

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

ORTAOKUL 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK
DERSİ CEBİRSEL İFADELER KONUSUNDAKİ KAVRAM
YANILGILARI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Fatma ŞAHİNER

Antalya, 2018

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

ORTAOKUL 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK
DERSİ CEBİRSEL İFADELER KONUSUNDAKİ KAVRAM
YANILGILARI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Fatma ŞAHİNER

Danışman: Prof. Dr. Gabil ADİLOV

Antalya, 2018

DOĐRULUK BEYANI

Yüksek lisans olarak sunduğum bu çalışmayı, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı dūřecek bir yol ve yardıma başvurmaksızın yazdığımı, yararlandığım eserlerin kaynakçalardan gösterilenlerden olduğunu ve bu eserleri her kullanımında alıntı yaparak yararlandığımı belirtir; bunu onurumla doğrularım. Enstitü tarafından belli bir zamana bağlı olmaksızın, tezimle ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara katlanacağımı bildiririm.

22 / 06 / 2018

Fatma şAHİNER

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

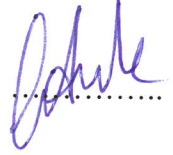
Fatma ŞAHİNER' in bu çalışması 22/06/2018 tarihinde jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Tezli Yüksek Lisans Programında Yüksek Lisans Tezi olarak oy birliği/oy çokluğu ile kabul edilmiştir

İMZA

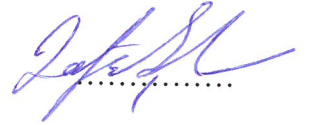
Başkan : Pof. Dr. Gabil ADILOV
Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Fakültesi,
Matematik ve Fen Bil. Eğt. Böl.


.....

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Gözdegül ARIK KARAMIK
Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Fakültesi,
Matematik ve Fen Bil. Eğt. Böl.


.....

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Zafer ŞANLI
Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi,
Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Böl.


.....

YÜKSEK LİSANS TEZİNİN ADI:

Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi Cebirsel İfadeler Konusundaki Kavram Yanılgıları

ONAY: Bu tez, Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen yukarıdaki jüri üyeleri tarafından uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunun tarihli ve sayılı kararıyla kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Ramazan KARATAŞ

Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ

Akademik çalışmalarımın bir başlangıcı ve ilerleyen yıllarımda bana büyük getirileri olacağına inandığım bu çalışmamda bilgi birikimi, hayat tecrübesi, kişiliği ile her zaman örnek alacağım, güvenini hep yanımda hissettiğim değerli tez danışmanım Prof. Dr. Gabil ADILOV' a yardımlarından ve bu tezin tamamlanmasında gösterdiği titiz çalışmalarından dolayı şükranlarımı sunarım.

Çalışmalarımda bana akademik anlamda her konuda destek sağlayan, bilgisini, hoşgörüsünü ve güler yüzünü hiç eksik etmeyen Doç. Dr. Ramazan KARATAŞ, Doç. Dr. Sinem Sezer EVCAN, Dr. Öğr. Üyesi Sevda SEZER BARUT, Dr. Öğr. Üyesi Şerife KOZA ÇİFTÇİ, Dr. Öğr. Üyesi Zeynep EKEN ve Dr. Öğr. Üyesi Gözdegül ARIK KARAMIK ve Dr. Öğr. Üyesi Ali ÖZKAYA' ya tüm yardımları için teşekkürlerimi sunarım.

Teşhis testinin uygulanması sırasında gerekli kolaylığı sağlayan değerli okul müdürüm Ersin BIÇAK ve müdür yardımcımız Kadir ASLAN' a teşekkür ederim.

Hayatımın her anında ve aldığım bütün kararlarda her zaman yanımda olan, beni destekleyen, çalışmalarım boyunca bilgisinden ve tecrübesinden yararlandığım babama sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak bugünlere gelmemde en büyük emeği olan canım anneme sonsuz teşekkür ederim.

Fatma ŞAHİNER

ÖZET

ORTAOKUL 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK DERSİ CEBİRSEL İFADELER KONUSUNDAKİ KAVRAM YANILGILARI

ŞAHİNER, Fatma

Yüksek Lisans, İlköğretim Matematik Bölümü

Tez Yöneticisi: Prof. Dr. Gabil ADİLOV

Haziran 2018, xii + 101 sayfa

Bu araştırma; ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin Matematik dersi cebirsel ifadeler konusu ile ilgili kavram yanlışlarını belirlemek amacıyla yapılmıştır. Araştırma, Antalya ilinin Kepez ilçesinde bulunan Gülgün Nihat Ömür Ortaokulu ve Mobil Ortaokulunda öğrenim gören 8. sınıf öğrencilerine 15 tane maddeden oluşan teşhis testi uygulanmıştır. Araştırmanın analizinde SPSS 20 programı kullanılmıştır. Araştırmanın yöntemi genel tarama modelidir. 8.sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusunda cinsiyet değişkenine göre ve matematik başarı düzeylerine göre kavram yanlışlarına düşmeleri arasında anlamlı bir fark olup olmadığı araştırmanın alt problemlerini oluşturmaktadır.

Araştırmadan edilen bulgulara göre; cinsiyet değişkeninin kavram yanlışları konusunda anlamlı bir farklılık yaratmadığı ve öğrencilerin matematik başarı düzeyi arttıkça kavram yanlışlarına düşmedikleri sonuçlarına ulaşılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin cebirsel ifadeler konusunda çeşitli kavram yanlışlarına sahip oldukları tespit edilmiştir. Öğrencilerin, özdeşlik ifadelerini matematiksel olarak yapılandıramadıkları ve modellemede güçlük çektikleri tespit edilmiştir. Ayrıca, çarpanlara ayırma ve rasyonel cebirsel ifadeleri sadeleştirme konusunda kavram yanlışlarına düştükleri tespit edilmiştir. Tespit edilen kavram yanlışları ile ilgili bazı önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: *Matematik, Cebir, Özdeşlik, Kavram, Kavram Yanlışları.*

ABSTRACT

MISCONCEPTIONS ON ALGEBRAIC EXPRESSIONS IN MATHS LESSON FOR SECONDARY SCHOOL 8th GRADE STUDENTS

Şahiner, Fatma

Ph.D., Department of Primary Education

Supervisor: Prof Dr. Gabil ADILOV

June 2018/ xii + 101 pages

This research was done in order to determine misconceptions about the subject of algebraic expressions in Maths lesson of the 8th grade students of middle school. The research was done on the students of Gülgün Nihat Ömür Secondary School and Mobil Secondary School at province of Kepez, in the city of Antalya. A recognition test was applied on the students of 8th students consisting of 15 topics. SPSS 20 program was used in the analysis of the study. The model of the archives is the general screening model. In the case of algebraic expressions, it is a subordinate problem of investigating whether there is a meaningful difference between conceptual misconceptions of 8th grade students according to gender variable and mathematics achievement levels.

According to the findings of the research, it was found that the gender variable does not make a meaningful difference about concept misconceptions and that students do not become misconceptions as the level of mathematical achievement increases. According to results of the research, it has been determined that the students have various misconceptions about algebraic expressions. It was notified that students can't mathematically construct identity expressions and have difficulties in modeling. It is also notified that they have difficulty separating the multipliers. In addition, it has been found that they have fallen into conceptual misconceptions about separating multipliers and simplifying rational algebraic expressions. Some suggestions were made for these conceptual mistakes.

Key words: *Mathematics, Algebra, Identity, Concept, Misconceptions.*

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	i
ÖZET.....	ii
ABSTRACT	iii
İÇİNDEKİLER	iv
TABLolar LİSTESİ.....	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ	ix
GRAFİKLER LİSTESİ.....	x
KISALTMALAR LİSTESİ.....	xii

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Amacı ve Problemleri	4
1.2.1. Alt Problemler	5
1.3. Araştırmanın Önemi.....	5
1.4. Araştırmanın Varsayımları.....	6
1.5. Sınırlıklar	6
1.6. Tanımlar	7

BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Matematik ve Öğretiminin Amaçları	8
2.2. Cebir ve Öğretimi.....	9
2.2.1. Özdeşlik.....	10
2.3. Kavram, Kavram Öğrenme ve Öğretimi	11
2.3.3. Kavramsal Bilgi ve İşlemsel Bilgi.....	13
2.4. Kavram Yanılgısı	13

2.4.1. Kavram Yanılgılarının Türleri.....	15
2.4.2. Kavram Yanılgılarının Nedenleri	17
2.4.2.1. Kavram Yanılgılarının Epistemolojik Nedenleri.....	17
2.4.2.2. Kavram Yanılgılarının Psikolojik Nedenleri	18
2.4.2.3. Kavram Yanılgılarının Pedagojik Nedenleri	19
2.4.3. Hata ve Kavram Yanılgısı Arasındaki İlişki	19
2.5. Yurt İçinde Yapılan Araştırmalar.....	21
2.6. Yurt Dışında Yapılan Araştırmalar	24

BÖLÜM III

YÖNTEM

3. 1. Araştırma Modeli	27
3.2. Çalışma Grubu	27
3.3. Veri Toplama Aracı.....	28
3.4. Verilerin Toplanması	31
3.5. Verilerin Analizi.....	31

BÖLÜM IV

BUGULAR

4.1. Kavram Yanılgısı ve Cinsiyet Arasındaki İlişkiye Ait Bulgular	33
4.2. Kavram Yanılgısı ve Matematik Düzeyi Arasındaki İlişkiye Ait Bulgular.....	33
4.3. Maddelerin Analizi.....	36

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuçlar ve Tartışma.....	74
5.2. Öneriler	79
KAYNAKÇA.....	82

EK-1 Cebirsel İfadeler Teşhis Testi Pilot Uygulama.....	93
EK-2 Cebirsel İfadeler Teşhis Testi Esas Uygulama.....	96
EK- 3 Araştırma İzin Onayı	99
ÖZGEÇMİŞ	100
BİLDİRİM	101



TABLULAR LİSTESİ

Tablo 1.1. 8. Sınıf Cebir Öğrenme Alanının Cebirsel İfadeler Alt Öğrenme Alanı Kazanımları.....	3
Tablo 2.1. Ondalık Sayıların Karşılaştırılması.....	20
Tablo 3.1. Örnekleme Alınan Öğrencilerin Öğrenim Gördükleri Okullara Göre Dağılımı	27
Tablo 3.2. Cebirsel İfadeler Teşhis Testi Hedef Kazanımları Belirtke Tablosu.....	28
Tablo 3.3. Maddelere İlişkin Sonuçlar ve Yorumları	29
Tablo 3.4. Testte Yer Alan Maddelere İlişkin Güvenirlilik Değerleri	30
Tablo 4.1. Kavram Yanılgısının Cinsiyet Değişkenine Göre Farklılığına İlişkin Analiz Sonuçları.....	33
Tablo 4.2.1. Kavram Yanılgısı Testinin Matematik Düzeyleri için Betimsel İstatistikleri.....	34
Tablo 4.2.2. Kavram Yanılgılarının Matematik Düzeylerine Göre Farklılığına İlişkin Varyans Analizi Sonuçları	35
Tablo 4.2.3. Matematik Düzeyi ve Kavram Yanılgısı Testinden Alınan Puanlar Arasındaki İlişki	36
Tablo 4.3.1. Birinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi.....	37
Tablo 4.3.2. İkinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi.....	40
Tablo 4.3.3. Üçüncü Maddeye İlişkin Frekans Analizi	42
Tablo 4.3.4. Dördüncü Maddeye İlişkin Frekans Analizi.....	44
Tablo 4.3.5. Beşinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi.....	47
Tablo 4.3.6. Altıncı Maddeye İlişkin Frekans Analizi.....	49
Tablo 4.3.7. Yedinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi	52
Tablo 4.3.8. Sekizinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi	54
Tablo 4.3.9. Dokuzuncu Maddeye İlişkin Frekans Analizi	56
Tablo 4.3.10. Onuncu Maddeye İlişkin Frekans Analizi	58

Tablo 4.3.11. Onbirinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi.....	61
Tablo 4.3.12. Onikinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi.....	63
Tablo 4.3.13. Onüçüncü Maddeye İlişkin Frekans Analizi	65
Tablo 4.3.14. Ondördüncü Maddeye İlişkin Frekans Analizi.....	68
Tablo 4.3.15. Onbeşinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi.....	71



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.4.1. Kesirlerdeki Kısıtlı Algılamaya Bir Örnek	17
Şekil 4.3.1. Birinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri.....	38
Şekil 4.3.2. İkinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri	41
Şekil 4.3.3. Üçüncü Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri	43
Şekil 4.3.4. Dördüncü Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri.....	45
Şekil 4.3.5. Beşinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri.....	48
Şekil 4.3.6. Altıncı Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri	50
Şekil 4.3.7. Yedinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri	52
Şekil 4.3.8. Sekizinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri.....	55
Şekil 4.3.9. Dokuzuncu Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri.....	57
Şekil 4.3.10. Onuncu Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri.....	60
Şekil 4.3.11. Onuncu Maddeye Ait Hata Örnekleri	60
Şekil 4.3.12. Onbirinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri	62
Şekil 4.3.13. Onikinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekler.....	64
Şekil 4.3.14. Onüçüncü Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri.	67
Şekil 4.3.15. Ondördüncü Maddeye Ait Hata ve Kavram Yanılgısı Örnekleri	69
Şekil 4.3.16. Onbeşinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri	72
Şekil 4.3.17. Onbeşinci Maddeye Ait Doğru Cevap Yanlış Çözüm Örnekleri.....	73

GRAFİKLER LİSTESİ

Grafik 4.3.1. Birinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği	37
Grafik 4.3.2. 1. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği.....	37
Grafik 4.3.3. İkinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği.....	39
Grafik 4.3.4. 2. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği.....	39
Grafik 4.3.5. Üçüncü Maddeye İlişkin Sütun Grafiği.....	41
Grafik 4.3.6. 3. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği.....	42
Grafik 4.3.7. Dördüncü Maddeye İlişkin Sütun Grafiği	44
Grafik 4.3.8. 4. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği.....	44
Grafik 4.3.9. Beşinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği	46
Grafik 4.3.10. 5. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği.....	46
Grafik 4.3.11. Altıncı Maddeye İlişkin Sütun Grafiği	48
Grafik 4.3.12. 6. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği.....	49
Grafik 4.3.13. Yedinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği.....	51
Grafik 4.3.14. 7. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği.....	51
Grafik 4.3.15. Sekizinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği	53
Grafik 4.3.16. 8. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği.....	53
Grafik 4.3.17. Dokuzuncu Maddeye İlişkin Sütun Grafiği.....	55
Grafik 4.3.18. 9. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği.....	56
Grafik 4.3.19. Onuncu Maddeye İlişkin Sütun Grafiği.....	58
Grafik 4.3.20. 10. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği.....	58
Grafik 4.3.21. Onbirinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği.....	60
Grafik 4.3.22. 11. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği.....	61
Grafik 4.3.23. Onikinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği	63
Grafik 4.3.24. 12. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği.....	63
Grafik 4.3.25. Onüçüncü Maddeye İlişkin Sütun Grafiği.....	65

Grafik 4.3.26. 13. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği.....	65
Grafik 4.3.27. Ondördüncü Maddeye İlişkin Sütun Grafiği	68
Grafik 4.3.28. 14. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği.....	68
Grafik 4.3.29. Onbeşinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği.....	71
Grafik 4.3.30. 15. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği.....	71



KISALTMALAR LİSTESİ

Akt. : Aktaran

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

SPSS : Statistical Packet for The Social Science

TDK : Türk Dil Kurumu

TTKB : Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı



BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumuna, araştırmanın amacına, araştırmanın önemine, sınırlılıklarına, varsayımlarına ve tezde geçen tanımlara yer verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

"Matematik; tarih boyunca dünyamızda, birey, toplum ve bilim için vazgeçilmez bir bilim sayılmıştır. Matematik; bilgiyi işleme, analiz edebilme, sonuç çıkarma ve problem çözmenin etkili bir aracı olarak tanımlanmaktadır" (Akın, Harman ve Gönen, 2010).

Günlük bilgilerin çoğunu, doğrudan çevremizden öğrenilebiliriz. Ancak matematiksel kavramların çoğu soyut olduğundan, matematik öğretmenlerinin rehberliğine ihtiyaç duyarız. Matematikte, temel kavramların iyi öğrenilmesi, üst düzeydeki kavramların da iyi öğrenilmesini kolaylaştırır. Öğrencilerin matematik dersinde zorlanmalarının esas sebeplerinden biri kuralları ezberlemeleri ve sembollerin anlamını bilmeden işlem yapmalarıdır. (Milli Eğitim Bakanlığı [Meb], 2005).

Matematik çok geniş bir bilim dalıdır. İçerisinde aritmetik, cebir ve geometri gibi alanları barındırmaktadır ve tüm bu alanların birbirleri ile sıkı bir ilişkisi vardır. Sözcüklerin yetersiz kaldığı dönemde aritmetik yardıma koşmuş ve birçok probleme çözüm sunmuş; fakat gün geçtikçe bazı problemler için yeterli olamamıştır. Bu sırada aritmetiği tamamlayacak olan cebir bilimi ortaya çıkmıştır. Cebir bilim dalı, aritmetiğin yetersiz kaldığı pek çok probleme çözüm üretebilmiştir (Karaçay, 1985). Cebir, bireylerin ileri matematik konuları için düşünme ve çıkarımda bulunma yeteneklerini güçlendirmektedir. Bireylerin, bilinenleri kendi zihinsel süzgeçlerinden geçirerek bilinmeyenlere ulaşmasında yardımcı olmaktadır. Cebir bireylerin soyut düşüncelerine ve mantıksal çıkarımda bulunmalarına yardımcı olmaktadır

(Macgregor ve Stacey, 1997). Dolayısıyla cebir, matematik okuryazarlığının vazgeçilmez bir unsuru olarak karşımıza çıkmaktadır (Erbaş ve Ersoy, 2002).

Cebir, matematik bilimi içinde önemli bir yere sahip öğrenme alanlarından biridir ve özellikle son yıllarda cebir' in öğrenimine ve öğretimine yönelik birçok araştırma yapılmış, hala da yapılmaktadır. Bu araştırmalar sonucunda birçok ülke cebir öğretimi konusunda öğretim programlarında değişiklikler ve düzenlemeler yapmıştır, fakat öğrencilerin cebir öğreniminde hala sıkıntı yaşadıkları görülünce yapılan değişikliklerin ve düzenlemelerin yeterli olmadığına karar verilmiştir. (Baki, 1998; Dede ve Argün, 2003; Kieran, 1992).

Matematik eğitiminin temel amaçlarından birisi, bilimsel okuryazar niteliğine sahip bireyler yetiştirmektir. Ancak, bu nitelikteki bireyleri yetiştirirken çeşitli sorunlarla karşılaşmaktadır (Shiland, 1998). Öğrencilerin sahip olduğu eksik ön bilgiler bazen yeni kavramların yanlış öğrenilmesine sebep olabilir. Öğrenci için bir işlemin çözümü mantığına ve önceki bilgilerine uygun ise, yaptığı işlemin kesinlikle doğru olduğunu düşünebilir. Bu durumda hata veya kavram yanılgısı gelişebilir (Baki, 2006). Öncelikle, öğrencilerin öğretim sürecinde ve günlük yaşantılarında istemeden ya da farkına varmadan kazanmış oldukları çeşitli kavramlarla ilgili yanılgıların ortadan kaldırılması gerekmektedir (Osborne, Bell ve Gilbert, 1983).

Kavram yanılgısının literatürde pek çok tanımı bulunmaktadır. "Kavram yanılgısı, kişisel deneyimler sonucu oluşan, bilimsel gerçeklere aykırı olan, bilim tarafından gerçekliği kanıtlanmamış, yeni kavramların öğretilmesini ve öğrenilmesini engelleyen bilgilerdir" (Çakır ve Yürük 1999). Baki (2006)'ye göre kavram yanılgısı, öğrencilerin yanlış deneyimleri sonucu edindiği davranışlardır.

"Matematiğin birikimli bir bilim dalı olması yani sonradan edinilen bilgilerin önceden öğrenilenlerin üzerine inşa edilmesi özelliği, var olan kavram yanılgılarının tespit edilmesini ve bu yanılgıların giderilmesine yönelik önlemlerin alınmasını zorunlu kılmaktadır" (Çetin, 2009, s. 19). Bu sebeple, ülkemizde son yıllarda matematik eğitimi alanında kavram yanılgılarının belirlenmesi ve bunların giderilmesi yönündeki araştırmalara önem verildiği gözlenmiştir (Çetin, 2009). Kavram yanılgıları araştırmaları incelendiğinde, kavram yanılgıları ve hataların cinsiyete göre farklılık gösterdiğini belirten araştırmalar (Dane, 2008; Karaer, 2007) bulunduğu gibi, farklılık oluşmadığını gösteren araştırmalarda (Yılmaz, 2007;

Yenilmez ve Yaşa, 2008) bulunmaktadır. Cinsiyetin bu konuda bir değişken olup olmadığı araştırma konularından biridir.

Son yıllarda kavram yanlışlarını araştırma çalışmalarının artmış olduğu, fakat 8. sınıf düzeyindeki matematik konularına ilişkin öğrencilerin düşüktükleri kavram yanlışları incelendiğinde, çoğu konunun araştırıldığı, ancak cebirsel ifadeler ve özdeşlikler konusunda herhangi bir çalışma olmadığı görülmüştür. Tüm bu çalışmaların ışığında bu çalışmada, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin matematik dersi cebirsel ifadeler konusundaki kavram yanlışları ve bu yanlışların cinsiyet değişkenine göre ve öğrencilerin matematik başarı düzeylerine göre değişip değişmediği araştırılmıştır. Bu nedenlerden dolayı, bu çalışmada öğrencilerin özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusunda yaptıkları kavram yanlışlarını belirlemek amaçlanmıştır. Çalışmanın bulgularından yola çıkılarak öğrencilerin, verilen özdeşlik tanımını ne seviyede bildikleri, özdeşlik modellemelerini eşleştirebilmeleri, öğrencilerin verilen cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırıp işlemleri yapabilmeleri ve rasyonel cebirsel ifadeleri sadeleştirme ile ilgili soruları çözebilmeleri incelenmiştir. Bu bakımdan alan yazına farklı bir katkı sağlaması çalışmaya önem kazandırmaktadır. Araştırma sonucunda konu ile ilgili ileride karşılaşılabilecek sorunlara temelden çözüm önerileri verilmeye çalışılmıştır.

Tabloda 1.1.' de 8. sınıf cebir öğrenme alanı ile ilgili kazanımlar verilmiştir.

Tablo 1.1.

8. Sınıf Cebir Öğrenme Alanının Cebirsel İfadeler Alt Öğrenme Alanı Kazanımları

Sınıf	Öğrenme Alanı	Ünite	Alt Öğrenme Alanı	Kazanımlar
8	Cebir	III	Cebirsel ifadeler	8.2.1.1. Özdeşlik ile denklem arasındaki farkı açıklar. 8.2.1.2. Özdeşlikleri modellerle açıklar. 8.2.1.3. Cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırır. 8.2.1.4. Rasyonel cebirsel ifadelerle işlem yapar ve ifadeleri sadeleştirir.

1.2. Araştırmanın Amacı ve Problemleri

Cebir öğrenme alanı, ilköğretim ve orta öğretim müfredatında içinde önemli bir yere sahiptir. Örüntüler-ilişkiler, cebirsel ifadeler, denklemler, özdeşlikler ve çarpanlara ayırma gibi çeşitli matematik konuları matematik programında cebir öğrenme alanının alt öğrenme alanlarıdır. Bundan dolayı, cebir'in matematik konuları arasında ayrıcalıklı bir yeri vardır diyebiliriz.

Öğrenciler öğretim ortamına zihinleri boş bir halde gelmezler, onların zihinlerinde daha önceden sahip oldukları bilgiler ve kavramlar vardır. (Resnick, 1983). Bu kavramlar öğrencilerin günlük hayattaki deneyimleri sonucu oluştuğu için değiştirilmeleri de oldukça zor olmaktadır. Bu sebeple, öğrencilerin ön bilgilerinde eğer yanlış kavramlar var ise, onların yeni konuya ait kavramları öğrenmelerine engel teşkil edecektir. Bu yüzden, ilk olarak öğrencilerin daha önce edindikleri kavramlarla ilgili eksik ve yanlış yanılgıların düzeltilmesi veya ortadan kaldırılması gerekir. Öğrencilerin bu kavram yanılgılarının giderilebilmesi için de öncelikle, öğrencilerin yanlış anlamalarının tespit edilmesi gerekmektedir. Geleneksel ölçme değerlendirmenin sonucu olarak çoğu basit yanılgılar öğrencilerin başarısızlıkları olarak değerlendiriliyor, yanılgılar teşhis edilerek düzeltilme yoluna gidilemediği için yanlış anlamalar sistem içersinde ortaya çıkmıyor ve bu nedenle öğrencide yanlışlarını düzeltme fırsatı bulamıyor (Baki 1996).

Kavram yanılgıları birçok araştırmacının ilgisini çekmiştir ve matematiğin öğrenme alanlarının hemen hepsinde kavram yanılgıları üzerine birçok çalışma yapılmıştır. Cebir üzerine daha önceki yapılan çalışmalara örnek olarak; Akkaya ve Durmuş' un (2006) 6–8. sınıf öğrencilerinin cebir konusundaki kavram yanılgılarını tespit etmeye yönelik araştırmalarının sonucunda, öğrencilerin harflerin ne anlama geldiğini anlayamadıkları ve bu sebeple değişkenlerle işlem yaparken zorlandıkları ve kavram yanılgısına düştükleri belirlenmiştir.

Soylu (2008) 7. sınıf öğrencilerinin harfli ifadeleri yorumlamalarında düştükleri yanlışları belirlemek amacıyla yaptığı araştırmada; öğrencilerin değişkenlerin farklı kullanımlarını bilmediği, bir problemi yazarken harfli sembol yerine keyfi değerler verdikleri görülmüştür. Wagner (1983) ve Philipp (1992) çalışmalarında harfli ifadelerin anlaşılmasındaki zorluğun temel sebebi olarak

cebir'in ilköğretim öğrencilerinin zihinsel gelişim özelliklerine göre üst düzey soyut bir yapıdan oluştuğunu belirtmişlerdir.

Literatür incelendiğinde 6. ve 7. sınıftaki cebir konularıyla yeterince araştırma olduğu, ancak 8. sınıf cebirsel ifadeler konusu üzerinde kavram yanlışlığı ile ilgili az sayıda araştırma olduğu görülmüştür.

Bu araştırmanın genel amacı ile ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki kavram yanlışlıklarını belirlemek ve bu yanlışlıkların nedenlerini ve çözüm önerilerini ortaya koymaktır.

1.2.1. Alt Problemler

1. Ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusunda cinsiyet değişkenine göre kavram yanlışlığına düşmeleri arasında anlamlı bir fark var mıdır?
2. Ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusunda matematik başarı düzeylerine göre kavram yanlışlığına düşmeleri arasında anlamlı bir fark var mıdır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Cebir öğrenme alanına ilişkin kazanımlar ilk olarak 6. sınıfta yer almaktadır. Bu sınıf seviyesinde öğrencilerden, cebirsel ifadeleri anlamlandırma ve cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları hedeflenmektedir. 8. sınıfta ise cebir öğrenme alanına çok daha geniş yer verilmektedir. Bu seviyede öğrencilerin cebirsel ifadeleri ve özdeşlikleri kavramaları ve cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırmaları beklenir.

Yaptığımız literatür araştırmalarında 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler öğrenme alanı ile ilişkin kavram yanlışlıkları hakkında uygulamalı fazla araştırmanın olmaması nedeniyle bu tür çalışmalara ihtiyaç duyulduğu, bunun araştırmacılar için faydalı olacağı düşünülmektedir. Somut kavramlardan soyut kavramlara geçiş dönemi olan bu dönemdeki öğrencilerin cebire karşı ilgilerinin nasıl artırılacağı, hayatta karşılaştığı problemlerle nasıl bağlantı kurulabileceğinin ortaya çıkarılmasının öğrenciler için yararlı olacağı düşünülmektedir.

Araştırmanın;

- MEB Talim ve Terbiye Kurulu'nun program geliştirme çalışmalarına katkıda bulunabileceği,
- Ortaokul matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının 8. sınıf cebirsel ifadeler konusunda öğrencilerin düştükleri kavram yanılgıları hakkında bilgi sahibi olmaları,
- Araştırmacıların, konu ile ilgili yeni çalışmalarına ışık tutacağı beklenmektedir.

1.4. Araştırmanın Varsayımları

Bu araştırma aşağıdaki sayıltılar kabul edilerek hazırlanmıştır.

1. Araştırmada kullanılan Cebirsel İfadeler Teşhis Testi araştırmaya katılan öğrencilerin 8. sınıf cebirsel ifadelere ilişkin kazanımları elde edip etmediklerini doğru olarak ölçebilecek niteliktedir.
2. Uygulamanın yapıldığı tüm sınıflarda teşhis testi, yönergeye uygun bir biçimde uygulanmıştır.
3. Öğrenciler test maddelerini cevaplarırken gerçek bilgilerini yansıtmışlardır.
4. Araştırmada ölçüt alınan test maddeleri ile ilgili davranışlar amaca hizmet etmektedir.
5. Örneklemin evreni temsil edebileceği olgusu varsayılmıştır.

1.5. Sınırlıklar

Bu araştırma;

1. 2015-2016 eğitim-öğretim yılı ile sınırlıdır.
2. Antalya ili Kepez ilçesi ile sınırlıdır.
3. Antalya ili Kepez İlçesinde uygulamanın yapıldığı ortaokullarda öğrenim gören 406 öğrencisi ile sınırlıdır.
4. Ortaokul 8. sınıf matematik dersi "Cebirsel İfadeler Teşhis Testi" ile sınırlıdır.
5. Araştırma, cinsiyet ve okul türü alt grupları ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Matematik: Türk Ansiklopedisinde matematik, "düşüncenin tündengelimli bir işletim yolu ile sayılar, geometrik şekiller, fonksiyonlar, uzaylar gibi soyut varlıkların özelliklerini ve bunların arasında kurulan ilişkileri inceleyen bilimler grubuna verilen genel ad" olarak tanımlanmıştır (MEB, 1976; Altun, 2002, s. 1).

Cebir: Lacampagne (1995) göre, "cebir matematiğin dilidir". Sfard (1995) göre cebir genel hesaplama bilimi olarak tanımlanır.

Hata: Öğrenciler tarafından sorulara verilen yanıtlardaki yanlışlıklar, işlem yanlışlığı olarak kullanılmaktadır (Ubuz, 1999).

Kavram: Kavramlar, ortak nesne, olay ve düşüncelerin oluşturduğu sınıflamaların soyut temsilcileridir (Fidan, 1996).

Kavram Yanılgısı: Kavram yanılgısı, kişisel deneyimler sonucu oluşmuş, bilimsel gerçeklere aykırı olan, bilim tarafından gerçekliği kanıtlanmamış, kavram öğretilmesini ve öğrenilmesini engelleyen bilgilerdir (Çakır ve Yürük 1999).

Özdeşlik: Özdeşlik içerdiği bilinmeyenlerin her değeri için sağlanan bir eşitliktir. (Altun, 2008).

BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Matematik ve Öğretiminin Amaçları

Türk Ansiklopedisinde matematik, "düşüncenin tümdengelimli bir işletim yolu ile sayılar, geometrik şekiller, fonksiyonlar, uzaylar gibi soyut varlıkların özelliklerini ve bunların arasında kurulan ilişkileri inceleyen bilimler grubuna verilen genel ad" olarak tanımlanmıştır (MEB, 1976; akt. Altun, 2002, s. 1).

"Matematik; örüntülerin ve düzenlerin bilimidir. Matematik; bilgiyi işlemeyi (düzenleme, analiz etme, yorumlama ve paylaşma), üretmeyi, tahminlerde bulunmayı ve bu dili kullanarak problem çözmeyi içerir"(MEB, 2005, s. 7). Olkun ve Toluk' a (2003) göre matematik; sayı, şekil, uzay, büyüklük ve bunlar arasındaki ilişkilerin bilimi ve aynı zamanda sembol ve şekiller üzerine kurulmuş evrensel bir dildir. Matematik ardışık soyutlama ve genellemeler süreci olarak geliştirilen fikirler ve bağlantıların oluşturduğu bir sistemdir" (s. 1).

Öğrenciler matematik dersini öğrenmekte zorlanmaktadırlar. Matematiğin öğrencilere zor gelmesinin esas sebeplerinden biri de soyut kavramlar barındırmasındandır. Ancak soyut olan matematik kavramları, ders esnasında somutlaştırılarak ve materyaller kullanılarak verilirse, bu zorluk oldukça azaltılabilir (Baykul, 1999).

Matematik dersinde konular birbirine bağlıdır, bu yüzden konular birbirlerinden ayrı düşünülemez. Her konunun kendinden önce gelen konularla kuvvetli bir ilişkisi vardır. Yeni bir konu için gerekli ön şart bilgileri öğrenilmemiş ise yeni konunun öğrenilmesi güçleşebilir (Pesen, 2008).

Matematik eğitiminde yapılan araştırmalara göre, matematikte işlemsel ve kavramsal öğrenme olarak iki çeşit öğrenme kategorisi olduğunu belirtilmektedir (Skemp, 1987). Bu iki çeşit öğrenmeyi kesin çizgilerle birbirinde ayırmak çok zor olsa da her ikisini tanımlayabilecek öğrenme ürünleri bulmak her zaman mümkündür (Baki, 1994). Matematik dersleri genellikle kavramsal öğrenme üzerine işlenmediği için genelde konular öğrenciler tarafından ezberlenmeye çalışılmaktadır. Dolayısıyla,

öğrenciler işlemlerin temelinde kavramların olduğunun görememekte, bu sebeple matematiğin anlamsız sembollerle işlem yapmaktan farklı olmadığını düşünmektedirler (Baki, 2006).

