YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

ANALİTİK HİYERARŞİ YÖNTEMİ

İŞLETME YÖNETİMİ
YÜKSEK LİSANS BİTİRME TEZİ
Nesrin BOYACIOĞLU

Tez Danışmanı

Doç.Dr. Mehmet AHLATÇIOĞLU

İSTANBUL,1996

İ Ç İ N D E K İ L E R

BÖLÜM IV

ŞEKİLLER

TABLOLAR

ÖZET

Analitik Hiyerarşi Yöntemi adı altında hazırlanan bu çalışma, dört bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde, hiyerarşi ve nasıl oluşturulduğu ele alınmaktadır. Karar matrisinin oluşturulup öncelik vektörünün hesaplanmasına, değerlendirilmesine yer verilip, bunların bir örnek yardımıyla uygulanmasına da fırsat verilmiştir.

İkinci bölümde, örneklerle beraber yöntem daha da ileri götürülmektedir. Önce, hassaslık ile ilgili testler verilerek uygulaması yapılmaktadır. Tam ve tam olmayan hiyerarşiler anlatılmakta ve iki gelişmiş örnekle bölüm tamamlanmaktadır.

Üçüncü bölüm ise, bu yöntemin altında yatan temel matematik nedenler ve kullanılan skalanın tercih nedenleri ele alınmaktadır. Kararları gözden geçirme işleminin akışı ve Delphi Yöntemi' nde fikir birliği de verilmektedir.

Dördüncü ve son bölüm, Analitik Hiyerarşi Yöntemi ile ilgili bir uygulama içermektedir. Bu uygulamada, Yurt İçi Kargo A.Ş.' nin kurulmasını istediği modem hattı için uygun firma seçimi konusu ele alınmıştır.

Bu bölümleri sonuç ve yararlanılan kaynaklar kısmı takip etmektedir.

I.GİRİŞ

Son yıllarda sistem yaklaşımı, yaşamın her alanında gözönünde bulundurulması gerekli bir hal almıştır. Pratik olarak bir sistem yapı ve işlev açısından ele alınabilir ve bunlar birbirinden ayrılmaz bir bütündür. Yapı, işlevin incelenmesinde bir araçtır, işlev ise yapının etkinlendiği noktalara yön veren durumundadır. Karar problemi genel olarak sistem yaklaşımı ile ele elınır.

Hiyerarşi bir sistemin yapısının, onun parçalarının etkileşimini ve sistemin bütününe etkisini incelemeye yarar; sistem yapısının bir özetidir. Hiyerarşi derecelendirilebilirdir ve en üst dereceden daha aşağı doğru olacak şekilde bir düzen vardır.

Analitik Hiyerarşi Yöntemi' nde karar uygulamaları iki aşamada gerçekleşir. Bunlar; hiyerarşik düzenin olşturulması ve değerlendirme yapılması şeklindedir. Değerlendirme, ikili karşılaştırmalar kavramına dayanmaktadır. Hiyerarşinin alt seviyesinde bulunan elemanlar, daha üst seviyede verilen bir kritere göre göreceli olarak karşılaştırılır.

BÖLÜM I

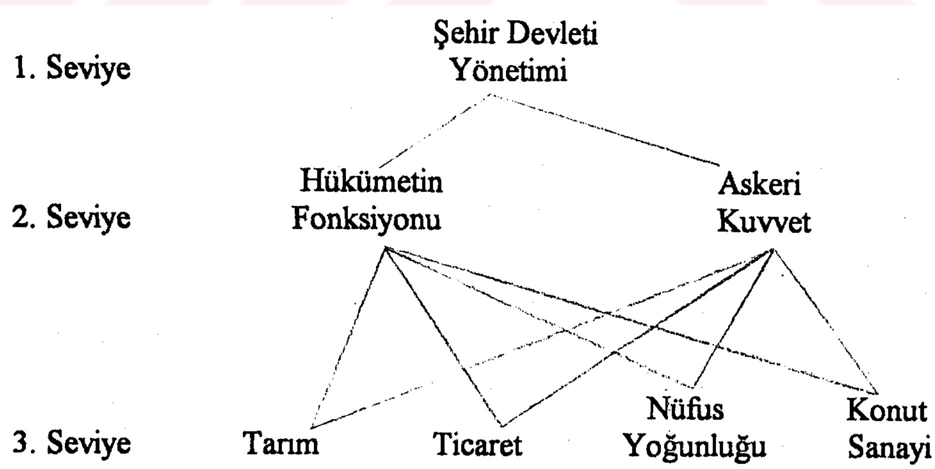
1.1. HİYERARŞİLER (YAPILAR)

Genellikle, bir sistemin analiz işlemi için esas olan, sistemi oluşturan parçaların sayısı ve bunların birbirleri ile ilişkilerini ele almanın ötesinde, birbirinden farklı bilgilerin araştırmacı tarafından anlaşılabilmesini sağlamaktır. Böyle durumlarda, sistem daha küçük alt sistemlere ayrılır. Bir bilgisayarın şematik olarak alt sistemlere ayrılması ve her alt sistemin kendine ait şematik bir sisteme sahip olması gibi.

Problemlerin hiyerarşik olarak ifade edilmesine geçmeden önce, hiyerarşinin tanımını yapmak gerekir: Hiyerarşi, tanımlanan ve birbirinden ayrı gruplara dahil edilen varlıklara dayanan, oluşturulan bu gruplardan birinin sadece bir diğerini etkilemesi ve yine bir grubun sadece bir diğeri tarafından etkilenmesi esasına göre oluşturulmuş bir sistemdir (1) . Her grup, hiyerarşinin bir seviyesi demektir ve her seviyedeki elemanlar birbirinden bağımsızdır. Basit bir hiyerarşi örneği ile konu daha anlaşılabilir hale getirilebilir:

Ortaçağ Avrupası' nda şehir devletlerin zenginliği, yönetenlerin güçlerine ve yeteneklerine bağlıydı. Şehir devletlerin genel yapısı şu şema ile gösterilebilir:

Şekil 1.1. Ortaçağ Avrupası'nda Şehir Devletlerin Hiyerarşik Yapısı



KAYNAK: **Saaty, The Analytic Hierarchy Process**, USA, McGraw-Hill, 1980, s.11

---

(1) Thomas Lorie Satty, **The Analytic Hierarchy Process**, United States of America:McGraw-Hill,1980,s.11

Burada tarım, ticaret, nüfus yoğunluğu ve konut sanayii aynı seviyeye dahil edilmiştir. Çünkü bunlar şehir devletlerinde, ekonomik gücü belirleyen temel faktörlerdir. Aynı zamanda, hükümet ve ordunun gücüne de işaret ettiklerinden, devletin refah seviyesini de etkilerler.

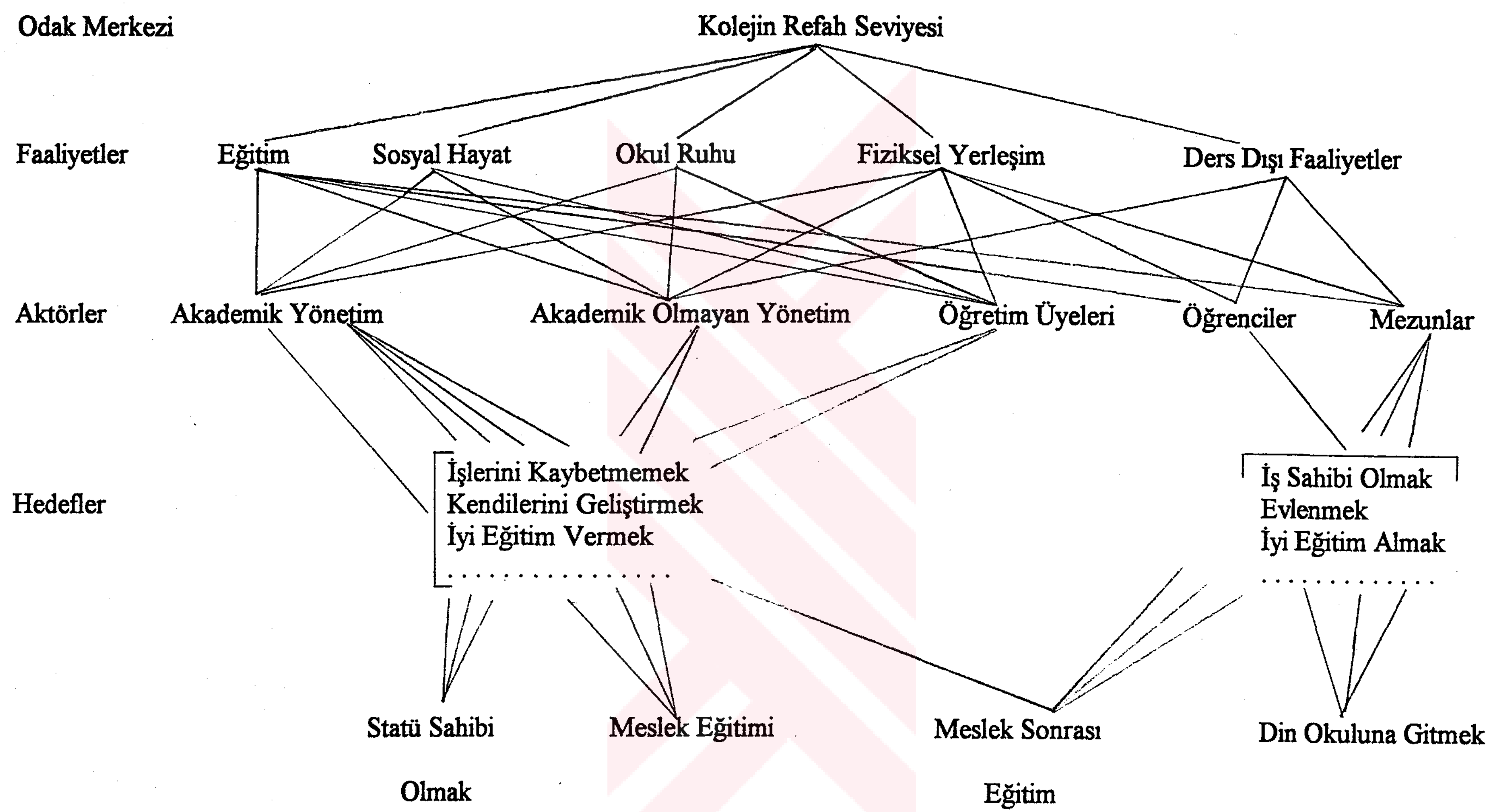
Bu basit model kolaylıkla daha karmaşık ve çözümü zor bir hale getirilebilir. Ancak, modeli dikkatlice, gerçeğe bağlı kalarak, içinden soruların cevapları çıkarılabilecek ve anlaşılabilecek şekilde oluşturmak gerekir.

Ayrıca şöyle bir gerçekten de söz etmek gerekir ki; hükümet sadece ticaretten etkilenmez. Aynı zamanda ticaret üzerinde de etkisi vardır. Bu *ters etki* veya *geri besleme* , ilk bakışta görünmeyen önemli bir etkidir. Bir çok problem, ilk adımda ters etki gözönüne alınmadan, daha sonra ise ters etki de dikkate alınarak çözülmüştür. İlk sonuçlar, geri besleme dikkate alınmadan yapılan bir modellemenin bile gerçeğe yakın olduğu izlenimini vermiştir. Bununla birlikte bu örnek, mevcut durum karmaşık da olsa, kurulan modelin çok basit olabileceğini göstermiştir.

Bir başka örnekle, hiyerarşi fikri daha net bir şekilde açıklanabilir. Bu örnekle, bir kolejin güven içinde devamlılığını sağlayacak senaryolar aranıyor. Burada odak merkezini, okulun refah düzeyi şeklinde isimlendirelim. Odak merkezi, eğitim, sosyal hayat, okul ruhu, fiziksel yerleşim ve ders dışı faaliyetlerden etkilenir. Bu etkiler, akademik ve akademik olmayan yönetim, öğretim üyeleri, öğrenciler ve mezunlar tarafından belirlenir. (Bu kişiler aktör olarak nitelendirilsin). Bu etki ve aktörler arasındaki geri beslemeyi ihmal edebiliriz. Belli aktörlerin belli hedefleri bulunmaktadır. Örneğin; öğretim üyeleri işlerini kaybetmemek, kendilerini geliştirmek ve iyi eğitim vermek isterken öğrencilerin bir iş sahibi olmak, evlenmek, iyi eğitim almak gibi hedefleri vardır. Örneğin statü sahibi olmak , meslek eğitimi, meslek sonrasi eğitim veya din okuluna gitmek gibi senaryolar da olabilir. Bunlar, hedeflere ulaşma ihtimalini, hedefler aktörleri etkiler, aktörler etkilere yön verir ve bütün bunlar kolejin refah seviyesini belirler. **(2)**.

(2) Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, ss.12-13

Şekil 1.2. Hiyerarşik Yapının Daha Net Olarak Anlaşılması İçin Bir Kolej Üzerinde Açıklanması



KAYNAK: Thomas Loire Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, USA, McGraw-Hill, 1980, s.13

Hiyerarşi kavramı biraz daha incelenirse, birçok özelliğinin daha olduğu görülür: Hükümette ve kurumlarda oluşturulan hiyerarşinin bunların ilişkilerine dikkat edebilmek üzere meydana getirildiği söylenebilir. Fakat, gerçekte böyle değildir. Aslında bunlar, insanların gerçekleri daha alt kümelere ayırmasına yarayan sınıflardır.

Hiyerarşi ile ilgili asıl problem, üst seviyelerdeki ilişkilenmeyi, hiyerarşinin çeşitli alt seviyelerinin birbirlerini etkilemesinden çok, direk olarak o seviyenin elemanlarında aramaktır.

Kavramsal olarak en basit hiyerarşi lineer yani doğrusaldır, meydana gelen artış, bir seviyeden diğer bir komşu seviyeye, şeklinde olur. Örneğin bir üretim hattındaki işciler bir üst seviyedeki şefler, şefler yöneticiler ve onlar da bir üst seviyede bulunan müdür yardımcıları ve müdür tarafından idare edilir. Lineer olmayan bir hiyerarşide ise, üst seviye bir alt seviye tarafından yönetilebilir.

Hiyerarşinin her elemanı, fonsiyonel olarak bir başka hiyerarşiye ait olabilir. Örneğin bir kaşık, bir model içinde farklı boydaki kaşıklarla bir arada düzenlenirken, bir başka modelde ise bıçak ve çatallarla birlikte düzenlenebilir. **(3)**

1.1.1. Hiyerarşi Nasıl Yapılandırılır

Pratik olarak, bir hiyerarşide hedefleri, kriterleri ve modele eklenecek aktiviteleri üretecek bir kural yoktur. Gerçekte hedefler, sistemin karmaşıklığını çözmek için bizim tarafımızdan belirlenir. Algılarımız, yaşamsal ihtiyaçlarımıza hizmet için özel şekillerde çalışılır. Böylece, tecrübeyi kavrayabilmemiz için objektif olmamız gerektiği ve ihtiyaçlarımıza hizmet için de subjektif olmamız gerektiği ortaya çıkar. Amaçların ortaya konması, belirlenmesi de hiyerarşinin yapılandırılmasında çok önemli bir aşamadır.

Paylaşılmış subjektiflik için, objektifliğin kendisi olduğu deyimi kullanılabilir. Böylece, yaratılan hiyerarşiler de objektif olacaklardır, çünkü bunlar katılan herkesin tecrübeleri ile de ilgili demektir.

---

(3) Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, ss.13-14

1.1.2. Hiyerarşilerin Avantajları

1) Bir sistemin hiyerarşik olarak tanımlanması, üst seviyede önceliklere yapılan etkinin, alt seviyelerdeki elemanların önceliklerini nasıl değiştirdiğini gösterir.

2) Bilgi yapısı hakkında detaylı bilgi verir. Bir seviyedeki elemanların kısıtları, bir üst seviyede açıklanabilir. Örneğin, doğa belli maddeleri kullanma amacı olan ve bunların bir kurala bağlı olması kısıtları olan bir aktör olarak düşünülebilir.

