

169854

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ

MİMARLIK FAKÜLTESİ

**KABUKLARDA GEOMETRİNİN
İÇ KUVVETLER DAĞILIMINA ETKİSİ**

TÜRKİYE
BİLİMSEL VE TEKNİK
ARAŞTIRMA KURUMU
KÜTÜPHANESİ

Y.Mimar E.Görün ARUN
Doktora tezi
Yönetici:Prof. Turgut PAYLI

MİMARLIK FAKÜLTESİ

İstanbul 1983

Tezin yapıldığı yer: YILDIZ ÜNİVERSİTESİ MİMARLIK FAKÜLTESİ

Yönetici : Prof. Turgut M. PAYLI (Y.Ü.)

Üye : Prof. Yusuf BERDAN (İ.T.Ü.)

Üye : Doç. Ali DOZGON (Y.Ü.)

Sözlü sınav tarihi : 19.10.1983

ÖZET

Yapılan çalışmada, çatı örtüsü olarak kabuklar, etkilendikleri kuvvetlerle ele alınmış, tasarımcıya yarar sağlamak amacıyla konstrüktif amaçları ve yüzeyler üzerindeki gerilme dağılımları açıklanmıştır. Sayısal uygulama olarak seçilen, kare plan üzerini örten eliptik paraboloid kabukta parabol eğrisi değiştirilerek, bu yüzeylerin öz ağırlığı ve kar yükü altındaki mambran iç kuvvet büyüklükleri bilgisayarla hesaplanmış, eğriliğin gerilme dağılımına etkisi incelenmiştir.

SUMMARY

In this work, shell roofs are presented with the loads they are under and their constructive principles and stress distributions on the surfaces are explained to meet the needs of the designer. As a numerical example, an elliptic paraboloid shell over a square plan is choosed. Changing the curvature of the parabol, the mambrane inner forces of the surfaces under dead weight and snow load are calculated through computer, and the effect of the change in curvature at stress distribution is inspected.

İÇİNDEKİLER

I - GİRİŞ	1
II - TANIM	3
III- KABUK YÜZEYLERİN GEOMETRİSİ	6
3.1 Eğrilerin Özellikleri	6
3.1.1 Daire yayı	6
3.1.2 Parabol	6
3.1.3 Sikloid	7
3.1.4 Zincir Eğrisi	8
3.1.5 Yarım elips	9
3.2 Yüzeyin Parametrik gösterimi	10
3.2.1 Birinci Ana Form	11
3.2.2 Yüzey Normali	12
3.2.3 İkinci Ana Form	12
3.2.4 Yüzey üzerindeki bir noktanın eğriliği	12
3.3 Kabuk Yüzeylerin Sınıflandırılması	14
3.3.1 Gauss eğriliği pozitif yüzeyler	15
3.3.2 Gauss eğriliği sıfır yüzeyler	17
3.3.3 Gauss eğriliği negatif yüzeyler	20
3.3.4 Asal eğrilikleri değişken yüzeyler	24
IV - YOK VE KUVVETLERİN YÜZEY ÜZERİNDEKİ ETKİSİ	25
4.1 Yükler	25
4.2 İç kuvvetler	27
4.3 Membran gerilme durumu	29
4.4 Kenar Bozucu etkiler	32
4.5 Kabukların gerilme Analizi	33
V - KABUKLARDA MAMBRAN KUVVET DAĞILIMLARI	34
5.1 Gauss eğriliği pozitif kabuklar	40
5.1.1 Gauss eğriliği pozitif döne1 kabuklar	40
5.1.2 Gauss eğriliği pozitif ötelenen kabuklar	47
5.2 Gauss eğriliği sıfır kabuklar	52
5.3 Gauss eğriliği negatif kabuklar	61

VI - KABUKLARDA EĞRİLİĞİN İÇ KUVVET DAĞILIMINA ETKİSİ	
(Örnek: Eliptik paraboloid)	69
6.1 Hesap esasları	70
6.2 Uygulama	73
6.3 Sonuç	104
YARALANILAN KAYNAKLAR	105



GÖSTERİMLER

x_1, x_2, x_3	Üç boyutlu dik kartezyen koordinat sistemi
θ^1, θ^2	İki boyutlu eğrisel koordinat sistemi
\vec{r}	Yer vektörü
\vec{a}_1, \vec{a}_2	baz vektörleri
\vec{a}_3	normal birim vektör
a_{11}, a_{22}	ölçüm tansörleri (baz vektörlerin uzunlukları)
$ds, ds_{\langle 1 \rangle}, ds_{\langle 2 \rangle}$	yay uzunlukları
\mathcal{L}	eğrilik
K	gauss eğriliği
$p_{\langle 1 \rangle}, p_{\langle 2 \rangle}, p_{\langle 3 \rangle}$	eğrisel yüzeydeki yük bileşenleri
$\bar{p}_{\langle 1 \rangle}, \bar{p}_{\langle 2 \rangle}, \bar{p}_{\langle 3 \rangle}$	düzlemsel yüzeydeki yük bileşenleri
$n_{\langle 11 \rangle}, n_{\langle 22 \rangle}$	eğrisel yüzeydeki normal kuvvetler
$\bar{n}_{\langle 11 \rangle}, \bar{n}_{\langle 22 \rangle}$	düzlemsel yüzeydeki normal kuvvetler
$n_{\langle 12 \rangle}, n_{\langle 21 \rangle}$	eğrisel yüzeydeki kayma kuvvetleri
$\bar{n}_{\langle 12 \rangle}, \bar{n}_{\langle 21 \rangle}$	düzlemsel yüzeydeki kayma kuvvetleri
$q_{\langle 1 \rangle}, q_{\langle 2 \rangle}$	kesme kuvvetleri
$m_{\langle 11 \rangle}, m_{\langle 22 \rangle}$	eğilme momentleri
$m_{\langle 12 \rangle}, m_{\langle 21 \rangle}$	burulma momentleri
$n_{\langle 1 \rangle}, n_{\langle 2 \rangle}$	asal kuvvetler
C_n, D_n, C_1, C_2	integral sabitleri
ϕ	gerilme fonksiyonu

I- GİRİŞ

Mimarlıkta, belli fonksiyonlara cevap verebilecek bir mekan örtmek, şekline karar verip yeni önerilerde bulunmak, konstrüksiyon, stabilite ve ekonomi sorunlarıyla sınırlıdır. Mimariyi meydana getiren temel elemanlardan biri olan strüktür, geçmişten bugüne gerek malzeme, gerekse teknoloji açısından büyük gelişmeler gösterip mimari form yaratısında en etkin rolü oynamıştır.

Mimarlık, insanların fiziği ve fiziksel gereksinimlerini karşılamak için insana yönelik mekanlar oluşturmak ise, strüktürde mimarın mekanları düzenleyip emniyetli ve ekonomik olmasını sağlarken kullandığı bir araçtır. Bu nedenle strüktürel veriler, mimarlık mesleğinin temelini oluşturur.

Strüktür elemanları, insanın fiziksel yapısından dolayı yatay hareketi ile cisimlerin yer çekimi ve diğer doğa etkilerinden dolayı düşey dinamiği gibi çelişik hareketleri bir bütünde toplıyacak şekilde tasarlanırlır. Bir yüzeysel strüktür elemanı olarak kabuklar da bu amaçla 20 nci yüzyıl başlarından beri kullanılmaktadır.

Strüktür tasarımında, eleman üzerindeki yerçekimi kuvvetleri, dış yükler ve gerilmeler kontrol edilerek, gerekiyorsa başka elemanlar yardımıyla belirtilen doğrultularda yönlendirilirler. Amaç tüm strüktürde olduğu gibi her noktada etki ve tepki dengesini sağlamaktır. Sonunda bu kuvvetler toplanıp zemine iletilirler. Mimarlıkta her tasarım rasyonel temellere dayalı bir yaratıcılıktan kaynaklanmalıdır. Rasyonellik, sistemin etkisi altında bulunduğu kuvvetlerin ve dolayısıyla kesitlerin ortaya çıkmasıyla belirlenir. Bu arada kuvvetler dağılımı bilinen bir konstrüksiyon, bilinçli bir şekilde, yaratıcı çabalarla ortaya çıkarılmalıdır. Eğer strüktür tasarımını, kuvvetleri belli doğrultularda yönlendirip, bunları maksimum estetik ve minimum malzeme ve iç mekan engelleriyle bir üç boyutlu sistem oluşturmak diye tanımlarsak, mimarların mekan örten sistemler, bu sistemler üzerinde kuvvetlerin yön değiştirmesi ve bu kuvvetler karşısındaki sistemin deformasyonları hakkında bilgisi olmalıdır.

Bir kabuk strüktürün hesabı veya kuvvetler dağılımının oluşturduğu gerilme eğrilerini çıkarmak mimarın görevi değildir. Mimar için en önemli şey, ana kuvvetlerin dağılımını ve cinsini, boyutlandırmayı ve taşıyıcıların mukavemetini bilip strüktürü bu bilgiler yardımıyla tasarlamaktır.

Bu çalışmada, bir strüktür elemanı olarak kabukların tanımı ve geometri-leri hakkında bilgilerden sonra kabuk yüzeylerindeki membran kuvvet dağılımları ve kuvvetlerin zemine aktarılması incelenip bir tasarım örneğinde eğrilik değişmesinin yüzey üzerindeki kuvvetlerin dağılımına etkisi incelenmiştir.



II- TANIM

Kabuklar, kalınlığı yüzeysel yayılmasına oranla çok ince olan, sürekli veya süresiz eğrilikli yüzeysel strüktür elemanlarıdır. Bu strüktür elemanlarının gerek teorik gerek deneysel olarak hazırlanması yaklaşık 35 yıllık bir çalışma sonucudur. Bu çalışmalar, yeni uzaysal mekanlar yaratma ilgisinin doğmasıyla daha da gelişmiştir.

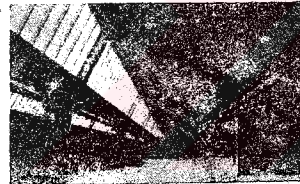
Kabuklar üzerine teorik çalışmalar 19. yüzyıl sonlarında başlamış ve uygulamalar 20. yüzyıl başlarında mühendislik alanında gelişmiştir. İlk betonarme kabuk uygulaması, mühendis Walter Bauerfeld' in kabuk çalışmaları hakkındaki gelişmeyi uzun bir makale ile Almanya 'da tanıtmasıyla, 1910 da gerçekleştirilir.² 1920 de Jena da Zeiss optik işletmeleri için Carl Zeiss in Dyckerhoff ve Widmann inşaat firmasına dört kolon üzerine küçük bir silindirik kabuk (Resim 1)³ yaptırmasıyla silindirik ve küre kabuklar Zeiss-Dwidag patenti ile uygulanmaya başlar.⁴ U. Finsterwalder ve F. Dischinger yönetimiyle bu çalışmalar hızla gelişir.⁵ Dyckerhoff ve Widmann firması mühendisleri, bu çalışmalar sonucunda silindirik ve küre kabuk prensipleriyle birçok hal (Resim 2)⁶ ve fabrika (Resim 3)⁶ binaları yaparlar.⁷ 1937 de Rügen ' de ilk kabuk havaalanını (Resim 4)⁸ gerçekleştirirler . 1939 da Mailart, kabukların uygulanabilirliğini gösteren (Resim 5)⁹ bir konstrüktif



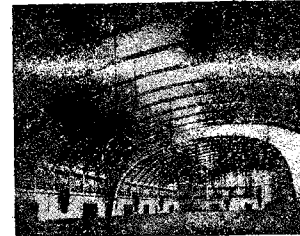
1



2



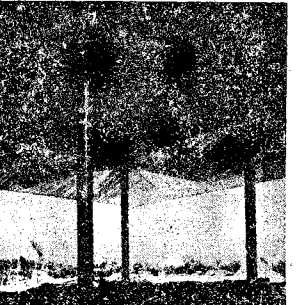
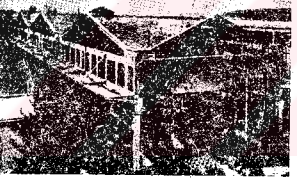
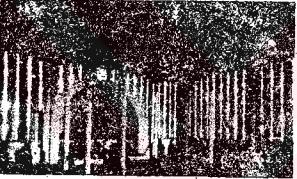
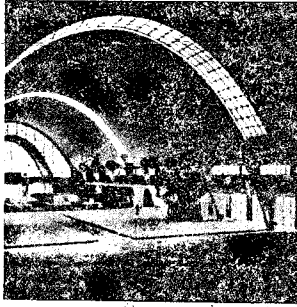
3



4



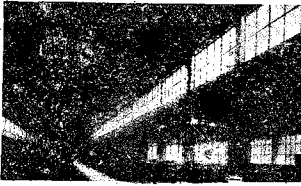
5



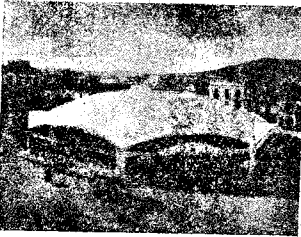
sembol olarak Zürich 'te 'Zementhalle ' inşa eder. Freyssinet, Reims 'daki hal binasında (Resim 6)¹⁸ kısa silindirik, Bagneax 'daki tamirhanede (Resim 7)¹⁸ konoid kabuk prensiplerini uygulamıştır.⁹

6 Bernard Laffaille, 'Memories de l'Association Internationale des Ponts et Charpenter ' adlı enstitüde doğrusal yüzeyle kabuk konstrüksiyonlar üzerine 1926 dan beri yaptığı çalışmalar sonunda 1931-1933 yılları arasında 5-6 cm kalınlıklı, 30-50 m açıklıkları geçen birçok hal binaları gerçekleştirmiştir. 1933 de dört doğru kenarlı hiperbolik paraboloid ' le oluşmuş her yönden 15.5 m serbest çıkmalı bileşik kabuk sistemini geliştirerek Zagreb 'teki Fransız pavyonunu, 1950 de Fransa 'da Notre Dame Kilisesini (Resim 8)¹⁹ yapmıştır. 1936 da F.Aimond, yukarıda adı geçen enstitüde 'Elastik olmayan ince hiperbolik paraboloidlerin statik araştırması 'nı inceliyerek hesap metodlarını geliştirmiş ve günümüzde kullanılan temel prensipleri koymuştur.²⁰

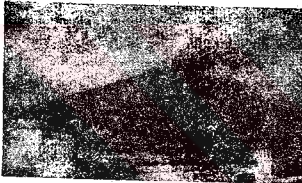
10 Bu arada İtalya 'da Giorgio Baroni hiperbolik paraboloid kabuklar üzerine çalışmaları sonucunda 1934 de Milano 'da bir dökümhane ve Alfa Romeo fabrikasını yapmış (Resim 9)¹⁸ ve 1938 de bir depo (Resim 10)¹⁸ çatısında ilk şemsiye şeklinde hiperbolik paraboloid 'i uygulamıştır.¹⁹ Rusya 'da Konrad Hruban da hiperbolik paraboloid kabuklar üzerine çalışmaları yürütmüş ve 1940 lardan sonra endüstri yapılarında kullanıma elverişli bir tip geliştirmiştir. 1945 de Nove Mesto 'da (Resim 11)¹⁸ , 1948 de Pros-



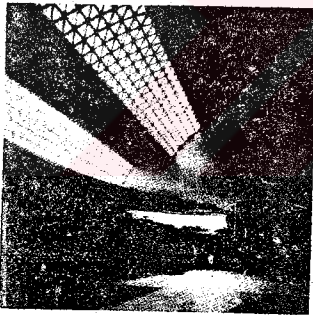
12



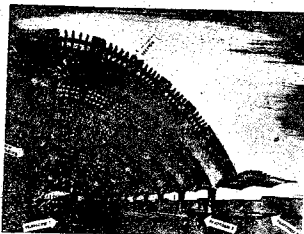
13



14



15



16

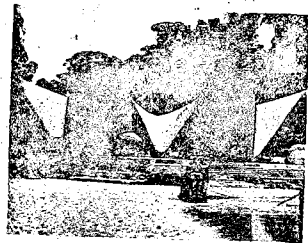


17

tejev ' da (Resim 12)¹⁸ yaptığı fabrika binalarında bu tipleri uygulamıştır.¹⁸

İspanya ' da Eduardo Torroja, uyguladığı çeşitli kabuk çatı örtüleriyle dik-kati çekmiş, 1934 de Algericas hal binasında (Resim 13)¹⁹ küre kabuk, 1935 de Zarzuela ' da hipodrom tribünlerinde hiperbolik paraboloid (Resim 14)²⁰, 1936 da Madrit ' te Pelota 'top' salonunda (Resim 15)²¹ uzun silindir ve 1950 de Madrit tren istasyonunda (Resim 16)²² kısa silindir kabuk prensiplerini uygulamıştır.

Kabuk yüzeylerin Amerika ' da kullanılması, 1930 da Roberts ve Schaeffer firmasının Zeiss-Dwidag patentlerini satın almasıyla başlar.²³ Bu firma, Anton Tedesco yönetiminde birçok proje gerçekleştirmiştir.²⁴ Amman ve Whitney firması mühendisleri çeşitli kabuk yüzeylerin birleşimleri üzerine çalışmalarını yoğunlaştırıp ilginç uygulamalar gerçekleştirmişlerdir. Amerika ' da Eero Saarinen (Resim 17)²⁵ çeşitli küre ve paraboloid uygulamalarıyla, Meksika ' da Candela (Resim 18)²⁶ hiperbolik paraboloid uygulamaları ile çağdaş kabuk tasarımında öncü olmuşlardır.



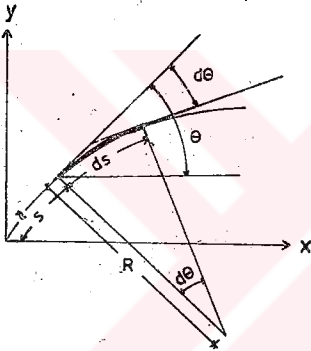
18

III- KABUK YÜZEYLERİN GEOMETRİSİ

3.1 Eğrilerin Özellikleri

Genellikle doğuray olarak kullanılan temel eğriler: daire yayı, parabol, sikloid, zincir eğrisi ve yarı elipstir. Kartezyen koordinatlarda $y = f(x)$ e bağlı olarak bir eğrinin herhangi bir noktasındaki eğrilik yarıçapı:

$$R = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{d^2y/dx^2} \quad 3.1$$



Şekil 3.1

olarak tanımlanır.² Şekil 3.1 de görüldüğü gibi θ - eğri teğetinin yatayla yaptığı açı olarak alınırsa eğrilik yarıçapı :

$$R = \frac{ds}{d\theta} \quad 3.2$$

olarak ta gösterilebilir. $\theta = 0$ olduğu eğrinin tepe noktasının eğrilik yarıçapına R_0 denirse; daire yayı, parabol, sikloid ve zincir eğrisinde $R = R_0 \cos^n \theta$ ba-

ğıntısı olduğu görülür. Bu bağıntıda n değerlerine göre eğriler:^{5,23}

- $n = 0$ ise daire
- $n = 1$ ise sikloid
- $n = -2$ ise zincir eğrisi
- $n = -3$ ise parabol dur.

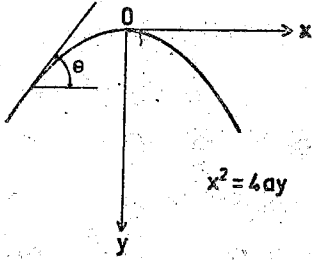
3.1.1 Daire yayı

Bir daire yayında R eğrilik yarıçapı sabittir. Burada $n = 0$ olduğu için

$$R = R_0 = R_0 \cos^0 \theta \quad 3.3$$

3.1.2 Parabol

Şekil 3.2 de görülen $x^2 = 4ay$ parabolünün kartezyen koordinatlardaki



Şekil 3.2

x ve y değerleri : $x = 2at$, $y = at^2$ dir
Burada: $dy = 2at dt$, $dx = 2a dt$ olduğuna göre;

$$\frac{dy}{dx} = t = \tan \theta \quad 3.4$$

bunun x 'e bağlı olarak ikinci türevi:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{dt}{dx} = \frac{1}{2a} \quad 3.5$$

Bu iki türev 3.1 de yerine konursa:

$$R = 2a(1 + t^2)^{3/2} = 2a(1 + \tan^2 \theta)^{3/2} \\ = 2a \sec^3 \theta \quad 3.6$$

eğrilik yarıçapı elde edilir. Tepede $t = 0$ olacağı için eğrilik yarıçapı:

$$R_0 = 2a \quad 3.7$$

dir. Buradan da anlaşılacağı gibi parabolun herhangi bir noktası ile tepe noktasının eğrilik yarıçapları arasında

$$R = R_0 \cos^{-3} \theta \quad 3.8$$

bağıntısı olduğu görülür.^{5,23}

3.1.3 Sikloid

Şekil 3.3 de görüldüğü gibi sikloid, bir çember üzerindeki P noktasının çemberin bir doğru üzerinde dönerek hareketiyle oluşturduğu bir eğridir.²

$$\text{Sikloidde } x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \quad 3.9$$

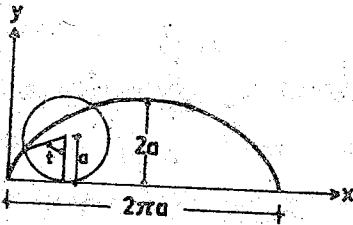
$$dy = a \sin t dt$$

$$dx = a(1 - \cos t)dt \quad \text{olduğuna göre:}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin t}{1 - \cos t} = \cot \frac{t}{2} = \tan \theta \quad 3.10$$

dir. Bunun x 'e bağlı olarak ikinci türevi alınınca

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = -\frac{1}{2} \operatorname{cosec}^2 \frac{t}{2} \frac{dt}{dx} = -\frac{\operatorname{cosec}^2 \frac{t}{2}}{2a(1 - \cos t)} \\ = -\frac{1}{4a} \operatorname{cosec}^4 \frac{t}{2} \quad 3.11$$



Şekil 3.3

elde edilir. 3.10 ve 3.11 de bulunan değerler 3.1 de yerine konursa:

$$R = -4a \sin \frac{t}{2} \quad 3.11$$

eğrilik yarıçapı bulunur. 3.10 da

$$\theta = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{t}{2} \right) \text{ olacağı için } \sin \frac{t}{2} = \cos \theta \text{ dır.}$$

Bu değer 3.12 de yerine konursa, eğrilik yarıçapı:

$$R = -4a \cos \theta \quad 3.13$$

olarak yazılabilir. Tepede $t = \pi$ olacağı için eğrilik yarıçapı:

$$R_0 = -4a \quad 3.14$$

dır. 3.13 ve 3.14 eşitliklerine göre

$$R = R_0 \cos \theta \quad 3.15$$

bağıntısı sağlanmıştır.²³

3.1.4 Zincir eğrisi

Şekil 3.4 de Kartezyen koordinatlardaki denklemi $y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$ olan zincir eğrisinde:

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta = \sinh\left(\frac{x}{a}\right) \quad 3.16$$

dır. Bunun x'e bağlı olarak ikinci türevi:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{a} \cosh\left(\frac{x}{a}\right) \quad 3.17$$

dır. Bu değerler 3.1 yerine konunca

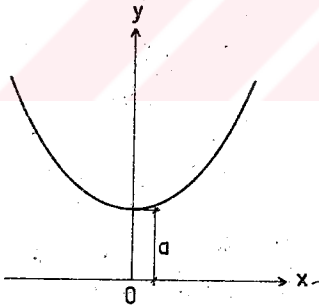
$$R = \frac{\left[1 + \sinh^2\left(\frac{x}{a}\right)\right]^{3/2}}{\frac{1}{a} \cosh\left(\frac{x}{a}\right)} = a \cosh^2\left(\frac{x}{a}\right) \quad 3.18$$

eğrilik yarıçapı elde edilir. Burada 3.16 daki bağıntıdan

$$\sinh^2\left(\frac{x}{a}\right) = \tan^2 \theta \text{ olacağına göre}$$

$$\cosh^2\left(\frac{x}{a}\right) = 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta \text{ yazılabilir. Bu değer 3.18 de ye-}$$

rine konduğunda eğrilik yarıçapı:



Şekil 3.4

$$R = a \sec^2 \theta = a \cos^{-2} \theta \quad 3.19$$

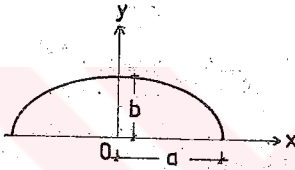
Tepede $x = 0$ ve $\cosh\left(\frac{x}{a}\right) = 1$ olduğu için 3.18 den

$$R_0 = a \quad 3.20$$

elde edilir. 3.19 ve 3.20 den $R = R_0 \cos^{-2} \theta$ bağıntısı sağlanmış olur.

3.1.5 Yarım elips

Şekil 3.5 de görülen elipsin x ve y değerleri: $x = a \cos t$, $y = b \sin t$ dir. Burada $dy = b \cos t dt$, $dx = -a \sin t dt$ olduğuna göre:



Şekil 3.5

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{b}{a} \cot t = \tan \theta \quad 3.21$$

Bunun x 'e bağlı ikinci türevi:

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dx^2} &= \frac{b}{a} \operatorname{cosec}^2 t \frac{dt}{dx} \\ &= -\frac{b}{a^2} \operatorname{cosec}^3 t \quad 3.22 \end{aligned}$$

Burada 3.21 e göre $\operatorname{cosec}^3 t$ tanımlanırsa, bu bağıntı

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{b}{a^2} \left(1 + \frac{a^2}{b^2} \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \right)^{3/2} \quad 3.23$$

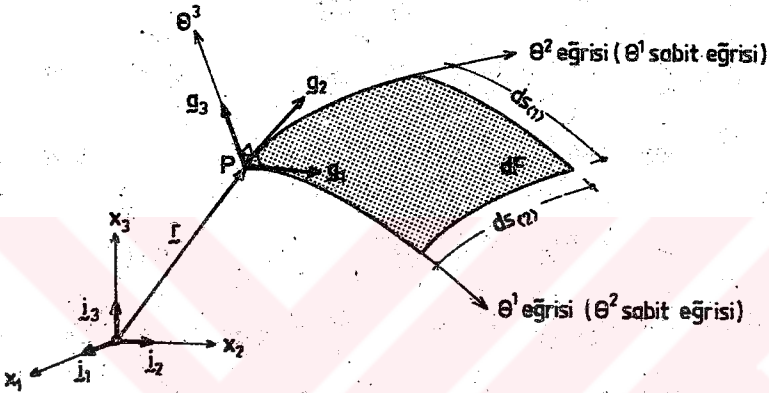
olarak yazılabilir. Bu değerler 3.1 de yerine konduğunda

$$\begin{aligned} R &= \frac{(1 + \tan^2 \theta)^{3/2}}{-\frac{b}{a^2} \left(1 + \frac{a^2}{b^2} \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \right)^{3/2}} \\ &= \frac{-a^2 b^2}{(a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta)^{3/2}} \quad 3.24 \end{aligned}$$

elde edilir.

3.2 Yüzeyin parametrik Gösterimi

Yüzeysel taşıyıcı sistemlerde değişken de olabilen d kalınlığını ortalaayan yüzeye orta yüzey denir. Yüzeysel taşıyıcılar bu yüzeyin şekline göre isimlendirilir. Plak ve perdeler orta yüzeyi düzlemsel, kabuklar orta yüzeyi eğrisel sistemlerdir. Bir elemanı belirtmek için orta yüzeyin denklemi ve d kalınlığı yeterlidir.^{3,4,20}



Sekil 3.6

Orta yüzey üzerindeki bir nokta, iki değişkenin fonksiyonu olarak yer vektörü ile belirlenir. (Şekil 3.6) Yüzeyde bir P noktasının konumu kartezyen sistemde x_1 , x_2 , x_3 ile tanımlanacak olursa dF alanı aşağıdaki üç parametrik denklemle gösterilebilir.^{4,6,25}

$$x_1 = x_1(\theta^1, \theta^2)$$

$$x_2 = x_2(\theta^1, \theta^2)$$

$$x_3 = x_3(\theta^1, \theta^2)$$

Burada θ^1 ve θ^2 yüzeydeki bir noktanın eğrisel koordinatlarıdır. Bunlara Gauss parametresi de denir. Bu parametrelerden biri sabit tutulursa yüzey üzerinde sırasıyla $\theta^1 = \text{sabit}$ (θ^2 değişken) ve $\theta^2 = \text{sabit}$ (θ^1 değişken) eğrileri elde edilir.⁴ Yukardaki üç denklem birbirlerine ve θ^1 ve θ^2 fonksiyonlarına bağımlı iseler tanımlanan P noktaları F yüzeyini belirler. Yer vektörü r , yüzeyin vektörel gösterimidir.^{3,4,6,25}

$$r = x_1(\theta^1, \theta^2)\underline{i}_1 + x_2(\theta^1, \theta^2)\underline{i}_2 + x_3(\theta^1, \theta^2)\underline{i}_3 \quad 3.25$$

Burada indislerin gösteriminde 1,2,3 latin harfleri ile 1,2 grek harfleri ile

açıklanır 3.23 kısaca

$$\underline{r} = x_i(\theta^\alpha) \underline{j}_i$$

olarak yazılabilir. Bu ifadede θ^1 ve θ^2 ye tüm değerler verildiğinde yüzey belirlenmiş olur.^{3,4}

3.2.1 Birinci Ana Form

Birinci ana form, yüzey üzerindeki yay uzunluğunu belirler. Yüzeydeki bir C eğrisi üzerindeki P ve P* gibi iki nokta arasında hareket edilirse,

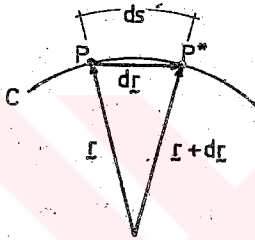
(Şekil.3.7) yer vektörünün diferansiyeli:

$$\underline{dr} = \frac{\delta \underline{r}}{\delta \theta^1} d\theta^1 + \frac{\delta \underline{r}}{\delta \theta^2} d\theta^2 \quad 3.26$$

Burada,

$$\frac{\delta \underline{r}}{\delta \theta^1} = \underline{a}_1$$

$$\frac{\delta \underline{r}}{\delta \theta^2} = \underline{a}_2$$



Sekil 3.7

baz vektörleriyle tanımlanır bu diferan-

siyel kısaca

$$\underline{dr} = \underline{a}_1 d\theta^1 + \underline{a}_2 d\theta^2 = \underline{a}_\alpha d\theta^\alpha \quad 3.27$$

olarak gösterilebilir.^{3,4} PP* arasındaki yay uzunluğu ds, yer vektörünün kendisi ile çarpılmasıyla elde edilir.^{3,4,23}

$$ds = \underline{dr} \cdot \underline{dr} = \underline{a}_\alpha \underline{a}_\beta d\theta^\alpha d\theta^\beta \quad 3.28$$

Yüzeyde,

$$ds_{\langle 1 \rangle} = \underline{a}_1 d\theta^1, \quad ds_{\langle 2 \rangle} = \underline{a}_2 d\theta^2$$

olacağına göre (Şekil 3.6) ds yay uzunluğunu tanımlamak için \underline{a}_1 ve \underline{a}_2 baz vektörlerinin uzunluklarını tanımlamak gerekir.

$$|\underline{a}_1| = \sqrt{\underline{a}_1 \cdot \underline{a}_1} = \sqrt{a_{11}}$$

$$|\underline{a}_2| = \sqrt{\underline{a}_2 \cdot \underline{a}_2} = \sqrt{a_{22}}$$

Burada a_{11} ve a_{22} parametre uzunluklarını gösteren ölçüm tensörleridir.^{3,4,23} O halde $ds_{\langle 1 \rangle}$ ve $ds_{\langle 2 \rangle}$ yay uzunlukları :

$$ds_{\langle 1 \rangle} = |ds_{\langle 1 \rangle}| = \sqrt{a_{11}} d\theta^1 = \sqrt{a_{11}} d\theta^1$$

$$ds_{\langle 2 \rangle} = |ds_{\langle 2 \rangle}| = \sqrt{a_{22}} d\theta^2 = \sqrt{a_{22}} d\theta^2$$

3.29

olarak ölçüm tensörleriyle tanımlanabilir. Yüzey üzerindeki sonsuz küçük bir eleman olan dF alanı

$$dF = |ds_{\langle 1 \rangle} \times ds_{\langle 2 \rangle}| \quad \text{dir}$$

3.2.2 Yüzey Normali

Yüzey normalindeki vektör \underline{a}_3 ile tanımlanırsa:^{3,7,23}

$$\underline{a}_3 = \frac{\frac{\delta \underline{r}}{\delta \theta^1} \times \frac{\delta \underline{r}}{\delta \theta^2}}{\left| \frac{\delta \underline{r}}{\delta \theta^1} \times \frac{\delta \underline{r}}{\delta \theta^2} \right|} = \frac{\underline{a}_1 \times \underline{a}_2}{|\underline{a}_1 \times \underline{a}_2|}$$

3.30

yüzey normalinin denklemdir. \underline{a}_3 vektörü \underline{a}_1 ve \underline{a}_2 vektörlerine dik olduğuna göre bunların vektörel çarpımı:

$$\underline{a}_3 \cdot \underline{a}_1 = 0$$

$$\underline{a}_3 \cdot \underline{a}_2 = 0 \quad \text{dir.}$$

3.2.3 İkinci Ana Form

İkinci ana form, yüzeyin eğriliğini belirler.^{3,4} Bunun için yer vektörünün diferansiyeli normal vektörün diferansiyeli ile çarpılır. Normal vektörün diferansiyeli:

$$d\underline{a}_3 = \frac{\delta \underline{a}_3}{\delta \theta^1} d\theta^1 + \frac{\delta \underline{a}_3}{\delta \theta^2} d\theta^2 = \frac{\delta \underline{a}_3}{\delta \theta^\beta} d\theta^\beta$$

olduğuna göre

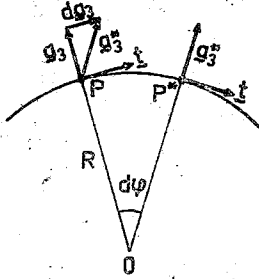
$$d\underline{r} \cdot d\underline{a}_3 = \underline{a}_\alpha \frac{\delta \underline{a}_3}{\delta \theta^\beta} d\theta^\alpha d\theta^\beta$$

3.31

olur.

3.2.4 Yüzey üzerindeki bir noktanın eğriliği

Yüzeydeki bir C eğrisi üzerinde P ve P^* gibi iki nokta arasında hareket edilirse, P^* noktası P 'ye yaklaştıkça PO uzunluğu limit olarak eğrilik yarıçapıdır.



Şekil 3.8

(Şekil 3.8) P noktasındaki birim teğet vektör \underline{t} ile gösterilirse

$$\underline{t} = \frac{d\mathbf{r}}{ds} \quad 3.32$$

Bu \underline{t} vektörünün dönme hızı (eğrilik) κ ile gösterilirse

$$\kappa = \frac{1}{R} = \frac{d\psi}{ds} \quad 3.33$$

eğriliktir^{3,4} Burada

$$d\psi = \frac{|d\mathbf{a}_3|}{|\mathbf{a}_3|} \quad \text{ve} \quad |\mathbf{a}_3| = 1$$

olduğuna göre

$$d\psi = |d\mathbf{a}_3| \quad 3.34$$

olur. Bu değer 3.33 de yerine konduğunda

$$\kappa = \frac{1}{R} = \frac{|d\mathbf{a}_3|}{ds} = \frac{\pm d\mathbf{a}_3 \cdot \underline{t}}{ds} = \frac{\pm d\mathbf{a}_3 \cdot d\mathbf{r}}{ds^2} \quad 3.35$$

elde edilir. 3.35 de görüldüğü gibi, yüzey üzerindeki bir noktanın eğriliği:

$$\kappa = \frac{1}{R} = \frac{\text{2.ana form}}{\text{1.ana form}} \quad \text{dür.}^{3,4}$$

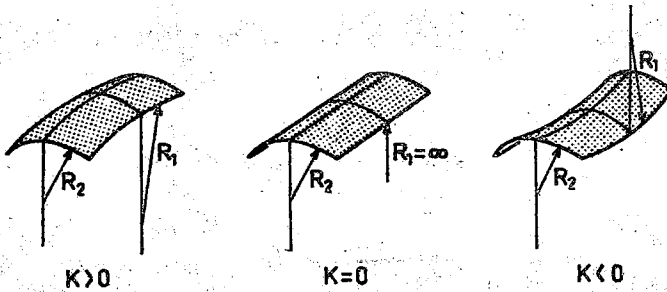
3.3 Kabuk yüzeylerin sınıflandırılması

Kalınlığı diğer iki boyutu ve eğrilik yarıçapına oranla çok ince olan kabuklar, sürekli veya süreksiz eğrilikli yüzeysel strüktürlerdir. Bu eğrilikli yüzeyleri eğriliklerine veya yüzey oluşum yöntemlerine göre sınıflandırmak mümkündür. Yüzeyin oluşum yöntemlerine göre sınıflandırılmasında yüzeyler, regle (doğuraylı), translasyonal (ötelenen), ve rotasyonal (dönel) olarak ayrılır. Yüzeyin eğriliklerine göre sınıflandırma, yüzeyi oluşturan asal eğriliklerin işaretlerine göre yapılır.^{3,4} Burada, yüzey üzerindeki gerilme dağılımlarını açıklamakta kolaylık sağlayacağı düşüncesiyle, bu sınıflandırma yüzeylerin eğriliklerine göre yapılmıştır.

