



**T.C.
ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
BİYOİSTATİSTİK ANABİLİM DALI**

**Standart Tobit Regresyon Modelinde Kullanılan
Parametre Tahmin Yöntemlerinin Karşılaştırılması**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

BÜŞRA EMİR

DANIŞMAN

PROF. DR. K. SETENAY ÖNER

2016



**T.C.
ESKİŞEHİR OSMANGAZI ÜNİVERSİTESİ
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
BİYOİSTATİSTİK ANABİLİM DALI**

**Standart Tobit Regresyon Modelinde Kullanılan
Parametre Tahmin Yöntemlerinin Karşılaştırılması**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

BÜŞRA EMİR

DANIŞMAN

PROF. DR. K. SETENAY ÖNER

KABUL ve ONAY SAYFASI

Büşra EMİR'in Yüksek Lisans Tezi olarak hazırladığı "**Standart Tobit Regresyon Modelinde Kullanılan Parametre Tahmin Yöntemlerinin Karşılaştırılması**" başlıklı bu çalışma Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği' nin ilgili maddesi uyarınca değerlendirilerek "**KABUL**" edilmiştir.

03 / 06 / 2016

Üye: Prof. Dr. K. Setenay ÖNER



Üye: Prof. Dr. Fezan MUTLU



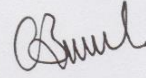
Üye: Doç. Dr. Canan BAYDEMİR



Üye: Doç. Dr. Ertuğrul ÇOLAK

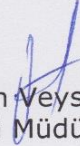


Üye: Yrd. Doç. Dr. Cengiz BAL



Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu' nun 06 / 06 / 2016 tarih ve 1093/5167 sayılı kararı ile onaylanmıştır.

Prof. Dr. Hasan Veyisi GÜNEŞ
Enstitü Müdürü



ÖZET

Standart Tobit Regresyon Modelinde Kullanılan Parametre Tahmin Yöntemlerinin Karşılaştırılması

Bu çalışmanın amacı, bağımlı değişkeni sınırlı olan regresyon modellerinde parametre tahmin yöntemlerini karşılaştırmaktır. Bu model, Tobit Model ya da Sansürlü Regresyon Modeli olarak adlandırılmaktadır.

Tobit modelde, rasgele hatanın 0 ortalama ve σ^2 varyans ile normal dağılım gösterdiği varsayılmaktadır. Bu varsayımına göre simülasyon çalışması yapılmıştır. Simülasyon çalışmasının amacı, hangi yöntemin parametreleri tahmin etmede en iyi olduğunu belirlemektir. Tahmin yöntemleri, Probit En Büyük Olabilirlik yöntemi, Lojit En Büyük Olabilirlik yöntemi, Tobit En Büyük Olabilirlik yöntemi ve Heckman 2 Aşamalı tahmin yöntemidir.

Probit, Lojit, Tobit ve Heckman modellerinin analizinde yedi farklı optimizasyon algoritması; Newton Raphson (NEWRAP), Quasi Newton (QUANEW), Conjugate-Gradient (CONGRA), Double Dogleg (DBLDOG), Nelder Mead Simplex (NMSIMP), Newton Raphson Ridging (NRRIDG) ve Trust Region (TRUREG) kullanılmıştır. Karşılaştırmalar iki temel ölçüt kullanılarak yapılmıştır. Bu ölçütler, parametre tahminleri ve hata kareler ortalamaları, yakınsama oranlarına göre algoritmaların performansları olarak belirlenmiştir.

Simülasyon sonuçları, Tobit tahmin yöntemi ve Heckman iki aşamalı tahmin yönteminin parametreleri tahmin etmede daha yansız ve küçük hata kareler ortalama değerlerine sahip olduğunu göstermiştir. Küçük veri setlerinde NEWRAP, NRRIDG ve TRUREG algoritmalarının uygulanması uygundur. Örnek hacmi arttıkça QUANEW, CONGRA, DBLDOG, NMSIMP algoritmaları birbirine benzer parametre tahminleri ve küçük hata kareler ortalamaları vermiştir.

Anahtar Kelimeler: Sansürlü Veri, Sınırlandırılmış Veri, En Büyük Olabilirlik Yöntemi, Tobit Model, Probit Model, Lojit Model, 2 Aşamalı Heckman Tahmin Yöntemi, NEWRAP, QUANEW, CONGRA, DBLDOG, NMSIMP, NRRIDG, TRUREG.

SUMMARY

Comparisons of Parameter Estimation Methods Used in the Standard Tobit Regression Model

The main objective of this study was to compare various estimation methods on regression models in which the dependent variable is limited. These models, called Tobit models which is also known as censored regression model.

It is assumed that the random error follows a normal distribution with zero mean and unknown variance in the Tobit model. It was conducted simulation study according to this assumption. The goal of the simulation study is to examine which estimation method does best at estimating α and β . These estimation methods included Probit Maximum Likelihood, Logit Maximum Likelihood, Tobit Maximum Likelihood and Heckman's Two-Step.

It is used seven different type optimization algorithm in the analysis of Probit, Logit, Tobit and Heckman models. These methods were compared with respect to parameter estimates, empirical mean square errors, and performances of the algorithms by convergence rates.

We showed through simulations that the Tobit estimation method and Heckman two step estimation method not only estimated more unbiased but also gave lower mean square errors. It is suitable for the implementation of NEWRAP, NRRIDG and TRUREG algorithms in small data sets. As sample size increases it yielded to parameter estimates, empirical mean square errors similar to each other QUANEW, CONGRA, DBLDOGLEG, NMSIMP algorithms.

Keywords: Censored Data, Truncated Data, Maximum Likelihood Estimation Method, Tobit Model, Probit Model, Logit Model, Heckman Two Step Model, NEWRAP, QUANEW, CONGRA, DBLDOG, NMSIMP, NRRIDG, TRUREG.

İÇİNDEKİLER

KABUL ve ONAY SAYFASI.....	iv
ÖZET.....	v
SUMMARY	vi
İÇİNDEKİLER.....	vii
TABLO DİZİNİ	ix
ŞEKİL DİZİNİ	xii
SİMGE ve KISALTMALAR DİZİNİ	xiii
1. GİRİŞ	1
2. GENEL BİLGİLER	3
2.1- Probit Model	5
2.2- Lojit Model	6
2.3- Tobit Model	10
2.4- Heckman İki Aşamalı Tahmin Modeli	20
3. GEREÇ VE YÖNTEMLER	22
3.1- Optimizasyon Yöntemleri	22
3.2- Simülasyon Çalışması	25
3.2.1- Simülasyon Algoritması	25
3.2.2- Simülasyon Parametreleri	26
3.2.3- Karşılaştırma Ölçütleri	26
3.3- Simülasyon Çalışmasında Kullanılan Paket Programlar	27
4. BULGULAR	30
4.1- Probit En Büyük Olabilirlik Yöntemine ilişkin Bulgular	30
4.2- Lojit En Büyük Olabilirlik Yöntemine ilişkin Bulgular	34

4.3- Tobit En Büyük Olabilirlik Yöntemine ilişkin Bulgular	37
4.4- Heckman İki Aşamalı Tahmin Yöntemine ilişkin Bulgular	41
4.5- Yöntemlerin Karşılaştırılmasına İlişkin Bulgular	44
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	61
KAYNAKLAR DİZİNİ	63
ÖZGEÇMİŞ	66



TABLO DİZİNİ

Tablo 3.1- Optimizasyon yöntemleri ve kullandıkları türev dereceleri ...	24
Tablo 4.1- Newton Raphson optimizasyon algoritmasına ait Probit Model Sonuçları	30
Tablo 4.2- Quasi Newton optimizasyon algoritmasına ait Probit Model Sonuçları	31
Tablo 4.3- Conjugate Gradient optimizasyon algoritmasına ait Probit Model Sonuçları	31
Tablo 4.4- Double Dogleg optimizasyon algoritmasına ait Probit Model Sonuçları	32
Tablo 4.5- Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmasına ait Probit Model Sonuçları	32
Tablo 4.6- Newton Raphson Ridging optimizasyon algoritmasına ait Probit Model Sonuçları	33
Tablo 4.7- Trust Region optimizasyon algoritmasına ait Probit Model Sonuçları	33
Tablo 4.8- Newton Raphson optimizasyon algoritmasına ait Lojit Model Sonuçları	34
Tablo 4.9- Quasi Newton optimizasyon algoritmasına ait Lojit Model Sonuçları	34
Tablo 4.10- Conjugate Gradient optimizasyon algoritmasına ait Lojit Model Sonuçları	35
Tablo 4.11- Double Dogleg optimizasyon algoritmasına ait Lojit Model Sonuçları	35
Tablo 4.12- Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmasına ait Lojit Model Sonuçları	36
Tablo 4.13- Newton Raphson Ridging optimizasyon algoritmasına ait Lojit Model Sonuçları	36
Tablo 4.14- Trust Region optimizasyon algoritmasına ait Lojit Model Sonuçları	37

Tablo 4.15- Newton Raphson optimizasyon algoritmasına ait Tobit Model Sonuçları	37
Tablo 4.16- Quasi Newton optimizasyon algoritmasına ait Tobit Model Sonuçları	38
Tablo 4.17- Conjugate Gradient optimizasyon algoritmasına ait Tobit Model Sonuçları	38
Tablo 4.18- Double Dogleg optimizasyon algoritmasına ait Tobit Model Sonuçları	39
Tablo 4.19- Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmasına ait Tobit Model Sonuçları	39
Tablo 4.20- Newton Raphson Ridging optimizasyon algoritmasına ait Tobit Model Sonuçları	40
Tablo 4.21- Trust Region optimizasyon algoritmasına ait Tobit Model Sonuçları	40
Tablo 4.22- Newton Raphson optimizasyon algoritmasına ait Heckman Model Sonuçları	41
Tablo 4.23- Quasi Newton optimizasyon algoritmasına ait Heckman Model Sonuçları	41
Tablo 4.24- Conjugate Gradient optimizasyon algoritmasına ait Heckman Model Sonuçları	42
Tablo 4.25- Double Dogleg optimizasyon algoritmasına ait Heckman Model Sonuçları	42
Tablo 4.26- Nelder Mead Simplex algoritmasına ait Heckman Model Sonuçları	43
Tablo 4.27- Newton Raphson Ridging optimizasyon algoritmasına ait Heckman Model Sonuçları	43
Tablo 4.28- Trust Region optimizasyon algoritmasına ait Heckman Model Sonuçları	44
Tablo 4.29- Newton Raphson optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması	45
Tablo 4.30- Newton Raphson optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması (Devamı)	46

Tablo 4.31 -Quasi Newton optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması	47
Tablo 4.32 -Quasi Newton optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması (Devamı)	48
Tablo 4.33 -Conjugate Gradient optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması	49
Tablo 4.34 -Conjugate Gradient optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması (Devamı)	50
Tablo 4.35 -Double Dogleg optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması	51
Tablo 4.36 -Double Dogleg optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması (Devamı)	52
Tablo 4.37 -Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması	53
Tablo 4.38 -Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması (Devamı)	54
Tablo 4.39 -Newton Raphson Ridging optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması	55
Tablo 4.40 -Newton Raphson Ridging optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması (Devamı)	56
Tablo 4.41 -True Region optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması	57
Tablo 4.42 -True Region optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması (Devamı)	58

ŞEKİL DİZİNİ

Şekil 1.1: Probit ve lojit modelin birikimli dağılım olarak karşılaştırılması	6
--	---



SİMGE ve KISALTMALAR DİZİNİ

MLE	En Büyük Olabilirlik Yöntemi (Maximum Likelihood Estimation)
IMR	Ters Mills Oranı (Inverse Mills Ratio)
HKO	Hata Kareler Ortalaması (Mean Square Error)
NEWRAP	Newton Raphson Algoritması
QUANEW	Quasi Newton Algoritması
CONGRA	Conjugate Gradient Algoritması
DBLDOG	Double Dogleg Algoritması
NMSIMP	Nelder Mead Simplex Algoritması
NRRIDG	Newton Raphson Ridging Algoritması
TRUREG	Trust Region Algoritması
FOD	Birinci Dereceden Türev (First Order Derivatives)
SOD	İkinci Dereceden Türev (Second Order Derivatives)

1. GİRİŞ

Regresyon analizi, istatistik bilim alanında kullanılan temel analiz yöntemlerindedir. Regresyon modellerinde yer alan bağımlı, bağımsız değişkenlerin sayısı, tipi ve elde edilme yöntemlerine göre farklı regresyon modelleri geliştirilmiştir.

Cevap değişkeninin kategorik olarak, ikili (binary, dichotomous) ve çoklu (multinomial) kategorilerde gözlemlendiği durumlarda açıklayıcı değişkenler ile sebep sonuç ilişkisi belirlenebilir (Özdamar, 2013).

İki sonuçlu değişkenler bir özelliğin varlığı ya da yokluğu ile ilgilendirilir. İşlem kolaylığı sağlaması bakımından bunların sayısallaştırılması gerekmektedir. Dolayısıyla "vardır" özelliğine bir (1), "yoktur" özelliğine sıfır (0) değerini atamak, değişkeni modele katmanın en önemli yoludur. Gösterge değişken olarak adlandırılan bu kategorik değişkenlere alternatif olarak gölge, kukla, kategorik, dikonom, iki değerli değişken adları da verilmektedir (Gujarati, 2010).

Bağımlı değişkenin iki sonuçlu olduğu modellerde gösterge değişkenin bağımlı değişken olarak kullanıldığı modelleri tahmin etmede sıklıkla kullanılan üç yöntem bulunmaktadır. Bu yöntemler sırası ile Doğrusal Olasılık Modeli, Lojit Modeli ve Probit Modelidir (Akbaý,1999).

Bağımlı değişken değerlerinin elde edilmesinde diğer regresyon modellerinden farklılıklar gösteren ve son yıllarda uygulama alanına giren modellerden olan tobit modeli, 1958 yılında Nobel ödüllü iktisatçı James Tobin tarafından geliştirilen bir yöntemdir. **Tobin'** in **Probit** çalışması üzerine geliştirdiği bu yöntem 1964 yılında Goldberg tarafından Tobit model olarak adlandırılmıştır. Tobin, çalışmasında dayanıklı tüketim malları üzerine hane halkı harcamalarını analiz ederken bazı ailelerin dayanıklı tüketim mali harcaması gibi bir harcama kaleminin olmaması sebebiyle bağımlı değişkeni negatif çıkan bir regresyon türü ile karşılaşmıştır. Harcamanın hiçbir zaman negatif olmayacağı gerçeğinden hareketle hane halkı geliri, belli bir düzeyi geçene kadar bu değişkene sıfır değeri atamıştır. O yıllarda tanımladığı bu model tobit modeline klasik bir örnektir (Tobin, 1958).

Tobit modeli, doğrusal regresyon modellerinin aksine bağımsız değişkenin bilinen değerlerine karşılık, bağımlı değişkenin değerlerinin bazılarının gözlenemediği durumlarda kullanılmaktadır. Bağımlı değişkenin aldığı değerler sınırlı olduğu için bazı yazarlar tarafından bu modellere "Bağımlı Değişkeni Sınırlı Modeller" adı verilmiştir.

Bağımlı değişkeni sınırlı olan modellerle sıklıkla karşılaşan araştırmacılar, bu değişkenlerin sınırlanmış yapısını, sınırlandırılmış (truncated) ve sansürlü (censored) veriler şeklinde ikiye ayırmışlardır. Belirli bir aralığın dışındaki gözlemler tamamen kaybediliyor ise sınırlandırılmış (truncated) model, bağımsız değişkenler gözleniyor ise sansürlü (censored) model olarak ifade edilmektedir (Zhou, 2007).

Standart Tobit regresyon modeli, çalışmalarda bağımlı değişken değerlerinin alttan veya üstten sınırlandırılmak zorunda olduğu durumlarda sıklıkla kullanılmaktadır. Ülkemizde sağlık alanında yapılan araştırmalarda tobit modellerin kullanımının sınırlı olduğu gözlenmiştir. Sağlık alanında yapılan araştırmalarda tahmin edilecek bağımlı değişken değerlerinin alttan ve üstten sansürlenmesi ve sınırlandırılması durumu ile karşılaşıldığı için tobit regresyon analizinin kullanımı yaygınlaştırılabilir. Uluslararası düzeyde yapılan çalışmalarda, genellikle EQ-5D, EQ-VAS gibi yaşam kalitesini gösteren ölçütlerin tahmin edilmesinde tobit regresyon modeli kullanılmıştır (Pasin, 2014).

Tobit modelde belirli bir değerde sansürlenmiş olan sürekli bir bağımlı değişken kullanılır. Bağımlı değişken değeri kimi zaman üstten kimi zaman alttan sansürlüdür. Veri sansürlemesi olduğunda, en küçük kareler doğrusal regresyon modellerinin tahmin edicilerinin yanlı ve tutarsız olduğu birçok araştırmada simülasyon çalışmaları ile kanıtlanmıştır (Greene,2003).

Kategorik ve sınırlı bağımlı değişken modellerinde olabilirlik fonksiyonları parametrelerin doğrusal bir fonksiyonu olmadıkları için açık çözümleri elde edilemez. Bu nedenle bu tür modellerin parametre tahminlerine ilişkin CONGRA (Conjugate Gradient), DBLDOG (Double Dogleg), NMSIMP (Nelder Mead Simplex), NEWRAP (Newton Raphson combining Line Search algorithm with Ridging), NRRIDG (Newton Raphson with Ridging), QUANEW (Quasi Newton) ve TRUREG (Trust Region) yöntemleri gibi birçok algoritma geliştirilmiştir.

Bu çalışmada, farklı optimizasyon yöntemlerine göre bağımlı değişkeni sınırlandırılmış olan veri setlerinin analizinde kullanılan parametre tahmin yöntemlerini karşılaştırmak amaçlanmıştır. Bu yöntemler; Probit En Büyük Olabilirlik Yöntemi, Lojit En Büyük Olabilirlik Yöntemi, Tobit En Büyük Olabilirlik Yöntemi ve Heckman İki Aşamalı Tahmin Yöntemidir (Heckman Two Step Estimation).

2. GENEL BİLGİLER

Yapılan bazı araştırmalarda bağımlı değişkenlerin tüm değerlerine ulaşılamamaktadır. Bağımlı değişkenin aldığı değerler sınırlı olduğu için bu modellere Bağımlı Değişkeni Sınırlı Modeller adı verilmiştir. Sınırlı değişkenler olarak da adlandırılan bu tür durumlarla sıklıkla karşılaşan araştırmacılar, bu değişkenlerin sınırlanmış yapısını ikiye ayırmışlardır (Jöreskog,2002).

- Sınırlandırılmış (Truncated) veriler
- Sansürlü (Censored) veriler

Sınırlandırılmış ve sansürlü verilerin birbirlerinden ayırt edilmesi gerekmektedir. Çünkü bu değişkenler kolayca birbirleri ile karıştırlabilmektedir. Belirli bir aralığın dışındaki gözlemler tamamen kaybedilmekte ise sınırlandırılmış model, bağımlı değişkenin gözlenemediği durumlarda en azından bağımsız değişkenler gözlenebiliyorsa sansürlü model olarak ifade edilmektedirler (Üçdoğruk,2001).

Bir çalışmada, bağımlı ve bağımsız değişkenlerde veri kaybı var ise bu durumda bağımlı değişken sınırlandırılmış olarak tanımlanır. Veriler sistematik olarak çalışmadan çıkarılıyor ise oluşan model kesilmiş ya da sınırlandırılmış model olacak ve bu veriler "sınırlandırılmış veriler" olarak adlandırılır. Farklı bir çalışmada, bağımlı değişken için bilgi kaybı olmasına rağmen bağımsız değişken ile ilgili bilgiler bulunmakta ise bağımlı değişken sansürlenmiş olarak tanımlanır ve bu veriler "sansürlü veriler" olarak adlandırılır (Davidson ve MacKinnon, 1999).

Hane halkı tüketim anketi verileri ile yapılan talep çalışmalarında karşılaşılan en önemli sorunlardan biri, talep çalışmasına konu olan bazı ürünleri, bazı hanelerin tüketmiyor (kullanmıyor) olmasıdır. Ancak söz konusu ürünü bu haneler normalde pahalı olması, gelir yetersizliği veya alışkanlık gibi sebeplerden dolayı tüketmemektedir. Böyle durumlarda bağımlı değişken (türetim), bazı haneler için sıfır olacaktır. Bazı haneler için bağımlı değişken değeri sıfır iken, tüm haneler için açıklayıcı değişkenin değeri mevcuttur.

Bu verilerle talep tahmini "En Küçük Kareler (LSE)" tahmincisi ile yapılır ise, sıfır değere sahip değişkenler için hata teriminin ortalaması sıfır olmayacaktır. Yapılan tahmin yanlı ve tutarsız sonuç verecektir. Bu durumda sınırlı bağımlı değişken modeli (Tobit) ile tahmin yapılmaktadır (Maddala, 1987, 1992; Burton ve ark. 1994; Gujarati, 2010).

Kategorik bağımlı değişkenler, bir olayın meydana gelmesine 1, gelmemesine 0 verilerek sürekli olmayan 0-1 değerlerini alan gösterge değişkenlerle ifade edilebilir. Her zaman modeller bu şekilde ikili olmayabilir. Bu yüzden bağımlı değişken açısından bir ayırım yapılmaktadır.

Bağımlı değişkenin evet-hayır, başarılı-başarısız, kabul-red gibi yalnızca iki cevaba bağlı olarak 0 ve 1 değerlerini alan ikili modeller vardır. Bağımlı değişkenin ikiden fazla değer aldığı çoklu tercih modelleri de vardır. İkili ve çoklu modellerin özel bir halini yansıtan ve nitel bağımlı değişkeni alttan, üstten veya her ikisine birden sınırlandırma getirilerek bağımlı değişkeni sansürleyen modeller bulunmaktadır (Eren, 2012).

Bağımlı değişkeni iki kategorili olan modellerdeki parametreleri tahmin etmede kullanılan yaklaşımların ilki Doğrusal Olasılık Modeli'dir.

Nitel bağımlı değişkenlerin bulunduğu modellerde, birimlere sunulan seçenekler arasında yapacağı tercihin olasılık değerini hesaplamak amacıyla kurulan ve bağımsız değişkenlerin doğrusal fonksiyonu olan modellere Doğrusal Olasılık Modeli (Linear Probability Model) denir.