Matematiğin doğasına uygun bir öğretim şu üç amaca yönelik olmalıdır (Van De Wella, 1989, s. 6; Akt: Baykul, 1999, s. 4-7):

- Öğrencilerin matematikle ilgili kavramları anlamalarına,
- Matematikle ilgili işlemleri anlamalarına,
- Kavramların ve işlemlerin arasındaki bağları kurmalarına yardımcı olmaktadır.

Bu üç amaç, ilişkişel anlama olarak adlandırılmaktadır. İlişkişel anlama, matematikteki yapıları (kavramları) anlama, sembollerle ifade etme; matematikteki işlemlerin tekniklerini anlama ve bunları sembolle ifade etme; yöntemler, semboller ve kavramlar arasındaki bağıntılar veya ilişkileri kurma olarak açıklanabilir (Baykul 2009).

2.2. Cebir ve Öğretimi

Literatürde cebirle ilgili farklı tanımlar bulunmaktadır. Matematiğin temel yapıtaşı olan cebir, eldeki verilerin sayısal ve grafiksel gösterimlerinden yararlanarak bir problem durumuyla ilgili matematiksel model oluşturmaya ve kurulan bu model yardımıyla problemi çözmeye yardımcı olur. (Chapin ve Johnson, 2006).

Sfard (1995) cebirin genel hesaplama bilimi şeklinde tanımlarken, Lacampagne (1995) ise, “Cebir matematiğin dilidir. O, temel cebirsel kavramların tam öğrenilmesi durumunda, ileri matematiksel konular için kapılar açar. O, öğrenilememesi durumunda üniversite ve teknolojiye dayalı kariyer kapılarını kapatır.” demiştir (Schoenfeld A. H., 1995). Witzel, Mercer ve Miller (2003) ise cebir'i soyut düşüncenin ilk basamağı olarak tanımlamışlardır.

Cebir, bireylerin ileri matematik konuları için düşünme ve çıkarımda bulunma yeteneklerini güçlendirmektedir. Bireylerin, bilinenleri kendi zihinsel süreçlerinden geçirerek bilinmeyenlere ulaşmasında yardımcı olmaktadır. Cebir bireylerin soyut düşüncelerine ve mantıksal çıkarımda bulunmalarına yardımcı

olmaktadır (Macgregor ve Stacey, 1997). Aritmetik daha somut ifadeleri açıklarken; cebir, daha soyut ifadeleri açıklamaya yardımcı olmaktadır. Cebir, soyutlama yapabilme yeteneği gerektirir (Koylahisar, 2012).

Cebir ile ilgili kavramların gelişmesinde katkıda bulunan en önemli unsur ise değişken kavramıdır. Philipp (1992) değişkenlerin öğretimin bütün düzeylerinde matematiğin en temel yapıları olduğunu belirtmiştir. Değişkenler öğrencilerin genelleme yapmasına ve yeni bir dil kullanmalarına yardımcı olmaktadır (MEB, 2005).

Öğrenciler cebire ilk olarak ilköğretim 5. sınıfta tekrarlı ve genişleyen örüntülerle giriş yapmaktadır. 6. sınıf öğrencilerinden örüntüdeki kuralları genellemesi ve harflerle ifade etmesi, 7. sınıf öğrencilerinden ise genellemeleri iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirmeleri beklenmektedir (MEB, 2009). Cebir, hem öğrencilere işlem kolaylığı sağlar, hem de bir formülün öğrenilmesini kolaylaştırıcı role sahiptir. Örneğin, bir dikdörtgenin alanını ilkokulda uzun kenar ile kısa kenarın çarpımı diye öğrenen öğrenci ikinci kademedede artık cebirsel ifadeleri kullanarak kısaca ifade edebilir (Koylahisar, 2012).

İlköğretim matematik programı incelendiğinde cebir öğretimi 5. sınıftan 8. sınıfa kadar devam etmektedir. 8. sınıfta cebirsel ifadeler alt öğrenme alanının içinde özdeşlik ve denklem farkını açıklama, özdeşlikleri modellerle açıklama, çarpanlara ayırma, rasyonel cebirsel ifadeleri sadeleştirme kazanımları karşımıza çıkmaktadır.

2.2.1. Özdeşlik

Matematik bilimi içerisinde sayılar, cebir, geometri, uzay gibi birçok alanı barındırır. Denklem ve özdeşlik, matematik bilimi içerisindeki cebir öğrenme alanının en önemli konularındandır (Akın, Harman ve Gönen, 2010). Bilinmeyen içeren eşitliklere denklem denir. Altun (2008)' a göre özdeşlik içerdiği bilinmeyenlerin her değeri için sağlanan bir eşitliktir.

Platon' a göre ise; özdeşlik biri diğerinden ayrı ancak kendisinin aynısıdır ki bu noktada aslında denklem (eşitlik) ile özdeşliğin farkını ortaya koymaktadır; dolayısıyla eşitlikteki gibi iki öğeye gerek kalmaz (Heidegger, 1997). Bu yüzden özdeşlik, aslında cismin aynadaki yansıması gibidir.

Yenilmez ve Şan'a (2008) göre, bazı eşitlikler, içlerindeki bilinmeyene verilen tek değer için sağlanırken, bazı eşitlikler de içlerindeki bilinmeyene verilen birden çok değer için sağlanır. İçlerindeki bilinmeyene verilen her değer için sağlanan eşitliklere özdeşlik denir. Daha matematiksel bir ifadeyle özdeşlik, çözüm kümesi gerçek sayılar olan denklemdir.

Öğrencilere karmaşık ve zor gelen özdeşlik konusunda başarılı olabilmelerini sağlamak için öncelikle, öğrencilerin bu konuyu öğrenirken yaşadıkları güçlükler ve kavram yanılgıları tespit edilmelidir.

2.3. Kavram, Kavram Öğrenme ve Öğretimi

"Türk Dil Kurumu sözlüğüne göre kavram, bir nesnenin veya düşüncenin zihnindeki soyut ve genel tasarımı, nesnelerin ve olayların ortak özelliklerini kapsayan, ortak bir ad altında toplayan soyut ve genel bir fikirdir" (TDK, 2005). "Kavramlar, ortak nesne, olay ve düşüncelerin oluşturduğu sınıflamaların soyut temsilcileridir" (Fidan, 1996). Bir kavramın anlaşılabilmesi için, eski bilgi ile yeni bilginin uygun bir şekilde ilişkilendirilmesi gerekir. Matematikteki kavramlar arasında ön-şart ilişkisi bulunmaktadır. Bu ilişkiye göre başlangıç aşamasındaki temel kavramlar anlaşılmadan, bunlarla bağlantılı daha ileri üst seviyedeki kavramlar anlaşılabilir (Pesen, 2008).

Kavram öğrenme, uyaranları belli kategorilere ayırıp, zihinde bilgiler oluşturma ve yapılandırma işlemidir. Kavram öğrenme iki aşamada gerçekleştirilir. İlk aşama kavram oluşturma, ikinci aşama ise kavram kazanmadır (Ülgen, 2004). Karplus' a (1977) göre kavram öğrenimi üç aşamada gerçekleşir. Bunlar sırasıyla keşfetme aşaması, kavramların açıklanması aşaması ve son olarak uygulama aşamasıdır. Öğrenci yeni bir bilgi öğrenirken bunları daha önceki öğrendiği bilgiler üzerine inşa eder. Matematiksel bilgiler de buna paralel olarak var olan önceki bilgiler üzerine eklenir. Öğrenci bir kavramı öğrendi ise, kavramı kendi cümleleri ile ifade edebilir ve kavram hakkında örnekler verebilir (Gagne, 1977).

Senemoğlu' na (2010, akt. Doyuran, 2014, s.23-24) göre; kavram öğrenmenin kademeli olarak çeşitli düzeylerde gerçekleşme aşamaları alttan üste şöyle sıralanmaktadır:

Somut Düzey: Kavram öğrenmek için, nesnenin algılanabilen çevresine dikkat ederek nesneyi diğer nesnelere ayırt etme, ayırt edilen nesneyi, bir başka zamanda görüldüğünde hatırlama gibi zihinsel işlemlerin yapıldığı düzeydir.

Tanım Düzeyi: Kavram öğrenmek için, nesnenin algılanabilen çevresine dikkat ederek nesneyi diğer nesnelere ayırt etme, ayırt edilen nesneyi hatırlama, nesneyi farklı ortamda gördüğünde de aynı nesne olduğuna ilişkin genelleme yapma ve genelleme yapılan nesneyi hatırlama gibi zihinsel işlemlerin yapıldığı düzeydir.

Sınıflama Düzeyi: Kavram öğrenmek için, nesnenin bir sınıfına ilişkin en az iki örneğin özelliklerine dikkat etme, her bir örneği, örnek olmayanlardan ayırt etme, ayırt edilen örnekleri hatırlama, farklı bir durumda karşılaşılan örneğin aynı örnek olduğu genellemesine varma ve genellemeyi hatırlama gibi zihinsel işlemler yapıldığı düzeydir.

Soyut Düzey: Bireyin; kavram örneklerini doğru olarak tanıma, kavramın tanımlanan özelliklerini ayırt etme, kavramın adını ve toplumca kabul edilen tanımını verme, kavram örneklerinin benzer kavram örneklerinden nasıl ayrıştığını açıklamasıdır. Bu düzeyde tümevarım işlemleri ve alma işlemleri olmak üzere yapılması gereken zihinsel işlemler iki grupta toplanmıştır.

a. Tümevarım işlemleri: Tanımlanan özellikleri ya da özelliklerle ilgili kuralları denenceleştirip hatırlama, örnekleri ve örnek olmayanları kullanarak denenceleri değerlendirebilme, kavram, eğer sınıflama düzeyinde öğrenilmişse kavramın tanımını yapma, kavrama ait örnekleri ve örnek olmayanları, kavramın belirlenmiş özelliklerinin varlığı ya da yokluğu bakımından analiz etme gibi zihinsel işlemler yapılmaktadır.

b. Alma işlemleri: Kavramın adı, kavramın tanımını, kavrama ait örnek olan ve örnek olmayanların resimsel ve sözel betimlemeleri de dâhil olmak üzere sunulan bilgiyi özümleme, bilgiyi hatırlama, kavrama ait örnekleri ve örnek olmayanları kavramın belirlenmiş özelliklerinin varlığı ya da yokluğu bakımından analiz etme gibi zihinsel işlemler yapılmaktadır.

Kavram öğretimi sırasında;

- Öğrencinin öğrenmeye hazırlanması,
- Kavrama örnek/örnek olmayanların verilmesi,

- Kavram kazanımının kontrol edilmesi,
- Yeni öğrenilen kavramlar ile öncekiler arasında transferin sağlanması gerekir (Erden ve Akman, 2004).

2.3.3. Kavramsal Bilgi ve İşlemsel Bilgi

Baki (2006) matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal olmak üzere iki farklı matematiksel bilgi türü olduğunu belirtmiştir. Olkun ve Toluk (2003) bu iki bilgi türünü aşağıdaki şekilde açıklamışlardır:

"Kavramsal bilgi birey tarafından içselleştirilmiş bilgiye bağlı olarak oluşturulmuş ilişkilerden oluşur. İşlemsel bilgiler ise rutin matematiksel soruları yapmakta kullanılan kural ve işlemlerle matematiksel bilgiyi temsil etmekte kullanılan sembollerini içerir. İşlemsel bilgide işlemlerin mantıksal nedenini anlama zorunluluğu yoktur. Ancak kavramsal bilgide anlam önemlidir. Matematik öğrenmek için hem işlemsel hem de kavramsal bilgiye ihtiyaç vardır. Kavramsal bilgi işlemsel bilgiye anlam kazandırır" (s. 31).

İşlemsel bilgiye, bireyin matematiksel işlemleri çözme becerisi diyebiliriz. İşlemsel bilginin iki ayrı kısmı vardır. İşlemsel bilginin birinci kısmını matematiğin sembolleri ve dili; ikinci kısmını ise kurallar ve şemalar oluşturur (Hiebert ve Lefevre, 1986). İşlemin temel yapısı algoritmiktir ve işlemleri bir bütün olarak düşünmek gerekir. İşlemleri sadece formüller ve kurallar olarak öğrenmiş olan bir öğrenci, işlemler ve kavramlar arasındaki zihinsel bağı kurmakta zorlanır (Baki, 2006).

2.4. Kavram Yanılgısı

Kavram yanılgısının literatürde pek çok tanımı bulunmaktadır. "Kavram yanılgısı, kişisel deneyimler sonucu oluşan, bilimsel gerçeklere aykırı olan, bilim tarafından gerçekliği kanıtlanmamış, yeni kavramların öğretilmesini ve öğrenilmesini engelleyen bilgilerdir" (Çakır ve Yürük 1999). Baki (2006)'ye göre kavram yanılgısı, öğrencilerin yanlış deneyimleri sonucu edindiği davranışlardır. Nesher (1987) kavram yanılgısını bireyi sistemli bir şekilde hataya yönlendiren kavrayış biçimi olarak tanımlamıştır.

Öğrencilerin sahip olduğu ön bilgiler bazen yeni kavramların öğrenilmesinde yanlış öğrenmelere neden olabilir. Bir problemin çözümü veya bir işlemin yürütülmesi öğrencinin mantığı ve önceki bilgileri ile örtüşebilir ve yaptıklarının matematiksel geçerliliğinin olmadığını düşünmeyebilir. Bu durumda kavram veya işlem yanlışları gelişebilir (Baki, 2006). Bu tür yanlışlara, çarpmanın sonucu her zaman artırdığı düşüncesini örnek olarak verebiliriz. Doğal sayılarda geçerli olan bu düşünce, çarpma işlemi reel sayılara uygulandığında kolayca kavram yanlışlığına dönüşebilir (Baki,2006).

Noddings (1990), yanlış matematiksel öğrenmeler üzerine yaptığı çalışmada bir öğrencinin kesirli ifadeyi ondalığa çevirme işlemini, örnek olarak şu şekilde vermektedir:

"Öğrenci $\frac{3}{2}$ kesrini ondalık olarak yazarken $3+2=5$ işlemini yapıyor ve sonra da 5'in önüne virgül atarak ondalığa çevirme işlemini tamamlıyor. Yani öğrenciye göre $\frac{3}{2}=0,5$ oluyor. Aynı şekilde $\frac{2}{3}$ kesrini de benzer işlemleri yaparak 0,5 olarak çeviriyor. Öğrenciye mantıklı çevirme işlemine göre $\frac{3}{2}=\frac{2}{3}$ çelişmesini doğuruyor. Öğrenciye bu çelişki gösterilmediği sürece geliştirdiği kendi yönteminin doğruluğuna inanacaktır" (Baki,1996,41-47).

Öğretilen bilgiler eksik ve karışık olursa, konu içinde çok fazla yabancı kelime bulunursa, öğretmen öğrencilerin soyut düşüncelerini geliştirecek etkinlikler uygulamazsa, öğrencilerde yanlış kavramlar oluşması muhtemeldir. Öğrencilerin daha önce edindiği yanlış kavramları değiştirmek oldukça güçtür. Bu durum onların yeni kavramları öğrenmelerine engel oluşturabilir.

Matematik eğitimi üzerine yapılan son yıllardaki araştırmalar da; öğrencilerin herhangi bir kavram yanlışlığı oluşturmalarını engelleyecek şekilde öğretim yapmanın tamamen imkânsız olduğu ve öğrencilerin doğruluğu kanıtlanmayan bazı genellemeler yaptığı ve öğretmenler bunları açığa çıkarmak için özel bir çaba sarfetmedikçe bunların açığa çıkmayacağı belirtilmiştir. Bu yüzden kavram yanlışlıklarını açığa çıkaran öğretim yöntemleri kullanarak kavram yanlışlıklarını azaltılabilir. (Yücesan, 2013).

Öğrencilerin kavram yanlışlıklarını ortadan kaldırmak için sırasıyla şu üç aşama önerilir. "Birinci aşamada öğrencilerin eksik bilgileri ve kavram yanlışlıklarını tespit edilir. İkinci aşamada bu yanlış ve eksikliklerin giderilmesi için uygun

yöntem ve teknikler geliştirilir. Üçüncü aşamada ise geliştirilen yöntem ve teknikler uygulanarak bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışları giderilmeye çalışılır” (Yücesan, 2013, s. 19).

2.4.1. Kavram Yanlışlarının Türleri

Smith, diSessa ve Roschelle (1993, s. 119) kavram yanlışını, "sistemli bir şekilde hata üreten algıya sahip olma" olarak ifade etmişlerdir. Kavram yanlışını basit bir hatadan çok sistemli bir şekilde insanı hataya teşvik eden algılayış biçimi olarak tarif edilmektedir.

Zembar'ın (2008) Graeber ve Johnson'dan (1991) aktardığına göre yapılan çalışmalar sonucunda kavram yanlışlarını dört ayrı kategoride ele alınmıştır. Bunlar sırasıyla; aşırı genelleme, aşırı özelleme, yanlış tercüme ve kısıtlı kavrayışlar olarak adlandırılmıştır.

Aşırı Genelleme: “Aşırı genellemeden kasıt belli bir sınıfa ait bir kural, prensip veya kavramın diğer sınıflarda da işliyormuş gibi düşünülmesi ve diğer sınıflara da yayılmasıdır. En sıklıkla karşılaşılan kavram yanlışını çeşidi aşırı genellemedir” (Zembar, 2008, s. 43). Graeber (1993)' a göre öğrencilerde sık karşılaşılan bir sorunda: "çarpma işleminin sonucu her zaman çarpan ya da çarpılandan daha büyüktür" veya " bölme işleminin sonucu her zaman bölen ya da bölünenden daha küçüktür" düşüncesidir. Öğrencilerin bu düşünceleri sadece doğal sayılar üzerinde yapılan işlemlerde geçerli olan bazı kavramların tüm sayı sistemlerine aşırı genellenmesine örnek verilebilir.

Aşırı genelleme ile ilgili bir örneği Bingölbali ve Özmantar (2012, s. 7) aşağıdaki şekilde aktarmaktadır:

"Çarpma işlemi için, örneğin 12×15 işlemini ele alalım. Bu işlemin sonucu 180'dir. Burada gerçekte çarpma işleminin sonucunun çarpan ve çarpılandan daha büyük olduğunu görüyoruz. Çarpma işlemi ile alakalı bu tür işlemleri sürekli yapan bir öğrenci “çarpma işleminin sonucu her zaman çarpan, çarpılandan daha büyüktür” türü bir kavrayış geliştirebilmektedir. Öğrencinin aşırı genellemeyi içeren bu kavrayıştan yola çıkarak $(2/3) \times (1/5)$ çarpımının, çarpan ve çarpılandan daha büyük olduğu sonucuna varmasını aşırı genellemeye örnek gösterebiliriz. Burada dikkat edilirse öğrencinin bu tür bir hata yapmasına

çarpma işlemi ile alakalı sahip olduğu kavram yanlışlığı neden olmaktadır"
(Graeber, 1993, akt. Zembat, 2008, s. 47).

Bir kavramın aşırı genellenmesine, "4n" iki basamaklı sayısını, ortaöğretim öğrencilerinin "40+n" şeklinde ifade etmek yerine "4+n" şeklinde ifade etmeleri örnek verilebilir. Öğrencileri bu düşünceye sevk eden sebep ise "4 tam 2/3" tam sayılı kesrinin "4+2/3" ifadesine eşit olmasının tüm sayılarda geçerli olduğunu düşünmeleridir (Matz, 1980).

Aşırı Özelleme: "Aşırı özelleme en genel anlamıyla bir kuralın, prensibin veya kavramın kısıtlı bir kavrayışa indirgenerek düşünülmesi veya kullanılmasıdır. Başka bir deyişle daha geniş kapsamda yorumlanabilecek ve kullanılacak bir kuralın, prensibin veya kavramın sadece bir boyuta indirgenerek düşünülmesi veya kullanılmasıdır" (Bingölbali vd., 2012, s. 9).

"Kesirlerle işlemlerin sadece aynı paydaya sahip kesirler kısıtlanması aşırı özellemeye bir örnektir. Dolayısıyla tüm bir sınıfa (kesirlerde çarpma) ait olan bir prensip bir alt sınıfa (eş-paydalı kesirlere) kısıtlanmaktadır. Bu tarz bir algıya sahip öğrenci iki kesrin çarpımını " $(2/3) \times (1/6) = (4/6) \times (1/6) = 4/36$ " şeklinde yapabilir. Her ne kadar yapılan işlemin sonucu doğru olsa da kesirlerde çarpmanın yukarıdaki gibi algılanması öğrencileri hem gereksiz işlem yapmaya zorlayacak hem de pay ve paydadaki sayıların çok büyük verilmesi durumunda içinden çıkılması zor olan yanlışlara sürükleyecektir" (Zembat, 2010, s. 48).

Yanlış Tercüme: İşlem, formül, sembol, tablo, grafik ve cümlelerin bir formdan başka bir forma geçişi sırasında ortaya çıkan sistemli hatalar zincirine yanlış aktarım denilmektedir (Zembat, 2008).

Clement (1982), Rosnick ve Clement (1980) üniversite öğrencileri üzerine yapmış oldukları bir araştırmada, öğrencilere " bir üniversitede öğrencilerin altı misli kadar profesör vardır" şeklinde bir cümle verip ve bu cümleyi matematiksel olarak ifade etmelerini istemişlerdir. Öğrencilerin çoğunlukla $6Ö=P$ yerine $6P=Ö$ (Ö: Öğrenci, P: Profesör) şeklinde bir cevap verdikleri gözlenmiştir. Bu şekilde cevap vermelerinin nedenleri araştırıldığında; ilk olarak problemin nitel yönünün anlaşılmasının, ikinci olarak problemin nicel yönden analizinin yapılması ve son olarak da problemi kavramsal olarak anlamalarının gerekli olduğu sonuçlarına ulaşmışlardır. Yani ilk olarak öğrencilerin mi yoksa profesörlerin mi çok olduğunu

cevaplamaları, ikinci olarak "okulda 10 profesör olsaydı ne olurdu?" gibi sorgulama yapmaları, son olarak da Ö değişkeni ile P değişkeni arasındaki matematiksel ilişkiyi modellemeleri gerektiğini belirtmişlerdir.

Kısıtlı Algılama: "Aşağıdakilerden hangisi $1/3$ 'ü gösterir?" şeklinde verilen bir soruya (I)'de ki şekli cevap olarak seçen öğrencileri kesirleri kısıtlı algıladıklarını söyleyebiliriz (Lesh, Post ve Behr, 1987).



Şekil 2.4.1. Kesirlerdeki Kısıtlı Algılamaya Bir Örnek

(Zembat, 2010, s. 50)

"Burada dikkat edilirse sorun öğrencilerin kesri nasıl kavradığıyla ilgilidir. Kesri "bir bütünü belli sayıda parçaya bölmek" ya da "belli sayıda parçaların kombinasyonu" olarak kısıtlı kavrayan bir öğrencinin yukarıdaki cevabı vermesi çok doğaldır. Eş parçalama kavramı parçalama işleminde etkin kullanılmazsa bu tarz sonuçlar çıkabilir" (Zembat, 2010, s. 50).

2.4.2. Kavram Yanılgılarının Nedenleri

Kavram yanılgılarının oluşumunun nedenleri, konular içindeki yabancı kelimelerin fazlalığı, bilgilerin eksik veya yanlış verilmesi, öğrencinin ön bilgilerini kullanamamasından dolayı kavramlar arası anlam bütünlüğü kuramaması, ders kitapları ve öğretmen faktörü olabilir.

Bachelard' ın (1938) araştırmasından yola çıkan Brousse (1976) ve Cornu (1991) matematiksel zorlukların ve kavram yanılgılarının üç ana sebepten oluşabileceğini ifade etmişlerdir. Bunlar sırasıyla, epistemolojik (epistemological), psikolojik (ontogenetic) ve pedagojik (didactic) sebeplerdir.

2.4.2.1. Kavram Yanılgılarının Epistemolojik Nedenleri

Cornu' a (1991) göre, kavram yanılgılarının epistemolojik nedenleri kavramın doğasından kaynaklanan zorluklardır. Bachelard 'a (1938, akt, Cornu, 1991, s. 158)

göre epistemolojik zorlukların (engellerin) iki temel özelliği vardır:

- Bu zorluklar kaçınılmaz olup öğrenilecek bilginin temel parçasını oluşturur.
- Bu engellerin bir kısmı ile ilgili kavramın tarihsel gelişiminde karşılaşılmıştır.

Örnek olarak Sertöz' e (2002, s.35) göre; " eski insanlar tüm sayıları tam sayıların oranları olarak yazabileceklerini düşünüyorlardı. İnsanlar daha sonra, kenarları 1' er cm olan bir dik üçgenin hipotenüsünü hesaplamak istediklerinde, iki tamsayının bölümü şeklinde yazamayacakları $\sqrt{2}$ şeklinde yazılan sonsuz basamağı olan 1,4142135... sayısı ile karşılaştılar. Pisagor ve öğrencileri tarafından bulunan bu sayılar ilerleyen zamanlarda akla ve mantığa aykırı anlamına gelen irrasyonel sayılar yani köklü sayılar olarak tanımlanmıştır (Sertöz, 2002).

Mamolo' nun (2007) üniversite birinci sınıf öğrencilerine uyguladığı araştırmasında, öğrenciler π sayısının sonsuz basamağı olduğunu düşündükleri için π irrasyonel sayısını sonsuz bir sayı olarak tanımladıkları görülmüştür. Aynı zamanda öğrenciler π sayısının sayı doğrusunda gerçek bir noktaya karşılık gelemeyeceği şeklinde hataya düşmüşlerdir.

Bir başka örnek olarak, Fischbein' in (2001) devirli ondalık sayılar üzerinde yaptığı araştırmasında, öğrencilerin bir çoğunun $1/3$ ' ün 0,333... sayısına eşit olduğu cevabını verdiklerini, fakat aynı öğrencilere soru tersten sorulduğunda ise eşit değil yakın bir değerdir şeklinde cevap verdiklerini belirtmiştir.

Aynı zorluklarla öğrenciler sıfır sayısı ve negatif sayıların öğretiminde de karşılaşmaktadırlar. Örneklerden anlaşıldığı üzere öğrencileri bu şekilde düşünmeye sevk eden sebepler bu sayıların doğasında var olan epistemolojik engellerdir diyebiliriz.

2.4.2.2. Kavram Yanılgılarının Psikolojik Nedenleri

Resnick' e (1983) göre; öğrenciler okul ortamına zihinleri "boş levhalar" olarak gelmezler, çevrelerinden ve geçmiş yaşantılarından edindikleri bilgi, bakış açısı ve kavrayışlar ile gelirler. Okul yaşantısının dışında edindikleri bilgiler çeşitli kavram yanılgılarına yol açabilir.

Buna örnek olarak Van Lehn (1982, akt., Oliver, 1989) çıkarma işlemi üzerine

yaptığı çalışmada, " $263-128=145$ " ve " $546-375=231$ " şeklinde çözüm yapan öğrencilerin 3-8 ve 8-3 çıkarma işlemlerinin sonucunun aynı olduğunu düşünmelerinin sebebi olarak "büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır" şeklinde bir algılayışa sahip olduklarını belirtmektedir. Davis' e (1984) göre, bu hatanın nedeni öğrencilerin çıkarma işleminde değişme özelliğinin var olduğunu düşünmelerinden kaynaklanabilir. Bu örneklerden anlaşıldığı üzere, öğrencilerin kendilerinin bilişsel yapısından, çevrelerinin ve düşünme biçimlerinin sebebiyet verdiği kavram yanlışlarının ortaya çıkması muhtemeldir.

2.4.2.3. Kavram Yanlışlarının Pedagojik Nedenleri

Cornu' a (1991) göre, kavram yanlışlarının pedagojik nedenleri arasında kavram öğrenmede karşılaşılan zorluk, tercih edilen öğretim yöntemi ve içerik gösterilebilir.

Örneğin Tanner (2000) çalışmada "10 sayısı ile çarpma" kuralının doğal sayılarda sayının sonuna 0 ilave ederek doğru sonuca ulaştırdığını, ondalık sayıların çarpımında ise bu kuralın kavram yanlışına ve hatalara sebep olduğunu belirtmektedir. Öğretim ortamında öğretmenlerin "bir sayıyı 10 ile çarpmak demek çarpılanın sonuna bir 0 eklemek demektir" şeklinde açıkladığı kuralı, ondalık sayılara da aşırı genelleyen öğrenciler $2,3 \times 10$ sonucunu 2,30 yanıtlayarak kavram yanlışına ve hataya düşebilmektedirler.

2.4.3. Hata ve Kavram Yanlışları Arasındaki İlişki

"Ubuz (1999)'a göre kavram yanlışları, öğrencilerin kavramları bilimsel olarak kabul edilen kavram tanımından farklı olarak algılanması; hata ise cevaplardaki yanlışlıklardır. Hata, kavram yanlışları sonucu da görülebilir" (Özdeş, 2013). Eğer öğrenci hatasının doğru olduğunu sebepleri ile birlikte açıklayabiliyorsa o zaman kavram yanlışları var diyebiliriz. Yani bütün kavram yanlışları birer hatadır ancak bütün hatalar birer kavram yanlışları değildir (Yenilmez ve Yaşa, 2008).

Hatayı çözümlerdeki yanlışlıklar olarak ifade edebiliriz. Matematik dersindeki hatalar işlem hatası ve kavram hatası olarak iki çeşittir. İşlem hatası, dört işlem sırasında yapılan hatalar; kavram hatası ise kavram yanlışlarıdır (Dereli, 2009).

Kavram yanılması ve hata arasındaki farkı ayırt etmek önemlidir. Hatalar, kavram yanılması sonucunda olabileceği gibi, dikkatsizlik sonucunda ortaya çıkabilir. Kavram yanılması ise bilgi eksikliğinin, kuralların yanlış uygulanmasının veya yanlış genellemelerin sonucu oluşabilir. Bu yüzden kavram yanılması; bireyi sistemli bir şekilde hataya teşvik eden bir algılayış biçimidir denilebilir. 'Hata' cevaplarıdaki yanlışlıklar, 'kavram yanılması' ise öğrenmeye ket vuran engeller olarak tanımlanabilir (Ubuz, 1999).

Hata ve yanılması kelimesi genellikle birbirine karıştırılmaktadır. Kavram yanılması, genellikle bir konuda uzmanların üzerinde hemfikir oldukları görüşten uzak kalan algı ya da kavrayış olarak ifade edilmektedir (Zembat, 2008). Hata ise 'istemeyerek veya bilmeyerek yapılan yanlış, kusur, yanılması' şeklindedir (TDK).

Matematikte hata ile kavram yanılması arasındaki ilişki Bingölbali ve Özmantar'ın (2009) "*Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*" adlı çalışmalarında yer alan ondalık sayılara ilişkin bir örnek üzerinde aşağıda anlatılmıştır:

"Nesher ve Peled (1984) ve Nesher (1987) yaptıkları çalışmada; 6., 7., 8. ve 9. sınıftaki öğrencilere aşağıda sunulan (Tablo 2.4) ondalık sayıların hangisinin daha büyük olduğu sorusunu yöneltmişlerdir. Araştırma sonucunda, birçok öğrencinin hatalı cevap verdiği ortaya çıkmıştır. Araştırmada kavram yanılması ve hata ilişkisini ve öğrenci hatalarının bir kısmını temsil etme özelliğine sahip olan iki öğrenci cevabı ele alınmış ve bu hataların ortaya çıkmasına kaynaklık eden öğrenci kavrayışları yakından incelenmiştir.

Tablo 2. 1.
Ondalık Sayıların Karşılaştırılması

Durum 1	0,4	0,234
Durum 2	0,4	0,675

(Bingölbali ve Özmantar, 2012, s.4)

Durum 1 ve Durum 2'de verilen sayılardan hangisinin daha büyük olduğu sorulduğunda verilen öğrenci cevaplarından biri şu şekilde olmuştur. Durum 1' de 0,234 ondalık sayısının 0,4 ondalık sayısından daha büyük, Durum 2'de ise 0,675 ondalık sayısının 0,4 ondalık sayısından daha büyük olduğunu ifade eden öğrencinin

verdiği cevaplar Durum 1 için yanlış iken, Durum 2 için doğrudur. Öğrencinin bu cevapları vermesinin arkasında yatan sebeplerin ne olduğunu belirlemek için yapılan görüşme sonucu, öğrencinin '*çok rakam içeren sayı daha büyüktür*' (ondalık sayıdaki noktadan sonra) şeklinde bir açıklama yaptığı görülmüştür. Verilen cevaba göre öğrencinin ondalık sayıların karşılaştırılmasında "*çok rakam içeren sayı daha büyüktür*" şeklinde bir kavram yanlışlığına sahip olduğu söylenebilir. Burada, öğrenci davranışının basit bir hata olmayıp, bu hatanın oluşmasına kaynak teşkil eden ve sistematik bir hata haline getiren bir kavram yanlışlığından kaynaklandığını söylemek mümkündür" (Bingölbali ve Özmantar, 2012, s. 4).

