YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

OTOYOLLARDA GEÇİŞ EĞRİLERİNİN KULLANIMI VE BİR MODEL ÜZERİNE UYGULANMASI

Harita Müh. Atınç PIRTI

F.B.E. Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Anabilim Dalında hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Ömer AYDIN

İSTANBUL 1996

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam süresince, tez konumla ilgili kaynakların sağlanmasında ve her adımda yönlendirip destekleyerek yardım ve ilgisini esirgemeyen tez yöneticim sayın Prof. Dr. Ömer AYDIN'a, değerli bilgilerinden yararlandığım ve kaynak sağlanmasında yardımlarını gördüğüm tüm Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul Teknik Üniversitesi Jeodezi ve Fotoğrametri Mühendisliği Bölümü öğretim elemanlarına teşekkürlerimi sunarım.

ÖZET

Ulaşım yapılarının(Demiryolu, Tramvay Hattı, Karayolu) tasarımında, bilindiği gibi farklı eğriliğe sahip geçki elemanları arasına geçiş eğrileri yerleştirilir. bunların görevi, yolculuk konformunu optimize etmek araçlardaki ve yol platformunda ki aşınmayı en aza indirmek için,geçiş eğrisine bağımlı olarak değişen araç eksenleri dönmesi, değişken yol platformu enine ve değişken büyüklükteki yan kuvvetler arasında tekdüze geçişi, kısaca sürekli ve sarsıntısız değişmeyi sağlamaktadır.

Geçiş eğrileri olarak günümüzde, Klotoid uygulanmaktadır.

ZUSAMMENFASSUNG

Bei der Trassierung von Verkehrswegen(Eisenbahnen, U-Bahnen, Strassen)werden bekanntlich zwischen Trassierungselementen unterschiedlicher krümmüng sogenannte Übergansbogen eingeschaltet. Deren Aufgabe ist es, den Übergang zwischen den kurvenbedingt unterschiedlichen Achseinschlagen der Fahrzeuge, den unterschiedlichen Überhöhungen der Fahrbahn und den unterschiedlich grossen Seitenkraften allmahlich, d.h. stetig und ohne ruckartige Veranderungen herbeizuführen, um so den Fahrkomfort zu optimieren und den Verschleiss an Fahrzeugen und Fahrweg zu minimieren.

Die Übergangsbogen sind jetzt als, Klotoide ausgewendet.

1. GİRİŞ

Modern karayolu inşaatında geçiş eğrisi, alinyman ve daireye eşdeğer bir güzergah elemanıdır. Merkezkaç kuvvetinin ani değişimlerini önlemek için, keskin kurblarda hareket dinamiği nedenlerinden ötürü geçiş eğrilerinin uygulanması zorunludur. Tüm güzergah konularında hareket psikolojisi, arazi koşulları ve estetik nedenler, bu kurbun uygulanmasına güç kazandırmaktadır.

Demiryolu inşaatında geçiş eğrisi hareket dinamiği yönünden gerekli bir elemandır; ancak eşdeğer uygulama düzeyine erişememiştir.

Nehir ve kanal inşaatında da sürekli bir eğrilik değişiminin ve geçiş eğrileri ile donatılmış akıcı bir güzergahın yararları gitgide değer kazanmaktadır.

Güzergah elemanı olarak geçiş eğrisinin uygulandığı her yerde, inşaat, yapı tekniği ve organizasyona ilişkin koşullar, olanak ölçüsünde yalın bir matematik biçim ve daire yayları yarıçaplarının seçimindeki gibi kurb sabitlerinin açık ve düzenli bir normlanmasını gerektirir.

Son yıllarda klotoidin uygulanması dünyanın birçok ülkesine yayılmış ve bunların az sayılamayacak kısmıda, karayolu tasarımları için tavsiye olunmuş ya da şartnamelere girmiştir. Klotoidlerle inşaa edilen yolların sayısı ise artık sayılamayacak dereceye yükselmiştir.

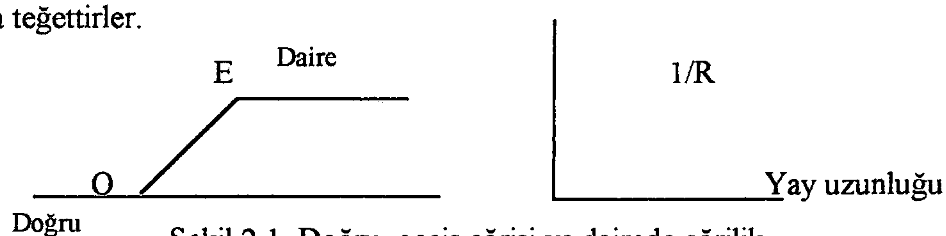
Yol inşaatında güzergah çalışmalarına ilişkin, klotoidin geçiş eğrisi elemanı olarak kullanılmasını açıklayan farklı nedenlere ve kanıtlamalara rastlanmaktadır. Bunlar kısmen direksiyon simidi hareketine ilişkin varsayımlara, enine sademeye ve enine eğimin rampalandırılmasına, kısmen estetik ve hareketin psikolojik bakımlardan oto sürücüsünün yuvarlanma yüzeyi perspektifi izlenimleri üzerindeki araştırmalara, kısmen de hareket şeridi analizlerine, kurb kıyaslamalarına ve hareket deneylerine dayandırılmaktadır.

Bu arada araçlar, daha hızlanmış ve daha çok koşulların gerekliliğini ortaya koymuştur. Ayrıca yol ağının ve şehirleşmenin gittikçe yoğunlaşması ile karayolu projesinin hareket kabiliyeti daralmıştır. Bu gelişme, klotoidin birçok olanaklarını sonuna kadar zorlamak durumunu beraberinde getirmiştir.

Bugün güzergahların büyük eksen hesaplarının çoğunluğu bilgisayar programları ile yapılmaktadır. Bu, zaman kazandırdığı gibi, daha fazla varyasyonun incelenmesine ve karşılaştırılmasına olanak sağlamaktadır. Ancak otomatik hesaplamanın getirdiği bir tehlike, mühendisin ölçüler ve miktarlar içinde sayısal düşünme ile sınırlı kalmasıdır. Halbuki gelişme bu yöne güdülmemelidir. Bilgisayar, mühendisin yorucu ve zaman kaybettirici işini ne denli üzerine alıyorsa, mühendiste zaman vererek güzergahın planda, boykesitte ve arazi ile ilintili olarak mükemmel bir yola kavuşmaya, optik ve psikolojik özelliklere dikkatini harcamaya çalışmalıdır. Projelendirmeyi bu görüş açısından yürütmek için güzergahın geometrisine ilişkin bilgiler ve bu amaçla oluşturulan yöntemler önemlerini korumaktadırlar.

2. GEÇİŞ EĞRİSİNİN TANIMI

Trafik yollarının projelerinde, basit çalışmalarda doğru ve daire yayları kullanılır. Büyük projelerde ek olarak geçiş eğrileri de kullanılmaktadır. Geçiş eğrileri, alinyman ile kurp arasına yerleştirilen eğrilerdir. Geçiş eğrisi ile kurp birleşme noktasında aynı doğruya teğettirler.

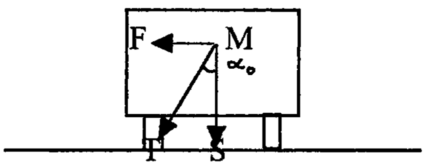


Şekil.2.1. Doğru, geçiş eğrisi ve dairede eğrilik

Geçiş eğrisi 3 temel sebepden dolayı kullanılmaktadır:

- Bir eğrilikden diğer bir eğriliğe geçişde meydana gelen merkezkaç ivmesinin devamlı bir şekilde artışını veya azalışını sağlamak.
- Yolun devirleri arasında bir geçiş hattı olarak.
- Geçiş eğrisi, eğriliğin azar azar artışı sayesinde hareketli bir hat temin etmek suretiyle, güzergahın optik ve estetik yönden değerini arttırmaktadır.

Geçiş eğrileri, yolculuk konforunu optimize etmeyi, taşıtlardaki ve yol platformundaki aşınmayı en aza indirmeyi, dever ve merkezkaç kuvveti arasındaki sürekli ve sarsıntısız değişmeyi sağlamaktadır. Eğriliği, k=1/R (1/m) olan bir geçki üzerinde hareket eden M(kg) kütleli ve V(m/sn) hızlı bir araca, ağırlık kuvveti S=M*g ve merkezkaç kuvveti $F=\frac{M*V^2}{R}$ etki eder.



Şekil.2.2. Eğri üzerinde hareket halindeki araca, S ve F kuvvetlerinin etkisi

$g = 9.81\ m/s^2$ Ağırlık ivmesi

R= m Eğrilik yarıçapı

Bu kuvvetler,

$$Tan\alpha_0 = \frac{F}{S} = \frac{V^2}{R*g} \qquad (2.1)$$

eğimi altında bir T bileşkesi oluştururlar. Araçlar bu eğik konumu alamazlar ve merkezkaç kuvvetinin, tekerlek sürtünmesi ya da basınçla karşılanması mecburi olur. Bu durum malzeme aşınmasına, sınır değerlerin aşılması ile aracın devrilmesine yol açar. Bu nedenle eğrilerde dever kullanılması merkezkaç kuvvetinin tümüyle karşılanmasını sağlayacakdır. Dever, teorik eğimi her durum için geçerli olamaz. Çünkü:

- Yoldan değişik hızlara sahip araçlar geçecek
- Duran bir araç (V=0) devrilmemeli ya da kaymamalıdır.

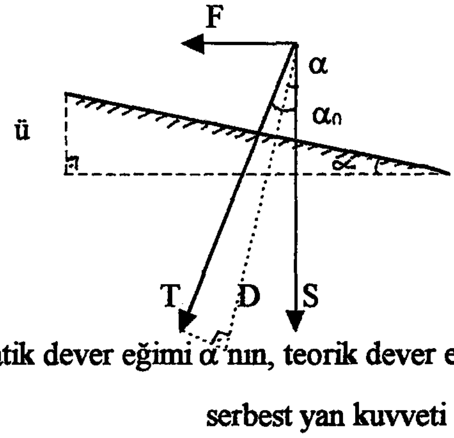
Pratik dever eğimi

$$Tan\alpha = f * Tan\alpha_0 = f * \frac{V^2}{R*g} = C_1 * \frac{1}{r} \qquad (2.2)$$

ya da B platform genişliği sabit ise

$$ü = B*Tan\,\alpha = B* f * \frac{V^2}{R*g} = C_2 * \frac{1}{r} \quad (f = 0.25 - 1.00 \text{ olan katsayı}) \qquad (2.3)$$

Pratik dever eğimi, araca ve yolculara etkiyen merkezkaç kuvvetini tamamıyla karşılayamaz. Çünkü T bileşeninin, yol platformuna dik D bileşenine ayrılması halinde, yol platformuna paralel etkiyen F' serbest yan kuvveti oluşur.



Şekil. 2.3 Pratik dever eğimi α'nın, teorik dever eğimi α_0 dan sapması halinde F' serbest yan kuvveti

$F' = T * Sin(\alpha_0 - \alpha)$

$= TSin\alpha_0 Cos\alpha - TCos\alpha_0 Sin\alpha$ (2.4)

Şekil 2.3'e göre

$TSin\alpha_0 = F$, $TCos\alpha_0 = S$

$F' = Fcos\alpha - Ssin\alpha$

$$F' = \frac{FCos\alpha - SSin\alpha}{Cos\alpha} Cos\alpha$$

$F' = (F - STan\alpha)Cos\alpha$

$$= M\left(\frac{V^2}{R} - gTan\alpha\right)Cos\alpha \qquad (2.5)$$

F' kuvvetinin doğurduğu serbest yanal ivme

$$a_S = \left(\frac{V^2}{R} - gTan\alpha\right)Cos\alpha$$

$$Tan\alpha = C_1 \frac{1}{r}$$

$$a_S = \left(\frac{V^2}{R} - \frac{C_1 g}{R}\right)Cos\alpha = \frac{1}{R}(V^2 - gC_1)Cos\alpha \cong C_3 \frac{1}{R} \qquad (2.6)$$

elde edilir.

