T.C.
ISPARTA UYGULAMALI BİLİMLER ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

FAKTÖR ANALİZİNDE FAKTÖR DÖNDÜRME YÖNTEMLERİ

Ayşe Sümeyye CAN

Danışman
Doç. Dr. Özgür KOŞKAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ
ZOOTEKNİ ANABİLİM DALI
ISPARTA - 2019

TEZ ONAYI

Ayşe Sümeyye CAN tarafından hazırlanan **"Faktör Analizinde Faktör Döndürme Yöntemleri"** adlı tez çalışması aşağıdaki jüri üyeleri önünde Isparta Uygulamalı Bilimler Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Zootekni Anabilim Dalı**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak başarı ile savunulmuştur.

Danışman	**Doç. Dr. Özgür KOŞKAN** Isparta Uygulamalı Bilimler Üniversitesi	
Jüri Üyesi	**Prof. Dr. Sedat AKTAN** Isparta Uygulamalı Bilimler Üniversitesi	
Jüri Üyesi	**Dr. Öğr. Üyesi Yasemin GEDİK** Eskişehir Osmangazi Üniversitesi	

Enstitü Müdürü **Prof. Dr. Yusuf UÇAR**

TAAHHÜTNAME

Bu tezin akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilerek tezde yer aldığını beyan ederim.

Ayşe Sümeyye CAN

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

FAKTÖR ANALİZİNDE FAKTÖR DÖNDÜRME YÖNTEMLERİ

Ayşe Sümeyye CAN

Isparta Uygulamalı Bilimler Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü
Zootekni Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Özgür KOŞKAN

Bu tez çalışmasında çok değişkenli analiz yöntemlerinden faktör analizinin, rotasyon aşaması irdelenmiştir. Faktör analizinin baştan sona tüm aşamaları tanımlanmıştır. Analizin ön koşullarını sağlayan dokuz değişkenli ve yirmişer gözlemden oluşan bir veri setinden, bir faktör çıkarma yöntemi olan temel bileşenler analiziyle faktörler elde edilmiştir.

Farklı faktör rotasyonlarında kullanılan kriterler verilmiş ve bu kriterlerden yola çıkarak her veri seti için en uygun dönme açısını veren formülün elde edilişinin detaylı çözümü yapılmıştır.

Sonuç olarak orthomax, varimax, quartimax, equamax için elde edilen formüller, veri setinden elde edilen faktörlere uygulanmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Elle yapılan çözümlerin paket programlarla aynı sonuç verdiğine ve varimaxın en uygun seçenek olduğuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Faktör analizi, döndürme metodları, orthomax, varimax, quartimax, equamax

2019, 38 sayfa

ABSTRACT

M.Sc. Thesis
ROTATION METHODS OF FACTOR ANALYSIS
Ayşe Sümeyye CAN

Isparta University of Applied Sciences
The Institute of Graduate Education
Department of Animal Science

Supervisor: Assoc. Doç. Dr. Özgür KOŞKAN

In this thesis, factor analysis and rotation stage of multivariate analysis methods are examined. All stages of factor analysis have been defined. From a data set consisting of nine variables and twenty observations, which provide the preconditions for analysis, factors were obtained by the principal component analysis, a factor extraction method.

The criteria used in different factor rotations are given and detailed solutions of the formula giving the optimum rotation angle for each data set are given based on these criteria.

As a result, the formulas obtained for orthomax, varimax, quartimax, equamax were applied to the factors obtained from the data set and the results were compared.

Keywords: Factor analysis, method of rotation, orthomax, varimax, quartimax, equamax

2019, 38 pages

TEŞEKKÜR

Bu araştırma için beni yönlendiren, karşılaştığım zorlukları bilgi ve tecrübesi ile aşmamda yardımcı olan değerli Danışman Hocam Doç. Dr. Özgür KOŞKAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmamın hazırlanmasında yardımlarını gördüğüm İlknur ESKİMEZ'e teşekkür ederim.

Tezimin her aşamasını birlikte hazırladığımız, çözüme ulaştığımız her denklemde içimde atan kalbiyle sevincime ortak olan canım oğlum Selman'a dünyaya gelişinden sonra da çalışırken tanıdığı zaman için teşekkür ederim.

Ayşe Sümeyye CAN
ISPARTA, 2019

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

c	Özvektör
C	Faktör skor katsayıları matrisi
k	Değişken sayısı
KMO	Kaiser Maier Olkin Ölçütü
p	Verileri toplanan değişken sayısı
r	korelasyon katsayısı
T	Dönme matrisi
q	kısmi korelasyon sayısı
φ	Değişkenler arası ilişki düzeyi
$\bar{X}$	p adet değişkene ait ortalama vektörü
Λ	Faktör yükleri matrisi
γ	Orthomax kriteri için belirlenecek değer
θ	Kriterleri sağlayan optimum açı

1. GİRİŞ

Faktör analizinde amaç çok değişkenli bir veri matrisinin temelini oluşturan yapıyı açıklamaktır. Tek başına bir analiz olduğu gibi birçok çok değişkenli analiz tekniğinin öncü hazırlığı görevi de görebilmektedir. Verileri toplanan p adet değişken ile açıklanan yapıyı, kendi içlerinde ilişkili ancak aralarında ilişki bulunmayan daha az sayıdaki k adet değişkenle açıklamayı sağlayan yöntemler bütünüdür. Bu yöntemle elde edilen yeni değişkenlere faktörler/bileşenler de denilmektedir. Çok sayıdaki değişkenin aslında daha az sayıdaki değişkenlere açıklanıp açıklanamayacağını böylece görülmüş olur. Özet olarak faktör analizinin temel iki amacı değişken (boyut) indirgemek ve değişkenler arasındaki yapıyı araştırmak, diğer bir deyişle değişkenleri sınıflandırmaktır (Alpar, 2013). Faktör analizinde aralarında yüksek korelasyon olan değişkenler setinin bir araya getirilmesi suretiyle faktör adı verilen genel değişkenlerin oluşturulması söz konusudur.

Analizin aşamaları şu şekildedir:

a) Veri setinin uygunluğunun araştırılması
b) Faktör oluşturma aşaması
c) Değişkenlerin kaç faktör altında toplanacağına karar verilmesi
d) Faktör rotasyonu
e) Bulguların yorumlanması, faktörlerin isimlendirilmesi.

1.1. Veri Setinin Uygunluğun Araştırılması

Literatürde, veri matrisindeki gözlem sayısına ilişkin bir karar birlikteliği olmamakla birlikte, değişken başına 5 ile 10 katı arsında gözlemin olması iyi bir yaklaşım olarak kabul edilmektedir (Polat, 2012).

Veri matrisindeki orijinal değişkenler korelasyon matrisi ya da varyans-kovaryans matrisi gibi ikincil veri matrisine dönüştürülür. Analiz bu ikincil veri matrisinin yapısını özetlemeye çalışır. Dolayısıyla veri, Pearson korelasyon katsayısını uygulayabilecek yapıda olmalıdır. Aynı zamanda en önemli şartlardan biri olarak korelasyonların faktörleşmeyi sağlayacak büyüklükte olması verilebilir. Bu aralık (0.30-0.90) olarak kabul görmüştür. Korelasyon katsayılarının yanı sıra bakılması gereken diğer bir unsur, kısmi korelasyon katsayısıdır. Kısmi korelasyon, diğer değişkenlerin etkisi diğer her iki değişken üzerinden arıtıldıktan sonra iki değişken arasındaki ilişki katsayısıdır. Dolayısıyla kısmi korelasyon yüksekse faktör analizi uygulamak anlamlı değildir. Değişkenler arasındaki bağımlılığın da faktörleşmeye elverişli olacak ölçüde olması gerekir. Bunu incelemenin birkaç yolu vardır; Korelasyon matrisinin determinantına bakmak bunlardan biridir. Bu değer sıfıra yaklaştıkça bağımlılık artacaktır. Değişkenler arasındaki ilişki düzeyi aşağıdaki eşitlik yardımı ile hesaplanan $\boldsymbol{\varphi}$ değeriyle de ölçülebilir. İlişki düzeyi arttıkça değer 1'e, azaldıkça 0'a yaklaşır.

$$\boldsymbol{\varphi} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p} r^2 - p}{p(p-1)}} \tag{1.1.}$$

Bunların yanı sıra en yaygın kullanılan diğer ölçüt de KMO örneklem yeterliği ölçüsüdür (Khalaf, 2007);

$$KMO = \frac{\sum_{i \neq j}\sum r_{ij}^2}{\sum_{i \neq j}\sum r_{ij}^2 + \sum_{i \neq j}\sum q_{ij}^2} \tag{1.1.1}$$

r korelasyon katsayısı, q kısmi korelasyon katsayısı olmak üzere bu eşitliği yorumlamada kullanılan Çizelge 1.1'de verilmiştir.

Çizelge 1.1. KMO değerine göre örneklem yeterliliği (Alpar, 2013)

KMO	Örneklem Yeterliliği
0.90-1.00	*Çok iyi*
0.80-0.89	İyi
0.70-0.79	Orta
0.60-0.69	Kötü
0.50-0.59	Çok kötü
0.50 >	Kabul edilemez

1.2. Faktör Oluşturma Aşaması

Faktör analizinde en temel adım faktör oluşturma aşamasıdır. Bu adım birbirinden farklı fakat aynı zamanda birbiriyle ilişkili teknikleri içerir.

Bunlar:

a) Temel bileşenler analizi,
b) Temel eksen faktörü,
c) Ağırlıksız en küçük kareler,
d) Genelleştirilmiş en küçük kareler,
e) Maksimum olabilirlik,
f) Alfa faktörü ve
g) Görüntü faktörü şeklindedir (Süzülmüş, 2005).

Bunlardan en yaygın olarak kullanılanı temel bileşenler analizidir. Bu yöntem aslında orijinal veri matrisinden elde edilen ikincil veri matrisinin yapısını özetlemeye çalışır. İkincil veri matrisi varyans kovaryans matrisi ya da korelasyon matrisi olabilir. Bu yol ile toplam varyans analiz edilir. Toplam varyans ise değişken sayısına eşittir. Bu yöntemde, değişkenler arasındaki maksimum varyansı açıklayan birinci faktör hesaplanır. Kalan maksimum miktardaki varyansı açıklamak için ikinci faktör hesaplanır. Bu durum dikkate alınacak faktörler adedince tekrarlanır. Burada önemli olan nokta analiz sonucu elde edilen faktörlerin ortogonal olması yani aralarında korelasyon olmamasıdır.

