TC
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İKTİSAT ANA BİLİM DALI
İKTİSAT YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

GETİRİ EĞRİSİ TAHMİNİ : TEORİ VE TÜRKİYE PİYASASI İÇİN UYGULAMA

COŞKUN TARKOÇİN
04710035

TEZ DANIŞMANI
Yrd. Doç. Dr. HÜSEYİN TAŞTAN

İSTANBUL
2008

TC
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İKTİSAT ANA BİLİM DALI
İKTİSAT YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

GETİRİ EĞRİSİ TAHMİNİ : TEORİ VE TÜRKİYE PİYASASI İÇİN UYGULAMA

COŞKUN TARKOÇİN
04710035

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 23/06/2008
Tezin Savunulduğu Tarih: 04/07/2008

Tez Oy birliği/ ~~Oy çokluğu~~ ile başarılı bulunmuştur.

	Unvan Ad Soyadı	İmza
Tez Danışmanı:	Yrd. Doç.Dr. Hüseyin Taştan	
Jüri Üyeleri:	Prof. Dr. Nuri Yıldırım	
	Prof.Dr. Ercan Eren	

İSTANBUL
HAZİRAN, 2008

ÖZ

GETİRİ EĞRİSİ TAHMİNİ : TEORİ VE TÜRKİYE PİYASASI İÇİN UYGULAMA
Coşkun Tarkoçin
Haziran, 2008

Bu çalışmanın amacı getiri eğrisi teorileri hakkında bilgi vermek, getiri eğrisinin kullanımını açıklamak ve iskontolu bono piyasası için getiri eğrisi tahmin etmektir. Çalışmamızda getiri eğrisi teorilerinden; Beklentiler Teorisi, Likidite Tercihi Teorisi, Piyasa Ayrışması Teorisi ve Tercih Edilmiş Habitat Teorisi anlatılmıştır. Elde edilen eğri şekilleri ve şeklin oluşmasına katkısı olan; beklentiler, risk primi ve konveksite kavramları açıklanmıştır.

Uygulama çalışmasında dört farklı yöntem kullanılarak 3 Ocak 2006 ve 2 Mayıs 2008 tarihleri arasında iskontolu bono piyasası için getiri eğrisi tahmini yapılmıştır. Veriler İstanbul Menkul Kıymetler Borsası günlük bültenlerinden getiri ve vadeye kalan günler homojen bir veri seti elde edebilmek için belirli kriterlere göre filtrelenerek elde edilmiştir. Matlab programı kullanılarak Nelson-Siegel, Svensson, Kübik Spline ve Smoothing Kübik Spline Yöntemleri uygulanmıştır. Nelson-Siegel ve Svensson yöntemlerinin parametreleri kısıtlı doğrusal olmayan en küçük kareler optimizasyonu ile bulunmuştur.

Uygulanan yöntemlerin performansı hata karelerinden elde edilen Hata Karelerinin Ortalamasının Karekökü, Ortalama Mutlak Hata ve Ağırlıklı Ortalama Mutlak Hata terimleri hesaplanarak kıyaslanmıştır. Yöntemlerin kıyaslanabilmesi için örneklem-içi ve örneklem-dışı tahmin ayrı ayrı gerçekleştirilmiştir. Kıyaslamalar sonucunda örneklem - içi ve örneklem-dışı tahminde en iyi sonucu Smoothing Kübik Spline Yöntemi vermiştir. Parametrik yöntemlerden Svennson Yöntemi Nelson-Siegel yöntemine göre daha iyi sonuçlar üretmiştir.

Anahtar Kelimeler : Getiri Eğrisi Tahmini, İskontolu Bono, Nelson-Siegel, Svensson, Kübik Spline, Smoothing Kübik Spline, Getiri Eğrisi Teorileri

ABSTRACT

YIELD CURVE ESTIMATION : THEORY AND APPLICATION FOR TURKISH MARKET
Coşkun Tarkoçin
June, 2008

The scope of this work is to discuss yield curve theories, explain the use of yield curves and estimate yield curve for zero-coupon bonds. In our study, the yield curve theories that we express here are Market Expectations Theory, Liquidity Premium Theory, Market Segmentation Theory and Preferred Habitat Theory. The concepts like Expectations, Risk Premium and Convexity which determine shape of the curves are also explained in this project.

In our empirical work, we used four different types of yield curve estimation method to express zero-coupon bond yield curve for dates from January 3rd , 2006 to May 2nd, 2008. We collect data from Istanbul Stock Exchange daily bulletins in order to have a homogenous data set by using specific filter criteria used. Nelson-Siegel , Svensson, Cubic Spline and Smoothing Cubic Spline Methods are practiced by using Matlab program. To estimate Nelson-Siegel and Svensson Method's parameters we ran constrained nonlinear least square optimization procedure.

In order to compare methods performance we calculated Root Mean Square Error, Mean Absolute Error, Weighted Mean Absolute Error terms for in sample forecast and out of sample forecasts. As a result of the comparison process the best performed method is Smoothing Cubic Spline either in sample or out of sample forecasts. In parametric methods Svensson Method gave a better result than Nelson-Siegel.

Keywords : Yield Curve Estimation, Zero Coupon Bond, Nelson-Siegel, Svensson, Cubic Spline, Smoothing Cubic Spline, Yield Curve Theories

ÖNSÖZ

Basit bir ifadeyle vade ve getiri arasındaki ilişkiyi gösteren getiri eğrileri politika yapıcılar ve piyasa katılımcıları açısından büyük önem taşımaktadır. Çeşitli varlıkların farklı vadeler için fiyatlanması ve politika yapıcılar açısından piyasa katılımcılarının risk algısı ve gelecek için beklentilerinin anlaşılması açısından önemlidir. Biz bu çalışma ile özetle getiri eğrilerinin teorik altyapısını, uygun getiri eğrisi tahminini, elde edilen eğrinin yorumlanması ve kullandığımız farklı yöntemlerin kıyaslanmasını gerçekleştirdik.

Bu çalışmayı hazırlayabilecek akademik bilgiyi kazanmama ve akademik bakış açımı geliştirmeme yüksek lisans öğrenimim sırasında önemli katkıları bulunan hocalarım; Prof. Dr. Yavuz Cezar, Prof. Dr. Nevin Coşar, Prof. Dr. Emre Kongar, Prof. Dr. Turan Yay, Doç. Dr. Feride Gönel, Doç. Dr. Ester Ruben ve Doç. Dr. Emel Yurt'a içten teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmasına başlamadan benimle görüşlerini paylaşan tez hazırlama sürecinde desteklerini esirgemeyen, Mikro İktisat ve Makro İktisat hocam Prof. Dr. Ercan Eren'e teşekkür ederim.

Çalışmamda bana çok faydası olan ekonometri, matematiksel iktisat konularında bilgilerimi arttırmama katkısı olan ve çalışma esnasında fikir paylaşımında bulunan hocalarım Prof. Dr. Nuri Yıldırım ve Doç. Dr. Ensar Yılmaz'a teşekkürlerimi sunmak istiyorum.

Tez çalışması esnasında konu seçiminden, tez konusunun araştırılıp uygulanmasına ve sonuçlandırılmasına zamanı, bilgisi ve tecrübesi ile her türlü desteği sağlayan, yüksek lisans öğrenim süresince İstatistik, Ekonometri ve İktisat,Finans ve Ekonometri'de Kompütasyon Yöntemleri derslerini almış olduğum tez hocam Yrd. Doç. Dr. Hüseyin Taştan'a içten teşekkürlerimi sunmak istiyorum.

Tez hazırlama sürecinde bilgi ve görüşlerini paylaşarak destek olan çalışma arkadaşlarım Sn. Mutlu Akpara, Sn.Murat Gençer, Sn. Bülent Mühür ve eski çalışma arkadaşım Sn. Murat Barlas'a ve çalışmayı okuyarak öneri ve eleştirilerini paylaşan arkadaşım Dilek Özkaplan'a teşekkürlerimi sunarım. Son olarak maddi, manevi desteğini hiçbir zaman esirgemeyen aileme teşekkür etmek istiyorum.

İstanbul; Haziran 2008 Coşkun Tarkoçin

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa No

KISALTMALAR

ABD	:	Amerika Birleşik Devletleri
AOMH	:	Ağırlıklı Ortalama Mutlak Hata
BIS	:	Bank for International Settlements
HKOK	:	Hata Karelerinin Ortalamasının Karekökü
İMKB	:	İstanbul Menkul Kıymetler Borsası
KSY	:	Kübik Spline Yöntemi
NSY	:	Nelson-Siegel Yöntemi
OMH	:	Ortalama Mutlak Hata
SKSY	:	Smoothing Kübik Spline Yöntemi
SVY	:	Svensson Yöntemi
TCMB	:	Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası
VBA	:	Visual Basic for Application
VRP	:	Variable Roughnes Penalty

1 GİRİŞ

Bu çalışmanın amacı ekonomi ve finans analizlerinde çok yaygın olarak kullanılan farklı vadelere ait faiz oranlarının tahmin edilmesi diğer bir ifadeyle getiri eğrisi tahmini yapılmasıdır. Faiz oranlarının vade yapısı finansta piyasa katılımcıları için büyük bir öneme sahiptir çünkü farklı vadelere sahip varlıkları fiyatlama ve vadedeki değeri bilinen bir varlığın bugünkü değerini doğru hesaplayabilme olanağı sağlar. Politika yapıcılar açısından önemi ise piyasa katılımcılarının faiz beklentilerini göstermesidir. Merkez Bankaları kısa vadeli faiz oranlarına müdahale edebilmektedir fakat daha uzun vadeler piyasa tarafından belirlenmektedir. Piyasa katılımcıları ise risk primini belirlerken geleceğe yönelik enflasyon beklentilerini dikkate alırlar.

Çalışmamız beş bölümden oluşmaktadır. Birinci Bölüm Giriş, çalışmanın genel kapsamı ve amacı özetlenmiştir. İkinci bölümde Çalışmamızda öncelikle bono fiyatlaması ve temel bono matematiği incelenmiş, hazine ürünleri kısaca anlatılmış ve bono ile ilgili iskonto fonksiyonu, spot oran, forward oran vadeye kadar getiri gibi çeşitli kavramlardan bahsedilmiştir.

Üçüncü bölümde farklı vadeler için neden farklı getiriler ortaya çıktığını açıklayan getiri eğrisi teorilerinden; Beklentiler Teorisi, Likidite Tercihi Teorisi, Piyasa Ayrışması Teorisi ve Tercih Edilmiş Habitat Teorisi anlatılmıştır. Beklentiler Teorisi piyasaların gelecekte bekledikleri faiz oranlarına göre fiyatlama yaptıklarını söyler. Likidite Tercihi Teorisi, gelecekteki beklenen faiz oranlarını risk unsurunu dahil etmektedir. Yatırımcı daha uzun vadeli bir enstrümanı elinde bulundurmak için bir risk primi talep eder. Piyasa Ayrışması Teorisi, farklı vadeler için farklı arz ve talep koşulları oluşacağını ve bununda farklı getiri oranları ile getiri eğrisini oluşturacağını savunur. Tercih Edilmiş Habitat Teorisine göre yatırımcılar farklı bir vadeye geçiş için tazmin edilirse o vadeyi tercih edecektir. Bu bölümde ayrıca normal getiri eğrisi, dik getiri eğrisi, ters getiri eğrisi gibi getiri eğrisi şekilleri ve şeklin belirleyici unsurları incelenmiştir.

Dördüncü bölümde bu çalışmada kullandığımız getiri eğrisi tahmin yöntemlerinden, Nelson-Siegel, Svensson , Kübik Spline ve Smoothing Kübik Spline yöntemlerinin teorik altyapısı anlatılmıştır. Nelson- Siegel ve Svensson yöntemlerinin parametrelerinin iktisadi olarak ne anlam ifade ettiği tartışılmıştır.

Beşinci bölümde önceki bölümlerde işlenen konular ışığında dördüncü bölümde işlenen getiri eğrisi tahmin yöntemleri Türk Bono Piyasası için uygulanmış, belirli günler için tahminler detaylı incelenerek daha sonra performansları kıyaslanmıştır. Böylece getiri eğrisi ile finansal piyasalarda katılımcıların risk algısı ve davranışları analiz edilmeye çalışılmıştır. Yöntemlerin uygulaması Matlab programı ile gerçekleştirilmiştir. Nelson- Siegel ve Svensson yöntemlerinin parametre tahminleri kısıtlı doğrusal olmayan en küçük kareler optimizasyonu ile gerçekleştirilmiştir. Spline Yöntemleri uygularken hesaplamalarda hızlı olması ve matris tabanlı olması nedeniyle uygulama kodlarının daha kolay yazılabilmesi açısından Matlab programı kullanılmıştır.

Kullanılan veri seti İstanbul Menkul Kıymetler Borsası günlük tahvil ve bono bültenlerinden iskontolu bonoların uygun bir veri seti oluşturacak şekilde filtrelenmesi ile elde edilmiştir. Getiri eğrisi tahmin etmek için ise Parametrik Nelson-Siegel ve onun genişletilmiş formu olan Svensson Yöntemi ile birlikte Spline temelli Kübik Spline ve Smoothing Kübik Spline Yöntemi Türk Bono Piyasası için 3 Ocak 2006'dan 2 Mayıs 2008 tarihine kadar 588 gün için uygulanmıştır. Mayıs-Haziran 2006 finansal dalgalanmaları yaşanırken TCMB'nin yüksek faiz arttırım kararı aldığı haftalar ve veri setinin son haftası için detaylı olarak tahminler incelenmiştir. Son olarak gerçekleştirilen uygulamaların örneklem - içi ve örneklem - dışı tahmin performansları Hata Kareleri Ortalamasının Karekökü, Ortalama Mutlak Hata, Ağırlıklı Ortalama Mutlak Hatalar hesaplanarak kıyaslanmıştır. Tüm veri seti için örneklem- içi ve örneklem dışı tahmin yaparken hangi yöntemlerin nasıl sonuçlar verdiği detayları ile tartışılmıştır.

2 BONO FİYATLAMASI VE TEMEL BONO MATEMATİĞİ

Bono piyasası analizi için temel matematik son derece gereklidir. Bu bölümde bonoların nasıl fiyatlandığını; tek ödeme ve kupon ödemelerinin olduğu çoklu nakit akımları ile göstereceğiz. Bir bononun fiyatı beklenen nakit akımlarının bugünkü değeridir. Bugünkü değer iskonto edilerek bulunacağından getiri oranlarının pozitif olduğu varsayımı altında gelecekteki değerinden daha düşük bir değere eşit olacaktır.

Bonoların önemli özelliklerinden birisi ihraç edenidir. Hazine, belediyeler, firmalar tarafından bono ihracı gerçekleştirilebilir (Fabozzi, 2005, 3). Bu çalışmada daha çok hazine enstrümanları üzerinde duracağımız için diğerleri ile ilgili detaylı bilgiler bu çalışmanın kapsamı dışında kalmaktadır.

2.1 Hazine Ürünleri

Hazine iç piyasada vade, kupon, faiz oranı belirlenme yöntemi, gömülü opsiyonlar gibi çeşitli farklı özellikleri olan menkul kıymetler ihraç eder. Tarihsel olarak sabit faizli enstrümanlar ağırlıklıdır. Bir yıl ve kısa vade için genelde iskontolu bonolar ihraç edilir. Değişken faizli bonolar birçok ülkede borçların vadesini uzatmak için kullanılır. OECD ülkelerinin çoğunda değişken faizli bonolar birincil piyasada kullanılmamaktadır. Son yıllarda uzun vadelilerde enflasyon endeksleri popüler olmaktadır (World Bank Staff, 2001, 13-14).

2.1.1 İskontolu Bono

İskontolu bono vadesinde tek bir ödeme yapısına sahiptir. Fiyatlaması yapılırken iskonto oranı kullanılır. İskonto oranı bononun vadesine göre yazılır. İskontolu bononun fiyatı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$P = \frac{M}{(1+y_i)} \ , \qquad (2.1.1)$$

P : fiyat,

M: Vadede ödenecek nominal tutar

y_i :periyot i'ye ilişkin spot getiri orandır.

Bu iskonto oranı iskontolu bono için vadeye kadar getiri olarak düşünülebilir. Yatırımcılar açısından diğer bono türlerine göre bazı avantajları vardır. Yatırımcı nakit akımını farklı vadelerdeki iskontolu bonolara göre ayarlayabilir. Ayrıca kuponlu bir bononun sahip olduğu yeniden yatırım riskine sahip değildir. Aynı vadedeki kuponlu bonoya göre daha yüksek Macauley Durasyonuna ve konveksiteye (Macauley's Duration and Convexity) sahiptir. Bu piyasa açısından onları daha çekici yapmaktadır.

Sürekli bileşik olarak iskontolu bononun getirisi yazılmak istenirse şöyle olur.

$$y_t(n) = -\ln(d_t(n))/n \ , \tag{2.1.2}$$

Yukarıdaki fonksiyonda n yıl, $d_t(n)$ iskonto fonksiyonu ve $y_t(n)$ iskontolu bononun sürekli bileşik getirisini ifade etmektedir. (2.1.2) eşitliğinde $d_t(n)$ çekilecek olursa iskonto fonksiyonu eşitlik 2.1.3'deki gibi ifade edilir.

$$d_t(n) = \exp(-y_t(n)n) \, , \tag{2.1.3}$$

2.1.2 Sabit Kuponlu Bono

Belirli dönemlerde kupon ödemesi yapan ve vadede anapara ödeyen sabit kuponlu bonolardır. Bu standart bonolar tüm yatırımcılara uymayabilir çünkü düzenli kupon ödemeleri için yeniden yatırım riski ortaya çıkmaktadır. Geleneksel bono reel getiri ve beklenen enflasyonu dikkate alan nominal getiri olarak düşünülebilir. Reel getiri, nominal getiri ve belirsiz enflasyonu gösteren risk primi unsurlarından oluşmaktadır.

Bugünkü değerini diğer bir deyişle bugün sahip olduğu fiyatı bulabilmek için tüm nakit akımları bugüne taşınmalıdır. Yıllık kupon ödemesi olan ve vadede ana para veren bononun bugünkü değerini hesaplayan örnek aşağıdaki gibi yazılabilir. (Place,2000). Burada dikkat edilmesi gerekli bir husus bu örnekte tüm nakit akımları farklı bir iskonto oranı ile bugüne indirgenmiştir. Pratikte kupon ödemeleri belirli bir oran ile iskonto edilir.

$$P = \frac{c}{(1+y_1)^1} + \frac{c}{(1+y_2)^2} + \frac{c}{(1+y_3)^3} + \ldots + \frac{c+M}{(1+y_n)^n} \, , \tag{2.1.4}$$

P = "kirli fiyat" (işlemiş faizi de içermektedir)

c = Yıllık kupon ödemesi

y_i = nakit akımını iskonto etmek için i. periyot için kullanılan faiz oranı, bu örnekte her periyot bir yıl olarak alınmıştır.

M = n zamanındaki nominal ödeme

n = Periyot sayısı

Genel olarak bono matematiğinde bononun fiyatı şöyle ifade edilmektedir.

$$P = \sum_{t=1}^{n} PV(cf_t) \ , \qquad (2.1.5)$$

Burada $PV\ (cf_t)$ t zamanındaki nakit akımının bugünkü değeridir. Tüm nakit akımlarının bugünkü değerleri kısaca bize bugün sahip olunan fiyatı verecektir.

2.1.3 Değişken Faizli Bonolar

Değişken faizli bono kısa dönem referans oranlar ile ilişkisi olan kuponlara sahiptir. Bu yatırımcılara mevcut getiriler üzerinden kazanma fırsatı tanır. Böylece uzun dönem için yatırımlarını belli bir getiri oranına bağlamamış olacaklardır. Genellikle piyasadaki LIBOR oranları artı belli bir spread olarak fiyatlanır. Bu tip bonolarda gelecekteki nakit akımlarını kesin olarak belirlemek mümkün değildir.

Bu tip enstrümanlarda nakit akımları tahmin edilerek bulunabilir. "LIBOR artı belirli bir spread" ile fiyatlama belirlenmiş ise LIBOR oranlarının getiri eğrisinden elde edilen spread eklenerek o günkü piyasa koşullarına göre değişken faiz tahmin edilmiş olur(Altıntaş, 2006, 139).

2.1.4 Endeks Bağlantılı Bonolar

En sık karşılaşılan tüketici fiyat endeksine bağlı bonolardır. OECD ülkeleri arasında, Birleşik Krallık tüketici fiyatlarına endeksli bonoların en büyük ihraççısıdır. Türkiye'nin de aralarında bulunduğu birçok OECD ülkesi bu tip bonoları ihraç etmektedir. Yatırımcılar, endeksleri seçerken hükümetin etkisinin olmadığı güvenilir bir endeks olmasını tercih ederler (Place, 2000, 25).

ABD'de enflasyon endeksli menkul kıymetler ilk olarak Ocak 1997'de ihraç edilmiştir. Bu bononun en temel farkı, anaparanın tüketici fiyat endeksine bağlanmış olmasıdır. Sonuç olarak bononun değeri enflasyon oranı kadar artar. Bu tip bonolarda yatırımcı satın alma gücünü bononun vadesine kadar korumuş olur (Thau, 2000, 103).

2.1.5 Değiştirilebilir Bonolar

Yatırımcıya normalde bir menkul kıymeti diğerine değiştirme opsiyonu verir. Örneğin kısa dönem bir bonoyu uzun dönem ile değiştirmek, sabit kuponluyu değişken faizli ile değiştirmek gibi olabilir. Bunları ihraç ederken devlet yatırımcının opsiyon için bir prim ödemesini bekler (Place, 2000, 31).

2.2 Bono Fiyatlaması

2.2.1 İskonto Fonksiyonu

Sabit getirili menkul kıymetlerin fiyatlanmasının ilk adımı iskonto fonksiyonudur. Gelecekteki bir nakit akımının bugünkü değeri bu fonksiyon ile bulunur. İskonto fonksiyonu ile iskontolu menkul kıymetin sürekli bileşik getirisi arasındaki ilişki şöyle gösterilebilir.

Kesikli zaman durumunda iskonto fonksiyonu:

$$P(n) = \frac{1}{(1+y(n))^{(\frac{n}{365})}}, \qquad (2.2.1)$$

Sürekli zaman durumunda iskonto fonksiyonu:

$$P(n) = e^{-\frac{n}{365} * y(n)}, \qquad (2.2.2)$$

Yukarıdaki eşitliklerde P bugünkü değeri diğer bir ifadeyle fiyatı, y iskontolu menkul kıymetin bileşik getirisini, n ise vadeye kalan günü ifade etmektedir. Görüldüğü üzere iskontolu bonolarda getiri ve fiyat arasındaki ilişki basittir. İskontolu bono konusunda yazmış olduğumuz iskonto fonksiyonu sürekli bileşik getiri durumunda $d_t(n) = \exp(-y_t(n)n)$ olarak yazmıştık.

Farklı nakit akımı yapılarını aynı faiz oranı ile iskonto etmek pek uygun olmaz. Bunun yerine farklı periyotlar için farklı iskonto oranları kullanılmalıdır. Genelde her bono iskontolu bono enstrümanlardan oluşan bir paket olarak düşünülebilir (Fabozzi, 2005, 141).

2.2.2 Spot Oran

Kuponsuz, iskontolu fiyat üzerinden satılan hazine bonolarının vade sonu fiyatlarından bugünkü değerlerine iskonto edilmesinde kullanılan piyasa faiz oranı ve kuponsuz bonoların o an için hesaplanan vadeye kadar olan getiri oranları “spot” oran olarak adlandırılır (Altıntaş, 2006, 140).

Spot oranlar; bugünkü spot oranları gelecekteki spot oranların beklentileri, beklenen enflasyon, likidite primi ve risk primini dikkate alır. İskontolu bono oranları (spot) sonucu elde ettiğimiz eğri ayrıca “ Faiz Oranlarının Vade Yapısı” olarak nitelendirilebilir. Bu eğri getiri ve vadeler arasında açık bir ilişkiyi gösterir (Place, 2000, 15).

$$y = \left(\frac{M}{P}\right)^{365/n} - 1, \qquad (2.2.3)$$

Burada y spot getiri oranını, M nominal tutarı, P fiyatı ve n vadeye kalan günü ifade etmektedir.

2.2.3 Forward Oran

Forward spot getiriler, gelecekteki bir gün için beklenen spot getirileri gösterir. Getiriler ve forward oranların basitçe aynı eğrinin alternatif tanımlama şekilleri olduğunu söyleyebiliriz. Kısacası bunlar spot oranlardan türetilebilir:

- Bugünkü bir yıllık spot oran , bir yıllık yatırım içindir (r_1)
- Bugünkü iki yıllık spot oran, bugün iki yıllık yatırım içindir (r_2)

Bir yıl sonra bir yıllık yatırım için gerçekleşen oran ($f_{1,2}$) olur.

$$(1+y_1)(1+f_{1,2}) = (1+y_2)^2, \qquad (2.2.4)$$

Yatırımcı bugün iki yıllık yatırım yapması veya bir yıllık yatırım yapıp sonra bir yıl daha uzatmak arasında kayıtsız kalması forward oranı ifade etmektedir. İskontolu bono eğrisinden tüm forward oranlar elde edilebilir. Bu oranlar elde edilip fiyat fonksiyonunda yerine konursa şu denklem elde edilir.

$$P = \frac{c}{(1+f_1)} + \frac{c}{(1+f_1)(1+f_2)} + \frac{c}{(1+f_1)(1+f_2)(1+f_3)} + \ldots \frac{c+M}{(1+f_1)(1+f_2)\ldots(1+f_n)}, \qquad (2.2.5)$$

f_n *n.* yıl için bir yıllık forward oranı ifade eder. Diğer ifadeler önceki eşitliklerde açıklandığı gibidir.

Bu basit formül beklentiler teorisini varsayar, gerçekleşen forward oranlar gelecekte oluşacak spot oranlardır. Fakat likidite prim hipotezi, gerçekleşen forward oranların, beklenen gelecek spot oranlara risk primini ekleyerek ifade eder.

n =T-t , T bononun vadesi, t bugünün tarihi, dolayısıyla n vadeye kalan günü ifade etmektedir. Bileşik spot faiz $r(t,T)$ olmak üzere t anındaki bono fiyatı aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$P_d(t,T) = \exp[-r(t,T)(T-t)], \tag{2.2.6}$$

Bu eşitlikten $r(t,T)$ çekilecek olursa, yeniden şöyle yazılır:

$$r(t,T) = -\frac{1}{T-t}\ln[(P_d(t,T)], \tag{2.2.7}$$

Vadesi T anından dolacak bir bononun t anında $P_d(t,T)$ fiyattan alındığı, t' ($t<t'<T$) anında başka bir bononun $P_d(t,t')$ fiyattan satıldığı varsayılsın. Piyasaya sürülen bono miktarı $P_d(t,T)/P_d(t,t')$ ve t' anında $P_d(t,T)/P_d(t,t')$ anapara ödemesi yapılacaktır ve T anında alınan bononun anapara geri ödemesi alınacaktır. Bu örnekten yola çıkarak forward faiz oranı bu tipte yaratılan sentetik bononun getirisidir. Bu tanımlama biçimsel olarak şöyle olur (Eren, 2004, 3).

$$f(t,t',T) = \frac{1}{T-t'}\ln[P_d(t,T)/P_d(t,t')], \tag{2.2.8}$$

$P_d(t,T)$ bu eşitlikte yerine yazılırsa, forward faiz oranı spot faiz oranı cinsinden elde edilir.

$$f(t,t',T) = \frac{r(t,T)(T-t) - r(t,t')(t'-t)}{T-t'}, \tag{2.2.9}$$

Yukarıdaki fonksiyonun t', T'ye giderkenki limit değeri T anındaki anlık faiz oranını verecektir. Aşağıdaki eşitlikte vadeye kalan gün sıfır olduğunda T-t =0 olacak ve bu durumda forward oran, spot orana eşit olacaktır.

$$\lim_{t'\text{-->}T} f(t,t',T) = f(t,T) = r(t,T) + \frac{dr(t,T)}{dT}(T-t'), \tag{2.2.10}$$

Eşitlik (2.2.7) tekrar düzenlenerek yazılacak olursa:

$$-\ln[(P_d(t,T)] = r(t,T)(T-t), \tag{2.2.11}$$

(2.2.11) eşitliğinin her iki tarafının T'ye göre türevi alınırsa,

$$\frac{d\ln[P_d(t,T)]}{dT} = r(t,T) + \frac{dr(t,T)}{dT}(T-t), \text{ eşitliği elde edilir.} \tag{2.2.12}$$

(2.2.12) eşitliğinde elde edilen eşitliğin sağ tarafı (2.2.10)'da elde edilenin sağ tarafı ile aynıdır. Bu iki eşitlikten yararlanarak şu ifade yazılabilir.

$$\frac{d\ln[P_d(t,T)]}{dT} = f(t,T)\,, \tag{2.2.13}$$

$n=T-t$, ve (2.2.13) eşitliğinin her iki tarafı t 'den m'ye kadar belirli integralini alacak olursak,

$$\exp(-\int_t^m f(t,s)ds) = P_d(t,T)\ , \tag{2.2.14}$$

2.2.14 eşitliğinde sağ tarafı (2.2.6) denkleminde yazılacak olursa eşitlik 2.2.15 elde edilir

$$r(t,T) = \frac{1}{T-t}\int_t^T f(t,s)ds\,, \tag{2.2.15}$$

Bu denklemden anlaşılacağı üzere spot faiz oranı ileri faiz oranlarının ortalaması olarak yazılabilir. (2.2.9) denkleminde (2.2.15)'de elde ettiğimiz $r(t,T)$ 'nin sağ tarafını yerine koyulursa anlık forward faiz oranı, forward oranların ortalaması olarak aşağıdaki gibi türetilebilir (Shiller, McCulloh, 1987, 641). [1]

$$f(t,t',T) = \frac{1}{T-t'}\int_{t'}^T f(t,s)ds\,,$$

Forward oranlar kullanılarak getiri eğrisi potansiyel bilgilendirici şekilde kullanılabilir. Örneğin on yıllık hazine getirisi bir yıllık oranlara ayrıştırılarak, yakın dönem forward oranların para politikası beklentileri ve döngüsel değişkenlerden , uzun dönem forward oranların ise daha devamlı faktörler veya risk tercihlerinden etkilenme eğiliminde olduğu söylenebilir(Gürkaynak, Sack, Wright, 2000, 9). Burada elde etmiş olduğumuz forward oranlar ile ilgili bağıntılar vadeye kalan güne göre getiri eğrilerinin tahmin edilmesine temel teşkil etmektedirler.

2.2.4 Vadeye Kadar Getiri

Vadeye kadar getiri tüm gelecek nakit akımlarını bugünkü fiyata eşitleyen orandır. Daha önce kuponlu bono fiyatlamasında yazılan eşitlikteki farklı iskonto oranları aynı varsayılırsa eşitlikteki r oranı bize Vadeye Kadar Getiri Oranını verecektir.

[1] Denklemlerin daha detaylı gösterimleri için Shiller ve McCulloh'un Parasal Ekonominin El Kitabında yazmış oldukları Faiz Oranlarının Vade Yapısı bölümüne bakılabilir.

$$P = \frac{c}{(1+y)^1} + \frac{c}{(1+y)^2} + \frac{c}{(1+y)^3} + ... + \frac{c+M}{(1+y)^n} \text{ ,} \qquad (2.2.11)$$

Vadeye Kadar Getiri Oranı ayrıca içsel getiri oranı olarak da bilinir. Bir bono için fiyat verildiğinde genelde bu vadeye kadar getiridir. Yani tek bir rakam ile tüm faktörleri içermiş olmaktadır. Fakat bu ölçü potansiyel getiriyi vermektedir. Bu oranı kullanmanın bazı sınırlamaları bulunmaktadır (Place, 2000, 13).

- Vadeye kadar getiri, bononun vadeye kadar elde tutulacağını varsayar
- Her nakit akımını aynı orandan iskonto eder
- Bono yatırımcısının tüm kuponları aynı oranda yeniden yatırım yaptığını varsayar. (düz getiri eğrisi varsayar). Oysa gerçekte kuponlar elde edildikleri zaman piyasa fiyatından tekrar yatırım olarak kullanılırlar.

2.2.5 Par Getiri

Par getiri varsayımsal bir getiridir. İskonto fonksiyonunda iskontolu bono oranları kullanılarak fiyatlama yapıldığında bononun ödediği kupon par getiri olmaktadır.

Kuponlu bonoların getirilerini göstermenin popüler bir yöntemi de par getiriler kavramıdır. Belirli bir vade için par getiri bir menkul kıymetin o vade için alınıp satıldığı kupon oranı olarak da ifade edilebilir (Gürkaynak,Sack,Wright, 2006, 4).

$$M = \frac{r}{(1+y_1)^1} + \frac{r}{(1+y_2)^2} + \frac{r}{(1+y_3)^3} + ... + \frac{r+M}{(1+y_n)^n} \text{ ,} \qquad (2.2.12)$$

Eşitlik 2.2.12'de r par getiriyi, M nominal değeri ifade etmektedir.

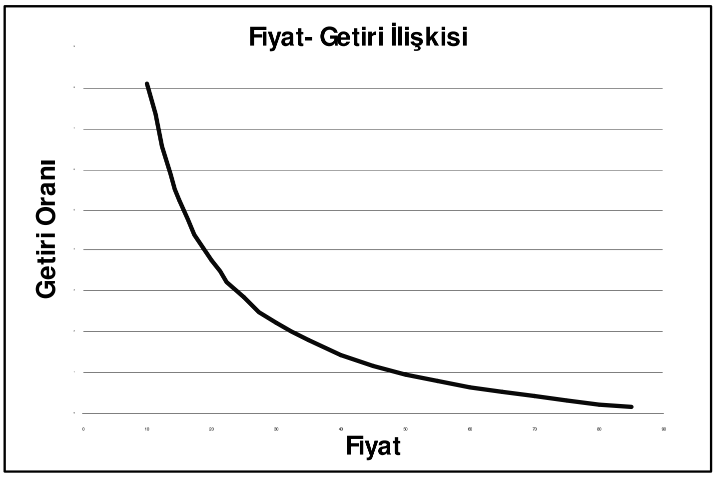
2.2.6 Kirli Fiyat ve Temiz Fiyat

Kuponlu bir bono kupon periyodunun arasındaki bir yerde alınıp satıldığında, belirli bir miktar kupon faizi işlemiş olacaktır. Kupon ödemesi her zaman kuponu ödeme zamanında elinde bulunduran kişiye yapılacaktır. Tüm periyot boyunca kuponu elinde bulundurmadığından önceki elinde tutan kişiye belirli bir faiz ödemesi yapması gerekir. Bono piyasasında , işlemiş faiz aşağıdaki bazda hesaplanır (Place, 2000, 8).

Kupon faizi x kupon periyodunda geçen gün sayısı / kupon periyodunun toplam gün sayısı, piyasada fiyatlar temiz bazda kotasyon girilir fakat kirli bazda ödenir.

2.2.7 Fiyat ve Getiri Arasındaki İlişki

Bononun fiyatı ve getirisi arasında direkt bir ilişki mevcuttur. Fiyat yatırımcının gelecekteki nakit akımları için bugün ödeyeceği tutardır, getiri ise bu gelecek nakit akımlarının getirisinin ölçüsüdür. Fiyat ve getiri arasındaki ilişki için farklı formülasyonlar mevcuttur (Place ,2000, 10).



Şekil 2-1 Fiyat ve Getiri İlişkisi

Basit bir gösterim ile fiyat ve getiri ilişkisi yukarıdaki gibi ters orantılıdır. Fiyat arttıkça getiri oranı azalmaktadır.

2.3 Risk ve Getiri Ölçüleri

2.3.1 Durasyon

Diğer her şey aynı olduğunda daha uzun vadeli bono daha riskli olarak düşünülebilir. Bu sadece vadede tek ödeme olduğunu varsayan bir yaklaşımdır. Eğer bono kuponlu olursa durum biraz daha karmaşık olmaktadır. Bu noktada durasyon kavramı ortaya çıkmaktadır. Tüm nakit akımlarının, ağırlıklı bugünkü değeri bize durasyonu verir. Böylece, farklı vade ve kuponlara sahip menkul kıymetler arasında risk karşılaştırması yapmak mümkün olur. Net bugünkü değer hesaplanırken kullanılan iskonto oranı vadeye kadar getiridir.

Matematiksel ifade ile, Macauley Durasyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$Macauley\_Durasyonu = \sum_{t=1}^{n} \frac{PV(CF_t) \times t}{P} , \qquad (2.3.1)$$

Eşitlik 2.3.1'de $PV(CF_t)$ = t zamanındaki nakit akımının bugünkü değeri , P Kirli fiyattır.

Macauley Durasyonu'nun fiyat ve getiri arasındaki ilişkisi şöyledir:

$$\frac{\Delta P}{\Delta y} = -\frac{D \times P}{1 + \frac{y}{fc}} \ , \qquad (2.3.2)$$

Burada , $\Delta P / \Delta y$ = getirideki değişime karşı fiyattaki yüzde değişim, *y/fc* ise getiri / yıllık kupon ödeme frekansı , D Macauley Durasyonunu ifade etmektedir.

