

TÜRKİYE CUMHURİYETİ
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KABLO İLE SÜRÜLEN PARALEL DÜZLEMSEL ROBOT
MANİPULATÖRLER İÇİN UYARLAMALI KONTROLÇÜ
TASARIMI

Hayri HOCAOĞLU

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı
Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı

Danışman
Doç. Dr. Türker Türker

Mayıs, 2019

TÜRKİYE CUMHURİYETİ
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KABLO İLE SÜRÜLEN PARALEL DÜZLEMSEL ROBOT
MANİPULATÖRLER İÇİN UYARLAMALI KONTROLÇÜ TASARIMI

Hayri HOCAOĞLU tarafından hazırlanan tez çalışması 06.07.2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Türker Türker
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Türker Türker, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Janset Daşdemir, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi İlker Üstoğlu, Üye
İstanbul Teknik Üniversitesi

Danışmanım Doç. Dr. Türker Türker sorumluluğunda tarafımca hazırlanan Kablo ile Sürülen Paralel Düzlemsel Robot Manipulatörler için Uyarlamalı Kontrolcü Tasarımı başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Hayri HOCAOĞLU

İmza

*Yol arkadaşıma
ve aileme*



TEŐEKKÜR

Bu çalışmanın gerçekleőmesinde yüksek lisans eğitimim boyunca değerli bilgilerini benimle paylaőan sayın Türker Türker'e, her zaman yanımda olan aileme teőekkür ederim.

Hayri HOCAOğLU



İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ	vii
KISALTMA LİSTESİ	ix
ŞEKİL LİSTESİ	x
TABLO LİSTESİ	xi
ÖZET	xii
ABSTRACT	xiv
1 Giriş	1
1.1 Geçmiş ve Motivasyon	3
1.2 Literatür Özeti	5
1.3 Tezin Amacı	8
1.4 Hipotez	8
2 Kablo ile Sürülen Robotların Dinamik Modeli	10
2.1 Atalet Matris İfadesinin Elde Edilmesi	12
2.2 Coriolis ve Merkezkaç Matris İfadesinin Elde Edilmesi	14
2.3 Yer Çekimi Matris İfadesinin Elde Edilmesi	17
2.4 $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta$ Matris İfadesinin Elde Edilmesi	20
3 Kontrolcü Tasarımı	23
3.1 Kararlılık Teoremleri	23
3.2 Doğrusal Olmayan Kontrolcü Tasarımı	25
3.3 Uyarlamalı Kontrolcünün Tasarımı	28
4 Benzetim Çalışmaları	30
5 Sonuç ve Öneriler	38
Kaynaklar	39

A MATLAB Kodları

41

Tezden Üretilmiş Yayınlar

48



SİMGE LİSTESİ

θ	Bilinmeyen parametre matrisi
I_m	Eylemsizlik momenti
q	Genelleştirilmiş koordinatlar
A_i	'i' numaralı eyleyicinin konumu
M_i	'i' numaralı kablunun atalet Matrisi
C_i	'i' numaralı kablunun corolois matrisi
J_i	'i' numaralı kablunun jakobyen matrisi
M_{li}	'i' numaralı kablunun sabit parametre içermeyen atalet matrisi
C_{li}	'i' numaralı kablunun sabit parametre içermeyen corolois matrisi
G_{li}	'i' numaralı kablunun sabit parametre içermeyen yer çekimi matrisi
L_i	'i' numaralı kablunun uzunluğu
G_i	'i' numaralı kablunun yer çekimi matrisi
S	'i' numaralı kablunun yön vektörü
S_{x_i}	'i' numaralı kablunun yön vektörünün 'x' eksenindeki değeri
S_{y_i}	'i' numaralı kablunun yön vektörünün 'y' eksenindeki değeri
S_{z_i}	'i' numaralı kablunun yön vektörünün 'z' eksenindeki değeri
p_m	Kablo öz kütlesi
M_p	Platform Atalet Matrisi
M	Platform kütlesi
B_i	Platformun 'i' numaralı bağlantı noktası
E_i	Platformun merkezinden kablo bağlantı noktasına doğru olan 'i' numaralı kablunun yön vektörü
X_g	Platformun X koordinatındaki pozisyonu
ϕ	Platformun XY düzlemine göre açısı

Y_g	Platformun Y koordinatındaki pozisyonu
G_p	Platformun yer çekimi matrisi
$Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$	Regresyon matrisi
$M(q)$	Sistem Atalet Matrisi
$C(q, \dot{q})$	Sistem Corolois Matrisi
τ	Sistem Momenti
$G(q)$	Sistem Yer Çekimi Matrisi
g_x	x eksenindeki yer çekimi ivmesi
g_y	y eksenindeki yer çekimi ivmesi
g_z	z eksenindeki yer çekimi ivmesi

KISALTMA LİSTESİ

KSR Kablo ile Sürülen Robot



ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1	Uçak Hangarındaki RoboCrane Manipülatörü[7]	4
Şekil 1.2	Stadyum organizasyonu sırasında SkyCam [13]	5
Şekil 2.1	Kablo kontrollü düzlemsel manipülatörün gösterimi.	11
Şekil 4.1	Takip edilmesi istenilen yörünge gösterimi.	31
Şekil 4.2	Belirlenen k_1 ve k_2 değerleri ile gerçekleşen yörünge hataları	33
Şekil 4.3	Belirlenen $k_1 = 7.5$ ve $k_2 = 100$ değerleri ile gerçekleşen yörünge takibi ve parametre kestirimi.	33
Şekil 4.4	k_1 ve k_2 değerleri ile gerçekleşen yörünge hataları	35
Şekil 4.5	k_1 ve k_2 değerleri ile gerçekleşen parametre kestirimi	36
Şekil 4.6	Başlangıç parametre hataları ile gerçekleşen parametre kestirimi . .	37

TABLO LİSTESİ

Tablo 1.1	Al ve Bırak ile Görevli Robotlar[3]	2
Tablo 4.1	Parametreler	30
Tablo 4.2	Yörünge Hata Değerlerinin ortalaması ve rms değerleri - Yörünge Başlangıç noktasında Başlatıldığında	32
Tablo 4.3	Kontrol Sinyali Değerlerinin ortalaması ve rms değerleri - Yörünge Başlangıç noktasında Başlatıldığında	32
Tablo 4.4	Yörünge Hata Değerlerinin ortalaması ve rms değerleri - Yörünge Başlangıç noktasında Başlatılmadığında	34
Tablo 4.5	Kontrol Sinyali Değerlerinin ortalaması ve rms değerleri - Yörünge Başlangıç noktasında Başlatılmadığında	34
Tablo 4.6	Kestirim Başlangıçları Değiştirildiğinde	36

Kablo ile Sürülen Paralel Düzlemsel Robot Manipulatörler için Uyarlamalı Kontrolcü Tasarımı

Hayri HOCAOĞLU

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Türker Türker

Uzun zamandır insanlar yaptıkları fiziksel işleri kolaylaştıracak ya da bu işleri tamamıyla üstlenebilecek yardımcıları geliştirmek için çalışmalar yapmaktadır. Günümüzde bu çalışmaların geldiği noktada çeşitli robot türleri ile insanların ihtiyaç duydukları işler yerine getirilmektedir. Robotlar, günümüz insanları için yaşamlarını birlikte sürdürdükleri sıradan nesnelere haline gelmektedir. Gelişimleri devam eden robotlar hizmet ettikleri amaçlara göre özelleşmektedir. Robot manipulatörler, yapısal özelliklerine göre seri ve paralel robotlar şeklinde iki ana bölümde incelenmektedir.

Paralel robot manipulatör türlerinden bir tanesi olan kablo ile sürülen robotlar, karmaşık yapılarına rağmen hızlı olmaları, geniş alanlarda çalışabilme özellikleri ve hacim olarak daha az yer kaplamaları nedeniyle, bu tür robotların kullanımı son yıllarda artmaktadır. Sahip olduğu bu özelliklerin yanında kablo ile sürülen robotlar için, içerdikleri kablolar ve paralel robotların sahip olduğu karmaşık yapı nedeniyle, dinamik denklemlerinin oluşturulması seri robotlara göre zorlaşmaktadır. Kullanım oranlarının artması ve yapılarının kolaylıkla çeşitlenebilmesi nedeniyle kablo ile sürülen robotlar üzerinde son yıllarda gerçekleştirilen araştırmalar artmaktadır. Yapılan bu araştırmalar bu tip robotlardaki kinematik sorunları, dinamik modellerindeki karmaşıklıkların giderilmesi üzerine odaklanmaktadır. Diğer yandan kabloların fiziksel yapılarının dinamik model içerisine katılmasını içeren araştırmalarda bulunmaktadır. Kabloların fiziksel özelliklerinin dahil edilmesi küçük alanlarda çalışan robotlarda göz ardı edilebilirken geniş alanlarda çalışan robotlarda dahil edilmesi göz ardı edilemeyecek duruma gelmektedir.

Kablo ile sürülen robotlarda dinamik modelin sahip olduğu zorlukların yanında sahip olduğu belirsizlikler bu robotların kontrolünü zorlaştırmaktadır. Kablo ile sürülen robotlar kabloların öz kütleleri, eylemsizlik momenti ve hareketini sağladığı yüklerinin ağırlıkları gibi belirsiz parametreler içermektedirler. Bu çalışmada, kablo ile sürülen robotlarda belirsizlikler altında kontrolün sağlanabilmesi için bir uyarlamalı kontrol yapısı geliştirilmiştir. Önerilen kontrolcünün tasarım aşamasında doğrudan Lyapunov yaklaşımı kullanılmış, bu sayede kapalı çevrim sistemin kararlılığı garanti altına alınmıştır. Buna ek olarak, LaSalle-Yoshizawa teoremi ile uç efektörün konumlama hatasının sifıra yakınsadığı da gösterilmiştir. Son olarak kontrolcü için gerçekleştirilen benzetim çalışmaları ile belirsizlikler altında çalışması sınanmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Uyarlamalı kontrol, kablo kontrollü düzlemsel manipölator, doğrusal olmayan kontrol.

Adaptive Controller Design for Cable Driven Parallel Planar Robot Manipulators

Hayri HOCAOĞLU

Department of Control and Automation Engineering
Master of Science Thesis

Advisor: Asst. Prof. Dr. Türker Türker

For a long time, human beings has been working to develop assistants who will facilitate or undertake the physical work done. Today at point of the work, various types of robots are fulfilled the works that people need. Robots are becoming to ordinary objects that live their lives together for today's people. Robots that continue their development are customized according to the purpose. Robot manipulators are mainly considered in two categories according to their structural characteristics that are serial and parallel robots.

The use of cable driven robots, one of the members of parallel robot manipulators, has been increasing recently due to the fact that these robots have less volume, large workspace and fast speed despite complex structure. In addition to these features, due to the complex structure of the cables and parallel robots, the creation of dynamic equations is difficult than serial robots' creation of dynamic equations. Research on cable-driven robots has increased in recent years due to increased usage and easy diversification of structures. These researches focus on the kinematics problems in this type of robots and the elimination of complexities in their dynamic models. On the other hand, the physical structure of the cables into the dynamic model researches are included. The inclusion of the physical properties of the cables can be neglected in small workspace robots, but the inclusion in large workspace robots is inconceivable.

In addition to the difficulties of the dynamic model in cable driven robots, the uncertainties make difficult to control the robots. Cable driven paralel robots have uncertain parameters such as the mass of the cables, the moment of inertia and the

weight of the loads. In this study, an adaptive control structure has been developed to provide control under the uncertainties of cable driven robots. In the design phase of the proposed controller, the directly Lyapunov approach was used for ensuring the stability of the closed loop system. In addition, the end effector's positioning error to converge to zero is proven with the LaSalle-Yoshizawa theorem. Finally, simulations performed for the controller, were tested under uncertainties and successful results were obtained.

Keywords: Adaptive control, cable controlled planar parallel manipulator, nonlinear control



1 Giriş

Asırlardır insanlar kendi yaptıkları işleri yaptırabilecekleri, kendilerinin yerine koyabilecekleri ve çevresi ile etkileşim halinde olabilecek bir yardımcı aramaktadırlar. İnsanların hayal dünyalarında, yazılarında filmlerinde yer verdikleri hayali olan yardımcıları günümüzde geliştirilmekte ve bir çok yerde kullanımı etkin hale getirilmektedir [1]. İsim olarak verilen robot kelimesi görünümü veya hareketleriyle kendi hedeflerinin veya davranışlarının olduğunu gösteren elektromekanik bir sistem anlamına gelmektedir [2]. Robotlar günümüzde kullanım açısından bir çok farklı alanda çok önemli yerlere sahiplerdir.

Özellikle endüstriyel ortamlarda robotik kollar, hareketlerini sağlayan manipülatörlerden oluşmaktadır ya da geliştirilen manipülatörler bir robotun tamamını kapsamaktadır. Manipülatörler birbirine bağlantılı farklı tiplerdeki veya aynı tipteki hareket sağlayan eklemlerden oluşturulan mekanik sistemlerdir. Prizmatik, silindirik, düzlemsel hareket eklemleri gibi farklı tiplerde hareket eklemleri bulunmaktadır. Birbirine bağlı bu eklemler sayesinde robotlar veya robotik manipülatörlerin hareket alanlarındaki kabiliyetleri artmaktadır.

Robotik manipülatörler hareket uzayları içerisinde dönme veya çevirme gibi çeşitli yollarda hareket edebilmektedir. Bu hareket çeşitliliği serbestlik derecesi olarak isimlendirilmektedir [3]. Başka bir ifade ile serbestlik derecesi manipülatörlerin konfigürasyonu belirtmek için gerekli olan bağımsız sistem girişlerinin sayısıdır. Manipülatörlerin serbestlik derecesini belirlemek için bağlantıların sayısından ve türünden elde edilebilmektedir[2].

Robotların sınıflandırılması yapılırken serbestlik dereceleri, kinematik yapıları, çalışma alanı geometrileri ve hareket karakteristikleri gibi metriklerden faydalanılmaktadır. Robotların sahip oldukları serbestlik derecelerine göre yapılan sınıflandırmada üç çeşit robot sınıfı oluşmaktadır. Bunlar genel amaçlı robot manipülatör, gereğinden fazla serbestlik içeren (redundant) robotlar ve gereğinden az serbestlik içeren (deficient) robotlar olarak isimlendirilmektedirler[4]. Diğer

yandan robotların sınıflandırması yapılırken robotların kinematik yapıları da dikkate alınabilmektedir. Buna göre robotlar seri ve paralel olmak üzere iki sınıf altına incelenmektedir.

Seri robotlar açık uçlu (open loop chain) kinematik zincir yapısına sahip olacak şekilde tasarlanan robotlardır. Eyleyiciler bu tipteki robotlarda birbirleri ardına bağlantılı olacak şekilde konumlandırılarak hedeflenen hareketler yapılmaktadır. Oluşturulan yapılarda ihtiyaç duyulan her bir serbestlik derecesi için bir eyleyici gerekmektedir [3]. Seri robotlar kuruldukları yerde kapladıkları alana göre geniş bir çalışma alanı sağlamaktadırlar. Bunun yanında kinematik yapıları gereği seri robotlar bir bütün olarak düşünüldüğünde daha az rijittirler.

Seri robotlar kinematik yapıları birbirine bağlantılı eyleyicilerden oluştuğu için, önceki uzuvlarda oluşan hatalar uç efektöre doğru artarak iletilir. Oluşan hata oranları bu şekilde artmaktadır. Bunun yanında seri robotlar taşıyabildikleri en fazla ağırlığa göre oldukça ağırdırlar. Seri robotlar belirtilen özellikleri ile endüstride çok sıklıkla kullanılmaktadır. Geliştirilen al ve yerleştir mantığında çalışan robotlar endüstri alanında sıklıkla bulunmaktadır. Şekilde görevleri al ve bırak olarak geliştirilen seri robotların yük ve ağırlıklarının kıyaslandığı tablo bulunmaktadır.

Tablo 1.1 Al ve Bırak ile Görevli Robotlar[3]

Robot	Serbestlik Derecesi	Robotun Kütlesi(kg)	Yük Kütlesi(kg)	Yük-Kütle Oranı
Adept I800	4	34	5.5	0.1617
Epson E2C251	4	14	3	0.21442
Seiko EC250	4	14	3	0.21438
Toshiba SR-504HSP	4	38	2	0.0526

Diğer taraftan, paralel robotlar kapalı uçlu (closed loop chain) kinematik zincir yapısına sahip olacak şekilde tasarlanan robotlardır. Paralel robotlarda eyleyiciler hareket edecek platforma birbirlerinden bağımsız olarak bağlanmaktadır. Bu yapı sayesinde paralel robotlarda bir eyleyici birden fazla serbestlik derecesine etki edebilirken, seri robotlarda bir eyleyici sadece bir serbestlik derecesine etki edebilmektedir.

Paralel robotlar kinematik yapıları sayesinde seri robotlara göre daha fazla rijittirler. Birbirinden bağımsız eyleyicilerin oluşturduğu hata hareketli platform üzerinde dağılmaktadır, bu yüzden paralel robotlar yüksek pozisyon doğruluğuna sahiptirler. Kuruldukları alanda hareketi sağlayan parçalarının hafif olması paralel robotların bir diğer üstün yanıdır. Bunun yanında hareketi sağlayan parçaların kinematikleri paralel robotlarda kinematik denklemleri etkilemektedir. Robotun hareket alanını parçaların

kinematik denklemlerindeki kısıtlamalardan etkilenmekte, bu yüzden dolayı çalışma alanlarının bazı bölgelerinde hareket kısıtlanmaktadır [2].

