

T.C.  
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

UYDU TEKNİKLERİNİN AĞ  
SIKLAŞTIRMASINDA KULLANILABİLİRLİĞİ  
ÜZERİNE BİR ARAŞTIRMA

Hrt.Yük.Müh. Mustafa ŞİMŞEK

F.B.E. Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Anabilim Dalında  
hazırlanan

DOKTORA TEZİ

Tez Savunma Tarihi : 20 Ocak 1995

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Hüseyin DEMİREL (YTÜ)

Jüri Üyeleri : Prof.Dr. Ahmet AKSOY (İTÜ)

Prof.Dr. Tevfik AYAN (İTÜ)

İSTANBUL, Ocak 1995

## İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR LİSTESİ.....	I
TEŞEKKÜR.....	II
ÖZET.....	III
SUMMARY.....	V
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Jeodezik Ağlar Hakkında Genel Bilgiler.....	1
1.2. Referans Yüzeyleri.....	2
1.3. Üç Boyutlu Ağ ve Uygulamadaki Sorun.....	3
1.4. Çalışmanın Amacı ve Bölümleri.....	4
2. JEODEZİDE KOORDİNAT SİSTEMLERİ.....	6
2.1. Yersel Koordinat Sistemleri.....	7
2.1.1. Kutup Gezinmesi ve Yeryuvarının Düzensiz Dönüşü.....	7
2.1.2. Yermerkezli Koordinat Sistemleri.....	8
2.1.2.1. Yermerkezli Global Koordinat Sistemi ve Astronomik Koordinatlar.....	8
2.1.2.2. Global Jeodezik (Elipsoidal) Koordinat Sistemi.....	11
2.1.3. Toposentrik (Gözlem Noktası Merkezli) Koordinat Sistemleri.....	16
2.1.3.1. Yerel Astronomik Koordinat Sistemi.....	17
2.1.3.2. Yerel Jeodezik Koordinat Sistemi.....	19
2.2. Yersel Koordinat Sistemleri Arasındaki Bağlıntılar.....	21
2.2.1. Yermerkezli Global Koordinat Sistemi ile Yerel Astronomik Koordinat Sistemi Arasında Dönüşüm.....	21
2.2.2. Global ve Yerel Jeodezik Koordinat Sistemleri Arasında Dönüşüm.....	23
2.2.3. Yerel Astronomik ve Yerel Jeodezik Koordinat Sistemleri Arasındaki İlişki.....	23

2.2.4.	Yermerkezli Global Sistem ile Global Jeodezik Sistem Arasında Dönüşüm.....	25
2.3.	WGS 84 Koordinat Sistemi.....	27
2.4.	WGS 84 Elipsoidi.....	29
3.	DATUM KAVRAMI VE ÜÇ BOYUTLU BENZERLİK DÖNÜŞÜMÜ...32	
3.1.	Datum Kavramı.....	32
3.2.	Yayın Efemerisi.....	34
3.3.	Duyarlı Efemeris.....	35
3.4.	Üç Boyutlu Uzayda Benzerlik Dönüşümü.....	36
3.4.1.	Bursa-Wolf Modeli.....	38
3.4.2.	Molodensky-Badekas Modeli.....	40
4.	UYDU TEKNİKLERİ İLE AĞ SIKLAŞTIRMA.....	44
4.1.	Dönüşüm Parametreleri ile Birlikte Ülke Sisteminde Nokta Koordinatlarının Elde Edilmesi.....	44
4.2.	Uydu Teknikleriyle Elde Edilen Koordinat Farklarının Ölçü Olarak Alınması ve Ülke Sisteminde Nokta Koordinatlarının Belirlenmesi.....	49
4.3.	Elipsoidal Koordinatlara Göre Modellendirme.....	52
4.4.	Ortometrik Yüksekliklerin Belirlenmesi.....	65
4.5.	Jeodezik Eğri Koordinatlardan ( $\phi, \lambda$ ) Gauss-Krüger Koordinatlarına (x,y) (Düzlem Dik Koordinatlara) Geçiş.....	68
5.	İSTATİSTİK TESTLER.....	70
5.1.	Model Hipotezinin Test Edilmesi.....	70
5.2.	Uyuşumsuz Ölçü Testi.....	71
5.3.	Bağlantı Noktalarının Test Edilmesi.....	73
5.4.	Parametre Testi.....	77
5.4.1.	t-Testi.....	77
5.4.2.	Doğrusal Hipotez Testi Yardımıyla Parametre Testi.....	78

6.	SAYISAL UYGULAMA.....	80
7.	SONUÇ VE ÖNERİLER.....	104
	KAYNAKLAR.....	108
	ÖZGEÇMİŞ	
	EKLER	

## KISALTMALAR LİSTESİ

BIH	The Bureau International de l'Heure
BIPM	Bureau International des Poids et Mesures
CEP	Celestial Ephemeris Pole
CIGNET	Cooperative International GPS Network
CIO	Conventional International Origin
CTP	Conventional Terrestrial Pole
DMA	Defense Mapping Agency
ECEF	Earth Centered, Earth Fixed
ED 50	European Datum 1950
GPS	Global Positioning System
GRS 80	Geodetic Reference System 1980
IAG	International Association of Geodesy
IAU	International Astronomical Union
IERS	International Earth Rotation Service
IPMS	The International Polar Motion Service
İTÜ	İstanbul Teknik Üniversitesi
IUGG	International Union of Geodesy and Geophysics
NAVSTAR	Navigation System with Time and Ranging
NGS	National Geodetic Survey
NNSS	Navy Navigational Satellite System
NSWC	Naval Surface Weapons Center
SLR	Satellite Laser Ranging
TRANET	Transit Network
TRANSIT	Time Ranging and Sequential
UTM	Universal Transverse Mercator
VLBI	Very Long Baseline Interferometry
WSG 60	World Geodetic System 1960
WSG 66	World Geodetic System 1966
WSG 72	World Geodetic System 1972
WGS 84	World Geodetic System 1984
YTÜ	Yıldız Teknik Üniversitesi

## **TEŞEKKÜR**

Çalıőmam süresince beni yönlendirip destekleyen, her adımda yardım ve ilgisini esirgemeyen hocam, Sayın Prof. Dr. Hüseyin DEMİREL başta olmak üzere, YTÜ Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü'nün yardımlarını gördüğüm öğretim üyelerine, beni çalışmaya teşvik eden ve her konuda açık desteğini gördüğüm daire başkanım, Sayın Müh. Yb. Dođan ÖZAYDIN'a ve çalışma süresince yardım ve ilgilerini esirgemeyen tüm arkadaşlarıma en içten teşekkürlerimi sunarım.

Doktora çalışmamın başından sonuna kadar büyük özveri gösteren eşim Ülkü ve oğlum Berksan'a ayrıca teşekkür ederim.

## ÖZET

Jeodezik kontrol ağları genel olarak yatay kontrol (nirenge) ağları, düşey kontrol (nivelman) ağları ve gravite ağları olmak üzere ayrı ayrı kurulmuşlardır. Bu ağların referans yüzeyleri de farklıdır. Yatay kontrol ağları için genel olarak ülkeden ülkeye değişen bir dönел elipsoit referans yüzeyi olarak alınırken düşey kontrol ağları için referans yüzeyi olarak genellikle jeoit seçilir. Gravite ağları için ise ölçülerin yapıldığı fiziksel yeryüzü temel alınmaktadır.

Ağların bu şekilde ayrı kurulması ve referans yüzeylerinin farklı alınmasının nedeni, her üç ağın birlikte ele alınarak üç boyutlu bir ağ biçiminde oluşturulması ve hesaplanmasında karşılaşılan güçlüklerdir. Geometrik ve fiziksel ölçülerin birlikte ele alındığı en genel üç boyutlu jeodezik ağ, bütünleşik (integrated) jeodezi kapsamında değerlendirilmektedir. Bu çalışmada fiziksel ölçüleri içermeyen yalın geometrik modellerle üç boyutta dengeleme konu edilmiş olup çalışmada sözü geçen üç boyutlu ağ sadece yatay ve düşey kontrol ağlarını içermektedir.

Klasik ölçülerle üç boyutlu ağ oluşturmaya yarayan yatay doğrultu, uzunluk, azimut, astronomik enlem-boylam ve nivelman ölçüleri yeterli duyarlılıkla elde edilebildiği halde refraksiyon nedeniyle düşey açılardaki giderilemeyen sistematik hata etkileri yüzünden ağın duyarlılığı düşmektedir. Ayrıca yakın zamana kadar hesaplama araç ve gereçleri de üç boyutlu ağın gerektirdiği yoğun hesabı kaldıramamaktaydı. Bu nedenle ülkeler gereksinmelerini çabuk bir biçimde giderebilmek için jeodezik kontrol ağlarını ayrı ayrı kurmuşlardır.

Yatay ve düşey konum belirlemeye yarayan ölçüler fiziksel yeryüzünde yapıldığına göre hesapların da aynı yüzeyde yapılması büyük kolaylık sağlayacaktır. Ancak fiziksel yeryüzü matematiksel olarak ifade edilemediğinden bunun yerine yeryuvarının biçimi olarak jeoit benimsenmiştir. Fakat jeoidin de basit bir analitik fonksiyonla kolayca tanımlanamaması nedeniyle bu yüzeye uyan model yüzeyler aranmış ve en uygun yüzey olarak ortalama yerelipsoidi kabul edilmiştir. Böylece her ülke yatay konum ağları için bir elipsoit yüzeyini esas almıştır. Jeoit de genel olarak düşey konum ağları için referans yüzeyi olarak benimsenmiştir.

Jeodezik açıdan üç boyutlu ağ ideal olarak görülmekle birlikte bugün hala bu ağlar ayrı ayrı kullanılmaktadır.

Üç boyutlu ağlar, uydu teknikleriyle (örneğin, GPS sistemi) kolayca gerçekleştirilebilmekte ve belli bir sistemde (örneğin, WGS 84) noktaların X,Y,Z jeodezik dik koordinatları ya da  $\phi, \lambda, h$  jeodezik eğri koordinatları elde edilmektedir. Uydu teknikleriyle üç boyutta ağ kurmak ve sıklaştırmak klasik yöntemle göre çok hızlı, çok daha az zahmetli, daha duyarlı ve kullanılan aletlerin maliyetleri dışında çok daha ekonomiktir.

Çalışmada uydu koordinat sistemi olarak uydu gözlemleri ile elde edilen nokta koordinatları sistemi (örneğin, WGS 84) ifade edilmektedir.

Uydu teknikleriyle elde edilen nokta koordinatlarından yararlanarak üç yöntemle ağ sıklaştırması gerçekleştirilebilir. Bunlar;

1. Sıklaştırma ağı bölümünün eski ağ ile bağlantısını sağlayan bağlantı noktalarının ülke koordinat sistemi ve uydu koordinat sistemi koordinatlarından yararlanarak yapılacak 7 parametrelilik benzerlik dönüşümüyle dönüşüm parametrelerini belirlemek ve bu parametrelerle sıklaştırma ağındaki uydu koordinat sistemi koordinatlarını ülke sistemine dönüştürmek,
2. Ülke koordinat sistemi ile uydu koordinat sistemi arasındaki dönüşüm parametrelerini ve sıklaştırma ağı noktalarının ülke sistemindeki koordinatlarını birlikte hesaplamak,
3. Uydu koordinat sistemindeki koordinat farklarını ölçü olarak kullanıp dönüşüm parametrelerini ve sıklaştırma ağı noktalarının ülke sistemindeki koordinatlarını hesaplamak biçiminde özetlenebilir.

Sıklaştırma ile elde edilen üç boyutlu jeodezik koordinatlar ( $\phi, \lambda, h$ ) yaygın biçimiyle yatay konum (enlem, boylam) ve düşey konum (ortometrik yükseklik)  $H$ , ( $H=h-N, N$ : jeoit yüksekliği) olarak iki bölüme ayrıştırılır.

Bu çalışmada 1. ve 3. yöntemle uygulamalar yapılmış ve elde edilen sonuçlar mevcut değerlerle karşılaştırılmıştır. Veri yetersizliği nedeniyle 2. yöntemle uygulama yapma olanağı bulunamamıştır.

1. yöntemle yapılan çeşitli uygulamalar sonucunda elde edilen en uygun enlem ve boylam ile verilen enlem ve boylam farklarının ortalaması sırayla 2.86 cm, -1.11 cm ve standart sapmaları 0.25 cm, 0.28 cm dir. Ortometrik yüksekliklerde de farklar birkaç cm ile yaklaşık 20 cm arasında değişmektedir.

3. yöntemle elde edilen değerler ile verilen değerler arasındaki farkların ortalaması enlem, boylam ve ortometrik yükseklikte sırayla 0.42 cm, 0.04 cm ve 1.31 cm; standart sapmaları da sırayla 0.66 cm, 0.28 cm ve 10.03 cm dir.

Her iki yöntem karşılaştırıldığında, nokta sıklaştırması için 3. yöntemin daha uygun sonuçlar verdiği ve 1. yöntemin de bölgesel sıklaştırmalardan çok ülke genelinde yapılacak sıklaştırma çalışmalarında kullanılabilceği sonucuna varılmıştır.



## SUMMARY

Geodetic control networks are generally established individually as horizontal control (triangulation) networks, vertical (leveling) control networks and gravity networks. The reference surfaces of these networks are also different. As the rotational ellipsoid which varies from country to country is generally adopted for the reference surface of horizontal control networks, for vertical control networks, geoid serves as reference surface. The reference surface for the gravity networks is considered the earth surface on which the measurements are held.

The reason for such a individual establishment of the networks and adoption of different reference surfaces is the difficulties encountered for the constitution and adjustment of 3-dimensional (3-D) networks. The most generic 3-D geodetic network in which the geometrical and physical measurements are considered together is evaluated in the content of integrated geodesy. In this study, 3-D adjustment of pure geometrical model without physical measurements has been realized, so aforementioned 3-D network involves only horizontal and vertical control networks.

Because some systematic effects caused by refraction are not eliminated in vertical angles, the accuracy attained in the network degrades eventhough the conventional observations -directions, distance, azimuth, astronomical latitude-longitude, and geometric height differences (leveling measurements)- for 3-D networks are obtained with adequate accuracy. Besides, hardware necessary for the computation of these data couldn't meet the requirements to date. This is the reason why countries set up the networks separately to fulfill the urgent geodetic requirements.

It will be an easy way to make the analysis in the same physical surface on which the observations for the determination of horizontal and vertical positions of stations are being held. But, since the physical earth surface can not be represented mathematically, the geoid is adopted for the shape of the earth. However, because the geoid couldn't be described analytically new model surfaces are sought and the mean earth ellipsoid is taken as a best surface fitting the earth. So, each country takes a particular ellipsoid as a reference for horizontal control networks. Geoid is generally adopted for the reference surface of the vertical control networks.

Currently, those networks are used separately in spite of the fact that 3-D networks are an ideal tool from geodetic aspect.

3-D networks are easily realized by space techniques (e.g., GPS) and geocentric rectangular coordinates  $X, Y, Z$  or geodetic curvilinear coordinates  $\phi, \lambda, h$  are obtained in a particular reference system (e.g., WGS 84). As compared to the classical (conventional) methods, realization and densification of 3-D networks by space techniques are achieved quickly and easily with less effort, more accurately, and economically despite of the cost of instrumentation.

In this study, a coordinate system is presented as satellite coordinate system (e.g., WGS 84) in which station coordinates are obtained by satellite observations.

By utilizing the coordinates obtained by space techniques, three methods are considered for the densification of networks;

1. The determination of transformation parameters by 7 parameter similarity transformation in between the coordinates of common points at national datum and satellite coordinate system of the existing network and densified network respectively. And, later, transform the coordinates of densified network into national network by using those parameters.

2. Estimation of transformation parameters between national datum and satellite coordinate system together with the coordinates of the points of densified network in national datum.

3. Using coordinate differences in satellite coordinate system as input observations, estimation of transformation parameters and the coordinates of the points of densified network in national datum.

3-D geodetic coordinates  $(\phi, \lambda, h)$  obtained by densification, can be widely considered separately as horizontal position (latitude, longitude), vertical position (orthometric height)  $H$ , ( $H=h-N$ ,  $N$ : geoidal height).

In the study, applications are performed in the first and third methods and the results are compared with available values. Second method couldn't be realized for the absence of data.

The mean of differences of latitude and longitude of given and computed ones are 2.86 cm, -1.11 cm and their standart deviations are 0.25 cm, 0.28 cm respectively in the first method. The differences in orthometric heights vary about a few centimeters to 20 cm.

The mean of differences of the computed values by third method and the given ones are 0.42 cm, 0.04 cm and 1.31 cm with standart deviations 0.66 cm, 0.28 cm and 10.03 cm for latitude, longitude and orthometric height respectively.

When compared with each other, the third method yields more reasonable results for point densification and the first method is more suitable for country wide applications rather than local densifications.

## 1. GİRİŞ

### 1.1. Jeodezik Ağlar Hakkında Genel Bilgiler

Jeodezi, yeryuvarının tamamı ya da bir parçasının biçim ve büyüklüğü ile yerçekimi alanını, yeryüzünde ve uzayda gözlenen büyüklükler yardımıyla zamanın fonksiyonu biçiminde belirler.

Yeryüzünü matematiksel olarak tanımlayabilmek için yeryüzünü simgeleyen ve bir koordinat sisteminde konumları bilinen belirli sayıda nokta seçilir. Bu noktaların oluşturduğu ağ fiziksel yeryüzünü simgeler. Jeodezik ağlar nokta konumlarına bağlı olarak üç gruba ayrılabilir:

- (a) Ortalama deniz düzeyinden olan yükseklik  $H$  (tek bir koordinat) ile tanımlanan noktaların oluşturduğu ağa jeodezik yükseklik ağı ya da başka bir deyişle düşey kontrol ağı denir.
- (b) Yatay konumları (örneğin, enlem ve boylam) ile tanımlanan noktaların oluşturduğu ağ, jeodezik yatay kontrol ağı olarak adlandırılır.
- (c) Üç koordinatı (örneğin,  $X, Y, Z$  ya da  $\phi, \lambda, h$ ) belirlenmiş noktaların oluşturduğu ağ da üç boyutlu ağ olarak bilinir.

Bu grupta gözüne alınan ve nokta konumlarını tanımlayan parametre sayısı jeodezik ağ boyutunu belirler. Yukarıdaki grupta yer almayan gravite ağları da düşey kontrol ağları gibi tek boyutlu ağlardır.

Nokta koordinatları genellikle noktalar arasındaki yatay ve düşey doğrultu, uzunluk ve yükseklik farkı gibi dört tür elemanın ya da bunlardan bir bölümünün gözlenmesiyle belirlenir.

Yukarıda sayılan bu ölçülerin tümü noktalar arasındaki geometrik ilişkileri belirler ve geometrik jeodezinin konusudur.

Nivelman yükseklik farkları ve çizgisel gravite değerleri yeryuvarının gravite alanında potansiyel farklarına ilişkin ölçümlerdir ve fiziksel jeodezinin konusudurlar.

Bu ölçüler ile noktaların koordinatları arasındaki fonksiyonel ilişki ve ölçülere ilişkin stokastik özellikler (ölçülerin kovaryans matrisi) matematiksel modeli oluşturur. Bilinmeyen koordinatlar için tek anlamlı çözüm en küçük kareler yönteminin bu modele uygulanmasıyla elde edilir. Tüm dünyayı kaplayan üç boyutlu bir jeodezik ağ kurma fikri ilk olarak 1878 yılında H. Bruns tarafından ortaya atılmıştır. Yatay ve düşey açı, eğik uzunluk, astronomik enlem-boylam ve azimut ölçüleri yaparak üç boyutlu bir ağ oluşturma düşüncesi, düşey açıların yeterli duyarlılıkta elde edilemeyişleri nedeniyle teoride kalmış, uzunca bir süre uygulanamamıştır (Ünal, 1981). Ancak, yapay uydulardan jeodezide yararlanılmaya başlanmasından beri üç boyutlu jeodeziye ilişkin konular tartışma gündemine tekrar girmiştir (Gürkan, 1977).

## 1.2. Referans Yüzeyleri

Yukarıda belirtilen dar boğaz ve hesap işlemlerinin gerçekleştirilmesindeki zorluk nedeniyle jeodezik koordinatlar yakın bir zamana kadar iki ayrı grup halinde ele alınmışlardır. Böylece yatay ve düşey kontrol ağları olarak iki jeodezik ağ kavramı ortaya çıkmıştır. Bu ağlar, katı ve sıvı dünya kütesinin atmosfer ile sınırı olarak tanımlanan fiziksel yeryüzünde kurulurlar. Ancak bu yüzey, tanımlanabilen düzgün bir yüzey değildir.

Bu nedenle,

- Yeryuvarının fiziksel yapısına uygun,
- Matematiksel olarak ifade edilebilen,
- Fiziksel yeryüzünde gerçekleştirilen ölçü işlemleri ile bağlantısı sağlanabilen bir yüzey olan jeoit, her iki ağ için temel oluşturabilir. Fakat jeoidin de pratik amaçlara cevap verecek şekilde belirlenmesi kolay değildir. Yerkabuğunun yoğunluk dağılımındaki düzensizlik jeoidin belirlenmesini güçleştirir. Jeoit de bir analitik fonksiyonla tanımlanamaz. Bu nedenle jeoit, her iki ağ için temel alınamamaktadır.

Düşey konum (yükseklik= $H$ ), genellikle ortalama deniz düzeyine (jeoit) göre belirlenir. Bundan dolayı da jeoit, ancak düşey kontrol ağlarında kullanılabilir.

Yatay kontrol ağlarında ise, jeoide en iyi uyan ve üzerinde kolay hesap yapılabilen bir şekil olmasından dolayı dönelel elipsoit referans yüzeyi olarak alınır. Bu ağlar jeodezik eğri koordinatları ( $\phi, \lambda$ ) bilinen noktalardan oluşmaktadır. Bu koordinatlar referans alınan elipsoide göre belirlenir.

Yatay kontrol ağlarında birbirini görmesi gereken noktalar genellikle tepelerin zirvelerinde tesis edilir ve bu yüzden düşey kontrol ağı için uygun değildir. Düşey kontrol ağının noktaları ise karayolu ya da demiryolu boyunca ya da ulaşımı kolay yerlerde tesis edildiğinden yatay kontrol ağı için uygun düşmezler.

### 1.3. Üç Boyutlu Ağ ve Uygulamadaki Sorun

Jeodezik bakış açısından, üç boyutlu koordinatları bilinen noktalardan oluşan ağ ideal ağ olarak görülmektedir. Üç boyutlu böyle bir ağ aşağıdaki iki yaklaşımdan biri kullanılarak oluşturulabilir:

- (a) Bir noktanın jeodezik eğri koordinatlarını ( $\phi, \lambda, h$ ) ya da buna karşılık gelen jeodezik dik koordinatlarını ( $x, y, z$ ) elde etmek için noktanın yatay koordinatları ( $\phi, \lambda$ ) ve düşey koordinatı ( $H$ ) birleştirilir. Burada gözönüne alınması gereken nokta

$$h = H + N \quad (H: \text{Ortometrik yükseklik}) \quad (1.1)$$

bağıntısına göre elipsoit yüksekliğini ( $h$ ) belirleyebilmek için jeoit yüksekliğinin ( $N$ ) bilinmesi zorunluluğudur (Sideris-Schwarz, 1986).  $h, N, H$  arasındaki ilişki bölüm 4, şekil 4.2 de görülmektedir.

- (b) Üç boyutlu konumu doğrudan veren yersel ya da yersel olmayan (göksel) konumlama teknikleri kullanılabilir. Bu konuda uydu ile konum belirleme teknikleri önemli bir yer tutmakta ve gelecekte büyük bir etkinlikle kullanılacakları umulmaktadır.

Klasik ağ yaklaşımında yatay konum ve yükseklik problemleri birbirinden bağımsız ele alınmış, yatay ve düşey kontrol ağları oluşturulmuştur.

Yatay koordinatlar genellikle yerel datumda (örneğin, ED 50) hesaplanır ve birçok mühendislik işlerinde bu biçimiyle kullanılır. Yükseklik olarak genellikle jeoide göre tanımlanan ortometrik yükseklikler kullanılır.



Klasik yöntemlerle ölçme ve koordinat üretimi oldukça yorucu, zaman alıcı ve pahalı bir süreçtir. Uydu teknikleriyle üç boyutlu koordinat üretimi daha kolay, hızlı ve kullanılan ölçü aletlerinin maliyetleri gözardı edilirse daha ekonomiktir. Ancak, günümüzde üç boyutlu koordinatlar yaygın olarak kullanılmadığından, bunların uygulamada kullanılan referans sistemlere dönüştürülmeleri gerekmektedir.

#### 1.4. Çalışmanın Amacı ve Bölümleri

Uydu teknikleriyle elde edilen nokta koordinatlarının pratiğe uyarlanması ve bu kapsamda dönüşüm problemlerinin çözümü çalışmanın esas konusunu oluşturmaktadır. Ülkeler jeodezik ağlarını klasik sistemle kurduklarından üretilmiş bulunan haritalar ve harita bilgileri de klasik ağlara dayanmaktadır. Uydu teknikleriyle üretilen üç boyutlu koordinatların şimdilik birçok projede doğrudan kullanılamaması bu koordinatların, daha bir süre ülke koordinat sistemine dönüştürülmesini kaçınılmaz kılmaktadır (Aksoy ve diğerleri, 1989). Ülke koordinat sistemine geçiş esnasında da uydu tekniklerinin sağladığı duyarlıkta bir kayıp olmamalıdır.

Bu çalışmanın amacı, uydu gözlemlerinin (örneğin, doppler, GPS gözlemleri) değerlendirilmesi sonucunda belli bir sistemde (örneğin, WGS 84) elde edilen üç boyutlu koordinatların ülke sistemlerine dönüşümünü olanaklı kılacak uygun yöntemleri araştırmak ve uygulama açısından çözümler geliştirmektir.

Çalışma 7 bölümden oluşmaktadır. Genel bilgilerden sonra çalışmanın konusunu ve amacını açıklayan bu giriş bölümünün ardından gelen ikinci bölümde jeodezide kullanılan koordinat sistemlerinden kısaca söz edildikten sonra yersel koordinat sistemlerine ilişkin bağıntılar verilmekte ve çalışmanın konusuna giren GPS tekniğiyle elde edilen nokta koordinatlarının hesaplandığı WGS 84 tanıtılmaktadır.

Üçüncü bölümde datum kavramı açıklandıktan sonra çalışmanın ana konusunu oluşturan uydu teknikleriyle ağ sıklaştırma problemine ilişkin yöntemlerden biri olan üç boyutlu uzayda benzerlik dönüşümü bağıntıları verilmektedir. Dördüncü bölümde, iki yöntem ayrıntılı olarak incelenmekte, elipsoit yükseklikleri yardımıyla ortometrik yüksekliklerin hesaplanabileceği algoritma üzerinde durulmakta ve problemin çözümü için iki aşamalı bir yol açıklanmaktadır.

Beşinci bölümde kullanılacak yöntemin istatistiksel analizi için model testi, uyşumsuz ölçü testi, bağlantı noktalarının testi ve parametre testine ilişkin bağıntılar verilmektedir.

Altıncı bölümde üç yöntemden ikisi uygulanmakta ve yedinci bölümde elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak irdelenmektedir.

## 2. JEODEZİDE KOORDİNAT SİSTEMLERİ

Yeryuvarının uzayda birbirinden farklı iki hareketi vardır. Bunlardan birincisi kendi eksenini etrafında dönmesi, ikincisi de güneşin çevresinde devinmesidir. Ayrıca yeryuvarının doğal uydusu ay ve çok sayıda yapay uydunun yeryuvarı çevresindeki yörüngesel hareketleri uzayda üçüncü bir periyodik hareketi oluşturmaktadır. Koordinat ve zaman sistemlerinin tanımı bu periyodik hareketlere dayanır.

Jeodezide problem türlerine göre çeşitli koordinat sistemleri kullanılır. Bunlar genel olarak üç grupta toplanabilir:

- Yersel koordinat sistemleri,
- Göksel koordinat sistemleri,
- Yörüngesel koordinat sistemleri.

Hangi tür olursa olsun bir koordinat sistemini tanımlamak için

- a) Sistemin başlangıç noktasının konumu,
- b) Koordinat eksenlerinin konumları ve yönleri,
- c) Koordinat sistemine ait bir noktanın konumunu belirleyen parametreler

açıkça belirtilmelidir.

Yersel koordinat sistemleri yeryuvarına göre sabittir ve yeryuvarı ile birlikte dönerler. Bu sistemler yeryüzündeki noktaların koordinatlarını belirlemek için kullanılırlar. Yermerkezli (jeosentrik) ve gözlem noktası merkezli (toposentrik) sistem olarak adlandırılan iki tür yersel sistem vardır. Bu çalışmada daha çok yersel koordinatlar kullanılacağından sistem hakkında aşağıda ayrıntılı ve dünya jeodezik sistemlerinden WGS 84 hakkında kısa bilgi verilecektir.

Göksel koordinat sistemleri, göksel cisimlerin (güneş ve yıldızlar gibi) koordinatlarını belirlemek için kullanılır. Başlıca dört gök koordinat sistemi vardır:



- Ufuk sistemi,
- Saat açısı sistemi,
- Rektasansiyon sistemi,
- Ekliptik sistem.

Yörüngesel sistemler, yeryuvarı çevresinde devinen uyduların koordinatlarını belirlemek için kullanılır.

Göksel ve yörüngesel koordinat sistemleri hakkında ayrıntılı bilgi Mueller (1969), Krakiwsky-Wells (1971)'de bulunabilir.

Koordinat sistemleri genel olarak;

- Ölçülerin dayandığı doğal sistemler,
- Hesaplamaların dayandığı referans sistemler olmak üzere iki gruba da ayrılabilir (Gürkan, 1979).

## **2.1. Yersel Koordinat Sistemleri**

Yersel koordinat sistemleri merkezlerine göre ikiye ayrılırlar. Bunlar, merkezi yeryuvarının merkezinde olan yermerkezli (jeosentrik) ve merkezi gözlem yapılan nokta olan gözlem noktası merkezli (toposentrik) sistemlerdir. Bu sistemler hakkında bilgi vermeden önce kutup gezinmesi ve yeryuvarının düzensiz dönüşü kavramları üzerinde durmakta yarar görülmektedir.

### **2.1.1. Kutup Gezinmesi ve Yeryuvarının Düzensiz Dönüşü**

Yeryuvarının dönme eksenini sabit ve dönme hızı düzenli değildir. Yeryuvarının dönme ekseninin konumu küçük oranlarda değişir. Bu olaya kutup gezinmesi ya da kutup değişimi adı verilir. Bu hareket düzensiz olup hemen hemen daireseldir ve genliği yaklaşık 5 metre olup periyodu 430 gündür.

Kutup gezinmesini uluslararası organizasyonlardan IPMS ve BIH sürekli olarak astronomik gözlemlerle ölçmektedir\*). Sonuçlar, CIO'ya göre gerçek dönme ekseninin koordinatları olarak yayınlanır. CIO, 1900-1905 yılları arasında belirlenen dönme ekseninin ortalama konumudur.

Kutup gezinmesinden başka yeryuvarının deviniminde üç tür düzensizlik daha vardır. Bunlar, meteorolojik etkilerden kaynaklanan mevsimsel değişimler, gelgit etkilerine bağlı değişimler ve yeryuvarının elastik yapısından kaynaklanan değişimlerdir.

Mevsimsel değişim nedeniyle Greenwich meridyeni (Greenwich gözlem evindeki gözlem teleskobundan geçen meridyen) düzenli bir şekilde dönmez. Bu nedenle düzenli olarak dönen yapay bir başlangıç meridyeni tanımlanır. Bu meridyen Greenwich ortalama astronomik meridyenidir ve konumu BIH tarafından belirlenir.

### 2.1.2. Yermerkezli Koordinat Sistemleri

Bu koordinat sistemleri;

- Yermerkezli global sistemler,
- Elipsoit merkezli global jeodezik sistemler olmak üzere ikiye ayrılırlar.

#### 2.1.2.1. Yermerkezli Global Koordinat Sistemi ve Astronomik Koordinatlar

Yermerkezli global koordinat sistemi ideal jeodezik koordinat sistemidir (şekil 2.1). Sistemin;

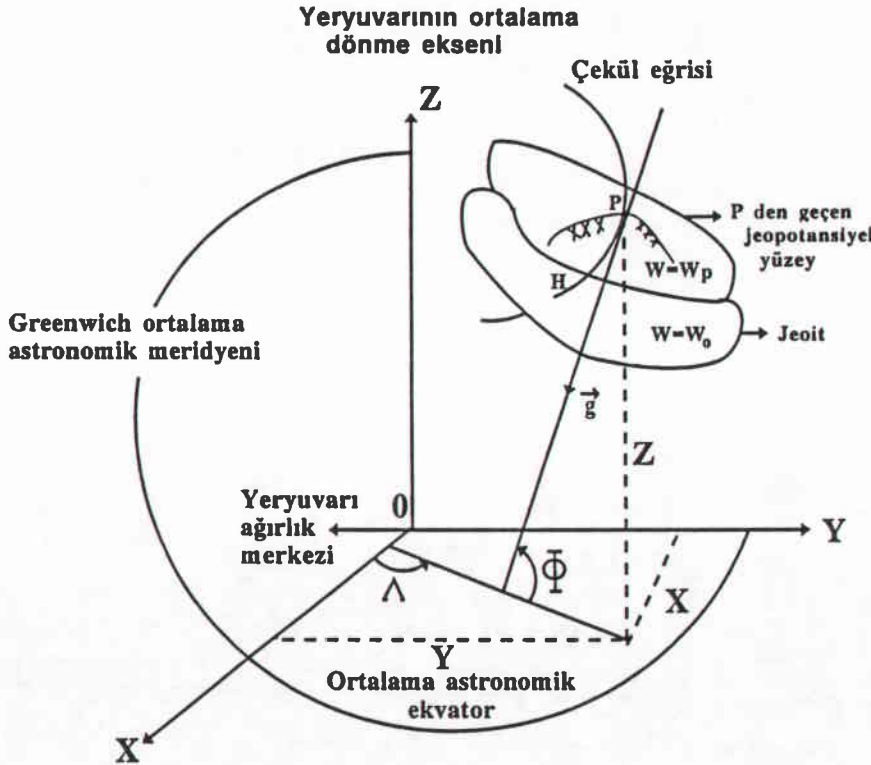
- a) Başlangıç yeryuvarının ağırlık merkezindedir.
- b) Z eksenini yeryuvarının ortalama dönme eksenini (CIO) ile çakışık olup artı yönü kuzey kutbuna yöneliktir. XY düzlemi ortalama astronomik ekvator düzlemi ile çakışır.
- c) X eksenini Greenwich ortalama astronomik meridyen düzlemi ile ortalama ekvator düzleminin ara kesitinde uzanır ve artı yönü  $0^\circ$  astronomik boylamını gösterir.
- d) Y eksenini ise bir sağ el sistemi oluşturacak biçimdedir.

---

\*) 1987 yılı 1 Ocak'tan itibaren Uluslararası Yeryuvarı Dönme Servisi (IERS), BIH ve IPMS'in yerini almıştır. Şu anda BIH'ın faaliyetlerini Uluslararası Ölçü ve Ağırlıklar Bürosu (BIPM) yürütmektedir.

Bu sistem, noktaların uzaydaki konumlarının belirlenmesine ve bir noktanın astronomik  $\Lambda$  boylamı ve  $\Phi$  enleminin tanımlanmasına yarar (şekil 2.1).

Astronomik enlem  $\Phi$ , bir P noktasındaki çekül doğrultusu ile ekvator düzlemi arasındaki açı olup ekvator düzleminde kuzeye doğru artı, güneye doğru eksi olarak belirlenir ( $-\pi/2 \leq \Phi \leq \pi/2$ ). Astronomik boylam  $\Lambda$ , Greenwich meridyen düzlemi ile P noktasından geçen meridyen düzlemi arasındaki açı olup ekvator düzleminde doğuya doğru artı olarak belirlenir ( $0 \leq \Lambda < 2\pi$ ).



Şekil 2.1: Yermerkezli global koordinat sistemi ve astronomik enlem  $\Phi$ , boylam  $\Lambda$ , ortometrik yükseklik H.

Astronomik koordinatlar  $\Phi$ ,  $\Lambda$  sabit yıldızlara ya da güneşe yapılacak yersel ölçülerle belirlenebilir. Yeryüzündeki noktalar arasındaki ortometrik yükseklik farkları ya da potansiyel farkları da nivelman ve gravite ölçüleriyle belirlenebilir.

Bu koordinat sisteminde noktaların konumları X,Y,Z dik koordinatları ile tanımlanabildiği gibi  $\Phi, \Lambda, H$  ya da  $\Phi, \Lambda, W$  doğal koordinatlarıyla da

tanımlanabilmektedir.  $\Phi, \Lambda$  koordinatları gerçek gravite vektörünün ( $\vec{g}$ ), X,Y,Z eksenlerine göre doğrultusunu belirler. H ortometrik yüksekliği ve W jeopotansiyeli gerçek gravite vektörünün g büyüklüğüyle bağlantılıdır. Bu nedenle hem( $\Phi, \Lambda, H$ ) hem de ( $\Phi, \Lambda, W$ ) sistemi doğrudan yeryuvarının gerçek gravite alanına dayanmaktadır ve bu yüzden yerçekimi alanına ait doğal koordinatlar olarak bilinmektedir (Heiskanen-Moritz, 1967; Gürkan, 1979; Gürkan, 1983; Heck, 1987).

X,Y,Z gibi üç boyutlu bir koordinat sisteminde eksenler etrafındaki dönme açıları sırayla  $\alpha, \beta, \gamma$  olmak üzere genel ortogonal dönme matrisleri  $\underline{R}_1(\alpha)$ ,  $\underline{R}_2(\beta)$ ,  $\underline{R}_3(\gamma)$ ,

$$\underline{R}_1(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\underline{R}_2(\beta) = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\underline{R}_3(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

eşitlikleriyle verilmektedir (Mueller, 1969; Wells-Vanicek, 1975; Dragomir et al, 1982; Harvey, 1986; Malys, 1988; Seeber, 1989).