Bir yüzeyin herhangi bir noktasından yüzeyin normali doğrultusunda geçen ve yüzeyi bir eğri boyunca kesen sonsuz sayıda düzlem geçirilebilir. Yüzeyin birbirine dik düzlemlerle kesiminde eğrilik yarıçapı minimum veya maksimum olan iki arakesit eğrisine yüzeyin asal eğrilikleri denir.^{4,6,20} Asal eğrilikler yüzeyi belirler. Bu eğrilikler birbirinin aynı veya ters işarette olabilirler. Asal eğriliklerin çarpımı, bir yüzeyin Gauss eğriliği olarak tanımlanır.^{3,4,11,20}

$$K = \frac{1}{R_1} \frac{1}{R_2}$$

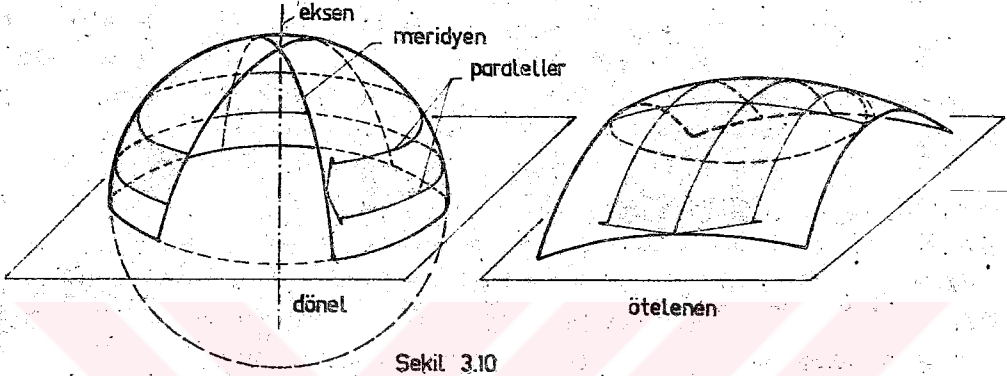
Bu durumda yüzeyler, Gauss eğriliği sıfır ($K = 0$), pozitif ($K > 0$), ve negatif ($K < 0$) olarak sınıflandırılır. Bir yüzey her üç tip eğriliği de içinde bulundurabilir.⁴ (Şekil 3.9)



Sekil 3.9

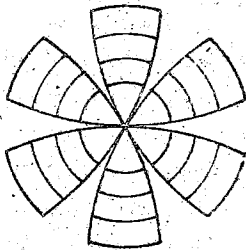
3.3.1 Gauss eğriliği pozitif yüzeyler $K = \frac{1}{R_1 R_2} > 0$

Asal eğrilik merkezleri aynı yönde, çift eğrilikli yüzeylerdir. Yüzeyi oluşturan R_1 , R_2 asal eğrilik yarıçapları aynı işaretlidir.



Sekil 3.10

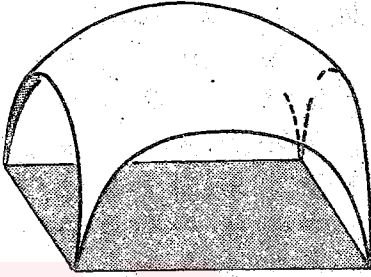
Bu yüzeyler, dönel ve ötelenen olarak iki ayrı grupta incelenirler. (Şekil 3.10) Dönel yüzeyler, meridyen diye adlandırılan bir eğrinin düzleminde bulunan bir eksen etrafında dönmesiyle oluşurlar.²⁵ Eksen etrafında dönen eğri bir çember parçası olduğunda küre, bir parabol olduğunda dönel paraboloid, bir elips olduğunda elipsoid diye adlandırılırlar. Eksene dik düzlemlerle kesimler daima daire olduğu için bunlara dairesel yüzeyler de denir.²⁶ Kürede asal eğrilik yarıçapları eşit ($R_1 = R_2$) olduğu için yüzey üzerindeki bir noktadan geçen tüm eğriler asaldır. Gauss eğriliği pozitif ötelenen yüzeyler, bir eğri düzlemin (doğrultman) kendine dik aynı işaretli bir başka eğri düzlemi (doğuray) üzerinde paralel olarak kaydırılmasıyla oluşturulur.¹⁰ Bu yüzey üzerindeki bir noktadan yüzey normalindeki kesimler parabol, yatay kesimler elips olduğu için bunlara eliptik paraboloid yüzeyler denir.



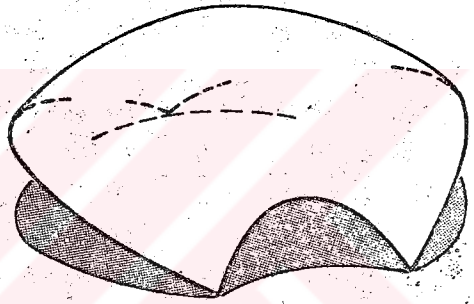
Sekil 3.11

Gauss eğriliği pozitif yüzeylerin açınımları yapılmak istendiğinde kesmek gerektiği için bunlara sinklastik (parçalanan) yüzeyler de denir.²² (Şekil 3.11) Bu yüzeyler çok ince bile yapılsalar, bu özelliklerinden dolayı oldukça stabildir ve geniş açıklıkları örtmek için uygundur.⁵ Fakat uygulanmaları kalıp ve işçilik bakımından güçtür.

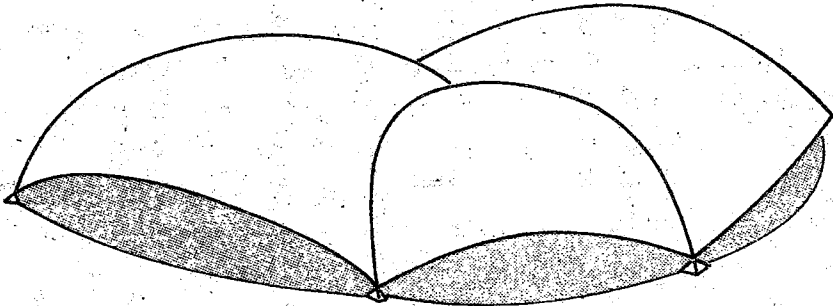
Bu yüzeyler, çeşitli açılarda düzlemlerle kesilerek doğru veya eğri kenarlı geometrik planlar üzerinde tek kullanılabildikleri gibi değişik şekillerde birbirleriyle kesistirilerek ilginç örtüler oluşturulabilir. (Şekil 3.12)⁹



Doğru kenarlı plan üzerinde tek eleman



Eğri kenarlı plan üzerinde tek eleman



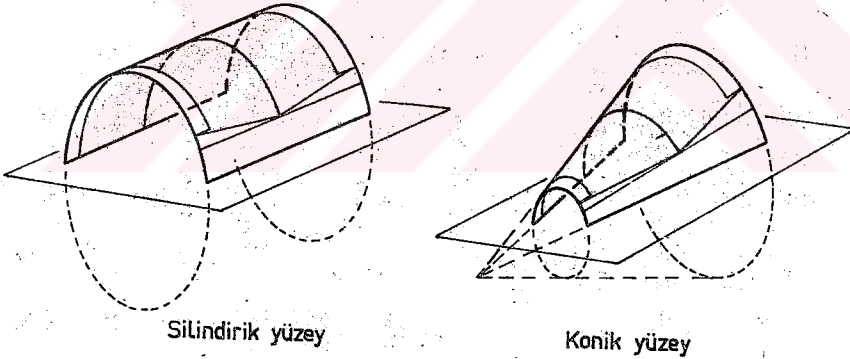
Üç elemanın kesistirmesi

Sekil 3.12

3.3.2 Gauss eğriliği sıfır yüzeyler: $K = \frac{1}{R_1 R_2} = 0$

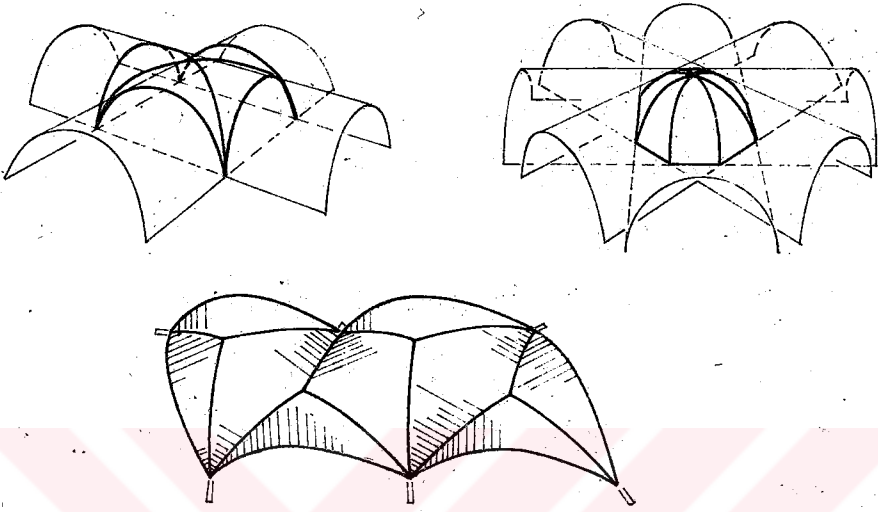
Asal eğriliklerinden birinin doğru, diğerinin eğri bir geometrik elemanla oluştuğu, tek eğrilikli yüzeylerdir! Asal eğriliklerinden doğru olanın eğrilik yarıçapı sonsuzdur. Diğer asal eğrilik açık veya kapalı herhangi bir eğri olabilir. Yüzeyin herhangi bir noktasından yüzey normalinde alınan kesimler, doğrusal olan asal eğrilik hariç hep aynı işaretli eğrilerdir.

Bu yüzeylere örnek olarak silindirik ve konik kabuklar gösterilebilir. Silindirik yüzeyler, bir doğrunun (doğrultman) kendi düzlemine dik bir düzlemdeki eğri (doğuray) üzerinde kendisine paralel olarak kaymasıyla; konik yüzeyler, bir eğri ile bu eğrinin bulunduğu düzleme dik bir düzlem üzerindeki bir noktayı birleştirecek şekilde bir doğrunun (doğrultman), nokta merkez olmak üzere bir eğri (doğuray) üzerinde hareketiyle oluşur. (Şekil 3.13) Geometrik özelliklerinden dolayı bu yüzeylerin açınımı yapıldığında, germeden veya kesmeden bir düzlem haline getirilebildiği için uygulanmaları kolaydır.



Sekil 3.13

Gauss eğriliği sıfır kabuklarda yapısal benzerliklerinden dolayı sadece silindirik kabukların incelenmesi yeterlidir. Bu yüzeyler düşey olarak duvar elemanları şeklinde kullanılabilirler gibi bir mekan örtmede tek veya birleşik olarak kullanılırlar. Büyük açıklıkları geçmek için bu yüzeyler kesitirilerek (Şekil 3.14)¹⁶ veya yanyana getirilip eğrilikleri değişik şekillerde birleştirilerek (Şekil 3.15)⁹ ilginç birleşik formlar elde edilebilir.

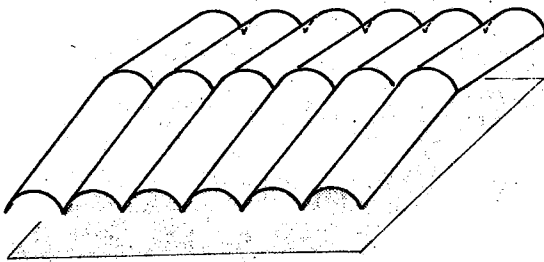


Sekil 3.14



sürekli

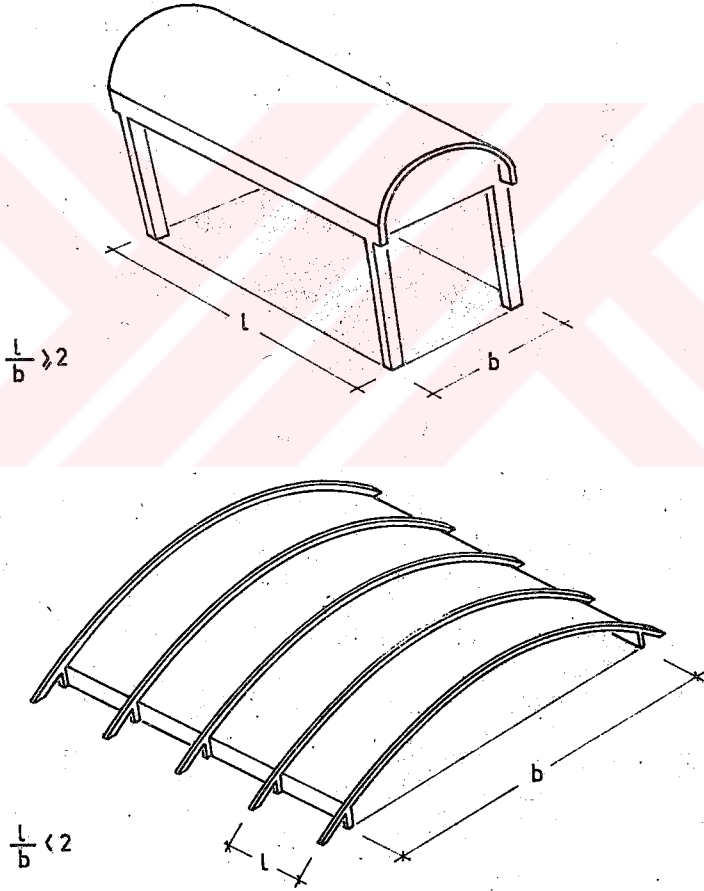
süresiz



katlanarak

Sekil 3.15

Esasta farklı davranışlarından dolayı silindirik kabuklar uzun ve kısa olarak incelenirler. Önemli olan, kabuğun uzunluğu ile genişliği arasındaki orandır. Uzunluğu genişliğinden en az iki kat fazla $(l/b) \geq 2$ olan kabuklara uzun, küçük $(l/b) < 2$ olanlara kısa silindirik kabuklar denir.⁵ (Şekil 3.16)

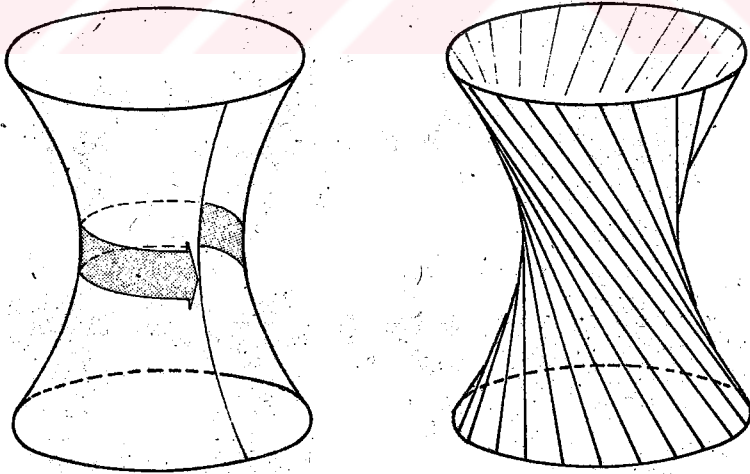


Şekil 3.16

3.3.3 Gauss eğriliği negatif yüzeyler: $K = \frac{1}{R_1 R_2} < 0$

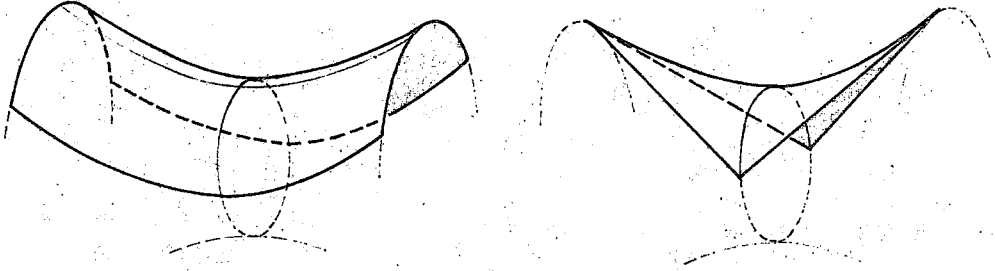
Asal eğrilik merkezleri birbirinin aksi yönünde çift eğrilikli yüzeylerdir. Asal eğrilik yarıçapları R_1 ve R_2 nin işaretleri birbirinin tersidir.⁴⁶ Bu yüzeylerin aynı zamanda doğrulardan oluşması uygulamada kolaylık, birbirinin tersi eğriliğe sahip olması da stabilizeyi sağlar. Bu yüzeylerin açınımlı yapılmak istendiğinde germek gerektiği için bunlara antiklastik (parçalanamıyan) yüzeyler de denir.⁷²⁵ Örneğin bir hiperboloid, hiperbolik paraboloid veya konoid yüzeyin açınımlı yapılamaz.

Hiperboloid yüzeyler, bir hiperbol eğrisinin kendi düzlemi üzerindeki bir eksen etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel yüzeylerdir. Bu yüzeylerin eksen doğrultusunda geçen düzlemlerle kesimi hiperbol eğrisi, eksene dik düzlemlerle kesimi kapalı bir daire veya elipstir. Tüm Gauss eğriliği negatif yüzeylerde olduğu gibi bu yüzeyler de doğrulardan oluşur. O halde yüzey, aynı eksendeki iki kapalı eğri üzerinde bir doğrunun eğri düzlemiyle belli bir açı yaparak kendine paralel hareketiyle de oluşur.^{4,10} (Şekil 3.17)



Sekil 3.17

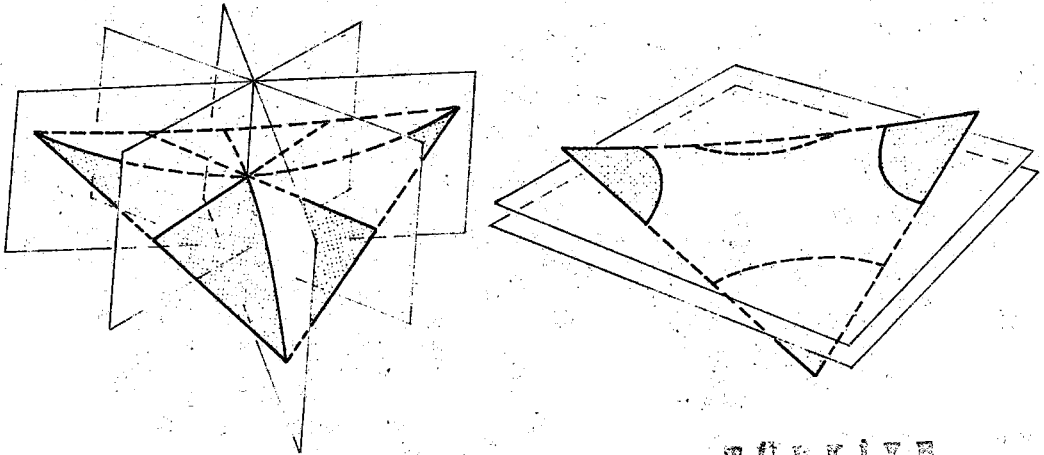
Hiperboloid yüzeyler soğutma kuleleri gibi yapılarda kapalı olarak kullanılabilirler gibi çeşitli kesimleriyle elde edilmiş değişik formlar çatı örtüsü olarak ta uygulanır. (Şekil 3.18)



Sekil 3.18

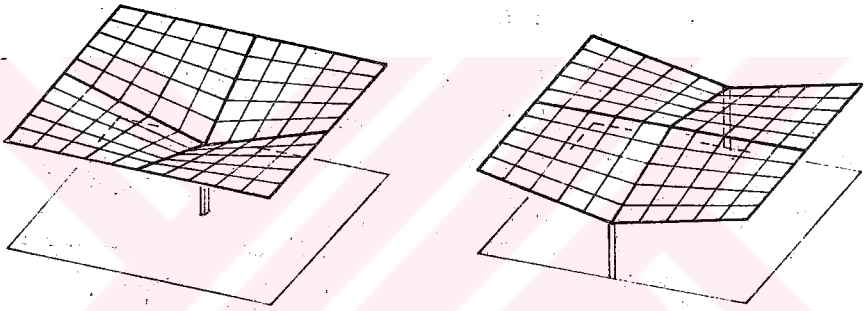
Hiperbolik paraboloid yüzeyler, bir eğrinin bulunduğu düzleme dik bir düzlemdeki ters işaretli bir başka eğri üzerinde kaymasıyla oluştuğu gibi birbirleriyle herhangi bir açı yapan iki doğuray düzlemi ile bunlara paralel doğru sistemlerinden de oluşur.²⁵ Bu tanıma göre bu yüzeyler hem ötelenen hem de doğuraylı yüzeylerdir.

Hiperbolik paraboloid yüzeylerin yüzey normalinde düzlemlerle kesimleri pozitif veya negatif eğrilikli parabol, yatay düzlemlerle kesimleri de hiperboldür.²⁶ (Şekil 3.19) Hiperboller yüzeyin kesildiği yüksekliğe göre değişirler. Düşey kesimlerde negatif parabolün pozitif parabole geçtiği düzlem, bir doğrudur.

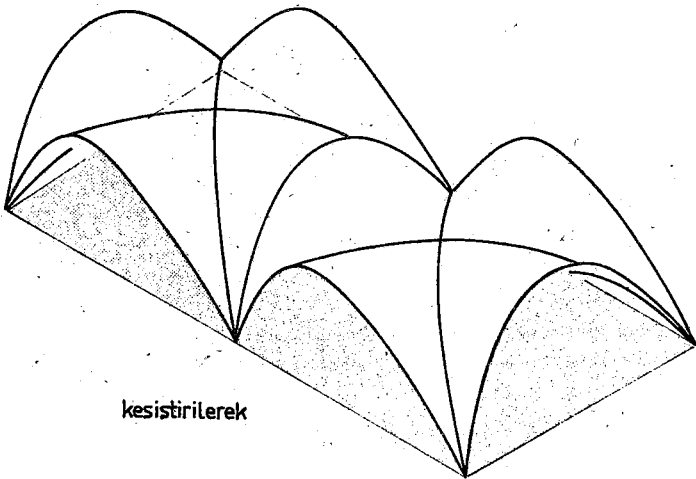


Sekil 3.19

Bu yüzeylere semere benzediği için semer yüzeyler veya hiperbolik paraboloid kelimesinin kısaltılmışı olarak hipar yüzeyler denir. Hiparlar basit veya birleşik olarak kullanılırken kesim şekillerine göre çeşitli kenarlar elde edilir. Hipar yüzeylerin sınırları, bu kesimler doğrular paralelinde olduğunda doğru, doğruların kesişme noktaları doğrultusunda olduğunda parabol, gelişigüzel olduğunda herhangi bir eğridir.¹⁸ Bu yüzeyler gerek yanyana getirilerek gerekse kesistirilerek çeşitli birleşik formlar oluştururlar. (Şekil 3.20)



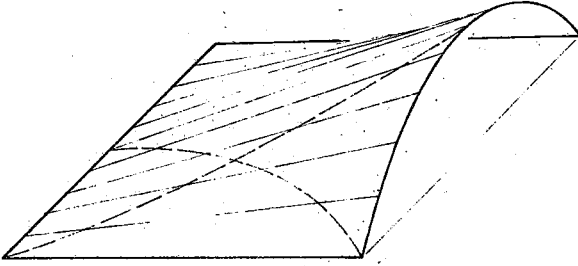
4 doğru kenarlı hipar -yanyana getirilerek



kesistirilerek

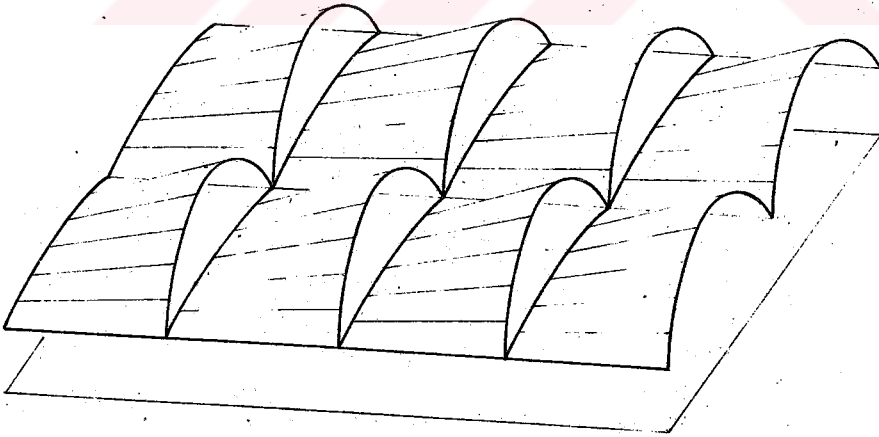
Sekil 3.20

Konoid yüzeyler, birbirine paralel bir doğru düzlemiyle bir eğri düzlemi üzerinde bir doğru parçasının kendine paralel hareketiyle oluşur. Bu yüzeyler de yüzeylerin oluşum yöntemlerine göre sınıflandırmada hem doğuraylı hem de örtelenen yüzeylerdir! (Şekil 3.21)



Sekil 3.21

Konoid yüzeyler formları itibariyle çatıdan ışık almaya elverişli oldukları için uygulamada genellikle endüstri yapılarında kullanılmışlardır. (Şekil 3.22)

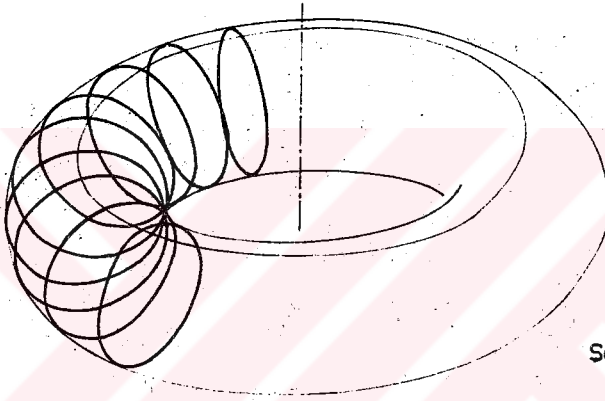


Sekil 3.22

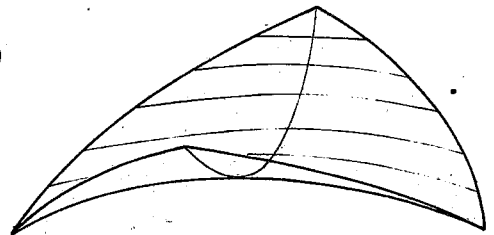
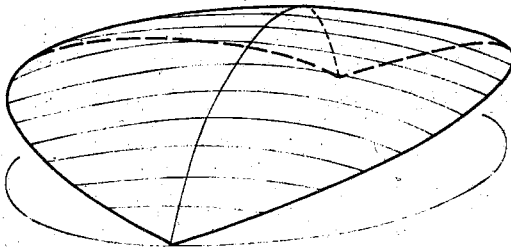
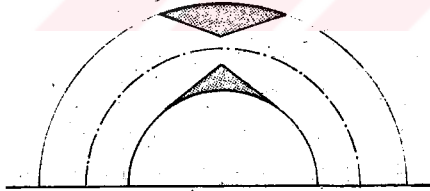
3.3.4 Asal eğrilikleri değişken yüzeyler

Asal eğrilikleri değişken yüzeylere örnek olarak torus (boru) yüzeyi gösterilebilir. Bu yüzey, meridyen diye adlandırılan bir kapalı eğrinin, içinde bulunduğu düzlemdeki bir eksen etrafında döndürülmesiyle elde edilir.^{3,4}

(Şekil 3.23) Bu meridyen kapalı eğrisi, çember veya elips olabilir. Bu yüzeylerin eksene uzak dış bölgelerindeki kesimi asal eğrilik yarıçapları aynı yönde pozitif işaretli yüzeyler, eksen tarafında iç bölgelerindeki kesimler de asal eğrilik yarıçapları negatif işaretli yüzeylerdir. (Şekil 3.24)¹⁸



Sekil 3.23



Sekil 3.24

IV- YOK VE KUVVETLERİN YÖZEY ÜZERİNDEKİ ETKİSİ

Büyük açıklıkları örtmek için kabuk yüzeyler kullanılırken, yüzeylerin öz ağırlığı, kar yükü, rüzgârdan dolayı emme ve basınç kuvvetleri ve bazı özel elemanlar gereğiyle tekil yükleri karşılıyabilecek şekilde tasarlanmalıdır. Her strüktürde olduğu gibi burada da malzeme çalışması, strüktürün çeşitli elemanları arasındaki ısı farklılıkları, temellerin yerleştirilmesi ve yüzey ile mesnetlenme arasındaki süreksizlik nedeniyle ikinci derece gerilmeler olur. Kabuk tasarımında bu ikinci derece gerilmeler tasarımı yönlendirme bakımından etkindir.⁴

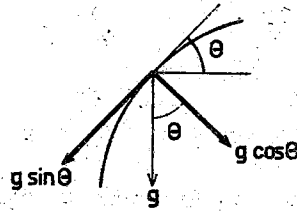
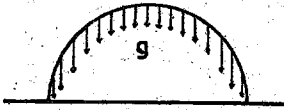
4.1. Yükler

Öz ağırlığı, kabuk malzemesinin kendi ağırlığı ile ilgilidir. Bu yükler, kabuğun eğriliği boyunca birim alana etkiyen düşey kuvvetlerdir. (Şekil 4.1). Yüzeyin birim alanına gelen g öz ağırlığı bileşenleri :^{4,5}

$$p^{(2)} = g \sin\theta$$

$$p^{(3)} = g \cos\theta$$

dir. Kabuklarda kendi ağırlığından dolayı oluşan normal gerilmeler, kalınlığı etkilemez.⁵



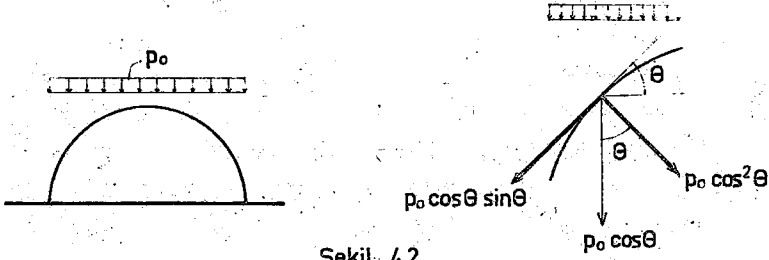
Sekil 4.1

Kar yükleri gibi yayılı yükler genellikle yerel şartnamelerce belirlenmişlerdir. Bu yüklerin, kabuğun yatay izdüşümünde birim alana etkiyen düşey kuvvetler olduğu kabul edilir. (Şekil 4.2) Kabuk yüzeyinin yatay izdüşümünde düzgün yayılı yük olan p_0 kar yükünde düşey yükün büyüklüğü $p_0 \cos\theta$ olduğuna göre bileşenleri :^{4,5}

$$p^{(2)} = p_0 \sin\theta \cos\theta$$

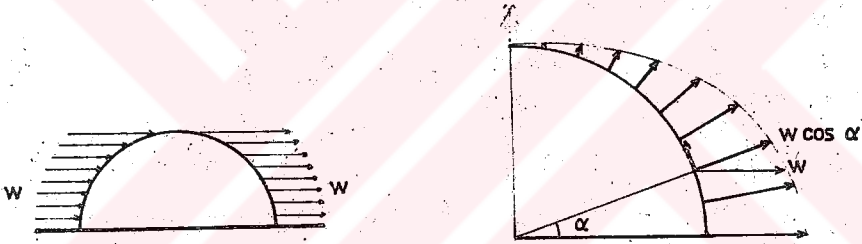
$$p^{(3)} = p_0 \cos\theta$$

dir.



Sekil 4.2

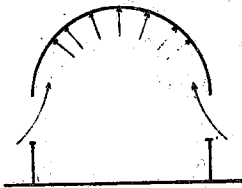
Rüzgâr kuvvetleri, yüzeye yatay doğrultuda etkiyen kuvvetlerdir ve yerel şartnamelerce belirlenmişlerdir. (Şekil 4.3) Küçük ve basık kabuklarda bu yükler ihmal edilebilirse de büyük kabuklar için oldukça önemlidir. Eğik bir yüzeye yatay olarak etkiyen rüzgâr kuvvetlerinin yüzeye dik ve teğet bileşenleri alındığında, teğet bileşenin yüzeyi yalayıp geçtiği, dik bileşenin yü-



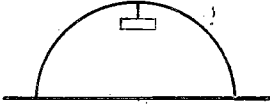
Sekil 4.3

zeye etkidiği kabul edilir.⁵ O halde rüzgâr kuvvetleri, kabuğun teğeti ile yatay arasındaki açıyla, yani açının kosinüs ve kosinüs karesi ile, ilgilidir. Bu durumda rüzgârın etkidiği yanda yüzeye dik bir basınç, diğer yanda yüzeye dik bir emme olur. Bazı şartnameler, emniyet gerilmelerini düşürerek rüzgâr kuvvetlerinin ihmal edilmesine izin verirler.²⁰ Bu arada tüm yapı, rüzgârın kal-

dırma kuvvetine karşı kontrol edilmelidir. Kabuk yüzeyi çok geniş bir alanı örtüyor ve şiddetli rüzgâr kuvveti altında ise rüzgârın pencere gibi açıklıklardan girip içerden basınç yaptığı kabul edilir. (Şekil 4.4) Bu durum, içerden yukarı doğru üniform bir yayıllı yük gibi kabul edilir ve kar yükleri için geçerli formüller yardımıyla gerilmeler belirlenebilir.^{14, 19}



Sekil 4.4



Şekil 4.5

Kabuk yüzeyler üzerinde tekil yükler, eğer yüzeye ağır bir cisim asılacaksa veya yüzeye ışık için delik açılacaksa ortaya çıkar. Tekil yükler etkidikleri yerde kabuk sürekli ortamında gerilmeler oluşturduğu için bu gerilmeler konstrüktif elemanlarla karşılanmalıdır. Böyle küçük bir bölgede yüzey eğriliği ihmal edilebileceği için bu elemanlar yatay düzlem esaslarına göre belirlenirler. (Şekil 4.5)

Kabuk yüzeyler herhangi bir şekilde ısı değişimi etkisindeyse, yüzeyin sürekli ortamında bir genişleme veya büzülme olur. Eğer uygun şartlar yoksa yüzeyin sürekli ortamında gerilmeler oluşur ki bu da konstrüktif elemanlarla karşılanmalıdır.

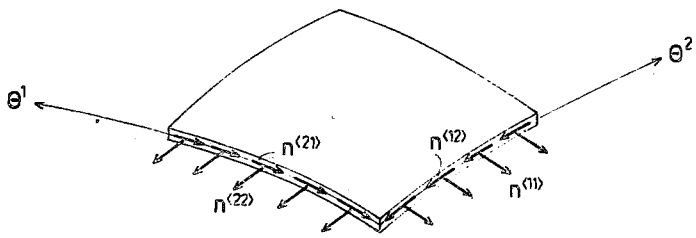
Temel mesnetlenmesinden dolayı doğabilecek çökmeleri ön tasarımda dikkate almak gerekmez. Çünkü kabuk elemanı bu tür bozulmalara karşı dayanıklıdır. Çökme farklılıkları da yüzeyde istenmeyen gerilmeler meydana getirir ki bu durum da son projede gözönünde bulundurulmalıdır.

Çeşitli yükleme durumlarından da anlaşılabilceği gibi, kabuk kalınlıkları, konstrüktif olarak veya ikinci derece etkilerden doğan zorlamalardan dolayı artırılır.

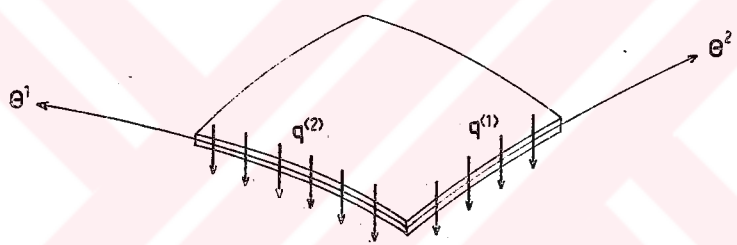
4.2 İç Kuvvetler

Bir kabuk elemanında bir boyut diğer iki boyutu yanında çok küçük olduğu için kabuklar iki boyutlu taşıyıcı sistemlerdir. Yüzeye etkileyen dış kuvvetler, iç kuvvetleri oluşturur. İki boyutlu taşıyıcı sistemlerde iç kuvvetler, dış kuvvetlerin orta yüzeye indirgenmesiyle hesaplanır.⁴⁵ Bu kuvvetler, orta yüzeyin iki eksenli boyunca yayılı olup eksenlerin birim boyuna gelen şiddetleriyle tanımlanırlar. Mukavemet yönünden kesitte gerilme dağılımının bilinmesi gerekir; çünkü gerilme dağılımına göre meydana gelecek limit gerilmeler emniyet gerilmelerini aşmamalıdır. O halde, yüzeyde kesit tesirlerinin belirlenmesinden sonra yapılacak en önemli işlem, gerilme dağılımını belirlemektir. Gerilmelerin belirlenmesi için denge denklemlerinden başka kesitin deformasyonunu da gözönünde bulundurmak gerekir.