Paralel robotlar üç mekanik yapı altında incelenebilir. Bunlar Stewart-Gough platformu, delta robotları ve kablo ile sürülen robotlar şeklindedir. Stewart-Gough platformu genel olarak altı ayaklı bir sekizgen(octohedral hexapod) mimariyi temel almaktadırlar. 6 serbestlik derecesine sahip olan Stewart-Gough platformu birbirine bağlı 6 eyleyici ile hareketini sağlamaktadır. Stewart tarafından geliştirilen robot uzay ve havacılıkta simülasyonların gerçekleştirilmesini sağlamaktadır [5]. Delta robotlar birbirlerine bağlı üç kolun uç efektörde bağlanması sonucu oluşmaktadır. Delta robotlarda kollarda paralelogramların kullanılması sonucunda uç efektörün hareketi sağlanmaktadır. Delta robotlar hızlı al ve bırak isterlerini yerine getirmektedir. Kablo ile sürülen robotlar ise Stewart ve Delta robotlardan farklı olarak efektörleri katı değil esnek kabiliyetli kablolardır. Uç efektöre bağlı kablolar sayesinde hareket sağlanmaktadır. Geliştirilen bir çok amaca sahip kablo ile sürülen robot bulunmaktadır [2].

1.1 Geçmiş ve Motivasyon

Son yıllarda kullanım oranları artmakta olan kablo ile sürülen robotlar gemi tersaneleri, uçak hangarları gibi geniş çalışma alanlarında rahatlıkla kullanılabilir. Kablo ile sürülen robotlar yapıları itibarıyla paralel robotlara çok benzemektedirler. Bu robotları paralel robotlardan ayıran en önemli fark kablolar uç efektörlere yalnızca çekme kuvveti uygulayabilmekte, onlara itme kuvveti uygulayamamalarıdır. Bu tip robotların konvesiyonel robotlara göre avantajı olarak geniş çalışma ortamlarına karşılık küçük boyutlarda değildir. Kablo ile sürülen robotların hafif kabloları dışında bir bağlantı yüklerine sahip olmadıklarından eyleyicilerin harcadıkları güç yalnızca yüklerine dağılmaktadır[6]. Kabloların hafif yapıları sayesinde çalışma alanları çeşitlenmektedir.

Geliştirilen hareket teknolojileri arasında kablo kontrollü paralel manipülatörün vinç olarak kullanıldığı çalışmalar da bulunmaktadır. NIST(National Institute of Standards and Technology) kurumu geliştirdiği ROBOCRANE isimli manipülatöründe vinç sistemleri ile robotik teknolojilerini birleştirip hassas ve güçlü bir vinç sistemi ortaya çıkarmıştır. Oluşturulan sistem uçak hangarlarında, yük taşımanın yapılabileceği ortamlarda kullanılmaktadır. Bazı konsept tasarımlara da sahip olan bu ürün için geniş bir çalışma alanına sahip olması hedeflenmektedir [7]. CHARLOTTE ise uzay seyahatlerinde kullanılmak için tasarlanan bir manipülatördür. Kablo ile sürülen manipülatörlerin uzay seyahatlerinde kullanılabileceğinin düşünülmesinin

nedeni fırlatma esnasında taşınacak malzemelerin hafif ve kompakt yapılarda olmaları istenmesidir [8]. WARP isimli manipölatör 8 adet kablunun T tipinde bağlandığı efektörler ile küçük boyutlardaki nesnelere yüksek hızlarda konumlandırmasını gerçekleştirmeyi amaçlamaktadır [9]. Geliştirilmiş FAST isimli radyo teleskobu astronomi çalışmalarında kullanılmak için geliştirilmiştir. Sahip olduğu 500 metre çapındaki radyo dalgalarını toplayan çanak içerisinde geniş bir çalışma alanı bulunmaktadır [10]. Skycam gibi firmaların geliştirdikleri kablo ile sürülen robotlar uç efektörlerine bağlı olan kameraları ile futbol sahaları, gösteri salonları gibi ortamlarda kullanılmaktadırlar [11]. Bir başka kablo ile sürülen Cassino Tracking System (CaTraSys) robot manipölatörü kliniklerde rehabilitasyon ve tedavilerde kullanılmak üzere geliştirilmiştir [12].



Şekil 1.1 Uçak Hangarındaki RoboCrane Manipölatörü[7]

Yapısal özellikleri olarak kablo ile sürülen robotlar kapalı uçlu kinematik zincir (closed loop chain) olarak tasarlanmaktadır. Bu yapısal özellikleri kinematik denklemlerin oluşturulmasında zorluklara yol açmaktadır. Bu robotların yapılarında bulunan kabloların kinematik özelliklerinin etkilerinin kinematik denklemler içerisinde yer alması gerekmektedir. Bazı modellerde ise bu etkiler ihmal edilmektedir. Dolayısıyla kabloların kinematik etkilerinin dahil edildiği ve edilmediği kinematik denklemler şeklinde iki tip kinematik model ortaya çıkmıştır. Bunların yanında sistemin paralel yapısından dolayı ortaya çıkan kısıtlamalar bulunmaktadır. Çalışma bölgelerindeki

bazı alanlar uç efektörün erişemeyeceği veya eriştiğinde kontrolün kaybolacağı bölgeler olarak ortaya çıkmaktadır [2].



Şekil 1.2 Stadyum organizasyonu sırasında SkyCam [13]

Kinematik denklemlerinin içerdiği belirsizlikler kablo ile sürülen robotların kontrolünü zorlaştırmaktadır. İçerdiği kabloların kütleleri, uzunluklarının durumu çalışma alanı küçük olan robotlarda kontrol yöntemini etkilememekte fakat büyük çalışma alanına sahip robotlarda bu durum göz ardı edilemeyecek seviyelere gelmektedir [14]. Bununla birlikte eylemsizlik momenti, kütle, esneklik gibi belirsizlik içerebilecek sistem değişkenleri bu robotların kontrolünü zorlaştırmaktadır. Bu nedenle bu sistemler için geliştirilen kontrolcülerin belirsizlikler ışığında sistem kararlılığını sağlamaları önemlidir.

1.2 Literatür Özeti

Kablo ile sürülen robotlar kayıtlara ilk olarak Amerika'da su altı operasyonları için geliştirilen bir sistem ile girmiştir [15]. Sonraki yıllarda daha geniş kullanım alanlarına sahip olan NIST firmasının geliştirdiği RoboCrane ortaya konulmuştur. RoboCrane uçak hangarları, limanlar, uzay araştırma istasyonları gibi alanlarda kullanılabilir [7]. 80'li yılların sonunda ise Skycam isminde hareketli kamera sistemi oluşturulmuştur [11]. Skycam kablo ile sürülen robotların kullanımının yaygınlaşmasına öncülük etmiştir. Çalışma alanları ve çalıştığı ortamlar artarak

gelişmesi devam eden kablo ile sürülen robotlar, 90lı yılların sonunda ortaya çıkan FAST radyo teleskobu ile geniş çalışma alanı, hassas yük taşıma ve konumlandırma işlemlerinde kendini göstermiştir [10]. Kablo ile sürülen paralel robotların (KSR) en önemli özellikleri kabloların yalnızca çekilerek hareketin sağlanması itme kuvvetinin oluşturulamamasıdır. Bu özelliklerinden dolayı KSR'lerin geliştirilmesi ve uygulamalarında limitler ile karşılaşmaktadır. Bu olumsuzluğun azaltılması ve gelişmiş robotlar ortaya konulması için son yıllarda yapıları KSR ile sentezlenen çeşitli robotlar geliştirilmiştir [15].

Genel olarak ileri kinematik denklemi paralel robotlarda karmaşık olmakla birlikte bir çok çözüm içermektedir. Kablo ile sürülen robotlarda ileri kinematik denklemi, kablo uzunluklarından (L_i) uç efektörün pozisyon bilgisinin hesaplanmasını içermektedir. Yapılan çözümler içerisinde bulunan sistem içerisine sanal kablolar eklemek hesaplama yöntemlerinin kolaylaşmasını sağlamaktadır [16]. Bir başka çözümün içerdiği farklı yaklaşımlı algoritmalar sayesinde ileri kinematikte karşılaşılan karmaşıklığın giderilmesi hedeflenmektedir [17].

Kablo ile sürülen paralel robotlarda ters kinematik denklemi kablo ağırlıklarının dahil edildiği ve edilmediği durumlarda farklılıklar göstermektedir. Küçük çalışma alanlarına sahip olan KSR'lerde bu durum ihmal edilebilmektedir [18]. Çalışma alanları genişlemeye başlayan KSR'lerde kablo ağırlıklarında oluşan kuvvetler ters kinematik denklemlerde hesaba katılmaktadır [9]. Kablo ağırlıklarının dahil edildiği sistemler için oluşturulan ters kinematik denklemlerinin çözümleri robotun kısıtlanma derecesine (degree of constraint of manipulator) göre minimal kısıtlanmış (minimally constrained), kısıtlanma altında ve kısıtlanma üzerinde (under-over constraint) şeklinde sınıflandırılmaktadır [14].

Diğer yandan paralel robotlar birbirleri ile bağlantılı efektörleri sonucunda sistemin tamamının kontrolünün kaybolabileceği tekillikler içerebilmektedirler. Kablo ile sürülen robotları yapısında bulunan kabloların temel fiziksel özelliği olan çekebilme fakat itememe durumu, diğer katı eklemler robotların yapısından onları farklılaştırmaktadır. Bu farklılıktan ortaya çıkan tekillikler Jacobian tekilliği ve kapalı kuvvet (force-closure) tekilliği olarak sınıflandırılmaktadır [19].

Kablo ile sürülen robotların rijit eklemlere sahip olan robotlardan temel farkı hareket temellerinin kabloların fiziksel özelliklerine dayanmasıdır. Rijit eklemlere sahip olan robotlarda eklemler itme ve çekme kuvvetlerini uygulayabilirken, KSR'lerde kablolar yalnızca çekme kuvvetini uygulayabilmektedir. Sahip oldukları bu özelliklerden dolayı KSR'lerde kabloların bulunan kuvvetlerin dağılımı önem kazanmaktadır. Kabloların kuvvet dağılımını hesaplanmasını ve kapalı kuvvet (force closure) çalışma alanının

belirlenmesini kolaylaştırmak için [20] ile bir algoritma önerilmektedir.

Diğer taraftan kablolardaki kuvvet dağılımlarının eşitsizliği KSR'lerde hareketin kısıtlı alanlarda yapılabilmesini sağlamaktadır. Kuvvet dağılımlarının belirlenmesi kablolarda oluşabilecek olumsuz yöndeki ip gerilimlerinin giderilmesini sağlamaktadır. Kuvvet dağılımlarının belirlenmesi ise doğrusal programlama, karesel programlama gibi yöntemler kullanılarak geliştirilen çözücüler ile sağlanmaktadır [21].

Kablo ile sürülen robotlarda hareket eklemi olarak kullanılan kabloların, sistemlerin dinamik modelinin basitleştirilmesi için kütleleri model içerisine dahil edilmeyebilmektedir [2]. Kabloların kütlelerinin dahil olması durumunda kablolarda oluşan katenar durumlarının dinamik model içerisine dahil edilmesi gerekmektedir [14]. Bununla birlikte kablo ile sürülen robotların dinamik denklemleri kuvvet ve moment denge denklemlerinin aynı anda çözümlenmesi gerektiğinden seri manipülatörlerin modellenmesine kıyasla daha karmaşıklaşmaktadır.

KSR'lerin dinamik modellenmesi Newton-Euler ve Lagrange formülasyonu ile yapılmaktadır. Genellikle kullanılan Newton-Euler formülasyonu her bir eyleyici için bir hareket denklemi oluşturmayı gerektirmektedir. KSR içerdii birden fazla eyleyici nedeniyle Newton-Euler formülasyonunda çok sayıda hareket denklemi oluşmaktadır. Yapılacak olan hesaplamalar artan denklem sayısı ile verimliliğini kaybetmektedir [4]. Geliştirilen matematiksel yöntem ile KSR'lerde artan dinamik denklem sayısı azaltılmaktadır [22]. Diğer tarafta Lagrange formülasyonu istenmeyen kuvvet ve moment ifadeleri hareket denklemlerinin içerisinden kaldırmaktadır, hesaplamalardaki verimliliği arttırmaktadır. Fakat kapalı uçlu kinematik zincir yapısına sahip olduğundan ortaya çıkan kısıtlamalardan dolayı genelleştirilmiş koordinatlardan hareket denklemi oluşturulmasını zorlaştırmaktadır [2].

Kablo ile sürülen robotların sahip oldukları karmaşık geometrileri, yüksek orandaki lineer olmayan durumları ve belirsizlikleri seri robotlar için geliştirilen kontrol algoritmalarının uygulanmasını zorlaştırmaktadır. KSR'lerde bulunan belirsizlikler dinamik model içerisinde bulunan eylemsizlik momenti, yükte anlık değişiklikler, kabloların öz kütleleri şeklinde ifade edilebilir. Bu belirsizliklerin yanında kabloların ağırlıklarının dinamik model içerisinde dahil edilmesi durumunda kablo dinamiklerinin model üzerindeki etkileri kontrolcüler ile giderilmesi gereken problemlerdendir. KSR'lerde kontrol yöntemleri genel olarak eklem uzayı koordinatları ile geliştirilen eklem uzayı kontrolü (joint space control) ve çalışma alanı koordinatları içerisinde geliştirilen çalışma alanı kontrolü (work space control) şekilde incelenmektedir[23].

Geliştirilen eklem uzayını temel alan katı (Robust) kontrol temelli kontrolcü sahip

olduğu belirsizlikleri ve lineer olmayan durumları gidermeyi hedeflemektedir [24]. Diğer bir eklem uzayını temel alan lineer olmayan uyarlamalı kontrolcü KSR'nin sahip olduğu belirsizlikleri gidermektedir [25]. Geliştirilen farklı bir eklem uzayını temel alan uyarlamalı kontrolcü ise lineer çalışma aralıkları içerisinde dinamik modelin içerdiği belirsizlikleri, dinamik modelin sahip olduğu hataları ve anlık ağırlık değişikliklerini tolere etmeyi hedeflemektedir [26].

Eklem uzayı temelli kontrolcü ile giderilen belirsizliklere sürtünme etkilerinin de dahil edildiği çalışma alanı kontrol yöntemi temelli katı (Robust) lineer olmayan kontrolcü ile KSR'lerin kontrolü sağlanmaktadır [27]. Farklı bir bakış açısıyla geliştirilen çoklu çaprazlanmış genetik algoritma ile çalışma alanı temelli kontrolcü robot kontrolünü sağlamaktadır [28].

1.3 Tezin Amacı

Kablo ile sürülen robotların karmaşık yapıları ve yapılarında bulunan belirsizlikler, bu tür robotların kontrolünü zor hale getirmektedir. Bu belirsizlikler nedeniyle, geleneksel kontrol yapıları kullanıldığında sistem performansı yetersiz kalabilmektedir. Dolayısı ile bu tür robotların hareketini daha iyi kılmak üzere modern ve yüksek performanslı kontrol yapılarının kullanımı elzem hale gelmektedir. Sistem modelinde belirsizlikler ve/veya bozucu etkiler bulunması durumunda, farklı yapılarda kontrolcü tasarımı ile bu sorunların üstesinden gelinebilmektedir. Bu tezin amacı KSR dinamik modelinde bulunan sabit ya da çok yavaş değişen belirsizliklere rağmen robot konumu için yörünge takibinin başarı ile yerine getirilebilmesi için bir kontrolcü tasarlamak ve bu kontrolcüyü benzetim çalışmaları ile sınamaktır.

1.4 Hipotez

Kablo ile sürülen robotların dinamik modellerinde bulunan belirsizliklerle baş etmek üzere kontrolcü geliştirilmesi bu tezin ana amacını oluşturmaktadır. Bu amaç doğrultusunda, dinamik modelde bulunan sabit ya da çok yavaş değişen belirsizliklerin giderilmesi için literatürde sıklıkla karşımıza çıkan uyarlamalı kontrolcü tasarımı gerçekleştirilecektir. Tasarlanan kontrolcünün teorik kararlılık analizi Lyapunov kararlılık teorisi kullanılarak yapılacak ve tasarlanan kontrolcü benzetim ortamında uygulanarak sınanacaktır. KSR dinamik modelinde yer alan sabit ya da çok yavaş değişen belirsizliklere rağmen yörünge takibinin başarı ile sağlanmasının uyarlamalı kontrolcü ile mümkün olacağı öngörülmektedir.

Çalışma 3 başlık altında incelemiştir. İlk olarak kablo kontrollü düzlemsel

manipölatörlerin dinamik özellikleri hakkında bilgi verilmiştir. Sonraki bölümde sistem dinamik modeli kullanılarak uyarlamalı kontrolcünün tasarımı ele alınmıştır. Benzetim çalışmaları bölümünde ise tasarımı yapılan uyarlamalı kontrolcünün benzetim çalışmaları açıklanmıştır. Bu çalışmalardan elde edilen sonuçlar değerlendirilmiş çalışma sonucu ortaya çıkan bilgiler yorumlanmıştır.



