığını ve hiçbir “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, herhangi bir biçimde bu çalışmamla ilgili yukarıdaki beyanıma aykırı bir durumun saptanması halinde, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçların sorumluluğunu kabul ettiğimi bildiririm.

Yakup DİNÇ

Teşekkür

Yüksek lisans çalışmam boyunca desteğini esirgemeyen, değerli fikirleriyle çalışmama yön veren ve tezimin bitmesinde büyük emeği olan danışmanım Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ'e şükranlarımı sunarım.

Tez aşamamda.her türlü soruma içtenlikle cevap veren, pozitif enerjisiyle beni sürekli destekleyen değerli hocam Dr. Öğr. Üyesi Emre EV ÇİMEN'e teşekkür ederim.

Hem hayat hem tez arkadaşım olan, hayatım ve çalışmam boyunca en büyük destekçim, kıymetli eşim Büşra DİNÇ'e sonsuz sevgilerimi sunarım.

İyi ki benim kardeşim olmuş dediğim Mestan DİNÇ'e teşekkürü bir borç bilirim.

Bugünlere gelmemde hiçbir fedakârlıktan kaçınmayan, varlıklarıyla her zaman gurur duyduğum kıymetli babam Yaşar DİNÇ'e ve canımın içi annem Leyla DİNÇ'e minnettarım.

Yakup DİNÇ

İçindekiler

Tablolar Listesi

Şekiller Listesi

Özet

Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kareköklü Sayılar Konusunda Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi

Yakup DİNÇ

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ

2018

Amaç: Bu çalışmanın amacı, matematik başarı düzeyleri birbirinden farklı olan sekizinci sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayı (kareköklü sayı) kavramını oluşturma süreçlerini gözlemlemek ve bilgi oluşturma süreçlerinden yola çıkarak gelecekteki öğretim etkinlikleri için önerilerde bulunmaktır.

Yöntem: Bu araştırmada farklı matematik başarısına sahip öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerini incelemek amaçlandığından araştırma deseni olarak nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması modeli kullanılmıştır. Araştırmada "nasıl" ve "niçin" sorularını temel alarak bir olgu ya da olayı derinlemesine bütüncül incelemeye olanak veren araştırma yöntemi *bütüncül çoklu durum deseni* tercih edilmiştir. Araştırmada 2017-2018 eğitim-öğretim yılında Eskişehir'de bir devlet okulunda öğrenim gören toplam dokuz sekizinci sınıf öğrencisiyle çalışılmıştır. Katılımcılar, matematik derslerine giren öğretmenlerin görüşleri doğrultusunda seçilmiştir. Bu kritere göre matematik ders başarısı düşük, orta ve yüksek olan üçer öğrenci seçilmiştir. Pilot uygulamada, matematik ders başarısı düşük, orta ve yüksek olan birer öğrenci ile çalışılmıştır. Esas uygulamada katılımcılardan ikişer kişilik gruplar oluşturulmuş, gruplar başarı düzeylerine göre düşük, orta ve yüksek şeklinde üç kategoriye ayrılmıştır.

Çalışma kapsamında sekizinci sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayı kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi amacıyla Matematik Öğretim Programı'nda sekizinci sınıf kareköklü sayılar konusunun ilk iki kazanımına yönelik dört soru hazırlanmıştır. Öğrenciler hazırlanan soruları cevaplarken yarı yapılandırılmış görüşme sırasında kaydedilen video kayıtları ve katılımcı gözlem tekniği ile elde edilen araştırmacı notları veri toplama aracı olarak değerlendirilmiştir. Verilerin değerlendirilmesinde bilgi oluşturmadaki zihinsel süreçleri, gözlemlenebilir eylem basamaklarına dönüştürerek incelenme fırsatı oluşturan RBC+C soyutlama teorisi araç olarak kullanılmıştır. RBC+C

teorisine göre oluşturulan çerçevede, veriler *tanıma (recognizing), kullanma (building) ve oluşturma (constructing)* temaları altında düzenlenip sunulmuştur. Hazırlanan soruların ilk üçü *tanıma (recognizing) ve kullanma (building)* basamaklarına, son soru ise *tanıma (recognizing), kullanma (building) ve oluşturma (constructing)* basamaklarına ölçmeye yönelik oluşturulmuştur. Bu araştırmada *pekiştirme (consolidation)* basamağına yönelik veri ve bulgu bulunmamaktadır.

Bulgular: Uygulamalardan elde edilen bulgularda irrasyonel sayı kavramı için araştırmaya katılan dokuz öğrenciden matematik başarısı iyi olan pilot uygulamada bir öğrenci ile esas uygulamada bir öğrenci olmak üzere toplam iki öğrenci *oluşturma (constructing)* basamağına ulaşmışlardır. Matematik başarısı orta seviyede olan öğrenciler *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamaklarına ulaşırken matematik başarısı düşük seviyede olan öğrencilerden bazıları *tanıma (recognizing)* veya *kullanma (building)* basamaklarına da ulaşamamışlardır. Bu durumun ortaya çıkmasında soyutlama basamakları için gerekli olan alt bilgilerin (önkoşul öğrenmelerin) yeterince kavranamadığı (soyutlanamadığı) sonucu görülmektedir.

Sonuç ve Öneriler: Araştırma bulguları değerlendirildiğinde irrasyonel sayı kavramının soyutlanabilmesi için, öğrencilerin Matematik Öğretim Programı'ndaki sayı kümelerini ne için öğrendiğinin farkında olması gerekmektedir. Diğer bir ifadeyle *anlamlı öğrenmenin* gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Ek olarak, bu araştırmada öğrencilerin soyutlama sürecinde neden-sonuç ilişkilerini kurduğunda ve soyutlayacağı kavram üzerinde yoğun düşünme eylemi gerçekleştirdiğinde öğrenilecek kavramı soyutlamada başarılı oldukları görülmüştür**.** Bu yüzden öğretmenler, öğrencilere bir kavramı salt bir bilgi olarak öğretmeden önce öğrencilerin kendilerinde var olan yapılarla içinden çıkamayacakları etkinlikler tasarlayabilir bu durum üzerine öğrencilerin yoğun düşünme süreci yaşamalarını sağlayabilirler. Bunun yanında, yeni bir kavrama geçmeden önce o kavramla ilişkili ön koşul öğrenme durumları Matematik Öğrenme Programı'nda yer almalı, aksi durumla karşılaşıldığında öğretmen tarafından bu durum tespit edilebilir ve varsa bilgi eksiklikleri giderilerek yeni kavrama geçiş sağlanabilir.

Anahtar kelimeler: Kareköklü sayı, İrrasyonel sayı, Bilgi oluşturma, Soyutlama, RBC+C teorisi

Abstract

An Investigation of Eighth Grade Students' Knowledge Construction Process of Square Root Numbers

Yakup DİNÇ

Institute of educational Sciences at Eskişehir Osmangazi University

Department of Mathematics and Science Education

Counsellor: Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ

2018

Purpose: The aim of this study is to observe the process of creating the irrational number (square root number) concept of eighth grade students whose mathematics achievement levels are different from each other and to make proposals for future teaching activities starting from the knowledge creation processes.

Method: In this study, the research design is intended to examine the process of creating knowledge mathematics achievement of students with different methods of qualitative research case study model was used. In the study "how" and "why" questions based on a phenomenon or event that allows in-depth examination holistic research method was preferred holistic multi-state pattern. A total of nine eighth grade students studying at a public school in Eskisehir during the academic year 2017-2018 have been studied. Participants were selected according to the opinions of the teachers who entered the mathematics courses. According to this criteria, three weak, three middle and three good level students were selected for the mathematics course success. In the pilot practice, a weak, medium and a good level student were employed for the mathematics course success. In the main application, two groups were formed from the participants and the groups were divided into three categories as weak, medium and good according to their achievement levels.

Within the scope of the study, four questions were prepared for the first two goal of the eighth grade square subjects in the Mathematics Curriculum in order to examine the process of forming the irrational number concept of the eighth grade students. While the students answered the prepared questions, the video recordings recorded during the semi-structured interview and the investigator notes obtained by the participant observation technique were evaluated as data collection tool.

In the evaluation of the data, the RBC + C abstraction theory was used as a tool which creates the opportunity to examine by converting the mental processes of creating knowledge into observable action steps. In frame based on RBC + C theory, data are organized and presented under the themes of recognizing, building and constructing. The first three of the questions were designed for recognizing and building steps and the final question was for measuring, recognizing, building and consolidation the steps. There is no data or evidence for the consolidation step in this study.

Results: Nine students who participated in the research for the concept of irrational number in the findings obtained from the applications reached a total of two students constructing step, one student in the pilot practice with good mathematics success and one student in the main application. While students with intermediate mathematics achieve recognition and building steps, some of the students at lower levels of mathematics achievement did not reach recognition or building steps. In the emergence of this situation, it is seen that the sub information (prerequisite learning) required for the abstraction steps is not sufficiently understood (can not be abstracted).

Conclusion and Suggestions: When research findings are evaluated, in order to abstract the concept of irrational numbers, students need to be aware of what they have learned for the number sets in the mathematics curriculum. In other words, meaningful learning is required. In addition, it has been shown that in this research, students have succeeded in abstracting the concept that can be learned when students establish cause-effect relations in the abstraction process and perform intensive thinking on the concept to be abstracted. Therefore, before teachers can teach a concept as a pure knowledge to their students, they can design activities that students can not get out of with the existing structures in themselves and on this situation they can provide students with intensive thought life. In addition, pre-condition learning situations associated with that concept must be included in the mathematics learning program before a new concept is introduced. If this is the case, the teacher can detect this situation and if necessary, the lack of information can be eliminated and a new understanding can be achieved.

Keywords: Number of squares, Irrational number, Creation of information, Abstraction, RBC + C theory

BİRİNCİ BÖLÜM

1. Giriş

Bu bölümde araştırmanın amacı ve problem durumu, araştırmanın önemi, varsayımları ve sınırlılıkları ile araştırmada geçen bazı tanımlar sunulmuştur.

1.1. Problem Durumu

Bilgi, düşünen birey ile düşünülen nesne arasındaki etkileşim süreci sonunda gerçekleşen davranış değişiklidir. Edinilen her bilgi öğrenme eyleminin bir sonucudur. İnsanlık için son derece önemli olan öğrenme olgusu, günümüzde ve öncesinde insanlar için hep bir merak konusu olmakta ve bu doğrultuda öğrenme eylemini açıklayıcı, birbirine ışık tutan faklı kuramlar geliştirilmiş ve geliştirilmektedir.

Bu kuramlardan davranışçı yaklaşım kuramı, insanların öğrenmesini, hayvanlar üzerinde yapılan deneylerin sonuçlarıyla açıklayarak uyarıcı ile davranış arasında bağ kurup, doğrudan gözlemlenebilen davranış değişikliklerini öğrenme olarak kabul edilebileceğini savunmaktadır. Bilişsel kuram ise, öğrenmenin sadece gözlemlenebilir davranışlarla sınırlanamayacağını, gözlemlenemeyen davranışlarla da öğrenmenin oluşabileceğini ileri sürerek, öğrenme zihinsel bir süreçten oluşur ifadesiyle farklı bir bakış açısı kazandırmıştır. Diğer bir kuram olan yapılandırmacılık kuramı da bireyin öğrenmesinin laboratuvar ortamlarından ziyade çevreyle etkileşimini önemseyerek, öğrenme biçiminin herkes için genellenemeyeceğini, her bireyin öğrenmesinin öznel olduğunu savunmuştur. Yapılandırmacı öğrenme kuramı başlangıçta bireyin *"nasıl"* öğrendiği üzerine gelişmeye başlamışsa da zamanla bireyin bilgiyi *"nasıl"* yapılandırdığına ilişkin bir yaklaşım haline dönüşmüştür. Özetle, her bir kuram, diğer bir kuramın çıkış noktası olmakla birlikte bir önceki kuramın farklılıklarını da beraberinde getirmektedir.

Günümüzde güncelliğini koruyan yapılandırmacı yaklaşım, alan araştırmacılarını öğrenme eyleminin nasıl gerçekleştiği sorusuna cevap arandığı, kılavuzlandığı öğretme sürecine yöneltmiştir. Bu kapsamda öğretme eyleminin en sık gerçekleştirildiği yer olan okullarda *"öğrenme"* üzerine çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin öğrenme süreçlerini inceleyen bu çalışmaların, öğrenciler tarafından öğrenilmesi zor olan derslerde yoğunlaştığı görülmektedir. Bu derslerin başında da matematik gelmektedir (Taşdemir, 2009, s. 89).

Matematikle ilgili literatürde farklı tanımlara rastlamak mümkünken Yıldırım'a (2004, s. 1) göre *"matematik bizi doğruya, kesin bilgiye götüren biricik düşünme yöntemi"* iken Baykul'a (2009, s. 36) göre, *"günlük yaşantımızda karşılaştığımız sorunların çözümüne kullanılan bir araç, düşünme eylemini geliştiren bir sistem ve bireyin çevresiyle etkili iletişim kurmasını sağlayan bir disiplin"* olarak tanımlanmaktadır. Başka bir ifadeyle, *"matematik belli bir sistem ve mantıksal sıralamaya sahip kavram ve işlemler üzerine kurulu bir bilimdir"* (Van de Walle, Karp ve By-Williams, 2013, s. 13). Tanımda geçen *"işlem"* ve *"kavram"* ifadeleri matematiğin farklı iki bileşeni olan işlemsel ve kavramsal yapısına dikkat çekmektedir. Bu bağlamda matematik öğrenmek için kavramsal ve işlemsel bilgiye ihtiyaç vardır ve derslerde her iki tür bilginin de öğretilmesi önemlidir (Olkun ve Toluk, 2004, s. 53). Aynı zamanda, yenilenen öğretim programlarında matematik öğretiminde öğrencilerin başarılı olabilmesinin şartlarından biri de öğrencilerin matematikle ilgili kavram ve işlemleri anlamalarına, her iki beceri arasında bağ kurmalarına yardımcı olacak bir öğretimin gerçekleştirilmesi olarak açıklanmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı**,** MEB, 2018, s. 9).

Matematikte işlem bilgisi, Van de Walle, Karp ve Bay-Williams' a (2013, s. 24) göre, *"işlemleri yaparken kullanılan kurallar ve sembollere ilişkin bilgiler bütünüyken kavramsal bilgi, konuya ve kavramlara dair temel fikirler ve bu kavramlar arasındaki kurulan ilişkilere dair bilgilerdir"*. Benzer olarak, işlemsel bilgi sembol, matematiksel dil kullanımı, algoritma, kurallar, problem çözmek için gerekli prosedür bilgisiyken, kavram bilgisi de kavramın tanımını bilmekten öte kavramlar arasındaki geçişleri sağlayabilmeyi, öğrenilecek yeni kavramı öğrenilmiş önceki kavramlarla ilişkilendirip anlamlı bir biçime dönüştürebilmeyi içerir (Baki ve Kartal, 2004, s. 27). Bu açıdan bakıldığında; kavramsal bilgi, işlemsel bilgiden daha derin matematiksel düşünme süreçleri sonunda ortaya çıkar. Özetle, kavram bilgisinin oluşabilmesi için ön öğrenmelerin sonraki öğrenmelerle ilişkilendirilmesi gerekmektedir. Bu ilişkilendirmede de en çok başvurulan yöntemlerden birisi de soyutlamadır.

Soyutlama çok yönlü karmaşık bir kavramdır. Dolayısıyla literatürde, farklı tanımlamalarla karşılaşılmaktadır. En genel anlamda soyutlama Türk Dil Kurumuna (2018, s. 114) göre *"Bir nesnenin özelliklerinden veya özellikleri arasındaki ilişkilerden herhangi birini tek başına ele alan zihinsel işlem, gerçeklikte ayrılamaz olanı düşüncede ayırma"* şeklinde belirtilmektedir. Soyutlamanın çeşitli bilimlerde kullanılan ortak bir kavram olmasından dolayı, eğitimci ve psikologlar soyutlama kavramını farklı bakış açıları ile değerlendirmektedir. Skemp (1986, akt. Özcan, 2012, s. 34) soyutlamayı benzerliklerin farkına vardığımız bir aktivite olarak belirtirken, Sierpinska (1994, akt. Yeşildere ve Türnüklü, 2008, s. 485), *"nesnelerin sahip olduğu ortak bir özelliği veya özellikleri nesnelerden ayırma ve bu özelliğe isim verme sanatı"* olarak tanımlamaktadır. Farklı tanımlamalara rağmen soyutlamanın ortak yönleri, bir süreç içermesi ve bu sürecin sonunda bireyin kendi yaşantı ve deneyimleri sonucu yeni öğrenmeler edinmiş olmasıdır.

"Yaşamın soyutlanmış biçimi" (Altun, 2006, s. 223) olan matematik bilimi için soyutlama son derce önemlidir. Matematikte soyutlamayı önemli kılan nedenler aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Matematik biliminin yığılmalı ve birikimli bir bilim olması,
- Matematikte öğrenilen konuların soyut kavramlardan oluşması,
- Güncel öğretim paradigmalarına göre matematik dersindeki kazanımların süreç açısından incelenmeyi gerektirmesi,
- Matematikte önceki kavramların öğrenilecek bir sonraki kavramlar için önkoşul öğrenmeler içermesi,
- Soyutlamanın matematiksel düşünmenin (Liu, 1996, s. 416) önemli bir bileşeni olması,
- Anlamlı öğrenmeler için soyutlamanın gerekli oluşu (Zembat, 2007, s. 198),
- Matematik, bireyin zihinsel ve mantıksal yapılarını temele alan bir bilim olması,
- Soyutlamanın matematik için temel bir süreç olması (Ferrari, 2003, s. 1225), matematik eğitiminde soyutlamayı önemli kılmaktadır.

Günümüzde matematik biliminde soyutlama çalışmalarının temelinde, *"yapılandırmacılık"* anlayışı yer almaktadır. Piaget, bireyin öğrenmelerini süreç temelli değerlendirmenin önemini vurgularken insan zihninin öğrenmeleri nasıl gerçekleştirdiği üzerinde durup, bu kapsamda bireylerin yeni bir kavramı öğrenmede *"soyutlama"* yöntemine başvurduklarını belirtmektedir. Bu bağlamda, nesnelerin özelliklerini kullanarak yapılan soyutlamaya *"deneysel soyutlama"* nesnelerin özelliklerinin yanında nesnelerin oluşturdukları eylemler arasındaki ilişkiyi göz önüne alarak yapılan soyutlamaya *"yarı-deneysel (sözde deneysel) soyutlama"* ve nesneler arasındaki eylemler üzerine yoğun düşünmeler sonucunda yeni çıkarımlarda bulunulmasıyla gerçekleşen soyutlamaya da *"yansıtıcı soyutlama"* denilerek üç farklı soyutlama türü olduğu belirtilmektedir (Özmantar ve Monaghan, 2007, s. 89). Piaget'in *"yansıtıcı soyutlama"* fikri daha sonra matematik biliminde yapılacak soyutlama çalışmalarının çıkış noktası olmuştur (Sezgin Memnun, 2011, s. 48). Bu araştırmalar sonucunda, temelde aynı çıkış noktasına sahip fakat bağlamda farklılıklar içeren *"bilişsel soyutlama"* ve *"sosyo-kültürel soyutlama"* teorileri geliştirilmiştir.

Bilişsel yaklaşım kuramcıları soyutlamanın sıralı matematiksel süreç ve nesneden bir araya geldiğini, bireylerin zihinlerindeki *"bu nesneleri ortak özelliklerine göre ilişkilendirmek"* suretiyle daha ileri bir matematiksel nesneye ulaştıklarını açıklamaktadırlar (Herskhowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001, s. 195). Soyutlamanın, öğretim sürecinde gerçekleştirilen etkinliklerin incelenmesi ve örneklerdeki ortak özelliklerin fark edilmesi ile gerçekleştiğini belirtmektedirler (Özmantar, 2006, s. 305; Yeşildere ve Türnüklü, 2008, s. 485). Piaget'in öncülüğündeki bu psikologlar soyutlamanın bir dizi eylemler sonucunda kazanıldığını, diğer bir ifadeyle ardışık olduğunu ileri sürmektedirler.

Özet olarak, soyutlamaya bilişsel açıdan yaklaşan kuramcılar temelde üç ifade üzerinde birleşmişlerdir; (Özmantar ve Monaghan, 2007, s. 98)

1. Soyutlama, basit süreçten karmaşık bir sürece doğru gelişir (somuttan soyuta ilkesi).
2. Soyutlaştırma çok sayıda durum içerisinden benzerliklerden yararlanarak ortak özellik çıkarma sürecidir.
3. Soyutlama bireyin zihin yapısı ile soyutlanacak kavram arasında gerçekleşen bir süreçtir (çevre ve zaman koşullarından bağımsız bir süreç).

Soyutlama kavramına *sosyo-kültürel* açıdan yaklaşan araştırmacılar, soyutlama sürecinde çevre koşullarının önemli olduğunu ileri sürerek yukarıdaki üçüncü ifadeye karşı çıkmışlardır. Fakat *sosyo-kültürel soyutlama* kuramcıları bilişsel soyutlama görüşünü reddetmekten ziyade yetersiz kaldığı durumlarda, soyutlama için daha geniş bir kuramsal çerçeve sunmaktadırlar. Bu görüşün gelişmesinde Davydov'un (1990, s. 1) *etkinlik kuramı*, Leont'ev (1981, s. 37) tarafından Vygotsky'nin görüşüne uygun olarak geliştirilen *"aktivite teorisi",* Freudenthal Okulunun *"dikey matematikleştirme"* fikri temel oluşturmuştur. Bu görüşün savunucularına göre (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001; Noss ve Hoyles, 1996; Sfard, 1991; Van Oers, 2001, akt. Sezgin Memnun, 2011, s. 55) öğrenme, etkinlik temelli olarak gerçekleşir. Öğrenme eyleminde yapılan soyutlama sürecinde çevre, bireysel farklılıklar, öğretimsel araç-gereç kullanımı, sosyal etkileşim ve ortamı çevreleyen koşullar önemlidir (Altun ve Yılmaz, 2008, s. 237).

Bu çalışmanın kuramsal çerçevesini oluşturan *sosyo-kültürel soyutlama* teorisini ileri süren araştırmacılar: Hershkowitz, Schwarz, ve Dreyfus'a, (2001, s. 195) göre soyutlama; *"bireyde öncesinde var olan matematiksel yapılar kullanılarak yeni bir* *matematiksel yapı oluşturmak üzere dikey olarak yeniden organizasyonu aktivitesi"* şeklinde tanımlanmaktadır. Tanımda yer alan *"yeni bir matematiksel yapı"* ile soyutlama sonucunda oluşan matematiksel düşünce (kavram, bağıntı veya genelleme), *"aktivite"* sözcüğü ile bireysel veya grup çalışmalarında oluşturulmuş öğrenme ortamlarında öğrencilerin yürüttükleri eylemler, *"dikey organizasyon"* ile de kavramlar arasında ilişkiler kurmak suretiyle mevcut matematiksel nesnelerden daha formal bir matematiksel nesneye ulaşma kastedilmektedir.

Soyutlamanın doğrudan gözlemlenemeyen mantıksal ve zihinsel süreçlerden oluşması soyutlama süreci hakkında bilgi sahibi olunabilecek gözlemlenebilir eylemlerin tanımlamasına ihtiyaç duyulmuştur. Bu doğrultuda Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001, s. 195) soyutlama sürecini gözlemlenebilir üç epistemik eylemden oluştuğunu ileri sürmektedirler. Bu eylemleri *tanıma (recognizing), kullanma (building)* ve *oluşturma (constructing)* şeklinde isimlendirip basamaklara ayırmaktadırlar. Teori bu sözcüklerin baş harflerinin bir araya getirilmesi ile *RBC soyutlama teorisi* olarak adlandırılmaktadır. Teoriye ek olarak, Dreyfus (2007, s. 5) soyutlamanın gerçekleşmesi için pekiştirmenin gerekliliğine vurgu yapmış ve RBC olarak açıklanan soyutlama sürecine *pekiştirme (consolidation)* basamağının eklenmesiyle model RBC+C şeklinde ifade edilmeye başlanmıştır

Son yıllarda matematiksel kavramların edinilmesinde öğrencilerin soyutlama süreçleri hakkında bilgi sahibi olmak isteyen araştırmacılar, soyutlama sürecini gözlemlenebilir basamaklara ayırmasından dolayı, RBC+C teorisini sıklıkla kullanmaktadırlar. Bu kapsamda Dooley (2006, s. 1), ilköğretim düzeyinde matematiksel bilginin oluşturulması sürecinin analizi araştırmasında RBC+C soyutlama teorisinin kullanışlı bir araç olabileceğini belirtmektedir.

İlköğretimde matematiksel bilginin kazanılmasında önemli bir yeri olan sayı kavramının oluşturulmasının temelinde de soyutlama yer almaktadır. Örneğin doğal sayılar sayma süreçlerinden soyutlanmasıyla oluşmuş ve soyutlanma ile tamsayıların oluşumunda kullanılmıştır. Sonrasında tamsayılar soyutlanarak rasyonel sayılar, rasyonel sayıların soyutlanmasıyla da irrasyonel sayılar oluşmaktadır (Ferrari, 2003, s. 1225). Bu süreç içinde araştırmanın da konusu olan, öğrencilerin sayı kümelerinin soyutlanmasında en çok zorlandıkları irrasyonel sayı kümesidir. Literatürde bu konuda yapılan araştırmaların (Adıgüzel, 2013; Baştürk, 2015, s. 127; Çiftçi, Akgün ve Soylu, 2015; Ercire, 2014; Fischbein, Jehiam ve Cohen, 1995, s. 29; Güler, 2017, s. 86; Güven, Çekmez ve Karataş, 2011, s. 401; Kabaca ve Arslan, 2015, s. 25; Kaplan ve Açıl, 2015; Kara ve

Delice, 2012; Özaltun Çelik ve Bukova Güzel, 2017; Peled ve Hershkovitz, 1999, s. 39; Seyhan ve Gür, 2002; Shinno, 2007, s. 185; Sirotic ve Zazkis, 2007, s. 477; Zazkis ve Sirotic, 2010, s. 1; Voskoglou ve Kosyvas, 2012, s. 301) sonuçları incelendiğinde, araştırmaya katılan bireylerin irrasyonel sayı konusunda sıkça kavram yanılgısına düştükleri bunun yanında kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerindeki eksiklikleri göze çarpmaktadır. Buradan, ilgili araştırmalara katılan bireylerin irrasyonel sayı kavramını yeterince soyutlayamadıkları bulgusuna ulaşılabilir. Bu sonuçtan yola çıkarak bu araştırmada soyutlama basamaklarının gözlenebilir süreçler içermesinden dolayı RBC teorisi kullanılarak sekizinci sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayı kavramını oluşturmadaki bilgi süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Yeni bir konunun öğrenilmesinde, öğrenilen konuya ait kavramlarının soyutlanmasında öğrencilerin düşünme biçimlerinin ortaya çıkarılması önemli görülmektedir. Bu kapsamda, çalışmanın amacı, matematik başarı düzeyleri birbirinden farklı olan sekizinci sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayı kavramını oluşturma süreçlerini gözlemlemek ve bilgi oluşturma süreçlerinden yola çıkarak gelecekteki öğretim etkinlikleri için önerilerde bulunmaktır. Çalışmanın amacına uygun olarak, araştırmada, soyutlamanın bir aracı haline gelen soyutlamayı gözlemlenebilir bilişsel basamaklara dönüştüren RBC teorisi referans alınmıştır.

1.3. Araştırmanın Önemi

Alan eğitimi araştırmacıları, bireyin yaşamında önemli değişikliklere neden olan matematik dersinin en etkili şekilde öğrenilmesi ve öğretilmesi için araştırmalar yaparak, yapılan bu araştırmaların sonucunda matematik öğrenmek için işlemsel ve kavramsal bilgi olarak iki türlü bilgiye ihtiyaç olduğunu belirtmektedirler. İşlemsel bilginin matematiksel bilgiyi temsil etmede kullanılan simgelerden oluştuğu, kavramsal bilginin ise birey tarafından oluşturulan anlamlı ilişkiler bütünü olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Diğer bir ifadeyle kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişki kavramsal bilginin işlemsel bilgiye anlam kazandırarak ona destek olduğu ve etkili anlamanın bu şekilde gerçekleşeceği görüşü etkindir. Kavramsal bilginin işlemsel bilgiden daha önemli olduğu ya da bu durumun tersi düşünülmemelidir. Kavramsal bilgiyi dikkate almadan işlemsel bilgiler üzerinden gerçekleştirilen öğretim, matematik öğretiminin özüne aykırıdır. İşlemsel bilgi olan algoritmalar ve izlenen işlem basamakları ezberlenerek öğrenilebilirken, kavramsal bilgi yapılan işlemleri anlamayı, anlamlandırmayı gerektirir. Bu nedenle, kavramsal bilginin edinilmesi daha uzun süre alır ve işlemsel bilgiye göre daha karmaşık süreçler içerir (Erbaş ve Ersoy, 2002, s. 16). Bu bağlamda alan eğitimi araştırmacıları, bireylerin yeni öğrendikleri kavramları nasıl yapılandırdıkları ve diğer matematiksel kavramlarla nasıl ilişkilendirdikleri üzerine yoğunlaşmışlardır (Akkan, 2009, s. 1; Akkaya, 2010, s. 1; Güler, 2017, s. 186; Katrancı ve Altun, 2013, s. 11; Özcan, 2012, s. 1; Sezgin Memnun, 2011, s. 50; Ulaş ve Yenilmez, 2017, s. 103).

Araştırmanın konusu olan irrasyonel sayı kavramının sekizinci sınıf öğrencileri tarafından nasıl yapılandırıldığının, diğer matematik kavramlarıyla nasıl ilişkilendirildiğinin ve öğrenilen yeni kavramın ne şekilde soyutlandığının incelemesi açısından, çalışma önemlidir. Ek olarak, kareköklü sayılar *(irrasyonel sayılar)* konusuyla günümüze kadar yapılan araştırmaların birçoğu nicel olarak var olan durumu tespit etmeye yönelik olurken bu araştırmada ise öğrencilere kendilerinde var olan sayı kümeleriyle açıklayamadıkları problem durumu verilerek, yeni bir sayı kavramının *(irrasyonel sayılar)* varlığını fark etmeleri ve bu durumun sürecinin incelenmesi açısından ayrıca önemlidir.

1.4. Varsayımlar

1) Araştırmada hazırlanan uygulama sorularının öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini doğru biçimde yansıttığı kabul edilmektedir.

2) Araştırmada kullanılan uygulama sorularıyla ilgili olarak uzman görüşlerinin yeterli olduğu kabul edilmektedir.

3) Araştırmacının çalışmanın uygulanması ve yorumlanması sürecinde yansız davrandığı varsayılmıştır.

4) Çalışma grubunun uygulamalarda düşünme süreçlerini ortaya çıkarıcı açıklamalarda bulundukları varsayılmıştır.

1.5. Sınırlılıklar

1) Araştırma 2017-2018 Eğitim- Öğretim yılı güz dönemi ile sınırlıdır.

2) Araştırmadan elde edilen bulgular, araştırmanın gerçekleştirildiği çalışma grubu verileri ile sınırlıdır.

3) Araştırmanın verileri ortaokul sekizinci sınıf Matematik Öğretim Programı’nın kareköklü sayılar konusunun ilk iki kazanımıyla sınırlıdır.

4) Araştırmadan elde edilen bulgular RBC+C soyutlama basamaklarından *tanıma (recognizing), kullanma (building)* ve *oluşturma (constructing)* basamaklarıyla sınırlıdır.

