

**T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YEREL EĞRİLİKLİ İKİ VE ÜÇ DUVARLI KARBON NANOTÜPLERİN GERİLME
VE STABİLİTE ANALİZİ**

FATMA ÇOBAN

**DOKTORA TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
MEKANİK PROGRAMI**

**DANIŞMAN
PROF. DR. R. FARUK YÜKSELER**

İSTANBUL, 2016

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**YEREL EĞRİLİKLİ İKİ VE ÜÇ DUVARLI KARBON
NANOTÜPLERİN GERİLME VE STABİLİTE ANALİZİ**

Fatma ÇOBAN tarafından hazırlanan tez çalışması 19/04/2016 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Prof. Dr. R. Faruk YÜKSELER
Yıldız Teknik Üniversitesi

Eş Danışman

Doç. Dr. Reşat KÖŞKER
Yıldız Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri

Prof. Dr. R. Faruk YÜKSELER
Yıldız Teknik Üniversitesi



Prof. Dr. İrfan COŞKUN
Yıldız Teknik Üniversitesi



Prof. Dr. Reha ARTAN
İstanbul Teknik Üniversitesi



Prof. Dr. Abdullah Gedikli
İstanbul Teknik Üniversitesi



Doç. Dr. Murat ALTEKİN
Yıldız Teknik Üniversitesi





Bu çalışma, Yıldız Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinatörlüğü'nün 2013-07-03-DOP01 numaralı projesi ile desteklenmiştir.

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın tamamlanmasında hem verdiği bilgi desteği hem de her konudaki manevi desteği için danışmanım, değerli hocam Prof. Dr. R. Faruk YÜKSELER'e çok teşekkür ederim.

Lisans ve lisansüstü eğitim hayatım boyunca her zaman yanımda olan, akademik olarak kendimi yetiştirmem konusunda çok emeği olan eş danışmanım, değerli hocam Doç. Dr. Reşat KÖŞKER'e teşekkürlerimi sunarım. Bu tezin tamamlanmasındaki büyük katkıları sebebiyle kendisine ayrıca teşekkür ederim.

Manevi desteği ve çalışma konusundaki motivasyon desteği için değerli hocam Prof. Dr. Nazmiye YAHNIOĞLU'na teşekkür ederim.

Bu tezi hazırladığım süre boyunca ve her zaman bana yardımcı olan anneme ve babama emekleri için çok teşekkür ederim.

TÜBİTAK'a katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Mart, 2016

Fatma ÇOBAN

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	vii
KISALTMA LİSTESİ	viii
ŞEKİL LİSTESİ.....	ix
ÇİZELGE LİSTESİ	x
ÖZET	xi
ABSTRACT.....	xiii
BÖLÜM 1	
GİRİŞ	1
1.1 Literatür Özeti.....	1
1.2 Tezin Amacı.....	5
1.3 Orjinal Katkı	6
BÖLÜM 2	
YEREL EĞRİLİKLİ ÇİFT DUVARLI KARBON NANOTÜPLERİN GERİLME ANALİZİ	8
2.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu	9
2.2 Çözüm Yönteminin Geliştirilmesi	14
2.2.1 Sıfırıncı Yaklaşım.....	15
2.2.2 Birinci Yaklaşım.....	16
2.3 Sınır Değer Probleminin Çözümü.....	18
2.4 Çift Duvarlı Karbon Nanotüpün Gerilme Analizi ile İlgili Sayısal Sonuçlar	24
BÖLÜM 3	
YEREL EĞRİLİKLİ ÜÇ DUVARLI KARBON NANOTÜPLERİN GERİLME ANALİZİ	33
3.1 Problemin Formülasyonu.....	33

3.2 Üç Duvarlı Karbon Nanotüpün Gerilme Analizi ile İlgili Sayısal Sonuçlar	36
BÖLÜM 4	
İKİ VE ÜÇ DUVARLI KARBON NANOTÜPLER İÇİN STABİLİTE KAYBI	48
BÖLÜM 5	
SONUÇ VE ÖNERİLER	54
KAYNAKLAR	57
EK-A	
DENGE DENKLEMLERİ	63
EK-B	
ŞEKİL DEĞİŞTİRME-YER DEĞİŞTİRME İLİŞKİLERİ	65
ÖZGEÇMİŞ	67

SİMGE LİSTESİ

σ_{ij}	Gerilme
ε_{ij}	Şekil değiştirme
u_{ij}	Yer değiştirme
$K_n(x)$	MacDonald fonksiyonu
$I_n(x)$	Bessel fonksiyonu

KISALTMA LİSTESİ

CNT	Karbon Nanotüp
DWCNT	Çift Duvarlı Karbon Nanotüp
MWCNT	Çok Duvarlı Karbon Nanotüp
TEM	Transmisyon Elektron Mikroskobu
TWCNT	Üç Duvarlı Karbon Nanotüp
ÜBLST	Üç Boyutlu Lineerleştirilmiş Stabilite Teorisi

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2. 1 Çok Duvarlı karbon nanotüplerin (TEM) ile alınmış görüntüsü(a) Beş duvarlı CNT, (b) Çift duvarlı CNT, (c) Yedi duvarlı CNT.....	9
Şekil 2. 2 Çift duvarlı karbon nanotüp içeren sonsuz elastik cismin geometrisi ve koordinat takımları.....	10
Şekil 2. 3 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{nn}/ p $, (b) $\sigma_{nt}/ p $, (c) $\sigma_{ne}/ p $ ile R/L arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)}$, $m=1$, $\varepsilon=0.07$, $F=100$).....	27
Şekil 2. 4 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{\tau\tau}/ p $, (b) $\sigma_{ee}/ p $, (c) $\sigma_{\tau e}/ p $ ile R/L arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)}$, $m=1$, $\varepsilon=0.07$, $F=100$).....	27
Şekil 2. 5 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{nn}/ p $, (b) $\sigma_{\tau e}/ p $, (c) $\sigma_{ee}/ p $ ile h/R arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)}$, $m=1$, $\varepsilon=0.07$, $F=100$).....	27
Şekil 2. 6 Çeşitli α 'lar için $\sigma_{nn}/ p $ ile (a) d/h, (b) F arasındaki bağımlılık	30
Şekil 3. 1 Üç duvarlı karbon nanotüp içeren sonsuz elastik cismin geometrisi ve koordinat takımları	34
Şekil 3. 2 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{nn}/ p $, (b) $\sigma_{nt}/ p $, (c) $\sigma_{ne}/ p $ ile R/L arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)}$, $m=1$, $\varepsilon=0.07$, $F=100$).....	39
Şekil 3. 3 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{\tau\tau}/ p $, (b) $\sigma_{ee}/ p $, (c) $\sigma_{\tau e}/ p $ ile R/L arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)}$, $m=1$, $\varepsilon=0.07$, $F=100$).....	40
Şekil 3. 4 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{nn}/ p $, (b) $\sigma_{nt}/ p $, (c) $\sigma_{ne}/ p $ ile h/R arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)}$, $m=1$, $\varepsilon=0.07$, $F=100$).....	41
Şekil 3. 5 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{\tau\tau}/ p $, (b) $\sigma_{ee}/ p $, (c) $\sigma_{\tau e}/ p $ ile h/R arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)}$, $m=1$, $\varepsilon=0.07$, $F=100$).....	42
Şekil 3. 6 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{nn}/ p $, (b) $\sigma_{nt}/ p $, (c) $\sigma_{ne}/ p $ ile d/h arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)}$, $m=1$, $\varepsilon=0.07$, $F=100$).....	43
Şekil 3. 7 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{nn}/ p $, (b) $\sigma_{nt}/ p $, (c) $\sigma_{ne}/ p $ ile F arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)}$, $m=1$, $\varepsilon=0.07$, $F=100$).....	44
Şekil 3. 8 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{nn}/ p $, (b) $\sigma_{nt}/ p $, (c) $\sigma_{ne}/ p $ ile X_3/L arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)}$, $m=1$, $\varepsilon=0.07$, $F=100$).....	45
Şekil 4. 1 DWCNT' de P_{cr} kritik yük ile R/L arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)}=1000$).....	51
Şekil 4. 2 TWCNT' de P_{cr} kritik yük ile R/L arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)}=1000$).....	51

ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 2. 1	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için DWCNT' de $\sigma_{nn}/ p $ değerleri.....31
Çizelge 2. 2	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için DWCNT' de $\sigma_{ne}/ p $ değerleri.....31
Çizelge 2. 3	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için DWCNT' de $\sigma_{n\tau}/ p $ değerleri.....31
Çizelge 2. 4	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için DWCNT' de $\sigma_{te}/ p $ değerleri.....32
Çizelge 2. 5	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için DWCNT' de $\sigma_{ce}/ p $ değerleri.....32
Çizelge 2. 6	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için DWCNT' de $\sigma_{t\tau}/ p $ değerleri.....32
Çizelge 3. 1	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için TWCNT' de $\sigma_{nn}/ p $ değerleri.....46
Çizelge 3. 2	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için TWCNT' de $\sigma_{ne}/ p $ değerleri.....46
Çizelge 3. 3	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için TWCNT' de $\sigma_{n\tau}/ p $ değerleri.....46
Çizelge 3. 4	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için TWCNT' de $\sigma_{te}/ p $ değerleri.....47
Çizelge 3. 5	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için TWCNT' de $\sigma_{ce}/ p $ değerleri.....47
Çizelge 3. 6	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için TWCNT' de $\sigma_{t\tau}/ p $ değerleri.....47
Çizelge 4. 1	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, F ve R/L ' ler için DWCNT' de $P_{cr}/E^{(1)}$ değerleri.....51
Çizelge 4. 2	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, F ve h/R ' ler için DWCNT' de $P_{cr}/E^{(1)}$ değerleri.....52
Çizelge 4. 3	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, F ve R/L ' ler için TWCNT' de $P_{cr}/E^{(1)}$ değerleri.....53
Çizelge 4. 4	Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, F ve h/R ' ler için TWCNT' de $P_{cr}/E^{(1)}$ değerleri.....53

YEREL EĞRİLİKLİ İKİ VE ÜÇ DUVARLI KARBON NANOTÜPLERİN GERİLME VE STABİLİTE ANALİZİ

Fatma ÇOBAN

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Doktora Tezi

Tez Danışmanı: Prof. Dr. R. Faruk YÜKSELER

Eş Danışman: Doç. Dr. Reşat KÖŞKER

Nanoteknoloji hayatımıza hızla girmekte olup nanoteknolojik ürünlerin sayısı da giderek artmaktadır. Nanoteknolojinin malzeme ve imalat sektöründen sağlık sektörü, nanoelektronik ve bilgisayar teknolojileri, havacılık araştırmaları, savunma sektörü, bioteknoloji gibi pek çok uygulama alanı vardır. Nanotüpler, nanoteknolojik uygulamalarda kullanılan nanomalzemelerin en önemli yapı elemanlarıdır ve nanokompozit malzemelerin üretiminde kullanılırlar.

Kompozit malzemelerin yapısındaki güçlendiricilerde (liflerde), yapısal nedenlerden veya teknolojik işlemlerden dolayı meydana gelen eğrilik, kendi kendini dengeleyen gerilmelerin ortaya çıkmasına neden olur. Bu gerilmelerin boyutları malzemenin emniyet sınırlarını aşmasına sebep olabilmektedir. Bundan dolayı, malzemenin güçlendirici (lifler) yönünde çekme ve basınç altındaki mekaniksel davranışlarının teorik olarak incelenmesi mühendislik açısından önem arz etmektedir ve güncel bir konudur. Bu konu üzerine yapılan birçok araştırma vardır.

Son dönemlerde, nanotüp içeren kompozit malzemeler ile alakalı çalışmalara ilgi artmıştır. Karbon nanotüpler, grafit katmanlarının yuvarlanarak içi boş silindir halini almasıyla tasarlanır ve tek duvarlı ve çok duvarlı nanotüpler olarak sınıflandırılabilirler. Bahsedilen karbon nanotüpler, bilinen en yüksek mukavemete sahip malzemelerdir ve çekmeye karşı dayanıklıdırlar, fakat yapılarındaki büyük boşluklar ve yüksek en/boy oranlarından dolayı basınca karşı dayanıklılıkları düşüktür. Bu sebeple, nanotüplerin basınç altındaki davranışlarının incelenmesi oldukça önemlidir. Ayrıca üretim sırasında

meydana gelebilecek herhangi bir kusur sonucunda malzemenin bundan nasıl etkileneceğinin de irdelenmesi önemli bir husustur. Son zamanlarda yapılan çalışmaların çoğu deneyseldir ve dolayısıyla daha kısıtlı modeller içindir.

Bu çalışmada; literatürdekilerden farklı olarak, üç boyutlu elastisite teorisi kullanılarak, parçalı homojen cisim modeli kapsamında çift duvarlı ve üç duvarlı karbon nanotüp içeren kompozit malzeme incelenmiştir. Araştırmanın ilk kısmı karbon nanotübün en dış katmanın dış yüzeyi ile matris arakesit yüzeyinde gerilme analizini içermektedir. Nanotüp, başlangıçta küçük yerel eğrilikli olarak modellenmiştir. Kompozit malzemede ayrı ayrı yerel eğrilikli çift duvarlı ve yerel eğrilikli çok duvarlı tek nanotüp olduğu düşünülerek problem fiziksel ve matematiksel olarak modellenmiştir. Karbon nanotübün duvarları arasında var olan van der Waals kuvvetleri dikkate alınmıştır. Bahsedilen kompozit malzemenin sonsuzda karbon nanotüp yönünde düzgün dağılmış normal kuvvetlerin etkisi altında olduğu düşünülmüştür. Yaklaşık analitik bir metot geliştirilerek pek çok sayısal sonuç elde edilmiştir. Bu sonuçlar, araştırmanın yapıldığı arayüzeyde geometrik lineer ve geometrik nonlineeritenin ilgili problem parametrelerine etkisini de içermektedir. Modelde, nanotüp ile matris arasında ideal olmayan temas koşulları kullanılmıştır. Temas koşullarının ideal olmamasının karbon nanotüp dış katmanı ve onu saran matris malzemesinin arakesit yüzeyindeki gerilme durumuna etkisi ile ilgili sayısal sonuçlar elde edilmiş ve yorumlanmıştır.

Ayrıca gerilme dağılımı problemine ek olarak, literatürdekilerden farklı olarak, yukarıda matematiksel ve fiziksel modelinden bahsedilen yerel eğrilikli çift duvarlı ve yerel eğrilikli üç (çok) duvarlı tek bir karbon nanotüp içeren kompozit malzeme için stabilite kaybı araştırması yapılmıştır. Araştırma üç boyutlu lineerleştirilmiş stabilite teorisi (ÜBLST) kullanılarak parçalı-homojen cisim modeli kapsamında yapılmıştır. Bu araştırmalardan elde edilen sonuçlar, ele alınan kompozit malzemenin mekaniksel davranışlarının modellenmesiyle ilgili uygulamalarda yol gösterici olabilecektir. Böylece eğrisel yapıya sahip çift katlı ve çok katlı nanotüp içeren kompozit malzemenin üretiminde dikkat edilmesi gereken sınırlar elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Karbon nanotüp, çok duvarlı karbon nanotüp, gerilme analizi, geometrik nonlineerite, yerel eğrilik, stabilite

ABSTRACT

STRESS AND STABILITY ANALYSIS OF DOUBLE AND TRIPLE-WALLED CARBON NANOTUBES WITH LOCAL CURVATURE

Fatma OBAN

Department of Civil Engineering

PhD. Thesis

Adviser: Prof. Dr. R. Faruk YÜKSELER

Co-Adviser: Assoc. Prof. Dr. Reşat KÖŞKER

Nanotechnology is rapidly entering our lives and the number of nanotechnology products is increasing. Nanotechnology has many fields of applications such as materials and manufacturing sector, health sector, nanoelectronics and computer technologies, aeronautical researchs, defense sector, biotechnology. Nanotubes are the most important structural elements of nano- materials used in nanotechnologic applications and they are used in the production of the nanocomposite materials.

In the reinforcement (in the fibers) of the structure of composite materials, the initial curvature occurred due to structural reasons or technological processes causes the appearance of the self- balancing stresses. The magnitudes of these stresses can lead to exceed the safety limits of the material. Therefore, the theoretical investigation of the mechanical behaviors of the material, under tensile and compression in the direction of the strengthening (fibers), is important for the engineering and this is a current issue. There are many studies on this subject.

The interest in the studies associated with composite materials containing nanotubes has increased in recent years. Carbon nanotubes are designed with rolling graphite layers and taking the form of hollow cylinders and they can be classified as single-walled and multi-walled nanotubes. Carbon nanotubes are known to have the highest strength. The tensile strength of these tubes are high but the compressive strength of them is low

because of the gaps in their structures and their high aspect ratio. Therefore, it is very important to study the behavior of nanotubes under compression. In addition; the examination about how the material will be affected, in consequence of any flaws (bending) that may occur during the production, is a very important issue. Most of the studies done recently are experimental and so they are for limited models.

In this study, different from the literature, composite materials containing double-walled and three walled nanotube are investigated in the scope of the piecewise homogeneous body model with the use of geometric nonlinear exact equations of the three-dimensional theory of elasticity. First part of the investigation involves the stress analysis on the outer surface of the most outer layer of the carbon nanotube and on the matrix intersection. Nanotube is modeled as a having little local curvature at the beginning. The problem is modeled mathematically and physically with the thought that composite material has got locally curve double- walled and locally curve multi- walled single nanotube separately. Van der Waals forces which exist between the carbon nanotube walls are considered. It is thought that the composite material mentioned is under the influence of uniformly distributed normal forces in the direction of carbon nanotube at infinity. An approximate analytical method is developed and many numerical results are obtained. These results include the impact of the geometric linearity and geometric nonlinearity to the parameters of the problem related at the interface of the study too. In the model, the non-ideal contact conditions between carbon nanotube and the matrix are used. The numerical results related to the impact to the state of the stress on the interface surface of outer surface of carbon nanotube and the matrix material wrapped it because of that contact conditions are not ideal, are obtained and interpreted.

In addition to the problem of stress analysis, the loss of the stability is researched for the composite material includes only one carbon nanotube local curvature double-walled and local curvature triple (multi)-walled (mathematical and physical model of it is mentioned above) different from the relevant literature. The investigation is done by using three dimensional linearized theory of stability and in the scope of the piecewise homogeneous body model. The results of these studies, will be guiding for the applications related to the modeling of the mechanical behavior of composite materials investigated. Thus, the limits to be considered for the production of the composite material which contains double-walled and multi-walled nanotube with curvilinear structure, are obtained.

Keywords: Carbon nanotubes, multi-walled carbon nanotubes, stress analysis, geometric nonlinearity, local curvature, stability

1.1 Literatür Özeti

Günümüzde, kompozit malzemelerin öneminin artmış olmasıyla üretim miktarları da artmaya başlamıştır. Zira, kompozit malzemeler pek çok mühendislik malzemesinden daha üstün özelliklere sahiptirler. Yüksek mukavemet dayanımları sebebiyle, rijit fakat hafif malzemedirler. Bu özelliklerinden dolayı uygulamada etkili bir biçimde kullanılan bu malzemelerin çeşitli dış etkilere maruz kaldığı durumdaki elastik davranışlarının matematiksel modelinin kurulması ve teorik açıdan araştırılması gerekmektedir. Tek yönlü lifli kompozit malzemeler, kompozit malzemeler içinde önemli bir yere sahiptirler. Kompozit malzemelerdeki ilkel eğrilik durumu, periyodik eğrilikli ve yerel eğrilikli olarak ayrılabilir. Periyodik eğrilikler tasarım sırasında oluşurken yerel eğrilikler teknolojik işlemler neticesinde ortaya çıkar. Kompozit malzemelerin üretimden sonra uygulamada başarılı olabilmesi, bahsedilen bu eğriliğin hesaplamalara dahil edilerek, malzemedeki gerilme-şekil değiştirme bağıntılarının belirlenmesine de bağlıdır. Akbarov [1-3], Akbarov ve Guz [4-9], Akbarov ve Kosker [10-14], Köşker vd. [15], Akbarov vd. [16-20] kaynaklarından görülebileceği üzere, bahsedilen eğrilikler kendini dengeleyen gerilmelerin ortaya çıkmasına sebep olmaktadır. Bu gerilmeler, eğriliğe ve diğer ilgili mekanik parametrelere bağlı olarak oldukça büyük değerlere ulaşarak kompozitin mukavemet sınırını aşabilmektedir. Bundan ve diğer sebeplerden ötürü, uygun fiziksel problemlerin matematiksel modellerinin yapılarak teorik olarak araştırılması, teorik açıdan da kompozitlerin uygulaması bakımından da oldukça önemlidir.

Parçalı homojen cisim modeli [4-6] sınırları dahilinde yapılan çalışmalarda, kompozit malzemeleri oluşturan bileşenlerin her biri için ilgili denklem ve ifadeler yazılmaktadır.

Bundan sonra kompozit malzeme bileşenlerinin ortak sınırında yani arakesit yüzeyinde temas koşulları yazılarak ilgili sınır-değer problemine ulaşılmış olunmaktadır.

[20] makalesinde yerel eğrilikli sonsuz uzunluklu içi dolu tek bir lif olması durumu göz önüne alınmış ve gerilme yayılımı, parçalı homojen cisim modeli sınırları dahilinde üç boyutlu elastisite teorisi kullanılarak incelenmiştir. [21] tez çalışmasında ise sonsuz ortam içerisinde düşük yoğunluklu sonsuz uzunluklu ve tek katlı karbon nanotüp olması durumu ele alınmış, çeşitli parametrelere bağlı olarak gerilme dağılımı incelenmiştir. Çalışma, üç boyutlu elastisite teorisi ile parçalı homojen cisim modeli kapsamında yapılmıştır.

Kompozit malzemelerin üretimdeki payının son zamanlarda oldukça artmış olması nedeniyle, bu malzemelerin farklı dış etkilere maruz kaldığı durumdaki mekaniksel davranışının incelenmesi de oldukça önemli hale gelmiştir. Yukarıda bahsedilen gerilme dağılımının incelenmesi yanında, kırılmalarının araştırılması da büyük önem arz etmektedir. Kırılma, malzemenin fiziksel veya herhangi bir başka dış etmenin tesirinden dolayı ortaya çıkan direncin kaybolması olarak tanımlanabilir. Bir başka ifade ile malzemede meydana gelen çatlakların ilerlemesi sonucu oluşan malzeme hasarıdır.

Tek yönlü lifli kompozitlerde ve çok katlı kompozitlerde meydana gelen iç stabilite ve yüzeysel stabilite kayıplarının oluşumu, bahsedilen malzemelerin kırılmasının başlangıç noktası olarak kabul edilmektedir. Bu kırılma mekanizmasını doğrulayan çok sayıda deneysel çalışma vardır [22].

Günümüzde, malzemelerin kırılması ile ilgili modelleme, çatlak tipli malzeme hasarlarının mekaniksel ve fiziksel dış tesirler altında sürekli ortam mekaniği kapsamında yapılarak incelemeler gerçekleştirilmektedir. Bu tip araştırmalar, geleneksel malzemeler ve kompozit malzemeler için yapılmaktadır.

Bahsedilen araştırmaların çoğunluğunda, malzemenin yapısında çatlak olduğu varsayılır ve stabilite kaybına sebep olabilecek basınç kuvvetinin değeri kırılma kuvveti değeri olarak kabul edilir. Babich vd.[23], Babich ve Guz [24], Babich vd. [25], Chung ve Weitsman [26], Budianski ve Fleck [27-28], çalışmalarından görülebileceği üzere bu konuda pek çok bilimsel araştırma yapılmıştır. Bu araştırmalara bakıldığında, ele alınan alandaki teorik çalışmalar iki grupta değerlendirilebilir. Birinci grup çalışmalarda matematiksel açıdan kolaylıklar sağlayan yaklaşık teoriler çerçevesinde incelemeler yapılmıştır, Rosen vd. [29], Dow ve Grunfest [30], Schuerch [31], Chung ve Weitsman

[26], Kyrialides vd. [32], Budianski ve Fleck [27-28], Hermann vd. [33], Karpenko vd. [34], Rosen ve Dow [35]. İkinci grup çalışmalarda ise sürekli ortam mekaniğinin lineerleştirilmiş kesin denklemleri kapsamında araştırmalar yapılmıştır. Üç boyutlu lineerleştirilmiş stabilite teorisine dayanan bu yaklaşım ile tek yönlü lifli kompozit malzemelerin iç stabilitesine uygulanması Guz [36-37] 'de verilmiştir. Bu araştırmaların geniş özeti Guz [38] kaynağında yer almaktadır. Guz ve ekibi tarafından yapılan bu çalışmalar parçalı-homojen cisim modeli kapsamında yapılmıştır.

Parçalı homojen cisim modeli kapsamında ele alınan çalışmalarda kompozit malzemelerin bileşenlerinin her biri için ilgili denklemler ve ifadeler yazılmakta ve bu bileşenlerin temas yüzeylerinde sınır koşulları verilerek araştırmalar yapılmaktadır. Yukarıda bahsedilen araştırmalardaki sayısal sonuçlar sadece matris ve lif malzemelerinin homojen izotrop olduğu düşünülerek elde edilmiştir.

Bu araştırmalarda liflerin stabilite kaybının periyodik formda olduğu varsayılır. Periyod uzunluğu l , lifin yarıçapı R (life dik kesitin yarıçapı) olmak üzere $\alpha=2\pi R/l$ parametresi tanımlanır. α parametresinin, basınç kuvvetinin kritik değerleri ile ilişkisinin araştırılmasıyla kırılma kuvveti değerleri tayin edilmiş olmaktadır. Başka bir şekilde ifade edilirse, α parametresine ve diğer ilgili problem parametrelerine çeşitli değerler verilerek dış basınç kuvveti elde edilmektedir. Daha sonra, iç stabilite kaybı olduğu durumda yani dış basınç kuvveti (p) ve α arasında monoton olmayan bir bağımlılık olduğunda α 'nın sıfırdan farklı $\alpha \neq 0$ öyle bir değeri vardırki bu değerde p minimum olur. Bu minimum p değeri basınç için kırılma değeri olarak belirlenir. Böylelikle parçalı homojen cisim modeli kapsamında tek yönlü lifli kompozitlerin iç stabilite kaybının üç boyutlu lineerleştirilmiş stabilite teorisi (ÜBLST) sınırları dahilinde yapılan temel araştırmalar özetlenmiştir. Bu araştırmaların hepsi kompozit malzemelerin mekanik özelliklerinin zamana bağlı olmadığı kabulü çerçevesinde yapılmıştır. [39] kaynağında tek yönlü lifli elastik ve viskoelastik kompozitlerin iç stabilitesine ve gerilme durumuna ait incelemeler yapılmış, malzemelerinin mekanik özelliklerinin zamana bağlı olması durumu da göz önüne alınmıştır. Bahsedilen tüm araştırmaların geniş özeti ve yorumu [40] kaynağında verilmektedir.

Günümüzde ise çok sayıda, bu tezin de amacı olan, en güçlü malzeme olarak bilinen karbon nanotüp içeren kompozitler ile ilgili çalışmalar yapılmaktadır. Bununla ilgili [41-48] örneklerinde görülebileceği gibi, hem deneysel hem de teorik [49-62] çok

sayıda araştırma vardır. Son yıllarda, pek çok araştırmada tek duvarlı ve çok duvarlı karbon nanotüplerin mekaniksel davranışı üzerine odaklanılmıştır Ru [63], Shen [64] Thai [65]. Özellikle de polimer ve metal matris malzemeleri içine yerleştirilmiş tek duvarlı ve çok duvarlı karbon nanotüpler üzerine yapılan araştırmalar dikkat çekmektedir Jochum ve Grandier [66], Lourie vd. [67]. Nano-nesnelerin davranışlarını açıklanmasında sürekli ortam mekaniği görüşlerinin uygulanabilirliği Young vd. [68], Guz [69], Duan vd. [70], Windle [71]' de tartışılmıştır. Süreklilik yaklaşımlarının uygulanabilir olduğu alanlarda karbon nanotüplerin mekanik davranışları ve nanoyapıların diğer türleri ile ilgili çalışmalar Harik [72], Guz ve Rushchidsky [73-74]' de ele alınmıştır.

Ru [63] kaynağında, Euler kiriş teorisini kullanarak elastik ortama gömülmüş çok katlı karbon nanotüpün burkulmasını vermiştir. Başka bir çalışmada, Ru [75] aksenal basınç altında elastik ortama oturtulmuş çift katlı karbon nanotüpün burkulmasını araştırmıştır. Kirchhoff-Love teorisi kapsamında, çift kabuk modeli çift duvarlı karbon nanotüp burkulmasını tanımlama için kullanılmış ve ortamın burkulmaya tepkisi Winkler zemin modeli ile verilmiştir. Ayrıca iç ve dış tüpler arasındaki etkileşim van der Waals kuvveti ile modellenmiştir. Murmu ve Pradhan [76] çalışmasında; elastik ortama gömülü tek duvarlı karbon nanotüpünün burkulma analizi Timoshenko kirişi kullanılarak yerel olmayan teori yardımıyla incelenmiştir.

Bahsedilen çalışmalarda çok katlı karbon nanotüpler kolon veya kabuk olarak sonlu uzunluklu modellenmiştir. Akbarov [77] çalışmasında sonsuz uzunluklu elastik matris içine yerleştirilmiş çift duvarlı karbon nanotüplerin burkulması, parçalı homojen cisim modeli kapsamında, üç boyutlu lineerleştirilmiş stabilite teorisi (ÜBLST) ile araştırılmıştır. Karbon nanotüpün duvarları arasında van der Waals kuvvetlerinin meydana geldiği varsayılmıştır.