"Aynı şekilde, Nesher'in (1987) çalışmasına katılan başka bir öğrenci birinci örneğin aksine 0,4 ondalık sayısının diğer iki ondalık sayıdan da daha büyük olduğunu ifade etmiştir. Bu cevap, Durum 1 için doğru iken, Durum 2 için yanlıştır. Öğrenciyle yapılan görüşme sonucunda, öğrencinin "*onda birler binde birler basamağından daha büyüktür bu yüzden de sadece onda birler basamağına sahip olan daha az basamaklı (kısa) sayı daha büyüktür*" şeklinde bir cevap verdiği görülmüştür. Öğrencinin burada öğrendiği bilgiyi aşırı şekilde genelleştirerek hata yaptığı görülmektedir. Yani, aynı şekilde burada öğrenci cevabının basit bir hata olmayıp, hatayı tetikleyen bir kavram yanlışlığından kaynaklandığını söylemek mümkündür" (Bingölbali ve Özmantar, 2012, s. 5).

Öğrencilerin kavram yanlışları, zihinde gerçekleşen bir durum olduğu için somut bir şekilde gözlemek imkansızdır. Bu sebeple hata ve kavram yanlışlarını belirlemek oldukça zor bir süreçtir ve bir takım uygulamalar gerektirir. Var olan hata ve kavram yanlışlarını belirlemek için birçok yöntem kullanılmaktadır. Öğrencilere başarı ve teşhis testleri uygulanabilir veya açık uçlu sorular yöneltilir. Öğrencilerle yüz yüze görüşmeler yapılarak hata ve kavram yanlışları belirlenebilir.

2.5. Yurt İçinde Yapılan Araştırmalar

Cebir, cebir konularında öğrencilerin yaşadıkları zorluklar ve düştükleri yanlışlar ve cebirsel düşünme üzerine yapılmış pek çok araştırma yapılmıştır. Ülkemizde yapılan araştırmalarda genellikle öğrencilerin cebirsel kavramlara ilişkin hatalarını ve yanlışlarını içermektedir.

Ersoy ve Erbaş'ın (2002) öğrencilerin denklem (eşitlik) kurma ve çözmedeki başarısını ve karşılaştıkları güçlükleri araştırmışlardır. Elde edilen bulgulara göre,

öğrencilerin cebir öğrenimi ile ilgili yanlışlara sahip oldukları ve bu yanlışları giderici çalışmaların yapılması gerektiği sonucuna ulaşmışlardır.

Baki ve Kartal (2004) çalışmasında lise öğrencilerinin cebirsel bilgilerinin doğasını değerlendirmişler ve araştırma sonucunda öğrencilerin yarısından fazlasında işlem yürütme becerisinde yetersiz oldukları, cebir bilgisi içeren kavramlar hakkında kavram yanlışlığına düştükleri, sayılar konusunda da kavramları anlamlandıramadıkları ortaya çıkmıştır.

Işık, Albayrak ve İpek (2005) öğretmen adayları üzerinde yaptıkları çalışmada, büyük bir kısmın denklem kavramını açık uçlu soruda doğru tanımlarken, çoktan seçmeli soruda yanlış seçeneği işaretlemelerini, büyük bir kısmın da özdeşliğin tanımını yapamamalarına rağmen çoktan seçmeli bir soruda doğru işaretlediklerini gözlemlemişlerdir. Bunun sebebi ülkemizde bilgilerin hazır verilmesi ve bunun sonucu olarak bilgilerin özümsemeden ezberleme yoluna gidilmesinden kaynaklandığı sonuçlarına ulaşmışlardır. Öğrencilerin tanımları ezberledikleri için tanıma düzeyinden ziyade hatırlama düzeyinde kaldıklarını belirtmişler, ilköğretim düzeyinde ezberden öteye gidemeyen bir kavramın daha ileri düzey matematik bilgileri için temel oluşturamadığı ve kavramlar arası bağlantının kurulamadığı sonuçlarına ulaşmışlardır.

Akkaya ve Durmuş (2006) çalışmalarında 6–8. sınıf öğrencilerinin cebir konusundaki kavram yanlışlarını tespit etmişlerdir. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin harflerin ne anlama geldiğini anlayamadıkları ve bu sebeple değişkenlerle işlem yaparken zorlandıkları ve kavram yanlışlığına düştükleri belirlenmiştir. Bu yanlışları gidermeye yönelik öğretmenlere, matematiksel ilişkileri harflerle ifade etmeleri ve bu harflerle işlemler yapmaya yönelik problem kurmaları gerektiği önerilmiştir. Ayrıca, denklemlerin öğretiminde somut modeller kullanmanın gerekliliğinden bahsetmişlerdir.

Songur (2006) araştırmasında, 8. sınıf matematik dersi harfli ifadeler ve denklemler konularının oyun ve bulmacalarla öğretim yönteminin öğrencilerin akademik başarı düzeylerine, öğrendiklerini hatırlamalarına, matematik dersine karşı tutumlarına olumlu ve anlamlı bir katkı yaptığı sonuçlarına ulaşmıştır.

Dede ve Peker'in (2007) matematik öğretmen adaylarının, 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel işlem ve ifadelerle yönelik yapabilecekleri hata ve yanlış anlamalarını tahmin edebilme becerileri ve çözüm önerilerini araştırmıştır. Araştırmanın bulgularına göre, öğretmen adaylarının, öğrencilerin yaptıkları hata ve yanlış anlamaları tahmin etmeye yönelik cevaplarının eşleme, görünmeyen cevap ve tahmin edememe şeklinde üç ana başlık altında toplandığı gözlenmiştir.

Akın (2007) çeşitli materyaller ile ders işleyerek özdeşliklerin öğretiminde yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrenme ürünleri üzerine etkilerini araştırmıştır. Araştırmanın sonucunda yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının, geleneksel öğretim yöntemine göre akademik başarıyı arttırmada daha etkili olduğu ve öğrenilen bilgileri hatırlama düzeylerine olumlu etki yaptığı sonuçlarına ulaşmıştır.

Soylu (2008) 7. sınıf öğrencilerinin harfli ifadeleri yorumlamalarında düştükleri yanlışları belirlemek amacıyla yaptığı araştırmada; öğrencilerin basit cebirsel ifadelerde değişkenleri kullanabilme, değişkenleri anlamlandırma ve değişkenleri belli harflerle sınırlandırma gibi konularda problem yaşadıklarına ulaşmıştır. Elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin değişkenlerin farklı kullanımlarını bilmediği, bir problemi yazarken harfli sembol yerine keyfi değerler verdikleri görülmüştür. Bu araştırmadan elde ettiği bir diğer sonuçta öğrencilerin sayılar ile harfli sembolleri eş değer olarak görmesidir.

Yenilmez ve Şan (2008) çalışmalarında 9. sınıf öğrencilerinin özdeşliklerin modellerini tanıma düzeylerini ve bu düzeylerin cinsiyet, matematik başarıları, geometrik şekillere karşı ilgi düzeyi ve matematik tutumu değişkenleri açısından farklılaşıp farklılaşmadığını araştırmışlardır. Elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin özdeşliklerin modellerini tanımadaki başarılarının geometri şekillerine ilgi düzeyi ile doğru orantılı olarak değiştiğine ulaşılmıştır. Öğrencilerin özdeşliklerin geometrik yorumlarını tanıma düzeylerinin düşük olduğu ve buna çözüm olarak okullarda modelleme ve görselleştirilme üzerinde daha çok durulması gerektiği belirtilmiştir.

Şan (2008) "8. sınıf öğrencilerinin özdeşlikler konusunun erişilerine görselleştirmenin etkisini incelediği araştırmada matematik dersinde görselleştirmenin başarıyı artırdığı ve var olan öğretim yöntemine göre daha etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır."

Tuncer (2008) 8.sınıf matematik dersinde Pascal Üçgeni ve Binom Açılımı konusunda materyal destekli öğretim ile geleneksel öğretim yönteminin öğrencilerin akademik başarılarına ve başarının kalıcılık düzeyine olan etkisini araştırmıştır. Çalışmanın sonucunda, materyal destekli öğretimin geleneksel yöntemlerle öğretime göre, öğrencilerin akademik başarısını ve öğrenilenlerin kalıcılığını arttırdığı sonuçlarına ulaşılmıştır.

Akın ve Pesen (2010) araştırmasında yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının özdeşliklerin öğretiminde öğrencilerin hem başarısına hem de hatırd tutma düzeyine olumlu etki yaptığına ulaşılmıştır. Derslerde materyal kullanımının öğrencilerin başarısı ve matematiğe karşı tutumlarında olumlu etkiye sahip olduğunu belirtmişlerdir. Araştırmada öğrencilerin özdeşliklerin açıklanmasında kullanılan modelleri anlayabilmesi için geometrinin temel şekil ve kavramlarını doğru algılayabilmesi gerektiği belirtilmiştir.

2.6. Yurt Dışında Yapılan Araştırmalar

Cebir ile ilgili alanyazın tarandığında çok fazla çalışılan öğrenme alanlarından birisi olduğu görülmüştür. Bunun en önemli sebebi, belki de cebir' in kendi içinde barındırdığı güçlüklerdir.

Wagner (1983) çalışmasında harfli sembollerin ve sayıların matematiksel ifadelerde birlikte kullanıldığını fakat sayıların tek bir değeri temsil ederken, sembollerin birçok sayıyı temsil edebildiğini belirtmiştir. Ayrıca sayıların yan yana yazımı o sayının basamak değerini gösterirken harflerin yan yana yazımı çarpma işlemi göstermektedir. Sayılar önündeki işarete göre değer alırken harfler önündeki işarete göre değer almayabilir, “x” negatif ise” $-x$ in pozitif olması gibi.

Wagner (1983) ve Philipp (1992) çalışmalarında öğrencilerin harfli ifadelerle anlam yüklemeye karşılaştıkları güçlüklerden bahsetmişlerdir. Çalışmalarından elde edilen sonuca göre, harfli ifadelerin anlaşılmasındaki zorluğun temel sebebi olarak cebir'in ilköğretim öğrencilerinin zihinsel gelişim özelliklerine göre üst düzey soyut bir yapıdan oluştuğu belirtilmiştir.

Sleeman (1984)'in çalışmasında öğrencilerin temel cebir konularındaki yanlış anlamalarını araştırmak amacıyla on dört yaş grubundaki 24 öğrenci ile

gerçekleştirdiği görüşmeler sonucunda, öğrencilerin cebirsel ifadelere anlam yüklemeye çok ciddi yanılgılara sahip olduklarını ve rakamları değişkenlerin yerine kullanmak gibi çeşitli hatalar yaptıklarını belirlemiştir. Bunun yanında, öğrencilerde matematiksel ifade yetersizliği ve çeşitli işlem hataları bulunmuştur.

Philipp (1992) çalışmasında değişkenlerin bazen bilinmeyen, bazen bir sabit, bazen bir miktar, bazen de genelleştirilmiş sayı olarak kullanıldığını öğrencilere kavratmanın öneminden bahsetmektedir.

Tall ve Razali (1993, s. 219) dört işlem, çarpanlara ayırma, denklem çözme, mutlak değer, fonksiyon ve logaritma gibi çeşitli konulardan soruların yer aldığı çoktan seçmeli bir tespit testi kullandıkları araştırmada; öğrenme güçlüklerinin, öğrencilerin kavramları kullanma ve işlemleri koordine etmede üzerinde yoğunlaştığını belirtmişlerdir. Ayrıca, işlemsel olarak algılayanların karşılaştıkları güçlüklerin kavramsal olarak algılayanların karşılaştıkları güçlüklerden daha çok olduğunu ifade etmişlerdir.

MacGregor ve Stacey (1997) araştırmalarında öğrencilerin cebirsel ifadelere yükledikleri anlamları incelediklerinde, cebir'in kendine özgü bir dilinin olduğunu ve bu nedenle öğrencilerin alfabedeki harfler ve kullanımlarıyla ilişkilendiremedikleri için güçlük yaşadıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin cebirsel sembolleri yorumlamalarında aslında bu sembolleri önceki durumlarla ilişkilendirememeleri, başka durumlarda kullandıkları harflerin cebirdeki kullanımlarıyla aynı olmayışı, cebirsel kuralların diğer dillerdeki kurallara benzememesinden ve cebir'in aslında öğrencilerin anlayacağı kadar açık olmayışı öğrencilerde hata ve yanlış algılayışlara götürmektedir.

Steele ve Johanning (2004) yaptıkları çalışmada cebirsel düşünmenin oluşumunun ve gelişiminin teorik alt yapısını açıklamışlar ve sekiz tane 7. sınıf öğrencisinin çeşitli cebir problemlerinin çözümünde oluşturdukları ve kullandıkları şemaları incelemişlerdir. Araştırma sonucunda öğrencilere verilen problem durumlarının öğrencilerin kendi oluşturdukları şemaları kullanarak cebirsel düşüncelerini geliştirmelerine olumlu katkı sağladığı gözlenmiştir.

Hallagan (2004) araştırmasında; öğretmenlerin öğrencilerinin eşitlikler konusundaki sorulara verdikleri cevapları değerlendirme yollarını içeren çalışmayı

raporlamıştır. Uygulama sırasında öğretmenler öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik etkinlikler kullanmışlardır. Raporda öğretmenin zamanın çoğunu cebir ünitesinin uygulamalarına ayırdığı, öğretmenin ilk defa görsel yöntemleri kullandığı ve eşitliklerin öğretiminde görsel yöntemlerin kullanılmasının önemi gözlemlenmiştir.

Knuth ve arkadaşları (2005), ortaokul öğrencilerinin eşitlik ve değişken kavramlarının kullanımını gerektiren problemlerdeki performansları ile bu iki kavramın aralarındaki ilişkileri anlamayı amaçlayan bir araştırma yapmışlardır. Araştırmadan elde edilen sonuçları işlemsel anlam ve ilişkisel anlam olarak iki kategoriye ayırmışlardır. Bu sonuçlara göre, işlemsel anlamda altıncı sınıf öğrencilerinden bazılarının *eşittir* işaretini sonuçtan bir önce yazılan bir işaret olarak düşündüklerini, sekizinci sınıf öğrencilerinin bir kısmının ise *eşittir* işaretinden sonra sonucun yazılması gerektiğini düşündüklerini; ilişkisel anlamda ise altıncı sınıf öğrencilerinin *eşittir* işaretinin sol tarafı ile sağ tarafındaki sayıların birbirine eşit olduklarını düşündüklerini açıklamışlardır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

3. 1. Araştırma Modeli

Araştırmada genel tarama yöntemi kullanılmıştır. Karasar (2002)'a göre, tarama modelleri, geçmişte ya da halen var olan bir durumu var olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan araştırma yöntemleridir. Araştırmaya konu olan olay kendi koşulları içinde ve olduğu gibi tanımlanmaya çalışılır. Genel tarama modelinde de çok sayıda elemandan oluşan bir evrende, evrenin tümü ya da ondan alınacak bir grup, örnek ya da örnekleme üzerinde yapılan tarama gerçekleştirilmektedir (Karasar, 2002).

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın evrenini Antalya ili Kepez ilçesi sınırları içindeki ortaokullarda öğrenim gören 8. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmanın örneklemini ise Antalya ili Kepez merkez ilçesinde bulunan Gülgün Nihat Ömür Ortaokulu, Mobil Ortaokulu öğrenim gören toplam 406 öğrenci oluşturmaktadır.

Tablo 3.1.

Örnekleme Alınan Öğrencilerin Öğrenim Gördükleri Okullara Göre Dağılımı

Okul Adı	Kız	Erkek	Toplam(f)	Yüzde(%)	Puan Ort.
Gülgün Nihat Ömür Ort.	x	x	180	44.34	59.30
Mobil Ortaokulu	x	x	226	55.66	57.01
Toplam	211	195	406	100	58.02
Yüzde	51.97	48.02	100	x	x

Tablo 3.1' de belirtildiği gibi, örnekleme alınan öğrencilerin % 44.34' ü Gülgün Nihat Ömür Ortakulu'ndan, % 55.66' sı Mobil Ortaokulu'ndan seçilmiştir. 406 öğrencinin %51.97'si kız, %48.02' si erkek öğrencidir.

3.3. Veri Toplama Aracı

Bu araştırma için gerekli bilgiler “Teşhis Testi” uygulaması yolu ile toplandı. Araştırmacı tarafından hazırlanan 20 soruluk teşhis testi, matematik eğitimi alanında üç uzman akademisyenin görüşlerinden faydalanılarak kapsam ve görünüş geçerliliği sağlanmıştır. Gerekli düzenlemeler yapıp 16 soruya düşürüldükten sonra pilot uygulama 188 öğrenci üzerinden öğrencilere uygulandı. Uygulamada kullanılan teşhis testinde, ilköğretim 8. sınıfta işlenen “Çarpanlara Ayırma ve Özdeşlikler” konularını kapsayan 15 adet çoktan seçmeli soru yer almaktadır.

Tablo 3.2.' de teşhis testimizde bulunan maddelerin hangi kazanımlara yönelik olduğu verilmiştir.

Tablo 3.2.
Cebirsel İfadeler Teşhis Testi Hedef Kazanımları Belirtke Tablosu

Kazanımlar	Maddeler
Özdeşlik ile denklem arasındaki farkı açıklar.	1, 2, 3
Özdeşlikleri modellerle açıklar.	4, 5
Özdeşlik açılımlarını kullanarak işlemleri çözer.	6, 7, 8, 9, 10
Cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırır.	11
Rasyonel cebirsel ifadelerle işlem yapar ve ifadeleri sadeleştirir.	12, 13, 14, 15

Teşhis testine göre işaretlenen her doğru cevap (1) yanlış ve boş cevaplar (0) olarak kodlanmıştır. Madde güçlüğü'nün yorumlanmasında; p değerleri bakımından 0,00-0,19 arasında çok zor, 0,20-0,34 arası oldukça zor, 0,35-0,64 arası orta düzeyde, 0,65-0,79 arası oldukça kolay ve 0,80-1,00 arası çok kolay olarak kabul edilmiştir. Madde ayırt edicilik indeksinin yorumlanmasında 0,00-0,19 arası çok zayıf madde, 0,20-0,29 arası üzerinde çalışılması gereken madde, 0,30-0,39 arası oldukça iyi bir madde ve 0,40 ve üzeri çok iyi madde olarak kabul edilmiştir.

Tablo 3.3.
Maddelere İlişkin Sonuçlar ve Yorumları

	P	R	Güçlük Yorum	Genel Yorum
1. Madde	0,81	0,47	Çok kolay	Tipik iyi bir madde
2. Madde	0,77	0,40	Oldukça kolay	Tipik iyi bir madde
3. Madde	0,80	0,39	Çok kolay	Tipik iyi bir madde
4. Madde	0,72	0,57	Oldukça kolay	Tipik iyi bir madde
5. Madde	0,64	0,41	Orta düzeyde	Tipik iyi bir madde
6. Madde	0,34	0,35	Oldukça zor	Zor fakat ayırt edici bir madde
7. Madde	0,58	0,51	Orta düzeyde	Zor fakat ayırt edici bir madde
8. Madde	0,45	0,40	Orta düzeyde	Zor fakat ayırt edici bir madde
9. Madde	0,43	0,33	Orta düzeyde	Zor fakat ayırt edici bir madde
10. Madde	0,43	0,40	Orta düzeyde	Zor fakat ayırt edici bir madde
11. Madde	0,57	0,47	Orta düzeyde	Zor fakat ayırt edici bir madde
12. Madde	0,54	0,52	Orta düzeyde	Zor fakat ayırt edici bir madde
13. Madde	0,47	0,37	Orta düzeyde	Zor fakat ayırt edici bir madde
14. Madde	0,38	0,27	Orta düzeyde	Zor fakat ayırt edici bir madde
15. Madde	0,57	0,47	Orta düzeyde	Zor fakat ayırt edici bir madde
16. Madde	0,63	0,31	Orta düzeyde	Tipik iyi bir madde

P: madde güçlüğü R: ayırt edicilik

Tablo 3.3. incelendiğinde testi oluşturan maddelerin;

- madde güçlük indekslerinin $p=0.45$ ile $p=0.81$ arasında
- madde ayırt edicilik indekslerinin ise $r=0.27$ ile $r=0.57$ arasında

değiştigi gözlemlenmiştir. Madde güçlüğü bakımından maddelerin genel olarak orta düzeyde ve oldukça kolay; ayırt edicilik indeksleri bakımından oldukça iyi ve çok iyi düzeyde oldukları görülmektedir. Bu maddelerden sadece 14. maddenin ayırt edicilik indeksi bakımından üzerinde çalışılması gereken bir madde olduğu belirlenmiştir ve uygulamadan çıkarılmasına karar verilmiştir.

Maddelerin bir araya gelmesiyle oluşan 16 sorulan testte ilişkin istatistiklere göre 16 sorudan oluşan testte pilot çalışmaya katılan toplam 188 öğrenci olduğu ve testten alınan en düşük puanın 0 ve en yüksek puanın 16 olduğu görülmektedir. Teste ilişkin ortalamanın 11,95 ve ortanca değerinin 12 olduğu belirlenmiştir. Teste ilişkin standart sapma değeri ise 4.02 olarak hesaplanmıştır. Çeyrekler arası ranj değerinin 6,00 olduğu testin çarpıklık katsayısı -0,24 ve basıklık katsayısı -0,30 olduğu belirlenmiştir. Elde edilen bu sonuçlara göre testten elde edilen puanların normal dağılım gösterdiği söylenebilmektedir. Bunun yanında testin genelinden elde edilen Kuder-Richard (KR21) güvenilirlik katsayısı ise 0,74 olarak hesaplanmıştır. KR21 güvenilirlik katsayısının haricinde diğer yöntemlerle belirlenen güvenilirlik değerleri ile % 95 güven aralığından elde edilecek değerleri Tablo 3.2' te gösterilmiştir.

Tablo 3.4.
Testte Yer Alan Maddelere İlişkin Güvenirlik Değerleri

Method	Estimate	95% Conf. Int.	SEM
Guttman's L2	0,7757	(0,7486, 0,8010)	1,9081
Coefficient Alpha	0,7676	(0,7396, 0,7939)	1,9421
Feldt-Gilmer	0,7693	(0,7415, 0,7954)	1,9349
Feldt-Brennan	0,7689	(0,7410, 0,7950)	1,9384
Raju's Beta	0,7676	(0,7396, 0,7939)	1,9421

Tablo 3.4'de verilen güvenilirlik katsayıları hem Nunnally (1978) hem de Kaplan ve Saccuzzo (1982) tarafından önerilen 0,70 kritik değer üzerinde olduğu için ölçme aracından elde edilen sonuçların güvenilir olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bunun yanında güvenilirlik düzeyinin belirlenmesinde Murphy Davidshoper (1988) tarafından önerilen sınıflamaya göre ölçme aracının orta düzeyde bir güvenilirliğe sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bunun yanında testte yer alan maddelerden her biri için ilgili maddenin testten çıkarılması durumunda güvenilirlik katsayıları 0,75 ile 0,78 arasında değiştiği yani güvenilirlik katsayısı değerlerinin çok fazla değişmeyeceği elde edilmiştir.

3.4. Verilerin Toplanması

Araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler alt öğrenme alanındaki bilgi düzeylerini ve bu alt öğrenme alanlarındaki kavram yanlışlarını belirlemek amacıyla toplam 15 sorudan oluşan teşhis testi geliştirilmiş ve seçilen örneklemedeki öğrencilere 20015-2016 öğretim yılının bahar dönemi içinde uygulanmıştır. Teşhis testinin uygulanabilmesi için 27/06/2016 tarih ve sayı 98057890-605 E.6327836 sayılı onay ile Milli Eğitim Bakanlığı Strateji Geliştirme Dairesi Başkanlığından izin alındı. Teşhis testi örnekleme alınan 406 öğrenciye bir ders saati süre verilerek uygulanmıştır. Uygulama sırasında, öğrencilerin test sorularını doğru anlayabilmeleri açısından gerekli açıklamalar yapılmış ve samimi cevaplar vermeleri için, çalışmanın önemi hakkında genel bir bilgi verilmiştir.

3.5. Verilerin Analizi

Araştırmanın nicel verilerinin analizinde, istatistiki çözümler için SPSS (Statistical Packet for The Social Science) programından yararlanılmıştır. Kazanımların ulaşılma düzeylerini belirlemek amacıyla, maddelerin doğru cevaplandırılma yüzdeleri (madde güçlük indeksleri) hesaplanmıştır. Kazanımlara bağlı belirlenen hedef davranışlara ulaşılma düzeyleri .75 ölçütünde yorumlanmıştır (Bloom, 1998, s. 29). Çünkü “Bir davranışın öğrenci yönünden ulaşılabilir olması, öğrencilerin bu davranışı yoklayan yeterli geçerlik ve güvenilirlik derecesindeki soruyu doğru cevaplayabilmesi ve davranışların öğrencilerin %75’i tarafından kazanılabilir nitelikte olması” anlamını taşımaktadır (Özçelik, 1981, s. 180-187; Baykul, 2000, s. 282).

Araştırmanın pilot çalışmasında geçerlik ve güvenilirlik için jMetrik 4.0 programından yararlanılmıştır. Verilerin analizinde SPSS 20 programı kullanılmıştır. Öğrencilerin cebirsel ifadeler konusundaki kavram yanlışlarının cinsiyet değişkenine göre anlamlı düzeyde farklılık gösterip göstermediğini belirlemek amacıyla bağımsız örneklem t-testi gerçekleştirilmiştir.

Öğrencilerin cebirsel ifadeler konusundaki kavram yanlışlarının matematik düzeyi değişkenine göre anlamlı düzeyde farklılık gösterip göstermediğini belirlemek amacıyla tek yönlü varyans analizi (ANOVA) gerçekleştirilmiştir.

Varyansların homojen dağılıp dağılmadığını belirlemek amacıyla Levene Testi yapılmıştır. Değişkenler arasındaki ilişkinin yönünü ve şiddeti belirlemek amacıyla korelasyon analizi gerçekleştirilmiştir. Matematik düzeyi değişkenin sıralama ölçeği düzeyinde olması sebebiyle değişkenler arasındaki ilişki Sperman Sıra Farkları Korelasyon katsayısı ile belirlenmiştir.



BÖLÜM IV

BULGULAR

4.1. Kavram Yanılgısı ve Cinsiyet Arasındaki İlişkiye Ait Bulgular

Öğrencilerin cebirsel ifadeler konusundaki kavram yanılgılarının cinsiyet değişkenine göre anlamlı düzeyde farklılık gösterip göstermediğini belirlemek amacıyla bağımsız örneklem t-testi gerçekleştirilmiştir. Analiz sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.1' de gösterilmiştir.

Tablo 4.1.
Kavram Yanılgısının Cinsiyet Değişkenine Göre Farklılığına İlişkin Analiz Sonuçları

Değişken	n	\bar{x}	ss	t	p
Cinsiyet	Kız	211	11,49	4,14	-0,935 .674
	Erkek	195	11,87	4,01	

Tablo 4.1 incelendiğinde kız ve erkek öğrencilerin kavram yanılgıları testinden aldıkları puanların ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık olmadığı belirlenmiştir ($t_{406}=-0,94$; $p>.05$). Buna göre kız ve erkek öğrencilerin cebirsel ifadeler konusunda yaptıkları kavram yanılgıları arasında bir farklılık olmadığı söylenebilir. Başka bir ifadeyle cinsiyet değişkeninin kavram yanılgıları konusunda anlamlı bir farklılık yaratmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

4.2. Kavram Yanılgısı ve Matematik Düzeyi Arasındaki İlişkiye Ait Bulgular

Öğrencilerin cebirsel ifadeler konusundaki kavram yanılgılarının matematik düzeyi değişkenine göre anlamlı düzeyde farklılık gösterip göstermediğini belirlemek amacıyla tek yönlü varyans analizi (ANOVA) gerçekleştirilmiştir. Dersin

öğretmeni tarafından 1=Çok düşük; 2=Düşük, 3=Orta, 4=İyi ve 5=Çok İyi şeklinde sınıflanan öğrencilerin cebirsel ifadelerle ilişkin kavram yanlışları testinden aldıkları puanlar arasındaki farklılığın anlamlı olup olmadığı test edilmiştir. Tek yönlü varyans analizi sonuçları vermeden önce her bir grubun ortalama ve standart sapma değerleri Tablo 4.2' de gösterilmiştir.

Tablo 4.2.1.

Kavram Yanılgısı Testinin Matematik Düzeyleri için Betimsel İstatistikleri

Matematik Düzeyi	n	\bar{x}	ss
Çok Düşük (1)	63	5,49	2,10
Düşük (2)	93	9,08	1,03
Orta (3)	99	11,68	1,48
İyi (4)	74	14,44	0,79
Çok İyi (5)	77	17,20	1,43

Tablo 4.2.1 incelendiğinde Matematik notu 1 yani çok düşük olarak sınıflanan öğrencilerin kavram yanlışları testinden aldıkları puanların ortalaması 5,49 ve standart sapması 2,10 olarak hesaplanmıştır. Matematik notu 2 yani düşük olarak sınıflanan öğrencilerin kavram yanlışları testinden aldıkları puanları ortalaması 9,08 ve standart sapması 1,03 olarak belirlenmiştir. Matematik notu 3 yani orta olarak sınıflanan öğrencilerin kavram yanlışları testinden aldıkları puanları ortalaması 11,68 ve standart sapması 1,48 olarak hesaplanmıştır. Matematik notu 4 yani iyi olarak sınıflanan öğrencilerin kavram yanlışları testinden aldıkları puanları ortalaması 14,44 ve standart sapma değeri 0,79 olarak belirlenmiştir. Son olarak matematik notu 5 yani çok iyi düzeyde matematik biliyor olarak sınıflanan öğrencilerin kavram yanlışları testinden aldıkları puanların ortalaması 17,20 ve standart sapması 1,43 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen bu sonuca göre farklı düzeylerdeki ortaokul öğrencilerinin kavram yanlışları testinden elde ettikleri puanlar arasında farklılık olduğu görülmektedir. Elde edilen bu farklılığın anlamlı olup olmadığını belirlemek amacıyla gerçekleştirilen varyans analizi sonuçları Tablo 4.2.2' de gösterilmiştir.

Tablo 4.2.2.

Kavram Yanılgularının Matematik Düzeylerine Göre Farklılığına İlişkin Varyans Analizi Sonuçları

	Kaynak	Kareler Toplamı	S.D.	Kareler Ortalaması	F	p	Farklılık
Test toplam puanı	Gruplar arası Gruplar içi Toplam	5957,06 791,31 6748,37	4 401 405	1489,26 1,973	754,69	.000	1-2, 2-3, 3-4, 4-5, 1-3, 1-4, 1-5, 2-4, 2-5, 3-5,

Tablo 4.2.2 incelendiğinde matematik düzeyi bakımından kavram yanılgıları testinden alınan puanlar arasında anlamlı bir farklılık olduğu belirlenmiştir ($F_{[4-405]}=754,69$; $p<.05$). Elde edilen bu farklılığın hangi gruplardan kaynaklandığını belirlemek amacıyla gruplar arası çoklu karşılaştırma yapılmıştır.

Varyansların homojen dağılıp dağılmadığını belirlemek amacıyla yapılan Levene Testi sonucunda varyansları homojen dağılmadığı sonucuna ulaşılmıştır ($L_{[4-401]}=18,48$; $p<.05$). Bu sebeple çoklu karşılaştırma için Tamhane tarafından belirlenen yöntem sonuçları dikkate alınmıştır. Gruplar arası karşılaştırma sonucunda tüm grupların ortalama puanlarının istatistiksel olarak farklılık gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 4.2.1.' de belirtildiği gibi, öğrencilerin matematik düzeyleri arttıkça kavram yanılgıları testinden aldıkları puanların da arttığı belirlenmiştir. Değişkenler arasındaki ilişkinin yönünü ve şiddeti belirlemek amacıyla korelasyon analizi gerçekleştirilmiştir. Matematik düzeyi değişkenin sıralama ölçeği düzeyinde olması sebebiyle değişkenler arasındaki ilişki Sperman Sıra Farkları Korelasyon katsayısı ile belirlenmiştir. Analiz sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.2.3'de gösterilmiştir.

Tablo 4.2.3.

Matematik Düzeyi ve Kavram Yanılgısı Testinden Alınan Puanlar Arasındaki İlişki

			toplam_puan	mat_düzeıı
Sperman's rho	toplam_puan	Correltaion Coefficient	1,000	,959**
		Sig. (2-tailed)	.	,000
		N	406	406
	mat_düzeıı	Correlation Coefficient	,959**	1,000
		Sig. (2-tailed)	,000	.
		N	406	406

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Tablo 4.2.3'den elde edilen analiz sonucunda matematik düzeyi ve kavram yanılgıları testinden alınan puanlar arasında pozitif yönde ve yüksek düzeyde; istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğu belirlenmiştir ($r=0,96$; $p<.05$). Elde edilen bu sonuca göre öğrencilerin matematik düzeyi arttıkça kavram yanılgıları testinden aldıkları puanların da arttığı belirlenmiştir. Başka bir ifadeyle öğrencilerin matematik düzeyi arttıkça kavram yanılgısına düşmedikleri söylenebilir.

Araştırmada öncelikle testte yer alan 15 madde için A, B, C ve D şıklarının kaç kişi tarafından işaretlendiğine ilişkin frekans sayıları ile her bir seçeneğin işaretlenme yüzdeleri verilmiştir.