3) Doğal sistemler hiyerarşik olarak oluşurlar. Örneğin, modüler olarak birleştirme bir bütün olarak birleştirmeden daha esnektir. (4)

1.2. HİYERARŞİLERDE ÖNCELİK

Burada önemli olan, bir seviyedeki elemanların bir üst seviyedekilere etkisini göstermek ve böylece en alt seviyenin gerçek hedefe olan etkisini göstermektir. Daha açık bir şekilde ifade etmek üzere kolej örneğine geri dönelim. İlgilendiğimiz senaryo kolejin varlığının en güvenli şekilde devamını sağlamaktı. Bu senaryoyu belirlemek için, amaca bağlı olarak, güçlerin önemini belirtecek faktörleri buluruz. Daha sonra sıra ile her gücün üzerindeki aktörlerin etkisini ve her aktör için de amacın etkisini belirleriz. Bundan sonra amaca ulaşmak için, farklı senaryolar üzerinde çalışmalar yapmak gerekir. Anlatılan bu çalışmanın bir çok kez tekrar edilmesi ile en iyi senaryoya ulaşılır. Daha sonra bir seviyedeki elemanların kuvvet veya önceliklerini, diğer seviyelere göre tespit ederiz. Bu noktada metodun en temel özelliklerini gösterelim. Psikolojik motivasyon ve matematik sonuçlara daha sonraki adımda geçelim.

Metodumuz aşağıdaki gibi açıklanabilir:

Bir hiyerarşinin, verilen bir seviyesinin elemanlarını, örneğin 4. seviyenin elemanlarını, bir üst seviyedeki e gibi bir elemanla, karşılaştırmalar yaparak, e üzerine etkinin kuvvetlerinin artması sağlanır. Karşılaştırmayı yansıtan sayılar matrise yerleştirilir ve özvektörü bulunup en büyük özdeğer hesaplanır. Özvektör, öncelik sırasının ve özdeğer de kararın tutarlılığının ölçüsüdür.

Aşağıda ele aldığımız örnekte öncelik skalası belirleyelim: A,B,C,D nok-

---

(4) Satty,**The Analytic Hierarchy Process**, s.14

talarının herbirini ışık kaynağından uzakta doğrusal olarak sıralanmış iskemleler olarak ele alalım. İskemlelerin göreceli aydınlığı için bir öncelik skalası belirleriz. Bu amaçla, kararlar, ışık kaynağının karşısında durup, kişisel olarak *B iskemlesi C' den ne kadar daha parlak* diye soran birisi tarafından verilir. Daha sonra karşılaştırma için verilen sayılardan uygun olanı, matristeki (B,C) konumuna yerleştirilir. Kabul edilen düzene göre; bu kuvvetliliğin karşılaştırılması her zaman üst satırdaki bir aktiviteye karşı, sol sütunda oluşan bir aktivitenin karşılaştırılması şeklinde olur. Daha sonra dört satır ve dört kolondan oluşan bir ikili karşılaştırma matrisi oluşturulur. Kararlaştırılan sayılar şu şekilde açıklanabilir:

Parlaklık	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

Verilen A ve B elemanlarının oluşturduğu konuma, eğer;

- A ve B eşit önemde ise, 1 değeri verilir.
- A, B' den biraz daha önemli ise, 3 değeri verilir.
- A, B' den daha kuvvetle önemde, 5 değeri verilir.
- A, B' den çok daha fazla önemli ise, 7 değeri verilir.
- A, B' den kesinlikle önemli ise, 9 değeri verilir.

Bir elemanın yine kendisi ile ilgili önemi 1 olduğundan, satır A ve sütun A' ya karşılık gelen konum da 1 olur. Böylece matrisin köşegeni üzerindeki, yani (A,A), (B,B), (C,C), (D,D) konumlarındaki sayılar 1 olacaktır. (A,B) konumundaki sayının tersi olan 1, 1/3, 1/5, 1/7 veya 1/9' dan biri de (B,A) konumuna yerleştirilir. 2,4,6,8 sayıları ve bunların tersleri, aralarında çok az farklılık görülen kararların değerlendirilmesini kolaylaştırmak üzere kullanılırlar. Birkaç tane karardan bütün matrisin tutarlı olmasını sağlamak için yukarıdaki skaladan, oranlar oluşturacak en az n-1 tane olmak üzere, rasyonel sayılar kullanırız **(5)** . Şimdi, iskemlelerin parlaklığı deneyine geri dönelim. Matrisimiz 4 boyutlu olduğundan,

(5) Saaty,**The Analytic Hierarchy Process**, ss.17-18 sayılar için 16 adet boşluk bulunmaktadır. Bunlardan (A,A), (B,B), (C,C), (D,D) konumunda bulunanlar yani, köşegen üzerindekiler 1' dir. Geriya kalan 12 sayıdan altı tanesini belirlememiz gerekir, çünkü diğer 6 tanesi bunların tersi olacaktır. Örneğin tavsiye edilen skalayı kullanan birisi (B,C) konumuna 4 getirsin. B, C iskemlesinden daha kuvvetlice parlak demektir. Daha sonra (C,B) konumuna otomatik olarak 1/4 getirilecektir. Geri kalan 5 karar da verildikten sonra bütün matris tamamlanır.

Parlaklık	A	B	C	D
A	1	5	6	7
B	1/5	1	4	6
C	1/6	1/4	1	4
D	1/7	1/6	1/4	1

Bir sonraki adım, öncelik vektörünün hesaplanmasıdır. Matematik terimiyle özvektör hesaplanır ve normelize edilmiş öncelik vektörü halini alır. Bu sorunu çözümek için aşağıdaki 4 yöntem kullanılır.

1) En Genel Yöntem : İlk olarak her satırda bulunan elemanlar toplanır. Ardından, her satırın toplamı genel toplama bölünerek normalize edilir. Böylece oluşturulan vektördeki ilk eleman, ilk aktivitenin önceliğini, ikinci eleman, ikinci aktivitenin önceliğini gösterir ve bu şekilde diğer elemanlar da aynı anlamı taşır.

2) Daha İyi Bir Yöntem: Her sütundaki elemanlar toplanarak bu toplamların tersleri alınır. Daha sonra bu şekilde elde edilen her ters rakam, bu ters rakamların toplamına bölünerek normalize edilir.

3) İyi Bir Yöntem: Her sütunun elemanları o sütunun elemanları toplamına bölünür. Daha sonra, bu şekilde oluşan yeni matrisin her satırındaki elemanlar toplanır ve bu toplamlar satırdaki eleman sayısına bölünür. Bu işlem normalize edilmiş sütunlar üzerinde bir ortalama işlemidir.

4) En İyi Yöntem: Her satırda bulunan n eleman çarpılır ve n. dereceden kökü alınır. Sonuçlar normalize edilir.

1., 2. ve 3. yöntemi kullanarak beklenen sonuçları gösteren bir uygulamayı ele alalım:

Burada 3 Beyaz (B), 2 Siyah (S) ve 1 tane de Kırmızı (K) top kullanılmıştır. Beyaz, siyah ve kırmızı top çekme olaslığı sırasıyla 1/2, 1/3 ve 1/6' dır. Burada ilk üç yöntem uygulanarak, aşağıdaki ikili karşılaştırma matrisi de kullanılarak aynı olasılıkların elde edilebileceği kolaylıkla görülür.

Toplar	B	S	K
B	1	3/2	3
S	2/3	1	2
K	1/3	1/2	1

4. yöntem de iyi bir yaklaşım vermektedir. Burada unutulmaması gereken şey, bu yöntemlerin, matrisin tutarsız olduğu durumlarda farklı sonuçlara ulaşacağıdır.

1. Yöntem Kullanılırsa;

Her satırdaki elemanların toplanması ile

$$\begin{bmatrix} 19.00 \\ 11.20 \\ 5.42 \\ 1.56 \end{bmatrix}$$

şeklindeki sütun matrisi elde edilir.

Bu vektörün elemanlarının toplamı aynı zamanda tüm matris elemanlarının toplamı demektir. Dolayısıyla matris toplamı olarak 37.18 elde edilir. Sütun vektörünün her elemanını bu sayıya bölersek;

$$\begin{bmatrix} 0.51 \\ 0.30 \\ 0.15 \\ 0.04 \end{bmatrix}$$

vektörü elde edilir. Böylece öncelik vektörü elde edilmiş olur.

2. Yöntem Kullanılırsa;

Matrisin her sütununun elemanlarının toplanması ile

$$[1.51, 6.43, 11.25, 18.00]$$

şeklinde bir satır matrisi elde edilir. Bu toplamların herbirinin tersi alınırsa, yani

$$[\frac{1}{1.51}, \frac{1}{6.43}, \frac{1}{11.25}, \frac{1}{18.00}]$$

hesaplanırsa,

$$[0.66, 0.16, 0.09, 0.06]$$

vektörü oluşur. Bu vektör normalize edildiğinde ise

$$[0.68, 0.16, 0.09, 0.06]$$

olur.

3. Yöntem Kullanılırsa;

Her sütunu normalize edersek, yani sütunda yeralan elemanları toplayıp her elemanı bu toplama bölersek şu matris elde edilir;

$$\begin{bmatrix} 0.66 & 0.78 & 0.53 & 0.39 \\ 0.13 & 0.16 & 0.36 & 0.33 \\ 0.11 & 0.04 & 0.09 & 0.22 \\ 0.09 & 0.03 & 0.02 & 0.06 \end{bmatrix}$$

Bu matrisin her satırındaki elemanların toplamından oluşan sütun vektörü

$$\begin{bmatrix} 2.36 \\ 0.98 \\ 0.46 \\ 0.20 \end{bmatrix}$$

dir.

Bu vektörün her elemanı, 4' e bölünerek aritmetik ortalama alınırsa

$$\begin{bmatrix} 0.590 \\ 0.245 \\ 0.115 \\ 0.050 \end{bmatrix}$$

öncelik vektörü ortaya çıkar.

4. Yöntem kullanılırsa, yani her satırda yer alan elemanlar çarpılıp 4. dereceden kökü alınırsa;

$$\begin{bmatrix} 3.81 \\ 1.48 \\ 0.64 \\ 0.01 \end{bmatrix}$$

bulunur.

Normalize edildiğinde ise;

$$\begin{bmatrix} 0.61 \\ 0.24 \\ 0.10 \\ 0.04 \end{bmatrix}$$

öncelik vektörüne ulaşılır.

Problemin kesin çözümü, matris elemanlarının keyfi olarak büyük derecelerde üssünü alıp, her satırın toplamını, matris toplamına bölmek suretiyle elde edilir. Bu şekilde bir işlem yardımıyla

$$[0.61, 0.24, 0.10, 0.05]$$

elde edilebilir.

Sonuçları karşılaştırdığımız zaman, 1. yöntemden 2. ve 3. yönteme doğru gelişme olduğunu görürüz. Eğer matris bu 4 vektörün herbirini içeriyorsa 4 vektör de birbirine eşit olacaktır.

Sonucun doğruluğunun kontrolü için de şu işlemlere başvurulabilir: Karşılaştırma matrisi hesaplanan vektör ile sağdan çarpılarak yeni bir vektör elde edilir. Bu vektörün ilk elemanını hesaplanan vektörün ilk elemanına, 2. elemanını hesaplanan vektörün 2. elemanına bölerek ve diğer elemanlara da aynı işlemi uygulayarak yeni bir vektör elde edilir. Bu vektörün elemanlarının toplamı da eleman sayısına bölünürse λ_{max} değerine ulaşılır. Bu değer yapılan tercihlerin uygunluğunu göstermesi açısından çok önemlidir. n' e (matristeki aktivitelerin sayısı) yakın bir λ_{max} değeri, sonucun daha doğru olduğunu ifade eder. Doğruluktan sapma değeri $(\lambda_{max} - n)/n - 1$ şeklinde ifade edilen CI (*doğruluk indeksi*) ile anılır.

Aşağıdaki tabloda 1. satır matrisin boyutunu, 2. satır ise RI ortalamasını göstermektedir **(6)**.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49	1.51	1.48	1.56	1.57	1.59

Bunlara göre, CI ile ortalama RI (Random Index) arasındaki oran, CR yani *doğruluk oranı* olarak adlandırılır. CR için 0.10 ya da daha küçük bir değer kabul

(6) Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, s.21

edilebilir bir değerdir. CI' nın yaklaşık hesaplamasına bir örnek olarak, 3. yöntem yardımıyla elde edilen matris ve öncelik vektörü kullanarak λ_{max}' ı hesaplayalım.

Öncelik vektörü olarak

$$\begin{bmatrix} 0.59 \\ 0.25 \\ 0.11 \\ 0.05 \end{bmatrix}$$

vektörü ele alınacaktır. Eğer matrisi bu vektör ile sağdan çarparsak;

$$\begin{bmatrix} 2.85 \\ 1.11 \\ 0.47 \\ 0.20 \end{bmatrix}$$

sütun vektörü elde edilir. Eğer 2. vektörün elemanları 1. vektörün elemanlarına bölünürse

$$\begin{bmatrix} 4.83 \\ 4.44 \\ 4.28 \\ 4.00 \end{bmatrix}$$

vektörü elde edilir. Bütün bunları toplayıp eleman sayısına bölmek suretiyle ortalama alınırsa λ_{max} değeri 4.39 olarak bulunmuş olur. Buradan CI değeri de

$$(4.39 - 4)/3 = 0.13$$

olarak bulunur.

Sonucun doğruluğunun kontrolü amacıyla; bu rakam RI' e karşılık gelen 0.90' a bölünür. Buradan CR=0.14 olarak hesaplanır ki bu, olması gereken 0.10 değerine çok yakın değildir.

Bu karşılaştırma ve hesaplamalar, hiyerarşinin bir seviyesinin bir diğer seviyeye göre elemanlarının önceliğini oluşturur. Eğer ikiden fazla seviye varsa, çeşitli öncelik vektörleri son seviye için oluşturulan öncelik matrisinde toplanır.

1.3. YÖNTEMİN GEÇERLİ SEBEPLERİ

Bir grup ilgili insan tarafından n adet aktivite gerçekleştirildiğini düşünelim. Bu grubun hedeflerinin

1) Bu aktivitelerin göreceli önemleri hakkında karara varmak

2) Aktiviteler arasındaki yargıların yorumlarının doğruluğunu sağlamak olduğunu kabul edelim.

Açıkça belirtmek gerekirse 2. hedef için uygun teknik yardım gerekmektedir. Hedefimiz grup yargılarından bir yöntem türetmektir. Bu yöntem 1. ve 2. hedefler yardımıyla elde edilen bilgileri, yargı ile varılan sonuçlardan çıkarmadan bulmayı sağlar.

$c_1, c_2, c_3, ..., c_n$ bir aktiviteler kümesi oluştursun. c_i, c_j olarak gösterilen niceliğe dönüştürülmüş kararlar da $n \times n$ boyutlu bir matrisi ifade ederse, bu matris için

$$A = (a_{ij}) \qquad (i, j = 1, 2, ..., n)$$

gösterimi kullanılabilir. Burada a_{ij} elemanları aşağıdaki kurallar yardımıyla belirlenir.

KURAL 1 :

Eğer $a_{ij} = \alpha$ ise $a_{ji} = 1/\alpha$, $\alpha \neq 0$' dır.

KURAL 2 :

Eğer c_i, c_j kararı ile aynı öneme sahipse, $a_{ij} = 1$ ve $a_{ji} = 1$' dır.

Buradan da tüm i' ler için $a_{ii} = 1$' dir sonucuna varılır.

Böylece A matrisi aşağıdaki şekli ile oluşturulmuş olur.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 1/a_{21} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1/a_{1n} & 1/a_{2n} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

(c_i, c_j) karar çiftlerini A matrisine a_{ij} elemanları olarak yazmakla, problem, n bilinmeyenli ihtimale, $c_1, c_2, ..., c_n$ elemanlarına ve $w_1, w_2, ..., w_n$ ağırlıklarına sahip olacaktır.

Bunu yapmak için, bu karmaşık formüllü problem daha sade bir matematik düzene getirilmelidir. Bu temel ve zararsız adım aslında günlük hayattaki problemlerin, matematik olarak modellenmesi için en önemli aşamadır. Fakat açıktır ki bu çevrim hemen anlatılabilecek bir formda değildir. Amaç problemin ana adımlarının mümkün olduğunca açık olması ve metodun anlam ve değerinin kullanıcı tarafından anlaşılmasını sağlamaya yönelik olmasıdır. Asıl sorun bu karmaşık formüllü durumda, ağırlıklı değerlerin, grubun yargılarını yansıtması gereğinin bulunmasıdır. Yani, w_i ağırlıklarının, a_{ij} kararlarını ne derecede doğrulukla yansıtabileceği önemlidir. Burada istenen tanım en basitten genele doğru 3 adımdan oluşur.

