YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DÜZLEM ÇERÇEVELERİN MATRİS DEPLASMAN METODU İLE İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MÜH. CENGİZ İPEK

İSTANBUL 1993

Bu çalışmamda bana sonsuz yardımlarını esirgemeyen Danışman Hocam Sayın Prof. Sinan ÇAĞDAŞ' a ve çalışmanın yürütülmesinde bana yardımcı olan Araştırma Görevlisi Sayın Yük. Müh. Turgut KOCATÜRK' e sonsuz şükranlarımı sunarım.

Müh. Cengiz İPEK

NOTASYON

F	:Kesit alanı
m_s , n_s	:Doğrultu cosinüsleri
l_x,l_y	:x ve y eksen çubuk boyları
l	:Çubuk boyu
β	:Dönüşüm açısı
x,y	:Çubuk eksen takımı
X,Y	:Müşterek eksen takımı
[d]	:Çubuk eksenlerine göre deplasmanlar
$[d]_{ix}$	:Müşterek eksenlerine göre deplasmanlar
[P]	:Çubuk uç kuvvetler matrisi
$[P]_{ix}$	:Çubuk uç kuvvetler matrisi (müşterek eksende)
$[P_0]$	:Çubuk yükleme matrisi
$[P_0]_{ix}$	:Çubuk yükleme matrisi (müşterek eksende)
[k]	:Eleman rijitlik matrisi
$[k]_{ixix}$	:Eleman rijitlik matrisi (müşterek eksende)
[K]	:Sistem rijitlik matrisi
[T]	:Dönüşüm matrisi
$[T]^{-1}$	:Dönüşüm matrisinin tersi
$[T]^{T}$	:Dönüşüm matrisinin transpozu
[q]	:Direkt yükleme matrisi

İÇİNDEKİLER

NOTASYON
ÖZET
SUMMARY
BÖLÜM 1. GİRİŞ 1
BÖLÜM 2. MATRİS DEPLASMAN METODU 2
2.1.Tanımı 2
2.2.Metodun Özellikleri 4
BÖLÜM 3. MATRİS DEPLASMAN METODU İLE DÜZLEM ÇERÇEVELERİN ANALİZİ 5
3.1.Düzlem çerçeveler 5
3.2.Uç deplasman ve uç kuvvetlerin tanımı 5
3.3.Eleman rijitlik matrisinin oluşturulması 7
3.3.1 Doğru eksenli çubuk 16
3.3.2.Eğri eksenli çubuk 18
3.4.Yükleme matrisi 20
3.5.Eksen takımları 24
3.5.1.Koordinat sisteminin dönüştürülmesi 24
3.5.2.Doğrultu kosinüsleri 25
3.6.Müşterek eksen takımlarına göre matrisler 26
3.7.Sistem rijitlik matrisi 31
3.8.Hesapta izlenecek adımlar 32
BÖLÜM 4 ÖRNEK VE ÇÖZÜMÜ 34
BÖLÜM 5 BİLGİSAYAR PROGRAMININ DÜZENLENMESİ 51
5.1.Programda kullanılan notasyonlar 51
5.2.Program akışı 53
5.3.Program listesi 54
BÖLÜM 6 SONUÇLAR VE ÖNERİLER 67
KAYNAKLAR 68
ÖZGEÇMİŞ 69

ÖZET

Bu çalışmanın amacı taşıyıcı sistemlerin özellikle düzlem çerçevelerin iç kuvvet ve deformasyonlarının matris deplasman metodu ile çözülmesi ve bu konu ile ilgili bir programın modifiye edilmesine dayalıdır.

Altı bölümden oluşan çalışmanın ilk bölümünde matris deplasman metodu ile ilgili giriş bölümü yer almaktadır.

İkinci bölümde, matris deplasman metodunun tanımı ve özellikleri yer almaktadır.

Üçüncü bölümde, düzlem çerçevelerin hesaplanmasında eğri eksenli çubukları da içeren transformasyon matrisleri, rijitlik matrisleri ve sistem rijitlik matrisi yer almaktadır.

Dördüncü bölümde, doğru ve eğri eksenli çubuğu ihtiva eden bir düzlem çerçevenin çözümü yer almaktadır.

Beşinci bölümde, bir bilgisayar programının geliştirilmesi ve eğri eksenli çubuklara uyarlanması yer almaktadır.

Altıncı bölümde ise, sonuçlar ve öneriler yer almaktadır.

SUMMARY

THE ANALYSIS OF THE PLANE FRAMES SUBJECTED TO LOADS STRUCTURES BY STIFFNESS METHOD (MATRIX DISPLACEMENT METHOD)

In Structural Engineering, both safety and economic factors are considered in the design of structures. Because, these two basic factors considerably effect each other.

Before The use of computer technology in structural engineering, safety factor was the most important aspect in the design of structures because of indeterminacy of the real behaviour of structuer. Due to the development of structural analsis methods and computer technology, the behaviour of the structures is determined more preciesly. Therefore, the problem economical design becomes more important for this reason, structural engineers use the design methods which consider both material and geometrical non linearities.

In the Matrix Displacement method theunknowns are the joint displacements and rotations. This method is more useful for the systems having high degrees of statically in determinacy. In other words.If system having more members meeting at joint of the systems, this method supply to operate witdh lesser unknows

Although, the band width of simuletaneous equation is limited and there is no flexibility in choosing the unknowns, generation of the stifness matrix is usually not difficult because of localized effect, so a displacemnt of a joint effect only the members meeting at the given joint. Thus it is easy to formulate the matrix displacemnts method and this method is more suitable for computer programming.

There is a well-established relation between the Internal forces and the displacements at the ends of a member. the member forces are related to member deformations by a matrix defined as individualmember stiffness,

denoted by [K] . The stiffness matrix method, first determines displacements at certain points, more specifically at the joints of the structure, and the Internal corces later.

[P] : Internal Forces
[K] : Stiffness Matrix
[D] : Displacements

$$[P] = [K]x[D] \tag{3.17}$$

The structure stiffness matris K is made of stiffness matrices k of individual members. The stiffness of a structural member is commonly understood of be the amount of force required to introduce a certain amount of deflection.

The basic steps to be taken toward the assembly of K can be summarized as.

1- Establish member stiffness matrices k in local coordinates.

2-Transform member stiffness k from local cooordinates to global cooordinates

3-Satisfy displacement compatibilities at each joint

4-Write force equilibrium.

5-Bring it to matrix form

External Forces and $[d]_j = 0$

$$P_1 = k_{11} D_1 + k_{12} D_2 + k_{13} D_3 \quad [P]_i = [k]_{ii} \times [d]_i \tag{3.10}$$

$$P_2 = k_{21} D_1 + k_{22} D_2 + k_{23} D_3 \quad [P]_j = [k]_{ji} \times [d]_i \tag{3.11}$$

$$P_3 = k_{31} D_1 + k_{32} D_2 + k_{33} D_3$$

External Forces and $[d]_i = 0$

$$[P]_i = [k]_{ij} \times [d]_j \tag{3.12}$$

$$[P]_j = [k]_{jj} \times [d]_j \tag{3.13}$$

$$[P] = [k] \times [d] + [P_0]$$

The Beam Element

When analyzing a structural system that must be described in terms of a two dimensional plane, there will be six possible components of joint displacement, consequently, for a given beam element of a two dimensional structural system there will be six possible components of end displacement.

BÖLÜM I

GİRİŞ

Düzlemi içindeki kuvvetlerin etkisi altında bulunan düzlem çerçevelerin hesabı matris deplasman metodu ile yapılmıştır.

2. bölümde matris deplasman metodunun tanımı,esasları ve özellikleri anlatılmıştır.

3.bölümde, matris deplasman metodu ile düzlem çerçevelerin analizi için gerekli giriş bilgileri verilmiştir. Doğru ve eğri eksenli çubukları için rijitlik matrisi ve sistem rijitlik matrisinin oluşturulması ile hesapta izlenecek adımlar verilmiştir.

4. bölümde ise, bir örnek ve çözümü yapılmıştır.

5.bölümde ise, doğru eksenli çubuklar için yapılan bilgisayar programı modifiye edilerek eğri eksenli çubuklar için de elverişli hale getirilmiştir. Ayrıca bu program elastik zemine oturan çubuklar içinde kullanışlıdır.

BÖLÜM 2
MATRİS DEPLASMAN METODU

2.1. Tanımı:

Yapı sistemlerinin hesabının amacı, statik ve dinamik dış etkiler altında, sistemlerde meydana gelen iç kuvvetlerin deformasyonların ve deplasmanların tayin edilmesidir. Hesap edilecek sistemler, düğüm noktaları denilen sonlu uzaklıktaki noktalarda birleşen elemanlardan meydana gelmektedir. Bir çubuk, bir çubuklar sistemi veya bir sürekli ortam parçası olabilen her elemanda dış etkilerden meydana gelen iç etkilerin tayin edilebileceği kabul edilebilmektedir. Bundan dolayı, matris deplasman metodunun amacı, sistemde dış etkilerden meydana gelen uç kuvvetlerinin ve uç deplasmanlarının tayini olmaktadır.[1]

Uç kuvvetlerin ve uç deplasmanların sağlaması gereken üç şart vardır.

1-Denge Şartları

1 a-Düğüm noktalarının denge denklemleri
2 a-Elemanların denge denklemleri

2-Geometrik Uygunluk Şartları

1 b-Elemanların düğüm noktası uç deplasmanları birbirine eşittir.
2 b-Mesnet koşulları

3-Gerilme Deformasyon Bağıntıları (Bünye koşulları)

Matris deplasman metotlarında, önce sistemin uç deplasman durumu geometrik uygunluk şartları sağlayan birbirinden lineer olarak bağımsız uç deplasman durumlarının lineer kombinezonu olarak ifade edilir. Bu bağıntıda bulunan ve sistemin geometrik serbestlik derecesine eşit sayıdaki bilinmeyen katsayılar, denge şartları ve deformasyon - iç kuvvet bağıntıları yardımıyla tayin edilerek sistemin uç deplasman durumu elde edilir. Denge şartlar ile deformasyon - iç kuvvet bağıntılarından faydalanarak uç deplasmanlarına bağlı olarak uç kuvvetleri de bulunup hesap tamamlanır.

Direkt matris deplasman metodunda sistemin serbestlik derecesi düğüm noktalarının deplasman bileşenlerinin sayısına eşit olur ve geometrik uygunluk şartlarını sağlayan birbirinden lineer olarak bağımsız uç deplasman durumlarının herbiri için, düğüm noktalarının deplasman bileşenlerinden bir tanesi bir, bütün diğerleri sıfır olan durum alınabilir. Bundan dolayı lineer kombinezonda bulunan bilinmeyen katsayılar düğüm noktalarının deplasman bileşenleri sırası ile eşit alınmış olur.

Bir i düğüm noktasında birleşen elemanlar için ix indisiyle belirtilen müşterek bir koordinat sistemi alınacaktır. Bir düğüm noktasında birleşen elemanların ortak koordinat sistemine ait karşılıklı uç deplasman bileşenleri, geometrik uygunluk şartları uyarınca birbirlerine ve dolayısıyle düğüm noktasının bileşenlerine eşit olurlar.

Bir i düğüm noktasında birleşen elemanların ortak koordinat sistemine ait uç deplasman bileşenlerinden oluşan kolon matrislerin herbiri, düğüm noktasının deplasman bileşenlerinden oluşan $[d]_{ix}$ kolon matrisine eşit olur. O halde, düğüm noktası sayısı n ile gösterildiğine göre, bilinmeyenler kolon matrisi;

$$[d] = \begin{bmatrix} [d]_{1x} \\ [d]_{2x} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ [d]_{nx} \end{bmatrix}$$

olur.

Dış etkilerin ve düğüm noktalarındaki ortak koordinat sistemlerine ait uç deplasmanların elemanın bir i düğüm noktasında doğurduğu uç kuvvet bileşenlerinden oluşan kolon matrisi $[P]_{ix}$ ile gösterilmektedir. Bir elemanın bütün düğüm noktalarındaki deplasman bileşenleri sıfır iken, yalnız dış etkilerden i düğüm noktasında doğurduğu uç kuvvet bileşenlerinden oluşan kolon matrisin $[P_0]_{ix}$ ile gösterildiği ve yükleme matrisi diye adlandırıldığı bilinmektedir. [1,2]

Herhangi bir ij çubuk elemanının, eleman koordinat sistemine ait $[P]_i$, $[P]_j$ uç kuvvetleri ile $[d]_i$, $[d]_j$ uç deplasmanları arasında

$$[P]_{ij}= [k]_{ij}\ [d]_{ij} + [P_0]_{ij}$$

elde edilir

Ortak koordinat sistemine göre ise;

$$[P]_{ixjx}= [k]_{ixjx}\ [d]_{ixjx} + [P_0]_{ixjx} \qquad [1,2]$$

2.2. Matris Deplasman Metodunun Özellikleri

1-Bilinmeyenlerin Sayısı

Deplasman metodunda, düğüm noktalarında ne kadar çok eleman birleşirse bilinmeyen sayısı o kadar az olur.

2-Denklem Takımının Kuruluşu

Deplasman metodunda, homojen çözümlerin tayininin kolay ve sistematik oluşuna karşılık bunların seçiminde serbestlik azdır. Denklemin kuruluşu kolay ve sistematiktir.

3-Denklem Takımının Çözümü

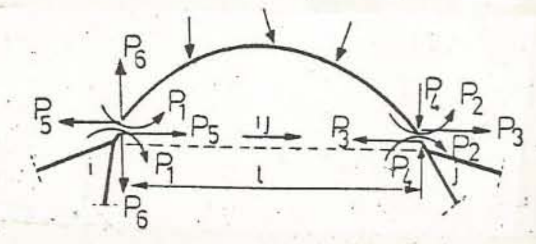
Deplasman Metodunda, genellikle çözümü kolay olan denklem takımları elde edilebilmektedir.

4-Denklem Takımının Stabilitesi

Deplasman metodunda, bazı hallerde stabilitesi iyi denklem takımı elde edilmektedir. Böyle olmayan hallerde, bilinmeyen seçilmesinde klasik hesapta serbestlik çok az olduğundan, düzeltme imkanı da az olmaktadır. [1,5]

BÖLÜM 3
MATRİS DEPLASMAN METODU İLE DÜZLEM ÇERÇEVELERİN ANALİZİ

3.1. Düzlem Çerçeveler



Şekil 3.1

3.2. Uç Deplasman ve uç kuvvetler

Çubuğun i ucuna ait uç kuvvetleri

$[P]_i = [P_1, P_5, P_6]$ çubuk eksenlerine göre (3.1)

Çubuğun j ucuna ait uç kuvvetleri

$[P]_j = [P_2, P_3, P_4]$ çubuk eksenlerine göre (3.2)

$[P] = [P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6]$

[P] : Uç kuvvetleri matrisi (3.3)

Bu halde altı tane olan p uç kuvvetlerinden
P_1, P_2 : i ve j deki uç momentleridir. Çubuğu saat akrebinin zıt yönünde çevirince pozitif kabul edilirler.