Faktör yükleri matrisi, hangi değişkenin hangi faktöre katkısı ne kadardır sorusuna cevap verir. Her bir faktördeki faktör yükleri herbir değişkenin o faktöre katkısının bir ölçüsüdür. Diğer bir ifadeyle ilgili değişken ile ilgili faktör arasındaki korelasyon katsayısı faktör yüküdür. Buradaki yükler (ağırlıklar) korelasyon katsayıları olduğundan, -1 ile +1 arasındadır ve şöyle sınıflandırılabilir:

- 0.30-0.40 kabul edilebilir
- 0.50-0.70 uygulama anlamlılığı var
- 0.70 ve üzeri yapıyı iyi açıklayan yükler

Burada elde edilen bir başka veri açıklanan varyans yani özdeğerlerdir. Her bir faktördeki faktör yüklerinin karelerinin toplamına eşittir. Tek başına bir faktör yükünün karesi alındığında o değişkenin ilgili faktör tarafından açıklanan varyansı elde edilir. Bunların yanı sıra herhangi iki değişkenin yükleri çarpımlarının toplamı, ilgili iki değişkenin arasındaki korelasyon katsayısını verir.

1.3. Değişkenlerin Kaç Faktör Altında Toplanacağına Karar Verilmesi

Faktörler oluşturulduktan sonra önemli bir aşama da hangi faktörlerin dikkate alınacağına karar vermektir. Faktör analizi yöntemleriyle çıkartılacak faktörlerin kaçının ve hangilerinin dikkate alınacağı ya da kaç tane faktör çıkarılacağına karar vermek için bazı yöntemler şöyledir: (Khalaf, 2007).

Özdeğer ölçütü: sadece özdeğeri 1'den büyük olan faktörlerin dikkate alınması esasına dayanır.

Açıklanan varyans ölçütü: özdeğerler bulunduktan sonra

$$\left(\sum_{j=1}^{m} \lambda_i / p\right) \geq 2/3 \qquad (1.3.)$$

koşulunun sağlandığı en küçük m değeri önemli temel bileşen sayısı olarak belirlenir.

Yamaç grafiği yaklaşımı: x ekseni faktör numarası, y ekseninde ise ilgili faktörün özdeğeri yer alma üzere bir grafik çizilir. Bu grafikte eğime bakılır ve eğimin çok azaldığı faktör numarasına kadar olan faktörler dikkate alınır.

Joliffe ölçütü: Özdeğeri 0,7 ve daha büyük olan faktörler dikkate alınır.

Toplam varyansın yüzdesi: Her ilave faktörün toplam varyansın açıklanmasına katkısı %5'in altına düşene kadar faktörler dikkate alınır. Bunların dışında eğer isterse araştırmacı faktör sayısına kendisi de karar verebilir.

1.4. Faktör Rotasyonu

Bu tezin asıl üzerinde duracağı aşama ise faktör rotasyonlarıdır. Bir faktör analizi yöntemiyle elde ettiğimiz ve dikkate alacağımız faktörler, bazen yorumlanması zor ve karmaşık yapıda olabilir. Bu durumda yorumlamada açıklık ve bağımsızlık sağlamak amacıyla eksen döndürmesi yapılarak değişkenlerin bir faktördeki yükü artırılırken bir faktördeki yükü azaltılmaya çalışılır (İlhan,2007).

Sonuç olarak her faktörde ağırlıklı olarak etkili olan değişkenler bulunur. Faktör döndürme işlemleri dik ve eğik döndürme yöntemleri olarak iki başlıkta incelenir. Dik döndürme yöntemiyle bağımsız faktörler elde edilirken eğik döndürme yöntemlerinde ilişkili faktörler türetilir. Her iki yöntemin de kullanılmasının yerine göre avantajı ve dezavantajı olabilir. Yine de dik döndürme yöntemleri çalışmalarda daha çok tercih edilmiştir.

1.5. Bulguların Yorumlanması Faktörlerin İsimlendirilmesi

Döndürülmüş faktör yükleri matrisi faktör analizinin nihai sonucudur. Bir değişken hangi faktör altında mutlak değer olarak büyük ağırlığa sahipse o değişken o faktörle yakın ilişkiye sahip demektir. Örneğin birinci faktör altında en büyük ağırlığa sahip olan A B C değişkenlerinin aynı ortak başlık altında isimlendirilebileceği söylenebilir. Aynı şekilde ikinci ve üçüncü faktörler için de bir isimlendirme yapılabilir. Böylece dikkate alınacak faktör sayısı kadar alt başlıkta daha çok sayıdaki değişkenlerimiz özetlenmiş olur.

2. KAYNAK ÖZETLERİ

Saraçlı (2011), faktör analizinde rotasyonları karşılaştırdığı ve bir uygulama yaptığı bu çalışmasında faktör analizi ve döndürme metotları üzerine bilgi vermiş ardından 18 değişken ve 185 gözlemden oluşan bir veri setine paket programlar yardımıyla, varimax, quartimax, equamax, promax ve oblimin döndürme yöntemlerini uygulamıştır. Döndürülmüş faktör yüklerinin arasındaki uyumu belirterek sonuçta varimax döndürme yöntemine en yakın olarak sırasıyla equamax, promax, oblimin, quartimax olduğunu belirtmiştir.

Tozluca (2009), faktör analizini tarımsal çalışmalarda elde edilen verilere uyguladığı bu çalışmasında yerli koyun ırklarında yapılan kuzu besisi denemesi sonunda 46 kuzudan elde edilen vücut ölçülerine ait veriler kullanmıştır. Analizin elle yapılmasında faktör çıkarma yöntemlerinden olan çoklu gruplandırma yöntemi uygulanmış fakat paket programla yapılırken temel bileşen yöntemi seçilmiştir. Bu nedenle sonuçlarda farklılık gözlemlenmiştir. Rotasyon yöntemi olarak ise sadece varimax uygulanmıştır. Sonuç olarak 8 değişken 2 faktörle özetlenmiş ve faktör analizinin tarımsal araştırmalarda kullanımı örneklendirilmiştir.

Atan vd. (2002), üniversite öğrencilerinin eğitim başarılarını etkileyen faktörlerin incelendiği 52 maddelik bir ölçeğe faktör analizi uygulamışlardır. Çalışmasında faktör analizi ve faktör analizi modeli üzerine bilgi verildikten sonra uygulama sonuçları verilmiş ve 52 maddenin 8 madde ile özetlenebildiği sonucuna ulaşılmıştır.

Şahar (2006), meyve özelliklerindeki farklılığın ortaya konmasında kullanılabilecek olan faktör analizi ve diskriminant analizi uygulamasını yapmıştır. Faktör ve diskriminant analizinin uygulanmasıyla ilgili bilgi verdikten sonra uygulama sonuçlarını vermiştir. Hem faktör analizi hem de diskriminant analiziyle incelenen iki anaç üzerinde meyve özelliklerinin bariz farklılıklar ortaya koyduğuna işaret etmiştir. Çalışmasında sonuçların diskiriminant analizinin faktör analizine göre daha anlaşılır olduğuna ulaşmıştır.

Khalaf (2007), çalışmasında faktör analiziyle ilgili bilgi verip bununla ilgili bir uygulama olarak 81 ildeki yataklı tedavi kurumlarını karşılaştırmayı amaçlamıştır. Sekiz değişkene bağlı olarak inceleme yapmış ve verilere uyguladığı faktör analizi sonucunda 2 değişkene indirgemiştir. Faktör skorlarına göre ayrı ayrı sıralama yaparak sonuçları karşılaştırmıştır.

Öngen (2010), doğrulayıcı faktör analizi ve uygulamasıyla ilgili yaptığı çalışmada, ilk olarak çok değişkenli analizler, faktör analizi, doğrulayıcı ve açıklayıcı faktör analizinin benzerlikleri açıklanmıştır. İkinci aşamada ise doğrulayıcı Faktör Analizine ilişkin temel kavramlar, modelin aşamaları, varsayımları, uyum iyiliği ölçütleri ve modifikasyon indekslerine yer verilmiştir. Son olarak doğrulayıcı faktör analizinin uygulaması yapılmıştır.

Süzülmüş (2005), çalışmada araştırmacı faktör analizi modelinin belirlenmesi, boyut indirgeme anlamında kullanılan temel bileşenler analizi incelenerek faktör analizi modeli ile benzerliği ve farklılığını araştırmıştır. Faktör çıkarma yöntemleri anlatılmış ve sonrasında yapılan sayısal uygulamayla çalışma desteklenmiştir. Çalışmasının sonunda 14 değişkenini faktör analiziyle 4 faktör altında toplamıştır.

Polat (2012), çalışmada farklı faktör çıkarma yöntemleri, farklı rotasyon yöntemleri dikkate alınarak faktör analizi kapsamlı olarak açıklanmış sonrasında farklı besi denemesine tabi tutulan kuzulardan elde edilen verilere faktör analizi uygulanmıştır. SPSS paket programı ile analizin tüm adımları gösterilerek çıktıları yorumlanmıştır. Böylece hayvancılık denemesinde faktör analizinin nasıl kullanılacağı örneklendirilmiştir.

Bernaards ve Jennrich (2003), çalışmada faktör yükleri matrisinde basit yapı ve orthomax rotasyonunu irdelemişlerdir. Faktör yük matrisinde en az bir satır birden fazla sıfırdan farklı elemana sahipse basit yapıya sahip olacağı ve orthomax yöntemindeki γ parametresi 0 ile 1 arasında değer aldığında basit yapıya ulaşılacağı açıklanmış ve bu kritere sahip olan rotasyona örnek olarak quartimax ve varimax verilmiştir.

Corner (2009), doğrulayıcı ve açıklayıcı faktör analizinde doğru rotasyon seçimine dair yapılan bu çalışmada rotasyonun çıkış noktası ve amacı açıklanmıştır. Ardından sayısal verilere bazı rotasyon yöntemleri uygulanmış ve Thurstonenun basit yapı kriterleri verilerek, basit yapıya en çok yaklaşan yöntemin uygulanması gerektiği belirtilmiştir.

Abdi (2003), faktör analizindeki faktör rotasyonlarının incelendiği bu çalışmada ne zaman ve niçin rotasyona başvurulduğu açıklanmış, dik döndürme yöntemlerinden varimaxın uygulamasına yer verilmiştir. Eğik döndürme yöntemlerinde promax açıklanarak uygulamasına yer verilmiş ve en son iki yöntem karşılaştırılmıştır. Son olarak faktörler için en doğru rotasyona ulaşma yolunun, yöntemlerin sonuçlarına bakarak karar vermek olduğu söylenmiştir.