Bağımsız değişken X ve ikili Y bağımlı değişkeninin oluşturduğu model aşağıda verilmiştir.

$$\underbrace{y_i}_{0 \text{ ya da } 1} = \underbrace{x_i'}_{1 \times K} \underbrace{\beta}_{K \times 1} + \underbrace{\varepsilon_i}_{1 \times 1} \quad (2.1)$$

$E(y_i|x_i)$, x_i değeri biliniyor iken y_i 'nin koşullu beklenen değeri, $P(y_i=1|x_i)$, x_i değeri biliniyor iken olayın gerçekleşmesinin koşullu olasılığı olarak yorumlanmaktadır.

$$P(\hat{y}_i=1|x_i)=\hat{y}_i= x_i'\hat{\beta} \quad (2.2)$$

Doğrusal Olasılık Modelinde \hat{y}_i tahmini olasılık değeri 0'dan daha az ve 1'den daha büyük değerler alabilir. Bu nedenden dolayı doğrusal olasılık modeli kullanılmamaktadır. Bunun yerine, \hat{y}_i 'nin x_i 'nin doğrusal bir fonksiyonu olmadığı ve olasılığın 0 ile 1 aralığının dışına çıkmadığını varsayan, doğrusal olmayan, normal birikimli dağılım ve lojistik dağılım fonksiyonları kullanılarak elde edilen probit ve lojit modeller kullanılmaktadır (Altıntaş, 2006).

2.1- Probit Model

Probit model, hata teriminin standart normal dağılıma sahip olduğunu varsaymaktadır.

Z değişkeni μ_Z ortalama ve σ^2 varyans ile normal dağılıyorsa Z değişkenine ait olasılık yoğunluk fonksiyonu ve birikimli dağılım fonksiyonu eşitlik 2.3 ve eşitlik 2.4'de verilmiştir.

$$f(z)=\phi(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) \quad (2.3)$$

$$\Phi(Z)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{Z_0}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{Z-\mu_Z}{\sigma}\right)^2\right)dz \quad (2.4)$$

Y , iki kategoriden oluşan cevap değişkeni ve X , regresyon modeline katılan bir vektör olsun. O zaman probit modeline ait koşullu olasılık değerleri Eşitlik 2.5 ve Eşitlik 2.6'daki gibi elde edilmektedir.

$$P(Y_i = 1 | x_i) = \Phi(x_i' \beta) = \int_{-\infty}^{x_i' \beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du \quad (2.5)$$

$$P(Y_i = 0 | x_i) = 1 - \Phi(x_i' \beta) = 1 - \int_{-\infty}^{x_i' \beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du \quad (2.6)$$

şeklindedir.

Eşitlik 2.5 ve Eşitlik 2.6'daki Φ , standart normal birikimli dağılım fonksiyonudur (Walck,2007).

Probit modelde incelenen bağımlı değişken kategorik, açıklayıcı bağımsız değişkenler nitel veya nicel olabilmektedir.

2.2- Lojit Model

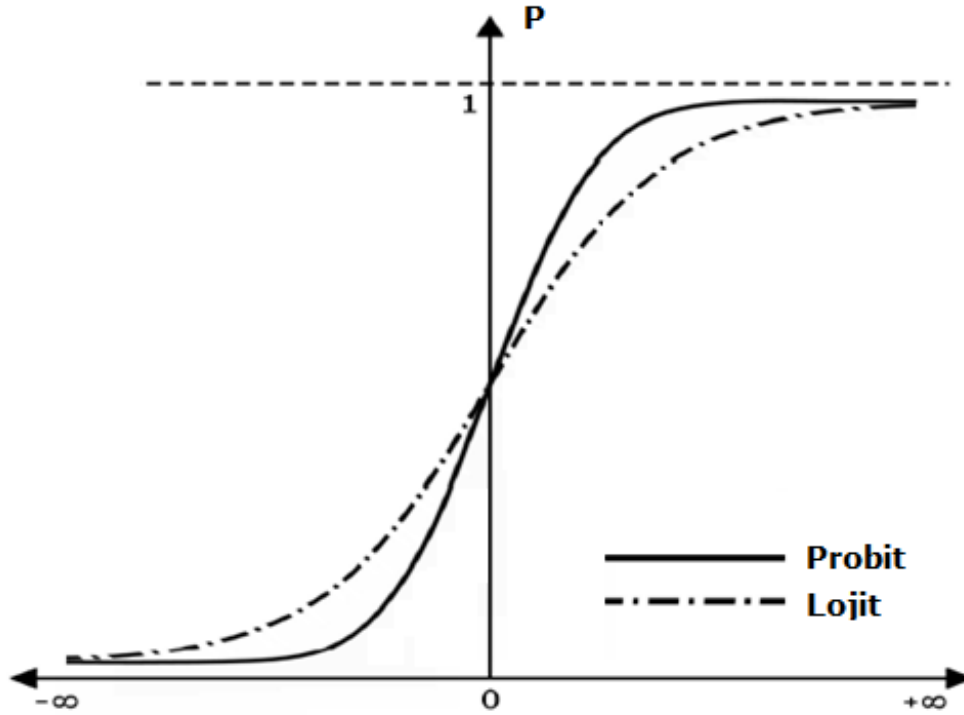
Lojit model, hata teriminin lojistik dağılıma sahip olduğunu varsaymaktadır. Dağılım fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$F(z) = \Lambda(z) = \frac{\exp(z)}{1 + \exp(z)} \quad (2.7)$$

Y ikili bir cevap değişkeni ve X regresyon denkleminde katılan bir vektör olsun. Lojit modeline ait koşullu olasılık değerleri aşağıdaki gibi bulunmaktadır ((Walck,2007).

$$P(Y_i = 1 | x_i) = \Lambda(x_i' \beta) = \frac{\exp(x_i' \beta)}{1 + \exp(x_i' \beta)} \quad (2.8)$$

$$P(Y_i = 0 | x_i) = 1 - \Lambda(x_i' \beta) = 1 - \frac{\exp(x_i' \beta)}{1 + \exp(x_i' \beta)} = \frac{1}{1 + \exp(x_i' \beta)} \quad (2.9)$$



Şekil 1.1: Probit ve lojit modelin birikimli dağılım olarak karşılaştırılması

Şekil 1.1'de görüleceği gibi, Probit ve Lojit modeli birbirlerine oldukça benzer ve elde edilen olasılık tahminleri birbirlerine yakın değerdedir. Lojistik modelde log-odds (olabilirlik oranları) kullanılırken, Probit modelde normal birikimli dağılım fonksiyonu kullanılmaktadır (Walck,2007).

Probit ve Lojit modellerde parametre tahmini de benzerdir. En büyük olabilirlik tahmin yöntemi kullanılmaktadır. Probit model seçilir ise Eşitlik 2.10, Lojistik model seçilir ise Eşitlik 2.11 kullanılır.

$$p_i = F(x_i' \beta) = \Phi(x_i' \beta) \quad (2.10)$$

$$p_i = F(x_i' \beta) = \Lambda(x_i' \beta) \quad (2.11)$$

Probit ve Lojit modelin koşullu yoğunluk fonksiyonları Eşitlik 2.12'deki gibi yazılmaktadır.

$$f(y_i | x_i; \beta) = F(x_i' \beta)^{y_i} [1 - F(x_i' \beta)]^{1-y_i} \quad (2.12)$$

Olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$L_N(\beta) = \prod_{i=1}^N f(y_i | x_i; \beta) \quad (2.13)$$

$$= \prod_{i=1}^N F(x_i' \beta)^{y_i} [1 - F(x_i' \beta)]^{1-y_i} \quad (2.14)$$

Bu denklemin logaritması alınarak logaritmik olabilirlik fonksiyonu Eşitlik 2.17'deki gibi elde edilir.

$$l_N(\beta) = \ln \prod_{i=1}^N f(y_i | x_i; \beta) = \sum_{i=1}^N \ln f(y_i | x_i; \beta) \quad (2.15)$$

$$= \sum_{i=1}^N \ln \{F(x_i' \beta)^{y_i} [1 - F(x_i' \beta)]^{1-y_i}\} \quad (2.16)$$

$$= \sum_{i=1}^N y_i \ln F(x_i' \beta) + (1 - y_i) \ln (1 - F(x_i' \beta)) \quad (2.17)$$

Logaritmik olabilirlik fonksiyonunun β 'ya göre türevini sıfır yapan nokta, olasılık değerinin maksimum olduğu noktayı vermektedir.

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial \beta} \ln(\beta)}_{K \times 1} = \frac{\partial}{\partial \beta} \sum_{i=1}^N y_i \ln F(x_i' \beta) + (1-y_i) \ln(1-F(x_i' \beta)) \quad (2.18)$$

$$= \sum_{i=1}^N \left\{ y_i \frac{f(x_i' \beta) \cdot x_i}{F(x_i' \beta)} + (1-y_i) \frac{-f(x_i' \beta) \cdot x_i}{1-F(x_i' \beta)} \right\} \quad (2.19)$$

$$= \sum_{i=1}^N \left\{ y_i \frac{f(x_i' \beta) \cdot x_i}{F(x_i' \beta)} + (1-y_i) \frac{-f(x_i' \beta) \cdot x_i}{1-F(x_i' \beta)} \right\} \quad (2.20)$$

$$= \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{y_i}{F(x_i' \beta)} - \frac{(1-y_i)}{1-F(x_i' \beta)} \right\} f(x_i' \beta) \cdot x_i \quad (2.21)$$

$$= \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{y_i(1-F(x_i' \beta)) - (1-y_i)F(x_i' \beta)}{F(x_i' \beta)(1-F(x_i' \beta))} \right\} f(x_i' \beta) \cdot x_i \quad (2.22)$$

$$= \sum_{i=1}^N \underbrace{\left\{ \frac{y_i - F(x_i' \beta)}{F(x_i' \beta)(1-F(x_i' \beta))} \right\}}_{1 \times 1} \underbrace{\frac{f(x_i' \beta) \cdot x_i}{1 \times 1}}_{K \times 1} = 0_{K \times 1} \quad (2.23)$$

En büyük olabilirlik fonksiyonunun türevi, parametreler bakımından doğrusal bir fonksiyon değildir ve açık bir çözümü yoktur. Bu nedenle parametre tahminlerinin elde edilmesi özel iteratif nümerik analiz yöntemlerinin kullanılması ile sağlanır.

Probit modeli için daha basit bir matematiksel ifade bulunmamaktadır.

$$\sum_{i=1}^N \left\{ \frac{y_i - \Phi(x_i' \beta)}{\Phi(x_i' \beta)(1-\Phi(x_i' \beta))} \right\} \Phi(x_i' \beta) \cdot x_i = 0_{K \times 1} \quad (2.24)$$

Lojit modeli için de olasılık yoğunluk fonksiyonu ve birikimli dağılım fonksiyonu 2.23 eşitliğinde gerekli yerlere yazılmıştır.

$$\sum_{i=1}^N \left\{ \frac{y_i - \Lambda(x_i' \beta)}{\Lambda(x_i' \beta)(1-\Lambda(x_i' \beta))} \right\} \Lambda(x_i' \beta) \cdot x_i = 0_{K \times 1} \quad (2.25)$$

Lojit modelde olasılık yoğunluk fonksiyonu ile birikimli dağılım fonksiyonu arasında Eşitlik 2.26'daki gibi bir ilişki bulunmaktadır.

$$\lambda(z) = \frac{\partial}{\partial \beta} \Lambda(z) = \frac{\partial}{\partial \beta} \left\{ \frac{\exp(z)}{1+\exp(z)} \right\} \quad (2.26)$$

$$= \left\{ \frac{\exp(z) \cdot (1+\exp(z)) - \exp(z) \cdot \exp(z)}{(1+\exp(z))^2} \right\} \quad (2.27)$$

$$= \frac{\exp(z)}{(1+\exp(z))^2} \quad (2.28)$$

$$= \frac{\exp(z)}{1+\exp(z)} \frac{1}{1+\exp(z)} = \Lambda(z) \cdot (1-\Lambda(z)) \quad (2.29)$$

$$= \lambda(x_i' \beta) = \Lambda(x_i' \beta) (1-\Lambda(x_i' \beta)) \quad (2.30)$$

Eşitlik 2.30 elde edildikten sonra Lojit modelin sadeleştirilmiş matematiksel ifadesi Eşitlik 2.32'de verilmiştir.

$$\sum_{i=1}^N \left\{ \frac{y_i - \Lambda(x_i' \beta)}{\Lambda(x_i' \beta) (1-\Lambda(x_i' \beta))} \right\} \frac{\Lambda(x_i' \beta) (1-\Lambda(x_i' \beta))}{\text{payda ile aynı ifade}} \cdot x_i = 0_{K \times 1} \quad (2.31)$$

$$= \sum_{i=1}^N \{y_i - \Lambda(x_i' \beta)\} \cdot x_i = 0_{K \times 1} \quad (2.32)$$

Bu matematiksel ifade göz önüne alındığında, Lojit modelin probit modele göre matematiksel olarak daha kolay hesaplanabilme avantajı bulunmaktadır (Yoshimoto, 2008).

2.3- Tobit Model

James Tobin tarafından 1958 de geliştirilen, bağımlı değişkene ait bilginin yalnızca bazı gözlemler için bulunduğu sansürlü örneklem modeli olarak bilinir. En küçük kareler regresyonunun parametrik olmayan alternatifidir (Liao, 1994).

Bağımlı değişken çok farklı şekillerde sınırlandırılmış olabilir. Bunlar arasında en sık kullanılan standart Tobit model olarak adlandırılan Tip 1 Tobit modelidir. Tip 2 Tobit modeli ise Heckman iki aşamalı model ile benzer görülmektedir. Amemiya (1985) örnek seçim şekli ve sansürleme tiplerindeki farklılıkları esas alarak beş farklı Tobit tipi modelini tanımlamıştır. Tobit tiplerinin model tanımlamaları sırasıyla aşağıdaki gibidir (Schnedler, 2005).

• Tip - I Tobit Model: Standart Tobit Modeli olarak tanımlanmaktadır. Aynı zamanda sansürlü regresyon modeli olarak adlandırılmıştır. Bağımsız değişken değerleri gözlemlenebilir iken bağımlı değişken her zaman gözlemlenememektedir. Bu sebeple y_i^* gibi bir gizli (latent) değişken tanımlanır. Sansürleme şekillerine göre aşağıdaki model tanımlamaları yapılmıştır.

- ✓ Veri seti y_L noktasında alttan sansürlü ise;

$$y_i = \begin{cases} y_i^* & , y_i^* > y_L \text{ ise} \\ y_L & , y_i^* \leq y_L \text{ ise} \end{cases} \quad (2.33)$$

- ✓ Veri seti y_U noktasında üstten sansürlü ise;

$$y_i = \begin{cases} y_i^* & , y_i^* > y_U \text{ ise} \\ y_U & , y_i^* \leq y_U \text{ ise} \end{cases} \quad (2.34)$$

- ✓ Veri seti hem y_L noktasında alttan sansürlü hem de y_U noktasında üstten sansürlü ise;

$$y_i = \begin{cases} y_i^* & , y_L < y_i^* < y_U \text{ ise} \\ y_L & , y_i^* \leq y_L \text{ ise} \\ y_U & , y_i^* \geq y_U \text{ ise} \end{cases} \quad (2.35)$$

Standart tobit modeli, sansür noktasını sıfır kabul etmektedir.

• Tip - II Tobit Model: Tip II Tobit Modelinde ikinci bir gizli (latent) değişkene ihtiyaç duyulmaktadır. Tip-I Model, bağımlı değişkenin sürece katılım kararı ile ilgili karar ile ilgilenmez iken, Tip II Model, hem sürece katılma kararı ile hem de katılıyor ise ne ölçüde ürünü kullandığı ya da tükettiği ile ilgili iki farklı durumu test etmektedir. Bu yapı Heckman'ın iki aşamalı modeli ile genelleştirilmiş olup ikinci gizli değişken modele Eşitlik 2.36'daki gibi etki etmektedir.

$$y_{2i} = \begin{cases} y_{2i}^* & , y_{1i}^* > 0 \text{ ise} \\ 0 & , y_{1i}^* \leq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.36)$$

• Tip - III Tobit Model: İkinci bir gözlenen bağımlı değişken modele dâhil edilmektedir. Model Eşitlik 2.37 ve Eşitlik 2.38'deki gibi tanımlanmaktadır.

$$y_{1i} = \begin{cases} y_{1i}^* & , y_{1i}^* > 0 \text{ ise} \\ 0 & , y_{1i}^* \leq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.37)$$

$$y_{2i} = \begin{cases} y_{2i}^* & , y_{1i}^* > 0 \text{ ise} \\ 0 & , y_{1i}^* \leq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.38)$$

• Tip - IV Tobit Model: Üç gözlenen bağımlı değişken ve üç gözlenmeyen gizli (latent) değişken modele dâhil edilmektedir. Model Eşitlik 2.39, 2.40 ve 2.41'deki gibi tanımlanmaktadır.

$$y_{1i} = \begin{cases} y_{1i}^* & , y_{1i}^* > 0 \text{ ise} \\ 0 & , y_{1i}^* \leq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.39)$$

$$y_{2i} = \begin{cases} y_{2i}^* & , y_{1i}^* > 0 \text{ ise} \\ 0 & , y_{1i}^* \leq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.40)$$

$$y_{3i} = \begin{cases} y_{3i}^* & , y_{1i}^* > 0 \text{ ise} \\ 0 & , y_{1i}^* \leq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.41)$$

• Tip - V Tobit Model: Tip II Tobit Modeline benzer olarak y_{1i}^* gizli (latent) değişkeninin gözlendiği görülmektedir. Model Eşitlik 2.42 ve 2.43'deki gibi elde edilmektedir.

$$y_{2i} = \begin{cases} y_{2i}^* & , y_{1i}^* > 0 \text{ ise} \\ 0 & , y_{1i}^* \leq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.42)$$

$$y_{3i} = \begin{cases} y_{3i}^* & , y_{1i}^* > 0 \text{ ise} \\ 0 & , y_{1i}^* \leq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.43)$$

Bu çalışmada, Standart Tobit Modeli olan Tip-I Tobit Modeli incelenmiştir. Parametre tahmin yöntemleri Tip-I Tobit Modeli esas alınarak gerçekleştirilmiştir.

Standart Tobit Modeli, y_i^* gibi bir gizli (latent) değişkenin varlığını varsayar. Bu değişken x_i değişkenine doğrusal olarak β parametresi veya vektörü ile bağlıdır. β parametresi veya vektörü lineer modelde olduğu gibi x_i ve y_i arasındaki ilişkiyi belirler. Ayrıca bu ilişkideki rassal etkileri kapsayacak normal dağılıma sahip bir hata terimi ε_i vardır.

Regresyon modelinin matematiksel formu Eşitlik 2.44'deki gibi oluşturulur.

$$\underbrace{y_i^*}_{1 \times 1} = \underbrace{x_i'}_{1 \times K} \underbrace{\beta}_{K \times 1} + \underbrace{\varepsilon_i}_{1 \times 1} \quad (2.44)$$

$$\varepsilon_i \mid x_i \sim N(0, \sigma^2)$$

$$y_i = \begin{cases} y_i^* & , y_i^* > L \text{ ise} \\ 0 & , y_i^* \leq L \text{ ise} \end{cases} \quad (2.45)$$

x_i sabit terim içeriyor ise, $L=0$ olarak genelleştirilebilir. Biçimsel olarak Eşitlik 2.49'daki gibi olduğu varsayılır.

$$x_i = \begin{bmatrix} 1 \\ x_{i1} \\ \vdots \\ x_{ik} \end{bmatrix} \text{ ve } \beta = \begin{bmatrix} \beta_{\text{sabit}} \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

$$y_i^* > L \Leftrightarrow x_i' \beta + \varepsilon_i > L \quad (y_i^* = x_i' \beta + \varepsilon_i) \quad (2.47)$$

$$\Leftrightarrow \beta_{\text{sabit}} + \begin{bmatrix} x_{i1} \\ \vdots \\ x_{ik} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \varepsilon_i > L \quad (2.48)$$

$$\Leftrightarrow (\beta_{\text{sabit}} - L) + \begin{bmatrix} x_{i1} \\ \vdots \\ x_{ik} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \varepsilon_i > 0. \quad (2.49)$$

Bu nedenle, β_{sabit} ve L ayrı bir şekilde tahmin edilemez. Tahmin etmede en küçük kareler yöntemi kullanılırsa sonuçlar yanlış olmaktadır. Verilerin büyük oranda sıfır gözlemleri içermesi durumunda bütün gözlemlere EKK yönteminin uygulanması parametre tahminlerinin yanlış olmasına, sıfır gözlemlerin ihmal edilmesi ise etkinlik kaybına neden olmaktadır.

Öncelikle y_i ve y_i^* nin olasılık yoğunluk fonksiyonu elde edilir. f ve f^* Eşitlik 2.50'deki gibi tanımlanır.

$$\begin{cases} f & : y_i \text{ olasılık yoğunluk fonksiyonu} \\ f^* & : y_i^* \text{ olasılık yoğunluk fonksiyonu} \end{cases} \quad (2.50)$$

Alt sınır olan L değeri 0 alınarak y_i Eşitlik 2.51'deki gibi belirlenir.

$$y_i = \begin{cases} y_i^* & , y_i^* > 0 \text{ ise} \\ 0 & , y_i^* \leq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.51)$$

Daha sonra, y_i 'nin koşullu dağılım fonksiyonu elde edilir $f(y_i|x_i)$. y_i 'nin tanımına göre iki durum düşünülmelidir.

(i) $y_i > 0$ durumu

(ii) $y_i = 0$ durumu

(i) $y_i > 0$ durumu

y_i nin tanımından, eğer $y_i > 0$ ise y_i nin koşullu dağılımı y_i^* 'nin koşullu dağılımı ile aynı olduğu görülmektedir.

$$\begin{aligned} f(y_i | x_i) &= f^*(y_i | x_i) \quad (y_i > 0 \text{ ise } y_i = y_i^* \text{ olduğu için}) \\ &= \frac{1}{\sigma} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y_i - x_i'\beta}{\sigma}\right)^2\right)}_{= \phi\left(\frac{y_i - x_i'\beta}{\sigma}\right)} \quad (y_i^* \sim N(x_i'\beta, \sigma^2)) \end{aligned} \quad (2.52)$$

$z = \frac{y_i - x_i'\beta}{\sigma}$ değişkeni $N(0,1)$ biçiminde standart normal dağılıma sahip olmak üzere;

$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right)$ olduğu için 2.52 eşitliğinin devamı 2.53'deki gibidir.

$$f(y_i | x_i) = f^*(y_i | x_i) = \frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{y_i - x_i'\beta}{\sigma}\right) \quad (2.53)$$

(ii) $y_i = 0$ durumu

Eşitlik 2.54'deki kesikli koşullu olasılık değeri elde edilmiştir.

$$P(y_i = 0 | x_i) = P(y_i^* \leq 0 | x_i) \quad (2.54)$$

$$= P(x_i' \beta + \varepsilon_i \leq 0 | x_i) \quad (2.55)$$

$$= P(\underbrace{\varepsilon_i}_{N(0, \sigma^2)} \leq -x_i' \beta | x_i) \quad (2.56)$$

$$= P\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma} \leq -\frac{x_i' \beta}{\sigma} | x_i\right) \quad (2.57)$$

$$= \Phi\left(-\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right) \quad (2.58)$$

Eşitlik 2.57'deki Φ standart normal birikimli dağılım fonksiyonudur. Standart normal dağılım simetrik olduğu için $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ dönüşümü yapılmıştır. Böylece, (i) ve (ii) durumlarının sonuçlarına göre, koşullu yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 2.59'daki gibi oluşturulmuştur.

$$f(x) = \begin{cases} \text{sürekli,} & f^*(y_i | x_i) = \frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{y_i - x_i' \beta}{\sigma}\right), & y_i > 0 \text{ ise} \\ \text{kesikli,} & P(y_i = 0 | x_i) = 1 - \Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right), & y_i = 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.59)$$

Daha sonra, Eşitlik 2.60'daki gibi gösterge değişkeni tanımlanır.

$$d_i = \begin{cases} 1 & , y_i > 0 \text{ ise} \\ 0 & , y_i \leq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.60)$$

d_i , gözlem sansürlü ($y_i > 0$) olduğu durumda 1'e eşit ve gözlem sansürlü ($y_i \leq 0$) olduğu durumda 0'a eşit olan gösterge değişkenidir.