P_3, P_5 : j ve i de, i j doğrultusundaki uç kuvvetleridir. ij yi uzatan yönde pozitif kabul edilirler. Doğru eksenli çubuk halinde, bu kuvvetler j ve i uçlarında kesme kuvvetlerini göstermektedirler.
P_4, P_6 : j ve i de, ij ye dik doğrultudaki uç kuvvetleridir. Çubuğu saat akrebi yönünde çevirince pozitif kabul edilirler. Doğru eksenli çubuk halinde, bu kuvvetler j ve i uçlarındaki kesme kuvvetlerini göstermektedirler.

i j çubuğunun i ve j uçlarındaki $[P]_i$, $[P]_j$ uç kuvvetleri matrisleri ile bütün çubuğa ait $[P]$ uç kuvvetleri matrisi :

$$[P]_i=\begin{bmatrix} P_1 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} \qquad [P]_j=\begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} \qquad [P]=\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix}$$

Çubuğun i ucuna ait uç deplasmanları:

$$[D]_i = [D_1, D_5, D_6] \quad \text{çubuk eksenlerine göre} \qquad (3.4)$$

Çubuğun j ucuna ait uç deplasmanları:

$$[D]_j = [D_2, D_3, D_4] \quad \text{çubuk eksenlerine göre} \qquad (3.5)$$

$$[D] = [D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6] \qquad (3.6)$$

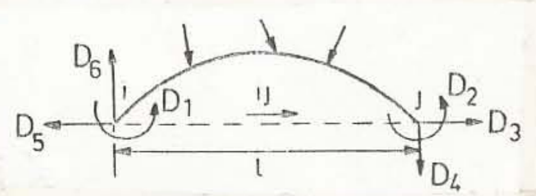
$[D]$: Uç deplasmanları matrisi

Altı tane olan $D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6$ uç deplasmanları çubuğa etkiyen $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ uç kuvvetleri ile aynı doğrultu ve yönde seçilmişlerdir.

i j çubuğunun i ve j uçlarındaki $[d]_i$ ve $[d]_j$ uç deplasmanlar matrisleri ile bütün çubuğa ait olan $[d]$ uç deplasmanlar matrisi

$$[d]_i=\begin{bmatrix} D_1 \\ D_5 \\ D_6 \end{bmatrix} \qquad [d]_j=\begin{bmatrix} D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{bmatrix} \qquad [d]=\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \end{bmatrix}$$

D_3 , D_5 : i ve j uçları birbirinden uzaklaşınca pozitif kabul edilmiştir.
D_4 , D_6 : Çubuğun bir ucunun diğerine göre saat akrebi yönünde dönünce pozitif kabul edilmiştir.



Şekil 3.2

3.3. Eleman Rijitlik Matrisinin Oluşturulması

Dış kuvvetler sıfır iken;

$D_1=1$, $D_2=D_3=0$ uç deplasmanlarından meydana gelen
P_1 ,P_2 ,P_3 uç kuvvetleri : k_{11} , k_{21} , k_{31}

$D_2=1$, $D_1=D_3=0$ uç deplasmanlarından meydana gelen
P_1 ,P_2 ,P_3 uç kuvvetleri : k_{12} , k_{22} , k_{32}

$D_3=1$, $D_1=D_2=0$ uç deplasmanlarından meydana gelen
P_1 ,P_2 ,P_3 uç kuvvetleri : k_{13} , k_{23} , k_{33}

Birim deplasman matrisleri denilen k_{ij} lerin ilk indisleri yeri, ikinci indisleri de sebebi göstermektedir.

[k] : Birim deplasman matrisi

$$[k]=\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}$$

Uç Deplasmanları	Birim Deplasman Sabitleri
$D_1=1$, $D_2=0$, $D_3=0$	k_{11} , k_{51} , k_{61}
$D_1=0$, $D_2=1$, $D_3=0$	k_{12} , k_{52} , k_{62}
$D_1=0$, $D_2=0$, $D_3=1$	k_{13} , k_{53} , k_{63}

Eleman Rijitlik Matrisi

$$[k]_{ii}=\begin{bmatrix} k_{11} & k_{51} & k_{61} \\ k_{12} & k_{52} & k_{62} \\ k_{13} & k_{53} & k_{63} \end{bmatrix}$$

Uç Deplasmanları	Birim Deplasman Sabitleri
$D_1=1$, $D_2=0$, $D_3=0$	k_{21} , k_{31} , k_{41}
$D_1=0$, $D_2=1$, $D_3=0$	k_{22} , k_{32} , k_{42}
$D_1=0$, $D_2=0$, $D_3=1$	k_{23} , k_{33} , k_{43}

Eleman Rijitlik Matrisi

$$[k]_{ji}=\begin{bmatrix} k_{21} & k_{31} & k_{41} \\ k_{22} & k_{32} & k_{42} \\ k_{23} & k_{33} & k_{43} \end{bmatrix}$$

Köşegenin altında kalan relatif deplasmanlar ikişer ikişer karşılaştırılır ve Betti Karşıtlık Teoremi uygulanırsa;

$$k_{ij} = k_{ji} \tag{3.7}$$

olduğu, [k] matrisinin esas köşegene göre simetrik olduğu görülür.

$$[k] = [k]^T \tag{3.8}$$

Dış kuvvetler sıfır olması halinde ;

$$\begin{aligned} P_1 &= k_{11} D_1 + k_{12} D_2 + k_{13} D_3 \\ P_2 &= k_{21} D_1 + k_{22} D_2 + k_{23} D_3 \\ P_3 &= k_{31} D_1 + k_{32} D_2 + k_{33} D_3 \end{aligned}$$

$$[P]_n = [k]_{ni} [D]_i \tag{3.9}$$

Dış yükler ve $[d]_j = 0$ iken

$$[P]_i = [k]_{ii} [d]_i \tag{3.10}$$

$$[P]_j = [k]_{ji} [d]_i \tag{3.11}$$

Dış yükler ve $[d]_i = 0$ iken

$$[P]_i = [k]_{ij} [d]_j \tag{3.12}$$

$$[P]_j = [k]_{jj} [d]_j \tag{3.13}$$

Şekil (3.1) ve (3.2) de görülen çubuğun bütün uç kuvvetlerini uç deplasmanlarına bağlayan [k] birim deplasman matrisi Şekil (3.3) tanımlanmıştır.

$$
\begin{array}{ll|cccccc|l}
 & & & & & \frac{1+2}{l} & 3 & 4 & \\
 & & & & & \| & \| & \| & \\
 & & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \\
\hline
\mathbf{P_1}: & & k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & \mathbf{1} \\
\mathbf{P_2}: & & k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & \mathbf{2} \\
\mathbf{P_3}: & & k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & \mathbf{3} \\
 & [K] = & & & & & & & \\
\mathbf{P_4}: & & k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} & \mathbf{4} = \frac{1+2}{l} \\
\mathbf{P_5}: & & k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} & \mathbf{5 = 3} \\
\mathbf{P_6}: & & k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} & \mathbf{6 = 4} \\
\hline
 & & : & : & : & : & : & : & \\
 & & \mathbf{D_1=1} & \mathbf{D_2=1} & \mathbf{D_3=1} & \mathbf{D_4=1} & \mathbf{D_5=1} & \mathbf{D_6=1} &
\end{array}
$$

Şekil 3.3

Bu matriste satırlar sıra ile P_1 ,P_2 ,P_3 ,P_4 ,P_5 ,P_6 uç kuvvetlerini göstermektedir. Dış kuvvetlerin sıfır olması halinde

1 . kolonu $D_1=1$, $D_2= D_3= D_4= D_5= D_6=0$ uç deplasmanlarından
2 . kolonu $D_2=1$, $D_1= D_3= D_4= D_5= D_6=0$ uç deplasmanlarından
3 . kolonu $D_3=1$, $D_1= D_2= D_4= D_5= D_6=0$ uç deplasmanlarından
4 . kolonu $D_4=1$, $D_1= D_2= D_3= D_5= D_6=0$ uç deplasmanlarından
5 . kolonu $D_5=1$, $D_1= D_2= D_3= D_4= D_6=0$ uç deplasmanlarından
6 . kolonu $D_6=1$, $D_1= D_2= D_3= D_4= D_5=0$ uç deplasmanlarından

meydana gelen P_1 ,P_2 ,P_3 ,P_4 ,P_5 ,P_6 uç kuvvetlerini göstermektedir.

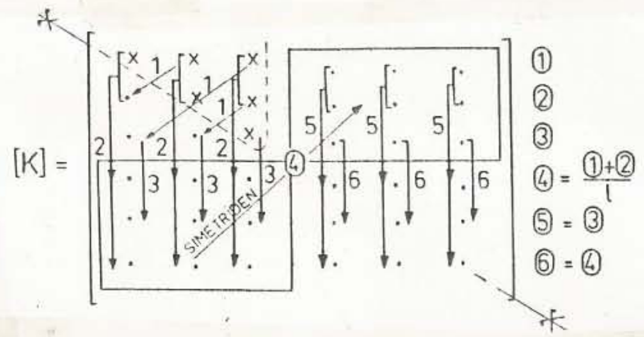
Betti karşıtlık teoremine göre [K] matrisi esas köşegenine göre simetrik olacağından

$$[K] = [K]^T \qquad \text{ve} \qquad [k]_{ji} = [k]_{ij}$$

Birinci mertebe teorisi halinde, dış kuvvetler sıfır olduğu zaman çubuğun denge denklemleri :

$$P_4 = \frac{P_1 + P_2}{l}, \qquad P_5 = P_3, \qquad P_6 = P_4$$

Bu simetri ve denge bağıntılarını kullanarak [K] matrisinin bütün elemanları altı elemanına bağlı olarak tayin edilebilir.



3x3 MERTEBEDEN SAĞ ÜST MATRİS, SOL ÜST MATRİSİN SİMETRİĞİDİR

Şekil 3.4

Yükler sıfır iken $[d]_i$ ve $[d]_j$ uç deplasmanlarından meydana gelen $[P]_i$ ve $[P]_i$ uç kuvvetleri

$$[P]_i = [k]_{ii}\,[d]_i + [k]_{ij}\,[d]_j \tag{3.14}$$

$$[P]_j = [k]_{ji}\,[d]_i + [k]_{jj}\,[d]_j \tag{3.15}$$

$$\begin{bmatrix} [P]_i \\ [P]_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [k]_{ii} & [k]_{ij} \\ [k]_{ji} & [k]_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [d]_i \\ [d]_j \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

$$[P] = [k]\,[d] \tag{3.17}$$

Tanımlanan dört tane birim deplasman matrisinin ikisi Betti Karşıtlık Teoremi dolayısı ile esas köşegene göre simetriktir.

$$\begin{aligned} [k]_{ii} &= [k]_{ii}^T \\ [k]_{jj} &= [k]_{jj}^T \end{aligned} \tag{3.18}$$

1- $[k]_{ii}$ nin alt üçgeni simetri özelliği ile üst üçgene bağlı olarak.

2- $[k]_{ji}$ denge denklemlerinden elde edilen satırlar arasındaki bağıntılarla, $[k]_{ii}$ ye bağlı olarak.

3- $[k]_{ij}$, $[K]$ matrisinin simetri özelliğinden $[k]_{ji}$ ye bağlı olarak,

4- $[k]_{jj}$ satırlar arası bağıntılarla $[k]_{ij}$ ye bağlı olarak tayin edilmiştir.

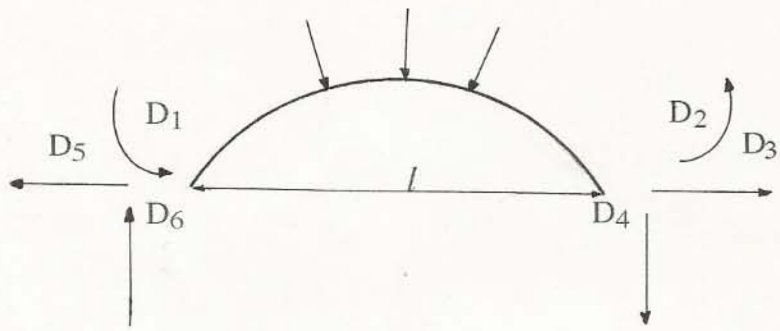
$[k]_{ij}$ matrisi $[K]$ matrisinin 1,5,6 satırları ile 2,3,4 kolonlarından
$[k]_{ji}$ matrisi $[K]$ matrisininin 2,3,4 satırları ile 1,5,6 kolonlarından
$[k]_{jj}$ matrisi $[K]$ matrisinin 2,3,4 satırları ile 2,3,4 kolonlarından
$[k]_{ii}$ matrisi $[K]$ matrisinin 1,5,6 satırları ile 1,5,6 kolonlarından oluşur.

Buna göre,

$$[k]_{ii} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 5{=}3 & 6{=}4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} X & X & X \\ X & X & X \\ X & X & X \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 5{=}3 \\ 6{=}4 \end{array} \qquad [k]_{ij} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} X & X & X \\ X & X & X \\ X & X & X \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ 1 \\ 5{=}3 \\ 6{=}4 \end{array}$$

$$[k]_{ji} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 5=3 & 6=4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} X & X & X \\ X & X & X \\ X & X & X \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \qquad [k]_{jj} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} X & X & X \\ X & X & X \\ X & X & X \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}$$

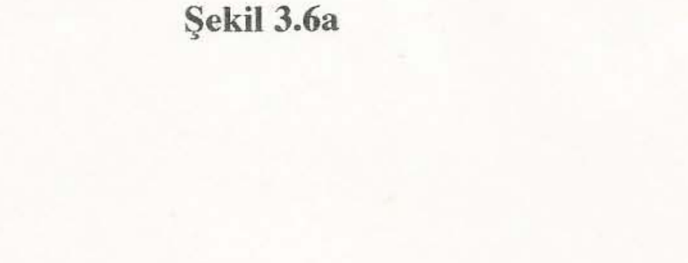
Şekil 3.5



Şekil 3.6

l-Birim Dönme

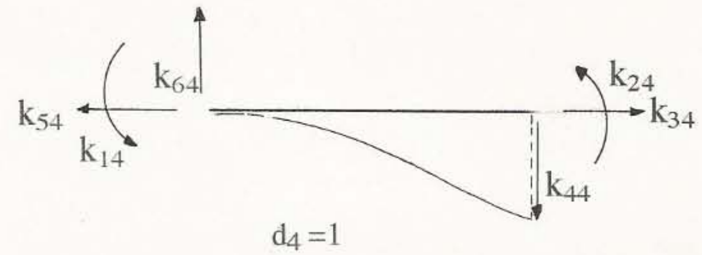
$d_2 = 1$, $d_1 = 0$, $d_4 = 0$, $d_5 = 0$, $d_6 = 0$



Şekil 3.6a

2-Birim Yerdeğiştirme

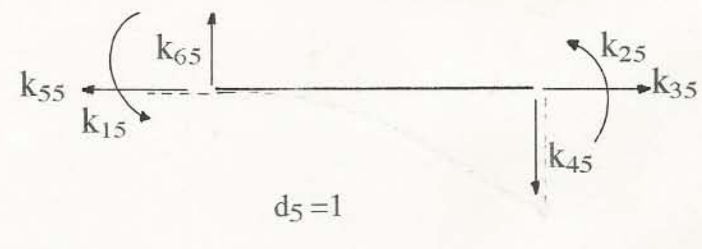
$d_4 = 1 \quad , \quad d_1 = 0 \quad , \quad d_2 = 0 \quad , \quad d_5 = 0 \quad , \quad d_6 = 0$



Şekil 3.6b

3-Birim Uzama

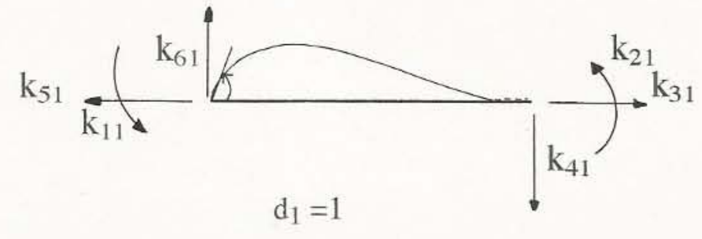
$d_5 = 1 \quad , \quad d_1 = 0 \quad , \quad d_2 = 0 \quad , \quad d_4 = 0 \quad , \quad d_6 = 0$



Şekil 3.6c

4-Birim Dönme

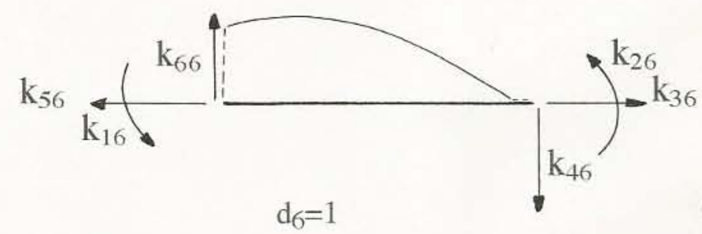
$d_1 = 1$, $d_2 = 0$, $d_4 = 0$, $d_5 = 0$, $d_6 = 0$



Şekil 3.6d

5-Birim Yerdeğiştirme

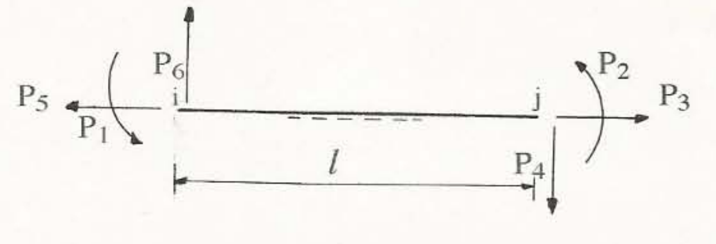
$d_6 = 1$, $d_1 = 0$, $d_2 = 0$, $d_4 = 0$, $d_5 = 0$



Şekil 3.6e

3.3.1 Doğru Eksenli Çubuklar

Doğru eksenli prizmatik çubukta EI ve EF sabit olduğu gözönüne alınırsa, Bir i j çubuğun [k] rijitliği (3.19) bağıntısında gösterilmiştir.