4.3. Maddelerin Analizi

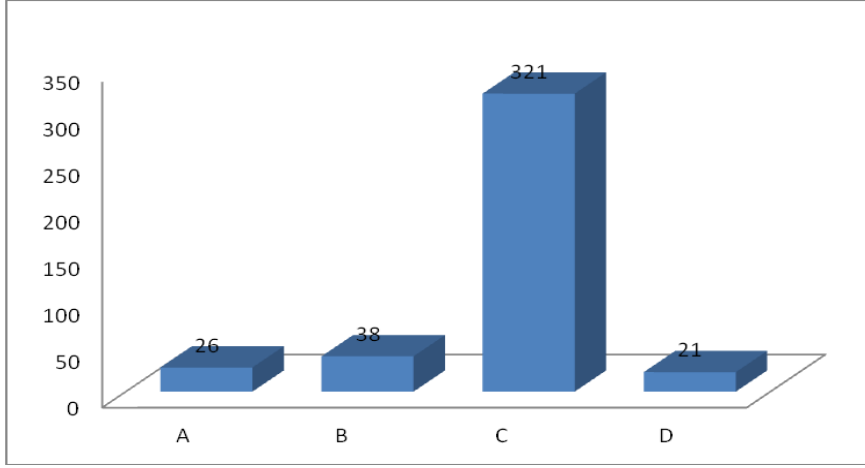
1) Aşağıdaki ifadelerden hangisi özdeşliktir?

A) $4x + 6 = 2.(2x + 4)$

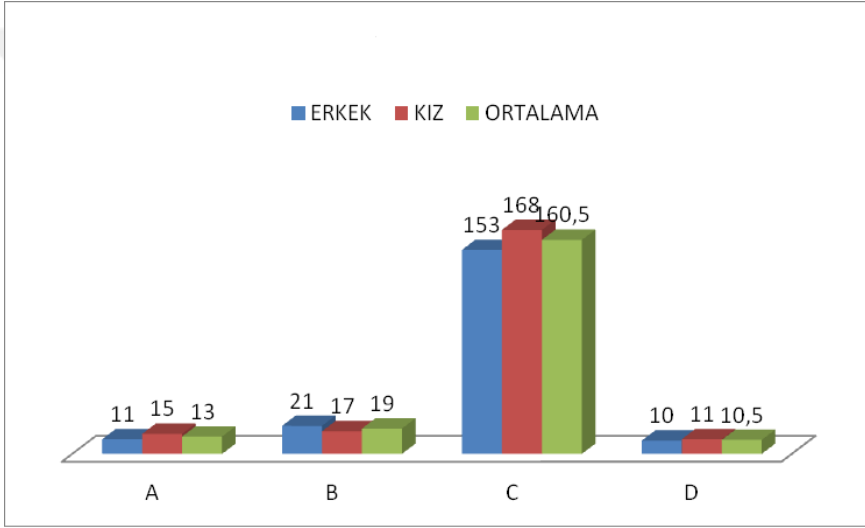
B) $3.(x + 1) = x + 3$

C) $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$

D) $x^2 + y^2 = z^2$



Grafik 4.3.1. Birinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği



Grafik 4.3. 2. 1. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği

Tablo 4.3.1.
Birinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi

Seçenek	Kız(f)	Kız(%)	Erkek(f)	Erkek(%)	Frekans	Yüzde
A	15	7	11	5	26	6,40
B	17	8	21	10	38	9,36
C*	168	79	153	78	321	79,06
D	11	5	10	5	21	5,17

Bu soru, 8. sınıf öğrencilerinin denklem ile özdeşlik kavramlarını ayırt edip edemediklerini belirlemek için sorulmuştur. Tablo 4.3.1 incelendiğinde öğrencilerin %79,06'sı C seçeneğindeki ifadenin özdeşlik olduğunu bilerek C şıkkını işaretleyerek ikinci soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. C seçeneğini %79 oranında kızlar, %78 oranında erkekler işaretlemişlerdir. Bu soruda A şıkkını doğru olarak kabul eden %6,40 oranındaki öğrencilerin, eşitliğin sağ tarafında bulunan 2 katsayısını parantez içindeki her bir ifade ile tek tek çarpması gerekirken, harf içeren ifade ile çarpmış fakat sayı ile çarpmayıp 2 ile 4 toplayıp 6 bularak ifadenin doğru olduğunu düşünmüş olabilirler.

B şıkkını doğru kabul eden %9,36 oranındaki öğrenciler, 3 katsayısını parantez içi her bir ifade ile çarpması gerekirken, harfli ifade ile çarpmayıp sadece 3 ile 1 i çarpmış ve eşitliğin doğru olduğunu düşünmüş olabilirler. A ve B şıklarını işaretleyen öğrencilerde bu durum, öğrencilerin eski konu olan, çarpmanın toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğini bilmediğini ortaya çıkarmıştır. D seçeneğini doğru kabul eden %5,17 oranındaki öğrenciler, pisagor teoreminin genel formülünü özdeşlik olarak düşünmüş olabilirler. Bu soruda elde edilen sonuçlara göre kavram yanlışlığı olmadığı belirlenmiştir.

1) Aşağıdaki ifadelerden hangisi özdeşliktir?

A) $4x + 6 = 2 \cdot (2x + 4)$ $4x + 6 = 2 \cdot (2x + 4)$
 $= 4x + (2+4)$
 $= 4x + 6$

B) $3 \cdot (x + 1) = x + 3$

C) $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$

D) $x^2 + y^2 = z^2$

1) Aşağıdaki ifadelerden hangisi özdeşliktir?

A) $4x + 6 = 2 \cdot (2x + 4)$ $(x+1) = x + 3 \cdot 1$
 $= x + 3$

B) $3 \cdot (x + 1) = x + 3$

C) $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$

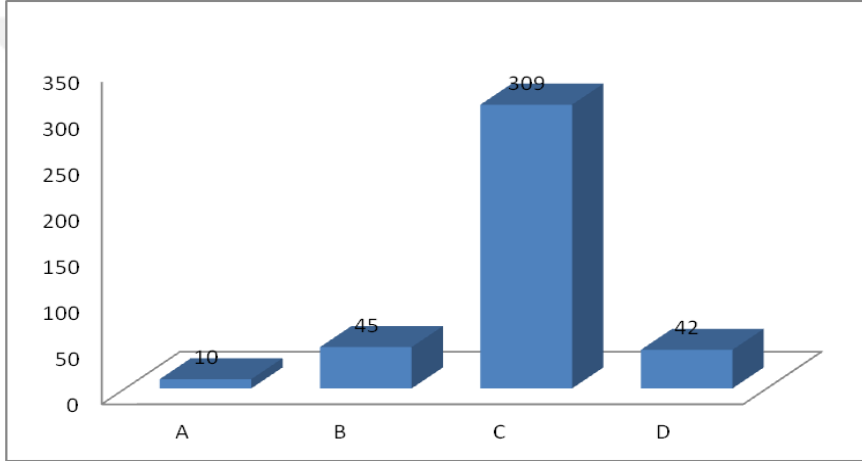
D) $x^2 + y^2 = z^2$

Şekil 4.3.1. Birinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri

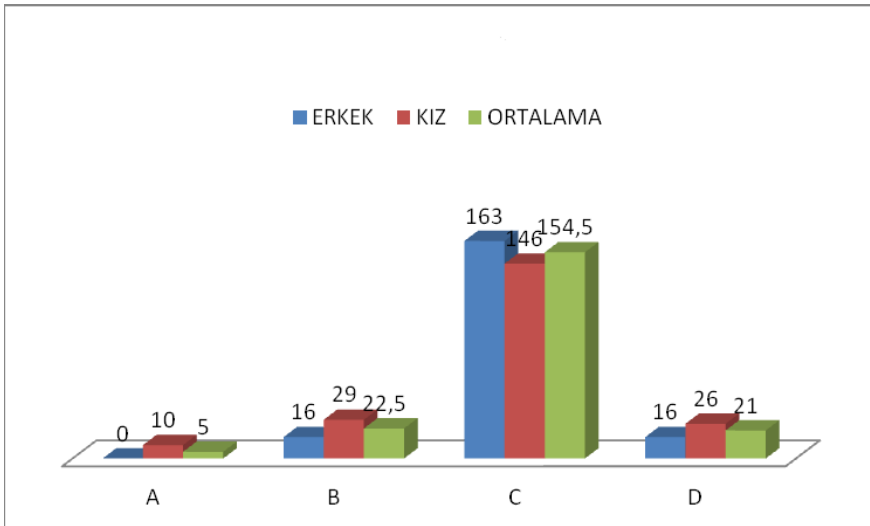
2) Aşağıdaki tabloda verilen cebirsel ifadelerin özdeşlik açılımlarından kaç tanesi doğrudur?

İfade	Özdeşlik Açılımı
a^2-b^2	$(a-b).(a+b)$
$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2$	$a^2-2ab+b^2$
$(4a^2-9b^2)$	$(2a-3b).(2a-3b)$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4



Grafik 4.3.3. İkinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği



Grafik 4.3.4. 2. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği

Tablo 4.3.2.
İkinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi

Seçenek	Kız(f)	Kız(%)	Erkek(f)	Erkek(%)	Frekans	Yüzde
A	10	5	0	0	10	2,46
B	29	14	16	8	45	11,08
C*	146	69	163	83	309	76,11
D	26	12	16	8	42	10,34

Bu madde, 8. sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramına ait kavram yanlışlığını tespit etmek için sorulmuştur.

Tablo 4.3.2 incelendiğinde öğrencilerin %76,11'i C şıkkını işaretleyerek üçüncü soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. C seçeneğini %69 oranında kızlar, %83 oranında erkekler işaretlemişlerdir. Bu soruda A şıkkını doğru olarak kabul eden %2,46 oranındaki öğrenciler, B şıkkını doğru kabul eden %11,08 oranındaki öğrenciler, II. ve III. maddelerin özdeşlik olduğunu, fakat I. maddenin özdeşlik olmadığını düşünmüş olabilir. Yani, bu şıkkı işaretleyen öğrenciler iki kare farkı özdeşlik açılımını bilmemektedir.

D seçeneğini doğru kabul eden %10,34 oranındaki öğrenciler, iki kare farkı özdeşlik açılımının çarpanlarının her ikisinde eksi işareti içermesi gerektiğini düşünmüş olabilirler.

Bu soruda ilk cebirsel ifadeyi yanlış son cebirsel ifadeyi doğru kabul eden öğrencilerin, iki kare farkı özdeşlik açılımını zihinlerinde oturtamadıkları , a^2-b^2 nin ifadesinin arasındaki eksi işareti nedeniyle özdeşlik açılımını $(a-b).(a-b)$ şeklinde açmaları sonucu kavram yanlışlığına sahip oldukları gözlenmiştir.

2) Aşağıdaki tabloda verilen özdeşlik açılımlarından kaç tanesi doğrudur?

İfade	Özdeşlik Açılımı
a^2-b^2	$(a-b).(a+b)$
$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2$	$a^2-2ab+b^2$
$4a^2-9b^2$	$(2a-3b).(2a-3b)$

$a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b)$
 $4a^2 - 9b^2 = (2a-3b) \cdot (2a-3b)$

A)1 B)2 C)3 D)4

2) Aşağıdaki tabloda verilen özdeşlik açılımlarından kaç tanesi doğrudur?

İfade	Özdeşlik Açılımı
a^2-b^2	$(a-b).(a+b)$
$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2$	$a^2-2ab+b^2$
$4a^2-9b^2$	$(2a-3b).(2a-3b)$

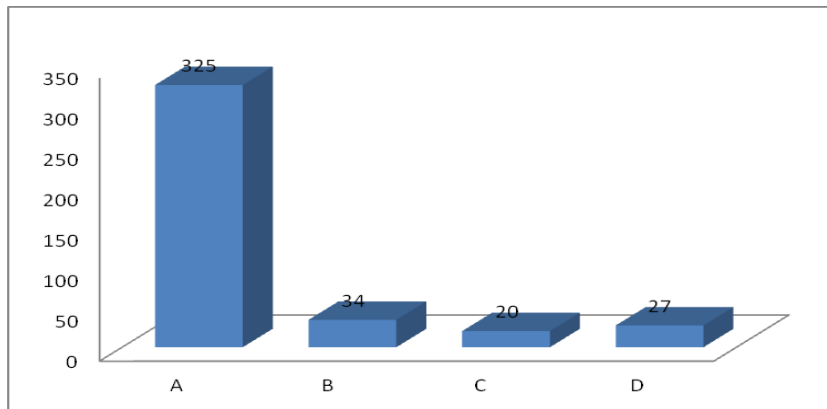
A)1 B)2 C)3 D)4

Şekil 4.3.2. İkinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri

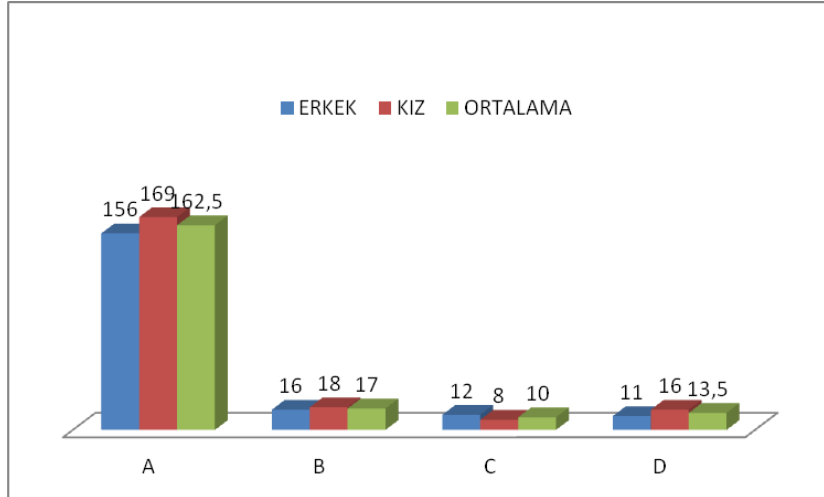
3) İfade	Özdeşlik açılımı
I. $(x + \frac{1}{x})^2$	a. $4x^2 + \frac{1}{x^2} - 4$
II. $(2x - \frac{1}{x})^2$	b. $4x^2 - 8x + 4$
III. $(2x - 2)^2$	c. $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$

Yukarıda verilen ifadelerin özdeşlik açılımları hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) I. c B) I. c C) I. a D) I. a
 II. a II. b II. c II. b
 III. b III. a III. b III. C



Grafik 4.3.5. Üçüncü Maddeye İlişkin Sütun Grafiği



Grafik 4.3.6. 3. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği

Tablo 4.3.3.
Üçüncü Maddeye İlişkin Frekans Analizi

Seçenek	Kız(f)	Kız(%)	Erkek(f)	Erkek(%)	Frekans	Yüzde
A*	169	80	156	80	325	80,05
B	18	8	16	8	34	8,37
C	8	4	12	6	20	4,93
D	16	8	11	6	27	6,65

Tablo 4.3.3 incelendiğinde öğrencilerin %80,05'i dördüncü soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. Bunun yanında B seçeneğini işaretleyenlerin oranı %8,37; C seçeneğini işaretleyenlerin oranı %4,93 ve D seçeneğini işaretleyenlerin oranı ise %6,65 olarak hesaplanmıştır. A seçeneğini %80 oranında kızlar, %80 oranında erkekler işaretlemişlerdir. Bu soruda elde edilen sonuçlara göre kavram yanılgısı olmadığı belirlenmiştir. Bu soruda doğru şıkkı işaretleyen öğrenciler I. maddenin iki terim toplamının karesi özdeşliği olduğu bilmişler c maddesi ile eşleştirmişlerdir. II. maddenin iki terim farkının karesi özdeşliği olduğunu bilmişler ve a maddesi ile eşleştirmişlerdir. III. maddenin iki terim farkının karesi özdeşliği olduğunu bilmişler ve b maddesi ile eşleştirmişlerdir. Bu soruda öğrencilerin çoğunluğu doğru şıkkı

işaretlemiş hataya düşerek yanlış şıkkı işaretleyenler özdeşlik açılımlarını iyi bilmeyen öğrenciler olabilir.

3) İfade

I. $(x + \frac{1}{x})^2$

II. $(2x - \frac{1}{x})^2$

III. $(2x - 2)^2$

Özdeşlik açılımı

a. $4x^2 + \frac{1}{x^2} - 4$

b. $4x^2 - 8x + 4$

c. $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$

Yukarıda verilen ifadelerin özdeşlik açılımları hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) I. c
II. a
III. b

B) I. c
II. b
III. a

C) I. a
II. c
III. b

D) I. a
II. b
III. c

3) İfade

I. $(x + \frac{1}{x})^2$

II. $(2x - \frac{1}{x})^2$

III. $(2x - 2)^2$

Özdeşlik açılımı

a. $4x^2 + \frac{1}{x^2} - 4$

b. $4x^2 - 8x + 4$

c. $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$

Yukarıda verilen ifadelerin özdeşlik açılımları hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) I. c
II. a
III. b

B) I. c
II. b
III. a

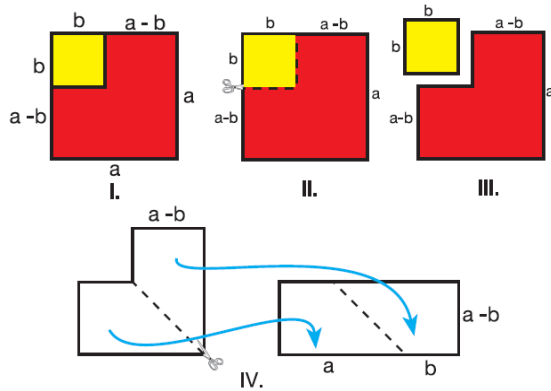
C) I. a
II. c
III. b

D) I. a
II. b
III. c

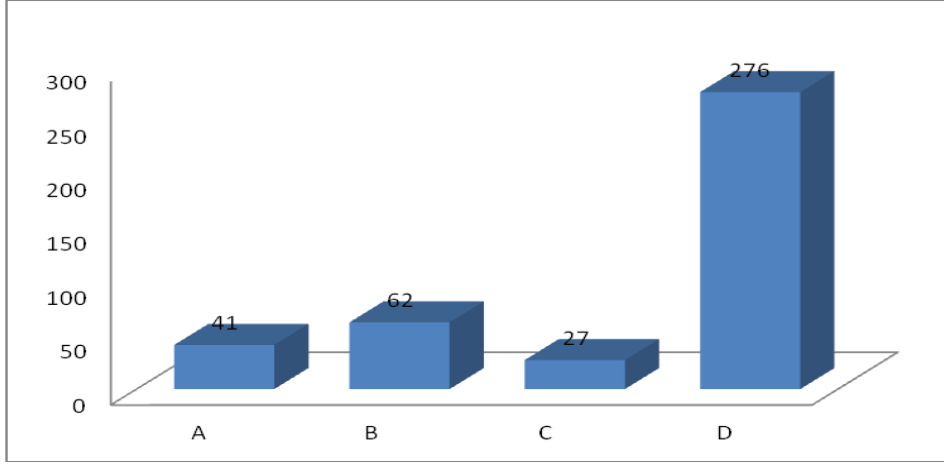
Şekil 4.3.3. Üçüncü Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri

İlk üç madde özdeşlik ve denklem arasındaki farkı açıklar kazanımına yöneliktir. İlk üç maddede kız ve erkek öğrencilerin çoğu doğru seçeneği işaretlemişlerdir. Kız öğrenciler ve erkek öğrencilerin doğru seçeneği işaretleme oranları birbirine oldukça yakındır. Bu da ilk üç maddede öğrencilerin çoğunluğunun kavram yanılgısına düşmediğini göstermiştir. Yani öğrenciler özdeşlik ve denklem kavramlarını zihinlerinde anlamlandırabilmişlerdir.

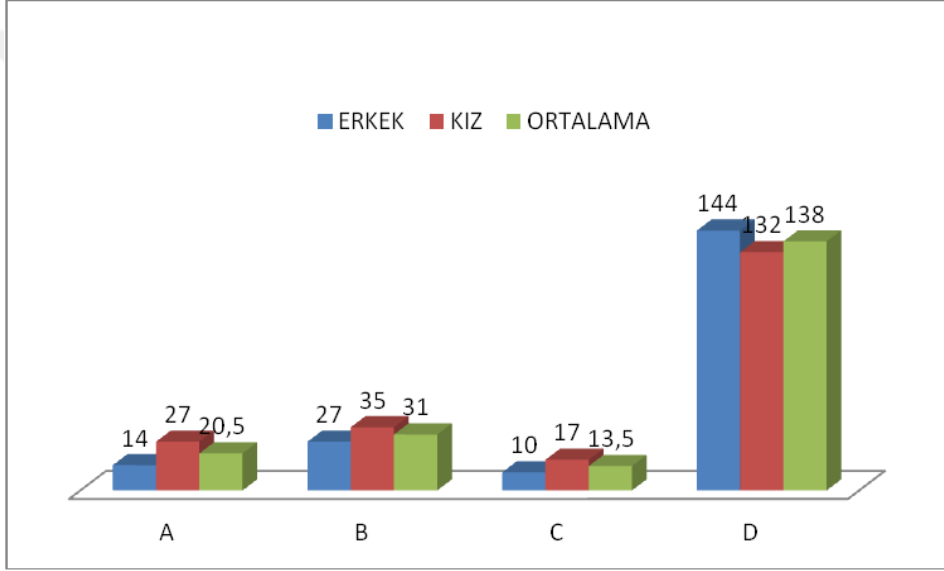
4) Aşağıda modellenmesi yapılan özdeşlik aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $(a-b).a = a^2 - ab$ B) $(a-b)^2 = (a-b).(a-b)$
C) $(a+b)^2 = (a+b).(a+b)$ D) $a^2 - b^2 = (a+b).(a-b)$



Grafik 4.3.7. Dördüncü Maddeye İlişkin Sütun Grafiği



Grafik 4.3.8. 4. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği

Tablo 4.3.4.

Dördüncü Maddeye İlişkin Frekans Analizi

Seçenek	Kız(f)	Kız(%)	Erkek(f)	Erkek(%)	Frekans	Yüzde
A	27	13	14	7	41	10,10
B	35	16	27	13	62	15,27
C	17	8	10	5	27	6,65
D*	132	62	144	73	276	67,98

Bu soru, 8. sınıf öğrencilerinin iki kare farkı özdeşlik modellemesinin açılımı ile kavram yanlışlığının olup olmadığını tespit etmek için sorulmuştur. Tablo 4.3.4 incelendiğinde öğrencilerin %67,98'i beşinci soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. Bunun yanında A seçeneğini işaretleyenlerin oranı %10,10; B seçeneğini işaretleyenlerin oranı %15,27 ve C seçeneğini işaretleyenlerin oranı ise %6,65 olarak hesaplanmıştır. D seçeneğini %62 oranında kızlar, %73 oranında erkekler işaretlemiştir.

Bu soruda B şıkkını işaretleyen öğrenciler, cebir karolarının kenar uzunluklarının kareleri farkını almak yerine, kenar uzunlukları farkının karesini almış yani iki terim farkı karesi özdeşliği olduğunu düşünmüş olabilirler. C şıkkını işaretleyen öğrenciler, modelin iki terim toplamı karesi özdeşlik açılımı olduğunu düşünmüş olabilirler. A şıkkını işaretleyen öğrenciler ise verilen şekildeki üçüncü adımın kenar uzunlukları olan a ve $(a-b)$ cebirsel ifadelerinin çarpılmasını gerektiğini düşünmüş olabilirler.

Doğru cevap oranı belli bir seviyenin üzerinde çıkmıştır. Ancak, öğrenme başarısının %75' den büyük olması gerektiği (Bloom, 1998) düşünüldüğünde, yeterli başarının oluşmadığı görülmektedir. Soruya doğru cevap veremeyenlerin toplam %32 olduğu da gözden kaçmamalıdır. Soruyu anlayamama, aşırı özelleme, özdeşlik ifadesi ile modeli özdeşleştirememeye nedeniyle yanlış cevaplamalar oluşabilir.

4) Aşağıda modellemesi yapılan özdeşlik aşağıdakilerden hangisidir?

4) Aşağıda modellemesi yapılan özdeşlik aşağıdakilerden hangisidir?

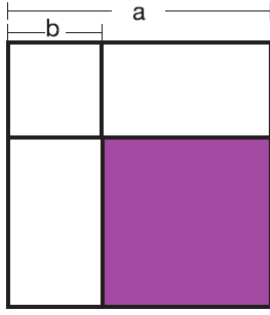
I. II. III. IV.

A) $(a-b).a=a^2-ab$ B) $(a-b)^2=(a-b).(a-b)$
C) $(a+b)^2=(a+b).(a+b)$ D) $a^2-b^2=(a+b).(a-b)$

iki terim toplamının karesidir.
A) $(a-b).a=a^2-ab$ B) $(a-b)^2=(a-b).(a-b)$
C) $(a+b)^2=(a+b).(a+b)$ D) $a^2-b^2=(a+b).(a-b)$

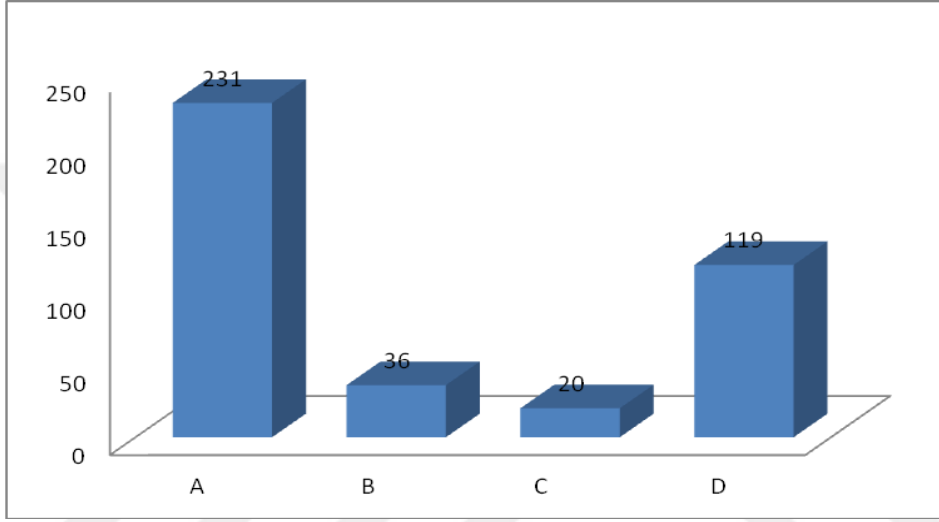
Şekil 4.3.4. Dördüncü Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri

5)

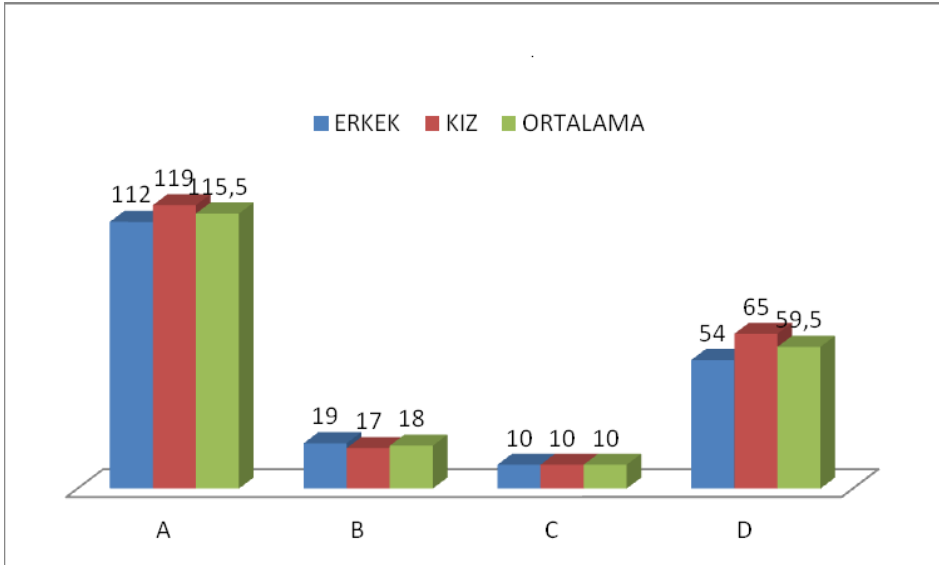


Yandaki boyalı karesel bölge aşağıdaki hangi özdeşlik yardımıyla hesaplanabilir?

- A) $(a-b)^2=(a-b).(a-b)$ B) $(a+b)^2=(a+b).(a+b)$
C) $(a-b).a=a^2-ab$ D) $a^2-b^2=(a+b).(a-b)$



Grafik 4.3.9. Beşinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği



Grafik 4.3.10. 5. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği

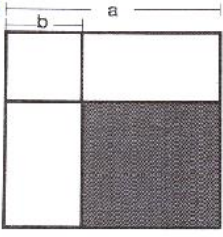
Tablo 4.3.5.
Beşinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi

Seçenek	Kız(f)	Kız(%)	Erkek(f)	Erkek(%)	Frekans	Yüzde
A*	119	56	112	57	231	56,90
B	17	8	19	9	36	8,87
C	10	4	10	5	20	4,93
D	65	30	54	27	119	29,31

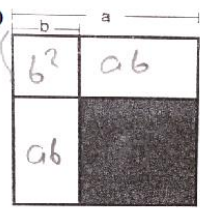
Bu soru, 8. sınıf öğrencilerinin iki terimin farkının karesi özdeşlik modellemesi ile ilgili kavram yanlışlığının olup olmadığını tespit etmek için sorulmuştur. Tablo 4.3.5 incelendiğinde öğrencilerin %56,90'i, verilen şeklin iki terim farkının karesi özdeşlik açılımı olduğunu düşünerek A şıkkını işaretleyerek yedinci soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. A seçeneğini %56 oranında kızlar, %57 oranında erkekler işaretlemişlerdir. B ve C seçeneklerini doğru kabul eden %13,8 oranındaki öğrenciler, şekli iki terim toplamının karesi özdeşliği düşünmüş veya şekilde verilen kenar uzunluklarının farkını alıp uzun kenar ve kısa kenar uzunluğu ile çarpılacağını düşünüp modeli yanlış yorumlamış olabilirler.

D seçeneğini doğru kabul eden %29,31 oranındaki öğrenciler, cebir kuralları ile özdeşlik açılımını ispatlayamamaktan dolayı, verilen şekli iki kare farkı özdeşlik modeli olduğunu düşünerek D şıkkını işaretlemiş olabilirler. Bu da, öğrencilerin iki terim farkının karesi ve iki kare farkı özdeşliklerini birbirine karıştırdığını yani kavram yanlışlığına sahip olduklarını göstermiştir. D seçeneğini %30 oranında kızlar, %27 oranında erkekler işaretlemişlerdir. Bu soruda D seçeneğini işaretleyenlerin oranının %20'nin üzerinde olması öğrencilerin bu soruda kavram yanlışlığına düştüklerini işaret etmektedir.

Doğru cevap oranı belli bir seviyenin üzerinde çıkmıştır. Ancak, öğrenme başarısının %75' den büyük olması gerektiği (Bloom, 1998) düşünüldüğünde, yeterli başarının oluşmadığı görülmektedir. Soruya doğru cevap veremeyenlerin toplam %44,11 olduğu da gözden kaçmamalıdır. Soruyu anlayamama, aşırı özelleme, özdeşlik ifadesi ile modeli özdeşleştirememesi nedeniyle yanlış cevaplamalar oluşabilir.

5)  Yandaki boyalı bölge aşağıdaki hangi özdeşlik yardımıyla hesaplanabilir?

A) $(a-b)^2=(a-b).(a-b)$ B) $(a+b)^2=(a+b).(a+b)$
 C) $(a-b).a=a^2-ab$ D) $a^2-b^2=(a+b).(a-b)$

5)  Yandaki boyalı bölge aşağıdaki hangi özdeşlik yardımıyla hesaplanabilir?

A) $(a-b)^2=(a-b).(a-b)$ B) $(a+b)^2=(a+b).(a+b)$
 C) $(a-b).a=a^2-ab$ D) $a^2-b^2=(a+b).(a-b)$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ $a^2 + 2ab + b^2$ $a^2 + ab + ba + b^2$

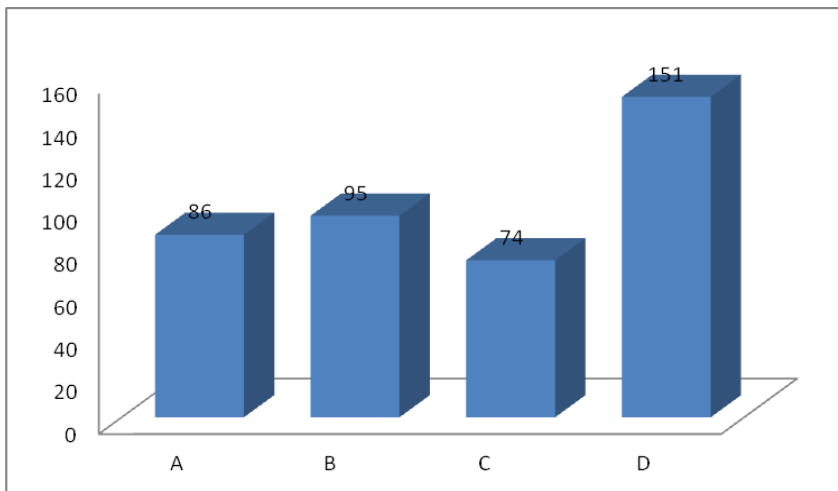
Şekil 4.3.5. Beşinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri

4. ve 5. maddeler özdeşlikleri modellerle açıklar kazanımına yöneliktir. Her iki maddede hem kız hem erkek öğrencilerin çoğunluğu doğru seçeneği işaretlemişlerdir. 4. maddede öğrenciler hata ve kavram yanılgısına düşmemiş, fakat 5. maddede %30 oranına yakın bir grup hata ve kavram yanılgısına düşmüştür. Bu maddelere göre, öğrenciler iki kare farkı, iki terim toplamının karesi özdeşlik modellerini yapabilmektedir ancak iki terim farkı karesi özdeşliğinin modellemesinde fark içeren ifadeleri cebir karolarında ifade etmekte zorlanmışlardır.

