

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

PERVANE ŞAFTI TİTREŞİM ANALİZİ

Makine Mühendisi Onur ÖZGEN

**FBE Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Ana Bilim Dalında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Doç.Dr.Fuat ALARÇİN

İSTANBUL, 2010

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iii
KISALTMA LİSTESİ	iv
ŞEKİL LİSTESİ	v
ÇİZELGE LİSTESİ	vi
ÖNSÖZ.....	vii
ÖZET.....	viii
ABSTRACT	ix
1. GİRİŞ.....	1
2. TEMEL TİTREŞİM KAVRAMLARI	4
2.1 Titreşim.....	4
2.2 Titreşimlerin Nedenleri.....	4
2.3 Titreşimlerin Zararları	4
2.4 Şaftlarda Uygulanan Titreşim Kontrolleri	4
2.4.1 Eğilme Titreşimleri.....	4
2.4.2 Burulma Titreşimleri	5
2.5 Analizi Yapılacak Sistemin Tanıtılması	5
3. ŞAFT TİTREŞİMLERİNİN ANALİTİK YÖNTEMLE ANALİZİ.....	7
3.1 Şaftın Burulma Titreşimleri.....	7
3.2 Şaftın Eğilme Titreşimleri	14
3.2.1 Şaftın Sol Sınır Şartları.....	19
3.2.2 Şaftın Sağ Sınır Şartları	20
4. ŞAFT TİTREŞİMLERİNİN YAKLAŞIK ÇÖZÜM İLE ANALİZİ.....	24
4.1 Burulma Titreşimlerinin Doğal Frekansının Yaklaşık Çözüm İle Elde Edilmesi	24
4.2 Eğilme Titreşimlerinin Doğal Frekanslarının Yaklaşık Çözüm İle Elde Edilmesi	26
4.2.1 Sistemin Mod Analizi Öncesinde Yapılan Hazırlık İşlemleri	26
4.2.2 Analiz Sonuçları	27
5. ŞAFT YATAKLARINDA YAPILAN ÖLÇÜMLER.....	29
6. SONUÇLAR.....	31
KAYNAKLAR.....	33
EKLER	34
ÖZGEÇMİŞ.....	37

SİMGE LİSTESİ

M	Burulma momenti
m	Kütle
d	Şaft çapı
r	Şaft yarıçapı
L	Şaft uzunluğu
θ	Açısal yer değiştirme
ω	Açısal Hız
f	Frekans
k_b	Yay burulma katsayısı
J_p	Pervanenin kütleli atalet momenti
J_m	Motorun kütleli atalet momenti
G	Kayma modülü
k	Lineer yay katsayısı
\ddot{x}	İvme
ω_n	Doğal frekans
X_{max}	Genlik
F_{max}	Maksimum zorlayıcı kuvvet
M_{max}	Maksimum zorlayıcı moment
J	Kütleli Atalet momenti
I_p	Polar atalet momenti
Ψ	Faz farkı
A	Şaft kesit alanı
EI	Eğilme rijitliği
ρ	Yoğunluğu
$W_{pervane}$	Pervane ağırlığı
r_p	Pervane yarıçapı
m_p	Pervanenin kütlesi

KISALTIMA LİSTESİ

Rpm Round per minute

m metre

Hz. Hertz

s. saniye

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 Örnek Bir Standart.....	3
Şekil 2.1 Analizi Yapılacak Sistem	5
Şekil 2.2 Sistemin Şematik Gösterimi	5
Şekil 3.1 Şaftın burulma titreşiminin fiziki modeli	7
Şekil 3.2 Serbest cisim diyagramları	7
Şekil 3.3 Bifilar Sarkaç Deneyi Şematik Gösterimi	10
Şekil 3.4 Torsiyonal sarkac ile pervanenin kütleli atalet momentinin tespiti	10
Şekil 3.5 L uzunluğundaki bir kirişin eğilmesi.....	15
Şekil 3.6 Kirişten alınan hayali dx diferansiyel elemanı	15
Şekil 3.7 dx diferansiyel elemanına etkiyen kuvvet ve momentler	16
Şekil 3.8 Çökme ifadesi $y(x)$ olan kirişin eğilmesi.....	19
Şekil 3.9 Şaftın Sol Sınır Şartı.....	19
Şekil 3.10 Şaftın sağ sınır şartı	20
Şekil 4.1 Şaft geometrisinin ANSYS'te oluşturulması	26
Şekil 4.2 Elastik özelliklerin girilmesi	27
Şekil 4.3 Yoğunluk değerinin girilmesi.....	28
Şekil 4.4 Elemanlara ayırma (Meshing)	28
Şekil 5.1 Motor yatağından alınan ivme-frekans grafiği	30
Şekil 5.2 Pervane yatağından alınan ivme-frekans grafiği	30

ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 4.1 Birinci tahmini doğal frekans ile elde edilen çizelge	24
Çizelge 4.2 İkinci tahmini doğal frekans ile elde edilen tablo	25
Çizelge 4.3 Üçüncü tahmini doğal frekans ile elde edilen tablo	25
Çizelge 4.4 Dördüncü tahmini doğal frekans ile elde edilen tablo.....	25
Çizelge 6.1 Analizler sonucunda elde edilen doğal frekans değerleri.....	31

ÖNSÖZ

Tez çalışmalarım süresince beni aydınlatan ve yönlendiren hocam **Doç.Dr.Fuat ALARÇİN**'e, kritik noktalarda yaptığı yardımlarla bana yol gösteren **Yrd.Doç.Dr.Semih SEZER**'e, deney çalışmalarım esnasında kıymetli zamanını ayırarak yardımlarını esirgemeyen **Ar.Gör. Şaban ÇETİN**'e, yüksek lisans eğitimim süresince beni hep destekleyen **aileme** ve bu eğitimi almama vesile olan, tez çalışmalarım süresince sabırla beni motive eden **eşime** teşekkür etmeyi borç bilirim.

ÖZET

Titreşim analizi bir sistemin dinamik karakterini belirleyen önemli bir analiz yöntemidir. Titreşim analizinin iki ana amacı vardır. Bunlardan biri sistemlerin doğal frekanslarını belirleyerek rezonans durumunu önlemek diğeri ise sistemlerin frekans cevabını ve yer değiştirme denklemini elde ederek sistemin genlik, hız ve ivme değerlerini belirli sınırların altında tutmaktır.

Gemi şaftları çoğu dinamik sistemde olduğu gibi titreşim hareketi yapar. Bu sebeple gerek dizayn gerek işletme sürecinde şaft sistemlerinin titreşim analizinin yapılması ve doğal frekans değerleri tespit edilmesi önem arz etmektedir.

Bu çalışmada, bir elektrik motoru, iki kanatlı bir pervane ve motordan aldığı döndürme momentini pervaneye ileten iki yerden yataklı, içi dolu, tek kademeli bir şafttan oluşan sevk sistemi modelinin doğal frekansları, diferansiyel denklem çözümüne dayanan analitik yöntemle ve nümerik yöntemlere dayanan yaklaşık çözümle tespit edilmiş, daha sonra ivmeölçer ile ölçüm yapılarak analitik ve nümerik yöntemlerle bulunan frekansların karşılaştırılması yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler : Şaft titreşimi, doğal frekans, ivmeölçer, titreşim analizi, sonlu elemanlar yöntemi, Holzer metodu

ABSTRACT

Vibration analysis is an important analysis type that presents dynamic character of a vibrating system. Vibration analysis has two main tasks. One of them is to find out the natural frequencies of the system to prevent resonance and the other one is to check if amplitude, velocity and acceleration values are in acceptable limit or not.

Shafts which are used on ships, like most of dynamic structures, make vibrating motion. So analysing of shaft systems and finding out natural frequencies at both design and operation process has great importance.

At this study, natural frequencies of the system which involves a motor, a two-bladed propeller and a unistep shaft which conducts the torque from motor to propeller and has two axial bearing has been analysed by both analytical method and approximate methods, and then those frequencies has been compared the values which are found by using accelerometer measurement.

Key Words : Shaft vibration, natural frequency, accelerometer, vibration analysis, Finite Element Method, Holzer Method

1. GİRİŞ

Titreşim, kompresör, konveyör, elek gibi sistemlerde fonksiyon bakımından arzu edilmelerine rağmen çoğu zaman arzu edilmeyen bir sistem özelliğidir. Titreşim, kütle atalet kuvvetleri ve dış kuvvetler ile sistemin bu kuvvetlere cevap verme özelliğinden kaynaklanır.

Sanayi inkılabı öncesinde sistemlerde oldukça rijit elemanlar kullanılırdı. Sanayi inkılabı ile birlikte bu elemanların yerine mukavim ve elastik malzemelerin kullanılması ile daha hafif ve hızlı çalışan makineler geliştirilmiştir. Ayrıca yine bu dönemde sistemler daha büyük zorlayıcı dış kuvvet ve momentlerin etkisi altında kalmaya başlamıştır. Bu sistemlerin daha elastik olması kuvvet ve momentler altında daha fazla deformasyon meydana gelmesi daha fazla titreşen sistemleri meydana getirmiştir. (Tahralı vd., 2005)

Günümüzde titreşim kaçınılmaz bir sistem özelliğidir. Sistemlerin dizayn sürecinde sistemlerin bu titreşim potansiyelleri incelenmeli ve gerekli tedbirleri alınmalıdır. Aksi takdirde sistemde dinamik yorulmalar sonucunda erken ve beklenmeyen hasarlar meydana gelebilmektedir. Ayrıca titreşimlerin tamamen sıfırlanması, sistem üzerine etkileyen tüm kuvvetlerin zemine geçmesi manasına geldiğinden mühendisler dizayn aşamasında titreşimleri sıfırlamak yerine standartlarda belirtilen değerlere göre azaltırlar. (Tahralı vd., 2005)

Rijit olmayan her sistemin mutlaka en az bir adet doğal frekansı vardır. Bu sistemlere etkileyen zorlayıcı kuvvetler çok farklı frekanslarda olabilmektedir. İşte bu zorlayıcı kuvvet frekansının doğal frekansla çakışması rezonans durumuna sebep olur. Bir sistemin dizayn aşamasında bu analizlerinin yapılması imalattan sonra düzeltici önlemler almaktan kolay olduğundan sistemlerin dizayn aşamasında titreşim analizinin yapılması önem arz eder.

Sistem titreşimlerinin matematik modellemesi sınır ve başlangıç koşullarını içeren diferansiyel denklemlerle yapılır. Diferansiyel denklemlerden elde edilecek yer değiştirme, hız, ivme ve doğal frekans bilgileri analitik hesaplarla elde edilebileceği gibi özellikle karmaşık sistemlerde deneysel veya sayısal yöntemler ile de elde edilebilir.

Analitik yöntemler kullanıldığında öncelikle analizi yapılacak sistemin fiziki modeli oluşturulur. Oluşturulan fiziki modelin matematik modeli çıkarılır. Matematik modelden diferansiyel denklem oluşturulur ve hareket denklemi elde edilir. Gerekliyse sınır ve başlangıç koşullarından da yararlanılarak sistemin yer değiştirme ifadesi, titreşim şekillerini veren titreşim modları, doğal frekanslar elde edilebilir. Analitik yöntemlerle çözüm yapılırken çeşitli şartlara ve hassasiyet durumuna göre ayrık veya sürekli sistem modellemesi yapılır.

Serbestlik derecesi sonlu olan titreşim modeline *ayrık sistem* modeli, sonsuz serbestlik dereceli modele ise *sürekli sistem* modeli adı verilir. (Tahralı vd., 2005) Sürekli sistem veya ayrık sistem sözünden sistemin ayrık veya sürekli olduğu değil modellemenin nasıl yapıldığı anlaşılmalıdır.

Diferansiyel denklemlerden tam çözüm elde edilemeyeceği durumlarda yaklaşık çözüm elde etmek için sayısal yöntemlere başvurulur. Bunların başlıcaları sonlu farklar ve sonlu elemanlar metotlarıdır. (Moaveni,1999) Titreşim sistemleri için ise en çok başvurulan yöntemlerin başında Dunkerley, Rayleigh ve Holzer metotları gelir.

Deneysel yöntemlerde sisteme çeşitli algılayıcılar monte edilir ve bu algılayıcılardan elde edilen veriler bir bilgisayar tarafından işlenerek bir arayüz vasıtasıyla analiz maksadına göre zaman veya frekans domeninde görülebilir. Bu algılayıcıların en çok kullanılanlarından biri de ivmeölçerlerdir.

