T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KAPALI DEVRE TEDARİK ZİNCİRİ PROBLEMİNE BULANIK KARAR VERME YAKLAŞIMI

ELİF BUDAK

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

DANIŞMAN
YRD. DOÇ. DR. BEYZA AHLATCIOĞLU ÖZKÖK

İSTANBUL, 2012

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KAPALI DEVRE TEDARİK ZİNCİRİ PROBLEMİNE BULANIK KARAR VERME YAKLAŞIMI

Elif BUDAK tarafından hazırlanan tez çalışması 02/08/2012 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Yrd.Doç. Dr. Beyza AHLATCIOĞLU ÖZKÖK

Yıldız Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri

Yrd.Doç. Dr. Beyza AHLATCIOĞLU ÖZKÖK

Yıldız Teknik Üniversitesi ______________________

Prof. Dr. Fatma TİRYAKİ

Yıldız Teknik Üniversitesi ______________________

Prof. Dr. Erhan ÖZDEMİR

İstanbul Üniversitesi ______________________

ÖNSÖZ

Birlikte çalışma yaptığımız süreçte akademik açıdan bana yol gösteren ve her zaman destek olan, emeğini esirgemeyen Tez Danışmanım ve Değerli Hocam Yrd. Doç. Dr. Beyza AHLATCIOĞLU ÖZKÖK' e en içten duygularımla teşekkür ederim.

Programlama konusunda ve başka birçok noktada bana destek olan Değerli Hocam Yrd. Doç. Dr. Hale GONCE KÖÇKEN' e en içten duygularımla teşekkür ederim.

Birlikte yaptığımız çalışmalarda bana destek olan Değerli Arkadaşım Arş. Gör. Sinan ERCAN'a en içten duygularımla teşekkür ederim.

Çalışmalarım süresince, bilhassa en yoğun olduğum dönemlerde benden desteğini esirgemeyen oda arkadaşlarıma, özellikle her an yanımda olan Sevgili Arkadaşım Arş. Gör. Elif Segah ÖZTAŞ'a en içten duygularımla teşekkür ederim.

Eğitim hayatım boyunca bana ışık tutan, destek veren, bana inanan tüm Değerli Hocalarıma en içten duygularımla teşekkür ederim.

Hayatımın her aşamasında bana destek olan, varlıklarıyla bana güven veren Sevgili arkadaşlarım Gülşah ÇAKIRAL ve Rabia N. ÜREGEN' e en içten duygularımla teşekkür ederim.

Bana her zaman güvenen, maddi manevi desteğini esirgemeyen Sevgili Babam Mehmet BUDAK' a, Sevgili Annem Filiz BUDAK' a ve Sevgili Ablam Safiye S. BUDAK' a en içten duygularımla teşekkür ederim.

Haziran, 2012

Elif BUDAK

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ ..... İİİ
SİMGE LİSTESİ ..... Vİ
KISALTMA LİSTESİ ..... Vİİ
ŞEKİL LİSTESİ ..... Vİİİ
ÇİZELGE LİSTESİ ..... İX
ÖZET X
ABSTRACT ..... XİI
BÖLÜM 1 1
GİRİŞ 1
1.1 Literatür Özeti 1
1.2 Tezin Amacı 6
1.3 Orijinal Katkı 6
BÖLÜM 2 7
BULANIK MATEMATİK 7
2.1 Bulanık Kümeler 8
2.2 Bulanık Kümelerle İlgili Temel Kavramlar 9
2.3 Bulanık Kümelerde Temel İşlemler 12
2.4 Bulanık Sayılar 14
2.4.1 Üçgensel Bulanık Sayılar 14
2.4.2 Yamuksal Bulanık Sayılar 15
2.5 Bulanık Sayılarda İşlemler 16
2.5.1 Bulanık Sayılarda Yaklaşık İşlemler 16
2.5.1.1 Üçgensel Bulanık Sayılarda Yaklaşık Aritmetik İşlemler 16
2.5.1.2 Üçgensel Bulanık Sayılarda Aritmetik İşlemlerin Özellikleri 17
2.5.1.3 Yamuksal Bulanık Sayılarda Yaklaşık Aritmetik İşlemler 17
2.5.1.4 Yamuksal Bulanık Sayılarda Aritmetik İşlemlerin Özellikleri 18
2.5.2 Bulanık Sayılarda Güven Aralıkları ile Aritmetik İşlemler 18
2.5.2.1 Toplama İşlemi 20
2.5.2.2 Çıkarma İşlemi 21
2.5.2.3 Çarpma İşlemi 21
2.5.2.4 Bölme İşlemi 22

2.5.3 Yaklaşık ve Güven Aralıkları Cinsinden Aritmetik İşlemlerin Karşılaştırılması 23
BÖLÜM 3 29
BULANIK KARAR VERME 29
3.1 Bulanık Kararlar 29
3.2 Bulanık Lineer Programlama 32
3.3 Bulanık Çok Kriterli Karar Verme (BÇKKV) 44
3.3.1 Bulanık Çok Amaçlı Karar Verme (BÇAKV) 45
BÖLÜM 4 53
TEDARİK ZİNCİRİ YÖNETİMİ 53
4.1 Tedarik Zinciri Kavramı 53
4.2 Tedarik Zincirinin Yapısı 54
4.3 Tedarik Zinciri Yönetimi (TZY) 54
4.4 Tedarik Zinciri Karar Değişkenleri 55
4.5 Tersine Tedarik Zinciri Yönetimi (Reverse Supply Chain Management) 56
4.5.1 Tersine Lojistiğin Belirleyici Faktörleri 56
4.6 Kapalı Devre Tedarik Zinciri Yönetimi (Closed-Loop Supply Chain Management) 57
BÖLÜM 5 59
ÇOK AMAÇLI ÇOK AŞAMALI KAPALI-DEVRE TEDARİK ZİNCİRİNE BULANIK BİR YAKLAŞIM(ÇA-ÇAKDTZ) 59
5.1 ÇA-ÇAKDTZ’ ne Bulanık Bir Yaklaşım 64
BÖLÜM 6 72
SONUÇ VE ÖNERİLER 72
KAYNAKLAR 74
ÖZGEÇMİŞ 78

SİMGE LİSTESİ

A_α	$\tilde{A}$ kümesinin kuvvetli α -kesen kümesi
$\tilde{A}$	Bulanık bir küme
A_i	Mümkün karar alternatifleri
C_j	Karar kriteri
p	Hedeften negatif yönde sapma
p_i	Amaç fonksiyonu ve kısıtların sapma miktarları
q	Hedeften pozitif yönde sapma
q_i	Amaç fonksiyonu ve kısıtların sapma miktarları
U_i	A_i alternatifinin faydası
w_j	C_j kriterinin göreli ağırlığı
x_{ij}	Bir karar matrisinde A_i alternatifinin C_j kriterine göre performans puanı
X_d	Uygun çözümler bölgesi, karar uzayı, alternatifler uzayı
z	Amaç fonksiyonu
μ	Üyelik fonksiyonu

KISALTMA LİSTESİ

AHP	Analitik Hiyerarşi Prosesi
BÇAKV	Bulanık Çok Amaçlı Karar Verme
BÇNKV	Bulanık Çok Nitelikli Karar Verme
BÇKKV	Bulanık Çok Kriterli Karar Verme
BLP	Bulanık Lineer Programlama
BKDTZ	Bulanık Kapalı Devre Tedarik Zinciri
ÇALP	Çok Amaçlı Lineer Programlama
ÇAKV	Çok Amaçlı Karar Verme
ÇAKDTZ	Çok Aşamalı Kapalı Devre Tedarik Zinciri
ÇA-ÇAKDTZ	Çok Amaçlı Çok Aşamalı Kapalı Devre Tedarik Zinciri
ÇNKV	Çok Nitelikli Karar Verme
ÇKKV	Çok Kriterli Karar Verme
KDTZ	Kapalı Devre Tedarik Zinciri
KV	Karar Verici
LP	Lineer Programlama
TZ	Tedarik Zinciri
TZY	Tedarik Zinciri Yönetimi
TOPSIS	Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 Konveks ve Konkveks olmayan küme 10
Şekil 2.2 İki bulanık kümenin kesişimi 12
Şekil 2.3 İki bulanık kümenin birleşimi 13
Şekil 2.4 Üçgensel Bulanık Sayılar 15
Şekil 2.5 Yamuksal Bulanık Sayılar 16
Şekil 2.6 Üçgensel Sayıda Güven Aralığı 19
Şekil 2.7 Yamuksal Bulanık Sayıda Güven Aralığı 20
Şekil 2.8 Üçgensel bulanık sayılarda güven aralıklarıyla toplama 21
Şekil 2.9 Güven Aralıkları Cinsinden Çarpım 22
Şekil 2.10 Güven Aralıkları Cinsinden Bölüm 23
Şekil 2.11 Çarpma İşlemi için Sağdan ve Soldan Sapma 26

Şekil 3.1 Olasılık ve Bulanık Problem Alanları, [13]. 29
Şekil 3.2 Bulanık Karar 31
Şekil 3.3 LP-Uygun Çözüm Bölgesi 41
Şekil 3.4 Tam Çözüm Uzayı 50

Şekil 4.1 Genel TZ Yapısı [45]. 54
Şekil 4.2 KDTZ yönetimi 57

Şekil 5.1 1.Amaç: Toplam maliyet (taşıma ve tesis kuruluş) minimizasyonu durumunda elde edilen ÇAKDTZ şebekesi. 69
Şekil 5.2 2. Amaç: Toplam önem yüzdesi maksimizasyonu durumunda elde edilen ÇAKDTZ şebekesi. 70
Şekil 5.3 1. ve 2. Amaç fonksiyonları altında her iki amacın minimum ortak tatmininin maksimum yapıldığı ÇAKDTZ şebekesi 71

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 5.1 Fabrikaların üretim kapasiteleri (K_p) 65
Çizelge 5.2 Müşterilerin talep miktarları (D_m) 65
Çizelge 5.3 Depoların kuruluş maliyetleri $(\dot{A}_w)$ 65
Çizelge 5.4 Dağıtım merkezlerinin kuruluş maliyetleri $(\bar{A}_d)$ 65
Çizelge 5.5 Depoların kapasiteleri $(\dot{K}_w)$ 65
Çizelge 5.6 Dağıtım merkezlerinin kapasiteleri $(\bar{K}_d)$ 65
Çizelge 5.7 Birim üründe bileşenlerin oran katsayıları (V_i) 66
Çizelge 5.8 Depoların bulunduğu bölgelere ait önem yüzdesi (%) $(\dot{J}_w)$ 66
Çizelge 5.9 Dağıtım merkezlerinin bulunduğu bölgeye ait önem yüzdesi (%) $(\bar{J}_d)$ 66
Çizelge 5.10 Tedarikçilerden fabrikalara bileşen başına birim taşıma maliyeti $(\hat{C}_{sip})$ 66
Çizelge 5.11 Fabrikalardan depolara birim taşıma maliyetleri (C_{pw}) 66
Çizelge 5.12 Depolardan dağıtım merkezlerine birim taşıma maliyetleri $(\dot{C}_{wd})$ 66
Çizelge 5.13 Dağıtım merkezlerinden müşterilere birim taşıma maliyetleri $(\bar{C}_{dm})$ 67
Çizelge 5.14 Müşterilerden geri dönüşüm merkezlerine birim taşıma maliyetleri (C'_{mr}) 67
Çizelge 5.15 Amaçların maksimum ve minimum değerleri 67
Çizelge 5.16 Sayısal örneğe ait sonuçlar 68

ÖZET

KAPALI DEVRE TEDARİK ZİNCİRİ PROBLEMİNE BULANIK KARAR VERME YAKLAŞIMI

Elif BUDAK

Matematik Anabilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Beyza AHLATCIOĞLU ÖZKÖK

Karar verme problemleri hayatımızın her aşamasında karşımıza çıkmaktadır ve bu problemler üzerine devamlı gelişen bir literatür mevcuttur. Karar verme doğası gereği belirsizlik içermektedir. Gerçek dünyayı kesin matematiksel yöntemler ile ele almanın ve karşılaşılan karar verme problemlerine bu yöntemler ile çözüm üretmenin zorluğu bilinmektedir. Bulanık karar verme teknikleri, bu güçlüğü aşabilmek için araştırmacılar tarafından sıkça kullanılan bir araçtır.

Günümüz rekabetçi piyasalarında, firmalar için ürünlerini ham madde tedarikçilerinden müşterilerine ulaştırmalarına kadar geçen sürecin optimize edilmesi literatürde önemli bir problem teşkil etmektedir. Son yıllarda giderek kirlenen dünyamız ve kısıtlı enerji kaynakları göz önünde bulundurulursa tedarik zincirini (TZ) ele alan matematiksel modellerin çevreci bakış açısını taşıması kaçınılmaz olmakta ve böylece kapalı devre tedarik zinciri (KDTZ) yönetiminin önemi daha da artmaktadır. Uygulama bölümümüzde ele aldığımız KDTZ şebekesi; tedarikçiler-fabrikalar-depolar-dağıtım merkezleri-müşteriler-geri dönüşüm merkezleri- fabrikalar arasındaki döngüden oluşmaktadır. Son müşteriler tarafından kullanılan ürünlerin belli yüzdeler ile yeniden üretim prosesine katılmak üzere geri dönüşüm merkezleri tarafından toplanması ve yapılan ayrıştırmalar ile yeniden üretim için fabrikalara yollanması durumu ele alınmıştır. Bu çalışmada Çok Aşamalı Kapalı Devre Tedarik Zinciri (ÇAKDTZ) için çok amaçlı lineer bir model verilmiş ve problemin çözümü Zimmermann' ın "min" operatörü kullanılarak, amaçların minimum tatminlerini maksimum yapacak şekilde bulanık bir yaklaşım ile elde edilmiştir. Model tesis yerleşim yerlerini ve şebeke üzerindeki dağıtım miktarlarını belirlemektedir.

Anahtar Kelimeler: Bulanık karar verme, kapalı devre tedarik zinciri, çok amaçlı matematik programlama.

ABSTRACT

FUZZY DECISION MAKING APPROXİMATİON TO CLOSED LOOP SUPPLY CHAİN PROBLEM

Elif BUDAK

Department of Mathematics

MSc. Thesis

Advisor: Assist. Prof. Dr. Beyza AHLATCIOGLU OZKOK

Decision making problems are experienced in every stage of our lives and thefore there exists a continuously evolving literature upon these problems. Decision making includes uncertainty due to its nature. It is known that to handle real world via exact mathematical methods and to provide a solution to encountered decision making problems with these methods is difficult.

In today’s competitive markets, to optimize the process of delivering the products from suppliers of raw materials to the customers for the firms formalizes an important problem in the literature. Increasingly contaminated world and limited sources of energy in recent years are regarded, it is inevitable for the mathematical models of any supply chain to have an environmentalist perspective. Hence, closed loop supply chain (CLSC) method has an increasing importance. The CLSC network in the implementation chapter comprises of the loop amongst suppliers-factories-warehouses-distribution centers-customers-recycling centers. The situations which are gathering the products used by end-users via cycling centers to incorporate them to the production process again at certain percentages and conveying them to the factories after decompositions for reproduction are dealt with. In this study, a multi-objective linear model is given for the multi-echelon closed loop supply chain and the solution is obtained by utilizing Zimmermann’s “min” operator with a fuzzy approach in which the minimum satisfactions of objectives are maximized. The model is to determine the locations of facilities and distribution quantity on the network.

Keywords: Fuzzy decision making, Closed-loop supply chain, Multi-objective linear programming.

BÖLÜM 1

GİRİŞ

1.1 Literatür Özeti

Günlük hayatımızda sıklıkla karşımıza belirsizlik içeren durumlar çıkmakta ve böyle durumlar karşısında bizden bir karar vermemiz beklenmektedir. Karar verme, zihinsel süreçlerin sonucunda, çeşitli alternatifler arasından birinin seçilmesi sürecidir [5]. Hayatımızın her aşamasında karşılaştığımız karmaşık problemlerin çözümü için çeşitli karar modelleri geliştirilmiştir. Karar verme sürecinin doğasında olan belirsizliği etkin bir şekilde ele almak için son yıllarda bulanık küme teorisi sıklıkla başvurulan etkin bir araç olmuştur. Problemlerin içerdiği karar değişkenlerinin, parametrelerin ya da kararın bulanıklaştırılmasıyla daha tatmin edici sonuçlar elde edilmeye başlanmıştır.

Tezimizin bu kısmında öncelikle bulanık küme teorisi üzerine yapılmış temel çalışmalardan bahsedilmiş ve daha sonra tezimizin uygulama alanı olan tedarik zinciri yönetimi (TZY) üzerine hazırlanmış kesin (crisp) ve bulanık karar verme yöntemlerini kullanan çalışmalardan tezimizle paralellik içeren çalışmalar özetlenmiştir.

Bulanık mantık (Fuzzy Logic) kavramı ilk kez 1965 yılında California Berkeley Üniversitesinden Prof. Lotfi A. Zadeh' in bu konu üzerinde ilk makalelerini yayınlamasıyla duyulmuştur. Zadeh [1]' de dilsel yapıların bulanıklık içerdiğini ortaya atmış ve bulanık yapıların küme elemanlarına [0,1] aralığındaki değişik üyelik dereceleri atayarak bu elemanların ifade edilebileceğini göstermiştir.

Zimmerman 1974' te ilk olarak bulanık matematik yardımıyla klasik Lineer Programlama (LP) modelini bulanık yapıda sunmuştur [2]. Matematiksel programlamada çok amaçlı karar verme (ÇAKV) problemi genellikle Kuhn-Tucker'ın ilk olarak 1951'de bahsettiği vektör-maksimum problemi olarak isimlendirilmektedir

[2]. Yager [3]’ te amaç fonksiyonlarının ağırlıklarının farklı olması durumunda çok amaçlı lineer programlama (ÇALP) için bir çözüm yaklaşımı sunmuştur. Zimmermann [4]’ te ilk olarak Bellman ve Zadeh’ in max-min operatörünü kullanarak ÇALP problemlerini çözmek için bulanık bir yaklaşım önermiştir. Zimmermann’ ın [4], bulanık programlama çalışmasının ardından Chanas [5]' te ÇALP problemlerinin çözümü için parametrik programlama yaklaşımını sunmuştur. Li 1990' da ÇALP için iki fazlı bir çözüm yaklaşımı önermiştir. Burada fazlardan ilki max-min operatörünün kullanılmasına dayanmakta ve bu faz sonucunda alternatif çözüm bulunmaması durumunda algoritma son bulmakta, aksi durumda ikinci faza geçilmekte ve tüm üyelik fonksiyonlarının aritmetik ortalamasına dayanan yeni bir program çalıştırılmakta, bu faz sonunda etkin bir çözüm elde edileceği garantilenmektedir [2]. Sakawa vd. [6]’ da ÇALP problemleri için karar vericinin her bir amaç için bulanık hedefleri olduğu kabulü altında etkileşimli bir bulanık tatmin (satisficing) metodu sunmuşlardır. Sakawa ve Yano [7]’ de bulanık parametreli bir ÇALP problemi için etkileşimli bir bulanık tatmin (satisficing) metodu sunmuşlardır.

Baas ve Kwakernaak [8]’ de belirsizlik altında çok alternatifli karar verme problemleri için bir metot önermişlerdir. Saaty’ nin 1980 yılında önerdiği çok nitelikli karar verme (ÇNKV) metotlarından biri olan Analitik Hiyerarşi Prosesi (AHP)’ nin alternatiflerin ve kriterlerin kendi aralarında ikili karşılaştırmalarının üçgensel bulanık sayılar ile ifade edildiği bulanık versiyonu ilk olarak [9]’ da Van Laarhoven ve Pedrycz tarafından sunulmuştur. Buckley [10]’ da yaptığı çalışmada Van Laarhoven ve Pedrycz’ in AHP’ yi bulanıklaştırırken sadece üçgensel bulanık sayıları kullanmalarından ve önerdikleri metotta karşılaşılan lineer denklem sistemlerinin her zaman çözüm vermemesinden dolayı eleştirmiş ve ikili karşılaştırmaların yamuksal bulanık sayılar ile ifade edildiği yeni bir metot önermiştir. Chang [11]’ de bulanık AHP’ nin ikili karşılaştırma ölçeği için üçgensel bulanık sayıları kullanmış ve ikili karşılaştırmaların sentetik derece değeri için derece analiz metodunu önermiştir. Ancak Chang’ ın bulanık AHP metodu literatürde alternatiflere sıfır ağırlık atayabilmesinden dolayı son yıllarda eleştirilmektedir [12]. Negi 1989' da bulanık bilgi içeren ÇNKV problemlerinin yamuksal bulanık sayılar ve bulanık matematik yardımıyla klasik ÇNKV algoritmaları ile çözülebileceğini ifade etmiştir [13].

Diğer önemli ÇNKV tekniklerinden biri olan TOPSIS (Technique for Order Performance by Similarity to Ideal Solution) ilk olarak 1981 yılında Hwang ve Yoon tarafından önerilmiştir [14]. TOPSIS metodu Chen [14]’ te bulanık matematik yardımıyla bulanık çevrede grup karar verme için genişletilmiştir. Chen [15]' te alternatiflerin ve kriterlerin ağırlıklarının sözel değişkenlere dayalı üçgensel bulanık sayılarla ifade edildiği TOPSIS yöntemini önermiştir. Triantaphyllou ve Lin [16]’ da 2 modda AHP (orijinal ve ideal mod), ağırlıklı toplam, ağırlıklı ürün ve TOPSIS olmak üzere 5 tane ÇNKV metodunun gelişimini sunmuşlar ve bu metotları iki geliştirilmiş kritere göre incelemişlerdir. Chiao [17]’ de bir direkt bulanık ağırlıklı ortalama algoritması sunmuştur. Bu algoritma aralık ağırlıklı ortalama (IWA)’ yı bulanık ağırlıklandırma ortalaması (FWA)’ nın α -keseni gibi bulmaktadır. Etkin bulanık ağırlıklı ortalama (EFWA) metoduna dayalı algoritma ile bazı matematiksel önermeler geliştirmiştir. Fan v.d. [18]’ da alternatiflerin tercih bilgisinin olduğu bir çok kriterli karar verme (ÇKKV) problemini incelemişler ve karar verici (KV)’ lerin tercihlerini bulanık bağıntılar ile ifade ettikleri yeni bir çözüm metodu önermişlerdir. Niteliklerin ağırlık vektörünü belirlemek amacıyla lineer hedef programlama modeli kurmuşlar ve sayısal bir örnekle metotlarını açıklamışlardır. Li [19]’ da gerçek hayat uygulamalarında önemli bir yere sahip olan belirsizlik altında bulanık çok nitelikli karar verme (BÇNKV) üzerine çalışmış ve göreceli üyelik derecelerinin ve ağırlıkların belirlenmesi için ikili zincir karşılaştırma metodu önermiştir. Li [20]’ de çok nitelikli karar verme (ÇNKV)’ yi sezgisel bulanık kümeleri kullanarak araştırmış ve niteliklerin optimal ağırlık üretimi için birkaç LP modeli sunmuştur. Ayrıca önerilen metodun uygunluğunu ve etkinliğini sayısal bir örnekle açıklamıştır.

TZ en genel haliyle; tedarikçiler, imalatçılar, dağıtıcılar, toptancılar, perakendeciler gibi çeşitli iş aktörlerinden oluşan bir şebekede, hammadde temininden ürünlerin son tüketicilere dağıtım ve pazarlanmasına kadarki tüm iş aşamalarının birlikte uyum içinde hareketini sağlamak üzere, malların, sürecin ve bilginin akışını yöneten bütünleşik bir sistem olarak tanımlanmaktadır [21]. 1960' lardan başlayarak, gerek akademisyenler gerekse uygulamacılar tarafından ilgiyle ele alınan TZY üzerine kesin ve bulanık karar verme yöntemleri kullanılarak çok sayıda çalışma yapılmıştır.

TZY literatürünü çeşitli sınıflandırmalara göre incelemek mümkündür. Beamon, [23]’ te çok aşamalı TZ için bir literatür araştırması vermiştir. Croom v.d., [24]’ te Procite veri tabanını kullanarak bir literatür taraması sunmuşlar ve bunu yaparken içerik ve metodoloji olmak üzere iki kriter kullanmışlardır. Min ve Zhou, [22]’ de ise TZ' ni konu alan araştırmalar üzerine bir inceleme yapmışlardır. Srivastava, S. K. [25]’ te, yeşil TZ üzerine bir literatür taraması sunmuştur.

Tsiakis vd. [26]’ da yerleri sabit fabrikaların, yerleri ve sayıları müşteri talepleri doğrultusunda belirlenen depoların ve dağıtım merkezlerinin bulunduğu çok ürünlü çok aşamalı TZ için lineer karma tamsayılı bir model vermişlerdir. Modelin amacı depoların ve dağıtım merkezlerinin kuruluş, üretim ve taşıma maliyetlerinin minimize edilmesidir. Fleischmann vd. [27]’ de kullanılmış ve geri dönüşümü olan ürünlerin dikkate alındığı tersine lojistik içerikli KDTZ şebekesi üzerine çalışmışlardır. Krikke vd. [28]' de buzdolabı üretimi yapan bir firmanın KDTZ yapısı için karma tamsayılı doğrusal bir model oluşturmuşlardır. Modeli, farklı parametreler kullanarak farklı senaryolar için toplam maliyet, toplam enerji kullanımı ve atık miktarının minimizasyonu amaçları altında çalıştırmışlardır. Chen ve Lee [29]’ da çok aşamalı bir TZ için kurulan modelde bilinmeyen pazar taleplerini bilinen olasılıklar ile ayrık senaryolar kurarak değerlendirmeye almışlardır. Katılımcılar arasındaki adil kâr dağılımı, güvenilir stok seviyeleri, maksimum müşteri hizmeti vs. gibi birbiri ile çelişen amaçlar içeren lineer olmayan karma tamsayılı bir model sunmuşlardır. Chen ve Lee modelin çözümü için iki fazlı bulanık karar verme metodu önermişler ve sayısal bir örnek ile çözüm yöntemini açıklamışlardır.

