



EGE ÜNİVERSİTESİ

DOKTORA TEZİ

**AFET FAALİYETLERİNİN KUYRUK SİSTEMLERİ
YAKLAŞIMIYLA MODELLENMESİ: ANALİTİK VE
BENZETİM MODELLER**

Ash KILIÇ

Tez Danışmanı : Prof. Dr. M. Cemali DİNÇER

İstatistik Anabilim Dalı

Bilim Dalı Kodu : 406.01.01

Sunuş Tarihi : 15.07.2011

E. Ü. FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Bornova-İZMİR

2011

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

(DOKTORA TEZİ)

**AFET FAALİYETLERİNİN KUYRUK SİSTEMLERİ
YAKLAŞIMIYLA MODELLENMESİ: ANALİTİK VE
BENZETİM MODELLER**

Ash KILIÇ

Tez Danışmanı : Prof. Dr. M. Cemali DİNÇER

İkinci Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Mahmut Ali GÖKÇE

İstatistik Anabilim Dalı

Bilim Dalı Kodu : 406.01.01

Sunuş Tarihi : 15.07.2011

Bornova-İZMİR

2011

.....tarafından tezi olarak sunulan
“.....” başlıklı bu çalışma E.Ü. Lisansüstü Eğitim ve
Öğretim Yönetmeliği ile E.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim
Yönergesi'nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya
değer bulunmuş vetarihinde yapılan tez savunma sınavında aday
oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üyeleri:**İmza**

Jüri Başkanı :
Raportör Üye :
Üye :
Üye :
Üye :

ÖZET**AFET FAALİYETLERİNİN KUYRUK SİSTEMLERİ
YAKLAŞIMIYLA MODELLENMESİ: ANALİTİK VE BENZETİM
MODELLER**

KILIÇ, Aslı

Doktora Tezi, İstatistik Bölümü

Tez Danışmanı: Prof. Dr. M. Cemali DİNÇER

İkinci Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Mahmut Ali GÖKÇE

Temmuz 2011, 133 sayfa

Bu tezde, afetle sonuçlanan bir olay neticesinde, olaydan zarar görenleri kurtarmak, zamanında ve uygun tıbbi müdahaleyi sağlamak amacıyla yürütülecek olan faaliyetlerin, kuyruk sistemleri ile modellenmesi konusu incelenmektedir. Afetzedelerin sağlık durumlarına göre tedavi önceliği verilerek, uygun kuyruk modelleri oluşturulmuş, Laplace dönüşümleri yardımıyla ortalama bekleme süreleri belirlenmiştir. Ayrıca, geçici duruma ilişkin denklemler oluşturularak, optimal kontrol teorisi ile sayısal çözüm elde edilmiştir. Tüm faaliyetlerin bir bütün olarak değerlendirilebilmesi amacıyla da bir simülasyon modeli oluşturulmuş, farklı senaryolar denenerek, sistemin davranışı test edilmiştir.

Anahtar sözcükler: Afet faaliyetleri yönetimi, kuyruk sistemleri, Laplace dönüşümü, optimal kontrol teorisi, simülasyon.

ABSTRACT

MODELING OF DISASTER ACTIVITIES USING QUEUING SYSTEMS TECHNIQUES: ANALYTICAL AND SIMULATION MODELS

KILIÇ, Aşlı

PhD in Statistics

Supervisor: Prof. Dr. M. Cemali DİNÇER

Co-Supervisor: Asst. Prof. Dr. Mahmut Ali GÖKÇE

July 2011, 133 pages

In this thesis, the problem of modeling activities, that are conducted for the purposes of rescuing disaster victims, providing them timely and appropriate medical care after an event that results in a disaster, is examined by using queuing systems. Giving different medical treatment priorities to disaster victims, appropriate queuing models are created, and then average waiting times are determined by means of Laplace transformations. Furthermore, transient state equations are formed, and their numerical solution is obtained by utilizing optimal control theory. To evaluate emergency activities as a whole, a simulation model is built, and by applying different scenarios, the behavior of the system is examined.

Keywords: Disaster management activities, queuing systems, Laplace transformations, optimal control theory, simulation.

TEŞEKKÜR

Doktora sürecinde, zor anımda bana yardım elini uzatan, danışmanım olmayı kabul eden ve desteğini hep hissettiren sayın Prof. Dr. M. Cemali DİNÇER'e; tez konusunu öneren ve çalışmalarım konusunda önerilerde bulunan 2. danışmanım sayın Yrd. Doç. Dr. Mahmut Ali GÖKÇE'ye, soruları ve önerileriyle, probleme başka açıdan bakmamı sağlayan sayın Doç. Dr. Arslan ÖRNEK'e, çalışmalarım konusunda beni hep teşvik eden ve desteğini daima hissettiğim sayın Prof. Dr. Şanslı ŞENOL'a ve beni bugünlere getiren, her zaman yanımda olan, fedakâr aileme teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	v
ABSTRACTvii
TEŞEKKÜR	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	xiv
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xviii
1.GİRİŞ.....	1
2.AFET KAVRAMI VE AFET FAALİYETLERİ YÖNETİMİ.....	4
2.1 Afet Kavramı ve Afet Faaliyetleri Yönetimi.....	4
2.2 Afetlerde Sağlık Hizmetleri.....	6
3. ACİL TIBBİ MÜDAHALE FAALİYETLERİNİN KUYRUK SİSTEMLERİ İLE MODELLENMESİ.....	10
3.1 Stokastik (Rassal) Süreç Kavramı ve Markov Süreci.....	10
3.1.1 Kesikli zaman Markov zincirleri	11
3.1.2 Sürekli zaman Markov zincirleri	13
3.2 Doğum-Ölüm Süreci.....	14
3.3 Poisson Süreç.....	15
3.4 Kuyruk Teorisi.....	17

İÇİNDEKİLER (devam)

	<u>Sayfa</u>
3.5 $M/M/1$ Kuyruk Sistemi	18
3.5.1 $M/M/1$ kuyruk sisteminin durağan durum çözümü.....	19
3.5.2 $M/M/1$ kuyruk sisteminin geçici durum çözümü	20
3.6 Olasılık Türeten Fonksiyon	20
3.7 Laplace Dönüşümü	21
3.8 Önceliklendirme Servis Disiplininin Kullanıldığı Kuyruk Sistemleri İle İlgili Önceki Çalışmalar	22
3.9 Acil Kurtarma Faaliyetlerinin Kuyruk Sistemleri İle Modellenmesi	28
3.10 Oluşturulan Kuyruk Sistemleri İçin Ortalama Bekleme Süresinin Laplace Dönüşümü İle Belirlenmesi	36
3.11 Geçici Durum Analizi.....	47
4. OPTİMAL KONTROL TEORİSİ VE KUYRUK SİSTEMLERİNİN ÇÖZÜMÜNDE KULLANIMI	59
4.1 Optimal Kontrol Teorisi	59
4.1.1 Optimal kontrol için gerekli koşullar.....	61
4.1.2 Optimal kontrol problemi için çözüm teknikleri	62
4.2 Önceki Çalışmalar	62
4.3 İlgilenilen Modeller Ve Optimal Kontrol Teorisi İle Çözümü	65

İÇİNDEKİLER (devam)

	<u>Sayfa</u>
5. ACİL KURTARMA FAALİYETLERİNİN SİMULASYONLA MODELLENMESİ.....	88
5.1 Önceki Çalışmalar	88
5.2 Modellemede Kullanılan Varsayımlar.....	90
5.3 Çeşitli Değişkenlerle İlgili İstatistiksel Analizler Ve Sonuçları.....	103
6. SONUÇ.....	125
KAYNAKLAR	128
ÖZGEÇMİŞ.....	133

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1 Triyaj alanı.....	8
2.2 Acil tıbbi müdahale faaliyetleri için akış şeması.....	9
3.1 $M/M/1$ kuyruk sistemi için durum geçiş diyagramı.....	19
3.2 İki öncelik sınıfının bulunduğu boşaltımsız öncelik kuyruğu	32
3.3 İki öncelik sınıfının bulunduğu boşaltımlı öncelik kuyruğu	33
3.4 İki öncelik sınıfının bulunduğu ve 2. öncelik sınıfı için sınıf değiştirmenin söz konusu olduğu boşaltımsız öncelik kuyruğu.....	34
3.5 İki öncelik sınıfının bulunduğu ve 2. öncelik sınıfı için sınıf değiştirmenin söz konusu olduğu boşaltımlı öncelik kuyruğu.....	35
4.1 1. ve 2. öncelikli yaralılar için afet sonrasında gözlenebilecek zamana bağlı geliş hızları	80
4.2a $c=5$ ve çeşitli α, β, μ_c ve k değerleri için $T=24$ anında 1. öncelikli yaralıların servis hızı değerlerindeki değişim.....	84
4.2b $c=5$ ve çeşitli α, β, μ_c ve k değerleri için $T=24$ anında 2. öncelikli yaralıların servis hızı değerlerindeki değişim.....	85
4.3a $k=0.5$ ve çeşitli α, β, μ_c ve c değerleri için $T=24$ anında 1. öncelikli yaralıların servis hızı değerlerindeki değişim	86
4.3b $k=0.5$ ve çeşitli α, β, μ_c ve c değerleri için $T=24$ anında 2. öncelikli yaralıların servis hızı değerlerindeki değişim	87

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
5.1 Sichuan Depremi sonrasında, Çin'deki bir hastanede uygulanan triyaj ve tıbbi bakım prosedürü.....	101
5.2 Ortalama ambulans bekleme süresine ilişkin korelasyonlar ve korelasyon testi sonuçları.....	105
5.3 Katsayı ve çoklu doğrusal bağlantı istatistiklerine ilişkin SPSS çıktısı ...	106
5.4 Regresyon analizi neticesinde elde edilen artık (hata) istatistiklerine ilişkin SPSS çıktısı	107
5.5 Regresyon standartlaştırılmış hata terimlerine ilişkin histogram	107
5.6 Regresyon standartlaştırılmış hata terimlerine ilişkin Normal P-P	108
5.7 Regresyon standartlaştırılmış hata ve tahmin terimleri için ilişki grafiği (scatterplot).....	108
5.8 Regresyon analizi sonucunda elde edilen model özeti	109
5.9 Regresyon analizi sonucunda elde edilen ANOVA tablosu	109
5.10 Travma odasında tedavi için ortalama bekleme süresine ilişkin varyans analizi sonuçları.....	111
5.11 Triage personeli sayısının farklı seviyelerine ilişkin çoklu karşılaştırma testi sonuçları	113
5.12 Triage personeli sayısının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi	113

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
5.13 Toplam yaralı oranı faktörünün farklı seviyelerine ilişkin çoklu karşılaştırma testi sonuçları.....	114
5.14 Toplam yaralı oranının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi.....	114
5.15 Stabil durumda olmayan yaralı oranı faktörünün farklı seviyelerine ilişkin çoklu karşılaştırma testi sonuçları.....	115
5.16 Stabil durumda olmayan yaralı oranının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi.....	115
5.17 Travma odası yatak sayısı faktörünün farklı seviyelerine ilişkin çoklu karşılaştırma testi sonuçları.....	116
5.18 Travma odası yatak sayısının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi.....	116
5.19 1. öncelikli yaralı oranının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi.....	117
5.20 Gözlem odasında tedavi için ortalama bekleme süresine ilişkin varyans analizi sonuçları	119
5.21 Triyaj personeli sayısı faktörünün farklı seviyelerine ilişkin çoklu karşılaştırma testi sonuçları.....	120
5.22 Triyaj personeli sayısının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi.....	120
5.23 Toplam yaralı oranı faktörünün farklı seviyelerine ilişkin çoklu karşılaştırma testi sonuçları.....	121

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
5.24 Toplam yaralı oranının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi.....	121
5.25 Gözlem odası yatak sayısı faktörünün farklı seviyelerine ilişkin çoklu karşılaştırma testi sonuçları.....	122
5.26 Gözlem odası yatak sayısının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi.....	122
5.27 Travma odası yatak sayısı ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi.....	123

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Çizelge</u>	<u>Sayfa</u>
2.1 Stokastik süreçlerin sınıflandırılması	10
5.1 Tangshan Depremi'nde zamana göre enkaz altından çıkarılan kişi sayısı ve yaşayanların yüzdesi.....	92
5.2 1980 İtalya Depremi'nde zamana göre enkaz altından çıkarılan kişi sayısı ve yüzdesi.....	92
5.3 Luzon depreminde zamana göre enkaz altından çıkarılan kişi sayısı ve yaşayanların yüzdesi.....	93
5.4 Bornova İlçesi'nde bölgelere göre yaşayan kişi sayı ve yüzdesi.....	94
5.5 Bornova İlçesi'nde belirlenen bölgelerin çadırkent yerlerine ve hastanelere olan uzaklıkları	95

1. GİRİŞ

Afet genel olarak, bir uyarıyla ya da bir uyarı olmaksızın meydana gelen, ölümlere, yaralanmalara ya da hastalıklara sebep olan, mal, altyapı veya çevreye zarar veren durum anlamına gelmektedir. Bir olayın afet olarak nitelendirilebilmesi için toplumlar üzerinde büyük kayıplar meydana getirmesi ve normal yaşantıyı kesintiye uğratması gerekmektedir. Oluşan kayıpların daha fazla büyümemesi için afet faaliyetlerinin, etkin bir şekilde koordine edilmesi gerekmektedir.

Afetin büyüklüğü, çoğunlukla neden olduğu can kaybıyla nitelendirildiğinden, daha fazla ölümün meydana gelmemesi için özellikle kurtarma, ilkyardım ve tıbbi bakım faaliyetlerinin çok planlı ve etkin bir şekilde yürütülmesi gerekmektedir. Bu noktadan hareketle, tezde, acil kurtarma ve tıbbi müdahale faaliyetlerinin planlanması problemi ele alınmaktadır. Problemin çözümü için kuyruk sistemleri ve optimizasyon tekniklerinden yararlanılmaktadır. Kurtarma ve ilkyardım faaliyetlerinin planlanması için oluşturulan kuyruk sistemlerinde tıbbi personel, ambulans, hastaneler, helikopter, uçak vb. ulaşım araçları, itfaiye aracı, iş makineleri ile bu makineleri kullanan personel ve arama/kurtarma personeli servis sağlayıcı (server) olarak; afetzedeler ise müşteri olarak ele alınmıştır.

Yaşam kaybını minimum hale getirmek öncelikli hedef olmak üzere, söz edilen kaynakların ve zamanın optimum şekilde kullanımı için uygun kuyruk sistemi modelleri tasarlanmış, Laplace dönüşümü vasıtasıyla durağan durumda, hastaların ortalama bekleme sürelerinin ve sistemde harcanan toplam sürelerin ortalama değerleri belirlenmiş; olasılık türeten fonksiyonlar yardımıyla da geçici durum analizleri yapılmıştır. Geçici durum analizi neticesinde, kapalı form ifadeler elde edilemediği için kuyruk teorisi ve optimizasyon teknikleri kullanılarak bir problem oluşturulmuş ve sayısal olarak çözümü elde edilmiştir. Ek olarak, problem için duyarlılık analizi de yapılmıştır.

Durağan durum için Laplace dönüşümler yardımıyla ortalama değerlerin belirlenmesi, afet esnasında yapılan faaliyetlerin geçici doğası göze alındığında uygun gözükmemektedir. Literatürde, şimdiye kadar meydana gelen olayların, afet esnasında tıbbi bakıma olan bu talebin, normaldekinden 3 ile 6 kat daha fazla olabileceğini belirten pek çok bilimsel araştırma bulunmaktadır. Durağan durumda sistem davranışının ne olduğu ve olayın şiddetine göre ne büyüklükte

bir durum ile karşılaşılabileceği bilinirse, durağan durumdaki kapasite temel alınarak, bu kapasiteyi aşmak için neler yapılması gerektiğini belirleme konusunda yürütülecek planlama çalışmalarında daha gerçekçi bir yol izlenecektir. Hastaların sağlık durumlarının ciddiyeti, modelleme sürecine dahil edildiği için daha çok sayıda hayat kurtarabilmek için çalışmaların ne hızda yapılması gerektiğine ilişkin de bir yol haritası çıkarılmasına yardımcı olmaktadır.

Ek olarak, hastaların kurtarılma anından tedavilerinin yapılıp, iyileşerek hastaneden çıkmalarına kadar geçecek sürecin bir bütün olarak ele alınıp değerlendirilmesinin gerektiği düşüncesiyle, ARENA simülasyon programı kullanılarak bir kuyruk ağı modeli oluşturulmuştur. Sürecin simülasyonla modellenmesinin nedenleri aşağıdaki şekilde açıklanabilir:

- Oluşturulan kuyruk sistemi modelleri, üstel gelişler arası süre ve servis süresi varsayımlarına dayanmaktadır. Bu varsayımlar, analitik çözümlerin elde edilebilmesi ve kolay işlenebilirliğin sağlanabilmesi amacıyla yapıldığından, özellikle geliş süreci için bu kabullenme, gerçek durumu yansıtamayabilir ve daha farklı dağılımlarla sürecin modellenmesi gerekliliği doğabilir. Simülasyon, bu amacı, esnek ve birçok farklı senaryoya dayalı olarak modelleme imkânı sunmaktadır.
- Sistemin yapısı, analitik bir modelde ele alınabilecek düzeyden çok daha karmaşıktır. Her analitik model işe yarar, ancak bundan daha ötesi gerekmektedir. İstasyonların tek tek değerlendirilmesi, sadece o istasyonun işleyişi ile ilgili performans kriterlerini verecektir. Oysa ki, bu evrede aktif olarak uygulanan faaliyetler, istasyonların birleştirilerek bir bütün halinde ele alınmasıyla, birbirleriyle bağlantılı olarak değerlendirilebilecek; genel işleyiş, her istasyonda hastaların bekleme süresi, hayatını kaybedenlerin sayısı, tedavi olanların sayısı vb. gibi faktörler, birlikte ele alınabilecektir.
- Simülasyon modelleri ile çeşitli senaryoların sonuçlarını tahmin etmek için eğer ... ise (what if) analizleri yapılabilir. Elde edilen sonuçlar, acil servis personeli tarafından değerlendirilerek, eğitim ve hazırlık aşamasında araç olarak kullanılabilirler. Ayrıca, farklı koşullar altında, sistemin davranışının ne olacağını belirlenmesi, olaylara hazırlıklı olma konusunda, planlayıcılara öngörü de sağlayacaktır.

Çalışma kısaca aşağıdaki amaçları gütmektedir:

- i. Herhangi bir afet müdahalesinin net olarak değerlendirilmesine yardımcı olmak.
- ii. Farklı müdahale seçeneklerini karşılaştırma ve/veya yapılmış olan hazırlıkların etkinliklerini ölçme olanağı sağlamak.

