

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÖZDEŞLİKLER VE ÇAR-  
PANLARA AYIRMA KONUSUNA YÖNELİK KAVRAMSAL VE İŞ-  
LEMSEL ANLAMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ**

İnci ÜNLÜER

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. Aytaç KURTULUŞ

Eskişehir, 2019

**ESKİŞEHİR OSMANGAZI ÜNİVERSİTESİ**  
**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI**

İnci ÜNLÜER tarafından hazırlanan Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Özdeşlikler ve Çarpınlara Ayırma Konusuna Yönelik Kavramsal ve İşlemsel Anlama Süreçlerinin İncelenmesi başlıklı bu tez, 15/03/2019 tarihinde *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği*'nin ilgili maddeleri uyarınca yapılan Tez Savunma Sınavı sonucunda başarılı bulunarak, jürimiz tarafından oy birliği ile Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Görevi

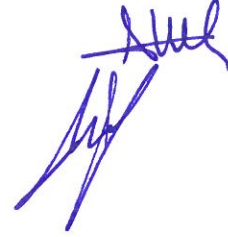
Unvanı Adı SOYADI

İmza

Jüri Başkanı : Prof. Dr. Pınar ANAPA



Danışman : Prof. Dr. Aytaç KURTULUŞ



Üye : Doç. Dr. Tuba ADA

## ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

**Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Özdeşlikler ve Çarpanlara Ayırma Konusuna Yönelik Kavramsal ve İşlemsel Anlama Süreçlerinin İncelenmesi** başlıklı tezin bizzat tarafımda hazırlanan, özgün bir çalışma olduğunu; bu çalışmanın tüm aşamalarında (hazırlık, veri toplama, analiz, bilgilerin sunumu ve raporlaştırma vb.) bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak hareket ettiğimi; bu çalışma kapsamında elde edilmeyen tüm veri, bilgi vb. için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara çalışmanın kaynakçasında yer verdiğimi; bu çalışmanın Eskişehir Osmangazi Üniversitesi tarafından kullanılan “Bilimsel İntihal Tespit Programı”yla tarandığını ve hiçbir “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, herhangi bir biçimde bu çalışmamla ilgili yukarıdaki beyanıma aykırı bir durumun saptanması halinde, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçların sorumluluğunu kabul ettiğimi bildiririm.



15/03/2019

İnci ÜNLÜER

## Teşekkür

Araştırma sürecim boyunca bana yol gösteren, değerli katkı ve önerileriyle çalışmamı başarı ile tamamlama destek sağlayan danışman hocam Sayın Prof. Dr. Aytaç KURTULUŞ'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Tez savunma jürime katılarak önerileri ile çalışmama katkılarını sunan değerli hocalarım Sayın Prof. Dr. Pınar ANAPA'ya ve Sayın Doç. Dr. Tuba ADA'ya teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimim boyunca mesleki ve akademik açıdan bana büyük katkıları bulunan saygıdeğer hocalarım Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ'e, Dr. Öğr. Üyesi Emre EV ÇİMEN'e ve Doç. Dr. Melih TURĞUT'a teşekkürlerimi sunarım.

Bu süreçte desteklerini her zaman yanımda hissettiğim değerli meslektaşlarım Demet TEMİZ'e ve Canan KEKLİK'e teşekkürlerimi sunar, çalışmamda yer alan sevgili öğrencilerime bundan sonraki yaşamlarında başarılar dilerim.

Hayatımın her aşamasında beni destekleyen ve her koşulda bana güvenen ve bugünlere gelmemde üzerimde çok büyük emekleri bulunan biricik aileme minnettarım. Kıymetli babam Hüseyin Kamil ÜNLÜER'e ve annem Hatice ÜNLÜER'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bu tez çalışması Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri (BAP) Komisyonu tarafından kabul edilen 2017-1793 kodlu proje kapsamında desteklenmiştir.

## İçindekiler

Teşekkür.....	i
İçindekiler .....	ii
Tablolar Listesi.....	iv
Özet.....	1
Abstract .....	3
<b>BİRİNCİ BÖLÜM.....</b>	<b>5</b>
1. Giriş.....	5
1.1. Problem Durumu.....	6
1.2. Araştırmanın Amacı.....	8
1.3. Araştırmanın Önemi.....	8
1.4. Varsayımlar .....	10
1.5. Sınırlılıklar.....	10
1.6. Kısaltmalar .....	10
<b>İKİNCİ BÖLÜM.....</b>	<b>11</b>
2. Kavramsal/Kuramsal Çerçeve .....	11
2.1. Kavramsal ve İşlemsel Bilgi.....	11
2.1.1. Kavramsal bilgi .....	11
2.1.2. İşlemsel bilgi .....	13
2.1.3. Kavramsal ve işlemsel bilginin ölçülmesi .....	14
2.1.4. Kavramsal ve işlemsel bilginin dengelenmesi .....	15
2.2. Cebir Öğrenme Alanı .....	18
2.3. 5E Öğrenme Modeli.....	22
2.4. İlgili Araştırmalar .....	24
2.4.1. Kavramsal ve işlemsel anlama ile ilgili araştırmalar .....	24
2.4.2. 5E öğretim modeli ile ilgili araştırmalar .....	28
2.4.3. Cebir öğrenme alanı ile ilgili araştırmalar .....	29
<b>ÜÇÜNCÜ BÖLÜM.....</b>	<b>35</b>
3. Yöntem.....	35
3.1. Araştırma Deseni .....	35
3.2. Çalışma Grubu .....	36
3.3. Veri Toplama Araçları .....	37
3.4. Verilerin Toplanması ve Uygulama Süreci .....	39

3.5. Verilerin Çözümlemesi .....	44
3.6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği.....	45
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM.....	47
4. Bulgular .....	47
4.1. Hazırbulunuşluk Testine Ait Bulgular .....	47
4.2. Ders Planlarından Elde Edilen Bulgular .....	50
4.2.1. Ders planı-1'den elde edilen bulgular.....	50
4.2.2. Ders planı-2'den elde edilen bulgular.....	56
4.2.3. Ders Planı-3'den elde edilen bulgular .....	72
BEŞİNCİ BÖLÜM.....	101
5. Sonuç, Tartışma ve Öneriler.....	101
KAYNAKÇA.....	115
EKLER .....	125
ÖZGEÇMİŞ .....	153

## Tablolar Listesi

Tablo Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
2.1	Kavramsal Bilgiyi Değerlendirmek İçin Kullanılan Görevler	14
3.1	Başarı Düzeylerine Göre Öğrenci Kodları	37
4.1	Hazırbulunuşluk Testinden Edinilen Yeterlilikler	48
4.2	Ders Planı-1’de Edinilen Yeterlilikler	57
4.3	Ders Planı-2’nin Cebirsel İfadelerin Çarpımını Yapar Kazanımına Yönelik Yeterlilikler	64
4.4	Ders Planı-2’nin Ortak Çarpan Parantezine Alma Yöntemi ile Çarpanlara Ayırma Kazanımına Yönelik Yeterlilikler	70
4.5	İki Terimin Toplamının Karesi Özdeşliğine Yönelik Yeterlilikler	80
4.6	İki Terimin Farkının Karesi Özdeşliğine Yönelik Yeterlilikler	86
4.7	İki Kare Farkı Özdeşliğine Yönelik Yeterlilikler	89
4.8	Değerlendirme Aşamasına Yönelik Yeterlilikler	98

## Şekiller Listesi

Şekil Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
2.1	Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Gelişimi İçin Yinelemeli Model	17
2.2	Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Arasındaki İlişkilerin Bileşenleri	17
3.1	Uygulama Süreci	40
3.2	Ders Planı-1	41
3.3	Ders Planı-2	42
3.4	Ders Planı-3	43
4.1	Ö5 Kodlu Öğrencinin Keşfetme Aşamasındaki Çözümü	52
4.2	Ö6 Kodlu Öğrencinin Derinleştirme Aşamasındaki Çözümü	54
4.3	Ö13 Kodlu Öğrencinin Derinleştirme Aşamasındaki Çözümü	54
4.4	Ö4 Kodlu Öğrencinin Derinleştirme Aşamasındaki Çözümü	54
4.5	Ö11 Kodlu Öğrencinin Derinleştirme Aşamasındaki Çözümü	55
4.6	Ö19 Kodlu Öğrencinin Derinleştirme Aşamasındaki Çözümü	55
4.7	Giriş Etkinliğindeki Üçüncü Dikdörtgen	57
4.8	Ö7 Kodlu Öğrencinin Keşfetme Aşamasındaki Çözümü	57
4.9	Ö18 Kodlu Öğrencinin Keşfetme Aşamasındaki Çözümü	58
4.10	Ö11 Kodlu Öğrencinin a Şıkkına Çözümü	61
4.11	Ö20 Kodlu Öğrencinin b Şıkkına Çözümü	61
4.12	Ö5 Kodlu Öğrencinin a Şıkkına Çözümü	62
4.13	Ö20 Kodlu Öğrencinin b Şıkkına Çözümü	63
4.14	Ö19 Kodlu Öğrencinin Keşfetme Aşamasındaki Çözümü	64
4.15	Ö18 Kodlu Öğrencinin Keşfetme Aşamasındaki Çözümü	65
4.16	Ö11 Kodlu Öğrencinin B Şıkkına Çözümü	66
4.17	Ö3 Kodlu Öğrencinin C Şıkkına Çözümü	67
4.18	Ö5 Kodlu Öğrencinin D Şıkkına Çözümü	68
4.19	Ö7 Kodlu Öğrencinin E Şıkkına Çözümü	68
4.20	Ö17 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Çözümü	70
4.21	Ö7 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Çözümü	70
4.22	Ö10 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Çözümü	71
4.23	Ö19 Kodlu Öğrencinin 5. Soruya Çözümü	72



4.24	Giriş Etkinliğinde Kullanılan Cebirsel İfadeler	72
4.25	Özdeşliklerin Belirlenmesi İstenen Eşitlikler	73
4.26	Ö11 Kodlu Öğrencinin Çalışması	74
4.27	Ö9 Kodlu Öğrencinin Çözümü	75
4.28	Tam Kare İfadelerinin Tablosu	75
4.29	Ö14 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Çözümü	76
4.30	Ö12 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Çözümü	77
4.31	Ö9 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Çözümü	78
4.32	Ö15 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Çözümü	78
4.33	$(a-b)^2$ Özdeşliğinin Keşfetme Aşamasında Kullanılan Etkinlik	80
4.34	Ö5 Kodlu Öğrencinin Çalışması	80
4.35	Ö16 Kodlu Öğrencinin Çalışması	81
4.36	İki Terimin Farkının Karesi Özdeşliğinin Açılımı	82
4.37	Ö17 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Yanıtı	82
4.38	Ö20 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Yanıtı	83
4.39	Ö2 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Yanıtı	84
4.40	Ö11 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Yanıtı	84
4.41	Ö3 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Yanıtı	86
4.42	$a^2-b^2$ Özdeşliğinin Keşfetme Aşamasında Kullanılan Etkinlik	86
4.43	Ö12 Kodlu Öğrencinin Çalışması	87
4.44	İki Kare Farkı Özdeşliğinin Açılımı	88
4.45	Ö10 Kodlu Öğrencinin Derinleştirme Aşamasındaki Çözümü	88
4.46	Ö14 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Yanıtı	89
4.47	Ö11 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Yanıtı	90
4.48	Ö7 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Yanıtı	90
4.49	Ö4 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Yanıtı	91
4.50	Ö18 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Yanıtı	91
4.51	Ö5 Kodlu Öğrencinin 4. Soruya Yanıtı	91
4.52	Ö13 Kodlu Öğrencinin 5. Soruya Yanıtı	92
4.53	Ö7 Kodlu Öğrencinin 5. Soruya Yanıtı	93
4.54	Ö5 Kodlu Öğrencinin b Şıkkına Yönelik Çözümü	94
4.55	Ö2 Kodlu Öğrencinin b Şıkkına Yönelik Çözümü	94
4.56	Ö3 Kodlu Öğrencinin b Şıkkına Yönelik Çözümü	95

4.57	Ö16 Kodlu Öğrencinin b Şikkına Yönelik Çözümü	95
4.58	Ö18 Kodlu Öğrencinin b Şikkına Yönelik Çözümü	96
4.59	Ö14 Kodlu Öğrencinin c Şikkına Yönelik Çözümü	96
4.60	Ö11 Kodlu Öğrencinin c Şikkına Yönelik Çözümü	97
4.61	Ö9 Kodlu Öğrencinin c şikkına Yönelik Çözümü	97



## Özet

### Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Özdeşlikler ve Çarpanlara Ayırma Konusuna Yönelik Kavramsal ve İşlemsel Anlama Süreçlerinin İncelenmesi

İnci ÜNLÜER

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Matematik ve Fen Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Aytaç KURTULUŞ

2019

**Amaç:** Bu çalışmada amaç, özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik, 5E öğretim modeline dayalı hazırlanan ders planları ile sekizinci sınıf öğrencilerinin kavramsal ve işlemsel anlama süreçlerini incelemektir.

**Yöntem:** Nitel araştırma desenine sahip olan bu çalışmada, öğretim deneyi modeli kullanılmıştır. Araştırma, 2017-2018 eğitim-öğretim yılı İstanbul ilinde bulunan bir devlet ortaokulunda öğrenim gören 20 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Bu öğrencilerin matematik başarı düzeyleri yüksek, orta ve düşük olmak üzere heterojen bir yapıdadır. Öğrencilerin özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik ön bilgi ve becerilerini belirlemek için hazırbulunuşluk testi uygulanmıştır. Bu testten elde edilen verilere göre özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik öğrencilerin kavramsal ve işlemsel anlama süreçlerini incelemek amacıyla üç farklı ders planı tasarlanmıştır. Öğretim deneyi sürecinde araştırmacının gözlem notları, hazırbulunuşluk testi, etkinlik kağıtları ve çalışma yaprakları ile veriler toplanmıştır. 12 ders saati süren öğretim deneyi sonrasında elde edilen veriler betimsel analiz tekniği kullanılarak incelenmiştir.

**Bulgular:** Hazırbulunuşluk testinden, öğrencilerin 6. ve 7. sınıfta gördükleri cebirsel ifadeler konusuna yönelik işlemsel bilgilerini yeterli şekilde ifade edebildikleri; ancak kavramsal bilgilerinde eksiklikler olduğu belirlenmiştir. Elde edilen verilere göre, 5E öğretim modeli kapsamında hazırlanan ders planları süresince yapılan değerlendirmelerde, öğrenciler özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusunun alt kazanımlarında kavramsal ve işlemsel bilgilerinde yeterlilik kazanmışlardır. Bununla birlikte bazı öğrencilerin  $(a-b)^2$  özdeşliğinin işlemsel ve kavramsal anlamalarında,  $a^2-b^2$  özdeşliğinin ise işlemsel anlamalarında eksiklikleri olduğu görülmüştür. Öğretim deneyinin esnek yapısından dolayı öğrencilerin anlama süreçlerine göre ders planlarında yapılan değişiklikler ile konuya dair kavramsal ve işlemsel anlama süreçlerinde ilerlemeler olduğu gözlenmiştir.

**Sonuç ve Öneriler:** Öğretim deneyi sürecinde, tüm öğrenciler özdeşlik kavramını kendileri oluşturmuş, denklem ile özdeşlik arasındaki farkı belirleyebilmiş,  $(a+b)^2$  özdeşliğini hem modellemeler yaparak hem de özdeşliğin kurallarını kullanarak kavramsal ve işlemsel olarak anlamışlardır. Bunun yanında öğrencilerin %25'i  $(a-b)^2$  özdeşliğinde, modelleme oluşturamadığı ve özdeşliğin kuralını uygularken işlem hataları yaptığı, dolayısıyla kavramsal ve işlemsel anlamalarında eksikliklerin olduğu, öğrencilerin %20'sinin ise  $a^2-b^2$  özdeşliğinin kuralını kullanarak çarpanlarına ulaşamadığı; işlemsel anlamalarında eksiklikler olduğu belirlenmiştir. Çalışmadan elde edilen bulgulara bağlı olarak öneriler verilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Kavramsal anlama, İşlemsel anlama, Cebir, Özdeşlik, 5E öğrenme modeli.

## Abstract

### Investigation of Conceptual and Operational Understanding Processes of Eighth Grade Students to Identities and Factorization

İnci ÜNLÜER

Eskisehir Osmangazi University Institute of Educational Sciences

Department of Mathematics and Science Education

Advisor: Prof. Dr. Aytaç KURTULUŞ

2019

**Purpose:** The aim of this study is to examine the conceptual and operational understanding processes of eighth grade students with lesson plans based on 5E instructional model for identification and factorization.

**Method:** In this study, which has a qualitative research design, the teaching experiment model was used. The study was carried out with 20 students studying in a state middle school in Istanbul province in 2017-2018 academic year. These students' mathematics achievement levels are high, medium and low heterogeneous structure. The readiness test was prepared to determine the students' prior knowledge and skills about identity and factorization. Three different lesson plans were designed in order to examine the conceptual and procedural understanding processes related to identities and factorization. Data were collected through the observation notes, readiness test, activity papers and study sheets. The teaching experiment lasted for 12 lessons. The data obtained from the teaching experiment was analyzed by using descriptive analysis technique.

**Results:** From the readiness test, students have adequately expressed their operational knowledge of algebraic expressions in 6th and 7th grade. However, there are deficiencies in the conceptual information. Course plans were prepared according to the data obtained from the readiness test. In the evaluations made during the teaching experiment, students gained proficiency on conceptual and operational basis for sub-gains of identity and factoring. However, some students have been found to have disabilities in operational and conceptual understanding of  $(a-b)^2$  identity. Some students were found to have deficiencies in the operational understanding of the  $a^2-b^2$  identity. Due to the flexible structure

of the teaching experiment, the lesson plans were changed according to the students' understanding process. Thus, it has been observed that there are progress in the conceptual and operational understanding processes of the students.

**Conclusion and Suggestions:** During the teaching experiment process, all students formed the concept of identity themselves. Students were able to determine the difference between equation and identity. They have understood  $(a+b)^2$  identity both conceptually and operationally by making modeling and using the rules of identity. In addition, 25% of the students could not create modeling in  $(a-b)^2$  identity. Students have made mistakes in applying the rule of identity. Therefore, there are deficiencies in conceptual and operational understanding. 20% of the students could not reach the multipliers by using the rule of  $a^2-b^2$  identity. There are deficiencies in operational understanding. Suggestions are given depending on the results obtained from the study.

**Keywords:** Conceptual understanding, Operational understanding, Algebra, Identity, 5E learning model.

# BİRİNCİ BÖLÜM

## 1. Giriş

Geçtiğimiz sanayi çağında, sanayi toplumlarına yönelik bir eğitim sistemi geçerli olmuştur. Bu eğitim sisteminin içeriğinde öğretmenden gelen bilgiler öğrenciler tarafından ezberlenerek öğrenilmekte ve gerektiğinde hatırlanmaları istenmektedir. Öğrencilere, bu becerileri gösterdiğinde kapasitelerine göre notlar verilir; başarıyı gösteren kriterler ise notlar olmuştur. Diğer taraftan, 4. Sanayi devrimi bizi yeni bir çağa davet etmektedir. Bilişim teknolojileri ve akıllı teknolojiler her alanda yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Bilgi, hem insanlar hem de toplumlar arasında bağlantılı olarak hızlı bir şekilde ilerlemektedir. Peki böylesi bir değişim çağında, eğitime nasıl bakmamız gerekir? sorusu akıllara gelmektedir.

Çağımızın eğitim anlayışı, öğrencinin bilgi düzeyini ölçmekten çok, bilginin öğrenci için anlamlı ve hayata geçirilebilir olmasına dayanmaktadır. Eğitim felsefesinde gerçekleşen bu değişim, eğitim yapısının yenilenmesini, kapsamı genişletilerek, sürdürülebilir hale gelmesini ön plana çıkartmakta ve bu güncellemelerin de gelişerek devam etmesi gerekmektedir (MEB, 2017, s. 5). Günümüz ve geleceğin eğitiminin ana teması, ortak çalışma ve koordinasyon becerisi olarak görülürken, teklik ve bireysellikten ziyade eğitimde çeşitliliğin farkına vararak ve ona saygı duyarak ilerlememiz gerektiği ön plana çıkmaktadır. Gelecek nesiller için eğitimin anlamı insanın beynine, düşünme gücüne ve problem çözme yeteneğine odaklanırken; gerekli bilgiyi ve zorlukları tespit ederek, bunu bireyin kendi hayatında nasıl özümseyeceğini anlamlandırmak olduğu görülmektedir. Berieter'in (1985) gözlemllediği gibi, "Çağdaş yaklaşımlarda öğrenmeye yönelik temel bir inanç, bilgi ve bilişsel stratejilerin öğrenci tarafından aktif olarak yapılandırılmasıdır" (Akt., Cobb, 1988, s. 87).

Yenilikçi eğitim ortamlarında, öğrencilerin sadece öğrenen rolünde değil, yorumlama ve sorgulama yapma, analiz etme sürecine dahil olduğu ve kendi kendine öğrenebilecekleri ortamlar ön plana çıkmaktadır. Bu yeni öğrenme ortamlarında öğretmenlerin rolü ise, öğrencilere özgürce hayal kurabileceği ortamlar oluşturan, onlara zorlukları kendilerinin aşabileceği motivasyonu aşıl原因, öğrencilerin birbirlerine ve çevrelerine karşı uyum sağlayarak, entegre olabileceği düşünce biçimlerini ön plana çıkaran bir anlayışa sahip olmalıdır. Bu anlayış yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı ile paralel bir bakış açısına

sahiptir. Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı genelde bir öğrenme kuramı, özelde ise bireyin bilgisini nasıl oluşturduğunu anlamaya yönelik bir felsefi yaklaşımdır (Olkun ve Uçar, 2006, s. 19). Bu yaklaşımda bir kavramın öğrenilmesi öğretmenin açıklaması ile değil bireyin kendisinin yaparak, yaşayarak, düşünerek, açıklayarak ve tartışarak gerçekleşir (Baykul, 2014, s. 20-21).

Matematik ve matematik yapma artık günümüzün olmazsa olmaz becerileri arasındadır. Matematiksel yetkinlik, günlük yaşamda karşılaşılan bir problemi çözmek için matematiksel bir düşünme biçimi geliştirebilme ve uygulayabilme, mantıksal ve uzamsal düşünme ve sunmanın (yöntemler, modeller, kurgular, grafik ve tablolar) matematiksel olarak farklı aşamalarda kullanma yeteneğini ve arzusunu içerir (MEB, 2017, s. 7). Durmuş (2001), öğrencilerin kendi matematik fikrini, bilgi ve deneyimleri ile entegre ederek, diğerleri ile de iletişim halinde olarak kendi matematik bilgisini oluşturabilmesi ile matematik eğitiminde yapılandırmacı yaklaşımın hangi biçimde kullanılacağını belirtmiştir (Akt., Koç, 2002, s. 10). Bireyin sadece genetik kodlarıyla değil, çevresel faktörlerle de şekilleneceği, her öğrencinin kendi yapısı içinde mükemmel olabileceği, yeter ki o yetenekleri ortaya çıkarabilecek bir anlayışa sahip olunması gerektiği unutulmamalıdır.

Bu bölümde problem durumuna, araştırmanın amacına, önemine, varsayımlarına ve sınırlılıklarına yer verilmiştir.

### **1.1. Problem Durumu**

Günümüzde bilgiye ulaşmak çok kolaydır; ancak bilgiye ulaşmaktan ziyade artık bilgiyi yapılandırarak ve işleyerek doğru yerde kullanmak öne plana çıkmaktadır. Bu becerinin kazanımında ve yaşama geçirilmesinde gerekli olan kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi, Hiebert ve Lefevre (1986, s. 1) tarafından ortaya koyulmuş, araştırmacılar ve öğretmenlerce en temel bilgi türü olarak kabul edilmiştir. Böylelikle kavramsal ve işlemsel bilgi, eğitim alanında yapılan en önemli araştırma konularından biri olarak da ön plana çıkmıştır.

Kavramsal ve işlemsel bilgi iç içe geçmiştir ve zamanla birbirlerini güçlendirebilir (Rittle-Johnson ve Schneider, 2015, s. 1125). Ayrıca matematikte bir konunun kavramsal olarak öğrenilebilmesi, kavram ve işlem bilgisi arasında ilişki kurabilmesi ile mümkündür (Delice ve Sevimli, 2010, s. 581). Matematikte yeterlilik ancak bu şekilde sağlanabilir. Bu bağlamda matematiksel bir bilginin nitelikli hale gelebilmesini sağlamak için kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi olmak üzere iki yönünden desteklenmesi gerekmektedir.



Buna bağlı olarak sadece bir matematik konusu olarak değil, bir dűşünme biçimi olarak da yaşamın her alanında kendini gösteren cebir konusunun anlaşılmasında, bu iki bilgi türünün bir arada işe koşulması öğrencilerin gelecekteki cebir deneyimleri için bir temel oluşturmaktadır. Cebirsel ifadeler konusu, ortaokul matematik dersi öğretim programında geniş bir zaman ayrılan, matematikte soyutlaştırmaya geçiş yapılan ve bundan sonraki tüm öğretim aşamalarında derinleşerek yer almaya devam eden matematiğin en önemli konularından biridir.

Son yıllarda ortaokul öğrencilerine yönelik, cebir öğrenme alanı ile ilgili çeşitli araştırmalar yapılmış ve halen yapılmaktadır. Bu araştırmalardan elde edilen sonuçlardan, öğretim programlarında cebir öğretimi konusunda çeşitli düzenlemeler yapılmasına rağmen, öğrencilerin cebir öğrenme alanında zorlandıkları, cebirsel ifadeyi yanlış anlamlandırma, cebirsel ilişkileri kuramama, değişken kavramını anlamlandıramama ve özdeşlikleri oluşturamama gibi temel zorluklar yaşadıkları ve buna bağlı olarak kavram yanlışlarının olduğu belirlenmiştir (Erdem ve Aktaş, 2018, s. 312; Macgregor ve Stacey, 1997, s. 1; Övez ve Çınar, 2018, s. 498; Şahiner, 2018, s. 77; Şimşek, 2018, s. 66; Ulaş, 2015, s. 64; Yıldız, Çiftçi, Akar ve Sezer, 2015, s. 18).

Yapılan araştırmalar ve alan yazım incelendiğinde, ortaokul öğrencilerinin bu aşamada temel cebirsel yapıları, hem kavramsal hem de işlemsel olarak anlamaları, gelecek yıllarda öğrenecekleri cebirsel kavramların öğrenimindeki önemi üzerinde ortak görüşe varılmış olduğu görülmektedir. Bu bağlamda ortaokul seviyesi, öğrencilerin cebirsel akıl yürütmelerini mümkün kılmak için en etkili öğretim aşaması olduğu bir gerçektir.

Yenilenmiş öğretim programı (2009, s. 8)'nda yapılan değişikliklerle öğrenci merkezli ve sadece işlemsel bilgiyi değil aynı zamanda kavramsal bilgiyi de ön plana çıkaran bir yapı ön plana çıkarılmıştır. Bu bakış açısı ile öğrenciler konuları ezbere öğrenmelerinin önüne geçilerek, derinlemesine anlamalarına olanak sağlanmıştır. Bu durum, özellikle cebir konularının öğretiminde, matematik öğretmenlerini farklı öğrenme yöntemlerini araştırmaya yönlendirmiştir. Böylelikle konuların hem kavramsal hem de işlemsel yönden anlaşılır hale getirmek amaçlanmaktadır. Buna bağlı olarak öğrencilerin öğrenim hayatı boyunca sürekli karşılaşacağı ve onlara bir düşünme sistemi oluşturacak olan cebir konusunun öğretiminde bu iki bilgi türünün bir arada yürütüleceği öğretim ortamları tasarlanmasının gerekliliği ve önemi ortaya çıkmaktadır. Cebir alanındaki en önemli konularından olan ve öğrencilerin ilk defa sekizinci sınıfta karşılaştıkları, özdeşliklerin öğretiminde kavramsal ve işlemsel anlamının vurgulanması, öğrencilerin cebir becerilerini geliştirmeye başlaması için önemli bir destek olacaktır.

Bu nedenle araştırmacının bu konuyla ilgili derslerinde yaşadığı deneyimlere, karşılaştığı güçlüklerle ve öğrencilerin yaşadığı zorluklara dayanarak, bu araştırmada sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusunda kavramsal ve işlemsel anlama süreçleri incelenmiştir.

## 1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı; Ortaokul Matematik Dersi 2017 Öğretim Programında, sekizinci sınıf seviyesinde yer alan özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik 5E öğretim modeli ile tasarlanan ders planlarının uygulanarak, gerçekleştirilecek olan öğretim deneyi ile öğrencilerin belirlenen kazanımlara yönelik kavramsal ve işlemsel anlama süreçlerini incelemektir.

Bu amaçla aşağıdaki sorulara yanıt aranacaktır:

1. Öğrenciler, özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusunda kavramsal ve işlemsel anlamayı gerçekleştirmek için ön koşul ve becerilere sahip midir?
2. Özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusunun öğreniminde öğrencilerin kavramsal ve işlemsel anlama süreçleri nasıldır?

## 1.3. Araştırmanın Önemi

Günümüzde gelişen bilim ve teknoloji çağına ayak uydurmak, analitik, yaratıcı ve olayları analiz edebilecek bir düşünme becerisine sahip olabilmek aslında ortaokul sıralarında temeli atılan bir olgudur. Cebir de matematik başta olmak üzere, bilim, ekonomi, ticaret ve bilişim sistemleri gibi günlük yaşamın her alanında kendini göstermektedir. Cebir öğrenme alanı, hem matematik hem de diğer disiplinlerde başarılı olmak için gerekli olan bir 'akademik pasaport' (Schoenfeld, 1995, s. 3) niteliğindedir. Bu bağlamda her öğrencinin okul yıllarında cebiri en etkili ve kalıcı şekilde öğrenmesi gerekmektedir.

Cebir genelde çeşitli sembollerin ve bu sembollerin gösterimleri ile denklemler ve denklem çözümlerini yapmak olarak görülmektedir (Dede, 2004, s. 177). Cebir öğretimini geliştirmek için bu yanlış algıların kökeni belirlenerek, doğru öğretim yöntemlerinin işe koşulması gereklidir.

Cebir, matematik derslerinde öğrencilerin artık tam anlamıyla soyutlama yapmaya başladığı en önemli konulardan biridir. Ortaokul altıncı sınıf düzeyinde giriş yapılarak, öğrencilerin bundan sonraki öğrenim hayatları boyunca da derinliği artarak devam eden bir öğrenim alanıdır. Soyut konuların öğrenimi, öğrencilerin yaşı, çevresi, önceki öğrenimi gibi birçok etmene bağlı olarak etkilenmektedir. Williams (1997)'a göre öğrenciler

cebir öğrenmeyi, günlük hayatta kullanacağı okuma-yazma, aritmetik işlemler gibi öncelikli bir ihtiyaç olarak görmediklerinden, ileri dönemlerdeki matematik derslerinde başarısız olmalarına ve iş sahibi olmaları için kapıların kapanmasına sebep olabilir (Akt., Dede ve Argün, 2003, s. 180).

Cebir öğrenme alanının alt öğrenme konulardan biri olan özdeşlikler konusunun öğretiminde bu durum daha belirgin hale gelmektedir. Çünkü özdeşlik kavramlarını anlamak matematik okur-yazarlığını gerektirmektedir (Dane ve Başkurt, 2012, s. 399). Cebir öğrenme alanına yönelik yapılan çalışmalarda, öğrenciler cebirsel ifadeler ve özdeşlikler üzerinde gerekli kuralları ve formülleri uygulayarak işlemsel becerilerin gerçekleştiğini; ancak öğrencilerin bu işlemleri kavramsal açıdan ifade edemedikleri belirtilmiştir (Baki ve Kartal, 2004, s. 27; Bekdemir, Okur ve Gelen, 2010, s. 131; Karaaslan ve Ay, 2017, s. 716; Sarı, 2012, s. 85). Öğrencinin zihinsel ihtiyaçlarını karşılayacak bir cebir öğretiminde, görsellerin kullanılarak konunun somut hale getirilmesi, öğrencinin hem kavramsal hem de işlemsel bilgisinin gelişmesinde etkili olacaktır. Bu bağlamda, Yenilmez ve Şan (2008, s. 410), tüm konular matematiksel kavramları somut hale getirilmesi için pek uygun olmasa da, kavramları yarı somut hale getirerek öğretilmesi konuların öğrenilmesinde etkili olacağını belirtmiştir.

Yapılan araştırmalar kavramsal ve işlemsel bilginin bir arada desteklenerek yürütülen öğrenme ortamlarında öğrencilerin istenen hedefleri başarılı bir şekilde tamamladıklarını ve kalıcı bir öğrenmenin gerçekleşmiş olduğunu belirtmektedirler (Rittle-Johnson, Siegler ve Alibali, 2001, s. 1125; Rittle-Johnson ve Koedinger 2009, s. 484, Örmeci, 2012, s. 43; Delice ve Sevimli, 2010, s. 581, Yazır, 2015, s. 164; Orhan, 2013, s. 111; Taştepe, 2018, s. 267). Kavramsal ve işlemsel anlamının bir arada yapılandığı öğrenmeler sonucunda, öğrencilerin cebir başarısı üzerindeki etkilerini araştırmak, gelecekteki matematik başarısı için bu başarının gücü hakkında bilgi sağlayabilir.

Bu araştırmanın bulguları, öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilginin bir arada olduğu cebir öğrenimine nasıl bir tepki gösterdiğine ve öğrencilerin cebirsel düşüncesinin nasıl yapılandığına ışık tutabilir. Bunun yanında, cebir öğretimi için gerekli olan kritik becerilerin kazandırılmasına ve matematik eğitiminde çeşitli öğretim uygulamalarının belirlenmesine yönelik olarak yapılan çalışmalarda öğretmenleri, eğitim bilimcileri ve müfredat planlayıcıları için faydalı olacaktır.

Bu çalışma, özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusunun öğreniminde 5E öğretim modeline uygun yapılandırılan derslerin, sekizinci sınıf öğrencilerininin kavramsal ve işlemsel

anlamalarının nasıl oluştuğunu açıklarken, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin ihtiyaçlarına yönelik cebir derslerinde uygulayabilecekleri etkinlikler sunmaktadır.

#### **1.4. Varsayımlar**

Araştırmada uygulanan etkinlikler ve sorularla ilgili alınan uzman görüşlerin yerinde ve yeterli olduğu kabul edilmiştir. Tasarlanan derslerin 5E öğrenme modelinin aşamalarını yansıttığı ve öğrencilerin, etkinlikleri uygularken gerçek davranışlarını yansıttıkları varsayılmaktadır.

#### **1.5. Sınırlılıklar**

Bu araştırma 2017-2018 öğretim yılı 2. Döneminde öğrenim gören 20 tane 8. sınıf öğrencisi ile sınırlıdır. Araştırma konusu olarak 8. sınıf matematik dersi cebir öğrenme alanındaki cebirsel ifadeler, özdeşlikler ve çarpanlara ayırma alt öğrenme alanları ile sınırlandırılmıştır. Uygulama süresi 12 ders saati ile sınırlıdır.

#### **1.6. Kısaltmalar**

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

## İKİNCİ BÖLÜM

### 2. Kuramsal Çerçeve

#### 2.1. Kavramsal ve İşlemsel Bilgi

NCTM (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi) (1989)'e göre birçok öğrencinin okul matematiğinde yeterli başarı gösteremediğini anlatan yaygın gözlemler, gelişmiş bir eğitime duyulan ihtiyacı vurgulamaktadır. Eğitimciler kavramsal anlayışın artırılması ile problem çözme başarısının artmasını sağlayacağı umuduyla, problem çözme adımları için kavramsal temelli bir öğretime daha fazla önem vermektedir (Akt., Rittle-Johnson ve Alibali, 1999, s. 175). Öğrencilerin problemleri çözebilmek ve temel matematiksel kavramları anlayabilmek amacıyla gerekli olan kavramsal ve işlemsel bilgisinin nasıl oluştuğunu açıklayabilmek ve bu bilgi türlerinin nasıl öğrenildiğini anlamak gerekmektedir.

Van de Wella (1989)'a göre matematiğin kendine has amaçlarına ve yapısına uygun bir öğretim, öğrencilerin temel matematiksel kavramları ve matematiksel işlemleri anlamalarına aynı zamanda kavram ile işlemler arasındaki ilişkiyi kurabilmelerine yönelik bir öğretim olmalıdır (Akt., Soylu ve Aydın, 2006, s. 86).

*“Öğrenciler matematiği nasıl öğreniyorlar? Matematik nasıl öğretiliyor? daha önemlisi Öğrenciler matematik sorularının çözümünde ne tür bilgilerden, tekniklerden yararlanıyor?”* tüm bu soruların cevaplarına işlemsel ve kavramsal öğrenmeyi açıklayarak ulaşabiliriz (Baki ve Kartal, 2004, s. 28).

##### 2.1.1. Kavramsal bilgi

Matematik Dersi Öğretim Programı, kavramsal anlamayı ön plana çıkaran bir yapıya sahiptir (MEB, 2017, s. 19). Literatürde kavramsal bilgiye dair yapılan çeşitli tanımlamalar şu şekildedir:

Hiebert ve Lefevre (1986, s. 3-4), kavramsal bilgiyi zengin bir ilişki içeren bilgi olarak tanımlar ve kavram bilgisi çeşitli kavramların birbirleriyle zincirleme şeklinde ilişkilendirmişlerdir. Her bir halka bir bilgi taşır ve kavram bilgisi de bir zincir halkasına benzeterek, bu şekilde birbiriyle bağlantılı halkalar yani bilgiler genişledikçe, zincir halkası genişleyecek ve böylece kavramsal bilginin daha da güçleneceğini belirtmişlerdir. Diğer taraftan ise Skemp (1976, s. 20), kavramsal bilgi terimi yerine ilişkişel öğrenme terimini kullanmış ve bilginin var oluş sürecini o bilgi ile kurulan ilişkiler ile açıklayarak,

bilginin kavramsal olarak anlaşılmasında, bilginin kendi içinde ve diğer bilgiler ile arasında kurulan bağların miktarının etkili olduğunu belirtmiştir. Benzer olarak, Byrnes ve Wasik (1991, s. 777)'e göre, kavramsal bilgi, belli bir alan için temel kavramlardan ve bu kavramların karşılıklı ilişkilerinden oluşur, ayrıca mantıksal ağlarla, zihinsel modellerle ve aşamalı bir şekilde birçok farklı yapı kullanılarak ortaya koyulmuştur. Aynı zamanda Faulkenberry (2003), kavramsal bilginin temel matematik kavramlarını ve matematiksel prosedürlerini gösteren fikirler arasındaki ilişkileri belirttiğini ve kavramsal bilginin bu ilişkiler ile zenginleştiğini ve anlam kazandırdığını ileri sürmektedir (Akt., Khashan, 2014, s. 183). Belirtilen bu ilişkiyel yapılaraya yönelik olarak Star (2005, s. 407), kavramsal bilginin, sadece kavramın ya da ilkelerin bilgisi olarak değil, daha ziyade kişinin bilgisinin niteliği açısından, özellikle de bu bilginin içerdiği bağlantıların zenginliği olarak tanımlamıştır. Diğer taraftan Rittle-Johnson ve Alibali (1999, s. 175), kavramsal bilgiyi, bir alandaki bilgi birikimi veya bir alandaki bilgi parçaları arasındaki ilişkilerin açık ya da dolaylı bir şekilde anlaşılması olarak tanımlamışlardır. Bu tanım ile bağlantılı olarak, Engelbreth, Harding ve Potgieter (2005, s. 704), kavramsal bilgiyi, sözel ifadeleri matematiksel ifadelere dönüştürebilme, kavramları yorumlama ve farklı durumlara doğru bir şekilde adapte etme yeteneği olarak ifade etmişlerdir. Aynı zamanda Birgin ve Gürbüz (2009, s. 531), kavramsal bilgiyi, matematiksel kavramları sembolleştirerek farklı bir biçimde ifade edebilme, kavramlar arasında ilişki kurarak gereken işlemleri yapabilme becerilerinin oluşturduğu kavramaya dayanan bilgi türü olarak betimlemişlerdir.

Tüm bu görüşlerden yola çıkarak kavramsal bilgi, matematiksel bir ifadenin tanımının veya ne olduğunun bilinmesinin yanında; temel matematiksel kavramlardan çıkarım yaparak, altında var olan anlamını bilme, kavramlar arasındaki ilişkileri kurabilme ve bilginin yeni durumlara uyarlanabilme becerisidir. Kavramsal bilgi, aslında zengin bir bilgi ağı niteliğindedir.

Peki bu kavramsal bilginin nasıl öğrenileceği ve öğretilbileceği sorunsalı akıllara gelmektedir. Bu bağlamda yapılandırmacı öğretim bakış açısı ile örtüşen bir durum bulunmaktadır. Cobb (1986), Baki (1995), Noss ve Baki (1996), kavramsal öğrenmenin bir matematiksel bilgiyi öğrenciye direkt anlatmaktan ziyade, kavramın öğrencinin bizzat kendi etkinlikleri ile gerçek bir anlama ile oluşabileceği ifade etmişlerdir (Akt., Baki, 2015, s. 261). Sınıf ortamında öğrencilerin aktif olduğu, temel kavramların sezdirilerek yapılandırıldığı bir kavramsal öğrenme yaklaşımı ön plana çıkmaktadır.

Kavramsal yaklaşım, matematiksel kavramları, işlemleri ve bunların arasındaki ilişkileri kapsayan, bunun yanında işlemsel bilginin de kazandırılmasını ön plana çıkaran

bir yaklaşım olarak adlandırılır. Bu yaklaşım, öğrencilerde kavramsal anlama becerisinin oluşturulması ve meydana çıkarılması için, esnek düşünmeyi sağlamaya yönelik problemleri kullanmayı gerektirmektedir (MEB, 2005, s. 8). Aynı zamanda NCTM (2000) kavramsal bilgi öğretiminin, öğrencilerin problem çözme aşamalarında ilerledikçe öğrendikleriyle ilişki kurarak, önceki bilgilerini genişletmelerini ve yeni durumlarda uygulamalarını sağlayarak, öğrencilerin düşünme esnekliğini yaratmaya başlayacağını belirtmiştir (Akt., Khashan, 2014, s. 183).

Bununla birlikte, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarını, geliştirmeye ve derinleştirmeye destek olan diğer bir matematiksel bilgi türü ise işlemsel bilgidir. İşlemsel yöntemler, temel matematiksel kavramları daha anlaşılır hale getirebilir; işlemsel etkinlikler, kavramsal bilgi için bir ön koşul niteliğinde olabilmektedir. Bu bağlamda işlemsel bilgiyi daha net ve ayrıntılı bir biçimde incelemek gerekmektedir.

### **2.1.2. İşlemsel bilgi**

İşlem, bir işi belirli yöntemler ile sonuçlandırmak amacıyla belirli bir yöntem ile yapılan uygulamaları içeren aşamalı bir iştir. Literatürde işlemsel bilgiye dair yapılan çeşitli tanımlamalar ise şu şekildedir:

Van de Walle (2004)'a göre işlemsel bilgi, problemleri çözmek için kullanılan semboller, aritmetik işlemler ve alışlagelen kurallar bilgisidir (Akt., Bekdemir, Okur ve Gelen, 2010, s. 132). Benzer olarak, işlemsel bilgi, bir hedefe ulaşmak için yapılan bir dizi adım veya eylemdir (Rittle-Johnson ve Schneider, 2015, s. 1105). Bunun yanında, Hiebert ve Carpenter (1992), işlemsel bilgiye kuralların, formüllerin, aritmetik işlemlerin uygulanması gibi anlamlar yüklemiş ve bir görevi tamamlamak için gereken algoritma veya kuralları gerçekleştirme anlamıyla kullanmıştır (Akt., Delice ve Sevimli, 2010, s. 583). Bu bağlamda kapsamlı bir açıklama ile, işlemsel bilgi, algoritmalar doğru bir şekilde yürütüldüğünde doğru cevaba ulaştıracak önceden belirlenmiş bir eylem dizisi veya belirli bir problemi çözmek için uygun şekilde sıralanması gereken olası eylemler (ör. denklem çözme adımları) olarak tanımlanır. Bu bilgi problem çözme pratiği ile gelişir ve bu nedenle belirli problem türlerine bağlıdır (Hiebert ve Lefevre, 1986, s. 6). Diğer taraftan, öğrenciler cebir alanındaki doğrusal denklemlerin çözümünde, eşitliğin her iki tarafına ekleme ya da çıkartma veya her iki tarafı çarpma ya da bölme gibi belirli kuralları kullanırlar; ancak farklı yapıdaki problemlerde yetenekli denklem çözümler, duruma en uygun ve daha esnek yöntemler üretebilirler. Bu esneklik, derin bir işlem bilgisinin bir göstergesidir (Star, 2005, s. 409).

İşlemsel bilgiye dair yapılan tanımlamalardan yola çıkarak işlemsel bilgiyi, matematiksel problem durumlarında sonuca ulaşmak için gereken algoritmaları belirli bir kurala göre yürütebilme yeteneği olarak açıklayabiliriz. İşlemsel bilginin değerlendirilmesinde ise standart aritmetik hesaplamaların çözülebilmesi gibi rutin görevlerin yerine getirilip getirilmediğine bakılır.

Tüm bu bilgiler ışığında kavramsal ve işlemsel bilgi türünü değerlendirerek yorumlamak da bir o kadar mühim bir durum olduğu görülmektedir.

### 2.1.3. Kavramsal ve işlemsel bilginin ölçülmesi

Kavramsal ve işlemsel bilgi birbirinden ayrılmaz bir bütün içerisinde gelişim gösterebileceğinden, bu iki bilgi türünün arasındaki ilişkiler ve kavramsal-işlemsel anlamının nasıl bir değerlendirme yapılması gerektiği, bulguların yorumlanması ve analiz edilmesi açısından oldukça önemlidir. İşlemsel bilgi belirli kural, formül ve algoritmalara dayandığından, bir konuya dair işlemsel anlamının değerlendirilmesi daha açıktır; ancak kavramsal bilgi, kişinin zihnindeki bilgi yapıları arasındaki ilişkileri, kavramların arasındaki bağların nasıl oluştuğunu içerdiğinden, kavramsal anlamaya yönelik daha kapsamlı ve ayrıntılı bir değerlendirme yapmak gerekmektedir.

Rittle-Johnson ve Schneider (2015, s. 1104), kavramsal bilginin ölçütleri, görevlerin kavramlar hakkında açık veya örtülü bir şekilde ortaya çıkmasına göre değişeceğini belirtmişlerdir. Bu görüşe göre, Tablo-2.1’de kavramsal bilginin ölçülmesinde görev türleri gösterilmiştir.

Tablo 2.1

#### *Kavramsal Bilgiyi Değerlendirmek İçin Kullanılan Görevler*

Örtük Yollar	Açık Yollar
Alışılmadık işlemleri değerlendirme	Verdiği kararı değerlendirebilme
Örnekler verebilme	Kavramların tanımlarını yapabilme
Verilen cevapları değerlendirebilme	İşlemlerin neden işe yaradığını açıklayabilme
Temsiller arasında geçiş yapabilme	Kavram haritaları oluşturabilme
Çoklukları karşılaştırabilme	
İşlemlerin kısayollarını keşfedebilme	
Bilgiyi hatırlamak için anahtar kodlar geliştirebilme	
Örnekleri özelliklerine göre sınıflayabilme	



Tablo-2.1’de belirtilen, öğrencinin kavramsal bilgisinin değerlendirilmesindeki açık yollar, tanım yapabilme, verdiği cevabın doğruluğunu değerlendirebilme, bir problemi çözerken uyguladığı süreçlerin nedenini açıklayabilme gibi görevlerin yerine getirebilmesi ile belirtilmektedir. Ginsburg (1997), bu görevleri kağıt kalemle değerlendirilen, standart veya klinik görüşmeler sırasında sözlü olarak cevaplanabilen görevler olduğunu belirtmiştir (Akt., Rittle-Johnson ve Schneider, 2015, s. 1107). Ancak, kavramsal bilginin oluştuğunu gösteren örtük görevlerin ise belirlenmesi oldukça karmaşık bir süreçtir. Rittle-Johnson ve Schneider (2015), kavramsal bilginin ölçülmesinde kullanılmış çok çeşitli görevlerin olduğunu ve bu görevlerin kritik bir özelliği, katılımcılar için alışık olmadığı durumlar olmasıdır (s. 1107).

Bu bağlamda kavramsal ve işlemsel bilgi türünün kullanımını ve öğrencilerin bu bilgi türlerine karşı olan yaklaşımlarını belirlemek, ilişkilendirmek ve değerlendirmek bir hayli zor ve karmaşık bir süreç olduğu açıktır. Dolayısıyla kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkiyi ve bu bilgi türleri arasındaki dengenin oluşturulmasında dikkat edilmesi gereken noktaların incelenmesi gerekmektedir.

#### **2.1.4. Kavramsal ve işlemsel bilginin dengelenmesi**

Kavramsal bilginin ve işlemsel bilginin nasıl bir etkileşim ve denge üzerine kurulu olduğunu anlamak, öğrencilerin zihinsel gelişimlerinin ve bilgiyi yapılandırma süreçlerinin belirlenmesi için önemli bir noktadır. Öğrenciler, öğrenim hayatları boyunca her iki bilgi türü ile karşı karşıya kalmakta ve bilişsel gelişimleri de bu bilgi türlerinin gelişimi ile doğrusal olarak ilerlemektedir.

Kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi her zaman birbirinden ayrılamamasına rağmen, bilgi gelişimini daha iyi anlamak için bu iki bilgi türünü birbirinden ayırt etmek yararlıdır. Öğrencilerin problem çözme alıştırmaları yapması, aynı zamanda temel kavramları anlamalarını da geliştirir mi? Hangi soyut kavramlar çocukların doğru prosedürleri üretmelerine veya uygulamalarına yardımcı olur? gibi sorular, kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkilerin bilişsel gelişim ve eğitim psikolojisi alanlarında temel bir araştırma konusuna girmektedir (Rittle-Johnson ve Schneider, 2015, s. 1114-1115). Dolayısıyla matematik eğitiminin de merkezinde yer alması gerekmektedir. Bunun yanında kavramsal ve işlemsel bilgi türlerinden hangisinin önce geliştiğine dair çeşitli teoriler bulunmaktadır.