Verilen bir x_i noktasında y_i 'nin koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu tanımlanır.

$$f(y_i | x_i) = \{ f^*(y_i | x_i) \}^{d_i} \cdot \{ P(y_i = 0 | x_i) \}^{1-d_i} \quad (2.61)$$

$$= \left\{ \frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{y_i - x_i' \beta}{\sigma}\right) \right\}^{d_i} \cdot \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right) \right\}^{1-d_i} \quad (2.62)$$

Rasgele seçilmiş örneklerde dağılımdan bağımsız olarak düşünülen x_1, x_2, \dots, x_n değerleri bulunabiliyor ise, bilinmeyen bir θ parametresine bağlı olarak bir $f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta)$ fonksiyondan söz edilebilir ve θ 'nın alınan bir değeri için bulunan verilerin olasılıkları ifade edilir. Bu durum, örneğin olabilirliği şeklinde söylenir. Örneğin olabilirliği, örnek verisinin gerçekte verilen θ 'dan elde edilmesi olasılığıdır. θ bilinmediği için veriden tahmin edilmesi gerekmektedir ki θ 'nın tahmini $\hat{\theta}$ değerini maksimum yapan değerden seçilmektedir. Bu şekilde, bilinmeyen parametrelerin değerlerini tahmin etme sürecine En büyük olabilirlik yöntemi adı verilmektedir (Çolak,2002).

Koşullu olasılık fonksiyonu i gözlemi için $f(y_i | x_i; \theta)$ olduğunda, n rasgele örneklem büyüklüğündeki çalışmalarda, gözlenen örneklerin bileşik olasılık fonksiyonu eşitlik 2.63'deki şekilde türetilebilir.

$$f(y | x; \theta) = \prod_{i=1}^n f(y_i | x_i; \theta) \quad (2.63)$$

Bu fonksiyon bilinmeyen θ parametre vektörünün bir fonksiyonu ve bir olabilirlik fonksiyonudur.

Tobit modelinin olabilirlik fonksiyonu Eşitlik 2.64'deki gibi tanımlanır.

$$L_N(\beta, \sigma^2) = \prod_{i=1}^N f(y_i | x_i) \quad (2.64)$$

$$= \prod_{i=1}^N \{f(y_i | x_i, y_i > 0)\}^{d_i} \cdot \{P(y_i^* \leq 0 | x_i)\}^{1-d_i} \quad (2.65)$$

$$= \prod_{i=1}^N \left\{ \frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{y_i - x_i' \beta}{\sigma}\right) \right\}^{d_i} \cdot \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right) \right\}^{1-d_i} \quad (2.66)$$

Modelin Logaritma olabilirlik (log-likelihood) fonksiyonu bulunarak çarpım ifadesi toplamsal bir ifadeye dönüştürülür.

$$\ln(\beta, \sigma^2) = \ln(L_N(\beta, \sigma^2)) \quad (2.67)$$

$$= \sum_{i=1}^N \left[d_i \ln \left\{ \frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{y_i - x_i' \beta}{\sigma}\right) \right\} + (1-d_i) \ln \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right) \right\} \right] \quad (2.68)$$

Tobit modelinin En büyük olabilirlik tahmincisi Eşitlik 2.69'daki gibi belirtilmektedir. Logaritma olabilirlik fonksiyonunun β ve σ^2 'ye göre türevini sıfır yapan nokta, olasılık değerinin maksimum olduğu noktayı vermektedir.

$$(\hat{\beta}_{ML}, \hat{\sigma}_{ML}^2) = \max_{\beta, \sigma^2} \{l_n(\beta, \sigma^2)\} \quad (2.69)$$

$$l_n(\beta, \sigma^2) = \sum_{i=1}^N [d_i \ln \left\{ \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - x_i' \beta}{\sigma}\right)^2\right)\right\} + (1-d_i) \ln \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right) \right\}] \quad (2.70)$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta} l_n(\beta, \sigma^2) = \sum_{i=1}^N \left[d_i \left\{ -\frac{1}{2} \frac{(y_i - x_i' \beta)}{\sigma^2} x_i \right\} - (1-d_i) \left\{ \frac{\phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)} x_i \right\} \right] \quad (2.71)$$

$$= \sum_{i=1}^N \left[d_i \left\{ -\frac{1}{2} \frac{(y_i - x_i' \beta)}{\sigma^2} \right\} - (1-d_i) \ln \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right) \right\} \right] x_i = 0_{k \times 1} \quad (2.72)$$

$$\frac{\partial}{\partial \sigma^2} l_n(\beta, \sigma^2) = \sum_{i=1}^N \left[d_i \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} + \frac{1}{2} \frac{(y_i - x_i' \beta)^2}{\sigma^4} \right\} + (1-d_i) \left\{ \frac{-\phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right) \cdot (-1) x_i' \beta \frac{1}{2\sigma^3}}{1 - \Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)} \right\} \right] \quad (2.73)$$

$$= \sum_{i=1}^N \left[d_i \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} + \frac{1}{2} \frac{(y_i - x_i' \beta)^2}{\sigma^4} \right\} + (1-d_i) \left\{ \frac{\phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)} x_i' \beta \frac{1}{2\sigma^3} \right\} \right] = 0_{1 \times 1} \quad (2.74)$$

Cevap değişkeninin bağımsız değişkenin değeri bilindiğinde beklenen değeri Eşitlik 2.75'deki gibi hesaplanır.

$$E_{y|x} (y|x) = E_{\varepsilon|x} (y|x) = E_d [E_{\varepsilon|x, d} [y|x, d] | x] \quad (2.75)$$

(Beklenen değer dönüşümü, burada d gösterge değişkendir.)

$$= P(d=0|x) \cdot E_{\varepsilon|x, d=0} [y|x, d=0] + P(d=1|x) \cdot E_{\varepsilon|x, d=1} [y|x, d=1] \quad (2.76)$$

$$= P(y^* \leq 0 | x_i) \cdot \underbrace{E_{\varepsilon|x, d=0} [y|x, d=0]}_{= 0 \text{ (d'nin tanımına göre)}} + P(y^* > 0 | x_i) \cdot E_{\varepsilon|x, d=1} [y|x, d=1] \quad (2.77)$$

$$= P(y^* > 0 | x_i) \cdot E_{\varepsilon|x, d=1} [y|x, d=1] \quad (2.78)$$

$$= P(y^* > 0 | x_i) \cdot E_{\varepsilon|x, y>0} [y|x, y>0] \quad (2.79)$$

Burada $y > 0$, $y^* > 0$ 'a eşit olduğu için Eşitlik 2.80'deki gibi yazılabilir.

$$E_{\varepsilon | x, y > 0} [y | x, y > 0] = E_{\varepsilon | x, y^* > 0} [y^* | x, y^* > 0] \quad (2.80)$$

$$= E_{\varepsilon | x, x'\beta + \varepsilon > 0} [x'\beta + \varepsilon | x, x'\beta + \varepsilon > 0] \quad (2.81)$$

$$= E_{\varepsilon | x'\beta + \varepsilon > 0} [x'\beta + \varepsilon | x'\beta + \varepsilon > 0] \quad (2.82)$$

$$= E_{\varepsilon | \varepsilon > -x'_i\beta} [x'_i\beta + \varepsilon | \varepsilon > -x'_i\beta] \quad (2.83)$$

$$= \underbrace{E_{\varepsilon | \varepsilon > -x'_i\beta} [x'_i\beta | \varepsilon > -x'_i\beta]}_{x'_i\beta} \quad (2.84)$$

$$+ E_{\varepsilon | \varepsilon > -x'_i\beta} [\varepsilon | \varepsilon > -x'_i\beta]$$

$$= x'_i\beta + E_{\varepsilon | \varepsilon > -x'_i\beta} [x'_i\beta | \varepsilon > -x'_i\beta] \quad (2.85)$$

$E_{\varepsilon | \varepsilon > -x'_i\beta} [x'_i\beta | \varepsilon > -x'_i\beta]$ hesaplayabilmek için sınırlandırılmış standart normal dağılımın beklenen değeri incelenmelidir.

Varsayalım ki $z \sim N(0_{1 \times 1}, 1)$ dağılımına sahip rassal değişken olsun. Sırası ile olasılık yoğunluk fonksiyonu ve birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 2.86 ve 2.87'de verilmiştir (Wooldridge, 2002).

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) \quad (2.86)$$

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \phi(u) du \quad (2.87)$$

c herhangi bir katsayı olmak üzere, $(z|z > c)$ koşullu rassal değişkeninin yoğunluk fonksiyonu,

$$h(z|z > c) = \frac{\phi(z)}{1 - \Phi(c)} \quad (2.88)$$

Eşitlik 2.88'deki koşullu rassal değişkenin yoğunluk fonksiyonu tanımlandıktan sonra koşullu beklenen değeri;

$$E_{z|z > c} [z | z > c] = \int_c^{\infty} z \cdot h(z|z > c) dz = \int_c^{\infty} z \cdot \frac{\phi(z)}{1 - \Phi(c)} dz = \frac{1}{1 - \Phi(c)} \int_c^{\infty} z \cdot \phi(z) dz \quad (2.89)$$

$$= \frac{1}{1 - \Phi(c)} \int_c^{\infty} z \cdot \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right)}_{hile} dz = \frac{1}{1 - \Phi(c)} \int_c^{\infty} \frac{d}{dz} \left\{ -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) \right\} dz \quad (2.90)$$

$$= \frac{1}{1-\Phi(c)} \int_{\infty}^c \frac{d}{dz} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) \right\} dz = \frac{1}{1-\Phi(c)} \frac{d}{dc} \int_{\infty}^c \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right)}_{\phi(z)} dz \quad (2.91)$$

$$= \frac{1}{1-\Phi(c)} \frac{d}{dc} \int_{\infty}^c \phi(u) du = \frac{\phi(c)}{1-\Phi(c)} \quad (2.92)$$

Eşitlik 2.92 elde edilmektedir. Sonuç olarak Eşitlik 2.85 ve Eşitlik 2.92 birleştirilerek Eşitlik 2.93 elde edilmiştir.

$$E_{z|z>c} [z | z > c] = \frac{\phi(c)}{1-\Phi(c)} \quad (2.93)$$

Eşitlik 2.93 ifadesi göz önüne alındığında, $\varepsilon_i | x_i \sim N(0_{1 \times 1}, \sigma^2)$ varsayımı ile $E_{\varepsilon | \varepsilon > -x_i' \beta} [x_i' \beta | \varepsilon > -x_i' \beta]$ ifadesi Eşitlik 2.94'deki gibi hesaplanır.

$$E_{\varepsilon_i | x_i' \beta > -\varepsilon} \left[\begin{array}{c} \varepsilon_j \\ \varepsilon_i \sim N(0_{1 \times 1}, \sigma^2) \end{array} \middle| \varepsilon > -x_i' \beta \right] = \sigma \cdot E_{\varepsilon | \varepsilon > -x_i' \beta} \left[\frac{\varepsilon_i}{\sigma} \middle| \frac{\varepsilon}{\sigma} > -\frac{x_i' \beta}{\sigma} \right] \quad (2.94)$$

$$= \sigma \cdot E_{\varepsilon | \frac{\varepsilon}{\sigma} > -\frac{x_i' \beta}{\sigma}} \left[\begin{array}{c} \frac{\varepsilon_i}{\sigma} \\ \frac{\varepsilon_i}{\sigma} \sim N(0_{1 \times 1}, 1) \end{array} \middle| \frac{\varepsilon}{\sigma} > -\frac{x_i' \beta}{\sigma} \right] = \sigma \cdot \left[\frac{\phi\left(-\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)}{1-\Phi\left(-\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)} \right] \quad (2.95)$$

$\phi(-z) = \phi(z)$ ve $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ olduğu için;

$$= \sigma \cdot \left[\frac{\phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)}{1 - \left[1 - \Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)\right]} \right] \quad (2.96)$$

$$= \sigma \cdot \left[\frac{\phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)} \right] \quad (2.97)$$

Eşitlik 2.97 elde edilir.

$$E_{y_i|x_i} (y_i|x_i) = P(y^* > 0 | x_i) \cdot E_{y_i|x_i, y_i > 0} [y_i | x_i, y_i > 0] \quad (2.98)$$

$$= \Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right) \cdot \left[x_i' \beta + \sigma \cdot \left[\frac{\phi\left(-\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)} \right] \right] \quad (2.99)$$

$$= \Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right) \cdot x_i' \beta + \sigma \cdot \phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right) \quad (2.100)$$

$$= x_i' \beta + \sigma \cdot \left[\frac{\phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)} \right] \quad (2.101)$$

Özetle, iki koşullu beklenen değer elde edilmiştir (Yoshimoto, 2008).

- $E_{y_i|x_i} (y_i|x_i) = \Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right) \cdot x_i' \beta + \sigma \cdot \phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)$
- $E_{y_i | x_i, y_i > 0} [y_i | x_i, y_i > 0] = x_i' \beta + \sigma \cdot \left[\frac{\phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)} \right]$

2.4- Heckman İki Aşamalı Tahmin Yöntemi

Tobit modelinin en temel tahmin yöntemi en büyük olabilirlik yöntemidir. Heckman iki aşamalı tahmin yöntemi ise en büyük olabilirlik yöntemine alternatif bir yöntemdir.

Eşitlik 2.100'deki koşullu beklenen değer ifadesine dayanarak β ve σ tutarlı tahmincilerini elde etmede Heckman iki aşamalı tahmin yöntemi uygulanır (Shonkwiler,1999).

Ters Mills Oranı (Hazard fonksiyonu, Inverse Mills Ratio) tanımlanır.

$$\lambda(z) = \frac{\phi(z)}{\Phi(z)} \quad (2.102)$$

$$\lambda\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right) = \frac{\phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right)} \quad (2.103)$$

Bu durumda Eşitlik 2.101'deki denklem, Eşitlik 2.104'deki gibi yazılmaktadır.

$$E[y_i | x_i, y_i > 0] = x_i' \beta + \sigma \cdot \lambda\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right) \quad (2.104)$$

Heckman $y_i > 0$ olan veriler için modeli, Eşitlik 2.105'deki gibi tanımlamıştır (Heckman, 1979).

$$y_i = x_i' \beta + \sigma \lambda\left(\frac{x_i' \beta}{\sigma}\right) + u_i \quad (2.105)$$

u_i hata teriminin koşullu beklenen değeri 0'dır ($E[u_i | x_i, y_i > 0] = 0$).

Tahmin, 2 aşamada uygulanmaktadır.

Aşama 1: Heckman'ın iki aşamada uyguladığı tahmin yönteminin birinci aşamasında, örneklem seçim sapmasını belirlemek ve seçim sapmasını gösteren modelin istatistiksel olarak doğruluğunu tespit etmek amacı ile seçim modeli tahmin edilir. Bu model tipik olarak ikili probit modeldir; fakat ikili lojit model de kullanılabilir.

$$d_i = x_i' \beta + \varepsilon_i \quad (2.106)$$

$$\underbrace{d_i}_{0 \text{ ya da } 1} = x_i' \beta + \underbrace{\varepsilon_i}_{\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)} \quad (2.107)$$

Eşitlik 2.60'daki gibi gösterge değişkeni tanımlanır. Gösterge değişken tanımlandıktan sonra Eşitlik 2.106 modeli kurulur. Tüm veriler kullanılarak, gösterge değişkeni aracılığı ile probit ya da lojit modeli kurularak $\left(\frac{\hat{\beta}}{\sigma}\right)$ tahmin edilir.

Aşama 2: Heckman yöntemine göre, bir düzeltme faktörü olan Ters Mill's Oranı (Inverse Mill's Ratio) λ , probit modelinden elde edilen sonuçlar kullanılarak bulunur ve ikinci adımda, gözlemlerin yanlış tahminini ortadan kaldırmak amacı ile tahmin edilen Ters Mill's Oranı λ ayrı bir açıklayıcı değişken olarak modele dâhil edilir.

Birinci adımda elde edilen $\left(\frac{\hat{\beta}}{\sigma}\right)$ tahmini kullanılarak hazard fonksiyonu tahmin edilir.

$$\lambda\left(\frac{\widehat{x_i' \beta}}{\sigma}\right) = \lambda\left(x_i' \left(\frac{\hat{\beta}}{\sigma}\right)\right) = \frac{\phi\left(x_i' \left(\frac{\hat{\beta}}{\sigma}\right)\right)}{\Phi\left(x_i' \left(\frac{\hat{\beta}}{\sigma}\right)\right)} \quad (2.108)$$

Daha sonra, sadece $y_i > 0$ verileri kullanılarak model için EKK yöntemi uygulanır ve $\hat{\beta}$ ve $\hat{\sigma}$ tahmini elde edilir.

$$y_i = x_i' \beta + \sigma \cdot \lambda\left(\frac{\widehat{x_i' \beta}}{\sigma}\right) + u_i \quad (2.109)$$

3. GEREÇ ve YÖNTEM

Bağımlı değişkeni kategorik ve sınırlandırılmış veri setlerinin analizinde kullanılan Probit, Lojit, Tobit ve Heckman İki Aşamalı tahmin modellerinin karşılaştırılmasında 7 farklı optimizasyon algoritması ve 1000 tekrarlı Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılmıştır. Karşılaştırmalar iki temel ölçüt kullanılarak yapılmıştır. Bu ölçütler,

- Parametre tahminleri ve hata kareler ortalamaları,
- Yakınsama oranlarına göre algoritmaların performansları

olarak belirlenmiştir.

3.1- Optimizasyon Yöntemleri

Doğrusal regresyon analizinde elde edilen olabilirlik fonksiyonları bilinmeyen parametrelerde doğrusaldır ve çözümleri kolaydır. Ancak kategorik bağımlı değişken modellerinde olabilirlik fonksiyonları parametrelerin doğrusal bir fonksiyonu olmadıkları için açık çözümleri elde edilemez. Bu nedenle bu tür modellerin parametre tahminlerine ilişkin CONGRA (Conjugate Gradient), DBLDOG (Double Dogleg), NMSIMP (Nelder Mead Simplex), NEWRAP (Newton Raphson combining Line Search algorithm with Ridging), NRRIDG (Newton Raphson with Ridging), QUANEW (Quasi Newton) ve TRUREG (Trust Region) yöntemleri gibi birçok algoritma geliştirilmiştir.

Doğrusal olmayan eşitlik çözümlerinde kullanılan optimizasyon yöntemleri, iterasyon boyunca kullandıkları bilgilere göre farklılık göstermektedir. Genel olarak, optimizasyon yöntemleri farklı Gradient ve Hessian matrisine ait bilgileri kullanarak yakınsama sağlamaktadır. Optimizasyon yöntemlerinde en doğru sonuçlara ulaşılmasına rağmen bu yöntemler ile yakınsama elde etmek uzun sürebilmektedir. Bazen yakınsamanın elde edilmesi mümkün olmamaktadır (Boggs, 2000).

Parametre tahmininde öncelikle parametreler için başlangıç değerleri atanır. Her iterasyonda atanan bu parametre değerleri güncellenir. Amaç, hata olabilirlik fonksiyonunu maksimize etmek yani hata fonksiyonunu minimize etmektir. Maksimizasyon veya minimizasyonun elde edilmesinde parametrelerin her iterasyonda hangi yönde değişmesi gerektiğini optimizasyon yöntemleri belirlemektedir. Quadratik formda olan hata fonksiyonu,

$$E=e'e=\sum_{i=1}^n (y-\hat{y})^2 \quad (3.1)$$

Parametre tahminlerinde yapılan değişim ile minimize edilebilir. Bu nedenle, algoritmanın (t+1) aşamasında parametre tahminlerindeki değişimin miktarı ve yönü,

$$\beta^{t+1} = \beta^t - H(\beta^t)^{-1} S(\beta^t) \quad (3.2)$$

şeklinde belirlenir. Burada $H(\beta)$ Hessian matrisi olup hata fonksiyonunun parametrelere göre ikinci dereceden türevinden elde edilmektedir. $S(\beta)$ ise hata fonksiyonunun parametrelere göre birinci dereceden türevinden elde edilmektedir.

Bütün optimizasyon yöntemlerinde Gradient kullanılmasına rağmen Hessian, sadece Newton Raphson, Newton Raphson Ridge, Trust Region gibi optimizasyon yöntemleri tarafından kullanılmaktadır. Quasi Newton, Levenberg Marquent ve Double Dogleg gibi yöntemlerde Hessian yerine Hessian'ın yaklaşık değeri kullanılmaktadır. $H(\beta)$ 'yi doğrudan kullanan yöntemlerde Eşitlik 3.2 $H(\beta)$ 'nin yaklaşık değerini kullanan yöntemlerde Eşitlik 3.3 kullanılmaktadır.

$$\beta^{t+1} = \beta^t - [J^T J]^{-1} J^T e \quad (3.3)$$

Hessian'ın yaklaşık değerini kullanan yöntemler $H(\beta)$ yerine $H = J^T J$ yaklaşımı ile yaklaşık değerini elde ederler. J , Jakobian değerleri olup gradient hesaplaması için kullanılmaktadır.

$$g = J^T e \quad (3.4)$$

Gradient, Jakobian ile hata teriminden yararlanarak hesaplanmaktadır. Jakobian, hata fonksiyonunun parametre tahminlerine göre kısmi türevi alınarak hesaplanır ve Gradient $S(\beta^t)$ ifadesine karşılık gelmektedir (Ser, 2013).

Bu çalışmada, yedi farklı optimizasyon tekniği kullanılarak Probit, Lojit, Tobit ve Heckman modellerinin karşılaştırılması amaçlanmıştır. Bu optimizasyon yöntemleri arasında bazı farklılıklar vardır. Örneğin Trust Region tekniği hata fonksiyonunun parametre tahminlerine göre birinci ve ikinci derecede türevleri için bir bölge tanımlar ve parametrelerin tahmin edilmesini sağlar. Newton Raphson Ridge tekniği Hessian matrisinin ortogonal parçalanmasından yararlanmaktadır. Double-Dogleg tekniği, Quasi Newton ile Trust-Region yöntemlerini bir araya getirerek hata fonksiyonunu minimize etmektedir.