Uyarlanmış Durasyonu, Macauley Durasyonun'dan türetebiliriz. Bu bize bononun fiyat duyarlılığını verir.

$$\text{Uyarlanmış Durasyon} = \frac{\text{Macauley Durasyonu}}{1 + \frac{y}{fc}} \ , \qquad (2.3.3)$$

Uyarlanmış Durasyonu birinci denklemde yerine koyarsak ve yeniden düzenlersek:

$$\text{Uyarlanmış Durasyon} = \frac{\Delta P}{\Delta y}\frac{1}{P} \ , \qquad (2.3.4)$$

Uyarlanmış Durasyon bononun fiyatının getirisindeki ufak değişmelere duyarlılığını ölçer. Genellikle bononun volatilitesi olarak da adlandırılır. Tek bir rakam olarak bononun vade ve kuponunun faiz riski olarak etkisini yakalar (Place,2000, 35). Aşağıdaki eşitlikte negatif işaret fiyat ve getirinin zıt yönlü hareket ettiğini göstermektedir.

Fiyattaki Yüzdesel Değişme= - (Uyarlanmış Durasyon) x Getiri Değişimi (2.3.5)

Durasyonu etkileyen faktörler kısaca şöyle özetlenebilir :

Vade : iskontolu bono için vadeye eşittir. Genel olarak vade uzadıkça bononun riski de artacağından durasyon artar.

Kupon: Kupon düştükçe daha erken olan ödeme miktarı azalacaktır. Bu da durasyonu arttırarak bonoyu daha riskli hale getirecektir.

Getiri: Getiri oranı arttıkça gelecekteki nakit akımlarının bugünkü değeri düşer. Dolayısıyla getiri oranı artışı durasyonu da arttırır.

Değiştirilmiş durasyonu kullanmada bazı sınırlamalar mevcuttur. Sadece getirideki küçük değişimler için geçerlidir. Değiştirilmiş durasyon doğrusal bir yapıya sahiptir. Oysa, gerçekte getiri / fiyat ilişkisi doğrusal olmayan bir yapı gösterir. Getirideki daha büyük bir değişim için daha çok hata oranı ortaya çıkmaktadır (Place,2000, 38).

2.3.2 Konveksite

Bir önceki alt bölümde durasyon kavramını ele aldık. Durasyon getirilerdeki küçük değişiklikler için anlamlıdır, fakat; eğer bu değişim büyük olursa, hata oranı çok artar. Burada konveksite kavramı ortaya çıkmaktadır. Konveksite bononun fiyatının getiriye göre ikinci türevidir. Durasyon ve konveksite aynı yönlü bir ilişki gösterirler. Nakit akımları; ne kadar çok zamana yayılırsa, o kadar büyük bir konveksite ortaya çıkar.

$$C = \frac{1}{P}\frac{d^2(P(r))}{dr^2}, \qquad (2.3.6)$$

Burada C konveksite, P bononun fiyatı ve r faiz oranını ifade etmektedir.

Uyarlanmış durasyon ve efektif durasyon sabit getirili menkul kıymetin fiyat duyarlılığını ölçmenin iki farklı yoludur. Uyarlanmış durasyon nakit akımlarının faiz oranının değişmesiyle sonuçlanacak herhangi bir etkisini ihmal eder. Efektif durasyon nakit akımlarındaki böyle bir etkiyi yok saymaz. Düz bonolar için uyarlanmış ve efektif durasyon arasında fark yoktur. Fakat opsiyon gömülü bonolarda bu fark ortaya çıkar (Fabozzi, 2005, 214).

2.3.3 PV01- Bir Baz Puanın Fiyat Değeri

Getirinin bir baz puan değişmesi durumunda, bononun fiyatındaki gerçek değişimi gösterir. PV01'in daha yüksek olması, daha yüksek volatilite anlamına gelmektedir. Bu fiyat volatilitesi, bir baz puan düşüş ve artış için aynı anlama gelmektedir.

Bazı yatırımcılar bononun faiz oranı riskini ölçmek için, fiyat volatilitesi ölçüsü olarak bir baz puanın fiyat değeri ölçüsünü kullanır. Burada getirinin bir baz puan artması veya azalması bir şey değiştirmez. Önemli olan değişimin yaratacağı etkinin bilinmesidir. PV01 durasyon ile de ilişkilidir. Durasyonun faiz oranlarında 100 baz puanlık değişikliğin yaklaşık fiyat değişimi olduğunu biliyoruz (Fabozzi, 2005, 222).

3 GETİRİ EĞRİSİ TEORİLERİ VE GETİRİ EĞRİSİNİN KULLANIMI

Getiri eğrisi aynı kredi değerliliğine sahip finansal aktiflerin getirileri ve vadeleri arasındaki ilişkiyi grafiksel olarak gösterir. Diğer bir ifade ile faiz oranlarında kredi değerliliği nedeniyle oluşabilecek farklılık ayrıştırılmakta ve sadece faiz oranlarının vadeye göre izleyeceği şekil gösterilmektedir (Altıntaş, 2000, 140). Getiri eğrisi vade-getiri uzayında noktaları birleştirme işi olarak tanımlanabilir. Ayrıca Merkez Bankacılığının temel taşlarından birini oluşturmaktadır (Gürkaynak,Sack,Wright, 2006). Farklı vade ve kuponlara sahip bonoların göreceli değerlerine bakılarak kıyaslanması mümkün değildir. Bunun yerine yatırımcılar yıllık bazda getiri hesaplarlar (Place, 2000, 11).

Devlet göreceli olarak; standart vadelerde sınırlı sayıda hazine menkul kıymeti ihraç ederek, bu menkul kıymetlerin likiditesinin gelişmesine katkıda bulunarak, ihraç edilme maliyetini düşürür. Piyasalar bu tip likit kağıtlar sayesinde diğer birçok finansal enstrümanın fiyatlamasını sağlar. Bu tip gösterge kağıtların vadeler boyunca yayılması ile gösterge getiri eğrisi elde edilerek, benzer vade spektrumu için diğer finansal enstrümanların doğru piyasa fiyatlaması sağlanmış olur. Hazine değişken faizli veya endeksli ürünler ihraç ederek ortalama vadeyi arttırarak yeniden finansman riskini azaltmaya çalışır (World Bank Staff, 2001, 13-14).

3.1 Getiri Eğrisi Teorileri

Getiri eğrisinin şeklini açıklayan çok sayıda teori bulunmaktadır. Bunlardan en popüler üç tanesi, Beklentiler Teorisi, Likidite Tercihi Teorisi, Piyasa Ayrışması Teorisidir (Faerber, 2001, 159). Bunlara Tercih Edilmiş Habitat Teorisi de eklenebilir. Bunların hepsi talep bazlıdır, arz bazlı faktörler hükümet politikası (mali durum, riske bakış, optimal portföy görüşleri vb.) olabilir (Place, 2000, 12).

3.1.1 Beklentiler Teorisi

Beklentiler Teorisi ilk defa yaklaşık bir yüzyıl önce Fisher [1896] tarafından öne sürülmüştür ve o zamandan bu yana birçok versiyonu ortaya çıkmıştır. Literatürde en azından dört farklı versiyonu vardır. Sapmasız Beklentiler Hipotezi mevcut forward oranların gelecekteki kısa dönem oranların beklentilerine eşit olduğunu söyler. Vadeye Kadar Getiri Beklentiler Hipotezi gelecekte bir gün vadesi dolacak bononun toplam kazancının, o tarihe kadar yatırımın para piyasasındaki getirisine eşit olduğunu söyler. Vadeye Kadar Getiri Beklentiler Hipotezi , bononun vadeye kadar getirisinin, bononun vadesine kadar para piyasasındaki getirisine eş olduğunu söyler. Sonuç olarak; Yerel Beklentiler Hipotezine göre tüm bonolar üzerindeki anlık getiriler mevcut kısa dönem getirilere eşittir. Cox-Ingersoll- Ross (1981) belirsizliğin olmadığı dünyada beklentiler hipotezinin bu dört versiyonunun birbiri ile tutarlı olduğunu fakat belirsizliğin olduğu bir dünyada tutarsız olacaklarını söylemiştir. Belirsizlik altında sadece yerel beklentiler hipotezinin arbitrajsız denge modelleri ile tutarlı olduğunu göstermiştir (Nawalkha, 2005, 54).

Beklentiler Teorisine göre, beklenen gelecek faiz oranları getiri eğrisinin şeklini belirler. Eğer yatırımcılar gelecek faiz oranlarının yükselmesini bekliyorsa, daha çok kısa dönem yatırımlar yapacaklardır. Sonuç olarak; uzun dönem faiz oranları, fiyatın aşağı düşmesiyle yükselecektir ve onları yatırımcılara daha çekici hale getirecektir. Diğer taraftan, beklentiler daha düşük uzun dönemli faiz oranları yönündeyse, yatırımcılar bugünden uzun vadeli yüksek getirileri sabitlemek isteyecektir. Bu menkul kıymetlerin fiyatlarının yükselmesiyle, getirilerinin düşmesine neden olacaktır (Faerber, 2001. 160).

Mevcut durumda düz bir vade yapısı olduğunu ve piyasa katılımcılarının faizlerin yükselmesini beklediklerini farz edelim. Bu durumda piyasa oyuncuları uzun dönemli bono almak istemeyecektir çünkü faizlerin yükselecek olması bononun değerinin düşmesi ve bunun sonucunda yatırımcı için anapara kaybı olarak sonuçlanabilir. Bunun yerine kısa dönemli borçlanma enstrümanlarına başvuracaklardır (Fabozzi, 2005, 152).

Belirli bir risk sınıfına ait, vadesi önemsiz tüm varlıklar birbirine tam ikame olarak kabul edilir. Yatırımcıların getiri oranı aynı olduğu sürece, 10-yıl vadeli bir varlık almaktansa, iki tane 5er yıllık birbirini takip eden varlıklar almak veya periyodik olarak birbirini takip eden 1er yıl vadeli varlıklar almak arasında bir fark yoktur (Rose, 1997’den aktaran Teker ve Gümüşsoy, 2004,4).

$$[(1+R_{t,N})]^N = [(1+R_{t,1})\ (1+f_{t+1,1})\ ...(1+f_{t+N-1,1})]\ , \qquad (3.1.1)$$

Yukarıdaki formülde $f_{t+1,1}$, *t+1* yılındaki 1 yıl vadeli forward oranı; $R_{t,N}$, *N* yıl vadeli bononun *t* yılındaki spot getirisini ifade etmektedir. Yukarıdaki formülasyon ile beklentiler teorisi ifade edilebilir (Teker ve Gümüşsoy, 2004, 4). Özet olarak forward oranlar eğriyi şekillendirir, gelecekteki spot oranların beklentisidir ve risk primi hesaba katılmaz.

Beklentiler hipotezinin ciddi bir eksik noktası, bono ve benzer ürünlere yatırım yapmanın risklerini göz önüne almamasıdır. Gelecekteki faiz oranları ile ilgili belirsizlik durumunda beklentiler net olmaz ve daha riskli bir ortam söz konusu olur. Bono yatırımcısının örnek olarak 5 yıllık bir yatırım yapmak istediğini düşünelim; bu durumda bu kişi birçok alternatife sahiptir. Vadesi 5 yıl olan bir enstrüman alabilir veya 12 yıllık bir enstrüman alıp 5. yılda satabilir veya 2 yıllık bir kağıt alır, vadesi dolunca birde 3 yıllık alır. Bu ve benzeri çok sayıda varyasyon türetmek mümkündür. Tüm bu farklı olasılıkların farklı risk ve vade yapısına sahip olduğu açıktır (Fabozzi, 2005, 153-154).

3.1.2 Likidite Tercihi Teorisi

Hicks (1939) Likidite Primi Hipotezi ile uzun dönem getirilerin yüksek fiyat volatilitesi nedeniyle kısa dönem getirilere göre daha yüksek olarak yatırımcıları tazmin etmesi gerektiğini öne sürmüştür. Sonuç olarak; piyasa gelecekte kısa dönem oranlarının sabit kalmasını bekliyorsa, vade yapısı vadenin yükselen bir fonksiyonu olmalıdır (Nawalkha, 2005, 54).

Bu teori gelecekteki faiz oranları beklentilerine risk unsurunu katmaktadır. Genel olarak yatırımcılar kısa dönem vadeleri tercih ederler. Sadece uzun dönem faiz oranları, gelecekteki faiz oranı dalgalanma riskini tazmin edecek şekilde yüksek olursa bu menkul kıymetleri tercih edeceklerdir. Diğer bir ifadeyle yatırımcılar risk primi olarak adlandırılan ek bir getiri talep ederler. Eğer bu ek risk primi olmaz ise kısa dönemli yatırım yapar, vade dolduğunda tekrar yeniden kısa dönemli bir yatırım yaparlar (Faerber, 2001, 160). Diğer şeyler aynı iken zaman içinde risk primi artar, bu durumda yükselen getiri eğrisi beklenir.

Yatırımcılar genelde belirsizlik durumunu pek istemezler. Yatırımcılar eğer gelecekte beklenen ortalama getirilerden daha yüksek bir oran verilirse daha uzun vadeleri tercih edebilirler. Buradan ileri valörlü oranların faiz oranı beklentileri ve likidite primini (risk primi olarak da ifade edilebilir) yansıtması gerektiği düşünülebilir. Vade ve volatilite arasında açık bir ilişki olduğundan daha uzun vadeler için bu prim daha yüksek olacaktır (Fabozzi,, 2005, 155).

Varlıkların likidite yapılarındaki farklılık dolayısıyla fiyatlamalarında farklılık ortaya çıkar, beklentiler teorisine ek olarak burada likidite primi devreye girer. Teker ve Gümüşsoy (2004)'den aktarılan likidite primleri ile ilgili formülasyon aşağıdaki gibidir.

$$0 = L_1 < L_2 < L_3 < ... < L_n \quad \text{ve} \quad (\mathrm{L}_2 - L_1) > (L_3 - L_2) > (L_4 - L_3)... > (L_N - L_{N-1}) \; (3.1.2)$$

L_i vadelere göre likidite primleridir. Vadeler arttıkça likidite primi azalan bir oranda artar.

3.1.3 Piyasa Ayrışması Teorisi

Farklı piyasa katılımcılarının farklı vade yapılarında bono tercihlerine sahip olmasını Piyasa Ayrışması Hipotezi olarak Culbertson (1957)'de öne sürmüştür. Farklı vadeler için arz ve talep ayrı oluşacağından görece olarak bağımsız piyasalar oluşmaktadır (Nawalkha, 2005, 54).

Bu teori kurumsal yatırımcıların belirli vadeler için farklı tercihlere sahip olduğunu söyler. Getiri eğrisi bu vadeler için oluşan arz ve talebe göre oluşur. Hayat sigortası şirketleri daha çok uzun vadeli bonolara yatırım yapar. Bankalar kısa ve uzun dönem kağıtlara yatırım yapar. Düşük piyasa riski taşımak isteyen yatırımcılar kısa dönemi tercih eder (Faerber, 2001, 160).

Piyasa Ayrışması Teorisi yatırımcıların yükümlülüklerinden dolayı tercih edilmiş çevreleri olduğunu söyler. Bu teori getiri eğrisinin şeklinin aktif / pasif yönetimi kısıtları (düzenleyici ve içsel) tarafından belirlendiğini söyler. Piyasa Ayrışması ve Tercih Edilmiş Habitat Teorisi arasındaki fark bu teoriye göre yatırımcılar ve borç alıcıların beklentiler ve forward oranlar arasındaki farkların avantajından yararlanmak için vade yapılarını değiştirmeyeceği şeklindedir. Piyasa ayrışması teorisine göre getiri eğrisinin şekli her vade dilimi için mevcut arz ve talep tarafından belirleneceğini söyler (Fabozzi, 2005, 156).

3.1.4 Tercih Edilmiş Habitat Teorisi

Tercih Edilmiş Habitat Hipotezi Modigliani ve Sutch (1966) tarafından öne sürülmüştür. Yatırımcılar eğer farklı bir vadeye geçişleri tazmin ederlerse tercihlerini bu yönde kullanabilecekleri ifade edilmiştir. Vade yapısı ve iskonto fonksiyonu düzdür(Nawalkha, 2005, 54). Böylece farklı vadeler için farklı fiyatlar oluşarak getiri eğrisini oluştururlar.

Tercih Edilmiş Habitat Teorisi risk primi ile vadenin birlikte düzgün artması tezini reddeder. Bu teori getiri eğrisinin şeklinin faiz oranı beklentileri ve risk primine göre habitatlarını değiştirebilirler. Buna göre getiri eğrisi yükselen, alçalan, düz, tümsekli olabilme olasılıklarının hepsi mümkündür (Fabozzi, 2005, 155)

3.2 Getiri Eğrisi Şekilleri ve Belirleyici Unsurlar

Getiri eğrisi aynı risk seviyesindeki bonoların vadeye kalan süresi ve getirisi arasındaki ilişkiyi gösterdiğinden dolayı getiri eğrisi sayesinde yatırımcılar farklı menkul kıymetlerin farklı vadeleri hakkında getiri bilgisine sahip olabilmektedir. Tipik olarak getiri eğrileri yükselen, düz ve azalan şekillere sahiptir (Faerber, 2001, 158). Getiri eğrisinin ani olarak şekil ve eğim değiştirmesi nedeniyle ortaya çıkan faiz oranı riski "getiri eğrisi riski" olarak da isimlendirilir (Altıntaş, 2006, 141) .

Getiri eğrisinin şekli sürekli olarak değişir çünkü ana kredi kullanıcılarının piyasa faiz oranı devamlı değişir. Eğer alıcılar enflasyonda artış ve faiz oranlarında artış beklerse kısa dönem kağıtlarında güvende olmak isterler. Bunun sonucu olarak da getiriler düşer. Diğer taraftan eğer düşük ekonomik büyüme, resesyon ihtimali ve düşük faiz oranları beklentisine sahiplerse, yüksek getirileri satın almak isterler ve bunun sonucunda uzun dönem faiz oranları düşer. Çoğu profesyonel ekonomist getiri eğrisinin şeklinin gelecek faiz oranları ve ekonomik aktivite hakkında bilgi verdiği konusunda ortak görüşleri paylaşmaktadır (Thau, 2000, 86).

3.2.1 Getiri Eğrisi Şeklini Etkileyen Ana Unsurlar

Getiri eğrisinin şeklini etkileyen üç temel unsur piyasa beklentileri, risk primi ve konveksite sapmasıdır. Bu unsurların etkileri şöyle özetlenebilir.

3.2.1.1 Piyasa Beklentileri

Piyasa beklentilerinin önemli bir belirleyici olduğu söylenebilir. Örneğin dik yükselen bir eğri, piyasaların yakın dönemde merkez bankasından daralma veya enflasyon artışı beklediğini gösterebilir. Tabi vadeler arasındaki farklılığın tamamen beklentilerden kaynaklandığı söylenemez. Getirilerin düşeceği beklentisi, sermaye kazancının mevcut uzun dönem bono getirilerini kısa dönem oranlarından daha düşük olacağını ve böylece vade yapısının ters döneceğini ifade eder (Fabozzi, 2005, 163-164).

3.2.1.2 Bono Risk Primi

Bono Risk Primi kavramı bonolar arasında vadeden kaynaklanan risk farklılaşmasından ortaya çıkar. Pozitif Bono Risk Primi getiri eğrisinin yukarı doğru eğimli olmasını sağlar. Likidite Primi Hipotezine göre çoğu yatırımcı kısa vadeli varlık fiyatlarının dalgalanmasından hoşlanmaz, bu nedenle bu yatırımcılar pozitif risk primi söz konusu olduğunda daha uzun vadeli varlığı tercih edeceklerdir. Ayrıca bazı modern varlık fiyatlama teorileri bononun durasyonu, getiri volatilitesi ile birlikte risk priminin de artması gerektiğini söyler. ABD hazine bonolarının tarihsel verileri bono risk priminin davranışı ile ilgili ipucu vermektedir. Örneğin hazine getiri eğrisi zaman periyodunun büyük kısmında yukarı doğru eğilimli çıkmıştır (Fabozzi, 2005, 166).

Ampirik çalışmalar bono risk priminin sabit değil zamanla değişken olduğunu bulmuştur. Risk primlerinin anormal olarak düşük veya yüksek olduğu zaman dönemleri olabilir. Bu primlerin zayıf ekonomik koşullarda yüksek enflasyon beklentileri ve belirsizlikle ilişkili olarak yüksek olması beklenir.

3.2.1.3 Konveksite Sapması

Konveksite Sapması muhtemelen en az bilinen unsurdur. Farklı bonolar farklı konveksite özelliklerine sahiptir ve vadeler boyunca değişmektedir. Özellikle uzun vadeli bonolar çok yüksek konveksite gösterirler. Konveksite sapması bu konveksitenin getiri eğrisi şekli üzerindeki etkisini ifade eder. Konveksite bononun fiyatı ve getirisi arasındaki doğrusal olmayan ilişki ile yakından ilgilidir.

Konveksite getiri değişimlerinin büyüklüğü ile artar. Bonolarda konveksite derecesi temel olarak bononun opsiyon karakteristiği ve durasyonu ile birlikte değişir. Bonolarda gömülü opsiyonlar dışında konveksite kabaca durasyonun karesi olarak düşünülebilir (Fabozzi, 2005, 169).

Eş zamanlı olarak üç temel unsur getiri eğrisi şekli açısından incelendiğinde durum biraz daha zor olmaktadır. Dik olarak yükselen bir getiri eğrisi yükselen piyasa beklentilerini yansıtabilir veya yüksek risk primi gereksinimi de olabilir. Güçlü bir tümseğe sahip eğri piyasanın yüksek volatilite veya eğri düzleşmesi beklentilerini yansıtabilir.

Teorik olarak getiri eğrisi beklentiler, risk primi ve konveksite sapmasını unsurlarına ayrılabilir. Gerçekte ise tam bir ayırma mümkün değildir, çünkü bu unsurlar zaman içinde değişebilmekte ve gözlenebilmekten çok tahmin edilebilir niteliktedir.

3.2.2 Getiri Eğrisi Şekilleri

3.2.2.1 Normal Getiri Eğrisi

Bu tip eğri en sık karşılaşılan getiri eğrisi tipidir. Durağan ve sağlıklı bir ekonominin işareti olarak görülebilir. Burada kısa dönem faiz oranları düşüktür ve vadeler ilerledikçe yavaşça artış göstermektedir. Büyüme yavaş ve istikrarlı bir durumdadır. Hisse senedi ve bono piyasasında durağanlık hakimdir (Sheimo, 1999, 19).

Tümsek şekli genel olarak piyasa katılımcılarının bir resesyon sonrası ekonomik canlanma beklediğinde gerçekleşir. Normal getiri eğrisi şekli ekonominin normal olarak büyüdüğünün bir göstergesidir. (Nawalkha, 2005, 53).

3.2.2.2 Dik Getiri Eğrisi

İskontolu bono dik getiri eğrisi şekli genel olarak devresel hareketlerde ortaya çıkar, Merkez Bankasının birçok faiz indirimi sonrası, ekonomi gelecekte dengeli gözükür ve uzun vadeler için açık olarak daha yüksek getiriler oluşur (Nawalkha, 2005, 52).

Bazı dönemlerde getiri eğrisi normalden daha dik olabilir. Bu tip bir eğri uzun dönem bono yatırımcıları yakın gelecekte ekonominin gelişeceğini düşündüğünde görülür. Dik getiri eğrisi ile genelde resesyon sonrasında ekonomi genişlemeye başladığında ve istikrara kavuştuğunda karşılaşılır. Kısa dönem yatırımcıları satış yaparak uzun dönem yüksek getirileri satın almaya çalışırlar. (Sheimo, 1999, 21)

3.2.2.3 Düz Getiri Eğrisi

Düz getiri eğrisi gelecekte ters getiri eğrisi oluşabileceğinin bir uyarısı olabilir. Tersine resesyon sonrası normalleşme öncesinde düz olabilmektedir. Düz getiri eğrisi oluştuğunda sıklıkla ortasında hafif bir tümsek ortaya çıkabilmektedir.

Getiri eğrisi bir gösterge olarak kullanılabilmesine rağmen, diğer birçok gösterge gibi kesin değildir. Bu nedenle yorumlanırken diğer ekonomik göstergeler, haberler ve hisse senedi piyasasındaki gelişmeler de takip edilmelidir.

3.2.2.4 Ters Getiri Eğrisi

Ters getiri eğrisi eğrinin kısa dönemde yukarıdan başlayarak uzun dönemde aşağı doğru eğilimli olmasıdır. Kısa dönem para piyasası uzun dönemden daha fazla ödüyorsa, daralma işareti olarak algılanabilir. Faiz oranları piyasanın genişlemesi için borç almayı daha pahalı hale getirmektedir. Erken müdahale sağlanırsa resesyonun etkileri azaltılabilir. Getiri eğrisinin ters olmasının nedenleri, likidite problemleri, enflasyon, sıkı para politikası olabilir. Bu faktörler ekonomi üzerinde olduğu gibi hisse senedi ve bono piyasası üzerinde de olumsuz etkileri vardır.

Ters getiri eğrisi şekli devresel hareketin tepesinde oluşur. Birçok faiz yükseltmesi sonrası, ekonominin yavaşlama veya durgunluğa gittiği dönemlerde, uzun vade getiri eğrileri kısa dönemden daha düşük meydana gelir (Nawalkha, 2005, 52).

Getiri eğrisi genelde yukarı doğru eğilimlidir, yani uzun dönem bonolar daha yüksek getirilere sahiptir. Bono yatırımcısı vadede ödemesini alana kadar kayıp riski taşır. Bono satıldığında ve getiri enflasyondan düşük çıktığında zarar oluşur. Bu durumda daha uzun vade daha yüksek risk taşır. Bu nedenle yatırımcının satın alma isteği duyması için getirisi de daha yüksek olmalıdır. Getiri eğrisi ters olduğunda kısa dönem getiriler uzun dönemden yüksek olmaktadır. Bu durum doğru ve adil gözükmemektedir. Fakat yatırımcılar bunları alarak zamanla getirilerinin düşmesine neden olur (Sheimo,1999, 25).

3.3 Getiri Eğrisinin Kullanımı

Getiri eğrisi yatırımcılara sabit getirili menkul kıymetlerin vade seçiminde yardımcı olur. Mevcut getiri eğrisi sayesinde yatırımcılar farklı vadeler hakkında bilgi sahibi olur ve bu onların karar vermesine yardım eder. Getiri eğrileri hazine bonoları dışındaki bono tiplerinden de elde edilebilir. Genellikle getiri eğrisi yukarı eğilimlidir. Kısa dönem faiz oranları arttığında, genelde uzun dönem faiz oranları da artar. Benzer olarak kısa dönem faiz oranları düştüğünde uzun dönem faiz oranları da düşer (Faerber, 2001, 161).

Resesyon esnasında, kısa dönem getiriler uzun dönem getirilerden daha hızlı düşer, genişleme dönemlerinde ise kısa dönem oranlar, uzun dönem oranlardan daha hızlı yükselir.

Getiri eğrileri birçok farklı amaç için kullanılırlar. Örneğin hazine bonolarının getiri eğrileri para politikasının sıkılığı, ülkeler arası farklılıklar, yeni ürünlerin fiyatlanması, bonolar arası görece değer hesaplanması, gerçekleşen forward oranların türetilmesi ve trader / yatırımcıların riski anlaması gibi birçok alanda işe yararlar (Place, 2000, 12).

Finansal teorinin test edilmesi ve gelişiminde önemli bir araç faiz oranlarının vade yapısıdır. Getiri ve vadeye kalan gün arasındaki bu ilişki politika yapıcılar ve piyasa uygulayıcıları için kritik önemdedir (Ioannides, 2003, 1).

Getiri eğrileri en yaygın olarak yatırımcılar tarafından kullanılır. Yatırımcılar yatırımlarını farklı vadeler arasında tercihler yapmak ve varsa arbitraj olanaklarından yararlanmak amacıyla getiri eğrisinden faydalanırlar. Ayrıca eğer yatırımcının belirli bir vadede gerçekleşecek yükümlülüğü söz konusu ise bu yükümlülüğün ortaya çıkardığı riske karşı korunmak amacıyla karşı bir işlem ile korunmasının maliyetini hesaplayabilmektedir.

Getiri eğrisi aynı zamanda bono ihraç etmeyi planlayan firmalar tarafından finansal kararlarında da kullanılabilir. Farklı vadelerdeki varlıkların getiri oranlarına bakarak, firmalar farklı vadelerdeki bonolara ödenecek getiri oranını tahmin etmeye çalışırlar ve uzun vadede getiri eğrisinin verilerine göre strateji belirlerler (Teker ve Gümüşsoy, 2004, 14).

Finans kurumları belirli vadelerdeki varlık ve yükümlülüklerini ellerinde bulunan vade spektrumundaki getiriler sayesinde bugünkü değerlerini hesaplayabilir, bu sayede daha etkin bir aktif-pasif yönetimi yapabilirler. Ayrıca farklı vadelerdeki varlık ve yükümlülüklerinin faize duyarlılıklarını hesaplayarak çeşitli duyarlılık analizleri ile faiz oranı riskinden korunmak için kurumun stratejisine katkıda bulunurlar.

Getiri eğrisi riskten korunmanın mümkün olmadığı durumlarda, saf yatırım kararlarından daha büyük önem taşımaktadır. Eğer bir trader almış olduğu pozisyonu karşı bir işlem ile kapatmak istiyorsa getiri eğrisini dikkatlice değerlendirmelidir. Aksine bir emeklilik fonu orta vadede yatırım yapmak istiyorsa vadeler arasındaki farklılık daha az önem taşımaktadır (Fabozzi, 2005, 26).

Getiri eğrisinde uzun vadeli getiriler ve kısa vadeli getiriler arasındaki fark(10 yıl vadeli getiri ile 3 ay vadeli getiri arasındaki fark) , hükümetlerin uyguladığı para politikasının sıkılık derecesini göstermektedir. Bu spread incelenerek, gelecekteki olası resesyonlara ilişkin tahminler yapılabilmektedir. Hafif yukarı yönlü bir eğri;

paranın ucuz olması, gevşek para politikası olarak algılanabilir. Bunu takiben, yüksek enflasyon ve yüksek bono getirisi beklentisi yer alması beklenir. Aşağı yönlü yüksek eğime sahip getiri eğrisi, sıkı para politikası ve kredi imkanlarının sıkı olduğu bir ortam olarak düşünülebilir. Bunu takiben düşük enflasyon ve bono getirisi beklentisi yer alır. Aşağı yönlü getiri eğrileri, genellikle resesyon öncesi dönemde gerçekleşir (Teker ve Gümüşsoy,2004, 13).

Merkez bankaları kısa vadeli (gecelik) faiz oranları üzerinde belirleyicidir. Daha uzun vadedeki faizler, piyasa katılımcılarının faizlerin ileride izleyeceği seyre ilişkin beklentileri ve risk algılamaları tarafından belirlenir. Parasal aktarım mekanizmasını; kısa vadeli faizlerdeki değişim ile daha uzun vadeli faizlerdeki değişimin yönü ve büyüklüğü arasındaki ilişkinin oluşturduğu dikkate alındığında, getiri eğrileri merkez bankaları tarafından politika oluşturma sürecinde önemle takip edilen göstergeler haline gelmektedir (Akıncı ve Diğ. , 2006, 1).

Getiri eğrisi bireysel yatırımcı tarafından da birçok yönden kullanılabilir. Farklı vadelerde mevcut faiz oranları hakkında bilgi sahibi olur. Getiri eğrisi boyunca hareket edildiğinde ek olarak alınan risk için ne kadar kazanacağını öğrenir. Bazen daha düşük talep ve likidite ile yüksek getiriye sahip menkul kıymetler oluşabilir. Bireysel yatırımcı açısından alım-satım yapmadığı ve likiditenin sorun olmadığı düşünülürse getirinin yüksek oluşu ekstra bir prim olacaktır. (Thau, 2000 , 87-102)

4 GETİRİ EĞRİSİ TAHMİN YÖNTEMLERİ

Geçmişte, çoğu piyasa katılımcısı getiri eğrilerini menkul kıymet piyasasındaki fiyat ve getirilerden elde etmişlerdir. Hazine menkul kıymetleri ödememe riski taşımaz, bu durumda kredi riski getirileri etkilemez. Hazine getiri eğrisi bonoların fiyatlanması, banka kredileri, ipotek kredileri, kurumsal borçlar, uluslararası bonolar gibi, borçlanma piyasası getirilerini belirlemek gibi çok önemli bir işlevi yerine getirir (Fabozzi, 2005, 139). Bu nedenle doğru tahmin edilmesi çok önemlidir.

Yaygın olarak kullanılan getiri eğrisi tahmin yöntemleri; bootstrapping yöntemi, McCulloch (1971, 1975) polinom ve üssel spline metotları, Vasicek ve Fong (1982) ve Nelson-Siegel, Svensson üssel fonksiyonel formlarıdır. Bu modellerin genişletilmişleri; Chamber, Carleton ve Waldman (1984)'ün değişken varyanslı hata düzeltme temelli modeli, Steely (1991) B-spline metodu gibi hata ağırlıklandırma modelleri, Fisher, Nychka, ve Zervos (1995) ve Jarrow, Ruppert ve Yu (2004)'in Penalized Spline metodudur (Nawalkha, 2005, 55).

Teoride bootstrapping yöntemi kullanılabilir, fakat birçok nedenden dolayı bu yöntem doğru sonuçlar üretmeyebilir. Bootstrapping yöntemi, iskontolu bono getirilerini iterative olarak hesaplanmasını içerir. Bu yöntem, iki önemli sınırlamaya sahiptir. İlk olarak; optimizasyon yapmadığından iskontolu bono getirilerini tam olarak uydurur. Bu likidite eksikliği, alış-satış spreadi, özel vergi efektleri benzeri bonoya has özellikler de dikkate alınarak aşırı uyuma neden olabilmektedir. İkinci olarak; bu yöntem bono sayısı bootstrapping vadeleri ile eş olmadığında ve nakit akımları farklı zamanlara düştüğünde geçici düzeltmelere ihtiyaç duyar (Nawalkha, 2005, 60).

Getiri eğrisi oluştururken temel iki sorunla karşılaşırız. Bunlardan birincisi vade yapısında boşluklar olmasıdır. Bu sorunu çözmek için boşlukları dolduracak enterpolasyon tekniği için fonksiyon seçimi yapılmalıdır. Burada dikkat edilmesi gerekli husus, vade yapısını doğru tahmin edebilecek bir formun seçilmesidir. İkinci karşılaşılan sorun ise, veri setinin homojenliğidir. Tahmin yapılırken kullanılacak kağıtların nakit akımı, likidite, vergisel farklılıklar gibi homojen bir set elde edilmesini engelleyecek unsurlardır (Jordan ve Mansi, 2003, 2).

Eğer hazine her gün iskontolu bonolar için tüm vadelerde bir kağıt ihraç etmiş olsaydı, kolaylıkla getiri eğrisi ve getiriler ile forward oranların tam bir setini gözlemleyebilirdik. Fakat ne yazık ki bu ihtimal dahilinde değildir. Bunun yerine, hazine farklı kupon ve vadelere sahip sınırlı sayıda menkul kıymet ihraç etmektedir. Bundan dolayı mevcut menkul kıymetlerden tüm spektrum için vadeleri elde etmeye çalışırız. (Gürkaynak,Sack,Wright, 2006, 11)

Bono piyasasında her gün birçok menkul kıymet, alım-satıma konu olmaktadır. Piyasa oyuncuları tarafından bunlar; piyasa koşulları ve birçok çeşitli faktöre göre fiyatlanmaktadır. Piyasada işlem gören çeşitli kağıtların fiyat ve vadeye kalan gün verileri alınarak arada kalan fiyat bilgisine sahip olmadığımız günler için tahmin yapılabilir. En temel yöntem olarak enterpolasyon yapılarak tahmin yapılabilir. Dolayısıyla tüm bir vade spektrumu için getiri eğrisi elde etmiş oluruz.

Çoğunlukla hazine getiri eğrisini tartışıyor olsak da getiri eğrisi diğer menkul kıymetler için de tahmin edilebilir ve bu eğri vadeler boyunca bu kıymetlerin risk-getiri ilişkilerini incelemede kullanılabilir. Diğer sektörlerdeki getiri eğrileri de mutlaka hazine menkul kıymetlerinin eğrileri ile ilişki içindedir. Çünkü fiyatlamaların ve spreadlerin hazine enstrümanları baz alınarak yapılmış olması muhtemeldir (Thau, 2000. 89).

Getiri eğrisi tahmini yaparken ortaya şöyle bir soru çıkmaktadır. Tahminimizde ne kadar esnekliğe izin vereceğiz? Yeterince esnekliğe izin verilerek tüm terimlere iyi uyması sağlanabilir. Aksine daha fazla düzleştirme uygulanarak eğrinin uyumundan feda edilebilir (Gurkaynak,Sack,Wright,2006, 11).

Vade yapısı modelleri stokastik süreçlerin doğasında var olan çeşitli varsayımlar altında faiz oranı dinamiklerini açıklar. Vasicek, Brennan ve Schwartz, ve Cox, Ingersoll, Ross tarafından açıklanan iskontolu bono eğrisi modelleri, gözlemlenen piyasa verilerinden uydurmaz. Çünkü piyasa verileri içerisinde vade yapısı modellerinden türetilen eğrilerden daha çok değişkenin şeklini barındırır. Ampirik tahmin yöntemlerinde iki amaç vardır; piyasa verilerinin iyi uydurulması ve doğru düzleştirilmesi. Bu iki amaç arasında bir alış veriş söz konusudur. İktisadi olarak anlamlı bir eğri elde etmek için düzleştirme amacı daha önemli olmaktadır. Fakat eğri düzleştirilirken uydurulmasından feda edilecektir buda bazı vadeler açısından fiyatlama sapmalarına neden olabilir. (Fabozzi, 2005, 954-955).