Bu serbest yanal kuvvet ya da serbest yanal ivme, hareket ve güvenlik tekniğine ilişkin nedenlerle tam olarak karşılanamadığına göre, en azından bunların sarsıntı ya da şıçrama şeklindeki değişimleri, uygun bir eğri geometrisinin seçimi ile olurunca yok edilmelidir. Bunun için kriter olarak "Yanal Sademe" r_S, serbest yanal ivmenin birim zamandaki değişimi kullanılmaktadır. Yanal Sademe(Merkezkaç ivmesindeki değişme), zamana bağlı olarak eğri normali boyunca hareket eden (m) kütleli ve (V) hızına sahip bir araca etkiyen serbest kuvvetler tarafından oluşturulmaktadır. Geçiş eğrisi başlangıcında aniden ortaya çıkmakta ve bitiminde ani olarak sıfır olmaktadır. Buna karşılık rahat bir yolculuk için yanal sademenin sürekli olması istenir.

$$r_S = \frac{da_s}{dt} \quad (m/s^3) \qquad (2.7)$$

Sabit hız için

$$dt = \frac{dL}{V}$$

$$r_S = \frac{da_s}{dL} V \quad (m / s^3) \qquad (2.8)$$

elde edilir.

Görüldüğü gibi k eğriliği, q dever eğimi ve a_S serbest yanal ivmesi, daima aynı fonksiyonel yapıya sahip olurken, yanal sademe r_S serbest yanal ivmenin birinci türevine karşılık gelmektedir.

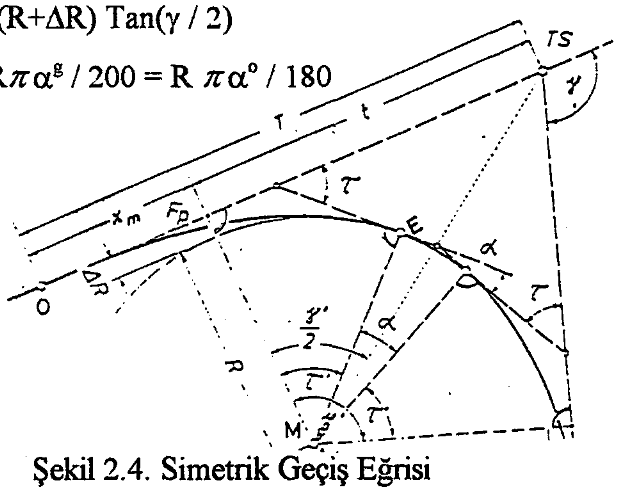
2.1. GEÇİŞ EĞRİLERİ

2.1.1. SİMETRİK GEÇİŞ EĞRİSİ

Kesişen iki doğru arasına, aynı büyüklükteki iki geçiş eğrili yayın doğrularla birbirine bağlanan bir daire yayı yerleştirilmesi ile oluşan bu durumda, simetrik geçiş eğrilerinden söz edilebilir. Simetrik geçiş eğrileri, yeteri kadar zorlayıcı nokta nedeniyle daralan hattın olduğu yerde uygulanır. Simetrik geçiş eğrilerinde teğet uzunlukları ve yarıçaplar uyulması gereken faktörlerdir. Hangi yay elemanlarının kullanılacağı grafik çözüm yolu ile belirlenirse, bu elemanlar klotoid elemanları tablosundan alınır. Ölçme yolu veya hesap yolu ile belirlenen γ teğet kesim açısı yardımı ile eksik olan T, α, b büyüklükleri hesaplanabilir.

$$T = t + X_M \qquad t = (R+\Delta R)\,\mathrm{Tan}(\gamma / 2) \qquad (2.9)$$

$$\alpha = \gamma - 2\tau \qquad b = R\pi\alpha^g / 200 = R\,\pi\alpha^\circ / 180 \qquad (2.10)$$



Şekil 2.4. Simetrik Geçiş Eğrisi

$\tau = \tau'$ teğet kesim açısı yay üzerindeki merkez açıya eşittir.

$\gamma = \gamma'$

Şekil 2.4'e göre

$\gamma' = 2\tau' + \alpha$ veya $\gamma = 2\tau + \alpha$

$\alpha = \gamma - 2\tau$

TS-M ekseni γ açısını iki eşit parçaya bölerek bir simetri ekseni oluşturur.

$$\mathrm{Tan}(\gamma / 2) = \frac{t}{R + \Delta R}$$

$$t = (R + \Delta R)\mathrm{Tan}(\gamma / 2) \qquad T = t + X_M \qquad (2.11)$$

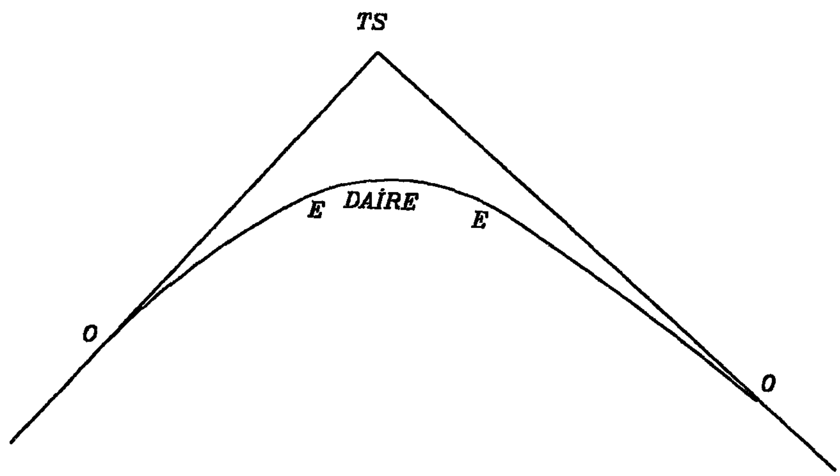
Bilinen formüllere göre yay parçası b, merkez açı ve yarıçap yardımı ile hesaplanır.

$$b = \frac{R\pi\alpha^{g}}{200} = \frac{R\pi\alpha^{o}}{180} \qquad (2.12)$$

Zorunlu şartlar dikkate alındığında, böylece A veya R daha serbest, yani yaklaşık değerler olarak seçilecekdir.

2.1.2. SİMETRİK OLMAYAN GEÇİŞ EĞRİSİ

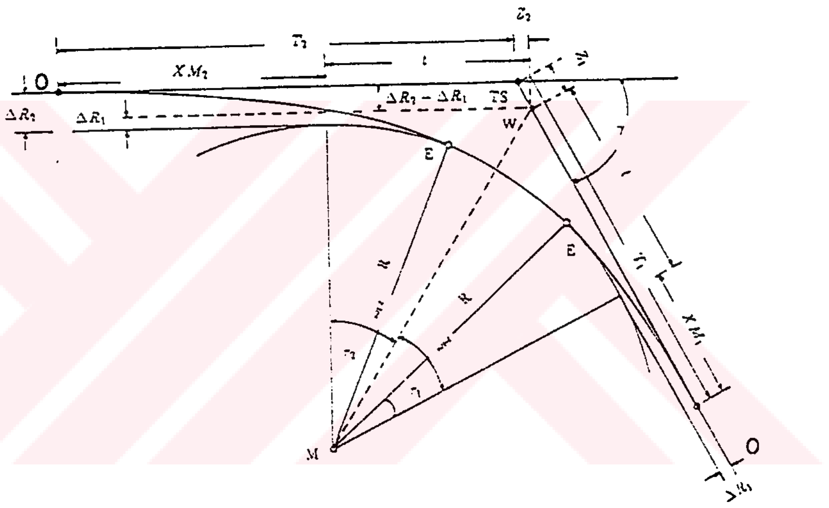
Teğet uzunluklarından biri sınırlandırılırsa ve bu yolla klotoid uzunluğunu kısaltmak zorunluysa simetrik olmayan geçiş eğrisi elde edilir.



Şekil.2.5. Simetrik olmayan geçiş eğrisi

Grafik çözüm, güzergah doğrultusu kabaca bulunduktan sonra, daire yayının ve klotoid çizgisinin ayarlanmasıyla, daire yayının kesim noktası ile teğetler tespit edilebilirse hassas bir çözüm hedeflenir.

Klotoid, teğetlerin temas noktasının yarısına kadar doğrudan ve daire yayından geçtiği için temas noktası hassas olarak belirlenmelidir. Bu işlem bir şablon yardımıyla yapılabilmektedir. Simetrik olmayan geçiş eğrilerinde, klotoid boğum uzunlukları çok büyük seçilmemeli ve daire yayı üzerinde kesişmelidir. Bu demektir ki τ_1 ve τ_2 açıları toplamı teğet kesim açısı γ 'dan büyük olamaz.



Şekil.2.6. Simetrik olmayan geçiş eğrisi

A_1, A_2 ve R mevcut ise bir grafik planda, teğet uzunlukları için -farklı teğet uzaklaşması sayesinde-genişletilmiş bağıntılar elde edilmektedir.

Şekil 2.6'da TS, T_1 ve T_2 teğet uzunlukları, W açıortay noktasıdır. Şekilden elde edilen formüller

$$T_1=X_{M1}+t+Z_1 \tag{2.13}$$

$$T_2=X_{M2}+t-Z_2 \tag{2.14}$$

$$t=(R+\Delta R_1)\mathrm{Tan}(\gamma / 2) \tag{2.15}$$

$Z_1=(\Delta R_2-\Delta R_1)/Sın\gamma$ (2.16)

$Z_2=(\Delta R_2-\Delta R_1)/Tan\gamma$ (2.17)

$$\frac{1}{Tan\gamma}=\frac{1}{Sın\gamma}-Tan\frac{\gamma}{2}$$

$$T_1=X_{M1}+(R+\Delta R_1)Tan\frac{\gamma}{2}-(\Delta R_1-\Delta R_2)/Sın\gamma \quad (2.18)$$

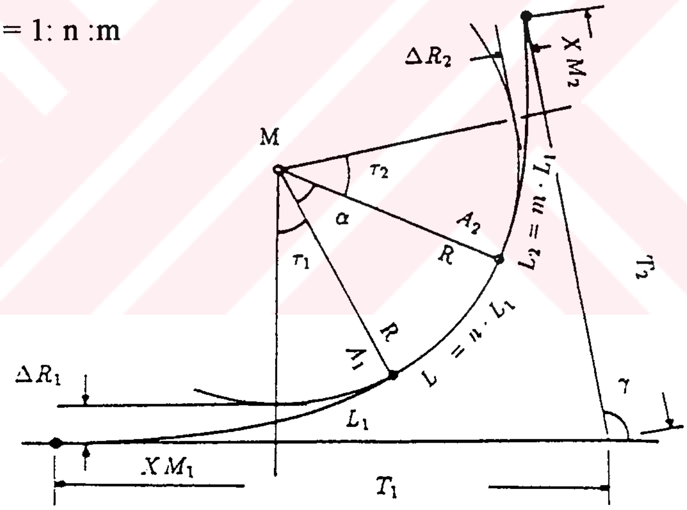
$$T_2=X_{M2}+(R+\Delta R_2)Tan\frac{\gamma}{2}-(\Delta R_2-\Delta R_1)/Sın\gamma \quad (2.19)$$

eşitlikleri elde edilir.

2.1.3. AYNI YÖNLÜ GEÇİŞ EĞRİSİ

Genel olarak, Doğru-Klotoid-Daire-Klotoid-Doğru uzunlukları arasındaki oran

$L_1 : L : L_2 = 1 : n : m$



Şekil.2.7. Birleştirme Eğrisi

$$\tau_1=\frac{L_1}{2R} \quad (2.20)$$

$$\alpha=\frac{L}{R}=\frac{nL_1}{R} \quad (2.21)$$

$$\tau_2=\frac{L_2}{2R}=\frac{mL_1}{2R} \quad (2.22)$$

$$\gamma=\tau_1+\alpha+\tau_2=\frac{L_1}{2R}(1+2n+m) \quad (2.23)$$

$\tau_1 = \frac{L_1}{2R}\rho$, $\gamma = \gamma\ \rho$

ile elde edilen

$\tau_1(1+2n+m) = \gamma$

$$\tau_1 = \frac{\gamma}{1+2n+m} \qquad \alpha = 2n\tau_1 \tag{2.24}$$

$$\tau_2 = m\tau_1 \tag{2.25}$$

Bu değerler ve R ile diğer büyüklükler hesaplanabilir.