Akhtar-Danesh (2017), çalışmada faktör analizinin Q metodu açıklanmış ve farklı faktör çıkarma yöntemleri, farklı rotasyon yöntemlerine yer verilmiştir. Birbirinden farklı 3 veri setinde varimax, equamax ve quartimax uygulanarak sonuçları karşılaştırılmıştır. Son olarak araştırmacı Quartimaxı, varimax ve equamaxa göre daha ayırt edici bulmakla birlikte sonuçların kesin bir gerçeklik olarak genellenemeyeceğini söylemiştir.

Kaiser (1958), analitik rotasyonlar için varimax kriteri üzerine yapılan çalışmada quartimax ile varimax kriterleri verilmiş ardından varimax kriteri ve bununla ilgili dönüş açısı ile ilgili eşitlik elde edilmiştir.

Finch (2011), faktör rotasyonlarının karşılaştırılması üzerine yapılan çalışmada faktör rotasyonları üzerine bilgi verilerek varimax, quartimax, quartimin, equamax, parsimax, geomin, promax, facparsim kriterleri çizelge olarak verilmiştir. Teorik bilgiler iki faktörlü bir similasyon çalışmasıyla desteklenmiştir. Ulaşılan sonuç ise rotasyon yönteminin verinin türüne göre değişebileceğidir.

Darton (1980), çalışmanın konusu faktör analizindeki faktör rotasyonlarıdır. Faktör analizi modeli, faktör çıkarma yöntemlerinden, temel faktör analizi, maksimum olabilirlik yönteminin teorik olarak açıklaması yapılmıştır. Faktör rotasyonu başlığı altında ise basit yapı kriterleri açıklanmış ve grafiksel rotasyon anlatılmıştır. Analitik rotasyon başlığı altında quartimax ve varimax kriterleri ile eğik yöntemlerden direk obilimin kriteri verilmiştir. Çalışma faktör rotasyonun analitik yöntemlerinin örneklenmesiyle desteklenmiştir.

3. MATERYAL VE METOT

3.1. Temel Eşitlikler

Faktör analizinin her bir aşaması ve verilerin düzenlenmesi bir dizi işlem gerektirmektedir. Bu işlemlerle ilgili gerekli formüller ve uygulanışları şöyledir:

3.1.1. Verilerin standardizasyonu

$X_{n\times p} = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$ p adet değişken ve n adet gözleme sahip bir veri setinde;

j.değişken ortalaması;

$$\bar{X}_j = \sum_{j=1}^{n} x_{ij}/n \qquad \text{(j=1,...p)} \qquad (3.1.1.)$$

Her bir veri için ortalamadan sapma;

$$\dot{x}_{ij} = x_{ij} - \bar{X}_j \qquad (3.1.1.1)$$

bu durumda varyans ve kovaryans;

$$s_j^2 = \frac{\sum \dot{x}_{ij}^2}{n-1} \qquad (3.1.1.2)$$

$$s_{jk}^2 = \frac{\sum \dot{x}_{ij} \ \ \dot{x}_{ik}}{n-1} \qquad (3.1.1.3)$$

olmak üzere standartlaşmış gözlem değeri;

$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{s_j}$ iken standartlaşmış gözlemlerden oluşan yeni veri matrisimiz;

$$Z_{n\times p} = \begin{bmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & \cdots & z_{np} \end{bmatrix} \qquad (3.1.1.4)$$

olur.

3.1.2. Varyans kovaryans ve korelasyon matrisi

Standardize edilmiş verilerde varyans kovaryans matrisi ile korelasyon matrisi aynı çıkacaktır.

$\bar{X}$, p adet değişkene ait ortalama vektörü olmak üzere, herbir değişken için varyanslar ve değişkenler arasındaki kovaryanslar;

$$S = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(X_i - \bar{X})' = \frac{1}{n}[XX' - n\bar{X}\bar{X}'] \qquad (3.1.2.)$$

ile hesaplanır.

$S_{p\times p}$ matrisinde s_{ij} değerleri i=j için varyanslar i≠j için kovaryansları göstermektedir.

Değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren korelasyon matrisi ise;

D köşegen elemanları varyanslar olan p×p boyutlu köşegen matrisi göstermektedir.

$$R = D^{-\frac{1}{2}}SD^{-\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} r_{11} & \cdots & r_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p1} & \cdots & r_{pp} \end{bmatrix} \text{dir.} \qquad (3.1.2.1.)$$

3.1.3. Özdeğer ve özvektörler

Bir S matrisinin özdeğerlerini hesaplamak için

$$|S - \lambda I| = 0 \qquad (3.1.3.)$$

eşitliğini sağlayan λ değerleri bulunur.

Özvektörler için ise her bir λ için

$$Sx = \lambda x \qquad (3.1.3.1)$$

eşitliği kurularak x vektörleri bulunur.

Bu şekilde bulunan λ özdeğerlerinin büyükten küçüğe sıralanışı dikkate alınarak buna mukabil bulunan her bir özvektörü sırayla sütun kabul eden matrise de özvektörler matrisi denir.

3.1.4. Faktör yükleri matrisi

Faktör analizinde önemli bir matris rotasyonlu olmayan faktör matrisi $''\Lambda''$ dir. c_S, S varyans kovaryans matrisine ait özvektörler matrisi ve $D_{\sqrt{\lambda_S}}$ ise S varyans kovaryans matrisine ait özdeğerlerin kareköklerinin köşegen matrisi olmak üzere;

$$\Lambda = c_S \times D_{\sqrt{\lambda_S}} \tag{3.1.4}$$

Rotasyonlu olmayan faktör yükleri matrisidir.

3.1.5. Faktör skorları matrisi

Paket programların çıktı olarak sunduğu bir diğer önemli veri matrisi faktör skorları matrisidir. Faktör skorları, orijinal değişkenleri temsil eden ve onların yerine kullanılabilecek olan boyutu indirgenmiş değişkenlerdir (Alpar, 2013).
Faktör skor katsayıları matrisi C iken;

$$C = (\Lambda.\Lambda')^{-1}.\Lambda \tag{3.1.5}$$

eşitliğinden buluruz. Satırlar gözlem, sütunlar faktördür. Eğer standardize veriler ile bulunan bu faktör skor katsayıları matrisini çarparsak bir diğer önemli çıktı olarak faktör skorları elde edilir.

3.2. Faktör Yükleri Matrisinin Rotasyonu

Faktör analizinin aşamalarında sona doğru gelince karşımıza çok seçenekli bir aşama çıkar; faktör döndürme işlemleri. Bu konuda, araştırmacının elde ettiği önemli faktörleri, ''bağımsızlık, yorumlamada açıklık ve anlamlılık'' sağlamak amacıyla bir eksen döndürmesine tabi tutulabileceği, eksenlerin döndürülmesi sonucunda değişkenlerin bir faktördeki yükü artarken diğer faktördeki yükünün azalacağı, böylece her bir faktörde ağırlıklı olarak etkili değişkenlerin bulunacağı ve faktörlerin daha kolay yorumlanabileceği literatüre geçmiştir (Polat, 2012).

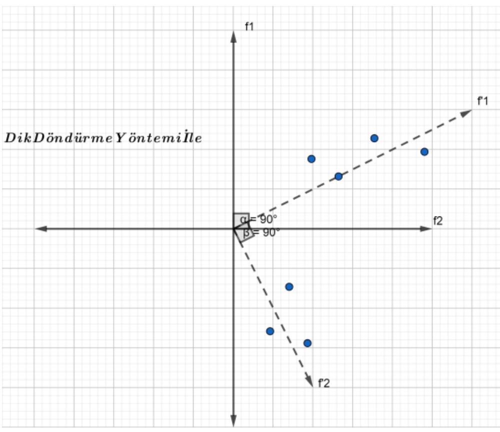
Çizelge 3.1. İlk çözüm ile döndürülmüş çözüm arasındaki farkın gösterilmesi (Darton, 1980)

İlk çözüm		
F1	F2	F3
*	*	
*	*	*
*	*	*
*		*
*	*	*
*	*	
*		*

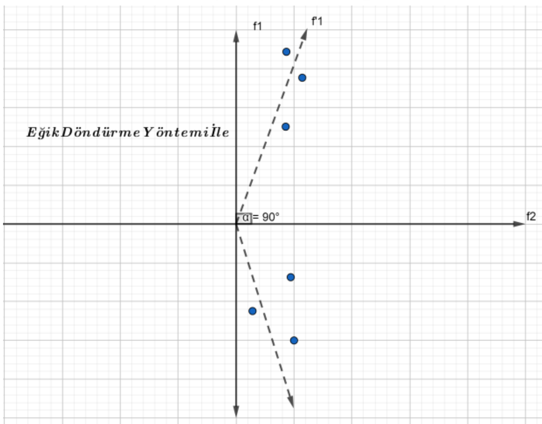
Döndürülmüş çözüm		
F1	F2	F3
*		
*		
*	*	
	*	
	*	
	*	*
		*

Çizelge 3.1'de görüldüğü gibi ilk çözümlerdeki yükler faktörler altında düzgün sınıflanmamışken, döndürme işlemi sonunda faktörlere ait yükler daha açık ve anlamlı sınıflanmış haldedir.

Bu döndürme işlemi iki faktörlü bir yapı için grafiksel gösterimden yararlanarak aşağıdaki şemayla açıklanabilir. Burada eksenler faktör, değişkenlerin koordinatları ise o faktöre ait yük değeridir.



Şekil 3.1. Dik Döndürme Yöntemi



Şekil 3.2. Eğik Döndürme Yöntemi

Yapılabilecek döndürme yöntemleri dik ve eğik olarak sınıflandırılır. Hangisinin tercih edileceği ise büyük ölçüde araştırmacıya bağlı olmakla birlikte faktörler arası korelasyon ve varyans değerlerine de bağlıdır (Corner, 2009). Bu yöntemler şöyledir:

Quartimax yöntemi

Değişkenleri mümkün olduğunca az sayıda faktörle açıklamaya çalışan bir dik döndürme yöntemidir. Faktör yüklerinin dördüncü kuvvetlerinin fonksiyonunun maxsimum olmasını sağlar. Bir değişkeni yalnız bir faktöre ait kılmaya çalışır.