5) Araştırmada kullanılan uygulama sorularından ilk üçü *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağına yönelik iken, dördüncü soru *tanıma (recognizing), kullanma (building)* ve *oluşturma (constructing)* basamaklarına uygun hazırlanmış olup; sorular ilgili basamakları ölçmesiyle sınırlıdır.

İKİNCİ BÖLÜM

2. Kuramsal Çerçeve

Bu kısımda araştırma konusunun kuramsal çerçevesini oluşturan konu başlıklarının açıklamalarına yer verilmektedir.

2.1. Bilgi ve Öğrenme

Bilgi, var olandan haberdar olmak için özne-nesne ilişkisi kurarak insan ile evren arasındaki ilişkilerin açıklanmasıdır. Bilgi, düşünen bilinç ile düşünülen arasındaki etkileşimin ifadesidir. Bilen olarak özne, bir şeye yönelip o şeyi kendi bilgi nesnesi yapar ve onun hakkında bilgi sahibi olur. Öyleyse bilgi, bir süreç sonunda ortaya çıkan üründür. Bilginin edinilmesinde geçen zaman ifadesiyle, süreç kavramına dikkat çekilerek, bu süreç sonunda ortaya çıkan ürün olarak, bireyde davranış değişiklerinin olması beklenmektedir. Bu davranış değişikliğinin eğitim bilimlerindeki karşılığı da öğrenme olarak nitelendirilmektedir.

Farklı tanımlar olmakla birlikte en genel şekliyle öğrenme; *"Yaşantı sonucu kazanılmış ve kalıcı izleri olabilen davranış değişikliği"* olarak ifade edilmektedir (Fidan, 2012, s. 9). Buna karşılık öğrenme; içerisinde çeşitli psikolojik ve biyolojik etkileşimlerin olduğu karmaşık bir süreçtir. Bireydeki psikolojik ve biyolojik durumların öznelliği öğrenme farklılıklarını da beraberinde getirmiş, bu kapsamda farklı öğrenme kuramları geliştirilmiş ve geliştirilmektedir. Farklılıklar olmakla birlikte, her bir kuram temelde diğer bir öğrenme kuramına ışık tutarak öğrenme kavramı sürecine yönelik değişik pencereler açmaktadır.

Bunlardan en eski ve en çok bilinen paradigma olan davranışçılık kuramıdır. Bu kurama göre davranışlardaki gözlenebilir değişmeler öğrenmedir ve bireyin öğrenmesinde çevresel faktörler oldukça etkilidir. Böylelikle davranışçı öğrenme, dışarıdan gözlenebilir davranışlarla ilgilenmekte, hiçbir zaman içsel durumlar, anlayışlar, süreçler ya da ihtiyaçlarla alaka kurmamaktadır (Gültekin, Karadağ ve Yılmaz, 2007, s. 503). 1960'larda yapılan deneysel çalışmalarda davranışçı kurama uygun olmayan, bu kuramın açıklamakta zorlandığı bazı durumların ortaya çıkmasıyla bilişsel durumlar, problem çözme gibi üst düzey becerileri izah etmede zayıf kalmasıyla, davranışçı kuram yerini bilişsel kurama bırakmıştır.

Araştırmacılar bilişsel kuram döneminde üst düzey zihinsel beceri gerektiren öğrenmeleri inceleyerek kompleks bilgileri anlamayı amaçlamışlardır (Açıkgöz, 2003, s. 7). Bilişsel kuram, öğrenmeyi insanın beyninde ve sinir sisteminde oluşan bir içsel süreç olarak tanımlamıştır. Bu bağlamda bireydeki öğrenmeler davranışçı kuramda olduğu gibi dışsal değil, bilişsel yapılardan oluşan içsel süreçlerden meydana gelmektedir. Sürecin sonunda bireyde oluşan davranış değişiklikleri ise içsel süreçlerin dışa yansıması şeklinde ifade edilmektedir. Bilişsel kuramcılar beynin çalışmasını bilgisayara benzeterek çevreyi göz ardı ettiklerini göstermektedir. Jonassen'e (1991a, s. 5) göre bilişsel öğrenme kuramı, zihinsel süreçleri dikkate alırken davranışçı kuramdaki gibi, bireyi çevresinden soyutlamaktadır. Bu kapsamda, hem davranışçı hem de bilişsel yaklaşımın temelinde nesnelci yaklaşım vardır. Nesnelcilikte, bilginin bireyden bağımsız olduğu ve öğrenmenin dış dünyadan bireye aktarılması sonucu oluştuğu varsayılmaktadır (Cooper 1993, s. 12; Jonassen, 1991b, 28, akt. Koç ve Demirel, 2004, s. 175).

Daha sonraları nesnelci paradigmaya karşı, öğrenmenin pasif veya basit bir biçimde nesnel olmadığını, beynin tamamen bilgisayara benzetilemeyeceğini, bilginin çevreden pasif bir şekilde alınamayacağını, bilginin kendi yaşantısını anlamlı kılmaya çalışan bireyler tarafından oluşturulduğunu ve öğrenmenin sosyal bir etkinlik olduğunu savunan yeni bir paradigma geliştirilmiş, öğrenme kuramlarına hakim olan nesnellik etkisi giderek azalmıştır. Yeni paradigmaya göre, bilginin sınırlarının zihinle sınırlanamayacağı, bilginin sınırsız bir alana sahip olduğu, bireyin kendi yaşadıkları, düşünceleri, analizleri ile oluştuğu ve sübjektif olduğu savunulmaktadır. Öznel gerçeklik üzerine kurulan bu kuram ise yapılandırmacılıktır (Kılıç, 2001, s. 9).

19. yüzyılda, Piaget ve Bruner'in çalışmalarıyla daha çok geliştirilen yapılandırmacılık kuramı, insanın ne öğrendiğine değil nasıl öğrendiğine odaklanır (Yaşar, 1998, s. 69). Yapılandırmacılık, ilk olarak bilginin nasıl öğrenildiğiyle ilgilenen bir kuram olarak gelişse de zaman içinde öğrenenlerin bilgiyi nasıl yapılandırdıklarına odaklanan bir yaklaşım biçimi haline gelmiştir (Perkins, 1999, akt. Erdem ve Demirel, 2002, s. 82). Yapılandırmacı kuram, bilginin öğrencilerin tecrübeleriyle şekillenerek oluştuğunu belirtmektedir. Bu öğrenme; yapılan etkinlikler, görüşmeler ve bireylerin yaşantılarında karşılaştığı durumlar yoluyla olmaktadır. Öğrenme eyleminin gerçekleştiği bu faaliyetler bizi öğrenmeyi sağlamak için düzenlenen öğretme sürecine yöneltmektedir (Fidan, 2012, s. 9).

2.2. Öğretme Süreci

Öğrenme eylemi sürecindeki en önemli aşama herhangi bir öğrenmeyi kılavuzlama veya sağlama faaliyeti olan öğretme sürecidir (Ertürk, 2016, s. 83). Çünkü öğretme süreci, aynı zamanda öğrenmenin gerçekleştirildiği yönetim faaliyetidir. Bu yönetimin içine, öğretme eyleminin gerçekleşeceği ortamın hazırlanması, öğrenenin biyografisi, öğretmenin pedagojik alan bilgisi, uygun öğretme strateji ve tekniklerinin kullanılması gibi başlıklar dahil edilebilir. Öğretme eylemi içerisinde bunlardan daha önemlisi ise, öğrenen zihninin keşfedilip bireyin öğrenme eylemine hazırlanmasıdır. Başka bir ifadeyle, öğrenen bireyin, bilgiyi nasıl öğrendiği sorusunun cevabının bulunmasıdır. Bu sayede uygun öğretme süreciyle bireyin kendi öğrenmesini keşfetmesi sağlanabilir.

Öğretme süreciyle ilgili formal ortamdaki bireylerin öğrenmelerini konu edinen araştırmalarda soyut bilgi içeren derslerin öğrenilme güçlüğünün daha fazla olduğu göze çarpmaktadır. Öğrenciler soyut bilgileri anlamlandırmakta zorlanmakta ve bu tür bilgi içeren derslerde daha az başarı sergilemektedirler. Bu kapsamda soyut bilgilerin daha fazla olduğu, öğrenilmesi zor konuların yer aldığı derslerin başında da matematik dersi gelmektedir (Yıldızhan, 2013, s. 110).

2.3. Matematik Nedir?

Matematik denildiğinde genel olarak, belli bir sonuca ulaşmak için matematiksel formüller kullanarak işlem yapabilme becerisi ve kurallar akla gelebilir. Ancak Tural'a (2005, s. 24) göre matematik, bilgiyi analiz etmeyi, düzenlemeyi, yorumlamayı, ortaya bir ürün koymayı, güçlü tahminlerde bulunmayı ve her türlü problemi çözme becerisini içerir. Eğitim bilimleri sözlüğünde ise matematik; *"form, sayı ve çokluk yapılarını, özelliklerini ve aralarındaki ilişkilerini mantık yoluyla araştıran bilim"* olarak tanımlanmaktadır (Oğuzkan, 1974, s. 114). Altun'a (2006, s. 223) göre ise matematik, temelinde ardışık soyutlamaların ve genellemelerin yer aldığı, en sade şekliyle *"yaşamın soyutlanmış bir şekli"* olarak tanımlanabilir. Bu tanıma göre matematikteki her bir kavram (sayı, şekil, işlem, fonksiyon vb.) yaşanan çevreden soyutlanmıştır.

Özetle, bireylerin yaşantısında karşılaştığı güçlükleri aşmada ve çözmede rasyonel çözüm üretme imkânı sunan, eleştirel düşünme bakış açısı kazandıran matematik biliminin, okullarımızda öğretimi son derece önem taşımaktadır.

2.4. Matematik Öğretimi

Matematik öğrenmek, temel kavram ve matematiksel beceriler ile birlikte matematiksel düşünmeyi, problem çözme ve yorumlama stratejilerine sahip olmayı, matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirmeyi ve matematiğin günlük hayatımızdaki önemini algılamayı kapsayan önemli bir süreçtir (Tural, 2005, s. 24).

Matematik öğretimi; çağın gereksinimlerine cevap verebilecek nitelikte güçlü bireyler yetiştirilmesine imkân tanıdığı için gelişmiş ve gelişmekte olan ülkelerin eğitim sistemlerinde ve öğretim programlarında ayrı bir önem arz etmektedir (Taşova, 2011, s. 1). Bu bağlamda, ülkemizde eğitim-öğretim programlarında yer alan ilköğretim matematik öğretiminin yeri aşağıda verilmektedir.

Ülkemizde Millî Eğitim Bakanlığı ve Yükseköğretim Kurulu başta olmak üzere birçok kurum ve kuruluşun görüşleri doğrultusunda hazırlanan Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi (TYÇ) (Resmi Gazete, 2016) programı uygulamaya konulmuş, öğretim programlarında yer alan kazanımlar bu çerçeve esas alınarak belirlenmiştir. Matematik programındaki kazanımlar da, matematiksel yetkinlik çerçevesiyle ele alınmıştır.

TYÇ'de temel eğitim alan her bireyin kazanması hedeflenen sekiz anahtar yetkinlikten biri olan matematiksel yetkinlik, yaşamın içinde yaşanan problemleri çözmek için matematiksel düşünme yolunu geliştirme ve yürütmedir. Bu süreç sağlam bir aritmetik becerisi üzerine inşa edilen, etkinlik ve bilgiye dayanmaktadır. Matematiksel yetkinlik, düşünme (mantıksal ve uzamsal düşünme) ve sunmanın (formüller, modeller, kurgular, grafikler ve tablolar) matematiksel modlarını farklı derecelerde kullanma beceri ve isteğini içermektedir (MEB, 2018, s. 15).

Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer verilen kazanımlar sadece matematiksel becerilerle değil diğer becerilerle de ilişkili olacak şekilde hazırlanmıştır. Belirlenen kazanımlarla bu becerilerden bazılarının bağlantısı aşağıda belirtilmiştir. Bunlar;

- Sayıları okuma ve yazma, ritmik olarak sayma, problem çözme ve kurma kazanımları öğrencilerin iletişim becerilerini geliştirmeyi,
- Problem çözme ve kurma, veri analizi yapma, grafik analiz etme, bir işlemde verilmeyeni bulma gibi kazanımlarla öğrencilerin karar verme, olaylar arasında bağlantı kurma, sebep-sonuç ilişkisini ortaya çıkarma, anlama, yorumlama becerileriyle matematiksel becerilerini geliştirmeyi,

- Tahmin etme, karşılaştırma, zihinden işlem yapma gibi kazanımlarla öğrencilerin fikirlerini geliştirme, kişisel yeteneklerini ortaya çıkarma ve geliştirme, sosyal faaliyetlere katılım, karşılaştığı sorunlara uygun çözümler üretebilme becerileriyle de karar verme ve girişimcilik becerilerini geliştirmeyi amaçlar şeklindedir.

Matematik Dersi Öğretim Programı'nda, matematiksel becerilerin yanında aşağıdaki temel becerilerin de geliştirilmesi amaçlanmaktadır. Bu beceriler; problem çözme, iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme, duyuşsal beceriler, psikomotor beceriler, bilgi ve iletişim teknolojileri şeklinde belirlenmiştir (MEB, 2013, s. 3).

Matematik Dersi Öğretim Programı'nda kazandırılması hedeflenen bu beceriler birbirleri ile bağlantılı becerilerdir ve her öğrenme alanında değinilmesi gerekmektedir. Problem çözme becerisini kullanan bir öğrencinin bu süreçte akıl yürütme, iletişim gibi becerileri de kullanması tahmin edilmektedir. Bireyin bu becerilerinin gelişimi daha sonraki sınıf düzeylerinde matematik öğrenimi için de önemli bir süreçtir.

Özetle, Matematik Öğretim Programı'nda öğrenme-öğretme sürecinde birey merkeze alınıp, günlük yaşantısında gereksinim duyacağı nitelikler dikkate alınarak bir program geliştirilmiştir. Geliştirilen programda ilköğretim matematik öğretiminin merkezinde ise sayı kavramı yer almaktadır (MEB, 2018, s. 12). Araştırmanın konusu ile de doğrudan ilişkili olduğu için sayı öğretimi konusuna ayrı bir başlık altında yer verilmiştir.

2.5. Sayı Öğretimi

İnsanların bilişsel gelişiminde büyük rolü olan sayı kavramı, uzun zamanlardan beri uygarlığın gelişimine büyük fayda sağlamıştır. İnsanoğlunun sahip oldukları veya ihtiyaç duydukları nesneleri bir ölçüt ile belirme ihtiyacından doğan sayı kavramı bireylerin matematikle tanıştığı ilk kavramdır (Baştürk, 2015, s. 127). Milleti ne olursa olsun her bireyin çocukluk döneminde matematiğe dair bildiği ilk kavram sayı kavramıdır. Başlangıçta basit düzeyde oluşan sayı kavramı, bireylerin örgün eğitime başlamasıyla farklılaşmaktadır. Bu farklılaşmada öğrenilen sayı kavramı öğrenilecek bir sonraki kavramın temelini oluşturmaktadır. Matematiğin temelinde yer alan sayılar konusuyla ilgili geçmişten günümüze alan uzmanları araştırmalar yapmaktadır. Yapılan araştırmalarda (Temel ve Eroğlu, 2014, s. 1263), öğrencilerin matematiği öğrenmelerinin ve kullanmalarının sayı kavramının öğretilmesi ile geliştirilebileceği ifade edilmektedir. Bunun yanında, sayı kavramının öğrenciliğin ilk yıllarından itibaren anlamlı bir şekilde geliştirilmesi de aynı zamanda matematiğe karşı oluşacak önyargıların önüne geçecektir. Çünkü, Turkel, ve Newman'na (1988, s. 53) göre öğrenciler, sayıları kullanma yollarını, yorumlamalarını ve sayıların ifade ettiği anlamı bildiklerinde, daha rahat ve kendilerinden emin olurlar. Bu yüzden matematik bilimi için sayı öğretimi önemli bir konu haline gelmektedir. Sayı öğretiminin eğitim programlarında oldukça uzun bir süreç içermesi, her eğitim basamağına göre farklı kazanımlara ayrılarak yer verilmektedir.

İlkokul ve ortaokulda sayılar ve temel kavramlar konuları Matematik Öğretim Programı'nda geniş bir yer tutmaktadır (MEB, 2009, s. 29). Bu konular; sayı, tamsayı, rasyonel sayı ve irrasyonel sayı kavramlarıdır. Sayı öğretimi öğrenciler için okul öncesi dönemden başlayıp dokuzuncu sınıfın sonuna kadar sıralı bir şekilde devam eder (Zembat, 2008, s. 40). Öğrencilerin sayı kavramlarını anlamada, sayılarla işlem yapmada sıkıntı çektikleri ve öğrencilerin bazılarının bu kavramları anlamak yerine formülleri ve soruların çözüm yollarını ezberleme eğiliminde oldukları (Gürbüz ve Birgin, 2009, s. 529) yapılan çalışmalarda görülmektedir. Öğrencilerin sayı kavramıyla ilgili soruları ezberlemeye çalıştıklarında, verilen sayı kavramlarını işlemsel ve kavramsal bilgileriyle bağdaştıramadıkları görülmüş, böylelikle sayı kavramının zor anlaşılması ve kavram yanılgıları görülebilmektedir (The National Council of Teachers of Mathematics/ NCTM, 2015). Öğrencilerin matematik öğretiminde kavramların doğru olarak öğrenilebilmesi için, kavramla ilgili bilgi eksikliklerinin belirlenerek giderilmesi gereklidir (Çetin, Ersoy ve Çakıroğlu, 2002, s. 16; Küçük ve Demir, 2009, s. 97). Bu açıdan ülkemizde Milli Eğitim Bakanlığı tarafından 2017-2018 Eğitim-Öğretim döneminde uygulanmak üzere yeni bir öğretim programı uygulamaya konulmuştur. Bu programda sayılar öğretimine, ortaokul kısmının her sınıfına yönelik farklı kazanımlar içerecek şekilde yer verilmiştir (MEB, 2018, s. 17).

Beşinci sınıfta okuyan öğrencilerin doğal sayıları okuyup yazabilmeleri ve doğal sayılarda dört işlem yapabilmeleri gerekmektedir. Öğrencilerin bu sınıf düzeyinde tam sayılı kesirleri ve bileşik kesirleri tanımaları, tam sayılı kesri bileşik kesre, bileşik kesri tam sayılı kesre dönüştürmeleri, payları veya paydaları eşit kesirleri, birinin paydası diğerinin paydasının katı olan kesirleri karşılaştırmaları, bu kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları beklenmektedir. Beşinci sınıfta ayrıca ondalık gösterim konusu işlenmeye başlanmaktadır. Ondalık gösterimin kesirlerle ilişkilendirilmesi, ondalık kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları istenmektedir. Ondalık gösterimden sonra yüzde kavramına da yer verilmektedir. Yüzde kavramının kesir ve ondalık gösterimlerle ilişkilendirilmesi beklenmektedir.

Altıncı sınıfta bu konunun devamı ele alınmış, doğal sayılarda işlem önceliğini gerektiren kazanımlara yer verilmiştir. Bu sınıf düzeyinde doğal sayılarda çarpan ve katlar konusuna yönelik kazanımlar yer almaktadır. Öğrencilerden bu düzeyde kümeler konusunu anlamaları, tam sayılar konusunu anlamlandırmaları ve karşılaştırmaları beklenmektedir. Kesirleri karşılaştırma ve kesirlerle dört işlem yapma konularına beşinci sınıfın devamı niteliğinde altıncı sınıf düzeyinde de yer verilmektedir. Ayrıca öğrencilerin altıncı sınıf düzeyinde ondalık gösterimleri verilen sayıları çözümlemeleri, ondalık gösterimi verilen sayılarda çarpma ve bölme işlemlerini yapabilmeleri ve oran kavramını anlamaları beklenmektedir.

Yedinci sınıfta sayılar ve işlemler öğrenme alanında; tam sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri, rasyonel sayıları tanıma, sıralama ve rasyonel sayılarla dört işlem yaparak problem çözme konuları bulunmaktadır. Yedinci sınıfta oran ve orantı alt öğrenme alanında ise, öğrencilerin verilen çoklukları oran olarak yazabilmeleri, günlük yaşam ifadelerini inceleyerek orantısal durumları belirlemeleri, doğru ve ters orantılı çoklukları anlamlandırarak konu ile ilgili problemleri çözmeleri beklenmektedir. Yedinci sınıfta sayılar ve işlemler öğrenme alanındaki son konu yüzdeler konusudur. Bu konuda öğrencilerin yüzde sorularında verilmeyen bir çokluğu bulmaları ve bir çokluğu belirli bir yüzde ile artırmaya veya azaltmaya yönelik işlemler yapmaları istenmektedir.

Sekizinci sınıfta ise, çarpanlar ve katlar, üslü ifadeler ve kareköklü ifadeler konuları bulunmaktadır. Kazanım olarak incelendiğinde ise, en büyük ortak böleni (EBOB) ve en küçük ortak katı (EKOK) bulma ve bununla ilgili problemleri çözme, üslü ifadelerle ilgili işlemler yapma, bilimsel gösterim şeklinde yazma, kareköklü ifadeleri anlama, kareköklü ifadelerle işlem yapabilme ve ondalık gösterimlerin kareköklerini bulma konuları yer almaktadır.

Özetle, öğretim programlarının sarmal yapısı dikkate alındığında sayı kümeleriyle ilgili kazanımlar her sınıf seviyesine uygun olarak her yıl aynı kazanımların benzerleri tekrarlanarak verilmektedir ancak öğrencilerin irrasyonel sayıları tanımaları ve diğer sayı kümeleri ile ilişki kurabilmeleri ilk kez sekizinci sınıf düzeyinde gerçekleşmektedir. İrrasyonel sayılar, bu araştırmanın kapsamıyla ilgili olmasından dolayı bir sonraki bölümde bu konuya ayrı başlıkta yer verilmiştir.

2.6. İrrasyonel Sayılar

Zaman geçtikçe insanların ihtiyaçları artmakta ve bilimin gelişimi devam ettikçe doğal ve tam sayılar günlük yaşamda karşılaşılan problemleri çözme ihtiyacını karşılayamamıştır. Örneğin; üç ekmek dört çocuk arasında paylaştırılmak istendiğinde, bunun için aşağıdaki soruların sorulması gerekmektedir. *"Bu paylaşımı doğal sayılar ya da tam sayılarla yapabilir miyiz?", "Eğer yapamazsak nasıl yapabiliriz?"*. Bu sorulara gerekli cevaplar verildiğinde, mevcut sayı kümelerinden (doğal sayılar ve tam sayılar) farklı bir sayı kümesine (rasyonel sayılar) ihtiyaç duyulur (Şiap ve Duru, 2004, s. 89). Artan ihtiyaçlar ve gelişen düşünce sistemi karşısında ortaya çıkan sayı kavramları ile belirli ortak özellikler ve farklılıklara göre, çeşitli sayı kümeleri oluşturulmuş ve oluşturulan sayı kümeleri matematik biliminde önemli bir yer edinmiştir (Baştürk, 2015, s. 128).

Bütün bunlarla birlikte, sayı kavramının günümüzdeki inşasına kadar çok uzun çağlar geçmiştir. Bu duruma, eski Çin yazmalarından günümüze uzanan dik üçgenler problemiyle başlayan ve Pisagor'un öğrencisinin kenarları bir birim olan ikizkenar dik üçgenin hipotenüsünü hesaplamaya çalışmasıyla devam eden ve o zamanlarda bir sır olan, günümüzde irrasyonel sayılar olarak bilinen sayı kümesi örnek olarak gösterilebilir (Sertöz, 2002, s. 49). Başka bir görüşe göre ise irrasyonel sayı kavramını ilk kullanan topluluğun Babilliler olduğu savunulmaktadır (Flannery, 2006, s. 32). Eski mısırlı rahiplerden dik üçgen kavramını öğrendiği varsayılan Pisagor ve arkadaşlarının sayı teorisi konusundaki çalışmaları incelendiğinde, bütün sayıların bir sayısından elde edilebileceğini önceden tahmin ettikleri görülür (Yıldırım, 2011, s. 71). Bu sebeple evreni, bir sayısı ile bütünleştirmektedirler. Karşılaştıkları çeşitli uzunlukları bir birim ile karşılaştırarak ölçmeye çalışmışlardır. Örneğin, bir birimin beş eşit parçasından sekiz tane alınarak oluşturulan uzunluk 8/5 olarak adlandırılmaktadır. Ancak ikizkenar dik üçgenin dik kenarlarının bir birim uzunluğunda olduğu bir durumda üçgenin hipotenüs uzunluğunun ölçüsünü hesaplamak, içinde bulunulan zamana göre içinden çıkılmaz bir durum oluşturmuştur. Bu hipotenüs uzunluğu, bir tam sayı ya da bir tam sayının belirli bir parçası olarak belirtilememiştir. Bulunması istenilen uzunluğun matematiğin temel yapı taşları olarak kabul edilen tam sayılar ile ifade edilemeyişi, Pisagor ve arkadaşları için belirsiz bir duruma neden olmuştur. Pisagor ve arkadaşları bir birim ile ölçülemeyen bu sayılara ölçülemez/kıyaslanamaz sayılar ya da ortak ölçüsüz sayılar ismini vermişlerdir (Sertöz, 2002, s. 49). Oranlayamamak anlamına gelen bu tanımlar yerine günümüzde *"oransız"* anlamına gelen *"irrasyonel"* ifadesi kullanılmaktadır.

"İrrasyonel" ifadesi genellikle *"mantık dışı"* anlamında kullanılmış olsa da, aslında daha önce de ifade edildiği gibi *"oransız"* anlamında da kullanılmaktadır. Ek olarak, irrasyonel sayı kavramı Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Dersi Öğretim Programı'nda *"kareköklü ifadeler"* öğrenme basamağı altında incelenmektedir (MEB, 2018, s. 71).

Geçmişte Pisagor ve arkadaşlarının sayıları anlamlandırmada yaşadıkları zorluklar, günümüz insanları için de yaşanabilir bir durumdur. Bu bağlamda, bu yanılgıların önüne geçmek için öğrencilerin sayılar konusu üzerinde farklı düşüncelerini belirleme ihtiyacı doğmaktadır. Bu nedenle sayı kavramının öğrenilmesi ve öğretiminin araştırılması gerekmektedir. Bu kapsamda sayı kavramlarının öğrenilmesinde yaşanan güçlüklerle ilgili literatür incelendiğinde temel eğitim düzeyi matematik programında sayı kavramına yönelik öğrenme güçlüğü yaşanan konulardan biri de *"irrasyonel sayı (tam kare olmayan kareköklü sayı)"* kavramıdır (Temel ve Eroğlu, 2014, s. 1272).

İrrasyonel sayılar konusu matematiğin birçok konusu ile ilişkili ve farklı alanlarda kullanılıyor olmasına karşın genellikle öğrenciler bu konuları günlük yaşamla ilgisi olmayan, zor, gereksiz ve karışık işlemler olarak görmektedirler (Çiftçi, Akgün ve Soylu, 2015, s. 342). Bu olumsuz yargıların sebebi bahsedilen konuların günlük hayatta sıkça kullanılmaması ve öğrencilerin gözünde soyut kalması olarak değerlendirilebilir.

Moomaw (2015, s. 36), günümüzde matematik eğitiminde, sayıların ve işlemlerin anlaşılması ve sayı kavramının gelişimine önem verilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Ülkemizde Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı incelendiğinde *"Sayılar ve İşlemler"* öğrenme alanı beşinci, altıncı, yedinci ve sekizinci sınıf seviyelerinde önemli bir yer tutmaktadır. Öğrencilerin sayı kavramını öğrenmeleri ilerleyen matematiksel kavramları kolaylıkla anlamaları açısından önemlidir. Sayı kavramı öğretiminde önemli kavramlardan biri de irrasyonel sayılardır. Shinno (2007, s. 185), irrasyonel sayıların şu üç nedenden dolayı önemli olduğunu ifade etmektedir:

- Kıyaslanamaz/ölçülemez durumların bulunması ve sembol ile gösterme,
- Hesaplanarak elde edilen sınırsız ve devirsiz ondalıklı ifadelere ilişkin merak,
- Yeni ve daha geniş kapsamlı bir sayı kümesine duyulan gereksinimdir.

İrrasyonel sayıların anlaşılmasının, daha büyük sayı kümelerinin anlamlandırılabilmesi için önemli olduğu düşünülmektedir (Sirotic ve Zazkis, 2007, s. 477). Ancak irrasyonel sayılarla ilgili yapılan çalışmaların, matematik eğitimi alanında yapılan diğer çalışmalarla değerlendirildiğinde yeterli olmadığı görülmektedir (Zazkis ve Sirotic, 2010, s. 1). Az sayıda yapılan bu çalışmalara göre, irrasyonel sayıların oransız olması, rasyonel ve irrasyonel sayıların ayırt edilmesi ve açıklanması, rasyonel, irrasyonel ve gerçek sayıların sayılıp sayılamayacağı ile ilgili konulara değinilmiştir (Adıgüzel, 2013, s. 58; Fischbein, Jehiam ve Cohen, 1995, s. 29; Güven, Çekmez ve Karataş, 2011, s. 401; Kara ve Delice, 2012, s. 441; Peled ve Hershkovitz, 1999, s. 39; Shinno, 2007, s. 185; Sirotic ve Zazkis, 2007, s. 477; Voskoglou ve Kosyvas, 2012, s. 301; Zazkis ve Sirotic, 2010, s. 1).

Bu çalışma ile benzer olarak irrasyonel sayıların anlaşılması ve irrasyonel sayıların yaklaşık değerinin hesaplanmasında öğrencilerin yaşadığı güçlükler (Kara ve Delice, 2012; Peled ve Hershkovitz, 1999; Zehir, Işık ve Zehir, 2008) ve düştükleri yanılgılar (Moralı, Köroğlu ve Çelik, 2004, s. 161; Seyhan ve Gür, 2002, s. 11; Stafylidou ve Vosniadou, 2004, s. 503) yapılan çalışmalarla da belirtilmiştir. Peled, ve Hershkovitz (1999, s. 39) irrasyonel sayılar konusunda yaptıkları çalışmalarında, öğrencilerin irrasyonel sayıların yaklaşık değerini tahmin etmekte ve irrasyonel sayıları, sayı doğrusu üzerinde göstermekte zorluk yaşadıklarını göstermişlerdir. Seyhan ve Gür (2002), Stafylidou, ve Vosniadou (2004), Şandır, Ubuz ve Argün (2007, s. 274) yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin rasyonel ve irrasyonel sayıların karşılaştırılmasında ve yaklaşık değerinin bulunmasında sıkıntı yaşadıkları sonucuna varmışlardır.

İrrasyonel sayılarla ilgili farklı bakış açılarında incelenmiş olan bu araştırmalar, genellikle irrasyonel sayıları anlamlandırmada güçlük çekildiğini vurgulamaktadır. İrrasyonel sayıların tanımlarından biri olan *"Bölen sayı sıfırdan farklı olmak üzere iki tam sayının bölümü şeklinde yazılamayan temsiller/sayılar"* tanımı ile ölçülemeyen sayı olma durumunun uyuşmadığı (Zazkis ve Sirotic, 2010), rasyonel sayıların farklı durumlarda kullanılmasında zorluk çekildiği (Peled ve Herskovitz, 1999) göze çarpmaktadır. İrrasyonel sayıların farklı türlerdeki sayılarla temsil edilerek düzenlenebileceği (Shinno, 2007) ve farklı bilgileri birleştiren etkinliklerin oluşturulması gerektiği (Adıgüzel, 2013, s. 58) bu etkinliklerin görselleştirilmesinin de önemli olduğunun dikkate alınması gerektiği (Kara ve Delice, 2012) tavsiye edilmektedir.

