

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NİRENGİ AĞLARINDA SIKLAŞTIRMA
MODELLERİ VE İSTATİSTİK TESTLER

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mustafa ŞİMŞEK
Harita Mühendisi

İSTANBUL - 1988

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

N İ R E N G İ A Ğ L A R I N D A S I K L A Ş T I R M A
M O D E L L E R İ V E İ S T A T İ S T İ K T E S T L E R

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mustafa ŞİMŞEK
Harita Mühendisi

İSTANBUL - 1988

Çalışmam süresince beni yönlendiren, destekleyen, her adımda yardım ve ilgisini esirgemeyen sayın hocam Doç.Dr.Hüseyin DEMİREL'e, Y.Ü. Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümünün tüm öğretim üyelerine ve araştırma görevlisi arkadaşlarıma en içten teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

	SAYFA
ÖZET	V
ZUSAMMENFASSUNG	VII
1. GİRİŞ	1
2. DÜZLEMDE NİRENGİ AĞI DENGELEMESİ	4
2.1 Matematiksel Model	4
2.2 Hiyerarşik Ağ Dengelemesi	9
2.3 Dinamik Ağ Dengelemesi	11
2.4 Yaklaşık Dinamik Dengeleme	14
2.4.1 Bağlantı Noktalarının Koordinatları Hatalı (Stokastik) Büyüklükler Olarak Alınan Dinamik Dengeleme	14
2.4.2 Bağlantı Noktalarının Sabit, Ancak Bunların Varyans-Kovaryans Matrisinin Hesaba Katıldığı Dinamik Dengeleme	27
3. SERBEST AĞ DENGELEMESİ	29
3.1 Genel Çözüm-Kısmi İz Minimum	30
3.2 Tüm İz Minimum Koşuluna Göre Serbest Dengeleme ...	34
3.3 Kısmi İz Minimum Çözümünde Gruplara Ayırma	35
3.4 S-Transformasyonu	38
4. İSTATİSTİK TESTLER	42
4.1 Model Hipotezinin Test Edilmesi	42
4.2 Uyuşumsuz Ölçüler Testi	45
4.2.1 Data Snooping	46

4.2.2	Tau-Testi	49
4.2.3	t-Testi	50
4.3	Bağlantı Nokta Koordinatlarının Test Edilmesi	52
4.3.1	Doğrusal Çok Boyutlu Genel Hipotez Testi (Global Test)	53
4.3.2	Uyuşumsuz Bağlantı Noktalarının Araştırılması	59
4.3.3	Bağlantı Nokta Koordinatlarının Ölçüler Anlamında Test Edilmesi	61
5.	JEODEZİK AĞLARDA DUYARLIK VE GÜVENİRLİK ÖLÇÜTLERİ	63
5.1	Duyarlık Ölçütleri	63
5.1.1	Lokal Duyarlık Ölçütleri	64
5.1.1.1	Noktalara İlişkin Ölçütler	64
5.1.1.2	Bağıl Duyarlık Ölçütleri	68
5.1.2	Global Duyarlık Ölçütleri	72
5.2	Güvenirlilik Ölçütleri	76
5.2.1	İç Güvenirlilik Ölçütleri	77
5.2.2	Dış Güvenirlilik Ölçütü	82
5.2.3	Serbest Ağlarda Ölçülere İlişkin Güvenirlilik Ölçütlerinin Datumdan Bağımsızlığı	85
6.	SAYISAL UYGULAMA	87
7.	SONUÇ VE ÖNERİLER	101
	KAYNAKLAR	103
	ÖZGEÇMİŞ	109

ÖZET

Ülke ölçmesine ilişkin jeodezik ağlar " büyükten küçüğe " prensibine göre kurulurlar. Bu ağların duyarlığı da aynı sırada düşünülür. Jeodezik ağ sıklaştırmaları için uygulanagelen dengeleme yöntemlerinde bağlantı noktalarının konum duyarlıkları gözardı edilerek, bu noktalar hatasız varsayılmaktadır. Böylesi bir dengeleme sonucunda, daha gelişmiş ölçme aletleri ile yapılan sıklaştırma ölçüleri olumsuz zorlamalara uğramakta ve ağda gerilimler ortaya çıkmaktadır. Bunu önlemek için, bağlantı noktalarının koordinatlarına ilişkin varyans-kovaryans matrislerin bilindiği durumlarda, hem sıklaştırma ölçülerinin olumsuz zorlamalardan kurtarılması hem de bağlantı nokta koordinatlarının bu ölçüler yardımıyla düzeltilmesi olanağı elde edilmektedir.

7 bölümden oluşan bu çalışmanın 1. bölümü giriş ve konunun genel tanıtımıdır.

2. bölümde genel olarak düzlemde ağ dengeleme modeli verildikten sonra hiyerarşik ve dinamik ağ dengelemesi üzerinde durulmakta, ayrıca yaklaşık dinamik ağ dengelemesi modelleri verilmektedir.

3. bölümde konuyla ilişkili olduğundan serbest ağ dengelemesi ve S-transformasyonu ele alınmaktadır.

İstatistik testler adı altında verilen 4. bölümde uyumsuz ölçülerin ve bağlantı nokta koordinatlarının kontrolüne yönelik çok ve tek boyutlu istatistik testler ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

5. bölümde bir jeodezik ağın kalitesini gösteren duyarlık ve güvenilirlik ölçütleri verilmektedir.

6. bölümde sayısal bir uygulama yapılmaktadır. Uygulamada bağlantı noktalarının sabit alınıp alınamayacağı araştırılmakta ve bunun için gerekli işlem akışı takip edilmektedir. Sıklaştırma ağlarında bağlantı noktalarının koordinatlarının değiştiril-

mesi çoğunlukla arzu edilmez. Bu nedenle bu noktaların yeni ađ geometrisi ile uyumlu olup olmadıkları istatistik testlerle incelenmelidir. Test sonucunda uyumsuz olduğuna karar verilenler yeni noktalar kümesine alınır.

7. bölümde sonuçlar topluca deđerlendirilmektedir.

ZUSAMMENFASSUNG

Die geodätische Netze in der Landesvermessung werden nach dem Prinzip " vom Grossen ins Kleine " konzipiert. Die Genauigkeit dieser Netze ist auch in der gleichen Reihe. In der Praxis werden die Koordinaten der Anschlusspunkte als feste Grösse betrachtet und deren Varianz-Kovarianzmatrix nicht berücksichtigt. Aus diesem Grund wird das Verdichtungsnetz durch die alten Punkte beeinflusst und somit entstehen die Netzspannungen. Um dies zu vermeiden, sollen die Koordinaten der Anschlusspunkte als zubessernde fehlerbehaftete Grössen mit ihren Varianz-Kovarianzmatrix betrachtet werden. Somit werden auch die Anschlusspunktkoordinaten durch die neuen Messungen verbessert.

Dieser Arbeit besteht aus 7 Teile. Im ersten Teil wird das Problem beschrieben.

Im zweiten Teil werden die verschiedene Modelle für die Verdichtungsnetze vorgestellt.

Im dritten Teil werden die freie Netzausgleichung und die S-Transformation behandelt.

Im vierten Teil werden auf die ein-und mehrdimensionalen statistischen Tests zur Prüfung der Messungen und Anschlusspunkte auf grobe Fehler näher eingegangen.

Im fünften Teil werden die Genauigkeits-und Zuverlässigkeitskriterien als Qualitätsmasse für ein geodätisches Netz dargestellt.

Im sechsten Teil werden die Anschlusspunkte eines Netzes als Beispiel auf grobe Fehler in bestimmten Verfahrensablauf geprüft. In der Praxis wird im allgemeinen nicht erwünscht, dass die Anschlusspunktkoordinaten wegen der Verdichtungsmessungen verändert werden. Aus diesem Grund soll durch die statistischen Tests geprüft werden, ob das Anschlusspunktfeld mit dem neuen Netzteil verträglich ist. Die signifikant nachgewiesenen Punkte werden in die neue Punktgruppe hinzugefügt.

Im siebten Teil werden die Ergebnisse zusammengestellt und ausgewertet.

1. GİRİŞ

Jeodezik ağlar, insanoğlunun doğayı tanıma ve bazı varsayımlarla onu modellendirme isteğiyle kurulmuştur. Bu nedenle amaç değil, araçtır. Jeodezik değerler, yer yuvarının parametreleri, kabuk hareketleri ve çekim alanının belirlenmesi gibi bilimsel çalışmalar dışında kartografik ve kadastral amaçlarla küçük ve büyük ölçekli haritaların üretimi amacıyla kullanılmaktadır. Bu nedenle, jeodezik değerlerin yeterli duyarlık ve güvenilirlik ile belirlenmesi gereği ortaya çıkmaktadır. Bundan dolayı ülkeler jeodezik alt yapılarını bir an önce oluşturmak, bunları geliştirip iyileştirmek durumundadırlar.

Henüz temel ağlarını kurmamış ülkelerde, ekonomik, teknik ve idari gereksinimleri karşılayacak jeodezik değerlerin sağlanması kendi aralarında kontrollü noktaların oluşturacağı ana ağın kurulması öncelik taşır. Jeodezik çalışmalarda ileri ülkelerde genel olarak ekonomik, teknik ve idari hizmetler için yatay konum, düşey konum ve gravite değerleri açısından amaca yeterli kontrol noktaları üretilmektedir. Jeodezik alt yapı faaliyetleri, mevcut ülke ağlarında yeterli olmayan duyarlık ve güvenilirliği artırarak ağı iyileştirme, ülke ağlarını amaçlanan duyarlık ve güvenilirlikte sıklaştırma ve bunların yanında yer yuvarının dinamik davranışını ve kabuk hareketlerini belirlemek üzere duyarlığı yüksek kontrol noktaları oluşturma gibi proje çalışmalarını içermektedir.

Mevcut ülke jeodezi ağlarının iyileştirilmesi ve uluslararası ortak çalışmaları gerektiren yer yuvarının dinamik davranışı ve kabuk hareketlerinin incelenmesinde yersel çalışmalar yanında uydu tekniklerinden (doppler, GPS.vb.) de yararlanılmaktadır.

Ülke ağları bir yandan 0. derece uydu ağlarıyla iyileştirilmeye çalışılırken diğer yandan ülke ağları uydu ağlarını iyileştirmede kullanılmaktadır.

Jeodezik ağlar çoğunlukla " büyük dereceden küçük dereceye" ilkesine göre düşünülür, ölçülür ve değerlendirilirler. Buna göre jeodezik ağlar 1. derece ve buna dayalı, 2., 3., 4. derece

ağlar olarak bir hiyerarşik sıraya sokulmakta ve bu ağların duyarlılığı da aynı sırada düşünülmektedir.

Jeodezik ağ sıklaştırmaları için uzun süredir kullanılan dengeleme modelinde koordinatları verilen üst derece ağın noktaları (bağlantı noktaları) hatasız kabul edilmekte ve sıklaştırma ölçüleri ile yeni noktaların koordinatları hesaplanmaktadır. Bu yöntem hiyerarşik ağ dengelemesi olarak bilinmektedir.

Hiyerarşik yöntemin uzun süre uygulamada kalmasının nedeni olarak, büyük alanları kaplayan ağların hesap yüklerinin, bilgisayarların uygulama alanına sokulmasından önce, altından kalkılamayacak kadar büyük boyutlarda olması gösterilebilir. Bağlantı noktaları gerçekte hatasız değildir. Bu nedenle yeni hesaplanan noktaların duyarlılıkları da, gerçekçi olmayacaktır. Bugün, sıklaştırma ölçülerinin bağlantı noktalarının koordinatlarını da düzelteceği teorik olarak bilinmektedir. Bu görüş ilk kez, 1830 yılında Gauss tarafından " ölçülerin hiç birini seçip ayıklamasızın tümünün birlikte dengelenmesi gerektiği " şeklinde ortaya konmuştur (ULSOY,1974). Buna göre, yeni yapılan sıklaştırma ölçüleri üst derece ağa ilişkin ölçülerle birlikte dengelenerek eski ve yeni nokta konumları belirlenmelidir. Bu problemin kesin çözümü BÄHR tarafından 1973 yılında ele alınmıştır (BILL,1984). Böylesi bir yaklaşımda tüm noktaların koordinatları değişken alınmakta ve bu yüzden yöntem dinamik ağ dengelemesi olarak tanımlanmaktadır.

Dinamik yöntem, gerekli hesaplama yükü yanında, arşivleme ve organizasyon güçlükleri ve her sıklaştırma işleminden sonra değişen tüm noktaların koordinatları uygulamada sorunlar yaratmaktadır. Eski ve yeni ölçüler her sıklaştırmada tekrar tümünden dengelense bile, eski noktaların koordinatları ve bunların varyans-kovaryans matrislerindeki değişim, sıklaştırma ölçüleriyle doğrudan bağlantılı noktalarda en büyük çıkmakta, bu noktalardan ve sıklaştırma alanından uzaklaşıldıkça azalmaktadır (AKSOY,1983). Bu durum dinamik yöntemde yeterli derecede yaklaşan yöntemleri gündeme getirmiştir.

Üst derece ağın varyans-kovaryans matrisi, ağın orijinal ölçülerine ilişkindir. Böylece üst derece ağ ölçüleri yerine, daha az sayıda olan nokta koordinatları korelasyonlu ölçüler olarak ele alınıp sıklaştırma ölçüleriyle birlikte dengelemeye sokulabilir. Ya da yalnız bağlantı noktalarının koordinatları stokastik büyüklükler olarak alınıp sıklaştırma ölçüleriyle birlikte dengelenir. Üst derece ağ noktalarının ya da yalnızca bağlantı noktalarının varyans-kovaryans matrisi varsa bu iki model dinamik ağ dengelemesi ile özdeş sonuçlar verir.

Günümüzdeki bilgisayar olanaklarına karşın büyük ağlarda varyans-kovaryans matrisleri saklamak sorundur. Bu nedenle oluşturulacak bir ölçüt matrisiyle dengelemeye girilir. Bu durumda dinamik ağ dengelemesi için yaklaşık çözümler elde edilir.

Sıklaştırma ağlarının dengelenmesinde diğer bir yaklaşım, bağlantı noktalarının koordinatları sabit alınması, ancak bunların varyans-kovaryans matrislerinin hesaba katılması ile kurulan modeldir. Bu model kısmen dinamik (Kompromiss-Lösung) ağ dengelemesi olarak tanımlanmaktadır (WOLF,1983,1984).

Bu çalışmada, ağ sıklaştırma problemi ele alınmakta, ölçüler ve bağlantı nokta koordinatlarının kontrolüne ilişkin istatistik testler verilmektedir. Ayrıca jeodezik ağlarda duyarlık ve güvenilirlik kavramları üzerinde durulmaktadır.

2. DÜZLEMDE NİRENGİ AĞI DENGELEMESİ

2.1 Matematiksel Model :

Jeodezik ölçülerin dengeleme ile değerlendirilmesi matematiksel modellere dayanır. n sayıda ölçü değeri n boyutlu rastlantı vektörünün gerçekleşen değeri anlamındadır. Bu vektörün normal dağılımlı olduğu kabul edilmektedir.

Doğrultu ve kenar ölçüleri gibi jeodezik ölçüler noktaların karşılıklı konumunu belirlerler. Duyarlık ve güvenilirliğin artırılması için bilinmeyen sayısından fazla ölçü yapılması jeodezik uygulamalarda ana ilkedir. Bilinmeyen sayısı u olmak üzere, $n \gg u$ iken n sayıda ölçüye u sayıda bilinmeyen karşılık gelir. Rastlantısal ölçü hatalarından kaynaklanan aykırılıklar, ölçüler ve onları yardımıyla belirlenen bilinmeyenler için en uygun ve tek anlamlı değerleri verecek şekilde en küçük kareler yöntemine göre dağıtılır.

Dolaylı ölçüler dengelemesinin matematiksel modelinin fonksiyonel bileşeni, rastlantı vektörünü oluşturan ölçülerin umut değerleri ile bilinmeyen parametreler vektörü arasındaki fonksiyonel ilişkileri tanımlar. Bu tanımda ölçülerin geometrik ve fiziksel özellikleri etkindir. Genellikle doğrusal olmayan fonksiyonel model, bilinmeyenlerin yaklaşık değerleri kullanılarak doğrusallaştırılır.

Matematiksel modelin ikinci bileşeni olan stokastik model ise, bir fonksiyon ile kavranamayan fiziksel etkileri, yani ölçüler arasındaki bağımlılıkları ve onların duyarlıklarını gösterir. Bu model genellikle ölçülerin varyans-kovaryans matrisi ile tanımlanır. Bunlara göre;

l	$(n \times 1)$	küçültülmüş ölçüler,
A	$(n \times u)$	konfigürasyon (dizayn) matrisi,
x	$(u \times 1)$	küçültülmüş bilinmeyenler,
C	$(n \times n)$	ölçülerin varyans-kovaryans matrisi,
P	$(n \times n)$	ölçülerin ağırlık matrisi,
Q	$(n \times n)$	ölçülerin ağırlık katsayıları (kofaktörler) matrisi,
σ^2		bilinmeyen varyans faktörü,
E	$(.)$	umut değer

olmak üzere matematiksel model

$$E(1) = Ax \quad (\text{fonksiyonel model}) \quad (2-1a)$$

$$C = \begin{matrix} 2 & -1 & 2 \\ \sigma & P & \sigma \end{matrix} Q \quad (\text{stokastik model}) \quad (2-1b)$$

sistemiyle belirlenmiş olur. Bu model Gauss-Markov modeli olarak da bilinmektedir. Model Taylor açılımına göre doğrusallaştırılmış biçimde verildiğinden l vektörü, bilinmeyenlerin yaklaşık değerleriyle belirlenen fonksiyon değerleri kadar küçültülmüş ölçüler ($l_i = L_i - f_i(X^0, Y^0, \dots)$) ve x vektörü bilinmeyenlerin yaklaşık değerleri kadar küçültülmüş bilinmeyenler ($x = X - X^0, y = Y - Y^0, \dots$) anlamındadır. Konfigürasyon (ya da dizayn) matrisi olarak ifade edilen A matrisi, bilinmeyenler ve ölçüler arasındaki geometrik ilişkileri,

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial l_1}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial l_1}{\partial x_u} \\ \frac{\partial l_n}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial l_n}{\partial x_u} \end{bmatrix}$$

içerir.

Ölçü sayısı n , bilinmeyen sayısı u dan büyük olduğundan $l = Ax$ denklem sistemi inkonsistent başka bir deyişle çok çözümlüdür. l vektörüne umut değeri sıfıra eşit olan raslantı vektörü ξ eklenerek (2-1a) fonksiyonel modeli $l + \xi = Ax$ biçiminde konsistent (tutarlı) denklem sistemi haline getirilir. x ve ξ vektörlerinin dengeleme ile bulunacak tahmin değerleri \hat{x} ve V ile gösterilirse, \hat{l} dengelenmiş ölçüler olmak üzere (2-1) yerine

$$\hat{l} = l + V = A \hat{x} \quad (2-2a)$$

$$C = \begin{matrix} 2 & -1 \\ \sigma & P \end{matrix} = \begin{matrix} 2 \\ \sigma \end{matrix} Q \quad (2-2b)$$

yazılabilir.

C varyans-kovaryans matrisi önceden belirlenmiş olmalıdır. Korelasyonsuz ölçüler için varyans-kovaryans matris köşegen yapılıdır. Varyans-kovaryans matrinden a priori varyans faktörü σ^2 kadar farklı olan Q kofaktörler matrisi de ölçüler arasındaki duyarlık ilişkilerini tanımlar.

A matrisinin rangının ($rg(A) = u$) u ya eşit olduğu durumda fazla ölçülü denklem sisteminin en uygun ve çelişkisiz çözümü, $V^T P V = \text{minimum}$ amaç fonksiyonu ile en küçük kareler yöntemine göre bulunur. Buna göre,

$$A^T P A \hat{x} - A^T P l = 0 \quad (2-3)$$

normal denklem sistemi elde edilir. Defekt yoksa $A^T P A$ matrisinin Cayley inversi vardır. Buradan bilinmeyenler \hat{x} ve bunların ağırlık katsayıları matrisi $Q_{\hat{x}\hat{x}}$

$$\hat{x} = (A^T P A)^{-1} A^T P l, \quad Q_{\hat{x}\hat{x}} = (A^T P A)^{-1} \quad (2-4)$$

elde edilir. $Q_{\hat{x}\hat{x}}$ matrisi, bilinmeyenlere ait duyarlık ilişkilerini tanımlar.

Buradan gidilerek aşağıdaki çözüm eşitlikleri de elde edilebilir.

Düzeltilmeler V ve bunların ağırlık katsayıları matrisi Q_{VV} için,

$$V = -Q_{VV} P l, \quad Q_{VV} = P^{-1} A Q_{\hat{x}\hat{x}} A^T \quad (2-5)$$

eşitlikleri geçerlidir.

Düzeltilmiş ölçüler \hat{l} ve bunların ağırlık katsayıları matrisi

$Q_{\hat{l}\hat{l}}$,

$$\hat{l} = l + V, \quad Q_{\hat{l}\hat{l}} = A Q_{\hat{x}\hat{x}} A^T \quad (2-6)$$

dir.

Düzeltilmelerin kareleri toplamı Ω için (2-5) eşitliklerinden

$$\Omega = V^T P V = l^T P Q_{VV} P l \quad (2-7)$$

çıkar.

A priori varyans faktörünün dengeleme sonucu kestirim değeri olan a posteriori varyans faktörü

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\Omega}{n-u}, \quad r = n-u \text{ serbestlik derecesi} \quad (2-8)$$

dir.

Bilinmeyenlerin a posteriori varyans-kovaryans matrisi $C_{\hat{x}\hat{x}} = \hat{\sigma}^2 Q_{\hat{x}\hat{x}}$ yardımıyla bilinmeyenler ya da onlardan türetilmiş fonksiyonların duyarlılıkları hesaplanabilir.

Jeodezik ağların dengelenmesinde genellikle bilinmeyenler olarak noktaların koordinatları seçilir. Doğrultu ve kenar ölçüleri yalnızca koordinat farklarına ilişkin bilgileri içerir. Ölçüler mutlak koordinat sistemini, yani datumu tanımlamazlar.

Tüm koordinatların bilinmeyen olarak verilmesi durumunda A matrisi d sayıda sütun defektini içerir. Burada d, bir koordinat sisteminde ağın belirli olması için gerekli yeterli sayıda datum parametrelerinin (ağın konumlandırılması, yöneltmesi ve ölçeklendirilmesi için serbestçe seçilecek parametreler) sayısını göstermektedir. A matrisinin rangı $rg(A) = u-d$ olduğundan normal denklem katsayılar matrisi de aynı rank defektine sahiptir:

$$rg(A^T P A) = rg(N) = u-d \quad (2-9)$$

$$def(A^T P A) = def(A) = d$$

Normal denklem katsayılar matrisinin defekti d sayıda ek koşul ile ortadan kaldırılır. Doğrultu ağlarında d=4; kenar ya da

kenar ve doğrultu ağlarında $d=3$ koşul gereklidir. Kenar ölçüleri ile koordinat sistemi arasında bir ölçek uyumluluğu sağlamak gerekirse defekt sayısı yine $d=4$ olur (BILL,1984).

Eğer ağın belirli olması için d sayıda parametre sabit öngörülüyorsa $V^T P V = \min.$ koşulu yanında, küçültülmüş bilinmeyenlerin kareleri toplamı $\hat{x}^T \hat{x} = \min.$ yapılarak

$$Q_{\hat{x}\hat{x}} = (A^T P A)^+ \quad (2-10)$$

Moore - Penrose inversi ile çözüm yapılır; yani ağ serbest dengelenir.

İlk düzeltme denklemlerinde geçen yöneltme ve benzeri bilinmeyenler Schreiber toplam denklem yöntemiyle önceden yok edilir. Buna göre yalnızca koordinat bilinmeyenlerini içeren (2-2a) sisteminde \hat{x} bilinmeyenler vektörünü ve A katsayılar matrisini uygun iki gruba ayırırsak

$$l + V = A_1 \hat{x} + A_2 \hat{y} \quad (2-11)$$

olur. Burada ;

\hat{x} : Yeni nokta koordinatları,

\hat{y} : Bağlantı noktalarının bilinmeyen koordinatları,

A_1 : Yeni noktalara ilişkin konfigürasyon matrisi,

A_2 : Bağlantı noktalarına ilişkin konfigürasyon matrisidir.

(2-11) düzeltme denklemlerinden

$$\begin{bmatrix} A_1^T P A_1 & A_1^T P A_2 \\ A_2^T P A_1 & A_2^T P A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_1^T P l \\ A_2^T P l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

normal denklem sistemi çıkar.

Bağlantı noktaları, sıklaştırma ölçüleri yardımıyla yeni ağ bölümünün bağlandığı üst derece ağ noktalarıdır.

2.2 Hiyerarşik Ağ Dengelemesi :

Hiyerarşik ağ dengelemesine ilişkin model ve çözümler hemen hemen her dengeleme kitabında (örneğin, GOTTHARDT, 1974; ULSOY, 1974) bulunabilir. Bu dengeleme türünde bağlantı noktaları hatasız ve değişmez olarak kabul edilmektedir.

Hiyerarşik ağ dengelemesinin fonksiyonel modeli, dinamik ağ dengelemesiyle karşılaştırma kolaylığı bakımından (2-11) genişletilerek

$$1 + v = A_1 \hat{x} + A_2 \hat{y} \quad (2-13a)$$

$$0 = 0 \hat{x} + I \hat{y} = B \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix} \quad (2-13b)$$

biçiminde yazılabilir.

Burada, $B = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix}$ ve $I =$ birim matristir.