Bu çalışmada kullanılan optimizasyon yöntemleri;

- Newton Raphson (NEWRAP)
- Quasi Newton (QUANEW)
- Conjugate-Gradient (CONGRA)
- Double Dogleg (DBLDOG)
- Nelder Mead Simplex (NMSIMP)
- Newton Raphson Ridging (NRRIDG)
- Trust Region (TRUREG)

Tablo 3.1– Optimizasyon yöntemleri ve kullandıkları türev dereceleri

Optimizasyon Yöntemleri	FOD	SOD
Newton Raphson (NEWRAP)	x	x
Quasi Newton (QUANEW)	x	-
Conjugate-Gradient (CONGRA)	x	-
Double Dogleg (DBLDOG)	x	-
Nelder Mead Simplex (NMSIMP)	-	-
Newton Raphson Ridging (NRRIDG)	x	x
Trust Region (TRUREG)	x	x

FOD: First Order Derivates (Birinci Dereceden Türev)

SOD: Second Order Derivates (İkinci Dereceden Türev)

Birinci dereceden türev gerektiren QANEW, CONGRA ve DBLDOG, orta büyüklükteki problemler için uygulanması daha uygun olmaktadır. Ana fonksiyon ve gradient hesaplamaları Hessian'dan çok daha hızlı elde edilmektedir.

İkinci dereceden türev gerektiren NEWRAP, NRRIDG ve TRUREG küçük veri seti ve karmaşık olmayan modellerde uygulanması daha uygundur. Bazı durumlarda NRRIDG, TRUREG tekniğinden daha hızlı çalışmaktadır.

QUANEW, CONGRA ve DBLDOG yöntemleri, NEWRAP, NRRIDG ve TRUREG yöntemlerinden çok daha fazla iterasyon gerektirmektedir. Ancak bu optimizasyon yöntemlerinde her iterasyon çok hızlı gerçekleşmektedir.

NMSIMP tekniği, fonksiyonun sürekli türevlenebilir olmasını varsaymaz. Bu nedenle birinci ve ikinci dereceden türev gerektirmemektedir (SAS,2010).

3.2- Simülasyon Çalışması

Simülasyonlarda kullanılmak üzere tek açıklayıcı değişken içeren Standart Tobit Regresyon Modeli,

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad (3.5)$$

$$y_i = \begin{cases} y_i^* & , y_i^* > L=0 \text{ ise} \\ 0 & , y_i^* \leq L=0 \text{ ise} \end{cases} \quad (3.6)$$

Eşitlik 3.5 ve 3.6'daki gibi belirlenmiştir. Burada β_0 sabiti, β_1 açıklayıcı değişkenin katsayısını göstermektedir. Modelde yer alan ε_i rassal değişkeni, 0 ortalamalı ve σ^2 varyanslı normal dağılıma sahip rasgele etkiyi göstermektedir ve X_i açıklayıcı değişkeninden bağımsızdır ($\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$).

Bu simülasyon çalışmasının amacı, β_0 , β_1 ve σ^2 parametrelerini tahmin etmede hangi yöntemin en iyi olduğunu belirlemektir.

Simülasyon çalışmasında örneklem büyüklüğü 25, 50, 75, 100, 250, 500, 1000 olarak belirlenmiştir.

Başlangıçta β_0 , β_1 , $\sigma^2=1$ olacak şekilde sabit değer atanmıştır. Her bir yöntem için 1000 farklı parametre tahmininin ortalaması alınmıştır ($\beta_0, \beta_1, \sigma^2$). Bu ortalama tahmin değerlerinin başlangıçta atanan değerlere ne kadar yakınsadığı saptanmıştır.

3.2.1- Simülasyon Algoritması

Yöntemlerin karşılaştırılmasında kullanılan verilerin türetimi için Standart Tobit Regresyon Modeli kullanılarak aşağıdaki adımlar uygulanmıştır.

1. $\beta_0, \beta_1, \sigma^2=1$ ve $L=0$ alınarak sabit bir değer atandı.
2. $r=1000$ olarak alındı.
3. n_i gözlem içeren veri seti için n_i sayıda açıklayıcı değişken x_i , 0 ortalamalı ve 1 varyanslı standart normal dağılımdan türetildi.
4. n_i gözlem içeren veri seti için n_i sayıda ε_i rassal değişkeni, 0 ortalamalı ve σ^2 varyanslı normal dağılımdan türetildi.
5. İlk 3 adımda elde edilen değerler standart tobit regresyon modelinde yerine konularak y_l (y latent) değerleri elde edildi.

6. İkinci Adımda elde edilen açıklayıcı değişken ile Dördüncü Adımda elde edilen cevap değişkeni, karşılaştırmaları yapılan dört yöntemde kullanılarak analizler gerçekleştirildi.
7. Yapılan analizler sonucunda her bir yöntemden elde edilen parametre tahminleri, parametre tahminlerine ait hata kareler ortalamaları kaydedildi.

Böylece her bir yöntemden 1000 tane parametre tahmini ve hata kareler ortalamaları elde edildi. 5 ve 6. ve 7. Adımlar 7 farklı optimizasyon algoritması için tekrarlandı ve sonuçlar elde edildi.

3.2.2- Simülasyon Parametreleri

Simülasyon çalışmasında başlangıç parametreleri, örnek hacimleri ve replikasyon sayıları

- $\beta_0, \beta_1, \sigma^2=1,$
- $L=0,$
- $n_1=25, n_2=50, n_3=75, n_4=100, n_5=250, n_6=500, n_7=1000,$
- $r=1000$

olarak belirlenmiştir.

3.2.3- Karşılaştırma Ölçütleri

Parametre tahminleri ve hata kareler ortalamaları, Yakınsama oranlarına göre algoritmaların performansları karşılaştırma ölçütleri olarak belirlenmiştir.

Her bir yöntem için 1000 farklı parametre tahmin ortalaması alınmıştır. Bu ortalama tahmin değerlerinin Simülasyon Algoritması bölümünde algoritmanın 1. Adımında verilen başlangıç parametre değerlerine ne kadar yakınsadığı saptanmıştır. Parametre için verilen değer ile ortalama arasındaki farkların karesi alınarak ortalama hesaplanmıştır. Bu değerler kullanılarak yöntemler karşılaştırılmıştır.

Probit, Lojit, Tobit ve İki Aşamalı Heckman Modellerinin karşılaştırılmasında 7 farklı optimizasyon algoritması kullanılarak yakınsama oranlarına göre algoritmaların performansları değerlendirilmiştir.

3.3- Simülasyon Çalışmasında Kullanılan Paket Programlar

Yöntemlerin karşılaştırılmaları Monte Carlo simülasyon yöntemi ile SAS 9.3 programında gerçekleştirilmiştir. PROC QLIM, PROC SORT ve PROC MEANS prosedürleri kullanılmıştır. Veri setlerinin türetilmesinde SAS programlama dilinden yararlanılmıştır. Aşağıda verilen programda,

- Gözlem sayısı $n_1=25$,
- $\beta_0, \beta_1, \sigma^2=1$,
- $L=0$,
- Bağımsız değişken $N\sim(0,1)$,
- ε_i rassal değişken $N\sim(0,1)$,
- Newton Raphson Optimizasyon Algoritması (NEWRAP),
- $r=1000$

uygulanmıştır. Bu programda uygulanan dağılım ve parametre başlangıç değerleri ile 1000 farklı veri setini oluşturan program kodları ve bu veri setlerini kullanarak Probit, Lojit, Tobit ve Heckman İki Aşamalı tahmin yöntemlerinde sırası ile PROC QLIM, PROC SORT, PROC MEANS prosedürleri kullanılarak yazılan SAS program kodları yer almaktadır.

```
/* VERI TURETİMİ */
DATA veriler;
CALL STREAMINIT(123);
a=1;
b=1;
sigma=1;
y0=0;
n=25;
r=1000;
DO j=1 TO r;
  DO i=1 TO n;
    x = RAND('NORMAL',0,1); /* UNIFORM DISTRIBUTION: x=-SQRT(3)+2*SQRT(3)*RAND('UNIFORM'); */
    e = RAND('NORMAL',0,1);
    yl = a + b * x + e;
    IF (yl > y0) THEN y = yl; ELSE y = 0;
    IF (yl > y0) THEN y_probit = 1; ELSE y_probit = 0;
    IF (yl > y0) THEN y_logit = 1; ELSE y_logit = 0;
    IF (yl > y0) THEN y_heckman = yl; ELSE y_heckman = 0;
  END;
  OUTPUT;
END;
END;
RUN;
```



```

/*PROBIT MODEL*/

PROC QLIM DATA=veriler METHOD=NEWWRAP /*CONGRA-DBLDOG-NMSIMP-NRRIDG-QUANEW-TRUREG*/
OUTEST=probit NOPRINT PLOTS=NONE;
BY j;
MODEL y_probit = x;
ENDOGENOUS y_probit ~ discrete ;
RUN;
PROC SORT DATA=probit;
BY _TYPE_;
RUN;
DATA probit2;
    a=1;
    b=1;
    y0=0;
SET probit;
    IF _TYPE_ = 'PARM' AND _STATUS_='0 Converged';
    MSEa_probit=((Intercept-a)**2);
    MSEb_probit=((x-b)**2);
RUN;
PROC MEANS DATA=probit2 N MEAN STD;
TITLE 'Probit MLE with NEWWRAP Optimization Algorithm';
VAR Intercept MSEa_probit x MSEb_probit;
OUTPUT OUT=parmestmseprobit;
RUN;

/*LOGIT MODEL*/

PROC QLIM DATA=veriler METHOD=NEWWRAP /*CONGRA-DBLDOG-NMSIMP-NRRIDG-QUANEW-TRUREG*/
OUTEST=logit NOPRINT PLOTS=NONE;
BY j;
MODEL y_logit = x;
ENDOGENOUS y_logit ~ discrete (DISTRIBUTION=LOGISTIC) ;
RUN;
PROC SORT DATA=logit;
BY _TYPE_;
RUN;
DATA logit2;
    a=1;
    b=1;
    sigma=1;
    y0=0;
SET logit;
    IF _TYPE_ = 'PARM' AND _STATUS_='0 Converged';
    MSEa_logit=(Intercept-a)**2;
    MSEb_logit=(x-b)**2;
RUN;
PROC MEANS DATA=logit2 N MEAN STD;
TITLE 'Logit MLE with NEWWRAP Optimization Algorithm';
VAR Intercept MSEa_logit x MSEb_logit;
OUTPUT OUT=parmestmselogit;
RUN;

```

```

/*TOBIT MODEL*/

PROC QLIM DATA=veriler METHOD=NEWRAP /*CONGRA-DBLDOG-NMSIMP-NRRIDG-QUANEW-TRUREG*/
OUTEST=tobit NOPRINT PLOTS=NONE;
BY j;
MODEL y = x;
ENDOGENOUS y ~ CENSORED(LB=y0);
RUN;
PROC SORT DATA=tobit;
BY _TYPE_;
RUN;
DATA tobit2;
    a=1;
    b=1;
    sigma=1;
    y0=0;
SET tobit;
    IF _TYPE_ = 'PARM' and _STATUS_='0 Converged';
    MSEa=((Intercept-a)**2);
    MSEb=((x-b)**2);
    MSEsig=((_Sigma-sigma)**2);
RUN;
PROC MEANS DATA=tobit2 N MEAN STD;
TITLE 'Tobit MLE with NEWRAP Optimization Algorithm';
VAR Intercept MSEa x MSEb _Sigma MSEsig;
OUTPUT OUT=parmestmsetobit;
RUN;

/* HECKMAN TWO STEP */

PROC QLIM DATA=veriler METHOD=NEWRAP /*CONGRA-DBLDOG-NMSIMP-NRRIDG-QUANEW-TRUREG*/
OUTEST=heckman NOPRINT PLOTS=NONE;
BY j;
MODEL y_probit = x / DISCRETE;
MODEL y_heckman = x / SELECT(y_probit=1);
RUN;
PROC SORT DATA=heckman;
BY _TYPE_;
RUN;
DATA heckman2;
    a=1;
    b=1;
    sigma=1;
    y0=0;
SET heckman;
    IF _TYPE_ = 'PARM' and _STATUS_='0 Converged';
    MSEa_heckman=(y_heckman_Intercept-a)**2;
    MSEb_heckman=(y_heckman_x-b)**2;
    MSEsig_heckman=( _Sigma_y_heckman-sigma)**2;
RUN;
PROC MEANS DATA=heckman2 N MEAN STD;
TITLE 'Heckman Estimation with NEWRAP Optimization Algorithm';
VAR y_heckman_Intercept MSEa_heckman y_heckman_x MSEb_heckman _Sigma_y_heckman
MSEsig_heckman;
OUTPUT OUT=parmestmseheckman;
RUN;

```

4. BULGULAR

Yapılan simülasyon çalışması sonucunda her bir yöntem için elde edilen parametre tahminleri, hata kareler ortalamaları ve algoritmalara ait yakınsama oranları tablolar aracılığı ile gösterilmiştir.

4.1- Probit En Büyük Olabilirlik Yöntemine İlişkin Bulgular

Probit En büyük olabilirlik yöntemine ilişkin Newton Raphson, Quasi Newton ve Conjugate Gradient optimizasyon algoritmalarına ait bulgular dağılım türleri ve $\beta_0, \beta_1, \sigma^2=1$ parametre değerleri için elde edilen bulgular Tablo 4.1, Tablo 4.2 ve Tablo 4.3' de verilmiştir.

Tablo 4.1, Tablo 4.2 ve Tablo 4.3'de Probit en büyük olabilirlik yöntemine ait farklı örnek hacimleri ve dağılım türlerine göre veri türetimi ile elde edilmiş 1000 tekrarlı β_0 ve β_1 parametre tahmin değerlerinin ortalaması ve bu değerlerin hata kareler ortalaması yer almaktadır.

Tablo 4.1- Newton Raphson optimizasyon algoritmasına ait Probit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	2.4891	272.13	2.9313	436.69	100
	Uniform	5.4838	3203.48	6.5953	6009.58	100
50	Normal	1.1207	0.3818	1.1846	0.7288	100
	Uniform	1.2072	5.1965	1.2211	3.8826	100
75	Normal	1.0578	0.0694	1.0845	0.0906	100
	Uniform	1.0691	0.0851	1.0869	0.1098	100
100	Normal	1.0354	0.0443	1.0550	0.0585	100
	Uniform	1.0491	0.0540	1.0630	0.0679	100
250	Normal	1.0159	0.0152	1.0192	0.0214	100
	Uniform	1.0192	0.0177	1.0206	0.0212	100
500	Normal	1.0078	0.0074	1.0105	0.0104	100
	Uniform	1.0096	0.0083	1.0121	0.0095	100
1000	Normal	1.0009	0.0035	1.0040	0.0048	100
	Uniform	1.0031	0.0039	1.0086	0.0046	100

Tablo 4.2- Quasi Newton optimizasyon algoritmasına ait Probit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	Yakınsama
						Oranı %
25	Normal	6.6646	6506.22	6.8796	5837.32	99.9
	Uniform	7.0078	6781.08	8.5552	13166.49	100
50	Normal	1.1167	0.2391	1.1607	0.2985	100
	Uniform	1.2316	9.1707	1.2420	6.7659	100
75	Normal	1.0553	0.0747	1.0889	0.1042	100
	Uniform	1.0691	0.0851	1.0869	0.1098	100
100	Normal	1.0342	0.0489	1.0566	0.0679	100
	Uniform	1.0491	0.0540	1.0630	0.0679	100
250	Normal	1.0105	0.0162	1.0174	0.0215	100
	Uniform	1.0192	0.0177	1.0206	0.0212	100
500	Normal	1.0045	0.0069	1.0032	0.0098	100
	Uniform	1.0096	0.0083	1.0121	0.0095	100
1000	Normal	1.0077	0.0038	1.0070	0.0046	100
	Uniform	1.0010	1.0033	0.0035	0.0045	100

Tablo 4.3- Conjugate Gradient optimizasyon algoritmasına ait Probit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	Yakınsama
						Oranı %
25	Normal	8.7028	10943.25	10.1088	11079.15	100
	Uniform	5768.16	33241	7516.46	564542	100
50	Normal	1.0884	0.1277	1.1561	0.2110	100
	Uniform	3.5803	6041.86	3.5497	5804.41	100
75	Normal	1.0575	0.0760	1.0904	0.1090	100
	Uniform	1.0792	0.1016	1.0877	0.1120	100
100	Normal	1.0436	0.0425	1.0664	0.0654	100
	Uniform	1.0448	0.0581	1.0477	0.0698	100
250	Normal	1.0166	0.0146	1.0271	0.0224	100
	Uniform	1.0202	0.0178	1.0236	0.0214	100
500	Normal	1.0131	0.0073	1.0122	0.0099	100
	Uniform	1.0087	0.0072	1.0162	0.0090	100
1000	Normal	1.0061	0.0036	1.0079	0.0049	100
	Uniform	1.0032	0.0040	1.0024	0.0044	100

Parametrelerin ortalama değerleri 1 olarak beklenmektedir. Tablo 4.1, Tablo 4.2 ve Tablo 4.3’de 25 ve 50 örnek hacimlerinde Probit en büyük olabilirlik yönteminin parametreleri tahmin etmede başarısız olduğu görülmektedir. Örnek hacimleri 25 ve 50 olduğunda her 3 tabloda da yüksek parametre tahmin değerleri ve büyük hata kareler ortalama değerleri görülmektedir. Tablo 4.2’de n=25 örnek hacminde, N(0,1) dağılım varsayımında, Quasi Newton optimizasyon algoritmasının yakınsama oranı % 99.9 bulunmuştur. Diğer durumlarda yakınsama oranı %100 olarak bulunmuştur.

Probit En büyük olabilirlik yöntemine ilişkin Double Dogleg, Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmalarına ait bulgular dağılım türleri ve β_0 , β_1 , $\sigma^2=1$ parametre değerleri için elde edilen bulgular Tablo 4.4 ve Tablo 4.5'de verilmiştir.

Tablo 4.4- Double Dogleg optimizasyon algoritmasına ait Probit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	9.0327	25815.93	9.4182	19282.54	99.7
	Uniform	8.0435	11209.05	10.0271	22577.21	100
50	Normal	1.0980	0.1631	1.1227	0.2125	100
	Uniform	1.2226	7.5590	1.2343	5.6121	100
75	Normal	1.0528	0.0714	1.0806	0.1045	100
	Uniform	1.0691	0.0851	1.0869	0.1098	100
100	Normal	1.0354	0.0443	1.0550	0.0585	100
	Uniform	1.0491	0.0540	1.0630	0.0679	100
250	Normal	1.0159	0.0152	1.0192	0.0214	100
	Uniform	1.0192	0.0177	1.0206	0.0212	100
500	Normal	1.0078	0.0074	1.0105	0.0104	100
	Uniform	1.0096	0.0083	1.0121	0.0095	100
1000	Normal	1.0009	0.0035	1.0040	0.0048	100
	Uniform	1.0031	0.0039	1.0086	0.0046	100

Tablo 4.5- Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmasına ait Probit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	4.0415	1363.89	4.8836	2162.94	100
	Uniform	13.4093	30959	16.6041	60347	100
50	Normal	1.1207	0.3817	1.1846	0.7285	100
	Uniform	1.3377	40.2744	1.3316	29.0337	100
75	Normal	1.0578	0.0694	1.0845	0.0906	100
	Uniform	1.0691	0.0851	1.0869	0.1098	100
100	Normal	1.0354	0.0443	1.0550	0.0585	100
	Uniform	1.0491	0.0540	1.0630	0.0680	100
250	Normal	1.0159	0.0152	1.0192	0.0214	100
	Uniform	1.0192	0.0177	1.0206	0.0212	100
500	Normal	1.0078	0.0074	1.0105	0.0104	100
	Uniform	1.0096	0.0083	1.0121	0.0095	100
1000	Normal	1.0009	0.0035	1.0040	0.0048	100
	Uniform	1.0031	0.0039	1.0086	0.0046	100

Parametrelerin ortalama değerleri 1 olarak beklenmektedir. Tablo 4.4 ve Tablo 4.5'de 25 ve 50 örnek hacimlerinde Probit en büyük olabilirlik yönteminin parametreleri tahmin etmede başarısız olduğu görülmektedir. Parametrelerin ortalama değerleri 1 olarak beklenmektedir. Ancak 25 ve 50 örnek hacimlerinde 2 tabloda da yüksek parametre tahmin değerleri ve büyük hata kareler ortalama değerleri görülmektedir. Tablo 4.4'de n=25 örnek hacminde, N(0,1) dağılım varsayımında, Double Dogleg optimizasyon algoritmasının yakınsama oranı % 99.7 iken diğer durumlarda yakınsama oranı %100 bulunmuştur.

Probit En büyük olabilirlik yöntemine ilişkin Newton Raphson Ridging ve Trust Region optimizasyon algoritmalarına ait bulgular dağılım türleri ve β_0 , β_1 , $\sigma^2=1$ parametre değerleri için elde edilen bulgular Tablo 4.6 ve Tablo 4.7'de verilmiştir.

Tablo 4.6- Newton Raphson Ridging optimizasyon algoritmasına ait Probit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	4.0415	1363.89	4.8836	2162.94	100
	Uniform	13.4093	30959	16.6041	60347	100
50	Normal	1.1207	0.3817	1.1846	0.7285	100
	Uniform	1.3377	40.2744	1.3316	29.0337	100
75	Normal	1.0578	0.0694	1.0845	0.0906	100
	Uniform	1.0691	0.0851	1.0869	0.1098	100
100	Normal	1.0354	0.0443	1.0550	0.0585	100
	Uniform	1.0491	0.0540	1.0630	0.0680	100
250	Normal	1.0159	0.0152	1.0192	0.0214	100
	Uniform	1.0192	0.0177	1.0206	0.0212	100
500	Normal	1.0078	0.0074	1.0105	0.0104	100
	Uniform	1.0096	0.0083	1.0121	0.0095	100
1000	Normal	1.0009	0.0035	1.0040	0.0048	100
	Uniform	1.0031	0.0039	1.0086	0.0046	100

Tablo 4.7- Trust Region optimizasyon algoritmasına ait Probit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	4.0415	1363.89	4.8836	2162.94	100
	Uniform	13.4093	30959	16.6041	60347	100
50	Normal	1.1207	0.3817	1.1846	0.7285	100
	Uniform	1.3377	40.2744	1.3316	29.0337	100
75	Normal	1.0578	0.0694	1.0845	0.0906	100
	Uniform	1.0691	0.0851	1.0869	0.1098	100
100	Normal	1.0354	0.0443	1.0550	0.0585	100
	Uniform	1.0491	0.0540	1.0630	0.0680	100
250	Normal	1.0159	0.0152	1.0192	0.0214	100
	Uniform	1.0192	0.0177	1.0206	0.0212	100
500	Normal	1.0078	0.0074	1.0105	0.0104	100
	Uniform	1.0096	0.0083	1.0121	0.0095	100
1000	Normal	1.0009	0.0035	1.0040	0.0048	100
	Uniform	1.0031	0.0039	1.0086	0.0046	100

Parametrelerin ortalama değerleri 1 olarak beklenmektedir. Tablo 4.6 ve Tablo 4.7 dikkate alındığında da 25 ve 50 örnek hacimlerinde Probit en büyük olabilirlik yönteminin parametreleri tahmin etmede başarısız olduğu görülmektedir. Newton Raphson Ridging ve Trust Region optimizasyon algoritmalarının tüm örnek hacimlerinde yakınsama oranı %100 olarak bulunmuştur.