Varimax yöntemi

Kaiser'in bulduğu bu dik döndürme yöntemi de quartimax yönteminin düzenlenmesiyle elde edilir. Öncelikle yükler normalize edilir ve sonra varyanslarının toplamının maksimizasyonu hedeflenir. Böylece az sayıda yüksek, çok sayıda düşük yüklenmiş faktörlerin elde edilmesi istenir. Her bir faktörde yüksek yüke sahip faktör sayısını minimum yapar (Polat, 2012).

Orthomax yöntemi

Kriter kabul edilen fonksiyonun içerdiği γ parametresi ile dik döndürme yöntemlerinin genel formu olarak da kabul görebilir. Thurstone'nun basit yapı kriterini sağlamak amacıyla bu parametre 0 ile 1 arasında değer alabilir (Bernaards ve Jennrich, 2003). Bu sayede quartimax ve varimax başta olmak üzere birçok dik döndürme yöntemi elde edilebilir.

Equamax yöntemi

Equamax yöntemi ise orthomax yönteminin fonksiyonundaki γ parametresi faktör sayısının yarısı olacak şekilde alınarak elde edilen fonksiyonun maksimizasyonunu hedefler.

Oblimax yöntemi

Saunders (1961), tarafından geliştirilen eğik döndürme yöntemidir. Analitik olarak düşünülürse, basıklık katsayısını maximum yapan faktör eksenlerini bulmayı amaçlar. Bunu yaparken basıklık katsayısındaki yani oblimax kriterindeki yük parametresi, kriteri maksimum yapacak şekilde konumlandırılmış birim vektörler cinsinden yazılır, kriterin türevi sıfıra eşitlenir. Bu şekilde yapılan çözümden gelen uygun birim vektörler eksenlerin döndürülmüş halidir.

Quartimin yöntemi

Carroll (1953)'un savunduğu bir eğik döndürme yöntemidir. Faktör yükleri karelerinin çarpımlar toplamının minimum olması amaçlanır. Hesaplamak zor olduğundan ve oblimax yönteminin sonuçlarına yakın olduğundan pek tercih edilmemektedir.

Covarimin yöntemi

Carroll (1953)'un geliştirdiği C fonksiyonunu minimum yapacak kaynak eksen yapı değerleri bulmayı hedefler (Polat, 2012).

Biquartimin yöntemi

Quartimin ve covarimin yönteminde kullanılan fonksiyonlarla oluşturulmuş biquartimin fonksiyonu minimum yapılmaya çalışılır.

Direk oblimin yöntemi

Yine quartimin ve covaramin fonksiyonların bu kez özel bir yöntemle hesaplanan ağırlık katsayılarıyla ağırlıklandırarak elde edilen oblimin fonksiyonun minimum olmasını hedefler. Bu yöntem faktörleri basitleştirmek için yüklerin çapraz çarpımını minimize eder ve faktörler arasında yüksek korelasyon sağlar (Akhtar-Danesh, 2017).

Binoramin yöntemi

Oblimin yönteminin bir türüdür. Kendine özgü olan bir E fonksiyonunun minimum olması hedeflenir. Eğik döndürme yöntemidir.

Promax yöntemi

Ortogonal faktörleri eğik yönlerde döndürür. Temeli varimaxa dayanır. Bu dönüşüm tüm yüklerin değerini düşürür. Küçük değerler daha küçük olurken büyük değerler o kadar etkilenmez. Özelliklerin yüksek oranda korelasyon gösterdiği durumda varimaxa göre daha net yansıtan bir dönüşüm olduğu söylenmiştir (Finch, 2006).

3.2.1. Dik döndürme yöntemleri

Bu yöntemler dizisinde döndürme kriterlere göre bir optimum açı bulunarak yapılır. Eksenlerin her ikisi de aynı yönde aynı açıyla döndüğünden ortogonallik korunur ve bu yüzden de dik döndürme yöntemleri olarak adlandırılır. Yine bu dikliğin bir sonucu olarak faktörler istatistiksel olarak ilişkisizdir. Bu yöntemlerin farklılaşması ise optimum açıya karar verirken kabul gören kriterler sebebiyledir.

Dik döndürme yöntemlerinde, döndürülmemiş faktörlerin ortak varyansı ile döndürülmüş faktörlerin ortak varyansı eşittir ancak döndürülmeyle birlikte açıklanan varyans değişir. Aynı zamanda faktörlerin sırası da değişebilir.

Bu yöntem için seçenekler, orthomax, varimax, quartimax, equamax'tır. Yöntemlerin kriterleri, yani diğer bir ifadeyle döndürme işleminden sonra maximum değer vermesi istenen fonksiyonları, Çizelge 3.2.'deki gibidir (Finch, 2011; Kaiser, 1958).

Çizelge 3.2. Dik döndürme yöntemlerinin kriterleri

ORTHOMAX	$\sum \left(\sum \ (a^4) - \gamma\left(\sum \ \ a^2\right)^2\right)$
VARIMAX	$\sum \left(\left\{n\sum \ (a^4) - \left(\sum \ \ a^2\right)^2\right\}/n^2\right)$
QUARTIMAX	$\sum \left(\sum \ \ a^4\right)$
EQUAMAX	$\sum \left(\sum \ \ a^4 - \frac{k}{2}\left(\sum \ \ a^2\right)^2\right)$

Fonksiyonlar incelenirse, kriterlerin birbiri arasındaki fark ve benzerliğin orthomax kriterinin γ ya bağlı genel bir form olduğu, $\gamma = 0$ iken quartimax, $\gamma = 1$ iken varimax, $\gamma = \frac{k}{2}$ iken equamax kriterlerini verdiği görülür (Browne, 2001).

Her biri farklı araştırmacılar tarafından geliştirilen bu fonksiyonlar ortogonal döndürme kriteri olarak adlandırılır. Bu kriterleri maximize eden dönme açısı her iki faktörü döndürürken ayrı ayrı hesaplanır. Örneğin rotasyonlu olmayan faktör yükleri matrisinin ilk üç faktörü araştırmacı için yeterli olacaksa, 1. ve 2. Faktörler için açı bulunur ve döndürülür, 1. ve 3. Faktörler için açı bulunur ve döndürülür, 2. ve 3. Faktörler için açı bulunur ve döndürülür. Bu şekilde ikili ikili tüm dönme işlemleri dönme açısı sıfıra yakınsayana kadar devam edilir. Tamamlandığında rotasyonlu faktör yükleri, matris halinde ifade edilebilir.
Döndürme işlemleri için bir açı bulunması gerektiği ifade edilmişti. Kriterler için belirlenen fonksiyonlar ise faktör yüklerine bağlı fonksiyonlardır. Bu kriterlerden bir dönme açısına nasıl ulaşılacağı ise aşağıda genel olarak ifade edilmiş ve sonrasında her bir kriter için açı veren formüllerin elde edilişi verilmiştir.

x_i : i. Sıradaki 1. Faktöre ait henüz dönme işlemi yapılmamış faktör yükü
y_i : i. Sıradaki 2. Faktöre ait henüz dönme işlemi yapılmamış faktör yükü
X_i : i. Sıradaki 1. Faktöre ait dönme işleminden sonraki faktör yükü
Y_i : i. Sıradaki 2. Faktöre ait dönme işleminden sonraki faktör yükü

Olmak üzere, aralarındaki ilişki matematiksel olarak şöyle ifade edilir (Kaiser, 1958):

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & y_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots \\ X_n & Y_n \end{bmatrix} \qquad (3.2.1.)$$

Burada $\begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{bmatrix}$; ϴ açısıyla dönme matrisidir (Abdi, 2003).

Öyleyse bu matris çarpımından;

$$X_i = x_i cos\theta + y_i \sin\theta$$
$$Y_i = -x_i sin\theta + y_i cos\theta \qquad (3.2.1.1.)$$

elde edilir. Buradan aynı zamanda θ ya göre türevleri;

$$dX_i = Y_i$$
$$dY_i = -X_i \qquad (3.2.1.2.)$$

eşitliklerini verir.

Verilen ortogonal döndürme kriterlerinde

a_{1i} yerine $X_i = x_i cos\theta + y_i \sin\theta$

a_{2i} yerine $Y_i = -x_i sin\theta + y_i cos\theta$

yazılır ve bu döndürme kriterleri bir fonksiyon belirttiğine göre θ ya göre türevi alınıp sıfıra eşitlenirse, buradan gelecek θ değeri, yani dönme açısı, kriteri maksimum ya da minimum yapan açı değeri olacaktır.

Burada dönme açısı, bulunan bu θ açısı olarak alınırsa döndürme işlemi sonrasında elde edilen X_i, Y_i yeni faktör yükleri, döndürülmüş faktörleri oluşturacaktır.

Şimdi her bir ortogonal döndürme kriteri için bu işlem yapılarak, her bir kriter için optimum θ açı değerini bulduracak formüller elde edilecektir. Bu formülün en son halinde, döndürülmemiş yani ilk faktör yükleri yerine yazılarak θ açısı bulunacaktır. Sonrasında dönme matrisinde bu θ açısı yerine yazılarak matris çarpımıyla dönmüş faktörlere ulaşılır.