1.ADIM :

Kararların fiziksel ölçümler sonucu oluştuğunu düşünelim. Kararlar $c_1, c_2, ...,$ c_n olarak verilsin ve bir de doğruluk skalası olsun. c_1 ve c_2' yi karşılaştırmak üzere; c_1 tartılıp ağırlığı öğrenilsin ve $w_1 = 305gr$ olarak tespit edilsin. c_2' de aynı şekilde tartılmak suretiyle ağırlığı öğrenilsin ve $w_2 = 244gr$ olduğu görülsün. w_1 ağırlığı w_2' ye bölünerek $\frac{w_1}{w_2} = 1.25$ olduğu görülür. Buradan c_1, c_2*' den 1.25 kez daha ağırdır* sonucu çıkarılır. Ve bu sonuç da $a_{12} = 1.25$ olarak kaydedilir. Böylece ideal durumda gerçek ölçüm; w_i ağırlıkları ile a_{ij} kararları arasındaki ilişki

$$\frac{w_i}{w_j} = a_{ij} \qquad (i, j = 1, 2, ..., n)$$

ve

$$A = \begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \dots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \dots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \dots & w_n/w_n \end{bmatrix}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Bu arada bu formülleri genelleştirmek gerçekçi olmayacaktır. Bu konuda ısrarlı olmak a_{ij} verildiğinde w_i' nin hesaplanmasını imkansız kılacaktır. Bunun nedeni ilk olarak, fiziksel ölçümler bile kesin bir matematiksel sonuç vermeyebilir, meydana gelebilecek sapmaları göz önünde bulundurmak gerekir. İkinci olarak da kararların verilmesi insan faktörüne bağlı olduğundan çıkarımlar oldukça geniş olacaktır.

2.ADIM :

Çıkarımların devamını görmek için A matrisinin i. satırına bakalım. Bu satırın elemanları;

$$a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, ..., a_{in}$$

lerdir.

İdeal durumda bunlara karşılık gelen oranlar ise

$$\frac{w_i}{w_1}, \frac{w_i}{w_2}, \frac{w_i}{w_3}, ..., \frac{w_i}{w_j}, ..., \frac{w_i}{w_n}$$

dir.

İdeal durumda, verilen bu oranlardan ilki w_1 ile, ikincisi w_2 ile ve diğerleri de aynı şekilde çarpılırsa

$$\frac{w_i}{w_1}.w_1 = w_i, \frac{w_i}{w_2}.w_2 = w_i, ..., \frac{w_i}{w_j}.w_j = w_i, ..., \frac{w_i}{w_n}.w_n = w_i$$

değerleri elde edilir. Burada sonuç, elemanları aynı olan bir satır olarak yani, $w_i, w_i, ..., w_i$ şeklinde elde edilir.

Genel durumda, w_i çevresinde istatistiksel olarak dağılmış elemanlar bulunur. İdeal durum ilişkileri yerine

$$w_i = a_{ij}.w_j \qquad (i, j = 1, 2, ..., n) \tag{1.1}$$

genel durum şekli alması için daha gerçekçi ilişkiler w_i olarak $(a_{i1}.w_1, ..., a_{in}.w_n)$' lerin ortalaması alınır. En açık şekliyle

$$w_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.w_j \qquad (i = 1, 2, ..., n) \tag{1.2}$$

dir.

Bu ifade edilenlere göre (1.2) ile verilen formül (1.1) ile verilen formülden daha açık ve anlaşılır olmasıyla beraber, bunun çözüm için yeterli olup olmadığı sorusunun cevabı hala verilmemiştir.

3.ADIM :

Yukarıda ortaya konan soruyu cevaplayabilmek için (1.2) eşitliğindeki ilişkileri daha anlaşılır bir biçimde açıklamak gerekir. Bu noktadan hareketle şu şekilde bir özetleme yapılabilir: Ağırlık vektörü w' nun kararlarla nasıl bir ilişkide olduğunu görmek için 1. adımdaki genel durum ele alınır. Daha sonra gerçek durumun, 2. adıma ulaştıracak sapmalara ihtiyacı olduğu görülür. Bu da bizleri (1.2) eşitliğinde verilen formüle götürür. Fakat bu çözüm hala, w vektörünün (1.2) deki çözümü sağlaması için gerçekçi değildir. a_{ij} değiştikçe (1.2) için yeni bir çözüm doğmaktadır. (w_i ve w_j, a_{ij}' deki bu değişikliği ideal durumdan yansıtmaktadırlar). n' in bu değeri λ_{max} olarak gösterilir. Böylece

$$w_i = \frac{1}{\lambda_{max}} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}.w_j \qquad (i = 1, 2, ..., n) \tag{1.3}$$

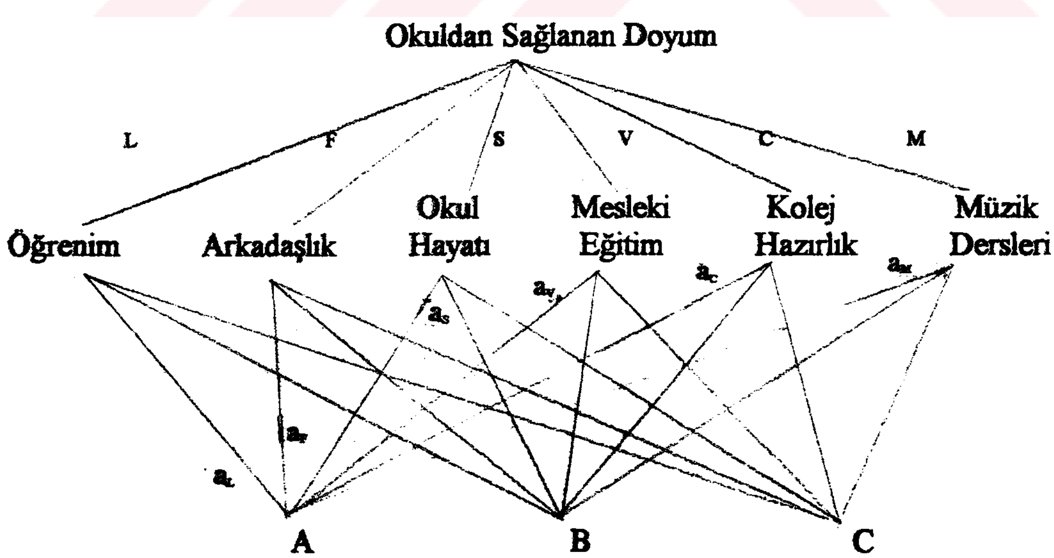
ifadesi kullanılabilir. Böylece problemin çözümü tekil olmuştur.

Genel olarak a_{ij}' deki sapmalar, λ_{max} ve w_i' de daha büyük sapmalara neden olmaktadır. Ancak bu durum, konunun başında verilen 2 kuralı sağlayan matris için geçerli değildir. Burada daha oturmuş bir çözüm vardır.

1.4. ÖRNEKLE ÖNCELİKLERİN HİYERARŞİK KOMPOZİSYONU (OKUL SEÇİMİ)

A,B,C ile ifade edilen üç okul, bir ailenin istekleri, beklentileri doğrultusunda seçime tabi tutulacaktır. Değerlendirmeye alınacak 6 bağımsız kriter vardır. Bunlar; öğrenim, arkadaşlık, okul hayatı, mesleki eğitim, kolej hazırlık ve müzik dersleridir. Okuldan sağlanan doyum için hiyerarşik yapı şu şekildedir:

Şekil 1.3. Okuldan Sağlanan Doyumun Hiyerarşik Yapısı



KAYNAK: Saaty, The Analytic Hierarchy Process, USA, McGraw-Hill, 1980, s.25

Burada verilecek olan karar, okuldan sağlanan doyumu gözönüne alarak, hangi kriterin birbirine göre daha önemli olduğunu bilirlemektedir.

TABLO 1.1. Okuldan sağlanan doyuma göre Karakteristiklerin Karşılaştırılması

	Öğrenim	Arkadaşlık	Okul Hay.	Mes. Eği.	Kol. Haz.	Müz.Der.
Öğrenim	1	4	3	1	3	4
Arkadaşlık	1/4	1	7	3	1/5	1
Okul Hay.	1/3	1/7	1	1/5	1/5	1/6
Mes. Eği.	1	1/3	5	1	1	1/3
Kol. Haz.	1/3	5	5	1	1	3
Müzik Der	1/4	1	6	3	1/3	1

λ_{max}=7.49 CI=0.30 CR=0.24

KAYNAK: **Saaty, The Analytic Hierarchy Process**, USA, Mc Graw-Hill, 1980, s.26

Bu tablo ile 1. seviye için karşılaştırma işlemi gerçekleştirilmiş oldu. Bu seviyenin elemanları olan 6 kriter için yapılan karşılaştırmalar ise şu şekildedir:

ÖĞRENİM	A	B	C
A	1	1/3	1/2
B	3	1	3
C	2	1/3	1

$$\lambda_{max} = 3.05$$
$$CI = 0.025$$
$$CR = 0.04$$

ARKADAŞLIK	A	B	C
A	1	1	1
B	1	1	1
C	1	1	1

$$\lambda_{max} = 3.00$$
$$CI = 0$$
$$CR = 0$$

OK. HAY.	A	B	C
A	1	5	1
B	1/5	1	1/5
C	1	5	1

$$\lambda_{max} = 3.00$$
$$CI = 0$$
$$CR = 0$$

MES.EĞİ.	A	B	C
A	1	9	7
B	1/9	1	1/5
C	1/7	5	1

$$\lambda_{max} = 3.21$$
$$CI = 0.105$$
$$CR = 0.18$$

KOL. HAZ.	A	B	C
A	1	1/2	1
B	2	1	2
C	1	1/2	1

MÜZ.DER.	A	B	C
A	1	6	4
B	1/6	1	1/3
C	1/4	3	1

$$\lambda_{max} = 3.00$$
$$CI = 0$$
$$CR = 0$$

$$\lambda_{max} = 3.05$$
$$CI = 0.025$$
$$CR = 0.04$$

Okuldan sağlanan doyuma göre karakteristiklerin karşılaştırılması amacıyla verilen ilk tabloda yer alan matrisin öncelik vektörü,

$$(0.32, 0.14, 0.03, 0.13, 0.24, 0.14)$$

ve özdeğeri yani,

$$\lambda_{max} = 7.49$$

dur. λ_{max} değeri 6 olmalı idi. Fakat bulunan değer, olması gerekenden oldukça uzaktır. Yani;

$$CR = \frac{0.30}{1.24} = 0.24$$

kadar sapma mevcuttur. Okulların tümünün önem derecesini elde etmek için, aşağıda verilecek olan matris (6 kriterin önceliklerinin oluşturduğu matris), yukarıda verilen öncelik vektötünün (okuldan sağlanan doyuma göre karakteristiklerin karşılaştırılması amacıyla verilen matrise ait öncelik vektörünün) transpozesi ile sağdan çarpılır.

Bu, 6 özvektörün herbirinin, bir önceki seviyede kendine karşı gelen karakteristik önceliği ile ağırlıklandırılması ve toplanması (ki bu karakteristiklerin bağımsızlığı ile mümkündür) demektir.

TABLO 1.2. Altı kriterin önceliklerinin oluşturduğu matris

	Öğrenim	Arkadaşlık	Okul Hay.	Mes. Eği.	Kol. Haz.	Müz.Der.
A	0.16	0.33	0.45	0.77	0.25	0.69
B	0.59	0.33	0.09	0.05	0.50	0.09
C	0.25	0.33	0.46	0.17	0.25	0.22

KAYNAK: Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, USA, Mc Graw-Hill, 1980, s.27

AÇIKLAMA :

A okulunun genel önemi $a_L.L + a_F.F + a_S.S + a_V.V + a_C.C + a_M.M$

B okulunun genel önemi $b_L.L + b_F.F + b_S.S + b_V.V + b_C.C + b_M.M$

C okulunun genel önemi $c_L.L + c_F.F + c_S.S + c_V.V + c_C.C + c_M.M$

Bu eşitlikler, en alt seviyede mevcut tüm yollarla, en üst seviyede bulunan tüm yolların çarpılıp toplanmasını ifade etmektedir. Bu işlem matris yardımıyla ifade edilmek istenirse ;

$$\begin{bmatrix} 0.16(a_L) & 0.33(a_F) & 0.45(a_S) & 0.77(a_V) & 0.25(a_C) & 0.69(a_M) \\ 0.59(b_L) & 0.33(b_F) & 0.09(b_S) & 0.05(b_V) & 0.50(b_C) & 0.09(b_M) \\ 0.25(c_L) & 0.33(c_F) & 0.46(c_S) & 0.17(c_V) & 0.25(c_C) & 0.22(c_M) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.32(L) \\ 0.14(F) \\ 0.03(S) \\ 0.13(V) \\ 0.24(C) \\ 0.14(M) \end{bmatrix}$$

dir. Bu işlemlerin ardından sonuç olarak

A= 0.37 B=0.38 C=0.25 elde edilir.

Burada A ve B okulu için bulunan sonuçlar birbirine çok yakındır ve ikisinden biri seçilebilir. Ancak, gerçekte B okulunun paralı, A okulunun ise parasız oldukları düşünülürse tabi ki A okulu tercih edilecektir.

1.5. HİYERARŞİLERDE KARAR VERME AŞAMASI

Bir sistemin fonksiyon analizi için gerekli olan ilk ihtiyaç, ilişkilerin yapısını oluşturmaktır. En basit sistemler için fonksiyonlar, doğal sırada oluşurlar. Daha karmaşık olan sistemler için yapıyı oluşturmak her zaman daha zor olacaktır. Direk bir çözüm, konu üzerinde düşünerek, elemanları hiyerarşi içinde uygun yerlere koymaktır ve daha sonra bunları gruplar arasında pay etmektir. Bu gruplar çeşitli seviyelerde sıralanır. Yerine getirilmesi gereken bu işlem teknik yöntem yardımıyla başarılabilir. Yargı verilerini değerlendirmek için, aktivite seviyeleri, hedefler ve daha yüksek hedefler dikkatlice seçilmelidir. Bu seviyede bir çalışma, daha üst hedeflere ulaşılması için gerekli ve çok önemlidir. Kategoriler belirlendikten sonra, amaç belirleme çalışması yapılır. En önemlisi, bireyin bilgi ve yargıları ile grubun bilgi ve yargıları eşit öneme, eşit şansa sahiptirler.

Lider kişi, işlemin kesilmesine sebep olmamalıdır. Nadiren, birimlerine problem çözümünde birşeyler yapmak gerektiğini hatırlatır ve eğer fikirlerini açıklamazlarsa sonuç beklediklerinin tersi çıkabilir. Aynı durum, tek başına karar veren kişi karmaşıklıklarla karşı karşıya kaldığında da ortaya çıkacaktır. Eğer birey işlemi anlayabilecek durumda ise, önemli faktörlerle de ilgili olmalı ve düşüncelerini dile getirmelidir. Bunlar bireyin acele etmek yerine, problem üzerinde nasıl çalışması gerektiğini göstermektedir. Sonucun kalitesi, cevapların tatminkarlığı ile çok yakından ilgilidir. Bunlar, orjinal girişlere benzer olmalıdır. Örneğin, diğer üyelerin üzerindeki seviyede bulunanan bir başka üye, sıralamada da daha üst sıralarda yer almalıdır. Tabii ki, tutarlı bir sıra oluşturmak için bu çok önemlidir.

Karar veren kişi için birkaç öneri şu şekilde ifade edilebilir: Eğer bir çok seçenek kullanılarak sonuca ulaşma zorunluluğu varsa, bir labirentin içinde bulunuluyor demektir. Burada iyi düşünüp, dikkatli davranılarak, doğruyu seçmek için en iyisinin yapılmasının gerektiği gözardı edilmemelidir. Karşılaştırmalar, kısa ve uzun dönem etkiler, risk ve fayda üzerine yapılmalıdır. Son olarak en aşağı seviyede, seçenekler her kritere göre karşılaştırılır, ağırlıklar sınıflandırılır ve en yükseği seçilir. Günlük işlerde hızlı karar verebilmek için hiyerarşilerin bulunduğu ve bunların özelliklerinin yer aldığı bir dosya bulundurulabilir. Karar elemanları eklenerek yeni öncelikler de hesaplanabilir (7).