Stokastik model,

$$P = Q^{-1} \quad (2-13c)$$

şeklinde. Bu model Koşullu Gauss-Markov modeli olarak da adlandırılmaktadır. (2-13) düzeltme denklemlerinden

$$\begin{bmatrix} A_1^T P A_1 & A_1^T P A_2 & 0 \\ A_2^T P A_1 & A_2^T P A_2 & I \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{k} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_1^T P l \\ A_2^T P l \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

normal denklem sistemi çıkar (KOCH, 1980; ULSOY, 1987).

Bu denklem sisteminin çözümünden yeni nokta koordinatları \hat{x} ve daha sonra kullanılmayacak olan korelâtlar \hat{k} ,

$$\hat{x} = (A_1^T P A_1)^{-1} A_1^T P l \quad (2-15a)$$

$$\hat{k} = -A_2^T P A_1 (A_1^T P A_1)^{-1} A_1^T P l + A_2^T P l \quad (2-15b)$$

çıkar.

Sayısal çözümlerde

$$I \hat{y} = 0 \quad (2-15c)$$

koşullarının etkisi doğrudan dikkate alınır. Buna göre (2-13) sistemi

$$l + V = A_1 \hat{x} \quad (2-16)$$

şekline girer. Buradan da (2-14) sistemine eşdeğer olan,

$$A_1^T P A_1 \hat{x} - A_1^T P l = 0 \quad (2-17)$$

normal denklem sistemi elde edilir. Bağlantı noktalarının koordinatları sabit tutulduğundan dengeleme sonucunda yalnızca yeni noktaların koordinatları,

$$\hat{x}_H = (A_1^T P A_1)^{-1} A_1^T P l \quad (2-18)$$

ve bunların varyans-kovaryans matrisi

$$Q_{\hat{x}\hat{x}_H} = (A_1^T P A_1)^{-1} \quad (2-19)$$

olmak üzere

$$C_{\hat{x}\hat{x}_H} = \hat{\sigma}_H^2 Q_{\hat{x}\hat{x}_H} \quad (2-20)$$

çıkar. H indisi hiyerarşik ağ dengelemesi anlamındadır.

Hiyerarşik ağ dengelemesi bellek sorunu olmaksızın kolay gerçekleştirilen bir yöntemdir. Bu yöntemin sakıncaları da vardır. Kaba ve sistematik hatalar ayıklandıktan sonra ölçülerin belirlediği gerilimsiz ağ geometrisine bağlantı noktaları zorlayıcı etki yapmakta ve böylece yeni ağ bölümünün iç geometrisi değiştirilmektedir. Yeni ölçülerin duyarlık ve güvenilirliğe olan etkileri bilinçli olarak gözardı edilmektedir. Bağlantı noktaları kontrolsüz kalmakta, ölçü hataları ile bağlantı noktalarından kaynaklanan hatalar birbirinden ayrılamamaktadır. Dengelemeden duyarlık ve güvenilirlik ölçütleri için genellikle uygun değerler çıktığından yanlış yargılara varılabilmektedir.

2.3 Dinamik Ağ Dengelemesi :

Hiyerarşik ağların dengelenmesinde, üst derece ağın dengelenmesinden elde edilen \hat{y} koordinatlarının varyans-kovaryans matrisi kullanılmadığından, hiyerarşik dengeleme yöntemi kesin çözüm vermez. Ağların teorik olarak kesin çözümü, üst derece ağda koordinat ve duyarlık değişimlerine olanak veren dinamik ağ dengelemesidir. Eski ve yeni ölçülerin birlikte kullanıldığı bu yöntemde nokta koordinatlarının değişimi öngörülmektedir. Böylece her yeni ölçünün üst derece ağa etkisi dikkate alınmaktadır.

Üst derece ağ noktalarının koordinatlarının belirlenmesinde kullanılan tüm ölçüler l_1 vektörü ve bunların ağırlık matrisi P_{11} ile gösterilsin. Sıklaştırma ölçüleri l_2 (bölüm 2.2 deki l ölçülerine karşılık gelen ölçüler) ve bunlara ilişkin ağırlık matrisi P_{22} (bölüm 2.2 de P matrisi) olsun. l_1 ve l_2 ölçü grubu arasındaki korelasyon gözardı edilebilir.

Bu duruma göre fonksiyonel model,

$$l_1 + V_1 = A_4 \hat{y}_2 + A_3 \hat{y}_1 + 0 \hat{x} \quad (2-21a)$$

$$l_2 + V_2 = 0 \hat{y}_2 + A_2 \hat{y}_1 + A_1 \hat{x} \quad (2-21b)$$

ve stokastik model

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & 0 \\ 0 & P_{22} \end{bmatrix} \quad (2-22)$$

olur. Burada ;

\hat{x} : Belirlenecek yeni nokta koordinatları,

\hat{y}_1 : Sıklaştırma ölçüleri yardımıyla yeni noktalarla birleştirilen bağlantı nokta koordinatları,

\hat{y}_2 : Üst derece ağda yalnızca l_1 ölçüleriyle ilgili (sıklaştırma ölçüleri ile bağlantısı olmayan) nokta koordinatları,

A_1 : Yeni noktalara ilişkin katsayılar (konfigürasyon) matrisi,

A_2 : Yeni noktaları bağlantı noktalarına bağlayan ölçüler için bağlantı noktalarına ilişkin katsayılar matrisi,

A_3 : Bağlantı noktalarının üst derece ağ ölçüleri ile ilişkili katsayılar matrisi,

A_4 : Bağlantı noktaları dışında kalan üst derece ağ noktalarına ilişkin katsayılar matrisidir.

(2-22)de $P_{12}=0$ olduğundan (2-21) düzeltme denklemlerine karşılık normal denklemler iki grup denklem sisteminin toplamı biçiminde elde edilebilir. l_1 ölçüleri için (2-21a) dan

$$N_{l_1} = \begin{bmatrix} A_4^T P_{11} A_4 & A_4^T P_{11} A_3 & 0 \\ A_3^T P_{11} A_4 & A_3^T P_{11} A_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-23a)$$

$$n_{l_1} = \begin{bmatrix} A_4^T P_{11} \\ A_3^T P_{11} \\ 0 \end{bmatrix} l_1 \quad (2-23b)$$

ve l_2 için (2-21b) den

$$N_{l_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2^T P_{22} A_2 & A_2^T P_{22} A_1 \\ 0 & A_1^T P_{22} A_2 & A_1^T P_{22} A_1 \end{bmatrix} \quad (2-23c)$$

$$n_{l_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ A_2^T P_{22} \\ A_1^T P_{22} \end{bmatrix} l_2 \quad (2-23d)$$

çıkar. Bu iki grubun birleştirilmesiyle dinamik ağ dengeleme-
sinin normal denklem sistemi

$$\begin{bmatrix} A_4^T P_{11} A_4 & A_4^T P_{11} A_3 & 0 \\ A_3^T P_{11} A_4 & A_3^T P_{11} A_3 + A_2^T P_{22} A_2 & A_2^T P_{22} A_1 \\ 0 & A_1^T P_{22} A_2 & A_1^T P_{22} A_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_2 \\ \hat{y}_1 \\ \hat{x} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_4^T P_{11} l_1 \\ A_3^T P_{11} l_1 + A_2^T P_{22} l_2 \\ A_1^T P_{22} l_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (2-24)$$

elde edilir. Bu sistemin çözümünden bilinmeyenler

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_2 \\ \hat{y}_1 \\ \hat{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_4^T P_{11} A_4 & A_4^T P_{11} A_3 & 0 \\ A_3^T P_{11} A_4 & A_3^T P_{11} A_3 + A_2^T P_{22} A_2 & A_2^T P_{22} A_1 \\ 0 & A_1^T P_{22} A_2 & A_1^T P_{22} A_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_4^T P_{11} l_1 \\ A_3^T P_{11} l_1 + A_2^T P_{22} l_2 \\ A_1^T P_{22} l_2 \end{bmatrix} \quad (2-25)$$

çıkarm.

Dinamik ağ dengelemesinde hiyerarşik dengelemeye göre daha çok veri işlenmesi gerekmektedir. Büyük denklem sisteminin çözümlü ve depolanması bellek tekniğı açısından genellikle sorun yaratır. Ayrıca her yeni ölçüye bağılı olarak koordinatlar ve bunların varyans-kovaryans matrisi değışir.

2.4 Yaklaşık Dinamik Dengeleme :

Dinamik ağ dengelemesi ideal bir çözümdür. Ancak, bu çözüme ulaşmak çok zordur ve yöntemin sürekliliğı maliyeti yükseltir. Bu nedenle kesin çözüme iyi yaklaşan başka modeller üzerinde durmak gerekir. Bunlardan birincisi, bağlantı nokta koordinatlarını hatalı (stokastik) ölçüler gibi kabul eden ve bunların sıklaştırma ölçüleriyle birlikte dengelenmesini öngören yöntemdir. İkincisi ise, bağlantı nokta koordinatlarının değışmemesini, ancak bunların varyans-kovaryans matrisinin dikkate alınmasını öngören dengeleme modelidir.

2.4.1 Bağlantı Noktalarının Koordinatları Hatalı (stokastik) Büyüklükler Olarak Alınan Dinamik Dengeleme :

Üst derece ağın l_1 ölçüleri ile dengelenmesi sonucunda bağlantı noktalarının koordinatları elde edilir. Bu koordinatlar korelasyonlu ve bunların ağırlık katsayıları matrisi $Q_{\hat{y}\hat{y}}$ dir. Korelasyonsuz l_2 ölçüleri ve korelasyonlu \hat{y} koordinat değıerleri birlikte dengelenerek dinamik ağların kesin bir çözümlü elde edilebilir (BILL,1984).

Üst derece ağların dengelenmesi sonucunda $Q_{\hat{y}\hat{y}}$ kofaktörler matrisi genellikle saklanmaz. Varsa $Q_{\hat{y}\hat{y}}$, yoksa buna uyan ideal bir K_{yy} matrisi oluşturarak dengelemeye girilir.

Yalnızca sıklaştırma ölçüleriyle doğrudan bağlanan noktalar yanında bunların yakınında bulunan öteki üst derece noktalarının koordinatlarında ve duyarlıklarında da değışimler olacağı düşünülürse, kovaryans matriste bu nokta kümesinin stokastik özelliğı dikkate alınmalıdır. Bu bakımdan hesap yükü

dinamik ağ dengelemesine oranla elle tutulur derecede azalır. Bu yöntemde asıl sorun, Q_{yy}^{\wedge} matrisi doğrudan bilinmiyorsa üst derece ağın gerçek yapısını stokastik model olarak iyi tanımlayan bir kofaktörler matrisinin oluşturulmasıdır.

Yöntemin fonksiyonel modeli, (2-13) de verilen sisteme benzeyen

$$l_2 + V_2 = A_1 \hat{x} + A_2 \hat{y} \quad (2-26a)$$

$$l_y + V_y = 0 \hat{x} + I \hat{y} \quad (2-26b)$$

düzeltilme denklemleridir (AKSOY,1985; WOLF,1983; BILL,1986).

Burada ,

l_2 : Sıklaştırma ölçüleri,

l_y : Ölçüler olarak varsayılan bağlantı noktalarının koordinatları,

\hat{x} : Yeni nokta koordinatları,

\hat{y} : Bağlantı noktalarının koordinatları anlamındadır.

Bağlantı noktalarının yaklaşık koordinat değerleri, noktaların ölçüler olarak kabul edilen koordinatlarına eşit alınırsa (2-26b) deki küçültülmüş ölçü, $l_y = 0$ alınabilir.

Stokastik modeli oluşturmak için l_2 ölçülerinin stokastik modeli l_y ölçülerinin stokastik modeliyle genişletilir. $P_{yy} = K_{yy}^{-1}$ olmak üzere, stokastik model,

$$P = \begin{bmatrix} P_{22} & 0 \\ 0 & P_{yy} \end{bmatrix} \quad (2-27)$$

olur. Dengelemenin $V_2^T P_{22} V_2 + V_y^T P_{yy} V_y = \min.$ ilkesinden

$$\begin{bmatrix} A_1^T P_{22} A_1 & A_1^T P_{22} A_2 \\ A_2^T P_{22} A_1 & A_2^T P_{22} A_2 + P_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_1^T P_{22} l_2 \\ A_2^T P_{22} l_2 + P_{yy} l_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

normal denklemleri çıkar (WOLF,1983).

Bağlantı noktalarının yaklaşık koordinatları, koordinat ölçülerine eşit alındığında $l_y = 0$ ve buna göre $P_{yy} l_y = 0$ olur.

(2-28) normal denklem sisteminin regüler olup, olmadığı araştırılmalıdır. Yeni noktaların belirlenmesinde konfigürasyon ve rank defekti olmadığı ve rank defektinin sadece üst derece ağda bulunduğu varsayılınsın. Bu duruma göre A_2 matrisinin rangı, bağlantı nokta koordinatlarının sayısı u_f olmak üzere, $rg(A_2) = u_f - d$ olur. Rank defektinin üst derece ağda bulunduğu varsayımı ile, u yeni nokta koordinatlarının sayısını göstermek üzere A_1 matrisinin rangı, $rg(A_1) = u$ olur. Ayrıca P_{22} ağırlık matrisinin rangı, $rg(P_{22}) = n$ olarak (n sıklaştırma ölçülerinin sayısı) regüler olsun. Buna göre $A_2^T P_{22} A_2$ matrisinin rangı A_2 matrisinin rangına eşit olur.

Bir karesel formda

$$rg(B C B^T) = \min(rg(B), rg(C)) \quad (2-29)$$

bağlantısının geçerli olduğu (BILL,1984) dikkate alınarak

$$rg(A_2^T P_{22} A_2) = rg(A_2) \quad (2-30)$$

yazılabilir. Ayrıca $I P_{yy} I$ karesel formunun rangı,

$$rg(I P_{yy} I) = rg(P_{yy}) \quad (2-31)$$

şeklindedir.

Matris toplamı için,

$$\text{rg} (A+B) \leq \text{rg} (A) + \text{rg} (B) \quad (2-32)$$

bağıntısı geçerlidir. A ve B karesel formlardan oluşuyorsa, rank, matrislerin çarpımının satır ya da sütun sayısından küçük ya da ona eşit olmalıdır (BILL,1984) . A_2 nin boyutu $n \times u_f$, P_{22} nin boyutu $n \times n$, P_{yy} nin boyutu $u_f \times u_f$ dir. Buna göre,

$$\text{rg} (A_2^T P_{22} A_2 + P_{yy}) \leq u_f \quad (2-33)$$

olur. Burada iki durum söz konusudur :

a. Eğer

$$P_{yy} = K_{yy}^{-1} \quad (2-34)$$

şeklinde ise P_{yy} matrisi tam ranklı ve regülerdir.

Yani

$$\text{rg} (P_{yy}) = u_f \quad (2-35)$$

dir. (2-33) ve (2-32) ye göre

$$u_f \geq \text{rg} (A_2^T P_{22} A_2 + P_{yy}) \leq \text{rg} (A_2^T P_{22} A_2) + \text{rg} (P_{yy}) \quad (2-36a)$$

$$u_f \geq \text{rg} (A_2^T P_{22} A_2 + P_{yy}) \leq u_f - d + u_f \quad (2-36b)$$

$$u_f \geq \text{rg} (A_2^T P_{22} A_2 + P_{yy}) \leq 2u_f - d \quad (2-36c)$$

eşitlikleri geçerli olur. $(A_2^T P_{22} A_2 + P_{yy})$ alt matrisinin regüler olabilmesi için \hat{y} içinde en az d sayıda bilinmeyen bulunmalıdır. Bu durumda

$$\text{rg} (A_2^T P_{22} A_2 + P_{yy}) = u_f \geq d \quad (2-37)$$

olur.

b. Eğer P_{yy} ağırlık matrisi defekti d olan singüler bir K_{yy} matrisinden dönüştürülüyorsa

$$P_{yy} = K_{yy}^+ \quad (2-38)$$

şeklinde bir pseudo invers söz konusudur. P_{yy} nin rangı $u_f - d$ dir. Burada bağlantı noktalarından defekt sayısı kadar koordinat bilinmeyi sabit kabul edilirse regüler alt invers elde edilir.

$$\text{rg} (P_{yy}) = u_f - d \quad (2-39)$$

(2-33) ve (2-32) ye göre

$$u_f \geq \text{rg} (A_2^T P_{22} A_2 + P_{yy}) \leq \text{rg} (A_2^T P_{22} A_2) + \text{rg} (P_{yy}) \quad (2-40a)$$

$$u_f \geq \text{rg} (A_2^T P_{22} A_2 + P_{yy}) \leq u_f - d + u_f - d \quad (2-40b)$$

$$u_f \geq \text{rg} (A_2^T P_{22} A_2 + P_{yy}) \leq 2u_f - 2d \quad (2-40c)$$

bağıntıları geçerli olur.

\hat{y} bilinmeyenleri içinde $2d$ ye eşit ya da daha çok sayıda koordinat bilinmeyi biraraya getirilirse normal denklemlerin alt matrisi regüler olur.

Genel olarak (2-28) normal denklemlerinden bilinmeyenler vektörü

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^T P_{22} A_1 & A_1^T P_{22} A_2 \\ A_2^T P_{22} A_1 & A_2^T P_{22} A_2 + P_{yy} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_1^T P_{22} l_2 \\ A_2^T P_{22} l_2 \end{bmatrix} \quad (2-41)$$

ya da,

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{\hat{x}\hat{x}} & Q_{\hat{x}\hat{y}} \\ Q_{\hat{y}\hat{x}} & Q_{\hat{y}\hat{y}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1^T P_{22} l_2 \\ A_2^T P_{22} l_2 \end{bmatrix} \quad (2-42)$$

çıkar. Çözüm sonucunda n ölçü sayısı, u yeni koordinat bilinmeyenlerinin sayısı olmak üzere birim ağırlıklı ölçünün ortalama hatası için $\hat{\sigma}^2 = (V_2^T P_{22} V_2 + V_y^T P_{yy} V_y) / (n-u)$ geçerli olur.

Bu çözüm yolu, bağlantı noktalarının P_{yy} ile tanımlanan stokastik davranışını içerdiğinden dinamik ağ denlemesine olabildiğince iyi bir yaklaşım olanağı sağlar. Burada tek sorun, üst derece ağa ilişkin kovaryans matris mevcut olmaması durumunda K_{yy} matrisinin oluşturulmasıdır.

Üst derece ağların dengelenmesi sonucunda elde edilen bilgiler genellikle koordinat çizelgeleri biçiminde verilir. Bilinmeyenlerin varyans-kovaryans matrisi sürekli olarak saklanmaz. Üst derece ağların dengeleme protokollerinden nokta konum hataları alınabilir.

Bağlantı noktalarının koordinatlarına ilişkin $C_{\hat{y}\hat{y}}$ varyans-kovaryans matrisi için, bağlantı nokta alanının duyarlık davranışını tanımlayan K_{yy} ölçüt matrisi kullanılabilir (BILL, 1984; DEMİREL, 1987a). Ölçüt matrisleri jeodezik ağların optimizasyonunda da kullanılmaktadır (AYAN, 1981; KINIK, 1986).

Eğer bağlantı noktaları korelasyonsuz düşünülürse en basit K_{yy} ölçüt matrisi olarak köşegeni üstünde $u_f / 2$ sayıdaki bağlantı noktasının koordinat duyarlıkları bulunan bir matris,

$$K_{yy} = \begin{bmatrix} \sigma_{y_1}^2 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \cdot & \sigma_{x_1}^2 & & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & \sigma_{y_{u_f/2}}^2 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & & \sigma_{x_{u_f/2}}^2 \end{bmatrix} \quad (2-43)$$

alınabilir.

Koordinat duyarlıkları, üst derece ağın dengeleme protokollerinden elde edilebilir. Bağlantı noktalarının eşit duyarlılıkta olduğu düşünülürse, ölçüt matrisi için

$$K_{yy} = \sigma_x^2 I \quad (2-44)$$

öngörülebilir. Ancak σ_x^2 varyans faktörü önceden verilmelidir.

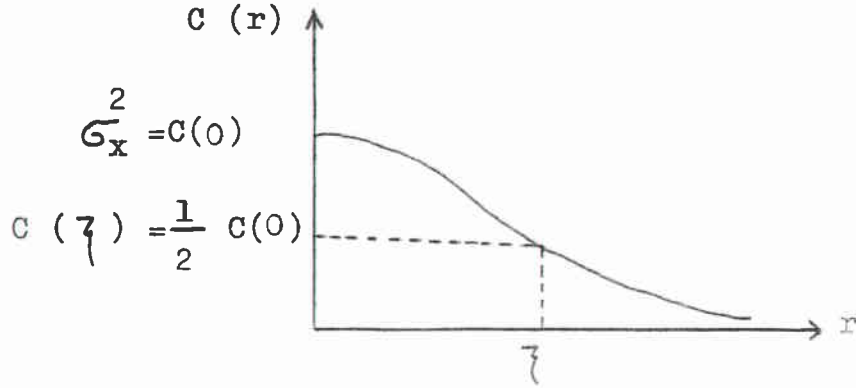
Bu tür ölçüt matrislerinde komşuluk ilişkileri dikkate alınmamaktadır.

Bağlantı noktaları üst derece ağı dengelemesinden korelasyonlu büyüklükler olarak çıkmaktadır. Bu nedenle bunların $\hat{C}_{\hat{y}\hat{y}}$ varyans-kovaryans matrisi için oluşturulacak K_{yy} ölçüt matrisi noktaların komşuluk ilişkilerini de tanımlamalıdır. Bu durum K_{yy} matrisinin elemanları bir kovaryans fonksiyonu yardımıyla hesaplanarak sağlanır.

$C(r)$ kovaryans fonksiyonu $r=0$ uzaklığına karşılık

$$C(0) = \sigma_x^2 \quad (2-45)$$

değerinden başlayan ve r uzaklığı arttıkça sifıra yaklaşan bir fonksiyondur.



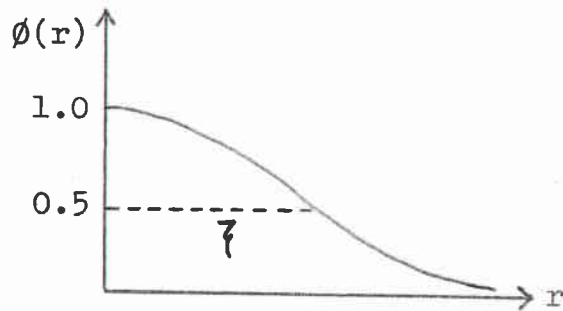
Şekil-1 : Kovaryans fonksiyonu

Bir kovaryans fonksiyon,

- Varyans : $\sigma_x^2 = C(0)$
- Yarideğer genişliği : ζ ; $C(\zeta) = 1/2 C(0)$
- Eğrilik parametresi : $\kappa = k \frac{\zeta^2}{C(0)}$

(k , $r=0$ noktasında fonksiyonun eğriliğidir.)

parametreleriyle tanımlanır. Burada en önemli parametre yarıdeğer genişliği ζ dir. Normlandırma ile $C(r)$ kovaryans fonksiyonundan $\phi(r)$ korelasyon fonksiyonu



Şekil-2 : Korelasyon fonksiyonu

$$\phi(r) = \frac{C(r)}{C(0)}$$

(2-46)

elde edilir.

İki boyutlu jeodezik ağlar için önerilen korelasyon fonksiyonlarının başlıcaları aşağıda verilmektedir.

1. Baarda fonksiyonu :

$$\phi(r) = 1 - mr \quad (2-47)$$

Burada r , iki nokta arasındaki uzaklığı, m ise o kenarın eğimini göstermektedir. Buna göre Baarda fonksiyonu bir doğru denklemdir. Pozitif tanımlı (definit) ölçüt matrisleri elde etmek için $m > 2/r_{\max}$ olmalıdır. r_{\max} , ağdaki en uzun kenardır (KINIK,1986).

2. Meissl fonksiyonu :

$$\phi(r) = 1 - mr \cdot \ln (1 + r/d) \quad (2-48)$$

d : karakteristik uzaklıktır.

3. Değiştirilmiş Bessel fonksiyonu (Grafarend fonksiyonu) :

$$\phi(r) = r/d K_1 (r/d) \quad (2-49)$$

K_1 : İkinci tür birinci dereceden değiştirilmiş Bessel fonksiyonudur (BILL,1985).

4. Üstel fonksiyon :

$$\phi(r) = e^{-r/d} \quad (2-50)$$

5. Gauss fonksiyonu :

$$\phi(r) = e^{- (r/d)^2} \quad (2-51)$$

6. Üstel kosinüs fonksiyon (Wimmer fonksiyonu) :

$$\phi(r) = e^{-r/d} \cdot \cos r \quad (2-52)$$

Bunlardan Bessel, üstel ve Gauss fonksiyonları pozitif tanımlıdır.

Bu korelasyon fonksiyonlarından herhangi biri kullanılarak bağlantı noktaları için bir ölçüt matrisi oluşturulabilir. Bağlantı noktaları için homojenlik ve izotropi özellikleri istenirse Taylor-Karman yapısındaki matrisler ölçüt matrisleri olarak alınır (AYAN,1981 ; DEMİREL,1987a). Taylor (1935) ve Karman (1937) tarafından hidromekanik problemler de kullanılan homojenlik ve izotropi özellikleri Grafarend tarafından 1970-72 de jeodeziye uygulanmıştır. Taylor-Karman yapısındaki ölçüt matrislerinde ağ noktaları arasındaki enine (ϕ_T) ve boyuna (ϕ_L) korelasyonları noktalar arasındaki uzaklıkların fonksiyonu olarak Bessel fonksiyonlarıyla ifade edilmektedir (AYAN,1981).