Tezin ikinci bölümünde afet faaliyetleri yönetimi konusunda, kısa ve açıklayıcı bilgiler verilmektedir. Üçüncü bölümde, stokastik süreç, Markov süreçler ve kuyruk teorisi ile ilgili temel bilgilere değinilmekte; afet faaliyetlerinin uygun şekilde modellenmesi için oluşturulan kuyruk sistemlerinden bahsedilmektedir. Daha sonra bu sistemler için durağan durum ve geçici durum analizlerine odaklanılmaktadır. Dördüncü bölümde ise, optimal kontrol teorisine değinilmekte; teoriden yararlanarak, kuyruk sistemi denklemlerini bir optimizasyon probleminin kısıtları gibi kullanarak sayısal çözüm elde etme yöntemi irdelenmektedir. Beşinci bölümde, afet faaliyetlerinin bir bütün olarak değerlendirilmesi amacıyla ayrık olaylı simülasyondan (discrete event simulation) yararlanılmaktadır. Oluşturulan model hakkında detaylı bilgiler verilmekte, farklı senaryolar denenerek ortaya çıkan sonuçlar irdelenmektedir. Sonuç bölümünde ise diğer bölümlerde elde edilen bulgular genel olarak özetlenmektedir.

2. AFET KAVRAMI VE AFET FAALİYETLERİ YÖNETİMİ

Bu bölümde, afet kavramından bahsedilmekte, acil durum yönetimi faaliyetleriyle ilgili kısa bilgiler verildikten sonra, acil tıbbi bakım çalışmalarına değinilmektedir.

2.1 Afet Kavramı ve Afet Faaliyetleri Yönetimi

Afet genel olarak, bir uyarıyla ya da bir uyarı olmaksızın meydana gelen, ölümlere, yaralanmalara ya da hastalıklara sebep olan, mal, altyapı veya çevreye zarar veren durum anlamına gelmektedir. Bir afet doğal sebeplerden (sel, fırtına, deprem, volkanik patlamalar vb.) kaynaklanabilir ya da insanların sebep olduğu olaylar (savaşlar, kazalar, yangınlar, terörist eylemler, nükleer patlamalar, teknolojik felaketler vb.) neticesinde meydana gelebilir. Afetlerin meydana gelmesi kaçınılmazdır ve meydana gelme zamanları çoğu kez bilinemez. Ancak oluşturacakları olumsuz etkiler uygun hazırlık, erken uyarı ve afet öncesi çabuk ve kararlı müdahalelerle önlenabilir veya etkileri azaltılabilir.

Tehlike (hazard) yaşamı, sağlığı, mal ve/veya çevreyi tehdit eden faktördür. Tehlikeler, olağandışı doğal süreçlerden, teknolojik gelişmelerden ve çeşitli şekillerdeki sosyal dışlanmalardan doğmaktadırlar. Tehlikeler, önceden tanımlanabilen risklerdir.

Zarar görebilirlik (vulnerability) ise doğası, yapısı ya da riskli bölgeye yakınlığı sebebiyle belirli bir tehlikenin etkisiyle, zarar görmesi olası bir topluluk, yapı, servis ya da coğrafi alan olarak tanımlanabilir. Doğal riskler sebebiyle meydana gelebilecek zararı tamamen ortadan kaldırmak mümkün değildir ancak iyi çalışan uyarı sistemlerinin varlığı ve tehlikeye açık bölümler üzerinde yapılacak hazırlık ile doğal tehlikelerin meydana getireceği yıkım minimize edilebilir. Bu nedenle, afet yönetimi, iyi idarenin bir parçası gibi görülebilir.

Tehlike ve zarar görebilirlik kavramları kullanılarak afet aşağıdaki şekilde formüle edilebilir:

$$\text{Afet} = \text{Tehlike} \times \text{Zarar Görebilirlik}$$

O halde, tehlikenin boyutu ne kadar büyük olursa olsun, zarar görebilirlik ölçüsü ne kadar küçükse, afetin boyutları da o kadar küçük olacaktır.

Acil durum yönetiminde temel kavram, herhangi bir acil durumda uygulanan yönetim stratejilerinin, aynı şekilde tüm acil durumlara uygulanabileceğidir. Acil durumlar yalnızca bir günde ortaya çıkmamaktadırlar; zaman içinde meydana gelirler ve bir yaşam döngüsüne sahiptirler. Bu nedenle, yönetim stratejisi, zarar azaltma, önceden hazırlık, kurtarma ve ilk yardım ve iyileştirme ve yeniden inşa olmak üzere acil durumun 4 evresiyle uyuşmalıdır. Bu evreler, birbirleriyle döngüsel ilişki içindedirler. Evrelerin oluşturduğu döngüye Acil Durum Yönetimi Döngüsü adı verilmektedir. Bir evredeki faaliyetler, önceki evrede yer alan faaliyetlerle örtüşebilirler. Aşağıda her evrede yapılan faaliyetler kısaca tanımlanmaktadır:

- I. Zarar Azaltma Safhası:** Afet tehlikesinin önlenmesi veya önlenemediği takdirde büyük kayıplar doğurmaması için alınması gereken tüm önlemleri ve faaliyetleri içeren safhadır.
- II. Önceden Hazırlık Safhası:** Tehlikenin insanlar için olumsuz etkiler doğurabilecek sonuçlarını, karşı önlemler olarak, zamanında, en uygun şekilde ve en etkili organizasyon ve yöntemlerle ortadan kaldırmak amacıyla yapılacak çalışmaları içeren safhadır.
- III. Kurtarma ve İlk Yardım Safhası:** Bir afetin meydana gelişinden hemen sonra başlatılan, olaydan zarar görenlere acil yardım sağlamak ve ikincil zararın olasılığını ve boyutunu ya da şiddetini azaltmak amacıyla yapılan faaliyetlerdir.
- IV. İyileştirme ve Yeniden İnşa Safhası:** Bu safha, tüm sistemlerin işleyişi normale dönene kadar devam eder. Bu aşamada yürütülen faaliyetlerin ana hedefi, afete uğramış toplulukların hayati aktivitelerinin minimum düzeyde karşılanabilmesi için gereken çalışmaların yapılması ve sonrasında afetten etkilenen veya zarar gören tüm insan aktivitelerinin afetten önceki düzeyden daha ileri bir düzeyde karşılanabilmesidir.

Özetle, meydana gelen büyük bir afetin zararları, birimlerin etkin bir şekilde koordine edilmesi ve yönetilmesiyle azaltılabilir. Acil afet yönetiminde zararların en aza indirilebilmesi için soruna sistem yaklaşımı çerçevesinde bakılmalı ve disiplinler arası koordinasyon sağlanmalıdır. Problemleri farklı bakış açısıyla değerlendiren yaklaşımlar bir arada ele alınarak, farklı disiplinlerden elde edilen çözümler birleştirilmelidir.

Etkin afet yönetimi bir problem olarak değerlendirildiğinde, bu problemin çözümü için kullanılacak ve ölçülmesi çok kolay olmayan pek çok parametreden yararlanılma zorunluluğu bulunmaktadır. Bu parametrelerden bazıları mevcut durumun analizi, planlama, optimum kaynak kullanımı, koordinasyon, içinde bulunulan durumun detaylı olarak izlenmesi ve kontrol edilmesi, hızlı ve doğru karar verebilme şeklinde ifade edilebilir.

Bu çalışma, afet faaliyetleri yönetiminin 3. evresinde yer alan ve afetzedelerin kurtarılmasından yeterli tıbbi müdahalenin sağlanmasına kadar geçen süreçteki faaliyetlerin planlanmasına odaklanmaktadır. Bu nedenle, izleyen bölümde, bir afet sonrasında yapılan acil kurtarma faaliyetleri ile ilgili daha detaylı bilgi verilecektir.

2.2 Afetlerde Sağlık Hizmetleri

Ülkemizde 1900'lerin başından günümüze dek, 120.000'i aşkın insan, doğal olaylar sonunda oluşan afetler nedeniyle ölmüştür. 250.000'i aşkın insan ise ağır yaralanmış veya sakat kalmıştır (Esin vd., 2001). Bu sayılara bakıldığında, sağlık hizmetleri açısından afet, kısa sürede, rutin işleyiş ve mevcut kaynakları kullanarak üstesinden gelinemeyecek sayıda yaralı meydana getiren olay olarak nitelendirilebilir. Örneğin, deprem nedeniyle meydana gelen bir afet sonrasında, yaralı gelişleri iki dalga halinde olabilmekte; birinci dalga olağandışı durumdan hemen sonra meydana gelebilmektedir. Artçı deprem, yangın gibi olağandışı durumun ikincil etkileri yüzünden oluşan, enkaz kaldırma, kurtarma çalışmaları sırasında olan yaralanmalar ise ikinci dalgayı oluşturur. Sağlık hizmetlerine gereksinim ise bu tür afetlerde, ilk 24 saat içinde yoğunlaşmakta ve bu yoğunluk 3-5 gün kadar sürmektedir. Genellikle gözlenen durum, depremin oluşumundan bir hafta sonra sağlık hizmetine olan talebin normale döndüğüdür (Gürsoy ve Çiçeklioğlu, 2002). Bu nedenle, afete sebep olan olaydan sonraki ortalama olarak 3-7 günlük yoğun periyodu kolay bir şekilde atlatabilmek, afet sonrasında çok sayıda afetzedeye tıbbi yardım ulaştırabilmek ve mümkün olduğunca çok hayat kurtarabilmek için arama-kurtarma kuruluşlarının ve sağlık sektörünün çok iyi hazırlanması ve yönetilmesi gerekmektedir.

Akdur (2005), bir afet durumunda sağlık sektöründen beklenen görevleri acil tıbbi müdahale ve halk sağlığı hizmetleri olarak ikiye ayırmaktadır. Acil tıbbi müdahale hizmetleri; arama-kurtarma sırasında tıbbi müdahaleyi, yaralanma derecelerinin belirlenmesini, yaralıların bakımını/yaşam idamesini, hasta-yaralı

tahliyesini kapsamaktadır. Halk sağlığı hizmetleri başlığı altında ise, ikincil hastalık ve ölümlerin önlenmesi için su ve gıda güvenliğinin sağlanması gibi vre sağlığı hizmetleri ve kişiye yönelik koruyucu hizmetler yer almaktadır. Bu çalışmada, afetin hemen sonrasında yapılacak olan acil tıbbi müdahale hizmetlerinin modellenmesi ile ilgilenilmektedir. Bu sebeple, halk sağlığı hizmetlerine detaylı olarak değinilmemektedir.

Olay meydana geldikten hemen sonra arama-kurtarma ve ilk yardım ekiplerinin olay yerine ulaşması çoğunlukla mümkün olamadığı için afetzedelerin kurtarılması konusunda yerleşik halka büyük iş düşmektedir. Bu nedenle, sessiz dönem olarak da bahsedilen hazırlık evresinde, toplumdaki bireylerin kurtarma ve ilkyardım konularında eğitilmesi ve gönüllü ekiplerin oluşturulması, kurtarılan kişi sayısının arttırılmasında büyük önem taşımaktadır.

Acil yardım ekipleri olay yerinde, afetzedelerin triyajını yapmak, acil tıbbi müdahale gerekenlere olay yerinde müdahalede bulunmak ve ileri seviyede tıbbi yardıma ihtiyaç duyanları, güvenli bir şekilde hastanelere sevk etmekle yükümlüdürler. Triage, yaralı ya da hasta sayısının yerel sağlık kapasitesini aştığı durumlarda olay yeri, hastane ve hastane birimleri arasında yaralanmanın derecesine göre hastaların bakım önceliklerine ve sevk edilecekleri sağlık kuruluşlarına karar vermektir. Kısaca, afetzedelerin tıbbi bakım önceliklerinin belirlenmesi şeklinde de tanımlanabilir. Durak ve Vatansver (2002), triyaj işleminde sonra afetzedelerin ortalama olarak sadece %10-15'inin hastanede tedavi edileceğini; yaralıların hastanelere doğru ve uygun bir şekilde dağıtılmasıyla, hastanelerin ve sağlık yönetiminin yükünün olağan durumlardaki seviyesine indirilebileceğini belirtmektedirler. Triage, olay yerinde, hastanede ve hastane içerisindeki birimlerde uygulanması gerekmektedir.

Olay yerinde, kurbanların taşınabileceği güvenli bir nokta, triyaj alanı olarak belirlenmelidir. Triage alanının yakınında oluşturulacak alanlar aşağıdaki şekildedir:

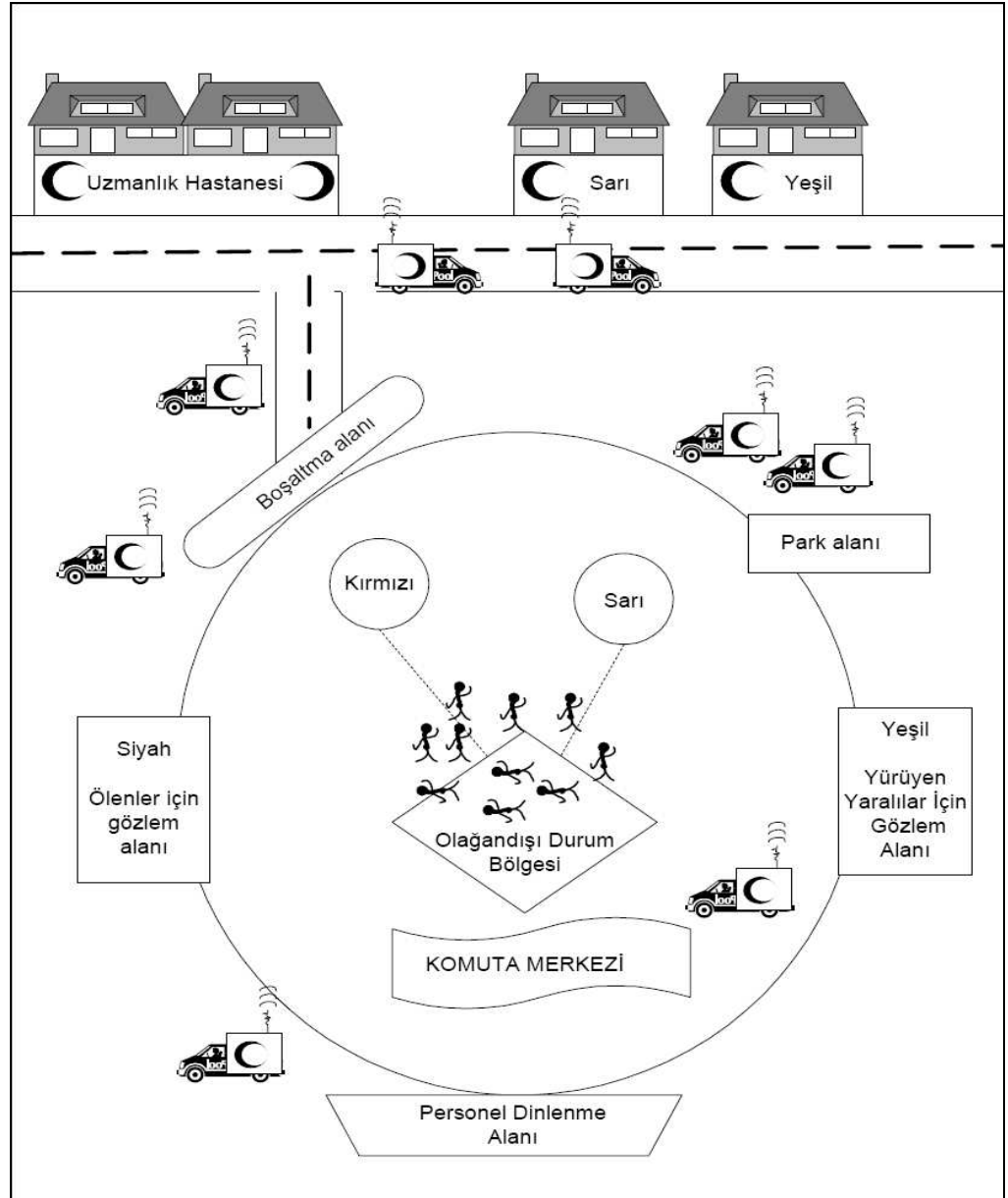
Acil bakım alanı (kırmızı alan): En yüksek bakım önceliği bulunan hastaların stabilizasyonun ve yaşam kurtarıcı acil bakımlarının yapılacağı alandır.

Geciktirilebilir bakım alanı (sarı alan): Durumu ciddi olan ancak bir süre bekleyebilecek durumdaki yaralıların toplanacağı alandır.

Ölenler için gözlem alanı (siyah alan): Ölmüş ya da ölmek üzere olan kişilerin gönderildiği güvenli ve serbest girişin yasak olduğu alandır. Yaralıların sevki tamamlandıktan sonra ya da ambulans dışı araç bulunabildiği zaman morga sevki yapılmalıdır.

Gözlem alanı (yeşil alan): Yürüyeabilen yaralılar için oluşturulan sakin ve güvenli alandır.

Tedavi ve gözlem alanlarının yanısıra, araçların park edebileceği park alanı, yaralıların ambulanslara yükleneceği boşaltma alanı ve personelin dinlenebileceği bir dinlenme alanı oluşturulmalıdır (Durak ve Vatansever, 2002).



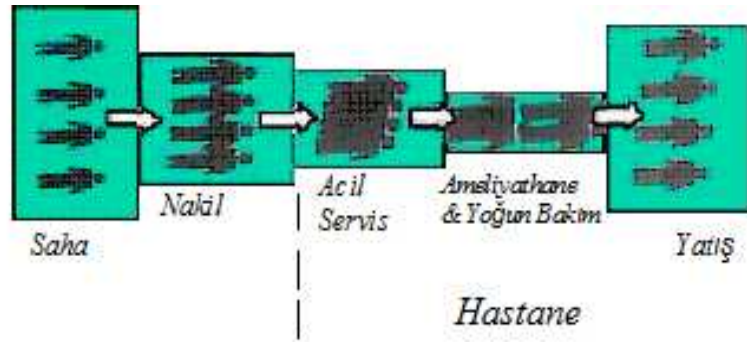
Şekil 2.1 Triyaj alanı (Durak ve Vatansever, 2002).

Şekil 2.1’de hastanelere de renk kodları verilmiş olduğu görülmektedir. Bu sınıflama, hastanelerin personel, malzeme ve ekipman kapasitesine ve bakım seviyelerine göre yapılmaktadır. Yeşil renk, 7 gün 24 saat boyunca kesintisiz acil bakım hizmeti sunan, iki ameliyat odası çalışan, temel görüntüleme, laboratuvar ve ilaç hizmeti veren temel uzmanlık alanlarını barındıran ve en az 50 yataklı bir hastanedir. Bu tip hastaneler, ülkemizdeki ilçe hastanelerine uymaktadırlar. Sarı renk kodu, bölge hastaneleri; kırmızı renk kodu ise eğitim hastanesi, özel uzmanlık hastanesi ya da üniversite hastaneleridir (Durak ve Vatansever, 2002).

Afetzedeler hastaneye ulaştırıldıklarında, hastane acil servisine alınmadan önce, deneyimli bir uzman tarafından yine triyaj işlemine tâbi tutulmalı ve yeniden yapılan değerlendirmeye göre tedavi için acil servise alınmalıdırlar. Burada da deneyimli bir hekim tarafından, röntgen ve laboratuvar tetkikleriyle birlikte yeniden değerlendirme yapılmalı, ileri tedavi için farklı servislerden destek alınmalıdır.

Bazı afetlerde, olay yerinde seyyar hastane de kurulabilmektedir. Bu hastaneye, olay yerinde değerlendirmesi yapılan yaralıları gönderilebilmektedir. Buraya sevk edilenler, genellikle daha hafif yaralanması olan afetzedelerdir.