Yukarıda anlatıldığı gibi nanokompozit malzemelerin (özellikle nanotüplerin) önemi hızla artmakta ve bunların mekanik davranışı ile ilgili çok sayıda araştırma yapılmaktadır. Literatürde yer almayan, sonsuz ortam içinde düşük yoğunluklu sonsuz uzunluklu yerel eğrilige sahip çift duvarlı ve üç duvarlı karbon nanotüp ele alınmış ve gerilme yayılımına ait incelemeler bu tezde yapılmıştır. Nanotüpte duvar sayısı arttıkça katmanlar arasında ortaya çıkan van der Waals kuvvetleri de her bir katman için dikkate

alınmıştır [50]. Bahsedilen çalışmalar parçalı homojen cisim modeli kapsamında yapılarak elastisite teorisinin üç boyutlu denklemleri kullanılmıştır.

Tezin son bölümünü oluşturan çok duvarlı karbon nanotüplerin stabilite kaybı çalışmasında literatürdekilerden farklı olarak, üç boyutlu lineerleştirilmiş stabilite teorisi (ÜBLST) çerçevesinde matris malzemesi içine gömülmüş olan başlangıç ilkel kusuru olan (yerel eğrilikli) çift duvarlı ve üç duvarlı (çok duvarlı) karbon nanotüpten oluşan kompozit malzeme ayrı ayrı ele alınmış ve sürekli ortam mekaniği kapsamında araştırmalar yapılmıştır.

1.2 Tezin Amacı

Bu çalışmada; yerel eğrilikli, çift duvarlı ve üç duvarlı karbon nanotüp içeren kompozit malzemelerin çeşitli dış etkilere maruz kalması durumundaki elastik davranışı incelenmiştir. Nanomalzemeler içerisinde oldukça önemli yeri olan karbon nanotüplerin mekaniksel açıdan araştırılması çok önemlidir. Çünkü karbon nanotüpler, geleneksel karbon fiberlere kıyasla üstün mekanik özelliklere sahiptirler. Nanotüplerin yüksek esneklik, yüksek sertlik ve üstün dayanıklılığı bir araya getirmesi en ilgi çekici özelliğidir. Bahsedilen özellikler sayesinde yeni nesil yüksek performanslı kompozitler üretilebilecektir. Günümüzde de çok sayıda nanoteknolojik ürün bulunmaktadır. Karbon nanotüplerin mekanik özellikleri ile ilgili teorik çalışmalar, nanotüplerin üretiminin kolay olmaması ve nanometre boyutundaki malzemelerin yani nanomalzemelerin işlenmesindeki zorluklar sebebiyle deneysel çalışmalardan çok daha ileridedir. Ayrıca karbon nanotüpün üretimi çok maliyetlidir ve deneylerinin yapılabilmesi için yüksek bütçe gereklidir [21]. Bu nedenle de karbon nanotüplerin mekaniksel özellikleri hakkında araştırma yapmak ve teorik sonuçları ortaya çıkarmak oldukça önemlidir. Bundan başka karbon nanotüplerdeki katman sayısının artması kendine has özelliklerinin de değişmesine sebep olduğundan çok duvarlı karbon nanotüplerin incelenmesi de önem arz etmektedir. Karbon nanotüpler bilinen en yüksek mukavemete sahip malzemelerdendir ancak delikli yapıya ve yüksek en/boy oranına sahip olmaları yüzünden basınç altında yeteri derecede kuvvetli değildir ve burkulma eğilimi gösterirler. Dolayısıyla karbon nanotüplerin mekanik özellikleri araştırılırken kırılma limitinin belirlenmesi çok önemlidir. Bu tezde çift duvarlı ve üç duvarlı (çok duvarlı) karbon nanotüplerin çekme ve basınç altındaki durumları incelenmiş ve çeşitli problem parametrelerine bağlı olarak gerilme yayılımı araştırılmıştır. Ayrıca yine polimer matris

içine yerleşmiş çift duvarlı ve çok duvarlı karbon nanotüplerden oluşan kompozit malzemeler çeşitli dış tesirler altındaki stabilite kaybı incelenmiştir. Böylelikle üretim sırasında malzemelerin güvenlik sınırının tayini konusunda bilgi edinilebilecektir.

Çok duvarlı karbon nanotüpleri oluşturan katmanların arasındaki etkileşim (atomlar arasındaki bağ kuvveti) van der Waals kuvveti ile ortaya konmaktadır. Bu etkileşimin yanı sıra bir takım teknolojik işlemler veya dizayn sırasında meydana gelebilecek kusurların da dikkate alınarak, nanotüpün elastik davranışının elastisite teorisine ait kesin geometrik nonlinear denklemler kullanılıp, parçalı-homojen cisim modeli sınırları dahilinde incelemeler tamamlanmıştır. Katmanların artırılması sırasında duvarlar arasındaki boşluk sabit tutulmuş dıştaki katman ile içteki katmanın kalınlığı birbiriyle aynı alınarak, aynı şartlar altında gerilme dağılımı ve stabilite kaybı incelenmiştir. Böylelikle, duvar sayısının artmasıyla birlikte karbon nanotüpün performansının nasıl etkileneceği ile ilgili de değerlendirme yapılabilmektedir.

Fiziksel ve matematiksel olarak modellendikten sonra formülasyonu ortaya konan sınır-değer probleminin araştırılabilmesi için gerekli yöntemler geliştirilmiş ve çeşitli parametrelere göre nümerik sonuçlar elde edilmiştir. Bu işlemler için gerekli olan algoritmaları kurulması ve bilgisayar ortamına aktarılarak programların yazılması tarafımızdan yapılmıştır.

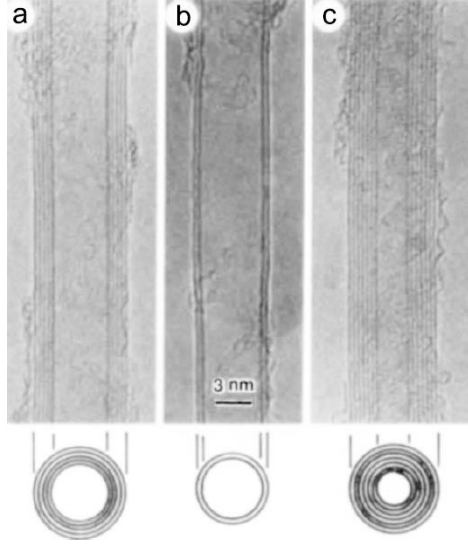
1.3 Orjinal Katkı

Literatür özetinden de görüleceği gibi, sonsuz uzunluklu yerel eğrilikli çok duvarlı karbon nanotüp içeren kompozit malzemelerde gerilme analizi ile ilgili yaklaşık analitik bir metot geliştirilerek üç boyutlu elastisite teorisi kapsamında çalışma literatürde bulunmamaktadır. Bu anlamda tez çalışmaları sırasında yapılmış olan sonsuz uzunluklu yerel eğriliğe sahip çok duvarlı (çift duvarlı ve üç duvarlı) karbon nanotüp olması durumunda karbon nanotüplerin en dışındaki duvarın dış yüzeyi ile onu çevreleyen matris malzemesinin arakesit yüzeyinde, elastisite teorisine ait kesin geometrik nonlinear denklemler kullanılıp, parçalı-homojen cisim modeli sınırları dahilinde yapılmış olan gerilme dağılımı analizi çalışması özgündür. Elde edilen sayısal sonuçlar dikkate alındığında, çalışma uygulamada yol gösterici olabilecektir. Böylelikle malzeme üretiminde göz önünde bulundurulması gereken sınırlar tayin edilebilecektir. Ayrıca karbon nanotüplerin mekaniksel özellikleri göz önünde bulundurulduğunda yapısındaki

büyük boşluklar ve yüksek en/boy oranı sebebiyle katlanma (eğilme) eğiliminden dolayı teorik kırılma limitinin belirlenmesi teorik ve pratik açıdan önemlidir. Literatür özetinden de görüleceği [77]' de çift duvarlı nanotüpün düz, eğrilsiz olduğu durumla ilgili özdeğer problemi çözülmüş ve sayısal sonuçlar verilmiştir. Üç boyutlu lineerleştirilmiş stabilite teorisi (ÜBLST) kapsamında sürekli ortam mekaniği sınırları dahilinde üretimde veya dizayn sırasında meydana gelebilecek ilkel hata dolayısıyla yerel eğriliği olan matris malzemesi içine yerleştirilmiş çift duvarlı bir karbon nanotüpe ait stabilite çalışması yoktur. Bahsedilen matematiksel modelleme çerçevesinde içine üç duvarlı (çok duvarlı) karbon nanotüp yerleştirilmiş kompozit malzeme ile ilgili çalışma da yoktur. Dolayısıyla tezde yer alan, stabilite kaybı bölümünde yapılan çalışma da özgündür. Yeni nesil teknolojide çok önemli yere sahip nanomalzemelerin en önemli üyesi olan karbon nanotüplerin çeşitli dış etkiler altındaki elastik davranışı hem yapılacak deneylerin sonuçlarını öngörebilme dolayısıyla maliyet planlayabilme hem de üretimde malzemelerin güvenlik sınırları hakkında bilgi vermesi açısından oldukça önemlidir.

YEREL EĞRİLİKLİ ÇİFT DUVARLI KARBON NANOTÜPLERİN GERİLME ANALİZİ

Karbon nanotüpler nano boyuttaki grafit karbonlarının içi boş silindirik çubukları olarak tasarlanıp tek katlı ve çok katlı nanotüpler olarak sınıflandırılabilirler. Çok-duvarlı nanotüpler (MWCNT) yuvarlanarak silindir haline gelmiş çoklu grafen katmanlarından oluşmaktadır ve çok-duvarlı nanotüplerin yapılarını ifade etmek için iki model kullanılabilir. Russian Doll modelinde çok duvarlı bir karbon nanotüp, grafen tabakasının silindir haline gelmesiyle oluşan tek duvarlı bir karbon nanotüpün kendisinden daha büyük yarıçapa sahip başka bir tek duvarlı karbon nanotüpün içine yerleştirilerek ortak merkezli tüpler elde edilmesiyle oluşur. Parchment modelinde ise çok katlı karbon nanotüpler, yuvarlanmış gazeteye benzer şekilde tek bir grafen tabakasının kendisi etrafında yuvarlanmasıyla elde edilirler. Karbon nanotüplerin katman sayısının artması bazı elektrik, ısı iletim ve mekanik özelliklerinin değişmesine sebep olmaktadır [21]. Dolayısıyla duvar sayısının artırılarak araştırmaların yapılması da önemlidir. Şekil 2.1' de çok duvarlı karbon nanotüplerin transmisyon elektron mikroskobu (TEM) ile alınan görüntüleri yer almaktadır, (a) 6.7 nm'lik çapa sahip beş duvarlı nanotüp; (b) 5.5 nm'lik çapa sahip çift duvarlı nanotüp; and (c) 6.5 nm'lik çapa sahip yedi duvarlı nanotüp [56].

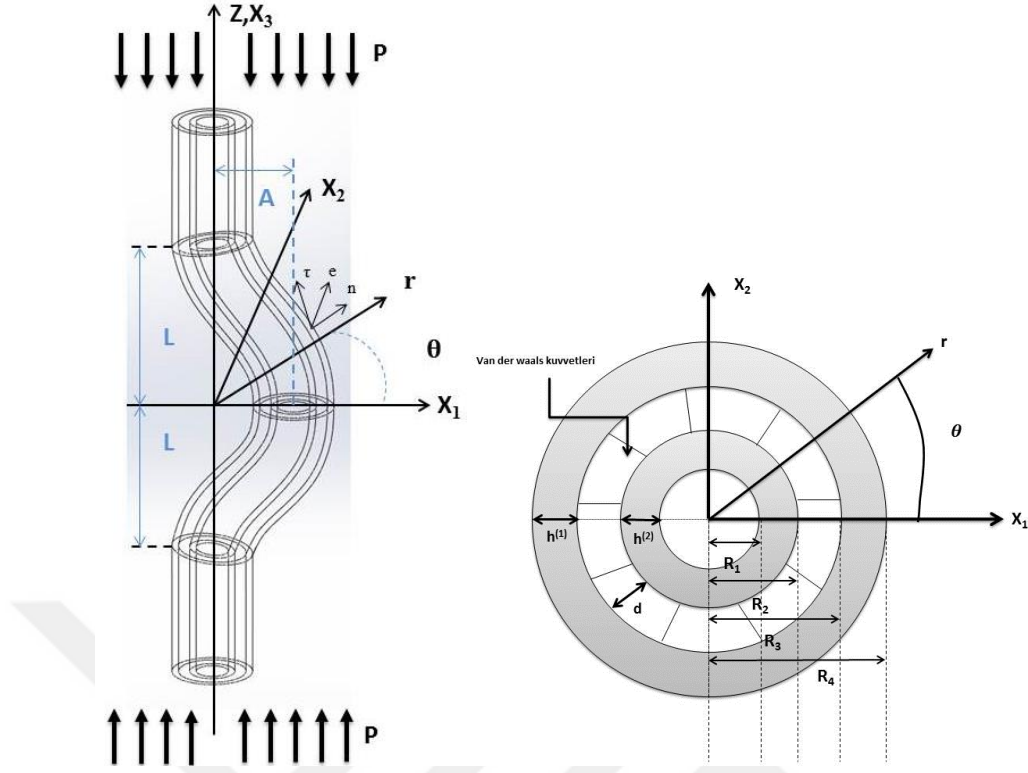


Şekil 2. 1 Çok Duvarlı karbon nanotüplerin (TEM) ile alınmış görüntüsü(a) Beş duvarlı CNT,(b) Çift duvarlı CNT, (c) Yedi duvarlı CNT

Karbon nanotüpler çekmeye karşı dayanıklıdırlar, ancak yapılarında büyük boşluklar olduğundan basınca karşı mukavemetleri oldukça düşüktür. Bu nedenle, tüplerin basınç altındaki davranışlarının araştırılması oldukça önemlidir.

2.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu

Yerel eğrilikli, çift duvarlı bir karbon nanotüp içeren sonsuz uzunlukta düşük yoğunluklu sonsuz elastik bir ortam göz önüne alınsın. Şekil 2.2' de olduğu gibi yerel eğrilikli çift duvarlı karbon nanotüp, iki içi boş yerel eğrilikli silindirin eş merkezli olarak iç içe geçmesiyle modellenmiştir ve silindirlerin arasında boşluk olduğu farzedilmiştir. Ayrıca tüplerin bitişik yüzeylerindeki, yani dıştaki tüpün iç yüzeyi ile içteki tüpün dış yüzeyi arasındaki radyal yer değiştirmelerdeki fark sebebiyle van der Waals kuvvetlerinin meydana geldiği varsayılmıştır [77]. Bahsedilen modelde sonsuzda karbon nanotüpün boyuna doğrultusunda, düzgün yayılmış normal kuvvetler olduğu ve karbon nanotüpün yüzeyine dik olan kesitlerin yarıçaplarının nanotüp boyunca sabit kaldığı kabul edilmiştir. Çalışmadaki karbon nanotüp sürekli bir malzeme olarak ele alınmıştır [49].



Şekil 2. 2 Çift duvarlı karbon nanotüp içeren sonsuz elastik cismin geometrisi ve koordinat takımları

Şekil 2.2' de gösterildiği gibi başlangıç noktası iç içe geçmiş nanotüplerin ortak merkez çizgisi üzerinde olan; Or θ z silindirik, Ox₁x₂x₃ kartezyen koordinat takımları seçilsin ve bu koordinatlar Lagrange koordinatları olarak kabul edilsin. Yukarıda modeli verilen çift duvarlı yerel eğrilikli tek bir karbon nanotüp içeren sonsuz cisme nanotüp doğrultusunda (Ox₃(Oz) yönünde) yoğunluğu p olan düzgün yayılmış normal kuvvetlerin etki ettiği düşünülmektedir. Ayrıca (iç içe geçmiş) nanotüplerin ortak merkez çizgisine (orta çizgisine) dik olan R₁=R-h⁽¹⁾-h⁽²⁾-d, R₂=R-h⁽¹⁾-d, R₃=R-h⁽¹⁾ ve R₄=R yarıçaplı dairesel kesitlerinin karbon nanotüp boyunca değişmediği ve bu R₁, R₂, R₃ ve R₄ yarıçaplarının sabit kaldığı kabul edilmiştir.

Çift duvarlı karbon nanotüp (DWCNT) ile matris malzemelerinin birbirinden farklı ve lineer elastik olduğu varsayılp, incelemeler sürekli ortamlar mekaniğinin kesin geometrik nonlineer üç boyutlu denklemleri uygulanarak yapılmıştır. Şekil 2.2' deki cismin geometrisini göz önüne alarak iç içe geçmiş nanotüplerin ortak merkez (orta) çizgisinin denklemi

$$x_1 = F(x_3) = \varepsilon \delta(x_3), \quad x_2 = 0 \quad (2.1)$$

şeklinde ele alınsın. Burada ε , ($0 \leq \varepsilon < 1$) karbon nanotüpün eğilme genliğini belirten küçük bir parametredir. $\delta(x_3)$ fonksiyonu ise karbon nanotüpün yüklenmeden önceki eğilmesinin biçimini göstermektedir. (2.1) denkleminde görüldüğü gibi, başlangıç yerel eğrilige sahip çift duvarlı karbon nanotüpün orta çizgisi $x_2=0$ düzlemi üzerindedir. Yükleme gerçekleştikten sonra da karbon nanotüpün orta çizgisinin bu düzlem üzerinde kaldığı varsayılacaktır. (2.1) ile verilen nanotüpün orta çizgisinin denklemi ve nanotüp kesitinin sağladığı koşuldan yararlanarak, [7] kaynağında gösterildiği gibi nanotüp ve matris arayüzeyi olan S_4 'ün (nanotüpün en dış yüzeyi) denklemi aşağıdaki gibi elde edilebilmektedir:

$$r(\theta, t_3) = \frac{\varepsilon \delta(t_3) (1 + \varepsilon^2 (\delta'(t_3))^2) \cos \theta}{1 + (\delta'(t_3))^2 \varepsilon^2 \cos^2 \theta} + \left\{ \frac{\varepsilon^2 (\delta(t_3))^2 (1 + \varepsilon^2 (\delta'(t_3))^2)^2 \cos \theta}{(1 + (\delta'(t_3))^2 \varepsilon^2 \cos^2 \theta)^2} + R^2 - (\delta(t_3))^2 \varepsilon^2 (1 + \varepsilon^2 (\delta'(t_3))^2) \right\}^{1/2}$$

$$x_3(\theta, t_3) = t_3 - \varepsilon \delta'(t_3) (r(\theta, t_3) - \varepsilon \delta(t_3)), \quad \delta'(t_3) = \frac{d\delta(t_3)}{dt_3}. \quad (2.2)$$

Burada t_3 bir parametredir ve $t_3 \in (-\infty, +\infty)$ dir. (2.2) denklemleri aracılığı ile S_4 yüzeyinin birim dış normalinin bileşenleri için aşağıdaki denklemleri elde edilir [7]:

$$n_r = r(\theta, t_3) \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial t_3} [A(\theta, z)]^{-1},$$

$$n_\theta = \left[\frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial \theta} \frac{\partial r(\theta, t_3)}{\partial t_3} - \frac{\partial r(\theta, t_3)}{\partial \theta} \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial t_3} \right] [A(\theta, z)]^{-1},$$

$$n_z = -r(\theta, t_3) \frac{\partial r(\theta, t_3)}{\partial t_3} [A(\theta, t_3)]^{-1}. \quad (2.3)$$

Burada,

$$A(\theta, t_3) = \left[\left(r(\theta, t_3) \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial t_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial \theta} \frac{\partial r(\theta, t_3)}{\partial t_3} - \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial t_3} \frac{\partial r(\theta, t_3)}{\partial \theta} \right)^2 \right] +$$

$$\left(\mathbf{r}(\theta, t_3) \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial t_3} \right)^2 \Bigg]^{1/2} \quad (2.4)$$

şeklindedir. Bundan sonra; matris malzemesi ile ilgili büyüklükler (1), çift duvarlı karbon nanotüpün dış katmanı ile ilgili büyüklükler (2), iç katmanı ile ilgili büyüklükler ise (3) üst indisleriyle gösterilecektir. Bundan başka, gerilme-şekil değiştirme tansörleri ve yer değiştirme vektörünün kovaryant ve kontravaryant bileşenleri ile bu tansörler ve vektörün fiziksel bileşenlerinden faydalanılacaktır. Ayrıca tekrarlanan indislere göre Einstein toplam uyluşımı kullanılacak, fakat altı çizili tekrarlanan indisler için bu uyluşım sağlanmayacaktır. Çift duvarlı karbon nanotüpün iç ve dış katmanlarında ve matris malzemesinin her birinde sağlanmak koşuluyla; denge denklemleri, şekil değiştirme-yer değiştirme ilişkileri ve bünye denklemlerinin sağlandığı varsayılacaktır:

$$\nabla_i \left[\sigma^{(1)ip} \left(\mathbf{g}_p^j + \nabla_p \mathbf{u}^{(1)j} \right) \right] = 0, \quad l=1,2, \quad (2.5)$$

$$2\epsilon_{jq}^{(1)} = \nabla_j \mathbf{u}_q^{(1)} + \nabla_q \mathbf{u}_j^{(1)} + \nabla_j \mathbf{u}^{(1)n} \nabla_q \mathbf{u}_p^{(1)}, \quad (2.6)$$

$$\sigma_{(ip)}^{(1)} = (\lambda^{(1)} \mathbf{e}^{(1)}) \delta_i^p + 2(\mu^{(1)} \epsilon_{(ip)}^{(1)}), \quad \mathbf{e}^{(1)} = \epsilon_{ii}^{(1)} \quad i=1,2,3. \quad (2.7)$$

(2.5) ile verilen denge denklemlerinin ve (2.6) ile verilen şekil değiştirme ve yerdeğiştirme ilişkilerinin silindirik koordinatlardaki ifadesi Ek A ve Ek B de verilmektedir. Burada (2.7) ile verilen denklemde $\sigma_{(ip)}^{(1)}$ 'lar ve $\epsilon_{(ip)}^{(1)}$ 'lar sırasıyla gerilme ve şekil değiştirme tansörlerinin fiziksel bileşenlerini göstermektedir. Aynı zamanda karbon nanotüp ve matris arayüzeyi olan S_4 yüzeyinde ideal temas koşullarının sağlandığı varsayılacaktır. S_4 yüzeyinin dış normal vektörü bileşenleri n_j olmak üzere bu koşullar aşağıdaki gibi verilmektedir:

$$\sigma^{(1)ip} \left(\mathbf{g}_p^j + \nabla_p \mathbf{u}^{(1)j} \right) \Big|_{S_4} n_j = \sigma^{(2)ip} \left(\mathbf{g}_p^j + \nabla_p \mathbf{u}^{(2)j} \right) \Big|_{S_4} n_j, \quad \mathbf{u}^{(1)j} \Big|_{S_4} = \mathbf{u}^{(2)j} \Big|_{S_4}, \quad (2.9)$$

İçteki tüpün dış yüzeyi (S_2) ile dıştaki tüpün iç yüzeyi (S_3) arasındaki sınır koşulları $n_j^{(1)}$ ($k=2,3$) yüzeylerinin dış normalleri olmak üzere aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$(\mathbf{R}_3) \sigma^{(2)pp} \left(\mathbf{g}_p^j + \nabla_p \mathbf{u}^{(2)j} \right) \Big|_{S_3} n_j^{(1)} = \mathbf{c} \left(\mathbf{u}_p^{(2)} \Big|_{S_3} - \mathbf{u}_p^{(3)} \Big|_{S_2} \right),$$

$$\sigma^{(2)ip} \left(g_p^j + \nabla_p u^{(2)j} \right) \Big|_{S_3} n_j^{(1)} = 0, \quad i = \tau, e, \quad ,$$

$$(R_3) \sigma^{(2)pp} \left(g_p^j + \nabla_p u^{(2)j} \right) \Big|_{S_3} n_j^{(1)} = (R_2) \sigma^{(3)pp} \left(g_p^j + \nabla_p u^{(3)j} \right) \Big|_{S_2} n_j^{(1)},$$

$$\sigma^{(3)ip} \left(g_p^j + \nabla_p u^{(3)j} \right) \Big|_{S_2} n_j^{(1)} = 0, \quad i = \tau, e \quad . \quad (2.10)$$

En iç tarafta bulunan (Şekil 2.2) R_1 yarıçaplı S_1 yüzeyinde, dış normal vektörü bileşenleri $n_j^{(1)}$ olmak üzere

$$\sigma^{(3)ip} \left(g_p^j + \nabla_p u^{(3)j} \right) \Big|_{S_1} n_j^{(1)} = 0 \quad (2.11)$$

koşulu sağlanır. Ayrıca,

$$\sigma_{zz}^{(1)} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} p, \quad \sigma_{ij}^{(1)} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0, \quad (ij) \neq zz \quad (2.12)$$

koşullarının sağlandığı varsayılacaktır. Gerilme ve şekil değiştirmenin fiziksel bileşenleri için (2.12) denklemlerinden yararlanılacaktır:

$$\sigma_{(ij)} = \sigma^{ij} H_i H_j = \sigma_{ij} \frac{1}{H_i H_j}, \quad \varepsilon_{(ij)} = \varepsilon_{ij} \frac{1}{H_i H_j} = \varepsilon^{ij} H_i H_j, \quad u_{(i)} = u^i H_i = u_i \frac{1}{H_i} \quad (2.13)$$

(2.13)' de $(ij) = rr, \theta\theta, zz, r\theta, rz, z\theta$, $(i) = r, \theta, z$ şeklindedir. Gerilme ve şekil değiştirme tansörlerinin ele alınan silindirik koordinat takımındaki kontravaryant ve kovaryant bileşenleri sırasıyla σ^{ij} , ε^{ij} ve σ_{ij} , ε_{ij} ile; yer değiştirme vektörünün silindirik koordinat takımındaki kontravaryant ve kovaryant bileşenleri sırasıyla ise u^i , u_i 'ler temsil edilmektedir. (2.13) ifadeleri tansör ve vektörlerin fiziksel bileşenleri arasındaki ilişkileri göstermektedir. Bu ifadelerdeki H_i 'ler ise, bilinen Lamé sabitlerini ifade etmektedir. Gerilme tansörü ile şekil değiştirme tansörünün silindirik koordinatlardaki fiziksel bileşenlerinin bu tansör ve vektörlerin kovaryant ve kontravaryant bileşenlerine bağlı ifadeleri (2.14)' de verilmektedir. Sadelik açısından bundan sonra fiziksel bileşenler için parantezler kullanılmamaktadır.

$$H_r = r, \quad H_\theta = 1, \quad H_z = 1,$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_{(r)} &= \mathbf{u}^r = \mathbf{u}_r, \quad \mathbf{u}_{(\theta)} = r\mathbf{u}^\theta = \frac{1}{r}\mathbf{u}_\theta, \quad \mathbf{u}_{(z)} = \mathbf{u}_z = \mathbf{u}^z, \quad \sigma_{(rr)} = \sigma_{rr} = \sigma^{rr}, \quad \sigma_{(r\theta)} = \frac{1}{r}\sigma_{r\theta} = r\sigma^{r\theta}, \\
\sigma_{(rz)} &= \sigma_{rz} = \sigma^{rz}, \quad \sigma_{(\theta r)} = \frac{1}{r}\sigma_{\theta r} = r\sigma^{r\theta}, \\
\sigma_{(\theta\theta)} &= \frac{1}{r^2}\sigma_{\theta\theta} = r^2\sigma^{\theta\theta}, \quad \sigma_{(\theta z)} = \frac{1}{r}\sigma_{\theta z} = r\sigma^{\theta z}, \quad \sigma_{(zr)} = \sigma_{zr} = \sigma^{zr}, \quad \sigma_{(z\theta)} = \frac{1}{r}\sigma_{z\theta} = r\sigma^{z\theta}, \\
\sigma_{(zz)} &= \sigma_{zz} = \sigma^{zz}.
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Yukarıda sunulanlar ile ele alınan fiziksel problemin matematik formülasyonu genel bir biçimde verilmiş olmaktadır. Böylece, sonsuz elastik bir ortamdaki yerel eğrilikli sonsuz uzun çift duvarlı karbon nanotüp içeren kompozit malzemenin nanotüpün boyuna yönünde etki gösteren dış kuvvetler altında incelenmesi, (2.5)-(2.7) denklem takımının (2.9)-(2.11) sınır koşulları çerçevesinde incelenmesine getirilmektedir.

2.2 Çözüm Yönteminin Geliştirilmesi

Bir önceki alt bölümde matematiksel formülasyonu ifade edilen problem, nonlinear kısmi türevli diferansiyel denklem takımı için verilmiş bir sınır-değer problemidir. Bu problemin araştırılmasında, [6] ve [7]'de ayrıntıları verilmiş olan sınır formu pertürbasyon yöntemi uygulanacaktır. Bu yönteme göre aranan büyüklükler (2.1)' de verilen karbon nanotüpün orta çizgisinin denkleminde yer alan ve onun eğilme derecesini gösteren oldukça küçük ε parametresinin serisi halinde (2.15)'de olduğu gibi ifade edilmektedir.

$$\sigma_{rr}^{(k)} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \sigma_{rr}^{(k),q}, \dots, \varepsilon_{rr}^{(k)} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \varepsilon_{rr}^{(k),q}, \dots, \mathbf{u}_r^{(k)} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \mathbf{u}_r^{(k),q} \tag{2.15}$$

Ayrıca nanotüp-matris arayüzeyi olan S_4 'ün (2.2) ile verilen denklemler ve bu yüzeyin birim normalinin bileşenlerini gösteren (2.3) ifadeleri de ε parametresinin serisi halinde aşağıdaki gibi elde edilebilmektedir:

$$\begin{aligned}
r &= R + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k a_{rk}(\theta, t_3), \quad z = t_3 + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k a_{zk}(\theta, t_3), \\
n_r &= 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k b_{rk}(\theta, t_3), \quad n_\theta = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k b_{\theta k}(\theta, t_3), \quad n_z = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k b_{zk}(\theta, t_3)
\end{aligned} \tag{2.16}$$

(2.16) ifadelerindeki ε^k 'ların katsayıları sadelik amacıyla burada verilmemektedir. (2.15)'de seri halinde ifade edilen büyüklükler, (2.5) denkleminde yerine yazılarak (2.15)'deki yaklaşımların her biri için uygun denklem takımı elde edilebilmektedir. (2.7)'deki bünye bağıntıları lineer olduğundan (2.13)'deki yaklaşımların her biri için ayrı ayrı sağlanan bünye denklemleri elde edilebilir. Ayrıca (2.15) ifadeleri (2.9)-(2.11) temas koşullarında yerine yazılabilir. Daha sonra (2.14)'den faydalanarak (2.15)'daki ε^k 'nın katsayıları (R, θ, t_3) civarında seriye açılarak ε 'nın aynı derecelerine göre gruplandırılırsa, herbir yaklaşım için $r=R_4$, $r=R_3=R-h^{(1)}$, $r=R_2=R-h^{(1)}-d$ ve $r=R_1=R-h^{(1)}-h^{(2)}-d$ yüzeylerinde sağlanan uygun temas koşulları elde edilebilir. Birinci ve daha sonraki yaklaşımlar için elde edilen denklemler önceki yaklaşımların büyüklüklerini de içermektedirler. Bu matematiksel işlemler ayrıntılı olarak [7] kaynağında verilmektedir. Bundan sonra, sıfıncı ve birinci yaklaşımlar için elde edilen uygun denklem takımlarının ve temas koşullarının ifadeleri göz önüne alınacaktır.