Taylor-Karman yapılı bir ölçüt matrisini oluşturmak için i,j noktaları arasındaki koordinat farkları $\Delta x_{ij} = x_j - x_i$,

$\Delta y_{ij} = y_j - y_i$; açıklık açısı t_{ij} ve noktalar arasındaki uzaklık r_{ij} , $r_{ij}^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$ olduğuna göre, ölçüt matrisi içinde iki noktaya ilişkin (4x4) boyutlu bir alt matrisin yapısı aşağıda verilmektedir (AYAN,1981; BILL,1984; DEMİREL,1987a).

Bu matrisin köşegen elemanları

$$q_{x_i x_i} = q_{y_i y_i} = q_{x_j x_j} = q_{y_j y_j} = \text{Sabit} = \phi(0) \quad (2-53)$$

köşegen dışındaki elemanlar ($i \neq j$ olarak)

$$q_{x_i x_j} = \phi_T(r_{ij}) + (\phi_L(r_{ij}) - \phi_T(r_{ij})) \Delta x_{ij}^2 / r_{ij}^2 \quad (2-54a)$$

$$= \phi_T(r_{ij}) + (\phi_L(r_{ij}) - \phi_T(r_{ij})) \sin^2 t_{ij}$$

$$q_{y_i y_j} = \phi_T(r_{ij}) + (\phi_L(r_{ij}) - \phi_T(r_{ij})) \Delta y_{ij}^2 / r_{ij}^2 \quad (2-54b)$$

$$= \phi_T(r_{ij}) + (\phi_L(r_{ij}) - \phi_T(r_{ij})) \cos^2 t_{ij}$$

$$q_{y_i x_j} = q_{x_i y_j} = (\phi_L(r_{ij}) - \phi_T(r_{ij})) \Delta x_{ij} \Delta y_{ij} / r_{ij}^2 \quad (2-54c)$$

$$= (\phi_L(r_{ij}) - \phi_T(r_{ij})) \sin t_{ij} \cos t_{ij}$$

ve

$$q_{y_i x_i} = q_{y_j x_j} = 0 \quad (2-55)$$

dir. Buna göre, iki noktaya ilişkin ölçüt matrisi

$$K_{yy_{TK}} = \begin{bmatrix} \underline{\phi(0)} & 0 & q_{y_i y_j} & q_{y_i x_j} & y_i \\ & \underline{\phi(0)} & q_{x_i y_j} & q_{x_i x_j} & x_i \\ & & \underline{\phi(0)} & 0 & y_j \\ & & & \underline{\phi(0)} & x_j \\ y_i & x_i & y_j & x_j & \end{bmatrix} \quad (2-56)$$

olur.

Bu matrisin tanımladığı nokta alanı için şu özellikler söylenebilir.

- Nokta hata elipsleri daire şeklindedir (izotropi).
- Nokta hata elipsleri eşit büyüklüktedir (homojenlik).
- Bağlı hata elipsleri homojenlik ve izotropi özelliklerini sağlamazlar.

Boyuna ve enine korelasyonlar arasındaki ilişki

$$\phi_T(r_{ij}) + r_{ij} \frac{d(\phi_T(r_{ij}))}{dr_{ij}} = \phi_L(r_{ij}) \quad (2-57)$$

ile verilmektedir (BILL,1985). Normlandırılmış r_{ij} uzaklıklarına bağlı olarak $\phi_T(r_{ij})$ ve $\phi_L(r_{ij})$ için sayısal tablolar düzenlenmiştir (AYAN,1981).

Grafarend tarafından önerilen TK yapısındaki ölçüt matrisleri yanında homojenlik ve izotropi özelliklerini sağlayan diğer bir öneri Baarda tarafından yapılmaktadır. Tam izotrop yapı (completely isotropic) olarak adlandırılan bu öneride Baarda boyuna ve enine korelasyonlar için bir tek korelasyon fonksiyonu kullanmaktadır.

Enine ve boyuna korelasyon fonksiyonları yerine

$$\phi_L(r_{ij}) = \phi_T(r_{ij}) = \phi(r_{ij}) \quad (2-58)$$

biçiminde bir tek korelasyon fonksiyonu alınırrsa ölçüt matrisinin elemanları

$$q_{x_i x_i} = q_{y_i y_i} = q_{x_j x_j} = q_{y_j y_j} = \phi(0) \quad (2-59a)$$

$$q_{x_i x_j} = q_{y_i y_j} = \phi(r_{ij}) \quad (2-59b)$$

$$q_{x_i y_j} = q_{x_j y_i} = 0, \quad q_{y_i x_i} = q_{y_j x_j} = 0 \quad (2-59c)$$

ve buna göre iki noktaya ilişkin ölçüt matrisi

$$K_{yy_{CI}} = \begin{bmatrix} \underline{\phi(0)} & 0 & \phi(r_{ij}) & 0 \\ & \underline{\phi(0)} & 0 & \underline{\phi(r_{ij})} \\ & & \underline{\phi(0)} & 0 \\ & & & \underline{\phi(0)} \end{bmatrix} \begin{matrix} y_i \\ x_i \\ y_j \\ x_j \end{matrix} \quad (2-60)$$

olur. Bu matris Taylor-Karman yapısının özel bir halidir (BILL, 1985; DEMİREL,1987a). Bu ölçüt matrisi,TK yapıllı ölçüt matrisinin belirtilen iki özelliği yanında bağıl hata elipslerinde izotropi özelliğini sağlar, ama homojenlik özelliğini sağlamaz.

Datumu belli olmayan ölçüt matrisi bir s-transformasyonu ile ağın datumuna dönüştürülmelidir. Ölçüt matrisi genel olarak K_{yy} ve dengelemenin datumu i ile gösterilirse dönüştürme işlemi

$$K_{yy}^i = S_i K_{yy} S_i^T \quad (2-61)$$

bağıntısı ile gerçekleştirilir (Bak bölüm 3.4).

K_{yy} ölçüt matrisi olarak bir regüler köşegen matrisin belli bir datum sistemine dönüştürülmesi durumunda nokta alanında korelasyon oluşur. TK yapısındaki bir ölçüt matrisine (2-56), bir S-transformasyonu uygulanırsa, mutlak hata elipslerinin homojenlik ve izotropi özellikleri kaybolur. Tam izotrop yapıllı ölçüt matrisinde (2-60) ise S-transformasyonundan sonra izotropi özellikleri değişmeden kalır (BILL,1984).

2.4.2 Bağlantı Noktalarının Sabit, Ancak Bunların Varyans-Kovaryans Matrisinin Hesaba Katıldığı Dinamik Dengeleme :

Bu yöntemde bağlantı noktalarının koordinatları sabit tutulmasına karşın, dengelemede bunların varyans-kovaryans matrisi göz önüne alınmaktadır. Bu yöntem klasik dengeleme ile bölüm 2.4.1 de açıklanan dinamik dengelemenin bir karışımıdır. Yani bağlantı noktaları fonksiyonel olarak klasik, stokastik olarak dinamik kabul edilmektedir. Bu, üst derece ağ noktalarının koordinatlarını sabit tutma isteğinden ileri gelmektedir.

Bağlantı noktalarının sabit öngörülmesi, (2-26) sisteminde $\hat{y} = 0$ ve $\hat{v}_y = 0$ alınmasını gerektirir. Bu duruma göre, (2-26) fonksiyonel modeli klasik dengeleme modeline,

$$l_2 + v_2 = A_1 \hat{x} \quad (2-62)$$

dönüşür.

Stokastik model olarak

$$P = \left(P_{22}^{-1} + A_2 P_{yy}^{-1} A_2^T \right)^{-1} = \left(Q_{22} + A_2 Q_{yy} A_2^T \right)^{-1} \quad (2-63)$$

alınır (WOLF,1983,1984).

Burada ;

$P_{22} = Q_{22}^{-1}$: Sıklaştırma ölçülerinin ağırlık matrisi,

$P_{yy} = Q_{yy}^{-1}$: Bağlantı nokta koordinatlarına ilişkin ağırlık matrisi

A_2 : (2-26a) da geçen bağlantı nokta koordinatlarına ilişkin konfigürasyon matrisidir.

$V_2^T P V_2 = \min.$ koşuluna göre kurulacak normal denklemler

$$A_1^T P A_1 \hat{x} - A_1^T P l_2 = 0 \quad (2-64)$$

olur. Buradan çözüm vektörü

$$\hat{x} = (A_1^T P A_1)^{-1} A_1^T P l_2 \quad (2-65)$$

ve bilinmeyenlere ait kofaktörler matrisi

$$Q_{xx}^{\hat{\hat{}}} = (A_1^T P A_1)^{-1} \left[A_1^T (P_{22}^{-1} + A_2 P_{yy}^{-1} A_2^T)^{-1} A_1 \right]^{-1} \quad (2-66)$$

elde edilir. Düzeltmeler (2-62) ye göre bulunarak birim ağırlıklı ölçünün karesel ortalama hatası (varyansı) için

$$\hat{\sigma}^2 = V_2^T P V_2 / (n-u) \quad (2-67)$$

kullanılır. n ölçü sayısı, u bilinmeyen sayısıdır.

Eğer bağlantı noktalarının $Q_{yy}^{\hat{\hat{}}}$ kofaktörler matrisi mevcut değilse $P_{yy} = K_{yy}^{-1}$ olacak şekilde bölüm 2.4.1 deki gibi isteğe göre bir ölçüt matrisi oluşturulur.

3. SERBEST AĞ DENGELMESİ

Bölüm 2 deki (2-2) eşitliklerini tekrar yazalım.

$$l + v = A \hat{x} \quad (3-1a)$$

$$c = \sigma^2 P^{-1} = \sigma^2 Q \quad (3-1b)$$

Burada l küçültülmüş ölçüleri, \hat{x} küçültülmüş bilinmeyenleri göstermektedir. Bu modelden $A^T P A = N$, $A^T P l = n$ ile

$$N \hat{x} - n = 0 \quad (3-2)$$

normal denklemleri elde edilir.

Ölçüler yalnızca ağ noktalarının birbirlerine göre konumlarını; yani ağın iç geometrisini belirler; örneğin iki boyutlu ağlar için bir koordinat sistemiyle bağlantı için gerekli bilgi içermezler. Bunun sonucu olarak ağdaki bilinmeyen sayısı u , ölçü sayısı n ($n > u$) ise A , $n \times u$ boyutlu ve N , $u \times u$ boyutlu olarak singüler ($\det N = 0$) olur. N matrisinin rangı $rg N = r$ ile gösterilirse $d = u - r$ farkına datum defekti denir. d sayıda serbest datum parametreleriyle iç ağ geometrisi bir koordinat sisteminde belirlenir. Datum defektinin sayısı ağın boyutuna ve ağda ölçülen elemanlara bağlıdır. Örneğin iki boyutlu ağlarda yalnızca doğrultular ölçülmüşse $d=4$ tür. Bunlar 1 dönüklük, 1 ölçek faktörü, x ve y eksenleri yönünde 2 ötelemedir. Kenarlar ya da kenar(lar) ve doğrultular ölçülmüşse ölçek faktörü ortadan kalkar ve $d=3$ olur. Ağda ölçülecek azimut da dönüklüğü ortadan kaldırır.

Bir ağda ölçülerin belirlediği görelî konumla bir koordinat sistemi arasında kurulacak bağıntı datum problemini oluşturur. Bu problem (3-2) denklemlerinin çözümüdür. Çözüm için, $v^T P v = \min.$ koşulu yanında $x^T x = \min.$ koşulu öngörülerek dengeleme yapılır. Bu tür dengelemeye serbest dengeleme denmektedir. Dengelemede (3-2) singüler denklem sistemini regüler yapmak için d sayıda koşul kullanılır.

$x^T x = \min$.koşulu, ağın tüm noktalarını içeriyorsa koordinat bilinmeyenlerine ilişkin kofaktörler matrisinin izi de minimum olur. Buna " Tüm İz Minimum " çözümü denir. Minimum koşulu, defekt (d) sayısından az olmamak üzere ağ noktalarından bir bölümünün koordinatlarını içeriyorsa kofaktörler matrisinin yalnızca bunlara karşılık bölümünün izi minimum olur. Buna da " Kısmi İz Minimum " çözümü denir. Minimum koşulu d sayıda koordinat bilinmeyeni için yazılırsa, çözüm d sayıda parametrenin sabit alındığı klasik dengelemeye dönüşür (DEMİREL,1987b).

Serbest dengeleme türlerinde ağın iç geometrisiyle ilgili büyüklükler değişmez. Örneğin a posteriori varyanslar, dengelenmiş ölçüler ve bu ölçülerin duyarlık ve güvenilirliği aynı kalır. Yalnızca koordinat bilinmeyenleri ve bunların kofaktörler matrisi seçilen datum noktalarına (min. koşuluna giren noktalar) göre değişir. Buna bağlı olarak koordinat bilinmeyenlerinin duyarlıkları da,örneğin ortalama konum hatası ve hata elipsi değişir (BILL,1984).

Defekt sayısından daha çok parametrenin sabit geçtiği sıklaştırma ağlarında ağın iç geometrisi bağlantı noktalarına göre belirlenir. Bundan dolayı ağda bir zorlama meydana çıkar. Bu tür ağlarda normal denklemler regülerdir ve bir " zorlamalı dengeleme " söz konusudur. Bu kavram serbest dengeleme kavramından farklıdır.

S-transformasyonu ile serbest dengeleme sonuçları birbirine dönüştürülebilmektedir.

3.1 Genel Çözüm-Kısmi İz Minimum :

(3-2) normal denklemlerinin çözümü için d sayıda koşul denklemi yazılarak N matrisi regüler yapılır. d sayıda koşul bir B matrisi içinde toplanırsa (3-1a) denklemi

$$V = A\hat{x} - l \quad (3-3a)$$

$$B^T \hat{x} = 0 \quad (3-3b)$$

şeklinde yazılabilir.

Buna göre dengelemenin fonksiyonel modeli, bilinmeyenleri arasında koşul denklemleri de bulunan dolaylı ölçüler dengelemesine dönüşür (ŞERBETÇİ,1972; ULSOY,1980). Buna Gauss-Markov modelinde koşullu dengeleme de denmektedir. k korelatlar vektöründe toplanan d sayıda $k_i, (i=1, \dots, d)$ Lagrange katsayılarının işleme sokulması ve

$$F = V^T P V + 2 k^T (B^T \hat{x}) = \text{Min.} \quad (3-4)$$

Lagrange fonksiyonunun minimum yapılmasıyla (MITTERMAYER, 1972a)

$$\begin{bmatrix} N & B \\ B^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

normal denklemleri elde edilir. Burada $N = A^T P A$, $n = A^T P l$ dir. x bilinmeyenler vektörünün B matrisine bağlı tahmin değeri \hat{x}_b ile gösterilirse (3-5) sistemi

$$\begin{bmatrix} N & B \\ B^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_b \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

olur. B matrisinin sütun sayısı defekt sayısı d ye eşittir. N matrisinin d sayıda $\lambda=0$ öz değerlerine karşılık öz vektörler matrisi G olmak üzere B matrisi

$$B = EG \quad (3-7)$$

şeklinde oluşturulur. E matrisi köşegeni üzerinde datuma giren noktalar için " 1 ", öteki noktalar için " 0 " değerlerini içeren datum belirleyici matristir.

G matrisi,

$$AG = 0 \quad (3-8)$$

koşulunu sağlar. (3-8) eşitliği soldan $A^T P$ ile çarpılırsa

$$A^T P A G = 0 \quad \text{olarak}$$

$$NG = 0 \quad (3-9)$$

koşulu da sağlanır.

Defekt sayısı $d=4$ olan p noktalı bir doğrultu ağında x_{i0} , y_{i0} ($i=1, \dots, p$) yaklaşık koordinatlar olmak üzere G matrisi,

$$G^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \\ -y_{10} & x_{10} & -y_{20} & x_{20} & \dots & -y_{p0} & x_{p0} \\ x_{10} & y_{10} & x_{20} & y_{20} & \dots & x_{p0} & y_{p0} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{x yönünde öteleme} \\ \text{y yönünde öteleme} \\ \text{dönüklük} \\ \text{ölçek faktörü} \end{array} \quad (3-10)$$

öz vektörler matrisi olarak yazılır. Ağda ölçek belirleyecek en azından bir kenar ölçülmüşse G^T nin son satırı ortadan kalkar.

G ve B matrisleri aynı boyutlu sütun regüler matrislerdir ve bunların $G^T B$ çarpımı regüler bir kare matristir. (3-8) ve (3-9) özellikleri de dikkate alınarak (3-6) normal denklemlerinin çözümü,

$$\begin{bmatrix} N & B \\ B^T & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} Q_b & U \\ U^T & W \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

şeklinde gösterilerek

$$U = G (B^T G)^{-1} \quad (3-11a)$$

$$U^T = (G^T B)^{-1} G^T \quad (3-11b)$$

$$W = 0 \quad (3-11c)$$

$$N Q_b = I - B (G^T B)^{-1} G^T \quad (I : \text{Birim matris}) \quad (3-11d)$$

ya da

$$Q_b = (N + B B^T)^{-1} - G (G^T B B^T G)^{-1} G^T \quad (3-11e)$$

olarak elde edilir (DEMİREL, 1987d ; KOCH, 1980, 1983b).

(3-6) eşitliğinden bilinmeyenler için

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_b \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_b & G(B^T G)^{-1} \\ (G^T B)^{-1} G^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

ya da

$$\hat{x}_b = Q_b n \quad (3-13a)$$

$$k = (G^T B)^{-1} G^T n \quad (3-13b)$$

yazılabilir.

(3-8) özelliğinden dolayı $G^T A^T = 0$ olur. Böylece $G^T n = G^T A^T P_1 = 0$ olduğu görülür. Bu ise

$$\hat{x}_b = Q_b n = (N + BB^T)^{-1} n \quad (3-14a)$$

$$k = 0 \quad (3-14b)$$

sonucunu doğurur. (3-14d) eşitliği sağdan B ile çarpılırsa $N Q_b B = 0$ olur ve $N \neq 0$ nedeniyle $Q_b B = 0$ koşulunun sağlandığı görülür.

(3-14b) den dolayı (3-6) normal denklemleri korelatlardan bağımsız olarak

$$N \hat{x}_b = n \quad (3-15)$$

sistemine dönüşür. B matrisinin seçimine bağlı olarak (3-15) ve (3-14a) dan x için farklı çözümler elde edilir. Bunların her biri (3-15) denklem sistemini sağlar. Bu yüzden açık bir çözüm yoktur.

3.2 Tüm İz Minimum Koşuluna Göre Serbest Dengeleme :

$x^T x = \min.$ koşuluna ağın tüm noktalarının koordinatları giriyorsa tüm iz minimum çözümü elde edilir. Bu koşul (3-7) deki datum seçici matris olan E matrisinin birim matris olmasını gerektirir. Bu durumda $B=G$ olur ve buna karşılık Q_b yerine Q_g gösterimi ile (3-10) yerine

$$\begin{bmatrix} N & G \\ G^T & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} Q_g & G (G^T G)^{-1} \\ (G^T G)^{-1} G^T & 0 \end{bmatrix} \quad (3-16)$$

elde edilir. Q_g matrisi için (3-11d) ye benzer olarak

$$N Q_g = I - G (G^T G)^{-1} G^T \quad (3-17a)$$

ya da

$$Q_g = (N + G G^T)^{-1} - G (G^T G G^T G)^{-1} G^T \quad (3-17b)$$

eşitlikleri yazılabilir. Bilinmeyenler için de (3-14) e benzer olarak

$$\hat{x}_g = Q_g n = (N + G G^T)^{-1} n \quad (3-18a)$$

$$k = 0 \quad (3-18b)$$

çözümü elde edilir. (3-17a) eşitliği sağdan G ile çarpılırsa $N \neq 0$ olduğundan $Q_g G = 0$ koşulu gerçekleşir. Q_g matrisi N matrisinin Moore-Penrose (Pseudo) inversidir.

$$Q_g = N^+ \quad (3-19)$$

Q_g matrisinin izi, N nin tüm diğer inversleri yanında en küçüktür. Buna bağlı olarak (3-18a) ile bulunan bilinmeyenler vektörü \hat{x}_g nin normu da diğer çözümler yanında minimumdur. Buna göre

$$\text{iz } Q_g = \min. \text{ ve } x_g^T x_g = \min. \quad (3-20)$$

eşitlikleri geçerlidir (MITTERMAYER,1972b).

3.3 Kısmi İz Minimum Çözümünde Gruplara Ayırma :

Ölçü geometrisinin, koordinat bilinmeyenlerinin bir kısmına; örneğin bağlantı noktalarına göre optimum konumlandırılması istenebilir. Bu durumda kısmi iz minimumlu bir dengeleme söz konusudur ve datum belirleyici E matrisi köşegeninde yalnızca bağlantı noktalarına karşılık " 1 " diğer noktalar için " 0 " yazılmalıdır.

Bu çözüm yönteminde Q_b kofaktörler matrisi N matrisinin refleksiv genel inversidir.

$$Q_b = N^{-} \quad (3-21)$$

Yalnızca datuma giren noktalara ilişkin kofaktörler matrisinin izi ve bu nokta koordinatlarına ait bilinmeyenlerin normu minimum olur. Bunun için datumu belirleyecek koordinat bilinmeyenleri \hat{x}_1 , diğer bilinmeyenler \hat{x}_2 vektöründe toplansın. Bunun gibi diğer matrisler de alt matrislere ayrılarak,

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \end{bmatrix}, \quad N = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix}, \quad n = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

$$E = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}, \quad B = EG = \begin{bmatrix} G_1 \\ 0_2 \end{bmatrix}$$

yazılmalıdır.

$N \hat{x} = n$ normal denklemleri

$$\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

yazılarak \hat{x}_2 yok edilsin. Buradan

$$N_{11} \hat{x}_1 + N_{12} \hat{x}_2 = n_1 \quad (3-24a)$$

$$N_{21} \hat{x}_1 + N_{22} \hat{x}_2 = n_2 \quad (3-24b)$$

yazılır. (3-24b) den \hat{x}_2 çekilip (3-24a) da yerine konursa

$$(N_{11} - N_{12} N_{22}^{-1} N_{21}) \hat{x}_1 = n_1 - N_{12} N_{22}^{-1} n_2 \quad (3-25)$$

elde edilir. Burada

$$\bar{N}_{11} = N_{11} - N_{12} N_{22}^{-1} N_{21} \quad (3-26a)$$

ve

$$\bar{n}_1 = n_1 - N_{12} N_{22}^{-1} n_2 \quad (3-26b)$$

ile

$$\bar{N}_{11} \hat{x}_1 = \bar{n}_1 \quad (3-27)$$

yazılabilir. $B^T \hat{x} = 0$ koşulundan (3-22) eşitlikleri dikkate alınarak

$$G_1^T \hat{x}_1 = 0 \quad (3-28)$$

olur. (3-27) indirgenmiş denklem sistemi (3-28) ile genişletilirse

datum noktaları için (3-6) normal denklemlerine benzeyen sistemden

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{N}_{11} & G_1 \\ G_1^T & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{n}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-29)$$

ya da

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & G_1(G_1^T G_1)^{-1} \\ (G_1^T G_1)^{-1} G_1^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{n}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-30)$$

çözüm vektörü elde edilir (DEMİREL,1987b).

(3-30) denklem sistemi (3-16) ile karşılaştırılırsa \bar{Q}_{11} kofaktörler matrisinin \bar{N}_{11} in Moore-Penrose inversi olduğu görülür.

$$\bar{Q}_{11} = \bar{N}_{11}^+ \quad (3-31)$$

Ayrıca $Q_g G = 0$ ve $NG = 0$ koşullarına karşılık $\bar{Q}_{11} G_1 = 0$ ve $\bar{N}_{11} G_1 = 0$ koşulları sağlanır. O halde \hat{x}_1 ve \bar{Q}_{11} için (3-20) özellikleri geçerli olur.

$$\text{iz } \bar{Q}_{11} = \min. \quad \text{ve} \quad \hat{x}_1^T \hat{x}_1 = \min. \quad (3-32)$$

Tüm iz minimum çözümü ile kısmi iz minimum çözümü arasında

$$\text{iz } Q_g < \text{iz } \bar{Q}_{11} \quad \text{ve} \quad \hat{x}_g^T \hat{x}_g < \hat{x}_1^T \hat{x}_1 \quad (3-33)$$

bağıntıları geçerlidir.

$G^T x_g = 0$ koşulunun (3-3) modelinde dikkate alınması, bilinmeyenler arasında (örneğin dengelenmiş koordinatlar ile yaklaşık koordinatlar arasında) Helmert transformasyonunun uygulanması anlamını taşır. Burada küçültülmüş bilinmeyenler yaklaşık koordinatlara gelecek düzeltmelerdir ve Helmert transformasyonundaki düzeltmelerin kareleri toplamının minimum olması koşuluna $\hat{x}_g^T \hat{x}_g = \min.$ koşulu karşılık gelmektedir. Eğer koşul olarak $B^T \hat{x}_b = 0$ öngörülüyorsa Helmert transformasyonu yalnızca B matrisine bağlı olarak datumu tanımlayan noktalar için geçerli olur.

3.4 S-Transformasyonu :

Yukarıdaki bölümlerde de açıklandığı gibi serbest ağırlarda singüler denklem sisteminin çözümü açık değildir ve seçilecek $B^T \hat{x}_b = 0$ koşullarına bağlı olarak değişmektedir. Bu koşullar belli sayıda datum noktaları yardımıyla tanımlanmakta ve seçilen her datuma karşılık bir dengeleme zorunlu olmaktadır. S-transformasyonu, bu zorunluluğu ortadan kaldırmakta ve bir datumdan başka bir datuma yeni bir dengeleme yapmaksızın geçişi olanaklı kılmaktadır.