Spline bazlı metotlar daha esnek bir yaklaşım sunar, çok sayıda tahmin parametresi içerirler. Bunun yanında parametre konusunda daha tutumlu, eğriyi daha az değişken ile daha düzgün bir yapıda tahmin etmeyi sağlayan metotlar vardır. Örneğin bir piyasa oyuncusu daha esnek bir eğri isterken, makro bakmak isteyen bir ekonomist daha düz bir eğri ile ilgilenebilir.

Eğer piyasanın makroekonomik koşulları, para politikası beklentileri, alınan riskler, yatırımcının risk tercihleri gibi temel öğelerini anlamak istiyorsak parametrik daha düzgün bir getiri eğrisi tahmin etmek gerekmektedir. Çok parametre ile tahmin yapıldığında spesifik olarak bonoların özellikleri de eğriye dahil edilmiş olmaktadır.

Uluslararası Ödemeler Bankasının Ekim 2005'de yayımladığı iskontolu bono teknik dökümanında parametrik yöntem olarak Svensson ve Nelson&Siegel Yöntemi özetle anlatılmıştır. Ayrıca Spline temelli metotlardan Fisher, Nychka ve Zervos (1995)'in geliştirdiği Smoothing Spline, son zamanlarda İngiltere Merkez Bankasının kullandığı VRP (Variable Roughnes Penalty) yöntemi de anlatılmıştır.

Uluslararası Ödemeler Bankasının çalışmasında çeşitli Merkez Bankalarının kullandığı yöntemler tablo 4-1'de gösterilmiştir. Bu tablonun özeti aşağıdaki gibidir. Bu çalışmamızda İngiltere ve Kanada dışında diğer çoğu önemli merkez bankasının kullandığı yöntem uygulanmış olacaktır (BIS, 2005).

Tablo 4-1 Merkez Bankaları ve Kullandıkları Getiri Eğrisi Tahmin Yöntemi

Merkez Bankası	Kullandığı Yöntemler
Belçika	Svensson veya Nelson-Siegel
Kanada	Merrill Lynch Exponential Spline
Finlandiya	Nelson- Siegel
Fransa	Svensson veya Nelson-Siegel
Almanya	Svensson
İtalya	Nelson- Siegel
Japonya	Smoothing Splines
Norveç	Svensson
İspanya	Svensson, Nelson-Siegel (1995 öncesi)
İsviçre	Svensson
İngiltere	VRP
ABD	Smoothing Splines

Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası da Aralık 2006'da Svensson ve Nelson-Siegel yöntemlerini kullanan bir çalışma yayımlamıştır (Akıncı ve diğ., 2006). Özellikle kuponlu bonoları veriye dahil ederek tahmin yapıldığından detaylı bilgi için başvurulabilir.

4.1 Parametrik Yöntemler

Parametrik metotlar diğer bir deyişle fonksiyon temelli yöntemlerin arkasında duran prensip, tüm vade boyunca tek parça fonksiyon kullanılmasıdır. Bu tip modellerde genel yaklaşım teorik fiyatlar ve gözlenen fiyatlar arasındaki sapmanın karelerinin minimizasyonuna dayanır. Biz burada Nelson- Siegel ve onun genişletilmiş hali olan Svensson (Extented Nelson Siegel) yöntemini inceleyeceğiz.

4.1.1 Nelson – Siegel Yöntemi

Bu yöntem Nelson ve Siegel (1987) tarafından geliştirilmiştir. Nelson- Siegel anlık ileri oranları bulmak için aşağıdaki fonksiyon formunu kullanarak belli bir gün için bononun vadeye kalan günleri ile arasındaki direkt ilişkiyi bulmaya çalışır.

Nelson ve Siegel'in yaklaşımı *n* yıl sonraki anlık forward faiz oranlarını sürekli bir fonksiyon olarak dört parametre ile ifade etmiştir.

$$f_t(n,\beta) = \beta_0 + \beta_1 \exp(-n/\tau_1) + \beta_2(-n/\tau_1)\exp(-n/\tau_2) \ , \qquad (4.2.1)$$

Bu eşitlikteki β parametrelerinin açıklamaları eşitlik 4.2.3 sonrasında anlatılmıştır.

$$y(n) = 1/n\int_0^n f(x)dx \ , \qquad (4.2.2)$$

Burada *y(n)* enstrümanın vadeye kadar getirisi, *f(x)* forward oranları veren fonksiyonu ifade etmektedir. 4.2.2 gösterimi ile hazine kağıdının üzerindeki vadeye kadar getiri forward oranların ortalaması olarak oluşur. Nelson ve Siegel (1987)'in bahsettiği tecrübe edilen uygulamalara göre yukarıdaki forward faiz oranı fonksiyonunun iki τ parametresinin fazla parametre sorunu oluşturduğunu ifade etmiştir. Bunun yerine iki eşit τ parametresi kullanmayı önermiştir. Aşağıdaki ifadelerde τ_2 yerine τ_1 yazılmıştır.

İskontolu bono veya spot faiz oranı eğrisi yukarıdaki ileri faiz oranı eğrisinden integral yardımı ile aşağıdaki şekilde türetilebilir.

$$y_t(n) = \beta_0 + \beta_1 * \left[\frac{1-\exp(-\frac{n}{\tau_1})}{\frac{n}{\tau_1}}\right] + \beta_2 * \left[\frac{1-\exp(-\frac{n}{\tau_1})}{\frac{n}{\tau_1}} - \exp(-\frac{n}{\tau_1})\right] \ , \qquad (4.2.3)$$

Bu fonksiyon ile anlık faiz oranları sıfır noktasında $\beta_0 + \beta_1$ yani $\lim_{t \to 0} y(n) = \beta_0 + \beta_1$ ve sonunda asimptot değeri $\lim_{t \to \infty} y(n) = \beta_0$ olarak β_0'a yakınsar. Buradan β_0 ve $\beta_0 + \beta_1$'in sıfırdan büyük olması gerektiği anlaşılır. Aradaki noktalarda ise forward oranı büyüklüğü ve işareti β_2 katsayısı ile belirlenen "tümsek" (hump) ve U şekli yapabilir. Bu parametre, τ ile birlikte, konjonktür dalgalanmasına bağlı olarak beklenen faiz patikasını getiri eğrisine dahil eder. Bu tümseğin yeri τ_1 katsayısı ile belirlenir. Ayrıca - β_1 uzun dönem ve kısa dönem arasındaki farkı bize vereceğinden vade primi olarak düşünülebilir (Alper, Akdemir ve Kazimov, 2001, 11).

Nawalkha (2005) τ_1 katsayısının uzun dönem orana yakınsayabilmesi için sıfırdan büyük olması gerektiğini bildirmiştir. Ayrıca, τ değeri vade uzarken açıklayıcı değişkenlerin sıfıra yakınsama hızını belirlemektedir. Küçük (büyük) τ değerlerinde vade uzarken açıklayıcı değişkenler daha kısa (uzun) sürede sıfıra yakınsamaktadır. Dolayısıyla küçük τ değerleri getiri eğrisinin kısa vadeli ucundaki kıvrımlara daha iyi örtüşme sağlarken, yüksek τ değerleri getiri eğrisinin uzun vadeli ucunun daha iyi örtüşmesine imkan tanımaktadır.

Bu parametrik formun iktisadi açıklaması; getiri eğrisinin kısa vadeli para politikası beklentilerinden kaynaklanan, değişik vadelerdeki fiyatlandırmaları yakalayan bir bileşen, orta vadeli konjonktür dalgalanması beklentilerinden kaynaklanan fiyatlandırma davranışını yakalayan, böylece getiri eğrisinde bir kıvrım olmasına izin veren bir bileşen ve uzun vade de, ekonominin durağan düzeyindeki faiz beklentisini yakalayan bir bileşen düşünülerek yapılabilir (Akıncı ve Diğ, 2006, 10).

Nelson-Siegel formunda katsayıların tahmini kısıtlı doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemi ile yapılabilmektedir. $\phi_t = \{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau)$ katsayıları hata kareleri toplamı minimize edecek aşağıdaki form ile tahmin edilebilir.

$$\hat{\phi}_t = \arg\min_{\phi t} \sum_{i=1}^{N_t} \varepsilon_{it}^2 \ , \qquad (4.2.4)$$

Bunun dışında Maksimum Olabilirlik Yöntemiyle de katsayıların tahmini hata terimlerinin dağılımı biliniyorsa kullanılabilir.

$$\hat{\beta}: \underset{\beta}{Max}\left[-\frac{n}{2}\ln(2\pi\sigma_\varepsilon)-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{y_j-Y_j(\beta)}{\sigma_\varepsilon}\right)\right], \quad \text{ve} \quad \varepsilon \sim N(0,\sigma_\varepsilon^2) \qquad (4.2.5)$$

Yukarıdaki en yüksek olabilirlik problemi formunda $MLE: \hat{\sigma}_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(y_j - Y_j(\beta))^2}$, σ_ε yerine yazılabilir. Tahmin ederken getiriler yerine fiyatlar da kullanılabilir. Fiyatlar hesaplandıktan sonra tekrar getirilere dönülebilir. Bazı uygulayıcılar fiyatları kullanırken diğer bir kısmı getirileri kullanır. Teknik olarak bir fark olmamasına karşın Uluslararası Ödemeler Bankası (2005) çalışma tebliğinde fiyatların optimizasyon prosedüründe kullanılırken daha kolay ve hızlı hesaplama sağladığını ifade etmiştir. Fakat kısa vadeler için getirinin fiyata daha duyarlı olması nedeniyle, fiyat kullanıldığında yüksek getiri sapmaları oluşabilir. Svensson (1994) Merkez Bankasının fiyattan daha öte para politikasında getirileri dikkate almasından dolayı getirilerin hatalarını minimize ederek tahmin edilmesinin mantıklı olabileceğini söylemiştir.

Nelson- Siegel gösteriminde β_0 , vadeye kalan gün sonsuza giderken getirilerin limit değerine eşit olan bu parametre, DIBS piyasası katılımcılarının ekonominin durağan düzeyindeki (steady state) faiz beklentisini (bir vade primi ile birlikte) verir. Bununla beraber, Türkiye'de mevcut durumda 5 yıldan uzun vadeli menkul kıymet olmadığı için, bu parametre iyi tahmin edilememekte ve ekonomik birimlerin denge faiz oranına ilişkin beklentilerini yansıtmamaktadır. 30 yıl vadeli senetlerin işlem gördüğü Amerikan bono piyasasında bile bu parametrenin tahmini sorunludur, öte yandan, Türkiye'de de Amerika'da da bu parametrenin tahmin edilmesindeki sorunlar getiri eğrisinin genel tahmin başarısını bozmamaktadır (Akıncı ve Diğ, 2006, 11).

Jordan ve Mansi (2000) bu tip eğrilerin uzun dönem forward eğrisini yatay bir asimptota yakınlaştırması ve kullanıcının kübik splineların tersine düğüm noktaları tanımlamak zorunda olmaması gibi avantajlara sahip olduğunu ifade etmiştir. Dezavantaj olarak ise spline temelli metotlara göre daha az esnek olmasını ve onlar kadar iyi uyduramamasını göstermiştir. Uzun dönemde asimptota yakınsaması nedeniyle akademisyen ve uygulayıcılar tarafından daha çok tercih edilmektedir (Nawalkha, 2005, 68).

4.1.2 Svensson (Extented Nelson- Siegel) Yöntemi

Svensson yaklaşımı Nelson-Siegel (1987)'nin fonksiyonel formunun daha esnek genişletilmiş halidir. Genişletilmiş Nelson-Siegel olarak da adlandırılan bu yöntem Svensson (1994) çalışmasını takip etmektedir. Yukarıda Nelson ve Siegel Yöntemi için belirttiğimiz hususlar Svensson yöntemi içinde geçerliliğini korumaktadır. Özellikle ortak parametrelerin yorumu benzer şekilde yapılacaktır.

Bu daha esnek yaklaşım ile hesaplanacak forward oranlar ile gelecekteki faiz oranlarının takip edeceği yol, enflasyon ve kurdaki değişim oranı ile ilgili piyasa beklentilerinin bir göstergesi olarak kullanılabilir (Svensson, 1994).

Svensson yöntemi veri setindeki bazı senetlerde gerçekleşebilecek aşırı dalgalanmalardan fazla etkilenmemekte, böylece faiz hadlerinin genel seyri hakkında sağlıklı bilgi vermektedir. Buda, gözlemciye (iktisatçıya, politika yapıcısına), piyasa katılımcılarının faiz ve risk primi beklentilerini daha doğru yansıtır (Akıncı ve diğ, 2006).

Bu fonksiyon ile anlık faiz oranları sıfır noktasında $\beta_0 + \beta_1$ ve asimptot değeri olarak β_0'a yakınsar. Aradaki noktalarda ise forward oranı büyüklüğü ve işareti β_2 katsayısı ile belirlenen "tümsek" (hump) yapabilir. Ve bu tümseğin yeri τ_1 katsayısı ile belirlenir.

Forward oranlarını iki unsur ile açıklayabiliriz: gelecekte beklenen kısa dönem faiz oranları ve vade primi. Nelson ve Siegel fonksiyonel formunda , forward oranlar para politikası ile belirlenen mevcut kısa dönem faiz oranları ile başlar. Sonrasında orta vadede konjonktür, enflasyon, para politikası kararları (tümsek) ile belirlenir ve sonunda asimptot değeri durağan durum seviyesinde bitirir (Gurkaynak,Sack ve Wright,2006, 16).

Svensson metodu ile daha uzun vadeli enstrümanların olduğu piyasalar için tahmin yapmak daha yararlıdır çünkü konveksite nedeniyle daha uzun vadede bulunan menkul kıymet getirileri eğriyi bu yöne doğru iterler. Nelson-Siegel yönteminde kısa vadeler oldukça iyi tahmin edilebilirken, uzun vadede konveksite etkilerinden dolayı sapma gösterebilmektedir.

Bu yaklaşım forward oranları altı parametre ile açıklamaktadır. Bu gösterim ikinci bir tümseğe izin veren iki yeni terimi fonksiyona dahil etmektedir. Getiri eğrisi β_3 sıfır yapıldığında Nelson-Siegel'a formu olmaktadır

$$f_t(n,0) = \beta_0 + \beta_1 \exp(-n/\tau_1) + \beta_2(-n/\tau_1)\exp(-n/\tau_1) + \beta_3(-n/\tau_2)\exp(-n/\tau_2), \quad (4.2.6)$$

Bu forward oranların integrali bize denk gelen iskontolu bono getirilerini verir. Aşağıdaki şekilde bu fonksiyonel form yazılabilir.

$$y_t(n) = \beta_0 + \beta_1 * \left[\frac{1-\exp(-\frac{n}{\tau_1})}{\frac{n}{\tau_1}}\right] + \beta_2 * \left[\frac{1-\exp(-\frac{n}{\tau_1})}{\frac{n}{\tau_1}} - \exp(-\frac{n}{\tau_1})\right] + \beta_3 * \left[\frac{1-\exp(-\frac{n}{\tau_2})}{\frac{n}{\tau_2}} - \exp(-\frac{n}{\tau_2})\right], \quad (4.2.7)$$

Bu fonksiyonda verilen parametre setinin tahmin edilmesi ile iskonto fonksiyonu tüm vadeler için tanımlanır. Böylece elde edilecek oranlar ile herhangi bir vadedeki finansal enstrümanı fiyatlamak mümkün olabilecektir.

Çoğu tahminde Nelson ve Siegel orijinal fonksiyonel formunu kullanmak tatmin edici sonuçlar vermektedir. Fakat vade yapısının daha karmaşık olduğu durumlarda bu model yetersiz kalabileceğinden iki yeni değişken eklenerek genişletilmiş form öne sürülmüştür (Svensson, 1994).

4.2 Parametrik Olmayan Spline Temelli Yöntemler

Piyasa tarafından halihazırda kabul görmüş bir yöntem McCulloch (1971) çalışmasına dayanmaktadır. Polinomial splines kullanarak iskonto fonksiyonunu uydurmuştur. Bu yöntem sıradan en küçük kareler yönteminin kullanılabileceği sürekli bir fonksiyon üretmektedir. Daha sonraki çalışmalarda Langetieg ve Smoot (1989) McCulloch yönteminin genişletilmiş halini, iskonto fonksiyonu yerine iskonto oranlarını lineer olmayan tahmin yöntemlerini kullanarak tahmin etmiştir (Fabozzi, 2005, 955).

Düzleştirme yöntemi olarak lineer enterpolasyon yaygındır fakat pek doğru sonuçlar vermediği gibi çok tavsiye edilen bir yöntem de değildir. Getiriler mevcut gözlemlenen piyasa getirilerinden enterpolasyon ile hesaplanır. Piyasa analistleri genel olarak çoklu regresyon ve spline temelli yöntemler kullanır.

İskonto fonksiyonu için basit bir fonksiyonel form kübik polinomdur. Bu yaklaşım kübik fonksiyon kullanarak iskonto faktörleri seti tahmin etmeyi gerektirir. Vade'nin

t , iskonto fonksiyonun *d(t)* olarak ifade edersek, kübik fonksiyon kullanarak iskonto faktörleri setini şu ifade ile tahmin edebiliriz (Fabozzi, 2005, 959)

$$d(t) = a_0 + a_1(t) + a_2(t)^2 + a_3(t)^3 \quad , \qquad (4.1.1)$$

İskonto faktörü $t = 0$ için , şu an için 1 olarak düşünülebilir, bu durumda a_0 =1 ve eşitlik şu şekilde tekrar yazılabilir.

$$d(t) - 1 = a_1(t) + a_2(t)^2 + a_3(t)^3 \, , \qquad (4.1.2)$$

Pratikte kübik polinom tekniği yaklaşımı çok sınırlıdır. Her bir bono için farklı bir eşitlik gerekir ve piyasa verilerini iyi uyumlaştıracak esnekliğe sahip değildir. Sonuç olarak elde edilen eğri, bir eğriden ziyade bağımsız iskonto faktörleri setidir. Buna ek olarak kısa vadede veride olabilecek küçük değişiklikler, uzun vadelerde kötü davranışlara neden olabilir.

Kübik polinom yöntemi dışında temelde vade yapısını fit edecek iki temel yaklaşım vardır. Bunlar parametrik ve parametrik olmayan eğriler olarak gruplandırılabilir. Parametrik eğriler Vasicek modeli, veya Longstaff ve Schawartz modeli gibi vade-yapısı modellerini temel alır. Parametrik olmayan yöntemler belli bir faiz oranı modeline ve genel bir parametre yaklaşımına dayanmaz. Bunlar spline-temelli metotları içerir(Fabozzi, 2005, 959-960).

4.2.1 Kübik Spline Yöntemi

Spline lineer enterpolasyonun bir formu ve istatistiksel bir tekniktir. Birden fazla uygulanma yöntemi mevcuttur. Anlaması oldukça kolay yöntemlerdir. n. derece spline, parçalı n- derece polinom yakınsaması ve n-1 derece türev alınabilir demektir. Parçalı demek farklı polinomlar, düğüm noktaları denen çeşitli düğüm noktaları arasındaki farklı polinomlar demektir. Kübik spline üçüncü derece ve tüm noktalar boyunca iki defa türevlenebilirdir [Matematiksel notasyon Frank J. Fabozzi'nin Sabit Getirili Menkul Kıymetler El Kitabından alınmıştır].

Kübik spline her bir vade aralığında getiri eğrisini tahmin eden bir kübik polinom olduğunu varsaymaktadır. Spline, belli bir sayıda ayrık $d = f(X)$ polinomu olarak düşünebiliriz. Yukarıda eşitlik 4.1.1'de $d(t) = a_0 + a_1(t) + a_2(t)^2 + a_3(t)^3$, olarak ifade edildi. Kübik polinomun katsayıları *n+1* veri nokta arasındaki n aralık için hesaplanarak *4n* sayıda katsayı hesaplanır. Bu eşitlikler gözlemlenen veriye uydurulur. Kısıtlar, eğrinin başlangıç ve bitiş noktasında $d''=0$ yani eğrinin düz olduğudur.

Kübik spline için genel formülasyon şöyle yazılabilir.

$$s(\tau)=\sum_{i=0}^{3}a_i\tau^i+\frac{1}{3!}\sum_{p=1}^{n-1}b_p(\tau-X_p)^3\,, \tag{4.1.3}$$

Yukarıdaki eşitlikte τ nakit akımlarının alındığı zamanı, X_p bitişik polinomların birleştiği noktaları, diğer bir ifadeyle düğüm noktaları, { $X_0,...,X_n$ }, $X_p < X_{p+1}$, p = 0*….n-1* ve kübik spline düğüm noktalarında iki defa türevlenebilirdir. Pratikte spline, baz fonksiyonların bir seti olarak yazılabilir. Bunu yapmanın bir yolu B-splinelardır, { $X_0,...,X_n$ } belirli düğüm noktaları için şöyle ifade edebiliriz.

$$B_p(\tau)=\sum_{j=p}^{p+4}\Big(\prod_{i=p,i\neq p}^{p+4}\frac{1}{X_i-X_j}\Big)(\tau-X_p)^3, \tag{4.1.4}$$

$B_p(\tau)$, { $X_0,...,X_n$ } ‘ da tanımlanmış kübik splinelar, aşağıdaki fonksiyon ile tahmin edilebilir. $\delta(\tau)=\delta(\tau|\ \lambda_{-3},...,\lambda_{n-1})=\sum_{p=-3}^{n-1}\lambda_p B_p(\tau)$, burada $\lambda=(\lambda_{-3}...,\lambda_{n-1})$ gerekli katsayılar, $\tau_1,...,\tau_n$ vade periyotları B-splinelar, böylece $B=\{B_p(\tau_j)\}_{p=-3,...,n-3,\, j=1,...,m}$ ve $\delta=[\delta(\tau_1),...,\delta(\tau_m)$ olur. Buradan; $\delta=B'\lambda$ ve regresyon eşitliği şöyle olacaktır

$$\lambda^*=\arg\min\{\varepsilon'\varepsilon|\ \ \varepsilon=P-D\lambda\}, \tag{4.1.5}$$

$D=CB'.\varepsilon'\varepsilon$ minimum hataları verir. Yukarıdaki eşitlik sıradan en küçük kareler yöntemi ile hesaplanabilir.

4.2.2 Smoothing Kübik Spline Yöntemi

Fisher ve Diğ (1995) çalışması, spline'ın düzleştirme faktörü ile iskontolu bono oranları ve forward oranların çıkartılabileceğini göstermiştir. Anlık forward oran eğrisi kübik B-splineların lineer bir kombinasyonu olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$f(t)\equiv(\phi_1(t),\phi_2(t),...,\phi_K(t))\ (\beta_1,\beta_2,...,\beta_K)'\equiv\phi\ (t)\beta\quad , \tag{4.1.6}$$

Burada $(\phi_1(t),\phi_2(t),...,\phi_K(t))$ kübik spline bazlar, $(\beta_1,\beta_2,...,\beta_K)'$ katsayıların kolon vektörü ve K düğüm noktalarının iki fazlasıdır. Tanıma göre iskonto faktörü aşağıdaki gibi yazılabilir. Bu denklemde T, tüm i ve j'ler içinde en büyük t_{ij} dir.

$$\delta_S(t,\beta) = \exp\left(-\int_0^T \phi(s)\beta ds\right) \quad , \tag{4.1.7}$$

$\Pi(\beta)$, yukarıdaki forward oranların enterpolasyonuna dayalı menkul kıymet fiyat vektörüdür.

$$\Pi(\beta) \equiv (\pi_1(\beta), \pi_2(\beta), ..., \pi_m(\beta)) \quad , \tag{4.1.8}$$

Burada $\Pi_i(\beta) \equiv c_i{}'\delta(t_i,\beta)$ ve $\delta_s(t_i,\beta) \equiv (\delta_s(t_{1i},\beta), \delta_s(t_{2i},\beta), ..., \delta_s(t_{mi},\beta))'$ olmaktadır. Bu durumda smoothing spline verilen λ parametresi ile β'ya göre aşağıdaki problemi minimize eder.

$$\min_{\beta}\left[(P-\Pi(\beta))'(P-\Pi(\beta)) + \lambda\int_0^T f''(t)^2 dt\right] \quad , \tag{4.1.9}$$

Bu ifadenin ilk terimi hata kareleri toplamıdır, ikinci terim ise düzleştirmek için ceza terimidir. λ bir sabit ve düzleştirme ağırlığıdır. λ'nın daha büyük olması, ileri oran eğrisinin daha smooth olması demektir. Smoothing Splinelarda, efektif düğüm sayısı, otomatik olarak düzleştirme ve uyumun iyiliğine göre belirlenir.

λ'nın seçilmesi Genelleştirilmiş Çapraz Denetleme (Generalised Cross Validation-GCV) 'yi γ değerinde minimum olmasına göre yapılır. GCV, λ'nın seçilmesi için oldukça objektif bir yoldur. Bir defa ince ayar yapacak θ değişkeni atandığında her tahminde λ tekrar seçilir.

$$\min_{\lambda} \gamma(\lambda) = \frac{\left[(P-\Pi(\beta^*(\lambda)))'(P-\Pi(\beta^*(\lambda))\right]}{(n-\theta tr(A(\lambda)))^2} \quad , \tag{4.1.10}$$

Burada $A(\lambda) = X(\beta^*(\lambda))(X(\beta^*(\lambda))'X(\beta^*(\lambda)) + \lambda H)^{-1} X(\beta^*(\lambda))'$ efetktif parametre sayısına eşittir.

$$X(\beta^*(\lambda)) \equiv \frac{\partial \Pi(\beta)}{\partial \beta'}\Big|_{\beta=\beta^*(\lambda)} \quad , \tag{4.1.11}$$

ve $H \equiv \int_0^T \phi''(t)'\phi''(t)dt$, (4.1.12)

θ büyüdükçe , forward eğrisi uyumun iyiliğinden feda ederek daha düzleşmiş bir şekil alır. Böylece eğri daha düz hale gelecektir.

5 TÜRK BONO PİYASASI İÇİN GETİRİ EĞRİSİ TAHMİNİ

Türkiye'de yaygın olarak kullanılan gösterge bononun faizindeki bazı değişmeler bu bonoya has faktörlerdeki gelişmelerden kaynaklanıyor ve faizlerin genel durumunu yansıtmıyor olabilir. Daha da önemlisi, belirli bir bononun faizini uzun bir süre takip etmek, bononun vadesi değiştiği için yanıltıcı olabilmektedir. Yeni çıkan iki yıllık bir gösterge bononun faizi üç ay sonra aynı değilse bu ya faizlerde genel bir değişim olduğu için, ya da bono artık bir yıl dokuz aylık olduğu ve bu vadedeki faiz iki yıllıktan farklı olduğu için olabilir. Getiri eğrisinden takip edilecek iki yıl sabit vadeli faizi incelemek bu vade farkı etkisini ortadan kaldırır (Akıncı ve Diğ, 2006, 1).

5.1 Veri ve Tahmin Sorunları

Tahmin için kullanılacak verinin filtrelenmesi önemli bir husustur. Bonolar aynı risk sınıfından seçilerek aralarında sadece vade farklılığı bulunmalıdır. Eğer çok bono mevcut ise likiditesi düşük ve normal olmayan alış-satış spreadine sahip kağıtlar ihmal edilebilir. Ayrıca vergilendirme homojen olmalı, farklı vergi yapılarına sahip bonolar veri setinde bir arada olmamalıdır. Gömülü opsiyonların olduğu hazine kağıtları da ihmal edilmelidir (Nawalkha,2005, 72).

Uygun veri setine sahip olabilmek için İMKB günlük tahvil ve bono bültenleri geriye dönük olarak elde edilerek o gün içinde işlem gören enstrümanlara ait bilgilerin tarihsel olarak yer aldığı bir veritabanı hazırlanmıştır. Bu veritabanından tahmin yapılacak tarihler için uygun veri setlerinin hazırlanması için ekler kısmında verilen VBA kodu kullanılmıştır. [2]

Ayrıştırma için yazılan kodun oluşturduğu setlerin kullanılabilirliğinin sınanması için şöyle bir değerlendirme yapılmıştır. 2006 yılı için her gün için hazırlanan verideki menkul kıymetlerin işlem hacimlerinin o gün içinde işlem gören tüm menkul kıymetlerin işlem hacimlerine oranı tüm bir yıl için ortalama % 75 çıkmıştır. 2007 için ayıkladığımız menkul kıymet hacimlerinin tüm gün için olan işlem hacmine oranının tüm yıl için ortalaması % 87 gibi oldukça yüksek bir orandır. 2008 yılı için

[2] Ek-1 de verilen VBA kodlarında öncelikle indirilen günlük bültenlerin tarihsel olarak bir Excel sayfasına kaydedilmesi sağlanmış daha sonra istenilen tarihten itibaren belirli kriterlere uygun olarak getiri eğrisi tahmininde kullanılacak günlük veri setleri hazırlanmıştır. Bu ayıklama çalışmasının amacı benzer özelliklere sahip bonolardan oluşan veriye ulaşmaktır.

2 Mayıs tarihine kadar bu oran % 91 gibi yüksek bir oran olarak gerçekleşmiştir. Bu durumda filtrelemiş olduğumuz verilerin işlem hacmi kriterine göre düşünüldüğünde piyasanın büyük bir oranını temsil ettiğini söylemek mümkündür.

Datanın hazırlanması esnasında şöyle bir yöntem belirlenmiştir. Öncelikle sadece iskontolu bonolar hesaba katılmıştır. Gösterge kağıdında iskontolu bono olması, ayrıca Türk Bono ve Tahvil Piyasasında yukarıda verdiğimiz ortalamalardan da görüleceği üzere iskontolu bono piyasası likiditenin büyük çoğunluğunu oluşturmaktadır.

Bilindiği gibi 1 Ocak 2006 tarihinden itibaren ihraç edilen senetlere stopaj uygulaması getirilmiştir. Bu nedenle, piyasada stopajlı ve stopajsız olmak üzere iki farklı tipte senet işlem görmektedir. 2006 yılından itibaren faiz oranlarından % 15 oranında stopaj alınmaya başlanmıştır. Özellikle senet sayısının sınırlı olduğu Türkiye gibi ülkelerde tahminlere stopajlı ve stopajsız senetlerin birlikte dahil edilmeleri genel eğilimi bozabilmektedir (Akıncı ve Diğ, 2006, 8).

Veri seti hazırlanırken yukarda bahsedildiği gibi 2006 sonrasında gelen stopaj uygulaması nedeniyle, bonoların daha homojen yapıya sahip olması adına stopajsız kağıtlar silinmiştir. Ayrıca işlem hacimlerine göre % 5 alt dilimde kalan kağıtlar ayrıştırılmıştır. Vadesine 30 günden daha az süre kalan bonolar da veri setini bozabileceği düşüncesi ile çıkarılmıştır. Alper, Akdemir ve Kazimov (2004) çalışmalarında 10 günden daha az süre kalanları hariç tutmuştur. Bazı çalışmalarda ise vadesine kalan güne göre hariç tutmak için 60 gün gibi daha uzun süreler kullanılmıştır. Düşük likidite ile spesifik etki yaratarak tahmin ettiğimiz getiri eğrisi tahmininde sapmaları önlemek için bu yöntem uygulanmıştır.

5.2 Model Uygulamaları ve Tahmin Sonuçları

Modelleme metodolojisi genelde basitlik, hesaplama kolaylığı ve doğruluk arasındaki ilişkidir. Temelde eğri bazı özelliklere sahip olmalıdır. Piyasa getiri eğrisini mantıklı uydurma (fit etme), çeşitli getiri eğrisini tiplerine uyabilecek esnekliğe sahip olmalıdır. Model tutarlılığı açısından, Vasicek veya Cox-Ingersoll-Ross gibi teorik modeller ile uyumlu olmalıdır. Basitlik açısından, hesaplanması kolay ve anlaşılır olmalıdır. Amacımız bono veya türev ürün fiyatlamak mı yoksa arbitraj olanaklarından yararlanmak mı belirlenmelidir. Farklı metodolojiler bu gereksinimleri az yada çok belli bir oranda karşılamaktadır (Fabozzi, 2005, 965).

Akıncı ve Diğ (2006) Ocak 2005 ve Aralık 2006 arası için Nelson- Siegel ve Extented Nelson-Siegel yöntemi kullanarak getiri eğrisi tahmin etmiştir. Bu çalışmada söz konusu dönemde, Mayıs 2006'da yaşanan dalgalanmaya kadar, genel olarak getiri eğrilerinin aşağı doğru kaydığı gözlenmektedir. Burada başlayan "dalgalanma" ile yükselen getiriler Temmuz 2006 sonrasında tekrar düşmeye başlamıştır. Getiri eğrileri düzey olarak gerilerken eğimleri de azalmıştır. Enflasyon beklentisi ve risk algılamalarındaki azalmanın etkisiyle getiri eğrileri aşağı kayarken, eş zamanlı olarak, vade priminin gerilediği, buna bağlı olarak getiri eğrisinin eğiminin de azaldığı düşünülebilir.

Uygulamalar için kullanılan veritabanı dosyası içerisinde DTM, yield, vade, on ve dates matrisleri kayıtlı bulunmaktadır. DTM matrisi içerisinde data setimizin her bir gün için vadeye kalan gün verileri bulunmaktadır. Aynı şekilde yield matrisi içerisinde getiriler vardır, vade matrisinde (45, 60, 90, 120,…, 900) günler veri olarak kaydedilmiştir. Son olarak "on" matrisi içerisinde her gün için o an mevcut TCMB gecelik borç alma faizleri kaydedilmiştir.

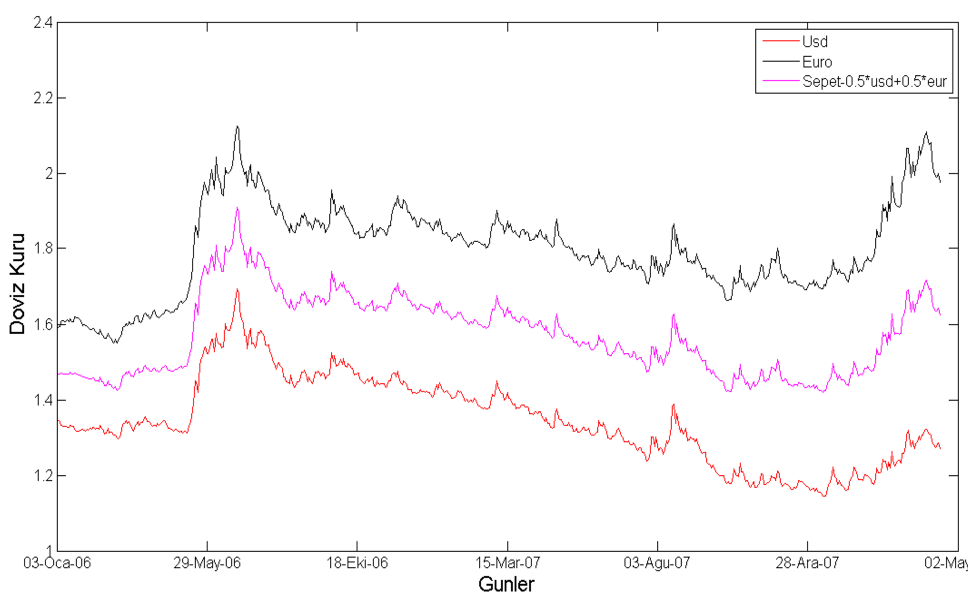
Uygulamada 3 Ocak 2006 tarihinden, 2 Mayıs 2008 tarihine kadar 588 gün için tahmin gerçekleştirilmiştir. Her bir günün standart vadeleri içeren vade vektörü ile tahmin edilen getiri eğrileri "ret matrisi" içerisinde kaydedilmiştir. Yazılan programlar içerisinde kullanılacak matris veya vektörlerden boyutları önceden kestirilebilecekler için önceden sıfır matrisleri tanımlanmıştır. Ayrıca tahmin ettiğimiz bazı getiri eğrilerini seçerken Merkez Bankasının gecelik faiz oranlarından değişikliğe gittiği günler dikkate alınacağından TCMB gecelik faiz oranları tablo 5-1' de gösterilmiştir.