Dolayısıyla, bazı matematik kavramları soyut olmaları nedeniyle yanlış anlaşılabilen kavramlardır. Bu kavramlar öğrenilirken, neyi neden yapacağını bilme anlamına gelen ilişkisel anlama (Skemp, 1978, akt. Duatepe, 2010, s. 9) gerçekleşmezse öğrencide kavram yanılgıları ya da kavramla ilgili güçlükler oluşabilmektedir. Yapılan araştırmalardaki bulgular incelendiğinde irrasyonel sayı kavramının tam olarak anlaşılmadığı ve kavram yanılgılarının olduğu bu durumun nedeninin ise işlemsel ve kavramsal bilgilerin ilişkilendirilmemesi gibi eksikliklerin olduğu değerlendirilmektedir.

2.7. İşlemsel-Kavramsal Öğrenme

Öğrenciler matematiği nasıl öğrenirler? Matematik nasıl öğretilebilir? Öğrenciler matematiği öğrenmede ve matematik sorularını çözmede ne tür bilgilere ihtiyaç duyabilir? Etkili ve öğretici bir matematik öğretimi ve öğrenimi nasıl olmalıdır? Bu soruların yanıtlarını işlemsel ve kavramsal matematik öğrenmeyle açıklayabiliriz.

İşlem bilgisi, matematiksel bir problemin çözümünde hangi yolların izlenilmesi ile ilgili bilgilerdir. Hiebert ve Lefevre (1986, akt. Ata, 2014, s. 5) tarafından işlem bilgisi iki başlıkta incelenmiştir:

- Matematik sembollerinin ve matematiksel dilin kullanımı,
- Matematiksel kurallar ve matematiksel bir sorunun çözümünde kullanılan bağıntılar.

Matematiksel bilgiyi temsil eden semboller, konunun görünüş özelliklerini verir fakat anlam hakkında bir fikir vermez. Bir düşünce ile ilişkilendirilmemiş semboller ise bir anlam ifade etmez. Sembollerin anlam kazanması için belirli fikirlerle ilişki kurulması gerekmektedir. Kurallar ve bağıntılar ise rutin matematiksel problemlerin çözüm aşamasında kullanılarak işlem yapılır (Olkun ve Toluk, 2004, s. 53). İşlem bilgisi statik bir yapıya sahip olup belli alanlarla kısıtlanmış bir kavramdır. Farklı bağlamlarda kullanılmaya uygun olmayan ve ezber bilgilerden oluşan kavramlardandır (Bayazıt, 2010, s. 91). Örneğin olasılık konusunda, olay türlerinin olma olasılıklarını bulma, teorik, deneysel veya öznel olasılıkları hesaplama ve bir problemin çözümünde saymanın temel ilkelerini kullanma birer işlem bilgisidir.

İşlem bilgisi ile ilgili yapılan çeşitli tanımlar şu şekilde verilmiştir:

- *Hiebert ve Lefevre (1986), "işlemler, kurallar ve formüller bilgilerinin tümüdür." şeklinde tanımlamıştır.*
- *Haapasalo ve Kadijevich (2000), "matematiksel kural, algoritma ve yöntem ile ilgili temsil biçimlerinin başarılı bir şekilde uygulanmasıdır." şeklinde açıklamıştır.*
- *Engelbrecth, Harding ve Potgieter (2005) ise, "matematiksel yöntem, kural, formül, algoritma ve sembolleri kullanarak bir problemin çözümünü yapabilme becerisidir"* olarak ifade etmiştir (Akt. Ata, 2014, s. 5).

Bu araştırmada ise işlem bilgisi, irrasyonel sayılar konusu ile ilgili olarak kural, formül, yöntem ve teknik bilgisi anlamında kullanılmaktadır.

Kavram bilgisi ise, içerik olarak doğru ve ilişkisel açıdan çoklu bilgiyi ifade etmektedir. İçerik açısından doğru bilgilere sahip olmak için bir matematiksel kavramın temel özelliklerinin bilinmesi gerekir. Kavram bilgisi yalnızca kavramın tanımını yapmak değil aynı zamanda kavramlar arasında etkileşim kurabilme ve genelleme yapabilmektir. Diğer bir anlamla kavram bilgisi, bireyin matematiksel kavramları ile o anda sahip olduğu bilgiyle oluşturduğu ilişkilerin bir bütünüdür. Bir kavram diğer matematiksel kavramlarla ilişkilendirildiğinde, o zaman mevcut kavram anlam kazanır ve bireyin zihninde kavramsal bir öğrenme gerçekleşmiş olur (Baki, 2006, s. 258). Öğrenciler tarafından matematiksel ifadeler arasında ilişkiler kurulması, matematiksel kavramların birbiri ile benzerlikleri ve farklıkları üzerinde düşünülerek başka kavramsal bilgiler geliştirilebilir. Kavramsal bilgiye sahip olmak, bireylerin herhangi bir kavrama ait bilgilerini farklı alanlarda kullanabilmelerini sağlar. Ayrıca gerektiğinde kavramlar arasında çift yönlü geçişler yapabilme kolaylığı sağlar (Hiebert ve Lefevre, 1986, akt. Ata, 2014, s. 4). Örneğin, irrasyonel sayılar konusunda, sayı kümeleri ve bu sayı kümeleri arasındaki benzerlik ve farklılıkları açıklayabilme, karekök kavramını açıklayabilme ve bir problemin çözümünü yorumlayabilme birer kavram bilgisidir.

Kavram bilgisine ilişkin yapılan çeşitli tanımlar şu şekildedir:

- *Hiebert ve Lefevre'ye (1986) göre, "içerik olarak doğru ve bağlamsal açıdan zengin olan bilgidir."*
- *Haapasalo ve Kadijevich'e (2000) göre, "çeşitli temsil biçimleri ile gösterilen kavramların, kuralların ve hatta problemlerin bileşenlerinin bilgisidir."*
- *Kilpatrick, Swafford ve Findell'e (2001) göre, "matematiksel fikirlerin birbirleri ile ilişkilendirilerek ve işlevsel olarak kavranmasıdır."*
- *Engelbrecth, Harding ve Potgieter'e (2005) göre, "sözlü ifadeleri matematiksel cümlelere dönüştürebilme yeteneği ile birlikte kavramları yorumlama ve farklı durumlara doğru bir şekilde uyarlayabilme yeteneğidir."* (Akt. Ata, 2014, s. 4)

Araştırmada ise kavramsal bilgi özel olarak irrasyonel sayılar konusu ile ilgili kavramlar arasındaki ilişkiler ve genellemeler anlamında kullanılmaktadır.

Özetle, etkili bir matematik öğretiminin olmazsa olmazları işlemsel ve kavramsal öğrenmenin birlikte gerçekleştiği öğrenmelerdir. İşlem ve kavram bilgisi birbirleri ile bütünleştirildiği sürece anlayarak öğrenme gerçekleşebilir (Olkun ve Toluk, 2004, s. 57). İki öğrenme çeşidi birbirinden ayrı düşünülmemelidir. İşlemsel öğrenme bir dizi algoritmalar ve formüllerin başarılı şekilde gerçekleşmesini sağlarken kavram bilgisi de yapılan işlem, kullanılan formüllerin anlam kazandığı, öğrenilen kavramlar arasında ilişki kurulduğu öğrenme şeklidir. Bu nedenle kavram bilgisinin oluşabilmesi için ön öğrenmelerin sonraki öğrenmelerle ilişkilendirilmesi gerekmektedir. Sonraki öğrenmelerle ön öğrenmelerin ilişkilendirilmesinde en çok başvurulan yöntemlerden birisi de soyutlamadır. Bununla birlikte altı önemli boyuttan oluşan matematiksel düşünmenin bir boyutu da *"soyut düşünme biçimi"* diğer bir ifadeyle *"soyutlama"* dır (Mubark, 2005, akt. Kocaman, 2017, s. 20).

2.8. Soyutlama – Bilgi Oluşumu

Öğretme-öğrenme sürecinde etkili öğrenmenin gerçekleşmesi için, alan eğitim uzmanları, araştırmalarının bulgularında, öğrencilerin öğrenme süreci üzerine dikkat çekmektedirler. Dolayısıyla günümüzde bireyin bilgiyi öğrenme sürecinde yaşadıkları, hangi faktörlerin bu süreci etkilediği, öğrenilen bilginin kalıcı ve anlamlı olması için neler yapılabileceği gibi konular, öğrenme alanındaki araştırmaların önemli konu başlıklarını oluşturmaktadır. Literatürde bu alanda yapılan çalışmalar, bilgi oluşturma süreci, soyutlama, soyutlama süreci ifadeleriyle yer almaktadır (Altun ve Yılmaz, 2008, s. 237).

Teorik temelleri oldukça eskiye dayanan soyutlama, farklı filozoflar tarafından ele alınmıştır. Bundan dolayı soyutlama kavramında tek bir anlam üzerinde fikir birliği sağlanamadığı görülmektedir. Ancak soyutlama ve soyut düşünme biçimi her dönemde insan zekâsının en üst düzey başarısı olarak kabul edilmektedir (Russel, 1926, akt. Yeşildere, 2006, s. 23). Araştırmanın konusuna uygun tanımıyla soyutlama, *"bireyin edindiği matematiksel kavramların soyutlayacağı kavram içinde dikey olarak tekrar yapılandırıldığı bir süreç"* olarak belirtilmektedir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001, s. 95). Diğer bir ifadeyle dikey matematikleştirme yeni bir matematiksel yapının, matematiksel kavramlarla ve matematiğin kendi içinde yapılandırılması sürecidir. Soyutlamamanın bu tanımından yola çıkan araştırmacılar, soyutlanacak yeni matematiksel yapı için bireyde öncesinde var olması gereken yapıların soyutlanmış olması gerektiği, yeni zihinsel durumların/objelerin soyutlama sürecinin sonucunda meydana geldiği ve soyutlamanın bir süreç olarak kabulü noktasında hemfikirdirler (Hassan ve Mitchelmore, 2006, s. 278). Ancak bu araştırmacılar, soyutlamanın gerçekleşmesinde bağlamın rolü konusundaki görüşleri nedeniyle birbirinden ayrılmaktadırlar. Bir grup araştırmacı soyutlama sürecine sosyo-kültürel açıdan yaklaşırken diğer grup araştırmacılar da süreci bilişsel olarak incelemektedir (Yeşildere ve Türnüklü, 2008, s. 485).

2.8.1. Bilişsel bakış açısı ile soyutlama

Soyutlamayı bireysel gelişim süreci olarak değerlendiren ve soyutlamayı bilişsel bakış açısı ile ele alan bilim adamlarının başında Piaget gelmektedir (Özcan, 2012, s. 34)

2.8.1.1 Piaget'e göre bilişsel soyutlama

Piaget soyutlamada kişinin dikkatinin nereye yoğunlaştığına önem verir ve soyutlamanın üç farklı çeşidinden bahseder. Bunlar; nesnelerden edinilen deneysel soyutlama, nesne özellikleri üzerindeki sözde-deneysel soyutlama ve eylemler arasında karşılıklı ilişkiler üzerinde yansıtıcı soyutlamadır. Piaget'e göre deneysel soyutlama nesnelerin özelliklerini genelleme anlamına gelmekte, kavramlar arasındaki yüzeysel benzerliklere dayanmaktadır ve günlük yaşamdaki kavramları oluşturmaya yönelik bir soyutlama çeşididir. Yani, deneysel soyutlamada öğrenenler, sadece nesnelerin özelliklerini kullanarak soyutlama yaparlar. Sözde-deneysel soyutlamada, deneysel soyutlamada olduğu gibi yine kavramların ortak özellikleri dikkate alınır fakat bunun yanında eylemler arasındaki çok yönlü ilişki de göz önünde bulundurulur. Yansıtıcı soyutlama ise, öğrenenin herhangi bir konu üzerinde çalışırken yaptığı eylemler üzerine odaklanıp düşünmesi, çalıştığı konuya yönelik özgün çıkarımlarda bulunmasını kapsar (Akt. Zembat, 2007, s. 195).

Piaget'in yansıtıcı soyutlama düşüncesi soyutlama araştırmacıları için çıkış noktası iken (Tall, 1991, akt. Yeşildere, 2006, s. 24), zihinsel işlemlerin sınıflandırmasına ve zihinsel nesnelerin soyutlanmasında yol gösterici olmuştur. Soyutlanan temel kavramlar ilk başta deneysel soyutlama yoluyla gerçekleşirken, sonraki öğrenmeler deneysel kavramlara dayandırılarak matematiksel soyutlama yoluyla öğrenilme şekline dönüşmektedir. Nitelikli öğrenme gerçekleşmesi açısından öğrenmeler deneysel soyutlamadan çok yansıtıcı soyutlama şeklinde olmalıdır. Ancak bu sayede öğrenciler uğraştıkları problemin yüzeysel özelliklerini ezberlemekten ziyade problemin çözümünde kavramlar arası oluşan matematiksel ilişkileri soyutlarlar. Buna ek olarak, öğrenciler edindikleri özgün yeni soyutlamaları kendi bilişsel yapılarına ekler ve başka benzer ortamlara (problem, soru, matematiksel kavram vb.) da aktarabilirler (Zembat, 2007, s. 195).

2.8.1.2. Bilişsel soyutlama

Piaget'in dışında da bilişsel soyutlamanın gelişmesinde öncülük eden, katkı sunan bilim insanları olmuştur.

Bilişsel soyutlama araştırmacılarından Dienes soyutlamayı, süreç olarak değerlendirmekte ve *"farklı durumlardan ortak özellik çıkarma süreci"* olarak betimlemektedir (Akt. Yeşildere, 2006, s. 25). O'na göre, soyutlama, aynı kavramı şekillendiren farklı durumlar arasındaki aynı tür, benzer örüntülerin farkına varma sürecidir. Skemp (1978, s. 9) ise, soyutlamayı *"deneyimlerimizin arasındaki benzerliklerin farkına varma aktivitesi"* olarak tanımlamaktadır (Akt. Yeşildere, 2006, s. 25).

Mitchelmore ve White (2004), Skemp'in tanımından hareketle soyutlamayı iki kategoride ele almaktadırlar. Buna göre, bu sürecin ilk safhası birçok farklı durumda genel özellikleri tanımadır. Günlük yaşantıda bu özellikler yüzeysel olabilir (renk ve şekil gibi), fakat matematikte daima yapısaldır (sayı gibi). İkinci safhada fark edilen ya da tanınan benzerlik soyutlanır ve bu benzerliği bir anlamda temsil eden bir kavram ile şekillendirilir (Akt. Sezgin Memnun, 2011, s. 50).

Özetle, bilişsel soyutlama kuramcılarının düşünceleri, soyutlamanın bir dizi matematiksel süreç ve nesneden meydana geldiğini, öğrencilerin zihinlerindeki bu nesneleri ortak özelliklerine göre ilişkilendirmek suretiyle daha ileri bir matematiksel nesneye eriştiklerini belirtmektedirler. Soyutlamanın öğretim sürecinde sunulan örneklerin incelenmesi ve örneklerdeki ortak özelliklerin fark edilmesiyle gerçekleştiğini açıklamışlardır. Bu araştırmacılar soyutlamanın sıralı olduğunu ve ardışık eylemler sonucunda oluştuğunu savunmaktadırlar.

Sonuç olarak, soyutlamaya bilişsel açıdan yaklaşan araştırmacılar üç önemli ortak ifade üzerine dikkat çekmektedirler (Özmantar ve Monaghan, 2007, s. 89). Bunlar:

- *Çok sayıdaki spesifik durum içerisinden benzerliklerin tanınmasından ortaya çıkan genelleştirme (belli örneklerin ortak noktalarını tanıma),*
- *Basit somut seviyelerden soyut düşünmenin kompleks seviyelerine doğru bir ilerleyiş (somuttan soyuta yükseliş),*
- *Kendi bağlamının dışında düşünme süreci, zaman ve yer gibi ortam koşullarından bağımsız bir süreç* olması şeklinde açıklanmaktadır (Akt. Sezgin Memnun, 2011, s. 51). Yukarıda bahsedilen araştırmacılar soyutlama kavramına bilişsel açıdan yaklaşırken, bir grup araştırmacı da soyutlamayı sosyo-kültürel bakış açısıyla ele almışlardır.

2.8.2. Sosyokültürel bakış açısı ile soyutlama

Sosyokültürel bir bakış açısıyla ele alınan soyutlama düşüncesinde, öğrenmenin çevreden, öğrenme ortamını çevreleyen koşullardan, kullanılan araçlardan, uygulanan yöntemlerden ve öğrenme sürecindeki sosyal etkileşimden bağımsız ele alınamayacağı görüşünü savunulur. Bu durumda, soyutlamanın oluşumu için öncelikle uygun çevresel koşulların sağlanması gereklidir. Çünkü bu bakış açısına göre, uygun çevre şartlarının düzenlenmesi halinde edinilen bilgi öğrenci için anlamlı olur ve öğrencinin edindiği yeni bilgileri soyutlaması kolaylaşır (Sezgin Memnun, 2011, s. 51).

Davydov'un *"etkinlik kuramı"* ile ilgili düşünceleri, sosyokültürel yaklaşımın benimsediği açıklamaların temelini oluşturmaktadır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001, s. 195; Özmantar ve Monaghan, 2007, s. 89). Davydov'a göre (1990) soyutlama *"bir niteliği diğer niteliklerden genelden birkaç objeye/duruma ayırma"* olarak tanımlanmaktadır (Akt. Hassan ve Mitchelmore, 2006, s. 278). Davydov, bilgiyi, *"deneysel düşünme"* ve *"kuramsal düşünme"* seviyesi şeklinde sınıflamaktadır. Bu açıklamaya göre günlük yaşantımızdaki kavramlar deneysel düşünme ile kazanılır. Bilimsel kavramlar ise, soyut yapılarından dolayı deneysel soyutlama yoluyla elde edilemez ve soyut bilimsel bilginin kazandırılmasının tek yolu *"diyalektik mantık"* tır. *"Diyalektik mantık", "düşüncenin, durmayan bir devinim ve değişim içinde bulunması ve düşüncedeki gelişimin iç çelişmelerinin yaşanması sonucunda ortaya çıkması"* anlamına gelmektedir (Akt. Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001, s. 195). Öğrenciler öğrenecekleri matematiksel kavram ile zihinlerindeki kavram arasında olası farklılıkları ve benzerlikleri sorgular, kavramlar arasında bir ilişki kurmaya çalışırlar. Bu durum kanıtlama veya ispatlama suretiyle ulaşılan bilgilerde açıkça görülür. Davydov'un bu açıklamaları bilişsel yaklaşımı kapsarken, aynı zamanda soyutlama için daha geniş bir alan oluşturmaktadır. Özetle, Davydov (1990), bilişsel soyutlama kuramcılarının görüşlerinin deneysel düşünce düzeyinde kaldığını, kuramsal düşünce düzeyi için uygun olmadığını veya yetersiz olduğunu değerlendirmektedir (Özmantar ve Monaghan, 2006, s. 305).

Sosyokültürel soyutlama yaklaşımına kaynaklık eden düşüncelerden biri de Leont'ev (1981) tarafından geliştirilen *"aktivite teorisi"* dir (Yeşildere, 2006, s. 50). Bu teoriye göre, soyutlamanın öğrenmenin gerçekleştirildiği ortamdaki koşullardan bağımsız olamayacağı görüşü etkindir. Bunun için öğrenmeyi sağlayıcı etkinlikler soyutlama sürecindeki davranışlar zincirinin oluşmasını sağlarlar. Bu etkinlikler öğrenilecek bilgilerin kalıcı olması ve soyutlanması için çevresel düzenlemenin en önemli kısmını oluşturmaktadır. Öğrenmeyi sağlamada araç olarak düzenlenen etkinlikler, sadece dış çevreyi dikkate almakla yetinmeyip, katılımcının duyuşsal özelliklerine de dikkate alıp, katkıda bulunacak şekilde tasarlanmalıdır. Hazırlanan etkinliklerde katılımcıların kişisel geçmişleri, hazırbulunuşlukları, sosyal çevreleri, öğrenme biyografileri, iletişim becerileri, fiziksel ve duyuşsal özellikleri gibi bireysel faktörlere de yer verilmelidir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001, s. 210).

Sosyokültürel araştırmacılardan bir diğeri Sfard (1991, s. 1) ise, soyut matematiksel bilgilerin, *"süreçler"* ve *"nesneler"* olarak iki şekilde kavranabileceğini ileri sürmektedir. Süreç kısmı işlevsel, nesne kısmı ise yapısal olarak ele alınmaktadır. Öğrenciler ilk olarak, soyutlayacağı nesne ile *"manipülatifleri"* kullanarak matematiksel kavramlar arasında benzerlik kurmaya çalışır ve daha sonra benzetilen kavramların varlığı süreçten ayrılır. Öğrenciler, gerçekleştirdiği bu eylemler üzerinde yansımalar vasıtasıyla var olan kavramların belli bir kategorisine ait olan yeni bir nesne oluştururlar. Bu yüzden öğrencilerin matematiksel süreçleri nesneler olarak algılayabilmeleri için yaptıkları eylemler üzerinde iyice düşünmelerine fırsat sunulmalıdır (Sezgin Memnun, 2011, s. 53).

Bu araştırmacılar, bilimsel kavramların soyut kavramlardan oluşmasından dolayı bu kavramların soyutlanması sürecinde salt düşünmenin yeterli olmadığını, bunun için soyut düşünceden yola çıkarak soyutlama sürecinde *"diyalektik mantığın"* önemli olduğunu belirtmektedirler. Aynı zamanda, soyutlama sürecinde çevresel faktörlerin, farklı iletişim çeşitlerinin soyutlama sürecine pozitif etkisine dikkat çekmektedirler (Yeşildere, 2006, s. 27).

Özetle, sosyo-kültürel bakış açısına sahip araştırmacılar yaptıkları çalışmalarda öğrenen için yeni yapıların ortaya çıkması üzerinde yoğunlaşmışlardır. Freudenthal Okulunun *"dikey matematikleştirme"* fikrini benimseyip birey için önceki yapıların dikey olarak yeniden organize edilmesiyle yeni matematiksel yapıların nasıl ortaya çıkabileceğini ve bunlar arasında kurulan ilişkileri araştırmışlardır. Bu tartışmalara kılavuzluk yapan ve bu araştırmada kullanılan RBC+C soyutlama süreci de, temelde yeni matematiksel yapıların ortaya çıkışlarıyla gerçekleşen *dikey matematikleştirme* sürecinin incelenmesine fırsat sağlaması nedeniyle soyutlama sürecinde sıkça başvurulan teorilerden biri haline gelmiştir (Dreyfus, 2007, s. 2). RBC soyutlama modeli bu araştırmanın da kuramsal çerçevesini oluşturmaktadır.

2.9. RBC+C Soyutlama Modeli

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001, s. 195) tarafından geliştirilen RBC+C soyutlama modeli matematiksel bilgiyi oluşturma süreçlerinin analiz edilmesine imkân tanıyan bir modeldir. Bu kuramın temelleri Davydov'un (1990, akt. Özgül ve Kaplan, 2016, s. 346) *"diyalektik mantık"* felsefesine ve Leont'ev'in *"aktivite teorisine"* dayanmaktadır.

RBC+C soyutlama modelinde bireylerin düşüncelerinin fark edilebilir eylemlere dayanılarak tanımlanması söz konusudur. Bu amaçla bireyin bilginin yapılandırılması sürecinde kullandığı bilişsel eylemler dikkate alınarak eylem basamakları tanımlanmıştır (Schwarz ve Dreyfus, 1995, akt. Sezgin Memnun, 2011, s.5 6). Soyutlama sürecinin incelendiği bu model ilk ortaya çıktığında eylem basamakları *tanıma (recognizing), kullanma (building)* ve *oluşturma (construction)* bilişsel eylemlerinden oluşmaktadır. Bazı araştırmacıların (Monaghan ve Özmantar, 2004, s. 55; Monaghan ve Özmantar, 2006, s. 233; Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz, 2004, s. 169) edinilen bilginin niteliğini ve nasıl kalıcı hale getirilme durumuna ilişkin yaptıkları çalışmaların ardından, sürecin son basamağına Dreyfus (2007, s. 1) tarafından *pekiştirme (consolidation)* bilişsel eylemi eklenerek kuram son halini almıştır. Tanımlanan bilişsel eylemlerinin baş harflerinin yan yana getirilmesiyle oluşan RBC+C modeli bireyin bilişsel eylemleri üzerinden soyutlama sürecinin incelenmesine ve bu eylemlerin aralarındaki ilişkiyi anlama fırsatı sunmaktadır. RBC+C modelinin dört bilişsel eylemi aşağıda ayrıntılı bir biçimde açıklanmaktadır.

Soyutlama sürecinde bilişsel yapıların ortaya çıkması çok sık karşılaşılan bir durum değildir bu yüzden bilişsel basamakları ortaya çıkarmaya yönelik tasarlanan etkinliklerde bilişsel yapıların oluşumunu gözlemlemek bir problem durumudur. RBC+C soyutlama modeli bu problemi, bilginin öğrenilme sürecindeki bilişsel eylemleri gözlemlenebilir eylemlere dönüştürerek çözmektedir (Tsamir ve Dreyfus, 2002, s. 1). Soyutlama sürecinde, doğrudan gözlenemeyen zihinsel eylemler en önemli eylemlerdir ve bu nedenle bu modelde bilişsel eylemler üzerinden çalışma yürütülmüştür. Bilişsel eylemler, öğrencilerin sözlü ifadeleri veya fiziksel eylemleri vasıtasıyla gözlemlenebilir zihinsel eylemlerdir. RBC+C soyutlama modelinde süreci incelemede kullanılan *tanıma (recognizing), kullanma (building), oluşturma (consructing)* ve *pekiştirme (consolidation)* eylemleri de epistemolojik eylemlerdir (Dreyfus, 2007, s. 2; Hershkowitz, Schwarz and Dreyfus, 2001, s. 195). Örneğin, verilerden sonuç çıkarma veya bir stratejiyi kullanma birer bilişsel/epistemolojik eylemdir (Tsamir ve Dreyfus, 2002, s. 1).

Bilişsel eylemlerin ilk basamağını oluşturan *tanıma (recognizing)*, daha önceki aktivitelerden aşina olunan, bilinen yapıyı ifade etmektedir (Bikner-Ahsbahs, 2004, s. 119). *Tanıma (recognizing)* bireyin kendisinde var olan bilgilerle, öğrenme ortamında karşılaştığı matematiksel kavramlara anlam yüklemesidir. Diğer bir ifadeyle *tanıma (recognizing),* öğrencinin daha önceden tanıdığı yapının öğrenme sürecindeki matematiksel durumda doğal olarak bulunduğunu, durumla bağlantılı ve ilişkili olduğunu fark ettiği zaman ortaya çıkar. *Tanıma (recognizing),* analoji ve özelleştirme olmak üzere iki durumla gerçekleşebilir. Tanımanın hangi durumla gerçekleşeceği, içinde bulunulan bilişsel eyleme göre belirlenmektedir. Eğer karşılaşılan yeni durumun daha önceki duruma özdeş olduğu karar verilirse bu duruma ise özelleştirme denilir. Ya da karşılaşılan yeni bir durumda bu yeni durumun bir öncekine benzediği duruma analoji denilir (Dreyfus, 2007, s. 5).

Kullanma (building), problem çözmede ve yeni bilgi üretirken öğrencinin *tanıma (recognizing)* basamağındaki bilgiyi kullanması anlamına gelir (Dreyfus, 2007, s. 5). Diğer bir ifadeyle istenilen bir hedefe ulaşmak için sahip olunan bilgi bileşenlerini bir araya getirme olarak da düşünülebilir (Hassan ve Mitchelmore, 2006, s. 278). *Kullanma (building)* sürecinde yeni bilgiler edinilmez bu süreçte öğrenci mevcut bilgilerini belirli bir amaca yönelik olarak kullanır (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001, s. 195). Bu süreç bir önceki süreci de kapsamaktadır çünkü bu seviyede *tanıma (recognizing)* basamağındaki bilgilerin yeni içerikle ilişkilendirilmesi söz konusudur (Bikner-Ahsbahs, 2004, s. 119). *Kullanma (building)* eylemi öğrencilerin önceden tanıdıkları kavramlara ihtiyaç duyma durumlarında gerçekleşir. Bu durumlara, var olan bir durumu anlamlandırma, bir fikri savunma veya bir problem çözmeyle karşı karşıya kalma örnek gösterilebilir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001, s. 195). Ek olarak, kullanma davranışının gerçekleşmediği durumlarda öğretmen, öğrenciyi harekete geçirmek adına yönlendirici açıklamalar yapabilir, ipucu verebilir (Dreyfus, 2007, s. 3).

Oluşturma (constructing), soyutlamanın ana basamağıdır ve bir kişinin yeni yapı üretmek için sahip olduğu bilgileri birleştiren ve tamamlayan unsurlarından oluşur (Hassan ve Mitchelmore, 2006, s. 278). *Oluşturma (constructing),* tanınan ve kullanılan matematiksel yapıların yeniden düzenleme ve yeniden yapılanma süreçlerinden geçirilerek bunun sonucunda yeni, özgün bir bilginin yapılanması olarak bilinen bir süreçtir. Yeni bir yapının oluşması için *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* bilişsel eylemlerinin gerçekleşmesi gerekmektedir (Dreyfus, 2007, s. 5). *Oluşturma (constructing)* basamağının gerçekleşmesi için öğrencinin soyutlanacak yeni kavram üzerine yoğun düşünme çabası içinde olması gerekmektedir. Söz konusu düşünme sonucunda soyutlamayı gerçekleştiren öğrenci soyutladığı bilgiyi ifade etmede ve doğruluğunu ispatlamada kendine özgü geliştirdiği dili kullanabilir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001, s. 195). Özetle, *oluşturma (constructing)* eyleminin gerçekleşmesinde bireyin sahip olduğu deneyim ve bilgi birikimlerini kullanarak yeni bir yapı oluşturması veya bu yapıya ulaşması hedeflenir (Tsamir ve Dreyfus, 2002, s. 1).

Kullanma (building) ile *oluşturma (constructing)* arasındaki en önemli fark, *kullanma (building)* basamağı, öğrencide var olan yapıların, bilgilerin kullanımı ile gerçekleşmektedir. *Oluşturma (constructing)* basamağında ise, bir problem durumunu çözmek, bir çözümü veya hipotezin ispatını yapmaya yönelik yeni ve özgün bir matematiksel yapının oluşturulması söz konusudur. Bu aşamada, öğrenci aktiviteler üzerinde yoğun düşünme becerisiyle birlikte kendisinde var olan bilgi birikimlerini de sürece dahil ederek bu yeni yapıyı oluşturabilir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001, s. 195).

Tanıma (recognizing) ve *kullanma (building)* eylemleri rutin problemlerin çözümünde genellikle ulaşılması beklenen veya ulaşılan bilişsel basamaklardır. Bununla birlikte rutin olmayan problemlerle karşılaşıldığında yani birey içinden çıkılması gereken bir engel durumu yaşadığında kendisi için yeni olan bir durumu keşfeder, bu durumun içsel yapısı üzerine yoğun düşünme becerisi sergileyerek ve zihnindeki diğer bilgilerle ilişkilendirerek *oluşturmayı (constructing)* gerçekleştirebilir. *Oluşturma (constructing)* bu nedenle *tanıma (recognizing)* ve *kullanmadan (building)* bağımsız değildir (Sezgin Memnun, 2011, s. 60). Diğer bir ifadeyle *oluşturma (constructing)* eylemi, bu iki epistemik eylemi de içerir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001, s. 195). Epistemik eylemler iç içe geçmiş bir yapıda bulunurlar, bu eylemler kimi zaman sıralı bir şekilde görülürken daha çok birbirini tamamlayan ya da paralel gerçekleşen bir yapıda bulunabilirler (Dreyfus, 2007, s. 2).