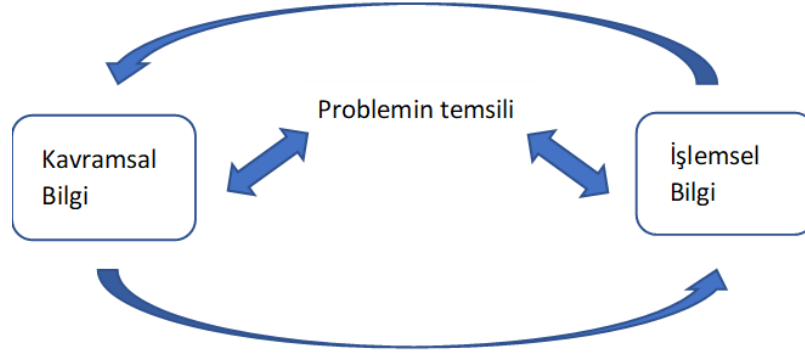
Matematik öğretmenlerinin çoğu, bilgiyi oluşturmanın her iki tarafı üzerinde hemfikir iken, kavramsal ve işlemsel bilgi konusunda “tavuk ve yumurta” tartışması devam etmektedir (Long, 2011, s. 59). Kavramsal ve işlemsel bilginin teorik olarak en iyi şekilde

nasıl oluşturulacağı ve bu bilgi yapıları arasındaki ilişki hakkında anlaşmazlıklar vardır. Gelman ve Williams (1998) ve Halford (1993)'ın görüşlerine göre çocuklar başlangıçta kavramsal bilgi ile doğarlar ve temel açıklamalarla ve yönlendirilmelerle kavramsal bilgiyi geliştirirler, daha sonra ise bu kavramsal bilgi ile pratik problemleri çözerek işlemsel bilgiyi üretirler (Akt., Rittle-Johnson ve Schneider, 2015, s.1110). Örneğin, doğrusal denklem çözümlerinde denklemin her iki tarafına işlemler uygulanarak bilinmeyene ulaşılmasında işlemsel bilgi kullanılmaktadır; ancak öğrencinin eşitliği terazi gibi düşünerek, terazinin her iki tarafına aynı işlemlerin uygulandığında dengenin bozulmayacağını anlaması da kavramsal bilginin göstergesidir. Bunun yanında, Rittle-Johnson ve Koedinger (2009, s. 483), matematiksel bir durumun anlam kazanabilmesi ve bir alandaki problemlerin çözülebilmesi için çocuklar temel kavramları ve doğru prosedürleri bir arada öğrenmeleri gerektiğini belirtmişlerdir.

Öğrencilerin işlem hatalarının kaynağı, matematiksel sembollerin onlar için anlamsız olduğu gerçeğinde yatar; hesaplamalar ve kurallar sürekli kendini tekrar eden bir şekilde ilerlediği için semboller anlam kazanmaz, dolayısıyla işlem hataları sınırlı bir kavramsal bilgidir kaynaklanmaktadır (Byrnes ve Wasik, 1991, s.777). Yapılan açıklamalardan bu iki bilgi türünün birbiri ile ne kadar etkileşimli ve birbirini destekler nitelikte olduğu görülmektedir.

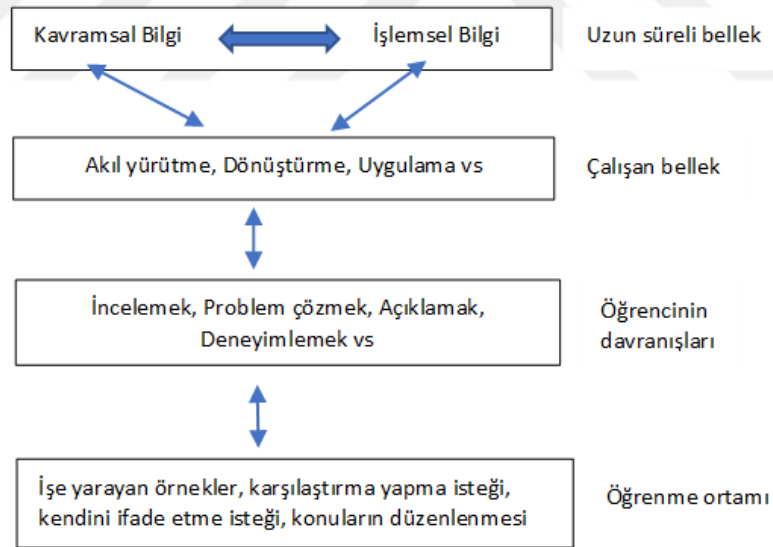
Her ne kadar matematiksel işlemleri, kavram bilgisi olmadan ele alabilirsek de, işlemlerle bağlantılı olmayan kavramsal bilgiyi oluşturabilmek o kadar kolay değildir, bazı durumlarda işlemler kavramsal bilginin anlaşılabilir olmasını sağlamaktadır (Hiebert ve Lefevre, 1986, s. 9). Bu bağlamda işlem bilgisi sezgilerin veya yaratıcılığın kullanılmasını gerektirmez; ancak kavramsal bilginin yapılandırılmasında en önemli araçlardan biri olarak görülmektedir.

Kavramsal ve işlemsel bilgi bir devamlılık üzerine kuruludur ve her zaman birbirinden ayrılamaz (Rittle-Johnson, Siegler ve Alibali, 2001, s. 346). Bu yinelemeli görüş, kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki iki yönlü ilişkilerin, zaman içinde, karşılıklı bir etkileşime girerek birbirini desteklediği öngörülmektedir (Rittle-Johnson ve Schneider, 2015, s. 1125). Bu bağlamda öğrencilerin sahip olduğu matematiksel bilgileri, hem kavramsal hem de işlemsel bilgi yönünden dengelenmesi oldukça önemlidir. Şekil-1'de öğrencilerde kavramsal ve işlemsel bilginin gelişimini gösteren "yinelemeli model" gösterilmektedir.



Şekil-2.1 Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Gelişimi İçin Yinelemeli Model (Rittle-Johnson, Siegler ve Alibali, 2001, s. 347)

Şekil-1'e göre, kavramsal bilgide gerçekleşen bir ilerleme, işlemsel bilgiyi olumlu anlamda etkilerken, işlemsel bilgide gerçekleşen bir artış da kavramsal bilgide gelişim sağlamaktadır. Günümüzde de en çok benimsenen ve kullanılan model yinelemeli modeldir. Şekil-2' de ise kavramsal ve işlemsel bilginin öğrencinin zihinsel süreçlerindeki etkileşimini göstermektedir.



Şekil-2.2 Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Arasındaki İlişkilerin Bileşenleri (Rittle-Johnson ve Schneider, 2015, s. 1115).

Şekil-2'de görüldüğü gibi bellek, öğrenmenin önemli bir bileşeni ve bellekte gerçekleşen beceriler de kavram ve işlem bilgisinin oluşum sürecindeki bağlantılı yapısını göstermektedir. Bu bileşenlerin oluşumu zincirleme şeklinde bir sistemle ilerlemekte ve

nihayetinde bilgi öğrencinin uzun süreli hafızasında ‘nedenini’ ve ‘nasılını’ bilerek yapılanmaktadır.

Rittle-Johnson ve Siegler (1998, s. 109), kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkiye dair kapsamlı bir incelemeden sonra, öğrencilerin matematiksel kavramları anlama ve işlemleri uygulama yetenekleri arasında pozitif bir ilişki olduğu sonucuna varmışlardır. Bu bağlamda matematik öğreniminde kavramsal ve işlemsel anlama karşılıklı bir etkileşim halindedir. Öğrenciler için matematiğin anlamlı hale gelmesinde bu iki bilgi türüne eşit oranda öneme sahiptir. Bu bağlamda hem kavramsal hem de işlemsel bilginin bir arada yürütüldüğü bir öğretim daha etkili ve anlamlı olacaktır.

Matematiğin en temel öğrenme alanlarından olan cebir öğrenme alanı, içerdiği kazanımlar ve öğrenme hedefleri göz önünde alındığında hem kavramsal hem de işlemsel anlamının bir arada yürütülerek işlenmesi gereken bir alandır.

## **2.2. Cebir Öğrenme Alanı**

Matematiğin soyutlama yapma bilimi olması yönüyle cebir matematiğin en önemli konu alanıdır (Altun, 2010, s. 203). Cebirin bir okul dersi olmanın yanında, bir dil, bir problem çözme ve düşünce aracı gibi farklı işlevlerinin olması cebir için yapılan tanımlarda farklılıklar göstermiştir (Dede ve Argün, 2003, s. 180). NCTM (2000, s. 37)’nin cebir standartları, ilkökul ve ortaokul öğrencilerinin örüntüleri, ilişkileri ve fonksiyonları anlamalarını, matematiksel ifadeleri cebirsel sembolleri kullanarak göstererek analiz edebilmelerini; nicel ilişkileri anlamlandırmak için matematiksel modelleri kullanabilmelerini ve farklı içeriklerdeki değişimi analiz edebilmelerini içermektedir. Dolayısıyla cebir öğrenme alanı, matematiğin temel bileşenleri arasındaki ilişkileri de kapsayan geniş bir içeriğe sahiptir.

Baki (2015, s. 327), cebir öğrenme alanının amacını, sembol ve grafiklerin kullanıldığı gösterimleri anlamlandırma, sembol ve grafikleri kullanarak sonuca varma ve ilişkiler elde etme, bu sonuçları ve ilişkileri de yine sembol ve grafikler ile ifade etme olarak özetlemiştir. Bu açıklamaya paralel olarak Usiskin (1988, s. 13)’e göre cebir, belirli problemleri çözmek için bir araç olmasının yanında, ilişkilerin tanımlanması ve analiz edilmesi, matematiksel yapıların sınıflandırılması ve anlaşılmasının bir anahtarıdır. Diğer taraftan Kieran (1992)’e göre, cebirin işlemsel boyutu, matematiksel dil ve sembolleri kullanarak aritmetik işlemlerin yapılmasını, cebirin yapısal boyutu ise problemleri çözmek için kullanılan bağıntıların ve kuralların neden böyle uygulandığını içermektedir, dolayısıyla cebir öğretiminde hem işlemsel hem de yapısal boyutun bir arada olacak nitelikte

bir öğretimin yapılmasını belirtmiştir (Akt., Oflaz, 2017, s. 16-17). Cebir öğretiminin oluşması için önemli katkılarda bulunan Kaput (1999, s. 146) ise cebir, ortaokulda yer alan geometri, modelleme yapma ve aritmetikte yapılan tüm genellemeleri usule uygun bir dille ifade etme olarak açıklamıştır.

Yapılan tanımlamalarda cebirin farklı yapılarına vurgu yapılmış ve matematik biliminin anlamlandırılmasında cebirin ne kadar önemli bir boyutunun olduğu ortaya konulmuştur. Ülkemizdeki 2005 yılında yenilenmiş öğretim programındaki cebir öğrenme alanının yeri de hayli geniş bir kapsamda sunulmuştur. Altun (2010, s. 203), cebir öğretiminin öğrencilerin soyut düşünmeye başladığı 13-14 yaş düzeylerinde (yaklaşık 7. sınıf seviyesi) başladığını aktarmıştır. Buna yönelik olarak 2013 yılında güncellenen öğretim programındaki cebir öğrenme alanına yönelik planlama göz atmakta fayda vardır.

Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı; Sayılar ve İşlemler, Cebir, Geometri ve Ölçme, Veri İşleme ve Olasılık olmak üzere beş öğrenme alanından oluşmaktadır. Cebir öğrenme alanı ile ilgili kazanımlar ilk olarak 6. sınıfta yer almaya başlar. 6. sınıfta öğrencilerden sayı örüntüleri kullanılarak istenilen terimi bulmaları, değişken ve cebirsel ifadeleri anlamlandırmaları, cebirsel ifadeler ile toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları ve bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpmaları hedeflenmektedir. 7. sınıfta öğrencilerin eşitlik ve denklem kavramını anlamaları ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri ve ilgili problemleri çözmeleri hedeflenmektedir. 8. sınıfta ise öğrencilerin denklem ve özdeşlik anlamlandırarak, cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırmaları beklenmektedir. Bunun yanında iki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin incelenmesi, denklem çözümleri ve bir bilinmeyenli eşitsizliklerin incelenmesi yer almaktadır (MEB, 2013, s. 16).

Matematik öğretim programından da görüldüğü gibi öğrenciler özdeşlikler kavramı ve çarpanlara ayırma konusu ile ilk defa 8. sınıfta karşılaşmaktadır. Altun (2010, s. 228), özdeşlikler, hem değişken hem de eşitlik içerdiği için denklemlere benzetilmektedir, bu yönüyle özdeşlik kavramının cebir öğretiminde önemli bir yeri vardır. 6. sınıftaki çarpanlar ve katlar konusunda doğal sayıların çarpanlara ayrılması kazanımının üzerinde durulmaktadır. Dolayısıyla bu kazanıma yönelik öğrencilerin ön bilgileri mevcut olması gerekmektedir.

8. sınıftaki cebirsel ifadeler konusuna yönelik kullanılan bağıntılar, formüller ve uygulamalar esasen gerçek yaşamla çok ilintili değildir. Dolayısıyla ortaokulda anlamsız formülleri ezberleterek yürütülen derslerde, öğrenciler kavramsal anlamadan uzak bir öğrenmeye sahip olurlar. Bununla birlikte yenilenen matematik dersi öğretim programında

(2013, s. 36), özdeşlik kavramını, özdeşliklerin modellerle açıklanmasını alınmaktadır. Özdeşliklerin modellerle açıklanmasındaki temel dayanak cebir ve geometri arasındaki ilişkiyi ön plana çıkararak, bu iki farklı öğrenme alanını bir bütün olarak ele alınması gerektiğini göstermektedir. Matematik ders kitapları ve çeşitli kitaplar incelendiğinde, bu kazanıma uygun olarak cebir karolarının kullanıldığı çeşitli etkinlikler ve geometrik modeller bulunmektedir.

Öğrencilere cebirsel ifadelerin geometrik bir anlamı olduğunu ve her geometrik şekil için birer cebirsel ifade olduğunu göstermek özdeşlikler konunun öğretiminde, mümkün olacaktır (Ulaş, 2015, s. 5). Buna yönelik olarak Özer ve Şan (2013, s. 1279), özdeşlik konusunun modellenmesinde cebir karolarının kullanımının etkili olacağını belirtmişlerdir. Buna paralel olarak, Yenilmez ve Şan (2008, s. 411), özdeşliklerin geometrik olarak yorumlanıp aktarılmasında zorluk yaşayan öğrenciler geometrik şekillerin alanı ve özdeşlikler arasında bağlar kurarak daha rahat bir öğrenme gerçekleşeceğini, ayrıca derste kullanılan görsel temalar ile özdeşliklerin geometrik olarak da ifade edilebileceği gösterilirken, öğrenciler özdeşlikleri aşamalı olarak keşfetme keyfine varacak ve duyuşsal yönden derse güdülenmiş olacağını belirtmiştir. Bu bağlamda, cebir karolarının kullanıldığı etkinliklerde öğrencilerin aktif katılımı sağlanarak cebir karoları ile özdeşlik arasındaki ilişkiyi anlamlandırmaları amaçlanmaktadır. Böylece özdeşliklerin cebir karoları ile modellenmesi ve bağıntıların geometrik olarak yorumlanarak öğretilmesi, konunun somutlaştırılmasında ve kavramsal olarak öğrenilmesinde etkili olacaktır.

Öğrenciler ortaokula geldiğinde soyut işlemler dönemine ya henüz girmiş ya da girmemiş olduklarından, kavramların somutlaştırılması bu dönemde önemli bir yer tutar (Baykul, 2014, s. 292). Ortaokul öğretim programında görüldüğü gibi hayli yoğun ve zengin bir içeriğe sahip olan cebir öğrenme alanı ile öğrencilerin erken dönemlerde tanışması matematiğin doğasının anlamlandırılmasında etkili olacaktır.

Kilpatrick, Swafford ve Findell (2001)'e göre, erken dönemlerde cebir öğrenimi, çocukların matematiksel yeterlilikleri için gerekli olan yetkinlikleri ele almasını sağlamaktadır (Akt., Blanton, Schifter, Inge, Lofgren, Willis, Davis ve Confrey, 2007, s. 8). Öğrencilere ileride öğretilen kavramların hazırlanmasında daha ileri bir matematik anlayışını kazandırması ve matematiksel fikirlere erişimini, matematik anlamasını ve böylece yaşam boyu başarı şansını artırmasını sağlar (Blanton vd, 2007, s. 8).

Matematiğin küçük yaşlarda öğretimine somut deneyim ve işlemlerden de başlansa, matematik “zihinsel bir sistem” olarak soyut düşünmeye yöneliktir (Umay, 1996, s. 146). Soyut bir düşünce yapısına sahip olan cebir, hem matematiğin alt alanları hem de

diğer bilim dalları arasında kavramsal ve kuramsal açılardan bir köprü ve dil görevi üstlenmektedir. Bu yüzden cebir, bireylerin hem eğitim hem de iş yaşamında edinecekleri temel bilgi ve becerilerinde bir temel teşkil ederek, aynı zamanda bu bilgileri yapılandıran bir unsur olarak düşünülmelidir (Dane ve Başkurt, 2012, s. 399). Dolayısıyla erken dönemlerdeki cebir öğretiminin bilişsel yönden öğrencilere kazandıracığı bir bakış açısı olan cebirsel düşünme hayat boyu onların yanında olacak bir beceri olarak kalacaktır.

Cebirsel düşünme, demokratik bir topluma tam olarak katılabilmek için gerekli eleştirel düşünme becerilerini, ayrıca matematik öğretimi ve öğreniminde kazanılan başarılı deneyimlerin bir parçasıdır. Cebirsel düşünmenin iki ana bileşeni, matematiksel düşünme araçlarının geliştirilmesi ve temel cebirsel fikirlerin incelenmesidir. Matematiksel düşünme araçları, aklın analitik alışkanlıklarıdır. Bu alışkanlıklar ise, problem çözme becerileri, temsil becerileri ve nicel akıl yürütme becerileridir. Temel cebirsel fikirler ise genelleştirilmiş aritmetik olarak cebir, bir dil olarak cebir ve fonksiyonlar ve matematiksel modelleme için bir araç olarak sıralanır (Kriegler, 2008, s. 1). Cebirsel akıl yürütme yoluyla, öğrenciler ayrıca sayı ve işlemin özelliklerini tanımlamayı, sembolleştirmeyi öğrenirler. Bunlar, toplama ve çarpmanın değişmeli ve ilişkilendirici özellikleri gibi önemli aksiyomlar ve ilave olarak çarpmaların dağıtıcı özelliği gibi temel cebir derslerinin temelini oluşturur (Blanton vd, 2007, s. 8). Cebirsel düşünmenin gelişimi ise bireylerin cebirin alt öğrenme alanlarında aldıkları eğitimle ve kazanacakları etkin deneyimlerle sağlanabilir (Yenilmez ve Teke, 2008, s. 231).

Bu bağlamda, cebir öğrenme alanının somutlaştırarak anlamlandırılması, hem matematik öğretiminin amaçlarından biri olan matematik okur-yazarlığının hem de cebirsel düşünme becerisinin kazandırılmasında önemli bir yer tutmaktadır. Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımında da eğitim programının merkezinde öğrenci vardır, öğrenme hedefleri üst düzey becerilere yöneliktir ve sürece dayalı bir öğrenme planlanır, öğrenme içeriği ise öğrencilerin ilgileri ile ve gerçek yaşamla ilişkili olmalıdır, hem öğrenme ve öğretme hem de değerlendirme etkinlikleri ise öğrencilerle birlikte şekillenir, uygulanır ve değerlendirilir (Koç, 2002, s. 30). Cebir öğretimine yeni yaklaşımların mevcut ortamında, öğrencilerin yeteneklerini değerlendirmek ve zorluk kaynaklarını tanımlamak önemlidir (MacGregor ve Stacey, 1997, s. 3). Yapılandırmacı yaklaşım ile en uyumlu öğrenme modellerinden olan 5E Öğrenme modeli de bu eğitim ortamları için uygulanacak en etkili modellerden biridir.

### 2.3. 5E Öğrenme Modeli

Yapılandırmacı Yaklaşımın açılımında etkili bir matematik öğretimi için; merak uyandırma, araştırma, keşfetme, analiz etme, paylaşma ve gerçek yaşama uyarlama gibi etkinlikler mevcuttur. 5E Öğrenme Modeli de tüm bunları temel alır ve öğrenci merkezli bir yaklaşımı içerir (Ocak, 2015, s. 224). Dolayısıyla matematik eğitiminde kullanılan ve yapılandırmacı yaklaşımının bakış açısına uygun olan öğretim modellerinden biri 5E öğretim modelidir.

5E Öğrenme Modeli, Piaget'in zihinsel gelişim modeli ile ve öğrenmenin bireyin zihninde nasıl oluştuğu ile ilgilenen Yapılandırmacı Yaklaşımın yapısı ile paraleldir. Ayrıca öğrenme etkinlikleri modelleri içerisinde en çok kullanılan 5E Öğrenme Modeli, Rodger Bybee tarafından geliştirilmiştir (Şentürk, 2010, s. 59).

5E modelinde öğrenciler ön bilgileri ile yeni kavramları keşfeder ve bu yeni kavramlar ile ön bilgilerini ilişkilendirir. Öğretim sırasında uygulanan öğrenme-öğretme etkinlikleri ile öğrenciler yeni kavramları derinlemesine anlamayı ve belirli bir problem durumuna ilişkin öğrenmelerini kendileri oluştururlar. Dolayısıyla 5E Öğrenme Modeli dersin aşamalı olarak planlanan bir öğrenme yaklaşımıdır (Kaymakçı, 2015, s. 19).

5E Öğrenme Modeli bir döngü şeklindedir. İsmi her bir aşamanın baş harfinden almıştır. Bu basamaklar; giriş (Engage), keşfetme (Explore), açıklama (Explain), derinleştirme (Elaborate), değerlendirme (Evaluate) şeklindedir (Demir, 2018, s. 12).

**Dikkat çekme (Engage):** Öğrencileri meraklandıran veya onların dikkatini çeken çeşitli sorular sorularak, öğrencilerin önceki bilgilerini ve deneyimlerini kullanarak düşüncelerini ifade etmelerini amaçlanır. Burada amaç, doğru cevabı bulmak değil, farklı fikirlerin ortaya çıkmasını sağlamaktır (Şentürk, 2010, s. 60). Öğretmen öğrencilerin ön bilgilerine erişerek, onlara merak uyandırıcı ve önceden kavram ile ilgili bilgi edinmeyi sağlayan kısa faaliyetlerin kullanılması yoluyla yeni bir kavramla meşgul olmalarına yardımcı olur. Bu faaliyetler, geçmişteki ve şimdiki öğrenme deneyimleri arasında bağlantılar kurmalı, önceki kavramları açığa çıkarmalı ve öğrencilerin mevcut faaliyetlerin öğrenme çıktıklarına yönelik düşüncelerini düzenlemelidir (Bybee, Taylor, Gardner, Van Scotter, Powell, Westbrook ve Landes, 2006, s. 2).

Öğrenciler, “Neden böyle oldu? Nasıl açıklayabilirim? Bu konu hakkında ne biliyorum? gibi sorular üzerinde düşünerek konuya ilgi gösterirler (Saygın, Atılboz ve Salman, 2014, s. 57). Giriş aşaması özellikle öğrencilerin kavram yanılgılarının belirlenmesinde ve giderilmesinde çok etkili olmakla birlikte öğrencilere deneyimlerini ve düşüncelerini yeniden yapılandırmalarına fırsat tanır (Kaymakçı, 2015, s. 19).



**Keşfetme (Explore):** Öğrenci bu aşamada çok fazla aktif olur. Öğretmen etkinliği başlatır, öğrencilere fikirler ve yönlendirici sorular sunarak, öğrencilere rehberlik ederler ve geribildirimler sunar. Öğretmen öğrencilerden gelen farklı fikirleri ve düşüncelerini takdir eder. Planlama sırasında sürenin en fazla ayrıldığı aşama keşfetme aşamasıdır (Şentürk, 2010, s. 60).

Keşfetme aşamasında öğrenciler materyaller ile özgür bir şekilde ilgilenebilir, bu sırada birbirleriyle öğretmenle sohbet edebilirler ve materyalleri dokunarak, inceleyerek keşfetmeye çabalarlar. Bu sırada öğretmen rehberlik yapma, sorular sorarak öğrencileri yönlendirme ve gözlem yaparak aktif rol oynar (Carin, Bass ve Contant, 2005, akt., Öztürk, 2013, s. 37).

**Açıklama (Explain):** Bu aşama öğretmenlerin bir kavramı, süreci veya beceriyi doğrudan tanıtabilmesi için bir fırsattır. Öğretmenin yaptığı bir açıklama, bu aşamanın kritik bir parçası olan daha derin bir anlayışa doğru rehberlik edebilir (Bybee vd, 2006, s. 2). Bu aşamada öğretmen düz anlatım yöntemini kullanabilir, film, video izletebilir, konuyla ilgili etkinlikler uygulayabilir, öğrencilere yeni sorular yönelterek onların açıklamalarını değerlendirir (Ocak, 2015, s. 225).

**Derinleştirme (Elaborate):** Öğrenciler önceki aşamalarda edindikleri bilgileri ve problem çözüme yaklaşımlarını bu aşamada yeni durumlara ve problemlere uygularlar. Bu şekilde öğrenciler yeni durumlar ile başa çıkarak mücadele eder, olayları analiz ederek fikir yürütebilir ve yeni deneyimler kazanırlar. Bu aşamada öğretmen, sorular sorarak, geribildirimlerde ve önerilerde bulunarak, öğrencilerin konuya olan bakış açılarını ve kazanmış oldukları bilgilerini genişletmeye çalışır (Şentürk, 2010, s. 60). Yeni deneyimler aracılığıyla, öğrenciler daha derin ve daha geniş bir anlayış, daha fazla bilgi ve beceriler geliştirirler. Öğrencilere uygulanan ek faaliyetler ile kavramın anlaşılması hedeflenir ve öğretmenler, öğrencilerin kavramsal anlayış ve becerilerini genişletmeyi amaçlar (Bybee vd, 2006, s. 2).

Yeni bir kavram öğrenilirken daha kalıcı olması ve uzun süreli hafızaya atılması için, öğrenilen kavramın farklı durumlarda kullanılması veya kavrama ilişkin ek uygulamalarda tekrarların yapılması gereklidir. Derinleştirme aşaması da, öğrenilen kavramın pekiştirilerek kalıcılığının sağlanması açısından çok önemlidir. Öğrenme biçimlerine göre farklı materyallerin kullanılması hem öğrencinin ilgisi hem de kavram öğrenimini olumlu yönde etkilemektedir (Tuna, 2011, s. 45).

**Değerlendirme (Evaluate):** Yapılandırmacı yaklaşımdaki uygulamalardaki gibi, 5E öğrenim modelinde de değerlendirme sadece sonuç odaklı değil, süreç ağırlıklıdır.

Aslında öğretimin her aşamasında değerlendirme informal şekilde yapılır. Bu aşamada ise resmi bir değerlendirme söz konusudur. Hem öğretmen öğrencilerini hem de öğrenciler kendi öğrenmelerini değerlendirebilir. Öğrencinin edindikleri bilgiler ile ilgili geri bildirimler yapılırken, yanlış öğrenmeler tespit edilir (Dalak, 2017, s. 18).

Fish (1999), incelediği araştırmalardan ve yaptığı çalışmalardan, 5E Öğrenme modeli ile yapılan bir öğretimde, öğrenilen kavramların kalıcılığının daha yüksek olduğu, öğrencilerin analiz etme becerisinde gelişim sağlandığı ve bilimsel süreci daha etkili kullanabildiği, bunun yanında öğrenmede daha fazla başarı sağlandığı, öğrencilerin öğretime ve bilime karşı olumlu tutum geliştirdiği sonuçlarına ulaşmıştır (Akt., Tuna, 2011, s. 31).

## **2.4. İlgili Araştırmalar**

Bu bölümde, araştırma kapsamına uygun olarak sırasıyla kavramsal ve işlemsel anlama, 5E öğretim modeli ve cebir öğrenme alanına yönelik alan yazın taranarak, ilgili araştırmalar sunulmuştur.

### **2.4.1. Kavramsal ve işlemsel anlama ile ilgili araştırmalar**

Taştepe (2018, s. 529), 9. sınıf öğrencilerinin cebirsel kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerini içeren denklemlerde işlemsel ve kavramsal bilgilerindeki gelişimlerini incelemek amacıyla yaptığı öğretim deneyinde, öğrencilerin işlemsel ve kavramsal bilgilerinde olumlu gelişmeler olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Karaaslan ve Ay (2017, s. 716), matematik öğretmen adaylarının olasılık konusuna yönelik kavramsal ve işlemsel bilgilerini incelemiştir. Araştırmanın sonucu, öğretmen adaylarının kavramsal ve işlemsel bilgileri arasında denge olmadığını, işlemsel bilgiye sahip oldukları; ancak kavramsal bilgi yönünden birçok eksiklikleri olduğunu, dolayısıyla işlemsel olarak cevapladıkları sorularda yaptıkları çözümlerin nedenini ifade edemediklerini göstermiştir.

Gür (2015, s. 94), 8. sınıf öğrencilerinin "cebir" konusuna yönelik işlemsel ve kavramsal bilgilerinin, üst biliş becerileri ile problem çözme tutumları arasındaki ilişkiyi belirlemek amacıyla yaptığı çalışmada, öğrencilerin işlemsel bilgi puanları ile üst biliş bilgisi, üst bilişin düzenlenmesi ve problem çözme tutumları arasında olumlu anlamda ilişki olduğu, ayrıca üst biliş becerilerini arttıran etkinliklerin öğrencilerin kavramsal öğrenmeleri üzerinde olumlu etkisi olacağı sonucuna varmıştır.

Yazır (2015, s. 164), 9. Sınıf fonksiyonlar konusunu modelleme temelli bir yaklaşım ile öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgilerine etkisini incelemiştir. Modelleme

temelli öğretim gören grubun kavramsal ve işlemsel bilgilerinde olumlu yönde bir değişim olduğunu, öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgileri birbirini pozitif yönde geliştirdiğini ve öğrencilerin fonksiyonlar konusunu kavramsal ve işlemsel olarak öğrenebildiğini belirlemiştir.

Toğrul (2014, s. 115), yaptığı araştırmada EBOB-EKOK konusunda 10. sınıf öğrencilerinin bilgilerini, problemlere yaklaşım biçimlerini, problemleri çözüm süreçlerini ve kavramsal-işlemsel bilgilerini Bloom taksonomisi açısından incelemiştir. Araştırmanın sonucunda, öğrenciler bilgilerini işlemsel bilgiyi ölçen nitelikli sorularda daha iyi gösterdiğini, ancak kavramsal ve işlemsel bilgiyi birlikte ölçen üst düzey problemlerde ise daha düşük bir performans gösterdiği ve kavramsal bilgilerinin eksik kaldığını belirlemiştir.

Orhan (2013, s. 111), geometrik şekillerin alanı ve çevresi konusuna yönelik 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin işlemsel ve kavramsal bilgilerinin düzeyini belirlemek amacıyla yaptığı çalışmadan, öğrencilerin işlemsel bilgi puanları sınıf seviyesine göre anlamlı bir şekilde değişmezken, kavramsal bilgi puanlarının değiştiği; ayrıca işlemsel bilgileri ile kavramsal bilgileri arasında anlamlı ve olumlu yönde bir ilişkinin var olduğu sonucuna varmıştır.

Örmeci (2012, s. 39), yaptığı çalışmada orta ve üst düzeyde başarılı olan 7. Sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgilerinin arasında bir ilişki olup olmadığını incelemeyi ve kavramsal ve işlemsel bilgilerini karşılaştırmayı amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgileri arasında pozitif yönde bir ilişki olduğunu, öğrencilerle yapılan görüşmelerden ise başarılı öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgilerinin bir arada kazanıldığını, orta düzeydeki öğrenciler ise sadece işlemsel bilgiye sahip olduğunu belirlemiştir.

Sarı (2012, s. 85), çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler ve denklemler konusuna yönelik kavramsal ve işlemsel bilgilerinin geliştirilmesi amacıyla üstbiş stratejilerinin kullanımının desteklendiği bir öğretim tasarlamıştır. Çalışmanın sonucunda, bu yönde öğretim alan öğrencilerin kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi düzeylerinde gelişim gözlenirken, yapılan ölçekler değerlendirildiğinde, öğrencilerin işlemsel bilgi puanları, kavramsal bilgi puanlarına kıyasla anlamlı düzeyde yüksek çıktığı belirtilmiştir. Ayrıca öğrenciler uyguladıkları öğretim sürecini etkili olduğunu yapılan görüşmelerde belirtmişlerdir.

Bekdemir, Okur ve Gelen (2010, s. 131), yaptıkları araştırmada, 2005 İlköğretim Matematik Öğretim Programı'nın (2005-İMÖP), 7. sınıf öğrencilerinin kavramsal ve işlemsel bilgi ve becerileri üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin işlemsel bilgi ve becerilerindeki başarıları, kavramsal bilgilerinden daha yüksek düzeyde olduğunu; ancak yapılan araştırma süresince öğrencilerin işlemsel bilgi seviyeleri anlamlı bir şekilde değişmemiş, kavramsal bilgileri ise anlamlı bir şekilde yükselmiş olduğunu belirtmişlerdir.

Delice ve Sevimli (2010, s. 581), yaptıkları çalışmada matematik öğretmen adaylarının belirli integral konusunda kullandıkları temsilleri ve bu temsiller aracılığıyla kavramsal ve işlemsel bilgileri arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır. Araştırmanın sonucunda kavramsal bilgi açasında başarılı olan adaylar, farklı temsiller arasında ilişki kurarak onları kullanırken, işlem bilgisinde başarılı olan adaylar ise cebirsel temsilleri kullanmayı tercih ettiklerini belirtmişlerdir.

Hallett, Nunes ve Bryant (2010, s. 395); Birleşik Krallık'ta 4. ve 5. sınıfta okuyan 318 tane öğrenci ile kavramsal ve işlemsel bilginin alt ölçeklerini kapsayan kesirlerin anlamına yönelik bir ölçek kullanarak, öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgiyi öğrenmede bireysel farklılıkları ortaya koymayı amaçlamışlardır. Öğrencilerin verdikleri cevaplardan, kavramsal ve işlemsel bilgi üzerine çizdikleri birden fazla farklı yollar olduğunu ortaya koymışlardır. Bazı öğrenciler işlemsel bilgiye ve bazı öğrenciler ise kavramsal bilgiye daha çok güvendiğini gözlemleyerek, bu farklılıkların bireysel farklılıklardan kaynaklandığını, gelişimsel süreçlerle ilgili olamayacağını belirtmişlerdir. Bunun yanında kavramsal bilgiye dayalı düşünen öğrencilerin, işlemsel bilgiye dayalı düşünenlere göre daha avantajlı olabileceğini belirtmişlerdir.

Birgin ve Gürbüz (2009, s. 529) yaptıkları çalışmada, ortaokul öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi seviyelerini incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın sonucunda öğrenciler işlemsel bilgiyi ölçen problemlerde, kavramsal bilgiyi ölçen problemlere göre daha iyi bir başarı gösterirken, öğrenciler konuyu hatalı olarak anlama ve öğrenmelerinden dolayı yanlış çözümler yapmışlar ve hem işlemsel hem de kavramsal bilgiyi ölçen problemlerde genel olarak beklenen başarıyı gösteremediklerini tespit etmişlerdir.

Rittle-Johnson ve Koedinger (2009, s. 483), yaptıkları çalışmada, ondalıklı sayıların basamak değerinin kavramsal anlamını ve aritmetik işlemlerini öğrenen 6. sınıf öğrencileriyle, kavramsal ve işlemsel öğrenmeyi sağlayacak tekrarlayıcı derslerin öğretim-

deki yararlarını değerlendirmeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın sonuçlarına göre, derslerin kavramsal ve işlemsel öğrenme ile yinelenen bir sıra ile işlenmesi, matematiksel işlemlerin öğrenilmesini kolaylaştırdığını ve kavramsal öğrenmeyi desteklediğini belirtmişlerdir.

Erçerman (2008, s. 51), lineer cebir ünitesine yönelik öğrencilerin bilgilerini işlem ve kavram yönünden değerlendirmek amacıyla yaptığı çalışma ile, öğrencilerin büyük çoğunluğunda lineer cebir konusundaki bilgilerinin kavramsal ve işlemsel yönden birbiri ile tutarlı olmadığı ve birbirini tamamlamadığı, ayrıca işlemsel bilgilerinin daha ön planda olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Baki ve Kartal (2004, s. 27), yaptıkları araştırmada lise öğrencilerinin cebirsel bilgilerini, işlem ve kavram bilgisi açısından değerlendirmeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın sonucundan, birçok öğrencinin cebirsel bilgilerinin tabiatı, kavramsal öğrenmeden ziyade işlemsel öğrenmenin ön planda olduğu bir matematiksel öğrenmenin gerçekleştiğini, kavramsal ve işlemsel bilgi açısından dengeli bir öğrenmenin olmadığı belirtilmiştir.

Rittle-Johnson, Siegler ve Alibali (2001, s. 346) tarafından yapılan çalışmada, 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin ondalık kesirler konusuna yönelik problem gösterimi ile kavramsal ve işlemsel öğrenmenin gelişimini ve problem durumlarının bu gelişimdeki etkisini incelemişlerdir. Araştırmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgilerinin birbirleri üzerinde karşılıklı olarak gelişimi sağladığını ortaya koymuşlar; kavramsal ve işlemsel bilginin yinelenmeli bir şekilde gelişim gösterdiğini ve problem gösterimlerinin, öğrencilerin baştaki kavramsal bilgileri ile gelişen işlemsel bilgileri arasında önemli bir ilişki olduğunu belirtmişlerdir.

Rittle-Johnson ve Alibali (1999, s. 175), 4. ve 5. sınıf öğrencileri ile eşitlik içeren problemleri çözerken gösterdikleri işlemsel anlamaları ile matematiksel eşitliğin kavramsal anlamaları arasındaki ilişkiyi ortaya koymayı amaçlamışlardır. Araştırmanın sonucunda, kavramsal bilgiyi içeren görev, öğrencilerin kavramsal anlamalarının artmasını ve doğru işlemlerin uygulanmasını ve açıklanmasını sağlarken, işlemsel bilgiyi içeren görev ise kavramsal anlamının artmasını sağlamış, ancak öğrenciler yeterli bir aktarım yapamadıkları görülmüştür. Araştırmacılar, kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki nedensel ilişkilerin önemine vurgu yaparak, bu iki bilgi türünün yinelenmeli olarak birbirini desteklediğini; ancak kavramsal bilginin işlemsel bilgi üzerinde daha fazla etkili olduğunu belirtmişlerdir.

Byrnes ve Wasik (1991, s. 777), 5, 6 ve 7. sınıf öğrencileriyle kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkiyi araştırmak için eşzamanlı etkinleştirme görüşü ile dinamik

etkileşim görüşünü destekleyen iki deneysel çalışma yürütmüştür. Eşzamanlı etkinleştirme görüşü uygulanan ilk çalışmanın sonuçlarından; 4. ve 6. sınıftaki birçok öğrencinin, kavramsal bilgiye sahip olduklarını; ancak hesaplamalarda hatalar yaptıkları görülmüş, dolayısıyla kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkiye yönelik olarak, kavramların tam anlaşılmasında yapılan işlemlerde hatalara neden olduğunu belirtmişlerdir. Dinamik etkileşim görüşü uygulanan ikinci çalışmada ise 5. sınıf öğrencilerinin, işlem bilgisine tam hakim olmadan, kavramsal bilginin üstesinden geldiklerini belirtmişlerdir. Bu bağlamda çalışmanın sonuçlarından kavramsal ve işlemsel bilginin dinamik etkileşimli bir görüş ile öğrenilmesinin etkili olduğu ortaya koyulmuştur.

#### **2.4.2. 5E öğretim modeli ile ilgili araştırmalar**

Yörük (2018, s. 85), 5E öğrenme modeline uygun etkinlikler ile eylem planları hazırlamış ve sekizinci sınıf öğrencilerinin eşlik ve benzerlik kavramlarını yapılandırma süreçleri incelenmiştir. Araştırmacının süreç içerisindeki gözlemleri, öğrencilerle yapılan test ve görüşmeler sonucunda, öğrencilerin eşlik ve benzerlik konularıyla ilgili kazanımları edindiklerini göstermiştir.

Demir (2018, s. 108), 5E öğrenme modeline yönelik hazırlanan eylem planları ile dönüşüm geometrisi öğretiminde 7.sınıf öğrencilerinin başarısına etkisi ve Van Hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerinin gelişimine etkisini araştırmıştır. Araştırmanın sonucunda 5E öğrenme modeline yönelik yapılan bu eylem planları öğrencilerin dönüşüm geometrisi başarılarını ve Van Hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerini olumlu yönde arttırdığı görülmüştür.

Pirci (2018, s. 62), 5E öğrenme modelini kullanarak Cebirsel İfadeler konusunun öğretiminde 6. sınıf öğrencilerinin akademik başarısı üzerindeki etkisini araştırmıştır. Araştırmada 5E öğrenme modeline yönelik planlanan etkinliklerin öğrencilerin ders başarılarına olumlu yönde bir katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerden de bu derslerin eğlenceli, ilgi çekici, konunun daha iyi öğrenildiği ve güdülemeyi arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Kurtuluş, Gümüştay ve Artan (2017, s. 208), yaptıkları çalışmada kesirler konusunun kazanımlarından birim kesirler kavramının öğretimi için 5E modeline uygun öğretim ortamı hazırlanmıştır. Öğrencilerin uygulanan etkinliklere çok fazla ilgi gösterdiği ve derse karşı motivasyonlarının arttığı gözlemlenmiş, değerlendirme aşamasında ise öğrencilerin tamamının birim kesirlerde konusunda başarılı olduğu sonucuna varılmıştır.

Kaymakçı (2015, s. 80), 5E öğrenme modeline yönelik hazırlanan etkinliklerin 7. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki akademik başarılarına olan etkisini incelemiştir. Araştırmanın sonucunda, 5E öğrenme döngüsü modeline göre planlanan derslerin, cebir konusunun öğretiminde anlamlı düzeydeki etkisi ve bu etkinliklerin öğrencilerin derse karşı olan ilgilerini, isteklerini ve derse katılımlarını arttırdığı gözlenmiştir.

Yıldız ve Es (2015, s. 148), 5E öğrenme döngüsü modeline yönelik planlanan öğretim etkinliklerini Açılar, Çokgenler ve Dönüşüm Geometrisi konularının öğretiminde kullanarak 6. sınıf öğrencilerinin geometri başarısına ve Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine olan etkisini incelemiştir. Araştırmanın sonucunda 5E öğrenme modeline uygun hazırlanan etkinliklerin Açılar, Çokgenler ve Dönüşüm Geometrisi konularının öğreniminde ve geometrik düşünme düzeylerinin gelişiminde olumlu yönde bir etkisi olduğunu görmüşlerdir.

Tuna (2011, s. 131), ortaöğretim 10. sınıf matematik dersi trigonometri öğretiminde, 5E öğrenme döngüsü modelinin, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişimine, akademik başarılarına ve trigonometri bilgilerinin kalıcılığına olan etkisini araştırmıştır. Araştırmanın sonucunda, 5E öğrenme döngüsü modelinin kullanıldığı deney grubundaki öğrencilerin matematiksel düşünme becerileri, akademik başarıları ve trigonometri bilgilerinin kalıcılığı olumlu düzeyde farklılık göstermiştir. Bu bağlamda, trigonometri öğretiminde 5E öğrenme döngüsü modelinin kullanılması öğrencilerin trigonometri bilgilerinin kalıcılığını, matematiksel düşünme gelişimlerinin ve akademik başarılarının artacağı görülmüştür.

Başer (2008, s. 60), yaptığı araştırmada 5E Modeline uygun hazırlanan öğretim etkinliklerini 7. sınıf matematik dersi çember, daire ve silindir konularının öğretiminde uygulamanın, geleneksel öğretim yöntemleri ile karşılaştırıldığında, 5E öğretim modeline yönelik hazırlanan derslerde öğrencilerin Çember, Daire ve Silindir konularını öğrenmede ve akademik başarılarında olumlu etkisini gözlemlemiştir.

### **2.4.3. Cebir öğrenme alanı ile ilgili araştırmalar**

Çaylan (2018, s. 179), cebir karosu kullanımının, altıncı sınıf öğrencilerinin cebir konusundaki başarısına, cebirsel düşünebilme becerilerine etkisini ve derslerde cebir karosu kullanımı ile ilgili öğrencilerin görüşlerini incelemiştir. Buna göre, cebir karoları kullanarak işlenen derslerde öğrencilerin konuyu daha kalıcı şekilde öğrendiği ve öğren-

cilerin cebirsel düşünme becerilerinde olumlu bir katkısı olduğu sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca öğrenciler cebir karosu kullanımının dersleri daha eğlenceli hale getirdiğini belirtmişlerdir.

Erdem ve Aktaş (2018, s. 312), yaptıkları araştırmada 7. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında karşılaştıkları olası güçlükler ve kavram yanlışlarına uygun olarak etkinlik temelli öğrenme ortamları hazırlamışlar ve bu kavram yanlışlarını gidermedeki etkililiğini belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin cebirdeki harflerin farklı kullanımlarını anlayamadıkları, harflerin sadece rakamlardan oluşabileceğine inandıkları, her harfin sadece tek bir değer alabildiğini düşünmeleri ve ab şeklindeki ifadelerin iki basamaklı olduğunu düşündüklerini tespit ederek; etkinlik temelli öğretimin kavram yanlışlarının giderilmesinde daha etkili olduğunu göstermişlerdir.

Övez ve Çınar (2018, s. 498), 8. sınıf öğrencilerinin cebir bilgi ve cebirsel düşünme düzeylerini problem kurma becerileri açısından incelemişlerdir. Araştırmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin çoğunun problemi kurarken verilen cebirsel ifadelerdeki harfleri değişken olarak algılayamadıkları; harflere sayısal değerler vererek problem kurmaya çalıştıkları, bunun yanında eşit işaretini işlemsel bir sembol olarak düşündükleri için problemleri analiz edemeyip, problem kuramadıklarını, hatalı muhakeme yaparak gerekli denklemleri ve eşitlikleri oluşturamadıklarını belirlemişlerdir.

Şahiner (2018, s. 77) yaptığı çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusuna yönelik kavram yanlışlarını belirlemeyi araştırmıştır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin özdeşlik ifadelerini matematiksel olarak oluşturamadıklarını ve özdeşlikleri modelleme yapmada zorluk yaşadıklarını, bunun yanında çarpanlara ayırma konusunda kavram yanlışları olduğunu belirlemiştir.

Şimşek (2018, s.66), 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusuna yönelik yaptıkları hataları ve bu hataların nedenlerini incelemek amacıyla yaptığı çalışmada, öğrencilerin değişkeni göz ardı etmesi, verilen cebirsel ifadeyi denkleme dönüştürerek çözmesi, soruda verilen değişken yerine x değişkenini kullanması ve verilen probleme uygun denklemi yanlış kurması; dolayısıyla öğrencilerin cebirsel ifadeler konusundaki bilgilerinin istenilen düzeyde olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerle yapılan görüşmelerden, öğrencinin işlem içindeki değişkene anlam yükleyememiş olması, bilinmeyen ile değişken kavramlarını karıştırması, değişken ifadesini x ifadesi ile bağdaştırmış olması, aritmetik işlemlerde ise bilgi eksikliği olması belirlenen hataların nedenleri olarak belirtmiştir.



Özbayar (2017, s. 40), 6. sınıf öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimine etkisini incelemek amacıyla yaptığı çalışmada, öğretim programında yer alan cebir öğrenme alanına ait alt kazanımlara yönelik etkinliklerle işlenen derslerin sonucunda öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinde olumlu bir artış olduğunu belirtmiştir.

Türkoğlu (2017, s. 60), meta-sentez yöntemi ile cebirsel düşünme becerisine yönelik yapılan çalışmaları inceleyerek, cebirsel düşünme becerisini ön koşul beceriler ve kritik süreç bağlamında değerlendirdiği araştırmasında incelediği çalışmaların çoğunda, cebirsel düşünmenin ön koşul becerilerinde örüntü genellemelerinin başı çektiği ve kritik süreç olarak ise 4-12 yaş, yani okul öncesi ve ilkökul aralığında olması gerektiğini sonucuna varmıştır.

Yıldırım (2016, s. 75), denklemler konusuna yönelik etkinliklerin 7. sınıf öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine ve matematik kaygılarına olan etkisini incelemek amacıyla yaptığı çalışmanın sonucunda öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinde olumlu bir artış gerçekleştiğini, matematik kaygılarında ise bir gelişme olmadığını belirtmiştir.

Ulaş (2015, s. 94), yaptığı çalışmada özdeşlik kavramının öğrenimi sırasında öğrencilerin bilgiyi oluşturma boyutlarını incelemiştir. Araştırmanın sonucunda  $(x+y)^2$  özdeşliğinde matematik başarı düzeyi düşük ve orta seviyedeki öğrenciler bilgiyi oluşturmalarını,  $(x-y)^2$  özdeşliğinde başarı düzeyi iyi ve orta seviyedeki öğrenciler ise bilgiyi kullanabilme aşamasına erişebildiklerini ve öğrencilerin tümü  $x^2-y^2$  özdeşliğini oluşturabildiklerini ortaya koymuştur. Bunun yanında matematik başarısı yüksek düzeydeki öğrenciler ders süreçlerini daha iyi içselleştirerek, kolayca tüm özdeşlikleri oluşturabildiklerini belirtmiştir.

Yıldız, Çiftçi, Akar ve Sezer, (2015, s. 18), 7. Sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve değişkenleri yorumlarken yaptıkları hataları belirlemek için yaptıkları çalışmada, öğrencilerin bir cebirsel ifadeyi bilinmeyen olarak düşünme, cebirsel ilişkileri hatalı kullanma, cebirsel ifadeleri birleştirme ve sonlandırma, değişkenlerin sayısal bir değeri değil de nesnelere ifade ettiklerini düşünme ve değişkenleri sadece bilinmeyen olarak düşünme gibi beş farklı hata türü belirlemişlerdir.

Kaya ve Keşan (2014, s. 38), yaptıkları çalışmada ilkökul ve ortaokul seviyesindeki öğrencilerin cebirsel düşünme ile cebirsel muhakeme yapabilme yeteneğinin önemini tartışarak, öğrencilerin cebirsel düşünebilme, cebirsel muhakeme edebilme ve cebir-

sel işlemleri uygulayabilme becerilerinin yetersiz olduğunu, matematiksel bilgiler arasında bağlantı kurmada ise zorluk yaşadıklarını ve günlük yaşam durumları ile ilişkilendiremediklerini ortaya koymuşlardır.

Akarsu (2013, s. 93), 7. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanına ilişkin matematiksel dili anlayabilme ve kullanabilme yeteneklerini incelenmek amacıyla yaptığı çalışmadan, öğrencilerin cebir öğrenme alanına yönelik bazı kavram yanılgılarına sahip oldukları, sözel bir ifadeyi cebirsel olarak yazmada ve cebirsel bir ifadeyi sözel olarak yazmada güçlük yaşadıklarını ve matematiksel dili kullanmada yetersiz olduğunu belirtmiştir.

Çelik ve Güneş (2013, s. 1157), 7., 8. ve 9. sınıf öğrencilerinin harfli sembolleri kullanma ve yorumlama seviyelerini tanımlamak, karşılaştırmak ve harfli sembolleri kullanma ve yorumlamayı gerektiren durumlarda sıklıkla yaptıkları hataları ortaya koymayı amaçlamışlardır. Çalışmanın sonuçlarına göre 7. ve 8. sınıf çoğunun harfli sembollerin birer sayı, bilinmeyen ve değişken olduğunu kavramada ve kullanmada, 9. sınıf öğrencilerinin ise harfli sembollerin değişken rolünü kavramada sorun yaşadığını, harfli sembolleri kullanma ve yorumlama öğrenci başarısının sınıf düzeyi ve yaşa bağlı olarak artmadığını, harfli sembellere sayı değeri verme, harfli sembellere önem verme ve harfli semboller nesne adlarının kısaltması olarak yorumlama eğilimlerinin üst sınıf seviyelerine doğru azaldığını; fakat soruların zorlaştıkça üst sınıflardaki öğrenciler de bu davranışları sergilediğini göstermişlerdir.