Özel Durum:

m=1 Simetrik Durum n=0 Tepe Klotoidi

Geçiş Eğrileri, eğriliğin değişimi dikkate alındığında;

Geçiş eğrisi yay kirişiyle orantılı ⟶ Lemniskat

X ekseni üzerine izdüşümle orantılı ⟶ Kübik Parabol

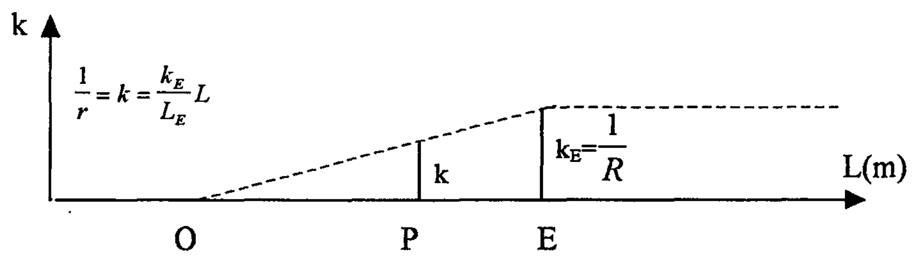
Yay Uzunluğu ile orantılı ⟶ Klotoid

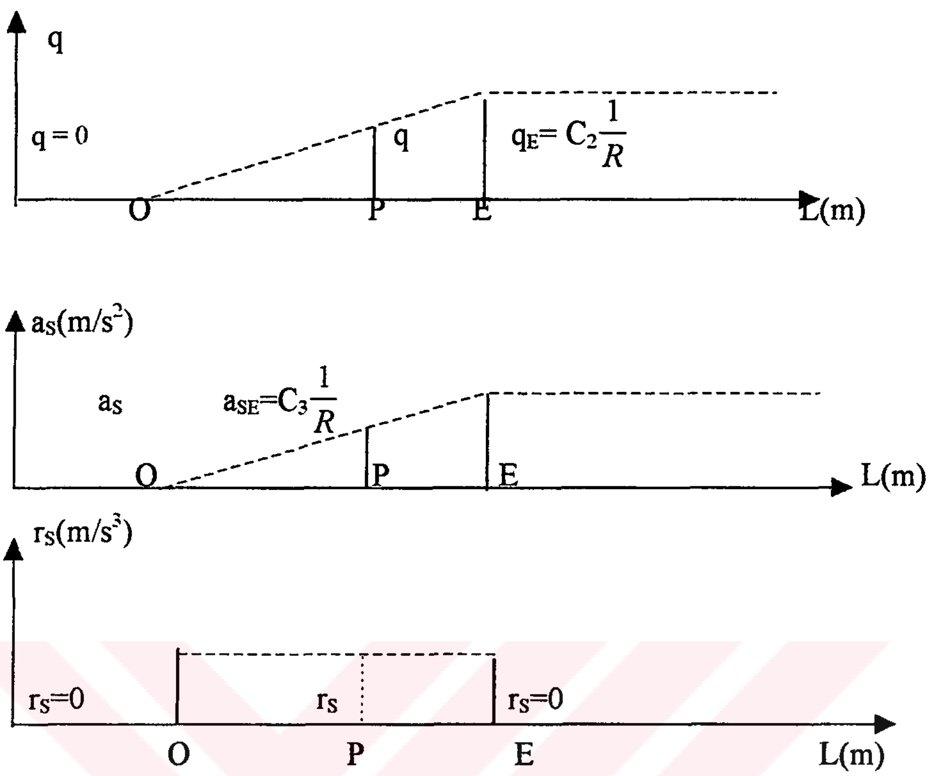
Kübik parabol, demiryollarında çok kullanılır. Lemniskat, trafik yollarında hiç kullanılmaz, fakat her yerde eğriliği yay uzunluğuyla orantılı olan Klotoid kullanılmaktadır.

3. KULLANILMAKTA OLAN GEÇİŞ EĞRİLERİ

3.1. KLOTOİD

Klotoid, eğriliği sürekli artan bir eğridir. Şekil 3.1'e göre klotoidin temelini lineer yükselen bir dever rampası ve buna bağlı olarak lineer yükselen bir eğrilik diyagramı oluşturur.





Şekil.3.1. Klotoidde konum planı, Eğrilik, Dever, Serbest yanal ivme ve Yanal Sademe

$$\frac{k}{L} = \frac{k_E}{L_E} \quad \text{ya da} \quad k = \frac{k_E}{L_E} L$$

$$k_E = \frac{1}{R} \qquad k = \frac{1}{r} \qquad \frac{1}{r} = \frac{1}{RL_E} L$$

Buradan klotoidin bilinen temel denklemi elde edilir.

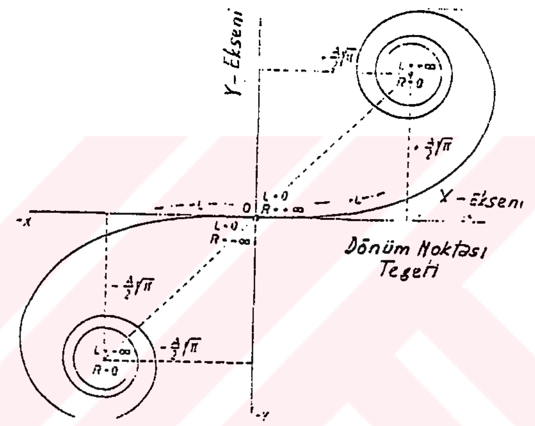
$$r\,L = RL_E = A^2 = \text{Sabit} \tag{3.1}$$

A, bir lineer parametre olup, bir daire yarıçapı ile nasıl belirleniyorsa, bir klotoidin büyüklüğü de bu parametre ile belirlenir. A=a=1olan klotoide birim klotoid denilmektedir. Herhangi bir klotoide ait elemanları, birim klotoide ait elemanlardan hesaplamak için, birim klotoidin bütün değerleri A parametresi ile çarpılır.

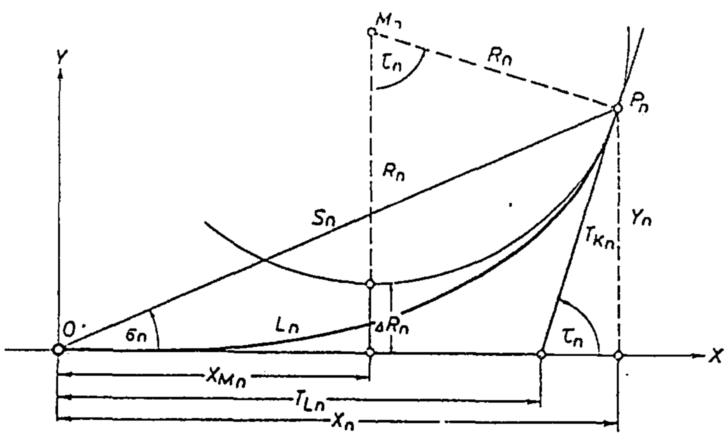
Koordinat başlangıcında (O noktasından) eğrilik yarıçapı R=∞ dur. Bu yüzden koordinat başlangıcı, dönüm noktası ve simetri merkezi, aynı zamanda da eğrilik sıçraması olmayan bir nokta olduğundan dolayı klotoid bu noktada alinymana bağlanabilir.

L uzunluğu pozitif ve negatif yönde artım gösterdikçe R=∞ dan R=0'a kadar sürekli küçülür. Ayrıca geçiş eğrisinin uzunluğu L, A parametresinin uygun olarak seçilmesi sayesinde değişmekte, bu durum inşaat ve işletme pratiğinde uygulanmaktadır.

Genellikle demiryolu inşaasında yaklaşık yay uzunluğu L ile, yol inşaasında yaklaşık parametre A ile çalışılmaktadır.



Şekil.3.2. Klotoidin biçimi



Şekil 3.3.Klotoidin büyüklükleri için tanımlama şeması

O : Klotoidin koordinat başlangıcı

A : Klotoidin parametresi

X_n, Y_n : Herhangi P_n klotoid noktasının O başlangıcına ve O'daki esas teğete, apsis ekseni olarak komşu alinymana göre koordinatları

L_n : O'dan herhangi bir P_n klotoid noktasına kadar klotoid uzunluğu

R_n : P_n noktasındaki eğrilik yarıçapı

ΔR_n : Eğrilik dairesinin teğet uzaklaşması

X_{Mn} : Eğrilik dairesinin merkez noktasının apsisi

Y_{Mn} : Eğrilik dairesinin merkez noktasının ordinatı

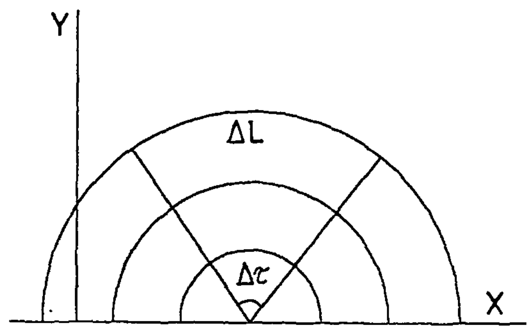
τ_n : Bir klotoid noktasındaki teğet açısı

σ_n : Başlangıç noktasından P_n'e doğru, bir S_n klotoid kirişinin doğrultu açısı

T_{Kn}, T_{Ln} : Kısa ve Uzun teğetler

3.1.1. Matematiksel Esaslar

Bir yayın eğriliği, birbirini izleyen iki teğetin açısı τ'nun değişimi aracılığıyla belirlenmektedir. Eğrilik (k), $\Delta\tau$ açı değişimine karşılık gelen yay uzunluğu ΔL'ye oran olarak ifade edilmektedir.



Şekil.3.4. Eğrilik Tanımı

Matematiksel olarak eğrilik

$$k=\lim\frac{\Delta\tau}{\Delta L}=\frac{d\tau}{dL}$$

eşitliği ile verilmektedir.

$d\tau = k\, dL$

$$\tau = k\int_0^L dL \qquad (3.2)$$

alınarak

Klotoid

$L\,R = A^2$ genel denkleminden eğrilik

$$k=\frac{1}{R} \qquad k=\frac{L}{A^2} \qquad (3.3)$$

olmaktadır. Teğet açısı ise

$$\tau = k\int_0^L dL = \frac{1}{A^2}\int_0^L L\,dL$$

$$\tau = \frac{L^2}{2A^2} \qquad (3.4)$$

olmaktadır.

A=1 alındığında (birim klotoiddeki) eşitlik

$$l=\frac{L}{A} \qquad L = l \text{ (l birim klotoid yay uzunluğu)}$$

elde edilir.

Teğet açısı

$$\tau = \frac{L^2}{2A^2} = \frac{l^2}{2} \qquad \tau = \frac{L^2}{2A^2} \Rightarrow L^2 = 2A^2\tau \quad \Rightarrow L = A\sqrt{2\tau}$$

$\tau = \dfrac{L^2}{2A^2} \Rightarrow L^2 = 2A^2\tau \Rightarrow A^2 = RL$ yerine konulursa

$2\tau RL = L^2$

$$2\tau R = L \qquad (3.5)$$

elde edilir.

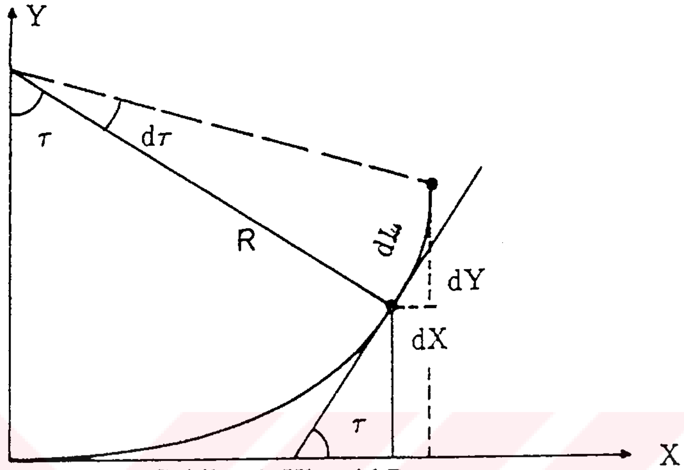
L denklemleri birbirine eşitlenerek

$2\tau R = L = A\sqrt{2\tau}$

$4\tau^2 R^2 = 2A^2\tau$

$2\tau R^2 = A^2 \Rightarrow A = R\sqrt{2\tau}$

elde edilmektedir.



Şekil.3.5. Klotoid Parçası

Klotoid üzerindeki bir noktanın koordinatları aşağıdaki şekilde elde edilir.