Soyutlama basamakları aynı problem için öğrencilerde farklı seviyelere denk gelebilir. Diğer bir ifadeyle aynı problemde bir öğrenci *tanıma (recognizing)* eylemini gerçekleştirirken farklı bir öğrenci için bu problem öğrencinin bilgiyi *oluşturma (constructing)* eylemini gerçekleştirmesini sağlayabilir. Bu durumun yaşanmasında bireysel farklılıklar (hazırbulunuşluk, akademik başarı) ve kullanılan uyarıcıların öğrenci seviyesine uygunluğu etkili olabilmektedir. Söz konusu uyarıcılar, öğrencide var olması beklenen kavramlar ile soyutlayacağı kavram arasında etkileşimi sağlayacak her şeydir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001, s. 195).

Dreyfus (2007, s. 6), soyutlama sürecinde oluşturulan yeni yapıların hassas olduğunu bu nedenle oluşturulan yeni yapının sağlamlaştırılması için pekiştirmenin gerekliliğinden söz etmektedir. Bu pekiştirmenin, yapıların birbirleri ile ilişkilendirmesi, oluşan yeni yapının farklı bir yapıyı oluştururken kullanılması ve yoğun düşünme süreçleri yaşanmasıyla gerçekleştirilebileceği belirtilmektedir. Bu bakış açısı, oluşturulmuş bir matematiksel nesnenin pekişmesi halinde yeni bir yapı olarak kabul edilebileceğini ifade etmektedir. Soyutlama sürecinde yeni yapılar oluşturulurken önceki soyutlanan yapıların tanınmasının ve kullanılmasının oluşturulan yapının daha rahatlıkla kullanılabilmesine ve pekişmesine katkı sağladığı belirtilmektedir. Diğer bir ifadeyle pekiştirme aşamasından önce düşüncelerini açıklamada somut örneklere ihtiyaç duyan öğrenciler, pekiştirme sonrasında kendi özgün örneklerini sunabilmekte, yeni soyutladığı yapıyı karşılaştığı farklı durumlarda kolaylıkla kullanabilmektedir (Monaghan ve Özmantar, 2006, s. 233).

Yukarıda açıklanan soyutlama basamaklarının dışında soyutlama sürecine etki eden farklı faktörler de bulunmaktadır. Bu faktörler; belli öğrenme hedefleri belirlenerek oluşturulmuş bir dizi etkinliği içeren bir bağlam, öğrenci biyografisi (bilgi, beceri, deneyim, çevre, sosyal ortam), araç ve gereç bakımından zenginleştirilmiş ortamdan oluşan bir öğrenme bağlamı, bireysel veya grup çalışmasına alternatif olabilecek bir sosyal bağlam olabilir (Dreyfus, 2007, s. 1).

Özetle, tasarlanan bir etkinlik sürecinde soyutlamanın oluşması için üç aşamaya ihtiyaç duyulur. Bunlar;

- Var olan belirsiz bir durumdan kurtulmak için içsel bir motivasyonla ortaya çıkabilen yeni bir yapı ihtiyacı,
- Bilgi birikimleri arasındaki etkileşim sonucu yeni soyutlanmış yapının oluşturulması,
- Oluşturulan özgün yapının pekiştirilmesini kapsar (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001, s. 195; Dreyfus, 2007, s. 2).

Bu bilgiler doğrultusunda, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin analiz edilmesiyle, öğrencilerin matematik öğrenme sürecinde yaşadıkları zorlukların giderilmesinde ve matematik eğitimi araştırmacılarına yapacakları çalışmalarda katkı sunabilir (Yeşildere, 2006, s. 36). Ek olarak, öğrenme-öğretme süreci içinde öğrencilerin bilişsel gelişimlerini, değişimlerini takip ve analiz etmek güç bir durumdur. Bu yüzden bilgiyi oluşturma sürecinin analizinde kullanılacak modeli, teoriyi doğru olarak belirlemek oldukça önemlidir.

RBC+C soyutlama modeli soyut olan matematiksel kavramların ortaya çıkarılmasında, oluşturulan bu yeni yapıların pekiştirilmesinde, öğrencilerin tek başına çalışma veya grup çalışması yapabileceği sosyal öğrenme ortamları imkânı sunması yönünden soyutlama sürecinin birçok yönünü göz önünde bulundurur. Model, soyutlamanın gözlemlenemeyen zihinsel karmaşık süreçlerinin bu bağlamsal faktörleri göz önünde bulundurup gözlemlenebilir bilişsel eylemlere dönüştürmesiyle öğrenilen kavramların bir analizini yapmak için imkân sağlamaktadır (Dreyfus, 2007, s. 1).

Yukarıda yapılan açıklamalar doğrultusunda RBC+C modelinin öğrencilerin öğrenme, bilgiyi oluşturma süreçlerinin analizinde geçerli ve güvenilir bir araç olduğu değerlendirilmektedir. Bu nedenle bu araştırmada analitik araç olarak RBC soyutlama teorisi kullanılmıştır. Aşağıda araştırma bulgularının değerlendirilmesinde ihtiyaç duyulacağı ve araştırmaya kuramsal ve yöntemsel anlamda katkısı olduğu düşünülen araştırmalara yer verilmiştir.

2.10. İlgili Araştırmalar

İlgili literatür taraması araştırma konusunun kareköklü sayılar ve soyutlama alanıyla ilgili olmasından dolayı kareköklü sayılar ve RBC+C ile soyutlama araştırmaları olmak üzere iki başlık altında incelenmektedir.

2.10.1. Kareköklü sayılar konusu ile ilgili araştırmalar

Bu başlık altında incelenen araştırmalar ulusal ve uluslararası olmak üzere iki kısımda sunulmaktadır.

2.10.1.1. Yapılan ulusal çalışmalar

Aşağıda, araştırmada yer verilecek kareköklü sayılar konusu bulguların değerlendirilmesi açısından araştırmaya önemli katkılar sağlayabileceği düşünülen son yıllarda gerçekleştirilmiş araştırmalar tarihsel sıraya göre verilmiştir. Bu araştırmalardan;

Aydın (2016), matematik kavramları ile ilgili kavramsal hataları tespit etmek amacı ile yaptığı çalışmasında karşılaşılan hatalardan birinin de kök içindeki tam sayının kök dışına çıkarılması olduğunu belirtmektedir.

Ercire, Narlı ve Aksoy (2016) çalışmasında, irrasyonel sayılar ile rasyonel sayıların ilişkisini incelemiş ve öğrencilerin öğrenme zorluklarını araştırmıştır. Araştırma sonucuna göre, öğrencilerin gerçek sayı kümesi ile diğer sayı kümeleri arasındaki ilişkiyi anlamada zorluk çektikleri görülmüştür. Öğrencilerin irrasyonel sayıların hepsinin gerçek sayı olamayacağını ifade etmişlerdir. Ayrıca, öğrenciler bir sayının hem rasyonel hem irrasyonel olabileceğini düşünmüşlerdir.

Turanlı, Keçeli ve Türker (2016) çalışmalarında, ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılara ilişkin tutumları ile karmaşık sayılara ilişkin yanılgılarını incelemişlerdir. Öğrencilerin karmaşık sayılara yönelik tutumlarının olumlu olduğu ve karmaşık sayılara yönelik tutumla karmaşık sayılar konusundaki kavram yanılgıları arasında pozitif yönde bir ilişki olduğu belirlenmiştir.

Uçar (2016) *"şeffaf ve opak temsiller ayrımını"* kullandığı çalışmasında öğretmen adaylarından rasyonel ve irrasyonel sayılarda yaptıkları tanımları, gerçek sayıları ve alt kümelerini şema ile göstermeleri ve sayıları rasyonel ve irrasyonel olarak belirlemeleri beklenmiştir. İstekli olarak seçilen 10 öğretmen adayıyla yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının, sayıları temsil etmede ve sayının rasyonel ya da irrasyonel olduğunu belirlemede zorlandıkları görülmüştür. Öğretmen adayları genel olarak sayıları rasyonel ya da irrasyonel olduğunu belirlerken verilen temsile göre sayı türünü değiştirmeye çalışmışlardır.

Baştürk (2015) çalışmasında, sekizinci sınıf öğrencilerinin sayı kümeleri ile ilgili kavrama düzeylerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Öğrencilerdeki sayı kavramının, sayıların yazılış halleriyle ilişkili olduğunu ve öğrencilerin çoğunluğunun sadece virgüllü sayıların ondalık gösterime sahip olduğunu, kesirli sayılar, rasyonel ve köklü sayıların irrasyonel sayı olduğunu düşündüklerini değerlendirmektedir. Araştırmada öğrencilerin sayı kümeleri ve bunların birbiriyle ilişkileri konusunda bilgi eksiklerinin olduğunu vurgulanmaktadır.

Kabaca ve Aslan (2015) çalışmasında, sekizinci sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayı kavramını algılamalarının, teknoloji destekli ölçme ile yapılmasının etkisini araştırmışlardır. Çeşitli uzunlukların ölçüm sonuçlarının temsilini yapabilen dinamik yazılım etkinliği ile öğrencilerin ortak ölçüsüz nicelikleri nasıl algıladıkları gözlemlenmiştir. Araştırma sonucunda uygulanan yöntemin ölçüsü olmayan niceliklere olan farkındalığı arttırdığı ve "a/b kesir gösterimi ile yazılamaması" durumuna anlam kazandırdığı görülmüştür.

Kaplan, Altaylı ve Öztürk (2014) tarafından ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin kareköklü sayılardaki kavram yanılgıları tespit edilip, kavram yanılgılarını gidermede karikatürler ve geleneksel öğretimi karşılaştırmak amaçlanmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre geleneksel öğretim sadece kareköklü sayıları karşılaştırmada olumlu yönde katkı sağlarken, kavram karikatürüyle yapılan öğretim, kareköklü sayılar konusunun tüm kazanımlarında olum etki sağlamıştır.

Temel ve Eroğlu (2014), sekizinci sınıf öğrencilerinin sayı, doğal sayı, tam sayı, rasyonel sayı ve irrasyonel sayı kavramlarını algılayış biçimlerinin ve bu konu ile ilgili kavram yanılgılarının ortaya çıkmasını amaçlamışlardır. Araştırma sonuçlarına göre, öğrencilerin bazıları tam kare sayıların kareköklerinin doğal sayı olduğunu düşündükleri, irrasyonel sayıların yaklaşık değerini tahmin edemediklerini, virgülle ifade edilen her sayının rasyonel sayı olarak görüldüğü sonuçlarına ulaşmışlardır.

Adıgüzel (2013), sekizinci sınıf öğrencilerinin ve matematik öğretmen adaylarının irrasyonel sayı kavramı ile ilgili bilgilerini ve kavram yanılgılarını belirlemeyi amaçladığı araştırmasının bulgularında, irrasyonel sayılarla ilgili ilköğretimden başlayıp üniversite sonuna kadar devam eden öğrencilerde bilgi eksikliklerinin ve kavram yanılgılarının olduğunu değerlendirmiştir.

Kara ve Delice'nin (2012), öğretmenlerin irrasyonel sayılar için kullandıkları temsiller ve öğrencilerin zihinlerinde yapılandırdıkları temsiller arasındaki ilişki ve bunların öğrencilerin performansına yansımalarını inceledikleri çalışmada, öğrencilerin irrasyonel sayıların sözcük anlamını bildiği ama herhangi bir sayının irrasyonel ya da rasyonel olduğunu anlamakta, yani sembol bağlamında sorun yaşadıkları bulgusu elde edilmiştir.

Gelici (2012), sekizinci sınıf öğrencilerinin kareköklü sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve ortak hatalarını incelediği araştırmasında, öğrencilerin kareköklü sayılarda dört işlemlerde yanlış çıkarımlar yaptıklarını, karesel bölgenin alanı ile kareköklü sayılar arasındaki ilişkiyi kuramadıklarını, kareköklü sayıları sıralarken kareköklü sayının sadece kök kısmını veya katsayı kısmını dikkate aldıklarını belirlemiştir.

Şandır, Ubuz ve Argün (2007), dokuzuncu sınıf öğrencilerinin aritmetik işlemler, sıralama, denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki hataları isimli çalışmalarında rasyonel ve irrasyonel sayıların sıralanmasında hata ve zorlukların yaşandığını değerlendirmişlerdir.

2.10.1.2. Yapılan uluslararası çalışmalar

Uluslararası literatürde irrasyonel sayı kavramıyla ilgili yapılan çalışmalar ülkemize nazaran daha önce başlamış olup çok sayıda çalışma yer almaktadır. Bu yüzden ilgili literatür araştırması çalışmada yararlanılan kaynaklarla sınırlı tutulmuştur. Bu araştırmalardan bazıları;

Arbour (2012), çalışmasında reel, irrasyonel ve rasyonel sayıların anlaşılırlığını araştırmış, verilen sayıların rasyonel, irrasyonel veya reel sayı olup olmadığını, öğrencilerin irrasyonel sayı kavramıyla ilgili kullandıkları ifadeleri yorumlayarak öğrencilerde sayı kümelerinin sınıflandırılmasında kavram yanılgılarının olduğu bulgusuna ulaşmıştır.

Shinno (2007) irrasyonel sayıların temeli olan ölçülmezlik kavramını ele aldığı çalışmasında, bu kavrama ulaşmak için eğitici çalışmalar yapmış ve bunların sonucunda ölçülmezlik kavramına ulaşmada öğretim tecrübesi, müfredat içeriği ve geçmişi olmak üzere üç temel öğe bulgusuna ulaşmıştır.

Sirotic ve Zaskis (2007a, 2007b) çalışmalarında, ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının irrasyonel sayıları, çoğunlukla ondalık temsillere yönelerek açıkladıklarını, irrasyonel sayıları sayı doğrusunda nokta olarak temsil ederken ondalık gösterimlerin yaklaşık değerlerini rasyonel sayı gibi düşünerek hareket ettiklerini bulmuşlardır.

Monaghan (2001), küçük yaş grubundaki öğrencilerin sonsuzluk kavramına bakışları ile ilgili çalışmasında, sonsuzu ölçme anlayışının sadece ileri yaşlardaki çocukların düşüncelerinde yer alabilen bir eğilim olarak açıklanabileceğini ileri sürmüştür.

Peled ve Hershkovitz (1999) çalışmalarında, irrasyonel sayılar konusunda öğrencilerin, irrasyonel sayıların rasyonel sayı olarak yaklaşık değerini tahmin etmekte zorlandıklarını, bundan dolayı da bu sayıları sayı doğrusu üzerinde doğru bir şekilde gösteremediklerini belirlemişlerdir.

Fishbein, Jehiam ve Cohen'in (1995) araştırmalarında irrasyonel sayılar kavramının, ortak bir birim bulunarak ölçülemeyeceğini kabul etmede yaşanan zorluk ve irrasyonel sayılar her yerde çok yoğun olmasına rağmen bir aralıktaki tüm noktaları içermemesini kabul etmedeki zorluk olarak iki büyük sezgisel engelle karşı karşıya olduğu belirtilmiştir. Araştırmaya katılan öğrencilerden çoğu, çeşitli sayıları (gerçek, rasyonel, irrasyonel) sınıflandırmaları içeren soruların çoğunluğunu cevapsız bırakmış, ancak bir kısım öğrenci gerçek sezgisel önyargılarını belirtmiştir. Sonuç olarak, hatalı içgüdülerimizin (bir aralıkta iki farklı sonsuz küme olmasının imkânsız olduğu gibi düşüncelerin) olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

2.10.2. RBC+C modeli ile yapılan çalışmalar

RBC+C modeli ile ilgili literatür araştırmaları uluslararası ve ulusal alanda olmak üzere iki başlıkta yer verilmektedir.

2.10.2.1. Yapılan ulusal çalışmalar

RBC+C soyutlama modeli aracılığıyla gerçekleştirilen çalışmalar arasından, bu araştırmaya kuramsal ve yöntemsel anlamda katkısının olması beklenen araştırmalar aşağıda tarihsel sırayla verilmiştir.

Yenilmez ve Ulaş (2017) çalışmalarında çeşitli matematik başarı düzeyindeki sekizinci sınıf üçer kişilik öğrenci gruplarının özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerini incelemişlerdir. $(x+y)^2$ özdeşliğini matematik başarısı düşük ve orta olan öğrenciler oluşturamamıştır. $(x-y)^2$ özdeşliğinde ise başarı seviyeleri iyi ve orta olan öğrenciler kullanma basamağına ulaşabilmişlerdir. Bunun yanında x^2-y^2 özdeşliğine araştırmaya katılan tüm öğrenciler oluşturabilmiştir. Özetle, matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin süreci diğerlerine göre daha iyi bir şekilde içselleştirdiği, daha hızlı bir şekilde tüm özdeşlikleri oluşturabildikleri sonucuna varılmıştır. Bunun yanında çalışmada oluşturulan çalışma gruplarındaki öğrencilerin etkileşimi ile soyutlama süreci arasında pozitif bir ilişki olduğu değerlendirilmiştir.

Ayanoğlu (2012) çalışmasında, yedinci sınıf öğrencilerinin birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma süreçleri incelemiştir. Başarılı öğrencilerin oluşturma ve pekiştirme basamağına ulaşabildikleri, fakat bir grup öğrencinin yalnızca tanıma ve kullanma basamağında kaldıkları değerlendirilmiştir.

Özgül ve Kaplan (2016), yedinci sınıf öğrencilerinin silindirin yüzey alanı konusundaki soyutlama süreçlerinin incelenmesi isimli çalışmalarının sonucunda öğrencilerin silindirin yüzey alanı formülünü bulmada *oluşturma (constructing)* ve *pekiştirme (consolidation)* basamaklarına eriştikleri görülmüştür.

Kaplan ve Açıl'ın (2015), sekizinci sınıf öğrencilerinin eşitsizlik konusundaki bilgi oluşturma süreçlerini inceledikleri araştırmanın bulgularında, matematik başarısının öğrencilerin tanıyabildikleri bilgileri kullanabilirliğine etkisinin olmadığı görülmüştür. Öğrencilerin var olan bilgilerini kullanabildikleri zaman oluşturma basamağına geçebildiğini, yeni bir kavram oluşturulmak istendiğinde bilgi niteliğinde olan kavramların içselleştirilmesi gerektiği ortaya konulmuştur. Araştırmanın sonucunda, tanıma eyleminin matematiksel bilgi oluşturma süreçlerinin temeli olduğu sonucuna varılmıştır.

Türnüklü ve Özcan (2014) çalışmalarında farklı geometrik düşünme düzeylerindeki öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerini incelemişlerdir. Araştırmada farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde farklılıkların olduğu görülmüştür. Düşük geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinde yavaş ve tahmine dayalı bir yol izlediği görülmüştür.

Katrancı ve Altun (2013) çalışmalarında, ortaokul öğrencilerinin, olasılık öğrenme alanına ait deneysel olasılık, teorik olasılık, bağımlı ve bağımsız olaylar konularını, oluşturma ve pekiştirme süreçleri bakımından inceleyip, öğrencilerin daha önce oluşturdukları bilgiyi, sonraki durumlarda kullandıkları görülmüştür. Olasılıkla ilgili hedeflenen bilgiyi hemen hemen doğru olarak oluşturdukları ve pekiştirdikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Sezgin Memnun ve Altun (2012) araştırmalarında, matematik konusunda başarılı ve düşük başarılı olan iki altıncı sınıf öğrencisinin koordinat sistemini soyutlama sürecini incelemişlerdir. Sonuç olarak, öğrencilerin koordinat sistemini oluşturmaları için gerekli bilgileri tanıyıp kullanabildikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca yatay ve dikey eksen bilgisini oluşturmakta ve kullanmada güçlük yaşadıkları görülmüştür. Araştırma sonucunda, öğrencilerin koordinat sistemini oluşturabilmeleri için yeni uygulamalara ihtiyaç duyulduğu savunulmuştur.

Altun ve Yılmaz (2008) tarafından, öğrenmeye uygun olarak tasarlanmış bir ortamda, tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci incelenmiş, öğrencilerin ilk problemde oluşturdukları bilgiyi sonraki problemlerde kullandıkları, parçalı fonksiyon ve tam değer fonksiyonu belirli bir seviyede doğru olarak oluşturabildikleri bulgusuna ulaşmışlardır.

Yeşildere (2006) çalışmasında, farklı matematiksel güce sahip ilköğretim altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerini incelemiştir. Matematiksel güç açısından farklılıklara sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde izledikleri yollar arasında da farklılıklar olduğu görülmüştür. Düşük matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinde bir takım zorluluklar yaşanırken yüksek matematiksel güce sahip öğrenciler için bu durumun tersi söz konusudur.

2.10.2.2. Yapılan uluslararası çalışmalar

RBC+C soyutlama modeli aracılığıyla yapılan uluslararası çalışmalar, ulusal çalışmalara göre kronolojik olarak daha eskiye dayanmaktadır. Yapılan çalışmalardan bu araştırmaya kuramsal ve yöntemsel anlamda katkısının olması beklenen araştırmalar aşağıda tarihsel sırayla verilmiştir.

Özmantar ve Monaghan (2007) ise, matematiksel soyutlamayı deneysel ve diyalektik olmak üzere iki farklı kategoride ele alan, öğrencilerin arkadaşlarıyla iletişime geçtiği ve öğretmen yardımı alabildiği bir ortamdaki soyutlama süreçlerini incelemişlerdir. Araştırma sonunda, soyutlama sürecine ilişkin; insan ve maddenin aracılığı, matematiksel yorumlama yapabilmek için öğretmen yardımı, öğrencilerin gelişim düzeylerine uygun ortam ve soyutlanacak bir nesnenin varlığı olmak üzere dört önemli bileşen ortaya koymuşlardır.

Araştırma sorularının oluşturulmasında Monaghan (2007) tarafından soyutlama sürecinin bileşenlerinden biri olan *"soyutlanacak bir matematiksel nesnenin olması"* düşüncesi de göz önüne alınmıştır. Diğer bir ifadeyle soyutlama sürecinde kullanılacak problemlerin sosyal değer taşıyan problemler olması öğrencinin probleme ilgi duyması ve probleme değer verme açısından problemin sunulduğu bağlam önemlidir. Bu araştırmanın problemleri, öğrencilerin anlamlı olduğunu düşünecekleri ve çözmeyi değerli bulabilecekleri beklenen bağlamlar kullanılarak belirlenmiştir.

Dooley (2006) araştırmasında, ilköğretimde okuyan öğrencilerin matematiksel bilgilerini oluşturma süreçleri değerlendirildiğinde RBC soyutlama teorisinin kullanışlı bir araç olabileceği bulgusuna ulaşmıştır.

Monaghan ve Özmantar (2006) tarafından, soyutlamanın pekiştirilmesi konu edilmiş ve matematiksel yapılar ile soyutlamalar arasındaki ilişkiler incelenmiştir. Çalışmaya katılan öğrencinin yeni yapılar ile henüz kurulmuş matematiksel bilgi arasında bağlantılar kurduğu ve yapılarla ilişkili matematiksel eylemleri tanımlamak ve yönetmek için bir dil geliştirdiği belirtilmiştir. Soyutlanmış matematiksel bir nesnenin hassas olduğu ve başka bir yapının oluşturulmasında kullanıldığı zaman pekişebileceği yani sağlamlaşabileceği açıklanmıştır.

Hassan ve Mitchelmore (2006), öğrencilerin çeşitli değişim oranları kavramlarını öğrenirken hangi soyutlama modelini kullandıklarını ve soyutlamanın ne düzeyde gerçekleştiğini araştırmışlardır. Çalışmanın sonunda, öğrencilerin öğrenmelerinde RBC modelini kullandıkları fakat deneysel soyutlamayı kullanmadıkları anlaşılmıştır. Sonuç olarak, RBC modelinin değişen oran ve ortalama kavramlarının öğrenilmesi için uygun bir araç olduğu açıklanmıştır.

Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz (2004) tarafından öğretmenlerin sınıf içinde bilginin oluşturulmasına nasıl rehberlik ettikleri üzerinde durulmuş ve sınıf tartışmasında öğretmenin müdahalelerinin diyalog türünü ve bilginin oluşturulmasını nasıl etkilediği analiz edilmiştir. Araştırmanın sonunda, bilginin oluşturulmasında öğretmenin sınıfta diyalog türlerini nasıl düzenlediğine, bu diyaloglar içinde öğretmenin hangi öğretme yöntemlerini uyguladığına ve öğrencilerin bilişsel eylemlerine ne ölçüde katıldığına dayandığı ifade edilmiştir.

Tsamir ve Dreyfus (2002), sonsuzluk kavramı üzerindeki bilgi oluşturma sürecini incelemişlerdir. Araştırma sonunda, bilişsel eylemlerin birbirleri ile iç içe yuvalanmış olarak işe koşulduğu ve yeni oluşturulan yapının detaylandırılması ve olgunlaştırılması gerektiği ortaya koyulmuştur. Bunun için öğrencinin oluşturduğu bilgilerini pekiştirmeye ihtiyaç duyduğu belirlenmiştir.

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) çalışmalarında, dokuzuncu sınıfa giden bir öğrenci ile soyutlama sürecinin analizini yapmayı amaçlamışlardır. Soyutlamanın problem çözme sırasında oluştuğunun ortaya koyulduğu araştırmanın sonucunda, soyutlamanın *tanıma (recognizing), kullanma (building)* ve *oluşturma (constructing)* olarak ifade edilebilecek üç epistemik eylemi kapsadığını öne sürmüşlerdir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. Yöntem

Bu bölümde çalışmanın araştırma modeli, çalışma grubu, verilerin toplanması, veri toplama araçları, uygulama süreci ve verilerin çözümlenmesi hakkında bilgi verilmektedir.

3.1. Araştırma Deseni

Bu çalışmada araştırma deseni olarak nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışması, bir ya da birbirine bağlı daha fazla olayın derinlemesine incelenmesine fırsat sunan bir modeldir (McMillan, 2000, akt. Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2016, s. 22). Ek olarak Yin'in (2003, s. 1) ifade ettiği gibi durum çalışması olgu ile ilgili bağlam arasında sınırların kesin olarak çizilemediği durumlarda konunun doğal ortamında araştırılmasına imkân sağlar. Araştırmada "nasıl" ve "niçin" sorularını temel alarak bir olgu ya da olayı derinlemesine bütüncül incelemeye olanak veren araştırma yöntemi" olarak tanımlamaktadır. Yin (2003, s. 1) tarafından *bütüncül tek durum deseni, iç içe geçmiş tek durum deseni, bütüncül çoklu durum deseni* ve *iç içe geçmiş çoklu durum deseni* olmak üzere dört durum deseninden söz edilebilir. Bunlardan *bütüncül çoklu durum deseni*, her bir durum kendi içinde bütüncül olarak ele alınıp daha sonra birbirleriyle karşılaştırılmasına imkân sağladığı için araştırmada *bütüncül çoklu durum deseni* tercih edilmiştir (Şimşek ve Yıldırım, 2016, s. 304).

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmada 2017-2018 eğitim-öğretim yılında, Eskişehir merkezde bir devlet okulunda eğitim öğretim gören sekizinci sınıf A ve B şubelerinden toplam yedi kız, iki erkek öğrenci ile çalışılmıştır. Bu öğrencilerden üç kız öğrenci ile pilot uygulamada çalışılmıştır. Katılımcılar, matematik derslerine giren öğretmenlerin görüşleri doğrultusunda seçilmiştir. Bu kritere göre matematik ders başarıları düşük, orta ve yüksek seviye olan üçer öğrenci seçilmiştir. Pilot uygulamada, matematik ders başarısı yönünden düşük, orta ve yüksek düzeyde birer öğrenci ile çalışılmıştır. Gruplar başarı düzeylerine göre düşük, orta ve yüksek şeklinde üç kategoriye ayrılmıştır. Katılımcılar ile derinlemesine araştırma yapabilmek amacıyla çalışmanın amacı bağlamında bilgi açısından zengin durumları içeren *amaçlı örneklemenin maksimum çeşitlilik* yöntemine göre araştırmaya katılmaya istekli öğrenciler seçilmiştir. Ayrıca öğrencilerin irrasyonel sayı konusunu daha önce okulda veya farklı eğitim kurumlarında görmemiş olmasına dikkat edilmiştir. Bilimsel araştırma etiği gereğince katılımcıların isimleri kodlanarak verilmiştir. Katılımcı gruplarına ilişkin bilgiler aşağıdaki gibidir.

Tablo 3.1.

Pilot Uygulamaya Katılan Öğrenci Gruplarına İlişkin Bilgiler

	Başarı Düzeyi Adı	Katılımcı Adları
	Düşük (55 puan ve altı)	Ö1
	Orta (85-70)	Ö2
	Yüksek (90-100)	Ö3
Toplam	3	3

Pilot uygulama için matematik başarısı düşük, orta ve yüksek seviyede üç öğrenci seçilmiştir.

Tablo 3.2.

Esas Uygulamaya Katılan Öğrenci Gruplarına İlişkin Bilgiler

	Başarı Düzeyi Adı	Katılımcı Adları
	Düşük (55 puan ve altı)	Ö4, Ö5
	Orta (85-70)	Ö6, Ö7
	Yüksek (90-100)	Ö8, Ö9
Toplam	3	6

Esas uygulamada çalışma grupları oluşturulurken cinsiyet farkı gözetilmemiş olup grup bireylerinin matematik başarısının birbirine yakın olmasına özen gösterilmiştir. Esas uygulama çalışması ikişer öğrenciden oluşan gruplarla gerçekleştirilmiştir. Grup olarak gerçekleştirilen çalışmada öğrencilerin birbirleriyle diyalog halinde olmaları ve birbirlerine destek vermeleri ile daha iyi soyutlamalar yapabilmeleri amaçlanmıştır.

3.3. Verilerin Toplanması

Gözlem, görüşme, anket, doküman incelemesi, fiziksel katılım gibi farklı veri toplama tekniklerinin bulunduğu nitel araştırma yönteminde bunların dışında *görüntüler, fotoğraflar, belgeseller, filmler, video kayıtları* ve *gerçek yaşam öyküleri* ile de veri toplanabilme imkânı bulunmaktadır. Bunun yanında veri çeşitliliği, çalışma sonuçlarının objektif, geçerli ve güvenilir olmasını sağlamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 91). Bu araştırma katılımcılara yöneltilen sorulara verilen yazılı dokümanlar, video kayıtları, gözlem ve görüşme sırasında araştırmacının aldığı notlardan elde edilen verilerden oluşmaktadır.

3.3.1.Veri toplama araçları

Sekizinci sınıf öğrencilerinin (kareköklü sayı) irrasyonel sayı kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi amacıyla dört uygulama sorusu oluşturulmuştur. Öğrenciler soruları cevaplarken yarı yapılandırılmış görüşme (Merriam, 2013, s. 87) sırasında kaydedilen video kayıtları ve katılımcı gözlem (Yin,2003, s. 14) tekniği ile elde edilen araştırmacı notları veri toplama aracı olarak değerlendirilmiştir. Görüşme sürecinde kullanılan soruların yer aldığı form EK 1'de verilmiştir.

Bu araştırmada, irrasyonel sayı kavramına ilişkin bilgi oluşturulma sürecinin incelenmesi amacıyla;

M.8.1.3.1. Tamkare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.