2.2.1 Sıfıncı Yaklaşım

Sıfıncı yaklaşım için (2.5)-(2.7) denklemleri aynen sağlanacaktır. (2.9)-(2.11) temas koşulları ise $n_r=1$, $n_\theta=0$, $n_z=0$ oldukları gözönünde bulundurularak $r=R-h^{(1)}$, $r=R-h^{(1)}-d$ ve $r=R-h^{(1)}-h^{(2)}-d$ 'de aynen sağlanacaktır. Bunun dışında (2.12) ifadeleri sıfıncı yaklaşım için

$$\sigma_{zz}^{(1),0} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} p, \quad \sigma_{zz}^{(1),0} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0, \quad (ij) \neq zz \quad (2.17)$$

şeklinde yazılırlar. Bu şekilde sıfıncı yaklaşım için elde edilen temas koşulları ve denklemler nonlinear olur. Sıfıncı yaklaşım, en başta ifade edilen modeldeki karbon nanotüpün yerel eğriliğe sahip olmadığı yani düz olduğu durumda ortaya çıkan gerilme ve şekil değiştirmelerin belirlenmesi için araştırılması gereken sınır değer problemidir. İlgili bilimsel görüşler, böyle bir durumda sıfıncı yaklaşım için elde edilen denklemlerdeki nonlinear terimlerin önemli bir etki vermeyeceğini ve ihmal edilebileceğini söylemektedir [7]. Bu varsayımın geçerliliği için $\nabla_n u^{(k),j,0} \ll 1$ şartının sağlandığı kabul edilerek $g_p^j + \nabla_p u^{(1),j,0}$ terimleri Kronecer sembolleri olan δ_n^j 'lerle yer değiştirilecektir. Böylelikle sıfıncı yaklaşımın elde edilebilmesi için

$$\nabla_i \sigma^{(1),ij,0} = 0, \quad 2\varepsilon_{jq}^{(1),0} = \nabla_j u_i^{(1),0} + \nabla_q u_j^{(1),0},$$

$$\sigma_{(ij)}^{(l)} = (\lambda^{(l)} e^{(l,0)} \delta_i^n + 2(\mu^{(l)} \epsilon_{(ij)}^{(l,0)}) e^{(l,0)} = \epsilon_{(ii)}^{(l,0)}, \quad i=r, \theta, z \quad (2.18)$$

denklem takımı ve

$$\sigma_{(ij)}^{(3),0} \Big|_{r=R-h^{(1)}-h^{(2)}-d} = 0, \quad (2.19)$$

$$\sigma_{(ij)}^{(2),0} \Big|_{r=R-h^{(1)}-d} = \sigma_{(ij)}^{(3),0} \Big|_{r=R-h^{(1)}-d},$$

$$\sigma_{(ij)}^{(2),0} \Big|_{r=R-h^{(1)}} = \sigma_{(ij)}^{(3),0} \Big|_{r=R-h^{(1)}},$$

$$\sigma_{(ij)}^{(2),0} \Big|_{r=R} = \sigma_{(ij)}^{(1),0} \Big|_{r=R}, \quad u_{(i)}^{(2),0} \Big|_{r=R} = u_{(i)}^{(1),0} \Big|_{r=R}; \quad (ij)=rr, r\theta, rz, (i)=r, \theta, z \quad (2.19)$$

temas koşulları elde edilir. (2.18)-(2.19) denklemlerinin çözümünde (2.17) sınır koşulları da göz önünde bulundurulmak zorundadır. Böylelikle sıfırcı yaklaşımın elde edilmesi için çözülmesi gereken problemin matematiksel formülasyonu elde edilmiş olmaktadır.

2.2.2 Birinci Yaklaşım

Herhangi bir r. yaklaşımda ilgili ifadeleri elde etmek için, (2.13)'ü (2.5) ve (2.6)'da yerine yazılıp, ϵ 'nin aynı kuvvetlerinin katsayıları eşitlenirse aşağıdaki denklemler elde edilebilmektedir.

$$\nabla_i [\sigma^{(1)ip,r} (g_p^j + \nabla_p u^{(1)j,0})] + \nabla_i (\sigma^{(1)ip,0} \nabla_p u^{(1)j,r}) = - \sum_{q=1}^{r-1} \nabla_i (\sigma^{(1)ip,r-q} \nabla_p u^{(1)j,q}), \quad (2.20)$$

$$2\epsilon_{jq}^{(1),r} = \nabla_j u_q^{(1),r} + \nabla_q u_j^{(1),r} + \nabla_j u^{(1)p,0} \nabla_q u_p^{(1),r},$$

$$+ \nabla_j u^{(1)p,r} \nabla_q u_p^{(1),0} + \sum_{s=1}^{r-1} \nabla_j u^{(1)p,r-s} \nabla_q u_p^{(1),s}. \quad (2.21)$$

Daha önce bahsedildiği gibi $\nabla_p u^{(1)j,0} \ll 1$ olduğu kabul edilir ve $g_p^j + \nabla_p u^{(1)j,0}$ 'lar δ_p^j 'ler ile yer değiştirilirse; (2.20), (2.21) denklemleri aşağıdaki gibi ele alınabilir.

$$\nabla_i [\sigma^{(1)ij,r} + \sigma^{(1)ip,0} \nabla_n u^{(1)j,r}] = - \sum_{q=1}^{r-1} \nabla_i (\sigma^{(1)ip,r-q} \nabla_n u^{(1)j,q}), \quad (2.22)$$

$$2\epsilon_{ij}^{(1),r} = \nabla_j u_i^{(1),r} + \nabla_i u_j^{(1),r} + \sum_{s=1}^{r-1} \nabla_j u^{(1)p,r-s} \nabla_i u_p^{(1),s}. \quad (2.23)$$

Bu durumda, birinci yaklaşım için aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\nabla_i [\sigma^{(k)ij,1} + \sigma^{(1)ip,0} \nabla_q u^{(1)j,1}] = 0, \quad (2.24)$$

$$2\varepsilon_{ij}^{(1),1} = \nabla_j u_i^{(1),1} + \nabla_i u_j^{(1),1}, \quad (2.25)$$

$$\sigma_{(ip)}^{(1),1} = (\lambda^{(1)} e^{(1),1}) \delta_i^p + 2(\mu^{(1)} \varepsilon_{(ip)}^{(1),1}), \quad e^{(1),1} = \varepsilon_{(ii)}^{(1),1}, \quad i=1,2,3. \quad (2.26)$$

(2.25) denklemlerinin açık ifadeleri aşağıdaki gibidir:

Şekil değiştirme-yer değiştirme ilişkileri:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr}^{(k),1} &= \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial r}, \\ 2\varepsilon_{r\theta}^{(k),1} &= \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial \theta} - \frac{1}{r} u_\theta^{(k),1}, \\ 2\varepsilon_{rz}^{(k),1} &= \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial r} + \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial z}, \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(k),1} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} u_r^{(k),1}, \\ 2\varepsilon_{\theta z}^{(k),1} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial z}, \\ \varepsilon_{zz}^{(k),1} &= \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial z}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

şeklinde. Denge denklemlerinin açık hali ise [21] ve [39]' da olduğu gibidir. Yukarıda sunulan işlemler (2.9)-(2.11) ile ifade edilen temas koşulları için uygulanır ve $\nabla_p u^{(1)j,0} \ll 1$ olduğu da varsayılırsa, birinci yaklaşım için (2.28)'deki temas koşulları elde edilir:

$$\left[\sigma_{(ir)} \right]_{1,1}^{2,1} + f_1 \left[\frac{\partial \sigma_{(ir)}}{\partial r} \right]_{1,0}^{2,0} + g_1 \left[\frac{\partial \sigma_{(ir)}}{\partial z} \right]_{1,0}^{2,0} + y_r \left[\sigma_{(ir)} \right]_{1,0}^{2,0} + y_\theta \left[\sigma_{(i\theta)} \right]_{1,0}^{2,0} + y_z \left[\sigma_{(iz)} \right]_{1,0}^{2,0} = 0,$$

$$\left[u_{(i)} \right]_{1,1}^{2,1} + f_1 \left[\frac{\partial u_{(i)}}{\partial r} \right]_{1,0}^{2,0} + g_1 \left[\frac{\partial u_{(i)}}{\partial z} \right]_{1,0}^{2,0} = 0,$$

$$\begin{aligned} & \left[\sigma_{(i)r} \right]_{2,1}^{3,1} + f_1 \left[\frac{\partial \sigma_{(i)r}}{\partial r} \right]_{2,0}^{3,0} + g_1 \left[\frac{\partial \sigma_{(i)r}}{\partial z} \right]_{2,0}^{3,0} + y_r \left[\sigma_{(i)r} \right]_{2,0}^{3,0} + y_\theta \left[\sigma_{(i)\theta} \right]_{2,0}^{3,0} + y_z \left[\sigma_{(i)z} \right]_{2,0}^{3,0} = \mathbf{c}(\mathbf{u}_n^{(3)} - \mathbf{u}_n^{(2)}), \\ & \left[\mathbf{u}_{(i)} \right]_{2,1}^{3,1} + f_1 \left[\frac{\partial \mathbf{u}_{(i)}}{\partial r} \right]_{2,0}^{3,0} + g_1 \left[\frac{\partial \mathbf{u}_{(i)}}{\partial z} \right]_{2,0}^{3,0} = 0. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Bu şekilde ele alınan problemin birinci yaklaşımının çözümünü için gerekli olan denklemler takımı ve temas koşulları verilmiş olmaktadır. (2.28)' de kullanılan kısaltmalar (2.29)'da verilmiştir.

$$\begin{aligned} f_1 &= \delta(t_3) \cos \theta, \quad g_1 = -R \frac{d\delta(t_3)}{dt_3} \cos \theta, \\ y_r &= \left(\frac{\delta(t_3)}{R} - \frac{d^2 \delta(t_3)}{dt_3^2} R \right) \cos \theta, \quad y_\theta = \frac{\delta(t_3)}{R} \sin \theta, \quad y_z = -\frac{d\delta(t_3)}{dt_3} \cos \theta. \end{aligned} \quad (2.29)$$

2.3 Sınır Değer Probleminin Çözümü

Bu aşamada, önceki kısımlarda matematiksel formülasyonu verilen sıfıncı ve birinci yaklaşımlara ait sınır değer problemlerinin çözümleri ele alınacaktır. Sadelik açısından $v^{(1)}$ matris malzemesinin, $v^{(2)}$, $v^{(3)}$ sırasıyla dıştaki ve içteki karbon nanotüp malzemelerinin Poisson oranları olmak üzere $v^{(1)} = v^{(2)} = v^{(3)}$ olduğunu varsayılacaktır. Sonuç olarak; Poisson oranlarının eşit alınması, [7]' ye göre sayısal sonuçlara önemli bir etki yapmamaktadır. Bundan dolayı, $v^{(1)} = v^{(2)} = v^{(3)}$ koşulu sadece işlemleri kolaylaştırmak için varsayılacaktır. Bu durumda sıfıncı yaklaşım için (2.17)-(2.19) probleminin çözümü (2.30)'daki gibi elde edilebilmektedir;

$$\begin{aligned} \epsilon_{zz}^{(1),0} &= \epsilon_{zz}^{(2),0} = \epsilon_{zz}^{(3),0} = \frac{p}{E^{(1)}}, \quad \sigma_{zz}^{(1),0} = p, \quad u_z^{(1),0} = u_z^{(2),0} = u_z^{(3),0} = \frac{p}{E^{(1)}} z, \\ \mathbf{u}_r^{(3),0} &= -v^{(3)} \epsilon_{zz}^{(3),0} \mathbf{r}, \quad \mathbf{u}_r^{(1),0} = -v^{(1)} \epsilon_{zz}^{(1),0} \mathbf{r}, \quad \mathbf{u}_r^{(2),0} = -v^{(2)} \epsilon_{zz}^{(2),0} \mathbf{r} \\ u_\theta^{(1),0} &= u_\theta^{(2),0} = u_\theta^{(3),0} = 0, \quad \sigma_{rr}^{(1),0} = \sigma_{rr}^{(2),0} = \sigma_{rr}^{(3),0} = \sigma_{\theta\theta}^{(1),0} = \sigma_{\theta\theta}^{(2),0} = \sigma_{\theta\theta}^{(3),0} = 0, \quad \sigma_{zz}^{(2),0} = p \frac{E^{(2)}}{E^{(1)}} \\ \sigma_{\theta z}^{(1),0} &= \sigma_{\theta z}^{(2),0} = \sigma_{\theta z}^{(3),0} = \sigma_{rz}^{(1),0} = \sigma_{rz}^{(2),0} = \sigma_{rz}^{(3),0} = \sigma_{r\theta}^{(1),0} = \sigma_{r\theta}^{(2),0} = \sigma_{r\theta}^{(3),0} = 0 \end{aligned} \quad (2.30)$$

Bu aşamada (2.24)-(2.28) denklemleriyle ifade edilen birinci yaklaşımla ilgili problemin çözümünü ele alalım. Yukarıda yapılan varsayımlar çerçevesinde ve (2.30) denklemlerinin dikkate alınması ile (2.24) denklemleri ile ilgili büyüklükler silindirik koordinatlardaki fiziksel bileşenleri cinsinden yazılırsa (2.31) elde edilebilmektedir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}^{(1),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(1),1}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(1),1}}{\partial z} + \frac{1}{r} \left(\sigma_{rr}^{(1),1} - \sigma_{\theta\theta}^{(1),1} \right) + \sigma_{zz}^{(1),0} \frac{\partial^2 u_r^{(1),1}}{\partial z^2} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(1),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(1),1}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(1),1}}{\partial z} + \frac{2}{r} \sigma_{r\theta}^{(1),1} + \sigma_{zz}^{(1),0} \frac{\partial^2 u_\theta^{(1),1}}{\partial z^2} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{rz}^{(1),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(1),1}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(1),1}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(1),1} + \sigma_{zz}^{(1),0} \frac{\partial^2 u_z^{(1),1}}{\partial z^2} &= 0. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Doğrudan sağlamayla bu denklemlerin üç boyutlu lineerize edilmiş elastisite denklemleri oldukları görülür [78]. (2.26) denklemleri ise

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr}^{(1),1} &= \frac{\partial u_r^{(1),1}}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^{(1),1} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_\theta^{(1),1}}{\partial \theta} + u_r^{(1),1} \right), \quad \varepsilon_{zz}^{(1),1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z^{(1),1}}{\partial r} + \frac{\partial u_r^{(1),1}}{\partial z} \right), \\ \varepsilon_{rz}^{(1),1} &= \frac{\partial u_z^{(1),1}}{\partial z}, \quad 2\varepsilon_{r\theta}^{(1),1} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(1),1}}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta^{(1),1}}{\partial r} - \frac{u_\theta^{(1),1}}{r}, \quad \varepsilon_{\theta z}^{(k),1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (2.32)$$

halini alır. (2.1) ile ifade ettiğimiz karbon nanotüpün orta çizgisinin denklemi

$$x_1 = A \exp \left(- \left(\frac{x_3}{L} \right)^2 \right) \cos \left(m \frac{x_3}{L} \right) = \varepsilon L \exp \left(- \left(\frac{x_3}{L} \right)^2 \right) \cos \left(m \frac{x_3}{L} \right) = \varepsilon \delta(x_3); \quad \varepsilon = \frac{A}{L} \quad (2.33)$$

olarak tanımlansın. (2.33)' deki ε parametresi, $L > A$ kabulü altında $\varepsilon = \frac{A}{L}$ olarak seçilmiştir. (2.28) ifadeleri dikkate alınır ve (2.29) kullanılırsa birinci yaklaşım için (2.28) temas koşulları

$$\begin{aligned} \left(\sigma_{rr}^{(1),1} - \sigma_{rr}^{(2),1} \right) \Big|_{r=R} &= 0, \\ \left(\sigma_{r\theta}^{(1),1} - \sigma_{r\theta}^{(2),1} \right) \Big|_{r=R} &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left. (\sigma_{rz}^{(1),1} - \sigma_{rz}^{(2),1}) \right|_{r=R} &= (\sigma_{zz}^{(1),0} - \sigma_{zz}^{(2),0}) \frac{d\delta(t_3)}{dt_3} \cos \theta, \\
\left. (u_r^{(1),1} - u_r^{(2),1}) \right|_{r=R} &= 0, \\
\left. (u_\theta^{(1),1} - u_\theta^{(2),1}) \right|_{r=R} &= 0, \\
\left. (u_z^{(1),1} - u_z^{(2),1}) \right|_{r=R} &= 0, \\
\left. (R - h^{(1)}) \sigma_{rr}^{(2),1} \right|_{r=R-h^{(1)}} &= c(u_r^{(2)} \Big|_{r=R-h^{(1)}} - u_r^{(3)} \Big|_{r=R-h^{(1)}-d}), \\
\left. \sigma_{r\theta}^{(2),1} \right|_{r=R-h^{(1)}} &= 0, \\
\left. \sigma_{rz}^{(2),1} \right|_{r=R-h^{(1)}} &= \sigma_{zz}^{(2),0} \frac{d\delta(t_3)}{dt_3} \cos \theta, \\
\left. (R - h^{(1)}) \sigma_{rr}^{(2),1} \right|_{r=R-h^{(1)}} &= (R - h^{(1)} - d) \sigma_{rr}^{(3),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}-d}, \\
\left. \sigma_{r\theta}^{(3),1} \right|_{r=R-h^{(1)}-d} &= 0, \\
\left. \sigma_{rz}^{(3),1} \right|_{r=R-h^{(1)}-d} &= \sigma_{zz}^{(3),0} \frac{d\delta(t_3)}{dt_3} \cos \theta, \\
\left. \sigma_{rr}^{(3),1} \right|_{r=R-h^{(1)}-h^{(2)}-d} &= 0, \\
\left. \sigma_{r\theta}^{(3),1} \right|_{r=R-h^{(1)}-h^{(2)}-d} &= 0, \\
\left. \sigma_{rz}^{(3),1} \right|_{r=R-h^{(1)}-h^{(2)}-d} &= \sigma_{zz}^{(3),0} \frac{d\delta(t_3)}{dt_3} \cos \theta
\end{aligned} \tag{2.34}$$

şeklini alır. Bu denklemlerin çözümü için [78] kaynağındaki gösterilim kullanılsın.

$$\begin{aligned}
u_r^{(1)} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \gamma^{(1)} - \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \beta^{(1)}, \quad u_\theta^{(1)} = -\frac{\partial}{\partial r} \gamma^{(1)} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial z} \beta^{(1)} \\
u_z^{(1)} &= (\lambda^{(1)} + \mu^{(1)})^{-1} \left((\lambda^{(1)} + 2\mu^{(1)}) \Delta_1 + (\mu^{(1)} + \sigma_{zz}^{(1),0}) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \beta^{(k)} \\
\Delta_1 &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}
\end{aligned} \tag{2.35}$$

(2.35)' deki $\gamma^{(1)}$, $\beta^{(1)}$ fonksiyonları

$$\left(\Delta_1^{(1)} + (\xi_1^{(1)})^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \gamma^{(1)} = 0, \quad \left(\Delta_1^{(1)} + (\xi_2^{(1)})^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(\Delta_1^{(1)} + (\xi_3^{(1)})^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \gamma^{(1)} = 0 \quad (2.36)$$

eşitliklerini sağlamaktadır. Burada $\xi_i^{(k)}$ ($k=1,2$; $i=1,2,3$) aşağıdaki şekilde ifade edilebilirler.

$$\xi_1^{(k)} = \sqrt{\frac{\mu^{(k)} + \sigma_{zz}^{(k),0}}{\mu^{(k)}}}, \quad \xi_2^{(k)} = \sqrt{\frac{\mu^{(k)} + \sigma_{zz}^{(k),0}}{\mu^{(k)}}}, \quad \xi_3^{(k)} = \sqrt{\frac{\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)} + \sigma_{zz}^{(k),0}}{\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)}}} \quad (2.37)$$

Yukarıda ifade edilen sınır değer probleminin birinci yaklaşımını çözmek için ilgili bütün denklemlere

$$\bar{f}(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(z) e^{-isz} dz \quad (2.38)$$

ile verilen üstel Fourier dönüşümü $z = \frac{x_3}{L}$ 'ye göre uygulanır. Böylelikle (2.31) denge

denklemleri

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\sigma}_{rr}^{(1),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\sigma}_{r\theta}^{(1),1}}{\partial \theta} + \frac{is}{L} \bar{\sigma}_{rz}^{(1),1} + \frac{1}{r} (\bar{\sigma}_{rr}^{(1),1} - \bar{\sigma}_{\theta\theta}^{(1),1)}) - \frac{s^2}{L^2} \bar{\sigma}_{zz}^{(1),0} \bar{u}_r^{(1),1} &= 0, \\ \frac{\partial \bar{\sigma}_{r\theta}^{(1),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\sigma}_{\theta\theta}^{(1),1}}{\partial \theta} + \frac{is}{L} \bar{\sigma}_{\theta z}^{(1),1} + \frac{2}{r} \bar{\sigma}_{r\theta}^{(1),1} - \frac{s^2}{L^2} \bar{\sigma}_{zz}^{(1),0} \bar{u}_\theta^{(1),1} &= 0, \\ \frac{\partial \bar{\sigma}_{rz}^{(1),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\sigma}_{\theta z}^{(1),1}}{\partial \theta} + \frac{is}{L} \bar{\sigma}_{zz}^{(1),1} + \frac{1}{r} \bar{\sigma}_{rz}^{(1),1} - \frac{s^2}{L^2} \bar{\sigma}_{zz}^{(1),0} \bar{u}_z^{(1),1} &= 0 ; \end{aligned} \quad (2.39)$$

(2.32) kinematic denklemleri

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_{rr}^{(1),1} &= \frac{\partial \bar{u}_r^{(1),1}}{\partial r} & \bar{\varepsilon}_{\theta\theta}^{(1),1} &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \bar{u}_\theta^{(1),1}}{\partial \theta} + \bar{u}_r^{(1),1} \right) & 2\bar{\varepsilon}_{zr}^{(1),1} &= \left(\frac{\partial \bar{u}_z^{(1),1}}{\partial r} + \frac{is}{L} \bar{u}_r^{(1),1} \right), \\ \bar{\varepsilon}_{zz}^{(1),1} &= \frac{is}{L} \bar{u}_z^{(1),1} & 2\bar{\varepsilon}_{r\theta}^{(1),1} &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_r^{(1),1}}{\partial \theta} + \frac{\partial \bar{u}_\theta^{(1),1}}{\partial r} - \frac{\bar{u}_\theta^{(1),1}}{r} \right), \\ 2\bar{\varepsilon}_{\theta z}^{(1),1} &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_z^{(1),1}}{\partial \theta} + \frac{is}{L} \bar{u}_\theta^{(1),1} \right); \end{aligned} \quad (2.40)$$

(2.26) bünye denklemleri

$$\bar{\sigma}_{(ip)}^{(1),1} = (\lambda^{(1)} \bar{e}^{(1),1}) \delta_i^p + 2(\mu^{(1)} \bar{\varepsilon}_{(ip)}^{(1),1}), \quad \bar{e}^{(1),1} = \bar{\varepsilon}_{ii}^{(1),1} \quad i=1,2,3; \quad (2.41)$$

(2.34) temas koşulları

$$\begin{aligned}
& \left(\bar{\sigma}_{rr}^{(1),1} - \bar{\sigma}_{rr}^{(2),1} \right) \Big|_{r=R} = 0, \\
& \left(\bar{\sigma}_{r\theta}^{(1),1} - \bar{\sigma}_{r\theta}^{(2),1} \right) \Big|_{r=R} = 0, \\
& \left(\bar{\sigma}_{rz}^{(1),1} - \bar{\sigma}_{rz}^{(2),1} \right) \Big|_{r=R} = \left(\sigma_{zz}^{(1),0} - \sigma_{zz}^{(2),0} \right) \frac{is}{L} \bar{\delta}(t_3) \cos \theta \\
& \left(\bar{u}_r^{(1),1} - \bar{u}_r^{(2),1} \right) \Big|_{r=R} = 0, \\
& \left(\bar{u}_\theta^{(1),1} - \bar{u}_\theta^{(2),1} \right) \Big|_{r=R} = 0, \\
& \left(\bar{u}_z^{(1),1} - \bar{u}_z^{(2),1} \right) \Big|_{r=R} = 0, \\
& \left(R - h^{(1)} \right) \bar{\sigma}_{rr}^{(2),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}} = c \left(\bar{u}_r^{(2)} \Big|_{r=R-h^{(1)}} - \bar{u}_r^{(3)} \Big|_{r=R-h^{(1)}-d} \right), \\
& \bar{\sigma}_{r\theta}^{(2),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}} = 0, \\
& \bar{\sigma}_{rz}^{(2),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}} = \sigma_{zz}^{(2),0} \frac{is}{L} \bar{\delta}(t_3) \cos \theta, \\
& \left(R - h^{(1)} \right) \bar{\sigma}_{rr}^{(2),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}} = \left(R - h^{(1)} - d \right) \bar{\sigma}_{rr}^{(3),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}-d}, \\
& \bar{\sigma}_{r\theta}^{(3),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}-d} = 0, \\
& \bar{\sigma}_{rz}^{(3),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}-d} = \sigma_{zz}^{(3),0} \frac{is}{L} \bar{\delta}(t_3) \cos \theta, \\
& \bar{\sigma}_{rr}^{(3),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}-h^{(2)}-d} = 0, \\
& \bar{\sigma}_{r\theta}^{(3),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}-h^{(2)}-d} = 0, \\
& \bar{\sigma}_{rz}^{(3),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}-h^{(2)}-d} = \sigma_{zz}^{(3),0} \frac{is}{L} \bar{\delta}(t_3) \cos \theta, \\
& \bar{\delta}(t_3) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(e^{-\frac{(s+m)^2}{4}} + e^{-\frac{(s-m)^2}{4}} \right); \tag{2.42}
\end{aligned}$$

(2.35) ifadeleri

$$\bar{u}_r^{(1)} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{\gamma}^{(1)} - \frac{is}{L} \frac{\partial}{\partial r} \bar{\beta}^{(1)}, \quad \bar{u}_\theta^{(1)} = -\frac{\partial}{\partial r} \bar{\gamma}^{(1)} - \frac{is}{rL} \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{\beta}^{(1)},$$

$$\bar{u}_z^{(1)} = (\lambda^{(1)} + \mu^{(1)})^{-1} \left((\lambda^{(1)} + 2\mu^{(1)})\Delta_1 - \frac{s^2}{L^2} (\mu^{(1)} + \sigma_{zz}^{(1,0)}) \right) \bar{\beta}^{(1)},$$

$$\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (2.43)$$

(2.36) denklemleri

$$\left(\Delta_1^{(1)} - \frac{s^2}{L^2} (\xi_1^{(1)})^2 \right) \bar{\gamma}^{(1)} = 0, \quad \left(\Delta_1^{(k)} - \frac{s^2}{L^2} (\xi_2^{(k)})^2 \right) \left(\Delta_1^{(k)} - \frac{s^2}{L^2} (\xi_3^{(k)})^2 \right) \bar{\beta}^{(k)} = 0 \quad (2.44)$$

şeklini alır. (2.44) diferansiyel denklemleri (2.39) denklemleri ve (2.42) temas koşulları göz önüne alınarak çözümlürse

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}^{(1,1)} &= \bar{A}_1^{(1)}(s) K_1 \left(\xi_1^{(1)} s \frac{r}{L} \right) \sin \theta, \\ \bar{\beta}^{(1,1)} &= i \left[\bar{A}_2^{(1)}(s) K_1 \left(\xi_2^{(1)} s \frac{r}{L} \right) + \bar{A}_3^{(1)}(s) K_1 \left(\xi_3^{(1)} s \frac{r}{L} \right) \right] \cos \theta, \\ \bar{\gamma}^{(k,1)} &= \left[\bar{B}_{11}^{(k)}(s) I_1 \left(\xi_1^{(2)} s \frac{r}{L} \right) + \bar{B}_{12}^{(k)}(s) K_1 \left(\xi_1^{(2)} s \frac{r}{L} \right) \right] \sin \theta, \quad k=2,3, \\ \bar{\beta}^{(k,1)} &= i \left[\bar{B}_{21}^{(k)}(s) I_1 \left(\xi_2^{(2)} s \frac{r}{L} \right) + \bar{B}_{22}^{(k)}(s) K_1 \left(\xi_2^{(2)} s \frac{r}{L} \right) + \bar{B}_{31}^{(k)}(s) I_1 \left(\xi_3^{(2)} s \frac{r}{L} \right) + \bar{B}_{32}^{(k)}(s) K_1 \left(\xi_3^{(2)} s \frac{r}{L} \right) \right] \cos \theta \end{aligned} \quad (2.45)$$

elde edilir. Burada $K_n(x)$ Macdonald ve $I_n(x)$ Bessel fonksiyonu fonksiyonudur. (2.45) fonksiyonları (2.43)'de (2.40)'da ve (2.41)'de kullanılarak (2.42) temas koşullarında elde edilen ifadeler yazılırsa,

$$\begin{aligned} \bar{A}_1^{(11)} &= \frac{\bar{A}_1^{(1)}}{L}, \dots, \bar{A}_j^{(11)} = \frac{\bar{A}_j^{(1)}}{L^2}, \quad l=1,2; j=2,3 \\ \bar{B}_{11}^{(11)} &= \frac{\bar{B}_{11}^{(1)}}{L}, \dots, \bar{B}_{pq}^{(11)} = \frac{\bar{B}_{pq}^{(1)}}{L^2}, \quad l=2,3; p=1,2,3; q=1,2 \end{aligned} \quad (2.46)$$

elde edilir. Böylece 15x15'lük lineer denklem sistemi elde edilmiş olur. Bu sistem çözüldüğünde $\bar{A}_1^{(1)}(s), \bar{A}_2^{(1)}(s), \bar{A}_3^{(1)}(s), \dots, \bar{B}_{32}^{(3)}(s)$ bilinmeyenleri elde edilmiş olur. Bunlar kullanılarak (2.41)'deki $\bar{\sigma}_{rr}^{(1,1)}, \dots, \bar{\sigma}_{zz}^{(2,1)}$ değerlerinin Fourier dönüşümlü halleri hesaplanır. Elde edilen yerdeğiştirmelerin ve gerilmelerin açık hali sadelik amacıyla

burada verilmemektedir. Elde edilen gerilmelerin gerçek değerlerine ulaşabilmek için, örneğin $\sigma_{r\theta}^{(1),1}$ 'i elde etmek için

$$\sigma_{r\theta}^{(1),1} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\sigma}_{r\theta}^{(1),1} e^{isz} ds \quad (2.47)$$

Ters Fourier Dönüşümü uygulanır. Böylelikle sınır değer probleminin birinci yaklaşımla ilgili çözümü yapılmış olmaktadır.