Özer ve Şan (2013, s. 1276), yaptıkları çalışmada; 8. sınıf öğrencilerinin özdeşlikler konusu kazanımlarında görselleştirmenin etkisi incelenmişler ve özdeşlikler konusu işlenirken görselleştirmeler kullanılmasının öğrencilerin başarısına olumlu etkisi olduğu sonucuna varılmıştır.

Ceyhan (2012, s. 101), güncellenen matematik dersi öğretim programı doğrultusunda yapılan öğretimin 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin cebir başarısı ve cebirsel düşünme düzeyleri üzerindeki etkisini incelemek amacıyla yaptığı çalışmada, güncel matematik dersi öğretim programına yönelik yürütülen öğretimin, öğrencilerin cebir konusundaki akademik başarıları ve cebirsel düşünme düzeyleri üzerinde olumlu bir etkisi olduğu sonucuna ulaşmış; ayrıca öğrencilerin cebir başarısı arttıkça, cebirsel düşünme düzeyinin de arttığını belirtmiştir.

Dane ve Baştürk (2012, s. 398), yaptıkları araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin özdeşlik ve denklem kavramlarını anlayarak birer örnek vermelerini görmeyi ve bu kavram-

lar arasındaki ilişkiyi algulamada yaşadıkları zorlukları belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin cebir öğrenme alanının temeli olan özdeşlik ve denklem kavramlarını karıştırarak, bu kavramları anlamlandırmada zorluk çektikleri ve öğrenme güçlüğü yaşadıkları, ayrıca konu ile ilgili bir takım kavram yanılgılarına olduğunu ortaya koymuşlardır.

Dündar (2012, s. 104), origami kullanarak 8. sınıf cebir öğrenme alanının “özdeşlikleri modellerle açıklar” kazanımına yönelik dersler yürüterek, öğrencilerin hem cebir ile geometri arasındaki ilişkiyi kurabilmesine hem de cebirsel terimlerin ve kavramların öğrencilerin zihninde oluşturabilmesine yardımcı olmasını amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda, daha önce cebir ile geometri arasındaki ilişkiyi oluşturamayan öğrencilerin origami kullanarak yürütülen etkinliklerle farklı bir görüşe sahip olduklarını ve bilgiyi kendi zihinlerinde daha anlamlı hale getirebildiklerini ortaya koymuştur.

Akın ve Pesen (2010, s. 86), özdeşlik konusunun öğretiminde yapılandırmacı öğrenme yaklaşımlarından probleme dayalı öğrenme, işbirlikli öğrenme ve buluş yoluyla öğrenme stratejilerinin öğrenme çıktılarına etkisini belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın sonucunda, yapılandırmacı öğrenme ortamında öğrenim gören öğrencilerin başarılarında anlamlı düzeyde artış olduğu görülmüş, ayrıca öğrencilerin bu süreçte somut materyaller kullanarak, aktif bir öğrenme gerçekleştirmeleri, bilgilerinin daha kalıcı olmasında etkili olduğu belirtilmiştir.

Akkaya ve Durmuş (2010, s. 7), altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki olası güçlüklerini ve kavram yanılgılarını ve öğrencilerin cebir öğrenme alanındaki konuları anlamayı ve kavram yanılgılarını gidermeyi sağlayacak bir öğretim tasarımı sunmayı amaçlamışlardır. Araştırmanın sonuçlarına göre öğrencilerin cebirde harflerin kullanımı, değişken ve eşitlik kavramı ile ilgili kavram yanılgılarının olduğu belirlenmiştir. Çalışma yaprakları ile işlenen derslerde belirlenen bu kavram yanılgılarını gidermede etkili olduğu görülmüştür.

Akgün (2009, s. 275), sekizinci sınıf öğrencilerinin sözel problemler ile değişken kavramı arasında ilişki kurabilme yetilerini tespit etmeyi amaçladığı araştırmanın sonucunda, öğrencilerin çoğunun matematiksel bir ifadeyi veya bir denklemin problem cümlesine dönüştürmekte zorluk yaşadıklarını ve değişken kavramını anlamlandırmadıklarını gözlemlemiş, öğrenciler matematiksel dili kullanmadıklarını belirtmiştir.

Konak (2009, s. 91), altıncı sınıf matematik dersi öğretim programındaki cebir öğrenme alanında bulunan cebirsel ifadeler, eşitlikler ve denklemler konularının işbirli-

ğine dayalı öğretiminde, bingo kartı ve çalışma kâğıdı ile grup değerlendirmesinin, öğrencilerin akademik başarısı ve öğrenmenin kalıcılığı üzerindeki etkisini araştırmak amacıyla yaptığı çalışmada, işbirliğine dayalı cebir öğretiminde bingo kartı ve çalışma kâğıdı ile değerlendirmesi yapılan öğrencilerin akademik başarısına olumlu yönde bir katkısı olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Şişman (2007, s. 72), sekizinci sınıf özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusunun öğretiminde yapılandırmacı yaklaşıma göre işlenen derslerin öğrencilerin akademik başarısına etkisini incelemiştir. Araştırmanın sonucuna göre, yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına yönelik hazırlanan çalışma yaprakları ile yürütülen derslerin öğrencilerin başarısını arttırıcı yönde etki ettiğini belirtmiştir.

Macgregor ve Stacey (1997, s. 1), 15 yaşına kadar olan öğrencilerin cebirsel harfleri yorumlama ve cebirsel ifadeler yazma becerilerini incelemiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin çoğunun, cebirsel harfleri genelleştirilmiş sayılar olarak yorumlamadıklarını, bunun yerine harfleri göz ardı ederek, harfleri sayısal değerlerle değiştirdiklerini görmüşlerdir. Bunun yanında öğrencilerin cebirdeki harfleri kullanma konusundaki ilk deneyimlerinin, cebirsel bilgiyi oluşturmanın temelini oluşturduğundan öğretmenlerin, öğrencilerin cebirsel ifadelerdeki harflerin ve matematiksel notasyonların anlamları hakkındaki inançlarının farkında olmalarını ve bu inançları öğretimlerinde dikkate almaları gerektiğini söylemişlerdir.

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### 3. Yöntem

Bu çalışmanın amacı, özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik 5E öğretim modeli ile örnek bir ders planının uygulanarak sekizinci sınıf öğrencilerinin kavramsal ve işlemsel anlama süreçlerini incelemektir. Çalışmanın amacına uygun olarak nitel araştırma yaklaşımlarından, öğretim deneyi yöntemi benimsenmiştir.

#### 3.1. Araştırma Deseni

Bu araştırmanın amacı, özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusunun öğretiminde, 5E öğretim modeline uygun olarak hazırlanan ders planları kullanılarak sekizinci sınıf öğrencilerinin kavramsal ve işlemsel anlama süreçlerini incelemektir. Bu amacı ortaya koymak adına derinlemesine ve ayrıntılı bir şekilde araştırma yapabilmek için sürece dayalı bir yaklaşım kullanılması gerekmektedir.

Nitel araştırma, bir konuya nasıl hazırlandığını, hangi etkinliklerin kullanıldığını, öğrencilerin ders süresince neler yaptığını; tüm bu deneyimleri doğal ortamında gerçekleşmesi gereken bir yaklaşımdır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2016, s. 244). Nitel araştırmanın temel özelliği ise, bilginin yapılandırılması sürecinde tümevarım yöntemi ile öğrencinin izlediği yolu ortaya koymaya çalışmaktır (Özdemir, 2010, s. 326). Bu çalışmada da öğrencilerin konuyu kavramsal ve işlemsel olarak nasıl öğrendiklerini, öğrencilerin bilişsel anlama süreçlerini anlamlandırmak için öğretim deneyi yöntemi tercih edilmiştir.

Öğretim deneyi (teaching experiment), araştırmacıların faaliyetlerini organize ederken kullandıkları kavramsal bir araçtır. Öncelikle Piaget'in klinik görüşme yönteminde elde edilmiştir; ancak öğretim deneyi, öğrencilerin matematik bilgisini keşfetmeyi amaçlayan ve bu bilgiyi ortaya çıkarmak için kullanılan yöntemleri denemeyi içeren bir keşif aracı olmasıyla klinik görüşmeden daha fazlasıdır. Öğretim deneyi, öğrencilerin matematiksel etkinliğini araştırmak ve açıklamak için tasarlanmış yaşayan bir araştırma yöntemidir (Steffe ve Thompson, 2000, s. 273).

Öğretim deneyini kullanmanın öncelikli amacı, öğrencilerin matematiği öğrenme yollarını ve muhakeme yapabilme becerilerini deneyimleyerek, öğrencilerin oluşturdukları matematiksel kavramların ve işlemlerin anlaşılması sağlamaktır (Steffe ve Thomp-

son, 2000, s. 267). Öğretim deneyi yöntemi, gelişimsel bir araştırma bağlamında üç merkezi yönü, öğretimin tasarımı ve planlaması, sınıf içinde etkinliklerin uygulaması ve öğretim deneyi süresince elde edilen tüm verilerin geriye dönük analizi olarak ifade edilebilir (Cobb, 2000, s. 308).

Bir öğretim deneyinin yürütülmesindeki en temel konu, öğretim deneyi süresince gerçekleşen eylemler ve etkileşimlerin, araştırmacıya nasıl davranılacağına ve beklenmedik bir durumda nasıl sorular sorulacağına dair noktaları ortaya çıkarmasını sağlamasıdır (Steffe ve Thompson, 2000, s. 277). Bu bağlamda öğretim deneyinde öğretmene (araştırmacıya) önemli rol düşer.

Öğretim deneylerinde öğretmenler, sınıfın sosyal bağlamında hareket eder ve öğrencilerle etkileşimde bulunarak öğrencilerin matematiksel gelişimlerini desteklemede son derece etkilidir (Cobb, 2000, s. 313). Araştırmacıların amacı, öğrencilerle duyarlı ve sezgisel bir şekilde etkileşime girerek, öğrencilerin akıl yürütme becerilerini incelemektir (Steffe ve Thompson, 2000, s. 278).

Araştırmacılar, öğrencilerin söylediklerinin ve eylemlerinin altında yatan anlamı sürekli olarak ifade etmelidir, böylelikle öğretim deneyi ilerledikçe, araştırmacılar öğrencilerin rehberliğinde daha deneyimli hale gelir (Steffe ve Thompson, 2000, s. 286).

Bir öğretim deneyi, öğretim bölümü, bir öğretim yapan araştırmacı, bir veya daha fazla öğrenci, öğretim süreçlerinin bir tanığını ve bu süreç boyunca yapılan kaydetme yöntemini içerir. Bu kayıtlar, bir sonraki öğretim süreçlerinin yenilenmesinde ve öğretme deneyinin geçmişe yönelik bir kavramsal analizinin yürütülmesinde kullanılabilir (Steffe ve Thompson, 2000, s. 273). Bu çalışmada da araştırmacı aynı zamanda sınıfın matematik öğretmeni, öğrenciler 8. sınıf öğrencileri, tanık tez danışmanı, veri kaydetme yöntemi ise araştırmacının gözlemleri ve günlükleridir.

Bu nedenle bu çalışmada da nitel araştırma yaklaşımı çerçevesinde, süreç içerisinde edinilen verileri değerlendirerek ve yorumlayarak, öğrencilerin özdeşlikler ve çarpıklara ayırma konusuna yönelik kavramsal ve işlemsel bilgilerini ve düşünme biçimlerinin derinlemesine incelenmesi hedeflenmiştir. Bunun yanında öğrencilerin öğrenme süreçlerini iyileştirmek amacıyla tasarlanan, ders planlamalarının uygulanmasını sağlayan bir yöntem olan öğretim deneyi yöntemi kullanılmıştır.

### **3.2. Çalışma Grubu**

Nitel araştırmaların amacı belirli bir grubun bir konuyu nasıl anlamlandırıldığını anlama üzerine kurulmuştur, dolayısıyla yüksek bir genellenebilir kuralları bulunmaz.

Araştırmacının belirlediği amaçlı örneklem tercih edilir (Büyüköztürk vd., 2016, s. 248). Örneklemin evreni temsil etme gibi bir kaygısı olmayan ve sonuçların çalışılan grup temelinde yorumlanan, genellenemeyen araştırmalarda amaçlı örnekleme kullanılır (Baştürk ve Taştepe, 2013, s. 144).

Çalışma grubu 2017-2018 eğitim öğretim yılında, İstanbul ilinde bulunan bir ortaokulda, sekizinci sınıfta öğrenim gören 20 öğrenciden oluşmaktadır. Bu grubun seçilmesinin nedeni, araştırma için hedeflenen kazanımların öğretim programında bu sınıf düzeyinde olması, öğrencilerin akademik başarı açısından heterojen bir grup olması ve en önemlisi de araştırmacının aynı zamanda beşinci sınıftan bu yana öğrencilerin matematik öğretmeni olduğu için, öğrencilerin cebir öğrenme alanındaki yaşadıkları zorlukları gözlemlemiş ve deneyimlemiş olmasıdır. Çalışmanın yürütüldüğü okul sosyo-ekonomik olarak orta seviyedeki bir bölgede yer almaktadır. Çalışma için öğrencilerin ailelerinden gerekli izin alınmıştır (Bkn. EK 8).

Araştırmanın bulgular bölümünde, çalışma grubunun gizliliği açısından her öğrenci numaralandırılarak verilere yer verilmiştir. Öğrencilerin başarı düzeyleri 5, 6, 7. sınıflardaki matematik dersi notlarına yönelik belirlenen kodlar aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 3.1

*Başarı Düzeylerine Göre Öğrenci Kodları*

Başarı Seviyeleri	Öğrenci Kodları
Yüksek Başarı Düzeyi	Ö1, Ö2, Ö3, Ö10, Ö12, Ö15
Orta Başarı Düzeyi	Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö13, Ö14, Ö16, Ö19, Ö20
Düşük Başarı Düzeyi	Ö4, Ö8, Ö11, Ö17, Ö18

Tablo 3.1'deki gibi öğrencilerin başarı durumları heterojen bir şekilde dağılmış olduğu görülmektedir.

### 3.3. Veri Toplama Araçları

Nitel araştırmaların doğası gereği ve güvenilirliğin sağlanması açısından çeşitli veri toplama araçlarından yararlanılmalıdır. Gözlem ve görüşmeler, araştırmanın amacına yönelik sorulara cevap veren iki araçtır (Merriam, 2015, s. 131). Ayrıca araştırmacı tarafından oluşturulan dokümanlar, araştırma sırasında tutulan günlükler, verilere ulaşmak adına çeşitlilik ifade etmektedir (Merriam, 2015, s. 141).

Bu bağlamda araştırma sürecinde kullanılan araştırmacının gözlem notları, hazırlanmışlık testi, etkinlik kağıtları ve çalışma yapraklarına ilişkin bilgiler aşağıda açıklanmıştır.

- **Araştırmacı gözlem notları:** Gözlem, nitel bir araştırmada planlı, kayıt edilebilen, geçerlik ve güvenilirlik açısından kontrolü olabilen, doğal ortamında bireylerin ve aralarındaki ilişkilerin izlenmesinin sağlandığı bir yöntemdir (Yavuz, Kepceoğlu ve Şen, 2013, s. 293). Gözlemlerin kaydedilmesinde en çok kullanılan yöntem not almaktır; ancak not alırken olayların gözden kaçmaması için araştırmacı kısa notlar alarak, yaptığı gözlemleri daha sonra derinlemesine incelemesi daha uygun olmaktadır (Büyükoztürk vd., 2016, s. 147).

Araştırmacı tarafından öğretim deneyi süresi boyunca gözlemlendiği durumlara ilişkin notlar tutulmuştur. Araştırmacı aynı zamanda sınıfın öğretmeni olarak kendisinin yürüttüğü öğretim sürecinde, öğrencilerin dikkatini bozmamak ve ders akışını engellemek için önemli gördüğü durumları hızlı bir şekilde not almıştır. Öğrencilerin sınıftaki etkinliği, birbirleriyle ilişkileri ve derse katılım zamanlarındaki önemli diyaloglar da günlüğe not edilmiştir. Araştırmacı notları, ders planlarının uygulanması sırasında göze çarpan noktaların veya eksikliklerin not edilerek ders planlarının tekrar gözden geçirilmesini ve düzenlenmesini sağlaması açısından önemli bir veri toplama aracıdır.

- **Hazırlanmışlık Testi:** Sekizinci sınıf öğretim programında yer alan cebirsel ifadeler, özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusunun öğrenimi için öğrencilerin ön bilgi ve becerilerini belirlemek amacıyla oluşturulmuştur. Araştırmacı tarafından 6. ve 7. sınıf ortaokul matematik öğretim programında yer alan cebir öğrenme alanındaki kazanımlar dikkate alınarak hazırlanmıştır. Sorular konu ile ilgili temel kavramlar ve bu kavramları uygulamaya yönelik; öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgi ve becerilerini ölçecek nitelikte hazırlanmıştır.

Testin geçerliğinin sağlanması açısından sorular ders kitapları, konu ile ilgili kitaplar, soru bankaları ve araştırmacının deneyimleri doğrultusunda hazırlanmış, hazırlanan sorular alan uzmanı ve bir matematik öğretmeni tarafından kontrol edilmiştir. Testin güvenilirliğinin sağlanması açısından,



önce testin pilot uygulaması yapılmış, sorular kontrol edilmiş ve içerisindeki anlama hatası, madde yapılarında eksiklik vb. gözlenen sorularda düzenlemeler yapılmış ve test yenilenmiştir.

Testte 16 adet açık uçlu soru yer almaktadır. Hazırbulunuşluk testi, EK 1’de ve soruların kazanımlarla ilişkisi EK 2’de yer almaktadır.

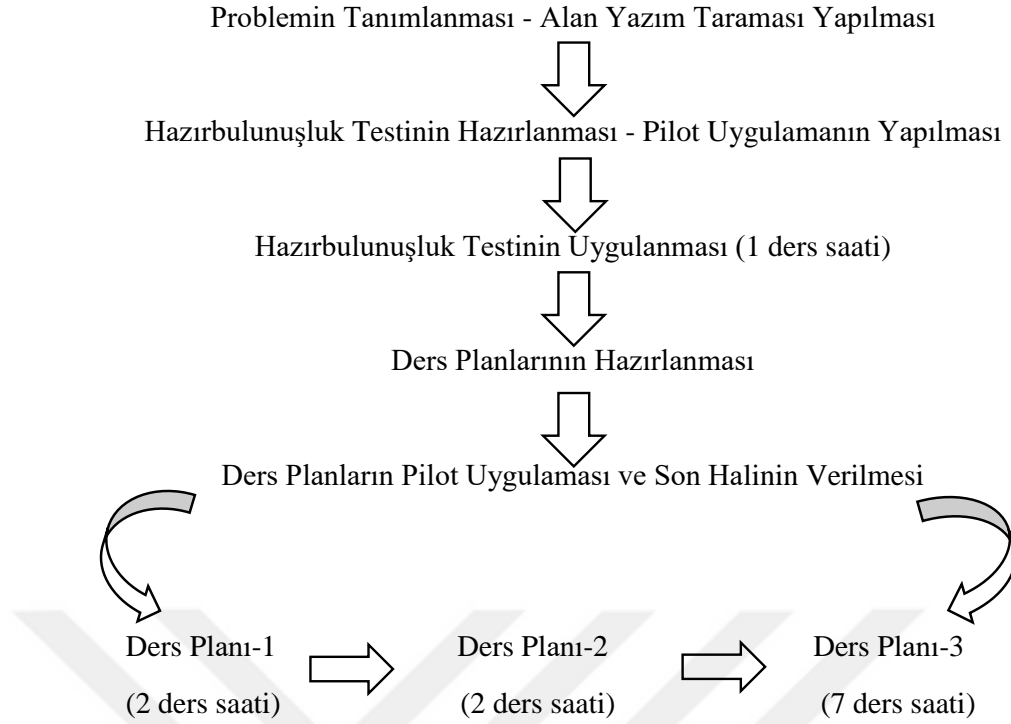
- **Etkinlik kağıtları-Çalışma Yaprakları:** Çalışma yaprakları, öğrencilerin birbirleri ile etkileşim halinde gerçekleştirecekleri etkinlikler ve problemlerle karşılaşmalarını sağlamak için hazırlanabilir (Yağdıran, 2005, s. 11). Toumasis’e göre çalışma yaprakları, öğrencilerin matematiksel kavramlar üzerinde derinlemesine düşünebilmelerini ve fikirlerini ifade edebilmelerini ve öğretmen tarafından varsa öğrencideki kavram yanılgılarının belirlenip giderilmesini sağlar (Akt., Demir, 2018, s. 49-50).

Öğretim deneyinin 5E öğretim modelinin keşfetme aşamalarında kullanılan etkinlik kağıtları, belirli kazanıma yönelik öğrencilerin düşüncelerini, sorgulamalarını, yorumlama yapabilmelerini sağlayarak öğrencilerin aktif bir süreç içinde olduğu çalışmaları içeren kağıtlardır. Çalışma yaprakları ise derinleştirme aşamasında kullanılan, kazanımların kavramsal ve işlemel olarak anlaşılmasına yönelik çeşitli soruların yer aldığı kağıtlardır. Çalışma kağıtları araştırmacı tarafından her dersin sonunda toplanarak değerlendirilmeye alınmıştır.

Öğrencilerin bu etkinliklerdeki yaptığı çalışmaları, düşünme biçimlerini ve soruları çözerken izledikleri yolları ve çözümlerini matematiksel olarak ifade etme biçimleri gibi çeşitli verilerin toplanmasında etkinlik kağıtları ve çalışma yaprakları kullanılmıştır.

### 3.4. Verilerin Toplanması ve Uygulama Süreci

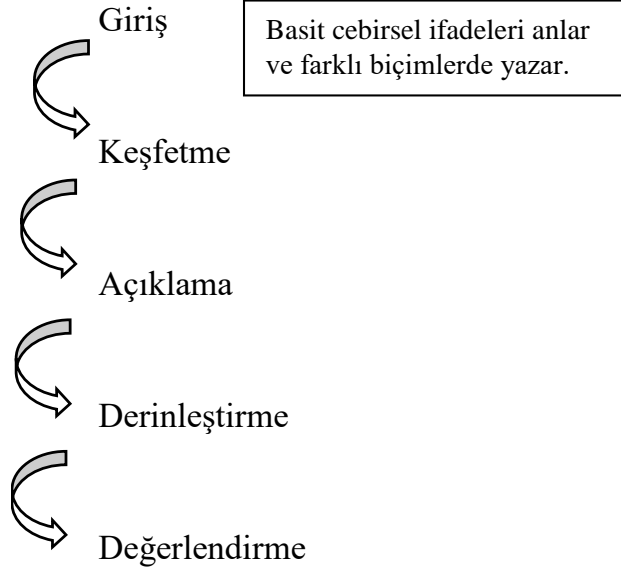
Araştırmaya sekizinci sınıf öğrencileri için özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik nasıl bir etkili öğretim yöntemi yapılacağına yönelik sorgulamalar ile başlanmıştır. Cebir öğrenme alanı ile ilgili alan yazım taraması yapılmış, Talim Terbiye Kurulu’nun yayınladığı 2017-2018 eğitim öğretim yılı ortaokul matematik dersi öğretim programındaki yıllık plan ve çeşitli ders kitapları incelenmiştir. Böylece çalışma çerçevesi, sekizinci sınıflara yönelik cebirsel ifadeler, özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusunun alt kazanımları olarak belirlenmiştir. Şekil 3.1’de uygulama süreci gösterilmiştir.



Şekil 3.1 Uygulama Süreci

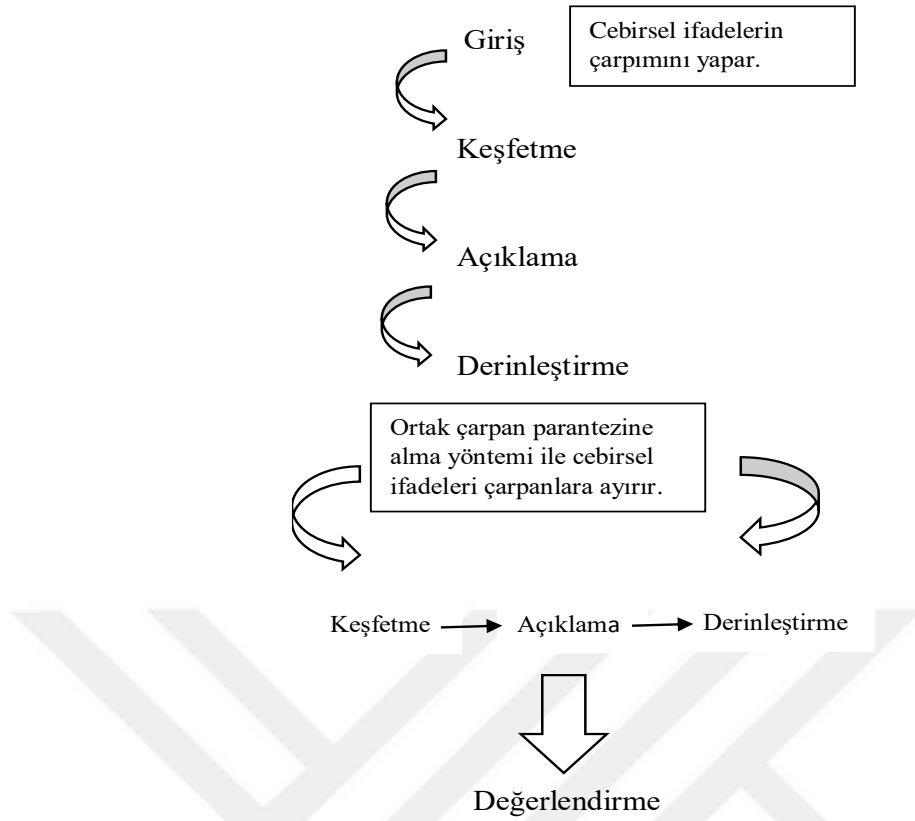
Hazırbulunuşluk testindeki sorular, araştırmacı tarafından çeşitli ders kitapları ve soru bankalarından yararlanılarak hazırlanmış, geçerliğinin sağlanması amacıyla bir matematik öğretmeni ve bir alan uzman tarafından kontrol edilerek öncelikle pilot çalışması uygulanmıştır. Bu pilot çalışmanın sonucunda gerekli düzenlemeler ve yenilemeler yapılarak hazırbulunuşluk testi son halini almıştır. Bir ders saati süresince uygulanan hazırbulunuşluk testine verilen yanıtlardan ve alan yazın taramaları da incelendikten sonra, öğrencilerin eksiklikleri ve hataları belirlenmiş, öğrencilerin konuya dair kavramsal ve işlemsel bilgileri hakkında veriler toplanmıştır.

Elde edilen bu verilerden, kavramsal ve işlemsel anlamının bir arada yürütüleceği 5E öğretim modeline uygun ders planlarının giriş, keşfetme, açıklama, derinleştirme ve değerlendirme aşamalarında uygulanacak olan etkinlikler ve çalışma yaprakları hazırlanmıştır. Öncelikle hazırlanan bu ders planları başka bir sekizinci sınıf öğrencilerine uygulanarak pilot çalışması yapılmıştır. Elde edilen verilerden ders planlarındaki etkinlikler ve çalışma yapraklarındaki sorular düzenlenerek yenilenmiştir. Ancak öğretim deneyinin doğası gereği, uygulama süresince gözlemlenen durumlardan dolayı ders planlarında değişiklik yapılması olasılığı her zaman ön planda tutulmuştur. Cebirsel ifadeler, özdeşlikler ve çarpanlara ayırma alt öğrenme alanını içeren üç tane ders planı hazırlanmıştır. Ders planı-1, Şekil 3.2’de verilmiştir.



Şekil 3.2 Ders Planı-1

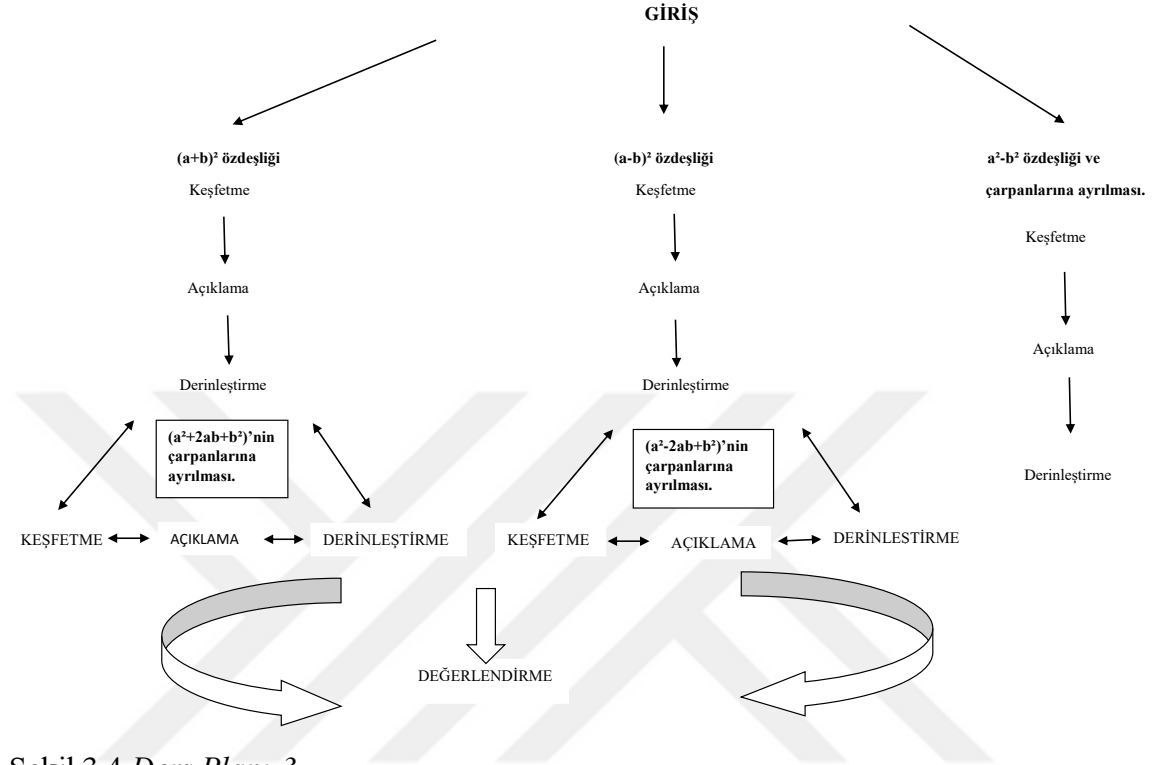
Özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusu için bir ön koşul niteliği taşıyan, basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar kazanımının ele alındığı ders planı-1, 2 ders saati sürecek şekilde 5E öğretim modelindeki aşamalar dikkate alınarak hazırlanmıştır. Giriş aşamasında öğrencilere çeşitli sözel ifadelere yönelik cebirsel ifadelerin yazılması istenmiştir. Burada cebirsel ifadelerde kullanılan harflerin sayıları temsil ettiği ve yerine farklı sayılar koyulduğunda sonucun değiştiği ve bu harflerin bir değişken olduğu sezdirilmiştir. Keşfetme aşamasında verilen cebirsel ifadeleri düzenleyerek terim, katsayı, sabit terimini bulmaları istenmiştir. Derinleştirme ve değerlendirme aşamalarında ise öğrencilerin basit cebirsel ifadeleri anlamlandırabilmesine ve verilen ifadeleri farklı biçimlerde yazabilmesine yönelik sorular sorulmuştur. Bu ders planının pilot çalışmasında, derinleştirme ve değerlendirme etkinliğinin birbirini tekrar eden nitelikte olduğu görülmüş ve diğer ders planlarında, zamandan da tasarruf edebilmek adına değerlendirme aşamasına geçmeden, ders planı içerisindeki tüm kazanımlar verildikten sonra ortak bir değerlendirme yapılmasına uzman görüşü alınarak da karar verilmiştir. Ders planı-2, Şekil 3.3’de verilmiştir.



Şekil 3.3 Ders Planı-2

Ders planı-2’de öğretim programının, kazanımlara bağlı kalacak şekilde öğretim yaklaşımı belirlerken öğretmenlere esneklik tanıdığından, cebirsel ifadelerin çarpımını yapar ve ortak çarpan parantezine alma yöntemi ile cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırır kazanımları bir arada işlenmiştir. Bu kazanım da özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusu için bir ön koşul içermektedir. 5E öğretim modelinin giriş aşamasında, öğrencilerden farklı düzlemsel şekillerin alanlarının bulunması istenmiştir. Burada cebirsel ifadelerin çarpımına ve çarpan kavramına dikkat çekilmiştir. Daha sonra ‘‘Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar’’ kazanımının keşfetme, açıklama ve derinleştirme çalışmaları ile devam edilmiştir. Bu kısmın derinleştirme aşaması aynı zamanda, ‘‘Ortak çarpan parantezine alma yöntemi ile cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırır’’ kazanımının keşfetme aşaması olarak uygulanarak, açıklama ve derinleştirme aşamalarına devam edilmiştir. Keşfetme, açıklama ve derinleştirme aşamalarında cebir karoları kullanılarak gerçekleştirilen çalışmalarda öğrenciler aşina olmadıkları öğretim materyalleri ile çalışarak, cebir karolarını daha yakından tanımışlardır. Daha sonra iki kazanıma yönelik ortak olan bir değerlendirme

dirme çalışması uygulanmıştır. Ders planı-2’de 2 ders saati sürmüştür. Daha sonra özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konularını içeren üçüncü ders planına geçilmiştir. Ders planı-3, Şekil 3.4’de gösterilmiştir.



Şekil 3.4 Ders Planı-3

Ders planı-3’de “Özdeşlikleri modellerle açıklar” ve “ $a^2 + 2ab + b^2$ ,  $a^2 - 2ab + b^2$  ve  $a^2 - b^2$  biçimindeki ifadeleri çarpanlarına ayırır” kazanımları, 5E öğretim modelinin aşamaları ile ele alınarak işlenmiştir. Bu ders planı hazırlanırken yine öğretim programının esnek yapısından yararlanılarak, her bir özdeşlik ile o özdeşliğin çarpanlara ayrılması bir arada ele alınmıştır. Giriş kısmında özdeşlik kavramına ve denklem ile özdeşlik kavramı arasındaki farka vurgu yapılan bir etkinlik yapılmıştır. Daha sonra  $(a+b)^2$  özdeşliğine yönelik keşfetme, açıklama ve derinleştirme çalışmalarına devam edilerek, derinleştirme aşamasında  $a^2 + 2ab + b^2$  biçimindeki ifadelerin çarpanlarına vurgu yapılarak,  $a^2 + 2ab + b^2$  biçimindeki ifadelerin çarpanlara ayrılmasının keşfetme aşaması olarak uygulanmıştır. Açıklama ve derinleştirme aşamalarına devam edilerek değerlendirme yapılmadan  $(a-b)^2$  özdeşliğinin keşfetme aşamasına geçilmiştir. Yine derinleştirme aşamasında,  $a^2 - 2ab + b^2$  biçimindeki ifadelerin çarpanlarına vurgu yapılarak  $a^2 - 2ab + b^2$  biçimindeki ifadelerin çarpanlara ayrılmasının keşfetme aşaması olarak uygulanmıştır. Açıklama ve derinleştirme aşamalarına devam edilerek, yine değerlendirme yapılmadan  $a^2-b^2$  özdeşliğinin ve

çarpanlarına ayrılmasının bir arada işlendiği keşfetme, açıklama ve derinleştirme aşamaları uygulanmıştır. Ders planının en sonunda tüm özdeşliklerin ve çarpanlarına ayrılmasının bir arada olduğu ortak bir değerlendirme aşaması uygulanmıştır. Ders planı-3, bütününde 7 ders saati sürmüştür.

### 3.5. Verilerin Çözümlemesi

Nitel veri analizi, katılımcıların ifade ettiği bilgileri araştırmacının anlayarak, yorumlayarak, somutlaştırarak birleştirme ve araştırma sorularına cevaplandırma sürecidir. Ayrıca veri analizi, bu somut verilerin tümdengelim ve tümevarım yolu ile yorumlanması ile araştırmayı şekillendiren kompleks bir süreçtir (Merriam, s. 167-168).

Nitel araştırmalarda veri analizi, elde edilen verileri, öğrencilerin düşüncelerini, açıklamalarını anlamak ve keşfetmek amacıyla yapıldığından; analiz veri toplama sürecinde ve süreç bittikten sonra da yapılabilir (Büyüköztürk vd., 2016, s. 250). Creswell (2017), nitel araştırmalardaki veri analizini, çalışmanın diğer boyutları olan veri toplama ve bulguları yazma sürecinde bir arada ilerleyeceğini belirtir (s. 195). Dolayısıyla nitel verilerin, neden-sonuç ilişkisi kurularak bir süreç boyunca yorumlanması betimleme yapmayı gerektirir.

Yıldırım ve Şimşek (2013), nitel araştırma yöntemlerinde kullanılan betimsel analiz yöntemini, verilerin çalışma öncesinde belirlenen temalara yönelik gruplandırılarak betimsel analiz için bir çerçeve belirleme, bu çerçeveye göre verilerin kayıt edilmesi, bulguların tanımlanması ve yorumlanması olarak şekilde aşamalı bir yöntem olduğunu; ayrıca betimsel analizde verileri sadece özetlemekten ziyade alıntılarının da bulunması gerektiğini ifade etmiştir. (Akt., Üzümcü, 2016, s. 330).

Öncelikle öğrencilerin hazırbulunuşluk testine verdikleri cevaplar ayrıntılı bir şekilde incelenerek özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusunun kavramsal ve işlemsel olarak anlaşılmasını sağlayabilmeleri için ne derecede ön koşul ve becerilere sahip olduğu belirlenmiştir. Sonrasında öğretim deneyi süresince gerçekleşen uygulamalar sırasında yapılan gözlemler, öğrencilerin etkinlik kağıtları, çalışma yaprakları ve araştırmacı notlarından elde edilen veriler, öğrencilerin kazanımlara dair kavramsal ve işlemsel anlama durumları çerçevesinde betimsel analize dayalı bir şekilde derinlemesine incelenmiştir. Bulgular tanımlanırken öğrencilerin etkinlikler sırasında kavramsal anlama ve işlemsel bilgi-becerilerindeki yeterliklerini örneklendirmek amacıyla doğrudan öğrenci yanıtlarına ve o sırada gerçekleşen diyaloglara yer verilmiştir. Daha sonra ise elde edilen bulgu-

lar, kavramsal ve işlemsel anlamının nasıl oluştuğu ve bunlar arasındaki ilişkiler değerlendirilerek yorumlanmıştır. Veriler öğretim deneyi süresince alan uzmanı ile sürekli değerlendirilmiş, ders planlarının arasında bütünlük korunarak analizler sürece yayılmış ve ayrıntılı bir şekilde ortaya konulmuştur.

### 3.6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Arastaman, Fidan ve Fidan (2018), literatürde yer alan nitel araştırmalara yönelik geçerlik ve güvenilirlik ölçütleri üzerine olan çalışmalarını incelemişler ve nitel türdeki araştırmaların niteliğinin ölçülmesinde, “güvenduyulabilirlik” kavramının bu çalışmaların ortak noktası olduğunu ortaya koymuşlardır. Bu kavramı ise inandırıcılık, aktarılabirlik, güvenilebilirlik ve onaylanabilirlik ölçütleri üzerinden açıklamışlardır (s. 50).

*Inandırıcılık:* Merriam ve Tisdell (2015), katılımcıların bakış açılarını, davranışlarının sebeplerini ve deneyimlerini bütüncül bir şekilde yorumlanarak açıklanması ile nitel araştırmaların inandırıcılığını sağlayacağını belirtmişlerdir (Akt., Arastaman vd, s. 52). Bu bağlamda, araştırmacı öğretim deneyi boyunca öğrenciler ile sürekli bir etkileşim halinde verilere ulaşmıştır. Aynı zamanda veri çeşitliliğinin sağlanması açısından, başarı açısından heterojen yapıya sahip bir sınıf seçilmiş, öğrencilerin öğrenme süreçlerine yönelik verileri bütüncül şekilde toplamak amacıyla hazırbulunuşluk testi, gözlem notları, etkinlik ve çalışma yaprakları gibi çeşitli araçlardan yararlanılmıştır.

*Aktarılabirlik:* Guba (1981) ve Leininger (1994)’e göre aktarılabirlik; araştırmanın bulgularını gözeterek, benzer çalışmalar ile ne kadar uygun ve desteklenebilir olduğunu belirtmişlerdir (Akt., Arastaman vd, s. 59). Bu ölçüte yönelik olarak bu çalışmada, bulgular bütüncül bir şekilde betimlenmiş ve bulguların sonuçları, elde edilen verilerin yapısı gözetilerek, bu konuda yapılmış önceki araştırmalar ile desteklenerek sunulmuştur.

*Güvenilebilirlik:* Lincoln ve Guba (1986), araştırma sürecinin denetim izi yöntemini kullanarak dikkatli bir şekilde izlenmesi ile araştırmanın güvenilebilirliğin sağlanabileceğini belirtmiştir (Akt. Arastaman vd, s. 60). Morrow (2005), denetim izini araştırmada yapılan etkinliklerdeki süreçlerin, veri toplama, verileri analiz etme ve yorumlama çalışmalarının sürekli kontrol edilmesi olarak açıklamıştır (Akt. Arastaman vd, s.60). Buna yönelik olarak çalışmada, hazırbulunuşluk testinde hazırlanan sorular, ders planlarında kullanılan etkinlikler ve çalışmalar, araştırmacı, bir matematik öğretmeni ve bir alan uzmanı tarafından teyit edilmiş ve uygulanmıştır.

*Onaylanabilirlik:* Lincoln ve Guba (1986) araştırmanın onaylanabilir olması için; yansıtıcı düşünme tekniği; araştırmacının düşüncelerinin ve eğilimlerindeki değişimlerin farkına varması ve denetim izi tekniği; elde edilen verilere yönelik yorumların farklı araştırmacılar tarafından yorumlanması ile sağlanacağını ifade etmişlerdir (Akt., Arastaman vd, s. 61). Bu bağlamda bu çalışmada, öğrencilerin konuya yönelik kavramsal ve işlemsel anlama süreçleri bağlamında, araştırmacının gözlem notlarından elde edilen veriler araştırmacı ve bir alan uzmanı tarafından değerlendirilmiş, yapılan yorumların birbiriyle tutarlı olduğu belirlenmiştir. Araştırmacı ile alan uzmanı tarafından yapılan farklı değerlendirmeler tartışılarak uzlaşmaya gidilmiştir.





## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

### 4. Bulgular

Bu bölümde ilk olarak, öğrencilerin özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik kavramsal ve işlemsel anlamının oluşabilmesi için ön koşul ve becerilere sahip midir? alt problemine cevap oluşturacak olan hazırbulunuşluk testine ait bulgular, ikinci olarak ise öğrencilerin özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik kavramsal ve işlemsel anlama süreçleri nasıldır? alt problemine cevap oluşturacak olan ders planlarından elde edilen bulgular sunulmuştur.

#### 4.1. Hazırbulunuşluk Testine Ait Bulgular

Hazırbulunuşluk testinin 1. sorusunda öğrenciler verilen cebirsel ifadenin terim, katsayı, sabit terim ve benzer terimini belirlerken, sabit terimin de bir katsayı olduğunu öğrencilerin tümü hatırlamamıştır. 2. soruda öğrenciler verilen seçenekleri değerlendirerek doğru ifadeleri belirlemişlerdir, dolayısıyla öğrencilerin. 3, 4 ve 5. sorularda sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazabilmişlerdir. Kavramsal anlamının ölçüldüğü 6. soruda öğrencilerin çoğu verilen modellemeyi kullanarak cebirsel ifadeyi yazabilmiştir. Değerlendirme sonunda öğrencilerin değişken ve cebirsel ifade kavramını bildiği, basit cebirsel ifadeyi modeller kullanarak ifade edebildiği ve konuya dair kavramsal bilgiye sahip olduğu görülmüştür.

Cebirsel ifadeler ile toplama ve çıkarma işlemlerini modeller üzerinden ifade edilmesi amaçlanan 7. soruda öğrenciler dikdörtgenin karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olduğunu belirtmişler ve çevre bağıntısını kullanarak cebirsel ifadeler arasında toplama işlemini ifade edebilmişlerdir. 3 öğrenci sadece verilen iki kenar uzunluğu toplamışlardır. Aynı kazanıma yönelik kavramsal anlamının ölçülmesi amaçlanan 8. soruda, modellemesi verilen cebirsel ifade üzerinde toplama işlemi yaparak, yeni bir modele uygun cebirsel ifadeyi yazılması istenmiştir. Ders başarısı yüksek 5 öğrenci modellemeyi doğru yorumlayarak soruya doğru yanıt verirken, diğer öğrencilerin verilen modelleme ile ilişki kuramamış ve istenen modele uygun cebirsel ifadeyi yazamamışlardır. Bu bağlamda modeller ile verilen cebirsel ifadeyi yorumlamada ve anlamlandırmada çoğu öğrencinin eksikliği olduğu, gösterimler arasında geçiş yapamadıklarından dolayı bu konuya dair kavramsal bilgilerinin yeterli olmadığı söylenebilir.

Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadenin çarpılmasına yönelik kavramsal bilginin ölçüldüğü 9. soruda öğrencilerin dikdörtgenin alan bağıntısını kullanarak istenen cebirsel ifadeyi yazabilmişlerdir. Aynı kazanıma yönelik işlemsel bilgiyi ölçen 16. soruda da öğrenciler çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğini doğru bir şekilde uygulayarak sonuca ulaşabilmişlerdir. Buradan öğrencilerin cebirsel ifade ile bir doğal sayının çarpımına yönelik bilgilerinin işlemsel ve kavramsal olarak yeterli olduğu görülmüştür. Eşitliğin korunumu ilkesine dair kavramsal bilgi sorusu olan 10. soruda öğrenciler terazi modeli kullanılarak eşitliğin sağlamış ve istenilen ifadeye ulaşabilirken; 5 öğrenci eşitliği kuramamıştır. Bunun sebebi öğrencilerin terazinin kefelerindeki bilinmeyen ifadeleri model üzerinden anlamlandıramamış olmalarıdır. Aynı kazanıma yönelik işlemsel bilgi sorusu olan 11. soruda ise öğrencilerin çoğu eşitliklerin sağ ile sol taraflarında aritmetik işlemler yaparak, eşitliğin sağlanması için istenen sayıları bulabilmişlerdir. Bu bulgular değerlendirildiğinde öğrencilerin değişkenleri model üzerinden yorumlayamadıkları ve eşitliğin korunumunu ilişkilendiremedikleri, dolayısıyla kavramsal bilginin yetersiz olduğu, eşitliğin korunumuna dair işlemsel bilgiye sahip oldukları görülmüştür.

Modeller üzerinden verilen örüntülerin kuralını bularak, harf ile ifade edilebilmesine yönelik kavramsal bilgiyi ölçen 12. soruda 9 öğrenci örüntünün kuralını bularak, sonuca ulaşırken, 8 öğrenci örüntüyü yorumlayamamış ve kuralı ifade edememiştir. 3 öğrenci ise soruyu boş bırakmıştır. Bunun yanında kuralı verilen bir örüntünün istenilen teriminin bulunmasına yönelik işlemsel bilgiyi ölçen 13. soruda ise öğrencilerin tümü istenilen sayıyı verilen kuralda yerine yazarak doğru sonuca ulaşmışlardır. Benzer şekilde verilen bir cebirsel ifadenin değerini, değişkenin alacağı farklı değerlere göre bulunması istenen işlemsel bilginin ölçüldüğü 14. soruda öğrenciler istenen sayıları, verilen ifadeye yerine koyarak sonuca ulaşabilmişlerdir. Bu bağlamda öğrencilerin yine modelleme içeren soruda çıkarım yapmada zorlandıkları; ancak aritmetik işlem gerektiren sorularda daha başarılı olduğu görülmüştür. Diğer bir taraftan, cebirsel ifadeler arasında toplama ve çıkarma işleminin uygulanması istenen 15. Sorunun a şıkında, öğrenciler terimler arasında toplama işlemini yaparak sonuca ulaşabilirken, b şıkındaki çıkarma işleminde terimlerin önündeki negatif işareti doğru kullanamadıkları ve işlem hatası yaptıkları görülmüştür.

Hazırbulunmuşluk testinden edinilen bulgulara dayanarak, öğrencilerin 6. ve 7. sınıflarda görmüş oldukları cebir öğrenme alanına yönelik, kavramsal ve işlemsel bağlamdaki ön bilgi ve becerileri kazanımlar açısından değerlendirilerek Tablo 4.1’de verilmiştir.

Tablo 4.1

*Hazırbulunuşluk Testinde Belirlenen Yeterlilikler*

Bilgi Türü	Yeterlilik	Ön Şart Kazanımları	Soru No	Öğrenci Kodları
Kavramsal Anlama	Yeterli	Cebirsel ifadenin terim, katsayı, sabit terim ve benzer terimlerini belirler.	1	Tümü
		Seçenekler arasında doğru olanı değerlendirerek, cebirsel ifade kavramını anlar.	2	Tümü
		Sözel ifadeye uygun cebirsel ifade, cebirsel ifadeye uygun sözel ifade yazar.	3,4,5	Ö4, Ö6, Ö13 hariç tümü
		Dikdörtgenin çevresini ve alanını cebirsel ifadelerin toplamı ve cebirsel ifadelerin çarpımı şeklinde ifade eder.	7,9	Ö9, Ö11, Ö17 hariç tümü
		Model ve cebirsel ifade ilişkisini kullanarak, modele uygun cebirsel ifade yazar.	6	Ö5, Ö11, Ö19 hariç tümü
	Yetersiz	Cebirsel ifadenin sabit terimini katsayı olduğunu bilir.	1	Tümü
		Cebirsel ifadeyi verilen modelle ilişkilendirir.	8	
		Eşitliğin korunumu ilkesini model üzerinden anlamlandırır.	10	Ö1, Ö2, Ö3, Ö10, Ö15 hariç tümü
		Modellenen örüntünün kuralını harfle ifade eder.	12	
İşlemsel Anlama	Yeterli	Eşitliğin korunumu ilkesini aritmetik işlemler ile sağlar.	11	Tümü
		Kuralı verilen örüntünün istenen terimine aritmetik işlemler ile ulaşır.	13	Ö4 hariç tümü
		Cebirsel ifadede, değişkenin farklı değerleri için hesaplama yapar.	14	Ö17 hariç tümü
		Cebirsel ifadeler arasında toplama işlemini yapar.	15-a	Tümü
	Yetersiz	Doğal sayı ile cebirsel ifade arasında dağılma özelliğini kullanarak çarpma işlemi yapar.	16	Ö11, Ö17, Ö18 hariç tümü
				Ö1, Ö2, Ö3, Ö10,
		Cebirsel ifadeler arasında çıkarma işlemi yapar.	15-b	Ö12, Ö13, Ö15 hariç tümü

Hazırbulunuşluk testi ile öğrencilerin özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik ön şart kazanımları Tablo 4.1’de görüldüğü gibi değerlendirilmiş ve bu bağlamda modelleme içeren, modellerin yorumlanması ve çıkarım yapılması istenen kavramsal

bilgi sorularında öğrencilerin daha yetersiz olduğu görülmüş, ders başarısı düşük-orta düzeyde olan birkaç öğrencinin işlem hatası dışında, öğrencilerin çoğunun işlemsel bilgi ve beceri gerektiren sorularda daha başarılı oldukları belirlenmiştir.