2

Kablo ile Sürülen Robotların Dinamik Modeli

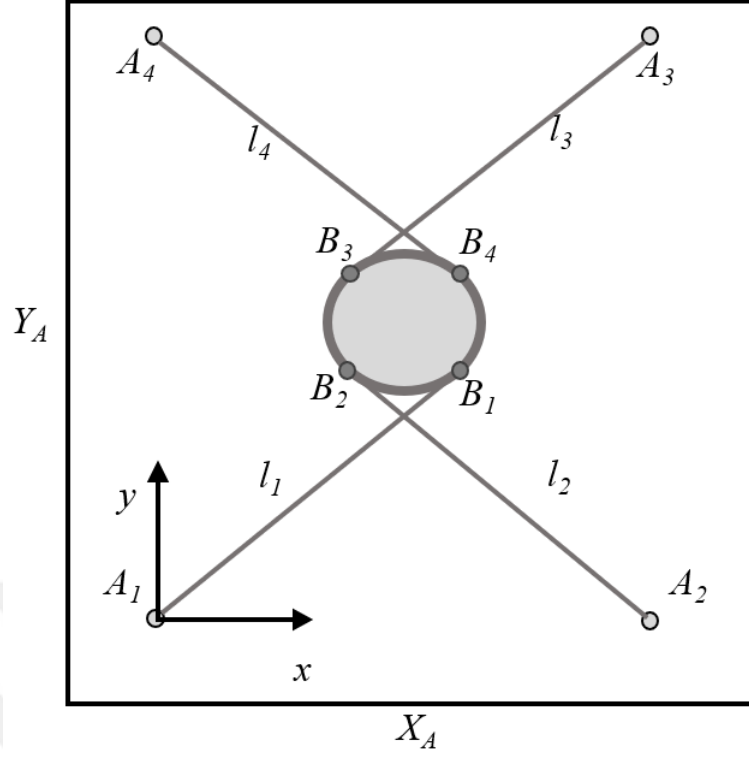
Bu bölümde kablo ile sürülen düzlemsel paralel manipülatörün dinamik modelinde bulunan matematiksel denklemlerin elde edilmesinde yapılan çalışma ayrıntılı olarak sunulmaktadır. Dinamik modelin çıkarımında büyük ölçüde [2] kaynağından faydalanılmıştır. Sistem modeli dört başlık altında incelenmiştir. İlk bölümde Atalet matrisinin çıkarımı, ikinci bölümde Corolis matrisinin çıkarımı, üçüncü bölümde Yer çekimi matrisinin çıkarımı gösterilmiştir. Son bölümde elde edilen üç matris kullanılarak sabit parametreler ile genelleştirilmiş sistem denklemlerinin ayrıştırılması yapıp regresyon ve θ matrisleri elde edilmiştir.

Dinamik modeli elde edilecek sistemin yapısı Şekil (2.1) ile gösterilmiştir. Sistemin eyleyicilerinin bulunduğu noktaları A_i , hareketli platformunun bağlantı noktaları ise B_i ile gösterilmiştir. Bu sistem için kabul edilen referans ekseninin merkezi olarak A_1 noktası seçilmiştir. Sistemin koordinat değerleri referans noktası üzerinden hesaplanmaktadır. Sistemin hareketli platformunun, hareket düzleminin orta noktasında bulunması durumunda, bağlantı noktalarının bu sabit nokta ile yapmış olduğu açılar θ_{B_i} şeklinde ifade edilmektedir. Hareketli platform üzerindeki B_i noktaları ile A_i noktaları arasındaki ip uzunlukları l_i olarak verilmektedir. Dinamik denklemin ortaya çıkarılmasında genel mekanik sistem dinamik modeli olan

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (2.1)$$

denklemini kullanılmaktadır. Dinamik model denklemini;

- Atalet matrisi $M(q)$ simetrik, pozitif tanımlı ve $M(q)$ ile $M(q)^{-1}$ $q \in R^n$ 'de sınırlı tanımlı fonksiyonlardır.
- Her bir serbestlik derecesi için bir kontrol girişi vardır.
- Sistemin sahip olduğu eylemsizlik momenti, kablo kütlesi, yük ağırlığı gibi sabit parametreler genelleştirilmiş sistem koordinat denkleminin katsayısı olarak



Şekil 2.1 Kablo kontrollü düzlemsel manipulatörün gösterimi.

gösterilebilir. Gösterim sonucunda

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta \quad (2.2)$$

denklemini oluşturulmaktadır.

- $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ ifadesi ters simetriktir.

ile açıklanan özelliklere sahiptir [29]. Dinamik model ifadesi içerisinde kullanılan q vektörü sistemin genelleştirilmiş koordinatlarını içermektedir. Bu parametreler, çalışma içerisinde dinamik modeli oluşturulan sistem için

$$q = [x \quad y \quad \theta]^T \quad (2.3)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. (2.3)'de bulunan x ifadesi hareketli platformun x eksenindeki pozisyonunu, y ifadesi hareketli platformun y eksenindeki pozisyonunu ve θ ifadesi hareketli platformun x eksenine göre yapmış olduğu açığı belirtmektedir.

(2.1)'in içerdiği $M(q)$ atalet matrisi, $C(q, \dot{q})$ Corolis matrisi ve $G(q)$ yer çekimi etkilerini içeren vektör olarak tanımlanmaktadır. Yapılacak denklem işlemleri sonucunda başlangıçta sistem dinamiklerinin içerisinde bulunan belirsiz ifadeler θ matrisi içerisinde ve ayrıştırılan sistem dinamiklerinin denklemlerinde $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ matrisi

içerisinde olacaktır. $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ 3×3 boyutunda bir matris, θ ise hareketli platformun kütlesini (M), iplerin özkütlesini (ρ_m) ve platformun eylemsizlik momentini (I_m) barındıran 3×1 boyutlu bir vektör olmak üzere, (2.1) ile verilen dinamik denklem ifadeleri (2.2) şeklinde ele alınacaktır.

2.1 Atalet Matris İfadesinin Elde Edilmesi

Sistemin dinamik denklemindeki atalet matrisinin hesaplanması sırasında kullanılan M_p platform atalet matrisini, M_i kabloların dinamik denklemlerindeki atalet matrisini ve J_i ise kabloların ara koordinat ifadelerinin ana koordinat değerlerine dönüşümünü gerçekleştiren Jacobian matrislerini ifade etmektedir. Sistemin dinamik denklemindeki atalet matrisi ifadesi

$$M(q) = M_p + \sum_{n=1}^4 J_i^T M_i J_i \quad (2.4)$$

ile gösterilen denklem kullanılarak hesaplanmaktadır. M_p matrisi hareketli platformun atalet matrisini ifade etmektedir. M platform kütlesini, I_m ise platformun eylemsizlik momentini ifade eden değeri belirtmektedir. M_p matrisi sabit değerler içeren

$$M_p = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & I_m \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

şeklindeki köşegen bir matristir. M_i ifadesi i numaralı kablo için hesaplanan atalet matrislerini ifade etmektedir. M_i matris ifadesi

$$M_i = p_m L_i (I_{3 \times 3} + \frac{5}{12} S_{x_i}^2) \quad (2.6)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır. p_m kabloların özkütlesini, L_i kablonun uzunluğunu ve S_{x_i} kablonun S birim yön vektörünün x eksenindeki değerini ifade etmektedir. (2.6) denkleminde yer alan ifadeler değerleri yerleştirildiğinde elde edilen yeni denklem

$$M_i = p_m L_i \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{5}{12} S_{x_i}^2 \right) \quad (2.7)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. (2.7) denklemindeki $\frac{5}{12} S_{x_i}^2$ ifadesi yerine yapılacak işlemleri kolaylaştırmak için $12a = S_{x_i}^2$ değeri belirlenmiştir. (2.7) denkleminde yer alan $\frac{5}{12} S_{x_i}^2$ ifadesi $5a$ değerine eşit olur. Sadeleştirme için kullanılacak değerler

kullanılarak (2.7) denklemi üzerindeki işlemler yapıldığında M_i matris ifadesi,

$$M_i = p_m L_i \begin{bmatrix} 5a + 1 & 5a & 5a \\ 5a & 5a + 1 & 5a \\ 5a & 5a & 5a + 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

gösterilen matris denklemine eşit olur.

Sistemin ara koordinat matrisini platformun ana koordinatlarına çeviren Jacobian matrisi J_i ifadesi ile belirtilmektedir. J_i matrisi

$$J_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \hat{K} * E_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

ile belirtilen ifade şeklindedir. (2.9) ifadesinde \hat{K} ifadesi z eksenindeki birim vektörü, E_i ifadesi ise platformun merkezinden kablonun bağlantı noktasına doğru olan yön vektörünü belirtmektedir. Dinamik denklemlerin hesaplamalarında kullanılan E_i vektörü

$$E_i = [e_{1_i} \quad e_{2_i} \quad e_{3_i}]^T \quad (2.10)$$

denklemleri kullanılarak hesaplanan matris ifadesi ile gösterilmektedir. Düzlemsel manipülatörün çalışma düzlemi x ve y eksenleri üzerindedir, bu yüzden E_i vektörü x, y düzlemi üzerindedir. \hat{K} vektörü ise çalışma düzlemine dik olan z ekseninde bulunmaktadır. Bu yüzden bu iki vektör birbirine ortogondirler. İki vektörün vektörel çarpım sonucu

$$\hat{K} * E_i = [-e_{2_i} \quad e_{1_i} \quad 0]^T \quad (2.11)$$

matrisine eşittir. J_i matris ifadesi içerisinde (2.11) ile gösterilen matris ifadesi yerleştirildiğinde

$$J_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -e_{2_i} \\ 0 & 1 & e_{1_i} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

belirtilen matris elde edilir. $M_i J_i$ çarpım ifadesi (2.8) ve (2.12) denklemlerinde

belirtilen ifadeler yerlerine yerleştirildiğinde,

$$M_i J_i = p_m L_i \begin{bmatrix} 5a+1 & 5a & 5a \\ 5a & 5a+1 & 5a \\ 5a & 5a & 5a+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -e_{2_i} \\ 0 & 1 & e_{1_i} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$= p_m L_i \begin{bmatrix} 5a+1 & 5a & 5ae_{1_i} - (5a+1)e_{2_i} \\ 5a & (5a+1) & (5a+1)e_{1_i} - 5ae_{2_i} \\ 5a & 5a & 5a(e_{1_i} - e_{2_i}) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$J_i^T M_i J_i = p_m L_i \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -e_{2_i} & e_{1_i} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5a+1 & 5a & 5a\epsilon - e_{2_i} \\ 5a & (5a+1) & 5a\epsilon + e_{1_i} \\ 5a & 5a & 5a\epsilon \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$= p_m L_i \begin{bmatrix} (5a+1) & 5a & 5a\epsilon - e_{2_i} \\ 5a & (5a+1) & 5a\epsilon + e_{1_i} \\ 5a\epsilon - e_{2_i} & 5a\epsilon - e_{1_i} & 5a\epsilon^2 + (e_{1_i}^2 + e_{2_i}^2) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

ile belirtilen matris ifadesi elde edilir. Elde edilen (2.14) ifadesini Jacobian matrisinin transpozu olan J_i^T ifadesi ile soldan çarpımı $J_i^T M_i J_i$ ifadesine eşit olacaktır. Çarpımın sonucu olarak ifade (2.16) ile belirtilmektedir. Sonuç olarak belirtilen ifadede ϵ değerinin karşılığı olarak $\epsilon = e_{1_i} - e_{2_i}$ ifadesi kullanılmıştır.

2.2 Coriolis ve Merkezkaç Matris İfadesinin Elde Edilmesi

Sistemin Coriolis ve merkezkaç matrisi, platformun ve kabloların Coriolis matrislerinin toplamından oluşmaktadır. Coriolis ve merkezkaç matrisinin hesaplanmasında platform üzerindeki Coriolis ve merkezkaç değerleri, platformun atalet matrisi M_p matrisinin köşegen matris olmasından dolayı sıfıra eşittir. i kablo numarasını belirtmek üzere, J_i kablounun Jacobian matrisini, \dot{J}_i kablounun Jacobian matrisinin türev ifadesini, M_i kablounun atalet matrisini ve C_i kablounun Coriolis matrisini belirtmektedir. $C(q, \dot{q})$ matris ifadesi

$$C(q, \dot{q}) = \sum_{n=1}^4 J_n^T M_n \dot{J}_n + \sum_{n=1}^4 J_n^T C_n J_n \quad (2.17)$$

denklemleri kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu ifade içerisinde bulunan dinamik denklemler matrisleri başlıklar altında incelenmiştir. i numaralı kablounun C_i Coriolis ve merkezkaç matrisinin hesaplanmasında kullanılan

$$C_i = p_m \left(\dot{L}_i - \frac{1}{2} S_i \dot{x}_i^T - \frac{5}{8} S_i \dot{x}_i^T S_{x_i}^2 + \frac{5}{12} \dot{L}_i S_{x_i}^2 \right) \quad (2.18)$$

denklemdaki L_i ifadesi kablo uzunluğunu, \dot{L}_i ifadesi kablo uzunluğunun türev ifadesini, S_i kablounun yön vektörünü, S_{x_i} kablounun yön vektörünün x eksenindeki

değerini ve kablonun uç efektör bağlantı noktasının türev ifadesini \dot{x}_i şeklinde ifade etmektedir. (2.18) ifadesi içerisinde (2.8) ile açıklanan sadeleştirme işleminin uygulanması sonrasında C_i ifadesi

$$C_i = \frac{P_m}{2}(2\dot{L}_i - S_i\dot{x}_i^T - \frac{5}{4}S_i\dot{x}_i^T S_{x_i}^2 + \frac{5}{6}\dot{L}_i S_{x_i}^2) \quad (2.19)$$

$$= \frac{P_m}{2}(2\dot{L}_i - S_i\dot{x}_i^T - 15S_i\dot{x}_i^T a + 10\dot{L}_i a) \quad (2.20)$$

$$= \frac{P_m}{2}(2\dot{L}_i(5a + 1) - S_i\dot{x}_i^T(15a + 1)) \quad (2.21)$$

denklemleri ile gösterilebilir. (2.19) denklemleri içerisinde yer alan denklemler $2\dot{L}_i(5a + 1)$ ve $S_i\dot{x}_i^T(15a + 1)$ şeklinde iki ifade şeklinde incelenmiştir. Daha sonra ayrılan iki ifadenin çözümlerinden çıkan sonuçlar yerlerine yerleştirilip C_i matrisinin denklemleri elde edilmiştir.

$2\dot{L}_i(5a + 1)$ ifadesinde iplerin uzunluklarında gerçekleşen değişim miktarı olan \dot{L}_i ifadesi, koordinat matrisinin Jacobian ifade ile çarpımından elde edilmektedir. q koordinat matrisini belirtmek üzere, \dot{L}_i ifadesi

$$\dot{L}_i = S_i^T J_i \dot{q} \quad (2.22)$$

ile gösterilmektedir. (2.22) denkleminin ifade içerisinde kullanılması sonucunda

$$2\dot{L}_i(5a + 1) = S_i^T J_i \dot{q}(10a + 2) \quad (2.23)$$

denklemleri elde edilir. Elde edilen denklemler içerisinde hesaplanan ifadeler yerleştirildiğinde,

$$S_i^T J_i \dot{q}(10a + 2) = (10a + 2) \begin{bmatrix} S_{x_i} & S_{y_i} & S_{z_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -e_{2_i} \\ 0 & 1 & e_{1_i} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_g \\ \dot{Y}_g \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$= (10a + 2) \begin{bmatrix} S_{x_i} & S_{y_i} & S_{z_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_g - e_{2_i} \dot{\phi} \\ \dot{Y}_g + e_{1_i} \dot{\phi} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$= (10a + 2)(S_{x_i}(\dot{X}_g - e_{2_i} \dot{\phi}) + S_{y_i}(\dot{Y}_g + e_{1_i} \dot{\phi})) \quad (2.26)$$

$$= (10a + 2)(S_{x_i} \dot{X}_g + S_{y_i} \dot{Y}_g + \dot{\phi}(S_{y_i} e_{1_i} - S_{x_i} e_{2_i})) \quad (2.27)$$

matris ifadesi elde edilir. C_i denkleminde yer alan $S_i\dot{x}_i^T(15a + 1)$ denklemindeki \dot{x}_i ifadesi

$$\dot{x}_i = J_i \dot{q} \quad (2.28)$$

ile gösterilmiştir. (2.28) ifadesi kullanılarak $S_i \dot{x}_i^T (15a + 1)$ ifadesi içerisindeki işlemlere devam edildiğinde,

$$S_i \dot{x}_i^T (15a + 1) = (15a + 1) S_i \dot{q}^T J_i^T \quad (2.29)$$

$$= (15a + 1) \begin{bmatrix} S_{x_i} \\ S_{y_i} \\ S_{z_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_g & \dot{Y}_g & \dot{\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -e_{2_i} & e_{1_i} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$= (15a + 1) \begin{bmatrix} S_{x_i} \\ S_{y_i} \\ S_{z_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_g - \dot{\phi} e_{2_i} & \dot{Y}_g + \dot{\phi} e_{1_i} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$= (15a + 1) \begin{bmatrix} S_{x_i}(\dot{X}_g - \dot{\phi} e_{2_i}) & S_{y_i}(\dot{Y}_g + \dot{\phi} e_{1_i}) & 0 \\ S_{x_i}(\dot{X}_g - \dot{\phi} e_{2_i}) & S_{y_i}(\dot{Y}_g + \dot{\phi} e_{1_i}) & 0 \\ S_{x_i}(\dot{X}_g - \dot{\phi} e_{2_i}) & S_{y_i}(\dot{Y}_g + \dot{\phi} e_{1_i}) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

ile gösterilen matris ifadesi elde edilir. Elde edilen (2.27) ve (2.32) ifadeleri C_i matris ifadesi içerisine yerleştirildiğinde

$$C_i = \frac{p_m}{2} ((10a + 2)\dot{L}_i - (15a + 1)) \begin{bmatrix} S_{x_i}(\dot{X}_g - \dot{\phi} e_{2_i}) & S_{y_i}(\dot{Y}_g + \dot{\phi} e_{1_i}) & 0 \\ S_{x_i}(\dot{X}_g - \dot{\phi} e_{2_i}) & S_{y_i}(\dot{Y}_g + \dot{\phi} e_{1_i}) & 0 \\ S_{x_i}(\dot{X}_g - \dot{\phi} e_{2_i}) & S_{y_i}(\dot{Y}_g + \dot{\phi} e_{1_i}) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$= \frac{p_m}{2} \begin{bmatrix} \kappa - \delta S_{x_i} \epsilon & \kappa - \delta S_{y_i} \xi & \kappa \\ \kappa - \delta S_{x_i} \epsilon & \kappa - \delta S_{y_i} \xi & \kappa \\ \kappa - \delta S_{x_i} \epsilon & \kappa - \delta S_{y_i} \xi & \kappa \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

ile gösterilen matris ifadesine eşit olur. Matris içerisinde bulunan ϵ , ξ , δ ve κ değerleri sırasıyla $\epsilon = (\dot{X}_g - \dot{\phi} e_{2_i})$, $\xi = (\dot{Y}_g + \dot{\phi} e_{1_i})$, $\delta = (15a + 1)$ ve $\kappa = (10a + 2)\dot{L}_i$ şeklindedir.