Bu matrisler sağ el sistemi ve dönme ekseninin artı ucundan orijine bakıldığında saat ibresinin tersi yönündeki dönmeler için geçerlidir.

Sol el sisteminden sağ el sistemine dönüşümü sağlayan yansıma matrisleri de X,Y,Z eksenlerine ilişkin olarak sırayla

$$\underline{S}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\underline{S}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\underline{S}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

biçiminde verilmektedir (Seeber, 1989).

### 2.1.2.2. Global Jeodezik (Elipsoidal) Koordinat Sistemi

Yermerkezli global koordinat sistemlerinde hesap yapmak zordur. Bu nedenle hesapların daha kolay yapıldığı elipsoidal sistemler sıkça kullanılmaktadır. Bir noktanın elipsoidal koordinatları, büyüklüğü ve uzaydaki konumu herhangi bir doğa koşuluna bağlı kalmaksızın istenildiği gibi seçilecek bir döne referans elipsoidine göre tanımlanır.

Global jeodezik sistemin,

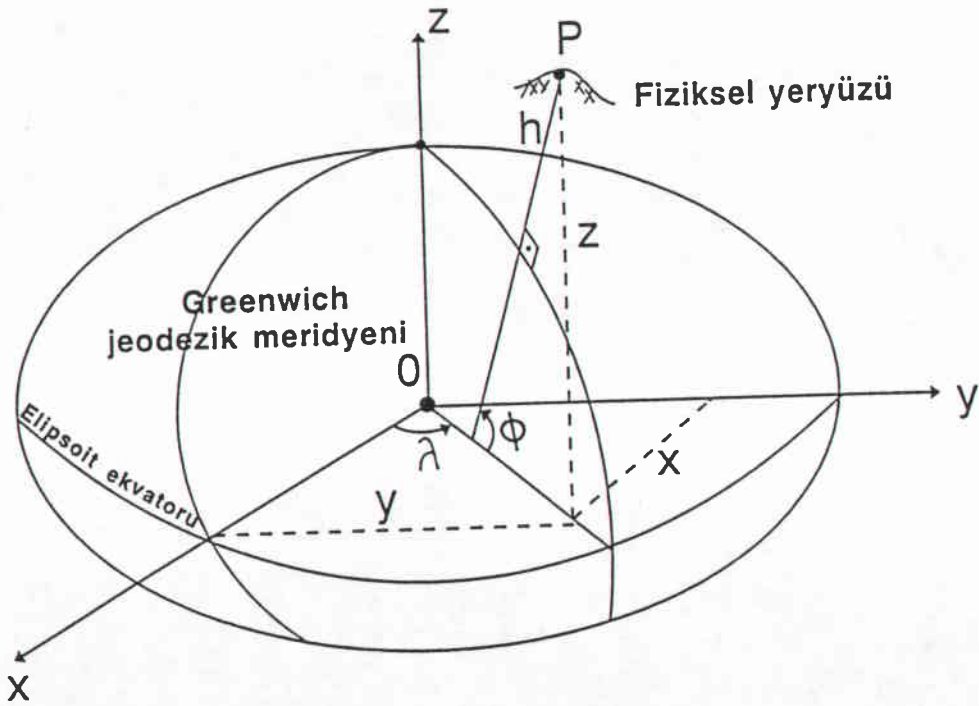
- Başlangıç referans elipsoidinin merkezindedir.
- z eksen elipsoidin küçük eksen ile çakışıktır.
- x eksen Greenwich jeodezik meridyen düzlemi ile ekvator düzleminin arakesitidir ve artı yönü  $0^\circ$  jeodezik boylamı gösterir.
- y eksen ise bir sağ el sistemi oluşturacak biçimdedir (şekil 2.2).

Elipsoidal enlem  $\phi$ , bir P noktasından geçen elipsoid normal ile ekvator düzlemi (xy düzlemi) arasındaki açı olup kuzeye doğru artı, güneye doğru eksi değerdedir ( $-\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2$ ). Elipsoidal boylam  $\lambda$ , x eksen ile elipsoid normalinin xy düzlemine izdüşümü arasındaki açı olup doğuya doğru artı olarak tanımlanır ( $0 \leq \lambda < 2\pi$ ).

Bu koordinat sisteminde herhangi bir P noktasının konumu x,y,z dik koordinatları ile tanımlanabileceği gibi  $\phi, \lambda, U$ ;  $\phi, \lambda, H^N$  ya da  $\phi, \lambda, h$  eğri koordinatlarıyla da tanımlanabilir. Burada h elipsoid yüksekliği,  $H^N$  normal yükseklik, U da P

noktasındaki standart gravite potansiyelidir.  $\phi, \lambda$  koordinatları standart gravite vektörünün ( $\vec{\gamma}$ ),  $x, y, z$  eksenlerine göre doğrultusunu belirler. Elipsoit yüksekliği  $h$ , Helmert izdüşümüne göre; normal yükseklik  $H^N$ , normal izdüşüme göre tanımlanır. Uygulamada eğri koordinat sistemlerinden genellikle  $\phi, \lambda, h$  sistemi tercih edilmektedir.

Standart gravite potansiyeli, elipsoit yüksekliği ve normal yükseklik hakkında ayrıntılı açıklamalar çeşitli kaynaklarda yer almaktadır (Heiskanen-Moritz, 1967; Dragomir et al, 1982; Vanicek-Krakiwsky, 1986; Heck, 1987).



Şekil 2.2 : Global jeodezik (elipsoidal) koordinat sistemi ve jeodezik koordinatlar  $\phi, \lambda, h$ .

Seçilen elipsoidin birinci düşey kesit (meridyene dik doğrultudaki normal kesit) eğrilik yarıçapı  $N$ , basıklığı  $f$ , büyük ve küçük yarıekseneri sırayla  $a, b$  ise bir noktanın  $\phi, \lambda, h$  jeodezik eğri koordinatlarından  $x, y, z$  dik koordinatlarına

$$x = (N+h) \cos\phi \cos\lambda \quad (2.7)$$

$$y = (N+h) \cos\phi \sin\lambda \quad (2.8)$$

$$z = \left(\frac{b^2}{a^2} N+h\right) \sin\phi = [(1-e^2) N+h] \sin\phi \quad (2.9)$$

eşitlikleriyle geçilebilmektedir (Wolf, 1963; Merry-Vanicek, 1974; Rapp, 1976; Moritz, 1978; Dragomir et al, 1982; Arslan, 1987). Bu bağıntılarda geçen  $f$ ,  $N$  ve  $e^2$  için

$$f = \frac{a - b}{a} \quad (2.10)$$

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2}} = \frac{a}{(1 - f(2 - f) \sin^2 \phi)^{1/2}} = \frac{a^2}{(a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi)^{1/2}} \quad (2.11)$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 2f - f^2 \quad (\text{birinci dışmerkezlik}) \quad (2.12)$$

eşitlikleri geçerlidir.

$x, y, z$  jeodezik dik koordinatlarından  $\phi, \lambda, h$  eğri koordinatlara dönüşüm birkaç yolla gerçekleştirilebilir:

**(a) İterasyona dayanan yöntem:**

Elipsoidal boylam (2.7) ve (2.8) eşitliklerinden yararlanarak

$$\text{tg } \lambda = \frac{y}{x} \quad (2.13a)$$

ile doğrudan bulunur. Elipsoidal enlem  $\phi$  ve elipsoit yüksekliği  $h$  için

$$p = (x^2 + y^2)^{1/2} = (N+h) \cos \phi = N \cos \phi + h \cos \phi \quad (2.13b)$$

gösterimi ile

$$h = \frac{p}{\cos \phi} - N \quad (2.13c)$$

bulunur. (2.9) eşitliği

$$z = [(1 - e^2) N + h] \sin \phi = (N - e^2 N + h) \sin \phi$$

biçiminde yeniden yazılabilir. Bu son eşitliğin yukarıdaki  $p$  ifadesine bölünmesiyle



$$\frac{z}{p} = \left(1 - e^2 \frac{N}{N+h}\right) \operatorname{tg}\phi$$

elde edilir ve buradan

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{z}{p} \left(1 - e^2 \frac{N}{N+h}\right)^{-1} = \frac{z}{p} \left(\frac{N+h}{N+h-e^2N}\right) \quad (2.13d)$$

bulunur (Heiskanen-Moritz, 1967; Heck, 1987; Seeber, 1989; Hofmann Wellenhof et al, 1992).

x,y,z dolayısıyla p verilirse (2.13c,d) eşitliklerinden h ve  $\phi$  iteratif olarak çözülebilir. İterasyonda ilk adım için (2.13d) de  $h = 0$  konarak

$$\operatorname{tg}\phi_1 = \frac{z}{p} \left(\frac{1}{1-e^2}\right) = \frac{z}{p} (1-e^2)^{-1}$$

eşitliğinden  $\phi_1$  bulunur.  $\phi_1$  değeri (2.11) de kullanılarak  $N_1$  yaklaşık değeri ve bu  $N_1$  değeri (2.13c) de işleme alınarak  $h_1$  hesaplanır. İkinci adım için (2.13d) de  $h = h_1$  alınır ve  $\phi_2$  bulunur.  $\phi_2$  ile N ve h için daha iyi yaklaşık değerler hesaplanır. İterasyon N ve h büyüklüklerindeki değişimler kabul edilebilir sınırlar içinde kalıncaya dek sürdürülür. Bunun için  $(h_i - h_{i-1}) < a\epsilon$  ve  $(\phi_i - \phi_{i-1}) < \epsilon$  ( $\epsilon = 10^{-10}$ ) sınırları verilmektedir (Krakiwsky-Wells, 1971; Vanicek-Krakiwsky, 1986; Heck, 1987).

Jeodezik enlemin bulunması sırasında iterasyonu hızlandırmak ve sonuca çabuk ulaşmak amacıyla

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{z + \epsilon^2 b \sin^3\beta}{p - e^2 a \cos^3\beta} \quad (2.14)$$

eşitliği de verilmektedir (Arslan, 1987). Burada;

a,b: Elipsoidin yarıksenleri

$e^2$ : (2.12) bağıntısıyla verilen birinci dışmerkezlik

$$\epsilon^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad (\text{ikinci dışmerkezlik}) \quad (2.15)$$



$\beta'$  : indirgenmiş enlem

p: (2.13b) formülüyle verilen değerdir.

Jeodezik enlem, merkezsel (jeosentrik) enlem ve indirgenmiş enlem şekil 2.3 de görülmektedir.

**Jeodezik (elipsoidal) enlem  $\phi$**  : P noktasındaki elipsoit normalini ile ekvator düzlemi arasındaki açıdır.

**Merkezsel (jeosentrik) enlem  $\Psi'$** : P noktasını elipsoidin merkezine birleştiren doğru ile ekvator düzlemi arasındaki açıdır.

**İndirgenmiş enlem  $\beta'$** : P noktasının a yarıçaplı daire üzerindeki izdüşümü Q ve b yarıçaplı daire üzerindeki izdüşümü olan R noktalarını elipsoidin merkezi ile birleştiren doğrunun ekvator düzlemi ile yaptığı açıdır.

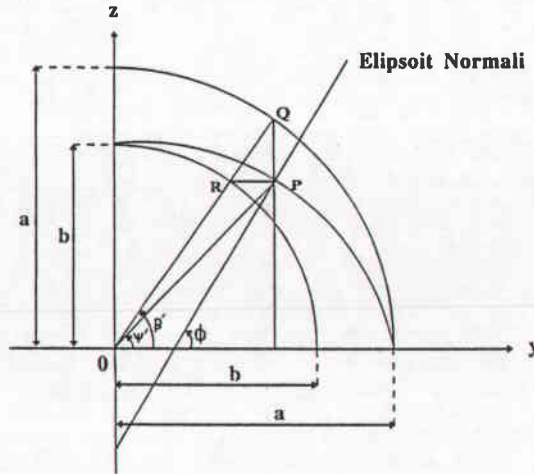
Bu enlemler arasında,

$$\text{tg } \phi = \frac{a}{b} \text{tg } \beta' \quad (2.16)$$

$$\text{tg } \beta' = \frac{a}{b} \text{tg } \Psi' \quad (2.17)$$

$$\text{tg } \phi = \frac{a^2}{b^2} \text{tg } \Psi' \quad (2.18)$$

ilişkileri vardır. Bu bağlantılarla enlemler arasında geçişler olanaklıdır.



Şekil 2.3: Çeşitli enlemler (P gerçek nokta, Q,R izdüşüm noktalarıdır)

**(b) Kapalı formüllerle doğrudan geçiş:**

$x, y, z$  den  $\phi, \lambda, h$  ya iterasyona gerek olmadan aşağıdaki formüllerle doğrudan geçiş olanaklıdır.

$$\text{tg } \lambda = \frac{y}{x} \quad (2.13a) = (2.19)$$

$$\text{tg } \phi = \frac{z(1-f) + e^2 a \sin^3 \mu}{(1-f)(p - e^2 a \cos^3 \mu)} \quad (2.20)$$

$$h = p \cos \phi + z \sin \phi - a(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2} \quad (2.21)$$

Burada;

$a$  : Elipsoidin büyük yarıkseni,

$f$  : (2.10) ile verilen elipsoit basıklığı,

$e^2$  : (2.12) ile verilen birinci dışmerkezlik,

$p = (x^2 + y^2)^{1/2}$  (2.13b) ile verilen değerdir.

$$r = (p^2 + z^2)^{1/2} \quad (2.22)$$

olmak üzere

$$\text{tg } \mu = \frac{z}{p} \left[ (1-f) + \frac{e^2 a}{r} \right] \quad (2.23)$$

bağıntısı geçerlidir.

İterasyon gerektirmeyen bu formüller tüm pratik uygulamalar için önerilmektedir (Soler-Hothem, 1988; Soler-Hothem, 1989; Hofmann Wellenhof et al, 1992). İterasyonu gerektirmeyen bir başka yöntem de Hekimoğlu (1993)'de verilmektedir.

**2.1.3. Toposentrik (Gözlem Noktası Merkezli) Koordinat Sistemleri**

Yeryüzünde gözlem yapılan her nokta için ayrı bir toposentrik sistem tanımlanır. Bu sistemin başlıca özelliği, durulan noktanın sistemin başlangıç (orijin) noktası

olmasıdır. İki çeşit toposentrik koordinat sistemi tanımlanabilir. Bunlar yerel astronomik ve yerel jeodezik sistemlerdir.

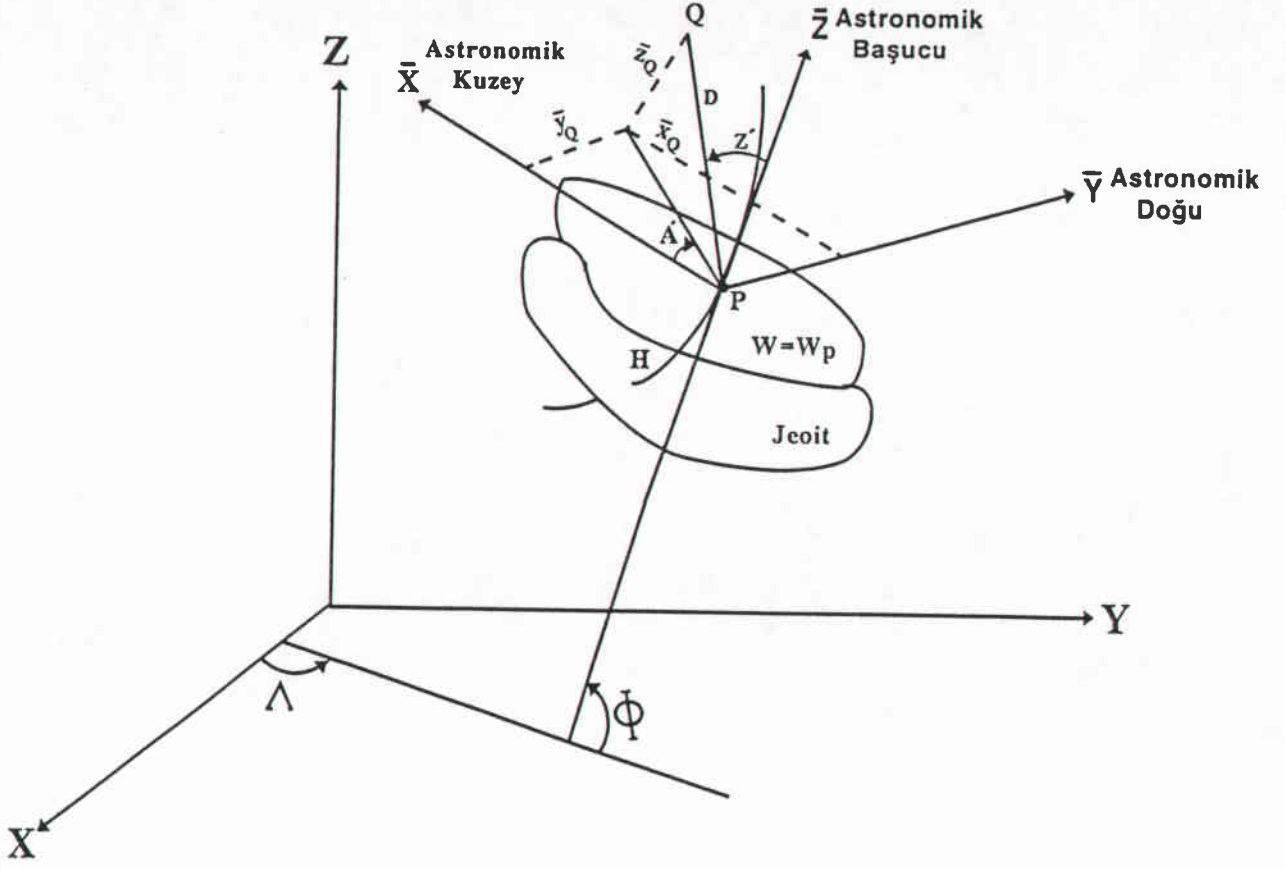
### 2.1.3.1. Yerel Astronomik Koordinat Sistemi

Yermerkezli global koordinat sistemi yanında toposentrik yerel astronomik koordinat sistemi önemli bir yer tutar. Sistem aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

- a) Başlangıcı yeryüzünde bulunan gözlem noktasıdır.
- b)  $\bar{Z}$  eksenini gözlem noktasından geçen jeopotansiyel yüzeyin bu noktadaki normali ya da gerçek gravite vektörünün doğrultusu ile çakışır ve artı yönü astronomik başucuna yöneliktir.
- c)  $\bar{X}$  eksenini gözlem noktasından geçen jeopotansiyel yüzeye teğet düzlem içindedir. Aynı zamanda yerel astronomik meridyen düzleminin de içinde uzanır ve artı yönü astronomik kuzeye yöneliktir.
- d)  $\bar{Y}$  eksenini de bir sol el sistemi oluşturacak şekilde artı yönü astronomik doğuyu gösterir.

Yeryüzünde yapılan bütün ölçmeler bu sisteme dayanır. Bir P noktasına kurulan hemen hemen tüm jeodezik aletler  $\bar{Z}$  eksenine göre (başka bir deyişle P noktasındaki çekül doğrultusuna göre) düzeçlenir ve aletin asal eksenini  $\bar{Z}$  eksenini ile çakıştırılır.  $\bar{X}$  ekseninin doğrultusu astronomik gözlemlerle belirlenebilir. P noktasında durup bir Q noktasına bakıldığı düşünülürse Q noktasının bağıl konumu, P noktasında oluşturulan yerel astronomik sistemde dik koordinatlarla ya da uzay kutupsal koordinatlar; uzay (eğik) uzunluk (D), astronomik azimut (A') ve başucu açısı (Z') ile tanımlanır. Başucu açısı Z', P noktasındaki başucu doğrultusu ile P ve Q yu birleştiren doğrultu arasındaki açıdır ( $0 \leq Z' \leq \pi$ ). Astronomik azimut A', P noktasının astronomik meridyen düzlemi ile başucu doğrultusu ve PQ doğrusunun belirlediği düşey düzlem arasındaki açıdır. A', yatay düzlemde ölçülür ve kuzeyden doğuya doğru artı olarak belirlenir ( $0 \leq A' < 2\pi$ ).

Yermerkezli global koordinat sistemi ile yerel astronomik sistem şekil 2.4 de görülmektedir.



Şekil 2.4: Yermerkezli global koordinat sistemi ile yerel astronomik koordinat sistemi ve uzay kutupsal koordinatlar  $A'$ ,  $Z'$ ,  $D$ .

$A'$ ,  $Z'$ ,  $D$  kutupsal koordinatları ile  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$ ,  $\bar{Z}$  yerel astronomik dik koordinatları arasında

$$\begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}_Q = D \begin{bmatrix} \cos A' \sin Z' \\ \sin A' \sin Z' \\ \cos Z' \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

bağıntısı geçerlidir (Krakiwsky-Wells, 1971; Vanicek-Wells, 1974; Gürkan, 1979). Ters dönüşüm ise

$$A' = \arctg \frac{\bar{Y}}{\bar{X}} \quad (2.25)$$

$$Z' = \arccos \frac{\bar{Z}}{D} \quad (2.26)$$

$$D = \left( \bar{X}^2 + \bar{Y}^2 + \bar{Z}^2 \right)^{1/2} \quad (2.27)$$

bağıntılar ile gerçekleştirilir (Ünal, 1981).

### 2.1.3.2. Yerel Jeodezik Koordinat Sistemi

Bu sistem yerel astronomik sisteme benzer biçimde tanımlanır. Sistemin,

a) Başlangıcı, gözlem istasyonundan geçen elipsoit normali üstündedir. İlke olarak, başlangıç noktasının elipsoit normali boyunca herhangi bir yerde olabileceğine dikkat etmek gerekir. Pratikte başlangıç noktası olarak, gözlem yapılan nokta ya da bu noktadan geçen elipsoit normalinin elipsoidi deldiği noktanın seçilmesi anlamlıdır.

b)  $\bar{z}$  eksenini elipsoit normali ile çakışır ve artı yönü jeodezik başucuna (elipsoidin dış normalini) yöneliktir.

c)  $\bar{x}$  eksenini başlangıç noktasında elipsoit normaline dik olan düzlem (P den geçen sferopotansiyel yüzeye teğet düzlem) ile jeodezik meridyen düzleminin arakesitidir ve artı yönü jeodezik kuzeye yöneliktir.

d)  $\bar{y}$  eksenini ise bir sol el sistemi oluşturacak biçimde artı yönü jeodezik doğuyu gösterir.

P noktasında durup bir Q noktasına bakıldığı varsayılırsa Q noktasının konumu, P noktasında oluşturulan yerel jeodezik koordinat sisteminde dik koordinatlarla tanımlanabileceği gibi uzay kutupsal koordinatlar; uzay (eğik) uzunluk ( $l'$ ), jeodezik (elipsoidal) azimut ( $\alpha'$ ) ve elipsoidal başucu açısı ( $\bar{\beta}$ ) ile de tanımlanabilir. Elipsoidal başucu açısı  $\bar{\beta}$ , P deki elipsoit normali (başucu doğrultusu) ile P ve Q yu birleştiren doğrultu arasındaki açıdır ( $0 \leq \bar{\beta} \leq 2\pi$ ). Elipsoidal azimut  $\alpha'$ , P nin jeodezik meridyen düzlemi ile P deki jeodezik başucu doğrultusu ve PQ doğrusunun belirlediği normal kesit düzlemi arasındaki açı olarak tanımlanır.  $\alpha'$  azimutu  $\bar{x}$   $\bar{y}$  düzleminde ölçülür ve jeodezik kuzeyden jeodezik doğuya doğru artı olarak belirlenir ( $0 \leq \alpha' < 2\pi$ ).

$\alpha', \bar{\beta}, l'$  kutupsal koordinatları ile  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  yerel jeodezik dik koordinatları arasında

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} = l' \begin{bmatrix} \cos\alpha' \sin\bar{\beta} \\ \sin\alpha' \sin\bar{\beta} \\ \cos\bar{\beta} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

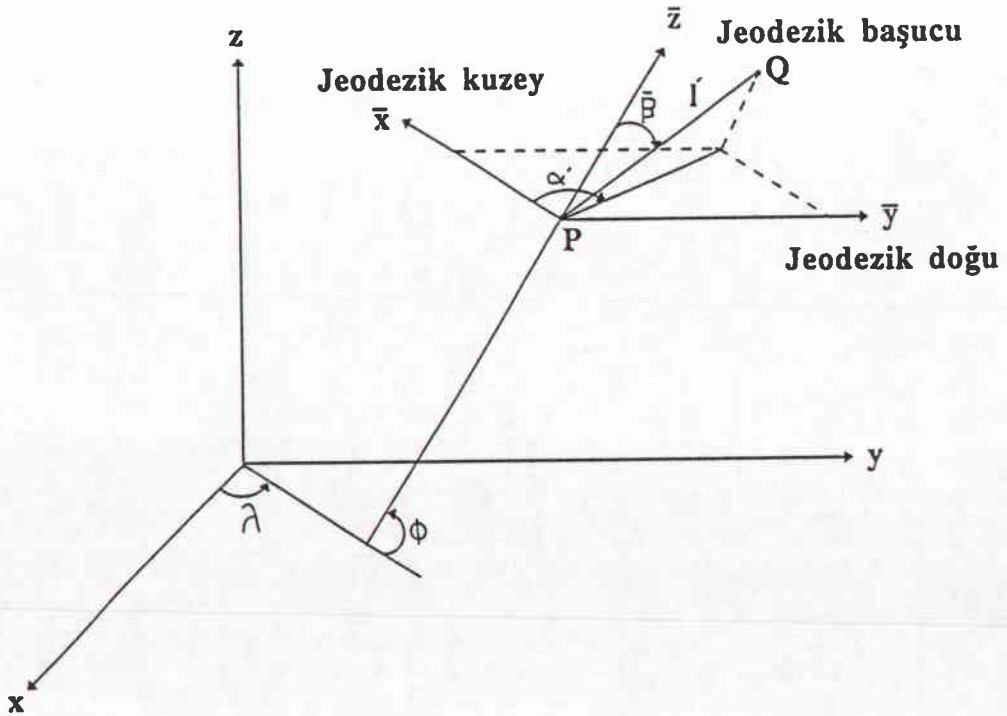
bağıntısı yazılabilir (Gürkan, 1977). Şekil 2.5 de global jeodezik ve yerel jeodezik koordinat sistemleri birlikte görülmektedir. (2.25)-(2.27) bağıntılarına karşılık burada

$$\alpha' = \arctg \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \quad (2.29)$$

$$\bar{\beta} = \arccos \frac{\bar{z}}{l'} \quad (2.30)$$

$$l' = (\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2)^{1/2} \quad (2.31)$$

eşitlikleri geçerli olur.



Şekil 2.5: Global jeodezik koordinat sistemi ile yerel jeodezik koordinat sistemi ve uzay kutupsal koordinatlar  $\alpha', \bar{\beta}, l'$ .

## 2.2. Yersel Koordinat Sistemleri Arasındaki Bağlıntılar

### 2.2.1. Yermerkezli Global Koordinat Sistemi ile Yerel Astronomik Koordinat Sistemi Arasında Dönüşüm

İki koordinat sistemi arasındaki dönüşüm eşitliğini elde etmek için X,Y,Z sistemi sırayla Z eksenini çevresinde saat ibresinin tersi yönünde  $\Lambda$  kadar döndürüldükten sonra yeni Y eksenini çevresinde de  $\pi/2 - \Phi$  kadar döndürülerek eksenlerin paralelliği sağlanır. Ayrıca  $\underline{S}_1$  matrisi ile X eksenini  $\bar{X}$  yönüne getirilir. Buna göre P ve Q noktalarının yermerkezli global koordinat sistemindeki koordinat farklarından ( $\Delta \underline{X} = \underline{X}_Q - \underline{X}_P$ ) yararlanarak

$$\begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}_Q = \underline{S}_1 \underline{R}_2 \left( \frac{\pi}{2} - \Phi_p \right) \underline{R}_3 (\Lambda_p) \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

olur. Buradan (2.24) eşitliği ile yerel astronomik sistemdeki dik koordinatları bulunan Q noktasının yermerkezli global sistemdeki koordinatları

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_Q = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_P + \underline{R}_3^T (\Lambda_p) \underline{R}_2^T \left( \frac{\pi}{2} - \Phi_p \right) \underline{S}_1 \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}_Q \quad (2.33)$$

çıkar. Burada  $\underline{R}_3$ , (2.3) ile verilen dönme matrisi ve  $\underline{S}_1$ , (2.4) ile verilen yansıma matrisidir.  $\underline{R}_2$  dönme matrisi de

$$\underline{R}_2 = \begin{bmatrix} \cos \left( \frac{\pi}{2} - \Phi_p \right) & 0 & -\sin \left( \frac{\pi}{2} - \Phi_p \right) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \left( \frac{\pi}{2} - \Phi_p \right) & 0 & \cos \left( \frac{\pi}{2} - \Phi_p \right) \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_2 = \begin{bmatrix} \sin \Phi_p & 0 & -\cos \Phi_p \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos \Phi_p & 0 & \sin \Phi_p \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

biçimindedir. Buradan



$$\mathbb{R}_3^T(\Lambda_p) \mathbb{R}_2^T\left(\frac{\pi}{2} - \Phi_p\right) \underline{S}_1 = \begin{bmatrix} -\sin \Phi_p \cos \Lambda_p & -\sin \Lambda_p & \cos \Phi_p \cos \Lambda_p \\ -\sin \Phi_p \sin \Lambda_p & \cos \Lambda_p & \cos \Phi_p \sin \Lambda_p \\ \cos \Phi_p & 0 & \sin \Phi_p \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

elde edilir. Buna göre

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_Q = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_P + \begin{bmatrix} -\sin \Phi_p \cos \Lambda_p & -\sin \Lambda_p & \cos \Phi_p \cos \Lambda_p \\ -\sin \Phi_p \sin \Lambda_p & \cos \Lambda_p & \cos \Phi_p \sin \Lambda_p \\ \cos \Phi_p & 0 & \sin \Phi_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}_Q \quad (2.36)$$

bağıntısı ile dönüşüm gerçekleştirilmiş olur. (2.36) dan yararlanarak (2.32) eşitliği yeniden düzenlenirse

$$\begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}_Q = \begin{bmatrix} -\sin \Phi_p \cos \Lambda_p & -\sin \Phi_p \sin \Lambda_p & \cos \Phi_p \\ -\sin \Lambda_p & \cos \Lambda_p & 0 \\ \cos \Phi_p \cos \Lambda_p & \cos \Phi_p \sin \Lambda_p & \sin \Phi_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

elde edilir (Heck, 1987). Yerel astronomik sistemdeki kutupsal koordinatlara

$$\Delta X = X_Q - X_P, \quad \Delta Y = Y_Q - Y_P, \quad \Delta Z = Z_Q - Z_P \quad \text{olmak üzere}$$

$$D = (\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2)^{1/2} \quad (2.38a)$$

$$A' = \arctg \frac{-\Delta X \sin \Lambda_p + \Delta Y \cos \Lambda_p}{-\sin \Phi_p (\Delta X \cos \Lambda_p + \Delta Y \sin \Lambda_p) + \Delta Z \cos \Phi_p} \quad (2.38b)$$

$$Z' = \arccos \frac{\cos \Phi_p (\Delta X \cos \Lambda_p + \Delta Y \sin \Lambda_p) + \Delta Z \sin \Phi_p}{D} \quad (2.38c)$$

eşitlikleriyle geçilir (Vincenty-Schwarz, 1989). (2.36) ve (2.38) bağıntıları yersel ölçülere dayanan üç boyutlu jeodezinin temelini oluşturur (Heck, 1987).



### 2.2.2. Global ve Yerel Jeodezik Koordinat Sistemleri Arasında Dönüşüm

(2.28) bağıntısıyla yerel jeodezik koordinat sisteminde dik koordinatları bulunan Q noktasının global jeodezik sistemdeki koordinatları (2.33) bağıntısına uygun olarak

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_Q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_P + \mathbf{R}_3^T(\lambda_p) \mathbf{R}_2^T\left(\frac{\pi}{2} - \phi_p\right) \mathbf{S}_1 \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix}_Q \quad (2.39)$$

elde edilir. Burada  $\phi_p$ ,  $\lambda_p$  P noktasının jeodezik enlem ve boylamıdır. Bağıntı sadeleştirilirse

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_Q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_P + \begin{bmatrix} -\sin\phi_p \cos\lambda_p & -\sin\lambda_p & \cos\phi_p \cos\lambda_p \\ -\sin\phi_p \sin\lambda_p & \cos\lambda_p & \cos\phi_p \sin\lambda_p \\ \cos\phi_p & 0 & \sin\phi_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix}_Q \quad (2.40)$$

olur ve dönme matrisinin inversi ile de ters dönüşüm (2.37) ye benzer olarak

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix}_Q = \begin{bmatrix} -\sin\phi_p \cos\lambda_p & -\sin\phi_p \sin\lambda_p & \cos\phi_p \\ -\sin\lambda_p & \cos\lambda_p & 0 \\ \cos\phi_p \cos\lambda_p & \cos\phi_p \sin\lambda_p & \sin\phi_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

biçiminde elde edilir (Heck, 1987).

### 2.2.3. Yerel Astronomik ve Yerel Jeodezik Koordinat Sistemleri Arasındaki İlişki

Yerel astronomik ve yerel jeodezik sistemler arasındaki temel fark  $\bar{Z}$  ve  $\bar{z}$  eksenlerinin sırayla birincisinde gözlem istasyonundan geçen jeopotansiyel yüzeyin bu noktadan geçen normali ve ikincisinde elipsoit normali ile çakışmasıdır. İki sistem arasındaki ilişki çekül sapması bileşenleri ( $\xi, \eta$ ) ve astronomik azimut ( $A'$ ) ile jeodezik azimut ( $\alpha'$ ) arasındaki fark ( $\Psi$ ) yardımıyla kurulur.

$$\xi = \Phi - \phi \quad (\text{çekül sapması kuzey-güney bileşeni})$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos \phi \quad (\text{çekül sapması doğu-batı bileşeni}) \quad (2.42)$$

$$\Psi = A' - \alpha' = (\Lambda - \lambda) \sin \phi = \eta \operatorname{tg} \phi$$

biçiminde tanımlanmaktadır (Vanicek-Krakiwsky, 1986; Heck, 1987). Buna göre yerel jeodezik sistemden yerel astronomik sisteme dönüşüm

$$\begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} = \mathfrak{S}_2 \mathfrak{R}_3(\Psi) \mathfrak{R}_2(\xi) \mathfrak{R}_1(\eta) \mathfrak{S}_2 \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

bağıntısıyla verilmektedir (Heck, 1987). Buradaki  $\mathfrak{R}_3 \mathfrak{R}_2 \mathfrak{R}_1$  çarpımı (2.52) ve (2.53) de açık olarak verilmektedir. Kısaca

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_3(\Psi) \mathfrak{R}_2(\xi) \mathfrak{R}_1(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & \Psi & -\xi \\ -\Psi & 1 & \eta \\ \xi & -\eta & 1 \end{bmatrix} \quad (2.44a)$$

biçiminde olup

$$\mathfrak{S}_2 \mathfrak{R} \mathfrak{S}_2 = \begin{bmatrix} 1 & -\Psi & -\xi \\ \Psi & 1 & -\eta \\ \xi & \eta & 1 \end{bmatrix} \quad (2.44b)$$

elde edilir.

Bu matris (2.43) de yerine konursa yerel astronomik koordinatlar

$$\begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\Psi & -\xi \\ \Psi & 1 & -\eta \\ \xi & \eta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

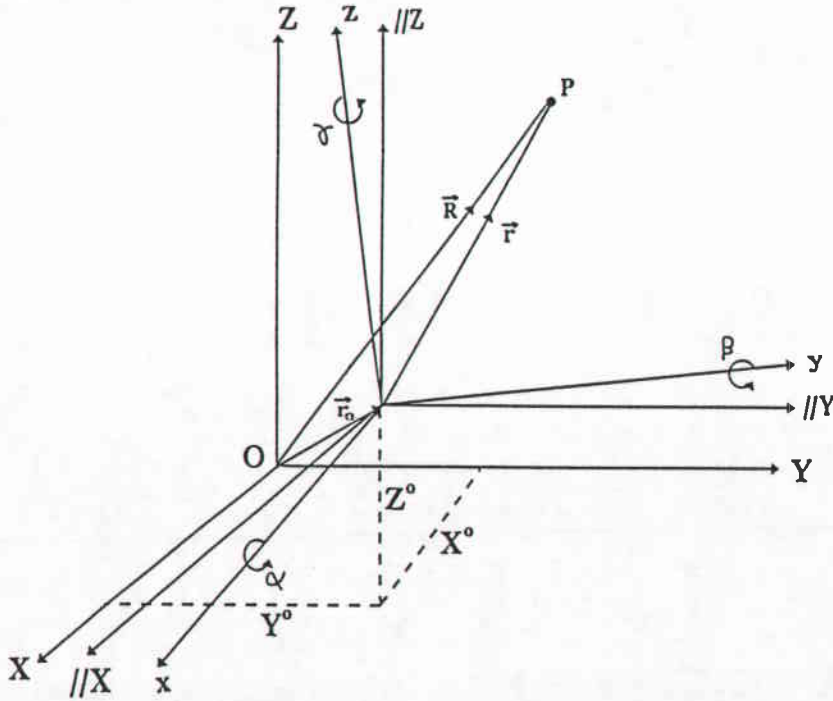
elde edilir. Ters dönüşüm ise (2.43) genel bağıntısındaki matrislerin ortogonalite özelliğinden yararlanarak

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Psi & \xi \\ -\Psi & 1 & \eta \\ -\xi & -\eta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

bağıntısıyla gerçekleştirilir.

#### 2.2.4. Yermerkezli Global Sistem ile Global Jeodezik Sistem Arasında Dönüşüm

Yermerkezli global koordinat sistemi ve global jeodezik sistem üç boyutlu koordinat sistemleridir. Başlangıç noktaları ve eksen doğrultuları farklıdır. Bundan dolayı iki sistem arasındaki ilişki 6 parametre ile tanımlanır. Bunlar, başlangıç noktası için 3 öteleme ve eksenler için 3 dönüklüktür (şekil 2.6).