Şekil 3.7

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{l} & \frac{2EI}{l} & 0 \\ \frac{2EI}{l} & \frac{4EI}{l} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EF}{l} \end{bmatrix} \qquad (3,19)$$

Doğru eksenli bir i j çubuğuna ait $[k]_{ii}$ rijitlik matrisi

$$[k]_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{l} & 0 & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{EF}{l} & 0 \\ \frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} \end{bmatrix} \qquad (3,20)$$

Doğru eksenli bir i j çubuğuna ait $[k]_{ij}$ rijitlik matrisi

$$[k]_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{2EI}{l} & 0 & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{EF}{l} & 0 \\ \frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} \end{bmatrix} \qquad (3,21)$$

Doğru eksenli bir i j çubuğuna ait $[k]_{ji}$ rijitlik matrisi

$$[k]_{ji} = \begin{bmatrix} \frac{2EI}{l} & 0 & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{EF}{l} & 0 \\ \frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} \end{bmatrix} \qquad (3,22)$$

Doğru eksenli bir i j çubuğuna ait $[k]_{jj}$ rijitlik matrisi

$$[k]_{jj} = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{l} & 0 & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{EF}{l} & 0 \\ \frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} \end{bmatrix} \qquad (3,23)$$

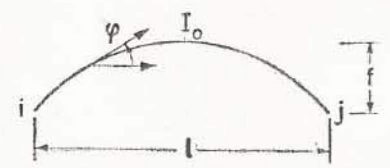
$[k]_{ii}$, $[k]_{ij}$, $[k]_{ji}$, $[k]_{jj}$ rijitlik nmatrisi bir i j çubuğu için 6x6 matris formunda gösterilirse,

$$\begin{bmatrix} [k]_{ii} & [k]_{ij} \\ [k]_{ji} & [k]_{jj} \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 5 & 6 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccc} \frac{4EI}{l} & 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{EF}{l} & 0 & 0 & \frac{EF}{l} & 0 \\ \frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} \\ \frac{2EI}{l} & 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{EF}{l} & 0 & 0 & \frac{EF}{l} & 0 \\ \frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 5 \\ 6 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \qquad (3.24)$$

elde edilir.

3.3.2. Eğri Eksenli Çubuklar

Teorik parabol kemerlerde,yani eksen eğrisi ikinci derece parabolu ve atalet değişimi kanunu da I_0 anahtardaki atalet momentini göstermek üzere, $I \cos \varphi = I_o$, $F \cos \varphi = F_o$ i j çubuğuna ait [k] rijitlik matrisi (3.25) bağıntısında gösterilmiştir. (3,25) bağıntısı :



Şekil 3.8

$$[k]=\begin{bmatrix} \frac{9EI_o}{l} & -\frac{3\,EI_o}{l} & \frac{15\,EI_o}{2\,l\,f} \\ -\frac{3EI_o}{l} & \frac{9EI_o}{l} & -\frac{15\,EI_o}{2\,l\,f} \\ \frac{15\,EI_o}{2\,l\,f} & -\frac{15\,EI_o}{2\,l\,f} & \frac{45\,EI_o}{4\,l\,f^2} \end{bmatrix} \qquad (3,25)$$

Eğri eksenli bir i j çubuğuna ait $[k]_{ii}$ rijitlik matrisi :

$$[k]_{ii}=\begin{bmatrix} \frac{9EI_o}{l} & \frac{15}{2}\frac{EI_o}{l\,f} & \frac{6\,EI_o}{l^2} \\ \frac{15}{2}\frac{EI_o}{l\,f} & \frac{45}{4}\frac{EI_o}{l\,f^2} & 0 \\ \frac{6\,EI_o}{l^2} & 0 & \frac{12\,EI_o}{l^3} \end{bmatrix} \qquad (3,26)$$

Eğri eksenli bir i j çubuğuna ait $[k]_{ij}$ rijitlik matrisi :

$$[k]_{ij}=\begin{bmatrix} -\frac{3\,EI_o}{l} & \frac{15}{2}\frac{EI_o}{l\,f} & \frac{6\,EI_o}{l^2} \\ -\frac{15}{2}\frac{EI_o}{l\,f} & \frac{45}{4}\frac{EI_o}{l\,f^2} & 0 \\ \frac{6\,EI_o}{l^2} & 0 & \frac{12\,EI_o}{l^3} \end{bmatrix} \qquad (3,27)$$

Eğri eksenli bir i j çubuğuna ait $[k]_{ji}$ rijitlik matrisi :

$$[k]_{ji} = \begin{bmatrix} -\dfrac{3\,EI_o}{l} & -\dfrac{15}{2}\dfrac{EI_o}{lf} & \dfrac{6\,EI_o}{l^2} \\ \dfrac{15}{2}\dfrac{EI_o}{lf} & \dfrac{45}{4}\dfrac{EI_o}{lf^2} & 0 \\ \dfrac{6\,EI_o}{l^2} & 0 & \dfrac{12\,EI_o}{l^3} \end{bmatrix} \qquad (3{,}28)$$

Eğri eksenli bir i j çubuğuna ait $[k]_{jj}$ rijitlik matrisi :

$$[k]_{jj} = \begin{bmatrix} \dfrac{9\,EI_o}{l} & -\dfrac{15}{2}\dfrac{EI_o}{lf} & \dfrac{6\,EI_o}{l^2} \\ -\dfrac{15}{2}\dfrac{EI_o}{lf} & \dfrac{45}{4}\dfrac{EI_o}{lf^2} & 0 \\ \dfrac{6\,EI_o}{l^2} & 0 & \dfrac{12\,EI_o}{l^3} \end{bmatrix} \qquad (3{,}29)$$

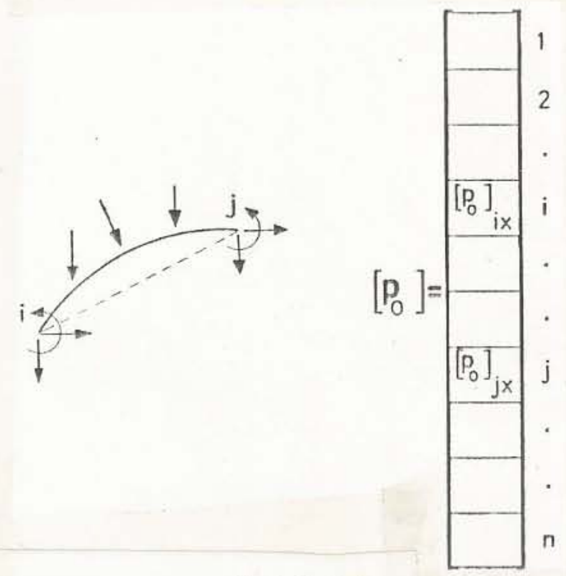
3.4.Yükleme Matrisleri

Bütün D uç deplasmanları sıfır yani $[d]_i=[d]_j=0$ iken yalnız yüklerden meydana gelen uç kuvvetleri sırası ile P_{10} , P_{20} , P_{30} , P_{40} , P_{50} , P_{60} ile gösterilen iki ucu ankastre bir çubukta yüklerden meydana gelen uç kuvvetleridir. Burada ilk indis meydana gelen kuvveti ikinci ise, yükü göstermektedir.

$[d]=0$ iken

$$[P_o]_i = \begin{bmatrix} P_{10} \\ P_{50} \\ P_{60} \end{bmatrix}$$

$$[P_o]_j = \begin{bmatrix} P_{20} \\ P_{30} \\ P_{40} \end{bmatrix}$$



Şekil 3.9

Çubuk yüksüz iken denklemimiz,

$$[P] = [K][d]$$

Çubuk yüklü iken $[d] = 0$

$$[P] =.[P_0]$$

$$[P] = [K][d]+[P_0] \qquad (3.30)$$

Bir taşıyıcı düzlem sisteminin üzerine etkiyen dış yükler, etki ettikleri yer bakımından iki grupta toplanabilirler.

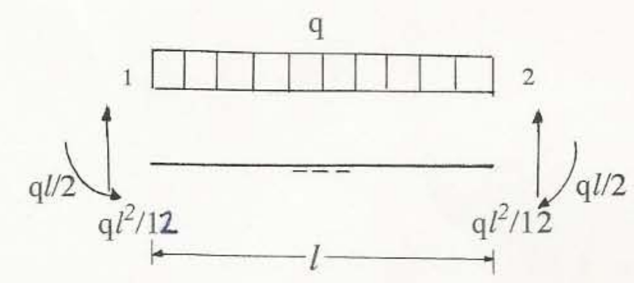
1-Direk Dış yükler [q] ; doğrudan doğruya sistemin düğüm noktalarına etkiyen yüklerdir. Tekil kuvvet, moment ve normal kuvvet gibi.

2-Endirek dış yükler $[P_0]$; çubukların eksenleri boyunca etki eden yüklerdir. Yayılı yükler ve tekil kuvvetler gibi.

Sistemin rijitlik denklem takımının sağ tarafından bulunan $[P_0]$ kolon vektörü sistemin direk yükleridir. Sistemin düğüm noktası deformasyonları hangi eksen takımında seçilmiş ise P_0 ile de aynı doğrultuda verilmiş olmalıdır. Direk düğüm noktası yükleri doğrudan doğruya denklem takımının sağ tarafındaki sabitler vektörünü teşkil ederler. Çubuklar üzerine etkiyen tekil veya yayılı yükler önce çubuk uçlarına indirgemek ondan sonra düğüm noktalarına gelen eşdeğer yükleri hesaplamak gerekir. Bunun için sistem, düğüm noktalarında ankastre kabul edilir. Bu reaksiyonların ters işaretlileri düğüm noktalarına doğrudan doğruya tesir eden dış yükler olarak alınır.

Çubukların üzerine tesir eden dış yükleri, düğüm noktalarına tesir eden eşdeğer yükler haline çevirmek için kullanılacak yok kısaca şöyle özetleyebiliriz.

Taşıyıcı sistemin bütün çubukları uçlarından ankastre farz edilir ve çubuklar üzerindeki yüklerin ankastre uçlarında meydana getirdikleri ankastrelik reaksiyonları [P], bilinen formülleriyle hesap edilir. Bu reaksiyonların ters işaretlileri düğüm noktalarına doğrudan doğruya tesir eden dış yükler olarak alınır.



Şekil 3.10

Örnek olmak üzere, üzerinde tam yayılı q yükü bulunan l açıklığındaki bir düzlem çerçeve çubuğunun ankastrelik reaksiyonları ile bu q yükünden düğüm noktalarına gelen tesirler şekilde gösterilmiştir.

Çubuk uçlarındaki ankastrelik reaksiyonlarından sistematik bir şekilde düğüm yüklerine geçmek için kod numaralarından yaralanılabilir. Bunun için, çubuğun müşterek eksenlere göre hesaplanmış ankastrelik reaksiyon kolon vektörünün yanına o çubuğun kod numarası yazılır.

Bir kod numarasının karşısına gelen ankastrelik reaksiyonun değerinin ters işaretlisi, kod numarasının gösterdiği numaradaki düğüm yükünü teşkil eder. Ayrıca bir doğrultuda birden fazla sayıda çubuk yük gönderebilir.

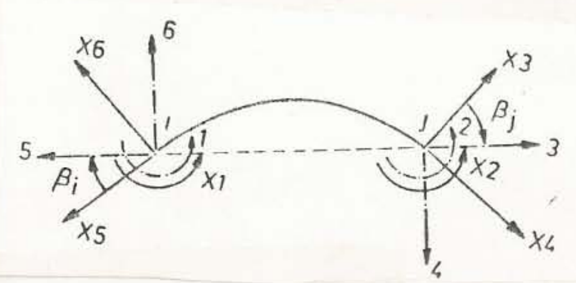
Taşıyıcı sistem, düğüm noktalarına direk olarak etki eden bu dış yükler altında analiz edilir. Artık, çubuk üzerinde etki eden q yayılı yükü kesinlikle düşünülmez. Şüphesiz, analiz bitip, çubuk uç kuvvetleri bulunduktan sonra q yayılı yükü olan çubuğun dengesini düşünürken veya kesit tesir diyagramlarını çizerken q yükünün varlığını yeniden gözönüne almak gerekir. [1,3]

$$[P_o]_1 = \begin{bmatrix} P_{10} \\ P_{50} \\ P_{60} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{q l^2}{12} \\ 0 \\ \frac{q l}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{l^2}{12} \\ 0 \\ \frac{l}{2} \end{bmatrix} q$$

$$[P_o]_2 = \begin{bmatrix} P_{20} \\ P_{30} \\ P_{40} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{q l^2}{12} \\ 0 \\ -\frac{q l}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{l^2}{12} \\ 0 \\ -\frac{l}{2} \end{bmatrix} q$$

3.5. Eksen Takımları

Çubuk Eksenleri: Çubuğun kendi boyuna ekseni ile bu eksene dik en kesitteki asal atalet momenti ekseni veya xy eksenlerinden meydana gelen koordinat takımına çubuk eksen takımı denir.



Şekil 3.11

Burada yapılan tanımda x y eksenleri kağıt düzlemi ile aynı düzlem kabul edilmiştir.