S-transformasyonu ağın geometrisini değiştirmemektedir. Bu nedenle dengelemenin datumunu bilmeye gerek yoktur; yalnızca yeni datumu (geçilecek datumu) bilmek yeterlidir.

$B^T \hat{x}_b = 0$ koşuluna karşılık S_b transformasyon matrisi (3-11d) eşitliğinin transpozesi alınarak (3-21) ile

$$S_b = Q_b N = \bar{N} N = I - G (B^T G)^{-1} B^T \quad (3-34a)$$

ya da (3-7) dikkate alınarak genel şekliyle

$$S_b = I - G (G^T E G)^{-1} G^T E \quad (3-34b)$$

eşitlikleriyle tanımlanır. Tüm iz minimum çözümü (3-7) de $B=G$ olduğundan transformasyon matrisi (3-17a) dan

$$S_g = Q_g N = N^+ N = I - G (G^T G)^{-1} G^T \quad (3-35)$$

şeklini alacaktır.

(3-14a) eşitliği herhangi bir k datumu için B yerine B_k alınarak $\hat{x}_k = Q_k n$ olarak elde edilir. Ayrıca (3-15) eşitliğinin bir i datumu için $n = N\hat{x}_i$ şeklini alacağı düşünülürse, (3-34a/b) de B yerine B_k matrisi alınarak elde edilecek S_k transformasyon matrisiyle

$$\hat{x}_k = Q_k n = Q_k N \hat{x}_i = S_k \hat{x}_i \quad (3-36)$$

ve buna benzer biçimde (3-18a) ve (3-35) de $B=G$ ile bulunan S_g transformasyon matrisiyle

$$\hat{x}_g = Q_g n = Q_g N \hat{x}_i = S_g \hat{x}_i \quad (3-37)$$

elde edilir. (3-36) ve (3-37) eşitliklerine göre bir i datumundan istenen herhangi bir k datumuna ilişkin \hat{x}_k çözüm vektörüne S_k ve benzer olarak tüm iz minimum (tüm ağ noktalarının datuma girdiği) çözüm vektörü \hat{x}_g ye S_g transformasyon matrisiyle geçilebilmektedir.

(3-11d) ve (3-17a) nın transpozesi alınarak

$$Q_b N = I - G (B^T G)^{-1} B^T \quad (3-38a)$$

$$Q_g N = I - G (G^T G)^{-1} G^T \quad (3-38b)$$

elde edilir. (3-11d) ve (3-17a) sağdan N ile çarpılırsa $NG = 0$ ($G^T N = 0$) özelliğinden

$$NQ_b N = N \quad \text{ve} \quad NQ_g N = N \quad (3-39a)$$

ve benzer olarak (3-38a), (3-38b) eşitlikleri sağdan Q_b , Q_g ile çarpılırsa $Q_b B = 0$ ($B^T Q_b = 0$), $Q_g G = 0$ ($G^T Q_g = 0$) özellikleriyle

$$Q_b N Q_b = Q_b \quad \text{ve} \quad Q_g N Q_g = Q_g \quad (3-39b)$$

eşitlikleri çıkar.

(3-36) ve (3-37) eşitliklerine hata yayılma yasası uygulanırsa

$$Q_k = S_k Q_i S_k^T \quad (3-40a)$$

$$Q_g = S_g Q_i S_g^T \quad (3-40b)$$

elde edilir.

(3-40a/b) eşitliklerinin doğruluğu (3-39a/b) özellikleriyle kanıtlanabilir. (3-34 a/b) den S_b nin simetrik olmadığı buna karşılık (3-35) den S_g nin simetrik olduğu görülmektedir. Buna göre (3-40b)

$$Q_g = S_g Q_i S_g \quad (S_g = S_g^T) \quad (3-40c)$$

şeklinde yazılabilir. (3-40a) ve (3-40c) eşitlikleri, bir k datumu için \hat{x}_k çözüm vektörünün Q_k ve tüm iz minimum çözümü olan g datumu için \hat{x}_g çözüm vektörünün Q_g ağırlık katsayıları matrislerine dönüştürülebileceğini göstermektedir.

Herhangi bir uygulamada çok sayıda transformasyon art arda uygulanacak olursa sonuç en son transformasyondur. Bu durum (3-34) ve (3-35) eşitlikleriyle kanıtlanabilir. Buna göre

$$S_a \cdot S_b \cdot S_c = S_a \quad \text{ve} \quad S_g \cdot S_b \cdot S_c = S_g \quad (3-41)$$

yazılabilir. Ayrıca S-transformasyon matrisi

$$S_i G = 0 \quad \text{ve} \quad B_i^T S_i = 0 \quad (3-42)$$

koşullarını da sağlamaktadır (ILLNER,1983).

Defekt sayısı kadar parametre sabit alınarak yapılan serbest ağ dengelemesinde (zorlamasız dengeleme) normal denklem katsayılar matrisi ve bilinmeyenlerin kofaktörler matrisi regülerdir. Bu matris,defekt sayısı kadar sıfır elemanlı satır ve sütunla genişletilerek S_g ya da S_b transformasyon matrisleriyle tüm iz minimum ya da kısmi iz minimum çözümlerine dönüştürülebilir. Zorlamasız dengelemenin bilinmeyenler vektörü de transformasyondan önce d sayıda sabit parametreye karşılık sıfırla genişletilmelidir. Önce zorlamasız bir dengeleme yapılarak sonuçların ikinci adımda S-transformasyonu yardımıyla istenen datuma dönüştürülmesi uygulamada kolaylık sağlar (DEMİREL,1987b).

Sıklaştırma ağlarında bağlantı nokta koordinatlarının test edilmesinde, ağ önce tüm iz minimumuna göre serbest dengelenip uyumsuz ölçüler ayıklandıktan sonra bir S-transformasyonuyla bağlantı noktalarının datum olarak alınabileceği kısmi iz minimum çözümüne geçilebilir. Bağlantı noktalarının kısmi iz minimum çözümüyle elde edilen koordinatları ile verilen koordinatları karşılaştırılarak test edilir.

4. İSTATİSTİK TESTLER

Dengeleme sonuçlarına ve bunların duyarlıklarına ilişkin yargılar, matematiksel modelin gerçeğe uyması durumunda doğrudur. Matematiksel modellendirme, ölçüler ve bilinmeyen parametreler arasında geometrik ve fiziksel ilişkileri mümkün olduğunca gerçeğe uygun bir şekilde yansıtmalıdır. Dayalı ağ dengelemesine ilişkin olarak önceki bölümlerde verilen modellerden birine ya da işlem akışı olarak birkaçına karar vermek uygulayıcıya düşmektedir.

Model hataları ya da sistematik hatalar dengeleme sonuçlarını etkileyebilmektedir. Bu nedenle hataların sonuçlar üzerindeki etkileri istatistik testlerle signifikant olarak kanıtlanabilmelidir. Hataların etkilerini azaltmak için fonksiyonel model ek parametrelerle genişletilebileceği gibi stokastik modelin de gerçeğe uygun olmasına dikkat edilmelidir.

Sıklaştırma ağlarında iki model hipotezi ileri sürülebilir. Birincisi, ölçüler kaba hatalı değildir ; diğeri ise bağlantı nokta koordinatları sıklaştırma ağının ölçü geometrisi ile uyumludur. Bu varsayımların testi için dağılımı bilinen test büyüklükleri oluşturulur ve istatistik testlerle yargılara varılır. Ölçüler için n sayıda, bağlantı noktaları için (u_f bağlantı nokta koordinatlarının sayısı olmak üzere) u_f ya da $u_f / 2$ sayıda hipotez tanımlanmalıdır.

4.1 Model Hipotezinin Test Edilmesi

Model testi için hipotez olarak, matematiksel modelin ölçülerle bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkileri ve ölçülerin stokastik özelliklerini doğru ve noksansız olarak tanımladığı ileri sürülür. Dengeleme sonucunda bulunan birim ağırlıklı ölçünün $\hat{\sigma}^2$ varyansı ile a priori σ^2 varyansı karşılaştırılır. Model hipotezi doğru ise

$$H_0 : E (\hat{\sigma}^2) = \sigma^2 \quad (4-1a)$$

sıfır hipotezi

$$H_0 : E (\hat{\sigma}^2) = \sigma^2 \quad (4-1b)$$

seçenek hipotezine karşı geçerli olmalıdır. Model hipotezi

$$T = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim F_{r, \infty, 1-\alpha} = (\chi_{r, 1-\alpha}^2)/r \quad (4-2)$$

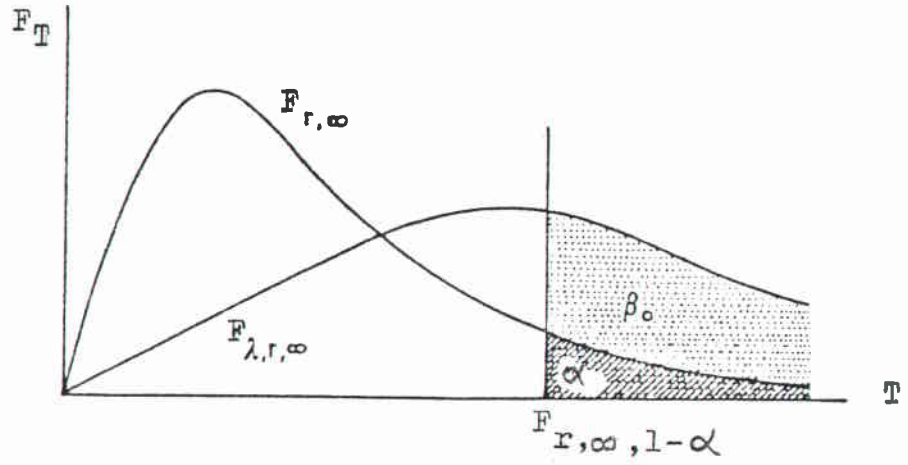
yazılabilir (DE HEUS,1982; DEMİREL,1987c; ÖZTÜRK,1986).

T test büyüklüğü r, ∞ serbestlik derecesi ve $S = 1-\alpha$ güveni ile F, ya da r serbestlik derecesi ve aynı olasılıkla χ^2 dağılım tablosundan alınan güven sınırından (kritik değerden) küçük,

$$T = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} < F_{r, \infty, 1-\alpha} = (\chi_{r, 1-\alpha}^2)/r \quad (4-3)$$

ise sıfır hipotezi geçerlidir ve model hatası yoktur. Aksi durumda sıfır hipotezi reddedilir ve model hatası olduğuna karar verilir. Yani ölçüler ile seçilen matematiksel model arasında bir uyumsuzluk söz konusudur. Burada $r = n-u$, $\hat{\sigma}^2$ için serbestlik derecesi; ∞ , a priori varyans σ^2 için serbestlik derecesidir. Matematiksel model testine global test denir (DEMİREL, 1987c).

Model hipotezi için a priori σ^2 varyansı, ölçme olayının uygun bir tahmin değeri olmalıdır (Şekil-3).



Şekil-3 : $r=n-u$ ve ∞ serbestlik dereceli merkezi ve merkezi olmayan Fisher dağılımı

(4-2) test büyüklüğünün ümit değeri, sıfır ve seçenek hipotezine göre

$$E \left(T = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \mid H_0 \right) = 1 \quad (4-4a)$$

$$E \left(T = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \mid H_a \right) = 1 + \frac{\lambda}{n-u} \quad (4-4b)$$

bağıntılarını sağlar. Seçenek hipotezinde ümit değer

$$\lambda = f(\alpha, \beta, r, \infty) \quad (4-5)$$

merkez dışı parametresine bağlıdır.

4.2 Uyuşumsuz Ölçüler Testi :

Ölçülerin genellikle normal dağılımda olduğu kabul edilir. Herhangi bir l_i ölçüsü normal dağılımlı asıl kümeden bir örneklem değilse bu ölçü merkezi olmayan bir dağılıma aittir. Buna göre l_i ölçüsünün Vl_i kadar hatalı olduğu söylenir. Bir l_i ölçüsündeki hatanın tüm düzeltmeler vektörü V yi etkileyebileceği (2-5) eşitliğinden görülmektedir. Bir ölçüde Vl_i kadar hata varsayımı ile ölçüler vektörü

$$l'^T = l^T + [0 \ 0 \ \dots \ Vl_i \ \dots \ 0 \ 0]^T = l^T + e_i^T Vl_i \quad (4-6)$$

biçiminde yazılabilir. Burada l hatasız l' hatalı ölçü ve

$$e_i^T = [0 \ 0 \ \dots \ 1 \ \dots \ 0 \ 0] \quad (4-7)$$

i. birim vektörü göstermektedir.

Bir ölçüdeki kaba hatayı belirleyebilmek için onun tüm dengeleme sonuçlarına, özellikle düzeltmelerin kareleri toplamı $V^T P V$ ye olan etkisini araştırmak gerekir. (2-2) modelinden l_i ölçüsüne ait düzeltme denklemi çıkarılarak kalan düzeltmeler vektörü V_1 , l_i dışında kalan ölçülere ilişkin ağırlık matrisi P_{11} ile gösterilirse, ölçüler arasında korelasyon olmadığı durumda

$$\Omega_1 = V_1^T P_{11} V_1 \quad (4-8)$$

yazılabilir. (2-7) eşitliği de dikkate alınarak buradan

$$\theta_i^2 = \Omega - \Omega_1 = \frac{v_i^2}{q_{v_i v_i}} \quad (4-9)$$

elde edilir (DEMİREL,1987c). Ω_1 düzeltmeler toplamı yeni bir dengeleme yapmaksızın (4-9) dan

$$\underline{\Omega}_1 = \underline{\Omega} - \frac{v_i^2}{q_{v_i v_i}} \quad (4-10)$$

şeklinde elde edilir.

v_i düzeltmesine ilişkin $q_{v_i v_i}$ ağırlık katsayısı (2-5) de verilen Q_{vv} matrisinin i. köşegen elemanıdır. Hatalı ölçü l_i nin bulunmadığı modelden birim ağırlıklı ölçünün varyansı için

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{\underline{\Omega}_1}{r_1} \quad (4-11)$$

çıkar. Burada $r_1 = n-u-1$ dir.

Kaba hatalı ölçüyü kontrol için geliştirilen test yöntemleri kullanılan varyans faktörüne ve buna göre değişen dağılım fonksiyonuna bağlıdır.

4.2.1 Data Snooping

Uyuşumsuz ölçüler testinden önce global test yapılır ve hipotez reddedilirse uyumsuz ölçü araştırmasına geçilir. Ölçülerin birindeki bir $v l_i$ kaba hatasının (4-1a) sıfır hipotezinin reddedilmesine neden olduğu kabul edilir. Hatalı ölçünün meydana çıkarılması için n sayıda ölçünün herbiri

$$H_0 : E(v l_i) = 0 \quad (4-12a)$$

sıfır hipotezi ve

$$H_a : E(v l_i) \neq 0 \quad (4-12b)$$

seçenek hipotezleriyle test edilir. n sayıda hipotezin herbiri için test büyüklüğü olarak ölçülerin korelasyonsuz olduğu varsayımı ile, normal dağılımlı ve normlandırılmış düzeltmeler

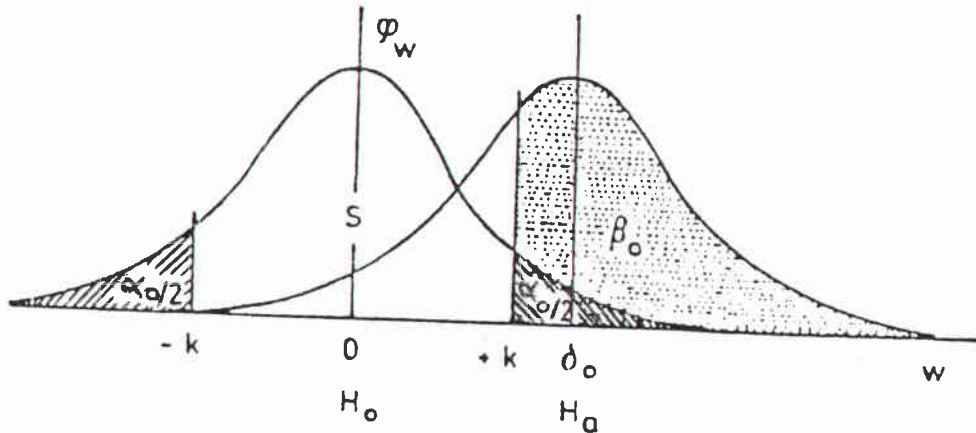
$$W_i = \frac{|v_i|}{\sigma_{v_i}} = \frac{|v_i|}{\sigma \sqrt{q_{v_i} v_i}} \sim N(0,1) \quad (4-13)$$

kullanılır (FÖRSTNER,1979). Burada $|v_i| / \sigma_{v_i}$ oranına normlandırılmış düzeltme denmektedir.

W_i test büyüklüklerinden en büyüğü W_{\max} , normal dağılımdan türetilen kritik değeri aşıyorsa,

$$W_{\max} = \frac{|v_i|}{\sigma \sqrt{q_{v_i} v_i}} > \sqrt{F_{1,\infty, 1-\alpha_0}} = N_{1-\alpha_0/2} \quad (4-14)$$

i. ölçüde bir kaba hata olduğu varsayılır (şekil-4). Duruma göre o ölçü atılır ya da atıldığı zaman ağın geometrik yapısı bozuluyorsa yinelenir. Sonra tekrar dengeleme yapılır. Model hipotezi test edilir ve gerekirse uyumsuz ölçü testi yapılır. Bu işleme uyumsuz ölçü bitinceye kadar art arda devam edilir. Kritik değer, standartlaştırılmış normal dağılım tablosundan iki yanlı istatistik güven $S = 1 - \alpha_0/2$ e göre alınır.



Şekil-4 : Normal dağılım yoğunluk fonksiyonu (sıfır ve seçenek hipotezi)

Data snooping test yönteminin başlıca özelliği çok boyutlu (4-2) ve tek boyutlu (4-13) testleri için test gücü ve dış merkezlik parametresinin eşit alınmasıdır

$$\lambda_0 = f(\alpha_0, \beta_0, 1, \infty) = f(\alpha, \beta = \beta_0, n-u, \infty) \quad (4-15)$$

Test büyüklükleri arasındaki korelasyonlar hesaba katılmazsa toplam yanılma olasılığı α ,

$$\alpha \approx 1 - (1 - \alpha_0)^n \quad (4-16)$$

dır. α_0 , bir tek ölçünün testi için yanılma olasılığını (1.tür hata) göstermektedir. Toplam olasılık α verilirse (örneğin $\alpha = 0.05$) yaklaşık olarak α_0 ,

$$\alpha_0 \approx 1 - (1 - \alpha)^{1/n} \approx \frac{\alpha}{n} \quad (4-17)$$

elde edilir (BENNING-THEISSEN,1985;DEMİREL,1987c).

Ölçü sayısı az dolayısıyla r küçük olduğunda global test duyarsız çıkar. Ölçü sayısı çok (r büyük) olduğunda global test duyarlı olmaktadır. Buna karşın (4-17) de öngörülen α değerine göre belirlenen α_0 çok küçük çıkabilir ve tek boyutlu test duyarlı olmaz. Bu durumda, tek boyutlu test için geçerli α_0 yanılma olasılığını sabit, örneğin $\alpha_0 = 0.001$ ve gerekirse toplam olasılık α yı buna göre hesaplamak uygun olur (DEMİREL,1987c; ERKAYA 1987). Ya da bu sakınca, incelenecek ağ küçük bölümlere ayrılarak giderilir (BILL,1984).

4.2.2 Tau Testi :

$\hat{\sigma}^2$ a priori teorik varyans faktörü için güvenilir ve tecrübelerle dayanan bir değer verilemiyorsa, bu durumda test için kaba hatalardan muhtemelen etkilenmiş a posteriori $\hat{\sigma}^2$ varyans faktörü kullanılır. Sıfır ve seçenek hipotezi olarak (4-12) eşitlikleri geçerlidir. Bu duruma göre (4-13) e benzer olarak i . ölçü ($i=1,2,\dots,n$) için test büyüklüğü olarak

$$T_i = \frac{|v_i|}{\hat{\sigma}_{v_i}} = \frac{|v_i|}{\hat{\sigma} \sqrt{q_{v_i v_i}}} \sim \tau_r \quad (4-18)$$

oluşturulur. Bu büyüklük $r=n-u$ serbestlik dereceli τ dağılımlıdır. Test büyüklüklerinden en büyüğü T_{\max} , toplam yanılma olasılığı α , serbestlik derecesi r ve ölçü sayısı n olmak üzere (4-17) eşitliğine göre bir tek ölçü için bulunacak yanılma olasılığı ile hesaplanan $\tau_{r,1-\alpha/2}$ kritik değerinden büyükse,

$$T_{\max} > \tau_{r,1-\alpha/2} \quad (4-19)$$

ilgili ölçünün uyumsuz olduğuna karar verilir. Bu ölçü atılır ya da yinelenir. Bu işleme data snooping yönteminde olduğu gibi uyumsuz ölçü kalmayıncaya kadar devam edilir. τ - dağılımı ile t - ve F - dağılımları arasında

$$\tau_{r,1-\alpha/2} = \sqrt{\frac{r t^2_{r-1,1-\alpha/2}}{r-1+t^2_{r-1,1-\alpha/2}}} \quad (4-19a)$$

$$t^2_{r-1,1-\alpha/2} = F_{1,r-1,1-\alpha} \quad (4-19b)$$

bağıntıları vardır (DEMİREL,1987c ; HAHN-MIERLO,1986). Bu bağıntılarla χ^2 - dağılımına ilişkin güven sınırları (kritik değerler) t - ve F - dağılımlarının sınır değerleri ile hesaplanabilir (AKSOY,1984 ; BENNING-THEISSEN,1985 ; WOLF,1979). Ayrıca χ^2 - dağılımının sınır değerleri, ölçü sayısı ve serbestlik derecesine göre çizelge haline getirilmiştir (AKSOY-GÜRDOĞAN,1985).

Kritik değer, t - dağılımı için $S = 1 - \alpha_0/2$ iki yanlı istatistik güvenine ve F - dağılımı için $S = 1 - \alpha_0$ tek yanlı istatistik güvenine göre alınır.

4.2.3 t- Testi :

İncelenen ölçünün tüm düzeltmeler toplamı $\Omega = V^T P V$ içindeki payı çıkarılırsa bu ölçünün kaba hatasından arınmış olarak elde edilen a posteriori varyans faktörü (4-11) bağıntısında

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{\Omega - v_i^2 / q_{v_i v_i}}{n-u-1} \quad (4-11)=(4-20)$$

olarak verilmektedir.

Bu varyans faktörü ile i. ölçü ($i=1,2,\dots,n$) için oluşturulacak test büyüklüğü

$$t_i = \frac{|v_i|}{\hat{\sigma}_1 \sqrt{q_{v_i v_i}}} \sim t_{r-1} \quad (4-21)$$

olur. Bu test büyüklüğü r-1 serbestlik dereceli t (student) dağı-

lımlıdır. t_i test büyüklüklerinden en büyüğü t_{\max} (4-17) ye göre belirlenecek α_0 yanılma olasılığı ile hesaplanacak $t_{r-1,1-\alpha_0/2}$ kritik değerinden büyükse,

$$t_{\max} > t_{r-1,1-\alpha_0/2} = \sqrt{F_{1,r-1,1-\alpha_0}} \quad (4-22)$$

ilgili ölçü uyuşumsuz olarak değerlendirilerek atılır ya da yinelenir. t -dağılımının sınır değerleri, $S=1-\alpha_0/2$ iki yanlı istatistik güvenine göre t -dağılım çizelgesinden alınır. Yinelemeli dengeleme ve test işlemleri ile uyuşumsuz ölçü araştırması, tüm t_i test büyüklükleri t -dağılım çizelgesinden alınan $t_{r-1,1-\alpha_0/2}$ sınır değerinden küçük kalıncaya dek sürdürülür.

τ_r dağılımının olasılığı ile t_{r-1} dağılımının olasılığı

$$P(-\tau_r < \tau_i < \tau_r) = P(-t_{r-1} < t_i < t_{r-1}) \quad (4-23)$$

şeklinde birbirine eşittir (BILL,1984). Buna göre uyuşumsuz bir ölçü olması durumunda aynı bir α_0 olasılığı için τ - testi ile t -testi eşit sonuçlar verir. Ölçü sayısı fazla olduğu zaman serbestlik derecesi büyük olacaktır. Bu nedenle τ - ve t - dağılımları normal dağılıma dönüşecektir (HÖPCKE,1980 ; DEMİREL 1987c). Bu duruma göre aynı bir α_0 olasılığı için yukarıda adı geçen üç test de (σ , $\hat{\sigma}$ ve $\hat{\sigma}_1$ yaklaşık eşitse) özdeş yargılara götürür.

Birbirini etkileyen çok sayıda kaba hata olması durumunda, a priori σ^2 varyans faktörünün gerçeğe uygun olarak seçilmesi durumunda Baarda'nın data snooping testinin tercih edilmesi tavsiye edilmektedir (BILL,1984).