Öğretim deneyinin ilk aşamasındaki ders planı 1 ve 2'deki etkinlikler, hem kavramsal hem de işlemsel anlamayı sağlayacak nitelikte hazırlanmış olmakla birlikte, öğrencilerin kazanımları kavramsal olarak özümsemeleri üstünde durulmuştur. İlk iki ders planlarında uygulanan çalışmalarda cebir karoları kullanılarak öğrencilerin yeni öğrenme materyallerine aşina olmaları sağlanmış, böylelikle özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik öğrencilerin ön bilgi ve becerileri kavramsal ve işlemsel öğrenme bağlamında oluşturulması doğrultusunda ders planları uygulanmıştır.

## **4.2. Ders Planlarından Elde Edilen Bulgular**

Ders planlarından elde edilen bulgular, 5E öğretim modeline göre sırasıyla giriş, keşfetme, açıklama, derinleştirme ve değerlendirme aşamaları kapsamında verilmiştir.

### **4.2.1. Ders planı-1'den elde edilen bulgular**

Bu bölümde “Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar” kazanımı için hazırlanan ders planının uygulamasından elde edilen bulgular sunulmuştur.

Giriş aşamasında yapılan etkinlikte öğrencilere sözel ifadeler verilerek, bu ifadelerle yönelik uygun cebirsel ifadelerin yazılması istenmiştir. Öğrencilerin 6. ve 7. sınıflarda da gördükleri bu kazanım için ön bilgilerini hatırlatmak amaçlı yapılan etkinlikte, öğrenciler sözel ifadelerle uygun cebirsel ifadeleri rahatlıkla yazabilmişlerdir. Burada öğrencilere çeşitli sorular sorularak cebirsel ifade ve bilinmeyen (değişken) kavramı ile bilinenlerin ortaya çıkarılması sağlanmıştır. Giriş aşamasında tüm sınıf öğrencilerinin katılımı ile gerçekleşen diyaloglar aşağıdaki gibidir.

Ö: Cebirsel ifadeleri yazarken nelere dikkat ettiniz?

Ö20: Bilmediğimiz şeye göre diğerini belirledik (Sayısını bilmediğim kalemlerimin sayısına x denmesi)

Ö: Evet doğru, peki yazdığınız cebirsel ifadelerdeki harfler neyi temsil eder?

Ö3: Bilinmeyen.

Ö: Bilinmeyen ne demek?

Ö12: O harfin yerine bir sürü sayı olabilir.

Ö: O halde ne diyebiliriz bu harflere başka?

Ö6: Değişken deriz.

Sınıf ortamında, tüm öğrencilerin katılımı ile soru cevap şeklinde gerçekleşen tartışma ortamında, öğrencilerin değişken kavramını hatırlayabildikleri, kendi ifadeleri ile açıklayarak, değişken kavramının neyi ifade ettiğini bildikleri görülmüştür.

Keşfetme aşamasında tahtaya çeşitli cebirsel ifadeler yansıtıldı ve bu cebirsel ifadelerin düzenlenerek terim, katsayı ve sabit terimlerinin belirlenmesi istenmiştir. Bu konu öğrencilerin öğretim programının sarmal yapısına uygun olarak 6. ve 7. sınıfta görmüş olduğu bir konu olduğundan öğrencilerin terim, katsayı ve sabit terimleri nasıl belirledikleri ve kavramlar hakkında nasıl düşündükleri ile ilgili çeşitli sorular sorularak onların önceki bilgilerinin hatırlanması sağlanmıştır. Bu aşamada tüm öğrencilerin katılımı ile gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir.

Ö: Cebirsel ifadelerin terimlerini nasıl belirlediniz?

Ö20: Arada işlem var o yüzden ayırdık.

Ö6: Aynı hecelere ayırır gibi.

Ö: Hecelere ayırır gibi ne demek?

Ö6: + ve – işaretleri ile ayırırız.

Ö: Evet çok doğru.

Ö: Cebirsel ifadelerin katsayılarını nasıl belirlediniz?

Ö15: Bilinmeyenin önüne gelen sayıdır.

Ö: Peki  $2.4x+10$  ve  $-a.4b-3c.2d+7$  cebirsel ifadelerindeki 10 ve 7 terimleri de birer katsayı mıdır?

Ö11: Hayır.

Ö12: Sabit terim onlar.

Ö: Sabit terimlerin özelliği nedir?

Ö13: Yanında değişken olmayanlar.

Öğrencilerin geneli keşfetme aşamasında terim, katsayı ve sabit terimleri belirleyebilmişlerdir; ancak çoğu öğrencinin sabit terimin de bir katsayı olduğunu hatırlamadıkları görülmüştür. Öğrencilere tabloda bu kısmı boş bırakmaları istenerek, açıklama bölümünde sabit terimin de bir katsayı olduğu hatırlatılmıştır. Açıklama kısmından sonra öğrencilerden, tabloda sabit terimleri de katsayı sütununa eklenerek tablonun tamamlanması istenmiştir. Ö5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.1’de gösterilmiştir.

Cebirsel ifade	Terimler	Terim sayısı	Katsayılar	Sabit terim
$8x+10$ 2. $4x+10$	$8x, 10$	2 tane	8 ve 10	10
$x^2+2x.y+y^2$ $x.x+2.x.y+y.y$	$x^2, 2xy, y^2$	3 tane	1, 2, 1	yoct
$-4ab-6cd+4$ $-a.b-3c.2d+4$	$-4ab, -6cd, 4$	3 tane	-4, -6, 4	4
$-10x^2y^2$ $-5.x.x.2.y.y$	$-10x^2y^2$	1 tane	-10	yoct

Şekil 4.1 Ö5 Kodlu Öğrencinin Keşfetme Aşamasındaki Çözümü

Ö5 gibi diğer öğrencilerin verilen tabloyu tamamladığı ve keşfetme aşamasında yapılan bu etkinlikle öğrencilerin temel kavramları anladıkları ve var olan eksikliklerini tamamladığı gözlenmiştir.

8. sınıfta ek olarak cebirsel ifadeleri farklı biçimde yazabilme kazanımı eklenmiştir. Öğrenciler verilen ifadelerdeki, işlem yapmaları gereken değişkenleri ve katsayıları rahatlıkla çarparak cebirsel ifadeleri düzenleyerek farklı biçimlerde yazılabildiğini görmüşlerdir. Bazı öğrenciler,  $-5.x.x.x.2y.y$  cebirsel ifadesinde terimi belirlerken tereddüte düşmüşler ve tam cevap verememişlerdir. Sınıf ortamında sorulan sorulardan ve cevaplardan oluşan diyalog aşağıdaki gibidir.

Ö:  $-5.x.x.x.2y.y$  ifadesinin düzenlenmiş hali nedir?

Ö7:  $-10x^3y^2$

Ö: Evet doğru, bu cebirsel ifadenin terimlerini söyler misiniz?

Ö7: 10 ve  $x^3$  birde  $y^2$

Ö: Biz terimleri nasıl belirliyorduk?

Ö20: Aradaki işaretlere göre.

Ö: Hangi işaretler?

Ö20: + ve -

Ö: O halde  $-10x^3y^2$ 'nin terimi ne olmalıdır Ö7?

Ö7:  $-10x^3y^2$  olur o zaman sadece bir tane

Ö6: Evet onu ayıramayız.

Bu diyalog ile terimlerin belirlenmesi konusunda eksikliği olan öğrenciler, terimleri aradaki + ve - sembollerine göre belirlenmesi gerektiğini kavramış oldular.

Yine soru cevap sırasında yapılan tartışma ortamında, bazı öğrencilerin terimlerin önündeki işaretleri almayı unuttuklarının görülmüştür. Bu aşamada gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir.

Ö:  $-a.4b -3c.2d + 7$  ifadesinin düzenlenmiş hali nedir?

Ö2:  $-4ab - 6cd + 7$

Ö: Peki bu cebirsel ifadenin terimlerini söyler misiniz?

Ö10:  $-4ab$  ve  $6cd$ , birde  $7$  var sabit terim.

Ö15: Hayır  $-6cd$

Ö19:  $6cd$ 'nin önünde de  $-$  var.

Ö2: Aaa evet doğru

Bu aşamada terimlerin önündeki işaretleri almayı unutan öğrencilerin bu eksikliklerini kapattığı görülmüştür. Sınıfta yapılan tartışma ortamında öğrencilerin fikirlerini rahatça söylemeleri sağlanmış, diyaloglara fazla müdahale edilmeden öğrencilerin durumu keşfetmeleri amaçlanmıştır.

Derinleştirme aşamasının ilk sorusunda farklı özellikte sözel ifadelere uygun cebirsel ifadelerin yazılması ve terim, katsayı ve sabit terimlerin belirlenmesi istenmiştir. Öğrencilerin cebirsel ifadeleri yazabildiği, terim, katsayı ve sabit terimlerin doğru olarak belirlediği, terimlerin önündeki işaretlerin unutmadığı ve sabit teriminde bir katsayı olarak aldıkları görülmüştür. Diğer soruda ise öğrencilerden, farklı olarak verilen cebirsel ifadeleri düzenleyerek, uygun sözel ifadelerin yazılması istenen görevde, Ö6 kodlu öğrenci, toplama işlemi yapması gereken durumda,  $(ab)^3$  ifadesini yazmış ve bu aşamada ile gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir.

Ö:  $(-a.b) + (-a.b) + (-a.b)$  ifadesinde terimler arasındaki işlem nedir?

Ö6: Toplama

Ö: O halde sonucunu tekrar kontrol eder misin?

Ö6: Aaa evet, o zaman  $-3ab$  olacak

Ö: Terimler arasındaki işlemlere ve önündeki işaretlere dikkat ederek diğer ifadelere bakalım.

Bu aşamada yapılan küçük uyarı ile Ö6 gibi cebirsel ifadeler arasında tekrarlı toplama işlemi yapmak yerine, çarpımı yapan diğer öğrencilerin de dikkati çekilerek çözümlerini kontrol etmeye yönlendirilmiş ve hatalarını düzeltme fırsatı sunulmuştur. 2. soruya ait Ö6 ve Ö13 kodlu öğrencilerin çözümleri sırasıyla Şekil 4.2 ve Şekil 4.3'te verilmiştir.

•  $-8a + 5b + b - 5 = -8a^2 + 6b - 5$

Terimler  $14a^2, b, -5$   
katsayilar

$-8a^2$  bir sayinin karesinin  $-8$  katini  
diyer bir sayinin  $6$  katini  $5$  eksigi

Şekil 4.2 Ö6 Kodlu Öğrencinin Derinleştirme Aşamasındaki Çözümü

•  $4x + 3y + 2.5$

$12xy + 10$

$12xy, 10$        $12, 10$        $10$

iki sayinin carpiminin  
12 katini 10 farkli

Şekil 4.3 Ö13 Kodlu Öğrencinin Derinleştirme Aşamasındaki Çözümü

Ö6 ve Ö13 gibi cebirsel ifadeleri farklı biçimde yazmada zorlanan diğer öğrencilerin de hem keşfetme etkinliğinde yapılan çalışmalardan ve sonrasında yapılan açıklamalardan dolayı cebirsel ifadeleri düzenlerken, terimlerin aralarındaki işlemlere ve katsayılara dikkat ederek farklı biçimde yazılabildikleri ve uygun sözel ifadeler yazabildikleri görülmüştür. Derinleştirme aşamasında öğrencilerin sorularda aktif olduğu, süreç içerisinde araştırmacı tarafından gözlemlenmiştir. Öğrenciler, basit cebirsel ifadeleri anlamaya ve farklı biçimlerde yazmaya yönelik kavramsal ve işlemsel anlamayı gerçekleştirebildiği söylenebilir.

Değerlendirme aşamasında ilk olarak sözel olarak verilen ifadelere uygun cebirsel ifadelerin yazılması istenmiştir. Ö4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.4’de verilmiştir.

1. Aşağıda verilen cümlelerin cebirsel ifadelerini yazınız.

a) Bir sayının 4 katı ile başka bir sayının 2 katının toplamının 6 fazlası  
 $(4x + 2y) + 6$

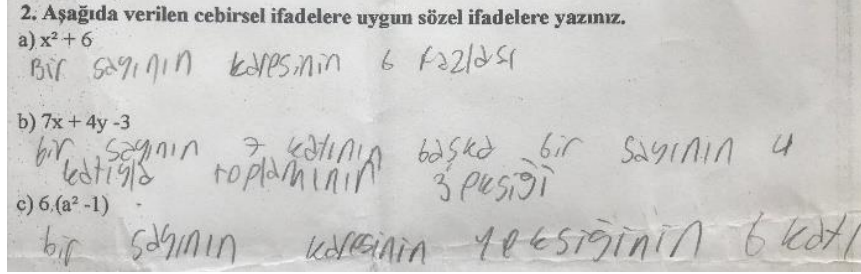
b) Bir sayının karesinin 3 katına aynı sayının 5 katı eksigi  
 $3x^2 - 5x$

c) Bir sayının  $-6$  katı ile aynı sayının 2 eksiginin toplamı  
 $-6x + (x - 2)$

Şekil 4.4 Ö4 Kodlu Öğrencinin Derinleştirme Aşamasındaki Çözümü



Ö14 gibi diğer öğrencilerin de istenilen cebirsel ifadeleri yazabildikleri görülmüştür. İkinci olarak ise verilen cebirsel ifadelere uygun sözel ifadelerin yazılması istenmiştir. Ö11'in çözümü Şekil 4.5'de verilmiştir.



Şekil 4.5 Ö11 Kodlu Öğrencinin Derinleştirme Aşamasındaki Çözümü

Ö11 gibi diğer öğrenciler de istenen sözel ifadeleri doğru biçimde yazabilmişlerdir. Diğer bir soruda öğrencilerden verilen cebirsel ifadeleri düzenleyerek terim, katsayı ve sabit terimlerinin belirlenmesi istenmiştir. Ö19 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.6'da verilmiştir.

3. Aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Cebirsel ifade	Terimler	Terim sayısı	Katsayılar	Sabit terim
$2x.x$	$2x^2$	1	2	Yok
$3.a.a.b$	$3a^2b$	1	3	Yok
$5m.m + 2.3n$	$5m^2, 6n$	2	5, 6	Yok
$-4k.k - 5.4.t.t$	$-4k^2, 20t^2$	2	-4, 20	Yok
$-x.x - 2y.y.y + 4z.z$	$-x^2, 2y^3, 4z^2$	3	-1, 2, 4	Yok

Şekil 4.6 Ö19 Kodlu Öğrencinin Derinleştirme Aşamasındaki Çözümü

Ö19, verilen cebirsel ifadelerin terimlerini, katsayılarını ve sabit terimlerini belirleyebilmiş; ancak son ifadede  $2y^3$  teriminin işaretini yazmamış olduğu görülmüştür. İncelenen kağıtlarda birkaç öğrencinin de Ö19 gibi bazı terimlerin işaretlerini göz ardı etmiş oldukları belirlenmiştir. Sınıfta yapılan çözümlerle öğrencilerin bu noktaya dikkat etmeleri gerektiği açıklanmıştır. Son soruda ise tüm öğrencilerin farklı biçimlerde verilen cebirsel ifadeleri eşleştirebilmiş oldukları, kazanımı işlemsel olarak anladıkları ve konuya hakim oldukları gözlenmiştir.

'Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar.' kazanımı öğretim programının olumlu bir yanı olarak içindeki kavramlar, etkinlikler ve uygulamalar öğrencilerin 6. ve 7. sınıfta aşına oldukları konular olduğu ve öğretim programının sarmal yapısı sayesinde öğrencilerin ön bilgilerini hatırlaması açısından etkili olmuştur. Ders süresince

yapılan etkinliklere, öğrencilerin etkin katılımı sağlanarak, fikirlerini rahatça açıklamaları istenmiştir. Bu aşamada gerçekleşen aktif tartışma ortamı ile öğrencilerin eksikliklerini kolaylıkla düzeltebildikleri görülmüştür. Tablo 4.2’de ders aşamalarına göre öğrencilerin basit cebirsel ifadeleri anlamlandırabilme ve cebirsel ifadeleri farklı biçimlerde yazabilme yeterlilikleri görülmektedir.

Tablo 4.2

*Ders Planı-1’de Edinilen Yeterlilikler*

<b>Ders Planı Aşamaları</b>	<b>Kavramsal Anlama Yeterlilikleri</b>	<b>İşlemsel Anlama Yeterlilikleri</b>
<b>Giriş</b>	Sözel ifadeye uygun cebirsel ifade yazar.	
<b>Keşfetme</b>	Değişken kavramını anlar. Terimlerin arasındaki toplama ve çıkarma işlemlerine göre cebirsel ifadenin terimlerini belirler.	Benzer terimler arasında aritmetik işlemler yaparak, cebirsel ifadeleri farklı biçimde yazar.
<b>Derinleştirme</b>	Cebirsel ifadeye uygun sözel ifade yazar.	
<b>Değerlendirme</b>		Farklı biçimlerde verilen cebirsel ifadeleri eşleştirir.

Tablo 4.2’de görüldüğü gibi öğrencilerden beklenen kavramsal ve işlemsel yeterliliklerin, tabloda gösterilen ders planının farklı aşamalarında kavramsal ve işlemsel anlamının birbirini destekler şekilde edinilmiş olduğu söylenebilir.

#### **4.2.2. Ders planı-2’den elde edilen bulgular**

Bu bölümde ‘Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar.’ ve ‘Ortak çarpan parantezine alma yöntemi ile cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırır.’ kazanımları için hazırlanan ders planının (Bkn. EK-4) uygulamasından elde edilen bulgular sunulmuştur.

Giriş aşamasında, dikdörtgenin alan bağıntısından yararlanarak iki cebirsel ifadeyi çarpmaya yönelik bir etkinlikle giriş yapılmıştır. Bu etkinlikte öğrenciler dikdörtgenlerin alan bağıntısından yola çıkarak, cebirsel ifadeler arasında çarpma işlemini rahatça yapabildikleri görülmüştür. Giriş aşamasında Şekil 4.7’de verilen dikdörtgenin alanının bulunması sırasında gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir:



Şekil 4.7 Giriş Etkinliğindeki Üçüncü Şekil

Ö: Üçüncü dikdörtgenin alanı nedir?

Ö4:  $6kt$

Ö: Nasıl buldunuz?

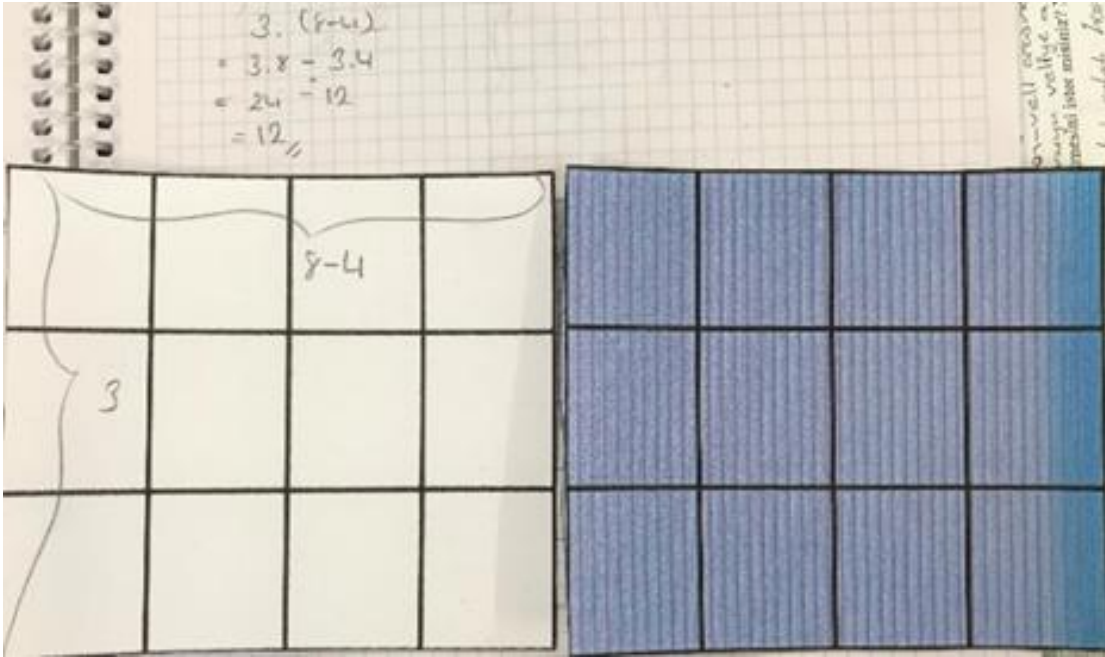
Ö9: İki kenarını çarparak.

Ö: O halde  $2k$  ile  $3t$  için ne diyebiliriz.

Ö4: Çarpanları olur.

Burada öğrenciler cebirsel ifadeler arasında çarpma yaparken aynı zamanda çarpılan ifadelerin dikdörtgenin alanının birer çarpanı olduğunu da fark etmişlerdir.

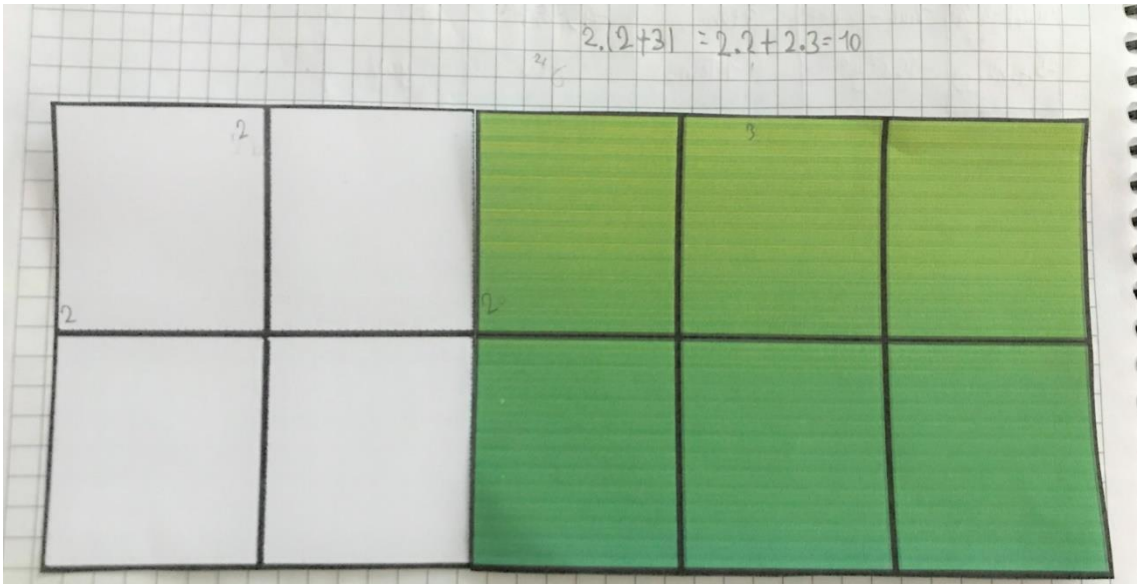
Keşfetme etkinliğinde, cebirsel ifadelerde çarpmaya geçmeden önce öğrencilerin dikdörtgensel bölgelerin alan bağıntılarını kullanarak, farklı örneklerle çarpmanın toplama ve çıkarma üzerinde dağılım özelliği anlamlandırmalarını sağlanması amaçlanmıştır. Bu aşamada Ö7 kodlu öğrencinin çözümü şekil 4.8’de verilmiştir.



Şekil 4.8 Ö7 Kodlu Öğrencinin Keşfetme Aşamasındaki Çözümü

Ö7 kodlu öğrenci, beyaz karenin alanını, 3.(8-4) işlemi üzerinde, dağılma özelliğini uygulamış olduğu görülmektedir. Ö7 gibi diğer öğrencilerde beyaz bölgenin alanını hem dağılma özelliğini kullanarak, hem de büyük karenin alanından mavi karenin alanını çıkararak, iki yöntemle bulabilmiş ve sonuçların birbirine eşit olduğu görmüşlerdir. Böylece çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğini şekil üzerinden kavramış oldular.

Etkinliğin ikinci aşamasında, öğrencilerin çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliği kullanılarak bazı genellemelere ulaştıkları görülmüştür. Bu aşamada Ö18 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.9’da verilmiştir.



Şekil 4.9 Ö18 Kodlu Öğrencinin Keşfetme Aşamasındaki Çözümü

Ö18 verilen büyük dikdörtgenin alanını hem parçaların alanlarını ayrı ayrı toplayarak hem de şeklin bütününün kenarlarını üzerinde dağılma özelliği kullanarak, bulduğu sonuçları eşitlemiştir. Diğer öğrencilerde burada toplama işlemi üzerine dağılma özelliğini uygulayabildikleri görülmüş; sonucu görsel olarak da anlaşılması sağlanmıştır. Öğrenciler dağılma özelliğini önceki sınıflarda da gördükleri için, eski bilgilerini kullanarak bu etkinlikte zorlanmadıkları, ön uygulamada eksiği olan öğrencilerinde bu sayede dağılma özelliğini hatırladıkları gözlenmiştir.

Öğrencilerin artık cebir karoları ile modellemeler yaparak kazanımı kavramsal olarak anlaşılması amacıyla öncelikle her öğrenciye modellemeleri deneyimlemesi için

cebir karoları dağıtılarak, cebir karolarının kenar uzunlukları ve alanları tanıtılmıştır. Cebirsel ifadelerde çarpma işlemi, farklı özellikteki  $2.(x+3)$ ,  $x.(x+2)$ ,  $(x+3).(2x-1)$  işlemler üzerinde gösterilmiştir.

Bu aşama soru cevap şeklinde ilerlenmiş, öğrencilerden modellemeleri oluşturmaları ve onlara sorular sorarak fikirlerini sunmaları ve yorumda bulunmaları istenmiştir. Bu sayede kazanımın kavramsal olarak anlaşılmasının, işlemsel anlamayı destekleyici şekilde oluşturulması sağlanmıştır. Tüm öğrencilerin derse katılımı sağlanarak, onların aktif olduğu bir anlatım gerçekleştirilmiştir.

Öncelikle  $2.(x+3)$  işlemi modellemesi yapılarak çarpma işlemi modellenmiştir. Bu aşamada araştırmacı ve öğrenciler arasında gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir.

Ö:  $2.(x+3)$  ifadesinde hangi terimler arasında çarpma işlemi yapılmıştır?

Ö9:  $(x+3)$ , 2 ile çarpılmıştır.

Ö: Evet çok doğru. Peki bu durumu başka nasıl ifade edebiliriz?

Öğrencilerin durumu daha iyi anlamaları için sayılarla örnek verilmiştir.

Ö: 2.3 işlemini nasıl ifade edersiniz?

Ö1: 3'ü 2 ile çarpmak veya iki tane 3'ü toplamak

Ö: Aynen öyle. Bu durumu  $2.(x+3)$  ifadesi için de söyler misiniz?

Ö1: İki tane  $(x+3)$ 'ü toplamak olur o zaman

Ö: Evet çok doğru.  $(x+3)$  ifadesi için hangi cebir karolarına ihtiyacımız vardır?

Ö18: Bir tane  $x$  ve üç tane 1'i alırız.

Ö15: İki ile çarpıldı için hepsinden ikişer tane alırız.

Ö: Evet çok doğru, bakın modellemeyi oluşturduğunuz bile.

İlk modelleme çalışması, öğrencilerin katılımıyla tahtada modellenerek açıklanmıştır. Bu sayede öğrenciler, oluşturulan modellemeden  $2.(x+3)$  işleminin  $2x+6$ 'ya eşit olduğunu görmüşlerdir. Öğrencilerin bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadenin çarpımında kavramsal olarak yeterlilik kazandığı söylenebilir.

İkinci olarak  $x.(x+2)$  cebirsel ifadesinin modellenmesi aşamasında araştırmacı ile öğrenciler arasında gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir.

Ö: Alanı  $x.(x+2)$  olan bir dikdörtgen modelleyeceğiz. Bu dikdörtgenin kenar uzunlukları ne olmalıdır?

Ö4: Biri  $x$  biri de  $(x+2)$  olur

Ö: Peki bu kenarları elde etmek için hangi cebir karolarını kullanmalısınız?

Ö13: Önce bunu alırız (alanı  $x^2 + 2x$  lik cebir karosunu gösteriyor)

Ö: Evet neden bunu seçtin?

Ö13: Bir kenarı  $x$  olacak çünkü

Ö: Diğer kenar için hangi cebir karolarını almalıyız?

Ö19: Bundan (alanı  $x$  br<sup>2</sup> lik cebir karosunu gösteriyor) iki tane alırız, burası 1 olduğu için (cebir karosunun kısa kenarını gösteriyor)

Ö: Evet, alanı  $x$  br<sup>2</sup> olan iki tane cebir karosu alırız. Ancak artık cebir karolarını gösterirken alanlarını söyleyerek gösterin tamam mı? Şimdi oluşturduğumuz dikdörtgenin alanını nasıl bulabiliriz?

Ö20: Alanı  $x.(x+2)$

Ö: Başka bir yöntem var mı bu modellemenin alanına ulaşmak için?

Ö7: Cebir karolarının alanlarını toplarız. (birçok öğrenci aynı cevabı vermiştir.)

İkinci modelleme de bu şekilde öğrencilerin verdiği cevaplar ile oluşturulmuş oldu. Bu aşamada öğrencilerin tümü modellemede kullanılan cebir karolarının alanlarının toplamını, dikdörtgenin alanına eşit olduğunu kavradılar. Bu aşamada öğrenciler, iki cebirsel ifadenin çarpımını kavramsal olarak anlamış oldular, aynı zamanda çarpım için bir genellemeye ulaşarak, çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini de fark ederek işlemsel olarak izlenecek adımları keşfetmiş oldular. Böylelikle öğrencilerin konuyu kavramsal anlamaları işlemsel olarak anlamalarına katkı sağlamış olduğu söylenebilir.

Son olarak  $(x+3).(2x-1)$  ifadesinin modelleme çalışmaları için araştırmacı ile öğrenciler arasında gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir.

Ö: Şimdi oluşturacağımız dikdörtgenin kenarlarını ve gereken cebir karolarını belirleyelim.

Ö4: Kenarlar  $(x+3)$  ve  $(2x-1)$  olacak. (Öğrencilerin çoğu söyleyebilmişlerdir)

Ö10: Bir tane alanı  $x^2$  lik, üç tane de  $x$  lik olan karoları alırız. Bu kenarı  $(x+3)$  oldu.

Ö17: Bir de bunun altında yine  $x^2$  lik koyarız  $2x$  olur.

Ö6: En alta da burası  $-1$  olan bunu alırız (kısa kenarı  $-1$  olan negatifi temsil eden cebir karosunu gösteriyor).

Müdahale etmeksizin öğrenciler artık cebir karolarını, alanları ile ifade ederek iki cebirsel ifadenin çarpımını modelleyebildikleri görülmüştür. Bunun yanında öğrenciler modellemeyi oluşturduktan sonra dikdörtgenin alanını hem modellemede kullanılan parçaların alanlarını toplayarak kavramsal olarak, hem de  $(x+3).(2x-1)$  ifadesinde dağılma özelliğini kullanarak işlemsel olarak bulabilmişler ve sonuçların birbirine eşit olduğunu gösterebilmişlerdir. Öğrencilerin açıklamalarından sonra tekrar modelleme tekrar edilmiş

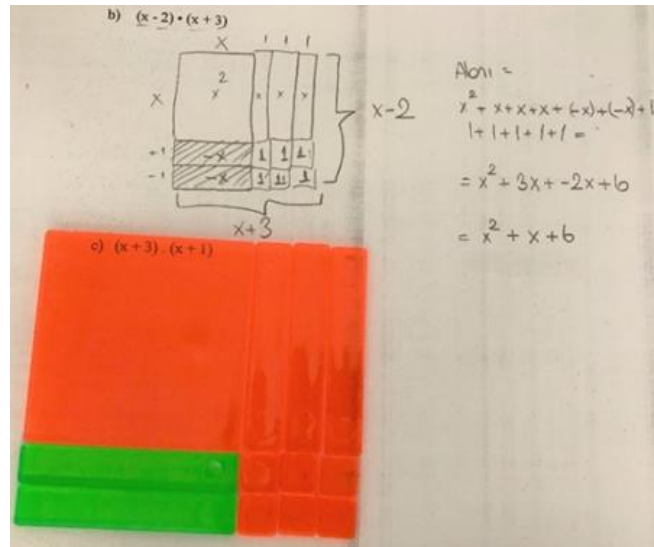
ve negatif cebir karolarına dikkat çekilerek, vurgulanmıştır. Daha sonra da işlem üzerinde dağılma özelliği tekrar anlatılarak derinleştirme aşamasına geçilmiştir.

Derinleştirme aşamasında öğrencilere cebir karoları dağıtılmış ve ilk soruda öğrencilerden üç farklı cebirsel ifadenin çarpımlarını, cebir karolarını kullanarak modellemeleri istenmiştir. Ö11 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.10'da verilmiştir.



Şekil 4.10 Ö11 Kodlu Öğrencinin a Şikkına Çözümü

Burada Ö11 gibi diğer öğrencilerin de modellemeyi rahatça yaparak kavramsal yeterliliğin sağlanmış olduğu, aynı zamanda dağılma özelliğinin uygulayarak işlemsel anlamının da sağlanmış olduğu görülmektedir. Ö20 kodlu öğrencinin b şikkına dair çözümü Şekil 4.11'de verilmiştir.



Şekil 4.11 Ö20 Kodlu Öğrencinin b Şikkına Çözümü



Şekil 4.11’de görüldüğü gibi, Ö20 önce modellemeyi cebir karoları ile oluşturmuş sonra da çizim yaparak göstermiştir. Aynı zamanda oluşturduğu şeklin alanını, kullandığı parçaların alanları toplamına eşit olduğunu göstererek işlemsel olarak bir algoritma geliştirmiştir. Bu aşamada Ö20 kodlu öğrenci ile gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir.

Ö: Oluşturduğun modelin kenarlarını söyler misin?

Ö20: Burası  $x-2$ , burası  $x+3$  olur.

Ö: Peki şimdi dikdörtgenin alanını dağılma özelliğini kullanarak bulabilir misin?

Ö: Şimdi önceki bulduğun sonuçla karşılaştıralım.

Bu aşamada Ö20,  $(x-2).(x+3)$  işlemi üzerinde dağılma özelliği yaparak sonucu  $x^2+x-6$  olarak buluyor.

Ö20: Ben bunları toplayarak böyle bulmuştum ( $1br^2$  lik karoları gösteriyor).

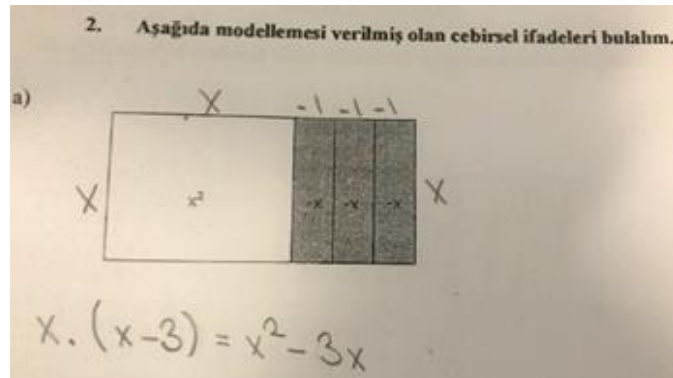
Ö: O zaman ne yapmalısın şimdi?

Ö20: Bunlar da yeşil olacak eksi olacak çünkü ( $1br^2$  lik karoları gösteriyor)

Ö20 hatasını, modellemesini inceleyerek ve dikdörtgenin kenar uzunluklarını kontrol ederek de düzeltmiş; dolayısıyla hatasının farkına varıp kendisi düzeltmesini yapabildiği için kavramsal olarak yeterliliğin sağlanmış olduğu söylenebilir. Aynı zamanda dağılma özelliğini uygulayarak sonucunu doğruladığından işlemsel olarak da anlamının sağlanmış olduğu söylenebilir.

Bu aşamada öğrenciler diğer şıkta hem modellemelerini oluşturabilmişler hem de dağılma özelliğini uygulayarak sonuca ulaşabilmişlerdir. Burada öğrencilerin cebirsel ifadelerin çarpımı konusunda kavramsal ve işlemsel bilgilerini bir arada, yinelemeli bir şekilde kullanarak sonuca ulaştıkları gözlenmiştir.

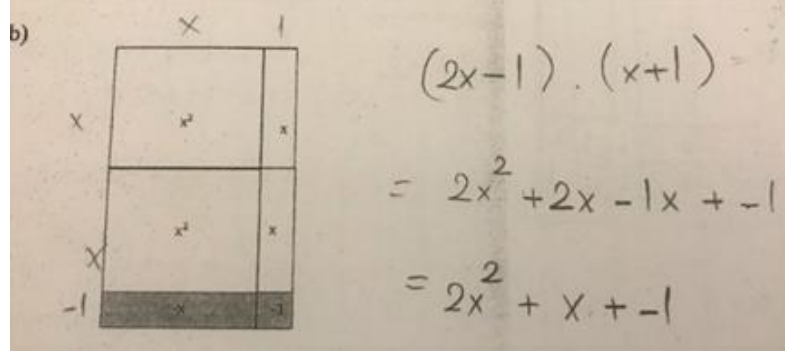
Derinleştirme aşamasının diğer bir sorusunda, öğrencilere verilen modellemelere uygun cebirsel ifadeleri yazmaları istenmiştir. Ö5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.12’de verilmiştir.



Şekil 4.12 Ö5 Kodlu Öğrencinin a Şıkına Çözümü



Ö5 gibi diğer öğrencilerde hem modellemenin kenar uzunluklarını gösteren cebirsel ifadeleri çarparak hem de cebir karolarının alanlarını toplayarak dikdörtgenin alanına ulaşabilmişlerdir. Ö20 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.13.'de verilmiştir.



Şekil 4.13 Ö20 Kodlu Öğrencinin b Şıkkına Çözümü

Ö20, ilk soruda negatif terimleri göz ardı ederek yaptığı çözüm yapmıştı. Bu soruda artık cebir karolarına dikkat ederek modellemeyi yorumlayabilmiş ve sonuca ulaşmıştır. Bu çalışma da modellemeler hazır verildiğinde öğrenciler, cebir karolarına hakim oldukları için cebirsel ifadenin çarpımı sorularını kavramsal olarak daha rahat cevaplayabilmişlerdir. Öğrencilerin cebirsel ifadeler ile çarpma işlemi yaparken kullandıkları modellemeler ile kavramsal anlamının sağlandığı görülmüştür. Toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğinin anlamını bu sayede daha rahat kavradıkları ve uygulayabildikleri; dolayısıyla işlemsel anlamının de bu sayede desteklendiği gözlenmiştir. Ayrıca somut materyallerle çalışılması uygulamaya olan ilgiyi ve katılımı arttırmıştır.

Öğretim deneyinde Ders planı-2'nin uygulama sürecinde yapılan değerlendirme sonunda, cebirsel ifadeler arasında yapılan çarpma işleminin hem kavramsal hem de işlemsel olarak sağlanan yeterlilikler Tablo 4.3'de verilmiştir.

Tablo 4.3

*Ders Planı-2'nin Cebirsel İfadelerin Çarpımını Yapar Kazanımına Yönelik Yeterlilikler*

Ders Planı Aşamaları	Kavramsal Anlama Yeterlilikleri	İşlemsel Anlama Yeterlilikleri
<b>Giriş</b>	Cebirsel ifadenin çarpanlarını belirler.	Harfli ifadeler ile çarpma yapar.
<b>Keşfetme</b>	Öğretmen rehberliğinde cebir karolarını kullanarak basit cebirsel ifadelerin çarpımını modeller.	$2 \cdot (x+3)$ , $x \cdot (x+2)$ , $(x+3) \cdot (2x-1)$ ifadelerinin çarpımında, çarpmanın toplama ve çıkarma üzerine dağılma özelliği kullanır.

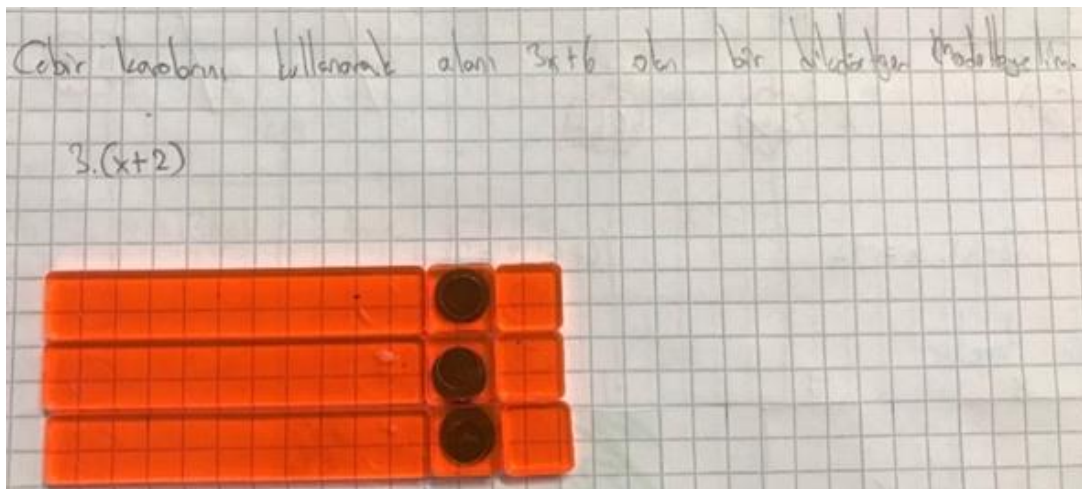
Tablo 4.3 (Devam)

*Ders Planı-2'nin Cebirsel İfadelerin Çarpımını Yapar Kazanımına Yönelik Yeterlilikler*

Ders Planı Aşamaları	Kavramsal Anlama Yeterlilikleri	İşlemsel Anlama Yeterlilikleri
<b>Derinleş-tirme</b>	Bireysel olarak cebir karolarını kullanarak basit cebirsel ifadelerin çarpımını modeller. Verilen modeli yorumlayarak uygun cebirsel ifadelerin çarpımını yazar.	Modele uygun oluşturduğu cebirsel ifadelerin çarpımında dağılma özelliğini kullanır.

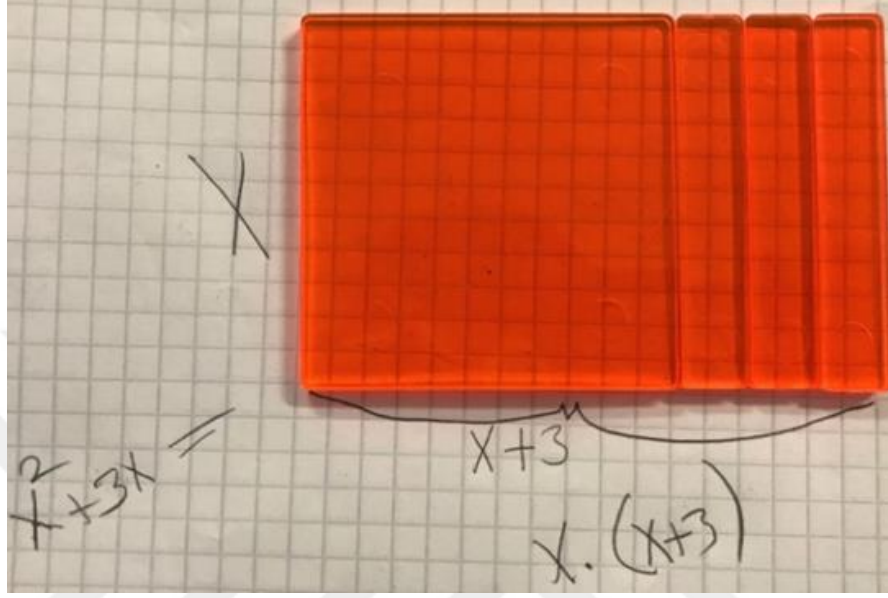
Tablo 4.3’de görüldüğü gibi ders planının farklı aşamalarında cebirsel ifadelerin çarpımına yönelik öğrencilerden beklenen yeterliliklerin, kavramsal ve işlemsel boyutta yinelemeli olarak edinilmiş olduğu söylenebilir.

Cebirsel ifadelerde çarpma işleminin değerlendirme aşamasına geçilmeden, öğrenciler ilk dönem görmüş oldukları çarpanlar ve katlar konusundan, çarpan kavramını kolayca hatırlayarak dikdörtgenin kenar uzunluklarının birer çarpan olduğu fark etmişler ve böylece çarpanlarına ayırma konusuna giriş yapılmıştır. ‘Ortak çarpanı parantezine alma yöntemi ile cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırır’ kazanımına yönelik keşfetme etkinliği ile devam edilmiştir. Keşfetme aşamasında öğrencilerden cebir karolarını kullanarak, alanı  $3x+6$  ve  $x^2+3x$  olan dikdörtgen oluşturmaları istenmiştir. Daha sonra oluşturulan dikdörtgenlerin alanlarını, modellemelerindeki kenar uzunluklarını belirleyerek bulmaları istenmiştir. Ö19 kodlu öğrencinin  $3x+6$  ifadesine yönelik çözümü Şekil 4.14’de verilmiştir.



Şekil 4.14 Ö19 Kodlu Öğrencinin Keşfetme Aşamasındaki Çözümü

Öğrenciler verilen bir cebirsel ifadeyi modelleyerek, bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpımı şeklinde yazabilmiş ve cebirsel ifadelerde çarpma ile ortak çarpan parantezine almayı ilişkilendirebilmişlerdir. Diğer bir soru olan  $3x^2+3x$  ifadesine yönelik Ö15 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.15’de verilmiştir.



Şekil 4.15. Ö18 Kodlu Öğrencinin Keşfetme Aşamasındaki Çözümü

Ö18 gibi diğer öğrenciler de verilen cebirsel ifadeyi bir dikdörtgen şeklinde modelleyerek, iki cebirsel ifadeyi çarpımı şeklinde yazabilmiş ve  $x$ 'i ortak çarpan olarak belirleyebilmişlerdir. Bu bağlamda öğrencilerin modelleri yorumlayarak, model üzerinden ilişki kurabilmeleri, cebirsel ifadelerde ortak çarpan parantezine alma konusunda kavramsal olarak yeterlilik geliştirebildiği söylenebilir.

Bu bağlamda kazanımın işlemsel olarak da anlaşılması amacıyla, öğrencilerden önceki bilgilerini hatırlanması ve ortak çarpan parantezine almayı işlemsel olarak nasıl yapılacağını düşünülmesi istenmiştir. Bu aşamada gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir.

Ö: Peki çarpanlar katlar konusunda ortak bölen veya ortak katları buluyorduk hatırladınız mı? Örneğin, 8 ile 10 sayılarının ortak çarpanları nedir?

Ö2: İki de 2'ye bölünür.

Ö: Nasıl olduğunu açıklar mısın Ö2?

Ö2: 8, 2.4' e eşittir. 10'da 2.5'e eşittir. O zaman 2 ortak çarpan olur.

Ö: Evet, peki  $(x^2+3x)$  ifadesindeki terimlerin ortak çarpanı için ne düşünüyorsunuz?

Ö3: Bunun  $(x^2+3x)$  terimlerinde  $x$  çarpanı var

Ö: Nasıl olduğunu açıklar mısın?

Ö3:  $x^2$ ,  $x$  çarpı  $x$ ,  $3x$  de  $3$  çarpı  $x$  olarak yazılırsa ikisinde de ortak olan  $x$  olur.

Ö: Evet çok doğru. Bu durumu herkes anladı mı? (tüm öğrenciler onay vermişlerdir) O halde  $x$  ortak ise  $x^2+3x$  ifadesini, çarpım şeklinde nasıl yazarız?

Ö3: Ortak çarpanı kullanarak  $x.(x+3)$  olarak yazarız.

Ö: Aynen bu şekilde yazılır. Peki  $3x+6$  ifadesini nasıl çarpım şeklinde yazarız?

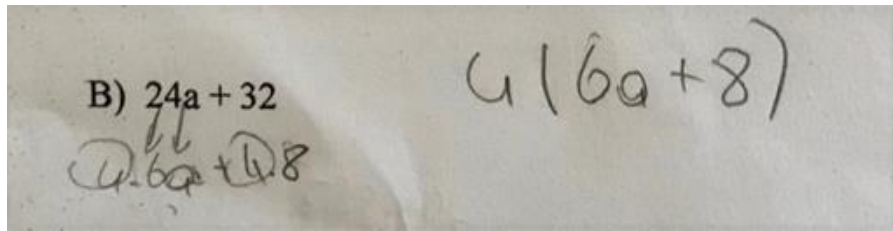
Ö5: Burada  $3$  ortak.

Ö: Nasıl olduğunu gösterebilir misin?

Ö5:  $3x$ ,  $3$  çarpı  $x$ ,  $6$  da  $3$  çarpı  $2$ 'ye eşittir  $3$  ortak olur.  $3.(x+2)$  olarak yazılır.

Öncelikle çarpanlar katlar konusunda görmüş oldukları ortak kat, ortak bölen kavramının hatırlatılarak, öğrencilerin konu üzerinde düşünmeleri sağlanmış, öğrencilerin sayıların ortak bölenini bulabildiği ve ortak çarpan ifadesine ulaşmış olduğu görülmüştür. Daha sonra, verilen cebirsel ifadedeki terimlerin çarpanları ve bu çarpanlardan ortak olanların bulunması istendiğinde, bu sonuçtan yola çıkarak öğrenciler terimlerin çarpanlarından ortak olanları belirleyebilmişlerdir. Böylece öğrenciler işlemsel bir algoritma geliştirerek cebirsel ifadelerin ortak çarpanlarına ulaşabilmişlerdir. Bu bağlamda öğrenciler ortak çarpan parantezine alma yönteminde işlemsel boyutta yeterlilik göstermişlerdir.

Derinleştirme aşamasında öğrencilerden cebirsel ifadeleri modelleme yapmadan, işlemsel bilgilerini kullanarak ortak çarpan parantezine alma yöntemiyle çarpanlarının bulunması istenen soruda öğrencilerin tümü A şıkkındaki ifadeyi kolaylıkla çarpanlarına ayırabilmişlerdir. B şıkkında bir takım işlem hataları gözlenmiştir. B şıkkına ait Ö11 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.16'da verilmiştir.



B)  $24a + 32$   
 $4(6a + 8)$   
 $4 \cdot 6a + 4 \cdot 8$

Şekil 4.16. Ö11 Kodlu Öğrencinin B Şıkkına Çözümü

Ö11,  $24a + 32$  ifadesinde ortak çarpanlardan en büyüğünü değil, herhangi bir ortak çarpanı bularak işlem yapmıştır. Ö11'in onayı ile çözümü tahtada irdelenmiş ve tüm öğrencilerin çözümü ve açıklamaları görmeleri sağlanmış, fikir yürütmeleri istenmiştir. Bu aşamada gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir.