Acil tıbbi müdahale hizmetlerinin aşamaları ile ilgili bu bölümde verilen bilgiler, aşağıdaki şekilde özetlenmektedir.



Şekil 2.2 Acil tıbbi müdahale faaliyetleri için akış şeması

3. ACIL TIBBİ MÜDAHALE FAALİYETLERİNİN KUYRUK SİSTEMLERİ İLE MODELLENMESİ

Bu bölümde, kuyruk modelleri ile ilgili analizlerde kullanılan alt yapı ile ilgili temel bilgilere değinilecektir. Markov süreçler, kuyruk teorisi, z-dönüşümü, ve Laplace dönüşümü hakkında kısa açıklayıcı bilgiler verilecektir.

3.1 Stokastik (Rassal) Süreç Kavramı ve Markov Süreci

Stokastik süreç, belirli bir olasılık uzayında tanımlı ve T indeks kümesi üzerinde değişen t ile indekslenen $\{X(t)|t \in T\}$ rasgele değişkenlerinin ailesidir. $X(t)$ rasgele değişkeninin aldığı değerlere durum (state), tüm olası değerler kümesine ise sürecin durum uzayı adı verilmektedir.

Bir stokastik sürecin durum uzayı kesikli ise kesikli durum süreci ya da zinciri olarak adlandırılır. Bu durumda durum uzayının genellikle $\{0,1,2,\dots\}$ şeklinde olduğu farz edilir. Alternatif olarak, eğer durum uzayı sürekli ise bu durumda bir sürekli durum süreci söz konusudur. Benzer şekilde, eğer T indeks kümesi kesikliyse kesikli zaman (parametre) süreci; sürekli ise sürekli zaman (parametre) süreci söz konusudur. Durum uzayı I ile gösterildiğinde aşağıdaki tabloda stokastik süreçlerin sınıflandırılması gösterilmektedir.

Çizelge 2.1 Stokastik süreçlerin sınıflandırılması (Trivedi, 2002)

		İndeks Kümesi	
		T	
Durum Uzayı I		Kesikli	Sürekli
		Kesikli	Kesikli zaman stokastik zinciri
Sürekli	Kesikli zaman sürekli durum süreci	Sürekli zaman sürekli durum süreci	

Herhangi $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n < t$ için, eğer $X(t_0), X(t_1), \dots, X(t_n)$ 'nin verilen değerleri için $X(t)$ 'nin koşullu dağılımı yalnızca $X(t_n)$ 'e bağlıysa, $\{X(t)|t \in T\}$ süreci Markov süreç olarak adlandırılır. O halde aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$P[X(t) \leq x | X(t_n) = x_n, X(t_{n-1}) = x_{n-1}, \dots, X(t_0) = x_0] = P[X(t) \leq x | X(t_n) = x_n]$$

3.1.1 Kesikli Zaman Markov Zincirleri

Önceden de belirtildiği üzere I durum uzayı kesikli yani sonlu ya da sayılabilir sonsuzlukta olduğunda, Markov süreci, Markov zinciri olarak adlandırılmaktadır. Eğer T parametre uzayı da kesikli ise bu durumda, kesikli zamanlı Markov zinciri söz konusu olacaktır. O halde $T=\{0, 1, 2, \dots\}$ şeklinde olacaktır. Süreç, kesikli zaman noktalarında gözlemlendiğinde, $0, 1, 2, \dots, n, \dots$ anlarındaki $X_0, X_1, \dots, X_n, \dots$ rasgele değişkenleri, ardışık gözlemleri temsil edeceklerdir. $X_n = j$ ise sürecin n zaman noktasındaki durumu olacaktır. X_0 sistemin başlangıç durumu olarak verildiğinde, Markov özelliğine göre aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$P[X_n = i_n | X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots, X_{n-1} = i_{n-1}] = P[X_n = i_n | X_{n-1} = i_{n-1}]$$

X_n rasgele değişkeninin olasılık fonksiyonu $p_j(n) = P(X_n = j)$ ile gösterildiğinde, $p_{jk}(m, n) = P(X_n = k | X_m = j)$ koşullu olasılığı, sürecin m anındaki j durumundan n anındaki k durumuna bir geçiş yapması olasılığını temsil eder.

$p_{jk}(m, n)$ olasılığı, Markov zincirinin geçiş (transition) olasılık fonksiyonu olarak adlandırılır. $p_{jk}(m, n)$ olasılığı yalnızca $n-m$ farkına bağlı ise veya bir başka ifadeyle, Markov zinciri durağan geçiş olasılıklarına sahipse, homojen Markov zinciri söz konusudur. Bu tip zincirler için aşağıdaki ifade kullanılır:

$$p_{jk}(n) = P(X_{m+n} = k | X_m = j)$$

$p_{jk}(n)$, n -adım geçiş olasılığıdır. Tek adım geçiş olasılıkları ise $p_{jk}(1) = P(X_m = k | X_{m-1} = j) = p_{jk}$ ile verilir. Bu durumda tek adım geçiş olasılık matrisi aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$P = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & \dots \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & \dots \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

P matrisi, aşağıdaki özellikleri sağlamalıdır (Trivedi, 2002):

$$\mathbf{I.} \quad 0 \leq p_{ij} \leq 1, \quad i, j \in I$$

$$\text{II. } \sum_{j \in I} p_{ij} = 1, \quad i \in I$$

Kesikli zaman Markov zincirleri aşağıdaki sınıflandırmalara dayalı olarak kategorize edilebilirler:

Erişilebilir (reachable) durum: $i, j \in I$ olmak üzere, eğer verilen geçiş olasılık matrisine göre sonlu sayıda adımda bir i durumundan j durumuna geçiş olası ise j durumunun bir i durumundan erişilebilir olduğu söylenir. Bir $n \geq 1$ tamsayısı için aşağıdaki n adım geçiş olasılığı mutlaka mevcut olmalıdır:

$$p_{ij}^{(n)} > 0, \quad n \geq 1$$

İndirgenebilir (irreducible) durum: Eğer zincirdeki tüm durumlar, ikili olarak kendi aralarında birbirlerine erişebiliyorsa, kesikli zaman Markov zincirinin indirgenebilir olduğu söylenir.

$$\forall i, j \in I, n \geq 1 \text{ için } p_{ij}^{(n)} > 0$$

Yutucu (absorbing) durum: $i \in I$ olmak üzere ancak ve ancak kendisinden başka bir durumdan i durumuna erişilemiyorsa i durumunun yutucu durum olduğu söylenir. Bu durumda $p_{ii} = 1$ 'dir. En az bir yutucu durum içeren kesikli zaman Markov zinciri mevcutsa, zincir indirgenebilir değildir.

Tekrarlı (recurrent) ve geçici (transient) durum: $i \in I$ olmak üzere, i durumundan ayrıldıktan sonra tam olarak $n \geq 1$ adım sonra i 'ye ilk dönüşün koşullu olasılığı $f_i^{(n)}$ ile temsil edilsin. Bu olasılık, n -adım tekrar (recurrence) olasılığı olarak adlandırılır. O halde, herhangi bir zamanda i durumuna dönme olasılığı $f_i = \sum_{n=1}^{\infty} f_i^{(n)}$ ile elde edilir. Eğer, kesikli zaman Markov zincirinin $f_i = 1$ olasılığıyla döndüğü bir $i \in I$ durumu mevcutsa, i durumuna tekrarlı durum denir. $f_i < 1$ ise i durumu geçici durum olarak adlandırılır.

Tekrarlı i durumunun ortalama tekrar süresi $m_i = \sum_{n=1}^{\infty} n f_i^{(n)}$ ile verilir. Eğer ortalama tekrar süresi sonlu ise yani $m_i < \infty$ ise i durumu pozitif tekrarlıdır. $m_i = \infty$ ise i durumu etkisiz tekrarlı (null recurrent) durumdur.

Periyodik (periodic) ve periyodik olmayan (aperiodic) durum: Bir tekrarlı $i \in I$ durumu için i durumunun periyodu d_i ile gösterilsin. O halde d_i 'nin değeri, $p_{ii}^{(n)} > 0$ şartını sağlayan pozitif tamsayılar kümesinin en büyük ortak bölenidir. Eğer $d_i = 1$ ise tekrarlı i durumunun aperiodyk, $d_i > 1$ ise periyodik olduğu söylenir (Bolch et al., 1998).

3.1.2 Sürekli Zaman Markov Zincirleri

Bir durumdan diğerine geçişlerin herhangi bir anda olması dışında, sürekli zaman Markov zincirlerinin analizi, kesikli zaman ile benzerlik gösterir. Bu ise t parametresinin sürekli değerler almasına rağmen $X(t)$ değerler kümesinin kesikli olduğu anlamına gelmektedir. $I = \{0, 1, 2, \dots\}$ sürecin durum uzayını, $T = [0, \infty)$ ise parametre uzayını gösterebiliriz. Eğer $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n < t$ ve $t_r \geq 0$ ($r = 0, 1, \dots, n$) için eğer koşullu olasılık fonksiyonu

$$P[X(t) = x | X(t_n) = x_n, X(t_{n-1}) = x_{n-1}, \dots, X(t_0) = x_0] = P[X(t) = x | X(t_n) = x_n]$$

ilişkisini sağlıyorsa, $\{X(t) | t \geq 0\}$ kesikli durum sürekli zamanlı stokastik süreci, bir Markov zinciri olarak adlandırılır. Sürecin davranışı, $X(t_0)$ 'ın olasılık fonksiyonu $P\{X(t_0) = k\}$, $k = 0, 1, 2, \dots$ ile verilen başlangıç durum olasılık vektörü ve geçiş olasılıkları $p_{ij}(s, t) = P(X(t) = j | X(s) = i)$ $0 \leq s \leq t$; $i, j = 0, 1, 2, \dots$ ile temsil edilir.

$p_{ij}(s, t)$ olasılığı, yalnızca $t-s$ zaman farkına bağlı ise $\{X(t) | t \geq 0\}$ Markov zinciri, homojendir veya bir başka ifadeyle, durağan geçiş olasılıklarına sahiptir. Bu olasılıklar, aşağıdaki gibi ifade edilirler:

$$p_{ij}(t) = P(X(t+s) = j | X(s) = i), \quad s \geq 0$$

$X(t)$ 'nin t anındaki durum olasılıkları $\pi_j(t) = P(X(t) = j)$, $j = 0, 1, 2, \dots$; $t \geq 0$ ile temsil edilir ve $\sum_{j \in I} \pi_j(t) = 1$ 'dir. Verilen bir $t > s$ için toplam olasılık teoreminden yararlanarak, geçiş olasılıkları ve $p_{ij}(s, t)$ ve $X(s)$ 'in olasılık fonksiyonu yardımıyla, $X(t)$ 'nin olasılık fonksiyonu elde edilebilir:

$$\begin{aligned} \pi_j(t) &= P(X(t) = j) = \sum_{i \in I} P(X(t) = j | X(s) = i) P(X(s) = i) \\ &= \sum_{i \in I} p_{ij}(s, t) \pi_i(s) \end{aligned}$$

Yukarıda $s=0$ alınırsa $\pi_j(t) = \sum_{i \in I} p_{ij}(0,t) \pi_i(0)$ ifadesi elde edilir. Bu sonuç, başlangıç olasılık vektörü $\pi(0) = [\pi_0(0), \pi_1(0), \dots]$ ve $p_{ij}(s,t)$ geçiş olasılıkları verildiğinde, sürekli zaman Markov zincirinin olasılıksal davranışının tam olarak belirlenebileceğini açıkça göstermektedir.

Homojen sürekli zaman Markov zincirinin değerlendirilmesi, türeten (generator) matris olarak bilinen $Q(t)$ ile tanımlanır. $Q(t) = [q_{ij}(t)]$ matrisinin köşegeni üzerinde yer alan elemanlar $q_{ii}(t) = -q_i(t)$ şeklindedir. Tüm i 'ler için $\sum_j q_{ij}(t) = 0$ 'dır. $P(s,t) = [p_{ij}(s,t)]$ şeklinde yazıldığında, aşağıdaki matris formundaki denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(s,t)}{\partial t} &= P(s,t)Q(t) \\ \frac{\partial P(s,t)}{\partial s} &= Q(s)P(s,t) \\ \frac{\partial \pi(t)}{\partial t} &= \pi(t)Q(t) \end{aligned}$$

Sürekli zaman Markov zincirine ait durumların sınıflandırılması, kesikli zamandakiyle benzerlik göstermektedir; ancak, sürekli zamanda periyodik/periyodik olmayan durumla ilgili bir görüş bulunmamaktadır. $j \neq i$ olmak üzere $q_{ij} = 0$ ise i durumu, yutucu durumdur. Bir $t > 0$ için $p_{ij}(t) > 0$ ise j durumuna i durumundan erişilebildiği söylenir. Her durum için eğer bir durumdan diğerine erişilebiliyorsa, sürekli zaman Markov zinciri indirgenebilirdir (Trivedi, 2002).

3.2 Doğum - Ölüm Süreci

Tüm sürekli zaman Markov zincirleri sınıfı, doğum ve ölüm süreçlerinin oluşturduğu önemli bir alt sınıfa sahiptir. Bu süreçler, bir durumdan diğerine olan geçişlerin, sadece komşu durumlar arasında olabilmesi özelliğine sahiptirler. Durum uzayı $I = \{0, 1, 2, \dots, i, \dots\}$ şeklinde olduğunda, i durumundan yalnızca $i-1$ ve $i+1$ durumlarına geçiş söz konusudur.

$I = \{0, 1, 2, \dots, i, \dots\}$ durum uzayına ve aşağıdaki hızlara (rate) sahip bir $\{X(t) | t \in T\}$ sürekli zamanlı Markov zinciri ile ilgilenilsin.

$$\begin{aligned} q_{i,j+1} &= \lambda_i \quad i = 0, 1, \dots \\ q_{i,j-1} &= \mu_i \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

$$q_{i,j} = 0, \quad j \neq i \pm 1, \quad j \neq i, \quad i = 0,1,\dots,$$

$$q_i = (\lambda_i + \mu_i) \quad i = 0,1,\dots, \quad \mu_0 = 0$$

- i) Eğer $i=1,2,\dots$ olmak üzere $\mu_i = 0$ ise süreç, saf doğum (pure birth) sürecidir.
- ii) Eğer $i=0,1,\dots$ olmak üzere $\lambda_i = 0$ ise süreç, saf ölüm (pure ölüm) sürecidir.
- iii) Eğer bazı λ_i ve μ_i 'ler sıfırdan farklı pozitif değerler alıyorsa, süreç, doğum ve ölüm süreci adını alır (Mehdi, 2003).

Çoğu basit ancak ilginç özellikteki kuyruk sistemi, doğum-ölüm süreçleri ile analiz edilebilmektedir. O halde bu tip sistemlerde, geçişler yalnızca komşu durumlar arasında olmaktadır. Sisteme bir müşteri ya da işin gelişi ile sistemin i durumunda olduğu verildiğinde, i durumundan $i+1$ durumuna geçiş; bir müşterinin servisinin tamamlanması ile de i durumundan $i-1$ durumuna geçiş meydana gelecektir.

3.3 Poisson Süreç

Eğer $i \geq 0$ olmak üzere $\mu_i = 0$ ve tüm i değerleri için $\lambda_i = \lambda$ ise λ parametrelili homojen Poisson süreç söz konusudur. Poisson süreç, stokastik süreçlerin büyük bir çoğunluğunu modellemek için kullanılabilir. Kısaca, gelişler arası süreleri (interarrival time) aşağıdaki F olasılık dağılım fonksiyonuna ve f olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip bir yenileme (renewal) sürecidir şeklinde tanımlanabilir.

$$F(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases}$$

$N(t)$ ile $(0,t]$ zaman aralığında meydana gelen olayların sayısı temsil edildiğinde, $\{N(t) | t \geq 0\}$ süreci λ parametrelili homojen Poisson süreçtir. Örneğin birim zamanda bir telefon hattına gelen aramaların sayısını veya bir gişeye işlem yaptırmak için gelen müşterilerin sayısını temsil eden λ , geliş hızı (arrival rate) olarak; hatasız bileşenlerden oluşan bir grupta, bozulan bileşenlerin sayısını temsil

eden λ ise bozulma hızı (failure rate) olarak adlandırılır. $N(t)$ 'nin bir Poisson süreç oluşturabilmesi için aşağıdaki dört koşulun sağlanması gerekmektedir:

1. $N(0) = 0$
2. Örtüşmeyen zaman aralıklarında meydana gelen olaylar, karşılıklı bağımsızdır.
3. $(t, t+h]$ zaman aralığında, bir ya da birden fazla olay meydana gelmesi veya hiçbir olay meydana gelmemesi olasılıkları, sadece aralığın uzunluğuna (h) bağlıdır.
4. Yeterince küçük h değerleri için aşağıdaki ilişkiler mevcuttur:

$$P[(t, t+h] \text{ zaman aralığında 1 olay meydana gelmesi}] = \lambda h + o(h)$$

$$P[(t, t+h] \text{ zaman aralığında 0 olay meydana gelmesi}] = 1 - \lambda h + o(h)$$

$$P[(t, t+h] \text{ zaman aralığında birden çok olay meydana gelmesi}] = o(h)$$

İki ardışık ve örtüşmeyen zaman aralığı $(0, t]$ ve $(t, t+h]$ için $(0, t+h]$ aralığında n olay meydana gelmesi olasılığı $p_n(t+h)$ aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} p_n(t+h) &= P(N(t+h)=n) = P(N(t)=n) \cdot P((t, t+h] \text{ aralığında 0 olay}) \\ &\quad + P(N(t)=n-1) \cdot P((t, t+h] \text{ aralığında 1 olay}) \\ &\quad + \sum_{i=0}^{n-2} P(N(t)=i) \cdot P((t, t+h] \text{ aralığında } n-i \text{ olay}) \\ &= p_n(t)[1 - \lambda h + o(h)] + p_{n-1}(t)[\lambda h + o(h)] + \sum_{i=0}^{n-2} p_i(t)o(h) \\ &= [1 - \lambda h]p_n(t) + \lambda h p_{n-1}(t) + o(h) \end{aligned}$$

Benzer şekilde $p_0(t+h)$ aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$p_0(t+h) = [1 - \lambda h]p_0(t) + o(h)$$

$h \rightarrow 0$ iken limit alındığında $p_0(t)$ ve $p_n(t)$ 'ye ilişkin aşağıdaki diferansiyel denklemler elde edilir:

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda p_0(t)$$

$$\frac{dp_n(t)}{dt} = -\lambda p_n(t) + \lambda p_{n-1}(t) , n > 0$$

Yukarıdaki diferansiyel denklemlerin çözümü ile de aşağıdaki sonuca ulaşılır:

$$p_n(t) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} , n > 0$$

Bu sonuca dayalı olarak da $(0, t]$ zaman aralığında meydana gelen olayların sayısı $N(t)$ 'nin λt parametrelili Poisson dağıldığı söylenebilir.

3.4 Kuyruk Teorisi

Kuyruk teorisi, stokastik süreçlerle ilgili pek çok örnek sunmaktadır. Teori, bekleme hatlarının analizi için kullanılan bir matematiksel yaklaşımdır. Bir kuyruk sisteminin parametreleri geliş süreci, servis süreci, servis sağlayıcıların sayısı, sistem kapasitesi, sistemin popülasyonunun büyüklüğü ve servis disiplini.