Şekil 2.6: Yermerkezli global ve global jeodezik sistem arasındaki ilişki.

Şekil 2.6 da P noktasının her iki sistemdeki konum vektörü  $\vec{R}$  ve  $\vec{r}$  ile gösterilmiştir. Burada  $\vec{R}$  vektörü P noktasının X,Y,Z sistemindeki konumunu

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

ve  $\vec{r}$  vektörü de  $x,y,z$  sistemindeki konumunu

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

göstermektedir.  $\vec{r}_0$  vektörü ise  $x,y,z$  sisteminin başlangıcının  $X,Y,Z$  sisteminin başlangıcına göre kayıklığını göstermekte olup

$$\vec{r}_0 = \begin{bmatrix} X^0 \\ Y^0 \\ Z^0 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

biçimindedir.  $x,y,z$  sistemini  $X,Y,Z$  sistemine paralel kılmak için eksenlerini sırayla dönme açıları  $(\alpha,\beta,\gamma)$  kadar döndürmek gerekir. Buna göre

$$\vec{R} = \vec{r}_0 + \vec{r} \quad (2.50)$$

eşitliğinde dönme matrislerinin dikkate alınması ile

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^0 \\ Y^0 \\ Z^0 \end{bmatrix} + \underline{R}_3(\gamma) \underline{R}_2(\beta) \underline{R}_1(\alpha) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

elde edilir (Merry-Vanicek, 1974). (2.1)-(2.3) eşitlikleri dikkate alınarak  $\underline{R}_3 \underline{R}_2 \underline{R}_1$  çarpımı oluşturulursa;

$$\underline{R} = \underline{R}_3(\gamma) \underline{R}_2(\beta) \underline{R}_1(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\beta \cos\gamma & \cos\alpha \sin\gamma + \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma \\ -\cos\beta \sin\gamma & \cos\alpha \cos\gamma - \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \\ \sin\beta & -\sin\alpha \cos\beta \\ \sin\alpha \sin\gamma - \cos\alpha \sin\beta \cos\gamma \\ \sin\alpha \cos\gamma + \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma \\ \cos\alpha \cos\beta \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

elde edilir (Verkuijl, 1985). Dönüklük açılarının çok küçük oldukları varsayılırsa  $\cos\alpha \cong 1$  ve  $\sin\alpha \cong \alpha$  alınabilir. Yüksek dereceden çarpımların ( $\alpha\beta = \alpha\beta\gamma = \alpha\gamma = \beta\gamma = 0$ ) gözardı edilmesiyle  $\underline{R}$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

biçimini alır. Bu durumda (2.51),

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^0 \\ Y^0 \\ Z^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

olur (Heck, 1987). Eğer sistemlerin eksenleri birbirine paralelse (2.53) deki  $\underline{R}$  matrisi birim matrise dönüşür.

(2.54) bağıntısı sadece yermerkezli global sistem ile global jeodezik sistem arasındaki dönüşüm için değil, herhangi iki dik koordinat sisteminin dönüşümü için de geçerlidir. Burada sistemler arasındaki ölçek farklılığı dikkate alınmamıştır. Ölçek faktörü de dikkate alınırsa parametre sayısı 7 ye çıkar (Mainville et al, 1992). Genel olarak dönüşüm parametreleri bilinmez ve her iki sistemde belli olan eşlenik noktalar yardımıyla hesaplanırlar. Bu konuya bölüm 3. de tekrar dönülecektir.

Burada yermerkezli global sisteme uygun olarak tanımlanan dünya jeodezik sistemlerinden WGS 84 adıyla bilinen sistemden kısaca söz etmekte yarar görülmektedir.

### 2.3. WGS 84 Koordinat Sistemi

Dünya Jeodezik Sistemi WGS 84, Amerika Savunma Harita Dairesi (DMA) tarafından 1960 yılından beri geliştirilen dünya jeodezik sistemlerinin sonuncusudur. Bu sistemler WGS 60, WGS 66 ve WGS 72 olarak adlandırılmıştır. WGS 84, bu zaman diliminde elde edilen bilgiler ve yeni geliştirilen yöntemlerle sağlanan veriler (örneğin, uydu radar altimetresi) de kullanılarak geliştirilmiş olup WGS 72 sisteminin yerini almıştır (DMA technical report, part I, 1987). WGS 84 koordinat sistemi yermerkezli (ECEF) elipsoidal bir dik koordinat sistemidir.

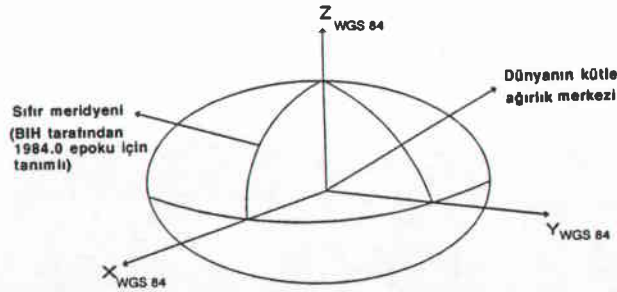
WGS 84 sisteminin,

a) **Başlangıcı:** Yeryuvarı kütesinin ağırlık merkezi olup aynı zamanda WGS 84 elipsoidinin geometrik merkezidir.

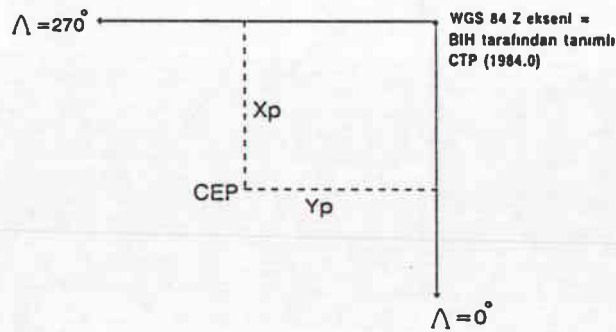
b) **Z eksen:** BIH istasyonlarına dayalı olarak kutup gezinmesi için BIH tarafından tanımlanan konvensiyonel yersel kutup (CTP) doğrultusuna paraleldir. Aynı zamanda WGS 84 elipsoidinin dönme eksenidir.

c) **X eksen:** WGS 84 referans meridyen düzlemi ile CTP ekvator düzleminin arakesitidir. Referans meridyeni, BIH gözlem istasyonlarının koordinatları yardımıyla BIH tarafından tanımlanan sıfır meridyenine paraleldir. X eksen, WGS 84 elipsoidinin de X eksenidir.

d) **Y eksen:** Bu eksen, koordinat sistemini bir sağ el sistemi olarak tamamlar. Eksen, CTP ekvator düzleminde X ekseninden itibaren doğuya doğru  $90^\circ$  açı oluşturur ve aynı zamanda WGS 84 elipsoidinin de Y eksenidir (Amt für Militärisches Geowesen, 1988; White et al, 1989).



Şekil 2.7: WGS 84 referans sistemi



$X_p, Y_p$ : Kutup gezinmesi parametreleri;  $\Lambda$ : Astronomik boylam; CEP: Gök efemeris kutbu

Şekil 2.8: WGS 84 sistemi ile gök efemeris kutbu arasındaki ilişki

## 2.4. WGS 84 Elipsoidi

Jeodezik uygulamalarda normal olarak üç farklı yüzey ya da yeryuvarı biçimi kullanılır. Bunlar, fiziksel yeryüzü, eşpotansiyelli jeoit yüzeyi ve geometrik ya da matematiksel referans yüzeyi olan elipsoit yüzeyidir. WGS 84 elipsoidinin ve ilgili parametrelerinin belirlenmesinde WGS 84 geliştirme komitesi, IUGG'nin GRS 80 sistemini oluşturup kabul etmesiyle DMA'nın rehberliğini de gözeterek IUGG'nin yaklaşımına ve görüşlerine bağlı kalma kararı almıştır. Böylece WGS 84 elipsoidi için şekil olarak yermerkezli bir dönele elipsoit alınmıştır. WGS 84 elipsoidini tanımlamak için seçilmiş parametreler büyük yarıksen (a), yerçekimi sabitesi (GM), yerçekiminin normalleştirilmiş ikinci dereceden kuşak katsayısı ( $\bar{C}_{2,0}$ ) ve yeryuvarının açısız hızı (w) dır. Bu parametreler GRS 80 elipsoidinin parametrelerinden çok az sapar. İkinci dereceden kuşak için kullanılan katsayı formu GRS 80 de kullanılan  $J_2$  gösteriminden çok WGS 84 yeryuvarı gravite modelinin formudur.

Elipsoidi tanımlayıcı parametreler aşağıda özetlenmektedir.

### Büyük yarıksen (a):

Büyük yarıksen, WGS 84 elipsoidinin tanımlayıcı parametrelerinden biri olarak seçilmiş olup değeri ve standart sapması;

$$a = (6378137 \pm 2) \text{ m} \quad (2.55)$$

dir.

WGS 72 için kabul edilen 6378135 m değerinden 2 m daha büyük olan bu değer, GRS 80 elipsoidi için kabul edilen değere eşittir. GRS 80 ve dolayısıyla WGS 84'ün a değeri, 1976-1979 periyodunda yapılan laser, doppler, radar altimetresi, laser+radar altimetresi ve doppler+radar altimetresi gibi veri teknikleri kullanılarak belirlenmiştir.

### Yerçekimi sabitesi (GM):

WGS 84 elipsoidinin 4 parametresinden biri olarak kabul edilen yerçekimi sabitesi ve standart sapması

$$GM = (3986005 \pm 0.6) \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \quad (2.56)$$

dir. Bu değer atmosferin kütesini de içermekte ve değişik türden uzay gözlemlerine dayanmaktadır. Bu gözlem türleri ve bunlardan elde edilen GM değerleri:



Uzay aracı radyo izlemeleri	$(3986005.0 \pm 0.5) \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
Aya yapılan laser veri analizleri	$(3986004.6 \pm 0.3) \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
Uydu laser uzaklık ölçümleri	$(3986004.4 \pm 0.2) \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$

Bu sonuçlardan GM için (2.56) ile verilen ortalama değer elde edilir.

**Yeryuvarı potansiyelinin normalleştirilmiş 2 nci dereceden kuşak katsayısı ( $\bar{C}_{2,0}$ ):**

WGS 84 elipsoidini tanımlayıcı diğer parametre yeryuvarı potansiyelinin normalleştirilmiş 2 nci dereceden kuşak katsayısı ( $\bar{C}_{2,0}$ ) olup değeri ve standart sapması

$$(\bar{C}_{2,0}) = (-484.16685 \pm 0.00130) \times 10^{-6} \quad (2.57)$$

dır. Bu değer GRS 80 elipsoidi için kabul edilen

$$J_2 = 108263 \times 10^{-8} \quad (2.58)$$

değerinden ( $J_2 = J_{2,0}$ ) elde edilmiştir (Moritz, 1984).  $\bar{C}_{2,0}$  değeri için

$$\bar{C}_{2,0} = -J_2/(5)^{1/2} \quad (2.59)$$

bağıntısı geçerlidir.

**Yeryuvarının açısal dönme hızı (w):**

WSG 84 elipsoidinin (GRS 80 elipsoidinin) tanımlayıcı parametrelerinden biri olarak kullanılan w değeri ve bunun standart sapması,

$$w = 7292115 \pm 0.1500 \times 10^{-11} \text{ radyan/saniye} \quad (2.60)$$

dir.

Yeryuvarının gerçek açısal hızı zamana bağlı olarak düzensiz biçimde değişmektedir. Bu nedenle bu değer, Uluslararası Jeodezi Birliği (IAG) tarafından yeryuvarının standart devinim hızı olarak kabul edilmiştir. Bununla birlikte açısal hız gerektiren birçok jeodezik uygulama için bu düzensiz değişimler dikkate alınmalıdır.



Bu değerin Uluslararası Astronomi Birliği (IAU) tarafından geliştirilen versiyonu

$$w' = 7292115.1467 \times 10^{-11} \text{ radyan/saniye} \quad (2.61)$$

olup bu değer zamanın yeni tanımına uygundur.

WGS 84 elipsoidinin türetilmiş diğer bazı parametreleri aşağıdadır (DMA technical report, part II, 1987; Amt für Militärisches Geowesen, 1988).

Küçük yarıksen	$b = 6356752.3142 \text{ m}$
Basıklık	$f = 1/298.257223563$
Birinci dışmerkezlik	$e^2 = 0.00669437999013$
İkinci dışmerkezlik	$e'^2 = 0.00673949674227$
Kutup eğrilik yarıçapı	$c = 6399593.6258 \text{ m}$

### 3. DATUM KAVRAMI VE ÜÇ BOYUTLU BENZERLİK DÖNÜŞÜMÜ

#### 3.1. Datum Kavramı

Ülke yatay kontrol ağları kurulurken referans yüzeyi olarak her ülke genellikle, biçimi yeryuvarına yakın olan bir dönel elipsoit seçmektedir. Bu seçimde etken faktör elipsoidin hem boyutları hem de konumudur. Jeodezide, bu elipsoidin boyutlarının seçimi "elipsoit sorunu", onun yeryuvarına göre uzayda belirli bir konuma yerleştirilmesi de "datum sorunu" olarak bilinir (Özen,1980).

Türkiye'de ilk önce Meşedağ datumu kullanılmıştır. Türkiye yatay kontrol ağının 1954 de dengelenmesinden sonra Avrupa ülkeleri ile datum birliğini sağlamak amacıyla ağın Bulgaristan ve Yunanistan topraklarındaki 8 adet noktası ile günümüzde kullanılan 1950 Avrupa Datumuna (ED 50) geçilmiştir.

Günümüzde tüm yeryüzü için bir datum tanımlama çalışmalarında uyduların çok büyük katkıları vardır.

İster hesap yüzeyi, ister üç boyutlu koordinatları hesaplanan noktaların indirgendiği yüzey olarak kullanılsın, referans elipsoidi, gerek boyutları gerek yermerkezli global koordinat sistemine göre konumu açısından iki durumda bulunabilir:

a) Referans elipsoidinin boyutları ortalama yerelipsoidinin boyutlarına eşit ve şekil merkezi yeryuvarının ağırlık merkezi ile çakışır. Yermerkezli global sistemin X,Y,Z eksenleri ile global jeodezik sistemin x,y,z eksenleri karşılıklı olarak birbirine paraleldir. Yatay kontrol ağlarının bu referans elipsoidi yüzeyinde yerleştirilmesi ve yöneltmesine "mutlak yerleştirme ve yöneltme" denir.

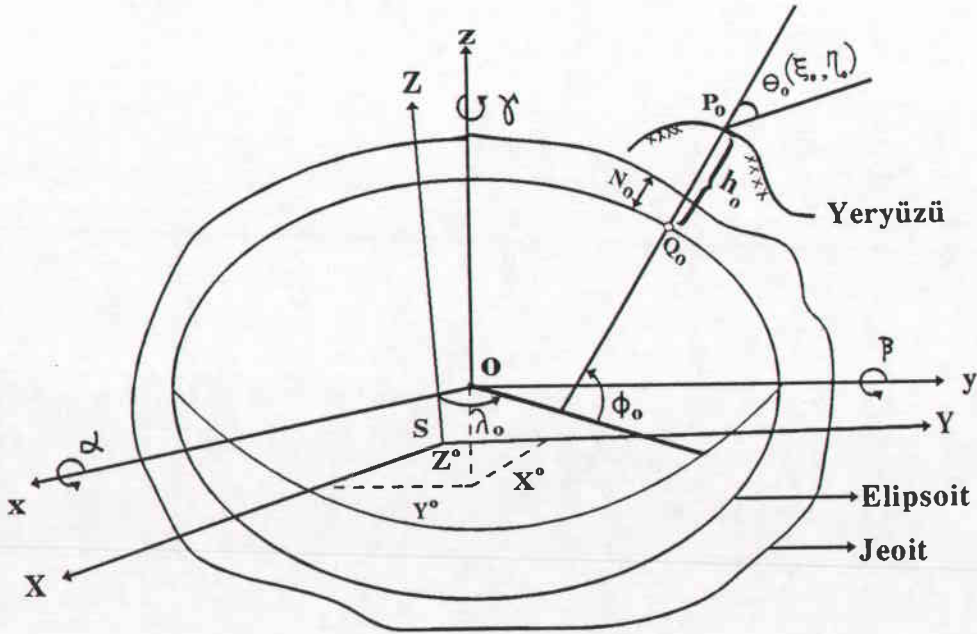
b) Referans elipsoidinin boyutları, ortalama yerelipsoidinin boyutlarından farklı ve şekil merkezi yeryuvarının ağırlık merkezi ile çakışmaz. X,Y,Z eksenleri ile x,y,z eksenleri karşılıklı olarak birbirlerine paralel olabilecekleri gibi paralel olmayabilirler de (Ünal, 1985). Bu elipsoit yüzeyinde gerçekleştirilecek yerleştirme ve yöneltme işlemine de "bağıl ya da rölatif yerleştirme ve yöneltme" denir.

Bir yatay kontrol ağını mutlak ya da bağıl yerleştirme ve yöneltmede belirleyici olan parametreler grubuna jeodezik datum parametreleri adı verilir. Başka bir deyişle jeodezik datum, elipsoidal parametreler (örneğin, elipsoidin büyük yarıekseni  $a$  ve basıklığı  $f$ ) ile global jeodezik koordinat sisteminin  $(x,y,z)$  yermerkezli global dik koordinat sistemine  $(X,Y,Z)$  göre konumunu belirleyen parametreleri içerir. Jeodezik datum parametreleri üç grupta toplanır (Ünal, 1981), (şekil 3.1).

1. Yermerkezli global dik koordinat sistemi ile global jeodezik dik koordinat sistemi arasındaki öteleme parametreleri  $X^o, Y^o, Z^o$  ve küçük eksen dönükleri  $\alpha, \beta, \gamma$  ile elipsoidal parametreler olarak büyük yarıksen  $a$  ve geometrik basıklık  $f$ , birinci grubu oluştururlar  $(X^o, Y^o, Z^o, \alpha, \beta, \gamma, a, f)$ .

2. Seçilen bir  $P_o$  başlangıç noktasındaki çekül sapması bileşenleri  $\xi_o, \eta_o$ , jeoit yüksekliği  $N_o$ , koordinat sistemlerinin  $Z$  ve  $z$  eksenleri paralel olmak üzere Laplace kapanması  $W_o^L$  ile elipsoidal parametreler  $a$  ve  $f$  ikinci grubu oluştururlar  $(\xi_o, \eta_o, N_o, W_o^L, a, f)$ .

3. Seçilen bir  $P_o$  başlangıç noktasının jeodezik enlemi  $\phi_o$ , boylamı  $\lambda_o$ , elipsoit yüksekliği  $h_o$  ve bu noktadan herhangi bir noktaya jeodezik azimut  $\alpha'_o$  ile elipsoidal parametreler  $a$  ve  $f$  üçüncü grubu oluştururlar  $(\phi_o, \lambda_o, h_o, \alpha'_o, a, f)$ .



Şekil 3.1: Yerleştirme ve yöneltme parametreleri

Uydu datumlarının tanımı yukarıda sözü edilen datum tanımlarından farklıdır. Uydu referans sistemleri, uydu efemerisleri ya da yörünge parametrelerinin verildiği sistemde tanımlıdır. Bu yörünge parametreleri, belirli sayıda izleme istasyonunun iyi bilinen koordinatlarına, yerin gravite alanı için kabul edilen jeopotansiyel modele ve belli sabitlere dayanır. Bu sabitler;

- Yerçekimi sabitesi (GM),
- Anlık ekinoksa (gün dönümü noktası) göre yeryuvarının dönme hızı,
- Işık hızı,
- Efemeris hesabı için kullanılan izleme istasyonlarındaki saat düzeltmeleri ve osilatör kayıklığıdır.

Uydu datumu tanımı bir jeopotansiyel modeli de içerir ve böylece koordinat başlangıç noktasının yeryuvarının ağırlık merkezinde olması sağlanır (Hoar, 1982). Geleneksel datum tanımında referans elipsoidi temel alınırken uydu datumunda bu gereksizdir. Elipsoit tanımı yörünge hesabında kullanılmaz. Bununla birlikte elipsoit, dik koordinatlardan eğri koordinatlara geçiş için gereklidir.

Genellikle,

- Yayın efemeris datumu,
- Duyarlı efemeris datumu

olmak üzere, kullanılan başlıca iki uydu datumu vardır.

### 3.2. Yayın Efemerisi

İlke olarak bir efemeris, verilen bir zamanda başka bir deyişle bir referans periyotda uydunun yörüngesini (düzgün bir Kepler elipsi) ve bu yörünge boyunca konumunu tanımlayacak bir veri grubunu ya da parametreleri içerir.

Yayın efemerisi, belirli sayıda istasyon (örneğin, TRANSIT sistemde 4 istasyon, NAVSTAR GPS de 5 istasyon) tarafından toplanan izleme verileri yardımıyla elde edilir. Bu izleme istasyonlarında, sisteme ait uydular sürekli izlenir ve her bir istasyonda toplanan veriler ana kontrol istasyonu (hesap merkezi) olarak seçilen istasyona gönderilir. Burada toplanan bilgilerden uyduların yörüngeleri hesaplanır ve geleceğe dönük olarak belli bir zaman aralığı için yörünge kestirilir. Bu işlem, belli zaman dilimine ait (örneğin,

24 saatlik) verilerle günlük yapılır. Hesaplanan bu efemeris değerleri günde birkaç kez (örneğin, TRANSIT sistemde günde 2 kez, NAVSTAR sisteminde 3 kez) olmak üzere uydulara belirli sinyaller biçiminde yüklenir. Ayrıntılı bilgi Hoar (1982), Seeber (1989), Hofmann Wellenhof et al (1992) yayınlarında verilmektedir.

### 3.3. Duyarlı Efemeris

Duyarlı efemerisler belli sayıda izleme istasyonundan oluşan izleme ağlarından (örneğin, TRANSIT Doppler sisteminde 20 yi aşkın istasyondan oluşan TRANET ağı; NAVSTAR GPS sisteminde 20 civarında istasyondan oluşan CIGNET, DMA'nın 9 noktalı ağı vb. ağlar) elde edilen gözlem verilerine dayanarak hesaplanır. Sonuçlar, veriler toplandıktan belirli bir zaman sonra hazır olur ve eşit aralıklı periyotlarda uydu konumları ve hızları belirlenir.

TRANSIT Doppler sistemi için TRANET ağı kullanılarak bütün transit uyduları izlenir ve izleme verileri NSWC'deki hesap merkezinde toplanır. Duyarlı efemeris, uydulardan biri ya da ikisi için hesaplanır ve 48 saatlik izleme verilerinin kullanıldığı hesaplar birbirini izleyen günlerde yapılır. Duyarlı efemeris ticari kullanıma açık olmayıp resmi kuruluşlara verilmektedir.

GPS sisteminde, GPS kontrol bölümünden başka duyarlı efemeris elde etmek için çeşitli izleme ağları vardır. Örneğin, bu ağlardan bir tanesi CIGNET'dir. Bu ağ NGS tarafından işletilmekte olup ağın izleme istasyonları VLBI cihazlarıyla donatılmıştır. İstasyonlardan elde edilen veriler NGS'deki hesap merkezine aktarılmaktadır. NGS bu verileri işlemekte ve kullanılır hale getirmektedir. Uydu yörüngeleri, WGS 84 değerlerine yakın olan IERS istasyonlarının koordinatları kullanılarak hesaplanmaktadır. Yörüngelerin iç duyarlılığı  $10^{-7}$  düzeyindedir.

Duyarlı efemeris hakkında ayrıntılı bilgi Hoar (1982), Wells et al (1986), Seeber (1989), Hofmann Wellenhof et al (1992) kaynaklarında bulunabilir.

Yayın efemerisi ile duyarlı efemeris karşılaştırılacak olursa aşağıdaki farklar gözlenebilir:

- Yayın efemerisi gözlem anında elde edilebilir. Duyarlı efemeris ise gözlemlerin yapılmasından birkaç hafta sonra ancak elde edilebilir.

- Yayın efemerisi az sayıda istasyon (4-5 adet) bilgilerine dayanırken duyarlı efemeris daha çok sayıda istasyon bilgilerine dayanır.

- Yayın efemerisi uydu yörüngesinin prediksyonu yardımıyla elde edilir. Duyarlı efemeris ise gözlenen yörüngeden türetilir.

- Bu iki sistem farklı jeopotansiyel modellere ve istasyon koordinat setlerine dayanır.

- Duyarlı efemerisin doğruluğu yayın efemerisinin doğruluğundan daha yüksektir.

### 3.4. Üç Boyutlu Uzayda Benzerlik Dönüşümü

Üç boyutlu benzerlik dönüşümü iki uydu sisteminin ya da bir uydu ve bir yersel sistemin verileri arasında söz konusudur. Benzer biçimde iki yersel sistemin verileri arasında da dönüşüme gereksinme duyulabilir. Dönüşüm gerçekleştirilirken kullanılacak her iki sistem (örneğin, uydu sistemi ile yersel sistem) aynı temel geometrik kavramlara dayanmalıdır.

Üç boyutlu benzerlik dönüşümü, genellikle iki koordinat sistemi arasındaki ilişkiyi kuran yedi parametre ile sağlanır. Açılarının değişmezliği koşulunu sağlayan benzerlik dönüşümü matris gösterimi ile genel olarak

$$\underline{X}_1 = \underline{X}^0 + (1 + k) \underline{R} \underline{X}_2 \quad (3.1)$$

biçiminde verilebilir (Welsch-Oswald, 1984; Verkuijl, 1985; Soler-Hothem, 1989; Steed, 1990). Burada;

$\underline{X}_1$  : Noktaların birinci sistemdeki ( $X_1, Y_1, Z_1$ ) koordinatları,

$\underline{X}_2$  : Noktaların ikinci sistemdeki ( $X_2, Y_2, Z_2$ ) koordinatları,

k : İki sistem arasındaki ölçek farkını belirleyen bir sayı,



$\underline{X}^0$  : İkinci sistemin başlangıç noktasının birinci sistemdeki konum vektörü, başka bir deyişle iki sistemin başlangıç noktalarını karşılaştırmak için gerekli olan öteleme parametrelerinden oluşan öteleme vektörü,

$\underline{R}$  : İki sistemin yöneltmesini karşılaştırmak, başka bir deyişle iki sistemin eksenlerini birbirine paralel kılmak için üç dönüklük parametresini içeren dönme matrisi, anlamındadır.

Burada  $\underline{R}$  dönme matrisi, sırayla  $X_2, Y_2, Z_2$  eksenleri etrafındaki  $\alpha, \beta, \gamma$  dönüklük açılarının fonksiyonu olup genel biçimiyle (2.52) de ve çok küçük dönüklük açıları için (2.53) de verilmiştir.

Dönüklük açılarının çok küçük olduğu varsayılır ve (3.1) eşitliğinde  $\underline{R}$  yerine (2.53) deki eşiti;

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

yazılırsa, (3.1) eşitliği

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} X^0 \\ Y^0 \\ Z^0 \end{bmatrix} + (1+k) \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_2 \quad (3.3)$$

olur (şekil 3.2). (3.2) ile verilen  $\underline{R}$  matrisi ters simetrik bir matristir. Genel olarak  $\underline{R}$  matrisi,

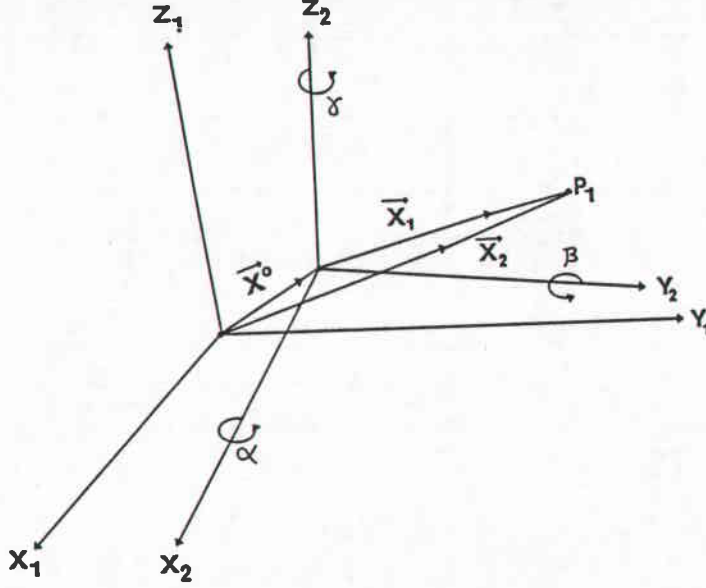
$$\underline{R}^{-1} = \underline{R}^T; \quad \underline{R}^T \underline{R} = \underline{R} \underline{R}^T = \underline{I} \quad (\underline{I}: \text{Birim matris}) \quad (3.4)$$

özelliklerini sağladığından ortogonal bir matristir.

Benzerlik dönüşümü problemiyle birçok bilim adamı uğraşmış ve problemin çözümünde değişik yaklaşımlar ortaya koymuşlardır. Bunlara örnek olarak Bursa-Wolf modeli, Molodensky-Badekas modeli, Veis modeli, Hotine modeli, Krakiwsky-Thomson modeli, Vanicek-Wells modeli sayılabilir. Konuya ilişkin ayrıntılı bilgi Hoyer (1982),



Wells-Vanicek (1975), Welsch-Oswald (1984)'de bulunabilir. Ayrıca Wolfrum (1992)'de on parametrelilik dönüşüm bağıntıları da verilmektedir.



Şekil 3.2: Üç boyutta benzerlik dönüşümü

Burada yaygın olarak kullanılan Bursa-Wolf ve Molodensky-Badekas modelleri açıklanacaktır.

### 3.4.1. Bursa-Wolf Modeli

Model, (3.1) genel bağıntısıyla verilmektedir. Bu bağıntı, her iki sistem koordinatlarının hatalı olduğu varsayımı ile doğrusallaştırılabilir.  $\underline{R}$  matrisi,

$$\underline{R} = \underline{I} + \underline{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 0 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

biçiminde yazılır ve (3.1) de yerine konursa

$$\underline{X}_1 + \underline{V}_1 = \underline{X}^0 + (1+k) (\underline{I} + \underline{U}) (\underline{X}_2 + \underline{V}_2) \quad (3.6)$$

elde edilir.  $k \underline{U}$ ,  $k \underline{I} \underline{V}_2$  ve  $\underline{U} \underline{V}_2$  küçük terimlerdir. Bu nedenle (3.6) nın sağında bulunan böyle çarpımlar gözardı edilebilir. Buna göre eşitlik

$$\underline{X}_1 + \underline{Y}_1 = \underline{X}^0 + \underline{X}_2 + \underline{Y}_2 + (\underline{U} + k \underline{I}) \underline{X}_2 \quad (3.7)$$

olur. (3.7) deki  $k\underline{I}$  çarpımı,

$$k \underline{I} = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

olduğundan,

$$\underline{X}_1 + \underline{Y}_1 = \underline{X}^0 + \underline{X}_2 + \underline{Y}_2 + \begin{bmatrix} k & \gamma & -\beta \\ -\gamma & k & \alpha \\ \beta & -\alpha & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{X}_1 + \underline{Y}_1 = \underline{X}^0 + \underline{X}_2 + \underline{Y}_2 + \begin{bmatrix} X_2 k + Y_2 \gamma - Z_2 \beta \\ -X_2 \gamma + Y_2 k + Z_2 \alpha \\ X_2 \beta - Y_2 \alpha + Z_2 k \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

ve buradan

$$V_{x_2} + 0 + 0 - V_{x_1} + 0 + 0 + X^0 + 0 + 0 + 0 - Z_2 \beta + Y_2 \gamma + X_2 k + X_2 - X_1 = 0$$

$$0 + V_{y_2} + 0 + 0 - V_{y_1} + 0 + 0 + Y^0 + 0 + Z_2 \alpha + 0 - X_2 \gamma + Y_2 k + Y_2 - Y_1 = 0$$

$$0 + 0 + V_{z_2} + 0 + 0 - V_{z_1} + 0 + 0 + Z^0 - Y_2 \alpha + X_2 \beta + 0 + Z_2 k + Z_2 - Z_1 = 0$$

ya da matris gösterimiyle

$$\underline{A} \underline{Y} + \underline{B} \underline{x} - \underline{l} = \underline{0} \quad (3.10)$$

biçiminde bilinmeyenli koşullu ölçüler dengelemesinin fonksiyonel modeli elde edilir (Krakiwsky-Thomson, 1974; Welsch-Oswald, 1984; Malys, 1988). Burada;

$$\underline{Y} = [V_{x_2} \quad V_{y_2} \quad V_{z_2} \quad V_{x_1} \quad V_{y_1} \quad V_{z_1}]^T \quad (3.11a)$$

$$\underline{x} = [X^0 \quad Y^0 \quad Z^0 \quad \alpha \quad \beta \quad \gamma \quad k]^T \quad (3.11b)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_2 & Y_2 & X_2 \\ 0 & 1 & 0 & Z_2 & 0 & -X_2 & Y_2 \\ 0 & 0 & 1 & -Y_2 & X_2 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \quad (3.11c)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.11d)$$

$$\mathbf{l} = [(X_2 - X_1) \quad (Y_2 - Y_1) \quad (Z_2 - Z_1)]^T \quad (3.11e)$$

dir.

Sistemlerden yalnız birinde koordinatların (örneğin, ikinci sistemde  $\mathbf{X}_2$  koordinatları) hatasız varsayılması durumunda

$$\mathbf{V} = (V_{X_1} \quad V_{Y_1} \quad V_{Z_1})^T \quad \text{ve} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

olur ve

$$\mathbf{V} = \mathbf{B} \mathbf{x} - \mathbf{l} \quad (3.13)$$

biçiminde dolaylı ölçüler dengelemesinin fonksiyonel modeli elde edilir.

### 3.4.2. Molodensky-Badekas Modeli

Bu model Bursa-Wolf modelindeki gibi 7 parametre ile üç boyutta benzerlik dönüşümüne dayanır. Model, matris gösterimiyle (şekil 3.3),

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}^0 + \mathbf{X}_0 + (1+k) (\mathbf{I} + \mathbf{U}) (\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_0) \quad (3.14)$$

biçiminde ifade edilebilir (Welsch-Oswald, 1984). Burada;

$\mathbf{X}_1$  : Noktaların birinci sistemdeki ( $X_1, Y_1, Z_1$ ) koordinatları,

$\underline{X}_2$  : Noktaların ikinci sistemdeki  $(X_2, Y_2, Z_2)$  koordinatları,

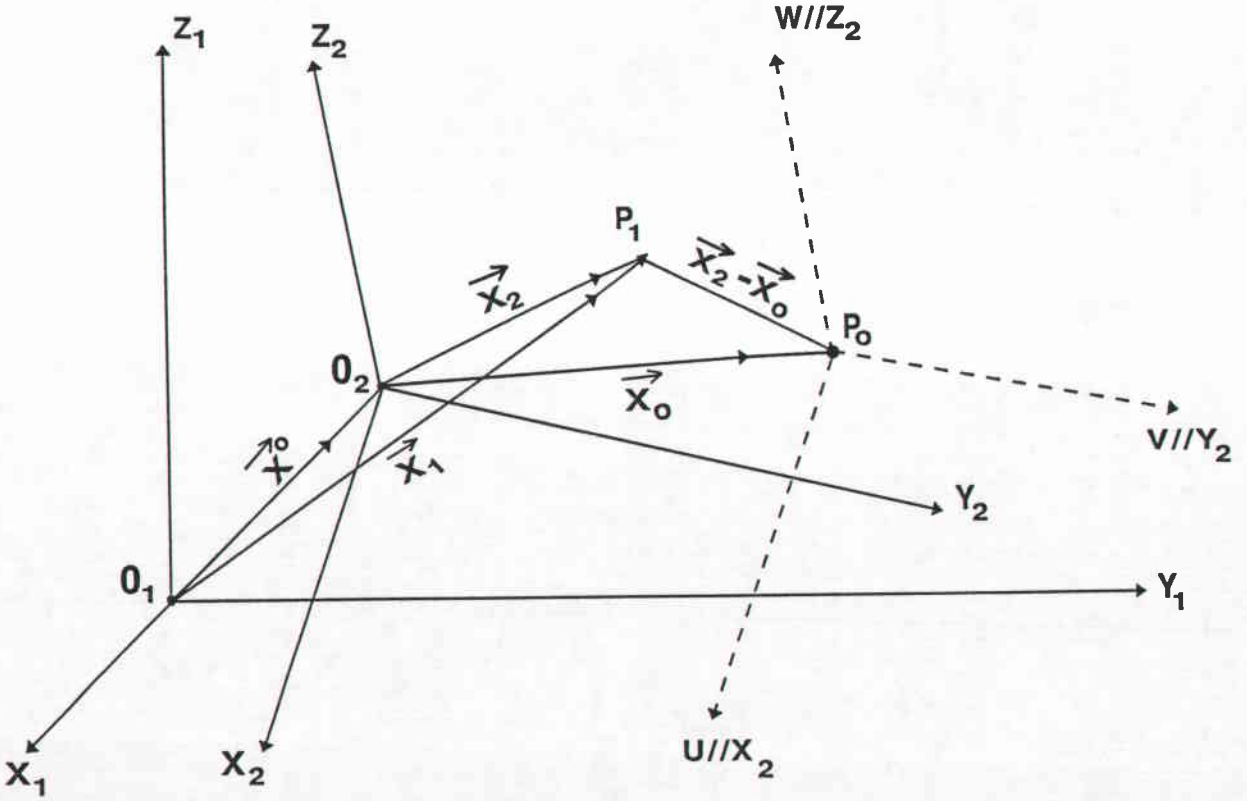
$\underline{X}_0$  : Koordinatları dönüştürülecek koordinat sisteminde bir  $P_0$  noktasının (genellikle eşlenik noktaların koordinatlarının ağırlık merkezi) koordinatları,

$k$  : İki sistem arasındaki ölçek faktörü,

$\underline{U}$  : (3.5) ile verilen ve dönüklük elemanlarından oluşan matris,

$\underline{I}$  : Birim matris,

$\underline{X}^0$  : İkinci sistemin başlangıç noktasının birinci sistemdeki konum vektörüdür.