Müşterek eksen takımı, düzlem veya başka durumda çubuk herhangi bir konumda olabilir ve bir düğüm noktasında birleşen çubukların uç kuvvet ve deplasmanlarını tek bir koordinat takımına döndürebilmek amacı ile sağ el kuralına uygun olarak birbirine dik X Y eksenlerine müşterek eksen takımı denir [3].

3.5.1. Koordinat Sisteminin Dönüştürülmesi

Bir düğüm noktasında birleşen çubukların Rijitlik Matrisi terimlerini cebrik olaraktoplayabilmek için, o çubukların Rijitlik Matrislerinin müşterek eksen takımına göre yazılmış olması gerekmektedir. Daha önce anlatılan Rijitlik Matrisi çubuk eksenlerine göredir ve bir sistem içinde farklı doğrultularda olan deformasyon ve kuvvet vektörlerini müşterek eksen takımına dönüştürmek gerekmektedir. Burada dönüşümü gerekli olan rijitlik matrisleridir. Böylece çubuk eksen takımlarına göre bilinen rijitlik matrisi müşterek eksen tamımına dönüştürmek gerekir. Eğer iki eksen takımı arasındaki açı biliniyorsa bir eksen takımına göre verilmiş bileşenleri, diğer eksen takımına göre verilmiş bileşenler cinsinden yazmak mümkündür.

3.5.2. Doğrultu Kosinüsleri

Bir doğrultunun verilen bir eksen takımına göre eğikliğini en iyi bir şekilde ifade eden sayılar, o doğrultunun verilen eksen takımına göre yazılmış doğrultu kosinüsleridir.

X Y müşterek eksen takımında gelişigüzel yerleştirilmiş çubuk eksenleri x y olan bir kiriş elemanı görmekteyiz. Eğer doğrultu kosinüsleri sırasıyla m_s, n_s diye adlandırırsak,

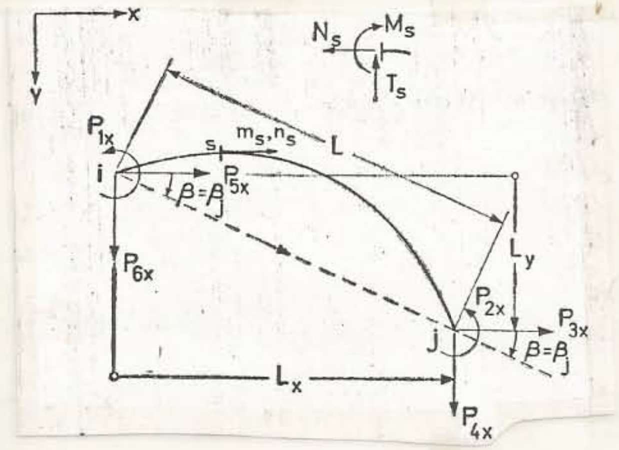
Ayrıca X Y müşterek eksen takımına göre uç noktaları bilinen bir i j kiriş elemanın doğrultu kosinüsleri aşağıdaki gibi de yazılabilir [3].

(X_i , Y_i) i ucunun koordinatları
(X_j , Y_j) j ucunun koordinatları

$$m_s = \frac{X_j - X_i}{l} \qquad l_x = X_j - X_i \qquad (3,31)$$

$$n_s = \frac{Y_j - Y_i}{l} \qquad l_y = Y_j - Y_i \qquad (3,32)$$

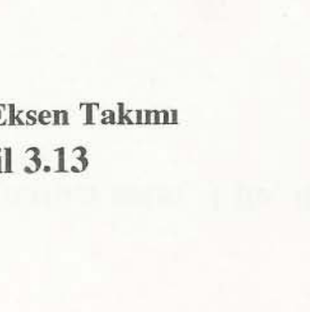
$$\cos\beta = \frac{l_x}{l} \qquad \sin\beta = \frac{l_y}{l} \qquad \text{Çubuk boyu} \quad l = (l_x^2 + l_y^2)^{1/2}$$



Şekil 3.12

3.6. Müşterek Eksen Takımına Göre Matrisler

$[P]_i$: Çubuk eksen takımına göre i ucu uç kuvvetleri matrisi
$[P]_j$: Çubuk eksen takımına göre j ucu uç kuvvetleri matrisi
$[P]_{ix}$: Müşterek eksen takımına göre i ucu uç kuvvetleri matrisi
$[P]_{jx}$: Müşterek eksen takımına göre j ucu uç kuvvetleri matrisi
$[T]_i$ i ucu dönüşüm matrisi
$[T]_j$: j ucu dönüşüm matrisi



Müşterek Eksen Takımı

Şekil 3.13

$$[P]_{ix} = [T]_i [P]_i$$

$$[P]_i = [T]^T [P]_{ix} \qquad (3.33)$$

$$[P]_{jx} = [T]_j [P]_j$$

$$[P]_j = [T]^T [P]_{jx} \qquad (3.34)$$

$$[d]_{ix} = [T]_i [d]_i \qquad (3.35)$$

$$[d]_{jx} = [T]_j [d]_j \qquad (3.36)$$

$$[T]_i [T]_i^T = [I] \qquad (3.37)$$

$$[T]_j [T]_j^T = [I] \qquad (3.38)$$

[T] ortogonal matrisleri için

$$[T]^{-1} [T]_i [T]_i^T = [T]^{-1} [I] \qquad (3.39)$$

$$[T]_i^T = [T]_i^{-1}$$

$$[T]_j^T = [T]_j^{-1} \qquad (3.40)$$

Dönüştürme matrisi

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos\beta & \sin\beta \\ 0 & -\sin\beta & -\cos\beta \end{bmatrix} \qquad (3.41)$$

$$[k]_{ii} \, , [k]_{ij} \, , [k]_{ji} \, , [k]_{jj}$$

müşterek eksen takımına göre ise

$$[k]_{ixix} \, , [k]_{ixjx} \, , [k]_{jxix} \, , [k]_{jxjx}$$

olarak gösterilmişlerdir.

$$[P]_{ix} = [k]_{ixix}\,[d]_{ix}$$

$$[P]_{ix} = [k]_{ixjx}\,[d]_{jx} \tag{3.42}$$

yük olması halinde

$$[P]_{ix} = [k]_{ixix}\,[d]_{ix} + [k]_{ixjx}\,[d]_{jx} + [P_0]_{ix} \tag{3.43}$$

$$[P]_{jx} = [k]_{jxix}\,[d]_{ix}$$

$$[P]_{jx} = [k]_{jxjx}\,[d]_{jx} \tag{3.44}$$

yük olması halinde

$$[P]_{jx} = [k]_{jxix}\,[d]_{ix} + [k]_{jxjx}\,[d]_{jx} + [P_0]_{jx} \tag{3.45}$$

$$[P]_{ix} = [k]_{ixjx}\,[d]_{jx} \tag{3.42}$$
$$= [k]_{ixjx}\,[T]_j\,[d]_j \tag{3.46}$$

$$[T]_i\,[P]_i = [T]_i\,[k]_{ij}\,[d]_j \tag{3.47}$$

$$[k]_{ixjx}\,[T]_j\,[d]_j = [T]_i\,[k]_{ij}\,[d]_j$$

eşitliğin her iki tarafındaki $[d]_j$ ler kısaltılırsa

$$[k]_{ixjx}\,[T]_j = [T]_i\,[k]_{ij}$$

eşitliğin her iki tarafı $[T]$ matrisinin tersi ile çarpılırsa,

$$[k]_{ixjx}\,[T]_j\,[T]^{-1}_j = [T]_i\,[k]_{ij}\,[T]^{-1}_j$$

eşitliğin her iki tarafında gerekli kısaltmalar yapılırsa,

$$[k]_{ixjx} = [T]_i\,[k]_{ij}\,[T]^{-1}_j$$

$[T]_j^T = [T]_j^{-1}$ ifadesinden yararlanarak, sonuç olarak da müşterek eksen takımlarına göre

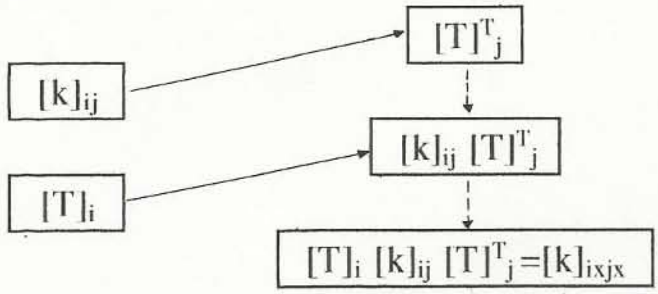
$$[k]_{ixjx} = [T]_i\ [k]_{ij}\ [T]^T_j \tag{3.48}$$

$$[k]_{jxjx} = [T]_j\ [k]_{jj}\ [T]^T_j \tag{3.49}$$

$$[k]_{jxix} = [T]_j\ [k]_{ji}\ [T]^T_i \tag{3.50}$$

$$[k]_{ixix} = [T]_i\ [k]_{ii}\ [T]^T_i \tag{3.51}$$

Bir i j çubuğunda $[k]_{ixjx}$ matrisinin nasıl bulunacağı Şekil 3.14'te adım adım gösterilmiştir. Aynı şekilde 3.48, 3.49, 3.50, 3.51 ifadeleri de bulunacaktır.



Şekil 3.14

Sistem lineer ve dolayısıyle superpozisyon geçerli olduğundan, sistemin denge konumuna aşağıdaki adımlardan sonra ulaştığı kabul edilebilir.

a- Bütün düğüm noktalarının deplasman bileşenleri sıfır iken, dış etkiler sisteme tatbik edilmiştir. Bu durumda i düğüm noktasına etkiyen kuvvetler,

$$[q]_{ix} - \Sigma\ [P_0]_{ix}$$

$[q]_{ix}$; düğüm noktasına etkiyen dış kuvvetlerin ortak koordinat sistemine ait bileşenlerinden oluşan kolon matrisini göstermektedir.

İkinci terim ise i de birleşen elemanların i düğüm noktasına tatbik ettikleri üzerlerindeki dış kuvvetlerden meydana gelen uç kuvvetlerini göstermektedir.

Toplam , i de birleşen eleman üzerindedir.

b- Yalnız i düğüm noktasında $[d]_{ix}$ deplasmanları meydana gelmiştir. Bu durumda, i düğüm noktasına etkiyen kuvvetler

$$-\sum [k]_{ixix} [d]_{ix} = -[d]_{ix} \sum [k]_{ixix}$$

dir.

c- j düğüm noktalarında $[d]_{jx}$ deplasmanları sırasıyla meydana gelmiştir. Bu durumda i düğüm noktasına etkiyen kuvvetler,

$$-\sum [k]_{ixjx} [d]_{jx}$$

dir.

d- i ve j nin dışında kalan düğüm noktalarındaki deplasmanlar meydana gelmiştir. Bu durumda $[d]_{ix}$ ve $[d]_{jx}$ ler sıfır olduğundan i düğüm noktasına kuvvet etkimemektedir.

Elemanların düğüm noktalarına tatbik ettikleri kuvvetlerin başına eksi işareti gelmesi, etki ve tepki prensibine dayanmaktadır.

O halde, denge konumundaki i düğüm noktasına etkiyen kuvvetler, a, b, c, d 'de ifade edilen kuvvetlerin toplamına eşit olacaklardır. i düğüm noktasının denge şartı dolayısıyla bunun sıfır olduğu yazılırsa,

$$[d]_{ix} \sum [k]_{ixix} + \sum [k]_{ixjx} [d]_{jx} + \sum [P_0]_{ix} = [q]_{ix} \quad (i = 1,2,3.....,n)$$

denklemi elde edilir. n tane düğüm noktası için bu matris denklemi ayrı ayrı yazılırsa yapı için,

$$[K]\,[d]+[P_0]=[q]$$

lineer denklem sistemi bulunur. [1]

3.7. [K] Sistem Rijitlik Matrisinin Tayini

n : Düzlem çerçevede düğüm noktalarının sayısıdır.
[K] matrisi için; n tane kolon
n tane satır vardır.

Ancak, her satır ve kolon kendisine ait olan düğüm noktasındaki deplasman bileşenleri sayısına eşit sayısada alt satır ve kolondan oluşur. Deplasman bileşenlerinin sayısı düzlemi içinde kuvvetlerin etkisi altındaki çubuklarda 3'tür.

Her eleman teker teker alınır, düğüm noktalarındaki ortak koordinat sistemlerine ait rijitlik matrisleri tayin edilir ve bunların her biri ilk indisleri satıra, ikinci indisleri de kolona gelecek şekilde [K] matrisindeki yerlerine yerleştirilir.

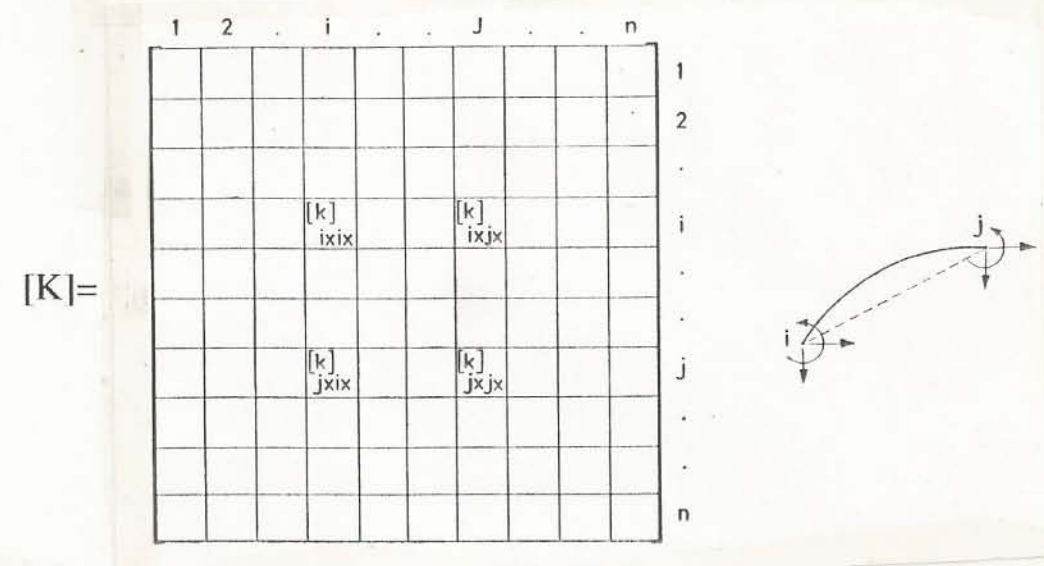
[K] matrisindeki bir yere, bir kaç elemandan rijitlik matrisinin gelmesi halinde, bu matrisler toplanır. Bu şekilde bütün elemanlar sıra ile elden geçirildikten sonra [K] matrisi elde edilmiş olur.

Bir ij çubuk elemanı için i ve j ortak koordinat sistemlerine ait rijitlik matrisleri mertebeleri 3x3 olan dört tane

$$[K]_{ixix}\,,[K]_{ixjx}\,,[K]_{jxix}\,,[K]_{jxjx}$$

dir.

Bunların herbiri sırası ile matrisinin (i-i), (i-j) , (j-i) , (j-j) yerlerine yerleştirilir. Şekil 3.15. Burada ilk indisler satırları, ikinci indisler ise kolonları göstermektedir.



Şekil 3.15

3.8 . Hesapta İzlenecek Adımlar

1-Yapı sistemi elemanlara ayrılır.

2-Düğüm noktaları numaralanır. Her eleman düğüm noktaları ile belirlenir.

3-Her eleman sırası ile alınır. Rijitlik matrisleri hesaplanarak [K] sistem rijitlik matrisine yerleştirilir.