- Geliş süreci, iki ardışık geliş arasındaki zaman ile tanımlanır. Aynı zamanda, gelişlerin tek mi yoksa gruplar halinde mi olduğu da geliş sürecini tanımlayan faktörlerden biridir.
- Servis süreci ise bir servisin tamamlanması için gerekli süre ile tanımlanır. Bu süre, deterministik ya da stokastik olabilir. Servisin tek müşteriye mi yoksa gruba mı verildiğinin belirtilmesi, servis sürecinin karakterize edilmesinde önemli bir faktördür.
- Bir sistem, bir ya da birden fazla paralel servis sağlayıcı içerebilir. Sisteme gelen müşteri birden fazla boş servis sağlayıcı bulduğunda, birisini rasgele olarak seçer; aksi takdirde kuyruğa dahil olur.
- Sistemin kapasitesi, sonsuz ya da sonlu büyüklükte olabilir. Eğer sistem sonsuz kapasiteye sahipse, servis sağlayıcıların önünde bekleyen müşteri

kuyruğu, herhangi bir sayıya kadar uzayabilir. Eğer kapasite sınırlandırılmışsa, sistemin kapasitesi dolduğunda, servis almak üzere gelen müşteri sisteme giremez ve kaybedilir.

- Sisteme gelen müşteri popülasyonu, sonlu ya da sonsuz sayıda olabilmektedir. Eğer sonlu sayıda müşteri popülasyonu mevcutsa, sisteme gelişler, sistemdeki müşteri sayısına bağlı olarak değişecektir.
- Servis disiplini ise, hangi müşterinin bir sonra servise alınması gerektiğini belirler. Çoğunlukla kullanılan servis disiplinleri, ilk gelen ilk servis alır (first come first served), son gelen ilk servis alır (last come first served) ve önceliklendirme disiplinleridir.

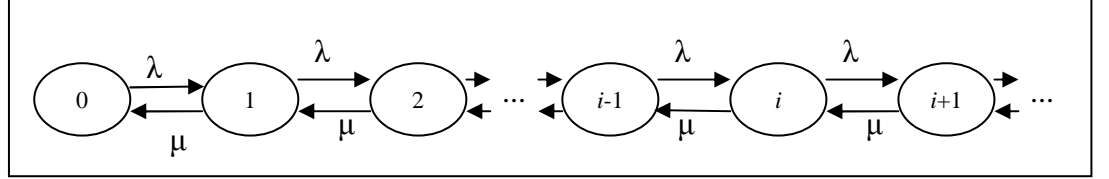
Bir kuyruk sistemini karakterize eden bu parametreler, Kendall Notasyonu ile temsil edilmektedirler. Notasyon, $A/B/C/K/N/D+E$ şeklindedir. A geliş süreci, B ise servis süreci dağılımını tanımlamaktadır. Eğer, homojen Poisson geliş süreci ve üstel servis süreleri mevcut ise A ve B yerine M (Markov) yazılacaktır. Eğer geliş ve servis süreci dağılımı genel ise G ile, belirli ise D ile temsil edilirler. C sistemdeki servis sağlayıcısı sayısını temsil eder. K ise sistemin serviste ve kuyrukta içereceği toplam müşteri sayısını ya da kısaca sistem kapasitesini belirler. N müşteri popülasyonu sayısını gösterir. D ise servis disiplinini temsil etmektedir. Eğer sistemde ayrılışlar sadece servisin tamamlanmasıyla meydana gelmiyorsa, yani müşterilerin sistemi terk etme (abandonment) durumları da mevcutsa, $+E$ ilişkili dağılımı belirler.

3.5 $M/M/1$ Kuyruk Sistemi

Bu kuyruk sistemi, en basit ve temel kuyruk sistemidir. Geliş süreci λ parametrelili homojen Poisson süreçtir. Eş değer olarak, müşterilerin sisteme gelişler arası sürelerinin, $1/\lambda$ ortalamalı üstel dağıldığı söylenebilir. Servis süreleri de bağımsız ve özdeş dağılan rasgele değişkenlerdir ve ortak dağılım $1/\mu$ ortalamalı üstel dağılımdır. Bu bölümde, $M/M/1$ kuyruk sistemi için hem durağan durum (steady state) hem de geçici durum (transient state) özelliklerine kısaca değinilecektir.

3.5.1 M/M/1 kuyruk sisteminin durağan durum çözümü

Analize başlamadan önce hız (rate) eşitliği kuralı üzerinde durmakta fayda vardır. Bu kurala göre, bir sürecin herhangi bir i durumuna giriş hızı, sürecin o durumdan çıkış hızına eşittir. Bu basit kural, Şekil 3.1’de gösterilmektedir.



Şekil 3.1 M/M/1 kuyruk sistemi için durum geçiş diyagramı

Durağan durum varsayımı yapıldığından $n=0,1,2,\dots$ için $p_n = \lim_{t \rightarrow \infty} P[N(t) = n]$ ilişkisi mevcuttur. Önceden de bahsedildiği üzere, $N(t)$, t anında sistemde bulunan müşteri sayısıdır (servis+kuyruk). p_n ise sürecin n durumunda geçirdiği zaman bölümüdür. Hız eşitliği özelliğinden yararlanarak, aşağıdaki eşitlikler yazılabilir:

$$\begin{aligned} \lambda p_0 &= \mu p_1, \quad n = 0 \\ (\lambda + \mu) p_n &= \lambda p_{n-1} + \mu p_{n+1}, \quad n \geq 1 \end{aligned}$$

p_1 'den başlayarak, tüm olasılıklar p_0 cinsinden elde edilip toplam 1'e eşitlendiğinde, p_0 değeri ve ardından tüm durum olasılıklarının değerleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} p_0 &= 1 - \frac{\lambda}{\mu} \\ p_n &= \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n, \quad n \geq 1 \end{aligned}$$

Dağılımın geometrik ve belleksizlik özelliğine sahip olduğu söylenebilir. Bu olasılıklar belirlendikten sonra, sistemdeki ortalama müşteri sayısı, ortalama bekleme süresi ve benzer performans ölçüleri, kolaylıkla elde edilebilirler.

3.5.2 M/M/1 kuyruk sisteminin geçici durum çözümü

Kuyruk teorisindeki birçok sonuç durağan durum ile ilgilidir. Ancak çoğu durumda zaman ufkunun belirli bir süre sonra sona ermesi gibi durumlar, durağan durum koşullarının sağlanmamasına neden olur. Geçici durum analizi, sabit ve sonlu bir zaman aralığındaki sistem davranışı ile ilgilenildiğinde ve başlangıç koşulları dikkate alındığında daha uygundur.

M/M/1 kuyruk sisteminin geçici durum analizinde, durağan durumda olduğu gibi geliş süreci λ parametrelili Poisson süreç, servis süresi dağılımı ise μ parametrelili üstel dağılımdır. Yeterince küçük bir Δt aralığında, bir geliş olması olasılığı $\lambda\Delta t + o(\Delta t)$; birden fazla gelişin olması olasılığı ise $o(\Delta t)$ 'dir. Benzer şekilde, Δt aralığında bir servisin tamamlanması olasılığı $\mu\Delta t + o(\Delta t)$; birden fazla servisin tamamlanması olasılığı ise $o(\Delta t)$ 'dir. t anında sistemde mevcut müşteri sayısı $N(t)$ ile gösterilirse, $p_n(t) = P\{N(t) = n\}$, $n \geq 0$ olasılığı, t anında sistemde n müşteri bulunması olasılığını temsil edecektir. Poisson süreçte kullanılan türetimden yararlanılarak, $p_n(t)$ olasılıkları için aşağıdaki diferansiyel fark denklemleri elde edilir.

$$\begin{aligned} p_0'(t) &= -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t), \quad n = 0 \\ p_n'(t) &= -(\lambda + \mu)p_n(t) + \lambda p_{n-1}(t) + \mu p_{n+1}(t), \quad n \geq 1 \end{aligned}$$

Yukarıdaki denklemlerin çözümü için literatürde çeşitli teknikler mevcuttur. Çözüm, teferruatlı olduğu için burada değinilmeyecektir. Laplace dönüşümleri ve türeten fonksiyonlar yardımıyla olan çözümler Medhi (2003)'te mevcuttur.

3.6 Olasılık Türeten Fonksiyon

Bazen rasgele değişkenlerin ortalama, varyans ve moment değerlerini belirlemek zor olabilmektedir. Bu zorluk kesikli değişkenler için z -dönüşümü; sürekli değişkenler için de Laplace dönüşümü kullanarak aşılabılır. Negatif olmayan tamsayı değerli ve $P(X=k)=p_k$ olasılık fonksiyonuna sahip bir X rasgele değişkeni verildiğinde, X rasgele değişkeninin z -dönüşümü aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$G_X(z) = \sum_{i=0}^{\infty} z^i p_i = p_0 + p_1 z + p_2 z^2 + \dots + p_k z^k + \dots$$

$G_X(z)$ olasılık türeten fonksiyon olarak da adlandırılmaktadır. Bu fonksiyon, $|z|<1$ şartını sağlayan herhangi bir z karmaşık sayısına yakınsar. Bir X rasgele değişkeninin olasılık türeten fonksiyonu verildiğinde, p_k olasılıkları aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$p_0 = G_X(0)$$

$$p_k = \frac{1}{k!} \left. \frac{d^k G_X(z)}{dz^k} \right|_{z=0}, k = 1, 2, 3, \dots$$

Momentler ise benzer şekilde elde edilir.

$$\overline{X} = \left. \frac{dG_X(z)}{dz} \right|_{z=1}$$

$$\overline{X^2} = \left. \frac{d^2 G_X(z)}{dz^2} \right|_{z=1} + \overline{X}$$

$$\overline{X^k} = \left. \frac{d^k G_X(z)}{dz^k} \right|_{z=1} + \sum_{i=1}^{k-1} a_{k,i} \overline{X^i}, k = 3, 4, \dots$$

Yukarıdaki son denklemden yer alan $a_{k,i}$ değerleri aşağıdaki gibidir:

$$3a_{k,1} = (-1)^k (k-1)!, \quad k = 3, 4, \dots$$

$$a_{k,k-1} = \frac{k(k-1)}{2}, \quad k = 3, 4, \dots$$

$$a_{k,i} = a_{k-1,i-1} - (k-1)_{k-1,i}, \quad k = 4, 5, \dots \text{ ve } i = 2, \dots, k-2$$

Bağımsız rasgele değişkenlerin toplamının türeten fonksiyonu, her rasgele değişkenin türeten fonksiyonların çarpımına eşittir. O halde $X = \sum_{i=1}^n X_i$ rasgele değişkeninin türeten fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir (Bolch, 1998):

$$G_X(z) = \prod_{i=1}^n G_{X_i}(z)$$

3.7 Laplace Dönüşümü

Eğer X rasgele değişkeni negatif olmayan sürekli bir rasgele değişken ise kesikli rasgele değişkenler için kullanılan z -dönüşümü yerine Laplace dönüşümü

kullanılır. $f_X(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip bir sürekli X rasgele değişkeni için olasılık yoğunluk fonksiyonunun Laplace dönüşümü aşağıdaki gibi elde edilir:

$$L_X(s) = \int_0^{\infty} f_X(x) e^{-sx} dx, \quad |e^{-s}| \leq 1$$

s , bir karmaşık parametredir. $L_X(s)$, Laplace-Stieltjes dönüşümü olarak da adlandırılmaktadır. Momentler yine türev alınarak aşağıdaki şekilde belirlenir:

$$\overline{X^k} = (-1)^k \left. \frac{d^k L_X(s)}{ds^k} \right|_{s=0}, \quad k = 1, 2, \dots$$

z -dönüşümünde olduğu gibi, bağımsız rasgele değişkenlerin toplamının Laplace dönüşümü, bu rasgele değişkenlerin her birine ait Laplace dönüşümlerin çarpımına eşittir (Bolch, 1998).

$$L_X(s) = \prod_{i=1}^n L_{X_i}(s)$$

3.8 Önceliklendirme Servis Disiplininin Kullanıldığı Kuyruk Sistemleri İle İlgili Önceki Çalışmalar

Teknolojik gelişmelerin bilgisayar ve iletişim sistemlerinde hızlı ilerlemeler meydana getirmesiyle, aynı anda birden fazla işin yapılabilmesi olanaklı hale gelmiştir. Bu durum, farklı müşteri sınıfları için kuyruk ve servis sürecinde tercihli uygulama yapılması gerekliliğini ortaya çıkarmıştır. Bu tercih, öncelik kuyruklarında boşaltımsız öncelik (nonpreemptive priority) ve boşaltımlı öncelik (preemptive priority) olmak üzere iki farklı kurala göre yapılmaktadır. Her iki disiplini açıklamak için sistemde tek servis sağlayıcının bulunduğu farz edilsin. Boşaltımsız öncelik servis disiplininde, sisteme yeni gelen müşteri, daha yüksek öncelik seviyesine sahip olsa bile, servis almakta olan müşterinin servisini kesmeden, kendi öncelik sınıfına sahip kuyruğa dahil olur. İlerlemekte olan servis tamamlandığında, servis sağlayıcı, boş olmayan bir kuyruğa sahip en yüksek öncelikli sınıfın başındaki müşterinin servisine başlar. Boşaltımlı öncelik servis disiplininde ise düşük öncelikli bir müşteriye servis verilirken, daha yüksek önceliğe sahip bir müşteri sisteme gelirse, düşük öncelikli müşterinin servisi hemen kesilecektir. Servisi kesilen bu işin öncelik sınıfı, bir kez daha boş olmayan

kuyruğa sahip en yüksek öncelikli sınıf olduğunda, iki kural sözkonusudur. Bu kurallardan birincisi tekrarsız boşaltımlı servis önceliği (preemptive resume) olarak adlandırılmaktadır. Kurala göre, servisi kesilen müşterinin yapılmış olan işi korunacak ve servis kesilme noktasından devam edecektir. Yani yapılan iş, boşaltım nedeniyle kaybedilmez. İkinci kural ise tekrarlı boşaltımlı servis önceliğidir (preemptive nonresume). Bu disipline göre, servisi kesilen müşteri için servis, yeniden baştan başlayacaktır. Bu öncelik yaklaşımı, yapılan işin korunmasını sağlamamaktadır.

Öncelik kuyrukları ile yapılan çalışmalarda kullanılan teknikler, türeten fonksiyonlar, dönüşümler ve matris analitik yöntemler başlıkları altında gruplandırılabilir. Bu çalışmada, önerilen kuyruk sistemleri için durağan durumdaki bekleme süresi ve sistemde harcanan toplam sürenin ortalama değerleri, Laplace-Stieltjes dönüşüm tekniğinden yararlanılarak elde edildiğinden, öncelik kuyrukları ile ilgili literatür taraması, benzer istatistikleri, türeten fonksiyonlar ve dönüşüm teknikleri kullanarak elde eden çalışmalarla sınırlandırılmıştır.

a) *Tek servis sağlayıcının bulunduğu öncelik kuyrukları ile ilgili çalışmalar:*

Kuyruk sistemlerinde, önceliklendirme ile ilgili çalışmalar, 1950'li yıllarda başladı. Cobham (1954), durağan durumda ve boşaltımsız öncelik servis disiplini altında, herhangi sayıdaki öncelik sınıfları için ortalama bekleme sürelerini belirledi. Belirli bir öncelik sınıfına dahil olan bir müşteri için sürecin, bekleme hattında, ilgilenilen müşterinin önünde bekleyenlerin servis almaları ile ileri doğru veya daha yüksek öncelikli müşterilerin gelişi ile de geriye doğru ilerleyeceği ifade edilmiştir. Bu açıklamanın, sürecin tam bir tanımlamasını vermeyeceğine dikkat çekilerek, yine de müşterinin sisteme geliş anı ile servise alınması arasında geçen ortalama sürenin, öncelik atamalarının yapıldığı prosedürü değerlendirmede faydalı bir araç olduğu belirtilmiştir. İfadelerin türetimi iki farklı durum için yapılmıştır:

- 1) Tek servis sağlayıcının bulunduğu durumda, öncelik sınıflarının servis süresi dağılımı genel ve her öncelik sınıfı için farklı parametrelidir.
- 2) Çoklu servis sağlayıcının bulunması durumunda ise üstel ve her öncelik sınıfı için aynı parametrelidir.

White and Christie (1958), durağan durum varsayımı altında, boşaltımlı öncelik servis disiplinini incelemiştir. Tek servis sağlayıcının bulunduğu

durumda, çeşitli kurallara göre (tekrarlı ve tekrarsız servis), boşaltımın servis süresi istatistikleri üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Üstel servis süresi dağılımı varsayımı altında, türeten fonksiyonlar yardımıyla, iki öncelik sınıfı için kuyruk uzunluklarının ortak olasılık dağılımına ilişkin bir formül türetilmiş ve bu dağılımın momentleri elde edilmiştir. Ayrıca, herhangi sayıdaki boşaltımlı öncelik sınıfı için sistemdeki beklenen süreler iki farklı durum için belirlenmiştir:

- 1) Her sınıf için genel servis süresi dağılımı
- 2) Her sınıf için aynı parametrelili üstel servis süresi dağılımı

Ek olarak, gecikme (delay) dağılımlarının türeten fonksiyonları da elde edilmiştir. Çalışmada, boşaltımlı öncelik servis disiplininin, büyük hacimde rutin işlem birimini ve küçük hacimde çok önemli işlem birimini yöneten iletişim ağları ile servisteki bozulmaların etkisinin önemli olduğu sistemler için oldukça uygun olduğu belirtilmiştir.

Stephan (1958), rasgele yürüyüş (random walk) yöntemini kullanarak ve durağan durumdaki durum (state) olasılıkları için oluşturduğu tekrarlı ilişkilerden yararlanarak, White ve Christie'nin çalışmasını genişletmiştir. Tekrarlı ilişkileri, moment türeten fonksiyonların kullanımı ile birleştirerek, belirli bir durumdaki sisteme dahil olan yüksek ve düşük öncelik sınıfından birimlerin bekleme sürelerinin momentlerini elde etmiştir. Çalışmada, her sınıf için geliş süreci farklı parametrelili Poisson sürecidir. Servis sürelerinin ise her sınıf için farklı parametrelili üstel dağıldığı farz edilmektedir ve sistemde tek servis sağlayıcı bulunmaktadır.

Heathcote (1961), iki öncelik sınıfının bulunduğu ve öncelikli müşterilerin servis süresi dağılımının üstel, öncelikli olmayan müşterilerin ise Erlang dağılıma uyduğu durumda boşaltımlı öncelik disiplinini incelemiştir. Sistemde tek servis sağlayıcının bulunduğu farz edilmiştir. Geliş süreci ise öncelik sınıflarına göre farklı parametrelili Poisson sürecidir. Laplace dönüşümleri ve türeten fonksiyonlar kullanılarak, çözüm elde edilmiştir.

Jaiswal (1961), Poisson gelişler ve genel servis süresi ile tanımlanan ve tek servis sağlayıcının bulunduğu tekrarsız boşaltımlı öncelik kuyruğu için ek değişken yöntemini (supplementary variable method) kullanarak, kuyruk uzunluğunun olasılık türeten fonksiyonunu elde etti. Çalışmada ayrıca, zamana bağlı olasılık türeten fonksiyonun Laplace-Stieltjes dönüşümü ile yoğun periyotların uzunluğuna ilişkin ifadeler elde edilmiştir.