Şekil 3.3: Molodensky-Badekas transformasyon modeli

Bursa-Wolf modelinden farklı olarak bu modelde bir  $P_0$  noktası alınır ve tüm noktaların konum vektörleri,  $P_0$  noktasına göre fark vektörleri  $(\underline{X}_2 - \underline{X}_0)$  biçiminde belirlenir. Bu fark vektörleri bir  $(U, V, W)$  koordinat sisteminde tanımlanır. Bu sistem  $P_0$

noktasında döndürüldükten sonra, önce  $\underline{X}_0$  konum vektörü kadar, sonra da transformasyona konu olan iki koordinat sistemi arasındaki  $\underline{X}^0$  öteleme vektörü kadar ötelenmektedir.

Her iki sistemdeki koordinatlar ile  $\underline{X}_0$  vektörü hatalı kabul edilerek (3.14) den

$$\underline{X}_1 + \underline{V}_1 = \underline{X}^0 + \underline{X}_0 + \underline{V}_0 + (\underline{I} + \underline{U} + k\underline{I} + k\underline{U}) ((\underline{X}_2 - \underline{X}_0) + (\underline{V}_2 - \underline{V}_0)) \quad (3.15)$$

doğrusal eşitliği elde edilir. Burada  $k\underline{U}$ ,  $k\underline{I} (\underline{V}_2 - \underline{V}_0)$  ve  $\underline{U} (\underline{V}_2 - \underline{V}_0)$  terimleri çok küçük olmaları nedeniyle gözardı edilebilir. Buna göre (3.15),

$$\underline{X}_1 + \underline{V}_1 = \underline{X}^0 + \underline{X}_0 + \underline{V}_0 + \underline{I} (\underline{X}_2 - \underline{X}_0) + \underline{U} (\underline{X}_2 - \underline{X}_0) + k\underline{I} (\underline{X}_2 - \underline{X}_0) + \underline{I} (\underline{V}_2 - \underline{V}_0) \quad (3.16)$$

olur. Burada

$$\underline{X}_2 - \underline{X}_0 = \underline{S} = \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{V} \\ \underline{W} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

denirse

$$\underline{X}_1 + \underline{V}_1 = \underline{X}^0 + \underline{X}_0 + \underline{V}_0 + \underline{X}_2 - \underline{X}_0 + \underline{U} \underline{S} + k\underline{I} \underline{S} + \underline{V}_2 - \underline{V}_0$$

$$\underline{X}_1 + \underline{V}_1 = \underline{X}^0 + \underline{X}_2 + \underline{V}_2 + (\underline{U} + k\underline{I}) \underline{S} \quad (3.18)$$

olur. (3.7), (3.8) ve (3.9) gözönüne alınarak (3.18) den

$$\underline{X}_1 + \underline{V}_1 = \underline{X}^0 + \underline{X}_2 + \underline{V}_2 + \begin{bmatrix} \underline{U}k + \underline{V}\gamma - \underline{W}\beta \\ -\underline{U}\gamma + \underline{V}k + \underline{W}\alpha \\ \underline{U}\beta - \underline{V}\alpha + \underline{W}k \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

ve buradan

$$\begin{aligned} \underline{V}x_2 + 0 + 0 - \underline{V}x_1 + 0 + 0 + \underline{X}^0 + 0 + 0 + 0 - \underline{W}\beta + \underline{V}\gamma + \underline{U}k + \underline{X}_2 - \underline{X}_1 &= 0 \\ 0 + \underline{V}y_2 + 0 + 0 - \underline{V}y_1 + 0 + 0 + \underline{Y}^0 + 0 + \underline{W}\alpha + 0 - \underline{U}\gamma + \underline{V}k + \underline{Y}_2 - \underline{Y}_1 &= 0 \\ 0 + 0 + \underline{V}z_2 + 0 + 0 - \underline{V}z_1 + 0 + 0 + \underline{Z}^0 - \underline{V}\alpha + \underline{U}\beta + 0 + \underline{W}k + \underline{Z}_2 - \underline{Z}_1 &= 0 \end{aligned}$$

elde edilir. Bu eşitliklerin matrislerle gösterimi (3.10) modeline benzer:

$$\underline{A} \underline{Y} + \underline{B} \underline{x} - \underline{l} = \underline{0} \quad (3.20)$$

(3.10) dan farklı olarak burada  $\underline{B}$  matrisi

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -W & V & U \\ 0 & 1 & 0 & W & 0 & -U & V \\ 0 & 0 & 1 & -V & U & 0 & W \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

olup (3.17) bağıntısıyla elde edilen koordinat farklarının bir fonksiyonudur.

Bu modelde de Bursa-Wolf modelinde olduğu gibi sistemlerden birinin (örneğin, ikinci sistem) hatasız varsayılması durumunda (3.20) modeli yerine (3.13) modeli elde edilir.

#### 4. UYDU TEKNİKLERİ İLE AĞ SIKLAŞTIRMA

Uydu teknikleri ile elde edilen nokta koordinatları ağ sıklaştırmasında üç yöntemle kullanılabilir. Bu yöntemler,

- Üç boyutlu uzayda, uydu teknikleri ile elde edilen nokta koordinatları sistemi (örneğin, WGS 72, WGS 84) ile ülke koordinat sistemi (örneğin, ED 50) arasında, her iki sistemdeki eşlenik noktalar yardımıyla 7 parametrelilik bir benzerlik dönüşümü gerçekleştirerek sistemler arasındaki dönüşüm parametrelerini belirlemek ve bu parametreleri kullanarak öteki noktaların koordinatlarını ülke sistemine dönüştürmek,
- Her iki sistem arasındaki dönüşüm parametrelerini sıklaştırma noktalarının ülke sistemindeki koordinatları ile birlikte hesaplamak,
- Uydu ölçülerinin değerlendirilmesi sonucunda elde edilen koordinat farklarını ölçü olarak almak ve sıklaştırma noktalarının ülke sistemindeki koordinatlarını buna göre belirlemek

şeklinde özetlenebilir.

Sözü edilen yöntemlerden birincisi hakkında ayrıntılı bilgi bölüm 3. de verilmiştir. Burada diğer iki yöntem ele alınacaktır.

##### 4.1. Dönüşüm Parametreleri ile Birlikte Ülke Sisteminde Nokta Koordinatlarının Elde Edilmesi

Uydu teknikleriyle (örneğin, Doppler, GPS) elde edilen dik koordinatlar

$$\underline{X}^s = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s \quad (4.1)$$

ve ülke sistemindeki koordinatlar (örneğin, ED 50 datumunda)



$$\underline{X} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

ile gösterilsin. Bu iki sistem arasındaki 7 parametrelilik benzerlik dönüşümü için (3.3) bağlantısı geçerlidir:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ Z^o \end{bmatrix} + (1+k)\underline{R} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s \quad (4.3)$$

Burada  $\underline{R}$  matrisi (2.52) de verilen ortogonal dönme matrisinin çok küçük dönüklük açıları için geçerli (2.53) deki özel biçimidir ((3.5) ile verilen matris):

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 0 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R} = \underline{I} + \underline{U} \quad (4.4)$$

(4.3) eşitliğinde,

$X^o, Y^o, Z^o$  : Uydu gözlemleri ile elde edilen nokta koordinatları sistemi (örneğin, WGS 84) ile ülke sisteminin başlangıçlarını çakıştırmak için gerekli öteleme parametreleri,

$\alpha, \beta, \gamma$  : İki koordinat sistemi arasındaki eksen dönüklükleri (sırayla, X,Y,Z eksenleri etrafında),

$k$  : İki sistem arasındaki ölçek değişimi anlamındadır.

(4.3) bağlantısı, koordinatların ve koordinat farklarının ölçü olarak alındığı modellerin temelini oluşturur. Dönüklük açılarının, öteleme parametrelerinin ve ölçek değişiminin diferansiyel anlamda küçük büyüklükler olduğu gözönüne alınırsa bu eşitlik kolayca düzeltme denklemlerine dönüştürülebilir.

(4.4) bağlantısının gözönüne alınmasıyla (4.3),

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^0 \\ Y^0 \\ Z^0 \end{bmatrix} + (1+k) (\underline{I} + \underline{U}) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s \quad (4.5)$$

biçiminde yazılabilir. Buradan

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^0 \\ Y^0 \\ Z^0 \end{bmatrix} + (\underline{I} + \underline{U} + k\underline{I} + k\underline{U}) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s \quad (4.6)$$

ve yeniden düzenlenerek

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^0 \\ Y^0 \\ Z^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s + \underline{U} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s + k \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s + k\underline{U} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s \quad (4.7)$$

elde edilir.  $\underline{U}$  matrisinin elemanlarının ve  $k$  nın küçük değerler olması nedeniyle  $k\underline{U} \cong 0$  alınabilir. Ayrıca

$$\underline{U}_r = \begin{bmatrix} 0 & -Z & Y \\ Z & 0 & -X \\ -Y & X & 0 \end{bmatrix}^s \quad (4.8)$$

denirse

$$\underline{U} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s = \underline{U}_r \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

olur. Buna göre (4.7) yeniden düzenlenerek

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^0 \\ Y^0 \\ Z^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s + \underline{U}_r \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} + k \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s \quad (4.10)$$

ve ölçülen koordinatlar için

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X^0 \\ Y^0 \\ Z^0 \end{bmatrix} - \underline{U}_r \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} - k \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s \quad (4.11)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikte koordinat ölçüleri yerine dengeli karşılıkları;  $X+V_x$ ,  $Y+V_y$ ,  $Z+V_z$  ve ülke sisteminde koordinatlar yerine bunların  $X_o$ ,  $Y_o$ ,  $Z_o$  yaklaşık koordinatları ile  $X=X_o + dx$ ,  $Y=Y_o + dy$ ,  $Z=Z_o + dz$  eşitleri yazılırsa

$$\begin{bmatrix} X+V_x \\ Y+V_y \\ Z+V_z \end{bmatrix}^s = \begin{bmatrix} X_o+dx \\ Y_o+dy \\ Z_o+dz \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ Z^o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -Z-V_z & Y+V_y \\ Z+V_z & 0 & -X-V_x \\ -Y-V_y & X+V_x & 0 \end{bmatrix}^s \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} - k \begin{bmatrix} X+V_x \\ Y+V_y \\ Z+V_z \end{bmatrix}^s \quad (4.12)$$

elde edilir. (4.12) eşitliğinin sağında bulunan üçüncü matris iki matrisin toplamı biçiminde;

$$\begin{bmatrix} 0 & -Z-V_z & Y+V_y \\ Z+V_z & 0 & -X-V_x \\ -Y-V_y & X+V_x & 0 \end{bmatrix}^s = \begin{bmatrix} 0 & -Z & Y \\ Z & 0 & -X \\ -Y & X & 0 \end{bmatrix}^s + \begin{bmatrix} 0 & -V_z & V_y \\ V_z & 0 & -V_x \\ -V_y & V_x & 0 \end{bmatrix}^s \quad (4.13)$$

yazılabilir.  $\alpha, \beta, \gamma, k$  ve  $V_x, V_y, V_z$  büyüklükleri çok küçük olduğundan

$$\begin{bmatrix} 0 & -V_z & V_y \\ V_z & 0 & -V_x \\ -V_y & V_x & 0 \end{bmatrix}^s \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \cong \underline{0} \quad (4.14)$$

$$k \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} \cong \underline{0} \quad (4.15)$$

kabul edilebilir. Buna göre (4.12) eşitliği,

$$\begin{bmatrix} X+V_x \\ Y+V_y \\ Z+V_z \end{bmatrix}^s = \begin{bmatrix} X_o+dx \\ Y_o+dy \\ Z_o+dz \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ Z^o \end{bmatrix} - \underline{U}_r \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} - k \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s \quad (4.16)$$

olur ve buradan

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}^s = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ Z^o \end{bmatrix} - \underline{U}_r \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} - k \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s \quad (4.17)$$

elde edilir (Steeves, 1984). Bu eşitlikte

$$-1 = - \begin{bmatrix} 1x \\ 1y \\ 1z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s \quad (4.18)$$

denirse

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}^s = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X^0 \\ Y^0 \\ Z^0 \end{bmatrix} - \underline{U}_r \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} - k \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s - \begin{bmatrix} 1x \\ 1y \\ 1z \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

düzeltilme denklemleri elde edilir (Vincenty, 1982).

Fonksiyonel model bu şekilde belirlendikten sonra stokastik model olarak da ölçülerin ağırlık matrisi

$$\underline{P} = \sigma^2 \underline{\Sigma}_{xyz}^{-1} \quad (4.20)$$

biçiminde alınabilir. Burada  $\sigma^2$  önsel (apriori) varyans faktörü ve  $\underline{\Sigma}_{xyz}$  ölçü olarak alınan bir noktanın koordinatlarına ilişkin varyans-kovaryans matristir.  $\underline{Q}_{xyz}$  ağırlık katsayıları (kofaktör) matrisi olmak üzere

$$\underline{\Sigma}_{xyz} = \sigma^2 \underline{Q}_{xyz} \quad (4.21)$$

ilişkisi geçerlidir. Ağırlık katsayıları matrisinin açık gösterimi

$$\underline{Q}_{xyz} = \begin{bmatrix} q_{xx} & q_{xy} & q_{xz} \\ q_{yx} & q_{yy} & q_{yz} \\ q_{zx} & q_{zy} & q_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

biçimindedir. Ancak burada aşağıdaki durumlar söz konusu olabilir:

Eğer uydulardan elde edilen ölçülerin değerlendirilmesi sonucunda koordinatlar nokta nokta hesaplanıyorsa yalnızca söz konusu noktanın X,Y,Z koordinatları korelasyonlu olup  $\underline{Q}$  matrisi (4.22) deki gibidir. Bu nedenle modelin tümüne ilişkin  $\underline{Q}$

matrisi, köşegeni üzerinde nokta sayısı kadar (4.22) ile verilen 3x3 boyutunda alt matrisler bulunan ve diğer elemanları sıfır olan bir matris olacak ve  $\underline{P}$  matrisi de aynı özellikleri taşıyacaktır.

Uydu ölçüleri grup grup (session= aynı zamanda alet kurularak eş zamanlı olarak elde edilen ölçülerin tamamı) değerlendirilerek çözüm yapılırsa hesaba giren noktaların koordinatları birbirleriyle korelasyonlu olacaktır. Bu durumda  $\underline{Q}$ , dolayısıyla  $\underline{P}$  ağırlık matrisi gruplardaki nokta sayılarına bağlı olarak elde edilecek alt matrislerden oluşacaktır. Örneğin, iki ölçü grubu ve bunlara ilişkin kofaktör matrislerinin  $\underline{Q}_1$  ve  $\underline{Q}_2$  olduğu düşünülürse modelin  $\underline{Q}$  ve  $\underline{P}$  matrisi

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} \underline{Q}_1 & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{Q}_2 \end{bmatrix}; \quad \underline{P} = \underline{Q}^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{P}_1 & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{P}_2 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

biçiminde olacaktır.

Bir periyoda ilişkin ölçüler (bir sezonda yapılan ölçülerin tamamı) birlikte değerlendirilirse tüm noktalara ilişkin koordinatlar korelasyonlu olacağından  $\underline{Q}$  kofaktör ya da  $\underline{P}$  ağırlık matrisi dolu matris olacaktır.

#### 4.2. Uydu Teknikleriyle Elde Edilen Koordinat Farklarının Ölçü Olarak Alınması ve Ülke Sisteminde Nokta Koordinatlarının Belirlenmesi

Bu yöntemde uydu teknikleriyle elde edilen koordinat farkları ölçü olarak alınmaktadır. Yöntemin esası (4.3) eşitliğine dayanır. Bu eşitlik i ve j gibi iki nokta için matris gösterimi ile

$$\underline{X}_i = \underline{X}^0 + (1+k) \underline{R} \underline{X}_i^S \quad (4.24a)$$

$$\underline{X}_j = \underline{X}^0 + (1+k) \underline{R} \underline{X}_j^S \quad (4.24b)$$

biçiminde yazılabilir. (4.24b) den (4.24a) eşitliği çıkarılırsa

$$\underline{X}_j - \underline{X}_i = (1+k) \underline{R} (\underline{X}_j^S - \underline{X}_i^S) \quad (4.25)$$

$$\Delta \underline{X}_{ij} = (1+k) \underline{R} \Delta \underline{X}_{ij}^S$$

ya da

$$\begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{ij} = (1+k) \mathbb{R} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{ij}^s \quad (4.26)$$

elde edilir (Steeves, 1984; Fritzensmeier et al, 1985; Landau, 1986).

Alt bölüm 4.1. deki yol izlenirse (4.19) bağıntısına karşılık

$$\begin{bmatrix} V_{\Delta x} \\ V_{\Delta y} \\ V_{\Delta z} \end{bmatrix}_{ij}^s = - \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}_j - \Delta \underline{U}_r \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} - k \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{ij}^s - \begin{bmatrix} 1_{\Delta x} \\ 1_{\Delta y} \\ 1_{\Delta z} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

düzeltilme denklemleri elde edilir (Vincenty, 1987). Burada

$$-1 = - \begin{bmatrix} 1_{\Delta x} \\ 1_{\Delta y} \\ 1_{\Delta z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X_o \\ \Delta Y_o \\ \Delta Z_o \end{bmatrix}_{ij} - \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{ij}^s \quad (4.28)$$

ve

$$\Delta \underline{U}_r = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta Z & \Delta Y \\ \Delta Z & 0 & -\Delta X \\ -\Delta Y & \Delta X & 0 \end{bmatrix}^s \quad (4.29)$$

biçimindedir.

Fonksiyonel model bu şekilde belirlendikten sonra matematik modelin stokastik bileşeni uydu ölçülerini değerlendirme yöntemine bağlı olarak çeşitli şekillerde belirlenebilir.

Uydu ölçüleri olarak bazlar (iki noktada yapılan ölçüler) değerlendirilirse sadece bu iki nokta arasındaki baz vektörü bileşenleri ( $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ ) birbirleriyle korelasyonlu

olacaktır. Genel olarak bu bileşenlere ilişkin varyans-kovaryans matrisi  $\underline{\Sigma}_{\Delta x \Delta y \Delta z}$  ve birim ağırlıklı ölçünün standart sapması  $\hat{\sigma}_i$  ile gösterilirse ağırlık matrisi  $\underline{P}_i$ ,

$$\underline{P}_i = \hat{\sigma}_i^{-2} \underline{\Sigma}_{\Delta x \Delta y \Delta z}^{-1} = \underline{Q}_{\Delta x \Delta y \Delta z}^{-1} \quad (4.30)$$

olur ( $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $n = \text{baz sayısını}$ ). Böylece modelin tamamına ilişkin  $\underline{P}$  ağırlık matrisi, köşegeni üzerinde noktalara ilişkin  $3 \times 3$  boyutunda  $\underline{P}_i$  ağırlık matrisleri bulunan ve diğer elemanları sıfır olan

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \underline{P}_1 & \underline{0} & \dots & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{P}_2 & & \\ \underline{0} & \underline{0} & \dots & \underline{P}_n \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

biçiminde bir matris olur.

(4.30) daki  $\underline{Q}_{\Delta x \Delta y \Delta z}$  matrisi kısaca  $\underline{Q}_{\Delta x_{ij}}$  gösterimi ile

$$\Delta \underline{X}_{ij} = \underline{X}_j - \underline{X}_i = \begin{bmatrix} -\underline{I} & \underline{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{X}_i \\ \underline{X}_j \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

eşitliğine kofaktör yayılma kuralı uygulanarak,

$$\begin{aligned} \underline{Q}_{\Delta x_{ij}} &= \begin{bmatrix} -\underline{I} & \underline{I} \end{bmatrix} \underline{Q}_{xx} \begin{bmatrix} -\underline{I} \\ \underline{I} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\underline{I} & \underline{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{Q}_{x_i x_i} & \underline{Q}_{x_i x_j} \\ \underline{Q}_{x_j x_i} & \underline{Q}_{x_j x_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\underline{I} \\ \underline{I} \end{bmatrix} \\ \underline{Q}_{\Delta x_{ij}} &= \underline{Q}_{x_i x_i} - \underline{Q}_{x_i x_j} - \underline{Q}_{x_j x_i} + \underline{Q}_{x_j x_j} \end{aligned} \quad (4.33)$$

bulunur. Bu eşitlikteki matrisler;

$$\underline{Q}_{x_i x_i} = \begin{bmatrix} q_{xx} & q_{xy} & q_{xz} \\ q_{yx} & q_{yy} & q_{yz} \\ q_{zx} & q_{zy} & q_{zz} \end{bmatrix}_i \quad (4.34a)$$



$$\underline{Q}_{x_j x_j} = \begin{bmatrix} q_{xx} & q_{xy} & q_{xz} \\ q_{yx} & q_{yy} & q_{yz} \\ q_{zx} & q_{zy} & q_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.34b)$$

$$\underline{Q}_{x_i x_j} = \begin{bmatrix} q_{x_i x_j} & q_{x_i y_j} & q_{x_i z_j} \\ q_{y_i x_j} & q_{y_i y_j} & q_{y_i z_j} \\ q_{z_i x_j} & q_{z_i y_j} & q_{z_i z_j} \end{bmatrix} \quad (4.34c)$$

$$\underline{Q}_{x_j x_i} = \underline{Q}_{x_i x_j}^T \quad (4.34d)$$

dir.

Uydu ölçüleri grup (session) şeklinde değerlendirilirse bir gruptaki baz bileşenleri korelasyonlu olacaktır. Bu nedenle yukarıda sözü edilen yöntem ilgili grup için geçerlidir. Böylece (4.27) modelinin tamamına ilişkin  $\underline{P}$  ağırlık matrisi, köşegeni üzerinde uydu ölçülerinin grup çözümlerinden elde edilen alt matrislerin bulunduğu bir matristir. Bu matrisin öteki elemanları sıfıra eşittir.

Bir periyoda ilişkin ölçüler birlikte değerlendirilirse tüm baz bileşenleri korelasyonlu olacağından (4.27) modelinin tamamına ilişkin  $\underline{P}$  ağırlık matrisi genel olarak dolu (elemanları sıfırdan farklı) bir matristir.

### 4.3. Elipsoidal Koordinatlara Göre Modellendirme

(4.19) ve (4.27) bağıntıları ile verilen modeller dik koordinat sistemi için geçerlidir. Hesaplar elipsoidal koordinat sisteminde yürütülmek istenirse düzeltme denklemleri katsayılar matrisinin elipsoidal sisteme dönüştürülmesi gerekir. Bunun için dik koordinatlarla elipsoidal koordinatlar arasındaki (2.7), (2.8), (2.9) bağıntılarından yararlanılır. Bu bağıntılarda dik koordinatlar

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(\phi, \lambda, h) \\ y(\phi, \lambda, h) \\ z(\phi, \lambda, h) \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

biçiminde elipsoidal koordinatların birer fonksiyonudur. (4.35) bağıntısında toplam diferansiyel kuralı uygulanırsa,

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \phi} d\phi + \frac{\partial x}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial x}{\partial h} dh \\ \frac{\partial y}{\partial \phi} d\phi + \frac{\partial y}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial y}{\partial h} dh \\ \frac{\partial z}{\partial \phi} d\phi + \frac{\partial z}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial z}{\partial h} dh \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

ya da

$$\mathbb{I} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \phi} & \frac{\partial x}{\partial \lambda} & \frac{\partial x}{\partial h} \\ \frac{\partial y}{\partial \phi} & \frac{\partial y}{\partial \lambda} & \frac{\partial y}{\partial h} \\ \frac{\partial z}{\partial \phi} & \frac{\partial z}{\partial \lambda} & \frac{\partial z}{\partial h} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

kısaltması ile

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \mathbb{I} \begin{bmatrix} d\phi \\ d\lambda \\ dh \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

elde edilir. (4.37) deki  $\mathbb{I}$  matrisinin elemanları (2.7), (2.8), (2.9) bağıntularından

$$\frac{\partial x}{\partial \phi} = \left( \frac{a^2 - b^2}{a^4} N^3 \cos^2 \phi - N - h \right) \sin \phi \cos \lambda = - (M+h) \sin \phi \cos \lambda$$

$$= - \left( \frac{b^2}{a} N^3 + h \right) \sin \phi \cos \lambda \quad (4.39a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial \phi} &= \left( \frac{a^2 - b^2}{a^4} N^3 \cos^2 \phi - N - h \right) \sin \phi \sin \lambda = - (M + h) \sin \phi \sin \lambda \\ &= - \left( \frac{b^2}{a^4} N^3 + h \right) \sin \phi \sin \lambda \end{aligned} \quad (4.39b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \phi} &= \left( \frac{b^2}{a^2} \frac{a^2 - b^2}{a^4} N^3 \sin^2 \phi + \frac{b^2}{a^2} N + h \right) \cos \phi = (M + h) \cos \phi \\ &= \left( \frac{b^2}{a^4} N^3 + h \right) \cos \phi \end{aligned} \quad (4.39c)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \lambda} = - (N + h) \cos \phi \sin \lambda \quad (4.39d)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \lambda} = (N + h) \cos \phi \cos \lambda \quad (4.39e)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \lambda} = 0 \quad (4.39f)$$

$$\frac{\partial x}{\partial h} = \cos \phi \cos \lambda \quad (4.39g)$$

$$\frac{\partial y}{\partial h} = \cos \phi \sin \lambda \quad (4.39h)$$

$$\frac{\partial z}{\partial h} = \sin \phi \quad (4.39i)$$

bulunur (Eissfeller et al, 1985; Landau, 1986; Ehlert, 1991).

(4.39) eşitliklerinde, meridyene dik doğrultudaki eğrilik yarıçapı (2 nci eğrilik yarıçapı ya da çapraz eğrilik yarıçapı) N, (2.11) eşitliğiyle ve meridyen eğrilik yarıçapı (1 inci eğrilik yarıçapı) M,

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}} = \frac{a^2 b^2}{(a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi)^{3/2}} \quad (4.40)$$

biçiminde ilgili elipsoidin parametreleri ve söz konusu noktanın enleminin fonksiyonu olarak hesaplanır (Ulsoy, 1977).

Şimdi (4.19) ve (4.27) düzeltme denklemlerinde (4.38) yerine konularak elipsoidal koordinatlar cinsinden düzeltme denklemlerini elde etmek olanaklıdır. Buna göre (4.19) modeli

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}^s = \mathbf{T} \begin{bmatrix} d\phi \\ d\lambda \\ dh \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ Z^o \end{bmatrix} - \mathbf{U}_r \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} - k \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^s - \begin{bmatrix} 1_x \\ 1_y \\ 1_z \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

ve (4.27) modeli de

$$\begin{bmatrix} V_{\Delta x} \\ V_{\Delta y} \\ V_{\Delta z} \end{bmatrix}_{ij}^s = -\mathbf{T}_i \begin{bmatrix} d\phi \\ d\lambda \\ dh \end{bmatrix}_i + \mathbf{T}_j \begin{bmatrix} d\phi \\ d\lambda \\ dh \end{bmatrix}_j - \Delta \mathbf{U}_r \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} - k \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{ij}^s - \begin{bmatrix} 1_{\Delta x} \\ 1_{\Delta y} \\ 1_{\Delta z} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

olur.

(4.19), (4.27) ya da (4.41), (4.42) modelleri genel olarak matrislerle

$$\mathbf{V} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{X}} - \mathbf{1}, \quad \text{Ağırlık matrisi } \mathbf{P} \quad (4.43)$$

biçiminde gösterilebilir.

(4.43) eşitliğinin  $\underline{V}^T \underline{P} \underline{V} = \text{minimum}$  koşulunu sağlayan en küçük kareler yöntemine göre çözümü yapılırsa normal denklemler,

$$\underline{N} = \underline{A}^T \underline{P} \underline{A} \quad (4.44)$$

ve mutlak terimler vektörü,

$$\underline{n} = \underline{A}^T \underline{P} \underline{l} \quad (4.45)$$

olmak üzere bilinmeyenler vektörü,

$$\hat{\underline{X}} = \underline{N}^{-1} \underline{n} \quad (4.46)$$

elde edilir. Eğer tüm noktalar bilinmeyen alınırsa (4.46) çözümü, normal denklem katsayılar matrisinin Cayley inversi  $\underline{N}^{-1}$  yerine Moore-Penrose (pseudo) inversi  $\underline{N}^+$  ile gerçekleştirilir.  $\underline{N}^+$  ya da  $\underline{N}^{-1}$  matrisi, bilinmeyenlerin ağırlık katsayıları (kofaktörler) matrisine eşittir (Ulsoy, 1980).

$$\underline{Q}_{XX} = \underline{N}^+ \quad (4.47)$$

Birim ağırlıklı ölçünün sonsal standart sapması

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\underline{V}^T \underline{P} \underline{V}}{n-u+d}} \quad (4.48)$$

ile bulunur. Burada,

n : Dengelemeye giren ölçü sayısı,

u : Dönüşüm parametreleri dahil bilinmeyen sayısı,

d : Datum defektidir.

Dayalı dengeleme söz konusu ise  $d = 0$ , tüm noktaların bilinmeyen alındığı serbest dengelemede ise  $d = 7$  dir.

$\hat{\sigma}^2$  ile bilinmeyenlerin varyans-kovaryans matrisi,

$$\underline{\Sigma}_{XX} = \hat{\sigma}^2 \underline{Q}_{XX} \quad (4.49)$$

ve dengeli ölçüler  $\hat{\mathbf{I}}$  ile bunların ağırlık katsayıları matrisi  $\underline{Q}_{11}^m$ ,

$$\hat{\mathbf{I}} = \mathbf{I} + \underline{V} = \underline{\Delta} \hat{\underline{X}} \quad \text{ve} \quad \underline{Q}_{11}^m = \underline{\Delta} \underline{Q}_{XX} \underline{\Delta}^T \quad (4.50)$$

ile bulunur (Ayan, 1981).

Dengeleme sonrasında nokta koordinatlarının standart sapmaları (4.47) ile verilen  $\underline{Q}_{XX}$  matrisinden yararlanarak (X,Y,Z) modeli için,

$$\hat{\sigma}_x = \hat{\sigma} \sqrt{q_{xx}}, \quad \hat{\sigma}_y = \hat{\sigma} \sqrt{q_{yy}}, \quad \hat{\sigma}_z = \hat{\sigma} \sqrt{q_{zz}} \quad (4.51)$$

ile ve  $(\phi, \lambda, h)$  modeli için,

$$\hat{\sigma}_\phi = \hat{\sigma} \sqrt{q_{\phi\phi}}, \quad \hat{\sigma}_\lambda = \hat{\sigma} \sqrt{q_{\lambda\lambda}}, \quad \hat{\sigma}_h = \hat{\sigma} \sqrt{q_{hh}} \quad (4.52)$$

ile hesaplanır.

$\lambda_1$  ve  $\lambda_2$  boylam değerleri ile sınırlı  $\phi$  enlemindeki bir paralel dairesinin yay uzunluğu,  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  olmak üzere

$$S_p = \frac{\Delta\lambda}{\rho} N \cos\phi \quad (4.53)$$

ile verilmektedir (Ulsoy, 1977; Özbenli, 1991). Burada N, (2.11) eşitliğiyle verilen yarıçaptır.

$\phi_1$  ve  $\phi_2$  enlemleri ile sınırlı meridyen yayının uzunluğu ise,  $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$  küçük bir enlem farkı (yay uzunluğu 45 km den küçük) olmak üzere

$$S_m = \frac{\Delta\phi}{\rho} M \quad (4.54)$$

ile (DMA technical report, part I, 1987) ya da genel olarak (4.94) eşitliğiyle hesaplanabilir. Burada M, meridyen eğrilik yarıçapıdır.

(4.52) ile verilen  $\hat{\sigma}_\phi$  ve  $\hat{\sigma}_\lambda$  açı biriminde olup bu büyüklükler (4.53) ve (4.54) ya da genel olarak (4.94) eşitliklerinden yararlanarak uzunluk birimine de dönüştürülebilir.

Nokta konum hataları, bilinmeyenlerin standart sapmaları ile

$$\hat{\sigma}_p = \sqrt{\hat{\sigma}_x^2 + \hat{\sigma}_y^2 + \hat{\sigma}_z^2} \quad (4.55)$$

olur. Eğer çözüm  $(\phi, \lambda, h)$  modeliyle gerçekleştirilmiş ise  $\hat{\sigma}_\phi$  ve  $\hat{\sigma}_\lambda$  uzunluk birimine dönüştürüldükten sonra yine (4.55) ile  $\hat{\sigma}_p$  yi hesaplamak olanaklıdır.

Ayrıca uzayda nokta konum doğruluğunu tanımlayabilmek için üç boyutlu Helmert hata elipsoidinden yararlanılır. Hata elipsoidinin,

A, B, C : Yarıksen uzunlukları,

$\alpha, \beta, \gamma$  : Elipsoidin yarıksenlerinin X, Y, Z koordinat eksenleriyle yaptıkları açılar olsun.

$$\bar{a} = -(q_{xx} + q_{yy} + q_{zz})$$

$$\bar{b} = q_{xx} q_{yy} + q_{zz} q_{xx} + q_{yy} q_{zz} - q_{xy}^2 - q_{xz}^2 - q_{yz}^2 \quad (4.56)$$

$$\bar{c} = q_{xx} q_{yy} q_{zz} + q_{yy} q_{xz}^2 + q_{zz} q_{xy}^2 - q_{xx} q_{yy} q_{zz} - 2 q_{xy} q_{xz} q_{yz}$$

$$\bar{p} = \bar{b} - (\bar{a}^2 / 3)$$

$$\bar{q} = \bar{c} - (\bar{a} \bar{b} / 3) + (2\bar{a}^3 / 27)$$

$$\cos(3\bar{\Phi}) = -\frac{\bar{q}}{2 \sqrt{-(\bar{p}/3)^3}}$$



ile

$$\begin{aligned}\bar{\lambda}_1 &= 2 \sqrt{-(\bar{p}/3)} \cos \bar{\Phi} - (\bar{a}/3) \\ \bar{\lambda}_2 &= 2 \sqrt{-(\bar{p}/3)} \cos (\bar{\Phi} + 120^\circ) - (\bar{a}/3) \\ \bar{\lambda}_3 &= 2 \sqrt{-(\bar{p}/3)} \cos (\bar{\Phi} + 240^\circ) - (\bar{a}/3)\end{aligned}\quad (4.57)$$

denilerek A,B,C yarıksen uzunlukları,

$$A = \hat{\sigma} \sqrt{\bar{\lambda}_1}, \quad B = \hat{\sigma} \sqrt{\bar{\lambda}_2}, \quad C = \hat{\sigma} \sqrt{\bar{\lambda}_3} \quad (4.58)$$

elde edilir. Burada  $\hat{\sigma}$ , sonsal standart sapmadır.

Elipsoidin A,B,C yarıksenlerinin X,Y,Z koordinat eksenleriyle yaptıkları açıları hesaplayabilmek için

$$j = A, B, C$$

olmak üzere

$$\begin{aligned}\bar{M}_j &= q_{xz} (q_{yy} - \bar{\lambda}_j) - q_{xy} q_{yz} \\ \bar{N}_j &= (q_{xx} - \bar{\lambda}_j) q_{yz} - q_{xy} q_{xz} \\ \bar{T}_j &= q_{xy}^2 - (q_{xx} - \bar{\lambda}_j) (q_{yy} - \bar{\lambda}_j) \\ \bar{W}_j^2 &= \bar{M}_j^2 + \bar{N}_j^2 + \bar{T}_j^2\end{aligned}\quad (4.59)$$

ile

$$\cos \alpha_j = \frac{\bar{M}_j}{\bar{W}_j}, \quad \cos \beta_j = \frac{\bar{N}_j}{\bar{W}_j}, \quad \cos \gamma_j = \frac{\bar{T}_j}{\bar{W}_j} \quad (4.60)$$

açıları elde edilir (Wolf, 1975).

Yukarıda verilen (4.51) - (4.59) eşitliklerinde geçen  $q_{xx}$ ,  $q_{yy}$ ,  $q_{zz}$ ,  $q_{xy}$ ,  $q_{xz}$ ,  $q_{yz}$  büyüklükleri, bilinmeyenlerin (X,Y,Z) seçilmesi durumunda dengeleme sonucunda elde edilen  $Q_{xyz}$  matrisinin ilgili elemanlarıdır. Eğer dengeleme  $(\phi, \lambda, h)$  modeliyle

gerçekleştirilirse yukarıdaki eşitliklerin kullanılabilmesi için dengeleme sonucunda elde edilen  $Q_{\phi\lambda h}$  matrisi,  $Q_{xyz}$  matrisine dönüştürülmelidir. Bu dönüşüm işlemleri aşağıda anlatılmaktadır. (2.7), (2.8), (2.9) ve (4.39) eşitliklerinden

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(M+h) \sin\phi \cos\lambda & -(N+h) \cos\phi \sin\lambda & \cos\phi \cos\lambda \\ -(M+h) \sin\phi \sin\lambda & (N+h) \cos\phi \cos\lambda & \cos\phi \sin\lambda \\ (M+h) \cos\phi & 0 & \sin\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\phi \\ d\lambda \\ dh \end{bmatrix} \quad (4.61a)$$

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\phi \cos\lambda & -\sin\lambda & \cos\phi \cos\lambda \\ -\sin\phi \sin\lambda & \cos\lambda & \cos\phi \sin\lambda \\ \cos\phi & 0 & \sin\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (M+h) & 0 & 0 \\ 0 & (N+h) \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\phi \\ d\lambda \\ dh \end{bmatrix} \quad (4.61b)$$

yazılabilir. Burada eşitliğin sağındaki ilk matris ortogonal bir matristir. Bu nedenle inversi devriğine eşittir. Eşitliğin sağındaki ikinci matris ise köşegen bir matris olup inversi elemanlarının tersine eşittir. Buna göre;

$$\begin{bmatrix} d\phi \\ d\lambda \\ dh \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(M+h)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(N+h) \cos\phi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin\phi \cos\lambda & -\sin\phi \sin\lambda & \cos\phi \\ -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ \cos\phi \cos\lambda & \cos\phi \sin\lambda & \sin\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (4.62a)$$

ya da

$$\begin{bmatrix} d\phi \\ d\lambda \\ dh \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-\sin\phi \cos\lambda}{(M+h)} & \frac{-\sin\phi \sin\lambda}{(M+h)} & \frac{\cos\phi}{(M+h)} \\ \frac{-\sin\lambda}{(N+h) \cos\phi} & \frac{\cos\lambda}{(N+h) \cos\phi} & 0 \\ \cos\phi \cos\lambda & \cos\phi \sin\lambda & \sin\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (4.62b)$$

olur (Wolf,1979; Ehlert, 1991).