Çubuğun denge denklemleri

$$P_{3x} = -P_{5x}$$
$$P_{4x} = -P_{6x}$$
$$P_{2x} = -P_{1x} + P_{5x}\, l_y - P_{6x}\, l_x$$

dir.

Burada l_x , l_y cebirsel büyüklüklerdir.

$$[k]_{ixix} = [T\,]\,[k]_{ii}\,\,[T\,]^T$$

dan bulunur.

$[k]_{jxix}$: Bilinen $[k]_{ixix}$ matrisinin birinci satırı -1 ile, ikinci satırı l_y ile üçüncü satırı $-l_x$ ile çarpılıp toplanarak $[k]_{jxix}$ matrisinin birinci satırı bulunur. $[k]_{jxix}$ matrisinin ikinci ve üçüncü satırları ise $[k]_{ixix}$ matrisinin ikinci ve üçüncü satırların işaretleri değiştirilerek elde edilir.

$[k]_{ixjx}$ matrisi ise;

$$[k]_{ixjx} = [k]^{T}_{jxix} \tag{3,52}$$

olarak bulunur.

$[k]_{jxjx}$ matrisi ise; $[k]_{ixjx}$ matrisinin birinci satırı -1 ile, ikinci satırı l_y ile üçüncü satırı $-l_x$ ile çarpılıp toplanarak birinci satırı, $[k]_{ixjx}$ matrisinin ikinci ve üçüncü satırlarının işaretleri değiştirilerek ikinci ve üçüncü satırlar tayin edilir.

Bu şekilde bulunan $[k]_{ixix}$ $[k]_{ixjx}$ $[k]_{jxix}$ $[k]_{jxjx}$ matrisleri $[K]$ matrisinde yerleştirilir. Düğüm noktalarında karşılık gelen matrisler toplanarak sistem rijitlik matrisi elde edilir.

4-Yükleme matrisini her eleman için tayin edilerek her elemandan gelen yükler yükleme matrisinde yerleştirilerek aynı yere gelen yükler toplanır.

5-Her düğüm noktasına etkiyen dış kuvvetlerin müşterek koordinat eksenlerine ait bileşenlerinden oluşan yükleme matrisleri ilgili yerlere yerleştirilerek [q] matrisi tayin edilir.

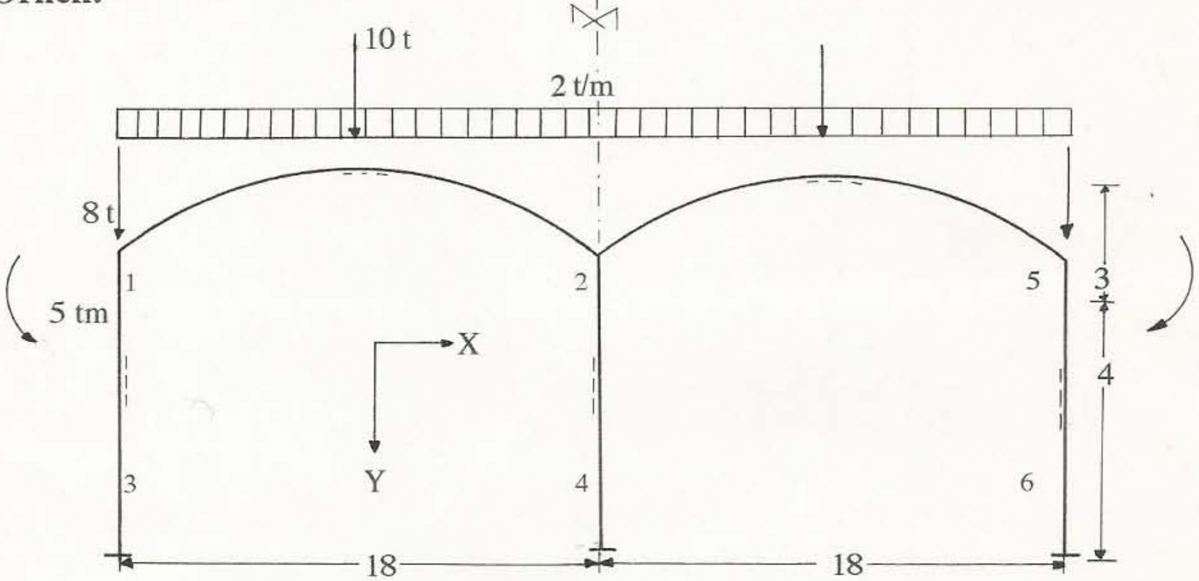
6-Böylece elde edilen lineer denklem sistemi elektronik hesap makinalarıyla çözülür ve aranan bilinmeyen [d] deplasman matrisi elde edilir.

7-Bir düğüm noktasındaki eleman uç deplasmanlarının ve düğüm noktası deplasmanlarının birbirine eşit olması şartından bütün çubukların uç deplasman bileşenleri bulunur.

8-Bulunan düğüm noktalarındaki [d] deplasman matrisleri yardımıyla düğüm noktalarındaki kesit tesirlerinden M,N,T bulunabilir.

BÖLÜM 4

Örnek:



Şekil 4.1 Sisteme Etkiyen Sabit Yükler

Kolonlar: $EI = 48.10^3$ tm^2

$EF = 720.10^3$ t

Kemerler : $EI_o = 30.10^3$ tm^2

Çözümü:

Bu örnekte, sistem ve yükleme durumu simetrik olduğundan sistemin yarısı ile hesap yapılacaktır.

Bir düğüm noktasında birleşen çubukların uç deplasmanları ortak bir eksene göre, geometrik uygunluk koşulları nedeniyle birbirine eşittir. Bu nedenle, düğüm noktalarında ortak bir eksen takımı seçilerek çubukların kendi eksenlerine göre belirlenen eleman rijitlik matrisleri bu ortak eksene dönüştürülmelidir. Ortak eksen "ix" indisi ile gösterilmek üzere, çubuk eksenlerine göre belirlenmiş eleman rijitlik matrislerini ortak eksene dönüştürmek için;

$$[k]_{ixix} = [T]_i\,[k]_{ii}\,[T]^T_i \qquad (3.51)$$
$$[k]_{ixjx} = [T]_i\,[k]_{ij}\,[T]^T_j \qquad (3.48)$$

bağıntıları kullanılır. Sistem rijitlik matrisi oluşturularak

$$[k]\,[d] + [P_0] = 0$$

bağıntısından [d] matrisi bulunur. Uç kuvvetleri düğüm noktalarının deplasmanlarına ve yükleme matrislerine bağlı olarak;

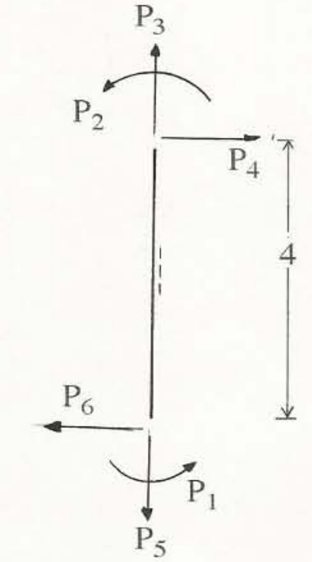
$$[P]_{ix} = [k]_{ixix}\,[d]_{ix} + [k]_{ixjx}\,[d]_{jx} + [P_0]_{ix} \qquad (3.43)$$

$$[P]_i = [T]^T\,[P]_{ix} \qquad (3.33)$$

bağıntıları ile hesaplanır.

Elemanlara ait rijitlik ve yükleme matrislerinin tayini:

3-1 Elemanı:



$\beta = -\pi/2$
$l_x = 0$
$l_y = -4$
$\cos\beta = 0$
$\sin\beta = -1$

$$[T]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Eleman rijitlik matrisi :

$$[k]_{33}=\begin{bmatrix} 48000 & 0 & 18000 \\ 0 & 180000 & 0 \\ 18000 & 0 & 9000 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Ortak eksende ;

$$[k]_{xx}^{31} = \begin{bmatrix} [k]_{3x3x} & [k]_{3x1x} \\ [k]_{1x3x} & [k]_{1x1x} \end{bmatrix}$$

$$[k]_{3x3x} = [T]\,[k]_{33}\,[T]^T \quad (3.51)$$

$$[k]_{3x3x} = \begin{bmatrix} 48000 & -18000 & 0 \\ -18000 & 9000 & 0 \\ 0 & 0 & 180000 \end{bmatrix}$$

$[k]_{1x3x}$: $[k]_{3x3x}$ matrisinin birinci satırı -1 ile
ikinci satırı -4 ile
üçüncü satırı 0 ile
çarpılıp toplanarak birinci satırı ,
$[k]_{3x3x}$ matrisinin ikinci ve üçüncü satırı -1 ile
çarpılarak ikinci ve üçüncü satırını oluşturur.

$$[k]_{1x3x} = \begin{bmatrix} 24000 & -18000 & 0 \\ -18000 & -9000 & 0 \\ 0 & 0 & -180000 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{3x1x} = [k]^{T}{}_{1x3x}$$

$$[k]_{3x1x} = \begin{bmatrix} 24000 & 18000 & 0 \\ -18000 & -9000 & 0 \\ 0 & 0 & -180000 \end{bmatrix}$$

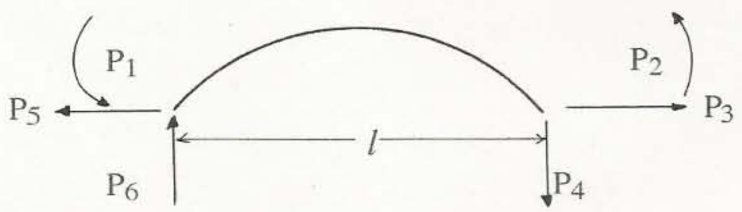
$[k]_{1x1x}$: $[k]_{3x1x}$ matrisinin birinci satırı -1 ile
ikinci satırı -4 ile
üçüncü satırı 0 ile
çarpılıp toplanarak $[k]_{1x1x}$ 'in birinci satırını ,
$[k]_{3x1x}$ matrisinin ikinci ve üçüncü satırı -1 ile
çarpılarak ikinci ve üçüncü satırını oluşturur.

$$[k]_{1x1x} = \begin{bmatrix} 48000 & 18000 & 0 \\ -18000 & 9000 & 0 \\ 0 & 0 & 180000 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{xx}^{31} = \begin{bmatrix} [k]_{3x3x} & [k]_{3x1x} \\ [k]_{1x3x} & [k]_{1x1x} \end{bmatrix}$$

$$[k]_{xx}^{31} = \begin{bmatrix} 48000 & 18000 & 0 & 24000 & 18000 & 0 \\ -18000 & 9000 & 0 & -18000 & -9000 & 0 \\ 0 & 0 & 180000 & 0 & 0 & -180000 \\ 24000\ - & -18000 & 0 & 48000 & 18000 & 0 \\ 18000 & -9000 & 0 & 18000 & 9000 & 0 \\ 0 & 0 & -180000 & 0 & 0 & 180000 \end{bmatrix}$$

1-2 Elemanı:



$\beta = 0$
$l_x = 18$
$l_y = 0$
$\cos \beta = 1$
$\sin \beta = 0$

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad (3.41)$$

Eleman rijitlik matrisi :

$$[k]_{11} = \begin{bmatrix} 15000 & 4167 & 556 \\ 4167 & 2083 & 0 \\ 556 & 0 & 62 \end{bmatrix}$$

Ortak eksende ;

$$[k]_{XX}^{12} = \begin{bmatrix} [k]_{1x1x} & [k]_{1x2x} \\ [k]_{2x1x} & [k]_{2x2x} \end{bmatrix}$$

$$[k]_{1x1x} = [T]\,[k]_{11}\,[T]^T \qquad (3.51)$$

$$[k]_{1x1x} = \begin{bmatrix} 15000 & -4167 & -556 \\ -4167 & 2083 & 0 \\ -556 & 0 & 62 \end{bmatrix}$$

$[k]_{2x1x}$: $[k]_{1x1x}$ matrisinin birinci satırı -1 ile
ikinci satırı 0 ile
üçüncü satırı -18 ile
çarpılıp toplanarak birinci satırı ,
$[k]_{1x1x}$ matrisinin ikinci ve üçüncü satırı -1 ile
çarpılarak ikinci ve üçüncü satırını oluşturur.

$$[k]_{2x1x} = \begin{bmatrix} -4992 & 4167 & -560 \\ 4167 & -2083 & 0 \\ 556 & 0 & -62 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{1x2x} = [k]^T_{2x1x}$$

$$[k]_{1x2x} = \begin{bmatrix} -4992 & 4167 & 556 \\ 4167 & -2083 & 0 \\ -560 & 0 & -62 \end{bmatrix}$$

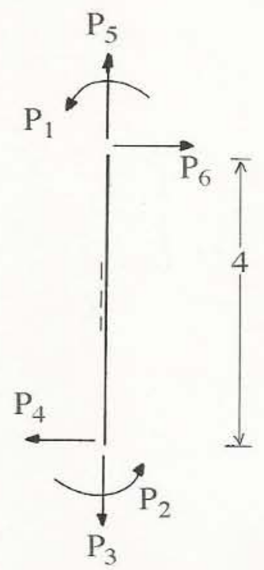
$[k]_{2x2x}$: $[k]_{1x2x}$ matrisinin birinci satırı -1 ile
ikinci satırı 0 ile
üçüncü satırı -18 ile
çarpılıp toplanarak $[k]_{2x2x}$ 'in birinci satırını ,
$[k]_{1x2x}$ matrisinin ikinci ve üçüncü satırı -1 ile
çarpılarak ikinci ve üçüncü satırını oluşturur.

$$[k]_{2x2x} = \begin{bmatrix} 15072 & -4167 & 560 \\ -4167 & 2083 & 0 \\ 560 & 0 & 62 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{xx}^{12} = \begin{bmatrix} [k]_{1x1x} & [k]_{1x2x} \\ [k]_{2x1x} & [k]_{2x2x} \end{bmatrix}$$

$$[k]_{xx}^{12} = \begin{bmatrix} 15000 & -4167 & -556 & -4992 & 4167 & 556 \\ -4167 & 2083 & 0 & 4167 & -2083 & 0 \\ -556 & 0 & 62 & -560 & 0 & 62 \\ -4992 & 4167 & -560 & 15072 & -4167 & 560 \\ 4167 & -2083 & 0 & -4167 & 2083 & 0 \\ 556 & 0 & -62 & 560 & 0 & 62 \end{bmatrix}$$

2-4 Elemanı:



$\beta = \pi/2$
$l_x = 0$
$l_y = 4$
$\cos\beta = 0$
$\sin\beta = 1$

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad (3.41)$$

Sistem simetrik olduğundan rijitliklerin yarısı dikkate alınacaktır.
Eleman rijitlik matrisi :

$$[k]_{22} = \begin{bmatrix} 24000 & 9000 & 0 \\ 9000 & 4500 & 0 \\ 0 & 0 & 90000 \end{bmatrix}$$

Ortak eksende ;

$$[k]_{xx}^{24} = \begin{bmatrix} [k]_{2x2x} & [k]_{2x4x} \\ [k]_{4x2x} & [k]_{4x4x} \end{bmatrix}$$

$$[k]_{2x2x} = [T]\,[k]_{22}\,[T]^T \qquad (3.51)$$

$$[k]_{2x2x} = \begin{bmatrix} 24000 & 9000 & 0 \\ 9000 & 4500 & 0 \\ 0 & 0 & 90000 \end{bmatrix}$$