4.2- Lojit En Büyük Olabilirlik Yöntemine İlişkin Bulgular

Lojit En büyük olabilirlik yöntemine ilişkin Newton Raphson, Quasi Newton ve Conjugate Gradient optimizasyon algoritmalarına ait bulgular dağılım türleri ve $\beta_0, \beta_1, \sigma^2=1$ parametre değerleri için elde edilen bulgular Tablo 4.8, Tablo 4.9 ve Tablo 4.10'da verilmiştir.

Tablo 4.8- Newton Raphson optimizasyon algoritmasına ait Lojit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	4.9662	1301	5.9170	2162	100
	Uniform	12.0136	16837	14.6204	31310	100
50	Normal	1.9493	2.0770	2.0729	3.3291	100
	Uniform	2.1531	30.3336	2.1693	22.6239	100
75	Normal	1.8384	0.9247	1.8994	1.0808	100
	Uniform	1.8741	1.0333	1.9046	1.1431	100
100	Normal	1.7977	0.7827	1.8464	0.8972	100
	Uniform	1.8412	0.8827	1.8645	0.9519	100
250	Normal	1.7637	0.6340	1.7852	0.6856	100
	Uniform	1.7894	0.6834	1.7919	0.6945	100
500	Normal	1.7493	0.5865	1.7703	0.6277	100
	Uniform	1.7737	0.6272	1.7783	0.6366	100
1000	Normal	1.7358	0.5535	1.7572	0.5896	100
	Uniform	1.7621	0.5944	1.7718	0.6105	100

Tablo 4.9- Quasi Newton optimizasyon algoritmasına ait Lojit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	15.6746	37214.77	16.1809	33617.87	99.9
	Uniform	17.0683	48029.79	21.3873	97241.77	100
50	Normal	1.9433	1.6274	2.0312	1.9333	100
	Uniform	2.2332	63.6411	2.2395	47.5784	100
75	Normal	1.8324	0.9340	1.9044	1.1343	100
	Uniform	1.8741	1.0333	1.9046	1.1431	100
100	Normal	1.7950	0.7923	1.8457	0.9235	100
	Uniform	1.8412	0.8827	1.8645	0.9519	100
250	Normal	1.7537	0.6226	1.7808	0.6804	100
	Uniform	1.7894	0.6834	1.7919	0.6945	100
500	Normal	1.7427	0.5751	1.7569	0.6052	100
	Uniform	1.7737	0.6272	1.7783	0.6366	100
1000	Normal	1.7480	0.5720	1.7624	0.5964	100
	Uniform	1.7585	1.7630	0.5873	0.5966	100

Tablo 4.10- Conjugate Gradient optimizasyon algoritmasına ait Lojit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	Yakınsama
						Oranı %
25	Normal	205.973	17949888	245.24	2621379	100
	Uniform	330.91	10585788	306.43	8959984	100
50	Normal	1.8912	1.1948	2.0197	1.6422	100
	Uniform	35798	128156	34999	122494	100
75	Normal	1.8350	0.9393	1.9048	1.1392	100
	Uniform	1.8898	1.1032	1.9052	1.1464	100
100	Normal	1.8135	0.7992	1.8672	0.9480	100
	Uniform	1.8303	0.8724	1.8357	0.9120	100
250	Normal	1.7684	0.6397	1.8018	0.7140	100
	Uniform	1.7935	0.6899	1.7998	0.7072	100
500	Normal	1.7587	0.5996	1.7739	0.6305	100
	Uniform	1.7718	0.6206	1.7832	0.6416	100
1000	Normal	1.7463	0.5693	1.7654	0.6018	100
	Uniform	1.7627	0.5958	1.7620	0.5948	100

Parametrelerin ortalama değerleri 1 olarak beklenmektedir. Tablo 4.8, Tablo 4.9 ve Tablo 4.10'da 25 ve 50 örnek hacimlerinde Lojit en büyük olabilirlik yönteminin parametreleri tahmin etmede başarısız olduğu görülmektedir. Ancak 25 ve 50 örnek hacimlerinde her 3 tabloda da yüksek parametre tahmin değerleri ve büyük hata kareler ortalama değerleri görülmektedir. Tablo 4.9'da $n=25$ örnek hacminde, $N(0,1)$ dağılım varsayımında, Quasi Newton optimizasyon algoritmasının yakınsama oranı % 99.9 iken diğer durumlarda yakınsama oranı %100 olarak bulunmuştur.

Lojit En büyük olabilirlik yöntemine ilişkin Double Dogleg, Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmalarına ait bulgular dağılım türleri ve β_0 , β_1 , $\sigma^2=1$ parametre değerleri için elde edilen bulgular Tablo 4.11 ve Tablo 4.12'de verilmiştir.

Tablo 4.11- Double Dogleg optimizasyon algoritmasına ait Lojit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	Yakınsama
						Oranı %
25	Normal	23.3546	222486	23.008	145913	99.7
	Uniform	16.3619	40218	19.9184	70035	100
50	Normal	1.9079	1.3157	1.9600	1.5432	100
	Uniform	2.2081	51.8094	2.2167	38.3879	100
75	Normal	1.8299	0.9217	1.8907	1.1122	100
	Uniform	1.8741	1.0333	1.9046	1.1431	100
100	Normal	1.7977	0.7827	1.8464	0.8972	100
	Uniform	1.8412	0.8827	1.8645	0.9519	100
250	Normal	1.7637	0.6340	1.7852	0.6856	100
	Uniform	1.7894	0.6834	1.7919	0.6945	100
500	Normal	1.7493	0.5865	1.7703	0.6277	100
	Uniform	1.7737	0.6272	1.7783	0.6366	100
1000	Normal	1.7358	0.5535	1.7572	0.5896	100
	Uniform	1.7621	0.5944	1.7718	0.6105	100

Tablo 4.12- Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmasına ait Lojit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	Yakınsama
						Oranı %
25	Normal	27.5644	89817	32.1455	116738	100
	Uniform	138.09	5928825	154.4281	6591290	100
50	Normal	1.9493	2.0758	2.0729	3.3266	100
	Uniform	2.7256	550.1853	2.6552	397.3390	100
75	Normal	1.8384	0.9247	1.8994	1.0808	100
	Uniform	1.8741	1.0333	1.9046	1.1431	100
100	Normal	1.7977	0.7826	1.8464	0.8972	100
	Uniform	1.8412	0.8827	1.8645	0.9519	100
250	Normal	1.7637	0.6339	1.7852	0.6856	100
	Uniform	1.7894	0.6834	1.7919	0.6945	100
500	Normal	1.7493	0.5865	1.7703	0.6277	100
	Uniform	1.7737	0.6272	1.7783	0.6366	100
1000	Normal	1.7358	0.5535	1.7572	0.5896	100
	Uniform	1.7621	0.5944	1.7718	0.6105	100

Tablo 4.11 ve Tablo 4.12’de 25 ve 50 örnek hacimlerinde Lojit en büyük olabilirlik yönteminin parametreleri tahmin etmede başarısız olduğu görülmektedir. Ancak 25 ve 50 örnek hacimlerinde yüksek parametre tahmin değerleri ve büyük hata kareler ortalama değerleri görülmektedir. Tablo 4.11’de n=25 örnek hacminde, N(0,1) dağılım varsayımında, Double Dogleg optimizasyon algoritmasının yakınsama oranı % 99.7 iken diğer durumlarda yakınsama oranı %100 olarak bulunmuştur.

Lojit En büyük olabilirlik yöntemine ilişkin Newton Raphson Ridging ve Trust Region optimizasyon algoritmalarına ait bulgular dağılım türleri ve β_0 , β_1 , $\sigma^2=1$ parametre değerleri için elde edilen bulgular Tablo 4.13 ve Tablo 4.14’de verilmiştir.

Tablo 4.13- Newton Raphson Ridging optimizasyon algoritmasına ait Lojit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	Yakınsama
						Oranı %
25	Normal	5.2603	1866.24	6.2767	2938.39	100
	Uniform	13.7279	25908.66	16.7699	47825.12	100
50	Normal	1.9493	2.0770	2.0729	3.3291	100
	Uniform	2.1531	30.3336	2.1693	22.6239	100
75	Normal	1.8384	0.9247	1.8994	1.0808	100
	Uniform	1.8741	1.0333	1.9046	1.1431	100
100	Normal	1.7977	0.7827	1.8464	0.8972	100
	Uniform	1.8412	0.8827	1.8645	0.9519	100
250	Normal	1.7637	0.6340	1.7852	0.6856	100
	Uniform	1.7894	0.6834	1.7919	0.6945	100
500	Normal	1.7493	0.5865	1.7703	0.6277	100
	Uniform	1.7737	0.6272	1.7783	0.6366	100
1000	Normal	1.7358	0.5535	1.7572	0.5896	100
	Uniform	1.7621	0.5944	1.7718	0.6105	100

Tablo 4.14- Trust Region optimizasyon algoritmasına ait Lojit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	4.8015	1157.79	5.7365	1960.11	100
	Uniform	13.3620	31907.22	16.8039	68274.68	100
50	Normal	1.9493	2.0772	2.0729	3.3294	100
	Uniform	2.1459	27.9691	2.1631	20.9085	100
75	Normal	1.0578	0.0694	1.0845	0.0906	100
	Uniform	1.8741	1.0333	1.9046	1.1431	100
100	Normal	1.7977	0.7827	1.8464	0.8972	100
	Uniform	1.8412	0.8827	1.8645	0.9519	100
250	Normal	1.7637	0.6340	1.7852	0.6856	100
	Uniform	1.7894	0.6834	1.7919	0.6945	100
500	Normal	1.7493	0.5865	1.7703	0.6277	100
	Uniform	1.7737	0.6272	1.7783	0.6366	100
1000	Normal	1.7358	0.5535	1.7572	0.5896	99.7
	Uniform	1.7621	0.5944	1.7718	0.6105	100

Tablo 4.13 ve Tablo 4.14'de 25 ve 50 örnek hacimlerinde Lojit en büyük olabilirlik yönteminin parametreleri tahmin etmede başarısız olduğu görülmektedir. Parametrelerin ortalama değerleri 1 olarak beklenmektedir. Tablo 4.14 de n=1000 örneklem hacminde Normal dağılım varsayımı altında yakınsama oranı % 99.7 iken diğer durumlarda yakınsama oranı %100 bulunmuştur.

4.3- Tobit En Büyük Olabilirlik Yöntemine İlişkin Bulgular

Tobit En büyük olabilirlik yöntemine ilişkin Newton Raphson, Quasi Newton ve Conjugate Gradient optimizasyon algoritmalarına ait bulgular dağılım türleri ve $\beta_0, \beta_1, \sigma^2=1$ parametre değerleri için elde edilen bulgular Tablo 4.15, Tablo 4.16 ve Tablo 4.17'de verilmiştir.

Tablo 4.15- Newton Raphson optimizasyon algoritmasına ait Tobit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	σ	HKO(σ)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	0.9878	0.0516	1.0321	0.0627	0.9431	0.0305	100
	Uniform	0.9956	0.0480	1.0158	0.0590	0.9427	0.0320	100
50	Normal	0.9916	0.0240	1.0189	0.0289	0.9709	0.0152	100
	Uniform	0.9980	0.0254	1.0073	0.0265	0.9715	0.0152	99.9
75	Normal	0.9944	0.0158	1.0089	0.0181	0.9811	0.0096	99.7
	Uniform	0.9967	0.0167	1.0068	0.0164	0.9816	0.0102	99.6
100	Normal	0.9932	0.0118	1.0070	0.0139	0.9898	0.0073	98.9
	Uniform	0.9962	0.0121	1.0034	0.0120	0.9863	0.0074	99.6
250	Normal	0.9990	0.0044	1.0026	0.0056	0.9971	0.0028	98.8
	Uniform	0.9981	0.0045	1.0009	0.0045	0.9949	0.0028	99.2
500	Normal	0.9982	0.0023	1.0005	0.0027	0.9993	0.0013	99.5
	Uniform	0.9984	0.0022	1.0001	0.0023	0.9974	0.0015	99.9
1000	Normal	0.9983	0.0012	1.0007	0.0013	1.0007	0.0007	100
	Uniform	0.9972	0.0011	1.0014	0.0013	0.9995	0.0007	100

Tablo 4.16- Quasi Newton optimizasyon algoritmasına ait Tobit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	σ	HKO(σ)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	0.9942	0.0524	1.0097	0.0569	0.9552	0.0307	100
	Uniform	0.9956	0.0480	1.0158	0.0590	0.9427	0.0320	100
50	Normal	0.9938	0.0243	1.0084	0.0275	0.9787	0.0146	100
	Uniform	0.9980	0.0254	1.0073	0.0265	0.9713	0.0152	100
75	Normal	0.9908	0.0157	1.0064	0.0181	0.9872	0.0096	100
	Uniform	0.9970	0.0167	1.0068	0.0164	0.9814	0.0102	100
100	Normal	0.9936	0.0124	1.0064	0.0130	0.9924	0.0075	100
	Uniform	0.9965	0.0121	1.0034	0.0120	0.9860	0.0075	100
250	Normal	0.9987	0.0045	1.0005	0.0050	0.9953	0.0029	100
	Uniform	0.9986	0.0045	1.0005	0.0045	0.9944	0.0028	100
500	Normal	0.9990	0.0023	0.9997	0.0027	0.9988	0.0014	100
	Uniform	0.9985	0.0022	1.0001	0.0023	0.9974	0.0015	100
1000	Normal	1.0016	0.0012	1.0001	0.0013	0.9978	0.0007	100
	Uniform	0.9985	1.0006	0.9988	0.0011	0.0013	0.0007	100

Tablo 4.17- Conjugate Gradient optimizasyon algoritmasına ait Tobit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	σ	HKO(σ)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	1.0005	0.0522	1.0227	0.0564	0.9466	0.0287	100
	Uniform	0.9845	0.0491	1.0043	0.0559	0.9490	0.0294	100
50	Normal	0.9849	0.0239	1.0178	0.0284	0.9789	0.0149	100
	Uniform	0.9980	0.0263	1.0040	0.0269	0.9735	0.0155	100
75	Normal	0.9949	0.0157	1.0076	0.0186	0.9821	0.0093	100
	Uniform	0.9944	0.0156	1.0002	0.0176	0.9854	0.0101	100
100	Normal	0.9993	0.0120	1.0085	0.0137	0.9870	0.0067	100
	Uniform	0.9989	0.0124	0.9995	0.0124	0.9910	0.0078	100
250	Normal	0.9979	0.0048	1.0034	0.0052	0.9937	0.0029	100
	Uniform	0.9985	0.0046	1.0016	0.0047	0.9937	0.0030	100
500	Normal	1.0020	0.0023	1.0009	0.0028	0.9980	0.0014	100
	Uniform	0.9985	0.0022	1.0001	0.0026	0.9993	0.0013	100
1000	Normal	0.9999	0.0011	1.0021	0.0013	0.9980	0.0007	100
	Uniform	1.0002	0.0011	1.0003	0.0012	0.9981	0.0007	100

Tablo 4.15, Tablo 4.16 ve Tablo 4.17’de Tobit en büyük olabilirlik yönteminin küçük örneklerde parametreleri tahmin etmede Probit ve Lojit en büyük olabilirlik yöntemine kıyasla oldukça başarılı olduğu görülmektedir. Newton Raphson optimizasyon algoritmasına ait yakınsama oranları 50, 75, 100, 250 ve 500 örneklem hacimlerinde %98.8 ile %99.9 arasında değişmektedir. Hem n=25 hem de n=1000 örnek hacimlerinde tobit modeli parametreleri tahmin etmede başarılıdır.

Tobit En büyük olabilirlik yöntemine ilişkin Double Dogleg ve Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmalarına ait bulgular dağılım türleri ve $\beta_0, \beta_1, \sigma^2=1$ parametre değerleri için elde edilen bulgular Tablo 4.18 ve Tablo 4.19’da verilmiştir.

Tablo 4.18- Double Dogleg optimizasyon algoritmasına ait Tobit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	σ	HKO(σ)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	0.9801	0.0522	1.0159	0.0599	0.9536	0.0284	100
	Uniform	0.9956	0.0480	1.0158	0.0590	0.9427	0.0320	100
50	Normal	0.9998	0.0244	1.0053	0.0278	0.9799	0.0153	100
	Uniform	0.9980	0.0254	1.0073	0.0265	0.9713	0.0152	100
75	Normal	0.9959	0.0163	1.0068	0.0179	0.9883	0.0092	100
	Uniform	0.9970	0.0167	1.0068	0.0164	0.9814	0.0102	100
100	Normal	0.9938	0.0117	1.0059	0.0140	0.9893	0.0073	100
	Uniform	0.9965	0.0121	1.0033	0.0120	0.9860	0.0075	99.9
250	Normal	0.9990	0.0043	1.0018	0.0056	0.9968	0.0028	98.4
	Uniform	0.9981	0.0045	1.0006	0.0046	0.9945	0.0028	98.1
500	Normal	0.9988	0.0023	1.0002	0.0027	0.9992	0.0013	94
	Uniform	0.9981	0.0022	1.0001	0.0023	0.9975	0.0015	96.1
1000	Normal	0.9983	0.0012	1.0006	0.0013	1.0004	0.0007	89.3
	Uniform	0.9968	0.0011	1.0017	0.0013	0.9996	0.0007	90.2

Tablo 4.19- Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmasına ait Tobit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	σ	HKO(σ)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	0.9878	0.0516	1.0321	0.0627	0.9431	0.0305	100
	Uniform	0.9956	0.0480	1.0158	0.0590	0.9427	0.0320	100
50	Normal	0.9916	0.0240	1.0189	0.0289	0.9709	0.0152	100
	Uniform	0.9980	0.0254	1.0073	0.0265	0.9713	0.0152	100
75	Normal	0.9944	0.0158	1.0091	0.0183	0.9811	0.0096	100
	Uniform	0.9970	0.0167	1.0068	0.0164	0.9814	0.0102	100
100	Normal	0.9938	0.0117	1.0059	0.0140	0.9893	0.0073	100
	Uniform	0.9965	0.0121	1.0034	0.0120	0.9860	0.0075	100
250	Normal	0.9994	0.0044	1.0018	0.0056	0.9967	0.0028	100
	Uniform	0.9986	0.0045	1.0005	0.0045	0.9944	0.0028	100
500	Normal	0.9985	0.0024	1.0004	0.0027	0.9992	0.0013	100
	Uniform	0.9985	0.0022	1.0001	0.0023	0.9974	0.0015	100
1000	Normal	0.9983	0.0012	1.0007	0.0013	1.0007	0.0007	100
	Uniform	0.9972	0.0011	1.0014	0.0013	0.9995	0.0007	100

Tablo 4.18’de, Double Dogleg optimizasyon algoritmasının yakınsama oranları 100, 250, 500 ve 1000 örneklem hacimlerinde sırası ile 99.9, 98.4, 98.1, 94, 96.1, 89.3 ve 90.2 olduğu görülmektedir. Tablo 4.19’ da ise Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmasının tüm örneklem hacimlerinde ve dağılımlarda % 100 olduğu görülmektedir.

Parametrelerin ortalama değerleri 1 olarak beklenmektedir. Tobit modelinde parametre tahminleri küçük örneklem hacimlerinde de beklenen değerine yakınsamıştır. Örnek hacmi arttıkça hata kareler ortalamaları düşmektedir.

Tobit En büyük olabilirlik yöntemine ilişkin Newton Raphson Ridging ve Trust Region optimizasyon algoritmalarına ait bulgular dağılım türleri ve β_0 , β_1 , $\sigma^2=1$ parametre değerleri için elde edilen bulgular Tablo 4.20 ve Tablo 4.21'de verilmiştir.

Tablo 4.20- Newton Raphson Ridging optimizasyon algoritmasına ait Tobit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	σ	HKO(σ)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	0.9878	0.0516	1.0321	0.0627	0.9431	0.0305	100
	Uniform	0.9956	0.0480	1.0158	0.0590	0.9427	0.0320	100
50	Normal	0.9916	0.0240	1.0189	0.0289	0.9709	0.0152	100
	Uniform	0.9980	0.0254	1.0073	0.0265	0.9713	0.0152	100
75	Normal	0.9944	0.0158	1.0091	0.0183	0.9811	0.0096	100
	Uniform	0.9970	0.0167	1.0068	0.0164	0.9814	0.0102	100
100	Normal	0.9938	0.0117	1.0059	0.0140	0.9893	0.0073	100
	Uniform	0.9965	0.0121	1.0034	0.0120	0.9860	0.0075	100
250	Normal	0.9994	0.0044	1.0018	0.0056	0.9967	0.0028	100
	Uniform	0.9986	0.0045	1.0005	0.0045	0.9944	0.0028	100
500	Normal	0.9985	0.0024	1.0004	0.0027	0.9992	0.0013	100
	Uniform	0.9985	0.0022	1.0001	0.0023	0.9974	0.0015	100
1000	Normal	0.9983	0.0012	1.0007	0.0013	1.0007	0.0007	100
	Uniform	0.9972	0.0011	1.0014	0.0013	0.9995	0.0007	100

Tablo 4.21- Trust Region optimizasyon algoritmasına ait Tobit Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	σ	HKO(σ)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	0.9878	0.0516	1.0321	0.0627	0.9431	0.0305	100
	Uniform	0.9956	0.0480	1.0158	0.0590	0.9427	0.0320	100
50	Normal	0.9916	0.0240	1.0189	0.0289	0.9709	0.0152	100
	Uniform	0.9980	0.0254	1.0073	0.0265	0.9713	0.0152	100
75	Normal	0.9944	0.0158	1.0091	0.0183	0.9811	0.0096	100
	Uniform	0.9970	0.0167	1.0068	0.0164	0.9814	0.0102	100
100	Normal	0.9938	0.0117	1.0059	0.0140	0.9893	0.0073	100
	Uniform	0.9965	0.0121	1.0034	0.0120	0.9860	0.0075	100
250	Normal	0.9994	0.0044	1.0017	0.0056	0.9967	0.0028	100
	Uniform	0.9985	0.0045	1.0006	0.0045	0.9944	0.0028	99.9
500	Normal	0.9984	0.0023	1.0004	0.0027	0.9993	0.0013	99.9
	Uniform	0.9985	0.0022	1.0001	0.0023	0.9974	0.0015	100
1000	Normal	0.9983	0.0012	1.0007	0.0013	1.0007	0.0007	100
	Uniform	0.9972	0.0011	1.0014	0.0013	0.9995	0.0007	100

Parametrelerin ortalama değerleri 1 olarak beklenmektedir. Tablo 4.20 ve Tablo 4.21'de 25 ve 50 örnek hacimlerinde Tobit en büyük olabilirlik yönteminin parametreleri tahmin etmede başarılı olduğu görülmektedir. Tablo 4.21'de n=250 örnek hacminde Uniform dağılım varsayımında ve n=500 örnek hacminde Normal dağılım varsayımı altında yakınsama oranları % 99.9 iken diğer durumlarda yakınsama oranı %100 bulunmuştur.