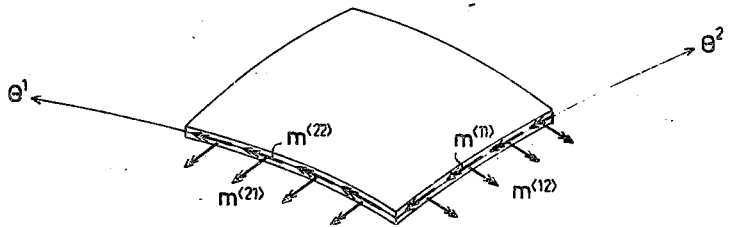
İç kuvvetlerin bulunmasında kuvvet ve moment denge şartlarından yararlanılır. Bir kabuk elemanında üç doğrultuda kuvvet ve moment denge şartlarından aşağıdaki kesit tesirleri sağlanır.



a) normal ve kayma kuvvetleri



b) kesme kuvvetleri



c) eğilme ve burulma momentleri

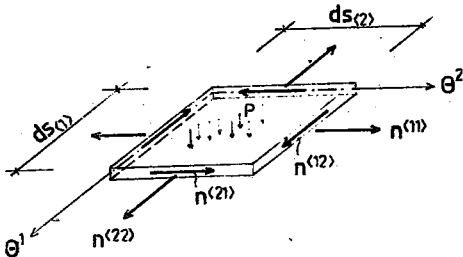
Sekil 4.6

1. Normal kuvvetler - $n^{(11)}, n^{(22)}$ (Şekil 4.6.a) - Orta yüzeye teğet ve eksenlere dik doğrultuda oluşan iç kuvvetlerdir.
2. Kayma kuvvetleri - $n^{(12)}, n^{(21)}$ (Şekil 4.6.a) - Orta yüzeye teğet ve eksenler boyunca oluşan iç kuvvetlerdir.
3. Kesme kuvvetleri - $q^{(1)}, q^{(2)}$ (Şekil 4.6.b) - Orta yüzey normalinde oluşan iç kuvvetlerdir.
4. Eğilme momentleri - $m^{(11)}, m^{(22)}$ (Şekil 4.6.c) - Isı farklılıkları ve tekil yükler karşısında oluşan kesme kuvvetlerinin meydana getirdiği momentlerdir.
5. Burulma momentleri - $m^{(12)}, m^{(21)}$ (Şekil 4.6.c) - Orta yüzeye teğet kuvvetlerin eksen dışında etkisiyle oluşan momentlerdir.

Burada da görüldüğü gibi üç doğrultudaki üç kuvvet ve üç moment denge şartı ile altı denklem olmasına karşın bir kabuk elemanında on bilinmeyen kesit tesiri vardır. O halde, bir kabuk elemanı iç kuvvetler bakımından hiperstatiktir. Bu durumun çözümünde ya mambran şartları kabul edilir veya şekil değiştirmeler ile iç kuvvetler arasındaki bağıntılar (bünye + kinematik denklemler) kullanılır. Birçok sistemin çözümünde mambran durumunu kabullenmek önemli kolaylıklar sağlar.

4.3 Mambran Gerilme Durumu

Bir mambranın, ihmal edilebilir kalınlıklı bir eleman olduğu kabul edilir. Böyle ince bir elemanda yüzeyin alt ve üst kısmındaki gerilmeler aynıdır. Bu durum, iki boyutlu sistemlere yeni bir bakış getirir. Yüzey çok ince olduğu için teğet düzleme dik düzlemlerde hiç bir eğilme doğmaz ve tüm gerilmeler orta yüzeye paralel etkir.⁴²²



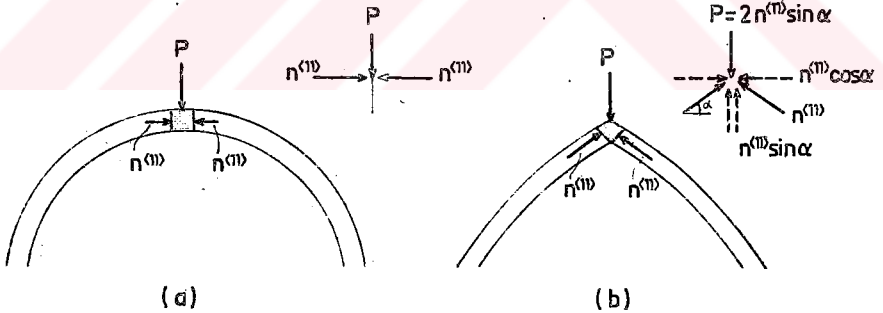
Sekil 4.7

(Şekil 4.7) O halde yüzeyde sadece $n^{(11)}, n^{(22)}$ - çekme veya basınç kuvvetleriyle; $n^{(12)}, n^{(21)}$ - kayma kuvvetleri oluşur. Uygulamada eğilme ve burulma momentlerinin tam anlamıyla olmaması imkansızdır. Fakat yüzey kalınlığının yayılımına oranı çok küçük

olduğu için yüzeyin her noktasındaki bu momentler ihmal edilebilir büyüklükte-
dir, ve deformatsyonların çok küçük olduğu kabul edilir.^{4,7,20}

Bir mambran gerilme analizinde yüzeyin her noktasında oluşan gerilme-
lerin birim kesit boyundaki bileşkeleri olarak tanımlanan iç kuvvetleri üç den-
ge denklemi yardımıyla bulunur. Fakat bu durumun geçerli olabilmesi, taşıyıcı
sistemde bulunması gereken bazı şartlara bağlıdır. Bunlar:

1. Geometrik şartlar - Kabuk eğrisi sürekli olmalıdır. Eğrideki ani
değişimler kuvvetler yönünde de ani değişim
yapar ki bu, eğilme momentleri doğurur. Bir ro-
tasyonel kabuğa çizilen meridyen teğetlerin ka-
buk eksenine yaptığı açı 90° den küçük olmalıdır.
2. Yük şartı - Mambran durumunda tekil kuvvetlerin olmaması istenir.
Çünkü bunlar da eğilme momentleri doğurur.
Böyle bir zorunluluk olduğunda ilave eleman-
lar ile veya yüzey sürekliliğini istenen şart-
ları sağlayacak şekilde değiştirerek önlem a-
linabilir. (Şekil 4.8)

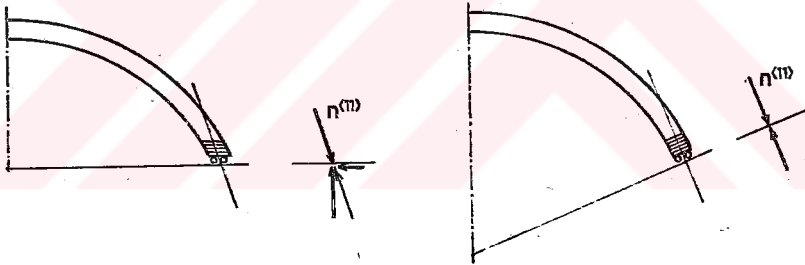


Şekil 4.8

Şekil 4.8.a da gösterildiği gibi orta yüzeye
dik bir P kuvveti etkiğinde, normal kuvvet
 $n^{(11)}$ birbirini karşılayacağı için bir sorun
yoktur. Fakat P kuvvetini karşılayacak bir
kuvvet olmaması kabuk elemanı için mambran bo-
zucu bir durum getirir. Bu P kuvvetinden do-
layı yüzeyin o noktasında eğilme gerilmeleri
oluşacaktır ki bu, mambran düşüncesi için is-

tenmiyen bir durumdur. Sistem, $n^{(1)}$ lerin düşey bileşenleri P ye eşit olacak şekilde, Şekil 4.8.b deki konuma getirilirse, yüzeyde P kuvvetini karşılayacak bir kuvvet elde edilmiş olur. $n^{(1)}$ kuvvetlerinin yatay bileşenleri eşit ve zıt yönlü olduklarından birbirini götürür, düşey bileşenleri de düşey P kuvvetini karşılar. Böylece kabuk şekliyle oynuyarak mambran durumu sağlanmış olur.

3. Mesnetlendirme şartı - Kabuk kenarlarında mesnetlenme, eğilme büyüklüklerinin doğmasını önliyecek şekilde, uygun olmalıdır. Bunun için yüzey, sınırda teğeti doğrultusunda mesnetlenmelidir. Aksi halde eğilme gerilmeleri doğar ve bu gerilmeleri karşılamak için konstrüktif elemanlar kullanmak gerekir. (Şekil 4.9)



Şekil 4.9

Şekil 4.9.a da dönel kabuk, alt çerçevesi boyunca yatay hareket edebileceği bir mesnete oturmuştur. Burada doğacak mesnet reaksiyonunun kabuğa dik doğrultudaki kesme kuvveti bileşeni, mambran durumunu bozucu bir durumdur. Bu kuvveti karşılamak için ilave bir eleman, örneğin bir çekme halkası konur. Bu kenar elemanından dolayı mesnet bölgesinde eğilme momentleri doğsa da bu etki kabuk içlerine gitmeden sönmülenir. (Kenar bozucu etki) Eğer kabuk Şekil 4.9.b de gösterildiği gibi

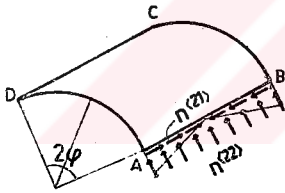
yüzey normalı doğrultusunda kayıcı bir mesnete oturulursa, sadece $n^{(1)}$ karşılanmış olur; ve membran şartı gerçekleştirilir.

Mambran düşüncesi, birçok kesit şekilleri için yaklaşık bir hesaba esas olması bakımından önemlidir.

4.4 Kenar Bozucu Etkiler

Bazı yükleme durumunda membran şartları, kabuk kenarlarında, sınır ve mesnetlerde geçersiz olabilir. Geometrideki süreksizlik, farklı yükleme, yüzeyi etkileyen farklı ısı ve farklı çökme, membran durumunu bozucu etkilerdir. Bu durum, yüzeyin belli bir bölgesinde eğilme oluşturur ve membran gerilmelerine ilave gerilmeler eklemek gerekir.

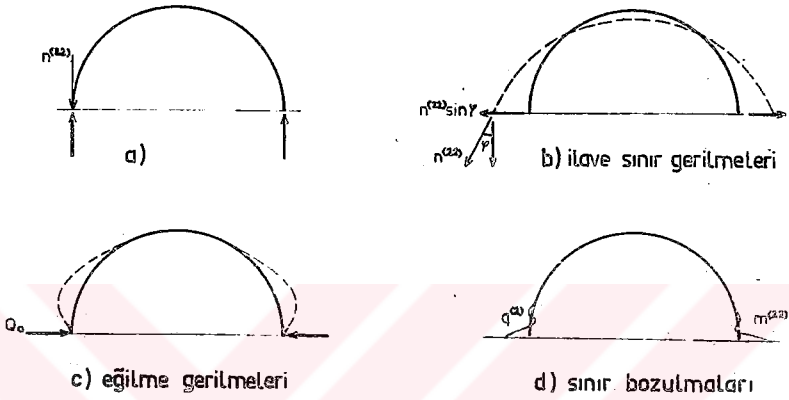
Bir kabuk yüzeyde uygun geometrik ve yük şartları sağlanmış bile olsa pratikte sınırlar boyunca membran teorisinde istenmeyen gerilmeler ve yer değiştirmelerin olacağı açıktır. Bu kabuğun zemine bağlantı şekline, yani fiziksel sınır şartlarından dolayıdır. Örneğin Şekil 4.10 da görüldüğü gibi AB ve CD serbest kenarlı bir silindirik kabukta kenarlar boyunca membran teorisi gereğince $n^{(2)}$ ve $n^{(2)}$ gerilmelerinin olacağı varsayılırsa da, kenarlar serbest olduğundan bu gerilmeler oluşamaz. O halde buradaki sınır şartları, bu şartları sağlayacak ilave kenar elemanları ile düzenlenir. Fakat bu elemanların sınırdaki uyguladığı ilave kuvvetler, kabukta eğilme meydana getirir. Bu durumda kabukta, yüzey içinde çabuk sönen, eğilme momentleri, burulma momentleri ve radyal kesme kuvvetlerini içerecek yeni denge şartları gerekir.³⁴ Eğilme teorisi, bu etkileri inceler.



Sekil 4.10

Silindirik kabuklarda gözlenen bu durum, reaksiyon ve yer değiştirmelerin membran şartlarına uymadığı küre kabuk sınırlarında da meydana gelir. Dairesel bir duvar üzerine oturan, kendi ağırlığı altındaki bir yarım küre kabukta (Şekil 4.11.a) $n^{(2)}$ normal kuvvetleri düşey olduğu için düşey olan duvar reaksiyonu bu kuvvetleri dengeler. Fakat yüzey kendi ağırlığı altında da açılmak ister (Şekil 4.11.b) ve sınır noktaları dışarı doğru hareket eder. Eğer kabuk sınırları bu harekette serbest bırakılırsa, yüzey üzerindeki her noktada membran durumu geçerlidir. Fakat bu hareket duvar üzerindeki bir sür-

tünme veya genellikle yapıldığı gibi bir çember kiriş ile önlenir. Bu durumda bütün sınır boyunca kabuğun merkezine doğru Q_0 kesme kuvvetleri oluşarak sınırlarda küçük bir alanda eğilme gerilmeleri meydana getirir. (Şekil 4.11.c) Bu kesme kuvvetleri incelendiğinde Q_0 kesme kuvvetlerinin sınırdaki çabuk sönüğü



Sekil 4.11

görülür. Bunların kabuk içine dağılımı dalga dalga olur. (Şekil 4.11.d)

Kabuk içindeki eğilme gerilmeleri, sınır reaksiyonunun doğrultusuna ve sınır hareketinin önlenmesine bağlıdır. Bu eğilme gerilmeleri sadece sınır civarında olduğu için bunlara kenar bozucu etkiler denir.⁴⁵ Sınır kuvvetleri ve momentleri, değerleri her noktada değişse bile, kabuk içinde çabuk söneler ve sadece yüzeyin küçük bir bölgesini etkilerler. Yarıçap R , kalınlık d ile gösterildiğinde eğilme gerilmelerinin sönme hızı: \sqrt{Rd} a bağlıdır. Bu değer ne kadar küçük olursa gerilmenin kabuk içinde sönmesi o kadar çabuk olur. O halde, eğriliği az olan basık yüzeylerde bu gerilmelere dikkat etmek gerekir.

4.5 Kabukların Gerilme Analizi

Kabuklarda gerilme analizi üç etapta incelenir :

- 1) Yüzeğe etkiyen kuvvetlerle membran analizi
- 2) Yüksüz durumdaki yüzeyde eğilme analizi - kenar bozulmaları analizi
- 3) Kesin çözümü elde etmek için ilk iki analiz sonuçlarının süperpozisyonu

Bu gerilme analizi, membran gerilmelerinin sınır etkileri de ilave edilerek düzeltilmesi şeklindedir.^{3,4,6,14,20,23,27}

V- KABUKLARDA MAMBRAN GERİLME DAĞILIMI

Bir strüktür projelendirilirken, eleman üzerindeki yüklerin zemine aktarılmasına kadar birçok problemle karşılaşılır. Amaç, kuvveti bir noktadan diğerine taşımaktır. Kabuklar, eğrilikli olmaları sebebiyle ince bir kalınlıkla büyük açıklıkları geçebilirler. Bunlarda strüktür geometrisinin taşıyabilirliğe katkısı vardır. Örneğin ele alınacak bir kağıda kenarları yukarı kıvrılacak



Sekil 5.1

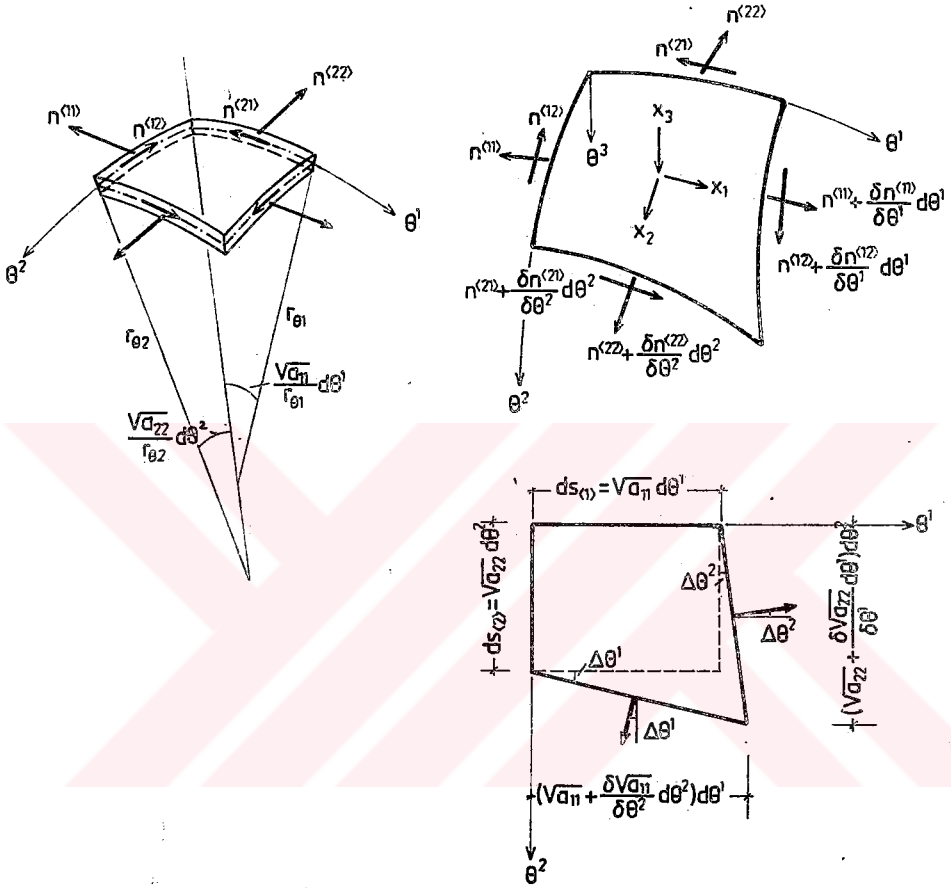
şekilde geometrik yapısı değiştirilirse, kağıt kendi ağırlığından başka yükleri de taşıyabilecek mukavemeti elde eder. (Şekil 5.1)

Mukavemet açısından bu kağıt eğri kesitli bir kiriş gibi çalışır ve atalet momenti düz kağıda göre artmıştır. Buradan da anlaşılacağı gibi yüklerin taşınmasına göre ayarlanmış bir şekil, az malzemeyle strüktürel probleme en uygun çözümü verir

Geometrik özellikleri ve eğriliklerinden gelen rijitlikle kabuklar dış yükleri yüzeyleri içinde basit normal gerilmelerle, basınç ve çekme doğrultularına göre mesnetlere taşır. Geometrisi çeşitli düzlemlerle kesilmiş yüzeylerde kuvvetler yüzeyden başka strüktürel elemanlara, genellikle kemerlere, kafes kirişlere veya perdelerle iletilir. Bu durumda aradaki strüktürel elemanların da hangi gerilmeler altında olduğunu bilmek önemlidir. Örneğin ince silindirik bir kabuğu taşıyan kemerlerdeki gerilmeler tüm sisteme etkileyen gerilmeler olabilir.

Kabuklarda kalınlığın ince olması gerekir. Yüzey üzerindeki herhangi bir noktanın kalınlığının eğrilik yarıçapına oranı $1/20$ den küçük olursa ($t/R \leq 1/20$) kabuk ince sayılır.

Mambran durumundaki bir kabuk elemanında dış yüklere karşı denge sadece yüzey içindeki $n^{<11>}$, $n^{<12>}$, $n^{<21>}$, $n^{<22>}$ kuvvetleriyle sağlanır. Kesme kuvvetleri, eğilme momentleri ve burulma momentleri yoktur.



Sekil 5.2

Şekil 5.2 de $r_{\theta 1}$ ve $r_{\theta 2}$ asal eğrileriyle sınırlanmış bir kabuk diferansiyel elemanındaki membran gerilme büyüklükleri gösterilmiştir. Elemanın negatif kenarlarının (eksenlerin geçtiği kenarlar) yay uzunlukları 3.29 bağıntısının da gösterildiği gibi $\sqrt{a_{11}} d\theta^1$ ve $\sqrt{a_{22}} d\theta^2$ dir. Pozitif kenarların yay uzunluğu da,

$$\left(\sqrt{a_{11}} + \frac{\delta\sqrt{a_{11}}}{\delta\theta^2} d\theta^2\right) d\theta^1 \text{ ve } \left(\sqrt{a_{22}} + \frac{\delta\sqrt{a_{22}}}{\delta\theta^1} d\theta^1\right) d\theta^2 \text{ dir.}$$

θ^3 her zaman orta yüzeye diktir^{4*} ve $r_{\theta 1}$ ve $r_{\theta 2}$ eğrilik yarıçapları doğrultusundadır. O halde yarıçaplar arasındaki küçük açılar $\frac{\sqrt{a_{11}}}{r_{\theta 1}} d\theta^1$, $\frac{\sqrt{a_{22}}}{r_{\theta 2}} d\theta^2$ dir.

$\sqrt{a_{11}} = r_{01}$ olduğunda bu açı sadece $d\theta^1$ dir. $d\theta^1$ ve $d\theta^2$ açıları küçük olduğu için,

$$\cos d\theta^1 = 1$$

$$\sin d\theta^1 = \tan d\theta^1 = d\theta^1 \text{ olur.}$$

Diferansiyel elemana etkiyen dış yüklerin $p^{<1>}$, $p^{<2>}$ ve $p^{<3>}$ bileşenleride belirlendikten sonra iç kuvvetleri bulmak için üç doğrultuda üç denge denklemi yazılır. $\Sigma X_1 = 0$, $\Sigma X_2 = 0$, $\Sigma X_3 = 0$

Kuvvetlerin toplamını elde etmek için her kuvvet büyüklüğü, etkidiği eleman kenarıyla çarpılır. Kabuk içindeki tüm eğilme ihmal edildiğinde,

x_1 doğrultusunda

$$\frac{\delta(n^{<11>} \sqrt{a_{22}})}{\delta\theta^1} - n^{<22>} \frac{\delta\sqrt{a_{22}}}{\delta\theta^1} + n^{<12>} \frac{\delta\sqrt{a_{11}}}{\delta\theta^2} + \frac{\delta(n^{<21>} \sqrt{a_{11}})}{\delta\theta^2} + p^{<1>} \sqrt{a_{11}} \sqrt{a_{22}} = 0 \quad \dots \quad 5.1$$

x_2 doğrultusunda

$$\frac{\delta(n^{<22>} \sqrt{a_{11}})}{\delta\theta^2} - n^{<11>} \frac{\delta\sqrt{a_{11}}}{\delta\theta^2} + n^{<21>} \frac{\delta\sqrt{a_{22}}}{\delta\theta^1} + \frac{\delta(n^{<12>} \sqrt{a_{22}})}{\delta\theta^1} + p^{<2>} \sqrt{a_{11}} \sqrt{a_{22}} = 0 \quad \dots \quad 5.2$$

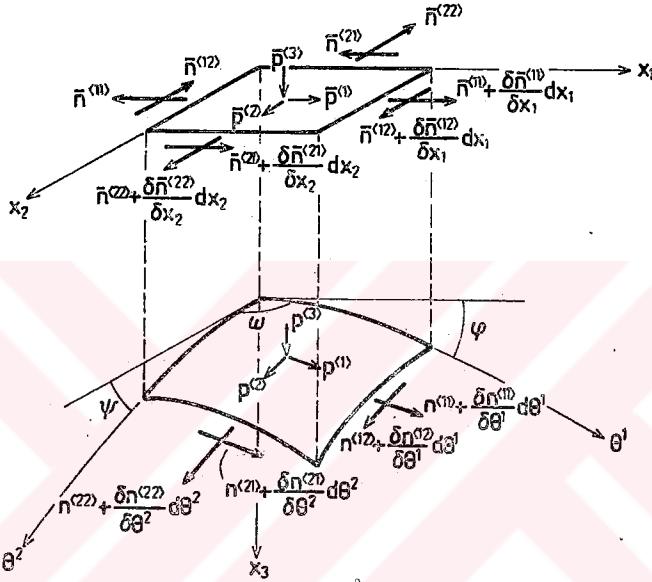
x_3 doğrultusunda

$$\frac{n^{<11>}}{r_{01}} + \frac{n^{<22>}}{r_{02}} + p^{<3>} = 0 \quad \dots \quad 5.3$$

denklemleri elde edilir.^{4,6} x_1 ve x_2 yönünde moment gelmediği için x_3 yönündeki moment denge şartından $n^{<12>} = n^{<21>}$ sonucu bulunur. O halde bu yazılan üç denge denkleminde sadece $n^{<11>}$, $n^{<22>}$ ve $n^{<12>} = n^{<21>}$ üç bilinmiyeni vardır. Eğer bu membran kuvvet büyüklüklerinin dağılımı kabuk geometrisi ve yükleme tipiyle oluşturulabilirse üç bilinmiyen hemen çözülür. Bu tür problemlere statik olarak belirli problemler denir.⁵

Çift eğrilikli ötelenen kabuklarda bu üç denge denklemiyle kuvvet büyüklüklerinin çözümü kolay olmadığı için gerilmelerin bir düzleme indirgenmesi uygun bulunmuştur.^{3,4} Bu durumda $n^{<11>}$, $n^{<22>}$, $n^{<12>}$ gerçek kuvvet büyüklükleri yerine düzlemsel konumdaki $\bar{n}^{<11>}$, $\bar{n}^{<22>}$, $\bar{n}^{<12>}$ kuvvet büyüklükleri; $p^{<1>}$, $p^{<2>}$, $p^{<3>}$ gerçek yük bileşenleri yerine $\bar{p}^{<1>}$, $\bar{p}^{<2>}$, $\bar{p}^{<3>}$ düzlemsel konumdaki yük bileşenleri tanımlanır.⁴ Eğri yüzeydeki gerçek yük bileşenleri, bağıntılar

yardımıyla düzlemsel konumdaki yük bileşenlerine çevrilir. Düzlemsel konumdaki kuvvet büyüklükleri hesaplandıktan sonra, bağıntılar yardımıyla eğri yüzeydeki gerçek kuvvet büyüklükleri bulunur.



Şekil 5.3

Şekil 5.3 te çift eğrilikli ötelenen bir yüzeyin diferansiyel elemanı ve bunun x_1, x_2 eksen takımının meydana getirdiği yatay düzlem üzerindeki izdüşümü gösterilmiştir. Burada $\bar{p}^{<1>}$, $\bar{p}^{<2>}$, $\bar{p}^{<3>}$ düzlemsel yük bileşenleri, gerçek yük . eğri eleman alanı = düzlemsel yük . yatay izdüşüm alanı bağıntısından yararlanılarak bulunur. O halde,

$$\bar{p}^{<1>} = p^{<1>} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \psi \sin^2 \phi}}{\cos \psi \cos \phi}$$

$$\bar{p}^{<2>} = p^{<2>} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \psi \sin^2 \phi}}{\cos \psi \cos \phi}$$

$$\bar{p}^{<3>} = p^{<3>} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \psi \sin^2 \phi}}{\cos \psi \cos \phi}$$

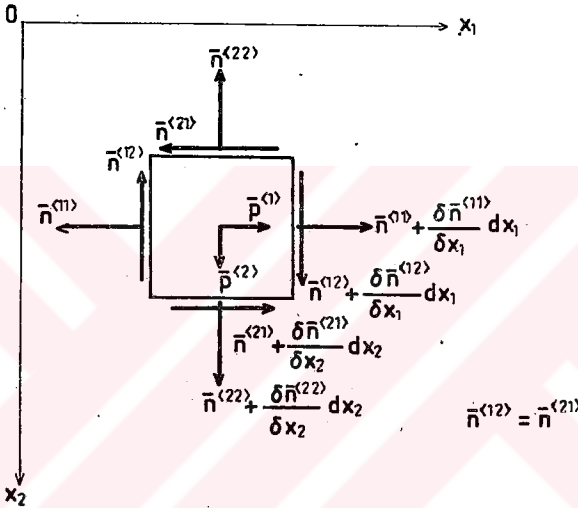
dir.

Düzlemsel konumdaki kuvvet büyüklükleriyle eğri yüzeydeki kuvvet büyüklükleri arasındaki bağıntılar:^{6,14,10}

$$\bar{n}^{<11>} = n^{<11>} \frac{\cos \phi}{\cos \psi} = n^{<11>} \sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} \quad 5.4$$

$$\bar{n}^{<22>} = n^{<22>} \frac{\cos \psi}{\cos \phi} = n^{<22>} \sqrt{\frac{a_{11}}{a_{22}}} \quad 5.5$$

$$\bar{n}^{<12>} = n^{<21>} \quad 5.6$$



Şekil 5.4

Şekil 5.4 de görüldüğü gibi düzlemsel konumdaki x_1 ve x_2 doğrultularındaki denge denklemleri:

$$\frac{\delta n^{<11>}}{\delta x_1} + \frac{\delta n^{<12>}}{\delta x_2} + \bar{p}^{<1>} = 0 \quad 5.7$$

$$\frac{\delta n^{<22>}}{\delta x_2} + \frac{\delta n^{<12>}}{\delta x_1} + \bar{p}^{<2>} = 0 \quad 5.8$$

olarak yazılabilir. x_3 doğrultusundaki denge denklemi şekil 5.3 ten yararlanarak,

$$\bar{n}^{<11>} \frac{\delta^2 x_3}{\delta x_1^2} + 2 \bar{n}^{<12>} \frac{\delta^2 x_3}{\delta x_1 \delta x_2} + \bar{n}^{<22>} \frac{\delta^2 x_3}{\delta x_2^2} = -\bar{p}^{<3>} + \bar{p}^{<1>} \frac{\delta x_3}{\delta x_1} + \bar{p}^{<2>} \frac{\delta x_3}{\delta x_2} \quad 5.9$$

olarak bulunur. Bu üç denge denklemi, gerilme fonksiyonu \emptyset yardımıyla bir tek

diferansiyel denklem halinde gösterilebilir. $\bar{\rho}$ gerilme fonksiyonu

$$\bar{n}^{<11>} = \frac{\delta^2 \bar{\rho}}{\delta x_2^2} - \int_{x_1^0}^{x_1} \bar{p}^{<1>} dx_1 \quad 5.10$$

$$\bar{n}^{<22>} = \frac{\delta^2 \bar{\rho}}{\delta x_1^2} - \int_{x_2^0}^{x_2} \bar{p}^{<2>} dx_2 \quad 5.11$$

$$\bar{n}^{<12>} = - \frac{\delta^2 \bar{\rho}}{\delta x_1 \delta x_2} \quad 5.12$$

olarak tanımlanır. ^{2, 6, 10, 20, 23, 27}

Bu fonksiyonlar 5.7 ve 5.8 denklemlerinde yerine konduğunda x_1 ve x_2 doğrultusundaki denge denklemleri sağlanır. 5.9 denkleminde yerine konduğunda aşağıdaki diferansiyel denklem elde edilir. ^{6, 16}

$$\frac{\delta^2 \bar{\rho}}{\delta x_1^2} \frac{\delta^2 x_3}{\delta x_2^2} - 2 \frac{\delta^2 \bar{\rho}}{\delta x_1 \delta x_2} \frac{\delta^2 x_3}{\delta x_1 \delta x_2} + \frac{\delta^2 \bar{\rho}}{\delta x_2^2} \frac{\delta^2 x_3}{\delta x_1^2} = q \quad 5.13$$

Burada,

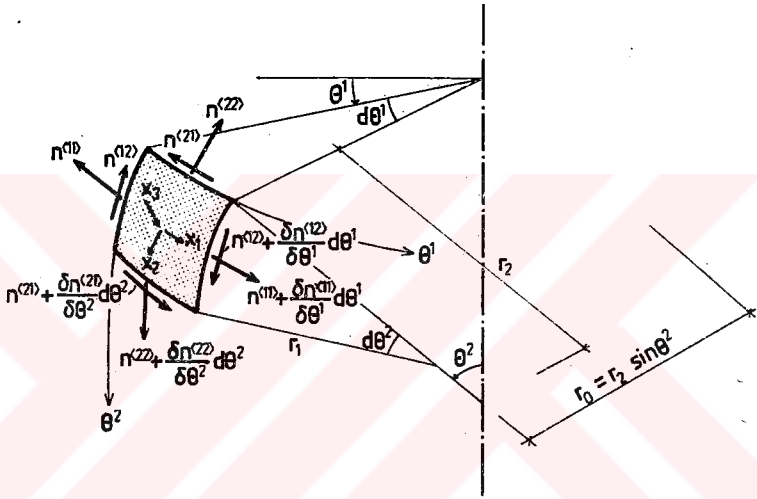
$$q = - \bar{p}^{<3>} + \bar{p}^{<1>} \frac{\delta x_3}{\delta x_1} + \bar{p}^{<2>} \frac{\delta x_3}{\delta x_2} + \frac{\delta^2 x_3}{\delta x_1^2} \int \bar{p}^{<1>} dx_1 + \frac{\delta^2 x_3}{\delta x_2^2} \int \bar{p}^{<2>} dx_2 \quad 5.14$$

dir. Yüzeyde sadece düzgün yayılı yük olması halinde,

$$\bar{p}^{<1>} = \bar{p}^{<2>} = 0, \quad q = -\bar{p}^{<3>} \quad \text{olur.}$$

5.1 Gauss eğriliği pozitif kabuklar

Gauss eğriliği pozitif kabuklar dönele ve ötelenen olarak iki grupta incelenirler. Membran kuvvet büyüklükleri, dönele kabuklarda üç doğrultuda kuvvet denge denklemleriyle, ötelenen kabuklarda da düzlemsel konuma indirgeyerek hesap edilir.



Sekil 5.5

5.1.1 Gauss eğriliği pozitif dönele kabuklar

Şekil 5.5 te polar koordinatlarıyla tanımlanan dönele kabuk diferansiyel elemanında:

$$\sqrt{a_{11}} = r_2 \sin \theta^2 = r_o, \quad \sqrt{a_{22}} = r_1, \quad \frac{\delta \sqrt{a_{11}}}{\delta \theta^2} = r_1 \cos \theta^2$$

$$r_{\theta 1} = r_2, \quad r_{\theta 2} = r_1$$

olduğuna göre üç doğrultuda yazılmış olan 5.1, 5.2 ve 5.3 denge denklemleri,

$$\frac{\delta n^{<11>}}{\delta \theta^1} r_1 + n^{<12>} r_1 \cos \theta^2 + \frac{\delta (n^{<12>} r_o)}{\delta \theta^2} + p^{<1>} r_o r_1 = 0 \quad 5.15$$

$$\frac{\delta (n^{<22>} r_o)}{\delta \theta^2} - n^{<11>} r_1 \cos \theta^2 + \frac{n^{<12>}}{\delta \theta^1} r_1 + p^{<2>} r_o r_1 = 0 \quad 5.16$$

$$\frac{n^{<11>}}{r_2} + \frac{n^{<22>}}{r_1} + p^{<3>} = 0 \quad 5.17$$

olarak yazılır.^{5.6.25} Yükleme dönele simetrik ise, yükler sadece θ^2 'ye bağlı olduğu için değişim olmayan $\delta\theta^1$ 'li terimler düşer ve $\delta\theta^2$ olan terimler $d\theta^2$ toplam diferansiyel olarak yazılır. Yüklemenin çember doğrultusundaki bileşeni $p^{<1>} = 0$ olacağı için $n^{<12>} = n^{<21>} = 0$ dır. Bu durumda 5.15 denklemi ger - çekleşir. x_2 ve x_3 doğrultusundaki denge şartından,

$$\frac{d(n^{<22>} r_o)}{d\theta^2} - n^{<11>} r_1 \cos \theta^2 + p^{<2>} r_o r_1 = 0 \quad 5.18$$

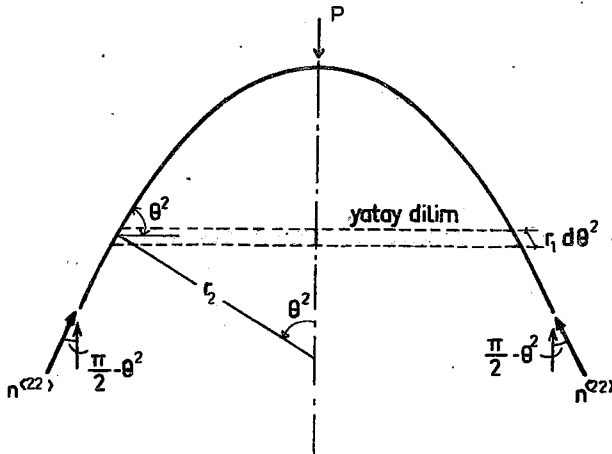
$$\frac{n^{<11>}}{r_2} + \frac{n^{<22>}}{r_1} + p^{<3>} = 0 \quad 5.17$$

olarak biri diferansiyel diğeri cebirsel iki denklem elde edilir.^{5.6.25} Burada meri - diyen teğeti doğrultusundaki kuvvet:

$$n^{<22>} = - \frac{1}{2\pi r_2 \sin^2 \theta^2} \int_0^{\theta^2} 2\pi r_1 r_2 (p^{<2>} \sin \theta^2 + p^{<3>} \cos \theta^2) \sin \theta^2 d\theta^2 + C \quad \dots 5.19$$

olarak bulunur. Burada integral içindeki $2\pi r_1 r_2 \sin \theta^2 d\theta^2$, kubbenin yatay dilim alanını gösterir. (Şekil 5.6)

($p^{<2>} \sin \theta^2 + p^{<3>} \cos \theta^2$) terimi, bu dilimin birim alanına etkileyen



Sekil 5.6

düsey yük bileşenidir. O halde bu integral, meridiyen açısı θ^2 'ye kadar olan düsey yüklerin toplamını gösterir. θ^2 açısına kadar olan yatay dilimdeki düsey yükler $n^{(22)}$ kuvvetinin düsey bileşeni ile karşılanır.