3.2.1.1. Orthomax

Orthomax kriterini sağlayan optimum θ değerini bulmak için:

$\varrho = n.\sum \ (X^2)^2 - \gamma\left(\sum \ X^2\right)^2 + n.\sum \ (Y^2)^2 - \gamma\left(\sum \ Y^2\right)^2$

ifadesinin türevi alınır, türev işleminde eşitlik (3.2.1.2.) den yararlanıldığında:

$n.\left(\sum \ 4X_i^3 Y_i\right) - 2\gamma\left(\sum \ X_i^2\right).\left(\sum \ 2X_i Y_i\right) + n.\left(\sum \ -4Y_i^3 X_i\right) - 2.\gamma\left(\sum \ Y_i^2\right).\left(\sum \ -2Y_i X_i\right)$

ifadesi sıfıra eşitlenip ortak çarpanlarının parantezine alındığında:

$4.n.\left(\sum \ X_i^3 Y_i\right) - 4\gamma\left(\sum \ X_i^2\right).\left(\sum \ X_i Y_i\right) + 4.n.\left(\sum \ -Y_i^3 X_i\right) -$
$4.\gamma\left(\sum \ Y_i^2\right).\left(\sum \ -Y_i X_i\right) = 0$
$n.\sum \ XY(X^2 - Y^2) - \gamma\sum \ XY \ \sum \ (X^2 - Y^2) = 0$

bu denklemde eşitlik (3.2.1.1.) i yerine yazıldığında:

$n.\sum \ \big((x_i cos\theta + y_i sin\theta).(-x_i sin\theta + y_i cos\theta).((x_i cos\theta + y_i sin\theta)^2) - (-x_i sin\theta +$
$y_i cos\theta)^2\big) = \gamma.\Big(\sum \ (x_i cos\theta + y_i sin\theta).(-x_i sin\theta + y_i cos\theta)\Big).\big(\sum \ ((x_i cos\theta + y_i sin\theta)^2 -$
$(-x_i sin\theta + y_i cos\theta)^2)\big)$

elde edilen bu eşitliğin sağ ve sol tarafı ayrı ayrı düzenlenir. Eşitliğin sol tarafı için;

$n.\sum \ (-x_i^2 cos\theta.sin\theta + x_i y_i cos^2\theta - x_i y_i sin^2\theta + y_i^2 sin\theta.cos\theta).(x_i^2 cos^2\theta +$
$y_i^2 sin^2\theta + 2x_i y_i cos\theta\ sin\theta - x_i^2 \sin^2\theta + 2x_i y_i cos\theta\ sin\theta - y_i^2 \cos^2\theta)=$

$n.\sum \ \left(\left(\frac{sin2\theta}{2}(y_i^2 - x_i^2) + x_i y_i cos2\theta\right).(2x_i y_i sin2\theta + (x_i^2 - y_i^2)cos2\theta)\right) =$

$$n.\sum\left(x_i y_i\left(y_i^2-x_i^2\right)sin^2 2\theta+sin4\theta\,\frac{\left(x_i^2-y_i^2\right)^2}{-4}+x_i^2y_i^2sin4\theta+cos^2 2\theta\,x_iy_i\left(x_i^2-y_i^2\right)\right)=$$

$$n\sum\left(x_iy_i\left(x_i^2-y_i^2\right).cos4\theta+sin4\theta\left(x_i^2y_i^2-\frac{\left(x_i^2-y_i^2\right)^2}{4}\right)\right)$$

Eşitliğin sağ tarafını düzenlendiğinde:

$$\gamma.\left(\sum\left(-x_i^2\frac{sin2\theta}{2}+x_iy_icos2\theta+y_i^2\frac{sin2\theta}{2}\right)\right).\left(\sum\left(cos^2\theta(x_i^2-y_i^2)+\right.\right.$$
$$\left.\left.sin^2\theta(y_i^2-x_i^2)+2x_iy_isin2\theta\right)\right)=$$

$$\gamma.\left(\sum\left(\frac{sin2\theta}{2}(y_i^2-x_i^2)\right)+\sum\left(x_iy_icos2\theta\right)\right).\left(\sum\left((x_i^2-y_i^2).cos2\theta\right)+\right.$$
$$\left.\sum\left(2x_iy_isin2\theta\right)\right)=$$

$$\gamma\left(\frac{sin4\theta}{4}\left(\left(\sum(y_i^2-x_i^2)\right)\left(\sum(x_i^2-y_i^2)\right)\right)+cos4\theta\left(\left(\sum(x_i^2-y_i^2)\right)\left(\sum x_iy_i\right)\right)+\right.$$
$$\left.sin4\theta\left(\left(\sum x_iy_i\right)^2\right)\right)=$$

$$\gamma\left(\frac{sin4\theta}{4}\left[\left(4\left(\sum x_iy_i\right)^2\right)-\left(\sum(x_i^2-y_i^2)\right)^2\right]+cos4\theta\left(\left(\sum(x_i^2-y_i^2)\right)\left(\sum x_iy_i\right)\right)\right)$$

Sağ ve sol taraf birbirine yeniden eşitlenip ve düzenlendiğinde:

$$n\sum\left(x_iy_i(x_i^2-y_i^2).cos4\theta+sin4\theta\left(x_i^2y_i^2-\frac{\left(x_i^2-y_i^2\right)^2}{4}\right)\right)=$$
$$\gamma\left(\frac{sin4\theta}{4}\left[\left(4\left(\sum x_iy_i\right)^2\right)-\left(\sum(x_i^2-y_i^2)\right)^2\right]+cos4\theta\left(\left(\sum(x_i^2-y_i^2)\right)\left(\sum x_iy_i\right)\right)\right)$$

$$sin4\theta\left[\left(n.\sum x_i^2y_i^2-\frac{\left(x_i^2-y_i^2\right)^2}{4}\right)-\frac{\gamma}{4}\left(4\left(\sum x_iy_i\right)^2-\left(\sum(x_i^2-y_i^2)\right)^2\right)\right]=$$
$$cos4\theta\left[\gamma\left(\sum(x_i^2-y_i^2)\right)\left(\sum x_iy_i\right)-n\sum x_iy_i.(x_i^2-y_i^2)\right]$$

$$tan4\theta = \frac{\left[\gamma\left(\sum (x_i^2-y_i^2)\right)\left(\sum x_i y_i\right)-n\sum x_i y_i.(x_i^2-y_i^2)\right]}{\left[\left(n.\sum x_i^2 y_i^2-\frac{\left(x_i^2-y_i^2\right)^2}{4}\right)-\frac{\gamma}{4}\left(4\left(\sum x_i y_i\right)^2-\left(\sum (x_i^2-y_i^2)\right)^2\right)\right]}$$

$$\theta = \frac{1}{4} arctan \frac{2\left[n\sum (x_i^2-y_i^2).(2x_i y_i)-\gamma\sum (x_i^2-y_i^2).\sum (2x_i y_i)\right]}{n.\left\{\sum \left((x_i^2-y_i^2)^2-(2x_i y_i)^2\right)\right\}-\gamma\left\{\left(\sum (x_i^2-y_i^2)\right)^2-\left(\sum 2x_i y_i\right)^2\right\}} \qquad (3.2.1.1.1.)$$

Orthomax kriteri için optimum bir açı değeri veren formül yukarıdaki gibidir. Çizelge 3.2. de görüldüğü üzere orthomax kriteri bir anlamda genel bir form kabul edilir. Buradaki γ parametresinin yerine yazabileceğimiz değerlerle diğer orthogonal kriterlere ulaşılır.

3.2.1.2. Varimax

Çizelge 3.2. de görüldüğü üzere varimax kriteri, orthomax kriterinde $\gamma = 1$ iken elde edilir (Kaiser, 1958). Bu durumda θ için verilen (3.2.1.1.1) formülünde $\gamma = 1$ yazılırsa varimax için optimum θ açısını veren formül şöyledir:

$$\theta = \frac{1}{4} arctan \frac{2\left[n\sum (x_i^2-y_i^2).(2x_i y_i)-\sum (x_i^2-y_i^2).\sum (2x_i y_i)\right]}{n.\left\{\sum \left((x_i^2-y_i^2)^2-(2x_i y_i)^2\right)\right\}-\left\{\left(\sum (x_i^2-y_i^2)\right)^2-\left(\sum 2x_i y_i\right)^2\right\}} \qquad (3.2.1.2.1.)$$

3.2.1.3. Quartimax

Quartimax döndürme yönteminin kriteri çizelge 3.2. de verilmişti. Bu kriteri maksimum yapan dönme açısının formülizasyonu aşağıdaki işlemlerle ortaya çıkmaktadır.

$$Q = \sum \sum a_{jl}^4$$
$$Q = \sum X_i^4 + \sum Y_i^4$$

$X_i = x_i cos\theta + y_i \sin\theta$

$Y_i = -x_i sin\theta + y_i cos\theta$ eşitlikleri yerine yazılıp türevi sıfıra eşitlenmelidir.

$\sum\ \ (x_i cos\theta + y_i \sin\theta)^4 + \sum\ \ (-x_i sin\theta + y_i cos\theta)^4$

ifadesinin Θ'ya göre türevi:

$\sum\ \ 4.(x_i cos\theta + y_i \sin\theta)^3.(-x_i sin\theta + y_i cos\theta) - 4(-x_i sin\theta + y_i cos\theta)^3.(x_i cos\theta + y_i \sin\theta) =$

$\sum\ \ \left[\left(4.(x_i cos\theta + y_i \sin\theta).(-x_i sin\theta + y_i cos\theta)\right).((x_i cos\theta + y_i \sin\theta)^2 - (-x_i sin\theta + y_i cos\theta)^2)\right] =$

$\sum\ \ \left(4\left(-x_i^2 \frac{sin2\theta}{2} + x_i y_i cos^2\theta - x_i y_i sin^2\theta + y_i^2 \frac{sin2\theta}{2}\right)\right).(cos\theta(x_i + y_i) + sin\theta(y_i - x_i)).\left(cos\theta(x_i - y_i) + sin\theta(x_i + y_i)\right) =$

$\sum\ \ \left((y_i^2 - x_i^2).2sin2\theta + 4xycos2\theta\right).\left(cos^2\theta(x_i^2 - y_i^2) + \frac{sin2\theta}{2}(x_i + y_i)^2 - \frac{sin2\theta}{2}(x_i - y_i)^2 + sin^2\theta(y_i^2 - x_i^2)\right) =$

$\sum\ \ \left((y_i^2 - x_i^2).2sin2\theta + 4x_i y_i cos2\theta\right).(cos2\theta(x_i^2 - y_i^2) + sin2\theta\ 2x_i y_i) =$

$\sum\ \ (-sin4\theta(x_i^2 - y_i^2)^2 + 4sin^2 2\theta\ x_i y_i(y_i^2 - x_i^2) + 4cos^2 2\theta(x_i^2 - y_i^2)x_i y_i + 4sin4\theta x_i^2 y_i^2) =$

$\sum\ \ (x_i^2 - y_i^2)\, x_i y_i.4cos4\theta + sin4\theta(4x_i^2 y_i^2 - (x_i^2 - y_i^2)^2) =$

$4cos4\theta \sum\ \ (x_i^2 - y_i^2)\, x_i y_i + \sum\ \ sin4\theta(4x_i^2 y_i^2) - (x_i^2 - y_i^2)^2 =$

$4cos4\theta \sum\ \ (x_i^2 - y_i^2)\, x_i y_i = -sin4\theta \sum\ \ (4x_i^2 y_i^2 - (x_i^2 - y_i^2)^2)$

$$\frac{\sum\ \ (x_i^2 - y_i^2) x_i y_i}{\sum\ \ \left(4x_i^2 y_i^2 - (x_i^2 - y_i^2)^2\right)} = \frac{-sin4\theta}{4cos4\theta}$$

$$\frac{-4\sum\ \ (x_i^2 - y_i^2) x_i y_i}{\sum\ \ \left(4x_i^2 y_i^2 - (x_i^2 - y_i^2)^2\right)} = tan4\theta$$

$$\theta = \frac{1}{4} arctan \frac{-4 \sum (x_i^2 - y_i^2) x_i y_i}{\sum \left(4 x_i^2 y_i^2 - (x_i^2 - y_i^2)^2\right)} \quad (3.2.1.3.1.)$$

Çizelge 3.2.'den yola çıkarak quartimax kriterinin orthomax kriterinde γ=0 yazarak elde edildiği görülebilir. Bu nedenle formülü aynı zamanda (3.2.1.1.1.) formülünde $\gamma = 0$ yazarak da elde edilebilir.