Ö:  $24a+32 = 4.(6a+8)$  eşitliği doğru bir şekilde ortak çarpan parantezine alınmış mıdır?

Ö10: Evet, 24'de 32'de 4'e bölünür.

Ö: Peki  $6a+8$  ifadesinin terimlerinde ortak çarpan var mı?

Ö7: Evet var onlar 2'ye bölünür.

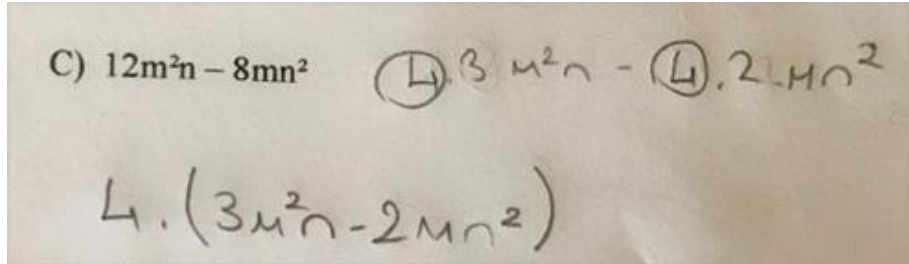
Ö: Bu durumda ne almalıyız ortak çarpanı?

Ö9: O zaman 8 alırsanız yani 2.4

Ö11: En büyük çarpanını alırsınız.

Ö: Evet doğru, aslında Ö11'in çözümü ( $24a+32 = 4.(6a+8)$ 'i göstererek) yanlış değil; ancak verilen cebirsel ifadenin terimlerinin ortak çarpanlarından en büyüğünü seçersek daha doğru bir eşitlik sağlamış oluruz.

Öğrencilere yönlendirilen sorular ile gerçekleşen tartışma ortamında hem Ö11 hem de bu soruda hatası olan diğer öğrencilerde terimlerin ortak olan çarpanlarından en büyüğünü tespit ederek, ortak çarpanın belirlenmesini işlemsel olarak anlamış oldular. C şikkında ise görülen hatanın, terimlerin katsayılarında değil, cebirsel ifadedeki değişkenlerin çarpanları belirlenirken yaşanmış olduğu görülmüştür. C şikkına ait Ö3'ün çözümü Şekil 4.17'de verilmiştir.



C)  $12m^2n - 8mn^2$      $\textcircled{4} 3m^2n - \textcircled{4} 2mn^2$   
 $4.(3m^2n - 2mn^2)$

Şekil 4.17 Ö3 Kodlu Öğrencinin C Şikkına Çözümü

Ö3 yaptığı gibi, terimlerin katsayılarının ortak çarpanlarının en büyüğü alınmış olmasına rağmen, ortak değişkenleri göremeyen üç öğrenci olmuştur. Ö3 kodlu öğrenci, yaptığı çözümünü tahtada anlatırken gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir:

Ö: Ortak çarpanı nasıl belirledin Ö3?

Ö3: 12 ve 8'i bölen sayı 4.

Ö: Peki terimlerdeki değişkenleri de inceler misin? Terimlerin değişkenlerinde ortak çarpanlar hangileri?

Ö3: Evet, m'ler ve n'ler ortak.

Ö: Nasıl olduğunu açıklar mısın?

Ö3:  $m^2$ ,  $m.m$  dir,  $n^2$  de  $n.n$  dir.

Ö11: O zaman ortak çarpanı  $4mn$ 'dir.

Bu aşamada tahtada yapılan çözüm ve açıklamalar ile öğrenciler, değişkenlerin üslü ifadelerini çarpım şeklinde yazarak, değişkenlerdeki ortak olan çarpanlarını belirlemeyi işlemsel olarak görmüşlerdir. Böylelikle D ve E şıklarında öğrenciler verilen cebirsel ifadeleri doğru işlemler yaparak hem katsayıların hem de değişkenlerin ortak çarpanına ulaşabilmişlerdir. Bir önceki şıkta hata yapan Ö5 ve Ö17'nin çözümü sırasıyla Şekil 4.18 ve Şekil 4.19'da verilmiştir.

$$D) 18x^3 - 27x^2 + 36x$$
$$9 \cdot 2x^2 \cdot x \quad 9 \cdot 3x \cdot x \quad 9 \cdot 4(x) = 9x(2x^2 - 3x + 4)$$

Şekil 4.18 Ö5 Kodlu Öğrencinin D Şikkına Çözümü

$$E) 8a^2b - 6ab^2$$
$$2 \cdot 4 \quad 2 \cdot 3$$
$$2 \cdot \underline{a} \cdot \underline{a} \cdot \underline{b} - 2 \cdot \underline{a} \cdot \underline{b} \cdot \underline{b}$$
$$2ab(4a - 3b)$$

Şekil 4.19 Ö7 Kodlu Öğrencinin E Şikkına Çözümü

Diğer öğrenciler de işlemsel bilgilerinin doğru bir şekilde uygulamışlar, katsayıların ve değişkenlerin çarpanlarını belirleyerek ortak çarpana ulaşabilmişlerdir. Buradan öğrencilerin ortak paranteze alma yöntemi ile çarpanlara ayırabilme kazanımına dair işlemsel olarak yeterlilik kazandığı söylenebilir.

Öğretim deneyi süresi boyunca öğrencilerin ortak paranteze alma yöntemi ile çarpanlara ayırabilme kazanımına yönelik işlemsel anlama süreçleri incelendiğinde elde edilen yeterlilikler Tablo 4.4’de verilmiştir.

Tablo 4.4

*Ders Planı-2’nin Ortak Çarpan Parantezine Alma Yöntemi ile Çarpanlara Ayırma Kazanımına Yönelik Yeterlilikler*

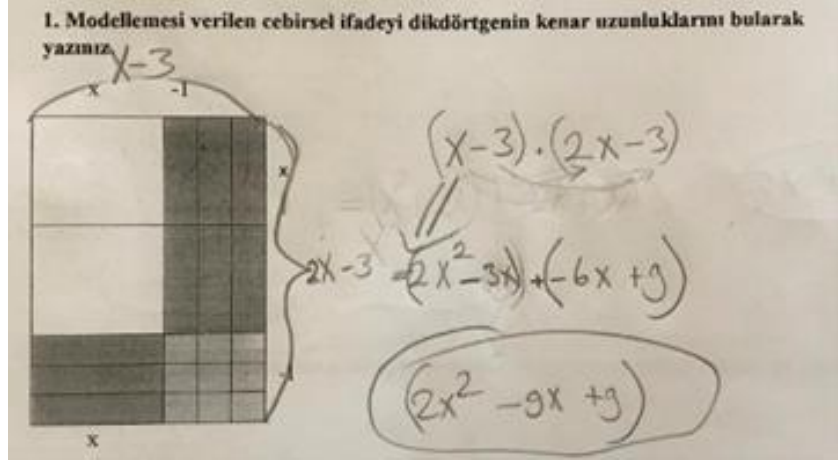
<b>Ders Planı Aşamaları</b>	<b>Kavramsal Anlama Yeterlilikleri</b>	<b>İşlemsel Anlama Yeterlilikleri</b>
<b>Giriş</b>	Ortak çarpan kavramını anlar.	
<b>Keşfetme</b>	Alanı $3x+6$ , $x^2+3x$ şeklinde verilmiş olan dikdörtgenleri modeller ve kenar uzunluklarını belirler.	Ortak çarpanı, çarpanlar-katlar konusu ile ilişkilendirme yaparak belirler.
<b>Derinleş-tirme</b>		Cebirsel ifadelerde terimlerin katsayılarının ortak çarpanlarının en büyüğünü elde eder. Cebirsel ifadelerdeki üslü şekilde verilmiş değişkenleri ( $m^2$ ) çarpım şeklinde yazarak ( $m.m$ ), ortak çarpanı elde eder. Cebirsel ifadeleri, ortak katsayıları ve değişkenleri göz önüne alarak ortak çarpan parantezine alır.

Tablo 4.4’de görüldüğü gibi ortak paranteze alma yöntemi ile çarpanlara ayırabilme konusuna yönelik öğrencilerden beklenen yeterliliklerin, kavramsal ve işlemsel olarak birbirini destekleyecek şekilde kazanılmış olduğu söylenebilir.

Ders planının değerlendirme aşamasında, ‘Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar’ ve ‘Ortak çarpan parantezine alma yöntemi ile cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırır’ kazanımlarına yönelik soruların ortak olarak kapsamaktadır. Kavramsal ve işlemsel anlamanın ne ölçüde gerçekleştiğini görmek için hem modelleme içeren, hem işlemsel bilginin kullanılması gereken soru tiplerine bir arada yer verilmiştir.

İlk olarak verilen modellemenin yorumlanması istenen soruya yönelik Ö17 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.19’de verilmiştir.

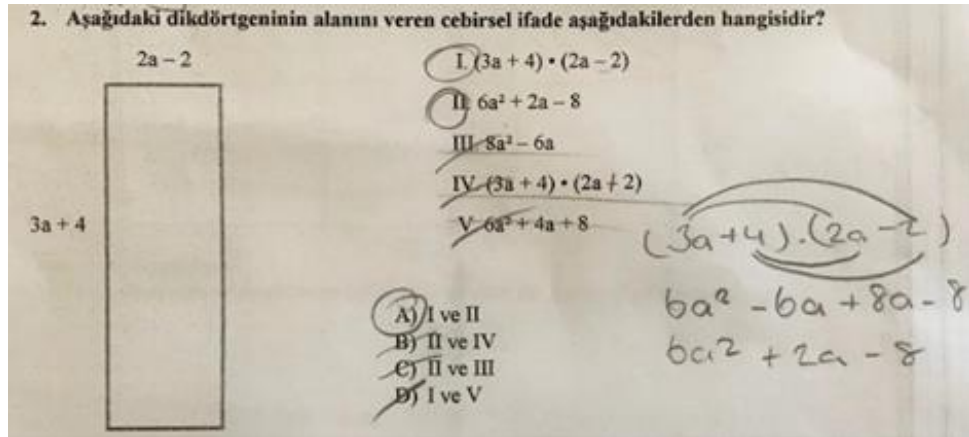




Şekil 4.20 Ö17 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Çözümü

Ö17, verilen modellemenin alanını kenar uzunluklarının çarpımı şeklinde ifade etmiş, ayrıca iki cebirsel ifade arasında dağılma özelliğini uygulayarak istenen cebirsel ifadeyi yazabilmiştir. Öğrencilerin yanıtları incelendiğinde, modellemeleri rahatlıkla yorumladıkları ve modellemenin kenar uzunluklarına ulaşabildikleri, dolayısıyla öğrencilerde cebirsel ifadelerin çarpımına yönelik kavramsal anlamanın sağlanmış olduğu belirlenmiştir. Aynı zamanda cebirsel ifadeler üzerinde dağılma özelliğini uygulayarak öğrencilerin cebirsel ifadelerin çarpımını işlemsel olarak anlamış olduğu görülmüştür.

Diğer soruda kenarlarının cebirsel ifade olarak verilen dikdörtgenin alanının bulunması istenmiştir. Ö7 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.21’de verilmiştir.



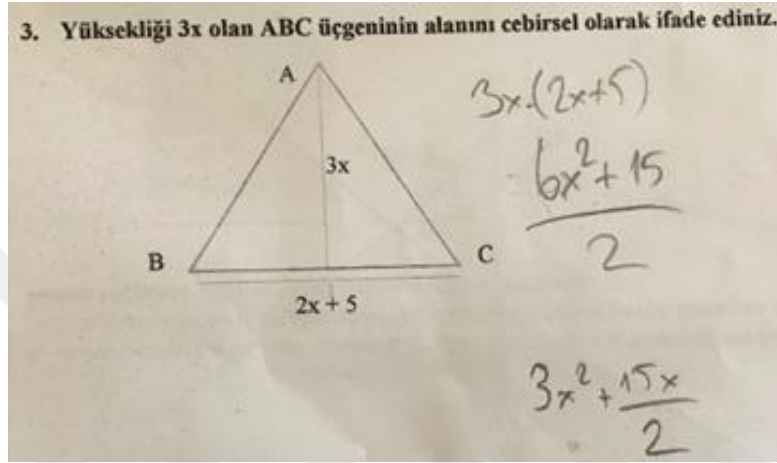
Şekil 4.21 Ö7 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Çözümü

Ö17, verilen dikdörtgenin alanını kenar uzunluklarının çarpımı şeklinde olacağını belirlemiş, cebirsel ifadeler arasında dağılma özelliğini uygulayarak çarpma işlemini yapmıştır. Diğer öğrencilerin de yanıtları incelendiğinde, verilen durumlardan doğru ifadeleri



belirleyebildikleri görülmüştür. Bazı öğrenciler dağılma özelliği uygularken terimlerin işaretlerini göz ardı ederek işlem hataları yaptığı, ancak bu hataların bilgi eksikliğinden değil dikkatsizlikten gerçekleşmiş olduğu sonucuna varılmıştır. Bu bağlamda öğrencilerin cebirsel ifadelerde çarpma konusunda işlemsel anlamının sağlanmış olduğu belirlenmiştir.

Diğer bir soruda kenarlarının cebirsel ifade olarak verilen üçgenin alanının bulunması istenmiştir. Ö10 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.22’de verilmiştir.

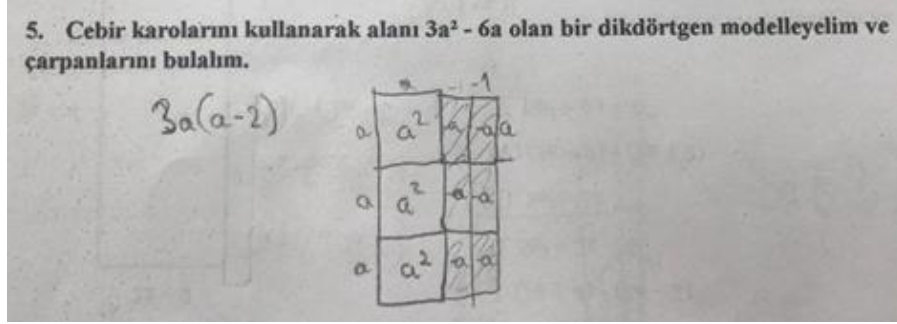


Şekil 4.22 Ö10 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Çözümü

Ö7 gibi diğer öğrencilerinde istenen cebirsel ifadeyi üçgenin alan bağıntısını kullanarak iki cebirsel ifadenin çarpımı şeklinde yazabildikleri ve cebirsel ifadeler arasında çarpma yaparken herhangi bir işlem hatası olmadığı belirlenmiştir. Bu bağlamda öğrenciler, terimleri pozitif olan cebirsel ifadelerin çarpımında sorun yaşamazken, terimleri negatif olan cebirsel ifadelerin çarpımında zorluk yaşadıkları yorumu yapılabilir.

İşlemsel bilginin kullanılması istenen diğer bir soruda a)  $kx + ky$ , b)  $10a^2b - 20ab$  c)  $42 - 13x$  ve d)  $m^2nt - mn^2t - mnt^2$  cebirsel ifadelerinin ortak çarpan parantezine alma yöntemi ile çarpanlara ayrılması istenmiştir. Derinleştirme aşamasında tahtada yapılan çözümlerden ve açıklamalardan sonra bu soruda öğrencilerin terimlerin katsayılarındaki ve değişkenlerindeki ortak çarpanları doğru bir şekilde belirleyerek, cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırabilmişlerdir. Bu bağlamda ortak çarpan parantezine alma yöntemi ile çarpanlara ayrılması konusuna yönelik öğrencilerin işlemsel anlamalarının sağlanmış olduğu görülmüştür.

Verilen cebirsel ifadenin modellenerek çarpanlarına ayrılması istenen son soruya yönelik Ö19 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.23’de verilmiştir.



Şekil 4.23 Ö19 Kodlu Öğrencinin 5. Soruya Çözümü

Ö19 gibi bu soruya verilen farklı yanıtlardan öğrencilerin rahatlıkla modellemeyi yapabildikleri, yorumlayabildikleri ve kenar uzunluklarını cebirsel ifade ile belirterek verilen cebirsel ifadeyi çarpanlara ayırdığı görülmüştür. Bu soru ile öğrencilerin cebirsel ifadelerin çarpanlarına ayrılmasına yönelik kavramsal anlamaları gerçekleşmiş olduğu görülmüştür.

Değerlendirme aşamasında, öğrencilerin kavramsal ve işlemsel anlamları yinelemeli olarak ölçülmüş ve hem süreç boyunca hem de değerlendirme aşamasında bu iki bilgi türü karşılıklı olarak gelişim gösterdiği söylenebilir.

#### 4.2.3. Ders Planı-3'den elde edilen bulgular

Bu bölümde 'Özdeşlikleri modellerle açıklar.' ve ' $a^2 + 2ab + b^2$ ,  $a^2 - 2ab + b^2$  ve  $a^2 - b^2$ ' biçimindeki ifadeleri çarpanlarına ayırır.' kazanımları için hazırlanan ders planı-3'ün uygulamasından elde edilen bulgular sunulmuştur.

Giriş aşamasındaki etkinlikte Şekil 4.24'de verilen çeşitli cebirsel ifadeler tahtaya yansıtılarak x yerine 7 sayısı konulduğunda hangi öğrencilerin notlarının eşit olduğu soruldu.

Öğrenciler	Sınav Notları
Ali	$x^2 - 4$
Ayşe	$(x - 5) \cdot (x + 5)$
Mehmet	$(x + 2)^2$
Aslı	$(x - 1)^2$
Can	$x^2 - 25$
Nazlı	$x^2 - 2x + 1$
Mustafa	$x^2 + 4x + 4$
Oya	$(x - 2) \cdot (x + 2)$

Şekil 4.24 Giriş Etkinliğinde Kullanılan Cebirsel İfadeler

Öğrenciler Şekil 4.1’de gösterilen cebirsel ifadeler üzerinde, notları eşit olan kişileri bulduktan sonra elde edilen eşitlikleri incelemiş ve buldukları cebirsel ifadelerin yerine başka sayılar koyarak, notları eşit olan kişilerin notlarının yine aynı olduğunu ve bilinmeyen yerine hangi sayı koyulursa koyulsun eşitliğin iki tarafının aynı olacağını sezmişlerdir.

Daha sonra özdeşlik kavramına daha fazla dikkat çekmek için, tahtaya Şekil 4.25’de verilen eşitlikler yansıtılarak öğrencilere hangi eşitliğin her iki tarafının her durumda eşit olduğu soruldu.

1)  $2.(x + 4) = 2x + 6$

2)  $2 - x = x + 2$

3)  $-(4a + 7) = -4a - 7$

4)  $9m + 7m = 16m$

5)  $(3x)^2 = 3x^2$

Şekil 4.25 Özdeşliklerin Belirlenmesi İstenen Eşitlikler

Öğrencilere zaman verilerek kendi yöntemlerini uygulayarak, sonuçları bulmaları için fırsat verildikten sonra, çoğu öğrenci 1., 3. ve 4. ifadeleri gösterdiler. Bu aşamada gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir.

Ö:  $2.(x + 4) = 2x + 8$  ifadesi için ne düşünüyorsunuz?

Ö11: Hocam ben x yerine 1 verdim iki tarafta 10 çıktı. 2 verince 12 çıktı.

Ö: O halde buradan nasıl bir sonuç çıkarırsın?

Ö11: x yerine ne gelirse iki taraf eşit çıkar.

Ö19: Zaten 2’yi dağıtırsak sağ taraf sol tarafa eşit.

Ö: Evet doğru, Peki  $2 - x = x + 2$  eşitliği için ne dersiniz?

Ö8: 2’ler eşit ama x’lerin işaretleri aynı değil.

Ö16: Sağ taraf sol tarafa eşit olamaz.

Ö: Peki x’e farklı değerler verirse eşitliğin her iki tarafı aynı olur?

Ö7: Mesela 0 verirse iki tarafta 2 olur.

Ö: Başka bir değer bulabilir miyiz?(bir süre düşündüler)

Ö19: Başka sayı olmaz.

Ö: Evet doğru, peki biz x’in sadece bir değerini bulabildiğimiz bu eşitliklere ne diyorduk, hatırlıyor musunuz?

Ö15: Denklem (çoğu öğrenci topluca aynı cevabı verdi)

Burada öğrenciler aritmetik işlemler yaparak, bazı eşitliklerdeki bilinmeyenlerin, tek bir değere sahip olduğunu buldular ve bu eşitlikleri eski bilgilerinin de hatırlayarak denklem olduğunu söylediler. Burada özdeşlik kavramını sezdirmek için geçen diyalog şu şekildedir.

Ö: Bulduğunuz denklemler ile diğer eşitliklerin arasındaki fark nedir?

Ö13: Diğerlerinde x'e ne verirsek hep eşit çıkar.

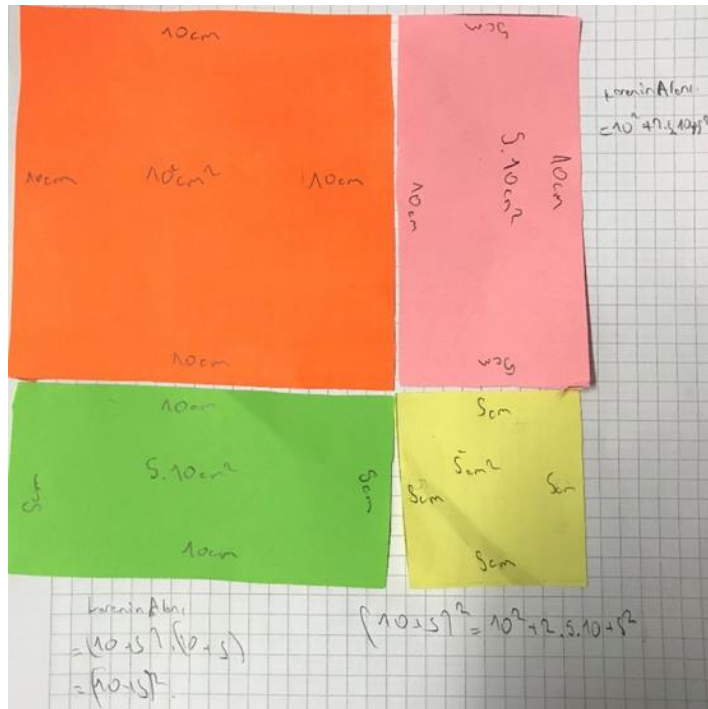
Ö5: Ama denklemde x'in tek bir değeri vardır.

Ö: Evet çok doğru. O halde bu eşitlikleri nasıl tanımlarsınız?

Ö19: Değişkenin yerine hangi sayı gelirse gelsin sağ taraf sol tarafa eşit olur.

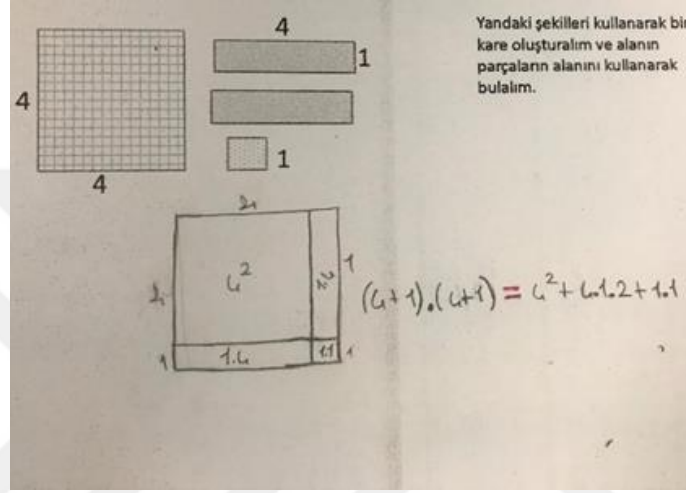
Burada öğrenciler işlemsel yöntemleri kullanarak,  $2 \cdot (x + 4) = 2x + 8$ ,  $-(4a + 7) = -4a - 7$  ve  $9m + 7m = 16m$  eşitliklerinin denklemden farklı olduklarını kavramsal olarak anlamış oldular. Böylelikle özdeşlik kavramını ve özdeşlik ile denklem arasındaki farkın anlaşılmasında işlemsel bilginin, kavramsal anlamayı destekleyerek oluşturduğu söylenebilir.

İki terimin toplamının karesi özdeşliğine yönelik olan keşfetme aşamasında, öğrencilerin iki terimin toplamının karesi özdeşliğinin kavramsal olarak anlaşılmasının sağlanması amacıyla yapılan etkinlikte Ö11 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.26'de verilmiştir.



Şekil 4.26 Ö11 Kodlu Öğrencinin Çalışması

Ö11 gibi diğer öğrenciler de oluşturdukları karenin alanını, hem parçaların alanları toplamından hem de karenin alan bağıntısından bularak, iki durumun birbirine eşitlemişlerdir. Böylece  $(10+5)^2$  ifadesinin, üç terimli  $10^2+2.5.10+5^2$  ifadesine özdeş olduğunu modelleme yoluyla anlamış oldular. Daha sonra iki terimin toplamının karesi özdeşliğinin kavramsal olarak anlamlandırılmasına katkı sağlamak amacıyla, öğrencilerin  $(4+1)^2$  ve  $(6+2)^2$  ifadelerinin özdeşine aynı yolla ulaşmaları istenen diğer etkinlikte Ö9 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.27’de verilmiştir.



Şekil 4.27 Ö9 Kodlu Öğrencinin Çözümü

Öğrenciler, Ö9 gibi doğru modellemeler ve doğru matematiksel gösterimler ile kare modellemesini oluşturarak, tam kare ifadelerin açılımlarına ulaşabildikleri görülmüştür. Bu bağlamda öğrenciler, modellemeler yolu ile iki terimin toplamının karesi özdeşliğini işlemsel becerilerini de kullanarak kavramsal olarak anlamış oldukları söylenebilir. Daha sonra öğrenciler elde ettikleri eşitliklerin her bir terimini Şekil 4.28’deki tabloya yerleştirerek bir genellemeye varılması sağlanmıştır.

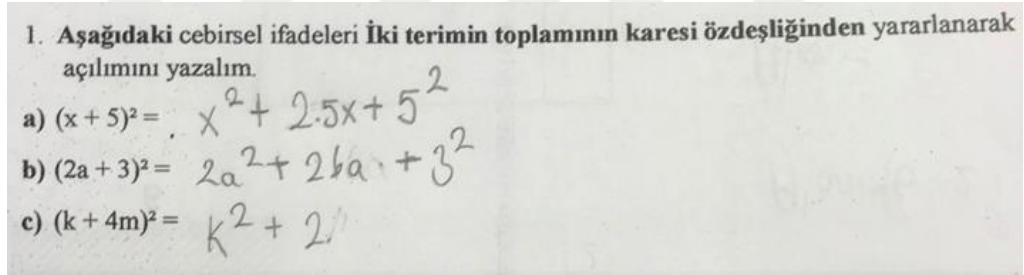
Oluşturduğunuz karenin alanı	Büyük karenin alanı	Dikdörtgenin alanı	Dikdörtgenin alanı	Küçük karenin alanı	Oluşturduğunuz karenin alanı
$(10+5)^2$	$10^2$	10.5	10.5	$5^2$	$10^2+2.5.10+5^2$
$(4+1)^2$	$4^2$	1.4	1.4	$1^2$	$4^2+2.1.4+1^2$
$(6+2)^2$	$6^2$	6.2	6.2	$2^2$	$6^2+2.6.2+2^2$
$(a + b)^2$	$a^2$	a.b	a.b	$b^2$	$a^2+2.a.b+b^2$

Şekil 4.28 Tam Kare İfadelerinin Tablosu

Öğrencilerin son satırdaki harfli terimlerin olduğu tam kare ifadesinin açılımına tablodan yararlanarak yazabilmişler ve iki terimin toplamının karesi özdeşliğinin açılımının işlemsel olarak, birinci terimin karesi, birinci ve ikinci teriminin çarpımının iki katı ile ikinci terimin karesinin toplamı şeklinde yazılacağına kendileri ulaşmış oldular. Bu süreçte tablonun, iki terimin toplamının karesi özdeşliğine ulaşma bakımından öğrencilere kolaylık sağladığı, tabloların verilerin yorumlanmasında ve genellenmesinde etkili bir görsel olduğu belirlenmiştir. Diğer özdeşliklerin öğretiminde de yapılacak çalışmalara eklenmesine karar verilmiştir.

Açıklama kısmında öğrencilerin bir önceki aşamada keşfetmiş oldukları,  $(a+b)^2$  ifadesinin özdeşinin işlemsel olarak, birinci terimin karesi, birinci ve ikinci teriminin çarpımının iki katı ile ikinci terimin karesinin toplamı şeklinde bulunacağı tekrar açıklanmıştır.

Derinleştirme aşamasının ilk sorusunda iki terimin toplamının karesi özdeşliğinden yararlanarak verilen ifadelerin açılımlarının bulunmasına yönelik Ö14 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.29’da verilmiştir.



1. Aşağıdaki cebirsel ifadeleri İki terimin toplamının karesi özdeşliğinden yararlanarak açılımını yazalım.

a)  $(x + 5)^2 = x^2 + 2 \cdot 5x + 5^2$

b)  $(2a + 3)^2 = 2a^2 + 2 \cdot 3a + 3^2$

c)  $(k + 4m)^2 = k^2 + 2 \cdot 4m \cdot k + (4m)^2$

Şekil 4.29 Ö14 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Çözümü

Ö14 kodlu öğrencinin b şikkında, ilk terimin karesini alırken terimin katsayısını göz ardı ettiği görülmüştür ve bu aşamada öğrenci ile gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir.

Ö:  $(2a+3)^2$  ifadesinde birinci terim nedir?

Ö14:  $2a$

Ö: O zaman birinci terimin karesini alırken katsayıyı da dikkate almamız gerekir.

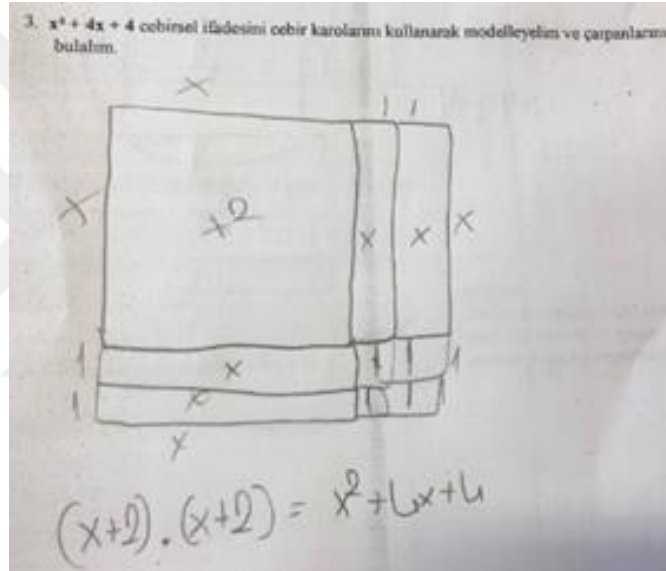
Ö14: Burada parantez koymalıyım.

Ö: Kesinlikle doğru.

Ö14 kodlu öğrenci yapılan ufak bir hatırlatmayla katsayısı olan bir değişkenin karesini alırken yaptığı çözümünü düzeltmiş olduğu görülmüştür. Böylelikle aynı hatayı

yapan diğer öğrencilerde yapılan bu uyarıyı dikkate alarak, c şıkkındaki ifadenin açılımını tüm öğrencilerin doğru bir şekilde yaptıkları görülmüştür. Bu soruda yapılan çözümler incelendiğinde öğrenciler terimlerin karelerini alırken ve terimleri çarparken doğru aritmetik işlemler yaparak, iki terimin toplamının karesi özdeşliğinin açılımına ulaşabildikleri, dolayısıyla öğrencilerde bu özdeşliğe dair işlemsel olarak yeterliliğin sağlanmış olduğu gözlenmiştir.

Çalışma yaprağının diğer sorularında cebir karolarını kullanarak verilen cebirsel ifadelerinin modellemesini çizmeleri ve bu karenin alan bağıntısından yararlanarak verilen üç terimli ifadelerin çarpanlarının bulunması istenmiştir. Ö12 kodlu öğrencinin örnek çözümü Şekil 4.30'da verilmiştir.



Şekil 4.30 Ö12 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Çözümü

Ö12 gibi diğer öğrencilerinde önce hangi cebir karolarını kullanacaklarına karar vererek üç terimli bir ifadeyi modelleyebilmiş olmaları, kavramsal olarak anlamının sağlanmış olduğunu göstermektedir. Aynı zamanda oluşturdukları kare modelinin kenar uzunluklarını kullanarak hem karenin alan bağıntısından hem de cebir karolarının parçalarının alanları toplamından özdeşliği yazabilmiş ve verilen cebirsel ifadelerin çarpanlarına ulaşmışlardır. Bu bağlamda öğrenciler, modellemelerden yararlanarak verilen üç terimli bir ifadenin çarpanlarını, oluşturdukları karenin birer kenarının cebirsel ifadenin çarpanları olduğunu kavramsal boyutta keşfetmiş oldular. Bu aşama, aynı zamanda  $a^2 + 2ab + b^2$  ifadesinin çarpanlarına ayrılması kazanımına yönelik bir keşfetme etkinliği olarak uygulanmıştır.



Açıklama aşamasında  $x^2 + 4x + 4$  cebirsel ifadesinin çarpanlarına ayrılması yöntemi işlemsel olarak, birinci terimin karekökü ile üçüncü terimin karekökü bulunarak, bu değerlerin çarpımının iki katı ortadaki terime eşit olduğu; dolayısıyla verilen cebirsel ifadenin, birinci terimin karekökü ile üçüncü terimin karekökünün toplamının karesine eşit olduğu anlatılır. Böylece  $(x+2)$ 'nin verilen cebirsel ifadenin bir çarpanı olduğu açıklanır.

Derinleştirme aşamasında,  $a^2 + 2ab + b^2$  ifadesinin çarpanlara ayrılmasına yönelik hem kavramsal ve hem de işlemsel bilginin ölçüldüğü soruları içeren çalışma yaprağının ilk sorusu için Ö9 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.31'de verilmiştir.

1. Aşağıdaki Cebirsel ifadelerin çarpanlarını bulalım.

$$\checkmark 4x^2 + 28xy + 49y^2 = (2x + 7y)^2$$

$\downarrow$                        $\downarrow$                        $\downarrow$   
 $2x$                        $2 \cdot 2x \cdot 7y$                        $7y$

Şekil 4.31 Ö9 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Çözümü

Ö9 gibi diğer öğrencilerde cebirsel ifadedeki terimleri göz önüne alarak ve doğru matematiksel işlemler yaparak verilen cebirsel ifadeyi çarpanlarına ayırabilmişler, böylelikle öğrencilerin verilen üç terimli ifadenin çarpanlarına ayrılmasına yönelik işlemsel anlamının gerçekleşmiş olduğu gözlenmiştir.

Kavramsal anlamının ölçülmesi amacıyla sorulan diğer soruya yönelik Ö15 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.32'de verilmiştir.

2. Aşağıda modellemesi verilmiş olan cebirsel ifadeyi karenin alan bağımsızından bulalım ve çarpanlarını bulalım

	x	1	1	1
x	$x^2$	x	x	x
1	x	1	1	1
1	x	1	1	1
1	x	1	1	1

→

$$x^2 + 6x + 9$$

$\downarrow$                        $\downarrow$                        $\downarrow$   
 $x$                        $x \cdot 3 \cdot 2$                        $3$

$$(x+3)^2 = x^2 + x \cdot 3 \cdot 2 + 3^2$$

Şekil 4.32 Ö15 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Çözümü



Ö15 gibi diğer öğrencilerde kare şeklinde verilmiş modellemenin alanını parçaların toplamından yazabilmiş ve bulduğu cebirsel ifadenin çarpanlarını, işlemsel bilgisini kullanarak iki terimin toplamının karesi özdeşliğinin kuralını kullanarak bulmuştur. Bu bağlamda öğrencilerin iki terimin toplamının karesi özdeşliğine ve çarpanlarına ayrılmasına yönelik hedeflenen kavramsal anlama yeterlilikleri, aynı zamanda yinelemeli olarak desteklenen işlemsel yeterlilikleri, ders planının aşamalarına göre Tablo 4.5’de verilmiştir.

Tablo 4.5

*İki Terimin Toplamının Karesi Özdeşliğine Yönelik Yeterlilikler*

Ders Planı Aşamaları	Kavramsal Anlama Yeterlilikleri	İşlemsel Anlama Yeterlilikleri
<b>Giriş</b>	Özdeşlik kavramını tanır. Özdeşlik ile denklemleri ayırt eder.	
<b>Keşfetme</b>	Kare modelinde alan bağıntısını kullanarak iki terimin toplamının karesine için özdeş olan ifadeyi belirler. (10+5) <sup>2</sup> gibi özel örneklerden, tablo ile (a+b) <sup>2</sup> özdeşliğinin genellemesine ulaşır. x <sup>2</sup> +4x+4 cebirsel ifadesinin terimlerini kullanarak model oluşturur (Bkn. Şekil 4.29).	Karenin alan bağıntısını harfli terimler üzerinde ifade eder.  (a+b) <sup>2</sup> =a <sup>2</sup> +2ab+b <sup>2</sup> özdeşliğinin kuralını kullanarak farklı cebirsel ifadelerin açılımına ulaşır.
<b>Derinleştirme</b>	Modeli kullanarak x <sup>2</sup> +4x+4 ifadesinin çarpanlarına ulaşır.  Verilen modeli temsil eden özdeşliği belirler.	İkinci dereceden üç terimli cebirsel ifadelerin çarpanlarına, (a+b) <sup>2</sup> =a <sup>2</sup> +2ab+b <sup>2</sup> özdeşliğinin kuralını kullanarak ulaşır.

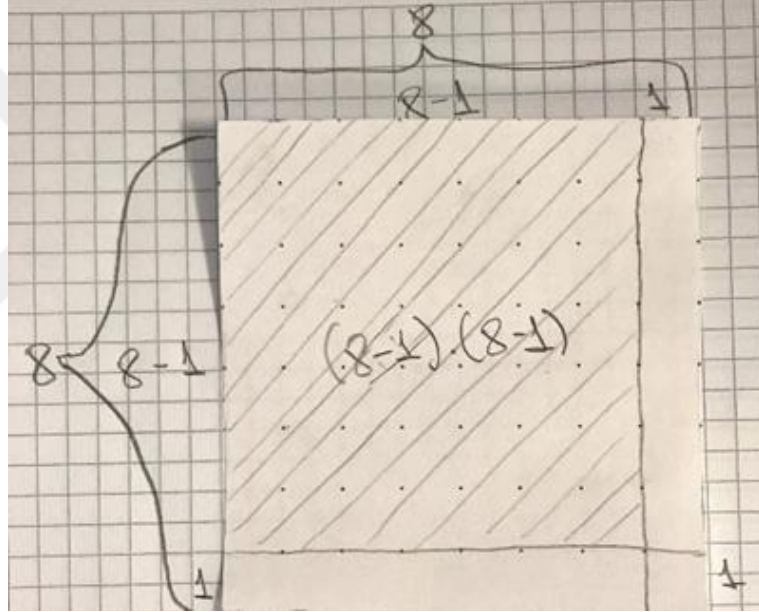
Öğretim deneyine iki terimin farkının karesi özdeşliğine yönelik olan keşfetme aşaması ile devam edilmiş ve bu kısımda Şekil 4.33’de verilen etkinlik kullanılmıştır.

### ETKİNLİK

- Noktalı kağıda kenar uzunlukları 8 birim olan kare çizelim ve çizdiğimiz kareyi keselim.
- Oluşturduğumuz kareyi kullanarak kenar uzunluğu (8-1) olan bir kare oluşturalım ve keselim.
- Elde ettiğimiz bölgenin alanını karenin alan formülünden hesaplayalım.
- Kenar uzunluğu 8 birim olan karenin alanını başka yöntemle bulabilir misiniz?
- Aynı yöntemle kenar uzunluğu (5-1) ve (9-1) olan kareler oluşturarak alanlarını hesaplayalım.

Şekil 4.33  $(a-b)^2$  Özdeşliğinin Keşfetme Aşamasında Kullanılan Etkinlik

Etkinlikte özdeşliğin kavramsal anlamasının sağlanması amacıyla öğrenciler uygulamaları birebir kendileri yapmışlar ve bu aşamada Ö5 kodlu öğrencinin çalışması Şekil 4.34'de, araştırmacı ve öğrencilerle gerçekleşen diyalog verilmiştir.



Şekil 4.34 Ö5 Kodlu Öğrencinin Çalışması

Ö: Kenar uzunluğu (8-1) birim olan kareyi, elinizdeki kareden nasıl oluşturduunuz?

Ö11: Kenarından 1cm, buradan da kestim (karenin diğer kenarını gösteriyor)

Ö: Peki kalan karenin alanını nasıl bulduunuz?

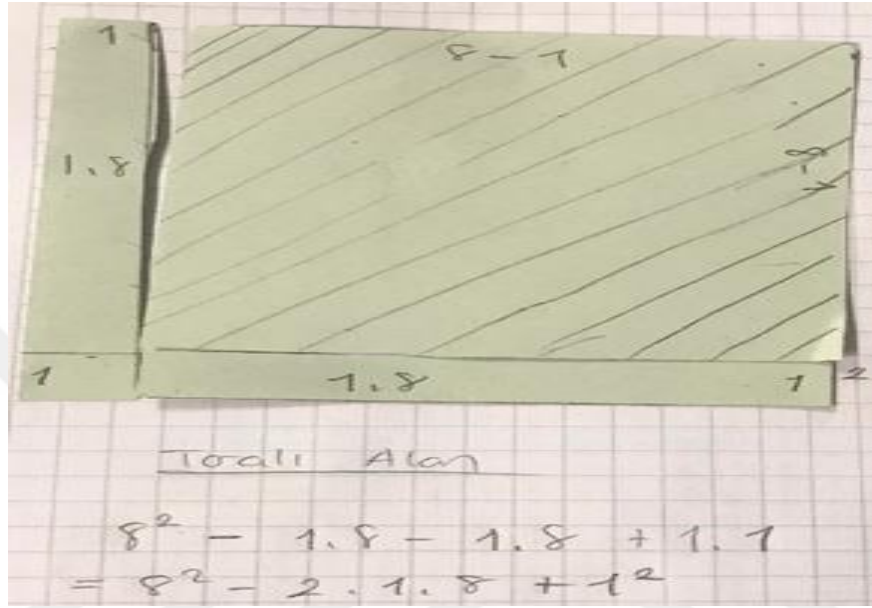
Ö5: İki kenarını çarparak buldum.

Ö: Karenin alanını farklı bir şekilde bulabilir miyiz?

Ö20: Tüm şekilden kestiğimiz yerleri çıkartarak.

Ö: Çok doğru, şimdi tüm karenin alanından kestiğimiz kısımların alanlarını çıkararak kalan karenin alanını bulalım.

Burada çoğu öğrenci kenarı 8 birim olan karelerden, bir kenarı 1 birim olan parçaları kendileri belirleyip kestikleri için parçaların kesişimlerindeki, kenarı 1 birim olan karesel bölgenin, yaptıkları işlemde iki kere çıkarıldığını fark edebildiler. Dolayısıyla o bölgenin alanını eklememiz gerektiğini söylediler. Bu aşamada Ö16 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.34.'de verilmiştir.



Şekil 4.34 Ö16 Kodlu Öğrencinin Çalışması

Öğrenciler modellemeyi kendileri keserek oluşturdukları ve birebir deneyimledikleri için Ö16 gibi bu sonuca ulaşabildiler. Ancak etkinlikte istenen alanı bulamayan ve özdeşliğe ulaşamayan öğrenciler de olmuştur. Sınıfta soru-cevap ile yapılan tartışma ortamı ve tahtada yapılan çözümler ile bu öğrencilere özdeşliği kavramsal olarak anlama fırsatı sunulmuştur. Bunun yanında iki terimin farkının karesi özdeşliğinin kavramsal olarak anlaşılmasına destek olması ve daha kalıcı olması amacıyla, öğrencilerden yine aynı yöntemle, kenar uzunluğu (5-2) ve (9-3) olan karelerin alanlarını bulmaları istendi. İlk etkinlikte özdeşliğin açılımını, tahtada yapılan çözümleri ve açıklamaları dinleyerek fark edebilen öğrenciler de, diğer çalışmalarda yazabildiler. Böylece öğrenciler iki terimin farkının karesi özdeşliğine, bir kare modeli üzerinden, kendileri deneyimleyerek kavramsal olarak yeterlilik kazanmış oldular. Bu aşamadan sonra öğrenciler buldukları eşitliklerin terimlerini, Şekil 4.36'da verilen tabloya yerleştirerek bir genellemeye ulaşmaları istenmiştir.

Oluşturduğunuz karenin alanı	Büyük karenin alanı	Kesilen dikdörtgenin alanı	Kesilen dikdörtgenin alanı	Küçük karenin alanı	Kalan karenin alanı
$(8-1)^2$	$8^2$	8.1	8.1	$1^2$	$8^2-2.8.1+1^2$
$(5-2)^2$	$5^2$	5.2	5.2	$1^2$	$5^2-2.5.1+2^2$
$(9-3)^2$	$9^2$	9.3	9.3	$3^2$	$9^2-2.9.3+3^2$
$(a-b)^2$	$a^2$	a.b	a.b	$b^2$	$a^2-2.a.b+b^2$

Şekil 4.36 İki Terimin Farkının Karesi Özdeşliğinin Açılımı

Öğrenciler etkinliklerde ulaştıkları sonuçları tabloya yansıtarak doldurmuş, son satırdaki terimleri değişken olarak verilen  $(a-b)^2$  özdeşliğinin açılımını genelleyerek, birinci terimin karesinden, birinci ve ikinci teriminin çarpımının iki katını çıkarıp, ikinci terimin karesinin ekleneceği şekilde işlemsel olarak nasıl yapılacağına kendileri ulaşmış oldular. Açıklama kısmında iki terimin farkının karesi özdeşliğinin açılımının nasıl yapılacağı işlemsel olarak tekrar açıklanmıştır.

Derinleştirme aşamasının ilk sorusunda, farklı cebirsel ifadelerin, iki terimin farkının karesi özdeşliğinden yararlanarak eşitinin bulunması istenmiş, Ö17 kodlu öğrencinin çözümü şekil 4.37’de verilmiştir.

ÇALIŞMA KAĞIDI

1. Aşağıdaki cebirsel ifadeleri İki terimin farkının karesi özdeşliğinden yararlanarak açılımını yazalım.

a)  $(x - 7)^2 = x^2 - 2 \cdot 7 \cdot x + 7^2$

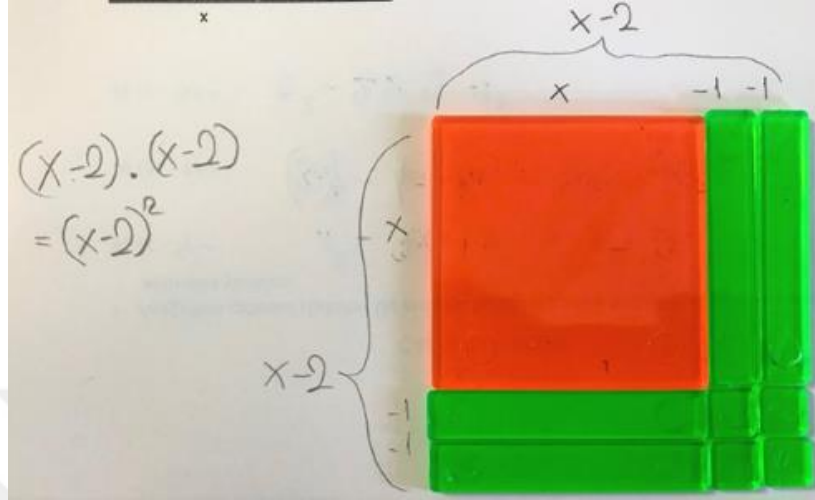
b)  $(3a - 4)^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3a + 4^2$

c)  $(z - 2t)^2 = z^2 - 2 \cdot 2t \cdot z + (2t)^2$

Şekil 4.37 Ö17 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Yanıtı

Ö17,  $(a+b)^2$  özdeşliğinin açılımını yaparken terimlerin katsayılarını göz ardı ederek yaptığı hatayı yapmayarak, katsayısı olan terimin karesini doğru biçimde almış ve özdeşlikleri yazabildiği görülmüştür. Buradan öğrenciler  $(a-b)^2$  özdeşliğinin açılımına dair işlemsel anlama yeterliliğine ulaşmış olduğu görülmüştür. Çalışma kağıdının diğer

sorularında öğrencilere cebir karoları dağıtılarak,  $x^2 - 4x + 4$  ve  $x^2 - 6x + 9$  cebirsel ifadelerini modellemeleri, oluşturacakları karenin alan bağıntısından cebirsel ifadelerin çarpınlarına ulaşılması istenmiştir. Ö20 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.38’de verilmiştir.



Şekil 4.38 Ö20 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Yanıtı

Bu aşamada Ö20 ile gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir.

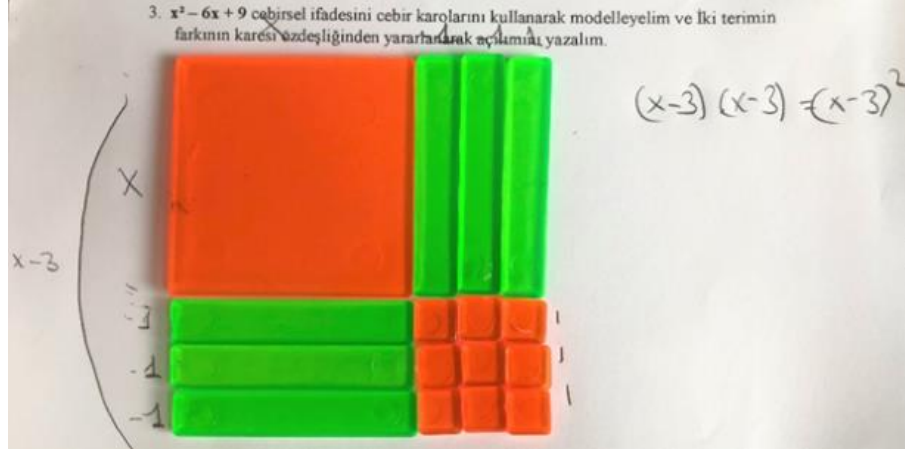
Ö: Oluşturduğun modelin alanı, verilen cebirsel ifadeye eşit olup olmadığını kontrol eder misin?

Ö20: Bu parçaların alanlarını toplarsam  $x^2-4x-4$  olur. Buna eşit değil. ( $x^2-4x+4$  sorusunu gösteriyor)

Ö: O halde modellemeni yeniden kontrol eder misin?

Ö20: Bir tane  $x^2$ , dört tane  $-x$  ve dört tane  $+1$  lazım o zaman 4 olur. Buraya turunculardan koymalıyım çünkü artı onlar. (1  $br^2$  lik cebir karolarının gösteriyor)

Burada Ö20 başta modellemiş olduğu kareyi yorumlarken  $-1br^2$  yi temsil eden yeşil karolar yerine,  $1br^2$  yi temsil eden turuncu karoları kullanması gerektiğini kendisi fark etmiştir. Ö20 gibi negatif cebir karolarını hatalı kullanan öğrenciler de bu aşamada yapılan açıklamalarla modellemelerini düzelterek, hatalarını keşfetmeleri sağlanmış ve diğer soruda bu duruma dikkat etmeleri istenmiştir. Benzer hatayı yapan Ö2’nin 3. soruya dair çözümü Şekil 4.39’da verilmiştir.