Bu formüller bir noktanın koordinatları için geçerlidir. Birden fazla nokta için (4.61a) ve (4.62b) eşitliklerinin sağındaki ilk matrisler, köşegeni üzerinde her nokta için 3x3 boyutlu alt matrislerden oluşur ve eşitliklerin sağındaki ve solundaki koordinat vektörleri nokta sayısına bağlı olarak büyür. (4.61a) eşitliği

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}_i = \underline{L}_i \begin{bmatrix} d\phi \\ d\lambda \\ dh \end{bmatrix}_i \quad (4.63)$$

biçiminde yeniden yazılırsa n sayıda nokta için

$$\begin{bmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ dz_1 \\ dx_2 \\ dy_2 \\ dz_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ dx_n \\ dy_n \\ dz_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{L}_1 & \underline{0} & \underline{0} & \cdot & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{L}_2 & \underline{0} & \cdot & \underline{0} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \underline{0} & \underline{0} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \underline{L}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\phi_1 \\ d\lambda_1 \\ dh_1 \\ d\phi_2 \\ d\lambda_2 \\ dh_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d\phi_n \\ d\lambda_n \\ dh_n \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

şeklini alır. Bu eşitliğin sağında bulunan ilk matris  $\underline{L}$  denirse hata yayılma kuralı ile

$$\underline{Q}_{xyz} = \underline{L} \underline{Q}_{\phi\lambda h} \underline{L}^T \quad (4.65)$$

elde edilir. Benzer işlemler (4.62b) eşitliği için yapılırsa

$$\underline{Q}_{\phi\lambda h} = \underline{K} \underline{Q}_{xyz} \underline{K}^T \quad (4.66)$$

bulunur.  $\underline{K}$  matrisi, köşegeni üzerinde 3x3 boyutunda alt matrisler bulunan ((4.62b) eşitliğinin sağındaki ilk matris) ve  $\underline{L}$  matrisine benzer bir matristir.

Dengeleme ister (X,Y,Z) modeline, ister ( $\phi,\lambda,h$ ) modeline göre yapılsın bilinmeyenlere ilişkin ağırlık katsayıları matrisi  $\underline{Q}$ , (4.65) ve (4.66) bağıntılarıyla birinden ötekine dönüştürülebilmektedir.

(4.19) ya da (4.41) modeli incelendiğinde her nokta için üç düzeltme denklemi yazılabildiği ve noktanın bilinmeyen olarak alınması durumunda bilinmeyen sayısının

arttığı görülmektedir. Bu durumda, eğer tüm noktalar bilinmeyen alınırsa (serbest dengeleme) ölçü sayısı bilinmeyen sayısından dönüşüm parametrelerinin sayısı kadar az ( $n=u-d$ ) olacak; serbestlik derecesi sıfır çıkacak ve bir dengeleme söz konusu olamayacaktır. Bu sorun, bir noktanın birden fazla ölçü grubundan elde edilen koordinatlarının (farklı zamanlarda yapılan gözlemlerle elde edilen koordinatlar) ölçü olarak alınması ile giderilebilir.

(4.19) ile (4.27) ya da (4.41) ile (4.42) karşılaştırıldığında uygulama açısından (4.27) ve (4.42) modellerinin daha uygun olduğu görülmektedir.

### Yöntemin Uygulanması:

Uydu tekniklerine ilişkin koordinat sistemleri (örneğin, WGS 72, WGS 84) üç boyutlu sistemlerdir. Ülke haritalarının üretimi ve çeşitli mühendislik uygulamalarında genellikle düzlem koordinatlar (örneğin, Gauss-Krüger koordinatları ya da sağa ve yukarı değerler olarak adlandırılan UTM koordinatları) kullanılmaktadır. Bu nedenle daha hesaba başlamadan önce bu koordinatlar jeodezik eğri koordinatlara ( $\phi, \lambda$ ) dönüştürülür (Schödlbauer et al, 1989). Bu dönüşüm işlemi şu şekilde gerçekleştirilir: Önce sağa ve yukarı değerlerden, küçültme faktörü  $m_0$  olmak üzere Gauss-Krüger projeksiyon koordinatları  $x, y$ ;

$$x = \text{Yukarı}/m_0$$

$$y = (\text{Sauga} - 500000)/m_0 \quad (4.67)$$

bulunur. Sonra  $x, y$  koordinatlarından ( $\phi, \lambda$ ) jeodezik eğri koordinatları

$$\phi = \phi_f + B_2 y^2 + B_4 y^4 + \dots \quad (4.68)$$

$$\lambda = \lambda_0 + B_1 y + B_3 y^3 + B_5 y^5 + \dots$$

eşitlikleriyle elde edilir (Ulsoy, 1977; Aksoy-Güneş, 1990). Burada;

$\lambda_0$  : Başlangıç meridyeninin boylamı,

$\phi_f$  : Verilen  $x$  değerine karşılık gelen enlem değeridir ve (4.71) eşitliğiyle hesaplanır (şekil 4.1).

(4.68) dönüşüm eşitliklerinde geçen katsayılar,

$$B_1 = \frac{\rho}{N_f \cos \phi_f}$$

$$B_2 = -\frac{t_f \rho}{2 N_f^2} (1 + \eta_f^2)$$

$$B_3 = -\frac{\rho}{6 N_f^3 \cos \phi_f} (1 + 2t_f^2 + \eta_f^2) \quad (4.69)$$

$$B_4 = \frac{t_f \rho}{24 N_f^4} (5 + 3t_f^2 + 6\eta_f^2 - 6t_f^2 \eta_f^2)$$

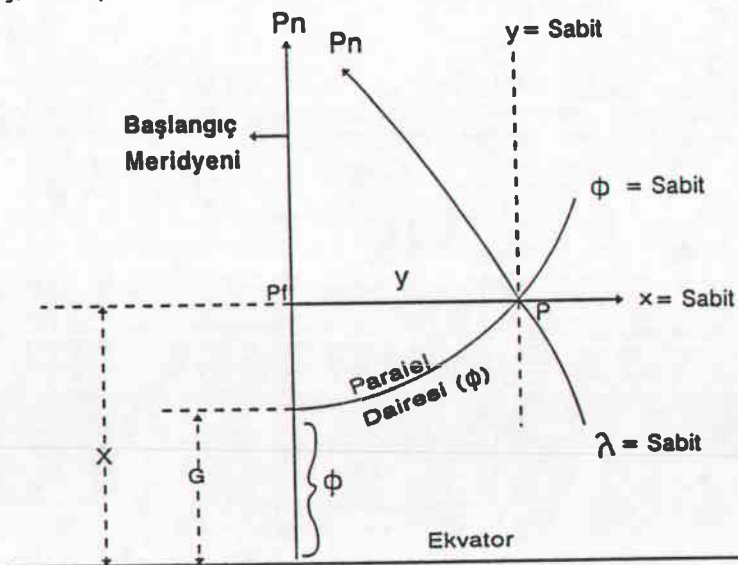
$$B_5 = \frac{\rho}{120 N_f^5 \cos \phi_f} (5 + 28t_f^2 + 24t_f^4)$$

$$t_f = \operatorname{tg} \phi_f$$

$$\eta_f^2 = \epsilon^2 \cos^2 \phi_f \quad (4.70)$$

$\epsilon^2$  : (2.15) eşitliğiyle verilen değer ve

$N_f$ : (2.11) eşitliğinde  $\phi_f$  enlemi kullanılarak hesaplanan yarıçaptır (Ulsoy, 1977; Aksoy-Güneş, 1990).



Şekil 4.1: Meridyen yayı uzunluğu ile enlem arasındaki ilişki

(4.68) bağıntılarında geçen  $\phi_f$  enlemi, noktanın  $x$  değerine karşılıktır ve  $\phi_f$  için

$$\phi_f = \theta + B \sin 2\theta + C \sin 4\theta + D \sin 6\theta \quad (4.71)$$

eşitliği geçerlidir (Özbenli, 1991). Katsayılar, uluslararası elipsoit (Hayford) için

$$\theta = \frac{x}{A}$$

$$A = 111136.5366560546 \text{ m/o}$$

$$B = 0.144930070^\circ$$

$$C = 0.000213851^\circ$$

$$D = 0.000000432^\circ$$

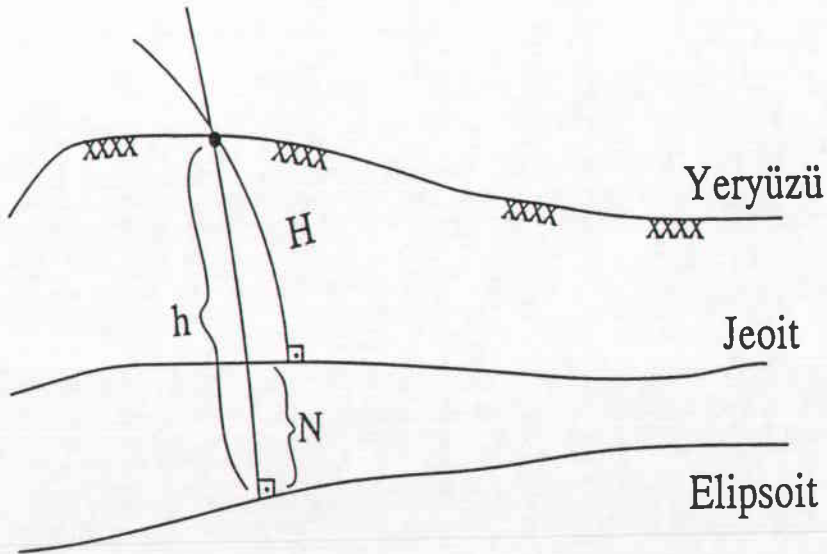
(4.72)

dir.

Böylece Gauss-Krüger koordinatlarından eğri koordinatlar ( $\phi, \lambda$ ) hesaplandıktan sonra

$$h = H + N \quad (4.73)$$

biçiminde elipsoit yükseklikleri belirlenir (şekil 4.2). Burada  $H$  ortometrik yükseklik ve  $N$  jeoit yüksekliğidir.  $h$  elipsoit yüksekliğinin hesabı için jeoidin belirlenmiş olması gerekir.



Şekil 4.2: Elipsoit yüksekliği, Ortometrik yükseklik, Jeoit yüksekliği

Böylece jeodezik  $\phi, \lambda, h$  koordinatları elde edilir. Buradan  $x, y, z$  sistemine geçilir. Artık uydu gözlemleri ile elde edilen  $X, Y, Z$  koordinat farkları ve ülke koordinatlarına ilişkin (4.27) ya da (4.42) modeli kullanılabilir. Çözüm sonucunda ülke sistemine dönüştürülmüş nokta koordinatları bulunur. Bu koordinat kümesi kullanılan modellere göre jeodezik dik ya da eğri koordinatlardır. Her iki durumda da  $\phi, \lambda, h$  kümesi mevcut demektir. Buradan  $\phi, \lambda$  ile düzlem dik koordinatlara (Gauss-Krüger koordinatları) dönüşüm kolaydır. Sorun, belirlenen  $h$  elipsoit yüksekliklerinin mühendislik hizmetlerinde doğrudan kullanılamamasıdır. Bu nedenle pratikte kullanılan  $H$  ortometrik yüksekliklerinin hesaplanması gerekmektedir. Ortometrik yükseklikler çeşitli yöntemlerle belirlenebilir.

#### 4.4. Ortometrik Yüksekliklerin Belirlenmesi

Sıklaştırma ağının bulunduğu bölgede ülke datumunda jeoit belirlenmişse (4.73) den  $H$  ortometrik yükseklikleri

$$H = h - N \quad (4.74)$$

çıkar (Liddle, 1989).

Sıklaştırma bölgesinde yerel datumda ya da yerel datuma dönüştürülebilecek herhangi bir datumda jeoit yükseklikleri yerine jeoit yükseklik farkları ve herhangi bir noktanın ortometrik yüksekliği biliniyorsa tüm ortometrik yüksekliklerin hesabı olanaklı olmaktadır. Söz konusu model (4.73) eşitliğinden gidilerek elde edilebilir. Bu eşitlik  $i$  ve  $j$  noktaları için

$$h_j = H_j + N_j \quad (4.75a)$$

$$h_i = H_i + N_i \quad (4.75b)$$

biçimindedir. Buradan

$$\Delta h_{ij} = h_j - h_i, \quad \Delta H_{ij} = H_j - H_i, \quad \Delta N_{ij} = N_j - N_i \quad (4.76)$$

ile

$$\Delta H_{ij} = \Delta h_{ij} - \Delta N_{ij} \quad (4.77)$$

çıkar (Sideris-Schwarz, 1986; Hein, 1989; Sideris, 1990).



$\Delta h_{ij}$  değerleri, dengeleme sonucunda hesaplanan jeodezik eğri  $(\phi, \lambda, h)$  koordinatlarından ve  $\Delta N_{ij}$  jeoit yükseklik farkları, jeoit yüksekliklerinden elde edilir. Böylece  $\Delta H_{ij}$  ler kolayca belirlenebilir. Yalnız burada  $\Delta N_{ij}$  yükseklik farklarının dengeli değerler olmadığı gözönüne alınmalıdır. Bu yüzden  $\Delta H_{ij}$  ortometrik yükseklik farkları da dengelenmesi gereken değerler olacaktır.  $\Delta H_{ij}$  yükseklik farkları ölçüler anlamında ele alınarak nivelman ağı dengelemesi yapılabilir. En az bir noktanın ortometrik yüksekliğinin belli olması durumunda tüm noktaların ortometrik yükseklikleri türetilebilir. Bunun için gerekli dengeleme modeli olarak,

$$\Delta H_{ij} = H_j - H_i \quad (4.78)$$

ölçüleri için

$$\Delta H_{ij} + V_{ij} = -dH_i + dH_j + (H_j^0 - H_i^0) \quad (4.79)$$

$$V_{ij} = -dH_i + dH_j + (H_j^0 - H_i^0 - \Delta H_{ij}) \quad (4.80)$$

ya da matris gösterimiyle

$$\underline{V} = \underline{A} \underline{X} - \underline{l} \quad , \quad \text{Ağırlık matrisi } \underline{P} \quad (4.81)$$

biçiminde düzeltme denklemleri oluşturulabilir. Buradan

$$\underline{N} = \underline{A}^T \underline{P} \underline{A} \quad \text{ve} \quad \underline{n} = \underline{A}^T \underline{P} \underline{l} \quad \text{ile} \quad (4.82)$$

normal denklemlere geçilir ve bilinmeyenler vektörü

$$\underline{X} = \underline{N}^{-1} \underline{n} \quad (4.83)$$

elde edilir. Yukarıdaki eşitliklerde;

- $H_i^0, H_j^0$  : Noktaların yaklaşık ortometrik yükseklikleri,
- $\underline{V}$  : Düzeltmeler vektörü,
- $\underline{A}$  : Katsayılar matrisi,
- $\underline{X}$  : Bilinmeyenler vektörü  $\underline{X} = (dH_1, dH_2, \dots, dH_u)^T$ ,
- $u$  : Ortometrik yüksekliği bilinmeyen nokta sayısı,
- $\underline{l}$  : Yalın terimler vektörü  $(-l = H_j^0 - H_i^0 - \Delta H_{ij})$

anlamındadır.

(4.81) modelinin  $P$  ağırlık matrisini belirlemek için (4.77) bağıntısına hata yayılma kuralı uygulanabilir. Bu eşitlikten görülebileceği gibi  $\Delta H_{ij}$  ölçüsünün duyarlılığı hem uydu tekniğinin duyarlılığına (GPS in duyarlılığına) hem jeoidin duyarlılığına bağlıdır.  $\Delta h_{ij}$  ve  $\Delta N_{ij}$  büyüklüklerinin korelasyonsuz oldukları varsayılırsa

$$\sigma_{\Delta H_{ij}}^2 = \sigma_{\Delta h_{ij}}^2 + \sigma_{\Delta N_{ij}}^2 \quad (4.84)$$

yazılabilir (Sideris-Schwarz, 1986; Sideris, 1990). Bu eşitliğin sağındaki varyanslar (4.76) dan

$$\sigma_{\Delta h_{ij}}^2 = \sigma_{h_j}^2 + \sigma_{h_i}^2 - 2 \sigma_{h_i h_j} \quad (4.85)$$

$$\sigma_{\Delta N_{ij}}^2 = \sigma_{N_j}^2 + \sigma_{N_i}^2 - 2 \sigma_{N_i N_j} \quad (4.86)$$

çıkar.  $h_i$  ve  $h_j$  yükseklikleri dengeleme sonucu elde edildiklerinden

$$\sigma_{h_i}^2 = \hat{\sigma}^2 q_{h_i h_i}, \quad \sigma_{h_j}^2 = \hat{\sigma}^2 q_{h_j h_j}, \quad \sigma_{h_i h_j} = \hat{\sigma}^2 q_{h_i h_j} \quad (4.87)$$

bağıntıları geçerlidir.  $\hat{\sigma}^2$ ,  $h_i$  ve  $h_j$  yüksekliklerinin hesaplandığı dengelemeden elde edilen sonsal varyanstır. Jeoit yüksekliklerine ilişkin varyanslar jeoit yüksekliklerinin hesabı sonucunda belirlenir.

Varyanslar bu şekilde belirlendikten sonra seçilecek bir  $\sigma^2$  varyans faktörü yardımıyla ağırlıklar

$$P_{\Delta H_{ij}} = \frac{\sigma^2}{\sigma_{\Delta H_{ij}}^2} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (4.88)$$

elde edilir.

Stokastik model bu şekilde belirlenerek çözüm yapılabileceği gibi robust kestirim yöntemiyle de çözüm olanaklıdır. Bu yöntemde çözüm, ağırlıklar değiştirilerek iterasyonla gerçekleştirilir. İlk iterasyonda ağırlık matrisi birim matris olarak alınır. Değişik robust kestirim yöntemleri vardır (Juhl, 1982; Krarup-Kubik, 1983; Jorgensen et al, 1984; Kubik et al, 1984). Her iterasyonda ölçülerin ağırlıkları değiştirilir. Örneğin, Danimarka yöntemine göre  $i+1$  inci iterasyonda ağırlıklar,

$$P_{i+1} = P_i f(V_i) \quad (4.89)$$

biçiminde değiştirilir. Burada  $f(V_i)$  fonksiyonu

$$f(V_i) = \begin{cases} 1 & \frac{|V_i|}{\sigma_{vi}} < 1.5 \\ e^{-0.05 \left(\frac{|V_i|}{\sigma_{vi}}\right)^{4.4}} & \frac{|V_i|}{\sigma_{vi}} \geq 1.5 \end{cases} \quad (4.90)$$

dir (Ayhan-Aksoy, 1991).  $i$  nci iterasyonda hesaplanan sonsal standart sapma  $\hat{\sigma}_i$  olmak üzere  $i$  nci ölçünün düzeltilmesinin standart sapması

$$\sigma_{vi} = \hat{\sigma}_i \sqrt{q_{vivi}} \quad (4.91)$$

ile hesaplanır.  $q_{vivi}$ , düzeltilmelere ilişkin ağırlık katsayıları matrisinin ilgili köşegen elemanı ve  $V_i$ ,  $i$  nci ölçünün düzeltilmesidir.

Ağırlık matrisi (4.88) ya da (4.89) ile belirlendikten sonra (4.81) dengeleme modelinden en küçük kareler yöntemiyle çözüme gidilir.

#### 4.5. Jeodezik Eğri Koordinatlardan $(\phi, \lambda)$ Gauss-Krüger Koordinatlarına $(x, y)$ (Düzlem Dik Koordinatlara) Geçiş

Jeodezik eğri koordinatlardan  $(\phi, \lambda)$  Gauss-Krüger projeksiyon koordinatlarının hesabı

$$\begin{aligned} x &= G + A_2 \Delta\lambda^2 + A_4 \Delta\lambda^4 + \dots \\ y &= A_1 \Delta\lambda + A_3 \Delta\lambda^3 + A_5 \Delta\lambda^5 + \dots \end{aligned} \quad (4.92)$$

eşitlikleriyle gerçekleştirilebilir (Ulsoy, 1977; Aksoy-Güneş, 1990). Başlangıç meridyeninin boylamı  $\lambda_0$  olmak üzere  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$  dır ve  $G, \phi$  enlemine karşılık başlangıç meridyeni üzerinde ekvatorun olan meridyen yayı uzunluğu olup (4.94) eşitliğiyle hesaplanır (şekil 4.1). (4.92) eşitliğindeki katsayılar,

$$\begin{aligned}
A_1 &= \frac{N \cos \phi}{\rho} \\
A_2 &= \frac{Nt \cos^2 \phi}{2 \rho} \\
A_3 &= \frac{N \cos^3 \phi}{6 \rho} (1 - t^2 + \eta^2) \\
A_4 &= \frac{Nt \cos^4 \phi}{24 \rho} (5 - t^2 + 9 \eta^2 + 4 \eta^4) \\
A_5 &= \frac{N \cos^5 \phi}{120 \rho} (5 - 18 t^2 + t^4 + 14 \eta^2 - 58 t^2 \eta^2)
\end{aligned} \tag{4.93}$$

biçimindedir. Katsayıların ve (4.70) ile tanımlanan  $t$ ,  $\eta$  büyüklüklerinin hesabında  $\phi$  enlemi kullanılmalıdır. (4.92) eşitliğindeki  $G$  değeri,

$$G = A\phi - B' \sin 2\phi + C' \sin 4\phi - D' \sin 6\phi + E' \sin 8\phi - F' \sin 10\phi \tag{4.94}$$

dir (Jordan et al, 1958). Uluslararası elipsoit (Hayford) için katsayılar,

$$\begin{aligned}
A &= 111136.5366560546 \text{ m/o} \\
B' &= 16107.0347 \text{ m} \\
C' &= 16.9762 \text{ m} \\
D' &= 0.0223 \text{ m} \\
E' &= 0.00003167 \text{ m} \\
F' &= 0.000000045995 \text{ m}
\end{aligned}$$

dir (Özbenli, 1991). Enlem ve meridyen yayı uzunluğu hesabı için (4.71) ve (4.94) yerine başka bağıntılar da kullanılabilir (Leick, 1990; Hofmann Wellenhof et al, 1992).

Projeksiyon koordinatları ( $x, y$ ) böylece elde edildikten sonra küçültme faktörü  $m_0$  ile sağa ve yukarı değerler

$$\begin{aligned}
\text{Sağa} &= y m_0 + 500000 \\
\text{Yukarı} &= x m_0
\end{aligned} \tag{4.95}$$

elde edilir.

Böylece tüm noktaların pratikte kullanılan yatay konum koordinatları (sağa ve yukarı değerleri) ve düşey konumları (H ortometrik yükseklikleri) elde edilmiş olur.

## 5. İSTATİSTİK TESTLER

Dengeleme sonuçlarına ve bunların duyarlıklarına ilişkin yargılar, matematik modelin gerçeğe uyması durumunda doğrudur. Matematik model, ölçüler ve bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkileri olabildiğince gerçeğe uygun olarak içermelidir.

Model hataları ya da sistematik hatalar dengeleme sonuçlarını etkiler. Bu nedenle bu tür hatalar istatistik yöntemlerle araştırılmalıdır.

Sıklaştırma ağlarında, birincisi "ölçüler kaba hatalı değildir" ve ikincisi "bağlantı noktalarının koordinatları sıklaştırma ağının ölçü geometrisi ile uyumludur" şeklinde iki model hipotezi ileri sürülebilir. Bu hipotezler dağılımı bilinen testlerle test edilir. Ölçü sayısı  $n$ , bağlantı noktalarının koordinatlarının sayısı  $h$  olmak üzere ölçüler için  $n$  ve bağlantı noktaları için  $h$  ya da  $h/3$  (iki boyutlu ağlarda  $h/2$ ) sayıda hipotez tanımlanmalıdır.

### 5.1. Model Hipotezinin Test Edilmesi

Model testi için hipotez olarak, matematiksel modelin, ölçülerle bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkiler ile ölçülerin stokastik özelliklerini doğru ve noksansız olarak tanımladığı ileri sürülür. Bu hipotezi test etmek için önsel varyans  $\sigma^2$  ile sonsal varyans  $\hat{\sigma}^2$  karşılaştırılır. Model hipotezi doğru ise

$$H_0 : E(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2 \quad (5.1a)$$

sıfır hipotezi

$$H_a : E(\hat{\sigma}^2) \neq \sigma^2 \quad (5.1b)$$

seçenek hipotezine karşı geçerli olmalıdır. Varyanslar için

$$T = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim F_{r, \infty} = (\chi_r^2)/r \quad (5.2)$$

dağılımı geçerlidir (Şimşek, 1992). Burada  $r$ ,  $\hat{\sigma}^2$  nin (dengelemenin) ve  $\infty$ ,  $\sigma^2$  nin serbestlik derecesini göstermektedir.  $\alpha$  öngörülen yanılma olasılığı olmak üzere T test büyüklüğü F-dağılımının sınır değerinden ya da  $\chi^2$  dağılımının sınır değerinin  $r$  ye bölünmesinden elde edilen değerden büyük,

$$T = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} > F_{r, \infty, 1-\alpha} = (\chi_{r, 1-\alpha}^2)/r \quad (5.3)$$

ise sıfır hipotezinin geçersiz ve model hatası olduğuna karar verilir; aksi halde model hatası yoktur. Sıfır hipotezi,

- a) Dengelemenin fonksiyonel modelinin eksik oluşu,
- b) Dengelemenin stokastik modelinin eksik oluşu,
- c) Dengelemede kullanılan ölçüler arasında uyumsuz ölçülerin bulunması

gibi nedenlerden dolayı reddedilebilir. Sıfır hipotezinin reddedilmesine bunların hangisinin neden olduğu bilinemez ve (5.2) testi de bu konuda bilgi içermemektedir (Kavouras, 1982).

## 5.2. Uyuşumsuz Ölçü Testi

Model hipotezinin geçersizliğine neden olan uyumsuz ölçüleri ortaya çıkarabilecek test yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemlerin başlıcaları data-snooping, tau-testi ve t-testidir.

Düzeltilmeler  $V_i$  ve düzeltmelerin standart sapmaları  $\sigma_{V_i}$  ile gösterilmek üzere ölçüler için test büyüklüğü genel olarak

$$T_i = \frac{|V_i|}{\sigma_{V_i}} = \frac{|V_i|}{\sigma \sqrt{q_{V_i} v_i}} \quad (5.4)$$

biçiminde yazılabilir. Yukarıda sözü edilen üç test yöntemi test büyüklüğünün hesabında kullanılan  $\sigma_{V_i}$  standart sapması ve dolayısıyla test büyüklüğünün dağılımı ile birbirinden ayrılır.

(5.4) test büyüklüğü, data-snooping olarak adlandırılan Baarda test yönteminde  $\sigma$ , önsel standart sapma olmak üzere

$$T_i = \frac{|V_i|}{\sigma \sqrt{q_{v_i v_i}}} \sim N(0,1) \quad (5.5)$$

biçiminde normal dağılımlı; Pope testinde  $\hat{\sigma}$ , sonsal standart sapma olmak üzere

$$T_i = \frac{|V_i|}{\hat{\sigma} \sqrt{q_{v_i v_i}}} \sim \tau_r \quad (5.6)$$

tau-dağılımlıdır (Aksoy, 1984; Ayan, 1992). Tüm ölçülere ilişkin düzeltmelerin karesel toplamı  $\Omega = \underline{V}^T \underline{P} \underline{V}$ , test edilecek i nci ölçü dışında kalan ölçülere ilişkin ağırlık matrisi  $\underline{P}_{11}$  ve düzeltmeler vektörü  $\underline{V}_1$  ile gösterilirse bu düzeltmelerin karesel toplamı,

$$\Omega_1 = \underline{V}_1^T \underline{P}_{11} \underline{V}_1 = \Omega - \frac{V_i^2}{q_{v_i v_i}} \quad (5.7)$$

bağıntısıyla bulunabilir. Buradan sonsal standart sapma

$$\hat{\sigma}_1 = \sqrt{\frac{\Omega_1}{n-u-1}} \quad (n: \text{ölçü, } u: \text{ bilinmeyen sayısı}) \quad (5.8)$$

olarak hesaplanır. Bu değer (5.4) de kullanılması ile elde edilen test büyüklüğü

$$T_i = \frac{|V_i|}{\hat{\sigma}_1 \sqrt{q_{v_i v_i}}} \sim t_{r-1} \quad (5.9)$$

biçiminde t-dağılımlıdır. Yukarıdaki bağıntılarda geçen  $q_{v_i v_i}$ , düzeltmelerin kofaktörler matrisi  $\underline{Q}_{VV}$  nin i nci köşegen elemanıdır.

(5.5), (5.6) ve (5.9) test büyüklükleri sırayla normal dağılımın  $N_{1-\alpha_0/2}$ ; tau-dağılımının  $\tau_{r,1-\alpha_0/2}$  ve t-dağılımının  $t_{r-1,1-\alpha_0/2}$  sınır değerlerinden büyükse ilgili ölçü uyumsuz olarak yorumlanır.

Ölçü sayısı n olmak üzere (5.5), (5.6) ve (5.9) tek boyutlu testlerin  $\alpha_0$  yanılma olasılığı ile (5.2) çok boyutlu testin  $\alpha$  yanılma olasılığı arasında



$$\alpha = 1 - (1 - \alpha_0)^n \quad (5.10a)$$

ya da

$$\alpha_0 = 1 - (1 - \alpha)^{1/n} \cong \frac{\alpha}{n} \quad (5.10b)$$

bağıntısı vardır (Demirel, 1987a).

Ölçülerin korelasyonlu olması durumunda test büyüklüğü için

$$T_i = \frac{\underline{e}_i^T \underline{P}_{11} \underline{V}_i}{\sigma \sqrt{\underline{e}_i^T \underline{P}_{11} \underline{Q}_{vv} \underline{P}_{11} \underline{e}_i}} \sim N(0,1) \quad (5.11)$$

bağıntısı geçerlidir (Cross-Sutisna, 1987). Burada,

$$\underline{e}_i^T = [0 \ 0 \ \dots \ 1 \ \dots \ 0 \ 0] \quad (i \text{ nci eleman}=1)$$

$\underline{P}_{11}$  : Ölçülerin ağırlık matrisi,

$\underline{Q}_{vv} = \underline{P}^{-1} - \underline{A} \underline{Q}_{xx} \underline{A}^T$  : Düzeltmelerin kofaktörler matrisi,

$\sigma$  : Önsel standart sapma,

$\underline{V}_i$  : Düzeltmeler vektörüdür.

(5.11) test büyüklüğü normal dağılımın  $N_{1-\alpha_0/2}$  kritik değerinden büyük çıkarsa bu ölçünün uyuşumsuz olduğuna karar verilir.

### 5.3. Bağlantı Noktalarının Test Edilmesi

Bir sıklaştırma ağında yeni ağ bölümünü eski ağa bağlayan bağlantı noktalarının verilen koordinatları  $\hat{\underline{x}}_1$  ile gösterilsin. Zorlamasız dengeleme sonuçlarının (bilinmeyenler vektörü  $\hat{\underline{x}}$  ve bunlara ilişkin kofaktörler matrisi  $\underline{Q}_{xx}$ ) S-transformasyonu ile sadece bağlantı noktalarını içeren kısmi iz minimum çözümüne dönüştürülmesiyle elde edilen bağlantı noktalarının koordinatları  $\hat{\underline{x}}_1$  ve kofaktör matrisi  $\underline{Q}_{\hat{\underline{x}}_1 \hat{\underline{x}}_1}$  olsun. Burada sözü edilen S-transformasyonu kısaca aşağıdaki gibidir :

Transformasyon matrisi  $\underline{S}$ ,

$$\underline{S} = \underline{I} - \underline{G} (\underline{G}^T \underline{E} \underline{G})^{-1} \underline{G}^T \underline{E} \quad (5.12)$$

ile bulunur (Illner, 1983; Biacs-Teskey, 1990). Eşitlikteki  $\underline{I}$ , birim matris;  $\underline{E}$ , köşegeni üzerinde datum tanımına giren koordinatlar için 1 ve diğer elemanları sıfır olan datum belirleyici bir matristir. Örneğin, 3 noktalı bir ağda 2 nokta (6 koordinat) datum tanımına giriyorsa,

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

biçimindedir.  $\mathbf{G}$  matrisi ise, normal denklemler matrisinin sıfır olan öz değerlerine karşılık gelen öz vektörler matrisidir ve üç boyutlu ağlarda

$$\mathbf{G}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & . & . & . \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & . & . & . \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & . & . & . \\ 0 & -\bar{z}_1 & \bar{y}_1 & 0 & -\bar{z}_2 & \bar{y}_2 & . & . & . \\ \bar{z}_1 & 0 & -\bar{x}_1 & \bar{z}_2 & 0 & -\bar{x}_2 & . & . & . \\ -\bar{y}_1 & \bar{x}_1 & 0 & -\bar{y}_2 & \bar{x}_2 & 0 & . & . & . \\ \bar{x}_1 & \bar{y}_1 & \bar{z}_1 & \bar{x}_2 & \bar{y}_2 & \bar{z}_2 & . & . & . \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$\left. \begin{array}{l} \text{x,y,z boyunca ötelemeler} \\ \text{x,y,z etrafında dönmeler} \end{array} \right\}$   
 ölçek faktörü

biçimindedir (van Mierlo, 1980; Illner, 1985; Welsch-Oswald, 1985; Welsch, 1986; Caspary, 1987).  $\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i$  yaklaşık koordinatları ağın ağırlık merkezine dönüştürülmüş koordinatlarıdır. Özgün sistemdeki koordinatlar  $x_i^0, y_i^0, z_i^0$  olmak üzere p sayıda nokta için

$$\bar{x}_i = x_i^0 - \sum x_i^0 / p$$

$$\bar{y}_i = y_i^0 - \sum y_i^0 / p$$

$$\bar{z}_i = z_i^0 - \sum z_i^0 / p$$

(5.15)

olur (Caspary, 1987).

Zorlamasız dengeleme ile elde edilen  $\hat{x}$  vektörü serbest datum parametrelerinin sayısı kadar sıfır elemanı ve  $Q_{\hat{x}\hat{x}}$  matrisi bunlara karşılık sıfır elemanlı satır ve sütunlarla genişletildikten sonra S-transformasyonu uygulanarak bağlantı noktalarının bilinmeyen koordinatları ve bunların kofaktör matrisi,

$$\hat{x}_1 = S \hat{x}$$

$$Q_{\hat{x}_1\hat{x}_1} = S Q_{\hat{x}\hat{x}} S^T$$

(5.16)

bulunur (Demirel, 1987b).

Bağlantı noktalarının koordinatlarının sayısı h ile gösterilirse bağlantı noktalarının global testi için test büyüklüğü olarak

$$T = \frac{(\hat{x}_1 - \tilde{x}_1)^T Q_{\hat{x}_1\hat{x}_1}^{-1} (\hat{x}_1 - \tilde{x}_1)}{h \hat{\sigma}^2} \sim F_{h,r} \quad (5.17)$$

eşitliği geçerlidir (Koch, 1983). Bu test büyüklüğü, öngörülen  $\alpha$  yanılma olasılığına karşılık  $S = 1 - \alpha$  istatistik güven ve h,r serbestlik dereceleri ile F-dağılımının sınır değerinden büyük,

$$T > F_{h,r,1-\alpha}$$

(5.18)

çıkarsa bağlantı noktalarının koordinatlarında uyuşumsuzluk olduğuna karar verilerek uyuşumsuzluğun hangi noktada olduğunu araştırma aşamasına geçilir. (5.17) eşitliğinde r, dengelemenin serbestlik derecesidir.

(5.17) global testi sonucunda bağlantı noktaları kümesinde uyuşumsuzluk olduğu belirlenirse, hangi koordinat ya da koordinatların bu uyuşumsuzluğa neden olduğunu ortaya çıkarabilmek için nokta koordinatları teker teker, çifter çifter ya da bir noktanın her üç koordinatı birlikte test edilebilir.

Tek bir koordinat için, (5.17) de  $Q_{\hat{x}_1 \hat{x}_1}^{-1}$  yerine  $1 / q_{x_i x_i}$  yazılarak

$$T_1^2 = \frac{(\hat{x}_i - \tilde{x}_i)^2}{\hat{\sigma}^2 q_{x_i x_i}} \sim F_{1,r} \quad (i=1,2, \dots, h) \quad (5.19)$$

ya da

$$T_1 = \frac{(\hat{x}_i - \tilde{x}_i)}{\hat{\sigma} \sqrt{q_{x_i x_i}}} \sim t_r \quad (5.20)$$

biçiminde elde edilen test büyüklükleri geçerli olur. Benzer biçimde y,z koordinatları da test edilebilir.

Bir noktanın iki koordinatı için test büyüklüğü,

$$T_2 = \frac{\begin{bmatrix} \hat{x}_i - \tilde{x}_i \\ \hat{y}_i - \tilde{y}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_{x_i x_i} & q_{x_i y_i} \\ q_{y_i x_i} & q_{y_i y_i} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{x}_i - \tilde{x}_i \\ \hat{y}_i - \tilde{y}_i \end{bmatrix}}{2 \hat{\sigma}^2} \sim F_{2,r} \quad (5.21)$$

çıkar (Koch, 1983; Aksoy, 1987). Burada  $i=1,2, \dots, h$  dir. Benzer biçimde x, z ve y,z koordinat çiftleri de test edilebilir.