3.2.1.4. Equamax

Çizelge 3.2.'den yola çıkarak orthomax kriterinde k faktör sayısı olmak üzere $\gamma = \frac{k}{2}$ yazarak equamax kriterine ulaşılır. Bu durumda equamax yönteminde θ için elde edilecek formül şöyledir;

$$\theta = \frac{1}{4} arctan \frac{2\left[n \sum (x_i^2 - y_i^2).(2x_i y_i) - \frac{k}{2} \sum (x_i^2 - y_i^2). \sum (2x_i y_i)\right]}{n.\left\{\sum \left((x_i^2 - y_i^2)^2 - (2x_i y_i)^2\right)\right\} - \frac{k}{2}\left\{\left(\sum (x_i^2 - y_i^2)\right)^2 - \left(\sum 2x_i y_i\right)^2\right\}} \quad (3.2.1.4.)$$

4. ARAŞTIRMA BULGULARI

Faktör analizinin aşamalarını sayısal değerler üzerinden örneklendirebilmek için aşağıda 9 değişkenli ve her bir değişkene ait yirmişer gözlemden oluşan veri seti verilmiştir.

Çizelge 4.1. Faktör analizi için 9 değişkenli veri seti

93,2	10,2	20,1	184	38,4	89	21	160,86	24,43
71,6	12	17,2	133,2	26,4	95	20	164,86	21,42
66,9	10	16,1	127,2	25,2	89	20	150,86	28,82
81,1	11	18,2	184,4	36,8	90	20	164,28	22
69,6	12,4	17,1	124,4	18	94	15	62	24,45
71,4	10,4	16,4	131,2	24,2	91	19	89,43	18,8
85,6	10,6	20	236	42,4	92	18	124,28	20,67
71	12	16,1	126,8	20	93	16	72,57	23,2
76,6	10	17,4	180,4	34,8	89	19	82,28	26,02
81,1	10,2	20,1	208,4	38	90	18	126,57	19,97
66,6	10,8	14,9	102	12,8	92	13	85,71	22,6
68,9	10,6	15,5	141,2	27,6	91	20	96,86	24,02
70,7	10,2	17,2	136,8	24,8	89	18	130,28	19,2
74,9	12,4	17,8	136,4	28,4	95	21	86,29	22,45
77,3	10	17,7	165,2	29,6	90	18	124,28	22,55
81,1	9,8	18,7	158,4	38,4	91	24	133,57	22,65
66,7	11,4	15,9	118	25,6	91	22	92,86	20,62
71,3	10,8	16,5	148,8	23,6	93	16	74	21,9
78	9,8	18,8	152,4	34,4	90	23	125,42	20,05
77,6	9,8	17,6	146,2	32,2	88	13	93,4	23,6

Örneğin faktör analizine uygunluğu KMO ölçütüne göre incelenirse değerinin yeterli düzeyde çıktığı görülebilir. Bu değer paket programlarda 0,718 olarak çıkmıştır.

Bu durumda eşitlik (3.1.1.4.) den yararlanarak örnekteki veri matrisi için standardize edilmiş veriler (4.2.) matrisinde gösterilmiştir.

Çizelge 4.2. Standardize edilmiş veriler matrisi

2,602765	-0,595	1,745364	0,973942	1,20281	-1,0247	0,768466	1,501079	0,815898
-0,49645	1,464614	-0,17553	-0,57558	-0,34587	1,903005	0,434351	1,624051	-0,43773
-1,17081	-0,82385	-0,90414	-0,7586	-0,50074	-1,0247	0,434351	1,193651	2,644277
0,866632	0,320384	0,486847	0,986143	0,996319	-0,53675	0,434351	1,60622	-0,19617
-0,78341	1,922306	-0,24177	-0,844	-1,42995	1,415055	-1,23623	-1,53816	0,824228
-0,52514	-0,36615	-0,70543	-0,63659	-0,6298	-0,0488	0,100235	-0,69488	-1,52892
1,512301	-0,13731	1,679126	2,560068	1,719038	0,439155	-0,23388	0,376507	-0,75009
-0,58254	1,464614	-0,90414	-0,7708	-1,17184	0,927105	-0,90211	-1,2132	0,303619
0,220962	-0,82385	-0,04305	0,864133	0,738205	-1,0247	0,100235	-0,91469	1,478113
0,866632	-0,595	1,745364	1,718201	1,151187	-0,53675	-0,23388	0,446908	-1,04163
-1,21386	0,091538	-1,699	-1,52726	-2,10105	0,439155	-1,90446	-0,80924	0,053727
-0,88385	-0,13731	-1,30157	-0,33156	-0,191	-0,0488	0,434351	-0,46646	0,645139
-0,62558	-0,595	-0,17553	-0,46577	-0,55236	-1,0247	-0,23388	0,560964	-1,36233
-0,02296	1,922306	0,221896	-0,47797	-0,08776	1,903005	0,768466	-0,79141	-0,00875
0,3214	-0,82385	0,155659	0,400497	0,06711	-0,53675	-0,23388	0,376507	0,032902
0,866632	-1,05269	0,818036	0,19308	1,20281	-0,0488	1,770814	0,662108	0,074551
-1,19951	0,778076	-1,03662	-1,03922	-0,44912	-0,0488	1,102582	-0,58943	-0,77092
-0,53949	0,091538	-0,63919	-0,09974	-0,70723	0,927105	-0,90211	-1,16924	-0,23781
0,421837	-1,05269	0,884273	0,010066	0,686583	-0,53675	1,436698	0,411554	-1,00832
0,364444	-1,05269	0,089421	-0,17905	0,402657	-1,51265	-1,90446	-0,57283	0,470214

(4.2.) İçin eşitlik (3.1.2.1.) den hesaplanan varyans kovaryans ya da korelasyon matrisi (4.3.)

Çizelge 4.3. Varyans kovaryans ya da korelasyon matrisi

1	-0,35552	0,91104	0,81812	0,84913	-0,30813	0,27114	0,48346	-0,08231
-0,35552	1	-0,28864	-0,36814	-0,48119	0,85688	-0,14246	-0,33131	-0,03813
0,91104	-0,28864	1	0,83861	0,8559	-0,21655	0,3237	0,49618	-0,21305
0,81812	-0,36814	0,83861	1	0,87175	-0,28917	0,17959	0,39183	-0,12848
0,84913	-0,48119	0,8559	0,87175	1	-0,41218	0,50582	0,54241	-0,09132
-0,30813	0,85688	-0,21655	-0,28917	-0,41218	1	-0,0635	-0,31553	-0,15993
0,27114	-0,14246	0,3237	0,17959	0,50582	-0,0635	1	0,49936	-0,0918
0,48346	-0,33131	0,49618	0,39183	0,54241	-0,31553	0,49936	1	-0,01634
-0,08231	-0,03813	-0,21305	-0,12848	-0,09132	-0,15993	-0,0918	-0,01634	1

Örnekteki 9×9'luk varyans kovaryans matrisi (4.3.) için eşitlik (3.1.3.) ile hesaplanan 9 adet özdeğer (4.4.):

Çizelge 4.4. Özdeğer matrisi

4,524865
1,579439
1,076711
0,899181
0,472161
0,202266
0,129171
0,073234
0,042972

olacaktır. Özdeğerlere göre kaçıncı faktöre kadar dikkate alınacağına dair kriterler verilmişti. Burada görüldüğü üzere ilk üç özdeğer 1 den büyük diğer özdeğerler oldukça küçük değerler almıştır. Bu gösterir ki toplam varyansı açıklamada büyük ölçüde üç ya da iki faktör yetecektir. Araştırmacı isterse herhangi bir nedenle istediği kadar faktörü de dikkate alabilir. Bu özdeğerlerin sırayla herbirinden eşitlik (3.1.3.1.) ile hesaplanan 9 adet özvektör buluruz, matris(4.3) için hesaplanan özvektörler (4.5):

Çizelge 4.5 Özvektör matrisi

-0,42014	0,145287	0,20262	-0,17798	0,042211	0,565882	0,093054	0,61307	-0,15207
0,277041	0,559604	-0,0381	-0,30832	0,11445	0,059637	-0,70453	0,023472	-0,00349
-0,41853	0,25139	0,172256	-0,08021	0,042414	0,34921	0,071807	-0,77159	-0,03559
-0,40472	0,140048	0,321833	-0,11962	-0,06581	-0,66758	-0,07577	0,059211	-0,48935
-0,44953	0,074341	0,00022	-0,07079	-0,2543	-0,23224	-0,14814	0,105811	0,797274
0,244701	0,630316	-0,0435	-0,19479	0,007974	-0,17014	0,672821	0,06315	0,131527
-0,21677	0,162169	-0,75235	0,071583	-0,51989	0,053762	-0,02551	0,001581	-0,28589
-0,30961	-0,01161	-0,49176	-0,02862	0,797258	-0,15074	0,025854	0,033751	0,034819
0,054487	-0,392	-0,12043	-0,89645	-0,09137	-0,01061	0,090157	-0,09168	-0,01561

Şimdi eşitlik (3.1.4.) yardımıyla faktör yüklerini bulalım. Bunun için;

(4.4)'de hesaplanan özdeğerlerin kareköklerini alıp köşegenleştirirsek (4.6.) matrisi;

Çizelge 4.6. Köşegenleşmiş karekök özdeğer matrisi

2,12717	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1,25676	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1,03765	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0,948252	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0,68714	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0,44974	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0,359403	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0,270618	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0,207296

(4.5.) ve (4.6.) matrisini çarparsak (4.7.)matrisi elde edilir.