5.19 formülündeki düsey yüklerin toplamı W ile gösterilecek olursa kısaca,

$$n^{(22)} = - \frac{W}{2\pi r_2 \sin^2 \theta^2} \quad 5.20$$

olarak yazılabilir. W hesaplarındaki C integral sabiti, dönele simetrik yüklü tepeden kapalı bir dönele kabukta sıfırdır. $\theta^2 = 0$ olduğu kabuğun tepesinde bir P fener yükü olduğunda bunun $n^{(22)}$ büyüklüğüne katkısı $(-P/2\pi r_2 \sin^2 \theta^2)$ dir.^{6,23} Bu durumda düzgün yayılı yük ve P tekil fener yükü olan bir kubbede $C = P/2\pi$ dir.

Simetrik yüklü dönele kabuklarda diferansiyel denklem yardımıyla $n^{(22)}$ tanımlandıktan sonra 5.17 cebirsel denklemini yardımıyla,

$$n^{(11)} = \frac{W}{2\pi r_1 \sin^2 \theta^2} - p^{(3)} r_2 \quad 5.21$$

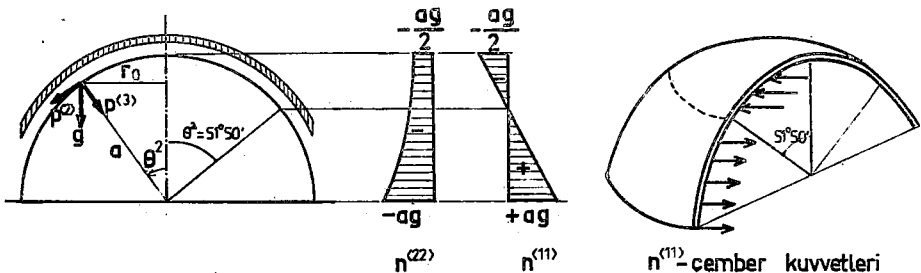
olarak paraleller doğrultusundaki kuvvet büyüklüğü belirlenir.

Bir yarım küre kabukta $r_1 = r_2 = a$ dir. Yüzeyin birim alanına etkileyen öz ağırlığı bileşenleri $p^{(2)} = g \sin \theta^2$, $p^{(3)} = g \cos \theta^2$ olduğuna göre kabukta θ^2 açısına kadar olan düsey yük $2\pi a^2 g (1 - \cos \theta^2)$ dir. O halde 5.20 ve 5.21 formüllerinde bu değerler yerine konduğunda,

$$n^{(22)} = - \frac{ag}{1 + \cos \theta^2}$$

$$n^{(11)} = - ag \left(\cos \theta^2 - \frac{1}{1 + \cos \theta^2} \right)$$

öz ağırlığı altındaki küre kabuğun kuvvet büyüklükleri bulunur.^{6,6,24} (Şekil 5.7)



Şekil 5.7

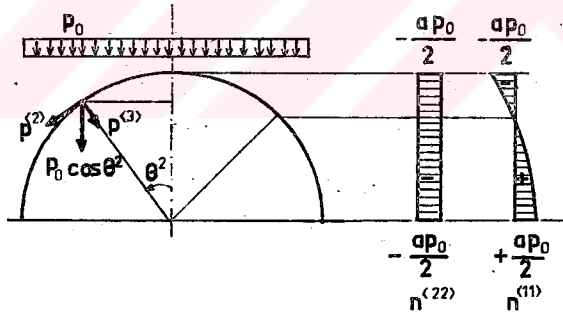
$n^{<22>}$ meridiyen kuvvetleri yüzeyin her bölgesinde basınçtır. $n^{<11>}$ çember kuvvetleri $\cos^2 \theta^2 + \cos \theta^2 - 1 = 0$ bağıntısını sağlayan θ^2 değerinde basınçtan çekmeye değişir. $n^{<11>} = 0$ olduğu açı $\theta^2 = 51^\circ 50'$ dır. Buna göre, öz ağırlığı altında $\theta^2 = 51^\circ 50'$ de kesilmiş bir küre kabukta sadece basınç kuvvetleri vardır.

Yatay izdüşümü p_0 olan kar yükü etkisindeki bir küre kabukta $p^{<2>} = p_0 \sin \theta^2 \cos \theta^2$, $p^{<3>} = p_0 \cos^2 \theta^2$ dir.⁵²⁰ Herhangi bir θ^2 açısına kadar olan toplam düşey yük $p_0 \pi a^2 \sin^2 \theta^2$ olduğuna göre bu değerler 5.20 ve 5.21 formüllerinde yerine konduğunda

$$n^{<22>} = - \frac{p_0 a}{2}$$

$$n^{<11>} = - p_0 a \left(\cos^2 \theta^2 - \frac{1}{2} \right)$$

kar yükü altındaki kuvvet büyüklükleri bulunur.⁵²⁰ Burada da $n^{<22>}$ meridiyen kuvvetleri basınca, $n^{<11>}$ çember kuvvetleri ise $\theta^2 = 45^\circ$ üstünde basınca, altında çekmeye çalışır.⁵ (Şekil 5.8)



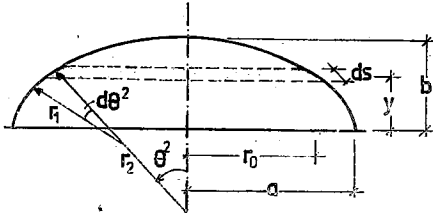
Şekil 5.8

Şekil 5.9 da görülen döneleliptik kubbe ele alındığında, meridiyen e - lipsin denklemi:

$$\frac{r_o^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ olduğuna göre, } r_o = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 - y^2} \text{ dir.}$$

$$\text{Burada } \frac{dy}{dx} = - \frac{b}{ay} \sqrt{b^2 - y^2}, \text{ } ds = r_1 d\theta^2 = dy \sqrt{1 + \frac{a^2 y^2}{b^2(b^2 - y^2)}}$$

olacağından,



Şekil 5.9

$$\sin \theta^2 = \frac{dy}{ds} = \frac{-b\sqrt{b^2 - y^2}}{\sqrt{b^4 + y^2(a^2 - b^2)}}$$

$$\cos \theta^2 = \frac{dx}{ds} = \frac{ay}{\sqrt{b^4 + y^2(a^2 - b^2)}}$$

dir. Geometriden

$$r_1 = \frac{[b^4 + y^2(a^2 - b^2)]^{3/2}}{ab^4}, \quad r_2 = \frac{a}{b^2} \sqrt{b^4 + y^2(a^2 - b^2)}$$

bilindiğine göre 5.19 ve 5.17 eşitliklerinden

$$n^{<22>} = -\frac{1}{2\pi a} \frac{\sqrt{b^4 + y^2(a^2 - b^2)}}{b^2 - y^2} \left[\int_y^b (p^{<3>} \cos \theta^2 + p^{<2>} \sin \theta^2) \frac{a}{b^2} \sqrt{b^4 + y^2(a^2 - b^2)} dy \right]$$

$$n^{<11>} = -\frac{a}{b^2} \sqrt{b^4 + y^2(a^2 - b^2)} p^{<3>} - \frac{a^2 b^2}{\sqrt{b^4 + y^2(a^2 - b^2)}} n^{<22>}$$

olarak yazılır. g -özağırlığı altındaki bir eliptik kubbede, $p^{<2>} = g \sin \theta^2$; $p^{<3>} = g \cos \theta^2$ olduğuna göre, herhangi bir θ^2 açısına kadar olan düşey yüklerin toplamı

$$W = 2\pi g a^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{y}{2ab^2} \sqrt{b^4 + y^2(a^2 - b^2)} + \frac{b^2}{2a\sqrt{a^2 - b^2}} \ln \frac{b(a + \sqrt{a^2 - b^2})}{y\sqrt{a^2 - b^2} + \sqrt{b^4 + y^2(a^2 - b^2)}} \right]$$

$$= 2\pi g a^2 F$$

dir. 5.20 ve 5.21 formüllerinden

$$n^{<22>} = -ga \frac{\sqrt{b^4 + y^2(a^2 - b^2)}}{b^2 - y^2} F$$

$$n^{<11>} = -\frac{a^2 g}{b} \left[\frac{y}{b} - \frac{ab^3}{b^2 - y^2} \frac{F}{\sqrt{b^4 + y^2(a^2 - b^2)}} \right]$$

kuvvet büyüklükleri elde edilir.²³ Eliptik kubbenin tepe noktasında, $y = b$ de $r_1 = r_2 = a^2/b$, $\cos \theta^2 = 1$, $\sin \theta^2 = 0$ olacağı için yük bileşenleri $p^{<3>} = g$ $p^{<2>} = 0$ dir. Burada,

$$n^{<11>} = n^{<22>} = - \frac{g a^2}{2b} \quad \text{dir.}^{4,13}$$

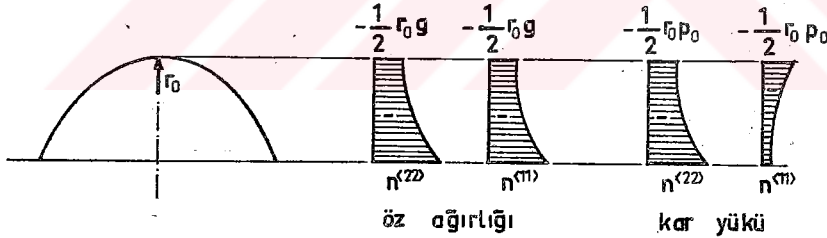
Yatay izdüşümü p_0 olan kar yükü etkisindeki bir eliptik kubbede herhangi bir θ^2 açısına kadar olan toplam yük,

$$W = p_0 \pi \frac{a^2(b^2 - y^2)}{b^2} \quad \text{dir. O halde 5.20 ve 5.21 formüllerinden,}$$

$$n^{<22>} = - \frac{p_0 a}{2b^2} \sqrt{b^4 + y^2(a^2 - b^2)}$$

$$n^{<11>} = \frac{p_0 a^3 (b^2 - 2y^2)}{2b^2 \sqrt{b^4 + y^2(a^2 - b^2)}}$$

olarak kar yükü altındaki kuvvetler bulunur.⁴³ Öz ağırlığı ve kar yükü gibi dönül simetrik yüklemeler altında eliptik kubbenin $n^{<22>}$ meridiyen kuvvetleri basınca çalışır. $n^{<11>}$ çember kuvvetleri ise a/b ye bağlı olarak üstte basınçtan altta çekmeye değişir.



Sekil 5.10

Tepedeki eğrilik yarıçapı r_0 olan dönül parabolik kabukların membran

kuvvet büyüklükleri:

$$g\text{- öz ağırlığına göre: } n^{<22>} = - \frac{r_0}{3} \frac{1 - \cos^3 \theta^2}{\sin^2 \theta^2 \cos^2 \theta^2} g$$

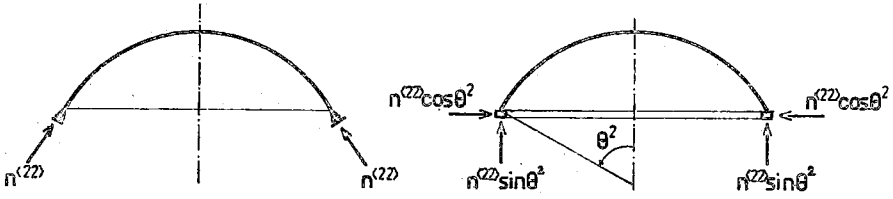
$$n^{<11>} = - \frac{r_0}{3} \frac{2 - 3 \cos^2 \theta^2 + \cos^3 \theta^2}{\sin^2 \theta^2} g$$

kar yüküne göre:

$$n^{<22>} = - \frac{r_0}{2 \cos \theta^2} p_0$$

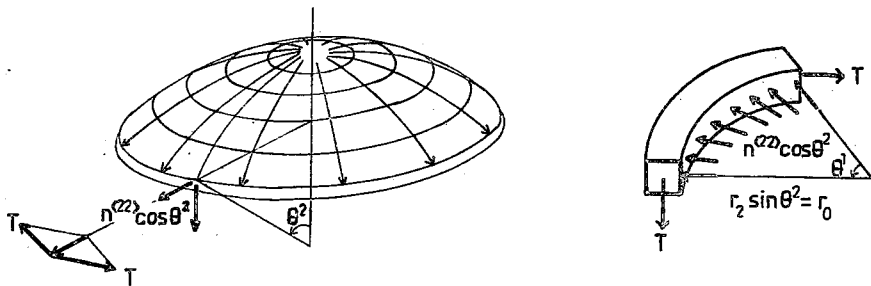
$$n^{<11>} = - \frac{r_0}{2} \cos \theta^2 p_0$$

olarak benzer yollarla bulunur. (Şekil.5.10) Dönel parabolik kabuklarda öz ağırlığı ve kar yükü gibi dönel simetrik yükler altında $n^{<11>}$ ve $n^{<22>}$ basınca çalışır. Parabol meridiyen eğrisinde daima bir açılma olduğu için $n^{<11>}$ kuvvetleri işaret değiştirmez.



Şekil 5.11

Mambran teorisi gereğince kubbelerin, reaksiyonları meridiyen eğrisine teğet olabilecek şekilde, sürekli bir elemanla mesnetlenmesi gerekir. Uygulamada bunu sağlamak her zaman mümkün değildir. (Şekil.5.11) Kenarlar çoğu kez düşeydir ve kubbe silindirik bir duvar veya ayırık kolonlar üzerine oturur. Bu durumda $n^{<22>}$ kuvveti doğrultusundaki mesnet reaksiyonunun $n^{<22>} \sin \theta^2$ bileşenini kolonlar karşılayacağına göre, $n^{<22>} \cos \theta^2$ bileşenini karşılamak için bir çekme çemberi düşünmek gerekir. (Şekil 5.12)



Şekil 5.12

Çekme çemberi kubbe kenarında,

$$T = n^{<22>} r_2 \sin \theta^2 \cos \theta^2$$

çember kuvvetlerini karşılayacak şekilde yapılmalıdır. Kubbe $n^{<11>}$ çember kuvvetleri basınç olduğunda bile bu kenar elemanındaki kuvvetler çekmedir. Bu durum yüzeyde, meridiyen doğrultusunda eğilme etkisi yapan deformasyonlar oluş-

turur. Burada yatay membran gerilme büyüklüklerine kenar bozulmalarını da ilave ederek denge sağlanmalıdır.^{6,23}

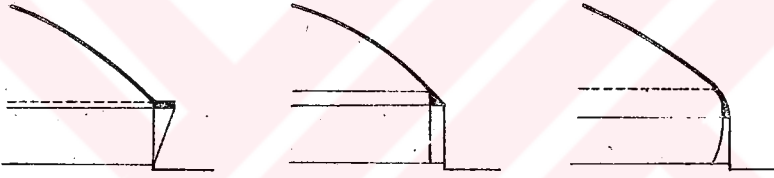
$$\int_0^{\theta^2} n \langle 1 \rangle r_2 d\theta^2 + T = 0$$

Bir küre kabuk yüzeyi $\theta^2 = 51^{\circ}50'$ de kesildiğinde, öz ağırlığı için T maksimumdur. $\theta^2 = 90^{\circ}$ ise $T = 0$ dir.

Mambran durumunda kabuk yatay itmesinin çember kirişin merkezinden etkidiği kabul edildiği için kabuktan kirişe hiçbir moment aktarılmaz. Kenar kirişteki dönme sıfırdır. Projelendirmede, kubbeden gelen yatay kuvvetleri alacak kenar kiriş tipi seçilir. (Şekil 5.13)

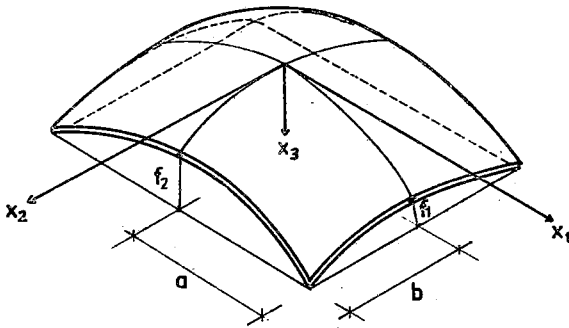
gerilme = T / kesit alanı

olarak basit çekmeye çalışan elemanlar gibi boyutlandırılır.²⁰



Şekil 5.13

5.1.2 Gauss eğriliği pozitif ötelenen kabuklar



Şekil 5.14

Pozitif gauss eğriliği ötelenen yüzey olarak Şekil 5.14 te görülen eliptik paraboloid'in denklemi:

$$x_3 = \frac{f_1}{a^2} x_1^2 + \frac{f_2}{b^2} x_2^2 \quad 5.22$$

x_3 ' e dik bir düzlem geçirildiğinde bu denklem, yarı eksenleri

$$a_1 = \sqrt{x_3 \frac{a^2}{f_1}}, \quad b_1 = \sqrt{x_3 \frac{b^2}{f_2}}$$

olan elipsi tanımlar.

$\frac{a^2}{f_1} = \frac{b^2}{f_2}$ olduğu özel durumda $x_3 = (x_1^2 + x_2^2) f_1 / a^2$ dönelel parabo-

loid tanımlanmış olur. Burada x_3 normalindeki kesimler $r = \sqrt{x_3 \frac{a^2}{f_1}}$ yarıçaplı daire verir.^{3,43}

5.22 eliptik paraboloid denklemleri. 5.13 diferansiyel denge denkleminde belirtildiğinde,

$$\frac{2 f_1}{a^2} \frac{\delta^2 \phi}{\delta x_2^2} + \frac{2 f_2}{b^2} \frac{\delta^2 \phi}{\delta x_1^2} = q \quad 5.23$$

elde edilir. Kabuk g öz ağırlığının etkisinde olması halinde,

$$q = -g \left(1 + c_1 \frac{x_1^2}{a^2} + c_2 \frac{x_2^2}{b^2} \right)$$

düzgün yayılı p_0 kar yükü olması halinde ise $q = -p_0$ dir.^{3,44} c_1 ve c_2 katsayıları yük teriminden yaklaşık olarak elde edilir. Bu denklem aynı zamanda sınır şartlarının da sağlayacak ϕ gerilme fonksiyonunun belirlenmesiyle çözülür. ϕ gerilme fonksiyonu, homojen çözüm (sağ yansız çözüm) ile partiküler çözüm (sağ yanlı çözüm) ün toplanmasıyla elde edilir. Homojen çözüm:

$$\frac{2 f_1}{a^2} \frac{\delta^2 \phi}{\delta x_2^2} + \frac{2 f_2}{b^2} \frac{\delta^2 \phi}{\delta x_1^2} = 0$$

sonucunda, simetride göz önünde bulundurularak öz ağırlık için,

$$\phi^H = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (C_n \cos \alpha_n x_1 \cosh \beta_n x_2 + D_n \cosh \alpha_n x_1 \cos \beta_n x_2)$$

şeklinde elde edilir.^{3,44} Burada,

$$\beta_n = \frac{n \pi}{2b}, \quad \alpha_n = \sqrt{\frac{f_1}{f_2}} \frac{n \pi}{2a} \quad \text{dir.}$$

Partiküler çözüm sonucunda,

$$\phi^P = -g \left[\frac{b^2}{2f_1} \left(\frac{x_1^2}{4} + \frac{c_1 x_1^4}{12 a^2} \right) + \frac{a^2}{2f_2} \left(\frac{x_2^2}{4} + \frac{c_2 x_2^4}{12 b^2} \right) \right]$$

verir.^{3,44} Bu iki çözüm birlikte ele alındığında

$$\phi = \phi^H + \phi^P$$

olarak gerilme fonksiyonu tanımlanmış olur. Burada C_n ve D_n integral sabitlerini sınır şartları belirler. Kabuk sınırlarında, traverslerin düzlemleri normalinde hiç yük taşımadıkları kabulünden sınır şartları:

$$x_1 = \pm a \text{ da } n^{<11>} = 0$$

$$x_2 = \pm b \text{ de } n^{<22>} = 0$$

olarak yazılabilir.^{6,23} Gerilme fonksiyonu kabulünden ikinci sınır şartı sağlanmıştır.

Çözüm fonksiyonu 5.10, 5.11 ve 5.12 bağıntılarında yerine konduğunda düzlemsel konumdaki kuvvetler elde edilir.^{3,6,14}

$$\bar{n}^{<11>} = \frac{\delta^2 \phi}{\delta x_2^2} = \frac{\pi^2}{4 b^2} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n^2 (C_n \cos \alpha_n x_1 \cosh \beta_n x_2 - D_n \cosh \alpha_n x_1 \cos \beta_n x_2) - g \frac{a^2}{2 f_2} \left(\frac{1}{2} + c_2 \frac{x_2^2}{b^2} \right) \quad 5.24$$

$$\bar{n}^{<22>} = \frac{\delta^2 \phi}{\delta x_1^2} = \frac{f_1}{f_2} \frac{\pi^2}{4 a^2} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n^2 (-C_n \cos \alpha_n x_1 \cosh \beta_n x_2 + D_n \cosh \alpha_n x_1 \cos \beta_n x_2) - g \frac{b^2}{2 f_1} \left(\frac{1}{2} + c_1 \frac{x_1^2}{a^2} \right) \quad 5.25$$

$$\bar{n}^{<12>} = - \frac{\delta^2 \phi}{\delta x_1 \delta x_2} = \frac{\pi^2}{4 a b} \sqrt{\frac{f_1}{f_2}} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n^2 (C_n \sin \alpha_n x_1 \sinh \beta_n x_2 + D_n \sinh \alpha_n x_1 \sin \beta_n x_2) \quad 5.26$$

C_n ve D_n integral sabitleri yük teriminin fourier serilerine açılması ve sınır şartlarının uygulanmasıyla aşağıdaki gibi bulunur.

$$C_n = (-1)^{(n+1)/2} \frac{4 g a^2 b^2 f_2}{n^3 \pi^3 f_1 \cosh \frac{n \pi}{2}} \left[1 + 2 c_1 \left(1 - \frac{8}{n^2 \pi^2} \right) \right] \quad 5.27$$

$$D_n = (-1)^{(n+1)/2} \frac{4 g a^2 b^2}{n^3 \pi^3 \cosh \alpha_n a} \left[\frac{1}{f_2} \left[1 + 2 c_2 \left(1 - \frac{8}{n^2 \pi^2} \right) \right] + \frac{f_2 \cos \alpha_n a}{f_1^2 \cosh \frac{n \pi}{2}} \left[1 + 2 c_1 \left(1 - \frac{8}{n^2 \pi^2} \right) \right] \right] \quad 5.28$$

Eşit yayılı kar yükü olması durumunda gerilme fonksiyonu,

$$\phi^H = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} C_n \cos \alpha_n x_1 \cosh \beta_n x_2$$

$$\phi^P = - \frac{b^2}{4f_1} p_0 x_1^2$$

şeklinde, C_n integral sabiti ise p_0 yükünün x_1 doğrultusunda Fourier serilerine açılmasıyla aşağıdaki gibi bulunur.^{3,14}

$$C_n = (-1)^{(n+1)/2} \frac{8 p_0 a^2 b^2 f_2}{n^3 \pi^3 f_1^2 \cosh \frac{n \pi}{2}} \quad 5.29$$

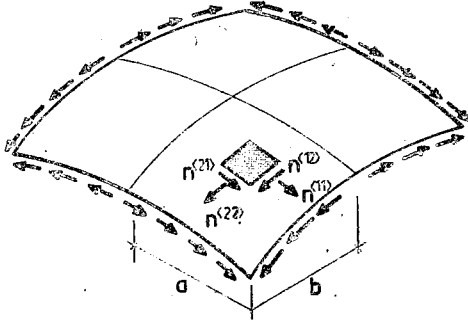
Bu sonuçlar 5.10, 5.11 ve 5.12 bağıntılarında yerlerine konduğunda kar yükü altında düzlemsel konumdaki kuvvetler elde edilir.^{3,14}

$$\bar{n}^{<11>} = \frac{\pi^2}{4 b^2} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n^2 C_n \cos \alpha_n x_1 \cosh \beta_n x_2 \quad 5.30$$

$$\bar{n}^{<22>} = - \frac{f_1}{f_2} \frac{\pi^2}{4 a^2} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n^2 C_n \cos \alpha_n x_1 \cosh \beta_n x_2 - \frac{b^2}{2 f_1} p_0 \quad 5.31$$

$$\bar{n}^{<12>} = \sqrt{\frac{f_1}{f_2}} \frac{\pi^2}{4 a b} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n^2 C_n \sin \alpha_n x_1 \sinh \beta_n x_2 \quad 5.32$$

Eğri yüzeydeki gerçek kuvvetler 5.4,5.5 ve 5.6 bağıntılarıyla sağlanır.



Şekil 5.15

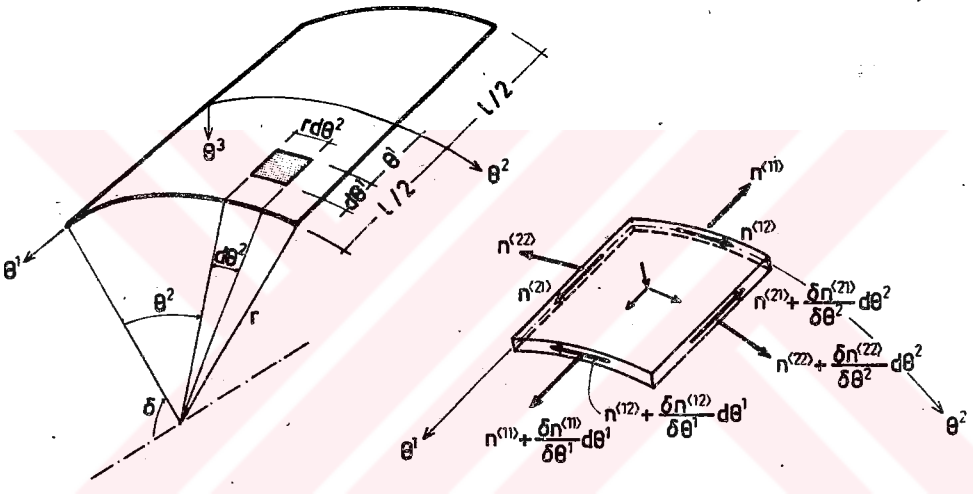
Bu denklemler incelendiğinde tüm yüklerin serbest kenarlar boyunca kayma kuvvetleriyle köşelere iletildiği (Şekil 5.15) ve köşelerde

$$x_1 = \pm a, x_2 = \pm b$$

noktalarında kayma kuvvetlerinin sonsuza gittiği görülür.

5.2 Gauss eğriliği sıfır kabuklar

Gauss eğriliği sıfır kabuklar, tek eğrilikli yüzeylerdir. Bu yüzeylerde $\sqrt{a_{11}} = 1$, $\sqrt{a_{22}} = r$, $r_{\theta 1} = \infty$, $r_{\theta 2} = r$ olarak (Şekil 5.16) 5.1, 5.2 5.3 denklemlerinden yararlanıp üç doğrultudaki kuvvet denge denklemleri çözüldüğünde:



Sekil 5.16

$$n^{<11>} = -\frac{1}{r} \int \frac{\delta n^{<21>}}{\delta \theta^2} d\theta^1 - \int p^{<1>} d\theta^1 + C_1 \quad 5.33$$

$$n^{<12>} = -\frac{1}{r} \int \frac{\delta n^{<22>}}{\delta \theta^2} d\theta^1 - \int p^{<2>} d\theta^1 + C_2 \quad 5.34$$

$$n^{<22>} = -p^{<3>} r \quad 5.35$$

kuvvetleri elde edilir.^{5,6,10,23} Traverslerin düzlemleri normalinde hiç bir kuvvet almadıkları kabulünden ve

$$\theta^1 = \pm 1/2 \text{ de } n^{<11>} = 0 \quad 5.36$$

olması şartından $C_1 = 0$ dır. Yüzeye düzgün yayılı yük etkimesi durumunda simetri şartından dolayı,

$$\theta^1 = 0 \text{ da } n^{<12>} = 0$$

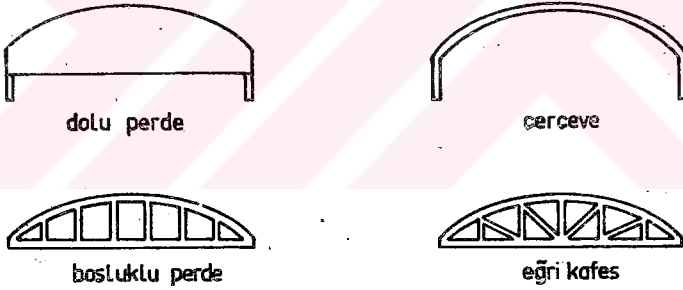
5.37

olacağı için integral sabiti $C_2 = 0$ alınır.

Tek eğrilikli bu yüzeylerdeki kuvvet dağılımlarını açıklamak için silindirik kabuğun incelenmesi yeterlidir. Konik kabuklarda r sabit olmadığı için

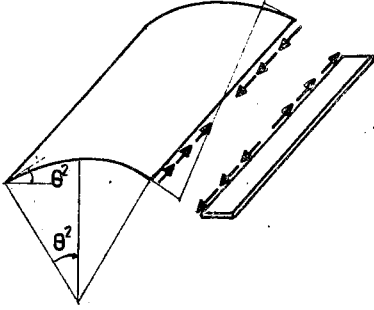
$$r_{\theta 2} = \theta^1 \cot \delta \text{ olarak alınır.}^{6,20,23}$$

Silindirik kabukların çatı örtüsü olarak kullanımında kenarları çeşitli düzlemlerle kesilmiş olur ve kenar elemanları yapmak gerekir. Kenar elemanlarının yapılması doğuray olarak seçilmiş eğrideki kuvvetlere bağlıdır. Kabuk geometrisini korumak üzere eğri kenarları rijitleştirmek için yapılan elemanlara *travers* denir. Traversler silindirik kabukların ayrılmaz bir parçası gibidir. Bı kenar elemanları çift eğrilikli kabuklarda da kullanılır, fakat bu strüktürlerdeki görevi bölgeseldir.



Şekil 5.17

Traversler bir dolu perde, boşluklu perde, çerçeve veya üst başlığı eğri kafes kiriş şeklinde yapılabilir. (Şekil 5.17) Bunların kendi düzlemleri içinde rijit, düzlem normalinde etkiyen kuvvetleri alamıyacağı kabul edilir. Kabuk üzerindeki yükler traverslere $n^{<22>}$ eğrisel kuvvetlerle iletilir. Silindirik kabukların doğrusal kenarlarında $n^{<22>}$ kemer kuvvetlerini karşılamak üzere yüzeyden aktarılan $n^{<12>}$ kayma kuvvetleriyle boyutlandırılacak kenar kirişi yapmak gerekir. (Şekil 5.18) Bu kenar kirişte açıklık ortasından θ^1 mesafede oluşacak aksenal P kuvveti:



Şekil 5.18

simetrik yüklemeler altında membran kuvvet büyüklükleri 5.33, 5.34, 5.35 formülleri yardımıyla bulunabilir.

Doğurayı daire yayı olan silindirik kabukta 3.3 bağıntısında belirtildiği gibi $R = R_0 = a$ dir. Membran kuvvet büyüklükleri g -öz ağırlığı altında:

$$n^{<11>} = - \frac{g}{a} \left(\frac{l^2}{4} - (\theta^1)^2 \right) \cos \theta^2$$

$$n^{<22>} = - g a \cos \theta^2$$

$$n^{<12>} = - 2 g \theta^1 \sin \theta^2$$

p_0 - kar yükü altında:

$$n^{<11>} = - \frac{3p_0}{2a} \left(\frac{l^2}{4} - (\theta^1)^2 \right) \cos 2\theta^2$$

$$n^{<22>} = - p_0 a \cos^2 \theta^2$$

$$n^{<12>} = - \frac{3}{2} p_0 \theta^1 \sin 2\theta^2 \quad \text{dir.}$$

Öz ağırlığı altında doğurayı daire yayı olan silindirik kabuğun her noktasında $n^{<11>}$ ve $n^{<22>}$ büyüklükleri basınçtır. Kayma kuvvetinden dolayı kenar kirişte oluşan aksenal P kuvveti açıklıktan θ^1 mesafede,

$$P = - \int_{\theta^1}^{l/2} n^{<12>} d\theta^1 \quad \text{dir.}^{3,4,14,25}$$

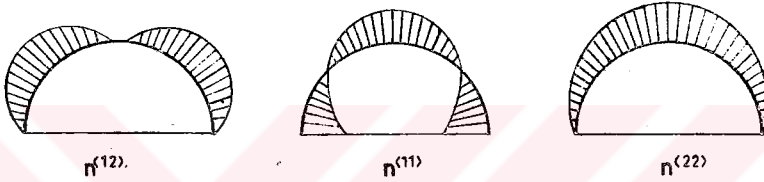
Silindirik kabuk projelendirilirken genellikle g -öz ağırlığı ve p_0 -kar yükü göz önünde bulundurulur. Rüzgar etkisi, eğrinin merkezi ile dış kenar arasındaki açı 40° yi geçmediği sürece emmedir ve ihmal edilir.²⁰

Traversler üzerine oturmuş basit kiriş gibi çalışan bir silindirik kabukta 5.36 ve 5.37 sınır şartları yazılır. Çeşitli doğurayı eğrilikli silindirik kabukların öz ağırlığı ve kar yükü gibi

$$P = g \left(\frac{l^2}{4} - (\theta^1)^2 \right) \sin \theta^2$$

dir. Burada meydana gelen kuvvet çekmedir. Ortada $\theta^1 = 0$ da $p = \frac{g l^2}{4} \sin \theta^2$

olarak bu çekme kuvveti maksimumdur. Kar yükü altında dairesel silindirik kabuklarda θ^2 'nin her değeri için $n^{<22>}$ büyüklükleri basınctır. $n^{<11>}$ büyüklükleri ise $\theta^2 < 45^\circ$ de basınç, $\theta^2 > 45^\circ$ de ise çekmedir. (Şekil 5.19)



Şekil 5.19

Kabuğun yarım daire olması halinde kenarlarda $n^{<12>} = 0$ dir. Bu durumda kenar kirişteki aksenal P kuvveti de sıfır olur.