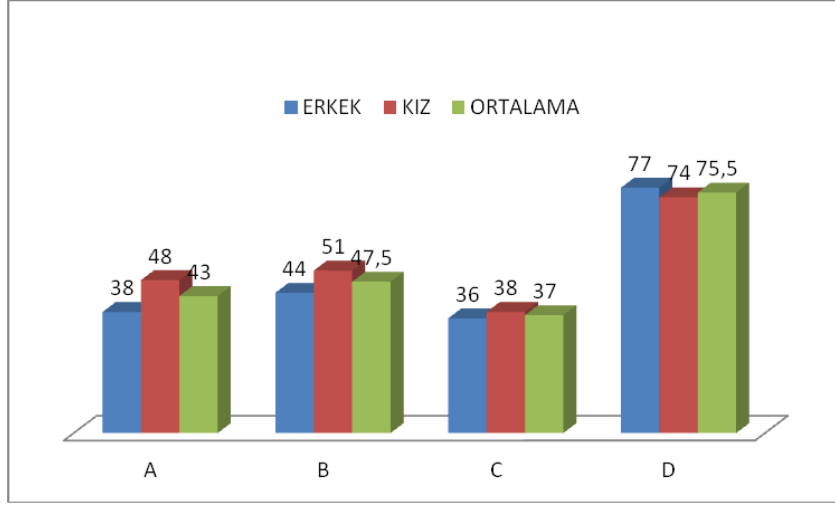
6) $x - \frac{1}{x} = -2$ olduğuna göre

$x^2 + \frac{1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) 4 C) 2 D) 6



Grafik 4.3.11. Altıncı Maddeye İlişkin Sütun Grafiği



Grafik 4.3.12. 6. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği

Tablo 4.3.6.
Altıncı Maddeye İlişkin Frekans Analizi

Seçenek	Kız(f)	Kız(%)	Erkek(f)	Erkek(%)	Frekans	Yüzde
A	48	22	38	19	86	21,18
B	51	24	44	22	95	23,40
C	38	18	36	18	74	18,23
D*	74	35	77	39	151	37,19

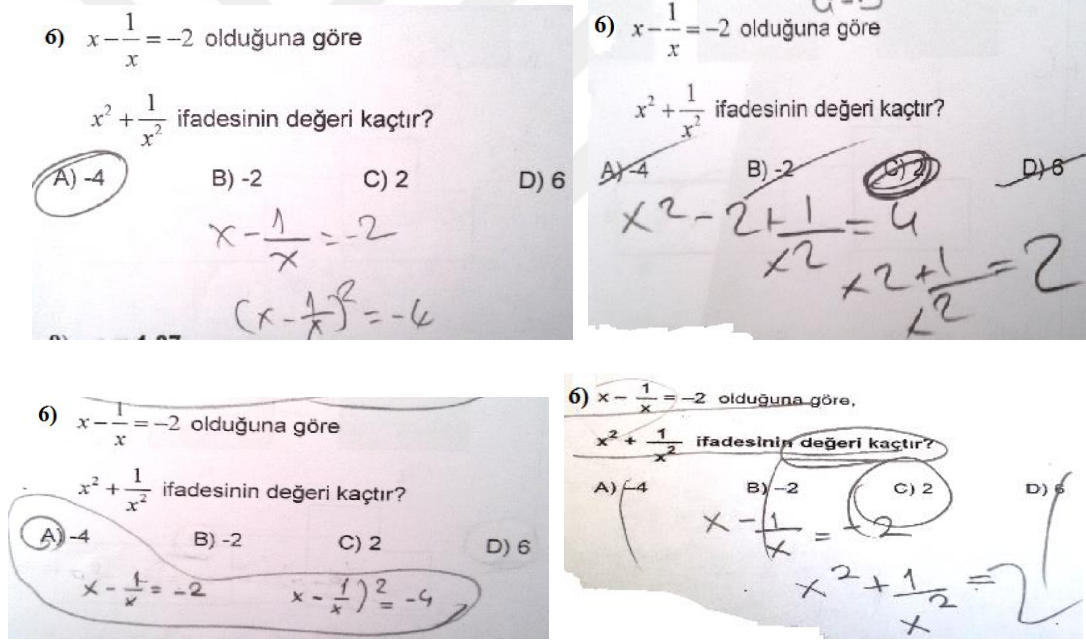
Bu soru, öğrencilerin akıl yürütme becerilerini kullanarak verilen sorunun iki terim farkı özdeşliği olduğunu anlayıp anlayamadığını belirlemek amacıyla sorulmuştur. Tablo 4.3.6 incelendiğinde D seçeneğini işaretleyen %37,19 oranındaki öğrenciler, iki terim farkının karesi toplamı özdeşliğini kullanarak sonucun 6 olduğunu bulmuşlar yani sekizinci soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. D seçeneğini %35 oranında kızlar, %39 oranında erkekler işaretlemişlerdir.

Bunun yanında A seçeneğini işaretleyenlerin oranı %21,18; B seçeneğini işaretleyenlerin oranı %23,40 ve C seçeneğini işaretleyenlerin oranı ise %18,23 olarak hesaplanmıştır. " $(a-b)^2$ " cebirsel ifadesinin karesinin " a^2+b^2 " olduğunu düşünen öğrenciler (-2) sayısının karesini -4 bulup yanlış olan A şıkkını veya (-2) sayısının 4 olarak doğru bulup özdeşlik açılımını devam ettirmemelerinden dolayı yanlış olan B şıkkını işaretlemişler olabilirler. Burda hem iki terim farkının karesi özdeşlik

kavramını yanlış yapılandırmaktan hem de negatif sayının çift kuvvetinin pozitif çıkması gerektiğini bilmediklerinden dolayı A şikkını işaretlemişlerdir.

Öğrencilerin C şikkını işaretleme nedeni iki terim farkının karesi özdeşlik açılımını gerçekleştirdikten sonra eşitliğin sol tarafında oluşan -2 sayısını eşitliğin sağ tarafına geçirirken işaret değiştirmeden geçirmesi sonucu farkı 2 olarak bulmaları olabilir. Bu soruda D seçeneğini işaretleyenlerin oranının %50'nin altında olması öğrencilerin bu soruda kavram yanılığısına düştüklerini işaret etmektedir.

Doğru cevap oranı belli bir seviyenin altında çıkmıştır, öğrenme başarısının %75' den büyük olması gerektiği (Bloom, 1998) düşünüldüğünde, yeterli başarının oluşmadığı görülmektedir. Soruya doğru cevap veremeyenlerin toplam %62,4 olduğu da gözden kaçmamalıdır. Soruyu anlayamama, işlem hatası, aşırı özelleme, özdeşlik ifadesini hatırlayamama veya bilmeme nedeniyle yanlış cevaplamalar oluşabilir.



Şekil 4.3.6. Altıncı Maddeye Ait Kavram Yanılığısı Örnekleri

6. maddede hem kız hem erkek öğrenciler tarafından doğru seçenek dışındaki diğer üç seçeneğin de işaretlenme oranları oldukça birbirine yakındır. Bu maddede öğrenciler kavram yanılığısına düşmüştür. Öğrencilerin A ve B seçeneklerini işaretleme nedeni negatif sayıların çift kuvvetinin pozitif olduğunu bilmemelerinden, C seçeneğini işaretleme nedeni ise bir tam sayıyı eşitliğin diğer tarafına geçirirken işaret değiştirmesi gerektiğini bilmemelerinden kaynaklanıyor olabilir.

7) $a = 1,37$

$b = 2,63$ olduğuna göre;

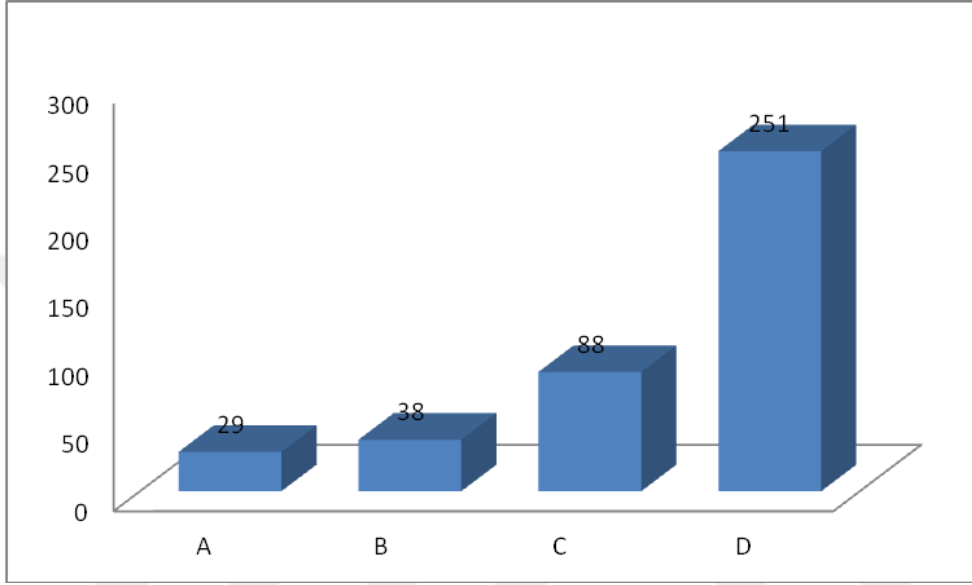
$a^2 + b^2 + 2ab$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1

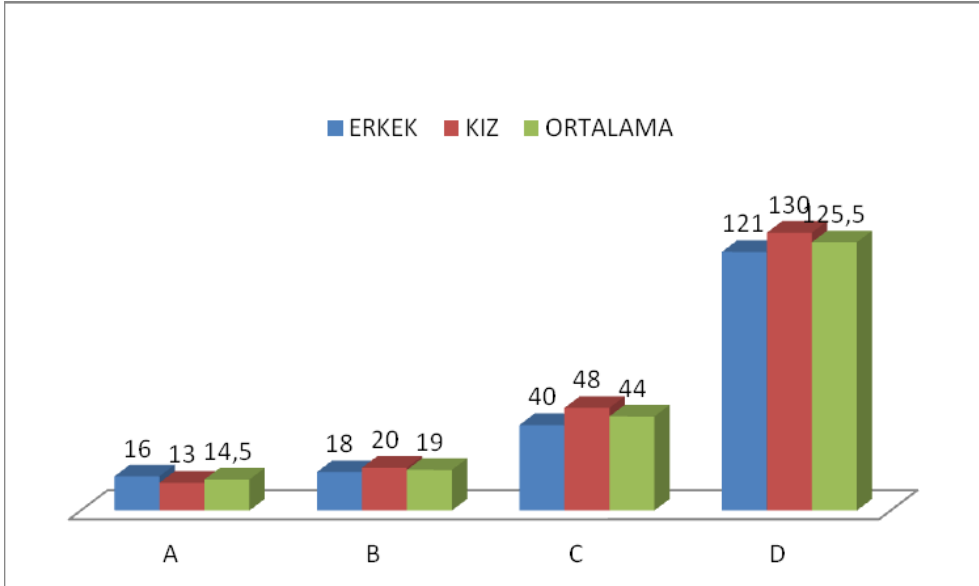
B) 2

C) 4

D) 16



Grafik 4.3.13. Yedinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği

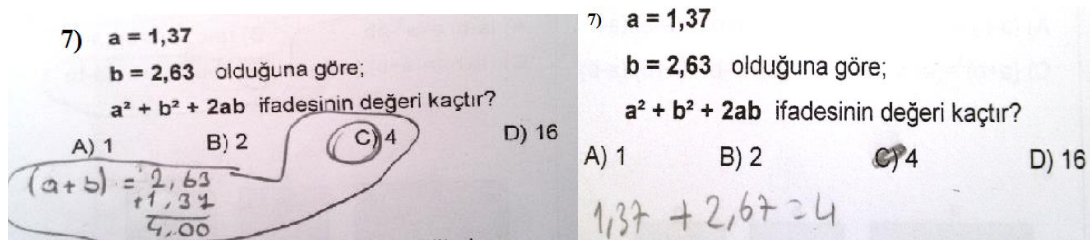


Grafik 4.3.14. 7. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği

Tablo 4.3.7.
Yedinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi

Seçenek	Kız(f)	Kız(%)	Erkek(f)	Erkek(%)	Frekans	Yüzde
A	13	6	16	8	29	7,14
B	20	9	18	9	38	9,36
C	48	22	40	20	88	21,67
D*	130	61	121	62	251	61,82

Bu soru, öğrencilerin akıl yürütme becerilerinden yararlanarak iki terim toplamı özdeşliğini soruda uygulayıp uygulayamadığını tespit etmek amacıyla sorulmuştur. Tablo 4.3.7 incelendiğinde D seçeneğini işaretleyen %61,82 oranındaki öğrenciler, verilen cebirsel ifadenin iki terim toplamının karesi özdeşlik açılımı olduğunu bilip, verilen ondalık sayıları toplayıp karesini alarak $(a+b)^2=16$ sonucunu bulup dokuzuncu soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. D seçeneğini %61 oranında kızlar, %62 oranında işaretlemişlerdir. Bunun yanında A seçeneğini işaretleyenlerin oranı %7,14; B seçeneğini işaretleyenlerin oranı %9,36 ve C seçeneğini işaretleyenlerin oranı ise %21,67 olarak hesaplanmıştır. A ve B şıklarını işaretleyen öğrenciler işlem hatası yapmaktan kalmıştır. Öğrencilerin bir kısmı ondalık sayıları toplamış fakat karesini almayı unuttukarı için işlem hatası yaparak C şikkını işaretlemiş olabilirler. Doğru cevap oranı belli bir seviyenin altında çıkmıştır, bu soruda yeterli başarının oluşmadığı görülmektedir. Soruya doğru cevap veremeyenlerin toplam %38,50 olduğu da gözden kaçmamalıdır. Soruyu anlayamama, işlem hatası, ondalık sayılarda dört işlem hatası, özdeşlik ifadesini yanlış ya da eksik yapılandırma nedeniyle öğrenciler yanlış seçenekleri işaretlemiş olabilirler.



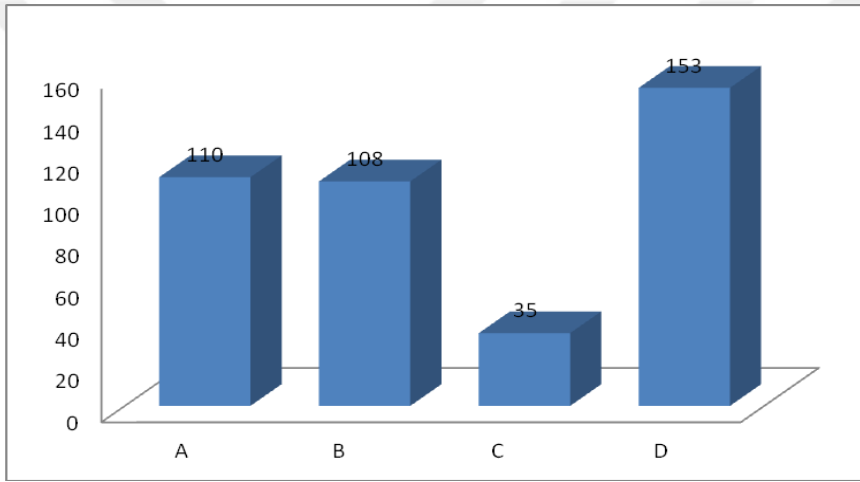
Şekil 4.3.7. Yedinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri

7. maddede "a=1,37, b=2,63 olduğuna göre $a^2+2ab+b^2$ ifadesinin değeri kaçtır?" sorusunda öğrencilerin bir kısmı, verilen cebirsel ifadeyi iki terim toplamının karesi özdeşlik açılımını kullanarak çözmeleri gerekirken, ondalık sayıların karelerini almaya çalışarak yanlış sonuçlara ulaşmışlardır.

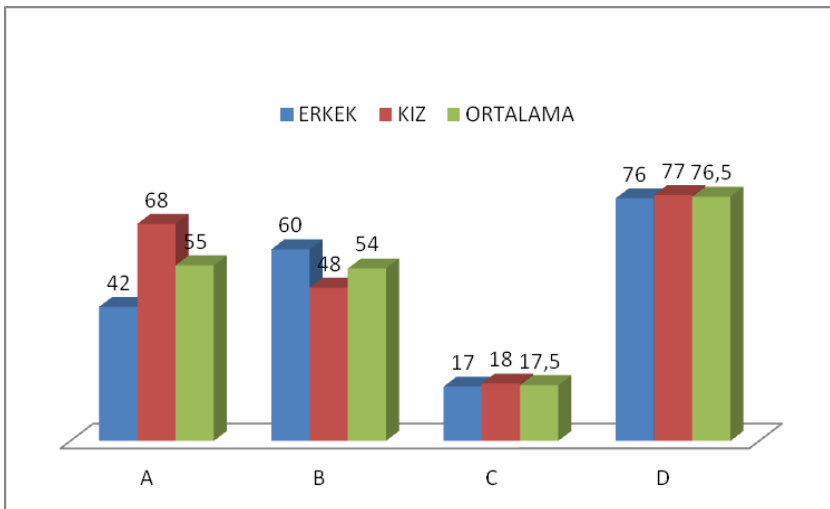
8) $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ özdeşliğinden yararlanarak yapılan,

(1001).(999) çarpımı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

- A) $10^2 - 1$ B) $10^3 - 1$
C) $10^4 - 1$ D) $10^6 - 1$



Grafik 4.3.15. Sekizinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği



Grafik 4.3.16. 8. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği

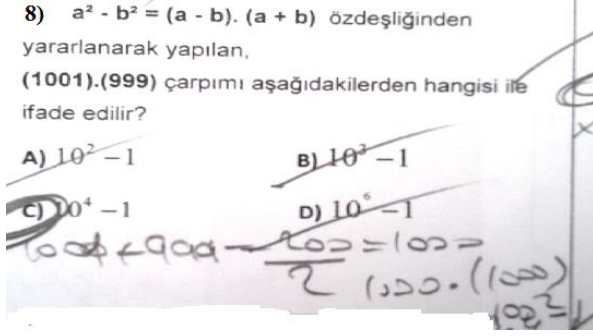
Tablo 4.3.8.
Sekizinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi

Seçenek	Kız(f)	Kız(%)	Erkek(f)	Erkek(%)	Frekans	Yüzde
A	68	32	42	21	110	27,09
B	48	22	60	30	108	26,60
C	18	8	17	8	35	8,62
D*	77	36	76	38	153	37,68

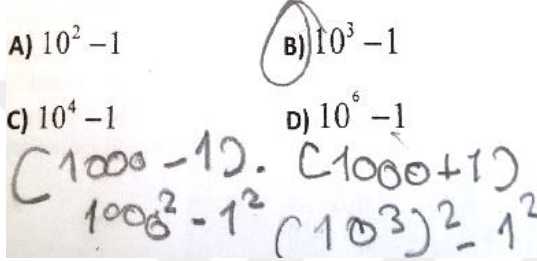
Bu madde, 8. sınıf öğrencilerinin iki kare farkı özdeşliğinden yararlanarak çarpanlara ayırma işlemini yapıp yapamadıklarını tespit etmek için sorulmuştur. Tablo 4.3.8 incelendiğinde öğrencilerin %37,68'i 1001.999 çarpımının iki kare farkı özdeşliğinden yararlanarak çarpanlarına ayırarak; $(1000-1).(1000+1)=1000^2-1^2=(10^3)^2-1=10^6-1$ olarak çözen öğrenciler D şıkkını işaretleyerek onuncu soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. D seçeneğini %36 oranında kızlar, %38 oranında erkekler işaretlemişlerdir. Bu maddede öğrencilerin yaklaşık %62'sinin " 1000^2-1 " ifadesini " 10^6-1 " şeklinde bulmaları gerekirken, sonucu yanlış yorumlayarak " 10^2-1 " ve " 10^3-1 " şıklarını işaretleyerek kavram yanılığına düşmüşlerdir.

Bunun yanında A seçeneğini işaretleyenlerin oranı %27,09; B seçeneğini işaretleyenlerin oranı %26,60 ve C seçeneğini işaretleyenlerin oranı ise %8,62 olarak hesaplanmıştır. Bu soruda A ve B seçeneğini işaretleyenlerin oranının %20'nin üzerinde olması öğrencilerin bu soruda hata ve kavram yanılığına düştüklerini işaret etmektedir. Ancak, A ve B seçeneklerini işaretleyen öğrencilerin, iki kare farkı özdeşlik açılımını yapabilmelerine rağmen 8. sınıf üslü sayıların kuvvetini yanlış aldıkları için üslü sayılar konusunda kavram yanılığına düştükleri gözlenmiştir.

Doğru cevap oranı belli bir seviyenin altında çıkmıştır, öğrenme başarısının %75' den büyük olması gerektiği (Bloom, 1998) düşünüldüğünde, yeterli başarının oluşmadığı görülmektedir. Soruya doğru cevap veremeyenlerin toplam %62 olduğu da gözden kaçmamalıdır. Soruyu anlayamama, işlem hatası, üslü sayılarda bilgi eksikliği ve iki kare farkı özdeşliği ve çarpanlara ayırma yöntemini eksik veya yanlış bilmeleri nedeniyle yanlış cevaplamalar oluşabilir.



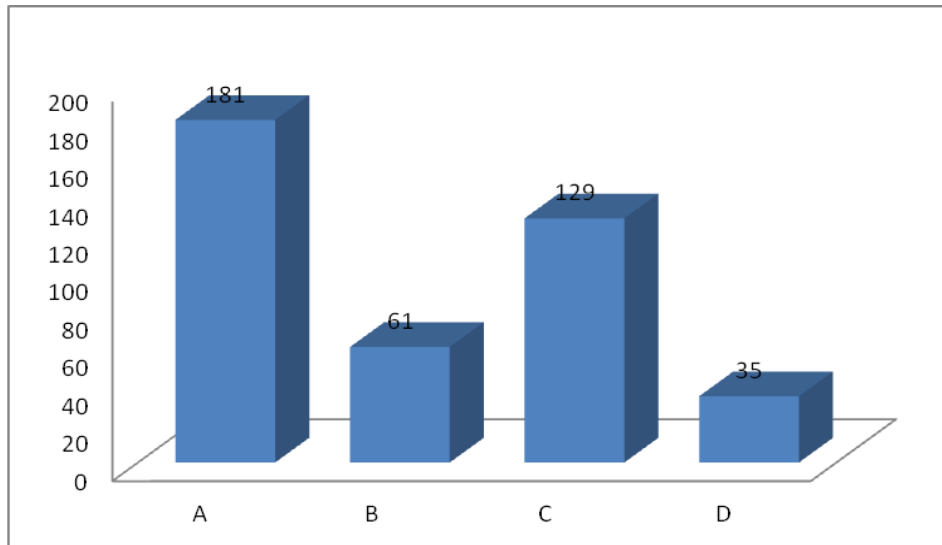
8) $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ özdeşliğinden yararlanarak yapılan, $(1001) \cdot (999)$ çarpımı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?



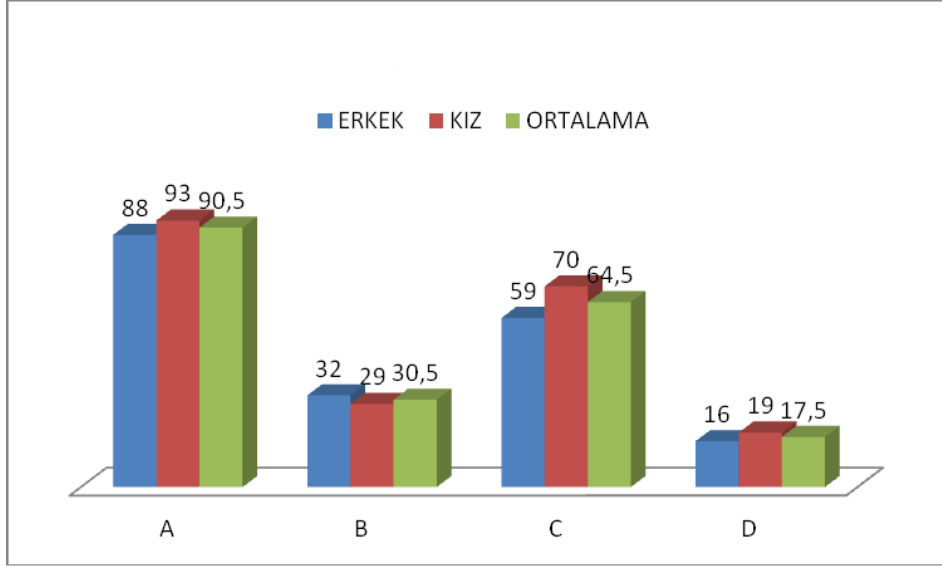
Şekil 4.3.8. Sekizinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri

9) Toplamları 6, çarpımları 3 olan iki sayının kareleri toplamı kaçtır?

- A) 30 B) 42 C) 45 D) 18



Grafik 4.3.17. Dokuzuncu Maddeye İlişkin Sütun Grafiği



Grafik 4.3.18. 9. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği

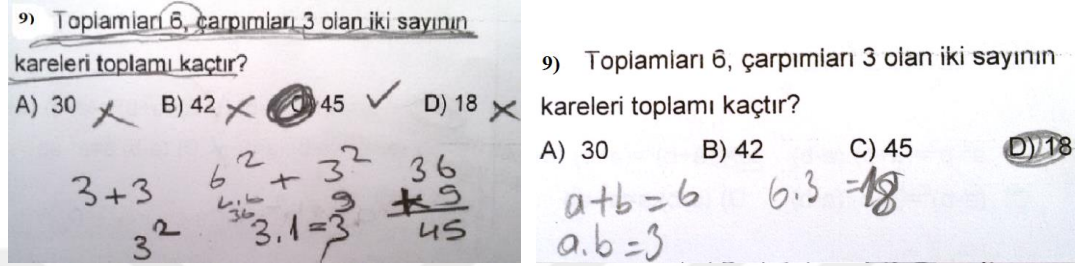
Tablo 4.3.9.
Dokuzuncu Maddeye İlişkin Frekans Analizi

Seçenek	Kız(f)	Kız(%)	Erkek(f)	Erkek(%)	Frekans	Yüzde
A*	93	44	88	45	181	44,58
B	29	13	32	16	61	15,02
C	70	33	59	30	129	31,77
D	19	9	16	8	35	8,62

Bu soru, 8. sınıf öğrencilerinin iki terim toplamının karesi özdeşliğini soruda kullanıp kullanamayacağını tespit etmek için sorulmuştur. Tablo 4.3.9 incelendiğinde öğrencilerin %44,58'i $x+y=6$ ve $x.y=3$ şeklinde oluşturdukları cebirsel ifadeleri iki terim toplamının karesi özdeşliğini uygulayarak

$(x+y)^2=6^2 \implies x^2+2xy+y^2=36 \implies x^2+6+y^2=36 \implies x^2+y^2=30$ şeklinde çözüp A şıkkını işaretleyerek dokuzuncu soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. A seçeneğini %44 oranında kızlar, %45 oranında erkekler işaretlemiştir. Bunun yanında B seçeneğini işaretleyenlerin oranı %15,02; C seçeneğini işaretleyenlerin oranı %31,77 ve D seçeneğini işaretleyenlerin oranı ise %8,62 olarak hesaplanmıştır. Ancak, öğrencilerin %31,77' si özdeşlik açılımını doğru yaptığı halde, eşitliğin sol

tarafındaki 6 rakamını eşitliğin sağ tarafına işaretini değiştirmeden 6 olarak geçirdikleri için $30+6=42$ sonucunu bularak B şıkkını işaretlemişlerdir. Bu da, öğrencilerin 7. sınıf eşitlik ve denklem konusunda işareti karşı tarafa geçirme kavramında kavram yanlışlarına sahip olduklarını göstermiştir. B ve D seçeneklerini işaretleme sebepleri işlem hatası yapmalarından kaynaklanabilir.



Şekil 4.3.9. Dokuzuncu Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri

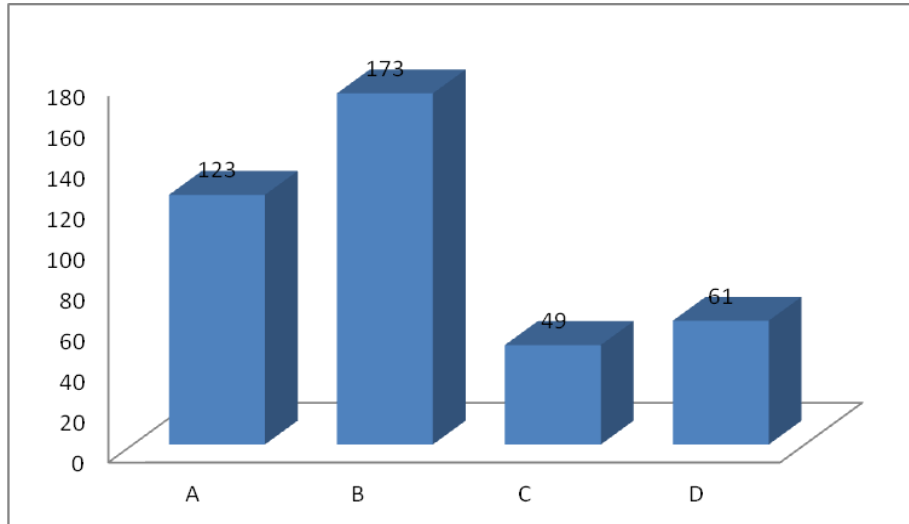
Bu maddede C seçeneğini işaretleyenlerin oranının %20'nin üzerinde olması, yanlış seçenekleri işaretleyen toplam oranın da %55,41 olması öğrencilerin bu soruda kavram yanlışısına düştüklerini işaret etmektedir. Doğru cevap oranı belli bir seviyenin altında çıkmıştır.

Öğrenme başarısının %75' den büyük olması gerektiği (Bloom, 1998) düşünüldüğünde, bu soruda yeterli başarının oluşmadığı görülmektedir. Soruya doğru cevap veremeyenlerin toplam %56 olduğu da gözden kaçmamalıdır. Soruyu anlayamama, işlem hatası, soruyu harfli ifade ile özdeşleştirememe, özdeşlik açılımını hatırlayamama veya bilmeme nedeniyle yanlış cevaplamalar oluşabilir.

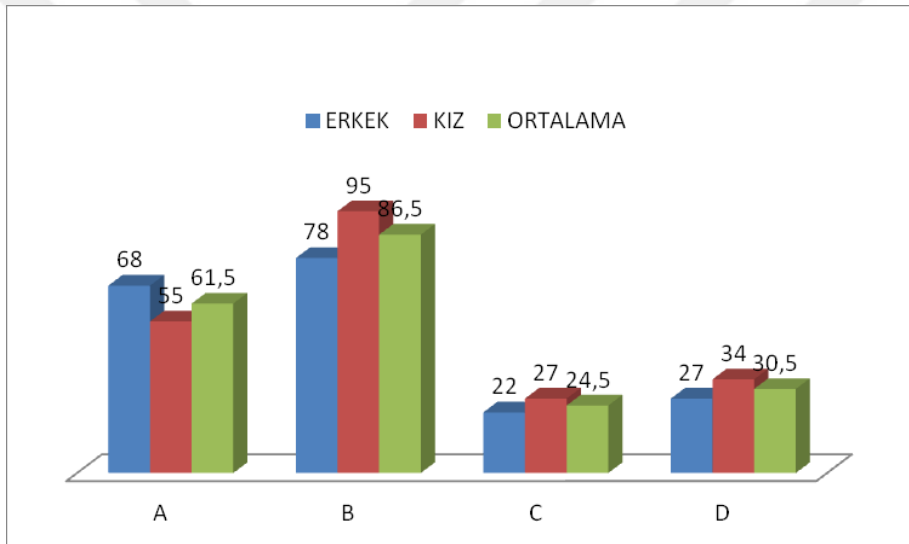
10) $(a + 2b)^2 - (a - 2b)^2 - 8ab$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -8ab B) 0 C) ab D) 8ab



Grafik 4.3.19. Onuncu Maddeye İlişkin Sütun Grafiği



Grafik 4.3.20. 10. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği

Tablo 4.3.10.
Onuncu Maddeye İlişkin Frekans Analizi

Seçenek	Kız(f)	Kız(%)	Erkek(f)	Erkek(%)	Frekans	Yüzde
A	55	26	68	34	123	30,30
B*	95	45	78	40	173	42,61
C	27	12	22	11	49	12,07
D	34	16	27	13	61	15,02

Bu soru, 8. sınıf öğrencilerinin iki kare farkı özdeşliğini, gruplandırma ve ortak çarpan parantezine alma çarpanlarına ayırma yöntemlerini kullanıp kullanmadığını belirlemek için sorulmuştur. Tablo 4.3.10 incelendiğinde öğrencilerin %42,61'i parantez içi verilen cebirsel ifadelerin iki kare farkı özdeşliği olduğunu düşünerek

$$\begin{aligned}(a+2b)^2 - (a-2b)^2 - 8ab &=? \\ &=(a+2b+a-2b).(a+2b-a+2b)-8ab \\ &=2a.4b - 8ab \\ &8ab-8ab= 0\end{aligned}$$

şeklinde çözüm yapıp doğru sonucuna ulaşmalarına rağmen; öğrencilerin bir kısmı bu özdeşlik açılımını yanlış yapılandırıklarından dolayı $a+2b$ ifadesinden $a-2b$ ifadesini çıkarıp 0 bularak $-8ab$ sonucuna ulaşmışlardır.