---

(7) Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, s.33

BÖLÜM II

2.1. HASSASLIK İÇİN RMS VE MAD TESTLERİ

İlgilenilmesi gereken önmli bir nokta, anlatılan bu yöntem yardımıyla oluşturulan öncelik vektörünün, gerçek öncelik vektörüne ne kadar yakın olduğunun belirlenmesidir. Bunu öğrenmenin bir yolu, gerçek rakamların hesaplanmasına izin veren yöntemlerin uygulanmasıdır. Böyle durumlarda öncelik vektörünün doğruluğu kontrol edilmelidir. Doğruluk testi için de deney sonuçları, bilinen gerçek sonuçlarla karşılaştırılır. Sayıların karşılaştırılması, istatistik ölçütlerin kullanılmasını gerektirir. Teorik sonuçlar ile gerçek sonuçların doğruluğunu gösteren çok fazla ölçüt yoktur. Bunlardan iki tanesi *Ortalama Karekök Sapma (RMS)* ve *Medyan Mutlak Sapma (MAD)* yöntemleridir. Bunlar, birden fazla örnek arasından gerçeğe yakın olanı seçmek için kullanılan yöntemlerdir. Her ikisi de, birçok değer arasında belli bir alt kümenin dağılımını ölçmek için kullanılır.

$a_1, a_2, ..., a_n$ ve $b_1, b_2, ..., b_n$ şeklindeki iki sayı kümesinin RMS' i

$$\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(a_i - b_i)^2} \tag{2.1}$$

formülü ile hesaplanır.

N tane sayının medyanı, sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayarak, eğer n tek ise ortadaki terim alınarak, n çift ise ortadaki iki sayının ortalaması alınarak bulunur.

$a_1, a_2, ..., a_n$ ve $b_1, b_2, ..., b_n$ şeklindeki sayılar kümesinin MAD' ı ise

$$Medyan\,\{|(a_i - b_i) - medyan(a_i - b_i)|\} \tag{2.2}$$

formülü ile bulunabilir.

Bulunan RMS ve MAD değerlerinin önemleri hesaplanarak değerlendirilebilir. Ve bu işlem, RMS ve MAd değerlerini, vektörün bileşen sayısına bölerek gerçekleştirilebilir. Bulunan rakam 0.1' den küçük ise gerçek vektör ile deneme yoluyla bulunan vektörün hemen hemen aynı olduğu söylenebilir.

2.2. AYDINLATMA YOĞUNLUĞU İLE İLGİLİ HASSASLIK TESTLERİ

Karar matrisinin oluşturulması aşamasında ele alınan iskemlelerin parlaklığı örneğine, bu kez hassaslık testi için başvurulsun. Aynı şekilde dört iskemle tek sıra olarak bir ışık kaynağından 9, 15, 21 ve 28 birim uzaklığa yerleştirilsin. Amaç birisinin ışıkta durup iskemlelere bakarak, göreceli parlaklıklarını karşılaştırıp karar matrisini doldurarak iskemleler ve ışık kaynağı arasındaki mesafe hakkında bir ilişki kurmaktır. Bu deney aşağıda görülen karar matrislerindeki gibi iki defa tekrar edilmiştir.

	c_1	c_2	c_3	c_4
c_1	1	5	6	7
c_2	1/5	1	4	6
c_3	1/6	1/4	1	4
c_4	1/7	1/6	1/4	1

(1.Deney)

	c_1	c_2	c_3	c_4
c_1	1	4	6	7
c_2	1/4	1	3	4
c_3	1/6	1/3	1	2
c_4	1/7	1/4	1/2	1

(2.Deney)

Bu iki matris, farklı kişiler tarafından ve birbirlerinin kararlarından habersiz olarak oluşturulmuştur.

1. Deney için özvektör : (0.61, 0.24, 0.10, 0.05)

$$\lambda_{max} = 4.39 \qquad CI = 0.13 \qquad CR = 0.14$$

2. Deney için özvektör : (0.62, 0.22, 0.10, 0.06)

$$\lambda_{max} = 4.1 \qquad CI = 0.03 \qquad CR = 0.03$$

TABLO 2.1. Optiğin Ters Kare Kuralına Göre Düzenlenen Bilgileri

Uzaklık	Normalize Edilmiş Uza.	Normalize Edilmiş Uza. Karesi	İlk Sütun Karşıt Değeri	Normalize Edilmiş Karşıt Değer.	Yuvarlatma
9	0.123	0.015129	66.098	0.6079	0.61
15	0.205	0.042025	23.79	0.2188	0.22
21	0.288	0.082944	12.05	0.1108	0.11
28	0.384	0.147456	6.78	0.0623	0.06

KAYNAK: Saaty, The Analytic Hierarchy Process, USA, Mc Graw-Hill, 1980, s.39

Birinci ve ikinci deneyden ulaşılan özvektörler ile Ters Kare Kuralı tablosunun son l, sütunu ile karşılaştırılmalıdır. Dikkat edilirse, sonuçların hassasiyetleri, iskemleler kaynağa yaklaştıkça artmaktadır. Kaynağa olan uzaklık 9 birim iken aydınlatma olayı en fazla, uzaklık 28 birim iken aydınlatma olayı en azdır. Bu hassas deneyden dikkate değer olarak çıkan sonuç, gözlenen aydınlatmanın yoğunluğu ortalama olarak aradaki mesafenin karesi ile ters orantılıdır. Daha dikkatlice hazırlanmış bir deneyden iyi sonuçlar elde edilebilecektir.

(0.62, 0.22, 0.10, 0.06) ve (0.61, 0.22, 0.11, 0.06) vektörlerinin RMS değeri

$$\left\{\frac{1}{4}\left[(0.01)^2 + 0 + (0.01)^2 + 0\right]\right\}^{1/2}$$

Buradan $RMS = 2,23.10^{-3}$ olarak bulunur.

Aynı şekilde MAD değeri

$$Medyan\left\{|(a_i - b_i) - medyan(a_i - b_i)|\right\}$$

yardımıyla bulunacaktır. Bundan önce iki vektör arasındaki fark; (0.01, 0, -0.01, 0)

Bu sayıların medyanı, (-0.01, 0, 0, 0.01) ve buradan da (0+0)/2=0 dır.

Medyanla ilgili sapmalar (0.01, 0, -0.01, 0)' dır. Mutlak değeri alınırsa; (0.01, 0, 0.01, 0) olur. Medyan almak için sıralanırsa, (0, 0, 0.01, 0.01) ve medyan da (0+0.01)/2=5.10^{-3} olarak bulunur.

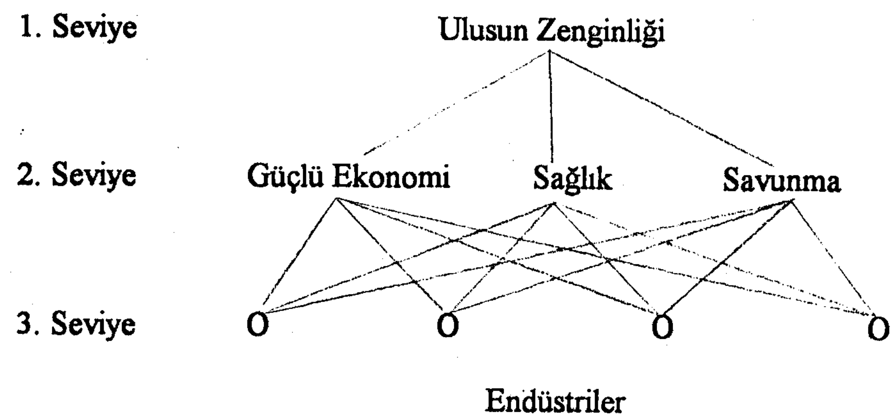
MAD=5.10^{-3}

RMS=$2,23.10^{-3}$

2.3. HİYERARŞİ TİPLERİ

Tam ve tam olmayan hiyerarşi olmak üzere iki tip hiyerarşinin varlığından sözedilebilir. İlk olarak Tam Hiyerarşi ele alınacak olursa aşağıda verilen örnek bunun için güzel bir örnek olacaktır.

Şekil 2.1. Tam Hiyerarşi için Bir Örnek

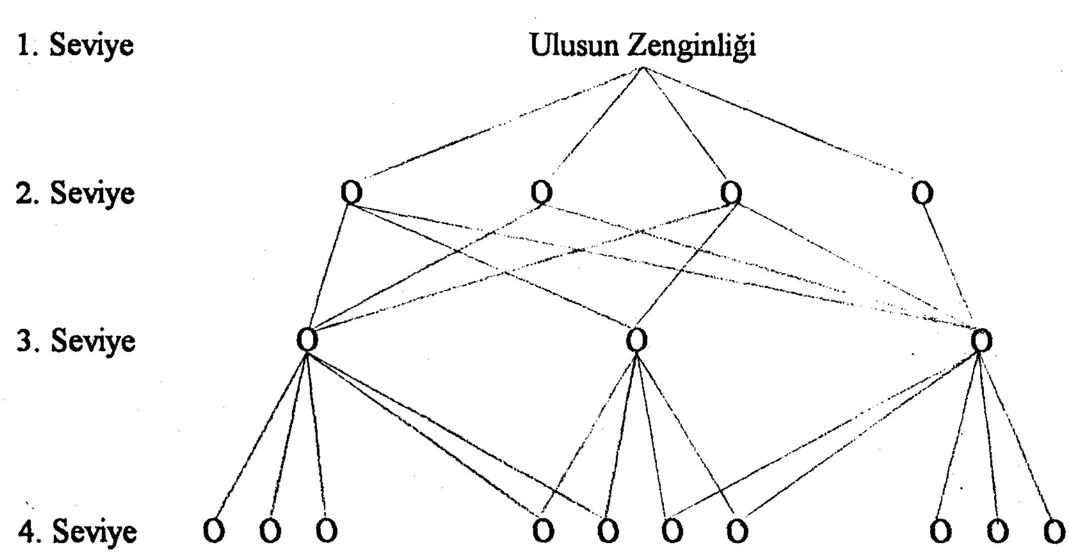


KAYNAK: Thomas Loire Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, USA, McGraw-Hill, 1980, s.43

Burada ilk seviyenin üç hedefi vardır; bütün ulusun zenginliği. İkinci seviyenin üç hedefi vardır; güçlü ekonomi, sağlık ve savunma. Bunların önceliği birinci seviyenin hedefine bağlı olarak karşılaştırmalı tablodan çıkartılabilir. 3.seviyenin hedefleri endüstrilerdir. Amaç, farklı endüstrilerin, ikinci seviye üzerinden bütün ulusa etkisini gözlemlemektir.

Tam olmayan hiyerarşiler için de aşağıdaki örnek kullanılabilir.

Şekil 2.2. Tam Olmayan Hiyerarşi için Bir Örnek



KAYNAK: Thomas Loire Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, USA, McGraw-Hill, 1980, s.43

Bu hiyerarşi 4 seviye içeriyor. İlk seviye ulusun zenginliği, 2. seviye ulusun gelecekteki senaryolarını, 3. seviye eyaletleri ve 4. seviye de eyaletler arasında yapılmakta olan ulaşım projelerini gösterir. Eyalatler ve senaryolar ile projeler ve eyaletler arasında birebir bir ilişki yoktur. Bu hiyerarşi tam değildir. Ancak, karar matrisini oluştururken bağlantının bulunmadığı durumlar için 0 kullanarak tamamlanabilir. Fakat 0 değerinin kullanıldığı yerlere dikkat edilmesi gerekir.

2.4. KONU İLE İLGİLİ AYDINLATICI ÖRNEKLER

Analitik Hiyerarşi Yöntemi matematiksel bir metod olarak, örneklerle ele alınmaya çok elverişli bir konudur. Bu konuya iki örnekle devam etmek uygun olacaktır.

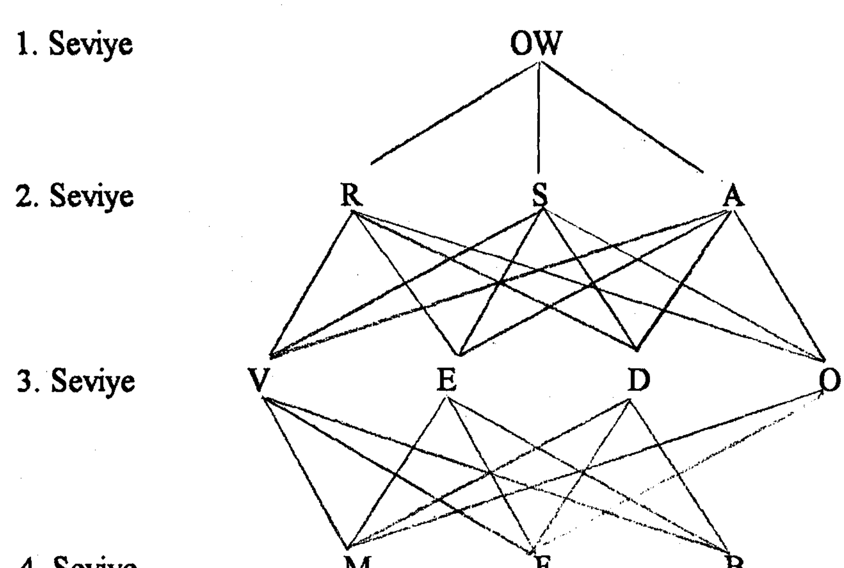
2.4.1. Psikoterapi Tedavisi Örneği

Bu örnekte, kendine olan güvenini yitirmiş ve hasta durumuna gelmiş bir kişi ele alınmıştır. Belirlenen kriterler yardımıyla matris oluşturup, hastadan alınan cevaplara göre bir tedavi yöntemi belirlenmiştir.

Hiyerarşinin

1. seviyesi; Bireyin mutluluğu (OW)
2. seviyesi; Kendine saygı;güven;çevreye uyum (R, S, A)
3. seviyesi; Ahlaki fikirler, çocuğun disiplini, kişisel uyumlar (V, E, D, O)
4. seviyesi; Annenin etkisi, babanın etkisi, her ikisinin etkisi (M, F, B)

Şekil 2.3. Psikoterapi İçin Hiyerarşik



Alınan cevaplara göre aşağıdaki matris oluşturlmuştur.

OW	R	S	A
R	1	6	4
S	1/6	1	3
A	1/4	1/3	1

$$\lambda_{max} = 3.26$$

$$CI = 0.07$$

$$CR = 0.12$$

R	V	E	D	O
V	1	6	6	3
E	1/6	1	4	3
D	1/6	1/4	1	1/2
O	1/3	1/3	2	1

$$\lambda_{max} = 4.35$$

$$CI = 0.12$$

$$CR = 0.13$$

S	V	E	D	O
V	1	6	6	3
E	1/6	1	4	3
D	1/6	1/4	1	1/2
O	1/3	1/3	2	1

$$\lambda_{max} = 4.35$$

$$CI = 0.12$$

$$CR = 0.13$$

A	V	E	D	O
V	1	1/5	1/3	1
E	5	1	4	1/5
D	3	1/4	1	1/4
O	1	5	4	1

$$\lambda_{max} = 5.42$$

$$CI = 0.47$$

$$CR = 0.52$$

V	M	F	B
M	1	9	4
F	1/9	1	8
B	1/4	1/8	1

$$\lambda_{max} = 4.00$$
$$CI = 0.33$$
$$CR = 0.57$$

E	M	F	B
M	1	1	1
F	1	1	1
B	1	1	1

$$\lambda_{max} = 3.00$$
$$CI = 0$$
$$CR = 0$$

D	M	F	B
M	1	9	6
F	1/9	1	1/4
B	1/6	4	1

$$\lambda_{max} = 3.11$$
$$CI = 0.06$$
$$CR = 0.10$$

O	M	F	B
M	1	5	5
F	1/5	1	1/3
B	1/5	3	1

$$\lambda_{max} = 3.14$$
$$CI = 0.07$$
$$CR = 0.12$$

Burada 1. seviye için öncelik vektörü (a);

$$\begin{bmatrix} 0.701 \\ 0.193 \\ 0.106 \end{bmatrix}$$

2. seviye için öncelik vektörü (b);

$$\begin{bmatrix} 0.604 & 0.604 & 0.127 \\ 0.213 & 0.213 & 0.281 \\ 0.064 & 0.064 & 0.120 \\ 0.119 & 0.119 & 0.463 \end{bmatrix}$$

3. seviye için öncelik vektörü (c);

$$\begin{bmatrix} 0.721 & 0.333 & 0.713 & 0.701 \\ 0.210 & 0.333 & 0.061 & 0.097 \\ 0.069 & 0.333 & 0.176 & 0.202 \end{bmatrix}$$

şeklinde olacaktır.