2.4 Çift Duvarlı Karbon Nanotüpün Gerilme Analizi ile İlgili Sayısal Sonuçlar

(2.46) lineer denklem sistemi çözüldüğünde birinci yaklaşımla ilgili ulaşılmak istenen gerilme büyüklüklerinin s parametresine bağlı Fourier dönüşümü uygulanmış değerleri elde edilmiş olur. Gerçek değerlerin bulunabilmesi için Ters Fourier dönüşümü uygulanır. Ters dönüşümdeki $\int_{-\infty}^{+\infty} (.) ds$ integral, büyüklüklerin çift ya da tek olmalarından

dolayı $\int_0^{+\infty} (.) ds$ şekline gelir. Bu integralin çözümünde

$$\int_0^{+\infty} (.) ds \cong \int_0^{S_*} (.) ds \cong \sum_{j=0}^M \int_{S_j}^{S_{j+1}} (.) ds \quad (2.48)$$

yaklaşımı göz önüne alınmıştır. Yakınsaklık kriteri ile M ve S_* parametrelerinin değerleri belirlenerek $S_0 = 0$, $S_M = S_*$ olarak seçilmiştir. Ayrıca $\int_{S_j}^{S_{j+1}} (.) ds$ integralinin nümerik hesabı için Gaus-Legendre 10 nokta kuralı sayısal integrasyon yöntemi kullanılmıştır.

Gerilme dağılımına ait araştırmalar σ_{nr} , σ_{ne} , σ_{te} kayma gerilmeleri ve σ_{nn} , σ_{ee} , $\sigma_{\tau\tau}$ normal gerilmelerine ait çeşitli parametrelere bağlı nümerik sonuçlar elde etmek ve bu sonuçların yorumlanması kapsamında yapılmıştır. Bu gerilmeler, matris ve karbon nanotüp arakesit yüzeyi S_4 üzerinde \mathbf{n} birim normal vektörü ve $\boldsymbol{\tau}$, \mathbf{e} teğet vektörleri doğrultusundaki ve bu vektörlerin oluşturduğu düzlemlerdeki gerilmelerdir.

Sayısal sonuçlar için R en dış yarıçap, $h^{(1)}$ dıştaki tüpün kalınlığı, $h^{(2)}$ içteki tüpün kalınlığı, d iç ve dış tüpün bitişik yüzeyleri arasındaki uzaklık olmak üzere $\kappa_1 = R/L$,

$\kappa_2 = h^{(1)}/R$, $\kappa_3 = d/h^{(1)}$ ve $\kappa_4 = h^{(2)}/R = \kappa_2$ parametreleri tanımlanmıştır. Karbon nanotüpün duvarlarının kalınlıkları eşit $h^{(1)} = h^{(2)}$ kabul edilmiştir. Malzemenin karbon nanotüp olması dikkate alınarak hesaplamalarda kullanılacak olan bu parametreler için aşağıdaki aralıklar belirlenmiştir [77]:

$$200 \leq E^{(2)}/E^{(1)} \leq 1000, \quad 0.015 \leq h^{(1)}/R \leq 0.4, \quad 1 \leq d/h^{(1)} \leq 2. \quad (2.49)$$

İçteki ve dıştaki tüplerin bitişik yüzeylerindeki radyal yer değişimlerinden kaynaklanan van der Waals kuvvetinin oluşabilmesi için $d \leq 0.34$ nm olması gerekmektedir [50]. Bu kuvvetleri temsil eden c sabiti için $0 < c \leq 9.92$ TPa aralığı alınmıştır [77]. Bundan başka van der Waals kuvvetlerinin parametreler üzerindeki etkisini karakterize etmek için F parametresi tanımlanmıştır:

$$F = \frac{\mu_{\text{CNT}}}{c} \left(1 - \frac{h^{(1)}}{R} \right) \quad (2.50)$$

$F=0$ ise çift duvarlı karbon nanotüpün tüpleri arasındaki van der Waals kuvveti sıfırdır ve tüplerin radyal doğrultuda yaptığı yer değiştirme birbirine eşittir. $F = \infty$ ise çift duvarlı karbon nanotüpün tüpleri arasında temas ($d > 0.34$ nm) yok demektir [77]. (Burada μ_{CNT} parametresinde geçen CNT simgesi karbon nanotüpü temsil etmektedir ve $\mu_{\text{CNT}} = \mu^{(2)} = \mu^{(3)}$.)

Ayrıca hesaplamalarda $\nu^{(1)} = \nu^{(2)} = \nu^{(3)} = 0.3$, $\varepsilon = 0.07$ ve aksi söylenmedikçe $E^{(2)}/E^{(1)} = 500$ değerleri kullanılmıştır. Geometrik nonlineeritenin gerilme dağılımı üzerine etkisini ifade edebilmek için $\alpha = p/E^{(1)}$ parametresi kullanılmıştır. Gerilmelerin yukarıda ifade edilen parametrelere göre değişimini gösteren çizelgeler ve şekillerde σ_{nn} , $\sigma_{\tau\tau}$, σ_{ee} , σ_{ne} için $\theta = 0$; σ_{nr} ve σ_{te} için $\theta = \pi/2$ değeri; σ_{nn} , $\sigma_{\tau\tau}$, σ_{ee} , σ_{ne} için $x_3/L = 0$; σ_{nr} ve σ_{te} için $x_3/L = 0.7$ değeri kullanılmıştır.

Gerilmelerin $\kappa_1 = R/L$ parametresine göre değişimini gösteren tablolarda ve şekillerde σ_{nn} , $\sigma_{\tau\tau}$, σ_{ee} , σ_{ne} için $\theta = 0$; σ_{nr} ve σ_{te} için $\theta = \pi/2$ değeri kullanılmıştır. Şekil 2.2-2.3 grafiklerinde $\kappa_2 = 0.2$, $\kappa_3 = 1.5$ değerlerinde $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{nr}/|p|$, $\sigma_{ne}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$, $\sigma_{ee}/|p|$, $\sigma_{te}/|p|$ ile $\kappa_1 = R/L$ parametresi arasındaki ilişki ve buna geometrik nonlineeritenin (α) etkisi görülmektedir. Bu grafiklerden, $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{nr}/|p|$, $\sigma_{ne}/|p|$

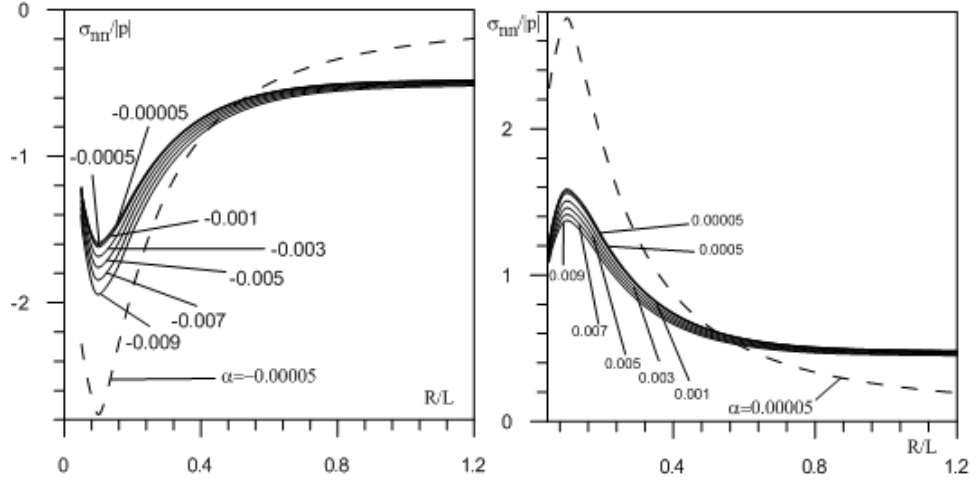
$\sigma_{\tau\tau}/|p|$, $\sigma_{ee}/|p|$ gerilmelerinin mutlak değerinin, basınçta (çekmede) $|\alpha|$ ile monoton olmayan şekilde arttığı (azaldığı) görülmektedir. $\sigma_{\tau e}/|p|$ gerilmesi ise mutlak değerce $|\alpha|$ ile basınçta azalır, çekmede artmaktadır. Şekil 2.3' deki grafiklerde görülen kesikli çizgiler daha önce yapılmış olan içi dolu mikrofiber problemini göstermektedir ve van der Waal kuvveti yoktur.

Gerilmelerin $\kappa_2 = h^{(1)}/R$ parametresine göre değişimini gösteren tablolarda ve şekillerde σ_{nn} , $\sigma_{\tau\tau}$, σ_{ee} için $\theta=0$ değeri kullanılmıştır. Şekil 2.4' deki grafiklerde $\kappa_1 = 0.25$, $\kappa_3 = 1.5$ değerlerinde $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$, $\sigma_{ee}/|p|$, ile $\kappa_2 = h^{(1)}/R$ parametresi arasındaki ilişki ve buna geometrik nonlineeritenin (α) etkisi görülmektedir. Beklendiği gibi $\alpha = \mp 5 \cdot 10^{-5}$ olduğunda elde edilen sonuçların geometrik lineer durumdaki sonuçlarla çakıştığı görülmektedir. Bu grafiklerden, $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$, $\sigma_{ee}/|p|$ gerilmelerinin mutlak değerinin, basınçta (çekmede) $|\alpha|$ ile monoton olarak arttığı (azaldığı) görülmektedir.

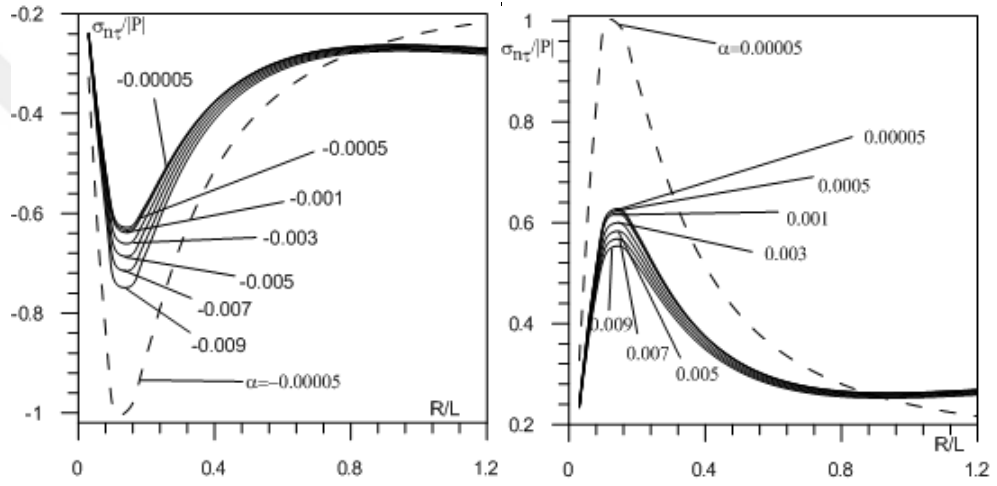
Şekil 2.5' de (a) grafiklerinde $\sigma_{nn}/|p|$ ile $\kappa_3 = d/h^{(1)}$ parametresi arasındaki ilişkinin monoton olmayan şekilde değiştiği görülmektedir. Gerilmenin mutlak değerinin, basınçta (çekmede) $|\alpha|$ ile monoton olarak arttığı (azaldığı) görülmektedir.

Şekil 2.5' de (b) grafiklerinde $\sigma_{nn}/|p|$ ile F parametresi arasındaki ilişkinin monoton olarak değiştiği görülmektedir. Gerilmenin mutlak değerinin, basınçta (çekmede) $|\alpha|$ ile monoton olarak arttığı (azaldığı) görülmektedir.

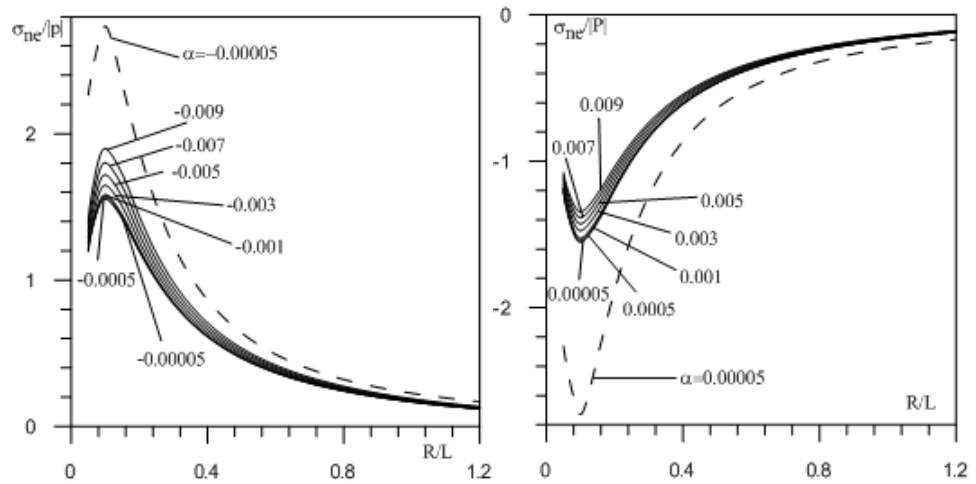
Çizelge 2.1-2.6'lerde sırası ile $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{ne}/|p|$, $\sigma_{nr}/|p|$, $\sigma_{te}/|p|$, $\sigma_{ee}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$ değerleri çeşitli m , α , $E^{(1)}/E^{(2)}$ parametrelerine göre verilmiştir. Burada sıfırıncı ve birinci yaklaşım sonucu ulaşılan gerilme değerlerinin sayısal sonuçları görülmektedir. Bu çizelgelerden $E^{(2)}/E^{(1)}$ değeri büyüdükçe $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{ne}/|p|$, $\sigma_{nr}/|p|$, $\sigma_{ee}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$ gerilmelerinin de mutlak değerce büyüdüğü izlenmektedir. $\sigma_{te}/|p|$ gerilmesinin değerleri ise $E^{(2)}/E^{(1)}$ değeri büyüdükçe düşmektedir. Bunun dışında $|\alpha|$ parametresi büyüdükçe gerilmelerin mutlak değerlerinin basınç durumunda arttığı, çekme durumunda ise azaldığı gözlenmektedir.



(a)

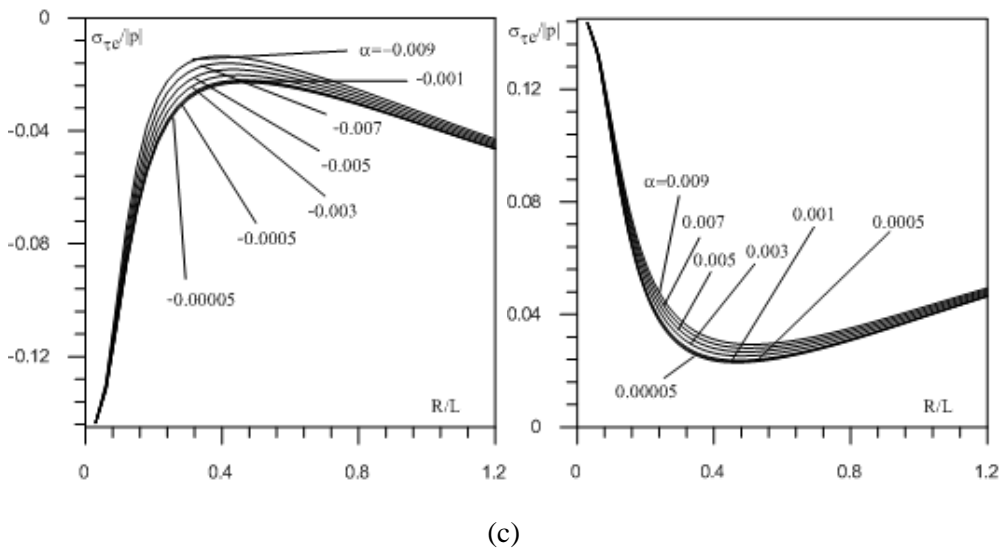
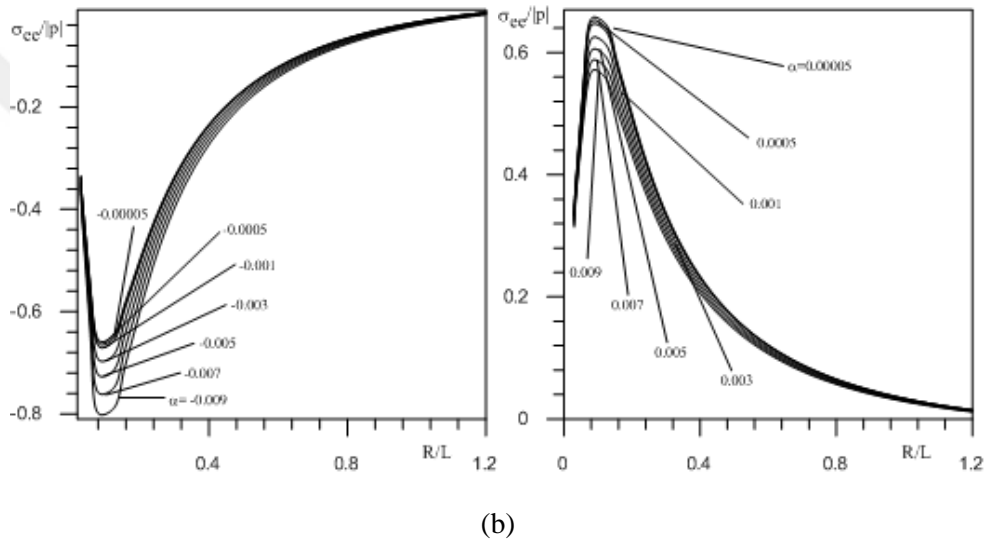
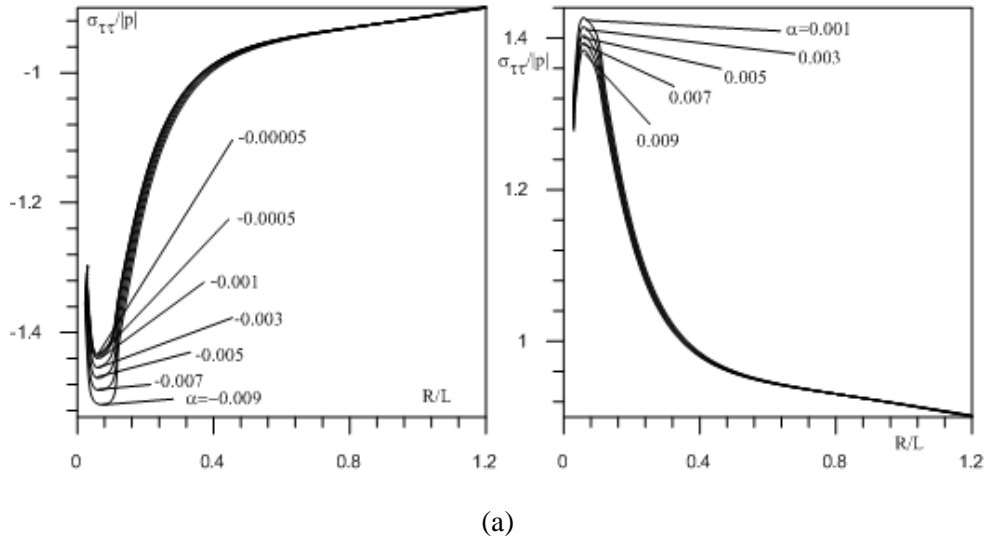


(b)

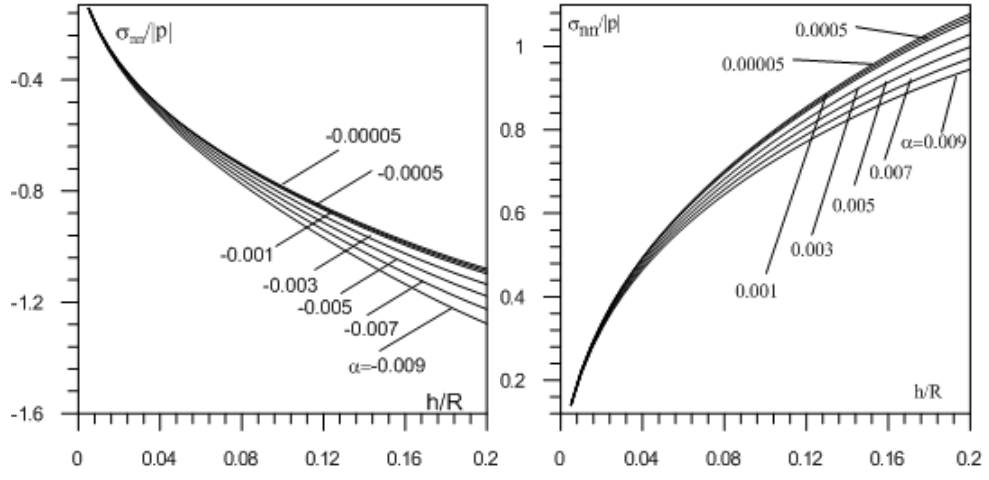


(c)

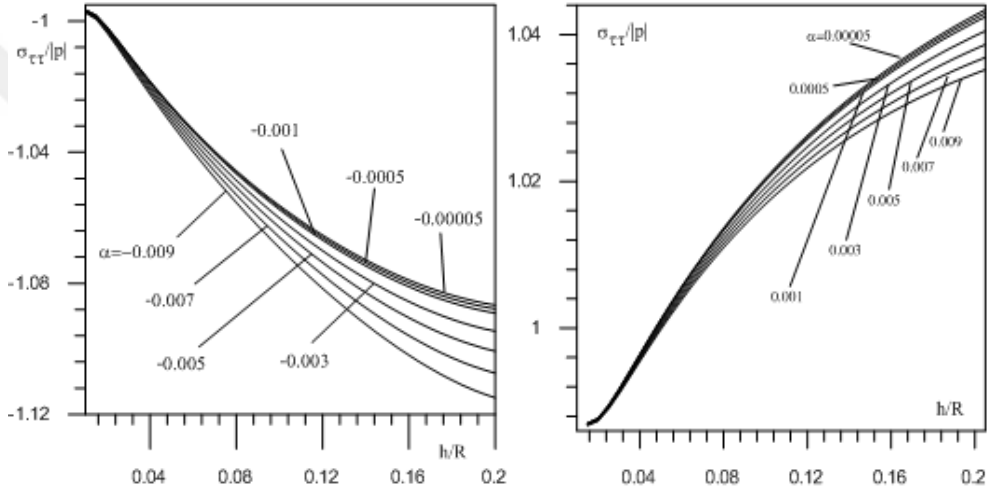
Şekil 2. 3 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{nn}/|p|$, (b) $\sigma_{nr}/|p|$, (c) $\sigma_{ne}/|p|$ ile R/L arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)} = 500$, $m=1$, $\varepsilon = 0.07$, $F=100$)



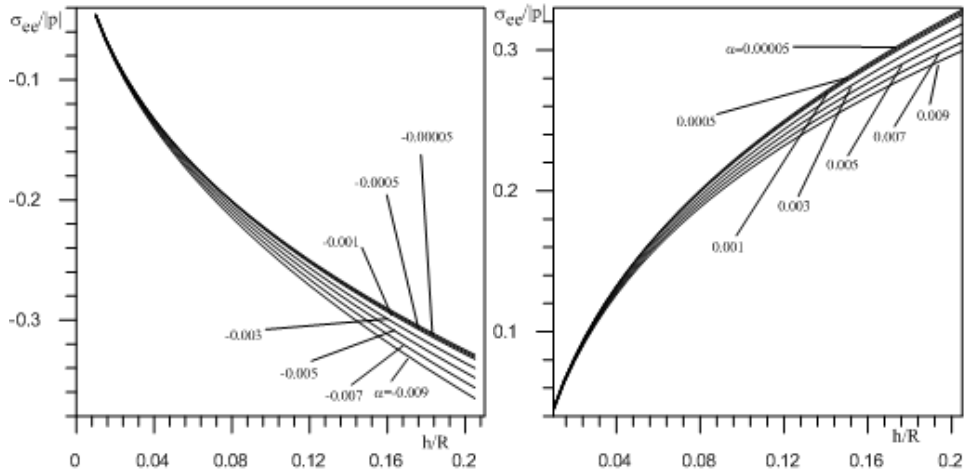
Şekil 2. 4 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{\tau^e}/|p|$, (b) $\sigma_{\epsilon^e}/|p|$, (c) $\sigma_{\tau^e}/|p|$ ile R/L arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)} = 500$, $m=1$, $\varepsilon = 0.07$, $F=100$)



(a)

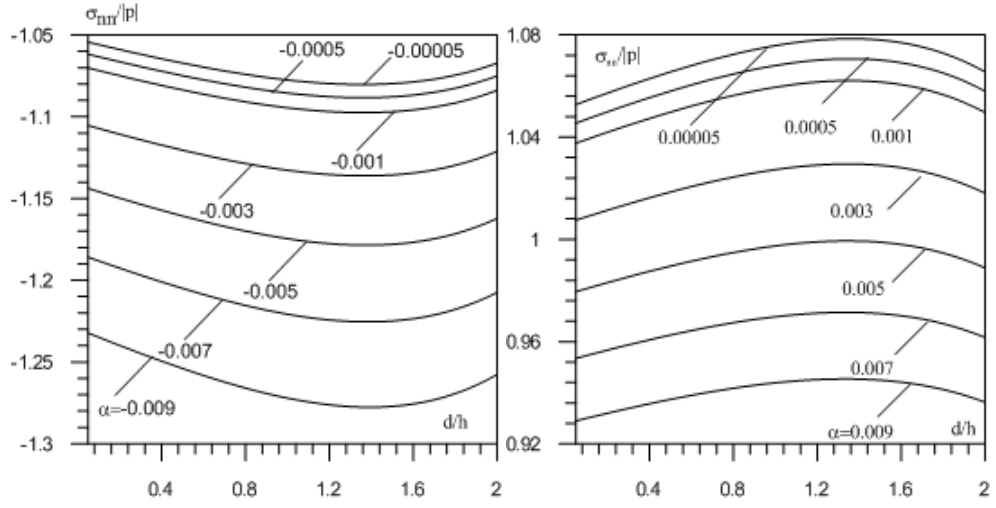


(b)

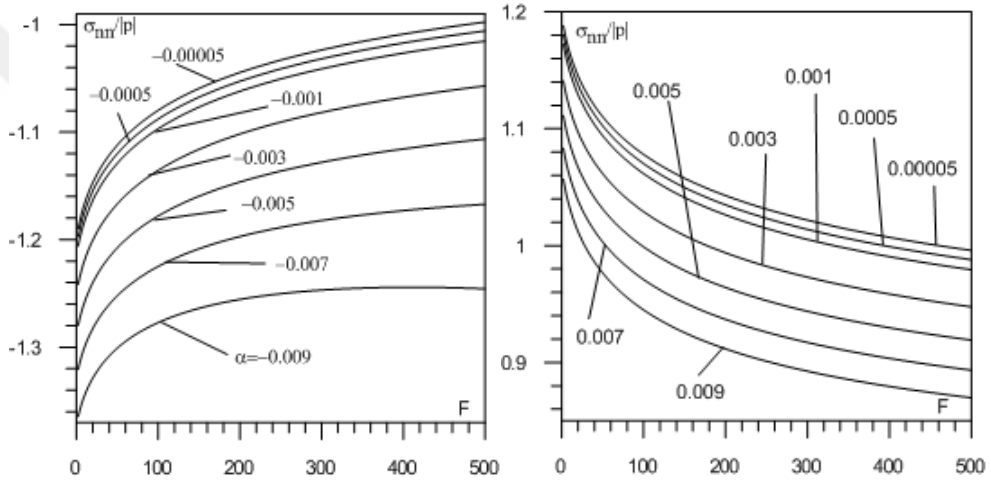


(c)

Şekil 2. 5 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{nn}/|p|$, (b) $\sigma_{\tau\tau}/|p|$ (b) $\sigma_{ee}/|p|$ ile h/R arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)} = 500$, $m=1$, $\varepsilon = 0.07$, $F=100$)



(a)



(b)