Gaver (1961), birleşik Poisson geliş süreci ve bağımsız genel servis sürelerine sahip olan ve boşaltımlı servis öncelik disiplininin uygulandığı tek servis sağlayıcı bir kuyruk sistemi için çeşitli servis kesilmesi durumlarına ilişkin yoğun periyot süresinin, kuyruk uzunluğunun ve bekleme süresinin dağılımlarını, Laplace-Stieltjes dönüşümler ve momentlerle karakterize etmiştir.

Drekic and Stanford (2001), tek servis sağlayıcının bulunduğu ve boşaltımlı öncelik servis disiplininin kullanıldığı kuyruklarda, yüksek öncelikli müşterilerin gelişini nedeniyle herhangi bir düşük öncelikli müşterinin servisinde meydana gelen kesilme sayısının dikkate alınmadığını; dolayısıyla servis sürelerinin gereğinden uzun olabildiği ve değişkenliğin çok fazla olduğuna dikkat çekmişlerdir. Bu nedenle, çalışmada, müşterilerin aldıkları servisi iyiye doğru geliştirmek amacıyla, düşük öncelikli sınıfın servis dağılımının değiştirilmesi, maruz kalınan kesilme sayısına dayalı olarak, belirli bir sayıdan sonra müşterinin önceliğinin yükseltilmesi ya da boşaltımın engellenmesi önerilerinde bulunulmuş; bu üç alternatifini içeren kuyruk sistemlerinde durağan durumda her öncelik sınıfı için geçiş süresi (flow time) dağılımının Laplace-Stieltjes dönüşümleri türetilmiştir.

Bir diğer çalışmada, Drekic (2003), tek servis sağlayıcının bulunduğu klasik tekrarlı boşaltımlı servis önceliği kuyruğunun yeni bir şekliyle ilgilendi. Her öncelik sınıfı için geliş süreci, öncelik sınıflarına göre farklı parametrelili Poisson süreçtir. Servis sürelerinin ise yine öncelik sınıflarına göre değiştiği ve genel dağılımları farz edilmiştir. İncelenen kuyruk modelinde, yalnızca yüksek öncelikli müşterilere servis vermekle geçen süre, önceden tanımlanan bir eşik değerin altında ise kesilen servisin korunacağı farz edilmektedir. Boşaltımlı servis disiplininde, servisin yeniden farklı (repeat different) ve aynı olarak (repeat identical) tekrarlandığı stratejilerin ikisi için de, her sınıfa ilişkin bekleme süresi ve geçiş süresi dağılımlarının Laplace-Stieltjes dönüşümleri türetilmiştir. Kesilme sürelerinin momentlerini elde etmek amacıyla bir tekrarlı prosedür kullanılmış ve ilk iki momentler elde edilmiştir.

Wang (2004), hasta durumunu ve kuyrukta bekleyen bir hastanın durumundaki zamana göre değişimi ele alan bir hasta kuyruğu modeli geliştirmiştir. Oluşturulan ilk hasta kuyruğu modelinde, hasta durumları homojen olarak değerlendirilmiştir; yani, öncelik sınıfları bulunmamaktadır. Hasta gelişleri Poisson sürece uymaktadır. Servis süresi üstel dağılmaktadır. Hastanın hayatını kaybetmesine kadar geçecek kritik sürenin de üstel dağıldığı farz edilmektedir. Tek ve çoklu servis sağlayıcıların bulunduğu kuyruk sistemleri için durağan

durumda kuyruk uzunluğu ve bekleme sürelerine ilişkin istatistikler türetilmiştir. İkinci kuyruk sisteminde, iki öncelik sınıfı bulunmaktadır ve servis disiplini boşaltımsız önceliktir. Sistemde tek servis sağlayıcı bulunmaktadır. Gelişler arası süre ve kritik süre, öncelik sınıflarına göre değişen parametrelili üstel dağılmaktadır. Servis sürelerinin de üstel dağıldığı farz edilmektedir, ancak, her iki öncelik sınıfı için de aynı ortalamaya sahiptir. Her iki sınıfa ilişkin operasyonel karakteristikler, sistemde hasta bulunmaması olasılığının fonksiyonları olarak elde edilmiştir.

Gong and Batta'nın çalışmasında (2006), iki öncelik sınıfının ve tek servis sağlayıcının bulunduğu boşaltımlı öncelik sistemi, bir afet meydana geldikten sonra afetzedelerin nasıl kurtarılacağını belirlemek için kullanılmıştır. İki öncelik sınıfı için geliş süreci bağımsız Poisson süreçtir. Servis süresi ise aynı parametrelili üstel dağılmaktadır. İlgilenilen sistemde, düşük öncelikli sınıfın kuyruk uzunluğu belirli bir eşik değerini aşana kadar, servis sağlayıcı sadece yüksek öncelikli sınıfa servis vermektedir. Bu eşik değeri aşıldığında ise servis almakta olan yüksek öncelikli müşterinin servisi kesilmekte ve düşük öncelikli sınıfın kuyruk uzunluğu eşik değerinin altına düşünceye kadar, sadece düşük öncelikli sınıfa servis verilmektedir. Çalışmada, bu sistem için durağan durum denge denklemleri oluşturularak, her öncelik sınıfının ortalama sayılarına ilişkin iki boyutlu türeten fonksiyonlar elde edilmiştir. Ayrıca, iki öncelik sınıfı kuyruğuyla ilişkili ağırlıklar kullanılarak optimal kesim (cutoff) noktası için ifadeler elde edilmeye çalışılmıştır.

b) *Birden çok servis sağlayıcının bulunduğu öncelik kuyrukları ile ilgili çalışmalar:*

Birden çok servis sağlayıcının bulunduğu ve önceliklendirme servis disiplinlerinin uygulandığı kuyruk sistemleri için yapılan çalışmalara ilk örnek olarak Davis'in (1966) çalışması gösterilebilir. Davis, bir boşaltımlı öncelik kuyruğu için Laplace-Stieltjes dönüşümler yardımıyla, bekleme süresi dağılımını elde etmiştir. İncelenen sistemde, herhangi sayıda öncelik sınıfı bulunmaktadır. Gelişler arası sürenin (interarrival time) öncelik sınıflarına göre farklı parametrelili üstel dağıldığı farz edilmiştir. Servis süresi dağılımının ise her öncelik sınıfı için aynı parametrelili üstel dağılım olduğu varsayılmıştır.

Çoklu servis sağlayıcının bulunduğu öncelik kuyruk sistemleri için yapılan çalışmalara bir başka örnek de Segal'ın (1970) çalışmasıdır. r öncelik sınıfının

bulunduğu ve boşaltımlı öncelik servis disiplininin kullanıldığı kuyruk sisteminde, müşterilerin öncelik sınıflarına göre değişen parametrelili bağımsız Poisson sürece göre sisteme geldikleri farz edilmektedir. Öncelik sınıfları içerisinde, müşteri, sisteme geliş sırasına göre servis almaktadır. Servis süresinin, her öncelik sınıfı için aynı parametrelili üstel dağıldığı farz edilmektedir. Çalışmada, Laplace-Stieltjes dönüşümler yardımıyla, yaşam süresi olarak adlandırılan, müşterinin sisteme gelişi ile başlayan ve servisinin tamamlanarak sistemden ayrılması ile sona eren periyodun dağılımının momentleri için tekrarlı ilişkiler türetmiştir.

Gail et al. (1988), çoklu servis sağlayıcıların ve iki öncelik sınıfının bulunduğu boşaltımlı öncelik sistemini incelemiştir. Her öncelik sınıfı için geliş süreci, farklı parametrelili Poisson süreçtir. Servis süresinin ise iki öncelik sınıfı için de farklı ortalamalı üstel dağıldığı farz edilmektedir. Sistemin durum uzayı servis sağlayıcıların boş olduğu durumlar, düşük öncelikli müşterinin servise alındığı durumlar ve yüksek öncelikli müşterinin servise alındığı durumlar olmak üzere üç kısma ayrılmıştır. Çalışmada, denge durumundaki olasılık dağılımının iki boyutlu vektörel türeten fonksiyonuna ait bir matris denklemi elde edilmiştir. Matris denkleminde ardışık olarak değişkenleri çıkararak, denklemlerin tekil olmayan (nonsingular) blok tridiagonal (block tridiagonal) sistemi elde edilmiştir. Bu denklem sistemi, m servis sağlayıcı sayısını göstermek üzere, servis için bekleyen müşterinin mevcut olmadığı durumda sistemin durum olasılıklarını tanımlayan $(m+1)(m+2)/2$ sabit için elde edilmiştir. Ayrıca, çalışmada, düşük öncelik sınıfından olan müşterilerin ortalama bekleme süresi, yüksek öncelikli müşterilerin bekleme süresine ve bekleyen yüksek öncelikli müşterilerin bulunmadığı durumda beklenen düşük öncelikli müşteri sayısına göre belirlenen basit bir formülle verilmiştir.

Au-Yeung (2006), sınıfa dayalı önceliklerin bulunduğu kuyruk ağlarında, müşterinin yanıt süresinin olasılık yoğunluk fonksiyonuna ilişkin Laplace dönüşümünü tahmin eden bir yaklaşık türeten fonksiyon analizi geliştirmiştir. Çoklu servis sağlayıcıların bulunduğu ve boşaltımsız öncelik servis disiplinin uygulandığı durum için geliş süreci öncelik sınıflarına göre farklılık gösteren Poisson süreç, servis süresi dağılımı ise yine her sınıf için farklı parametrelili üstel dağılımdır. Laplace dönüşümlerden yararlanılarak, müşteri yanıt süresinin ilk iki momenti elde edilmiştir ve bu teknik ile elde edilen sonuçlara dayalı olarak, bir hastanenin acil servisi modellenmiştir.

Wang et al.'un çalışmasında (2008) önceliklendirme servis disiplinlerinden yararlanılmamıştır. Ancak, çalışmada, afet sonrasında oluşacak geçici durum modellenmeye çalışıldığı için burada değinilmektedir. Çalışmada, bir biyokimyasal terörist saldırı meydana geldikten sonra tedavi için hastanelere gelecek afetzede sayısının analizi ve hesabının yapılması ile altın saat (golden hour) olarak nitelendirilen periyotta, kurtarma kapasitesinin ve afetzedelerin bekleme süresinin hesaplanması amaçlanmıştır. Bu geçici ve durağan olmayan sürecin kuyruk sistemleri ile modellenmesi önerilmiş ve geçici duruma ilişkin denge denklemleri verilmiştir. Denklemlerin oluşturulmasında, afetzedelerin geliş sürecinin zamana bağlı değişen parametrelili Poisson süreç olduğu farz edilmiştir. Herhangi bir t anında, hastanede $s(t)$ adet paralel servis sağlayıcı bulunduğu ve servis süresinin de yine zamana bağlı üstel dağıldığı farz edilmektedir. Ek olarak, herhangi bir t anında sistemde bulunacak yaralı sayısı sınırlandırılmıştır. Bu kuyruk sistemi için önceliklendirme servis disiplini kullanılmamıştır. Geliş hızının servis hızından büyük ve küçük olmasına göre, hastanenin tıbbi bakım kapasitesi iki durumda incelenmiştir. Her iki duruma ilişkin performans kriterlerinin hesaplanmasında, durağan durum için literatürde mevcut olan uygun analitik sonuçlardan yararlanılmıştır.

3.9 Acil Kurtarma Faaliyetlerinin Kuyruk Sistemleri İle Modellenmesi

Bu çalışmada, acil kurtarma faaliyetlerinin modellenmesinde kullanılabilecek dört farklı kuyruk sistemi oluşturulmuştur. Tüm sistemlerde iki öncelik sınıfı bulunmaktadır ve her hasta tipi için tedavi olmadan maksimum bekleme süresi ya da ölüm süresi (sistem 1 ve 2) ile düşük öncelikli sınıfın belirli bir süre sonra öncelik sınıfının değişebilmesi durumu (sistem 3 ve 4) da modelleme sürecine dahil edilmiştir. Acil kurtarma faaliyetlerinde görevli her ekibin farklı tipte hizmet vermekle sorumlu olacağı düşüncesinden yola çıkılarak, servis disiplinleri boşaltımlı ve boşaltımsız öncelik olmak üzere ikiye ayrılmıştır. Örneğin, olay yerinde uygulanacak tedavi kesilemeyecek kadar karmaşık yapıda olmayacağından, ilkyardım ekipleri için boşaltımlı öncelik; ambulans ve hastane işlemleri için ise boşaltımsız öncelik servis disiplinlerinin kullanılmasının uygun olduğuna karar verilmiştir. İlgilenilen kuyruk sistemlerinin özellikleri aşağıda açıklanmaktadır.

Kuyruk Sistemi 1: Bu sistemde tek servis sağlayıcı bulunmaktadır. Hastalar için iki öncelik sınıfı mevcuttur. 1. öncelikli hastalar, sağlık durumu daha kritik

olan hastalardır ve tedavi öncelikleri bulunmaktadır. Servis disiplini boşaltımsız önceliklidir. Yani 1. öncelikli hasta tedavi için sisteme geldiğinde, tedavi olan 2. öncelikli hastanın tedavisinin tamamlanmasını beklemek zorundadır. Tedavinin kesilmesi ve yüksek öncelikli hastaya tedavi olanağı sağlanması olanaklı değildir. 1. öncelikli hastalar, sisteme λ_1 parametrelili Poisson sürece göre; 2. öncelikli hastalar ise λ_2 parametrelili Poisson sürece göre gelmektedirler. Tedavi süresi ise yine öncelik sınıfına göre farklılık göstermektedir. Bu süre, 1. öncelikli hastalar için $1/\mu_1$ ve 2. öncelikli hastalar için $1/\mu_2$ ortalama ile üstel dağılmaktadır. Hasta, sistemden tedavisini tamamlayarak, ya da hayatını kaybederek ayrılabilir. Can kaybı, kuyrukta beklerken veya tedavi olurken meydana gelebilir. Her iki hasta tipi için de ölüm süresi $1/\mu_{d_1}$ ve $1/\mu_{d_2}$ ortalama ile üstel dağılmaktadır. Sistem kapasitesinde herhangi bir sınırlama bulunmamaktadır. İlgilenilen kuyruk sisteminin durağan durumdaki akış diyagramı Şekil 3.2’de gösterilmektedir.

$$[\lambda_1 + \lambda_2]P_{00} = [\mu_1 + \mu_{d_1}]P_{10} + [\mu_2 + \mu_{d_2}]P_{01}$$

$$[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2 + j\mu_{d_2}]P_{0j} = \lambda_2 P_{0,j-1} + [\mu_1 + \mu_{d_1}]P_{1jH} + [\mu_2 + (j+1)\mu_{d_2}]P_{0,j+1} + \mu_{d_1}P_{1jL}, \quad j \geq 1$$

$$[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + i\mu_{d_1}]P_{i0} = \lambda_1 P_{i-1,0} + [\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1}]P_{i+1,0} + [\mu_2 + \mu_{d_2}]P_{i,1L} + \mu_{d_2}P_{i,1H}, \quad i \geq 1$$

$$[\lambda_1 + \lambda_2 + i\mu_{d_1} + \mu_2 + j\mu_{d_2}]P_{i,j,L} = \lambda_1 P_{i-1,j,L} + \lambda_2 P_{i,j-1,L} + (i+1)\mu_{d_1}P_{i+1,j,L} + j\mu_{d_2}P_{i,j+1,L}, \quad i,j \geq 1$$

$$[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + i\mu_{d_1} + j\mu_{d_2}]P_{i,j,H} = \lambda_1 P_{i-1,j,H} + \lambda_2 P_{i,j-1,H} + [\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1}]P_{i+1,j,H} + [\mu_2 + \mu_{d_2}]P_{i,j+1,L} + (j+1)\mu_{d_2}P_{i,j+1,H}, \quad i,j \geq 1$$

Kuyruk Sistemi 2: Bu kuyruk sisteminde, 1. sistemden farklı olarak servis disiplini boşaltımlı önceliklidir. Yani, 1. öncelikli hasta tedavi olmak için sisteme geldiğinde 2. öncelikli hasta tedavi oluyorsa, 2. öncelikli hastanın tedavisi kesilip, 1. öncelikli hastanın tedavisi yapılacak ve eğer bu süre içerisinde gelen 1. öncelikli hasta yoksa, 2. öncelikli hastanın tedavisi kaldığı yerden devam edecektir. 2. öncelikli hasta, ancak ve ancak sistemde 1. öncelikli hasta yoksa tedavi hakkı elde edebilir. İlgilenilen kuyruk sisteminin durağan durumdaki akış diyagramı Şekil 3.3’te gösterilmektedir.

$$[\lambda_1 + \lambda_2]P_{00} = [\mu_1 + \mu_{d_1}]P_{10} + [\mu_2 + \mu_{d_2}]P_{01}$$

$$[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2 + j\mu_{d_2}]P_{0,j} = [\mu_2 + (j+1)\mu_{d_2}]P_{0,j+1} + [\mu_1 + \mu_{d_1}]P_{1,j} + \lambda_2 P_{0,j-1}, \quad i=0, 0 < j$$

$$[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + i\mu_{d_1}]P_{i,0} = [\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1}]P_{i+1,0} + \mu_{d_2}P_{i,1} + \lambda_1 P_{i-1,0}, \quad 1 \leq i, j=0$$

$$[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + i\mu_{d_1} + j\mu_{d_2}]P_{i,j} = [\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1}]P_{i+1,j} + [(j+1)\mu_{d_2}]P_{i,j+1} + \lambda_1 P_{i-1,j} + \lambda_2 P_{i,j-1}, \quad 1 \leq i, 1 \leq j$$

Kuyruk Sistemi 3: Bu sistemde, 2. öncelikli hastalar için beklerken ya da servis esnasında can kaybının meydana gelmesi söz konusu değildir. Bunun yerine ortalama olarak $1/\mu_c$ kadar süre sonra 2. öncelikli hastanın sağlık durumunun kritikleştiği varsayılmaktadır. Bu sürenin ise üstel dağıldığı farz edilmektedir. Ortalama olarak $1/\mu_c$ süre sonra, 2. öncelikli hasta 1. öncelikli hasta kuyruğuna katılmaktadır. Sınıf değiştirme, sadece kuyrukta bekleyen hastalar için söz konusudur. 1. öncelikli hastalar için can kaybı meydana gelebilmektedir. Servis disiplini boşaltımsız önceliktir. İlgilenilen kuyruk sisteminin durağan durumdaki akış diyagramı Şekil 3.4'te gösterilmektedir. Sistemin durum denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$[\lambda_1 + \lambda_2]P_{00} = [\mu_1 + \mu_{d_1}]P_{10} + \mu_2 P_{01}$$

$$[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_{d_1}]P_{10} = \lambda_1 P_{00} + [\mu_1 + 2\mu_{d_1}]P_{20} + \mu_2 P_{11L}$$

$$[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + i\mu_{d_1}]P_{i0} = \lambda_1 P_{i-1,0} + [\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1}]P_{i+1,0} + \mu_2 P_{i,1L} + \mu_c P_{i-1,1,H}, \quad i \geq 2$$

$$[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2 + (j-1)\mu_c]P_{0j} = \lambda_2 P_{0,j-1} + \mu_{d_1} P_{1,j,L} + \mu_2 P_{0,j+1} + (\mu_1 + \mu_{d_1})P_{1,j,H}, \quad j \geq 1$$

$$[\lambda_1 + \lambda_2 + i\mu_{d_1} + \mu_2 + (j-1)\mu_c]P_{ijL} = \lambda_1 P_{i-1,j,L} + \lambda_2 P_{i,j-1,L} + (i+1)\mu_{d_1} P_{i+1,j,L} + j\mu_c P_{i-1,j+1,L}, \quad i, j \geq 1$$

$$[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + i\mu_{d_1} + j\mu_c]P_{ijH} = \lambda_1 P_{i-1,j,H} + \lambda_2 P_{i,j-1,H} + (\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1})P_{i+1,j,H} + \mu_2 P_{i,j+1,L} + (j+1)\mu_c P_{i-1,j+1,H}, \quad i, j \geq 1$$