TZY üzerine modellerin parametrelerindeki ya da çözüm aşamalarındaki belirsizlikleri ele alabilmek için bulanık küme teorisi araştırmacılar için iyi bir araç teşkil etmektedir. Wang ve Shu, [30]’ da, TZ' ndeki talep belirsizliği ve veri eksikliği olması durumunun üstesinden gelmek için bulanık karar verme metodolojisi kullanmışlardır. Kumar vd. [31]’ de toplam maliyetin minimizasyonu, ürün kalitesinin ve ürünün müşteriye zamanında teslim seviyesinin maksimizasyonu amaçları altında, müşteri talepleri, tedarikçi kapasitesi, tedarikçi esnekliği gibi kısıtları bulunan bulanık çok amaçlı tamsayılı programlama modeli önermişlerdir. Modelde çeşitli parametrelerdeki belirsizlik bulanık küme teorisi yaklaşımı ile ele alınmıştır. Amid vd. [32]’ de TZ' nde doğru tedarikçi seçiminin hayati öneme sahip olduğunu belirterek hedefler, kısıtlar ve parametrelerdeki belirsizliklerin karar verme problemini güçleştirdiğini vurgulamışlardır. Bu çalışmada çok amaçlı lineer bir model vermişler ve modelin çözümü için asimetrik bulanık karar verme tekniği kullanmışlardır. Liang [33]’ te parçalı lineer üyelik fonksiyonlarıyla bulanık çok amaçlı taşıma problemi çözümü için toplam dağıtım maliyeti ve dağıtım süresi minimizasyonu amaçları altında etkileşimli

ÇALP metodu önermiştir. Kumar vd. [34]' te maliyet minimizasyonu, kalite ve zamanında dağıtım maksimizasyonu amaçları ve alıcı talebi, satıcı kapasitesi ve kota esnekliği vb. kısıtları altında tedarikçi seçimi problemi için bir bulanık çok amaçlı tam sayılı programlama formülasyonu önermişlerdir. Çeşitli girdi parametrelerindeki belirsizlik bulanık lineer üyelik fonksiyonları ile ele alınmıştır. Chen vd. [35]' te konumları belirli ve sayıları sabit fabrikalar ve müşteri merkezleri ile konumları belirli olmayan dağıtım merkezleri ve depolardan oluşan çok ürünlü, çok periyotlu ve çok aşamalı bir TZ için karma tamsayılı lineer bir model önermişlerdir. Bilinmeyen talepler, olasılıkları bilinen ayrık senaryolar ile değerlendirilmiştir. Modelin amaçları; toplam maliyetin minimizasyonu, ürün teslim süresinin minimizasyonu, ve karar vericinin kararlarının farklı senaryolar için tutarlılığının maksimizasyonu olarak belirlenmiştir. Dengeli bir çözüm üretmek üzere iki aşamalı bir bulanık karar verme metodu önerilmiş ve metot sayısal bir örnek ile açıklanmıştır. Amid vd. [36]' da tedarikçi seçimi problemi için ağırlıklı toplamsal bulanık çok amaçlı bir model önermişlerdir. Modelin amaçları; net maliyetin minimizasyonu, reddedilen ürün miktarının minimizasyonu ve geç teslim süresinin minimizasyonudur. Her bir amacın önem ağırlıklarının farklı olmasından dolayı model amaçların ağırlıklandırılmış üyelik fonksiyonlarını birleştirip ilgili karar fonksiyonlarını oluşturmaktadır. Ahlatcioglu Ozkok ve Tiryaki [37]' de çok ürünlü TZ yapısında tedarikçi seçim problemi için çok amaçlı lineer programlama (ÇALP) modeline Werners' in "bulanık ve" operatörüyle bulanık dengeleyici bir yaklaşım önermişlerdir. Amid vd. [38]' de tedarikçi seçimi problemlerinde birçok parametrenin belirsizlik içerdiğini vurgulayarak bulanık küme teorisinin bu bilgi belirsizliğini ve tutarsızlığını ortadan kaldırmak için faydalı olduğunu belirtmişler ve bilgi ve kriter ağırlıklarının belirsizliğini ele almak için ağırlıklandırılmış bulanık maks-min modeli geliştirmişlerdir. Bu çalışmada AHP ile kriter ağırlıkları belirlenmiş ve önerilen model yardımıyla karar vericilere tedarikçilerin bir tercih sırası sunulmuştur. Pishvaee ve Razmi, [39]' da verilerinde belirsizlik içeren çevresel TZ için bir bulanık çok amaçlı matematik programlama modeli önermişlerdir. Wei ve Zhao, [40]' ta perakende rekabetinin olduğu bulanık kapalı devre tedarik zinciri (BKDTZ)' nde optimal fiyatlama karar problemi üzerine çalışmışlardır. Bu çalışmada TZ' ndeki bulanıklık, müşteri talepleri, yeniden üretim ve toplama maliyetlerinin içerdiği bulanıklık olarak alınmıştır.

1.2 Tezin Amacı

“Kapalı Devre Tedarik Zinciri Problemine Bulanık Karar Verme Yaklaşımı” isimli tezimizin temel amacı, TZY problemlerinde; bilgi eksikliğinden, değişen ekonomik koşullardan veya problemlerin kendi doğasından kaynaklanan belirsizliklerin bulanık matematik aracılığıyla modellere yansıtılması ve bu modellere çözüm önerisi getirilmesidir.

Tezimizde son yüzyılda yaygın olarak kullanılan TZY' ni çevresel bir bakış açısıyla ele alan KDTZ yönetimi incelenmiştir.

Tezimizin Giriş bölümünden sonra Bölüm 2’ de bulanık matematik kavramı açıklanmış, bulanık kümeler, bulanık sayılarda işlemler ve bulanık sayılarda güven aralıklarıyla yapılan aritmetik işlemler gösterilmiştir.

Bölüm 3' te BKV ele alınmış ve ÇKKV yöntemlerinden biri olan ÇAKV açıklanmıştır. Bölüm 4' te ise TZY kavramı, yapısı, karar değişkenleri başlıkları altında ve Tersine Lojistik ile birleştirilmesiyle oluşan KDTZ yönetimi açıklanmıştır. Bölüm 5' te ise KDTZ şebekesi için bir ÇALP modeli önerilmiş ve bu model için önerilen bulanık çözüm yaklaşımı sayısal bir örnek ile açıklanmıştır.

1.3 Orijinal Katkı

Biz tezimizde, çok amaçlı çok aşamalı kapalı devre tedarik zinciri (ÇA-ÇAKDTZ) için karma tam sayılı lineer bir model önerdik ve bu model yardımıyla çok aşamalı şebekemizde depo ve dağıtım merkezlerinin yerleşim yerleri ve müşteri taleplerini karşılayacak şekilde ürün dağıtım miktarlarının kararlarını verdik. Ayrıca müşterilerden toplanan kullanılmış ürünlerin üretim prosesine yeniden kazandırılması halini de modele ekledik. Çok amaçlı lineer matematiksel modelimiz Zimmermann’ın “min” operatörü kullanılarak, amaçların minimum tatminlerini maksimum yapacak şekilde bulanık bir yaklaşım ile elde edilmiştir. Model tesis yerleşim yerlerini ve şebeke üzerindeki dağıtım miktarlarını belirlemektedir.

BÖLÜM 2

BULANIK MATEMATİK

Klasik küme kavramı ilk olarak Alman matematikçi Georg Cantor tarafından 1874' te ortaya atılmıştır. Varlıkların "küme" denen topluluklar halinde ifade edilmesi çok eski bir işlem olsa da, küme kavramının teori haline getirilmesi 19. yy' ın sonlarına doğru gerçekleşmiştir. Bir küme iyi tanımlı nesneler topluluğu olarak tanımlanabilir [41].

Örneğin, yaşlılık kavramı insanların zihinlerinde çok farklı çağrışımlar oluşturmakta ve bunun belirli bir kriteri bulunmamaktadır. Açıktır ki, klasik küme teorisine göre bir topluluk içinden kimlere yaşlı denileceği bilinemediğinden "yaşlı insanlar" kümesi oluşturulamaz.

Sınırları kesin olarak belirlenmemiş bir kavramın Cantor' un klasik küme gösterimi ya da ikili mantıkla gösterilip gösterilemeyeceğini Kel Paradoksu (***Baldheaded Paradox***) ile inceleyelim;

Önerme: n $(n \in \mathbf{N})$ tel saça sahip bir adam kel ise; $n+1$ tel saça sahip adam da keldir. Bu önermeye dayanarak aşağıdaki paradoksu ispatlayabiliriz:

Kel Paradoksu (***Baldheaded Paradox***): Tüm adamlar keldir.

İspat:

1. 1 tel saça sahip adam keldir.

2. n tel saça sahip bir adamın kel olduğunu kabul edelim.

3. Varsayımdan, $n+1$ tel saça sahip adam keldir.

4. Tümevarımdan, tüm adamlar keldir.

Önermeden de görülebileceği gibi "kellik" v.b. gibi göreceli kavramları matematiksel olarak tanımlamak için 2 değer: $\{0,1\}$ yetersiz kalmaktadır. Bu kavramlara "Bulanık

Kavramlar” denilirse, bulanık kavramların tanımları için $[0,1]$ aralığındaki farklı değerlerin kullanılması gerekmektedir [42]. Cantor’ un küme tanımının genişletilmesine ihtiyaç duyulduğu bu noktada California Berkeley Üniversitesinden Prof. Lotfi A. Zadeh’ in 1965’te yayınladığı makaleyle bulanık mantık kavramı ortaya çıkmıştır ve bu çalışmanın ardından bulanık mantığın önemi gittikçe artmıştır [1]. Bulanık mantık belirsizliklerin anlatımı ve belirsizliklerle matematiksel olarak çalışmanın kapılarını açmıştır. Yaşadığımız dünya belirsizliklerle doludur. Bu belirsizlikleri matematiksel olarak yorumlayıp, bir sonuç çıkarabilmek için bulanık mantık kullanılır. Bulanık mantık ile klasik mantık arasındaki temel fark belirsizliğin matematiksel ifadesinde ortaya çıkmaktadır. Klasik matematiksel yöntemlerde verilen kararın kesin olmasından dolayı, karmaşık sistemleri modellemek ve kontrol etmek sıkıntılıdır. Bulanık mantık, bu tür durumları ele almak için araştırmacılar tarafından sıklıkla başvurulan bir araç olmuştur.

Örneğin, insanların boylarına göre kümelendirilmesi istense 1.70 cm boyundaki birinin uzun ya da kısa insanlar kümelerinden hangisine dahil olması gerektiği net değildir. Benzer şekilde, kalabalık, büyük v.b. gibi birçok dilsel değişken için de aynı belirsizlik söz konusudur. Bir kümenin elemanlarını ifade edebilmek için iki değerli mantığın kesin değerleri yerine, $[0,1]$ aralığındaki değerler kullanılabilmektedir. Sonuç olarak bulanık mantıkta matematiksel tanımlama ile birlikte dilsel değişkenlerin de ele alınabileceği açıktır. Bir başka deyişle kantitatif ve kalitatif değerlendirmeler aynı anda yapılabilmektedir [13].

2.1 Bulanık Kümeler

Klasik küme teorisine göre bir eleman o kümeye “ya aittir ya da değildir” yani “ x, A kümesinin elemanıdır” görüşü doğru ya da yanlış olarak iki kesinlikle cevaplanır. Bir elemanın kümeye ait olup olmamasını matematiksel olarak belirlemede karakteristik fonksiyon kullanılır. Elemanın üyelik değeri kümeye ait ise 1, aksi durumda 0 değerini alır. Bulanık küme teorisinde ise bir elemanın kümeye aitliğine üyelik derecesi atanarak cevaplar verilir. Genellikle günlük hayatta kesin cevaplar vereceğimiz soruların sınırlı olduğu göz önüne alınırsa gerçek hayatı ele alırken kesin sayılar ve sınırlar yerine bulanık sayılar kullanılabilir. Klasik küme teorisine göre $x \in X$ ve $A \subseteq X$ olmak üzere klasik bir A kümesinin üyelik fonksiyonu;

$$\mu_A(x)=\begin{cases}1 & ; \quad x\in A\\ 0 & ; \quad x\notin A\end{cases}$$

dır.

Tanım 2.1 Bulanık Küme

$x\in X$ ve $\tilde{A}$ bulanık küme olsun. X 'in elemanları sıralı ikililer olmak üzere

$$\tilde{A}=\left\{\left(x,\mu_{\tilde{A}}(x)\right)\ \middle|\ x\in X\right\} \text{ ya da } \tilde{A}=\sum\frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x}$$

şeklinde ifade edilir.

Klasik küme teorisinde karakteristik fonksiyon için üyelik değerleri {0,1} gibi iki değere sahipken, bulanık üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A}}(x)$, [0,1] aralığında değerler alır [2].

Örnek 2.1: $X=\{13,15,17,21,35\}$ kümesi, 17' ye yakın sayılardan oluşan bir küme olarak tanımlansın, bu durumda kümenin elemanlarına birer üyelik derecesi atanarak elde edilen $\tilde{A}$ bulanık kümesi

$$\tilde{A}=\{(13,0.6),(15,0.8)(17,1),(21,0.6),(35,0)\} \text{ ya da } \tilde{A}=\frac{0.6}{13}+\frac{0.8}{15}+\frac{1}{17}+\frac{0.6}{21}+\frac{0}{35}$$

ile ifade edilebilir.

Buna göre 15 küme içinde 1 üyelik derecesi ile 17' ye en yakın sayıdır. 0.6 üyelik derecesi ile 13 ve 21' in yakınlığı eşit olarak değerlendirilmiştir. 35 ise 0 üyelik derecesine sahip ve başka bir deyişle 17' ye yakın sayılardan değildir.

2.2 Bulanık Kümelerle İlgili Temel Kavramlar

Tanım2.2 Bulanık Kümenin Desteği

Matematiksel olarak:

$$S(\tilde{A})=\{x\in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x)>0\}$$

şeklinde ifade edilen kümenin desteği üyeliği sıfırdan farklı olan değerlerden oluşur [2].

Örnek 2.2: $\tilde{A}=\{(13,0.6),(15,0.8)(17,1),(21,0.6),(35,0)\}$ bulanık kümesinin desteği

$S(\tilde{A})=\{(13,0.6),(15,0.8)(17,1),(21,0.6)\}$' dır.

Tanım 2.3 Bulanık Kümenin α -keseni

$\tilde{A}$ bulanık kümesinin elemanlarından üyelik derecesi en az α olan elemanlardan oluşur ve matematiksel olarak;

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$$

şeklinde ifade edilir [2].

Örnek 2.3: $A = \{(13,0.6),(15,0.8)(17,1),(21,0.6),(35,0)\}$ bulanık kümesi için $\alpha-$ keseni, $\alpha = 0.7$ seçilmesi halinde;

$A_{\alpha=0.7} = \{(17,1),(15,0.8)\}$

dir.

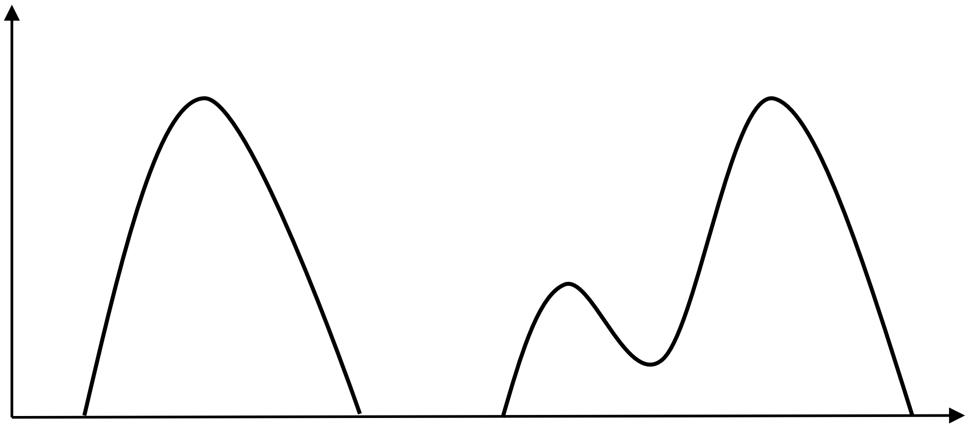
Tanım 2.4 Bulanık Kümenin Konveksliği

Konvekslik tanımı bulanık küme teorisi için önemli bir özelliktir. $\forall x_1, x_2 \in X$ ve $\lambda \in [0,1]$ için $\tilde{A}$ bulanık kümesi

$$\mu_{\tilde{A}}\left(\lambda x_1 + (1\text{-}\lambda) x_2\right) \geq \min\left(\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\right)$$

şartını sağlıyor ise konvekstir [2].

Şekil 2.1' de konveks ve konveks olmayan kümelerlere birer örnek gösterilmektedir.



Şekil 2. 1 Konveks ve Konkveks olmayan küme

Tanım 2.5 Bulanık Kümenin Normalliği

Bir $\tilde{A}$ bulanık kümesi için $\mu_{\tilde{A}}(x') = 1$ koşulunu sağlayan en az bir $x' \in \tilde{A}$ varsa küme normaldir.

Bulanık kümenin konveksliği ve normalliği tanımlarından yararlanılarak bulanık sayının tanımını verebiliriz.

Tanım 2.6 Bulanık Sayı

Konvekslik ve normalite şartını birlikte sağlayan bulanık kümeye bulanık sayı denir.

Tanım 2.7 Bulanık Kümenin Kardinalitesi

Sonlu bir bulanık $\tilde{A}$ kümesi için kardinalite;

$$|\tilde{A}| = \sum \mu_{\tilde{A}}(x), \quad x \in X$$

şeklinde tanımlanır.

Sonsuz $\tilde{A}$ kümesi için ise;

$$|\tilde{A}| = \int_{x} \mu_{\tilde{A}}(x)\, dx$$

şeklinde olacaktır. Göreceli (relative) kardinalite ise;

$$\|\tilde{A}\| = \frac{|\tilde{A}|}{|X|}$$

şeklinde ifade edilebilir.

$\tilde{A}$ 'nın elemanlarının X ' de ağırlıklandırılması yardımıyla göreceli kardinalite oluşur.

Örnek 2.4: $\tilde{A} = \{(13, 0.6), (15, 0.8)(17, 1), (21, 0.6), (35, 0)\}$ ve $X = \{13, ..., 35\}$ olmak üzere $\tilde{A}$ kümesi için kardinalite $|\tilde{A}| = 0.6 + 0.8 + 1 + 0.6 + 0 = 3$

ve göreceli kardinalitesi $$\|\tilde{A}\| = \frac{|\tilde{A}|}{|X|} = \frac{3}{5} = 0,6$$

olarak bulunur.

2.3 Bulanık Kümelerde Temel İşlemler

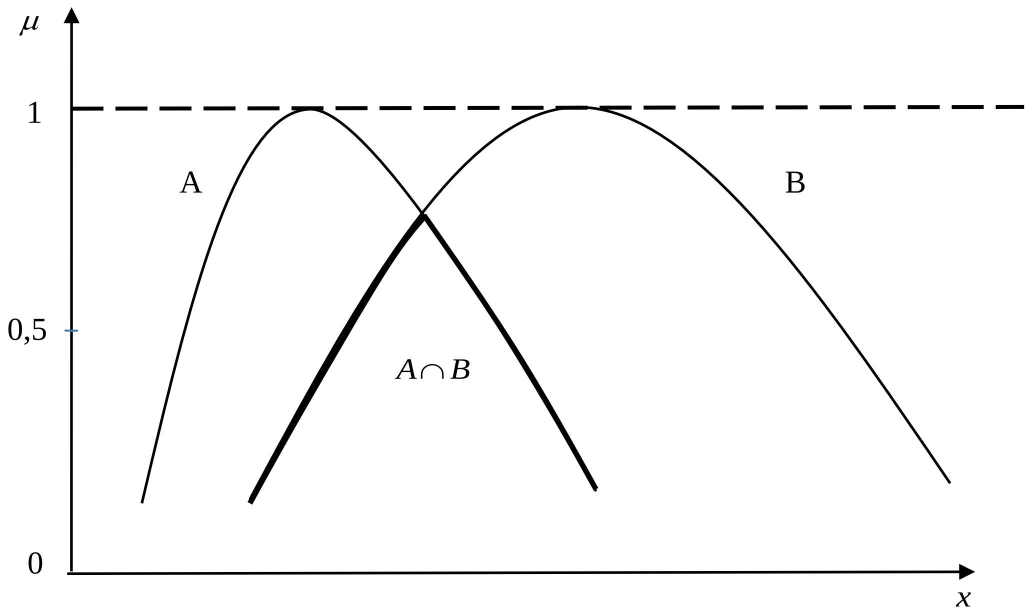
Üyelik fonksiyonları bulanık kümelerde kritik öneme sahiptir. Bu sebeple bulanık sayılarla işlemler üyelik fonksiyonlarıyla tanımlanır. Bu kısımda Zadeh' in 1965 yılında tanımladığı işlemlerden faydalanılacaktır [2].

Tanım 2.8 Kesişim İşlemi

$\tilde{C} = \tilde{A} \cap \tilde{B}$ kesişim kümesi olmak üzere, kesişimin üyelik fonksiyonu:

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \min\left\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\right\}, \qquad x \in X$$

dir ve ilgili grafik şekil 2.2' de görülmektedir.



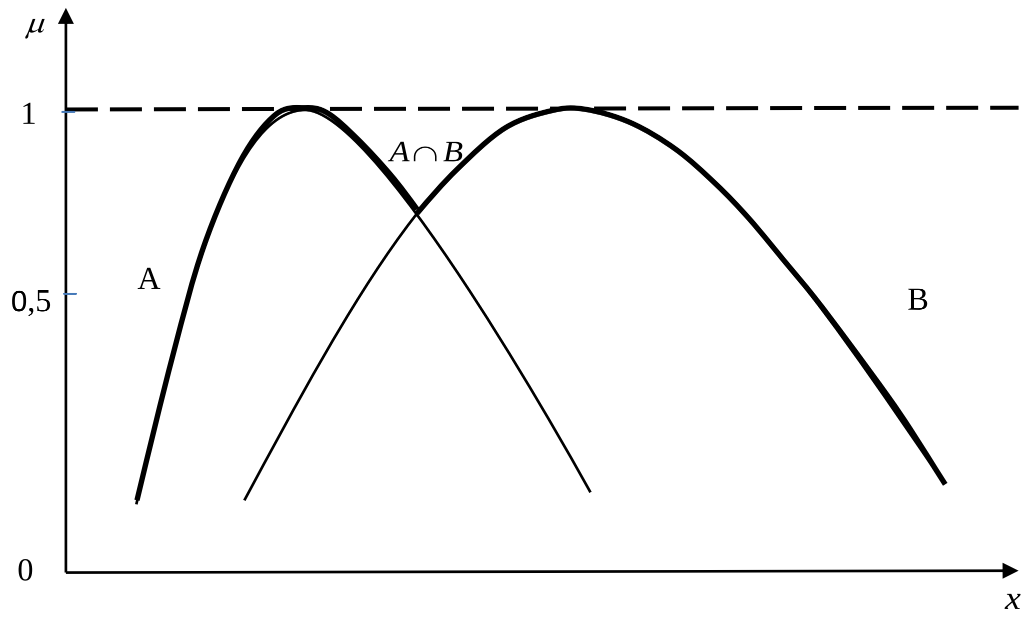
Şekil 2. 2 İki bulanık kümenin kesişimi

Tanım 2.9 Birleşim İşlemi

$\tilde{D} = \tilde{A} \cup \tilde{B}$ birleşim kümesi olmak üzere, birleşimin üyelik fonksiyonu:

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \max\left\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\right\}, \qquad x \in X$$

dir ve ilgili grafik Şekil 2.3' de görülmektedir.



Şekil 2. 3 İki bulanık kümenin birleşimi

Örnek 2.5: A ve B bulanık kümeleri;

$A=$ "10' dan çok büyük reel sayılar"

$B=$ "11'e yakın sayılar" olsun.

Üyelik fonksiyonları;

$$\mu_A(x)=\begin{cases}0 & , \quad x\le 10\\ (1+(x-10)^{-2})^{-1}, & \quad x>10\end{cases}$$

$$\mu_B(x)=(1+(x-11)^4)^{-1}.$$

şeklinde tanımlansın. A ve B bulanık kümelerinin kesişim ve birleşim kümelerinin üyelik fonksiyonları sırasıyla:

$$\mu_{A\cap B}(x)=\begin{cases}\min\left[(1+(x-10)^{-2})^{-1},(1+(x-11)^4)^{-1}\right] & ,x>10\\ 0 & ,x\le 10\end{cases}$$

$$\mu_{A\cup B}(x)=\max\left[(1+(x-10)^{-2})^{-1},(1+(x-11)^4)^{-1}\right], \quad x\in X$$

şeklindedir.

Tanım 2.10 Bulanık Kümenin Tümleyeni

$\tilde{A}$ bulanık kümesinin tümleyeni $\bar{\tilde{A}}$ şeklinde gösterilir ve üyelik fonksiyonu $\forall x \in X$ için $\mu_{\bar{\tilde{A}}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x)$ şeklindedir.

Örnek 2.6: $\tilde{A} = \{(13,0.6),(15,0.8)(17,1),(21,0.6),(35,0)\}$ ve $X = \{13,...,35\}$ olmak üzere**;** $\tilde{A}$ kümesinin X ' e göre tümleyeni;

$\bar{\tilde{A}} = \{(13,0.4),\ (14,1),\ (15,0.2),\ (16,1),(17,0)(18,1),\ (19,1),\ (20,1),(21,0.4)\ ,...,(35,1)\}$ şeklinde oluşturulur.

NOT:

- $A \cap \tilde{A} \neq \emptyset$
- $A \cup \tilde{A} \neq E$ **,** E burada evrensel uzayı ifade etmektedir.

Özellikleri normal kümelerdeki cebirsel işlemlerden farklılık gösterir. Bu iki işlem hariç bulanık kümelerin cebirsel özellikleri ile normal kümelerin cebirsel özellikleri aynıdır.

2.4 Bulanık Sayılar

Bulanık sayı tanımı “10'a yakın”, “7 civarında” gibi sayısal niceliklerin belirsizliğini ele almak için kullanılır. Bulanık sayı büyüklüğü kesin olarak göstermediğinden, kümeye aitlik derecesini veren üyelik fonksiyonu ile ifade edilir. $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ile gösterilen bu fonksiyon [0,1] aralığındadır. $\mu_{\tilde{A}}(x)$=0 ise x sayısı kümenin elemanı değildir. $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ ise x sayısı kesinlikle kümenin elemanıdır. Diğer durumlarda x ’ in kümede olması bulanık olarak tanımlanmıştır. $\mu_{\tilde{A}}(x)$ değeri 1’ e ne kadar yakınsa x sayısının kümenin üyesi olma derecesi de o kadar fazladır [12].