Parabol doğuraylı silindirik kabuklarda kuvvetler, 3.8 formülünde belirtildiği gibi eğrilik yarıçapı $n = -3$ alınarak bulunabilir.

g -öz ağırlığı altında:

$$n^{<11>} = \frac{g}{2R_0} \left(\frac{l^2}{4} - (\theta^1)^2 \right) \cos^4 \theta^2$$

$$n^{<22>} = - \frac{g R_0}{\cos^2 \theta^2}$$

$$n^{<12>} = g \theta^1 \sin \theta^2$$

p_0 - kar yükü altında:

$$n^{<11>} = 0$$

$$n^{<22>} = - \frac{p_0 R_0}{\cos \theta^2}$$

$$n^{<12>} = 0$$

olarak membran kuvvet büyüklükleri elde edilir. Öz ağırlığı altında yüzeyin her noktasında $n^{<11>}$ ve $n^{<12>}$ büyüklükleri çekmedir. O halde kenar kiriş basınç kuvveti altında olacaktır. Burada kenar kirişe gelen aksenal kuvvet:

$$P = -\frac{g}{2} \left(\frac{l^2}{4} - (\theta^1)^2 \right) \sin \theta^2$$

dir.^{6,23} Kar yükü altında $n^{<11>} = n^{<12>} = 0$ dir. Bu durumda kabuk serbest kemerler davranışındadır ve traverslere hiç yük gelmez.¹⁸

Sikloid doğuraylı kabuklarda 3.15 formülünde gösterildiği gibi eğrilik yarıçapında $n = 1$ dir. Burada membran gerilme büyüklükleri,

g -öz ağırlığı altında

$$n^{<11>} = -\frac{3}{2} \frac{g}{R_0} \left(\frac{l^2}{4} - (\theta^1)^2 \right)$$

$$n^{<22>} = -g R_0 \cos^2 \theta^2$$

$$n^{<12>} = -3g \theta^1 \sin \theta^2$$

p_0 - kar yükü altında

$$n^{<11>} = -2 \frac{p_0}{R_0} \left(\frac{l^2}{4} - (\theta^1)^2 \right) \frac{\cos^2 \theta^2 - \sin^2 \theta^2}{\cos \theta^2}$$

$$n^{<22>} = -p_0 R_0 \cos^3 \theta^2$$

$$n^{<12>} = -4 p_0 \theta^1 \sin \theta^2 \cos \theta^2$$

Öz ağırlığı altında, yüzeyin her noktasında $n^{<11>}$ sabittir. Kenarlarda $\theta^2 = \pi/2$ de $n^{<22>} = 0$ dir ve $n^{<12>} = -3g \theta^1$ olur. Orta açıklıktan θ^1 mesafede kenar kirişe gelen aksenal kuvvet:

$$P = \frac{3}{2} g \left(\frac{l^2}{4} - (\theta^1)^2 \right) \quad \text{dir.} \quad \theta^1 = 0 \quad \text{orta noktada}$$

$P = \frac{3}{8} g l^2$ olarak maksimum çekme kuvvetine ulaşır.⁴³ Kar yükü altında kenar da $\theta^2 = \pi/2$ de $n^{<11>} = \infty, n^{<22>} = 0$ ve $n^{<12>} = 0$ olur. $n^{<12>} = 0$ olduğundan kenar kirişteki eksenel kuvvet te sıfırdır.

Doğurayı zincir eğrisi olan kabuklarda eğrilik yarıçapı 3.19 da gösterildiği gibi $R = R_0 \cos^{-2} \theta^2$ dir. Burada membran kuvvet büyüklükleri g-öz ağırlığı altında,

$$n^{<11>} = 0$$

$$n^{<22>} = - \frac{g R_0}{\cos \theta^2}$$

$$n^{<12>} = 0$$

p_0 - kar yükü altında

$$n^{<11>} = - 0,5 \frac{p_0}{R_0} \left(\frac{l^2}{4} - (\theta^1)^2 \right) \cos 2\theta^2 \cos^2 \theta^2$$

$$n^{<22>} = - p_0 R_0$$

$$n^{<12>} = - p_0 \theta^1 \sin \theta^2 \cos \theta^2$$

Öz ağırlığı altında θ^1 doğrultusundaki $n^{<11>} = 0$ olduğu için yüzey serbest kemerler gibi çalışır. $n^{<12>} = 0$ olduğundan bu kemerler tüm yükü kenar kirişlere iletir ve traverslere hiç kuvvet gelmez.⁴⁵

Doğurayı yarı elips olan silindirik kabuklarda doğuray yarıçapı 3.24 de belirtildiği gibi,

$$R = \frac{a^2 b^2}{(a^2 \sin^2 \theta^2 + b^2 \cos^2 \theta^2)^{3/2}}$$

dir. Burada membran kuvvet büyüklükleri:

g- öz ağırlığı altında:

$$\alpha = \frac{a b}{(a^2 \sin^2 \theta^2 + b^2 \cos^2 \theta^2)^{1/2}} \quad \text{olarak}$$

$$n^{<11>} = -\frac{g}{2} \left(\frac{l^2}{4} - (\theta^1)^2 \right) \left[\frac{2ab}{\alpha^3} + \frac{3(a^2-b^2)}{ab \alpha} (\cos^2 \theta^2 - \frac{2 \alpha^2}{b^2} \sin^2 \theta^2) \right] \cos \theta^2$$

$$n^{<22>} = -\frac{g \alpha^3}{ab} \cos \theta^2$$

$$n^{<12>} = -g \theta^1 \left[2 + \frac{3(a^2-b^2) \cos^2 \theta^2}{a^2 \sin^2 \theta^2 + b^2 \cos^2 \theta^2} \right] \sin \theta^2$$

p_0 - kar yükü altında:

$$n^{<11>} = -\frac{3}{2} p_0 \left(\frac{l^2}{4} - (\theta^1)^2 \right) \left[\frac{-a^2 \sin^2 \theta^2 + b^2 \cos^2 \theta^2}{b^2 (a^2 \sin^2 \theta^2 + b^2 \cos^2 \theta^2)^{1/2}} \right]$$

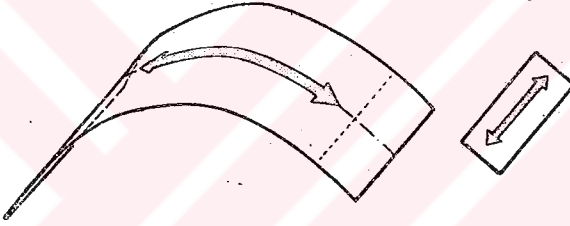
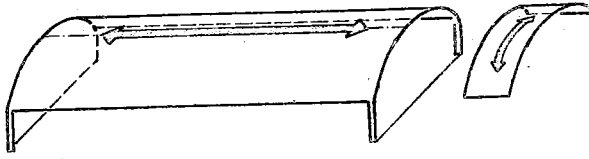
$$n^{<22>} = -\frac{p_0 \alpha^3}{ab} \cos^2 \theta^2$$

$$n^{<12>} = -3 p_0 \theta^1 \left(\frac{a^2 \sin \theta^2 \cos \theta^2}{a^2 \sin^2 \theta^2 + b^2 \cos^2 \theta^2} \right) \quad \text{dir.}^{6,14,23}$$

Öz ağırlığı altında b/a nın bazı değerleri için $n^{<11>}$ hep basınctır. Bazı değerleri içinde tepede basınc, altta çekmedir, b/a nın her değerinde $\theta^2 = 90^\circ$ de $n^{<11>}$ ve $n^{<22>}$ sıfırdır. Kar yükü altında b/a nın her değeri için tepede basınc, altta çekmedir ve $\theta^2 = 90^\circ$ de sıfır olmaz.

Silindirik kabuklarda tam bir membran durumunun gerçekleşmesi için doğuray eğrisinin kapalı bir eğri olması gerekir. Çatı örtüsü olarak kullanılan

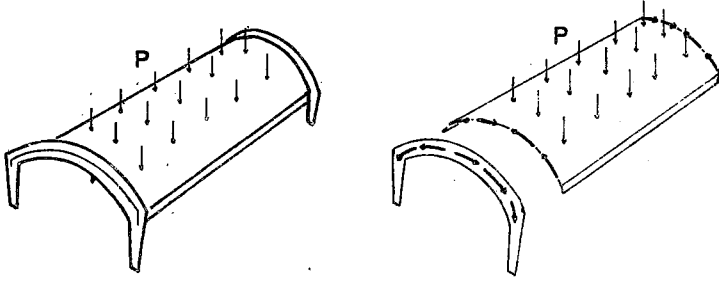
bu yüzeylerin herhangi bir kesimi sonucu sınırlarda eğilme büyüklükleri oluşur. Bunlar, $n^{<11>}$ büyüklükleri, kenar kirişlerdeki aksenal P kuvvetleri ve kenar kirişe etkiyen eğilme momentlerinin düşey bileşeni ile karşılanır. Kabuk eğrisinin kenar teğeti düşey olduğundan eğilme, $n^{<11>}$ büyüklükleri ve kirişlerdeki aksenal P kuvvetleriyle karşılanır.



Sekil 5.20

Mambran teorisine göre silindirik kabuklarda bir yönde kemer, diğer yönde kiriş çalışması görülür. (Şekil 5.20) Bı yüzeylerdeki kemer çalışması kuvvetleri kenar kirişlere, kiriş çalışması da kayma kuvvetleri vasıtasıyla kuvvetleri traverslere taşır. Uzun silindirik kabuklarda kiriş çalışması daha etkindir. Kemer çalışması küçüktür ve asimetric yükleri alır. Kısa silindirik kabuklarda ise kemer çalışması büyüktür.⁹

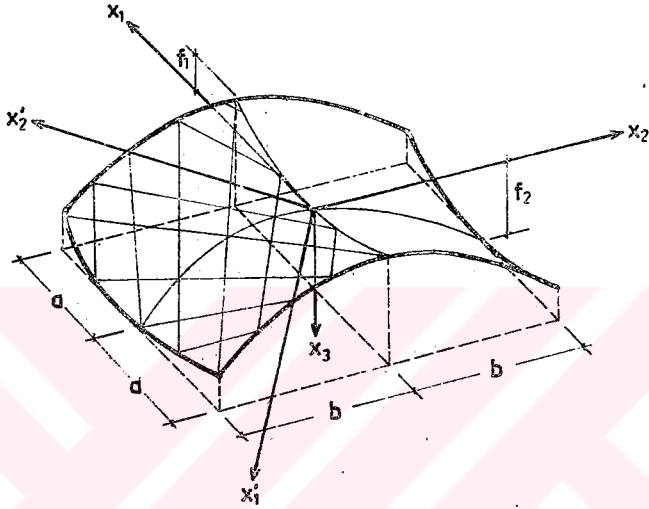
Silindirik kabukların yükler altındaki davranışları mesnetlenme şekillerine bağlıdır. Eğer yüzey, eğriliği doğrultusunda mesnete bağlanırsa sadece belli yükleri, örneğin öz ağırlığını taşır, diğer yüklemelerde eğilme gerilmeleri doğar. Bu durumda kabuk, birbirine paralel yerleştirilmiş kemerler gibi davranır. Burada en önemli konu, mesnet yerleştirilmesi ile traversleri iyi düzenlemektir. Yüzey, eğrilikleri doğrultusunda traverslerle rijitleştirilip kolonlarla mesnete bağlanırsa her yüklenme durumunda mambran şartları gerçekleşir. (Şekil 5.21)



Şekil 5.21

Bu durumda yüzey kuvvetleri traverslere, traverslerde içlerinde meydana gelen eğilme gerilmeleriyle kuvvetleri zemine iletirler. Burada silindirik bir kemerler dizisi gibi değil, kemerlere asılan bir örtü gibidir.^{10,25}

5.3 Gauss eğriliği negatif kabuklar



Sekil 5.22

Negatif gauss eğriliği yüzeylerden hiperbolik paraboloid'in denklemi (Şekil 5.22)

$$x_3 = \frac{f_2 x_2^2}{b^2} - \frac{f_1 x_1^2}{a^2} \quad 5.38$$

dir.³ Bu denklem 5.13 diferansiyel denge denkleminde yerine konduğunda,

$$\frac{\delta^2 \phi}{\delta x_1^2} \frac{2 f_2}{b^2} - \frac{\delta^2 \phi}{\delta x_2^2} \frac{2 f_1}{a^2} = q$$

elde edilir.⁶⁴ Yüzeyin yatay izdüşümüne etkideği kabul edilen düzgün yayılı yük durumunda $q = -p^{<3>}$ dür. Burada ϕ gerilme fonksiyonu sınır şartlarına bağlı olarak bulunur. $x_2 = \pm b$ doğrultusunda tam bir katılaşma yapıp diğer karşılıklı iki kenar serbest bırakıldığında

$$\phi = -\frac{1}{4} \bar{p}^{<3>} \frac{b^2}{f_2} x_1^2 \quad \text{dir.}^{6,14}$$

Bu çözüm 5.10, 5.11, 5.12 formüllerinde yerine konduğunda

$$\bar{n}^{<11>} = 0$$

$$\bar{n}^{<22>} = -\frac{\bar{p}^{<3>} b^2}{2f_2}$$

$$\bar{n}^{<12>} = 0$$

olarak düzlemsel konumdaki kuvvetler bulunur. Burada tüm yük x_2, x_3 düzlemine paralel parabollerle katılaştırılmış kenarlara iletilirler.

Benzer şekilde kenarlar $x_1 = \pm a$ doğrultusunda katılaştırılıp $x_2 = \pm b$ doğrultusunda serbest bırakıldığında

$$\phi = \frac{1}{4} \bar{p}^{<3>} \frac{a^2}{f_1} x_2^2 \quad \text{dir.}^{6,14,15}$$

Bu durumda düzlemsel konumdaki kuvvetler

$$\bar{n}^{<11>} = \frac{\bar{p}^{<3>} a^2}{2f_1}$$

$$\bar{n}^{<22>} = 0$$

$$\bar{n}^{<12>} = 0$$

dır. Burada tüm yük x_1, x_3 düzlemine paralel parabollerle taşınıp $x_1 = \pm a$ doğrultusundaki ters kemerlere iletilir. Bu kemerler düzlemleri normalindeki yükleri karşılayabilseler de bir kuşaklama gerekir.

Eğer karşılıklı iki kenar da aynı şekilde katılaştırılırsa gerilme fonksiyonu:

$$\phi = -\frac{1}{8} \bar{p}^{<3>} \left(\frac{b^2}{f_2} x_1^2 - \frac{a^2}{f_1} x_2^2 \right)$$

dır^{5,16} ve düzlemsel konumdaki kuvvetler:

$$\bar{n}^{<11>} = \frac{\bar{p}^{<3>} a^2}{4f_1}$$

$$\bar{n}^{<22>} = -\frac{\bar{p}^{<3>} b^2}{4f_2}$$

$$\bar{n}^{<12>} = 0$$

olarak elde edilir. Bu sonuçlar, kuvvetlerin iki parabol sistemi tarafından eşit dağıtıldığını gösterir.

5.38 hiperbolik paraboloid denkleminde $x_3 = 0$ olduğunda

$$\left(\frac{\sqrt{f_2}}{b} x_1 + \frac{\sqrt{f_1}}{a} x_2 \right) \left(\frac{\sqrt{f_2}}{b} x_1 - \frac{\sqrt{f_1}}{a} x_2 \right) = 0$$

olarak yüzey üzerinde bulunan iki doğru tanımlanır. Bu doğrular, yüzeyin yatay kesimleriyle elde edilen hiperbollerin asimtotlarıdır. Bunların x_1 eksenlerinin deki eğimleri

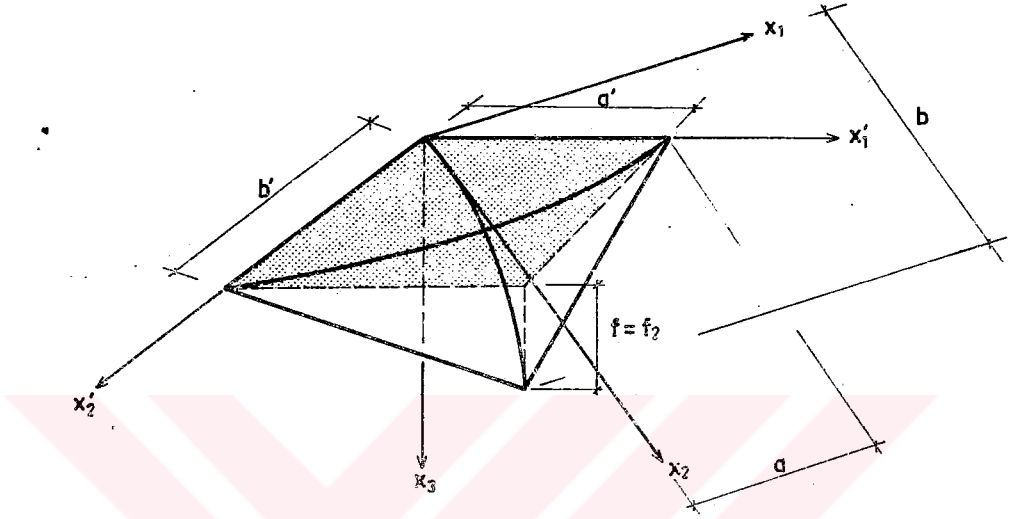
$$\tan \gamma = \frac{a}{b} \sqrt{\frac{f_2}{f_1}}$$

olarak gösterilir.^{5,16} Eğri yüzeyi oluşturan iki parabolün eğrilik yarıçapları eşit olduğunda asimtotlar birbirine diktir ve bu bir dikdörtgen hiperbolik paraboloidi oluşturur.^{5,18}

Birçok uygulamada asimtot doğrularını koordinat eksenleri olarak kullanmak kolaylık sağlar. Yeni koordinat sistemine x_1' , x_2' ve yüksekliğe f denirse yüzey

$$x_3 = \frac{f}{a'b'} x_1' x_2'$$

olarak tanımlanabilir. (Şekil 5.23)



Şekil 5.23

Burada x'_1 ve x'_2 yeni koordinatlarla x_1 ve x_2 koordinatları arasındaki bağıntılar:

$$x_1 = (x'_1 + x'_2) \cos \gamma$$

$$x_2 = (x'_1 - x'_2) \sin \gamma$$

veya

$$x'_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{x_2}{\cos \gamma} - \frac{x_1}{\sin \gamma} \right)$$

$$x'_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{x_2}{\cos \gamma} + \frac{x_1}{\sin \gamma} \right)$$

olarak yazılır. $\gamma = 45^\circ$ olduğunda x'_1 ve x'_2 eksenleri birbirine diktir. Bu durumda 5.39 yüzey denklemi 5.13 diferansiyel derge denkleminde yerine konduğunda ,

$$- 2 \frac{\delta^2 \phi}{\delta x_1' \delta x_2'} \frac{f}{a' b'} = q$$

elde edilir ve 5.12 formülünden

$$\bar{n}^{<12>} = - \frac{\delta^2 \phi}{\delta x_1' \delta x_2'} = \frac{q a' b'}{2f} \quad 5.40$$

olarak düzlemsel kayma kuvvetleri hemen bulunur. Bu değer x_1' ye göre türevi x_2' ye göre integrali alındığında

$$\frac{\delta^2 \phi}{\delta (x_1')^2} = - \frac{a' b'}{2f} \int \frac{\delta q}{\delta x_1'} dx_2' + C_2(x_1') = \bar{n}^{<22>} + \int \bar{p}^{<2>} dx_2' \quad 5.41$$

benzer şekilde,

$$\frac{\delta^2 \phi}{\delta (x_2')^2} = - \frac{a' b'}{f} \int \frac{\delta q}{\delta x_2'} dx_1' + C_1(x_2') = \bar{n}^{<11>} + \int \bar{p}^{<1>} dx_1' \quad 5.42$$

terimleri elde edilir. Burada $C_1(x_2')$ ve $C_2(x_1')$, sınır şartlarına bağlı olan integral sabitleridir. g -özağırlığı altındaki bir dikdörtgen hiperbolik paraboloid'de $a' = a$, $b' = b$, $x_1' = x_1$, $x_2' = x_2$ alınarak

$$q = - \bar{p}^{<3>} = - \frac{gf}{ab} \sqrt{\frac{a^2 b^2}{f^2} + x_1^2 + x_2^2}$$

dir. Bu durumda 5.40 denkleminde

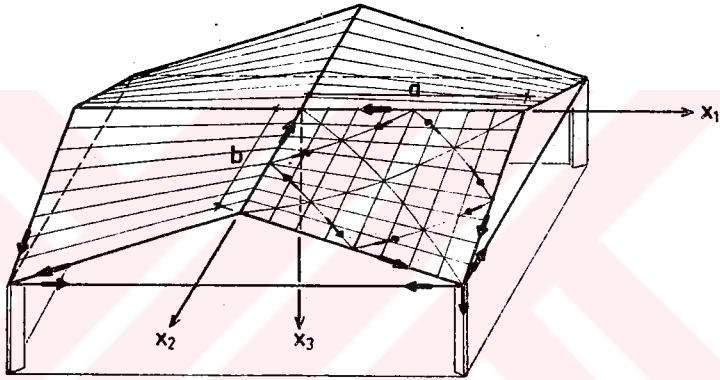
$$\bar{n}^{<12>} = - \frac{g}{2} \sqrt{\frac{a^2 b^2}{f^2} + x_1^2 + x_2^2} \quad 5.43$$

5.41 ve 5.42 denklemlerinden

$$\bar{n}^{<11>} = \frac{g x_2}{2} \log \left(x_1 + \sqrt{\frac{a^2 b^2}{f^2} + x_1^2 + x_2^2} \right) + C_1(x_2) \quad 5.44$$

$$\bar{n}^{<22>} = \frac{g x_1}{2} \log \left(x_2 + \sqrt{\frac{a^2 b^2}{f^2} + x_1^2 + x_2^2} \right) + C_2(x_1) \quad 5.45$$

olarak normal kuvvetler elde edilir.



Sekil 5.24

Şekil 5.24 de görülen çatı sisteminde sınır şartları:

$$x_1 = a \text{ da } \bar{n}^{<11>} = 0$$

$$x_2 = b \text{ de } \bar{n}^{<22>} = 0 \text{ dir.}$$

Bu sınır şartlarından 5.44 ve 5.45 bağıntılarındaki $C_1(x_2)$ ve $C_2(x_1)$ integral sabitleri çözüldüğünde,

$$\bar{n}^{<11>} = \frac{g x_2}{2} \log \left(\frac{x_1 + \sqrt{\frac{a^2 b^2}{f^2} + x_1^2 + x_2^2}}{a + \sqrt{\frac{a^2 b^2}{f^2} + a^2 + x_2^2}} \right)$$

$$\bar{n}^{<22>} = \frac{g x_1}{2} \log \left(\frac{x_2 + \sqrt{\frac{a^2 b^2}{f^2} + x_1^2 + x_2^2}}{b + \sqrt{\frac{a^2 b^2}{f^2} + x_1^2 + b^2}} \right)$$

düzlemsel konumdaki normal kuvvetler elde edilir. Kabuğun basık olması durumunda $q = -\bar{p}^{<3>} = -g$ alınabilir. Bu durumda 5.43, 5.44 ve 5.45 bağıntıları sonucunda

$$\bar{n}^{<12>} = -\frac{g a b}{2f}$$

$$\bar{n}^{<11>} = 0$$

$$\bar{n}^{<22>} = 0$$

elde edilir. O halde öz ağırlığı altındaki basık hiperbolik paraboloid kabuklarda yükler sadece kayma kuvvetleriyle taşınır. Asal kuvvetler biri basınç diğeri çekme olarak kenarlara 45° açı yapan kesitlerde (asal eğrilikler doğrultusunda) belirir. Değerleri,

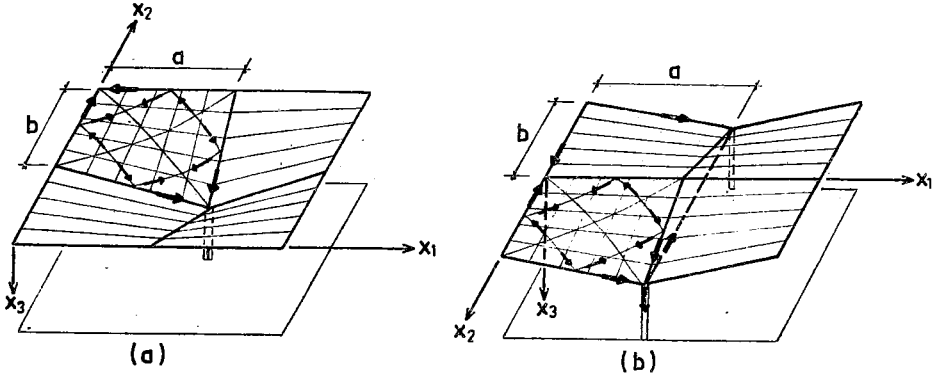
$$\bar{n}^{<1>} = -\frac{g a b}{2f}, \quad \bar{n}^{<2>} = \frac{g a b}{2f}$$

Bu basınç ve çekme kuvvetleri eşit olduğu için birbirini götürür. Kenar elemanları, kabuktan aktarılan toplam kayma kuvvetleriyle boyutlandırılır. Bu elemanlardaki aksenal basınç kuvveti, elemanın kolona birleştiği yerde maksimum değere ulaşır. Bu kuvvetin düşey bileşeni kolonla karşılanacağına göre yatay bileşenini almak üzere kolonlar arası bir gergi yapmak gerekir. Veya kolonları bu kuvveti karşılayacak şekilde yerleştirmelidir.

Şekil 5.25 a da görülen ters şemsiye şeklindeki çatı tipinde

$$x_1 = 0 \text{ da } \bar{n}^{<11>} = 0, \quad x_2 = 0 \text{ da } \bar{n}^{<22>} = 0$$

sınır şartları yazılarak, Şekil 5.25 b deki çatı tipinde de



Sekil 5.25

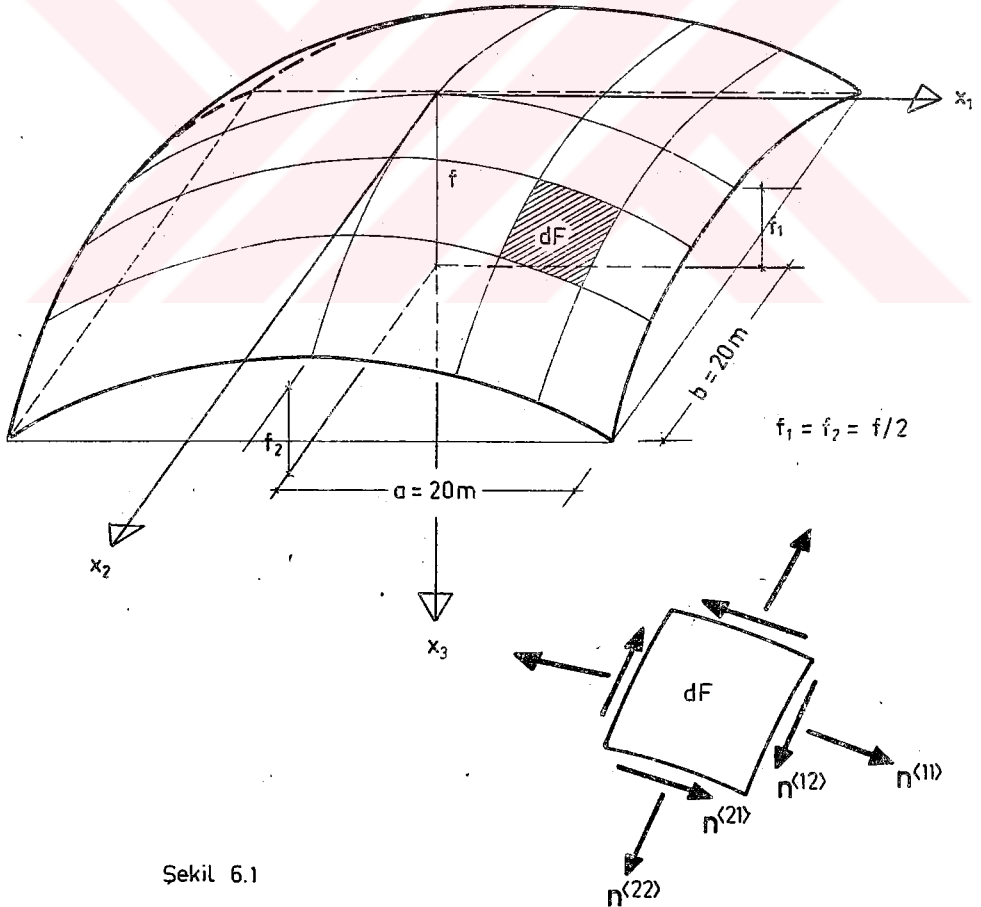
$$x_1 = 0 \text{ da } \bar{n}^{<11>} = 0, \quad x_2 = b \text{ de } \bar{n}^{<22>} = 0$$

sınır şartları yazılarak bulunan kuvvet doğrultuları gösterilmiştir.

Birinci tipte, mesnette toplam kayma kuvvetlerinin yatay bileşenleri birbirini dengeler, düşey bileşenler tek bir kolonla zemine aktarılır. İkinci tipte, mesnetlerde toplam kayma kuvvetlerinin yatay bileşeni bir çekme bantı ile alınır.

VI - KABUKLARDA EĞRİLİĞİN
İÇ KUVVET DAĞILIMINA ETKİSİ
(Örnek: Eliptik Paraboloid)

Burada, yüklemenin tamamen membran kuvvet büyüklükleriyle karşılandığı kabulüyle, bir dörtgen plan üzerini örten eliptik paraboloid kabuğun, parabol eğriliği değişikçe yüzeydeki membran kuvvetlerinin durumu sayısal olarak incelenmiştir. (Şekil 6.1) Yüzeyi oluşturan parabollerde $f_1 = f_2 = f/2$ dir.



Sekil 6.1

6.1 Hesap esasları

$f_1 = f_2 = f/2$ olduğu bu durumda da 5.1.2 kısmında anlatılan hesap esaslarından yararlanılacaktır. Öz ağırlığı altında 5.24, 5.25 ve 5.26 kesit kuvvetleri:

$$\bar{n}^{<11>} = \frac{\pi^2}{4b^2} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n^2 (C_n \cos \alpha_n x_1 \cosh \beta_n x_2 - D_n \cosh \alpha_n x_1 \cos \beta_n x_2) - g \frac{a^2}{f} \left(\frac{1}{2} + c_2 \frac{x_2^2}{b^2} \right) \quad 6.1$$

$$\bar{n}^{<22>} = \frac{\pi^2}{4a^2} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n^2 (-C_n \cos \alpha_n x_1 \cosh \beta_n x_2 + D_n \cosh \alpha_n x_1 \cos \beta_n x_2) - g \frac{b^2}{f} \left(\frac{1}{2} + c_1 \frac{x_1^2}{a^2} \right) \quad 6.2$$

$$\bar{n}^{<12>} = \frac{\pi^2}{4ab} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n^2 (C_n \sin \alpha_n x_1 \sinh \beta_n x_2 + D_n \sinh \alpha_n x_1 \sin \beta_n x_2) \quad 6.3$$

5.27 ve 5.28 integral sabitleri

$$C_n = (-1)^{(n+1)/2} \frac{8ga^2b^2}{n^3 \pi^3 f \cosh \frac{n\pi}{2}} \left[1 + 2c_1 \left(1 - \frac{8}{n^2 \pi^2} \right) \right] \quad 6.4$$

$$D_n = (-1)^{(n+1)/2} \frac{8ga^2b^2}{n^3 \pi^3 f \cosh \frac{n\pi}{2}} \left[1 + 2c_2 \left(1 - \frac{8}{n^2 \pi^2} \right) \right] \quad 6.5$$

şekline dönüşür. Yatay düzlemde birim alana etkiyen düşey yük en genel gösterimle^{3,14}

$$q = -g \sqrt{1 + f^2 \left(\frac{x_1^2}{a^4} + \frac{x_2^2}{b^4} \right)}$$

olduğuna göre

$$-g \sqrt{1 + f^2 \left(\frac{x_1^2}{a^4} + \frac{x_2^2}{b^4} \right)} = -g \left(1 + c_1 \frac{x_1^2}{a^2} + c_2 \frac{x_2^2}{b^2} \right)$$

eşitliğinden ve $x_1 = a$, $x_2 = 0$ ve $x_2 = b$, $x_1 = 0$ şartlarından

$$c_1 = \sqrt{1 + \frac{f^2}{a^2}} - 1 \quad 6.6$$

$$c_2 = \sqrt{1 + \frac{f^2}{b^2}} - 1 \quad 6.7$$

yaklaşık olarak hesaplanır.

Kabuk üzerine p_0 düzgün yayılı kar yükü etkimesi halinde 5.29 integral sabiti:

$$C_n = (-1)^{(n+1)/2} \frac{16 p_0 a^2 b^2}{n^3 \pi^3 f \cosh \frac{n \pi}{2}} \quad 6.8$$

5.30 , 5.31 , 5.32 bağıntıları

$$\bar{n}^{<11>} = \frac{\pi^2}{4 b^2} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n^2 C_n \cos \alpha_n x_1 \cosh \beta_n x_2 \quad 6.9$$

$$\bar{n}^{<22>} = -\frac{\pi^2}{4 a^2} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n^2 C_n \cos \alpha_n x_1 \cosh \beta_n x_2 - \frac{b^2}{f} p_0 \quad 6.10$$

$$\bar{n}^{<12>} = \frac{\pi^2}{4ab} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n^2 C_n \sin \alpha_n x_1 \sinh \beta_n x_2 \quad 6.11$$

şeklini alır.

Bu düzlemsel konumdaki kuvvet büyüklükleri hesaplandıktan sonra 5.4, 5.5 ve 5.6 bağıntıları yardımıyla

$$\bar{n}^{<11>} = \bar{n}^{<11>} \sqrt{\frac{a_{11}}{a_{22}}} = \bar{n}^{<11>} \frac{b^2}{a^2} \sqrt{\frac{a^4 + x_1^2 f^2}{b^4 + x_2^2 f^2}} \quad 6.12$$

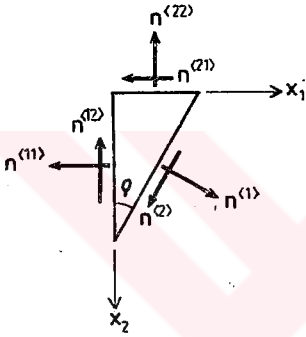
$$n^{<22>} = \bar{n}^{<22>} \sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} = \bar{n}^{<22>} \frac{a^2}{b^2} \sqrt{\frac{b^4 + x_2^2 f^2}{a^4 + x_1^2 f^2}} \quad 6.13$$

$$n^{<12>} = \bar{n}^{<12>} \quad 6.14$$

olarak eğri yüzeydeki kuvvet büyüklükleri bulunur.

Kabukta boyutlandırma yapabilmek için hesaplanan bu normal ve kayma

kuvvetlerinden başka $n^{<1>}$ ve $n^{<2>}$ asal kuvvetler ile bunların doğrultusunda bulunması gerekir. Kabuğun bir noktasındaki asal kesit, normal kuvvetin maksimum veya minimum olduğu kesit olduğuna göre bu kesitin ρ açısı :



$$\tan 2\rho = \frac{2 n^{<12>}}{n^{<11>} - n^{<22>}} \quad 6.15$$

Şekil 6.2

dir. (Şekil 6.2) Kabuğun herhangi bir

noktasında biri ρ , diğeri $\rho + \pi/2$ açısında birbirine dik olarak etkiyen $n^{<1>}$ ve $n^{<2>}$ asal kuvvetleri:

$$n^{<1>} = \frac{1}{2} (n^{<11>} + n^{<22>}) + \sqrt{\left(\frac{n^{<11>} - n^{<22>}}{2}\right)^2 + (n^{<12>})^2} \quad 6.16$$

$$n^{<2>} = \frac{1}{2} (n^{<11>} + n^{<22>}) - \sqrt{\left(\frac{n^{<11>} - n^{<22>}}{2}\right)^2 + (n^{<12>})^2} \quad 6.17$$

olarak bulunur ve kabuk üzerinde yörüngelerin (asal gerilme doğrultuları) çizilmesiyle kabuğun basınca ve çekmeye çalışan bölgeleri belirlenmiş olur.

6.2 Uygulama

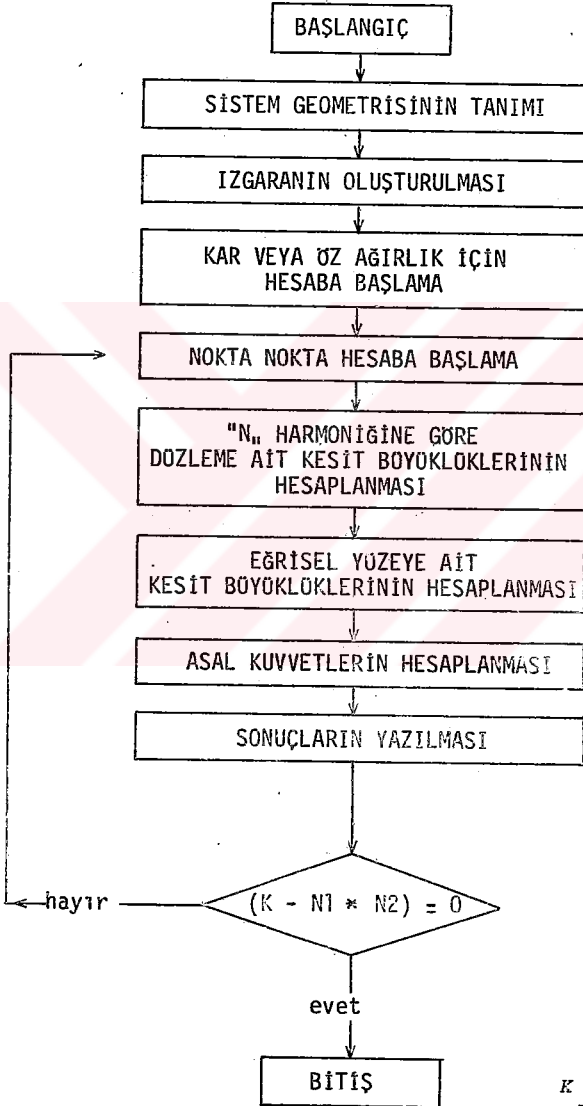
Bir kenarı 40m olan kare plan üzerindeki eliptik paraboloid kabukta, yükseklik $f = 8,12,16$ ve 20m alınarak 6.1 kısmında belirtilen bağıntılar programlanmış, her yüzey için membran iç kuvvetleri, asal kuvvetler ve doğrultuları hesaplanmıştır. Yapılan bu sayısal çalışmada $a = b = 20m$ olduğu için $c_1 = c_2$ dir. Bu katsayılar f yüksekliğinin değişimine göre

f (m)	$c_1 = c_2$
8,0	0,07703
12,0	0,16619
16,0	0,28062
20,0	0,41421

değerlerini alır.