M.8.1.3.2.Tamkare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler (MEB, 2018, s. 9),

kazanımlarına yönelik öğrencilerin günlük yaşamlarından bildikleri olaylar üzerinden oluşturulan dört farklı uygulama sorusuna yer verilmiştir. Bu sorular, soyutlamanın süreç içinde gerçekleşmesine fırsat tanıyan, her biri yeni bir yapı bulunduran, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini sağlayan ve bilgiyi oluşturma süreçlerini açığa çıkarabilmesini sağlayacak şekilde hazırlanmıştır. Hazırlanan sorulardan ilk üçü *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)*, dördüncü soru *tanıma (recognizing)*, *kullanma (building)* ve *oluşturma (constructing)* basamaklarını ölçecek şekilde oluşturulmuştur. Hazırlanan sorular, yukarıdaki ilgili kazanımları ölçmeye yönelik oluşturulması nedeniyle *pekiştirme (consolidation)* basamağını ölçmeye yönelik uygulama sorusuna yer verilmemiştir.

Bu problemlerdeki tartışma ve karar verme sürecinde öğrencilerin çarpanlar, bölenler, katlar ve karesel bölgelerin alan hesaplaması için gerekli bilgileri tanıyıp tanımadıkları t*anıma (recognizing)*, bu bilgileri kullanıp kullanamadıkları *kullanma (building)* incelenmiş ve bu bilgilerden de yararlanarak yeni bir sayı kümesi bilgisini oluşturup oluşturamadıkları *oluşturma (constructing)* olarak bu süreçteki muhakemeleri ortaya koyulmaya çalışılmıştır.

Bu bağlamda hazırlanan sorular alanında uzman iki bilim insanına inceletilmiş, inceleme sonucunda soruların görsel sunumunda, soru bağlamında, dil ve anlatımda gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Bu sayede geçerlik ve güvenirlik sağlanmaya çalışılmıştır.

3.3.2. Veri toplama süreci

Araştırma kapsamında 2017-2018 eğitim-öğretim yılı güz döneminde yapılan görüşmelerin öncesinde ilgili kurumlardan gerekli izinler (EK 2) alınmış ve okul idaresine ve araştırmaya katılan öğrencilere araştırmanın amacı ve içeriği detaylı bir biçimde anlatılmıştır. Araştırmada cevaplanması istenen sorulara ilişkin, doğru ya da yanlış cevaba ulaşmaktan çok cevaba ulaşma süreçlerinin incelenmesinin amaçlandığı açıklanmıştır. Bu şekilde sınav ve not kaygısının oluşması engellenmeye çalışılmıştır.

Bu bağlamda alan eğitimi uzmanları tarafından incelenerek hazırlanan sorular başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek olan birer öğrenci ile pilot uygulama çalışılmıştır. Pilot uygulama yapılmasında, uygulama sorularının RBC soyutlama seviyelerini ölçüp ölçmediğinin belirlenmesi, soruların görsel, dil ve anlaşılabilirlik yönünden değerlendirilmesi ve araştırmacının deneyim kazanması amaçlanmıştır. Pilot uygulama sonucunda hazırlanan uygulama sorularının çalışmanın amacına uygun olduğu değerlendirilmiştir. Araştırmacının pilot soruların değerlendirilmesi sürecinde deneyim kazandığı düşünülmüştür. Görüşmelerde öğrencilerin soruları cevaplarken sesli düşünmeleri istenmiş verdikleri cevaplara *“Neden bu şekilde düşündün?” , “Bu sonuca nasıl ulaştın?”* gibi sorular yöneltilip açıklama yapmalarına fırsat tanınarak düşünce biçimlerini ortaya çıkarmaları sağlanmıştır. Araştırmacı bu aşamada doğal katılımcı rolünde olup sorduğu sorularla katılımcıların zihnindeki şemaları keşfetmeye yönelik çalışma gerçekleştirmiştir (Geray, 2006, s. 171). Her bir öğrenci ile yapılan görüşmeler ortalama 20 dakika sürmüştür. Öğrenci görüşmeleri video kamera ile okul yönetiminin tahsis ettiği bir odada kayıt altına alınmıştır. Böylelikle katılımcıların uygulama esnasında kendi aralarında ve araştırmacıyla gerçekleşen sözsüz iletişimlerini inceleme fırsatı da doğmuştur. Görüşmeler toplam üç hafta içerisinde gerçekleştirilmiştir.

3.4. Verilerin Analizi

Araştırmadaki verilerin analizi ve yorumlanmasında nitel veri analizi yöntemi kullanılmıştır. Nitel veri analizi, verilerin düzenlendiği farklı analiz birimlerine ayrıldığı sentezlendiği, örüntülerin ortaya çıkarıldığı, önemli değişkenlerin keşfedildiği ve hangi bilgilerin raporda yer alacağına karar verme sürecidir. Alan yazında nitel veri analizinin hangi basamaklardan oluştuğuna dair farklı açıklamalar olsa da nitel veri analizi betimleme, analiz ve yorumlama aşamalarıyla açıklanabilir. Betimleme toplanan verilerin araştırma sorusu ile ilgili olarak ne ifade ettiği ve genel olarak hangi sonuçları ortaya koyduğunu belirtme sürecidir. Analiz, verilerde saklı olan temaların kodlama ve sınıflamalar aracılığıyla ortaya çıkarılması bu temalar arasındaki bağların açıklanması sürecidir. Özetle betimlemede “ne” sorusuna cevap aranırken analiz kısmında “neden” ve “nasıl” sorularına açıklık getirilmektedir. Son olarak yorumlama ise araştırmada farklı yollarla elde edilen bulguların ne anlama geldiğini belirtme sürecidir (Büyüköztürk vd., 2016, s. 250).

Bu araştırmanın verileri *betimsel analiz* yöntemine göre incelenmiştir. *Betimsel analiz,* çeşitli veri toplama teknikleri ile elde edilmiş verilerin, önceden belirlenmiş temalara göre analizini ve değerlendirilmesini içeren bir nitel veri analiz türüdür. Bu analiz türünde araştırmacı görüştüğü ya da gözlemiş olduğu bireylerin görüşlerini çarpıcı bir biçimde yansıtabilmek amacıyla doğrudan alıntılara sık sık yer verebilmektedir. Bu analiz türünde temel amaç, elde edilmiş olan bulguların okuyucuya özetlenmiş ve yorumlanmış bir biçimde sunulmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 243).

Verilerin analizi aşamasında öğrencilerin hazırlanan soruları çözmeleri sırasında kaydedilen video kayıtları yazılı metne çevrilmiş, bilgi oluşturma süreci bakımından analiz edilmiştir. Bilgi oluşturma sürecinin analizi teorik çerçevede sunulan RBC+C kuramı referans alınarak gerçekleştirilmiştir. Yazılı metne dönüştürülen ifadeler ve elde edilen veriler sistematik ve açık bir şekilde düzenlenmiş, RBC teorisine göre oluşturulan çerçevede, veriler *tanıma (recognizing), kullanma (building)* ve *oluşturma (constructing)* temaları altında düzenlenip sunulmuştur. Bu araştırmadaki uygulama soruları *pekiştirme (consolidation)* soyutlama basamağını kapsamadığından, araştırmanın bulgularında, sonuç ve tartışma bölümlerinde *pekiştirme (consolidation)* soyutlama seviyesinde inceleme yapılmamıştır.

Her bir problemin çözümünde soyutlamaya yönelik bilişsel eylemler birlikte gözlenmiş ve kaydedilmiştir. Yazılı görüşme metinlerinin analizi, bu üç bilişsel eyleme göre gerçekleştirilmiştir. Daha sonra, elde edilen bulgular, uzman görüşü eşliğinde farklı açılardan bakılarak değerlendirmeler yapılmıştır.

3.5. Çalışmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Hazırlanan sorular iki alan eğitimi uzmanı tarafından incelenmiş, geçerlik ve güvenirliği sağlanmıştır. Nitel araştırmalarda iç geçerlilik ve dış geçerlilik yerine inandırıcılık ve aktarılabilirlik, iç güvenilirlik ve dış güvenilirlik yerine de tutarlık ve teyit edilebilirlik kullanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 273). Çalışma süresince meydana gelen uzun süreli etkileşim, birçok veri toplama aracı kullanılması ve etkinliklerin alan eğitimi uzmanları tarafından da incelemesi ile iç geçerlik sağlanmıştır. Çalışmada matematiksel başarı düzeyi düşük, orta ve iyi olan öğrencilerle çalışılmıştır. *Çoklu durum deseni* kullanılarak, araştırmanın aktarılabilirliği (dış geçerliği) sağlanmaya çalışılmıştır. Çalışmada güvenirlik ise; çalışma sonrasında video kayıtları, gözlem notları iki farklı alan eğitimi uzmanı tarafından değerlendirilmiştir. Alan eğitimi uzmanlarının yorumları ile araştırmacı yorumlarının tutarlı olduğu görülmüştür.

Nitel araştırma yöntemine uygun olarak araştırmadan elde edilen veriler çözümlenmiş, geçerlik ve güvenilirliğe dikkat edilerek analiz edilmiş, elde edilen bulgulara ileriki bölümde yer verilmiştir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. Bulgular

Bu bölümde, çalışmanın amacına yönelik iki farklı kazanımı içeren, açık uçlu dört sorudan oluşan etkinlik öğrencilere uygulanıp, uygulamalardan elde edilen bulgular ve ulaşılan bulguların değerlendirilmesine yer verilmiştir. Bulgular pilot uygulama ve araştırma uygulaması olmak üzere iki başlıkta sunulmuştur. Çalışma grubu öğrencilerin matematik dersi başarısı ve öğretmen görüşlerine göre üç grup olacak şekilde oluşturulmuştur. Pilot uygulamada üç, araştırma uygulamasında altı toplamda dokuz katılımcı ile çalışılmıştır. Öncelikle pilot uygulama bulgularına yer verilmiştir.

4.1. Pilot Uygulama ve Sonuçları

Uygulamalar sırasında video kaydı alınan görüşmelerin dökümü yapılarak soyutlama ifadesi içeren öğrenci diyalogları seçilerek bulgulara aktarılmıştır. Gerçekleştirilen uygulamalar soru bazında değerlendirilerek verilmiştir. Her soru için üç uygulama öğrencisinin cevapları ayrı ayrı incelenerek bulgular elde edilmiştir.

4.1.1. Birinci etkinlik için gerçekleştirilen uygulama bulguları

Aşağıda birinci etkinlik sorusu verilmiştir.

Birinci etkinlik sorusu: *Ayşe odasına kare şeklinde bir halı almak ister. Ayşe halı dükkânından alan ölçüleri aşağıda verilen halılardan, kenar uzunlukları tamsayı olan hangi halıları tercih etmelidir? Neden?*

16 m^2 *20 m^2* *25 m^2* *35 m^2*

Yukarıda birinci etkinlik sorusu öğrencilere yöneltilmiş ve öğrencilerin verdiği cevaplardan elde edilen bulgulara aşağıda yer verilmiştir.

4.1.1.1. Ö1 öğrencisinden elde edilen bulgular

Aşağıda başarı düzeyi düşük bir öğrenci olan Ö1 ile gerçekleştirilen uygulamada, araştırmacı ile öğrenci arasındaki diyalog verilmiştir.

A: Soru hakkında ne düşünüyorsun? Karenin alanı bulmak için ne yaparız?

Ö1: Fikrim yok öğretmenim hatırlayamadım.

A: Kare şeklinin bütün kenarları birbirine eşit midir?

(Araştırmacı kağıda kenarı 3 br olan kare çizer…)

Ö1: Evet.

A: Bir kenarı 3 br olan karenin alanı kaçtır desem?

Ö1: 3x3 ten 9 olur.

A: Tamam. O halde verilen alanlardan hangisini seçmesi gerekir?

Ö1: 25 olabilir.

A: Başka var mıdır?

Ö1: Yok sadece 25 olabilir?

A: 25 metre kareyi nasıl seçmiştin?

Ö1: 5 ile 5 çarparak buldum.

A: Verilen seçeneklerden aynı sayının çarpımı olan başka var mıdır? Birden başlayarak aynı sayıları çarparak deneyelim istersen.

Ö1: (1'den başlayıp aynı sayıları çarparak sonuçlarını buluyor). O zaman 16 da olur.

A: Başka var mıdır?

Ö1: 20 olmaz. Çünkü 2 ile 10'un veya 4 ile 5'in çarpımıdır. 35'te olmaz, 7 ile 5'in çarpımıdır.

Ö1 öğrencisinin kenarları tamsayı olan, alanı verilen karelerden, doğru seçeneği bulmakta zorlandığı görülmüştür. Araştırmacının yönlendirici sorularıyla öğrenci, karenin alanının aynı iki sayının çarpımının sonucu olduğunu söylemiştir. Bu bulgu, öğrencinin *tanıma (recognizing)* basamağını gerçekleştirdiğini göstermektedir. Öğrencinin bu durumu diğer seçeneklere uygulayarak kenarları tamsayı olmayan seçenekleri elemesi ise, *kullanma (building)* basamağına ulaştığını göstermektedir.

4.1.1.2. Ö2 öğrencisinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyi orta seviyede bir öğrenci olan Ö2 ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenci arasındaki diyalog verilmiştir.

Ö2: Tercih edeceği halı 20 olabilir.

A: Neden böyle düşündün?

Ö2: Bir kenarı 5 olursa 20 olur.

A: Soruda bize çevre mi sorulmuş?

Ö2: Yanlış anlamışım. O zaman 25 ve 16 olabilir.

A: Nasıl böyle düşündün?

Ö2: 25 ve 16 metrekarelik halıları seçerse kenar uzunlukları 25'te 5, 16'da 4 olur, o yüzden olur. Diğer verilen alanlarda aynı iki sayının çarpımı olmuyor.

Ö2 öğrencisinin kenarları tamsayı olan, alanı verilen karelerden, doğru seçeneği bulurken alan ve çevre kavramlarında yanılgıya düştüğü, soru ifadesini tekrar okuduğunda ise alan kavramına yönelip, karenin alanının aynı iki sayının çarpımıyla bulunduğunu söyleyerek *tanıma (recognizing),* kenarları tamsayı dediği için duruma uymayan seçenekleri eleyerek *kullanma (building)* basamağına ulaştığı değerlendirilmektedir.

4.1.1.3. Ö3 öğrencisinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyi yüksek bir öğrenci olan Ö3 ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenci arasındaki diyaloga yer verilmiştir.

Ö3: Kenarları tamsayı dediği için alanları aynı tamsayıların çarpımları olan karelere bakmamız gerekir. O yüzden alanı 16 metrekare ve 25 metrekare olan halıları alabilir.

Ö3 öğrencisi soruda geçen kenar uzunluğu tamsayı olan karenin alanı ifadesiyle iki tamsayının çarpımını söylemesi *tanıma (recognizing),* kenarı tamsayı olan kare alanlarını oluşturabilmesi *kullanma (building)* basamağında olduğunu gösterir.

Pilot uygulamada birinci etkinliğin sonunda öğrencilerin soyutlama basamakları aşağıda bulunan Tablo 4.1'de verilmektedir.

Tablo 4.1.

Pilot Uygulamada Birinci Etkinliğin RBC Modeline Göre İncelenmesi

Basamaklar	**Basamakların Olası Gerekçeleri**	**Öğrencilerin Soyutlama Seviyeleri**
Tanıma (Recognizing)	Karenin özelliklerini bilme Karenin alan hesaplamasını yapabilme (aynı sayıların çarpımlarının sonucu olduğunu bilme)	Ö1, Ö2, Ö3
Kullanma (Building)	Alanı verilen karenin bir kenar uzunluğunu hesaplayabilme Kenar uzunluğu tamsayı olan karenin alanını inşa edebilme	Ö1, Ö2, Ö3

Ö1 öğrencisi birinci etkinlikte *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağına ulaşmada güçlük yaşadığı fakat araştırmacının yönlendirici açıklamalarıyla *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağına ulaştığı değerlendirilmektedir.

Ö2 öğrencisi ise karenin alanı yerine çevre uzunluğunu bulma yanılgısına düştüğü, soru bağlamında geçen ifadeleri tekrar gözden geçirdiğinde alanı bulmaya yönelik işlemler yaparak *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağına eriştiği değerlendirilmektedir.

Ö3 öğrencisinin birinci etkinlikte *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağına kolaylıkla ulaştığı değerlendirilmektedir.

4.1.2. İkinci etkinlik için gerçekleştirilen uygulama bulguları

Aşağıda ikinci etkinlik sorusu verilmiştir.

İkinci etkinlik sorusu: *Ahmet okçuluk kursuna gitmektedir. Kursun sonunda bir yarışma düzenlenmiştir ve öğrencilerden üzerinde 1'den 100'e kadar bazı sayıların olduğu balonlara atış yapmaları istenmiştir. Bu sayılar aynı iki pozitif tamsayının çarpımlarının sonucu hesaplanarak oluşturulmuştur. Ahmet tüm balonları vurduğuna göre, yarışmada toplam kaç balon patlatmıştır?*

Yukarıda ikinci etkinlik sorusu öğrencilere yöneltilmiş ve öğrencilerin verdiği cevaplardan elde edilen bulgulara aşağıda yer verilmiştir.

4.1.2.1. Ö1 öğrencisinden elde edilen bulgular

Aşağıda başarı düzeyi düşük bir öğrenci olan Ö1 ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenci arasındaki diyalog verilmiştir.

Ö1: 100'ü vurabilir.

A: Başka var mıdır?

Ö1: Sadece 100'ü bulabildim. Başka 25x25 olabilir.

A: 25x25'in sonucu 625 yapar balonların üzerinde en fazla 100 yazabilir. Aynı yukarıdaki soru gibi düşün. Vuracağı balonlar aynı sayıların çarpımları olacak.

Ö1: 20x5=100. Bu olmaz o zaman.

A: Mesela 1'den başlarsak 1'i elde etmek için hangi iki tamsayıyı çarparız.

Ö1: 1 ile 1'i çarparız.

A: 2'den devam edersen?

Ö1: (2'den başlayarak 10'a kadar olan sayıları kendileriyle çarpıyor). 10 tane balon vurabilir.

Ö1 öğrencisinin soru bağlamını anlamakta zorlandığı, soyutlama basamaklarından *tanıma (recognizing)* seviyesine, araştırmacının yönlendirici sorularıyla da *kullanma (building)* basamağına ulaşabildiği gözlenmiştir.

4.1.2.2. Ö2 öğrencisinden elde edilen bulgular

Aşağıda başarı düzeyi orta bir öğrenci olan Ö2 ile gerçekleştirilen uygulamada, araştırmacı ile öğrenci arasındaki diyalog verilmiştir.

A: Soru hakkında ne düşünüyorsun?

Ö2: Balonların hepsini patlatmıştır bence.

A: Neden?

Ö2: Soruda hepsini patlatmıştır denilmiş.

A: Soruyu tekrar okumak ister misin?

Ö2: Hımm…4x4=16 olur

A: Başka var mıdır?

Ö2: (1'den başlayarak 10 a kadar aynı sayıların kendileriyle çarpımını yapıyor). 10 tane balonu vurabilir.

Ö2 öğrencisi soruda istenilen aynı sayıların kendileriyle çarpımları ifadesinden yola çıkarak *tanıma (recognizing)*, benzer işlemleri diğer sayılarda da uygulayarak *kullanma (building)* basamağına ulaştığı değerlendirilmektedir.

4.1.2.3. Ö3 öğrencisinden elde edilen bulgular

Aşağıda başarı düzeyi yüksek bir öğrenci olan Ö3 ile gerçekleştirilen uygulamada, araştırmacı ile öğrenci arasındaki diyalog verilmiştir.

A: Soruda istenilenin ne olduğunu anladın mı?

Ö3: 1'den 100'e kadar olan sayıların kendileriyle olan çarpımlarını bulmam gerekli.(1'den başlayarak 10'a kadar olan sayıları kendileriyle çarpıyor). Toplamda 10 balon vurması gerekir.

Ö3 öğrencisi soruda istenilen aynı sayıların kendileriyle çarpımları ifadesinden yola çıkarak *tanıma (recognizing)*, benzer işlemleri diğer sayılarda da uygulayarak *kullanma (building)* basamağına ulaştığı değerlendirilmektedir.

Pilot uygulamada ikinci etkinliğin sonunda öğrencilerin soyutlama basamakları aşağıda bulunan Tablo 4.2'de verilmektedir.

Tablo 4.2.

Pilot Uygulamada İkinci Etkinliğin RBC Modeline Göre İncelenmesi

Basamaklar	Basamakların Olası Gerekçeleri	Öğrencilerin Soyutlama Seviyeleri
Tanıma (Recognizing)	Tam kare sayıları tanıyabilme	Ö1, Ö2, Ö3
Kullanma (Building)	Aynı iki pozitif tamsayıların çarpımını oluşturabilme	Ö1, Ö2, Ö3

Yukarıdaki uygulama sorusunda Ö1, Ö2 ve Ö3 öğrencilerinin *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağına ulaştıkları değerlendirilmektedir.

4.1.3. Üçüncü etkinlik için gerçekleştirilen uygulama bulguları

Aşağıda üçüncü etkinlik sorusu verilmiştir.

Üçüncü etkinlik sorusu: *Ayşe bir kenar uzunluğu 9 metreden az 8 metreden fazla olan kare şeklindeki salonuna kare şeklinde halı almak ister. Aşağıda alanları verilen hangi halıları tercih etmelidir?*

60m² *65m²* *76m²* *84m²*

a) *Salonunun bir kenar uzunluğu 9 metreye yakın ise halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?*
b) *Salonunun bir kenar uzunluğu 8 metreye yakın ise halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?*

Yukarıda üçüncü etkinlik sorusu öğrencilere yöneltilmiş ve öğrencilerin verdiği cevaplardan elde edilen bulgulara aşağıda yer verilmiştir.

4.1.3.1. Ö1 öğrencisinden elde edilen bulgular

Aşağıda başarı düzeyi düşük bir öğrenci olan Ö1 ile gerçekleştirilen uygulamada, araştırmacı ile öğrenci arasındaki diyalog verilmiştir.

Ö1: 76 olabilir. 9 ile 8'in çarpımıdır.

A: Bir daha düşün istersen.

Ö1: Bu soruda 9 ile 8'in çarpımını mı alacağız?

A: Kenar uzunluğunu tam olarak bilmediğimiz kare şeklinde bir oda var ve bu odaya kare şeklinde bir halı almak istiyoruz. Bir kenarının uzunluğunu 8 kabul edersek alacağımız halının alanı ne olmalıdır?

Ö1: 8x2=16 olmalıdır.

A: Karenin alanını bulurken ne yapmamız gerekiyordu?

Ö1: Hımm... Tamam çarpacak mıyım? O zaman 64 olur.

A: Peki hangi halıyı seçmememiz gerekir o halde?

Ö1: 84 olanı seçemeyiz çünkü 64'ten çok büyük olur.

A: Bir kenarının 9 olduğunu düşünürsen alanı kaç olur?

Ö1: 81 olur.

A: O zaman ne söyleyebiliriz alınacak halılarla ilgili?

Ö1: 64 ile 81 arasında olmalı. 65 ve 76'yı tercih edebiliriz.

A: 64 ve 81 ne ifade ediyor bize?

Ö1: Alan demek istiyor.

A: Salonunun bir kenar uzunluğu 9 metreye yakın ise bu halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?

Ö1: 81'e daha yakın olduğu için 76 olanı tercih edebilir.

A: Salonunun bir kenar uzunluğu 8 metreye yakın ise bu halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?

Ö1: Burada da 64'e en yakın olan 65'i tercih edebilir.

Ö1 öğrencisi istenileni bulmaya çalışırken soruda verilen 8 ile 9'un çarpımlarının sonucu olan 76'yı tercih edebileceğini belirtiyor. Bu cevabı *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağına erişemediğini göstermektedir. Ancak araştırmacı seçilecek halının kare olduğunu belirttiğinde, öğrenci bu fikrinden vazgeçip karenin alanını oluşturmasıyla *tanıma (recognizing)* basamağına, aynı sayıları çarparak elde ettiği sonuçlarla *kullanma (building)* basamağına ulaştığı değerlendirilmektedir.

4.1.3.2. Ö2 öğrencisinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyi orta bir öğrenci olan Ö2 ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenci arasındaki diyalog verilmiştir.

Ö2: Nasıl olur o zaman. 9'dan küçük 8'den büyük ise 8,5 mi olur? İkisi arasında dediği için 8,5 olması gerekmez mi?

A: Sadece 8,5 mi olur, başka bir sayı mesela 8,7 olamaz mı?

Ö2: Olabilir. O zaman başka sayılarda olabilir. 8,1'de olabilir (8,1x8,1 işleminin yapıp sonucu 65,61 buluyor). Seçeneklerde 65 var ama virgülü olmadığında dolayı 65'i de seçemeyiz (8,5x8,5 işleminin yapıp sonucu 72,25 buluyor). Bu durumda 76 ve 84 olabilir bence. Ya da bir kenar uzunluğunu bulmak için bize verilen alanları 4'e mi bölmemiz gerekiyor?

A: Bir kenarı 8 m ile 9 m arasındaysa eğer bir kenarı 8 m ve 9 m olan karelerin alanları ne olurdu?

Ö2: Kenarı 8 m olan karenin alanı 64 metrekare, 9 m olanın alanı 81 metrekare olur.

A: Peki. Şimdi seçeceğin halıların alanları hakkında ne söyleyebilirsin?

Ö2: 64 metrekareden az 81 metrekareden fazla olamaz. Seçilecek halıların alanları 65 metrekare ve 76 metrekare olmalı.

A: Salonunun bir kenar uzunluğu 9'a yakın ise bu halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?

Ö2: Alanı 81 metrekareye yakın olan 76 metrekareyi seçmelidir.

A: Salonunun bir kenar uzunluğu 8'e yakın ise bu halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?

Ö2: Alanı 64 metrekareye yakın olan 65 metrekareyi seçmelidir.

Ö2 öğrencisi sorunun içeriğinde yer alan karenin alanı yerine, çevre hesaplamasına yönelmiş ancak sonra karenin alanının iki aynı sayı ile çarpılarak bulunacağını fark ederek istenilen cevaba ulaşmış, soyutlama basamaklarından *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* adımlarını gerçekleştirmiştir.

4.1.3.3. Ö3 öğrencisinden elde edilen bulgular

Aşağıda başarı düzeyi yüksek bir öğrenci olan Ö3 ile gerçekleştirilen uygulamada, araştırmacı ile öğrenci arasındaki diyalog verilmiştir.

Ö3: Halının bir kenarının 8 metreden fazla olması için iki kenarına 8 verdiğimizde alanı 64 metrekare çıkıyor. Bu yüzden de alınacak halının alanı 64 metrekareden yüksek *bir sayı olmalı. Kenar uzunluğu 9 metreden az dediği için eğer 9 metre verseydik alanı 8 metrekare olur, bu yüzden alınacak halının alanı 81 metrekareden de küçük olmalı. 65 metrekare ve 76 metrekarelik halıları tercih edebilir.*

A: Salonunun bir kenar uzunluğu 9'a yakın ise bu halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?

Ö3: Alanı 81 metrekareye yakın olan 76 metrekareyi seçmelidir.

A: Salonunun bir kenar uzunluğu 8'e yakın ise bu iki halıdan hangisini tercih etmelidir? Neden?

Ö3: Alanı 64 metrekareye yakın olan 65 metrekareyi seçmelidir.

Ö3 öğrencisinin kenarları tamsayı olan karenin alanını bilmesi *tanıma (recognizing)*, bu noktadan hareketle kenar uzunluğu ardışık iki tamsayı aralığında olan karenin alanını bulması *kullanma (building)* basamağında olduğunu göstermektedir.

Pilot uygulamada üçüncü etkinliğin sonunda öğrencilerin soyutlama basamakları aşağıda bulunan Tablo 4.3'te verilmektedir.

Tablo 4.3.

Pilot Uygulamada Üçüncü Etkinliğin RBC Modeline Göre İncelenmesi

Basamaklar	Basamakların Olası Gerekçeleri	Öğrencilerin Soyutlama Seviyeleri
Tanıma (Recognizing)	Kenar uzunlukları tamsayı olan karenin alanını tanıma	Ö1,Ö2,Ö3
Kullanma (Building)	Kenar uzunlukları tamsayı olan farklı karelerin alanını bulabilme, Alanı (tam kare olmayan) verilen karenin bir kenar uzunluğunu ardışık iki tamsayı aralığında tahmin edebilme	Ö1, Ö2,Ö3

Üçüncü uygulama sorusunda Ö1, Ö2 ve Ö3 öğrencisinin ise *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağına ulaştıkları değerlendirilmektedir.

4.1.4. Dördüncü etkinlik için gerçekleştirilen uygulama bulguları

Aşağıda dördüncü etkinlik sorusu verilmiştir.

Dördüncü etkinlik sorusu: *Matematik öğretmeni öğrencilerine bir oyun oynatmıştır. Oyunda kutunun içinde üzerinde 1'den 100'e kadar sayılar bulunan kartlar yer almaktadır. Birinci öğrenci üzerinde 36 yazılı olan bir kart çekiyor ve 36'nın aynı iki tam sayının çarpımının sonucu olduğunu görüyor. Bu sayının 6 olduğunu söylüyor ve puan kazanıyor. Sıra ikinci öğrenciye geçiyor. İkinci öğrenci ise üzerinde 60 yazılı olan kartı çekiyor ve aynı iki tam sayının çarpımının 60 olamayacağını söylüyor. Öğretmen ise öğrenciden bu sayının bulunduğu tamsayı aralığını tahmin etmesini istiyor ve ikinci öğrenci doğru cevabı veriyor.*

a) Sizce ikinci öğrenci nasıl bir cevap vermiştir?

b) Öğrencinin verdiği cevap hangi tamsayıya yakındır?

Yukarıda dördüncü etkinlik sorusu öğrencilere yöneltilmiş ve öğrencilerin verdiği cevaplardan elde edilen bulgulara aşağıda yer verilmiştir.

4.1.4.1. Ö1 öğrencisinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyi düşük bir öğrenci olan Ö1 ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenci arasındaki diyalog verilmiştir.

Ö1: İki tam sayının çarpımından oluşur diyor (60'ı 2'ye bölüyor, 30 buluyor).

A: 30 ile 30'u çarparsak kaç olur. Çok büyük bir sayı olmaz mı?

Ö1: 6 ile 10 olabilir mi?

A: Aynı sayı olması gerekir diyor soruda.

Ö1: (1 den başlayarak aynı sayıları 8'e kadar çarpıyor). 7 tanedir o zaman.

A: Ama soruda bize aralık olarak soruyor. Hangi sayılar arasındadır?

Ö1: 49 ile 64 arasındadır?

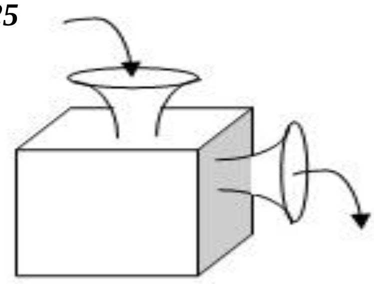
A: Soruda 36 çekilen karta öğrenci 6 cevabını veriyor o zaman senin ne söylemen gerekir bu durumda?

Ö1: (Düşünüyor) 7 ile 8 arasındadır.

A: Öğrencinin verdiği cevap hangi tamsayıya yakındır?

Ö1: 8'e daha yakındır. Çünkü 60, 49'a göre 60'a daha yakındır.

A: Peki aşağıdaki gibi bir sistem olduğunu düşünürsek 25 olarak içeri giren sayı dışarıya 5 olarak çıkmaktadır. O halde soru işareti olması gereken yerlere hangi sayılar gelmelidir?