Şekil 2. 6 Çeşitli α 'lar için $\sigma_{nn}/|p|$ ile (a) d/h , (b) F arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)} = 500, m=1, \varepsilon = 0.07$)

Çizelge 2. 1 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için DWCNT' de $\sigma_{nn}/|p|$ değerleri

m	$\frac{E^{(2)}}{E^{(1)}}$	$\sigma_{nn}/ p (R=0.25, h/R=0.2, d/h=1.5, F=100)$											
		Çekme						Basıç					
		0.00005	0.0005	0.001	0.003	0.007	0.009	-0.00005	-0.0005	-0.001	-0.003	-0.007	-0.009
0	300	0,76139	0,75665	0,75147	0,73171	0,69611	0,67998	-0,76245	-0,76729	-0,77277	-0,79583	-0,84838	-0,87862
	500	1,00622	0,99858	0,99027	0,95869	0,90249	0,87734	-1,00794	-1,01575	-1,02462	-1,06217	-1,1491	-1,19998
	1000	1,40766	1,39358	1,37832	1,32101	1,22161	1,17817	-1,41084	-1,42534	-1,44187	-1,51283	-1,68328	-1,78721
1	300	0,84475	0,83965	0,83408	0,81281	0,77443	0,75702	-0,8459	-0,8511	-0,857	-0,88179	-0,93823	-0,97069
	500	1,078	1,07014	1,06157	1,02901	0,97097	0,94495	-1,07977	-1,08782	-1,09696	-1,13559	-1,22491	-1,27712
	1000	1,44337	1,42965	1,41478	1,35886	1,2616	1,21896	-1,44646	-1,46058	-1,47667	-1,54563	-1,71078	-1,81116
3	300	1,11505	1,11013	1,10475	1,08402	1,04595	1,02839	-1,11615	-1,12115	-1,1268	-1,15034	-1,20281	-1,23233
	500	1,24492	1,23861	1,23172	1,20527	1,15717	1,13517	-1,24634	-1,25277	-1,26004	-1,29052	-1,35933	-1,3986
	1000	1,40104	1,39249	1,38318	1,34776	1,28445	1,25595	-1,40296	-1,4117	-1,42162	-1,4636	-1,56087	-1,61806

Çizelge 2. 2 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için DWCNT' de $\sigma_{ne}/|p|$ değerleri

m	$\frac{E^{(2)}}{E^{(1)}}$	$\sigma_{ne}/ p (R=0.25, h/R=0.2, d/h=1.5, F=100)$											
		Çekme						Basıç					
		0.00005	0.0005	0.001	0.003	0.007	0.009	-0.00005	-0.0005	-0.001	-0.003	-0.007	-0.009
0	300	-0,70943	-0,705	-0,70016	-0,68167	-0,64832	-0,63321	0,71043	0,71495	0,72008	0,74163	0,79069	0,81888
	500	-0,94884	-0,94159	-0,93369	-0,90369	-0,85029	-0,82638	0,95047	0,95789	0,96631	1,00196	1,08445	1,1327
	1000	-1,34331	-1,32974	-1,31504	-1,25981	-1,16405	-1,12219	1,34637	1,36035	1,37628	1,44467	1,60897	1,70916
1	300	-0,76818	-0,76347	-0,75832	-0,73867	-0,70318	-0,68708	0,76924	0,77405	0,77949	0,80238	0,85445	0,88437
	500	-0,9951	-0,98771	-0,97966	-0,94905	-0,89449	-0,87002	0,99676	1,00433	1,01291	1,04922	1,13316	1,1822
	1000	-1,35292	-1,33981	-1,32559	-1,27213	-1,17919	-1,13848	1,35588	1,36938	1,38477	1,45074	1,6088	1,70493
3	300	-0,8418	-0,83767	-0,83314	-0,81571	-0,78378	-0,76907	0,84273	0,84694	0,8517	0,87155	0,91591	0,94094
	500	-0,96157	-0,95612	-0,95017	-0,92739	-0,88606	-0,8672	0,96279	0,96835	0,97463	1,00099	1,06073	1,09494
	1000	-1,10848	-1,10089	-1,09263	-1,06127	-1,0054	-0,98035	1,11018	1,11795	1,12677	1,16416	1,25121	1,30265

Çizelge 2. 3 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için DWCNT' de $\sigma_{nr}/|p|$ değerleri

m	$\frac{E^{(2)}}{E^{(1)}}$	$\sigma_{nr}/ p (R=0.25, h/R=0.2, d/h=1.5, F=100)$											
		Çekme						Basıç					
		0.00005	0.0005	0.001	0.003	0.007	0.009	-0.00005	-0.0005	-0.001	-0.003	-0.007	-0.009
0	300	0,37797	0,37614	0,37415	0,36654	0,35287	0,34669	-0,37838	-0,38025	-0,38237	-0,39128	-0,41168	-0,42348
	500	0,44864	0,4459	0,44292	0,43161	0,41153	0,40256	-0,44925	-0,45206	-0,45524	-0,46874	-0,50012	-0,51856
	1000	0,54738	0,54295	0,53815	0,52011	0,4888	0,4751	-0,54838	-0,55294	-0,55814	-0,58046	-0,63407	-0,66676
1	300	0,44395	0,44189	0,43965	0,4311	0,41571	0,40873	-0,44441	-0,4465	-0,44888	-0,45887	-0,4817	-0,49487
	500	0,51632	0,51335	0,51012	0,49784	0,47597	0,46618	-0,51699	-0,52003	-0,52347	-0,53808	-0,57193	-0,59177
	1000	0,61287	0,60828	0,6033	0,58458	0,55195	0,53761	-0,6139	-0,61862	-0,62399	-0,64701	-0,70202	-0,7354
3	300	0,45445	0,45262	0,45063	0,44297	0,42906	0,42271	-0,45486	-0,45672	-0,45883	-0,46766	-0,4876	-0,49897
	500	0,50257	0,5002	0,49761	0,48773	0,46991	0,46184	-0,50311	-0,50553	-0,50827	-0,51982	-0,54619	-0,56141
	1000	0,5558	0,55266	0,54925	0,53628	0,51322	0,5029	-0,55651	-0,55973	-0,56338	-0,57887	-0,61498	-0,63633

Çizelge 2. 4 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için DWCNT' de $\sigma_{te}/|p|$ değerleri

m	$\frac{E^{(2)}}{E^{(1)}}$	$\sigma_{te}/ p (R=0.25, h/R=0.2, d/h=1.5, F=100)$											
		Çekme						Basıç					
		0.00005	0.0005	0.001	0.003	0.007	0.009	-0.00005	-0.0005	-0.001	-0.003	-0.007	-0.009
0	300	0,04353	0,0439	0,0443	0,04582	0,04855	0,04979	-0,04345	-0,04308	-0,04265	-0,04087	-0,03678	-0,03442
	500	0,03408	0,03458	0,03512	0,03716	0,04081	0,04244	-0,03397	-0,03346	-0,03289	-0,03045	-0,0248	-0,02148
	1000	0,02251	0,0232	0,02396	0,0268	0,03177	0,03397	-0,02235	-0,02164	-0,02083	-0,01735	-0,0091	-0,00412
1	300	0,04647	0,04692	0,04741	0,04928	0,05266	0,0542	-0,04637	-0,04591	-0,04539	-0,0432	-0,03822	-0,03535
	500	0,03573	0,03632	0,03697	0,03942	0,0438	0,04577	-0,0356	-0,035	-0,03431	-0,03141	-0,02474	-0,02084
	1000	0,02321	0,02401	0,02487	0,02815	0,03391	0,03647	-0,02303	-0,02222	-0,02129	-0,01733	-0,00799	-0,00241
3	300	0,035	0,03551	0,03607	0,0382	0,04209	0,04387	-0,03489	-0,03437	-0,03378	-0,03133	-0,02582	-0,02269
	500	0,02488	0,0255	0,02618	0,02878	0,03351	0,03566	-0,02474	-0,0241	-0,02338	-0,02036	-0,01353	-0,00961
	1000	0,0147	0,01546	0,01629	0,01945	0,02512	0,02769	-0,01453	-0,01376	-0,01288	-0,00917	-0,00067	0,00428

Çizelge 2. 5 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için DWCNT' de $\sigma_{ee}/|p|$ değerleri

m	$\frac{E^{(2)}}{E^{(1)}}$	$\sigma_{ee}/ p (R=0.25, h/R=0.2, d/h=1.5, F=100)$											
		Çekme						Basıç					
		0.00005	0.0005	0.001	0.003	0.007	0.009	-0.00005	-0.0005	-0.001	-0.003	-0.007	-0.009
0	300	0.29270	0.29086	0.28885	0.28117	0.26731	0.26103	-0.29312	-0.29500	-0.29712	-0.30607	-0.32644	-0.33814
	500	0.39549	0.39245	0.38913	0.37654	0.35411	0.34407	-0.39618	-0.39930	-0.40283	-0.41780	-0.45244	-0.47269
	1000	0.56514	0.55939	0.55315	0.52974	0.48914	0.47140	-0.56644	-0.57236	-0.57912	-0.60812	-0.67782	-0.72033
1	300	0.31156	0.30962	0.30750	0.29940	0.28477	0.27813	-0.31199	-0.31398	-0.31622	-0.32565	-0.34711	-0.35943
	500	0.40876	0.40568	0.40232	0.38955	0.36679	0.35659	-0.40946	-0.41262	-0.41620	-0.43135	-0.46638	-0.48685
	1000	0.56244	0.55691	0.55091	0.52835	0.48915	0.47198	-0.56369	-0.56939	-0.57589	-0.60374	-0.67051	-0.71113
3	300	0.29568	0.29408	0.29233	0.28561	0.27331	0.26766	-0.29604	-0.29767	-0.29950	-0.30719	-0.32440	-0.33413
	500	0.34559	0.34344	0.34110	0.33214	0.31591	0.30852	-0.34607	-0.34826	-0.35074	-0.36115	-0.38480	-0.39839
	1000	0.40748	0.40443	0.40111	0.38851	0.36613	0.35612	-0.40817	-0.41130	-0.41485	-0.42993	-0.46517	-0.48607

Çizelge 2. 6 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için DWCNT' de $\sigma_{tt}/|p|$ değerleri

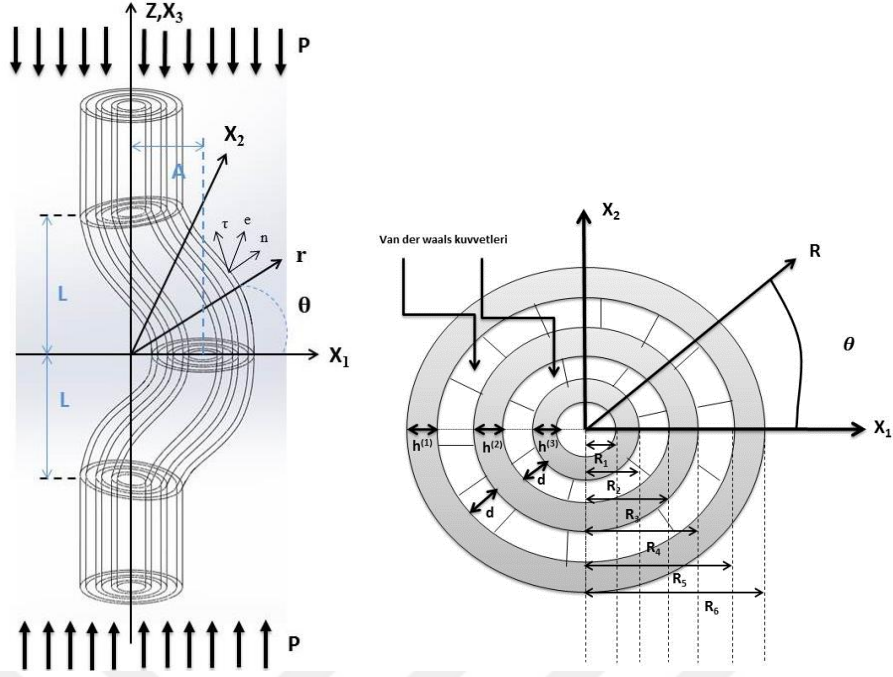
m	$\frac{E^{(2)}}{E^{(1)}}$	$\sigma_{tt}/ p (R=0.25, h/R=0.2, d/h=1.5, F=100)$											
		Çekme						Basıç					
		0.00005	0.0005	0.001	0.003	0.007	0.009	-0.00005	-0.0005	-0.001	-0.003	-0.007	-0.009
0	300	1,07014	1,06947	1,06874	1,06595	1,06093	1,05865	-1,07029	-1,07097	-1,07175	-1,07499	-1,08238	-1,0866
	500	1,12442	1,12316	1,12178	1,11655	1,10724	1,10308	-1,12471	-1,126	-1,12747	-1,13368	-1,14804	-1,15642
	1000	1,2262	1,22336	1,2203	1,20879	1,1889	1,18024	-1,22684	-1,22976	-1,23309	-1,2474	-1,2819	-1,30298
1	300	1,03945	1,03886	1,03822	1,03577	1,03137	1,02939	-1,03959	-1,04019	-1,04087	-1,04376	-1,05036	-1,05417
	500	1,0864	1,08528	1,08406	1,07945	1,07127	1,06763	-1,08665	-1,0878	-1,0891	-1,09461	-1,10743	-1,11495
	1000	1,17332	1,17084	1,16816	1,1581	1,14077	1,13325	-1,17388	-1,17644	-1,17935	-1,19191	-1,22225	-1,24086
3	300	0,84634	0,84635	0,84636	0,84644	0,84673	0,84692	-0,84634	-0,84633	-0,84633	-0,84638	-0,84673	-0,84709
	500	0,85633	0,85619	0,85604	0,85552	0,85478	0,85454	-0,85636	-0,85651	-0,85668	-0,85747	-0,85964	-0,86109
	1000	0,87626	0,87576	0,87522	0,87327	0,87014	0,86889	-0,87638	-0,8769	-0,87751	-0,8802	-0,88715	-0,89168

YEREL EĞRİLİKLİ ÜÇ DUVARLI KARBON NANOTÜPLERİN GERİLME ANALİZİ

3.1 Problemin Formülasyonu

Bu bölümde, geometrisi ve en kesiti şekil 3.1’ de görülen yerel eğrilikli üç duvarlı bir karbon nanotüp içeren sonsuz uzunlukta düşük yoğunluklu sonsuz elastik bir ortam göz önüne alınmıştır. Şekil 3.1’ de olduğu gibi yerel eğrilikli üç duvarlı karbon nanotüp, üç içi boş yerel eğrilikli silindirin eş merkezli olarak iç içe geçmesiyle modellenmiştir ve silindirlerin arasında boşluk olduğu farzedilmiştir.

Ayrıca tüplerin bitişik yüzeylerindeki radyal yer değiştirmelerdeki farklar sebebiyle van der Waals kuvvetlerinin meydana geldiği varsayılmıştır. Burada en içteki tüp ile ortadaki tüpün ve ortadaki tüp ile en dıştaki tüpün bitişik yüzeylerinde van der Waals kuvvetlerinin oluştuğu varsayılmıştır [50]. Bahsedilen modelde önceki bölümde olduğu edildiği gibi sonsuzda karbon nanotüp doğrultusunda, düzgün yayılmış normal kuvvetler olduğu ve karbon nanotüpün yüzeyine dik olan kesitlerin yarıçaplarının nanotüp boyunca sabit kaldığı kabul edilmiştir. Çalışmadaki karbon nanotüp sürekli bir malzeme olarak ele alınmıştır [49].



Şekil 3. 1 Üç duvarlı karbon nanotüp içeren sonsuz elastik cismin geometrisi ve koordinat takımları

Şekil 3.1’de gösterildiği gibi başlangıç noktası içe içe geçmiş nanotüplerin ortak merkez çizgisi üzerinde olan, $O\theta z$ silindirik, $Ox_1x_2x_3$ kartezyen koordinat takımları seçilsin ve bu koordinatların Lagrange koordinatları olarak kabul edilsin. Yukarıda modeli verilen üç duvarlı yerel eğrilikli tek bir karbon nanotüp içeren sonsuz cisme nanotüp doğrultusunda ($Ox_3(Oz)$ yönünde) yoğunluğu p olan düzgün yayılmış normal kuvvetlerin etki ettiği düşünülmüştür. Ayrıca (iç içe geçmiş) nanotüplerin ortak merkez çizgisine (orta çizgisine) dik olan R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 ve R_6 yarıçaplı dairesel kesitlerinin karbon nanotüp boyunca değişmediği ve bu R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 ve R_6 yarıçaplarının sabit kaldığı kabul edilmiştir.

Üç duvarlı karbon nanotüp (TWCNT) ile matris malzemelerinin birbirinden farklı ve lineer elastik olduğu varsayılp, incelemeler sürekli ortamlar mekaniğinin kesin geometrik nonlineer üç boyutlu denklemleri uygulanarak yapılmıştır.

Bu problemin çözümünde önceki bölümde ayrıntıları verilen çözüm yöntemi kullanılmıştır. Burada ayrıntılar verilmeyecektir. Üç duvarlı karbon nanotüp için probleme ait temas koşullarının Fourier dönüşümü uygulanmış hali aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\left(\bar{\sigma}_{rr}^{(1),1} - \bar{\sigma}_{rr}^{(2),1}\right)\Big|_{r=R} = 0,$$

$$\left(\bar{\sigma}_{r\theta}^{(1),1} - \bar{\sigma}_{r\theta}^{(2),1}\right)\Big|_{r=R} = 0,$$

$$\left(\bar{\sigma}_{rz}^{(1),1} - \bar{\sigma}_{rz}^{(2),1}\right)\Big|_{r=R} = \left(\sigma_{zz}^{(1),0} - \sigma_{zz}^{(2),0}\right) \frac{i s}{L} \bar{\delta}(t_3) \cos \theta,$$

$$\left(\bar{u}_r^{(1),1} - \bar{u}_r^{(2),1}\right)\Big|_{r=R} = 0,$$

$$\left(\bar{u}_\theta^{(1),1} - \bar{u}_\theta^{(2),1}\right)\Big|_{r=R} = 0,$$

$$\left(\bar{u}_z^{(1),1} - \bar{u}_z^{(2),1}\right)\Big|_{r=R} = 0,$$

$$\left(\mathbf{R} - \mathbf{h}^{(1)}\right) \bar{\sigma}_{rr}^{(2),1}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}} = \mathbf{c} \left(\bar{u}_r^{(2)}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}} - \bar{u}_r^{(3)}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}-d} \right),$$

$$\bar{\sigma}_{r\theta}^{(2),1}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}} = 0,$$

$$\bar{\sigma}_{rz}^{(2),1}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}} = \sigma_{zz}^{(2),0} \frac{i s}{L} \bar{\delta}(t_3) \cos \theta,$$

$$\left(\mathbf{R} - \mathbf{h}^{(1)}\right) \bar{\sigma}_{rr}^{(2),1}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}} = \left(\mathbf{R} - \mathbf{h}^{(1)} - d\right) \bar{\sigma}_{rr}^{(3),1}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}-d},$$

$$\bar{\sigma}_{r\theta}^{(3),1}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}-d} = 0,$$

$$\bar{\sigma}_{rz}^{(3),1}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}-d} = \sigma_{zz}^{(3),0} \frac{i s}{L} \bar{\delta}(t_3) \cos \theta,$$

$$\bar{\sigma}_{rr}^{(4),1}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}-\mathbf{h}^{(2)}-\mathbf{h}^{(3)}-2d} = 0,$$

$$\bar{\sigma}_{r\theta}^{(3),1}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}-\mathbf{h}^{(2)}-\mathbf{h}^{(3)}-2d} = 0,$$

$$\bar{\sigma}_{rz}^{(4),1}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}-\mathbf{h}^{(2)}-\mathbf{h}^{(3)}-2d} = \sigma_{zz}^{(4),0} \frac{i s}{L} \bar{\delta}(t_3) \cos \theta,$$

$$\left(\mathbf{R} - \mathbf{h}^{(1)} - \mathbf{h}^{(2)} - d\right) \bar{\sigma}_{rr}^{(3),1}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}} = \mathbf{c} \left(\bar{u}_r^{(3)}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}-\mathbf{h}^{(2)}-d} - \bar{u}_r^{(4)}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}-\mathbf{h}^{(2)}-2d} \right),$$

$$\bar{\sigma}_{r\theta}^{(3),1}\Big|_{r=\mathbf{R}-\mathbf{h}^{(1)}-\mathbf{h}^{(2)}-d} = 0,$$

$$\begin{aligned}
\bar{\sigma}_{rz}^{(3),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}-h^{(2)}-d} &= \sigma_{zz}^{(3),0} \frac{is}{L} \bar{\delta}(t_3) \cos \theta, \\
(R-h^{(1)}-h^{(2)}-d) \bar{\sigma}_{rr}^{(3),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}-h^{(2)}-d} &= (R-h^{(1)}-h^{(2)}-2d) \bar{\sigma}_{rr}^{(4),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}-h^{(2)}-2d}, \\
\bar{\sigma}_{r\theta}^{(4),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}-h^{(2)}-2d} &= 0, \\
\bar{\sigma}_{rz}^{(4),1} \Big|_{r=R-h^{(1)}-h^{(2)}-2d} &= \sigma_{zz}^{(4),0} \frac{is}{L} \bar{\delta}(t_3) \cos \theta. \tag{3.1}
\end{aligned}$$

Önceki bölümde çift duvarlı karbon nanotüpler için yapılan araştırmalar üç duvarlı karbon nanotüpler için de yapılmıştır.

3.2 Üç Duvarlı Karbon Nanotüpün Gerilme Analizi ile İlgili Sayısal Sonuçlar

Gerilme dağılımına ait araştırmalar σ_{nr} , σ_{ne} , σ_{te} kayma gerilmeleri ve σ_{nn} , σ_{ee} , σ_{rr} normal gerilmelerine ait çeşitli parametrelere bağlı nümerik sonuçlar elde etmek ve bu sonuçları yorumlama kapsamında yapılmıştır. Bu gerilmeler, matris ve karbon nanotüp arakesit yüzeyi (R_6 yarıçapının bulunduğu yüzey) üzerinde \mathbf{n} normal vektörü ve $\boldsymbol{\tau}$, \mathbf{e} teğet vektörleri doğrultusundaki ve bu vektörlerin oluşturduğu düzlemlerdeki gerilmelerdir.

Sayısal sonuçlar için R en dış yarıçap, $h^{(1)}$ dıştaki tüpün kalınlığı, $h^{(2)}$ ortadaki tüpün kalınlığı, $h^{(3)}$ en içteki tüpün kalınlığı, d iç ve dış tüplerin bitişik yüzeyleri arasındaki uzaklık olmak üzere $\kappa_1 = R/L$, $\kappa_2 = h^{(1)}/R$, $\kappa_3 = d/h^{(1)}$ ve $\kappa_4 = h^{(2)}/R = \kappa_2$, $\kappa_5 = h^{(3)}/R = \kappa_2$ parametreleri tanımlanmıştır. Karbon nanotüpün duvarlarının kalınlıkları eşit $h^{(1)} = h^{(2)} = h^{(3)}$ kabul edilmiştir. Malzemenin karbon nanotüp olması dikkate alınarak hesaplamalarda kullanılacak olan bu parametreler için (2.49)' de verilen aralıklar referans alınmıştır [77]. Ancak üç duvarlı karbon nanotüp için kullanılan aralıklar hassaslaştırılmıştır:

$$200 \leq E^{(2)}/E^{(1)} \leq 1000, \quad 0.015 \leq h^{(1)}/R \leq 0.4, \quad 1 \leq d/h^{(1)} \leq 2. \tag{3.2}$$

İçteki ve dıştaki tüplerin bitişik yüzeylerindeki radyal yer değiştirmelerinden kaynaklanan van der Waals kuvvetinin dikkate alınabilmesi için $d \leq 0.34$ nm olması

gerekmektedir [53]. Bu kuvvetleri temsil eden c sabiti için $0 < c \leq 9.92$ TPa aralığı alınmıştır [77]. Bundan başka van der Waals kuvvetlerinin parametreler üzerindeki etkisini karakterize etmek için F parametresi aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$F = \frac{\mu_{\text{CNT}}}{c} \left(1 - \frac{h^{(1)}}{R} \right) \quad (3.3)$$

(Burada μ_{CNT} parametresinde geçen CNT simgesi karbon nanotüpü temsil etmektedir ve $\mu_{\text{CNT}} = \mu^{(2)} = \mu^{(3)}$.) Ayrıca hesaplamalarda $v^{(1)} = v^{(2)} = v^{(3)} = 0.3$, $\varepsilon = 0.07$ ve aksi söylenmedikçe $E^{(2)}/E^{(1)} = 500$ değerleri kullanılmıştır. Geometrik nonlineeritenin gerilme dağılımına etkisini göstermek için $\alpha = p/E^{(1)}$ parametresi kullanılmıştır. Gerilmelerin yukarıda ifade edilen parametrelere göre değişimini gösteren şekillerde ve çizelgelerde σ_{nn} , $\sigma_{\tau\tau}$, σ_{ee} , σ_{ne} için $\theta = 0$; $\sigma_{n\tau}$ ve σ_{te} için $\theta = \pi/2$ değeri; σ_{nn} , $\sigma_{\tau\tau}$, σ_{ee} , σ_{ne} için $x_3/L = 0$; $\sigma_{n\tau}$ ve σ_{te} için $x_3/L = 0.7$ değeri kullanılmıştır.

Gerilmelerin $\kappa_1 = R/L$ parametresine göre değişimini gösteren tablolarda ve şekillerde σ_{nn} , $\sigma_{\tau\tau}$, σ_{ee} , σ_{ne} için $\theta = 0$; $\sigma_{n\tau}$ ve σ_{te} için $\theta = \pi/2$ değeri kullanılmıştır. Şekil 3.2-3.3 grafiklerinde $\kappa_2 = 0.125$, $\kappa_3 = 1.5$ değerlerinde $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{n\tau}/|p|$, $\sigma_{ne}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$, $\sigma_{ee}/|p|$, $\sigma_{te}/|p|$ ile $\kappa_1 = R/L$ parametresi arasındaki ilişki ve buna geometrik nonlineeritenin (α) etkisi görülmektedir. Bu grafiklerden, $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{n\tau}/|p|$, $\sigma_{ne}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$, $\sigma_{ee}/|p|$ gerilmelerinin mutlak değerinin, basınçta (çekmede) $|\alpha|$ ile monoton olmayan şekilde arttığı (azaldığı) görülmektedir. $\sigma_{te}/|p|$ gerilmesi ise mutlak değerce $|\alpha|$ ile basınçta azalır, çekmede artmaktadır.

Gerilmelerin $\kappa_2 = h^{(1)}/R$ parametresine göre değişimini gösteren tablolarda ve şekillerde σ_{nn} , $\sigma_{\tau\tau}$, σ_{ee} için $\theta = 0$ değeri kullanılmıştır. Şekil 3.4-3.5 grafiklerinde $\kappa_1 = 0.4$, $\kappa_3 = 1.5$ değerlerinde $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{n\tau}/|p|$, $\sigma_{ne}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$, $\sigma_{ee}/|p|$, $\sigma_{te}/|p|$ ile $\kappa_2 = h^{(1)}/R$ parametresi arasındaki ilişki ve buna geometrik nonlineeritenin (α) etkisi görülmektedir. Beklendiği gibi $\alpha = \mp 5.10^{-5}$ olduğunda elde edilen sonuçların geometrik lineer durumdaki sonuçlarla çakıştığı görülmektedir. Bu grafiklerden, $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{n\tau}/|p|$,

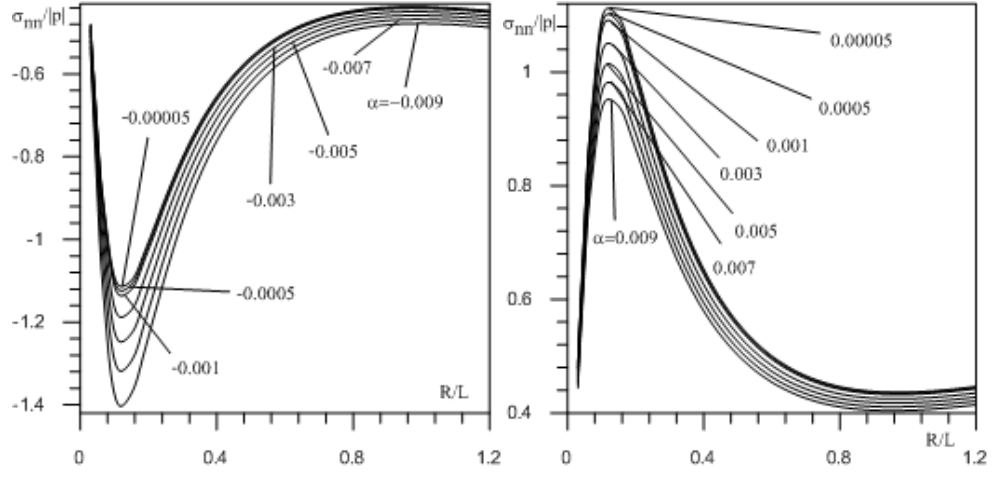
$\sigma_{ne}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$, $\sigma_{ee}/|p|$ gerilmelerinin mutlak değerinin, basınçta (çekmede) $|\alpha|$ ile monoton olmayan şekilde arttığı (azaldığı) görülmektedir. $\sigma_{te}/|p|$ gerilmesi ise mutlak değerce $|\alpha|$ ile basınçta azalır, çekmede artmaktadır.

Şekil 3.6 grafiklerinde $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$, $\sigma_{ne}/|p|$ ile $\kappa_3 = d/h^{(1)}$ parametresi arasındaki ilişkinin monoton olmayan şekilde değiştiği görülmektedir. Gerilmenin mutlak değerinin, basınçta (çekmede) $|\alpha|$ ile monoton olarak arttığı (azaldığı) görülmektedir.