$dy = \mathrm{Sin}\tau \; dL \qquad\qquad dx = \cos\tau \; dL$

$$Y = \int_0^L Sin\tau \; dL \qquad\qquad X = \int_0^L Cos\tau \; dL \qquad (3.6)$$

$$L = A\sqrt{2\tau} \qquad\qquad \frac{dL}{d\tau} = \frac{A}{\sqrt{2\tau}} \qquad \Rightarrow dL = \frac{A}{\sqrt{2\tau}} d\tau$$

$$Y = \frac{A}{\sqrt{2}} \int_0^\tau \frac{Sin\tau}{\sqrt{\tau}} d\tau \qquad\qquad X = \frac{A}{\sqrt{2}} \int_0^\tau \frac{Cos\tau}{\sqrt{\tau}} d\tau \qquad (3.7)$$

İntegrallerin çözümü için, Sinτ ve Cosτ için uygun fonksiyon serileri kullanılarak

$$\int_0^\tau \frac{Sin\tau}{\sqrt{\tau}} d\tau = \int_0^\tau \frac{1}{\sqrt{\tau}} (\tau - \frac{\tau^3}{3} + \frac{\tau^5}{5} - ....+) d\tau = \int_0^\tau \sqrt{\tau} - \frac{1}{6}\tau^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{120}\tau^{\frac{9}{2}} - ....) d\tau$$

$$= \frac{2}{3}\tau^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{42}\tau^{\frac{7}{2}} + \frac{1}{660}\tau^{\frac{11}{2}} - .....+$$

$$= 2\sqrt{\tau} \; (\frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{42} + \frac{\tau^5}{1320} - ......+)$$

$$\int_0^\tau \frac{Cos\tau}{\tau} d\tau = 2\sqrt{\tau}(1-\frac{\tau^2}{10}+\frac{\tau^4}{216}-....+.)$$

- $$Y = A\sqrt{2\tau}(\frac{\tau}{3}-\frac{\tau^3}{42}+\frac{\tau^5}{1320}-\frac{\tau^7}{75600}+....-....) = A\sqrt{2\tau}f_y(\tau) \quad (3.8)$$

- $$X = A\sqrt{2\tau}(1-\frac{\tau^2}{10}+\frac{\tau^4}{216}-\frac{\tau^6}{9360}+....-) = A\sqrt{2\tau}f_x(\tau) \quad (3.9)$$

$L = A\sqrt{2\tau}$

$Y = L\, f_y(\tau)$ $\quad$ $X = L\, f_x(\tau)$

Böylece eşitlikler

- $$Y = A(\frac{l^3}{6}-\frac{l^7}{336}+\frac{l^{11}}{42240}-\frac{l^{15}}{9676800}+.....-...) = Af_y(l) \quad (3.10)$$

- $$X = |A|(l-\frac{l^5}{40}+\frac{l^9}{3456}-\frac{l^{13}}{599040}+.......-...) = |A|f_x(l) \quad (3.11)$$

Bu eşitlikler klotoidin hesaplanması için yeterli olmaktadır.

$$Y = \int_0^L Sin\tau \; dL \qquad X = \int_0^L Cos\tau \; dL$$

integralleri Fresnel integrali yardımıyla çözülebilir. Bunun için $\tau = \frac{\pi}{2}t^2$ ve $L = A\sqrt{\pi}\; t$ alınarak

$$Y = A\sqrt{\pi}\int_0^t Sin(\frac{\pi}{2}t^2)dt = A\sqrt{\pi}S(t)$$

$$X = |A|\sqrt{\pi}\int_0^t Cos(\frac{\pi}{2}t^2)dt = |A|\sqrt{\pi}C(t)$$

S(t) ve C(t) Fresnel İntegrali olmakta

$$S(t) = \int_0^t Sin(\frac{\pi}{2}t^2)dt = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{t^{(4n+3)}}{(2n+1)!(4n+3)}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{(2n+1)}$$

$$C(t) = \int_0^t Cos(\frac{\pi}{2}t^2)dt = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{t^{(4n+1)}}{(2n)!(4n+1)}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{(2n)}$$

Y ve X için Toplam formüller

$$Y = A\sqrt{2\tau}\;\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{\tau^{(2n+1)}}{(2n+1)!(4n+3)}$$

$$X=|A|\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{\tau^{(2n)}}{(2n)!(4n+1)}$$

$$\tau=\frac{l^2}{2}$$

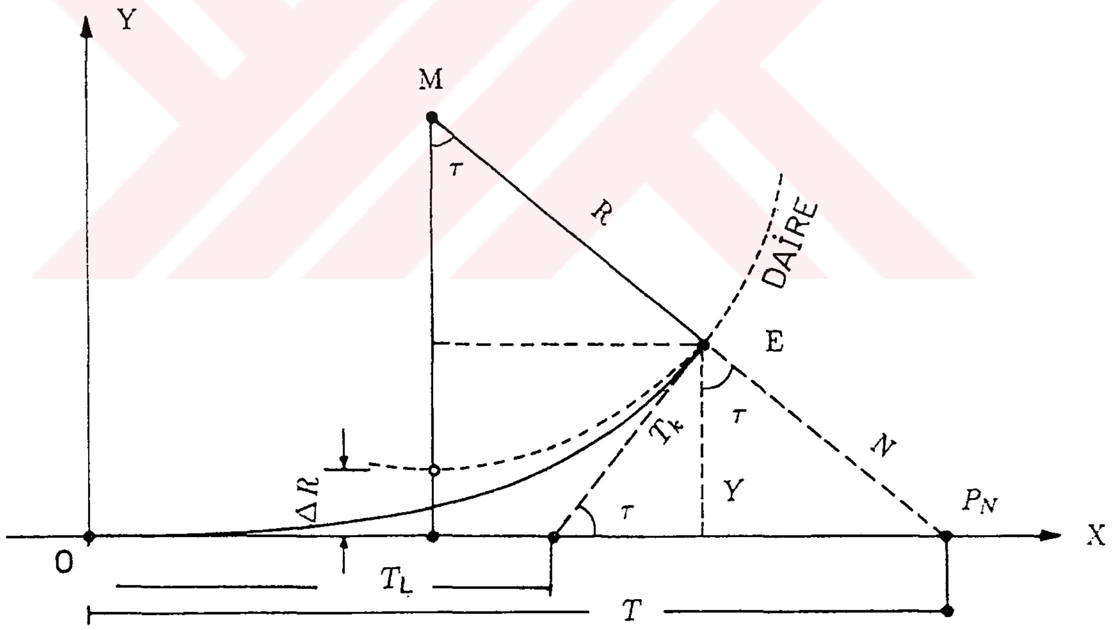
Birim klotoidde

$$Y=A\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{l^{(4n+3)}}{(2n+1)!(4n+3)2^{(2n+1)}} \tag{3.12}$$

$$X=|A|\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{l^{(4n+1)}}{(2n)!(4n+1)2^{2n}} \tag{3.13}$$

Fresnel integrallerinden $t\rightarrow\pm\infty$ için klotoidin asimptot noktalarının koordinatları elde edilmekte:

$$Y=\pm A\frac{\sqrt{\pi}}{2} \qquad X=\pm A\frac{\sqrt{\pi}}{2}$$



Şekil.3.6. Klotoid

Ayrıca Schnadelbach'ın koordinat hesaplanması amacıyla pratik formülü olarak

$$Y=\frac{X^3}{6A^2}\left[1-0.205\left(\frac{X}{A}\right)^4\right]^{-0.27875}$$

$$Y = Tan\tau = \frac{1}{2}\left(\frac{X}{A}\right)^2\left[1-0.27371\left(\frac{X}{A}\right)^4\right]^{-0.487134}$$

$$L = X\left[1-0.205\left(\frac{X}{A}\right)^4\right]^{-0.12195} \qquad (3.14)$$

eşitlikleri verilmiştir.

Teğet uzaklığı ΔR

$$\Delta R = Y - R(1 - Cos\tau) \qquad (3.15)$$

$Y \cong \frac{L^2}{6R}$ $\quad$ $1 - Cos\tau \cong \frac{L^2}{8R}$ $\quad$ (τ'nun küçük değerleri için)

$$\Delta R = \frac{L^2}{6R} - \frac{L^2}{8R} = \frac{L^2}{24R} \qquad (L \leq R) \qquad (3.16)$$

Daire merkezinin koordinatları

- $Y_M = R + \Delta R$ (3.17)
- $X_M = X - RSin\tau$ (3.18)
- Kısa Teğet $T_K = \frac{Y}{Sin\tau}$ (3.19)
- Uzun Teğet $T_L = X - YCot\tau$ (3.20)
- Normal $N = \frac{Y}{Cos\tau} = T_K Tan\tau$ (3.21)
- Teğet Uzunluğu $O\text{-}P_n \rightarrow T = T_1 + \sqrt{T_K^2 + N^2} = X + YTan\tau$ (3.22)

Kutupsal Koordinatlar

$$S = \sqrt{X^2 + Y^2} \qquad \sigma = Arctan\frac{Y}{X} \qquad (3.23)$$

3.1.2. Klotoid Tabloları ve Cetvellerinin Kullanımı

Bazı durumlarda, alışılageldiği üzere sadece tamsayı yarıçaplarla değil, tamsayı parametrelerle çalışmanında yararlı olduğu anlaşılmıştır. Bu amaç için, hesap işini minimuma indiren norm tablolar hazırlamak ve klotoid cetvellerinden yararlanmak olanaklıdır. Teğet açısı 100^g kadar, parametreleri A=15 den A=3000'e kadar klotoidin en önemli projelendirme değerleri bulunmakta; bunlar tüm güzergah çalışmaları için yeterli olmaktadır. R=8 ile R=10000 arasındaki yarıçaplar için şu büyüklükler hesaplanmıştır.

L kurb uzunlukları, derece ve grad türünden τ teğet açıları, ΔR teğet uzaklaşması, X_M eğrilik dairesi merkez noktasının apsisleri, Y ve X eğri noktalarının koordinatları ve T_K ve T_L kısa ve uzun teğetleri. Bu tablo A tablosu olarak adlandırılmıştır.

Tablo yardımıyla bir A parametresi seçildikten sonra, tablodan, tamsayı L eğri uzunlukları için, geçiş eğrisi üzerinde eşit uzaklıklı ara noktaların Y ve X koordinatları, projelendirme ve aplikasyon çalışmaları için okunabilir. Bu tablo L tablosu olarak adlandırılmıştır.

Birçok hallerde R bitim yarıçapı verilmiş ve bir başka büyüklük serbetçe seçilebilmektedir. Bu problemin yarıçaplar için hesap yapmadan dolaysız biçimde çözümlenmesi amacıyla, A tablosundaki değerler, R'ye göre düzenlenerek hazırlanmış ve böylece bu tabloya R tablosu denilmiştir.

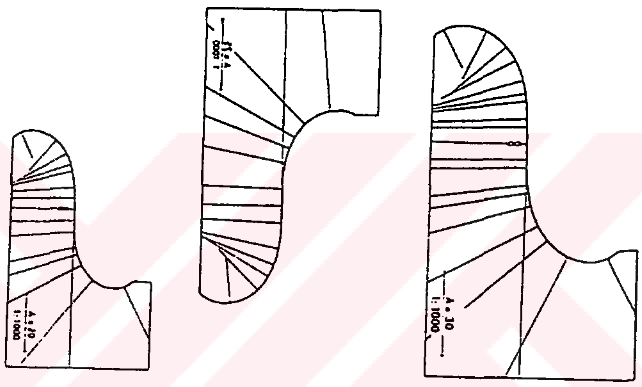
Ayrıca S kurbları ve yumurta çizgilerinin hesabı için S tablosu ve E tablosu kullanılmaktadır. Bir klotoid noktasında iki eleman verilmişse, tüm klotoid elemanları hesaplanabilir.

Klotoid cetvellerinin en son piyasaya sürülen takımında, komşu daire yayları da kazınmıştır. Bu, denemelerle optimal çözümün bulunmasına ve birleşik çizgi dizisinin çizim duyarlılığının artmasını sağlamaktadır.

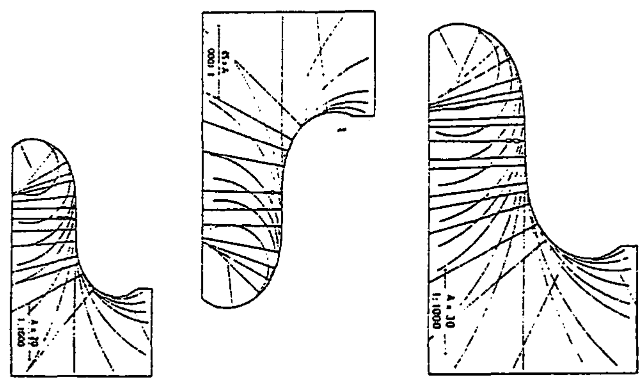
Her bir klotoid cetvelinin ikinci bir idantiğinin bulunması, klotoid üzerinde bir noktadan cetvellerden birini terk edecek bir daire yayı, bu noktadan itibaren diğer cetvel ile devam edecekdir. Bu yöntem, yumurta eğrileri ve S kurbları için uygulanmaktadır.