Şekil 4.39 Ö2 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Yanıtı

Ö2 gibi diğer öğrenciler de doğru cebir karolarını kullanarak, verilen cebirsel ifadenin modellemesini doğru bir şekilde oluşturabilmişlerdir. Buradan kare modellemesinin kenarlarını belirleyerek, karenin alan bağıntısı üzerinden üç terimli ifadenin çarpanları olduğunu söyleyebilmişlerdir. Böylelikle öğrenciler oluşturdukları karenin kenar uzunluklarının, verilen cebirsel ifadenin çarpanı olduğunu kavramsal olarak anlamış olduğu söylenebilir. Bu aşama, verilen ikinci dereceden cebirsel ifadelerin çarpanlarına ayrılmasının keşfetme etkinliği olarak yapılmıştır.

Açıklama aşamasında  $x^2 - 6x + 9$  cebirsel ifadesinin çarpanlarına ayrılması yöntemi işlemsel olarak, birinci terimin karekökü ile üçüncü terimin karekökü bulunarak, bu değerlerin çarpımının eksi iki katı ortadaki terime eşit olduğu; dolayısıyla verilen cebirsel ifadenin, birinci terimin karekökü ile üçüncü terimin karekökünün farkının karesine eşit olduğu anlatılır. Böylece  $(x-3)$ 'ün verilen cebirsel ifadenin bir çarpanı olduğu açıklanır.

Derinleştirme aşamasının ilk sorusunda öğrencilerden verilen cebirsel ifadelerin işlemsel yöntemle çarpanlara ayrılması istenmiştir. Ö11 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.40'da verilmiştir.

$\checkmark 25a^2 - 80ab + 64b^2 = (5a - 8b)^2$

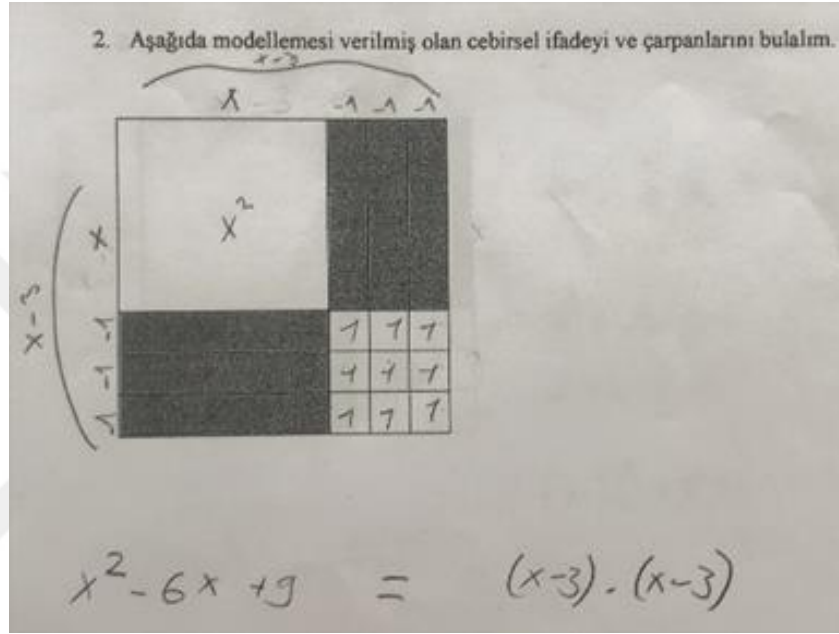
$5a \downarrow \quad \quad \quad \downarrow 8b$

$-2 \cdot 5a \cdot 8b$

$-80ab$

Şekil 4.40 Ö11 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Yanıtı

Ö11 gibi diğer öğrencilerin de verilen cebirsel ifadeleri terimlerin katsayılarına ve işaretlerine dikkat ederek, doğru matematiksel ifadelerle çarpanlarına ayırdıkları görülmüştür. Buradan öğrencilerin ikinci dereceden üç terimli cebirsel ifadelerin çarpanlarına ayrılmasına yönelik işlemsel yeterliliği edinmiş olduğu gözlenmiştir. Diğer soruda ise kavramsal anlamının desteklenmesi amacıyla verilen modellemeden yararlanarak, cebirsel ifadeyi ve çarpanlarının bulunması istenmiştir. Ö3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.41’de verilmiştir.



Şekil 4.41 Ö3 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Yanıtı

Ö3 gibi diğer öğrenciler de kare şeklinde verilmiş modellemenin alanını, hem parçaların alanları toplamı olarak, hem de karenin kenarlarının çarpımı olarak ifade ederek, cebirsel ifadenin çarpanlarını belirleyebilmişlerdir. Buradan öğrencilerin modellemeyi oluşturmaktan çok, verilen modellemeyi yorumlayarak sonuca ulaşmada daha başarılı oldukları gözlenmiştir. Derinleştirme aşamasında hem işlemsel hem de kavramsal bilgi ve becerilerin ölçülmesine yönelik sorularda öğrenciler, doğru matematiksel işlemler yaparak özdeşliğin açılımına ulaşabilmişler ve verilen modellemeyi doğru yorumlayarak istenen cebirsel ifadeye ve çarpanlarını belirleyebilmişlerdir. Bu bağlamda öğrencilerin iki terimin farkının karesi özdeşliğine ve çarpanlarına ayrılmasına yönelik hedeflenen kavramsal ve işlemsel anlama yeterlilikleri, ders planının aşamalarına göre Tablo 4.6’da verilmiştir.



Tablo 4.6

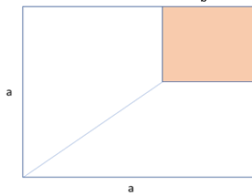
*İki Terimin Farkının Karesi Özdeşliğine Yönelik Yeterlilikler*

Ders Planı Aşamaları	Kavramsal Anlama Yeterlilikleri	İşlemsel Anlama Yeterlilikleri
<b>Keşfetme</b>	Kare modelinde alan bağıntısını kullanarak iki terimin farkının karesine özdeş olan ifadeyi belirler. (8-1) <sup>2</sup> gibi özel örneklerden, tablo ile (a-b) <sup>2</sup> özdeşliğinin genellemesine ulaşır. x <sup>2</sup> -6x+9 cebirsel ifadesinin terimlerini kullanarak model oluşturur (Bkn. Şekil 4.38).	(a-b) <sup>2</sup> ifadesinin açılımının nasıl yapılacağını fark eder. (a-b) <sup>2</sup> =a <sup>2</sup> -2ab+b <sup>2</sup> özdeşliğinin kuralını kullanarak farklı cebirsel ifadelerin açılımına ulaşır.
<b>Derinleştirme</b>	Oluşturduğu modeli kullanarak x <sup>2</sup> -6x+9 ifadesinin çarpanlarına ulaşır.  Verilen modeli temsil eden özdeşliği ve çarpanlarını belirler.	İkinci dereceden üç terimli cebirsel ifadelerin çarpanlarına, (a-b) <sup>2</sup> =a <sup>2</sup> -2ab+b <sup>2</sup> özdeşliğinin kuralını kullanarak ulaşır.

Tablo 4.6’da görüldüğü gibi (a-b)<sup>2</sup> özdeşliği, ders planının her aşamasına kavramsal ve işlemsel anlamanın birbirini destekler şekilde oluşturulduğu söylenebilir. Öğretim deneyine iki kare farkı özdeşliğine yönelik olan keşfetme aşaması ile devam edilmiş ve bu kısımda Şekil 4.42’de verilen etkinlik kullanılmıştır.

**ETKİNLİK**

- Noktalı kağıda kenar uzunlukları 9 birim olan kare çizelim ve çizdiğimiz kareyi keselim.
- Oluşturduğunuz karenin bir köşesinden bir kenarı 3 birim olan bir kare çizelim ve çizdiğimiz kareyi keselim.
- Kalan parçanın alanını bulalım.
- Kalan büyük parçayı şekildeki gibi keserek iki parça elde edelim.

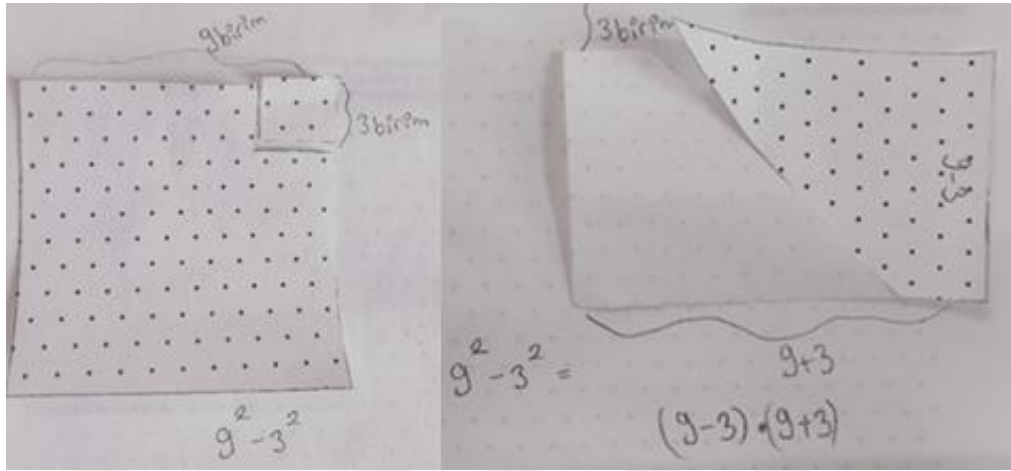


- Elde ettiğiniz parçalardan bir dikdörtgen oluşturalım ve dikdörtgenin alanını bulalım.
- Ulaştığımız sonuçlar hakkında neler düşünüyorsunuz?

Şekil 4.42  $a^2 - b^2$  Özdeşliğinin Keşfetme Aşamasında Kullanılan Etkinlik



Bu aşamadaki etkinliğin daha kolay ve anlaşılır olması açısından noktalı veya kağıt kullanılmıştır. Ö12 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.43’de verilmiştir.



Şekil 4.43 Ö12 Kodlu Öğrencinin Çalışması

Ö12 gibi diğer öğrencilerde beklenen şekilde, başlangıçta ulaştıkları büyük parçanın alanının, ikinci aşamada oluşturdukları dikdörtgenin alanına eşit olduğunu söyleyebildiler. Bu sırada araştırmacı ile Ö6 arasında gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir.

Ö: Oluşturduğun dikdörtgenin alanını nasıl bulursun?

Ö6: Öğretmenim burada kısa kenar  $(9-3)$  uzun kenar da  $(9+3)$  olacak, ikisini çarparak bulurum.

Ö: Evet çok doğru, peki elde ettiğimiz alanları incelersek nasıl bir sonuca varırız?

Ö6: Zaten aynı şekil bunu (dikdörtgeni gösteriyor) keserek oluşturduk ikisi birbirine eşit olur.

Ö20: Öğretmenim o zaman,  $9^2 - 3^2$  ni çarpanlarına ayırmış olduk.

Ö: Evet aynen öyle.

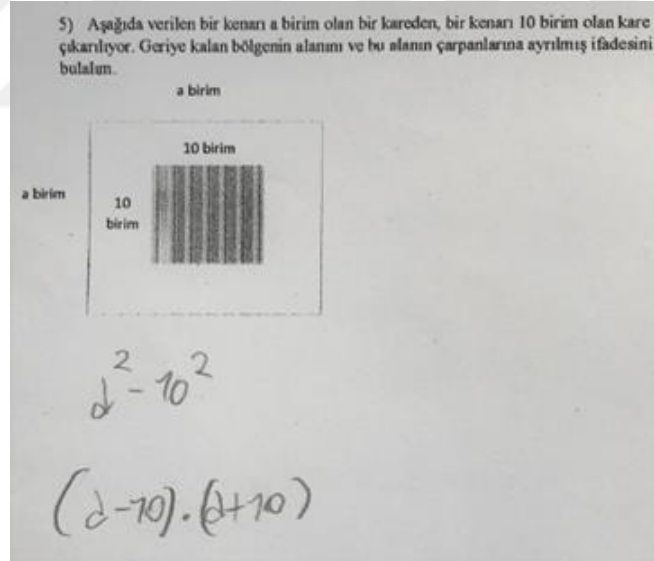
Böylelikle öğrencilerin iki ifadeyi birbirine eşitleyerek,  $9^2 - 3^2$  ifadesini çarpanlarına ayrılmasının kavramsal olarak keşfetmiş olduğu söylenebilir. İki kare farkı özdeşliğinin kavramsal anlaşılmasının tam olarak gerçekleşmesi için, aynı yönerge  $x^2 - 6^2$  ifadesi için de tekrarlanmıştır. Burada terimlerden birinin değişken olarak seçilmesindeki amaç,  $x$ 'in herhangi bir değer olarak düşünülerek model üzerinde bu durumun ifade edilebilmesini sağlamaktır. Bu şekilde de öğrenciler rahatlıkla modellerini oluşturarak özdeşliğin açılımına ulaşabildiler. Etkinliğin sonunda yine tahtaya Şekil 4.44’de verilen tablo tahtaya yansıtılarak doldurulması istenmiştir.

Kalan parçanın alanı	Dikdörtgenin alanı
$9^2 - 3^2$	$(9-3).(9+3)$
$x^2 - 6^2$	$(x-6).(x+6)$
$a^2 - b^2$	$(a-b).(a+b)$

Şekil 4.44 İki Kare Farkı Özdeşliğinin Açılımı

Öğrenciler keşfetme etkinliğinde ulaştıkları sonuçları tabloda göstererek,  $a^2-b^2$  özdeşliğinin açılımını kolaylıkla genelleyerek yazabildiler. Bu bağlamda tüm öğrenciler iki kare farkı özdeşliğine ve çarpanlarına ayrılmasına yönelik kavramsal anlama yeterliliğine ulaşmışlardır. Açıklama kısmında, öğrencilerin keşfetmiş oldukları  $a^2-b^2$  özdeşliği ve çarpanlarına ayrılması modellenerek anlatılmıştır.

Derinleştirme aşamasında, iki kare farkı özdeşliği ve çarpanlarına ayrılmasının hem kavramsal hem de işlemsel olarak ölçülmesini bir arada barındıran soruya yönelik Ö10 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.45’de verilmiştir.



Şekil 4.45 Ö10 Kodlu Öğrencinin Derinleştirme Aşasındaki Çözümü

Öğrenciler kalan bölgenin alanını, önce büyük karenin alanından küçük karenin alanını çıkararak yazmışlar, daha sonra ise iki kare farkı özdeşliğinin açılımından yararlanarak yazarak çarpanlarını ifade edebilmişlerdir. Bu bağlamda öğrencilerin iki kare farkı özdeşliğine ve çarpanlarına ayrılmasına yönelik ulaştığı kavramsal ve işlemsel anlama yeterlilikleri Tablo 4.7’de verilmiştir.

Tablo 4.7

*İki kare Farkı Özdeşliğine Yönelik Yeterlilikler*

Ders Planı Aşamaları	Kavramsal Anlama Yeterlilikleri	İşlemsel Anlama Yeterlilikleri
<b>Keşfetme</b>	Kare ve dikdörtgen modellerinin alan bağıntısını kullanarak iki kare farkına özdeş olan ifadeyi belirler. $9^2-3^2$ ve $x^2-6^2$ örneklerinden yararlanarak $a^2-b^2$ özdeşliğinin genellemesine ulaşır.	$a^2-b^2$ ifadesinin çarpanlarını alan bağıntısından yararlanarak fark eder.
<b>Derinleştirme</b>	Farklı problem durumunda, verilen modeli temsil eden özdeşliği ve çarpanlarını belirler.	Farklı problem durumunda, verilen cebirsel ifadeyi çarpanlarına ayırır.

Tablo 4.7’de görüldüğü gibi ders planının keşfetme ve derinleştirme aşamalarında öğrencilerin  $a^2-b^2$  özdeşliğine yönelik kavramsal ve işlemsel anlamaları zincirleme şeklinde oluştuğu söylenebilir.

Öğretim deneyinin son kısmı olan değerlendirme aşamasında, özdeşliklerin modellerle açıklanmasının ve  $a^2+2ab+b^2$ ,  $a^2-2ab+b^2$ ,  $a^2-b^2$  biçimindeki ifadelerin çarpanlarına ayrılmasının ortak olarak değerlendirildiği sorular öğrencilere dağıtıldı. Özdeş ifadelerin belirlenmesi istenen ilk soruya, Ö14 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.46’da verilmiştir.

1) Aşağıda tabloda verilen harfli ifadelerden özdeş olanları işaretleyiniz.

$(x+3)^2$	$9x^2-30x+25$	$x^2-100$	$x^2+6x+9$	$(x-7)^2$	$(y-4)(x+4)$
$(x-16)^2$					
$(3x-5)^2$					
$(x-10)(x+10)$					
$x^2-14xy+49y^2$					

Çözümünüzü açıklayınız.

Çözümleri birbirine eşitlemek için işleri yaptım. bilinmeyen yerine herhangi bir sayı koyduğunda eşit çıkıyorsa her iki tarafta bunun bir özdeşlik olduğudur.

2) Aşağıdaki ifadelerden özdeşlik olmayanları gösteriniz.

a)  $(k-8)(k+8) = k^2 + 64$  ✓

b)  $4x^2 - 32x + 16 = (2x-4)^2$  ✓

Şekil 4.46 Ö14 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Yanıtı

Ö14 açıklamasında, bilinmeyen yerine farklı sayılar koyarak her zaman birbirine eşit çıkan cebirsel ifadelerin özdeş olduğunu belirtmiş; buradan Ö14’ün özdeşlik ifadesini kavramsal bilgisini kullanarak açıkladığı görülmektedir. Bazı öğrenciler ise artık özdeşliklerin açılımlarını öğrendikleri için birbirine özdeş olan cebirsel ifadeleri eşleştirebilmişlerdir. Ö1 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.47’de verilmiştir.

1) Aşağıda tabloda verilen harfli ifadelerden özdeş olanları işaretleyiniz.

	$9x^2 - 30x + 25$	$x^2 - 100$	$x^2 + 6x + 9$	$(x - 7y)^2$	$(x - 4) \cdot (x + 4)$
$(x + 3)^2$			X		
$x^2 - 16$					X
$(3x - 5)^2$	X				
$(x - 10) \cdot (x + 10)$		X			
$x^2 - 14xy + 49y^2$				X	

Çözümünüzü açıklayınız

$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$      $(3x-5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$      $x^2 - 14xy + 49y^2$   
 $x^2 - 16 = (x-4) \cdot (x+4)$      $(x-10) \cdot (x+10) = x^2 - 100$      $(x-7y)^2$

Şekil 4.47 Ö11 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Yanıtı

Ö11 gibi bazı öğrenciler ise özdeş olan terimleri, işlemsel bilgilerine dayanarak öğrendikleri özdeşliklerin kurallarından belirlediği görülmüştür. İkinci soruda, özdeşlik ve denklem kavramlarının ayırt edilmesi istenmiştir. Ö7 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.48'de verilmiştir.

2) Aşağıdaki ifadelerden özdeşlik olmayanları gösteriniz.

a)  $(k - 8) \cdot (k + 8) = k^2 + 64$      $k^2 + 64$      $a ve d$  özdeşlik değildir.

b)  $4x^2 - 32x + 16 = (2x - 4)^2 + \dots$      $özdeşlik$

c)  $1 - 196a^2 = (1 - 14a) \cdot (1 + 14a)$      $özdeşlik$

d)  $(3x + 9y)^2 = 9x^2 - 54x + 81y^2$      $iki sayının farkının karesi, toplamının karesi$      $özdeşlik değildir$

Şekil 4.48 Ö7 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Yanıtı

Değerlendirme kağıtları incelendiğinde Ö7 gibi diğer öğrenciler eşitliklerdeki terimlerin katsayılarına ve işaretlerine dikkat ederek, özdeşliklerin kurallarını göz önünde bulundurmuşlar ve özdeşlik olmayan eşitlikleri belirlemişlerdir. Buradan öğrencilerin denklem ile özdeşlik kavramına dair farkı işlemsel bilgilerine dayanarak ayırt ettiği söylenebilir. Diğer bir soruda, iki terimin farkının karesi özdeşliğinin çarpanlarına ayrılmasına yönelik, işlemsel anlamının ölçüldüğü bir sorudur. Ö4 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.49'da verilmiştir.

3)  $a^2 - \diamond a + 361$  üç terimli cebirsel ifadenin bir tam kare ifade belirtmesi için  $\diamond$  doğal sayısı kaç olmalıdır?

$$(a^2 - \diamond a + 19)^2 \quad \diamond = 19$$

Şekil 4.49 Ö4 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Yanıtı

Ö4, 361'in karekökünün 19 olduğunu görmüş; ancak cebirsel ifadenin tamamını kare içine alarak, verilen ifadenin iki terimin farkı özdeşliğinin yapısı olduğunu anlamadığı görülmüştür. Aynı soruya Ö18 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.50'de verilmiştir.

3)  $a^2 - \diamond a + 361$  üç terimli cebirsel ifadenin bir tam kare ifade belirtmesi için  $\diamond$  doğal sayısı kaç olmalıdır?

$$a^2 - \diamond a + 19^2 \quad \diamond \cdot a - \diamond \cdot a - 19 \cdot 19 \quad ?$$

Şekil 4.50 Ö18 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Yanıtı

Ö18 kodlu öğrenci ise verilen cebirsel ifadeyi iki terimin farkının karesi özdeşliğinin açılımı olduğunu fark edebildiği halde, ortadaki terime ulaşamamıştır. Buradan Ö14 ve Ö18 gibi akademik başarısı düşük olan 4 öğrencinin iki terimin farkı özdeşliğine dair işlemsel anlamalarının yeterli olmadığı belirlenmiştir. Bunun yanında ders başarısı iyi ve orta düzeyde olan öğrenciler soruyu zorlanmadan cevaplayabilmiştir.

Bir başka soruda, sözel bir şekilde verilen ifadeyi öncelikle cebirsel olarak ifade etmeleri sonra da çarpanlarına ayırmaları istenmiştir. Ö5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.51'de verilmiştir.

4) k sayısının karesine 12 katı ve 36 sayısı ekleniyor. Elde edilen sayı hangi cebirsel ifadenin karesine eşittir?

$$12k^2 + 36 = 6(2k^2 + 6)$$

⑥.2.k.k    ⑥.6

Şekil 4.51 Ö5 Kodlu Öğrencinin 4. Soruya Yanıtı





çarpanlarına ayırdığını belirtmiştir. Dolayısıyla yapılan hatanın dikkatsizlikten kaynaklandığı belirlenmiştir. Aynı soruya dair Ö7 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.53’de verilmiştir.

5) Aşağıdaki cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

a)  $4x^2 - 20x + 25 = (2x - 5)^2$   
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 $2x \quad -5 \quad 5$

b)  $9a^2 + 6ab + b^2 = (3a + b)^2$   
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 $3a \quad 3ab \quad b$

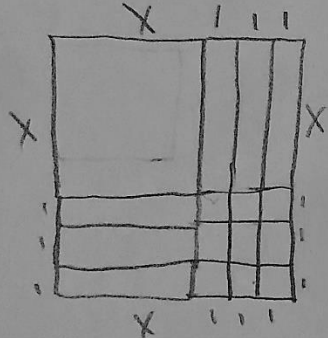
c)  $2x^2 - 2y^2 = (2x - 2y)^2$   
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 $2x \quad -2y$

d)  $25m^2 - 81n^2 = (5m - 9n)^2$   
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $5m \quad -9n$

Şekil 4.53 Ö7 Kodlu Öğrencinin 5. Soruya Yanıtı

Ö7 ise c ve d şıklarındaki ifadelerin terimlerin kareköklerini belirlemiş; ancak ifadeleri genelleyerek, tam kare özdeşliği olarak algılamış ve eşitlikleri hatalı yazmıştır. Değerlendirme kağıtları incelendiğinde öğrencilerin c ve d şıklarında zorlandıkları belirlenmiştir. Bu zorluk, iki kare farkı özdeşliğinin derinleştirme aşamasında, öğrencilerin işlemsel bilgilerini kullanacakları farklı cebirsel ifadeler üzerine değinilmediğinden kaynaklanmış olabilir. Bu bağlamda bu öğrencilerde iki kare farkı özdeşliğinin çarpanlara ayrılmasının işlemsel bilgilerinin eksik kaldığı belirlenmiştir.

Son soruda verilen farklı yapıda cebirsel ifadelerin modellemesinin istendiği, hem kavramsal hem de işlemsel anlamının ölçülmesine yönelik bir sorudur. Sorunun a şıkında  $3x(x-2)$  ifadesinin modellenmesi istenmiştir. Ö5 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.54’de verilmiştir.

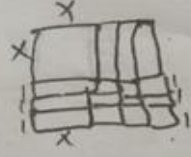
$$b) (x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 9 = x^2 + 6x + 9$$


$$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

Şekil 4.54 Ö5 Kodlu Öğrencinin b Şıkkına Yönelik Çözümü

Ö5 kodlu öğrenci gibi çoğu öğrenci önce dağılma özelliğini uygulamış, daha sonra eşitliği modellemesini çizerek ifade etmiştir. Buradan öğrencilerin önce işlemsel bilgilerini kullanarak eşitliğe ulaşmış oldukları, daha sonra kavramsal olarak elde ettikleri cebirsel ifadenin terimlerinden yararlanarak modellerini oluşturdukları belirlenmiştir. Burada öğrencilerin çözümünde işlemsel ve kavramsal bilgilerinin bir arada kullanıldığı; ancak işlemsel bilginin ön planda işe koşulduğu görülmüştür. Sorunun b şıkkında  $(x+3)^2$  cebirsel ifadesinin modellenmesi istenmiştir. Burada öğrenciler farklı yolları izleyerek, doğru modelleme yapmışlar ve özdeşliğin açılımına ulaşabilmişlerdir. Ö2 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.55’de verilmiştir.

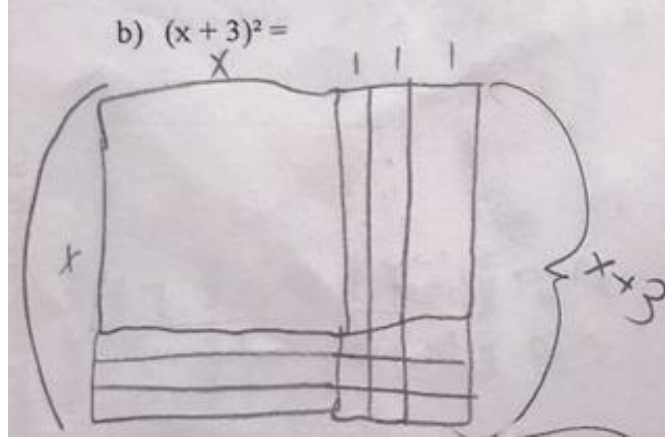
$$b) (x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$

$$x^2 + 6x + 9$$


Şekil 4.55 Ö2 Kodlu Öğrencinin b Şıkkına Yönelik Çözümü

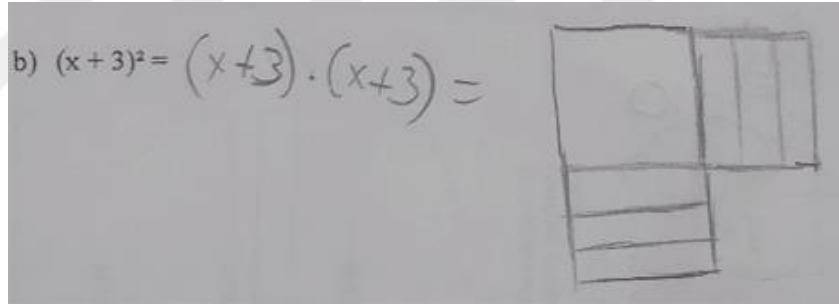
Ö2 gibi çözüm yapan öğrenciler önce iki terimin toplamının karesi özdeşliğinin kuralını uygulamışlar, daha sonra modellemelerini oluşturmuşlardır. Bu yanlış bir yöntem değildir; ancak bu öğrenciler yine, önce işlemsel bilgilerini kullanarak özdeşliğin açılımını yapmışlar, daha sonra elde ettikleri cebirsel ifadeyi modelleyerek soruyu kavramsal olarak ifade etmişlerdir. Farklı olarak, Ö3 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.56’da verilmiştir.





Şekil 4.56 Ö3 Kodlu Öğrencinin b Şıkkına Yönelik Çözümü

Ö3 verilen cebirsel ifadeyi, kenar uzunluğu  $(x+3)$  olan bir karenin alanı olduğunu görerek, modellemesini oluşturmuş; ancak kullandığı parçaların alanlarını ve cebirsel ifadenin açılımını yazamamıştır. Diğer taraftan Ö16 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.57’de verilmiştir.



Şekil 4.57 Ö16 Kodlu Öğrencinin b Şıkkına Yönelik Çözümü

Ö16 da, verilen cebirsel ifadeyi, kenar uzunluğu  $(x+3)$  olan bir karenin alanı olduğunu belirtmiş; ancak modellemesini tamamlamamış, kullandığı parçaların alanlarını ve cebirsel ifadenin açılımını yazamamıştır. Buradan, Ö3 ve Ö16 gibi öğrencilerin önce modelleme yapmaya yönelmeleri, özdeşliklerin kavramsal yapılarını ifade etmeye çalıştıklarını ve kavramsal anlamalarının ön planda olduğu belirlenmiştir. Çözümünü ve modellemesini en açık şekilde ifade eden Ö18 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.58’de verilmiştir.

b)  $(x+3)^2 =$   
 $= (x+3) \cdot (x+3)$   
 $= x^2 + 3x + 3x + 9$

$x^2$	$x$	$x$	$x$
$x$	1	1	1
$x$	1	1	1
$x$	1	1	1

Şekil 4.58 Ö18 Kodlu Öğrencinin b Şıkkına Yönelik Çözümü

Ö18 ders başarısı düşük olan bir öğrenci olmasına rağmen, verilen cebirsel ifadeyi çarpım şeklinde yazmış, işlemsel bilgisini kullanarak dağılma özelliğini uygulamış, elde ettiği cebirsel ifadeye yönelik modellemesini oluşturmuş ve modellemedeki parçaların alanlarını ifade etmiştir. Ö18 gibi birçok öğrencinin istenen şekilde soruyu cevapladıkları, kavramsal ve işlemsel bilgilerini birbirini destekler şekilde bir anlamaya ulaştıkları gözlenmiştir. Sorunun c şıkkında ise,  $(2x-1)^2$  ifadesinin modellenmesi istenmiştir. Ders başarısı orta düzeyde olan Ö14 kodlu öğrencinin çözümü Şekil 4.59'da verilmiştir.

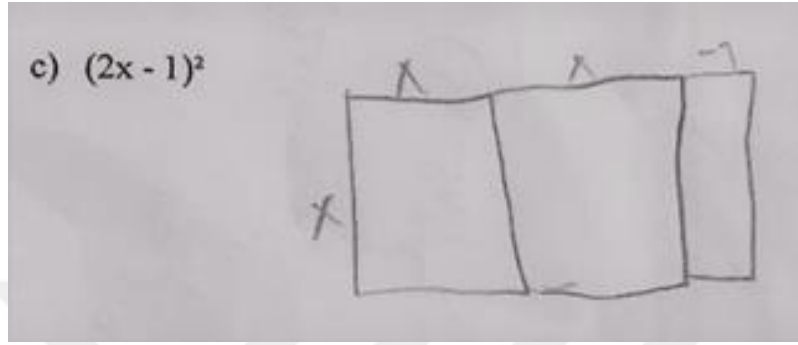
c)  $(2x-1)^2$   
 $2x^2 + 2x \cdot 1 - 1^2$   
 $2x^2 + 4x - 1^2$

$x^2$		

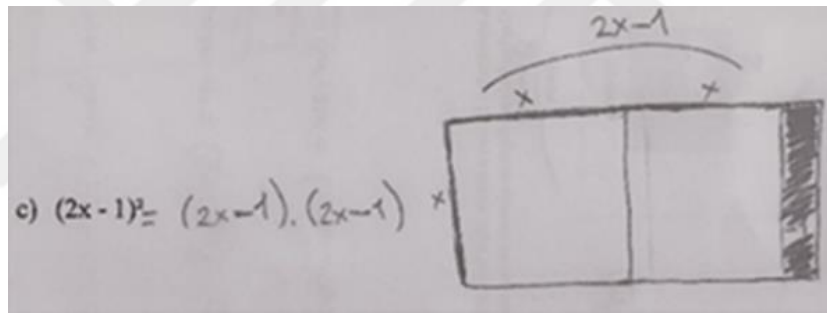
Şekil 4.59 Ö14 Kodlu Öğrencinin c Şıkkına Yönelik Çözümü

Ö14 önce özdeşliğin açılımını yapmaya çalışmış; ancak terimlerin işaretlerinde hata yapmıştır. Yaptığı modellemede negatif kareleri göstermemiş ve kenar uzunluğu

$(2x+1)$  olan bir kare modellemiştir. Burada öğrencinin işlemsel hatası, yanlış modelleme yapmasına yol açmış, ayrıca kavramsal anlamasında da eksikliklerin olduğu görülmüştür. Diğer taraftan birkaç öğrenci ise, negatif cebir karolarını kullanamamışlar ve modellemelerini tamamlayamamışlardır. Ö11 ve Ö9 kodlu öğrencilerin çözümleri sırasıyla Şekil 4.60 ve Şekil 4.61’de verilmiştir.



Şekil 4.60 Ö11 Kodlu Öğrencinin c Şıkkına Yönelik Çözümü



Şekil 4.61 Ö9 Kodlu Öğrencinin c Şıkkına Yönelik Çözümü

Ö11 ve Ö9 gibi 5 öğrenci, verilen cebirsel ifadenin bir kenar uzunluğu  $(2x-1)$  olan bir kare modellemeye çalışmışlar; ancak modellemelerini tamamlayamamışlardır. Değerlendirme aşamasından sonra Ö11 ve Ö9’a modelleme yaparken nasıl bir yol izledikleri sorulduğunda, kare oluşturmaya çalıştıklarını, ama diğer kenar uzunluğunun nasıl olması gerektiğini bulamadıklarını belirtmişlerdir. Dolayısıyla bu öğrencilerin  $(a-b)^2$  özdeşliğinin kavramsal anlamalarında; aynı zamanda özdeşliğin açılımını da yazamadıklarından işlemsel bilgilerinde de eksiklikler olduğu görülmüştür.

Öğretim deneyinin son aşaması olan değerlendirme sorularından elde edilen verilerden yararlanarak öğrencilerin özdeşliklerin modellenmesinde ve çarpanlarına ayrılmasına yönelik kavramsal ve işlemsel anlama yeterlilikleri Tablo 4.8’de verilmiştir.

Tablo 4.8

*Özdeşlikler ve Çarpanlara Ayırma Konusuna Yönelik Değerlendirme Aşamasına Yönelik Yeterlilikler*

Bilgi Türü	Yeterlilik	Ön Şart Kazanımları	Soru No	Öğrenci Kodları	
Kavramsal Anlama	Yeterli	Özdeşlik kavramını tanır.	1	Tümü	
		Özdeşlik ile denklem kavramları arasındaki farkı açıklar.	2	Tümü	
		Sözel ifadeye uygun cebirsel ifade yazarak tam kare özdeşliğine ulaşır.	4	Ö5 hariç	
		$3x.(x-2)$ ve benzer ifadeleri cebir karolarını kullanarak modeller.	6-a	Tümü	
		$(x+3)^2$ ve benzer ifadeleri cebir karolarını kullanarak modeller.	6-b	Ö16 hariç tümü	
		$(2x-1)^2$ ifadesinin cebir karolarını kullanarak modeller.	6-c	Ö4, Ö8, Ö11, Ö14, Ö18 hariç tümü	
İşlemsel Anlama	Yeterli	$(a+b)^2$ , $(a-b)^2$ ve $a^2-b^2$ özdeşliklerinin kurallarını kullanarak açılımını yazar.	1	Tümü	
		İkinci dereceden üç terimli cebirsel ifadelerin çarpanlarına, $(a+b)^2$ ve $(a-b)^2$ özdeşliklerinin kurallarını kullanarak ulaşır.	5-a,b	Tümü	
		Sözel ifadeye uygun cebirsel ifadeyi yazarak çarpanlarına ayırır.	4	Tümü	
		$3x.(x-2)$ ifadesinde dağılma özelliğini uygulayarak terimleri çarpar.	6-a	Tümü	
			$(x+3)^2$ ifadesinin açılımını özdeşlik kuralından yazar.	6-b	Ö16 hariç tümü
			$(2x-1)^2$ ifadesinin açılımını özdeşlik kuralından yazar.	6-c	Ö9, Ö11, Ö14 hariç tümü
		Yetersiz	İki terimin farkının karesi özdeşliğinin tanıyarak verilmeyen terimini bulur.	3	Ö4, Ö8, Ö11, Ö18
		İki kare farkı özdeşliğinin kuralını farklı cebirsel ifadeler için uygular.	5-c,d	Ö7, Ö8, Ö13, Ö18	

Tablo 4.8’de görüldüğü gibi sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik kavramsal ve işlemsel anlama sürecinde, öğrenciler özdeşlik kavramına ulaşırken, bilinmeyen yerine farklı sayılar koyarak, hangi cebirsel ifadelerin her durumda birbirine eşit olduğunu görmüşler, böylelikle özdeşlik kavramını işlemsel

becerilerini kullanarak oluşturabilmişlerdir. Ders planının değerlendirme aşamasında da öğrenciler, özdeşlik ile denklem arasındaki farkı hem matematiksel işlemler yaparak hem de dersin sonunda artık tüm özdeşlikleri de tanıdıkları için açılımlarını yaparak görebilmişler ve ayırt edebilmişlerdir. Bu durum öğrencilerin işlemsel becerileri özdeşlik kavramının algılanmasına ve denklem ile özdeşlik yapılarının arasındaki farkın görülmesini sağlamıştır. Öğrencilerin işlemsel becerileri kavramsal öğrenmelerini desteklemiştir.

$(a+b)^2$ ,  $(a-b)^2$  ve  $a^2-b^2$  özdeşliklerinin keşfetme aşamasında, tüm öğrenciler cebir karolarını kullanarak veya noktalı-kareli kağıtlar üzerine kendileri çizimler yaparak oluşturduğu kare veya dikdörtgen modelleri üzerinden özdeşliklerin açılımlarına ulaşmışlar, böylelikle özdeşliklerin açılımının nereden geldiğini kavramsal olarak algılamışlardır. Keşfetme etkinliklerinde, verilen yönerge üzerinden adım adım ilerlenmesi ve öğrencilerin etkinliği birebir kendilerinin uygulaması; özdeşliklerin kavramsal olarak anlaşılmasını hem kolaylaştırmış hem de dersi eğlenceli hale getirmiştir.

Öğrenciler  $(a+b)^2$ ,  $(a-b)^2$  ve  $a^2-b^2$  özdeşliklerinin açılımına, keşfetme aşamasındaki modellemelerden elde ettikleri sonuçları verilen tablolara yansıtarak, sonuçları genellemişler ve işlemsel olarak özdeşliklerin kurallarını kullanarak, açılımına ulaşmış oldular. Bu bağlamda da öğrencilerin konuyu kavramsal olarak anlamış olmaları, genelleme yapmalarına ve işlemsel anlamalarına kolaylık getirmiştir. Açıklama kısmında da yapılan anlatımlarda sonra öğrencilerin, derinleştirme aşamasında verilen farklı cebirsel ifadelerin açılımlarını yapabildikleri ve özdeşliklere kolayca ulaşabildikleri gözlenmiştir.  $(a+b)^2$  ve  $(a-b)^2$  özdeşliklerinin derinleştirme aşamasında,  $a^2+2ab+b^2$  ve  $a^2-2ab+b^2$  cebirsel ifadelerinin çarpanlara ayrılmasının keşfettirilmesi amaçlanmıştır. Bu keşfetme ve sonrasındaki açıklama aşamalarından sonra gerçekleşen derinleştirme aşamasında da öğrencilerin  $a^2+2ab+b^2$  ve  $a^2-2ab+b^2$  biçimindeki cebirsel ifadeleri terimlerin özelliklerini dikkate alarak çarpanlarına ayırabildikleri; dolayısıyla bu özdeşlikler için işlemsel anlamının öğrenciler tarafından büyük oranda olduğu görülmüştür. Değerlendirme aşamasındaki sorular incelendiğinde  $(a+b)^2$  özdeşliğinde tüm öğrenciler modellemeleri cebir karolarını kullanarak daha rahat çizebilmişler ve zorlanmadan çarpanlarına ulaşmışlardır. İki terimin toplamının karesi özdeşliğinde tüm terimler pozitif olduğu için öğrenciler hem kavramsal hem de işlemsel anlamının tam olarak gerçekleştiği görülmüştür. Bunun yanında çoğu öğrenci  $(a-b)^2$  özdeşliğini, kavramsal ve işlemsel bilgilerini kullanarak çarpanlarına ayırabilmelerine rağmen; Ö4, Ö8, Ö11, Ö14, Ö18 kodlu öğrenciler modelleme sorularında

negatif terimleri temsil eden cebir karolarını kullanmadan modelleme yapmaya çalışmışlar veya modellemelerini tamamlayamamışlardır. Burada negatif terimlerin varlığı, iki terimin farkının karesi özdeşliğinin modellemesini zorlaştırmış ve bu öğrencilerin özdeşliği kavramsal olarak ifade etmede diğer özdeşliklerden geride olduğu görülmüştür. Aynı zamanda bu öğrenciler  $(a-b)^2$  özdeşliğinin kuralını kullanarak açılımına ulaşamadıkları için işlemsel anlamalarının da tam oluşmadığı görülmüştür.

Bunun yanında  $a^2-b^2$  özdeşliğinde, öğrencilerin hem keşfetme hem de derinleştirme aşamalarında kolayca modelleme yaptıkları ve verilen modellemeyi de kolayca yorumlayarak, çarpanlarına ulaşabildikleri gözlenmiştir. Öğrencilerin kavramsal anlamayı en rahat oluşturduğu özdeşlik iki kare farkı özdeşliği olmasına rağmen; değerlendirme aşamasının son sorusunda verilen  $2x^2 - 2y^2$  ve  $25m^2 - 81n^2$  cebirsel ifadelerinin işlemsel kuralları kullanarak çarpanlarına ayrılması istenen soruda, Ö7, Ö8, Ö13 ve Ö18 kodlu öğrencilerin çarpanlara ulaşamadıkları, hatalı işlem yaptıkları ve iki kare farkı özdeşliğinin işlemsel bilgi bağlamında eksik kaldığı görülmüştür.

## BEŞİNCİ BÖLÜM

### 5. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik kavramsal ve işlemsel anlama süreçlerinin incelenmesi amacıyla 5E öğretim modeline dayalı bir öğretim deneyi gerçekleştirilmiştir.

Bu bölümde öğrencilerin, özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik kavramsal ve işlemsel anlamdaki ön bilgi ve becerilerine yönelik sonuçlar ile özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik kavramsal ve işlemsel anlama süreçlerine dair sonuçlara yer verilmiştir.

Çalışmanın başında, “Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar” kazanımı, öğrencilerin geçmiş yıllarda gördüğü ve hazırbulunuşluk testinde de başarılı olduğu bir konu olmuştur. Öğrencilerin kazanımın “Basit cebirsel ifadeleri anlar” kısmında hem hazırbulunuşluk testinde hem de ders planı-1’deki çalışmalarda, verilen sözel ifadelere uygun cebirsel ifadeleri ve cebirsel ifadelere uygun sözel ifadeleri rahatlıkla yazabildiği görülmüştür. Ders planı-1’in giriş aşamasında sorulan sorulara verdikleri cevaplardan öğrencilerin değişken (bilinmeyen) kavramını da hatırladıkları gözlenmiştir. Hazırbulunuşluk testinde ve ders planı-1’in keşfetme aşamasında öğrenciler cebirsel ifadelerdeki terimleri, katsayıları, sabit terimleri belirlerken, öğrencilerin tümü sabit terimin de bir katsayı olduğunu unutmuştur. Ancak yapılan açıklamalarla öğrenciler kolayca bu durumu hatırlamışlardır. Cebirsel ifadelerin kavramsal anlamının sorgulandığı bu sorularda öğrencilerin çoğu başarılı olmuştur. Bunun yanında bazı öğrencilerin terimleri belirlerken terimlerin önündeki ‘-’ veya ‘+’ işaretlerini göz ardı ettikleri gözlenmiştir. Benzer olarak Erdem ve Aktaş (2018), yaptıkları araştırmanın bir sonucu olarak öğrencilerin eşit işaretini de işlemsel bir sembol olarak düşünerek hatalı bir yargıya vardıklarını belirtmişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerin matematiksel sembolleri kullanırken zorluk yaşadıkları ve matematik derslerinde sembolik ifadelerin kavramsal olarak anlaşılmasının üzerinde durulması önerilebilir.

Aynı kazanımın ‘Cebirsel ifadeleri farklı biçimlerde yazar’ kısmına yönelik sorularda hem hazırbulunuşluk testinde hem de ders planı-1’in derinleştirme aşamasında bazı öğrencilerin cebirsel ifadelerin terimleri arasındaki işlemleri ve işlem önceliğini göz ardı ettikleri görülmüştür. Ders süresince bu eksikliler sorulan sorular, yönlendirmeler ve açıklamalar ile giderilmiştir. Bunun yanında çoğu öğrenci de terimler arasında dört işlem

yaparak, cebirsel ifadeleri düzenleyebilmişlerdir. Buradan öğrencilerin aritmetik işlemleri harfli ifadelerde de kullanabildikleri gözlenmiştir.

Derinleştirme aşamasında öğrenciler verilen çalışma kağıdında terim katsayı, sabit terim kavramlarını farklı sorularda da gösterebildikleri, terimlerin işaretlerini de unutmadıkları ve verilen cebirsel ifadeleri düzenleyerek farklı biçimlerde yazabildikleri görülmüştür.

5E öğretim modelinin son aşaması olan değerlendirme kısmında artık tüm öğrencilerin denklem, cebirsel ifade, değişken, terim, katsayı ve sabit terim kavramlarını hatırlayarak, bilgilerini tazelemişler, eksikliklerini gidermişlerdir, ayrıca verilen cebirsel ifadeleri farklı biçimlerde de yazarak artık temel cebir bilgilerine kavramsal ve işlemsel olarak hakim olmuşlardır. Bu bağlamda konulara giriş yapmadan önce öğrencilerin ön bilgilerini tazeleyen ve eksikliklerini gideren çalışmalar, öğrencilerin işlenecek konuyu kavramsal ve işlemsel olarak kavramalarını sağlamlaştıracak için öğretmenlere önerilmektedir.

Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar kazanımına yönelik hazırbulunuşluk testinde yer alan sorularda öğrenciler bir cebirsel ifade ile bir doğal sayı arasındaki çarpma işlemini, dağılma özelliğini kullanarak işlemsel olarak yapabilmişlerdir. Aynı zamanda ders planı-2'nin giriş aşamasında da öğrenciler, verilen dikdörtgenel şekillerin alan bağıntısından yararlanarak cebirsel ifadeler arasında çarpma işlemini kavramsal olarak yapabilmişlerdir. Burada öğrencilerin verilen dikdörtgenlerin kenar uzunluklarının cebirsel ifadenin birer çarpan olduğunu bildikleri ve 6. sınıfta gördüğü çarpan kavramını kolaylıkla ifade edebildiği görülmüştür. İşlemsel bilgilerinin ölçüldüğü, harfli ifadelerde dağılma özelliğini uygulayabilme sorularında, ders başarısı düşük olan öğrencilerin işlem hatası dışındaki tüm öğrencilerin kavramsal bilgiyi kullanmaktan ziyade işlemsel bilgilerini iş koşmakta daha başarılı olduğu belirlenmiştir. Benzer olarak Erçerman (2008, s. 51), lineer cebir kavramlarının öğretiminde öğrencilerin işlemsel bilgiyi kullanmaya daha eğilimli olduğu sonucuna varmıştır.

“Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar” kazanımına yönelik ders planı-2'nin keşfetme aşamasında, öğrencilerin çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğinin kavramsal olarak anlaşılmasının sağlanması için modeller üzerinde ve doğal sayılar kullanılarak yapılan etkinlikte, öğrencilerin istenen görevleri önceki bilgilerini kullanarak rahat bir şekilde yaptıkları ve dağılma özelliğinin kavramsal olarak da anlamlandırabildiği gözlenmiştir. Bu etkinlikle aynı zamanda öğrenciler, çarpanlar ve



katlar konusunda öğrenmiş oldukları bilgilerini kullanarak, çarpan kavramını da kavramsal olarak anladıkları gözlenmiştir. Sarı (2012, s. 85), kavramsal anlamının desteklenmesi, işlemsel bilginin anlaşılmasında ve kullanılmasında başarıyı arttırabilmektedir. Bu bağlamda, yapılan etkinliklerin veya sorulan soruların daha çok bilgi ağırlıklı değil, kavrama ve uygulamaya dayalı olması, konuların kavramsal olarak öğrenilmesinde daha etkili olduğu gözlenmiş ve öğretmenlere derslerinde kavramsal anlamayı destekleyecek nitelikteki etkinliklere yer vermeleri önerilmektedir.

Keşfetme ve açıklama aşaması olarak,  $2.(x+3)$ ,  $x.(x+2)$  ve  $(x+3).(2x-1)$  ifadelerinin, cebir karolarını kullanarak nasıl modelleneceğine, cebir karolarının kullanımına ve modelleme aşamalarına yönelik sorulan sorulara, öğrencilerin isabetli yorumlarda bulunduğu gözlenmiştir. Bu modelleme etkinliklerinde öğrencilerin somut materyallerle çalışması hem konunun kavramsal olarak anlaşılmasına katkı sağlamış hem de öğrencilerin dikkatlerini çekerek eğlenceli hale gelmesini sağlamıştır. Aktif katılımlı, soru cevap yöntemi ile öğrencinin düşünmesini sağlayan öğrenme ortamları da öğrenmenin daha kalıcı olmasına destek olduğu görülmüştür. Çaylan (2018, s. 79), yaptığı çalışmadaki cebir karolarının kullanıldığı etkinliklerde öğrencilerin konuyu daha etkili bir şekilde öğrendiklerini ve cebirsel düşünme üzerindeki olumlu bir etkisi olduğu ve cebir karosu kullanımının dersleri daha eğlenceli hale getirdiği sonucu ile desteklenmektedir. Bu aşamada öğretmenlere, kavramsal anlamayı destekleyen, öğrenmeyi kolaylaştıran ve dersleri eğlenceli hale getiren somut materyallerin veya modellerin kullanılması önerilmektedir. Ayrıca öğrencilere düşünmesine, sorgulamalarına yeterli destek ve zaman vererek, rehberlik edilebilir.