Kuyruk Sistemi 4: Bu sistemin, 3. sistemden farkı, servis disiplininin boşaltımlı öncelik olmasıdır. İlgilenilen kuyruk sisteminin akış diyagramı Şekil 3.5'te gösterilmektedir.

$$[\lambda_1 + \lambda_2]P_{00} = [\mu_1 + \mu_{d_1}]P_{10} + \mu_2 P_{01}$$

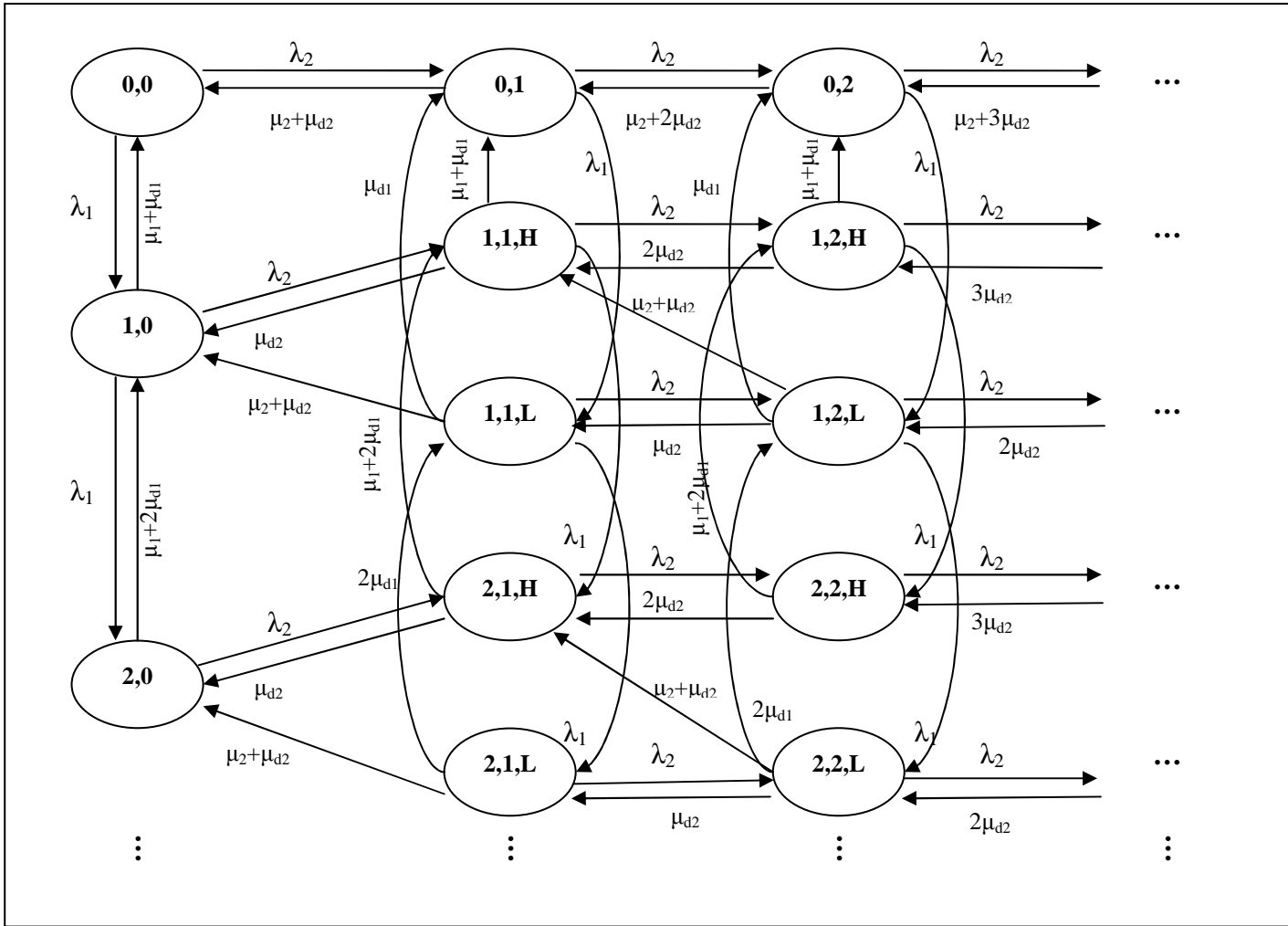
$$[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2]P_{01} = \lambda_2 P_{00} + [\mu_1 + \mu_{d_1}]P_{11} + \mu_2 P_{02}$$

$$[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_{d_1}]P_{10} = \lambda_1 P_{00} + [\mu_1 + 2\mu_{d_1}]P_{20}$$

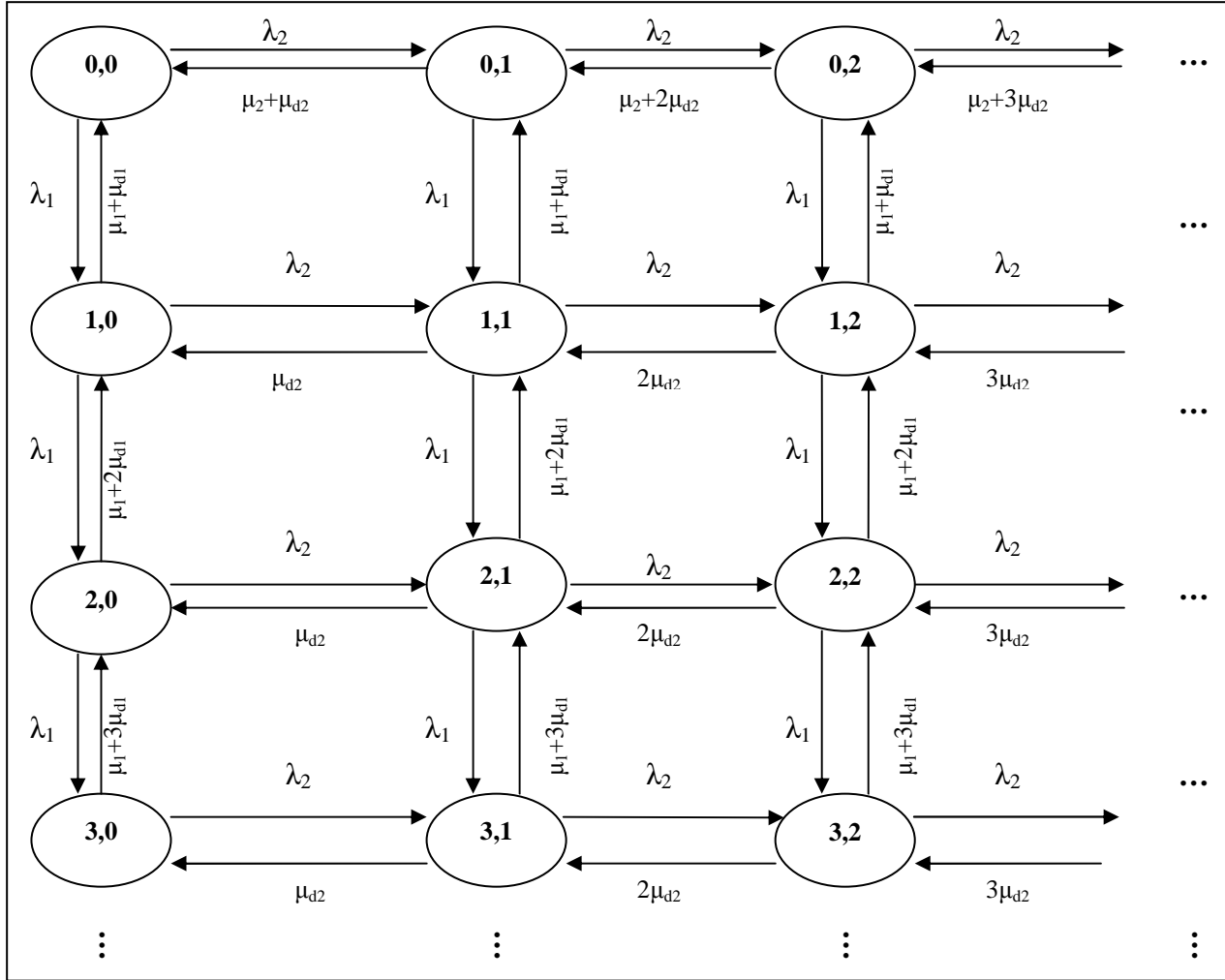
$$[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + i\mu_{d_1}]P_{i0} = \lambda_1 P_{i-1,0} + [\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1}]P_{i+1,0} + \mu_c P_{i-1,1}, \quad i \geq 2$$

$$[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2 + (j-1)\mu_c]P_{0j} = \lambda_2 P_{0,j-1} + \mu_2 P_{0,j+1} + (\mu_1 + \mu_{d_1})P_{1,j}, \quad j > 1$$

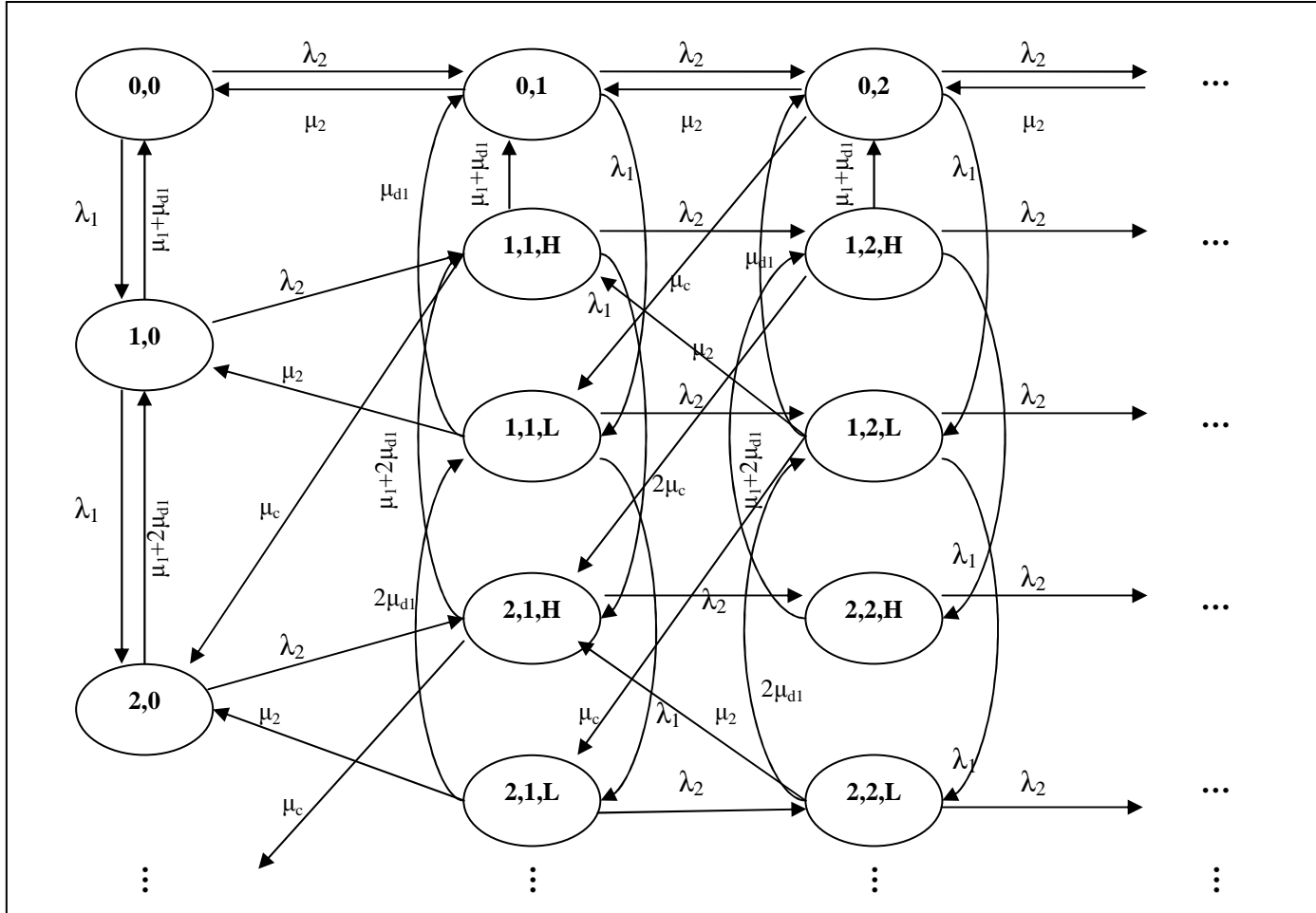
$$[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + i\mu_{d_1} + j\mu_c]P_{ij} = \lambda_1 P_{i-1,j} + \lambda_2 P_{i,j-1} + (\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1})P_{i+1,j} + (j+1)\mu_c P_{i-1,j+1}, \quad i, j \geq 1$$



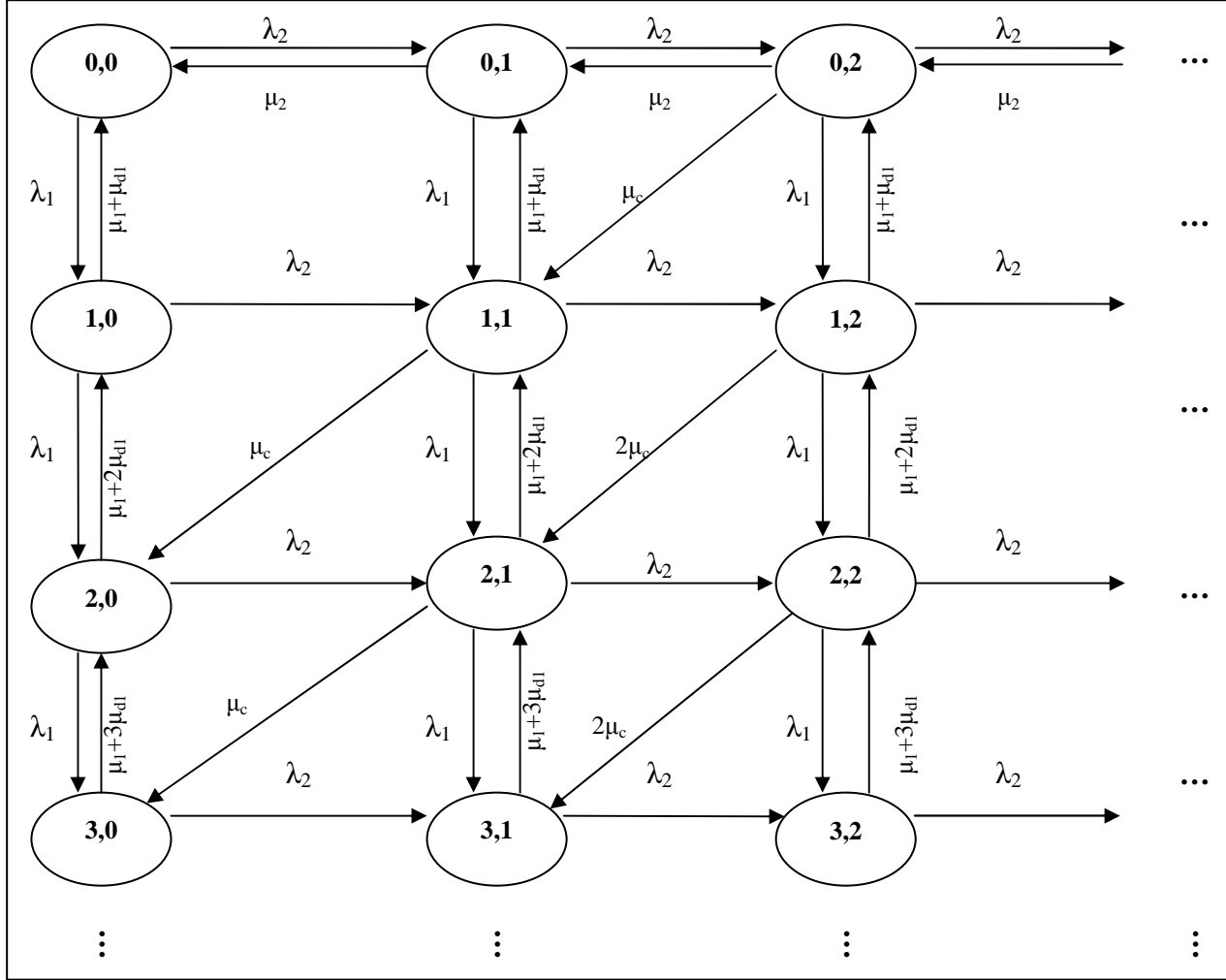
Şekil 3.2 İki öncelik sınıfının bulunduğu boşaltımsız öncelik kuyruğu



Şekil 3.3 İki öncelik sınıfının bulunduğu boşaltımlı öncelik kuyruğu



Şekil 3.4 İki öncelik sınıfının bulunduğu ve 2. öncelik sınıfı için sınıf değiştirmenin söz konusu olduğu boşaltımsız öncelik kuyruğu



Şekil 3.5 İki öncelik sınıfının bulunduğu ve 2. öncelik sınıfı için sınıf değiştirmenin söz konusu olduğu boşaltımlı öncelik kuyruğu

3.10 Oluşturulan Kuyruk Sistemleri İçin Ortalama Bekleme Süresinin Laplace Dönüşümü İle Belirlenmesi

Kullanılacak simgeler:

N_i =Sistemdeki i . tip hasta sayısı (kuyruktaki+servis almakta olan) $i = 1,2$

Q_i =Kuyrukta bekleyen i . tip hasta sayısı $i = 1,2$

$f_{s_i}(t) = i$. tip hasta için servis süresi dağılımı $i = 1,2$ (Her biri μ_i parametrelili üstel)

$S_i = i$. tip hasta için servis süresi $i = 1,2$

$f_{D_i}(t) = i$. tip hasta için ölüm süresi dağılımı $i = 1,2$ (Her biri μ_{d_i} parametrelili üstel)

$D_i = i$. tip hasta için ölme süresi $i = 1,2$

$f_{W_i}(t) = i$. tip hasta için bekleme süresi dağılımı $i = 1,2$

$W_i = i$. tip hasta için bekleme süresi

$L_{s_i}(s) = i$. tip hasta için servis süresi dağılımının Laplace dönüşümü $i = 1,2$

$L_{D_i}(s) = i$. tip hasta için ölüm süresi dağılımının Laplace dönüşümü $i = 1,2$

$L_{W_i}(s) = i$. tip hasta için bekleme süresi dağılımının Laplace dönüşümü $i = 1,2$

$L_{C_i}(s) =$ Sistemde harcanan toplam sürenin dağılımı $i = 1,2$

$C_i =$ Sistemde harcanan toplam süre

Her iki öncelik tipi için de ölüm süreleri mevcut olduğundan; servis süresi bu sürelerin minimumuna eşit olacaktır. Bu nedenle ortak dağılım $f_{Z_i}(t) = P(Z_i = \min\{S_i, D_i\} > t)$, $(\mu_i + \mu_{d_i})$ parametrelili üstel dağılım olacaktır.