$[k]_{4x2x}$: $[k]_{2x2x}$ matrisinin birinci satırı -1 ile
ikinci satırı 4 ile
üçüncü satırı 0 ile
çarpılıp toplanarak birinci satırı ,
$[k]_{2x2x}$ matrisinin ikinci ve üçüncü satırı -1 ile
çarpılarak ikinci ve üçüncü satırını oluşturur.

$$[k]_{4x2x} = \begin{bmatrix} 12000 & 9000 & 0 \\ -9000 & -4500 & 0 \\ 0 & 0 & -90000 \end{bmatrix}$$

$$[k]_{2x4x} = [k]^T_{4x2x}$$

$$[k]_{2x4x} = \begin{bmatrix} 12000 & -9000 & 0 \\ 9000 & -4500 & 0 \\ 0 & 0 & -90000 \end{bmatrix}$$

$[k]_{4x4x}$: $[k]_{2x4x}$ matrisinin birinci satırı -1 ile
ikinci satırı 4 ile
üçüncü satırı 0 ile
çarpılıp toplanarak $[k]_{4x4x}$ 'in birinci satırını ,
$[k]_{2x4x}$ matrisinin ikinci ve üçüncü satırı -1 ile
çarpılarak ikinci ve üçüncü satırını oluşturur.

$$[k]_{4x4x} = \begin{bmatrix} 24000 & -9000 & 0 \\ -9000 & 4500 & 0 \\ 0 & 0 & -90000 \end{bmatrix}$$

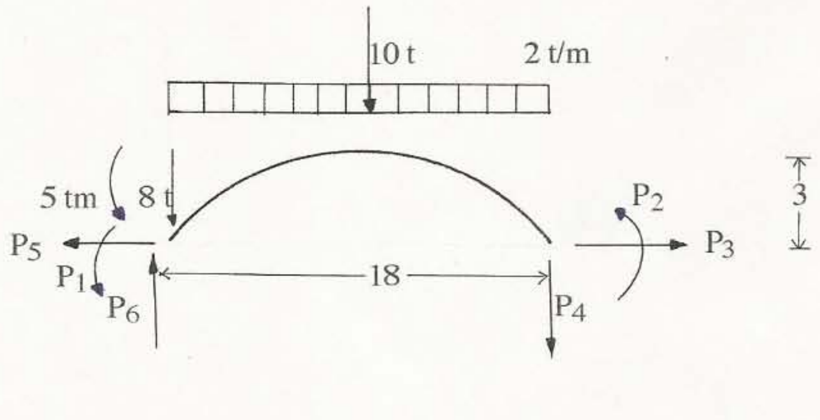
$$[k]_{xx}^{24} = \begin{bmatrix} [k]_{2x2x} & [k]_{2x4x} \\ [k]_{4x2x} & [k]_{4x4x} \end{bmatrix}$$

$$[k]_{xx}^{24} = \begin{bmatrix} 24000 & 9000 & 0 & 12000 & -9000 & 0 \\ 9000 & 4500 & 0 & 9000 & -4500 & 0 \\ 0 & 0 & 90000 & -0 & 0 & -90000 \\ 12000 & 9000 & 0 & 24000 & -9000 & 0 \\ -9000 & -4500 & 0 & -9000 & 4500 & 0 \\ 0 & 0 & -90000 & 0 & 0 & 90000 \end{bmatrix}$$

Elemanların Yükleme Matrisi:

(1-3), (2-4) elemanları üzerinde yük bulunmadığından elemanlara ait $[P_o] = 0$ olacaktır.

1-2 elemanı :



$$P_3 = P_5 = -\left(\frac{2\,.18^2}{8\,.3} + \frac{15}{4}\,.\frac{10\,.18}{3}\right) = -\,41.06 \text{ t}$$

$$P_6 = -P_4 = \frac{2\,.18}{2} + \frac{10}{2} = 23 \text{ t}$$

$$P_2 = -P_1 = \frac{10\,.18}{32} = 5.63 \text{ tm}$$

Eleman yükleme matrisi :

$$[P_o]_1 = \begin{bmatrix} P_{10} \\ P_{50} \\ P_{60} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -5.63 \\ -41.06 \\ 23 \end{bmatrix}$$

$$[P_o]_2 = \begin{bmatrix} P_{20} \\ P_{30} \\ P_{40} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 5.63 \\ -41.06 \\ -23 \end{bmatrix} \qquad [4]$$

Ortak eksende yükleme matrisi

$$[P_o]_{1x} = [T]_1^T\, [P_o]_1 \qquad (3.34)$$

$$[P_o]_{1x} = \begin{bmatrix} -\,5.63 \\ 41.06 \\ -\,23 \end{bmatrix}$$

$$[P_o]_{2x} = [T]_2^T\, [P_o]_2$$

$$[P_o]_{2x} = \begin{bmatrix} 5.63 \\ -\,41.06 \\ -\,23 \end{bmatrix}$$

$$[P_o]_{1x} = \begin{bmatrix} -5.63 \\ 41.06 \\ -23 \\ \hdashline 5.63 \\ -41.06 \\ -23 \end{bmatrix}$$

Direkt yükleme matrisi

$$[q] = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Sistem rijitlik matrisinin oluşturulması :

$$[k] = \begin{array}{cc} \begin{bmatrix} [k]^{13}_{1x1x} + [k]^{12}_{1x1x} & [k]^{12}_{2x1x} \\ [k]^{12}_{1x2x} & [k]^{12}_{2x2x} + [k]_{2x2x} \end{bmatrix} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \\ \begin{array}{cc} \quad 1 \quad & \quad 2 \quad \end{array} & \end{array}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 63000 & 13833 & -556 & -4992 & 4167 & 556 \\ 13833 & 11083 & 0 & 4167 & -2083 & 0 \\ -556 & 0 & 180062 & -560 & 0 & -62 \\ -4992 & 4167 & -560 & 39072 & 4833 & 560 \\ 4167 & -2083 & 0 & 4833 & 6583 & 0 \\ 556 & 0 & -62 & 560 & 0 & 90062 \end{bmatrix}$$

Sistem simetrik olduğundan sistem rijitlik matrisi [K]' nın ve yükleme matrisi $[P_o]$ ' ın 4. ve 5. kolon ve satırları silinecektir.

Denklem Takımının Kurulması :

$$\begin{bmatrix} 63000 & 13833 & -556 & 556 \\ 13833 & 11083 & 0 & 0 \\ -556 & 0 & 180062 & -62 \\ 556 & 0 & -62 & 90062 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5.63 \\ 41.06 \\ -23 \\ -23 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.00 \\ 0 \\ 8.00 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Deplasman Matrisi :

$$[d] = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.001352 \\ -0.00539 \\ 0.000176 \\ 0.000247 \end{bmatrix}$$

$$[d]_{1x} = \begin{bmatrix} 0.001352 \\ -0.00539 \\ 0.000176 \end{bmatrix}$$

$$[d]_{2x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.000247 \end{bmatrix}$$

(3.43), (3.45), (3.33), (3.34) bağıntıları yardımıyla

3-1 Elemanı

$$[P]_{3x} = [k]_{3x3x}\ [d]_{3x} + [k]_{3x1x}\ [d]_{1x} + [P_0]_{3x}$$

$$[P]_{3x} = \begin{bmatrix} 48000 & -18000 & 0 \\ -18000 & 9000 & 0 \\ 0 & 0 & 180000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.001352 \\ -0.00539 \\ 0.000176 \end{bmatrix}$$

$$[P]_{3x} = \begin{bmatrix} 161.92 \\ -72.85 \\ 31.68 \end{bmatrix}$$

$$[P]_3 = [T]^T \, [P]_{3x}$$

$$[P]_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 161.92 \\ -72\ 85 \\ 31.68 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 161.92 \\ 31.68 \\ 72\ 85 \end{bmatrix}$$

$$[P]_{1x} = [k]_{1x3x} \; [d]_{3x} + [k]_{1x1x} \; [d]_{1x} + [P_0]_{1x}$$

$$[P]_{1x} = \begin{bmatrix} 48000 & 18000 & 0 \\ 18000 & 9000 & 0 \\ 0 & 0 & 180000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.001352 \\ -0.00539 \\ 0.000176 \end{bmatrix}$$

$$[P]_{1x} = \begin{bmatrix} -32.12 \\ -24.17 \\ 31.68 \end{bmatrix}$$

$$[P]_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -32.12 \\ -24.17 \\ 31.68 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -32.12 \\ 31.68 \\ 24.17 \end{bmatrix}$$

1-2 Elemanı

$$[P]_{1x} = [k]_{1x1x} \; [d]_{1x} + [k]_{1x2x} \; [d]_{2x} + [P_0]_{1x}$$

$$[P]_{1x} = \begin{bmatrix} 15000 & -4167 & -556 \\ -4167 & 2083 & 0 \\ -556 & 0 & 62 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.001352 \\ -0.00539 \\ 0.000176 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4992 & 4167 & 556 \\ 4167 & -2083 & 0 \\ -560 & 0 & -62 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.000247 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -5.63 \\ 41.06 \\ -23 \end{bmatrix}$$

$$[P]_{1x} = \begin{bmatrix} .37.12 \\ 35.47 \\ -23.76 \end{bmatrix}$$

$$[P]_1 = [T]_1^T \, [P]_{1x}$$

$$[P]_{1x} = [T]_1^T \begin{bmatrix} .37.12 \\ 35.47 \\ -23.76 \end{bmatrix}$$

$$[P]_1 = \begin{bmatrix} .37.12 \\ -35.47 \\ 23.76 \end{bmatrix}$$

$$[P]_{2x} = [k]_{2x1x}\ [d]_{1x} + [k]_{2x2x}\ [d]_{2x} + [P_0]_{2x}$$

$$[P]_{2x} = \begin{bmatrix} -4992 & 4167 & -560 \\ 4167 & -2083 & 0 \\ 556 & 0 & -62 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.001352 \\ -0.00539 \\ 0.000176 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15072 & -4167 & 560 \\ -4167 & 2083 & 0 \\ 560 & 0 & 62 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.000247 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5.63 \\ -41.06 \\ -23 \end{bmatrix}$$

$$[P]_{2x} = \begin{bmatrix} -23.54 \\ -24.2 \\ -22.25 \end{bmatrix}$$

$$[P]_2 = [T]_2^T\ [P]_{1x}$$

$$[P]_2 = \begin{bmatrix} -23.54 \\ -24.2 \\ -22.25 \end{bmatrix}$$

2 -4 Elemanı

$$[P]_{2x} = [k]_{2x2x}\ [d]_{2x} + [k]_{2x4x}\ [d]_{4x} + [P_0]_{2x}$$

$$[P]_{2x} = \begin{bmatrix} 24000 & 9000 & 0 \\ 9000 & 4500 & 0 \\ 0 & 0 & 90000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.000247 \end{bmatrix}$$

$$[P]_{2x}=\begin{bmatrix}0\\0\\22.23\end{bmatrix}$$

$$[P]_2=[T]^T\,[P]_{2x}$$

$$[P]_2=\begin{bmatrix}0\\22.23\\0\end{bmatrix}$$

$$[P]_{4x}=[k]_{4x2x}\,[d]_{2x}{}'+[k]_{4x4x}\,[d]_{4x}+[P_0]_{4x}$$

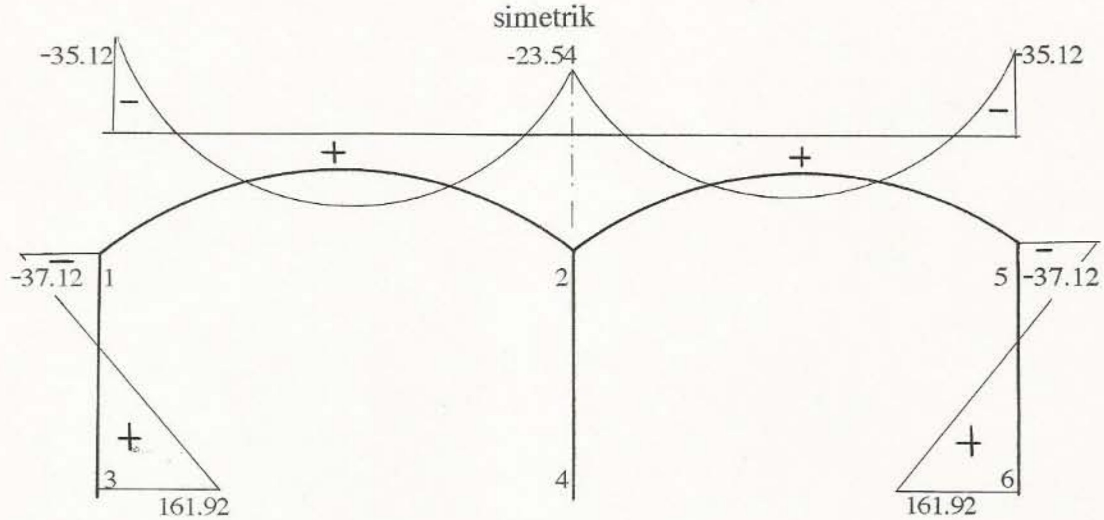
$$[P]_{4x}=\begin{bmatrix}12000 & 9000 & 0\\-9000 & -4500 & 0\\0 & 0 & 90000\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\0\\0.000247\end{bmatrix}$$

$$[P]_{4x}=\begin{bmatrix}0\\0\\22.23\end{bmatrix}$$

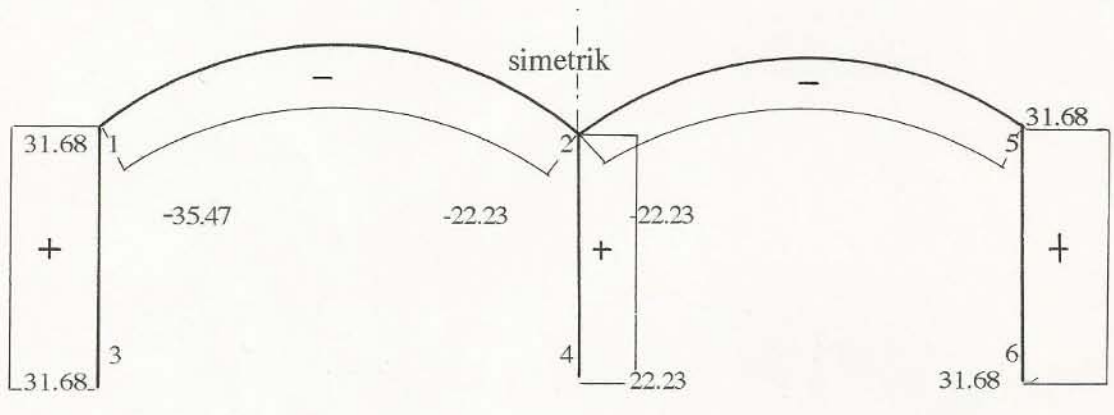
$$[P]_4=[T]^T\,[P]_{4x}$$

$$[P]_4=\begin{bmatrix}0\\22.23\\0\end{bmatrix}$$

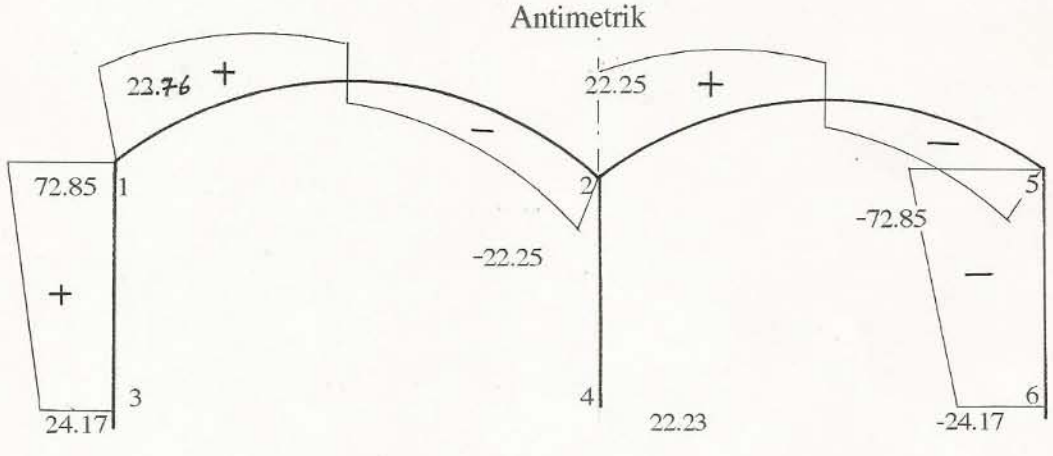
Uç kuvvetlere bağlı olarak elde edilen M,N,T kesit zorları diyagramları Şekil 4.2, 4.3, 4.4 te gösterilmişitir.