Tablo 5-1 TCMB Gecelik Faiz Oranları

Tarih	Borç Alma	Borç Verme
09.12.2005	13,50	17,50
02.01.2006	13,50	16,50
28.04.2006	13,25	16,25
08.06.2006	15,00	18,00
26.06.2006	17,25	20,25
28.06.2006	17,25	22,25
21.07.2006	17,50	22,50
14.09.2007	17,25	22,25
17.10.2007	16,75	21,50
15.11.2007	16,25	20,75
14.12.2007	15,75	20,00
18.01.2008	15,50	19,50
15.02.2008	15,25	19,25
16.05.2008	15,75	19,75

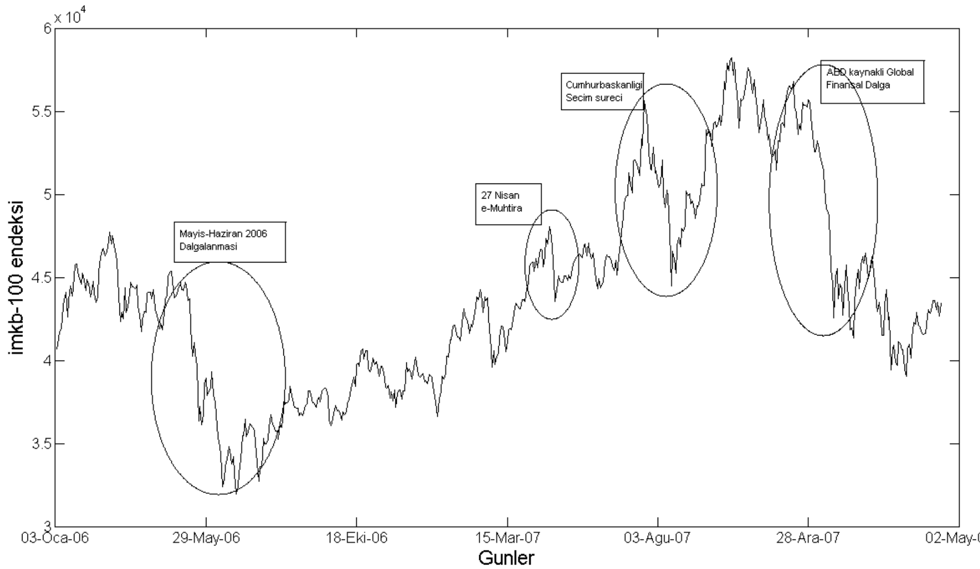
Tablo 5-1 'e göre 8 Haziran 2006 , 26 Haziran 2006 tarihinde en büyük faiz arttırım kararları verilmiştir. Temmuz 2006 sonrası Ekim 2007'ye kadar değişiklik yapılmamış ve bu tarihten sonra faiz oranlarını kademeli olarak düşürme politikası izlenmiştir.

Döviz kurlarının bu veri seti boyunca hareketi için dollar, euro ve döviz sepeti (0.5*dollar + 0.5*euro) grafiği Şekil 5-1'deki gibi olmaktadır. Bu ve sonrasında çizeceğimiz İMKB-100 ulusal endeksi grafiklerinden piyasaların nispeten daha dalgalı olduğu dönemler kolaylıkla belirlenebilir.



Şekil 5-1 Döviz Kurları (USD-Euro- Sepet)

Önceki sayfadaki Şekil 5-1'de döviz kurlarının genel hareketi hakkında bilgi alınabilir. Özellikle Mayıs –Haziran 2006 dalgalanmaları sırasında ne kadar ciddi artış gösterdiği daha sonra trendi aşağı doğru gözükmesine rağmen ara ara oynaklığının artarak günlük yüksek artış oranlarına ulaştığı ve son dönemde önemli oranda artış olduğu görülebilir.



Şekil 5-2 İMKB-100 Endeksi

Şekil 5-2'de İMKB-100 endeksi grafiğiyle piyasaların önemli derecede hareketli olduğu bazı günleri elips çizerek gösterdik. İlk önemli hareketlilik Mayıs-Haziran 2006, daha sonra 27 Nisan 2007 Genelkurmay Başkanlığının internet sayfasından yayınladığı "e-muhtıra" olarak da nitelendirilen bildiri sonrası dönem, daha sonra Adalet ve Kalkınma Partisinin erken genel seçimlerden tek başına iktidar olabilecek bir sonuçla çıkmasına piyasaların olumlu tepkisi, sonrasında Abdullah Gül'ün tekrar aday olduğunu açıkladıktan sonraki Cumhurbaşkanlığı seçim süreci ve son olarak 2008 yılı başından itibaren Amerika Birleşik Devletleri kaynaklı mortgage krizi sonrası resesyon kaygısı ile birlikte gelen tüm dünya piyasalarındaki önemli finansal çalkantıyı göstermektedir.

5.2.1 Parametrik Yöntemler

Uygulamaları gerçekleştirebilmek için fonksiyon parametrelerinin optimizasyon ile bulunması gerekmektedir. Bu nedenle MATLAB programı built-in fonksiyonu lsqcurvefit.m kullanılmıştır. Bu fonksiyon lineer olmayan eğri uydurma problemlerini en küçük kareler yöntemine göre aşağıdaki forma göre çözmektedir.

$$\min_x \frac{1}{2}\left\| F(x, xdata) - ydata \right\| = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} (F(x, xdata_i) - ydata_i)^2 \ , \qquad (5.2.1)$$

[beta,resnorm,residual,exitflag,output,lambda]=lsqcurvefit('ens',beta0,xdata,ydata,lb, ub,options);

Yukarıdaki şekilde yazılan kodu işleten lsqcurvefit , 'ens' fonksiyonu içerisinde Extented Nelson Siegel gösterimi kayıtlıdır. β_0 optimizasyonda tahmin edilecek parametreler için başlangıç değerlerini, fonksiyonumuzda xdata bağımsız değişken olarak düşünülen vadeye kalan gün, ydata bağımlı değişken getirilerdir. lb (lower bounds) tahmin edilecek parametreler için alt sınır değerleri, ub(upper bounds) üst sınır değerleri ve options, optimizasyon için belirlenen aşağıdaki diğer özellikleri içermektedir.

options= optimset('Display','iter','MaxFunEvals',10000,'MaxIter',200,'TolFun',1e-8);

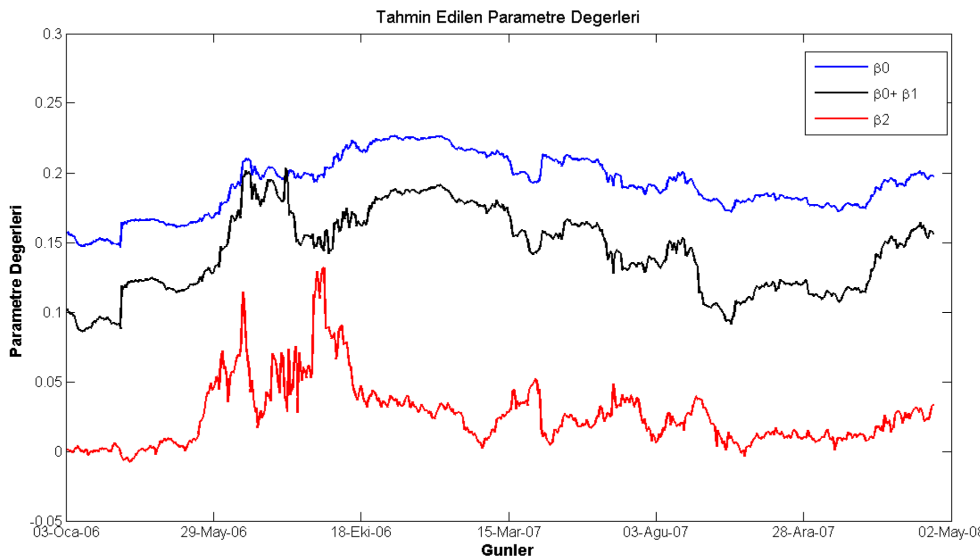
Bu seçeneklerde yapılan iterasyonların gözükmesi istenmiş, maksimum fonksiyon hesaplatmasına 10.000 sınırı konmuş, 200 iterasyon için üst sınır olarak belirlenmiş ve fonksiyon değeri için tolerans 1e-8 olarak belirlenmiştir.

Nelson-Siegel ve Svensson yönteminde β_0 başlangıç değerleri uygulama deneyimleri ve parametrelerin iktisadi anlamlarına göre belirlenmiştir. Ayrıca parametrelerin alt limit ve üst limit değerleri de benzer şekilde belirlenerek sonuçların hem eğriyi iyi bir şekilde uydurması ve iktisadi olarak mantıklı sonuçlar vermesi amaçlanmıştır.

5.2.1.1 Nelson ve Siegel Yöntemi Uygulama Sonuçları

Nelson ve Siegel yöntemi yukarıda anlatıldığı şekilde MATLAB programında uygulama yapılarak tahmin gerçekleştirilmiştir. 588 gün için tahmin gerçekleştirilirken öncelikle başlangıç değerleri önceki tecrübeler ve iktisadi anlamlarına göre beta0=[0.18 on(1)-0.18 0.19 60] olarak belirlenmiştir. Burada on(1) , ilk gün için gecelik faiz oranını göstermektedir. Ayrıca alt ve üst limitler lb=[0 -0.09 -25 45] , ub=[0.30 0.03 25 450] olarak belirlenmiştir. Buradaki kısıtlar yukarıda teorik altyapıda anlatılan iktisadi kaygılar göz önüne alınarak belirlenmiştir.

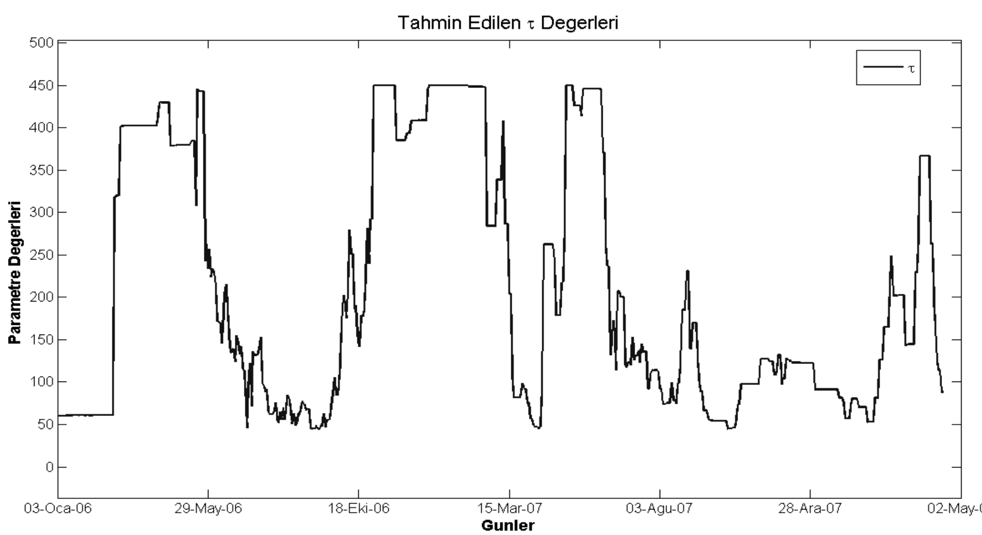
3 Ocak 2006'dan 2 Mayıs 2008'e kadar olan 588 gün için tahmin edilen β_0, $\beta_0 + \beta_1$, β_2 parametrelerine ait grafik Şekil 5-3'deki gibi oluşmuştur. Burada β_0 Nelson-Siegel yöntemine göre faizlerin uzun vadede yakınsayacağı durağan durum oranını göstermektedir. $\beta_0 + \beta_1$ anlık faiz oranını ve β_2 parametresi de orta dönem parametresi olarak oluşan tümseğin yönünü ve şiddetini belirler.



Şekil 5-3 NSY'nin Tahmin Ettiği Parametrelerin Tarihsel Değişimi

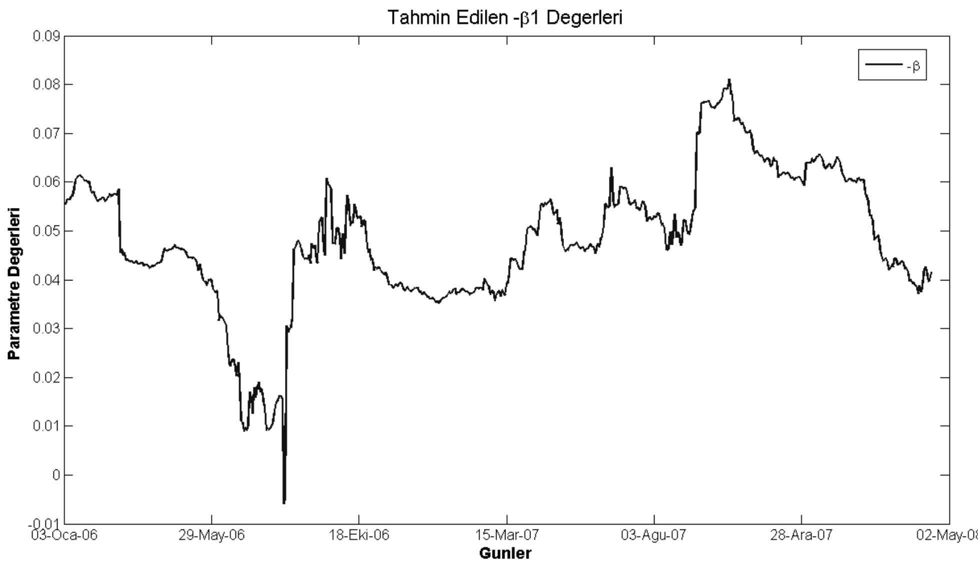
Şekil 5-3'te uzun dönem parametresi β_0'in çoğunlukla anlık faiz oranlarını temsil eden $\beta_0 + \beta_1$'in üzerinde olduğu görünür. Çoğunlukla pozitif vade primi olduğu görülür. Fakat dikkat edilecek olursa Mayıs 2006 tarihlerinde kısa dönem faizler önemli ölçüde yukarı doğru bir hareket göstermiş, uzun dönem faizler bu kadar hızlı bir yükseliş göstermediğinden aradaki vade primi neredeyse sıfır düzeyine gelmiş ve Ağustos 2006 sonrası yavaş yavaş belli bir seviyeye tekrar ulaşmıştır. β_2 katsayısının grafiği incelendiğinde 95. gün yani 22 Mayıs 2006 tarihinden sonra ciddi şekilde yükselmeye başlıyor ve 3-4 aylık bir dönem yüksek dalgalanma gösteriyor. Burada da Mayıs-Haziran 2006 döneminde finansal piyasalardaki çalkantının etkili olduğu söylenebilir. 2008 sonrası döneme bakıldığında faizler tekrar yükselme trendine girmiş ve vade primi daralmaya başlamıştır. Bunun nedeni ABD kaynaklı endişelerin tüm global piyasaları etkisi altına almasıdır. Uzun dönem faiz oranlarını gösteren β_0 katsayısının son birkaç ay içerisinde yükselmesi piyasada güvensizliğin oluşmaya başladığı ve ellerindeki uzun vadeli bonoları da satarak fiyatının düşmesi ve dolayısıyla getirisinin yükselmesi söz konusu olmaktadır. Fakat kısa dönem kağıtların daha çok satılması hala belirsizlik nedeniyle temkinli davranan yatırımcılar olduğunu göstermektedir. Bilindiği gibi β_2 orta dönemi temsil eden parametredir ve tümseğin yönü ile birlikte yakınsama hızını belirlemektedir. Bu dalgalanma döneminde orta dönem faiz politikası ile ilgili belirsizlik parametremizin hareketine yansımıştır.

Şekil 5-4'de incelenen τ değişkeni fonksiyonel formumuzda getiri eğrisinin tümseğinin nerede oluşacağını göstermektedir. Bir anlamda getirilerin uzun dönem faiz oranlarına doğru ne zaman yakınsamaya başladığı olarak düşünülebilir. Gerçekleşen bu τ değerleri yorumlanacak olursa; eğer kısa dönem faizler ve uzun dönem arasında pek fark kalmaz ise model erkenden yakınsama gösterecektir. Dolayısıyla düşük τ değerleri görmüş olacağız.



Şekil 5-4 NSY ile Tahmin Edilen τ Değerlerinin Tarihsel Gelişimi

Bize uzun dönem oranlar ve kısa dönem anlık oranlar arasındaki fark ile vade primi hakkında bilgi veren -β_1 'in grafiği de Şekil 5-5'deki gibi oluşacaktır. Bu grafik incelendiğinde Mayıs-Haziran 2006'daki prim kaybı net olarak gözükmektedir. Son dönemlerdeki hareket incelendiğinde Ekim 2007 ortasından itibaren trendin aşağı dönmeye başladığı ve kısa dönem hazine kağıtların da önemli bir satış eğilimi ile getirilerin arttığı dolayısıyla uzun dönem ile arasındaki spreadin daraldığı gözükmektedir. Bunu hala etkileri devam etmekte olan ABD'de başlayan ve dalga dalga yayılan krizin etkilerinden biri olduğu düşünülebilir.

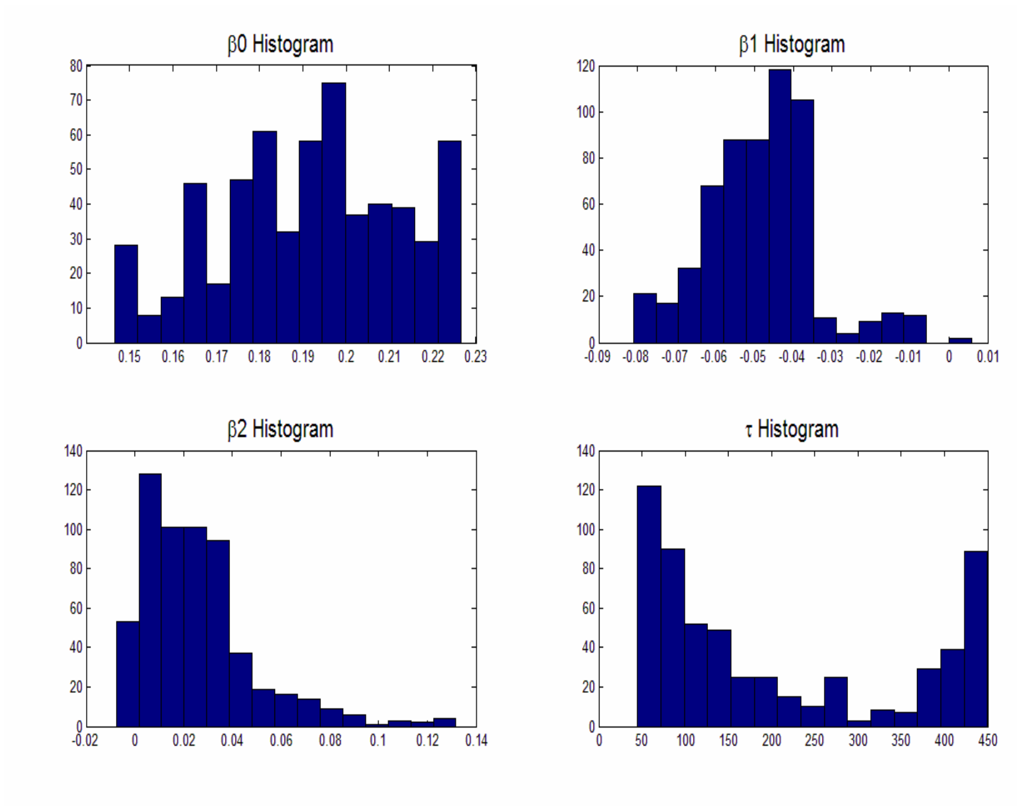


Şekil 5-5 NSY ile Tahmin Edilen - β_1 Değerleri (Vade Primi)

Tahmin ettiğimiz parametrelerin açıklayıcı istatistikleri tablo 5-2'deki gibidir. Dikkat edilecek olursa β_0 diğer bir ifadeyle uzun dönem faiz oranları % 14,7 ile % 22,7 arasında standart sapması 0.02 olmuştur. β_1 ise -0.08 ve 0.0059 arasında 0.014 standart sapma ile oluşmuştur. Bu değerin -1 ile çarpılması vade primini ifade ettiği düşünülürse, ortalama % 4,8 vade primi (burada anlık faiz oranı ve uzun dönem denge faiz oranı arasındaki fark) olduğu söylenebilir. Bu katsayıların histogram grafikleri ise Şekil 5-6'daki gibidir.

Tablo 5-2 NSY ile Tahmin Edilen Parametrelerin Açıklayıcı İstatistikleri

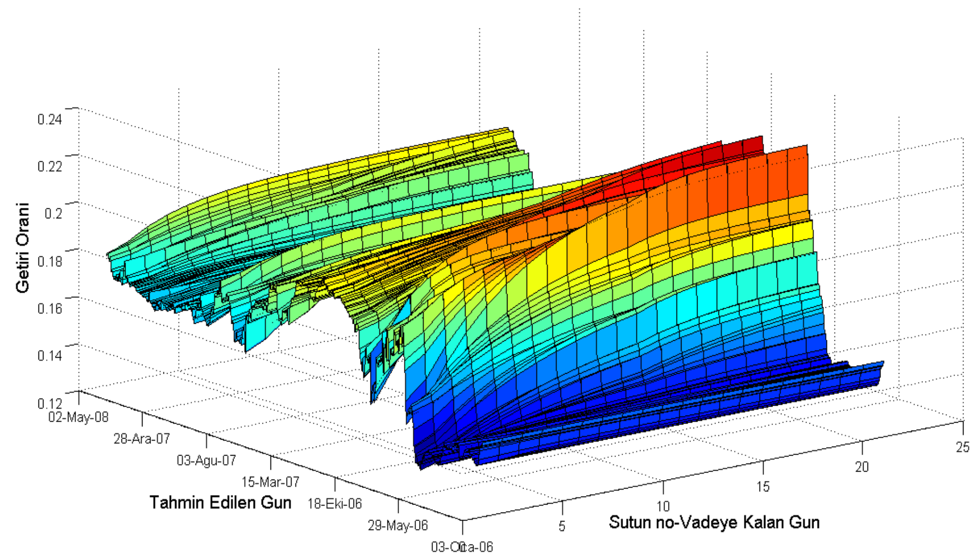
	Ortalama	Minimum	Maksimum	Standart Sapma
Beta0	0,1917	0,1466	0,2265	0,0206
Beta1	-0,0480	-0,0810	0,0059	0,0140
Beta0 +Beta1	0,1494	0,1164	0,2033	0,0140
Beta2	0,0257	-0,0076	0,1318	0,0231
Tau	207,5119	45,0000	449,9992	147,0401



Şekil 5-6 NSY ile Tahmin Edilen Parametrelerinin Histogamı

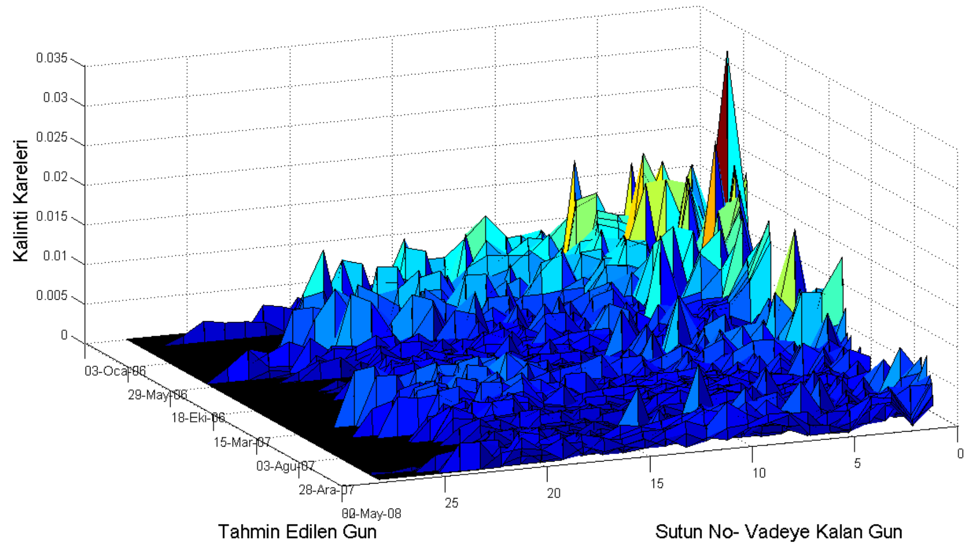
Tahmin ettiğimiz parametrelerinin histogramları Şekil 5-6'daki gibi oluşmuştur. Yukarıda β_0 0.16 ve 0.22 arasında yoğunlaşmış, β_1 -0.06 ve -0.03 arasında yoğunlaşmıştır. τ değerleri iki uca doğru bir yayılma göstermiştir.

Tahmin yapılan 588 gün için getiri eğrilerinin 3 boyutlu yüzey grafiği Şekil 5-7'de gösterilmiştir. Burada getiri eğrilerinin nasıl bir davranış izlediği kolaylıkla görülebilir. Kısaca özetlemek gerekirse 2006 yılı başlarında daha düz ve düşük getirilere sahip bir getiri eğrisi söz konusudur, fakat Mayıs-Haziran dalgalanmaları ile getiri eğrisi ciddi oranda yukarı kaymış ve uzun döneme yakınsama süresi önemli ölçüde değişiklikler göstermiştir. Son birkaç ayda tekrar yukarıya doğru hareket eden bir getiri eğrisi ile karşı karşıya bulunuyoruz. Eğride tahmin edilen günün sola doğru bugüne yaklaştığına dikkat edilerek yorumlanmalıdır.



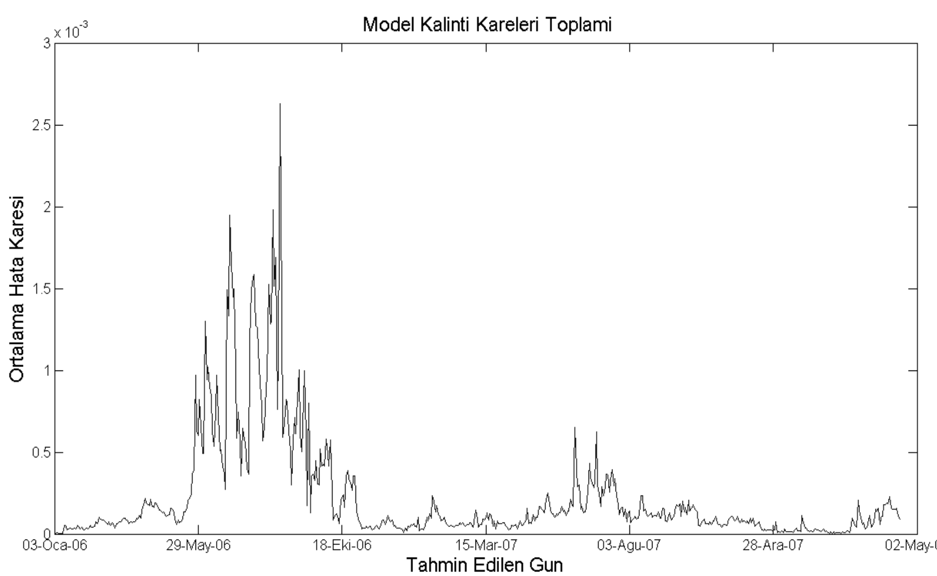
Şekil 5-7 NSY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrilerinin Tarihsel Gösterimi

Benzer olarak kalıntı kareleri tarihsel olarak üç boyutlu gösterimi Şekil 5-8'deki gibi olacaktır. Şekil detaylı incelendiğinde belli dönemlerde tüm vadeler boyunca kalıntı karelerinin önemli bir artış söz konusu olmaktadır. Diğer dikkati çeken bir nokta da uçlarda daha çok sapma gösteren bir yapı sergilemesidir. Özellikle kısa vade ucundaki kalıntı kareleri daha yüksektir.



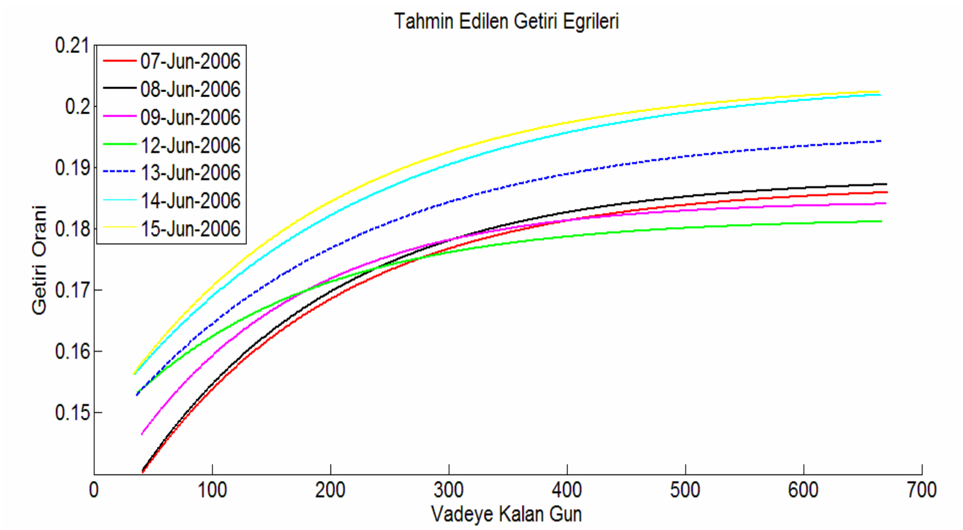
Şekil 5-8 NSY Kalıntı Karelerinin Tarihsel Gösterimi

Tahmin yaptığımız her günün hata kareleri toplamının tarihsel olarak gelişim grafiği de şekil 5-9'daki gibi olmaktadır. Dikkat edilecek olursa piyasanın sıkıntılı olduğu günlerde oluşan fiyatların uydurulması sırasında yüksek hata kareleri elde edilmiştir. Örneğin Mayıs-Haziran 2006 finansal dalgalanmaları sonrası hata karelerinin toplamının sıfıra daha yakın ve istikrarlı hale gelmesi 3 ay gibi bir süre almıştır. Daha sonraki nispeten dalgalı gözüken kısım Haziran 2007- Temmuz 2007 civarındadır.



Şekil 5-9 NSY Kalıntı Kareleri Toplamının 588 Günlük Tarihsel Gösterimi

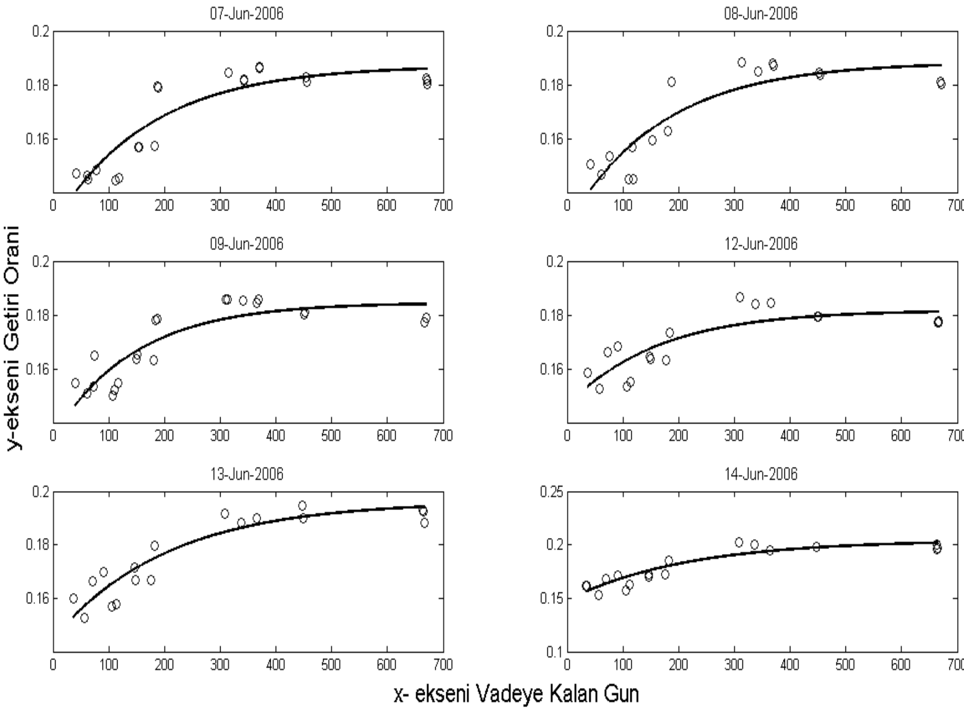
Tahmin ettiğimiz getiri eğrilerini bazı günler için daha detaylı inceleyeceğiz. Öncelikle TCMB'nin Mayıs-Haziran 2006 finansal dalgalanmaları yaşanırken 8 Haziran 2006 tarihinde gecelik faiz oranlarını 175 baz puan arttırdığı ve 26 Haziran 2006 tarihinde ise 225 baz puan gibi yüksek bir oranda arttırım sonrası günlere bakalım.



Şekil 5-10 NSY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri (7-15 Haz. 2006)

7 Haziran 2006- 15 Haziran 2006 arasında tahmin ettiğimiz getiri eğrileri Şekil 5-10'dagösterilmiştir. Dikkat edilecek olursa 8 Haziran'da faiz arttırım kararı gelmiştir. Sonraki gün bunun ilk etkisi eğrinin kısa vadeli ucunun yukarı doğru kaymış olmasıdır. Uzun dönem oranlar hafif aşağı doğru kaymış olmasına rağmen, sonraki 13 Haziran'da getiri eğrisi önemli oranda paralel kayma göstermiştir. Faiz arttırım kararı direkt olarak yansımaya başlamıştır. Merkez Bankasının gecelik faiz oranları aracılığıyla müdahalesi sonucu iskontolu bono getiri eğrisi yukarı kaymıştır. Bu müdahalelerin temelde TCMB'nin enflasyon hedefi doğrultusunda olduğu unutulmamalıdır. Merkez Bankası temelde bu hedef doğrultusunda hareket eder ve piyasalarda enflasyon ile ilgili beklentilerini uzun vadede getiri eğrisi içerisinde fiyatlarlar.

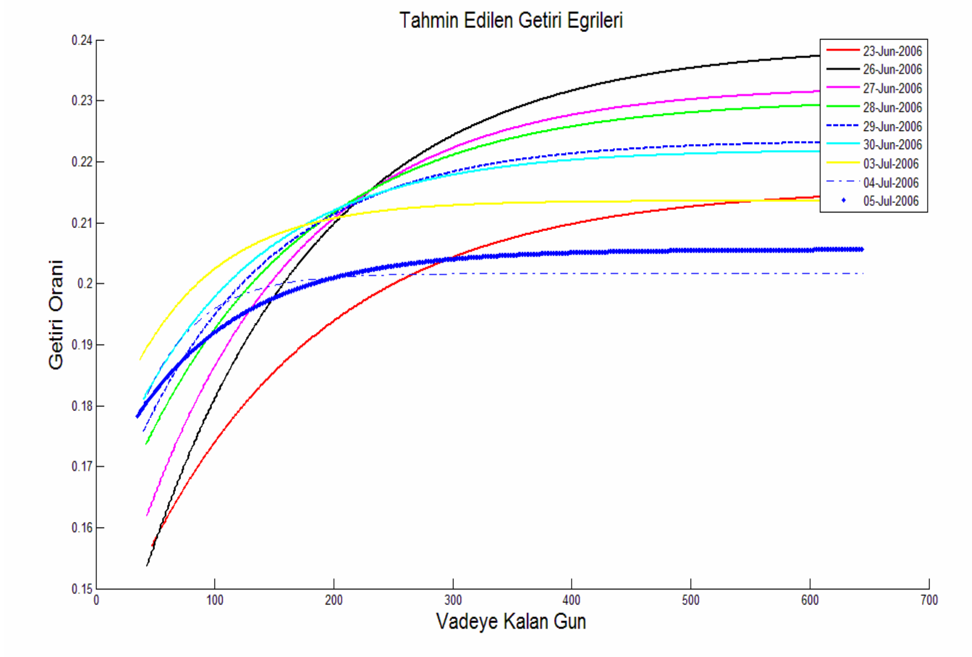
Şekil 5-10'da tahmin ettiğimiz getiri eğrilerinin o gün gözlemlenen piyasa verileri ile bir arada gösteren grafikler şekil 5-11'de gösterilmiştir. Tahmin ettiğimiz getiri eğrilerinin gözlemlenen veriler boyunca nasıl eğriyi uydurduğu net olarak görülmektedir.



Şekil 5-11 NSY Getiri Eğrileri - Piyasa Verileri(07- 14 Haz. 2006)

Şimdi 26 Haziran 2006 tarihinde yapılan arttırım öncesi ve sonrası getiri eğrilerinin durumuna bakalım. 26 Haziran tarihinde oluşan getiri eğrisi bir önceki güne göre oldukça yukarı kaymıştır. Bugünden sonra kısa dönemdeki ucu yukarı doğru ilerlerken uzun dönem ucu aşağı doğru düzleşmeye başlamıştır. Merkez Bankasının faiz arttırım kararı öncesi beklenti ve bunun gerçekleşmesi ile getiri eğrisi ciddi oranda yukarı kayma göstermiştir. Kısa dönem oranlar bu yeni seviyeye uyum sağlarken, piyasa ilk başta verdiği yüksek tepki sonrası yüksek görece yüksek faiz oranlarını sabitleyebilmek amacıyla nispeten daha uzun vadeli kağıtları almaya başlamıştır. Böylece eğrinin uzun dönem ucu aşağı doğru kaymaya başlamıştır.