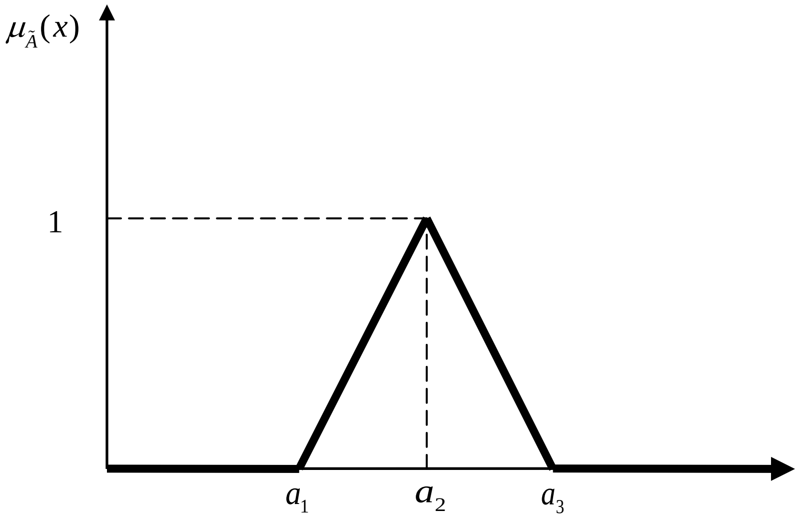
2.4.1 Üçgensel Bulanık Sayılar

Üçgensel bulanık sayılar (a_1, a_2, a_3) gibi üçlüler ile gösterilirler. Burada a_2 büyüklüğü kesin değeri, a_1 ve a_3 ise büyüklüğün alt ve üst sınırlarının kabul edilebilir değerlerini göstermektedir.

$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ olmak üzere, $\tilde{A}$ sayısının üyelik fonksiyonu;

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases} 0 & x<a_1 \\ \dfrac{x-a_1}{a_2-a_1} & a_1 \le x < a_2 \\ \dfrac{a_3-x}{a_3-a_2} & a_2 \le x \le a_3 \\ 0 & a_3 < x \end{cases}$$

dir ve grafiği Şekil 2.4’ te görülmektedir [12].



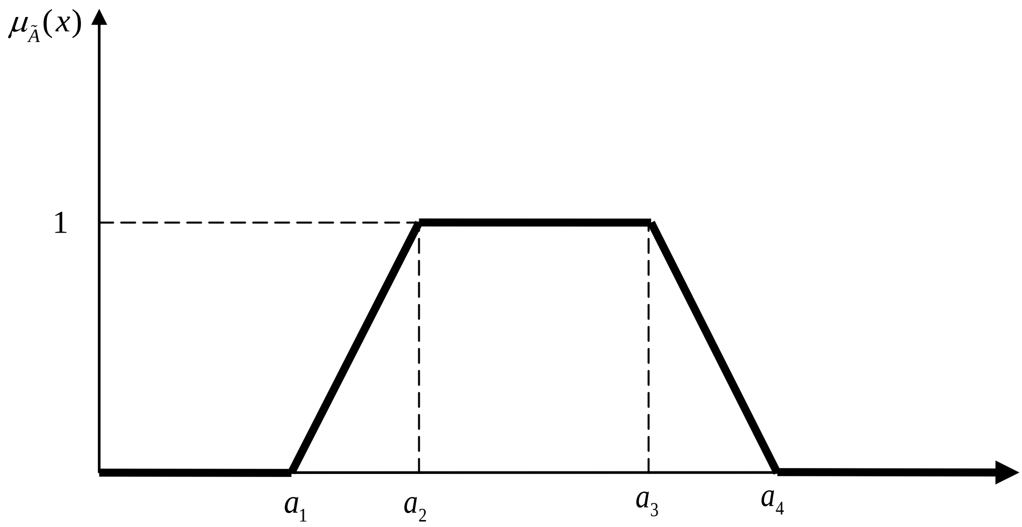
Şekil 2. 4 Üçgensel Bulanık Sayılar

2.4.2 Yamuksal Bulanık Sayılar

Yamuksal bulanık sayılar (a_1,a_2,a_3,a_4) şeklindeki dörtlülerle ifade edilir. Burada $[a_2,a_3]$ aralığı büyüklüğün kesinlikle gösterilebildiği sayıları ifade eder. a_1 ve a_4 sırasıyla büyüklüğün kabul edilebilir alt ve üst sınırlarıdır. $\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3,a_4)$ yamuksal bulanık sayısının üyelik fonksiyonu ise;

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases} 0 & , \quad x<a_1 \\ \dfrac{x-a_1}{a_2-a_1} & , \quad a_1 \le x \le a_2 \\ 1 & , \quad a_2 < x < a_3 \\ \dfrac{a_4-x}{a_4-a_3} & , \quad a_3 \le x \le a_4 \\ 0 & , \quad x > a_4 \end{cases}$$

yapısındadır ve grafiği şekil 2.5’ deki gibi gösterilebilir [12].



Şekil 2. 5 Yamuksal Bulanık Sayılar

2.5 Bulanık Sayılarda İşlemler

Burada bulanık sayılar ile yapılan aritmetik işlemleri, yaklaşık sonuçlar veren aritmetik işlemler ve güven aralıkları ile aritmetik işlemler olmak üzere iki alt başlık ile inceleyeceğiz.

2.5.1 Bulanık Sayılarda Yaklaşık İşlemler

Yaklaşık aritmetik işlemler, bulanık üçgensel ve bulanık yamuksal sayılar kullanılarak gösterilmiştir [12].

2.5.1.1 Üçgensel Bulanık Sayılarda Yaklaşık Aritmetik İşlemler

$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ ve $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ üçgensel bulanık sayılar olsun.

Eşitlik:

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık sayılarının eşitliği karşılıklı bütün elemanlarının eşit olduğu anlamına gelmektedir. Matematiksel olarak;

$\tilde{A} = \tilde{B} \Leftrightarrow (a_1, a_2, a_3) = (b_1, b_2, b_3) \Leftrightarrow a_1 = b_1,\ a_2 = b_2,\ a_3 = b_3$

dür.

Toplama:

$\tilde{A}(+)\tilde{B} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$ şeklinde ifade edilir ve sonuç yine bir üçgensel bulanık sayıdır.

Çıkarma:

$\tilde{A}(-)\tilde{B}=(a_1-b_3, a_2-b_2, a_3-b_1)$ şeklinde ifade edilir ve sonuç yine bir üçgensel bulanık sayıdır.

Üçgensel Bulanık Sayının Simetriği:

$\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3)$ bir üçgensel bulanık sayı olsun. $\tilde{A}$ sayısının simetriği $-(\tilde{A})=(-a_3,-a_2,-a_1)$ şeklindedir.

Çarpma ve Bölme işlemleri, alt sınır değeri pozitif olan sayılarla yani pozitif bulanık sayılar üzerinde tanımlanacaktır.

Çarpma:

$\tilde{A}.\tilde{B}=(a_1.b_1,\ a_2.b_2,\ a_3.b_3)$ gibi ifade edilir ve sonuç bir üçgensel bulanık sayıdır.

Bölme:

$\tilde{A}:\tilde{B}=\left(\dfrac{a_1}{b_3},\dfrac{a_2}{b_2},\dfrac{a_3}{b_1}\right)$ gibi ifade edilir ve sonuç bir üçgensel bulanık sayıdır.

2.5.1.2 Üçgensel Bulanık Sayılarda Aritmetik İşlemlerin Özellikleri

1. İki üçgensel bulanık sayının toplama ve çıkarma işlemleri sonucu yine bir üçgensel bulanık sayıdır.
2. Çarpma, ters alma ve bölme işlemleri sonucu üçgensel bulanık sayı vermeyebilir.
3. Maksimum ve minimum işlemleri sonucu da bir bulanık üçgensel sayı olmayabilir. Ancak bu işlemlerin sonucu üçgensel bulanık sayı olacak şekilde gösterilebilir.

2.5.1.3 Yamuksal Bulanık Sayılarda Yaklaşık Aritmetik İşlemler

$\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3,a_4)$ ve $\tilde{B}=(b_1,b_2,b_3,b_4)$ şeklinde yamuksal bulanık sayılar olsun.

Eşitlik:

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık sayılarının eşitliği karşılıklı bütün elemanlarının (üyelik fonksiyonlarının) eşitliğiyle sağlanır. Matematiksel ifadeyle;

$$\tilde{A}=\tilde{B}\Leftrightarrow(a_1,a_2,a_3,a_4)=(b_1,b_2,b_3,b_4)\Leftrightarrow a_1=b_1,\ a_2=b_2,\ a_3=b_3,\ a_4=b_4$$

dür.

Toplama:

$\tilde{A}(+)\tilde{B}=(a_1+b_1,a_2+b_2,a_3+b_3,a_4+b_4)$ şeklinde ifade edilir ve sonuç yine bir yamuksal bulanık sayıdır.

Çıkarma:

$\tilde{A}(-)\tilde{B}=(a_1-b_4,a_2-b_3,a_3-b_2,a_4-b_1)$ şeklinde ifade edilir ve sonuç yine bir yamuksal bulanık sayıdır.

Yamuksal Bulanık Sayının Simetriği:

$\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3,a_4)$ yamuksal bulanık sayı olmak üzere A sayısının simetriği de $-(\tilde{A})=(-a_4,-a_3,-a_2,-a_1)$ olacaktır.

Yamuksal bulanık sayılarda da çarpma ve bölme işlemleri, pozitif sayılar üzerinde yapılacaktır.

Çarpma:

$\tilde{A}.\tilde{B}=(a_1.b_1,\ a_2.b_2,\ a_3.b_3,\ a_4.b_4)$ gibi ifade edilir ve sonuçta da yine bir yamuksal bulanık sayı elde edilecektir.

Bölme:

$\tilde{A}:\tilde{B}=\left(\frac{a_1}{b_4},\frac{a_2}{b_3},\frac{a_3}{b_2},\frac{a_4}{b_1}\right)$' dir ve sonuç bir yamuksal bulanık sayı olacaktır.

2.5.1.4 Yamuksal Bulanık Sayılarda Aritmetik İşlemlerin Özellikleri

1. İki yamuksal bulanık sayının toplama ve çıkarma işlemleri sonucu yine bir yamuksal bulanık sayıdır.

2. Çarpma, ters alma ve bölme işlemleri sonucu yamuksal bulanık sayı olmak zorunda değildir.

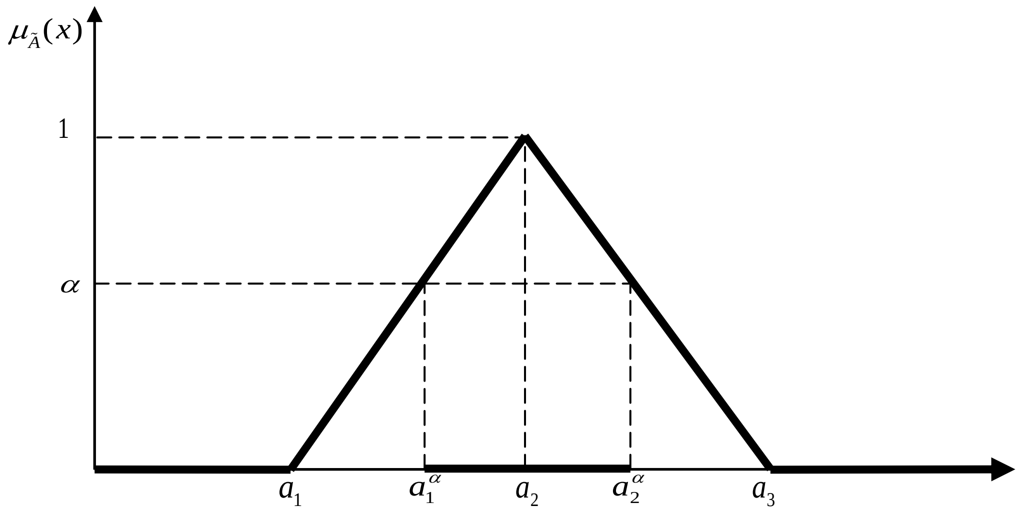
3. Maksimum ve minimum işlemleri de bir yamuksal bulanık sayı sonucu vermeyebilir. Üçgensel bulanık sayılarda olduğu gibi, yamuksal bulanık sayılarda da sonuç yaklaşık olarak elde edilir.

2.5.2 Bulanık Sayılarda Güven Aralıkları ile Aritmetik İşlemler

Bulanık sayılarda güven aralıkları ile yapılan işlemler kesin bilgilerle yapıldığından sonuçları kesin olacaktır.

$\tilde{A}$ bir bulanık küme ve $\alpha \in [0,1]$ olsun. $A_\alpha = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$ kümesine $\tilde{A}$ bulanık kümesinin α seviyesindeki güven aralığı denir.

Örnek 2.8: Bir $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ üçgensel bulanık sayısı için A_α güven aralığı Şekil 2.6' da görülmektedir.



Şekil 2. 6 Üçgensel Sayıda Güven Aralığı

A_α güven aralığı:

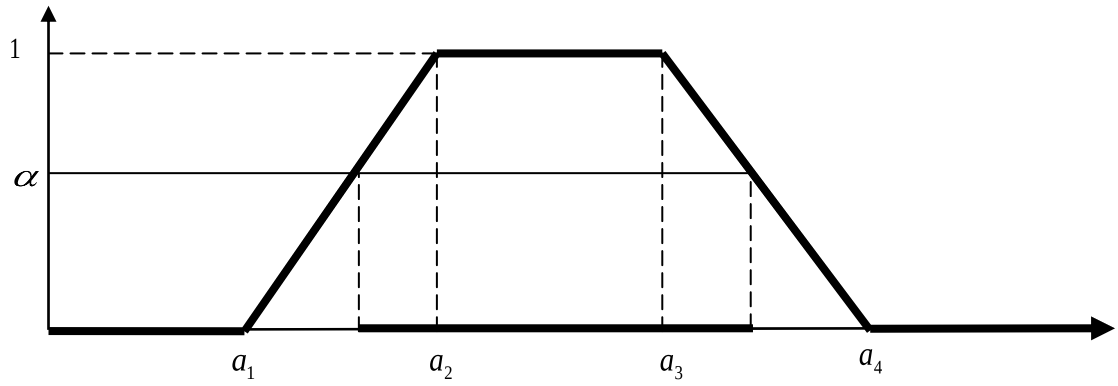
$$A_\alpha = [a_1^\alpha \ , \ a_2^\alpha] = [(a_2 - a_1)\alpha + a_1 \ , \ (a_2 - a_3)\alpha + a_3]$$

şeklinde ifade edilir.

Örnek 2.9: Bir $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ yamuksal bulanık sayısı ve bu sayının A_α güven aralığı Şekil 2.7' de görülmektedir. Burada A_α güven aralığı:

$$A_\alpha = \left[a_1^\alpha \ , \ a_2^\alpha\right] = \left[(a_2 - a_1)\alpha + a_1 \ , \ (a_3 - a_4)\alpha + a_4\right]$$

dir.



Şekil 2. 7 Yamuksal Bulanık Sayıda Güven Aralığı

2.5.2.1 Toplama İşlemi

$\tilde{A}, \tilde{B} \subset R$ olmak üzere ve $\alpha \in [0,1]$ seviyesindeki güven aralığını kullanarak

$$A_\alpha = \left\{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\right\}$$

$$B_\alpha = \left\{x \mid \mu_{\tilde{B}}(x) \geq \alpha\right\}$$

şeklinde tanımlanan iki bulanık sayının toplamı

$$A_\alpha + B_\alpha = \left[a_1^\alpha + b_1^\alpha, a_2^\alpha + b_2^\alpha\right]$$

dir.

Örnek 2.10: $\tilde{A} = (3,5,9)$ ve $\tilde{B} = (4,7,9)$ iki bulanık üçgensel sayı olsun. Bu sayıların güven aralıkları, tanımdan

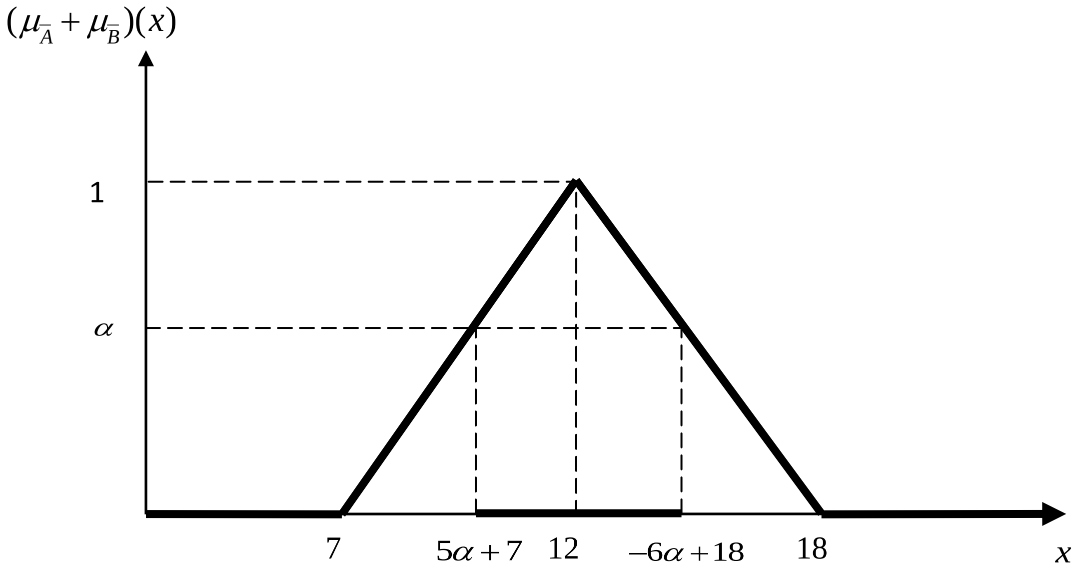
$$A_\alpha = [2\alpha + 3, -4\alpha + 9]$$

$$B_\alpha = [3\alpha + 4, -2\alpha + 9]$$

olacaktır. Bu iki üçgensel sayının toplamı

$$A_\alpha + B_\alpha = [5\alpha + 7 \ , \ -6\alpha + 18]$$

şeklinde ifade edilecektir.



Şekil 2.8 Üçgensel bulanık sayılarda güven aralıklarıyla toplama

2.5.2.2 Çıkarma İşlemi

$\tilde{A},\tilde{B}\subset R$ ve $\alpha\in[0,1]$ olsun.

$A_\alpha=\{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x)\geq\alpha\}$

$B_\alpha=\{x \mid \mu_{\tilde{B}}(x)\geq\alpha\}$

şeklinde tanımlanan güven aralığına sahip iki bulanık sayının farkı

$A_\alpha-B_\alpha=\left[a_1^\alpha-b_2^\alpha, a_2^\alpha-b_1^\alpha\right]$

dır.

Örnek 2.11: $\tilde{A}=(-3,2,4)$ ve $\tilde{B}=(-1,0,5)$ üçgensel bulanık sayılarının güven aralıkları ile farkı;

$$A_\alpha-B_\alpha=[4\alpha-2\ ,\ 3\alpha-1]$$

dir.

2.5.2.3 Çarpma İşlemi

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ pozitif reel sayılar kümesinde tanımlı iki bulanık sayı ve bu sayıların α güven aralıklar için;

$A_\alpha = [\, a_1^\alpha , a_2^\alpha]$ ve $B_\alpha = [b_1^\alpha , b_2^\alpha \,]$

olmak üzere, bu iki bulanık sayının çarpımı, güven aralığı cinsinden,

$A_\alpha (.) B_\alpha = \left[a_1^\alpha \;\; b_1^\alpha , a_2^\alpha \;\; b_2^\alpha \right]$

dır.

Örnek 2.12: $\tilde{A} = (3,5,9)$ ve $\tilde{B} = (4,7,9)$ iki bulanık üçgensel sayı olsun.

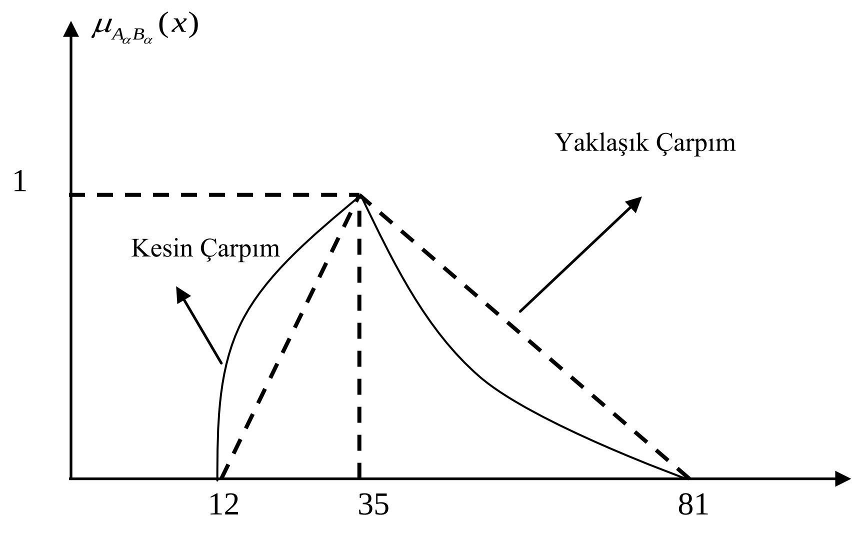
$A_\alpha = [2\alpha + 3, -4\alpha + 9]$ ve $B_\alpha = [3\alpha + 4, -2\alpha + 9]$

olmak üzere,

$A_\alpha (.) B_\alpha = \left[(2\alpha + 3).(3\alpha + 4),\ (-4\alpha + 9).(-2\alpha + 9) \right] = \left[6\alpha^2 + 17\alpha + 12 \ ,\ 8\alpha^2 - 54\alpha + 81 \right]$

dir.

Bu çarpımın grafiği Şekil 2.9’ da verilmiştir.



Şekil 2.9 Güven Aralıkları Cinsinden Çarpım

2.5.2.4 Bölme İşlemi

Bulanık sayılarda bölme işlemi pozitif reel sayılar kümesinde tanımlıdır. $b_1^\alpha > 0$ ve $b_2^\alpha > 0$ olmak üzere her $\alpha \in [0,1]$ için güven aralığı cinsinden

$A_\alpha (:) B_\alpha = \left[\frac{a_1^\alpha}{b_2^\alpha}, \frac{a_2^\alpha}{b_1^\alpha} \right]$

olarak tanımlanır.

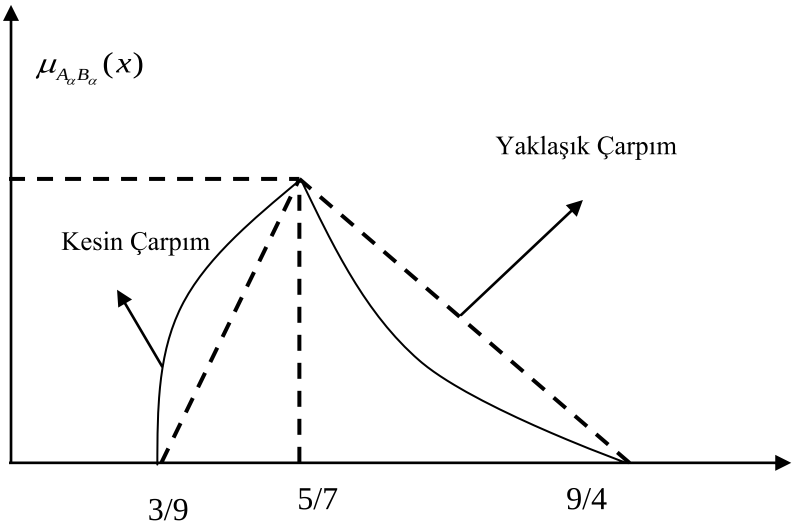
Örnek 2.13: $\tilde{A} = (3,5,9)$ ve $\tilde{B} = (4,7,9)$ iki bulanık üçgensel sayı olsun.

$A_\alpha = [2\alpha + 3, -4\alpha + 9]$ ve $B_\alpha = [3\alpha + 4, -2\alpha + 9]$

olmak üzere,

$$A_\alpha (:) B_\alpha = \left[\frac{2\alpha + 3}{9 - 2\alpha} \, , \, \frac{9 - 4\alpha}{3\alpha + 4} \right]$$

dır ve grafiği şekil 2.10' da verilmiştir.



Şekil 2.10 Güven Aralıkları Cinsinden Bölüm

2.5.3 Yaklaşık ve Güven Aralıkları Cinsinden Aritmetik İşlemlerin Karşılaştırılması

Tezimizin bu bölümünde yukarıdaki bölümlerde detayları ile açıklanan yaklaşık aritmetik işlem yaklaşımı ve güven aralıkları ile aritmetik işlem yaklaşımının karşılaştırılması yapılmış ve her iki yöntem de örneklerle açıklanmıştır [12].

Üçgensel ve yamuksal bulanık sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerinin sonuçlarının yine üçgensel ve yamuksal bulanık sayı verdiğini biliyoruz. Ancak daha önce de belirtildiği gibi çarpma, bölme ve ters alma işlemlerinin sonucu üçgensel ve yamuksal bulanık sayı vermeyebilir.

Çarpma İşlemi:

$\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3)$ ve $\tilde{B}=(b_1,b_2,b_3)$ iki üçgensel bulanık sayı olmak üzere:

$$A_\alpha=\left[a_1+(a_2-a_1)\alpha, a_3-(a_3-a_2)\alpha\right]$$

ve

$$B_\alpha=\left[b_1+(b_2-b_1)\alpha, b_3-(b_3-b_2)\alpha\right]$$

şeklinde ifade edilirse bu iki bulanık sayının çarpımı:

$$A_\alpha(.)B_\alpha=\left[a_1+(a_2-a_1)\alpha, a_3-(a_3-a_2)\alpha\right](.)\left[b_1+(b_2-b_1)\alpha, b_3-(b_3-b_2)\alpha\right]$$

$$=a_1b_1+\left(a_1(b_2-b_1)+b_1(a_2-a_1)\right)\alpha+(a_2-a_1)(b_2-b_1)\alpha^2,$$

$$a_3b_3-\left(a_3(b_3-b_2)+b_3(a_3-a_2)\right)\alpha+(a_3-a_2)(b_3-b_2)\alpha^2]$$

dir.