Titreşim analizleri çoğu mühendislik sisteminde olduğu gibi gemilerde de yapılmaktadır. Geminin çeşitli bölümlerinde titreşim değerlerinin ölçülmesi ve standartlara göre analiz edilmesi gemi yapım ve tadilat kontratlarında gittikçe daha fazla yer almaktadır. Bu konuda kural kuruluşlarının kabul ettiği bir örnek şekil 1.1’de verilmiştir. (İnsel vd.,1999)

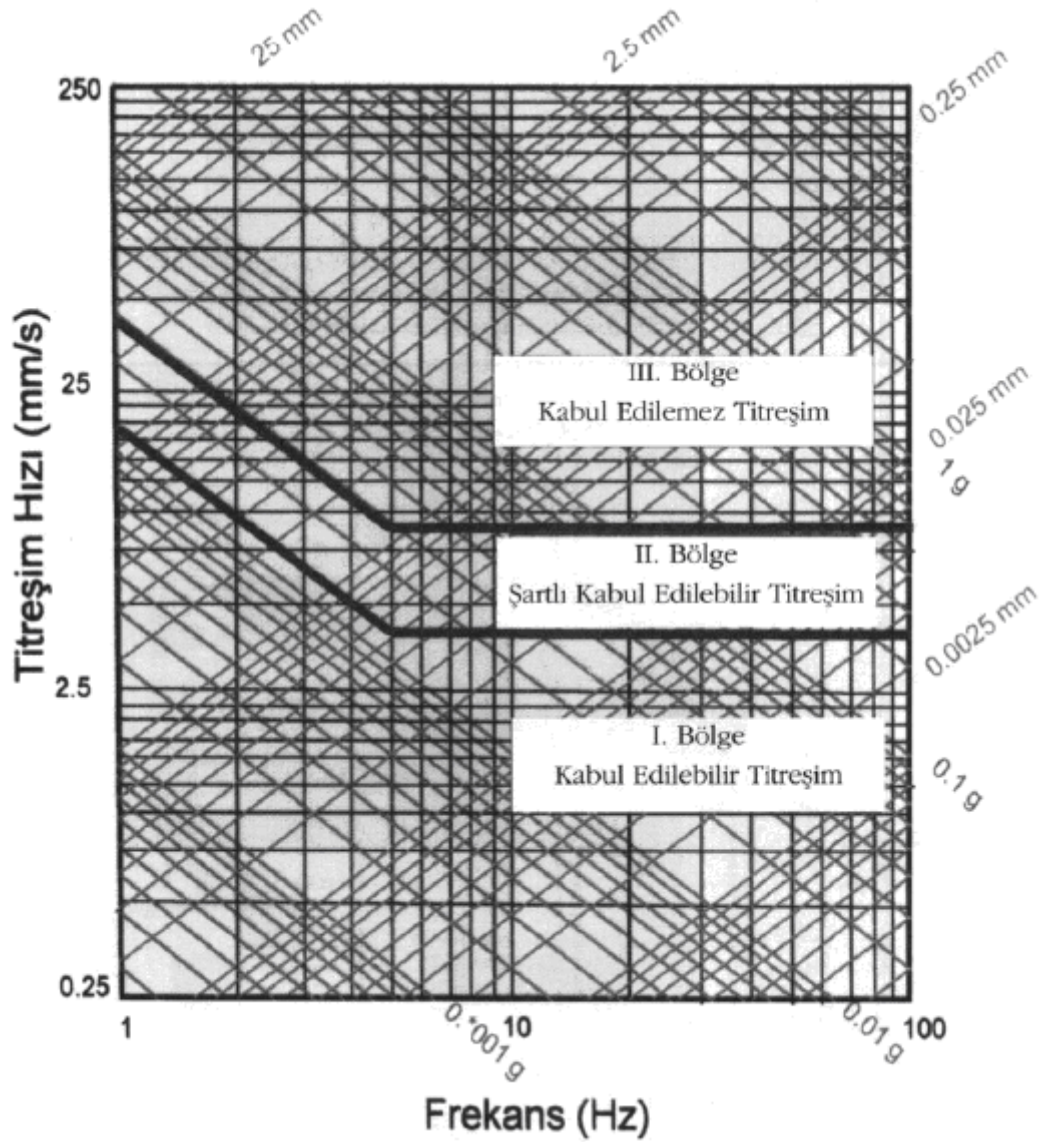
Burada titreşim frekans tabanında incelenmektedir. Gemi seyir tecrübelerinde titreşim kayıtları alınır ve frekans tabanında incelenir. Her güç kademesinde titreşimlerin 1. bölgede kaldığı görülmelidir.

Gemide titreşim ölçümünün yapılmasının gerekli olduğu sistemlerden biri de şaft sistemidir. Şaft sistemi titreşim ölçümleri ile sistemin doğal frekansları belirlenebilir. Titreşimlerin standartlara uygunluğu kontrol edilir.

Şaft titreşimleri ile ilgili çeşitli çalışmalar mevcuttur. Ünsan ve İnsel (2005), gemi seyir tecrübelerinde şaft yataklarından ivmeölçer yardımı ile titreşim ölçümleri alınarak titreşim analizi yapılmasının önemini vurgulamış, İnsel vd. (1999) Kırklareli gemisinin seyir tecrübelerinde şaft yataklarından ivme değerlerinin zaman kayıtlarını almış ve daha sonra frekans domeninde konum, hız ve ivme değerlerini standartlarla karşılaştırmıştır. Wariko ve Haddara (1992), doğal frekans tespiti için sonlu elemanlar yöntemi ile analitik yöntemi birleştiren bir metot ortaya koymuşlardır. Liu vd. (2009), bir delme makinesi şaftına modal analiz uygulayarak sistemin dinamik karakterini ve özelliklerini tespit etmiş, Lu vd. (2008), taş motoru şaftını ANSYS yazılımında modelleyerek statik ve dinamik durumda doğal frekanslarını ve titreşim değerlerini elde etmiş, Theron (1983) ivmeölçer teknolojisine dayalı bir titreşim görüntüleme sistemi önermiştir. Low (2003) noktasal kütleli şaftların eğilme

titreşimleri için yaklaşık metod ile kesin çözümü karşılaştırmış, Huang vd.(2010) yüksek açısal hızla dönen Euler kirişinin serbest titreşim analizini gerçekleştirmiş, Wiedemann (2006) Euler kirişi için keyfi sınır şartları ve kiriş malzemesinde eğilme titreşimlerini incelemiştir.

Bu çalışmada önce titreşim teorisi ile ilgili bazı temel terimlere kısaca değinilecek daha sonra model şaft sisteminin doğal frekansları ve yer değiştirme ifadeleri analitik yöntemle ve yaklaşık hesap yöntemleriyle elde edilecek, müteakiben bulunan doğal frekanslar sistemden alınan ivme ölçümleri ile karşılaştırılacaktır.



Şekil 1.1 Örnek Bir Standart

2. TEMEL TİTREŞİM KAVRAMLARI

2.1. Titreşim

En yaygın tanımıyla sistemin denge konumu etrafında yapmış olduğu salınımlara titreşim adı verilir. Buna basit sarkacın salınım hareketi örnek gösterilebilir. Titreşim hareketi genlik ve frekans ile gösterilir. Genlik titreşen sistemin denge konumundan olan maksimum uzaklığı, frekans ise saniyede meydana gelen salınım sayısıdır. (Tahralı vd., 2005)

2.2. Titreşimlerin Nedenleri

Titreşimler sisteme etkiyen dış kuvvetler, atalet kuvvetleri ve sistemin bu kuvvetlere cevap verme özelliğinden kaynaklanmaktadır. Bu dış kuvvetler sistemin bağlı olduğu temelden gelen kuvvetler, dönen sistemlerde dengelenmemiş kuvvetler, motorlarda gidip gelen kuvvetler, darbe, deprem vs. gibi titreştirici özelliği olan kuvvetlerdir. (Tahralı vd., 2005)

2.3 Titreşimlerin Zararları

Sistemde limitler dahilinde olmayan titreşimler insana, çevreye ve sisteme zarar verir. Makine konstrüksiyonun ömür değerlendirmesinde makine titreşimleri birinci derece rol oynar. Sistemde rezonans olmasa bile zamanla kırılma/yorulmalar olabilir. Makine rezonans üstü veya rezonans altı bölgede çalışıyor olsa dahi titreşim genlikleri standartlarda verilen değerlerin altına düşürülmediği takdirde bazı parçalarda hasarlar oluşabilir. Ayrıca titreşimden dolayı oluşan deformasyon neticesinde iç sürtünmeler ve bunlara bağlı olarak enerji kaybı oluşturur. Bu sebeplerden dolayı titreşen sistemlerin izolasyonu yapılmalıdır.

2.4 Şaftlarda Uygulanan Titreşim Kontrolleri

2.4.1 Eğilme Titreşimleri

Şaftlar rijit cisimler olmadığından k yaylanma katsayısına sahiptirler. Genellikle shaft üzerinde bulunan dönel elemanların ve shaftın ağırlık merkezi imalat hataları, balanssızlık, laynsızlık gibi problemler nedeniyle pratikte shaft eksenini ile çakışmaz. Bu durumda shaftta $F = me\omega^2$ büyüklüğünde bir kuvvet etkiyerek shaftın eğilmesine ve şekil değiştirmesine neden olur. Bu durumda shaftın yaylanma özelliğinden kaynaklanan $F = k.y$ kuvveti oluşur ve shaft bu şekilde döner. Böylelikle eğilme titreşimleri meydana gelmiş olur. (Bozacı, 2002)

Şaftların eğilme titreşimlerinin yer değiştirme, hız ve ivme değerleri shaft yataklarında yapılan ölçümler ile zaman ve frekans domeninde elde edilebilir. Elde edilen bu grafiklerde rezonans frekansları da tespit edilebilir. Elde edilen konum, hız ve ivme değerlerinin standartlarda belirtilen sınırlar içerisinde olması gerekmektedir.

2.4.2 Burulma Titreşimleri

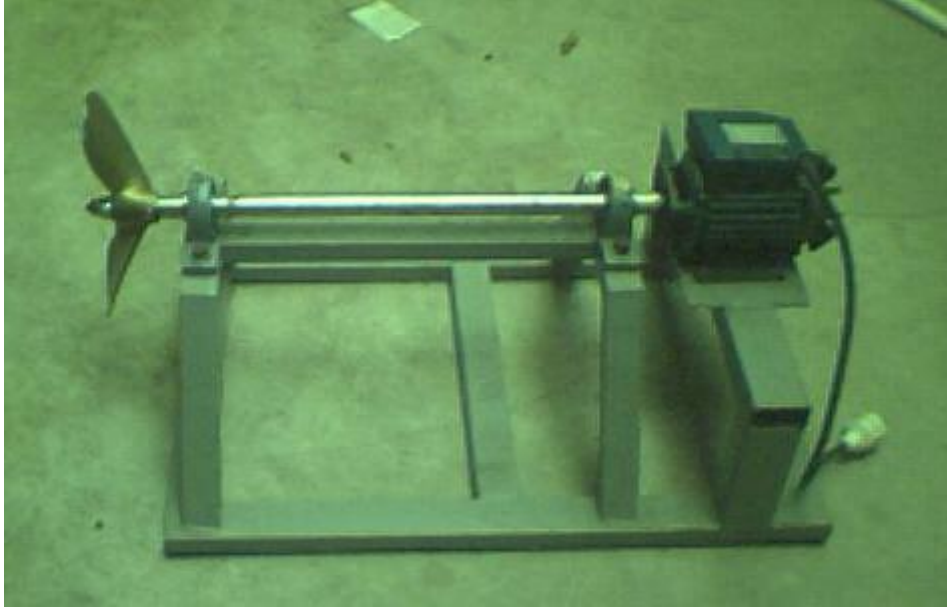
Şaftlarda bulunan dönel elemanların atalet kuvvetleri etkisiyle oluşturdukları direnç sebebiyle burulma titreşimleri meydana gelir. Burulma titreşimleri dönen bir şaftta iki noktanın açılma yer değiştirmesine sebep olur.

Burulma titreşimlerinde yatakların titreşimi eğilme titreşimleri gibi belirgin olmadığından rezonans kontrolleri çok iyi yapılmalıdır. Burulma titreşimleri herhangi bir belirti vermeden çok tehlikeli sonuçlar doğurabilir. (Maurice,2000)

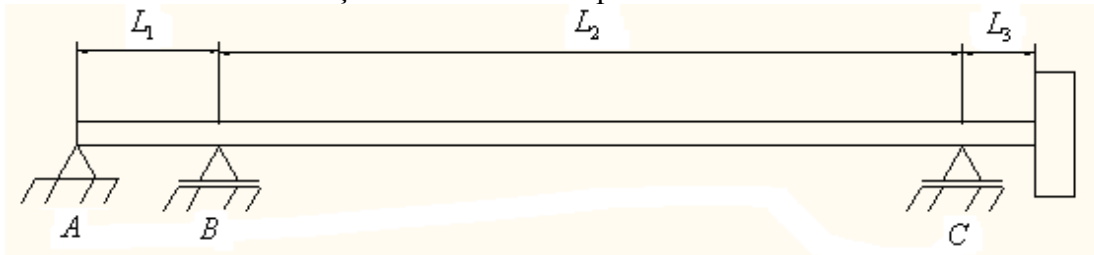
Burulma titreşimlerinde de açılma yer değiştirme, açılma hız ve açılma ivme değerleri kontrol edilmeli bu değerlerin müsaade edilen limitler içinde olduğu görülmelidir.