4.4- Heckman İki Aşamalı Tahmin Yöntemine İlişkin Bulgular

Heckman tahmin yöntemine ilişkin Newton Raphson, Quasi Newton ve Conjugate Gradient optimizasyon algoritmalarına ait bulgular dağılım türleri ve $\beta_0, \beta_1, \sigma^2=1$ için Tablo 4.22, Tablo 4.23 ve Tablo 4.24’de verilmiştir.

Tablo 4.22- Newton Raphson optimizasyon algoritmasına ait Heckman Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	σ	HKO(σ)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	1.2348	0.1637	0.8200	0.1463	0.8542	0.0461	98.8
	Uniform	1.2736	0.1984	0.7745	0.1667	0.8546	0.0476	98.1
50	Normal	1.1550	0.0984	0.8806	0.0842	0.9169	0.0213	96.1
	Uniform	1.1971	0.1331	0.8342	0.1113	0.9160	0.0228	96.2
75	Normal	1.0978	0.0620	0.9208	0.0509	0.9421	0.0134	96.4
	Uniform	1.1424	0.0995	0.8819	0.0802	0.9412	0.0141	96
100	Normal	1.0834	0.0551	0.9321	0.0437	0.9582	0.0095	95.8
	Uniform	1.1119	0.0778	0.9045	0.0611	0.9527	0.0100	95.8
250	Normal	1.0195	0.0113	0.9852	0.0110	0.9865	0.0031	95.9
	Uniform	1.0365	0.0242	0.9674	0.0203	0.9822	0.0034	96
500	Normal	1.0029	0.0030	0.9969	0.0032	0.9953	0.0013	95.3
	Uniform	1.0060	0.0047	0.9939	0.0044	0.9923	0.0016	94.4
1000	Normal	1.0007	0.0016	0.9988	0.0016	0.9984	0.0007	95
	Uniform	0.9988	0.0011	0.9997	0.0001	0.9972	0.0007	94.3

Tablo 4.23- Quasi Newton optimizasyon algoritmasına ait Heckman Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	σ	HKO(σ)	Yakınsama Oranı %
25	Normal	1.2613	0.1857	0.7817	0.1542	0.8639	0.0449	99.9
	Uniform	1.2849	0.2070	0.7665	0.1702	0.8532	0.0479	100
50	Normal	1.1681	0.1087	0.8591	0.0965	0.9235	0.0207	100
	Uniform	1.1975	0.1320	0.8355	0.1088	0.9156	0.0226	100
75	Normal	1.1080	0.0708	0.9088	0.0585	0.9442	0.0132	100
	Uniform	1.1408	0.0965	0.8837	0.0778	0.9409	0.0142	100
100	Normal	1.0778	0.0514	0.9357	0.0407	0.9605	0.0097	100
	Uniform	1.1064	0.0732	0.9101	0.0574	0.9536	0.0099	100
250	Normal	1.0195	0.0124	0.9826	0.0108	0.9846	0.0033	100
	Uniform	1.0357	0.0228	0.9686	0.0196	0.9822	0.0033	100
500	Normal	1.0042	0.0033	0.9952	0.0035	0.9944	0.0015	100
	Uniform	1.0059	0.0046	0.9935	0.0043	0.9925	0.0015	100
1000	Normal	1.0034	0.0012	0.9985	0.0013	0.9957	0.0007	100
	Uniform	1.0004	0.9989	0.9965	0.0011	0.0013	0.0008	100

Tablo 4.24- Conjugate Gradient optimizasyon algoritmasına ait Heckman Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	σ	HKO(σ)	Yakınsama
								Oranı %
25	Normal	1.2626	0.1803	0.7873	0.1515	0.8562	0.0455	100
	Uniform	1.2741	0.2025	0.7476	0.1855	0.8633	0.0442	100
50	Normal	1.1457	0.0991	0.8791	0.0877	0.9230	0.0200	100
	Uniform	1.1889	0.1375	0.8377	0.1090	0.9214	0.0213	100
75	Normal	1.1114	0.0727	0.9060	0.0615	0.9409	0.0135	100
	Uniform	1.1331	0.0933	0.8830	0.0778	0.9449	0.0134	99.8
100	Normal	1.0842	0.0533	0.9356	0.0419	0.9552	0.0094	99.9
	Uniform	1.1116	0.0765	0.9017	0.0624	0.9587	0.0100	100
250	Normal	1.0204	0.0132	0.9839	0.0119	0.9827	0.0035	99.9
	Uniform	1.0270	0.0196	0.9771	0.0148	0.9827	0.0035	100
500	Normal	1.0051	0.0023	0.9981	0.0028	0.9945	0.0015	100
	Uniform	1.0062	0.0050	0.9933	0.0047	0.9948	0.0014	100
1000	Normal	1.0017	0.0012	1.0007	0.0013	0.9959	0.0008	99.9
	Uniform	1.0027	0.0017	0.9979	0.0016	0.9958	0.0007	100

Parametrelerin ortalama değerleri 1 olarak beklenmektedir. Tablo 4.22, Tablo 4.23 ve Tablo 4.24’de Heckman modelinin parametreleri tahmin etmede başarılı olduğu görülmektedir. Newton Raphson optimizasyon algoritmasının n=1000 örnek hacminde Uniform dağılımda % 94.3 yakınsamasına rağmen parametrelerin hata kareler ortalamaları Conjugate Gradient algoritmasının aynı örnek hacmindeki değerlerinden daha düşüktür.

Heckman tahmin yöntemine ilişkin Double Dogleg ve Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmalarına ait bulgular, dağılım türleri ve β_0 , β_1 , $\sigma^2=1$ için Tablo 4.25 ve Tablo 4.26’da verilmiştir.

Tablo 4.25- Double Dogleg optimizasyon algoritmasına ait Heckman Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	σ	HKO(σ)	Yakınsama
								Oranı %
25	Normal	1.2342	0.1628	0.7982	0.1493	0.8618	0.0429	99.7
	Uniform	1.2846	0.2080	0.7666	0.1698	0.8535	0.0478	99.9
50	Normal	1.1579	0.1014	0.8697	0.0846	0.9232	0.0210	99.8
	Uniform	1.1963	0.1319	0.8370	0.1083	0.9159	0.0227	99.6
75	Normal	1.1159	0.0763	0.9046	0.0621	0.9470	0.0128	99
	Uniform	1.1429	0.0978	0.8821	0.0783	0.9409	0.0143	98.9
100	Normal	1.0779	0.0509	0.9363	0.0420	0.9578	0.0095	98.5
	Uniform	1.1083	0.0744	0.9085	0.0586	0.9534	0.0101	97.9
250	Normal	1.0179	0.0106	0.9866	0.0110	0.9868	0.0032	91.2
	Uniform	1.0365	0.0237	0.9681	0.0203	0.9820	0.0032	91
500	Normal	1.0030	0.0026	0.9966	0.0030	0.9948	0.0013	83.7
	Uniform	1.0056	0.0052	0.9921	0.0047	0.9921	0.0015	81.6
1000	Normal	1.0004	0.0016	0.9984	0.0016	0.9987	0.0007	73.9
	Uniform	0.9995	0.0011	0.9985	0.0013	0.9979	0.0007	74.3

Tablo 4.26- Nelder Mead Simplex algoritmasına ait Heckman Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	σ	HKO(σ)	Yakınsama
								Oranı %
25	Normal	1.3096	0.2143	0.7583	0.1768	0.8524	0.0474	86.2
	Uniform	1.3746	0.2806	0.6880	0.2189	0.8503	0.0496	86.6
50	Normal	1.2364	0.1545	0.8145	0.1199	0.9058	0.0232	83.6
	Uniform	1.3447	0.2397	0.7160	0.1825	0.9084	0.0243	85.8
75	Normal	1.2002	0.1259	0.8368	0.0962	0.9291	0.0153	82.3
	Uniform	1.3030	0.2115	0.7467	0.1595	0.9252	0.0167	80.6
100	Normal	1.1774	0.1137	0.8576	0.0833	0.9446	0.0111	79.3
	Uniform	1.3051	0.2116	0.7430	0.1541	0.9338	0.0125	80.9
250	Normal	1.1016	0.0608	0.9166	0.0443	0.9687	0.0051	65.2
	Uniform	1.2472	0.1589	0.7950	0.1189	0.9533	0.0066	70.1
500	Normal	1.0335	0.0205	0.9687	0.0151	0.9857	0.0024	60.3
	Uniform	1.2000	0.1301	0.8313	0.0937	0.9627	0.0045	62.6
1000	Normal	1.0074	0.0060	0.9915	0.0046	0.9950	0.0010	51.8
	Uniform	1.1760	0.1093	0.8520	0.0794	0.9647	0.0043	51.2

Tablo 4.25’de, Double Dogleg optimizasyon algoritmasının yakınsama oranları %74.3 ve %99.9 arasında değişmektedir. Tablo 4.26’da Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmasının yakınsama oranlarının %51.2 değerine düştüğü görülmektedir. Hata kareler ortalamaları Double Dogleg optimizasyon algoritmasına göre tüm parametrelere ve dağılım türlerine göre yüksektir. Parametrelerin ortalama değerleri 1 olarak beklenmektedir. Heckman modeli için parametre tahminleri küçük örneklem hacimlerinde de beklenen değere yakınsamıştır. Örnek hacmi arttıkça hata kareler ortalamaları düşmektedir.

Heckman tahmin yöntemine ilişkin Newton Raphson Ridging ve Trust Region optimizasyon algoritmalarına ait bulgular, dağılım türleri ve $\beta_0, \beta_1, \sigma^2=1$ için Tablo 4.27 ve Tablo 4.28’ de verilmiştir.

Tablo 4.27- Newton Raphson Ridging optimizasyon algoritmasına ait Heckman Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	σ	HKO(σ)	Yakınsama
								Oranı %
25	Normal	1.2369	0.1638	0.8175	0.1473	0.8535	0.0458	97.5
	Uniform	1.2799	0.2055	0.7719	0.1676	0.8547	0.0476	97.9
50	Normal	1.1622	0.1037	0.8735	0.0889	0.9110	0.0222	88.9
	Uniform	1.2071	0.1422	0.8263	0.1171	0.9144	0.0234	91.2
75	Normal	1.1223	0.0781	0.9018	0.0628	0.9406	0.0145	70.8
	Uniform	1.1762	0.1258	0.8512	0.1007	0.9381	0.0149	72.4
100	Normal	1.1214	0.0790	0.8995	0.0617	0.9530	0.0108	60.6
	Uniform	1.1665	0.1150	0.8586	0.0899	0.9467	0.0113	59.8
250	Normal	1.0225	0.0131	0.9809	0.0129	0.9870	0.0032	67.4
	Uniform	1.0481	0.0301	0.9588	0.0257	0.9792	0.0036	68.7
500	Normal	1.0027	0.0031	0.9958	0.0033	0.9954	0.0014	79.4
	Uniform	1.0067	0.0053	0.9927	0.0049	0.9926	0.0016	76.6
1000	Normal	1.0007	0.0017	0.9980	0.0017	0.9978	0.0007	77.2
	Uniform	0.9995	0.0011	0.9988	0.0013	0.9971	0.0007	77

Tablo 4.28- Trust Region optimizasyon algoritmasına ait Heckman Model Sonuçları

Örnek Hacmi	Dağılım Türü	β_0	HKO(β_0)	β_1	HKO(β_1)	σ	HKO(σ)	Yakınsama
								Oranı %
25	Normal	1.2373	0.1656	0.8167	0.1479	0.8547	0.0458	98.9
	Uniform	1.2855	0.2089	0.7668	0.1704	0.8560	0.0474	98
50	Normal	0.9916	0.0240	1.0189	0.0289	0.9709	0.0152	100
	Uniform	1.1971	0.1353	0.8333	0.1124	0.9162	0.0226	98.2
75	Normal	1.1093	0.0714	0.9096	0.0567	0.9413	0.0138	87.6
	Uniform	1.1520	0.1072	0.8719	0.0867	0.9403	0.0145	88.7
100	Normal	1.0968	0.0640	0.9235	0.0504	0.9584	0.0098	81.3
	Uniform	1.1349	0.0945	0.8847	0.0731	0.9529	0.0105	78.1
250	Normal	1.0259	0.0168	0.9751	0.0159	0.9888	0.0033	53.6
	Uniform	1.0585	0.0394	0.9459	0.0321	0.9814	0.0035	55.7
500	Normal	1.0047	0.0037	0.9958	0.0039	0.9958	0.0014	76.1
	Uniform	1.0066	0.0046	0.9944	0.0042	0.9930	0.0016	75.3
1000	Normal	1.0005	0.0016	0.9983	0.0016	0.9985	0.0007	80.1
	Uniform	0.9994	0.0011	0.9997	0.0012	0.9978	0.0007	82.5

Parametrelerin ortalama değerleri 1 olarak beklenmektedir. Tablo 4.27 ve Tablo 4.28'de 25 ve 50 örnek hacimlerinde Heckman tahmin yönteminin parametreleri tahmin etmede başarılı olduğu görülmektedir.

Heckman modelinde tüm örnek hacimlerinde en iyi yakınsama oranını Quasi Newton optimizasyon algoritması elde etmiştir.

4.5- Yöntemlerin Karşılaştırılmasına İlişkin Bulgular

Optimizasyon algoritmalarına ve dağılım türlerine göre Probit, Lojit, Tobit ve Heckman Modeli parametre tahmin değerleri ve hata kareler ortalamaları Tablo 4.29 - 4.42' de görülmektedir.

Tablo 4.29- Newton Raphson optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması

		N(0,1)				Uniform(-√3,√3)			
		Probit	Lojit	Tobit	Heckman	Probit	Lojit	Tobit	Heckman
25	β_0	2.4891	4.9662	0.9878	1.2348	5.4838	12.0136	0.9956	1.2736
	HKO(β_0)	272.1301	1301.86	0.0516	0.1637	3203.48	16837.5	0.0480	0.1984
	β_1	2.9313	5.9170	1.0321	0.8200	6.5953	14.6204	1.0158	0.7745
	HKO(β_1)	436.6926	2162.97	0.0627	0.1463	6009.58	31310.02	0.0590	0.1667
	σ	-	-	0.9431	0.8542	-	-	0.9427	0.8546
	HKO(σ)	-	-	0.0305	0.0461	-	-	0.0320	0.0476
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	98.8	100	100	100	98.1
50	β_0	1.1207	1.9493	0.9916	1.1550	1.2072	2.1531	0.9980	1.1971
	HKO(β_0)	0.3818	2.0770	0.0240	0.0984	5.1965	30.3336	0.0254	0.1331
	β_1	1.1846	2.0729	1.0189	0.8806	1.2211	2.1693	1.0073	0.8342
	HKO(β_1)	0.7288	3.3291	0.0289	0.0842	3.8826	22.6239	0.0265	0.1113
	σ	-	-	0.9709	0.9169	-	-	0.9715	0.9160
	HKO(σ)	-	-	0.0152	0.0213	-	-	0.0152	0.0228
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	96.1	100	100	99.9	96.2
75	β_0	1.0578	1.8384	0.9944	1.0978	1.0691	1.8741	0.9967	1.1424
	HKO(β_0)	0.0694	0.9247	0.0158	0.0620	0.0851	1.0333	0.0167	0.0995
	β_1	1.0845	1.8994	1.0089	0.9208	1.0869	1.9046	1.0068	0.8819
	HKO(β_1)	0.0906	1.0808	0.0181	0.0509	0.1098	1.1431	0.0164	0.0802
	σ	-	-	0.9811	0.9421	-	-	0.9816	0.9412
	HKO(σ)	-	-	0.0096	0.0134	-	-	0.0102	0.0141
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	99.7	96.4	100	100	99.6	96
100	β_0	1.0354	1.7977	0.9932	1.0834	1.0491	1.8412	0.9962	1.1119
	HKO(β_0)	0.0443	0.7827	0.0118	0.0551	0.0540	0.8827	0.0121	0.0778
	β_1	1.0550	1.8464	1.0070	0.9321	1.0630	1.8645	1.0034	0.9045
	HKO(β_1)	0.0585	0.8972	0.0139	0.0437	0.0679	0.9519	0.0120	0.0611
	σ	-	-	0.9898	0.9582	-	-	0.9863	0.9527
	HKO(σ)	-	-	0.0073	0.0095	-	-	0.0074	0.0100
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	98.9	95.8	100	100	99.6	95.8

Tablo 4.30- Newton Raphson optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması (Devamı)

		N(0,1)				Uniform(- $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$)			
		Probit	Lojit	Tobit	Heckman	Probit	Lojit	Tobit	Heckman
250	β_0	1.0159	1.7637	0.9990	1.0195	1.0192	1.7894	0.9981	1.0365
	HKO(β_0)	0.0152	0.6340	0.0044	0.0113	0.0177	0.6834	0.0045	0.0242
	β_1	1.0192	1.7852	1.0026	0.9852	1.0206	1.7919	1.0009	0.9674
	HKO(β_1)	0.0214	0.6856	0.0056	0.0110	0.0212	0.6945	0.0045	0.0203
	σ	-	-	0.9971	0.9865	-	-	0.9949	0.9822
	HKO(σ)	-	-	0.0028	0.0031	-	-	0.0028	0.0034
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	98.8	95.9	100	100	99.2	96
500	β_0	1.0078	1.7493	0.9982	1.0029	1.0096	1.7737	0.9984	1.0060
	HKO(β_0)	0.0074	0.5865	0.0023	0.0030	0.0083	0.6272	0.0022	0.0047
	β_1	1.0105	1.7703	1.0005	0.9969	1.0121	1.7783	1.0001	0.9939
	HKO(β_1)	0.0104	0.6277	0.0027	0.0032	0.0095	0.6366	0.0023	0.0044
	σ	-	-	0.9993	0.9953	-	-	0.9974	0.9923
	HKO(σ)	-	-	0.0013	0.0013	-	-	0.0015	0.0016
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	99.5	95.3	100	100	99.9	94.4
1000	β_0	1.0009	1.7358	0.9983	1.0007	1.0031	1.7621	0.9972	0.9988
	HKO(β_0)	0.0035	0.5535	0.0012	0.0016	0.0039	0.5944	0.0011	0.0011
	β_1	1.0040	1.7572	1.0007	0.9988	1.0086	1.7718	1.0014	0.9997
	HKO(β_1)	0.0048	0.5896	0.0013	0.0016	0.0046	0.6105	0.0013	0.0001
	σ	-	-	1.0007	0.9984	-	-	0.9995	0.9972
	HKO(σ)	-	-	0.0007	0.0007	-	-	0.0007	0.0007
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	95	100	100	100	94.3

Tablo 4.31- Quasi Newton optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması

		N(0,1)				Uniform(-√3,√3)			
		Probit	Lojit	Tobit	Heckman	Probit	Lojit	Tobit	Heckman
25	β_0	6.6646	15.6746	0.9942	1.2613	7.0078	17.0683	0.9956	1.2849
	HKO(β_0)	6506.22	37214	0.0524	0.1857	6781.08	48029.79	0.0480	0.2070
	β_1	6.8796	16.1809	1.0097	0.7817	8.5552	21.3873	1.0158	0.7665
	HKO(β_1)	5837.32	33617	0.0569	0.1542	13166.49	97241.77	0.0590	0.1702
	σ	-	-	0.9552	0.8639	-	-	0.9427	0.8532
	HKO(σ)	-	-	0.0307	0.0449	-	-	0.0320	0.0479
	Yakınsama Oranı (%)	99.9	99.9	100	99.9	100	100	100	100
50	β_0	1.1167	1.9433	0.9938	1.1681	1.2316	2.2332	0.9980	1.1975
	HKO(β_0)	0.2391	1.6274	0.0243	0.1087	9.1707	63.6411	0.0254	0.1320
	β_1	1.1607	2.0312	1.0084	0.8591	1.2420	2.2395	1.0073	0.8355
	HKO(β_1)	0.2985	1.9333	0.0275	0.0965	6.7659	47.5784	0.0265	0.1088
	σ	-	-	0.9787	0.9235	-	-	0.9713	0.9156
	HKO(σ)	-	-	0.0146	0.0207	-	-	0.0152	0.0226
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	100	100	100	100	100
75	β_0	1.0553	1.8324	0.9908	1.1080	1.0691	1.8741	0.9970	1.1408
	HKO(β_0)	0.0747	0.9340	0.0157	0.0708	0.0851	1.0333	0.0167	0.0965
	β_1	1.0889	1.9044	1.0064	0.9088	1.0869	1.9046	1.0068	0.8837
	HKO(β_1)	0.1042	1.1343	0.0181	0.0585	0.1098	1.1431	0.0164	0.0778
	σ	-	-	0.9872	0.9442	-	-	0.9814	0.9409
	HKO(σ)	-	-	0.0096	0.0132	-	-	0.0102	0.0142
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	100	100	100	100	100
100	β_0	1.0342	1.7950	0.9936	1.0778	1.0491	1.8412	0.9965	1.1064
	HKO(β_0)	0.0489	0.7923	0.0124	0.0514	0.0540	0.8827	0.0121	0.0732
	β_1	1.0566	1.8457	1.0064	0.9357	1.0630	1.8645	1.0034	0.9101
	HKO(β_1)	0.0679	0.9235	0.0130	0.0407	0.0679	0.9519	0.0120	0.0574
	σ	-	-	0.9924	0.9605	-	-	0.9860	0.9536
	HKO(σ)	-	-	0.0075	0.0097	-	-	0.0075	0.0099
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	100	100	100	100	100

Tablo 4.32- Quasi Newton optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması (Devamı)

		N(0,1)				Uniform(- $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$)			
		Probit	Lojit	Tobit	Heckman	Probit	Lojit	Tobit	Heckman
250	β_0	1.0105	1.7537	0.9987	1.0195	1.0192	1.7894	0.9986	1.0357
	HKO(β_0)	0.0162	0.6226	0.0045	0.0124	0.0177	0.6834	0.0045	0.0228
	β_1	1.0174	1.7808	1.0005	0.9826	1.0206	1.7919	1.0005	0.9686
	HKO(β_1)	0.0215	0.6804	0.0050	0.0108	0.0212	0.6945	0.0045	0.0196
	σ	-	-	0.9953	0.9846	-	-	0.9944	0.9822
	HKO(σ)	-	-	0.0029	0.0033	-	-	0.0028	0.0033
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	100	100	100	100	100
500	β_0	1.0045	1.7427	0.9990	1.0042	1.0096	1.7737	0.9985	1.0059
	HKO(β_0)	0.0069	0.5751	0.0023	0.0033	0.0083	0.6272	0.0022	0.0046
	β_1	1.0032	1.7569	0.9997	0.9952	1.0121	1.7783	1.0001	0.9935
	HKO(β_1)	0.0098	0.6052	0.0027	0.0035	0.0095	0.6366	0.0023	0.0043
	σ	-	-	0.9988	0.9944	-	-	0.9974	0.9925
	HKO(σ)	-	-	0.0014	0.0015	-	-	0.0015	0.0015
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	100	100	100	100	100
1000	β_0	1.0077	1.7480	1.0016	1.0034	1.0010	1.7585	0.9985	1.0004
	HKO(β_0)	0.0038	0.5720	0.0012	0.0012	1.0033	1.7630	1.0006	0.9989
	β_1	1.0070	1.7624	1.0001	0.9985	0.0035	0.5873	0.9988	0.9965
	HKO(β_1)	0.0046	0.5964	0.0013	0.0013	0.0045	0.5966	0.0011	0.0011
	σ	-	-	0.9978	0.9957	-	-	0.0013	0.0013
	HKO(σ)	-	-	0.0007	0.0007	-	-	0.0007	0.0008
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	100	100	100	100	100