Öncelik vektörlerini çarpma olayı, en alt seviyeden en üst seviyeye doğru sağdan çarpma şeklinde ($c \times b \times a$) gerçekleşir ve sonuç olarak

$$\begin{bmatrix} 0.635 \\ 0.209 \\ 0.156 \end{bmatrix}$$

matrisi elde edilir. Bu da; Anne=0.635, Baba=0.209, Her ikisi= 0.156 demektir. Yani, annenin çocuk üzerinde daha etkili olduğu görülmüştür. Babanın etkisinin ise anneye göre daha az olduğu görülmüş ve babaya çocuğu ile daha çok ilgilenmesi önerilmiştir.

2.4.2. Enerji Tahsisi İle İlgili Örnek

Bu örnekte ise, Amerikan toplumundaki bireyin farklı amaçlar uğruna kullandıkları enerjinin ağırlığını bulmakla ilgili bir çalışma yapılıyor. ABD' de üç büyük enerji kullanıcı grubu vardır.

c_1= Evdeki kullanıcılar, c_2=Ulaşım, c_3= Güç üerten üniteler

Bu kullanıcıların amaçları şöyle değerlendirilebilir. Ekonomik büyümeye katkı, çevreye katkı ve ulusal güvenliğe katkı. Bu üç hedefin ilişki matrisi, toplum ve politik avantajların genel hedefe olan etkisi ile oluşturulur. Bu deneyden elde edilecek sonuçlar daha tutarlı olacaktır. Çünkü, ilk satır doldurulduktan sonra diğer elemanlar buradan türetilecektir.

Sosyal ve Politik Ava.	Ekonomik Büyüme	Çevre	Ulusal Güvenlik
E.Büy.	1	5	3
Çev.	1/5	1	3/5
Ul.Güv.	1/3	5/3	1

$$\lambda_{max} = 3.0$$

$$CI = 0$$

$$CR = 0$$

Ekonomi, çevre ve ulusal güvenlik ile karşılartırıldığında, çevre karşısında öncelikli gelmekte, ulusal güvenlik karşısında ise daha az önemde olduğu verilen kararlardan (5 ve 3) görülüyor. Ulusal güvenlik seçeneğine 3 gibi küçük bir değerin karşı gelmesinin sebebi, ekonomik olarak zayıf ulusların silah almaya eğimli olmasından, fakat bunu için gerekli finansal alt yapının olmamasındandır. 2. ve 3. satırdaki rakamlar tutarlılık istendiği için çevrenin ulusal güvenlik üzerindeki sosyo-politik etkisi 3/5 ' dir, denebilir. Diğer matrislerde tutarlılık gözardı edilmiştir. Matristen türetilen öncelik vektörü

$$w = \begin{bmatrix} 0.65 \\ 0.13 \\ 0.22 \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Böylece sosyo-politik etkilerinin karşılaştırılmasına bakılarak yaklaşık olarak ekonominin değeri 0.65, çevrenin değeri 0.13 ve güvenliğin değeri 0.22' dir şeklinde bir açıklama yapılabilir.

İlk seviye (genel sosyo-politik hedef) 1 ' dir. Önceliklerin ağırlıklı değerleri yukarıdaki vektör ile 1' in çarpımına eşittir ki bu da vektörün kendisi demektir. Yapılan çalışmanın sonucunda karar veren kişi, ekonomi, çevre ve güvenlik (2.seviye) açısından önemi ile ilgili olarak aşağıdaki sonuca varmıştır.

Karar matrisleri şu şekildedir.

Ekonomi	c_1	c_2	c_3
c_1	1	3	5
c_2	1/3	1	2
c_3	1/5	1/2	1

$\lambda_{max} = 3.00$

$CI = 0$

$CR = 0$

Çevre	c_1	c_2	c_3
c_1	1	2	7
c_2	1/2	1	5
c_3	1/7	1/5	1

$\lambda_{max} = 3.01$

$CI = 0.01$

$CR = 0.02$

Ulu.Güv.	c_1	c_2	c_3
c_1	1	2	3
c_2	1/2	1	2
c_3	1/3	1/2	1

$$\lambda_{max} = 3.01$$

$$CI = 0.01$$

$$CR = 0.02$$

Bu matrislerin herbiri için, öncelik vektörü bulunur. Ve aşağıdaki matrisin her bir sütunu da bu öncelik vektörlerini gösterir.

$$\begin{bmatrix} 0.65 & 0.59 & 0.54 \\ 0.23 & 0.33 & 0.30 \\ 0.12 & 0.08 & 0.16 \end{bmatrix}$$

Bu matris de bizi birleşik öncelik vektörüne götürür ki bunlar c_1, c_2, c_3 aktiviteleridir.

$$\begin{bmatrix} 0.62 \\ 0.26 \\ 0.12 \end{bmatrix}$$

c_1' in genel önceliği 0.62, c_2' nin genel önceliği 0.26 ve c_3' ün ki de 0.12' dir. Böylece aktiviteler, genel etkilerine göre sıralanmış duruma gelmişlerdir.

2.5. HİYERARŞİNİN TUTARLILIĞI

Ölçümlerin tutarlılığı, tam hiyerarşi için genelleştirilebilir. Burada yapılacak işlem ikili karşılaştırmalar yoluyla elde edilen tutarlılık indeksinin, ikili karşılaştırmalarla elde edilen matris ile öncelik vektörünün çarpım sonucuna eklenmesidir. Daha sonra, RI değerlerinden oluşturulan matris yardımıyla elde edilen sonuç ile oranlanır. Hiyerarşinin tutarlılığı için elde edilen sonucun 0.10' a yakın olması gerekir.

Bu işlemin, okul seçimi örneği üzerinde uygulamak gerekirse,

1.seviye için öncelik vektörü (0.32, 0.14, 0.03, 0.13, 0.23, 0.14) idi.

Yine 1. seviye için CI=(7.49-6)/5=0.298 idi.

2. seviye için CI değerlerinden oluşan vektör; (0.025, 0, 0, 0.105, 0, 0.025) şeklindedir.

Buradan

$$M = 0.298 + (0.32, 0.14, 0.03, 0.13, 0.24, 0.14)\begin{bmatrix} 0.025 \\ 0 \\ 0 \\ 0.105 \\ 0 \\ 0.025 \end{bmatrix} = 0.323$$

elde edilir. Aynı şekilde RI değerleri kullanılarak da

$$\overline{M} = 1.24 + (0.32, 0.14, 0.03, 0.13, 0.24, 0.14)\begin{bmatrix} 0.58 \\ 0.58 \\ 0.58 \\ 0.58 \\ 0.58 \\ 0.58 \end{bmatrix} = 1.82$$

elde edilecektir. Buradan da hiyerarşinin tutarlılık oranı yani,

$$CRH = \frac{M}{\overline{\overline{M}}} = 0.323/1.82 = 0.18$$

bulunur ki, bu pek iyi bir sonuç değildir. 0.10' a daha yakın olmalıydı. Bunun nedeni, λ_{max}=7.49 olması yani olması gerekenden (n=6) daha yüksek bir değer olmasıdır.

Bir başka örnekte incelenecek olursa;

1. seviye öncelik vektör (0.16, 0.19, 0.19, 0.05, 0.12, 0.30)

1. seviye CI=0.07

2. seviye için 3 boyutlu matrislerin CI değerlerinden oluşan vektör ise (0.01, 0.01, 0.28, 0.025, 0, 0.105) şeklinde verilsin. Buradan

$$M = 0.07 + (0.16, 0.19, 0.19, 0.05, 0.12, 0.30)\begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \\ 0.28 \\ 0.025 \\ 0 \\ 0.105 \end{bmatrix} = 0.159$$

$$\overline{M} = 1.24 + (0.16, 0.19, 0.19, 0.05, 0.12, 0.30)\begin{bmatrix} 0.58 \\ 0.58 \\ 0.58 \\ 0.58 \\ 0.58 \\ 0.58 \end{bmatrix} = 1.82$$

CHR= $\frac{M}{\overline{M}}$=0.09 elde edilir.

Ele alınan ilk örnekten daha tatminkar bir durum sözkonusudur.

BÖLÜM III

3.1.ÖZVEKTÖR OLARAK ÖNCELİK-TUTARLILIK İLİŞKİSİ

Hiyerarşinin bazı seviyelerinin $C_1, C_2, \ldots, C_n$ elemanları ele alınsın. Daha sonraki seviyelerde bulunan elemanlar üzerine $w_1, w_2, w_3, \ldots, w_n$ etkilerinin ağırlıklarını bulmak gerekecektir. Daha önce tanımlandığı gibi temel araç, ikili karşılaştırmaların hükümlerini gösteren sayıların matrisidir. Burada önceliğin oluşturulması için, neden yüksek özdeğerli özvektörün seçildiği gösterilecektir.

C_j ile karşılaştırıldığında C_i 'nin güçlülüğünü gösteren sayı a_{ij} ile gösterilir. Bu a_{ij} sayılarının matrisi A veya $A = (a_{ij})$ ile gösterilir.

Daha önce belirtildiği gibi

$$a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}} \qquad \text{idi.}$$

Yani; A matrisinin elemanlarının tersi alınabilir. Eğer tüm hüküm karşılaştırmaları mükemmel ise tüm i, j, k 'lar için

$$a_{ik} = a_{ij}.a_{jk}$$

dir. Ve A matrisine *"tutarlı matris"* denir. Tutarlı matrisin açık durumu, karşılaştırmaların tam, kesin ölçümlere dayandığı durumdur. Yani $w_1, w_2, w_3, \ldots, w_n$ ağırlıkları zaten biliniyorsa

$$a_{ij} = \frac{w_i}{w_j} \qquad (i, j = 1, 2, \ldots, n) \tag{3.1}$$

dir ve buradan

$$a_{ij}.a_{jk} = \frac{w_i}{w_j}.\frac{w_j}{w_k} = \frac{w_i}{w_k} = a_{ik}$$

elde edilir. Tabii ki;

$$a_{ji} = \frac{w_j}{w_i} = \frac{1}{\frac{w_i}{w_j}} = \frac{1}{a_{ij}}$$

dir. Matris denklemi

$$A.X = Y$$

şeklinde alındığında

$$X = (X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n) \quad \text{ve} \quad Y = (Y_1, Y_2, Y_3, \ldots, Y_n)$$

denklem kümesi için kısa yazılımı ile

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_i = y_i \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

olur. (3.1) denkleminin yardımı ile aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

$$a_{ij}.\frac{w_j}{w_i} = 1 \qquad i, j = 1, 2, \ldots, n$$

dir. Ve sonuç olarak

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.w_j.\frac{1}{w_i} = n \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

veya

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.w_j = n.w_i \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

Bu denklem ise aşağıdaki denklem ile eşdeğerdir.

$$A.w = n.w \tag{3.2}$$

Matris teorisinde bu formül şu gerçeği gösterir. w, A' nın n özdeğeri ile birlikte özvektörüdür. Tamamı ile yazılırsa bu denklem şu şekilde ifade edilir.

$$A = \begin{array}{c|cccc} & A_1 & A_2 & & A_n \\ \hline A_1 & \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \cdots & \frac{w_1}{w_n} \\ A_2 & \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \cdots & \frac{w_2}{w_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_n & \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \cdots & \frac{w_n}{w_n} \end{array} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = n \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

içinde, a_{ij}' lerin tam, kesin ölçümlere dayanmadığı, taraflı hükümlerin bulunduğu pratik durum incelenmeye alınırsa; sonuçta a_{ij}, ideal w_i/w_j oranından sapacaktır ve doğal olarak (3.2) denklemi de geçerliliğini yitirecektir. Burada matris teorisinin iki gerçeğinden yararlanılabilir.

Birincisi; eğer $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ sayıları

$$Ax = \lambda x$$

denklemini sağlıyorsa, örneğin bu sayılar A' nın özdeğerleri ise, ve eğer bütün i değerleri için a_{ii}=1 ise,

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = n$$

dir.

Sonuç olarak eğer (3.2) denklemi sağlanırsa bütüm özdeğerler biri haricinde (ki bu n olduğundan, n dışında) sıfır olacaktır. Açıkça ifade etmek gerekirse tutarlı durumda n, A' nın en büyük özdeğeridir.

İkinci yardımcı gerçek ise şöyledir: Eğer bir kişi, pozitif ve tersi alınabilir A matrisinin a_{ij} değerlerini küçük miktarda değiştirirse, özdeğerleri de küçük miktarda değişir.

Bu sonuçlar birleştirilirse şu yargıya varılabilir: Eğer, A matrisinin köşegeni ($a_{ii} = 1$) 1 değerinden olşuyorsa ve A tutarlı bir matris ise a_{ij}' lerdeki ufak değişiklikler en büyük özdeğer olan λ_{max}' ı n' e yaklaştırır ve diğer özdeğerleri de sıfıra yaklaştırır.

Sonuçta problem, eğer A matrisi ikili karşılaştırma değerlerinden oluşuyorsa, ilk vektörün bulunması için

$$A.w = \lambda_{max}.w$$

denklemini sağlayan w vektörünün bulunması olacaktır. Çünkü bu normalize edilmiş çözüm için istenir. w üzerinde küçük değişiklikler yapılarak $\alpha = \sum_{i=1}^{n} w_i$ ve w yerine $(1/\alpha).w$ yerleştirilirse; bu, eşsiz olma yani teklik olma özelliğini sağlar ve aynı zamanda

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

olur.

a_{ij} değerlerindeki ufak değişiklikler, λ_{max} değerinde ufak değişikliklere yolaçtığı için, λ_{max} değerinin, n değerinden sapması tutarlılığın ölçümü demektir ve buna özellikle dikkat edilmelidir. Bu da türetilen skalanın, tahmin edilmek istenen skalaya olan yakınlığının hesaplanmasına olanak verir. Sonuç olarak daha da önce de belirtildiği gibi

$$\frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$$

tutarlılık indeksi (CI), yani *tutarlılığa olan yakınlığın göstergesi* olarak algılanır. Genellikle eğer bulunan değer 0.1' den küçük ise, verilen hükümler konusunda tatmin olunabilir.

Şunları da ifade etmek faydalı olacaktır: Rapor edilen hükümler sadece tutarlılık ilişkisini ihlal etmekle kalmayabilir. Bununla birlikte, geçişgen olmama özelliği de taşıyabilir. Yani eğer c_1' in göreceli önemi c_2' nin göreceli öneminden büyükse ve c_2' nin göreceli önemi c_3' ünkinden büyükse, bu durumda c_1' in göreceli öneminin c_3' ünkinden büyük olmasını gerektirmemesi insani hükümlerde genel bir olaydır. İlginç bir örnek, turnuvalardaki tutarsızlık konusunda veya tercihlerin geçişgenlikten yoksun olmasıyla ilgili olarak meydana gelebilir. c_1 takımı c_2 takımı karşısında kaybedebilir, c_2 takımı da c_3 takımına yenilmiş olabilir. Buna rağmen c_1 takımı yinede c_3 karşısında başarılı olabilir. Sonuç olarak takım davranışı tutarsızdır. (8)

O. Kenneth May (1954), tercihler arasındaki geçirgensizliğin doğal bir oluşum olduğu ve hüküm hatası ya da diğer hataların sonucu olmadığı fikri üzerinde çalışmalar yapmıştır. Çalışmaları sonunda geçişgensizliğin doğal bir olay olarak düşünülmesi gerektiğinden başka bir yol olmadığına karar vermiştir.