Bu çarpım yaklaşık aritmetik işlem yaklaşımı kullanılarak yapıldığında $\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3)$ ve $\tilde{B}=(b_1,b_2,b_3)$ olmak üzere $\tilde{A}(.)\tilde{B}=\left[a_1.b_1, a_2.b_2, a_3.b_3\right]$ şeklindedir. Bu sayıyı α güven aralığı şeklinde yazarsak

$$(\tilde{A}(.)\tilde{B})_\alpha=\left[a_1b_1+(a_2.b_2-a_1.b_1)\alpha\ ,\ a_3.b_3-(a_3.b_3-a_2.b_2)\alpha\right]$$

olacaktır.

İki yaklaşımın çarpımından, elde edilen güven aralıkları arasında sapma olduğu görülür. Bu sapmaların sağ ve soldan maksimum olduğu α değerini belirleyelim:

$$Sol_\varepsilon=\left|\,a_1b_1+\left(a_1(b_2-b_1)+b_1(a_2-a_1)\right)\alpha+(a_2-a_1)(b_2-b_1)\alpha^2-a_1b_1-(a_2.b_2-a_1.b_1)\alpha\,\right|$$

$=(a_2-a_1)(b_2-b_1)\left|\alpha^2-\alpha\right|$ soldan sapma miktarıdır. $\alpha\in[0,1]$ olduğundan $\alpha^2\le\alpha$ dır.

Buna göre soldan sapma;

$$Sol_\varepsilon=(a_2-a_1)(b_2-b_1)\left(\alpha-\alpha^2\right)$$

olur. Sol_ε' nun α' ya göre türevini alıp sıfıra eşitlersek soldan sapmanın maksimum olduğu $\alpha=1/2$ değeri elde edilir. Sol_ε' nun α' ya göre ikinci türevi negatiftir (maksimum için ikinci türev testi).

Benzer şekilde sağdan maksimum sapma da

$$Sağ_{\varepsilon} = \left| a_3 b_3 - \left(a_3 \left(b_3 - b_2 \right) + b_3 \right) \alpha + \left(a_3 - a_2 \right) \left(b_3 - b_2 \right) \alpha^2 - a_3 . b_3 - \left(a_3 . b_3 - a_2 . b_2 \right) \alpha \right|$$

$$= \left(a_3 - a_2 \right) \left(b_3 - b_2 \right) \left| \alpha^2 - \alpha \right|$$

$$Sağ_{\varepsilon} = \left(a_3 - a_2 \right) \left(b_3 - b_2 \right) \left(\alpha - \alpha^2 \right)$$

olacaktır.

Bu sağdan sapma da maksimum değerini $\alpha = 0.5$' te alacaktır.

Örnek 2.14: $\tilde{A} = (1,2,4)$ ve $\tilde{B} = (3,6,7)$ iki bulanık üçgensel sayı olsun. Güven aralıkları yolu ile bu iki üçgensel sayı şu şekilde gösterilir.

$A_\alpha = [\alpha + 1, 4 - 2\alpha]$, $B_\alpha = [3\alpha + 3, 7 - \alpha]$ ve bu iki bulanık sayının çarpımı

$$A_\alpha (.) B_\alpha = \left[3\alpha^2 + 6\alpha + 3 \;,\; 2\alpha^2 - 18\alpha + 28 \right]$$

dır.

Aynı işlemi yaklaşık aritmetik işlem yaklaşımı ile yapıldığında,

$\tilde{A}(.)\tilde{B} = (1*3, 2*6, 4*7) = (3, 12, 28)$ elde edilir. Sayıyı $\alpha -$seviyesinde güven aralıkları cinsinden

$$(\tilde{A}.\tilde{B})_\alpha = (9\alpha + 3, -16\alpha + 28)$$

dir.

Bu iki sonuç arasındaki sol sapma;

$$Sol_{\varepsilon} = \left| (3\alpha^2 + 6\alpha + 3) - (9\alpha + 3) \right| = 3\left(\alpha - \alpha^2 \right)$$

dir.

Maksimum sapma ise $\alpha = 0.5$ de meydana gelir. O halde soldan maksimum sapma miktarı:

$$Sol_{\varepsilon} = 3\left(0.5 - 0.5^2 \right) = 0.75$$

dir.

Sapmayı sağdan hesaplarsak

$$Sağ_{\varepsilon} = \left| \left(2\alpha^2 - 18\alpha + 28 \right) - \left(-16\alpha + 28 \right) \right| = 2\left(\alpha - \alpha^2 \right)$$

olduğu görülür.

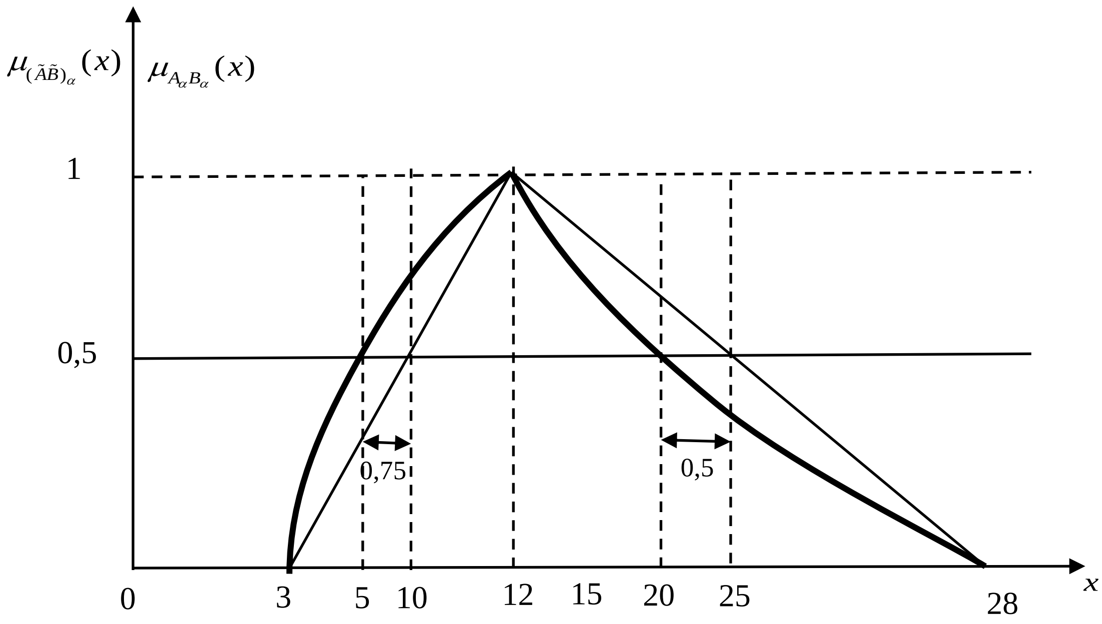
Sağdan maksimum sapma $\alpha = 0.5$ için; meydana gelir ve

$$Sağ_{\varepsilon} = 2\left(0.5 - 0.5^2\right) = 0.50$$

dır.

Soldan ve sağdan maksimum sapma miktarları karar verici tarafından kabul edilebilir sınırlar içerisinde ise güven aralıkları ile yapılan gerçek çarpma işlemi yerine üçgensel sayılar ile yapılan yaklaşık çarpma işlemi alınabilir.

Bu sapmalar Şekil 2.11' de gösterilmiştir.



Şekil 2. 41 Çarpma İşlemi için Sağdan ve Soldan Sapma

Bölme İşlemi

$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ ve $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ iki üçgensel bulanık sayı olsun.

$$A_\alpha = \left[a_1 + (a_2 - a_1)\alpha, a_3 - (a_3 - a_2)\alpha\right]$$

ve

$$B_\alpha = \left[b_1 + (b_2 - b_1)\alpha, b_3 - (b_3 - b_2)\alpha\right]$$

olmak üzere bölme işlemi:

$$A_\alpha(:)B_\alpha = \left[a_1 + (a_2 - a_1)\ \alpha\ ,\ a_3 - (a_3 - a_2)\ \alpha\right](:)\left[b_1 + (b_2 - b_1)\ \alpha\ ,\ b_3 - (b_3 - b_2)\ \alpha\right]$$

$$= \left[\frac{a_1 + (a_2 - a_1)\ \alpha}{b_3 - (b_3 - b_2)\ \alpha}, \frac{a_3 - (a_3 - a_2)\ \alpha}{b_1 + (b_2 - b_1)\ \alpha}\right]$$

şeklinde olacaktır.

Yaklaşık yöntemle bölme işlemi $A(:)B = \left(\frac{a_1}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_1}\right)$

dir.

İki yöntemin sonuçları arasındaki sapmanın maksimum olduğu α değeri aşağıdaki formüllerden elde edilebilir.

Soldan sapma:

$$\alpha = \frac{b_3 - \sqrt{b_3 b_2}}{b_3 - b_2}$$

için maksimumdur.

Sağdan sapma:

$$\alpha = \frac{\sqrt{b_1 b_2} - b_1}{b_2 - b_1}$$

için maksimumdur.

Bu formüller, yukarıda çarpma işlemi için detaylı şekilde verilen prosedüre benzer şekilde elde edilmiştir.

Örnek 2.15: $\tilde{A} = (2,7,13)$ ve $\tilde{B} = (4,8,11)$ iki üçgensel bulanık sayı olsun. Güven aralıkları yolu ile bu iki üçgensel sayı şu şekilde gösterilir.

$A_\alpha = [5\alpha + 2, -6\alpha + 13]$, $B_\alpha = [4\alpha + 4, -3\alpha + 11]$ ve bu iki bulanık sayının güven aralıkları cinsinden bölümü

$$A_\alpha(:)B_\alpha = \left[\frac{5\alpha + 2}{-3\alpha + 11}\ ,\ \frac{-6\alpha + 13}{4\alpha + 4}\right]$$

dır.

Yaklaşık aritmetik işlemlere göre sonucu $\tilde{A}(:)\tilde{B} = \left(\frac{a_1}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_1} \right)$ formülü yardımıyla $\tilde{A}(:)\tilde{B} = \left(\frac{2}{11}, \frac{7}{8}, \frac{13}{4} \right)$ dır ve α -seviyesinde güven aralıkları cinsinden ifadesi:

$$(\tilde{A} : \tilde{B})_\alpha = \left[\frac{2}{11} + \left(\frac{7}{8} - \frac{2}{11} \right)\alpha, \frac{13}{4} - \left(\frac{13}{4} - \frac{7}{8} \right)\alpha \right]$$

$$= \left[0.1818 + 0.6931\alpha, 3.2500 - 2.3750\alpha \right]$$

dır.

Sol sapmanın maksimum olduğu α değeri

$\alpha_{sol} = \frac{11 - \sqrt{8*11}}{11-8} = 0.5397$ ve buradan da maksimumum soldan sapma

$$Sol_\varepsilon = \left| \frac{5\alpha + 2}{-3\alpha + 11} - 0.1818 - 0.6931\alpha \right|_{\alpha = 0.5397} = 0.0549$$

elde edilir.

Sağ sapmanın maksimum olduğu α değeri

$\alpha_{sağ} = \frac{\sqrt{4*8} - 4}{8-4} = 0.4142$ ve maksimum sapma miktarı

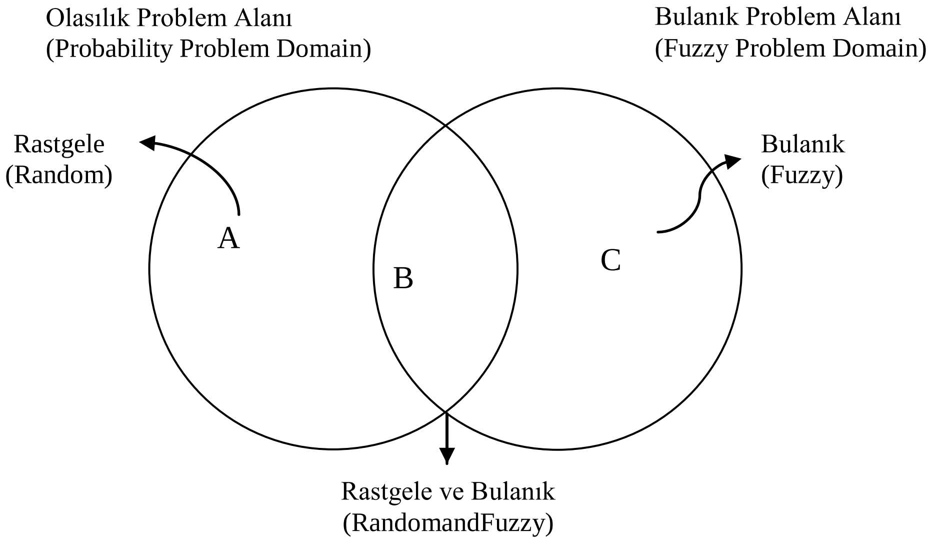
$Sağ_\varepsilon = \left| \frac{-6\alpha + 13}{4\alpha + 4} - 3.2500 - 2.3750\alpha \right|_{\alpha = 0.4142} = 0.4075$ dir [12].

BÖLÜM 3

BULANIK KARAR VERME

3.1 Bulanık Kararlar

Karar verme problemleri hayatımızın her aşamasında karşımıza çıkmaktadır ve bu problemleri ele alabilmek için araştırmacılar farklı disiplinleri kullanarak çeşitli çözüm önerilerinde bulunmaktadırlar. Karar verme problemlerinin kısıtları incelenirken karar vericinin niteliğine göre belirlemeler yapılmalıdır. Karar verme doğası gereği belirsizlik içermektedir. Karar analizlerinde belirsizliğin modellenmesini ele alan araştırmalar genellikle olasılık (probability) ve bulanık küme teorilerini kullanmaktadırlar. Biz bu çalışmamızda Şekil 3.1'de görüldüğü gibi C bölgesi ile gösterilen bulanık problem alanı ile ilgilenmekteyiz [13].



Şekil 3.1 Olasılık ve Bulanık Problem Alanları, [13].

1970' te Bellman ve Zadeh, bulanık çerçevede karar vermek için klasik karar teorisinin üzerine bulanık karar verme modelini önermişlerdir ve bu çalışma bulanık karar verme ile ilgilenen araştırmalar için bir dönüm noktası olmuştur. Bellman ve Zadeh amaç fonksiyonunun yanı sıra kısıtların da bulanık olduğu durumlarda belirlilik altında karar verme durumlarını incelemişler ve şunları tartışmışlardır: Bulanık amaç fonksiyonu ve kısıtlar üyelik fonksiyonları ile karakterize edilebilir. Amaç fonksiyonu ve kısıtları eş zamanlı optimize etmek istediğimizde, bulanık çerçevede bir karar bulanık olmayan ortamdaki karara denk olarak amaç fonksiyonu ve kısıtları aynı zamanda sağlayan durumların seçimi şeklinde tanımlanabilir. Yukarıdaki tanımdan kısıtların etkileşimli olmadığı kabul edilirse "mantıksal ve" kesişim işlemine denk gelir. Böylelikle bulanık çerçevede bir karar, bulanık kısıtların ve bulanık amaç fonksiyonunun kesişimi olarak değerlendirilebilir [2].

Örnek 3.1: Amaç fonksiyonu "x' in 10 dan yeteri kadar büyük olması" olarak ifade edilirse amacın üyelik fonksiyonu:

$$\mu_{\tilde{O}}(x) = \begin{cases} 0 & x \le 10 \\ \left(1+\left(x-10\right)^{-2}\right)^{-1} & x > 10 \end{cases}$$

dir.

Kısıt ise, "x, 11 civarında olmalı" şeklinde ifade edilirse üyelik fonksiyonu:

$$\mu_{\tilde{C}} = \left(1+\left(x-11\right)^{4}\right)^{-1}$$

dir.

Burada kararın üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{D}}$:

$$\mu_{\tilde{D}} = \mu_{\tilde{O}} \Lambda \mu_{\tilde{C}}$$

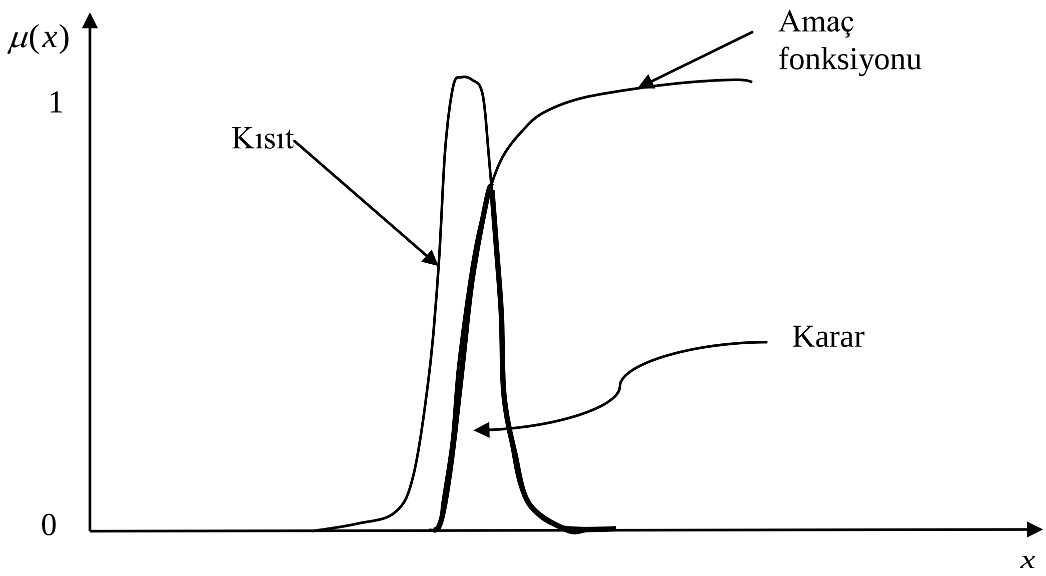
ile gösterilir ve

$$\mu_{\tilde{D}} = \begin{cases} \min\left\{ \left(1+\left(x-10\right)^{-2}\right)^{-1}, \left(1+\left(x-11\right)^{4}\right)^{-1} \right\} & x > 10 \\ 0 & x \le 10 \end{cases}$$

den

$$\mu_{\tilde{D}} = \begin{cases} \left(1+(x-11)^4\right)^{-1} & x > 11.75 \\ \left(1+(x-10)^{-2}\right)^{-1} & 10 < x \le 11.75 \\ 0 & x \le 10 \end{cases}$$

elde edilir ve grafiği Şekil 3.2' de gösterilmiştir.



Şekil 3. 2 Bulanık Karar

Tanım 3.1 Bulanık Karar

Alternatifler uzayı X ' te $\tilde{G}$ bir bulanık hedef ve $\tilde{C}$ bir bulanık kısıt olsun. $\tilde{D}$ kararı, $\tilde{G}$ ve $\tilde{C}$ kesişimlerinden

$$\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C}$$

şeklinde elde edilir ve bir bulanık küme gösterir.

Genelleştirecek olursak, $\tilde{G}_1,\ldots\tilde{G}_n$ n adet hedef; $\tilde{C}_1,\ldots\tilde{C}_m$ m adet kısıt olmak üzere:

$$\tilde{D} = \tilde{G}_1 \cap \tilde{G}_2 \cap \cdots \cap \tilde{G}_n \cap \tilde{C}_1 \cap \tilde{C}_2 \cap \cdots \tilde{C}_m$$

dir ve $\tilde{D}$ kararının üyelik fonksiyonu:

$$\mu_{\tilde{D}} = \min\left\{\mu_{\tilde{G}_1}, \mu_{\tilde{G}_2}, \ldots, \mu_{\tilde{G}_n}, \mu_{\tilde{C}_1}, \mu_{\tilde{C}_2}, \ldots, \mu_{\tilde{C}_m}\right\}$$

$$= \min\left\{\mu_{\tilde{G}_i}, \mu_{\tilde{C}_j}\right\} = \min\{\mu_i\}$$

şeklinde ifade edilir.

Bu tanımlar aşağıdaki üç kabule dayanmaktadır:

1. Modelde hedef ve kısıtları bağlayan "ve", "mantıksal ve" ye karşılık gelmektedir.

2. "mantıksal ve" küme teorisinde kesişime karşılık gelmektedir.

3. Bulanık kümelerin kesişimi olurluluk anlamında minimum operatörüyle tanımlanmıştır.

Bellman ve Zadeh 1970' teki makalelerinde minimumun yorumunun içeriğe bağlı olarak değiştirilebileceğini göstermişler ve kısaca kararın kapsamlı tanımını, kısıt ve hedeflerin birleşmesi olarak belirtmişlerdir [2].

3.2 Bulanık Lineer Programlama

1976' da, H-J Zimmermann Bellman ve Zadeh' in 1970 çalışmasını takiben ilk olarak geleneksel LP problemini bulanık küme teorisini kullanarak modellemeyi önermiştir. Zimmermann önerdiği Bulanık Lineer Programlama (BLP) modelinde hedeflerin ve kısıtların bulanık olması durumunu ele almıştır [43].

BLP 1978 yılında Zimmermann tarafından ortaya atıldıktan sonra, problemlerin modellenmesi ve çözümünde yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. BLP, parametreleri bulanık olan ve lineer fonksiyonlar kullanılarak modellenebilen problemlerin çözümünde kullanılır. BLP, oluşturulan modellerin daha kapsamlı çözümüne ve karar vericinin taleplerine geniş çerçevede cevap verilmesine ve gerçek dünya koşullarına daha yakın sonuçlar elde edilmesine imkan sağlamaktadır.

LP probleminin klasik bir modeli [12]:

$$\begin{aligned} \max\ f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T\mathbf{x} \\ A\mathbf{x} \le \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \ge 0 \\ \mathbf{c}, \mathbf{x} \in R^n, \mathbf{b} \in R^m, A \in R^{m \times n} \end{aligned}$$

şekilde ifade edilebilir.

Burada A, $\mathbf{b}$ ve $\mathbf{c}$' nin tüm bileşenleri kesin sayılardır. $\le$ ve "max" kesin kavramlardır.

Eğer LP kararı bulanık bir çerçevede verilirse, yukarıdaki modelde bazı değişiklikler olur. Bunlardan ilki kısıtlar bulanık olabilir yani "$\leq$" işareti kesin anlam taşımaz ve küçük sapmalar kabul edilebilir. Ayrıca **b** veya **c** vektörleri ile A matrisinin bileşenleri de bulanık sayı olabilir. Kısıtlardaki bulanıklık uygun çözümler bölgesini de etkin şekilde değiştirir. İkincisi amaç fonksiyonunun yapısı olabilir. Karar verici amacını maksimize ya da minimize etme yerine kabul edilebilir bir seviyeyi veren çözümleri bulmak isteyebilir.

BLP bütün bu belirsizlikleri içeren problemlerin çözümünde kullanılır.

Parametre veya sembollerdeki bulanıklık, üzerine konulan "~" işareti ile gösterilir.

1. Kısıtlarda bulanıklık olması hali

Kısıtlarda bulanıklık olması halinde LP' nin yapısı

$$\begin{aligned} &\max Z = \mathbf{c}^T\mathbf{x} \\ &A\mathbf{x} \tilde{\leq} \mathbf{b} \\ &\mathbf{x} \geq 0 \end{aligned} \tag{1}$$

veya

$$\begin{aligned} &\min Z = \mathbf{c}^T\mathbf{x} \\ &A\mathbf{x} \tilde{\geq} \mathbf{b} \\ &\mathbf{x} \geq 0 \end{aligned} \tag{2}$$

şeklindedir. Burada $\mathbf{c} \in R^n$, $A \in R^{m\times n}$, $\mathbf{b} \in R^m$ ' dir. Değişkenler vektörü $\mathbf{x} \in R^n$ ' dir.

(1) yapısındaki kısıtların üyelik fonksiyonları:

$$\mu_{a_i}(x) = \begin{cases} 1 & , \quad a_i x < b_i \\ 1 - \dfrac{1}{p_i}\left[a_i x - b_i\right] & , \quad b_i \leq a_i x \leq b_i + p_i \\ 0 & , \quad a_i x > b_i + p_i \end{cases}$$

ve (2) yapısındaki kısıtların üyelik fonksiyonları:

$$\mu_{a_i}(x) = \begin{cases} 1 & , \quad a_i x > b_i \\ 1 + \dfrac{1}{p_i}\left[a_i x - b_i\right] & , \quad b_i - p_i \le a_i x \le b_i \\ 0 & , \quad a_i x < b_i - p_i \end{cases}$$

şeklinde olacaktır. Yukarıdaki işlemlerde bahsedilen p_i, kısıtın hedeften kabul edilebilir sapmasıdır.

Katsayıları kesin ancak kısıtların sağ taraf sabitleri bulanık sayılarla ifade ediliyorsa BLP modeli $\left[b_i, b_i + p_i\right]$ ile bulanık bir küme ve monoton azalan üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{B}_i}(x)$ yardımıyla bulanık sayılarla ifade edilir. Kısıtların bulanıklaştırılmasıyla elde edilen yeni eşitsizlikler amaç olarak modele girer. Bulanık kısıtların sağ taraf sabitleri , $\left[b_i, b_i + p_i\right]$ esnekliğinde ve monoton azalan bir üyelik fonksiyonuyla temsil edilir. Burada p_i, bulanık sağ taraf sabitleriyle tolerans aralığıdır.

$a_i\, x = b_i$ için $\mu_{a_i}(x) = 1$ $a_i x = b_i + p_i$ ya da $a_i\, x = b_i - p_i$ için $\mu_{a_i}(x) = 0$ olur. Üyelikler $\left[b_i - p_i, b_i\right]$ aralığında monoton artan, $\left[b_i, b_i + p_i\right]$ aralığında monoton azalandır. $\max Z = cx$ amaç fonksiyonunun $\mu_{a_i}(x) = 1$ alındığında amaç Z^1 ve $\mu_{a_i}(x) = 0$ alındığında amaç Z^0 olacaktır. Buradan bulanık bölge üzerinde $Z^1 \le \max Z = cx \le Z^0$ yazılır. **cx**' in üyelik fonksiyonu ise:

$$\mu_C(x) = \begin{cases} 1 & , \quad Z^0 < cx \\ \dfrac{cx - Z^1}{Z^0 - Z^1} & , \quad Z^1 \le cx \le Z^0 \\ 0 & , \quad cx < Z^1 \end{cases}$$

şeklindedir.