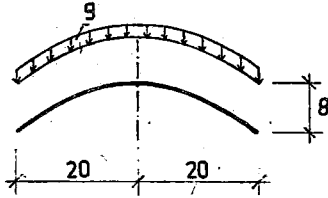
Şekil 6.3 te görülen program şeması izlenerek elde edilen sayısal sonuçlar Teknik Üniversitesi Bilgi İşlem merkezinden, IBM 370 makinasıyla elde edilmiştir. Gerçekte bu tip problemlerde kesin sonuca ulaşabilmek için 6.1, 6.2, 6.3, 6.9, 6.10 ve 6.11 bağıntılarındaki $n > 250$ olmalıdır. Bu makinada $n = 105$ e kadar sağlanabildiği için sayısal sonuçlar kesin yaklaşıma ulaşamamasına rağmen kuvvet dağılımları hakkında bilgi vermesi bakımından yeterlidir. Öz ağırlığı ve kar yükü altındaki kabukta her yükseklik değişimi için önce program sonucu elde edilen kuvvet büyüklükleri yazılmış, sonra normal kuvvet ve asal kuvvet diyagramlarıyla $n^{(1)}$ yörüngeleri çizilmiştir.

PROGRAM ŞEMASI



K = toplam nokta sayısı
 $N1$ = x_1 yönünde nokta sayısı
 $N2$ = x_2 yönünde nokta sayısı

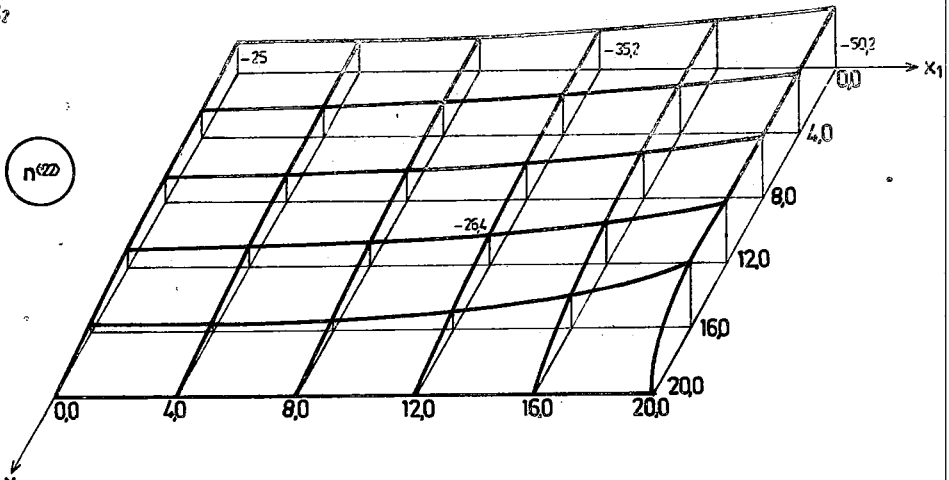
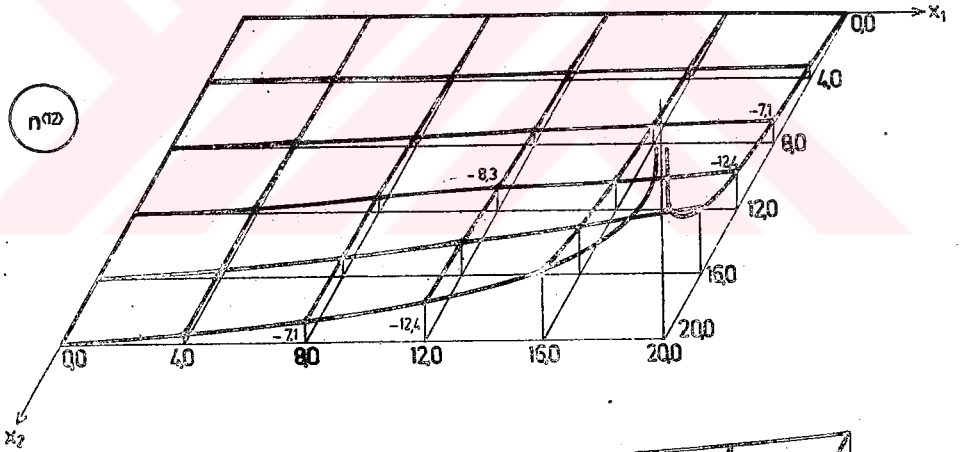
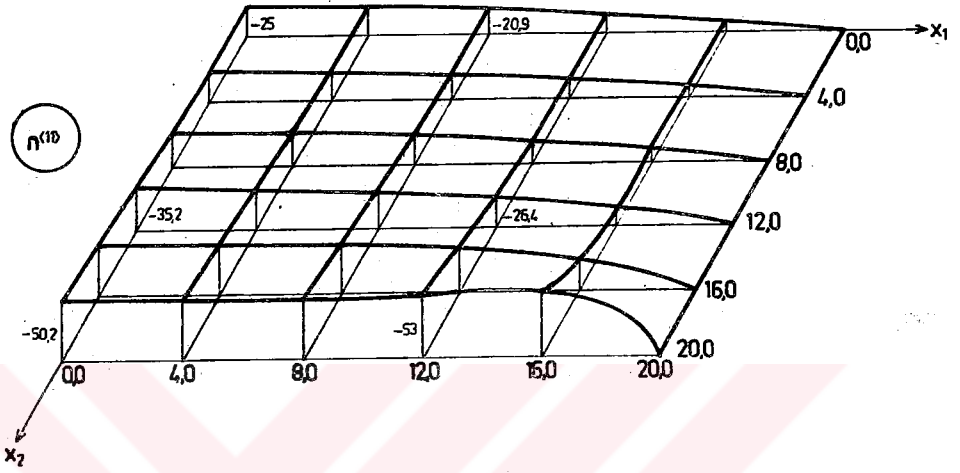
Sekil 6.3



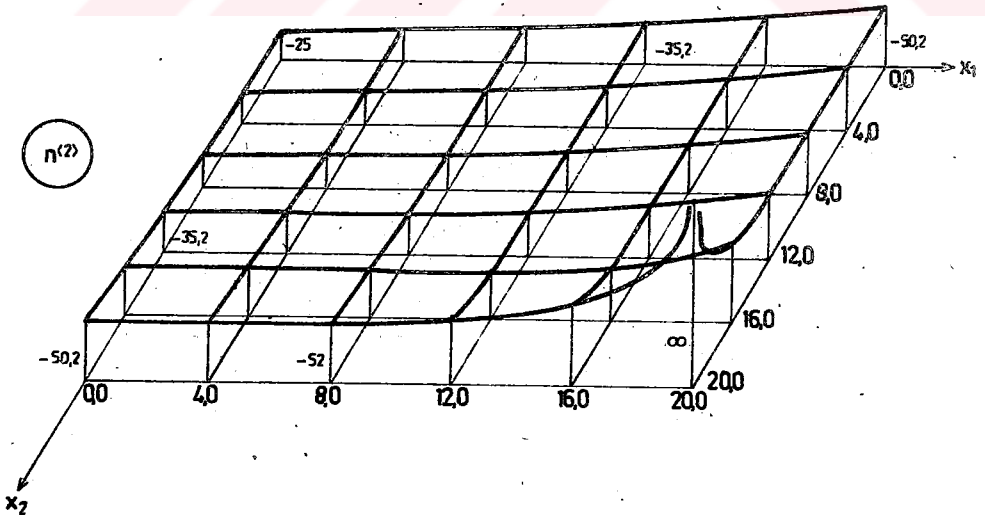
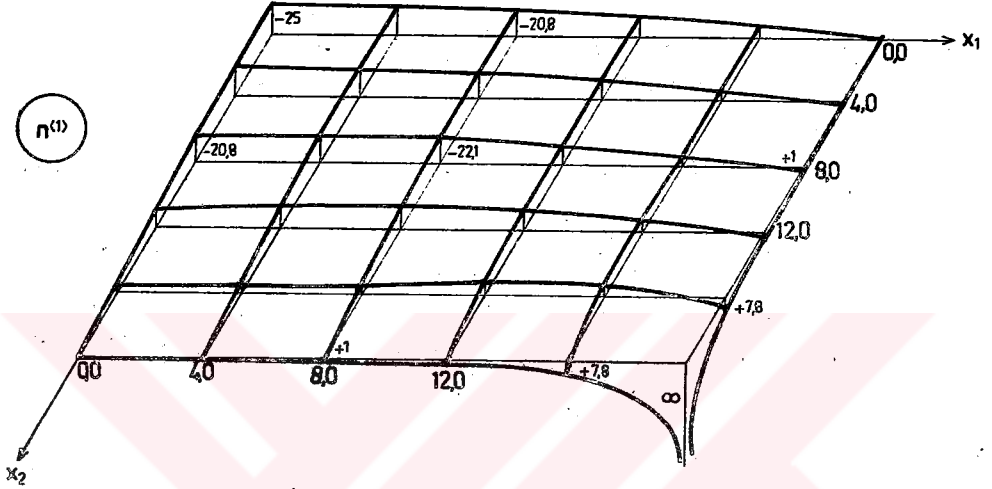
f : 8.00 m. için
 ÜZ AĞIRLIĞI altındaki
 NORMAL ve ASAL KUVVET
 BÜYÜKLÜKLERİ

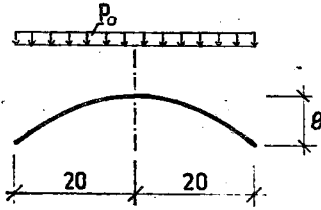
x_1 (m)	x_2 (m)	$n^{<11>}$ (t/m)	$n^{<12>}$ (t/m)	$n^{<27>}$ (t/m)	$n^{<1>}$ (t/m)	$n^{<2>}$ (t/m)	ρ
0.0	0.0	-25.0	0.0	-25.0	-25.0	-25.0	0.0
4.0	0.0	-24.0	0.0	-26.2	-24.0	-26.2	0.0
8.0	0.0	-20.8	0.0	-29.2	-20.8	-29.2	0.0
12.0	0.0	-15.6	0.0	-35.2	-15.6	-35.2	0.0
16.0	0.0	-8.4	0.0	-42.3	-8.4	-42.3	0.0
20.0	0.0	0.0	0.0	-50.2	0.0	-50.2	0.0
0.0	4.0	-26.2	0.0	-24.0	-24.0	-26.2	0.0
4.0	4.0	-25.2	-0.9	-25.2	-24.3	-26.0	-45.0
8.0	4.0	-22.0	-1.7	-28.7	-21.6	-29.0	-14.0
12.0	4.0	-16.6	-2.5	-34.4	-16.3	-34.8	-8.0
16.0	4.0	-9.1	-3.1	-42.0	-8.8	-42.3	-5.5
20.0	4.0	0.0	-3.3	-50.3	0.2	-50.5	-4.0
0.0	8.0	-29.2	0.0	-20.8	-20.8	-29.2	0.0
4.0	8.0	-28.7	-1.7	-22.0	-21.6	-29.0	14.0
8.0	8.0	-25.6	-3.5	-25.6	-22.1	-29.1	-45.0
12.0	8.0	-20.0	-5.3	-31.9	-18.0	-33.9	-21.0
16.0	8.0	-11.2	-6.7	-40.7	-9.8	-42.2	-12.0
20.0	8.0	0.0	-7.1	-51.1	1.0	-52.0	-7.5
0.0	12.0	-35.2	0.0	-15.6	-15.6	-35.2	0.0
4.0	12.0	-34.4	-2.5	-16.6	-16.3	-34.8	8.0
8.0	12.0	-31.9	-5.3	-20.0	-18.0	-33.9	21.0
12.0	12.0	-26.4	-8.3	-26.4	-18.1	-34.7	-45.0
16.0	12.0	-16.1	-11.3	-37.3	-11.2	-42.2	-23.5
20.0	12.0	0.0	-12.4	-53.0	2.7	-55.7	-12.5
0.0	16.0	-42.3	0.0	-8.4	-8.4	-42.3	0.0
4.0	16.0	-42.0	-3.1	-9.1	-8.8	-42.3	5.5
8.0	16.0	-40.7	-6.7	-11.2	-9.8	-42.2	12.0
12.0	16.0	-37.3	-11.3	-16.1	-11.2	-42.2	23.5
16.0	16.0	-27.5	-17.4	-27.5	-10.1	-44.8	-45.0
20.0	16.0	0.0	-22.1	-55.1	7.8	-62.8	-19.5
0.0	20.0	-50.2	0.0	0.0	0.0	-50.2	0.0
4.0	20.0	-50.3	-3.3	0.0	0.2	-50.5	4.0
8.0	20.0	-51.1	-7.1	0.0	1.0	-52.0	7.5
12.0	20.0	-53.0	-12.4	0.0	2.7	-55.7	12.5
16.0	20.0	-55.1	-22.1	0.0	7.8	-62.8	19.5
20.0	20.0	0.0	-∞	0.0	∞	-∞	-45.0

f= 8 m. için Öz Ağırlığı altındaki Normal Kuvvet diyagramları



$f = 8m$. için Öz Ağırlığı altındaki Asal Kuvvet diyagramları

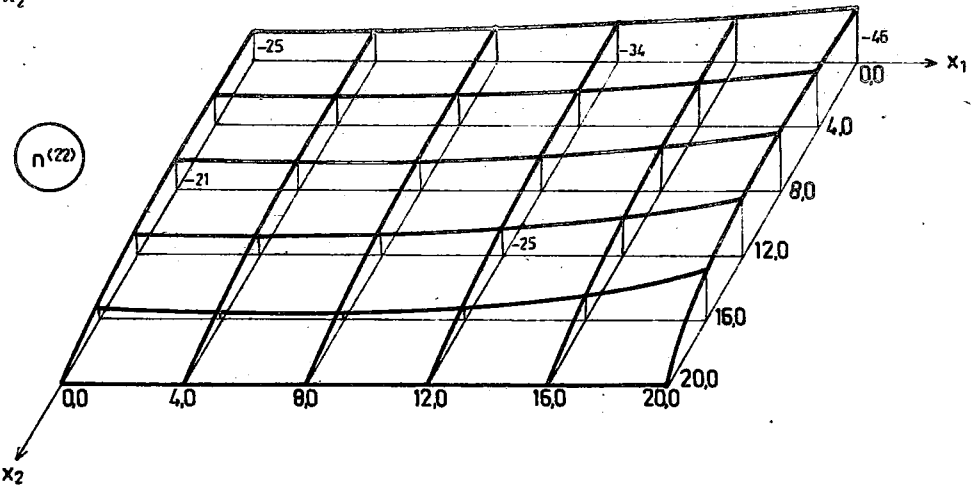
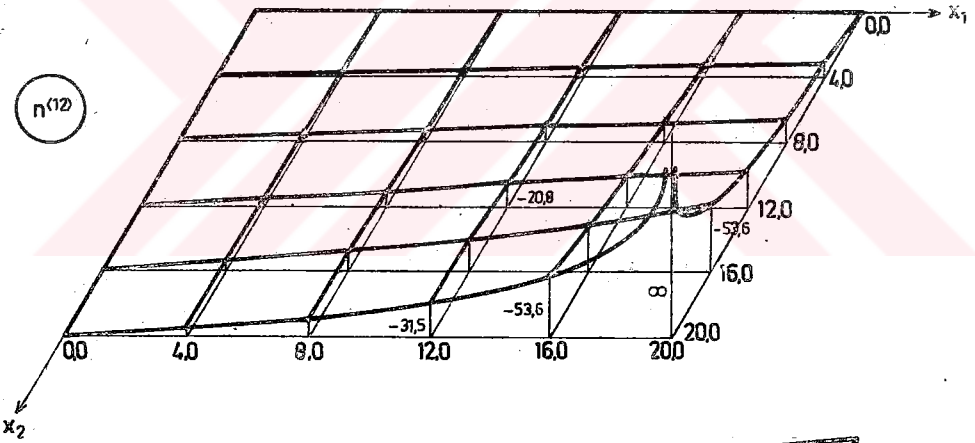
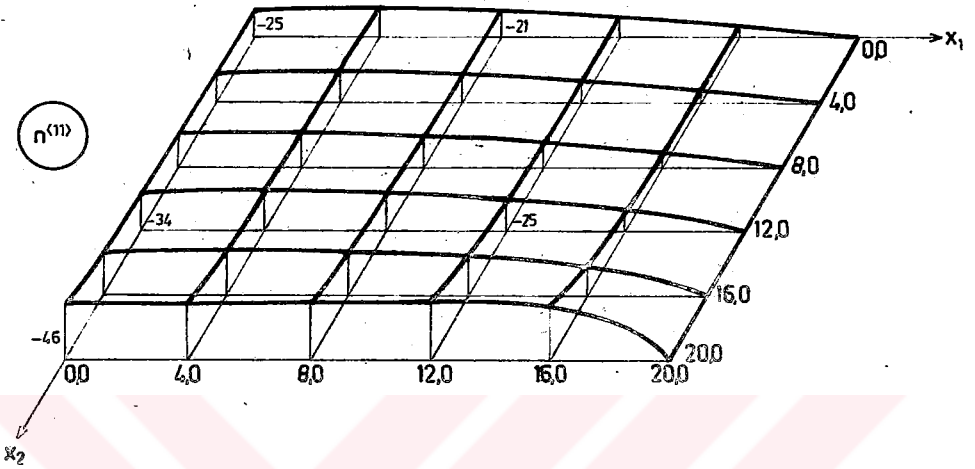




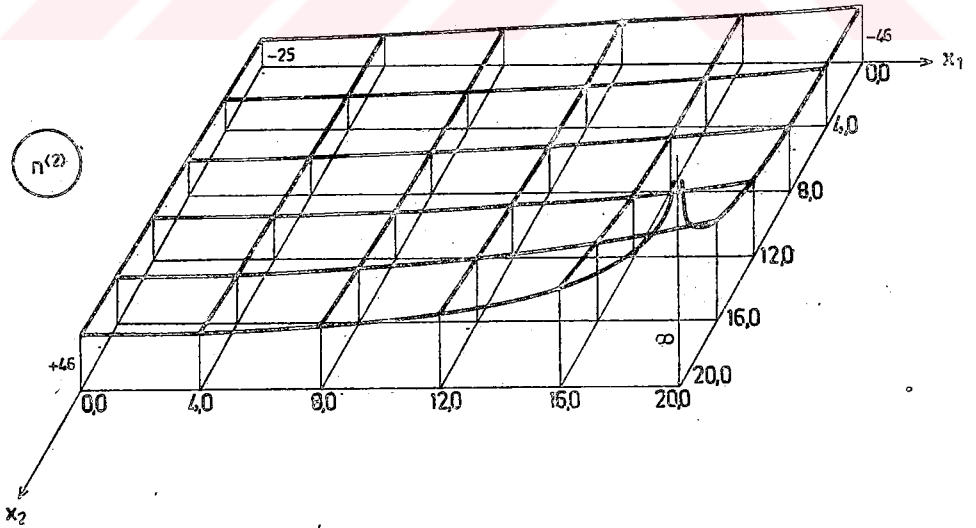
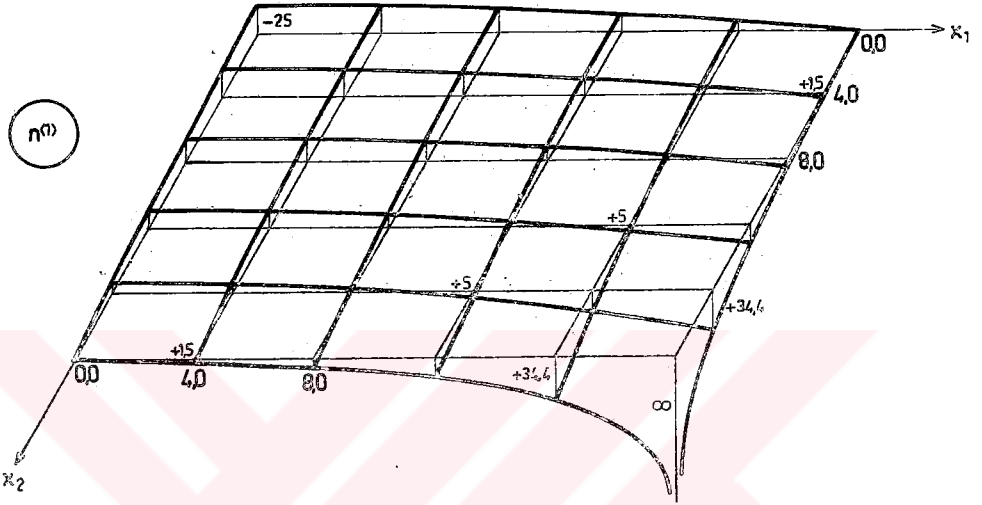
f : 8.00 m. için
 KAR YOKU altındaki
 NORMAL ve ASAL KUVVET
 BOYUKLOKLERİ

x_1 (m)	x_2 (m)	$n^{<11>}$ (t/m)	$n^{<12>}$ (t/m)	$n^{<22>}$ (t/m)	$n^{<1>}$ (t/m)	$n^{<2>}$ (t/m)	ρ
0.0	0.0	-25.0	0.0	-25.0	-25.0	-25.0	0.0
4.0		-24.0	0.0	-26.0	-24.0	-26.0	0.0
8.0		-21.0	0.0	-29.0	-21.0	-29.0	0.0
12.0		-15.7	0.0	-34.0	-15.7	-34.0	0.0
16.0		-8.6	0.0	-40.0	-8.6	-40.0	0.0
20.0		0.0	0.0	-46.0	0.0	-46.0	0.0
0.0	4.0	-26.0	0.0	-24.0	-24.0	-26.0	0.0
4.0		-25.0	-2.2	-25.0	-23.0	-27.0	-45.0
8.0		-21.9	-4.4	-28.0	-19.5	-30.0	-28.0
12.0		-16.6	-6.4	-33.0	-14.5	-35.7	-19.0
16.0		-9.1	-7.9	-39.5	-7.0	-41.7	-14.0
20.0		0.0	-8.5	-46.4	1.5	-47.9	-10.2
0.0	8.0	-29.0	0.0	-21.0	-21.0	-29.0	0.0
4.0		-28.0	-4.4	-21.9	-19.5	-30.0	28.0
8.0		-25.0	-8.8	-25.0	-16.4	-34.0	-45.0
12.0		-19.5	-13.2	-30.4	-10.7	-39.6	-34.0
16.0		-11.0	-16.8	-38.0	-2.8	-46.3	-26.0
20.0		0.0	-18.4	-46.5	6.4	-52.9	-19.0
0.0	12.0	-34.0	0.0	-15.7	-15.7	-34.0	0.0
4.0		-33.0	-6.4	-16.6	-14.5	-35.7	19.0
8.0		-30.4	-13.2	-19.5	-10.7	-39.6	34.0
12.0		-25.0	-20.8	-25.0	-4.5	-46.0	-45.0
16.0		-15.7	-28.0	-34.7	5.0	-54.6	-35.5
20.0		0.0	-31.5	-48.4	15.5	-63.9	-26.3
0.0	16.0	-40.0	0.0	-8.6	-8.6	-40.0	0.0
4.0		-39.5	-7.9	-9.1	-7.0	-41.7	14.0
8.0		-38.0	-16.8	-11.0	-2.8	-46.3	26.0
12.0		-34.7	-28.0	-15.7	5.0	-54.6	35.5
16.0		-25.0	-42.6	-25.0	17.8	-67.4	-45.0
20.0		0.0	-53.6	-49.1	34.4	-83.6	-33.0
0.0	20.0	-46.0	0.0	0.0	0.0	-46.0	0.0
4.0		-46.4	-8.5	0.0	1.5	-47.9	10.2
8.0		-46.5	-18.4	0.0	6.4	-52.9	19.0
12.0		-48.4	-31.5	0.0	15.5	-63.9	26.3
16.0		-49.1	-53.6	0.0	34.4	-83.6	33.0
20.0		0.0	$-\infty$	0.0	∞	$-\infty$	-45.0

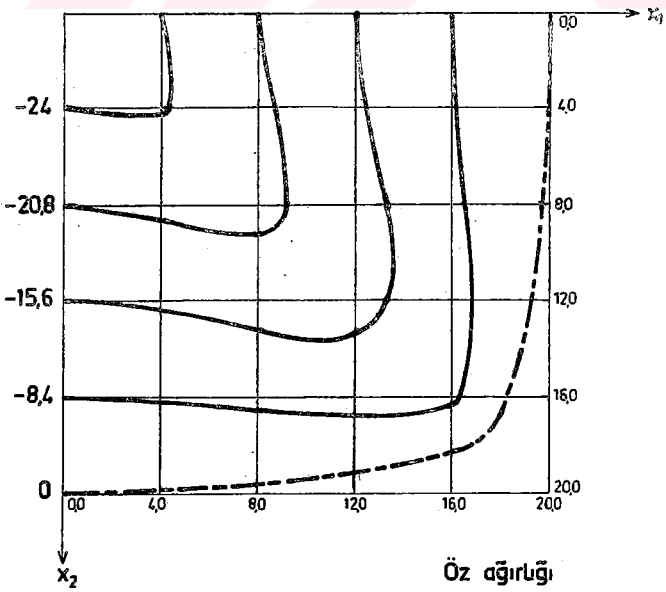
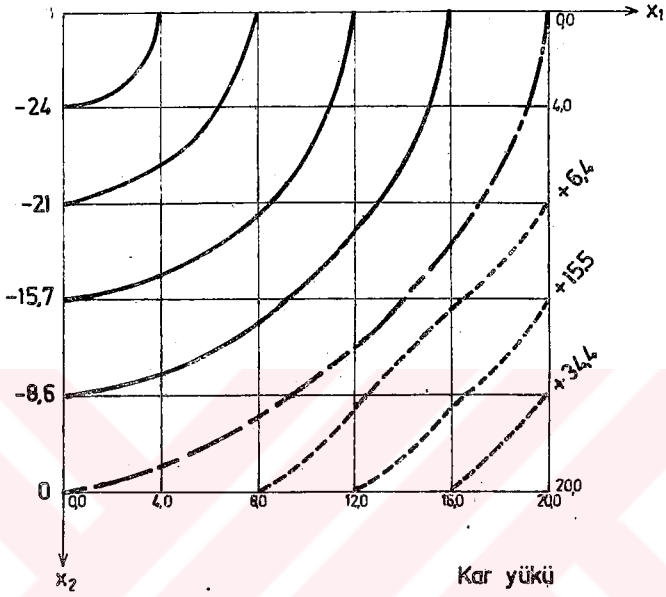
f=8 m. için Kar yükü altındaki Normal Kuvvet diyagramları

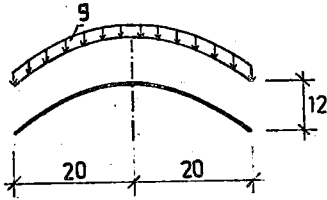


$f = 8$ m. için kar yükü altındaki Asal Kuvvet diyagramları



$f = 8 \text{ m.}$ için $n^{(1)}$ yörüngeleri (t/m)

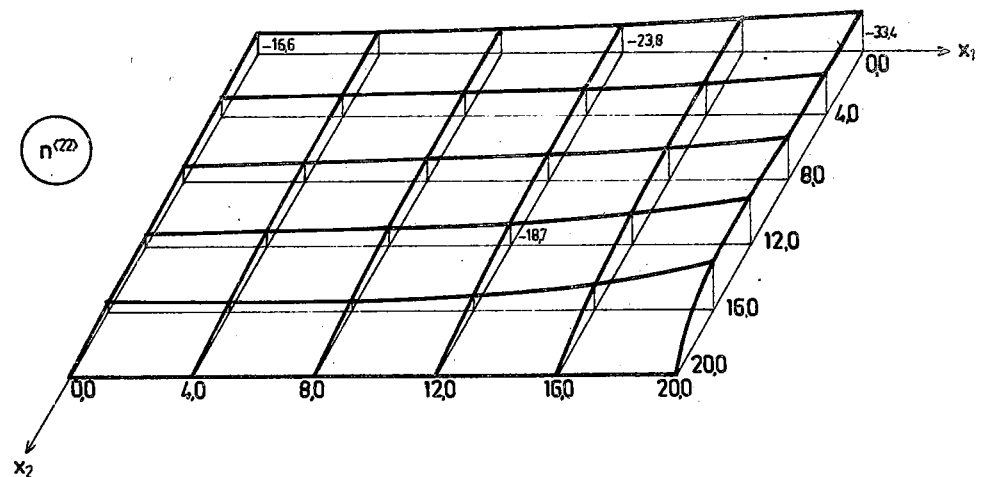
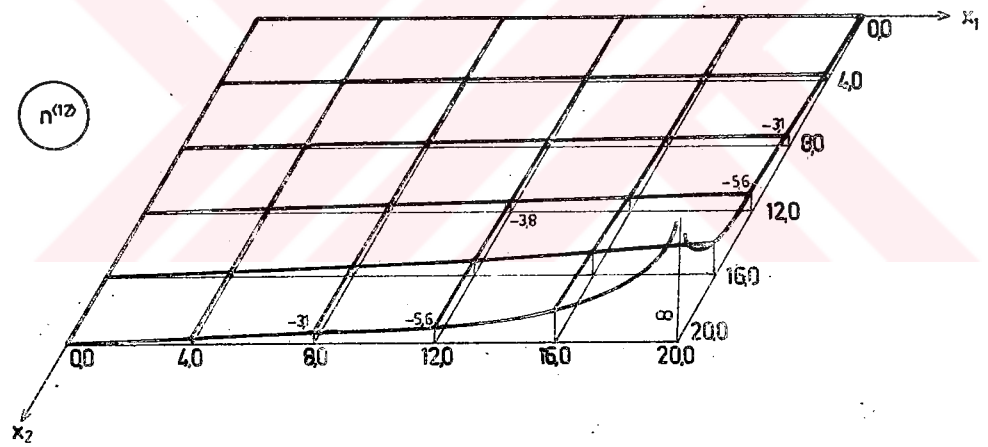
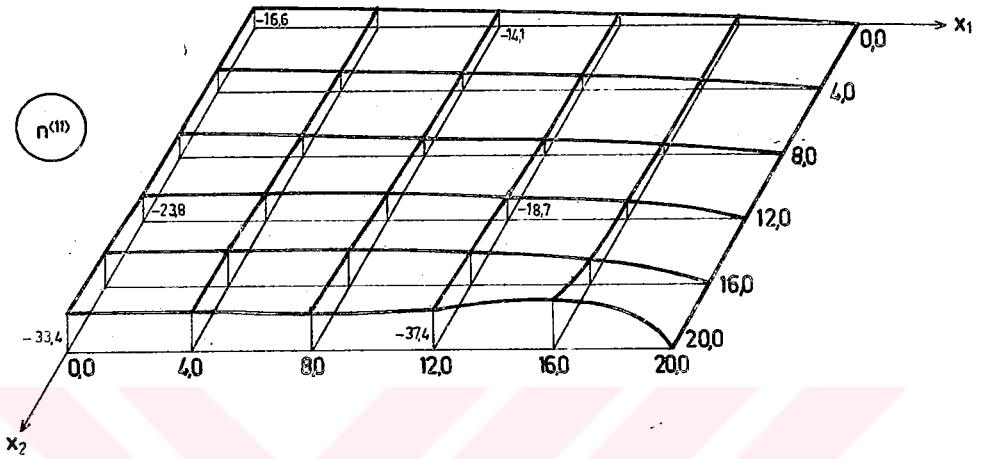




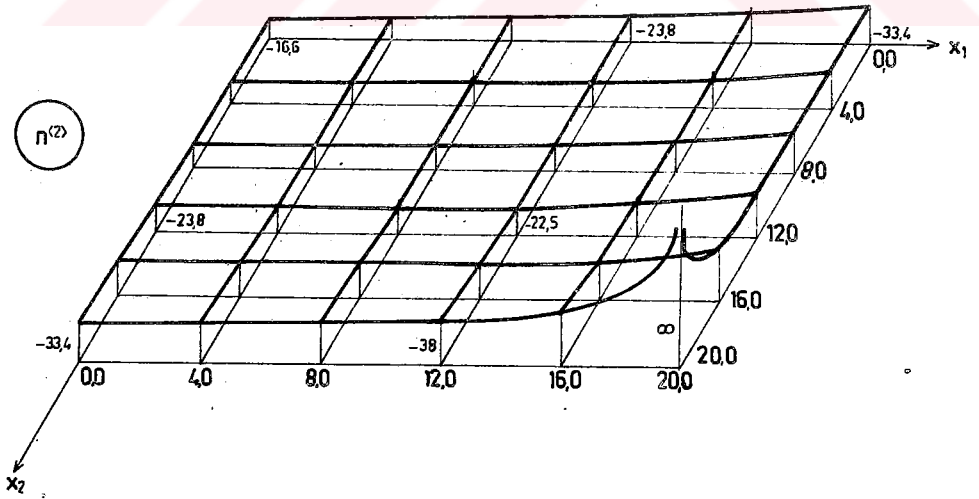
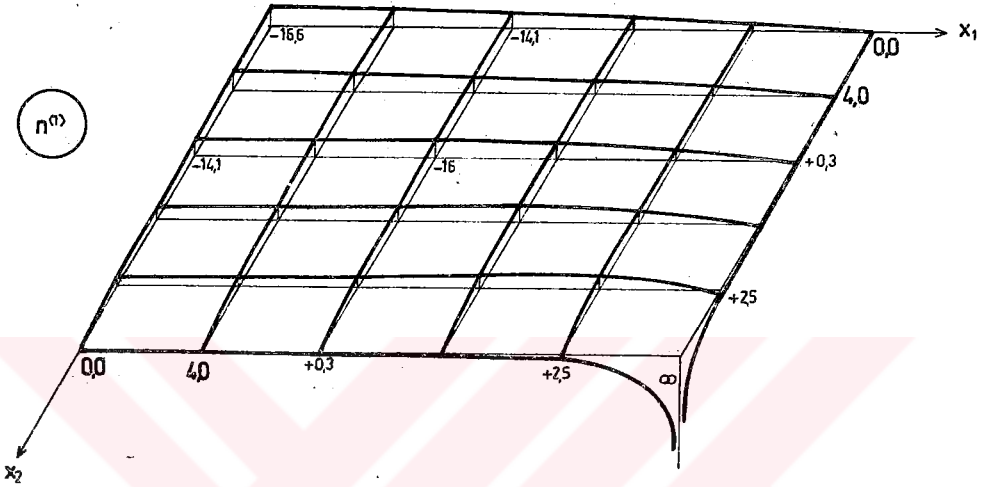
f : 12.00 m. için
 ÜZ AĞIRLIĞI altındaki
 NORMAL ve ASAL KUVVET
 BOYKLOKLERİ