B seçeneğini %45 oranında kızlar, %40 oranında erkekler işaretlemişlerdir. Bunun yanında A seçeneğini işaretleyenlerin oranı %30,30; C seçeneğini işaretleyenlerin oranı %12,07 ve D seçeneğini işaretleyenlerin oranı ise %15,02 olarak hesaplanmıştır. Ancak iki kare özdeşlik açılımını yanlış öğrenen öğrenciler parantez içlerini farkını 0 bulup sonucu $-8ab$ bularak yanlış olan A seçeneğini işaretlemişleridir. Bu da, A seçeneğini işaretleyen öğrencilerin kavram yanılığına düştüğünü göstermiştir.

C ve D seçeneğini işlem hatası yapmaktan dolayı işaretlemiş olabilirler. Bu soruda A seçeneğini işaretleyenlerin oranının %20'nin üzerinde olması öğrencilerin bu soruda kavram yanılığına düştüklerini işaret etmektedir. Doğru cevap oranı belli bir seviyenin altında çıkmıştır.

Öğrenme başarısının %75' den büyük olması gerektiği (Bloom, 1998) düşünüldüğünde, yeterli başarının oluşmadığı görülmektedir. Soruya doğru cevap veremeyenlerin toplam %58 olduğu da gözden kaçmamalıdır. Soruyu anlayamama, işlem hatası, iki kare farkı özdeşliğini kullanamama nedeniyle yanlış cevaplamalar oluşabilir.

10) $(a + 2b)^2 - (a - 2b)^2 - 8ab$
ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) -8ab B) 0 C) ab D) 8ab

$$(a^2 + 4b^2) - (a^2 - 4b^2) - 8ab$$

$$a^2 + 4b^2 - a^2 + 4b^2 - 8ab$$

$$= -8ab$$

10) $(a + 2b)^2 - (a - 2b)^2 - 8ab$
ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) -8ab B) 0 C) ab D) 8ab

$$a^2 + 2b^2 - a^2 - 2b^2 - 8ab$$

Şekil 4.3.10. Onuncu Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri

10) $(a + 2b)^2 - (a - 2b)^2 - 8ab$
ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) -8ab B) 0 C) 8ab D) -4ab

$$a^2 + 4ab + 4b^2 - a^2 - 4ab + 4b^2 - 8ab$$

$$= -8ab$$

10) $(a + 2b)^2 - (a - 2b)^2 - 8ab$
ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) -8ab B) 0 C) ab D) 8ab

$$(a^2 + 4ab + 4b^2) - (a^2 - 4ab + 4b^2) - 8ab$$

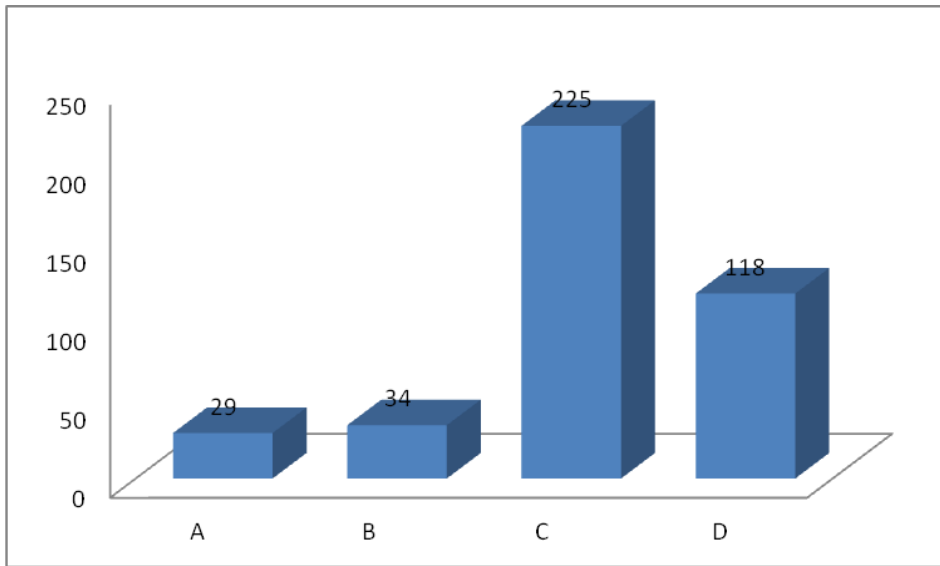
$$a^2 + 4ab + 4b^2 - a^2 + 4ab - 4b^2 - 8ab$$

$$= 8ab$$

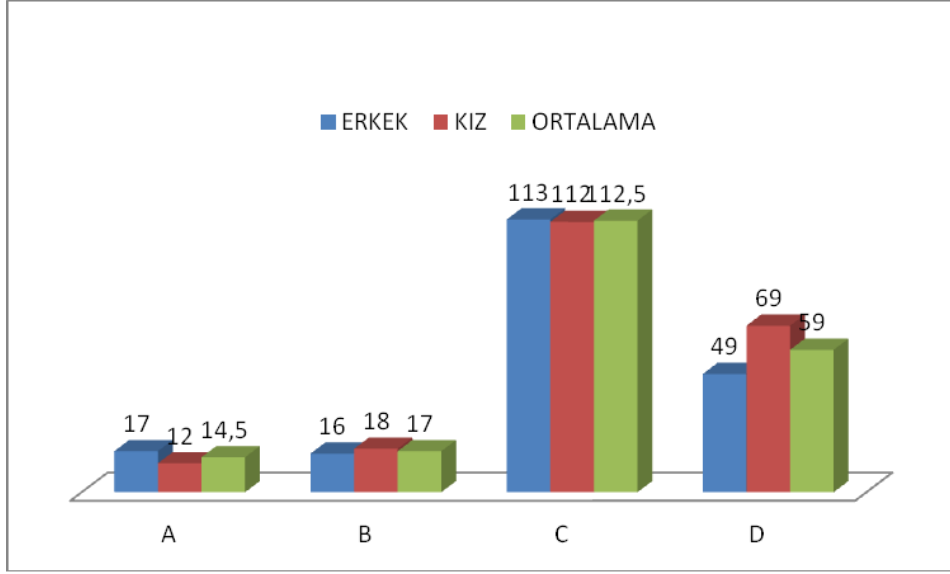
Şekil 4.3.11. Onuncu Maddeye Ait Hata Örnekleri

11) $2x^2 + x - 6$ ifadesinin çarpanlarına ayrılmış hali aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(2x - 3) \cdot (x - 6)$
- B) $(2x + 3) \cdot (x + 6)$
- C) $(2x - 3) \cdot (x + 2)$
- D) $(2x + 3) \cdot (x - 2)$



Grafik 4.3.21. Onbirinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği



Grafik 4.3.22. 11. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği

Tablo 4.3.11.
Onbirinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi

Seçenek	Kız(f)	Kız(%)	Erkek(f)	Erkek(%)	Frekans	Yüzde
A	12	5	17	8	29	7,14
B	18	8	16	8	34	8,37
C*	112	53	113	57	225	55,42
D	69	32	49	25	118	29,06

Bu madde, 8. sınıf öğrencilerinin üç terimli cebirsel bir ifadeyi çarpanlarına ayırıp ayırmadığını tespit etmek için sorulmuştur. Tablo 4.3.11 incelendiğinde öğrencilerin %55,42'si üç terimli ifadeyi çarpanlarına doğru bir şekilde ayırıp C şıkkını işaretleyerek on birinci soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. C seçeneğini %53 oranında kızlar, %57 oranında erkekler işaretlemişlerdir. Bunun yanında A seçeneğini işaretleyenlerin oranı %7,14; B seçeneğini işaretleyenlerin oranı %8,37 ve D seçeneğini işaretleyenlerin oranı ise %29,06 olarak hesaplanmıştır. Bu soruda D seçeneğini işaretleyenlerin oranının %20'nin üzerinde olması öğrencilerin bu soruda kavram yanılığına düştüklerini işaret etmektedir. A ve B şıkkını üç terimli ifadeyi çarpanlarına ayırmayı bilmeyen öğrenciler işaretlemiş olabilirler.

11) $2x^2 + x - 6$ ifadesinin çarpanlarına ayrılmış hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2x - 3) \cdot (x - 6)$

B) $(2x + 2) \cdot (x + 6)$

C) $(2x - 3) \cdot (x + 2)$

D) $(2x + 3) \cdot (x - 2)$

Handwritten work for option D: $(2x+3)(x-2) = 2x^2 + 3x - 2x - 6 = 2x^2 + x - 6$

11) $2x^2 + x - 6$ ifadesinin çarpanlarına ayrılmış hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2x - 3) \cdot (x - 6)$

B) $(2x + 2) \cdot (x + 6)$

C) $(2x - 3) \cdot (x + 2)$

D) $(2x + 3) \cdot (x - 2)$

Handwritten work for option D: $(2x+3)(x-2) = 2x^2 + 3x - 2x - 6 = 2x^2 + x - 6$

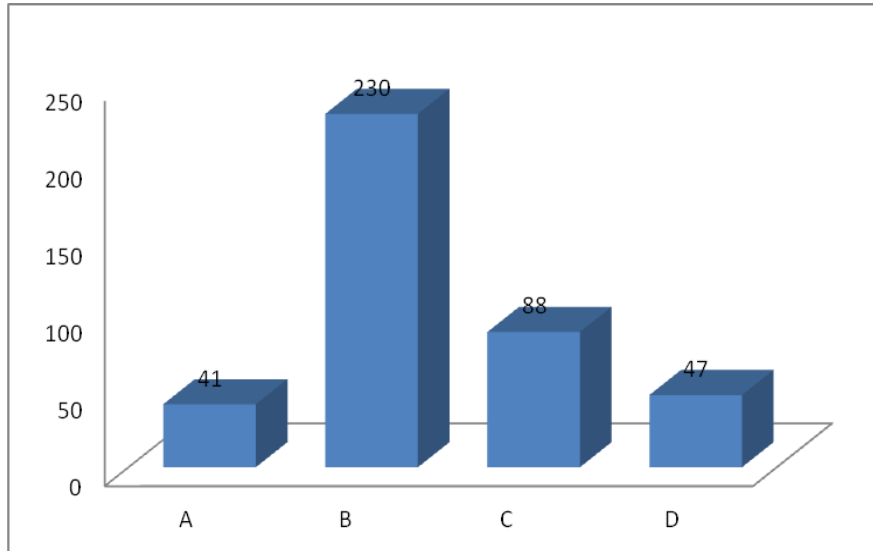
Şekil 4.3.12. Onbirinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri

Ancak, öğrencilerin %30' u, -6 sayısını -3 ve +2 şeklinde değilde +3 ve -2 şeklinde çarpanlarına ayırarak sonucu $(2x+3) \cdot (x-2)$ olarak bulup yanlış olan D şıkkını işaretlemişler olabilirler. Bu da gösteriyor ki, üç terimli ifadeyi çarpanlarına ayırırken işaretlere dikkat etmeyen öğrenciler hataya düşmüş olabilirler.

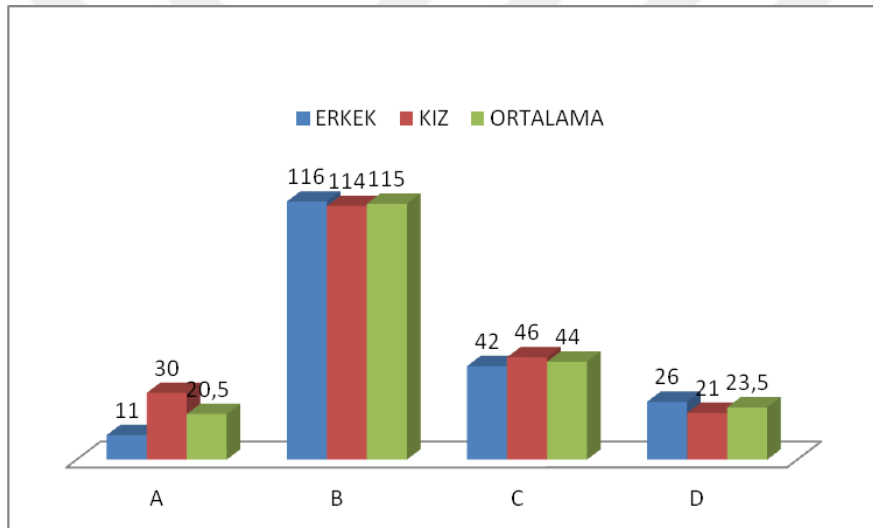
Doğru cevap oranı belli bir seviyenin üzerinde çıkmıştır. Ancak, öğrenme başarısının %75' den büyük olması gerektiği (Bloom, 1998) düşünüldüğünde, yeterli başarının oluşmadığı görülmektedir. Soruya doğru cevap veremeyenlerin toplam %44 olduğu da gözden kaçmamalıdır. Soruyu anlayamama, işlem hatası, asal çarpanlarına ayıramama ve aşırı kısıtlama nedeniyle yanlış cevaplamalar oluşmuş olabilir. Ayrıca, bu soruda bir doğal sayının asal çarpanlarına ayırma yönteminde eksik yapılanmanın var olduğu tespit edilmiştir.

12) $\frac{x^2 - 4}{2x - x^2} \cdot \frac{x^2}{x^2 + 2x}$ ifadesinin en sade eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2



Grafik 4.3.23. Onikinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği



Grafik 4.3.24. 12. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği

Tablo 4.3.12.
Onikinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi

Seçenek	Kız(f)	Kız(%)	Erkek(f)	Erkek(%)	Frekans	Yüzde
A	30	14	11	5	41	10,10
B*	114	54	116	59	230	56,65
C	46	21	42	21	88	21,67
D	21	9	26	13	47	11,58

Bu soru, 8. sınıf öğrencilerinin rasyonel cebirsel ifadeleri sadeleştirip sadeleştirmediklerini belirlemek amacıyla sorulmuştur. Tablo 4.3.12 incelendiğinde B seçeneğini işaretleyen %56,65 oranındaki öğrenciler, iki kare farkı ve ortak çarpan parantezine alma yöntemlerini kullanarak kesirlerin pay ve paydasındaki ifadeleri çarpanlarına doğru bir şekilde ayırdıktan sonra sadeleştirme yaparak sonucu -1 bulmuş ve on ikinci soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır.

B seçeneğini %54 oranında kızlar, % 59 oranında erkekler işaretlemiştir. Bunun yanında A seçeneğini işaretleyenlerin oranı %10,10; C seçeneğini işaretleyenlerin oranı %21,67 ve D seçeneğini işaretleyenlerin oranı ise %11,58 olarak hesaplanmıştır. Ancak, birinci kesrin pay ve paydasında oluşan (x-2) ve (2-x) ifadelerinin aynı olduğunu düşünerek sonucu 1 olarak sadeleştiren öğrenciler işlem hatası yaparak C şikkını işaretlemiştir.

12) $\frac{x^2-4}{2x-x^2} \cdot \frac{x^2}{x^2+2x}$ ifadesinin en sade eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

$\frac{(x-2)(x+2)}{x(2-x)} \cdot \frac{x \cdot x}{x(x+2)} = 1$

12) $\frac{x^2-4}{2x-x^2} \cdot \frac{x^2}{x^2+2x}$ ifadesinin en sade eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

$\frac{-4}{2x} \cdot \frac{1}{2x} = \frac{-4}{4x^2}$

12) $\frac{x^2-4}{2x-x^2} \cdot \frac{x^2}{x^2+2x}$ ifadesinin en sade eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

(A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

$\frac{-4}{2x} \cdot \frac{x^2}{x^2+2x}$

$\frac{-4}{2x} = 2x$

Şekil 4.3.13. Onikinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri

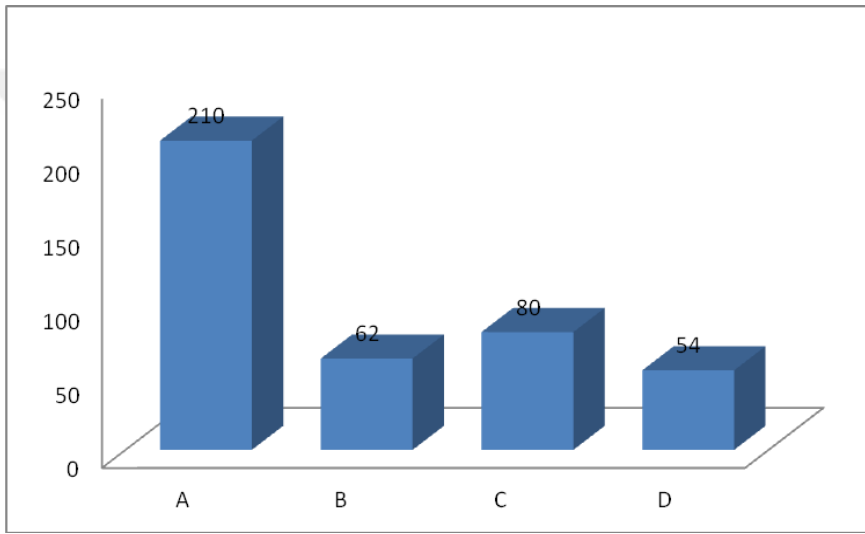
Doğru cevap oranı belli bir seviyenin üzerinde çıkmıştır. Ancak, öğrenme başarısının %75' den büyük olması gerektiği (Bloom, 1998) düşünüldüğünde, yeterli başarının oluşmadığı görülmektedir. Soruya doğru cevap veremeyenlerin toplam %43 olduğu da gözden kaçmamalıdır. Soruyu anlayamama, işlem hatası, yanlış sadeleştirme, çarpanlara ayırma yöntemlerini hatırlayamama veya bilmeme nedeniyle yanlış cevaplamalar oluşmuş olabilir.

13) $a \neq -2$ ve $a \neq 2$ olmak üzere,

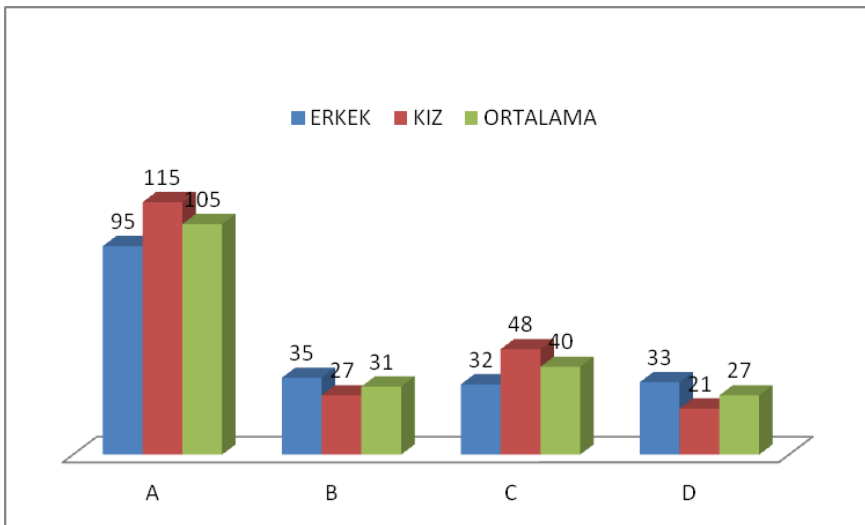
$$\left(\frac{1}{a-2} - \frac{1}{a+2}\right) \cdot (a^2 - 4)$$

ifadesi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Her a değeri için bu ifadenin değeri 4' tür.
- B) Her a değeri için bu ifadenin değeri -4'tür.
- C) Farklı a değerleri için bu ifadenin değeri de farklıdır.
- D) Bu ifadenin; a=3 için alacağı değer ile, a=5 için alacağı için değer farklıdır.



Grafik 4.3. 25. Onüçüncü Maddeye İlişkin Sütun Grafiği



Grafik 4.3.26. 13. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği

Tablo 4.3.13.
Onüçüncü Maddeye İlişkin Frekans Analizi

Seçenek	Kız(f)	Kız(%)	Erkek(f)	Erkek(%)	Frekans	Yüzde
A*	115	54	95	48	210	51,72
B	27	12	35	17	62	15,27
C	48	22	32	16	80	19,70
D	21	9	33	16	54	13,30

Bu soru, 8. sınıf öğrencilerinin rasyonel cebirsel ifadeleri sadeleştirip sadeleştirmediğini belirlemek için sorulmuştur. Tablo 4.3.13 incelendiğinde öğrencilerin %51,72'si paydaları eşitleyip sadeleştirme yaptıktan sonra sonucu 4 olarak bulmuş ve onüçüncü soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. Doğru cevap olan A seçeneğini %54 oranında kızlar, %48 oranında erkekler işaretlemişlerdir.

Bunun yanında B seçeneğini işaretleyenlerin oranı %15,27; C seçeneğini işaretleyenlerin oranı %19,70 ve D seçeneğini işaretleyenlerin oranı ise %13,30 olarak hesaplanmıştır. Bu soruda C seçeneğini işaretleyenlerin oranının %20'nin üzerinde olması öğrencilerin bu soruda kavram yanlışlığına düştüklerini işaret etmektedir. Bilinmeyen a harfine değer vererek işlemi doğru çözen öğrencilerde doğru seçenek olan A şıkkını işaretlemişlerdir. Özellikle değer verip işlemi yanlış çözen öğrenciler C şıkkını işaretlemişlerdir. Bu soruda iki kare farkı özdeşlik açılımını yapması gerektiğini bilmeyen öğrenciler $(a-2)$ ile $(a+2)$ ifadesini çarpmayı unutarak yanlış şıkları işaretlemiş olabilirler.

Bu soruya doğru cevap oranı belli bir seviyenin üzerinde çıkmıştır. Ancak, öğrenme başarısının %75' den büyük olması gerektiği (Bloom, 1998) düşünüldüğünde, yeterli başarının oluşmadığı görülmektedir. Soruya doğru cevap veremeyenlerin toplam %49 olduğu da gözden kaçmamalıdır. Soruyu anlayamama, işlem hatası, aşırı kısıtlama, cebirsel rasyonel ifadelerde paydaları eşitleyememe, özdeşlik ifadelerini çarpanlara ayırma yöntemlerini bilmeme nedeniyle yanlış cevaplamalar oluşmuş olabilir. Bu soruda C ve D seçeneklerini işaretleyenlerin

oranının %20'nin üzerinde olması öğrencilerin bu soruda kavram yanlışına düşüklerini işaret etmektedir.

13) $a \neq -2$ ve $a \neq 2$ olmak üzere,

$$\left(\frac{1}{a-2} - \frac{1}{a+2}\right) \cdot (a^2 - 4)$$

ifadesi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Her a değeri için bu ifadenin değeri 4 tür.
 B) Her a değeri için bu ifadenin değeri -4 tür.
 C) Farklı a değerleri için bu ifadenin değeri de farklıdır.
 D) Bu ifadenin; $a = 3$ için alacağı değer ile, $a = 5$ için alacağı değer farklıdır.

$$\left(\frac{1}{2-2} - \frac{1}{2+2}\right) \cdot (4-4) = \left(\frac{1}{0} - \frac{1}{4}\right) \cdot 0 = 0$$

$$\left(0 - \frac{1}{4}\right) \cdot 0 = 0$$

13) $a \neq -2$ ve $a \neq 2$ olmak üzere,

$$\left(\frac{1}{a-2} - \frac{1}{a+2}\right) \cdot (a^2 - 4)$$

ifadesi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

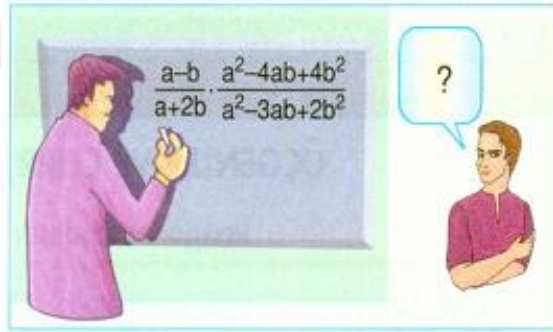
- A) Her a değeri için bu ifadenin değeri 4 tür.
 B) Her a değeri için bu ifadenin değeri -4 tür.
 C) Farklı a değerleri için bu ifadenin değeri de farklıdır.
 D) Bu ifadenin; $a = 3$ için alacağı değer ile, $a = 5$ için alacağı değer farklıdır.

$$a=3 \text{ için } \left(\frac{1}{3-2} - \frac{1}{3+2}\right) \cdot (9-4) \Rightarrow (-4) \cdot 5 = -20$$

$$a=5 \text{ için } \left(\frac{1}{5-2} - \frac{1}{5+2}\right) \cdot (25-4) = (-4) \cdot 21 = -84$$

Şekil 4.3.14. Onüçüncü Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri

14)



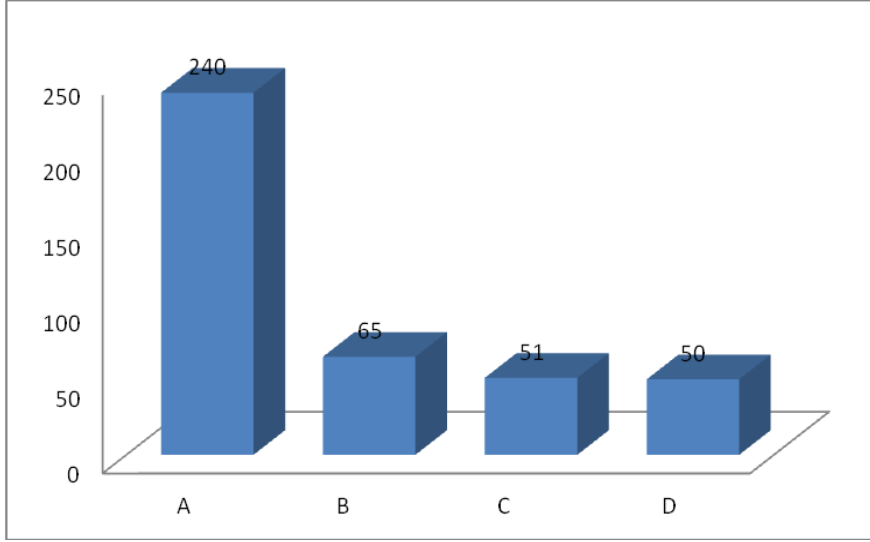
Yukarıdaki şekilde Ali, öğretmenin sorduğu ifadeye aşağıdaki cevaplardan hangisini verirse sözlüde yüz tam puan alır?
 (Doğru soru = 100 puan)

A) $\frac{a-2b}{a+2b}$

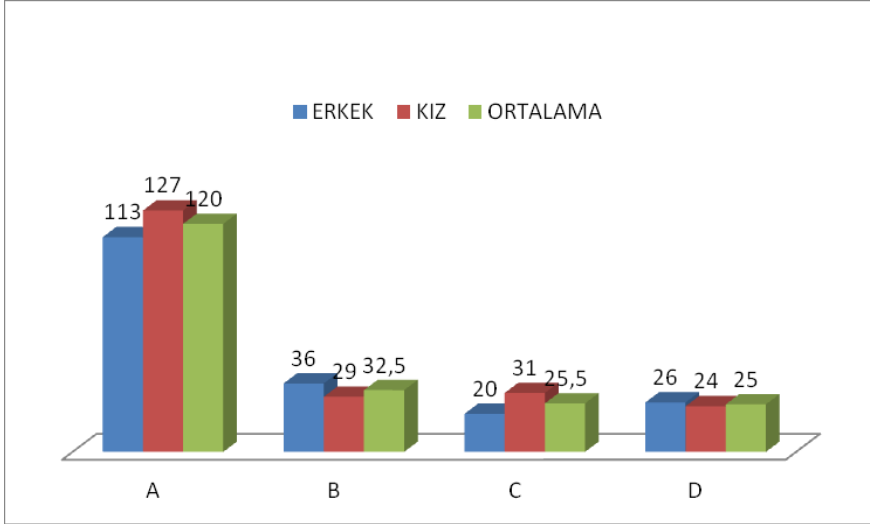
B) $\frac{a+2b}{a-b}$

C) $\frac{a+b}{a-2b}$

D) $\frac{a-2b}{a+b}$



Grafik 4.3.27. Ondördüncü Maddeye İlişkin Sütun Grafiği



Grafik 4.3.28. 14. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği

Tablo 4.3.14.
Ondördüncü Maddeye İlişkin Frekans Analizi

Seçenek	Kız(f)	Kız(%)	Erkek(f)	Erkek(%)	Frekans	Yüzde
A*	127	60	113	57	240	59,11
B	29	13	36	18	65	16,01
C	31	14	20	10	51	12,56
D	24	11	26	13	50	12,32

Bu soru, 8. sınıf öğrencilerinin çarpanlara ayırma yöntemlerini kullanarak rasyonel cebirsel ifadeleri sadeleştirip sadeleştirmediklerini belirlemek için sorulmuştur. Tablo 4.3.14 incelendiğinde öğrencilerin %59,11'i ikinci kesirde üç terimli ifadeleri çarpanlarına ayırarak ondördüncü soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. A seçeneğini %60 oranında kızlar, %57 oranında erkekler işaretlemişlerdir. Bunun yanında B seçeneğini işaretleyenlerin oranı %16,01; C seçeneğini işaretleyenlerin oranı %12,56 ve D seçeneğini işaretleyenlerin oranı ise %12,32 olarak hesaplanmıştır. Bu soruda elde edilen bulgulara göre kavram yanılığı olmadığına karar verilmiştir.

Öğrencilerin B, C ve D seçeneklerini işaretleme nedenleri ikinci kesirde verilen üç terimli ifadeleri yanlış çarpanlarına ayırmaları olabilir. Yanlış şıkkı işaretleyen öğrencilerin çoğunun üç terimli ifadeyi çarpanlarına ayırmada kavram yanılığına sahip olduğu gözlenmiştir.

Yukarıdaki şekilde Ali, öğretmenin sorduğu ifadeye aşağıdaki cevaplardan hangisini verirse sözlüde yüz tam puan alır?
(Doğru soru = 100 puan)

A) $\frac{a-2b}{a+2b}$ B) $\frac{a+2b}{a-b}$
C) $\frac{a+b}{a-2b}$ D) $\frac{a-2b}{a+b}$

$\frac{a-b}{a+2b} \cdot \frac{(a-2b)(a-2b)}{(a+2b)(a-b)} = \frac{a+2b}{a-b}$

14) $\frac{2a^2 - 4cb^2 + 4cb^2}{2a^2 - 3a^2b + 2cb^2}$

$\frac{a-b}{a+2b} \cdot \frac{a^2 - 4ab + 4b^2}{a^2 - 3ab + 2b^2}$

?

Yukarıdaki şekilde Ali, öğretmenin sorduğu ifadeye aşağıdaki cevaplardan hangisini verirse sözlüde yüz tam puan alır?
(Doğru soru = 100 puan)

A) $\frac{a-2b}{a+2b}$ B) $\frac{a+2b}{a-b}$
C) $\frac{a+b}{a-2b}$ D) $\frac{a-2b}{a+b}$

$\frac{a-b}{a+2b} \cdot \frac{(a+2b)(a-2b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{a-2b}{a+b}$

Yukarıdaki şekilde Ali, öğretmenin sorduğu ifadeye aşağıdaki cevaplardan hangisini verirse sözlüde yüz tam puan alır?
(Doğru soru = 100 puan)

A) $\frac{a-2b}{a+2b}$ B) $\frac{a+2b}{a-b}$
C) $\frac{a+b}{a-2b}$ D) $\frac{a-2b}{a+b}$

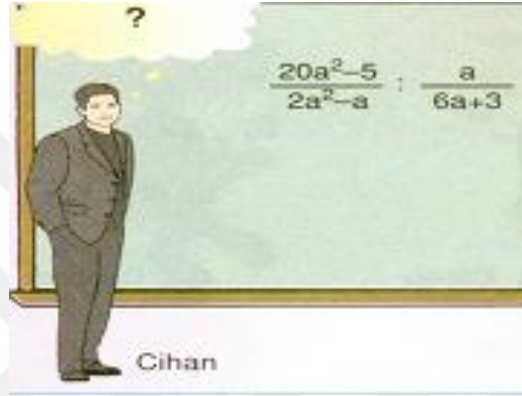
$\frac{a-b}{a+2b} \cdot \frac{(a+2b)(a+2b)}{(a-2b)(a+b)} = 1$

Cevap şıklarda yok

Şekil 4.3.15. Ondördüncü Maddeye Ait Hata ve Kavram Yanılığı Örnekleri

Doğru cevap oranı belli bir seviyenin üzerinde çıkmıştır. Ancak, öğrenme başarısının %75' den büyük olması gerektiği (Bloom, 1998) düşünüldüğünde, yeterli başarının oluşmadığı görülmektedir. Soruya doğru cevap veremeyenlerin toplam %41 olduğu da gözden kaçmamalıdır. Soruyu anlayamama, işlem hatası, çarpanlarına ayırma yöntemlerini karıştırma veya bilmeme nedeniyle yanlış cevaplamalar oluşmuş olabilir.

15)



Cihan, yukarıdaki rasyonel ifadeyi en sade hale getirmek için aşağıdaki adımları izlemiştir.