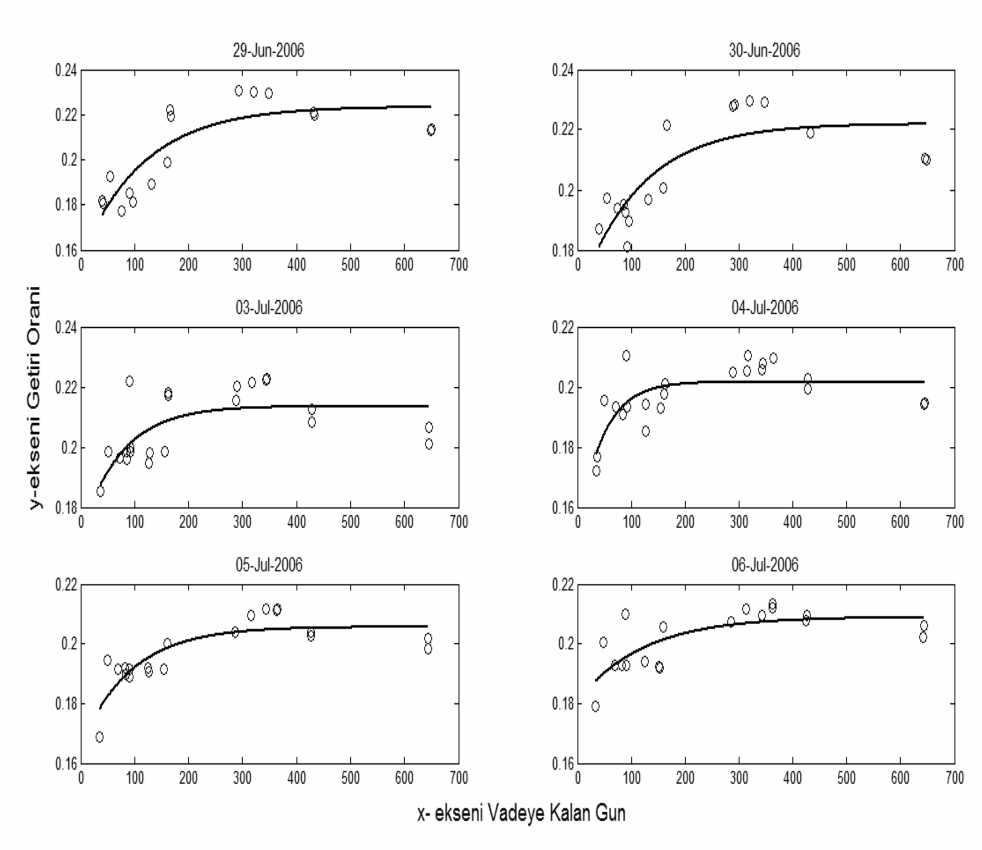
Getiri eğrisinin düzleşmeye başladığına da dikkat edilmelidir.



Şekil 5-12 NSY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri (23.06- 05.07 2006)

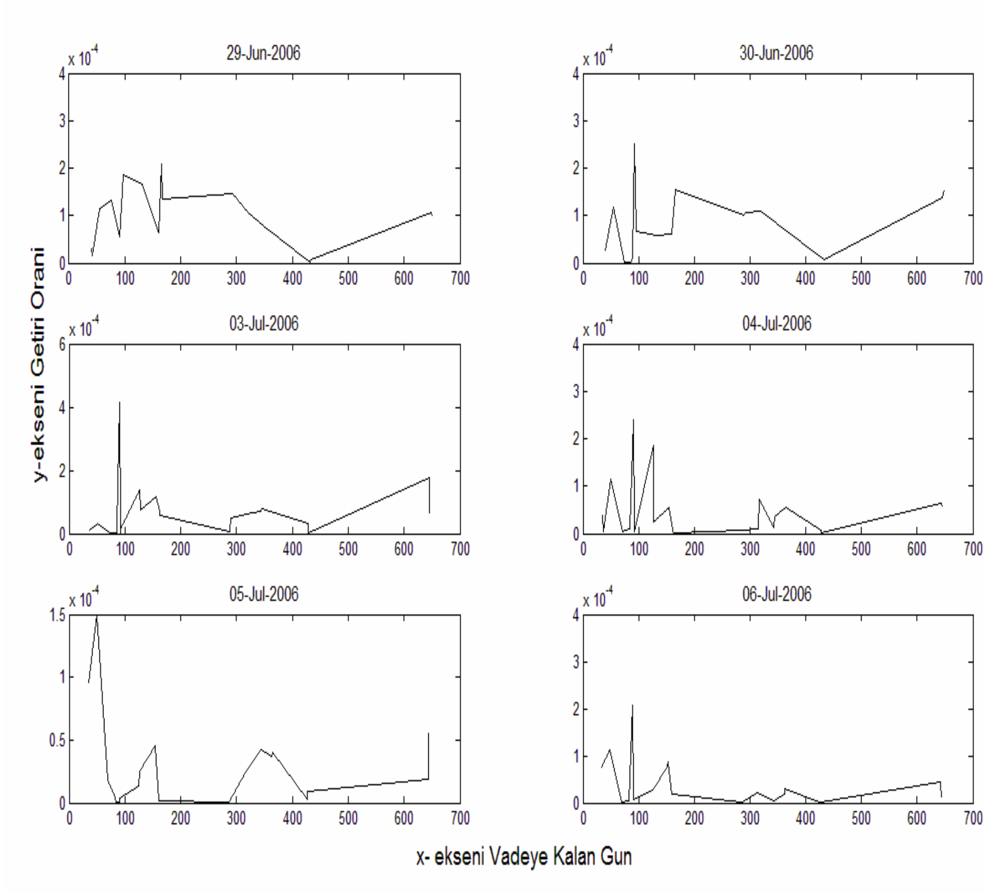
23 Haziran sonrası gelişmeler piyasa tarafından şöyle değerlendirilmiştir. Piyasada hiçbir oyuncu bu kadar yüksek bir faiz arttırımı beklemiyordu. Bu kadar yüksek bir faiz arttırım kararı gelince ilk etapta hazine kağıtlarına önemli satış baskısı geldi fakat daha sonra yapılan bu arttırımlar ile Merkez Bankasının enflasyonu düşürmek konusundaki kararlılığı olarak yorumlanarak getiri eğrisinin uzun vadeli ucu düzleşmiştir.

Tabi yukarıda tahmin ettiğimiz getiri eğrilerinin gözlemlenen verilerle birlikte gösterimi ve kalıntılarına bakmamız da yararlı olacaktır. Yaptığımız tahminlerin gözlemlenen verileri ne derecede iyi uydurduğunu ve düzleştirdiğini şöyle inceleyebiliriz. Çıkan sonuçlardan modelimizin veriyi fit etmeye çalışırken aynı zamanda smooth getiri eğrileri oluşturmayı başarmıştır.



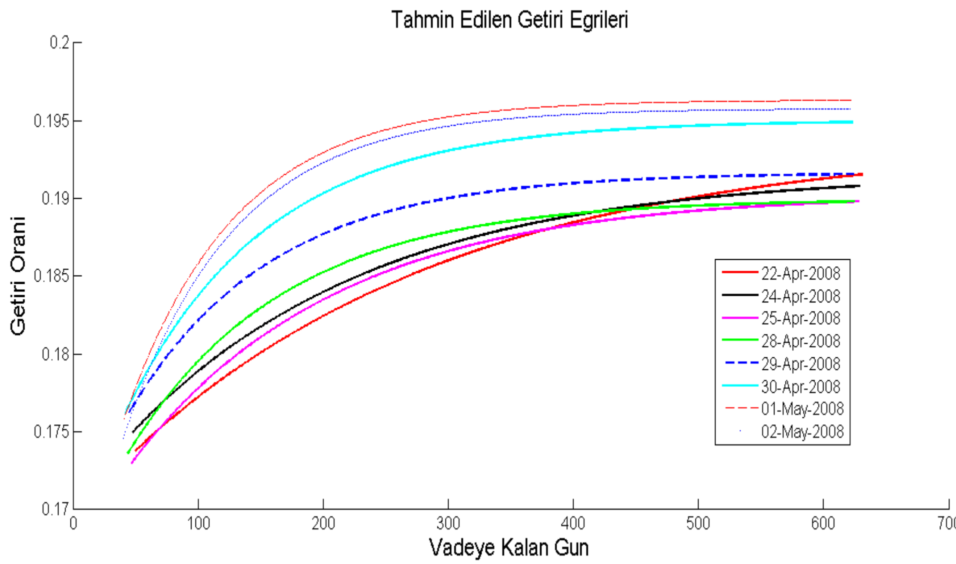
Şekil 5-13 NSY Getiri Eğrileri- Piyasa Verileri(29-06.07.2006)

Aynı günler için model artıklarını inceleyelim. Getirilerin kalıntı karelerinin vadeye kalan güne göre grafikleri şekil 5-10'da gösterilmiştir. Buradan da görülebileceği gibi kısa uçta artıklar daha yüksek olabilmektedir. Burada incelediğimiz dönemde piyasalarda belirsizliğin görece olarak daha yüksek olduğu dikkate alınmalıdır.



Şekil 5-14 NSY Tahmin Sonucu Oluşan Kalıntılar (29.06-06.07 2006)

Yukarıda incelediğimiz günler haricinde veri setimizin son günlerini de şekil 5-12 inceleyelim. Bunun için 2 Mayıs 2008 öncesi son 6 günü ele alalım. Dikkat edilecek olursa 22 Nisan 2008 sonrasındaki günlerde getiri eğrisi hafifçe yukarı doğru kayma göstermektedir. Özellikle 28-29-30 Nisan tarihlerindeki getiri eğrilerinin yukarı kayması açıktır. 1 Mayıs sonrası eğri hafif aşağı doğru kayarak, düzeltme hareketi benzeri bir davranış göstermiştir.



Şekil 5-15 NSY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri (22.04-02.05 2008)

Yukarıda incelediğimiz günler için tahmin edilen parametre değerlerinin tablosu aşağıdaki gibidir. Dikkat edilecek olursa vade primini ifade eden $-\beta_1$ artış gösteriyor. Hareketin orta dönem faiz politikalarını içeren β_2 değeri de artış gösteriyor. Bununla birlikte tümseğin yerini ve ne zaman uzun döneme yakınsamanın başlayacağını gösteren τ parametresi sürekli olarak azalma gösteriyor. Buradan uzun dönem ile ilgili belirsizliğin etkisiyle piyasada uzun vadeli menkul kıymetlerin satışı onların fiyatını düşürerek getirilerini yükseltiyor. Bu hareket getiri eğrilerinin yukarı doğru kaymasından anlaşılabilmektedir. Bu durumda uzun dönem faizlerin yakınsama yeri bugüne daha da yaklaşmış olmaktadır.

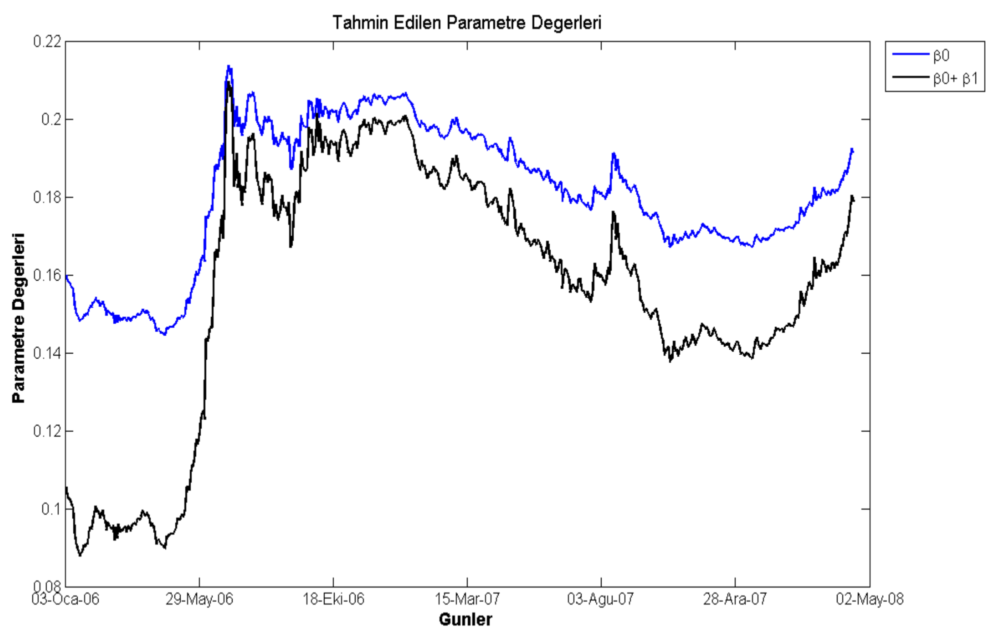
Tablo 5-3 NSY ile Tahmin Edilen Model Parametreleri (22.04- 02.05 2008)

Tarihler	Beta0	Beta1	Beta2	Tau
22.Nis.2008	0,200	-0,038	0,024	263,227
24.Nis.2008	0,198	-0,039	0,021	195,446
25.Nis.2008	0,197	-0,042	0,023	164,390
28.Nis.2008	0,195	-0,043	0,023	125,251
29.Nis.2008	0,196	-0,041	0,023	114,090
30.Nis.2008	0,198	-0,040	0,027	113,874
01.May.2008	0,198	-0,040	0,033	88,391
02.May.2008	0,197	-0,042	0,033	88,464

5.2.1.2 Svensson (Extented Nelson-Siegel) Yöntemi Uygulama Sonuçları

Yukarıda Nelson ve Siegel yöntemi ile yaptığımız tahmini iki yeni parametre ekleyerek 588 gün için yaparak sonuçlarını tartışacağız. beta0=[0.18 on(1)-0.18 4.2 -4.2 75 74] vektörü olarak belirlenmiştir. Nelson –Siegel için yaptığımız tahmindeki benzer bir mantıkla ilk değerler belirlenmiştir. Alt ve üst limitler ise yukarıda anlatıldığı üzere metodoloji ve uygulama tecrübelerine göre lb=[0 -0.09 -25 -25 45 45] ve ub=[0.30 0.03 25 25 450 450] olarak belirlenmiştir.

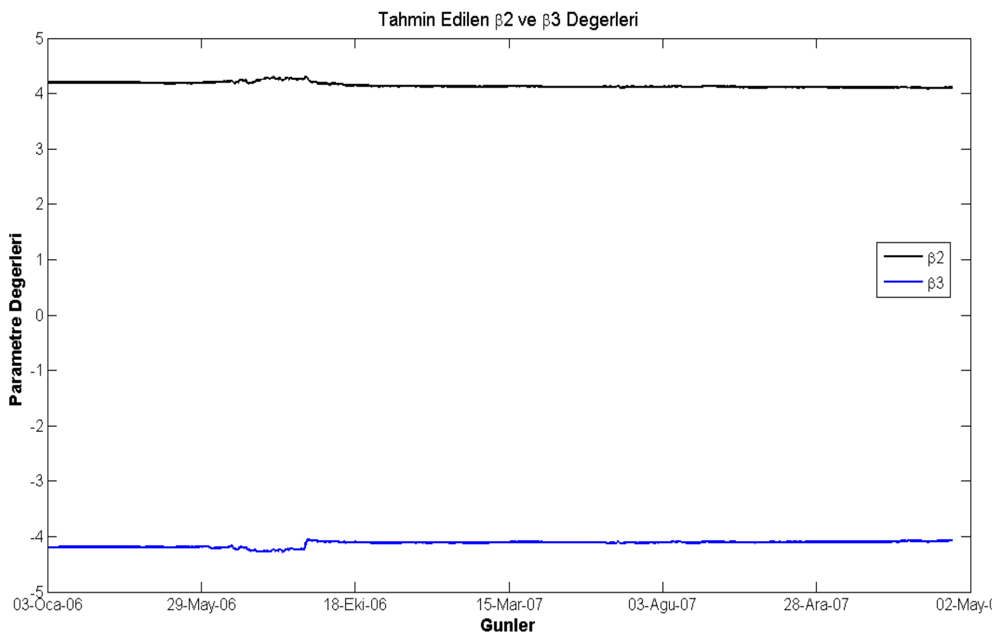
3 Ocak 2006'dan 2 Mayıs 2008'e kadar olan 588 gün için tahmin edilen β_0, $\beta_0+\beta_1$. Burada β_0 Svensson yöntemine göre faizlerin uzun vadede yakınsayacağı durağan durum oranını göstermektedir. $\beta_0+\beta_1$ anlık faiz oranını ve β_2 parametreside orta dönem parametresi olarak oluşan tümseğin yönünü ve şiddetini belirler. Yeni eklenen iki parametreden biri olan β_3 ikinci kıvrımın yönünü ve şiddetini belirler, bu ikinci kıvrımın yerini ise yeni eklenen ikinci parametre τ_2 belirler.



Şekil 5-16 SVY ile Tahmin Edilen β_0 ve $\beta_0+\beta_1$ Parametleri

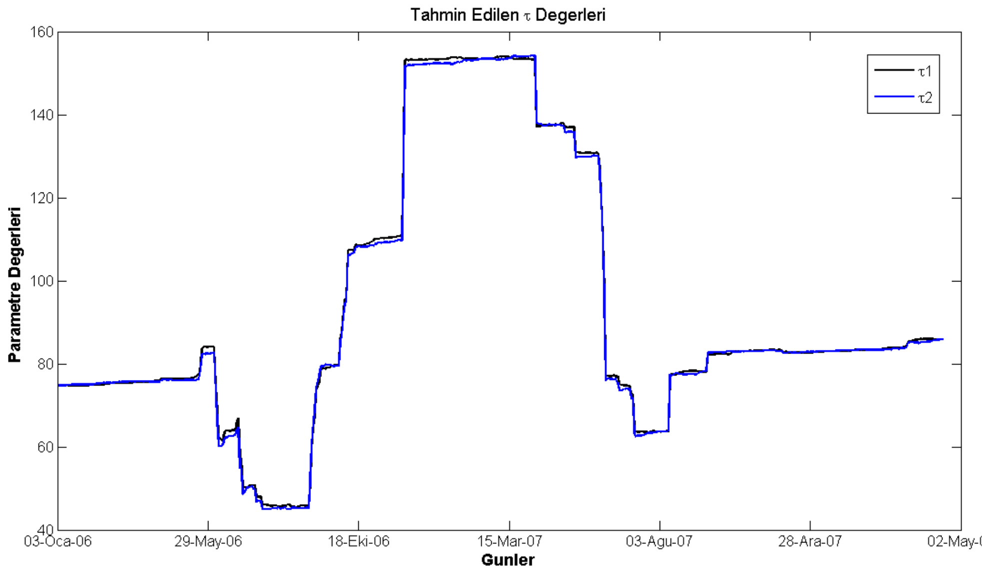
Yukarıdaki grafikte Nisan 2006 sonundan itibaren anlık faizleri temsil eden $\beta_0+\beta_1$ değeri ve uzun dönem denge faizini ifade eden β_0 değeri birlikte hızlı bir yükselişe geçmişlerdir. Bu dönemde kısa vadeli hazine kağıtlarındaki satış baskısı daha yüksek olduğundan aradaki vade primi de önemli ölçüde azalmıştır. Benzer sonuç Nelson – Siegel yönteminde de elde edilmişti. 2006 yılı sonlarından itibaren düşüş eğilimi gösteren parametrelerimiz erken genel seçimler ve Cumhurbaşkanlığı seçim sürecinde tekrar önemli yükselme kaydetmiştir. 2008 başından itibaren finansal piyasaları etkileyen global çalkantı son dönemde $\beta_0 + \beta_1$ ve β_0'ın yukarı doğru trend kazanmasına neden olmuştur.

Şekil 5-17'de görüleceği üzere iki parametre mutlak değer olarak yaklaşık aynı olmaktadır. Birbirinin ters işaretlisi olarak ikinci kıvrıma aslında gerek olmadığı gibi bir sonuç çıkmaktadır. Eğer kuponlu bonolar dahil edilse ve veri setinde çok daha uzun vadeli kağıtlar olsaydı ikinci tümseğin yerini belirleyen yeni parametremiz daha farklı sonuçlar verecekti.



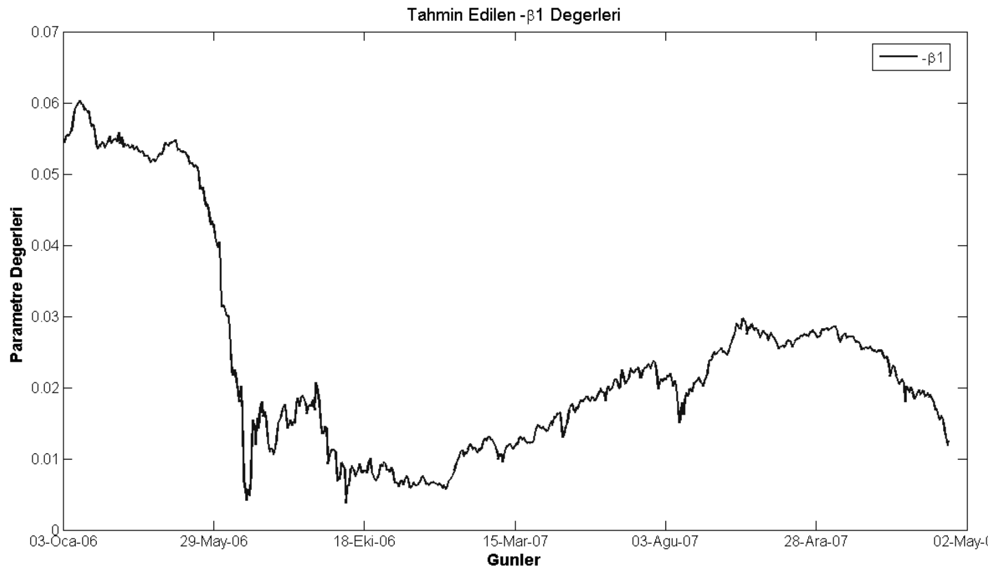
Şekil 5-17 SVY ile Tahmin Edilen β_2 ve β_3 Parametreleri

Benzer şekilde τ parametrelerine bakılırsa τ_1 ve τ_2 değerleri hemen hemen aynı çıkmışlardır. Bu sonuç yukarıda β_2 ve β_3 parametreleri ile ilgili yazdığımız sonucu doğrular niteliktedir.



Şekil 5-18 SVY ile Tahmin Edilen τ Parametreleri

Şekil 5-18'de tahmin edilen τ parametreleri neredeyse aynı olsa da yorumlamamız gerekirse şöyle bir sonuç çıkacaktır. 2006 Haziran ayına kadar 75 gün civarında iken, sonrasında alt limit olan 45 güne kadar düşüyor. Bu dönemde kısa dönem faizler ve uzun dönem faizler birbirine yaklaştığından, vade primi de azalınca daha çabuk uzun dönem faizlere yakınsama söz konusu olmaktadır. Eylül 2006 sonrası τ değerlerimiz yükseliyor ve 155 güne kadar çıkıyor, sonrasında Nisan 2007 Cumhurbaşkanlığı seçim süreci ile ilgili tartışmaların başladığı, 27 Nisan'da "e-muhtıra" gerçekleştiği düşünüldüğünde sürekli aşağı kayıyor ve erken genel seçimler sonrası yeni bir denge noktası olan 80-90 gün aralığında gerçekleşmektedir.



Şekil 5-19 SVY ile Tahmin Edilen - β_1 Değerleri

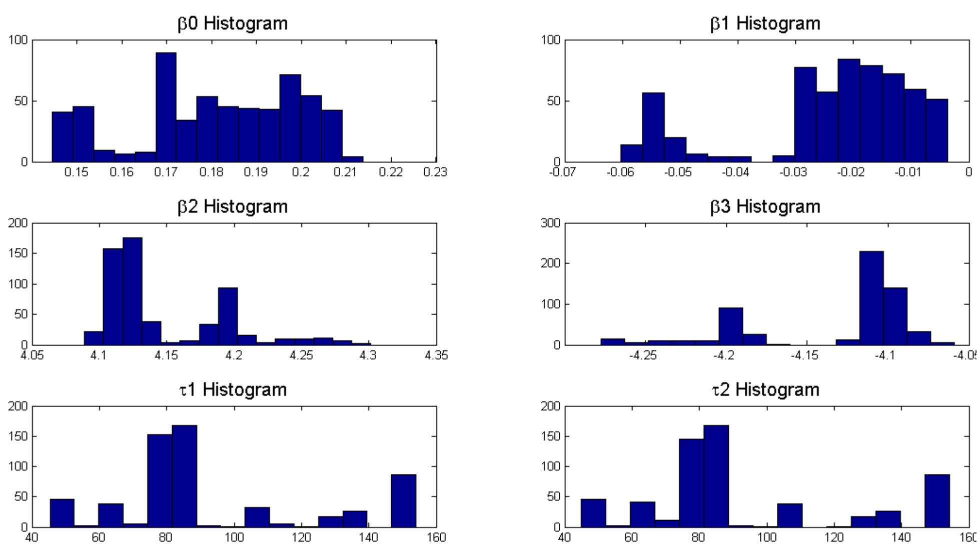
Şekil 5-19'daki $-\beta_1$ değerlerini gösteren grafik diğer bir ifade ile anlık faiz oranları ve uzun vade dengesi arasındaki fark yani vade primini göstermektedir. Yukarıda diğer parametreler için yaptığımız yorumlara benzer sonuçlar burada da geçerliliğini korumaktadır. 100. gün civarında görülebilecek Mayıs-Haziran 2006 dalgası, 400. gün civarında erken genel seçim sonrası tekrar Cumhurbaşkanlığı seçim süreci ve son olarak 2008 başından sonra global finansal dalgalanmanın etkisi görülmektedir.

Şimdi tahmin ettiğimiz tüm parametrelerin açıklayıcı istatistiklerine kısaca bakalım. Tablo 5-4'de görüleceği üzere β_2 ve β_3 parametreleri mutlak değerce birbirlerine çok yakındır ve τ_1 ve τ_2 parametreleride çok yakın değerler almaktadır. Uzun dönem faizlerin yakınsayacağı değer minimum % 14.45 maksimum % 21.37 olarak gerçekleşmiştir. Ortalama vade primi % 6 civarında gerçekleşmiş ve minimum % 0.37 gibi küçük bir değer olmuştur. anlık faiz oranları da minimum % 15.69 ve maksimum % 20.95 ile uzun dönem faizler ile paralel değerler almıştır.

Tablo 5-4 SVY ile Tahmin Edilen Açıklayıcı İstatistikler

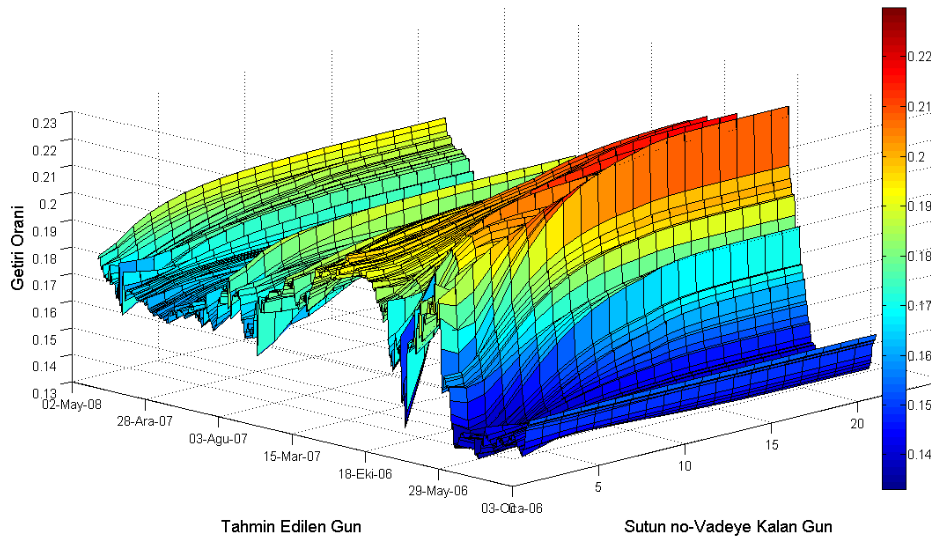
	Ortalama	**Minimum**	**Maksimum**	**Standart Sapma**
Beta0	0.1809	0.1445	0.2137	0.0181
Beta1	-0.0240	-0.0603	-0.0037	0.0150
Beta0 +Beta1	0.1569	0.0878	0.2095	0.0328
Beta2	4.1480	4.0891	4.3015	0.0452
Beta3	-4.1300	4.6051	-4.0591	0.0495
Tau1	93.2376	45.3725	154.0118	31.9919
Tau2	92.8683	45.0000	154.1991	31.9318

Tahmin edilen parametrelerin histogramları Şekil 5-20'deki gibi oluşmuştur. Burada β_0 0.17 ve 0.20 arası değerlerde yoğunlaşmıştır. β_1 parametresi iki bölgede yoğunlaşmış çoğunlukla -0.03 ve -0.01 aralığında diğer bölge ise -0.05 ve -0.06 arasında oluşmuştur. β_2 ve β_3 mutlak değerce benzer iki bölgede yoğunlaşmıştır. τ değerleri en çok 80 gün civarında yoğunlaşmakla birlikte 40 ile 160 arasında belli farklı günlerde de küçük yoğunlaşmalar oluşmuştur.

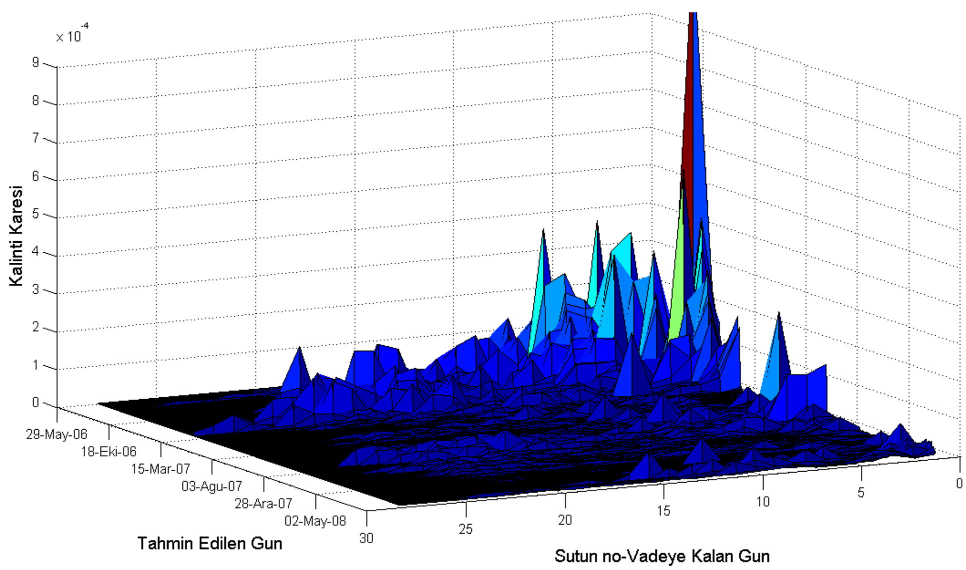


Şekil 5-20 SVY ile Tahmin Edilen Parametrelerin Histogramları

Şekil 5-21'de tahmin gerçekleştirilen 588 gün için üç boyutlu yüzey grafikleri incelenecek olursa Nelson-Siegel yöntemine benzer şekiller elde edilir. Bu grafikte eğrilerin yukarı ve aşağı doğru kaymaları ve eğim değişiklikleri uzun döneme yakınsama davranışı kolaylıkla görülebilmektedir. 2006 yılı başlarında daha düz getiri eğrileri varken sonra eğri yukarı kayıyor ve eğimi de artıyor.



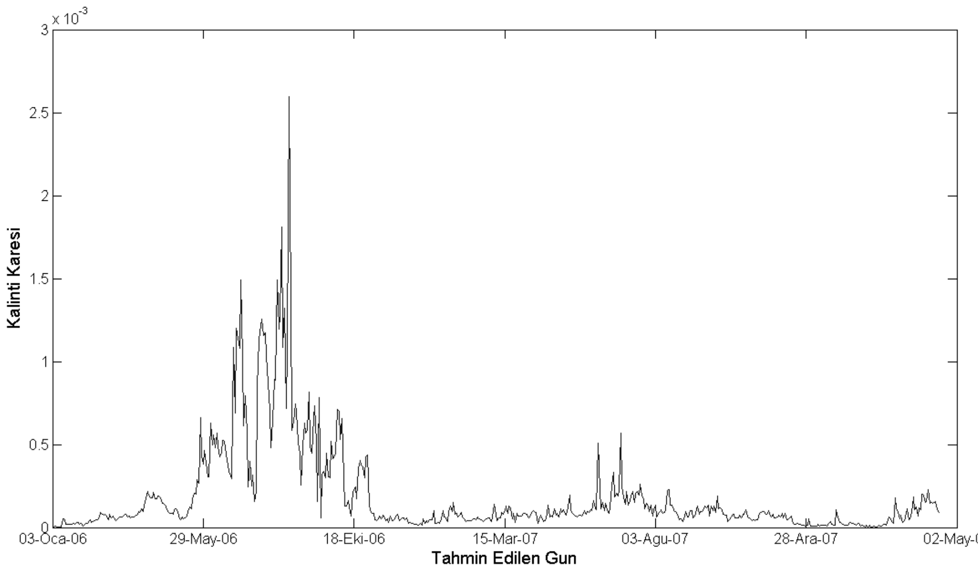
Şekil 5-21 SVY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri Yüzey Grafiği



Şekil 5-22 SVY Kalıntı Kareleri Üç Boyutlu Grafiği

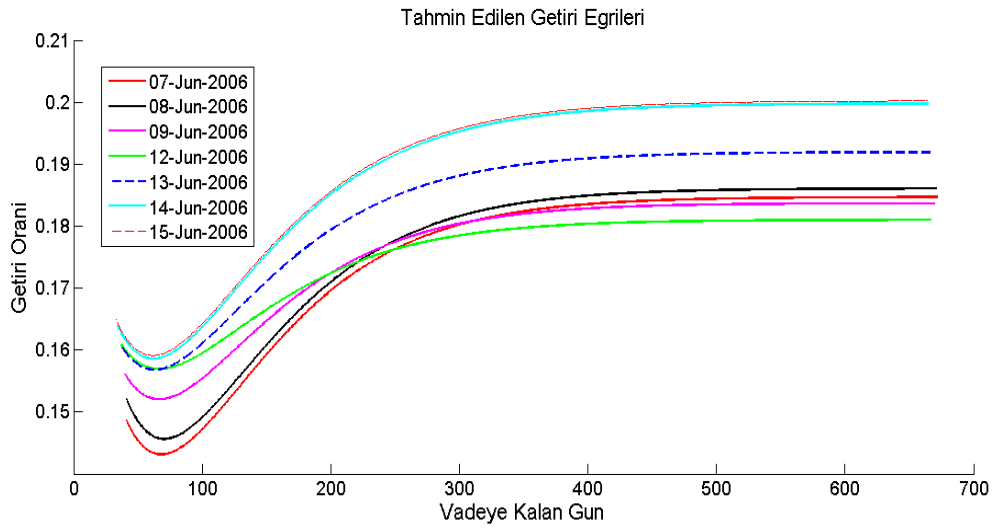
Kalıntı karelerinin üç boyutlu grafiği olan şekil 5-21 Nelson-Siegel yöntemindekine benzer fakat daha düşük kalıntı kareleri olacak şekilde elde edilmiştir. Benzer şekilde dalgalanma döneminde yüksek hata kareleri oluşmuştur. Kısa ve uzun vadeli uçlarda kalıntılar daha yüksek oluşmuştur.

Her gün için yapılan tahminin kalıntı kareleri toplamının grafiği olan şekil 5-23 Nelson-Siegel yönteminde çizilen grafiğe oldukça benzer şekilde oluşmuştur. Yukarıdaki üç boyutlu grafiğinde iki boyuta indirgenmiş hali olduğu söylenebilir.



Şekil 5-23 SVY Kalıntı Kareleri Toplamı Tarihsel Gösterimi

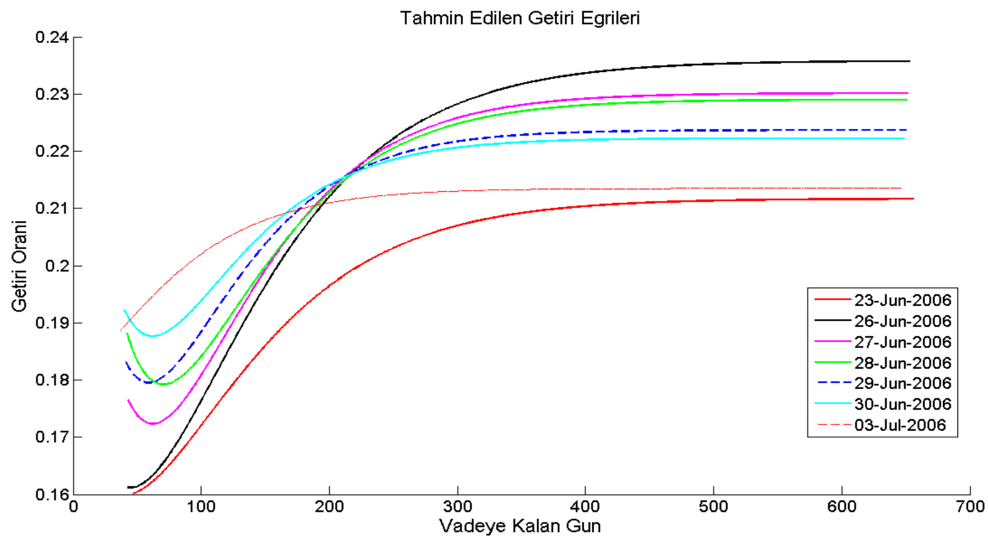
Nelson –Siegel Yönteminde olduğu gibi Svensson yöntemi içinde benzer günler için tahminlerimizin grafiklerini inceleyeceğiz. Merkez Bankasının Mayıs-Haziran 2006 finansal dalgalanmaları yaşanırken 8 Haziran 2006 tarihinde gecelik faiz oranlarını 175 baz puan arttırdığı ve 26 Haziran 2006 tarihinde ise 225 baz puan gibi yüksek bir oranda arttırdığı günlere bakalım.