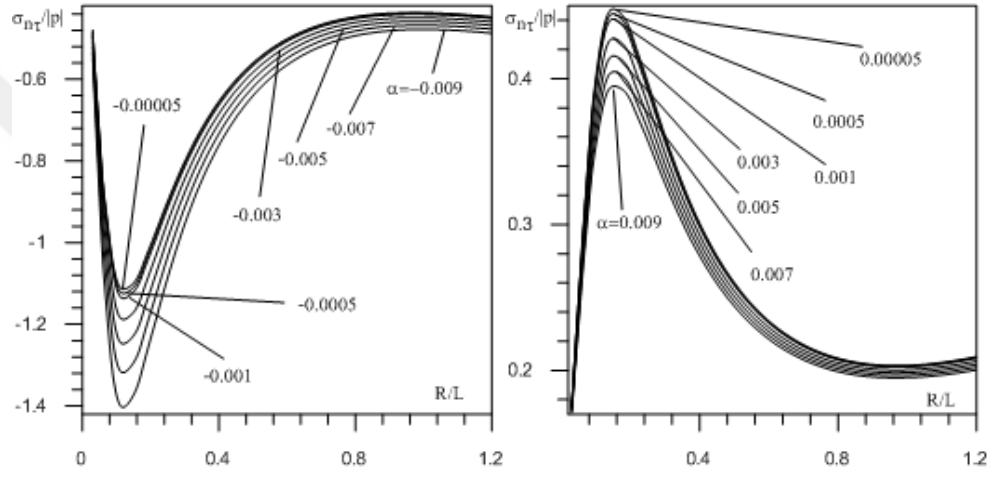
Şekil 3.7 grafiklerinde $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$, $\sigma_{ne}/|p|$ ile F parametresi arasındaki ilişkinin monoton olarak değiştiği görülmektedir. Gerilmenin mutlak değerinin, basınçta (çekmede) $|\alpha|$ ile monoton olarak arttığı (azaldığı) görülmektedir.

Şekil 3.7 grafiklerinde $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$, $\sigma_{ne}/|p|$ ile X_3/L parametresi arasındaki ilişkinin monoton olmayan şekilde değiştiği görülmektedir. Gerilmenin mutlak değerinin, basınçta (çekmede) $|\alpha|$ ile monoton olarak arttığı (azaldığı) görülmektedir.

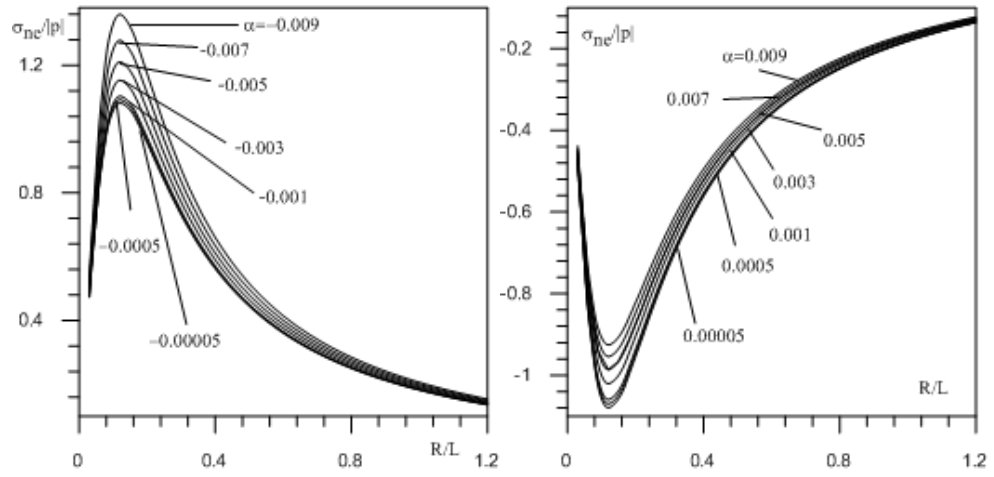
Çizelge 3.1-3.6'lerde sırası ile $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{ne}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$, $\sigma_{te}/|p|$, $\sigma_{ee}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$ değerleri çeşitli m , α , $E^{(1)}/E^{(2)}$ parametrelerine göre verilmiştir. Burada sıfırinci ve birinci yaklaşım sonucu ulaşılan gerilme değerlerinin sayısal sonuçları görülmektedir. Bu çizelgelerden $E^{(2)}/E^{(1)}$ değeri büyüdükçe $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{ne}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$, $\sigma_{ee}/|p|$, $\sigma_{\tau\tau}/|p|$ gerilmelerinin de mutlak değerce büyüdüğü izlenmektedir. $\sigma_{te}/|p|$ gerilmesinin değerleri ise aynı durumda düşmektedir. Bunun dışında $|\alpha|$ parametresi büyüdükçe gerilmelerin mutlak değerlerinin basınç durumunda arttığı, çekme durumunda ise azaldığı gözlenmektedir.



(a)



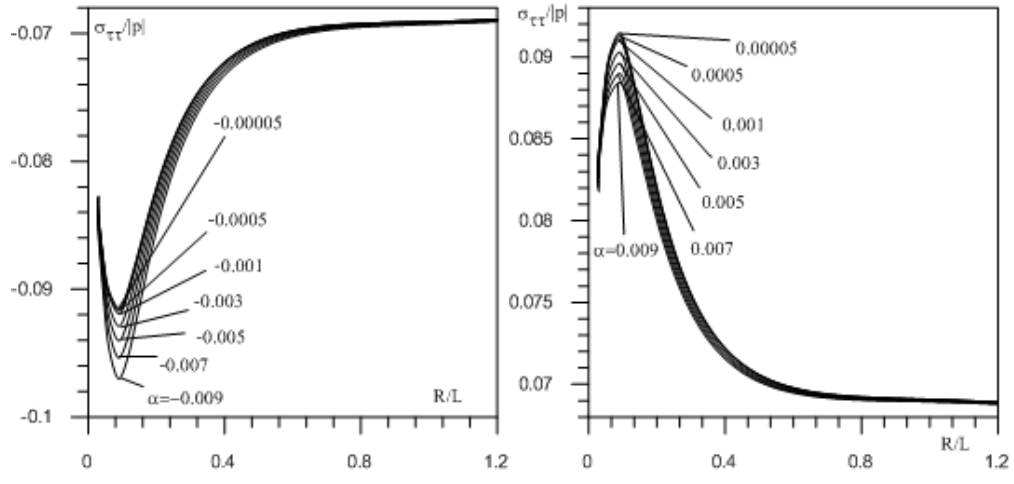
(b)



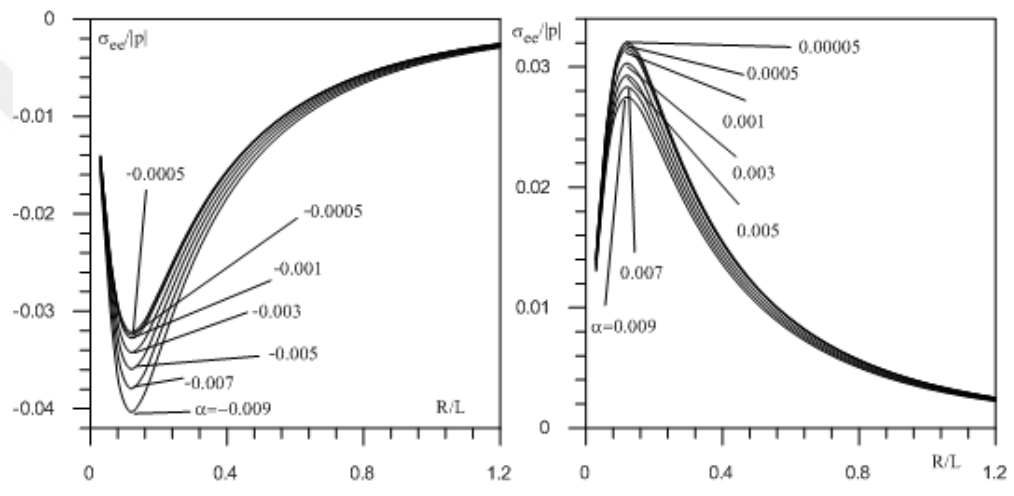
(c)

Şekil 3. 2 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{nn}/|p|$, (b) $\sigma_{nr}/|p|$, (c) $\sigma_{ne}/|p|$ ile R/L arasındaki bağımlılık

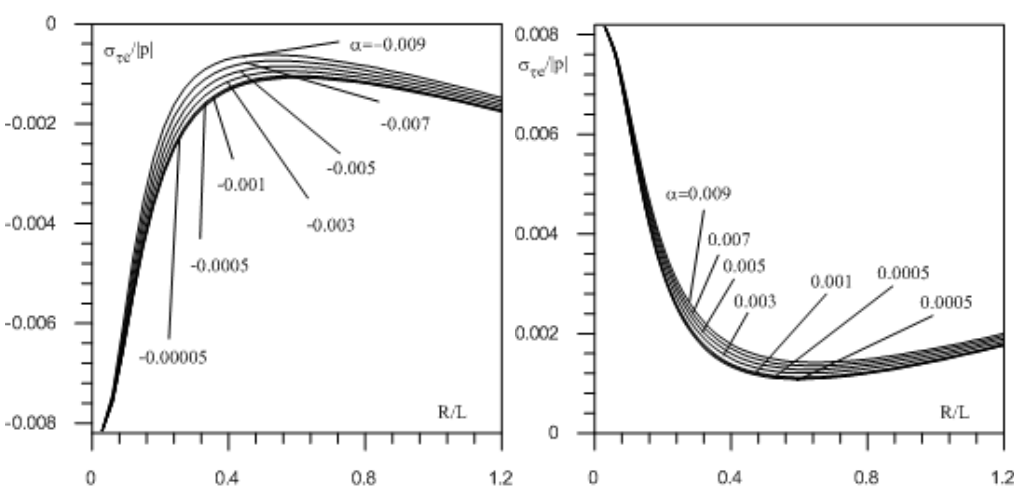
$$(E^{(2)}/E^{(1)} = 500, m=0, \varepsilon = 0.07, F=100)$$



(a)

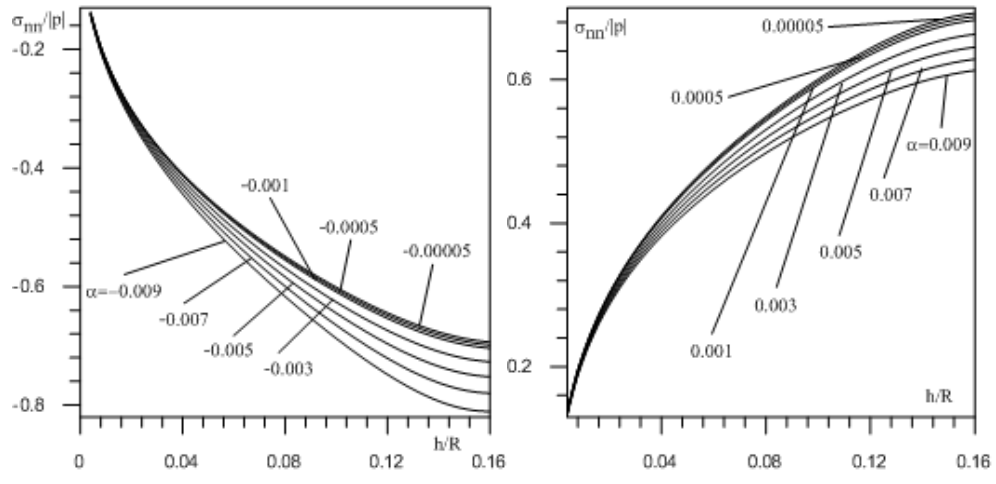


(b)

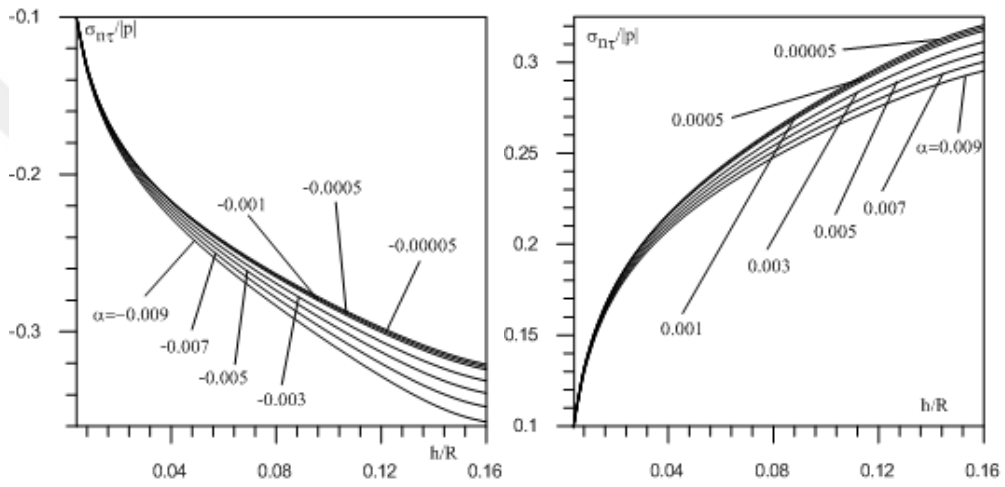


(c)

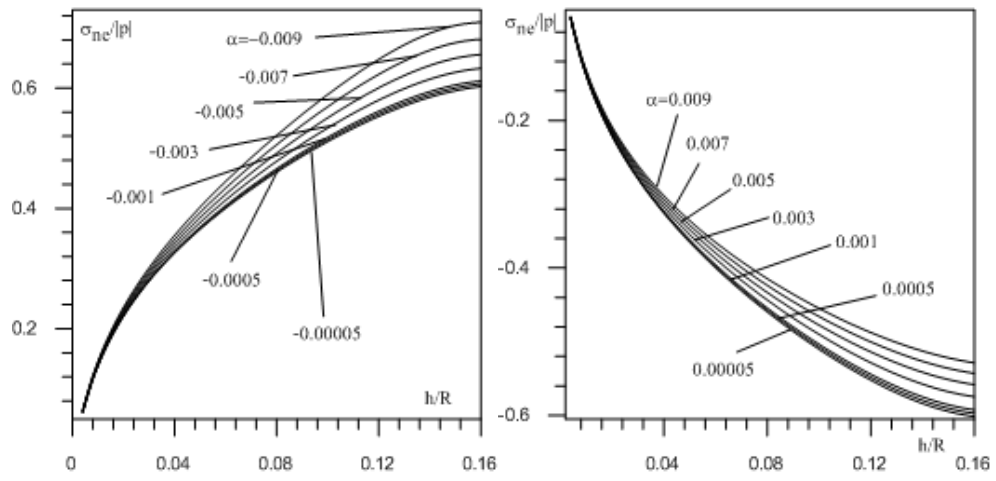
Şekil 3. 3 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{\tau\tau}/|p|$, (b) $\sigma_{\epsilon\epsilon}/|p|$, (c) $\sigma_{\tau\epsilon}/|p|$ ile R/L arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)} = 500$, $m=0$, $\epsilon = 0.07$, $F=100$)



(a)

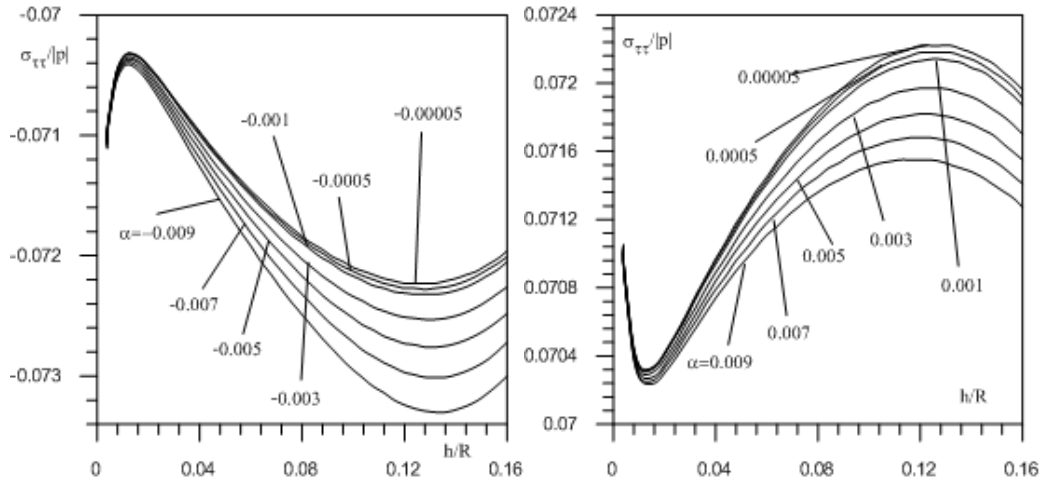


(b)

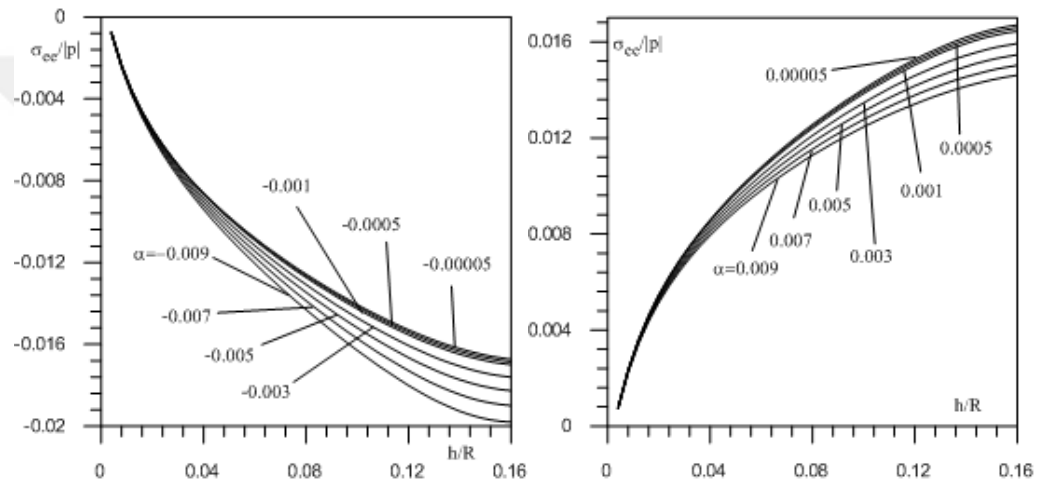


(c)

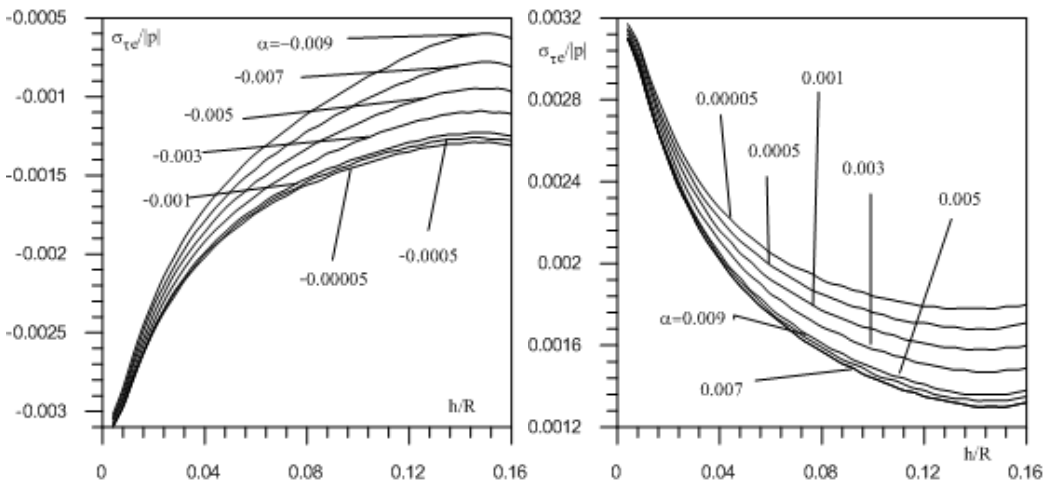
Şekil 3.4 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{nn}/|p|$, (b) $\sigma_{n\tau}/|p|$, (c) $\sigma_{ne}/|p|$ ile h/R arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)} = 500$, $m=0$, $\varepsilon = 0.07$, $F=100$)



(a)

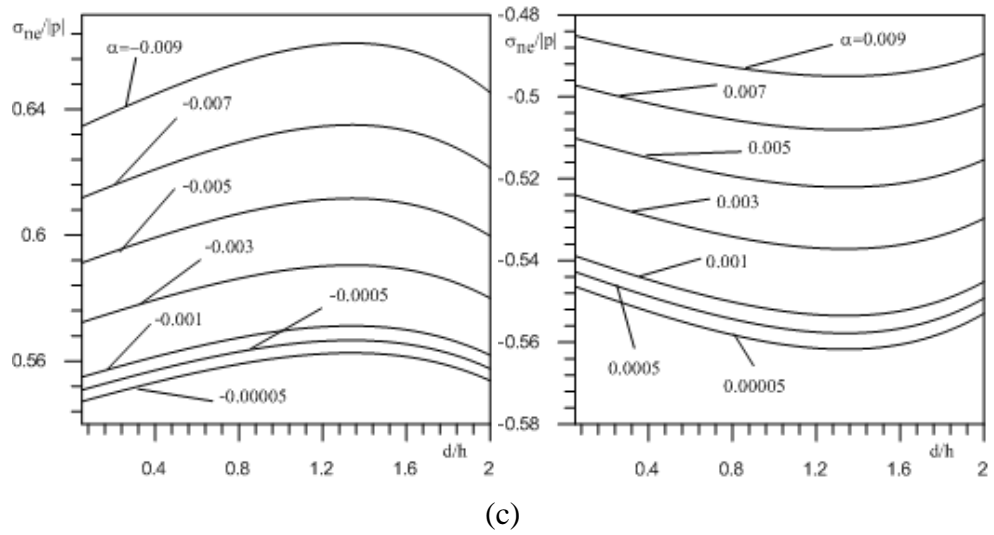
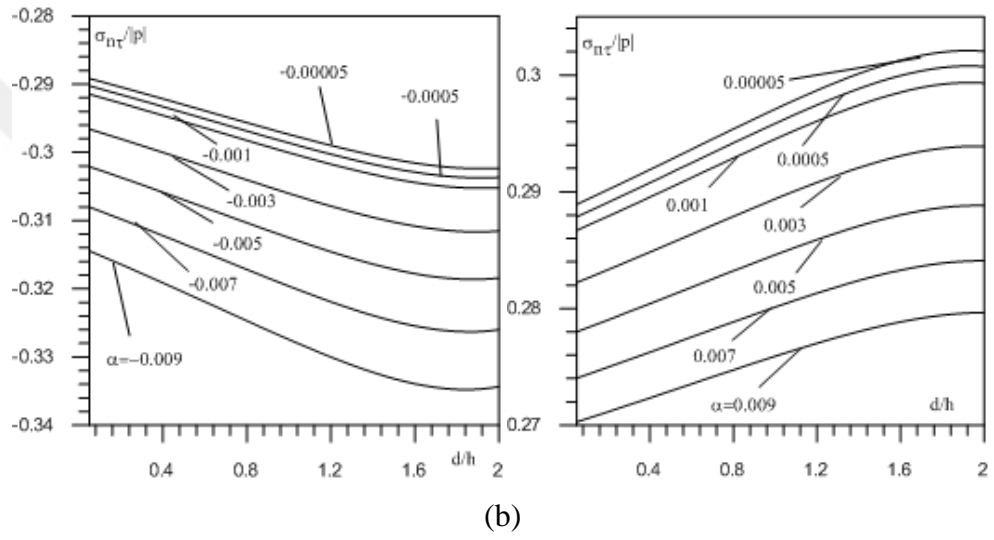
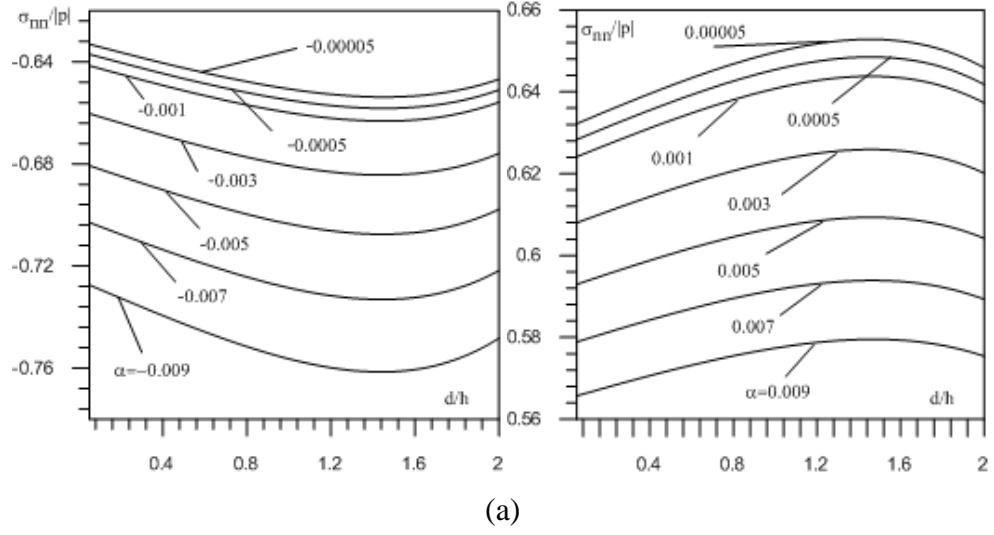


(b)

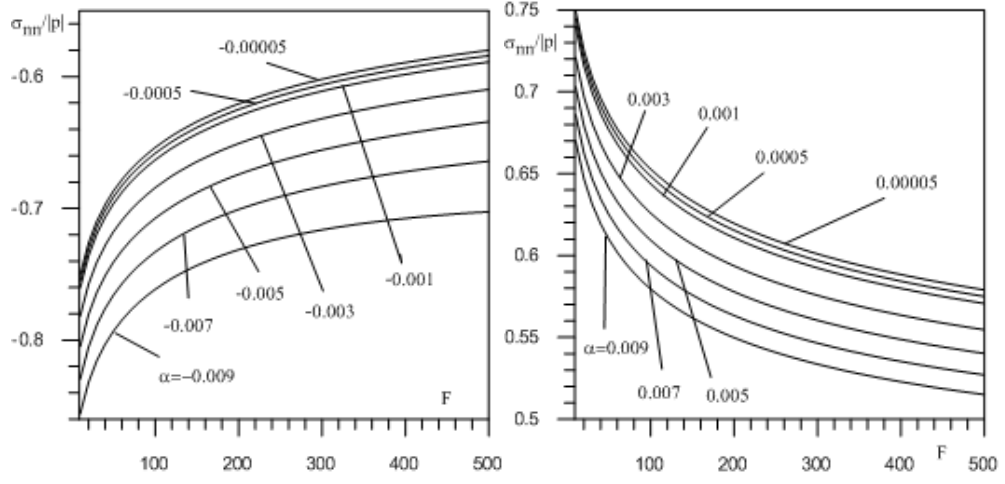


(c)

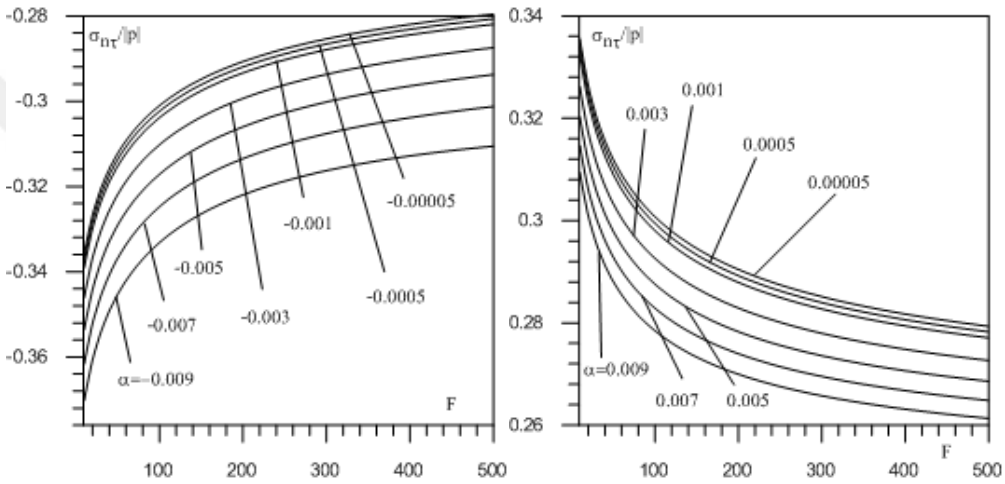
Şekil 3.5 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{\tau\tau}/|p|$, (b) $\sigma_{ee}/|p|$, (c) $\sigma_{\tau e}/|p|$ ile h/R arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)} = 500$, $m=0$, $\varepsilon = 0.07$, $F=100$)



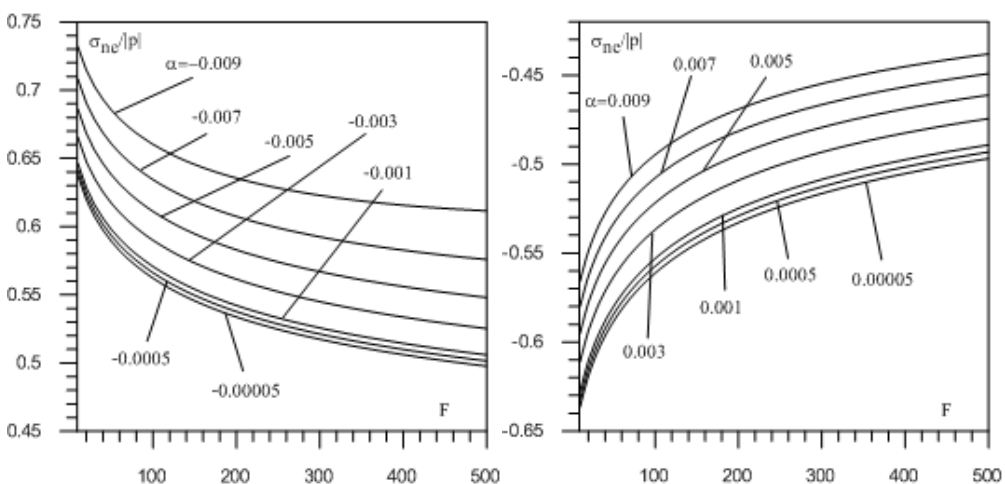
Şekil 3.6 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{nn}/|p|$, (b) $\sigma_{nr}/|p|$, (c) $\sigma_{ne}/|p|$ ile d/h arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)} = 500$, $m=0$, $\varepsilon = 0.07$, $F=100$)