Sistemin ara koordinat değerlerini hareketli platformunun ana koordinat değerlerine dönüştüren Jacobian matrisinin türev ifadesi \dot{J}_i şeklinde belirtilmiştir. \dot{J}_i matrisi

$$\dot{J}_i = \dot{\phi} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -e_{1_i} \\ 0 & 0 & -e_{2_i} \\ 0 & 0 & -e_{3_i} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

ile gösterilmiştir.

Sistemin i numaralı kablusunun dinamik deklemindeki atalet matrisi M_i (2.8) ile belirtilmiştir. Kablonun Jacobian matrisi J_i (2.12) ile gösterilmiştir. Jacobian matrisinin türev ifadesi \dot{J}_i ise (2.35) ile belirtilmiştir. M_i , J_i ve \dot{J}_i ifadelerinin değerleri

(2.17) içerisindeki $J_i^T M_i \dot{J}_i$ denklem ifadesinde kullanıldığında,

$$J_i^T M_i \dot{J}_i = p_m L_i \dot{\phi} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -e_{2_i} & e_{1_i} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5a+1 & 5a & 5a \\ 5a & 5a+1 & 5a \\ 5a & 5a & 5a+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -e_{1_i} \\ 0 & 0 & -e_{2_i} \\ 0 & 0 & -e_{3_i} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$= p_m L_i \dot{\phi} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -e_{2_i} & e_{1_i} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -(5a+1)e_{1_i} - 5ae_{2_i} - 5ae_{3_i} \\ 0 & 0 & -5ae_{1_i} - (5a+1)e_{2_i} - 5ae_{3_i} \\ 0 & 0 & -5ae_{1_i} - 5ae_{2_i} - (5a+1)e_{3_i} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$= p_m L_i \dot{\phi} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -(5a+1)e_{1_i} - 5ae_{2_i} - 5ae_{3_i} \\ 0 & 0 & -5ae_{1_i} - (5a+1)e_{2_i} - 5ae_{3_i} \\ 0 & 0 & 5a(e_{2_i} - e_{1_i})(e_{1_i} + e_{2_i} + e_{3_i}) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

matris ifadesi elde edilir.

Sistem kablolarının Coriolis matrisi C_i ifadesinin değeri (2.34) denklemi ile gösterilmiştir. Jacobian matrisi J_i (2.12) ve C_i değeri (2.34) ifadeleri yerlerine yerleştirilmiştir. Gerekli matematiksel işlemler yapıldığında

$$J_i^T C_i J_i = \frac{p_m}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -e_{2_i} & e_{1_i} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa - \delta S_{x_i} \epsilon & \kappa - \delta S_{y_i} \xi & \kappa \\ \kappa - \delta S_{x_i} \epsilon & \kappa - \delta S_{y_i} \xi & \kappa \\ \kappa - \delta S_{x_i} \epsilon & \kappa - \delta S_{y_i} \xi & \kappa \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -e_{2_i} \\ 0 & 1 & e_{1_i} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$= \frac{p_m}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -e_{2_i} & e_{1_i} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa - \delta S_{x_i} \epsilon & \kappa - \delta S_{y_i} \xi & e_{1_i}(\kappa - \delta S_{y_i} \xi) - e_{2_i}(\kappa - \delta S_{x_i} \epsilon) \\ \kappa - \delta S_{x_i} \epsilon & \kappa - \delta S_{y_i} \xi & e_{1_i}(\kappa - \delta S_{y_i} \xi) - e_{2_i}(\kappa - \delta S_{x_i} \epsilon) \\ \kappa - \delta S_{x_i} \epsilon & \kappa - \delta S_{y_i} \xi & e_{1_i}(\kappa - \delta S_{y_i} \xi) - e_{2_i}(\kappa - \delta S_{x_i} \epsilon) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

ile belirtilen matris ifadesi elde edilmiştir. Matris içerisinde bulunan ϵ , ξ , δ ve κ değerleri sırasıyla $\epsilon = (\dot{X}_g - \dot{\phi} e_{2_i})$, $\xi = (\dot{Y}_g + \dot{\phi} e_{1_i})$, $\delta = (15a + 1)$ ve $\kappa = (10a + 2)\dot{L}_i$ şeklindedir.

2.3 Yer Çekimi Matris İfadesinin Elde Edilmesi

Sistemin yer çekimi matrisi olan $G(q)$ matris ifadesi

$$G(q) = G_p + \sum_{n=1}^4 J_i^T G_i \quad (2.41)$$

ile gösterilmektedir. İfade içerisinde bulunan G_p platformun yer çekimi matrisini, G_i i numaralı kablunun yer çekimi matrisini ve (2.12) ifadesi ile gösterilen J_i kablunun Jacobian matrisi olarak tanımlanmışlardır.

Sistemin yer aldığı ortamın yer çekimi vektörü \hat{g} matrisi

$$\hat{g} = \begin{bmatrix} g_x & g_y & g_z \end{bmatrix}^T \quad (2.42)$$

ile gösterilmiştir. Platformun kütlesi M ile ifade edilmektedir. (2.42) ifadesi içerisinde yer alan g_x sisteme x ekseninde, g_y sisteme y ekseninde ve g_z ise sisteme z ekseninde etkiyen yer çekimi ivmelerini belirtmektedir. Düzlemsel manipülatör tasarlandığı için g_z yerçekimi vektörünün değeri 0 olarak kabul edilmiştir. Platformun yer çekimi matrisi olan G_p ,

$$G_p = -M \begin{bmatrix} g_x & g_y & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.43)$$

ile belirtilmiştir.

Kabloların özkütlesi p_m , i numaralı kablunun uzunluğu L_i , ortamın yer çekimi vektörü (2.42) ile belirtilen \hat{g} matrisi ve kablunun yön vektörü \hat{S}_i

$$\hat{S}_i = \begin{bmatrix} S_{x_i} & S_{y_i} & S_{z_i} \end{bmatrix}^T \quad (2.44)$$

ile belirtilmiştir. \hat{S}_i matrisi (2.44) ile belirtildiği üzere 3 yön değerinden oluşmaktadır. S_{x_i} kablunun yön vektörünün x , S_{y_i} kablunun yön vektörünün y , G_i matrisi, S_{z_i} kablunun yön vektörünün z eksenindeki değerlerini belirtmektedir. G_i ifadesi

$$G_i = p_m L_i \left(\frac{1}{2} S_{x_i}^2 - \hat{S}_i \hat{S}_i^T \right) \hat{g} \quad (2.45)$$

ile belirtilen denklem ile hesaplanmaktadır. G_i ifadesi için (2.8) ile kullanılan parametre değişikliği kullanılmıştır. Parametre değişikliği sonrasındaki G_i matris ifadesi

$$G_i = p_m L_i (6a - \hat{S}_i \hat{S}_i^T) \hat{g} \quad (2.46)$$

ile hesaplanmaktadır. G_i ifadesinin sadeleştirme işlemleri için parantez içerisindeki

ifadeden başlanmıştır. Genişletme işlemleri sonrasında G_i ifadesi

$$6a - \hat{S}_i \hat{S}_i^T = 6a - \begin{bmatrix} S_{x_i} \\ S_{y_i} \\ S_{z_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{x_i} & S_{y_i} & S_{z_i} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

$$= 6a - \begin{bmatrix} S_{x_i}^2 & S_{x_i}S_{y_i} & S_{x_i}S_{z_i} \\ S_{x_i}S_{y_i} & S_{y_i}^2 & S_{y_i}S_{z_i} \\ S_{x_i}S_{z_i} & S_{y_i}S_{z_i} & S_{z_i}^2 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$= \begin{bmatrix} 6a - S_{x_i}^2 & 6a - S_{x_i}S_{y_i} & 6a - S_{x_i}S_{z_i} \\ 6a - S_{x_i}S_{y_i} & 6a - S_{y_i}^2 & 6a - S_{y_i}S_{z_i} \\ 6a - S_{x_i}S_{z_i} & 6a - S_{y_i}S_{z_i} & 6a - S_{z_i}^2 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Denklem genişletmesi için gerekli işlemler uygulandığı zaman sonuç olarak

$$G_i = p_m L_i \begin{bmatrix} 6a - S_{x_i}^2 & 6a - S_{x_i}S_{y_i} & 6a - S_{x_i}S_{z_i} \\ 6a - S_{x_i}S_{y_i} & 6a - S_{y_i}^2 & 6a - S_{y_i}S_{z_i} \\ 6a - S_{x_i}S_{z_i} & 6a - S_{y_i}S_{z_i} & 6a - S_{z_i}^2 \end{bmatrix} \hat{g} \quad (2.50)$$

$$= p_m L_i \begin{bmatrix} 6a - S_{x_i}^2 & 6a - S_{x_i}S_{y_i} & 6a - S_{x_i}S_{z_i} \\ 6a - S_{x_i}S_{y_i} & 6a - S_{y_i}^2 & 6a - S_{y_i}S_{z_i} \\ 6a - S_{x_i}S_{z_i} & 6a - S_{y_i}S_{z_i} & 6a - S_{z_i}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$= p_m L_i \begin{bmatrix} 6a(g_x + g_y + g_z) - S_{x_i}(S_{x_i}g_x + S_{y_i}g_y + S_{z_i}g_z) \\ 6a(g_x + g_y + g_z) - S_{y_i}(S_{x_i}g_x + S_{y_i}g_y + S_{z_i}g_z) \\ 6a(g_x + g_y + g_z) - S_{z_i}(S_{x_i}g_x + S_{y_i}g_y + S_{z_i}g_z) \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

ile belirtilen ifade elde edilir. (2.52) ifadesinin işlem sırasındaki karışıklığı azaltmak için $(g_x + g_y + g_z) = g_s$, $(S_{x_i}g_x + S_{y_i}g_y + S_{z_i}g_z) = S_{g_i}$ eşitlikleri kullanılmıştır. Belirtilen eşitlikler G_i matrisi içerisinde yerleştirildiğinde

$$G_i = p_m L_i \begin{bmatrix} 6ag_s - S_{x_i}S_{g_i} \\ 6ag_s - S_{y_i}S_{g_i} \\ 6ag_s - S_{z_i}S_{g_i} \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

sonucu elde edilmektedir. Son olarak $G(q)$ matris ifadesi içerisinde bulunan $J_i^T G_i$

ifadesinin değeri (2.12) değeri kullanılarak

$$J_i^T G_i = p_m L_i \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -e_{2_i} & e_{1_i} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6ag_s - S_{x_i} S_{g_i} \\ 6ag_s - S_{y_i} S_{g_i} \\ 6ag_s - S_{z_i} S_{g_i} \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

$$= p_m L_i \begin{bmatrix} 6ag_s - S_{x_i} S_{g_i} \\ 6ag_s - S_{y_i} S_{g_i} \\ 6ag_s(e_{1_i} - e_{2_i}) - S_{g_i}(S_{y_i} e_{2_i} - S_{x_i} e_{1_i}) \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

şeklinde elde edilmiştir.

2.4 $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta$ Matris İfadesinin Elde Edilmesi

(2.1) ifadesi ile belirtilen genel dinamik denklemi içerisinde yer alan sisteme uygulanan momenti belirten τ matrisi bilinmeyen parametreler içermektedir. Bilinmeyen parametrelerin uyarlanabilmesi için bilinen ve bilinmeyen parametrelerin ayrıştırılması gerekmektedir. Bu işlem için bilinen ifadeleri içeren regresyon matrisi $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ ve bilinmeyen parametrelerin bulunduğu θ ifadeleri olarak iki ifadeye ayrıştırılmıştır. (2.6) ifadesinde yer alan $M(q)\ddot{q}$, $C(q, \dot{q})\dot{q}$ ve $G(q)$ ifadeleri önceki bölümlerde başlıklar altında incelenmişlerdir. Sistemin dinamik matrisi içerisindeki atalet matrisi olan $M(q)$ matris ifadesi (2.4) ile gösterilmiştir. Bu ifadeye yer alan M_p ifadesi (2.5) ile, $J_i^T M_i J_i$ ifadesi ise (2.16) ile çözümlenmiştir.

$$M(q)\ddot{q} = M_p \ddot{q} + \sum_{n=1}^4 J_i^T M_i J_i \ddot{q} \quad (2.56)$$

(2.56) ile gösterilen denklem ifadesini $M_p \ddot{q}$ ve $\sum_{n=1}^4 J_i^T M_i J_i \ddot{q}$ şeklinde iki denkleme ayırarak hesaplanmıştır. $M_p \ddot{q}$ ifadesi

$$M_p \ddot{q} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & I_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_g \\ \ddot{Y}_g \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

$$= \begin{bmatrix} M\ddot{X}_g \\ M\ddot{Y}_g \\ I_m \ddot{\phi} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

ile gösterilmiştir. $\sum_{n=1}^4 J_i^T M_i J_i \ddot{q}$ matris ifadesi,

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^4 J_i^T M_i J_i \ddot{q} &= p_m \sum_{n=1}^4 L_i \begin{bmatrix} (5a+1) & 5a & 5a\epsilon - e_{2_i} \\ 5a & (5a+1) & 5a\epsilon + e_{1_i} \\ 5a\epsilon - e_{2_i} & 5a\epsilon - e_{1_i} & 5a\epsilon^2 + (e_{1_i}^2 + e_{2_i}^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_g \\ \ddot{Y}_g \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} \\ &= p_m \sum_{n=1}^4 L_i \begin{bmatrix} (5a+1)\ddot{X}_g + 5a\ddot{Y}_g + (5a\epsilon - e_{2_i})\ddot{\phi} \\ 5a\ddot{X}_g + (5a+1)\ddot{Y}_g + (5a\epsilon + e_{1_i})\ddot{\phi} \\ (5a\epsilon - e_{2_i})\ddot{X}_g + (5a\epsilon - e_{1_i})\ddot{Y}_g + (5a\epsilon^2 + (e_{1_i}^2 + e_{2_i}^2))\ddot{\phi} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.59)$$

$$(2.60)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Elde edilen (2.58) ve (2.60) ifadeleri (2.56) içerisinde kullanılmıştır. Bunun sonucunda $M(q)\ddot{q}$ ifadesinin sonucu elde edilmiştir. Bu ifade içerisinde bilinmeyen parametre olarak p_m değeri bulunmaktadır.

$C(q, \dot{q})$ ifadesi (2.38) ve (2.40) ifadelerinin toplamı olan

$$C(q, \dot{q}) = \sum_{n=1}^4 J_i^T M_i \dot{J}_i + \sum_{n=1}^4 J_i^T C_i J_i \quad (2.61)$$

matris ifadesine eşittir. Her iki ifade için bilinmeyen parametre olan p_m parametresi parantezi içerisine alınıp \dot{q} ifadesi ile genişletilmiştir. M_{li} ve C_{li} terimleri p_m parametresi içermeyen matrisleri ifade etmektedir. İşlemler uzun matrislere sahip olduğu için burada yer verilememiştir. $C(q, \dot{q})\dot{q}$ matrisinin değeri,

$$C(q, \dot{q})\dot{q} = \frac{p_m}{2} \sum_{n=1}^4 (2J_i^T M_{li} \dot{J}_i + J_i^T C_{li} J_i) \dot{q} \quad (2.62)$$

ifadesi ile belirtilmektedir.

$G(q)$ matris ifadesi (2.41) ile belirtilmiştir. Bu ifade (2.43) ve (2.55) ifadeleri ile belirtilen denklemlerin toplamı sonucunda bulunmaktadır. $G(q)$ matris ifadesi

$$G(q) = -M \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ 0 \end{bmatrix} + p_m L_i \begin{bmatrix} 6ag_s - S_{x_i} S_{g_i} \\ 6ag_s - S_{y_i} S_{g_i} \\ 6ag_s(e_{1_i} - e_{2_i}) - S_{g_i} (S_{y_i} e_{2_i} - S_{x_i} e_{1_i}) \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

şeklindeki toplam sonucundan elde edilmektedir.