Kuyruk Sistemi 1:

1. öncelikli hasta:

İlgilenilen hasta sisteme geldiğinde, sistemde N_1 adet 1. öncelikli hasta olduğu varsayalım. Hastanın bekleme süresi, sadece servisteki hastanın kalan süresi ile kuyruktaki hastaların servis süreleri toplamına eşit olacaktır.

$N_1=0$ ise hasta hiç beklemeden servise girecektir. Bu durumda $W_1=0$ 'dır.

$N_1>0$ ise hasta, servis almakta olan hastanın tedavisinin tamamlanması ve kuyruktaki bekleyen 1. tip hastaların servis alması için gerekli süre kadar bekleyecektir. Yalnız, servis süresi servis almakta olan 1. ve 2. hasta tipine göre değişecektir. Eğer 1. tip hasta servisteyse, bekleme süresinin Laplace dönüşümü aşağıdaki gibi oluşturulabilir:

$$L_{W_1}(s) = E \left[e^{-s \left(\sum_{i=1}^{Q_1+1} Z_1 \right)} \middle| Q_1 \right] = (L_{Z_1}(s))^{Q_1+1}$$

$$E(W_1) = \frac{d}{ds} L_{W_1}(s) = (Q_1 + 1)(L_{Z_1}(s))^{Q_1} (L_{Z_1}(s))'$$

$$[L_{Z_1}(0)]' = (Q_1 + 1)(L_{Z_1}(0))^{Q_1} (L_{Z_1}(0))'$$

$$E(W_1) = (Q_1 + 1)E(Z_1)$$

Eğer ilgilenilen 1. öncelikli hasta sisteme geldiğinde, 2. öncelikli hasta tedavi oluyorsa, bekleme süresi aşağıdaki gibi olacaktır:

$$E(W_1) = (Q_1 E(Z_1) + E(Z_2))$$

Hastanın bekleme süresi verildiğinde, bu süre içerisinde kuyruktaki bekleyen 1. öncelikli hastalardan kaybedilenlerin ortalama sayısı ise aşağıdaki gibi belirlenebilir:

$$G_{d_1}(z) = \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} z^n e^{-Q_1 \mu_{d_1} x} \frac{(Q_1 \mu_{d_1} x)^n}{n!} f_{W_1}(x) dx = \int_0^{\infty} e^{-Q_1 \mu_{d_1} x} \underbrace{\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(Q_1 \mu_{d_1} x z)^n}{n!} \right)}_{e^{Q_1 \mu_{d_1} x z}} f_{W_1}(x) dx$$

$$= \int_0^{\infty} e^{-Q_1 \mu_{d_1} x(1-z)} f_{W_1}(x) dx \Rightarrow d_1(z) = L_{W_1}(Q_1 \mu_{d_1} (1-z))$$

z 'ye göre türev alınıp $z=1$ değeri yerleştirildiğinde, bekleme süresi içerisinde kaybedilen ortalama hasta sayısı elde edilebilir:

$$\begin{aligned} (G_{d_1}(z))' &= -\left[-Q_1\mu_{d_1}(L_{W_1}(Q_1\mu_{d_1}(1-z)))'\right] \\ \Rightarrow (G_{d_1}(1))' &= E(d_1) = -\left[-Q_1\mu_{d_1}(L_{W_1}(0))'\right] = Q_1\mu_{d_1}E(W_1) \end{aligned}$$

O halde net bekleme süresi $E(W_1^{net}) = E(W_1) - E(d_1)E(Z_1)$ ile elde edilir.

Sistemde harcanan toplam süre ise ilgilenilen hastanın servis süresi ile toplam net bekleme süresini kapsayacaktır.

$$E(C_1) = E(W_1^{net}) + E(Z_1)$$

2. öncelikli hasta:

İlgilenilen hasta sisteme geldiğinde, sistemde N_1 adet 1. öncelikli ve N_2 adet 2. öncelikli hasta olduğu varsayalım. Hastanın bekleme süresi, servisteki hastanın kalan süresi ve kuyruktaki 1. ve 2. öncelikli hastaların servis süreleri ile kuyruktaki beklerken gelen 1. tip hastaların servis süreleri toplamına eşit olacaktır. Bu açıklamalar altında 2. öncelikli hastanın ortalama bekleme süresinin ilk kısmı aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$L_{W_2}(s) = E\left[e^{-s(\sum_{i=1}^{Q_1} Z_{1i}) - s(\sum_{j=1}^{Q_2} Z_{2j})} \middle| Q_1, Q_2\right] = (L_{Z_1}(s))^{Q_1} (L_{Z_2}(s))^{Q_2}$$

İlgilenilen hasta geldiğinde 1. öncelikli hasta tedavi oluyorsa bekleme süresinin Laplace dönüşümü $L_{W_2^{(1)}}(s) = (L_{Z_1}(s))^{Q_1+1} (L_{Z_2}(s))^{Q_2}$; 2. öncelikli hasta tedavi oluyorsa $L_{W_2^{(2)}}(s) = (L_{Z_1}(s))^{Q_1} (L_{Z_2}(s))^{Q_2+1}$ şeklinde olacaktır. Bu durumda, ortalama bekleme süreleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}
(L_{W_2^{(1)}}(s))' &= [(L_{Z_1}(s))^{\mathcal{Q}_1+1}(L_{Z_2}(s))^{\mathcal{Q}_2}]' \\
&= (\mathcal{Q}_1+1)(L_{Z_1}(s))^{\mathcal{Q}_1}(L_{Z_1}(s))'(L_{Z_2}(s))^{\mathcal{Q}_2} + \mathcal{Q}_2(L_{Z_1}(s))^{\mathcal{Q}_1+1}(L_{Z_2}(s))^{\mathcal{Q}_2-1}(L_{Z_2}(s))' \\
\Rightarrow (L_{W_2^{(1)}}(0))' &= (\mathcal{Q}_1+1)(L_{Z_1}(0))^{\mathcal{Q}_1}(L_{Z_1}(0))'(L_{Z_2}(0))^{\mathcal{Q}_2} + \mathcal{Q}_2(L_{Z_1}(0))^{\mathcal{Q}_1+1}(L_{Z_2}(0))^{\mathcal{Q}_2-1}(L_{Z_2}(0))' \\
\Rightarrow E(W_2^{(1)}) &= (\mathcal{Q}_1+1)E(Z_1) + \mathcal{Q}_2E(Z_2)
\end{aligned}$$

2. durum için de aynı şekilde hesaplama yapılarak ortalama süre aşağıdaki gibi elde edilir:

$$E(W_2^{(2)}) = \mathcal{Q}_1E(Z_1) + (\mathcal{Q}_2+1)E(Z_2)$$

Bundan sonraki kısımlarda $E(\hat{W}_2)$, $E(W_2^{(1)})$ ve $E(W_2^{(2)})$ 'den uygun olanını temsil edecektir. Şimdi ise hastanın toplam bekleme süresi içerisinde gelen 1. öncelikli ortalama hasta sayısının belirlenmesi gerekmektedir. Bu sayı A_1 ile temsil edilecektir. A_1 aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned}
G_{A_1}(z) &= \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} z^n e^{-\lambda_1 x} \frac{(\lambda_1 x)^n}{n!} f_{\hat{W}_2}(x) dx = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 x} \underbrace{\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 x z)^n}{n!} \right)}_{e^{\lambda_1 x z}} f_{\hat{W}_2}(x) dx \\
&= \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 x(1-z)} f_{\hat{W}_2}(x) dx \Rightarrow G_{A_1}(z) = L_{\hat{W}_2}(\lambda_1(1-z))
\end{aligned}$$

Yine z 'ye göre türev alınıp $z=1$ değeri yerleştirildiğinde, bekleme süresi içerisinde gelen 1. öncelikli ortalama hasta sayısı aşağıdaki gibi elde edilir:

$$E(A_1) = \bar{A}_1 = \lambda_1 E(\hat{W}_2)$$

Aynı şekilde hastanın toplam bekleme süresi içerisinde kaybedilen 1. ve 2. öncelikli hasta sayısının da belirlenmesi gerekmektedir. Bu sayede net bekleme süresi hesaplanabilir.

$$\begin{aligned}
G_{d_1}(z) &= \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} z^n e^{-(\mathcal{Q}_1+\bar{A}_1)\mu_{d_1}x} \frac{((\mathcal{Q}_1+\bar{A}_1)\mu_{d_1}x)^n}{n!} f_{\hat{W}_2}(x) dx \\
\Rightarrow G_{d_1}(z) &= L_{\hat{W}_2}[(\mathcal{Q}_1+\bar{A}_1)\mu_{d_1}(1-z)] \\
G_{d_2}(z) &= \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} z^n e^{-\mathcal{Q}_2\mu_{d_2}x} \frac{(\mathcal{Q}_2\mu_{d_2}x)^n}{n!} f_{\hat{W}_2}(x) dx \Rightarrow G_{d_2}(z) = \hat{W}_2(\mathcal{Q}_2\mu_{d_2}(1-z))
\end{aligned}$$

Bu ifadelerden ortalama değerler aşağıdaki gibi elde edilir:

$$E(d_1) = (Q_1 + \bar{A}_1) \mu_{d_1} E(\hat{W}_2) \quad E(d_2) = Q_2 \mu_{d_2} E(\hat{W}_2)$$

O halde net bekleme süresi

$$E(W_2^{net}) = E(\hat{W}_2) + [E(A_1) - E(d_1)]E(Z_1) - E(d_2)E(Z_2) \text{ ile elde edilir.}$$

Sistemde harcanan ortalama toplam süre ise ilgilenilen hastanın servis süresi ile toplam net bekleme süresini kapsayacaktır.

$$E(C_2) = E(W_2^{net}) + E(Z_2)$$

Kuyruk Sistemi 2:

Eğer boşaltımlı öncelik servis disiplini uygulanıyor ise, 1. öncelikli hasta için ortalama toplam sürenin belirlenmesinde yapılan hesaplamalar bu servis disiplini için de geçerli olacaktır. Ancak, 2. tip hastanın servis süresi 1. tip hastanın sisteme gelişleri nedeniyle kesilmeye uğrayacak ve bu nedenle de asıl süresinden farklılaşacaktır. 2. öncelikli hastanın toplam servis süresi, T_2 değişkeniyle temsil edilmekte, dağılım fonksiyonu ise $F_{T_2}(t) = P(T_2 \leq t)$ ile verilmektedir. İhtiyaç duyulan bir diğer değişken ise, hastanın servis süresi içerisinde meydana gelen toplam kesilme süresidir. Bu süre ise I rasgele değişkeni ile temsil edilmekte, dağılım fonksiyonu ise $F_I(t) = P(I \leq t)$, ile verilmektedir. K ise kesilme sayısını temsil eden rasgele değişken olarak tanımlanmaktadır. 1. öncelikli hasta gelişleri kesilmelere neden olduğundan K 'nın dağılımı, λ_1 parametrelili Poisson dağılım olacaktır. Bu açıklamalar altında, toplam servis süresi aşağıdaki gibi temsil edilebilir:

$$T_2 = Z_2 + \sum_{i=1}^K I_i$$

T_2 'nin ortalama değerinin elde edilmesi için yine Laplace dönüşümünden yararlanılacaktır. 2. öncelikli hastanın servis süresi ve toplam kesilme sayıları üzerine koşul koyularak, istenilen değerin elde edilmesini sağlayacak ifade elde edilebilir:

$$E\left[e^{-sT_2} \mid Z_2, K\right] = E\left[e^{-sZ_2} e^{-s \sum_{i=0}^K I_i}\right] = e^{-sZ_2} E\left[e^{-s \sum_{i=0}^K I_i}\right] = e^{-sZ_2} [L_I(s)]^K$$

Kesilmeler Poisson sürecine göre olacağından, K 'nın alacağı tüm değerler üzerinden toplam alınarak koşul kaldırılabilir.

$$E\left[e^{-sT_2} \mid Z_2\right] = E\left[e^{-sZ_2} e^{-s \sum_{i=0}^K I_i}\right] = e^{-sZ_2} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda_1 Z_2} \frac{(\lambda_1 Z_2)^n}{n!} [L_I(s)]^n = e^{-(s+\lambda_1)Z_2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 Z_2 L_I(s))^n}{n!}$$

$$E\left[e^{-sT_2} \mid Z_2\right] = e^{-(s+\lambda_1(1-L_I(s)))Z_2}$$

Son olarak Z_2 üzerindeki koşul da kaldırılarak, 2. öncelikli hastanın toplam servis süresine ilişkin Laplace dönüşüm elde edilir:

$$E\left[e^{-sT_2}\right] = \int_0^{\infty} e^{-(s+\lambda_1(1-L_I(s)))x} f_{Z_2}(x) dx \Rightarrow L_{T_2}(s) = L_{Z_2}(s + \lambda_1(1-L_I(s)))$$

Yine s 'e göre türev alınıp, $s=0$ değeri yerleştirilerek, 2. öncelikli hastanın servisinin tamamlanması için ortalama süre elde edilir:

$$\begin{aligned} [L_{T_2}(s)]' &= L_{Z_2}'[s + \lambda_1(1-L_I(s))] \\ [L_{T_2}(s)]' &= (1 - \lambda_1(L_I(s))')(L_{Z_2}'[s + \lambda_1(1-L_I(s))])' \\ [L_{T_2}(0)]' &= -(1 - \lambda_1(L_I(0))')(L_{Z_2}'[0 + \lambda_1(1-L_I(0))])' \\ E(T_2) &= (\lambda_1 E(I) - 1)E(Z_2) \end{aligned}$$

Toplam sistemde harcanan süre ise aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} E(C_2) &= E(W_2^{net}) + E(T_2) \\ &= E(\hat{W}_2) + [E(A_1) - E(d_1)]E(Z_1) - E(d_2)E(Z_2) + (\lambda_1 E(I) - 1)E(Z_2) \end{aligned}$$

Kuyruk Sistemi 3:

1. öncelikli hasta:

Bu sistemde, can kaybı sadece 1. öncelikli hastalar için söz konusudur. 2. öncelikli hastalar ise beklerken belirli bir süre sonra sınıf değiştirecekler ve 1. öncelikli hasta sınıfına dahil olacaklardır. O halde, 1. öncelikli hasta için Kuyruk Sistemi 1 başlığı altında bekleme süresine ilişkin açıklamalar bu sistem için de geçerli olacaktır ve işlemler tekrarlanmayacaktır.

1. öncelikli hasta için net bekleme süresi: $E(W_1^{net}) = E(W_1) - E(d_1)E(Z_1)$

1. öncelikli hasta için sistemde harcanan toplam süre: $E(C_1) = E(W_1^{net}) + E(Z_1)$

2. öncelikli hasta:

İlgilenilen hasta sisteme geldiğinde, sistemde N_1 adet 1. öncelikli ve N_2 adet 2. öncelikli hasta olduğu varsayalım. Hastanın bekleme süresi, servisteki hastanın kalan süresi ve kuyruktaki 1. ve 2. öncelikli hastaların servis süreleri ile kuyrukta beklerken gelen 1. tip hastaların ve yine kuyrukta beklerken gelen ve sınıf değiştiren 2. tip hastaların servis süreleri toplamına eşit olacaktır. Bu açıklamalar altında öncelikle ilgilenilen hasta sisteme geldiğinde kuyrukta bekleyen ve bu bekleme süresi içinde sınıf değiştiren 2. öncelikli hasta sayısının belirlenmesi gerekmektedir. Bunun için öncelikle kuyrukta bekleyen 2. öncelikli hasta sayısı Q_2 olarak verildiğinde, bekleme süresi içerisinde 1. öncelik sınıfına ayrılan 2. öncelikli hasta sayısının z -dönüşümü elde edilmelidir.

$$G_{d_c}(z) = \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} z^n e^{-Q_2 \mu_c x} \frac{(Q_2 \mu_c x)^n}{n!} f_{\hat{W}_2}(x) dx = \int_0^{\infty} e^{-Q_2 \mu_c x} \underbrace{\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(Q_2 \mu_c x z)^n}{n!} \right)}_{e^{Q_2 \mu_c x z}} f_{\hat{W}_2}(x) dx$$

$$= \int_0^{\infty} e^{-Q_2 \mu_c x (1-z)} f_{\hat{W}_2}(x) dx \Rightarrow G_{d_c}(z) = L_{\hat{W}_2}(Q_2 \mu_c (1-z))$$

O halde bekleme süresi içerisinde 1. öncelik sınıfına geçen 2. öncelikli ortalama hasta sayısı aşağıdaki gibi olacaktır.

$$(G_{d_c}(z))' = - \left[-Q_2 \mu_c L_{\hat{W}_2}(Q_2 \mu_c (1-z))' \right]$$

$$\Rightarrow E(d_c) = \bar{d}_c = Q_2 \mu_c E(\hat{W}_2)$$

2. öncelikli hastanın ortalama bekleme süresinin ilk kısmı aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$W_2(s) = E \left[e^{-s \left(\sum_{i=1}^{Q_1 + \bar{d}_c} Z_1 \right) - s \left(\sum_{i=1}^{Q_2 - \bar{d}_c} S_2 \right)} \middle| Q_1, Q_2 \right] = (L_{Z_1}(s))^{Q_1 + \bar{d}_c} (L_{S_2}(s))^{Q_2 - \bar{d}_c}$$

İlgilenilen hasta geldiğinde 1. öncelikli hasta tedavi oluyorsa bekleme süresinin Laplace dönüşümü $W_2(s)^{(1)} = (L_{Z_1}(s))^{Q_1 + \bar{d}_c + 1} (L_{S_2}(s))^{Q_2 - \bar{d}_c}$; 2. öncelikli hasta tedavi oluyorsa $W_2(s)^{(2)} = (L_{Z_1}(s))^{Q_1 + \bar{d}_c} (L_{S_2}(s))^{Q_2 - \bar{d}_c + 1}$ şeklinde olacaktır. Bu durumda, ortalama bekleme süreleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} (W_2(s)^{(1)})' &= \left[(L_{Z_1}(s))^{Q_1 + \bar{d}_c + 1} (L_{S_2}(s))^{Q_2 - \bar{d}_c} \right]' \\ &= (Q_1 + \bar{d}_c + 1) (L_{Z_1}(s))^{Q_1 + \bar{d}_c} (L_{Z_1}(s))' (L_{S_2}(s))^{Q_2 - \bar{d}_c} \\ &\quad + (Q_2 - \bar{d}_c) (L_{Z_1}(s))^{Q_1 + \bar{d}_c + 1} (L_{S_2}(s))^{Q_2 + \bar{d}_c - 1} (L_{S_2}(s))' \\ \Rightarrow (W_2(0)^{(1)})' &= (Q_1 + \bar{d}_c + 1) (L_{Z_1}(0))^{Q_1 + \bar{d}_c} (L_{Z_1}(0))' (L_{S_2}(0))^{Q_2 - \bar{d}_c} \\ &\quad + (Q_2 - \bar{d}_c) (L_{Z_1}(0))^{Q_1 + \bar{d}_c + 1} (L_{S_2}(0))^{Q_2 + \bar{d}_c - 1} (L_{S_2}(0))' \\ \Rightarrow E(W_2^{(1)}) &= (Q_1 + \bar{d}_c + 1) E(Z_1) + (Q_2 - \bar{d}_c) E(S_2) \end{aligned}$$