Ders planı-2'nin derinleştirme aşamasının ilk sorusunda öğrenciler,  $x.(x+4)$  biçimindeki cebirsel ifadelerin çarpılmasını doğru bir şekilde modelleyerek bu oluşturdukları modellemelerden çarpma işleminin sonucuna ulaşmışlardır,  $(x-2).(x+3)$  biçimindeki negatif terimlerin olduğu cebirsel ifadeler arasındaki çarpma işlemini modellerken; bazı öğrenciler negatif cebir karolarını kullanması gereken alana, pozitif  $1 \text{ br}^2$  lik cebir karolarını kullanmış olmasına rağmen; cebirsel ifadeler arasında işlemsel bilgilerini kullanarak dağılma özelliğini uygulayarak sonuca ulaşmışlardır. Bu durum, öğrencilerin yaptığı modellemeyi yorumlamadan işlem yaptıklarını göstermiştir. Böylelikle öğrencilerin cebirsel ifadeleri çarpmada işlemsel bilgilerinin tamamlanmış olduğu; ancak elde ettiği sonuçları oluşturdukları modellemeler ile bağdaştıramadıkları, dolayısıyla öğrencilerin kavramsal anlamada eksiklikleri olduğu belirlenmiştir. Yapılan çözümler ve açıklamalar ile öğrencilerin doğru modellemeyi görmeleri sağlanmış ve diğer bir şıkta verilen ve  $(x+3).(x-1)$

çarpma işlemini doğru bir şekilde modelleyerek, sonuca ulaşmışlardır. Benzer durum Birgin ve Gürbüz'ün (2009) yaptıkları çalışmada, ortaokul öğrencilerinin işlemsel bilgiyi ölçen problemlerde, kavramsal bilgiyi ölçen problemlere göre daha iyi bir başarı gösterdiğini tespit etmişlerdir (s. 529). Bunun yanında Yazır (2015, s. 156), modelleme yöntemine dayalı olarak yaptığı çalışmada modelleme etkinliklerinin kavramsal ve işlemsel bilgiyi geliştirdiği sonucuna ulaşmıştır. Bu durumda kavramsal anlamının sağlanması gereken kazanımları işlerken, ders içi etkinliklerde modelleme çalışmalarına, görsellerden yararlanmaya ya da materyal kullanmaya daha fazla yer verilmesi önerilmektedir.

Ders planı-2'nin derinleştirme aşamasındaki sorular ile öğrenciler oluşturdukları dikdörtgen modellerinin kısa ve uzun kenarlarının, cebirsel ifadenin birer çarpanı olduğunu kavramsal olarak anladıkları görülmüştür. Bu aşama ortak çarpan parantezine alma yöntemi ile cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırabilme kazanımının giriş aşaması olarak değerlendirilmiştir.

Ortak çarpan parantezine alma yöntemi ile cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırma kazanımına yönelik keşfetme etkinliğinde öğrenciler, cebir karolarını kullanarak ' $3x+6$ ' ve ' $x^2+3x$ ' ifadelerini dikdörtgenler oluşturarak modellemiş ve cebirsel ifadeleri, dikdörtgenin iki kenarının çarpımı şeklinde yazabilmişlerdir. Burada öğrencilerin yöneltilen sorulara verdikleri cevaplardan düşünme süreçleri ve yorumları izlenmiş; cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırmanın modellemeler üzerinden nasıl yorumlanacağını kavramsal olarak anlamış oldukları belirlenmiştir. Bunun yanında, işlemsel anlamının desteklenmesi amacıyla öğrencilerden modelleme yapmadan verilen cebirsel ifadeyi nasıl çarpanlara ayırabilecekleri sorulmuştur. Bu aşamada doğal sayılardan örnek verilerek, bu sayıların ortak bölenlerinin neler olabileceği sorulmuştur. Benzer olarak, Baykul (2014)'da, çarpanlara ayırma konusunun, çarpanlar ve katlar konusundaki kazanımların öğretimi sırasında üzerinde durulmuş olduğundan, cebirsel ifadelerin çarpanlara ayrılması konusu önce, doğal sayıların çarpanlarına ayrılmasıyla ilgili alıştırmalarla başlanarak, çarpan ve çarpanlara ayırma kavramlarının hatırlatılması gerektiğini belirtmiştir (s. 302). Öğrenciler arasında gerçekleşen tartışma ortamında, öğrenciler cebirsel ifadelerin terimlerine yönelerek, terimlerin çarpanlarını söylemişler ve terimler arasındaki en büyük ortak çarpanı belirleyebilmişlerdir. Böylelikle işlemsel anlamının da kazanılmış olduğu görülmüştür. Bu bağlamda, anlamlı bir öğrenme sağlamak adına öğrencilerin matematik konuları arasında ilişki kurarak kavramsal ve işlemsel anlamının desteklendiği uygulamaların derslerde yoğunlaştırılması matematik öğretmenlerine tavsiye edilebilir.

Ortak çarpan parantezine alma yöntemi, açıklama kısmında işlemsel olarak nasıl yapılacağı da anlatıldıktan sonra, farklı durumlarda da uygulanması için hazırlanan derinleştirme aşaması için dağıtılan çalışma yaprağında, akademik başarısı orta düzeyde olan iki öğrencinin  $24.a+32$  ifadesinin ortak çarpan parantezine alma yöntemi ile çarpanlarının bulurken, terimlerin ortak olan çarpanlarından en büyüğünü almadıkları görülmüştür. Yine başarısı orta ve iyi düzeyde olan üç öğrencinin de  $12m^2n-8mn^2$  ifadesinde değişkenlerdeki ortak çarpanlarını belirleyemediği görülmüştür. Bu hataları yapan öğrencilerin orta-iyi bir başarıya sahip oldukları, öğrencilerle yapılan diyaloglar ile bu hataların ufak hatırlatmalar ve yönlendirilmelerle giderildiği, bu hataların aslında bilgi eksikliğinden değil dikkat eksikliğinden olduğu görülmüştür. Benzer olarak, Yeşildere ve Türnüklü (2008) tarafından yapılan çalışmada matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin verilen ipuçlarından yararlanarak, hatalarını fark ettikleri ve çözümlerini düzelttiklerini belirtmiştir. Dolayısıyla, ilk örneklerde yapılan açıklamalardan sonra tüm öğrenciler diğer şıklardaki terimlerin ve değişkenlerin ortak çarpanlarını bularak, cebirsel ifadeleri doğru bir şekilde çarpanlarına ayırabilmişlerdir. Bu bağlamda öğrencilerin yanlış anlamaları veya dikkat hataları uygun öğretim yöntemleri ile kolayca azaltılarak üstesinden gelinebilir olduğu, öğretmenler öğrencilerin anlama biçimlerinin ve tutumlarının farkında olmaları önerilmektedir. Aynı zamanda öğrencileri cesaretlendirerek ve motive ederek, onların derse karşı olumlu inançlarını taze tutmalarını dikkate almaları önerilmektedir.

Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar ve ortak çarpan parantezine alma yöntemi ile cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırır kazanımlarının ortak olarak değerlendirildiği aşamada, kavramsal ve işlemsel anlamayı ölçen nitelikte sorular bir arada verilmiştir. Öğrencilerin modellemeleri istenen şekilde yaptıkları, verilen modellemeleri yorumlayabildikleri ve farklı modeller üzerinde işlem becerilerini de kullanarak sorulara doğru yanıt verdiği görülmüştür. Cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırırken de ortak çarpanı doğru belirleyerek doğru bir şekilde işlem yaptıkları belirlenmiştir. Değerlendirme kağıtlarından öğrencilerin bu iki kazanımı kavramsal ve işlemsel olarak anladıkları görülmüştür. Rittle-Johnson ve Koedinger (2009), yaptıkları çalışmada, derslerin kavramsal ve işlemsel öğrenme ile tekrarlanan bir şekilde işlenmesi, işlemsel becerilerin öğrenilmesini kolaylaştırdığını, kavramsal öğrenmeyi ise desteklediği sonucu ile benzeşmektedir (s. 483).

Özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik hazırlanan ders planı-3'ün giriş aşamasında öğrenciler, harfli ifadelerin yerine farklı değerler verildiğinde de eşitliği sağlanan cebirsel ifadeleri bularak, verdikleri cevaplar ile özdeşlik kavramı ve denklem-özdeşlik arasındaki farkı kavramsal olarak anladıkları görülmüştür. Daha sonra öğrenciler

verilen farklı eşitliklerden özdeşlik veya denklem olan ifadeleri belirlemişler ve bazı eşitliklerin neden denklem olmadığını matematiksel olarak ifade edebilmişlerdir. Ayrıca kendi cümleleri ile özdeşlik kavramını tanımlayabilmişlerdir. Bu bağlamda öğrencilerin işlemsel bilgileri, kavramsal bilgilerinin oluşturulmasına destek olduğu gözlenmiştir. Bu sonuç, Baki ve Kartal (2004)'ın, matematiksel kavramların öğretiminde bu kavramların ilişkilerine öncelik verildiğinde, öğrencilerin matematiği öğrenmeleri daha etkili ve kalıcı olacaktır sonucu ile paralellik göstermektedir (s. 27). Bunun yanında soru-cevap yöntemi ile tüm öğrencilerin etkinliğe katılımı sağlanmış, denklem ve özdeşlik kavramını ayırt etmeleri için düşünmeye teşvik edilmiştir. Bu şekilde öğrenciler ilk defa gördükleri bu kavrama ilişkin farkındalık kazanmış oldular. Bu bağlamda derslerin farklı yöntemlerinin ile desteklenmesi, öğrencileri öz açıklamalarını yapmalarına için teşvik edilmesi ve öğretime geçmeden öğrencilerin dikkatlerini çekici uygulamalar yapılması konunun etkili öğretimi için önerilmektedir.

5E öğretim modeline göre hazırlanan ders planına,  $(a+b)^2$  özdeşliğine ait keşfetme etkinliğinde öğrenciler, iki terimin toplamının karesi özdeşliğinin kavramsal olarak anlaşılması amacıyla yönergeyi izleyerek birer kare modellemişler ve karenin alanını hem parçaların alanları toplamından hem de karenin alan bağıntısından bularak eşitliği kurabilmişlerdir. Buradan öğrenciler kavramsal öğrenmeyi gerçekleştirdikleri söylenebilir. Benzer olarak Akın ve Pesen (2010), özdeşlik konusunun öğretiminde kullanılan somut materyallerin öğrencilerin aktif bir öğrenme gerçekleştirmeleri ve bilgilerinin daha kalıcı olmasında etkili olduğunu belirtmişlerdir (s. 86). Bu bağlamda, cebir öğrenme alanı içinde geniş bir yer tutan geometrik şekillerin ve bağıntıların, öğrencilerin kavramsal anlamalarına, işlem kolaylığına ve formülün öğrenilmesine katkı sağlayacağından öğretmenlere cebir derslerinde kullanılması önerilmektedir.

Etkinlikte öğrenciler ilk olarak sayılar üzerinden karenin alan bağıntısını kullanarak eşitliğe ulaşabilmeleri ile işlemsel becerilerini kullanmışlar ve bu durumu harfli ifadeler üzerinde genelleyerek  $(a+b)^2$  özdeşliğinin açılımını yazmışlardır. Böylece tam kare özdeşliğini hem kavramsal hem de işlemsel olarak anlamış oldular. Benzer olarak Baki ve Kartal (2004, s. 44), Rittle- Johnson ve Alibali (1999, s. 175), kavramsal ve işlemsel bilginin kazanılmasında, kavramsal bilgideki gelişiminin işlemsel bilginin oluşmasını kolaylaştırdığını ifade etmişlerdir. Dolayısıyla matematik öğretmenlerine, kazanımın kavramsal ve işlemsel boyutunu, bir arada dengeli ve birbirini destekleyecek nitelikte anlatılmasının kazanımın kalıcılığını sağlayacağı açısından önerilmektedir.

Tam kare özdeşliğini yazma açısında tablonun genelleme yapmayı kolaylaştırması ve durumu somutlandırması açısından etkili bir görsel olduğu görülmüştür. Benzer olarak, Lesh & Doerr (2003), öğrencilerin bir kavramı, farklı bağlamlar kullanarak matematik diline çevirebilmek ve gereken bağıntı ve formülleri oluşturabilmek ve kullanabilmek için farklı temsiller kullanarak kolaylıkla geçiş yapabileceğini belirtmişlerdir (Akt., Delice ve Sevimli, 2010, s. 585).

İki terimin toplamının karesi özdeşliğinin derinleştirme aşamasında, verilen farklı ifadelerin tam kare özdeşliğini kullanarak açılımı yazmaları istenmiştir. Bazı öğrencilerin,  $(2a + 3)^2$  ifadesinde terimlerin karelerini alırken katsayılarını göz ardı ettikleri; ancak ufak hatırlatmalarla öğrencilerin hatalarını kendileri bularak düzelttiği gözlenmiştir. Bu durum Şahiner'in (2018), 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadelerin parantez içeren sorularında hatalar yaparak; aritmetik işlemlerdeki kuralları cebirsel ifadelere uygulamada zorluk yaşadıkları sonucuyla benzerlik göstermektedir (s. 75). Ardından gelen diğer şıkta öğrenciler terimlerin katsayılarına dikkat ederek işlem yapmışlardır. Bunun yanında çoğu öğrenci açılımları doğru bir şekilde ifade ederek, istenen özdeşlikleri yazmışlar, böylelikle konunun işlemsel olarak anlaşıldığı görülmüştür.

Kavramsal anlamayı ölçen,  $a^2+2ab+b^2$  biçimindeki üç terimli cebirsel ifadelerin çarpanlarını, cebir karoları ile modelleyerek bulunması istenen sorularda, öğrencilerin çoğu doğru bir kare modeli oluşturmuşlar ve karenin kenar uzunluklarının, üç terimli cebirsel ifadenin birer çarpanı olduğunu ifade ederek kavramsal öğrenmeyi gerçekleştirmişlerdir. Derinleştirme aşamasında öğrencilerin çoğunun hem işlemsel hem de kavramsal anlamayı ölçen sorulara verdikleri yanıtlarla, iki terimin toplamının karesi özdeşliğini anladıkları gözlenmiştir. Bu aşamada aynı zamanda öğrenciler  $a^2+2ab+b^2$  gibi üç terimli bir cebirsel ifadenin çarpanlarına ayrılmasını keşfetmiş oldular.

$a^2+2ab+b^2$  gibi üç terimli ifadelerin çarpanlarına ayrılması yönteminin işlemsel olarak nasıl yapılacağı açıklandıktan sonra derinleştirme aşamasına geçilmiştir. Bu aşamada işlemsel anlamının desteklenmesi amacıyla,  $4x^2 + 28xy + 49y^2$  ve  $16a^2 + 40a + 25$  gibi üç terimli cebirsel ifadelerin çarpanlarına ulaşılması istenen soruda çoğu öğrenci bu aşamada terimlerin katsayılarına dikkat ederek ve işlemsel bilgilerinin doğru bir şekilde kullanarak cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırabilmişlerdir.

Diğer bir taraftan ise verilen bir kare modelinden istenen cebirsel ifadenin bulunması ve çarpanlarına ulaşılması istenmiştir, bu aşamada da keşfetme aşamasında yapılan etkinliklerden de faydalanan öğrenciler, verilen kare modelindeki parçaların alanları toplamından istenen cebirsel ifadeye ulaşabilmiş ve karenin alan bağıntısından yararlanarak

cebirsal ifadenin çarpanlarını belirleyebilmişlerdir. Böylelikle öğrencilerin iki terimin toplamının karesi özdeşliğini kavramsal ve işlemsel olarak anlamlandırıldığı gözlenmiştir. Bu durum Bekdemir, Okur ve Gelen'in (2010, s. 131) yaptıkları çalışmada, kavramsal öğrenmenin ve işlemsel becerilerin bir arada kullanılmasını sağlayan uygulamaların, anlamlı bir öğrenme için önemli olduğu sonucu ile paralellik göstermektedir. Benzer olarak Özyıldırım ve Umay (2018), kavramsal bilgide gerçekleşen gelişim işlemsel bilgiyi olumlu yönde etkilerken, işlemsel bilgide oluşan artış da kavramsal bilginin gelişimini sağlamakta olduğunu belirtmiştir (s. 377). Bu bağlamda derslerde kavramsal ve işlemsel anlamayı bir arada içeren etkinliklerin uygulanması, öğrencilerin bu iki bilgi türünün birbirini destekleyerek oluşabileceğinden matematik öğretmenlerine önerilmektedir. Ayrıca bu kısımda öğrenciler çözümlerin tahtada sunmaları istenmiş ve kendi ifadelerinden konunun kavramsal anlamının gerçekleşmiş olduğu gözlenmiştir. Dolayısıyla kalıcı bir öğrenme sağlanması açısından öğrencilere fikirlerini rahatça sunacakları bir sınıf ortamının oluşturulması ve düşünceleri için yeterli süre verilmesi önerilmektedir.

Bu aşamadan sonra ders planına, iki terimin farkının karesi özdeşliğinin keşfetme kısmı ile devam edildi. Keşfetme etkinliği bu özdeşliğin kavramsal olarak anlaşılması amacıyla noktalı kağıt kullanılarak istenen yönergenin yapılması sağlandı. Bu tarz, görsele dayalı, geometrik şekillerin ve bağıntıların kullanıldığı ve öğrencilerin detaylara odaklanmaları gereken kazanımların öğretiminde, noktalı kağıt gibi materyallerin kullanılması hem öğretimin etkililiğini sağlaması hem de öğrencilerin istenen detayları daha kolay fark etmeleri açısından önerilmektedir.

Etkinliğin öğrencilerin kendilerinin birer kare modeli oluşturarak şekiller üzerinden yapılması ve terimlerin sayılardan seçilmesi, özdeşliğin kavramsal anlaşılmasını sağlamak amacıyla etkili olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin karenin alan bağıntısını ve işlemsel becerilerini kullanarak eşitliği sağlamaları da konunun işlemsel anlaşılmasına katkı sağlamıştır. İki terimin farkının karesi özdeşliğinin genellenebilmesi ve kavramsal anlaşılmasının daha kalıcı olması için aynı etkinlik kenarları (5-2) ve (9-3) birim olan kareler oluşturularak da yapılması sağlandı. Bu aşamada eksiği olan öğrenciler özdeşliği oluşturabildiler ve tüm öğrenciler önceki eşitliklerden yararlanarak durumu genellemiş ve verilen tabloyu doldurarak terimleri değişken şekilde verilen  $(a-b)^2$  özdeşliğinin açılımına ulaşmış oldular. Benzer olarak, Çaylan (2018), yaptığı çalışmada cebirsal kavramların öğretiminde buluş yoluyla öğrenme ve yöntemlerinin kullanımının, ortaokulda öğrenmeyi olumlu etkilediğini belirtmiştir (s.183). Bu bağlamda öğretmenler özdeşliklerin

öğretiminde, cebir karoları gibi öğrencilerin kendilerinin oluşturabildiği somut materyallerden yararlanılarak, kavramsal öğrenmeye katkı sağlayacak modellemeler yaparak farklı öğretim yöntemleri geliştirilebilir.

İki kare farkının karesi özdeşliğine yönelik derinleştirme aşamasında  $(x - 7)^2$ ,  $(3a - 4)^2$ ,  $(z - 2t)^2$  cebirsel ifadelerinin özdeşlik kuralından yararlanarak, işlemsel bilgilerini kullanarak açılımlarının yazılması istenmiş ve tüm öğrencilerin istenen açılımları yazabildikleri görülmüştür. Burada katsayısı olan terimlerin karesi alınırken katsayı unutulmadan yazıldığı; tüm öğrencilerin iki kare farkı bağıntısını işlemsel olarak anladığı belirlenmiştir. Diğer bir soruda,  $x^2 - 4x + 4$  cebirsel ifadesinin modellenmesinde bazı öğrencilerin doğru karoları kullanarak kenarı  $(x - 2)$  olan kare modelini oluşturabilmişler; ancak bazı öğrencilerin cebir karolarını kullanırken, karenin kenarlarının çarpımının, kareyi oluşturan parçaların alanlarını vermesi gerektiğini göz ardı etmişlerdir. Benzer olarak Soylu ve Soylu (2006), öğrencilerin hem işlemsel hem de kavramsal bilgilerinin bir arada kullanılmasını gerektiren kavramları öğrenirken zorluk yaşadıklarını belirlemişlerdir. Burada iki terimin farkının karesi özdeşliğinin modellenerek oluşturulmasında, kavramsal anlamının eksik kaldığı görülmüştür. Bu eksikliğin giderilmesine yönelik olarak sorulan diğer soruda  $x^2 - 6x + 9$  cebirsel ifadesinin modellenmesi istenmiş ve öğrencilerin önceki soruda düştikleri hatayı, yapılan açıklamalar ve hatırlatılmalardan sonra bu soruda yapmadıkları, cebir karolarını seçerken karenin kenar uzunluklarına ve kareyi oluşturan parçaların alanlarına dikkat ettikleri gözlenmiş; doğru cebir karolarını kullanarak doğru bir kare modellemesine ulaşmışlardır. Ayrıca oluşturdukları karenin kenarlarını belirleyerek de verilen cebirsel ifadenin çarpanlarına ulaşmışlardır. Bu sonuç, Özer ve Şan'ın (2013), özdeşlikler konusunun öğretilmesinde görsel materyaller ile desteklenen etkinliklerin, öğrencilerin başarılarını yaklaşık yüzde altmış oranında arttırdığını belirlemeleri ile desteklenmektedir (s. 1289). Diğer taraftan Rittle-Johnson ve Koedinger (2009), modelleme eğitiminde kavramsal ve işlemsel anlamayı yinelemeli bir süreç izlenmesi, öğrencilerin kavramların ve işlemlerin öğrenilmesini kolaylaştıracağını da belirtmişlerdir (s. 484). Bu bağlamda matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel bilgilerin bir arada olduğu pekiştirme etkinliklerinin çoğaltılması ve derslerin bu doğrultuda iki bilgi türü açısından dengeli bir şekilde işlenmesi önerilmektedir.

İki terimin farkının karesi özdeşliğinin derinleştirme aşamasında, verilen üç terimli bir cebirsel ifadeyi modelleme yaparak iki terimin çarpımı şeklinde yazılabilmesi, aynı zamanda üç terimli bir cebirsel ifadeyi çarpanlarına ayırmanın keşfetme aşaması ola-

arak değerlendirilmiştir. Bu bağlamda, derinleştirme aşamaları için kullanılan çalışma yapraklarının öğrencilerin konuyu daha kalıcı algıladıkları ve başarıyı olumlu yönde etkilediği görülmüştür. Konak (2009), yaptığı çalışmada, cebir öğretiminde çalışma yapraklarının kullanımının başarıyı olumlu yönde etkilediği sonucu ile desteklenmektedir (s. 93).

$a^2-2ab+b^2$  ifadesinin çarpanlarına ayrılmasını yöntemi düz anlatım yöntemiyle, işlemsel olarak nasıl yapılacağı açıklandıktan sonra gerçekleştirilen derinleştirme aşamasında ilk olarak öğrenciler,  $9m^2 - 42m + 49$  ve  $25a^2 - 80ab + 64b^2$  ifadelerini doğru matematiksel ifadeler kullanarak, verilen cebirsel ifadelerdeki terimlerin işaretlerine dikkat etmişler ve işlemsel becerilerini kullanarak olarak çarpanlarına ayırabilmişlerdir. İkinci olarak ise kavramsal anlamının desteklenmesi amacıyla verilen modelleme sorusunda, modellemedeki parçaların kenar uzunluklarını belirleyerek, parçaların alanlarını toplayarak istenen cebirsel ifadeye ve karenin alan bağıntısını kullanarak cebirsel ifadenin çarpanlarına ulaşabilmişlerdir. Keşfetme aşamasında öğrencilere verilen cebirsel ifadenin modellemesini oluşturmuşlar, derinleştirme aşamasında ise hazır verilen modeller üzerinde cebirsel ifadenin çarpanlarını bulmuşlardır. Bu aşamada öğrencilerin hazır verilen modeller üzerinden parçaları doğru değerlendirebilmiş ve istenen çarpanlara ulaşmada daha başarılı oldukları gözlenmiştir. Bu sonuç, “*Matematiksel modeller, öğrenme sürecinde bilişsel yapıların oluşmasını kolaylaştırıp, öğrencilerin gerekli matematiksel bilgi ve becerilerini gerçek hayat problemlerine uygulayabilme davranışını kazanmalarını hızlandırır*” (M.E.B, 2005, s. 6) ifadesi ile paraleldir. Bu bağlamda özdeşliklerin açılımları ve özdeşliklerin çarpanlara ayrılması doğrudan kurallar ve formüller verilerek ezberletilmek yerine bunları elde etme yolları gösterilerek, öğrencilerin keşfetmeleri sağlanması matematik öğretmenlerine önerilmektedir.

Ders planının son kısmında iki kare farkı özdeşliğinin keşfetme etkinliğinde öğrencilerin kullanmayı sevdikleri ve modelleme yaparken kolaylık sağlayan noktalı kağıt üzerinde çalışılması sağlanmıştır. Bu etkinlikte öğrencilerin artık modelleme yapmanın mantığını kavradıkları ve oluşturdukları şekli rahatlıkla kullanabildikleri, oluşturdukları şeklin kenar uzunluklarını rahatlıkla belirleyebildikleri gözlenmiştir. Yine işlemlerin daha kolay yapılmasını sağlamak ve özdeşliğin kavramsal anlaşılmasını sağlamak için ilk olarak terimler sayılar üzerinden seçilmiştir. Daha sonra terimlerden birinin değişken birinin sayı olduğu iki kare farkı biçimindeki cebirsel ifadesinin özdeşi olan ifadelerin terimlerini tabloya yerleştirerek, iki terimin de değişken olarak verildiği cebirsel ifadenin çarpanlarını kolaylıkla yazmışlardır. İki kare farkı özdeşliği öğrenciler tarafından daha



kolay modellendiği ve anlaşıldığı gözlenmiştir. Bu durumun derste yapılan önceki etkinliklerin ve artık öğrencilerin modelleme yapmaya aşına olmalarının etkisi vardır. Ulaş ve Yenilmez (2017), araştırmasında tüm öğrencilerin önceki etkinliklerdeki süreci anlayarak iki kare farkı özdeşliğinin bağıntısını rahatlıkla oluşturabildiği sonucu ile paralellik göstermektedir (s. 104).

İki kare farkı özdeşliği tahtada açıklandıktan sonra, öğrencilere dağıtılan derinleştirme sorusunda tüm öğrencilerin modellemeyi doğru yorumlayarak istenen eşitliğe hem kavramsal hem de işlemsel olarak ulaşabildikleri gözlenmiştir. İki kare farkı özdeşliğin diğer özdeşliklerden daha kolay ve anlaşılır bir özdeşlik olması öğrencilerin kavramsal ve işlemsel anlamalarına olumlu yansımıştır.

5E öğretim modelinin son aşamasında tüm özdeşlikleri ve çarpanlarına ayrılmasını içeren bir değerlendirme yapılmıştır. İlk olarak öğrenciler kavramsal olarak özdeşlik ve denklem kavramlarını ayırt edebildikleri, özdeşliğin ne olduğu, denklem ile arasındaki farkı özdeşlik ve denklemdeki değişkenlerin neyi ifade ettiklerini açıklayabilmişlerdir. İkinci olarak öğrenciler verilen cebirsel ifadelerden özdeşlik olanların açılımlarını işlemsel bilgilerini kullanarak yapabilmişler ve özdeşlik olmayan eşitlikleri belirlemişlerdir. Bu bağlamda matematik derslerinde bir konunun öğretiminde sadece kavramın tanımına ve ne olduğuna değil, bu kavram ile bağlantılı kavramlar arasındaki ilişkilere öncelik verilerek işlenmesi, öğrencilerin matematiksel kavramları daha etkili ve kalıcı olduğu sonucuna varılmıştır, matematik öğretmenlerine de derslerini yürütürken kavramlar arası ilişkilere odaklanmaları önerilmektedir.

Bir başka soruda bazı öğrenciler verilen  $a^2 - \diamond a + 361$  cebirsel ifadesindeki verilmeyen katsayıdan dolayı ifadenin bir tam kare olduğunu görememişler, bazı öğrenciler ise tam kare ifadeyi görebildikleri halde, iki terimin karesinin farkı özdeşliğinin açılımını kullanarak verilen ifadeyi yorumlayamamışlardır. Buradan iki terimin farkının karesi özdeşliği ve çarpanlara ayrılması konusunda işlemsel anlamamanın ders başarısı düşük olan öğrencilerde tam gerçekleşmediği gözlenmiştir. Bu durumun nedeni olarak, öğrencilerin özdeşliklerin açılımlarını ve çarpanlara ayırma yöntemlerini hatırlayamadıkları veya bilgilerinin verilen farklı bir soruda nasıl uygulayacağını kavrayamamış olduğu söylenebilir. Bu durum, Şahiner (2018) çalışmasında, öğrencilerin özdeşlikler konusunda özellikle dört işlemde hata yaptıkları veya istenen cebirsel özdeşliği kullanamadıkları sonucu ile paralellik göstermektedir (s. 75). Aynı zamanda Çelik ve Güneş'in (2013), 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin birçoğunun harfli sembollerin bir sayı, bilinmeyen ve değişken olduğunu

kullanmada zorluk yaşadığı sonucu ile desteklenmektedir (s. 1157). Bu bağlamda matematik öğretmenleri özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusunun işlendiği derslerde, öğrencilerin farklı yapıdaki problem durumları ile karşılaşmalarına olanak sağlamaları ve öğrencilere bilgilerini değişik durumlarda da kullanabilmeleri fırsatı sunmaları önerilmektedir.

Hem kavramsal hem de işlemsel anlamının bir arada sorgulandığı bir başka soruda öğrencilerin çoğu, verilen sözel ifadeyi cebirsel ifade şeklinde yazabildiklerinden, kavramsal anlamının oluştuğu görülmüştür. Buldukları üç terimli cebirsel ifadenin, iki terimin toplamının karesi özdeşliği olduğunu görmüş ve çarpanlarına ayırabilmişler; buradan da öğrenciler işlemsel olarak konuyu anladıklarını göstermişlerdir. Bazı öğrenciler ise soru kökünü yanlış anlayarak farklı bir cebirsel ifade etmiş; ancak oluşturdukları cebirsel ifadeyi de doğru bir şekilde çarpanlarına ayırabilmişlerdir. Bu durumda yine işlemsel anlamının sağlandığı sonucuna varılmıştır. Diğer yandan öğrencilerin çoğu, özdeşliklerin kurallarını yararlanarak ve işlemsel bilgi-becerilerini doğru bir şekilde kullanarak, farklı yapıdaki özdeşlikleri içeren cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırabilmişlerdir. Bu soru ile öğrencilerin özdeşliklerin çarpanlarına ayrılmasına yönelik işlemsel bilgi gerektiren sorularda zorlanmadıkları ve başarılı oldukları görülmüştür. Birgin ve Gürbüz'ün (2009), ortaokul öğrencilerinin işlemsel bilgiyi ölçen problemlerde daha iyi bir başarı gösterdiğini belirledikleri çalışmayla benzeşmektedir (s. 529). Bunun yanında az sayıda olsa bazı öğrenciler, iki kare farkı özdeşliğini kullanarak  $2x^2 - 2y^2$  ve  $25m^2 - 81n^2$  ifadelerini çarpanlarına ayıramadığı görülmüştür. Bu durumun iki kare farkı özdeşliğinin derinleştirme aşamasında, farklı yapıda sorular ile işlemsel bilgilerinin pekiştirilmesine yönelik çalışmaların yapılmadığından olabileceği düşünülmektedir. Buna yönelik olarak, matematik öğretmenlerinin öğrencilerinin cebirsel düşünme ve akıl yürütmelerine fırsat sunmak için en etkili yolları belirlemeleri gerektiği düşünülmekte ve derslerde cebirsel muhakeme yapabilmeyi gerektiren farklı tarzda sorulara ağırlık verilmesi önerilmektedir.

Değerlendirme aşamasının son sorusunda, kavramsal anlamaya yönelik cebir kolları kullanılarak verilen cebirsel ifadelerin modellenmesinde, öğrenciler  $3x.(x-2)$  ifadesinde önce dağılma özelliğini kullanarak eşitliğe ulaşmış daha sonra modelleme yaptıkları görülmüştür. Benzer şekilde,  $(x+3)^2$  cebirsel ifadesinin modellenmesinde bazı öğrencilerin önce iki terimin toplamının karesi özdeşliğinin açılımını yaptığı, daha sonra modellemelerini oluşturdukları görülmüştür. Buradan modellemeye bu şekilde ulaşan öğrencilerin önce işlemsel bilgilerini kullandığı, kavramsal bilgilerini ikinci planda kullandıkları;

dolayısıyla işlemsel anlamının, kavramsal öğrenmenin önünde olduğu sonucuna varılmıştır. Sarı (2012), çalışmasında cebirsel ifadeler ve denklemler konusunda 7. sınıf öğrencilerinin kavramsal ve işlemsel bilgi gelişiminde, üstbiliş stratejileri ile yürütülen öğretim sonunda öğrencilerin işlemsel bilgi puanları, kavramsal bilgi puanlarına kıyasla anlamlı düzeyde yüksek çıktığı sonucu ile paralellik göstermektedir (s. 85). Benzer olarak, Baki ve Kartal (2004), yaptıkları araştırmada, lise birçok öğrencinin cebirsel bilgilerinin oluşmasında, kavramsal bilgidен ziyade işlemsel bilginin ön planda olduğu bir matematiksel öğrenmenin gerçekleştiği sonucuna varmışlardır (s. 27). Bu duruma yönelik olarak, öğrencilerin kavramsal anlamalarını da, işlemsel başarı seviyesine ulaştırabilmek adına, kavramsal öğretim için öğretmenlere rehber olabilecek kaynakların arttırılması önerilmektedir.

Diğer soruda ise  $(2x-1)^2$  özdeşliğinin modellenmesinde matematik başarısı orta ve düşük olan bazı öğrenciler iki terimin farkı özdeşliğinin açılımında hata yaptıkları için modellemelerinde negatif cebir kollarını kullanmamışlar, bazı öğrenciler ise özdeşliğin açılımını doğru yapmış olsalar bile buldukları sonuçları model üzerinden gösterememiş olmaları, geometrik bilgilerini özdeşlikler konusu ile ilişkilendiremediklerini, muhakeme yapma becerilerinin zayıf olduğunu ve işlemsel bilgilerinin kavramsal anlamalarının önünde olduğunu göstermektedir. Benzer şekilde Ulaş (2015) yaptığı çalışmada, ders başarısı düşük olan öğrencilerin dikdörtgenin alanını kullanarak cebirsel ifadelerle işlem yapma konusunda eksiklikleri olduğu sonucuna ulaşmıştır (s. 95). Bu duruma benzer olarak Dündar (2012), özdeşlikleri modellerle açıklayabilme kazanımında, öğrencilerin geometrik şekiller üzerinde cebir ile geometri bilgilerini arasında ilişkilendirme yapmada zorluklar yaşadığını, öğrencilerin özdeşliklerin açılımına ulaşırken oluşturdukları şeklin kenar uzunluğu ile alanı arasındaki ilişkinin kurulamamasının nedeni olarak öncelikle alan korunumunun anlaşılmadığını tespit etmiştir (s. 99). Öğrencilerden modelleme yapılarının istenmesinin amacı, kavramın oluşmasının sağlamaktır. Bu bağlamda çıkarma işlemi içeren özdeşliklere yönelik modelleme yapmadan önce, öğrencilere bu özdeşliklerin yapısını cebirsel olarak anlatmak, daha sonra geometri ile ilişkisinin kurulmasını sağlayarak modellenmesi daha uygun bir yöntem olabilir.

Buradan bu öğrencilerin sorudaki verilen cebirsel ifade ile modellemeyi ilişkilendiremediği, yaptıkları çözümlerden geçmişteki deneyimlerini yeni durumlara uygulayamadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu bağlamda öğretmenlerin kendi öğrencilerinin öğrenme biçimlerini ve ihtiyaçlarını iyi tanıyarak, öğrencilerin kendi öğrenmelerinde daha aktif olduğu, kendi çözümlerini değerlendiren, sorgulayan, yorumlayan, öğrenme ortamlarının

sağlanması önerilmektedir, bu şekilde kavramsal ve işlemsel anlamının bir arada ve birbirini destekleyici şekilde oluşmasını sağlayacağı düşünülmektedir.

Özdemir, Duru ve Akgün (2005, s. 529), özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusu sekizinci sınıftan itibaren matematik öğretiminin her aşamasında, polinomlardan integrale kadar “*ara işlem*” olarak kullanıldığını ifade etmişlerdir. Bu nedenle, öğrencilerin ileride göreceği matematik derslerinde konular arası ilişki kurabilmesi ve bütünlük sağlanması için özdeşliklerin öğretiminde kavramsal ve işlemsel anlamaya önem verilmesi gerekmektedir. Öğrenciler temel cebir bilgilerini kavramsal ve işlemsel olarak anlamlandırmaları ve kavram yanılgıları zamanında giderilmesi, öğrencilerin sekizinci sınıfta ilk kez gördükleri özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusunun işlemsel ve kavramsal bağlamda öğrenilmesini destekleyeceğinden hem matematik başarılarını hem de matematik dersine olumlu tutum içinde olmalarını sağlayabilir.

## KAYNAKÇA

- Akarsu, E. (2013). *7. Sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında matematiksel dil kullanımlarının incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 342340)
- Akgün, L. (2009). 8. Sınıf Öğrencilerinin Sözel Problemler ve Değişken Kavramı Arasında İlişki Kurabilme Becerileri. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 5(2), 275-284.
- Akın, M. F. ve Pesen, C. (2010). Özdeşliklerin Elde Edilmesinde Tam Küp Modelinin Öğrenme Ürünlerine Etkileri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14, 86-102.
- Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2010). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışlarının giderilmesinde çalışma yapraklarının etkililiği. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 27, 7-26.
- Altun, M. (2010). *İlköğretim ikinci kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. 7. Baskı, Bursa: Alfa Aktüel.
- Arastaman, G., Fidan, İ. Ö. ve Fidan, T. (2018). Nitel araştırmada geçerlik ve güvenilirlik: Kuramsal bir inceleme. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(1), 37-75.
- Baki, A. (1998). *Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi*. Atatürk Üniversitesi 40. Kurulu Yıldönümü Matematik Sempozyumu'na Sunulmuş Bildiri, Özel Sayı (259-263), Erzurum.
- Baki, A. ve Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1), 27-46.
- Baki, A. (2015). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim.
- Başer, T. E. (2008). *5E modeline uygun öğretim etkinliklerinin 7. Sınıf öğrencilerinin matematik dersindeki akademik başarılarına etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 218076)
- Baştürk, S. ve Taştepe, M., 2013. Evren ve Örneklem. S. Baştürk (Ed.), *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* içinde (s. 129-159). Ankara: Vize Yayıncılık.
- Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8. sınıflar)*. Ankara: Pegem Akademi.

- Bekdemir, M., Okur, G. ve Gelen, S. (2010). 2005 İlköğretim Matematik Programının İlköğretim Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Kavramsal, İşlemsel Bilgi Ve Becerilerine Etkisi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(2), 130-148.
- Bekdemir, M. (2012). Öğretmen adaylarının çember ve daire konularında kavram ve işlem bilgilerinin değerlendirilmesi. *Hacettepe üniversitesi eğitim fakültesi dergisi*, 43(43), 83-95.
- Birgin, O. ve Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(2), 529-550.
- Blanton, M., Schifter, D., Inge, V., Lofgren, P., Willis, C., Davis, F., & Confrey, J. (2007). Early algebra. Katz V. J. (Ed), *Algebra: gateway to an technological future* içinde (s. 7-14). Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2016). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi.
- Bybee, R. W., Taylor, J. A., Gardner, A., Van Scotter, P., Powell, J. C., Westbrook, A., & Landes, N. (2006). The BSCS 5E instructional model: Origins and effectiveness. *Colorado Springs, Co: BSCS*, 5, 88-98.
- Byrnes, J. P., & Wasik, B. A. (1991). Role of conceptual knowledge in mathematical procedural learning. *Developmental Psychology*, 27(5), 777-786.
- Ceyhan, E. Y. (2012). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı çerçevesindeki öğretimin öğrencilerin cebir başarısına etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 319502)
- Cobb, P. (1988). The tension between theories of learning and instruction in mathematics education. *Educational psychologist*, 23(2), 87-103.
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. A. E. Kelly, & R. A. Lesh (Ed). *Handbook of research design in mathematics and science education* içinde (s. 307-333). Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Creswell, W. J. (2017). Nitel Yöntemler. (Y. Dede, Çev.), *Araştırma deseni: Nitel, nicel ve karma yöntem yaklaşımları*. S. B. Demir (Çev. Ed.). Ankara: Eğiten kitap.
- Çaylan, B. (2018). *Cebir karosu kullanımının altıncı sınıf öğrencilerinin cebir başarısı, cebirsel düşünceleri ve cebir karosu kullanımına ilişkin görüşleri üzerindeki etkileri* (Yayımlanmamış Yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 509436.)

- Çelik, D. ve Güneş, G. (2013). Farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin harfli sembolleri kullanma ve yorumlama seviyeleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 13(2), 1168-1186.
- Dalak, D. (2017). *5E öğrenme modelinin ortaokul 5. sınıf öğrencilerinin zihinsel yapılarına ve bilimin doğasını öğrenmelerine etkisinin incelenmesi*. (Yayınlanmamış doktora tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 463120.)
- Dane, A. ve Başkurt, H. (2012). İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Özdeşlik Ve Denklem Kavramlarını Algılama Düzeyleri ve Öğrenme Güçlükleri. *The Journal Of Academic Social Science Studies*, 5(8), 397-413.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(24), 180-185.
- Dede, Y. (2004). Öğrencilerin cebirsel sözel problemleri denklem olarak yazarken kullandıkları çözüm stratejilerinin belirlenmesi. *Educational Science and Practice*, 4(6), 175-192.
- Delice, A. ve Sevimli, E. (2010). Matematik öğretmeni adaylarının belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile işlemsel ve kavramsal bilgi düzeyleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 9(3), 581-605.
- Demir, Ö. (2018). *5E öğrenme modeli ile 7. Sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi başarı ve Van Hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerinin gelişimi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri tabanından alınmıştır. (No: 508292.)
- Didiş Kabar, M. G. ve Amaç, R. (2018). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının öğrenci bilgisinin ve öğretim stratejileri bilgisinin incelenmesi: Cebir örneği. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18 (1), 157-185.
- Dur, M. (2014). *Ortaokul 6. Sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde niceliksel muhakeme becerilerinin ve gelişimlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 375305.)
- Dündar, K. T. (2012). *İlköğretim 8. Sınıf öğrencilerinde özdeşlikleri modelleme becerilerinin incelenmesi: Origami ile modellenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 308760.)
- Engelbrecht, J., Harding, A., & Potgieter, M. (2005). Undergraduate students' performance and confidence in procedural and conceptual mathematics. *International Journal for Mathematics Education in Science and Technology*, 36 (7), 701-712.

- Erçerman, B. (2008). *Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin lineer cebir bilgilerinin değerlendirilmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 213449.)
- Erdem, Ö. ve Aktaş, G. S. (2018). Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanında Yaşadıkları Kavram Yanılgılarının Giderilmesinde Etkinlik Temelli Öğretimin Değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 9(2), 312-338.
- Geren, N. Ö. ve Dökme, İ. (2015). 5E öğrenme modeline dayalı etkinliklerin öğrencilerin bilimsel süreç becerileri ve akademik başarılarına etkisi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(1), 76-95.
- Gür, F. (2015). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgilerinin matematik problemi çözme tutumları ile üstbiliş arasındaki ilişkilerin yapısal eşitlik modeli ile incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır (No: 418039.)
- Hallett, D., Nunes, T., & Bryant, P. (2010). Individual differences in conceptual and procedural knowledge when learning fractions. *Journal of Educational Psychology*, 102(2), 395-406.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. J. Hiebert (Ed), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* içinde (s. 1-27). New York, NY: Lawrence Erlbaum Associates.
- Karaaslan, K. G. ve Ay, Z. S. (2017). Öğretmen Adaylarının Olasılık Konusuna İlişkin Alan Bilgilerinin Kavramsal-İşlemsel Bilgi Kapsamında İncelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(2), 716-736.
- Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra with understanding. <http://www.eric.ed.gov/> adresinden erişilmiştir.
- Kaya, D. ve Keşan, C. (2014). İlköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE)*, 3(2), 38-48.
- Kaymakçı, Z. (2015). *5E öğrenme modeline göre hazırlanan etkinliklerin ortaokul 2.sınıf öğrencilerinin matematik dersi cebir öğrenme alanındaki akademik başarılarına etkisi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri tabanından alınmıştır. (No: 378309.)



- Khashan, K. H. (2014). Conceptual and procedural knowledge of rational numbers for Riyadh elementary school teachers. *Journal of Education and Human development*, 3(4), 181-197. doi: 10.15640/jehd.v3n4a1
- Kriegler, S. (2008). *Just what is algebraic thinking*. UCLA: Department of Mathematics. [https://www.mathandteaching.org/uploads/Articles\\_PDF/articles-01-kriegler.pdf](https://www.mathandteaching.org/uploads/Articles_PDF/articles-01-kriegler.pdf) adresinden erişilmiştir.
- Koç, G. (2002). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının duyuşsal ve bilişsel öğrenme ürünlerine etkisi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 113407.)
- Konak, Ö. (2009). *İlköğretim 6. Sınıf matematik dersinde işbirliğine dayalı cebir öğretiminde bingo kartı ve çalışma kâğıdı ile grup değerlendirmesinin öğrencilerin akademik başarılarına ve öğrenmenin kalıcılığına etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 240175.)
- Kurtuluş, A., Gümüşçeyrek, G. ve Artan, İ. (2017). 5E modelinde birim kesirlerin öğretimine yönelik bir uygulama örneği. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi Journal of Research in Education and Teaching*, 6(2), 208-219.
- Long, C. (2011). Maths concepts in teaching: Procedural and conceptual knowledge. *Pythagoras*, 0(62), 59–65. <http://doi.org/10.4102/pythagoras.v0i62.115>
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1997). Students'understanding of algebraic notation:11–15. *Educational studies in mathematics*, 33(1), 1-19.
- MEB (2005). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.
- MEB (2009). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.
- MEB (2013). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.
- MEB (2017). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.
- Merriam., S. W. (2015). Dokümanlardan veri toplanması (S. Turan ve H. Özen, Çev.), *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber*. S. Turan (Çev. Ed.). Ankara: Nobel.
- Merriam., S. W. (2015). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenilirlik ve etik. (E. Dinç, Çev.), *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber*. S. Turan (Çev. Ed.). Ankara: Nobel.
- Merriam., S. W. (2015). Nitel verilerin analizi (S. İşçi ve Ö. Öztekin, Çev.), *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber*. S. Turan (Çev. Ed.). Ankara: Nobel.
- NTCM Publications, (2000). Principles and Standarts for School Mathematics.
- Ocak, M. A. (2015). *Öğretim tasarımı kuramlar, modeller ve uygulamalar*. Ankara: Anı.

- Oflaz, G. (2017). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin genelleme süreçlerine ilişkin düşünme ve anlama yollarının belirlenmesi: dnr tabanlı bir öğretim deneyi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 461560.)
- Olkun, S. ve Uçar, T. Z. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimine çağdaş yaklaşımlar*. Ankara: Ekinoks.
- Orhan, N. (2013). *An investigation of private middle school students' common errors in the domain of area and perimeter and the relationship between their geometry self-efficacy beliefs and basic procedural and conceptual knowledge of area and perimeter* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 345125.)
- Örmeci, Ş. (2012). *7. Sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda kavramsal ve işlemsel anlayışları* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 319549.)
- Övez, F. T. D. ve Çınar, B. A. (2018). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin cebir bilgileri ve cebirsel düşünme düzeylerinin problem kurma becerileri açısından incelenmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 20(1), 483-502. doi:10.25092/baunfbed.418622.
- Özbayar, N. Ç. (2017). *Altıncı sınıf matematik öğretim programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimine etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 487355.)
- Özdemir, M. (2010). Nitel veri analizi: Sosyal bilimlerde yöntem bilim sorunsalı üzerine bir çalışma. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(1), 323-343.
- Özdemir, M. E., Duru, A. ve Akgün, L. (2005). İki ve üç boyutlu düşünme: iki ve üç boyutlu geometriksel şekillerle bazı özdeşliklerin görselleştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(2), 527-540.
- Özer, M. N. ve Şan, İ. (2013). Görselleştirmenin özdeşlik konusu erişimine etkisi. *The Journal of Academic Social Science Studies, International Journal of Social Science*, 6(1), 1275-1294.
- Özyıldırım G. F. ve Umay, A. (2018). Problem Çözümüne Kavramsal / İşlemsel Yaklaşım Ölçeğinin Geliştirilmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18 (1), 375-391.

- Öztürk, N. (2013). *Altıncı sınıf fen ve teknoloji dersi ışık ve ses ünitesinde 5E öğrenme modeline dayalı etkinliklerin öğrenme ürünlerine etkisi* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 333552.)
- Pirci, H. A. (2018). *Cebirsel ifadeler konusunun öğretiminde 5E öğrenme modelinin 6. Sınıf öğrencilerinin akademik başarısı üzerine etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri tabanından alınmıştır. (No: 507896.)
- Rittle-Johnson, B., & Siegler, R. S. (1998). The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review. C. Donlan (Ed), *The development of mathematical skills* içinde (s. 75-110). East Sussex, UK: Psychology Press.
- Rittle-Johnson, B., & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other?. *Journal of educational psychology*, 91(1), 175-189.
- Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S. & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, 93 (2), 346-362. doi: 10.1037//0022-0663.93.2.346
- Rittle-Johnson, B., & Koedinger, K. (2009). Iterating between lessons on concepts and procedures can improve mathematics knowledge. *The British Journal of Educational Psychology*, 79(3), 483–500. <http://doi.org/10.1348/000709908X398106>
- Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2015). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. R. C. Kadosh, & A. Dowker (Ed), *Oxford handbook of numerical cognition* içinde (s. 1102-1118). Oxford, UK: Oxford University Press.
- Salar, R. (2018). *Fizik eğitiminde farklılaştırılmış öğretim ve 5E öğrenme modelinin farklı değişkenler üzerine etkisi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 485695.)
- Sarı, S. (2012). *7. Sınıf cebirsel ifadeler ve denklemler konusunun üstbilişin desteklediği bir yöntemle öğretiminin kavramsal ve işlemsel öğrenmeye etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 314918.)
- Saygın, Ö., Atılboz, N. G. ve Salman, S. (2014). Yapılandırmacı öğretim yaklaşımının biyoloji dersi konularını öğrenme başarısı üzerine etkisi canlılığın temel birimi hücre. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26(1), 51-64.