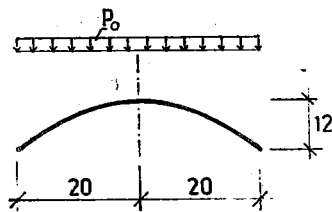
x_1 (m)	x_2 (m)	$n^{<11>}$ (t/m)	$n^{<12>}$ (t/m)	$n^{<22>}$ (t/m)	$n^{<1>}$ (t/m)	$n^{<2>}$ (t/m)	ρ
0.0	0.0	-16.6	0.0	-16.6	-16.6	-16.6	0.0
4.0		-16.0	0.0	-17.5	-16.0	-17.5	0.0
8.0		-14.1	0.0	-20.0	-14.1	-20.0	0.0
12.0		-10.7	0.0	-23.8	-10.7	-23.8	0.0
16.0		-5.8	0.0	-28.5	-5.8	-28.5	0.0
20.0		0.0	0.0	-33.4	0.0	-33.4	0.0
0.0	4.0	-17.5	0.0	-16.0	-16.0	-17.5	0.0
4.0		-16.9	-0.4	-16.9	-16.5	-17.3	-45.0
8.0		-15.0	-0.8	-19.4	-14.8	-19.5	-10.0
12.0		-11.4	-1.1	-23.4	-11.3	-23.5	-5.5
16.0		-6.3	-1.4	-28.5	-6.2	-28.6	-3.5
20.0		0.0	-1.4	-33.7	0.1	-33.8	-2.5
0.0	8.0	-20.0	0.0	-14.1	-14.1	-20.0	0.0
4.0		-19.4	-0.8	-15.0	-14.8	-19.5	10.0
8.0		-17.6	-1.6	-17.6	-16.0	-19.2	-45.0
12.0		-14.0	-2.4	-22.0	-13.3	-22.7	-15.0
16.0		-8.0	-3.0	-28.1	-7.6	-28.6	-9.0
20.0		0.0	-3.1	-35.0	0.3	-35.2	-5.0
0.0	12.0	-23.8	0.0	-10.7	-10.7	-23.8	0.0
4.0		-23.4	-1.1	-11.4	-11.3	-23.5	5.5
8.0		-22.0	-2.4	-14.0	-13.3	-22.7	15.0
12.0		-18.7	-3.8	-18.7	-14.9	-22.5	-45.0
16.0		-11.7	-5.1	-26.5	-10.0	-28.1	-17.5
20.0		-0.0	-5.6	-37.4	0.8	-38.2	-8.5
0.0	16.0	-28.5	0.0	-5.8	-5.8	-28.5	0.0
4.0		-28.5	-1.4	-6.3	-6.2	-28.6	3.5
8.0		-28.1	-3.0	-8.0	-7.6	-28.6	9.0
12.0		-26.5	-5.1	-11.7	-10.0	-28.1	17.5
16.0		-20.2	-8.1	-20.2	-12.2	-28.4	-45.0
20.0		0.0	-10.3	-40.5	2.5	-43.0	-14.0
0.0	20.0	-33.4	0.0	0.0	0.0	-33.4	0.0
4.0		-33.7	-1.4	0.0	0.1	-33.8	2.5
8.0		-35.0	-3.1	0.0	0.3	-35.2	5.0
12.0		-37.4	-5.6	0.0	0.8	-38.2	8.5
16.0		-40.5	-10.3	0.0	2.5	-43.0	14.0
20.0		0.0	$-\infty$	0.0	∞	$-\infty$	-45.0

f=12 m. için Öz Ağırlığı altındaki Normal Kuvvet diyagramları



f=12 m için Öz Ağırlığı altındaki Asal Kuvvet diyagramları

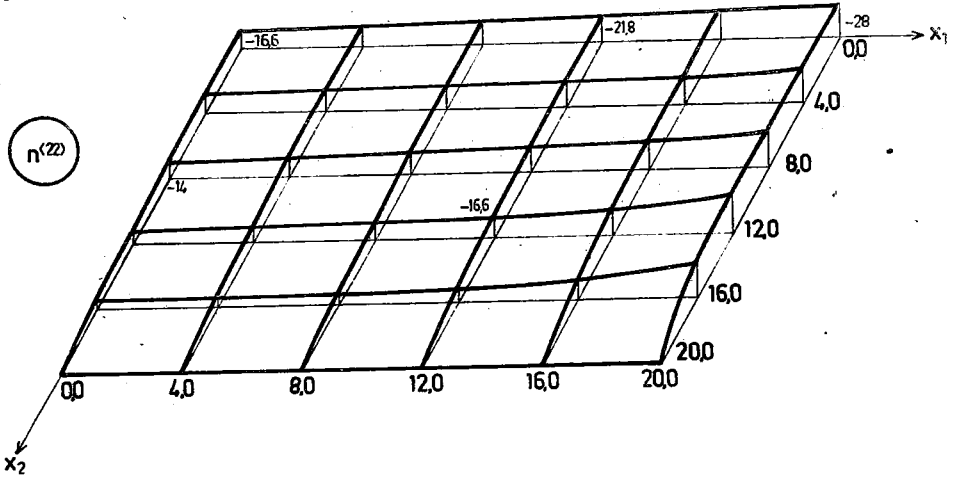
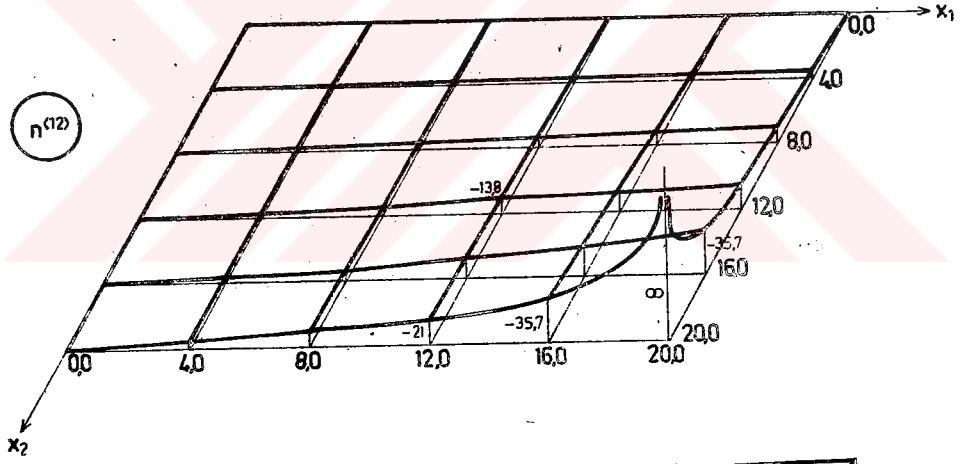
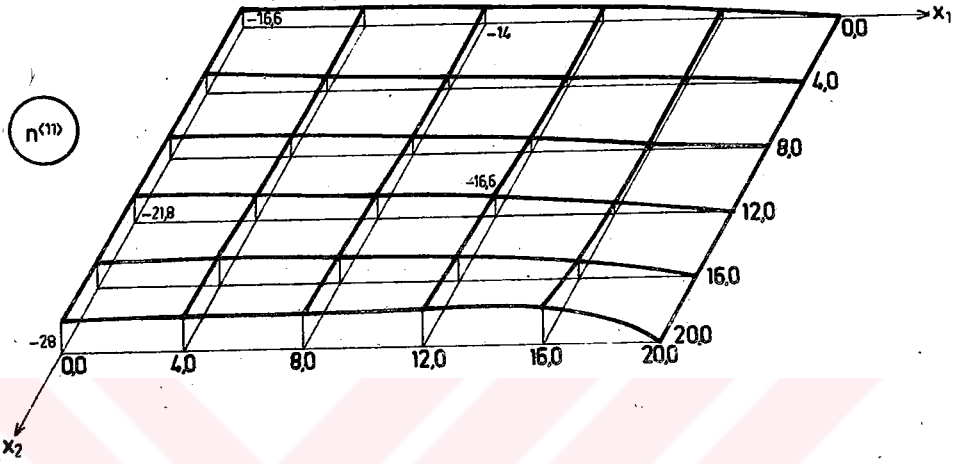




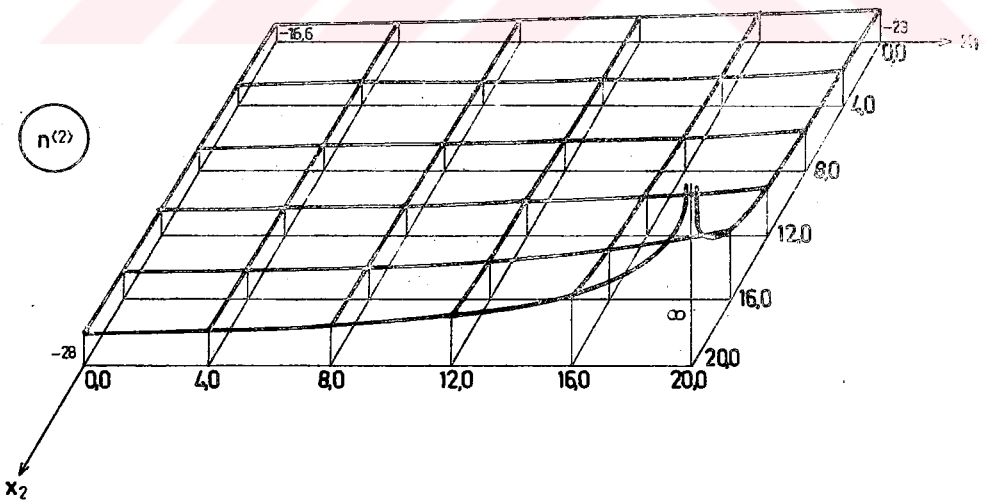
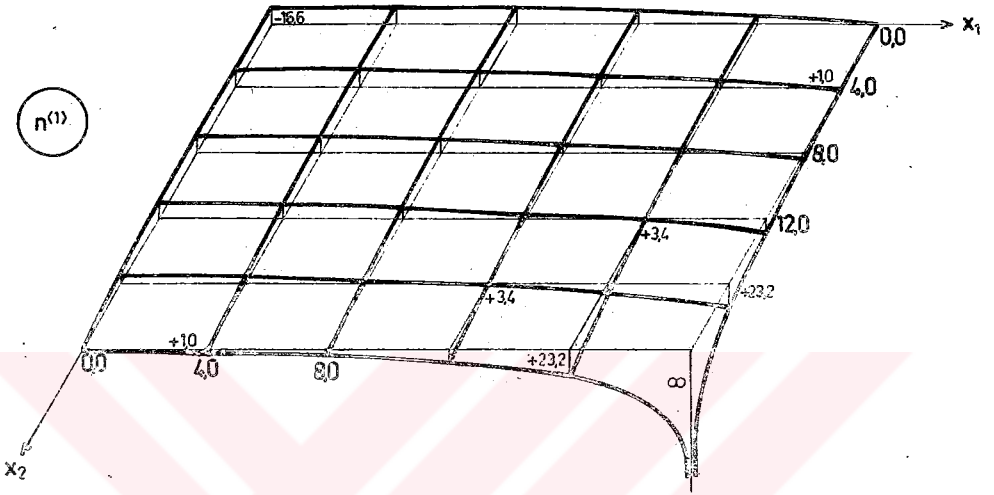
f : 12.00 m. için
 KAR YOKU altındaki
 NORMAL ve ASAL KUVVET
 BÖYÜKLÜKLERİ

x_1 (m)	x_2 (m)	$n^{<11>}$ (t/m)	$n^{<12>}$ (t/m)	$n^{<22>}$ (t/m)	$n^{<1>}$ (t/m)	$n^{<2>}$ (t/m)	ρ
0.0	0.0	-16.6	0.0	-16.6	-16.6	-16.6	0.0
4.0	0.0	-16.0	0.0	-17.2	-16.0	-17.2	0.0
8.0	0.0	-14.0	0.0	-19.0	-14.0	-19.0	0.0
12.0	0.0	-10.8	0.0	-21.8	-10.8	-21.8	0.0
16.0	0.0	-6.0	0.0	-25.0	-6.0	-25.0	0.0
20.0	0.0	0.0	0.0	-28.0	0.0	-28.0	0.0
0.0	4.0	-17.2	0.0	-16.0	-16.0	-17.2	0.0
4.0	4.0	-16.6	-1.5	-16.6	-15.2	-18.0	-45.0
8.0	4.0	-14.8	-2.9	-18.5	-13.2	-20.0	-29.0
12.0	4.0	-11.4	-4.3	-21.6	-10.0	-23.2	-20.0
16.0	4.0	-6.4	-5.3	-25.0	-5.0	-26.5	-15.0
20.0	4.0	0.0	-5.7	-28.7	1.0	-29.8	-11.0
0.0	8.0	-19.0	0.0	-14.0	-14.0	-19.0	0.0
4.0	8.0	-18.5	-2.9	-14.8	-13.2	-20.0	29.0
8.0	8.0	-16.6	-5.9	-16.6	-11.0	-22.5	-45.0
12.0	8.0	-13.2	-8.8	-19.9	-7.2	-26.2	-34.0
16.0	8.0	-7.6	-11.2	-24.4	-2.0	-30.0	-26.5
20.0	8.0	0.0	-12.2	-29.1	4.5	-33.6	-20.0
0.0	12.0	-21.8	0.0	-10.8	-10.8	-21.8	0.0
4.0	12.0	-21.6	-4.3	-11.4	-10.0	-23.2	20.0
8.0	12.0	-19.9	-8.8	-13.2	-7.2	-26.2	34.0
12.0	12.0	-16.6	-13.8	-16.6	-3.0	-30.8	-45.0
16.0	12.0	-10.3	-18.7	-22.4	3.4	-36.0	-36.0
20.0	12.0	0.0	-21.0	-30.8	10.6	-41.4	-27.0
0.0	16.0	-25.0	0.0	-6.0	-6.0	-25.0	0.0
4.0	16.0	-25.0	-5.3	-6.4	-5.0	-26.5	15.0
8.0	16.0	-24.4	-11.2	-7.6	-2.0	-30.0	26.5
12.0	16.0	-22.4	-18.7	-10.3	3.4	-36.0	36.0
16.0	16.0	-16.6	-28.4	-16.6	12.0	-45.0	-45.0
20.0	16.0	0.0	-35.7	-32.0	23.2	-55.2	-33.0
0.0	20.0	-28.0	0.0	0.0	0.0	-28.0	0.0
4.0	20.0	-28.7	-5.7	0.0	1.0	-29.8	11.0
8.0	20.0	-29.1	-12.2	0.0	4.5	-33.6	20.0
12.0	20.0	-30.8	-21.0	0.0	10.6	-41.4	27.0
16.0	20.0	-32.0	-35.7	0.0	23.2	-55.2	33.0
20.0	20.0	0.0	$-\infty$	0.0	∞	$-\infty$	-45.0

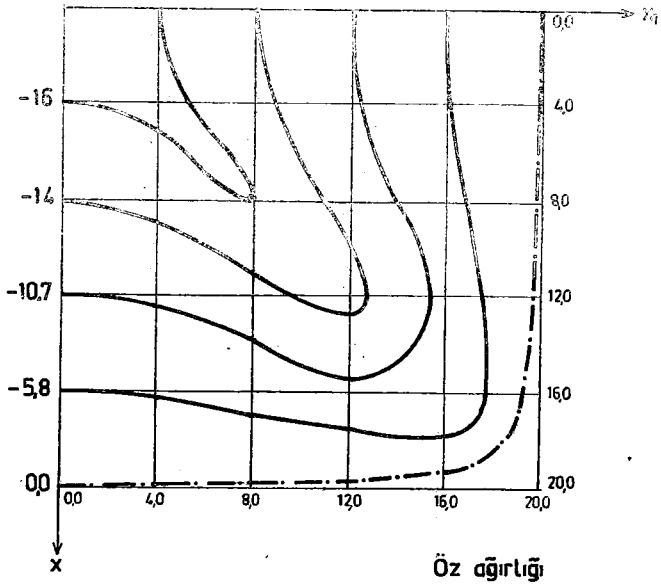
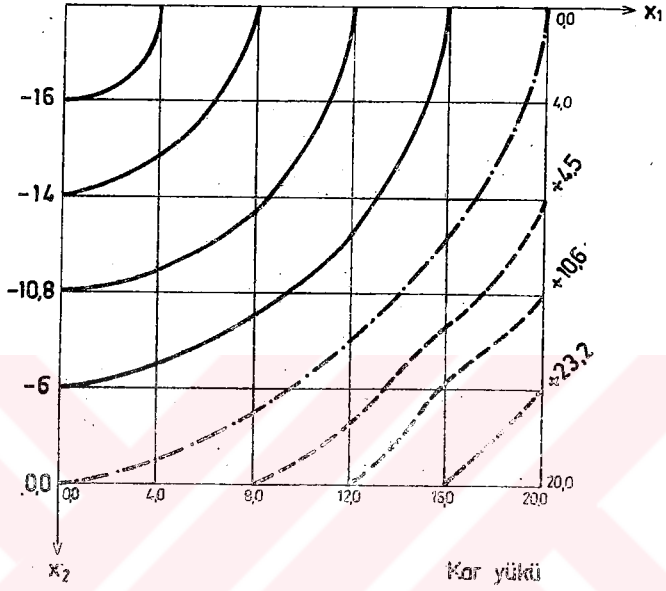
f=12 m. için Kar yükü altındaki Normal Kuvvet diyagramları

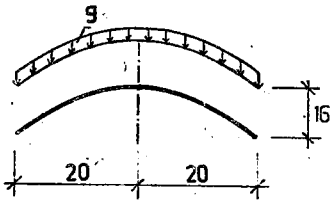


f=12 m. için Kar yükü altındaki Asal Kuvvet diyagramları



f=12 m. için n⁽¹⁾ yörüngeleri (t/m)

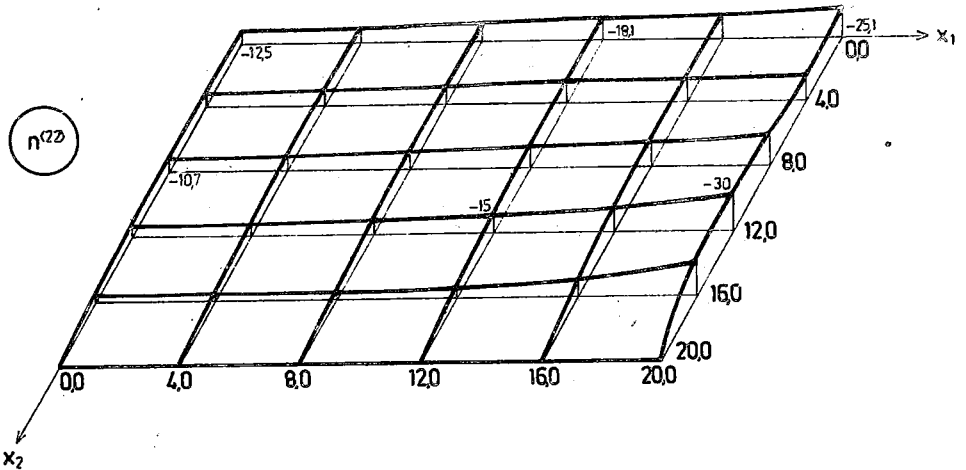
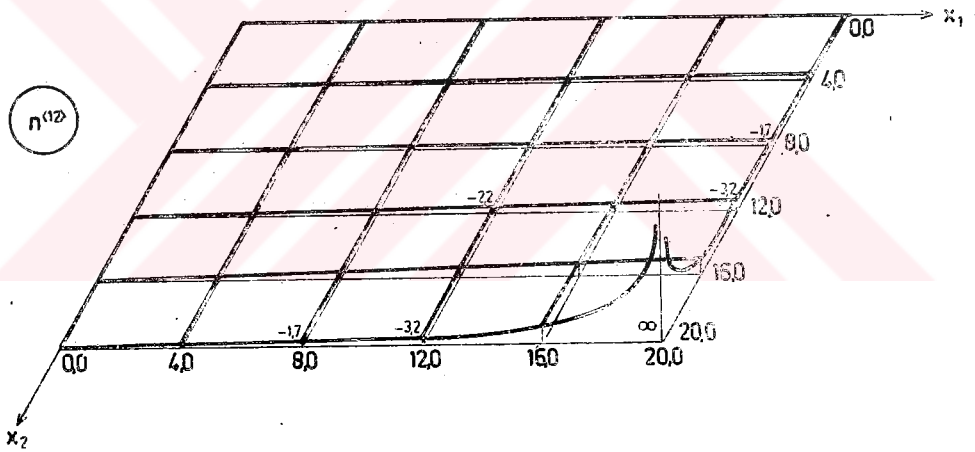
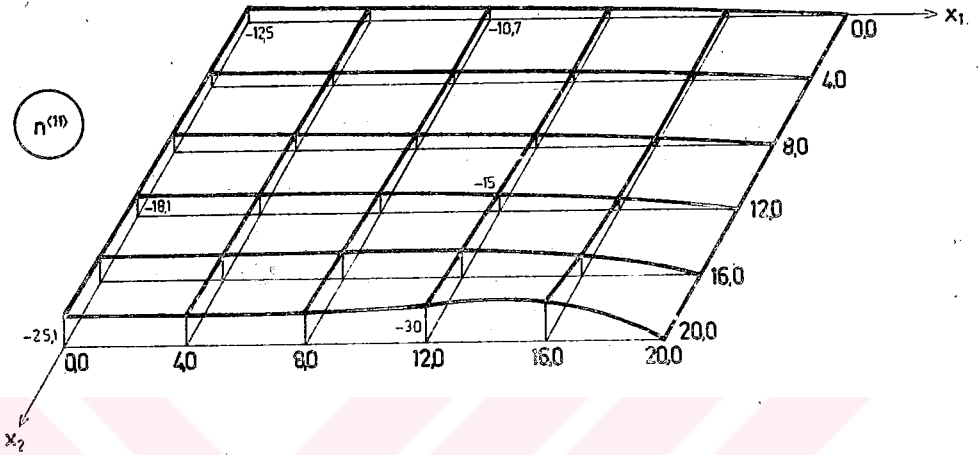




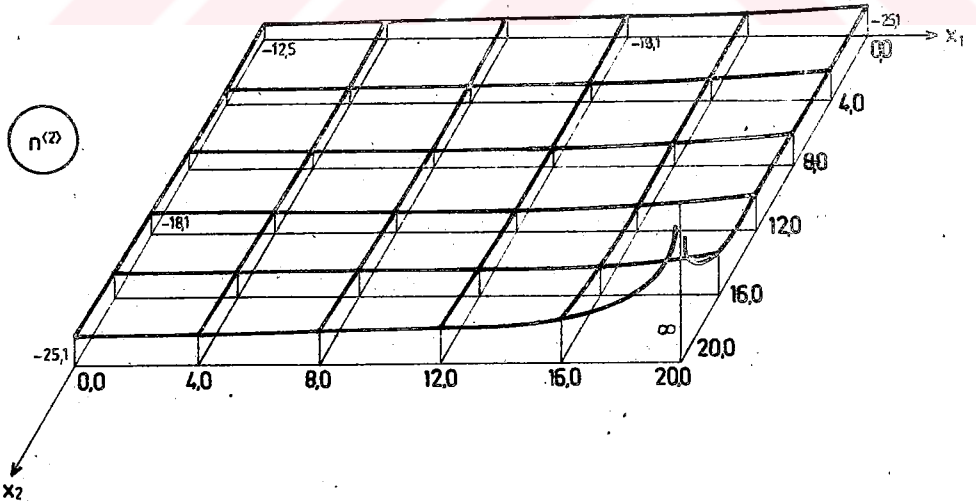
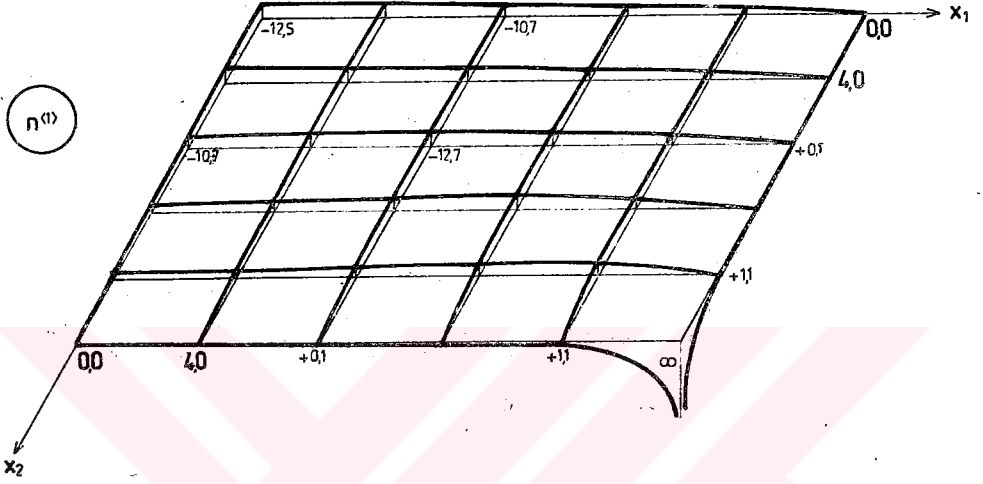
f : 16.00 m. için
 ÖZ AĞIRLIĞI altındaki
 NORMAL ve ASAL KUVVET
 BÜYÜKLÜKLERİ

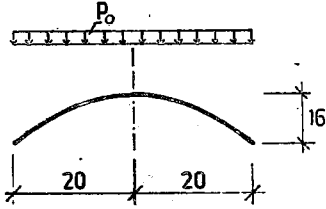
x_1 (m)	x_2 (m)	$n^{<11>}$ (t/m)	$n^{<12>}$ (t/m)	$n^{<22>}$ (t/m)	$n^{<1>}$ (t/m)	$n^{<2>}$ (t/m)	ρ
0.0	0.0	-12.5	0.0	-12.5	-12.5	-12.5	0.0
4.0	0.0	-12.1	0.0	-13.2	-12.1	-13.2	0.0
8.0	0.0	-10.7	0.0	-15.2	-10.7	-15.2	0.0
12.0	0.0	-8.2	0.0	-18.1	-8.2	-18.1	0.0
16.0	0.0	-4.6	0.0	-21.6	-4.6	-21.6	0.0
20.0	0.0	0.0	0.0	-25.1	0.0	-25.0	0.0
0.0	4.0	-13.2	0.0	-12.1	-12.1	-13.2	0.0
4.0	4.0	-12.8	-0.2	-12.8	-12.6	-13.0	-45.0
8.0	4.0	-11.5	-0.4	-14.8	-11.4	-14.9	-7.5
12.0	4.0	-9.0	-0.7	-18.0	-9.0	-18.0	-4.0
16.0	4.0	-5.0	-0.8	-21.7	-5.0	-21.8	-2.5
20.0	4.0	0.0	-0.8	-25.5	0.0	-25.5	-2.0
0.0	8.0	-15.2	0.0	-10.7	-10.7	-15.2	0.0
4.0	8.0	-14.8	-0.4	-11.5	-11.4	-14.9	7.5
8.0	8.0	-13.6	-0.9	-13.6	-12.7	-14.5	-45.0
12.0	8.0	-11.1	-1.4	-17.2	-10.8	-17.5	-12.0
16.0	8.0	-6.5	-1.7	-22.0	-6.3	-22.2	-6.0
20.0	8.0	0.0	-1.7	-27.1	0.1	-27.2	-3.5
0.0	12.0	-18.1	0.0	-8.2	-8.2	-18.1	0.0
4.0	12.0	-18.0	-0.7	-9.0	-9.0	-18.0	4.0
8.0	12.0	-17.2	-1.4	-11.1	-10.8	-17.5	12.0
12.0	12.0	-15.0	-2.2	-15.0	-12.8	-17.2	-45.0
16.0	12.0	-9.7	-3.0	-21.4	-9.0	-22.2	-14.0
20.0	12.0	0.0	-3.2	-30.0	0.3	-30.4	-6.0
0.0	16.0	-21.6	0.0	-4.6	-4.6	-21.6	0.0
4.0	16.0	-21.7	-0.8	-5.0	-5.0	-21.8	2.5
8.0	16.0	-22.0	-1.7	-6.5	-6.3	-22.2	6.0
12.0	16.0	-21.4	-3.0	-9.7	-9.0	-22.2	14.0
16.0	16.0	-17.0	-4.8	-17.0	-12.2	-21.8	-45.0
20.0	16.0	0.0	-6.1	-34.0	1.1	-35.0	-10.0
0.0	20.0	-25.1	0.0	0.0	0.0	-25.1	0.0
4.0	20.0	-25.5	-0.8	0.0	0.0	-25.5	2.0
8.0	20.0	-27.1	-1.7	0.0	0.1	-27.2	3.5
12.0	20.0	-30.0	-3.2	0.0	0.3	-30.4	6.0
16.0	20.0	-34.0	-6.1	0.0	1.1	-35.0	10.0
20.0	20.0	0.0	-∞	0.0	∞	-∞	-45.0

f=16 m. için Öz Ağırlığı altındaki Normal Kuvvet diyagramları



$f=16$ m için Öz Ağırlığı altındaki Asal Kuvvet diyagramları

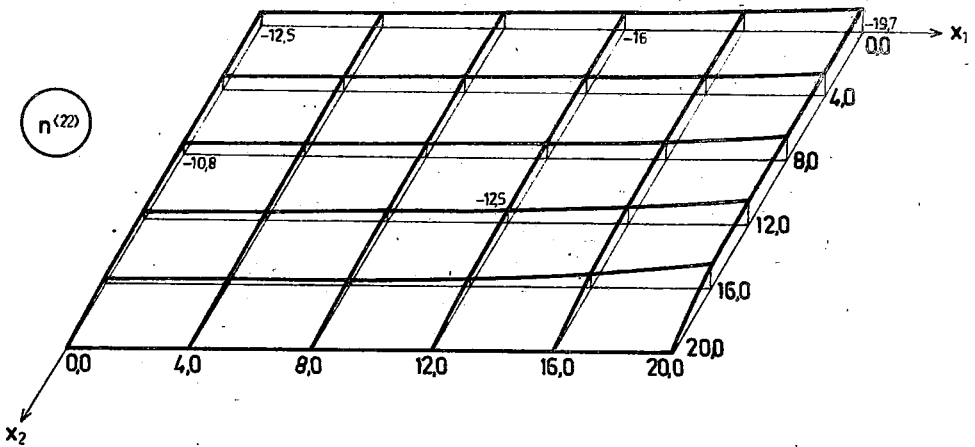
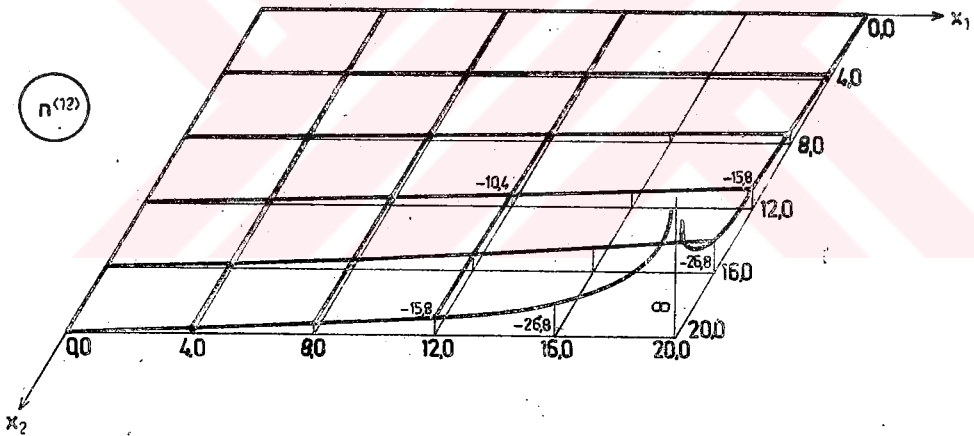
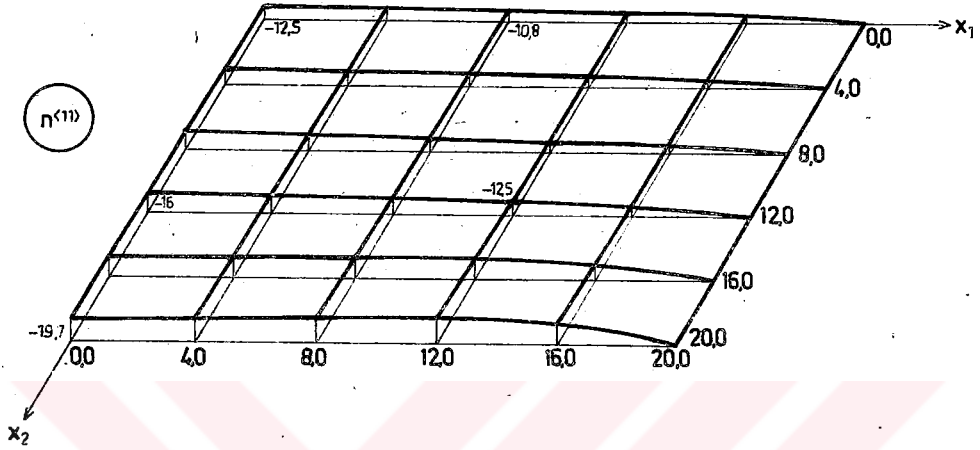




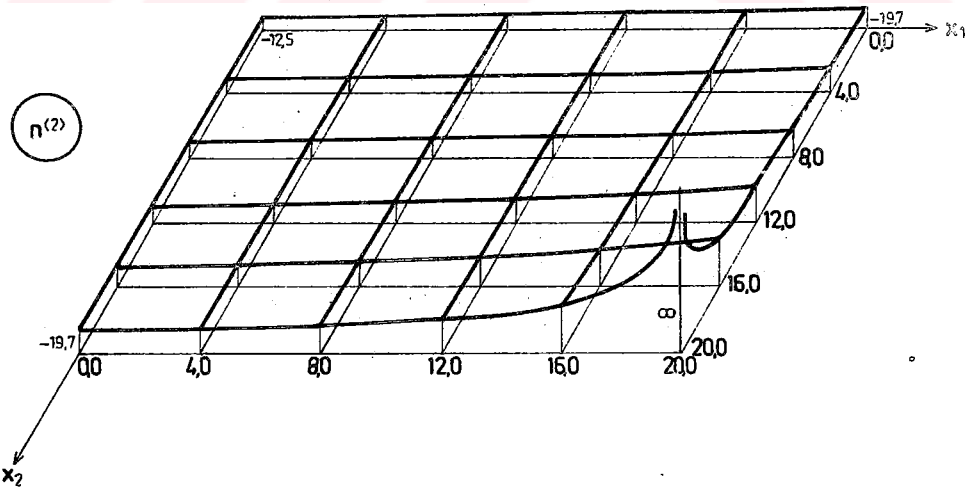
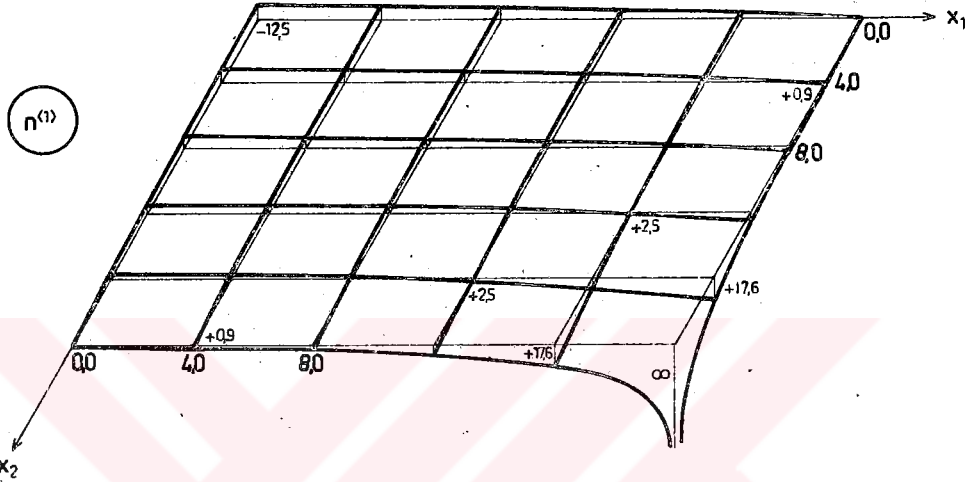
f : 16.00 m. için
 KAR.YOKO altındaki
 NORMAL ve ASAL KUVVET
 BÜYÜKLÜKLERİ

x_1 (m)	x_2 (m)	$n^{<11>}$ (t/m)	$n^{<12>}$ (t/m)	$n^{<22>}$ (t/m)	$n^{<1>}$ (t/m)	$n^{<2>}$ (t/m)	ρ
0.0	0.0	-12.5	0.0	-12.5	-12.5	-12.5	0.0
4.0	0.0	-12.0	0.0	-12.9	-12.0	-12.9	0.0
8.0	0.0	-10.8	0.0	-13.8	-10.8	-13.8	0.0
12.0	0.0	-8.5	0.0	-16.0	-8.5	-16.0	0.0
16.0	0.0	-4.8	0.0	-17.7	-4.8	-17.7	0.0
20.0	0.0	0.0	0.0	-19.7	0.0	-19.7	0.0
0.0	4.0	-12.9	0.0	-12.0	-12.0	-12.9	0.0
4.0	4.0	-12.5	-1.1	-12.5	-11.4	-13.6	-45.0
8.0	4.0	-11.2	-2.2	-13.5	-10.0	-14.8	-31.0
12.0	4.0	-9.0	-3.2	-15.7	-7.6	-17.0	-22.0
16.0	4.0	-5.0	-4.0	-17.5	-4.0	-18.6	-16.0
20.0	4.0	0.0	-4.3	-19.7	0.9	-20.6	-12.0
0.0	8.0	-13.8	0.0	-10.8	-10.8	-13.8	0.0
4.0	8.0	-13.5	-2.2	-11.2	-10.0	-14.8	31.0
8.0	8.0	-12.5	-4.4	-12.5	-8.0	-16.8	-45.0
12.0	8.0	-10.0	-6.6	-14.9	-5.5	-19.5	-35.0
16.0	8.0	-6.0	-8.5	-17.3	-1.5	-22.0	-27.5
20.0	8.0	0.0	-9.2	-20.3	3.5	-23.8	-21.0
0.0	12.0	-16.0	0.0	-8.5	-8.5	-16.0	0.0
4.0	12.0	-15.7	-3.2	-9.0	-7.6	-17.0	22.0
8.0	12.0	-14.9	-6.6	-10.0	-5.5	-19.5	35.0
12.0	12.0	-12.5	-10.4	-12.5	-2.3	-23.0	-45.0
16.0	12.0	-8.0	-14.0	-16.5	2.5	-26.8	-36.5
20.0	12.0	0.0	-15.8	-22.0	8.3	-30.3	-27.0
0.0	16.0	-17.7	0.0	-4.8	-4.8	-17.7	0.0
4.0	16.0	-17.5	-4.0	-5.0	-4.0	-18.6	16.0
8.0	16.0	-17.3	-8.5	-6.0	-1.5	-22.0	27.5
12.0	16.0	-16.5	-14.0	-8.0	2.5	-26.8	36.0
16.0	16.0	-12.5	-21.3	-12.5	8.7	-33.8	-45.0
20.0	16.0	0.0	-26.8	-23.4	17.6	-41.0	-33.0
0.0	20.0	-19.7	0.0	0.0	0.0	-19.7	0.0
4.0	20.0	-19.7	-4.4	0.0	0.9	-20.6	12.0
8.0	20.0	-20.3	-9.2	0.0	3.5	-23.8	21.0
12.0	20.0	-22.0	-15.8	0.0	8.3	-30.3	27.0
16.0	20.0	-23.4	-26.8	0.0	17.6	-41.0	33.0
20.0	20.0	0.0	$-\infty$	0.0	∞	$-\infty$	-45.0