4.3 Bağlantı Nokta Koordinatlarının Test Edilmesi :

Sıklaştırma ağlarında, bağlantı noktalarının koordinatları üst derece ağa ait ölçülerle geniş zaman aralıklarında belirlenmektedir. Bu ve benzer nedenlerle (örneğin üst derece ağda uyşumsuz ölçü olması, üst derece ağın toptan dengelenmemiş olması) bağlantı nokta koordinatları tutarsız (yani bir anlamda hatalı) olabilir. Böylece belirlenecek yeni nokta koordinatları ve yeni ölçüler bu hatalı noktaların koordinatlarından etkilenmekte ve olması gereken değerler elde edilememektedir. Bunun için bağlantı noktalarının koordinatlarıyla hiyerarşik bir dengeleme yapılmadan önce bu koordinatların tutarlılığı istatistik testler yardımıyla irdelenmelidir. Bunun için bağlantı noktaları ve yeni noktalardan oluşan ağ serbest dengelenerek uyşumsuz ölçüler ayıklandıktan sonra kalan ölçülerle ağ yeniden serbest dengelenir ve tüm noktaların koordinatları hesaplanır. Burada, uyşumsuz ölçüler atıldıktan sonra kalan ölçüler ağın serbest dengelenmesine yeterli olmalıdır. Şimdi bağlantı noktalarının verilen koordinatları ile dengelemeden bulunan koordinatlarının uyumluluğu kontrol edilebilir. Bu iş pratikte şu şekilde de yapılabilir : Dengelenenin d sayıda defekti, d sayıda koşul denkleminde model genişletilerek giderildiğine göre bu ek koşullar yalnız bağlantı nokta koordinatlarıyla belirlenirse iç ağ geometrisi bağlantı noktalarına (datum noktaları) optimal konumlandırılmış olur. Bu, bağlantı nokta koordinatları için $y^T y = \text{minimum}$ koşulunun sağlanması; yani ağın kısmi iz minimum çözümüne göre dengelenmesi demektir. Ya da bu koşul, tüm iz minimum çözümünden datum, bağlantı noktaları olacak şekilde bir S-transformasyonuyla da sağlanabilir. Bağlantı noktaları için bu koşulla elde edilecek koordinat değerleri verilen koordinatlarla karşılaştırılarak uyşumlu olup olmadıkları araştırılabilir.

4.3.1 Doğrusal Çok Boyutlu Genel Hipotez Testi (Global Test) :
Gauss-Markov modeli

$$I + V = Ax \quad , \quad C_{11} = \sigma^2 Q_{11} = \sigma^2 P^{-1} \quad (4-24)$$

biçiminde olduğuna göre, x bilinmeyenleri ya da bunların bir bölümü arasında belli koşulların geçerli olup olmadığını test etmek amacıyla

$$H_0 : Bx = W \quad (4-25)$$

hipotezi öngörülür (DEMİREL,1987b). Sıklaştırma ağlarında (4-25) sıfır hipotezi, dengeleme ile bulunacak tüm bağlantı noktalarının koordinatlarını üst derece ağdan verilen koordinatlara eşit olduğunu öngören koşul denklemleri biçiminde kurulur.

(4-25) doğrusal hipotezinin, oluşturulan dengeleme modeliyle uyumlu olup olmadığı sorusu F-dağılımına göre test edilir. Sıfır hipotezi doğru kabul edilirse (4-24) modeli, bilinmeyenleri arasında koşul denklemleri bulunan

$$I + V_H = Ax_H \quad , \quad C_{11} = \sigma^2 Q_{11} \quad (4-26a)$$

$$Bx_H = W \quad (4-26b)$$

denklem sistemi (Koşullu Gauss-Markov modeli) biçiminde tanımlanır. Burada H indisi bölüm 2.2 deki H dan farklı anlamdadır.

(4-24) koşulsuz dengeleme modelinden çözüm vektörü \hat{x} ve düzeltmelerin kareleri toplamı Ω ve birim ağırlıklı ölçünün varyansı $\hat{\sigma}^2$,

$$\hat{x} = N^{-1}A^T P l \quad , \quad N = A^T P A \quad (4-27)$$

$$\Omega = V^T P V = (I - A\hat{x})^T P (I - A\hat{x}) \quad (4-28)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \Omega / n-u \quad (4-29)$$

çıkar. (4-26) modelinden bilinmeyenler vektörü \hat{x}_H ve düzeltmelerin kareleri toplamı Ω_H için bulunacak çözüm eşitliklerinde (4-27) ve (4-28) bağıntıları dikkate alınır. Ho hipotezinin (koşul denklemlerinin) etkisini gösteren

$$\hat{x}_H = \hat{x} - N^{-1}B^T(BN^{-1}B^T)^{-1}(B\hat{x} - W) \quad (4-30)$$

ve

$$R = (B\hat{x} - W)^T(BN^{-1}B^T)^{-1}(B\hat{x} - W) \quad (4-31)$$

ile

$$\Omega_H = \Omega + R \quad (4-32)$$

eşitlikleri elde edilir (AKSOY,1987 ; KOCH, 1980).

(4-26b) koşul denklemlerinin sayısı h olmak üzere, koşullu Gauss-Markov modelinden birim ağırlıklı ölçünün varyansı

$$\hat{\sigma}_H^2 = \frac{\Omega_H}{n-u+h} \quad (4-33)$$

çıkar.

N matrisinin N^{-1} Cayley inversi yerine (4-27),(4-30) ve (4-31) eşitliklerinde N^- genel invers (N^- reflektiv invers ya da N^+ pseudo invers) geçebilir. Bu durum (4-30) ve (4-31) deki $(BN^{-1}B^T)^{-1}$ inversi için de geçerlidir.

R büyüklüğü ,(4-25) sıfır hipotezi nedeniyle (4-28) den bulunan Ω daki artış miktarıdır. Genel olarak datum defekti d, ölçü sayısı n, bilinmeyen sayısı u, serbestlik derecesi $r=n-u$ ve dış merkezlik parametresi λ olmak üzere $\Omega = V^T P V$ karesel formu (KOCH,1980) e göre χ^2 - dağılımlıdır ve

$$\frac{\Omega}{\hat{\sigma}^2} \sim \chi^2 (r, \lambda) \quad (4-34)$$

bağıntısı geçerlidir. Ölçüler normal dağılımlı ve (4-24) modeli doğru ise dış merkezlik parametresi sıfıra eşittir ($\lambda=0$), (DEMİREL,1987b). Ayrıca Gauss-Markov modelinde λ nın sıfıra eşit olduğu gösterilebilir (AKSOY,1987 ; KOCH,1980).

R karesel formunun serbestlik derecesi ya da rangı h ile gösterilirse (4-31) eşitliğinden

$$h = \text{rg} (B N^{-1} B^T)^{-1} \quad (4-35)$$

olur. R karesel formu da χ^2 - dağılımlıdır ve

$$\frac{R}{\hat{\sigma}^2} \sim \chi^2 (h, \lambda_H) \quad (4-36)$$

yazılabilir (KOCH,1980). Burada λ_H için

$$\lambda_H = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} (Bx - W)^T (B N^{-1} B^T)^{-1} (Bx - W) \quad (4-37)$$

eşitliği geçerlidir (AKSOY,1987). (4-25) sıfır hipotezi geçerli; $E(B\hat{x} - W) = 0$ ise R büyüklüğüne ilişkin dışmerkezlik parametresi sıfır olur ($\lambda_H = 0$). (4-37) deki x, parametrenin tahmin değeri değil gerçek değeridir.

H_0 hipotezini test etmek için test büyüklüğü olarak, (KOCH, 1980) e göre birbirinden bağımsız olan χ^2 -dağılımlı iki karesel formun (4-34) ve (4-36) ile verilen büyüklüklerinin F-dağılımlı oranı,

$$T = \frac{R/h}{\Omega/r} = \frac{R}{h \hat{\sigma}^2} \sim F(h, r, \lambda_H) \quad (4-38)$$

oluşturulur. α yanılma olasılığını göstermek üzere H_0 hipotezi için

$$P(T > F_{h,r,1-\alpha}) = \alpha \quad (4-39)$$

olasılık eşitliği geçerlidir. (4-38) ile bulunan T değeri, $S = 1 - \alpha$ istatistik güven, h ve r serbestlik dereceleri ile bulunacak F-dağılımının sınır (kritik) değerinden daha büyükse (4-25) sıfır hipotezi reddedilir.

Genel olarak açıklanan doğrusal hipotez testi sıklaştırma ağlarında bağlantı nokta koordinatlarının kontrolünde kullanılır.

Bağlantı nokta koordinatlarının gerçek değeri y ve üst derece ağdan verilen koordinatları \tilde{y} ile gösterilsin. Bölüm

2.1 e göre (2-12) normal denklem sisteminin d sayıda koşulla genişletildiği düşünülürse denklem sisteminin regüler çözümü

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{\hat{x}\hat{x}} & Q_{\hat{x}\hat{y}} \\ Q_{\hat{y}\hat{x}} & Q_{\hat{y}\hat{y}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1^T P 1 \\ A_2^T P 1 \end{bmatrix} \quad (4-40)$$

çıkar. Böylece bağlantı nokta koordinatlarının \hat{y} tahmin değerleri elde edilir.

(4-25) e göre sıfır hipotezi, tüm bağlantı noktalarının koordinatları, verilen koordinat değerlerine eşittir şeklinde kurulur. Buna göre,

$$H_0 : y = \tilde{y} \quad (4-41a)$$

dir. Bu hipotez

$$H_a : y \neq \tilde{y} \quad (4-41b)$$

seçenek hipotezine karşı test edilir.

Burada (4-25) ile karşılaştırma yapılırsa $B=I$, $x=y$ ve $W=\tilde{y}$ dir. Bu, (4-40) normal denklem sistemini veren

$$1 + V = A_1 \hat{x} + A_2 \hat{y} \quad , \quad C = G^2 P^{-1} \quad (4-42a)$$

modelinin bağlantı nokta koordinatlarının sayısı olan $u_f = h$ kadar koşul denklemi ile genişletiliyor demektir.

Bu durumda

$$y = \tilde{y} \quad (4-42b)$$

koşulu ile (4-26) sistemi oluşturulmuş oldu. (4-42) koşullu

Gauss-Markov modelinin çözümü, (2-18) ile verilen hiyerarşik modelin çözümüne eşittir (BILL,1984).

Sıfır hipotezinin geçerliliği altında (4-37) den $\lambda_H = 0$ olur. Buna göre (4-38) test büyüklüğü

$$T = \frac{R}{h \hat{\sigma}^2} \sim F_{h,r} \quad (4-43)$$

olur. (4-31) den $\hat{x} = \hat{y}$ olacağı dikkate alınarak R büyüklüğü

$$R = (\hat{y} - \tilde{y})^T Q_{\hat{y}\hat{y}}^{-1} (\hat{y} - \tilde{y}) \quad (4-44)$$

ile

$$T = \frac{(\hat{y} - \tilde{y})^T Q_{\hat{y}\hat{y}}^{-1} (\hat{y} - \tilde{y})}{h \hat{\sigma}^2} \sim F_{h,r} \quad (4-45)$$

elde edilir (KOCH,1983a). Bu T büyüklüğü öngörülecek yanılma olasılığı α ya karşılık $S=1-\alpha$ istatistik güven ve h,r serbestlik dereceleri ile F-dağılımının sınır değerinden büyük,

$$T > F_{h,r,1-\alpha} \quad (4-45a)$$

çıkarsa sıfır hipotezi reddedilir ve bağlantı noktalarının koordinatlarında uyumsuzluk olduğuna karar verilerek tutarsızlığın hangi noktada olduğunu araştırma (yerelleştirme) aşamasına geçilir.

Tüm bağlantı noktalarının koordinatlarını içeren bu test " Global Test " olarak da bilinmektedir.

4.3.2 Uyuşumsuz Bağlantı Noktalarının Araştırılması :

Global test sonucu bağlantı noktaları kümesinde bir uyumsuzluk olduğu yargısına varılırsa, hangi noktaların uyumsuz olduğu ya tek tek nokta koordinatlarının testi ya da noktaların (x ve y koordinat çiftleri olarak) testi şeklinde araştırılabilir.

Koordinatlar teker teker test edilecekse (4-41a) dan $y_i = \tilde{y}_i$ ($i = 1, 2, \dots, h$) ile $h=1$ ve (4-44) den $R = (\hat{y}_i - \tilde{y}_i)^2 / q_{\hat{y}_i \hat{y}_i}$ olur. Bu değerlere göre (4-45) test büyüklüğü

$$T_1 = \frac{(\hat{y}_i - \tilde{y}_i)^2}{\hat{G}^2 q_{\hat{y}_i \hat{y}_i}} \sim F_{1,r} \quad (4-46a)$$

ya da

$$T_1 = \frac{(\hat{y}_i - \tilde{y}_i)}{\hat{G} \sqrt{q_{\hat{y}_i \hat{y}_i}}} \sim t_r \quad (4-46b)$$

şekline girer.

Bir bağlantı noktasının her iki koordinatı birden test edilmek istenirse sıfır hipotezi olarak,

$$H_0 : \begin{bmatrix} y_i \\ x_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_i \\ \tilde{x}_i \end{bmatrix}, \quad (i = 1, 2, \dots, h/2) \quad (4-47)$$

öngörülmelidir. Bu durumda koşul sayısı

$u_f = h = 2$ ve (4-44) den R için,

$$R = \begin{bmatrix} \hat{y}_i - \tilde{y}_i \\ \hat{x}_i - \tilde{x}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_{\hat{y}_i \hat{y}_i} & q_{\hat{y}_i \hat{x}_i} \\ q_{\hat{x}_i \hat{y}_i} & q_{\hat{x}_i \hat{x}_i} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{y}_i - \tilde{y}_i \\ \hat{x}_i - \tilde{x}_i \end{bmatrix} \quad (4-48)$$

elde edilir. Bunlar (4-45) de yerine konursa test büyüklüğü (iki boyutlu test = ölçü çiftleri testi) olarak

$$T_2 = \frac{\begin{bmatrix} \hat{y}_i - \tilde{y}_i \\ \hat{x}_i - \tilde{x}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_{\hat{y}_i \hat{y}_i} & q_{\hat{y}_i \hat{x}_i} \\ q_{\hat{x}_i \hat{y}_i} & q_{\hat{x}_i \hat{x}_i} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{y}_i - \tilde{y}_i \\ \hat{x}_i - \tilde{x}_i \end{bmatrix}}{2 \hat{\sigma}^2} \sim F_{2,r} \quad (4-49)$$

elde edilir.

T_1 ve T_2 test büyüklükleri için yeni bir dengeleme yapmaksızın (4-45) global testinde kullanılan büyüklüklerden yararlanılır. T_1 ve T_2 büyüklükleri, göngörülen α yanılma olasılığına göre T_1 için sınır değeri $1, r$ serbestlik dereceli F-dağılımının ya da r serbestlik dereceli t-dağılımının; T_2 için $2, r$ serbestlik dereceli F-dağılımının sınır değerlerinden

$$T_1 > F_{1,r,1-\alpha} \quad (4-50a)$$

ya da

$$T_1 > t_{r,1-\alpha} \quad (4-50b)$$

ve

$$T_2 > F_{2,r,1-\alpha} \quad (4-51)$$

büyükse sıfır hipotezi reddedilerek incelenen koordinat ya da koordinat çifti (çift ölçü) uyumsuz sayılır. Bu durumda ilgili nok-

tanın hatalı olduğu yargısına varılır. Üst derece ağı ölçüleri (eski ölçüler) ile kontrol edilmeli, duruma göre yeni nokta olarak dengelemeye sokulmalıdır.

4.3.3 Bağlantı Nokta Koordinatlarının Ölçüler Anlamında Test Edilmesi :

Bağlantı nokta koordinatları ölçüler olarak sıklaştırma ağı dengelemesine sokulursa, bu koordinatlar gerçekten yapılan ölçülere benzer olarak test edilebilir. Sıfır hipotezi olarak nokta koordinatlarına ilişkin düzeltmenin umut değeri ve varyansı için

$$H_0 : E(V_y)=0 , \quad V(V_y)= \sigma^2 Q_{v_y v_y} = \sigma^2 (K_{yy} - Q_{\hat{y}\hat{y}}) \quad (4-52)$$

geçerlidir. Buradaki K_{yy} , bölüm 2.4.1 e göre bağlantı noktaları için oluşturulan ölçüt matrisi; $Q_{\hat{y}\hat{y}}$, dengelemeden çıkan kofaktörler matrisinin bağlantı noktalarına ilişkin alt matrisi, σ^2 ise a priori varyans faktörüdür.

Koordinat değerlerinin tek tek testi için (4-6) ya benzer olarak koordinatlardan yalnız birinin kaba hatalı olduğu düşüncesinden hareket edilerek koordinatlar

$$y' = y + e_i^T V_y \quad (4-53)$$

şeklinde yazılabilir. Bu durumda sıfır hipotezi olarak

$$H_0 : E (e_i^T V_y) = 0 \quad (4-54a)$$

öngörülür. Bu hipotez

$$H_a : E (e_i^T V_y) \neq 0 \quad (4-54b)$$

seçenek hipotezine karşı test edilir. Test, "bir koordinat değişmiş, diğer tüm koordinatlar sabit kalmıştır " varsayımına dayanır.

Bağlantı nokta koordinatları korelasyonsuz ölçüler olarak dengelemeye sokulursa (4-13) eşitliğinden

$$W_{y_i} = \frac{|v_{y_i}|}{\sigma_{v_{y_i}}} = \frac{|v_{y_i}|}{\sigma \sqrt{q_{v_{y_i} v_{y_i}}}} \sim N(0,1) \quad (4-55)$$

test büyüklükleri elde edilir. Koordinatların korelasyonlu olarak dengelemeye sokulması durumunda test büyüklüğü olarak

$$W_{y_i} = \frac{e_i^T K_{yy}^{-1} v_y}{\sigma \sqrt{e_i^T K_{yy}^{-1} Q_{v_y v_y} K_{yy}^{-1} e_i}} = \frac{e_i^T P_{yy} v_y}{\sigma \sqrt{e_i^T P_{yy} Q_{v_y v_y} P_{yy} e_i}} \sim N(0,1) \quad (4-56)$$

geçerlidir (BILL,1984 ; PELZER,1980). Burada σ a priori varyanstır.

(4-55) ya da (4-56) test büyüklüklerinden en büyüğü, normal dağılımın

$$W_{\max y_i} > N_{1-\alpha_0/2} \quad (4-57)$$

sınır değerinden daha büyükse, ilgili koordinatın uyumsuz ya da kaba hatalı olduğu yargısına varılır. Duruma göre bu koordinatın ait olduğu nokta (noktanın ikinci koordinatı uyumlu çıkarsa bile) bağlantı noktaları kümesinden çıkarılır.

Burada da bölüm (4.2.1) e benzer olarak verilen α toplam olasılığına göre α_0 olasılığı (4-17) ye göre belirlenir.

5. JEODEZİK AĞLARDA DUYARLIK VE GÜVENİRLİK ÖLÇÜTLERİ :

Nirengi ağlarının kullanım amaçları için yeterli olup olmadıkları, duyarlık ölçütleri ile denetlenir. Bir jeodezik ağ için tanımlanan duyarlık ölçütlerinin büyük bir çoğunluğu, ağın ölçülmesinde kullanılan aletlerin duyarlığına ve ağın dış parametrelerinin (konum, ölçek, yöneltme) seçimine bağlıdır. Duyarlık ölçütleri, ağ noktalarından birkaçının bilinen alındığı dayalı ağlarda dış duyarlık ölçütleri ve tüm nokta koordinatlarının bilinmeyen olarak alındığı serbest ağlarda iç duyarlık ölçütleri olarak bilinir.

Dengelem modeli doğru ise, duyarlık ölçütleri jeodezik ağ hakkında bizi gerçekçi yargılara götürür. Ölçülerle bilinmeyenler arasındaki fiziksel ve geometrik ilişkilerin (düzeltme denklemleri), bunun gibi ölçülerin stokastik özelliklerinin (varyans-kovaryans matrisi ya da ağırlık matrisi) tam ve doğru tanımlandığı varsayılır. Gerçekte ölçülerle bilinmeyenler arasında yazılan fonksiyonel modeldeki belirsizlikler, sistematik ya da kaba ölçü hataları, bunun gibi gerçek ölçü koşullarına uymayan dengeleme öncesi ağırlık belirlemeleri gibi durumlar nedeniyle çok sayıda model hatası ortaya çıkabilir. Kanıtlanamayan model hatalarının dengeleme sonuçlarını ne ölçüde etkilediğini belirlemek amacıyla güvenilirlik ölçütleri tanımlanır. Güvenirlik ölçütleri, ölçülerin ötekiler tarafından ne ölçüde kontrol edilebildiğini gösteren sayısal değerler ve ortaya çıkarılamayan olası model hataları için sınır değerleri verir.

5.1 Duyarlık Ölçütleri :

Jeodezik ağlarda genellikle noktalara göre tanımlanan duyarlık ölçütleri kullanılır. Bunlar yardımıyla ağ noktalarının duyarlılıkları hakkında bir yargıya varılır. Bir jeodezik ağın duyarlığına ilişkin bilgilerin tümü, koordinat bilinmeyenlerinin varyans-kovaryans matrisinde depolanmıştır. Bu nedenle, duyarlık ölçütlerinin hesabında, bilinmeyenlerin varyans-kovaryans matrisinin tümü ya da bir bölümü kullanılır.

5.1.1 Lokal Duyarlık Ölçütleri :

5.1.1.1 Noktalara İlişkin Ölçütler :

Bir ağın dengelenmesi sonucunda bulunan ve P sayıda yeni noktanın koordinatlarını içeren bilinmeyenler vektörü x, yalnızca noktaların koordinatlarından oluşan alt matrislere ayrılırsa;

$$x^T = \begin{bmatrix} x_1^T & x_2^T & \dots & x_p^T \end{bmatrix}, \quad x_k^T = \begin{bmatrix} x_k & y_k \end{bmatrix}, \quad k=1,2,\dots,p \quad (5-1)$$

buna karşılık $Q_{xx} = Q$ ağırlık katsayıları matrisi de aşağıdaki gibi 2x2 boyutlu alt matrislere ayrılabilir :

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1p} \\ Q_{21} & Q_{22} & \dots & Q_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{p1} & Q_{p2} & \dots & Q_{pp} \end{bmatrix}, \quad Q_{kk} = \begin{bmatrix} q_{xx} & q_{xy} \\ q_{yx} & q_{yy} \end{bmatrix}_k \quad (5-2)$$

(5-2) eşitliğinin her iki yanını birim ağırlıklı ölçünün $\hat{\sigma}^2$ varyansı ($\hat{\sigma}^2 = V^T P V / (n-u)$) ile çarpılırsa x bilinmeyenlerinin varyans-kovaryans matrisi

$$C_{xx} = \hat{\sigma}^2 Q \quad (5-3)$$

ve x_k alt vektörüne ya da k noktasına ilişkin varyans-kovaryans matrisi;

$$C_{kk} = \hat{\sigma}^2 Q_{kk} = \hat{\sigma}^2 \begin{bmatrix} q_{xx} & q_{xy} \\ q_{yx} & q_{yy} \end{bmatrix}_k \quad (5-4)$$

elde edilir.

Koordinat bilinmeyenlerinin varyansları :

(5-4) matrisinin köşegen elemanları k noktasının koordinatlarının varyanslarıdır.

$$\hat{\sigma}_x^2 = \hat{\sigma}^2 q_{xx} \quad , \quad \hat{\sigma}_y^2 = \hat{\sigma}^2 q_{yy} \quad (5-5)$$

$\hat{\sigma}_x$ ve $\hat{\sigma}_y$ koordinat eksenleri doğrultusunda noktaların koordinat ortalama hatalarıdır (Bak Şekil-5). Eksenlerin dönüklüğüne ve dayalı ağırlarda sabit noktaların konumuna bağlıdırlar.

Helmert Nokta Ortalama Hatası (Nokta Konum Hatası) :

(5-4) matrisinin izinin kare kökü olarak tanımlanır :

$$\hat{\sigma}_k = \sqrt{\text{iz } (C_{kk})} = \hat{\sigma} \sqrt{\text{iz } (Q_{kk})} = \hat{\sigma} \sqrt{(q_{xx} + q_{yy})_k} = \sqrt{\hat{\sigma}_x^2 + \hat{\sigma}_y^2} \quad (5-6)$$

Bu büyüklük koordinat eksenlerinin dönüklüğüne bağlı olmamakla birlikte dayalı ağırlarda sabit noktalardan etkilenir (AYAN,1981).

Werkmeister Nokta Ortalama Hatası :

k noktası için (5-4) deki C_{kk} varyans - kovaryans matrisinin determinantı olarak

$$\begin{aligned} m_W^2 &= \det (C_{kk}) = \hat{\sigma}^4 \det (Q_{kk}) = \hat{\sigma}^4 (q_{xx} q_{yy} - q_{xy}^2)_k \\ &= \hat{\sigma}^4 \lambda_1 \lambda_2 = A_H^2 \cdot B_H^2 \end{aligned} \quad (5-7)$$

tanımlanır. Burada λ_1 ve λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2$ olmak üzere) Q_{kk} matrisinin öz değerleridir ve bunlar için

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} (q_{xx} + q_{yy} + W)_k \quad (5-8a)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} (q_{xx} + q_{yy} - W)_k \quad (5-8b)$$

$$W_k^2 = ((q_{xx} - q_{yy})^2 + 4 q_{xy}^2)_k \quad (5-8c)$$

bağıntıları geçerlidir (DEMİREL,1984). (5-7) de geçen A_H ve B_H ise (5-9) da Helmert hata elipsinin yarı eksenleri olarak tanımlanmaktadır.

Helmert Ortalama Hata Elipsi :

Jeodezik ağ noktalarının duyarlılığı, her doğrultudaki duyarlılığı belirtmek üzere, merkezi ilgili nokta ile çakışan bir hata elipsi ile tanımlanabilir (Bak Şekil-5).