Metrik sistemde klotoid cetvelleri 1:1000 ölçeği için yazılandırılmıştır. Demek ki cetvel üzerinde yazılı parametre, metre olarak geçerlidir. Örneğin A=150 m gibi. Daire cetvelleri gibi klotoid cetvelleri içinde, başka ölçekler için faydalanmak olanaklıdır. 1:2000 için biraz önce sözü edilen cetvelin değeri A=300 m dir.

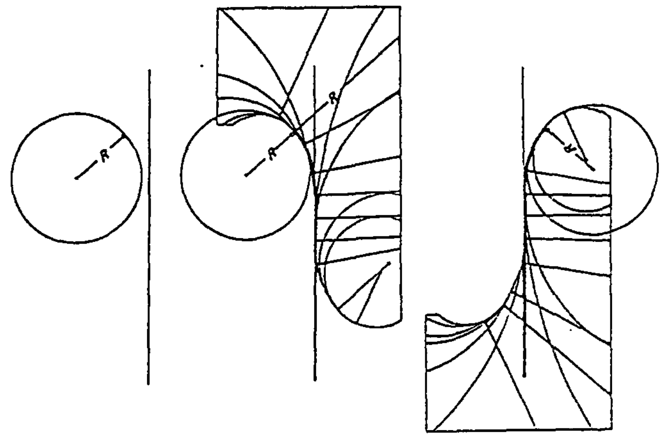
Ayrıca Klotoid cetvelleri sadece çizimde kullanılmazlar; bunlarla, plandan seçilen çözümlerin denemeleri de yapılabilir.



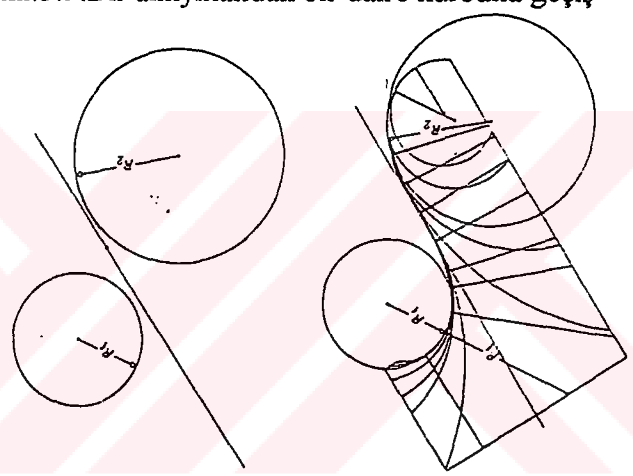
Şekil.3.7 Üzerlerine eğrilik yarıçapları kazınmış klotoid cetvelleri



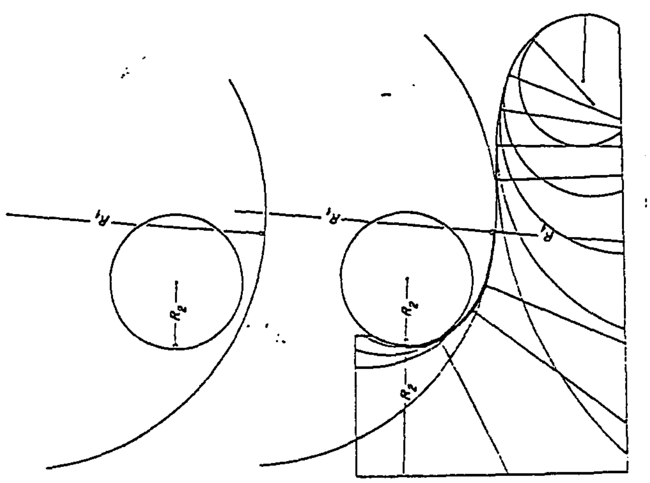
Şekil.3.8 Üzerlerine eğrilik yarıçapları ve komşu daireler kazınmış klotoid cetvelleri



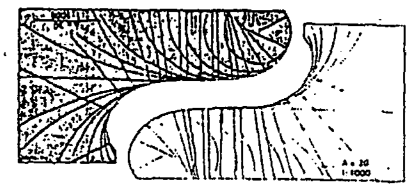
Şekil.3.9.Bir alinymandan bir daire kurbuna geçiş



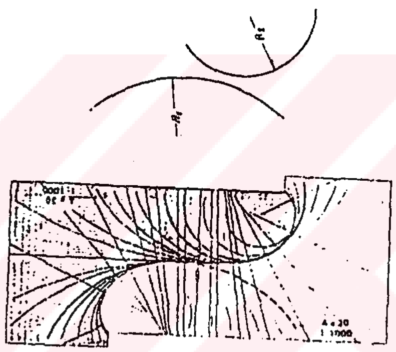
Şekil.3.10 R_1 ve R_2 daireleri arasına bir S eğrisinin çizimi



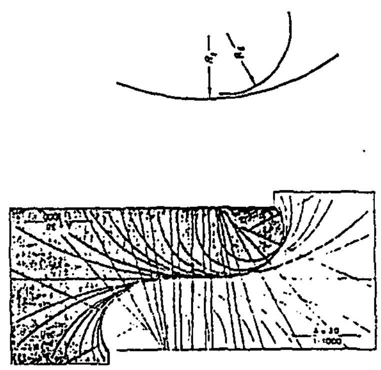
Şekil.3.11 R_2 ve R_1 daireleri arasına bir yumurta eğrisinin çizimi



Şekil.3.12 Sürekli çizgi dizilerinin bir plana yerleitirilmesinde,eşit iki klotoid cetvelinin içiçe oturtulması



Şekil.3.13 İki eşit klotoid cetveli yardımı ile bitim daireleride dahil bir S kurbunun yerleştirilmesi



Şekil.3.14 İki eşit klotoid cetveli yardımı ile bitim daireleride dahil bir yumurta eğrisinin yerleştirilmesi

3.1.3. Klotoidin Kullanılma Şekilleri

Bir alinymandan bir daireye geçişde klotoid bilinen anlamı ile "Rakordman Kurbu" olarak hizmet görür. Bu eğri, alinymanın $\frac{1}{R} = 0, R = \infty$ eğriliğinden dairenin R yarıçapına geçişi sağlar.

Rakordman kurbu, daha genişletilmiş bir ifade ile, aşağıda sıralanan tüm uygulamalar için de geçerli olabilmektedir.

S eğrileri, uygun bir deyimle dönüm eğrileri olarak adlandırılabilen bu kurblar, aralarında bir alinyman parçası bulunmayan ters yönlü iki klotoid dalından oluşur. Rakordman kurbu, aynı yönlü iki daire arasındaki geçişi sağlar. Bu tür kurb birleşimlerine Yumurta Eğrileri adı verilir. Bunlar, daire sepet kulpu kurblarından daha akıcıdır; ancak aynı yönlü iki daire yayı arasına bir klotoid düzenlenmesi, pratik bakımından daire yarıçaplarının birbirlerine göre 1/1.2 ya da 1/1.5 oranlarından daha büyük olduklarında gereklidir.

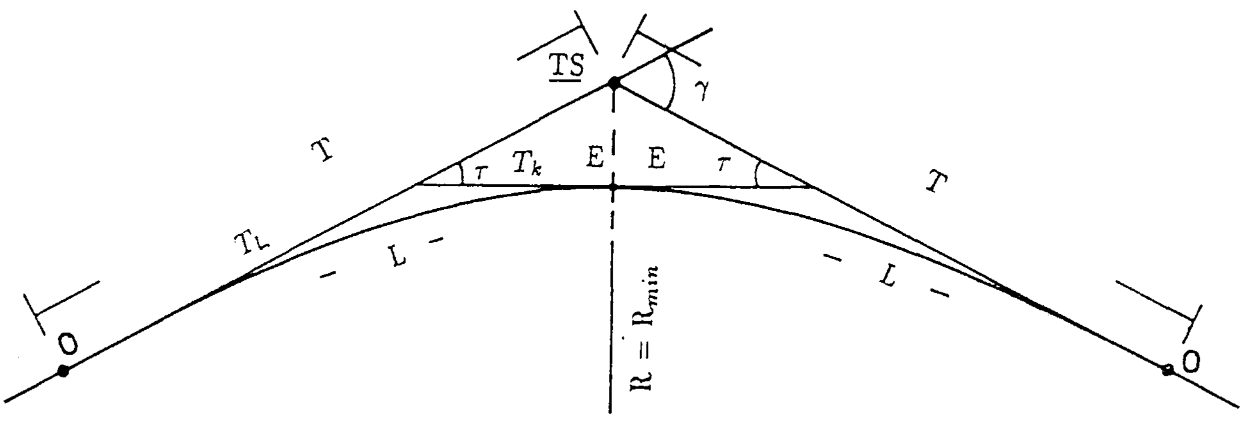
Bükük uçları ile birbirlerine dönük iki klotoid parçasının uç noktaları arasına, uzun ya da kısa bir daire yayı yerleştirilir. Bu daire kurbu bulunmazsa, bir tepe klotoidi oluşur. Basık eğriliklerde böyle bir çözüme karşı birşey denemez, ancak keskin kurblarda, hareket tekniği nedenlerinden ötürü, büyüyen ve küçülen eğriliklerin birbirlerini izlemesi tavsiye edilmez.

Düğüm noktalarının oluşturulmasında bazen yalın bir klotoid ile tam yerine getirilmesi olanaksız ideal biçimlere erişilmek istenir. Böyle durumlarda eğrilikleri farklı keskinlikte (farklı parametreli)iki ya da en fazla üç klotoidin birbirini izlemesi ile çözüme ulaşılır. Böyle birleşimlere sepet kulplu klotoidler denir.

3.2. KLOTOİD TÜRLERİ

3.2.1. Tepe Klotoidi

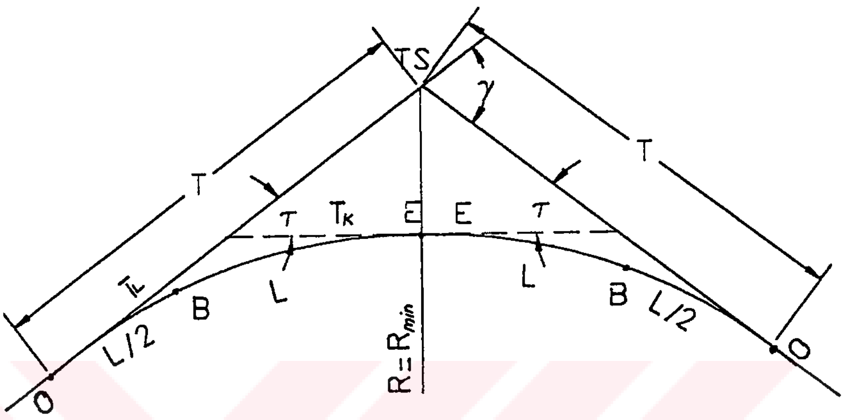
Tepe klotoidi, ara yay olmaksızın direkt olarak arka arkaya gelen iki klotoid boğumundan meydana gelir. Tepe Klotoidinin temas noktasında her iki klotoid aynı yarıçap ve bütün bir teğete sahiptir. Her iki boğumun parametreleri aynı büyüklükte veya farklı büyüklükte olabilir. Tepe noktasının kullanımı çoğu kez gerçekleşmez. Sürücü için eksik ara yay nedeniyle bir mesnet noktasının bulunmasına bağlıdır. Zira direksiyon, ortak olan temas noktasında bir seyir yönünden bir başkasına geçebilmektedir. Buna karşın daire yayı geçilirken direksiyon simidi bir daire yay parçasından ayrılmaz. Diğer etmen ise, yükseltme meyili yani R_{min} noktasındaki bir tepe klotoidindeki azalımın değişmesi ile anlaşılır. Bu değişim güzergah istikametindeki büküm yeri olarak düz bölgelerde ve dar eğrilerde ortaya çıkmaktadır. Büyük yaylar çogunlukla düz arazilerde bulunduğu için şev oranı sebebiyle, eğimi geçiş eğrilerinkinden daha kısa tutularak tepe noktasındaki eğimlerin birleştirilmesi sağlanır. Kısaca büyük yaylarda tepe klotoidinin tatbiki bulunmamaktadır.