62 kolej öğrencisi üzerinde yapılan bir deneyde, öğrencilerden teorik bir evlilikte eşlerini x,y ve z arasından seçmeleri istenmiştir. Adayları zeka olarak xyz, görünüş olarak yzx ve zenginlik olarak da zxy şeklinde sıralamışlardır. Deneyin yapısı deneklere açıklanmamıştır. Denekler rastgele seçilen harflerle belirtilen eşleriyle değişik zamanlarda yüzleştirilmişlerdir. Her seferinde x çok akıllı, sade

---

(8) Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, s.51

görünüşlü ve varlıklı olarak tasvir edilmiştir. y akıllı, çok güzel ve fakir, z ise, oldukça zeki, güzel görünümlü ve zengin olarak tasvir edilmiştir. Çok fakir sade ve aptal şeklindeki bütün gözlemler kabul edilmiş fakat otomatik olarak elenmiştir.

Grup tercihleri çoğunluğun kararına göre belirlenir ve

x, y' den 39' a 23 ile üstün,

y, z' den 57' ye 5 ile üstün,

z, x' den 33' e 29 ile üstün

olduğu için döngüsel bir model ortaya çıkar.

Yapılan tercihlere gelince

$$xyz = 21 \quad , \quad xyzx = 17 \quad , \quad yzx = 12 \quad , \quad yxz = 7$$

$$zyx = 4 \quad , \quad xzy = 1 \quad , \quad zxy = 0 \quad , \quad xzyx = 0$$

şeklinde olduğu görülmüştür **(9)**.

Geçişgensiz model üç kriterden en iyi iki alternatifin seçiminin sonucu olarak açıklanabilir. xyz ve yzx sıralamaları sırayla zekilik ve görünüşe daha fazla önem verilmesi sonucu ortaya çıkmış görünüyor. Zenginlik kriterine göre bu sıranın tersini (zyx) seçen dört kişi erkeklerdir ve bu belki de erkeklerdeki zeki kadın korkusuna işarettir. Zenginlik kriterine göre bu sıranın tersini (yxz) seçen 7 kişi ise, paraya zenginliğe önem vermeyen kişiler olarak düşünülmelidir. Onlar y' yi x' e, görünüşteki, güzellikteki büyük farktan dolayı; x' i z' ye aralarındaki zeka farkından dolayı ve de y' yi z' ye güzellik ve zeka kombinasyonu dolayısı ile tercih etmiş olabilirler. Çoğunlukla, ikili seçimlerde yapılan sıralama en açık sıralamadır.

Başka bir deneyde pilotlardan alevler, kırmızı-sıcak metal, düşmek seçeneklerinden ikili kombinasyonlar halinde oluşturulan gruplardan birini tercih etmeleri istenmiştir. Elde edilen en genel tercihler şunlardır: Alevler, kırmızı-sıcak metale, kırmızı-sıcak metal düşmeye, düşmek ise alevlere tercih edilmiştir. Buradaki ilk iki tercih, belki pilotun sıcak objelerden uzak durmak istemesi ile daha doğrusu alevden uzak durmak istemesi ile açıklanabilir. Pilot düşmeye karşı alışkın olması

---

(9) Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, s.52

gerektiği hakkında kendisini katı bir şekilde destekliyor ve düşmeye karşı reaksiyon gösteriyor olabilir. Ancak bu, üçüncü tercihi açıklayamıyor ve üçüncü tercihin sebebi ortaya çıkartılamıyor.

Bunun gibi deneyler insanın tercihlerinin geçişgensiz olduğunu ispatlamaz Fakat sadece geçişgenliği ya da döngüleri gösteren deneyler anlatılırken tavsiyeler verebilir. Birbiri ile uyuşmayacak şekilde sıralanmış bölümlerden oluşan deneylerin döngülere yol açması beklenebilir. O zaman soru *Tercihler geçişgen mi?* şeklinde değil *Hangi koşullar altında geçişgenlik sağlanmıyor?* şeklinde olmalıdır. Bazı insanlar geçişgenliği rasyonel davranışın tanımının bir parçası olarak iddia ederek bu konuda ters düşmektedirler. Kenneth Arrow' un imkansızlık teoremi; sosyal ve bireysel tercihleri sağlayan ve toplum için plan yetkisi hakkında rehberlik yapabilecek şekilde faydalı olarak düzenlenmiş bir toplumsal refah fonksiyonu bulma ihtimaline olumsuz cevap verir. Herhangi bir anda tek bir kişinin, bütün şartlar altındaki farklı tercihlerini sağlayabilecek bir fayda fonksiyonunun varlığını düşünmek çok zor olur. Arrow' un yaptığı işte tercihlerin geçişgenliği, tutarlılık için (evet, hayır) kesin temel olarak alınmış ve bununla çelişmesi de mantıksal hata olarak düşünülmüştür. Sosyal imkansızlık teoreminin yeniden sınanması gerektiğinin ispatı için temel, basit fikirler kullanılmıştır. Bireysel fayda fonksiyonu olmayacağı gibi sosyal fayda fonksiyonu için de imkansızlık teoremi diye bir şey olamaz **(10)**. Birey nelerden fedakarlık edip nelerden edemeyeceğini belirleyerek kendi kendini mutlu veya mutsuz edebilir. O kendi tercihlerinin şiddetini göstermekte mükemmel bir şekilde rasyonel olsa bile, yine de seçimi ne olursa olsun kendi içinde çatışmalara girebilir ve bazen girdiği de açıkça görülebilir.

3.2. SKALA (ÖLÇEK) KARŞILAŞTIRMASI

Bu bölümde, skala değerleri olarak niçin 1-9 arasındaki değerlerin seçildiği ve bu skalanın diğerlerine göre niçin tercih edilebileceği incelenecektir.

---

(10) Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, s.53

TABLO 3.1. Kullanılan Skalanın Ayrıntılı İfadesi

Önem Derecesi	Tanım	Açıklama
1	Eşit önem	İki aktivitenin hedefe eşit katkıda bulunması
3	Diğerlerinden biraz daha önemli	Deneyim ve kararlar, diğer aktivitelerden biraz fazla tercih ediyor.
5	Gerçek veya güçlü öneme sahip	Deneyim ve kararlar diğer aktivitelerden oldukça fazla tercih ediyor.
7	Çok güçlü öneme sahip	Bir aktiviteyi, diğerinden çok fazla güçlü olarak tercih ediyor.
9	Kesin önemli	Bir aktivitenin, diğerlerine göre gerçekliği kanıtlanmış.
2,4,6,8	Çok yakın skala değerlerinin arasında kalan değerler	Gerçekliği konusunda uzlaşıldığı zaman uygulamaya konur.
Sıfır olmayan karşılıklar	Eğer j aktivitesi ile karşılaştırıldığında i aktivitesine yukarıdaki 0 olmayan sayılardan biri tayin ediliyorsa, i ile karşılaştırıldığında j karşılık değerine sahiptir.	Mantıklı bir tahmin
Rasyoneller	Skaladan oranlar ortaya çıkar.	

KAYNAK: Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, USA, Mc Graw-Hill, 1980, s.53

Ernest Heinrich Weber (1795-1878), 1846 yılında ölçülebilir s büyüklüğündeki dürtüler (uyarıcılar) konu olan kanunu formülize etmiştir. (Weber' in buluşu bir örnekle şöyle açıklanabilir: Ellerinde farklı ağırlıklar tutan insanlar, 20 gr ve 21 gr arasındaki farkı anlayabilirler, fakat 20 gr ile 20.5 gr arasındaki farkı anlayamazlar. Diğer yandan 40 gr ile 41 gr arasındaki farkı anlayamazlarken 41 gr ile 42 gr arasındaki anlayabilirler. Ve bu durum, bu ağılıkların katları şeklinde devam eder.) Duyularımızın s ve s+Δs arasındaki farkı ayırabileceği bir noktaya ulaşmak için, s miktarını minimum olarak Δs kadar arttırmaya gerek vardır. Δs' e *Hissedilebilir fark* adı verilir.

Weber' in ortaya koyduğu kanun şunu ifade etmektedir: Duyuda meydana gelen değişiklik, dürtü yine dürtünün kendisinin sabit bir oranı kadar attırıldığında hissedilir **(11)**. Bu kanun, s ile karşılaştırıldığında Δs' in küçük olduğu yerlerde yürürlüktedir ve partikte s çok küçük ya da çok büyük olduğunda geçerliliğini yitirir. Hiyerarşik seviyeler, bu kanunun kullanımını genişletmek için kullanılan etkili bir yoldur.

Gustav Theodor Fechner (1801,1887), 1860 yılında artırılan farkedilebilir dürtünün dizisi üzerinde çalışmıştır. Fechner, ilk dürtüye s_0 ismini vermiştir. $r = \frac{\Delta s}{s}$ olmak üzere bir sonraki farkedilebilir dürtü ise;

$$s_1 = s_0 + \Delta s_0 = s_0 + \frac{\Delta s_0}{s_0}.s_0 = s_0(1+r)$$

ifadesini Weber kanununu kullanarak bulmuştur.

Bununla benzer olarak

$$s_2 = s_1 + \Delta s_1 = s_1(1+r) = s_0(1+r)^2 \equiv s_0\alpha^2$$

Genel olarak da;

$$s_n = s_{n-1}.\alpha = s_0\alpha^n \qquad (n = 0, 1, 2, ...)$$

sonuçta hissedilebilir farklar birbirini geometrik olarak artarak takip eder. Fechner uygun hislerin, birbirini, hissedilebilir farkların meydana geldiği farklı noktalarıyla

---

(11) Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, s.53

oluşan aritmetik bir dizi halinde takip etmesi gerektiğini düşünmüştür. Fakat bu sonuncu söylenenler n için çözüldüğünde elde edilir.

$$s_n = s_0 \alpha^n$$

idi.

$$\log s_n = \log(s_0 \alpha^n)$$

ifadesinden

$$n = \log s_n - \log s_0 / \log \alpha$$

yazılabilir. Ve duyu, bir dürtünün logaritmasının lineer fonksiyonudur. Sonuçta, eğer M duyuyu gösteriyorsa ve s' de dürtüyü gösteriyorsa, Weber-Fechner' in psiko-fiziksel kanunu şu şakilde verilmiştir.

$$M = a. \log s + b \qquad a \neq 0$$

Böylece b=0, $\log s_0 = 0$ veya $s_0 = 1$ olmak zorundadır ki, bu birim dürtüyü ayarlamakla mümkündür. Fakat bu sonuç, bir aktiviteyi kendisiyle karşılaştırmakla elde edilen sonuçtur.

Bir sonraki hissedilebilir cevap dürtüden dolayıdır.

$$s_1 = s_0 . \alpha = \alpha$$

$$(\log s_1 - \log s_0) / \log \alpha = 1$$

elde edilir.

Bir sonraki dürtü ise;

$$s_2 = s_0 . \alpha^2$$

$$\log s_2 = \log(s_0 \alpha^2)$$

den

$$(\log s_2 - \log s_0) / \log \alpha = 2$$

elde edilir. Benzer şekilde 1,2,3,... dizisi elde edilir.

Pratikte, nitelik olarak dürtüye verilen cevaplar arasındaki farklar birkaç tanedir. Genel olarak yukarıda sıralandığı gibi 5 değişik farkla (1,3,5,7 ve 9 olmak üzere), ayrıca eklenen farklardır (2,4,6 ve 8 ' den oluşur) ki bunlar birbirine yakın cevaplar arasında uzlaşırlar.

Uzlaşma konusu özellikle karar yönteminde düşünülürken duyulara engel olduğu gözlenebilir. Bu, toplamı 9' a yükseltir ki, bu rakam daha önce yapılan önermenin büyüklüğü ile uyuşmaktadır.

3.2.1. Üst Limit Olarak Niçin 9 Uygundur

(1) Nitelikteki farklılıklar pratikte anlamlıdır ve bu farklılıklar, kıyaslanan rakamlar aynı büyüklüğe sahip ise ya da kıyas yapmak için kullanılan özelliğe göre birbirine yakın ise doğruluk payına sahiptir.

(2) Bilinmektedir ki, niteleyici ayrımlar yapma imkani şu beş sıfatla sağlanmıştır: Eşit, zayıf, güçlü, çok güçlü ve tam (mükemmel, kesin). Daha büyük kesinlik, doğruluk istendiğinde komşu davranışlar arasında uzlaşma sağlanabilir. Bütünlük 9 değer gerektirir ve bu değerler ardışık (ard arda) olabilir. Sonuç olarak bulunan skala pratik olarak doğrulanabilir.

(3) Yukarıda ikinci sebep ile belirtilen takviyelendirme yolu ile pratik bir metod ki genelde değerleri hesaplamakta kullanılır; kabul edilmeme, kabul edilme ve aldırmazlık şeklinde üç kısımdan oluşan bölgelerin içindeki dürtünün sınıflandırılmasıdır. Daha iyi bir sınıflandırma için bunların herbiri kendi içinde düşük, orta ve yüksek gibi dallara ayrılmıştır. Bunların hepsi de anlam ifade eden ayrımların dokuz derecesine işaret eder. Sonuç olarak 9' un üzerine çıkma ihtiyacı yoktur.

(4) Anında yapılan karşılaştırmalarda, 7 ± 2 tane maddenin psikolojik limiti şunu önerir: Eğer birinci sebepte verilen tarife uygun $7+2$ tane madde ele alınırsa ve bunların hepsi birbirinden çok az farklı ise bu farklılıkların gösterilebilmesi için 9 noktaya ihtiyaç vardır **(12)**.

Gözardı edilmemesi gereken bir konu da; sıfırdan sonsuza kadar ikili karşılaştırmanın skalasını kullanmanın o kadar faydalı olmayacağıdır. Bu skala, bir

---

(12) Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, ss.55-56

şekilde, insanların verdiği hükümlerin herhangi iki nesnenin göreceli baskınlığını kıyaslama yeteneğine sahip olduğunu söyler ki gerçekte durum öyle değildir. Tecrübelerden elde edilen bir sonuca göre; insanların dağıtıcılık kabiliyeti oldukça dar bir alanda sınırlıdır ve kıyaslanan aktivite ya da nesneler arasında dikkate değer farklılıklar bulunduğunda yapılan tahminler rastgele olacaktır ve genellikle de öyle olur. Bu da skalanın sınırlı olması gerektiğine işaret eder. Gerçekte, bölge içinde sınırlar oldukça yakın olmalıdır ki bu bölge oran kyaslaması yapabilme yeteneğini gösterir. Teklik, ölçümün standardı olduğu için üst limit bundan çok uzak olmamalıdır, fakat ayrımın sınırını göstermesi için de yeterince uzak olmalıdır.

3.3. KARARLARI REVİZE ETME

Tutarlılık indeksinin, hükümsel düzeltme sağlamak için yeterince büyük olduğunu farzedelim. Bu, nerede yapılmalı? Bu aşamada iki yol hemen kendini gösterir.

Birincisi, w_i/w_j öncelik oranları matrisini oluştumak, (w_i ve w_j' ler, a_{ij}' ler yardımıyla bulunuyor) ve

$$[|a_{ij} - (w_i/w_j)|]$$

mutlak farkları bulmak ve böyle en büyük farklara sahip satır toplamları veya elemanlarda kararı revize etmek, yeniden gözden geçirmektir.