- Schneider, M., & Stern, E., (2005). Conceptual and Procedural Knowledge of a Mathematics Problem: Their Measurement and Their Causal Interrelations. *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, 27(27), 1955-1960. <https://cloudfront.escholarship.org/dist/prd/content/qt63d3w5p7/qt63d3w5p7.pdf?t=op34n2&v=lg> adresinden erişilmiştir.
- Schoenfeld, A. (1995). Report of working group 1. C. B. Lacampagne, W. Blair, J. Kaput (Ed), *The Algebra Initiative Colloquium* içinde (s. 11-18). Washington, DC: Office of Educational Research and Improvement.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 77(1), 20-26.
- Soylu, Y. ve Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelemesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 83-95.
- Soylu, Y. ve Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözenin rolü. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(11), 97-111.
- Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for research in mathematics education*, 36(5), 404-411.
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. R. Lesh, & A. E. Kelly (Ed), *Research design in mathematics and science education* içinde (s. 267- 307). Hillsdale, NJ: Erlbaum
- Şahiner, F. (2018). *Ortaokul 8. Sınıf öğrencilerinin matematik dersi cebirsel ifadeler konusundaki kavram yanılgıları* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 512922.)
- Şentürk, C. (2010). Yapılandırmacı yaklaşım ve 5E öğrenme döngüsü modeli. *Eğitime Bakış Dergisi*, 6(17), 58-62.
- Şimşek, B. (2018). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusunda yaptıkları hatalar ve hataların nedenlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 497271.)
- Şişman, M. (2007). *İlköğretim 8. Sınıf matematik dersi çarpanlara ayırma ve özdeşlikler konusunun yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına uygun olarak öğretiminin öğrenci başarısına etkisi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 206987)

- Taştepe, M. (2018). *İşlemsel ve kavramsal bilginin gelişiminin cebirsel kesirleri içeren denklemler bağlamında incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 515645)
- Toğrul, A. (2014). *Lise öğrencilerinin ebob-ekok problemlerinin çözüm süreçlerinin kavramsal ve işlemsel bilgi açısından incelenmesi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 381735)
- Tuna, A. (2011). *Trigonometri öğretiminde 5E öğrenme döngüsü modelinin öğrencilerin matematiksel düşünme ve akademik başarılarına etkisi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri tabanından alınmıştır. (No: 290666)
- Türkoğlu, D. (2017). *Cebirsel düşünme becerisi üzerine bir meta – sentez çalışması* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 481289)
- Türnüklü, A. (2000). Eğitimbilim araştırmalarında etkin olarak kullanılacak nitel bir araştırma tekniği: Görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi Dergisi*, 6(4), 543-559.
- Ulaş, T. (2015). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 423567)
- Ulaş, T. ve Yenilmez, K. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *International e-Journal of Educational Studies (IEJES)*. 1 (2), 103-117.
- Umay, A. (1996). Matematik eğitimi ve ölçülmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi*, 12, 145-149.
- Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. *The ideas of algebra, K-12*, 8(19), 7-13.
- Üzümcü, Ö. (2016). Nitel araştırma yöntemine sahip tezlerin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science*, 4(32), s. 327-340
- Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, USA: Pearson Education, Inc.
- Yağdırın, E. (2005). *Ortaöğretim 9. sınıf fonksiyonlar ünitesinin çalışma yaprakları, vee diyagramları ve kavram haritası kullanılarak öğretilmesi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 198284.)
- Yavuz, İ., Kepceoğlu, İ. ve Şen, T. (2013). Gözlem. S. Baştürk (Ed.), *Bilimsel Araştırma Yöntemleri içinde* s. 281-298. Ankara: Vize Yayıncılık.

- Yazır, F. (2015). *Modelleme temelli yapılan öğretimin 9. Sınıf fonksiyonlar konusunda kavramsal ve işlemsel bilgiye etkisi*. (Yayımlanmamış Yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No:414437.)
- Yenilmez, K. ve Şan, İ. (2008). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin özdeşliklerin görsel modellerini tanıma düzeyleri. *e-Journal of New World Sciences Academy Social Sciences*, 3(3), 409-418.
- Yenilmez, K. ve Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 9(15), 229–246.
- Yıldırım, K. (2016). *Denklemler konusunun etkinliklerle öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine ve matematik kaygılarına etkisi* (Yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 430754.)
- Yıldız, A. ve Es, H. (2015). 5E öğrenme döngüsü modelinin 6. sınıf öğrencilerinin geometrik başarı ve Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi. *Uluslararası Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(3), 148-156.
- Yıldız, P., Çiftçi, Ş. K., Şengil-Akar, Ş. ve Sezer, E. (2015). Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeleri ve Değişkenleri Yorumlama Sürecinde Yaptıkları Hatalar. *HU GSES The Journal of Educational Research*, 1(1), 18-31.
- Yörük, S. (2018). 5E öğrenme modeli destekli etkinliklerin 8. sınıf öğrencilerinin eşlik ve benzerlik kavramını oluşturma sürecine etkisi: Bir eylem araştırması (Yayımlanmamış Yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Alınmıştır. (No: 504156.)

## EKLER

Ek Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
EK 1	Hazırbulunuşluk Testi	125
EK 2	Hazırbulunuşluk Test Maddelerinin Kazanımlarla İlişkisi	128
EK 3	Ders Planı-1	129
EK 4	Ders Planı-2	132
EK 5	Ders Planı-3	139
EK 6	Araştırma İzin Belgesi-1	149
EK 7	Araştırma İzin Belgesi-2	150
EK 8	Veli Muvaffakatnamesi	151

## EK 1

### Hazırlanışluk Testi

1.  $7a - 4b - 5 + 3a$  cebirsel ifadesinin özelliklerini belirleyiniz.

Terimler:

Sabit terim(ler):

Benzer terim(ler):

Katsayılar:

2. Aşağıdaki ifadelerin hangilerinin cebirsel ifade olduğunu belirtiniz.

- $2x + 5$  ....
- $4.(a - 3)$  .....
- $2m + 4n - 7$  .....
- $8.3 - 6$  .....
- $a + 2b - c$  .....

Belirttiğiniz ifadelerin neden cebirsel ifade olduğunu yazınız.

3. Aşağıdaki sözel ifadelere uygun cebirsel ifadeyi yazınız.

- a) Bir sayının 2 katının 3 fazlası
- b) Bir sayının 5 eksiğinin 4 katı
- c) Bir sayının çeyreğinin 6 eksiği

4. Aşağıdaki cebirsel ifadelere uygun sözel ifadeler yazınız.

a)  $7x - 8$  :






b)  $\frac{5y}{3}$  :

c)  $\frac{100-z}{10}$  :



5.  $\frac{x-4}{25}$  cebirsel ifadesine uygun bir problem cümlesi yazınız.

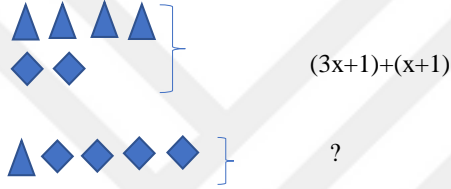
6.  a ve  1 olduğuna göre;

     modeline karşılık gelen cebirsel ifadeyi yazınız.

7. Şekildeki dikdörtgenin çevre uzunluğunu harfli ifade olarak yazınız.

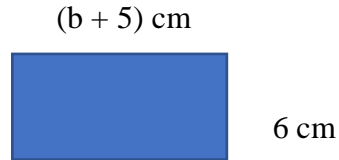


8.

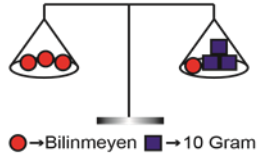


? yerine gelecek olan cebirsel ifadeyi yazınız.

9. Aşağıdaki dikdörtgenin alanını cebirsel ifade olarak bulunuz.



10. Terazî dengede olduğuna göre bilinmeyen ifadeyi bulunuz.



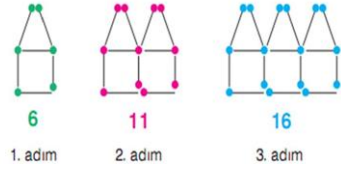
11. Aşağıdaki eşitliklerin bozulmaması için bilinmeyenleri bulunuz.

$$4 + 12 = ? + 5$$

$$5 \cdot 8 = 2 \cdot ?$$

$$42 : 7 = ? : 6$$

12. Aşağıdaki kibrit çöplerinden oluşmuş şekil örüntüsünün genel kuralını belirleyerek, 6. adımda kaç tane kibrit çöpü olduğunu bulunuz.



13. Genel kuralı  $3n+1$  olan örüntünün kaçınıcı terimi 67'dir?

14.  $a=4$  ve  $b=2$  için  $3.a + 5.b - 7$  cebirsel ifadesinin değeri kaçtır?

15. Aşağıdaki cebirsel ifadeler ile verilen toplama ve çıkarma işlemlerini yapınız.

a)  $(m + 5) + 3(m - 4)$

b)  $2(n + 4) - (n + 3)$

16. 4.  $(5x - 13)$  işlemini yapınız.

## EK 2

### Hazırlanmışlık Test Maddelerinin Kazanımlarla İlişkisi

Kazanım	Kavramsal Sorular	İşlemsel Sorular
M.6.2.1.1. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar.	1,2,3,4,5	
M.6.2.1.2. Cebirsel ifadenin değerini, değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.		14
M.6.2.1.3. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.	6	
M.7.2.1.1. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.	7,8	15
M.7.2.1.2. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.	9	16
M.7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.	12	13
M.7.2.2.1. Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.	10	11

### EK 3

#### Ders Planı-1

**Öğrenme Alanı:** Cebir

**Alt Öğrenme Alanı:** Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler

**Kazanım:** Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar.

**Süre:** 40'+40'

#### GİRİŞ

Aşağıdaki soruları cevaplandırmak için gereken cebirsel ifadeleri bulalım.

- Kalemlerimin 4 katının 2 eksiğini Gül'e verdim, Gül'e verdiğim kalemle-  
rimin sayısı kaçtır?
- Sınıfımızda kızların sayısı erkeklerin sayısının 1 fazlasının 2 katına eşit  
ise, erkeklerin sayısı kaçtır?
- Yumurtaların çeyreğinin 5 fazlası kırık ise kırık yumurtaların sayısı kaç-  
tır?
- Bir sayının karesi nasıl bulunur?
- Selma ile Seher'in kitaplarının toplamı kaçtır?

- İfadeleri yazarken nelere dikkat ettiniz?
- Yazdığınız ifadelerdeki harfler neyi temsil eder?
- Yazdığınız ifadelerdeki harflerin yerine farklı sayılar koyarak, bulduğu-  
nuz sonuçları inceleyiniz. Sorularıyla cebirsel ifadelerde kullanılan harf-  
lerin sayıları temsil ettiği ve yerine farklı sayılar koyulduğunda sonucun  
değiştiği ve bu harflerin bir "değişken" olduğu sezdirilir.

#### KEŞFETME

Aşağıda verilen tabloyu inceleyelim ve verilen bilgilere göre tabloyu tamamlayalım.

Cebirsel ifade	Terimler	Terim sayısı	Katsayılar	Sabit terim
$2.4x + 10$				
$x.x + 2x.y + y.y$				
$-a.4b - 3c.2d + 7$				
$-5.x.x.x.2.y.y$				

## AÇIKLAMA

- ✓ En az bir bilinmeyen ve işlem içeren ifadeler **cebirsal ifadeler** denir.
- ✓ Cebirsal ifadelerde bir veya birden fazla sayıyı temsil eden harflere **değişken ya da bilinmeyen** denir.
- ✓ Bir cebirsal ifadede bir sayı ile bir veya birden fazla değişkenin çarpımına **terim** denir. Terimler birbirlerinden “+” ve “-” sembolleriyle ayrılırlar.
- ✓ Bir terimin çarpım durumunda bulunduğu sayıya **katsayı** denir.
- ✓ Bir cebirsal ifadede değişkeni olmayan terime **sabit terim** denir.
- ✓  $ax^2 + bx^1 + c$  cebirsal ifadesinde aslında c'nin yanında  $x^0$  çarpanının var olduğu ve herhangi bir sayının 0. kuvvetinin 1 olmasından ve 1 sayısının çarpma işlemine göre etkisiz eleman olmasından dolayı yazılmasına gerek duyulmaz. Dolayısıyla, sabit terim de bir katsayıdır.

## DERİNLEŞTİRME

1. Aşağıda verilen sözel ifadelere uygun cebirsal ifadeler yazalım. Terim, katsayı ve sabit terimlerini belirleyelim.

• Mete'nin boyu  $2x$ , Ali'nin boyu  $3x$  ve Can'ın boyu ise  $x$  cm'dir. Mete, Ali ve Can'ın boylarının çarpımını veren cebirsal ifadeyi yazınız.

• Arda'nın attığı gol sayısının 2 fazlasının 2 katı, Caner'in attığı gol sayısına eşit ise Caner'in attığı gol sayısını veren cebirsal ifadeyi yazınız.

• Bir sayının kendisi ile çarpımına o sayının 8 katı eklenip ve 3 çıkarılıyor. Cebirsal ifadeyi yazınız.

• Matematik dersinin bir kısmı bitiyor. Dersin geriye kalan süresini veren cebirsal ifadeyi yazınız.

2. Verilen cebirsal ifadeleri; önce düzenleyelim, daha sonra uygun sözel ifade yazalım, en son terim, katsayı ve sabit terimini bulalım.

•  $(-a.b) + (-a.b) + (-a.b)$

•  $-8a.a + 5b + b - 5$

•  $4.7.a.a.b.b$

•  $x.3y + 2.5$

## DEĞERLENDİRME

1. Aşağıda verilen cümlelerin cebirsel ifadelerini yazınız.

- a) Bir sayının 4 katı ile başka bir sayının 2 katının toplamının 6 fazlası
- b) Bir sayının karesinin 3 katına aynı sayının 5 katı eksiği
- c) Bir sayının – 6 katı ile aynı sayının 2 eksiğinin toplamı

2. Aşağıda verilen cebirsel ifadelere uygun sözel ifadelere yazınız.

- a.  $x^2 + 6$
- b.  $7x + 4y - 3$
- c.  $6.(a^2 - 1)$

3. Aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Cebirsel ifade	Terimler	Terim sayısı	Katsayılar	Sabit terim
$2x.x$				
$3.a.a.b$				
$5m.m + 2.3n$				
$-4k.k - 5.4.t.t$				
$-x.x - 2y.y.y + 4z.z$				

4. Aşağıdaki cebirsel ifadeleri verilen farklı biçimleri ile eşleştiriniz.

$8x^3y^2$		$3.3.x$
$-9x^2$		$9.x.x.(-4).y$
$-36x^2y$		$4.a.a.b$
$4a^2b$		$2.4.x.x.x.y.y$

**EK 4**  
**Ders Planı-2**

**Öğrenme Alanı:** Cebir

**Alt Öğrenme Alanı:** Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler

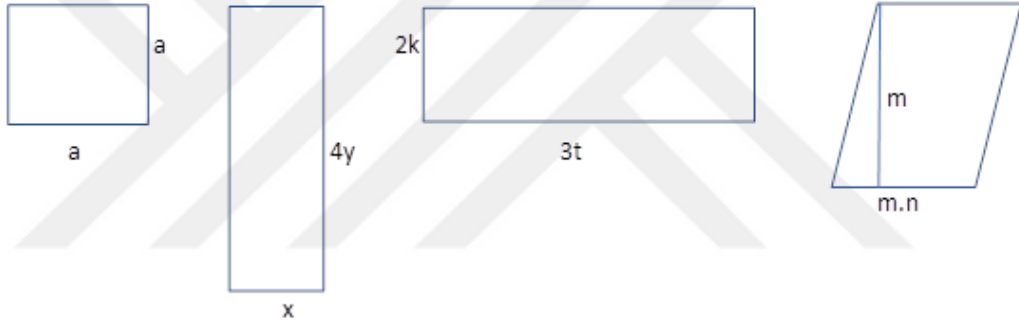
**Kazanımlar:** Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar ve ortak çarpan parantezine alma yöntemi ile cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırır.

**Süre:** 40'+40'

**GİRİŞ**

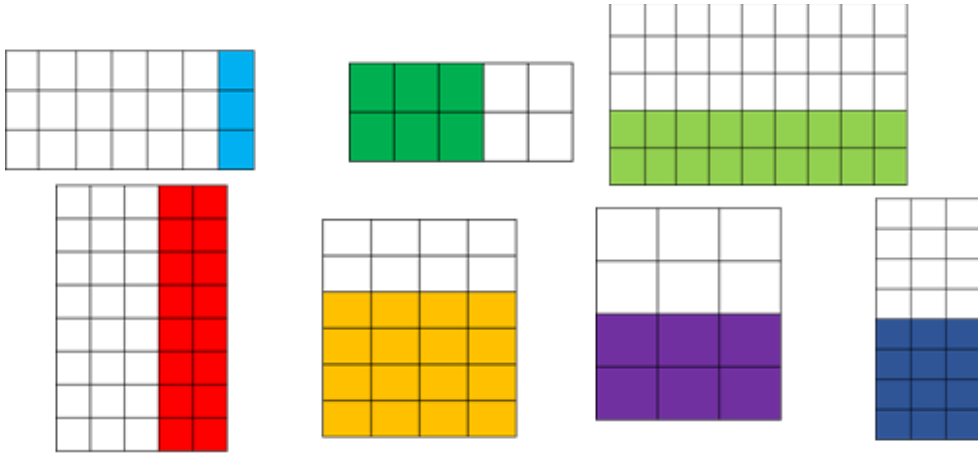
Aşağıdaki şekil tahtaya yansıtılarak sınıfta tartışma ortamı oluşturulur.

Aşağıda verilen düzlemsel şekillerin alanlarını bulalım.



**KEŞFETME**

**Etkinlik 1:** Her bir öğrenciye aşağıdaki dikdörtgenlerden birer tane verilir ve yönerge dağıtılır.



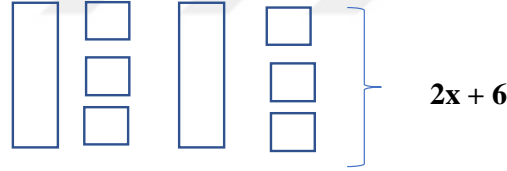
## Yönerge:

- Elinizdeki dikdörtgensel bölgenin renkli kısmını keserek, kalan beyaz bölgenin alanını iki şekilde bulacağız:
  1. Beyaz bölgenin bir kenarını, iki sayının farkı şeklinde ifade ederek, alanı bulalım.
  2. Büyük dikdörtgenin alanından, kestiğiniz renkli dikdörtgenin alanını çıkartarak bulalım.
- Elinizdeki beyaz dikdörtgensel bölge ile renkli bölgeyi birleştirerek elde ettiğimiz büyük dikdörtgenin alanını iki şekilde bulacağız:
  1. Oluşturduğumuz dikdörtgenin alanı, beyaz ve renkli dikdörtgenlerin alanlarını toplayarak bulalım.
  2. Oluşturduğumuz dikdörtgenin bir kenarını, iki sayının toplamı şeklinde ifade ederek, alanı bulalım.

Şimdi sonuçları karşılaştıralım ve tartışalım.

**Etkinlik 2:** Cebir karoları öğrencilere dağıtılarak tanıtılır. Verilen cebirsel ifadeler öğrencilerle birlikte modellenerek, cebirsel ifadelerin çarpımının keşfetmesi sağlanır.

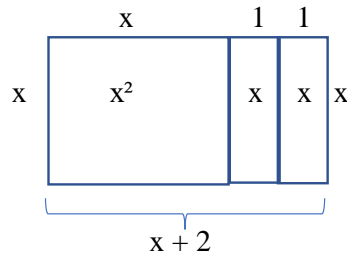
### 1. $2 \cdot (x+3)$ çarpma işlemini cebir karolarını kullanarak modelleyelim.



Dağılıma özelliğini kullanarak çarpma işlemini yapalım.  $2 \cdot (x+3) = 2x+6$

### 2. $x \cdot (x+2)$ çarpma işlemini cebir karolarını kullanarak modelleyelim.

- Kenar uzunlukları  $x$  ve  $x + 2$  olan bir dikdörtgen oluşturalım.





- Dikdörtgenin alanını kenar uzunluklarını kullanarak yazalım.

$$\text{Alan} = x \cdot (x + 2)$$

- Dikdörtgenin alanını modellemede kullandığımız parçaların alanlarının toplamı şeklinde yazalım.

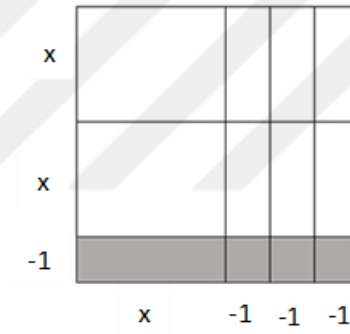
$$\text{Alan} = x^2 + 2x$$

- O hâlde her iki alanın eşitliğinden;  $x \cdot (x + 2) = x^2 + 2x$  olur.

- Dağılma özelliği kullanılarak çarpma işlemi yapılır.

### 3. $(x+3) \cdot (2x-1)$ çarpma işlemi cebir karolarını kullanarak modelleyelim.

- Kenar uzunlukları  $x + 3$  ve  $2x - 1$  olan dikdörtgen oluşturalım.



- Dikdörtgenin alanını kenar uzunluklarını kullanarak bulalım.

$$\text{Alan} = (x + 3) \cdot (2x - 1)$$

- Dağılma özelliği kullanılarak çarpma işlemi yapılır.

$$(x + 3) \cdot (2x - 1) = 2x^2 + 5x - 3$$

- Dikdörtgenin alanını modellemede kullandığımız parçaların alanlarının toplamı şeklinde yazalım.

$$\text{Alan} = 2x^2 + 6x - x - 3 = 2x^2 + 5x - 3$$

- O hâlde her iki alanın eşitliğinden;  $(x + 3) \cdot (2x - 1) = 2x^2 + 5x - 3$  olur.

## DERİNLEŞTİRME

### ÇALIŞMA YAPRAĞI

1. AŞağıdaki cebirsel ifadelerin çarpma işlemlerini cebir karoları ile modelleyerek bulalım.

a)  $x \cdot (x + 4)$

b)  $(x - 2) \cdot (x + 3)$

c)  $(x + 3) \cdot (x - 1)$

2. AŞağıda modellemesi verilmiş olan cebirsel ifadeleri bulalım.

a)



b)

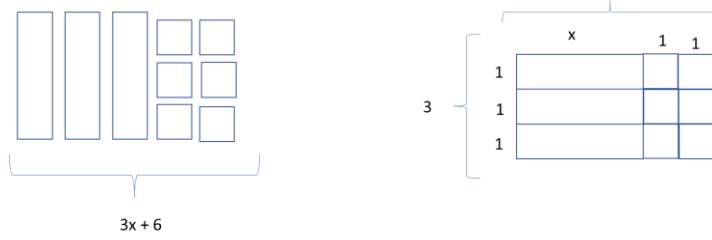


NOT: Bu aşamadan sonra değerlendirme aşamasına geçilmeden diğer kazanımın keşfetme aşamasına geçilir.

## KEŞFETME

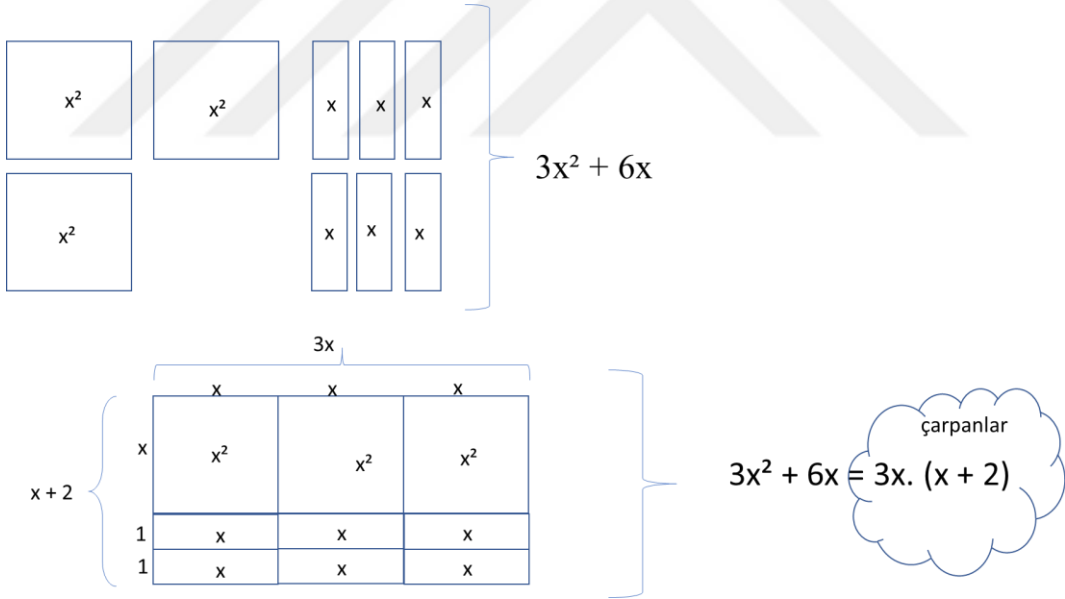
**Etkinlik:** Cebir karoları öğrencilere dağıtılarak aşağıdaki etkinlik uygulanır.

1. Cebir karolarını kullanarak alanı  $3x + 6$  olan bir dikdörtgen modelleyelim.



$$3x + 6 = 3 \cdot (x + 2)$$

2. Cebir karolarını kullanarak alanı  $3x^2 + 6x$  olan bir dikdörtgen modelleyelim ve çarpanlarını bulalım.



## AÇIKLAMA

Çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılıma özelliğinden yararlanarak cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırmaya **ortak çarpan parantezine alma yöntemi** denir.

$$\begin{array}{c} 4x + 2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2 \cdot 2 \quad 2 \cdot 1 \end{array} = 2 \cdot (2x + 1)$$

## DERİNLEŞTİRME

### ÇALIŞMA YAPRAĞI

AŞağıdaki cebirsel ifadesinin çarpanlarını bulalım.

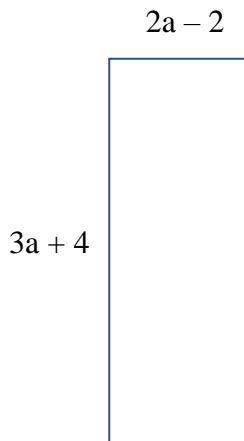
- A)  $5x + 5y$
- B)  $24a + 32$
- C)  $12m^2n - 8mn^2$
- D)  $18x^3 - 27x^2 + 36x$
- E)  $8a^2b - 6ab^2$

## DEĞERLENDİRME

1. Modellemesi verilen cebirsel ifadeyi dikdörtgenin kenar uzunluklarını bularak yazınız.

x	-1	-1	-1

2. AŞağıdaki dikdörtgenin alanını veren cebirsel ifade aŐađıdakilerden hangisidir?



I.  $(3a + 4) \cdot (2a - 2)$

II.  $6a^2 + 2a - 8$

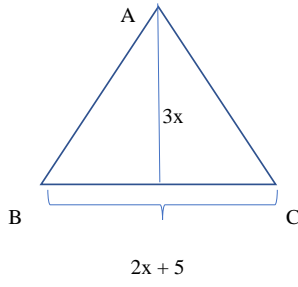
III.  $8a^2 - 6a$

IV.  $(3a + 4) \cdot (2a - 2)$

V.  $6a^2 + 4a + 8$

- A) I ve II
- B) II ve IV
- C) II ve III
- D) I ve V

3. Yüksekliği  $3x$  olan ABC üçgeninin alanını cebirsel olarak ifade ediniz.



4. Aşağıdaki cebirsel ifadeleri ortak çarpan parantezine alma yöntemi ile çarpanlarına ayırınız.

a)  $kx + ky$

b)  $10a^2b - 20ab$

c)  $42 - 13x$

d)  $m^2nt - mn^2t - mnt^2$

5. Cebir karolarını kullanarak alanı  $3a^2 - 6a$  olan bir dikdörtgen modelleyelim ve çarpanlarını bulalım.

**EK 5**  
**Ders Planı-3**

**Öğrenme Alanı:** Cebir

**Alt Öğrenme Alanı:** Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler

**Kazanımlar:** Özdeşlikleri modellerle açıklar ve çarpanlarına ayırır.

**Süre:** 7 ders saati

**GİRİŞ**

Tahtaya aşağıdaki tablo yansıtılarak, yöneltilen sorularla tartışma ortamı sağlanır.

8-C sınıf öğretmeni Sevgi Öğretmen, öğrencilerin yazılı sınavı notlarını cebirsel ifadelerle belirtmiştir. Sevgi Öğretmen, öğrencilerine “bilinmeyen” yerine 7 sayısını koyarak sınav notlarını hesaplayabileceklerini söylemiştir.

	Sınav Notları
Ali	$x^2 - 4$
Ayşe	$(x - 5) \cdot (x + 5)$
Mehmet	$(x + 2)^2$
Aslı	$(x - 1)^2$
Can	$x^2 - 25$
Nazlı	$x^2 - 2x + 1$
Mustafa	$x^2 + 4x + 4$
Oya	$(x - 2) \cdot (x + 2)$

- Öğrencilerin notlarını hesaplayarak aynı notu alan öğrencileri belirleyiniz.
- Aynı notu alan öğrencilerin puanlarını veren cebirsel ifadeler arasında nasıl bir ilişki vardır?
- Aşağıdaki eşitliklerden hangilerinin her durumda iki tarafının eşit olduğunu belirleyiniz.

1)  $2 \cdot (x + 4) = 2x + 6$

2)  $2 - x = x + 2$

3)  $-(4a + 7) = -4a - 7$

4)  $9m + 7m = 16m$

5)  $(3x)^2 = 3x^2$

- Bulunan eşitliklerin denklem ile arasında nasıl bir fark vardır?

## KEŞFETME

### ETKİNLİK

- Kareli kâğıda kenar uzunlukları 5 birim ve 10 birim olan iki kare çizelim ve çizdiğimiz kareleri keselim.
- Kareli kâğıda kenar uzunlukları 5 birim ve 10 birim olan iki dikdörtgen çizelim ve çizdiğimiz dikdörtgenleri keselim.
- Elimizdeki dört parçanın her birini, farklı renkte boyayalım.
- Elde ettiğimiz dört parçanın alanlarını bulalım ve bulduğumuz alanların ölçüsünü parçaların üzerlerine yazalım.
- Dört parçayı birleştirerek büyük bir kare oluşturalım.
- Oluşturduğumuz karenin alanını, kenar uzunluklarının çarpımı cinsinden yazalım.
- Oluşturduğumuz karenin alanını, kullandığımız parçaların alanlarının toplamı cinsinden yazalım.
- İki farklı yolla bulduğunuz gösterimlerin için neler düşünüyorsunuz?

### Etkinliğin devamı,

Aşağıdaki şekilleri kullanarak birer kare oluşturalım ve alanını hem parçaların alanını kullanarak bulalım.

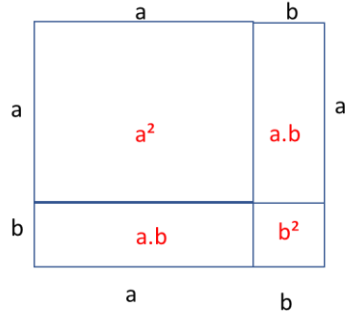


Etkinlikler tamamlandıktan sonra aşağıdaki tablonun doldurulması sağlanır ve öğrencilerin  $(a+b)^2$  özdeşliğinin açılımına ulaşmaları hedeflenir.

$(10+5)^2$					
$(4+1)^2$					
$(6+2)^2$					
$(a+b)^2$					

## AÇIKLAMA

Bir kenarı  $(a + b)$  olan bir kare alalım.



$$\begin{aligned} \text{Karenin alanı} &= (a + b) \cdot (a + b) \\ &= (a + b)^2 \end{aligned}$$

Karenin içindeki parçaların alanları toplamı:

$$a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{O hâlde, } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

İki terimin toplamının karesi özdeşliği;

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ dir.}$$

- ✓ İki terimin toplamının karesi alınırken birinci terimin karesi, birinci terimle ikinci terimin çarpımlarının iki katı ve ikinci terimin karesi toplanır.

## DERİNLEŞTİRME

### ÇALIŞMA YAPRAĞI

1. Aşağıdaki cebirsel ifadeleri iki terimin toplamının karesi özdeşliğinden yararlanarak açılımını yazalım.

a)  $(x + 5)^2 =$

b)  $(2a + 3)^2 =$

c)  $(k + 4m)^2 =$

2.  $x^2 + 2x + 1$  cebirsel ifadesini cebir karolarını kullanarak modelleyelim ve çarpanlarını bulalım.

3.  $x^2 + 4x + 4$  cebirsel ifadesini cebir karolarını kullanarak modelleyelim ve çarpanlarını bulalım.

NOT: 2. ve 3. sorularda verilen cebirsel ifadeyi iki ifadenin çarpımı şeklinde yazılması sağlanarak,  $a^2 + 2ab + b^2$  gibi üç terimli bir ifadenin çarpanlarına ayırma aşaması keşfettilir.



## AÇIKLAMA

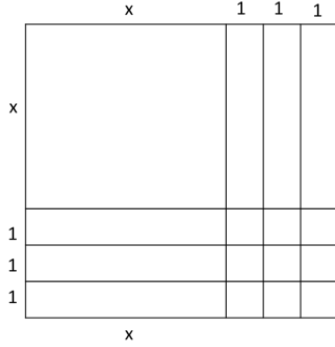
- $x^2 + 4x + 4$  gibi üç terimli ifadelerde, birinci terimin karekökü ile üçüncü terimin karekökünün çarpımının iki katı ortanca terimine eşittir; dolayısıyla verilen cebirsel ifadenin birinci terimin karekökü ile üçüncü terimin karekökünün toplamının karesine eşit olmaktadır.

$$\begin{array}{c} x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad \quad 2 \\ \quad \quad \downarrow \\ \quad \quad 2 \cdot 2 \cdot x \end{array}$$

## DERİNLEŞTİRME

### ÇALIŞMA YAPRAĞI

1. Aşağıdaki cebirsel ifadelerin çarpanlarını bulalım.
  - ✓  $4x^2 + 28xy + 49y^2$
  - ✓  $16a^2 + 40a + 25$
2. Aşağıda modellenmesi verilmiş olan cebirsel ifadeyi ve çarpanlarını bulalım.

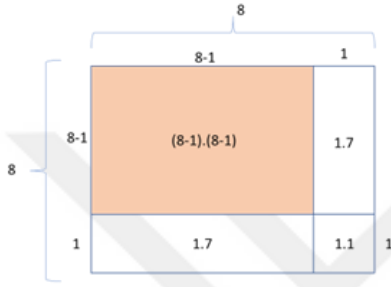


NOT: Değerlendirme aşamasına geçilmeden  $(a-b)^2$  özdeşliğinin keşfetme aşamasına devam edilir.

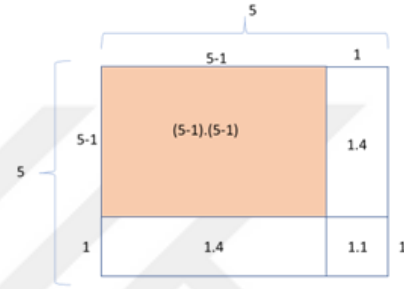
## KEŞFETME

### ETKİNLİK

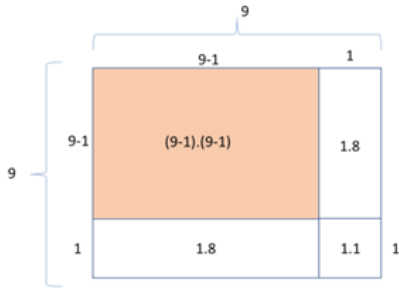
- Noktalı kağıda kenar uzunlukları 8 birim olan kare çizelim ve çizdiğimiz kareyi keselim.
- Oluşturduğumuz kareyi kullanarak kenarı (8-1) olan bir kare oluşturalım ve keselim.
- Elde ettiğimiz bölgenin alanını karenin alan formülünden hesaplayınız.
- Kenarı 8 birim olan karenin alanını başka yöntemle bulabilir misiniz?
- Aynı yöntemle kenar uzunluğu (5-1) ve (9-1) olan kareler oluşturarak alanlarını hesaplayınız.



$$(8 - 1)^2 = 8^2 - 2.8.1 + 1^2$$



$$(5 - 1)^2 = 5^2 - 2.5.1 + 1^2$$

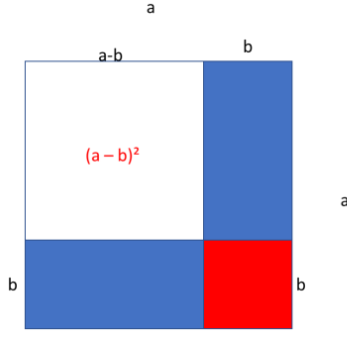


$$(9 - 1)^2 = 9^2 - 2.9.1 + 1^2$$

Etkinlik tamamlandıktan sonra aşağıdaki tablonun doldurulması sağlanır.

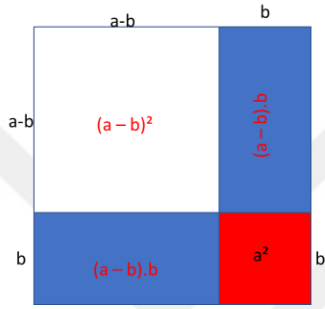
$(8-1)^2$					
$(5-1)^2$					
$(9-1)^2$					
$(a-b)^2$					

## AÇIKLAMA



1. Kenar uzunluğu a birim olan bir kare çizelim.
2. Karenin iki kenarından b birimlik parça belirleyelim.
3. Bir kenarı (a - b) olan karenin alanını bulalım.

$$\text{Karenin Alanı} = (a - b)^2$$



Diğer bir yoldan;



Büyük karenin alanından, beyaz karenin dışında kalan bölgelerin alanlarının toplamını çıkarırsak beyaz karenin alanını buluruz.

- İki terimin farkının karesi özdeşliği;

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ dir.}$$

- ✓ İki terimin farkının karesi alınırken birinci terimin karesi, birinci terimle ikinci terimin çarpımlarının eksi iki katı ve ikinci terimin karesi toplanarak elde edilir.

## DERİNLEŞTİRME

### ÇALIŞMA YAPRAĞI

1. Aşağıdaki cebirsel ifadeleri iki terimin farkının karesi özdeşliğinden yararlanarak açılımını yazalım.

a)  $(x - 7)^2 =$

b)  $(3a - 4)^2 =$

c)  $(z - 2t)^2 =$

2.  $x^2 - 4x + 4$  cebirsel ifadesini cebir karolarını kullanarak modelleyelim ve iki terimin farkının karesi özdeşliğinden yararlanarak açılımını yazalım.
3.  $x^2 - 6x + 9$  cebirsel ifadesini cebir karolarını kullanarak modelleyelim ve iki terimin farkının karesi özdeşliğinden yararlanarak açılımını yazalım.

NOT: 2. ve 3. sorularda verilen cebirsel ifadeyi iki ifadenin çarpımı şeklinde yazılması sağlanarak,  $a^2 - 2ab + b^2$  gibi üç terimli bir ifadenin çarpanlarına ayırma aşaması keşfettilir.

### AÇIKLAMA

$x^2 - 4x + 4$  gibi üç terimli ifadelerde;

- ✓ Birinci terimin karekökü ile üçüncü terimin karekökünün çarpımının eksi iki katı ortanca terimine eşit olan cebirsel ifadeler; birinci terimin karekökü ile ikinci terimin karekökünün farkının karesine eşittir.

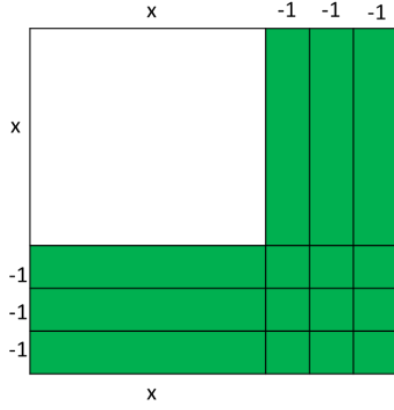
$$\begin{array}{c} x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad \quad \quad 2 \\ \downarrow \\ - 2 \cdot 2 \cdot x \end{array}$$

### DERİNLEŞTİRME

### ÇALIŞMA YAPRAĞI

1. Aşağıdaki cebirsel ifadelerin çarpanlarını bulalım.
- ✓  $9m^2 - 42m + 49$
  - ✓  $25a^2 - 80ab + 64b^2$

2. Aşağıda modellenmesi verilmiş olan cebirsel ifadeyi ve çarpanlarını bulalım.

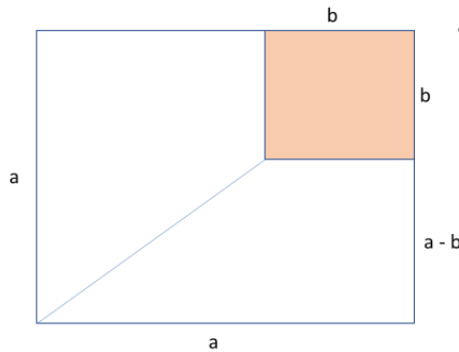


NOT: Değerlendirme aşamasına geçilmeden  $a^2-b^2$  özdeşliğinin keşfetme aşamasına devam edilir.

### KEŞFETME

### ETKİNLİK

- Noktalı kağıda, kenar uzunlukları 9 birim olan kare çizelim ve çizdiğimiz kareyi keselim.
- Oluşturduğunuz karenin bir köşesinden kenar uzunlukları 3 birim olan bir kare çizelim ve keselim.
- Elde ettiğiniz bölgenin alanını hesaplayınız.
- Daha sonra kalan bölgeyi şekildeki gibi iki parçaya ayırınız.



- Elde ettiğiniz parçaları kullanarak bir dikdörtgen oluşturunuz ve dikdörtgenin alanını hesaplayınız.
- $x^2 - 36$  ve  $x^2 - 64$  özdeşliklerinin açılımının aynı yöntemle bulalım.
- Ulaştığınız sonuçlar hakkında neler düşünüyorsunuz?
- Etkinlik tamamlandıktan sonra aşağıdaki tablonun doldurulması sağlanır.

$9^2 - 3^2$	
$x^2 - 6^2$	
$a^2 - b^2$	

### AÇIKLAMA

- ✓ İki terimin kareleri farkı, iki terimin farkı ile toplamının çarpımına eşittir.
- ✓ Dolayısıyla  $a^2 - b^2$  özdeşliğinin çarpanları;  $(a - b)$  ve  $(a + b)$  dir.

**İki kare farkı özdeşliği;  $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$**

### DERİNLEŞTİRME

*SORU: Aşağıdaki verilen bir kenarı  $a$  birim olan bir kareden, bir kenarı 10 birim olan kare çıkarılıyor. Geriye kalan bölgenin alanını ve bu alanın çarpanlarına ayrılmış ifadesini bulalım.*



NOT: Tüm özdeşliklerin ve çarpanlara ayrılmasının yer aldığı değerlendirme aşamasına geçilir.

### DEĞERLENDİRME

1. Aşağıda tabloda verilen harfli ifadelerden özdeş olanları işaretleyiniz.

	$9x^2 - 30x + 25$	$x^2 - 100$	$x^2 + 6x + 9$	$(x - 7y)^2$	$(x - 4) \cdot (x + 4)$
$(x + 3)^2$					
$x^2 - 16$					
$(3x - 5)^2$					
$(x - 10) \cdot (x + 10)$					
$x^2 - 14xy + 49y^2$					

2. Aşağıdaki ifadelerden özdeşlik olmayanları gösteriniz.

a)  $(k - 8) \cdot (k + 8) = k^2 + 64$

b)  $4x^2 - 32x + 16 = (2x - 4)^2$

c)  $1 - 196a^2 = (1 - 14a) \cdot (1 + 14a)$

d)  $(3x + 9y)^2 = 9x^2 - 54x + 81y^2$

3.  $a^2 - \diamond a + 361$  üç terimli cebirsel ifadenin bir tam kare ifade belirtmesi için  $\diamond$  doğal sayısı kaç olmalıdır?

4.  $k$  sayısının karesine 12 katı ve 36 sayısı ekleniyor. Elde edilen sayı hangi cebirsel ifadenin karesine eşittir?

5. Aşağıdaki cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

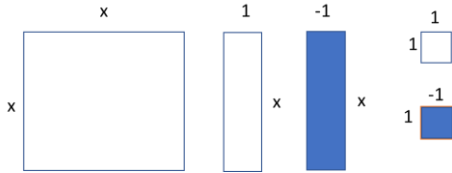
a)  $4x^2 - 20x + 25$

b)  $9a^2 + 6ab + b^2$

c)  $2x^2 - 2y^2$

d)  $25m^2 - 81n^2$

6. Aşağıdaki cebirsel ifadeleri cebir karolarını kullanarak **modelleyiniz**, açılımını yazınız.



a)  $3x \cdot (x - 2)$

b)  $(x + 3)^2$

c)  $(2x - 1)^2$

## EK 6

### Araştırma İzin Belgesi-1



T.C.  
İSTANBUL VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 59090411-20-E.21099551  
Konu : Anket ve Araştırma İzin Talebi

08/12/2017

#### VALİLİK MAKAMINA

- İlgi: a) 23.11.2017 tarihli ve 19930518 Gelen Evrak No'lu dilekçe.  
b) Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 22.08.2017 tarih ve 12607291 sayılı 2017/25 No'lu Genelgesi.  
c) Milli Eğitim Müdürlüğü Araştırma ve Anket Komisyonu'nun 04.12.2017 tarihli tutanağı.

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü yüksek lisans öğrencisi İnci ÜNLÜER'in "Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Özdeşlikler ve Çarpanlara Ayırma Konusuna Yönelik Kavramsal ve İşlemsel Anlama Süreçlerinin İncelenmesi" konulu tezi kapsamında; İlimiz Beykoz ilçesinde Ziya Ünsel Ortaokulunda öğrenim 8. sınıf öğrencilerine; cebir öğrenme alanına yönelik hazırbulunuşluk testi, özdeşlikler ve çarpanlara ayırma başarı testi ve matematik konu testi uygulama isteği hakkındaki ilgi (a) dilekçe ve ekleri Müdürlüğümüzce incelenmiştir.

Araştırmacının söz konusu talebi; bilimsel amaç dışında kullanılmaması, uygulama sırasında bir örneği müdürlüğümüzde muhafaza edilen mühürlü ve imzalı veri toplama araçlarının kurumlarımıza araştırmacı tarafından ulaştırılarak uygulanması, katılımcıların gönüllülük esasına göre seçilmesi, araştırma sonuç raporunun müdürlüğümüzden izin alınmadan kamuoyuyla paylaşılmaması koşuluyla, okul idarelerinin denetim, gözetim ve sorumluluğunda, eğitim-öğretimi aksatmayacak şekilde ilgi (b) Bakanlık emri esasları dâhilinde uygulanması, sonuçtan Müdürlüğümüze rapor halinde (CD formatında) bilgi verilmesi kaydıyla Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde Olur'larınıza arz ederim.

Ömer Faruk YELKENCİ  
Millî Eğitim Müdürü

OLUR  
08/12/2017

Ahmet Hamdi USTA  
Vali a.  
Vali Yardımcısı

Ek:1- Genelge  
2- Komisyon Tutanağı

İl Millî Eğitim Müdürlüğü Binbirdirek M. İmran Öktem Cad.  
No:1 Eski Adliye Binası Sultanahmet Fatih/İstanbul  
E-Posta: sgb34@meh.gov.tr

Bilgi İçin: Y.YÜKSEL  
Tel: (0 212) 455 04 00-239  
Faks: (0 212)455 06 52

Bu evrak atıvıtlı elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksonu.meh.gov.tr> adresinden fc6c-a844-3e05-b0d4-eea4 koda ile tevt edilebilir.



## EK 7

### Araştırma İzin Belgesi-2



T.C.  
İSTANBUL VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 59090411-44-E.21134058  
Konu: Anket ve Araştırma İzni

08.12.2017

Sayın: İnci ÜNLÜER

İlgi: a) 23.11.2017 tarihli ve 19930518 Gelen Evrak No'lu dilekçe.  
b) Valilik Makamı'nın 08/12/2017 tarih ve 21099551 Sayılı Olur'u.

"Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Özdeşlikler ve Çarpınlara Ayırma Konusuna Yönelik Kavramsal ve İşlemsel Anlama Süreçlerinin İncelenmesi" konulu teziniz hakkındaki ilgi (a) dilekçe ve ekleri, ilgi (b) Valilik Onayı ile uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi ve söz konusu talebiniz; bilimsel amaç dışında kullanılmaması, uygulama sırasında bir örneği müdürlüğümüzde muhafaza edilen mühürlü ve imzalı veri toplama araçlarının kurumlarımıza araştırmacı tarafından ulaştırılarak uygulanması, katılımcıların gönüllülük esasına göre seçilmesi, araştırma sonuç raporunun müdürlüğümüzden izin alınmadan kamuoyuyla paylaşılmaması koşuluyla, gerekli duyurunun araştırmacı tarafından yapılması, okul idarecilerinin denetim, gözetim ve sorumluluğunda, eğitim-öğretimi aksatmayacak şekilde ilgi (b) Valilik Onayı doğrultusunda uygulanması ve işlem bittikten sonra 2 (iki) hafta içinde sonuçtan Müdürlüğümüz Strateji Geliştirme Bölümüne rapor halinde bilgi verilmesini rica ederim.

M. Nurettin ARAS  
Müdür a.  
Müdür Yardımcısı

EK:1- Valilik Onayı  
2- Ölçekler

İl Millî Eğitim Müdürlüğü Binbirdirek M. İmran Öktem Cad.  
No:1 Eski Adliye Binası Sultanahmet Fatih/İstanbul  
E-Posta: sgb34@meb.gov.tr

Bilgi için: Y.YÜKSEL  
Tel: (0 212) 455 04 00-239  
Faks: (0 212)455 06 52

Bu evrak atıvınlı elektronik imza ile imzalanmıştır. İhtiva/İzlenekizim meb.gov.tr adresinden (0306-2610-3214-8481-2025) kudu ile tevlit edilebilir.

## EK 8

### Veli Muvaffakatnamesi

Sayın Veli,

Ocak 2018- Mart 2018 tarihleri arasında 8-C sınıfında tarafımdan yürütülecek olan '*Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Özdeşlikler ve Çarpanlara Ayırma Konusuna Yönelik Kavramsal ve İşlemsel Anlama Süreçlerinin İncelenmesi*' başlıklı tez konusu için başarı testleri ve ders planı uygulayacağım. Öğrencinizin bu çalışmaya katılması hususunda gereğini bilgilerinize ve onayına sunarım.

İnci ÜNLÜER

Çocuğumun bahsi geçen çalışmaya katılmasında herhangi bir sakınca yoktur.

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Adı SOYADI : İnci ÜNLÜER

### Eğitim Durumu

Lise Atatürk Lisesi 2006

Lisans Anadolu Üniversitesi 2013

Yüksek Lisans Eskişehir Osmangazi Üniversitesi 2019

**Yabancı Dil** Yabancı diller düzeyi de belirtilerek yazılmalıdır.

İngilizce: Okuma (Orta), Yazma (Orta), Konuşma (Orta)

### Mesleki Geçmiş

Görev	Kurum	Çalışma Tarihleri
Matematik Öğretmeni	MEB	2013- Halen.

### Seminer ve Çalıştaylar

Altınok, Z., **Ünlüer İ.**, ve Ev Çimen, E. (2017, Nisan). *Yedinci sınıf öğrencilerinin eşitlik ve denklem konusunda farklı formatlarda verilen problemlere ait çözümlerinin incelenmesi*. 26. Uluslararası Eğitim Bilimleri Kongresi'nde sunulan sözlü bildiri, Antalya.

Yenilmez, K., Altınok Z., ve **Ünlüer İ.** (2017, Nisan). *Seçmeli zeka oyunları dersinin 8. Sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerine etkisinin incelenmesi*. 26. Uluslararası Eğitim Bilimleri Kongresi'nde sunulan sözlü bildiri, Antalya.

### İletişim

**E-posta adresi:** inciunlr4@gmail.com