Uygulamada en çok Helmert ortalama hata elipsi kullanılmaktadır. Bu elips merkezsiz elips ya da standart elips olarak da adlandırılmaktadır. Bir k noktası için bu elipsin büyük yarı eksenini A_H , küçük yarı eksenini B_H ve büyük yarı eksenini ile x eksenini arasındaki açı θ_H ile gösterilirse, bu büyüklükler,

$$\tan 2 \theta_H = \left(\frac{2 q_{xy}}{q_{xx} - q_{yy}} \right)_k \quad (5-9a)$$

$$A_H^2 = \frac{1}{2} \hat{G}^2 (q_{xx} + q_{yy} + W)_k \quad (5-9b)$$

$$B_H^2 = \frac{1}{2} \hat{G}^2 (q_{xx} + q_{yy} - W)_k \quad (5-9c)$$

bağıntıları ile hesaplanır (WOLF,1975).

k noktası, serbestlik derecesi $r = n - u$ ya bağlı olarak belli bir istatistik güven ile Helmert ortalama elipsi içinde bulunur.

Bu güven olasılığı $r=1$ için $S= \% 29.3$ ve $r = \infty$ için $S=\% 39.4$ değerindedir.

Ağırlık katsayıları matrisi Q_{kk} nın öz değerleri λ_1 ve λ_2 ye karşılık normlandırılmış öz vektörler S_1 ve S_2 ile gösterilirse (λ_1 e karşılık S_1) Q_{kk} matrisi spektral gösterimle

$$Q_{kk} = S_k D_k S_k^T = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1^T \\ S_2^T \end{bmatrix} \quad (5-10)$$

biçiminde yazılabilir (ÖZTÜRK,1987a). S_1 vektörünün x ve y yönündeki bileşenleri S_{1x} ve S_{1y} ile gösterilirse Helmert hata elipsinin parametreleri

$$A_H^2 = \hat{\sigma}^2 \lambda_1, \quad (\lambda_1 > \lambda_2 \text{ olarak}) \quad (5-11a)$$

$$B_H^2 = \hat{\sigma}^2 \lambda_2 \quad (5-11b)$$

$$\tan \theta_H = \frac{S_{1y}}{S_{1x}} \quad (5-11c)$$

bağıntıları ile de hesaplanabilir. Daha yüksek istatistik güven ile noktalara ilişkin olarak güven elipsleri belirlenebilir.

Güven Elipsi :

Öngörülen $S= 1-\alpha$ istatistik güveni ile \tilde{x}_k gerçek nokta konumunun bulunduğu bölge için \hat{x}_k dengeleme sonucu ile

$$P \left\{ (\tilde{x}_k - \hat{x}_k)^T Q_{kk}^{-1} (\tilde{x}_k - \hat{x}_k) < 2 \hat{\sigma}^2 F_{2,r,1-\alpha} \right\} = 1-\alpha \quad (5-12)$$

olasılık eşitliği yazılabilir (PELZER,1979). Bu olasılık eşitliği istatistik güveni $S=1-\alpha$ olan bir güven elipsinin denklemdir

(Bak Şekil-5). Bu elipsin parametreleri

$$A_G^2 = 2 \hat{G}^2 \lambda_1 F_{2,r,1-\alpha} = 2 A_H^2 F_{2,r,1-\alpha} \quad (5-13a)$$

$$B_G^2 = 2 \hat{G}^2 \lambda_2 F_{2,r,1-\alpha} = 2 B_H^2 F_{2,r,1-\alpha} \quad (5-13b)$$

ve A_G büyük yarı eksenin doğrultusu

$$\theta_G = \theta_H = \arctan \frac{S_{1y}}{S_{1x}} \quad (5-13c)$$

bağıntılarıyla hesaplanır (ÖZTÜRK,1982). $F_{2,r,1-\alpha}$ değeri, öngörülen α yanılma olasılığı ve serbestlik dereceleri 2 ve $r=n-u$ ile F-dağılım çizelgelerinden alınır. (5-11) ve (5-13) eşitliklerinin karşılaştırılmasından güven elipsi ile Helmert ortalama hata elipsinin yarı eksenleri arasında

$$\frac{A_G}{A_H} = \sqrt{2F_{2,r,1-\alpha}} \quad (5-14)$$

bağıntısının geçerli olduğu görülür (PELZER,1979).

Helmert ortalama hata elipsi ve güven elipsi koordinat sistemindeki dönme ve ötelemelerden etkilenmez. Yalnızca dayalı ağlarda bağlantı noktalarının konumundan etkilenirler.

5.1.1.2 Bağıl Duyarlık Ölçütleri :

Noktalara ilişkin duyarlık ölçütleri yanında noktalar arasındaki komşuluk duyarlığını gösteren ölçütler de önemlidir. Bir ağın değerlendirilmesinde ya da zayıf yerlerinin belirlenmesinde bağıl elipsler analiz edilerek bir yargıya varılabilir.

Bağıl Hata Elipsi :

i ve k noktalarının koordinat farkları d vektörü ile

$$d = \begin{bmatrix} x_k - x_i \\ y_k - y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ x_k \\ y_k \end{bmatrix} = F x \quad (5-15)$$

biçiminde gösterilebilir. Buradan hata yayılma kuralı ile koordinat farklarının ağırlık katsayıları matrisi Q_{dd}

$$Q_{dd} = F Q_{xx} F^T \quad (5-16)$$

elde edilir.

$$Q_{xx} = \begin{bmatrix} Q_{ii} & Q_{ik} \\ Q_{ki} & Q_{kk} \end{bmatrix}$$

$$Q_{ii} = \begin{bmatrix} q_{x_i x_i} & q_{x_i y_i} \\ q_{y_i x_i} & q_{y_i y_i} \end{bmatrix}, \quad Q_{kk} = \begin{bmatrix} q_{x_k x_k} & q_{x_k y_k} \\ q_{y_k x_k} & q_{y_k y_k} \end{bmatrix}, \quad Q_{ik} = \begin{bmatrix} q_{x_i x_k} & q_{x_i y_k} \\ q_{y_i x_k} & q_{y_i y_k} \end{bmatrix}$$

kısa gösterimleri ile

$$Q_{dd} = Q_{ii} + Q_{kk} - Q_{ik} - Q_{ik}^T = \begin{bmatrix} q_{dxdx} & q_{dxdy} \\ q_{dydx} & q_{dydy} \end{bmatrix} \quad (5-17)$$

elde edilir. Bağıl hata elipsinin parametreleri Helmert ortalama hata elipsine benzer biçimde

$$A_{BH}^2 = \frac{1}{2} \hat{\sigma}^2 (q_{dx dx} + q_{dy dy} + W_B) \quad (5-18a)$$

$$B_{BH}^2 = \frac{1}{2} \hat{\sigma}^2 (q_{dx dx} + q_{dy dy} - W_B) \quad (5-18b)$$

$$\tan 2\theta_{BH} = \frac{2q_{dx dy}}{q_{dx dx} - q_{dy dy}} \quad (5-18c)$$

$$W_B^2 = (q_{dx dx} - q_{dy dy})^2 + 4 q_{dx dy}^2 \quad (5-18d)$$

eşitlikleriyle belirlenir.

Bağıl Güven Elipsi :

Bu elipsin parametreleri (5-12) eşitliklerine benzer biçimde

$$A_{BG}^2 = 2 A_{BH}^2 \cdot F_{2,r,1-\alpha} \quad (5-19a)$$

$$B_{BG}^2 = 2 B_{BH}^2 \cdot F_{2,r,1-\alpha} \quad (5-19b)$$

$$\theta_{BG} = \theta_{BH} \quad (5-19c)$$

Bağıl hata ve bağıl güven elipsleri P_i ve P_k noktalarını birleştiren doğrunun orta noktasında çizilir (Bak Şekil-5).

Parsiyel Güven Elipsi :

Yeni bir k noktası için parsiyel güven elipsini belirlemek için tüm komşu noktalar hatasız kabul edilir. Parsiyel güven elipsini belirlemek için

$$Nx = n \quad (5-20)$$

normal denklem sisteminden hareket edilir. Bu denklem sisteminde bilinmeyenler vektörü x, (5-1) deki gibi tek tek noktaların koordinatlarını içeren alt vektörlere, bunun gibi normal denklem katsayılar matrisi N ve mutlak terimler vektörü n de alt matris ve vektörlere ayrılırsa

$$N = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} & \cdots & N_{1P} \\ N_{21} & N_{22} & \cdots & N_{2P} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ N_{P1} & N_{P2} & \cdots & N_{PP} \end{bmatrix}, \quad n = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_P \end{bmatrix} \quad (5-21)$$

biçiminde yazılabilir. N matrisinin k. köşegenindeki N_{kk} ve n vektörünün k. alt vektörü n_k ile nokta dengelemesi için oluşturulacak

$$N_{kk} x_k = n_k \quad (5-22)$$

parsiyel normal denkleminin çözümünden k noktasının koordinat bilinmeyenleri vektörü $x_k^T = [x_k \ y_k]$ nin ağırlık katsayıları matrisi

$$\bar{Q}_{kk} = N_{kk}^{-1} = \begin{bmatrix} \bar{q}_{xx} & \bar{q}_{xy} \\ \bar{q}_{yx} & \bar{q}_{yy} \end{bmatrix}_k \quad (5-23)$$

elde edilir. Bu matrisin elemanları kullanılarak parsiyel güven elipsinin parametreleri (5-13) bağıntılarına göre hesaplanır. Ağdaki tüm yeni noktalar için bu elipsler belirlenebilir. Parsiyel güven elipsleri de Helmert ortalama hata elipsleri gibi merkezleri noktaya çakışık olarak çizilir.

5.1.2 Global Duyarlık Ölçütleri :

Bir ağın bütünü hakkında yargıya varmak için global duyarlık ölçütleri kullanılır. Burada bilinmeyenlerin C_{xx} varyans-kovaryans matrisinin tümü duyarlık hesabı için öngörülmektedir. Bu ölçütler genellikle jeodezik ağların optimizasyonunda ve karşılaştırılmalarında kullanılır.

Varyans Ölçütü :

(5-3) bağıntısıyla verilen ağın varyans-kovaryans matrisinin izi varyans ölçütü olarak adlandırılmaktadır (PELZER,1979). Bu ölçüt Helmert ortalama nokta hatalarının toplamına karşılık gelmektedir. Koordinatı bilinmeyen nokta sayısı P ise

$$\text{iz } (C_{xx}) = \hat{\sigma}^2 \quad \text{iz } (Q_{xx}) = \sum_{k=1}^P \sigma_k^2 = \sum_{k=1}^P (\sigma_x^2 + \sigma_y^2) = \min. \quad (5-24)$$

yazılabilir. (5-24) yerine ondan belli oranda sapan

$$\text{iz } (Q_{xx}) = \sum_{i=1}^{2P} \lambda_i = \min. \quad (5-25)$$

ölçütü alınabilir. λ_i ler Q_{xx} in öz değerleridir.

Güven Hiperelipsoidi :

Ağ noktalarının tümünün u boyutlu x koordinat bilinmeyenleri vektörü için güven hiperelipsoidi

$$P \left\{ (\tilde{x} - \hat{x})^T Q_{xx}^{-1} (\tilde{x} - \hat{x}) \leq u \hat{\sigma}^2 F_{u,r,1-\alpha} \right\} = 1-\alpha \quad (5-26)$$

olasılık bağıntısıyla verilmektedir (PELZER,1979). Bu elipsoid geometrik olarak gösterilememektedir. Yarı eksenleri iki boyutlu elipslere benzer olarak belirlenir. Bunun için Q_{xx} matrisi spektral gösterimle

$$Q_{xx} = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & \dots & S_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & & & \lambda_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1^T \\ S_2^T \\ \vdots \\ S_u^T \end{bmatrix} \quad (5-27)$$

biçiminde yazılır. Burada λ_i ler Q_{xx} in öz değerleri ve S_i ler öz değerlere karşılık ortonormal öz vektörlerdir. λ öz değerleri köşegen üzerinde küçülen sırada ($\lambda_{max} = \lambda_1$) yerleştirilir. Bu hiperelipsoidin yarı eksenleri

$$A_i = \hat{\sigma} \sqrt{u \lambda_i F_{u,r,1-\alpha}} \quad (5-28)$$

eşitliğiyle belirlenir. Burada $\chi_{u,1-\alpha}^2 = u F_{u,r,1-\alpha}$ ve $C_{xx}^{-1} = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} Q_{xx}^{-1}$ bağıntıları geçerlidir. (5-28) den yararlanılarak (5-25) ölçütü

$$\text{İz}(Q_{xx}) = \sum_{i=1}^{2P} \lambda_i = \frac{1}{\hat{\sigma}^2 \cdot 2P \cdot F_{2P,r,1-\alpha}} \sum_{i=1}^{2P} A_i^2 = \min. \quad (5-29)$$

biçiminde hiperelipsoidin yarı eksen uzunluklarının kareleri toplamı biçiminde yazılabilir.

Genel olarak dayalı ağlar için verilen yukarıdaki ölçütler serbest ağlarda da kullanılabilir. Serbest ağlarda iç koordinatlar olarak bilinen bilinmeyenler vektörü için güven hiperelipsoidi belirlenmek istenirse normal denklem katsayılar matrisinin rangı $rg(N) = r = 2P - d$ dikkate alınmalıdır. N nin d sayıda öz

değeri sıfırdır. Buna göre (5-28) eşitliğinde u yerine r yazılarak hiperelipsoidin r sayıda $A_i > 0$ yarı eksenini bulunur.

Hacim Ölçütü :

Güven hiperelipsoidinin hacmi ile ilişkili

$$\det (C_{xx}) = \hat{\sigma}^2 \lambda_1 \cdot \lambda_2 \dots \lambda_{2p} = \hat{\sigma}^2 \prod_{i=1}^{2p} \lambda_i = \min. \quad (5-30)$$

determinant değeri ağıın tümü için geçerli duyarlık ölçütü olarak alınabilir.

Ortalama Koordinat Duyarlığı :

$$\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y = \sqrt{\frac{\text{İz} (C_{xx})}{2p}} = \hat{\sigma} \sqrt{\frac{\text{İz} (Q_{xx})}{2p}} \quad (5-31)$$

eşitliğiyle verilen ortalama koordinat duyarlığı ağıın tümü için geçerlidir.

Rayleigh-iliskisi :

Bilinmeyenlerin doğrusal biçimiyle verilen bir fonksiyonu

$$\varphi = f^T x \quad (5-32)$$

olsun. Hata yayılma kuralı ile bunun varyansı

$$\sigma_\varphi^2 = f^T C_{xx} f \quad (5-33)$$

elde edilir.

Jeodezik ağılar genellikle çok amaçlı olarak kurulur. Ağlar kurulurken gelecekte yerine getirmeleri istenecek ödevler bilinmediğinden, bu istekler amaç fonksiyonu olarak öngörülemmez. Genellikle fonksiyonların varyansları için belli alt ve üst sınır değerleri verilebilir. Rayleigh-dönüşümü olarak bilinen bu bağıntı

$$\lambda_{\min} \leq \frac{f^T C_{xx} f}{f^T f} \leq \lambda_{\max} \quad (5-34)$$

eşitsizliği ile verilmektedir (AUGATH,1982). Burada λ_{\min} ve λ_{\max} , teorik varyans-kovaryans matrisi C_{xx} in en küçük ve en büyük öz değerleridir. Eşitsizlikte tüm terimler $f^T f$ ile çarpılırsa,

$$f^T f \lambda_{\min} \leq \sigma_{\phi}^2 \leq f^T f \lambda_{\max} \quad (5-35)$$

elde edilir (MIERLO,1982). O halde varyans bu değerler arasında kalmalıdır. Buna göre bir ağda global duyarlık koşulu olarak

$$\lambda_{\max} \approx \lambda_{\min} \quad (5-36)$$

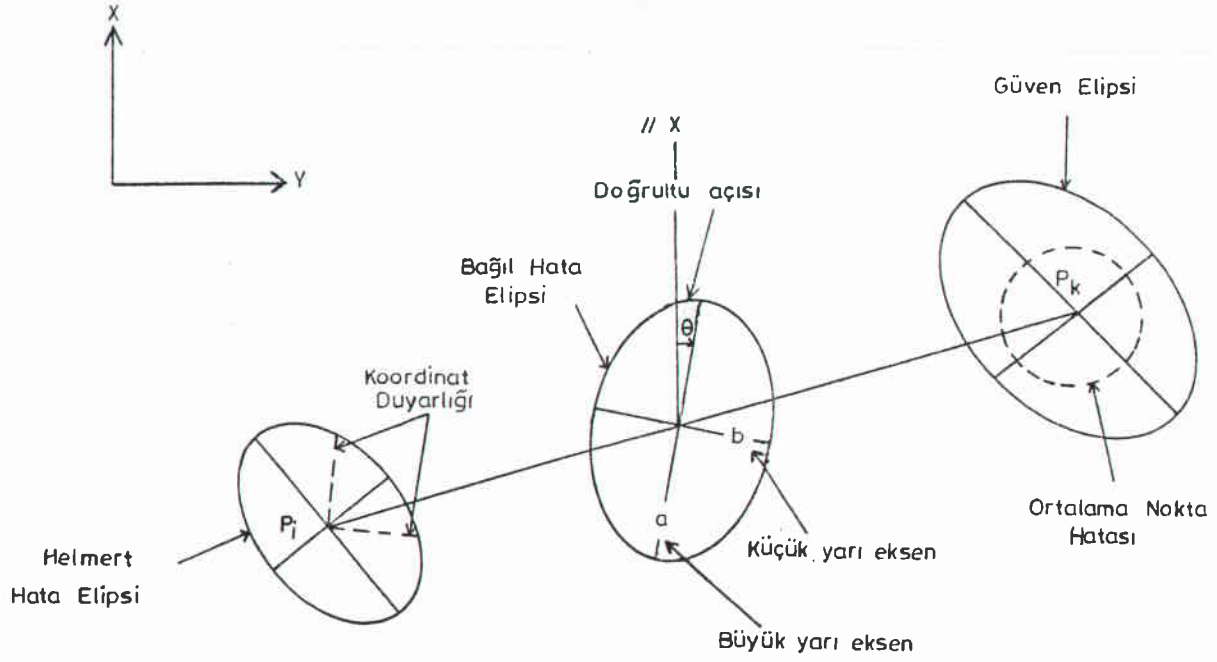
amaçlanmalıdır. Bu koşulu sağlayan ağlar homojen ve izotrop yapıdadır. Bunun gibi

$$\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = 1 \quad (5-37)$$

ve

$$\lambda_{\max} - \lambda_{\min} = \min. \quad (5-38)$$

amaç fonksiyonlarının her biri homojen ve izotrop bir ağı gösterirler.



Şekil-5 : Jeodezik Ağlarda Duyarlık Ölçütleri

5.2 Güvenirlik Ölçütleri :

Bundan önceki bölümlerde açıklanan duyarlık ölçütlerinin genel olarak tümü dengeleme sonuçlarından elde edilmektedir. Buna göre bu büyüklükler, dengeleme modelinin doğru olması durumunda gerçeğe uygundur. Ölçülerle bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkileri gösteren fonksiyonel modelin gerçeğe uygun olmaması ya da ölçülerden bazılarında kaba hatalar bulunması, bunun gibi ölçüler için gerçek ölçü koşullarına uymayan ağırlıklar belirlenmesi gibi durumlarda model hataları ortaya çıkar. Model hataları istatistik testlerle ortaya çıkarılabilmektedir. Ancak hangi büyüklükteki model hatalarının ortaya çıkarılabildiğini belirlemek amacıyla da ölçütler verilmelidir. Jeodezik ağlarda güven, ağın geometrik yapısının olası model hatalarına karşı duyarlığı olarak tanımlanmakta ve model hatalarının ortaya çıkarılabildiği ağlar da güvenilir ağlar olarak adlandırılmaktadır. Güvenirlik ölçütleri ortaya çıkarılamayan model hataları için sınır değerleri verilmektedir.

5.2.1 İç Güvenirlik Ölçütleri :

Redundanz Bölümleri :

Ölçülerdeki olası kaba hatalar ya da model hataları V_l vektörü ile gösterilirse, bu kaba hatalar düzeltme denklemlerinin l ölçü vektörünü doğrusal olarak etkiler. Gerçek ölçü vektörü l ve hatalı ölçü vektörü l' ile gösterilirse

$$l' = l + V_l \quad (5-39)$$

yazılabilir. l' kaba hatalı ölçüleri ile dengelemeye girildiğinden V_l in dengeleme sonuçlarına etkisi belirlenmelidir. Bunun için bölüm 2 de verilen dengeleme sonuçlarından hareket edilebilir.

$$l + V = A\hat{x}, \quad C = G^2 P^{-1} \quad (2-2)=(5-40)$$

matematiksel modelinden \hat{x} bilinmeyenler vektörü,

$$\hat{x} = (A^T P A)^{-1} A^T P l = Q_{xx} A^T P l \quad (2-4)=(5-41)$$

ve V düzeltmeler vektörü,

$$V = A\hat{x} - l = (A(A^T P A)^{-1} A^T P - I)l = (A Q_{xx} A^T P - I)l \quad (5-42)$$

çıkar. (5-42) eşitliğine hata yayılma kuralı uygulanarak

$$Q_{vv} = Q_{ll} - A(A^T P A)^{-1} A^T P = Q_{ll} - A Q_{xx} A^T = Q_{ll} - Q_{\hat{l}\hat{l}} \quad (2-5)=(5-43)$$

elde edilir. (5-43) ve (5-42) ile

$$V = -Q_{vv} P l \quad (5-44)$$

yazılabilir. Genel olarak V_l kaba hatalar vektörü düzeltmelerde

$$V' = V + V_v \quad (5-45)$$

biçiminde gösterilebilecek V_v değişimine neden olmaktadır. Bu miktar için (5-44) e göre

$$V_v = -Q_{vv} P V_l \quad (5-46)$$

eşitliği yazılabilir.

Yalnız bir ölçüde V_{l_i} kaba hatası olduğu düşünülürse bu hatanın bütün düzeltmeleri etkileyeceği (5-44) den görülmektedir. Böyle bir hatanın bir V_i düzeltmesine etkisi (5-46) dan faydalanarak

$$V_{v_i} = -(Q_{vv}P)_{ii} V_{l_i} = -r_i V_{l_i} \quad (5-47)$$

biçiminde elde edilir. Bu eşitlik herhangi bir ölçüdeki kaba hatanın o ölçünün düzeltmesine olan etkisini göstermektedir. Redundanz olarak da adlandırılan fazla ölçü sayısı için

$$r = n - u = iz (Q_{vv}P) \quad (5-48)$$

eşitliği geçerlidir. Toplam redundanz içindeki r_i ye kısmi redundanz, redundanz bölümü ya da redundanz payı adı verilmekte ve büyüklük olarak

$$r_i = (Q_{vv}P)_{ii} = q_{v_i v_i} P_i = 1 - q_{ll} / q_{ll} \quad (5-49)$$

eşitliğiyle gösterilmektedir (JÄGER-BILL, 1986). Kısmi redundanzların toplamı bir ağın toplam redundanzına eşittir.

$$r = \sum r_i = \sum (Q_{vv}P)_{ii} = iz (Q_{vv}P) \quad (5-50)$$

Kısmi redundanz, Q_{vv} den dolayı Q_{xx} ve bunun üzerinden A konfigürasyon matrisi ile ilişkili olduğundan ağın geometrik

yapısı ile ilgili bir kavramdır. Kısmi redundanzlar bir jeodezik ağın değerlendirilmesinde kullanılan önemli bir güvenilirlik ölçütüdür. Bunlar herhangi bir l_i ölçüsündeki olası bir kaba hatanın bu ölçünün V_i düzeltmesine yansıma yüzdesini verirler. Başka bir deyişle kısmi redundanzlar bir ölçünün diğer ölçüler yardımı ile ne oranda kontrol edilebilir olduğunu gösterirler. Buna göre, V_i düzeltmeleri büyük ya da Vl_i kaba hatalı ölçüleri tanınabilen ve ayıklanabilen bir ağa güvenlidir denir. Ölçülerin birbirlerini karşılıklı olarak iyi kontrol edebilmeleri için, iç güvenilirlik ölçütü olarak en küçük redundanz bölümünün olabildiğince büyük; yani $r_i \Rightarrow 1 = \% 100$ olması istenir. Redundanz bölümleri bir ağda olabildiğince homojen dağılmalıdır. Ölçülerin kontrol edilebilirliği açısından r_i redundanz bölümleri için (JÄGER-BILL,1986) da

$0.00 \leq r_i < 0.01$	kontrol edilemeyen
$0.01 \leq r_i < 0.10$	kötü kontrol edilebilir
$0.10 \leq r_i < 0.30$	yeterli ölçüde kontrol edilebilir
$0.30 \leq r_i \leq 1.00$	iyi kontrol edilebilir

sınırları verilmektedir.

Hiyerarşik ağ dengelemesinde toplam redundanz serbest ağlara göre artmaktadır. Böylece herhangi bir ölçünün kontrol edilebilirliği görünürde daha iyi olmaktadır. Hiyerarşik ağda bağlantı noktaları test edilemediğinden hatalı sabit noktalar dengelemeye sokulan doğru ölçülerin atılmasına neden olabilmektedir.