Şekil 5-24 SVY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri (07-15 Haz. 2006)

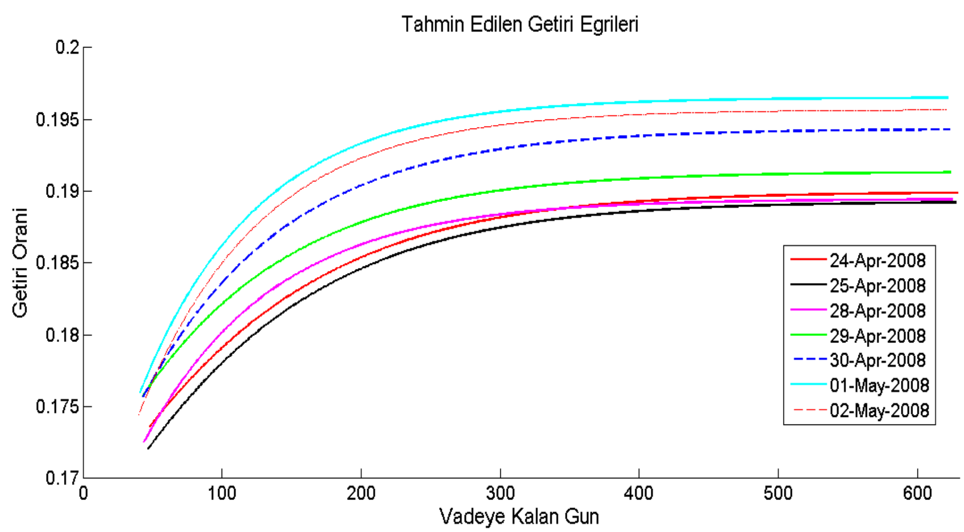
7 Haziran 2006- 15 Haziran 2006 arasında Svenson Yöntemi ile tahmin ettiğimiz getiri eğrileri aynı grafik üzerinde şekil 5-24'de gösterilmiştir. 8 Haziran 2006'da gelen faiz arttırım kararı sonrası , bunun ilk etkisi eğrinin kısa vadeli ucunun yukarı doğru kaymış olmasıdır. Uzun dönem oranlar hafif aşağı doğru kaymış olmasına rağmen, sonraki 13 Haziran'da getiri eğrisi önemli oranda paralel kayma göstermiştir. Sonra 14 Haziran 2006 tarihinde tekrar yukarı doğru kayma göstermiştir. Faiz arttırım kararı direkt olarak yansımaya başlamıştır. Bu yöntem ile elde ettiğimiz sonuçlar benzer Nelson-Siegel ile benzer oluşmuş sadece eğrinin kısa vadede sahip olduğu kıvrım daha iyi net fark edilmektedir.

Şimdi daha önce Nelson-Siegel yönteminde bakmış olduğumuz 26 Haziran 2006 tarihinde yapılan arttırım öncesi ve sonrası getiri eğrileri şekil 5-25'de gösterilmiştir. 26 Haziran tarihinde oluşan getiri eğrisi bir önceki güne göre oldukça yukarı kaymıştır. Bunun nedeni piyasanın Merkez Bankasının faiz arttırım kararı beklentisini önceden satın alması olduğu şeklinde yorumlanabilir.Bugünden sonra kısa dönemdeki ucu yukarı doğru ilerlerken uzun dönem ucu aşağı doğru düzleşmeye başlamıştır. Daha önce de ifade etmiş olduğumuz gibi kısa dönem oranlar bu yeni seviyeye uyum sağlarken, piyasa ilk başta verdiği yüksek tepki sonrası, görece yüksek faiz oranlarını sabitleyebilmek amacıyla nispeten daha uzun vadeli kağıtları almaya başlamıştır. Daha önce de ifade ettiğimiz gibi piyasalar Merkez Bankasının enflasyonu düşürme konusundaki kararlılığını faizleri arttırımı ile görerek buna göre tepki vermiştir. Kısa vade de olumsuz bir hava olmasına rağmen uzun vade için temelde beklenti olumludur.



Şekil 5-25 SVY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri (23.06-03.07 2008)

Nelson-Siegel yönteminde yaptığımız gibi 2 Mayıs 2008 öncesi son 6 günü ele alalım. Şekil 5-26'ya dikkat edilecek olursa 24 Nisan 2008 tarihi sonrası getiri eğrisi hafifçe aşağı doğru kayma göstermektedir. Daha sonra özellikle 29-30 Nisan tarihlerinde getiri eğrilerinin yukarı kayması açıktır. 2 Mayıs tarihinde ise bir önceki güne göre hafif aşağı doğru kayma göstermiştir.



Şekil 5-26 SVY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri (24.04.2008-02.05.2008)

Tablo 5-5 SVY ile Tahmin Edilen Parametreler (24.04-02.05 2008)

Tarihler	Beta0	Beta1	Beta2	Beta3	Tau1	Tau2
24.Nis.2008	0.187	-0.016	4.101	-4.787	85.762	85.579
25.Nis.2008	0.186	-0.016	4.102	-4.780	85.828	85.665
28.Nis.2008	0.187	-0.015	4.104	-4.767	85.409	85.906
29.Nis.2008	0.189	-0.014	4.102	-4.787	85.990	85.788
30.Nis.2008	0.190	-0.013	4.104	-4.758	85.935	85.831
01.May.2008	0.192	-0.012	4.106	-4.731	85.599	85.620
02.May.2008	0.191	-0.012	4.107	-4.729	85.706	85.599

Grafiklerini çizdiğimiz günler için tahmin edilen parametreler yukarıdaki tablodaki gibidir. Dikkat edilecek olursa uzun dönem katsayısı β_0 bir hafta içerisinde yaklaşık 40 baz puan artış göstermiştir. Vade primini temsil eden - β_1 hafif azalma göstermiştir. τ_1 ve τ_2 değerleri birbirine iki yakın değer olarak 85 civarında tahmin edilmiştir.

Kısaca özetlemek gerekirse Türk İskontolu bono piyasası için parametrik yöntemlerimiz olan Nelson- Siegel Yöntemi ve Svensson (Extented Nelson-Siegel) Yöntemi ile yapılan tahmin sonuçlarının oldukça başarılı olduğu söylenebilir. Elde edilen kalıntı karelerin düşük olması, uydurulan eğrilerin uyumu ve düzlüğünün başarısı, katsayıların iktisadi olarak anlamlı çıkmış olması ve bize finansal piyasalar hakkında bilgi vererek analiz yapma olanağı vermesi açısından kullanılabilir iki yöntemdir. Bu avantajları nedeniyle birçok merkez bankası tarafından bu yöntemler kabul görmüş durumdadır.

5.2.2 Parametrik Olmayan Spline Temelli Yöntemler

Bu bölümde spline temelli iki yöntemin Matlab programındaki uygulamasını gerçekleştireceğiz. Kübik Spline ve Smoothing Kübik Spline yöntemini uygulamak için aynı veri setini yani 3 Ocak 2006 tarihinden 2 Mayıs 2008 tarihine kadar olan 588 gün için gözlemlediğimiz verileri kullanacağız.

İki yöntem için de ortak söyleyebileceğimiz yine artıklar için bir matris, standart vadelerimiz için tahmin getiri oranlarını içeren matrisler elde ettik.

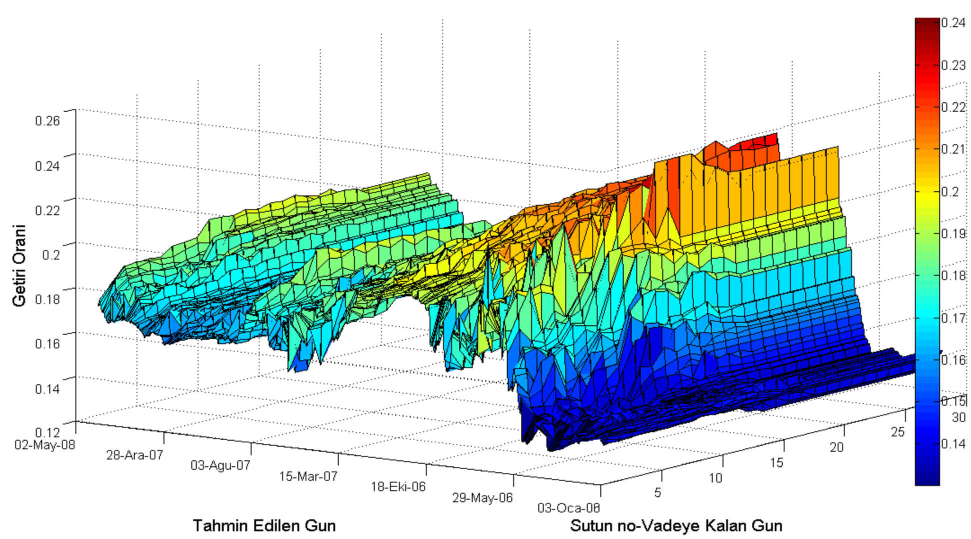
5.2.2.1 Kübik Spline Yöntemi Uygulama Sonuçları

Kübik Spline Yöntemini (KSY) uygulamak için Matlab'ın built-in fonksiyonlarından spap2'den yararlandık.[3] Ağırlık olarak vadelerin tersini kullanan bir uygulama yaptık fakat daha başarılı sonuçlar elde etmediğimiz için vazgeçtik. k yerine 4 yazarak kübik spline en küçük kareler tahmini yapmasını sağladık.

$$\sum_{j} w(j)\left|y(:,j)-f(x(j))\right|^{2} , \qquad (5.2.1)$$

Kullandığımız kod eşitlik 5.2.1'de gösterilen toplam ağırlıklı hata karelerini minimize etmeye çalışmaktadır. Ağırlık vektörü girilmez ise ağırlıkları 1 olarak varsayar. Düğüm sıklığı için 1 yazıldığında bizim yerimize uygun düğüm sıklığı seçilir. Bir çeşit enterpolasyon yöntemi olduğundan örneklem - dışı tahminlerde çok yanlış sonuçlar elde edilebilmektedir. Nitekim negatif sayılar tahmin ettiği gibi ancak çok nadir likidite krizi dönemlerinde görülebilecek faiz oranları ile karşılaşılabilmektedir. Veri seti içinde kalan noktalarda ise tahminde oldukça başarılıdır fakat bazen iki nokta arasında önemli sapmalarda olabilmektedir.

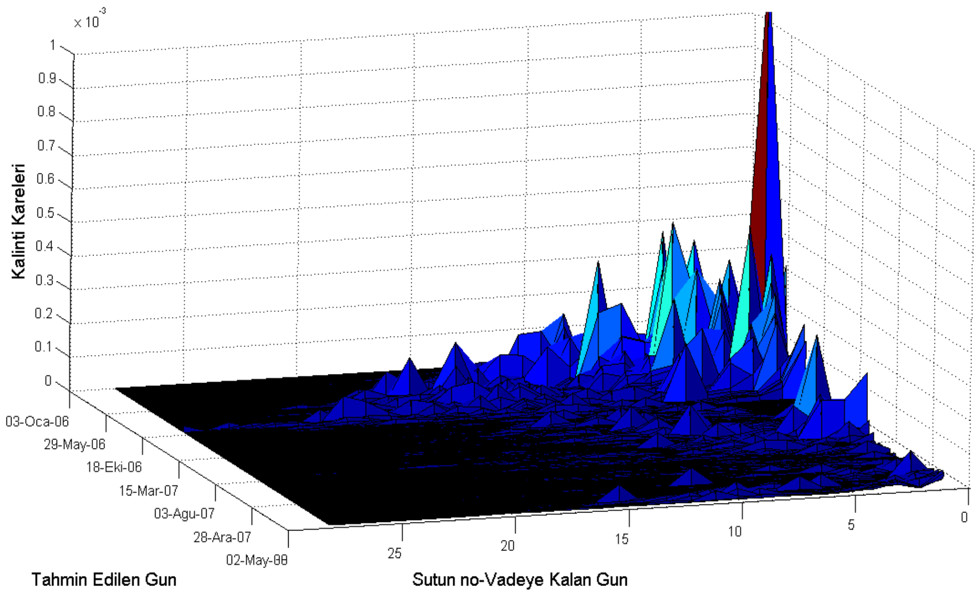
588 gün için yaptığımız tahmin sonuçlarında üç boyutlu grafiğini düzgün çizebilmek için veri seti 28 sütundan önce bittiğinden sonuncu veri ile devam edilmiştir



[3] Bu fonksiyonun kullanımı için pcs=spap2(1,4,xdata,ydata) kodu yazılmıştır. Fonksiyonun genel kullanımı pcs = spap2(knots,k,x,y,w) şeklindedir. Daha detalı bilgi için Matlab programının yardım dosyasından yararlanılabilir.

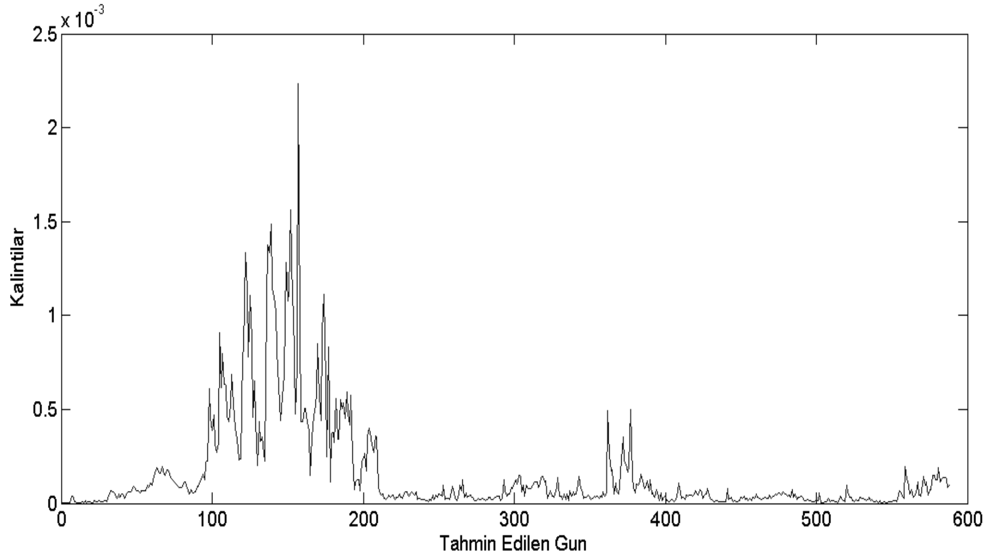
Şekil 5-27 KSY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri Yüzey Grafiği

Üç boyutlu yüzey grafiğinde dikkat edilecek olursa 2006 başlarında veri setimizde daha az bono olduğundan erkenden getiri eğrisi düzleşmiştir. Getiri eğrisinin tarihsel olarak hareketleri açıkça görülmektedir.



Şekil 5-28 KSY Kalıntıları Üç Boyutlu Grafiği

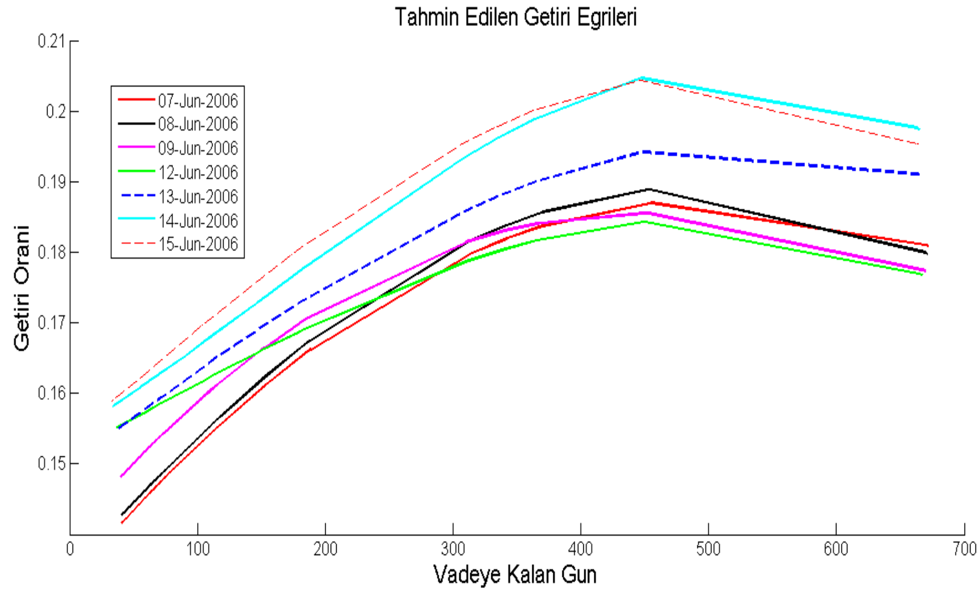
Kalıntı karelerinin yüzey grafiğinde daha önce uyguladığımız yöntemlere benzer olarak hataların nispeten yüksek olduğu bir dönem olmuştur. Bu veri setinin yapısından kaynaklanabilmektedir. Fakat Nelson-Siegel ve Svensson yöntemine göre artıkların daha düşük gerçekleştiği görsel olarak da anlaşılmaktadır.



Şekil 5-29 KSY Kalıntı Kareleri Toplamı Tarihsel Gösterimi

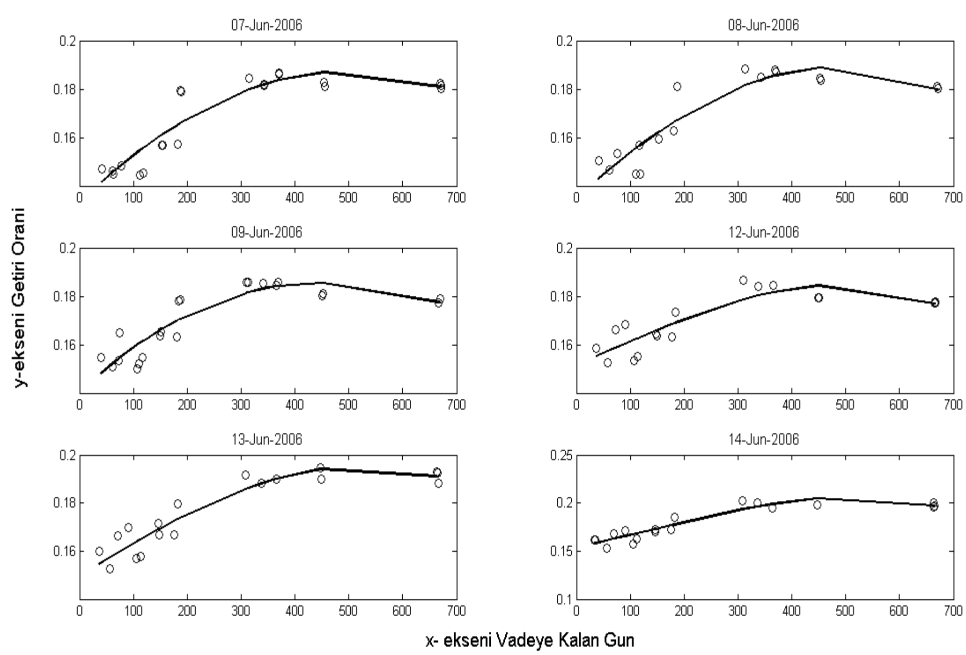
Aynı grafiğin iki boyuta indirgenmiş hali olarak düşünülebilecek önceki tarihsel olarak her gün için kalıntı kareleri toplamı Şekil 5-29'daki gibi gerçekleşmiştir. Mayıs 2006 – Ekim 2006 arası piyasalardaki dalgalanma nedeniyle oluşan veri setini tahmin ederken görece olarak açıkça daha yüksek hata terimleri oluşmuştur.

Nelson-Siegel ve Svensson yöntemi için detaylı incelediğimiz 8 Haziran 2006, 26 Haziran 2006 gibi TCMB'nin yüksek faiz arttırımı yaptığı haftalar ve veri setimizin son haftasının getiri eğrilerini aynı grafikte çizerek karşılaştırmalı ilişkilerini Kübik Spline yöntemi için inceleyelim. Daha önceki sonuçlarımız ile tutarlı olacak şekilde faiz arttırım kararı sonrası kısa dönem uç yukarı doğru kaymakta daha sonra uzun dönem uç da yukarı kayma göstermektedir. 14-15 Haziran 2006 tarihi için elde edilen getiri eğrileri bir hafta öncesine göre kısa ve uzun vade uçları için yukarı kaymaktadır.



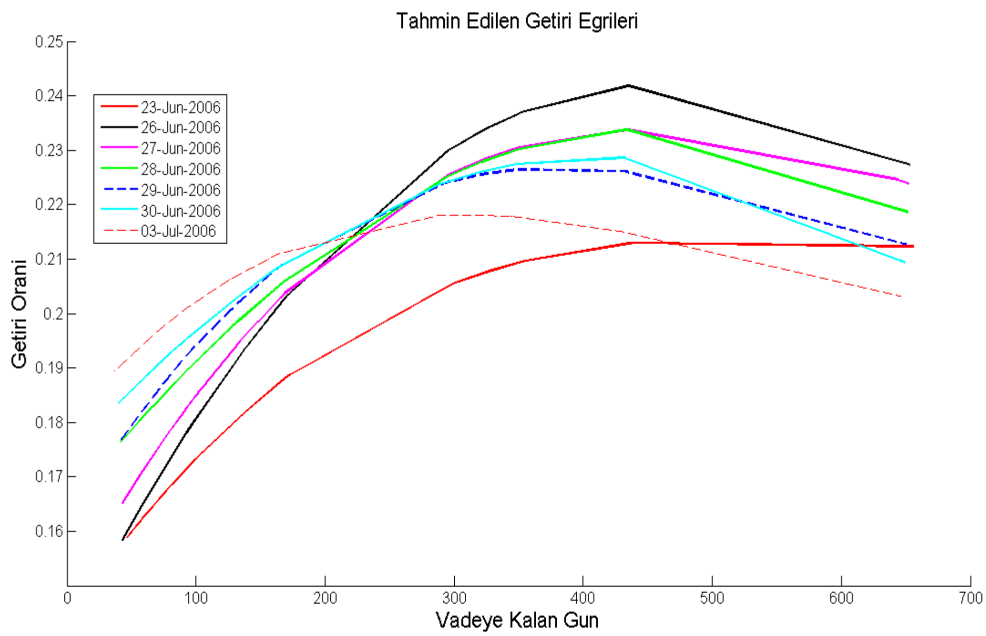
Şekil 5-30 KSY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri (07-15 Haz. 2006)

Aynı getiri eğrilerini piyasada gözlemlenen verilerler kıyaslandığı bir grafikte eğrilerimizin uydurulması ve düzleştirilmesinde başarılı olduğu söylenebilir. Kübik spline yöntemi teknik olarak veri seti içinde oldukça başarılı tahminler yapabilmektedir.



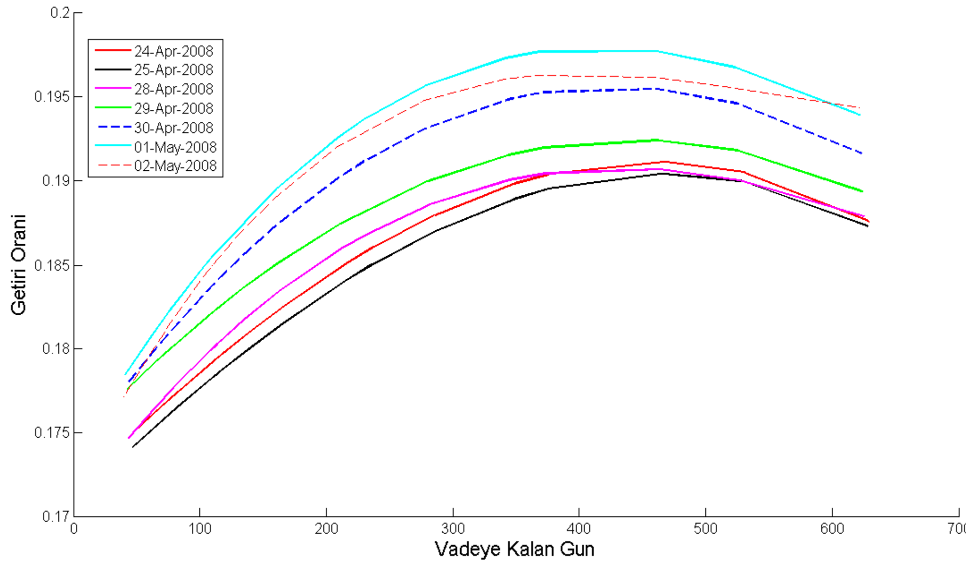
Şekil 5-31 KSY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri-Piyasa Verileri (07-14 Haz. 2006)

26 Haziran 2006 faiz arttırım kararı öncesi ve sonrası günler için getiri eğrilerinin gelişimi şöyle özetlenebilir. Faiz arttırım kararı günü tahmin edilen getiri eğrisi bir önceki güne göre kısa vade ucu dışında oldukça yukarı kaymıştır. Bu en kısa vadeli kağıtlar dışında satış baskısının yoğunlaştığı şeklinde yorumlanabilir. Daha sonra eğri zamanla dengeye gelmeye başlamıştır. Kısa vade uç yukarı doğru uzun vade uç ise aşağı doğru kayarak daha düz bir getiri eğrisi elde edilmiştir.



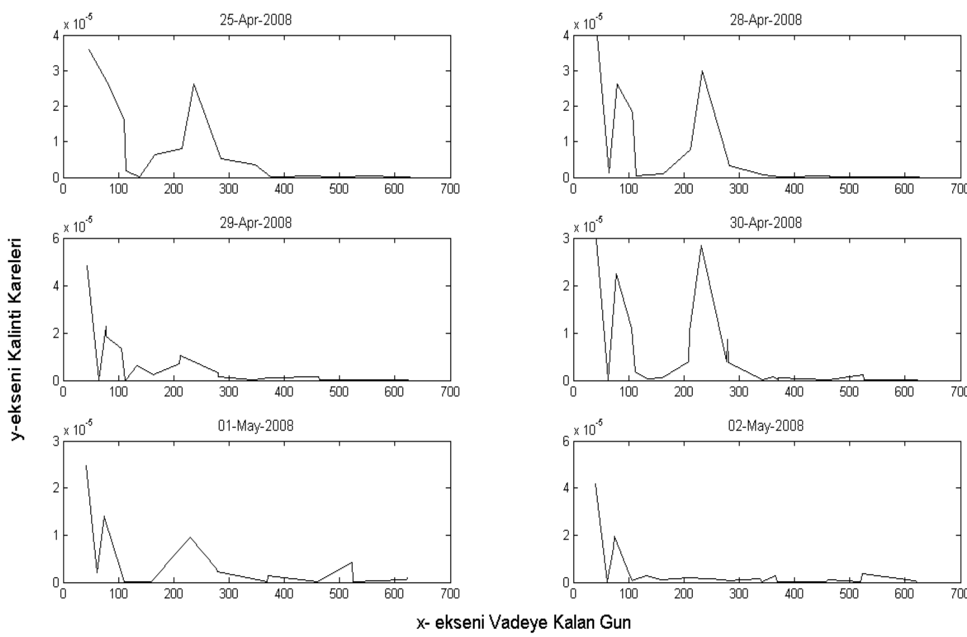
Şekil 5-32 KSY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri (23.06-03.07 2006)

Son bir haftanın getiri eğrisi hikayesi ise kübik spline yöntemi ile aşağıdaki gibi olmaktadır. Daha öncede elde etmiş olduğumuz sonuçlara paralel olarak yukarı doğru kayma göstermiştir. Buradan yöntemler arası tutarlılık olduğu söylenebilir.



Şekil 5-33 KSY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri (24.04-02.05 2008)

Bu hafta için kalıntıların grafiği de aşağıdaki gibi oluşmaktadır. dikkat edilirse 300. güne kadar nispeten daha yüksek hata kareleri oluşmuştur. Buradaki grafiklerde oluşan hata karelerinin 10^{-5} ile çarpılmış rakamlar olduğuna dikkat edilmelidir.

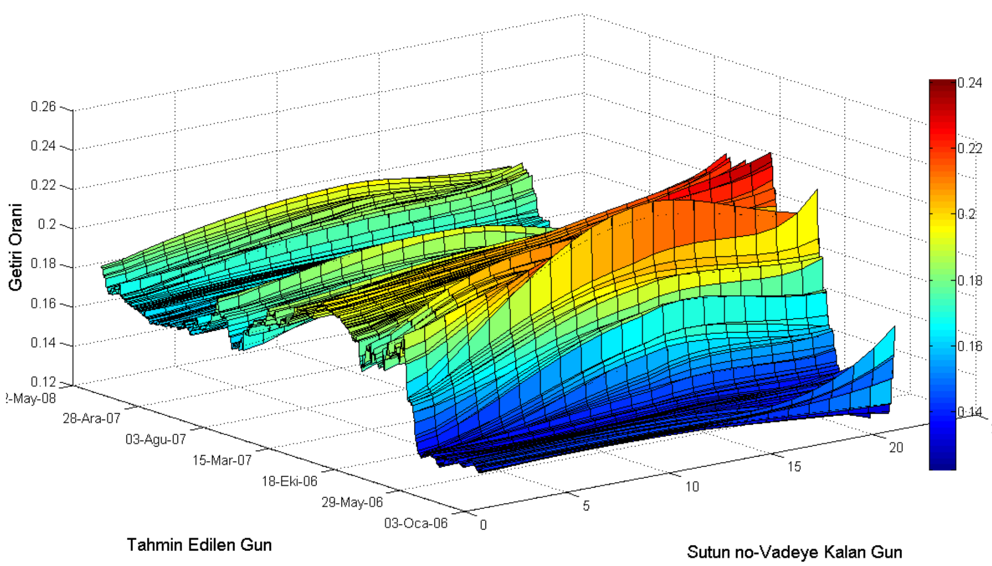


Şekil 5-34 KSY Kalıntı Kareleri (25.04-02.05 2008)

5.2.2.2 Smoothing Kübik Spline Yöntemi Uygulama Sonuçları

Smoothing Kübik Spline Yöntemini (SKSY) uygulamak için Matlab'ın built-in fonksiyonu csaps'dan yararlanılmıştır.[4] Bu fonksiyonun genel kullanımı [values,p] = csaps(x,y,p,,w) şeklinde olmaktadır. Burada p tahmin sonrası elde edilen structure veri türü olarak nitelendirilebilecek; içerisinde kırılım noktaları, tahmin edilen katsayılar, kaçıncı derece olduğu gibi bilgileri içeren bir yapıdır. Values hesaplanan değerleri bize verir. Girdi tarafında ise x, y bizim bağımlı ve bağımsız değişkenimiz, p smooth katsayısıdır. Eğer p katsayısı 0 olarak seçilirse düz bir doğru ile fit edilir. Eğer 1 seçilirse doğal kübik spline enterpolasyon yapar. Biz ise ikisinin arasında bir yapıya sahip olsun istiyoruz. Bu uygulamada p katsayısı 0.00001 olarak seçildi. Daha farklı bir değer seçilmesi de veri yapısına göre söz konusudur. İsteğe bağlı olarak w, yani ağırlıklar, dahil edilebilir. Amerika Birleşik Devletleri ve Japonya Merkez Bankaları bu yöntemi kullanarak getiri eğrisi tahmin etmektedir.

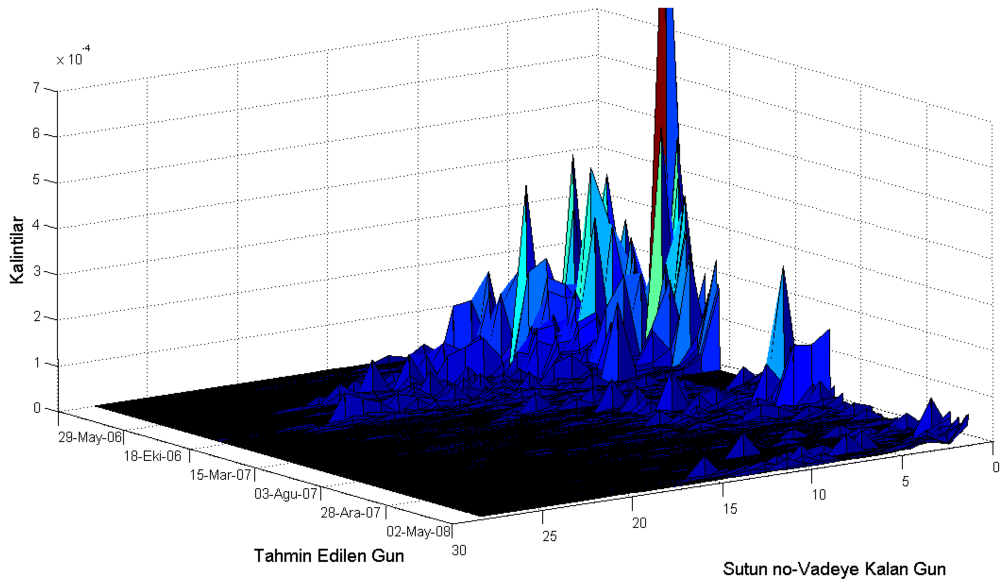
İzleyen grafikte smoothing kübik spline yöntemi ile tüm günler için tahmin edilen getiri eğrilerinin üç boyutlu grafiği görülmektedir. Daha önce uygulanan yöntemlere benzer olarak eğrimizin zaman içindeki hareketi net olarak görülmektedir. Getiri eğrisindeki kaymalar, eğim değişiklikleri, kısa vade ve uzun vadedeki davranışı görülebilmektedir.



Şekil 5-35 SKSY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri Yüzey Grafiği

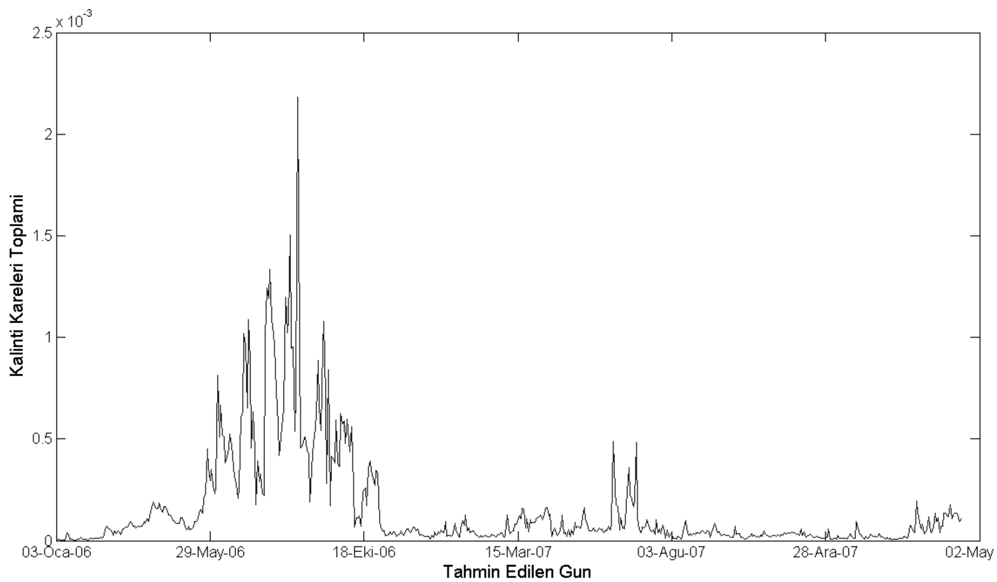
[4] Daha detaylı bilgi için Matlab programı Spline Toolbox User's Guide incelenebilir.

Aşağıdaki grafikte ise tahminlerin günler ve vadeye kalan günler boyunca hata terimleri görülmektedir. Dikkat edilecek olursa diğer yöntemlere benzer olarak Mayıs-Haziran 2006 finansal dalgalanmalarının denk geldiği dönemde yapılan tahminlerde hata terimleri nispeten daha yüksek olmaktadır. Onun dışında genel olarak çok küçük kalıntılar oluşmuştur.



Şekil 5-36 SKSY Kalıntıları Üç Boyutlu Gösterim

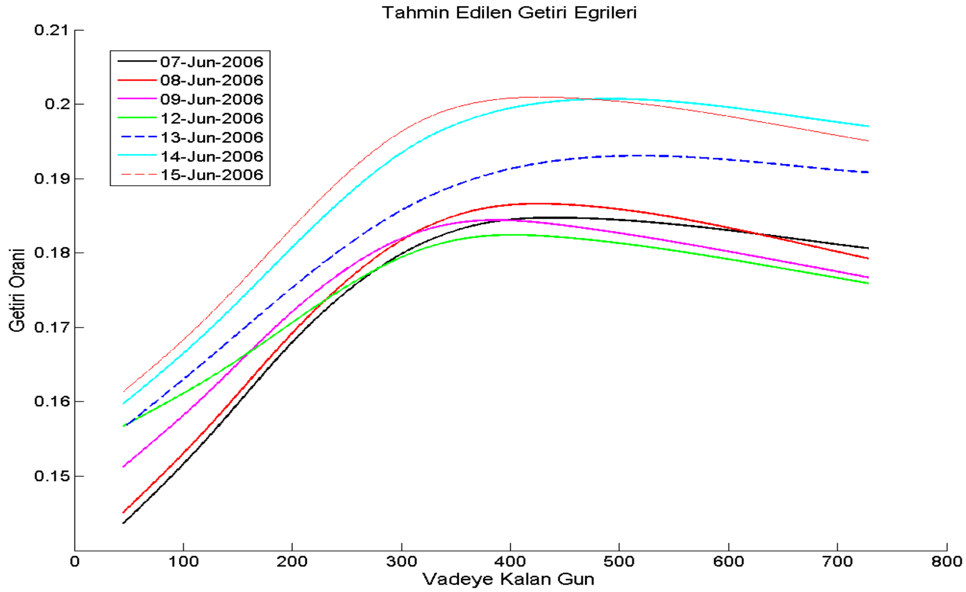
İzleyen grafik ise yukarıdaki üç boyutlu kalıntıların 2 boyuta indirgenmiş kareleri toplamıdır. Yöntemlerimiz arası tutarlılık kalıntı karelerinin grafik üzerindeki davranışından da anlaşılmaktadır.