Şekil 4.2 Eğilme Momenti Diyagramı (tm)



Şekil 4.3 Normal Kuvvet Diyagramı (t)



Şekil 4.4 Kesme Kuvvet Diyagramı (t)

BÖLÜM 5

Bu bölümde, elastik zemine oturan çubuk sistemlerin çözümü için yapılmış bilgisayar programına; doğru ve eğri eksen çubuklardan meydana gelen düzlem çerçevelerin hesabını yapacak şekilde modifiye çubuk için sistem rijitlik matrisi oluşturulmuştur.

5.1. Programda Kullanılan Notasyonlar

SL: Çubuğun açıklığı

E: Çubuğun elastisite modülü

GM: Çubuğun kayma modülü

A: Çubuğun kesit alanı

B: Çubuğun genişliği

AI: Çubuğun atalet momenti

AJ: Çubuğun polar atalet momenti

CL,CM,CN: Çubuğun ekseninin x,y,z eksenleriyle yaptığı açının kosinüsleri

CA: Çubuğun oturduğu ortam elastik ise,zemin katsayısı değeri. Şayet değilse CA= 0 alınacaktır.

NE: Taşıyıcı sistemdeki çubuk sayısı

NS: Taşıyıcı sistemdeki serbestlik derecesi

NTIP:Taşıyıcı sistemin tipini gösteren bir sayı. Taşıyıcı sistem kiriş, mutemadi kiriş, ızgara ise, NTIP=l

Taşıyıcı sistem çerceve şeklinde ise, NTIP = 2 alınacaktır.

NK: Çubuk uçlarındaki deplasman numaralarını gösteren bir vektör.

PO:Çubuk eksenine dik olarak etkiyen tekil yükleri gösteren bir vektör

PD: Sistemin düğüm noktalarına direkt olarak etkiyen tekil yük veya momentleri gösteren bir vektör.

G : Çubuk eksenine dik olarak etkiyen yayılı yükleri gösteren bir vektör.

EK: Çubuğun kendi x y z eksen takımına göre bulunacak rijitlik matrisi.

EKO: Çubuğun ortak X Y Z eksen takımına göre bulunacak rijitlik matrisi

F: Çubuğun kendi x y z eksen takımına göre bulunacak ankastre uç kuvvetleri

FO: Çubuğun X Y Z eksen takımına göre bulunacak ankastre uç kuvvetleri

T:: Transformasyon matrisi

AK: Taşıyıcı sistemin rijitlik matrisi

P: Sistemin düğüm yükleri vektörü

D: Sistemin düğüm deplasmanları vektörü

SO: Çubukların X Y Z eksen takımına göre uç kuvvetlerini gösteren bir vektör

5.2. Program Akışı

5.3 Program Listesi [3]

```
                    PROGRAM
                    ***********
         ELASTİK ZEMİNE OTURAN ÇUBUK SİSTEMLERİN ÇÖZÜMÜ
     *********************************************
      DIMENSION  B(13),AI(13),AJ(13),SL(13),AL(13),BT(13),Z(13),X(1
     * R1(13),R2(13),R3(13),R4(13),R5(13),R6(13),R7(13),R8(13),
     * EK(13,6,6,),NK(13,6),AK(19,19),FMA(13),FMB(13),GA(I3),GB(13),
     * F(13,6),PO(13),G(13),PO(19), D (19),P(19),Y(13),H(13),PE(19),
     * CA(13),A( 13)
       DIMENSION CL(13),CM(13),CN(13),TI(13,6,6),TC(13,6,6),TM(I3,6,
     * TMT(13,6,6),EKO(13,6,6),FO(6,13),SO(13,6),FOT(13,6),FT(6,13),
     * EKOT(13,6,6)
      SINH(X) = (EXP (X) -EXP (-X) ) / 2.
      COSH(X) = (EXP (X) + EXP (-X) ) / 2.
      READ (2,100)  NTIP,NS,NE,E,GM
      READ (2,108)  (CL(K),CM(K),CN(K), K=1,NE)
      READ (2,101)  (B(K),AI(K),AJ(K),SL(K),CA(K),A(K),K=1,NE)
      READ (2,102)  ((NK(K,I), I=1,6 ),K=I, NE)
      READ (2,101)  (PD(K),K=1,NS)
      READ (2,116)  (PO(K),G(K), K=1,NE)
      WRITE (3,100)  NTIP,NS,NE,E,GM
      WRITE (3,10I)  (B(K),AI(K),AJ(K),SL(K),CA(K),A(K), K=1,NE)
      WRITE (3,102)  ((NK(K,I),I=1,6 ),K=1,NE)
      DO 90 K=1,NE
      DO 90 I=1,6
      DO 90 J=1,6
      TI (K,I,J) = 0.
      TC (K,I,J) = 0.
      TM (K,I,J) = 0.
      TMT (K,I,J) = 0.
      EKO (K,I,J) = 0.
      EKOT (K,I,J) = 0.
 90   EK(K,I,J) = 0.
      DO 91  I=1,NS
      DO 91  J=1,NS
 91   AK (I,J)= 0.
      DO 92  I=1,NE
      DO 92  J=1,6
      SO (I,J)= 0.
      FO (I,J)= 0.
```

```
92 FOT (J,I)= 0.
   DO 93  I= 1,NS
93 PF (I)= 0.
   DO 1  K= 1,NE
   H(K) =E+AI(K)/SL(K)
   C=CA(K)
   IF (C)  21,21,22
22 BT(K) = (C/(4. *E*AI(K)))**0.25
   AL(K) = B(K)*(C/(12.*GM*AJ(K))) **0.5
   X(K) = BT(K)*SL(K)
   Y(K)=AL(K)*SL(K)
   Z(K)=SL(K)*0*B(K)**2/(GM*AJ(K)*12.*AL(K))
   X1=X(K)
   X2=X(K)/2.
   Y1=Y(K)
   Z1=Z(K)
   S1=SIN(X1)
   SH1=SINH(X1)
   C1=COS(X1)
   CH1=COSH(X1)
   SH2=SINH(Y1)
   SH3=SINH(2. *Y1)
   CH2=COSH(Y1)
   CH3=COSH(2. *Y1)
   SS=SIN(X1)**2
   SSH=SINH(X1)**2
   SC=SSH-SS
   SH4=SINH(X2)
   CH4=COSH(X2)
   S2=SIN(X2)
   C2=COS(X2)
   SB=SH1+S1
   R1(K)=X1*(SH1*CH1-S1*C1)/(2. *SC)
   R2(K)=X1*(CH1*S1-SH1*C1)/SC
   R3(K)=(X1**2/3. )*(SSH+SS)/SC
   R4(K)=(2. *XI**2/3. )*(SH1*S1)/SC
   R5(K)=(X1**3/3. )*(SH1*CH1+S1*C1)/SC
   R6(K)=(X1**3/3. )*(CH1*S1+SH1*C1)/SC
   R7(K)=Z1*(1. +CH3-SH3)/(I. -CH3+SH3)
   R8(K)=2. *Z1*(CH2-SH2)/(1. +CH3-SH3)
   FMA(K)=-(PO(K)/BT(K))*(SH4*S2)/SB-(G(K)/(2. *BT(K)*BT(K))+
  * S1)/SB
```

```
    QA(K)=-PO(K)*(CH4*S2+C2*SH4)/SB-(G(K)/BT(K))*(CH1-C1)/SB
   FMB(K)=-FMA(K)
   QB(K)=QA(K)
   GO TO 9
21 R1(K)=1.
   R2(K)=1.
   R3(K)=1.
   R4(K)=1.
   R5(K)=1.
   R6(K)=1.
   R7(K)=1.
   R8(K)=1.
    FMA(K)=-PO(K)*SL(K)/8. -G(K)*SL(K)*SL(K)/12.
    QA(K)=-PO(K)/2. -G(K)*SL(K)/2.
   QB(K)=QA(K)
   FMB(K)=-FMA(K)
 9 F(K,1)=FMA(K)
   F(K,2)=FMB(K)
   F(K,3)=GA(K)
   F(K,5)=0.
   F(K,6)=0.
   EK(K,1,1)=4. *H(K)*P1(K)
   EK(K,1,2)=2.*H(K)*P2(K)
   EK(K,1,3)=6. *R3(K)*H(K)/SL(K)
    EK(K,1,4)=-6. *R4(K)*H(K)/SL(K)
   EK(K,2,2)=EK(K,1,1)
    EK(K,2,I)=6. *N(K)*R4(K)/SL(K)
    EK(K,2,3)=-6. *R3(K)2H(K)/SL(K)
    EK(K,3,3)=12. *R5(K)*H(K)/SL(K)**2
     EK(K,3,4)=-12. *R6(K)*N(K)/SL(K)**2
   GO TO (65, 66),NTIP
65  EK(K,5,5)=GM*AJ(K)*R7(K)/SL(K)
    EK(K,6,6)=GM*AJ(K)*R7(K)/SL(K)
    EK(K,5,6)=-GM*AJ(K)+RB(K)/SL(K)
   GO TO 1
66 EK(K,5,5)=E*A(K)/SL(K)
   EK(K,6,6)=EK(K,5,5)
    EK(K,5,6)=-EK(K,5,5)
 I CONTINUE
   DO 4  K=1,NE
   DO 4  I=1,6
   DO 4  J=1,6
```

```
  4  EK(K,J,I)=EK(K,I,J)
     WRITE(3,107)
     DO 60  K=I,NE
 60  WRITE(3,101)  ((EK(K,I,J), J=1,6),I=1,6)
     IF(NTIP-1)  250,250,251
250 DO 41  K=1,NE
     DO 40  I =1,6
 40  TI(K,I,I)=CM(K)
     TI(K,3,3)=1.
     TI(K,4,4)=1.
     TI(K,1,5)=-CL(K)
     TI(K,5,1)=CL(K)
     TI(K,2,6)=-CL(K)
 41  TI(K,6,2)=CL(K)
     DO  46  K=1,NE
     DO  46  I=1,6
     DO  46  J=1,6
 46  TM(K,I,J)=TI(K,I,J)
     GO TO  47
251 DO 241  K=1,NE
     DO 240  I=1,6
240 TC (K,I,I)=CN(K)
     TC(K,1,1)=1.
     TC(K,2,2)=1.
     TC(K,3,5)=-CN(K)
     TC(K,4,6)=-CN(K)
     TC(K,5,3)=CN(K)
241 TC(K,6,4)=CN(K)
     DO 246  K=1,NE
     DO 246  I=1.6
     DO 246  J=1.6
246 TM(K,I,J)=TC(KI,J)
 47 DO  50  K=1,NE
     DO  50  I=1,6
     DO  50  J=1,6
 50  TMT(K,I,J)=TM(K,J,I)
     DO  45  K=1,NE
     DO  44  I=1,6
     DO  44  L=1,6
     U=0
     DO  42  J=1,6
     V=0.
```

```
      DO 43  M=1,6
43    V=V+TMT(K,I,M)*EK(K,M,J)
42    U=U+V*TM(K,J,L)
44    EKO(K,I,L)=U
45    CONTINUE
      DO 61  K=1,NE
      DO 6   I=1,6
      M=NK(K,1)
      IF(M) 6,6,80
80    DO 5   J=1,6
      L=NK(K,J)
      IF(L)  5,5,81
81    AK(M,L)=AK(M,L)+EKO (K,I,J)
 5    CONTINUE
 6    CONTINUE
61    CONTINUE
      WRITE (3,103)
      WRITE (3,101)  ((AK(I,J),J=1,NS), I=1,NS)
      DO 600  K=1, NE
      DO 600  J=1,6
600   FT (J,K)=F(K,J)
      DO 54  K=1,NE
      DO 52  I=1,6
      UV=0.
      DO 53  J=1,6
53    UV=UV+TMT(K,I,J)*FT(J,K)
52    FO(I,K)=UV
54    CONTINUE
      DO 602  K=1,NE
      DO 602  J=1,6
602   FOT(K,T)=FO (J,K)
      DO 601  K=1,NE
      DO 601  I=1,6
      DO 601  J=1,6
601   EKOT(K,J,I)=EKO(K,I,J)
      DO 10  K=1,NE
      DO 10  I=1,NS
      DO 10  J=1,S
      M=NK(K,J)
      IF(K-I)  10,11,10
11    PF(I)=PP(1)+FOI(K,J)
11    CONTINUE
```

```
      DO 70 I=1,NS
   70 P(I)=P(I)+FD(I)
      WRITE (3,104)
      WRITE (3,101) (P(I),I=1,NS)
      DO 130 K=1,NS
      R=1./AK(K,K)
      AK(K,K)=1.
      DO 540 J=1,NS
  540 AK(K,J)=R+AK(K,J)
      DO 130 I=1,NS
  120 AK(I,J)=AK(I,J)-SS*AK(K,J)
  130 CONTINUE
      DO 13 I=1,NS
      T=0.
      DO 12 J=1,NS
   12 T=T+AK(I,J)*P(J)
   13 D(I)=T
      WRITE (3,105)
      WRITE (3,101) (O(I),I=1,NS)
      DO 19 K=1,NE
      DO 15 I=1,6
      U=0.
      DO 16 J=1,6
      N=NK(K,J)
      IF(M) 17,17,16
   17 D(M)=0.
   16 U=U+EKOT(K,J,I)*D(M)
   15 SO(K,I)=U+FOT(K,I)
   19 CONTINUE
      WRITE (3,106)
      WRITE (3,101) ((SO(K,I),I=1,6),K=1,NE)
  100 FORMAT (3I10,2F10.0)
  101 FORMAT (6F12.3)
  102 FORMAT (26I3)
  103 FORMAT (/,15X,*** SİSTEM RİJİTLİK MATRİSİ *'./)
  104 FORMAT (/,15X,'* DÜĞÜM YÜKLERİ VEKTÖRÜ P   *',/)
  105 FORMAT (/,15X,'* DEPLASMAN VEKTÖRÜ D   *',/)
  106 FORMAT (/,15X,'* ÇUBUK UÇ KUVVETLERİ *',/)
  107 FORMAT (/,15X,' ELEMAN RİJİTLİK MATRİSLERİ EK',/)
  108 FORMAT (3F10.0)
  116 FORMAT (8F10.0)
      STOP
```

```
      END


      DIMENSION AI(10),SL(10),BT(10),X(10),R1(10),R2(10),R3(10),R4(
     * R5(10),R6(10),FK(10,4,4),NK(10,4),FMA(10),FMB(10),QA(10),QB(
     * F(10,4),PO(10),S(10),H(10),SA(10),S(10,4),PO(13),PF(13),P(13).
     * D(13),YY(13),LL(13),AK(13,13).
      READ(2,100)  NS,NE,E
      READ(2,101)  (AI(K),SL(K),CA(K), K=1, NE)
      WRITE(3,118)  (AI(K),SL(K),CA(K), K=1,NE)
      READ(2,102) ((NK(K,I),I=1,4),K=1,NE)
      READ(2,116) ((PO(K),G(K),K=1,NE)
      READ(2,116) (PO(K),G(K),K=1,NE
      WRITE(3,103)
      WRITE(3,100)  NS,NF,E
      WRITE(3,104)
      WRITE(3,102)  ((NK(K,I),I=1,4),K=1,NE)
      CALL         ERMA (NE,E,CA,AI,SL,P0,G,P0,NK,NS,BT,X,R1,R2,R3,R
     * R6,F,EK,PF,P,FMA,FMB,QA,QB,H)
      WRITE(3,105)
      WRITE(3,106)  (R1(K),R2(K),R3(K),R4(K),R5(K),R6(K),K=1,NE)
      WRITE(3,107)
      DO 60  K=1,NE
   60 WRITE(3,109)  ((EK(K,I,J),J=1,4),I=1.4)
      CALL        SRMA (NE,NS,NK,EK,AK)
      WRITE(3,109)
      WRITE(3,111)  ((AK(I,J),=1,NS),I=1,NS)
      WRITE(3,115)
      WRITE(3,119)  (FMA(K),FMB(K),QA(K),QB(K),K=1,NE)
      WRITE(3,110)
      WRITE(3,111)  (P(I),I=1,NS)
      CALL        MINV (AK,NS,DET,LL,MM)
      DO 13   I=1,NS
      T=0.
   12 T=T+AK(I,J)*P(J)
   13 D(I)=T
      WRITE(3,112)
      WRITE(3,113)  (D(I),I=1,NS)
      WRITE(3,114)
      CALL        EUK (NE,NK,EK,F,D,S)
      WRITE(3,108), ((S(K,I),I=1.4),K=1,NE)
  100 FORMAT (2I10,F10.0)
```

```
101 FORMAT (3F10.0)
102 FORMAT (26I3)
103 FORMAT (8X,'NS',8X,'NE',6X,'E',/)
104 FORMAT (/,15X,'NK DEPLASMAN NUMARALARI',/)
105 FORMAT (/,15X,'RO KATSAYILARI ',/)
106 FORMAT (8F10.3)
107 FORMAT (/,2X,'ELEMAN RİJİTLİK MATRİSLERİ EK',/)
108 FORMAT (6F12.2)
I09 FORMAT (/,15X,' SİSTEM RİJİTLİK MATRİSİ AK',/)
110 FORMAT (/,15X,' DÜĞÜM YÜKLERİ VEKTÖRÜ P',/)
111 FORMAT (7F12.3)
112 FORMAT (/,15X,'DEPLASMAN VEKTÖRÜ O',/)
113 FORMAT (6FI3.6)
114 FORMAT (/,15X,ÇUBUK UC KUVVETLERİ ',/)
115 FORMAT (/,5X,ANKASTRE UC KUVVETLERİ ',/)
116 FORMAT (8F10.0)
118 FORMAT (3F10.3)
119 FORMAT (3F10.5)
    STOP
    END


    DO 75  J=1,N
    KJ=KJ+N
    IF(J-K) 70,75,70
 70 A(KJ)=A(KJ)/BIGA
 75 CONTINUE
    D=D*BIGA
    A(KK)=1.0/BIGA
 80 CONTINUE
    K=N
100 K=(K-1)
    IF(K) 150,150,105
105 I=L(K)
     IF(I-K) 120,120,108
108 JQ=N*(K-1)
     JR=N*(N-1)
    DO 110  J=1,N
    JK=JQ+J
    HOLD=A(JK)
     JI=JR+J
```

```
      A(JK)=-A(JI)
110  A(JI)=HOLD
120  J=M(K)
      IF(J-K) 100,100,125
125   KI=K-N
     DO 130  I=1,N
      KI=KI+N
     HOLD=A(KI)
       JI=KI-K+J
      A(KI)=-A(JI)
130  A(JI)=HOLD
     GO TO 100
150  RETURN
     END


      SUBROUTINE    ERMA(NE,CA,AI,SL,PO,G,PO,NK,NS,BT,X,R1,R2,R3,R
    * R6,F,EK,PF,P,FMA,FMB,QA,QB,H)
     DIMENSION  AI(10),SL(10),BT(10),X(10),R1(10),R2(10),R3(10)
    * R4(10),R5(10),R6(10),EK(10,4,4,),NK(10,4),FMA(10),FMB(10),QA(
    * GR(10),PD(13),PF(13),P(13),F(10,4),PO(10),G(10),H(10),SA(10)
      SINH(X)=(EXP(X)-EXP(-X))/2
     COSH(X)=(EXP(X)+EXP(-X))/2.
     DO 1 K=1,NE
     C=CA (K)
      IF(C)  21,21,22
 22  BT(K)=(C/(4.*E*EI(K))**0.25
     X(K)=BT(K)*SL(K)
     X1=X(K)
     X2=X(K)/2.
      S1=SIN(X1)
      SH1=SINH(X1)
     C1=COS(X1)
     CH1=COSH(X1)
      SH4=SINH(X2)
     CH4=COSH(X2)
      S2=SIN(X2)
     C2=COS(X2)
       SS=SIN(X1)**2
       SSH=SINH(X2)**2
       SC=SSH-SS
```

```
      SB=SH1+S1
       R1(K)=X1*(SH1*CH1-C1*C1)/(2.*SC)
       R2(K)=X1*(CH1*S1-SH1*C1)/SC
      R3(K)=(K1**2/3.)*(SSH+SS)/SC
       R4(K)=(2.*X1**2/3.)*(SH1*S1)/SC
      R5(K)=(X1**3/3.)*(SH1+CH1+S1+C1)/SC
       R6(K)=(X1 ** 3/3.)*(SH1*S1+S-1*C1)/SC
       FMA(K)=-(PC(K)/BT(K))+(SH4+S2)/SB-(G(K)/2.*BT(K)*(K)))*(SH1
     * /SB
       QA(K)=-PO(K)*(CH4*S2+C22SH4)/SP-(G(K)/BT(K))*(CH1-C1)/SB
      FMA(K)=-FMA(K)
      QB(K)=QA(K)
      GO TO 9
21    R1 (K)=1.
      R2 (K)=1.
      R3 (K)=1.
      R4(K)=1.
      R5(K)=l.
      R6(K)=1.
       FMA(K)=-PO(K)*SL(K)/8.-S(K)*SL(K)2SL()/12.
      QA(K)=-PO (K)/2.-G(K)*SL(K)/2.
      QB(K)=QA(K)
      FMB(K)=-FMA(K)
9     F(K,1)=FMA(K)
      F(T,2)=FMB(K)
      F(K,3)=QA(K)
      F(K,4)=QB(K)

1     CONTINUE
      DO  2 K=1,NE
      DO  2 I=1,4
      DO  2 J=1,4
2     EK(K,I,J)=0.
      DO 23 K=1,NE
       EK(K,1,1)=4.*H(K) *R1(K)
       EK(K,1,2)=2. *H(K)*R2(K)
       EK(K,1,3)=6.*R3(K)*H(K)/SL(K)
       EK(K,1,4)=-6.*(R4(K)+H(K)/SL(K)
      EK(K,2,2)=EK(K,1,1)
       EK(K,2,3)=6.*H(K)*R4(K)/SL(K)
      EK(K,2,2)=EK(K,1,1)
       EK(K,2,3)=6.*R3(K)*H(K)/SL(K)
```

```
      EK(K,2,4)=-6.*R5(K)*H(K)/SL(K)**2
      EK(K,3,4)=-12.*R6(K)*H(K)/SL(K)**2
      EK(K,4,4)=EK(K,3,3)
   23 CONTINUE
      DO  4 K=1,NE
      DO  4 I=1,4
      DO  4 J=1,4
    4 EK(K,J,I)=EK(K,I,J)
      DO 90 I=1,NS
   90 PF(I) = 0
      DO 10 K=1,NE
      DO 10 I=1,NS
      DO 10 J=1.4
      M=N(K,J)
      IF(M-I) 10,11,10
   11 PF (I)=PF(I)-F(K,J)
   10 CONTINUE
      DO 70  I=1,NS
   70 P(I)=PF(I)+PO(I)
      RETURN
      END


      SUBROUTINE SRMA (NE,NS,NK,EK,AK)
      DIMENSION EK(10,4,4),NK(10,4),AK(13,13)
      DO 62 I=1,NS
      DO 62 J=1,NS
   62 AK(I,J)=0.
      DO 61 K=1,NE
      DO 6  I=1,4
      M=NK(K,I)
      IF(M) 6.6,80
   80 DO 5 J=1,4
      L=NK(K,J)
      IF(L) 5,5,81
   81 AK(M,)=AK(M,L)+EK(K,I,J)
    5 CONTINUE
    6 CONTINUE
   61 CONTINUE
      RETURN
      END
```