Hareket denkleminin matrislerinin içerdikleri bilinmeyen parametrelerin ayrıştırılması sağlanabilmesi için matrisler içlerinde bilinmeyen parametreleri ayrı bilinen parametrelerin ayrı olacağı şekilde ayrıştırılmışlardır. Elde edilen (2.60), (2.62) ve

(2.63) ifadeleri kullanılarak

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta = p_m \sum_{n=1}^4 (M_{li} + \frac{1}{2}C(q, \dot{q})\dot{q} + G_{li}) + \begin{bmatrix} M\ddot{X}_g \\ M\ddot{Y}_g \\ I_m\ddot{\phi} \end{bmatrix} - M \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

$$= \begin{bmatrix} M\ddot{X}_g \\ M\ddot{Y}_g \\ I_m\ddot{\phi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Mg_x \\ Mg_y \\ 0 \end{bmatrix} + p_m (\frac{1}{2}C(q, \dot{q})\dot{q} + M_{li} + G_{li}) \quad (2.65)$$

sabit veya değişken parametreler ile dinamik model parametrelerinin ayrıştırılmadığı matris ifadesi şeklinde hesaplanmaktadır. Dinamik model parametrelerini içeren $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ matris ifadesi ve bilinmeyen parametreleri içeren θ matrislerinin (2.65) içerisinden ayrılması ile

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) = \begin{bmatrix} \ddot{X}_g - g_x & (\frac{1}{2}C(q, \dot{q})\dot{q} + M_{li} + G_{li})_1 & 0 \\ \ddot{Y}_g - g_y & (\frac{1}{2}C(q, \dot{q})\dot{q} + M_{li} + G_{li})_2 & 0 \\ 0 & (\frac{1}{2}C(q, \dot{q})\dot{q} + M_{li} + G_{li})_3 & \ddot{\phi} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

$$\theta = [M \quad p_m \quad I_m]^T \quad (2.67)$$

matris ifadeleri oluşmaktadır. $(\frac{1}{2}C(q, \dot{q})\dot{q} + M_{li} + G_{li})_r$ ifadesi r numaralı satır elemanını belirtmektedir.

Bu bölümde kablo ile sürülen paralel bir manipülatörün yörünge takibini sağlayacak bir kontrolcünün tasarım aşamaları verilmektedir. Günümüze dek yapılan çalışmalarda kablo kontrollü paralel manipülatörler için farklı amaçlara yönelik olarak, farklı yapılarda kontrolcüler tasarlanmıştır. Bu kontrolcü yapılarından bir tanesi olan uyarlamalı kontrolcü, sistemin dinamik modelinde bulunan parametrik belirsizliklere rağmen amaca yönelik olarak başarı ile çalışabilmektedir. Bu kontrolcü ile birlikte sistemin sahip olduğu belirsiz parametreleri için uyarlama kuralları oluşturularak yörünge takibi sağlanabilmektedir. Çalışmanın bu bölümünde, sabit parametrik belirsizliklere sahip kablo ile sürülen bir robot için uyarlamalı kontrolcü tasarımı sunulmaktadır. Tasarlanan doğrusal olmayan uyarlamalı kontrolcünün yörünge takibini asimptotik olarak başardığı Lyapunov kararlılık teorisi ile gösterilmektedir. Lyapunov'un kararlılık için önerdiği yöntem, dinamik sistemi açıklayan diferansiyel denklemin çözümünü elde etmeksizin sistemin kararlılığını incelemeye olanak vermektedir. Bu yöntem, çözümü elde etmenin çok zor olduğu ya da mümkün olmadığı doğrusal olmayan sistemlerin kararlılık analizleri için uygundur [30].

3.1 Kararlılık Teoremleri

Tasarlanan kontrolcülerin kararlılıklarının ispatlanması için üç farklı teorem kullanılmaktadır. Bu bölümde kullanılan üç teoremin içerdiği şartlar ve şartların sağlandığı durumlarda ortaya çıkan sistem durumları incelenmektedir.

Teorem 3.1. (Lyapunov Kararlılık Teoremi) $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ olmak üzere, $x = 0$ noktası $\dot{x} = f(x)$ sisteminin bir denge noktası olsun. Sürekli türevlenebilir bir $V : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ fonksiyonunun,

- $V(0) = 0$
- $V(x) > 0$

- $\dot{V}(x) \leq 0$

şartlarını sağlaması durumunda $x = 0$ denge noktası kararlıdır.

Teorem denge noktasının kararlılığının sağlanması için yeter koşullarını belirlemektedir. Sürekli türevlenebilir pozitif tanımlı bir fonksiyon olan $V(x)$ fonksiyonunun $x = 0$ denge noktasına yakın noktalarında bir negatif yarım tanımlı $\dot{V}(x)$ fonksiyonu bulunmaktadır.

Teorem 3.2. (Lyapunov Asimptotik Kararlılık Teoremi) $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ olmak üzere, $x = 0$ noktası $\dot{x} = f(x)$ sisteminin bir denge noktası olsun. Sürekli türevlenebilir bir $V : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ fonksiyonunun,

- $V(0) = 0$
- $V(x) > 0$
- $\dot{V}(x) < 0$

şartlarını sağlaması durumunda $x = 0$ denge noktası asimptotik olarak kararlıdır.

Teorem Lyapunov kararlılığını sağlayan şartlardan olan $\dot{V} \leq 0$ şartını negatif yarı tanımlı durumdan, $\dot{V} < 0$ negatif tanımlı hale getirmektedir. Bu durum sağlandığında $x = 0$ denge noktası asimptotik kararlı olmaktadır [31].

Teorem 3.3. (LaSalle-Yoshizawa Teoremi) $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ olmak üzere, $x = 0$ noktası $\dot{x} = f(x)$ sisteminin bir denge noktası olsun. Sürekli türevlenebilir pozitif tanımlı ve radyal sınırsız bir $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ fonksiyonunun türevi $W(x)$ sürekli olmak üzere,

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) \leq -W(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n \quad (3.1)$$

ifadesini sağlıyor olsun. Bu durumda $\dot{x} = f(x)$ sisteminin tüm çözümleri küresel olarak sınırlı olmaktadır ve

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W(x) = 0 \quad (3.2)$$

ifadesini sağlamaktadır. Ek olarak eğer $W(x)$ fonksiyonu pozitif tanımlı ise denge noktası $x = 0$ küresel asimptotik kararlıdır [32].

3.2 Doğrusal Olmayan Kontrolcü Tasarımı

Bu bölümde sistemin istenilen yörüngeyi takip etmesini sağlayacak olan doğrusal olmayan kontrolcüden bahsedilmiştir. Parametrelerin bilindiğinin varsayıldığı ve bilinmeyen parametre kestirimlerinin gerçekleştirildiği iki kontrolcü tasarlanmaktadır.

$q_d(t) \in \mathbb{R}^3$ gerektiği kadar sürekli türevlenebilir ve erişilebilir bir yörünge olmak üzere, hata ifadesi istenilen konum ve gerçek konum arasındaki fark olarak tanımlanabilir:

$$e = q_d - q. \quad (3.3)$$

(3.3) ile tanımlanan hata ifadesinin ilk ve ikinci zaman türevleri ise

$$\dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q} \quad (3.4)$$

$$\ddot{e} = \ddot{q}_d - \ddot{q} \quad (3.5)$$

biçiminde elde edilebilir. Mekanik sistemler için verilen genel hareket denklemi (2.1) düzenlenerek

$$M\ddot{q} = -C\dot{q} - G + \tau \quad (3.6)$$

oluşturulabilir.

Sistemin hata ifadesini kullanarak

$$M\ddot{e} = M\ddot{q}_d - M\ddot{q} \quad (3.7)$$

ile belirtilen $M\ddot{q}$ ifadesini içeren ifade elde edilmiştir. (3.5) ile belirtilen hata ifadesinin ikinci derece türev ifadesi sol taraftan M atalet matrisi ile genişletilmiştir. (3.7) ile belirtilen ifade içerisine (3.6) ifadesi yerleştirildiğinde

$$M\ddot{e} = M\ddot{q}_d + C\dot{q} + G - \tau \quad (3.8)$$

$$(3.9)$$

ile gösterilen ifade elde edilmiştir. (3.8) denkleminde $C\dot{q}_d$ ekleyip çıkarıldığında

$$M\ddot{e} = M\ddot{q}_d + C\dot{q} + G - \tau \pm C\dot{q}_d \quad (3.10)$$

$$= -C\dot{e} + M\ddot{q}_d + C\dot{q}_d + G - \tau \quad (3.11)$$

ile gösterilen denklem oluşturulmuştur. Lyapunov kararlılık gereklerinin karşılandığının gösterilebilmesi için ara denklem değişkeni olarak r denklemini

kullanılmıştır. $k_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ olmak üzere r denklemini,

$$r = \dot{e} + k_1 e \quad (3.12)$$

$$\dot{r} = \ddot{e} + k_1 \dot{e} \quad (3.13)$$

ifadesi ile gösterilmektedir. Belirtilen (3.13) ifadesi ile M atalet matrisi soldan genişletildiğinde

$$M\dot{r} = M\ddot{e} + Mk_1\dot{e} \quad (3.14)$$

ile gösterilen denklem elde edilir. (3.14) denkleminde yer alan $M\ddot{e}$ ifadesi yerine (3.11) denklemini yazıldığında

$$M\dot{r} = -C\dot{e} + M\ddot{q}_d + C\dot{q}_d + G - \tau + Mk_1\dot{e} \quad (3.15)$$

matris ifadesi elde edilir. (3.15) ile gösterilen denkleme Ck_1e ifadesi eklenip çıkarıldığında

$$M\dot{r} = -C\dot{e} + M\ddot{q}_d + C\dot{q}_d + G - \tau + Mk_1\dot{e} \pm Ck_1e \quad (3.16)$$

$$= -Cr + M\ddot{q}_d + C\dot{q}_d + Ck_1e + G - \tau + Mk_1\dot{e} \quad (3.17)$$

ifadesi elde edilir. Elde edilen ifade içerisinde yer alan τ ifadesi kontrol sinyalini belirtmektedir. Kontrol sinyalinin oluşturan kontrolcü tasarımları uyarlamasız kontrolcü tasarımı ve uyarlamalı kontrolcü tasarım oluşturulmuştur.

Lyapunov kararlılığının sağlanması için

$$V = \frac{1}{2}e^T e + \frac{1}{2}r^T Mr \quad (3.18)$$

ile belirtilen pozitif tanımlı bir Lyapunov denklemini kullanılmıştır. (3.18) ile gösterilen denklemin türev ifadesi \dot{V} Lyapunov kararlılık gereklerinden 3. maddenin sağlanabilmesi için negatif yarı tanımlı, $\dot{V} \leq 0$ olmalıdır. (3.18) ile belirtilen

denklemin türevi alındığında

$$V = \frac{1}{2}e^T e + \frac{1}{2}r^T M r \quad (3.19)$$

$$\dot{V} = \frac{1}{2}e^T \dot{e} + \frac{1}{2}\dot{e}^T e + \frac{1}{2}r^T M \dot{r} + \frac{1}{2}\dot{r}^T M r + \frac{1}{2}r^T \dot{M} r \quad (3.20)$$

$$= e^T \dot{e} + r^T M \dot{r} + \frac{1}{2}r^T \dot{M} r \pm e^T k_1 e \quad (3.21)$$

$$= -e^T k_1 e + e^T r + r^T M \dot{r} + \frac{1}{2}r^T \dot{M} r \quad (3.22)$$

$$= -e^T k_1 e + r^T e + r^T M \dot{r} + \frac{1}{2}r^T \dot{M} r \quad (3.23)$$

$$= -e^T k_1 e + r^T (M \dot{r} + e) + \frac{1}{2}r^T \dot{M} r \quad (3.24)$$

şeklinde gösterilen sonuç bulunmaktadır. (3.21) ile gösterilen denkleme sadeleştirmek için $e^T k_1 e$ ifadesi eklenip çıkarılmıştır. Gerekli matematiksel işlemler sonucunda \dot{V} ifadesi (3.24) ile gösterilmiştir. (3.24) ile belirtilen denklem içerisinde yer alan $M \dot{r}$ ifadesi yerine (3.17) ile belirtilen denklem yazıldığında

$$\dot{V} = -e^T k_1 e + r^T (-Cr + M\ddot{q}_d + C\dot{q}_d + Ck_1 e + G + Mk_1 \dot{e} + e - \tau) + \frac{1}{2}r^T \dot{M} r \quad (3.25)$$

$$= -e^T k_1 e + r^T (M\ddot{q}_d + C\dot{q}_d + Ck_1 e + G + Mk_1 \dot{e} + e - \tau) + r^T \left(\frac{1}{2}\dot{M} - C\right)r \quad (3.26)$$

ile gösterilen denklem elde edilir. (3.25) ile belirtilen denklemde sadeleştirme işlemleri yapıldığında (3.26) elde edilir. (3.26) ile belirtilen denklemde bulunan $\frac{1}{2}\dot{M} - C$ ifadesi ters-simetrik özelliği gösterdiği için 0'a eşittir. \dot{V} ifadesi

$$\dot{V} = -e^T k_1 e + r^T (M\ddot{q}_d + C\dot{q}_d + Ck_1 e + G + Mk_1 \dot{e} + e - \tau) \quad (3.27)$$

ile belirtilen denklem ile kararlılığı sağladığını göstermemektedir. (3.27) ile belirtilen denklem ile Lyapunov kararlılığının sağlanabilmesi için $k_2 > 0$ olmak üzere, τ

$$\tau = M\ddot{q}_d + C\dot{q}_d + Ck_1 e + G + Mk_1 \dot{e} + e + k_2 r \quad (3.28)$$

ile gösterilen denkleme eşit olmalıdır. Seçilen τ denklemi

$$Y\theta = M\ddot{q}_d + C\dot{q}_d + Ck_1 e + G + Mk_1 \dot{e} \quad (3.29)$$

$$\tau = Y\theta + e + k_2 r \quad (3.30)$$

ile belirtilen denkleme yerleştirildiğinde \dot{V} negatif yarı tanımlılık özelliği gösterir.

$$\dot{V} = -e^T k_1 e - r^T k_2 r \quad (3.31)$$

Lyapunov kararlılık gereklerinden $\dot{V} < 0$ eşitsizliği sağlanmaktadır ve V fonksiyonunun artmayan ve pozitif tanımlı olduğu gösterilmektedir. $x = 0$ denge noktasında sistem küresel asimptotik olarak kararlıdır. Dolayısıyla bu da başlangıçta hedeflenen yörünge takibinin sağlanacağını göstermektedir. Burada θ matrisinde yer alan bilinmeyen parametrelerin bilindiği varsayılarak doğrusal olmayan kontrolcünün kararlılığı doğrulanmıştır. Sistem içerisinde bilinmeyen parametrelerin kestiriminin sağlanması için uyarılama kuralının belirlenmesi gerekmektedir.

3.3 Uyarlamalı Kontrolcünün Tasarımı

Sistem üzerindeki bilinmeyen parametreleri içeren θ matrisi ile uyarlanan parametre değerlerini içeren $\hat{\theta}$ matrisi arasındaki farkı içeren

$$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta \quad (3.32)$$

ile belirtilen bir $\tilde{\theta}$ ifadesi oluşturulmuştur. Lyapunov kararlılığını sağladığı belirtilen (3.18) denkleme uyarlamalı kontrolcü denkleminin belirlenebilmesi için $\frac{1}{2}\tilde{\theta}^T\Gamma^{-1}\tilde{\theta}$ ifadesi eklendiğinde yeni Lyapunov fonksiyonu

$$V = \frac{1}{2}e^T e + \frac{1}{2}r^T M r + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (3.33)$$

şeklinde olmaktadır. V denkleminin türev ifadesini belirten

$$\dot{V} = -e^T k_1 e + \frac{1}{2}r^T M r + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \quad (3.34)$$

$$\dot{V} = -e^T k_1 e + r^T (Y\theta + e - \tau) + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \quad (3.35)$$

ile gösterilen denklemin hesaplanma basamakları (3.18) ile (3.24) arasında belirtilmiştir. Denklem içerisinde bulunan kontrolcü τ ifadesi içerisinde uyarlamalı parametrelerin kullanılması için $\tau = e + Y\hat{\theta} + k_2 r$ olarak belirlenmiştir. Belirlenen kontrolcü τ ifadesi kullanıldığında

$$\dot{V} = -e^T k_1 e - r^T k_2 r + r^T Y \theta - r^T Y \hat{\theta} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \quad (3.36)$$

$$= -e^T k_1 e - r^T k_2 r - r^T Y \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \quad (3.37)$$

$$= -e^T k_1 e - r^T k_2 r - \tilde{\theta}^T Y^T r + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \quad (3.38)$$

$$= -e^T k_1 e - r^T k_2 r + \tilde{\theta}^T (\Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} - Y^T r) \quad (3.39)$$

ile gösterilen denklem oluşmaktadır. Lyapunov kararlılığının sağlanması için (3.39) ile belirtilen denklem içerisinde bulunan $\dot{\tilde{\theta}}$ ifadesi $\dot{\tilde{\theta}} = \Gamma Y^T r$ olarak belirlenmiştir.

Belirlenen ifade (3.39) ile gösterilen denklem içerisinde kullanıldığında

$$\dot{V} = -e^T k_1 e - r^T k_2 r \quad (3.40)$$

ile gösterilen denklem oluşur. $\dot{V} < 0$ eşitsizliği sağlanmaktadır. Lyapunov kararlılık gereklerinden olan \dot{V} negatif yarı tanımlılığı sağlanmamaktadır. Bu durumda sistemin asimptotik kararlılığı sağlanmaktadır ve V fonksiyonunun artmayan ve pozitif yarı tanımlı olduğu gösterilmektedir. Buna ek olarak LaSalle-Yoshizawa teoremine göre

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} e^T & r^T \end{bmatrix}^T = 0 \quad (3.41)$$

ifadesi geçerli olmaktadır. Bu durumda başlangıçta hedeflenen yörünge takibinin asimptotik olarak sağlanacağını göstermektedir. Uyarılama kuralı kullanılarak sistemin bilinmeyen parametrelerindeki değişimler hesaplanmaktadır. Yörünge takibi bilinmeyen parametrelerin hesaplanması ile birlikte kararlılığı doğrulanmış sistem üzerinde gerçekleştirilmektedir.