Sınır Değerleri :

Bölüm 4.1 de verilen global test ile dengeleme modelinin hatalı olup olmadığı araştırılmaktadır. Eğer model hatası varsa buna ölçülerdeki Vl kaba hatalarının neden olduğu varsayılarak Baarda'ya göre kaba hatalı ölçüler aranmaktadır. Baarda'ya göre uyumsuz ölçüler için test büyüklüğü genel olarak

$$W_i = \frac{|V_i|}{\sigma \sqrt{q_{v_i} v_i}}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (4-13)=(5-51)$$

eşitliğiyle verilebilir. Bu test büyüklüğüne i . ölçüdeki Vl_i kaba hatasının etkisini (mutlak değer olarak) araştıralım. Vl_i hatasının i . ölçünün düzeltilmesine etkisi (5-47) ve (5-49) eşitliklerine göre

$$V_{v_i} = -q_{v_i v_i} P_i Vl_i = -r_i Vl_i \quad (5-52)$$

biçiminde yazılabilir. Vl_i kaba hatasının W_i test büyüklüğüne etkisi (5-52) ve (5-51) den

$$V_{w_i} = \delta_0 = \frac{V_{v_i}}{\sigma \sqrt{q_{v_i v_i}}} = \frac{\sqrt{r_i} \cdot Vl_i}{\sigma_{l_i}} \quad (5-53)$$

elde edilir. V_{w_i} nin dağılımı, Vl_i kaba hatasından dolayı W_i gibi $N(0,1)$ dağılımında olamaz ve buna göre dış merkezlidir. V_{w_i} nin ümit değeri δ_0 merkez dışı parametre olarak adlandırılmaktadır (AYAN,1981).

Bir ağda oluşan model hatalarının gerçek değerleri bilinemediğinden Vl_i hatasının büyüklüğü de bilinemez. Bu nedenle önce V_{w_i} belirlenmez; öngörülen istatistik güven $S=1-\alpha_0$ için (5-51) test büyüklüğü ile hangi büyüklükteki bir hatanın β_0 test gücü ile ortaya çıkarılabileceği sorusuna yanıt aranır (DEMİREL, 1987c). α_0 yanılma olasılığı ve β_0 test gücüne bağlı olarak

$$H_0 : V_{w_i} = \delta_0 = 0 \quad (5-54a)$$

sıfır hipotezine karşı

$$H_a : V_{w_i} = \delta_0 \neq 0 \quad (5-54b)$$

seçenek hipotezinin konumu, başka bir deyişle merkez dışı parametre δ_0 belirlenir. Merkez dışı parametre, α_0 ve β_0 a göre düzenlenmiş çizelgelerden alınabilir (Bak çizelge-1).

$\beta_0 \backslash \alpha_0$	% 0.01	% 0.1	% 1	% 5
% 70	4.41	3.82	3.10	2.49
% 80	4.72	4.13	3.42	2.79
% 90	5.18	4.57	3.86	3.24

Çizelge-1 : Yanılma olasılığı ve test gücüne bağlı merkez dışı parametre değerleri

Böylece β_0 test gücü ile significant olarak kanıtlanabilen bir hata için V_{0l_i} alt sınır değeri (5-53) den korelasyonsuz ölçüler için

$$V_{0l_i} = \sigma_{l_i} \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}} = \frac{\sigma}{\sqrt{P_i r_i}} \delta_0 \quad (5-55)$$

bulunur. Bu sınır değeri σ_{l_i} a priori ölçü duyarlıklarına, α_0 yanılma olasılığı ve β_0 test gücüne göre belirlenen δ_0 merkez dışı parametresine, r_i kısmi redundanzları ile tanımlanan ağ geometrisine bağlıdır. V_{0l_i} sınır değerleri çok boyutlu global test ya da (5-51) test büyüklüğü ile ortaya çıkarılabilecek bir ölçü hatasının hangi büyüklükte olması gerektiğini gösterir. Bu değerler çoğu kez ölçülerin karşılıklı kontrolü için, başka bir deyişle iç güvenilirlik ölçütü olarak kullanılır. Bir ölçünün kısmi redundanzı ne kadar büyükse ortaya çıkarılamayan ölçü hataları için V_{0l_i} sınır değerleri o kadar küçük olmaktadır. İyi kontrol edilebilen bir jeodezik ağda V_{0l_i} lerin birbirine yakın, olabildiğince küçük değerler alması ve $V_{0l_i} \leq 8 \sigma_{l_i}$ eşitsizliğinin geçerli olması istenir (ÖZTÜRK, 1987b).

Sıklaştırma ağlarında bağlantı nokta koordinatları ölçüler olarak dengelemeye sokulduğu zaman bunların bölüm 4.3.3 deki testine benzer biçimde burada koordinat değerlerine ilişkin sınır değerleri korelasyonsuz bağlantı noktaları için

$$V_{0y_i} = \sigma_{y_i} \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}} \quad (5-56a)$$

ve korelasyonlu bağlantı noktaları için

$$V_{0y_i} = \sigma \frac{\delta_0}{\sqrt{e_i^T P_{yy} Q_{v_y v_y} P_{yy} e_i}} \quad (5-56b)$$

eşitlikleri verilmektedir. Bağlantı noktalarının koordinatlarının bölüm 4.3.2 deki testiyle ortaya çıkarılabilecek sınır değeri için de

$$V_{0y_i} = \sigma \sqrt{q_{y_i y_i}} \delta_0 = \sigma_{y_i} \delta_0 \quad (5-56c)$$

eşitliği geçerlidir (BILL,1984).

5.2.2 Dış Güvenirlik Ölçütü :

Jeodezik bir ağın dış güvenirliliği, ortaya çıkarılamayan model hatalarının dengeleme sonuçlarına etkileri ile açıklanır. Herhangi bir l_i ölçüsünde yapılan $V_0 l_i$ sınır hatasının dengeleme sonuçlarına etkisi önemsizse dış güvenirlik sağlanmış olur. Ölçüler l , hata etkileri $V_0 l$, hatalı ölçüler l' ve benzer olarak hatalı ölçülerle belirlenen bilinmeyenler vektörü \hat{x}' , hata miktarı $V_0 x$ ile gösterilirse

$$\hat{x}' = \hat{x} + V_0 x = Q_{\hat{x}\hat{x}}^{-1} A^T P l' = Q_{\hat{x}\hat{x}}^{-1} A^T P l + Q_{\hat{x}\hat{x}}^{-1} A^T P V_0 l \quad (5-57)$$

yazılabilir. Buradan

$$V_0 x = Q_{\hat{x}\hat{x}}^{-1} A^T P V_0 l \quad (5-58)$$

olduğu görülebilir (MÜRLE-BILL,1984). Ölçülerden yalnız birinde hata olduğu varsayılırsa

$$V_0 l = [0 \dots 0 V_0 l_i 0 \dots 0]^T \quad (5-59)$$

olarak gösterilebilir. Bu (5-58) de yerine konursa

$$V_o^x = Q_{\hat{x}\hat{x}}^T A^T P \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ V_o l_i \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-60)$$

olur. Burada a_i vektörü A konfigürasyon matrisinin i. satırı, P_i de l_i ölçüsünün ağırlığı olmak üzere $V_o l_i$ nin etkisi için

$$V_o x_i = Q_{\hat{x}\hat{x}}^T a_i^T P_i V_o l_i \quad (5-61)$$

geçerlidir. Buradan $V_o l_i$ hatasının tüm bilinmeyenleri etkilediği görülmektedir. $V_o l_i$ nin yerine (5-55) deki değeri konursa

$$V_o x_i = Q_{\hat{x}\hat{x}}^T a_i^T \frac{\sigma}{\sqrt{q_{v_i} v_i}} \delta_o \quad (5-62)$$

elde edilir. Buradan hareket ederek bilinmeyenlerin i. dengelenmiş ölçüye etkisi $V_o \hat{l}_i$ bulunabilir. Genel olarak dengeli ölçü için

$$\hat{l} = Ax \quad (5-63)$$

eşitliğinden hareket edilir. $V_o x_i$ hataları ile belirlenmiş i. ölçü \hat{l}'_i için

$$\hat{l}'_i = \hat{l}_i + V_o \hat{l}_i = a_i x + a_i V_o x_i \quad (5-64)$$

yazılabilir. Buradan

$$V_o \hat{l}_i = a_i V_o x_i \quad (5-65)$$

olur. $V_{o x_i}$ yerine konursa

$$V_{o \hat{l}_i} = a_i Q_{\hat{x}\hat{x}} a_i^T \frac{\sigma}{\sqrt{q_{v_i v_i}}} \delta_o \quad (5-66)$$

elde edilir. Burada $q_{\hat{l}_i \hat{l}_i} = a_i Q_{\hat{x}\hat{x}} a_i^T$ ve $\sigma_{\hat{l}_i} = \sigma \sqrt{q_{\hat{l}_i \hat{l}_i}}$ olduğu dikkate alınır

$$V_{o \hat{l}_i} = \sqrt{\frac{a_i Q_{\hat{x}\hat{x}} a_i^T}{q_{v_i v_i}}} \delta_o \cdot \sigma_{\hat{l}_i} \quad (5-67)$$

olur. Burada (JÄGER - BILL,1986) ya göre

$$\bar{\delta}_{o,i} = \sqrt{a_i Q_{\hat{x}\hat{x}} a_i^T / q_{v_i v_i}} \delta_o \quad (5-68)$$

bağıntısıyla verilmektedir. Bu eşitlik

$$r_i = P_i q_{v_i v_i} = P_i (q_{l_i l_i} - q_{\hat{l}_i \hat{l}_i}) = 1 - P_i q_{\hat{l}_i \hat{l}_i} = 1 - P_i a_i Q_{\hat{x}\hat{x}} a_i^T \quad (5-69)$$

ile

$$\bar{\delta}_{o,i} = \sqrt{\frac{1-r_i}{r_i}} \delta_o \quad (5-70)$$

eşitliğine dönüşmektedir. Bu duruma göre

$$V_{o \hat{l}_i} = \bar{\delta}_{o,i} \sigma_{\hat{l}_i} \quad (5-71)$$

olur. Buna benzer olarak bir ölçünün ortaya çıkarılmayan kaba hatasının bilinmeyenlerin herhangi bir f fonksiyonuna etkisi

$$V_{o f(\hat{x})} \leq \bar{\delta}_{o,i} \sigma_f \quad (5-72)$$

ve koordinatlara etkisi

$$\nabla_{o\hat{x}} \leq \bar{\delta}_{o,i} \sigma_{\hat{x}} \quad (5-73)$$

eşitsizliği ile verilmektedir (MIERLO,1986).

Etki faktörü olarak da adlandırılan $\bar{\delta}_{o,i}$ ağ bozulması (Netzverzerrung = Netzverformung), dış güvenilirlik ölçütü olarak kullanılır. Bu büyüklük datumdan bağımsızdır ve bilinmeyenlerin bir fonksiyonunun bir $\nabla_{o\hat{x}}$ sınır hatasından ne ölçüde etkilenebileceğini gösterir. Bir ağda etki faktörlerinin olabildiğince küçük olması istenir. İyi bir ağda $\bar{\delta}_{o,i} \leq (6-8)$ olmalıdır (MÜRLE-BILL,1984).

5.2.3 Serbest Ağlarda Ölçülere İlişkin Güvenirlik Ölçütlerinin Datumdan Bağımsızlığı :

Ölçülere ilişkin güvenilirlik ölçütlerinin datumdan bağımsızlığını göstermek için farklı datumdaki iki serbest ağ dengelemesinin, dengelenmiş ölçülere ilişkin aynı $Q_{\hat{l}\hat{l}}$ kofaktörler matrisini verdiğini kanıtlamak yeterlidir.

(3-19) daki $Q_g = N^+$ pseudo invers (tüm iz minimum çözümü) ile dengeli ölçülere ilişkin kofaktörler matrisi

$$Q_{g\hat{l}\hat{l}} = A Q_g A^T \quad (5-74)$$

olarak elde edilir. Ayrıca belli sayıda noktalara göre datumu belirlenmiş ağın (kısmi iz minimum çözümünün) kofaktörler matrisi (3-21) daki $Q_b = N^-$ genel inversi ile de dengeli ölçülerin kofaktörler matrisi için

$$Q_{b\hat{l}\hat{l}} = A Q_b A^T \quad (5-75)$$

eşitliği geçerlidir. Q_b matrisi yeni bir dengeleme yapılmaksızın S-transformasyonu ile Q_g den

$$Q_b = S Q_g S^T \quad (5-76)$$

biçiminde elde edilebilir. Burada S matrisi kısmi ize göre belir-

lenmelidir (Bak bölüm 3.4).

S matrisi için

$$S = I - G(B^T G)^{-1} B^T \quad (5-77)$$

geçerli olduğundan (3-8) eşitliği ($AG=0$) ile $AS = A$ olur.

(5-75) eşitliğinde (5-76) eşitliği dikkate alınır

$$Q_{b\hat{1}\hat{1}} = ASQ_g S^T A^T = AQ_g A^T = Q_{g\hat{1}\hat{1}} = Q_{\hat{1}\hat{1}} \quad (5-78)$$

olur (BILL,1984). $Q_{b\hat{1}\hat{1}}$ ile $Q_{g\hat{1}\hat{1}}$ eşit çıktığından bunların yerine genel olarak $Q_{\hat{1}\hat{1}}$ gösterimi kullanılabilir. Böylece dengelenmiş ölçülere ilişkin kofaktörler matrisinin datumdan bağımsızlığı kanıtlanmış olmaktadır.

Güvenirlilik ölçütlerinden kısmi redundanzlar

$$r_i = (Q_{vv}P)_{ii} = ((Q_{11} - Q_{\hat{1}\hat{1}})P)_{ii} = (1 - Q_{\hat{1}\hat{1}}P)_{ii} \quad (5-79)$$

dır. $Q_{\hat{1}\hat{1}}$ nin datumdan bağımsızlığı nedeniyle r_i ler de datumdan bağımsızdır.

Buna benzer olarak sınır değerleri için

$$v_{o1i} = \sigma_{1i} \frac{\delta_o}{\sqrt{r_i}} = \frac{\sigma}{\sqrt{P_i}} \frac{\delta_o}{\sqrt{r_i}} \quad (5-80)$$

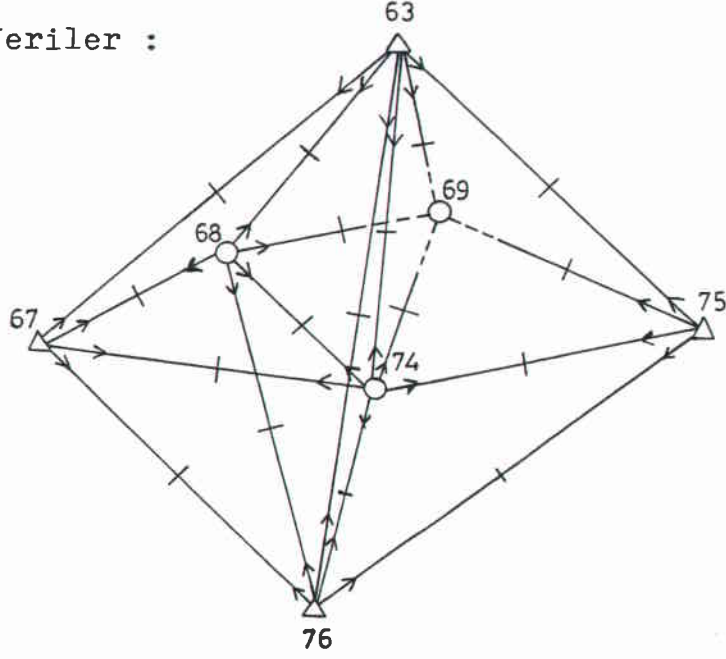
ve etki faktörleri için

$$\bar{\delta}_{o,i} = \sqrt{\frac{1-r_i}{r_i}} \delta_o \quad (5-81)$$

eşitlikleri geçerli olduğundan r_i den dolayı datumdan bağımsız büyüklükler olduğu görülebilir.

6. SAYISAL UYGULAMA

6.1 Veriler :



Şekil-6 : Test Ağı

KOORDİNATLAR :

<u>NOKTA NO</u>	<u>Y (m)</u>	<u>X (m)</u>	
63	24651.120	14521.500	Kesin
67	21569.160	11897.560	"
75	27039.440	12252.650	"
76	23787.140	10101.550	"
68	23188.420	12829.390	Yaklaşık
69	24851.920	13261.370	"
74	24385.160	11821.500	"

ÖLÇÜLER :

Doğrultu Ölçüleri :

<u>D.N.</u>	<u>B.N.</u>	<u>Ölçülen Doğrultu</u>	<u>D.N.</u>	<u>B.N.</u>	<u>Ölçülen Doğrultu</u>
63	75	0.0000 ^g	76	67	0.0000 ^g
	69	41.5737		68	42.9132
	74	57.8835		63	68.9566
	76	63.9227		74	77.9694
	68	97.0110		75	119.4663
	67	106.7330			
67	63	0.0000	68	67	0.0000
	68	11.6572		63	178.6226
	74	46.6200		69	217.0690
	76	88.2315		74	277.8025
				76	319.4895
75	76	0.0000			
	74	26.9510	74	67	0.0000
	69	64.7083		68	42.8411
	63	85.5694		63	104.5315
				69	118.2360
				75	188.0283
				76	319.5835

Kenar Ölçüleri :

<u>NOK.DAN-NOK.YA</u>	<u>ÖLÇÜLEN KENAR (S)</u>	<u>NOK.DAN-NOK.YA</u>	<u>ÖLÇÜLEN KENAR (S)</u>
63-75	3294.215 m.	76-68	2792.762 m.
63-69	1276.010	76-74	1820.958
63-74	2713.085	68-69	1718.687
63-76	4503.620	68-74	1564.604
63-68	2236.658	74-69	1513.623
63-67	4047.674		
67-68	1868.219		
67-74	2817.041		
67-76	2853.977		
75-76	3899.305		
75-74	2689.081		
75-69	2408.877		

Bir ön dengeleme yapılarak, buradan bulunan birim ağırlıklı ölçünün varyansı ya da Ferrero bağıntısıyla bulunacak değer doğrultu ölçüleri için a priori varyans olarak alınabilir. Kenar ölçüleri için de kullanılan aletin ölçme duyarlılığı $\sigma_s = 1 \text{ cm} + 1 \times 10^{-5} \times S$ bağıntısından yararlanılacaktır.

Şekil-6 da üçgenlerle gösterilen 63,67,75,76 noktalarından oluşan eski ağ, dairelerle gösterilen 68,69,74 noktaları eklenerek sıklaştırılacaktır. Ağda yukarıda verilen ölçüler yapılmıştır. Bu veriler kullanılarak bağlantı noktalarının sabit alınıp alınmayacağı araştırılması istenmektedir.

6.2 Dengeleme Modeli ve Model Hipotezinin Testi :

30 doğrultu ve 17 kenar ölçüsü yapılan ağda a priori varyansı belirlemek üzere 13 üçgen kapatılmıştır. Üçgen kapanmaları -31^{cc} ile $+26^{\text{cc}}$ arasında kalmaktadır. Üçgen kapanmalarının kareleri toplamı $[WW] = 4150^{\text{cc}}$ çıkmıştır. Buna göre Ferrero eşitliği ile a pri-

ori varyans $\sigma = ([WW] / 6n)^{1/2} = 7.29^{cc}$ olarak elde edilmiştir. Bununla doğrultu ölçüleri için, $\sigma = \sigma_r$ alınarak

$$P_r = 1$$

olarak seçilmiştir.

Kenar ölçüleri için,

$$P_s = \left(\frac{\sigma}{\sigma_s}\right)^2$$

formülü kullanılmıştır. Bunun için önce kenar ölçüleri için σ_s ler belirlenmiş ve bunlardan yararlanarak P_s ler bulunmuştur (Bak çizelge-2).

Ölçü (S)	σ_s (cm)	$P_s \left(\frac{cc}{cm}\right)^2$	$P_s \left(\frac{cc}{cm}\right)^2$
63-75	4.29	2.89	1.71
63-69	2.28	10.22	6.05
63-74	3.71	3.86	2.29
63-76	5.50	1.76	1.04
63-68	3.24	5.06	3.00
63-67	5.05	2.08	1.23
67-68	2.87	6.45	3.82
67-74	3.82	3.64	2.16
67-76	3.85	3.59	2.12
75-76	4.90	2.21	1.31
75-74	3.69	3.90	2.31
75-69	3.41	4.57	2.71
76-68	3.79	3.70	2.19
76-74	2.82	6.68	3.96
68-69	2.72	7.18	4.25
68-74	2.56	8.11	4.80
74-69	2.51	8.43	5.00

Çizelge-2 : Kenar ölçüleri için a priori varyanslar ve ağırlıklar

Bu şekilde dengelemenin stokastik modeli belirlendikten sonra uyumsuz ölçü olup olmadığını araştırmak için bölüm 3.2 ye göre ağ serbest dengelenmiştir. Dengelemenin serbestlik derecesi, 47 ölçü, 14 koordinat ve 6 yöneltme bilinmeyen ve $d=3$ defektivele $r=n-u+d=47-20+3=30$ olarak bulunmaktadır. Dengeleme sonucu birim ağırlıklı ölçünün a posteriori varyansı $[PVV] = 942.6785$ ile $\hat{\sigma} = 5.61$ bulunmuştur. A priori ve a posteriori varyans bölüm 4.1 e göre test edilerek

$$F = \frac{\sigma^2}{\hat{\sigma}^2} = \left(\frac{7.29}{5.61}\right)^2 = 1.69$$

değeri $S = 0.95$ istatistik güvenle

$$F_{\infty,30,0.95} = 1.62$$

sınır değerinden büyük çıktığından model hipotezi reddedilmiştir. Bu tutarsızlığın uyumsuz ölçülerden kaynaklandığı düşünülerek uyumsuz ölçü araştırmasına geçilmiştir. Ancak bölüm 4.2.1 ve 4.2.2 testlerine göre uyumsuz ölçü bulunamamıştır. Bu duruma göre model hipotezinin reddedilmesinin nedeni olarak stokastik modelin eksik ve fiziksel gerçeklere uygun olarak belirlenmediğine karar verilmiştir. Bu nedenle stokastik modelin geliştirilmesi için, yapılan dengeleme bir ön dengeleme olarak kabul edilmiş ve bu dengelemeden bulunan varyans a priori varyans olarak alınmıştır. Böylece ölçü ağırlıkları doğrultular için $P_r = 1$ ve kenarlar için

$$P_s = \left(\frac{5.61}{\sigma_s}\right)^2$$

ile yeniden belirlenmiştir (Bak çizelge-2,sütun 4).

Bu model ile yapılan dengelemede de yine $r=30$ serbestlik derecesi ve bulunan $[PVV] = 841.5098$ ile birim ağırlıklı ölçünün varyansı $\hat{\sigma} = 5.61$ çıkmaktadır. Doğrultu ölçülerinin düzeltmeleri

- 5^{cc}73 ile + 7^{cc}95 arasında, kenar ölçülerinin düzeltmeleri -3.40 cm. ile +2.44 cm. arasında değişmektedir. Dengelemede bağlantı noktalarının verilen koordinatları yaklaşık değerler olarak dengelemeye sokulmuştur. Dengeleme sonucunda bulunan koordinat değişimleri çizelge-3 de gösterilmiştir.

Nokta No	dy (cm)	dx (cm)
63	0.53	-0.66
67	-0.57	1.01
75	-0.65	0.84
76	0.28	-1.11
68	0.68	0.08
69	-1.04	0.05
74	0.78	-0.21

Çizelge-3 : Serbest dengeleme sonucu koordinat değişimleri (küçültülmüş bilinmeyenler).

Model Hipotezinin Testi :

A priori varyansın sonsuz elemanlı kümeden kaynaklandığı varsayılıp serbestlik derecesi ∞ alınarak

$$F = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_0^2} = \left(\frac{5.61}{5.30} \right)^2 = 1.12$$

sayısal değeri hesaplanmıştır. Bu değer F-dağılım çizelgesinden alınan

$$F_{\infty, 30, 0.95} = 1.62$$

değerinden küçük çıktığından S=0.95 istatistik güvenle dengeleme modelinin geçerli olduğuna karar verilmiştir.

6.3 Uyuşumsuz Ölçü Araştırması :

Bölüm 4.2.1 ve 4.2.2 de verilen data snooping ve tau-teslerine göre araştırma yapılmıştır. $\alpha = 0.05$ toplam yanılma olasılığına karşın tek bir ölçü için

$$\alpha_0 \approx \alpha/n = 0.05/47 \approx 0.001$$

yanılma olasılığı elde edilmektedir. Bu olasılık değerine göre data snooping için sınır değeri standart normal dağılım çizelgesinden

$$N(0,1)_{0.999} = 3.2905$$

bulunmaktadır. Tau-testi için aynı yanılma olasılığı, 47 ölçü ve 30 serbestlik derecesine göre tau-dağılım çizelgesinden sınır değeri için

$$\tau_{30,0.999} = 3.050$$

bulunur.

Data snooping için hesaplanan test büyüklüklerinin en büyüğü olan 1.8507 değeri, sınır değerinden küçük olduğundan data snoopinge göre uyumsuz ölçü bulunamamıştır.

Tau-testi için hesaplanan en büyük test büyüklüğü de 1.9608 olarak sınır değerinden küçüktür ve tau-testine göre de uyumsuz ölçü yoktur.

6.4 Duyarlık ve Güvenirlik Ölçütlerinin Belirlenmesi :

Bölüm 5 de verilen duyarlık ölçütlerinden yalnızca noktalara ilişkin olarak bölüm 5.1.1 de açıklanan koordinat duyarlıkları, Helmert nokta ortalama hataları ve Helmert hata elipsleri belirlenmiştir.

Bu büyüklükler çizelge-4 de gösterilmektedir.

Nokta No	$\hat{\sigma}_x$ (cm)	$\hat{\sigma}_y$ (cm)	$\hat{\sigma}_p$ (cm)	Hata Elipsleri		
				Dönüklük (grad)	A (cm)	B (cm)
63	1.017	0.815	1.303	14.51	1.03	0.80
67	0.833	1.259	1.509	85.96	1.28	0.80
75	0.970	1.397	1.701	97.66	1.40	0.97
76	1.139	0.858	1.426	15.51	1.15	0.84
68	0.673	0.766	1.019	80.95	0.77	0.66
69	0.935	0.751	1.199	14.71	0.94	0.74
74	0.682	0.646	0.939	30.83	0.69	0.63

Çizelge-4 : Tüm iz minimum dengelemesine göre duyarlık ölçütleri.