Burada minimum üyeliği maksimum yapan çözüm, bulanık LP için optimal çözümdür. Bunu da;

$$\min\left\{\mu_c(x), \mu_{a_i}(x);\ \ i = 1, \ldots, m\right\} = \lambda$$

kümesinden seçersek:

$$
\begin{aligned}
&\max \lambda \\
&\mu_c(x) \geq \lambda \\
&\mu_{a_i}(x) \geq \lambda \qquad i = 1, \dots, m \\
&x \in X
\end{aligned}
$$

yapısında LP modeli elde edilir ve problemin çözümü aranan çözümdür. Burada $\max \lambda = \lambda^*$ amaç değeri tatmin düzeylerinin alt sınırını gösterir.

Örnek 3.2: Bulanık LP problemi

$$
\begin{aligned}
&\text{Amaç:} \quad \max Z = x_1 + x_2 \\
&\text{Kısıtlar:} \quad x_1 + 2x_2 \tilde{\geq} 2 \\
&\qquad\qquad x_2 \tilde{\leq} 4 \\
&\qquad\qquad 2x_1 + x_2 \tilde{\leq} 6 \\
&\qquad\qquad x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

dır.

Bulanık kısıtlardaki sapma değerleri 1 olsun. Kısıtların üyelik fonksiyonları sırasıyla:

$$
\mu_{k_1}(x) = \begin{cases} 0 & k_1 < 1 \\ x_1 + 2x_2 - 1 & 1 \leq k_1 \leq 2 \\ 1 & k_1 > 2 \end{cases}, \qquad
\mu_{k_2}(x) = \begin{cases} 1 & k_2 < 4 \\ 5 - x_2 & 4 \leq k_2 \leq 5 \\ 0 & 5 < k_2 \end{cases},
$$

$$
\mu_{k_3}(x) = \begin{cases} 1 & k_3 < 6 \\ 7 - (2x_1 + x_2) & 6 \leq k_3 \leq 7 \\ 0 & 7 < k_3 \end{cases}
$$

dür. $\mu_{a_i}(x) = 1$ alındığında kısıtların sapma değerleri 0 olacağından,

$$
\begin{aligned}
&\text{Amaç:} \quad \max Z = x_1 + x_2 \\
&\text{Kısıtlar:} \quad x_1 + 2x_2 \geq 2 \\
&\qquad\qquad x_2 \leq 4 \\
&\qquad\qquad 2x_1 + x_2 \leq 6 \\
&\qquad\qquad x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

LP modeli elde edilir ve modelin çözüm değerleri $x_1 = 1,\ x_2 = 4$ için $\max Z = Z^1 = 5$ şeklindedir.

$\mu_{a_i}(x) = 0$ alındığında kısıtlar bulanıklaştırılmış olur ve

$$\text{Amaç: } \max Z = x_1 + x_2$$

$$\begin{aligned} \text{Kısıtlar: } \quad x_1 + 2x_2 &\geq 1 \\ x_2 &\leq 5 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 7 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

elde edilir. Bu problemin optimal çözümü de $x_1 = 1,\ x_2 = 5$ için $\max Z = Z^0 = 6$ dır.

$5 \leq \max Z \leq 6$ eşitsizliğinden yararlanarak $\max Z = x_1 + x_2$ amaç fonksiyonun üyelik fonksiyonu:

$$\mu_c(x) = \begin{cases} 1 & , \quad x_1 + x_2 > 6 \\ x_1 + x_2 - 5 & , \quad 5 \leq x_1 + x_2 \leq 6 \\ 0 & , \quad x_1 + x_2 < 5 \end{cases}$$

yapısındadır.

Optimal karar problemi $(\max \mu_D)$:

$$\begin{aligned} &\text{Amaç : } \max \lambda \\ &\text{Kısıtlar: } \quad \mu_c(x) = x_1 + x_2 - 5 \geq \lambda \\ &\qquad \mu_{k_1}(x) = x_1 + 2x_2 - 1 \geq \lambda \\ &\qquad \mu_{k_2}(x) = 5 - x_2 \geq \lambda \\ &\qquad \mu_{k_3}(x) = 7 - 2x_1 - x_2 \geq \lambda \\ &\qquad x_1, x_2, \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

dır.

Problemin düzenlenmiş yapısı:

$$\begin{aligned} &\text{Amaç : } \max \lambda \\ &\text{Kısıtlar: } \quad x_1 + x_2 - \lambda \geq 5 \\ &\qquad x_1 + 2x_2 - \lambda \geq 1 \\ &\qquad x_2 + \lambda \leq 5 \\ &\qquad 2x_1 + x_2 + \lambda \leq 7 \end{aligned}$$

şeklindedir.

Karar probleminin çözümü de $x_1 = 1,\ x_2 = 4.5$ ve λ=0.5 olarak bulunur. Bu çözüm takımına göre amaç ve kısıtların tatmin düzeyleri sırasıyla; $\mu_c = 0.5,\ \mu_{k_1} = 1,\ \mu_{k_2} = 0.5,\ \mu_{k_3} = 0.5$ olarak elde edilmiştir.

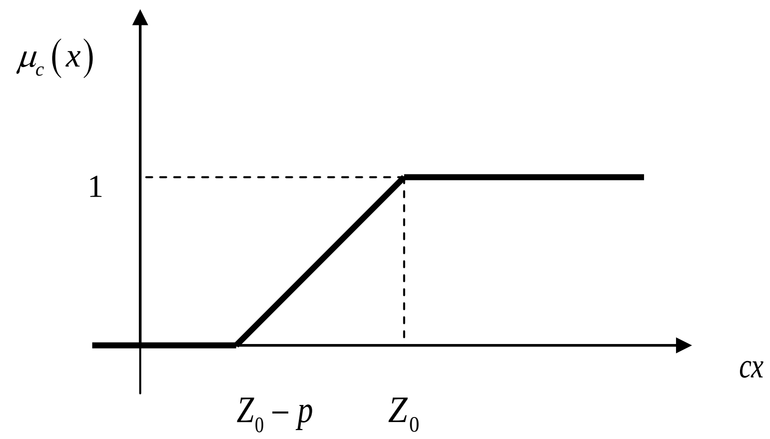
2. Amaca bulanık hedef verilmesi halinde bulanık lineer programlama problemi;

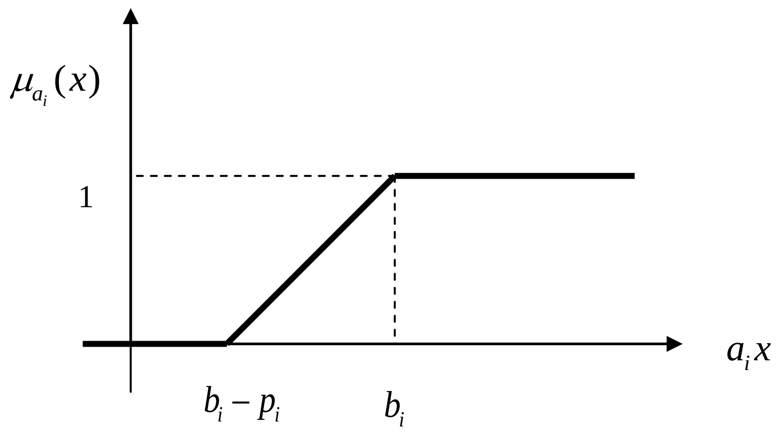
1) Amaç fonksiyonunda alt seviyenin varlığı veya kısıtta $\tilde{\geq}$ olması durumu:

$$\text{Amaç:} \quad \mathbf{cx}\ \tilde{\geq}\ Z_0$$

$$\text{Kısıtlar:} \quad a_i\mathbf{x}\ \tilde{\geq}\ \mathbf{b}_i \qquad i = 1,\ldots,m$$
$$\mathbf{x} \geq 0$$

Burada $\mathbf{c},\ a_i \in R^n,\ \mathbf{b}_i \in R^m$ ve $\mathbf{x} \in R^n$ ' dir. Görüldüğü gibi amaç fonksiyonunun değeri Z_0, $a_i\mathbf{x}$ kısıtının değeri $\mathbf{b}_i$ ile alttan sınırlandırılmıştır. Bu sınırlara olabildiğince yakın çözümlerin bulunması istenmektedir. Amacın Z_0 hedef sınırından p, kısıtın $\mathbf{b}_i$ hedef sınırından p_i kadar sapması kabul edilebilir. Buna göre amaç ve kısıtların üyelik fonksiyon grafikleri sırasıyla:





ve üyelik fonksiyonlarının denklemleri;

$$\mu_c(x) = \begin{cases} 0 & , cx < Z_0 - p \\ \dfrac{1}{p}\left[cx - (Z_0 - p)\right] & , Z_0 - p \le cx \le Z_0 \\ 1 & , Z_0 < cx \end{cases}$$

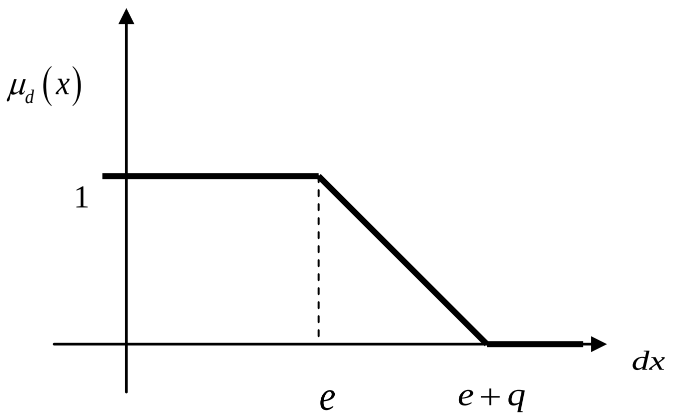
ve

$$\mu_{a_i}(x) = \begin{cases} 0 & , a_i x < b_i - p_i \\ \dfrac{1}{p_i}\left[a_i x - (b_i - p_i)\right] & , b_i - p_i \le a_i x \le b_i \\ 1 & , b_i < a_i x \end{cases}$$

yapısındadır.

LP' nın yapısına uygun olarak ve kolaylık sağlaması açısından μ üyelik fonksiyonları lineer olarak seçilmiştir. Üstelik $\mu_c(x)$ fonksiyonu $[Z_0 - p,\, Z_0]$ aralığında ve $\mu_{a_i}(x)$ de $[b_i - p_i,\, b_i]$ $i = 1,\ldots,m$ aralığında monoton artandır.

2) Amaç fonksiyonunun veya kısıtın bulanık yapısının $d\mathbf{x} \tilde{\le} e$ olması halinde, hedeften kabul edilebilir sapma q olmak üzere üyelik fonksiyon grafiği;

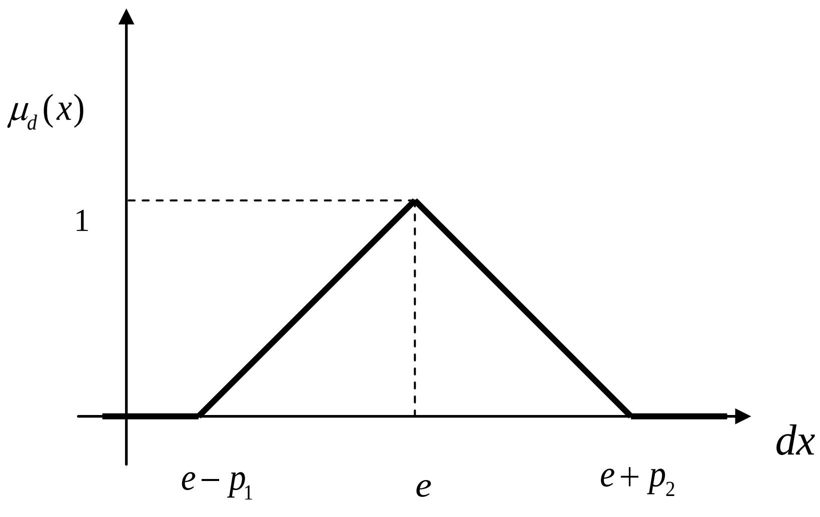


ve üyelik fonksiyonunun denklemi

$$\mu_d(x)=\begin{cases} 1 & , \quad dx<e \\ -\dfrac{1}{q}\left[dx-(e+q)\right] & , \quad e\le dx\le e+p \\ 0 & , \quad dx>e+p \end{cases}$$

dir.

3) Amaç fonksiyonunda veya kısıtta "$\cong$" olması halinde üyelik fonksiyonlarını $d\mathbf{x}\cong e$ için elde edelim. $d\mathbf{x}$'in e hedefinden negatif yönde p_1, pozitif yönde p_2 sapmasının kabul edilebilir olduğu farz edilsin. Bu durumda, yine lineer üyelik fonksiyon grafiği;



ve üyelik fonksiyonunun denklemi;

$$
\mu_d(x)=\begin{cases} 0 & , \quad dx < e-p_1 \\ \dfrac{1}{p_1}\left[dx-\left(e-p_1\right)\right] & , \quad e-p_1 \le dx < e \\ -\dfrac{1}{p_2}\left[dx-\left(e+p_2\right)\right] & , \quad e \le dx \le e+p_2 \\ 0 & , \quad e+p_2 < dx \end{cases}
$$

yapısındadır.

Karar vericinin tatmininin mümkün olduğunca arttırılabilmesi için Belmann ve Zadeh' in minimum operatörü yardımıyla minimum üyelik tatminini maksimum yapan çözüm elde edilmiştir. Minimum operatörünün matematiksel ifadesi:

$$
\mu_{\tilde{D}} = \min\left\{\mu_c(x),\ \mu_{a_i}(x);\ i=1,\ldots,m\right\}
$$

şeklindedir.

Bu çözüm, kesin kısıtlar ve $x \ge 0$ non-negatiflik şartları altında $\mu_{\tilde{D}}(x) = \min\left\{\mu_c(x),\ \mu_{a_i}(x);\ \ i=1,\ldots,m\right\} = \lambda$ ise;

$\mu_c(x) \ge \lambda$ ve $\mu_{a_i}(x) \ge \lambda \quad ;i=1,\ldots,m$ şartlarını da sağlamalıdır.

Böylece S kesin kısıtlar kümesi olmak üzere;

$$
\max_{x\in S} \mu_{\tilde{D}}(x)
$$

problemine denk LP problemi:

Amaç : $\max \lambda$

Kısıtlar: $\mu_c(x) \ge \lambda$

$$
\mu_{a_i}(x) \ge \lambda \qquad i=1,2,\ldots,m
$$
$$
x \in S
$$

yapısındadır.

Örnek 3.3:

Amaç: $Z_0 = x_1 + x_2$

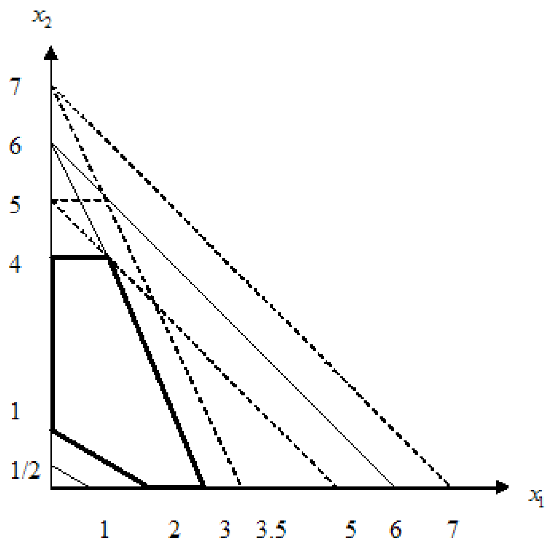
Kısıtlar: $x_1 + 2x_2 \tilde{\geq} 2$

$$x_2 \tilde{\leq} 4$$

$$2x_1 + x_2 \tilde{\leq} 6$$

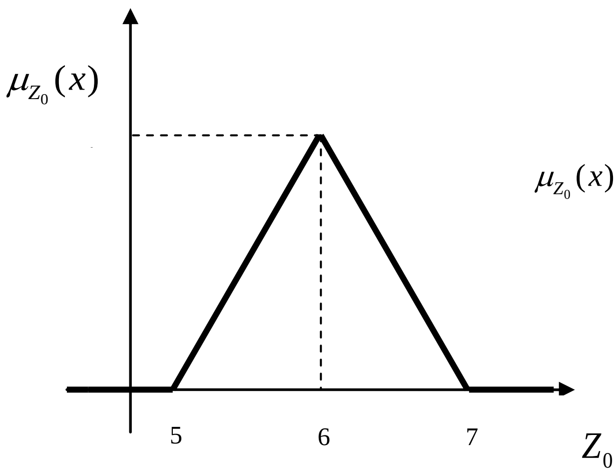
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Problemi için bulanık amaç hedefi $Z_0 \cong 6$ ve amaç ve bulanık kısıtlardaki kabul edilebilir sapma miktarları 1 olsun. Şekil 3.3' te yukarıda verilen LP probleminin uygun çözüm bölgesi gösterilmektedir ve burada kesinliğin sınırları kesintisiz çizgilerle, bulanıklığın sınırları da noktalı çizgiler ile gösterilmiştir.

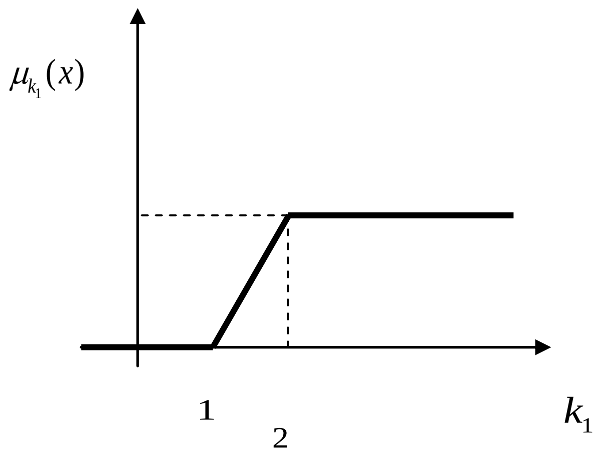


Şekil 3. 3 LP-Uygun Çözüm Bölgesi

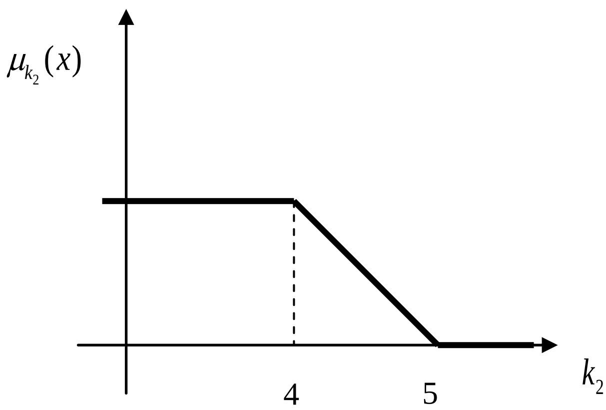
$Z_0 = x_1 + x_2$, $k_1 = x_1 + 2x_2$, $k_2 = x_2$ ve $k_3 = 2x_1 + x_2$ olmak üzere $Z_0 \cong 6$, $k_1 \tilde{\geq} 2$, $k_2 \tilde{\leq} 4$, $k_3 \tilde{\leq} 6$ hedeflerinin "1" birimlik kabul edilebilir sapmalarına göre üyelik fonksiyonları ve grafikleri sırasıyla:



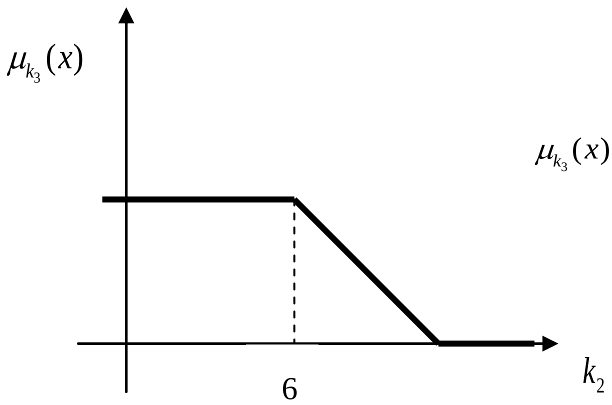
$$\mu_{Z_0}(x)=\begin{cases}0 & Z_0<5\\ x_1+x_2-5 & 5\le Z_0<6\\ 7-(x_1+x_2) & 6\le Z_0\le 7\\ 0 & 7<Z_0\end{cases}$$



$$\mu_{k_1}(x)=\begin{cases}0 & k_1<1\\ x_1+2x_2-1 & 1\le k_1\le 2\\ 1 & k_1>2\end{cases}$$



$$\mu_{k_2}(x)=\begin{cases}1 & k_2<4\\ 5-x_2 & 4\le k_2\le 5\\ 0 & 5<k_2\end{cases}$$



$$\mu_{k_3}(x) = \begin{cases} 1 & k_3 < 6 \\ 7-(2x_1+x_2) & 6 \le k_3 \le 7 \\ 0 & 7 < k_3 \end{cases}$$

dür.

LP problemin minimum tatmin düzeyini maksimum yapan modeli ise:

Amaç : $\max \lambda$

Kısıtlar:

$$\mu^L{}_{Z_0}(x) = x_1 + x_2 - 5 \ge \lambda$$

$$\mu^R{}_{Z_0}(x) = 7 - x_1 - x_2 \ge \lambda$$

$$\mu_{k_1}(x) = x_1 + 2x_2 - 1 \ge \lambda$$

$$\mu_{k_2}(x) = 5 - x_2 \ge \lambda$$

$$\mu_{k_3}(x) = 7 - 2x_1 - x_2 \ge \lambda$$

$$x_1, x_2, \lambda \ge 0$$

dır.

Problem düzenlendiğinde:

Amaç : $\max \lambda$

Kısıtlar:

$$x_1 + x_2 - \lambda \ge 5$$

$$x_1 + x_2 + \lambda \le 7$$

$$x_1 + 2x_2 - \lambda \ge 1$$

$$x_2 + \lambda \leq 5$$

$$2x_1 + \ x_2 + \lambda \leq 7$$

$$\lambda \leq 1$$

$$x_1, x_2, \lambda \geq 0$$

LP problemi elde edilir. Çözüm $x_1 = 1,\ x_2 = 4.5,\ \lambda = 0.5$ ve üyeliklerin tatmin düzeyleri $\mu_{Z_0} = 0.5,\ \mu_{k_1} = 1,\ \mu_{k_2} = 0.5,\ \mu_{k_3} = 0.5$ olarak bulunur [12].

3.3 Bulanık Çok Kriterli Karar Verme (BÇKKV)

Faaliyetlerin arzu edilebilirliklerine göre karşılaştırılmaları, ürünlerin uygunluğuna karar verilmesi veya karar problemlerinde optimal çözümlerin belirlenmesi çoğu durumda tek bir kriter veya tek bir amaç fonksiyonu kullanılarak yapılamaz. Bu durum ÇKKV' yi gerekli kılar.

ÇKKV' de iki ana dal geliştirilmiştir. Bunlardan ilki ÇAKV, diğeri ise ÇNKV' dir. Bu iki ana yaklaşım arasındaki temel fark karar uzaylarından kaynaklanır. ÇAKV sürekli karar uzaylarına yoğunlaşırken, ÇNKV ise kesikli karar uzaylarına yoğunlaşır. Ancak bu ayrımda da çok amaçlı tam sayılı programlama gibi istisnalar da mevcuttur [2].

Bulanık karar teorisi ÇKKV problemlerinin çözümünde önemli rol oynamaktadır. Gerek problemlerin parametrelerinin bulanık sayılarla ifade edilmesi ve gerekse amaç ve kriterlerdeki bulanıklıkların üyelik fonksiyonlarıyla ele alınması ile çok geniş bir BÇKKV literatürü oluşmuştur.

ÇKKV' yi ele almada dört önemli anahtar sözcük; nitelikler (attributes), amaçlar (objectives), hedefler (goals) ve kriterler (criteria) dir. Bu terimler için tek bir tanım olmamakla beraber genel tanımlamaları aşağıdaki gibi verilebilir.

Kriterler: Kriterler etkinliğin ölçüsünü ve değerlendirme için bir taban teşkil ederler ve gerçek bir problem yapısında nitelikleri veya amaçları göstermektedirler.

Hedefler: Hedefler önem değerleri yada tatminin seviyesidir. Genellikle problem yapılarında alternatif kümesine bir limit ve sınırlama teşkil eden hedefler kısıtlar olarak ifade edilirler.

Nitelikler: Performans parametreleri, bileşenler, faktörler, karakteristikler ve özellikler nitelikler için eşanlamlı sözcüklerdir. Bir nitelik, bir amacın seviyelerini değerlendirme anlamı sağlamalıdır. Bir alternatif bir çok nitelik ile ifade edilebilir.

Amaçlar: Bir amaç genel olarak istenilen değişimin yönünü gösterir [44].

3.3.1 Bulanık Çok Amaçlı Karar Verme (BÇAKV)

Matematiksel programlamada ÇAKV problemi genellikle vektör-maksimum problemi olarak adlandırılır ve bu problem ilk olarak Kuhn-Tucker tarafından 1951' de ele alınmıştır.

Verilen lineer kısıtlar altında birden fazla lineer amacı optimize etmeye çalışan problem, ÇALP problemi olarak isimlendirilir. Problemin matematiksel modeli şu şekildedir:

$$\begin{aligned}
\text{Amaçlar: } & \max\ z_1(\mathbf{x}) = c_1 x \\
& \max\ z_2(\mathbf{x}) = c_2 x \\
& \quad \cdots \\
& \max\ z_K(\mathbf{x}) = c_K x \\
\text{Kısıtlar: } & A\mathbf{x} \le \mathbf{b} \\
& \mathbf{x} \ge 0
\end{aligned}$$

Burada $\mathbf{c}_i = (c_{i1}, \ldots, c_{in}),\ i = 1, \ldots, K$; $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)^T$; $A = \begin{bmatrix} a_{11} \ldots a_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots \\ a_{m1} \ldots a_{mn} \end{bmatrix}$;

$\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)^T$ yapısındadır. Verilen ÇALP problemi $z(\mathbf{x}) = (z_1(\mathbf{x}), \ldots, z_K(\mathbf{x}))^T$ $K-$ boyutlu vektör ve $\mathbf{C} = (c_1, c_2, \ldots, c_K)^T$ $K \times n$' lik bir matris olmak üzere vektör-maksimizasyon problemi olarak ifade edilebilir [50].