Şekil.3.15. Tepe Klotoidi

3.2.2. Simetrik Tepe Klotoidi

Açıortayı kesen iki geçiş eğrisi, kesişen iki doğru arasına yerleştirilirse simetrik bir tepe klotoidinden söz edilebilir.



Şekil.3.16. Simetrik tepe klotoidi

Açıortay, klotoidin kollarının son yarıçapı ile buluşur ki bu aynı zamanda bu yayın minimum yarıçapıdır.

$\tau=\gamma\ /\ 2$, R, L ya da A yaklaşık seçilecek, buradan diğer değerler belirlenebilecekdir.

R: $\quad A=R\sqrt{\gamma} \qquad L=R\gamma \qquad E\text{-}TS=N\approx\dfrac{L^2}{6RCos\frac{\gamma}{2}}$

L: $\quad R=\dfrac{L}{\gamma} \qquad A=\dfrac{L}{\sqrt{\gamma}} \qquad \Delta R=\dfrac{L^2}{24R} \qquad Y_E\approx 4\Delta R$

A: $\quad R=\dfrac{A}{\sqrt{\gamma}} \qquad L^2=A^2\gamma \qquad T=T_l+\dfrac{T_K}{Cos\frac{\gamma}{2}}=X_E+Y_E Tan\dfrac{\gamma}{2}$

T mevcut olduğu durumda, $L'=T$ seçilecek, buradan R', A', T' hesaplanabilir. Dönüşüm orantı ile ortaya çıkmaktadır.

$$\frac{L}{L'}=\frac{T}{T'} \qquad (3.24)$$

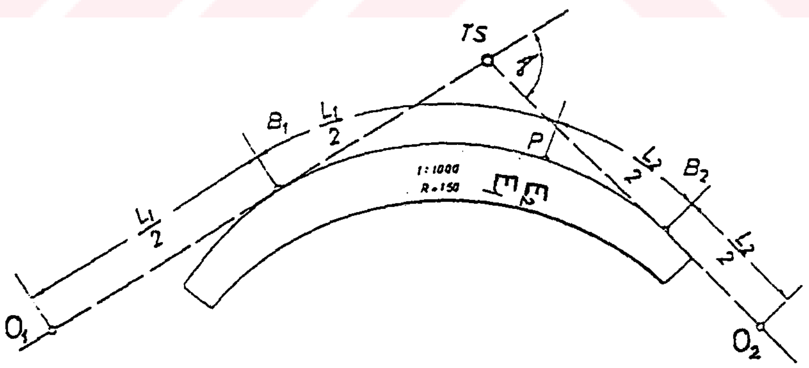
Simetrik tepe klotoidi açıortay ayarlanarak yerleştirilir. Ara uzunluklar aynı boyda oluncaya kadar daire yay çizgileri uygun konumlarına getirilirler.

Teğetler temas noktası -açıortay B E ve istenilen Klotoidin başlangıç noktası _O B uzunlukları yaklaşık olarak L uzunluğunun yarısı kadardır. Bununla da R ve L elemanları yaklaşık olarak belirlenir.

$$A'=\sqrt{RL} \qquad (3.25)$$

3.2.3. Simetrik Olmayan Tepe klotoidi

Bitiş noktasında birleşen simetrik olmayan tepe klotoidi farklı iki parametreli klotoid parçasından oluşmaktadır. Bu iki klotoid parçaları aynı yarıçapa ve bütün bir teğete sahiptirler. Pratik çözüm, simetrik şekillerdeki gibi benzer bir şekilde oluşur. Çogu durumlarda çözüm için teğet uzunlukları kesin olarak belirlidir. Yan tarafdaki zorlama noktalarıda klotoid parçalarının seçimi hakkında kesin bir etkiye sahiptir.



Şekil.3.17.

Teğet uzunlukları belirli iseler, böylelikle bir daire yay çizgisinin yardımı ile klotoid uzunlukları yeniden bulunabilir. İlk olarak tüm görünüşe göre B_1 ve B_2 temas noktaları bulunur. Burada da temas noktası yarı klotoid uzunlukları üzerinde yaklaşık olarak bulunduğu için daire yayı üzerinde herhangi bir P noktasını bulmak ancak pergel yardımı ile denenebilir.

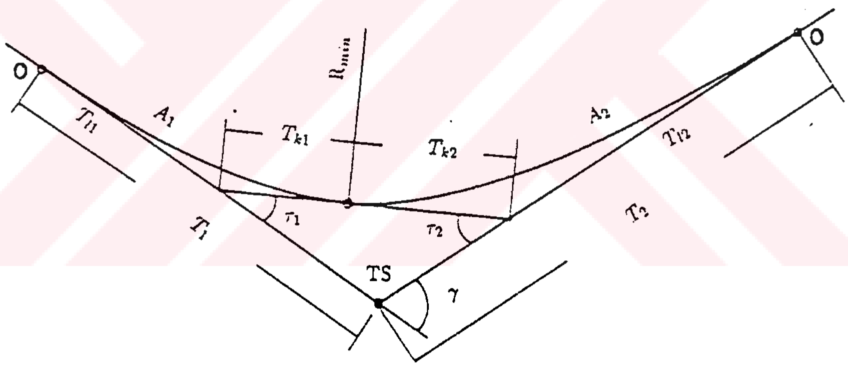
$$\overline{O_1B_1} \approx \overline{B_1P} \qquad \text{ve} \qquad \overline{PB_2} \approx \overline{B_2O_2}$$

O_1 ve O_2 noktalarının önceden tespit edilmiş olması yanında ekseriya olarak bundan sonraki yayların klotoid başlangıçları da söz konusu olacakdır. Bir kere yapılan denemeye göre farklı daire yay çizgileri ile koşul gerçekleşirse L_1 ve L_2, R_{min} böylece belirlenmiş olur.

Buna göre

$A_1=\sqrt{R_{min}L_1}$ $\qquad$ $A_2=\sqrt{R_{min}L_2}$ klotoid elemanları hesaplanabilir.

Ayrıca Simetrik olmayan tepe klotoidinde



Şekil. 3.18.

Verilenler:γ , L_1: L_2= 1: m,R_{min}

γ , L_1: L_2

γ , L_1: L_2= 1: m,T_1 veya T_2

L_1 ve L_2 değerleri önceden mevcut ise

R_{min},A_1:A_2 ve A_1^2:A_2^2 = 1:m

Teğet uzunluklarında $\qquad T_l=T_{l1}+(T_{K1}+T_{K2})\dfrac{Sin\tau_2}{Sin\gamma}$ $\qquad$ (3.26)

$$T_2 = T_{12} + (T_{K1} + T_{K2})\frac{Sin\tau_1}{Sin\gamma} \tag{3.27}$$

3.2.4. Birim Klotoid

Parametresi A=a=1 olan birim klotoiddir. Birim klotoid için l kurb uzunluğunun eşit aralıkları ile birim klotoid tabloları düzenlenmiştir, böylelikle herhangi bir tamsayı değer için saptanması gerekli tüm elemanlar, en kolay biçimde hesaplanabilecekdir.

Birim klotoid elemanlarının formülleri

$$x = \int_0^{l=1} Cos\frac{l^2}{2}dl \qquad y = \int_0^{l=1} Sin\frac{l^2}{2}dl$$

Trigonometrik fonksiyonların seriye açınımı ile

- $$x = 1 - \frac{l^5}{40} + \frac{l^9}{3456} - ......+... = \frac{1}{\sqrt{2}}\int_0^{\tau}\frac{Cos\tau}{\sqrt{\tau}}d\tau \tag{3.28}$$

$$= \sqrt{2\tau}\sum_1^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\tau^{2n-2}}{(4n-3)(2n-2)!} = \sqrt{2\tau}\left(1 - \frac{\tau^2}{10} + \frac{\tau^4}{216} - ......+...\right)$$

- $$y = \frac{l^3}{6} - \frac{l^7}{336} + \frac{l^{11}}{42240} - ....+... = \frac{1}{\sqrt{2}}\int_0^{\tau}\frac{Sin\tau}{\sqrt{\tau}}d\tau \tag{3.29}$$

$$= \sqrt{2\tau}\sum_1^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\tau^{2n-1}}{(4n-1)(2n-1)!} = \sqrt{2\tau}\left(\frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{42} + \frac{\tau^5}{1320} - ...+..\right)$$

Daha hassas bir şekilde koordinat belirlemek için

$y = 0.2520317142.10^{-9}.l^{19} - 0.1026650462.10^{-6}.l^{15} + 0.2366817123.10^{-4}.l^{11} - 0.2976171940.10^{-2}.l^7 + 0.1666666667.l^3$

$x = -0.1144220675.10^{-10}.l^{21} + 0.5663002772.10^{-8}.l^{17} - 0.1668902491.10^{-5}.l^{13} + 0.2893494937.10^{-3}.l^9 - 0.2499999568.10^{-1}.l^5 + 1$

- Eğrilik dairesinin ordinatları $y_M = y + r.\cos\tau$ (3.30)
- Teğet Açısı $2\tau = \frac{l}{r^2}$ (3.31)
- Teğet Uzaklaşması $\Delta r = y_M - r = y + r.\cos\tau - r$ (3.32)
- Eğrilik Dairesinin merkez noktasının apsisi $x_M = x - r.Sin\tau$ (3.33)

- t_K ve t_L değerleri

$$t_K=\frac{y}{Sin\,\tau} \qquad t_L=x-y.\cot\tau \qquad (3.34)$$

denklemlerinden oluşur. Kutupsal koordinatlar ise

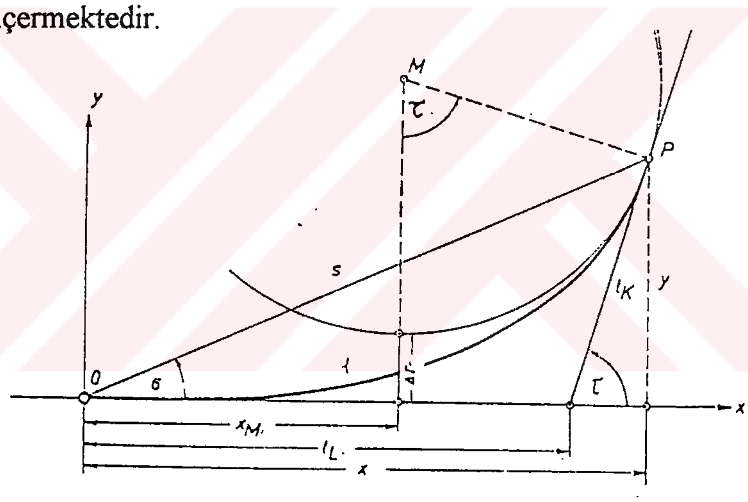
$$s=\sqrt{x^2+y^2} \qquad \sigma=\mathrm{Arctan}\frac{y}{x} \qquad (3.35)$$

elde edilir.

Bütün klotoidler, birbirine ve birim klotoide benzerdir. Böylece

Y=y.A X=x.A L=l.A R=r.A τ=τ

denklemleri oluşmaktadır. Yukarıda ifade edilen birim klotoid tabloları, τ teğet açısını, r eğrilik yarıçapını, Δr rakordman payını, x_M,x ,y, t_K, t_L,$\frac{l}{r}$,$\frac{\Delta r}{r}$ yardımcı büyüklüklerini içermektedir.