000 ERRORS: FORTRAN V LEVEL 1 RO3-00

PAGE 0

```
      SUBROUTINE EUK (NE,NK,EK,F,D,S)
      DIMENSION S(10,4),NK(10,4),EK(10,4,4),D(13),F(10,4)
      DO 98  K=1,NE
      DO 98  I=1,4
   98 S(K,I)=0.
      DO 19  K=1,NE
      DO 15  I=1,4
      U=0.
      DO 16 J=1,4
      M=NK(K,J)
      IF(M)  17,17,16
   17 D(M)=0.
   16 U=U+EK(K,I,J)*D(M)
   15 S(K,I)=J+F(K,I)
   19 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE EĞRI-EK (NE,E, CA,AI,SL,PO,G,PD,NK,NS,BT,X,21,R2 ,
     * R4,R5,R6,F,EK,PF,P,FMA,FMB,QA,QB,H,EK22,EK33,EK33,EK42,EK43
     * EK44,EK82,EK83,EK84,EK93,EK94,EK104)
      DIMENSION AI(20),SL(20),BT(20),X(20),R1(20),R2(20)
     * R3(20),R4(20),R5(20),R6(20),NK(20,4),FMA(20),FMB(20),QA(20)
     * ,QB(20),G(20),PD(20),PF(20),P(20),F(20,4),PO(20),H(20),CA(20)
      AR=((TETA-0,5*SIN(2*TETA))/2.
      BR=(TETA-SIN(TETA))
      CR=((TETA+0.5*SIN(2*TETA))/2.
      DR=(1-COS(TETA))
      ER=(0.5*(SIN(2*TETA))**2
     * F LERİN TANIMLANMASI
      F22=((R**3)*(2*B1-AR))/E*AI+(R*CR)/E*A+K'*R*AR)/G*A
      F32=(R**3*(D-ER)/E*AI-(R*ER)/EA+(K'*ER)/G*A
      F42=-(R**2*BR)/E*AI
      F43=-(R**2*DR)/E*AI
```

```
 F44=(R*TETA)/E*AI
  F33=(R**3*AR)/E*AI+(R*AI)/E*A+(K'*R*Q)/G/A
   U=[(F22*F33-F32**2)*(F22*F44-F42**2)-(F22*F43-F32*F42)
* /F22
* EK LARIN TANIMLANMASI
 EK22=(F33*F44-F43**2)/U
 EK32=(F42*F43-F32*F44)/U
 EK33=(F22*F44-F42**2)/U
 EK42=(F32*F43-F33*F42)/U
 EK43=(F32*F42-F22*F43)/U
 EK44=(F22*F33-F32**2)/U
 EK82=(-EK22*COS(TETA))+EK32*SIN(TETA)
 EK83=(-EK32*COS(TETA))+EK33*SIN(TETA)
 EK84=(-EK42*COS(TETA))+EK43*SIN(TETA)
 EK93=(-EK32*SIN(TETA))-(EK33*COS(TETA))
 EK94=(-EK42*SIN(TETA))+(-EK43*COS(TETA))
  EK104=(EK42*R*(1-COS(TETA))+EK43*R*SIN(TETA)-EK44

 WRITE(3,*) ' TETA DEĞERİNİ GİRİNİZ '
 READ(2,*) TETA
 WRITE(3,*) ' YARIÇAPI GİRİNİZ '
 WRITE(3,*) R

 RETURN
 END
```

BÖLÜM 6

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında Matris Deplasman Metodu ile Düzlem Çerçevelerin analizi yapılmış ve en genel halde sistemler için yapılmış olan Fortran programına eğri eksenli çubukların rijitlik matrisleri hesabı için bir alt program ek yapılmıştır.

Matris deplasman metodu ile bir sestemde yükleme analizinin çözümünde;bir düğüm noktasında toplanan bilinmeyen sayısı az,bilinmeyen seçiminde serbestlik derecesi az,denklemlerin yazılması otomatik ,genellikle bant genişliği küçük olduğu gözlenmiştir.

KAYNAKLAR

[1] - Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metotları ve Elektronik Hesap Makinası Programları. Cilt I- Prof.Adnan ÇAKIROĞLU,Prof.Dr.Ender ÖZDEN, Prof.Dr.Günay ÖZMEN İkinci Baskı 1992.

[2] – Yapı Sistemleri Hesabı İçin Matris Metodları ve Elektronik Hesap Makinası Programları Cilt II- Prof.Adnan ÇAKIROĞLU Prof.Dr.Ender ÖZDEN Prof.Dr.Günay ÖZMEN
İ.T.Ü Kütüphanesi

[3] – Çubuk Sistemlerin elektronik Hesap Makineleri ile Çözümü (Stifnes Matrisleri Metodu) Prof.Dr.Semih TEZCAN- Arı Kitapevi Matbaası, 1970.

[4]– Yapı Statiği Cilt I-II. 7.Baskı Prof. Adnan ÇAKIROĞLU Prof.Dr. Enver ÇETMELİ teknik Kitaplar Yayınevi İSTANBUL.

[5]- Matris Metodları Ders Notları 1991 yılı İ.T.Ü Prof.Adnan ÇAKIROĞLU İSTANBUL

ÖZGEÇMİŞ

1967 yılında Bismil'de doğdu.İlk, orta ve lise öğrenimini Batman'da tamamladı. 1984 yılında İ.T.Ü İnşaat Fakültesini kazandı. 1988 yılı Haziran dönemi mezunu olarak İnşaat Mühendisliği bölümünü bitirdi. 1989-1990 yıllarında İ.T.Ü Sakarya Mühendisliği Fakültesinde İnşaat Müh-Mekanik bölümünde Araştırma Görevlisi olarak çalıştı. 1990 yılında Yıldız Teknik Üniversitesi İnşaat Anabilim Dalı Mekanik bölümü Master sınavını kazandı. 1990-1992 tarihleri arasında özel sektörde Saha Mühendisi olarak çalıştı. 1992 yılından beri D.Ü. Batman Meslek Yüksek okulu İnşaat bölümü programında Öğretim Görevlisi olup halen de çalışmaktadır. Evli olup İngilizce bilmektedir.