Tanım 3.2

Vektör maksimizasyon problemi, $Z(\mathbf{x}) = \left(z_1(\mathbf{x}), \ldots, z_k(\mathbf{x})\right)$ $x \in R^n$' den R^k' ya vektör değerli bir fonksiyon ve X çözüm uzayı olmak üzere vektör-maksimum problemi

$$\text{"maksimum"} \left\{ Z(\mathbf{x}) \middle| \mathbf{x} \in X \right\}$$

şeklinde tanımlanır.

Vektör- maksimum problemi en az iki aşamaya ayrılabilir;

- Etkin çözümlerin belirlenmesi,
- Optimal uzlaşık bir çözümün belirlenmesi.

Çok amaçlı problemlerde, verilen kısıtlar altında tüm amaç fonksiyonlarının aynı anda en iyi değerini aldığı optimal nokta ideal nokta olarak adlandırılır [2].

Tanım 3.3

$Max \left\{ Z(\mathbf{x}) \middle| \mathbf{x} \in X \right\}$ Tanım 3.2' de verildiği gibi bir vektör-maksimum problemi olmak üzere;

$z_i(\hat{\mathbf{x}}) \geq z_i(\overline{\mathbf{x}}) \quad i = 1, 2, \ldots, k$ ve en az bir $z_i(\hat{\mathbf{x}}) > z_i(\overline{\mathbf{x}})$ eşitsizliğini sağlayan hiçbir $\hat{\mathbf{x}} \in X$ bulunamıyorsa $\overline{\mathbf{x}}$ bir etkin çözüm' dür denir. Tüm etkin çözümlerin kümesi genellikle tam (complete) çözüm olarak isimlendirilir [2].

Tanım 3.4

Bir vektör maksimizasyon probleminin optimal uzlaşık çözümü karar verici tarafından, vektör değerli amaç fonksiyonunun içerdiği bütün kriterler göz önüne alınarak tam çözüm uzayından diğer bütün çözümlere tercih edilen etkin çözümdür.

Optimal uzlaşık çözüm olarak bilinen özel çözümü elde etmek için üç yaklaşım kullanılır:

1. Fayda Yaklaşımı[Keeney ve Raiffa 1976]

2. Hedef Programlama [Charnes ve Cooper 1961]

3. Etkileşimli Yaklaşımlar [Dyer 1973]

Bu yaklaşımlardan ilk ikisi karar vericinin tercih fonksiyonunu, bireysel amaç fonksiyonlarının ya ağırlıklar ya da uzaklık fonksiyonları (burada uzaklık ile ideal çözümden olan uzaklık ifade edilmektedir.) ile yapılan kombinasyonlarına göre belirleyebileceğini varsayılmaktadır. Bu yaklaşımlar genellikle bireysel amaç fonksiyonlarının kombinasyonunun, lineer kombinasyonlarla elde edilen en yüksek faydaya sahip uzlaşık çözüme götürdüğünü kabul eder. Üçüncü yaklaşım kabul edilebilir uzlaşık çözüme ulaşmak için sadece yerel bilgileri kullanır [2].

Biz uygulamamıza da temel teşkil eden, ÇALP problemi çözümü için geliştirilmiş Zimmermann' ın "min" operatörü kullanılarak üretilen bulanık çözüm yaklaşımını tezimizin bu bölümünde detaylı olarak açıkladık. Bulanık yaklaşımın uygulanabilmesi için öncelikle amaçların üyelik fonksiyonları belirlenmelidir.

Üyelik Fonksiyonlarının Oluşturulması:

Üyelik fonksiyonlarını oluşturmak için amaç fonksiyonlarının en iyi ve en kötü tatmin düzeylerine karşılık gelen alt (L_k) ve üst (U_k) sınır değerleri belirlenmelidir. Literatürde bu değerleri elde etmek için en yaygın şekilde kullanılan iki yaklaşım bulunmaktadır.

Birinci Yaklaşım:

İlk yaklaşım ödemeler matrisi (pay-off matrix) olarak isimlendirilir. Bu yaklaşımda öncelikle her bir amaç, problemin orijinal kısıtları altında, tek amaçlı bir LP olarak çözülerek tüm amaçların bireysel minimum değerleri (L_k) elde edilir. Daha sonra ise elde edilen bireysel minimumu veren noktalar, diğer tüm amaçlarda yerine konulur. Elde edilen değerlerin maksimumu ilgili amacın üst sınır değerini (U_k) verir. Amaçların bireysel optimal noktaları sırasıyla $\mathbf{x}^{1*}, \mathbf{x}^{2*}, \ldots, \mathbf{x}^{K*}$ olmak üzere, oluşturulan ödemeler matrisi aşağıdaki gibidir:

$$\begin{bmatrix} f^1\left(\mathbf{x}^{1*}\right) & f^1\left(\mathbf{x}^{2*}\right) & \cdots & f^1\left(\mathbf{x}^{K*}\right) \\ f^2\left(\mathbf{x}^{1*}\right) & f^2\left(\mathbf{x}^{2*}\right) & \cdots & f^2\left(\mathbf{x}^{K*}\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f^K\left(\mathbf{x}^{1*}\right) & f^K\left(\mathbf{x}^{2*}\right) & \cdots & f^K\left(\mathbf{x}^{K*}\right) \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

(3.1) matrisinin köşegen elemanları sırasıyla her bir amacın bireysel minimum değeri L_k 'yı, her bir satırının maksimum değeri ise U_k ' yı belirler.

İkinci Yaklaşım:

Alt ve üst sınır değerlerini belirleyen ikinci yaklaşımda ise her bir amaç, problemin orijinal kısıtları altında minimize ve maksimize edilir. Başka bir ifadeyle amaçların bireysel minimum ve maksimum değerleri hesaplanır. Buna göre elde edilen sınır değerleri şu şekildedir:

$$L_k = \min_{\mathbf{x}\in S} f^k(\mathbf{x}) \quad , \quad U_k = \max_{\mathbf{x}\in S} f^k(\mathbf{x}), \; k = 1,2,\ldots,K$$

Sınır değerleri elde edildikten sonra üyelik fonksiyonları tanımlanmalıdır. Literatürde çeşitli tiplerde üyelik fonksiyonları mevcuttur. Bunlardan bazıları lineer, üstel, hiperbolik, ters hiperbolik, parçalı lineer üyelik fonksiyonlarıdır (Sakawa [43]). Çalışmamızda işlem kolaylığı açısından lineer üyelik fonksiyonlarını kullanılmıştır. Ayrıca Chen ve Lee tarafından [29]'da belirtildiğine göre, daha komplike non-lineer üyelik fonksiyonları yerine lineer üyelik fonksiyonları kullanımı benzer kalitede çözüm üretilmesini sağlamaktadır. Buna göre, ÇALP' nın *k.* $\left(k \in \{1,2,\ldots,K\}\right)$ amaç fonksiyonuna karşılık gelen lineer yapıya sahip $\mu_k\left(f^k(\mathbf{x})\right)$ üyelik fonksiyonu

$$\mu_k\left(f^k(\mathbf{x})\right) = \begin{cases} 1 & , f^k(\mathbf{x}) < L_k, \\ \dfrac{U_k - f^k(\mathbf{x})}{U_k - L_k} & , L_k \le f^k(\mathbf{x}) \le U_k, \\ 0 & , f^k(\mathbf{x}) > U_k \end{cases}$$

olarak tanımlanır. Burada tüm amaçlar için alt ve üst sınır değerlerin birbirinden farklı olduğu kabul edilmiştir. ($L_k \ne U_k, \; k = 1,2,\ldots,K$) Eğer sınır değerler birbirine eşit ise ilgili amacın üyelik fonksiyonu 1 olarak alınacaktır $\left(L_k = U_k \Rightarrow \mu_k(f^k(\mathbf{x})) = 1\right)$. Görüldüğü gibi $\mu_k\left(f^k(\mathbf{x})\right)$ üyelik fonksiyonları $[L_k, U_k]$ aralığında lineer ve monoton azalandır.

Zimmermann' ın minimum operatörü (Zimmermann [4]) kullanılarak, ÇALP' nin son hali

$$\max_{\mathbf{x}} \min_{k} \mu_k(f^k(\mathbf{x})) \tag{3.2}$$

$$\mathbf{x} \in S$$

Yardımcı bir λ değişkeni kullanılırsa $\min_k \mu_k(f^k(\mathbf{x})) = \lambda \Rightarrow \mu_k(f^k(\mathbf{x})) \ge \lambda$ olarak elde edilir. Böylece (3.2) problemine eşdeğer olarak aşağıdaki klasik LP problemi oluşturulabilir:

$$\max \lambda \tag{3.3}$$
$$\mu_k\left(f^k(\mathbf{x})\right) \geq \lambda, \; k = 1, 2, \ldots, K$$
$$\mathbf{x} \in S$$
$$\lambda \in [0,1].$$

Burada (3.3) problemi, ÇALP' nin minimum operatör modelidir. Bu problemin optimal değeri λ^*, problemin bütün amaçlarının en düşük tatmin seviyesinin maksimize edildiği değere karşılık gelir ve ÇALP' deki amaçların en temel tatmin düzeyi olarak yorumlanabilir [51].

Örnek 3.4:

Amaç: $\max Z_1(\mathbf{x}) = -x_1 + 2x_2$

$\max Z_2(\mathbf{x}) = 2x_1 + x_2$

Kısıtlar: $-x_1 + 3x_2 \leq 21$

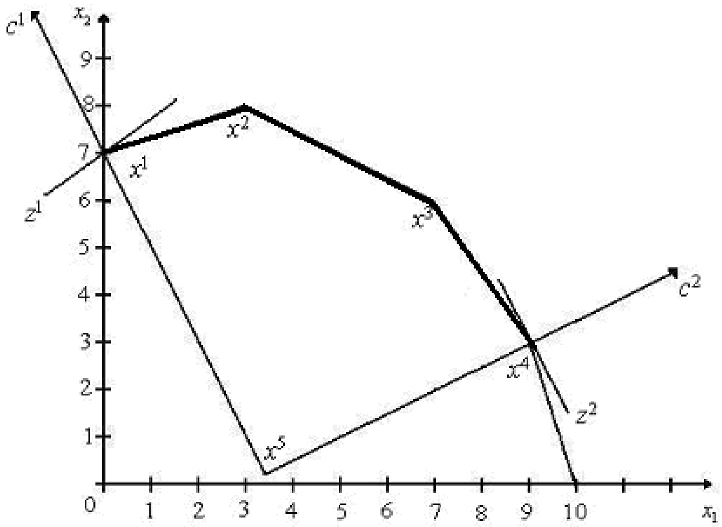
$x_1 + 3x_2 \leq 27$

$4x_1 + 3x_2 \leq 45$

$3x_1 + x_2 \leq 30$

$x_1, x_2 \geq 0$

ÇALP problemi verilmiş olsun. Problemin çözüm uzayı Şekil 3.4 ile gösterilmiştir.



Şekil 3. 4 Tam Çözüm Uzayı

Problemin "tam çözümü", başka bir deyişle etkin çözümler kümesi $x^1 - x^2 - x^3 - x^4$ köşeleri birleştiren kenardır. $z_1(\mathbf{x})$ amacı $\mathbf{x}^1 = (0,7)$ noktasında, $z_2(\mathbf{x})$ amacı ise $\mathbf{x}^4 = (9,3)$ noktasında optimal değerini almaktadır. $\mathbf{x}^5 = (3.4;0.2)$ çözümü $z_1(\mathbf{x}^5) = -3$ ve $z_2(\mathbf{x}^5) = 7$ olarak amaçların kabul edilebilir en düşük değerlerini vermektedir. Bu durumda amaçların optimal noktaları şu şekilde olacaktır.

$$\mathbf{x}^1 = (0,7) \text{ için } \max z_1(\mathbf{x}) = z_1(\mathbf{x}^1) = z_1^* = 14 \text{ ve } z_2(\mathbf{x}^1) = 7,$$

$$\mathbf{x}^4 = (9,3) \text{ için } \max z_2(\mathbf{x}) = z_2(\mathbf{x}^4) = z_2^* = 21 \text{ ve } z_1(\mathbf{x}^4) = -3$$

dür.

Bu değerlere göre $L_1 = -3$, $U_1 = 14$, $L_2 = 7$ ve $U_2 = 21$ dir.

Buna göre problemin amaçlarının üyelik fonksiyonları;

$$\mu_1(x) = \begin{cases} 0 & , \quad z_1(x) < -3 \\ \dfrac{z_1(x)+3}{17} & , \quad -3 \le z_1(x) \le 14 \\ 1 & , \quad z_1(x) > 14 \end{cases}$$

$$\mu_2(x) = \begin{cases} 0 & , \quad z_2(x) < 7 \\ \dfrac{z_2(x)-7}{14} & , \quad 7 \le z_2(x) \le 21 \\ 1 & , \quad z_2(x) > 21 \end{cases}$$

olarak bulunur.

Amaçların üyelik fonksiyonlarından yararlanarak;

Amaç : $\max \lambda$

Kısıtlar: $\dfrac{z_1(\mathbf{x})+3}{17} \geq \lambda$

$\dfrac{z_2(\mathbf{x})-7}{14} \geq \lambda$

$-x_1 + 3x_2 \leq 21$

$x_1 + 3x_2 \leq 27$

$4x_1 + 3x_2 \leq 45$

$3x_1 + x_2 \leq 30$

$x_1, x_2 \geq 0$

LP problemi elde edilir ve modelin son hali,

Amaç : $\max \lambda$

Kısıtlar: $x_1 - 2x_2 + 17\lambda \leq 3$

$2x_1 + x_2 - 14\lambda \geq 7$

$-x_1 + 3x_2 \leq 21$

$x_1 + 3x_2 \leq 27$

$4x_1 + 3x_2 \leq 45$

$3x_1 + x_2 \leq 30$

$x_1, x_2 \geq 0$

yapısındadır. Probleminin çözümü $x_1 = 5.0323$, $x_2 = 7.3226$ ve $\lambda = 0.7419$ olarak bulunur. $\mathbf{x}^0 = (5.03; 7.32)$ uzlaşık çözümüne karşılık gelen amaç fonksiyon değerleri $z_1(\mathbf{x}^0) = 9.6129$ ve $z_2(\mathbf{x}^0) = 17.3872$' dir. Amaçlardaki en kötü tatmin oranı

$\lambda = 0.7419$ olarak belirlenmiş olur. Gerçekten bu uzlaşık çözüm için amaçlar sırasıyla $\mu_{z_1}(x^0) = 0.7419$, $\mu_{z_2}(x^0) = 0.7419$ tatmin oranlarını almışlardır [2].

BÖLÜM 4

TEDARİK ZİNCİRİ YÖNETİMİ

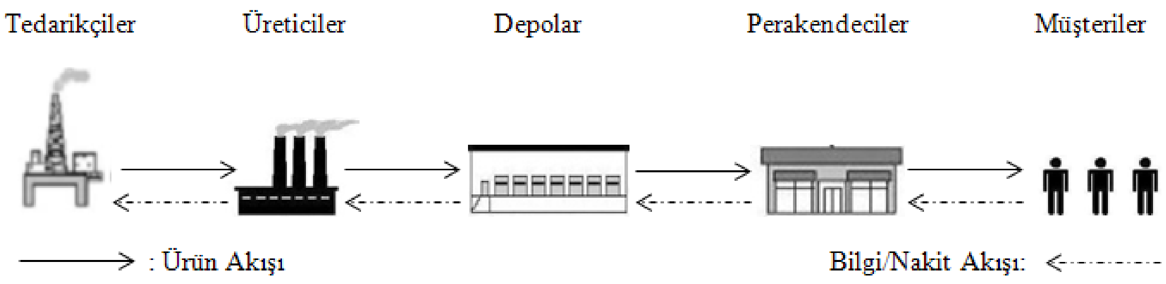
4.1 Tedarik Zinciri Kavramı

1960' lı yıllarda ortaya çıkan TZ kavramının akademisyenler ve uygulamacılar tarafından farklı tanımlamaları yapılmıştır. TZ en genel haliyle; tedarikçiler, imalatçılar, dağıtıcılar, toptancılar, perakendeciler gibi çeşitli iş aktörlerinden oluşan bir şebekede, hammadde temininden ürünlerin son tüketicilere dağıtım ve pazarlanmasına kadarki tüm iş aşamalarının birlikte uyum içinde hareketini sağlamak üzere, malların, sürecin ve bilginin akışını yöneten bütünleşik bir sistem olarak tanımlanmaktadır [21].

TZ ;

- hammaddeler ve ürünlerin parçalarını tedarik eden,
- bunları son ürüne dönüştüren,
- ürünlere değer kazandıran,
- ürünleri perakendecilere veya müşterilere tanıtıp dağıtımını yapan,
- farklı iş birimleri (tedarikçiler, üreticiler, toptancılar ve perakendeciler vb.) arasındaki bilgi akışını sağlayan ve birbiriyle ilişkilerini senkronize eden entegre bir sistemdir [22].

Şekil 4.1' de TZ' nin genel yapısı gösterilmektedir.



Şekil 4. 1 Genel TZ Yapısı [45].

4.2 Tedarik Zincirinin Yapısı

TZ; tedarikçiler, üreticiler, dağıtım merkezleri, depolar, perakendeciler, müşteriler vb. gibi birimlerden oluşmaktadır. TZ aşamaları firmaların işleyişinden işleyişine farklılık göstermektedir. Bazı akışlarda tüm birimler bulunurken bazı akışlarda belirli birimleri içermeyen TZ yapıları da bulunmaktadır. Örneğin, bir firma ürünlerini üretim merkezinde stoklama yapabileceği gibi bu işlemi depolarında ve/veya dağıtım merkezlerinde de yapabilmektedir.

4.3 Tedarik Zinciri Yönetimi (TZY)

Küresel gelişmeler sonucunda rekabetin giderek artması, hızlı şekilde değişen koşullar karşısında iyi bir TZY ile firmalar bütünsel bir bakış açısı kazanmışlardır ve bunun bir sonucu olarak TZ aşamaları arasındaki ürün, bilgi, nakit vb. akışlardaki sağlam bağlantılarla piyasada daha güvenli bir duruş sergilemeye başlamışlardır. TZ üzerindeki her bir birimin TZ' nin genel performansı üzerinde önemli bir etkisi vardır. TZY' nin başarılı olmasının önemli etkenlerinden birisi hammaddelerin tedarikinden, son ürünlerin üretilip müşterilere ulaştırılmasına kadar, TZ ile ilgili tüm süreçlerin tek bir sistem tarafından izlenmesine imkan tanımasıdır [46].

İyi bir TZY:

- Hammaddenin tedarikçiye doğru miktarda, doğru yerde ve doğru zamanda ulaştırılmasını,
- Ürünün üretimi, dağıtımı için gerekli olan birimlerin aktif olarak kullanılmasını,
- Zincirde üretkenlik ve etkinlik sağlayarak müşteri hizmet gereklerini güvenli bir şekilde yerine getirilmesini,
- ve bu geçişlerde malzeme, ürün, bilgi ve parasal akışın en etkin şekilde kullanılmasını hedefler.

TZY aşamaları arasındaki hammadde, ürün ve zaman kaybını minimize etmeye çalışır. Bir işletmenin birimleri arasındaki her tür akış kalitesini ve verimini arttırmak için bazı işlemler gereklidir ve bu işlemler işletmeye ek maliyetler yükler. TZY bu maliyetleri ürünlere yansıtmadan sürecin iyileştirilmesini amaçlar [47].

4.4 Tedarik Zinciri Karar Değişkenleri

TZY, aynı anda ele alınması zor olan, kalitatif-kantitatif çok sayıda kriter içeren çeşitli karar problemleri içermektedir. Bu durum TZY' nin karmaşık bir hal almasına sebep olmaktadır. TZ yapısında yer alan karar problemlerinin bünyesinde yer alabilecek karar değişkenlerinin başlıcaları aşağıda genel başlıklarla açıklanmıştır.

- ***Yer Seçim Karar Değişkenleri:*** Bu tür değişkenler; üretim tesisleri, depolar, dağıtım merkezleri v.b. gibi TZ bileşenlerinin kuruluş kararlarının ve yerlerinin uygun maliyet, müşteriye yakınlık, kıt hammadde, vergi yükümlülükleri vb. gibi kısıtlamalar altında belirlenmesinde etkilidir.

- ***Üretim Karar Değişkenleri:*** Üretim karar değişkenleri, bir firmanın hangi tesislerinde, hangi ürün çeşidinden, hangi miktarda üretmesi gerektiği sorusuna cevap veren değişkenlerdir.

- ***Satın Alma Karar Değişkenleri:*** Firmaların hammadde, yarı mamul, hizmet v.b. ihtiyaçlarını hangi miktarlarda, hangi tedarikçilerden almaları gerektiği gibi tüm satın alma kararlarını kontrol eden değişkenler satın alma karar değişkenleri olarak isimlendirilebilirler.
- ***Dağıtım-Taşıma Karar Değişkenleri:*** TZ şebekesindeki her bir aşama arasındaki her tür taşımanın kontrolünde ve bilgi, nakit, ürün vb. dağıtımlarında hangi birimin hangi birime hizmet vereceğini belirlemekte etkilidir. Örneğin; hangi fabrikadan hangi depoya hangi üründen ne kadar taşınacağı ya da hangi perakendecinin hangi müşteriye servis yapacağı kararını vermekte kullanılır.
- ***Stok Seviyesi:*** Bu değişken, TZ' nin her aşamasında stoklanabilecek hammaddeler, yarı mamuller, son mamuller vb. gibi stoklama kalemlerinin optimal miktarının belirlenmesinde etkilidir.

4.5 Tersine Tedarik Zinciri Yönetimi (Reverse Supply Chain Management)

Ürünlerin geri kazanımı; çevresel kaygılar, firmaların sorumluluklarının artması, sürdürülebilir gelişme, daha az malzeme ve kaynak tüketimi vb. amaçlarla oldukça yaygın hale gelmekte ve gelecekte de geri kazanımın öneminin artması beklenmektedir. Ürünleri geri almanın ve geri kazanımının sistematik bir şekli olan ve "tüketim noktasından orijin noktasına doğru olan tüm ürün ve bilgi akışlarının yönetimi süreci" olarak tanımlanabilecek tersine lojistik de, TZ süreçlerinden biri olarak literatürde yerini almıştır. Tersine lojistik hakkındaki ilk tanımlar, Lambert ve Stock (1981) tarafından yapılmıştır [48].

4.5.1 Tersine Lojistiğin Belirleyici Faktörleri

Kuruluşları tersine lojistiği bünyelerinde uygulamaya motive eden faktörler aşağıdaki alt başlıklar ile sınıflandırılabilir [49].

Ekonomik Faktörler: Sürekli olarak, üretim süreçlerinde maliyet düşürme yollarını arayan firmalar için ekonomik faktörler önemli bir yere sahiptir. Ürünlerin geri dönüşümü, tamiri, modifikasyonu ve geri dönüşüm faaliyetleri kârlı iş olanakları sağlamaktadır. Tersine lojistik son yıllarda "yatırım geri dönüşümü" olarak algılanmakta ve firmalara, kaynak ihtiyacını azaltma, ürün geri dönüşümünden değer elde etme ve atık maliyetlerini azaltma gibi yollarla maliyet düşürme yolunu açmaktadır.

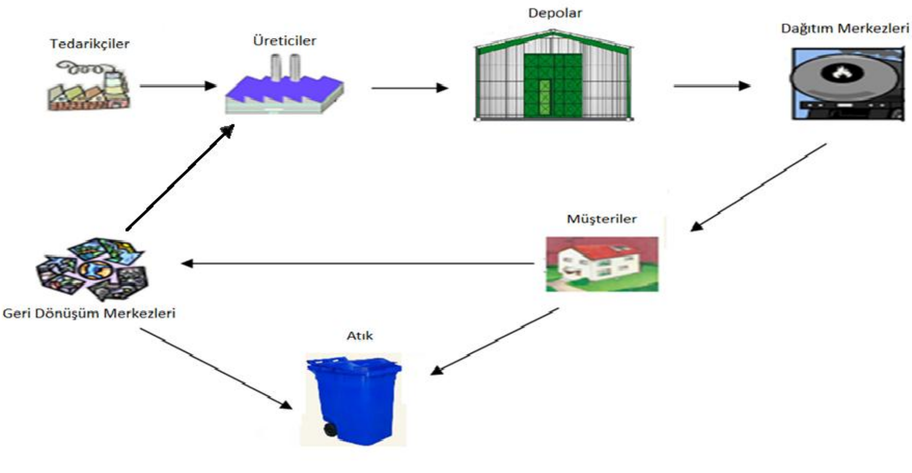
Yasal Düzenlemeler: Ürünlerin yaşam çevrimleri sonunda toplanması ve yeniden kullanımı, atık yönetimi maliyetlerinin üreticiye yüklenmesi, oluşan atık miktarının azaltılması, geri dönüştürülmüş malzemelerin kullanımının arttırılması gibi maddeleri içerebilen, şirketleri ürünlerini geri dönüştürmeye ya da ürün yaşam çevrimi sonunda ürünü geri almaya zorlayan yasal düzenlemeler tersine lojistik için bir diğer önemli unsuru oluşturmaktadır.

Kurumsal Vatandaşlık (Corporate Citizenship): Kurumsal vatandaşlık bir şirket veya organizasyonu tersine lojistik faaliyetleri ile ilgili aktivitelere sevk eden değerler ve prensipler kümesidir. Şirket imajı için de önemli bir unsur olan kurumsal vatandaşlık için Nike' da yapılan uygulama örnek niteliğindedir. Nike kullanılmış ayakkabıların, satın alındıkları yere geri götürülmesi noktasında müşterilerini özendirmeye çalışmaktadır. Geri dönüşüme dahil olan bu ayakkabılar, Nike tesisine yollanarak basketbol kortları ve koşu yollarının yapımında kullanılan malzemeye dönüştürülmektedir. Bu uygulama Nike' ın marka değerini arttırıcı bir etkendir.

Çevreye Duyarlılık: Firmaları tersine lojistiğe yönlendiren bir diğer önemli etken ise çevre bilincidir. Çevre bilincini kendilerine politika edinenler rekabet ortamında avantaj sağlamaktadır. Firmaların TZY' nde çevreye duyarlılığın artan etkisi ile elde edilen katma değer yöneticilerin çevresel konulara ilgisini giderek arttırmaktadır. Son yıllarda bu bilinç ile firmaların bünyelerinde çevreye duyarlı ürünler üretme, ürünlerini geri alma ve geri dönüştürme ile ilgili araştırmalar yapılmaktadır. Ayrıca çevre duyarlılığının artmasıyla müşteriler, kullandıkları ürünlerin imalat aşamasından başlayarak, ambalajlanmasına ve kullanım sonrası geri dönüşümüne kadar geçirdiği süreçte çevreye dost olmasına önem vermektedirler.