Bir noktanın üç koordinatının birlikte test edilmesi istenirse test büyüklüğü benzer biçimde,

$$T_3 = \frac{\begin{bmatrix} \hat{x}_i - \tilde{x}_i \\ \hat{y}_i - \tilde{y}_i \\ \hat{z}_i - \tilde{z}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_{x_i x_i} & q_{x_i y_i} & q_{x_i z_i} \\ q_{y_i x_i} & q_{y_i y_i} & q_{y_i z_i} \\ q_{z_i x_i} & q_{z_i y_i} & q_{z_i z_i} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{x}_i - \tilde{x}_i \\ \hat{y}_i - \tilde{y}_i \\ \hat{z}_i - \tilde{z}_i \end{bmatrix}}{3 \hat{\sigma}^2} \sim F_{3,r} \quad (5.22)$$

olur ( $i=1,2,\dots, h$ ).

$T_1, T_2$  ve  $T_3$  test büyüklüklerinin hesabı için yeni dengeleme yapmaksızın (5.17) global testinde kullanılan bilinmeyenler vektörü  $\hat{x}_1$  ve  $Q_{\hat{x}_1 \hat{x}_1}$  matrisinin test edilecek

noktaya ilişkin alt elemanları kullanılır. Test büyüklükleri, öngörülen  $\alpha$  yanılma olasılığına göre ilgili dağılımların sınır değerlerinden büyük,

$$T_1^2 > F_{1,r,1-\alpha} \quad (5.23a)$$

ya da

$$T_1 > t_{r,1-\alpha/2} \quad (5.23b)$$

$$T_2 > F_{2,r,1-\alpha} \quad (5.24)$$

$$T_3 > F_{3,r,1-\alpha} \quad (5.25)$$

çıkarsa incelenen koordinat ya da koordinatların uyumsuz olduğuna karar verilir. Uyumsuz bulunan nokta koordinatı, genellikle koordinatları dengelemede bilinmeyenler olarak alınmalıdır.

Üç boyutlu ağ sıklaştırmasında bağlantı noktalarının koordinatlarından her üçü de her zaman sabit olarak alınmayabilir. Bazı noktaların  $x,y$  ya da  $\phi, \lambda$  koordinatları ve bazı noktaların da  $z$  ya da  $h$  koordinatı sabit öngörülebilir.

(5.17), (5.19), (5.21) ve (5.22) test büyüklükleri bilinmeyenlerin  $(x,y,z)$  olması durumunda geçerlidir.  $(\phi,\lambda,h)$  modeliyle hesap yapılıyorsa bu testleri kullanabilmek için ağırlık katsayıları matrisi  $(Q_{\phi,\lambda,h})$ ,  $(x,y,z)$  sisteminin  $Q_{xyz}$  matrisine dönüştürülmelidir.

## 5.4. Parametre Testi

### 5.4.1. t-Testi

Herhangi bir parametre  $X$  ve bunun standart samsı  $\sigma_x$  olmak üzere bu parametrenin anlamlı olup olmadığı, başka bir deyişle sifıra eşit alınıp alınamayacağı;

$$T = \frac{X}{\sigma_x} \sim t_r \quad \text{ya da} \quad T^2 = \frac{X^2}{\sigma_x^2} \sim F_{1,r} \quad (5.26)$$

dağılımıyla test edilebilir. Yanılma olasılığı  $\alpha$  olmak üzere;

$$T > t_{r,1-\alpha/2} \quad \text{ya da} \quad T^2 > F_{1,r,1-\alpha} \quad (5.27)$$

çıkıyorsa parametre istatistiksel olarak anlamlıdır; sifıra eşit alınamaz.

### 5.4.2. Doğrusal Hipotez Testi Yardımıyla Parametre Testi

Bilinmeyenler vektörünün açıkça belirlenemediği ya da kimi parametrelerin dengeleme modeline bilinmeyen olarak sokulmasının anlamlı olup olmadığına karar vermekte güçlük çekildiği durumlarda

$$H_0 : \underline{B} \underline{X} = \underline{W} \quad (5.28)$$

biçiminde doğrusal hipotez (koşul denklemleri sistemi) oluşturulur (Niemeier, 1985). Bu hipotezin verilen dengeleme modeli ile uyumlu olup olmadığı araştırılır. Bu amaçla, öngörülen dengeleme modeli,

$$\underline{1} + \underline{V} = \underline{A} \hat{\underline{X}}, \quad \underline{\Sigma} = \sigma^2 \underline{Q} \quad (5.29)$$

sıfır hipotezinin geçerli olduğunu varsayan dengeleme modeli,

$$\underline{1} + \underline{V}_H = \underline{A} \hat{\underline{X}}_H, \quad \underline{\Sigma} = \sigma^2 \underline{Q} \quad (5.30)$$

$$\underline{B} \underline{X}_H = \underline{W}$$

ile karşılaştırılır. Düzeltmelerin kareleri toplamı (5.29) modeli için  $\Omega$  ve (5.30) modeli için  $\Omega_H$  ile gösterilirse değişim miktarı

$$R = \Omega_H - \Omega \quad (5.31)$$

olur. Sıfır hipoteziyle genişletilmiş (5.30) modeli yerine sıfır hipotezine uygun olarak değiştirilmiş (5.29) modeli,

$$\underline{1} + \underline{V}_H = \underline{A}_H \hat{\underline{X}}_H \quad (5.32)$$

yardımıyla da  $\Omega_H$  elde edilebilir. (5.29) modelinde serbestlik derecesi  $r$  ve (5.32) de  $r_H$  ile gösterilirse  $h = r_H - r$  olmak üzere sıfır hipotezinin geçerli olup olmadığına

$$\hat{F} = \frac{R/h}{\Omega/r} = \frac{R}{\hat{\sigma}^2 h} \sim F_{h,r} \quad (5.33)$$

test büyüklüğü ile karar verilir.

Dönüşüm parametrelerini bu yöntem ile test etmek için parametrelerin bilinmeyen olarak alındığı (5.29) modeli ile  $\Omega$ , test edilecek parametre ya da parametrelerin sıfıra eşit alındığı durum için geçerli (5.32) modeli ile  $\Omega_H$  ve buna göre düzeltmelerin kareleri toplamındaki değişimi gösteren R hesaplanarak (5.33) test büyüklüğü oluşturulmalıdır. Bu test büyüklüğü, öngörülen  $\alpha$  yanılma olasılığı ve h,r serbestlik dereceleri ile F-dağılımının sınır değerinden büyük,

$$\hat{F} > F_{h,r,1-\alpha} \quad (5.34)$$

çıkarsa parametrenin (ya da parametrelerin) anlamlı, başka bir deyişle genişletilen modelin uygun olduğuna karar verilir.



## 6. SAYISAL UYGULAMA

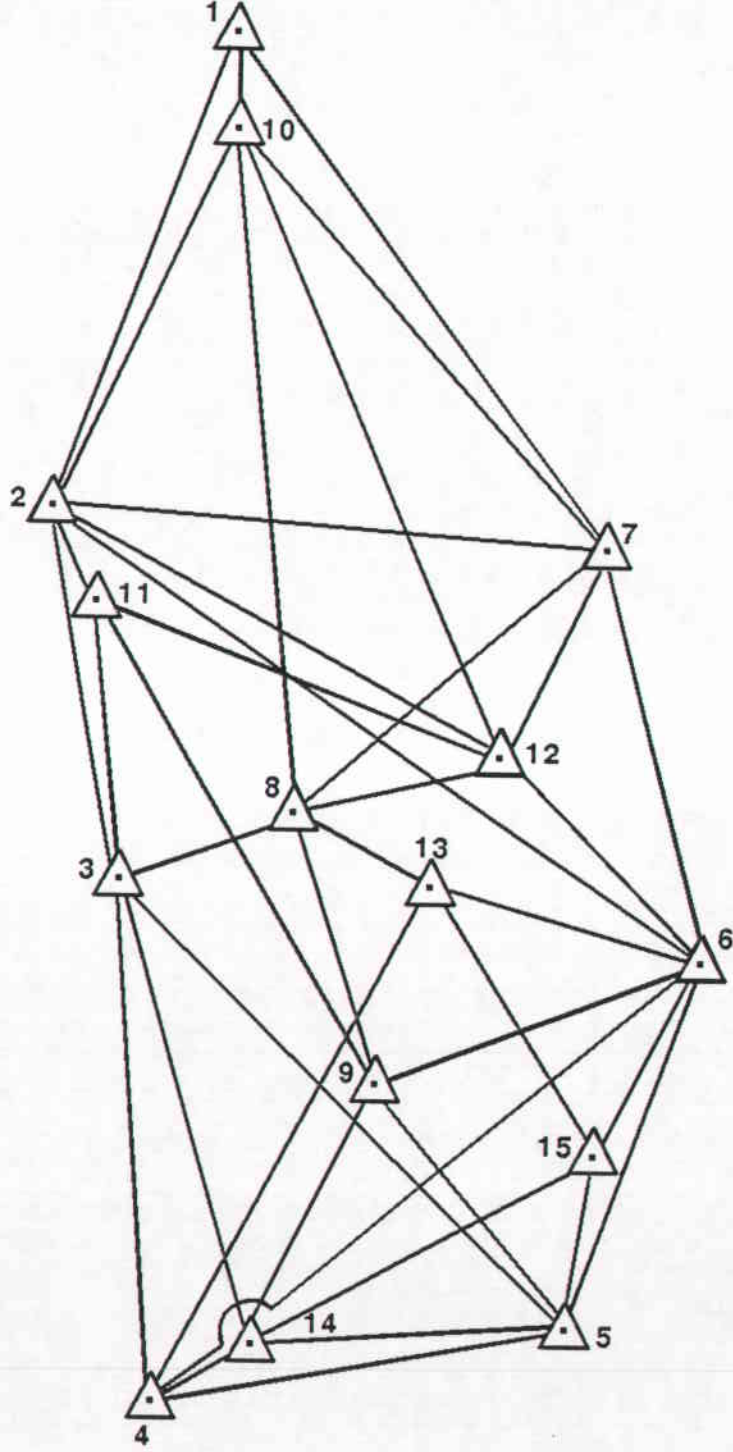
Hem GPS ölçüsü yapılarak WGS 84 de koordinatları hesaplanan hem de ED 50 datumunda koordinatları bilinen 15 noktalı bir ağ uygulama alanı olarak seçilmiştir (şekil 6.1). Ağda bağımsız 40 baz ve  $40 \times 3 = 120$  ölçü mevcuttur. Ağa ilişkin veriler çizelge EK.1, EK.2 ve EK.3 de verilmiştir.

Ağ sıklaştırması amacıyla önceki bölümlerde söz edilen 3 yöntemden 2 tanesi (birinci ve üçüncü yöntem) uygulanabilmiş diğer yöntem veri yetersizliği nedeniyle uygulanamamıştır.

Önce, bölüm 3. de matematiksel bağıntıları verilen üç boyutta benzerlik dönüşümü hem GPS (WGS 84) koordinatları hem de ED 50 koordinatları bilinen 7 eşlenik noktada (1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 numaralı noktalar) uygulanarak dönüşüm parametreleri belirlenmiştir. ED 50 datumunda jeoit belli olmadığından bu 7 noktanın ED 50 elipsoit yükseklikleri ortometrik ya da trigonometrik yüksekliklerine eşit alınmıştır. Dönüşüm işlemi 3.4.1. ve 3.4.2. bölümlerinde verilen Bursa-Wolf ve Molodensky-Badekas yöntemleriyle ayrı ayrı gerçekleştirilmiştir. Yöntem için 7 noktanın GPS ile bulunan (WGS 84) koordinatları ölçüler olarak alınıp (3.13) modeli uygulanmıştır. 7 nokta ile dönüşüm yapıldığından 21 ölçü, 7 bilinmeyen mevcuttur ve serbestlik derecesi 14 tür. Bu duruma göre Bursa-Wolf yöntemi ile hesaplanan dönüşüm parametreleri çizelge 6.1 de verilmektedir. Bu parametrelerin anlamlı olup olmadıkları, başka bir deyişle istatistik anlamda sıfıra eşit alınıp alınamayacakları bölüm 5.4.1. de verilen test ile belirlenebilir. Bu amaçla yanılma olasılığı 0.05 seçilmiş ve  $r = 14$  ile  $t_{14,0.975} = 2.145$  ya da  $F_{1,14,0.95} = 4.600$  bulunmuştur. Parametreler için test büyüklükleri ( $T^2$ ), (5.26) bağıntısına göre oluşturulmuş ve çizelgede sergilenmiştir.

**Çizelge 6.1 : Bursa - Wolf yöntemiyle bulunan dönüşüm parametreleri**

	Parametre	Standart Sapma	Test Büyüklüğü ( $T^2$ )	Karar
$X^0$	142.3557 m	16.9491 m	70.543	Anlamlı
$Y^0$	123.6176 m	18.6796 m	43.795	Anlamlı
$Z^0$	18.1390 m	11.3280 m	2.564	Anlamsız
$\alpha$	-1.5977 "	0.4397 "	13.203	Anlamlı
$\beta$	3.7778 "	0.4972 "	57.732	Anlamlı
$\gamma$	0.4901 "	0.6007 "	0.666	Anlamsız
k	3.3796 ppm	1.5851 ppm	4.546	Anlamsız



Şekil 6.1: Uygulama ağı

Çizelgeden de görülebileceği gibi  $Z^{\circ}$ ,  $\gamma$  ve  $k$  parametrelerinin test büyüklükleri  $F=4.600$  değerinden küçük olduklarından bu parametrelerin anlamsız olduklarına ve istatistiksel olarak sıfıra eşit alınabileceklerine karar verilebilir.

Bu üç parametre sıfır kabul edilerek 21 ölçü ve 4 bilinmeyenle yeni bir hesap yapılmıştır. Bu defa bir ölçü (1 nolu noktanın Z koordinatı) uyuşumsuz çıkmıştır. Bu ölçü atılarak tekrarlanan hesapta (20 ölçü, 4 bilinmeyen ve 16 serbestlik derecesi) elde edilen 4 parametre çizelge 6.2 de verilmektedir.

**Çizelge 6.2 :** Bursa-Wolf yöntemi ile elde edilen 4 adet dönüşüm parametresi

	Parametre	Standart Sapma	$T^2$	$F_{1,16,0.95}$	Karar
$X^{\circ}$	188.0858 m	3.8131 m	2433.076	4.494	Anlamlı
$Y^{\circ}$	131.7508 m	5.9403 m	491.915	4.494	Anlamlı
$Z^{\circ}$	0.0000	0.0000			
$\alpha$	-2.0546 "	0.3019 "	46.316	4.494	Anlamlı
$\beta$	5.0718 "	0.1938 "	684.883	4.494	Anlamlı
$\gamma$	0.0000	0.0000			
$k$	0.0000	0.0000			

Parametreler için yukarıda sözü edilen test tekrarlanmış ve parametrelerin anlamlı oldukları gözlenmiştir.

Molodensky-Badekas yöntemi ile (21 ölçü, 7 bilinmeyen ve 14 serbestlik derecesi) elde edilen dönüşüm parametreleri ve test sonuçları çizelge 6.3 de verilmiştir.

**Çizelge 6.3 :** Molodensky-Badekas yöntemiyle elde edilen parametreler

	Parametre	Standart Sapma	$T^2$	$F_{1,14,0.95}$	Karar
$X^{\circ}$	88.3004 m	0.0291 m	$(3034.378)^2$	4.600	Anlamlı
$Y^{\circ}$	91.3265 m	0.0291 m	$(3138.368)^2$	4.600	Anlamlı
$Z^{\circ}$	128.0979 m	0.0291 m	$(4401.990)^2$	4.600	Anlamlı
$\alpha$	-1.5977 "	0.4397 "	13.203	4.600	Anlamlı
$\beta$	3.7778 "	0.4972 "	57.732	4.600	Anlamlı
$\gamma$	0.4901 "	0.6007 "	0.666	4.600	Anlamsız
$k$	3.3796 ppm	1.5851 ppm	4.546	4.600	Anlamsız

Anlamsız çıkan parametreler sıfır alınarak 21 ölçü ve 16 serbestlik derecesi ile tekrarlanan hesap sonucu elde edilen beş parametre çizelge 6.4 dedir.

**Çizelge 6.4 :** Molodensky-Badekas yöntemiyle elde edilen 5 adet dönüşüm parametresi

	Parametre	Standart Sapma	T <sup>2</sup>	F <sub>1,16,0.95</sub>	Karar
X <sup>o</sup>	88.3010 m	0.0319 m	(2768.056) <sup>2</sup>	4.494	Anlamlı
Y <sup>o</sup>	91.3265 m	0.0319 m	(2862.900) <sup>2</sup>	4.494	Anlamlı
Z <sup>o</sup>	128.0984 m	0.0319 m	(4015.624) <sup>2</sup>	4.494	Anlamlı
α	-1.4057 "	0.4070 "	11.929	4.494	Anlamlı
β	4.0167 "	0.4403 "	83.223	4.494	Anlamlı
γ	0.0000	0.0000			
k	0.0000	0.0000			

Bu parametreler elde edildikten sonra ağda geriye kalan 8 noktanın WGS 84 koordinatları 3.4. bölümündeki Bursa-Wolf ve Molodensky-Badekas yöntemlerine ilişkin bağıntılar yardımıyla ED 50 datumuna dönüştürülerek x,y,z koordinatları elde edilmiştir. Sonra 2.1.2.2. bölümündeki bağıntılarla jeodezik eğri (elipsoidal) koordinatlar  $\phi, \lambda, h$  hesaplanmıştır. h elipsoit yükseklikleri elde edildikten sonra ED 50 elipsoidine göre belirlenmiş jeoit olmadığından (4.74) bağıntısına göre ortometrik yükseklikler hesaplanamamaktadır. Bu nedenle herhangi bir datumda hesaplanmış jeoit yükseklikleri kullanılarak (4.77) bağıntısıyla ortometrik yükseklik farkları elde edilmiştir. Bu yükseklik farklarının (4.81) modeline göre dengelenebilmesi için (4.89), (4.90), (4.91) bağıntılarıyla verilen Danimarka yöntemi ve ayrıca (4.84) bağıntısıyla verilen klasik stokastik model kullanılarak uygulamalar yapılmıştır (jeoit yüksekliklerinin standart sapmaları 10 cm alınmıştır).

Dönüşüm parametreleri kullanılarak WGS 84 den ED 50 ye dönüştürülen koordinatlar ve Danimarka yöntemiyle elde edilen ortometrik yüksekliklerin serbest dengeleme sonuçları çizelge 6.5 de ve dayalı dengeleme sonuçları çizelge 6.6 da verilmektedir. (4.84) bağıntısıyla oluşturulan klasik stokastik modelin kullanıldığı çözümler de çizelge 6.7 de sergilenmektedir.

ED 50 koordinatları ile WGS 84 koordinatlarından dönüştürülmüş ED 50 koordinatları arasındaki farklar çizelge 6.8 de sergilenmektedir. Noktalar için ortalama bir enlem hesaplanarak (2.11) ve (4.40) bağıntıları ile N ve M yarıçapları bulunmuş ve bu değerler (4.53) ve (4.54) formüllerinde kullanılarak çizelgedeki  $\Delta\phi$  ve  $\Delta\lambda$  açısal değerleri uzunluğa dönüştürülmüştür.



**Çizelge 6.5 :Dönüşüm parametreleri ile WGS 84 den ED 50 ye dönüştürülen koordinatlar, dönüşümle elde edilen elipsoit yükseklikleri ile mevcut jeoit yükseklikleri kullanılarak serbest dengelemeyle hesaplanan ortometrik yükseklikler**

<b>BURSA-WOLF YÖNTEMİ</b>																
<b>7 Parametre ile</b>						<b>4 Parametre ile</b>										
Nokta No	o	'	"	φ	"	λ	o	'	"	φ	"	λ	o	'	"	H m
10	39	59	43.42838 ± 0.63664	32	39	30.18203 ± 0.99453	894.114 ± 0.000	39	59	43.42414 ± 0.19009	32	39	30.18198 ± 0.32313	893.966 ± 0.000		
11	39	51	00.61634 0.63629	32	35	18.51495 0.99268	1095.661 0.000	39	51	00.61383 0.18997	32	35	18.51602 0.32207	1095.634 0.000		
12	39	46	52.37037 0.63628	32	47	11.78194 0.99130	982.521 0.000	39	46	52.36886 0.19027	32	47	11.78069 0.32116	982.496 0.000		
13	39	43	40.07853 0.63616	32	45	23.06444 0.99064	994.054 0.000	39	43	40.07764 0.19022	32	45	23.06366 0.32079	994.075 0.000		
14	39	35	25.13086 0.63583	32	40	18.91120 0.98895	1095.746 0.000	39	35	25.13159 0.19009	32	40	18.91167 0.31984	1095.886 0.000		
15	39	39	38.03516 0.63605	32	48	43.72371 0.98959	1073.127 0.000	39	39	38.03515 0.19031	32	48	43.72236 0.32015	1073.183 0.000		
7	39	51	25.55341 0.63644	32	49	10.00116 0.99223	1275.445 0.000	39	51	25.55107 0.19032	32	49	09.99943 0.32171	1275.357 0.000		
9	39	40	07.88047 0.63601	32	43	15.53610 0.98990	1133.433 0.000	39	40	07.88029 0.19017	32	43	15.53585 0.32038	1133.505 0.000		

**Çizelge 6.5 : Devam**

<b>MOLODENSKY-BADEKAS YÖNTEMİ</b>																
<b>7 Parametre ile</b>						<b>5 Parametre ile</b>										
Nokta No	o	'	"	φ	"	λ	o	'	"	φ	"	λ	o	'	"	H m
10	39	59	43.42882 ± 0.00201	32	39	30.18140 ± 0.00276	894.114 ± 0.000	39	59	43.42595 ± 0.00159	32	39	30.18173 ± 0.00213	894.119 ± 0.000		
11	39	51	00.61678 0.00144	32	35	18.51432 0.00181	1095.661 0.000	39	51	00.61560 0.00126	32	35	18.51583 0.00147	1095.689 0.000		
12	39	46	52.37082 0.00102	32	47	11.78131 0.00133	982.521 0.000	39	46	52.37071 0.00107	32	47	11.78053 0.00135	982.507 0.000		
13	39	43	40.07897 0.00100	32	45	23.06382 0.00130	994.054 0.000	39	43	40.07948 0.00106	32	45	23.06352 0.00137	994.049 0.000		
14	39	35	25.13130 0.00165	32	40	18.91058 0.00235	1095.746 0.000	39	35	25.13339 0.00141	32	40	18.91159 0.00185	1095.768 0.000		
15	39	39	38.03560 0.00135	32	48	43.72309 0.00175	1073.127 0.000	39	39	38.03700 0.00122	32	48	43.72225 0.00154	1073.113 0.000		
7	39	51	25.55385 0.00130	32	49	10.00053 0.00179	1275.445 0.000	39	51	25.55287 0.00121	32	49	09.99923 0.00150	1275.418 0.000		
9	39	40	07.88091 0.00119	32	43	15.53547 0.00162	1133.433 0.000	39	40	07.88209 0.00115	32	43	15.53573 0.00151	1133.440 0.000		

**Çizelge 6.6** :WGS 84 koordinatlarının dönüşüm parametreleriyle ED 50 koordinatlarına dönüştürülmesi sonucu hesaplanan elipsoit yükseklikleri ve mevcut jeoit yükseklikleri kullanılarak robust kestirim yöntemiyle elde edilen sonuçlar

a. Bursa – Wolf yöntemiyle hesaplanan 7 parametreyle dönüşüm yapılarak bulunan elipsoit yükseklikleri kullanıldı.						
Nokta No	12 Sabit ( S.S. = 0.00 cm )	13 Sabit ( S.S. = 0.00 cm )	14 Sabit ( S.S. = 0.00 cm )	12,13 Sabit ( S.S. = 0.80 cm )	13,14 Sabit ( S.S. = 0.60 cm )	12,13,14 Sabit ( S.S. = 0.80 cm )
10	894.069 m ± 0.00 cm	894.091 m ± 0.00 cm	894.074 m ± 0.00 cm	894.080 m ± 0.35 cm	894.082 m ± 0.26 cm	894.078 m ± 0.33 cm
11	1095.616 0.00	1095.637 0.00	1095.621 0.00	1095.627 0.35	1095.629 0.26	1095.625 0.33
12	982.476 --	982.497 0.00	982.481 0.00	982.476 --	982.489 0.26	982.476 --
13	994.009 0.00	994.030 --	994.014 0.00	994.030 --	994.030 --	994.030 --
14	1095.701 0.00	1095.722 0.00	1095.706 --	1095.711 0.35	1095.706 --	1095.706 --
15	1073.082 0.00	1073.104 0.00	1073.088 0.00	1073.093 0.35	1073.096 0.26	1073.091 0.33
7	1275.400 0.00	1275.421 0.00	1275.405 0.00	1275.411 0.35	1275.413 0.26	1275.409 0.33
9	1133.388 0.00	1133.410 0.00	1133.394 0.00	1133.399 0.35	1133.402 0.26	1133.397 0.33

S.S. : Standart sapma

**Çizelge 6.6** : Devam

b. Bursa – Wolf yöntemiyle hesaplanan 4 parametreyle dönüşüm yapılarak bulunan elipsoit yükseklikleri kullanıldı.						
Nokta No	12 Sabit ( S.S. = 0.00 cm )	13 Sabit ( S.S. = 0.00 cm )	14 Sabit ( S.S. = 0.00 cm )	12,13 Sabit ( S.S. = 0.92 cm )	13,14 Sabit ( S.S. = 5.10 cm )	12,13,14 Sabit ( S.S. = 5.60 cm )
10	893.946 m ± 0.00 cm	893.922 m ± 0.00 cm	893.787 m ± 0.00 cm	893.934 m ± 0.40 cm	893.854 m ± 2.20 cm	893.894 m ± 2.37 cm
11	1095.614 0.00	1095.589 0.00	1095.454 0.00	1095.601 0.40	1095.522 2.20	1095.562 2.37
12	982.476 --	982.452 0.00	982.317 0.00	982.476 --	982.384 2.20	982.476 --
13	994.054 0.00	994.030 --	993.895 0.00	994.030 --	994.030 --	994.030 --
14	1095.865 0.00	1095.841 0.00	1095.706 --	1095.853 0.40	1095.706 --	1095.706 --
15	1073.163 0.00	1073.138 0.00	1073.004 0.00	1073.151 0.40	1073.071 2.20	1073.111 2.37
7	1275.336 0.00	1275.312 0.00	1275.177 0.00	1275.324 0.40	1275.245 2.20	1275.284 2.37
9	1133.485 0.00	1133.460 0.00	1133.325 0.00	1133.472 0.40	1133.393 2.20	1133.433 2.37

**Çizelge 6.6 : Devam**

c. Molodensky – Badekas yöntemiyle hesaplanan 7 parametreye dönüşüm yapılarak bulunan elipsoit yükseklikleri kullanıldı.						
Nokta No	12 Sabit ( S.S. = 0.00 cm )	13 Sabit ( S.S. = 0.00 cm )	14 Sabit ( S.S. = 0.00 cm )	12,13 Sabit ( S.S. = 0.80 cm )	13,14 Sabit ( S.S. = 0.60 cm )	12,13,14 Sabit ( S.S. = 0.80 cm )
10	894.069 m ± 0.00 cm	894.091 m ± 0.00 cm	894.075 m ± 0.00 cm	894.080 m ± 0.35 cm	894.083 m ± 0.26 cm	894.078 m ± 0.33 cm
11	1095.616 0.00	1095.637 0.00	1095.621 0.00	1095.627 0.35	1095.629 0.26	1095.625 0.33
12	982.476 --	982.497 0.00	982.481 0.00	982.476 --	982.489 0.26	982.476 --
13	994.009 0.00	994.030 --	994.014 0.00	994.030 --	994.030 --	994.030 --
14	1095.701 0.00	1095.722 0.00	1095.706 --	1095.711 0.35	1095.706 --	1095.706 --
15	1073.082 0.00	1073.104 0.00	1073.088 0.00	1073.093 0.35	1073.096 0.26	1073.091 0.33
7	1275.400 0.00	1275.421 0.00	1275.405 0.00	1275.411 0.35	1275.413 0.26	1275.409 0.33
9	1133.388 0.00	1133.410 0.00	1133.394 0.00	1133.399 0.35	1133.402 0.26	1133.397 0.33

**Çizelge 6.6 : Devam**

d. Molodensky - Badekas yöntemiyle hesaplanan 5 parametreye dönüşüm yapılarak bulunan elipsoit yükseklikleri kullanıldı.						
Nokta No	12 Sabit ( S.S. = 0.00 cm )	13 Sabit ( S.S. = 0.00 cm )	14 Sabit ( S.S. = 0.00 cm )	12,13 Sabit ( S.S. = 0.43 cm )	13,14 Sabit ( S.S. = 1.60 cm )	12,13,14 Sabit ( S.S. = 1.60 cm )
10	894.088 m ± 0.00 cm	894.100 m ± 0.00 cm	894.057 m ± 0.00 cm	894.094 m ± 0.19 cm	894.078 m ± 0.69 cm	894.082 m ± 0.65 cm
11	1095.658 0.00	1095.670 0.00	1095.627 0.00	1095.664 0.19	1095.649 0.69	1095.652 0.65
12	982.476 --	982.488 0.00	982.445 0.00	982.476 --	982.466 0.69	982.476 --
13	994.018 0.00	994.030 --	993.987 0.00	994.030 --	994.030 --	994.030 --
14	1095.737 0.00	1095.749 0.00	1095.706 --	1095.743 0.19	1095.706 --	1095.706 --
15	1073.082 0.00	1073.094 0.00	1073.051 0.00	1073.088 0.19	1073.073 0.69	1073.076 0.65
7	1275.387 0.00	1275.399 0.00	1275.356 0.00	1275.393 0.19	1275.377 0.69	1275.381 0.65
9	1133.409 0.00	1133.421 0.00	1133.378 0.00	1133.415 0.19	1133.399 0.69	1133.403 0.65



**Çizelge 6.7 :** WGS 84 koordinatlarının dönüşüm parametreleriyle ED 50 koordinatlarına dönüştürülmesi sonucu hesaplanan elipsoit yükseklikleri ve mevcut jeoit yükseklikleri kullanılarak ve (4.84) bağıntısı ile stokastik model oluşturularak yapılan dengeleme ile elde edilen sonuçlar

Nokta No	a. Bursa – Wolf yöntemiyle hesaplanan 7 parametreye dönüşüm yapılarak elde edilen elipsoit yükseklikleri kullanıldı.						
	12 Sabit ( S.S. = 0.03 cm )	13 Sabit ( S.S. = 0.03 cm )	14 Sabit ( S.S. = 0.03 cm )	12,13 Sabit ( S.S. = 0.91 cm )	13,14 Sabit ( S.S. = 0.68 cm )	12,13,14 Sabit ( S.S. = 0.92 cm )	
10	894.069 m ± 0.02 cm	894.090 m ± 0.02 cm	894.074 m ± 0.02 cm	894.080 m ± 0.39 cm	894.082 m ± 0.30 cm	894.078 m ± 0.38 cm	
11	1095.616 0.02	1095.637 0.02	1095.621 0.02	1095.627 0.39	1095.629 0.30	1095.625 0.38	
12	982.476 --	982.497 0.02	982.481 0.02	982.476 --	982.489 0.30	982.476 --	
13	994.009 0.02	994.030 --	994.014 0.02	994.030 --	994.030 --	994.030 --	
14	1095.701 0.02	1095.722 0.02	1095.706 --	1095.711 0.39	1095.706 --	1095.706 --	
15	1073.082 0.02	1073.104 0.02	1073.088 0.02	1073.093 0.39	1073.096 0.30	1073.091 0.38	
7	1275.400 0.02	1275.421 0.02	1275.405 0.02	1275.410 0.39	1275.413 0.30	1275.409 0.38	
9	1133.388 0.02	1133.410 0.02	1133.394 0.02	1133.399 0.39	1133.402 0.30	1133.397 0.38	

**Çizelge 6.7 : Devam**

Nokta No	b. Bursa – Wolf yöntemiyle hesaplanan 4 parametreye dönüşüm yapılarak elde edilen elipsoit yükseklikleri kullanıldı.						
	12 Sabit ( S.S. = 0.03 cm )	13 Sabit ( S.S. = 0.03 cm )	14 Sabit ( S.S. = 0.03 cm )	12,13 Sabit ( S.S. = 1.04 cm )	13,14 Sabit ( S.S. = 5.75 cm )	12,13,14 Sabit ( S.S. = 7.16 cm )	
10	893.946 m ± 0.02 cm	893.922 m ± 0.02 cm	893.787 m ± 0.02 cm	893.934 m ± 0.45 cm	893.854 m ± 2.49 cm	893.885 m ± 2.92 cm	
11	1095.614 0.02	1095.589 0.02	1095.454 0.02	1095.601 0.45	1095.522 2.49	1095.552 2.92	
12	982.476 --	982.452 0.02	982.317 0.02	982.476 --	982.384 2.49	982.476 --	
13	994.054 0.02	994.030 --	993.895 0.02	994.030 --	994.030 --	994.030 --	
14	1095.865 0.02	1095.841 0.02	1095.706 --	1095.853 0.45	1095.706 --	1095.706 --	
15	1073.163 0.02	1073.138 0.02	1073.004 0.02	1073.151 0.45	1073.071 2.49	1073.102 2.92	
7	1275.336 0.02	1275.312 0.02	1275.177 0.02	1275.324 0.45	1275.245 2.49	1275.275 2.92	
9	1133.485 0.02	1133.460 0.02	1133.325 0.02	1133.472 0.45	1133.393 2.49	1133.423 2.92	

Çizelge 6.7 : Devam

c. Molodensky – Badekas yöntemiyle hesaplanan 7 parametreye dönüşüm yapılarak elde edilen elipsoit yükseklikleri kullanıldı.						
Nokta No	12 Sabit ( S.S. = 0.03 cm )	13 Sabit ( S.S. = 0.03 cm )	14 Sabit ( S.S. = 0.03 cm )	12,13 Sabit ( S.S. = 0.93 cm )	13,14 Sabit ( S.S. = 0.69 cm )	12,13,14 Sabit ( S.S. = 0.95 cm )
10	894.069 m ± 0.02 cm	894.091 m ± 0.02 cm	894.075 m ± 0.02 cm	894.080 m ± 0.41 cm	894.083 m ± 0.30 cm	894.078 m ± 0.40 cm
11	1095.616 0.02	1095.637 0.02	1095.621 0.02	1095.627 0.40	1095.630 0.30	1095.625 0.39
12	982.476 --	982.497 0.02	982.481 0.02	982.476 --	982.490 0.29	982.476 --
13	994.009 0.02	994.030 --	994.014 0.02	994.030 --	994.030 --	994.030 --
14	1095.701 0.02	1095.722 0.02	1095.706 --	1095.711 0.40	1095.706 --	1095.706 --
15	1073.082 0.02	1073.104 0.02	1073.088 0.02	1073.093 0.40	1073.096 0.30	1073.091 0.38
7	1275.400 0.02	1275.421 0.02	1275.405 0.02	1275.410 0.40	1275.413 0.30	1275.409 0.38
9	1133.388 0.02	1133.410 0.02	1133.394 0.02	1133.399 0.40	1133.402 0.29	1133.397 0.38

Çizelge 6.7 : Devam

d. Molodensky – Badekas yöntemiyle hesaplanan 5 parametreye dönüşüm yapılarak elde edilen elipsoit yükseklikleri kullanıldı.						
Nokta No	12 Sabit ( S.S. = 0.00 cm )	13 Sabit ( S.S. = 0.00 cm )	14 Sabit ( S.S. = 0.00 cm )	12,13 Sabit ( S.S. = 0.52 cm )	13,14 Sabit ( S.S. = 1.83 cm )	12,13,14 Sabit ( S.S. = 1.85 cm )
10	894.088 m ± 0.00 cm	894.100 m ± 0.00 cm	894.057 m ± 0.00 cm	894.094 m ± 0.23 cm	894.079 m ± 0.80 cm	894.082 m ± 0.77 cm
11	1095.658 0.00	1095.670 0.00	1095.627 0.00	1095.664 0.22	1095.649 0.79	1095.652 0.75
12	982.476 --	982.488 0.00	982.445 0.00	982.476 --	982.467 0.79	982.476 --
13	994.018 0.00	994.030 --	993.987 0.00	994.030 --	994.030 --	994.030 --
14	1095.737 0.00	1095.749 0.00	1095.706 --	1095.743 0.22	1095.706 --	1095.706 --
15	1073.082 0.00	1073.094 0.00	1073.051 0.00	1073.088 0.22	1073.073 0.79	1073.076 0.75
7	1275.387 0.00	1275.399 0.00	1275.356 0.00	1275.393 0.22	1275.378 0.79	1275.381 0.75
9	1133.409 0.00	1133.421 0.00	1133.378 0.00	1133.415 0.22	1133.400 0.79	1133.403 0.75

**Çizelge 6.8** : ED 50 koordinatları ile WGS 84 den ED 50 ye dönüştürülen koordinatlar arasındaki farklar

Nokta No	(2.1) – (1)				(2.2) – (1)			
	$\Delta\phi$		$\Delta\lambda$		$\Delta\phi$		$\Delta\lambda$	
	"	cm	"	cm	"	cm	"	cm
10	0.00064	1.97	0.00039	0.93	-0.00360	-11.08	0.00034	0.81
11	0.00046	1.42	0.00023	0.55	-0.00205	-6.31	0.00130	3.09
12	0.00049	1.51	0.00018	0.43	-0.00102	-3.14	-0.00107	-2.55
13	0.00045	1.38	0.00019	0.45	-0.00044	-1.35	-0.00059	-1.40
14	0.00059	1.82	0.00005	0.12	0.00132	4.06	0.00052	1.24
15	0.00043	1.32	0.00010	0.24	0.00042	1.29	-0.00125	-2.98
7	0.00042	1.29	0.00000	0.00	-0.00192	-5.91	-0.00173	-4.12
9	0.00042	1.29	0.00014	0.33	0.00024	0.74	-0.00011	-0.26
Top.	0.00390	12.00	0.00128	3.05	-0.00705	-21.69	-0.00259	-6.17
Ort.	0.0004875	1.50	0.00016	0.38	-0.000881	-2.71	-0.000324	-0.77
S.S.	0.0000831	0.26	0.000120	0.29	0.001597	4.91	0.001021	2.43

**Çizelge 6.8** : Devam

Nokta No	(3.1) – (1)				(3.2) – (1)			
	$\Delta\phi$		$\Delta\lambda$		$\Delta\phi$		$\Delta\lambda$	
	"	cm	"	cm	"	cm	"	cm
10	0.00108	3.32	-0.00024	-0.57	-0.00179	-5.51	0.00009	0.21
11	0.00090	2.77	-0.00040	-0.95	-0.00028	-0.86	0.00111	2.64
12	0.00094	2.89	-0.00045	-1.07	0.00083	2.55	-0.00123	-2.93
13	0.00089	2.74	-0.00043	-1.02	0.00140	4.31	-0.00073	-1.74
14	0.00103	3.17	-0.00057	-1.36	0.00312	9.60	0.00044	1.05
15	0.00087	2.68	-0.00052	-1.24	0.00227	6.98	-0.00136	-3.24
7	0.00086	2.65	-0.00063	-1.50	-0.00012	-0.37	-0.00193	-4.59
9	0.00086	2.65	-0.00049	-1.17	0.00204	6.28	-0.00023	-0.55
Top.	0.00743	22.87	-0.00373	-8.88	0.00747	22.98	-0.00384	-9.15
Ort.	0.000929	2.86	-0.000466	-1.11	0.000934	2.87	-0.000480	-1.14
S.S.	0.000083	0.25	0.000118	0.28	0.001604	4.94	0.001019	2.42

Top. :Toplam

Ort. :Ortalama

(1) :Noktaların ED 50 koordinatlarını,

(2.1) :Bursa–Wolf yöntemiyle hesaplanan 7 parametre ile dönüşüm yapılarak elde edilen koordinatları,

(2.2) :Bursa–Wolf yöntemiyle hesaplanan 4 parametre ile dönüşüm yapılarak elde edilen koordinatları,

(3.1) :Molodensky–Badekas yöntemiyle hesaplanan 7 parametre ile dönüşüm yapılarak elde edilen koordinatları,

(3.2) :Molodensky–Badekas yöntemiyle hesaplanan 5 parametre ile dönüşüm yapılarak elde edilen koordinatları göstermektedir.