4 Benzetim Çalışmaları

Bu bölümde kablo kontrollü paralel manipülatörün yörünge takibi için tasarlanan uyarlamalı kontrolcünün benzetim çalışması gerçekleştirilmiştir. Yapılan benzetim çalışmaları MATLAB uygulaması üzerinde gerçekleştirilmiştir. Benzetim çalışmasından ihtiyaç duyulan çözücü olarak MATLAB ortamında bulunan 'ode45' çözücüsü kullanılmıştır. Kullanılan çözücünün sürekli zamana yakın sonuç verebilmesi için çalışma çözünürlüğü olarak $100\mu s$ belirlenmiştir. Uyarlamalı kontrolcüden çıkan belirsiz parametre kestirimleri çözücüden çıkan sonuçlara göre belirlenmiştir. Uyarlamalı kontrolcü içerisinde kullanılan sabit uyarlama kazanç matrisi

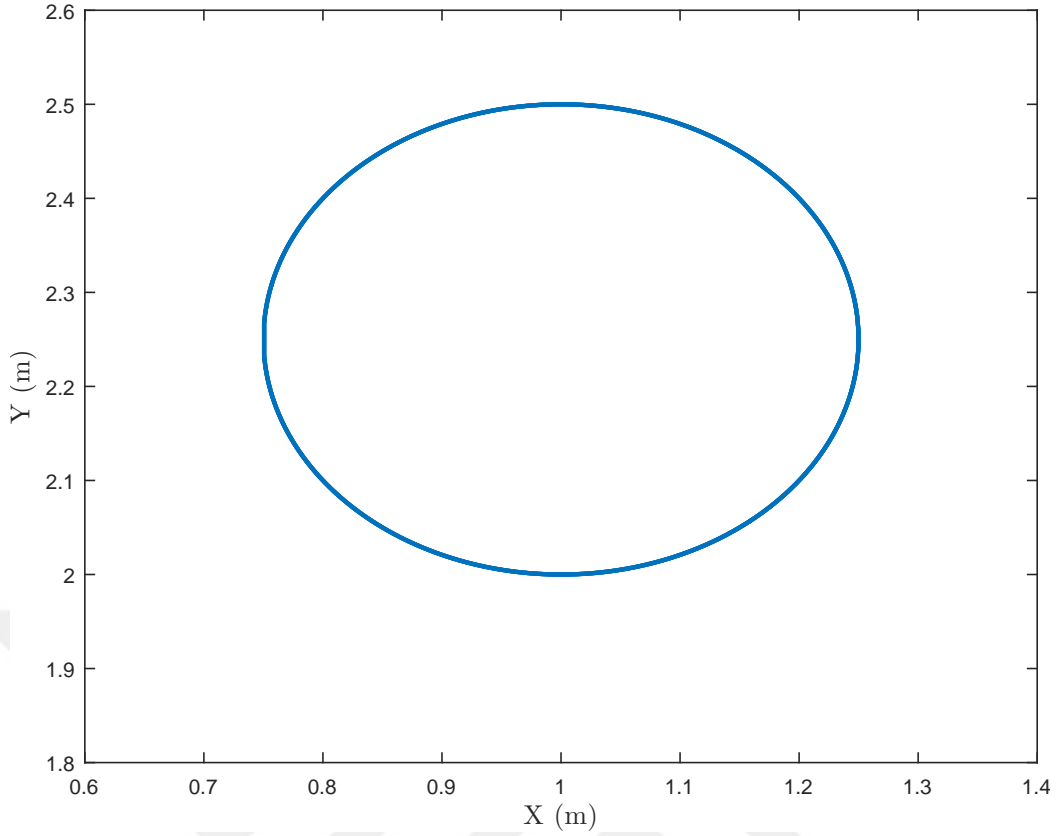
$$\Gamma = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 3.25 & 0 \\ 0 & 0 & 700 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

şeklinde belirlenmiştir. Benzetim çalışması yapılan sistemin çalışma alanı $2 \times 5m$ ($x_a = 2m, y_a = 5m$) olarak belirlenmiştir. Benzetim ortamında kullanılan kablo kontrollü düzlemsel manipülatörün parametreleri Tablo 4.1 içerisinde verilmiştir. Benzetim

Tablo 4.1 Parametreler

Parametre	Değeri
X_a	2(m)
Y_a	5(m)
A	$[(0, 0) (X_a, 0) (X_a, Y_a) (0, Y_a)]$
θ_B	$[0, 0, 0, 0]$
m	5(kg)
ρ_m	$0.215 (g/cm^3)$
I_m	$10 (kgm^2)$

çalışmalarında uç efektörün takip etmesi istenen yörünge çember olarak belirlenmiştir.



Şekil 4.1 Takip edilmesi istenilen yörüngenin gösterimi.

Buna bağlı olarak, uç efektörün q_1, q_2, q_3 için konum referansları sırası ile

$$q_{d_1} = 1 + 0.25 \sin(t) \quad (4.2)$$

$$q_{d_2} = 2.25 + 0.25 \cos(t) \quad (4.3)$$

$$q_{d_3} = \pi/18 + 0.0873 \sin(t) \quad (4.4)$$

biçiminde olup, bu sinyallerin düzlemde oluşturduğu çember biçimindeki yörünge Şekil 4.1 ile gösterilmiştir. Yapılan benzetim çalışmasında yörüngenin başlangıç noktası sistemin başlangıç noktasıyla aynı olarak kabul edilmiştir. K_1 ve K_2 matrisleri köşegen elemanları sırası ile k_1 ve k_2 değerleri farklı parametreler ile benzetim çalıştırılarak uygun parametrelerin belirlenmesi sağlanmıştır. $k_1 = 0.50, 2, 7.5$ ve $k_2 = 25, 50, 100$ şeklinde parametreler ile benzetim çalışmaları yapılmıştır. Yapılan benzetim çalışmalarında kestirimlerin başlangıç değerleri $\hat{m} = 4kg, \hat{p}_m = 0.1g/cm^3, \hat{I}_m = 15kgm^2$ olacak şekilde ayarlanmıştır. Sistem takip edilecek yörünge ile aynı nokta başlangıç noktası olacak şekilde ayarlanmıştır. Belirlenen katsayı değerleri ile elde edilen yörünge hataları (e ifadeleri) ve kontrolcü sinyalleri (τ ifadeleri) Tablo 4.2 ve 4.3 ile gösterilmiştir. Tablo 4.2 ve 4.3 içerisindeki rms değerleri incelendiğinde katsayı değerlerindeki artış hata oranlarını düşürmekte fakat daha baskılayıcı kontrolcü sinyalleri oluşturmaktadır. Bu durumda sistemin yörünge

Tablo 4.2 Yörünge Hata Değerlerinin ortalaması ve rms değerleri - Yörünge Başlangıç noktasında Başlatıldığında

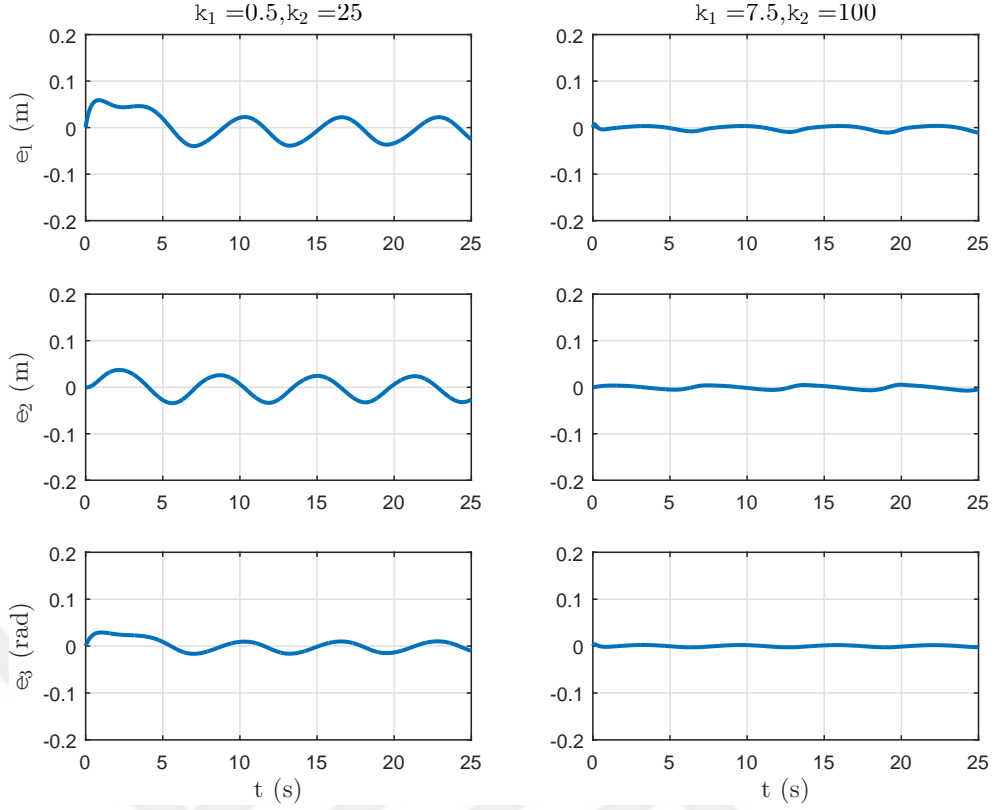
		rms			ortalama		
k_1	k_2	e_1	e_2	e_3	e_1	e_2	e_3
0,5	25	0,051	0,0284	0,0117	0,0109	0,0002	-0,0028
0,5	50	0,0271	0,0209	0,0065	0,0064	0,001	-0,0001
0,5	100	0,0181	0,0179	0,0055	0,0038	0,0014	0,0002
2	25	0,0242	0,0198	0,0064	-0,0035	-0,0019	-0,0016
2	50	0,0141	0,0125	0,0037	-0,0003	0,00062	0,00003
2	100	0,0097	0,0097	0,0029	0,00044	0,00004	0,00006
7,5	25	0,0208	0,0179	0,0272	-0,0112	-0,0063	-0,0213
7,5	50	0,0193	0,0165	0,006	-0,0081	-0,0029	-0,0035
7,5	100	0,0065	0,0051	0,0013	-0,0021	-0,0011	-0,0001

Tablo 4.3 Kontrol Sinyali Değerlerinin ortalaması ve rms değerleri - Yörünge Başlangıç noktasında Başlatıldığında

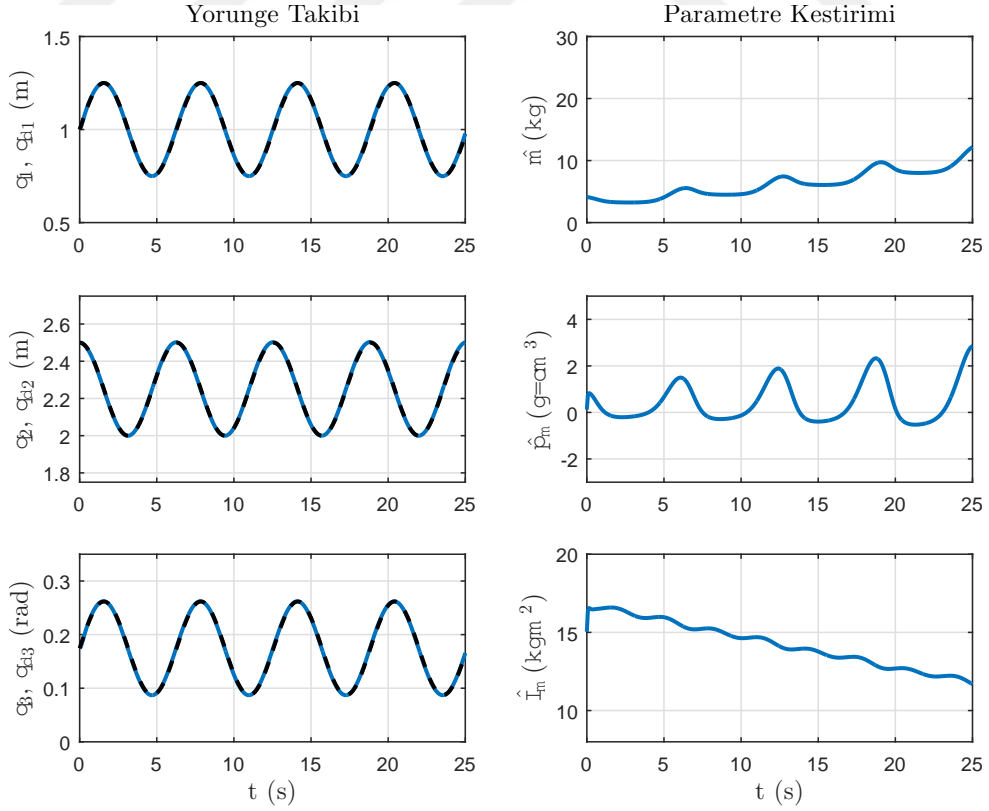
		rms			ortalama		
k_1	k_2	τ_1	τ_2	τ_3	τ_1	τ_2	τ_3
0.5	25	12.0571	127.9422	0.9118	9.1539	-123.9946	-0.0027
0.5	50	7.0747	111.1002	0.4845	4.7019	-109.8898	0.0113
0.5	100	5.519	108.9204	0.4613	3.7162	-108.511	0.1226
2	25	17.7295	187.6229	2.3392	13.0039	-168.6151	0.7481
2	50	7.5372	117.6604	0.5156	4.5769	-114.0426	-0.0652
2	100	5.2331	106.5895	0.4414	3.0707	-105.6465	0.0177
7.5	25	259.1	1672.1	50.8	220.1	-1447.7	24.1
7.5	50	93.8117	771.7613	21.2587	78.9223	-653.5368	10.0254
7.5	100	11.129	164.2551	1.0458	4.4779	-150.4253	-0.3313

takibinin benzetim çalışması yapılan parametreler ile başarıyla gerçekleştirdiği görülmektedir. Çalışması yapılan parametrelerden $k_1 = 0.5, k_2 = 25$ ve $k_1 = 7.5, k_2 = 100$ değerleri için elde edilen hataların grafik sonuçları Şekil (4.2) ile gösterilmiştir. Şekil (4.2)'de yer alan grafikler incelendiğinde yörünge takibinin çok küçük hatalar ile gerçekleştiği görülmektedir. Fakat $k_1 = 0.5$ ve $k_2 = 100$ katsayıları ile uygulanan benzetim çalışmasında hatanın artmaya başladığı gözlemlenmektedir. Yapılan farklı benzetim sonuçlarına da dayanarak $k_1 = 7.5$ ve $k_2 = 100$ katsayı değerleri kullanılarak hata oranı daha düşük yörünge takibi ve sistem kararlılığının sağlandığı gözlemlenmiştir. $k_1 = 7.5$ ve $k_2 = 100$ katsayı değerlerini kullanıldığı durumda sistemdeki uyarlamalı kontrolcünün gerçekleştirdiği belirsiz parametre kestirimleri ve yörünge takibi Şekil (4.3) ile gösterilmiştir.

Grafik incelendiğinde uyarlamalı kontrolcü parametre kestirim sonuçları sistemin sahip olduğu gerçek parametre değerlerine yakınsamamaktadır. Bunun yanında sistemin kestirim değerleri sınırlı olmakta ve sabit değerlere yakınsamamaktadır.



Şekil 4.2 Belirlenen k_1 ve k_2 değerleri ile gerçekleşen yörünge hataları



Şekil 4.3 Belirlenen $k_1 = 7.5$ ve $k_2 = 100$ değerleri ile gerçekleşen yörünge takibi ve parametre kestirimi.