1. adım: $\frac{5(4a^2 - 1)}{a \cdot (2a - 1)} : \frac{a}{3(2a + 1)}$

2. adım: $\frac{5 \cdot (2a - 1) \cdot (2a + 1)}{a \cdot (2a - 1)} \cdot \frac{3(2a + 1)}{a}$

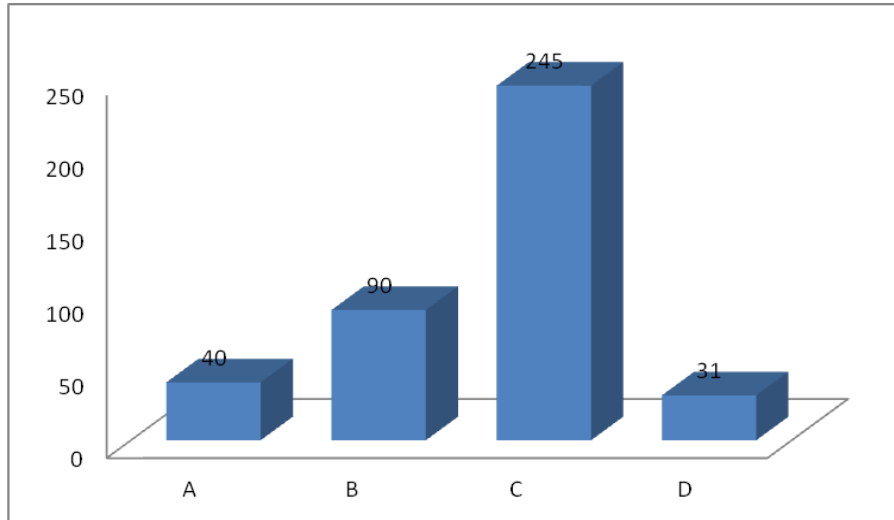
3. adım: $\frac{5}{a} \cdot \frac{3}{a}$

4. adım: $\frac{15}{a^2}$

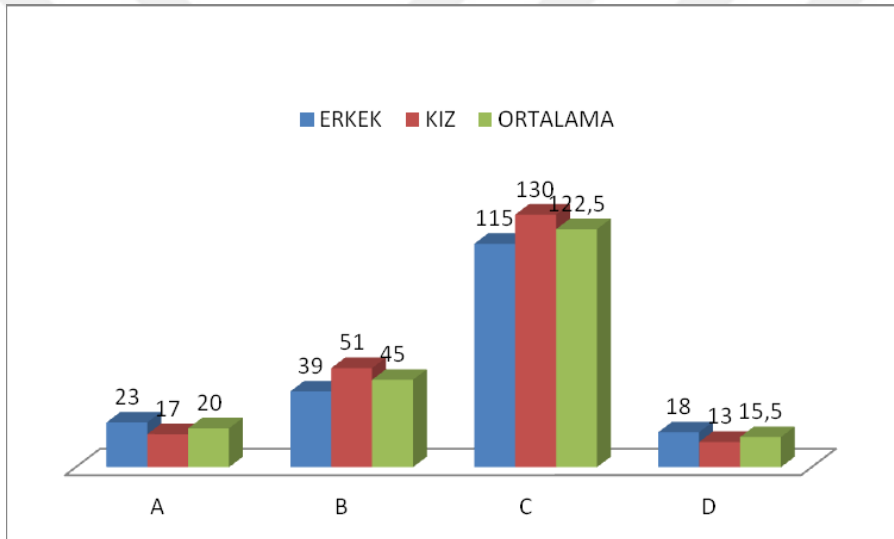
Buna göre Cihan, ilk hatayı kaçınıcı adımda yapmıştır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Bu soru, 8. sınıf öğrencilerinin rasyonel cebirsel ifadeleri sadeleştirip sadeleştiremediklerini belirlemek için sorulmuştur.



Grafik 4.3.29. Onbeşinci Maddeye İlişkin Sütun Grafiği



Grafik 4.3. 30. 15. Maddenin Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin Sütun Grafiği

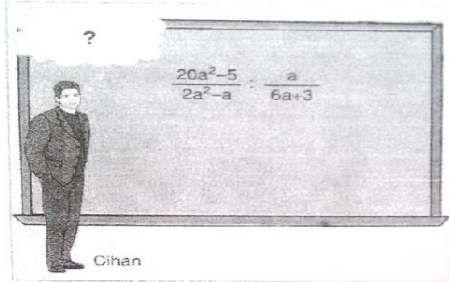
Tablo 4. 3. 15.
Onbeşinci Maddeye İlişkin Frekans Analizi

Seçenek	Kız(f)	Kız(%)	Erkek(f)	Erkek(%)	Frekans	Yüzde
A	17	8	23	11	40	9,85
B	51	24	39	20	90	22,17
C*	130	61	115	58	245	60,34
D	13	6	18	9	31	7,64

Tablo 4.3.15 incelendiğinde öğrencilerin %60,34'ü onbeşinci soruyu doğru olarak yanıtlamışlardır. Bunun yanında A seçeneğini işaretleyenlerin oranı %9,85; B seçeneğini işaretleyenlerin oranı %22,17 ve D seçeneğini işaretleyenlerin oranı ise %7,64 olarak hesaplanmıştır. C seçeneğini %61 oranında kızlar, %58 oranında erkekler işaretlemiştir.

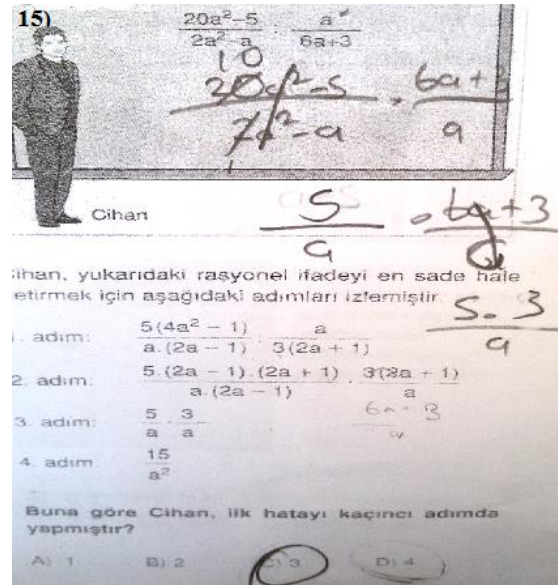
Bu soruda B seçeneğini işaretleyenlerin oranının %20'nin üzerinde olması öğrencilerin bu soruda kavram yanlışlığına düştüklerini işaret etmektedir. Bu soruda öğrencilerin %60'ı iki kare farkı özdeşliğinden yararlanarak $(4a^2-1)$ ifadesini $(2a-1)(2a+1)$ şeklinde çarpanlarına ayırarak, pay ve paydada oluşan $(2a-1)$ ifadelerini sadeleştirip, ikinci kere de ters çevirip çarparak doğru sonuca ulaşmışlardır. Ancak, ikinci kesri ters çevirmeyi uygulamayan öğrenciler yanlış seçenek olan B şikkını işaretlemiştir. Burda, 7. sınıf rasyonel sayılarda bölme işlemi ve iki kare farkı özdeşlik açılımını yanlış yapan öğrenciler kavram yanlışlığına sahiptirler. A şikkını işaretleyen yani birinci adımda yanlış olduğunu düşünen öğrenciler ortak çarpan parantezine alma yöntemini öğrenenememiştir denilebilir. B şikkını işaretleyen yani 2. adımda hata olduğunu düşünen öğrenciler rasyonel sayılarda bölme işleminde ikinci kesrin ters çevrilmesi gerektiğini unutmuş ya da bilmiyor denilebilir.

15)



5 Cihan, yukarıdaki rasyonel ifadeyi en sade hale getirmek için aşağıdaki adımları izlemiştir

1. adım: $\frac{5(4a^2-1)}{a(2a-1)} \cdot \frac{a}{3(2a+1)}$
 2. adım: $\frac{5 \cdot (2a-1) \cdot (2a+1)}{a(2a-1)} \cdot \frac{3(2a+1)}{a}$
 3. adım: $\frac{5 \cdot 3}{a \cdot a} \cdot \frac{5(4a^2-1) \cdot a}{3(2a+1)}$
 4. adım: $\frac{15}{a^2} \cdot \frac{5(2a-1)(2a+1) \cdot 1}{3(2a+1)}$
- Buna göre Cihan, ilk hatayı kaçınıcı adımda yapmıştır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4



Şekil 4.3.16. Onbeşinci Maddeye Ait Kavram Yanılgısı Örnekleri

Cihan, yukarıdaki rasyonel ifadeyi en sade hale getirmek için aşağıdaki adımları izlemiştir.

1. adım: $\frac{5(4a^2 - 1)}{a \cdot (2a - 1)} \cdot \frac{a}{3(2a + 1)}$

2. adım: $\frac{5 \cdot (2a - 1) \cdot (2a + 1) \cdot 3(2a + 1)}{a \cdot (2a - 1) \cdot a}$

3. adım: $\frac{5 \cdot 3}{a \cdot a} \cdot \frac{5 \cdot (2a - 1) \cdot (2a + 1) \cdot 3 \cdot (2a + 1)}{a \cdot (2a - 1) \cdot a}$

4. adım: $\frac{15}{a^2} \cdot \frac{5 \cdot 3}{a \cdot a}$

Buna göre Cihan, ilk hatayı kaçınıcı adımda yapmıştır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Cihan, yukarıdaki rasyonel ifadeyi en sade hale getirmek için aşağıdaki adımları izlemiştir.

1. adım: $\frac{5(4a^2 - 1)}{a \cdot (2a - 1)} \cdot \frac{a}{3(2a + 1)}$

2. adım: $\frac{5 \cdot (2a - 1) \cdot (2a + 1) \cdot 3(2a + 1)}{a \cdot (2a - 1) \cdot a}$

3. adım: $\frac{5 \cdot 3}{a \cdot a}$

4. adım: $\frac{15}{a^2}$

Buna göre Cihan, ilk hatayı kaçınıcı adımda yapmıştır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Şekil 4.3.17. Onbeşinci Maddeye Ait Doğru Cevap Yanlış Çözüm Örnekleri

Doğru cevap oranı belli bir seviyenin üzerinde çıkmıştır. Ancak, öğrenme başarısının %75' den büyük olması gerektiği (Bloom, 1998) düşünüldüğünde, yeterli başarının oluşmadığı görülmektedir. Soruya doğru cevap veremeyenlerin toplam %39 olduğu da gözden kaçmamalıdır. Soruyu anlayamama, işlem hatası, rasyonel sayılarda bölme kuralını bilmeme, çarpanlarına ayırma yöntemlerini karıştırma ya da yanlış bilme nedeniyle yanlış cevaplamalar oluşabilir.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu araştırma, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki kavram yanlışlarını belirlemek ve bu kavram yanlışlarına yönelik çözüm önerileri sunmak amacıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın bu bölümünde alt problemlere ait bulgular yardımıyla ulaşılan sonuçlar, tartışma ve sonuçlara yönelik öneriler bulunmaktadır.

5.1. Sonuçlar ve Tartışma

Araştırmanın alt problemlerinden elde edilen bulgulara dayanılarak ulaşılan sonuçlar bu bölümde sunulmakta ve tartışılmaktadır.

Çalışmaya katılan 8. sınıf öğrencilerinin bir kısmında kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Bu sonuç, araştırmalarda “Değişik okul ve sınıf düzeylerinde öğrencilerin denklem kurma ve çözüme, eşitsizlik kavramı, değişken kavramı, cebirsel ifadelerin kullanımı ve cebirsel problem çözüme gibi birçok cebirsel kavram ve yöntemle ilgili güçlükleri, ortak hataları ve temel yanlışlarının olduğu” (Baki, 1999; Baki ve Kartal, 2004; Booth, 1984, 1988; Dede ve Peker, 2007; English ve Halford, 1995; Herscovics, 1989) sonucu ile paralellik göstermektedir.

Çalışmaya katılan 8. sınıf öğrencilerinin büyük çoğunluğu “Özdeşlik” tanımına yönelik sorularını doğru yanıtlamışlardır. Bu sonuç, “kavramlar yeterli düzeyde öğrenilir ve öğretilirse bireylerin matematik başarısı buna paralel olarak artar (Baki, 1998)” sonuçları ile paralellik göstermektedir.

Özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konularını öğrenirken öğrencilerin çoğunluğunda; 6. sınıf ve 7. sınıf cebirsel ifadeler, denklemler, üslü sayılar, rasyonel sayılar ve temel aritmetik bilgilerinin eksikliği görülmektedir. Sayılarla ilgili işlem önceliği, üs alma, rasyonel sayılarda dört işlem ve sadeleştirme, cebirsel ifadelerde eşitliğin korunumu ilkesinin iyi yapılandırılmamış olması, öğrencilerin özdeşlikler ve

çarpanlara ayırma ile ilgili soruların çözümünde yanlışlıklar yapmalarına neden olmuş olabilir.

Yenilmez ve Avcu' nun (2009) ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeylerini belirlemek amacıyla yaptıkları çalışmanın sonucunda, öğrencilerin eşitliğin gösterimi ve korunumu sorularında problem yaşamadığı ancak denklem kurma ve kurulan denklemi çözme problemlerinde zorluk çektikleri gözlenmiştir. Benzer bir durum bu çalışmada da 8. sınıf düzeyinde görülmüştür.

Özdeşlik ifadelerinin bağımsız olarak uygulandığı sorulara doğru cevap verenlerin oranı, yorumlama sorularına veya ön şart bilgilerinin kullanılacağı sorulara doğru cevap verenlerin oranından fazladır. Özdeşlik ile denklemi ayırt etmeleri bir diğer kazanım olarak program içinde yer almaktadır. Öğrencilerin büyük bir kısmı denklem ile özdeşlik tanımlarını iyi yapılandırdıklarından dolayı doğru seçenekleri işaretlemişlerdir. Benzer sonuca Şan (2008)' de yaptığı çalışmasında deney ve kontrol grubu arasında özdeşlik ile denklem farkını ayırt etme noktasında farklılık olmadığını tespit ederek ulaşmıştır.

6., 7., 8., 9., ve 10. sorularda öğrenciler %50 başarının altında kalmışlardır. Bu sorular, özdeşlik ve çarpanlara ayırma yöntemlerini kullanarak üst düzeyde bilişsel düşünme gerektiren sorulardır. Özellikle cebirsel ifadeleri sadeleştirme yöntemi ile verilen sorularda da bir hayli zorlanmışlardır. Öğrencilerin, doğrudan tanımı istenen soruları çözebilirken, ekstra düşünme gerektiren soruları cevaplayamadıkları ortaya çıkmıştır.

Öğrencilerin cebirsel ifadelerde parantez içeren sorularda doğru cevaplama zorlandıkları görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin aritmetik işlemlerdeki kuralların cebirsel ifadelere aktarımı konusunda problem yaşadıklarını göstermektedir. Bulunan bu sonuç Akkaya ve Durmuş' un (2006) 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileriyle kavram yanlışlarını inceledikleri çalışmalarındaki bulgularla paralellik göstermektedir.

Araştırmada dikkat çeken diğer bir nokta ise, 8. sınıf öğrencilerinin hala ilköğretim birinci kademedeki alıştıkları yöntem (denklem kurmadan işlem yapma veya değer vererek işlem yapma) ile soruları cevaplamaya çalışmakta, mantık yürüterek veya muhakeme yaparak yeni çözüm yöntemlerini kullanamamalarıdır.

Bunun nedeni, harfli ifadeleri nasıl kullanacaklarını bilmemeleri veya değişkenlerin kullanımlarına göre birden fazla anlamının olduğu olabilir.

Kavram yanılgıları çalışmaları incelendiğinde, kavram yanılgıları ve hataların cinsiyete göre farklılık gösterdiğini belirten çalışmaların (Dane, 2008; Karaer, 2007) yanı sıra farklılık oluşmadığını gösteren çalışmalar da (Yılmaz, 2007; Yenilmez ve Yaşa, 2008) bulunmaktadır. Araştırmaya katılan öğrencilerin kavram yanılgıları ve hatalarının cinsiyete göre anlamlı bir farklılık göstermediği belirlenmiştir. Bu sonuç Yılmaz (2007), Yenilmez ve Yaşa'nın (2008) araştırmalarında tespit ettikleri cinsiyet faktörünün öğrencilerin kavram yanılgılarında etkili olmadığı sonucu ile örtüşmektedir. Bu çalışmada da kız öğrenciler testteki daha çok soruyu doğru cevaplandırmış, ancak kavram yanılgılarına düşme bakımından kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı bir farklılık görülmemektedir, çünkü bu farklılık istatistiksel olarak anlamlı olacak düzeyde değildir. Kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre matematik başarılarının düşük olduğunu gösteren araştırmalar (Cohen, Manion ve Morrison, 1998; Lorenz ve Lupart, 2001; Stone, 2001) bulunmasına rağmen, kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre daha başarılı olduğunu gösteren araştırmalar da (Linn ve Kessel, 1996) vardır. Birgin ve Gürbüz (2009) matematik öğrenmede cinsiyetin önemli bir etken olmadığı ve erkek öğrencilerin kızlardan daha başarılı olduğu düşüncesinin yanlış olduğunu ortaya koyan pek çok araştırma (Fan, Chen ve Matsumoto, 1997; Hyde, Fennema, ve Lamon, 1990) bulunduğunu belirtmektedir. Dursun ve Dede (2004) de araştırmalarında öğrencilerin matematik başarısında cinsiyetin etkili bir faktör olmadığını ortaya çıkarmıştır (Duman, 2006).

Matematik dersi başarı düzeyi yüksek olan katılımcıların alan bilgileri gibi cebirsel ifadelerle işlem bilgilerinin de pekiştiği söylenebilmektedir. Benzer şekilde ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin olasılık bilgisini oluşturma ve pekiştirme sürecinin Katrancı ve Altun (2013) çalışmalarında, matematik başarısı yüksek olan katılımcılar olasılık konusu ile ilgili soyutlanması beklenen bilgi yapılarının basitten karmaşığa doğru birçok formunu ürettikleri gözlenmiştir. Dolayısıyla, olasılık konusu ile ilgili bilgi yapılarında bir derinleşme (Dreyfus ve ark., 2006) olduğundan söz edilebilir. Ayanoğlu (2012) çalışmasında, matematik başarısı yüksek olan katılımcıların birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisi

oluşturma sürecinde daha hızlı ilerlediklerini ve kullanma basamağındaki eksikliklerini diğer grup üyelerine göre daha hızlı bir şekilde giderdikleri sonucuna ulaşmıştır. Benzer bir durum da bu araştırmada ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin matematik düzeyi arttıkça kavram yanlışları testinden aldıkları puanların da arttığı belirlenmiştir. Başka bir ifadeyle öğrencilerin matematik düzeyi arttıkça kavram yanlışısına daha az düştükleri söylenebilir.

Özellikle cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırma sorularında öğrencilerin bir kısmı özdeşlik açılımlarını kullanamamaktan dolayı hata yapmışlardır. Öğrencilerin bir kısmında işlemsel bilgide zorlanmadıklarından dolayı soruları doğru çözmüş, fakat buldukları sonuçları yorumlayamayıp yanlış seçeneği işaretlemişlerdir. Çoğu öğrencinin doğru sonuca ulaşamamaları ve buldukları sonuçları yorumlayamamaları muhakeme güçlerinin zayıf olduğunu göstermiştir.

Araştırmada elde edilen bir diğer sonuç da öğrencilerin bir kısmı, verilen modellemelerin $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ ve a^2-b^2 özdeşlik ifadesi olduğunu derste öğrenmelerine rağmen, modelleme sorularında özdeşliklerin açılımlarını şekillerle eşleştirememişlerdir. Bu da, 6. sınıf bilgisi olan çarpmanın toplama ve çıkarma üzerine dağılma özelliğinin öğreniminde görülen eksikliktir. Parantez içi harfli ifadelerin karesi alınırken, örneğin $(xy)^2 = x^2.y^2$ olması öğrencilerin bu sonuca dayanarak aşırı genelleme yaparak “ $(x+y)^2$ ” ve “ $(x-y)^2$ ” şeklindeki bir cebirsel ifadenin özdeşini bulurken sırasıyla “ x^2+y^2 ” ve “ x^2-y^2 ” şeklinde eşitlik içeren seçenekleri işaretlemeleri hem cebirsel olarak hem de geometriksel olarak ispatlama yapamadıklarını göstermiştir. Bu sonuç, “Matematiksel modeller, öğrenme sürecinde bilişsel yapıların oluşmasını kolaylaştırıp, öğrencilerin gerekli matematiksel bilgi ve becerilerini gerçek hayat problemlerine uygulayabilme davranışını kazanmalarını hızlandırır (M.E.B, 2005, s. 6)” sonucu ile paralellik göstermektedir.

Öğrencilerin cebirsel ifadelerde eşitliğin korunumu ilkesi kullanılarak yapılması gereken soruları doğru cevaplayamadıkları da görülmüştür. Bulunan bu sonuç Akkaya ve Durmuş' un (2006) 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileriyle kavram yanlışlarını inceledikleri çalışmalarındaki bulgularla paralellik göstermektedir.

Sadeleştirme kavramı cebirsel işlemler sisteminin vazgeçilmez bir sürecidir (Moses, 1971). Sadeleştirme, matematik öğretim programlarında çeşitli konular

içerisinde öğrencilerin sıklıkla karşılaştıkları bir kavramdır. Uzun olan bazı işlemlerin daha kısa hale getirilmesi yani ifadeyi daha kolay okunabilir hale getirmek için de sadeleştirme yapılmaktadır (Delil, 2014). Bu çalışmanın bulguları incelendiğinde cebirsel ifadelerin sadeleştirilmesi sorularında öğrencilerin soruyu çözmeye çalıştıkları ve yüksek oranda yanlış cevaba ulaştıkları görülmektedir.

Öğrencilerin çözümlerde yaptıkları hataların özellikle dört işlem olduğu ya da gereken ilgili cebirsel özdeşliği kullanamadıkları görülmüştür. Bunun da sebebi öğrencilerin özdeşlik açılımlarını ve çarpanlara ayırma yöntemlerini hatırlayamaması ya da hatırladığı halde o süreçte nasıl kullanacağını farkında olamamasından kaynaklanabilir. Öğrencilerin yanlış seçenekleri işaretleme nedenleri ön öğrenme eksiklikleri, hazırbulunuşluk düzeyindeki yetersizlikler, bilişsel strateji eksikliği, formülleri anlayamamaları, konunun soyut oluşu, konuyu tam kavrayamayışları, öğrenci performans eksikliği ve motivasyon eksikliği, ön yargı ve matematikten korkmaları veya sürenin yetersizliği olabilir.

Son olarak, ilköğretim ikinci kademede ve ortaöğretimde matematik derslerinin anlaşılması en zor konularından biri olan "özdeşlikler ve çarpanlara ayırma" konularında aslında kavramla ilk karşılaşılan dönem olan ortaokul yıllarında problem teşkil etmeye başladığı görülmektedir. Bu da araştırma konusu olarak seçilen cebirsel ifadeler kavramının doğru tercih olduğunu göstermektedir. Ayrıca, öğrencilerin temelde eksik olan bilgileri ve kavram yanılgıları zamanında düzeltilmezse, ortaöğretime geçince başarı oranının olumsuz yönde etkilenmesi muhtemeldir.

5.2. Öneriler

Araştırmadan elde edilen bulgulara ve sonuçlara dayanarak aşağıdaki öneriler sunulmaktadır.

1. Öğretmenler, öğrencilerin kavramları kendilerinin zihinlerinde yapılandırmaları için, onların zihinsel becerilerini geliştirebilecekleri ortamlar hazırlamalı ve rehberlik yapmalıdır. Sınıfta uygulanacak etkinlikler, öğrencilerin analiz, sentez, değerlendirme, ilişkilendirme, sınıflandırma, genelleme ve sonuç çıkarma gibi üst düzey matematiksel düşünme becerileri kazanmalarına yönelik olmalıdır.

2. Matematiksel kavramlar genel olarak soyuttur, bu yüzden kavramları öğretirken mümkün olduğunca araç-gereçler kullanılarak somutlaştırılmalıdır. Gerçek yaşam durumlarına uygun etkinliklerle konuya giriş yapılabilir. Fatih projesi kapsamında etkileşimli tahtalara uygun etkinlikler seçilebilir ve ders kitaplarına konulabilir. Ayrıca, cebir karoları, akıllı tahtalar ve bilgisayar destekli matematik programları kullanılarak derse görsellik katarak kavramlar somut hale getirilmeye çalışılmalıdır.

3. Cebirsel ifadeler öğretiminde grup çalışmasına önem verilmelidir. Okullarda bireysel öğrenme ortamı değil birlikte öğrenme ortamı oluşturulmalıdır. Böylece; öğrencilerin konuyu daha kolay anlaması sağlanacak, öğrenme hızı artacak ve ilişkisel öğrenme gücü gelişecektir.

4. Öğretim esnasında kavrama yönelik örnekler verildiği gibi kavrama örnek olmayanların da verilmesi (Ünal, 2008), kavramın öğrenci zihninde daha iyi yapılandırılmasını sağlayacaktır. Bir kavramın öğrenilmiş olması için birey kavramı kendi cümleleri ile açıklayabilmeli ve kavrama ile ilgili örnekler verebilmelidir (Gagne, 1977). Öğretim süreci öğrencilerin kavramları ifade etmeleri ve örnekler verebilmelerine olanak sağlayacak şekilde düzenlenmelidir. Öksüz' ün (2010) belirttiği gibi matematiksel kavramlar soyut olmaları nedeniyle örneklendirme daha fazla önem kazanmaktadır.

5. Özdeşliklerle ve çarpanlara ayırma ile ilgili üst düzey düşünme gerektiren sorulardaki yanılığın bir nedeni de öğrencilerin, ön-şart bilgilerindeki eksikliklerdir. Bu eksikliklerin tamamlanması için; özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konularının öğretime başlamadan, öğrencilerin daha önce öğrenmiş olmaları

gereken cebirsel ifadeler ile ilgili bilgi ve becerilerini kontrol etmek ve ön öğrenmelerdeki eksiklikleri tespit etmek gerekmektedir.

6. Özdeşlik ve çarpanlara ayırma konusu anlatılmadan önce mutlaka 6. ve 7. sınıflardaki cebirsel ifadeler ünitesindeki örüntüler ve denklemler konuları hatırlatma amaçlı kısa bir tekrar edilmelidir.

7. Özdeşlik açılımları direkt ezberletilmek yerine elde edilmiş yolları verilerek anlatılmalıdır. Özdeşlik modellemeleri sınıf ortamında cebir karolarından yararlanılarak anlatılmalıdır. Özdeşlikler öğretiminde, öğrencilerin önce özdeşlik ve denklem kavramlarını tam olarak öğrenmelerini, sonra sorularda ve problemlerde bu özdeşlik açılımlarını kullanabilmelerini sağlayacak öğretim metotları geliştirilmelidir. Tamsayılar, üslü sayılar, rasyonel sayılar konularında öğrencilerin eksiklikleri tamamlanabilir.

8. Maddeleri yanlış işaretleyen ya da yanlış çözüm yapan öğrencilerin neden bu şekilde cevap verdikleri araştırılabilir ve bu kazanımlara yönelik etkinlikler yaptırılabilir.

9. Öğrencilerin sadeleştirme süreçlerinin arkasında yatan sebepleri ortaya çıkarabilmek için klinik mülakatlar gerçekleştirilebilir.

10. Matematik ders kitapları öğrencilerin düşebileceği hata ve kavram yanlışları dikkate alınarak hazırlanmalıdır. Kitap yazarları ve program hazırlayıcıları bu çalışmada ve farklı araştırmalarda tespit edilmiş olan kavram yanlışlarını inceleyerek, içeriği ona göre hazırlamalıdır.

11. Öğrencilerin matematik konularında hata ve kavram yanlışlarına düşmemeleri için, okullarda sınıf mevcutları azaltılmalı ve derslik sistemine geçilmeli ve 8. sınıf cebirsel ifadeler konusuna müfredattaki ayrılan ders süresi arttırılmalıdır.

12. Öğrencilerin kavram yanlışlarını tespit etmek için; öğrencilere, sonuca dayalı testler yerine, çözüm ve açıklamaya yönelik soruların sorulması faydalı olabilmektedir. Öğretmenler, her konu veya ünite sonunda teşhis testleri uygulayarak öğrencilerin edindiği kavram yanlışlarını belirleyebilir. Derslerde kavram haritaları kullanılabilir.

13. Bu çalışmada sadece matematiğin cebir öğrenme dalının 8. sınıf cebirsel ifadeler

ünitesi ile ilgili araştırma yapılmıştır. Matematiğin diğer dallarıyla ilgili de ilköğretimin birinci kademesinden itibaren kavram yanlışlarına yönelik araştırmalar yapılabilir.

14. Ayrıca, bu çalışmadan yararlanarak, belli bir öğrenci grubu 5. sınıftan itibaren takip edilebilir. Bu sayede, öğrencilerin kavram yanlışlarını hangi sınıfta, hangi seviyede oluşturdukları ve bu yanlışların oluşum nedenleri ortaya konmuş olur.

15. Çalışma ortaokul 8. sınıf öğrencilerine yönelik yapılmıştır. Benzer bir araştırmanın ortaöğretim 10. sınıf düzeyinde ve matematik öğretmen adayları üzerinde yapılması faydalı sonuçlar oluşturabileceği düşünülmektedir.



KAYNAKÇA

- Akın, M. F. 2007. *Özdeşlik konusunun öğretiminde yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrenme ürünlerine etkileri*. Yüksek Lisans Tezi, Diyarbakır.
- Akın, M. F. Pesen, C. 2010. Özdeşliklerin elde edilmesinde tam küp modelinin öğrenme ürünlerine etkileri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14, 86-102.
- Akın, M. F. Harman A., & Gönen S. (2010). Zıt yönlere doğru hareketten yola çıkılarak benzetim yoluyla özdeşliklerin elde edilmesi. *İlköğretim Online*, 9 (3), 1137-1147. <http://ilkogretim-online.org.tr>'den alınmıştır.
- Akkaya, R.. & Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-12.
- Altun, M. (2002). *İlköğretim ikinci kademedede (1-5. Sınıflar) matematik öğretimi*, 10. Baskı, Bursa: AlfaYayıncıları.
- Altun, M. (2008). *İlköğretim ikinci kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*, 5. Baskı, Bursa: Aktüel Yayınları.
- Altun, M. (2008). *İlköğretim ikinci kademedede matematik öğretimi*, Bursa: Alfa Akademi Bas.Yay. Dağ. Ltd.Şti.
- Ayanoğlu, P. (2012). *7. sınıf öğrencilerinin birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma süreçleri* (Yüksek lisans tezi). Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu.
- Baki, A. (1994), Breaking with tradition: A study of Turkish student teachers experience within a logo-based mathematical environment, *yayınlamış doktora tezi, University of London, London*.
- Baki, A., 1996, Matematik eğitiminde değişim, *C.U. Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(14), (41-47), Adana.
- Baki, A. (1998). Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi. *Atatürk Üniversitesi 40. Kurulu Yıldönümü Matematik*

Sempozyumu'na Sunulmuş Bildiri, Özel Sayı (259-263). Erzurum.

- Baki, A. (1999). Cebirle ilgili işlem yanlışlarının değerlendirilmesi, *III. Ulusal Fen Eğitimi Sempozyumu Bildirileri Kitabı*,(46-49). Ankara: MEB Yayınları.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*, Trabzon: Derya Kitapevi.
- Baki, A. ve Kartal, T. (2002). Lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında değerlendirilmesi, *UFBMEK Bildiri Özetleri Kitabı*, 211.
- Baki, A.ve Kartal T. (2004), “Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu”, *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1), 27-46.
- Baykul, Y. 1999, *İlköğretimde matematik öğretimi*, Öğretmen El Kitabı, Modül 6, Ankara : Milli Eğitim Yayınları,
- Baykul, Y. (2000). *Eğitimde ve psikolojide ölçme*. Ankara: ÖSYM Yayınları.
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi 6-8. sınıflar*, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F. (2009). Matematiksel kavram yanlışları: sebepleri ve çözüm arayışları. Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F., Akkoç, H. (Ed.). *İlkoğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (s. 1-60). Ankara: Pegem Akademi.
- Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F. (2012). Matematiksel kavram yanlışları: sebepleri ve çözüm arayışları. Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F., (Ed.). *İlkoğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (s. 1-30). Ankara: Pegem Akademi.
- Birgin, O. ve Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(2), 529-550.
- Bloom, B.S. (1998). *İnsan nitelikleri ve okulda öğrenme* (D.A. Özçelik, Çev.). Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

- Booth, L. R. (1984). *Algebra: Children's Strategies and Errors*. Windsor, UK: NFER Nelson.
- Booth, L. R. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (Ed.). *The ideas of algebra, K-12* (p. 20-32). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Borasi, R. (1994). Capitalizing on errors as "springboards for inquiry": A teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(2), 166-208.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics (Didactique des mathematiques)*. 1970-1990. Dordrecht, Boston: Kluwer Academic publishers.
- Chapin, S. H. ve Johnson, A. (2006). *Math matters : Understanding the math you teach, grades K-8* (2nd ed.). Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Clement, J. (1982). Algebra word problem solutions: Thought processes underlying a common misconception. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(1), 16-30.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (1998). *A guide to teaching practice* (Fourth Edt.). London and New York: Routledge.
- Cornu, B. (1991). Limits. In D. Tall (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking*. Boston: Kluwer.
- Çakır, S. Ö. ve Yürük, N. (1999). Oksijenli ve oksijensiz solunum konusunda kavram yanılgıları teşhis testinin geliştirilmesi ve uygulanması, III. Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu. 23-25 Eylül 1998. M.E.B. ÖYGM. (193-198), Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Çetin, İ. (2009). *7. ve 9. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki kavram yanılgıları*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Dane, A. (2008). İlköğretim matematik 3. sınıf öğrencilerinin tanım, aksiyom ve teorem kavramlarını anlama düzeyleri, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 16(2), 495-506.