İkincisi daha iyi bir yoldur. a_{ij} ve w_i/w_j satırlarını kullanarak ortalama karekök sapma oluşturmak ve en büyük değere sahip satırda kararları revize etmek şeklinde ifade edilebilir. Bunun haklı nedeni de genellikle faaliyetin bir tanesi ile değil, diğerleri ile nasıl bir ilişkide olduğu hakkında belirsizlik olmasıdır. İşlem, gelişmeyi göstermek için daha sonra tekrarlanabilir. İstenen, a_{ij}' nin w_i/w_j' ye yaklaşmasıdır. (w_i/w_j ideal vektör olduğundan bunlara yaklaşması isteniyor. a_{ij}' ler ise karar için alınan kriterler idi.) İşlemin akışı, sözkonusu satırda bütün a_{ij}' leri ona karşı gelen w_i/w_j ile yer değiştirmeyi ve öncelik vektörünün hesaplanmasını içerir. Bu akışın tekrarı uyumlu duruma yaklaşımı üretmek için uygulanır.

$$\max_i \sum_{j=1}^{n} |a_{ij} - w_i/w_j|$$

Okul seçimi örneğinde ele alınan meslek eğitimi matrisi şu şekilde verilmişti.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 7 \\ 1/9 & 1 & 1/5 \\ 1/7 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Öncelik vektörü $(w_1, w_2, w_3) = (0.77, 0.66, 0.17)$ ve $\lambda_{max} = 3.21$ idi. Uyumluluk indeksi ise 0.1 idi.

w_i/w_j' ye göre önceliklerin oranının matrisi oluşturulursa; en büyük mutlak farkın, a_{12} ve w_1/w_2 arasında olduğu görülür. Böylece a_{12} ve $w_1/w_2 = 14.15$ karşılıklı olarak yer değiştirir, elde edilen öncelik vektörü (0.81, 0.04, 0.15) ile $\lambda_{max} = 3.09$ ve uyumluluk indeksi de 0.02 şeklinde bulunur ve sürekli gelişim içinde bulunduğu farkedilir. w_i/w_j' ye göre oluşturulan matriste en büyük mutlak farkı veren ilk satır yer değiştirirse (0.76, 0.04, 0.20) vektörü, $\lambda_{max} = 3.023$ ve uyumluluk ise 0.01 elde edilir. İlk satır yer değiştirdiğinde (0.75, 0.04, 0.21) vektörü, $\lambda_{max} = 3.003$ ve uyumluluk indeksi ise 0.00 olarak bulunur ki bu da uyumlulukta başarılı gelişimi göstermektedir.

Bir diğer yol ise, a_{ij}' nin w_i/w_j oranının en büyüğünü seçmek suretiyle ilgili hükümleri revize etmek olabilir.

Burada, hükümlerin değerlerini zorlayarak uyumluluğu geliştirme metodunun gereksiz yere kullanılmaması gerektiği unutulmamalıdır. Bu durum cevabı saptıracaktır.

3.4. FİKİR BİRLİĞİ VE DELPHİ YÖNTEMİ

Birkaç insanın kararını almak ile ilgili önemli bir konu da, onların kararlarından nasıl bir fikir birliği oluşturulacağıdır. Fikir birliğinin ortaya çıkarılması işi, insanların kendi çıkarlarının düşünüldüğünde ikna edilmesinde kullanılır. Sonuçta, burada ele alınacağı anlamda, fikirbirliği, sonuçları genel tercihlerle aynı sıraya getirmek için kullanılan birkaç hüküm ile, öncelik değerlerinin güvenirliğini arttırmak demektir.

Fikirbirliğine ulaşma problemi üzerinde bazı ilginç çalışmalar yapılmıştır. Kemeny ve Snell (1962) (Snell' in çalışmaları daha sonra Bogart (1973) tarafından genelleştirilmiştir.) birkaç kişinin nesnelerin edilmiş =1, çekimser=0, tercih edilmeyen=-1) durumunda fikirbirliğine ulaşmak üzere kullanılacak bir metod geliştirmek için aksiyomla ilgili bir yaklaşım kullanmışlardır. Onlar, bütün aksiyomları sağlayan sadece bir tane uzaklık fonksiyonu olduğunu ispat etmişlerdir. Bu fonksiyon birkaç kişi tarafından oluşturulmuş karar matrislerinin herbir ilgili değeri için, uzaklıkların karelerinin toplamını minimuma yaklaştıran değerin bütün girilen ilk deneyler için bulunmasıyla oluşan fikirbirliği matrisini türetmek için kullanılır. Sonuç bir tamsayı olmayabilir, bu sayılar en yakın tamsayıya yuvarlatılabilir. Bu yolla elde edilen sayıya *ortalama* denir. Uzaklık fonksiyonu medyan değerlerinin matrisini türetmek için de kullanılır. Bu matrisin herbir girilen değeri, karar matrislerinin ilgili değerine olan uzaklığın toplamını minimum hale getirir. Medyan ve ortalamanın herbiri, uzlaşmayı elde etmek için makul ve mantıklı görünüyorsa da, karara varmak için, ortalama; *karşılaştırılan nesneleri bağlama* yolunu kullanıma sunarken, medyan;*uzmanlardan toplama* yolunu sunar. Burada ise geometrik ortalama kullanılmıştır.

Bogart, kümenin bütün kısmi düzenlerinin, ki bunlar önceliklere ek olarak yarı düzen, ara düzen ve diğer geçişgensiz düzenlerdir, kolleksiyonu için kullanılan uzaklık fonksiyonu metodunu genelleştirmiştir. Uygun akiyom kümesini sağlayan uzaklık fonksiyonunun tekliği saptandıktan sonra Bogart, diğer şeylerin arasından aşağıdakileri de göstermiştir:

(1) Bütün antisimatri düzenlerinin kümesinin içindeki düzenlerin kolleksiyonunun ortalaması, karar verme kuralını doğrular. Güçlü çoğunluk kuralı diye anılan bu kural şunu ifade eder: Eğer, a' yı b' ye tercih edenlerin sayısından, b' yi a' ya tercih edenlerin sayısı çıkartıldıktan sonra çıkan sayı kararı veren bireylerin sayısının yarısından fazlaysa, a, b' ye tercih ediliyor demektir. Kural, kolleksiyonun tek bir otalaması olduğunu işaret eder.

(2) Antisimetrik düzenlerin kümesi için çoğunluk kuralı düzeni (çoğunluk kuralı düzeni eğer kararı veren bireylerin çoğunluğu için sağlıyorsa a, b' ye tercih edilir.) küme için medyandır. a yı b' ye tercih eden rakamlarla, b' yi a' ya tercih eden rakamlar arasında bir bağlantı bulunmadığı sürece, bu medyan tektir **(13)**.

---

(13) Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, s.68

Bu çalışmada uzlaşma değişik doğrulardan türetilmiştir. Karara varabilmek için gereken bilgi miktarı çok önemlidir. Uzlaşma araştırılırken, kararların birbirini etkilemesi tercih edilir. Bilinçlendirilmiş bir kişi, daha az bilgili bir kişinin inançlarında çok büyük değişikliklere yol açabilir. Tartışma, kararların birbirine yaklaşmasına yol açar.

Sonuç olarak uzlaşma yaklaşımı, kendi kararlarının sağlığı konusunda ilgili bireyler için öncelikler türetmek üzere metoda baş vurmaktadır. Karara etki eden faktörler şunlar olabilir; göreceli zeka (ölçülebilmesine rağmen), tecrübe sahibi olma durumu, geçmişteki kayıtlar, bilginin derinliği, ilgili alanlardaki tecrübe, konuya duyulan kişisel ilgi v.s. Eğer, o insanların kararına büyük güven duyuluyarsa, bireylerin kararlarından türetilen, sonuç önceliğini oluşturmak için, bu insanlardan elde edilen önceliklerin ağırlıkları kullanılır ve toplam ağırlıklardan elde edilen öncelik, genel bir yolla elde edilmiş olur. Diğer yandan, bu kararlara duyulan güven az ise, kararlaştırma matrislerinde görülen bireysel kararların geometrik ortalaması kullanılabilir.

İnsanların tecrübeleri ve kararları farklılık gösterdiğinde ve kimin fikrinin niçin daha önemli olarak alınması gerektiğini, tatminkar bir grup hükmü olarak nasıl gösterileceği, toplumsal çalışma ve çatışma analizinin en büyük problemidir.

Bir grup ile geliştirilip değerleri bulunan bir fikir, diğer bir grup için, yapılan daha derin bir araştırmada kullanılabilmelidir. Sonuçta pazarlık ve görüşmeler, grup anlaşması için en önemli yöntem olmalıdır. Hiç kimse, favori bir grubun kararlarının, diğer grupların kararları yerine de kullanılabileceği sonucuna varamaz. Başka bir deyişle, bir problem için çalışan uygun bir matematiksel yöntem o problemin sosyal karışıklğını otamatik olarak çözemez. Buna rağmen en iyi uzlaşmanın ve en çeşitli tartışmanın olabileceği bir duruma getirilebilir, basitleştirilebilir. Eğer sosyal bir problem bir karar vermeyi gerektiriyorsa, aracı olan kişi, nerede uzlaşma yapılacağını tayin etmeden önce grubun etkilendiği şeyleri ve ihtiyaçları dikkatlice değerlendirmelidir. Belki de hiyerarşik analizin en büyük yardımı, üçüncü gruptan ayrı olarak, çatışan gruplarla ilişkili başlayan problemin yapısında kullanılmasıdır ve sayısal girişler arasında pazarlık yapmasıdır.

Bu noktada, uzlaşma konusuna büyük ölçüde bağlı olan bir başka yöntemi, Delphi Yöntemini inceleyelim.

Delphi Yöntemi, problemlerin analiz edilebildiği, değerlerin tahmin edildiği bir yöntemdir. Bunun genel bir bakış açısıyla tanımı, hiyerarşik analizle birlikte karşılaştırmanın bir parçası olarak aşağıda verilmiştir:

(1) *Meçhul, iş yapan gruba karşı*; tartışması Delphi Yönteminde grubun herbir üyesi, güçlü kişiliklerin aşırı etkisinden kaçınmak için önceden hazırlanmış sorulara isim vermeden cevap verirler. Hiyerarşi Yönteminde ise, kriter ve karar daha çok açık grup yöntemi ile kurulur.

(2) Düzeltme, döngüler ve dinamik tartışmalar serisine karşı; Delphi Yönteminde, soruların sonuçlarının gözden geçirilmesi gerekir ve isimsiz temellerde yeniden ayarlanması istenir. Hiyerarşi de ise dinamik tartışma, hiyerarşiyi kurarken ve karşılıklı uzlaşma ile kararları oluştururken ve gözlemlerin revizyonunda kullanılır. İnsanlar kendi fikirlerini açıkça sunarlar.

(3) Sorular, kararlar için temel teşkil eden hiyerarşi yapısına karşı; Delphi Yönteminde, soruların oluşumu soruları oluşturan kişinin değişkenleriyle ilgili seçimleri ima eder. Hiyerarşiler de ise verilecek karara etki eden değişkenlere grup karar verir. Başlangıçta önerilen bütün değişkenler kabul edilir. Sonra işlem içinde bazıları grup tarafından az önem arz ettiği bildirilince ihmal edilir.

(4) İstatistiksel ve nicel analiz, nitel analize karşı; Delphi Yöntemi, bir sonraki döngü için temel olarak istatistiksel olarak analiz edilebilecek sayısal cevaplar gerektirir. Hiyerarşilerde kararlar, ikili karşılaştırmada kalitatif kararları yansıtan 1' den 9' a mutlak sayılar içerir. Uyumluluk da gerçeğin skalasını elde etmek için gerekli durum olarak ömenli bir kriterdir **(14)**.

Her iki durumda da problem analizinin yöntemi, kararların kalitesini geliştirir. Ama Hiyararşi Yöntemi, kararları birincil bileşenlerine kadar parçaladığından insan yaşam tarzına daha uygundur. Diğer önemli bir çıkarım da, bir grup tarafından değişkenlerin önemli seti oluşturulduğundan güvenilirdir. Bu yöntem açık ve dinamik bir şekilde anlaşmazlıkları azaltmaya yardımcıdır. Yüksek verimli

---

(14) Saaty, **The Analytic Hierarchy Process**, ss.69-70

sonuçlarla basit ve kısa bir işlem dizisi olarak, kullananlar planlamada, tahmin yürütmede, katılanların inaçlarını yansıtması acısından kullanmayı önerirler.

BÖLÜM IV

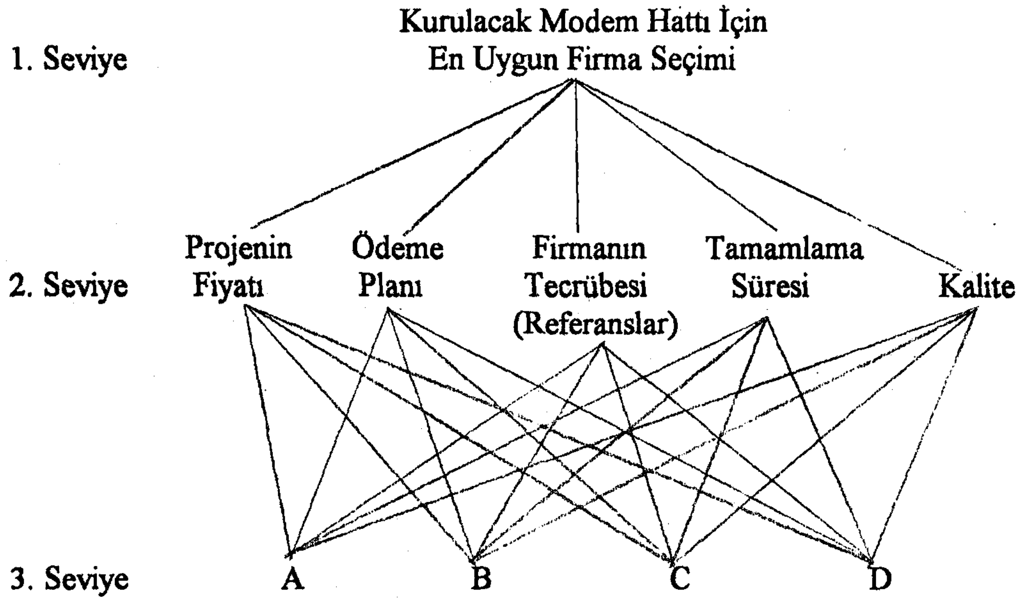
4.1. ANALİTİK HİYERARŞİ YÖNTEMİ İLE İLGİLİ BİR UYGULAMA

4.1.1. Genel Açıklama

Yurt İçi Kargo A.Ş., ülke çapında 270' i acente ve 97' si şube olmak üzere toplam 367 birimle hizmet veren bir kuruluştur. Bu birimler arasında haberleşmeyi kolaylaştırmak, yaşadıkları problamleri azaltmakve daha kolay halledebilmek için tüm birimleri kapsayacak bir Modem Hattı oluşturmayı amaçlamışlardır. Kendileri için oldukça oldukça önemli olan bu yenilik için, üzerinde durdukları dört firmadan, en iyi olanını seçmeye karar vermişlerdir. Gözönünde bulundurdukları kriterler ise; projenin toplam maliyeti, tamamlama süresi, kullanılacak aletlerin kalitesi, firmaların sunduğu ödeme planı ve firmanın bu konuda daha önce yaşadığı tecrübeleri, verdiği referanslardır. Bu seçim için daha önce yaşadıklarına dayanarak, bu kez projenin maliyetine değil, firmanın tecrübesine büyük önem vermişlerdir. Burada, yetkililerin isteği doğrultusunda firma ismi verilmemiştir, bunu yerine A, B, C, D şeklinde ifadeler kullanılmıştır.

4.1.2. Uygulama

Şekil 4.1. Uygulama İçin Hiyerarşik Yapı



EnUy.Fir.Seç.	Mal.	Öde.Pla.	Refer.	Tam.Süresi	Kalite
Mal.	1	1/5	1/9	5	1/9
Öde.Pla.	5	1	1/7	5	1/9
Refer.	9	7	1	9	5
Tam.Süresi.	1/5	1/5	1/9	1	1/9
Kalite	9	9	1/5	9	1

Mal.	A	B	C	D
A	1	1/9	5	5
B	9	1	9	9
C	1/5	1/9	1	1
D	1/5	1/9	1	1

Öde.Pla.	A	B	C	D
A	1	5	7	9
B	1/5	1	5	7
C	1/7	1/5	1	3
D	1/9	1/7	1/3	1

Refer.	A	B	C	D
A	1	1/9	3	5
B	9	1	9	9
C	1/3	1/9	1	3
D	1/5	1/9	1/3	1

Tam.Süresi	A	B	C	D
A	1	1	1	1
B	1	1	1	1
C	1	1	1	1
D	1	1	1	1

Kalite	A	B	C	D
A	1	5	6	7
B	1/5	1	4	5
C	1/6	1/4	1	3
D	1/7	1/5	1/3	1

	Mal.	Öde.Pla.	Refer.	Tam.Süresi	Kalite
Mal.	1	0.2	0.11	5	0.11
Öde.Pla.	5	1	0.14	5	0.11
Refer.	9	7	1	9	5
Tam.Süresi.	0.2	0.2	0.11	1	0.11
Kalite	9	9	0.2	9	1

Öncelik vektörünü bulmak için, önerilen yöntemlerden 3.' sünü kullanarak öncelik vektörünü ve λ_{max}' ı bulmaya çalışalım. 3. yöteme göre her sütun normalize ediliyordu ve oluşan yeni matrisin satırlarının toplamının aritmetik ortalaması alınıyordu.