4.6 Kapalı Devre Tedarik Zinciri Yönetimi (Closed-Loop Supply Chain Management)

Kapalı devre tedarik zincirleri, hammadde tedarikçilerinden başlamak üzere ürünlerin üretim tesislerinde üretilip çeşitli dağıtım kanalları ile müşterilere ulaştırılması ve müşteriler tarafından kullanılan ürünlerin toplama kanalları ile geri dönüşüm, demontaj, toplama merkezi vb. gibi tesislerde yeniden kazanımı ile üretim prosesine dahil olmasını sağlayan ileri ve tersine lojistik faaliyetlerinin bir bütünü olarak düşünülebilir. KDTZ, klasik TZ’ nin sağladığı faydaların yanında kullanılmış ürünleri yeniden şebekeye dahil etmeyi sağlayan tersine lojistik faaliyetleri ile hızla kirlenen dünyamıza çevreci bir değer sağlamaktadır. Şekil 4.2’de KDTZ şebeke yapısının tipik bir örneği görülmektedir.



Şekil 4. 2 KDTZ yönetimi

Firmaların genel kanıları her ne kadar tedarik zincirlerini yeniden şekillendirmelerinin kendilerine ek maliyetler doğuracağı yönünde olsa da uzun vadede bakıldığında geri dönüşüm ile kazanılan katma değerin doğan bu maliyetlerin çok üstünde olduğu açıktır.

BÖLÜM 5

ÇOK AMAÇLI ÇOK AŞAMALI KAPALI-DEVRE TEDARİK ZİNCİRİNE BULANIK BİR YAKLAŞIM(ÇA-ÇAKDTZ)

TZ yönetimi üzerine uzun yıllardır çalışılmakta olduğundan çok zengin bir literatüre sahiptir. Son yıllarda ise ele alan matematiksel modellerin çevreci bakış açısını taşıması ile birlikte KDTZ yönetimi kavramının önemi giderek artmaktadır.

Biz uygulamamızda çok amaçlı ÇAKDTZ için karma tam sayılı lineer bir model önerdik ve bu model yardımıyla çok aşamalı şebekemizde depo ve dağıtım merkezlerinin yerleşim yerleri ve müşteri taleplerini karşılayacak şekilde ürün dağıtım miktarlarının kararlarını verdik. Ayrıca müşterilerden toplanan kullanılmış ürünlerin üretim prosesine yeniden kazandırılması halini de modele ekledik. Çok amaçlı lineer matematiksel modelimiz Zimmermann' ın "min" operatörü kullanılarak bulanık bir yaklaşım ile çözülmüştür.

Çok amaçlı lineer bir modelin genel yapısı aşağıdaki şekilde verilebilir:

$$\begin{aligned} &\min \quad Z_1, Z_2, \ldots, Z_{\bar{n}}, \\ &\max \quad Z_{\bar{n}+1}, Z_{\bar{n}+2}, \ldots, Z_N, \\ &x \in X_d \end{aligned}$$

Burada $Z_1, Z_2, \ldots, Z_{\bar{n}}$; maliyet, dağıtım zamanı vb. gibi minimizasyon yönünde çalışan negatif amaçlar ve $Z_{\bar{n}+1}, Z_{\bar{n}+2}, \ldots, Z_N$ kalite, zamanında teslimat, satış sonrası hizmet gibi maksimizasyon yönünde çalışan pozitif amaçlar' dır. X_d ise uygun çözümler bölgesidir [37].

Uygulamamızda ele alınacak olan ÇAKDTZ şebekesi; tedarikçiler-fabrikalar-depolar-dağıtım merkezleri-müşteriler-geri dönüşüm merkezleri-fabrikalar döngüsünü içermektedir. Son müşteriler tarafından kullanılan ürünlerin belli yüzdeler ile yeniden üretim prosesine katılmak üzere geri dönüşüm merkezleri tarafından toplanması ve yapılan ayrıştırmalar ile fabrikalara yollanması durumu ele alınmıştır. Bu ÇAKDTZ şebekesi için oluşturulan çok amaçlı modelin kabulleri, indis kümesi, karar değişkenleri ve parametreleri aşağıdaki gibidir:

Kabuller:

1. Miktar indirimleri dikkate alınmamıştır.

2. Stoklama durumu dikkate alınmamıştır.

3. Zaman parametresi dikkate alınmamıştır.

İndis Kümesi:

s	: Tedarikçi indisi,	$s = 1, 2, \ldots, S$
m	: Fabrika indisi,	$m = 1, 2, \ldots, M$
w	: Depo indisi,	$w = 1, 2, \ldots, W$
d	: Dağıtım merkezi indisi,	$d = 1, 2, \ldots, D$
cz	: Müşteri indisi,	$cz = 1, 2, \ldots, CZ$
r	: Geri dönüşüm merkezi indisi	$r = 1, 2, \ldots, R$
n	: Amaç indisi,	$n = 1, 2, \ldots, N$
i	: Ürün bileşen indisi,	$i = 1, 2, \ldots, I$

İkili Karar Değişkenleri:

$$\dot{y}_w = \begin{cases} 1, & \text{w. depo kurulursa} \\ 0, & \text{aksi taktirde} \end{cases}$$

$$\bar{y}_d = \begin{cases} 1, & d\text{. dağıtım merkezi kurulursa} \\ 0, & \text{aksi taktirde} \end{cases}$$

$$x_{mw} = \begin{cases} 1, & m\text{. fabrikadan } w\text{. depoya yol varsa} \\ 0, & \text{aksi taktirde} \end{cases}$$

$$\dot{x}_{wd} = \begin{cases} 1, & w\text{. depodan } d\text{. dağıtım merkezine yol varsa} \\ 0, & \text{aksi taktirde} \end{cases}$$

$$\bar{x}_{dcz} = \begin{cases} 1, & d\text{. dağıtım merkezinden } cz\text{. müşteriye yol varsa} \\ 0, & \text{aksi taktirde} \end{cases}$$

Sürekli Değişkenler:

$\widehat{Q}_m$: m . fabrikada üretilen ürün miktarı

$\hat{Q}_{sim}$: *s.* tedarikçiden m . fabrikaya taşınan *i.* bileşen miktarı

Q_{mw} : m . fabrikadan *w.* depoya taşınan ürün miktarı

$\dot{Q}_{wd}$: *w.* depodan *d.* dağıtım merkezine taşınan ürün miktarı

$\bar{Q}_{dcz}$: *d.* dağıtım merkezinden *cz.* müşteriye taşınan ürün miktarı

Q'_{czr} : *cz.* müşteriden *r.* geri dönüşüm merkezine taşınan ürün miktarı

Q''_{rim} : *r.* geri dönüşüm merkezinden m. fabrikaya taşınan *i.* bileşen miktarı

Model Parametreleri:

K_m : m . fabrikanın üretim kapasitesi,

$\dot{K}_w$: *w.* deponun kapasitesi,

$\bar{K}_d$: *d.* dağıtım merkezinin kapasitesi,

V_i : Birim üründe *i.* bileşenin miktarı,

$\dot{A}_w$: *w.* deponun kuruluş maliyeti,

$\bar{A}_d$: *d.* dağıtım merkezinin kuruluş maliyeti,

D_{cz} :*cz.* müşterinin talep miktarı,

$\dot{J}_w$ (%) : *w.* deponun bulunduğu bölgeye ait önem yüzdesi,

$\bar{J}_d$ (%) : *d.* dağıtım merkezinin bulunduğu bölgeye ait önem yüzdesi,

O' : Müşterilerden geri dönüşüm merkezlerine giden ürün miktar yüzdesi,

O'' : Geri dönüşüm merkezinde ayrıştırma sonucu geri kazanılan miktar yüzdesi,

$\hat{C}_{sim}$: *s.* tedarikçiden m . fabrikaya i. bileşenin birim taşıma maliyeti,

C_{mw} : m . fabrikadan *w.* depoya birim taşıma maliyeti,

$\dot{C}_{wd}$: *w.* depodan *d.* dağıtım merkezine birim taşıma maliyeti,

$\bar{C}_{dcz}$: *d.* dağıtım merkezinden *cz.* müşteriye birim taşıma maliyeti,

C'_{czr} : *cz.* müşteriden *r.* geri dönüşüm merkezine taşıma ve birim geri dönüşüm maliyeti,

C''_{rim} : r. geri dönüşüm merkezinden i. bileşenin m. fabrikaya birim taşıma maliyeti,

$\widehat{C}_m$: m. fabrikada üretilen ürünün birim üretim maliyeti,

Amaç Fonksiyonları:

1. ***Toplam maliyet (üretim, taşıma ve tesis kuruluş) minimizasyonu:*** Alıcı toplam taşıma maliyetlerini ve tesis (depo ve dağıtım merkezi) kuruluş maliyetlerini minimize etmek isteyecektir. Toplam üretim maliyeti(TÜM),

$$TÜM = \sum_{m=1}^{M} \hat{Q}_m \hat{C}_m$$

Toplam taşıma maliyeti (TTM),

$$TTM = \sum_{s=1}^{S}\sum_{i=1}^{I}\sum_{m=1}^{M} \hat{Q}_{sim}\hat{C}_{sim} + \sum_{m=1}^{M}\sum_{w=1}^{W} Q_{mw}C_{mw} + \sum_{w=1}^{W}\sum_{d=1}^{D} \dot{Q}_{wd}\dot{C}_{wd} + \sum_{d=1}^{D}\sum_{cz=1}^{CZ} \overline{Q}_{dcz}\overline{C}_{dcz}$$
$$+ \sum_{cz=1}^{CZ}\sum_{r=1}^{R} Q'_{czr}C'_{czr} + \sum_{r=1}^{R}\sum_{i=1}^{I}\sum_{m=1}^{M} \hat{Q}_{rim}\hat{C}_{rim}$$

ve toplam kuruluş maliyeti (TKM)

$$TKM = \sum_{w=1}^{W} \dot{A}_w \dot{y}_w + \sum_{d=1}^{D} \overline{A}_d \overline{y}_d$$

olmak üzere ilgili amaç fonksiyonu

$$\min Z_1 = TTM + TKM + TÜM$$

ile verilebilir.

2. ***Toplam önem yüzdesi maksimizasyonu:*** Alıcı, depoların ve dağıtım merkezlerinin kurulacakları bölgeye ait toplam önem yüzdesini maksimize etmek isteyecektir. Dolayısıyla ilgili amaç depolara ve dağıtım merkezlerine gönderilen toplam ürün miktarının ilgili önem yüzdesi ile çarpımıyla oluşan toplam önem yüzdesinin maksimize edilmesi şeklinde

$$\text{maks } Z_2 = \sum_{w=1}^{W} \dot{J}_w \sum_{p=1}^{P} Q_{pw} + \sum_{d=1}^{D} \overline{J}_d \sum_{w=1}^{W} \dot{Q}_{wd}$$

ile verilebilir.

Kısıtlar:

$$\sum_{w=1}^{W} \dot{y}_w \geq 1 \tag{5.1}$$

$$\sum_{d=1}^{D} \bar{y}_d \geq 1 \tag{5.2}$$

$$\sum_{w=1}^{W} Q_{mw} \leq K_m , \qquad \forall m , \tag{5.3}$$

$$\sum_{m=1}^{M} Q_{mw} \leq \dot{K}_w \, \dot{y}_w , \qquad \forall w \tag{5.4}$$

$$\sum_{d=1}^{D} \dot{Q}_{wd} \leq \dot{K}_w \, \dot{y}_w , \qquad \forall w \tag{5.5}$$

$$\sum_{w=1}^{W} \dot{Q}_{wd} \leq \bar{K}_d \, \bar{y}_d , \qquad \forall d \tag{5.6}$$

$$\sum_{cz=1}^{CZ} \bar{Q}_{dcz} \leq \bar{K}_d \, \bar{y}_d , \qquad \forall d , \tag{5.7}$$

$$\sum_{d=1}^{D} \bar{Q}_{dcz} = D_{cz} , \qquad \forall cz , \tag{5.8}$$

$$\hat{Q}_m = \sum_{w=1}^{W} Q_{mw} \qquad \forall m , \tag{5.9}$$

$$\sum_{m=1}^{M} Q_{mw} = \sum_{d=1}^{D} \dot{Q}_{wd} , \qquad \forall w \tag{5.10}$$

$$\sum_{w=1}^{W} \dot{Q}_{wd} = \sum_{cz=1}^{CZ} \bar{Q}_{dcz} , \qquad \forall d , \tag{5.11}$$

$$O' \left(\sum_{d=1}^{D} \bar{Q}_{dcz} \right) = \sum_{r=1}^{R} Q'_{czr} , \qquad \forall cz , \tag{5.12}$$

$$O''V \left(\sum_{cz=1}^{CZ} Q'_{czr} \right)_i = \sum_{m=1}^{M} Q''_{rim} , \qquad \forall r , \forall i , \tag{5.13}$$

$$\sum_{s=1}^{S} \hat{Q}_{sim} + \sum_{r=1}^{R} Q''_{rim} = \hat{Q}_m V_i , \qquad \forall i , \ \forall m , \tag{5.14}$$

$$\dot{x}_{wd} \leq \bar{y}_d , \qquad \forall w , \ \forall d \tag{5.15}$$

$$\bar{x}_{dcz} \leq \bar{y}_d , \qquad \forall d , \ \forall cz \tag{5.16}$$

$$\sum_{m=1}^{M} x_{mw} \geq \dot{y}_w , \qquad \forall w , \tag{5.17}$$

$$\sum_{d=1}^{D} \dot{x}_{wd} \geq \dot{y}_w , \qquad \forall w , \tag{5.18}$$

$$\sum_{w=1}^{W} \dot{x}_{wd} \geq \bar{y}_d , \qquad \forall d , \tag{5.19}$$

$$\sum_{cz=1}^{CZ} \overline{x}_{dcz} \geq \overline{y}_d , \qquad \forall d , \qquad (5.20)$$

$$x_{mw}, \dot{x}_{wd}, \overline{x}_{dcz}, \dot{y}_w, \overline{y}_d \in \{0,1\} . \qquad (5.21)$$

$$\widehat{Q}_m, \hat{Q}_{sim}, Q_{mw}, \dot{Q}_{wd}, \overline{Q}_{dcz}, Q'_{czr}, Q''_{rim} \geq 0 \qquad (5.22)$$

(5.1) ve (5.2), sırasıyla depolardan ve dağıtım merkezlerinden en az birer adet kurulmasını garantiler. (5.3)-(5.7) fabrika-depo-dağıtım merkezi-müşteriler arasındaki akış miktarlarını ilgili yolun optimal dağılımda olup olmadığını gösteren ikili değişkenlerle bağlayan kısıtlardır. Bu kısıtlar sayesinde bir yol mevcut olmadığında o yoldan taşıma yapılamayacaktır. (5.3)-(5.9) fabrika, depo ve dağıtım merkezlerinin kapasite kısıtlarıdır. (5.8) müşteri taleplerinin karşılanmasını sağlarken, (5.9) bir fabrikada yapılan toplam üretim miktarının bu fabrikadan tüm depolara dağılan toplam miktara eşit olduğunu gösterir. (5.10), (5.11), (5.12) ve (5.13) fabrika-depo-dağıtım merkezi-müşteri-geri dönüşüm merkezi-fabrika arasındaki ürün akışların stoklanmadan iletimini garantilemektedir. (5.14)-(5.20), bir depo (dağıtım merkezi) kurulmadığında bu depoya (dağıtım merkezine) giren ve çıkan yolların kullanılmamasını sağlar. (5.21) ve (5.22), değişkenlerin tipini gösteren kısıtlardır.

Böylece ÇA-ÇAKDTZ modeli yukarıda açıklanan denklemler ile verilebilir. Çalışmamızın devamında (5.1)-(5.22) kısıtlarının oluşturduğu uygun çözümler bölgesi kısaca X_T ile gösterilecektir.

5.1 ÇA-ÇAKDTZ' ne Bulanık Bir Yaklaşım

Tezimizde, ÇA-ÇAKDTZ problemi için Zimmermann' ın "min" operatörü kullanılarak bulanık bir yaklaşım üretilmiştir. Bulanık yaklaşımın uygulanabilmesi için öncelikle amaçların üyelik fonksiyonları belirlenmelidir.

Üyelik Fonksiyonlarının Oluşturulması:

Uygulamamızda, kolaylık açısından lineer üyelik fonksiyonları kullanılmıştır.

Z_n^- ve Z_n^+, $Z_n \ (n = 1, 2, \ldots, N)$ amaç fonksiyonunun sırasıyla alt ve üst sınırları olmak üzere, bu sınırların bulunması, ayrıntıları tezimizin 3.3.1 Bulanık Çok Amaçlı Karar Verme (BÇAKV) başlıklı bölümünde verilen yöntemle bulunmuştur.

Ele alınacak ÇAKDTZ şebekesinde üç tedarikçinin, bir fabrikanın, yedi aday deponun, yedi aday dağıtım merkezinin, dokuz müşteri bölgesinin, iki geri dönüşüm merkezinin yer aldığı ve bir ürünün iki bileşenden oluştuğu varsayılmıştır. Problemde toplam taşıma-toplam kuruluş maliyetleri minimizasyonu ve toplam önem yüzdesinin maksimizasyonu hedeflenmektedir. Buna göre sayısal örneğe ait indisler $s=1,2,3;\ p=1,2;\ w=\overline{1,7};\ d=\overline{1,7};\ m=\overline{1,9};\ r=1,2;\ i=1,2;\ n=1,2$, ve probleme ait veriler Çizelge 5.1 – Çizelge 5.14 ile verilmiştir.

Çizelge 5. 1 Fabrikaların üretim kapasiteleri (K_p)

Fabrika 1	110000
Fabrika 2	90000

Çizelge 5. 2 Müşterilerin talep miktarları (D_m)

Müşteri 1	Müşteri 2	Müşteri 3	Müşteri 4	Müşteri 5	Müşteri 6	Müşteri 7	Müşteri 8	Müşteri 9
10000	14000	13000	12000	19000	20000	13000	12000	10000

Çizelge 5. 3 Depoların kuruluş maliyetleri $(\dot{A}_w)$

Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Depo 5	Depo 6	Depo 7
20000	25000	10000	25000	27000	34000	12000

Çizelge 5. 4 Dağıtım merkezlerinin kuruluş maliyetleri $(\bar{A}_d)$

Dağıtım Merkezi 1	Dağıtım Merkezi 2	Dağıtım Merkezi 3	Dağıtım Merkezi 4	Dağıtım Merkezi 5	Dağıtım Merkezi 6	Dağıtım Merkezi 7
10000	20000	28000	22000	68000	45000	19000

Çizelge 5. 5 Depoların kapasiteleri $(\dot{K}_w)$

Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Depo 5	Depo 6	Depo 7
40000	20000	90000	60000	27000	76000	12000

Çizelge 5. 6 Dağıtım merkezlerinin kapasiteleri $(\bar{K}_d)$

Dağıtım Merkezi 1	Dağıtım Merkezi 2	Dağıtım Merkezi 3	Dağıtım Merkezi 4	Dağıtım Merkezi 5	Dağıtım Merkezi 6	Dağıtım Merkezi 7
35000	20000	40000	50000	95000	10000	40000

Çizelge 5. 7 Birim üründe bileşenlerin oran katsayıları $\left(V_i\right)$

Bileşen 1	Bileşen 2
1	2

Çizelge 5. 8 Depoların bulunduğu bölgelere ait önem yüzdesi (%) $\left(\dot{J}_w\right)$

Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Depo 5	Depo 6	Depo 7
70	20	95	60	50	90	5

Çizelge 5. 9 Dağıtım merkezlerinin bulunduğu bölgeye ait önem yüzdesi (%) $\left(\bar{J}_d\right)$

Dağıtım Merkezi 1	Dağıtım Merkezi 2	Dağıtım Merkezi 3	Dağıtım Merkezi 4	Dağıtım Merkezi 5	Dağıtım Merkezi 6	Dağıtım Merkezi 7
60	80	10	5	90	5	10

Çizelge 5. 10 Tedarikçilerden fabrikalara bileşen başına birim taşıma maliyeti $\left(\hat{C}_{sip}\right)$

	Fabrika 1		Fabrika 2	
	Bileşen 1	Bileşen 2	Bileşen 1	Bileşen 2
Tedarikçi 1	12	13	5	3
Tedarikçi 2	3	15	1	7
Tedarikçi 3	14	16	9	4

Çizelge 5. 11 Fabrikalardan depolara birim taşıma maliyetleri $\left(C_{pw}\right)$

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Depo 5	Depo 6	Depo 7
Fabrika 1	4	12	3	6	5	7	9
Fabrika 2	1	15	2	2	4	5	11

Çizelge 5. 12 Depolardan dağıtım merkezlerine birim taşıma maliyetleri $\left(\dot{C}_{wd}\right)$

	Dağıtım Merkezi 1	Dağıtım Merkezi 2	Dağıtım Merkezi 3	Dağıtım Merkezi 4	Dağıtım Merkezi 5	Dağıtım Merkezi 6	Dağıtım Merkezi 7
Depo 1	4	5	3	6	7	8	9
Depo 2	7	5	6	2	3	7	6
Depo 3	4	8	5	3	4	6	5
Depo 4	3	5	6	3	4	5	7
Depo 5	7	5	6	4	2	1	3
Depo 6	9	5	4	8	6	2	3
Depo 7	7	8	9	6	5	4	3

Çizelge 5. 13 Dağıtım merkezlerinden müşterilere birim taşıma maliyetleri $\left(\bar{C}_{dm}\right)$

	Müşteri 1	Müşteri 2	Müşteri 3	Müşteri 4	Müşteri 5	Müşteri 6	Müşteri 7	Müşteri 8	Müşteri 9
Dağ.Mer. 1	7	8	5	6	4	8	4	5	7
Dağ.Mer. 2	4	5	6	5	4	8	6	3	8
Dağ.Mer. 3	7	8	6	9	10	11	15	6	2
Dağ.Mer. 4	8	7	6	11	15	12	13	5	6
Dağ.Mer. 5	6	7	9	5	11	7	9	3	7
Dağ.Mer. 6	7	9	5	6	8	9	7	9	3
Dağ.Mer. 7	9	10	11	13	15	17	16	10	4

Çizelge 5. 14 Müşterilerden geri dönüşüm merkezlerine birim taşıma maliyetleri $\left(C'_{mr}\right)$

	Müşteri 1	Müşteri 2	Müşteri 3	Müşteri 4	Müşteri 5	Müşteri 6	Müşteri 7	Müşteri 8	Müşteri 9
Geri Dönüşüm Merkezi 1	2	3	4	5	3	2	1	2	3
Geri Dönüşüm Merkezi 2	2	5	4	1	3	2	1	5	3

Bu verilerle sayısal örnek için (5.1)-(5.22) kısıtlarına ve amaç fonksiyonlarına karşılık gelen eşitlikler oluşturularak ÇA-ÇAKDTZ problemi elde edilir.

Bulanık yaklaşımımız için öncelikle amaçların üyelik fonksiyonları oluşturulmalıdır. Amaç fonksiyonlarının maksimum ve minimum değerleri Çizelge 15'de verilmiştir.