(a)

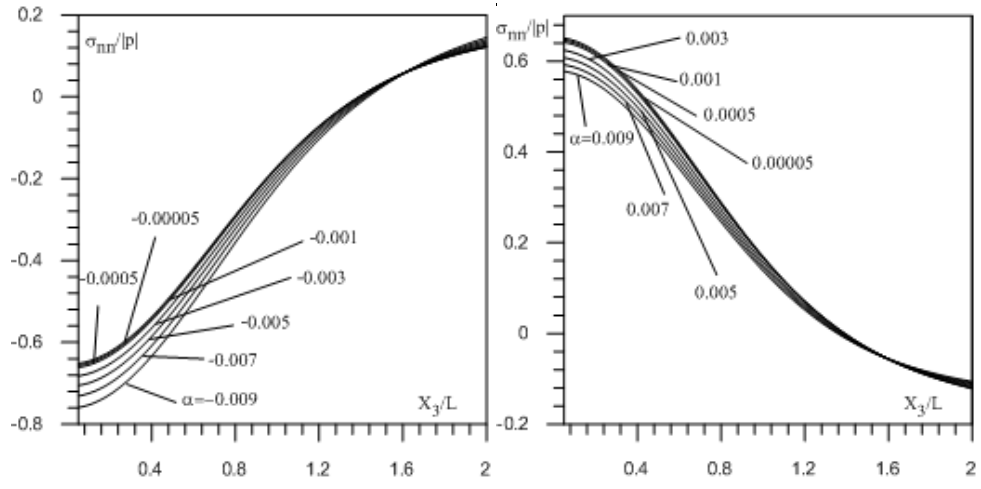


(b)

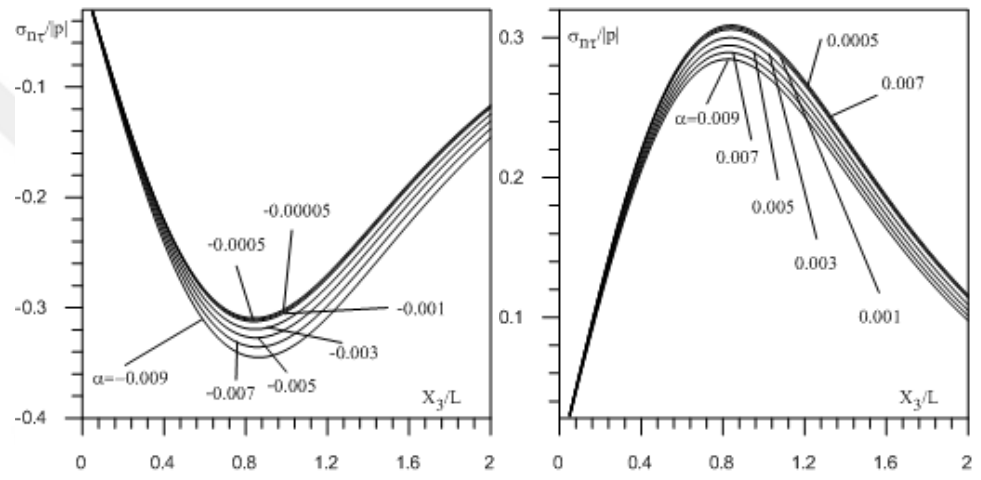


(c)

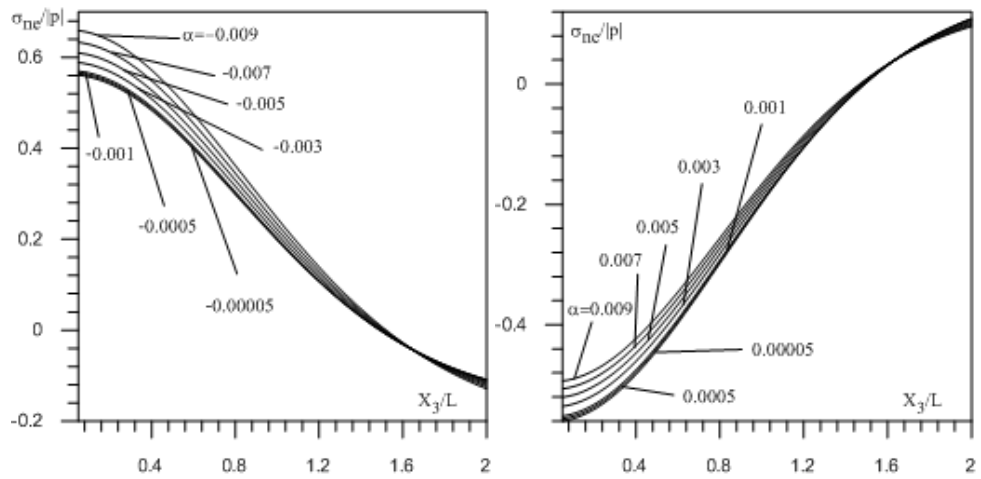
Şekil 3.7 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{nn}/|p|$, (b) $\sigma_{n\tau}/|p|$, (c) $\sigma_{ne}/|p|$ ile F arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)} = 500$, $m=0$, $\varepsilon = 0.07$, $F=100$)



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.8 Çeşitli α 'lar için (a) $\sigma_{nn}/|p|$, (b) $\sigma_{nr}/|p|$, (c) $\sigma_{nc}/|p|$ ile X_3/L arasındaki bağımlılık

$$(E^{(2)}/E^{(1)} = 500, m=0, \varepsilon = 0.07, F=100)$$

Çizelge 3.1 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için TWCNT' de $\sigma_{nn}/|p|$ değerleri

m	$\frac{E^{(2)}}{E^{(1)}}$	$\sigma_{nn}/ p (R=0.4, h/R=0.125, d/h=1.5, F=100)$											
		Çekme						Basıç					
		0.00005	0.0005	0.001	0.003	0.007	0.009	-0.00005	-0.0005	-0.001	-0.003	-0.007	-0.009
0	300	0,52193	0,51906	0,51592	0,50394	0,48228	0,47243	-0,52257	-0,5255	-0,52881	-0,54273	-0,57434	-0,59246
	500	0,65277	0,64846	0,64376	0,62587	0,59389	0,57951	-0,65374	-0,65815	-0,66316	-0,68429	-0,73301	-0,76139
	1000	0,85343	0,84611	0,83817	0,80824	0,75596	0,73295	-0,85508	-0,86261	-0,87118	-0,90786	-0,99525	-1,04812
1	300	0,5676	0,56479	0,56172	0,54994	0,52853	0,51875	-0,56823	-0,57109	-0,57433	-0,58791	-0,61854	-0,63599
	500	0,68528	0,6812	0,67676	0,6598	0,62932	0,61554	-0,68619	-0,69036	-0,69508	-0,71497	-0,76054	-0,78693
	1000	0,85861	0,85199	0,8448	0,81765	0,76995	0,74884	-0,8601	-0,8669	-0,87464	-0,90765	-0,98585	-1,03286
3	300	0,87903	0,87647	0,87365	0,86267	0,84195	0,83216	-0,8796	-0,8822	-0,88511	-0,89708	-0,92282	-0,93674
	500	0,93742	0,93439	0,93107	0,91816	0,89398	0,88262	-0,9381	-0,94116	-0,94461	-0,95885	-0,9898	-1,00674
	1000	1,00062	0,9969	0,99283	0,97709	0,94804	0,93455	-1,00146	-1,00524	-1,0095	-1,02726	-1,06672	-1,08892

Çizelge 3.2 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için TWCNT' de $\sigma_{nc}/|p|$ değerleri

m	$\frac{E^{(2)}}{E^{(1)}}$	$\sigma_{nc}/ p (R=0.4, h/R=0.125, d/h=1.5, F=100)$											
		Çekme						Basıç					
		0.00005	0.0005	0.001	0.003	0.007	0.009	-0.00005	-0.0005	-0.001	-0.003	-0.007	-0.009
0	300	-0,43579	-0,43325	-0,43048	-0,41989	-0,40074	-0,39205	0,43636	0,43895	0,44188	0,4542	0,48219	0,49825
	500	-0,56127	-0,55734	-0,55307	-0,5368	-0,50775	-0,4947	0,56215	0,56616	0,57072	0,58996	0,63437	0,66027
	1000	-0,75609	-0,74924	-0,74181	-0,71384	-0,66506	-0,64361	0,75763	0,76468	0,7727	0,80705	0,88905	0,93874
1	300	-0,43882	-0,43641	-0,43378	-0,4237	-0,40542	-0,39708	0,43936	0,44182	0,44459	0,45625	0,48261	0,49767
	500	-0,54995	-0,54634	-0,5424	-0,52739	-0,50047	-0,48833	0,55077	0,55446	0,55865	0,57632	0,61692	0,64051
	1000	-0,71669	-0,71061	-0,70401	-0,67913	-0,63555	-0,61631	0,71806	0,72431	0,73142	0,7618	0,83401	0,87757
3	300	-0,37736	-0,37589	-0,37427	-0,36801	-0,3563	-0,35082	0,37769	0,37918	0,38086	0,3878	0,40294	0,41126
	500	-0,42056	-0,41871	-0,41668	-0,40883	-0,39431	-0,38757	0,42098	0,42286	0,42498	0,43381	0,45332	0,46421
	1000	-0,47125	-0,46878	-0,46608	-0,45573	-0,43692	-0,42832	0,47181	0,47433	0,47719	0,48917	0,51639	0,53208

Çizelge 3.3 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için TWCNT' de $\sigma_{nt}/|p|$ değerleri

m	$\frac{E^{(2)}}{E^{(1)}}$	$\sigma_{nt}/ p (R=0.4, h/R=0.125, d/h=1.5, F=100)$											
		Çekme						Basıç					
		0.00005	0.0005	0.001	0.003	0.007	0.009	-0.00005	-0.0005	-0.001	-0.003	-0.007	-0.009
0	300	0,26705	0,26612	0,2651	0,26118	0,25407	0,25082	-0,26726	-0,26822	-0,26929	-0,27381	-0,284	-0,28982
	500	0,30075	0,29945	0,29803	0,29261	0,28287	0,27846	-0,30104	-0,30237	-0,30387	-0,31022	-0,32476	-0,33318
	1000	0,34322	0,3413	0,33922	0,33132	0,3174	0,3112	-0,34366	-0,34563	-0,34787	-0,3574	-0,37986	-0,39328
1	300	0,30465	0,30369	0,30265	0,29864	0,2913	0,28794	-0,30486	-0,30583	-0,30693	-0,31152	-0,32181	-0,32764
	500	0,33705	0,33576	0,33435	0,32895	0,3192	0,31476	-0,33734	-0,33866	-0,34015	-0,34641	-0,36065	-0,36884
	1000	0,37624	0,3744	0,37241	0,36482	0,35135	0,34532	-0,37665	-0,37853	-0,38067	-0,38974	-0,41091	-0,42346
3	300	0,27796	0,27737	0,27673	0,27422	0,26953	0,26733	-0,27809	-0,27869	-0,27936	-0,28214	-0,2882	-0,29154
	500	0,29507	0,29435	0,29355	0,29047	0,28477	0,28211	-0,29523	-0,29597	-0,2968	-0,30025	-0,30784	-0,31206
	1000	0,31226	0,31136	0,31037	0,30656	0,29959	0,29638	-0,31246	-0,31338	-0,31442	-0,31876	-0,3285	-0,33403

Çizelge 3.4 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için TWCNT' de $\sigma_{\tau c}/|p|$ değerleri

m	$\frac{E^{(2)}}{E^{(1)}}$	$\sigma_{\tau c}/ p (R=0.4, h/R=0.125, d/h=1.5)$											
		Çekme						Basınc					
		0.00005	0.0005	0.001	0.003	0.007	0.009	-0.00005	-0.0005	-0.001	-0.003	-0.007	-0.009
0	300	0,00183	0,00185	0,00188	0,00196	0,00212	0,00219	-0,00183	-0,00181	-0,00178	-0,00168	-0,00146	-0,00134
	500	0,00134	0,00136	0,00139	0,0015	0,0017	0,00179	-0,00133	-0,0013	-0,00127	-0,00115	-0,00087	-0,0007
	1000	0,00079	0,00082	0,00086	0,001	0,00125	0,00136	-0,00078	-0,00075	-0,00071	-0,00055	-0,00018	0,00004
1	300	0,00202	0,00204	0,00207	0,00217	0,00235	0,00243	-0,00201	-0,00199	-0,00196	-0,00185	-0,00161	-0,00147
	500	0,00149	0,00152	0,00155	0,00167	0,00189	0,00199	-0,00148	-0,00146	-0,00142	-0,00129	-0,00098	-0,00081
	1000	0,00094	0,00097	0,00101	0,00116	0,00143	0,00155	-0,00093	-0,00089	-0,00085	-0,00068	-0,00029	-0,00006
3	300	0,00157	0,00159	0,00161	0,0017	0,00186	0,00194	-0,00156	-0,00154	-0,00152	-0,00142	-0,00122	-0,00111
	500	0,00115	0,00117	0,0012	0,0013	0,00149	0,00158	-0,00114	-0,00112	-0,00109	-0,00098	-0,00074	-0,00061
	1000	0,00076	0,00079	0,00082	0,00094	0,00115	0,00125	-0,00076	-0,00073	-0,0007	-0,00057	-0,00029	-0,00014

Çizelge 3.5 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için TWCNT' de $\sigma_{e c}/|p|$ değerleri

m	$\frac{E^{(2)}}{E^{(1)}}$	$\sigma_{e c}/ p (R=0.4, h/R=0.125, d/h=1.5)$											
		Çekme						Basınc					
		0.00005	0.0005	0.001	0.003	0.007	0.009	-0.00005	-0.0005	-0.001	-0.003	-0.007	-0.009
0	300	0,01178	0,01171	0,01164	0,01134	0,0108	0,01055	-0,0118	-0,01187	-0,01196	-0,0123	-0,01309	-0,01354
	500	0,01553	0,01541	0,01529	0,01483	0,01399	0,01362	-0,01555	-0,01567	-0,0158	-0,01635	-0,01763	-0,01837
	1000	0,02137	0,02117	0,02095	0,02013	0,01871	0,01809	-0,02141	-0,02162	-0,02185	-0,02286	-0,02526	-0,02671
1	300	0,01134	0,01127	0,0112	0,01092	0,01042	0,01019	-0,01135	-0,01142	-0,0115	-0,01182	-0,01255	-0,01297
	500	0,01463	0,01453	0,01442	0,01399	0,01323	0,01289	-0,01465	-0,01476	-0,01488	-0,01538	-0,01653	-0,0172
	1000	0,01961	0,01944	0,01924	0,01853	0,01727	0,01672	-0,01965	-0,01983	-0,02004	-0,02092	-0,02301	-0,02428
3	300	0,00606	0,00603	0,006	0,00587	0,00562	0,00551	-0,00607	-0,0061	-0,00614	-0,00629	-0,00662	-0,0068
	500	0,00723	0,00718	0,00714	0,00696	0,00664	0,00649	-0,00724	-0,00728	-0,00733	-0,00753	-0,00798	-0,00824
	1000	0,00864	0,00858	0,00852	0,00827	0,00782	0,00762	-0,00866	-0,00872	-0,00879	-0,00908	-0,00976	-0,01015

Çizelge 3.6 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, m ve α' lar için TWCNT' de $\sigma_{\tau t}/|p|$ değerleri

m	$\frac{E^{(2)}}{E^{(1)}}$	$\sigma_{\tau t}/ p (R=0.4, h/R=0.125, d/h=1.5)$											
		Çekme						Basınc					
		0.00005	0.0005	0.001	0.003	0.007	0.009	-0.00005	-0.0005	-0.001	-0.003	-0.007	-0.009
0	300	0,0706	0,07057	0,07055	0,07046	0,07029	0,07022	-0,0706	-0,07062	-0,07065	-0,07076	-0,07102	-0,07117
	500	0,07222	0,07218	0,07214	0,07197	0,07168	0,07155	-0,07223	-0,07228	-0,07232	-0,07252	-0,073	-0,07328
	1000	0,0753	0,07521	0,07512	0,07476	0,07415	0,07389	-0,07532	-0,07541	-0,07551	-0,07596	-0,07703	-0,07769
1	300	0,06925	0,06923	0,06921	0,06914	0,06901	0,06895	-0,06925	-0,06927	-0,06929	-0,06938	-0,06959	-0,06971
	500	0,07055	0,07052	0,07049	0,07035	0,07011	0,07001	-0,07056	-0,0706	-0,07063	-0,0708	-0,07118	-0,07141
	1000	0,07303	0,07296	0,07288	0,0726	0,0721	0,07189	-0,07305	-0,07312	-0,07321	-0,07357	-0,07444	-0,07498
3	300	0,06449	0,06449	0,06448	0,06447	0,06446	0,06445	-0,06449	-0,06449	-0,0645	-0,06451	-0,06454	-0,06456
	500	0,06464	0,06463	0,06463	0,06461	0,06457	0,06456	-0,06464	-0,06465	-0,06465	-0,06468	-0,06475	-0,06479
	1000	0,06502	0,06501	0,06499	0,06494	0,06486	0,06483	-0,06502	-0,06504	-0,06505	-0,06512	-0,06528	-0,06538

İKİ VE ÜÇ DUVARLI KARBON NANOTÜPLER İÇİN STABİLİTE KAYBI

Çok duvarlı karbon nanotüplerin 1991’de (MWCNT) keşfedilmesiyle birlikte, bu nanomalzemenin mekanik, elektrik, ısı gibi özelliklerinin belirlenebilmesi için yoğun araştırmalar başlamıştır. Boyutlarının küçük olması ama yüksek mukavemet özelliği göstermeleri karbon nanotüplerin nanokompozit ve nanosensör gibi uygulama alanları için postansiyel aday olmalarını sağlamıştır. Daha önceki bölümlerde de belirtildiği gibi karbon nanotüpler karbon atomlarından oluşan grafen tabakasının sarılıp silindir haline getirilmesinden oluşmaktadır. Karbon nano tüplerin üretimi sırasında hiç hata olmaması ve üretim kusursuz gerçekleşmesi pratikte oldukça zordur. Bu kusurlar mekanik yükleme sırasında veya sentez aşamasında meydana gelebilmekte ve bunlar karbon nanotüplerin mekanik özelliklerini de olumsuz yönde etkileyebilmektedir [62]. Bu yüzden de ilkel kusuru olan karbon nanotüplerin elastik davranışlarının (gerilme dağılımı ve kırılma davranışlarının) incelenmesi, içine güçlendirici olarak karbon nanotüp yerleştirilmiş kompozit malzemelerin tasarımları için oldukça yararlıdır.

Tezin bu bölümünde, üç-boyutlu lineerleştirilmiş stabilite teorisi çerçevesinde, yerel eğrilikli, çok duvarlı karbon nanotüp içeren ve sonsuz uzunluğu olan elastik bir malzeme için stabilite kaybı araştırılmıştır. Burada, stabilite kaybının belirlenmesi için kriter olarak, daha önceki bölümlerde fiziksel modeli verilen karbon nanotüpün başlangıçta var olduğu belirtilen yerel eğriliğinin eğilme genliğinin büyüyerek sonsuza gitmesi durmu kabul edilmiştir. Yükün bu noktadaki değeri kritik yük olarak tayin edilmiştir. Stabilite kaybı, bahsedilen içine çok duvarlı karbon nanotüp yerleştirilmiş

polimer matrisden oluşan kompozit malzemeye, nanotüp yönünde sonsuzda p yoğunluklu düzgün dağılmış normal basınç kuvvetleri etki gösterdiğinde incelenmiş ve bununla ilgili sayısal sonuçlar elde edilmiştir.

Tek eksenli basınca maruz kalan, tek yönlü kompozit malzemelerin en önemli kırılma sistemi malzeme yapısındaki stabilite kaybıdır. Bu sisteme göre, güçlendirilen eleman boyunca tek eksenli basıncın etki ettiği tek yönlü kompozit malzemelerin kırılmasının teorik olarak incelenmesi, malzemedeki stabilite kaybı ile kırılma kuvveti olarak varsayılan dış kritik kuvvet değerinin incelenmesine indirgenir. Son yıllarda, bu alanda çok sayıda teorik araştırma yapılmıştır. İlgili araştırmaların geniş özeti ve yorumları [40], [54], [55] kaynaklarında verilmiştir. Bu referanslardan da görüleceği gibi, güçlendirilen eleman boyunca basınca maruz kalan kompozit malzemelerin, parçalı-homojen cisim modeli çerçevesinde, kırılma ve stabilite incelemelerinde temel olarak iki yaklaşım kullanılmaktadır. Bu yaklaşımlardan ilki tek tek bileşenlerin şekil değiştirmesinin ve aralarındaki ilişkinin tayin edilmesi ile ilgili belli bazı hipotezlerin uygulanması, diğer yaklaşım ise Üç Boyutlu Lineerleştirilmiş Stabilite Teorisinin (ÜBLST) uygulanmasıdır. Bahsedilen problemlerin, ÜBLST kapsamında belirlenen çözümlerine ait sonuçlarının, yaklaşık teoriler kapsamında elde edilen sonuçlarından daha kesin olduğu açıktır [39].

Önceki bölümlerde matematiksel ve fiziksel modeli verilen problem, ifade edilen temas koşulları çerçevesinde, karbon nanotüp (katmanlarının her biri olmak üzere) ve onu saran matris malzemelerinin elastik olduğu göz önünde bulundurularak kritik yük değerleri hesaplanmıştır.

Şekil 4.1 grafiğinde çift duvarlı bir karbon nanotüpte $P_{cr}/E^{(1)}$ kritik yükün mutlak değerinin karbon nanotüpün en dış yarıçapı olan R/L parametresine göre monoton olmayan değişimi görülmektedir. Burada $E^{(2)}/E^{(1)}=1000$, $F=100$, $h/R=0.2$ ve $d/h=1.5$ olarak alınmıştır.

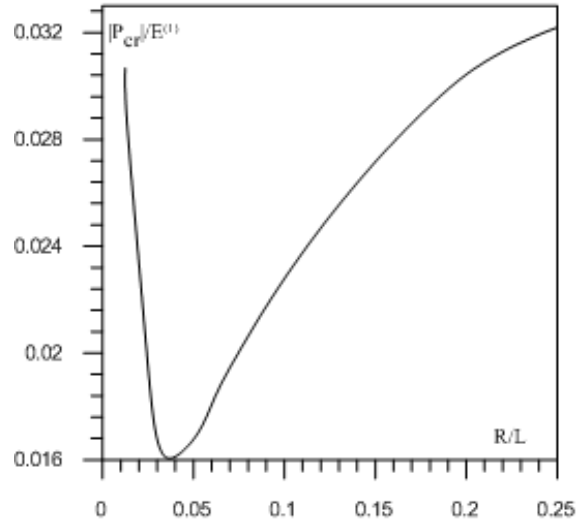
Şekil 4.2 grafiğinde üç duvarlı bir karbon nanotüpte $P_{cr}/E^{(1)}$ kritik yükün mutlak değerinin karbon nanotüpün en dış yarıçapı olan R/L parametresine göre monoton olmayan değişimi görülmektedir. Burada $E^{(2)}/E^{(1)}=1000$, $F=100$, $h/R=0.125$ ve $d/h=1.5$ olarak alınmıştır.

Çizelge 4.1' de çift duvarlı bir karbon nanotüp için $P_{cr}/E^{(1)}$ ile temsil edilen kritik yükün çeşitli F , R/L ve $E^{(1)}/E^{(2)}$ parametrelerine göre değerleri verilmiştir. Tabloda $h/R=0.2$ ve $d/h=1.5$ olarak seçilmiştir. Buradan görüleceği üzere kritik yük mutlak değerce $E^{(1)}/E^{(2)}$ değeri ve F parametresi arttıkça azalmaktadır. Karbon nanotüpün dış yarıçapı arttığında ise kritik yük mutlak değerce artmaktadır. Bu literatürdeki sonuçlarla parametrelerin problem üzerine etkisi açısından benzerlik göstermektedir [77].

Çizelge 4.2' de çift duvarlı bir karbon nanotüp için $P_{cr}/E^{(1)}$ ile temsil edilen kritik yükün çeşitli F , h/R ve $E^{(1)}/E^{(2)}$ parametrelerine göre değerleri verilmiştir. Tabloda $R/L=0.15$ ve $d/h=1.5$ olarak seçilmiştir. Buradan görüleceği üzere kritik yük mutlak değerce $E^{(1)}/E^{(2)}$ değeri ve F parametresi arttıkça azalmaktadır. Karbon nanotüpün katmanlarının kalınlığı (h/R) arttığında da kritik yük mutlak değerce azalmaktadır. Bu literatürdeki sonuçlarla parametrelerin problem üzerine etkisi açısından benzerlik göstermektedir [77].

Çizelge 4.3' de üç duvarlı bir karbon nanotüp için $P_{cr}/E^{(1)}$ ile temsil edilen kritik yükün çeşitli F , R/L ve $E^{(1)}/E^{(2)}$ parametrelerine göre değerleri verilmiştir. Tabloda $h/R=0.125$ ve $d/h=1.5$ olarak seçilmiştir. Buradan görüleceği üzere kritik yük mutlak değerce $E^{(1)}/E^{(2)}$ değeri ve F parametresi arttıkça azalmaktadır. Karbon nanotüpün dış yarıçapı arttığında ise kritik yük mutlak değerce artmaktadır. Bu literatürdeki sonuçlarla parametrelerin problem üzerine etkisi açısından benzerlik göstermektedir [77].

Çizelge 4.4' de üç duvarlı bir karbon nanotüp için P_{cr} ile temsil edilen kritik yükün çeşitli F , h/R ve $E^{(1)}/E^{(2)}$ parametrelerine göre değerleri verilmiştir. Tabloda $R/L=0.25$ ve $d/h=1.5$ olarak seçilmiştir. Buradan görüleceği üzere kritik yük mutlak değerce $E^{(1)}/E^{(2)}$ değeri ve F parametresi arttıkça azalmaktadır. Karbon nanotüpün katmanlarının kalınlığı (h/R) arttığında da kritik yük mutlak değerce azalmaktadır. Bu literatürdeki sonuçlarla parametrelerin problem üzerine etkisi açısından benzerlik göstermektedir [77].



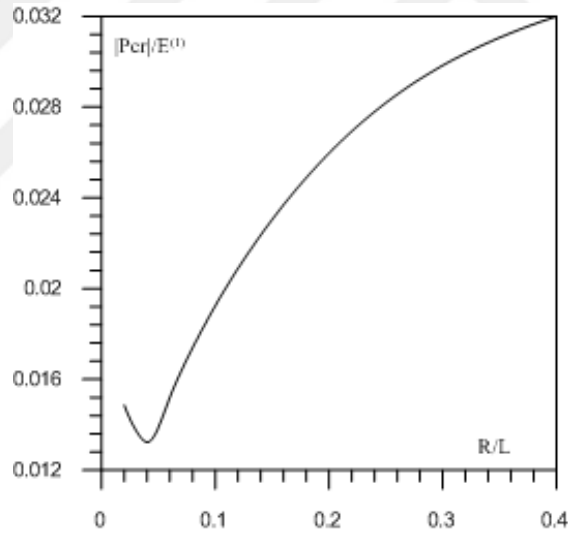
Şekil 4.1 DWCNT’ de $P_{cr}/E^{(1)}$ kritik yük ile R/L arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)}=1000$)

Çizelge 4. 1 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, F ve R/L ’ ler için DWCNT’ de $P_{cr}/E^{(1)}$ değerleri

$E^{(2)}/E^{(1)}$	F	R/L	P_{cr}
500	100	0,25	-0,034866
		0,15	-0,02796
	300	0,25	-0,021476
		0,15	-0,016974
1000	100	0,25	-0,032195
		0,15	-0,027163
	300	0,25	-0,021017
		0,15	-0,016678

Çizelge 4. 2 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, F ve h/R ’ ler için DWCNT’ de $P_{cr}/E^{(1)}$ değerleri

$E^{(2)}/E^{(1)}$	F	h/R	$P_{cr}/E^{(1)}$
500	100	0,2	-0,02796
		0,1	-0,047146
	300	0,2	-0,016974
		0,1	-0,030964
1000	100	0,2	-0,027163
		0,1	-0,040761
	300	0,2	-0,016678
		0,1	-0,029239



Şekil 4.2 TWCNT’ de $P_{cr}/E^{(1)}$ kritik yük ile R/L arasındaki bağımlılık ($E^{(2)}/E^{(1)}=1000$)

Çizelge 4. 3 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, F ve R/L' ler için TWCNT' de $P_{cr}/E^{(1)}$ değerleri

$E^{(2)}/E^{(1)}$	F	R/L	$P_{cr}/E^{(1)}$
500	100	0,4	-0,035998
		0,25	-0,02952
	300	0,4	-0,022261
		0,25	-0,017902
1000	100	0,4	-0,031989
		0,25	-0,028185
	300	0,4	-0,02189
		0,25	-0,01771

Çizelge 4. 4 Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$, F ve h/R' ler için TWCNT' de $P_{cr}/E^{(1)}$ değerleri

$E^{(2)}/E^{(1)}$	F	h/R	$P_{cr}/E^{(1)}$
500	100	0,125	-0,02952
		0,1	-0,034437
	300	0,125	-0,017902
		0,1	-0,021727
1000	100	0,125	-0,028185
		0,1	-0,031086
	300	0,125	-0,01771
		0,1	-0,020957

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez kapsamında yapılan çalışmalarda günümüz teknolojisinde çok önemli yere sahip olan nanomalzemelerin en önemli üyesi olarak kabul edilen karbon nanotüplerin çift katlı ve üç katlı olması durumunda ayrı ayrı bir matris malzemesi içine yerleştirildiği düşünülerek elde edilen bu kompozit malzemenin düzgün yayılmış normal kuvvetler altındaki gerilme analizi ile ilgili çeşitli parametrelere bağlı sonuçları verilmiştir. [21] kaynağında tek katlı karbon nanotüplerin gerilme analizi araştırmasına giriş yapılmıştır. Burada ise çalışma çift duvarlı karbon nanotüpler ve çok duvarlı karbon nanotüplere genişletilmiştir. [49] kaynağında belirtildiği gibi, karbon nanotüpler sürekli bir malzeme gibi ele alınarak fiziksel ve matematiksel modeli kurulmuştur. Dolayısıyla yapılan bu çalışmada sürekli ortam mekaniği kanunlarına göre çözüm aranmıştır. Russian Doll modeli [21] baz alınarak karbon nanotüplerin katmanlarının içi boş ortak merkezli silindirlerin içe içe geçmesiyle oluştuğu varsayılmıştır. Daha başka bir deyişle tek duvarlı bir karbon nanotüpün daha geniş bir tek duvarlı karbon nanotüp içine yerleştirildiği ve katmanlar arasında van der Waals kuvvetlerinin ortaya çıktığı düşünülmüştür. Bahsedilen nanotüpün ilkel bir kusuru olduğu kabul edilerek başlangıç yerel eğrilikli olarak düşünülüp hesaplamalar bu çerçevede yapılmıştır.