Diğer uygulama bölüm 4.2 de verilen modele göre gerçekleştirilmiştir. Bu modelde ülke koordinat sistemi ile uydu ölçülerinin değerlendirildiği koordinat sistemi (WGS 84) arasındaki dönüşüm parametrelerinden sadece üç dönüklük ve bir ölçek faktörü mevcut olup ötelemeler yoktur. Yöntemde noktaların enlem, boylam ve elipsoit yükseklikleri hesaplandıktan sonra bu elipsoit yükseklikleri kullanılarak ortometrik yüksekliklerin hesabına geçilmektedir. İki kademeli olarak uygulanan yöntemin akış şeması şekil 6.2 de verilmiştir.

Yöntemin birinci kademesinde uygulama aşağıdaki aşamalarda gerçekleştirilmiştir.

### **Birinci aşama : Parametre testi**

15 nokta arasında 40 baz ya da 120 ölçü bulunan ağda önce yukarıda sözü edilen dört parametrenin anlamlı olup olmadığı test edilmiştir. Bunun için parametrelerin her biri ile dengeleme modeli bir genişletilerek (başka bir deyişle parametre bilinmeyen alınarak) bir de parametre olmaksızın iki ayrı dengeleme, defekt sayısı (7) kadar koordinat (3,6 nolu noktaların x,y,z koordinatları, 4 nolu noktanın x koordinatı) sabit alınarak gerçekleştirilmiştir. Bu iki dengelemeden elde edilen standart sapmaların ümit değerlerinin eşit alınıp alınamayacağı, başka bir deyişle parametre ile genişletilmiş dengeleme modelinin öncekinden daha uygun olup olmadığı bölüm 5.4.2. de verilen test ile belirlenebilir.

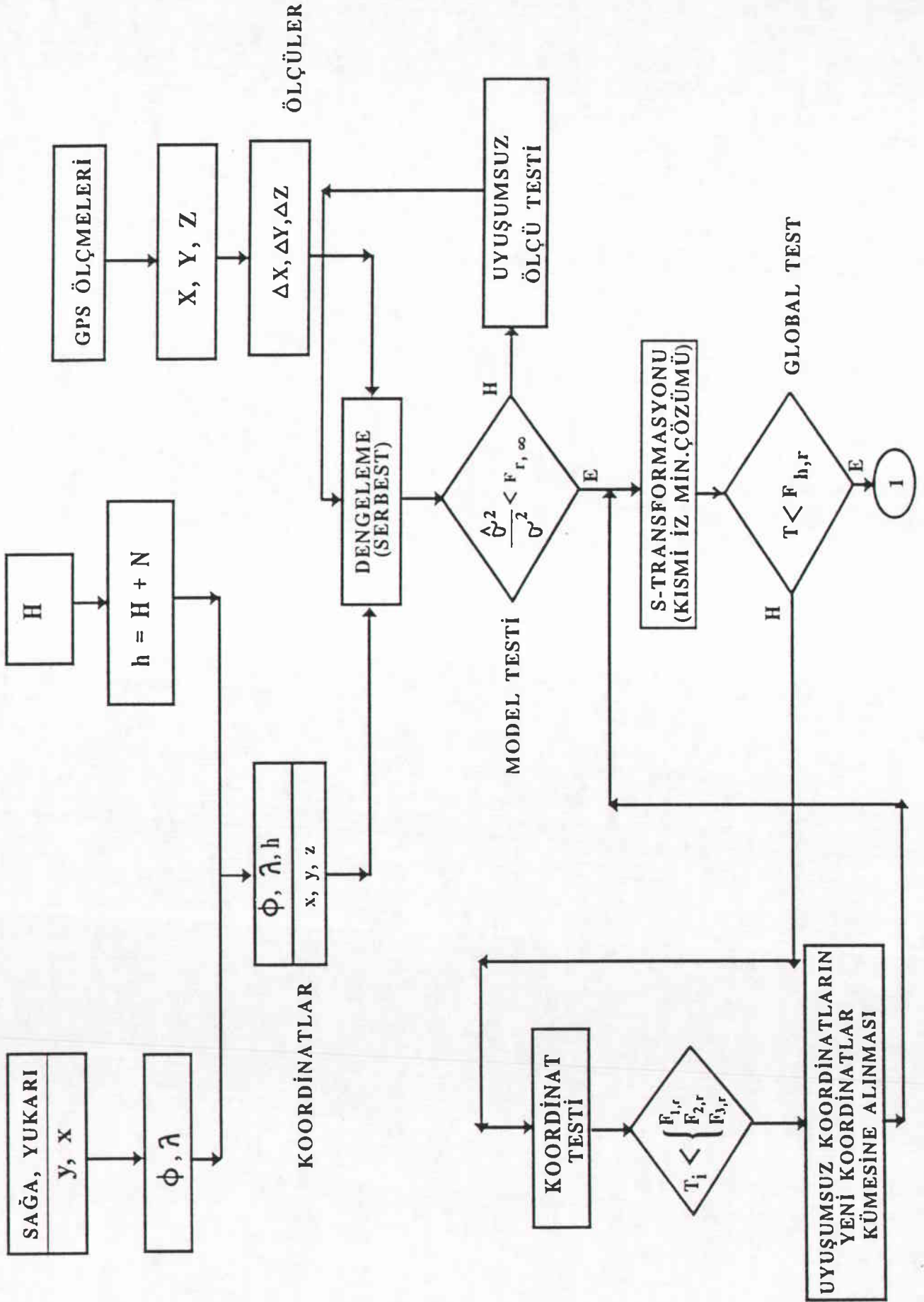
Parametrelerin  $(\alpha, \beta, \gamma, k)$  bilinmeyen olarak alındığı (5.29) modeli için  $\Omega = 0.01146745 \text{ m}^2$ ,  $r = 78$  ve  $\hat{\sigma}^2 = (0.01213)^2 \text{ m}^2$  olarak hesaplanmıştır.

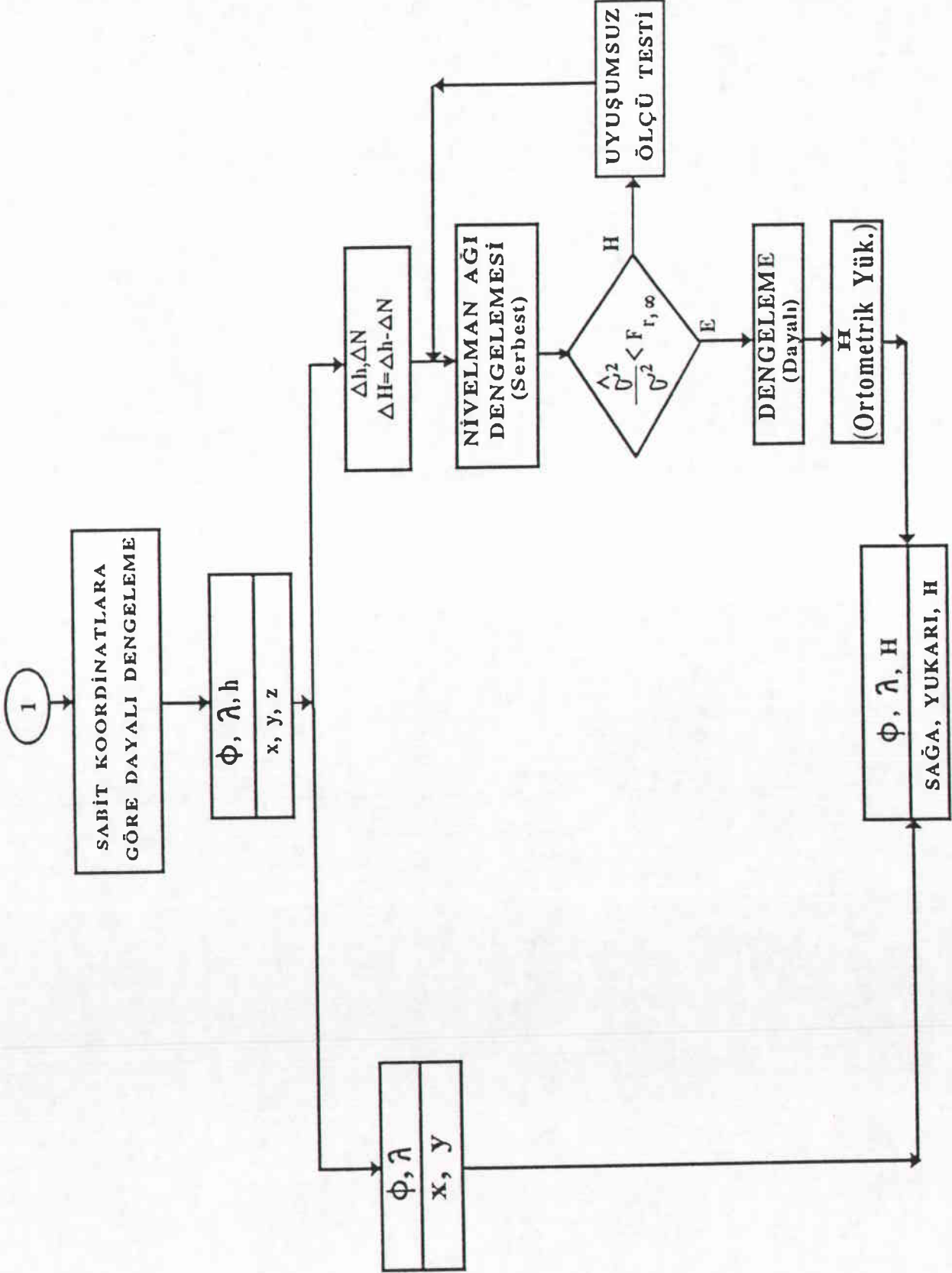
### **$\alpha$ parametresinin test edilmesi**

$\alpha$  parametresinin sıfır alındığı durum ( $\alpha=0$ ) için geçerli olan (5.32) modeli ile  $\Omega_H = 0.07819605 \text{ m}^2$ ,  $r_H = 79$  ve  $\sigma_H^2 = (0.03146)^2 \text{ m}^2$  elde edilmiştir. (5.31) eşitliğinden  $R = 0.06672860 \text{ m}^2$  ve ayrıca  $h = r_H - r = 79 - 78 = 1$  ile (5.33) den  $\hat{F} = 453.514$  değeri bulunur. 0.05 yanılma olasılığı ile  $F_{1,78,0.95} = 3.964$  hesaplanır. Buna göre  $\hat{F} > F$  olduğundan  $\alpha$  parametresi anlamlıdır; sıfıra eşit kabul edilemez;  $\alpha$  ile genişletilen dengeleme modeli geçerlidir.

$\beta$ ,  $\gamma$  ve  $k$  parametreleri de  $\alpha$  gibi test edilebilir. Bu nedenle parametrelerin testi için gerekli büyüklükler hesaplanarak çizelge 6.9 da sergilenmiştir.







Şekil 6.2: İki aşamalı sıkıştırma modeli akış şeması

**Çizelge 6.9 : Parametre testi için gerekli büyüklükler**

Parametre	R	$\sigma^2$	$\hat{F}$	F	Sıfır hipotezi
$\alpha$	0.06672860	$(0.01213)^2$	453.514	3.964	Ret
$\beta$	0.23666664	$(0.01213)^2$	1608.479	3.964	Ret
$\gamma$	0.01342715	$(0.01213)^2$	91.256	3.964	Ret
k	0.03238991	$(0.01213)^2$	220.135	3.964	Ret

Çizelge 6.9 incelendiğinde dört parametrenin de anlamlı olduğu görülür. Buna göre dengeleme modeli bu parametrelerle genişletilmelidir.

### İkinci aşama : Serbest dengeleme ve uyuşumsuz ölçü testi

120 ölçü, 45 koordinat ve 4 tane de parametre olmak üzere 49 bilinmeyen olan dengelemede defekt sayısı 7 ve dolayısıyla serbestlik derecesi 78 dir.

Baz bileşenlerinin hesabı sırasında bunların standart sapmaları da belirlenmiş olup bu değerler ölçülerin önsel standart sapmaları olarak öngörülmüştür. Birim ağırlıklı ölçü için de ölçülere ilişkin tüm standart sapmaların ortalaması olan 0.0103 m değeri önsel standart sapma olarak alınmıştır. Ölçüler arasındaki korelasyonlar mevcut olmadığından stokastik model korelasyonsuz ölçülere göre oluşturulmuş ve dengeleme yapılmıştır. Dengeleme sonucunda birim ağırlıklı ölçünün sonsal standart sapması 0.01213 m bulunmuştur. (5.2) bağıntısına göre model hipotez testi için test büyüklüğü  $T=1.386$  ve yanılma olasılığı 0.05 alınarak test için sınır değer  $F_{78, \infty, 0.95} = 1.277$  elde edilir.  $T > F$  olduğundan model hipotezi geçersizdir. Bu geçersizliğe uyuşumsuz ölçülerin neden olduğu varsayılarak uyuşumsuz ölçü araştırmasına geçilmiştir. Bu nedenle (5.6) bağıntısına göre test büyüklükleri oluşturulmuştur. Serbestlik derecesi 78 için tau-dağılımının sınır değeri  $\tau_{78}=3.417$  dir. Test büyüklüklerinin arasında bu değeri geçen sadece 1 den 10 nolu noktaya olan bazın  $\Delta Y$  bileşenine ait test büyüklüğü olup değeri 3.549 dur. Bu ölçü uyuşumsuz olduğu için atılmış ve tekrarlanan dengelemede ölçü sayısı  $n=119$ , bilinmeyen sayısı  $u=49$  ve serbestlik derecesi  $r=77$  ile sonsal standart sapma 0.01118 m bulunmuştur. Model hipotez testi yinelenmiş ve test büyüklüğü  $T=1.177$ , F-dağılımı sınır değeri  $F_{77, \infty, 0.95} = 1.279$  dan küçük ( $T < F$ ) olduğundan model hipotezi geçerli bulunmuştur.



### Üçüncü aşama : S-transformasyonu yardımıyla ağı bağlantı noktalarına göre konumlama (kısmi iz minimum çözümüne geçiş)

İkinci aşamada uyuşumsuz ölçü atıldıktan sonraki serbest dengeleme sonucu (tüm iz minimum çözümü) elde edilen bilinmeyenler vektörünün koordinat bilinmeyenlerine ilişkin alt bölümü ve kofaktörler matrisinin koordinat bilinmeyenlerine ilişkin alt matrisi bölüm 5.3. de verilen S-transformasyonu bağıntıları ile istenilen datuma dönüştürülebilir.

Uygulama alanında 1, 4, 5, 9 nolu noktaların ortometrik yükseklikleri geometrik nivelman ile belirlenmiştir. Bu noktaların sabit alınabileceği düşüncesinden hareketle tüm iz minimum çözümü S-transformasyonu yardımıyla bu noktalara göre kısmi iz minimum çözümüne dönüştürülmüş, başka bir deyişle ağ bu noktalara göre konumlandırılmıştır.

### Dördüncü aşama : Bağlantı noktalarının test edilmesi

S - transformasyonu ile 4 noktaya göre kısmi iz minimum çözümüne dönüştürülen dengeleme sonuçlarına önce (5.17) bağıntısıyla verilen global test uygulanmıştır. Bu test işleminde koordinat sayısı  $h=12$  ve tüm iz minimum çözümünden elde edilen standart sapma  $\hat{\sigma} = 0.01118$  m (kısmi iz minimum çözümünde de değişmeyeceğinden) değeri kullanılmıştır. Sonuç aşağıdaki gibidir :

Serbestlik derecesi  $r=77$  ile F-dağılımının sınır değeri 0.05 yanılma olasılığı için,  $F_{12,77,0.95}=1.880$  ve (5.17) ile elde edilen test büyüklüğü  $T=5.944$  olmaktadır. Buna göre global test hipotezi geçersiz olur; başka bir deyişle bağlantı noktaları olarak öngörülen noktaların koordinatlarında uyuşumsuzluk var demektir. Bundan sonra uyuşumsuzluğun hangi koordinat/koordinatlarda olduğu (5.19), (5.21) ve (5.22) testlerine göre araştırılmıştır.

Serbestlik derecesi  $r=77$  ve standart sapma  $\hat{\sigma} = 0.01118$  m ile koordinatların teker teker testi için  $F_{1,77,0.95} = 3.965$ , koordinatların çiftler çiftler testi için  $F_{2,77,0.95}=3.115$  ve koordinatların üçer üçer testi için  $F_{3,77,0.95}=2.723$  sınır değerleri bulunur. Koordinatların teker teker test sonuçları çizelge 6.10, çiftler çiftler testi çizelge 6.11 ve üçer üçer testi çizelge 6.12 de verilmektedir. Bu testler ile, "bağlantı noktalarının dengeleme ile bulunan koordinatları, istatistiksel anlamda, verilen ilk koordinatlarına eşittir" şeklinde ileri sürülen sıfır hipotezi test edilmektedir.

**Çizelge 6.10** : Koordinatların teker teker test edilmesi için (5.19) ile hesaplanan test büyüklükleri ( $F_{1,77,0.95} = 3.965$ )

Nokta No	x için	y için	z için	Sıfır Hipotezi
1	11.922	2.766	11.507	x ve z için ret, y için kabul
4	1.858	4.584	7.507	y ve z için ret, x için kabul
5	17.119	9.873	4.993	x,y ve z için ret
9	21.372	28.385	17.552	x,y ve z için ret

**Çizelge 6.11** : Koordinatların çiftler çiftler testi için (5.21) ile hesaplanan test büyüklükleri ( $F_{2,77,0.95}=3.115$ )

Nokta No	x-y için	x-z için	y-z için	Sıfır Hipotezi
1	8.941	16.516	10.652	Ret
4	4.551	10.553	8.111	Ret
5	15.748	17.460	9.315	Ret
9	25.091	19.795	23.420	Ret

**Çizelge 6.12**: Koordinatların üçer üçer test edilmesi için (5.22) ile hesaplanan test büyüklükleri ( $F_{3,77,0.95}=2.723$ )

Nokta No	x-y-z için	Sıfır Hipotezi
1	19.734	Ret
4	20.513	Ret
5	20.902	Ret
9	23.111	Ret

Çizelge 6.10, 6.11 ve 6.12 incelendiğinde 1 nolu noktanın sadece y ve 4 nolu noktanın da sadece x değerinin istatistik anlamda sabit alınabileceği görülmektedir. Ayrıca her üç testde de 9 nolu noktaya ilişkin test büyüklükleri diğerlerinden daha büyüktür. Bu nedenle, bu nokta bağlantı noktaları kümesinden çıkarılarak testlerin

yinelenmesi gereği ortadadır. Bu safhada 1 nolu noktanın y ve 4 nolu noktanın x değeri sabit alınarak bir sonraki aşamaya geçme yerine 9 nolu nokta çıkarılarak kalan üç nokta ile üçüncü ve dördüncü aşama tekrarlanmıştır. Sonuçlar aşağıdadır :

(5.17) global hipotez testi için  $r=77$ ,  $h=9$  ve  $\hat{\sigma} = 0.01118$  m ile test büyüklüğü  $T=0.132$  ve F-dağılımı sınır değeri  $F_{9,77, 0.95} = 2.004$  bulunur. Buna göre  $T < F$  olduğundan global hipotez testi geçerli olur; başka bir deyişle bu noktaların koordinatları sabit alınabilir.

Global hipotez testi geçerli çıkmasına rağmen noktaların koordinatları (5.19), (5.21) ve (5.22) bağıntılarına göre yine test edilerek sonuçlar aşağıdaki çizelgelerde sergilenmiştir.

**Çizelge 6.13 :** (5.19) ile elde edilen test büyüklükleri ( $F_{1,77,0.95}=3.9651$ )

Nokta No	x için	y için	z için	Sıfır Hipotezi
1	0.1000	1.1675	0.4194	Kabul
4	1.1425	0.0330	0.9418	Kabul
5	0.9321	0.0505	1.1448	Kabul

**Çizelge 6.14 :** (5.21) ile hesaplanan test büyüklükleri ( $F_{2,77,0.95}=3.1154$ )

Nokta No	x-y için	x-z için	y-z için	Sıfır Hipotezi
1	0.5940	0.5767	0.5919	Kabul
4	0.5970	0.5962	0.5944	Kabul
5	0.5936	0.5959	0.5969	Kabul

**Çizelge 6.15 :** (5.22) ile hesaplanan test büyüklükleri ( $F_{3,77,0.95}=2.7233$ )

Nokta No	x-y-z için	Sıfır Hipotezi
1	0.3933	Kabul
4	0.3972	Kabul
5	0.3969	Kabul

Son üç çizelge incelenecek olursa test büyüklüklerinin hepsinin ilgili F-dağılımı sınır değerinden küçük olduğu gözlenir ve böylece sıfır hipotezleri geçerli olur. Bu

duruma göre test edilen üç nokta bağlantı noktası olarak alınabilir ve ağ bu noktalara göre dayalı olarak dengelenebilir.

### Beşinci aşama : Bağlantı noktalarına göre dayalı dengeleme

Dördüncü bölümde açıklandığı gibi dengeleme modeli dik koordinatlarla ya da elipsoidal koordinatlarla kurulabilir ve işlemler yürütülebilir. Burada hem dik hem de elipsoidal koordinatlar bilinmeyen seçilerek uygulama yapılmıştır.

Ülke datumunda (ED 50) jeoit belli olmadığından noktaların ED 50 elipsoit yükseklikleri yerine mevcut ortometrik yükseklikler ya da trigonometrik yükseklikler alınmıştır ( $N=0$  ve  $h=H$ ). ED 50 koordinatları tüm noktalarda mevcuttur. 4. aşamada test edilen 3 nokta sabit alınmış ve 2. aşamada uyumsuz bulunan ölçü atılarak geriye kalan 119 ölçüyle dengeleme gerçekleştirilmiştir.

Birim ağırlıklı ölçüye ilişkin önsel standart sapma 0.0103 m öngörülerek stokastik model belirlenmiştir. 36 koordinat bilinmeyişi ve 4 parametre olmak üzere toplam 40 bilinmeyen ile serbestlik derecesi 79 dur.

Dik koordinatlara göre dengeleme sonuçları aşağıdadır:

Düzeltilmelerin ağırlıklı karesel toplamı  $[PVV] = 0.00976418 \text{ m}^2$  ve birim ağırlıklı ölçünün sonsal standart sapması  $\hat{\sigma} = 0.01112 \text{ m}$  bulunmuştur. (5.2) model hipotez testi için test büyüklüğü  $T=1.165$  ve 0.05 yanılma olasılığı ile  $F_{79,\infty, 0.95} = 1.276$  hesaplanmış ve  $T < F$  olduğundan model testi geçerli çıkmıştır.

Hesaplanan dönüşüm parametreleri;

x eksenini etrafında dönüklük	= -2.00986 " ± 0.04296 "
y eksenini etrafında dönüklük	= 2.92465 " 0.04227 "
z eksenini etrafında dönüklük	= 1.45288 " 0.05573 "
Ölçek faktörü	= 3.567 ppm 0.135 ppm

dir.

Noktaların hesaplanan koordinatları, standart sapmaları ve nokta konum hataları ile (4.58) bağıntısı ile hesaplanan hata elipsoidinin yarıksen uzunlukları çizelge 6.16 da; bu koordinatlardan dönüştürülen elipsoidal koordinatlar da çizelge 6.17 de verilmiştir.

**Çizelge 6.16** :Dik koordinatlara göre gerçekleştirilen dengelemeden elde edilen koordinatlar ile standart sapmaları, nokta konum hataları ve Helmert hata elipsoidi yareksen uzunlukları

Nokta No	x m	$\sigma_x$ cm	y m	$\sigma_y$ cm	z m	$\sigma_z$ cm	$\sigma_p$ cm	Hata Elipsoidi Yareksen Uzunlukları		
								A (cm)	B (cm)	C (cm)
2	4131709.2492	0.54	2640059.9015	0.41	4067787.4769	0.56	0.88	0.6	0.4	0.5
3	4138307.1067	0.56	2647299.4866	0.41	4056493.5017	0.58	0.90	0.6	0.4	0.5
6	4127066.0484	0.54	2666927.9223	0.39	4055277.3124	0.55	0.86	0.6	0.4	0.4
7	4121314.3062	0.57	2657985.8271	0.42	4066703.5418	0.59	0.92	0.6	0.4	0.5
8	4133097.3721	0.51	2651586.3237	0.39	4058974.2729	0.54	0.83	0.5	0.4	0.5
9	4137033.3209	0.52	2658068.1271	0.37	4050542.8670	0.55	0.84	0.5	0.4	0.5
10	4120224.5747	0.64	2640913.0379	0.58	4078236.9508	0.66	1.08	0.7	0.6	0.6
11	4132294.5892	0.76	2641541.7657	0.55	4065997.7333	0.80	1.24	0.8	0.5	0.8
12	4127184.6456	0.56	2658423.6960	0.43	4060043.1929	0.58	0.91	0.6	0.4	0.5
13	4131782.7944	0.63	2658305.2086	0.47	4055490.3172	0.71	1.06	0.7	0.5	0.6
14	4143966.3710	0.72	2657512.0640	0.49	4043801.2524	0.81	1.19	0.8	0.5	0.7
15	4133253.7350	0.60	2664940.4874	0.45	4049795.6930	0.62	0.97	0.6	0.4	0.6
Top. Ort.		7.15 0.60		5.36 0.45		7.55 0.63	11.68 0.97			

**Çizelge 6.17 :** Dengeli x, y, z koordinatlarından dönüştürülen elipsoidal koordinatlar

Nokta No	Enlem			Boylam			Elipsoit Yüksekliği m
	°	'	"	°	'	"	
2	39	52	11.97680	32	34	39.25331	1251.696
3	39	44	14.44097	32	36	26.23458	1288.196
6	39	43	20.08721	32	52	14.58898	1402.951
7	39	51	25.55293	32	49	10.00094	1275.625
8	39	45	59.26611	32	40	55.84365	1279.782
9	39	40	07.87994	32	43	15.53610	1133.394
10	39	59	43.42786	32	39	30.18232	894.192
11	39	51	00.61588	32	35	18.51497	1095.786
12	39	46	52.36992	32	47	11.78179	982.601
13	39	43	40.07803	32	45	23.06439	994.103
14	39	35	25.13036	32	40	18.91138	1095.713
15	39	39	38.03467	32	48	43.72381	1073.131

Elipsoidal koordinatlara göre yapılacak dengeleme sonuçları dik koordinatlara göre gerçekleştirilen dengeleme sonuçları ile aynı olması beklenir. Elipsoidal koordinatlara göre yapılan uygulamada birim ağırlıklı ölçüye ilişkin sonsal standart sapma, dönüşüm parametreleri ve bunların standart sapmaları, (4.65) bağıntısı kullanılarak Helmert hata elipsoidinin hesaplanan yarıksen uzunlukları ve bu eksenlerin x, y, z koordinat eksenleriyle yaptıkları açılar, dengeli ölçüler, dengeli elipsoit yükseklikleri, nokta konum hataları, dik koordinat sistemindekiler ile tamamen aynı olmasına rağmen hesaplanan enlem ve boylamlarda çok küçük farklılıklar gözlenmektedir. Bu farklılığın nedeni elipsoidal koordinatlardan dik koordinatlara (ya da tersi) geçişte ortaya çıkan yuvarlatma hatalarıdır. Elipsoidal koordinatlara göre yapılan dengeleme ile hesaplanan koordinatlar ve bunların standart sapmaları, nokta konum hataları ve dengeli elipsoidal koordinatlardan dönüştürülen dik koordinatlar çizelge 6.18 de sergilenmektedir.

Elipsoidal koordinatlara göre yapılan dengeleme sonucu elde edilen enlem ve boylamlar, dik koordinatlara göre yapılan dengeleme sonucu hesaplanan dik koordinatların dönüştürülmesiyle elde edilen enlem ve boylamlarla karşılaştırılacak olursa saniyenin on binde mertebesinde farklılıklar gözlenir ki bu sapmaların x, y, z koordinatlarına etkisi milimetre mertebesinde (bakınız çizelge 6.16, 6.17, 6.18).



**Çizelge 6.18 :**Elipsoid koordinatlara göre gerçekleştirilen dengeleme sonuçları (x, y, z koordinatlarının tamsayı kısımları çizelge 6.16 daki değerlerle aynıdır)

Nokta No	Enlem			$\sigma_\phi$	Boylam			$\sigma_\lambda$	Elipsoit Yüksekliği m	$\sigma_h$ cm	$\sigma_p$ cm	Dönüştürülen Koordinatlar		
	°	'	"		°	'	"					x m	y m	z m
2	39	52	11.97698	0.0002	32	34	39.25313	0.0002	1251.696	0.58	0.88	.2485	.8962	.4811
3	39	44	14.44068	0.0002	32	36	26.23487	0.0002	1288.196	0.57	0.90	.1078	.4957	.4946
6	39	43	20.08730	0.0001	32	52	14.58889	0.0002	1402.951	0.63	0.86	.0481	.9196	.3144
7	39	51	25.55277	0.0002	32	49	10.00110	0.0002	1275.625	0.62	0.92	.3068	.8320	.5381
8	39	45	59.26605	0.0002	32	40	55.84371	0.0002	1279.782	0.50	0.83	.3724	.3254	.2717
9	39	40	07.88019	0.0002	32	43	15.53585	0.0002	1133.394	0.51	0.84	.3199	.1195	.8729
10	39	59	43.42842	0.0002	32	39	30.18176	0.0002	894.192	0.65	1.08	.5725	.0206	.9642
11	39	51	00.61613	0.0002	32	35	18.51472	0.0003	1095.786	0.78	1.24	.5883	.7580	.7392
12	39	46	52.36991	0.0002	32	47	11.78180	0.0002	982.601	0.58	0.91	.6457	.6964	.1925
13	39	43	40.07822	0.0002	32	45	23.06420	0.0002	994.103	0.66	1.06	.7937	.2027	.3218
14	39	35	25.13050	0.0002	32	40	18.91124	0.0002	1095.713	0.76	1.19	.3705	.0596	.2558
15	39	39	38.03493	0.0002	32	48	43.72355	0.0002	1073.131	0.60	0.97	.7340	.4795	.6992
Top. Ort.				0.0023 0.000192 (0.59 cm)				0.0025 0.000208 (0.50 cm)		7.44 0.62	11.68 0.97			



Uygulama bölgesi için noktaların ortalama enlemi alınarak (2.11) ve (4.40) bağıntılarından meridyen eğrilik yarıçapı  $M$  ile enine eğrilik yarıçapı  $N$  hesaplanıp bu değerler (4.53) ve (4.54) bağıntılarında kullanılarak enlem ve boylamların standart sapmaları uzunluk birimine dönüştürülebilir (çizelge 6.18).

12 noktanın elipsoidal koordinatlara göre yapılan dengeleme ile bulunan enlem ve boylam değerleri mevcut (verilen) enlem ve boylam değerleriyle karşılaştırılmıştır (çizelge 6.19).

**Çizelge 6.19** : Dengelenmiş enlem, boylam ile verilen enlem, boylam farkı (dengeli-verilen değerler)

Nokta No	Enlem		Boylam	
	"	cm	"	cm
2	0.00011	0.34	-0.00007	-0.17
3	-0.00002	-0.06	0.00027	0.64
6	-0.00001	-0.03	-0.00010	-0.24
7	-0.00022	-0.68	-0.00006	-0.14
8	0.00009	0.28	0.00015	0.36
9	0.00014	0.43	-0.00011	-0.26
10	0.00068	2.10	0.00012	0.29
11	0.00025	0.77	0.00000	0.00
12	0.00003	0.09	0.00004	0.10
13	0.00014	0.43	-0.00005	-0.12
14	0.00023	0.71	0.00009	0.21
15	0.00020	0.62	-0.00006	-0.14
Top.	0.00162	5.00	0.00022	0.53
Ort.	0.000135	0.42	0.000018	0.04
S.S.	0.000215	0.66	0.000118	0.28

Ortometrik yüksekliklerin hesaplanması yöntemin ikinci kademesini oluşturmaktadır. Dengeleme sonucu elde edilen elipsoit yükseklikleri ve verilen jeoit

yüksekliklerinden yararlanarak (4.77) eşitliğine göre ortometrik yükseklik farkları esas dengelemeye konu olan ölçülerin (baz vektör bileşenleri) sırasında, başka bir deyişle baz vektörleri hangi noktalar arasında seçilmişse ortometrik yükseklik farkları da bu noktalar arasında, oluşturulmuş ve (4.81) modeli kurularak robust kestirim yöntemine göre nivelman ağı dengelemesi gerçekleştirilmiştir. Dengelemede ölçü sayısı  $n = 40$ , üç nokta sabit alındığından bilinmeyen sayısı  $u = 12$  ve serbestlik derecesi  $r = 28$  dir. Birim ağırlıklı ölçünün sonsal standart sapması 4.0 cm olarak hesaplanmıştır. Dengeli ortometrik yükseklikler çizelge 6.20 de görülmektedir.

**Çizelge 6.20** :Robust kestirim yöntemine göre dengelenmiş ortometrik yükseklikler ile mevcut yükseklikler arasındaki farklar ve (4.84) bağıntısına göre oluşturulan stokastik modelle hesaplanan ortometrik yükseklikler ile mevcut yükseklikler arasındaki farklar.

Nokta No	H m	$\hat{\sigma}_H$ cm	Dengeli-Mevcut cm	H <sub>klasik</sub> m	$\hat{\sigma}_H$ cm	Klasik-Mevcut cm
2	1251.571	1.99	-9.5	1251.561	2.64	-10.5
3	1288.038	2.06	-8.8	1288.023	2.59	-10.3
6	1402.931	1.85	16.6	1402.917	2.36	15.2
7	1275.574	2.09	12.2	1275.566	2.79	11.4
8	1279.659	2.17	-1.2	1279.648	2.88	-2.3
9	1133.365	2.25	1.1	1133.352	2.87	-0.2
10	894.176	2.23	-2.4	894.168	2.99	-3.2
11	1095.644	2.53	-16.2	1095.632	3.35	-17.4
12	982.587	2.23	11.1	982.577	2.96	10.1
13	994.107	2.33	7.7	994.099	3.12	6.9
14	1095.673	2.22	-3.3	1095.666	2.71	-4.0
15	1073.161	2.32	8.4	1073.154	3.09	7.7
Top.		26.27	15.7		34.35	3.4
Ort.		2.19	1.31		2.86	0.28
S.S.		0.18	10.03		0.27	10.09

H : Robust kestirim yöntemine göre elde edilen ortometrik yükseklik,

H<sub>klasik</sub> : (4.84) stokastik modeliyle hesaplanan ortometrik yükseklik anlamındadır.

Ayrıca stokastik model (4.84) eşitliğine göre oluşturularak da bir uygulama yapılmıştır. Bu uygulamada da üç nokta sabit alınmıştır. Dengeleme neticesinde birim ağırlıklı ölçü için sonsal standart sapma 5.4 cm bulunmuştur. Dengelemede uyumsuz

ölçü çıkmamış olup dengeli ortometrik yükseklikler çizelge 6.20 nin 5. sütununda ve mevcut yüksekliklerle farkları da son sütunda verilmiştir.

Elipsoidal koordinatlara göre yapılan dengeleme sonucu hesaplanan enlem ve boylamlar bölüm 4.5. de verilen bağıntılar yardımıyla sağa ve yukarı değerlere dönüştürülmüş olup bu değerlerle mevcut (verilen) değerlerin farkları çizelge 6.21 de gösterilmiştir.