Çizelge 5. 15 Amaçların maksimum ve minimum değerleri

	Z_n^-	Z_n^+
Amaç 1	**4007100**	10133000
Amaç 2	7270000	**22150000**

Amaçların, Çizelge 5.15'deki sınır değerleri kullanılarak oluşturulan $\left[Z_n^-, Z_n^+\right]$, $(n=1,2)$ aralığındaki üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibidir:

$$\mu_1(Z_1(x)) = \frac{10133000 - Z_1(x)}{10133000 - 4007100},$$

$$\mu_2(Z_2(x)) = \frac{Z_2(x) - 7270000}{22150000 - 7270000} \ .$$

Buna göre ele alınan sayısal örnek için ödemeler matrisi' ne karşılık gelen min operatör modeli,

$$\begin{aligned}
&\max \quad \lambda \\
&10133000 - Z_1(x) \geq 6125900\lambda \\
&Z_2(x) - 7270000 \geq 14880000\lambda \\
&x \in X_T \\
&0 \leq \lambda \leq 1.
\end{aligned} \tag{5.29}$$

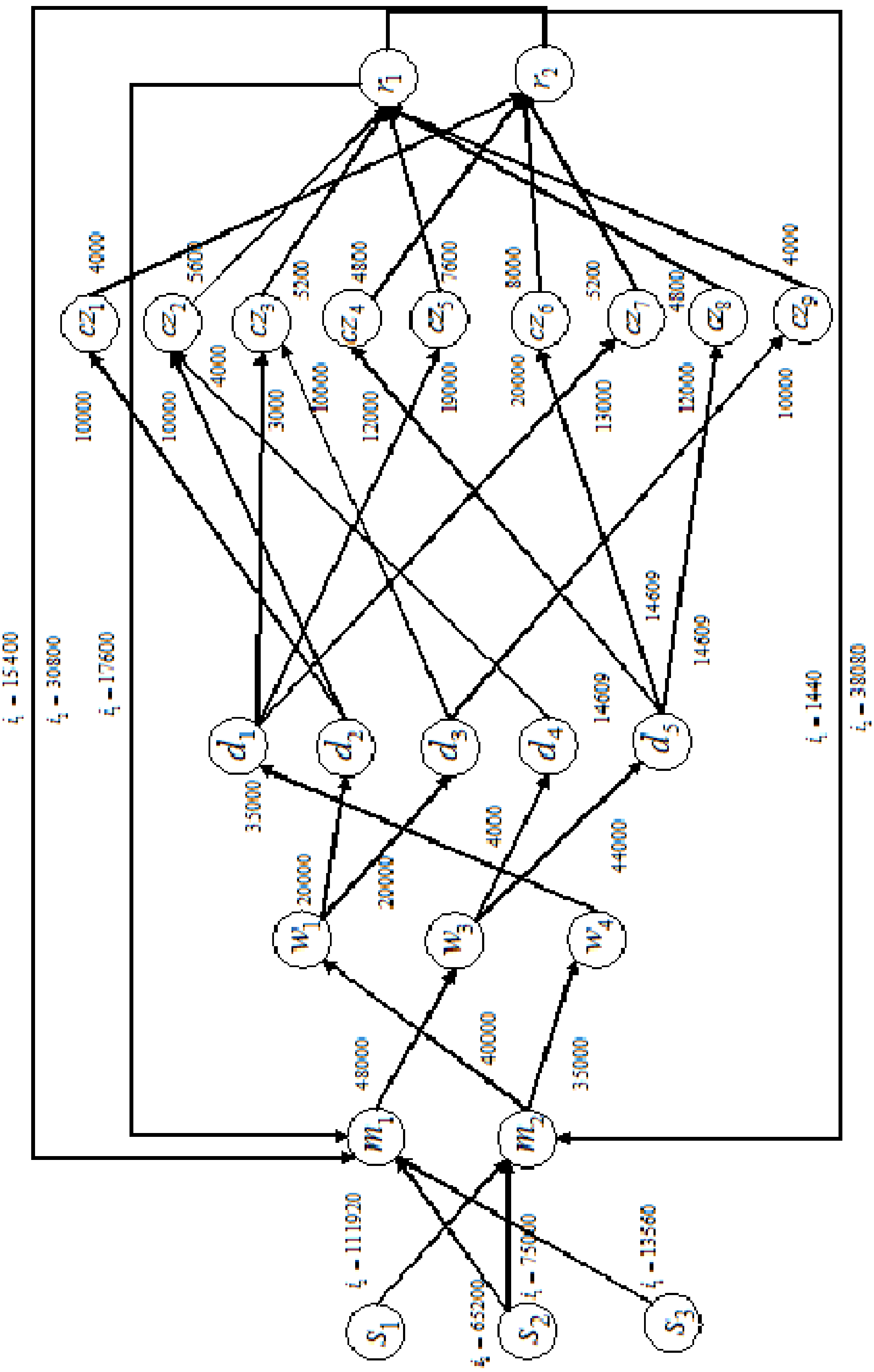
dir. Karma ikili programlama yapısında olan (5.29) probleminin çözümü aşağıda özetlenmiştir:

Çizelge 5. 16 Sayısal örneğe ait sonuçlar

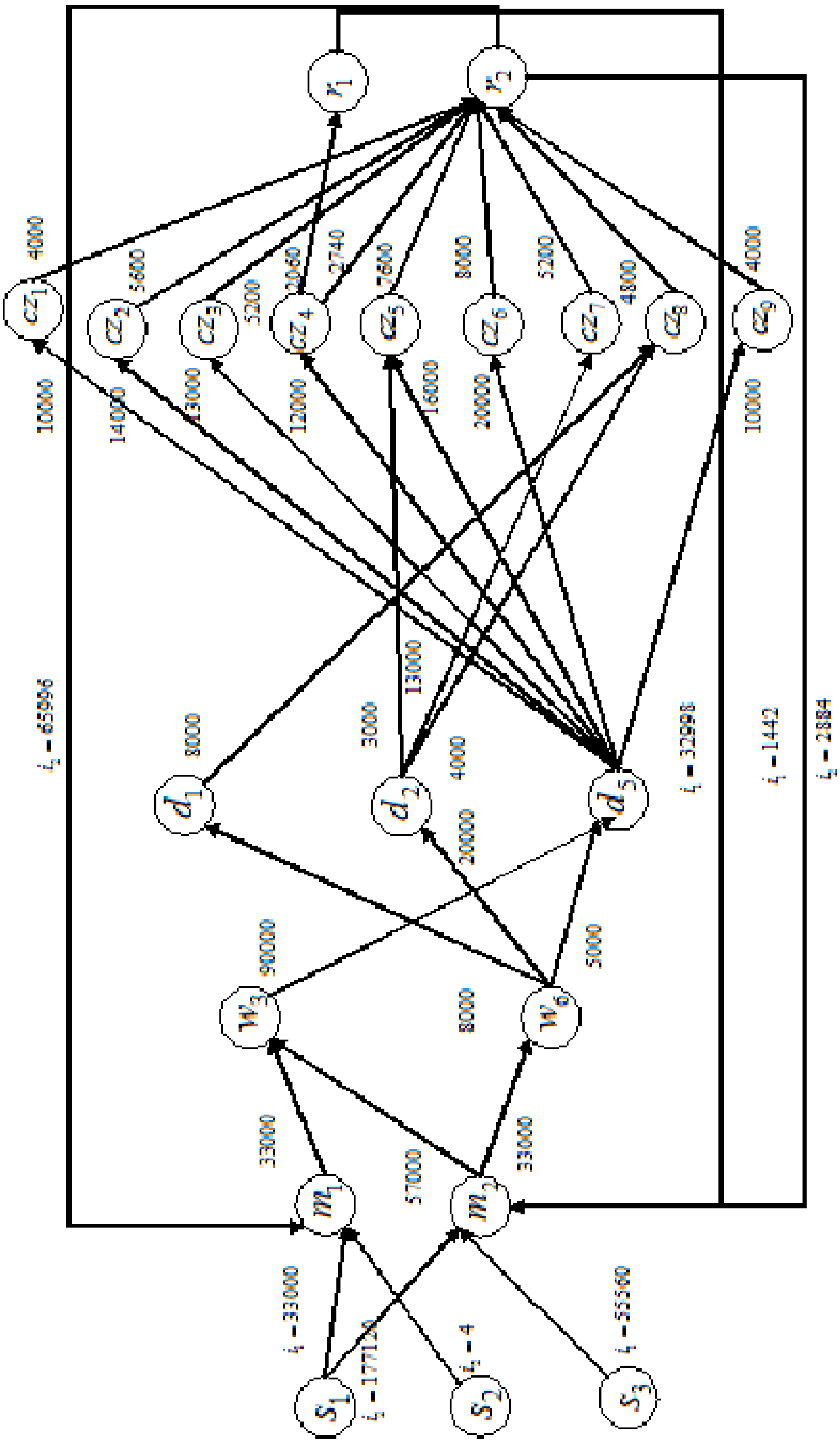
λ	Z_1	Z_2	μ_1	μ_2
0.947	4007100	22150000	0.947	0.957

Şekil 5.1'de 1. Amaç fonksiyonunun minimizasyonu durumunda elde edilen ÇAKDTZ şebekesi, Şekil 5.2' de 2. Amaç fonksiyonunun maksimizasyonu durumunda elde edilen şebeke yapısı ve son olarak Şekil 5.3'de 1. ve 2. Amaç fonksiyonları altında her iki amacın minimum ortak tatmininin maksimum yapıldığı ÇAKDTZ şebekesi görülmektedir. Şekil 5.1-5.3' den açıkça görülebileceği gibi her iki amaç doğrultusunda en optimal şekilde tesis kuruluş kararları ve dağıtım kararları verilmiştir. Örneğin 1. Amaç doğrultusunda Tedarikçi 3'den 1. veya 2. bileşenden alım yapılmazken, 2. Amaç doğrultusunda Tedarikçi 2 ve Tedarikçi 3'den alım yapılmamaktadır. Her iki amaç dikkate alındığında ise Tedarikçi 3'ün ürün bileşen alımları için kullanılmadığı görülmektedir.

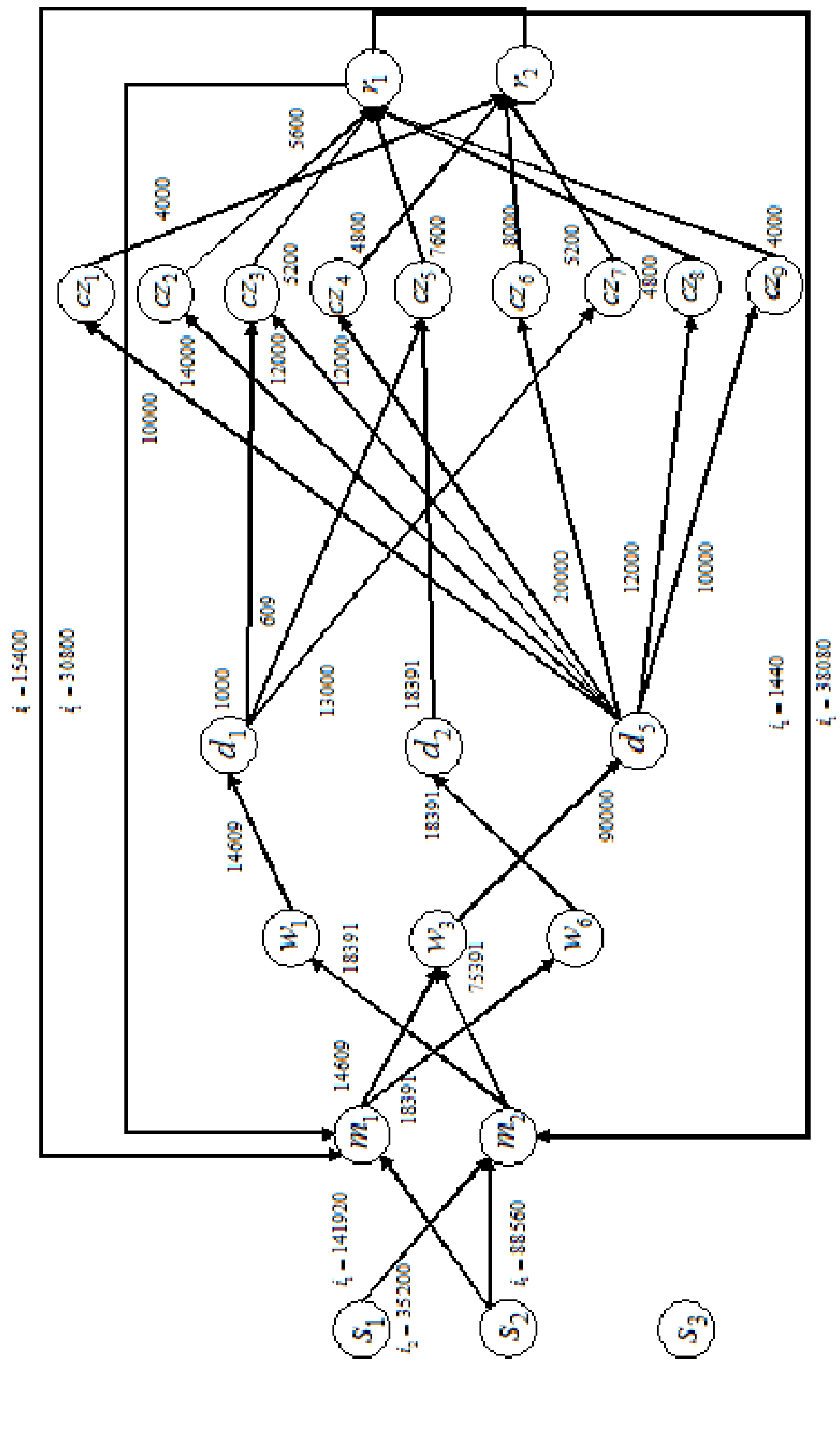
Elde edilen son şebeke yapısı ve Çizelge 5.16 incelendiğinde 1. Amacın % 94.7 ve 2. Amacın % 95.7 gibi yüksek tatmin oranlarını sağladığı görülmektedir, dolayısıyla bu iki amacın ortak tatmin düzeyleri $\lambda = 0,947$ olarak bulunmuştur.



Şekil 5. 1 1.Amaç: Toplam maliyet (taşıma ve tesis kuruluş) minimizasyonu durumunda elde edilen ÇAKDTZ şebekesi.



Şekil 5. 2 2. Amaç: Toplam önem yüzdesi maksimizasyonu durumunda elde edilen ÇAKDTZ şebekesi.



Şekil 5. 3 1. ve 2. Amaç fonksiyonları altında her iki amacın minimum ortak tatmininin maksimum yapıldığı ÇAKDTZ şebekesi

BÖLÜM 6

SONUÇ VE ÖNERİLER

Karar verme, zihinsel süreçlerin sonucunda, çeşitli alternatifler arasından birinin seçilmesi sürecidir. Günlük hayatımızda sıklıkla karşımıza belirsizlik içeren durumlar çıkmakta ve böyle durumlar karşısında bizden bir karar vermemiz beklenmektedir. Hayatımızın her aşamasında karşılaştığımız karmaşık problemlerin çözümü için çeşitli karar modelleri geliştirilmiştir. Karar verme sürecinin doğasında olan belirsizliği etkin bir şekilde ele almak için son yıllarda bulanık küme teorisi sıklıkla başvurulan etkin bir araç olmuştur. Problemlerin içerdiği karar değişkenlerinin, parametrelerin ya da kararın bulanıklaştırılmasıyla daha tatmin edici sonuçlar elde edilmeye başlanmıştır.

Gelişen dünyanın şartlarına ayak uydurmak isteyen firmaların, son yıllarda giderek kirlenen dünyamız ve kısıtlı enerji kaynakları göz önünde bulundurulduğunda müşterilerine en etkin şekilde ürünlerini iletmelerinin tüm alt mekanizmalarını içeren tedarik zincirlerini iyileştirmeleri kaçınılmazdır. Bu bakış açısıyla müşterilerin kullandığı ürünleri yeniden üretim prosesine sokacak şekilde geri dönüşümün TZ şebekesine katılması gerekmektedir. Firmaların genel kanıları her ne kadar tedarik zincirlerini yeniden şekillendirmelerinin kendilerine ek maliyetler doğuracağı yönünde olsa da uzun vadede bakıldığında geri dönüşüm ile kazanılan katma değerin doğan bu maliyetlerin çok üstünde olduğu açıktır. TZY üzerine uzun yıllardır çalışılmakta olduğundan çok zengin bir literatüre sahiptir. Son yıllarda ise üzerine çalışılan matematiksel modellerin çevreci bakış açısını taşıması ile birlikte kapalı devre ve yeşil TZY kavramlarının önemi giderek artmaktadır.

Biz tezimizin uygulama bölümünde, çok amaçlı ÇAKDTZ karma tam sayılı lineer bir model önerdik ve bu model yardımıyla çok aşamalı şebekemizde depo ve dağıtım merkezlerinin yerleşim yerleri ve müşteri taleplerini karşılayacak şekilde ürün dağıtım miktarlarının kararlarını verdik. Ayrıca müşterilerden toplanan kullanılmış ürünlerin üretim prosesine yeniden kazandırılması ve geri kazanım sırasında yaşanabilecek fire çıkma halini de modele ekledik. Çok amaçlı lineer matematiksel modelimiz Zimmermann' ın "min" operatörü kullanılarak, amaçların minimum tatminlerini maksimum yapacak şekilde bulanık bir yaklaşım ile elde edilmiştir. Model tesis yerleşim yerlerini ve şebeke üzerindeki dağıtım miktarlarını belirlemektedir. Uygulama bölümünde verdiğimiz model sonuçları değerlendirildiğinde her iki amaç için de çok yüksek sayılabilecek bir ortak tatmin oluştuğu görülmektedir.

Günümüzde tedarik zincirinin en önemli eksiği toplama merkezi ve geri dönüşüm merkezi olmamasıdır. Bu eksiğin ilerde yaşanacak ham madde sıkıntısı, devlet teşviki, çevre bilinci açısından değerlendirilip toplama ve geri dönüşüm merkezleri için kuruluş yeri seçimi yapılabilir.

KAYNAKLAR

[1] Zadeh, L. A.,(1965). “Fuzzysets”, Information and Control, 8:38-353.

[2] Zimmermann, H.-J.,(1993).Fuzzy Set Theory and Its Applications,Sixth Edition, Kluwer Academic Publisher, Boston/Dordrecht/London.

[3] Yager, R.R.,(1977). “Multiobjective decision-making using fuzzy sets”, International Journal of Man-Machine Studies,9:375-382.

[4] Zimmermann, H.-J.,(1978). “Fuzzy programming and linear programming with several objective functions”, Fuzzy Sets and Systems, 1:45-55.

[5] Chanas, S.,(1989). “Fuzzy programming in multiobjective linear programming-a parametric approach”, Fuzzy Sets and Systems, 29:303-313.

[6] Sakawa, N.,Yano, H. ve Yumine T.,(1987). “An interactive fuzzy satisficing method for multiobjevtive linear programming”, IEEE Transactions on Systems, 17: 654-661.

[7] Sakawa, N. ve Yano, H., (1990). “An interactive fuzzy satisficing method for multiobjevtive linear programming problems with fuzzy parameters”, Fuzzy Sets and Systems, 35:125-142.

[8] Baas, S.M. ve Kwakernaak, H., (1977). “Rating and ranking of multiple-aspect alternatives using fuzzy sets”, Automatica, 13:47-58.

[9] Laarhoven van P.J.M. ve Pedrycz, W. (1983). “A fuzzy Extension of Saaty’s priority theory”, Fuzzy Sets and Systems, 31:199-227.

[10] Buckley, J.J., (1985). “Fuzzy Hierarchical analysis”, Fuzzy Sets and Systems, 17:233-247.

[11] Chang, D.Y., (1996). “Application of the extent analysis method on fuzzy AHP”, European Journal of Operational Research, 95:649-655.

[12] Ahlatcıoğlu B., (2005). Bulanık Karar Verme ve Tesis Yeri Seçimine Bir Uygulama, Yüksek Lisans , İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

[13] Chen, S., Hwang, C. ve Hwang, F., (1992). Fuzzy MultipleAttribute Decision Making, Springer – Verlag, Germany.

[14] Chen, T.C., (2000). “Extension of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment”, Fuzzy Sets and Systems, 114:1-9

[15] Chen, T.C., (2001)."A Fuzzy Approach to select the location of the distribution center", Fuzzy Sets and Systems, 118:65-73.

[16] Triantaphyllou E. ve Lin C.T., (1995). “Development and evaluation of five fuzzy multiattribute decision-making methods”, International Journal of Approximate Reasoning, 14:281-310.

[17] Chiao, K.P., (2000). “Direct fuzzy weighted average algorithm for fuzzy multiple attributes decision making”, Tamsui Oxford Journal of Mathematical Sciences, 16(2):311-327

[18] Fan, Z.P., Hu, G.F. ve Xiao S.H., (2004). “A method for multiple attribute decision-making with the fuzzy preference relation on alternetives”, Computer & Industrial Engineering, 46:321-327.

[19] Li D.F., (2005). “An approach to fuzzy multiattribute decision making under uncertainty”, Information Sciences, 169:97-112.

[20] Li D.F., (2005). “Multiattribute decision making models and methods using intuitionistic fuzzy sets”, Journal of Computer and System Sciences, 70:73-85.

[21] Paksoy, T.,Tedarik zinciri yönetiminde dağıtım ağlarının tasarımı ve optimizasyonu: malzeme ihtiyaç kısıtı altında stratejik bir üretim-dağıtım modeli, http://www.google.com.tr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CE0QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.sosyalbil.selcuk.edu.tr%2Fsos_mak%2Fmakaleler%2FTuran%2520PAKSOY%2F435-454.pdf&ei=yxDIT_DpK42eiQe_890d&usg=AFQjCNHVrS7h5zEUyiECwPxe8DZaJODyqA&sig2=X99lBJUCX4i8oNM2dyQGTQ, 15 Nisan 2012.

[22] Min, H.,Zhou, G., (2002). “Supply chain modeling: past,present and future”, Computer and Industial Engineering, 43:231-249.

[23] Beamon, B.M., (1998). “Models and Methods”, International Journal of Production Economics, Vol. 55, No. 3, pp. 281-294.

[24] Croom,S.,Romano, P. and Giannakis ve M., (2000). “Supplychainmanagement: an analytical framework for critical literatüre review”, EuropeanJournal of Purchasing&Supply Management, 6: 67-83.

[25] Srivastava, S.K., (2007). “GreenSupply-Chain Management: A State-Of-The-Art LiteratureReview”, International Journal of Management Reviews, 9: 53-80.

[26] P. Tsiakis, N. Shah ve C. C. Pantelides, (2001). “Design of Multi-echelonSupplyChain Networks underDemandUncertainty”, Ind. Eng. Chem. Res., 40:3585-3604.

[27] Fleischmann, M., Beullens, P. ve Bloemhof-Ruwaard, J.M. and Wassenhove, L. N. V., (2000). “The impact of product recovery on logistics network design”, Production and Operation Managment, 10: 2.

[28] Krikke, H., Ruwaard, J.B. ve Van, L.N. (2003). “Concurrent product and closed-loop supply chain design with an application to refrigerators”, International Journal of Production Research, 41:3689-3719.

[29] Chen, C. L., Lee ve W. C., (2004). “Multi-objective optimization of multi-echelon supply chain networks with uncertain product demands and prices”, Computers & Chemical Engineering, Volume 28, Issues 6–7, pp. 1131–1144.

[30] Wang, J. ve Shu, Y.F., (2005). "Fuzzy decision modeling for supply chain management", Fuzzy Sets and Systems, 150:107-127.

[31] Kumar, M., Vrat, P. ve Shankar, R., (2004).” A fuzzy goal programming approach for vendor selection problem in a supply chain”,.Computers & Industrial Engineering ,46: 69–85.

[32] Amid. A., Ghodsypour, S.H. ve O’Brien, C., (2006). “Fuzzy multiobjective linear model for supplier selection in a supply chain”, International Journal of Production Economics, 104: 394-407.

[33] Liang, T. F., (2006). “Distribution planning decision using interactive fuzzy multi-objective linear programming”, Fuzzy Sets and Systems, 157:1303-1316.

[34] Kumar, M., Vrat, P. ve Shankar, R., (2006). “A fuzzy programming approach for vendor selection problem in a suply chain”, Int. J. Production Economics, 101: 273-285.

[35] Chen, C.L., Yuan, T.W. ve Lee, W.C. (2007). “Muti-criteria fuzzy optimization for location warehouse and distiribution centers in supply chain network”, Journal of The Chinese Intitute of Chemical Engineers, 121:323-332.

[36] Amid. A., Ghodsypour, S.H. ve O’Brien, C., (2009). “A weighted additive fuzzy multiobjective model for the supplier selection problem under price breaks in a supply chain”, International Journal of Production Economics, 104: 394-407.

[37] Ahlatcioglu Ozkok, B. ve Tiryaki, F., (2011). “A compensatory fuzzy approach to multi-objective linear supplier selection problem with mutiple-item”, Expert Systems with Applications, 38:11363-11368.

[38] Amid. A., Ghodsypour, S.H. ve O’Brien, C., (2011). “A weighted max-min model for fuzzy multi-objective supplier selection in a supply chain”, International Journal of Production Economics, 131: 139-145.

[39] Pishvaee. M.S. ve Razmi, J., (2011).“Environmental supply chain network design using multi-objective fuzzy mathematical programming”, (baskıda)

[40] Wei, J.,Zhao, J., (2011). “Pricing decisions with retail competition in a fuzzy closed-loop supply chain”, ExpertSystemswith Applications, 38:11209-11216.

[41] Wikipedia, Kümeler kuramı, http://tr.wikipedia.org/wiki/K%C3%BCmeler_kuram%C4%B1, 1 Ocak 2012.

[42] Li, H. X. ve Vincent C. Y., (1995). Fuzzy Sets and Fuzzy Decision-Making,, First Edition, CRC Press, Florida.

[43] Sakawa, M., (1993). Fuzzy Sets And Interactive Multiobjective Optimization, Plenum Press, Newyork.

[44] Lai, Y.J. ve Hwang, C.L., (1996). Fuzzy Multiple Objective Decision Making: Methods and Applications, Second corrected printing, Springer, Berlin, Heidelberg, New York.

[45] Chopra S. ve Meindl P., (2004). Supply Chain Management: Strategy,Planning and Operations, Second Edition, Pearson Education Inc., New Jersey.

[46] Barutçu, S., İnternet tabanlı tedarik zinciri yönetimi (Denizli Tekstil işletmelerinin internet tabanlı tedarik zinciri yönetiminden yararlanma durumuna yönelik bir araştırma) http://www.sosyalbil.selcuk.edu.tr/sos_mak/makaleler/S%C3%BCleyman%20BARUT%C3%87U/BARUT%C3%87U,%20S%C3%9CLEYMAN.pdf, 15 Nisan 2012.

[47] Elagöz, İ., (2006). Tedarik Zinciri Yönetimi Yaklaşımının Maliyet Hesaplama Çalışmalarına Etkisi, Doktora, Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İzmir.

[48] Karaçay, G., Tersine Lojistik: Kavram ve İlerleyişi, http://www.google.com.tr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CE4QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.arastirmax.com%2Fsystem%2Ffiles%2Fdergiler%2F241%2Fmakaleler%2F14%2F1%2F221_pp_317-332.pdf&ei=QgrIT6HsKKrjmAWn09noDg&usg=AFQjCNE3xrllDT6v4vmm6GF6Spf9NvhNTQ&sig2=54E93M8Y6kMB0QDNwU24IQ, 15 Nisan 2012.

[49] Ravi, V.,Shankar, R. ve Tiwari, M.K. (2005), "Analyzing alternatives in reverse logisticsfor end-of-life computers: ANP and balanced score card approach", Computers&Industrial Engineering, 48: 327-356.

[50] Gonce H., (2005). Çok amaçlı bulanık lineer taşıma problemi, Yüksek Lisans, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

[51] Kocken, G. H., (2011). Şebeke analizlerine bulanık yaklaşımlar, Doktora, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı :Elif BUDAK

Doğum Tarihi ve Yeri :1986 / Üsküdar

Yabancı Dili :İngilizce

E-posta : elif.budakk@gmail.com

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	**Alan**	**Okul/Üniversite**	**Mezuniyet Yılı**
Y. Lisans	Matematik	Yıldız Teknik Üniversitesi	Devam ediyor.
Lisans	Matematik	Yıldız Teknik Üniversitesi	2010
Lise	Fen	Özel Maltepe Coşkun Lisesi	2005

İŞ TECRÜBESİ

Yıl	**Firma/Kurum**	**Görevi**
2010	Yıldız Teknik Üniversitesi	Arş.Gör.

YAYINLARI

Bildiri

1. Beyza Ahlatcıoğlu Özkök, Hale Gonce Köçken, Elif Budak, Çok Aşamalı Çok Amaçlı Kapalı Devre Tedarik Zincirine Bulanık Bir Yaklaşım, Ulusal Lojistik ve Tedarik Zinciri Kongresi, Konya, (2012)(Tam Metin)

2. Beyza Ahlatcıoğlu Özkök, Hale Gonce Köçken, Elif Budak, A Fuzzy Approach to Closed Loop Supply Chain Using Mixed-Integer Linear Programming, ICAAA, İstanbul, (2012)