İç güvenilirlik ölçütleri olarak her bir ölçünün kısmi redundansı, ortaya çıkarılabilecek kaba hataların sınır değerleri ve dış güvenilirlik ölçütü olarak etki faktörleri $\alpha_0 = 0.001$ yanılma olasılığı ve $\beta_0 = 0.80$ test gücüyle ($\delta_0 = 4.13$) bölüm 5.2.1 ve 5.2.2 ye göre hesaplanmıştır. Sonuçlar, doğrultu ölçüleri için çizelge-5a, kenar ölçüleri için çizelge-5b de ve bu değerlerin en küçük ve en büyük olanları çizelge-5c de gösterilmiştir. Kısmi redundansların hesabında yöneltme bilinmeyenlerinin etkisi dikkate alınmamıştır.

Ölçü	İç Güvenirlik		Dış Güvenirlik
	Kısmi redundanz(-)	Sınır değeri (cc)	Etki faktörü (-)
63-75	0.68	28.1	2.8
69	0.49	33.1	4.2
74	0.91	24.3	1.3
76	0.91	24.3	1.3
68	0.82	25.6	1.9
67	0.83	25.4	1.9
67-63	0.88	24.8	1.6
68	0.82	25.5	1.9
74	0.91	24.3	1.3
76	0.76	26.7	2.4
75-76	0.79	26.0	2.1
74	0.88	24.6	1.5
69	0.80	25.9	2.1
63	0.83	25.4	1.9
76-67	0.71	27.6	2.7
68	0.88	24.7	1.5
63	0.93	24.1	1.2
74	0.82	25.6	2.0
75	0.76	26.5	2.3
68-67	0.57	30.7	3.6
63	0.70	27.8	2.8
69	0.60	29.8	3.3
74	0.73	27.1	2.5
76	0.77	26.5	2.3
74-67	0.73	27.2	2.5
68	0.68	28.1	2.8
63	0.82	25.6	2.0
69	0.58	30.5	3.5
75	0.58	30.5	3.5
76	0.58	30.5	3.5

Çizelge-5a : Doğrultu ölçüleri için güvenilirlik ölçütleri
($\alpha_0 = 0.001$, $\beta_0 = 0.80$)

Ölçü	İç Güvenirlik		Dış Güvenirlik
	Kısmi redundanz (-)	Sınır değeri (cm)	Etki faktörü (-)
63-75	0.80	19.9	2.1
69	0.64	11.7	3.1
74	0.85	16.6	1.7
76	0.88	24.2	1.5
68	0.79	15.1	2.1
67	0.85	22.7	1.7
67-68	0.68	14.4	2.8
74	0.81	17.5	2.0
76	0.78	18.0	2.2
75-76	0.81	22.5	2.0
74	0.76	17.4	2.3
69	0.73	16.4	2.5
76-68	0.83	17.2	1.9
74	0.73	13.7	2.5
68-69	0.78	12.7	2.2
74	0.81	11.7	2.0
74-69	0.73	12.1	2.5

Çizelge-5b : Kenar ölçüleri için güvenirlilik ölçütleri
($\alpha_0 = 0.001$, $\beta_0 = 0.80$)

	En küçük	En büyük	Ölçü	Ölçü türü
Kısmi redundanz (-)	0.490	0.928	63-69 ; 76-63	Doğrultu
	0.644	0.884	63-69 ; 63-76	Kenar
Sınır değeri (cc - cm)	24.05 cc	33.11 cc	76-63 ; 63-69	Doğrultu
	11.74 cm	24.16 cm	63-69 ; 63-76	Kenar
Etki faktörü (-)	1.15	4.22	76-63 ; 63-69	Doğrultu
	1.49	3.07	63-76 ; 63-69	Kenar

Çizelge-5c : Güvenirlik ölçütlerinin ekstrem değerleri
($\alpha_0 = 0.001$, $\beta_0 = 0.80$)

Bağlantı noktalarının koordinatlarında $\alpha_0 = 0.001$ yanlış olma olasılığı ve $\beta_0 = 0.80$ test gücüyle ortaya çıkarılabilecek koordinat aykırılıklarının sınır değerleri bölüm 5.2.1 formül (5-56c) ye göre hesaplanmış ve çizelge-6 da gösterilmiştir.

Nokta No	V_{0x} (cm)	V_{0y} (cm)
63	4.20	3.37
67	3.44	5.20
75	4.00	5.77
76	4.70	3.54

Çizelge-6 : Bağlantı noktalarının koordinatlarında ortaya çıkarılabilecek sınır değerleri
($\alpha_0 = 0.001$, $\beta_0 = 0.80$)

6.5 Bağlantı Noktalarının Koordinatlarının Test Edilmesi :

Uyuşumsuz ölçüler ayıklandıktan sonra (uygulamada uyuşumsuz ölçü bulunamamıştır) bölüm 6.2 deki tüm iz minimumuna göre serbest dengeleme sonuçları bağlantı noktaları datum olacak şekilde bölüm 3.4 formül (3-34b) ye göre bir S-transformasyonu ile kısmi iz minimum çözümüne dönüştürülmüştür; başka bir deyişle ağ bağlantı noktalarına göre konumlandırılmıştır. Bu kısmi iz minimum çözümünden elde edilen koordinat değişimleri ve koordinatlar çizelge-7 de verilmiştir.

Nokta No	dy (cm)	dx (cm)	Y (m)	X (m)
63	0.55	-0.66	24651.1255	14521.4934
67	-0.46	0.89	21569.1554	11897.5689
75	-0.55	0.92	27039.4345	12252.6592
76	0.46	-1.15	23789.1446	10101.5385
68	0.76	0.03	23188.4276	12829.3903
69	-0.98	0.05	24851.9102	13261.3705
74	0.90	-0.22	24385.1690	11821.4978

Çizelge-7 : Kısmi iz minimumuna göre serbest dengeleme sonuçları (Datum noktaları → bağlantı noktaları)

Kısmi iz minimum çözümünden elde edilen duyarlık ölçütleri çizelge-8 de gösterilmiştir ($\hat{\sigma} = 5^{\text{C}}30$ tüm iz minimum çözümündeki değer değişmez).

Nokta No	$\hat{\sigma}_x$ (cm)	$\hat{\sigma}_y$ (cm)	$\hat{\sigma}_p$ (cm)	Hata Elipsleri		
				Dönüklük (grad)	A (cm)	B (cm)
63	1.050	0.856	1.354	10.10	1.05	0.85
67	0.748	1.195	1.410	93.38	1.20	0.74
75	0.827	1.299	1.540	93.20	1.30	0.82
76	1.057	0.868	1.367	22.44	1.08	0.83
68	0.911	0.979	1.337	62.80	1.03	0.85
69	1.186	0.972	1.533	5.20	1.19	0.97
74	0.889	0.846	1.227	39.72	0.93	0.80

Çizelge-8 : Kısmi iz minimum çözümünde duyarlık ölçütleri.

Bağlantı noktalarının koordinatlarını test etmek için kısmi iz minimumuna göre serbest dengelemenin kofaktörler matrisinin bağlantı noktalarına ilişkin alt matrisi ve bağlantı noktalarının dengelemeden bulunan koordinat değerleri ile verilen koordinatları arasındaki farklar bulunarak (bağlantı noktalarının verilen koordinatları yaklaşık değerler olarak dengelemeye sokulduğundan farklar dengelemeden doğrudan bulunmaktadır) bölüm 4.3.1 formül (4-45) e göre global test yapılmıştır. Bu test ile " bağlantı noktalarının dengeleme ile bulunan koordinatları, verilen koordinatlarına eşittir " şeklindeki sıfır hipotezi seçenek hipotezine karşı test edilmektedir.

Test büyüklüğü olarak (4-45) formülüne göre

$$T = 0.393$$

sayısal değeri bulunmuştur. Dengelemenin serbestlik derecesi $r = 30$ ve bağlantı noktalarının koordinatlarının sayısı $h = 8$ ile F-dağılımının kritik değeri $S = 0.95$ güvenle, F-dağılım çizelgesinden bulunan

$$F_{8,30,0.95} = 2.27$$

değeri, test büyüklüğü ($T = 0.393$) değerinden büyük olduğundan sıfır hipotezi kabul edilmiştir; yani bağlantı noktaları ile yeni ağ geometrisi arasında bir uyumsuzluk olmadığı yargısına varılmıştır.

Sıfır hipotezinin reddedilmemesine karşın deneme amacıyla bağlantı noktaları tek tek test edilmiş ve beklendiği gibi bunlarda da bir uyumsuzluk olmadığı görülmüştür.

6.6 Üst Derece Ağa Geçiş :

Bağlantı noktalarının koordinatlarında bir tutarsızlık görülmediğinden bu noktaların verilen koordinatları sabit alınarak hiyerarşik (klâsik) bir dengeleme ile yeni noktalar eski ağa bağlanmıştır.

Klâsik dengeleme ile bulunan koordinat bilinmeyenleri çizelge-9 ve dengelemeden çıkan birim ağırlıklı ölçünün a posteriori

varyansı $\hat{\sigma} = 5^{cc}15$ ile belirlenen duyarlık ölçütleri de çizelge-10 da gösterilmiştir.

Nokta No	dy (cm)	dx (cm)	Y (m)	X (m)
68	0.46	-0.17	23188.4246	12829.3883
69	-1.20	0.33	24851.9080	13261.3733
74	0.52	-0.19	24385.1652	11821.4981

Çizelge-9 : Hiyerarşik dengeleme sonuçları.

Nokta No	$\hat{\sigma}_x$ (cm)	$\hat{\sigma}_y$ (cm)	$\hat{\sigma}_p$ (cm)	Hata Elipsleri		
				Dönüklük (grad)	A (cm)	B (cm)
68	0.838	0.887	1.221	57.58	0.96	0.75
69	1.082	0.871	1.390	198.37	1.08	0.87
74	0.860	0.759	1.147	26.93	0.88	0.73

Çizelge-10 : Hiyerarşik dengelemenin duyarlık ölçütleri.

7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Jeodezik ağılara ilişkin ölçülerin değerlendirilmesinde bağlantı noktalarının hatasız alınması, ağda zorlanmalara ve distorsiyonlara neden olmaktadır. Bu durum bağlantı noktalarının stokastik özelliği dikkate alınarak giderilebilmektedir. Bağlantı noktalarının stokastik özelliğini yansıtan varyans-kovaryans matris üst derece ağıın dengelenmesi sonucunda saklanmamış ve bu nedenle elde mevcut değilse, oluşturulacak bir ölçüt matrisi varyans-kovaryans matris yerine kullanılabilir. Böylece bağlantı noktaları sıklaştırma ölçüleriyle birlikte dengelemeye sokulabilir. Böylesi bir dinamik dengeleme ile, bağlantı noktalarının stokastik büyüklükler olarak dikkate alınması ve sıklaştırma ölçülerinin bağlantı noktalarının koordinatlarını iyileştirmesi yanında, sürekli değişen koordinat değerleri elde edilmektedir. Bu durum ise uygulamada sorunlar yaratmaktadır. Dinamik ağ dengelemesine bir yaklaşım olan, bağlantı noktalarının koordinatlarının sabit alınmakla birlikte bunların varyans-kovaryans matrisinin dikkate alındığı dengeleme modeli uygulamada çıkacak sorunlar açısından daha uygun görülmektedir.

Çalışmanın uygulama bölümünde daha çok bir ağıın güvenilirliği ve istatistik testler üzerinde durulmuştur.

Hesaplanan kısmi redundanzlar (en küçüğü 0.490), ağ ölçülerinin karşılıklı olarak kontrol edilebilirliğinin ve ağıın geometrisinin iyi olduğunu göstermektedir. Bir ölçüde ortaya çıkarılabilecek kaba hatanın sınır değeri, doğrultu ölçüleri eşit ağırlıklı alındığından doğrultu ölçülerinde kısmi redundanzı en küçük olan ölçüde en büyük değeri almaktadır. Kenar ölçülerinde ise ölçünün ağırlığına, yani stokastik modele göre değişmektedir. Ortaya çıkarılamayan kaba hataların dengeleme sonuçlarına (bilinmeyenler ve onların fonksiyonlarına) etkisini gösteren etki faktörleri diğer ölçüler tarafından iyi kontrol edilemeyen ölçülerde en büyük değere ulaşmaktadır. Bu değerler, bir jeodezik ağda arzulanan büyüklüklerde çıkmıştır. Bu, incelenen ağıın geometrisinin kuvvetli oluşundan ve ölçülerin kalitesinden kaynaklanmaktadır.

Testlerin etkinliğini görmek için ölçülerden birine, o ölçü

için hesaplanan sınır değeri kadar yapay bir hata verilerek deneyler yapılmıştır. Sınır değeri kadar bir hatanın + ve - yönde ölçüye eklenmesi durumunda beklenen sonuçlara ulaşılmış ve ölçüye verilen yapay hata yakalanmıştır.

Sonuç olarak sıklaştırma ağlarının dengelenmesi ve üst derece ağa geçiş için izlenmesi uygun görülen yol aşağıdaki gibi özetlenebilir :

- Serbest ağ dengelenmesi ile uyumsuz ölçüler ayıklanmalı ve dengelenmenin matematiksel modeli test edilmeli; gerekirse model geliştirilmelidir. Ağa ilişkin duyarlık ve güvenilirlik ölçütleri belirlenmeli ve böylece ağın kalitesi ortaya çıkarılmalıdır.

- S-transformasyonu ile tüm iz minimum çözümü bağlantı noktaları datum noktaları olacak şekilde kısmi iz minimum çözümüne dönüştürülmeli; yani ağ bağlantı noktalarına göre konumlandırılmalıdır.

- Bağlantı noktalarının sıklaştırma ölçüleri ile belirlenen yeni konumunun üst derece ağdaki konumuna uygun olup olmadığı araştırılmalı; çelişki varsa, çelişkinin hangi noktada olduğu ortaya çıkarılmalı ve ilgili nokta yeni noktalar kümesine alınmalıdır.

- Yeni ölçü geometrisi ile uyumlu olan bağlantı noktalarına göre ağ hiyerarşik olarak dengelenmelidir.

KISALTMALAR

- AVN : Allgemeine Vermessungs-Nachrichten.
DGK : Deutsche Geodätische Kommission.
DVW : Deutscher Verein für Vermessungswesen.
H.D. : Harita Dergisi.
H.K.M.D. : Harita Kadastro Mühendisliği Dergisi.
HSEw : Hochschule der Bundeswehr.
İDMMA : İstanbul Devlet Mimarlık ve Mühendislik Akademisi
İ.T.Ü. : İstanbul Teknik Üniversitesi.
K.T.Ü. : Karadeniz Teknik Üniversitesi.
ÜNATNA : Ülke Nirengi Ağları ve Türkiye Nirengi Ağı konulu konferanslar dizisi, Yıldız Üniversitesi,1985,İstanbul.
Y.Ü. : Yıldız Üniversitesi.
ZfV. : Zeitschrift für Vermessungswesen.

KAYNAKLAR

1. AKSOY,A. (1983) : Dayalı Ağların Dengelenmesinde Fonksiyonel ve Stokastik Modeller. H.K.M.D., Sayı 45-46-47,s.30-44
2. AKSOY,A. (1984) : Uyuşumsuz Ölçüler Testi. H.D., Sayı 93, s. 1-27.
3. AKSOY,A. (1985) : Nirengi Sıklaştırması ve Sorunları, ÜNATNA.
4. AKSOY.A.; GÜRDOĞAN,İ. (1985) : Uyuşumsuz Ölçüler Testi için (TAU) Dağılımının Fraktil Değerleri. İ.T.Ü. İstanbul.

5. AKSOY,A. (1987) : Jeodezik Değerlerin Matematik-İstatistik Testlerle İrdelenmesi, Türkiye 1. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, s. 559-592, 23-27 Şubat 1987, Ankara.
6. AUGATH,W. (1982) : Accuracy and reliability measures concerning design and qualification of densification networks. Proceedins " Survey Control Networks ", in Schriftenreihe der HSBw,Heft 7, s.51-63, München.
7. AYAN,T. (1981) : Jeodezik Ağların Optimizasyonu.Doçentlik Tezi, İ.T.Ü. İstanbul.
8. BENNING,W.; THEISSEN,R. (1985) : Ausreissertests bei der freier Stationierung. AVN,Heft 8-9, s.283-293.
9. BILL,R. (1984) : Eine Strategie zur Ausgleichung und Analyse von Verdichtungsnetzen, DGK, Reihe C, Nr.295.
10. BILL,R. (1985) : Theoretical and Empirical studies of correlation functions in planer geodetic networks. Geodätisches Institut Universität Karlsruhe.
11. BILL,R. (1986) : Ausgleichungsmodelle für Netzverdichtungen DVW-Mitteilungen Baden-Württemberg, Sonderheft Beurteilung geodätischer Netze, s.47-69.
12. DE HEUS,H. (1982) : Data-Snooping in Control Networks. Proceedings " Survey Control Networks ", in Schriftenreihe der HSBw, Heft 7, s.211-224, München.
13. DEMİREL,H. (1984) : Jeodezik Ağlarda Duyarlık ve Güven Ölçütleri. Y.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Lisans Üstü Yaz Okulları, İstanbul.

14. DEMİREL,H. (1987a) : Jeodezik Ağların Optimizasyonu (Y.Ü. Yüksek Lisans Ders Notları).
15. DEMİREL,H. (1987b) : S-Transformasyonu ve Deformasyon Analizi. Türkiye 1.Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, s.593-608, 23-27 Şubat 1987, Ankara.
16. DEMİREL,H. (1987c) : Nirengi Ağlarının Dengelenmesi ve Sonuçların Test Edilmesi,H.D.,Sayı 98, s.1-18.
17. DEMİREL,H. (1987d) : Jeodezik Ağlarda Datum Tanımları ve Dengeleme Sonuçlarına Etkileri. Prof. Burhan TANSUG Fotogrametri ve Jeodezi Simpozyumu, s.269-277, 8-9 Ekim 1987, İstanbul.
18. ERKAYA,H. (1987) : Mühendislik Yapılarındaki Deformasyonların Jeodezik Yöntemlerle Araştırılması ve Bir Model Üzerinde Uygulanması. Doktora Tezi,Y.Ü. İstanbul.
19. FÖRSTNER,W. (1979) : Das Program TRINA Zur Ausgleichung und Gütebeurteilung geodätischer Lagenetze. ZfV, Heft 2, s.61-72.
20. GOTTHARDT,E.; (1974) : Dengelemeye Giriş. İ.T.Ü. Kütüphanesi, AYTAÇ,M.; ÖRMECİ,C.; ALTAN,O.
21. HAHN,M.; (1986) : Statistische Grundlagen für die Analyse von Ausgleichungsergebnissen. DWV-Mitteilungen Baden-Württemberg, Sonderheft Beurteilung geodätischer Netze, s.22-46. MIERLO,J.van .
22. HÖPCKE,W. (1980) : Fehlerlehre und Ausgleichungsrechnung. Walter de Gruyter,Berlin, Newyork.

23. ILLNER, I. (1983) : Freie Netze und S-Transformation. AVN, Heft 5, s.157-170.
24. JÄGER, R.; BILL, R. (1986) : Genauigkeits - und Zuverlässigkeitsmasse in Verdichtungsnetzen. DVW-Mitteilungen Baden-Württemberg, Sonderheft Beurteilung geodätischer Netze, s.70-98.
25. KINIK, İ. (1986) : Jeodezik Ağların Optimizasyonu-Ölçüt Matrisleriyle İkinci Derece Optimizasyon (İ.T.Ü. Yüksek Lisans Tezi), İstanbul.
26. KOCH, K.R. (1980) : Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen. Ferd.Dümlers Verlag, Bonn.
27. KOCH, K.R. (1983a) : Rechenverfahren bei der Einschaltung von Punkten in ein trigonometrisches Netz. AVN, Heft 3, s.99-107.
28. KOCH, K.R. (1983b) : Die Wahl des Datums eines trigonometrischen Netzes bei Punkteinschaltungen. ZfV, Heft 3, s.104-111.
29. KRUMM, F. (1982) : Criterion Matrices for estimable quantities. Proceedings " Survey Control Networks ", in Schriftenreihe der HSBw, Heft, 7, s.245-257, München.
30. MITTERMAYER, E. (1972a) : Zur Ausgleichung freier Netze. ZfV, Heft 11, s.481-489.
31. MITTERMAYER, E. (1972b) : A generalisation of the leastsquares method for the adjustment of free networks. Bulletin Geodesique, No :3, s.139-157.
32. MIERLO, J.van. (1982) : Difficulties in defining the quality of geodetic networks. Proceedings " Survey Control Networks ", in Schriftenreihe der HSBw, Heft 7, s.259-274, München.

33. MIERLO, J. van. (1984) : Inner precesion of densification networks. AVN, International Supplement, vol.1, s.40-46.
34. MIERLO, J. van.; (1986) : Aspekte und Methoden der Planung geodätischer Netze. DVW-Mitteilungen Baden-Württemberg, Sonderheft Beurteilung geodätischer Netze, s.113-127.
MÜLLER, T.
35. MÜRLE, M.; (1984) : Zuverlässigkeits- und Genauigkeits-
BILL, R. untersuchung ebener geodätischer Netze AVN, Heft 2, s.45-62.
36. ÖZTÜRK, E. (1982) : Jeodezik Ağlarda Güven Ölçütleri ve Ölçme Planının Enuygunlaştırılması. K.T.Ü. Yer Bilimleri Fakültesi, No :39, Trabzon.
37. ÖZTÜRK, E. (1986) : Doğrultu-Kenar Ağlarının Dengelenmesi. H.K.M.D., sayı 54-55, s. 58-112.
38. ÖZTÜRK, E. (1987a): Jeodezik Ağlarda Duyarlık ve Güvenirlik Ölçütleri, Türkiye 1. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, s.641-699, 23-27 Şubat 1987, Ankara,
39. ÖZTÜRK, E. (1987b): Nirengi Ağlarının Optimizasyonu. Prof. Burhan TANSUĞ Fotogrametri ve Jeodezi Simpozyumu, s. 241-261, 8-9 Ekim 1987, İstanbul.
40. PELZER, H. (1979) : Beurteilung der Genauigkeit und der Zuverlässigkeit geodätischer Netze. Vortrag Zum Kontaktstudium über geodätischer Netze in Landes- und Ingenieurvermessung, Hannover.
41. PELZER, H. (1980) : Some criteria the accuracy and reliability of networks. DGK, Reihe B, Heft Nr. 252, s.55-67.

42. ŞERBETÇİ,M. (1972) : En Küçük Kareler Yöntemine Göre Dengelemede Gruplara Ayırma. K.T.Ü. yayınları, Trabzon.
43. ULSOY,E. (1974) : Dengeleme Hesabı, En Küçük Kareler Metodu. İDMMA Yayınları, sayı 87, İstanbul.
44. ULSOY,E. (1980) : Pratik Matris Hesabı ve Dengeleme Hesabına Uygulanması. İDMMA Yayınları, sayı 91, İstanbul.
45. ULSOY,E. (1986) : Korelasyonlu Ölçüler Dengelemesi ve Dengelemede Özel Konular. (Y.Ü. Yüksek Lisans Ders Notları).
46. WELSCH,W.M. (1982) : Network densification-problems and solutions. Proceedings " Survey Control Networks ",in Schriftenreihe der HSBw, Heft 7, s.401-414, München.
47. WOLF,H. (1975) : Ausgleichungsrechnung, Formeln zur praktischen Anwendung.Ferd.Dümmlers Verlag, Bonn.
48. WOLF,H. (1979) : Ausgleichungsrechnung II,Aufgaben und Beispiele zur praktischen Anwendung, Ferd. Dümmlers Verlag, Bonn.
49. WOLF,H. (1982) : Zur inneren Fehlersituation bei mehrfach angeschlossenen Netzen und Punkteinschaltungen. Mitteilungen des Geodätisches Instituts Graz,Folge 40, s.356-364.
50. WOLF,H. (1983) : On the densification problem of geodetic networks. Report of the Department of Geodesy, Institute of Geophysics, University of Uppsala, s.275-283, Uppsala.
51. WOLF,H. (1984) : Zur praxis der Punkteinschaltungen. AVN, Heft 11-12, s.432-440.

ÖZGEÇMİŞ

- 1.10.1957 Giresun'un Dereli ilçesinin Meşeliyatak Köyünde doğum,
- 1965-1967 Dereli'nin Eğrianbar Köyü İlk Okulu'nda ilk okul öğrenimi,
- 1967-1970 Dereli'nin Meşeliyatak Köyü İlk Okul'unda ilk okul öğrenimi,
- 1970-1973 Dereli Orta Okulu'nda orta okul öğrenimi,
- 1973-1976 İstanbul'da Kuleli Askeri Lisesi'nde lise öğrenimi,
- 1976-1980 Ankara'da Kara Harp Okulu'nda öğrenim,
- 30.8.1980 Kara Harp Okulu'ndan Harita Teğmeni olarak mezuniyet,
- Eylül 1980 Ülkü ile evlenme,
- Eylül 1980 Ankara'da Harita Yüksek Teknik Okulu'nda Mühendislik öğrenimine başlama,
- Aralık 1981 Oğlum Berksan'ın doğumu,
- Ekim 1982 Harita Yüksek Teknik Okulu'ndan Harita Mühendisi olarak mezuniyet,
- 1982-1986 Harita Genel Komutanlığı'nda görev,
- 6.10.1986 Yıldız Üniversitesi'nde Yüksek Lisans öğrenimine başlama.