Sistemin takip etmesi istenilen çember şeklindeki yörüngeden kaynaklı olarak sistem parametre kestirimleride sinüsoidal olarak davranmaktadır. Sistem parametre kestirimlerine benzer olarak yörünge takip hataları da sinüsoidal olarak değişmektedir. Hata işaretlerinin genlikleri ise referans yörünge genliklerine göre çok daha küçüktür ve dolayısı ile kabul edilebilir düzeydedir. Yörünge ile başlangıç noktalarının aynı

Tablo 4.4 Yörünge Hata Değerlerinin ortalaması ve rms değerleri - Yörünge Başlangıç noktasında Başlatılmadığında

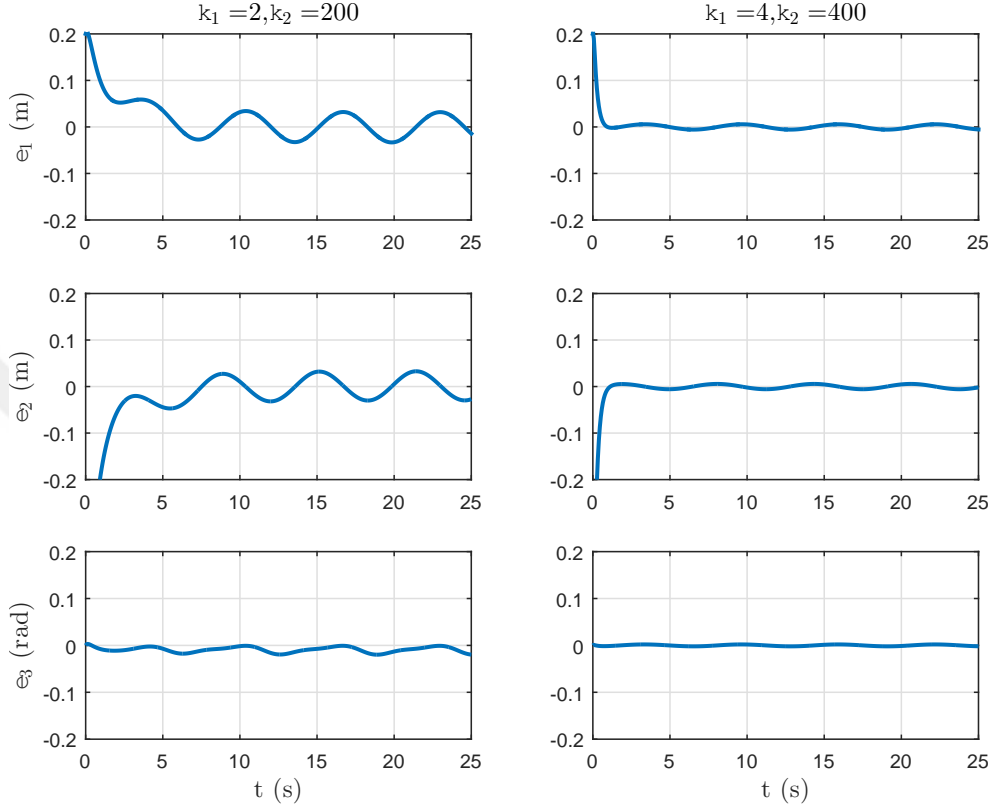
		rms			ortalama		
k_1	k_2	e_1	e_2	e_3	e_1	e_2	e_3
2	200	0.0438	0.0765	0.0106	0.0165	-0.0240	-0.0090
2	300	0.0301	0.0622	0.0031	0.0062	-0.0132	-0.0009
2	400	0.0251	0.0564	0.0026	0.0050	-0.0110	-0.0002
3	200	0.0448	0.0796	0.0211	0.0250	-0.0389	-0.0198
3	300	0.0261	0.0557	0.0023	0.0043	-0.0106	-0.0006
3	400	0.0209	0.0486	0.0019	0.0034	-0.0080	-0.00007
4	200	0.0408	0.0758	0.0214	0.0234	-0.0389	-0.0199
4	300	0.0194	0.0457	0.0014	0.0028	-0.0067	0.00010
4	400	0.0171	0.0410	0.0014	0.0024	-0.0057	-0.00007

pozisyondan başlaması ile gerçekleştirilen benzetim çalışmasının yanında sistemin başlangıç pozisyonu ile yörünge farklı noktalardan başlatılması şeklinde benzetim çalışması da yapılmıştır. Gerçekleştirilen benzetim çalışması x vey y eksenlerinde hata oranı %10 olacak şekilde $x = 1.2m$ ve $y = 2.0m$ pozisyonundan başlatılan yörünge takibinin sağlanmasına çalışılmıştır. Bir önceki benzetim çalışmasında kullanılan k_1 ve k_2 katsayı değerleri bu çalışmada istenilen düşük yörünge takip hatalarını karşılayamadığı için $k_1 = 2, 3, 4$ ve $k_2 = 200, 300, 400$ şeklinde değerler seçilmiştir. Seçilen değerler ile benzetim yapıldığında elde edilen yörünge hataları (e ifadeleri) ve kontrolcü sinyalleri (τ ifadeleri) Tablo 4.4 ve 4.5 ile gösterilmiştir.

Tablo 4.5 Kontrol Sinyali Değerlerinin ortalaması ve rms değerleri - Yörünge Başlangıç noktasında Başlatılmadığında

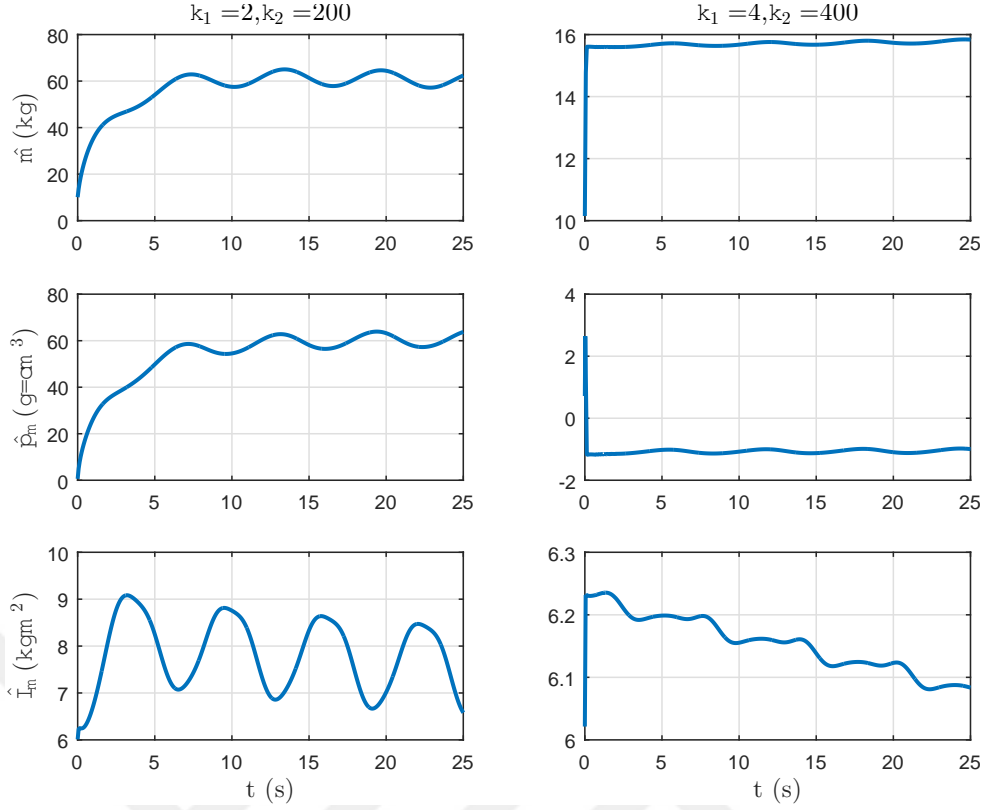
		rms			ortalama		
k_1	k_2	τ_1	τ_2	τ_3	τ_1	τ_2	τ_3
2	200	392.802	1683.9	137.3122	3714	-1633.6	1216
2	300	86.3324	462.7114	29.1441	82.4109	-456.9276	27.0904
2	400	36.8373	264.6539	12.9061	36.9706	-262.8	12.0989
3	200	1030.2	4370.5	356.4072	9450	-4146.5	0.3049
3	300	77.9145	499.9874	25.9716	73.5947	-493.0252	24.2534
3	400	22.3858	224.8517	5.7623	17.0768	-223.2335	5.4674
4	200	1274	5506.2	440.3636	1154.4	-5173.2	0.3724
4	300	17.4038	180.9797	3.7924	-8.1806	-179.2295	-3.1424
4	400	16.7168	136.9254	3.0699	-6.6194	-139.0976	-2.5075

Tablo 4.4 ve 4.5 incelendiğinde k_1 ve k_2 katsayılarındaki artışın yörünge takibindeki hatanın azalmasında etkili olduğu gözlemlenmektedir. Katsayılarındaki artış ayrıca kontrol sinyalinde artışa neden olmaktadır. En küçük katsayılar olan $k_1 = 2$ ve $k_2 = 200$ ile $k_1 = 4$ ve $k_2 = 400$ değerlerinden elde edilen hata grafikleri Şekil (4.4) ile gösterilmiştir.



Şekil 4.4 k_1 ve k_2 değerleri ile gerçekleşen yörünge hataları

Şekil (4.4) incelendiğinde hatanın yörünge davranışı şeklinde sinüsoidal davrandığı gözlemlenmektedir. Katsayıdaki artış sistemin istenilen yörüngeyi takibindeki hatanın daha hızlı bir şekilde giderilmesine neden olmuştur. Hatanın azalmasının yanında katsayıların kestirim sonuçlarının gösteren Şekil (4.5) incelendiğinde kestirimi yapılan parametrelerin gerçek değerlerine yakınsadığı fakat sabit bir değere yakınsadığı gözlemlenmektedir.



Şekil 4.5 k_1 ve k_2 değerleri ile gerçekleşen parametre kestirimi

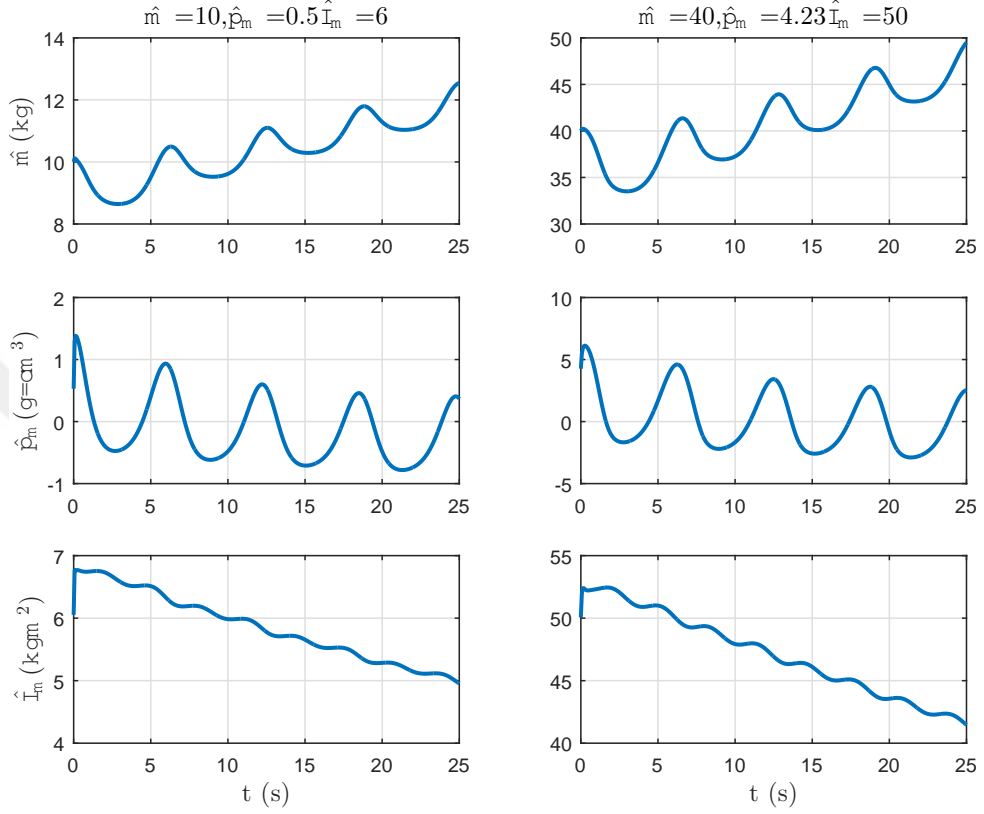
Gerçekleştirilen diğer bir benzetim çalışmasında ise parametre kestirimlerinin başlangıç değerlerinin sistem kararlılığı üzerindeki etkisi incelenmiştir. Bu benzetim çalışmasında $k_1 = 10$ ve $k_2 = 200$ katsayı değerleri kullanılarak $\hat{m} = 10,40kg$, $\hat{\rho}_m = 0.5, 4.23(g/cm^3)$, $\hat{I}_m = 6,50kgm^2$ olacak şekilde benzetimler yapılmıştır.

Tablo 4.6 Kestirim Başlangıçları Değiştirildiğinde

			rms			ortalama		
\hat{m}	$\hat{\rho}_m$	\hat{I}_m	e_1	e_2	e_3	e_1	e_2	e_3
10	0.5	6	0.0024	0.0023	0.0007	$-3.331 \cdot 10^{-4}$	$-1.163 \cdot 10^{-4}$	$-5.6 \cdot 10^{-6}$
10	0.5	50	0.0027	0.0024	0.0018	$-4.322 \cdot 10^{-4}$	$-2.337 \cdot 10^{-4}$	$-8.1 \cdot 10^{-5}$
10	4.23	6	0.0032	0.0029	0.0008	$-4.613 \cdot 10^{-4}$	$-5.91 \cdot 10^{-5}$	$-2.01 \cdot 10^{-5}$
10	4.23	50	0.0034	0.0031	0.0019	$-5.640 \cdot 10^{-4}$	$-1.295 \cdot 10^{-4}$	$-6.85 \cdot 10^{-5}$
40	0.5	6	0.0046	0.0040	0.0008	-0.0012	-0.0007	$-4.344 \cdot 10^{-5}$
40	0.5	50	0.0048	0.0042	0.0018	-0.0013	-0.0007	$3.347 \cdot 10^{-5}$
40	4.23	6	0.0052	0.0046	0.0016	-0.0014	-0.0006	-0.0002
40	4.23	50	0.0054	0.0047	0.0019	-0.0014	-0.0006	$1.8949 \cdot 10^{-5}$

Yapılan benzetimler sonucunda Tablo 4.6 incelendiğinde başlangıç kestirim hatasının artırılmasının yörünge takibi üzerinde hata oranlarının tolare edilebilir seviyede arttırdığı gözlemlenmektedir. En küçük başlangıç parametre hatası ($\hat{m} = 10kg$, $\hat{\rho}_m = 0.5g/cm^3$, $\hat{I}_m = 6kgm^2$) ile en büyük parametre hatasından ($\hat{m} = 40kg$,

$\hat{p}_m = 4.23g/cm^3, \hat{I}_m = 50kgm^2$) elde edilen parametre kestirim grafiği Şekil (4.6) ile gösterilmiştir. Şekil (4.6)'da görüldüğü üzere sistem benzer parametre kestirim grafikleri oluşturmaktadır. Buradan diğer kontrolcü kazançlarının değişmemesi sonucu parametrelerde oluşacak başlangıç kestirim hatasının sistem üzerinde yörünge takibini etkileyecek seviyede bir etkisinin olmayacağı gözlemlenebilir.



Şekil 4.6 Başlangıç parametre hataları ile gerçekleşen parametre kestirimi

5 Sonuç ve Öneriler

Çalışmada kablo kontrollü paralel robotların hareket sistemlerinin incelenmesi sonucunda matematiksel modeli ortaya konmaktadır. Çalışma içerisinde matematiksel modelin içerdiği belirsizlikler ve lineer olmayan durumların kontrolünün sağlanması için uyarlamalı kontrolcü tasarlanmaktadır. Tasarlanan kontrolcünün KSR modeli ile birlikte yörünge takibi esnasındaki davranışları incelenmektedir. Takip edilmesi istenilen yörünge ile aynı noktada başlama, belirli bir hata ile başlama ve kestirim hatasının değiştirilmesi şeklindeki durumları içeren benzetim çalışmaları ile sistem davranışları incelenmektedir. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde uyarlamalı kontrolcünün takip edilmesi istenilen yörüngeye göre görmezden gelinebilecek hatalar ile takibi sağlandığı görülmektedir.

Lyapunov kararlılık teorisi ile kararlılığı teorik olarak ispatlanan kontrolcünün davranışı benzetim çalışmasında görülmektedir. Kontrolcü sistemin istenilen yörüngeyi takip edeceği şekilde hareketini sağlamaktadır. Bunun yanında sistemin içerdiği belirsiz parametrelerin kestirim sonuçları gerçek parametre değerlerine yakınsamamaktadır. Ayrıca parametre değerlerindeki hatanın arttırılması yada azaltılması durumunun sistemin takip ettiği yörüngeden ayrılmasında yada takip edememesine sebep olacak bir hata oluşturmamaktadır. Diğer yandan sistemin başlangıç noktası ile yörünge arasındaki hatanın arttırılması istenilen yörüngeye gelmesini zorlaştırmakta yada takibin sağlanmasını engellemektedir.

Yapılan çalışmalar sonucunda kararlılığı ispat edilen kontrolcü ile birlikte düzlemsel olarak hareket edebilen sistemin yörünge takibi sağlanmaktadır. Çalışmanın devamı niteliğinde daha geniş hareket kabiliyetine sahip üç boyutta hareket edebilen 6 eksenli kablo kontrollü paralel manipülatörler için kontrolcü tasarımı amaçlı çalışmalar gerçekleştirilebilir. Benzetim çalışması yapılan sistemde sistem modeline dahil edilmeyen kabloların uzama durumlarında oluşan katenar etkisi devam niteliğindeki çalışmalarda dahil edilip sistemin kararlılığı sağlanmaya çalışılabilir.

- [1] L. Sciavicco and B. Siciliano, *Modelling and control of robot manipulators*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [2] H. D. Taghirad, *Parallel robots: mechanics and control*. CRC press, 2013.
- [3] J.-P. Merlet, *Parallel robots*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [4] L.-W. Tsai, *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*. John Wiley & Sons, 1999.
- [5] D. Stewart, “A platform with six degrees of freedom,” *Proceedings of the institution of mechanical engineers*, no. 1, pp. 371–386, 1965.
- [6] B. Zi, B. Duan, J. Du, and H. Bao, “Dynamic modeling and active control of a cable-suspended parallel robot,” *Mechatronics*, no. 1, pp. 1–12, 2008.
- [7] NIST. (2019). Nist web site, [Online]. Available: www.nist.gov.
- [8] R. G. Roberts, T. Graham, and T. Lippitt, “On the inverse kinematics, statics, and fault tolerance of cable-suspended robots,” *Journal of Robotic Systems*, no. 10, pp. 581–597, 1998.
- [9] K. Maeda, S. Tadokoro, T. Takamori, M. Hiller, and R. Verhoeven, “On design of a redundant wire-driven parallel robot warp manipulator,” in *Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 99CH36288C)*, IEEE, 1999, pp. 895–900.
- [10] R. Nan, D. Li, C. Jin, Q. Wang, L. Zhu, W. Zhu, H. Zhang, Y. Yue, and L. Qian, “The five-hundred-meter aperture spherical radio telescope (fast) project,” *International Journal of Modern Physics D*, no. 06, pp. 989–1024, 2011.
- [11] SkyCam. (2019). Skycam web site, [Online]. Available: www.skycam.tv.
- [12] M. J. Varela, M. Ceccarelli, and P. Flores, “A kinematic characterization of human walking by using catrasys,” *Mechanism and Machine Theory*, pp. 125–139, 2015.
- [13] NJ. (2019). Nj web site, [Online]. Available: www.nj.com/.
- [14] K. Kozak, Q. Zhou, and J. Wang, “Static analysis of cable-driven manipulators with non-negligible cable mass,” *IEEE Transactions on Robotics*, no. 3, pp. 425–433, 2006.
- [15] S. Qian, B. Zi, W.-W. Shang, and Q.-S. Xu, “A review on cable-driven parallel robots,” *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, no. 1, p. 66, 2018.
- [16] P. Bosscher, R. L. Williams II, L. S. Bryson, and D. Castro-Lacouture, “Cable-suspended robotic contour crafting system,” *Automation in construction*, no. 1, pp. 45–55, 2007.