2.5 Analizi Yapılacak Sistemin Tanıtılması

Bu çalışmada 0.37 kW. gücünde 220 VAC 50 Hz.'lik bir elektrik motorunun tek kademeli ve iki yerden yataklanmış şaft vasıtasıyla tahrik ettiği iki kanatlı bir adet pervaneden oluşan sistem incelenecektir. Sistemin resmi şekil 2.1'de, şematik gösterimi şekil 2.2'de sunulmuş olup şaft, pervane ve motora ilişkin değerler aşağıda olduğu gibidir.



Şekil 2.1 Analizi Yapılacak Sistem



Şekil 2.2 Sistemin Şematik Gösterimi

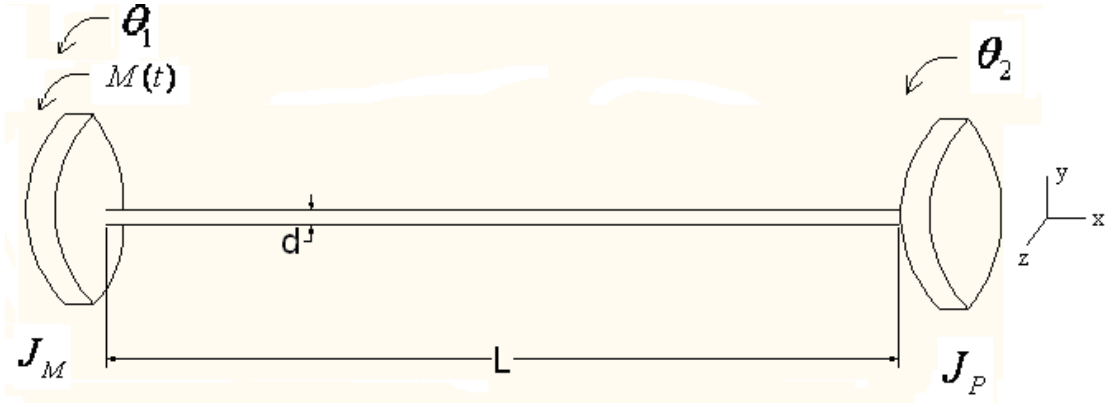
- $d_{\text{saft}} = 0.025 \text{ m}.$
- $L_1 = 0.05 \text{ m}.$
- $L_2 = 0.456 \text{ m}.$
- $L_3 = 0.045 \text{ m}.$
- $W_{\text{pervane}} = 1,165 \text{ N}.$
- $E_{\text{saft}} = 203,4 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
- $G_{\text{saft}} = 80 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
- $n = 2800 \text{ rpm}.$
- $P = 0,37 \text{ kw}.$
- $M_{B, \text{max}} = 9550 \times \frac{P \text{ (kW)}}{n \text{ (d / d)}} = 9550 \times \frac{0,37}{2800} = 1,26 \text{ Nm}.$
- $\rho_{\text{saft}} = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
- $A = \pi r^2 = \pi (125 \times 10^{-4})^2 = 49078 \times 10^{-8} \text{ m}^2$
- $r_p = 0,14 \text{ m}.$

3. ŞAFT TİTREŞİMLERİNİN ANALİTİK YÖNTEMLE ANALİZİ

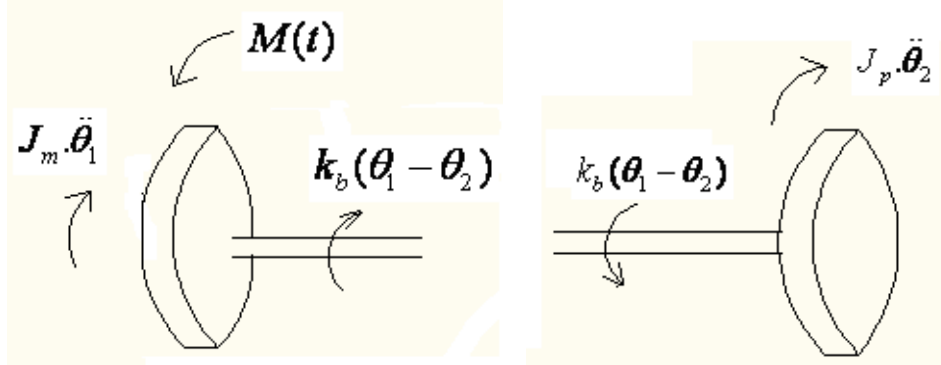
Bu bölümde sistemin eğilme ve burulma titreşimlerinin teorik bazı kabuller altında matematik modeli oluşturularak doğal frekans hesabı yapılacaktır.

3.1 Şaftın Burulma Titreşimleri

Burulma titreşimleri için sistem ayrı sistem olarak modellenmiştir. Bu modellemede pervane ve motorun x, y ve z eksenlerinde öteleme hareketi yapmadığı sadece x ekseninde dönüş yaptığı varsayıldığından sistemin serbestlik derecesi ikidir.



Şekil 3.1 Şaftın burulma titreşiminin fiziki modeli



Şekil 3.2 Serbest cisim diyagramları

$\theta_1 > \theta_2$ varsayımı ile

$$J_m \cdot \ddot{\theta}_1(t) + k_b \theta_1(t) - k_b \cdot \theta_2(t) = M(t) \quad (3.1)$$

$$J_p \ddot{\theta}_2(t) + k_b (\theta_2(t) - \theta_1(t)) = 0 \quad (3.2)$$

$$\begin{bmatrix} J_m & 0 \\ 0 & J_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1(t) \\ \ddot{\theta}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_b & -k_b \\ -k_b & k_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

(3.1) ve (3.2) denklemleri durum uzayı formatında (3.3)'te olduğu gibi gösterilir.

Kütle atalet momenti matrisi $[J] = \begin{bmatrix} J_m & 0 \\ 0 & J_p \end{bmatrix}$, katılık matrisi $[K] = \begin{bmatrix} k_b & -k_b \\ -k_b & k_b \end{bmatrix}$,

zorlayıcı moment vektörü $\{M\} = \begin{Bmatrix} M(t) \\ 0 \end{Bmatrix}$, açısal ivme vektörü $\{\ddot{\theta}(t)\} = \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1(t) \\ \ddot{\theta}_2(t) \end{Bmatrix}$, açısal yer

değiştirme vektörü $\{\theta(t)\} = \begin{Bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{Bmatrix}$ ile gösterilirse (3.3) eşitliği

$$[J]\{\ddot{\theta}(t)\} + [K]\{\theta(t)\} = \{M(t)\} \quad (3.4)$$

şeklinde yazılabilir. Sistemin burulmada doğal frekanslarının tayini için sistemden zorlayıcı moment etkisi çıkarılarak çözüm kabulü yapılır.

$$[J]\{\ddot{\theta}(t)\} + [K]\{\theta(t)\} = \{0\} \quad (3.5)$$

$$\{\theta(t)\} = \{\theta_{\max}\} \cos(\omega_n t) \quad (3.6)$$

$\{\theta_{\max}\}$ burulma genlikleri vektörüdür. Bu durumda açısal ivme ifadesi;

$$\{\ddot{\theta}(t)\} = -\omega_n^2 \cdot \{\theta_{\max}\} \cdot \cos(\omega_n t) \quad (3.7)$$

olur. (3.6) ve (3.7) denklemleri (3.5)'te yerine koyulduğunda,

$$-\omega_n^2 [J]\{\theta_{\max}\} \cos(\omega_n t) + [K]\{\theta_{\max}\} \cos(\omega_n t) = \{0\} \quad (3.8)$$

elde edilir. (3.8) denkleminin her iki tarafı $\cos(\omega_n t)$ ile bölünürse

$$[[K] - \omega_n^2 [J]]\{\theta_{\max}\} = \{0\} \quad (3.9)$$

[K] ve [J] matrisleri (3.9)'da yerine konduğunda,

$$\underbrace{\begin{pmatrix} k_b - J_m \cdot \omega_n^2 & -k_b \\ -k_b & k_b - J_p \cdot \omega_n^2 \end{pmatrix}}_{\Delta} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

Burada $\theta_1 = \theta_2 = 0$ bir çözümdür. Ancak bu, yaptığımız çözüm kabullerimizin sıfıra eşit olduğu anlamına gelir. Burada bulunmak istenen çözüm sıfıra eşit olmayan çözüm olduğundan (3.10) eşitliğinin sağlanabilmesi için lineer cebir gereği soldaki katsayılar matrisinin determinantının sıfıra eşit olması gerekmektedir. (Eren ve Razbonyalı, 2004)

$$\det|\Delta| = 0$$

$$(-J_m \cdot \omega_n^2 + k_b) \cdot (k_b - J_p \cdot \omega_n^2) - k_b^2 = 0$$

$$-J_m \cdot \omega_n^2 \cdot k_b + J_m \cdot J_p \cdot \omega_n^4 + k_b^2 - J_p \cdot \omega_n^2 \cdot k_b - k_b^2 = 0$$

$$\omega_n^2 (-J_m k_b + J_m J_p \omega_n^2 - J_p k_b) + k_b^2 - k_b^2 = 0$$

$$\omega_n^2 (-J_m k_b + J_m J_p \omega_n^2 - J_p k_b) = 0 \quad (3.11)$$

(3.11) denkleminin köklerinden biri

$$\omega_{n1} = 0 \text{ 'dır.} \quad (3.12)$$

(3.11) denkleminin diğer kökü ise ;

$$-J_m k_b + J_m J_p \omega_n^2 - J_p k_b = 0$$

$$\omega_{n2}^2 = \left(\frac{(J_m + J_p) \cdot k_b}{J_m \cdot J_p} \right) \quad (3.13)$$

$$\omega_{n2} = \sqrt{\frac{(J_m + J_p) \cdot k_b}{J_m \cdot J_p}} \quad (3.14)$$

olarak elde edilir.

$$k_b = \frac{G \cdot I_p}{L} = \frac{\pi G d^4}{32L} \quad (3.15)$$

d : Şaft çapı

L : Burulan şaft uzunluğu

G : Kayma modülüdür.

Şaftın burulma yay katsayısı

$$k_b = \frac{\pi(80 \times 10^9)(25 \times 10^{-3})^4}{32 \times (0.551)} = 5567,988 \frac{Nm}{rad} = 5567,988 \frac{kgm^2}{rad \cdot s^2}$$

olarak bulunur.

Mil olarak modellendiğinde pervane atalet momenti;

$$J_p = \frac{2}{3} m_p \cdot r_p^2 = \frac{2}{3} \left(\frac{1,165}{9,81} \right) (0.14)^2 = 1.55 \times 10^{-3} \text{ } kgm^2$$

Disk olarak modellendiğinde ;

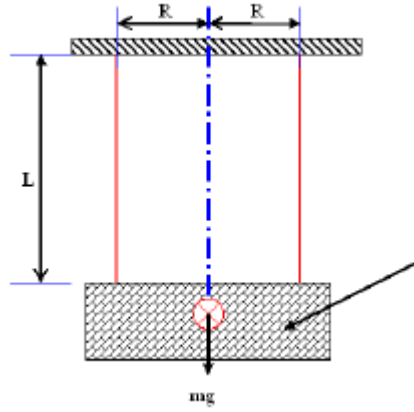
$$J_p = \frac{1}{2} m_p \cdot r_p^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1,165}{9,81} \right) (0,14)^2 = 1,16 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

değerleri elde edilir.

Torsiyonal sarkaç (Bifilar Pendulum) deneysel bir kütle atalet momenti tespit yöntemidir. Bu yöntemde pervane, merkezden uzaklıkları eşit iki noktadan bağlanan iki iple düz bir zemine asılır. Daha sonra pervaneye açısal salınım yaptırılarak salınım periyodu saniye cinsinden ölçülür ve aşağıdaki formülde yerine konur. (Phakatkar, 2009)

$$J_p = \left(\frac{T_n}{2\pi} \right)^2 \frac{mgR^2}{L} \quad (3.16)$$

Burada J_p Pervane kütle atalet momenti, T_n salınımın periyodu, R pervane ağırlık merkezinden tele olan uzaklık, L pervanenin asıldığı telin boyudur.