Tablo 4.33- Conjugate Gradient optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması

		N(0,1)				Uniform(-√3,√3)			
		Probit	Lojit	Tobit	Heckman	Probit	Lojit	Tobit	Heckman
25	β_0	8.7028	205.973	1.0005	1.2626	5768.160	330.9187	0.9845	1.2741
	HKO(β_0)	10943.25	179498	0.0522	0.1803	33241399	105857887	0.0491	0.2025
	β_1	10.1088	245.246	1.0227	0.7873	7516.46	306.4380	1.0043	0.7476
	HKO(β_1)	11079.15	262137	0.0564	0.1515	56454238	89599845	0.0559	0.1855
	σ	-	-	0.9466	0.8562	-	-	0.9490	0.8633
	HKO(σ)	-	-	0.0287	0.0455	-	-	0.0294	0.0442
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	100	100	100	100	100
50	β_0	1.0884	1.8912	0.9849	1.1457	3.5803	3579894.86	0.9980	1.1889
	HKO(β_0)	0.1277	1.1948	0.0239	0.0991	6041.86	128156	0.0263	0.1375
	β_1	1.1561	2.0197	1.0178	0.8791	3.5497	3499920	1.0040	0.8377
	HKO(β_1)	0.2110	1.6422	0.0284	0.0877	5804.41	122494	0.0269	0.1090
	σ	-	-	0.9789	0.9230	-	-	0.9735	0.9214
	HKO(σ)	-	-	0.0149	0.0200	-	-	0.0155	0.0213
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	100	100	100	100	100
75	β_0	1.0575	1.8350	0.9949	1.1114	1.0792	1.8898	0.9944	1.1331
	HKO(β_0)	0.0760	0.9393	0.0157	0.0727	0.1016	1.1032	0.0156	0.0933
	β_1	1.0904	1.9048	1.0076	0.9060	1.0877	1.9052	1.0002	0.8830
	HKO(β_1)	0.1090	1.1392	0.0186	0.0615	0.1120	1.1464	0.0176	0.0778
	σ	-	-	0.9821	0.9409	-	-	0.9854	0.9449
	HKO(σ)	-	-	0.0093	0.0135	-	-	0.0101	0.0134
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	100	100	100	100	99.8
100	β_0	1.0436	1.8135	0.9993	1.0842	1.0448	1.8303	0.9989	1.1116
	HKO(β_0)	0.0425	0.7992	0.0120	0.0533	0.0581	0.8724	0.0124	0.0765
	β_1	1.0664	1.8672	1.0085	0.9356	1.0477	1.8357	0.9995	0.9017
	HKO(β_1)	0.0654	0.9480	0.0137	0.0419	0.0698	0.9120	0.0124	0.0624
	σ	-	-	0.9870	0.9552	-	-	0.9910	0.9587
	HKO(σ)	-	-	0.0067	0.0094	-	-	0.0078	0.0100
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	99.9	100	100	100	100

Tablo 4.34- Conjugate Gradient optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması (Devamı)

		N(0,1)				Uniform(- $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$)			
		Probit	Lojit	Tobit	Heckman	Probit	Lojit	Tobit	Heckman
250	β_0	1.0166	1.7684	0.9979	1.0204	1.0202	1.7935	0.9985	1.0270
	HKO(β_0)	0.0146	0.6397	0.0048	0.0132	0.0178	0.6899	0.0046	0.0196
	β_1	1.0271	1.8018	1.0034	0.9839	1.0236	1.7998	1.0016	0.9771
	HKO(β_1)	0.0224	0.7140	0.0052	0.0119	0.0214	0.7072	0.0047	0.0148
	σ	-	-	0.9937	0.9827	-	-	0.9937	0.9827
	HKO(σ)	-	-	0.0029	0.0035	-	-	0.0030	0.0035
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	99.9	100	100	100	100
500	β_0	1.0131	1.7587	1.0020	1.0051	1.0087	1.7718	0.9985	1.0062
	HKO(β_0)	0.0073	0.5996	0.0023	0.0023	0.0072	0.6206	0.0022	0.0050
	β_1	1.0122	1.7739	1.0009	0.9981	1.0162	1.7832	1.0001	0.9933
	HKO(β_1)	0.0099	0.6305	0.0028	0.0028	0.0090	0.6416	0.0026	0.0047
	σ	-	-	0.9980	0.9945	-	-	0.9993	0.9948
	HKO(σ)	-	-	0.0014	0.0015	-	-	0.0013	0.0014
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	100	100	100	100	100
1000	β_0	1.0061	1.7463	0.9999	1.0017	1.0032	1.7627	1.0002	1.0027
	HKO(β_0)	0.0036	0.5693	0.0011	0.0012	0.0040	0.5958	0.0011	0.0017
	β_1	1.0079	1.7654	1.0021	1.0007	1.0024	1.7620	1.0003	0.9979
	HKO(β_1)	0.0049	0.6018	0.0013	0.0013	0.0044	0.5948	0.0012	0.0016
	σ	-	-	0.9980	0.9959	-	-	0.9981	0.9958
	HKO(σ)	-	-	0.0007	0.0008	-	-	0.0007	0.0007
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	99.9	100	100	100	100

Tablo 4.35- Double Dogleg optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması

		N(0,1)				Uniform(-√3,√3)			
		Probit	Lojit	Tobit	Heckman	Probit	Lojit	Tobit	Heckman
25	β_0	9.0327	23.3546	0.9801	1.2342	8.0435	16.3619	0.9956	1.2846
	HKO(β_0)	25815.93	222486	0.0522	0.1628	11209.05	40218.56	0.0480	0.2080
	β_1	9.4182	23.0080	1.0159	0.7982	10.0271	19.9184	1.0158	0.7666
	HKO(β_1)	19282.54	145913	0.0599	0.1493	22577.21	70035.75	0.0590	0.1698
	σ	-	-	0.9536	0.8618	-	-	0.9427	0.8535
	HKO(σ)	-	-	0.0284	0.0429	-	-	0.0320	0.0478
	Yakınsama Oranı (%)	99.7	99.7	100	99.7	100	100	100	99.9
50	β_0	1.0980	1.9079	0.9998	1.1579	1.2226	2.2081	0.9980	1.1963
	HKO(β_0)	0.1631	1.3157	0.0244	0.1014	7.5590	51.8094	0.0254	0.1319
	β_1	1.1227	1.9600	1.0053	0.8697	1.2343	2.2167	1.0073	0.8370
	HKO(β_1)	0.2125	1.5432	0.0278	0.0846	5.6121	38.3879	0.0265	0.1083
	σ	-	-	0.9799	0.9232	-	-	0.9713	0.9159
	HKO(σ)	-	-	0.0153	0.0210	-	-	0.0152	0.0227
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	99.8	100	100	100	99.6
75	β_0	1.0528	1.8299	0.9959	1.1159	1.0691	1.8741	0.9970	1.1429
	HKO(β_0)	0.0714	0.9217	0.0163	0.0763	0.0851	1.0333	0.0167	0.0978
	β_1	1.0806	1.8907	1.0068	0.9046	1.0869	1.9046	1.0068	0.8821
	HKO(β_1)	0.1045	1.1122	0.0179	0.0621	0.1098	1.1431	0.0164	0.0783
	σ	-	-	0.9883	0.9470	-	-	0.9814	0.9409
	HKO(σ)	-	-	0.0092	0.0128	-	-	0.0102	0.0143
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	99	100	100	100	98.9
100	β_0	1.0354	1.7977	0.9938	1.0779	1.0491	1.8412	0.9965	1.1083
	HKO(β_0)	0.0443	0.7827	0.0117	0.0509	0.0540	0.8827	0.0121	0.0744
	β_1	1.0550	1.8464	1.0059	0.9363	1.0630	1.8645	1.0033	0.9085
	HKO(β_1)	0.0585	0.8972	0.0140	0.0420	0.0679	0.9519	0.0120	0.0586
	σ	-	-	0.9893	0.9578	-	-	0.9860	0.9534
	HKO(σ)	-	-	0.0073	0.0095	-	-	0.0075	0.0101
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	98.5	100	100	99.9	97.9

Tablo 4.36- Double Dogleg optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması (Devamı)

		N(0,1)				Uniform(- $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$)			
		Probit	Lojit	Tobit	Heckman	Probit	Lojit	Tobit	Heckman
250	β_0	1.0159	1.7637	0.9990	1.0179	1.0192	1.7894	0.9981	1.0365
	HKO(β_0)	0.0152	0.6340	0.0043	0.0106	0.0177	0.6834	0.0045	0.0237
	β_1	1.0192	1.7852	1.0018	0.9866	1.0206	1.7919	1.0006	0.9681
	HKO(β_1)	0.0214	0.6856	0.0056	0.0110	0.0212	0.6945	0.0046	0.0203
	σ	-	-	0.9968	0.9868	-	-	0.9945	0.9820
	HKO(σ)	-	-	0.0028	0.0032	-	-	0.0028	0.0032
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	98.4	91.2	100	100	98.1	91
500	β_0	1.0078	1.7493	0.9988	1.0030	1.0096	1.7737	0.9981	1.0056
	HKO(β_0)	0.0074	0.5865	0.0023	0.0026	0.0083	0.6272	0.0022	0.0052
	β_1	1.0105	1.7703	1.0002	0.9966	1.0121	1.7783	1.0001	0.9921
	HKO(β_1)	0.0104	0.6277	0.0027	0.0030	0.0095	0.6366	0.0023	0.0047
	σ	-	-	0.9992	0.9948	-	-	0.9975	0.9921
	HKO(σ)	-	-	0.0013	0.0013	-	-	0.0015	0.0015
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	94	83.7	100	100	96.1	81.6
1000	β_0	1.0009	1.7358	0.9983	1.0004	1.0031	1.7621	0.9968	0.9995
	HKO(β_0)	0.0035	0.5535	0.0012	0.0016	0.0039	0.5944	0.0011	0.0011
	β_1	1.0040	1.7572	1.0006	0.9984	1.0086	1.7718	1.0017	0.9985
	HKO(β_1)	0.0048	0.5896	0.0013	0.0016	0.0046	0.6105	0.0013	0.0013
	σ	-	-	1.0004	0.9987	-	-	0.9996	0.9979
	HKO(σ)	-	-	0.0007	0.0007	-	-	0.0007	0.0007
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	89.3	73.9	100	100	90.2	74.3

Tablo 4.37- Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması

		N(0,1)				Uniform(-√3,√3)			
		Probit	Lojit	Tobit	Heckman	Probit	Lojit	Tobit	Heckman
25	β_0	4.0415	27.5644	0.9878	1.3096	13.4093	138.0967	0.9956	1.3746
	HKO(β_0)	1363.89	89817.9	0.0516	0.2143	30959.18	5928825	0.0480	0.2806
	β_1	4.8836	32.1455	1.0321	0.7583	16.6041	154.4281	1.0158	0.6880
	HKO(β_1)	2162.94	116738	0.0627	0.1768	60347.26	659129.32	0.0590	0.2189
	σ	-	-	0.9431	0.8524	-	-	0.9427	0.8503
	HKO(σ)	-	-	0.0305	0.0474	-	-	0.0320	0.0496
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	86.2	100	100	100	86.6
50	β_0	1.1207	1.9493	0.9916	1.2364	1.3377	2.7256	0.9980	1.3447
	HKO(β_0)	0.3817	2.0758	0.0240	0.1545	40.2744	550.1853	0.0254	0.2397
	β_1	1.1846	2.0729	1.0189	0.8145	1.3316	2.6552	1.0073	0.7160
	HKO(β_1)	0.7285	3.3266	0.0289	0.1199	29.0337	397.3390	0.0265	0.1825
	σ	-	-	0.9709	0.9058	-	-	0.9713	0.9084
	HKO(σ)	-	-	0.0152	0.0232	-	-	0.0152	0.0243
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	83.6	100	100	100	85.8
75	β_0	1.0578	1.8384	0.9944	1.2002	1.0691	1.8741	0.9970	1.3030
	HKO(β_0)	0.0694	0.9247	0.0158	0.1259	0.0851	1.0333	0.0167	0.2115
	β_1	1.0845	1.8994	1.0091	0.8368	1.0869	1.9046	1.0068	0.7467
	HKO(β_1)	0.0906	1.0808	0.0183	0.0962	0.1098	1.1431	0.0164	0.1595
	σ	-	-	0.9811	0.9291	-	-	0.9814	0.9252
	HKO(σ)	-	-	0.0096	0.0153	-	-	0.0102	0.0167
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	82.3	100	100	100	80.6
100	β_0	1.0354	1.7977	0.9938	1.1774	1.0491	1.8412	0.9965	1.3051
	HKO(β_0)	0.0443	0.7826	0.0117	0.1137	0.0540	0.8827	0.0121	0.2116
	β_1	1.0550	1.8464	1.0059	0.8576	1.0630	1.8645	1.0034	0.7430
	HKO(β_1)	0.0585	0.8972	0.0140	0.0833	0.0680	0.9519	0.0120	0.1541
	σ	-	-	0.9893	0.9446	-	-	0.9860	0.9338
	HKO(σ)	-	-	0.0073	0.0111	-	-	0.0075	0.0125
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	79.3	100	100	100	80.9

Tablo 4.38- Nelder Mead Simplex optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması (Devamı)

		N(0,1)				Uniform(- $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$)			
		Probit	Lojit	Tobit	Heckman	Probit	Lojit	Tobit	Heckman
250	β_0	1.0159	1.7637	0.9994	1.1016	1.0192	1.7894	0.9986	1.2472
	HKO(β_0)	0.0152	0.6339	0.0044	0.0608	0.0177	0.6834	0.0045	0.1589
	β_1	1.0192	1.7852	1.0018	0.9166	1.0206	1.7919	1.0005	0.7950
	HKO(β_1)	0.0214	0.6856	0.0056	0.0443	0.0212	0.6945	0.0045	0.1189
	σ	-	-	0.9967	0.9687	-	-	0.9944	0.9533
	HKO(σ)	-	-	0.0028	0.0051	-	-	0.0028	0.0066
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	65.2	100	100	100	70.1
500	β_0	1.0078	1.7493	0.9985	1.0335	1.0096	1.7737	0.9985	1.2000
	HKO(β_0)	0.0074	0.5865	0.0024	0.0205	0.0083	0.6272	0.0022	0.1301
	β_1	1.0105	1.7703	1.0004	0.9687	1.0121	1.7783	1.0001	0.8313
	HKO(β_1)	0.0104	0.6277	0.0027	0.0151	0.0095	0.6366	0.0023	0.0937
	σ	-	-	0.9992	0.9857	-	-	0.9974	0.9627
	HKO(σ)	-	-	0.0013	0.0024	-	-	0.0015	0.0045
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	60.3	100	100	100	62.6
1000	β_0	1.0009	1.7358	0.9983	1.0074	1.0031	1.7621	0.9972	1.1760
	HKO(β_0)	0.0035	0.5535	0.0012	0.0060	0.0039	0.5944	0.0011	0.1093
	β_1	1.0040	1.7572	1.0007	0.9915	1.0086	1.7718	1.0014	0.8520
	HKO(β_1)	0.0048	0.5896	0.0013	0.0046	0.0046	0.6105	0.0013	0.0794
	σ	-	-	1.0007	0.9950	-	-	0.9995	0.9647
	HKO(σ)	-	-	0.0007	0.0010	-	-	0.0007	0.0043
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	51.8	100	100	100	51.2

Tablo 4.39- Newton Raphson Ridging optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması

		N(0,1)				Uniform(-√3,√3)			
		Probit	Lojit	Tobit	Heckman	Probit	Lojit	Tobit	Heckman
25	β_0	2.4891	5.2603	0.9878	1.2369	20.6999	13.7279	0.9956	1.2799
	HKO(β_0)	272.1210	1866.24	0.0516	0.1638	281675	25908.66	0.0480	0.2055
	β_1	2.9313	6.2767	1.0321	0.8175	30.2723	16.7699	1.0158	0.7719
	HKO(β_1)	436.7138	2938.39	0.0627	0.1473	675518	47825.12	0.0590	0.1676
	σ	-	-	0.9431	0.8535	-	-	0.9427	0.8547
	HKO(σ)	-	-	0.0305	0.0458	-	-	0.0320	0.0476
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	97.5	100	100	100	97.9
50	β_0	1.1207	1.9493	0.9916	1.1622	1.2072	2.1531	0.9980	1.2071
	HKO(β_0)	0.3818	2.0770	0.0240	0.1037	5.1965	30.3336	0.0254	0.1422
	β_1	1.1846	2.0729	1.0189	0.8735	1.2211	2.1693	1.0073	0.8263
	HKO(β_1)	0.7288	3.3291	0.0289	0.0889	3.8826	22.6239	0.0265	0.1171
	σ	-	-	0.9709	0.9110	-	-	0.9713	0.9144
	HKO(σ)	-	-	0.0152	0.0222	-	-	0.0152	0.0234
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	88.9	100	100	100	91.2
75	β_0	1.0578	1.8384	0.9944	1.1223	1.0691	1.8741	0.9970	1.1762
	HKO(β_0)	0.0694	0.9247	0.0158	0.0781	0.0851	1.0333	0.0167	0.1258
	β_1	1.0845	1.8994	1.0091	0.9018	1.0869	1.9046	1.0068	0.8512
	HKO(β_1)	0.0906	1.0808	0.0183	0.0628	0.1098	1.1431	0.0164	0.1007
	σ	-	-	0.9811	0.9406	-	-	0.9814	0.9381
	HKO(σ)	-	-	0.0096	0.0145	-	-	0.0102	0.0149
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	70.8	100	100	100	72.4
100	β_0	1.0354	1.7977	0.9938	1.1214	1.0491	1.8412	0.9965	1.1665
	HKO(β_0)	0.0443	0.7827	0.0117	0.0790	0.0540	0.8827	0.0121	0.1150
	β_1	1.0550	1.8464	1.0059	0.8995	1.0630	1.8645	1.0034	0.8586
	HKO(β_1)	0.0585	0.8972	0.0140	0.0617	0.0679	0.9519	0.0120	0.0899
	σ	-	-	0.9893	0.9530	-	-	0.9860	0.9467
	HKO(σ)	-	-	0.0073	0.0108	-	-	0.0075	0.0113
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	60.6	100	100	100	59.8

Tablo 4.40- Newton Raphson Ridging optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması (Devamı)

		N(0,1)				Uniform(- $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$)			
		Probit	Lojit	Tobit	Heckman	Probit	Lojit	Tobit	Heckman
250	β_0	1.0159	1.7637	0.9994	1.0225	1.0192	1.7894	0.9986	1.0481
	HKO(β_0)	0.0152	0.6340	0.0044	0.0131	0.0177	0.6834	0.0045	0.0301
	β_1	1.0192	1.7852	1.0018	0.9809	1.0206	1.7919	1.0005	0.9588
	HKO(β_1)	0.0214	0.6856	0.0056	0.0129	0.0212	0.6945	0.0045	0.0257
	σ	-	-	0.9967	0.9870	-	-	0.9944	0.9792
	HKO(σ)	-	-	0.0028	0.0032	-	-	0.0028	0.0036
	Yakinsama Oranı (%)	100	100	100	67.4	100	100	100	68.7
500	β_0	1.0078	1.7493	0.9985	1.0027	1.0096	1.7737	0.9985	1.0067
	HKO(β_0)	0.0074	0.5865	0.0024	0.0031	0.0083	0.6272	0.0022	0.0053
	β_1	1.0105	1.7703	1.0004	0.9958	1.0121	1.7783	1.0001	0.9927
	HKO(β_1)	0.0104	0.6277	0.0027	0.0033	0.0095	0.6366	0.0023	0.0049
	σ	-	-	0.9992	0.9954	-	-	0.9974	0.9926
	HKO(σ)	-	-	0.0013	0.0014	-	-	0.0015	0.0016
	Yakinsama Oranı (%)	100	100	100	79.4	100	100	100	76.6
1000	β_0	1.0009	1.7358	0.9983	1.0007	1.0031	1.7621	0.9972	0.9995
	HKO(β_0)	0.0035	0.5535	0.0012	0.0017	0.0039	0.5944	0.0011	0.0011
	β_1	1.0041	1.7572	1.0007	0.9980	1.0086	1.7718	1.0014	0.9988
	HKO(β_1)	0.0048	0.5896	0.0013	0.0017	0.0046	0.6105	0.0013	0.0013
	σ	-	-	1.0007	0.9978	-	-	0.9995	0.9971
	HKO(σ)	-	-	0.0007	0.0007	-	-	0.0007	0.0007
	Yakinsama Oranı (%)	100	100	100	77.2	100	100	100	77

Tablo 4.41- True Region optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması

		N(0,1)				Uniform(-√3,√3)			
		Probit	Lojit	Tobit	Heckman	Probit	Lojit	Tobit	Heckman
25	β_0	2.5319	4.8015	0.9878	1.2373	6.0049	13.3620	0.9956	1.2855
	HKO(β_0)	319.5005	1157.79	0.0516	0.1656	4690.16	31907.22	0.0480	0.2089
	β_1	2.9675	5.7365	1.0321	0.8167	7.3684	16.8039	1.0158	0.7668
	HKO(β_1)	480.1209	1960.11	0.0627	0.1479	9467.28	68274.68	0.0590	0.1704
	σ			0.9431	0.8547			0.9427	0.8560
	HKO(σ)			0.0305	0.0458			0.0320	0.0474
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	98.9	100	100	100	98
50	β_0	1.1207	1.9493	0.9916	1.1505	1.2132	2.1459	0.9980	1.1971
	HKO(β_0)	0.3818	2.0772	0.0240	0.0954	6.0632	27.9691	0.0254	0.1353
	β_1	1.1846	2.0729	1.0189	0.8846	1.2262	2.1631	1.0073	0.8333
	HKO(β_1)	0.7287	3.3294	0.0289	0.0821	4.5058	20.9085	0.0265	0.1124
	σ			0.9709	0.9161			0.9713	0.9162
	HKO(σ)			0.0152	0.0214			0.0152	0.0226
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	97.8	100	100	100	98.2
75	β_0	1.8384	1.0578	0.9944	1.1093	1.0691	1.8741	0.9970	1.1520
	HKO(β_0)	0.9247	0.0694	0.0158	0.0714	0.0851	1.0333	0.0167	0.1072
	β_1	1.8994	1.0845	1.0091	0.9096	1.0869	1.9046	1.0068	0.8719
	HKO(β_1)	1.0808	0.0906	0.0183	0.0567	0.1098	1.1431	0.0164	0.0867
	σ			0.9811	0.9413			0.9814	0.9403
	HKO(σ)			0.0096	0.0138			0.0102	0.0145
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	87.6	100	100	100	88.7
100	β_0	1.0354	1.7977	0.9938	1.0968	1.0491	1.8412	0.9965	1.1349
	HKO(β_0)	0.0443	0.7827	0.0117	0.0640	0.0540	0.8827	0.0121	0.0945
	β_1	1.0550	1.8464	1.0059	0.9235	1.0630	1.8645	1.0034	0.8847
	HKO(β_1)	0.0585	0.8972	0.0140	0.0504	0.0679	0.9519	0.0120	0.0731
	σ			0.9893	0.9584			0.9860	0.9529
	HKO(σ)			0.0073	0.0098			0.0075	0.0105
	Yakınsama Oranı (%)	100	100	100	81.3	100	100	100	78.1