Şekil 5-37 SKSY Kalıntı Kareleri Toplamı Tarihsel Gösterimi

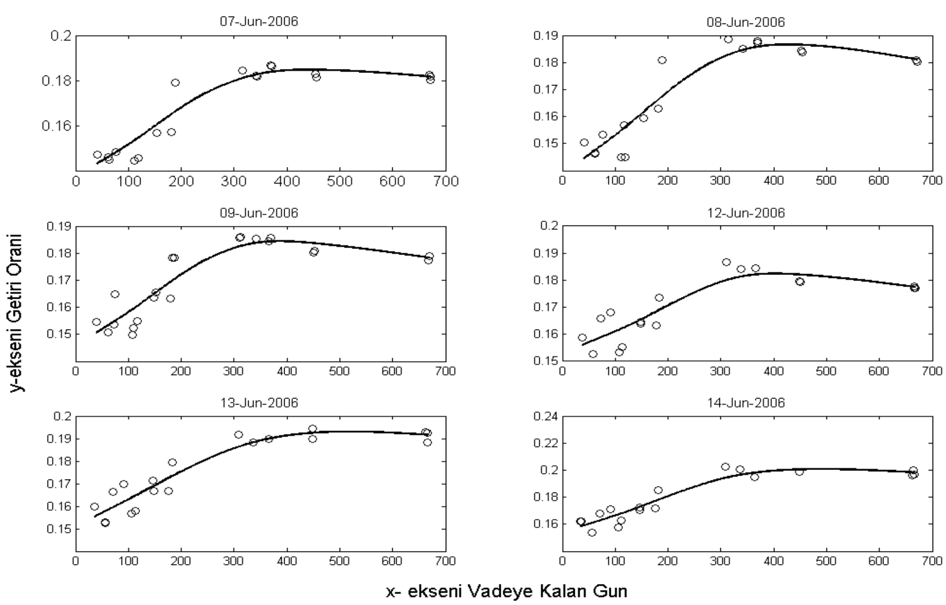
Model uygulamalarımız neticesinde veri seti boyunca üç ayrı haftayı yakından inceledik. Diğer yöntemlerde yapıldığı gibi 7 Haziran 2006 sonrası 6 gün içinde getiri eğrileri aşağıdaki gibi oluşmuştur. Görüleceği üzere 7 Haziran sonrası getiri eğrilerinin kısa ucu yavaşça yukarı doğru hareket etmeye başlamıştır. 13 Haziran ve 14 Haziran tarihinde ise tümden yukarı kayma göstermiştir. Getiri eğrilerinin uzun vadeli ucu aşağı doğru kıvrılmış olmasını uzun vadede beklentilerin iyi olduğu özellikle enflasyonun düşeceği düşünüldüğü düşüncesi olabilir.

TCMB'nin temel amacı fiyat istikrarını sağlamak olduğundan politikalarını da buna göre şekillendirmektedir. Dolayısıyla Merkez Bankasının kısa vadeli faiz oranları üzerindeki müdahaleleri bu konudaki kararlığını gösterebileceğinden bazen aldığı kararlar piyasa oyuncuları tarafından bu doğrultuda değerlendirilmektedir. Dolayısıyla enflasyon ile beklentiler getiri eğrisinin yapısını direkt olarak etkileyen bir unsur olarak ortaya çıkmaktadır.



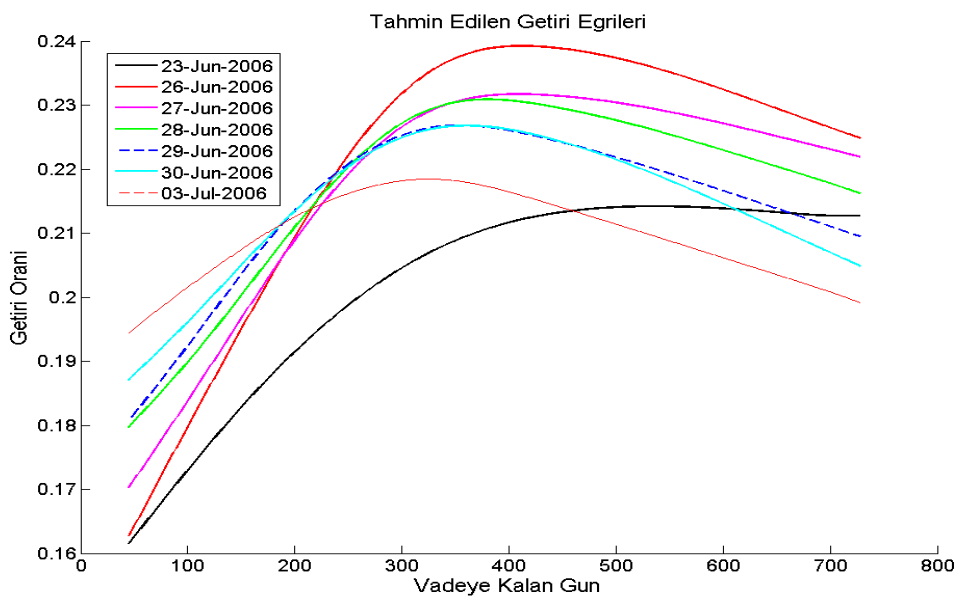
Şekil 5-38 SKSY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri (07-15 Haz. 2006)

Yukarıda tahmin ettiğimiz getiri eğrilerinin piyasada gözlemlenen getirilere göre gösterimi ise izleyen grafiklerdeki gibidir. Dikkat edilecek olursa uygun şekilde fit edilmiş ve aynı zamanda düzleştirilmiş bir eğri ortaya çıkmıştır. Bunun yanında nispeten veri setinin sonlarında bulunan günlerdeki veriyi yakalaması da dikkat çekicidir. Modelin örneklem-içi ve örneklem-dışı tahmin konusunda başarısı model kıyaslamalarında anlatılmıştır.



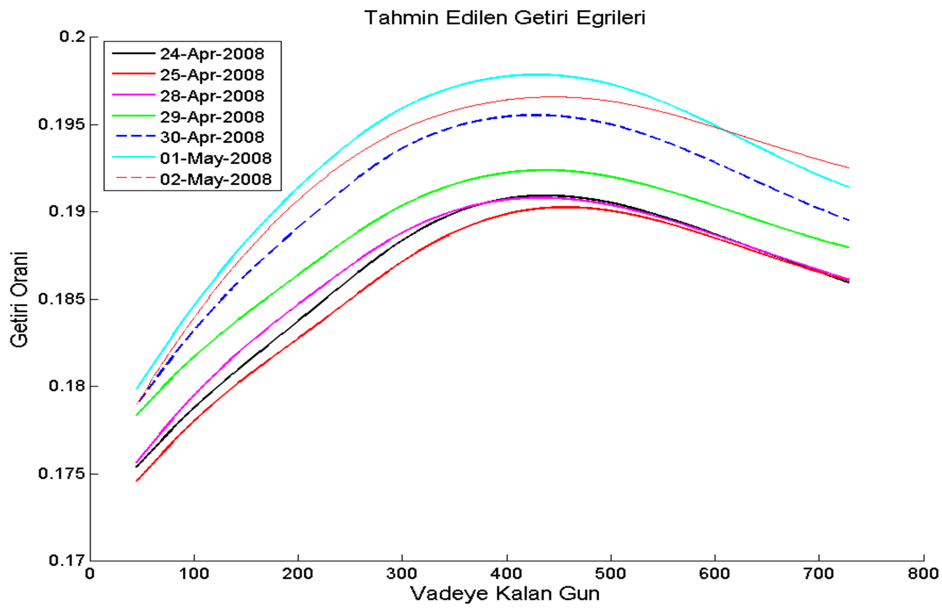
Şekil 5-39 SKSY Getiri Eğrileri-Piyasa Verileri (07-14 Haz.2006)

Şimdi daha önce diğer yöntemlerde bakmış olduğumuz 26 Haziran 2006 tarihinde yapılan faiz arttırımı öncesi ve sonrası getiri eğrilerinin durumuna tekrar bakalım. Şekil 5-40'da gösterildiği üzere 26 Haziran tarihinde oluşan getiri eğrisi bir önceki güne göre oldukça yukarı kaymıştır. Bugünden sonra kısa dönemdeki ucu yukarı doğru ilerlerken uzun dönem ucu aşağı doğru dönmeye başlamıştır. Daha önce de ifade etmiş olduğumuz gibi kısa dönem oranlar bu yeni seviyeye uyum sağlarken, piyasa ilk başta verdiği tepki sonrası yüksek görece yüksek faiz oranlarını sabitleyebilmek amacıyla nispeten daha uzun vadeli kağıtları satın alıyor olabilir. Ayrıca piyasa genel olarak bu kadar yüksek bir faiz arttırımı olacağını beklemiyordu. İlk başta önemli bir tepki gelmiş ve sonrasında Merkez Bankasının enflasyonu düşürmek konusundaki kararlılığı düşüncesiyle uzun vadeli uç olumlu bir şekilde aşağı doğru dönmüştür.



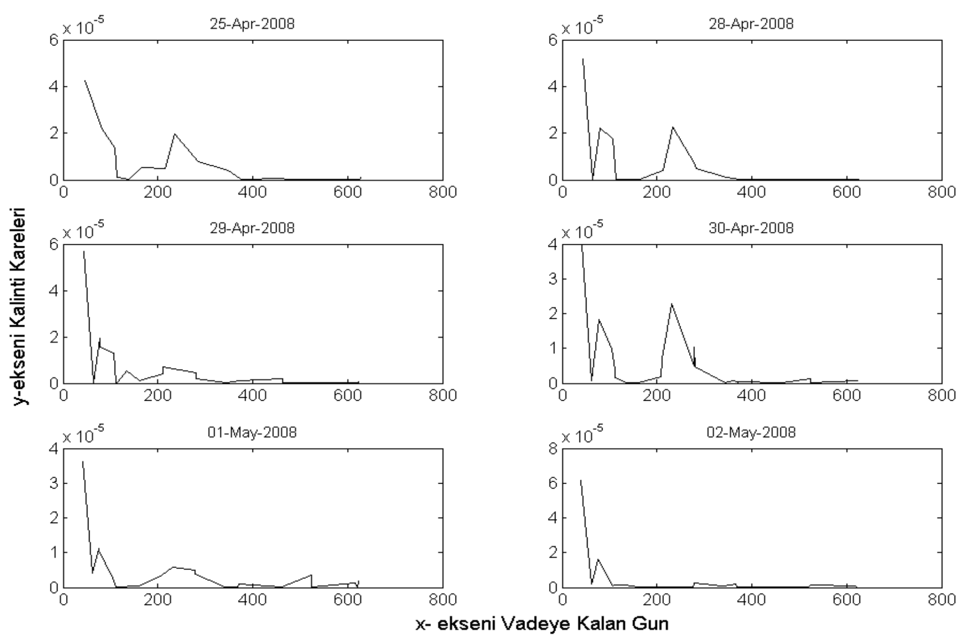
Şekil 5-40 SKSY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri (23.06-03.07 2006)

Şekil 5-42'de ise veri setinin son bir haftasının benzer olarak hikayesi bulunmaktadır. Getiri eğrimizin diğer yöntemlerdekine benzer olarak yavaşça yukarı doğru kaydığı görülmektedir. Genel olarak getiri eğrilerinin uzun vadedeki uçları aşağı doğrudur, yani piyasanın uzun dönem için beklentisi olumlu denebilir.



Şekil 5-41 SKSY ile Tahmin Edilen Getiri Eğrileri (24.04-02.05 2008)

Son hafta için vadeye kalan günler boyunca hata karelerinin grafikleri aşağıdaki gibi olmaktadır. Dikkat edilecek olursa bu yöntemde kısa vadeli uçta daha yüksek kalıntılar oluşurken uzun vadeli uca doğru daha düşük kalıntılar elde edilmektedir. Buradan örneklem - dışı tahminde başarılı olması muhtemel bir yöntem olduğu söylenebilir. Sonraki bölümde model kıyaslamaları örneklem - içi ve örneklem - dışı için detaylı olarak ele alınacaktır.



Şekil 5-42 SKSY Kalıntı Kareleri (25.04-02.05 2008)

5.3 Tahmin Yöntemlerinin Kıyaslanması

Yukarıda uyguladığımız dört farklı getiri eğrisi tahmin yöntemi de birbiriyle tutarlı sonuçlar vermiştir. Fakat acaba hangi getiri eğrisinin performansı daha iyi gibi bir soru gündeme gelebilmektedir. Buna karar verebilmek için tahmin veri setimizin içinde kalınan bir nokta yani örneklem - içi tahmin ve örneklem - dışı tahmin ayrı ayrı yapılmalıdır. Hatta örneklem - içi tahmin yaparken belirli vade aralıkları için hata terimlerinden elde edilen kıyaslama parametreleri farklı olabilmektedir. Veri setimizdeki her gün için bunları hesaplamak için aşağıdaki formülasyonlar kullanılmıştır.

$$HKOK = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_i^{\,2}}\ , \tag{5.3.1}$$

Yukarıda HKOK, Hata Kareleri Ortalamalarının Karekökü, *N* tahmindeki veri sayısı, ε_i *i.* tahmin hatasıdır.

$$OMH = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|\,\varepsilon_i\,|\ , \tag{5.3.2}$$

Eşitlik 5.3.2'de OMH, Ortalama Mutlak Hata, *N* tahmindeki veri sayısı, ε_i *i.* tahmin hatasıdır.

$$AOMH = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}w_i\,|\,\varepsilon_i\,|\ , \tag{5.3.3}$$

Burada AOMH, Ağırlıklı Ortalama Mutlak Hata, w_i ağırlıklar, *N* tahmindeki veri sayısı, ε_i *i.* tahmin hatasıdır. Diğer terimler önceki eşitlikler için bahsedildiği gibidir. Uygulama olarak ağırlık durasyonun tersi kullanılacaktır. İskontolu bonolar için durasyon vadeye eşit olmaktadır.

5.3.1 Örneklem - İçi Tahmin Kıyaslaması

Örneklem-İçi tahmin kıyaslaması yaparken çeşitli hata ölçüm metotları kullanabiliriz. Literatürde sıklıkla kullanılanlar; Hata Kareleri Ortalamasının Karekökü, Ortalama Mutlak Hata, Ağırlıklı Ortalama Mutlak Hatadır. Tablo 5-6'da tüm yöntemler için hesaplanan kıyaslama parametresini veri setindeki 588 gün içinde minimum değeri üreten gün sayısı gösterilmiştir. Dikkat edilecek olursa Spline yöntemler örneklem - içi tahminde açıkça daha başarılı olmaktadır. Smoothing spline yöntemi sırasıyla 254-291-215 gün ile en fazla günde daha başarılı tahmin yapmıştır. İkinci olarak Kübik spline 208-200-160 günde daha başarılı olmuştur. Svenson yöntemi üçüncü sırada, en son olarak da Nelson-Siegel gelmektedir. Kısacası örneklem - içi tahminde diğer bir deyişle enterpolasyon yaparken spline temelli yöntemler daha başarılı sonuçlar üretmektedir. Fakat parametrik yöntemlerimiz olan Nelson-Siegel ve Svensson'un katsayılarının iktisadi anlamları olması ve analiz imkanı tanıması göz ardı edilmemelidir.

Tablo 5-6 Örneklem - İçi Tahmin Kıyaslaması- Başarılı Gün Sayıları

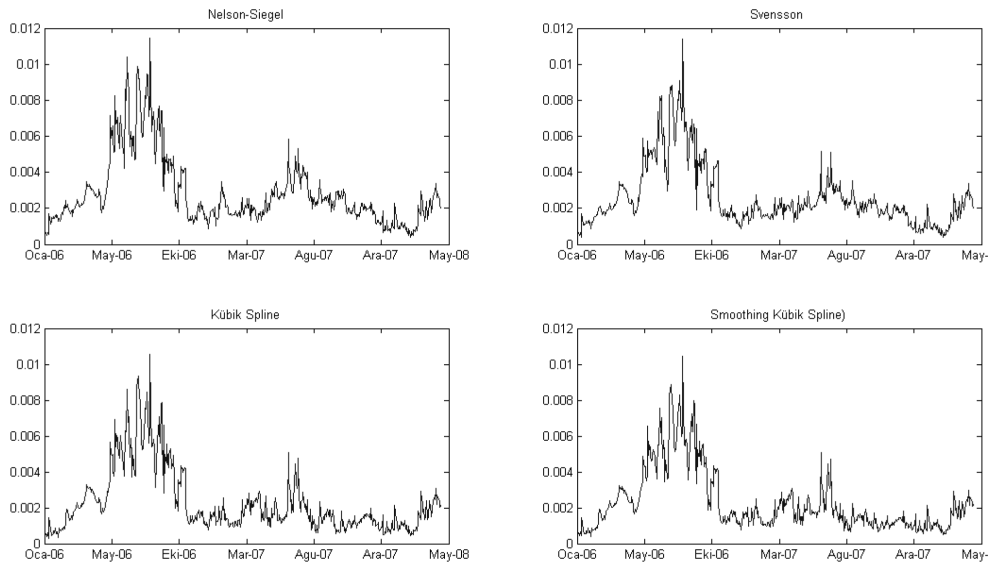
	Nelson-Siegel	Svensson	Kübik Spline	Smoothing Kübik S.
Hata Kareleri Ortalamasının Karekökü	37	89	208	254
Ortalama Mutlak Hata	28	72	200	291
Ağırlıklı Ortalama Mutlak Hata	60	153	160	215

Biraz daha detaya inilecek olursa, Hata Kareleri Ortalamasının Karekökleri hesaplandığında, Kübik spline açıklama istatistikleri bakımından daha başarılı gözükmektedir. Tüm yöntemlerin kullanılabilir derecede başarılı olduğu görülmektedir.

Tablo 5-7 Örneklem - İçi Tahmin Kıyaslaması- HKOK Açıklayıcı İstatistikleri

Hata Kareleri Ortalamasının Karekökü	Ortalama	Minimum	Maksimum	Standart Sapma
Nelson-Siegel	0.0029	0.0004	0.0115	0.0019
Svensson	0.0026	0.0004	0.0114	0.0017
Kübik Spline	0.0023	0.0003	0.0106	0.0018
Smoothing Kübik S.	0.0023	0.0004	0.0104	0.0017

Tüm veri boyunca elde ettiğimiz Hata kareleri ortalamalarının grafiksel gösterimi Şekil 5-43'deki gibi olmaktadır, dikkat edilecek olursa benzer bir yapı sergilemektedirler ve aralarında çok ciddi farklar gözükmemektedir.



Şekil 5-43 Örneklem - İçi Tahmin Kıyaslaması- Tarihsel HKOK grafiği

Ortalama mutlak hata terimine bakıldığında benzer şekilde spline temelli yöntemler daha iyi sonuçlar üretmiştir. Bu iki yöntem arasında ise Smoothing spline yöntemi daha düşük gerçekleşmiştir. Parametrik yöntemlerimiz içerisinde ise Svensson (Extented Nelson Siegel) daha başarılı olmuştur.

Tablo 5-8 Örneklem - İçi Tahmin Kıyaslaması- OMH Açıklayıcı İstatistikleri

Ortalama Mutlak Hata	Ortalama	Minimum	Maksimum	Standart Sapma
Nelson-Siegel	0.0023	0.0003	0.0094	0.0016
Svensson	0.0021	0.0003	0.009	0.0014
Kübik Spline	0.0018	0.0002	0.0078	0.0014
Smoothing Kübik S.	0.0017	0.0003	0.007	0.0013

Ortalama mutlak hata ve ağırlıklı ortalama mutlak hata terimlerinin tarihsel olarak tüm yöntemler için grafiği yukarıda çizdiğimiz hata kareleri ortalamasının karekökü grafikleri benzer yapıda olduğundan tekrar çizilmemiştir. Sadece y-eksenindeki değerlerin minimum-maksimum değerlerine göre değişmektedir.

Tablo 5-9 Örneklem - İçi Tahmin Kıyaslaması- AOMH Açıklayıcı İstatistikleri

Ağırlıklı Ortalama Mutlak Hata	Ortalama	Minimum	Maksimum	Standart Sapma
Nelson-Siegel	1.71E-05	2.19E-06	9.70E-05	1.45E-05
Svensson	1.47E-05	1.89E-06	9.80E-05	1.21E-05
Kübik Spline	1.46E-05	1.50E-06	8.91E-05	1.35E-05
Smoothing Kübik S.	1.49E-05	2.10E-06	9.17E-05	1.32E-05

Ağırlıklı ortalama mutlak hata teriminin açıklayıcı istatistiklerine bakıldığında, ortalama ve minimum-maksimum aralığı bakımından Kübik spline yöntemi daha başarılı gözükmektedir. Ortalama değerine göre daha sonra Svensson yöntemi gelmektedir. Özetle, örneklem - içi tahminde uygulaması gerçekleştirilen dört yönteminde kullanılabileceği, fakat görece olarak spline bazlı yöntemlerden Smoothing spline, parametrik yöntemlerden Svensson daha başarılı bulunmuştur.

5.3.2 Örneklem - Dışı Tahmin Kıyaslaması

Örneklem - Dışı tahmin yapabilmek için çeşitli farklı yöntemler uygulanabilir. Verinizi alt veri gruplarına ayırarak tahmin yapar daha sonra bu alt veri grubu dışında kalan orijinal gözlemlerinizi tahmin edersiniz. İlk etapta elinizde bulunan verilerden bazıları veri setinden çıkarılır, tahmin yapılır ve daha sonra veri setinden çıkarılan bu gerçek gözlemler ve bu tahmin edilen arasındaki fark hata terimi olmaktadır. Biz burada veri setimiz çok geniş olmadığı için şöyle bir yöntem kullanacağız. Veri setimiz içerisindeki her gün için maksimum vadeye kalan günü 60 gün daha kısa olacak şekilde verimizi süzeceğiz. Bu ayıklama sırasında süzdüğümüz gerçek vadeye kalan gün ve getirileri iz kaydı yaratarak saklayacağız, böylece daha sonra tahmin edilen ve gerçek getiri arasındaki farkı bulacağız. Yukarıda kullandığımız tahmin yöntemlerini yeni veri setinin tümü için yeniden uygulayacağız.

Tablo 5-9'da her gün tahmin edilen getirisinin örneklem - dışı tahminler için elde edilen hata terimlerinden elde edilen değerlerin gün bazında kıyaslaması gösterilmektedir. Tablodan da görüleceği üzere Smoothing Kübik Spline her üç kıyaslama terimi içinde sırasıyla 377-378-378 günde daha başarılı olmuştur. İkinci olarak Svensson metodu 168-165-165 günde daha başarılı olmuştur. Üçüncü olarak Nelson-Siegel 41-43-44 günde daha başarılı olmuştur. Kübik Spline uygulamamızın örneklem - dışı tahmininde başarısız olduğu ve kullanılmasının doğru olmayacağı söylenebilir. Bunun nedeni Kübik Spline Yönteminde iki veri noktası arasında büyük bir dalga gösterebilmesidir. En son veriden sonra dalganın yönü uzun döneme en yakın eğilime göre belirlenir ve doğru sonuçlar elde etme ihtimalini düşürür. Kübik Spline birçok günde kabul edilemez hata düzeylerine ulaşmıştır.

Tablo 5-10 Örneklem- Dışı Tahmin Kıyaslaması- Başarılı Gün Sayıları

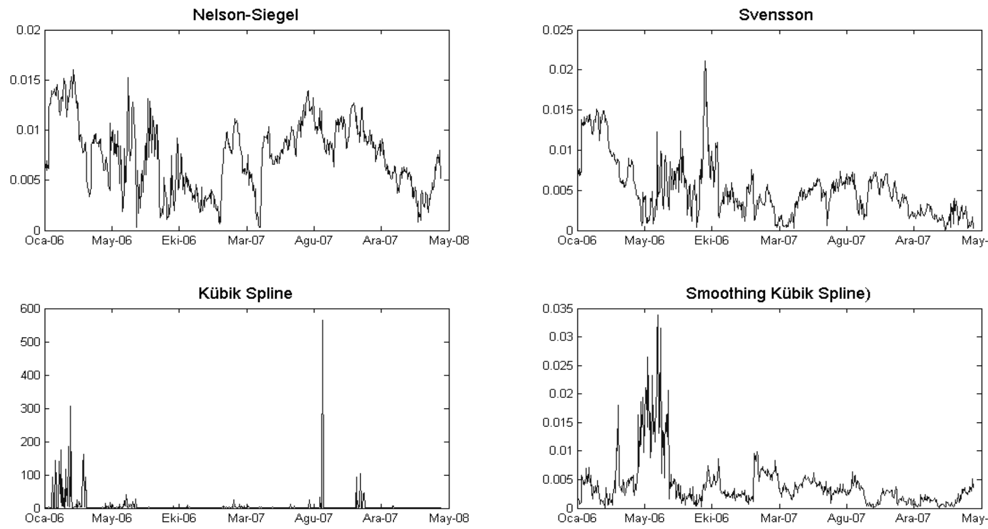
	Nelson-Siegel	Svensson	Kübik Spline	Smoothing Kübik S.
Hata Kareleri Ortalamasının Karekökü	41	168	2	377
Ortalama Mutlak Hata	43	165	2	378
Ağırlıklı Ortalama Mutlak Hata	44	165	1	378

Kıyaslama için hesapladığımız bu üç terime daha detaylı bakalım. Hata kareleri ortalamasının karekökü için hesaplanan açıklayıcı istatistikler tablo 5-10'da özetlenmiştir. Örneklem- Dışı tahminde bu terime göre en başarılı yöntem Smoothing kübik spline yöntemi, daha sonra sırasıyla Svensson, Nelson-Siegel gelmektedir. Kübik Spline yöntemi ise her ne kadar başarısız gözükse de diğer üç yöntemin ortalama hatalarının ortalamasından düşük hataya sahip olduğu gün sayısı 368 olmuştur. Diğer yöntemlerin maksimum hatalarının ortalamasından düşük olduğu gün sayısı 469 olmuştur. Kübik Spline Yönteminin örneklem - dışı tahmin için oldukça başarılı tahminler yaptığı günler olmasına karşın genel olarak başarısız olarak nitelendirebiliriz.

Tablo 5-11 Örneklem - Dışı Tahmin Kıyaslaması- HKOK Açıklayıcı İstatistikleri

Hata Kareleri Ortalamasının Karekökü	Ortalama	Minimum	Maksimum	Standart Sapma
Nelson-Siegel	0.0075	0.0003	0.016	0.0034
Svensson	0.0051	0.0001	0.0211	0.0036
Kübik Spline	6.4391	0.0026	563.6285	32.6942
Smoothing Kübik S.	0.004	0	0.0338	0.0043

İzleyen grafikte hata karelerinin ortalamasının karekökü tüm yöntemler için veri seti boyunca gösterilmiştir. Kübik Spline yöntemin bazı günlerde kesinlikle kullanılamayacak derecede hatalı sonuçlar üretebildiği açıkça görülmektedir. Diğer yöntemlerimizin ise örneklem - dışı tahminde başarılı olduğu görülmektedir.

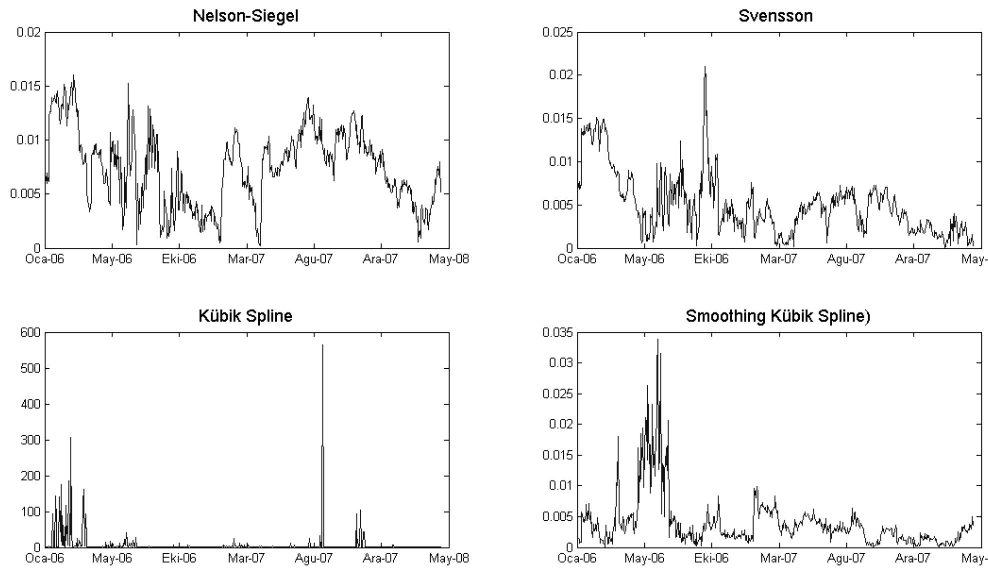


Şekil 5-44 Örneklem - Dışı Tahmin Kıyaslaması- Tarihsel HKOK Grafiği

Ortalama mutlak hata terimine bakıldığında yine en başarılı yöntem Smoothing kübik spline olmuştur. Daha sonra sırasıyla Svensson ve Nelson-Siegel gelmektedir. Kübik Spline yönteminin tekrar genel olarak başarısız olduğunu söyleyebiliriz.

Tablo 5-12 Örneklem - Dışı Tahmin Kıyaslaması- OMH

Ortalama Mutlak Hata	Ortalama	Minimum	Maksimum	Standart Sapma
Nelson-Siegel	0.0074	0.0003	0.016	0.0035
Svensson	0.0051	0.0001	0.021	0.0036
Kübik Spline	6.4318	0.0022	563.5543	32.6862
Smoothing Kübik S.	0.0039	0	0.0338	0.0043



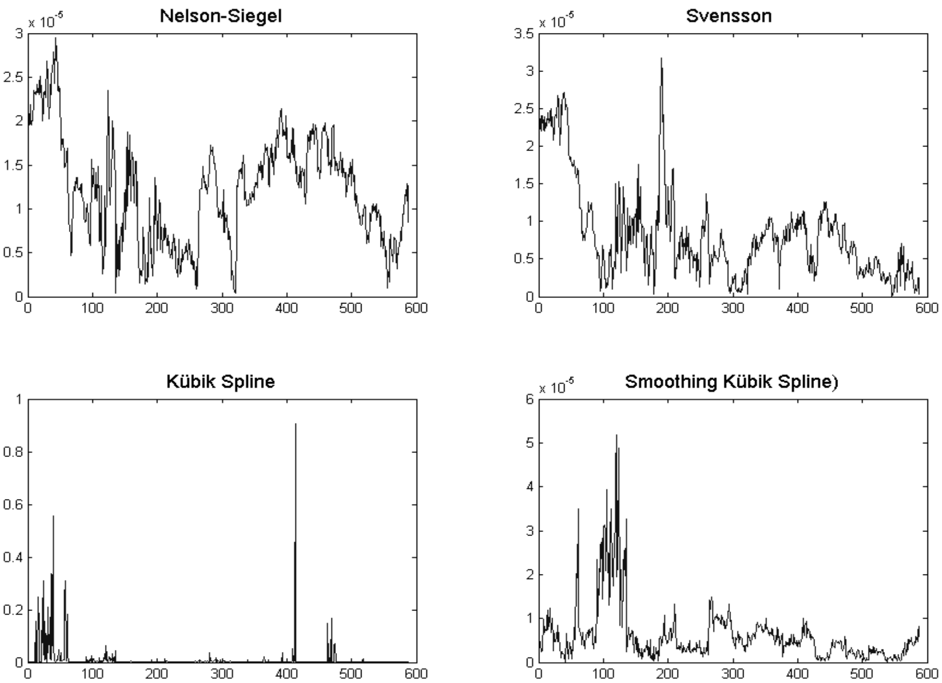
Şekil 5-45 Örneklem - Dışı Tahmin Kıyaslaması- Tarihsel OMH Grafiği

Örneklem - Dışı tahmin için hesapladığımız son kıyaslama terimi olan Ağırlıklı Ortalama Mutlak Hata terimi içinde Şekil 5-46 'daki Ortalama Mutlak Hata Grafiğine benzer sonuçlar elde edilmiştir. Smoothing kübik spline en başarılı sonrada sırasıyla Svensson ve Nelson-Siegel gelmektedir.

Tablo 5-13 Örneklem - Dışı Tahmin Kıyaslaması- AOMH Açıklayıcı İstatistikleri

Ağırlıklı Ortalama Mutlak Hata	Ortalama	Minimum	Maksimum	Standart Sapma
Nelson-Siegel	1.21E-05	4.30E-07	2.95E-05	5.94E-06
Svensson	8.33E-06	9.00E-08	3.17E-05	6.30E-06
Kübik Spline	1.10E-02	0.00E+00	9.05E-01	0.0555
Smoothing Kübik S.	6.21E-06	4.00E-08	5.18E-05	6.63E-06

Tarihsel olarak ağırlıklı ortalama mutlak hataların açıklayıcı istatistiklerine bakıldığında Smoothing Kübik Spline örneklem - içi tahmine benzer bir yapı sergilemiş. Kübik spline yöntemi dışında diğerlerinin oldukça başarılı olduğu söylenebilir.



Şekil 5-46 Örneklem - Dışı Tahmin Kıyaslaması- Tarihsel AOMH Grafiği

6 SONUÇ

Bu çalışmada ekonomi ve finans analizlerinde önemli bir yere sahip olan getiri eğrisi dört farklı yöntem ile 3 Ocak 2006 – 2 Mayıs 2008 tarihleri arasındaki 588 gün için tahmin edilmiştir. Tahmin edilen getiri eğrileri piyasa koşullarına uygun olarak piyasa katılımcılarının tepkilerini doğru yansıtmıştır. Dolayısıyla piyasaların politika yapıcıların kararları ve piyasadaki diğer gelişmeler nedeniyle fiyatlamış oldukları risk primini uygun şekilde yansıttığı görülmüştür. Çalışmamızda özellikle 2006 Mayıs-Haziran finansal çalkantısı yaşanırken TCMB'nin yüksek faiz arttırım kararı aldığı haftalar detaylı incelenerek piyasanın tepkisi getiri eğrilerindeki değişmeler analiz edilerek tartışılmıştır. Merkez Bankasının enflasyon ile mücadele kapsamında gerçekleştirdiği müdahalelerin faiz oranları ve piyasa beklentileri üzerindeki etkileri açıkça görülmüştür.

Çalışmamızda parametrik yöntem olarak Nelson-Siegel ve onun genişletilmiş bir formu olan Svensson Yöntemini uyguladık. Parametrik olmayan spline temelli yöntemlerden Kübik Spline ve Smoothing Kübik Spline yöntemleri uygulanmıştır. Nelson-Siegel ve Svensson yöntemi Matlab programında kısıtlı doğrusal olmayan en küçük kareler optimizasyonu ile katsayıları tahmin edilerek uygulanmıştır. Ortaya çıkan hata terimlerine göre değerlendirirsek yaptığımız getiri eğrisi tahmin yöntemleri genel olarak başarılı olmuştur. Fakat diğer yöntemlere göre Kübik Spline Yöntemi bazı günlerde kabul edilemez hata terimleri üretmiştir. Bu da yöntemin yapısı gereği iktisadi mantığa sahip bir yöntem olmaktan ziyade veri seti içindeki noktaları en iyi şekilde uydurmayı amaçlayan teknik bir yöntem olmasından kaynaklanmıştır. Diğer yöntemlerin daha uygun sonuçlar ürettiği göz önüne alınırsa, diğer yöntemlerin öncelikli tercih edilmesi daha doğru gözükmektedir.

Nelson-Siegel, Svensson ve Smoothing Kübik Spline birçok gelişmiş ülke Merkez Bankası tarafından kullanılmaktadır. Nelson-Siegel ve Svensson yöntemlerindeki tahmin edilen parametrelerin iktisadi anlamlarının bulunması ve bize piyasaların algısı hakkında doğru bilgiler vermesi bu yöntemlerin bir üstünlüğüdür. Bu çalışmada özellikle bu parametrelerdeki değişimlerin piyasaların beklentileri konusunda önemli bilgi verdiği görülmüştür. Sadece tahmin edilen parametreler analiz edilerek dahi piyasalar hakkında doğru çıkarımlarda bulunmak mümkündür. Parametrik yöntemlerin aksine getiri eğrisi spline yöntemlerde daha esnek olabilmektedir fakat bu yöntemler iki veri arasında ve dışında önemli sapmalara neden olduğu çalışmamızda da görülmüştür. Özellikle Kübik Spline Yöntemi bu sapmalar nedeniyle bazı günlerde başarısız sonuçlar üretmiştir. Bu çalışmada uyguladığımız Smoothing Kübik Spline Yöntemi düzleştirme parametresi kullanarak eğrinin daha düz olmasını sağlayarak Kübik Spline Yöntemine göre açık bir şekilde daha başarılı tahminler yapmıştır. Bu nedenle Smoothing Kübik Spline Yöntemi parametrik olmayan yöntemler arasında daha tercih edilir bulunmuştur.