Şekil 4.1. *Sisteme Giren Sayılar*

Ö1: 25, 5'e bölünerek çıkmış o zaman 49'da 7 olarak çıkar. 100, 10 olarak çıkar. 10'da (düşünüyor) 5 ve 2 çıkar.

A: Bu sistemde dışarı çıkan sayıları kendisiyle çarptığımızda içeri giren sayıyı bulabilir miyiz?

Ö1: Evet. 1x1=1, 2x2=4, 3x3=9, 4x4=16 O zaman, 3 ile 4 arasında 3'e yakın bir sayı olarak dışarı çıkacaktır.

A: Peki bu sayıyı nasıl bulabiliriz?

Ö1: 5 ile 2'yi çarparak bulabiliriz.

A: Ama aynı sayı olması gerekli değil mi?

Ö1: Evet, ama bulamadım.

Ö1 öğrencisi sistem içinden dışarı çıkan sayıları verilen bir örnekten yola çıkarak *tanıma (recognizing),* diğer sayıları elde ederek *kullanma (building)* basamağına ulaştığı, ancak 10 sayısının sistemden dışarı çıkmasında sayılar konusunda mevcut bilgilerimizin yeterli olmadığı açıklamasını yapamadığından dolayı da *oluşturma (constructing)* basamağına erişemediği görülmektedir.

4.1.4.2. Ö2 öğrencisinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyi orta bir öğrenci olan Ö2 ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenci arasındaki diyalog verilmiştir.

Ö2: 36 sayısını çektiğinde 6 söylüyormuş, 60 çekince hangi sayıyı söylemesi gerekiyor onu soruyor.

A: 64 çekseydi cevap olarak hangi sayıyı söylerdi?

Ö2: 8 demesi gerekirdi.

A: 60 sayısını bu mantıkla düşünecek olursak doğru cevabı bulması için öğrencinin ne söylemesi gerekir?

Ö2: 3 diyebilir?

A: 3 nasıl olabilir?

Ö2: 14 de olabilir?

A: Bu sayıları söylerken ne düşündün?

Ö2: (Düşünüyor)

A: Söylediğin sayıları kendileriyle çarpmayı denesen?

Ö2: 3x3=9, 14x14=196

A: Bulduğun sayılar ile çekilen sayı arasında nasıl bir ilişki kurarsın? Bulduğun sayılar 60'a yakın mı veya 60'a daha yakın başka sayılar bulabilir misin?

Ö2: 4x4=16, 5x5=25 (10'a kadar olan sayıları kendileriyle çarpıyor).

A: Bulunacak olan sayı hangi tamsayı aralığına yakındır?

Ö2: Yedi virgüllü bir sayıdır bu. 7-8 arasındadır.

A: Öğrencinin verdiği cevap hangi tamsayıya yakındır?

Ö2: *60, 64'e daha yakın olduğu için söylenen sayı 8'e daha yakındır.*

A: Peki şekil 4.1'deki gibi bir sistem olduğunu düşünürsek 25 olarak içeri giren sayı dışarıya 5 olarak çıkmaktadır. O halde soru işareti olması gereken yerlere hangi sayılar gelmelidir?

Ö2: 49, 7 olarak, 100, 10 olarak çıkar, 10'da neyle neyi çarparsak 10 olması gerekiyor. 3 olamaz 3x3= 9 olur. 3,1 olabilir.

A: 3,1'i neden söyledin?

Ö2: 3 ile 3'ün çarpımı 9 oluyor, 10'a en yakın sayı olduğu için. (3,1 ile 3,1 çarpıyor 9,61 buluyor) Bu olmadı o zaman 3,2 olur (3,2 ile 3,2 çarpıyor 10,24 buluyor).

A: Tam 10 elde edemez miyiz? Bu nasıl bir sayı olabilir.

Ö2: Değişik sayı bu. 3,1 ile 3,2 arasında bir sayı o zaman.

Ö2 öğrencisi dördüncü etkinlikte torbadan çekilen 36 sayısına karşılık 6 rakamı söylendiğinde, 36'nın 6 ile 6'nın çarpımı söylemiş olması *tanıma (recognizing) ,* çekilen 60 sayısına karşılık gelen sayıyı bulmak için aynı sayıları çarparak sonucu elde etmesi *kullanma (building)* basamağında olduğunun göstergesidir. Sistemle ilgili soruda 10 sayısının dışarı çıkmasında ondalık gösterimi aynı sayıları çarparak sayı aralığını doğru tahmin ettiği ancak ondalık gösterimi aynı iki sayının çarpımlarının son basamağının sıfır olamayacağı açıklamasına ulaşamadığı için *oluşturma (constructing)* basamağına erişemediği değerlendirilmektedir.

4.1.4.3. Ö3 öğrencisinde elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyi yüksek bir öğrenci olan Ö3 ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenci arasındaki diyalog verilmiştir.

A: Soruda istenilenleri bize anlatabilir misin?

Ö3: Öğrencinin çektiği 60 sayısı aynı iki tamsayının çarpımı değildir. Bizden tamsayı aralığı bulmamız isteniyor. O zaman 7x7=49 ve 8x8=64, 60 sayısı bu iki sayı arasındadır. 7 ile 8 arasında başka bir sayı olmadığından bu iki sayı arasında bir sayıdır.

A: Bu sayı nasıl bir sayıdır sence?

Ö3: Virgüllü sayıdır, ondalık sayıdır.

A: Bu sayıyı bulabilir miyiz? İşlem yapabilirsin.

Ö3: (7,5 ile 7,5 çarpıp düşünüyor) Aynı iki sayının virgülün sağ tarafına hangi sayıyı yazarsam yazayım bunları çarptığımda bulmak istediğim sayının birler basamağını (sıfırı) elde edemem ki.

A: Sorudaki öğrenci bu sayıyı bulmuş olabilir mi?

Ö3: Soruda tamsayı aralığını söylemesini istediği için bulamamış olabilir.

A: Öğrencinin verdiği cevap hangi tamsayıya yakındır?

Ö3: *8x8=64'tür ve öğrencinin çektiği 60 sayısı 64'e daha yakın olduğu için söylenen sayı 8'e daha yakındır.*

A: Peki, şekil 4.1'deki gibi bir sistem olduğunu düşünürsek 25 olarak içeri giren sayı dışarıya 5 olarak çıkmaktadır. O halde soru işareti olması gereken yerlere hangi sayılar gelmelidir?

Ö3: Bu makine dışına çıkan sayı içeri giren sayıyla çarpımına eşittir. 49, karesi olan 7 olarak, 100 karesi olan 10 olarak çıkar.

A: 10 girdiğinde nasıl bir sayı çıkar?

Ö3: 3'ün karesi 9, 4'ün karesi 16 çıkan sayı bu iki sayının arasında olmalı.

A: Bu sayıyı nasıl bulabiliriz?

Ö3: Bu ondalık sayının tam kısmı 3 olmalı fakat ondalık kısma hangi sayısı yazarsak yazalım bu aynı iki sayıyı çarptığımızda 10 sayısını elde edemeyiz. O yüzden ondalık sayı olarak ta bulamayız.

Ö3 öğrencisi dördüncü etkinlikte torbadan çekilen 36 sayısına karşılık 6 rakamı söylendiğinde, 36'nın 6 ile 6'nın çarpımı söylemiş olması *tanıma (recognizing)* , çekilen 60 sayısına karşılık gelen sayıyı bulmak için aynı sayıları çarparak sonucu elde etmesi *kullanma (building)* basamağında olduğunun göstergesidir. Sistemle ilgili soruda 10 sayısının dışarı çıkmasında ondalık gösterimi aynı olan sayıları çarparak sayı aralığını doğru tahmin ettiği ve ondalık gösterimi aynı iki sayının ondalık kısmında bulunan sayıların çarpımlarının son basamağının (birler basamağının) sıfır olamayacağını söylemesi yani mevcut sayı kümeleriyle bu sayının bulunamayacağını ifade etmesi *oluşturma (constructing)* basamağına ulaştığını göstermektedir.

Pilot uygulamada dördüncü etkinliğin sonunda öğrencilerin soyutlama basamakları Tablo 4.4'te verilmektedir.

Tablo 4.4.

Pilot Uygulamada Dördüncü Etkinliğin RBC Modeline Göre İncelenmesi

Basamaklar	Basamakların Olası Gerekçeleri	Öğrencilerin Soyutlama Seviyeleri
Tanıma (Recognizing)	36 sayısının aynı iki sayının çarpımı olduğunu belirtme, 60 sayısının tam kare sayı olamayacağını söyleme	Ö1, Ö2, Ö3
Kullanma (Building)	Aynı sayıları çarparak tam kare sayı oluşturabilme	Ö1, Ö2, Ö3
Oluşturma (Constructing)	Tam kare olmayan bir sayının mevcut sayı kümeleriyle aynı iki sayının çarpımı şeklinde yazılamayacağını belirtme	Ö3

Son etkinlik sorusunda Ö1, Ö2 ve Ö3 öğrencilerinin *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamaklarına, *oluşturma (constructing)* basamağına ise sadece Ö3 öğrencisinin ulaştığı değerlendirilmektedir.

4.2. Esas Uygulamadan Elde Edilen Bulgular

Araştırmada gerçekleşen çalışmalarda matematik notları ve öğretmen görüşleri doğrultusunda belirlenen ikişer öğrenciden oluşan üç grupla çalışılmıştır. Uygulamalar sırasında video kaydı alınan görüşmelerin dökümü yapılarak soyutlama ifadesi içeren öğrenci diyalogları seçilerek bulgulara aktarılmıştır. Gerçekleştirilen uygulamalar soru bazında değerlendirilerek verilmiştir. Her soru için üç uygulama grubundaki öğrenci cevapları ayrı ayrı incelenerek bulgulara aktarılmıştır.

4.2.1. Birinci etkinlik için gerçekleştirilen uygulama bulguları

Aşağıda birinci etkinlik sorusu verilmiştir.

Birinci etkinlik sorusu: *Ayşe odasına kare şeklinde bir halı almak ister. Ayşe halı dükkanından alan ölçüleri aşağıda verilen halılardan, kenar uzunlukları tamsayı olan hangi halıları tercih etmelidir? Neden?*

16 m² *20 m²* *25 m²* *35 m²*

Yukarıda birinci etkinlik sorusu öğrencilere yöneltilmiş ve öğrencilerin verdiği cevaplardan elde edilen bulgulara aşağıda yer verilmiştir.

4.2.1.1. Ö4 ve Ö5 öğrencilerinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyleri düşük olan Ö4 ve Ö5 öğrencileri ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenciler arasındaki diyalog verilmiştir.

A: Soruyu okuduysanız ne söylemek istersiniz?

Ö4: Ben 20 diye düşünüyorum.

Ö5: Bende 25 diyorum.

A: Neden böyle düşünüyorsunuz?

Ö4: Çünkü odanın alanı, halının kenar uzunluğu böyle düşündüm.

Ö5: Ben bilmiyorum içimden öyle geçti.

A: Peki karenin alanını nasıl buluruz?

Ö4: Benim bir fikrim yok.

Ö5: Benim de.

Ö4 ve Ö5'in soruda istenilen kenar uzunlukları tamsayı olan karenin alanını tanıyamadıkları ve kendileri kenar uzunluğu tamsayı olan farklı karelerin alanlarını oluşturmadıklarından dolayı *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağına ulaşamadıkları değerlendirilmektedir.

4.2.1.2. Ö6 ve Ö7 öğrencilerinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyleri orta olan Ö6 ve Ö7 öğrencileri ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenciler arasındaki diyalog verilmiştir.

Ö7: Karenin alanını bulmamız gerekiyor alanını bulurken iki kenarını çarpmamız gerekir bu yüzden 16, 4 ile 4'ün çarpımı, 25'te 5 ile 5'in çarpımına eşittir ve bu iki halıyı alabilir.

A: Alanları 20 ve 35 metrekare olan halılar için ne söylersin?

Ö7: Alanı 20 olursa kenarları 4 ile 5 olur, 35 olursa kenarları 5 ile 7 olur o yüzden ikisi de olmaz.

Ö6: Bence de 16 ve 25 metrekare olur, diğerlerini aldığımızda kenar uzunlukları birbirine eşit olmadığı için halı kare olmuyor bu yüzden 20 ve 25'i tercih edemeyiz.

A: Peki alanı 20 ve 35 olan kare halı olabilir mi?

Ö7: Kenarları tamsayı olmaz o zaman.

Ö6: Ben de arkadaşımla aynı düşünüyorum.

Ö6 ve Ö7 öğrencileri karenin alanını bulmaya yönelik açıklamalarıyla *tanıma (recognizing)*, alanları verilen karelerin kenar uzunluklarını bulma veya kenarları uzunlukları tamsayı olan karenin alanına ulaşma işlemlerini gerçekleştirdikleri için *kullanma (building)* basamağına ulaştıkları gözlemlenmiştir.

4.2.1.3. Ö8 ve Ö9 öğrencilerinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyleri yüksek olan Ö8 ve Ö9 öğrencileri ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenciler arasındaki diyalog verilmiştir.

A: Soru hakkındaki düşüncelerinizi öğrenebilir miyim?

Ö8: 16 ve 25 metrekarelik halıları tercih eder.

A: Neden?

Ö8: Çünkü kare halı dediği için alanını bulmak için aynı iki tamsayıyı çarparız. 20, 4 ile 5'in çarpımı o yüzden olmaz. 35, 5 ile 7'nin çarpımı o yüzden olmaz.

A: Peki. Alanı 35 ve 20 metrekare olan kareleri düşünürsek bu karelerin bir kenar uzunluğu tamsayı olmayan aynı iki sayının çarpımı olabilir mi?

Ö8: Soruda tamsayı deniliyor ama.

A: Kenar uzunlukları tamsayı olmasaydı alanı 20 ve 35 metrekare olan kare olabilir miydi?

Ö9: Olabilir.

Ö8: Olmaz nasıl olsun ki? Ya da kesirli olarak mı? Evet olabilir. Bence olmaz olmamalı.

A: Şu şekilde düşünebilir miyiz?

4x4=16, 5x5=25 ise ?x?=20 olduğunda soru işaretinin yerine ne tür bir sayı gelebilir veya böyle bir şey mümkün müdür?

Ö9: Evet olabilir soru işaretinin yerine gelecek olan sayı tamsayı olamayacağına göre ondalık sayı olabilir.

Ö8: Bence de olabilir.

Ö8 ve Ö9 öğrencilerinin karenin alanını hesaplamada iki kenar uzunluğunu çarpılacağını söylemeleri *tanıma (recognizing)* , kenar uzunlukları farklı tamsayılar olan karelerin alanlarını oluşturmaları *kullanma (building)* basamağına ulaştıkları göstergesi şeklinde değerlendirilmektedir.

Esas uygulamada birinci etkinliğin sonunda öğrencilerin soyutlama basamakları aşağıda bulunan Tablo 4.5'te verilmektedir.

Tablo 4.5.

Esas Uygulamada Birinci Etkinliğin RBC Modeline Göre İncelenmesi

Basamaklar	**Basamakların Olası Gerekçeleri**	**Öğrencilerin Soyutlama Seviyeleri**
Tanıma (Recognizing)	Karenin özelliklerini bilme, Karenin alan hesaplamasını yapabilme (aynı sayıların çarpımlarının sonucu olduğunu bilme)	Ö6, Ö7, Ö8, Ö9
Kullanma (Building)	Alanı verilen karenin bir kenar uzunluğunu hesaplayabilme, Kenar uzunluğu tamsayı olan karenin alanını inşa edebilme	Ö6, Ö7, Ö8, Ö9

Ö4 ve Ö5 öğrencisinin kare şeklinin özelliklerini bilemediklerinden dolayı verilen alanlardan hangisinin kareye ait olduklarını tanıyamadıkları ve kenar uzunluğu tamsayı olan karenin alanlarını oluşturamadıklarından *tanıma (recognizing*) ve *kullanma (building)* basamağına ulaşamadıkları değerlendirilmektedir.

Ö6 ve Ö7 öğrencileri kareye ait özellikleri belirterek *tanıma (recognizing*), bu özellikleri soruda uygulayarak *kullanma (building)* basamaklarına eriştikleri gözlemlenmiştir.

Ö8 ve Ö9 öğrencileri karenin özelliklerinin (alan, çevre) farkına vararak *tanıma (recognizing*), bu özellikleri farklı karelerde uygulayarak *kullanma (building)* basamağına ulaşmışlardır.

4.2.2. İkinci etkinlik için gerçekleştirilen uygulama bulguları

Aşağıda ikinci etkinlik sorusu verilmiştir.

İkinci etkinlik sorusu: *Ahmet okçuluk kursuna gitmektedir. Kursun sonunda bir yarışma düzenlenmiştir ve öğrencilerden üzerinde 1'den 100'e kadar bazı sayıların olduğu balonlara atış yapmaları istenmiştir. Bu sayılar aynı iki pozitif tamsayının çarpımlarının sonucu hesaplanarak oluşturulmuştur. Ahmet tüm balonları vurduğuna göre, yarışmada toplam kaç balon patlatmıştır?*

Yukarıda ikinci etkinlik sorusu öğrencilere yöneltilmiş ve öğrencilerin verdiği cevaplardan elde edilen bulgulara aşağıda yer verilmiştir.

4.2.2.1. Ö4 ve Ö5 öğrencilerinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyleri düşük olan Ö4 ve Ö5 öğrencileri ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenciler arasındaki diyalog verilmiştir.

A: Düşüncelerinizi paylaşmak ister misiniz?

Ö4: Soruyu tam anlayamadım.

Ö5: Ben de.

A: Şöyle düşünebiliriz, üzerinde 1'den 100'e kadar sayıların yazdığı balonlar var. Oku atan kişi de bu balonlardan üzerinde aynı iki sayının çarpımının sonucu yazılı balonları vuruyormuş sizce kaç tane balon patlatır?

Ö5: Dört tane.

A: Neden?

Ö5: (Soruda verilen görsel temsildeki balonları gösteriyor) 2, 4, 6, olabilir.

Ö4: 17 ile 7'nin çarpımı olabilir. Bilmiyorum neden.

A: Ama soruda vuracağı balonun üzerindeki sayı aynı sayıların çarpımının sonucu olması gerek. Bana aynı sayıların çarpımına örnek verebilir misiniz?

Ö5: 12x12 olabilir.

A: 12x12'nin sonucu kaçtır?

Ö4: (Çarpıyor) 144 mü?

A: Başka var mı 100'e kadar olanlardan?

Ö5: 50x2 olur.

A: Aynı sayı olacak ama? Başka örnek verebilir miyiz?

Ö5: 10x10 olur

Ö4: 5x1 olur mu?

A: Aynı sayı olması gerekli değil mi?

Ö4: O zaman olmaz.

A: Başka var mıdır?

Ö5: 6x6, 7x7, 8x8 olur başka olmaz.

A: Bu kadar sayıda mı balon vurur başka vuracağı balon var mıdır? Yazarak bulmak ister misin?

Ö5: (Bir ile on arasındaki kalan sayıları çarpıp sonuçlarını buluyor) Bu kadar vardır.

A: Sen ne düşünürsün?

Ö4: Bence 100 tane balonu vurabilir.

Ö4 ve Ö5 öğrencisi soruda verilen aynı sayıların çarpımlarının sonucu yüze kadar olan sözel ifadesini, matematiksel ifadeye dönüştürmekte zorlandıkları Ö4 öğrencisinin *tanıma (recognizing)* aşamasına ulaşamadığı ancak araştırmacının amaca yönelik sorularıyla *tanıma (recognizing)* aşamasına ulaşan Ö5 öğrencisinin tanıdığı yapıyı diğer durumlarda da uygulaması *kullanma (building)* basamağında olduğunu göstermektedir.

4.2.2.2. Ö6 ve Ö7 öğrencilerinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyleri orta olan Ö6 ve Ö7 öğrencileri ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenciler arasındaki diyalog verilmiştir.

A: Düşündüğünüzü açıklamak ister misiniz?

Ö7: Soru biraz karışık gibi tam anlayamadım.

Ö8: Ben de.

A: 100 tane balon içerisinden hangilerini vurması gerekiyor?

Ö7: Aynı sayıların çarpımları mı? 2x2, 3x3 gibi mi?

Ö6: Burada 100 balon var deniliyor ve hepsini vurduğuna göre 100'ü 2'ye bölmemiz gerekmiyor mu?

A: Aynı sayılar nasıl olur o zaman? Aynı sayıların çarpımına örnek verebilir misiniz?

Ö7: 10x 10 olur mesela. Hem pozitif oluyor.

Ö6: 5x5 olur 6x6 olabilir.

Ö7: Bence 100 dediği için 10x10 olabilir.

A: Peki başka olabilir mi? 100'e kadar bu şekilde başka sayı var mıdır?

Ö6: 2x2=4'ü vursa 4x4=16'yı vurur.

Ö7: Ama tüm balonları diyor soruda.

Ö6: Hepsini diyorsa o zaman 100'ünüde vurması gerekir.

Ö7: Hımm.. O zaman 100, 36, 49, 81 olabilir.

Ö6: 8x8'den 64 olur. 4 ve 9 olabilir.

Ö7: Bir de olur.

(Her iki öğrencide 10'a kadar olan sayıları kendileriyle olan çarpımlarını bulurlar.)

A: Kaç tane balonu patlatmış olur?

Ö7: On tane

Ö6: Bende dokuz tane oldu.

A: Senin neden bir tane fazla oldu?

Ö7: Ben 1'i de dahil ettim.

Ö6: Evet 1'de olabilir ama kendisiyle çarpınca yine 1 çıkıyor ya da genellikle 1 ile çok fazla çarpma işlemi yapmıyoruz ondan da almamış olabilirim. Olabilir aslında sonuçta aynı sayılar çarpılıyor.

Ö6 ve Ö7 öğrencileri tekrarlı sayıların çapımı olan 10x10 örneğinden yola çıkarak *tanıma (recognizing)*, 100'e kadar aynı iki sayının çarpımları olan sayıları elde etmeleriyle *kullanma (building)* basamağına ulaştıkları değerlendirilmektedir. Öğrencilerin grup çalışması sayesinde birbirlerinin soyutlama eylemine katkı sağladıkları gözlemlenmiştir.

4.2.2.3. Ö8 ve Ö9 öğrencilerinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyleri yüksek olan Ö8 ve Ö9 öğrencileri ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenciler arasındaki diyalog verilmiştir.

A: Düşüncelerinizi paylaşır mısınız?

Ö9: Tam olanları bulmamız gerekiyor.

A: Tam derken neyi kastetmiş olabilirsin?

Ö9: Aynı sayıların çarpımları olan sayılardır, vuracağı balonlar sekiz tanedir. Bunlar; 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81'dir.

A: Soruda 1 ve 100 dahil denilirse fikriniz değişir mi?

Ö8: O zaman 100'ü de dahil ederiz dokuz tane olur. Hımmm…Ama 1'i almamamız gerekir.

Ö9: 1'in karesi de 1 olmuyor mu? O yüzden 1'i de vurabilir.

Ö8: Ama 1 ile 1'i çarptığımızda sonuç yine aynı sayı çıkıyor, 1'i nasıl alabiliriz?

Ö9: Bizim soruda bir şeyin karesi olan sayıları bulmamız gerek, 1'in karesi de 1 olur bu yüzden 1'i de vurabilir.

A: Dört numaralı balonu seçerken nasıl karar verdin?

Ö8: Dört ikinin karesidir o yüzden.

A: Peki aynı mantıkla 1'i düşünürsek?

Ö8: Anladım… Biliyorum ama bana ilk başta iki aynı sayı çarpıldığında, çarpım bu sayılardan farklı olacakmış gibi geldi.

A: Sonuç olarak?

Ö8 ve Ö9: Toplamda on tane balon vurulabilir.

Ö8 ve Ö9 öğrencileri iki aynı pozitif tamsayının çarpımı ifadesinin tam kare sayılara karşılık geldiğini söylemeleri *tanıma (recognizing)*, farklı tam kare sayıları oluşturabilmeleri ise *kullanma (building)* basamağında olduklarını göstermektedir.

Esas uygulamada ikinci etkinliğin sonunda öğrencilerin soyutlama basamakları Tablo 4.6'da verilmektedir.

Tablo 4.6.

Esas Uygulamada İkinci Etkinliğin RBC Modeline Göre İncelenmesi

Basamaklar	**Basamakların Olası Gerekçeleri**	**Öğrencilerin Soyutlama Seviyeleri**
Tanıma (Recognizing)	Tam kare sayıları tanıyabilme	Ö5,Ö6,Ö7,Ö8,Ö9
Kullanma (Building)	Aynı iki pozitif tamsayıların çarpımını oluşturabilme	Ö5,Ö6,Ö7,Ö8,Ö9

Yukarıdaki tabloda Ö4 öğrencisi hariç diğer öğrencilerin *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamaklarına ulaştıkları görülmektedir.

4.2.3. Üçüncü etkinlik için gerçekleştirilen uygulama bulguları

Aşağıda üçüncü etkinlik sorusu verilmiştir.

Üçüncü etkinlik sorusu: *Ayşe bir kenar uzunluğu 9 metreden az 8 metreden fazla olan kare şeklindeki salonuna kare şeklinde halı almak ister. Aşağıda alanları verilen hangi halıları tercih etmelidir?*




60m² *65m²* *76m²* *84m²*

a) *Salonunun bir kenar uzunluğu 9 metreye yakın ise halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?*

b) *Salonunun bir kenar uzunluğu 8 metreye yakın ise halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?*

Yukarıda üçüncü etkinlik sorusu öğrencilere yöneltilmiş ve öğrencilerin verdiği cevaplardan elde edilen bulgulara aşağıda yer verilmiştir.

4.2.3.1. Ö4 ve Ö5 öğrencilerinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyleri düşük olan Ö4 ve Ö5 öğrencileri ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenciler arasındaki diyalog verilmiştir.

A: Ne söylemek istersiniz?

Ö5: 76 olur.

Ö4: Ben 65 ve 76 arasında kaldım.

A: Neden böyle düşündün?

Ö4: İkisinin tam ortası olduğu için.

Ö5: 60 metrekare çok küçük bir şeydir. O yüzden 76 olur bence.

Ö4: Hımmm… Ben de 76 diyorum.

A: Alanı verilen bu halının kenar uzunlukları 8'den fazla 9'dan az olması gerekir. Peki 76 metrekare halının bir kenar uzunluğu kaç olabilir?

Ö5: Dört… yok olmaz

Ö4: 20 olur

A: 20x20=76 mıdır sence?

Ö4: 65 mi olur o zaman?

Ö5: 76 olur çünkü 38 ile 2'nin çarpımına eşittir.

A: 76 olursa bu halının bir kenar uzunluğu hangi tam sayılar arasındadır?

Ö4: 74 arasında olur.

Ö5: 72 veya 69 olabilir.

A: Kenar uzunluğu deniliyor ama?

Ö5: 80 olabilir.

A: Son olarak hangi halıları tercih edebilir?

Ö5: Hepsini de alabilir ama 60 olmayabilir. 76 ve 84 tam olur gibi.

A: Salonunun bir kenar uzunluğu 9'a yakın ise halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?

Ö4: 8 olur.

A: Halılardan hangisini tercih etmelidir?

Ö4: 84'ü tercih eder.

Ö5: 65 ve 76'yı tercih eder.

A: Salonunun bir kenar uzunluğu 8'e yakın ise halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?

Ö4: 76'yı tercih eder.

Ö5: Bence de 76'yı tercih eder.

Ö4 ve Ö5 öğrencileri daha önceki sorularda kenar uzunluğu tamsayı olan karenin alanını hesaplayamadığından, soruda istenilen kenar uzunluğu tamsayı olmayan karede kenar uzunluğunu en yakın iki tamsayı aralığında tahmin edememeleri *tanıma (recognizing)* basamağına, bu durumu başka durumlara uyarlayamadıklarından dolayı da *kullanma (building)* basamağına ulaşamadıkları değerlendirilmektedir.

4.2.3.2. Ö6 ve Ö7 öğrencilerinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyleri orta olan Ö6 ve Ö7 öğrencileri ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenciler arasındaki diyalog verilmiştir.

A: Ne söylemek istersiniz?

Ö6: Bir kenar uzunluğu 9 metreden az dediği için 8, 7, 6, 5 metre olabilir.

Ö7: Ama soruda 8 metreden fazladır denilmiş. Buçuklu bir sayı olabilir mi? Bence 76 metrekare olamaz çünkü kenarları 6 m ve 12 m oluyor.

Ö6: Kare olması gerek halının.

A: Alanı 76 metrekare olan bir halının bir kenar uzunluğu kaç metre olabilir?

Ö7: (76'yı 4'e bölüyor, 19 buluyor)

A: Karenin alanını nasıl buluruz?

Ö7: İki kenar uzunluğunu çarparak buluruz.

A: 19 ile 19 çarpılırsa kaç buluruz?

Ö7: (Çarpma işlemini yapıyor)

Ö6: Çok fazla bir sayı çıkar.

A: Demek ki alan verildiğinde bir kenar uzunluğunu dörde bölerek bulabiliyor muyuz?

Ö6: İkiye bölsek? (76'yı ikiye bölüyor) 38 çıkıyor. 38 ile 38'i çarptığımızda hiç olmaz.

A: İlk soruya dönecek olursak alanı 25 metrekare olan karenin bir kenar uzunluğunu nasıl buldunuz?

Ö7: Çarpımları 25 olan sayıyı buldum.

A: Sorumuza döndüğümüzde alanı 76 metrekare olan halının bir kenar uzunluğu için ne söylersiniz?

Ö6: 15'in karesi 60'dır.

A: Emin misin?

Ö6: 15'in karesi 15 ile 2'nin çarpımı değil midir?

A: Birinci soruda nasıl yapmıştın karesini alırken?

Ö6: Sayının kendisiyle çarpılması demek. O zaman olmuyor.

A: Hangi aynı iki sayının çarpımı 60'dır?

Ö6: İki kere iki değil, üç kere üç değil, dört kere dört değil…

Ö7: Dokuz kere dokuz seksen bir, sekiz kere sekiz altmış dört oluyor, çıkmıyor herhalde bu

Ö6: Sekizin karesi altmış dört, dokuzun karesi de seksen bir oluyor?

A: Bulduğun sonuçları kareyle nasıl ilişkilendirirsin?

Ö6: Karenin alanı olur.

A: Fikriniz nedir?

Ö7: Bilmiyorum.

Ö6: Bence 76 olabilir ama nedenini bilmiyorum.

Ö7: Bence olamaz sekizi denediğimizde 64 oluyor 76, 64'ten büyük olur o yüzden olmaz.

A: Dokuzdan da az diyor ama?

Ö6: Sekiz buçuk düşünsek? (Sekiz buçuk olarak 8,30'u kabul edip kendisiyle çarpıyor ve sonucu yanlış buluyor.)

A: Sekiz buçuk ne demek? Ondalık olarak nasıl yazarız?

Ö6: 8,30 değil mi sekiz buçuk?

Ö7: O saatte oluyor. Sekiz buçuk 8,5 demektir.(8,5 ile 8,5'i çarpıp 71,25 buluyor)

A: Peki bu bize ne ifade eder?

Ö7: 71,25'e en yakın olanı seçmemiz gerek.

A: Alanı 60 ve 84 metrekare olanlar ne olur bu durumda?

Ö7: Onlar 71,25 çok uzak oldukları için olmaz.

Ö6: 8,15'i deneyebilir miyiz?(8,15 ile 8,15'i çarpıyor ve sonucu yanlış buluyor.)

A: Denediğin zaman ne gibi bir sonuca ulaşabilirsin?

Ö6: Çarptığımda sonucu belki 84 veya 76 çıkabilir.