- Davis, R.B. (1984). *Learning mathematics: The cognitive science approach to mathematics education*. London: Croom Helm Publisher.
- Dede, Y., Yalın, H. İ. ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanılgıları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16-18 Eylül, ODTÜ. Ankara.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Dede, Y. (2003). *ARCS motivasyon modeli ve öge gösterim teorisi' ne (component display theory) dayalı yaklaşımın öğrencilerin değişken kavramını öğrenme düzeylerine ve motivasyonlarına etkisi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Dede, Y. ve Peker, M. (2007). Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamaları: Matematik öğretmen adaylarının bunları tahmin becerileri ve çözüm önerileri. *İlköğretim Online*, 6(1), 35-49.
- Delil, E.Z. (2014). *Trigonometrik ifadelerin sadeleştirilmesi sürecinin incelenmesi: Tanıma ve hatırlama* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Doyuran, G. 2014. *Ortaokul öğrencilerinin temel geometri konularında sahip oldukları kavram yanılgıları* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Dreyfus, T., Hadas, N., Hershkowitz R., & Schwarz B. B. (2006). Mechanisms for consolidating knowledge constructs. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehliková (Ed.). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education: Vol. 2.* (p. 465-472). Prague, Czech Republic: Charles University Faculty of Education.
- Duman, A. (2006). *İlköğretim öğrencilerinin matematik başarısını etkileyen faktörlerin öğrenciler ve öğretmenler açısından değerlendirilmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Dursun, Ş. ve Dede, Y. (2004). Öğrencilerin matematikte başarısını etkileyen faktörler: matematik öğretmenlerinin görüşleri bakımından, *Gazi Eğitim*

Fakültesi Dergisi, 24(2), 217-230.

English, L. D. ve Halford, G. S. (1995). *Mathematics education: Models and processes*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Erden, M., ve Akman, Y.(2004), *Gelişim ve öğrenme*. Ankara: Arkadaş Yayınevi

Erbaş, A.K., Ersoy, Y., 2002. Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanılgıları. V. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. 2, 573-578. Bildiri Özetleri Kitabı (s. 988). Ankara: ODTÜ.

Fidan, N. (1996). *Okulda öğrenme ve öğretme*. İstanbul: Alkım Yayınevi.

Fischbein, E. (2001). Tacit models and infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 48, 309-329.

Gagne, R. M. (1977). *The conditions of learning* (Third Edition). New York: Holt, Rinehart and Winston.

Graeber, A, ve Johnson, M. (Ed.) (1991). *Insights into secondary school students' understanding of mathematics*. College Park, University of Maryland: MD.

Hallagan, J.E. (2004). A teacher's model of students' algebraic thinking about equivalent expressions. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol 3, (p. 1-8).

Heidegger, M. (1997). *Özdeşlik ve ayırım*. Ankara: Bilim ve Sanat Yayınları.

Herscovics, N. (1989). Cognitive obstacles encountered in the learning of algebra. In S. Wagner & C. Kieran (Ed.). *Research issues in the learning and teaching of algebra* (p. 60-86). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Hiebert, J. ve Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. J. Hiebert (Ed.). *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (p. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Işık, C., Albayrak, M., İpek, S. A., 2005. Matematik öğretiminde kendini gerçekleştirme. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(1), 129-138.

- Kaplan, R.M. ve Saccuzzo, D.P. (1982). *Psychological testing: Principles, applications, and issues*. Monterey: Brooks/Cole.
- Karaçay, T. (1985). *Matematik öğretiminin bugünkü durumu ve değerlendirme bildirisi. Ortaöğretim kurumlarında matematik öğretimi ve sorunları*. Türk Eğitim Derneği Öğretim Dizisi, No: 3, 3-26. Ankara.
- Karaer, H. (2007). Sınıf öğretmeni adaylarının madde konusundaki bazı kavramların anlaşılma düzeyleri ile kavram yanılgılarının belirlenmesi ve bazı değişkenler açısından incelenmesi, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 15(1), 199-210.
- Karasar, N. (2002). *Bilimsel araştırma yöntemi*. Ankara: Nobel Yayınevi.
- Karplus, R. (1977), Science teaching and development of reasoning, *Journal of Research in Science Teaching*, 14(2), 169-175
- Katranç, Y., & Altun, M. (2013). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin olasılık bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi*, 3(2), 11-58.
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A., & Stephens, A. C.(2005). Middle school students' understanding of core algebraic concept: equivalence & variable. *National Science Foundation*, 37(1), 1-9.
- Kieren, C. (1992). The learning and teaching of algebra. In. D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the national council of teachers of mathematics* (p. 390-419). New York: Simon and Schuster Macmillan.
- Koylahisar, T. (2012). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinde özdeşlikleri modelleme becerilerinin incelenmesi: Origami ile modellenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.
- Lacampagne, C. (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national institute on student achievement, curriculum and assesment.Lacampagne, C., Blair, W. and Kaput, J. (Ed.). *The algebra initiative colloquium. 2*, 237- 242.
- Lesh, R., Post, T., ve Behr, M. (1987). Representations and translations among

- representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed). *Problems of representation in the teaching and learning mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Linn, M. C. & Kessel, C. (1996). Success in mathematics: Increasing talent and gender diversity among college majors. J. Kaput, A. H. Schoenfeld and E. Dubinsky (Ed.). *Research in collegiate mathematics education II*. USA: American Mathematical Society.
- Lorenz, H. & Lupart, J. (2001, May). *Gender differences in math, english, and science for grade 7 and 10 students-expectations for success*. Presented at the Canadian Society for Studies in Education. Quebec, Canada.
- Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- MacGregor, M., ve Stacey, K. (1997). Ideas about symbolism and students bring to algebra. *Mathematics teacher*, 90, 110-123.
- Mamolo, A. (2007). Infinite magnitude vs. infinite representation: Intutions of "infinite numbers". *Electronic proceeding for the 10th special interest group of the mathematical association of America on research in undergraduate mathematics education*. [<http://cresmet.asu./crume2007/papers/mamolo.pdf>]
- Matz, M. (1980). Towards a computational theory of algebraic competence. *Journal of Mathematical Behavior*, 3(1), 93-166.
- MEB, (2005). *Orta Öğretim matematik dersi programı ve kılavuzu: 9-12. Sınıflar*. Ankara.
- MEB (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Moses, J. (1971). Algebraic Simplification: A guide for the perplexed. *Communications of the ACM*, 14(8), 527-537.
- Murphy, K. R., & Davidshofer, C. O. (1988). *Psychological testing: Principles and applications*. Englewood Cliffs, N.J: Prentice-Hall.

- Nesher, P., ve Peled, I.(1984). The derivation of mal-rules in the process of learning. *Science Teaching in İsrail: origins, development and achivenments* (pp. 325-336). The Israile Center for Science Teaching, Jerusalem.
- Nesher, P. (1987). Towards an instructional theory: the role of student's misconcepstions. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 33-40.
- Nunnally, J. C. (1978). *Psychometric theory* (2. Baskı). New York: McGraw-Hill.
- Oliver, A. (1989, July). Handling pupils' misconceptions. *Presidential address delivered at the Thirteenth National Convencion on Mathematics, Physical Science and Biology Education*, Pretoria. [<http://academic.sun.ac.za/mathed/Malati/Misconceptions.html>]
- Olkun, S. ve Toluk, Z. (2003). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık..
- Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2006). *İlköğretim matematik öğretimine çağdaş yaklaşımlar*. Ankara: Ekinoks Yayınları.
- Osborne, R.J., Bell, B.F., Gilbert, Y.K. (1983) Science teaching and children's view of the world. *Journal of in Science Teaching*, V.5, 1-14.
- Öksüz, C. (2010) İlköğretim yedinci sınıf üstün yetenekli öğrencilerin “nokta, doğru ve düzlem” konularındaki kavram yanlışları, *İlköğretim Online Dergisi*,9(2), 508–525. <<http://www.ilkogretim-online.org.tr/vol9say2/v9s2m7.pdf>> (2013, Ekim 18).
- Özçelik, D. A. (1981). *Araştırma teknikleri: Düzenleme ve analiz*. Ankara: ÜSYM Eğitim Yayınları.
- Özdeş, H. (2013). *Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki kavram yanlışları* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.
- Pesen, C. (2008) *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre matematik öğretimi*. Ankara: Sempati Yayınları.
- Philipp, R. (1992). The many uses of algebraic variables. *The Mathematics Teacher*, 8(7), 557-561.

- Resnick, L. (1983). Mathematics and science learning: A new conception. *Science*, Vol. 220, pp. 477-478.
- Rosnick, P., ve Clement, J. (1980). Learning without understanding: The effect of tutoring strategies on algebra misconceptions. *Journal of Mathematical Behavior*, 3(1), 3-27.
- Sertöz, S. (2002). *Matematiğin Aydınlik Dünyası*. Tübitak Popüler Bilim Kitapları (16. Baskı).
- Senemoğlu, N., (2010). *Kuramdan uygulamaya, gelişim, öğretim ve öğrenme*, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Schoenfeld, A. H. (1995). Report of working group 1. In LaCampagne, *The Algebra Initiative Colloquium*, Sayı 2, s. 11-18.
- Schoenfeld, A., ve Arcavi, (1988). On the meaning of variable. *The Mathematics Teacher*, 81(6), 420-427.
- Sfard, A.(1995). The development of algebra: confront historical and psychological perspectives. *Journal Of Mathematical Behavior*, 14, 15-39.
- Shiland, T.W. (1998). A theoretical nature of the national science education standards. *Science Education*. 82(5), 615-617.
- Smith, J.P., diSessa, A. A. ve Roschelle, J. (1993). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. *The Journal of the Learning Sciences*, 3(2), 115-163.
- Skemp, R. R. (1987). *The phylosophy of learning mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Sleeman, D. (1984). An Attempt to understand students understanding of basic algebra. *Cognitive Science*, 8, s. 387-412.
- Songur, A., 2006. *Harfli ifadeler ve denklemler konusunun oyun ve bulmacalarla öğrenilmesinin öğrencilerin matematik başarı düzeylerine etkisi*. (Yüksek Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Soylu, Y. (2008). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve harf sembollerini (değişkenleri) yorumlamaları ve bu yorumlamada yapılan hatalar. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25, 237-248.

- Steele, D. ve Johanning D.I. (2004). A schematic–theoretic view of problem solving and development of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 57, 65–90.
- Stone, K. (2001). *Girls' math scores could indicate success and aspirations*. Academic Report. Texas: Texas A&M University, (2013, Ekim 18).
- Şan, İ. (2008). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik konusunun erişilerine görselleştirmenin etkisi* (Yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Şimşek, A. (2006) *İçerik türlerine dayalı öğretim: Kavramların öğretimi* (1.Baskı). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım. Ankara.
- Tall, D. O. and Razali, M. R. (1993) Diagnosing students' difficulties in learning mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 24(2), 209–222.
- Tanner, H. (200). *Becoming a succesful teacher of mathematics*. London, UK: Routledge Falmer.
- T.D.K. (2005). *Güncel Türkçe Sözlük*. Ankara: Türk Dil Kurumu.
- Tuncer, D. (2008). *Materyal destekli matematik öğretiminin ilköğretim 8.sınıf öğrencilerinin akademik başarısına ve başarının kalıcılık düzeyine etkisi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara.
- Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(17), 95-104.
- Ubuz B. (1999). Genel matematik de (calculus) öğrenci hataları. *Matematik Dünyası*, 8, 9-11.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Sayı: 24, s. 234-243.
- Ülgen, G. (2004). *Kavram geliştirme: Kuramlar ve uygulamalar*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

- Ünal, Ç. (2008) *Öğrenme-öğretme kuramları ve coğrafya eğitimine yansımaları*.
Erzurum: Eser Matbaası.
- Wagner, S. (1983, Oktober). What are these things called variables? *Mathematics Teacher*, 474-478.
- Witzel, B. S., Mercer, C. D., ve Miller, M. D, (2003). An investigation of an explicit instruction model, learning disabilities research&practice. *Teaching Algebra to Students with Learning Difficulties*, Sayı 18(2), s.121-131
- Van Lehn, K. (1982). Bugs are not enough: Empirical studies of bugs, impasses and repairs in procedural skills. *Journal of Mathematical Behaviour*, 3(2), 3-71.
- Yenilmez, K. ve Avcı, T. (2009). İlköğretim öğrencilerinin mutlak değer konusunda karşılaştıkları zorluklar. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12, 80-88.
- Yenilmez, K. ve Şan, İ. (2008). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin özdeşliklerin görsel modellerini tanıma düzeyleri. *Journal of New World Sciences Academy*, 3(3), 409-418.
- Yenilmez, K. ve Yaşa, E. (2008). İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanlışları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 461-483.
- Yılmaz, Z. (2007). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanlışları (Uşak ili örneği)*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Yücesan, R. (2013). *Öğrenci merkezli eğitimde üslü ve köklü sayılardaki kavram yanlışları, öğrenme güçlükleri ve çözüm önerileri*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Van.
- Zembat, İ.Ö. (2008). Kavram yanlışlığı nedir? M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H.Akkoç (Ed.), *Matematiksel kavram yanlışlığı ve çözüm önerileri* (s.1-8). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık
- Zembat İ.Ö. (2010). Kavram yanlışlığı nedir? M. F. Özmantar, E. Bingölbali, ve H.Akkoç (Ed.). *Matematiksel kavram yanlışlığı ve çözüm önerileri* (s.43-50). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

EKLER

EK-1 Cebirsel İfadeler Teşhis Testi Pilot Uygulama

CEBİRSEL İFADELER TEŞHİS TESTİ	
Okulu:.....	Sınıf:.....
Cinsiyeti: Kız <input type="checkbox"/> Erkek <input type="checkbox"/>	
Değerli Öğrenci; bu test bilimsel bir çalışmada kullanılmak üzere hazırlanmıştır. Bu testteki sorular sizi değerlendirilmek amacıyla kullanılmayacaktır. Soruları dikkatlice okuyarak seçeneklerden birini işaretleyiniz.	

1) Aşağıdaki ifadelerden hangisi özdeşliktir?

- A) $4x + 6 = 2.(2x + 4)$
 B) $3.(x + 1) = x + 3$
 C) $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$
 D) $x^2 + y^2 = z^2$

2) Aşağıdaki tabloda verilen özdeşlik açılımlarından kaç tanesi doğrudur?

İfade	Özdeşlik Açılımı
$a^2 - b^2$	$(a-b).(a+b)$
$(a+b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2$
$4a^2 - 9b^2$	$(2a-3b).(2a-3b)$

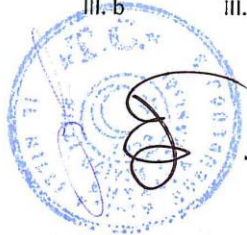
- A)1 B)2 C)3 D)4

3) İfade Özdeşlik açılımı

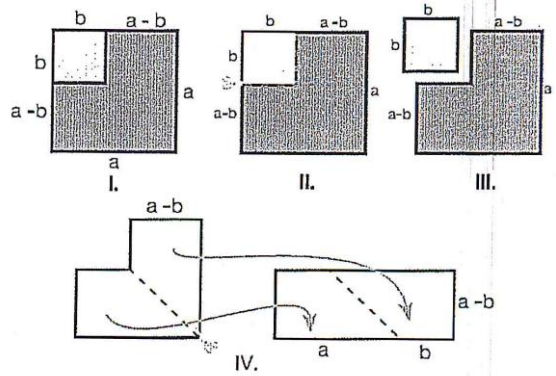
- I. $(x + \frac{1}{x})^2$ a. $4x^2 + \frac{1}{x^2} - 4$
 II. $(2x - \frac{1}{x})^2$ b. $4x^2 - 8x + 4$
 III. $(2x - 2)^2$ c. $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$

Yukarıda verilen ifadelerin özdeşlik açılımları hangisinde doğru olarak verilmiştir?

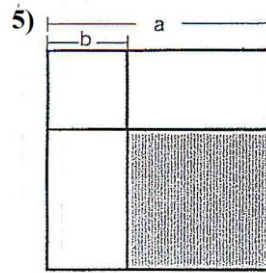
- A) I. c B) I. c C) I. a D) I. a
 II. a II. b II. c II. b
 III. b III. a III. b III. c



4) Aşağıda modellenmesi yapılan özdeşlik aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $(a-b).a = a^2 - ab$ B) $(a-b)^2 = (a-b).(a-b)$
 C) $(a+b)^2 = (a+b).(a+b)$ D) $a^2 - b^2 = (a+b).(a-b)$



Yandaki boyalı bölge aşağıdaki hangi özdeşlik yardımıyla hesaplanabilir?

- A) $(a-b)^2 = (a-b).(a-b)$ B) $(a+b)^2 = (a+b).(a+b)$
 C) $(a-b).a = a^2 - ab$ D) $a^2 - b^2 = (a+b).(a-b)$

6) $x - \frac{1}{x} = -2$ olduğuna göre
 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 2 D) 6

7) $a = 1,37$
 $b = 2,63$ olduğuna göre;
 $a^2 + b^2 + 2ab$ ifadesinin değeri kaçtır?

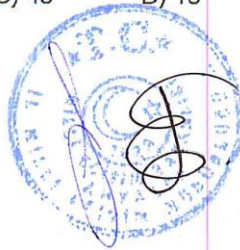
- A) 1 B) 2 C) 4 D) 16

8) $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ özdeşliğinden yararlanarak yapılan,
(1001).(999) çarpımı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

- A) $10^2 - 1$ B) $10^3 - 1$
C) $10^4 - 1$ D) $10^6 - 1$

9) Toplamları 6, çarpımları 3 olan iki sayının kareleri toplamı kaçtır?

- A) 30 B) 42 C) 45 D) 18



10) $(a + 2b)^2 - (a - 2b)^2 - 8ab$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -8ab B) 0 C) ab D) 8ab

11) $2x^2 + x - 6$ ifadesinin çarpanlarına ayrılmış hali aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(2x - 3) \cdot (x - 6)$
B) $(2x + 2) \cdot (x + 6)$
C) $(2x - 3) \cdot (x + 2)$
D) $(2x + 3) \cdot (x - 2)$

12) $\frac{x^2 - 4}{2x - x^2} \cdot \frac{x^2}{x^2 + 2x}$ ifadesinin en sade eşiti

aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2

13) $a \neq -2$ ve $a \neq 2$ olmak üzere,

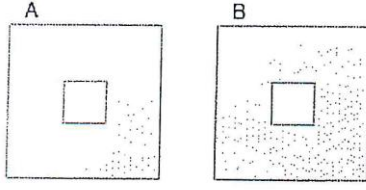
$$\left(\frac{1}{a-2} - \frac{1}{a+2}\right) \cdot (a^2 - 4)$$

ifadesi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Her a değeri için bu ifadenin değeri 4 tür.
B) Her a değeri için bu ifadenin değeri -4 tür.
C) Farklı a değerleri için bu ifadenin değeri de farklıdır.
D) Bu ifadenin; $a = 3$ için alacağı değer ile, $a = 5$ için alacağı değer farklıdır.

- A) $\frac{a - 2b}{a - 2b}$ B) $\frac{a + 2b}{a - b}$
C) $\frac{a + b}{a - 2b}$ D) $\frac{a - 2b}{a + b}$

14)

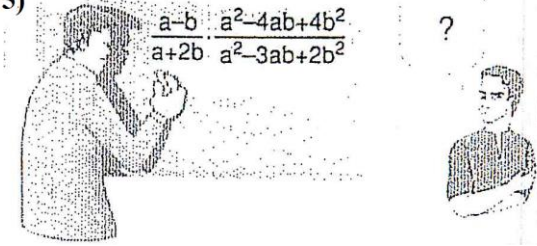


Yukarıdaki şekil özdeş iki büyük kare ve özdeş iki küçük kareden oluşmaktadır. Büyük karelerden birinin kenar uzunluğu, küçük karelerden birinin kenar uzunluğundan $3\frac{1}{2}$ metre fazladır.

A ve B karelerindeki boyalı alanların toplamı $\frac{126}{4}$ metre kare olduğuna göre, büyük kare ile küçük karenin birer kenarlarının uzunlukları toplamı kaç metredir?

- A) 4,5 B) 5 C) 5,5 D) 6

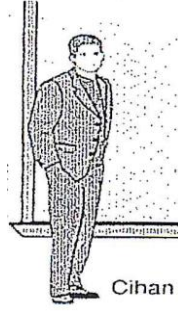
15)



Yukarıdaki şekilde Ali, öğretmenin sorduğu ifadeye aşağıdaki cevaplardan hangisini verirse sözlüde yüz tam puan alır?
(Doğru soru = 100 puan)

- A) $\frac{a-2b}{a+2b}$ B) $\frac{a+2b}{a-b}$
C) $\frac{a+b}{a-2b}$ D) $\frac{a-2b}{a+b}$

16) ?



$$\frac{20a^2-5}{2a^2-a} : \frac{a}{6a+3}$$

Cihan, yukarıdaki rasyonel ifadeyi en sade hale getirmek için aşağıdaki adımları izlemiştir.

1. adım: $\frac{5(4a^2-1)}{a \cdot (2a-1)} \cdot \frac{a}{3(2a+1)}$
2. adım: $\frac{5 \cdot (2a-1) \cdot (2a+1)}{a \cdot (2a-1)} \cdot \frac{3(2a+1)}{a}$
3. adım: $\frac{5 \cdot 3}{a \cdot a}$
4. adım: $\frac{15}{a^2}$

Buna göre Cihan, ilk hatayı kaçınıcı adımda yapmıştır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4



EK-2 Cebirsel İfadeler Teşhis Testi Esas Uygulama

CEBİRSEL İFADELER TEŞHİS TESTİ

Okulu:

Sınıfı:

Cinsiyeti: Kız Erkek

Değerli öğrenci, bu test bilimsel bir çalışmada kullanılmak üzere hazırlanmıştır. Bu testteki sorular sizi değerlendirmek amacıyla kullanılmayacaktır. Soruları dikkatlice okuyarak seçeneklerden birini işaretleyiniz.

1) Aşağıdaki ifadelerden hangisi özdeşliktir?

- A) $4x + 6 = 2.(2x + 4)$
B) $3.(x + 1) = x + 3$
C) $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$
D) $x^2 + y^2 = z^2$

2) Aşağıdaki tabloda verilen cebirsel ifadelerin özdeşlik açılımlarından kaç tanesi doğrudur?

İfade	Özdeşlik Açılımı
a^2-b^2	$(a-b).(a+b)$
$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2$	$a^2-2ab+b^2$
$(4a^2-9b^2)$	$(2a-3b).(2a-3b)$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

3) İfade

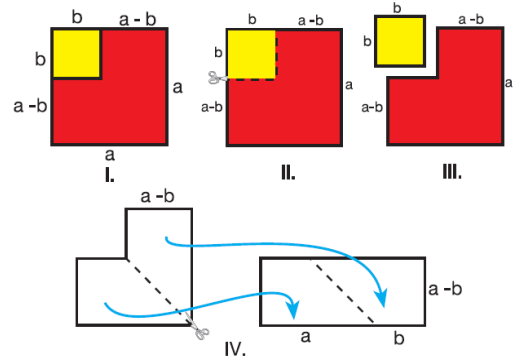
Özdeşlik açılımı

- I. $(x + \frac{1}{x})^2$ a. $4x^2 + \frac{1}{x^2} - 4$
II. $(2x - \frac{1}{x})^2$ b. $4x^2 - 8x + 4$
III. $(2x - 2)^2$ c. $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$

Yukarıda verilen ifadelerin özdeşlik açılımları hangisinde doğru olarak verilmiştir?

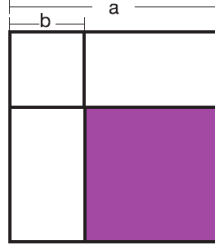
- A) I. c B) I. c C) I. a D) I. a
II. a II. b II. c II. b
III. b III. a III. b III. c

4) Aşağıda modellenmesi yapılan özdeşlik aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $(a-b).a=a^2-ab$ B) $(a-b)^2=(a-b).(a-b)$
C) $(a+b)^2=(a+b).(a+b)$ D) $a^2-b^2=(a+b).(a-b)$

5) Yandaki boyalı karesel bölge aşağıdaki hangi özdeşlik yardımıyla hesaplanabilir?



- A) $(a-b)^2=(a-b).(a-b)$ B) $(a+b)^2=(a+b).(a+b)$
 C) $(a-b).a=a^2-ab$ D) $a^2-b^2=(a+b).(a-b)$

6) $x - \frac{1}{x} = -2$ olduğuna göre

$x^2 + \frac{1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) 4 C) 2 D) 6

7) $a = 1,37$

$b = 2,63$ olduğuna göre;

$a^2 + b^2 + 2ab$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 16

8) $a^2 - b^2 = (a - b) . (a + b)$ özdeşliğinden yararlanarak yapılan,

(1001).(999) çarpımı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

- A) $10^2 - 1$ B) $10^3 - 1$
 C) $10^4 - 1$ D) $10^6 - 1$

9) Toplamları 6, çarpımları 3 olan iki sayının kareleri toplamı kaçtır?

- A) 30 B) 42 C) 45 D) 18

10) $(a + 2b)^2 - (a - 2b)^2 - 8ab$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -8ab B) 0 C) ab D) 8ab

11) $2x^2 + x - 6$ ifadesinin çarpanlarına ayrılmış hali aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(2x - 3) . (x - 6)$
 B) $(2x + 3) . (x + 6)$
 C) $(2x - 3) . (x + 2)$
 D) $(2x + 3) . (x - 2)$

12) $\frac{x^2 - 4}{2x - x^2} \cdot \frac{x^2}{x^2 + 2x}$ ifadesinin en sade eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2

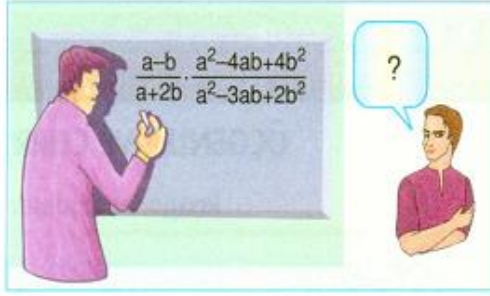
13) $a \neq -2$ ve $a \neq 2$ olmak üzere,

$$\left(\frac{1}{a-2} - \frac{1}{a+2}\right) \cdot (a^2 - 4)$$

ifadesi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Her a değeri için bu ifadenin değeri 4'tür.
B) Her a değeri için bu ifadenin değeri -4'tür.
C) Farklı a değerleri için bu ifadenin değeri de farklıdır.
D) Bu ifadenin; $a=3$ için alacağı değer ile, $a=5$ için alacağı değer farklıdır.

14)



Yukarıdaki şekilde Ali, öğretmenin sorduğu ifadeye aşağıdaki cevaplardan hangisini verirse sözlüde yüz tam puan alır?
(Doğru soru = 100 puan)

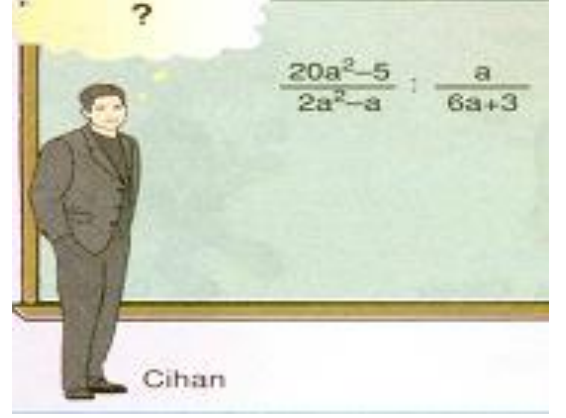
A) $\frac{a-2b}{a+2b}$

B) $\frac{a+2b}{a-b}$

C) $\frac{a+b}{a-2b}$

D) $\frac{a-2b}{a+b}$

15)



Cihan, yukarıdaki rasyonel ifadeyi en sade hale getirmek için aşağıdaki adımları izlemiştir.

1. adım: $\frac{5(4a^2-1)}{a \cdot (2a-1)} : \frac{a}{3(2a+1)}$
2. adım: $\frac{5 \cdot (2a-1) \cdot (2a+1)}{a \cdot (2a-1)} \cdot \frac{3(2a+1)}{a}$
3. adım: $\frac{5}{a} \cdot \frac{3}{a}$
4. adım: $\frac{15}{a^2}$

Buna göre Cihan, ilk hatayı kaçınıcı adımda yapmıştır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

EK- 3 Araştırma İzin Onayı



T.C.
ANTALYA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 98057890-20-E.6200945

06.06.2016

Konu : Anket Uygulaması

İL MİLLİ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜNE
ANTALYA

Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Fatma ŞAHİNER'in "8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi Cebirsel İfadeler Konusu ile İlgili Yapmış Oldukları Hata ve Kavram Yanılgıları ve Matematik Öğretmenlerinin Bu Konudaki Görüşleri" isimli akademik araştırmasını, İlimiz Kepez İlçesinde bulunan Gülgün Nihat Ömür Ortaokulu, Mobil Ortaokulu (8. Sınıf) ve Karatay Anadolu Lisesinde (9. Sınıf) uygulama isteği ile ilgili 27/05/2016 tarih ve 14108 sayılı yazıları, İl Millî Eğitim Müdürlüğü Araştırma Değerlendirme ve İnceleme komisyonumuz tarafından, 03/06/2016 tarihinde incelenerek "Millî Eğitim Bakanlığına Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinlerine Yönelik İzin ve Uygulama Genelgesi" esaslarına uygun olduğu tespit edilmiştir.

Komisyonumuzca, "8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi Cebirsel İfadeler Konusu ile İlgili Yapmış Oldukları Hata ve Kavram Yanılgıları ve Matematik Öğretmenlerinin Bu Konudaki Görüşleri" isimli akademik araştırmasını, İlimiz Kepez İlçesinde bulunan Gülgün Nihat Ömür Ortaokulu, Mobil Ortaokulu (8. Sınıf) ve Karatay Anadolu Lisesinde (9. Sınıf), Okul Müdürlüğünün bilgisi dahilinde, ilgili Genelgeye göre, çalışma takvimi doğrultusunda eğitim-öğretim faaliyetleri aksatılmaksızın yapılması uygun görülmüştür.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde, Valilik Makamınının 23/02/2015 tarih ve 5347 sayılı yetki devrine göre olurlarınıza arz ederim.

Ebubekir TANRIBİR
Müdür a.
Şube Müdürü

OLUR
06.06.2016

Yüksel ARSLAN
Vali a.
İl Millî Eğitim Müdürü

Antalya İl Millî Eğitim Müdürlüğü
Soğuksu Mah. Hamidiye Cad. MERKEZ/ANTALYA
E-posta: projeler07@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: Ebubekir TANRIBİR Şb. Md.
Tel: (0 242) 238 60 00
Faks: (0 242) 238 61 11

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : Fatma ŞAHİNER

Doğum Yeri ve Tarihi : Antalya, 1987

Eğitim Durumu

Lise Öğrenimi : 2005 Karatay Lisesi Süper Bölümünden 4.96 not ortalaması ile mezun olma

Lisans Öğrenimi : 2009 Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği mezuniyeti

Yüksek Lisans Öğrenimi : 2013-2018 Akdeniz Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi

Bildiği Yabancı Diller : İngilizce

İş Deneyimi

Projeler : 25. 05. 2017 4006 Tübitak Bilim Şenliği

Çalıştığı Kurumlar : 2010-2013 Antalya Aksu Rabiye Mehmet Ülger İlk Öğrt. Ok.
2013-2017 Antalya Kepez Gülgün Nihat Ömür Ortaokulu

İletişim

E-Posta Adresi : fatmasahiner87@hotmail.com

Tarih : 22/06/2018

BİLDİRİM

Hazırladığım tezin tamamen kendi çalışmam olduğunu ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt eder, tezimin raporunun kağıt ve elektronik kopyalarının Akdeniz Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım:

Tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.

Tezim sadece Akdeniz Üniversitesi yerleşkelerinden erişime açılabilir.

Tezimin bir yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin/raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir.

22/06/2018

Fatma ŞAHİNER

Turnitin Orijinallik Raporu

Doküman Görüntüleyici

Prof. Dr. Gabil Adilov
29.05.2018
J. Aguer

İşleme konu: 28-May-2018 18:14 +03

NUMARA: 969559266

Kelime Sayısı: 17853

Gönderildi: 1

Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin
Matematik de... Fatma

Şahiner tarafından

[yenile](#)5% match (13-
Mar-2015 tarihli
internet)

Benzerlik Endeksi	Kaynağa göre Benzerlik
%24	Internet Sources: %24 Yayınlar: %6 Öğrenci Ödevleri: %4

<http://adumilas.adu.edu.tr>

4% match (25-May-2015 tarihli internet)

<http://acikerisim.selcuk.edu.tr:8080>

4% match (06-Haz-2016 tarihli internet)

<http://dspace.adiyaman.edu.tr:8080>

2% match (14-May-2015 tarihli internet)

<http://acikerisim.aku.edu.tr:8080>

2% match (11-Mar-2015 tarihli internet)

<http://pegem.net>

2% match (yayınlar)

ÖZDEŞ, Hayri and ELİTOK KESİCİ, Ayşe. "9. Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılar Konusundaki Hata Ve Kavram Yanılgıları", Kastamonu Üniversitesi, 2015.

1% match (07-Haz-2014 tarihli internet)

<http://pauegitimdergi.pau.edu.tr>

1% match (28-Ağu-2012 tarihli internet)

<http://www.dersindir.net>

1% match (27-Oca-2018 tarihli internet)

<http://www.sorucanavari.com>

1% match (08-Nis-2013 tarihli internet)

<http://library.cu.edu.tr>

1% match (20-Şub-2018 tarihli internet)

<http://www.ismailsan.net>

1% match (21-Oca-2014 tarihli internet)

<http://www.jasstudies.com>

1% match (25-Şub-2014 tarihli internet)