Çizelge 4.7. Faktör yükleri matrisi

-0,89371	0,18259	0,210248	-0,16877	0,029005	0,2545	0,033444	0,165908	-0,03152
0,589313	0,703287	-0,03953	-0,29236	0,078643	0,026821	-0,25321	0,006352	-0,00072
-0,89029	0,315936	0,178741	-0,07606	0,029145	0,157054	0,025808	-0,20881	-0,00738
-0,86091	0,176007	0,333949	-0,11343	-0,04522	-0,30024	-0,02723	0,016024	-0,10144
-0,95622	0,093428	0,000228	-0,06713	-0,17474	-0,10445	-0,05324	0,028634	0,165271
0,52052	0,792154	-0,04514	-0,18471	0,005479	-0,07652	0,241814	0,017089	0,027265
-0,4611	0,203807	-0,78067	0,067879	-0,35724	0,024179	-0,00917	0,000428	-0,05926
-0,65859	-0,01459	-0,51027	-0,02713	0,547827	-0,0678	0,009292	0,009134	0,007218
0,115903	-0,49265	-0,12496	-0,85006	-0,06279	-0,00477	0,032403	-0,02481	-0,00324

Rotasyonlu olmayan faktör yükleri matrisidir. Bir diğer önemli sonuç faktör skorları matrisi ise eşitlik (3.1.5.) yardımıyla şöyle hesaplanır; incelenen verilerden elde edilen (4.7.) matrisini formülde yerine yazarak bulunan C matrisi Çizelge 4.8. de verilmiştir.

Çizelge 4.8. Faktör skor katsayıları C matrisi

-0,19752	0,115608	0,195265	-0,18769	0,06144	1,25824	0,25891	2,26544	-0,7336
0,130238	0,445277	-0,03671	-0,32514	0,16657	0,1326	-1,9603	0,08673	-0,0168
-0,19676	0,20003	0,166003	-0,08459	0,06173	0,77646	0,19979	-2,8512	-0,1717
-0,19026	0,111444	0,310155	-0,12614	-0,0958	-1,4844	-0,2108	0,21882	-2,3607
-0,21132	0,059141	0,000222	-0,07467	-0,3701	-0,5164	-0,4122	0,39095	3,8461
0,115036	0,50154	-0,04192	-0,20542	0,0116	-0,3783	1,87206	0,23334	0,63448
-0,1019	0,129043	-0,72505	0,075498	-0,7566	0,11954	-0,071	0,00586	-1,3792
-0,14555	-0,00924	-0,47392	-0,03018	1,16025	-0,3352	0,07194	0,12471	0,16798
0,025615	-0,31192	-0,11606	-0,94537	-0,133	-0,0236	0,25085	-0,3388	-0,0753

Standardize veriler ile bulunan bu faktör skor katsayıları matrisi çarpılırsa bir diğer önemli çıktı olarak skorlar elde edilir. Örnek için (4.2.) matrisi ile C matrisi çarpılarak Çizelge 4.9. elde edilir.

Çizelge 4.9. Skor matrisi

1,76823	0,11836	0,19814	1,20347	-0,66993	-2,44158	0,1723	-1,22795	1,39129
-0,433	-1,60707	1,47201	0,26307	-2,02171	0,73579	-0,76796	-0,03911	-1,31232
-0,28386	2,0909	1,72841	1,59539	-0,68582	0,92272	-0,29758	1,49122	0,3549
0,96822	-0,34226	0,48652	0,22677	-1,22833	0,7461	1,89425	-1,35237	-0,12424
-1,44917	-0,8457	-0,94454	1,3611	0,07533	-0,88567	0,41917	1,81055	0,64105
-0,49519	0,00127	-0,03235	-1,88857	0,52208	-0,3125	-0,30266	-0,82486	0,57781
1,49697	-1,2571	-1,43326	0,24264	-0,01093	1,80195	-0,42559	-0,261	0,10633
-1,26093	-0,51382	-0,598	0,61464	0,09485	-0,44936	0,76852	-0,71533	0,52369
0,41998	1,16354	-0,56664	1,08579	1,82782	0,85719	0,44328	-0,17624	0,39486
1,29189	-0,46534	-1,11514	-0,64431	-0,29903	0,72827	0,31461	1,9567	0,41845
-1,68429	0,76867	-0,74313	-0,43095	-1,25959	-0,39373	-1,26735	-0,9188	0,52964
-0,55077	0,63726	0,65318	0,17629	1,01126	1,33863	0,065	-1,26405	-0,16533
-0,07536	0,5813	0,16924	-1,88953	-1,09774	-0,1781	0,90788	0,99524	0,65669
-0,57629	-1,90287	0,44736	0,87339	1,0657	-0,79051	0,14408	0,30402	-0,75256
0,38365	0,56307	-0,2529	-0,18898	-0,43213	0,16499	-0,66432	-0,2359	0,89321
1,04067	-0,06241	1,2005	-0,04951	1,11731	-0,68477	-1,76421	-0,10841	-1,04424
-0,78292	-0,22177	1,18586	-1,06432	1,1585	0,07049	2,04412	-0,08543	-0,17816
-0,77534	-0,23114	-0,95103	-0,1925	0,41776	0,7108	-1,52155	-0,4557	0,32675
0,83529	-0,02554	0,82611	-1,2953	0,83155	-0,96896	-0,73423	1,11022	0,00364
0,16222	1,55063	-1,73035	0,00145	-0,41692	-0,97175	0,57225	-0,00278	-3,24147

Elde edilen bu katsayılar rotasyonsuz yükler için verilen skorlardır. Skor değerleri belli değişkenleri baz alarak, gözlemleri kıyaslamaya hatta sıralamaya yarayacaktır. Skor değerleri, amaca göre ilk gözlem değerleri yerine kullanılabilir.

Burada örnekten elde edilen (4.7.) faktör yükleri matrisi ele alınarak dik döndürme yöntemlerinden elde edilecek Θ açılarıyla rotasyon uygulanacaktır:

4.1. Varimax

Eşitlik (3.2.1.2.1) için θ formülünden örnek için gerekli dönme açısı şöyle hesaplanır:

Rotasyon aşamasına geçmeden önce araştırmacı hangi faktörleri dikkate alacağını seçmelidir. Açıklanan varyanslar birinci faktörden itibaren azalarak değer alacağından ve işlemler elle yapılacağından, burada ilk iki faktör dikkate alınacaktır.

(4.7) nın ilk iki faktörünü ele alalım Matris (4.10.):

Çizelge 4.10. Matris

0,894	-0,183
-0,589	-0,703
0,89	-0,316
0,861	-0,176
0,956	-0,093
-0,521	-0,792
0,461	-0,204
0,659	0,015
-0,116	0,493

Faktör yüklerini bir anlamda standardize etmek için ortak faktör varyansından yararlanılır. i. Satır için ortak faktör varyansı(Darton, 1980):

$$h_i^2 = a_{i1}^2 + a_{i2}^2 + \cdots + a_{ip}^2 \qquad (4.1.)$$

olmak üzere (4.10.)'dan hesaplanan h_i^2 Matris (4.11.):

Çizelge 4.11. Hesaplanan h_i^2 matrisi

0,832
0,842
0,892
0,772
0,923
0,898
0,254
0,434
0,256

Bir sonraki aşamada ise her bir satır için hesaplanan yüklerin karelerinin toplamlarının (h_i^2) karekökü hesaplanır ve bu satırdaki her bir yük, hesaplanan bu değere bölünerek bir anlamda ağırlıklandırılmış olur.

Çizelge 4.12. (4.11.)'in karekökü matrisi :

0,91214
0,917606
0,944458
0,878635
0,960729
0,947629
0,503984
0,658787
0,505964

(4.10.)deki faktör yüklerini aynı satırdaki h_i^2 kareköküyle(4.12.) bölersek sonuç matrisi Çizelge 4.13 gibi olur;

Çizelge 4.13. Ağırlıklandırılmış yük matrisi

0,980112	-0,20063
-0,64189	-0,76612
0,94234	-0,33458
0,979929	-0,20031
0,995078	-0,09681
-0,54979	-0,83577
0,914711	-0,40477
1,000324	0,022769
-0,22927	0,974377

Ağırlıklandırılmış yükler artık formülde yerine yazılabilir. Hesaplamalarda kolaylık olması açısından öncelikle aşağıdaki tabloda istenen değerler her bir satır için bulunur

$f_{i1}z$: i. Satır ve 1. Faktöre ait ağırlıklandırılmış faktör yükü

$f_{i2}z$: i. Satır ve 2. Faktöre ait ağırlıklandırılmış faktör yükü

u: $(f_{i1}z)^2 - (f_{i2}z)^2$

v: $2.(f_{i1}z).(\mathrm{f_{i2}z})$

Çizelge 4.14. (4.13.) matrisi üzerinden hesaplanan değerler çizelgesi

	$f_{i1}z$	$f_{i2}z$	u	v	u^2-v^2	$u.v$
	0,980112	-0,20063	0,920369	-0,39327	0,692415	-0,36196
	-0,64189	-0,76612	-0,17493	0,983532	-0,93674	-0,17205
	0,94234	-0,33458	0,776058	-0,63058	0,204632	-0,48937
	0,979929	-0,20031	0,920136	-0,39258	0,692531	-0,36123
	0,995078	-0,0968	0,980809	-0,19265	0,924873	-0,18895
	-0,54979	-0,83577	-0,39624	0,919002	-0,68756	-0,36414
	0,914711	-0,40477	0,672854	-0,7405	-0,09561	-0,49825
	1,000324	0,022769	1,000129	0,045553	0,998183	0,045559
	-0,22927	0,974377	-0,89685	-0,44678	0,604722	0,400695
Toplam			3,802343	-0,84829	2,397447	-1,98969

Çizelge 4.14'den hesaplanan toplamlar (3.2.1.2.1.) açı formülünde yerine yazılır ve optimum açı bulunur:

$$\theta = \frac{1}{4} arctan\left(\frac{2.\left(9.\sum uv-\left(\sum u \sum v\right)\right)}{9.\left(\sum u^2-v^2\right)-\left(\left(\sum u\right)^2-\left(\sum v\right)^2\right)}\right)$$ (k=9; değişken sayısı olmak üzere)

$$\Theta = \frac{1}{4} arctan \frac{-29.3636}{7.838799} = -0.32748$$

Öyleyse dönme matrisi T:

$$T = \begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{bmatrix}$$ den

$$T = \begin{bmatrix} 0.946776 & 0.321894 \\ -0.321894 & 0.946776 \end{bmatrix}$$

Şimdi eşitlik (3.2.1.) gereği (4.10.) matrisi ile T matrisi çarpılarak varimax dönme işlemi tamamlanır(4.15):

Çizelge 4.15. Varimax dönme işlemi tamamlanmış matrisi

0,905324	0,114513
-0,33136	-0,85518
0,944349	-0,0127
0,871827	0,110518
0,935054	0,21968
-0,23833	-0,91755
0,50213	-0,04475
0,619097	0,22633
-0,26852	0,429421