Şekil 3.3 Bifilar Sarkaç Deneyi Şematik Gösterimi



Şekil 3.4 Torsiyonal sarkac ile pervanenin kütle atalet momentinin tespiti

Pervane, $R = 0.35 \text{ m}$. ve $L_{\text{tel}} = 0.3 \text{ m}$. olacak şekilde Şekil 3.4'te görüldüğü gibi asılarak üç set ve her sette 3'er salınım olacak şekilde ölçümler yapılmış ve

$$t_1 = 14.1 \text{ sn.}, t_2 = 14.15 \text{ sn.}, t_3 = 14.06 \text{ sn.}$$

olarak ölçülmüştür. Bu üç değerinin ortalaması alındığında ;

$$t_n = 14.1 \text{ sn. olur.}$$

t_n değeri üç salınım için bulunan değerdir. Salınımın periyodunu bulmak için bu değer üçe bölünür ve salınımın periyodu (T_n) elde edilir.

$$T_n = \frac{t_n}{3} = 4.7 \text{ sn.} \quad (3.17)$$

olur. (3.17) ile bulunan periyot değeri (3.18)'da yerine konduğunda;

$$J_p = \left(\frac{4.7}{2\pi}\right)^2 \frac{(1.165) \cdot (0.035)^2}{0.3} = 2.66 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

Üç farklı metotla elde edilen kütleli atalet momentlerin ortalaması alındığında pervanenin atalet momenti,

$$J_p = 1.79 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

olarak elde edilir. Rotor momenti (J_m) ise

$$J_m = \frac{1}{2} m_m r_m^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{0.63}{9.81}\right) (0.02)^2 = 1.22 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^2 \text{ (Disk olarak)}$$

$$J_m = \frac{2}{3} m_m r_m^2 = \frac{2}{3} \left(\frac{0.63}{9.81}\right) (0.02)^2 = 1.71 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^2 \text{ (Mil Olarak)}$$

$$J_m = \frac{(1.22 + 1.71)}{2} \cdot 10^{-5} = 1.495 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^2 \text{ (Ortalaması alındığında)}$$

elde edilir. Hesaplanan J_m , J_p ve k_b değerleri (3.14) denkleminde yerine konulduğunda

$$\omega_{n2} = \sqrt{\frac{(J_m + J_p)}{J_m \cdot J_p}} k_b = \sqrt{\frac{(1.79 + 1.495) \times 10^{-5}}{1.79 \times 1.495 \times 10^{-10}}} \times (5567,988) = 19378 \text{ rad / sn} = 3084 \text{ Hz. olarak}$$

bulunur. Zorlayıcı momentin frekansı,

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{2800 \cdot \pi}{30} = 293.2 \text{ rad / sn 'dir.}$$

Sistemin burulma doğal frekans değerleri bu değer çok üstünde olduğundan sistemin rezonans üstü bölgede çalıştığı görülmüştür. Bu zaten beklenen bir sonuçtur. En genel anlamda doğal frekans ifadesi,

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_b}{J}}$$

olduğundan burulma titreşimleri yapan bir sistemin kütleli atalet momenti küçüldükçe sistemin doğal frekansı artar. Bu çalışmada kullanılan pervane ve motorun çok düşük kütleli atalet momentine sahip olması ve şaft burulma rijitliğinin kütleli atalet momentlerine göre yüksek olması sebebiyle yüksek bir doğal frekans değeri elde edilmiştir.

Sisteme sönümsüz zorlanmış titreşim analizi yapılacak olursa (3.3) no.lu eşitliğin çözümü için aşağıdaki gibi çözüm kabulü yapılır. Sisteme uygulanan zorlayıcı moment harmonik olduğundan sistemin cevabı da harmonik olur.

$$\{\theta(t)\} = \{\theta\} \cdot \cos(\omega t) \quad (3.18)$$

$$\{\ddot{\theta}(t)\} = -\omega^2 \{\theta\} \cos(\omega t) \quad (3.19)$$

Burada $\{\theta\} = \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$ zorlayıcı moment genlikleri vektörü, $\{\theta(t)\} = \begin{Bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{Bmatrix}$ açısal yer

değiştirme vektörü, $\{\ddot{\theta}(t)\} = \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1(t) \\ \ddot{\theta}_2(t) \end{Bmatrix}$ açısal ivme vektörü olup (3.18) eşitliği sistemin zorlayıcı

momentine cevabıdır. (3.18) denkleminde serbest titreşimde olduğunun aksine bilinmeyen yalnızca açısal genlik vektörüdür. Sistemin frekansı ω devir sayısının fonksiyonudur. (3.18) ve (3.19) eşitlikleri (3.3)'te yerine konduğunda,

$$-\omega^2 [J] \{\theta\} \cos(\omega t) + [K] \{\theta\} \cos(\omega t) = \{M\} \cos(\omega t) \quad (3.20)$$

(3.20) denkleminin her iki tarafı $\cos(\omega t)$ ile bölünürse,

$$-\omega^2 [J] \{\theta\} + [K] \{\theta\} = \{M\} \quad (3.21)$$

$$[[K] - \omega^2 [J]] \{\theta\} = \{M\} \quad (3.22)$$

Lineer cebir gereğince bir matris ile tersinin çarpımı bire eşittir. Bu ifade matematiksel olarak gösterilirse

$$[A]^{-1} [A] = 1$$

(3.22) denkleminin her iki tarafı da soldan $[[K]-\omega^2[J]]^{-1}$ ile çarpılırsa ,

$$\{\theta\} = [[K]-\omega^2[J]]^{-1} \{M\} \quad (3.23)$$

elde edilir.

$$[[K]-\omega^2[J]]^{-1} = [H(\omega)] \quad (3.24)$$

$[H(\omega)]$ matrisi *reseptans matrisi* olarak adlandırılır.(McConnell, 1995)

(3.24) denklemindeki reseptans matrisi (3.23) denkleminde yerine konursa

$$\{\theta\} = [H(\omega)]\{M\} \quad (3.25)$$

olarak bulunur.

(3.25) eşitliği (3.18)'de yapılan çözüm kabulünde yerine koyulursa motor ve pervanenin sönümsüz zorlanmış burulma titreşimi için (Daimi titreşim durumu için) yer değiştirme ifadeleri bulunur.

$$\{\theta(t)\} = [H]\{M\} \cdot \cos(\omega t) \quad (3.26)$$

Elektrik motorunun gücü $P=0,37$ kW., devir sayısı $n=2800$ rpm. olup elektrik motorunun uyguladığı maksimum burulma momenti;

$$M_B = 9550 \cdot \frac{P}{n} = 9550 \cdot \frac{0,37}{2800} = 1,26 \text{ Nm.}'dir.$$

Bu değer motorun uyguladığı maksimum zorlayıcı moment değeridir. O halde zorlayıcı moment vektörü,

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} 1,26 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

$[K]$, $[J]$, $\{M\}$ matris ve vektörleri ile ω değeri (3.26) no.lu denkleminde yerine konup matris işlemleri MATLAB programı yardımıyla çözüldüğünde sistemin cevabı,

$$\{\theta(t)\} = \begin{Bmatrix} -0,0079 \\ -0,0081 \end{Bmatrix} \cdot \cos((293,2).t) \quad (3.28)$$

olarak elde edilir. Genlik değerlerinin birbirine yakın olması kütleli atalet momentleri arasında büyük fark olmasından kaynaklanmaktadır. Buradan sistemin aslında tek serbestlik dereceli sistem gibi (Pervane tarafındaki ucu ankastre mesnetli diğer ucunda motorun kütleli atalet momentinin olduğu konsol kiriş) hareket ettiği düşünülebilir.

3.2 Şaftın Eğilme Titreşimleri

L_1 ve L_3 değerlerinin şaft yarıçapına oranı çok olması nedeniyle şaftın bu kısımlarının eğilme titreşimi yapmadığı ve rijit olduğu kabul edilebilir. Bu hususun matematiksel olarak ifade edilebilmesi için şaftın B yatağı ile pervane arasında kalan kısmı tek serbestlik dereceli bir sistem olarak düşünülürse bu sistemin yay katsayısı,

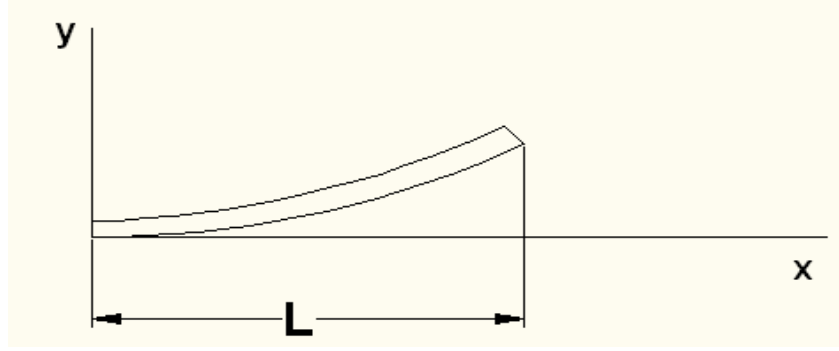
$$k = \frac{3EI}{L^3} = \frac{3 \times (2,034 \times 10^{11}) \times (1,9 \times 10^{-8})}{0,05^3} = 91200000 \frac{N}{m} = 91200 \frac{N}{mm}$$

olarak bulunur. Diğer bir deyişle şaftı 1 mm.'lik eğilmeye uğratabilmek için 91200 N.'luk kuvvet etki etmesi gerekmektedir. Pervanenin maksimum eksen kaçıklığı durumunda dahi uygulayabileceği kuvvet bu kuvvetin yüzbinde biri mertebesinde olacağı için sadece şaftın yataklar arasında yer alan kısmının eğilme titreşimi yaptığı kabul edilmiştir.

Eğilme titreşimlerinin incelenmesi için sistem sürekli sistem modeli ile modellenecektir. Şaftın yer değiştirme ifadesi ve doğal frekansları **Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi** kullanılarak elde edilecektir. Euler-Bernoulli Kiriş Teorisinde göre bazı kabuller ışığı altında yer değiştirme ifadesi elde edilir. (Timoshenko vd., 1990)

Yapılan kabuller ;

- a. Sistemde sönüm mevcut değildir.
- b. Sayfa düzlemi haricinde eğilme mevcut değildir.
- c. Burulma mevcut değildir.
- ç. Eğilme esnasında kesitler değişmemektedir.
- d. Makaslama kayması mevcut değildir.
- e. Dönme eylemsizliği mevcut değildir.



Şekil 3.5 L uzunluğundaki bir kirişin eğilmesi

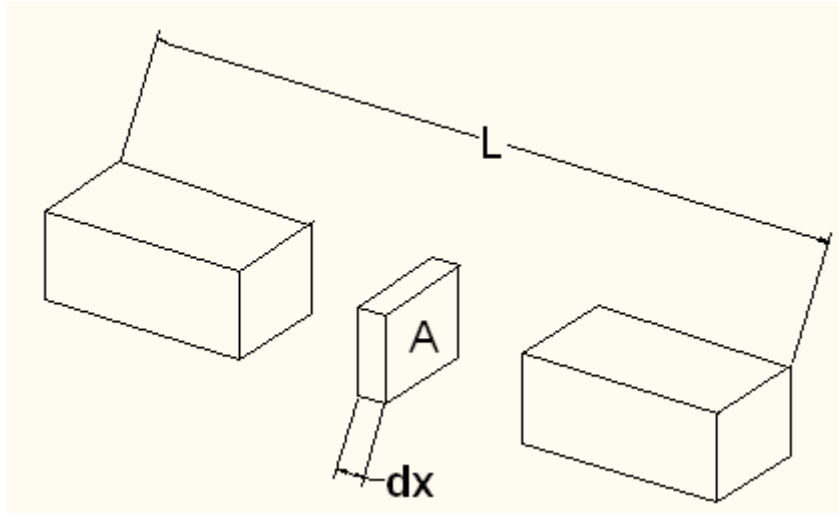
Uzunluğu L kesit alanı A olan bu kirişten alınan dx diferansiyel elemanın öteleme ve dönme için şekil 3.7’de gösterilen kuvvet ve moment dengeleri ayrı ayrı yazılırsa ,

$$\rho.A.dx.\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = -V(x) + [V(x) + \frac{\partial V(x)}{\partial x} dx] \quad (3.29)$$

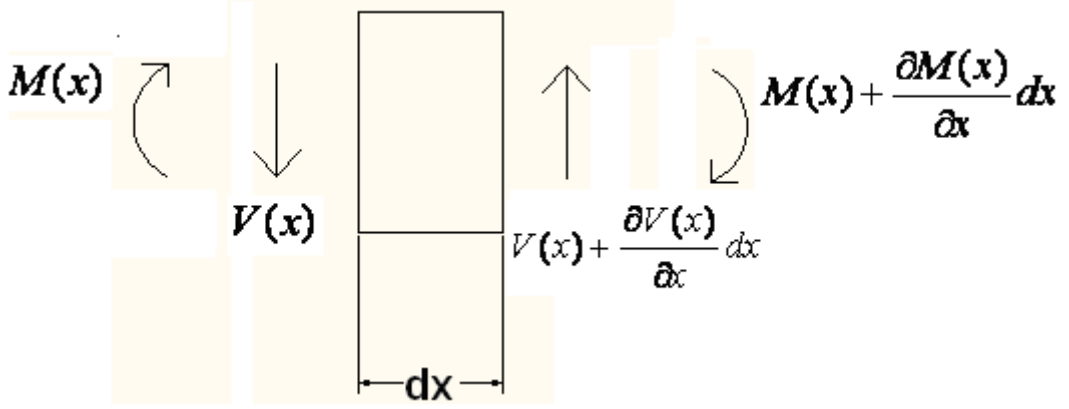
$$\rho A \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial V(x)}{\partial x} \quad (3.30)$$

$$-M(x) + [M(x) + \frac{\partial M(x)}{\partial x} dx] + V(x)dx + \frac{1}{2} \frac{\partial V(x)}{\partial x} dx^2 = 0 \quad (3.31)$$

denklemleri elde edilir.