Şekil.3.19.Birim Klotoid

Şekil 3.19'dan görüldüğü gibi normale ait taban nokta apsisi:

$$n=\frac{v}{Cos\,\tau}=t_K.Tan\,\tau \qquad (3.36)$$

$$u = y.\mathrm{Cot}\tau = t_k.\mathrm{Cos}\tau = x-t_L \qquad (3.37)$$

M eğrilik dairesinin kutupsal koordinatları

$$w=\sqrt{x_M{}^2+y_M{}^2} \qquad \psi=\mathrm{Arctan}\frac{y_m}{x_M} \qquad v=y.\mathrm{Tan}\tau=t-x$$

Birim klotoidin küçük noktalarının hesaplanması için

$$x=\left[(-1)^{n+1}\frac{l^{4n-3}}{(4n-3).2^{2n-2}(2n-1)!}\right];n=1,2,3......\infty$$

$$y=\left[(-1)^{n+1}\frac{l^{4n-1}}{(4n-1).2^{2n-1}(2n-1)!}\right];n=1,2,3......\infty$$

Bu formüller parçalara ayrılarak

$x=[a_{xn}]$,n=1,2,3.......∞ ile

$$a_{xn}=\frac{p_{xn}}{e_{xn}.dx_n}$$

$P_{xn}=(-1)^{n+1}.l^{4n-3}$ $\qquad$ $p_{x1}=l$

e_{xn}=4n-1 $\qquad$ e_{x1}=1

$dx_n=2^{2n-2}.(2n-2)!$ $\qquad$ dx_1=1

$a_{yn}=\frac{p_{yn}}{e_{yn}dy_n}$ $\qquad$ $p_{yn}=p_{xn}.l^2$ $\qquad$ $e_{yn}=e_{xn}+2$

$p_{yn}=(-1)^{n+1}\ l^{4n-1}$ $\qquad$ $dy_n=dx_n..2.(2n-1)=dx_n(4n-2)$

e_{yn}=4n-1 $\qquad$ $=dx_n(e_{yn}-1)$

$dy_n=2^{2n-1}.(2n-1)!$ $\qquad$ $px_{n+1}=-p_{yn}.l^2$

$ex_{n+1}=e_{yn}+2$

$dx_{n+1}=dy_n.2.2n=dy_n.4n=dy_n(ex_{n+1}-1)$

İlk uygulamalarda

$x=a_{x1}=1$ $\qquad$ $y=a_{y0}=0$

l=1 için $\qquad$ $p_{x1}=(-1)^{n+1}.1^{4n-3}=1$

$dx_1=2^{2n-2}.(2n-2)!=2^0(2-2)!=1$

$$a_{x1}=\frac{p_{x1}}{e_{x1}dx_1}=1$$

$p_{x2}=(-1)^{n+1}.1^{4n-3}=(-1)^3(1)^{4-3}=-1$

e_{x2}=4n-3=8-3=5

$dx_2=2^{2n-2}(2n-2)!=2^2.2!=8$

$$a_{x2}=\frac{p_{x2}}{e_{x2}dx_2}=-0.025$$

$p_{x3}=1$ $\qquad$ $e_{x3}=9$ $\qquad$ $dx_3=384$ $\qquad$ $a_{x3}=0.00028935$

$x = [a_{xn}] = 0.975289$

$a_{y1} = \dfrac{p_{y1}}{dy_1 e_{y1}}$

$p_{y1}=1$	$e_{y1}=3$	$dy_1=2$	$a_{y1}=1/6$
$p_{y2}=-1$	$e_{y2}=7$	$dy_2=48$	$a_{y2}= -0.00297619$
$p_{y3}=1$	$e_{y3}=11$	$dy_3=3840$	$a_{y3}=0.000023674$

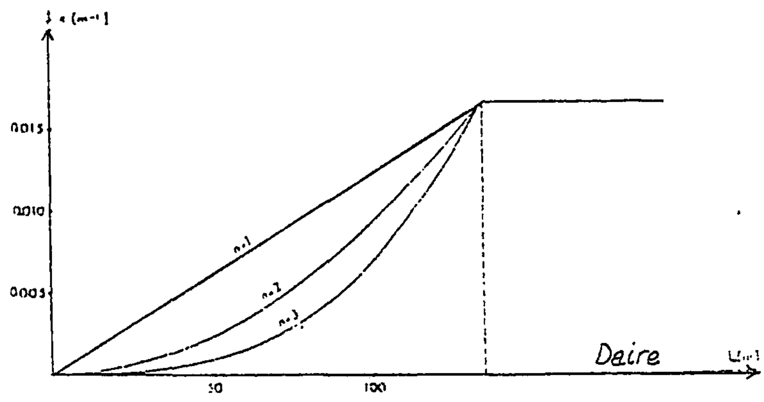
$y = [a_{yn}] = 0.163714$

3.2.5. Genişletilip Kısaltılabilen Klotoid

Bu klotoidler iki parametreli eğrilerin bir grubunu oluşturmakta, ölçek faktörü A yanında, yay uzunluğu L bir değişken üs n'e sahip olmaktadır. Genişletilip kısaltılabilen klotoidin eğriliği k, koordinat sisteminde aşağıdaki ifade ile gösterilecek:

$$k = \frac{L^n}{A^{n-1}} \text{ ile } k = \frac{1}{R} \qquad (3.38)$$

Özel durum, olarak basit klotoid de üs n=1 değerini almaktadır.



Şekil.3.20 Farklı genişletilip kısaltılabilen klotoidlerin eğrilik şekilleri

Üs n, 2 ve 3 değeriyle artımında, eğrilik çizgisinin bükümü mümkün olduğu kadar kuvvetlenmektedir. Genişletilip kısaltılabilen klotoidin açı şekli, eğrilik şeklinin integrali aracılığıyla elde edilmektedir. Teğet açısı τ, esas teğet için aşağıdaki integralin çözümüyle bulunur.

$$\tau=\int_0^L k dL = \frac{1}{n+1}\frac{L^{n+1}}{A^{n+1}} \tag{3.39}$$

Üs değerleri n=2, n=3 için bazı gerekli formüller, basit klotoid formülleriyle karşılaştırılacak olursa;

Klotoid (n=1)

$$k=\frac{L}{A^2};\tau=\frac{L}{2R};L=2R\tau;A=R\sqrt{2\tau} \tag{3.40}$$

Genişletilip-Kısaltılabilen klotoid olarak (n=2)

$$k=\frac{L^2}{A^3};\tau=\frac{L}{3R};L=3R\tau,A=R\sqrt[3]{9\tau^2} \tag{3.41}$$

Genişletilip-Kısaltılabilen klotoid olarak (n=3)

$$k=\frac{L^3}{A^4};\tau=\frac{L}{4R};L=4R\tau;A=2R\sqrt[4]{4\tau^3} \tag{3.42}$$

Genişletilip kısaltılabilen Klotoid noktalarının koordinatlarının hesaplanması, esas teğet ve koordinat sisteminin başlangıcı O'yla ilgili olmakta ve aşağıda ki integraller yardımıyla çözüm yapılmaktadır.

$$X=\int_0^L Cos\tau \; dL \qquad Y=\int_0^L Sin\tau \; dL$$

n=2 ve n=3 üsleriyle genişletilip kısaltılabilen klotoid integrallerinin çözümü için Lorenz'in kuvvet serilerinden faydalanılmaktadır.

n=2

$$Y=\frac{L^4}{12A^3}-\frac{L^{10}}{1620A^9}+\frac{L^{16}}{466560A^{15}}-.....+.. \tag{3.43}$$

$$X=L-\frac{L^7}{126A^6}+\frac{L^{13}}{25272A^{12}}-.....+... \tag{3.44}$$

n=3

$$Y = \frac{L^5}{20A^4} - \frac{L^{13}}{4992A^{12}} + \frac{L^{21}}{2580480A^{20}} - ......+.. \qquad (3.45)$$

$$X = L - \frac{L^9}{228A^8} + \frac{L^{17}}{104448A^{16}} - .....+... \qquad (3.46)$$

Yol düğümünün yapımı için bir bitişik dairenin yardımıyla yeni geçiş eğrilerine talep mevcut olmaktadır. Bunun için bazı büyüklükler τ ve ΔR gibi, R yarıçapı ve yay uzunluğu L bağımlılığında kuvvet serisine açınımlarla elde edilecekdir.

Klotoidin genel denkleminden:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{Y}{R} - 1 + Cos\tau \qquad (3.47)$$

elde edilmekte, böylece Y ve Cosτ için bunların kuvvet serileri hesaba sokularak, bazı dönüşümlerle aşağıdaki formüller elde edilmektedir. ΔR daire uzaklaşması, farklı genişletilip kısaltılabilen klotoidler için teğet açısı τ'nun fonksiyonu olarak bu formüllerle hesaplanmalıdır.

n=2

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\tau^2}{4} - \frac{\tau^4}{120} + \frac{\tau^6}{5760} - ....+... \qquad (3.48)$$

n=3

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{3\tau^2}{10} - \frac{\tau^4}{104} + \frac{\tau^6}{5040} - .....+... \qquad (3.49)$$

Teğet açısı τ, kuvvet serilerinin açınımı sayesinde yeterli doğrulukla ΔR'ye göre elde edilmektedir.

n=2 $$\tau \approx 2\sqrt{\frac{\Delta R}{R}}(1 + \frac{1}{15}\frac{\Delta R}{R} + \frac{11}{1200}\frac{\Delta R^2}{R^2} \qquad (3.50)$$

n=3 $$\tau \approx \sqrt{\frac{10}{3}\frac{\Delta R}{R}}(1+\frac{25}{468}\frac{\Delta R}{R}+\frac{9814675}{1554632352}\frac{\Delta R^2}{R^2}) \qquad (3.51)$$

Diğer elemanlar aşağıdaki eşitliklere göre elde edilebilecekdir. Daire uzaklaşması ΔR için

n=1 $$\Delta R \approx \frac{L^2}{24R} \qquad (3.52)$$

n=2 $$\Delta R \approx \frac{L^2}{36R} \qquad (3.53)$$

n=3 $$\Delta R \approx \frac{3L^2}{160R} \qquad (3.54)$$

Daire merkez noktasının koordinatları

$$X_M \approx \frac{L}{2} \qquad X_M \approx \frac{2L}{3} \qquad X_M \approx \frac{3L}{4} \qquad (3.55)$$

Bu formüllere bir basit klotoid ile karşılaştırma sırasında başvurulacakdır. Bu durum, aynı uzunluklu (L) ve aynı birleşik yarıçaplı (R) eğrileri içinde geçerli olmaktadır.

- Son noktadaki açı değişimi esas teğete doğru, artan üs ile küçülecekdir.
- Bitişik dairenin daire uzaklaşması aynı miktarda küçülecek.
- Geçiş eğrisi daha önce başlayacak ve daha uzun olacakdır.

İyi hız dinamiği şartlarına sahip olan bir geçiş eğrisi, diyagramda önemsiz artıma ve şıçramasız yanal sademeye sahip olmalıdır.

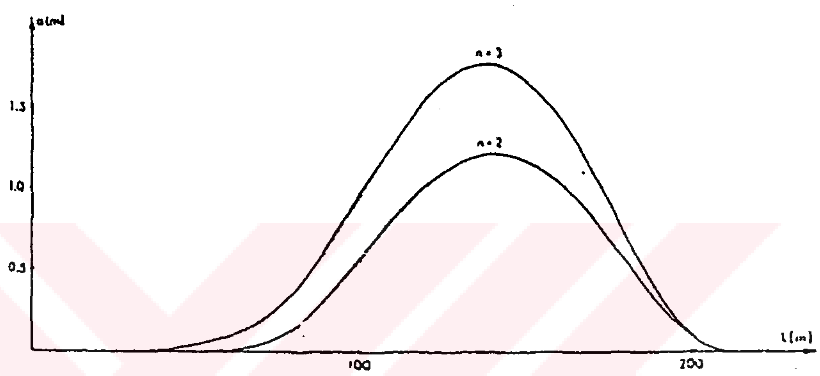
Eğrilerin yanal sademesi ve ivmesi için teorik değerlerle hesaplama sayesinde araç hızı tespit edilecekdir. Araç hızı V, yol ile bir lineer değişken olarak araştırmalarda kabul edilmiştir.

$$V = a + bL \qquad (3.56)$$

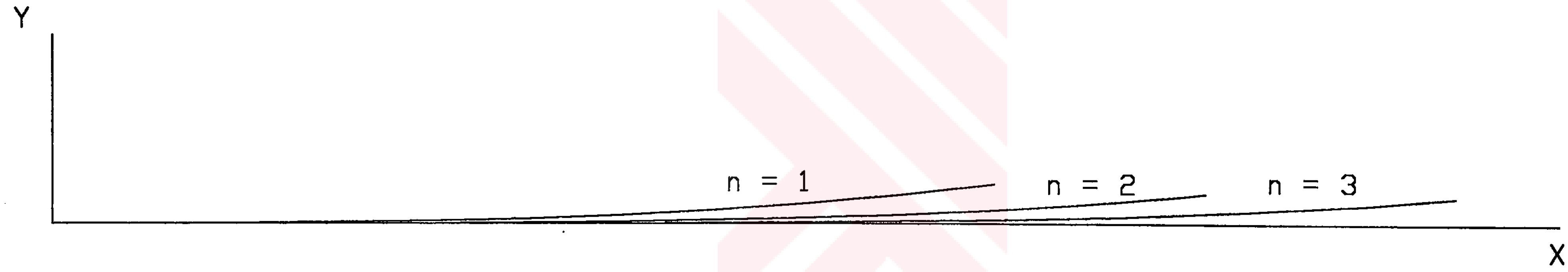
$$a = V_0 \text{ ve } b = \frac{(V_E - V_O)}{L_E} \qquad (3.56a)$$