- [17] R. L. Williams, J. S. Albus, and R. V. Bostelman, "3d cable-based cartesian metrology system," *Journal of Robotic Systems*, no. 5, pp. 237–257, 2004.
- [18] C. Ferraresi, M. Paoloni, S. Pastorelli, and F. Pescarmona, "A new 6-dof parallel robotic structure actuated by wires: The wiro-6.3," *Journal of Robotic Systems*, no. 11, pp. 581–595, 2004.
- [19] X. Diao, O. Ma, and Q. Lu, "Singularity analysis of planar cable-driven parallel robots," in *2008 IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*, IEEE, 2008, pp. 272–277.
- [20] C. B. Pham, S. H. Yeo, G. Yang, M. S. Kurbanhusen, and I.-M. Chen, "Force-closure workspace analysis of cable-driven parallel mechanisms," *Mechanism and Machine Theory*, no. 1, pp. 53–69, 2006.
- [21] P. H. Borgstrom, B. L. Jordan, G. S. Sukhatme, M. A. Batalin, and W. J. Kaiser, "Rapid computation of optimally safe tension distributions for parallel cable-driven robots," *IEEE Transactions on Robotics*, no. 6, pp. 1271–1281, 2009.
- [22] W. Do and D. Yang, "Inverse dynamic analysis and simulation of a platform type of robot," *Journal of Robotic Systems*, no. 3, pp. 209–227, 1988.
- [23] C. Yang, J. Han, O. O. Peter, and Q. Huang, "Pid control with gravity compensation for hydraulic 6-dof parallel manipulator," in *PID Control, Implementation and Tuning*, IntechOpen, 2011.
- [24] D. H. Kim, J.-Y. Kang, and K.-I. Lee, "Robust tracking control design for a 6 dof parallel manipulator," *Journal of Robotic Systems*, no. 10, pp. 527–547, 2000.
- [25] M. Honegger, R. Brega, and G. Schweiter, "Application of a nonlinear adaptive controller to a 6 dof parallel manipulator," in *Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings (Cat. No. 00CH37065)*, IEEE, 2000, pp. 1930–1935.
- [26] C. C. Nguyen, S. S. Antrazi, Z.-L. Zhou, and C. E. Campbell Jr, "Adaptive control of a stewart platform-based manipulator," *Journal of Robotic systems*, no. 5, pp. 657–687, 1993.
- [27] H. S. Kim, Y. M. Cho, and K.-I. Lee, "Robust nonlinear task space control for 6 dof parallel manipulator," *Automatica*, no. 9, pp. 1591–1600, 2005.
- [28] J. L. Chen and W.-D. Chang, "Feedback linearization control of a two-link robot using a multi-crossover genetic algorithm," *Expert Systems with Applications*, no. 2, pp. 4154–4159, 2009.
- [29] R. Ortega and M. W. Spong, "Adaptive motion control of rigid robots: A tutorial," *Automatica*, no. 6, pp. 877–888, 1989.
- [30] A. Çiftçi, A. T. Hocaoglu, Y. Uyaroglu, and M. A. Yalçın, "Enerji fonksiyonu analizi ile gerilim kararlılığı incelemesi,"
- [31] J. M. Horacio, *Nonlinear control systems analysis and design*. Wiley, 2003.
- [32] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. V. Kokotovic, *Nonlinear and adaptive control design*. New York: Wiley, 1995.

Takip Edilecek Yörünge Kodu

```
function [desired, desiredDot, desiredDDot] =  
    DesiredTrajectory( StartPoint, simTime, dt, type)  
k = 2;  
  
A = 0.25;  
w = 1;  
k = 1;  
  
B = deg2rad(5);  
wa = 1;  
desired = zeros(3,int32((simTime / dt)));  
desiredDot = zeros(3,int32((simTime / dt)));  
desiredDDot = zeros(3,int32((simTime / dt)));  
  
for t=0:dt:simTime  
    desired(1,k) = A * sin(w*t) + StartPoint(1);  
    desired(2,k) = A * cos(w*t) + StartPoint(2) - A;  
    desired(3,k) = B * sin(wa*t) + StartPoint(3);  
  
    desiredDot(1,k) = A * w * cos(w*t);  
    desiredDot(2,k) = -A * w * sin(w*t);  
    desiredDot(3,k) = B * wa * cos(wa*t);  
  
    desiredDDot(1,k) = -A * w * w * sin(w*t);  
    desiredDDot(2,k) = -A * w * w * cos(w*t);  
    desiredDDot(3,k) = -B * wa * wa * sin(wa*t);  
  
    k = k + 1;  
end  
  
end
```

Simülasyon Kodu

```
clc; clear;
```

```

global fontSize;
fontSize = 13;

p_m = 0.215;
I_m = 10;
m = 5;

Xa = 2;
Ya = 5;
Ts = 0.001;
dt = 0.0001;
simTime = 8*pi;

k1_ = 10*eye(3);
k2_ = 200*eye(3);

k_m = 1.4;%0.15;
k_pm = 15;%0.5;
k_im = 70;%0.01;
Gamma = diag([k_m*m,k_pm*p_m,k_im*I_m]);

p = 0.4; %Meter Width of connection point B
r = 0.3; %Meter Height of connection point B
g = [0;9.8;0];
A = [[0;0],[Xa;0],[Xa;Ya],[0;Ya]];
the_B = [-atan(r/p), pi + atan(r/p), pi - atan(r/p), atan(r/p)
)];

Rb = sqrt((p ^ 2) + (r ^ 2)); %Meter
%%Dinamik Denklemleri
L = @(X) sqrt(((X(1) - A(1,:) + Rb * cos(X(3)+the_B)).^2)+((X
(2) - A(2,:) + Rb * sin(X(3)+the_B)).^2));
Ldot = @(Xdot,S_,e) (S_(1,:)*Xdot(1)) + (S_(2,:)*Xdot(2)) + (
Xdot(3)*((S_(2,:).*e(1,:))-(S_(1,:).*e(2,:))));
B = @(X) [X(1) + Rb * cos(X(3)+the_B);X(2) + Rb * sin(X(3)+
the_B); zeros(1,4)];
E = @(X,b) [(b(1,:) - X(1)); (b(2,:) - X(2)); zeros(1,4)];
S = @(b,l) [((b(1,:) - A(1,:)) ./ l); ((b(2,:) - A(2,:)) ./ l
); zeros(1,4)];
M_ = @(i,a_,L_,E_) [[[5*a_(i)+1]*L_(i),5*a_(i)*L_(i),(5*a_(i)
*L_(i)*E_(1,i)))-((5*a_(i)+1)*L_(i)*E_(2,i))];
[5*a_(i)*L_(i),(5*a_(i)+1)*L_(i),((5*a_(i)
)+1)*L_(i)*E_(1,i))-(5*a_(i)*L_(i)*E_(
2,i))];
[(5*a_(i)*L_(i)*E_(1,i))-((5*a_(i)+1)*L_(
i)*E_(2,i)),((5*a_(i)+1)*L_(i)*E_(1,i)
)-(5*a_(i)*L_(i)*E_(2,i)),((5*a_(i)+1)
*L_(i))*((E_(1,i)^2)+(E_(2,i)^2)))-(10*

```

```

a_(i)*L_(i)*E_(1,i)*E_(2,i)]];
Sg_ = @(S_,g) ((S_(1,:) *g(1))+(S_(2,:) *g(2))+(S_(3,:) *g(3)));
Gs_ = @(g) (g(1)+g(2)+g(3));
G_ = @(i, a_, sg, s, e, gs_) [(6*a_(i)*gs_)-(s(1,i)*sg(i));(6*a_(i)
)*gs_)-(s(2,i)*sg(i));(6*a_(i)*gs_*(e(1,i)-e(2,i)))+(sg(i)
*((s(1,i)*e(2,i))-s(2,i)*e(1,i)))]];
C_ = @(i, Xdot, s, l, ldot, a_, e) [(((10*a_(i)+2)*ldot(i))-((15*a_
(i)+1)*(Xdot(1)-Xdot(3)*e(2,i))*s(1,i)),((10*a_(i)+2)*ldot
(i)-((15*a_(i)+1)*(Xdot(2)+Xdot(3)*e(1,i))*s(1,i))),((ldot
(i)*(e(1,i)-e(2,i))*(10*a_(i)+2)))+(s(1,i)*(15*a_(i)+1)*((e
(2,i)*(Xdot(1)-Xdot(3)*e(2,i)))-(e(1,i)*(Xdot(2)+Xdot(3)*e
(1,i)))))-((10*a_(i)*l(i)*Xdot(3)*(e(1,i)+e(2,i)+e(3,i))
+(2*l(i)*Xdot(3)*e(1,i))))];
[(((10*a_(i)+2)*ldot(i))-((15*a_
(i)+1)*(Xdot(1)-Xdot(3)*e(2,
i))*s(2,i)),((10*a_(i)+2)*
ldot(i)-((15*a_(i)+1)*(Xdot
(2)+Xdot(3)*e(1,i))*s(2,i))
,((ldot(i)*(e(1,i)-e(2,i))
*(10*a_(i)+2)))+(s(2,i)*(15*
a_(i)+1)*((e(2,i)*(Xdot(1)-
Xdot(3)*e(2,i)))-(e(1,i)*(
Xdot(2)+Xdot(3)*e(1,i))))
-((10*a_(i)*l(i)*Xdot(3)*(e
(1,i)+e(2,i)+e(3,i)))+(2*l(i)
)*Xdot(3)*e(2,i))))];
[ (ldot(i)*(e(1,i)-e(2,i))*(10*
a_(i)+2))-((15*a_(i)+1)*(
Xdot(1)-Xdot(3)*e(2,i))*((s
(2,i)*e(1,i))-s(1,i)*e(2,i)
))), (ldot(i)*(e(1,i)-e(2,i))
*(10*a_(i)+2))-((15*a_(i)+1)
*(Xdot(2)+Xdot(3)*e(1,i))*((
s(2,i)*e(1,i))-s(1,i)*e(2,i)
))), (ldot(i)*((e(1,i)-e(2,i)
))^2*(10*a_(i)+2))-((s(1,i)
*e(2,i))-s(2,i)*e(1,i)*(15*
a_(i)+1)*((e(2,i)*(Xdot(1)-
Xdot(3)*e(2,i)))-(e(1,i)*(
Xdot(2)+Xdot(3)*e(1,i))))))
)+(10*a_(i)*l(i)*(e(2,i)-e
(1,i))*(e(1,i)+e(2,i)+e(3,i)
))]];

Mp_ = @(m_, I_m_) [[m_,0,0];[0,m_,0];[0,0,I_m_]];

Gp_ = @(m_) -1*m_*[g(1);g(2);0];

```

```

R_ = @(e,e_dot , k1) e_dot + k1*e;

Tau = @(Y,Theta ,e,r , k2) Y*Theta + e + k2*r;

The_dot = @(Y,r) Gamma*Y'*r;

%[ qd_ddot(1)+kp*e_dot(1)-g(1); qd_ddot(2)+kp*e_dot(2)-g(2); 0]
%[0;0; qd_ddot(3)+kp*e_dot(3)]
Y_ = @(Mi,Ci,Gi,e,e_dot,qd_dot,qd_ddot , k1) [[ qd_ddot(1);
qd_ddot(2);0]+k1*[e_dot(1);e_dot(2);0]-[g(1);g(2);0],Mi*(
qd_ddot+k1*e_dot)+Ci*(qd_dot+k1*e)+Gi,[0;0;qd_ddot(3)]+k1
*[0;0;e_dot(3)]];

%eq = @(t,x,M_i,C,G,tau , qd_dot , qd_ddot) [[ zeros(3,3),eye(3)
];[ zeros(3,3),-M_i*C]]*x+[ zeros(3,1); qd_ddot-M_i*qd_dot+
M_i*G-M_i*tau ];
eq = @(t,x,M_i,C,G,tau) [[ zeros(3,3),eye(3) ];[ zeros(3,3),-M_i
*C]]*x+[ zeros(3,1);-M_i*G+M_i*tau ];
%%

k1Vals = [0.25 0.50 1.00 2.00 5.00 7.50 10.0];
k2Vals = [10 25 50 100 150 200];

pathTypeDir = { 'cember\' , 'elips1\' , 'elips2\' };

k2_index = 6;
dir = '..\path\';

for sim=1:1
[xd,xd_dot,xd_ddot] = DesiredTrajectory([Xa/2,Ya/2,pi/18],
simTime,Ts);
%DesiredTrajectory([1.200,2.000,pi/18],simTime,Ts);
for k1_index= 1:7
k1_ = k1Vals(1,k1_index) * eye(3);
for k2_index = 1:6
k2_ = k2Vals(1,k2_index) * eye(3);
fileName = strcat('k1_',num2str(k1_(1,1)),'_k2_',
num2str(k2_(1,1)));

wsPath = strcat(dir , '\sim ', num2str(k2_index));
figuresPath = strcat(wsPath , '\figures');
mkdir(wsPath);
mkdir(figuresPath);

pathFigures = strcat(figuresPath , '\path\');
mkdir(pathFigures);

```

```

pathErrors = strcat(figuresPath , '\hata\');
mkdir(pathErrors);

pathAdapt = strcat(figuresPath , '\uyarlama\');
mkdir(pathAdapt);

filePath = strcat(wsPath , '\', fileName);

k = 1;

x = [Xa/2;Ya/2;pi/18];
x_dot = [0;0;0];
x_ddot = [0;0;0];

err = xd(:,k) - x;
err_dot = xd_dot(:,k) - x_dot;
err_ddot = xd_ddot(:,k) - x_ddot;

%the = [m;p_m;l_m];
the = [10;0.5;6];
the_start = the;

x_plot = zeros(3, int32(simTime/Ts));
xd_plot = zeros(3, int32(simTime/Ts));
tau_plot = zeros(3, int32(simTime/Ts));
the_plot = zeros(3, int32(simTime/Ts));
the_o_plot = ones(3, int32(simTime/Ts));
time = zeros(1, int32(simTime/Ts));
the_dot_plot = zeros(3, int32(simTime/Ts));
y_plot = zeros(1, int32(simTime/Ts));
err_plot = zeros(3, int32(simTime/Ts));
tau = zeros(3,1);

for t= 0:Ts:simTime
    lastwarn('');
    for st= 0:dt:Ts
        l = L(x);
        b = B(x);
        s = S(b,l);
        sg = Sg_(s,g);
        gs = Gs_(g);
        e = E(x,b);
        a = (s(1,:).^2)/12;
        ldot = Ldot(x_dot,s,e);

        M = 0;
        G = 0;
        C = 0;
    end
end

```

```

for j=1:4
    M = M + M_(j , a , l , e);
    G = G + G_(j , a , sg , s , e , gs);
    C = C + C_(j , x_dot , s , l , ldot , a , e);
end

Mp_h = Mp_(the(1) , the(3));
Gp_h = Gp_(the(1));
M_h = Mp_h + the(2)*M;
C_h = the(2)*(1/2)*C;
G_h = Gp_h + the(2)*G;

M_i = i_M(M_h);

s_ = [x;x_dot];

[t_ , s_dot] = ode45(@(t_ , s) eq(t_ , s_ , M_i , C_h ,
    G_h , tau) , [0 , dt] , s_);

[n,m1] = size(s_dot);

x = s_dot(n,1:3)';
x_dot = s_dot(n,4:6)';

end

err = xd(:,k) - x;
err_dot = xd_dot(:,k) - x_dot;

r = R_(err , err_dot , k1_);
Y = Y_(M,C,G, err , err_dot , xd_dot(:,k) , xd_ddot(:,k)
    , k1_);

the_dot = The_dot(Y,r);
the = the + the_dot*Ts;
tau = Tau(Y,the , err , r , k2_);

x_plot(:,k) = x;
xd_plot(:,k) = xd(:,k);
tau_plot(:,k) = tau;
the_plot(:,k) = the;
the_o_plot(:,k) = [5;p_m;I_m];
the_dot_plot(:,k) = the_dot;
y_plot(1,k) = err_dot(3);
err_plot(:,k) = err;

ew = xd(:,k)-x;
t

```

```

    err
    time(1,k) = t;
    k = k + 1;
    [warnMsg, warnId] = lastwarn;

    if ~isempty(warnMsg)
        fileName = strcat(fileName, '_warning');
        break;
    end
end

sekil2 = plotSekil2(time, x_plot, xd_plot, k);
printFigure(sekil2, pathFigures, fileName);

sekil3 = plotSekil3(time, err_plot, k);
printFigure(sekil3, pathErrors, fileName);

sekil4 = plotSekil4(time, the_plot, k);
printFigure(sekil4, pathAdapt, fileName);

fileWsName = strcat(filePath, '.mat');
save(fileWsName);
end
end
end

```

Tezden Üretilmiş Yayınlar

İletişim Bilgileri: hayrihocaoglu@outlook.com

Konferans Bildirisi

1. Hocaoğlu H., Türker T., "Kablo Kontrollü Düzlemsel Bir Manipülatörün Yörünge Takibi İçin Uyarlamalı Kontrolcü Tasarımı", Elektrik, Elektronik ve Biyomedikal Mühendisliği Konferansı (ELECO 2018), BURSA, TÜRKİYE, 30 Kasım - 1 Aralık 2018, ss.75-79.