Şekil 3.6 Kirişten alınan hayali dx diferansiyel elemanı



Şekil 3.7 dx diferansiyel elemanına etkiyen kuvvet ve momentler

(3.31) numaralı denklemde yer alan sonsuz küçük dx ifadesinin karesi alındığında denklemin diğer ifadelerinin yanında iyice küçüldüğünden $dx^2 \cong 0$ olarak düşünülebilir ve ihmal edilebilir.

$$\frac{1}{2} \frac{\partial V(x)}{\partial x} dx^2 \cong 0$$

(3.31) numaralı denklemden;

$$V(x) \cong - \frac{\partial M(x)}{\partial x} \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} \cong - \frac{\partial^2 M(x)}{\partial x^2} \quad (3.33)$$

(3.33) denklemi (3.30) denkleminde yerine konduğunda

$$\rho A \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = - \frac{\partial^2 M(x)}{\partial x^2} \quad (3.34)$$

eşitliği elde edilir. Mukavemette moment eğrilik ilişkisi aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$\frac{M(x,t)}{EI} = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} = EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} \quad (3.36)$$

(3.36) ifadesi (3.34)'da yerine konduğunda,

$$\rho A \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} = 0 \quad (3.37)$$

elde edilir. Bu ifade düzenlendiğinde;

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} = 0 \quad (3.38)$$

denklemini elde edilir.

$$a = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$$

(3.38) ifadesi Euler-Bernoulli Kiriş Teorisinin diferansiyel denklemdir. Yukarıdaki çözüm kabulleri altında tüm kirişler için geçerlidir. Kısmi diferansiyel denklemin çözülerek $y(x,t)$ yer değiştirme ifadesinin elde edilmesi için çözüm kabulü yapılır.

$$y(x,t) = Y(x).(E \cos \omega t + F \sin \omega t) \quad (3.39)$$

(3.39)'da yapılan çözüm kabulü (3.38) no.lu denklemde yerine konulduğunda,

$$\left[-\omega^2 Y(x) + a^2 \frac{d^4}{dx^4} (Y(x)) \right] (E \cos \omega t + F \sin \omega t) = 0$$

$$\left[\frac{d^4 Y(x)}{dx^4} - \left(\frac{\omega}{a} \right)^2 Y(x) \right] = 0 \quad (3.40)$$

(3.40) ifadesi sadece x bağımsız değişkenine bağlı bir adi diferansiyel denklemdir. Bu denklemin çözümü için de çözüm kabulü yapılır.

$$Y(x) = e^{\lambda x} \quad (3.41)$$

λ integrasyon sabitidir. (3.41) numaralı çözüm kabulü (3.40) numaralı denklemde yerine konduğunda,

$$\left(\lambda^4 - \left(\frac{\omega}{a} \right)^2 \right) e^{\lambda x} = 0$$

eşitliği elde edilir. $e^{\lambda x} \neq 0$ olduğundan,

$$\left(\lambda^4 - \left(\frac{\omega}{a} \right)^2 \right) = 0$$

$$\lambda^4 = \left(\frac{\omega}{a} \right)^2$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{\omega}{a}}, \lambda_2 = -\sqrt{\frac{\omega}{a}}, \lambda_3 = i\sqrt{\frac{\omega}{a}}, \lambda_4 = -i\sqrt{\frac{\omega}{a}} \omega$$

olarak bulunur. ($i^2 = -1$)

Dört λ değeri elde edildiği için ;

$$Y(x) = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x} + C_3 e^{\lambda_3 x} + C_4 e^{\lambda_4 x}$$

$$Y(x) = C_1 e^{\sqrt{\frac{\omega}{a}}x} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{a}}x} + C_3 e^{i\sqrt{\frac{\omega}{a}}x} + C_4 e^{-i\sqrt{\frac{\omega}{a}}x} \quad (3.42)$$

$$Y(x) = A \cos \sqrt{\frac{\omega}{a}}x + B \sin \sqrt{\frac{\omega}{a}}x + C \cosh \sqrt{\frac{\omega}{a}}x + D \sinh \sqrt{\frac{\omega}{a}}x \quad (3.43)$$

elde edilir. (3.43) eşitliği yukarıda yapılan kabuller altında tüm kirişler için geçerli olup bu denklemin çözümü analizi yapılan kirişin sınır şartlarına ve başlangıç koşullarına bağlıdır. (3.43) numaralı denklemin çözülebilmesi için önce sınır koşulları belirlenmeli daha sonra bu sınır değer problemi çözülerek ω değeri bulunmalı ve başlangıç değer problemi çözülerek A, B, C, D sabitleri bulunmalıdır.

Sınır değer problemine geçmeden önce $Y(x)$ 'in x'e göre türevlerinin ne anlama geldiğinin hatırlatılmasında fayda görülmektedir. Şekil 3.8'de görülen ve çökme ifadesi $y(x)$ ile verilen kiriş için ;

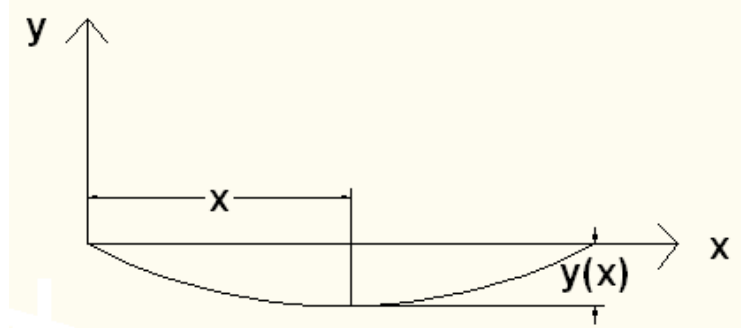
$y(x)$: Kirişin y doğrultusunda meydana gelen çökmesi

$\frac{dy(x)}{dx}$: Kirişin eğimi

$EI \frac{d^2 y(x)}{dx^2}$: Kirişin eğilme momenti

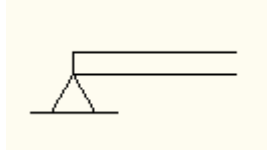
$EI \frac{d^3 y(x)}{dx^3}$: Kirişin kesme kuvveti

$EI \frac{d^4 y(x)}{dx^4}$: Kirişin etkiyen yayılı yük

Şekil 3.8 Çökme ifadesi $y(x)$ olan kirişin eğilmesi

Bu çalışmada şaft basit mesnetli kiriş olarak modellenmiştir. Müteakip sınır şartları bu kurallara göre ortaya konulacaktır.

3.2.1 Şaftın Sol Sınır Şartları



Şekil 3.9 Şaftın Sol Sınır Şartı

Şaftın sol sınırında yani $x = 0$ 'da

$$Y(0) = 0$$

$$\ddot{Y}(0) = 0$$

$$Y(0) = A \cos \sqrt{\frac{\omega}{a}} 0 + B \sin \sqrt{\frac{\omega}{a}} 0 + C \cosh \sqrt{\frac{\omega}{a}} 0 + D \sinh \sqrt{\frac{\omega}{a}} 0 = 0$$

$$A + C = 0 \quad (3.44)$$

$$\ddot{Y}(0) = \frac{\omega}{a} (-A \cos \sqrt{\frac{\omega}{a}} 0 - B \sin \sqrt{\frac{\omega}{a}} 0 + C \cosh \sqrt{\frac{\omega}{a}} 0 + D \sinh \sqrt{\frac{\omega}{a}} 0) = 0$$

$$\frac{\omega}{a} (-A + C) = 0 \quad (3.45)$$

(3.44) ve (3.45) numaralı eşitliklerden,

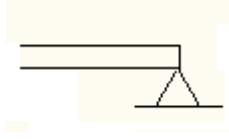
$$A = C = 0$$

olduğu anlaşılır. Bu durumda (3.43) ifadesi

$$Y(x) = B \sin \sqrt{\frac{\omega}{a}} x + D \sinh \sqrt{\frac{\omega}{a}} x \quad (3.46)$$

olarak yazılabilir.

3.2.2 Şaftın Sağ Sınır Şartları



Şekil 3.10 Şaftın sağ sınır şartı

Şaftın sağ sınırında yani $x = L$ 'de

$$Y(L) = 0$$

$$\ddot{Y}(L) = 0$$

$$Y(L) = B \sin \sqrt{\frac{\omega}{a}}L + D \sinh \sqrt{\frac{\omega}{a}}L = 0 \quad (3.47)$$

$$\ddot{Y}(L) = \frac{\omega}{a}(-B \sin \sqrt{\frac{\omega}{a}}L + D \sinh \sqrt{\frac{\omega}{a}}L) = 0$$

$$\omega \neq 0 \Rightarrow (-B \sin \sqrt{\frac{\omega}{a}}L + D \sinh \sqrt{\frac{\omega}{a}}L) = 0 \quad (3.48)$$

(3.47) ve (3.48) denklemleri taraf tarafa toplanırsa

$$2D \sinh \sqrt{\frac{\omega}{a}}L = 0 \quad (3.49)$$

eşitliği elde edilir. (3.49) eşitliğinde $\omega \neq 0$ olduğundan $\sinh \sqrt{\frac{\omega}{a}}L \neq 0$ olur ve

$$D = 0$$

bulunur. Bu durumda (3.46) eşitliği şu şekilde yazılabilir.

$$Y(x) = B \sin \sqrt{\frac{\omega}{a}}x \quad (3.50)$$

Şaftın sağ sınır şartı gereğince

$$Y(L) = B \sin \sqrt{\frac{\omega}{a}}L = 0 \quad (3.51)$$

(3.51) eşitliğinde $B \neq 0$ 'dır. Aksi halde (3.43) numaralı denklemde yapılan çözüm kabulü sıfıra eşit olur. Bu durumda

$$\sin \sqrt{\frac{\omega}{a}}L = 0 \quad (3.52)$$

elde edilir. (3.52) eşitliği,

$$\sqrt{\frac{\omega}{a}}L = k\pi \quad (3.53)$$

durumunda sağlanır. (3.53) eşitliği düzenlenirse sistemin doğal frekansları

$$\omega_k = \frac{a}{L^2}k^2\pi^2, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \infty \quad (3.54)$$

olarak elde edilir. Sistemlerin doğal frekans sayısı o sistemin serbestlik derecesine eşittir. Analizi yapılan şaft sistemi sürekli sistem olduğundan (Sonsuz serbestlik dereceli) sonsuz adet doğal frekans değeri elde edilmiştir.

$$E = 29,5 \times 10^6 \text{ Pa} = 203,4 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$I = 1,9 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$\rho = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$A = 49078 \times 10^{-8} \text{ m}^2$$

(3.39) ifadesinde ilgili değerler yerine konulduğunda,

$$a = \sqrt{\frac{203,4 \times 10^9 \times 1,9 \times 10^{-8}}{7850 \times 49078 \times 10^{-8}}} = 31,6 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\omega_k = \frac{31,6}{(0,456)^2}k^2\pi^2 = 151,96(k\pi)^2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \infty \quad (3.55)$$

$$f_k = \frac{\omega_k}{2\pi} = \frac{151,96}{2}k^2\pi = 75,98\pi k^2 = 238,6k^2 \text{ Hz.}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \infty \quad (3.56)$$

olarak elde edilir.

$$k = 1 \Rightarrow f_1 = 238,6 \text{ Hz.}$$

$$k = 2 \Rightarrow f_3 = 954,4 \text{ Hz.}$$

$$k = 3 \Rightarrow f_3 = 2147,4 \text{ Hz.}$$

Sistemin öz fonksiyon ifadesi ;

$$Y(x) = B \sin \sqrt{\frac{\omega}{a}}x$$

$$Y(x) = B \sin \frac{k\pi x}{L}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \infty$$

Birden fazla sayıda (k 'ya bağlı) doğal frekans ve özfonksiyon ifadesi bulunduğu için,

$$Y_k(x) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin\left(\frac{k\pi x}{L}\right) \quad (3.57)$$

olur. (3.57) eşitliği sistemin özfonksiyonudur ve sistemin titreşim biçimini belirler. Ayrık sistemlerin çözümünde yer alan mod vektörleri sürekli sistemlerde özfonksiyon adını alırlar. (3.57) ifadesi (3.39)'da yapılan çözüm kabulünde yerine konursa,

$$y(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sin\left(\frac{k\pi x}{L}\right) (E_k \cos \omega_k t + F_k \sin \omega_k t) \quad (3.58)$$

elde edilir. E_k ve F_k sabitleri başlangıç koşullarından bulunur.