A: Sekiz ile dokuz arasındaki herhangi aynı iki sayıyı çarptığımızda 84 çıkabilir mi?

Ö6: Hayır, çıkamaz.

A: Neden?

Ö6: Çünkü çarpımlarının arasına yok. Mesela 7x7=49 oluyor 84 olmuyor o yüzden.

Ö7: Öyleyse 64 ve 76 da çıkmaz.

A: 49, 60'tan da küçük değil mi? Bizim tamsayı aralığımız sekiz ile dokuz değil mi?

Ö6: 8,5 ile 8,5'u çarptığımızda 71,25 çıktığı için 60 ve 65 metrekarelik halılar küçük kalacağı için seçemeyiz. 76 ve 84 metrekarelik halılardan birini seçebiliriz.

Ö7: O zaman 84'te büyük oluyor.

A: Neden büyük olur?

Ö7: 8,5 ile 8,5'u çarptığımızda 71,25 bulduk ya 84 çok büyük oluyor o yüzden olmaz.

A: Sekiz buçuk yerine sekiz tam onda dokuz seçebilir miyiz?

Ö7: Evet.

A: Sekiz tam onda dokuzla denediğimizde nasıl bir sonuç çıkar?

Ö7: 84'e yakın bir değer çıkardı (sekiz tam onda dokuz ile sekiz tam onda dokuzu çarpıyor 79.21 buluyor). 8,5 ile 8,5'u çarptığımızda 71,25 bulduk. 76, yaptığımız işlemlerin arasında bir sayı olduğu için 76 metrekare oluyor.

Ö6: Bence de bulduğumuz sayılar 76 ya yakın çıktığı için sadece 76 oluyor.

A: Dokuza en yakın sayı sadece 8,9 mudur?

Ö7: 8,99 da olur.

A: Kenar uzunluğu sekiz ile dokuz arasında bir karenin alanı en fazla kaç olabilir?

Ö7: 72 olabilir.(sekiz ile dokuzu çarpıyor)

A: Alacağımız halının şekli ne olmalı?

Ö7: Kare olacak. O zaman iki kenarı eşit olamaz.

A: Peki bu karenin bir kenarının uzunluğunu 9 olduğunu düşünürsek alan hakkında ne söylersiniz?

Ö7: 81 olur?

A: En az ne olabilir?

Ö6: Sekiz kere sekizden 64 olur.

Ö7: Öyleyse 64 ve 81'e yakın olan 65 ve 84 olabilir bence.

Ö6: Bence 76.

A: Ama kenar uzunluğu 8 ile 9 arasında.

Ö7: O zaman ikisi de değil (65 ve 84).

Ö6 ve Ö7: 76 oluyor.

A: Eklemek istediğiniz herhangi bir şey var mı?

Ö6 ve Ö7: Yok.

A: Salonunun bir kenar uzunluğu 9'a yakın ise halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?

Ö6: Dokuza yakınsa en çok kaç olabilir?

Ö7: 84 metrekareyi tercih edebilir.

Ö6: Bence de 84 metrekareyi tercih eder.

Ö7: Bence ama dokuza yakın diyor tam dokuz demiyor dokuz kere dokuz 81 oluyor hem.

Ö6: Dokuzla dokuzu çarparız 81 olur dokuzun yanına biraz daha bir şeyler ekleyip çarptığımızda da 84'e yakın bir sayı çıkar.

Ö6: Bende arkadaşıma katılıyorum.

A: Salonunun bir kenar uzunluğu 8'e yakın ise halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?

Ö7: Sekiz kere sekiz 64 oluyor. O yüzden 65'ü tercih edebilir.

A: Nasıl bu şekilde düşündün?

Ö7: Sekiz kere sekiz 64 oluyor, sekizin yanına bir şeyler ekleyip çarptığımızda 65'i bulunabilir.

A: Sen ne düşünüyorsun?

Ö6: 64' e yakın olan 65 ve 76'yı tercih edebilir. Sekize yakın dediği için yedinin yanına (ondalık kısmına) bir şeyler ekleyerek çarptığımızda 76'ya yakın bir sayı bulabiliriz.

A: Bu soruda kenar uzunluğu sekiz ile dokuz arasında olması gerekir. Kenar uzunluğu en az 8 olur ise?

Ö6: Alan 64 olur en yakın 65 olduğu için onu tercih edebilir sadece.

Ö7: Bende arkadaşıma katılıyorum.

Bu etkinlikte öğrencilerin ondalık gösterimi verilen sayılar ile işlem yaparken zorlandıkları, en az, en çok gibi miktar belirten ifadeleri matematikselleştirmede güçlük yaşadıkları görülmektedir. Ö6 ve Ö7 öğrencileri kenarları tamsayı olan karenin alanını tanıyıp oluşturabildikleri *tanıma (recognizing)* ancak alanı iki tamsayının çarpımı olmayan karenin kenar uzunluğunu tahmin etmede güçlük yaşadıkları gözlemlenmiştir. Kenar uzunluğu tamsayı olmayan karelerin alanlarını bulurken ondalık gösterimi verilen sayılar üzerinden sonuca ulaşmaya çalışmaları *kullanma (building)* soyutlama seviyelerini göstermektedir.

4.2.3.3. Ö8 ve Ö9 öğrencilerinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyleri yüksek olan Ö8 ve Ö9 öğrencileri ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenciler arasındaki diyalog verilmiştir.

Ö9: Sekiz ile dokuz arasında olacakmış, kenar uzunlukları tamsayı değil demek ki. Sekiz buçuk olabilir kenar uzunluğu bence.

Ö8: 65 metrekare olur bence. Çünkü diğer karelerin alanları tamsayılar çarpılarak oluşturulmuş.

Ö9: 65'te 13 ile 5'in çarpımıdır onlarda tamsayı?

Ö8: Bir kenar uzunluğu derken kısa kenarı mı uzun kenarı mı alacağız?

Ö9: Ne fark eder ikisi de aynı sonuçta.

Ö8: Aaaa… Bunlar dikdörtgen değil mi ben dikdörtgen zannettim.

Ö9: Hayır değil, soruda kare deniliyor.

Ö8: O zaman 65 olur. 8,5 ile 8,5 çarpalım bakalım. 72,25 çıkıyor? Dokuzun karesi 81, sekizin karesi 64 olur. O zaman 76'da tercih edilemez.

A: Alanı 76 metrekare olan bir kare için bir kenar uzunluğunun neden tamsayı olması gerektiğini düşünüyorsunuz?

Ö9: Çünkü alan a'nın karesidir. 76 olur çünkü 64 ile 81 arasındadır.

Ö8: Evet. Tamam şimdi anladım. İkisinin arasındakileri (64 ve 81 metrekare arasında) tercih edebilir.

A: Salonunun bir kenar uzunluğu 9'a yakın ise halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?

Ö8: 81'e yakın olduğu için 76 metrekareyi tercih etmelidir.

Ö9: Bence de.

A: Salonunun bir kenar uzunluğu 8'e yakın ise halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?

Ö9: 64'e yakın olan 65 metrekareyi tercih etmelidir.

Ö8: Evet.

Ö8 ve Ö9 öğrencilerinin soruda alanları verilen karelerin kenar uzunluklarının tamsayı olamayacağını söylemekle *tanıma (recognizing),* kenar uzunluğu tamsayı olan karelerin alanlarını oluşturmakla *kullanma (building)* basamağında oldukları gözlemlenmiştir.

Esas uygulamada üçüncü etkinliğin sonunda öğrencilerin soyutlama basamakları aşağıda Tablo 4.7'de verilmektedir.

Tablo 4.7.

Esas Uygulamada Üçüncü Etkinliğin RBC Modeline Göre İncelenmesi

Basamaklar	**Basamakların Olası Gerekçeleri**	**Öğrencilerin Soyutlama Seviyeleri**
Tanıma (Recognizing)	Kenar uzunlukları tamsayı olan karenin alanını tanıma, Alanı tam kare sayı olmayan kareyi fark etme	Ö6, Ö7, Ö8, Ö9
Kullanma (Building)	Kenar uzunlukları tamsayı olan farklı karelerin alanını bulabilme, Alanı (tam kare olmayan) verilen karenin bir kenar uzunluğunu ardışık iki tamsayı aralığında tahmin edebilme	Ö6, Ö7, Ö8, Ö9

Ö4 ve Ö5 öğrencilerinin kare şekline ait bilgi eksiklikleri, soruda geçen alan ifadesinin ne anlama geldiği konusundaki kavram eksikliklerinden dolayı *tanıma* *(recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağına geçemedikleri gözlemlenmiştir. Ö6, Ö7, Ö8 ve Ö9 öğrencilerinin *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağında oldukları değerlendirilmektedir.

4.2.4. Dördüncü etkinlik için gerçekleştirilen uygulama bulguları

Aşağıda dördüncü etkinlik sorusu verilmiştir.

Dördüncü etkinlik sorusu: *Matematik öğretmeni öğrencilerine bir oyun oynatmıştır. Oyunda kutunun içinde üzerinde 1'den 100'e kadar sayılar bulunan kartlar yer almaktadır. Birinci öğrenci üzerinde 36 yazılı olan bir kart çekiyor ve 36'nın aynı iki tam sayının çarpımının sonucu olduğunu görüyor. Bu sayının 6 olduğunu söylüyor ve puan kazanıyor. Sıra ikinci öğrenciye geçiyor. İkinci öğrenci ise üzerinde 60 yazılı olan kartı çekiyor ve aynı iki tam sayının çarpımının 60 olamayacağını söylüyor. Öğretmen ise öğrenciden bu sayının bulunduğu tamsayı aralığını tahmin etmesini istiyor ve ikinci öğrenci doğru cevabı veriyor.*

a) Sizce ikinci öğrenci nasıl bir cevap vermiştir?

b) Öğrencinin verdiği cevap hangi tamsayıya yakındır?

Yukarıda dördüncü etkinlik sorusu öğrencilere yöneltilmiş ve öğrencilerin verdiği cevaplardan elde edilen bulgulara aşağıda yer verilmiştir.

4.2.4.1. Ö4 ve Ö5 öğrencilerinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyleri düşük olan Ö4 ve Ö5 öğrencileri ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenciler arasındaki diyalog verilmiştir.

A: Soru hakkında ne düşünüyorsunuz?

Ö4: Tam anlayamadım.

Ö5: Bende.

A: Birden yüze kadar olan sayıların bulunduğu torbadan 36 çekiyor ve cevap olarak altı söylüyor puan kazanıyor. Torbadan 60 sayısını çeken öğrencinin puan kazanması için hangi sayıyı veya hangi sayı aralığını söylemesi gerekir. 36 hangi aynı iki sayının çarpımıdır?

Ö5: Altı ile altının. 60 sayısını çekerse o zaman o da 2x30 olur.

A: Aynı sayılar olması gerekli değil mi?

Ö5: O zaman olmuyor.

A: 60 hangi aynı iki sayının çarpımına yakındır?

Ö5: 8x8

A: 8x8=?

Ö4,Ö5: 60 eder.

Ö5: 64 mü yapar?

Ö4: 9x9 olur mu?

Ö5: Sekizden küçük bir sayı söylemen gerekli 64'ten küçük olacak sonucu.

Ö4: 7x7=49 olur

A: Peki hangi sayılar arasındadır?

Ö5: 9x9 da olabilir bence.

Ö4: 8x4 veya 7x9 olur mu?

A: Öğrencinin verdiği cevap hangi tamsayıya yakındır?

Ö4: 7x7 ye yakındır.

Ö5: 8x8'e yakındır bence.

A: Peki şekil 4.1'deki gibi bir sistem olduğunu düşünürsek 25 olarak içeri giren sayı dışarıya 5 olarak çıkmaktadır. O halde soru işareti olması gereken yerlere hangi sayılar gelmelidir?

Ö4: Sadeleşerek çıkmış olabilir.

Ö5: Azalarak çıkmıştır.

A: Burada 25 sayısı nasıl bir değişikliğe uğrayarak dışarı çıkmıştır?

Ö5: Bir şeyle bir şey çarpılmış.

A: Çarpılan o sayılar ne olabilir?

Ö5: 5 ile 5 olabilir.

A: Peki, sisteme giren 10 dışarı nasıl çıkar?

Ö4: Beş olarak çıkar. Yedi çıkabilir, altı çıkabilir.

Ö5: Bence beş olarak çıkabilir.

A: Son düşüncelerinizi söylemek isterseniz?

Ö4: Ben altı olarak çıkar diyorum.

Ö5: Bence 5 olarak çıkar.

A: Ama 25'te 5 olarak çıkıyor?

Ö5: Bilmiyorum bir fikrim yok.

Dördüncü etkinlikte Ö5 öğrencisinin aynı iki sayının çarpımlarının sonucunu söyleyip iki sayı aralığını tahmin edememesi kısmen de olsa *tanıma (recognizing)* basamağında olup *kullanma (building)* basamağına ulaşamadığını, Ö4 öğrencisinin ise tam kare sayıları tanıyamadığından *tanıma (recognizing)* ve farklı tam kare sayılar oluşturamadığından *kullanma (building)* basamaklarına ulaşamadığı şeklinde değerlendirilmektedir.

4.2.4.2. Ö6 ve Ö7 öğrencilerinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyleri orta olan Ö6 ve Ö7 öğrencileri ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenciler arasındaki diyalog verilmiştir.

Ö6: Bu soruda çarpan ağacı yapabilir miyiz?(Çarpan ağacıyla 60'ı çarpanlarına ayırıyor).

A: Yapabilirsiniz tabii ki de.

A: Soruyu anladınız değil mi?

Ö7: Evet. 10x10=100, 9x9=81, 8x8=64 oluyor. Sekizlerde bir şey olması gerekir. Soruda öğrenci 36 sayısını çekiyor ve 6 söylüyor o zaman bunu karenin alanı gibi düşünebiliriz. 60 sayısını çekince alanı 60 olan karenin bir kenar uzunluğunu soruyor bize ve 8 yakın bir sayı çıkar bir kenar uzunluğu.

A: Sayı doğrusunu düşündüğümüzde bu sayı sekize ne taraftan yakın olur?

Ö7: Sağ taraftan yakın olur yani 8,1 gibi olabilir.

Ö6: Sekizden büyük olur.

A: Sekizden büyük olur diyorsunuz?

Ö7: Aaaa… Yanlış söyledim 64, 60 tan büyük olduğu için bu sayı sekizden küçük olmalı.

A: Sekizden küçük derken iki de sekizden küçük bir sayı bunu mu demek istiyorsun?

Ö7: Hayır. Yedili bir şey gibi bir sayı olabilir.

A: Hangi iki tam sayı arasındadır bu sayı o zaman?

Ö7: Yedi ile sekiz arasındadır.

A: Sen ne düşünüyorsun?

Ö6: Tam olarak bilmiyorum ama 60 şey bir sayı değil.

A: Nasıl bir sayı değil?

Ö6: Yani aynı iki sayıyı çarparak 60 bulamayız soruda geçen öğrenci de: "60'ı aynı iki sayıyı çarparak bulamayız o yüzden bu sayı buçuklu bir sayıdır" diye cevap verebilir.

A: Arkadaşına katılıyor musun? 60 aynı iki sayının çarpımı değil midir?

Ö7: Katılıyorum ama 60 virgüllü iki aynı sayının çarpımı olabilir. Bence 7,5 ile 8 arasında olabilir.

A: Öğrencinin verdiği cevap hangi tamsayıya yakındır?

Ö6: Bence 7,5 ile 8 arasındadır.

Ö7: Bence de 7 ile 8 arasındadır.

A: Peki şekil 4.1'deki gibi bir sistem olduğunu düşünürsek 25 olarak içeri giren sayı dışarıya 5 olarak çıkmaktadır. O halde soru işareti olması gereken yerlere hangi sayılar gelmelidir?

Ö6: Yani 25 sayısı çarpanlarına ayrılmış ve beş olarak çıkmış.

Ö7: Sadeleşerek dışarı çıkmış. Karenin alanını bulurken gibi yapıyoruz.

Ö6: Evet. Çıkan sayıyı kendisiyle çaparak 25 buluyoruz. 49, 7 olarak 100 de 10 olarak çıkar.

Ö7: Evet.

A: Peki 10 için ne söylersiniz?

Ö7: Çıkan sayının kendisiyle çarpımının 10 olması gerek.

Ö6: İki kere iki olmuyor, üç kere üç yakın aslında. Az önceki (bir önceki) sayı gibi tam bir çarpımı olmayan sayı oluyor, üçe yakın oluyor.

Ö7: Bence de üçe yakın olabilir.

A: Peki, bu sayının 3'e yakınlığı hakkında ne söylemek istersiniz?

Ö6: 3,5 ile 3,5'i çarpıyor (sonucu 26,0 olarak buluyor, grup arkadaşı arkadaşına işlemin sonucunu yanlış yaptığını söylüyor). 3,1 ile 3,1'i çarpıyor.(sonucu 12,4 olarak yine yanlış buluyor).

Ö7: 3,1 ile 3,1'i çarpayım (sonucu 9,61 olarak doğru buluyor). 10'a yakın bir sayı çıktı.

A: Bu şekilde bu sayıyı bulabilir miyiz?

Ö7: Virgüllü sayıları deneyip çarpsak bulabiliriz bence. 3,1'e yakın 3,2'yi deneyeyim. 3,2 ile 3,2'yi çarpayım (sonucu 10,24 olarak doğru buluyor). O zaman 3,1 ile 3,2 arasında bir sayıdır bu.

Ö6: Bence de.

A: Bu söylediğiniz sayı ondalık sayı mıdır?

Ö6 ve Ö7: Evet.

Ö6 ve Ö7 öğrencileri kenar uzunluğu tamsayı olan karenin alanından yola çıkarak *tanıma (recognizing)*, alanı tam kare olmayan bir karenin kenar uzunluğunu tahmin etmeye yönelik çalışmalarıyla da *kullanma (building)* basamağına ulaşmışlardır. Ancak alanı tam kare olmayan karenin bir kenar uzunluğunun ondalık gösterimi verilen bir sayı olabileceğini düşünmeleri *oluşturma (constructing)* basamağına ulaşamadıklarının göstergesi olarak değerlendirilmektedir. Ek olarak, etkinliğin ilk başında Ö6 öğrencisi alanı tam kare olan karesel bölgelerin alanlarını kullanmak yerine çarpan ağacı yaparak çözüme ulaşmayı denemiş fakat çarpan ağacında sayıları yanlış çarpanlara ayırdığından doğru sonuca gidemediği, grup arkadaşının açıklamaları sonrasında soyutlama basamaklarına ulaşabildiği değerlendirilmiştir. Her iki öğrencinin de sisteme giren 10 sayısının dışarıya çıkarken ondalık gösterimi verilen bir sayı olarak çıkacağını belirtmelerinden dolayı *oluşturma (constructing)* basamağına geçemedikleri değerlendirilmektedir.

4.2.4.3. Ö8 ve Ö9 öğrencilerinden elde edilen bulgular

Aşağıda, başarı düzeyleri yüksek olan Ö8 ve Ö9 öğrencileri ile gerçekleştirilen uygulamada araştırmacı ile öğrenciler arasındaki diyalog verilmiştir.

Ö8: Off… uzun bir soru.

A: Uzun sorular hakkında ne düşünüyorsunuz?

Ö9: Okumak sıkıcı geliyor ve zor olduğu hissi oluşuyor.

Ö8: Bence de.

Ö8: Ön yargı oluştu bende. Çünkü anlatılmak istenen şey çok dolambaçlı şekilde anlatılıyor.

Ö9: Ama tam tersi uzun sorular kolay oluyor bunu biliyorum ama yine de soruya önyargılı yaklaşıyorum.

Ö8: Benim en iyi çözeceğim sorular kısa sorulardır bence.

A: Soruya dönecek olursak?

Ö8: 8x8=64, 7x7=49 olur o zaman 7 ile 8 arasında olur bu sayı.

Ö9: Bence de 7 ile 8 arasında olur.

A: Öğrencinin verdiği cevap hangi tamsayıya yakındır?

Ö8: Bence sekize yakın çünkü 60, 64'e daha yakındır.

A: Sen ne düşünüyorsun?

Ö9: 60, 49'a göre 64'e daha yakın olduğundan bence de sekize yakındır.

A: Peki bu sayıyı (çarpımları 60 olan aynı iki sayı) bulabilir miyiz? Bugüne kadar öğrendiğimiz sayı kümeleriyle ilişkilendirebilir miyiz? Sayı doğrusunda göstermek istesek ne söylersiniz?

Ö8: Bu sayı rasyonel sayı olabilir, mesela 7,3 olduğunu düşünürsek yedi ile sekiz arasını on eşit parçaya böleriz üçüncü parçayı işaretleyerek bulabiliriz.

A: 7,3'ün karesi 60 yapar mı peki?

Ö8: (7,3 ile 7,3'ü çarpıyor) Olmaz ama başka bir rasyonel sayı olabilir.

Ö9: Ondalık sayı da olabilir bir kitapta soru çözerken reel sayılar gibi bir şey görmüştüm ama ne anlama geldiğini bilmiyorum, reel sayı olabilir mi? Ya da yediden büyük sekizden küçük olduğuna göre ondalık sayı olması gerek.

A: Peki şekil 4.1'deki gibi bir sistem olduğunu düşünürsek 25 olarak içeri giren sayı dışarıya 5 olarak çıkmaktadır. O halde soru işareti olması gereken yerlere hangi sayılar gelmelidir?

Ö9: Karesi olan sayı dışarıya çıkmış. 49, 7 olarak,100 de 10 olarak dışarı çıkar.

Ö8: Bence de.

A: 10 için ne söylersiniz?

Ö9: 3x3=9 ve 10'u da çarpanlarına ayırırım 2x5 olarak çıkabilir.

Ö8: Ama sadece bir tane tamsayı çıkıyor dışarıya.

Ö9: İlla tamsayı çıkması zorunlu değil ki.

Ö8: O zaman 3x3=9, 4x4=16 olur ve 10 sayısı 3'e yakın bir sayı olarak çıkabilir.

Ö9: 10 bir sayının karesi olmadığı için bence 2x5 olarak çıkar.

Ö8: Bence 3,5 olarak çıkar.

A: 3,5'in karesi kaç yapar?

Ö8: (Çarpıyor) Büyük çıkıyor o da olmaz ama 3,5'ten küçük bir sayı olur.

A: Sistemi tersten düşündüğünüzde ne söylersiniz?

Ö9: Oran orantı yapalım 100 dışarıya 10 olarak çıkarsa 10 da 1 olarak çıkar ama 1'in karesi yine 1 oluyor. Bu da olmuyor.

Ö8: Üç virgül kaç ile üç virgül kaçı çarptığımızda 10 olur onu bulmamız gerek. 3,2'yi denersek 10,24

3,1'i denersek 9,61

3,15'i denersek 9,9225

3,16'yı denersek 9,9856

3,17'yi denersek 10,0489 yapıyor. Bence bu şekilde deneyerek bulamayız daha kolay bir yolu olmalı.

Ö9: Benim kafam çok karıştı bu sayı ya 2x5 olarak çıkar ya da dışarı çıkamayabilir bilmiyorum.

Ö8: Bence çıkabilir ama biz bilmiyoruz nasıl çıkacağını kaç olarak çıkacağını.

Ö8 ve Ö9 öğrencilerinin tam kare sayılardan yola çıkarak 60 sayısının tam kare sayı olamayacağını söylemekle *tanıma (recognizing)* basamağında, 60 sayısının aynı çarpanlarını bulmak için farklı tam kare sayıları kullanarak aralık tahmininde bulunmaları da *kullanma (building)* basamağında olduklarının göstergesidir. Ancak her iki öğrenci de 60 sayısının aynı çarpanlarının bir rasyonel sayı veya ondalık gösterimi verilen sayı olacağını söylemeleri henüz *oluşturma (constructing)* basamağına geçemediklerini göstermektedir. Ancak Ö8 öğrencisinin farklı ondalık gösterimi verilen aynı sayıları deneyerek (çarparak) sonuca ulaşamamasına karşılık *"bu sayıyı bulamayız"* ifadesi Ö8 öğrencisinin kısmi olarak *oluşturma (constructing)* basamağının başlangıcında olduğu şeklinde değerlendirilebilir.

Esas uygulamada dördüncü etkinliğin sonunda öğrencilerin soyutlama basamakları aşağıda Tablo 4.8'de verilmektedir.

Tablo 4.8.

Esas Uygulamada Dördüncü Etkinliğin RBC Modeline Göre İncelenmesi

Basamaklar	Basamakların Olası Gerekçeleri	Öğrencilerin Soyutlama Seviyeleri
Tanıma (Recognizing)	36 sayısının aynı iki sayının çarpımı olduğunu belirtme, 60 sayısının tamkare sayı olamayacağını söyleme	Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9
Kullanma (Building)	Aynı sayıları çarparak tamkare sayı oluşturabilme	Ö6, Ö7, Ö8, Ö9
Oluşturma (Constructing)	Tamkare olmayan bir sayının mevcut sayı kümeleriyle aynı iki sayının çarpımı şeklinde yazılamayacağını belirtme	Ö8

Yukarıdaki tabloda Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9 öğrencilerinin *tanıma (recognizing)* , Ö6, Ö7, Ö8, Ö9 öğrencilerinin *kullanma (building)* basamağına, Ö8 öğrencisinin ise kısmen *oluşturma (constructing)* basamağına geçebildiği değerlendirilmektedir.

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu bölüm, verilerin analizinden elde edilen bulgulara dayalı olarak ortaya çıkan sonuçlara ve sonuçlardan elde edilen önerilere ayrılmıştır.

5.1. Sonuç ve Tartışma

2017-2018 Eğitim ve Öğretim yılında ders notları ve öğretmen görüşleri doğrultusunda belirlenen sekizinci sınıfta öğrenim gören dokuz öğrencinin kareköklü sayı kavramını soyutlama süreçlerinin incelendiği bu çalışmada aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

Matematik biliminin sıralı ve ardışık bir bilim olması soyutlanacak kavram için ön koşul öğrenmeleri içermektedir (Altun, 2006, s. 223). Bu yüzden soyutlanacak kavramla ilgili ön koşul öğrenmelerin öğrenciler tarafından biliniyor olması, öğrencinin *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağına ulaşmasında önemli bir etkendir. Bu görüşü destekler nitelikte, matematik başarı düzeyi orta olan Ö2 öğrencisinin alanı 20 m^2 olan karenin bir kenar uzunluğunu 5m olarak bulması, matematik başarı düzeyi düşük olan Ö4 ve Ö5 öğrencilerinin karenin alanını bulmaya yönelik soruya *"Bir fikrimiz yok"* şeklinde cevap vermeleri, matematik başarı düzeyi orta olan Ö7 öğrencisinin alanı 20 m^2 olan karenin kenar uzunluklarını 4m ve 5m olarak bulması, Ö6 öğrencisinin karenin alanını hesaplarken verilen alan ölçüsünü dörde bölmesi örnek gösterilebilir. Bu öğrencilerden araştırmacının yönlendirici sorularıyla Ö2, Ö6 ve Ö7 öğrencileri *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağına ulaşabilirken, Ö4 ve Ö5 öğrencileri için aynı durum gerçekleşmemiştir.

RBC soyutlama teorisinde *oluşturma (constructing)* basamağına ulaşmak için *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* bilişsel eylem basamaklarının tamamlanmış olması gerekmektedir. Buradan hareketle, soyutlama basamaklarının ardışık olduğu sonucunu çıkarmak yanlış anlaşılmalara sebep olabilir. Bu eylemler bazen ardışık yapıda olabilecekleri gibi bezen de biri diğerinin tamamlayıcısı, uzanımı veya aynı anda gerçekleşen paralel eylemler olabilmektedir (Dreyfus 2007, akt. Akkaya, 2010, s. 237). Örneğin, *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağını oluşturan bir öğrenci *oluşturma (constructing)* basamağına geçerken tekrardan *tanıma (recognizing)* basamağına yönelebilmektedir. Bu duruma örnek olarak, matematik başarı düzeyi yüksek olan Ö3 öğrencisi, son uygulama sorusunda *oluşturma (constructing)* basamağını gerçekleştirirken önceki sorularda gerçekleştirdiği *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamaklarına yönelmiştir.

Esas uygulamanın ikişer kişilik öğrenci gruplarıyla yapılması, ikinci uygulama sorusunda matematik başarı düzeyleri orta olan Ö6 ve Ö7 öğrencilerinin birbirilerinin soyutlama seviyelerine katkıda bulunduklarını göstermektedir. Soruda Ö7 öğrencisinin Ö6 öğrencisine *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağına ulaşmada katkı sağladığı görülmektedir. Bu durum RBC soyutlama teorisinin, diğer soyutlama teorilerinden farklı olarak soyutlama eyleminde sosyo-kültürel şartları göz önünde bulundurmasına yönelik önemli bir sonucudur. Bu bakış açısına göre, öğrencilerin soyutlama eylemini gerçekleştirirken içinde bulundukları ortamın şartları soyutlama eylemine etki etmektedir. Esas uygulamada ikişer kişilik öğrenci gruplarında yaşanılan durum yukarıdaki görüşü destekler niteliktedir. Ancak aynı durum tek kişilik öğrencilerle gerçekleştirilen pilot uygulamada söz konusu değildir. Ek olarak, esas uygulamada ikişerli gruplardaki öğrencilerin, benzer düzeyde matematik başarısına sahip olmaları da birbirlerinin karşılıklı soyutlama eylemlerine katkıda bulunmalarını sağlayan diğer önemli bir faktör olarak değerlendirilmektedir.

Matematik başarı düzeyleri (düşük, orta, yüksek) farklı öğrencilerden matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin soyutlama sürecinde diğer öğrencilere göre, *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağına ulaşmada daha başarılı oldukları gözlenmiştir. Bu kapsamda, yeni edinilen kavram için soyutlama eyleminin gerçekleştiği *oluşturma (constructing)* basamağına katılımcı öğrencilerden matematik başarı düzeyleri yüksek olan Ö3 ve Ö8 öğrencileri ulaşabilmişlerdir. Bu sonucun gerçekleşmesinde matematik başarısının soyutlama sürecine olumlu katkısı olduğu değerlendirilebilir. Bu sonuç, Hassan ve Mitchelmore'un (2006, s. 278) soyutlanacak yeni matematiksel yapı için bireyde öncesinde var olması gereken yapıların soyutlanmış olması gerektiği sonucuyla örtüşmektedir.

Araştırmanın sonuçlarından bir diğeri de, matematik başarı düzeyleri düşük (Ö1, Ö4, Ö5) ve orta (Ö2) olan öğrencilerin soru bağlamını anlamada zorluk yaşamalarıdır. Özellikle ikinci uygulama sorusunda geçen *"Ahmet aynı pozitif tamsayıların çarpımı olan tüm balonları vurduğuna göre…."* ifadesinde vurulması şarta bağlanan balonları bulmak yerine, öğrenciler *"1'den 100'e kadar tüm balonları vurmuştur"* biçiminde veya *"soru görselindeki balonları sayarak"* cevap vermişlerdir. Benzer durum üçüncü uygulama sorusunda, *"bir kenar uzunluğu 9 metreden az 8 metreden fazla"* ifadesinde matematik başarı düzeyi orta olan Ö6 öğrencisinin *"9 metreden az dediği için 8, 7, 6 ve 5 metre olabilir"* söylemine karşılık; grup arkadaşı olan Ö7 öğrencisi, arkadaşını *"8 metreden de fazla denilmiş soruda"* şeklinde uyararak arkadaşının soruyu doğru anlamasında destek sağlamıştır. Öğrencilerin, uygulama sorularında geçen ifadeleri anlamlandıramadığı, soruda istenilen durumu tam anlayamadığı durumlarda soyutlama basamağının ilk seviyesi olan *tanıma (recognizing)* basamağını gerçekleştirmede zorlandıkları görülmüştür.