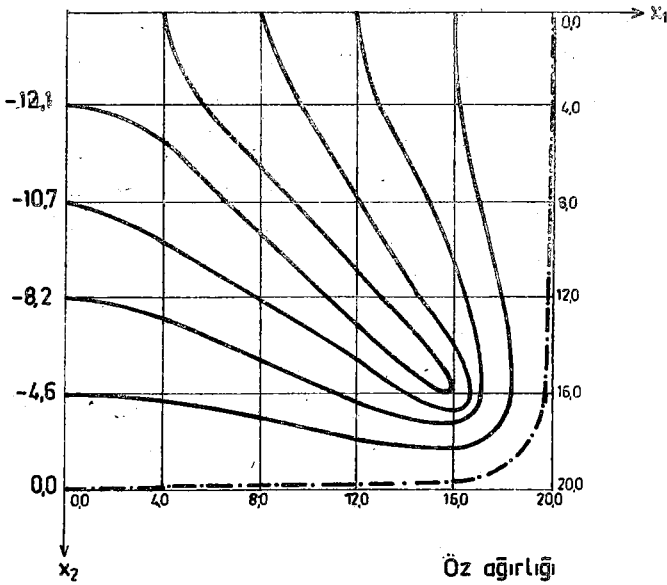
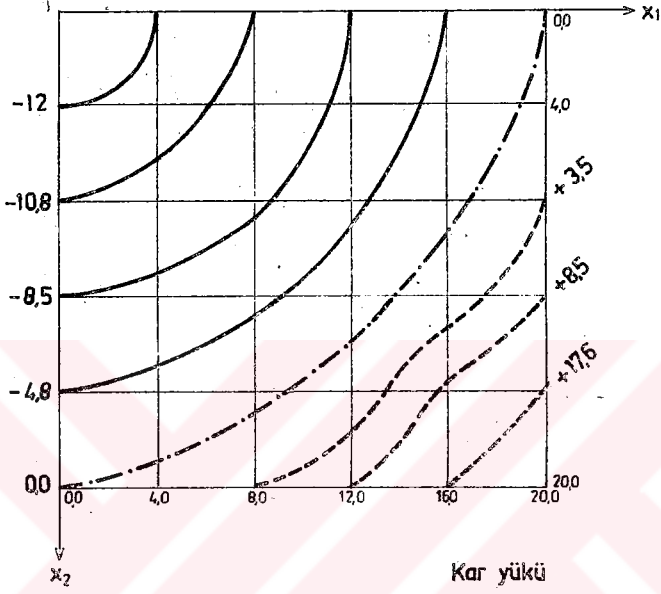
f=16 m. için Kar yükü altındaki Normal Kuvvet diyagramları

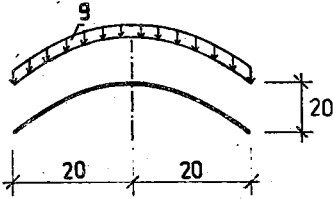


$f=16$ m. için Kar yükü altındaki Asal Kuvvet diyagramları



$f=16$ m. için $n^{(1)}$ yörüngeleri (t/m)

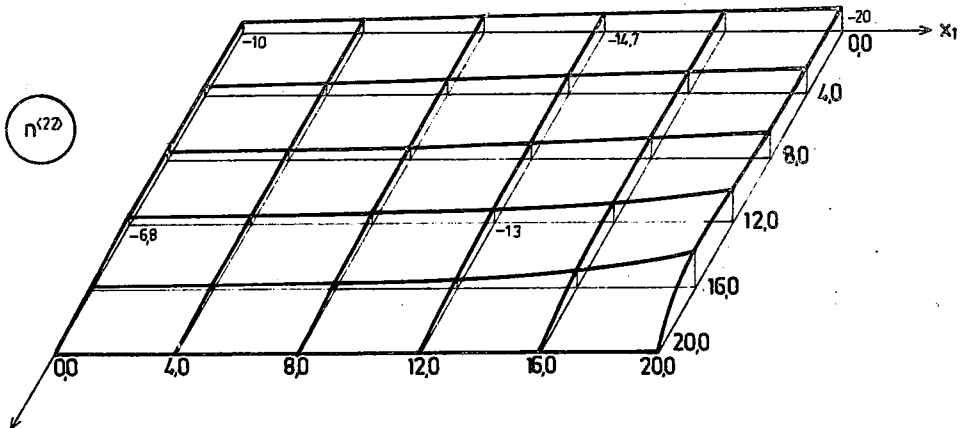
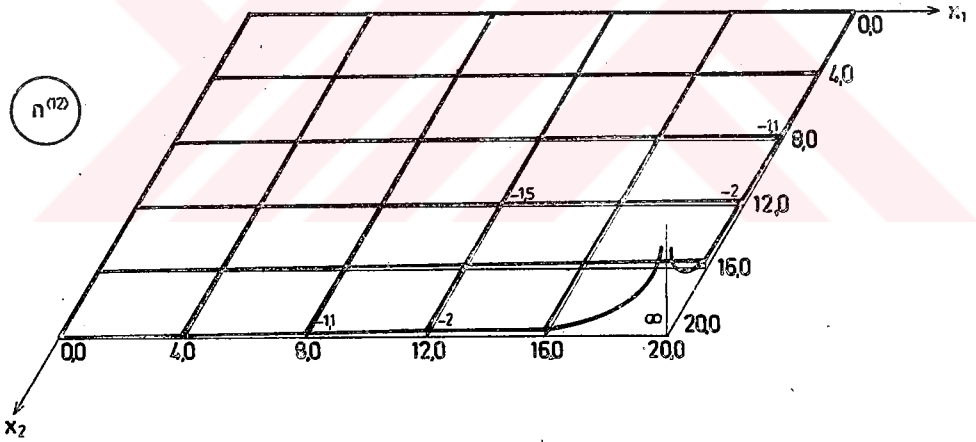
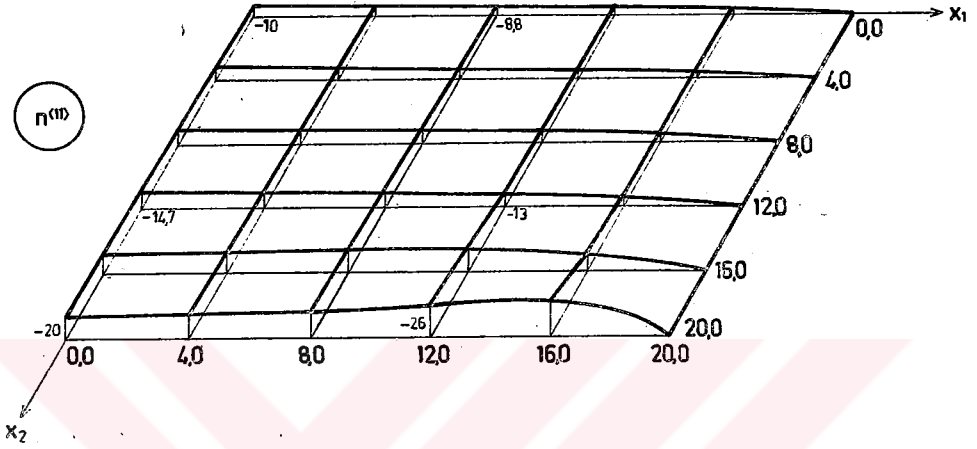




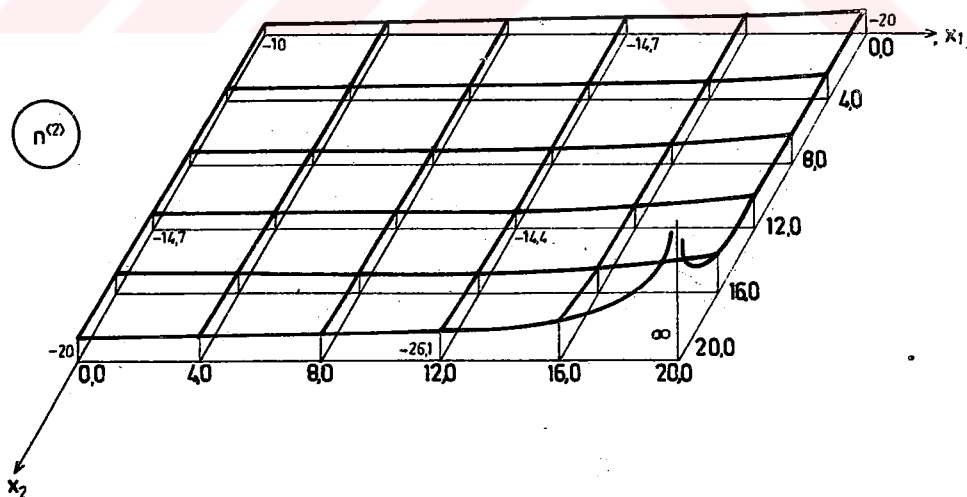
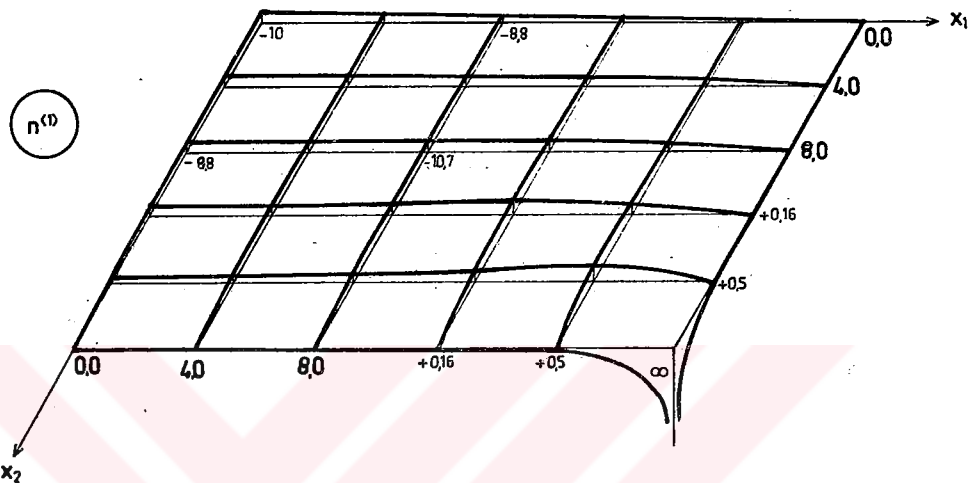
f : 20.00 m. için
 ÖZ AĞIRLIĞI altındaki
 NORMAL ve ASAL KUVVET
 BÜYÜKLÜKLERİ

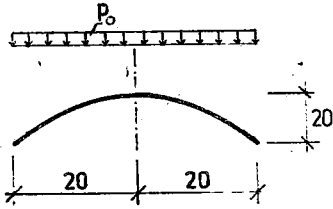
x_1 (m)	x_2 (m)	$n^{<11>}$ (t/m)	$n^{<12>}$ (t/m)	$n^{<22>}$ (t/m)	$n^{<1>}$ (t/m)	$n^{<2>}$ (t/m)	ρ
0.0	0.0	-10.0	0.0	-10.0	-10.0	-10.0	0.0
4.0	0.0	-9.7	0.0	-10.6	-9.7	-10.6	0.0
8.0	0.0	-8.8	0.0	-12.2	-8.8	-12.2	0.0
12.0	0.0	-6.8	0.0	-14.7	-6.8	-14.7	0.0
16.0	0.0	-3.8	0.0	-17.4	-3.8	-17.4	0.0
20.0	0.0	0.0	0.0	-20.0	0.0	-20.0	0.0
0.0	4.0	-10.6	0.0	-9.7	-9.7	-10.6	0.0
4.0	4.0	-10.3	-0.2	-10.3	-10.2	-10.4	-45.0
8.0	4.0	-9.4	-0.3	-12.1	-9.4	-12.1	-6.0
12.0	4.0	-7.5	-0.4	-14.7	-7.5	-14.7	-3.5
16.0	4.0	-4.3	-0.5	-17.7	-4.2	-17.7	-2.0
20.0	4.0	0.0	-0.5	-20.6	0.0	-20.6	-1.3
0.0	8.0	-12.2	0.0	-8.8	-8.8	-12.2	0.0
4.0	8.0	-12.1	-0.3	-9.4	-9.4	-12.1	6.0
8.0	8.0	-11.3	-0.6	-11.3	-10.7	-11.9	-45.0
12.0	8.0	-9.4	-0.9	-14.4	-9.3	-14.6	-20.0
16.0	8.0	-5.7	-1.1	-18.4	-5.6	-18.5	-5.0
20.0	8.0	0.0	-1.1	-22.5	0.0	-22.5	-2.5
0.0	12.0	-14.7	0.0	-6.8	-6.8	-14.7	0.0
4.0	12.0	-14.7	-0.4	-7.5	-7.5	-14.7	3.5
8.0	12.0	-14.4	-0.9	-9.4	-9.3	-14.6	20.0
12.0	12.0	-13.0	-1.5	-13.0	-11.5	-14.4	-45.0
16.0	12.0	-8.6	-2.0	-18.6	-8.3	-19.0	-11.0
20.0	12.0	0.0	-2.0	-26.0	0.2	-26.1	-4.5
0.0	16.0	-17.4	0.0	-3.8	-3.8	-17.4	0.0
4.0	16.0	-17.7	-0.5	-4.3	-4.2	-17.7	2.0
8.0	16.0	-18.4	-1.1	-5.7	-5.6	-18.5	5.0
12.0	16.0	-18.6	-2.0	-8.6	-8.3	-19.0	11.0
16.0	16.0	-15.3	-3.2	-15.3	-12.1	-18.5	-45.0
20.0	16.0	0.0	-4.1	-30.5	0.5	-31.0	-7.5
0.0	20.0	-20.0	0.0	0.0	0.0	-20.0	0.0
4.0	20.0	-20.6	-0.5	0.0	0.0	-20.6	1.3
8.0	20.0	-22.5	-1.1	0.0	0.0	-22.5	2.5
12.0	20.0	-26.0	-2.0	0.0	0.2	-26.1	4.5
16.0	20.0	-30.5	-4.1	0.0	0.5	-31.0	7.5
20.0	20.0	0.0	-∞	0.0	∞	-∞	-45.0

$f=20$ m. için Öz Ağırlığı altındaki Normal Kuvvet diyagramları



f=20 m. için Öz Ağırlığı altındaki Asal Kuvvet diyagramları

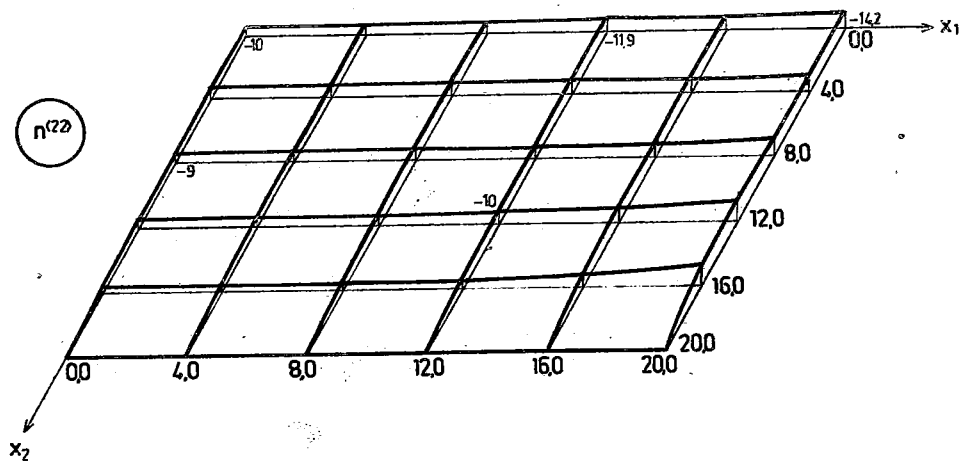
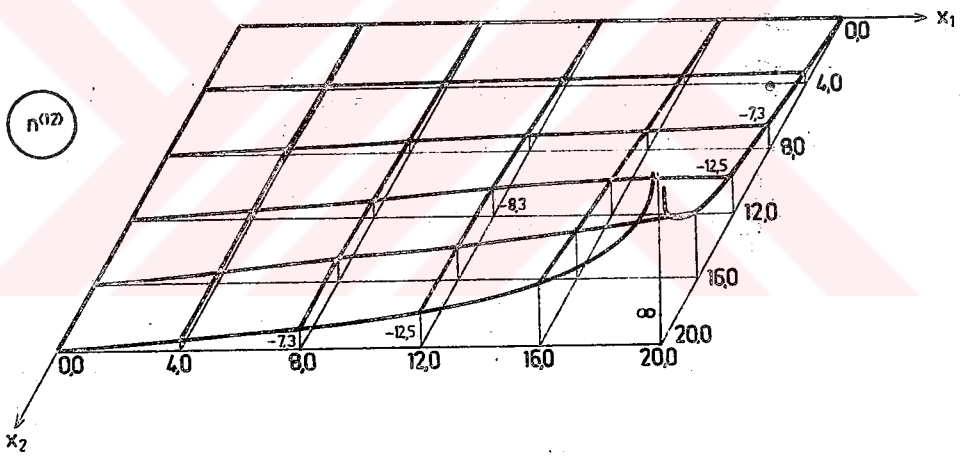
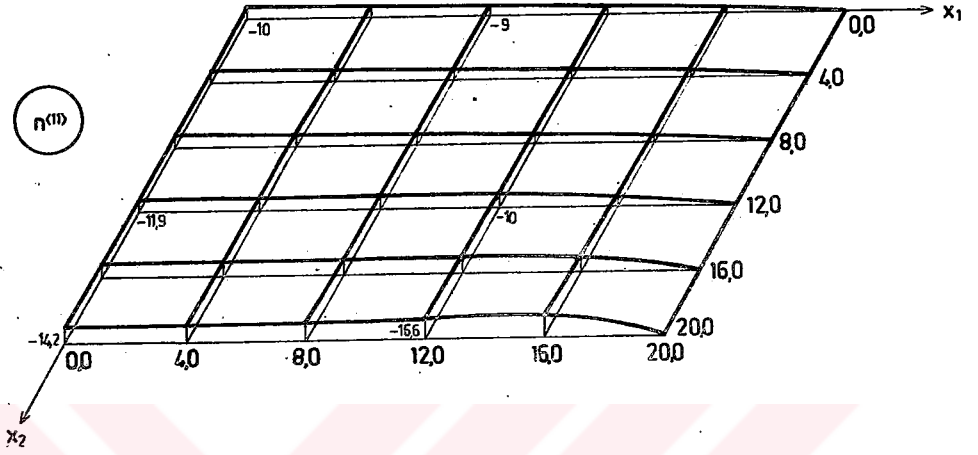




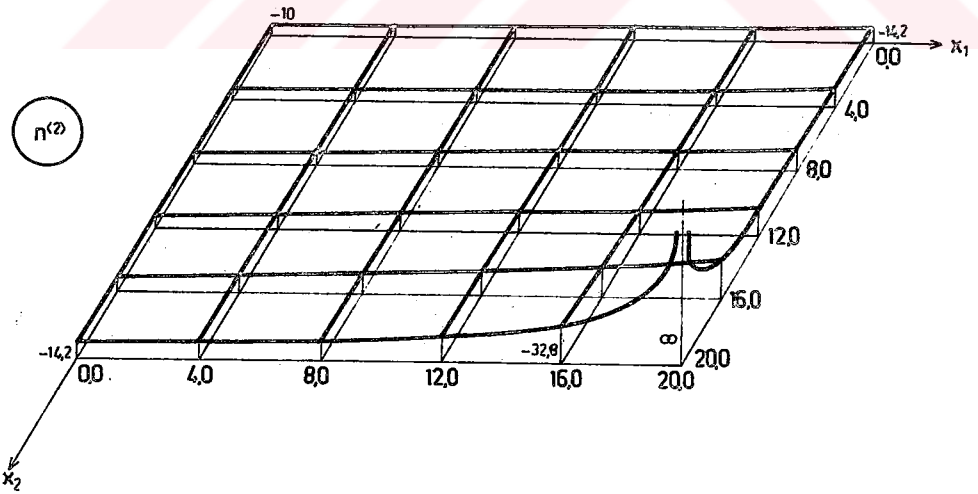
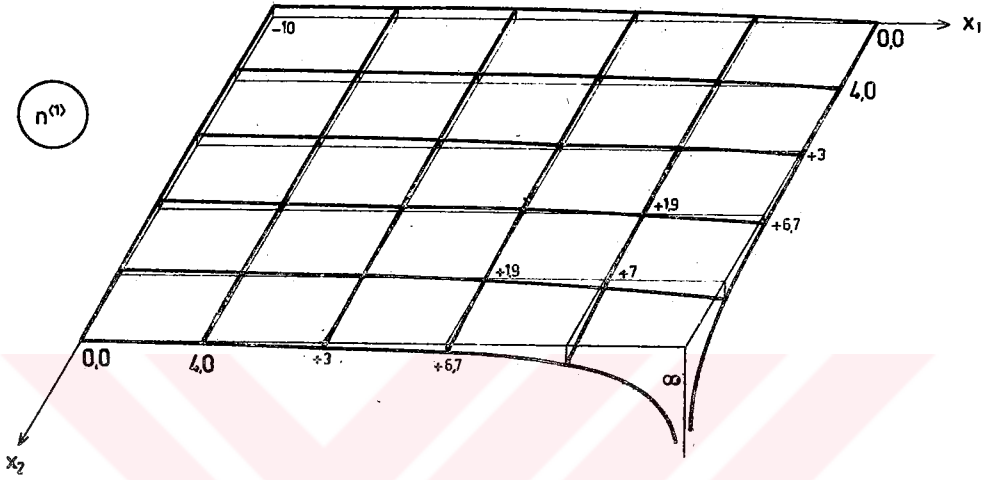
f : 20.00 m. için
 KAR YOKO altındaki
 NORMAL ve ASAL KUVVET
 BOYOKLÖKLERİ

x_1 (m)	x_2 (m)	$n^{<11>}$ (t/m)	$n^{<12>}$ (t/m)	$n^{<22>}$ (t/m)	$n^{<1>}$ (t/m)	$n^{<2>}$ (t/m)	ρ
0.0	0.0	-10.0	0.0	-10.0	-10.0	-10.0	0.0
4.0	0.0	-9.7	0.0	-10.2	-9.7	-10.2	0.0
8.0	0.0	-9.0	0.0	-10.9	-9.0	-10.9	0.0
12.0	0.0	-7.1	0.0	-11.9	-7.1	-11.9	0.0
16.0	0.0	-4.2	0.0	-13.1	-4.2	-13.1	0.0
20.0	0.0	0.0	0.0	-14.2	0.0	-14.2	0.0
0.0	4.0	-10.2	0.0	-9.7	-9.7	-10.2	0.0
4.0	4.0	-10.0	-0.9	-10.0	-9.1	-10.9	-45.0
8.0	4.0	-9.2	-1.7	-10.7	-8.0	-11.8	-33.0
12.0	4.0	-7.4	-2.6	-11.8	-6.3	-13.1	-24.0
16.0	4.0	-4.4	-3.2	-13.2	-3.4	-14.3	-18.0
20.0	4.0	0.0	-3.5	-14.4	0.8	-15.2	-13.0
0.0	8.0	-10.9	0.0	-9.0	-9.0	-10.9	0.0
4.0	8.0	-10.7	-1.7	-9.2	-8.0	-11.8	33.0
8.0	8.0	-10.0	-3.5	-10.0	-6.4	-13.6	-45.0
12.0	8.0	-8.3	-5.3	-11.4	-4.4	-15.5	-37.0
16.0	8.0	-5.0	-6.8	-13.3	-1.3	-17.1	-29.0
20.0	8.0	0.0	-7.3	-15.1	3.0	-18.0	-22.0
0.0	12.0	-11.9	0.0	-7.1	-7.1	-11.9	0.0
4.0	12.0	-11.8	-2.6	-7.4	-6.3	-13.1	24.0
8.0	12.0	-11.4	-5.3	-8.3	-4.4	-15.5	37.0
12.0	12.0	-10.0	-8.3	-10.0	-1.8	-18.4	-45.0
16.0	12.0	-6.5	-11.2	-12.8	1.9	-21.4	-37.0
20.0	12.0	0.0	-12.5	-16.6	6.7	-23.3	-28.0
0.0	16.0	-13.1	0.0	-4.2	-4.2	-13.1	0.0
4.0	16.0	-13.2	-3.2	-4.4	-3.4	-14.3	18.0
8.0	16.0	-13.3	-6.8	-5.0	-1.3	-17.1	29.0
12.0	16.0	-12.8	-11.2	-6.5	1.9	-21.4	37.0
16.0	16.0	-10.0	-17.0	-10.0	7.0	-27.0	-45.0
20.0	16.0	0.0	-21.6	-18.2	14.5	-32.8	-34.0
0.0	20.0	-14.2	0.0	0.0	0.0	-14.2	0.0
4.0	20.0	-14.4	-3.5	0.0	0.8	-15.2	13.0
8.0	20.0	-15.1	-7.3	0.0	3.0	-18.0	22.0
12.0	20.0	-16.6	-12.5	0.0	6.7	-23.3	28.0
16.0	20.0	-18.2	-21.6	0.0	14.5	-32.8	34.0
20.0	20.0	0.0	$-\infty$	0.0	∞	$-\infty$	-45.0

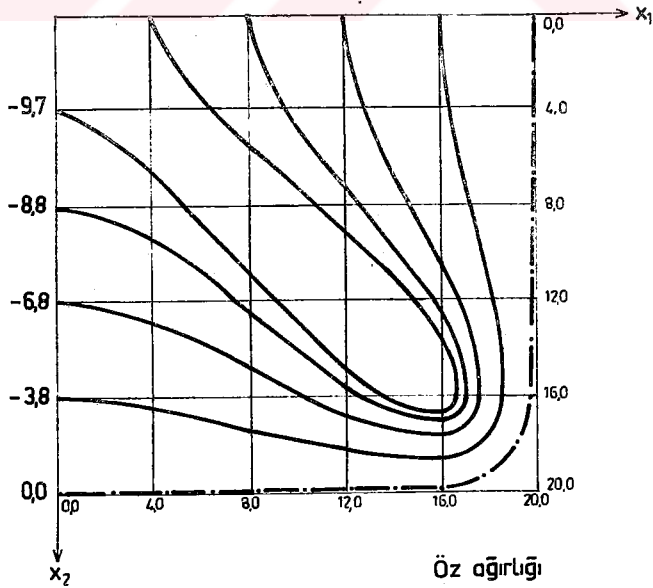
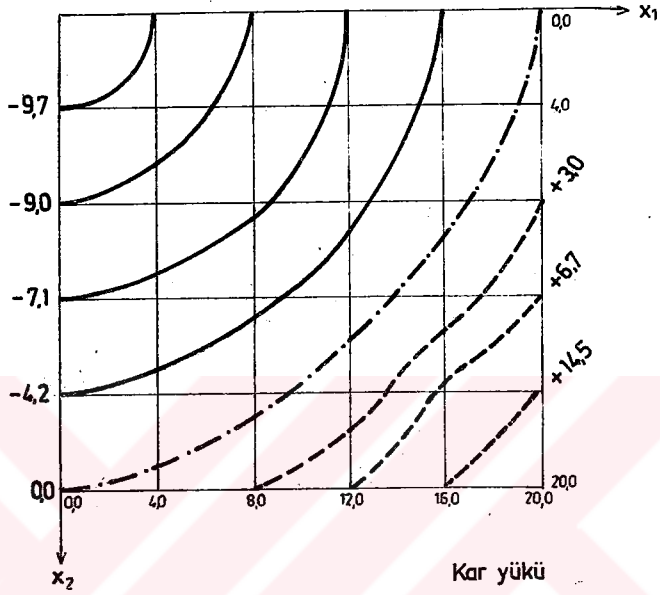
f=20 m. için Kar Yüğü altındaki Normal Kuvvet diyagramları



f=20 m için Kar Yüğü altındaki Asal Kuvvet diyagramları



f=20 m. için $n^{(1)}$ yörüngeleri (t/m)



Diyagramlardan da görüldüğü gibi, kare plan üzerini örten eliptik paraboloid kabukta yükseklik değişimi ne olursa olsun, öz ağırlığı ve kar yükü altında $n^{(1)}$ asal kuvvetleri yüzey tepesinde basınca, mesnetlere yakın bölgelerde çekmeye çalışır. $n^{(2)}$ asal kuvvetleri ise her noktada basınçtır. Kabuk kesiti bu kuvvetlere göre basit basınç ve basit çekme etkisindeki ikili gerilme durumundaki kesitler gibi yapılıır. Yüzey eğriliği arttıkça membran kuvvet büyüklükleri azaldığı için kabuk kesitinin daha da ince yapılabileceği açıktır. Fakat f yüksekliği arttıkça kenarlardaki bozulmalar ani değişim gösterdiği için kenarlar eğilmeye karşı kontrol edilmelidir.

Kabuklar, yapı malzemesi olarak betonarme, ahşap, çelik, pişmiş toprak veya poliyester reçinelerden yapılabilir.²¹ Bu uygulama, betonarme yapılacak olursa, $n^{(1)}$ asal çekme kuvvetleri mesnetlerde çok büyük olduğu için alt ve üstte olmak üzere, $n^{(1)}$ yörüngeleri doğrultusunda iki donatı yerleştirmek gerekir. $n^{(2)}$ asal kuvvetleri hep basınç olduğu için bu doğrultuda konacak demirler konstrüktiftir.

6.3 Sonuç

Yapılan çalışmada, bir strüktür elemanı olarak kabuklar etkilendikleri kuvvetlerle ele alınmış, tasarımcıya yarar sağlamak amacıyla konstrüktif amaçları açıklanarak yüzeyler üzerindeki gerilme dağılımları hakkında bilgi verilmiş, uygulama olarak ele alınan kare plan üzerini örten bir eliptik paraboloidde eğri değişiminin iç kuvvetlere etkisi incelenmiştir.

Bir strüktür elemanını uyguluyabilmek için o elemanın iyi tanınıp avantaj ve dezavantajları dikkate alınarak bir ihtiyaç listesi çıkarmak gerekir. Bir hiperbolik paraboloid veya dönel yüzeyli bir kabuk uygulamak için bunu istemek yetmez. Mekan, bina ve sorunlarıyla ortamın bu yapı için uygun olup olmadığını ve yapılacak strüktür formunu iyi bilmek gerekir. Kabuk uygulamalarında bunu sağlamak için bir tasarımcı olarak mimarın görevi oldukça güçtür. Sanaatkarlığının yanında mühendisin görevlerini anlayacak teknik bilgisi olmalı; projelendirebilmek için üç boyutlu düşünüp geometrinin esiri olmayacak şekilde usta olmalı; malzeme ve malzeme mukavemetlerini, gerilmeleri ekonomik olarak yönlendirebilmek için yüzeylerdeki gerilme dağılımlarını bilmeli; yapının çevreye uyumunu sağlamalı; içindeki yaşamdan, akustiği ve ısı izolasyonundan haberdar olmalıdır. Tek bir kişinin bu kadar çok konuda uzman olması beklenemeyeceğine göre, mimarın diğer uzmanlık dallarındaki kişilerle işbirliği kurması gerekir. Önemli olan, tasarımcının hangi uzmana gereksinimi olduğuna karar verebilmesi, uzmanlardan kendisini ilgilendiren konularda kesin istemlerde bulunabilmesi, ve görüş, öneri ve sonuçlarını tutarlı bir biçimde yapı bütününe uyarlıyabilmesidir. Ancak böylesine bir bilinç ona çeşitli sistemleri uygulayabilme ötesinde, değişik sistem araştırmalarına girişebilme ve önerilerde bulunma gücünü verecektir.

YARARLANILAN KAYNAKLAR :

1. Angerer, Fred *Bauen mit Tragenden Flächen*
Verlag Georg D. W. Callway, München, 1960
2. Ayres, Frank *Diferansiyel Denklemler*
Ötüken Yayınevi, 1970
3. Başar, Yavuz
Kratzig, W. *Mechanik der Flachentragwerke*
Theorie-Berechnungsmethoden-Anwendungen, 1983
4. Başar, Yavuz *Yüzeysel Taşıyıcılar*
Ders notları, 1979
5. Berdan, Yusuf *Kabuklar*
Ders notları, 1980
6. Billington, David P. *Thin Shell Concrete Structures*
McGraw-Hill Book Company, NewYork, 1965
7. Boblingen, D. Wegler *Das Hyperbolische Paraboloid*
DBZ 079 393-400, 4/1975
8. Candela, Felix
(M. Yorulmaz, H.Karataş) *Hiperbolik Paraboloid Kabuklar*
İnşaat Mühendisleri Odası Yayını, 1966
9. Engel, Heinrich *Tragsysteme/ Structure Systems*
Deutsche Verlags-Anstalt, Stuttgart, 1977
10. Faber, Colin *Candela/ The Shell Builder*
The Architectural Press, London, 1963
11. Flügge, Wilhelm *Tensor Analysis and Continuum Mechanics*
Springer-Verlag , NewYork, 1972
12. Flügge, Wilhelm *Stresses in Shells*
Springer-Verlag , NewYork, 1973
13. Gibson, J. E. *The Design of Shell Roofs*
E. F.N Spon Ltd , London, 1968
14. Girkmann, Karl *Flachentragwerke*
Springer-Verlag , Wien, 1963
15. Gökçe Gündüz *Başlangıçtan Günümüze Mimaride Strüktür*
Yapı 23 : 25-48 Mart-Nisan 1977
16. Gökçe Gündüz *Mimari ve Strüktür*
Yapı 40: 19-27 Mart-Nisan 1981
17. Hart, Franz *Kunst und Technik der Wölbung*
Verlag Georg D.W. Callway, München, 1965
18. Joedicke, Jürgen *Schalenbau*
Karl Kramer Verlag, Stuttgart, 1962
19. Nervi, Pier Luigi *Structures*
McGraw-Hill Comp.Inc. NewYork, 1956
20. Özden, Kemal *Dönel Kabuklar*
Matbaa Teknisyenleri Basımevi, İstanbul,1975
21. Paduart, Andre
(H. Karataş) *Betonarme Kabukların Hesap ve Yapımına Giriş*
Çağlayan Basımevi, İstanbul, 1974

22. Polonyi, Stefan
Schalen in Beton und Kunststoff
Bauverlag-GmbH. Wiesbaden, 1970
23. Ramaswamy, G. S.
Design and Construction of Concrete Shell Roofs
McGraw Hill Inc. NewYork, 1968
24. Rickenstorff, Günter
Tragwerke für Hochbauten
BsB B.G. Teubner Verlagsgesellschaft
Leipzig, 1972
25. Salvadori, Mario
Heller, Rober
Tragwerk und Architektur
Friedr. Vieweg und Sohn Verlagsgesellschaft
mbH, Braunschweig, 1974
26. Siegel, Curt
Strukturformen der Modernen Architektur
Verlag Georg D.W. Callway, München,
27. Timoshenko, S.
(M. Inan, F. Sönmez)
Plak ve Kabuklar Teorisi
İstanbul Teknik Üniversitesi
İnşaat Fakültesi Matbaası, 1964
28. Torroja, Eduardo
Philosophy of Structures
University of California Press, 1958
29. Torroja, Eduardo
Structures of Eduardo Torroja
F.w. Dodge Corp., NewYork, 1960
30.
Engineering for Architecture
Architectural Record,
156: 77-148 Mid Ag. 1974
158: 65-134 Mid Ag. 1975
31.
Recent Space: a Typology
AIA J. , 63/64: 38-41 Nov. 1975

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi ve yeri : 23.4.1948 , Burdur

Öğrenim ve mezuniyet yılları:

Orta-Lise : İzmir Amerikan Kız Koleji 1967

Yüksek Okul : İstanbul Devlet Güzel Sanatlar Akademisi

Mimarlık Bölümü 1975

Çalıştığı yerler ve yılları:

1- Metin Hepgüler Mimarlık Bürosu, İstanbul , Zürih 1972-1976

2- İ.D.M.M.A İnşaat Bölümü Mühendislik Mekaniği ve Uygulamaları
kursüsünde uzman 1976-1979

3- İ.D.M.M.A. İnşaat Bölümü Çelik ve Ahşap Yapılar kursüsünde
asistan 1979-

Yabancı dil:

İngilizce, Almanca, İspanyolca