Normalize edilen sütunlar aşağıdaki gibidir.

0.04	0.01	0.07	0.17	0.02
0.20	0.06	0.09	0.17	0.02
0.37	0.40	0.64	0.31	0.79
0.008	0.01	0.07	0.03	0.02
0.37	0.51	0.13	0.31	0.16

Her satırdaki eleman toplanırsa

$$\begin{array}{c} 0.31 \\ 0.54 \\ 2.51 \\ 0.14 \\ 1.48 \end{array}$$

sütunu elde edilir. Her toplamın aritmetik ortalaması alınırsa, yani

$$\begin{array}{c} 0.31/5 = 0.06 \\ 0.54/5 = 0.11 \\ 2.51/5 = 0.50 \\ 0.14/5 = 0.03 \\ 1.48/5 = 0.30 \end{array}$$

öncelik vektörü elde edilecektir.

Şimdi λ_{max} ve tutarlılık indeksinin hesaplanması gerekmektedir. Bunun için öncelikle karşılaştırma matrisi ile bulunan öncelik vektörünün sağdan çarpılması gerekir. Daha sonra, elde edilen sütun vektörünün elemanlarını öncelik vektörünün elemanlarını oranlaması gerekir. Bulunan yeni rakamların aritmetik ortalamasını alarak λ_{max}' ı elde etmiş olacağız.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/5 & 1/9 & 5 & 1/9 \\ 5 & 1 & 1/7 & 5 & 1/9 \\ 9 & 7 & 1 & 9 & 5 \\ 1/5 & 1/5 & 1/9 & 1 & 1/9 \\ 9 & 9 & 1/5 & 9 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0.06 \\ 0.11 \\ 0.50 \\ 0.03 \\ 0.30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.32 \\ 0.66 \\ 3.58 \\ 0.15 \\ 2.2 \end{bmatrix}$$

$$0.32/0.06 = 5.33$$

$$0.66/0.11 = 6$$

$$3.58/0.50 = 7.16$$

$$0.15/0.03 = 5$$

$$2.2/0.30 = 7.33$$

$$\lambda_{max} = (5.33 + 6 + 7.16 + 5 + 7.33)/5 = 6.16$$

Tutarlılık için λ_{max}' ın n' e yakın bir değer olması gerekir. Bu durumda λ_{max} olması gereken değerden fazladır. Yani,

CI(Tutarlılık Indeksi)= $\frac{\lambda_{max}-n}{n-1}$

CI=(6.16-5)/(5-1) =0.29

5 boyutlu matris için RI(Random Indeks) 1.12 olarak belirlenmiştir. Bu durumda,

CR(Tutarlılık Oranı)= $\frac{CI}{RI}$

CR=0.29/1.12=0.26 olur.

Şimdi sıra ile her bir kriter için öncelik vektörü, λ_{max}, tutarlılık indeksi ve tutarlılık oranları hesaplanacaktır.

Mal.	A	B	C	D
A	1	1/9	5	5
B	9	1	9	9
C	1/5	1/9	1	1
D	1/5	1/9	1	1

Mal.	A	B	C	D
A	1	0.11	5	5
B	9	1	9	9
C	0.2	0.11	1	1
D	0.2	0.11	1	1

Normalize Edilmiş Sütunlar				Satır Elemanlarının Top.	Öncelik Vektörü
0.09	0.08	0.31	0.31	0.79	0.20
0.86	0.75	0.56	0.56	2.73	0.68
0.02	0.08	0.06	0.06	0.22	0.05
0.02	0.08	0.06	0.06	0.22	0.05

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/9 & 5 & 5 \\ 9 & 1 & 9 & 9 \\ 1/5 & 1/9 & 1 & 1 \\ 1/5 & 1/9 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.68 \\ 0.05 \\ 0.05 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.77 \\ 3.38 \\ 0.21 \\ 0.21 \end{bmatrix}$$

$$0.77/0.20 = 3.85$$

$$3.38/0.68 = 4.98$$

$$0.21/0.05 = 4.2$$

$$0.21/0.05 = 4.2$$

λ_{max}= (3.85+4.98+4.2+4.2)/4=4.30

CI=(4.30-4)/3=0.1

CR=0.1/0.90=0.11

Öde.Pla.	A	B	C	D
A	1	5	7	9
B	1/5	1	5	7
C	1/7	1/5	1	3
D	1/9	1/7	1/3	1

Öde.Pla.	A	B	C	D
A	1	5	7	9
B	0.2	1	5	7
C	0.14	0.2	1	3
D	0.11	0.14	0.3	1

Normalize Edilmiş Sütunlar				Satır Elemanlarının Top.	Öncelik Vektörü
0.69	0.79	0.53	0.45	2.46	0.61
0.14	0.16	0.37	0.35	1.02	0.25
0.09	0.03	0.07	0.15	0.34	0.08
0.07	0.02	0.02	0.05	0.16	0.04

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 & 9 \\ 1/5 & 1 & 5 & 7 \\ 1/7 & 1/5 & 1 & 3 \\ 1/9 & 1/7 & 1/3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.61 \\ 0.25 \\ 0.08 \\ 0.04 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.78 \\ 1.05 \\ 0.33 \\ 0.16 \end{bmatrix}$$

$$2.78/0.61 = 4.55$$

$$1.05/0.25 = 4.2$$

$$0.33/0.08 = 4.12$$

$$0.16/0.04 = 4$$

λ_{max}= (4.55+4.2+4.12+4)/4=4.21

CI=(4.21-4)/3=0.07

CR=0.07/0.90=0.07

Refer.	A	B	C	D
A	1	1/9	3	5
B	9	1	9	9
C	1/3	1/9	1	3
D	1/5	1/9	1/3	1

Refer.	A	B	C	D
A	1	0.11	3	5
B	9	1	9	9
C	0.33	0.11	1	3
D	0.2	0.11	0.33	1

Normalize Edilmiş Sütunlar				Satır Elemanlarının Top.	Öncelik Vektörü
0.09	0.08	0.22	0.27	0.66	0.16
0.85	0.75	0.67	0.5	2.77	0.69
0.03	0.08	0.07	0.16	0.34	0.08
0.02	0.08	0.02	0.05	0.17	0.04

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/9 & 3 & 5 \\ 9 & 1 & 9 & 9 \\ 1/3 & 1/9 & 1 & 3 \\ 1/5 & 1/9 & 1/3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.16 \\ 0.69 \\ 0.08 \\ 0.04 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.67 \\ 3.21 \\ 0.32 \\ 0.16 \end{bmatrix}$$

$$0.67/0.16 = 4.18$$

$$3.21/0.69 = 4.65$$

$$0.32/0.08 = 4$$

$$0.16/0.04 = 4$$

λ_{max}= (4.18+4.65+4+4)/4=4.2

CI=(4.2-4)/3=0.06

CR=0.06/0.90=0.06

Tam.Süresi	A	B	C	D
A	1	1	1	1
B	1	1	1	1
C	1	1	1	1
D	1	1	1	1

Normalize Edilmiş Sütunlar				Öncelik Vektörü
0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
0.25	0.25	0.25	0.25	0.25

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.25 \\ 0.25 \\ 0.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$1/0.25 = 4$$

$$1/0.25 = 4$$

$$1/0.25 = 4$$

$$1/0.25 = 4$$

λ_{max}= (4+4+4+4)/4=4

CI=(4-4)/3=0

CR=0/0.90=0

Kalite	A	B	C	D
A	1	5	6	7
B	1/5	1	4	5
C	1/6	1/4	1	3
D	1/7	1/5	1/3	1

Kalite	A	B	C	D
A	1	5	6	7
B	0.2	1	4	5
C	0.16	0.25	1	3
D	0.14	0.2	0.33	1

Normalize Edilmiş Sütunlar				Satır Elemanlarının Top.	Öncelik Vektörü
0.66	0.77	0.53	0.43	2.39	0.60
0.13	0.15	0.35	0.31	0.94	0.23
0.11	0.04	0.09	0.19	0.43	0.11
0.09	0.03	0.03	0.06	0.21	0.05

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 & 7 \\ 1/5 & 1 & 4 & 5 \\ 1/6 & 1/4 & 1 & 3 \\ 1/7 & 1/5 & 1/3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.60 \\ 0.23 \\ 0.11 \\ 0.05 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.76 \\ 1.04 \\ 0.41 \\ 0.22 \end{bmatrix}$$

$$2.76/0.60 = 4.6$$

$$1.04/0.23 = 4.52$$

$$0.41/0.11 = 3.72$$

$$0.22/0.05 = 4.4$$

λ_{max}= (4.6+4.52+3.72+4.4)/4=4.31

CI=(4.31-4)/3=0.10

CR=0.10/0.90=0.11

Bu beş kriterin öncelik vektörlerinin oluşturduğu matris aşağıdaki şekildedir.

	Maliyet	ÖdemePlan	Referans.	Tam.Süresi	Kalite
A	0.20	0,61	0,16	0,25	0,60
B	0,68	0,25	0,69	0,25	0,23
C	0,05	0,08	0,08	0,25	0,11
D	0,05	0,04	0,04	0,25	0,05

4.1.3. Sonuç

A, B, C, D seçeneklerinin genel önemini, en alt seviyede bulunan tüm yollarla, en üst seviyede bulunan tüm yolların çarpılması ve bunların toplanması ile elde edilecektir. Bunu, matris işlemi ile gerçekleştirecek olursak karşımıza şu tablo çıkacaktır.

$$\begin{bmatrix} 0.20 & 0,61 & 0,16 & 0,25 & 0,60 \\ 0,68 & 0,25 & 0,69 & 0,25 & 0,23 \\ 0,05 & 0,08 & 0,08 & 0,25 & 0,11 \\ 0,05 & 0,04 & 0,04 & 0,25 & 0,05 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.06 \\ 0.11 \\ 0.50 \\ 0.03 \\ 0.30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.35 \\ 0.49 \\ 0.09 \\ 0.05 \end{bmatrix}$$

Bu durumda A, B, C, D seçeneklerinin genel önemi

$$A = 0.35$$

$$B = 0.49$$

$$C = 0.09$$

$$D = 0.05$$

şeklinde ortaya çıkmıştır.

Bu durum B şirketinin yani BİLTAM' ın seçilmesi uygun olacaktır.

Hiyerarşinin tutarlılığını hesaplayacak olursak;

1. seviye için öncelik vektörü (0.06, 0.11, 0.50, 0.03, 0.30)
2. seviyeiçin CI= 0.29
3. seviye için CI değerlerinden oluşan vektör; (0.1, 0.07, 0.06, 0, 0.10)

$$M = 0.29 + (0.06, 0.11, 0.50, 0.03, 0.30) \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.07 \\ 0.06 \\ 0 \\ 0.10 \end{bmatrix} = 0.36$$

$$\overline{M} = 1.12 + (0.06, 0.11, 0.50, 0.03, 0.30) \begin{bmatrix} 0.90 \\ 0.90 \\ 0.90 \\ 0.90 \\ 0.90 \end{bmatrix} = 2.02$$

CRH= $M/\overline{M}$=0.18

Hiyerarşinin tutarlılık oranı 0.10' a yakın bir sayı olmalıydı.

5. SONUÇ

Analitik Hiyerarşi Yöntemi, Karar problemlerinin yapılandırılmasında ve çözümünde kullanılan yöntemlerden biridir. Bu yaklaşımın en önemli özelliği, karmaşık çok faktörlü, çok kriterli karar problemlerine uygulanabilir olmasıdır. Aynı zamanda sayısal ve soyut kriterleri de olan bir ölçüm teorisidir. İnsanların bilgi ve deneyimlerinin de, en az kullanılan veriler kadar değerli olduğu esasına dayanmaktadır.

6. E K

Analitik Hiyerarşi Yöntemi uygulamalar sırasında matrislere ve matris işlemlerine büyük ölçüde ihtiyaç duyduğundan, bu konu ile ilgili bazı bilgileri hatırlatmak yerinde olacaktır.

$1 \leq i \leq m$ ve $1 \leq j \leq n$ ve $a_{ij} \in R$ olmak üzere m tane satır ve n tane sütundan oluşan

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

tablosuna $m \times n$ boyutlu bir matris denir ve A şeklinde büyük harflerle gösterilir. Eğer m=n ise A, bir kare matristir. A matrisinin satırları veya sütunları vektör adını alır ve A matrisi sadece satırdan ve sütundan oluşabilir. Örneğin; $A \equiv (a_1, a_2, ..., a_n)$ satır vektörüdür. Bir kare matriste i=1,2,...,n için a_{ii}, elemanları köşegeni oluştururlar. Eğer, tüm i' ler için $a_{ii} = 1$, diğer elemanlar sıfır ise birim matristir ve I ile gösterilir.

$A = (a_{ij})$ matrisinin transpozesi $A^T = (a_{ji})$ şeklinde oluşur. Yani, A matrisinde (i,j) pozisyonunda bulunan bir eleman A^T matrisinde (j,i) pozisyonunda bulunacaktır, böylece A matrisinin satırları sütun, sütunları ise satır konumunu alacaktır.

Matrislerle işlem yapmaya gelince;

Toplama işlemi;

$$A + B = (a_{ij}) + (b_{ij}) = (a_{ij} + b_{ij})$$

şeklinde olacaktır.

Skaler ile çarpma işlemi;

$$\alpha A = \alpha(a_{ij}) = (\alpha a_{ij})$$

şeklindedir.

İki matrisin çarpılması; $A_{m \times n}$ ile $B_{k \times p}$ matrislerinin çarpılabilmesi için ön koşul n=k olmasıdır. Sonuçta elde edilecek matris $C_{m \times p}$ şeklinde bir matris olacaktır. A matrisinin u. satırı ile B matrisinin v. sütunu çarpılmışsa, c_{uv} elemanı bulunur. Bu işlemi daha açık bir şekilde şöyle ifade ederiz.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$

$$c_{11} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31}$$

$$c_{12} = a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32}$$

$$c_{21} = a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31}$$

$$c_{22} = a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32}$$

Çarpma işlemi için $A.B \neq B.A$ olduğu unutulmamalıdır.

Denklem sistemi olarak ele almak istenirse;

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j = b_i \qquad\qquad i = 1, 2, ..., n$$

dir.

Bunu matris kullanarak ifade edecek olursak

$$AX = B$$

olur. Burada A, katsayı matrisidir ve X ile B de sütun vektörleridir.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

7. YARARLANILAN KAYNAKLAR

KİTAPLAR

GOLDEN , B.L. : Wasil, E.A. :Harker , P.T. : The Analytic Hierarcy Process Applications and Studies : 1989: Weibert-Druck GmbH. Darmstadt.

SAATY, T.L. : The Analytic Hierarchy Process : USA : 1980 : Mc Graw-Hill Book Com.

MAKALELER

HARKER, P.T.:Vargas, L.G.: The Theory of Ratio Scale Estimation: Saaty' s Analytic Hierarchy Process : Management Science: November 1987 : Vol.33 :Number 11.

RAMANATHAN, R.: Ganesh, L.S.: Group Preference Aggregation Methods Employed in AHP : European Journal of Operational Research : Vol.79 : No.2 : December 8, 1994.

ROPER-LOWE, G.C.: Sharp, J.A.: The Analytic Hierarchy Process and Its Application to an Information Technology Decision : Journal of the Operational Research Society : Vol.41 .No.1 : January 1990

SAATY,T.L.: How to Make a Decision : The Analytic Hierarchy Process : European Journal of Operational Research : Vol.48 :No.1 : September 1990

SAATY,T.L.: Physics as a decision Theory : European Journal of Operational Research : Vol.48 : No.1 : September 1990

Ö Z G E Ç M İ Ş

22 Kasım 1972' de Bulgaristan' da doğdu. Orta öğrenimini, 1989 yılında İstanbul Erenköy Kız Lisesinde tamamladı. 1993 yılında, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü' nden mezun oldu ve aynı yıl bu üniversitenin Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Yönetimi Yüksek Lisans Programına başladı.