$t=0$ anında,

$$y(x,0) = \sum_{k=1}^{\infty} \sin\left(\frac{k\pi x}{L}\right) (E_k \cos \omega_k 0 + F_k \sin \omega_k 0) = \sum_{k=1}^{\infty} E_k \sin \frac{k\pi x}{L} \quad (3.59)$$

ve

$$\dot{y}(x,0) = \sum_{k=1}^{\infty} \omega_k F_k \sin \frac{k\pi x}{L} \quad (3.60)$$

olarak yazılırsa (3.59) eşitliği

$$E_k = 0$$

sonucunu verir. $t=0$ 'da sol sınırdan c mesafesi (m.) kadar uzakta uzunluğu s olan küçük bir şaft elemanına çekiç ile vurularak V_0 ilk hızı verildiği kabul edilsin. Bu durumda başlangıç koşulları

$$y = 0 \text{ ve } \dot{y} = V_0$$

olur.

$$\left(c - \frac{s}{2} < x < c + \frac{s}{2}\right) \text{ için}$$

$$V_0 = \sum_{k=1}^{\infty} \omega_k F_k \sin \frac{k\pi x}{L} \quad (3.61)$$

yazılabilir. Bu noktadan hareketle,

$$\int_0^L \omega_k F_k \sin \frac{k\pi x}{L} \sin \frac{k\pi x}{L} dx = \int_{c-\frac{s}{2}}^{c+\frac{s}{2}} V_0 \sin \frac{k\pi x}{L} dx \quad (3.62)$$

$$F_k = \frac{2V_0 L}{k\pi L \omega_k} \sin \frac{k\pi c}{L} \left(2 \sin \frac{k\pi s}{2L}\right) \quad (3.63)$$

$$y(x, t) = \frac{4V_0}{k\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_k} \sin\left(\frac{k\pi c}{L}\right) \left(\sin \frac{k\pi x}{L}\right) (\sin \omega_k t) \left(\sin \frac{k\pi s}{2L}\right) \quad (3.64)$$

olarak elde edilir. (3.64) ifadesi şaftın yer değiştirme ifadesidir.

4. ŞAFT TİTREŞİMLERİNİN YAKLAŞIK ÇÖZÜM İLE ANALİZİ

Mühendislik problemleri fiziksel durumların matematik modellenmesi ile çözülür. Matematik modeller de sistemin başlangıç ve sınır koşullarını içeren diferansiyel denklemlerden oluşur. Sistemlerin basit olduğu problemlerde çözüm analitik yöntem ile elde edilir. Ancak sistemler karmaşıktıkça diferansiyel denklemlerin çözümlerinin elde edilmesi çok uzun zaman alabilir hatta çözüm imkansız olabilir. (Moaveni,1999)

Bu gibi durumlarda belirli bir hata oranını göz önünde bulunarak genelde nümerik yöntemlere dayalı yaklaşık çözüm metotları kullanılır. Günümüzde çoğu mühendislik sisteminin çözümünde en çok kullanılan iki nümerik yaklaşık çözüm yöntemi sonlu farklar ve sonlu elemanlar yöntemleridir. (Moaveni,1999) Titreşim sistemleri için ise en çok kullanılan yaklaşık çözüm metotları Dunkerley metodu, Rayleigh metodu ve Holzer metotlarıdır.

Bu çalışmada eğilme titreşimleri için sonlu elemanlar yöntemine göre çözüm yapan ANSYS paket programı, burulma titreşimleri için ise iteratif bir metot olan Holzer metodu kullanılmıştır.

4.1 Burulma Titreşimlerinin Doğal Frekansının Yaklaşık Çözüm İle Elde Edilmesi

Holzer metodu tablo halinde çözülen iteratif bir yaklaşık çözüm metodudur. Bu metoda göre tahmini bir doğal frekans değeri seçilir ve açısal yer değiştirme değeri olarak $\theta_1 = 1$ alınır. Yer değiştirmelerin birbirleriyle olan ilişkilerine göre sırayla açısal yer değiştirmeler ve harici tork değerleri hesaplanır. Harici tork değeri sıfıra yakın bir değer alıyorsa seçilen tahmini doğal frekans değeri elde edilmek istenen yaklaşık doğal frekans değeridir. (Thomson, 2003)

(3.10) eşitliği gereğince ;

$$\theta_2 = \theta_1 - \frac{\omega^2}{k_B} J_M \theta_1 \quad (4.1)$$

yazılabilir. (4.1) denkleminde tahmini $\omega = 25000 \frac{rad}{s}$ ve $\theta_1 = 1$ seçildiğinde Çizelge 4.1,

tahmini $\omega = 15000 \frac{rad}{s}$ ve $\theta_1 = 1$ seçildiğinde ise Çizelge 4.2 elde edilir.

Çizelge 4.1 Birinci tahmini doğal frekans ile elde edilen çizelge

i	J_i	θ_i	$J_i \theta_i$	$\sum J_i \theta_i$	$\frac{\omega^2}{k}$	$\frac{\omega^2}{k} \sum J_i \theta_i$
i=1	$1,495 \times 10^{-5}$	1	$1,495 \times 10^{-5}$	$1,495 \times 10^{-5}$	112268	1,678
i=2	$1,79 \times 10^{-3}$	-0,678	-0,0012	-0,0012		

Çizelge 4.2 İkinci tahmini doğal frekans ile elde edilen tablo

i	J_i	θ_i	$J_i\theta_i$	$\sum J_i\theta_i$	$\frac{\omega^2}{k}$	$\frac{\omega^2}{k} \sum J_i\theta_i$
i=1	$1,495 \times 10^{-5}$	1	$1,495 \times 10^{-5}$	$1,495 \times 10^{-5}$	40416	0,604
i=2	$1,79 \times 10^{-3}$	0,396	0,00071	0,0047		

$$\frac{0,00122}{25000 - \omega} = \frac{0,0047}{\omega - 15000} \Rightarrow \omega = 16758 \frac{rad}{s}$$

$\omega = 16758 \frac{rad}{s}$ ve $\theta_1 = 1$ seçildiğinde Çizelge 4.3 elde edilir.

Çizelge 4.3 Üçüncü tahmini doğal frekans ile elde edilen tablo

i	J_i	θ_i	$J_i\theta_i$	$\sum J_i\theta_i$	$\frac{\omega^2}{k}$	$\frac{\omega^2}{k} \sum J_i\theta_i$
i=1	$1,495 \times 10^{-5}$	1	$1,495 \times 10^{-5}$	$1,495 \times 10^{-5}$	50445	0,754
i=2	$1,79 \times 10^{-3}$	0,246	0,00044	0,000455		

$$\frac{0,00122}{25000 - \omega} = \frac{0,000455}{\omega - 16758} \Rightarrow \omega = 18952 \frac{rad}{s}$$

$\omega = 18952 \frac{rad}{s}$ ve $\theta_1 = 1$ seçildiğinde Çizelge 4.4 elde edilir.

Çizelge 4.4 Dördüncü tahmini doğal frekans ile elde edilen tablo

İ	J_i	θ_i	$J_i\theta_i$	$\sum J_i\theta_i$	$\frac{\omega^2}{k}$	$\frac{\omega^2}{k} \sum J_i\theta_i$
i=1	$1,495 \times 10^{-5}$	1	$1,495 \times 10^{-5}$	$1,495 \times 10^{-5}$	64519	0,964
i=2	$1,79 \times 10^{-3}$	0,036	0,0000644	0,00007939		

$$\frac{0,00122}{25000 - \omega} = \frac{0,00007939}{\omega - 18952}$$

$$\Rightarrow \omega = 19327 \frac{rad}{s} = 3076Hz.$$

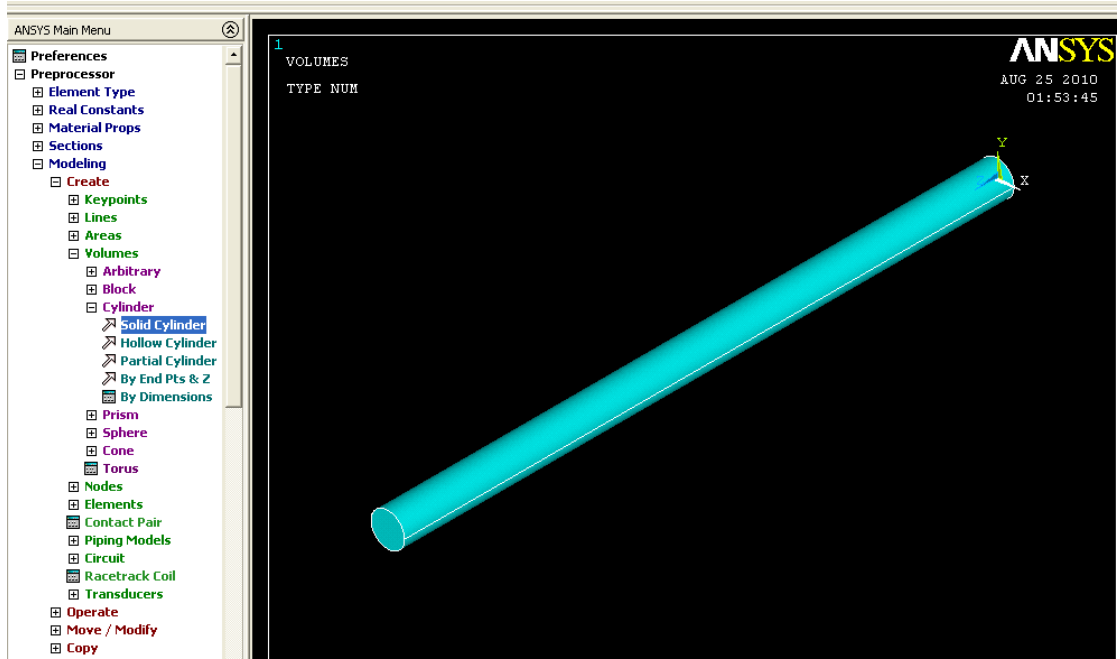
Üç enterpolasyon işlemi sonucunda doğal frekans değeri yaklaşık $\omega = 19327 \frac{rad}{s}$ olarak elde edilmiştir. Yaklaşık çözümlerle elde edilen sonucun yüzde hata oranı;

$$\%hata = \frac{19378 - 19327}{19378} = \%0,2$$

4.2 Eğilme Titreşimlerinin Doğal Frekanslarının Yaklaşık Çözüm İle Elde Edilmesi

4.2.1 Sistemin Mod Analizi Öncesinde Yapılan Hazırlık İşlemleri

Şafta ait değerler kullanılarak (Şaft çapı 0.025 m. ve şaft boyu 0.456 m.) şaft geometrisi oluşturulmuştur. Model şaft şekil 4.1 'de görülmektedir.



Şekil 4.1 Şaft geometrisinin ANSYS'te oluşturulması

Şaft üç boyutlu hacimlerin modellenmesinde sağlıklı sonuçlar veren ve ANSYS veritabanında bulunan SOLID72 elemanı ile modellenmiştir. Eleman özellikleri için (Şaftın yapıldığı malzeme olan çeliğin özellikleri) şekil 4.2 ve 4.3'te görüldüğü gibi Elastisite modülü 203,4 Gpa, Poisson oranı 0.3 ve yoğunluk $7850 \frac{kg}{m^3}$ değerleri girilmiştir. Eleman özellikleri girildikten sonra modelin elemanlara ayırma (Mesh) işlemi gerçekleştirilmiştir. Şaftın elemanlara ayrılmış hali şekil 4.4'te görülmektedir.