Ulaşılan bir diğer sonuç ise, matematik başarı düzeyleri düşük (Ö1, Ö4, Ö5), orta (Ö2 ve Ö6) öğrencilerinin rasyonel sayıların ondalık gösterimiyle ifade edilen sayılarda toplama, çarpma işlemlerinde virgülün yerini doğru kullanmakta zorlandıkları görülmüştür. Örneğin, Ö6 öğrencisi sözel olan sekiz buçuk ifadesinin sayısal karşılığını 8,30 yazarak belirtmiştir. Ek olarak, çalışmaya katılan öğrencilerin genelinde rasyonel sayıların ondalık gösterimini *"ondalık sayı"* olarak ifade ettikleri, ondalık gösterimi ayrı bir sayı kümesi olarak gördükleri tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin, virgülle ifade edilen her sayıya ondalık sayı olarak gördükleri gözlenmiştir. Bu sonuç, Ercire (2014) ve Baştürk'ün (2015) araştırma bulgularıyla örtüşmektedir. Buradan, kareköklü sayıların soyutlanabilmesi için önceki sayı kümelerinin (tamsayılar, rasyonel sayılar) soyutlanmış olması gerektiği sonucuna ulaşılabilir.

Matematik başarısı düşük olan (Ö1, Ö4 ve Ö5) öğrencilerin diğer öğrencilere göre uygulama sürecinde araştırmacı ile ve kendi aralarında daha az iletişimde bulundukları gözlenmiştir. Söz konusu öğrenciler araştırmacının *"Problemi nasıl çözdün? Neden böyle yaptın? Başka bir yol deneyebilir misin?"* sorularına *"Öyle düşündüm, Bilmiyorum, Böyle olması gerekir"* şeklinde kestirme cevaplar vermişlerdir.

Araştırmadan elde edilen sonuçlar özetlendiğinde, öğrencilerin öğrendikleri kavramı ne için öğrendiklerini anlamlandırdıkları zaman soyutlama sürecinde o kavramı kullanıp bir sonraki kavramı soyutlayabildikleri görülmektedir. Diğer bir ifadeyle öğrencilerin Matematik Öğretim Programı'ndaki sayı kümelerini ne için öğrendiğinin farkında olması gerekmektedir. Bu durum gerçekleşmezse Adıgüzel'in (2013) de belirttiği gibi sekizinci sınıf programında yer alan irrasyonel sayı kavramı öğreniminin sonraki sınıfların programında tekrar yer almasına rağmen yeterli düzeyde gerçekleşemeyeceği açıktır. Örneğin, tamsayıları öğrenen bir öğrencinin rasyonel sayıların öğrenim sürecinde yeni bir sayı kümesine kendisinin ihtiyaç duyması, var olan sayı kümeleriyle karşılaştığı durumu çözememesinin farkına varması gerekmektedir.

Aynı şekilde sayı kavramının öğrenimi sürecinde bu ihtiyaç durumu öğrencilere yaşattırılırsa, öğrenci hangi sayı kümesini ne için öğrendiğini anlamlandırıp bir sonraki sayı kümesini soyutlamada *tanıma (recognizing)* basamağını kolaylıkla gerçekleştirebilir, bir sonraki soyutlama basamağıma geçebilir. Aksi takdirde *tanıma (recognizing)* seviyesine ulaşamayan öğrenciler bilgileri ilişkilendiremediklerinden dolayı *kullanma (building)* basamağına da ulaşamayıp soyutlama eylemini gerçekleştiremeyeceklerdir. Bu çıkarım, Ayanoğlu (2012), Kaplan ve Açıl'ın (2015), Yenilmez ve Ulaş'ın (2017) araştırma sonuçlarıyla da örtüşmektedir.

5.2. Öneriler

Bu bölümde araştırmanın bulgularından ele edilen sonuçlara yönelik geliştirilen öneriler matematik öğretmenlerine, Milli Eğitim Bakanlığına, öğretmen yetiştirilmesine kaynaklık eden eğitim fakültelerine ve matematik eğitimi araştırmacılarına yönelik olarak verilmektedir.

Öncelikle, öğrencinin soyutlama sürecinde neden ve sonuç ilişkilerini kurduğunda ve soyutlayacağı kavram üzerinde yoğun düşünme eylemi gerçekleştirdiğinde öğrenilecek kavramı soyutlamada başarılı olduğu çalışmalarda mevcuttur. Bu yüzden matematik öğretiminin uygulayıcıları öğrencilere bir kavramı salt bir bilgi olarak öğretmeden önce öğrencilerin kendilerinde var olan yapılarla içinden çıkamayacakları etkinlikler tasarlayabilirler. Bu durum üzerine öğrencilerin yoğun düşünme süreci yaşamalarını sağlanabilir. Bu şekilde gerçekleştirilen öğretimde yeni kavramların soyutlanarak öğrenilmesi, bilgilerin kalıcılığını artırabilir ve soyutlanan kavramın soyutlanacak bir sonraki kavram için *tanıma (recognizing)* ve *kullanma (building)* basamağı olarak kullanılma durumu gerçekleşebilir. Ek olarak bir kavarama geçmeden önce o kavramla ilişkili ön koşul öğrenme durumları Matematik Öğretim Programı'nda yer alamasa dahi uygulayıcı tarafından bu durum tespit edilebilir ve varsa bilgi eksiklikleri giderilerek yeni konuya geçiş sağlanabilir.

Ders kitaplarında her konu öncesinde öğrenilecek konunun kazanımlarına yönelik ön koşul öğrenmeleri içeren, uygulamalı sorulardan oluşan etkinlik hazırlanabilir. Bu şekilde öğrenilecek konuya geçiş yapılmadan eksik veya yanlış öğrenmeler giderilebilir. Ek olarak konuya ait bir sonraki kazanıma geçmeden önce her bir kazanıma yönelik öğrenilenlerin kalıcılığını artıracak kolay etkinlikler hazırlanabilir. Ders kitaplarında yer alan etkinlikler soyutlama basamaklarına yönelik olarak düzenlenip hazırlanabilir.

Eğitim fakültelerinde matematik öğretimi ile ilgili öğrenim gören öğrencilere soyutlama kavramının önemine yönelik dersler okutulabilir. Bu kapsamda herhangi bir konunun kazanımlarına yönelik soyutlama basamaklarını içeren etkinlikler tasarlamaları istenebilir.

Matematik eğitimi araştırmacıları, RBC+C soyutlama teorisiyle ilgili daha büyük gruplarla, nitel ve nicel yöntemin birlikte kullanıldığı karma desenli çalışmalar gerçekleştirebilirler. Ek olarak, bu araştırmanın konusuyla ilgili yapılacak çalışmalarda RBC+C soyutlama teorisinin *pekiştirme (consolidation)* basamağını da kapsayan araştırmalar yapılabilir. RBC+C teorisiyle yapılacak çalışmalarda belirlenecek öğrenciler akademik başarılarına göre değil, RBC+C soyutlama seviyelerine göre seçilebilir.

KAYNAKÇA

Açıkgöz, K. (2003). *Aktif öğrenme*. İzmir: Eğitim Dünyası.

Adıgüzel, N. (2013). *İlköğretim matematik öğretmen adayları ve 8. sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılar ile ilgili bilgileri ve bu konudaki kavram yanılgıları* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

Akkan, Y. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Akkaya, R. (2010). *Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelemesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Altun, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *19*(2), 223-238.

Altun, M. ve Yılmaz, A. (2008). Lise öğrencilerinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, *41*(2), 237-271.

Arbour, D. (2012). *Students' understanding of real, rational and irrational numbers* (Master's thesis). http://deu.summon.serialssolutions.com adresinden erişilmiştir.

Ata, A. (2014). *Öğretmen adaylarının olasılık konusuna ilişkin kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Ayanoğlu, P. (2012). *7. sınıf öğrencilerinin birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma süreçleri* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu.

Aydın, A. (2016). Fen bilgisi öğretmenliği öğrencilerinin bazı matematik kavramlarına yönelik hatalarının ve bilgi eksiklerinin tespit edilmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *13*(1), 78-87.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi.* Trabzon: Derya.

Baki, A. ve Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi,2*(1), 27-46.

Baştürk, S. (2015). Sekizinci sınıf öğrencilerinin sayı ve sayı kümeleriyle ilgili kavrayışlarının incelenmesi. *Electronic Journal of Education Sciences*, *4*(8), 127-147.

Bayazıt, İ. (2010). Fonksiyonlar konusunun öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. MF Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Editörler). *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri* (ss. 91-116). Ankara: Pegem Akademi

Baykul, Y. (2009). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8. Siniflar)*. Ankara: Pegem Akademi.

Bikner-Ahsbahs, A. (2004, July). *Towards the emergence of constructing mathematical meanings.* In M. J. Hoines and A. B. Fuglestad (Eds.), Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Pychology of Mathematics Education. Bergen, Norway.

Birgin, O. ve Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, XXII* (2), 529-550.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2016). *Bilimsel araştırma yöntemleri.* Ankara: Pegem Akademi.

Cooper, Peter A. (1993). Paradigm shift in designed instruction: from behaviorism to cognitivism to constructivism. *Educational Technology*, *33*(5), 12-19.

Çetin, Y., Ersoy, Y. ve Çakıroğlu, E. (2002, Eylül). *KULE: Keşfederek, uygulayarak logaritma öğretimi etkinlikleri.* V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi. Ankara.

Çiftçi, Z., Akgün, L. ve Soylu, Y. (2015). Matematik öğretmeni adaylarının irrasyonel sayılarla ilgili anlayışları. *Journal of Kırşehir Education Faculty, 16*(1), 342.

Davydov, V.V., (1990), Soviet studies in mathematics education: Vol. 2. Types of generalization in ınstruction: Logical and psychological problems in the structuring of school curricula, J. Kilpatrick (ed.) and J. Teller (Trans.), *National Council of Teachers of Mathematics.* Reston, VA.

Dooley, T. (2006). ‘It’s infinity’: Mathematical insights in a primary classroom, In Novotna, J., Moraova, M. Ve Stehlikova, N. (Eds). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Prague.

Dreyfus, T. (2007). *Processes of abstraction in context the nested epistemic actions model*. https://pdfs.semanticscholar.org/d190/0be9d6a043ac815c81344caa8c2713dcc329.pdf, adresinden erişilmiştir.

Duatepe, A. (2010). Üslü ve köklü sayılar konularındaki öğrenme güçlükleri. MF Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Editörler). *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri* (ss. 9-39). Ankara: Pegem Akademi

Engelbrecht, J., Harding, A., & Potgieter, M. (2005). Undergraduate students performance and confidence in procedural and conceptual mathematics. *International Journal for Mathematics Education in Science and Technology, 36* (7), 701-712.

Erbaş, A. K. ve Ersoy, Y. (2002, Eylül). *Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanılgıları.* V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi. Ankara

Ercire, Y. E. (2014). *İrrasyonel sayı kavramına ilişkin yaşanılan güçlüklerin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Ercire, Y. E., Narlı, S. ve Aksoy, E. (2016). İrrasyonel Sayı Kümesinin Rasyonel ve Gerçek Sayı Kümeleriyle Olan İlişkisine Yönelik Öğrenme Güçlükleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, *7*(2), 417-439.

Erdem, E. ve Demirel, Ö. (2002). Program geliştirmede yapılandırmacılık yaklaşımı. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *23*(23), 82.

Ertürk, S. (2016). *Eğitimde program geliştirme.* İstanbul: Edge Akademi.

Ferrari, P. L. (2003). Abstraction in mathematics. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London B, 358*, 1225-1230.

Fidan, N. (2012). *Okulda öğrenme ve öğretme*. Ankara: Cantekin.

Fischbein, E., Jehiam, R., & Cohen, C. (1995). The concept of irrational number in high school students and prospective teachers. *Educational Studies in Mathematics, 29*, 29–44. doi: 10.1007/BF01273899

Flannery, D. (2006). *The square root of 2 a dialogue concerning a numberand a sequence*. New York: Copernicus Books.

Gelici, Ö. (2012, Haziran). *8.sınıf öğrencilerinin kareköklü sayılar konusundaki kavram hataları ve ortak yanılgıları*, X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Kongresi. Niğde.

Geray, H. (2006). *Toplumsal araştırmalarda nicel ve nitel yöntemlere giriş*. Ankara: Siyasal.

Güler, G. (2017).Matematik öğretmenlerinin irrasyonel sayılara yönelik kavram bilgilerinin incelenmesi. *Turkish Online Journal of QualitativeInquiry*, *8*(2), 186-215.

Gültekin, M., Karadağ, R. ve Yılmaz, F. (2007). Yapılandırmacılık ve ögretim uygulamalarına yansımaları.(Constructivism and its reflections to teaching applications). *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *7*(2), 503-528.

Gür, H. ve Demir, M. K. (2016). Öğretmen adaylarının parabol bilgisini oluşturma süreçleri ve bu süreçte öğretmenin rolü. *Education Sciences*, *11*(5), 195-216.

Güven, B., Çekmez, E. ve Karataş, I. (2011). Examining preservice elementary mathematics teachers' understandings about irrational numbers. *PRIMUS*, *21*(5), 401-416.

Haapasalo, L., & Kadijevich, Dj. (2000). Two types of mathematical knowledge and their relation. *Journal fur Mathematik-Didaktik*, *21* (2), 139-157.

Hassan, I., & Mitchelmore, M. (2006). The role of abstraction in learning about rates of change. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen and M. Chinnappan (Eds.) *Identities,* *Cultures and Learning Spaces* (Proceedings of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol. 1, pp. 278-285). Adelaide, the United States of America: MERGA.

Hershkowitz, R., Schwarz, B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in contexts: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, *32*(2), 195-222.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics.* Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Jonassen, D. H. (1991a). Objectivism versus constructivism: do we need a new philosophical paradigm. *Educational Technology, 39*(3), 5-14.

Jonassen, D. H. (1991b). Evaluating constructivist learning. *Educational Technology*, *(31)*9, 28-33.

Kabaca, T. ve Arslan, R. (2015). Teknoloji destekli ölçme deneyiminin 8. sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayı kavramını algılamalarına etkisi. *Başkent University Journal of Education, 2*(1), 25-39.

Kaplan, A., Altaylı, D., & Öztürk, M. (2014). Kareköklü sayılarda karşılaşılan kavram yanılgılarının kavram karikatürü kullanılarak giderilmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *27*(1), 85-102.

Kaplan, A. ve Elif, A. (2015). Ortaokul 4. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, *10*(1), 130-153.

Kara, F. ve Delice, A. (2012, Haziran). Kavram tanımı mı? Yoksa kavram imgeleri mi? İrrasyonel sayıların temsilleri. *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. Niğde

Katrancı, Y. ve Altun, M. (2013). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin olasılık bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi*, *3*(2), 11-58.

Kılıç, G. B. (2001). Oluşturmacı fen öğretimi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, *1*(1), 7-22.

Kocaman, M.(2017). *Lise 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerilerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Koç, G. ve Demirel, M. (2004). Davranışçılıktan yapılandırmacılığa: Eğitimde yeni bir paradigma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *27*(27), 175.

Küçük, A. ve Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanılgıları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, *13*, 97-112.

Leont'ev, A.N. (1981). The problem of activity in psychology, in J.V. Wertsch (ed. And Trans.), *The Concept of Activity in Soviet Psychology* (pp. 37-71). Armonk, NY: M.E. Sharpe.

LiuP., H. (1996). Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching? *The Mathematics Teacher*, *96*(6), 416.

Mcmillan, J. H. (2000). *Educational research. fundamentals for the consumer*. NewYork: Longman.

MEB (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB.

MEB (2013). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.

MEB (2018). *Matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.

Memnun, D. S. ve Altun, M. (2012). RBC+ C modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: özel bir durum çalışması. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, *1*(1), 17-37.

Memnun, D.S. (2011). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin analitik geometrinin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını yapılandırmacı öğrenme ve gerçekçi matematik eğitimine göre oluşturması süreçlerinin araştırılması* (Yayınlanmamış doktora tezi). Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma. Desen ve uygulama için bir rehber* (S. Turan, Çev.). Ankara: Nobel.

Monaghan, J. (2001). Young peoples' ideas of infinity. *Educational Studies in Mathematics, 48*, 239 – 257.

Monaghan, J., & Özmantar, M. F. (2004, July). *Abstraction and Consolidation*. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Bergen, Norway.

Monaghan, J., & Özmantar, M. F. (2006). Abstraction and consolidation. *Educational Studies in Mathematics, 62,* 233-258.

Moomaw, S. (2015). Early addition: It is in the cards. *Teaching Children Mathematics, 22*(1), 36-45.

Moralı, S., Köroğlu H. ve Çelik A. (2004). Buca eğitim fakültesi matematik öğretmen adaylarının soyut matematik dersine yönelik tutumları ve rastlanan kavram yanılgıları. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24*(1), 161-175.

Mubark, M. (2005). *Mathematical thinking and mathematical achievement of students in the year of 11 scientific stream in Jordan* (Doktora Tezi). https://ogma.newcastle.edu.au/vital/access/services/%20Download/uon:699/DS3 adresinden erişilmiştir.

NCTM, (2015) The National Council of Teachers of Mathematics, https://www.nctm.org/News-and-Calendar/Messages-from-the-President/Archive/Skip-Fennell/Number-Sense%E2%80%94Right-Now!/ adresinden erişilmiştir.

Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings: learning cultures and computers,* (Mathematical Education Library Series, Vol. 17). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic.

Oğuzkan, A. F. (1974). *Eğitim terimleri sözlüğü*. Ankara: Türk Dil Kurumu.

Olkun, S. ve Toluk, Z. (2004). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi.* Ankara: Anı.

Özaltun Çelik, A. ve Bukova Güzel, E. (2017). Matematik öğretmenlerinin ders imecesi kapsamında köklü ifadelerin öğretimine ilişkin oluşturdukları ders planı. *Mersin University Journal of the Faculty of Education*, *13*(2), 1.

Özcan, B. N. (2012). *İlköğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Özgül, D. A. ve Kaplan, A. (2016). 7. sınıf öğrencilerinin silindirin yüzey alanı konusundaki soyutlama süreçlerinin ve paylaşılan bilgilerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, *11*(2), 346.

Özmantar, M. F., & Monaghan, J. (2006, July). *Abstraction, scaffolding and emergent goals.* In Proceedings of the 30th International Conference for the Psychology of Mathematics Education. Prague.

Özmantar, M. F., & Monaghan, J. (2007). A dialectical approach to the formation of mathematical abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, *19*(2), 89–112.

Peled, I., & Hershkovitz, S. (1999). Difficulties in knowledge integration: Revisiting Zeno's paradox with irrational numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 30*(1), 39–46.

Resmi Gazete (2016). Türkiye Yeterlilikler Çerçevesine Dair Tebliğ. *Resmi Gazete*, (29581).

Schwarz, B., & Dreyfus, T. (1995). New Actions upon Old Objects: A New Ontological Perspective on Functions. *Educational Studies in Mathematics*, *29*, 259-291.

Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N., & Hershkowitz, R. (2004, July). *Teacher guidance of knowledge construction.* In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Bergen, Norway.

Sertöz, S. (2002). *Matematigin aydınlık dünyası*. Ankara: Semih.

Seyhan, G. ve Gür, H. (2002, Haziran). *İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki hataları ve kavram yanılgıları.* Matematikçiler Derneği Kongresi. Ankara.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 1-36.

Shinno,Y (2007, July). *On the teaching situation of conceptual change: epistemological considerations of irrational numbers.* In Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S., & Seo, D. Y. (Eds.). Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Seoul.

Sierpinska, A. (1994). *Understanding in mathematics,* London: Falmer.

Sirotic, N., & Zazkis, R. (2007). Irrational numbers on the number line-Where are they?. International *Journal of Mathematics Education, Science and Technology, 38*(4), 477-488.

Skemp, R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *ArithmeticTeacher, 26*(3), 9-15.

Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions, *Learning and Instruction*, *14,* 503–518.

Şandır, H., Ubuz, B. ve Argün, Z. (2007). 9. sınıf öğrencilerinin aritmetik işlemler, sıralama, denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki hataları, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *32*, 274-281.

Şiap, İ. ve Duru, A. (2004). Kesirlerde geometrik modelleri kullanabilme becerisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 12*(1), 89-96.

Taşdemir, C. (2009). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin matematik dersine karşı tutumları: Bitlis ili örneği. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 12*, 89-96.

Taşova, H. İ. (2011). *Matematik öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri ve performansı sürecinde düşünme ve görselleme becerilerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Temel, H. ve Eroğlu, A. O. (2014) İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin sayı kavramlarını anlamlandırmaları üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *22*(3), 1263-1278.

Tsamir, P., & Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets – A Process of sbstraction: The case of ben. *Journal of Mathematical Behaviour*, *21*, 1-23.

Tural, H. (2005*). İlköğretim matematik öğretiminde oyun ve etkinliklerle öğretimin erişi ve tutuma etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Turanlı, N., Keçeli, V. ve Türker, N. K. (2016). Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılara yönelik tutumları ile karmaşık sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve ortak hataları. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *9*(2), 135-149.

Turkel, S., & Newman, C. (1988). What's your number? Developing number sense. *Arithmetic Teacher, 36*(6), 53-55.

Türk Dil Kurumu. (2018, Aralık 9) http://www.tdk.gov.tr/index.php?option=com_gts&kelime=soyutlama adresinden erişilmiştir.

Türnüklü, E. ve Özcan, B. N. (2014). Öğrencilerin geometride bilgiyi oluşturma süreci ile van hıele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *11*(27), 295-316.

Uçar, Z. T. (2016). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının reel sayıları kavrayışlarında temsillerin rolü. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *24*(3), 1149-1164.

Ulaş, T. ve Yenilmez, K. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *International e-Journal of Educational Studies, 1*(2), 103-117.

Van de Walle, J. A.,Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (S. Durmuş, Çev.). Ankara: Nobel.

Van Oers, B. (2001). Contextualization for abstraction. *Cognitive Science Quarterly, 1*, 279-305.

Voskoglou, M., & Kosyvas, G. D. (2012). Analyzing students' difficulties in understanding real numbers. *Journal of Research in Mathematics Education*, *1*(3), 301-336.

White, P. & Mitchelmore, M. (2004). Abstraction in mathematics and mathematics learning. M. J. Hoenes, A B Fuglestad. 329-336. Bergen,Norway: International Group for the Psychology of Mathematics Education. Retrieved from http://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR031_Mitchelmore.pdf

Yaşar, Ş. (1998). Yapısalcı kuram ve öğrenme-öğretme süreci. *Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *8*(1-2), 68-75.

Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8 sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. B. (2008). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 21*(2), 485-510.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin.

Yıldırım, C. (2004). *Matematiksel düşünme*. İstanbul: Remzi.

Yıldırım, C. (2011). *Bilim tarihi.* İstanbul: Remzi.

Yıldızhan, Y. H. (2013). Temel eğitimde akıllı tahtanın matematik başarısına etkisi. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research*, *5*, 110-121.

Yin, R. K. (2003). *Case study research design and methods*. London: Sage.

Zazkis, R., & Sirotic, N. (2010). Representing and defining irrational numbers: exposing the missing link. *CBMS Issues in Mathematics Education,16*, 1-27.

Zehir, H., Işık, A. ve Zehir, K. (2008). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kümeler konusundaki kavramsal bilgi düzeyleri. *Bayburt Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 3*(1), 61-74.

Zembat, İ. Ö. (2007). Yansıma dönüşümü, doğrudan öğretim ve yapılandırmacılığın temel bileşenleri. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *27*(1), 195-213.

Zembat, İ. Ö. (2008). Sayıların farklı algılanması-sorun sayılarda mı, öğrencilerde mi, yoksa öğretmenlerde mi. *Matematiksel Kavram Yanılgılar ve Çözüm Önerileri* (s. 40-60). Ankara: Pegem Akademi.

EKLER

EK 1

Uygulama Soruları

1) Ayşe odasına kare şeklinde bir halı almak ister. Ayşe halı dükkanından alan ölçüleri aşağıda verilen halılardan, kenar uzunlukları tamsayı olan hangi halıları tercih etmelidir? Neden?

16 m² 20m² 25m² 35m²

2) Ahmet okçuluk kursuna gitmektedir. Kursun sonunda bir yarışma düzenlenmiştir ve öğrencilerden üzerinde 1’den 100’e kadar bazı sayıların olduğu balonlara atış yapmaları istenmiştir. Bu sayılar aynı iki pozitif tamsayının çarpımlarının sonucu hesaplanarak oluşturulmuştur. Ahmet tüm balonları vurduğuna göre, yarışmada toplam kaç balon patlatmıştır?

3) Ayşe bir kenar uzunluğu 9 metreden az 8 metreden fazla olan olan kare şeklindeki salonuna kare şeklinde halı almak ister. Aşağıda alanları verilen hangi halıları tercih etmelidir?

60m² 65m² 76m² 84m²

a) Salonunun bir kenar uzunluğu 9 metreye yakın ise halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?

b) Salonunun bir kenar uzunluğu 8 metreye yakın ise halılardan hangisini tercih etmelidir? Neden?

4) Matematik öğretmeni öğrencilerine bir oyun oynatmıştır. Oyunda kutunun içinde üzerinde 1'den 100'e kadar sayılar bulunan kartlar yer almaktadır. Birinci öğrenci üzerinde 36 yazılı olan bir kart çekiyor ve 36'nın aynı iki tam sayının çarpımının sonucu olduğunu görüyor. Bu sayının 6 olduğunu söylüyor ve puan kazanıyor. Sıra ikinci öğrenciye geçiyor. İkinci öğrenci ise üzerinde 60 yazılı olan kartı çekiyor ve aynı iki tam sayının çarpımının 60 olamayacağını söylüyor. Öğretmen ise öğrenciden bu sayının bulunduğu tamsayı aralığını tahmin etmesini istiyor ve ikinci öğrenci doğru cevabı veriyor.

a) Sizce ikinci öğrenci nasıl bir cevap vermiştir?

b) Öğrencinin verdiği cevap hangi tamsayıya yakındır?

EK 2

Araştırma İzin Belgesi

T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

ESKİŞEHİR
İL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ

Sayı : 88074293/605.01/21349360 13.12.2017
Konu: Araştırma Projesi

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

İlgi : a) 08/12/2017 tarih ve 21105519 sayılı olur.
b) 08/11/2017 tarih ve E.36466 sayılı yazınız.

İlgi (b) yazı ile istemiş olduğunuz "Araştırma Projesi" incelenmiş ve uygun görülmüş olup, ilgi (a) Olur ekte sunulmuştur.

Bilgilerinize rica ederim.

Necmi ÖZEN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

EKLER :
1-İlgi (a) Olur (1 sayfa)
2-Araştırma Değerlendirme Formu (1 sayfa)

Aslı ile Aynıdır
5070 Sayılı Yasa ile elektronik olarak imzalanmıştır.
13/12/2017
Önder ÜLKE
Memur

ADRES:
Meşelik Yerleşkesi 26480
Odunpazarı/ESKİŞEHİR

Büyükdere Mah.Atatürk Blv. No:247 ESKİŞEHİR
Elektronik Ağ: www.eskisehir.meb.gov.tr
e-posta: strateji26@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: L.TOKAT
Tel : (0 222) 239 72 00/213-425
Faks: (0 222) 239 39 22

T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 88074293/605.01/21105519 08.12.2017
Konu : Araştırma Projesi

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı' nın 08/11/2017 tarih ve E.36466 sayılı yazısı.

İlgi yazı ile; Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Yakup DİNÇ' in "Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kareköklü Sayılar Konusundaki Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi" başlıklı uygulama çalışması Araştırma İzin Komisyonu tarafından incelenmiş ve komisyon tarafından sakınca görülmediği tespit edilmiş olup, komisyon tarafından belirtilen okullarda yukarıda adı geçen projenin gerçekleştirilmesi uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde takdirlerinize arz ederim.

Barış HANCI
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

OLUR
.../12/2017

Necmi ÖZEN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

EK:
Araştırma Değerlendirme Formu (1 sayfa)

Büyükdere Mah.Atatürk Blv. No:247 ESKİŞEHİR
Elektronik Ağ: www.eskisehir.meb.gov.tr
e-posta: strateji26@meb.gov.tr
Ayrıntılı bilgi için: L.TOKAT
Tel : (0 222) 239 72 00/213-425
Faks: (0 222) 239 39 22

T.C

ESKİŞEHİR VALİLİĞİ

İl Milli Eğitim Müdürlüğü

ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

ARAŞTIRMA SAHİBİNİN	
Adı Soyadı	Yakup DİNÇ
Kurumu/Üniversitesi	Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Araştırma Yapılacak Eğitim Kurumu ve Kademesi	Şehit Piyade Astsubay Soner Özübek Ortaokulu
Araştırmanın Konusu	Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kareköklü Sayılar Konusundaki Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi
Üniversite / Kurum Onayı	Var
Araştırma/Proje/Ödev/ Tez Önerisi	Var
Veri Toplama Araçları	4 Adet Matematik Problemi
Görüş İstenecek Birimler	-
KOMİSYON GÖRÜŞÜ	
Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 2017/25sayılı genelgesi gereğince 2017-2018 öğretim yılında uygulanmasında sakınca yoktur.	
Komisyon Kararı	KABUL (Oybirliği ile)
Muhalif Üyenin Adı ve Soyadı	Gerekçesi : ....

K O M İ S Y O N

06/12/2017
Komisyon Başkanı
Barış HANCI
Milli Eğitim Müdür Yardımcısı

Üye
Dr. Seda ERCAN AKKAYA
Baş Öğretmen

Üye
Ömer GARAN
Öğretmen

Üye
E. Şenay DOĞANER
Öğretmen

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı SOYADI	: Yakup DİNÇ
Doğum Yeri*	: Kütahya-Gediz
Doğum Tarihi*	:01/01/1985

Eğitim Durumu

Lise	M. N. A. Anadolu Lisesi	2003
Lisans	Anadolu Üniversitesi	2009

Yabancı Dil

İngilizce: Okuma (İyi), Yazma (İyi), Konuşma (Orta)

Mesleki Geçmiş

Görev	**Kurum**	**Çalışma Tarihleri**
Öğretmen	Milli Eğitim Bakanlığı	2011- Devam ediyor.

Seminer ve Çalıştaylar

Ev Çimen, E. ve Dinç, Y. (2017), "Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kareköklü Sayılar Konusunda Farklı Formatlarda Verilen Problemlere Ait Çözümlerinin İncelenmesi" *ICES-UEBK*, 20-23 Nisan, Antalya

Yenilmez, K., Dinç, B. ve Dinç, Y. (2017), "Düşünme Eğitimi Dersinin Uygulanabilirliği İle İlgili Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Görüşleri" *ICES-UEBK*, 20-23 Nisan, Antalya

Sertifikalar

Dikkat Eksikliği, Hiperaktivite Bozukluğu ve Baş Etme Yolları Kursu (Kasım, 2017)

Özel Motorlu Taşıt Sürücüleri Kursu Sınav Sorumlusu Tamamlama Kursu (Kasım, 2016)

Değerler Eğitimi Kursu (Haziran, 2017)

Fatih Projesi Etkileşimli Sınıf Yönetimi Kursu (Mayıs 2017)

Eğitimde Drama Teknikleri Kursu (Aralık 2017)

Özel Öğrenme Güçlüğü Farkındalık Eğitim Semineri (Mart 2018)

Dil ve Konuşma Güçlüğü Farkındalık Eğitim Semineri (Şubat 2018)

Satranç Kursu (Şubat 2018)

İletişim

E-posta adresi:ykpdnc85@gmail.com