**Çizelge 6.21:** Sağa ve yukarı (33° dilim orta meridyeninde 6° lik) değerlerin karşılaştırılması (dengeli – verilen değerler)

Nokta No	Verilen		Dengeli		Dengeli-Verilen	
	Sağa m	Yukarı m	Sağa m	Yukarı m	Sağa cm	Yukarı cm
2	463871.549	4413488.806	463871.548	4413488.809	-0.1	0.3
3	466348.519	4398754.502	466348.525	4398754.501	0.6	-0.1
6	488919.543	4397013.048	488919.541	4397013.048	-0.2	0.0
7	484555.078	4411987.741	484555.076	4411987.734	-0.2	-0.7
8	472777.426	4401960.853	472777.430	4401960.856	-0.4	0.3
9	476067.380	4391116.534	476067.377	4391116.539	-0.3	0.5
10	470836.436	4427378.050	470836.439	4427378.071	0.3	2.1
11	464794.162	4411284.332	464794.162	4411284.339	0.0	0.7
12	481725.922	4403571.540	481725.923	4403571.541	0.1	0.1
13	479123.671	4397649.739	479123.670	4397649.743	-0.1	0.4
14	471827.226	4382413.702	471827.229	4382413.709	0.3	0.7
15	483884.945	4390176.074	483884.943	4390176.081	-0.2	0.7
Top.					-0.2	5.0
Ort.					-0.02	0.42
S.S.					0.29	0.67

Çalışmada temel olarak iki yöntem uygulanmış ve elde edilen sonuçların birbirleri ile karşılaştırılması amaçlanmamıştır. Her iki yöntemle elde edilen sonuçlar verilen (mevcut) değerlerle karşılaştırılmıştır.

## 7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Uydu teknikleriyle ağ sıklaştırmasında başlıca iki temel yaklaşım vardır. Bunlar;

1. Benzerlik dönüşümü yardımıyla eşlenik nokta koordinatlarından yararlanarak iki koordinat sistemi arasındaki dönüşüm parametrelerini belirlemek ve sistemlerden birinde bilinen nokta koordinatlarını (örneğin, WGS 84) ötekine (örneğin, ED 50) dönüştürmek,

2. Uydu ölçülerinden elde edilen koordinatlar (örneğin, WGS 84 koordinatları) ya da bunlardan dönüştürülen bağımsız koordinat farkları (bazlar) yardımıyla iki sistem arasındaki dönüşüm parametrelerini ve ülke datumunda (örneğin, ED 50) nokta koordinatlarını birlikte belirlemektir.

Birinci yaklaşım kapsamında

- (1) 7 parametrelili Bursa-Wolf yöntemi,
- (2) 4 parametrelili Bursa-Wolf yöntemi,
- (3) 7 parametrelili Molodensky-Badekas yöntemi,
- (4) 5 parametrelili Molodensky-Badekas yöntemi

uygulanmıştır.

6. bölümde çizelge 6.1, 6.2, 6.3, ve 6.4 incelenecek olursa öteleme parametrelerinin standart sapmalarının (1). yöntemde 10 metreler; (2). yöntemde metreler; (3). ve (4). yöntemde de cm düzeyinde olduğu görülür. Dönüklük parametrelerinin standart sapmaları ise dört yöntemde de hemen hemen aynıdır. Ölçek faktörü (2). ve (4). yöntemde sıfır alınmış olup (1). ve (3). yöntemle standart sapması eşit bulunmuştur.

Sözü edilen 4 yöntemle hesaplanan parametrelerle eşlenik olmayan noktaların WGS 84 koordinatları ED 50 sistemine dönüştürülerek elde edilen koordinatlarla mevcut koordinatlar arasındaki farklar çizelge 6.8 de verilmiştir. Çizelge incelenirse enlem

farklarının ortalamasının sırayla 1.50 cm, -2.71 cm, 2.86 cm, 2.87 cm ve standart sapmalarının 0.26 cm, 4.91 cm, 0.25 cm, 4.94 cm; boylam farklarının ortalamasının ise 0.38 cm, -0.77 cm, -1.11 cm, -1.14 cm ve standart sapmalarının 0.29 cm, 2.43 cm, 0.28 cm, 2.42 cm olduğu görülür. Ayrıca ED 50 sistemine dönüştürülmüş koordinatlardan elipsoit yükseklikleri ve herhangi bir datumda belirlenmiş jeoit yükseklikleri yardımıyla (elipsoit ve jeoit yükseklik farkları oluşturularak) ortometrik yükseklik farkları elde edilmiştir. Bu yükseklik farkları robust kestirim yöntemi ve ayrıca (4.84) bağıntısıyla oluşturulan stokastik modele göre serbest ve değişik noktalar sabit alınarak dengelenmiştir. Sonuçlar, çizelge 6.5, 6.6 ve 6.7 de görülmektedir. Robust kestirim yöntemi ile serbest ve tek nokta sabit alınarak yapılan dengelemeler de düzeltmeler ve dolayısıyla standart sapmalar sıfır çıkmaktadır. Bu durumun elipsoit yüksekliklerinin dengelenmiş olmaları nedeniyle yükseklik farklarının dengeli değerler ve jeoit yüksekliklerinin de birbirlerine çok yakın olmaları dolayısıyla ortometrik yükseklik farklarının hemen hemen dengeli değerler gibi hesaba girmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. (4.84) stokastik modeline dayanan hesaplama sonucunda küçük de olsa sıfırdan farklı standart sapmalar elde edilmiştir. İki ve üç nokta sabit alınarak yapılan hesaplarda datumun etkisi standart sapmalarda görülmektedir. Hesap sonucu bulunan ortometrik yüksekliklerden mevcut yüksekliklere en uygun olanı (4). yöntemin kullanılması sonucu elde edilmiştir. Çizelge 6.6 incelendiğinde 7 parametrelili Bursa-Wolf ve Molodensky-Badekas yöntemleriyle aynı ortometrik yüksekliklerin elde edildiği görülür. Bunlardan 4 parametrelili ilki ve 5 parametrelili ikincisi farklı sonuçlar vermektedir.

Yukarıda sözü edilen standart sapmalara ve ortalamalara bakılırsa (1). yöntemin daha iyi sonuç verdiği görülür, ancak (1). ve (2). yöntemde parametrelerin standart sapmaları (3). ve (4). yöntem nazaran çok büyüktür. Bu nedenle ortometrik yüksekliklerde (1). ile aynı sonucu veren ve standart sapmalar bakımından da (4). den iyi olan (3). yöntem buradaki uygulamalarda dört yöntemin en iyisi olarak görülmektedir.

İkinci temel yaklaşım kapsamında 4. bölümde verilen yöntem, bölüm 6. da açıklanan beş aşamada uygulanmıştır. Bu yöntemde iki sistem arasındaki öteleme parametreleri hariç dönüklükler ve ölçek faktörü koordinat bilinmeyenleriyle birlikte hesaplanmaktadır. Doğruluk ölçütü olarak koordinatların standart sapmaları, nokta konum hataları ve Helmert hata elipsoidi yarıksen uzunlukları hesaplanmıştır. Çizelge 6.16 dan

görülebileceği gibi standart sapmalara ve konum hatalarına ilişkin ortalamalar 1 cm den küçük çıkmaktadır. Hata elipsoidi yarıksenleri de mm mertebesinde. Elipsoidal koordinatlara göre yapılan dengelemede de enlem ve boylamların standart sapmalarının ortalamasının 0.59 cm ve 0.50 cm olduğu çizelge 6.18 de görülmektedir.

Ağ sıklaştırması amacıyla gerçekleştirilen dengeleme sonucu elde edilen enlem ve boylamlar mevcut enlem ve boylamlarla karşılaştırılmıştır. Enlem ve boylam farklarının ortalamalarının sırayla 0.42 cm, 0.04 cm ve standart sapmalarının da 0.66 cm, 0.28 cm olduğu çizelge 6.19 da görülmektedir. Ayrıca sıklaştırma dengelemesi sonucu bulunan ED 50 elipsoit yükseklikleri ve mevcut jeoit yükseklikleri yardımıyla ortometrik yükseklik farkları oluşturulmuş ve bu farklar hem robust kestirim yöntemlerinden Danimarka yöntemi ile hem de (4.84) stokastik modeli oluşturularak ayrı ayrı dengelenmiş ve sonuçlar çizelge 6.20 de verilmiştir. Çizelge incelenirse robust kestirim yöntemiyle hesaplanan ortometrik yüksekliklerle mevcut yükseklikler arasındaki farkların -16.2 cm ile +16.6 cm arasında değiştiği, ortalamasının 1.31 cm, standart sapmasının 10.03 cm. ve (4.84) stokastik modeli kullanılması durumunda da farkların -17.4 cm ile +15.2 cm arasında değiştiği, ortalamasının 0.28 cm, standart sapmasının 10.09 cm olduğu görülür.

Yukarıdaki uygulamalar ve değerlendirme sonuçları her iki yöntem ile sıklaştırma yapılabileceğini göstermektedir. Ancak üç boyutlu uzayda benzerlik dönüşümüne dayanan 1. yaklaşımın tüm ülke düzeyine dağılmış her iki sistemde (örneğin, ED 50 ve WGS 84) koordinatları bilinen yeterli sayıda nokta kullanılarak iki sistem arasında ülke yüzeyinin tamamı için geçerli olacak dönüşüm parametrelerinin belirlenmesi ve bu parametrelerin iki sistemde eşlenik olmayan (mevcut ya da sonradan belirlenecek) noktaların koordinatlarının sistemlerden birinden ötekine (örneğin, WGS 84 de belirlenmiş/belirlenecek noktaların ED 50 sistemine) dönüştürülmesi amacıyla kullanılması daha uygun görülmektedir. Böylece ülke için sistemler arasında bir set dönüşüm parametresi olacak ve dönüştürme işlerinde sürekli kullanılacaktır. Bölüm 6. da bu yöntemle bulunan dönüşüm parametreleri yalnızca uygulama alanı ve çok yakın çevresi için kullanılabilir, ülkenin tamamı için geçerli olduğu söylenemez.



2. yaklaşımda yatay koordinatların yaklaşık 1 cm, yüksekliklerin yaklaşık 10 cm ve nokta konum hatalarının da yaklaşık 1 cm civarında bir doğrulukla belirlenebileceği uygulamayla görülmüştür. Bu doğruluklar klasik uygulamalarda öngörülen ölçütleri sağlamaktadır. Bu nedenle hiçbir yersel ölçü gerektirmeyen bu yöntemin bölgesel ağ sıklaştırmalarında rahatlıkla kullanılabilmesi sonucuna varılmaktadır. Yöntemin uygulanabilmesi için ölçü olarak GPS baz vektörleri, yeni ve eski ağ bölümlerini birbirine bağlayan bağlantı noktalarının ülke sisteminde (örneğin, ED 50) koordinatları ve en az bir noktanın ortometrik yüksekliği ile o bölgeye ait bir jeoidin bilinmesi yeterlidir.

Bu yaklaşımla belirlenen dönüşüm parametreleri tamamen bölgesel olup uygulama alanı dışında kullanılamaz. Matematiksel modelde geçen bu parametrelerin, yöntemin uygulanabilmesi için mutlaka anlamlı olmaları gerekli değildir. Başka bir deyişle 6. bölümde açıklanan test aşamasında dört parametrenin tümü anlamsız çıksa da bu parametreler sıfır alınarak yöntem yine uygulanabilir.



**KAYNAKLAR**

1. Aksoy, A. (1984) : Uyuşumsuz Ölçüler Testi. Harita Dergisi, Sayı :93.
2. Aksoy, A. (1987) : Jeodezik Değerlerin Matematik-İstatistik Testlerle İrdelenmesi. Türkiye I. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 23-27 Şubat, Ankara.
3. Aksoy, A.; (1989) : Nirengi Ağları ve Türkiyedeki Sorunlarına Genel Bakış. Sivil Harita Mühendisliği Eğitim ve Öğretiminde Öztürk, E.; Ünal, T. 40. Yıl Sempozyumu, 11-13 Ekim, İstanbul.
4. Aksoy, A.; (1990) : Jeodezi II. İstanbul Teknik Üniversitesi Kütüphanesi, Güneş, İ. H. Sayı: 1422.
5. Amt für (1988) : World Geodetic System 1984 (WGS 84). Militärisches Geowesen Herausgegeben vom Amt für Militärisches Geowesen.
6. Arslan, E. (1987) : Ülke Nirengi Ağlarında İki ve Üç Boyutlu Dengeleme Modellerinin Uygulamalı Karşılaştırılması. Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi.
7. Ayan, T. (1981) : Jeodezik Ağların Optimizasyonu. Doçentlik Tezi. İTÜ İnşaat Fakültesi, İstanbul, 1981.
8. Ayan, T. (1992) : Uyuşumsuz Ölçüler Testi. Harita ve Kadastro Mühendisliği, Sayı : 172.
9. Ayhan, E.; (1991) : Robust Kestirim ve Kaba Hatalı Ölçülerin Belirlenmesi. Aksoy, N. Harita Dergisi, Sayı: 106.

10. Biacs, Z.F.; (1990) : Deformation Analysis of Survey Networks with  
Teskey, W.F. interactive Hypothesis Testing and Computer Graphics.  
Cism Journal ACSGC, Vol. 44, No: 4, Winter 1990.
11. Caspary, W.F. (1987) : Concepts of Network and Deformation Analysis.  
Monograph 11, School of Surveying. The University  
of New South Wales, Kensington, N.S.W. Australia.
12. Cross, P.A.; (1987) : A Method for the Combination of GPS Networks and  
Sutisna, S. Fixed Terrestrial Control. XIX General Assembly of  
the IUGG, Vancouver, August 1987.
13. Demirel, H. (1987 a) : Nirengi Ağlarının Dengelenmesi ve Sonuçların Test  
Edilmesi. Harita Dergisi, Sayı: 98.
14. Demirel, H. (1987 b) : S-Transformasyonu ve Deformasyon Analizi. Türkiye  
I. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 23-27 Şubat,  
Ankara.
15. DMA Technical (1987) : Supplement to Department of Defense. World Geodetic  
Report, Part I. System 1984 Technical Report: Part I. Methods,  
Techniques, and Data Used in WGS 84 Development;  
DMA TR 8350. 2-A. The Defense Mapping Agency,  
Washington, DC; 1 December 1987.
16. DMA Technical (1987) : Supplement to Department of Defense. World Geodetic  
Report, Part II. System 1984 Technical Report: Part II. Parameters,  
Formulas, and Graphics for the Practical Application of  
WGS 84. DMA TR 8350. 2-B; The Defense Mapping  
Agency, Washington, DC; 1 December 1987.
17. Dragomir, V.C.; (1982) : Theory of the Earth's Shape. Elsevier Scientific  
Ghitau, D.N; Mihailescu, Publishing Company, Amsterdam-Oxford-New York.  
M.S.; Rotaru, M.G.

18. Ehlert, D. (1991) : Differentielle Verschiebungen und Drehstreckungen in dreidimensionalen Koordinatensystemen. Deutsche Geodätische Kommission (DGK), Reihe B, Heft Nr: 295.
19. Eissfeller, B.; (1985) : The Processing of GPS Baseline Vectors in  
Landau, H.; Hein, G.W.; : Conventional Geodetic Networks Using Gravity Field  
Bottse, A.D. Information and Least Squares Collocation. 7th  
International Symposium on Geodetic Computations.  
Cracow, June 1985.
20. Fritzensmeier, K.; (1985) : Simulation Studies on the Improvement of Terrestrial  
Kloth, G; Niemeier, W.; : 2 - D - Networks by Additional GPS - Information.  
Eichholz, K. International Federation of Surveyors (FIG).  
Proceedings, Inertial, Doppler and GPS Measurements  
for National and Engineering Surveys. Joint Meeting of  
Study Groups 5B and 5C, July 1-3. Schriftenreihe,  
Heft 20-1, München, 1985.
21. Gürkan, O. (1977) : Üç Boyutta Benzeşim Dönüşümü ve Değişik Jeodezik  
(Elipsoid) Sistemler Arasındaki Bağlıntılar. K.T.Ü.  
Jeodezi ve Fotogrametri Bölümü, Bilimsel Rapor No:1.
22. Gürkan, O. (1979) : Astrojeodezik Ağların Deformasyonu ve Türkiye 1.  
Derece Triyangülasyon Ağı. Karadeniz Teknik  
Üniversitesi, Yer Bilimleri Fakültesi, K.T.Ü. Yayın  
No: 104, Y.B.F. Yayın No:21, Trabzon.
23. Gürkan, O. (1983) : Differential Relations Between Earth Fixed Coordinate  
Systems. XVIII General Assembly of International  
Union of Geodesy and Geophysics (IUGG),  
Hamburg, 15-17 August.

24. Harvey, B.R. (1986) : Transformation of 3D Co-ordinates. The Australian Surveyor, Vol. 33, No:2, June 1986.
25. Heck, B. (1987) : Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.
26. Hein, G.W. (1989) : Bestimmung Orthometrischer Höhen Durch GPS und Schweredaten. Moderne Verfahren der Landesvermessung, Teil I: Global Positioning System. Beiträge zum 22. DVW-Seminar 12-14 April 1989.
27. Heiskanen, W.A.; (1967) : Physical Geodesy. San Francisco and London.  
Moritz, H.
28. Hekimoğlu, Ş. (1993) : Jeodezik Dik Koordinatlardan Eğri Koordinatlara Dönüşüm İçin Yeni Algoritmalar. Harita Dergisi, Sayı: 111.
29. Hoar, G.J. (1982) : Satellite Surveying. Theory, Geodesy, Map Projections. Magnavox Advanced Products and Systems Company.
30. Hofmann (1992) : Global Positioning System. Theory and Practice.  
Wellenhof, B.;  
Lichtenegger, H;  
Collins, J.
31. Hoyer, M. (1982) : Satelliten-Dopplermessungen als unterstützende Beobachtungen bei der Kontrolle und Verbesserung eines geodätischen Netzes in Venezuela. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover.
32. Illner, I. (1983) : Freie Netze und S-Transformation. AVN, Heft 5, Mai 1983.

33. Illner, I. (1985) : Datumsfestlegung in freien Netzen. DGK, Reihe C, Heft Nr: 309, München, 1985.
34. Jordan / Eggert (1958) : Handbuch der Vermessungskunde. Band IV, / Kneissl Mathematicshe Geodäsie (Landesvermessung), Erste Hälfte. J.B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart.
35. Jorgensen, P.C.; (1984) : Ah, Robust Estimation. XV Congress of the Frederiksen, P.; International Society for Photogrammetry and Remote Kubik, K.; Weng, W. Sensing, Rio de Janeiro, Commission III.
36. Juhl, J. (1982) : The "Danish Method" of Weight Reduction for Gross Error Detection. ISP. Commission III, Helsinki.
37. Kavouras, M. (1982) : On the Detection of Outliers and the Determination of Reliability in Geodetic Networks. Technical Report, No:87, University of New Brunswick.
38. Koch, K. R. (1983) : Rechenverfahren bei der Einschaltung von Punkten in ein trigonometrisches Netz. AVN, Heft 3.
39. Krakiwsky, E.J.; (1971) : Coodinate Systems in Geodesy. The Department of Wells, D.E. Surveying Engineering. The University of New Brunswick. Fredericton. N.B.
40. Krakiwsky, E. J.; (1974) : Mathematical Models for the Combination of Terrestrial Thomson, D.B. and Satellite Networks. The Canadian Surveyor, Vol. 28, No: 5, December 1974.
41. Krarup, T.; (1983) : The Danish Method; Experience and Philosophy. Kubik, K. DGK, Reihe A, Heft Nr: 98.
42. Kubik, K.; (1984) : Oh, Grosserorors! XV Congress of the International Weng, W.; Society for Photogrammetry and Remote Sensing, Rio Frederiksen, P. de Janeiro, Commission III.

43. Landau, H.(1986) : GPS Baseline Vectors in a Threedimensional Integrated Adjustment Approach. GPS Research 1985 at the Institute of Astronomical and Physical Geodesy. Schriftenreihe, Hef 19, München, 1986.
44. Leick, A. (1990) : GPS Satellite Surveying. John Wiley & Sons. New York/Chichester/Brisbane/Toronto/Singapore.
45. Liddle, D.A. (1989) : Orthometric Height Determination by GPS. Surveying and Mapping, Vol. 49, No: 1.
46. Mainville, A.; (1992) : Global Positioning System Testing of Geoids Computed From Geopotential Models and Local Gravity Data: A Case Study. Journal of Geophysical Research, Vol. 97, No. B7, July 10, 1992.  
Forsberg, R.;  
Sideris, M.G.
47. Malys, S. (1988) : Dispersion and Correlation Among Transformation Parameters Relating two Satellite Reference Frames. Department of Geodetic Science and Surveying. The Ohio State University, Columbus, Ohio. Report No: 392, July 1988.
48. Merry, C.L.; (1974) : The Geoid and Datum Translation Components. The Canadian Surveyor, Vol. 28, No:1, March 1974.  
Vanicek, P.
49. van Mierlo, J. (1980) : Free Network Adjustment and S-Transformations. DGK, Reihe B, Heft Nr : 252, München, 1980.
50. Moritz, H. (1978) : The Definition of a Geodetic Datum. Proceedings of the Second International Symposium on Problems Related to the Redefinition of the North American Geodetic Networks, April 1978.
51. Moritz, H. (1984) : Geodetic Reference System 1980. Bulletin Géodésique, Vol. 58, No:3. (Ayrıca; Vol. 54, No:3, 1980).
52. Mueller, I.I. (1969) : Spherical and Practical Astronomy as Applied to Geodesy. Frederick Ungar Publishing Co. New York.

53. Niemeier, W. (1985) : Deformationsanalyse, In : Pelzer, H. (Hrsg). Geodätische Netze in Landes-und Ingenieurvermessung II, Wittwer Verlag, Stuttgart.
54. Özbenli, E. (1991) : Jeodezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Trabzon.
55. Özen, H. (1980) : Türkiye Koşullarında Koordinat Kadastrosu. Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi İnşaat ve Mimarlık Fakültesi. Genel Yayın No: 118, Fakülte Yayın No: 31, Trabzon.
56. Rapp, R.H. (1976) : Geometric Geodesy. Volume II (Advanced Techniques). Department of Geodetic Science. The Ohio State University, Columbus, Ohio. January 1976.
57. Schödlbauer, A; (1989) : Densification of Horizontal Networks by GPS.  
Krack, K.; Glasmacher, H. Proceedings of the Fifth International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Vol. II. Las Cruces, New Mexico, March 13-17, 1989.
58. Seeber, G. (1989) : Satellitengeodäsie. Grundlagen, Methoden und Anwendungen. Walter de Gruyter, Berlin, New York.
59. Sideris, M.G.; (1986) : The Use of GPS and Doppler Heights in NAVD.  
Schwarz, K.P. Proceedings of the Fourth International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Vol.2, Austin, Texas. April 28-May 2, 1986.
60. Sideris, M.G. (1990) : The Role of the Geoid in one-,two-,and three-dimensional Network Adjustments. Cism Journal ACSGC, Vol. 44, No:1, Spring 1990.
61. Soler, T.; (1988) : Coordinate Systems Used in Geodesy:Basic Definitions  
Hothem, L.D. and Concepts. Journal of Surveying Engineering. Vol. 114, No:2 May 1988.



62. Soler, T.; (1989) : Important Parameters Used in Geodetic Transformations. Hothem, L.D. Journal of Surveying Engineering. Vol. 115, No:4, November 1989.
63. Steed, J. (1990) : A Practical Approach to Transformation Between Commonly Used Reference Systems. The Australian Surveyor, Vol. 35, No:3, September 1990.
64. Steeves, R.R. (1984) : Mathematical Models for Use in the Readjustment of the North American Geodetic Networks. Geodetic Survey of Canada. Technical Report Number 1. April 1984.
65. Şimşek, M. (1992) : Jeodezik Ağlarda Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesi. Harita Dergisi, Sayı: 108.
66. Ulsoy, E. (1977) : Matematiksel Geodezi. İstanbul Devlet Mühendislik ve Mimarlık Akademisi Yayınları(İ.D.M.M.A.), Sayı:144, İstanbul.
67. Ulsoy, E. (1980) : Pratik Matris Hesabı ve Dengeleme Hesabına Uygulanması. İ.D.M.M.A. Yayınları, Sayı: 91, İstanbul.
68. Ünal, T. (1981) : Ülke Nirengi Ağlarını Yerleştirme, Yönelme ve Dengeleme Yöntemleri. Doçentlik Tezi, İ.D.M.M.A., İstanbul.
69. Ünal, T. (1985) : Elipsoid ve Datum Problemi. Ülke Nirengi Ağları ve Türkiye Nirengi Ağı Konulu Seri Konferanslardan, 27 Mart- 22 Mayıs.
70. Vanicek, P.; (1974) : Positioning of Horizontal Geodetic Datums. The Wells, D.E. Canadian Surveyor, Vol. 28, No:5, December 1974.

71. Vanicek, P.; (1986) : Geodesy: The Concepts. Elsevier Science Publishers  
Krakiwsky, E.J. B.V. North-Holland Amsterdam-New York-Oxford-  
Tokyo.
72. Verkuijl, G.E.L. (1985) : On the Combined Adjustment of 3-D Cartesian and  
Ellipsoidal Networks. An application to the fusion of  
Doppler networks and RETrig. Laboratorium voor  
Geodetische Rekentechniek. Department of Geodesy,  
Delft University of Technology.
73. Vincenty, T. (1982) : Methods of Adjusting Space Systems Data and  
Terrestrial Measurements. Bulletin Géodésique. Vol.  
56, No: 3.
74. Vincenty, T. (1987) : On the Use of GPS Vectors in Densification  
Adjustments. Surveying and Mapping, Vol. 47, No:2.
75. Vincenty, T.; (1989) : North American Datum of 1983. Mathematical Models.  
Schwarz, C.R. NOAA Professional Paper NOS 2. U.S. Department of  
Commerce, National Oceanic and Atmospheric  
Administration. December 1989.
76. Welsch, W.; (1984) : Kombinierte Ausgleichung von Doppler-Satellitennetzen  
Oswald, W. und terrestrischen Netzen. Schriftenreihe der  
Hochschule der Bundeswehr München, Heft 15,  
München, 1984.
77. Welsch, W.M.; (1985) : Variance Analysis of Satellite Networks. First  
Oswald, W. International Symposium on Precise Positioning with  
the Global Positioning System, Rockville, Maryland,  
April 15-19, 1985.
78. Welsch, W.M. (1986) : Problems of Accuracies in Combined Terrestrial and  
Satellite Control Networks. Proceedings of the Fourth  
International Geodetic Symposium on Satellite  
Positioning. Vol.1, April 28-May 2, 1986.

79. Wells, D.E.; (1975) : Alignment of Geodetic and Satellite Coordinate Systems  
Vanicek, P. to the Average Terrestrial System. Bulletin Géodésique  
No: 117.
80. Wells, D.; Beck, N.; Delikaraoglou, D.; Kleusberg, A.; Krakiwsky, E.J.;  
Lachapelle, G.; Langley, R.B.; Nakiboglu, M.; Schwarz, K.P.; Tranquilla, J.M.;  
Vanicek, P. (1986) : Guide to GPS Positioning. Canadian GPS Associates,  
Fredericton, New Brunswick, Canada, 1986.
81. White, H.L.; (1989) : World Geodetic System 1984. A Modern and Accurate  
Decker, B.L.; Kumar, M. Global Reference Frame. Proceedings of the Fifth  
International Geodetic Symposium on Satellite  
Positioning, Vol.I. Las Cruces, New Mexico, March  
13-17, 1989.
82. Wolf, H. (1963) : Die Grundgleichungen der Dreidimensionalen Geodäsie  
in elementarer Darstellung. ZfV, Heft 6.
83. Wolf, H. (1975) : Ausgleichungsrechnung. Formeln zur praktischen  
Anwendung. Ferd. Dümmlers Verlag. Bonn.
84. Wolf, H. (1979) : On the Use of Doppler Observations for Improving the  
RETrig-Adjustment. Symposium of the I.A.G.  
Commission for the Readjustment of the European  
Triangulation, Madrid, Spain, May 7-12, 1979.
85. Wolfrum, O. (1992) : Merging Terrestrial and Satellite Networks by a  
ten-Parameter Transformation Model. Manuscripta  
Geodaetica, Springer Verlag.

## ÖZGEÇMİŞ

### Mustafa ŞİMŞEK,

- 1 Ekim 1957 : Meşeliyatak köyünde (Dereli/Giresun) doğdu.
- 1970 : Meşeliyatak Köyü İlk Okulu'ndan mezun olarak orta öğrenimine başladı.
- 1973 : Dereli Orta Okulu'ndan mezun olup Kuleli Askeri Lisesi'nde (İstanbul) lise öğrenimine başladı.
- 1976 : Liseden mezun olarak Kara Harp Okulu'nda (Ankara) yüksek öğretime başladı.
- 30 Ağustos 1980 : Kara Harp Okulu'ndan Harita Teğmeni olarak mezun oldu.
- Eylül 1980 : Ülkü ile evlendi ve M.S.B. Harita Yüksek Teknik Okulu'nda (Ankara) mühendislik eğitimi ve öğretimine başladı.
- 30 Aralık 1981 : Oğlu Berksan doğdu.
- Ekim 1982 : Harita Yüksek Teknik Okulu'ndan mezun olarak Harita Mühendisi ünvanını aldı.
- 1982-1986 : Harita Genel Komutanlığı Jeodezi Dairesi Başkanlığının çeşitli şubelerinde Ekip Komutanı olarak görev yaptı.
- 6 Ekim 1986 : Yıldız Teknik Üniversitesi (o tarihdeki adı Yıldız Üniversitesi) Fen Bilimleri Enstitüsü Jeodezi ve Fotogrametri Anabilim Dalında yüksek lisans öğretimine başladı.
- 5 Temmuz 1988 : Yüksek Mühendis ünvanını aldı.
- Ekim 1988 - : Hrt. Gn. K.lığı Jeodezi Dairesinde Birlik Komutanlığı ve değişik görevler yaptı.
- 20 Ağustos 1992
- 13 Ağustos 1992 : Oğlu Ulukan ve kızı Dilara (ikizler) doğdu.
- 20 Ağustos 1992 - : Hrt. Gn. K.lığı Jeodezi Dairesi Başkanlığı Jeodezi Bilgi İşlem Şubesi Müdürü olarak görev yapmaktadır (Not : Şubenin adı 19.9.1994 tarihinde "Jeodezik ve Jeofizik Değerler Şubesi" olarak değişmiştir) .

## ÇALIŞMADA KULLANILAN VERİLER

### EK.1 :ED 50 KOORDİNATLARI, ORTOMETRİK YÜKSEKLİKLER, JEOİT YÜKSEKLİKLERİ

NOKTA NO	ENLEM ° ' "	BOYLAM ° ' "	ORTOMETRİK YÜKSEKLİK	JEOİT YÜKSEKLİĞİ
1	40 02 07.18885	32 39 18.36414	1004.174 m	36.755 m ± 10 cm
2	39 52 11.97687	32 34 39.25320	1251.666	36.843 10
3	39 44 14.44070	32 36 26.23460	1288.126	36.862 10
4	39 34 09.07230	32 37 49.14020	1446.789	36.755 10
5	39 36 29.27377	32 48 29.66999	1137.812	36.601 10
6	39 43 20.08731	32 52 14.58899	1402.765	36.724 10
7	39 51 25.55299	32 49 10.00116	1275.452	36.771 10
8	39 45 59.26596	32 40 55.84356	1279.671	36.833 10
9	39 40 07.88005	32 43 15.53596	1133.354	36.714 10
10	39 59 43.42774	32 39 30.18164	894.200	36.739 10
11	39 51 00.61588	32 35 18.51472	1095.806	36.847 10
12	39 46 52.36988	32 47 11.78176	982.476	36.727 10
13	39 43 40.07808	32 45 23.06425	994.030	36.707 10
14	39 35 25.13027	32 40 18.91115	1095.706	36.724 10
15	39 39 38.03473	32 48 43.72361	1073.077	36.645 10

**EK.2 :WGS 84 KOORDINATLARI**

NOKTA NO	EĞRİ KOORDİNATLAR					DİK KOORDİNATLAR			
	ENLEM ° ' "	σ <sub>φ</sub> "	BOYLAM ° ' "	σ <sub>λ</sub> "	ELİPSOİT YÜK. (m)	σ <sub>h</sub> mm	X m	Y m	Z m
1	40 02 03.6681	9*10 <sup>-6</sup>	32 39 17.1258	12*10 <sup>-6</sup>	1040.8583	1.6	4118045.98007	2639183.76688	4081704.16752
2	39 52 08.4430	0	32 34 38.0151	0	1288.5221	0.0	4131709.22983	2640059.88609	4067787.45900
3	39 44 10.8982	7	32 36 25.0037	9	1325.0072	1.3	4138307.06538	2647299.46083	4056493.45020
4	39 34 05.5186	12	32 37 47.9172	16	1483.3690	1.4	4147381.76163	2655454.36228	4042216.61956
5	39 36 25.7268	13	32 48 28.4596	19	1174.3688	1.7	4136598.95326	2666698.34171	4045352.67110
6	39 43 16.5495	12	32 52 13.3794	16	1439.5105	1.5	4127065.92630	2666927.84384	4055277.19586
7	39 51 22.0235	9	32 49 08.7825	12	1312.1735	1.4	4121314.19055	2657985.75875	4066703.43217
8	39 45 55.7272	7	32 40 54.6176	10	1316.5283	1.4	4133097.30389	2651586.27732	4058974.19845
9	39 40 04.3353	10	32 43 14.3166	14	1170.0898	1.5	4137033.29536	2658068.10670	4050542.84428
10	39 59 39.9046	8	32 39 28.9455	10	930.9084	1.4	4120224.59031	2640913.02860	4078236.95283
11	39 50 57.0809	6	32 35 17.2784	8	1132.5479	1.5	4132294.60525	2641541.76888	4065997.74610
12	39 46 48.8345	10	32 47 10.5634	13	1019.1970	1.6	4127184.56570	2658423.64367	4060043.11164
13	39 43 36.5383	9	32 45 21.8455	13	1030.7062	1.4	4131782.74858	2658305.17501	4055490.27196
14	39 35 21.5792	14	32 40 17.6907	16	1132.4089	1.8	4143966.37103	2657512.05747	4043801.24603
15	39 39 34.4915	12	32 48 42.5117	17	1109.6804	1.7	4133253.70181	2664940.46033	4049795.66003



**EK.3 :WGS 84 DE GPS BAZ VEKTÖRLERİ (BİRİMLER METREDİR)**

BAZ	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	$\sigma_{\Delta X}$	$\sigma_{\Delta Y}$	$\sigma_{\Delta Z}$
1 - 2	13663.0256	876.0923	-13916.8346	0.0079	0.0056	0.0082
1 - 10	2178.5025	1729.1913	-3467.2749	0.0106	0.0116	0.0110
2 - 6	-4643.5451	26867.7708	-12510.3128	0.0079	0.0059	0.0082
2 - 10	-11484.4785	853.1621	10449.5949	0.0118	0.0076	0.0123
3 - 2	-6597.6173	-7239.4828	11294.0998	0.0124	0.0085	0.0114
3 - 4	9074.3646	8154.7752	-14277.0412	0.0080	0.0056	0.0083
3 - 5	-1708.4378	19398.6686	-11140.9471	0.0127	0.0087	0.0119
3 - 8	-5209.7158	4286.7986	2480.7891	0.0079	0.0056	0.0082
3 - 14	5658.9812	10212.4739	-12692.3729	0.0262	0.0198	0.0330
4 - 6	-20315.5386	11473.5060	13060.8259	0.0081	0.0058	0.0084
5 - 4	10782.8111	-11243.8927	-3136.0869	0.0080	0.0057	0.0082
5 - 6	-9532.7263	229.6088	9924.7385	0.0099	0.0071	0.0106
5 - 14	7367.4388	-9186.2082	-1551.4314	0.0093	0.0063	0.0104
5 - 15	-3345.1363	-1757.8287	4443.0688	0.0096	0.0078	0.0096
7 - 1	-3267.9742	-18801.8680	15000.7959	0.0079	0.0057	0.0082
7 - 2	10395.0402	-17925.7819	1083.9541	0.0129	0.0145	0.0137
7 - 6	5751.4998	8941.9941	-11426.3548	0.0078	0.0056	0.0082
7 - 8	11782.9719	-6399.4619	-7729.3262	0.0079	0.0056	0.0082
7 - 10	-1089.4670	-17072.6771	11533.5182	0.0145	0.0169	0.0153
8 - 10	-12872.3970	-10673.1479	19262.9118	0.0079	0.0056	0.0082
9 - 5	-434.5012	8630.1284	-5190.2555	0.0079	0.0056	0.0081
9 - 6	-9967.2303	8859.7419	4734.4825	0.0079	0.0057	0.0082
9 - 8	-3935.7663	-6481.7226	8431.5012	0.0079	0.0056	0.0081
9 - 11	-4738.3782	-16526.1860	15455.0293	0.0136	0.0084	0.0144
9 - 14	6932.9068	-556.0904	-6741.7060	0.0190	0.0105	0.0269
11 - 2	-585.2985	-1481.8517	1789.7574	0.0128	0.0077	0.0133
11 - 3	6012.3203	5757.6554	-9504.3472	0.0144	0.0115	0.0157
12 - 2	4524.8291	-18363.6171	7744.3690	0.0087	0.0070	0.0091
12 - 6	-118.7341	8504.1384	-4765.9531	0.0081	0.0058	0.0083
12 - 7	-5870.2192	-437.8299	6660.4218	0.0094	0.0073	0.0101
12 - 8	5912.7345	-6837.3107	-1068.9334	0.0099	0.0108	0.0103
12 - 10	-6959.6567	-17510.4687	18193.9665	0.0081	0.0058	0.0083
12 - 11	5110.1297	-16881.7780	5954.6114	0.0082	0.0059	0.0085
13 - 4	15598.7420	-2850.8615	-13273.8422	0.0117	0.0081	0.0168
13 - 6	-4716.7968	8622.6462	-213.0256	0.0082	0.0057	0.0083
13 - 8	1314.6652	-6718.8270	3483.9714	0.0116	0.0111	0.0162
13 - 15	1470.8183	6635.2225	-5694.6754	0.0102	0.0077	0.0104
14 - 4	3415.3699	-2057.6918	-1584.6697	0.0256	0.0208	0.0328
14 - 15	-10712.5684	7428.3774	5994.4945	0.0095	0.0066	0.0106
15 - 6	-6187.6003	1987.4427	5481.6732	0.0081	0.0059	0.0084