4.2.2 Analiz Sonuçları

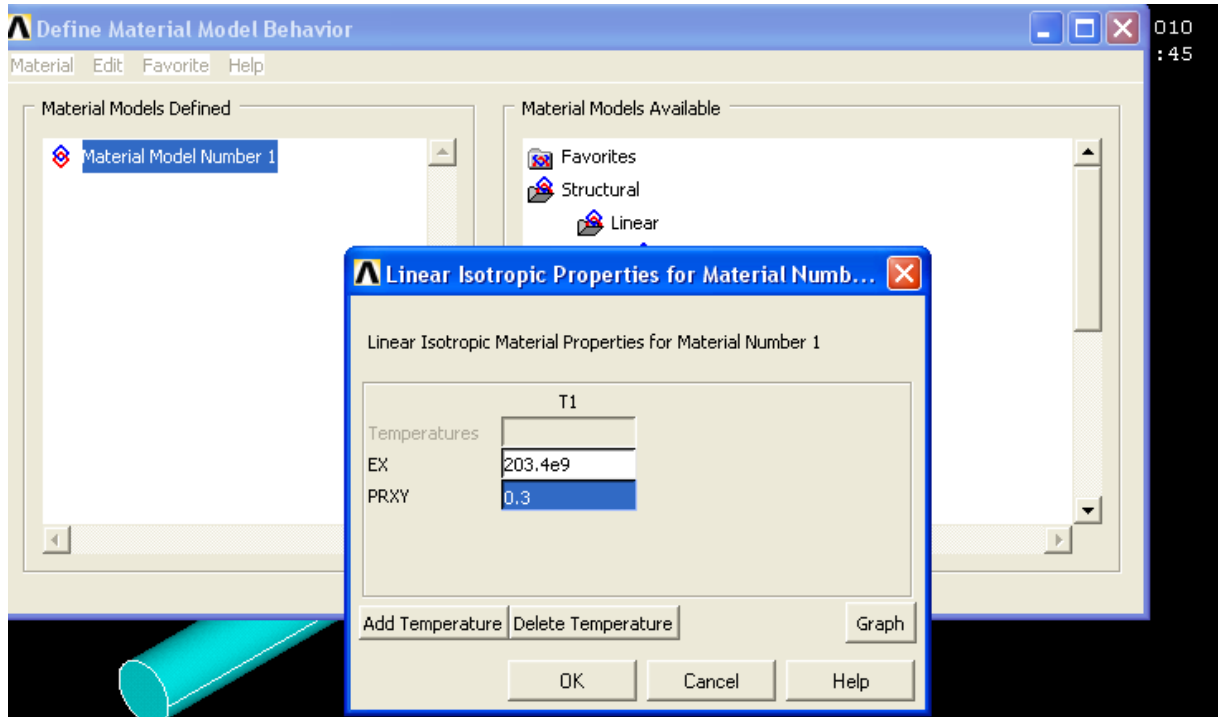
Analiz tipi olarak modal analiz seçilmiş ve subspace metodu ile 0-20000 Hz. arası frekanslar taratılmış, shaft yataklarına gerekli kısıtlar uygulanmış ve çözüm yaptırılmıştır. Analiz sonuçlarında bulunan doğal frekanslar;

$$f_1 = 236.7 \text{ Hz.}$$

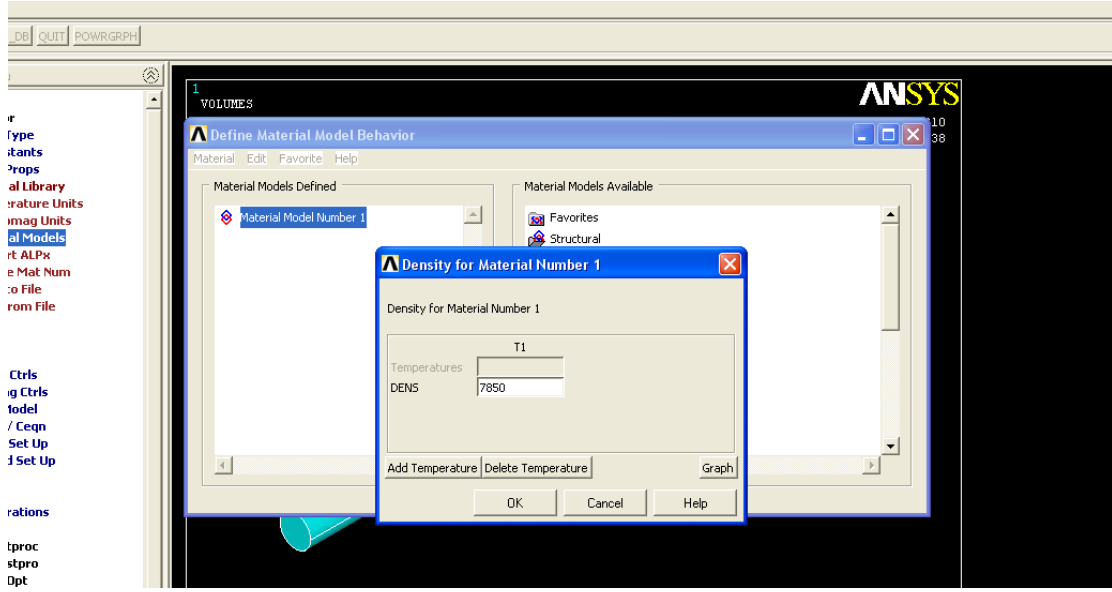
$$f_2 = 899.5 \text{ Hz.}$$

$$f_3 = 2172 \text{ Hz.}$$

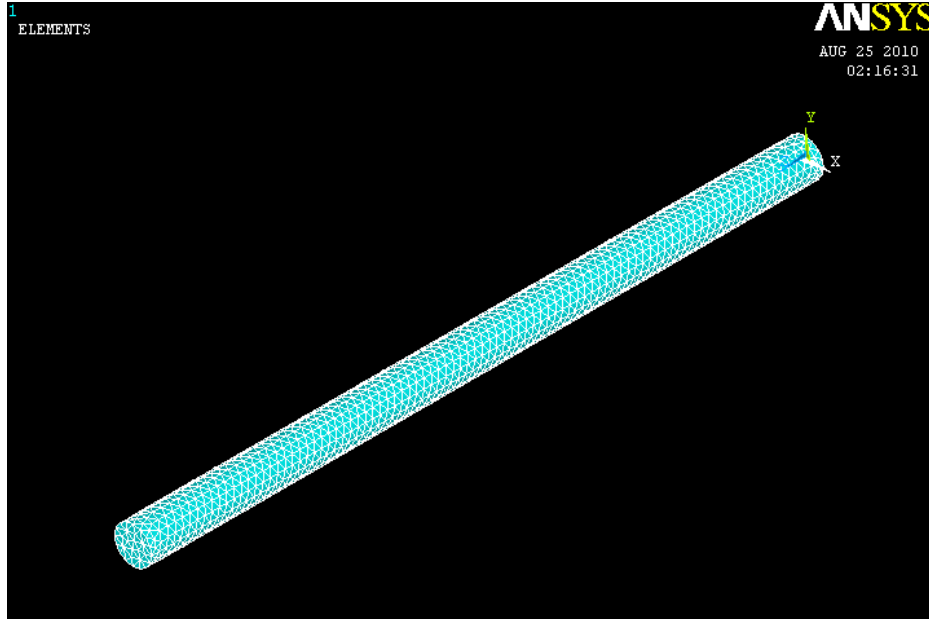
olarak elde edilmiştir. Bu frekans değerleri y eksenindeki mod şekillerine ait frekans değerleri olup x eksenindeki mod şekillerine ait frekanslar değerlendirmeye alınmamıştır. Analiz sonucunda elde edilen bazı mod şekilleri Ek-1 'de sunulmuştur.



Şekil 4.2 Elastik özelliklerin girilmesi



Şekil 4.3 Yoğunluk değerinin girilmesi



Şekil 4.4 Elemanlara ayırma (Meshing)

5.ŞAFT YATAKLARINDA YAPILAN ÖLÇÜMLER

Bir yapının maruz kaldığı ivmenin büyüklüğü yapının ömrüyle doğrudan ilişkilidir. Bu sebeple çalışan sistemlerin dinamik durumda konum, hız, ivme değerlerinin bilinmesi önemlidir. Mühendislikte ivmeölçerler yardımıyla titreşim ölçümü yaygın olarak kullanılır. Çoğu zaman düşük frekanslarda konum, orta frekanslarda hız, yüksek frekanslarda ivme kullanılır.

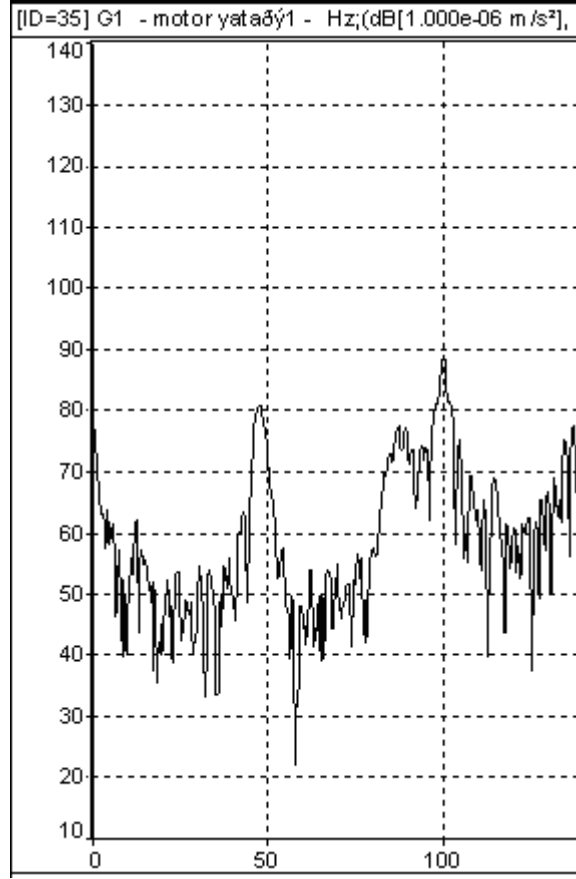
Sismik, kapasitif, piezoelektrik sensörler ivmeölçerlerde kullanılan başlıca sensörlerdir. Bu çalışmada bu sensörlerden piezoelektrik ivmeölçer sensörü kullanılmıştır. Piezoelektrik etkinin kullanıldığı bu tip algılayıcılarda, sismik kütle bir piezo kristal malzeme üzerine bir kuvvet uygular ve bunun neticesinde bir elektrik yük oluşturulur. Piezoelektrik ivmeölçerler çok düşük frekanslı sismik uygulamalardan, çok yüksek frekansda doğrusal çalışma aralığı gerektiren çarpma testlerine kadar birçok ölçme uygulamasında kullanılan, küçük boyutlu, yüksek sıcaklık aralığında çalışabilen, endüstriyel standartlarda kılıf içinde yapılandırılmış transdüserlerdir.

Kuvarz ya da seramik kristaller bir kuvvet altında kaldığında picocoulomb seviyesinde elektrik yükü üretirler. Bu elektrik yükünün kristal üzerindeki değişimi yer çekimi ivmesinin değişimi ile doğru orantılıdır. İvmeölçerlerdeki sismik kütlenin ivme altında maruz kaldığı atalet kuvveti piezoelektrik kristale etkir ve ivme ile doğru orantılı bir elektrik sinyali çıkışı verir.

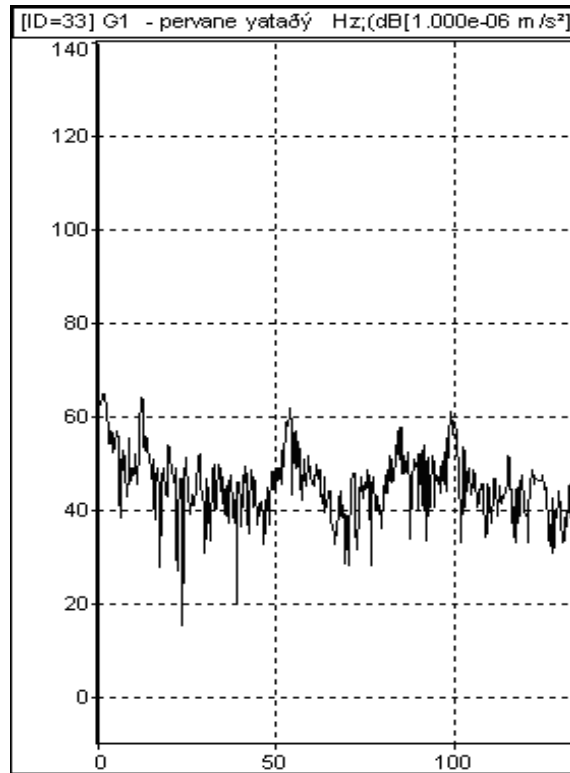
Bu sinyal çıkışı bilgisayar ve analizör yardımıyla işlenerek zaman tabanında ve frekans bandında, çalışan sistemin konum, hız ve ivme değerlerini verir.

Bu çalışmada şaft sisteminde yer alan iki adet yataktan piezoelektrik ivmeölçer ile radyal yönde (Düşey eksen) ivme ölçümleri alınmış ve bu değerler BK2515 titreşim analizörü ile frekans domeninde incelenmiştir. Frekans tabanında alınan ivme ölçümü sonucu şekil 5.1’de gösterilmiştir.

Analitik ve nümerik yöntemle bulunan doğal frekanslar motorun çalışma frekanslarının üstündedir. Yani motor rezonans altı bölgede çalışmaktadır. Bu durumda grafikten beklenen 0-46 Hz aralığında ivmenin pik yapmadığının gözlenmesidir. Nitekim grafikler incelendiğinde bu aralıkta ivme değeri pik yapmamış olup rezonans bölgesi bulunmamaktadır.



Şekil 5.1 Motor yatağından alınan ivme-frekans grafiği



Şekil 5.2 Pervane yatağından alınan ivme-frekans grafiği

6. SONUÇLAR

a. Çizelge 6.1’de görüldüğü gibi analitik ve nümerik yöntemle hesaplanan doğal frekans değerleri özellikle birinci ve üçüncü eğilme doğal frekansı ile birinci burulma doğal frekansında birbirine oldukça yakın sonuçlar vermiştir.