Fiziksel modeli ortaya konan sınır-değer problemleri için elastisite teorisine ait kesin geometrik nonlinear denklemler kullanılıp, parçalı-homojen cisim modeli sınırları dahilinde matematiksel formülasyonu yapılmıştır. Daha sonra bu sınır-değer problemlerinin çözümünde [5] ve [7]' de gösterildiği gibi sınır formu pertürbasyon yöntemi uygulanmıştır. Yönteme göre, aranan büyüklükler ε (eğrilik derecesini gösteren) parametresinin asimptotik açılımı halinde ele alınıp bu parametrenin

kuvvetlerine göre sınıflandırılmıştır. Bu şekilde sıfıncı ve birinci yaklaşım için kısmi diferansiyel denklem takımınlarına ulaşılmıştır. Elde edilen denklemlerin çözümü için Fourier Döşümü kullanılmıştır.

Yukarıda anlatılanlar kapsamında yaklaşık analitik bir metot geliştirilmiştir. Çok duvarlı karbon nanotüplerin üç boyutlu olarak modellenerek yaklaşık analitik bir metotla gerilme dağılımının araştırılması ilk defa yapılmaktadır. Tüpler arasındaki boşluğu ifade eden d uzaklığı limit olarak sıfıra götürüldüğünde tek duvarlı karbon nanotüp için elde edilen gerilme değerleri ile aynı sonuca ulaşılmıştır. Hem çift duvarlı hem de üç duvarlı karbon nanotüpler için bu sağlama yapılmıştır.

Karbon nanotüplerin mekanik özellikleri elastisite sabitleri açısından incelendiğinde nanotüp için temsili olarak elastisite sabiti E^{CNT} , matris için E^M ile gösterilirse E^{CNT}/E^M oranının herhangi bir kompozit malzeme için olan orandan çok daha büyük olduğu görülür. Bu çalışmada bu oranlar 300, 500 ve 1000 olarak alınmıştır ve normal gerilmeler ile kayma gerilmeleri incelenmiştir. Nanotüpteki duvar sayısı artırıldığında, gerilme değerlerinin düştüğü görülmüştür. Bu problem kapsamında duvar sayısı artırılırken, her bir duvar arasındaki boşluk (d) sabit tutulmuş, yeni eklenen duvarın kalınlığı öncekilerle aynı alınmıştır ($h^{(1)}=h^{(2)}=h^{(3)}$). Bir başka ifade ile duvar sayısı artarken nanotüpün en dış yarıçapı artmış ancak duvarların kalınlıkları ile aradaki mesafe sabit tutulmuştur. Yapılan incelemelerde stabilite kaybı problemi araştırılarak verilecek yük değerleri kritik yük değerlerinden daha küçük olarak seçilmiştir.

Geometrik nonlineariteyi ifade eden $|\alpha|$ parametresi ile $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{nr}/|p|$, $\sigma_{ne}/|p|$, $\sigma_{rr}/|p|$, $\sigma_{ee}/|p|$ gerilme değerleri çekmede azalmakta, basınçta artmaktadır. $\sigma_{re}/|p|$ gerilmesi ise basınçta azalmakta, çekmede artmaktadır. Bu literatürde var olan sonuçlar ile uyumludur. Beklendiği gibi $\alpha = \mp 5 \cdot 10^{-5}$ olduğunda elde edilen sonuçların geometrik lineer durumdaki sonuçlarla çakıştığı görülmektedir.

Ayrıca karbon nanotüplerin en dışındaki katmanlarının dış yüzeyi ile matris malzemesi ara yüzeyinde nanotüpün dış yarıçap uzunluğu, nanotüplerin her birinin kalınlığı ve nanotüpün duvarları arasındaki boşluk mesafesi sırasıyla R/L , $h^{(1)}/R$, $d/h^{(1)}$ parametrelerinin değişimine göre $\sigma_{nn}/|p|$, $\sigma_{nr}/|p|$, $\sigma_{ne}/|p|$, $\sigma_{rr}/|p|$, $\sigma_{ee}/|p|$, $\sigma_{re}/|p|$ gerilme değerleri elde edilmiştir. Çift duvarlı ve üç duvarlı karbon nanotüplerde $E^{(2)}/E^{(1)}$

değeri büyüdükçe $\sigma_{mn}/|p|$, $\sigma_{nt}/|p|$, $\sigma_{ne}/|p|$, $\sigma_{tt}/|p|$, $\sigma_{ee}/|p|$ gerilmelerinin de mutlak değerce büyüdüğü izlenmektedir. $\sigma_{te}/|p|$ gerilmesinin değerleri ise $E^{(2)}/E^{(1)}$ değeri büyüdükçe düşmektedir.

Yukarıdaki çalışmalara ek olarak, tezin diğer bölümünde üç boyutlu lineerleştirilmiş stabilite teorisi kapsamında yerel eğriliğe sahip, çift duvarlı ve çok duvarlı karbon nanotüp içeren kompozit malzemenin kırılma davranışı incelenmiştir. Kırılmanın ölçütü olarak başlangıçta var olduğu kabul edilen yerel eğriliğin eğilme genliğinin büyüterek sonsuza gitmesi durumu kabul edilmiş ve bu noktadaki yükün değeri kritik yük olarak kaydedilmiştir. Çeşitli problem parametrelerine göre elde edilen sayısal sonuçlara bakıldığında hem çift duvarlı hem de üç duvarlı karbon nanotüplerde, kritik yük nanotübün en dış yarıçapına göre monoton olmayan şekilde değişmektedir. Üretim yapılması durumunda çift duvarlı veya üç duvarlı karbon nanotüplerde en dış yarıçapın belli bir değerden büyük tutulmasının uygun olacağı söylenebilir. Çift duvarlı ve üç duvarlı karbon nanotüplerde kritik yük mutlak değerce, $E^{(2)}/E^{(1)}$ değeri, h/R ve F parametresi arttıkça azalmaktadır.

Karbon nanotüpteki duvar sayısı artırıldığında en dış yarıçap genişlerken, duvar kalınlığı ve aradaki boşluğun sabit kaldığı (yani çift duvarlı nanotübün dışına bir katman eklendiği) durumda çift duvarlı ve üç duvarlı karbon nanotüpler için kritik yük değişiminin çok büyük olmadığı söylenebilir. Ancak çok duvarlı karbon nanotüplerde dış yarıçap uzunluğu sabit tutularak katman sayısı artırıldığında yani hem çift duvarlı hem de üç duvarlı nanotübün en dış yarıçapı aynı alındığında (bu durumda duvar kalınlıkları ve duvarlar arası boşluk farklı olacaktır) üç duvarlı nanotübün kritik yük değeri mutlak değerce, çift duvarlı karbon nanotübün kritik yük değerinden daha düşük olduğu görülmüştür. Karbon nanotüp içeren kompozit malzeme üretimi sırasında bütün bu sonuçlar göz önüne alındığında; malzemedeki beklenen performans da dikkate alınarak, güçlendirici malzemenin (karbon nanotübün) yarıçap uzunluğu ve sahip olması gereken duvar sayısı ile ilgili öngörülebilir.

Bu çalışma için gerekli tüm algoritmalar tarafımızdan kurulmuş ve bilgisayar programları tarafımızdan yazılmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] Akbarov, S.D. (1998). "On the Three –Dimensinal Stability Loss Problems of Elements of Structures of Viscoelastik Composite Materials", *Mechanics of Composite Materials*, 34: 537-544.
- [2] Akbarov, S.D. (1981). "Stability of Two Fibers in a Matrix for Small Deformations", *Soviet Appl. Mech.*, 17(6): 129-131.
- [3] Akbarov, S.D. (1981). "Loss of Stability in Two Fibers in an Elastic Matrix with Large Elastic Strains", *Soviet Appl. Mech.*, 11(7): 626-630.
- [4] Akbarov, S.D. ve Guz, A.N. (1985). "Stress State of a Fiber Composite with Curved Structures with a Low Fiber Concentration", *Soviet Appl. Mech.*, 21(6): 560-565.
- [5] Akbarov, S.D. ve Guz, A.N. (1985). "Stability of Two Fibers in an Elastic Matrix with Small Strains", *Soviet Appl. Mech.*, 21(1): 1-7.
- [6] Akbarov, S.D. ve Guz, A.N. (1985c). "Method of Solving Problems in the Mechanics of Fiber Composites with Curved Structures", *Soviet Appl. Mech.*, 20(9): 777-790.
- [7] Akbarov, S.D. ve Guz, A.N. (2000). *Mechanics of Curved Composites*, Kluwer Academic Publishers, 464pp.
- [8] Akbarov, S.D. ve Guz, A.N. (2002). "Mechanics of Curved Composites (Piecewise Homogeneous Body Modely)", *Int. Appl. Mech.* 38(12): 1415-1439.
- [9] Akbarov, S.D. ve Guz, A.N. (2004). "Mechanics of Curved Composites and Some Related Problems for Structral Members," *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 11: 445-515.
- [10] Akbarov, S.D. ve Kosker, R. (2001). "Fiber Bucling in a Viscoelastic Matrix", *Mechanics of Composite Materials*, 37(4): 299-306.
- [11] Akbarov, S.D. ve Kosker, R. (2003). "On a Stresss Analysis in the Infinite Elastic Body with Two Neighbouring Curved Fibers", *Composites Part B*, 34: 143-150.
- [12] Akbarov, S.D. ve Kosker, R. (2003). "Influence of the Interaction Two Neighbouring Curved Fibers", *Composites Part B*, 34(2): 143-150.

- [13] Akbarov, S.D. ve Kosker, R. (2003). "Stress Distribution Caused by Anti-Phase Periodical Curving of Two Neighbouring Fibers in a Composite Materials", *European Journal of Mechanics A/Solids*, 22: 243-256.
- [14] Akbarov, S.D. ve Kosker, R. (2004). "Internal Stability Loss of Two Neighboring Fibers in a iscoelastic Matrix", *Internal Journal of Engineering Science*, 42: 1847-1873.
- [15] Köşker R. ve Şimşek K. (2006). "On The Normal Stresses In The Elastic Body With A Locally Curved Fibre Under Geometric Nonlinear Statement", *Journal of Engineering and Natural Sciences, Sigma*, 3: 97-108.
- [16] Akbarov S.D., Cilli, A. ve Guz, A.N. (1999). "The Theoretical Strenght Limit in Compresin of Viscoelastic Layered Composite Materials", *Composites Part B, Engineering*, 30: 465-472.
- [17] Akbarov S.D., Guz, A.N. ve Cherevko, M.A. (1982). "Stability of Two Fibers in an Elastic Matrix at Finite Precritical Deformations", *Mechanics Of Composite Materials* 2, 42-51.
- [18] Akbarov S.D., Sisman, T. ve Yahnioglu, N. (1997). "On the Fracture of the Unidirectional Composites in Compression" *International Journal Of Engineering Science*, 35(12-13): 1115-1136.
- [19] Akbarov S.D., Yahnioglu, N. ve Kutug, Z. (2001). "On the three three-dimensional stability loss problem of the viscoelastic composite plate" *International Journal of Engineering Science*, 39(13): 1443-1457.
- [20] Akbarov, S.D., Kosker, R. ve Simsek, K. (2005). "Stress Dustribution in an Elastic Body with a Locally Curved Fiber in a Geometrical Nonlinear Statement", *Mechanics of Composite Materials*, 41(4): 291-302.
- [21] Coban F. (2009). İçi boş yerel eğrilikli tek lif içeren sonsuz elastik ortamda gerilme yayılımı, Yüksek Lisans Tezi, Y.T.Ü, İstanbul.
- [22] Tekercioğlu R. (2006). Çok katlı viskoelastik yarı uzayların yüzeysel stabilite kaybı, Doktora Tezi, Y.T.Ü, İstanbul.
- [23] Babich, I. Yu, Guz, A.N. and Shul'ga, N.A. (1982). "Study of the Dynamics ans stability of composite materials in a three-dimensional formulation", *Soviet Appl. Mech.*, 18(1): 3-27.
- [24] Babich, I. Yu, ve Guz, A.N. (1992). "Stability of Fibrous Composites", *Applied Mechanics Rev.*, 45(2): 60-80.
- [25] Babich, I. Yu, Guz, A.N. ve Chekhov, V.N. (2001). "The three-dimensional theory of Stability of Fibrous and laminated materials", *Int. Appl. Mech.*, 37(9): 1103-1141.
- [26] Chung, I. ve Weitsman, Y.J. (1994). "Model for micro-buckling/micro-kinking compressive response of fiber-reinforced composites", *Applied Mechanics Review part 2*, 47(6): 256-261.
- [27] Budianski, B. ve Fleck, N.A. (1993). "Compressive Failure of Fibre Composites", *J. Mech. Phys. Solids*, 41: 183-211.
- [28] Budianski, B. ve Fleck, N.A. (1994). "Compressive Kinking of Fibre Composites: A topical rewiw", *Appl. Mech. Rev.*, part 2, 47(6): 246-270.

- [29] Rosen, B.W., Dow N.F. ve Hashin Z. (1965). Mechanical properties of fibrous composites, NASA CR-31, 1964.
- [30] Dow, N.F. ve Gruntfest, I.J. (1960). "Determination of most needed potentially possible improvements in materials for ballistic and space vehicles", General Electric Co., Space Sci. Lab., TISR 60 SD 389.
- [31] Schuerch, H. (1966). "Prediction of Compressive Strength in Uniaxial Boron Fibermetal Matrix Composite Materials", J. AIAA 4 (1): 102-106.
- [32] Kyriakides, S., Perry, E.J. ve Liechti, K.M. (1994). "Instability and failure of fiber composites in compression", Applied Mechanics Review part 2, 47(6): 262-268.
- [33] Hermann, L.R., Mason, W.E. ve Chan, S.T.K. (1967). "Response of Reinforcing Wires to Compressive States of Stress", J. Composite Materials, 212-216.
- [34] Karpenko, L.I., Terletsii, V.A. ve Lyashenko, B.A. (1972). "A mechanism of the failure of oriented plastic", Prochnosti I, 50-55.
- [35] Rosen, B.W. ve Dow, N.F. (1976). "Mechanics of fracture of fibrous composites", part 1, The Fracture of Non-Metals and of Composite Materials, Mir, Moscow, 7: 300-366.
- [36] Guz, A.N. (1969). "Determination of the theoretical compressive strength of reinforced materials", Dokl Akad Nauk Ukr SSR, Ser A Phys-Math Sci 3, 236-238.
- [37] Guz, A.N. (1969). "Construction of a theory of stability of unidirectional fiber composites", Soviet Appl. Mech., 5(2): 62-70.
- [38] Guz, A.N. (1990). Mechanics of fracture of composite materials in compression, Naukova Dumka, Kiev, 630.
- [39] Köşker R. (2002). Tek Yönlü Lifli Elastik Ve Viskoelastik Kompozitlerin İç Stabilitesi ve Gerilme Durumuna Ait Bazı Problemler, Doktora Tezi, Y.T.Ü, İstanbul.
- [40] Akbarov, S.D., (2012). Stability Loss and Buckling Delamination: Three-Dimensional Linearized Approach for Elastic and Viscoelastic Composites (Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics), Springer, 465 pp.
- [41] Hutchens, S.B., Needleman, A. And Greer J.R. (2011). "Analysis of uniaxial compression of vertically aligned carbon nanotubes", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 59: 227-2237.
- [42] Jia, J., Zhao, J., Xu, G., Di, J., Yong, Z. vd (2010). "A comparison of the mechanical properties of fibers spun from different carbon nanotubes", Carbon 49: 1333-1339.
- [43] Yeh, M.K., Hsieh, T. H. ve Tai, N.H. (2006). "Fabrication and mechanical Properties of multi-walled carbon nanotubes/epoxy nanocomposites", Materials Science and Engineering A 483-484, 289-292.
- [44] Yeh, M.K., Tai, N.H. ve Lin, Y.J. (2007). "Mechanical Properties of phenolic-based nanocomposites reinforced by multi-walled carbon nanotubes and carbon fibers", Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 39: 677-684.

- [45] Mezghani, K., Farooqui, M., Furquan, S. ve Atieh, M. (2011). "Influence of carbon nanotube (CNT) on the mechanical properties of LLDPE/CNT nanocomposite fibers", *Materials Letters*, 65: 3633-3635.
- [46] Zhang, X.L., Liu, Z.B., Zhao, X., Zhou, W.Y. ve Tian, J.G. (2010). "Nonlinear optical properties of hydroxyl groups modified multi-walled carbon nanotubes", *Chemical Physics Letters*, 494: 75-79.
- [47] Wang, Q. (2008). "Torsional buckling of double-walled carbon nanotubes", *Carbon* 46: 1159-1174.
- [48] Wu, C.L., Lin, H.C., Hsu, J.S., Yip, M.C., ve Fang, W. (2009). "Static and dynamic mechanical properties of polydimethylsiloxane/carbon nanotube nanocomposites", *Thin Solid Films* 517: 4895-4901.
- [49] Kalamkarov, A. L. Georgiades A. V. Rokam S. K. Veedu V.P. ve Ghasemi-Nejhad M. N. (2006). "Analytical and numerical techniques to predict carbon nanotubes properties", *International Journal of Solids and structures* 43: 6832-6854
- [50] Xiaohu, Y. ve Qiang, H. (2006). "Investigation of Axially Compressed Buckling of a Multi-Walled Carbon Nanotube Under Temperature Field", *Composite Science and Technology*, 67: 125-134
- [51] Zhanov, A., Pogorelov, E. ve Chang, Y. (2010). "Van der Waals Interaction Between Two Crossed Carbon Nanotubes", *ACS Nano*, 4: 5937-5945
- [52] Li, C. ve Chou T. (2003). "A structural mechanics approach for the analysis of carbon nanotube *International Journal of Solids and Structures*", 40: 2487-2499
- [53] Ru, C. Q. (2000). "Effect of van der Waals forces on axial buckling of a double-walled carbon nanotubes", *Journal of Applied Physics*, 87(10): 7227-7231.
- [54] Guz, A.N. ve Lapusta, Yu., N. (1999). "Three-dimensional problems of the near-surface instability of fiber composites in compression (model of a piecewise-uniform medium) (survey)", *Inter. Appl. Mech.*, 35(7): 641-671.
- [55] Guz, A.N., Dekret, V.A. ve Kokhanenko Yu.V. (2000). "Plane problems of stability of composite materials with a finite size filler", *Mechan. Comp. Materials*, 36(1): 77-86.
- [56] Shima, H. (2011). "Buckling of Carbon Nanotubes: A State of the Art Review", *Materials* 5: 47-84.
- [57] Wu, S.J., Ho, Y.H., Chang C.P., J.S., ve Lin, M.F. (2006). "Electronic properties of armchair carbon nanotube array", *Physica E* 32: 581-584.
- [58] Yang, Y., Zhang, L., ve Lim C.W. (2011). "Wave propagation in fluid-filled single-walled carbon nanotube on analytically nonlocal Euler-Bernoulli beam model", *Journal of Sound and Vibration*, 331: 1567-1579.
- [59] Wang, L. (2011). "Vibration analysis of nanotubes conveying fluid based on gradient elasticity theory", *Journal of Vibration and Control*, 18: 313-320.

- [60] Shokrieh, M., Rafiee, R. (2010). "Investigation of nanotube length effect on the reinforcement efficiency in carbon nanotube based composites", *Composite Structures*, 92: 2415-2420.
- [61] Georgantzinos, S.K., Giannopoulos, G.I., ve Anifantis, N.K. (2009). "Investigation of stress-strain behavior of single walled carbon nanotube/rubber composites by a multi-scale finite element method", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 52: 158-164.
- [62] Baykasoğlu, C., Kırca, M., ve Muğan, A. (2012). "Yeniden yapılandırılmış atom boşluğu içeren karbonnanotüplerin kırılma davranışlarının incelenmesi", II. Nanoteknoloji Kongresi, 27-28 Eylül 2012, 48-54.
- [63] Ru, C.Q., (2000). "Column buckling of multiwalled carbon nanotubes with interlayer radial displacements", *Phys. Rev. B.*, 62: 16962–16967.
- [64] Shen, H.-S., (2004). "Postbuckling prediction of double-walled carbon nanotubes under hydrostatic pressure", *Int. J. Solid Struct.*, 41: 2643–2657.
- [65] Thai, H.-T., (2012). "A nonlocal beam theory for bending, buckling and vibration of nanobeams", *Int. J. Eng. Sci.*, 52: 56–64
- [66] Jochum, Ch., ve Grandidier, J.C., (2004). "Microbuckling elastic modeling approach of a single carbon fibre embedded in an epoxy matrix", *Compos. Sci. Technol.* 64: 2441–2449.
- [67] Lourie, O., Cox, D.M., ve Wagner, H.D., (1998). "Buckling and collapse of embedded carbon nanotubes", *Phys. Rev. Lett.* 81: 1638–1641.
- [68] Young, R.J., Kinloch, I.A., Gong, L., ve Novoselov, K.S., (2012). "The mechanics of graphene nanocomposites: a review", *Compos. Sci. Technol.*, 72: 1459–1476
- [69] Guz, I.A., (2012). "Continuum solid mechanics at nano-scale: how small can it go?", *J. Nanomater. Mol. Nanotechnol.*, 1 (1).
- [70] Duan, H.L., Wang, J., ve Karihaloo, B.L., (2009). "Theory of elasticity at the nanoscale", *Adv. Appl. Mech.*, 42(1): 1–68.
- [71] Windle, A.H., (2007). "Two defining moments: A personal view by Prof. Alan H. Windle", *Compos. Sci. Technol.*, 67: 929–930.
- [72] Harik, V.M., (2001). "Ranges of applicability for the continuum beam model in the mechanics of carbon nanotubes and nanorods", *Solid State Commun.*, 120: 331–335.
- [73] Guz, A.N., ve Rushchidsky, J.J., (2003). "Nanomaterials: on the mechanics of nanomaterials", *Int. Appl. Mech.* 39: 1271–1293.
- [74] Guz, A.N., ve Rushchidsky, J.J., (2012). "Short Introduction to Mechanics of Nanocomposites", Scientific & Academic Publishing.
- [75] Ru, C.Q., (2001). "Axially compressed buckling of a double walled carbon nanotube embedded in an elastic medium", *J. Mech. Phys. Solids* 49: 1265–1279.

- [76] Murmu, T., ve Pradhan, S.C., (2009). “Buckling analysis of a single-walled carbon nanotube embedded in an elastic medium based on nonlocal elasticity and Timoshenko beam theory and using DQM”, *Phys. E* 41: 1232–1239.
- [77] Akbarov, S.D., (2013). “Microbuckling of a doublewalled carbon nanotube embedded in an elastic matrix”, *International of Solids and Structures*, 50: 2584-2596.
- [78] Guz, A.N., (1999). *Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies*, Berlin: Springer-Verlag, 556 pp.



DENGE DENKLEMLERİ

(2.5) ile verilen denge denklemlerinin silindirik koordinatlardaki ifadesi aşağıdaki gibidir [21]:

$$\begin{aligned}
& \sigma_{rr}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r} \sigma_{r\theta}^{(k)} \left(2 \frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial r \partial \theta} - 2 \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial r} - u_r^{(k)} - \frac{1}{r} u_\theta^{(k)} \right) \\
& + \sigma_{rz}^{(k)} \left(2 \frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \sigma_{\theta\theta}^{(k)} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial \theta} - \frac{1}{r} u_r^{(k)} - 1 \right) \\
& + \frac{2}{r} \sigma_{\theta z}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial \theta \partial z} - \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial z} \right) + \sigma_{zz}^{(k)} \frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \left(\frac{\partial \sigma_{rr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial z} \right) \\
& + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} \left(\frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k)}}{\partial z} \right) \\
& - \frac{1}{r} u_\theta^{(k)} \left(\frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial z} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{r} \sigma_{rr}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 u_\theta^{(k)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial r} \right) + \frac{2}{r} \sigma_{r\theta}^{(k)} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_\theta^{(k)}}{\partial r \partial \theta} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(k)} \left(2 \frac{\partial^2 u_\theta^{(k)}}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial z} \right) \\
& + \frac{1}{r^3} \sigma_{\theta\theta}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 u_\theta^{(k)}}{\partial \theta^2} + 2 \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial \theta} - u_\theta^{(k)} \right) + \frac{2}{r^2} \sigma_{\theta z}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 u_\theta^{(k)}}{\partial \theta \partial z} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \sigma_{zz}^{(k)} \frac{\partial^2 u_\theta^{(k)}}{\partial z^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_{\theta}^{(k)}}{\partial r} - u_{\theta}^{(k)} \right) \left(\frac{\partial \sigma_{rr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_{\theta}^{(k)}}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial z} \right) \\
& + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\theta}^{(k)}}{\partial z} \left(\frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \left(1 + \frac{1}{r} u_r^{(k)} \right) \left(\frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial z} \right) \\
& + \frac{1}{r^2} u_{\theta}^{(k)} \left(\frac{\partial \sigma_{rr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial z} \right) = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sigma_{rr}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 u_z^{(k)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \right) + \frac{2}{r} \sigma_{r\theta}^{(k)} \frac{\partial^2 u_z^{(k)}}{\partial r \partial \theta} + \sigma_{rz}^{(k)} \left(2 \frac{\partial^2 u_z^{(k)}}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{1}{r^2} \sigma_{\theta\theta}^{(k)} \frac{\partial^2 u_z^{(k)}}{\partial \theta^2} \\
& + \frac{2}{r} \sigma_{\theta z}^{(k)} \frac{\partial^2 u_z^{(k)}}{\partial \theta \partial z} + \sigma_{zz}^{(k)} \frac{\partial^2 u_z^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \left(\frac{\partial \sigma_{rr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial z} \right) \\
& + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial \theta} \left(\frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \left(\frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k)}}{\partial z} \right) \\
& + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k)}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(k)} = 0
\end{aligned}$$

ŞEKİL DEĞİŞTİRME-YER DEĞİŞTİRME İLİŞKİLERİ

(2.6) ile verilen şekil değiştirme ve yerdeğiştirme ilişkilerinin silindirik koordinatlardaki ifadesi aşağıdaki gibidir [21]:

$$\begin{aligned}
2\varepsilon_{rr}^{(k)} &= 2 \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} + \left(\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \right)^2 \\
2\varepsilon_{r\theta}^{(k)} &= \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial \theta} - \frac{1}{r} u_\theta^{(k)} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial \theta} - u_\theta^{(k)} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial r} \left(\frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial \theta} + u_r^{(k)} \right) \\
&\quad + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial \theta} \\
2\varepsilon_{rz}^{(k)} &= \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \\
2\varepsilon_{\theta\theta}^{(k)} &= \frac{2}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{2}{r} u_r^{(k)} + \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial \theta} - u_\theta^{(k)} \right]^2 + \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial \theta} - u_r^{(k)} \right]^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial \theta} \right)^2 \\
2\varepsilon_{\theta z}^{(k)} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} \left[\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial \theta} - u_\theta^{(k)} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial z} \left[\frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial \theta} - u_r^{(k)} \right] \\
&\quad + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial \theta} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z}
\end{aligned}$$

$$2\varepsilon_{zz}^{(k)} = 2\frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} + \left(\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z}\right)^2$$



ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Fatma ÇOBAN
Doğum Tarihi ve Yeri : 06.10.1984, İstanbul
Yabancı Dili : İngilizce
E-posta : fatmacbn@yildiz.edu.tr

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Doktora	İnşaat Mühendisliği	YTÜ
Y. Lisans	Matematik Mühendisliği	YTÜ	2009
Lisans	Matematik Mühendisliği	YTÜ	2007
Lise	Fen Bilimleri	Fatih Kız Lisesi	2001

İŞ TECRÜBESİ

Yıl	Firma/Kurum	Görevi
2012-	Yıldız Teknik Üniversitesi	Akademik Uzman

YAYINLARI

Bildiri

1. Coban, F., Kosker R., “ On The Stress Distribution In An Elastic Body With A Locally Curved Double-Walled Carbon Nanotube”, XVIII. International Conference on Mechanics of Composite Materials (MCM-2014): 58
2. Coban, F., Kosker R., Yukseler F. “Normal Stresses in the Elastic Body with a Locally Curved Double Walled Carbon Nanotube”, 3rd International Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications (IECMSA-2014): 184

Proje

1. Yerel Eğrilikli Çift Duvarlı Karbon Nanotüplerin Üç Boyutlu Elastisite Teorisi Yardımıyla İncelenmesi, 2013-07-03-DOP01, YTÜ BAPK.