Tablo 4.42- True Region optimizasyon algoritmasına göre Yöntemlerin Karşılaştırılması (Devamı)

		N(0,1)				Uniform(-√3,√3)			
		Probit	Lojit	Tobit	Heckman	Probit	Lojit	Tobit	Heckman
250	β_0	1.0159	1.7637	0.9994	1.0259	1.0192	1.7894	0.9985	1.0585
	HKO(β_0)	0.0152	0.6340	0.0044	0.0168	0.0177	0.6834	0.0045	0.0394
	β_1	1.0192	1.7852	1.0017	0.9751	1.0206	1.7919	1.0006	0.9459
	HKO(β_1)	0.0214	0.6856	0.0056	0.0159	0.0212	0.6945	0.0045	0.0321
	σ	-	-	0.9967	0.9888	-	-	0.9944	0.9814
	HKO(σ)	-	-	0.0028	0.0033	-	-	0.0028	0.0035
	Yakinsama Oranı (%)	99.9	100	100	53.6	100	100	99.9	55.7
500	β_0	1.0078	1.7493	0.9984	1.0047	1.0096	1.7737	0.9985	1.0066
	HKO(β_0)	0.0074	0.5865	0.0023	0.0037	0.0083	0.6272	0.0022	0.0046
	β_1	1.0105	1.7703	1.0004	0.9958	1.0121	1.7783	1.0001	0.9944
	HKO(β_1)	0.0104	0.6277	0.0027	0.0039	0.0095	0.6366	0.0023	0.0042
	σ	-	-	0.9993	0.9958	-	-	0.9974	0.9930
	HKO(σ)	-	-	0.0013	0.0014	-	-	0.0015	0.0016
	Yakinsama Oranı (%)	100	100	99.9	76.1	100	100	100	75.3
1000	β_0	1.0010	1.7358	0.9983	1.0005	1.0032	1.7621	0.9972	0.9994
	HKO(β_0)	0.0035	0.5535	0.0012	0.0016	0.0039	0.5944	0.0011	0.0011
	β_1	1.0042	1.7572	1.0007	0.9983	1.0087	1.7718	1.0014	0.9997
	HKO(β_1)	0.0048	0.5896	0.0013	0.0016	0.0046	0.6105	0.0013	0.0012
	σ	-	-	1.0007	0.9985	-	-	0.9995	0.9978
	HKO(σ)	-	-	0.0007	0.0007	-	-	0.0007	0.0007
	Yakinsama Oranı (%)	100	99.7	100	80.1	99.9	100	100	82.5

Tablo 4.29-4.42, standart normal dağılım ve Uniform dağılımında örnek hacmi 25 iken Probit ve Lojit modelleri parametre tahmin değerleri yanlı sonuçlar vermiştir. Bu nedenle küçük örnek hacimlerinde Probit ve Lojit modeli kullanılmamalıdır. Ayrıca, Lojit modelin hata kareler ortalama değerleri Probit ve diğer modellere göre oldukça yüksek bulunmuştur.

Newton Raphson algoritması kullanılarak elde edilen yöntem karşılaştırmalarında; Tablo 4.29 ve Tablo 4.30'da Heckman modelinin yakınsama oranı Tobit modele göre tüm örnek hacimlerinde yüksek bulunmuş olup örnek hacmi 1000 olduğunda Heckman modelinin yakınsama oranı düşüktür ve hata kareler ortalamaları tobit modelden daha düşük elde edilmiştir.

Quasi Newton algoritması kullanılarak elde edilen yöntem karşılaştırmalarında; Tablo 4.31 ve Tablo 4.32'de Tobit modelinin tüm örnek hacimlerinde yakınsama oranı %100' dür. Heckman modelinin sadece normal dağılım varsayımında, 25 örnek hacminde yakınsama oranı % 99.9 iken diğer durumlarda %100 bulunmuştur. Tobit model, Uniform dağılımında 1000 örnek hacmi için sabit parametreyi tahmin etmede hata kareler ortalaması çok yüksek bulunmuştur. Bu nedenle Tobit modeli ve Heckman modeli Uniform dağılımında beklenen hata kareler ortalama değerlerini elde edememiştir. Normal dağılımda uygun sonuçlar vermiştir.

Conjugate Gradient algoritması kullanılarak elde edilen yöntem karşılaştırmalarında; Tablo 4.33 ve Tablo 4.34'de Quasi Newton algoritmasının aksine bu algoritma kullanılarak her iki dağılımda da Tobit ve Heckman modelleri örnek hacmi arttıkça parametre tahmin etmede yansız sonuçlar vermiştir.

Double Dogleg algoritması kullanılarak elde edilen yöntem karşılaştırmalarında; Tablo 4.35 ve Tablo 4.36'da Conjugate Gradient algoritmasına benzer sonuçlar görülmüştür. Tobit ve Heckman modelleri örnek hacmi arttıkça parametre tahmin etmede her iki dağılımda da yansız sonuçlar vermiştir.

Nelder Mead Simplex algoritması kullanılarak elde edilen yöntem karşılaştırmalarında; Tablo 4.37 ve Tablo 4.38'de Heckman modelinin yakınsama oranları diğer modellerin yakınsama oranlarına göre oldukça düşüktür. Tobit model Heckman modeline göre daha yansız sonuçlar vermiştir.

Newton Raphson Ridging algoritması kullanılarak elde edilen yöntem karşılaştırmalarında; Tablo 4.39 ve Tablo 4.40'da Probit modeli Lojit modeline göre örneklem hacmi arttıkça daha yansız sonuçlar vermiştir. Heckman modelinin yakınsama oranı diğer modellere göre düşüktür. Düşük olmasına rağmen hata kareler ortalamaları değerleri de tobit modelin hata kareler ortalamalarına yakınsamaktadır.

Trust Region algoritması kullanılarak elde edilen yöntem karşılaştırmalarında; Tablo 4.41 ve Tablo 4.42’de Newton Raphson Ridging algoritma sonucunda olduğu gibi bu algoritmada da Heckman modeli yakınsama oranları diğer modellere göre oldukça düşük bulunmuştur. Fakat hata kareler ortalamaları değerleri de tobit modelin hata kareler ortalamalarına yakınsamaktadır. Tobit ve Heckman modelinin parametre tahmininde Probit ve Lojit modeline göre başarılı olduğu görülmüştür.

Probit modelinde normal dağılımda, örnek hacmi 50 olduğunda; NMSIMP, NRRIDG ve TRUREG algoritmaları, örnek hacmi 75 olduğunda; NMSIMP ve NRRIDG algoritmaları, örnek hacmi 250, 500 ve 1000 olduğunda ise DBLDOG, NMSIMP, NRRIDG ve TRUREG algoritmaları benzer parametre tahmin değerleri vermiştir. Uniform dağılımda, örnek hacmi 75 olduğunda; NMSIMP ve NRRIDG ve TRUREG algoritmaları, örnek hacmi 100, 250, 500 ve 1000 olduğunda DBLDOG, NMSIMP, NRRIDG ve TRUREG algoritmaları benzer parametre tahmin değerleri vermiştir.

Lojit modelinde normal dağılımda, örnek hacmi 50 olduğunda; NEWRAP, NMSIMP, NRRIDG ve TRUREG algoritmaları, örnek hacmi 75, 100 olduğunda; NEWRAP, NMSIMP ve NRRIDG algoritmaları, örnek hacmi 250, 500 ve 1000 olduğunda ise DBLDOG, NMSIMP, NRRIDG ve TRUREG algoritmaları benzer parametre tahmin değerleri vermiştir. Uniform dağılımda, örnek hacmi 75 olduğunda; DBLDOG, NMSIMP ve NRRIDG ve TRUREG algoritmaları, örnek hacmi 100, 250, 500 ve 1000 olduğunda CONGRA algoritması hariç diğer algoritmalar benzer parametre tahmin değerleri vermiştir.

Tobit modelinde normal dağılımda, örnek hacmi 25, 50 ve 75 olduğunda; NEWRAP, NMSIMP, NRRIDG ve TRUREG algoritmaları, örnek hacmi 100, 250 ve 500 olduğunda; DBLDOG, NMSIMP, NRRIDG ve TRUREG algoritmaları, örnek hacmi 1000 olduğunda; QN ve CONGRA algoritması hariç diğer algoritmalar benzer parametre tahmin değerleri vermiştir. Uniform dağılımda, örnek hacmi 25 olduğunda; CONGRA algoritması hariç tüm algoritmalar, örnek hacmi 50 olduğunda tüm algoritmalar, örnek hacmi 75 ve 100 olduğunda; NEWRAP ve CONGRA hariç diğer tüm algoritmalar, örnek hacmi 250, 500 ve 1000 olduğunda; CONGRA ve QN algoritmaları hariç tüm algoritmalar benzer parametre tahmin değerleri vermiştir.

Heckman modelinde her iki dağılımda da benzer parametre tahmin değerlerine rastlanmamıştır. Yakınsama oranları tüm örnek hacimlerinde değiştiği için sonuçlar birbirinden ufak da olsa farklılık göstermektedir. İkinci dereceden türev gerektiren NEWRAP, NRRIDG ve TRUREG algoritmaları küçük veri seti ve karmaşık olmayan modellerde uygulanması daha uygundur. Bazı durumlarda NRRIDG, TRUREG tekniğinden daha hızlı çalışmaktadır. QUANEW, CONGRA ve DBLDOG yöntemleri, NEWRAP, NRRIDG ve TRUREG yöntemlerinden çok daha fazla iterasyon gerektirmektedir. Bu optimizasyon yöntemlerinde her iterasyon çok hızlı gerçekleşmektedir.

5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Probit modelinin temelinde birikimli normal dağılım fonksiyonu, Lojit modelinde ise lojistik dağılım fonksiyonu vardır. Her iki dağılım fonksiyonu birbirine benzemektedir. Kümülatif standart normal dağılımın ortalaması 0, varyansı 1, Lojistik dağılımın ortalaması 0, varyansı ($\pi^2 / 3$) olup varyansları farklılık göstermektedir. Probit modeli ve Tobit modeli hatanın normal dağılım varsayımına dayandığı aynı yapısal modele sahiptir. Probit modelde sadece $y^* > 0$ olup olmadığı biliniyor iken, Tobit modelde $y^* > 0$ olduğunda y^* değeri bilinmektedir. Probit ve Lojit modelleri her zaman güncelliğini korumaktadır. Son yıllarda, bu modellerin yanı sıra tobit modeli ve uygulamaları artış göstermiştir.

Amemiya (1984), bağımlı değişkeni sınırlı olan modellerde Probit, Lojit, en küçük kareler ve Tobit en büyük olabilirlik parametre tahmin yöntemlerini incelemiştir. Çalışmasında, En küçük kareler yönteminin yanlış ve tutarsız sonuçlar verdiğini belirtmiştir. Amemiya'nın çalışmaları ile paralel sonuçlar gösteren bizim çalışmamızda, Probit, Lojit, Tobit ve İki Aşamalı Heckman modeli ele alınmıştır. İncelenen yöntemlerin karşılaştırmalarında Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak farklı örnek büyüklüklerinde veri setleri oluşturulmuştur. Yapılan simülasyon çalışmaları sonucunda incelenen parametre tahmin yöntemlerinden Probit ve Lojit en büyük olabilirlik yöntemleri $n=250$, 500 ve 1000 örneklem büyüklüklerinde uygun sonuçlar vermiştir. Küçük örneklem hacimlerinde hata kareler ortalamaları büyük bulunmuştur.

Leiker (2012), Amemiya'nın çalışmasındaki tobit modeli parametre tahmin yöntemlerini kullanarak bir simülasyon çalışması yapmış ve parametreleri tahmin etmede en iyi yöntemin tobit en büyük olabilirlik yöntemi olduğunu belirtmiştir. Liu, Wang ve Wu (2013) çalışmasında, tobit regresyon modelinin parametreleri tahmin etmede yansız ve tutarlı olduğunu belirtmiştir. Ankaralı, Cangür ve Pasin (2014) çalışmasında, sağlık alanında ölçek puanlarının tahmin edilmesinde tobit regresyon modeli ile tahmin yapmanın uygun olduğunu göstermiştir.

İki aşamalı Heckman tahmin yöntemi, küçük örneklem hacimlerinde parametre tahminlerinin gerçek değerlerine yakınsamamış ve hata kareler ortalamaları yüksek bulunmuştur.

Standart normal dağılım ve Uniform dağılımında örnek hacmi 25 iken Probit ve Lojit modelleri parametre tahmin değerleri yanlış sonuçlar verdiği için küçük örnek hacimlerinde Probit ve Lojit modeli kullanılmaması daha uygun olacaktır. Ayrıca, Lojit modelin hata kareler ortalama değerleri Probit ve diğer modellere göre oldukça yüksektir.

Newton Raphson algoritması kullanılarak elde edilen yöntem karşılaştırmalarında; Heckman modelinin yakınsama oranı Tobit modele göre tüm örnek hacimlerinde yüksek olup örnek hacmi 1000 olduğunda Heckman modelinin yakınsama oranı düşük olmasına rağmen hata kareler ortalamaları tobit modelden daha düşük bulunmuştur. Quasi Newton algoritması kullanılarak elde edilen yöntem karşılaştırmalarında; Tobit modelinin tüm örnek hacimlerinde yakınsama oranı %100 olarak elde edilmiştir. Heckman modelinin sadece normal dağılım varsayımında, 25 örnek hacminde yakınsama oranı % 99.9'dur. Diğer durumlarda %100 dür. Tobit model, Uniform dağılımında 1000 örnek hacmi için sabit parametreyi tahmin etmede hata kareler ortalaması çok yüksek bulunmuştur. Bu nedenle Tobit modeli ve Heckman modeli Uniform dağılımında beklenen hata kareler ortalama değerleri elde edilememiştir.

Conjugate Gradient algoritması kullanılarak elde edilen yöntem karşılaştırmalarında; Quasi Newton algoritmasının aksine bu algoritma kullanılarak her iki dağılımda da Tobit ve Heckman modelleri örnek hacmi arttıkça parametre tahmin etmede yansız sonuçlar vermiştir. Double Dogleg algoritması ile Conjugate Gradient algoritması sonuçları benzerdir. Tobit ve Heckman modelleri örnek hacmi arttıkça parametre tahmin etmede her iki dağılımda da yansız sonuçlar vermiştir.

Nelder Mead Simplex algoritmasında Heckman modelinin yakınsama oranları diğer modellerin yakınsama oranlarına göre düşük bulunmuştur. Tobit model Heckman modeline göre daha yansız sonuçlar vermiştir. Newton Raphson Ridging algoritması kullanılarak elde edilen yöntem karşılaştırmalarında; Probit modeli Lojit modeline göre örneklem hacmi arttıkça daha yansız sonuçlar vermiştir. Heckman modelinin yakınsama oranı diğer modellere göre düşüktür. Düşük olmasına rağmen hata kareler ortalamaları değerleri de tobit modelin hata kareler ortalamalarına yakınsamaktadır. Parametreleri tahmin etmede Tobit modeli kadar Heckman modelinin de kullanılması uygun olmaktadır.

Trust Region algoritması kullanılarak elde edilen yöntem karşılaştırmalarında; Newton Raphson Ridging algoritma sonucunda olduğu gibi bu algoritmada da Heckman modeli yakınsama oranları diğer modellere göre düşüktür. Buna rağmen hata kareler ortalamaları değerleri de tobit modelin hata kareler ortalamalarına yakınsamaktadır.

Parametre tahmininde küçük örnek hacimlerinde ve büyük örnek hacimlerinde de Tobit ve Heckman modeli Probit ve Lojit modeline göre daha uygun sonuçlar vermektedir. Aynı zamanda Tobit ve Heckman modeli Probit ve Lojit modeline göre daha küçük hata kareler ortalamalarına sahip olduğu gözlenmiştir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Akbay Ö.A., Aktaş E., Koç, A., (1999). Konsantre Meyve Suyu Talebinin Tobit Modeli İle Analizi. *Journal of Agriculture and Forestry*, 23:493-499.
- Altıntaş, T., (2006) Yapay Bağımlı Değişkenli Tahmin Modelleri Ve Bir Uygulama (Yüksek Lisans Tezi) Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Samsun, 51s.
- Amemiya, T., (1984). Tobit models: a survey. *Journal of Econometrics*, (24), 3-61.
- Amemiya, T., (1985). *Advanced Econometrics*. Basil Blackwell. ISBN 0-631-13345-3, Oxford, 521s.
- Burton M, Tomlison M and Young T., 1994. Consumers' Decision Whether or not to Purchase Meat: A Double Hurdle Analysis of Single Adult Households, *Journal of Agricultural Economics*, 45(2) 202-212.
- Boggs, P.T., Tolle, J.W., (2000). Sequential quadratic programming for large-scale nonlinear optimization. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 124: 123-137.
- Chay, Y.K., Powell L.J., (2001). Semiparametric Censored Regression Model. *Journal of Economic Perspectives*, American Economic Association, 15(4): 29-42.
- Çolak, E., (2002). "Koşullu ve sınırlandırılmış lojistik regresyon yöntemlerinin karşılaştırılması ve bir uygulama." Yüksek Lisans Tezi, Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Davidson, R., & MacKinnon, J. G., (1999). The size distortion of bootstrap tests. *Econometric theory*, 15(03), 361-376.
- Eren, M., (2012). Sınırlı bağımlı değişkenli modeller ve Ülkelerin gelişmişlik düzeyleri üzerine Uygulama. (Yüksek Lisans Tezi). Atatürk Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Erzurum.
- Greene, H.W., (2003). *Econometric Analysis*. Prentise Hall, ISBN: 01 306 61899, New Jersey, 1026s.
- Gujarati, D.N., (2010). *Temel Ekonometri, Çevirenler: Ümit Şenesen-G.Günlük Şenesen*, Litaratür Yayınları No:33, ISBN:975-7860-99-9, İstanbul, 849s.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devam Ediyor)

- Heckman, J. J., (1979). Sample selection bias as a specification error. *Econometrica*, 47, 153-161.
- Jöreskog, G.K., (2002). Censored Variables and Censored regression.
- Leiker, A., (2012). "A comparison study on the estimation in Tobit regression models". Diss. Kansas State University.
- Liao, T. F., (1994). Interpreting probability models: Logit, probit, and other generalized linear models (No. 101). Sage.
- Long, J., (1997). Regression Models for Categorical and Limited Dependent Variables, Sage Publications, International Educational and Professional Publisher, Thousand Oaks, London.
- Maddala, G.S., (1987). Limited Dependent and Qualitative Variables in Econometrics, Cambridge University Press, Cambridge.
- Maddala G.S., (1992). Econometrics. Macmillian publishing company, p:340-631 NewYork.
- Özdamar, K., (2013). SPSS ile Biyoistatistik (9. Baskı), Nisan Kitabevi, Eskişehir.
- Pasin, Ö., Ankaralı H., Cangür Ş., (2014). Tobit Regresyon Analizi ve Sağlık Alanında Bir Uygulama. XVI. Ulusal Biyoistatistik Kongresi.
- Powell, J. L., (1984). Least absolute deviations estimation for the censored regression model. *Journal of Econometrics*, 25, 303-325.
- SAS, (2010). SAS/STAT(R) 9.22 User's Guide: The NLMIXED Procedure (Book Excerpt).SAS Institute Inc., Cary, N.C., USA.
- SAS, (2011). SAS/STAT(R) 9.3 User's Guide: The QLIM Procedure (Book Excerpt).SAS Institute Inc., Cary, N.C., USA.
- Schnedler, W., (2005). Likelihood estimation for censored random vectors. *Econometric Reviews*, 24(2), 195-217.
- Ser, G., et al., (2013). "Genel Doğrusal Karışık Modellerde Farklı Kovaryans Yapıları ve Tahmin Yöntemlerinin Performanslarının Karşılaştırılması." *Hayvansal Üretim* 54.2: 18-23.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devam Ediyor)

- Shonkwiler, J. Scott, and Steven T. Yen., (1999). "Two-step estimation of a censored system of equations." *American Journal of Agricultural Economics* 81.4: 972-982.
- Tobin, J., (1958). Estimation of relationships for limited dependent variables. *Econometrica*, 26(1), 24-36.
- Üçdoğruk, Ş., Akın, F., and Emeç H. , (2001). "Türkiye Hanehalkı Eğlence Kültür Harcamalarında Tobit Modelin Kullanımı." *İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi* 3.3: 1-13.
- Walck, C., (2007). *Handbook on statistical distributions for experimentalists*.
- Wang, L., (2007). A simple nonparametric test for diagnosing nonlinearity in tobit median regression model. *Statistics & Probability Letters*, 77, 1034-1042.
- Wooldridge, J., (2002). *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, MIT Press. Cambridge, 735s
- Yoshimoto, H., (2008). *Econometrics, Probit, Logit and Tobit Models, Version3*.
- Zhou, X., (2007). *Semiparametric and nonparametric estimation of tobit models*. (Doctoral dissertation, Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong).

ÖZGEÇMİŞ

Bireysel Bilgiler

Adı-Soyadı	Büşra EMİR
Doğum tarihi ve yeri	02.05.1988 / Balıkesir
Uyruğu	Türkiye Cumhuriyeti
İletişim adresi	bemir@ogu.edu.tr

Eğitim Durumu

Lisans	Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü	2007 - 2011
Yüksek Lisans	Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Biyoistatistik	2014 - 2016

Mesleki Deneyim

Araştırma Görevlisi	2015 - ...
Osmangazi Üniversitesi Tıp Fakültesi Biyoistatistik Anabilim Dalı	

Eğitimler

Statistical Methods for Meta-Analysis
Ege Üniversitesi, 25-26 Mayıs 2015.

Bilgisayar Uygulamalı Yapısal Eşitlik Modellemesi
Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, 18-20 Şubat 2015.