Çizelge 6.1 Analizler sonucunda elde edilen doğal frekans değerleri

(Hz.)	ANALİTİK ÇÖZÜM	NÜMERİK YAKLAŞIK ÇÖZÜM	TİTREŞİM TİPİ	FARK ORANI
f_1	238,6	236.7	Eğilme	%0.7
f_2	954.4	899.5	Eğilme	%5.7
f_3	2147.4	2172	Eğilme	%1.1
f_B	3084	3076	Burulma	%0.2

b. Sonuçlar arasındaki hata oranlarının yapılan çözüm kabulleri, varsayımlar, ihmal edilen değerler gibi çözümü mümkün kılan basitleştirmeler neticesinde meydana gelmektedir. Örneğin yapılan kabullerde shaftın izotropik, homojen ve shaft ekseninin aynı zamanda kütle merkezi ile çakıştığı varsayımı yapılmış olmasına rağmen imalat hataları gibi nedenlerle bu özellikler sağlanamamaktadır. Bu hususlar da sonuçların farklı çıkmasına yol açmıştır.

c. Sistemin burulma titreşimleri için ayrık sistem modellemesi yapılmıştır. Ayrık sistem modellemesi daha çok ön hesap için kullanılır. Arada çıkan farkın nedenlerinden birinin de bu ayrık sistem modellemesinden kaynaklandığı, sistemin sürekli sistem olarak modellenmesi ile aradaki farkın azalacağı değerlendirilmektedir.

ç. Tablo 6.1’de bulunan değerler motorun çalışma frekansının üzerindedir. Yani motor rezonans altı bölgede çalışmaktadır. Bunun sonucu olarak ivmeölçer ile yataklardan alınan ölçümlerde ivmenin hiçbir frekansta pik yapmadığı görülmüştür. Bu bağlamda yapılan hesaplara göre beklenen sonuç elde edilmiştir.

d. Sonlu elemanlar yöntemine dayalı analiz yapan ANSYS yazılımı gemilerin pervane sevk sisteminin dizayn ve tasarım sürecinde modal ve harmonik frekans cevabı analizinde etkili ve gerçeğe yakın sonuçlar elde edilebileceği görülmüştür. Özellikle yatak sayısı arttığında ve shaft iki veya daha fazla kademedan oluşan sistemlerde analitik hesap oldukça zorlaşacağından sonlu elemanlar metodu ve bu metoda dayanan yazılımların kullanılmasının etkili olduğu anlaşılmıştır.

e. Bu çalışmada model sistem üzerinde yapılan deneysel çalışmalar beklenen sonuçları vermiştir. Analitik yöntemle analizi zor olan ve karmaşık gerçek sevk sistemlerinin doğal frekans tespitinde yataklardan ivme ölçümlerinin alınıp frekans domeninde izlenmesinin uygun bir yöntem olacağı görülmüştür.

f. Alınan sonuçlar dikkate alındığında sonlu elemanlar yöntemine göre çözüm yapan yazılımlar ile ivmeölçer vasıtasıyla yapılan ölçümlerin pervane sevk sisteminin mod analizinde iyi sonuçlar verdiği görülmüş, bir sistemin rezonans bölgesinde çalışma şartının,

$$0,8 < \frac{\omega}{\omega_k} < 1,25$$

olduğu, bu frekanslar oranının %30'luk bir spektrumu kapsadığı ve hata oranlarının bu değerin çok altında kaldığı göz önünde bulundurulduğunda model pervane-şaft sistemi üzerinde yapılan bu ölçümlerin gerçek gemi sevk sistemi üzerinde başarıyla uygulanabileceği sonucuna varılmıştır

Müteakip dönemde gerçek bir gemi şaftının üzerinde analizlerin yapılması, burulma titreşimi algılayıcıları veya strain rozetleri ile burulma titreşimi ölçümlerinin de yapılması, darbe testi ile doğal frekans testinin yapılması, sistemin değişik devirlerdeki dinamik davranışının analizinin yapılması ve ortaya çıkabilecek yüksek genlik değerleri için sönüm uygulamalarının tasarlanması planlanmaktadır.

KAYNAKLAR

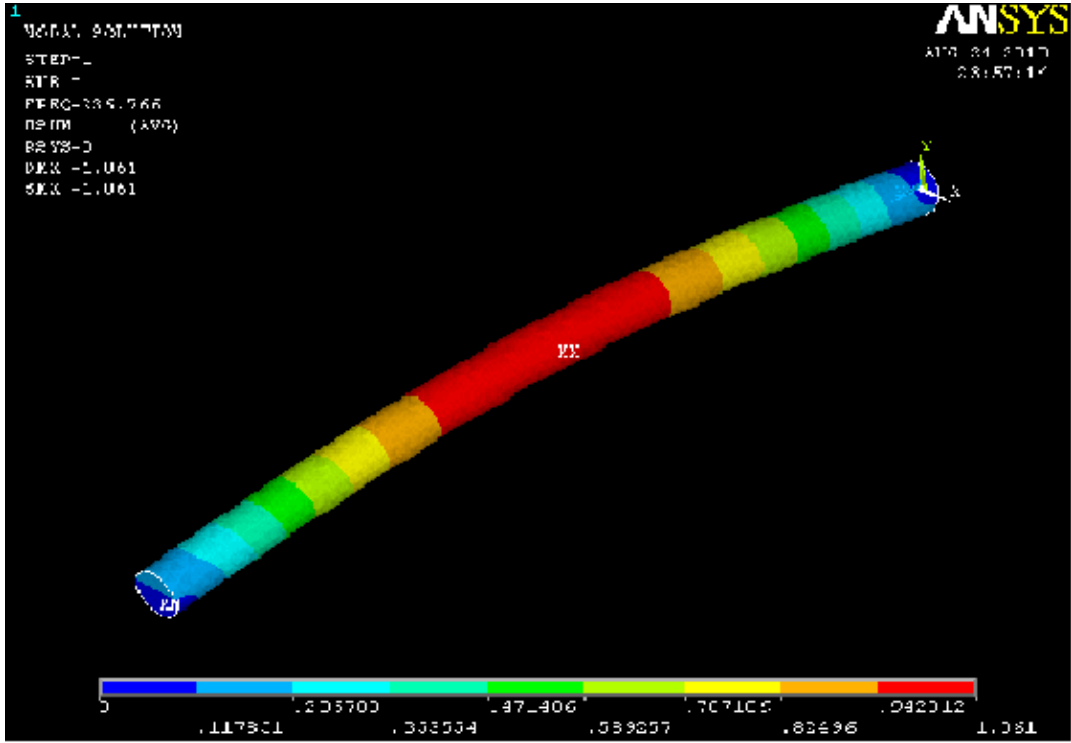
- Bozacı, A., (2002), Makine Elemanlarının Projelendirilmesi, Çağlayan Kitabevi, İstanbul.
- İnsel, M., Helvacıoğlu, İ.H., ve Ünsan, Y., (1999), “Gemi Seyir Tecrübelerinde Şaft Gücü ve Titreşim Ölçümü”, Gemi ve Deniz Teknolojisi, 29-35.
- Eren, Ş., ve Razbonyalı, M., (2004), Lineer Cebir, Safa Tanıtım ve Matbaacılık, İstanbul.
- Huang, C.L., Lin, W.Y., ve Hsiao, K.M., (2010), “Free Vibration Analysis of Rotating Euler Beams At High Angular Velocity”, Computers and Structures, 88:991-1001.
- Liu, W.N., Gu, D.W., Yang, L.F., Zhang, S.R., ve Li, Y., (2009), “Analysis of Dynamic for the Main Shaft Systems in XK7132 NC Drill and Milling Machine”, Advances in Materials Manufacturing Science and Technology, XII VOL-1, Advanced Manufacturing Technology and Equipment and Manufacturing Systems and Automation Book, 626-627:495-500.
- Low, K. H., (2003), “Natural Frequencies of A Beam-Mass System In Transverse Vibration: Rayleigh Estimation Versus Eigenanalysis Solutions”, International Journal of Mechanical Sciences, 45:6-7:981-993 .
- Lu, H., Fu, C.B., ve Jung, J.Y., (2008), “Dynamic Analysis By ANSYS For The Main Shaft System of Grindingwheel Shaping Machine”, Journal of Wuhan University of Technology, 30:121-124.
- Maurice, L.A., (2000), Rotating Machinery Vibrations-From Analysis to Troubleshooting, Marcel DEKKER, New York.
- McConnell, K.G.,(1995), Vibration Testing Theory and Practice, John Wiley&Sons, New York.
- Moaveni, S., (1999), Finite Element Analysis-Theory and Application with ANSYS, Prentice Hall, New JERSEY.
- Phakatkar, H. G., (2009), Theory of Machines and Mechanisms, Nirali Prakashan, Mumbai.
- Toprak, T., (1998), Mekanik Titreşimler, Birsen Yayınevi, İstanbul.
- Tahralı N., Kaya F., Yüksek İ., ve Güçlü R., (2005), Makine Dinamiği, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- Theron, U., (1983) , “A New Accelerometer-Based Vibration Monitoring System”, Journal of Acoustic Society of America, S1:63 .
- Thomson, W. (2003), Theory of Vibrations With Application, Nelson Thornes Ltd., United Kingdom.
- Timoshenko, S., Weaver, W., ve Young, D.H., (1990) Vibration Problems in Engineering, Wiley-Interscience.
- Ünsan, Y., ve İnsel, M., (2005), “Gemi İnşaatı Sektöründe Karşılaşılan Problemin Çözümü İçin Yapılan Tam Ölçekli Endüstriyel Ölçümler ve Örnekler”, Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, Mühendislik Ölçmeleri STB Komisyonu, 2. Mühendislik Ölçmeleri Sempozyumu, 23-25 Kasım 2005, İstanbul.
- Warikoo, R., ve Haddara, M. R.,(1992), “Analysis of Propeller Shaft Transverse Vibrations” Marine Structures, 5:255-279.
- Wiedemann, S., ve M., (2006), “Natural Frequencies and Mode Shapes of Arbitrary Beam Structures With Arbitrary Boundary Conditions”, Journal of Sound and Vibration, 300: 280-291.

EKLER

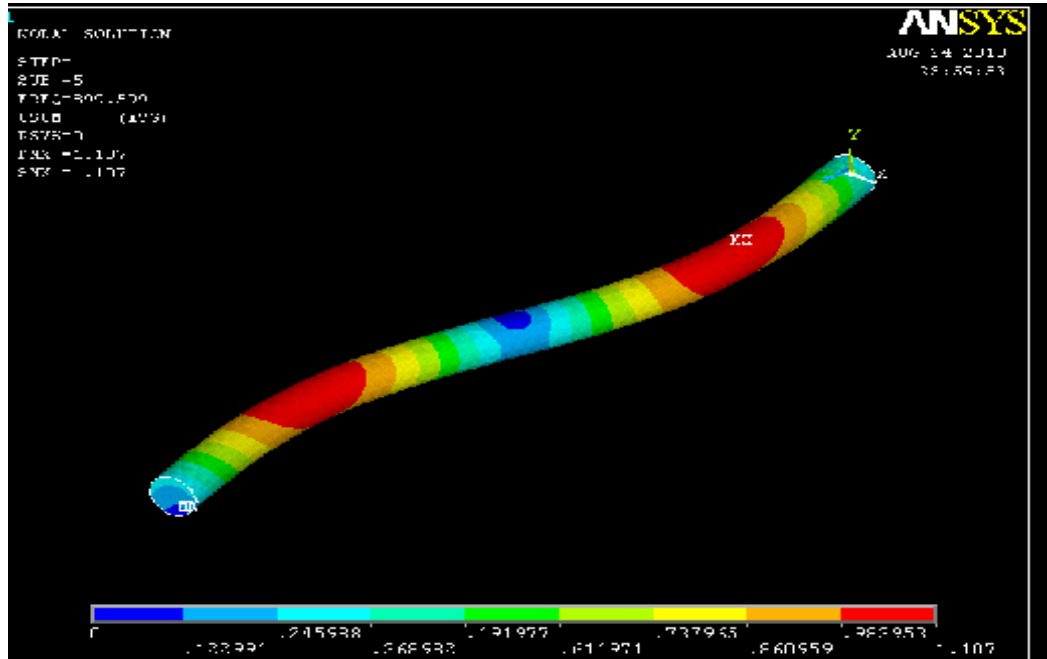
EK-1.....ANSYS Programı ile Yapılan Analiz Sonuçlarının Çıktıları

EK-1

**ANSYS PROGRAMI İLE YAPILAN ANALİZ
SONUÇLARININ ÇIKTILARI**



Birinci Doğal Frekansa Ait Mod Şekli



İkinci Doğal Frekansa Ait Mod Şekli

ÖZGEÇMİŞ

Doğum Tarihi 07.04.1982

Doğum Yeri İstanbul

Lise 1996-2000 Deniz Lisesi

Lisans 2000-2004 Deniz Harp Okulu Makine Mühendisliği
Bölümü

Yüksek Lisans 2007-2010 Yıldız Teknik Üniversitesi Fen
Bilimleri Enstitüsü Gemi İnşaatı ve
Gemi Makineleri Mühendisliği

Çalıştığı Kurum

2004-Devam ediyor Deniz Kuvvetleri Komutanlığı