Tahmin edilen dört yöntemin örneklem - içi ve örneklem - dışı tahmin performanslarının ölçülebilmesi için, Hata Kareleri Ortalamasının Karekökü, Ortalama Mutlak Hata ve Ağırlıklı Ortalama Mutlak Hata kullanılmıştır. Örneklem-İçi tahminde Spline yöntemler daha başarılı sonuçlar üretmiştir. Parametrik Yöntemlerden ise Svensson Yöntemi daha iyi sonuçlar üretmiştir. Örneklem- Dışı tahminde benzer olarak Smoothing Kübik Spline Yöntemi en başarılı yöntem olmuş fakat örneklem - içi tahminin aksine Kübik Spline Yöntemi görece olarak başarısız olmuştur. Kübik Spline Yöntemi bazı günler için kabul edilemez sapmalara neden olmuştur. İkinci olarak Svensson Yöntemi en başarılı sonuçları üretmiştir. Sonuç olarak parametrik yöntemler hem örneklem - içi hem de örneklem - dışı tahminde başarılı sonuçlar üretmiştir. Uzun dönemde bir orana yakınsaması ve düzlüğü üstün yönleridir. Spline bazlı yöntemler daha esnek bir yaklaşım sunmaktadır. Bu esneklik bazı günlerde önemli sapmalara neden olmaktadır. ABD ve Japonya Merkez Bankası tarafından tercih edilen Smoothing Kübik Spline Yöntemi bu çalışmada hem örneklem - içi hem de örneklem - dışı tahminde en başarılı yöntem olmuştur.

KAYNAKÇA

Akıncı, Özge, Burcu Gürcihan, Refet Gürkaynak, Özgür Özel. Aralık 2006. **Devlet İç Borçlanma Senetleri için Getiri Eğrisi Tahmini**. TCMB Araştırma ve Para Politikası Genel Müdürlüğü Çalışma Tebliği No: 06/08.

Alper, C.Emre, Aras Akdemir, Kazim Kazimov. 2004, **Estimating The Term Structure of Government Securities in Turkey.** Working Paper.

Altıntaş, M. Ayhan. 2006. **Bankacılıkta Risk Yönetimi ve Sermaye Yeterliliği**. Turhan Kitapevi.

Baki, İsa, 2006. **Yield Curve Estimation by Spline Based Models**, Master Thesis, Graduate School of Applied Mathematics. METU

Beyazıt, Derviş. 2004. **Yield Curve Estimation and Prediction With Vasicek Model.** Master Thesis. The Graduate School of Applied Mathematics. METU

BIS Papers. 2005. **Zero-Coupon Yield Curves: Technical Documentation.** Monetary and Economic Department, Bank for International Settlement.

Bliss, Robert R. 1996. **Testing Term Structure Estimation Methods**. Federal Reserve Bank of Atlanta. Working Paper 96-12a.

Bolgün, K. Evren, M. Barış Akçay. 2005. **Risk Yönetimi: Gelişmekte Olan Türk Finans Piyasasında Entegre Risk Ölçüm ve Yönetim Uygulamaları**. Scala Yayıncılık.

Boor, Carl de. 2008, **MATLAB Spline Toolbox™ 3 User's Guide**, The Mathworks, Inc.

Brandimarte, Paolo. 2002. **Numerical methods in finance : a MATLAB-based introduction.** Wiley Publishing

Coleman, Thomas F. , Ying Zhang. 2008. **Matlab Optimization Toolbox™ 4 User's Guide**, The Mathworks Inc.

Csajbok, Attila. 1998. **Zero-Coupon Yield Curve Estimation From A Central Bank Perspective.** Economics and Research Department. National Bank of Hungary.

Culbertson, K. 1957. The Term Structure of Interest Rates. **Quarterly Journal of Economic** .

Diebold, Francis X., Canlin Li. 2006. Forecasting the Term Structure of Government Yields. **The Journal of Econometrics**.

Eren, Kıvanç A. 2004, **Üssel Polinom Yöntemiyle Getiri Eğrilerinin Modellenmesi**, ACTIVE

Fabozzi, Frank, J. 2005 **Handbook of Fixed Income Securities**. McGraw-Hill Companies.

Faerber, Esme. 2001. **Fundamentals of the Bond Market.** McGraw-Hill Professional Publishing.

Fisher, I. 1896. Appreciation and Interest. **Publications of American Economic Association XI**.

Gurkaynak, Refet S. , Brian Sack, Jonathan H. Wright 2000. **The U.S. Treasury Yield Curve: 1961 to the Present.** Finance and Economics Discussion Series. Division of Research& Statistics and Monetary Affairs. Federal Reserve Board, Washington, D.C.

Hicks, J.R. 1939. **Value and Capital**. New York: Clarendon Press

Hunt, Ben, Chris Terry. 1998. **Zero Coupon Yield Curve Estimation : A Principal Component, Polynomial Approach.** University of Technology Sydney. School of Finance and Economics Working Papers. No. 81

Ioannides, Michalis. 2003. A Comparison of Yield Curve Estimation Techniques using UK Data. **Journal of Banking & Finance**

İnan, Aslan. 2004. **Matlab ve Programlama**. Papatya Yayıncılık

Jordan, James V., Sattar A. Mansi. 2003. Term Structure Estimation From On-The-Run Treasuries. The **Journal of Banking and Finance**.

Laurane, V. Fausett. 1999. **Applied Numerical Analysis Using MATLAB**. Prentice Hall

Mansi, Sattar A., Jeffery H Phillips. 2001, Modeling The Term Structure From The On-The-Run Treasury Yield Curve, **The Journal of Financial Research**. Vol. XXIV. No.4 p.545-564

Marciniak, Marek, 2006. **Yield Curve Estimation at the National Bank of Poland, Spline Based Methods, Curve Smoothing and Market Dynamics**, National Bank of Poland Working Paper.

McCulloch J. Huston. 1971. Measuring the Term Structure of Interest Rates. The **Journal of Business.** Vol. 44. No. 1. p 19-31

Mehl, Arnaoud. 2006. **The Yield Curve As A Predictor and Emerging Economies.** European Central Bank. Working Paper Series No. 691.

Modigliani, F. and R.Sutch. 1966. **Innovations in Interest Rate Policy. American Economic Review.**

Nawalkha, Sanjay K. 2005 **Interes Rate Risk Modeling : The Fixed Income Valuation Course**. John Wiley & Sons.

Nelson, Charles R. Andrew F. Siegel. Parsimonious Modeling of Yield Curves, **The Journal of Business,** Vol. 60, No. 4. (Oct., 1987), p. 473-489.

Place ,Joanna. 2000. **Basic Bond Analysis** No: 20. Handbooks in Central Bank. Bank of England.

Rose, P. S. 1997. **Money and Capital Markets: Financial Institutions and Instruments in Global Marketplace**. 6th ed. Chicago. Irwin.

Sheimo, Michael D. 1999. **Bond Market Rules : 50 Investing Axioms to Master Bonds for Income or Trading.** McGraw-Hill Professional Book Group.

Shiller, Robert J., J. Huston McCulloch. 1990**. Handbook of Monetary Economics** : The Term Structure of Interest Rates.

Svensson, Lars E.O. 1994. **Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992- 1994**. National Bureau of Economic Research. Working Paper No. 4871

Teker, Suat, Levent Gümüşsoy. 2004. Faiz Oranı Eğrisi Tahmini: T.C. Hazine Bonosu ve Eurobonds Üzerine Uygulama. **8. Ulusal Finans Sempozyumu**.

Thau, Annette. 2000. **Bond Book**. McGraw-Hill Professional Book Group.

Uzunoğlu, Mehmet, Ali Kızıl, Ömer Çağlar Onar, Turgay Geçer, Kıvanç Eren. 2005. **Matlab İle Risk Yönetimi.** Türkmen Kitapevi.

Uzunoğlu, Mehmet, Ali Kızıl, Ömer Çağlar Onar. 2002. **Kolay anlatımı ile ileri düzeyde MATLAB 6.0 - 6.5 ,** Türkmen Kitapevi

Vasicek, Oldrich A., H. Gifford Fond. 1982 **.**Term Structure Modeling Using Exponential Splines**, The Journal of Finance**, Vol.37. No.2.

World Bank Staff (CB**)**. 2001**. Developing Government Bond Markets : A Handbook.** World Bank Publications.

http://www.imkb.gov.tr/bultenler.htm [03.05.2008]. İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Günlük Tahvil ve Bono Bültenleri

http://evds.tcmb.gov.tr/, [03.05.2007]. TCMB Elektronik Veri Dağıtım Sistemi

http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/helpdesk.html [14.04.2007]. The Mathworks Helpdesk.

EKLER

Ek 1. Data Ayıklama VBA Kodu

```
Sub dataekleme()
 '  Dim b As Date
 Dim c As Date
'data transfer
Application.ScreenUpdating = True
Sheets("gecis").Cells.ClearContents
Sheets("Sheet1").Select
Sheets("bono_database").Select
' b = InputBox(prompt:="Data setinin ilk tarihini giriniz.....:Örneğin     '03/01/2006'",
, Default:=a)
Cells(1, 1).Select
Columns("A:A").Select
Selection.Find(What:=b, After:=ActiveCell, LookIn:=xlValues _
, LookAt:=xlPart, SearchOrder:=xlByRows, SearchDirection:=xlNext, _
MatchCase:=False).Activate
ActiveCell.Select
x = ActiveCell.Row
Selection.End(xlDown).Select
ActiveCell.Select
y = ActiveCell.Row
Range(Cells(x, 1), Cells(y, 15)).Select
Selection.Copy
Sheets("gecis").Select
Cells(1, 1).Select
Selection.PasteSpecial Paste:=xlValues, Operation:=xlNone, SkipBlanks:= _
False, Transpose:=False
'ileri valor silme ve degisken faizli bono silme
say = WorksheetFunction.CountA(Range("a:a"))
For k = 1 To say
l = 1
Do While Sheets("sheet1").Cells(l, 8) <> ""
If Cells(k, 3) = Sheets("sheet1").Cells(l, 8) Then
GoTo 155
End If
l = l + 1
Loop
If Cells(k, 7) = 0 Or Cells(k, 10) = 0 Or Cells(k, 6) >= 100 Or    Left(Right(Cells(k,
3), 3), 1) <> "T" Then
155
Range(Cells(k, 1), Cells(k, 15)).Select
Selection.ClearContents
End If
 'stopajsız kağıtları siliyor....13/12/06"
 If Cells(k, 3) = "TRT240107T12" Or Cells(k, 3) = "TRT070307T11" Or  Cells(k, 3)
= "TRT090507T17" Or Cells(k, 3) = "TRT270607T14" Then
```

```
Range(Cells(k, 1), Cells(k, 15)).ClearContents
End If
Next k
Columns("A:o").Select
Selection.Sort Key1:=Range("A1"), Order1:=xlAscending, Header:=xlGuess, _
OrderCustom:=1, MatchCase:=False, Orientation:=xlTopToBottom
Columns("D:D").Select
Selection.Insert Shift:=xlToRight
Selection.Insert Shift:=xlToRight
Columns("C:C").Select
Application.CutCopyMode = False
Selection.TextToColumns Destination:=Range("C1"), DataType:=xlFixedWidth,
 _FieldInfo:=Array(Array(0, 1), Array(3, 4), Array(9, 1))
Range("c:c,e:e,g:h,j:k,n:o,q:q").Select
Selection.Delete Shift:=xlToLeft
Rows("1:1").Select
Selection.Insert Shift:=xlTodown
'Cells(1, 1) = "Tarih": Cells(1, 2) = "Valör": Cells(1, 3) = "Bono Vadesi": Cells(1, 4)
= "Vadeye Kalan Gün": Cells(1, 5) = "Agr.ort. fiyat": Cells(1, 6) = " Basit Faiz"
'Cells(1, 7) = "Bileşik Faiz": Cells(1, 8) = "Hacim"
 'satır aralama
For k = 1 To say
If Cells(k, 1) <> Cells(k + 1, 1) And Cells(k, 1) <> 0 Then
Range(Cells(k + 1, 1), Cells(k + 1, 8)).Select
Selection.Insert Shift:=xlDown
End If
Next k
'yüzde dilim bulma
Range("a1: h1").Select
Selection.Insert Shift:=xlDown
For k = 1 To say
If Cells(k, 1) = "" Then
Cells(k + 1, 1).Select
Selection.End(xlDown).Select
ActiveCell.Select
x = ActiveCell.Row
Cells(k + 1, 9).Select
If Cells(k + 1, 6) = 0 Then GoTo 10
ActiveCell.FormulaR1C1 = WorksheetFunction.Percentile(Range(Cells(k + 1, 8),
Cells(x, 8)), 0.05)
End If
Next k
10
For k = 1 To x + 1
If Cells(k, 1) = "" Then
Cells(k + 1, 1).Select
If Cells(k + 1, 1) = "" Then GoTo 20
 Selection.End(xlDown).Select
 ActiveCell.Select
 x = ActiveCell.Row
```

```
 For l = k + 1 To x
  If Cells(l, 8) <= Cells(k + 1, 9) Then
 Cells(l, 10) = "*"
 End If
   Next l
   End If
   Next k
20
    For k = 1 To say
        If Cells(k, 10) = "*" Then
        Range(Cells(k, 1), Cells(k, 10)).Select
        Selection.Delete Shift:=xlUp
        k = k - 1
        End If
    Next k
Columns("i:i").Select
Selection.ClearContents
Columns("G:G").Select
Application.CutCopyMode = False
Selection.Cut
Columns("E:E").Select
Selection.Insert Shift:=xlToRight
Cells(65330, 1).Select
Selection.End(xlUp).Select
end_g = ActiveCell.Row
 Range(Cells(3, 1), Cells(end_g, 8)).Select
Selection.Copy
Sheets("data").Select
Cells(65330, 1).Select
Selection.End(xlUp).Select
Selection.End(xlUp).Select
end_r = ActiveCell.Row
Cells(end_r + 50, 1).Select
Selection.PasteSpecial Paste:=xlAll, Operation:=xlNone, SkipBlanks:= _
False, Transpose:=False
x = end_r + 50
Cells(65336, 1).Select
Selection.End(xlUp).Select
'son = ActiveCell.Row
For i = x To 40000
Cells(i, 1).Select
tarih1 = Cells(i, 1)
k = i
Do While Cells(k, 1) = tarih1 Or Cells(k, 1) = ""
Cells(k, 1).Select
k = k + 1
If k = i + 250 Then GoTo 1011
Loop
satır = ActiveCell.Row
Do While k <> x + 50
```

```
Range(Cells(k, 1), Cells(k, 11)).Select
Selection.Insert Shift:=xlDown
k = k + 1
Loop
Application.ScreenUpdating = True
x = k
i = k
Next i
1011
'Cells(65336, 1).Select
Selection.End(xlUp).Select
son = ActiveCell.Row
k = end_r
Range(Cells(1, 15), Cells(2, 23)).Select
Selection.Copy
Do While k <= son
k = k + 50
Range(Cells(k, 15), Cells(k + 1, 23)).Select
ActiveSheet.Paste
Loop
ActiveWorkbook.Close
End If
```

Ek 2. Nelson-Siegel Yöntemi MATLAB Kodu

```
% Nelson Siegel Yöntemi ile Getiri Eğrisi Tahmini
% xdata bononun vadeye kalan gün vektörü
% ydata bononun getiri vektörü
% bu program ns fonkiyonunu kullanır.
% function f =ns(beta,xdata) beta fonksiyonun katsayı vektörü,
% beta(4) orjinal gösterimde τ olarak geçmektedir.
%f= beta(1) + (beta(2) + beta(3)) .* (1 - exp(-xdata/ beta(4))) / (xdata / beta(4)) - beta(3).* exp(-xdata/ beta(4));
% Aşağıdaki kod içerisinde bond_data_matrix2 xdata ve ydata'ların satır
% vektörü olarak bulunduğu veritabanımızdır.
%
close all % açık pencereleri kapatır.
clear all % çalışma alanını temizler.

load bond_data_matrix2 ;  % verim_data.mat(diger veritabanı dosyasi,veritabanı yükleniyor
disp(' ')
disp('ns4--Nelson Siegel Yöntemi ile Getiri Eğrisi Modelleme')
k=1;
l=588;
%
% Getiri ve Vadeye Kalan gün matrislerinin boyutlarını belirleyip kontrol
% ediyoruz.
[m,n]=size(yield);
[a,b]=size(DTM);
if m ~= a || n~=b
```

```
    error( 'yield ve DTM matrisleri uygun boyuta olmalıdır')
end
%%
% Veri matrisleri için başlangıç boyutları atanıyor
res_norm=zeros((l-k+1),1);
b=zeros((l-k+1),4);
aa=zeros((l-k+1),700);
resd=zeros((l-k+1),n);
v=length(vade);
ret=zeros((l-k+1),v);
resd=zeros(l-k+1,n);
% Optimizasyon için başlangıç koşulları belirleniyor
% Optimizasyon prosedürüne göre alt ve üst limitler belirlenebilir.
% β0 =randn(1,4); % rastgele sayı seçimi ile ilk katsayılar atanabilir
beta0=[0.18 on(1)-0.18  0.19  60]; % standart başlangıç değerleri
% Bu ilk β0 değerleri önceki optimizasyon uygulamalarının ortalaması
% olarak seçilmiştir. Prosedürün daha hızlı çalışmasına yardım eder.
%%
for i=k:l;
lb=[0     -0.09   -25  45 ]; % Bu limitler farklı kaynaklar ve uygulama ile seçilmiştir.
ub=[0.30   0.03   25  450 ];   % Metodolojiye aykırı olmamak koşulu ile dataya daha
uygun belirlenebilir
indices=find(yield(i,:));   % vektörü oluşturmak için sıfır olmayan vektör ayıklanıyor.
ydata=yield(i,1:length(indices));
indices2=find(DTM(i,:));
xdata=DTM(i,1:length(indices2));
aa(i-k+1,1:(max(xdata)-min(xdata)+1))=min(xdata):1:max(xdata);
indices_dtm(i,1)=length(indices2);
% Optimizasyon seçenekleri belirlenerek Lineer olmayan en küçük kareler
% yöntemi uygulanıyor.
options= optimset('Display','iter','MaxFunEvals',10000,'MaxIter',200,'TolFun',1e-8);
[beta,resnorm,residual,exitflag,output,lambda]
=lsqcurvefit('ns',beta0,xdata,ydata,lb,ub,options);
ret(i-k+1,:)=ns(beta,vade);
residual=[residual zeros(1,n-length(residual))];
res_norm(i-k+1,:)= resnorm;
resd(i-k+1,:)=residual;
b(i-k+1,:)=beta;
beta0=beta; % sonraki günün tahmini icin beta0 degerleri olarak atama yapılıyor.
end
%%
mean_ss=mean(mean(resd.*resd));
% Modelin artıklarının grafiği çiziliyor
figure(1);
plot(mean(resd'.*resd'));
title(' Model Residuals');
% Grafik çizdirmek için aşağıdaki kısımlar kullanılabilir.
for i=580:588;
figure(i);
```

```
indices=find(yield(i,:));
ydata=yield(i,1:length(indices));
indices2=find(DTM(i,:));
xdata=DTM(i,1:length(indices2));
indices_v=find(aa(i,:));
aa_1=aa(i,1:length(indices_v));
plot(aa_1, ns(b(i,:),aa_1),'k')
hold on, plot(xdata,ydata,'o');
end;
% plot(vade,ret(i,:))
disp('j. günün grafiği için komut satırına şunu yazınız "plot(aa, ns(b(j,:),aa))" ')
% Örneğin 6.gün için --> plot(aa,ns(b(6,:),aa))
```

Ek 3. Svensson (ENS) Yöntemi MATLAB Kodu

```
% Svensson Yöntemi (Extented Nelson Siegel) ile Getiri Eğrisi Tahmini
%
% xdata bononun vadeye kalan gün vektörü
% ydata bononun getiri vektörü
% bu program ns fonkiyonunu kullanır.
% function f =ns(beta,xdata) beta fonksiyonun katsayı vektörü,
% beta(4) orjinal gösterimde τ olarak geçmektedir.
% f= beta(1) + (beta(2) + beta(3)) .* (1 - exp(-xdata/ beta(4))) / (xdata / beta(4)) - beta(3).* exp(-xdata/ beta(4));
% Aşağıdaki kod içerisinde bond_data_matrix2 xdata ve ydata'ların satır  vektörü olarak bulunduğu veritabanımızdır.
%
close all; % açık pencereleri kapatır.
clear all ;% çalışma alanını temizler.
% Gerekli data yükleniyor.
load bond_data_matrix2;   % verim_data.mat
disp(' ')
disp('ens6 -Svensson Metodu (Extented Nelson&Siegel)')
k=1;
l=588;
% Getiri ve Vadeye Kalan gün matrislerinin boyutlarını belirleyip kontrol
% ediyoruz.
[m,n]=size(yield);
[a,b]=size(DTM);
if m ~= a || n~=b;
   error( 'yield and DTM vectors size should be same for a date ');
end
%%
% Veri matrisleri için başlangıç boyutları atanıyor
res_norm=zeros((l-k+1),1);
b=zeros((l-k+1),6);
aa=zeros((l-k+1),700);
resd=zeros((l-k+1),n);
v=length(vade);
ret=zeros((l-k+1),v);
resd=zeros(l-k+1,n);
```

```
% Optimizasyon için başlangıç koşulları belirleniyor
% Optimizasyon prosedürüne göre alt ve üst limitler belirlenebilir.
%beta0=randn(1,6); % rastgele sayı seçimi ile ilk katsayılar atanabilir
beta0=[0.18  on(1)-0.18  4.2  -4.2  75  74] ; % standart başlangıç değerleri
% Bu ilk beta0 değerleri önceki optimizasyon uygulamalarının ortalaması
% olarak seçilmiştir. Prosedürün daha hızlı çalışmasına yardım eder.
for i=k:l;
lb=[0     -0.09   -25  -25   45   45 ]; % Bu limitler farklı kaynaklar ve uygulama ile seçilmiştir.
ub=[0.30   0.03    25   25   450  450 ]; % Metodolojiye aykırı olmamak koşulu ile dataya daha uygun belirlenebilir
indices=find(yield(i,:));
ydata=yield(i,1:length(indices));
indices2=find(DTM(i,:));
xdata=DTM(i,1:length(indices2));
aa(i-k+1,1:(max(xdata)-min(xdata)+1))=min(xdata):1:max(xdata);
indices_dtm(i,1)=length(indices2);
% Optimizasyon seçenekleri belirlenerek Lineer olmayan en küçük kareler
% yöntemi uygulanıyor.
options= optimset('Display','iter','MaxFunEvals',10000,'MaxIter',200,'TolFun',1e-8);
[beta,resnorm,residual,exitflag,output,lambda]
=lsqcurvefit('ens',beta0,xdata,ydata,lb,ub,options);
ret(i-k+1,:)=ens(beta,vade);
residual=[residual zeros(1,n-length(residual))];
res_norm(i-k+1,:)= resnorm;
resd(i-k+1,:)=residual;
b(i-k+1,:)=beta;
beta0=beta ;% sonraki günün tahmini icin beta0 degerleri olarak bugünki sonuçlar alınıyor
end
%%
mean_ss=mean(mean(resd.*resd));
% Artıkların Grafiği çizdiriliyor
figure(1);
plot(mean(resd'));
title(' Model Residuals Means ');
 ' değişkenin çalışacağı günler için grafik çizdirme
for i=580:588;
figure(i);
indices=find(yield(i,:));
ydata=yield(i,1:length(indices));
indices2=find(DTM(i,:));
xdata=DTM(i,1:length(indices2));
indices_v=find(aa(i,:));
aa_1=aa(i,1:length(indices_v));
plot(aa_1, ens(b(i,:),aa_1),'k','Linewidth',14)
hold on, plot(xdata,ydata,'o');
end;
% plot(vade,ret(i,:))
disp('j. günün grafiği için komut satırına şunu yazınız " plot(aa, ens(b(j,:),aa)) " ');
```

```
% Örneğin 6.gün için --> plot(aa,ens(b(6,:),aa))
```

Ek 4. Kübik Spline Yöntemi MATLAB Kodu

```
%Kübik Spline Yöntemi ile Getiri eğrisi Tahmini
% xdata bononun vadeye kalan gün vektörü
% ydata bononun getiri vektörü
% bond_data_matrix.mat veritabanı içerisinde DTM ve yield matrislerini kullanır
close all
clear all
% Gerekli datalar yükleniyor
load bond_data_matrix2   % verim_data.mat
disp(' ')
disp('Cubic Spline Metodu ile getiri eğrisi tahmini')
k=1;
l=588;
%Matris boyutları belirlenip kontrol ediliyor
[m,n]=size(yield);
[a,b]=size(DTM);
if m ~= a || n~=b
   error( 'yield and DTM vectors size should be same for a date ')
end
% Matris boyutları atanıyor.
res_norm=zeros((l-k+1),1);
b=zeros((l-k+1),6);
resd=zeros((l-k+1),n);
v=length(vade);
ret=zeros((l-k+1),v);
resd=zeros(l-k+1,n);
fdata=zeros((l-k+1),28);
fdata_aa=zeros((l-k+1),700);
fdata_xx=zeros((l-k+1),650);
for i=k:l
indices=find(yield(i,:));
ydata=yield(i,1:length(indices));
indices2=find(DTM(i,:));
xdata=DTM(i,1:length(indices2));
aa=min(xdata):1:max(xdata);
xx=93:1:728;
%%
pcs=spap2(1,4,xdata,ydata);    %pcs=csape(xdata,ydata);
fdata0=fnval(pcs,xdata);
fdata_aa0=fnval(pcs,aa);
fdata_xx0=fnval(pcs,xx);
residual = fdata0 -ydata;
RMSE=sum(residual.*residual);
fdata_xx(i-k+1,1:length(xx))=fdata_xx0;
fdata_aa(i-k+1,1:length(aa))=fdata_aa0;
fdata(i-k+1,1:length(fdata0))=fdata0;
ret(i-k+1,:)=fnval(pcs,vade);
resd(i-k+1,1:length(xdata))=residual;
```

```
end
fdata1=fdata;
figure(2);
plot(sum(resd'.*resd'));
title(' Kalinti Kareleri Toplammi ');
xlabel('Tahmin Edilen Gun');
ylabel('Kalintilar');
% fdata matrisinde negatif oluşan değerler sıfır yazdırılıyor
for i=1:588
    for j=1:28
        if  fdata1(i,j)<= 0
            fdata1(i,j)=fdata1(i,j-1);
        end
    end
end
```

Ek 5. Smoothing Kübik Spline Yöntemi MATLAB Kodu

```
% Smoothing Kübik Spline Yöntemi ile Getiri eğrisi Tahmini
% xdata bononun vadeye kalan gün vektörü
% ydata bononun getiri vektörü
% bond_data_matrix.mat veritabanı içerisinde DTM ve yield matrislerini kullanır
%csaps fonksiyonunu kullanır
close all
clear all
% Gerekli datalar yükleniyor
load bond_data_matrix2   % verim_data.mat
disp(' ')
disp(' Smoothing Cubic Spline Method')
k=1;
l=588;
%Matris boyutları belirlenip kontrol ediliyor
[m,n]=size(yield);
[a,b]=size(DTM);
if m ~= a || n~=b
    error( 'yield and DTM vectors size should be same for a date ')
end
% Matris boyutları atanıyor.
%%
res_norm=zeros((l-k+1),1);
b=zeros((l-k+1),6);
resd=zeros((l-k+1),n);
v=length(vade);
ret=zeros((l-k+1),v);
resd=zeros(l-k+1,n);
fdata=zeros((l-k+1),28);
fdata_aa=zeros((l-k+1),700);
fdata_xx=zeros((l-k+1),650);
RMSE=zeros(588,1);
for i=k:l
indices=find(yield(i,:));
```

```
ydata=yield(i,1:length(indices));
indices2=find(DTM(i,:));
xdata=DTM(i,1:length(indices2));
aa=min(xdata):1:max(xdata);
xx=93:1:728;
%%
%o=ones(1,length(xdata)); ağırlıklandırma için ama iyi sonuç vermedi
%w=o./xdata;
spcs=csaps(xdata,ydata,0.000001);
fdata0=fnval(spcs,xdata);
fdata_aa0=fnval(spcs,aa);
fdata_xx0=fnval(spcs,xx);
residual = fdata0 -ydata;
rmse=sum(residual.*residual);
RMSE(i,:)=rmse;
%
fdata_xx(i-k+1,1:length(xx))=fdata_xx0;
fdata_aa(i-k+1,1:length(aa))=fdata_aa0;
fdata(i-k+1,1:length(fdata0))=fdata0;
ret(i-k+1,:)=fnval(spcs,vade);
resd(i-k+1,1:length(xdata))=residual;
end
fdata1=fdata;
figure(2);
plot(sum(resd'.*resd'));
title(' Kalinti Kareleri Toplammi ');
xlabel('Tahmin Edilen Gun');
ylabel('Kalintilar');
```

Ek 6. Çizdirilen Grafikler için Örnek Matlab Kodları

```
% Beta parametreleri grafik
figure(1);
plot(b(:,1),'linewidth',1.5);
hold on, plot(b(:,1)+b(:,2),'k','linewidth',1.5);
%plot(b(:,3)/10,'r','linewidth',1.5);
%plot(b(:,4)./1000,'g','linewidth',1.5);
xlabel('\bf\fontsize{14}{Gunler}');
ylabel ('\bf\fontsize{14}{Parametre Degerleri}');
legend('\beta0','\beta0+ \beta1',-1);
title('Tahmin Edilen Parametre Degerleri','fontsize',14);
%gtext('Beta0');
%%
% τ parametrelerininsinin grafiği
figure(2);
plot(b(:,5),'k','linewidth',1.5);
hold on
plot(b(:,6),'linewidth',1.5);
xlabel('\bf\fontsize{14}{Gunler}');
ylabel ('\bf\fontsize{14}{Parametre Degerleri}');
legend('\tau1','\tau2',-1);
```

```
title('Tahmin Edilen \tau Degerleri','fontsize',14);
% β2 ve β3 parametrelerininsinin grafiği
figure(3);
plot(b(:,3),'k','linewidth',1.5);
hold on
plot(b(:,4),'linewidth',1.5);
xlabel('\bf\fontsize{14}{Gunler}');
ylabel ('\bf\fontsize{14}{Parametre Degerleri}');
legend('\beta2','\beta3',-1);
title('Tahmin Edilen \beta2 ve \beta3 Degerleri','fontsize',14);
%%
% -β1 parametresi grafiği, vade primiz
plot(-b(:,2),'linewidth',1.5);
xlabel('\bf\fontsize{14}{Gunler}');
ylabel ('\bf\fontsize{14}{Parametre Degerleri}');
legend('-\beta1',-1);
title('Tahmin Edilen -\beta1 Degerleri','fontsize',14);
% Beta katsayılarının histogramları
figure(10)
subplot(3,2,1)
hist(b(:,1),15)
title('\beta0 Histogram','fontsize',15)
subplot(3,2,2)
hist(b(:,2),15)
title('\beta1 Histogram','fontsize',15)
subplot(3,2,3)
hist(b(:,3),15)
title('\beta2 Histogram','fontsize',15)
subplot(3,2,4)
hist(b(:,4),15)
title('\beta3 Histogram','fontsize',15)
subplot(3,2,5)
hist(b(:,5),15)
title('\tau1 Histogram','fontsize',15)
subplot(3,2,6)
hist(b(:,6),15)
title('\tau2 Histogram','fontsize',15)
%
%%Svensson yöntemi getiri eğrilerinin-piyasa verileri ile birlikte grafiği
f1=119
f2=126
figure(f1)
for i=f1:f2;
subplot(round((f2-f1+1)/2),2,i-f1+1);
indices=find(yield(i,:));
ydata=yield(i,1:length(indices));
indices2=find(DTM(i,:));
xdata=DTM(i,1:length(indices2));
indices_v=find(aa(i,:));
```

```
aa_1=aa(i,1:length(indices_v));
plot(aa_1, ens(b(i,:),aa_1),'k','Linewidth',1.5)
hold on, plot(xdata,ydata,'o');
title(dates_str(i,:),'fontsize',11);
%legend(dates_str(i,:),'Gozlemlenen',-1)
end;
xlabel('x- ekseni Vadeye Kalan Gun','fontsize',14);
ylabel('y-ekseni Getiri Orani','fontsize',14);
%%
f1=583  % Kalıntıların grafiği
f2=588
figure(f1)
for i=f1:f2;
subplot(round((f2-f1+1)/2),2,i-f1+1);
indices=find(yield(i,:));
ydata=yield(i,1:length(indices));
indices2=find(DTM(i,:));
xdata=DTM(i,1:length(indices2));
plot(xdata,(resd(i,1:length(indices))).*(resd(i,1:length(indices))),'k');
title(dates_str(i,:),'fontsize',11);
%legend(dates_str(i,:),'Gozlemlenen',-1)
end;
xlabel('x- ekseni Vadeye Kalan Gun','fontsize',14);
ylabel('y-ekseni Getiri Orani','fontsize',14);
%
%%Aynı grafikte birden fazla getiri eğrisi
figure(100);
i=582
i1=i
indices=find(yield(i,:));
ydata=yield(i,1:length(indices));
indices2=find(DTM(i,:));
xdata=DTM(i,1:length(indices2));
indices_v=find(aa(i,:));
aa_1=aa(i,1:length(indices_v));
hold on
plot(aa_1, ens(b(i,:),aa_1),'r','Linewidth',1.5)
i=i+1
indices=find(yield(i,:));
ydata=yield(i,1:length(indices));
indices2=find(DTM(i,:));
xdata=DTM(i,1:length(indices2));
indices_v=find(aa(i,:));
aa_1=aa(i,1:length(indices_v));
hold on
plot(aa_1, ens(b(i,:),aa_1),'k','Linewidth',1.5)
i=i+1
indices=find(yield(i,:));
ydata=yield(i,1:length(indices));
indices2=find(DTM(i,:));
```

```
xdata=DTM(i,1:length(indices2));
indices_v=find(aa(i,:));
aa_1=aa(i,1:length(indices_v));
hold on
plot(aa_1, ens(b(i,:),aa_1),'m','Linewidth',1.5)
i=i+1
indices=find(yield(i,:));
ydata=yield(i,1:length(indices));
indices2=find(DTM(i,:));
xdata=DTM(i,1:length(indices2));
indices_v=find(aa(i,:));
aa_1=aa(i,1:length(indices_v));
hold on
plot(aa_1, ens(b(i,:),aa_1),'g','Linewidth',1.5)
i=i+1
indices=find(yield(i,:));
ydata=yield(i,1:length(indices));
indices2=find(DTM(i,:));
xdata=DTM(i,1:length(indices2));
indices_v=find(aa(i,:));
aa_1=aa(i,1:length(indices_v));
hold on
plot(aa_1, ens(b(i,:),aa_1),'--','Linewidth',1.5)
i=i+1
indices=find(yield(i,:));
ydata=yield(i,1:length(indices));
indices2=find(DTM(i,:));
xdata=DTM(i,1:length(indices2));
indices_v=find(aa(i,:));
aa_1=aa(i,1:length(indices_v));
hold on
plot(aa_1, ens(b(i,:),aa_1),'c','Linewidth',1.5)
%
i=i+1
indices=find(yield(i,:));
ydata=yield(i,1:length(indices));
indices2=find(DTM(i,:));
xdata=DTM(i,1:length(indices2));
indices_v=find(aa(i,:));
aa_1=aa(i,1:length(indices_v));
hold on
plot(aa_1, ens(b(i,:),aa_1),'--rs','Linewidth',0.2,'Markersize',0.4)
%
legend(dates_str(i1,:),dates_str(i1+1,:),dates_str(i1+2,:),dates_str(i1+3,:),dates_str(i1
+4,:),dates_str(i1+5,:),dates_str(i1+6,:));
title('Tahmin Edilen Getiri Egrileri','fontsize',16);
xlabel('Vadeye Kalan Gun','fontsize',16);
ylabel('Getiri Orani','fontsize',16);
%%
figure(600);
```

```
plot(sum(resd'.*resd'));
title(' Model Kalinti Kareleri Toplami','fontsize',16);
xlabel('Tahmin Edilen Gun','fontsize',16);
ylabel('Ortalama Hata Karesi','fontsize',16);
%%
%Döviz Kuru Grafiği
figure(901)
plot(fx(:,2),'r','linewidth',1);
hold on
plot(fx(:,3),'k');
plot(fx(:,4),'m');
ylabel(' Doviz Kuru','fontsize',16);
xlabel('Gunler','fontsize',16);
legend('Usd','Euro','Sepet-0.5*usd+0.5*eur');
%
%%İmkb-100 endeks grafiği
figure(902);
plot(ise100(:,2),'k');
xlabel('Gunler','fontsize',16);
ylabel('imkb-100 endeksi','fontsize',16);
%%
% uc boyutlu grafik icin eksen adları yazdırma
xlabel('Sutun no-Vadeye Kalan Gun','fontsize',14);
zlabel('Kalinti Karesi','fontsize',14);
ylabel('Tahmin Edilen Gun','fontsize',14);
```

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı	:	Coşkun Tarkoçin
Doğum Tarihi	:	26.05.1982
Doğum Yeri	:	Bingöl
Lisans	:	İstanbul Üniversitesi Endüstri Mühendisliği
Mezuniyet Tarihi	:	2003
Yabancı Dil	:	İngilizce
İş Deneyimi	:	Kasım 2006- Eurobank Tekfen A.Ş. Piyasa Risk Yönetimi, Halen devam ediyor Eylül 2004- Ekim 2005 Batı İmport Temmuz 2003- Ağustos 2004 Wendler Tateks Tekstil Tur. Tic. A.Ş.