4.2. Quartimax

Örnek verilere quartimax yöntemiyle rotasyon uygulanması şöyledir;
Verilerin ağırlıklandırılması varimax ile farklılık göstermeyecektir. Matris (4.13.) da verilen ağırlıklandırılmış yük matrisi ve (çizelge 4.14.) de verilen değerler tablosu ele alınırsa:

$$\theta = \frac{1}{4} arctan \frac{-4\sum \ (x_i^2 - y_i^2) x_i y_i}{\sum \ \left(4x_i^2 y_i^2 - (x_i^2 - y_i^2)^2\right)} = \frac{1}{4} arctan \frac{2\sum \ uv}{\sum \ (u^2 - v^2)} \quad (4.2.)$$

$$\Theta = \frac{1}{4} arctan \frac{2* -1,98969}{2,39745} = -0,257141$$

$$T = \begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{bmatrix} \text{den}$$

$$T = \begin{bmatrix} 0,967121 & -0,254317 \\ -0,254317 & 0,967121 \end{bmatrix}$$

Şimdi (4.10) ile T matrisi çarpılırsa quartimax dönme işlemi tamamlanır:

Çizelge 4.16. Quartimax dönme işlemi tamamlanmış matris

0,911135	0,050577
-0,39067	-0,82977
0,941119	-0,07906
0,87744	0,048947
0,948185	0,153394
-0,30225	-0,89853
0,497741	-0,07994
0,633478	0,182241
-0,23766	0,447237

4.3. Equamax

Örneğimiz için iki faktör seçtiğimizden $\gamma = \frac{k}{2} = 1$ dir. Bu nedenle Equamax yöntemi varimax ile aynı rotasyonlu faktör yükü verecektir.

5. TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Çok değişkenli analiz yöntemlerinin gelişmesiyle birlikte, her alanda yapılan araştırmalar, materyalleri çeşitli yönleriyle ele almıştır. Yapılan ölçümler değerlendirmeler çeşitlendikçe de çalışmaların tabi tutulduğu analizler kalabalıklık problemiyle karşı karşıya kalmıştır. Gerek analizleri sadeleştirmek gerekse ölçülen değişkenlerin arasındaki ilişkinin kestirimini mümkün kılmak için ilk defa psikoloji alanında kullanılmaya başlanan faktör analizi ortaya çıkmıştır.

Ziraat alanında kullanılan çok değişkenli analizler için, değişkenleri sınıflamak, farklı değişkenler baz alınarak değerlendirme yapmak amaçlı kullanılmasında fayda görülen faktör analizi araştırmalarda sıklıkla tercih edilmektedir.

Literatürde, faktör analizinin tarımsal araştırmalarda, hayvancılıkta kullanımına dair örneklendirmeler yapılsa da bu analizin aşamalarından biri olan rotasyon yöntemleri yeterince açıklanmamıştır. Paket programlarda kullanılan rotasyon yöntemlerinin dışında da çeşitli yöntemler olmasına rağmen literatürdeki bu boşluk nedeniyle genellikle tercih edilmemektedir. Ayrıca programda kullanılan yöntemlerin algoritmalarının açık olmayışı, hem yeni yöntemlerin keşfedilmesini zorlaştırmakta hem de tercih edilen yöntemin deneme yanılmayla ya da rastgele seçilmesine neden olmaktadır.

Bu çalışmada, rotasyon yöntemleriyle ilgili açıklamalar yapılmış ve her yöntemin nasıl ve ne kadar dönme gerçekleştirdiği anlatılmıştır**.** En çok bilinen dönme yöntemlerinin kriterleri bazı çalışmalarda verildiği halde bu kriterlerden yola çıkarak kaç derecelik açı kullanılacağı açıklanmamıştır. Sınırlı sayıda örnekleri, çeşitli yöntemlere tabii tutup sonuçlarına göre genelleme yaparak ideal yöntem belirmektense yöntemlerin temellerinin bilinerek araştırmacının kendi verilerine en uygun yöntemi bilinçli olarak seçmesinin doğru olduğu düşünülmektedir.

Faktör döndürmenin amacı faktörleri yorumlanabilir basit yapıya dönüştürmektedir. Bu yapının elde edilmesi ise değişkenin bir faktördeki ağırlığını artırıp diğer faktörlerdeki ağırlığını azaltarak gerçekleştirilir. Analitik olarak düşünürsek; bu, faktörlerin referans eksenlerini başka bir pozisyona sahip olana kadar döndürülmesiyle gerçekleştirilir (Alpar,2013).

Dönme açısı olarak kullanılacak değerin elde edilişi örneklerimizde açıklanmıştır. Sonuç olarak her verinin varyansını artıracak dönme açısı **γ** parametresine bağlı olan formüller yardımıyla bulunur. Örneğimizde elle çözüm gösterdiğimiz için iki faktör dikkate alınmıştır. Bu nedenle equamax ve varimaxın sonuçları aynı çıkmıştır. Quartimaxla yapılan dönme işlemini kıyaslayacak olursak varimaxın daha net ayrım yaptığı dolayısıyla bu veri seti için daha uygun olduğu söyleyenebilir. Wrigley vd., (1958)'e göre de Thurstune'nun basit yapı kriterine ulaşmada varimaxın daha iyi olmasına karşın, quartimaxın işlem sadeliği açısından daha kullanışlı olduğu söylenebilir. Saraçlı(2011), döndürme metotlarını karşılaştırmalı olarak incelediği çalışmada da Varimax'a en yakın Equamax, en uzak ise Quartimax sonuçlarını bulduğunu ifade etmiştir. Çalışmasını ise tek bir örnek üzerinden paket programlarla yaptığı analizin sonucuna göre oluşturmuştur.

Çalışmada tüm hesaplamalar sadece hesap makinesi kullanılarak yapıldığından üçüncü bir faktör de ele alınarak hesaplama yapılması çok sayıda aynı işlemi tekrar etmeyi gerektirmektedir. Bu nedenle yalnızca iki faktörle örnekleme yapılmıştır. Aynı algoritmayı kullanarak istenen kadar faktör dikkate alınabilir.

KAYNAKLAR

Abdi, H., (2003). Factor Rotations In Factor Analyses. Encyclopedia For Research Methods For The Social Sciences. Sage: Thousand Oaks, CA, 792-795.

Akhtar-Danesh, N. (2017). A Comparison Between Major Factor Extraction And Factor Rotation Techniques In Q-Methodology. Open Journal Of Applied Sciences, 7(04), 147.

Alpar, R., (2013). Çok Değişkenli İstatistiksel Yöntemler. Detay Yayıncılık, 269-315, Ankara.

Atan, M., Göksel, A., & Karpat, G., (2002). Üniversite Öğrencilerinin Başarılarını Etkileyen Faktörlerin Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz Yöntemleri İle Tespiti. XI. Eğitim Bilimleri Kongresi, 23-26.

Bernaards, C. A., Jennrich, R. I., (2003). Orthomax Rotation And Perfect Simple Structure. Psychometrika, 68(4), 585-588.

Browne, M. W., (2001). An Overview Of Analytic Rotation in Exploratory Factor Analysis. Multivariate Behavioral Research, 36(1), 111-150.

Carroll, J.B., (1953). An Analyticel Solution For Approximating Simple Structure In Factor Analyis. Psychometrika, 18(1), 23-38.

Corner, S., (2009). Choosing The Right Type Of Rotation In PCA and EFA. JALT Testing and Evaluation SIG Newsletter, 13(3), 20-25.

Darton, R. A., (1980). Rotation İn Factor Analysis. The Statistician, 167-194.

Finch, W. H., (2011). A Comparison Of Factor Rotation Methods For Dichotomous Data. Journal Of Modern Applied Statistical Methods, 10(2), 14.

Finch, W. H., (2006). Comparison Of The Performance Of Varimax And Promax Rotations: Factor Structure Recovery For Dichotomous Items, NCME, 43(1), 39-52.

İlhan, F., (2007). Faktör Analizi Ve Tarımsal Araştırmalarda Elde Edilen Verilere Uygulanması Üzerine Bir Çalışma. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, 18-23, Konya.

İlhan, F., Tozluca A., (2009). Faktör Analizi ve Tarımsal Araştırmalarda Elde Edilen Verilere Uygulanması Üzerine Bir Çalışma. Selçuk Üniversitesi, Tarım ve Gıda Bilimleri Dergisi, 23(48), 64-71.

Kaiser, H. F. (1958). The Varimax Criterion For Analytic Rotation In Factor Analysis. Psychometrika , 23(3), 1-14.

Khalaf, K., (2007). Faktör Analizi Ve Bir Uygulaması. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, 53s., Ankara.

Öngen, K. B., (2010). Doğrulayıcı Faktör Analizi İle Bir Uygulama. Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, 114s., Bursa.

Polat, Y., (2012). Faktör Analizi Yöntemlerinin Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi Ve Hayvancılık Denemesine Uygulanışı. Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi, 206s., Adana.

Saraçlı, S., (2011). Faktör Analizinde Yer Alan Döndürme Metotlarının Karşılaştırmalı İncelenmesi Üzerine Bir Uygulama. Düzce Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 1(3), 22-26.

Saunders, D. R., (1961). The Rationale For An Oblimax Method of Transformation in Factor Analysis, Psychometrika, 26(3), 317-324.

Süzülmüş, S., (2005). Faktör Analizi Modellerinin Belirlenebilirliği ve Genelleştirilmiş İnverslerin Kullanımı. Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi, 159s., Adana.

Şahar, C., (2006). Van Yöresinde Kütahya Vişnesinin Prunus Avium ve Prunus Mahaleb Anaçları Üzerinde Meyve Özelliklerinin Diskriminant ve Faktör Analizinin Yöntemleriyle Karşılaştırılması. Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, 45s., Van.

Wrigley, C., Saunders, D. R., Neuhaus, J. O., (1958). Application of The Quartimax Method Of Rotation To Thurstone's Primary Mental Abilities Study. Psychometrika, 23(2), 151-170.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı	: Ayşe Sümeyye CAN
Doğum Yeri ve Yılı	: Isparta, 1991
Medeni Hali	: Evli
Yabancı Dili	: İngilizce
E-posta	: aysesumeyyecan@gmail.com

Eğitim Durumu

Lise	: Mürşide Ermumcu Anadolu Öğretmen Lisesi
Lisans	: Gazi Üniversitesi Matematik Öğretmenliği