Ortaya çıkan yan ivme, deversiz yolda hesaplanabilir:

$$a_S = V^2 r_S = \frac{(a+bL)^2 L^n}{A^{n+1}} \tag{3.56b}$$



Şekil.3.21 Bir basit klotoide göre genişletilip kısaltılabilen klotoidin ışınsal mesafesi



Şekil 3.22. Genişletilip kısaltılabilen Klotoid çeşitleri

Yanal sademe, merkezkaç ivmesi a_S'in zamana göre türevi olarak açıklanmaktadır. Farklı üslü, genişletilip kısaltılabilen klotoidler için aşağıdaki formüller elde edilmektedir

n=1

$$r_S=\frac{V^2}{A^2}(a+3bL) \tag{3.57}$$

n=2

$$r_S=\frac{2V^2L}{A^3}(a+2bL) \tag{3.58}$$

n=3

$$r_S=\frac{V^2L^2}{A^4}(3a+5bL) \tag{3.59}$$

Uygulama olarak A=500 m ve R=1000 m ile

n=1 için $\frac{A}{R}=0.5$ değeri için tabloya bakılarak $\frac{\Delta R}{R}=0.002603 \rightarrow \Delta R=2.603$ m

n=2 için $\tau_2 \cong 0.10206$ rad $L_2=306.18$ m $A_2=454.28$

n=3 için $\tau_3 \cong 0.09316$ rad $L_3=372.64$ m $A_3=476.94$

n=2 için

	X	Y
0	0.000	0.000
50	50.000	0.006
100	100.000	0.091
150	149.998	0.463
200	199.988	1.463
250	249.942	3.571
300	299.791	7.403
306.18	305.939	8.031

n=3 için

	X	Y
0	0.000	0.000
50	50.000	0.000
100	100.000	0.010
150	150.000	0.075
200	199.999	0.314
250	249.994	0.959
300	299.967	2.386
350	349.867	5.157
372.64	372.406	7.053

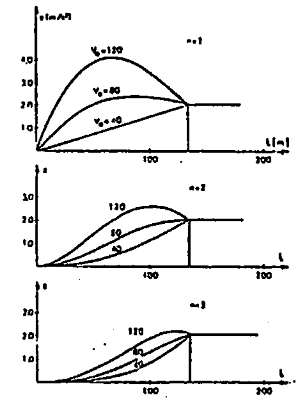
Tablo.3.1.

$\Delta R_1 \approx \frac{L_1^2}{24R} = 2.604m$ $\Delta R_2 \approx \frac{L_2^2}{36R} = 2.604m$ $\Delta R_3 \approx \frac{L_3^2}{160R}$

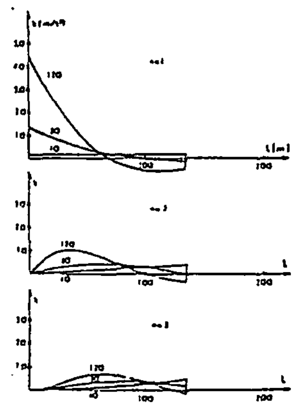
$X_{M1} \approx \frac{250}{2} = 125m$ $X_{M2} \approx \frac{2L_2}{3} = 204.12$ $X_{M3} \approx \frac{3L_3}{4} = 279.48$

Genişletilip kısaltılabilen klotoidlerin hız dinamiği özelliklerinin karşılaştırılmasının açık olarak yapılabilmesi için, farklı genişletilebilen kısaltılabilen klotoid uzunlukları L=135 m ile aynı büyüklükte seçilecekdir. Birleştirici daire yarıçapı R=60 m alınmalı. Araç hızının geçiş eğrisi başlangıcındaki değeri V_o ve ortaya çıkan frenleme ile geçiş eğrisi sonundaki değeri V_e 'ye sahip olmalıdır. Farklı genişletilip kısaltılabilen klotoidlerin parametreleri, n=2 ve n=3 değerleri için A_2=103.02 m ve A_3=110.23 m elde edilmektedir.

Şekil 3.23'de ki diyagramlar, farklı başlangıç hızları V_o=120 km/h, 80 km/h, 40 km/h ve aynı son hız V_e=40 km/h için teorik yan ivmeyi göstermektedir. Şekillerden çıkarılan sonuç, n>1 olan genişletilip kısaltılabilen klotoid için yanal sademenin eğrileri düz oluşmakta, öyle ki hareket güvenirliği açık olarak düzenlenmektedir. Otobanda geçiş eğrisi olarak genişletilip kısaltılabilen klotoid uygulanmalı, böylece aracın değişik hızlarında, basit klotoide göre en iyi hız dinamiği şartları ortaya çıkmaktadır. Böylelikle geçiş eğrisinin uzantısı, bitişik dairenin aynı kalan konumuna erişecekdir. Bu geçiş eğrileri, zarif ve basit kullanılan fren eğrilerini göstermektedir.



Şekil.3.23. Teorik yan ivme



Şekil.3.24 Yanal sademenin teorik gidişi

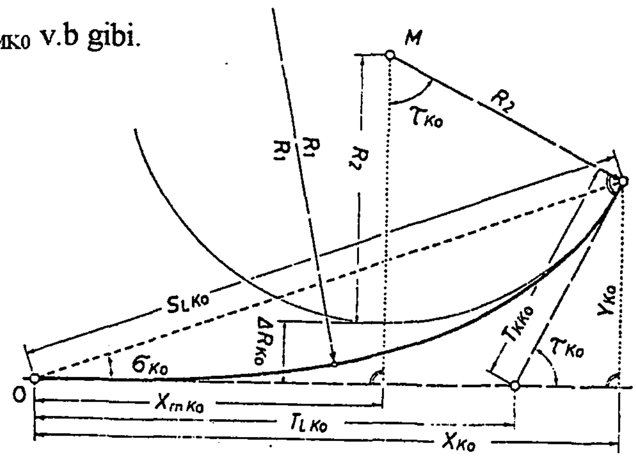
3.2.6. Sepet Klotoidi

Aynı doğrultudaki eğrilik artışı ile aynı eğrilme doğrultusunda ikişer veya daha çok direkt olarak birleşen klotoid parçalarının devamı sepet klotoididir. Birleşme noktalarında parçalar, aynı yarıçap ve bütün teğetlere sahiptirler. Serbest uzunluklarda böyle klotoid kullanımı çok nadirdir. Bilhassa uygun olmayan zorlama noktalarından dolayı bu hat istikameti gerekli olabilmektedir.

Buna karşın birleşme noktasında, fren yayı olarak sepet klotoidi uygulanır. Fakat her sürücü kurblarda kendine özgü fren teknikleri geliştirdikleri içindir ki hiç bir zaman ideal bir çıkış bulunamayabilir.

Problem grafik olarak en iyi şekilde bilinen klotoid cetveli ile çözülür. Ama önceden söylendiği gibi daraltılmış keskin hat istikametinde sepet klotoidinin kullanımı söz konusu olduğu için özenli bir grafik çözümü yapılmıştır. Klotoid cetveli, üzerine işaretlenmiş yarıçapı hassas bir şekilde örtmesi için getirilmelidir. Çözümün bu şekli uzun klotoidlerde hassas olmazsa T_K, T_L, X, Y değerleri tablodan alınırlar. Bu değerler ile şeffaf kağıttan olan özel kağıtlar üzerine birbirine bağlanması gereken iki klotoid parçasının herbiri kendine işaretlenir. Bu şekilde her iki kol birbiri üzerine yerleştirme yapılarak yan yana uygun hale getirilebilir.

Sepet klotoidinin hesaplanması, hangi yay elemanlarının izleneceği ve yalnız bunların uygulanması aracılığıyla yapılmaktadır. Elemanlar K0 indexi ile işaretlenecek, o halde L_{K0}, ΔR_{K0}, X_{MK0} v.b gibi.



Şekil.3.25. Sepet Klotoidi

A_1 ve R_1 için elemanlar(İndex a), A_2 ve R_1 için(index b) ya da A_2 ve R_2 (İndex c) alınmakta, yani L, X, Y, τ değerleri her defasında gerekli olmaktadır. Burada gösterilen eşitliklerden o halde tüm sepet klotoidinin elemanları hesaplanabilir.

$\varepsilon=\tau_a-\tau_b$ (Şayet sonuç negatif ise 400^g eklenmelidir.) (3.60)

$L_{K0}=L_a+L_c-L_b$ (3.61)

$\tau_{K0}=\tau_a+\tau_c-\tau_b$ (3.62)

$Y_{K0}=Y_a+\mathrm{Sin}\varepsilon(X_c-X_b)+\mathrm{Cos}\varepsilon(Y_c-Y_b)$

$Y_{K0}=X_a-\mathrm{Sin}\varepsilon(Y_c-Y_b)+\mathrm{Cos}\varepsilon(X_c-X_b)$ (3.63)

$X_{MK0}=X_{K0}-R_2\mathrm{Sin}\tau_{K0}$ (3.64)

$\Delta R_{K0}=Y_{K0}-R_2(1-\mathrm{Cos}\tau_{K0})$ (3.65)

$T_{KK0}=\dfrac{Y_{K0}}{\mathrm{Sin}\tau_{K0}}$ $\qquad T_{LK0}=X_{K0}-\dfrac{Y_{K0}}{\mathrm{Tan}\tau_{K0}}$ (3.66)

$S_{LK0}=\sqrt{Y_{K0}{}^2+X_{K0}{}^2}$ $\qquad \mathrm{Tan}\sigma_{K0}=\dfrac{Y_{K0}}{X_{K0}}$ (3.67)

Sepet klotoidinin bilinen bu elemanları ile istenilen tüm problemler çözülebilir.

4. SONUÇLAR:

Türkiye'de ki yol projesi çalışmalarında çoğunlukla klotoid tercih edilmektedir. Çünkü yol inşaasının güzergahı konusunda, güzergah elemanı olarak klotoid kullanılması çeşitli sebep ve ispatlara dayanmaktadır. Bu sebepler kısmen motorlu taşıt direksiyonu ile ilgili kabullere, yanal sademeye ve enine eğimin rampalandırılmasına, kısmen estetik ve hareket psikolojisi yönünden motorlu taşıt sürücüsünün rulman yüzeyi perspektifi üzerine yapılan araştırmalara, kısmen de hareket şeridi analizlerine, eğri kıyaslamalarına ve hareket deneylerine dayanmaktadır.

KAYNAKLAR

♣**1.** Hennecke Fritz / Müller Gerhard / Werner Hans (1990) : Handbuch Ingenieurvermessungs Verkehrsbau-Trassen, Berlin.

♣**2**. Kasper Hugo / Schürba Walter / Lorenz Hans : Die Klotoide als Trassierungselement, Dümmlerbuch 7801 Hannover-München Ferd.Dümmlers Verlag-Bonn.

♣**3**. Krenz / Osterloh : Klothoıden-Taschenbuch, Bauverlag GMBH Wiesbaden und Berlin.

♣**4**. Hassler Johann / Wachsmuth Herbert : Formelsammlung für den Vermessungsberuf , Wilhelm Bing Verlag-3540 Korbach

♣**5**. Osterloh Horst (1991): Strassen-Plannung mit klothoiden und Schleppkurven, Bauverlag GMBH, Wiesbaden und Berlin

♣**6**.Prof.Dr.Ing.M:Ruopp (1992) : Vermessungskunde IV Teil 1 Universitat Stuttgart

♣**7.** Kahler Dieter (April 1989) : Die Stauchklotoide als Übergangsbogen in engen Ausfahrten VR 51/2

ÖZGEÇMİŞ

1972 yılında Manisa'da doğdum. İlk, orta ve lise öğrenimimi Turgutlu'da tamamladım. 1989 yılında o zamanki adıyla Yıldız Üniversitesi Jeodezi ve Fotoğrametri Mühendisliği Bölümü' ne girdim.

1992-93 öğretim yılında mezun oldum. 1994-95 öğretim yılında bölümün açmış olduğu araştırma görevliliği sınavını kazanarak Yıldız Teknik Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü Ölçme Anabilim Dalın' da göreve başladım. Halen bu görevime devam etmekteyim.