2. durum için de aynı şekilde hesaplama yapılarak ortalama süre aşağıdaki gibi elde edilir:

$$E(W_2^{(2)}) = (Q_1 + \bar{d}_c) E(Z_1) + (Q_2 - \bar{d}_c + 1) E(S_2)$$

Bundan sonraki kısımlarda $E(\hat{W}_2)$, $E(W_2^{(1)})$ ve $E(W_2^{(2)})$ 'den uygun olanını temsil edecektir. Şimdi ise hastanın toplam bekleme süresi içerisinde gelen 1. ve 2. öncelikli ortalama hasta sayısının belirlenmesi gerekmektedir. Bu sayı A_1 ve A_2 ile temsil edilecektir. A_1 ve A_2 'ye ilişkin z-dönüşümü aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$G_{A_1}(z) = \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} z^n e^{-\lambda_1 x} \frac{(\lambda_1 x)^n}{n!} f_{\hat{W}_2}(x) dx = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 x} \underbrace{\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 x z)^n}{n!} \right)}_{e^{\lambda_1 x z}} f_{\hat{W}_2}(x) dx$$

$$= \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 x(1-z)} f_{\hat{W}_2}(x) dx \Rightarrow G_{A_1}(z) = L_{\hat{W}_2}(\lambda_1(1-z))$$

$$G_{A_2}(z) = \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} z^n e^{-\lambda_2 x} \frac{(\lambda_2 x)^n}{n!} f_{\hat{W}_2}(x) dx = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 x} \underbrace{\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda_2 x z)^n}{n!} \right)}_{e^{\lambda_2 x z}} f_{\hat{W}_2}(x) dx$$

$$= \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 x(1-z)} f_{\hat{W}_2}(x) dx \Rightarrow G_{A_2}(z) = L_{\hat{W}_2}(\lambda_2(1-z))$$

Yine z 'ye göre türev alınıp $z=1$ değeri yerleştirildiğinde, bekleme süresi içerisinde gelen 1. öncelikli ortalama hasta sayısı aşağıdaki gibi elde edilir:

$$E(A_1) = \bar{A}_1 = \lambda_1 E(\hat{W}_2)$$

$$E(A_2) = \bar{A}_2 = \lambda_2 E(\hat{W}_2)$$

Gelen 2. öncelikli hastalardan 1. öncelik sınıfına ayrılanların sayısı aşağıdaki gibi belirlenecektir:

$$G_{d_c^*}(z) = \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} z^n e^{-\bar{A}_2 \mu_c x} \frac{(\bar{A}_2 \mu_c x)^n}{n!} f_{\hat{W}_2}(x) dx = \int_0^{\infty} e^{-\bar{A}_2 \mu_c x} \underbrace{\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\bar{A}_2 \mu_c x z)^n}{n!} \right)}_{e^{\bar{A}_2 \mu_c x z}} f_{\hat{W}_2}(x) dx$$

$$= \int_0^{\infty} e^{-\bar{A}_2 \mu_c x(1-z)} f_{\hat{W}_2}(x) dx \Rightarrow G_{d_c^*}(z) = L_{\hat{W}_2}(\bar{A}_2 \mu_c(1-z))$$

$$\left[G_{d_c^*}(z) \right]' = \left[L_{\hat{W}_2}(\bar{A}_2 \mu_c(1-z)) \right]' = \left[-\bar{A}_2 \mu_c \left(L_{\hat{W}_2}(\bar{A}_2 \mu_c(1-z)) \right)' \right]$$

$$\Rightarrow E(d_c^*) = \bar{d}_c^* = \bar{A}_2 \mu_c E(\hat{W}_2)$$

Aynı şekilde hastanın toplam bekleme süresi içerisinde kaybedilen 1. öncelikli hasta sayısının da belirlenmesi gerekmektedir. Bu sayede net bekleme süresi hesaplanabilir.

$$G_{d_1}(z) = \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} z^n e^{-(Q_1 + \bar{A}_1 + d_c + \bar{d}_c^*) \mu_{d_1} x} \frac{[(Q_1 + \bar{A}_1 + d_c + \bar{d}_c^*) \mu_{d_1} x]^n}{n!} f_{\hat{W}_2}(x) dx$$

$$\Rightarrow G_{d_1}(z) = L_{\hat{W}_2} [(Q_1 + \bar{A}_1 + d_c + \bar{d}_c^*) \mu_{d_1} (1-z)]$$

Bu ifadelerden ortalama değerler aşağıdaki gibi elde edilir:

$$E(d_1) = (Q_1 + \bar{A}_1 + d_c + \bar{d}_c^*) E(\hat{W}_2)$$

O halde net bekleme süresi

$$E(W_2^{net}) = E(\hat{W}_2) + [E(A_1) - E(d_1)] E(Z_1) \text{ ile elde edilir.}$$

Sistemde harcanan ortalama toplam süre ise ilgilenilen hastanın servis süresi ile toplam net bekleme süresini kapsayacaktır.

$$E(C_2) = E(W_2^{net}) + E(S_2)$$

Kuyruk Sistemi 4:

1. öncelikli hasta:

Bu sistemde, 3. sistemde, 1. öncelikli hastalar için yapılan analizler, bu sistem için de geçerli olacaktır ve işlemler tekrarlanmayacaktır.

$$1. \text{ öncelikli hasta için net bekleme süresi: } E(W_1^{net}) = E(W_1) - E(d_1) E(Z_1)$$

$$1. \text{ öncelikli hasta için sistemde harcanan toplam süre: } E(C_1) = E(W_1^{net}) + E(Z_1)$$

2. öncelikli hasta:

2. öncelikli hasta için de 3. sistemde bekleme süresine ilişkin yapılan analizler geçerlidir. Ancak, ilgilenilen hasta tedaviye alındığında, tedavi süresince gelen 1. tip hastalar ya da sınıf değiştiren 2. tip hastalar nedeniyle tedavi süresi uzayacağından, hastanın toplam sistemde harcadığı sürenin doğru olarak belirlenebilmesi için bu kesilmelerin de analize dahil edilmesi gerekmektedir. O halde 2. tip hastanın tedavisi süresince gelen 1. ve 2. tip hasta sayıları $A_1^{S_2}$ ve

$A_2^{S_2}$ ile temsil edilsin. Bu durumda her ikisi için de z -dönüşümler aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$\begin{aligned} G_{A_1^{S_2}}(z) &= \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} z^n e^{-\lambda_1 x} \frac{(\lambda_1 x)^n}{n!} f_{S_2}(x) dx = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 x} \underbrace{\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 x z)^n}{n!} \right)}_{e^{\lambda_1 x z}} f_{S_2}(x) dx \\ &= \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 x(1-z)} f_{S_2}(x) dx \Rightarrow G_{A_1^{S_2}}(z) = L_{S_2}(\lambda_1(1-z)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{A_2^{S_2}}(z) &= \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} z^n e^{-\lambda_2 x} \frac{(\lambda_2 x)^n}{n!} f_{S_2}(x) dx = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 x} \underbrace{\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda_2 x z)^n}{n!} \right)}_{e^{\lambda_2 x z}} f_{S_2}(x) dx \\ &= \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 x(1-z)} f_{S_2}(x) dx \Rightarrow G_{A_2^{S_2}}(z) = L_{S_2}(\lambda_2(1-z)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[G_{A_1^{S_2}}(z) \right]' &= \left[L_{S_2}(\lambda_1(1-z)) \right]' = -\lambda_1 \left[L_{S_2}(\lambda_1(1-z)) \right]' \\ \Rightarrow \left[G_{A_1^{S_2}}(1) \right]' &= -\lambda_1 \left[L_{S_2}(\lambda_1(1-1)) \right]' \Rightarrow E(A_1^{S_2}) = \bar{A}_1^{S_2} = \lambda_1 E(S_2) \\ &\Rightarrow E(A_2^{S_2}) = \bar{A}_2^{S_2} = \lambda_2 E(S_2) \end{aligned}$$

Gelen $\bar{A}_2^{S_2}$ adet 2. tip hastadan 1. sınıfa ayrılacak hasta sayısı ise aşağıdaki gibi belirlenir:

$$\begin{aligned} G_{d_c^{S_2}}(z) &= \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} z^n e^{-\bar{A}_2^{S_2} \mu_c x} \frac{(\bar{A}_2^{S_2} \mu_c x)^n}{n!} f_{S_2}(x) dx \\ &= \int_0^{\infty} e^{-\bar{A}_2^{S_2} \mu_c x} \underbrace{\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\bar{A}_2^{S_2} \mu_c x z)^n}{n!} \right)}_{e^{\bar{A}_2^{S_2} \mu_c x z}} f_{S_2}(x) dx \\ &= \int_0^{\infty} e^{-\bar{A}_2^{S_2} \mu_c x(1-z)} f_{S_2}(x) dx \Rightarrow G_{d_c^{S_2}}(z) = L_{S_2}(\bar{A}_2^{S_2} \mu_c(1-z)) \\ \left(G_{d_c^{S_2}}(z) \right)' &= \left(L_{S_2}(\bar{A}_2^{S_2} \mu_c(1-z)) \right)' = -\bar{A}_2^{S_2} \mu_c \left(L_{S_2}(\bar{A}_2^{S_2} \mu_c(1-z)) \right)' \\ \left(G_{d_c^{S_2}}(1) \right)' &= -\bar{A}_2^{S_2} \mu_c \left(L_{S_2}(\bar{A}_2^{S_2} \mu_c(1-1)) \right)' \Rightarrow E(d_c^{S_2}) = \bar{d}_c^{S_2} = \bar{A}_2^{S_2} \mu_c E(S_2) \end{aligned}$$

O halde toplam servis süresi aşağıdaki gibi elde edilecektir:

$$T_2 = S_2 + \sum_{i=1}^{\bar{A}_1^{S_2} + \bar{d}_c^{S_2}} Z_1$$

$$E[e^{-sT_2}] = E[e^{-sS_2} e^{-s(\bar{A}_1^{S_2} + \bar{d}_c^{S_2})Z_1}] \Rightarrow L_{T_2}(s) = L_{S_2}(s)(L_{Z_1}(s))^{\bar{A}_1^{S_2} + \bar{d}_c^{S_2}}$$

$$\begin{aligned} (L_{T_2}(s))' &= (L_{S_2}(s)(L_{Z_1}(s))^{\bar{A}_1^{S_2} + \bar{d}_c^{S_2}})' \\ \Rightarrow (L_{T_2}(s))' &= (L_{S_2}(s))'(L_{Z_1}(s))^{\bar{A}_1^{S_2} + \bar{d}_c^{S_2}} + (\bar{A}_1^{S_2} + \bar{d}_c^{S_2})L_{S_2}(s)(L_{Z_1}(s))^{\bar{A}_1^{S_2} + \bar{d}_c^{S_2} - 1}(L_{Z_1}(s))' \end{aligned}$$

$s=0$ yazılarak ilgilenilen 2. tip hastanın toplam servis süresi elde edilir.

$$E(T_2) = E(S_2) + (\bar{A}_1^{S_2} + \bar{d}_c^{S_2})E(Z_1)$$

Toplam sistemde harcanan süre ise aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} E(C_2) &= E(W_2^{net}) + E(T_2) \\ &= E(\hat{W}_2) + [E(A_1) - E(d_1)]E(Z_1) + E(S_2) + (\bar{A}_1^{S_2} + \bar{d}_c^{S_2})E(Z_1) \end{aligned}$$

3.11 Geçici Durum Analizi

Önceden tanımlaması yapılan dört kuyruk sistemi için oluşturulan durağan durum denklemleri, bu bölümde geçici durum denklemlerine dönüştürülmüştür. Her sistem için herhangi bir t anında sistemde i adet 1. öncelikli ve j adet 2. öncelikli hasta bulunması olasılıklarını belirlemek için olasılık türeten fonksiyondan yararlanılacaktır. Bunun için aşağıdaki tanımlamalar yapılmaktadır:

Boşaltımsız öncelik için:

$$\begin{aligned} H_{iL}(y, t) &= \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{ijL}(t) & H_{iH}(y, t) &= \sum_{j=0}^{\infty} y^j P_{ijH}(t) \\ F_L(x, y, t) &= \sum_{i=0}^{\infty} x^i H_{iL}(y, t) & F_H(x, y, t) &= \sum_{i=1}^{\infty} x^i H_{iH}(y, t) \\ F(x, y, t) &= F_L(x, y, t) + F_H(x, y, t) + P_{00}(t) \end{aligned}$$

Boşaltımlı öncelik için:

$$H_i(y, t) = \sum_{j=0}^{\infty} y^j P_{ij}(t) \quad F(x, y, t) = \sum_{i=0}^{\infty} x^i H_i(y, t) \quad \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} P_{ij}(t) = 1$$

$$P_{00}(0) = 1; P_{ij}(0) = 0 \quad i = j \neq 0$$

İşlemlerde sadelik açısından parametrelerdeki zaman bağımlılığı kullanılmamaktadır. Sırasıyla gerekli denklemleri kullanarak olasılık türeten fonksiyon elde edilmeye çalışılacaktır.

Kuyruk Sistemi 1:

$$\frac{\partial P_{00}(t)}{\partial t} = -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t)]P_{00}(t) + [\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)]P_{10}(t) + [\mu_2(t) + \mu_{d_2}(t)]P_{01}(t)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{0j}(t)}{\partial t} = & -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_2(t) + j\mu_{d_2}(t)]P_{0j}(t) + \lambda_2(t)P_{0,j-1}(t) + \mu_{d_1}(t)P_{1jL}(t) \\ & + [\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)]P_{1jH}(t) + [\mu_2(t) + (j+1)\mu_{d_2}(t)]P_{0,j+1}(t), \quad j \geq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{i0}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_1(t) + i\mu_{d_1}(t)]P_{i0}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,0}(t) + \mu_{d_2}(t)P_{i1H}(t) \\ & + [\mu_1(t) + (i+1)\mu_{d_1}(t)]P_{i+1,0}(t) + [\mu_2(t) + \mu_{d_2}(t)]P_{i,1,L}(t), \quad i \geq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{i,j,L}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + i\mu_{d_1}(t) + \mu_2(t) + j\mu_{d_2}(t)]P_{i,j,L}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,j,L}(t) \\ & + \lambda_2(t)P_{i,j-1,L}(t) + (i+1)\mu_{d_1}(t)P_{i+1,j,L}(t) \\ & + j\mu_{d_2}(t)P_{i,j+1,L}(t), \quad i, j \geq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{i,j,H}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_1(t) + i\mu_{d_1}(t) + j\mu_{d_2}(t)]P_{i,j,H}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,j,H}(t) \\ & + \lambda_2(t)P_{i,j-1,H}(t) + [\mu_1(t) + (i+1)\mu_{d_1}(t)]P_{i+1,j,H}(t) \\ & + [\mu_2(t) + \mu_{d_2}(t)]P_{i,j+1,L}(t) + (j+1)\mu_{d_2}(t)P_{i,j+1,H}(t), \quad i, j \geq 1 \end{aligned}$$

İlk olarak, aşağıdaki denklem için geçerli j değerleri üzerinden toplam alınacaktır:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{0j}(t)}{\partial t} = & -[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2 + j\mu_{d_2}]P_{0j}(t) + \lambda_2 P_{0,j-1}(t) + \mu_{d_1} P_{1jL}(t) \\ & + [\mu_1 + \mu_{d_1}]P_{1jH}(t) + [\mu_2 + (j+1)\mu_{d_2}]P_{0,j+1}(t), \quad j \geq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{0,j}(t) &= -[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2] \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{0,j}(t) - \mu_{d_2} \sum_{j=1}^{\infty} j y^j P_{0,j}(t) + \lambda_2 \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{0,j-1}(t) \\
&\quad + \mu_{d_1} \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{1jL}(t) + [\mu_1 + \mu_{d_1}] \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{1jH}(t) + \mu_2 \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{0,j+1}(t) \\
&\quad + \mu_{d_2} \sum_{j=1}^{\infty} (j+1) y^j P_{0,j+1}(t) \\
\frac{\partial H_0(y,t)}{\partial t} &= -[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2] H_0(y,t) - \mu_{d_2} y \frac{\partial}{\partial y} \left[\sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{0,j}(t) \right] + \lambda_2 \sum_{j=0}^{\infty} y^{j+1} P_{0,j}(t) \\
&\quad + \mu_{d_1} H_{1L}(y,t) + [\mu_1 + \mu_{d_1}] H_{1H}(y,t) + \frac{\mu_2}{y} \sum_{j=2}^{\infty} y^j P_{0,j}(t) \\
&\quad + \mu_{d_2} \sum_{j=2}^{\infty} j y^{j-1} P_{0,j}(t) \\
\frac{\partial H_0(y,t)}{\partial t} &= -[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2] H_0(y,t) - \mu_{d_2} y \frac{\partial H_0(y,t)}{\partial y} + \lambda_2 y [H_0(y,t) + P_{00}(t)] \\
&\quad + \mu_{d_1} H_{1L}(y,t) + [\mu_1 + \mu_{d_1}] [H_{1H}(y,t) - P_{10}(t)] + \frac{\mu_2}{y} [H_0(y,t) - y P_{01}(t)] \\
&\quad + \mu_{d_2} \frac{\partial}{\partial y} [H_0(y,t) - y P_{01}(t)] \\
\frac{\partial H_0(y,t)}{\partial t} - \mu_{d_2} (1-y) \frac{\partial H_0(y,t)}{\partial y} &+ \left[\lambda_1 + \lambda_2 (1-y) + \mu_2 \left(1 - \frac{1}{y} \right) \right] H_0(y,t) \\
&= \mu_{d_1} H_{1L}(y,t) + [\mu_1 + \mu_{d_1}] H_{1H}(y,t) + \lambda_2 y P_{00}(t) \\
&\quad - (\mu_1 + \mu_{d_1}) P_{10}(t) - (\mu_2 + \mu_{d_2}) P_{01}(t) \tag{3.5.1}
\end{aligned}$$

Şimdi ise 2. öncelikli hastaların tedavi olduklarını belirten denklemler için toplam alınacaktır:

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{i,j,L}(t)}{dt} &= -[\lambda_1 + \lambda_2 + i\mu_{d_1} + \mu_2 + j\mu_{d_2}] P_{i,j,L}(t) + \lambda_1 P_{i-1,j,L}(t) \\
&\quad + \lambda_2 P_{i,j-1,L}(t) + (i+1)\mu_{d_1} P_{i+1,j,L}(t) + j\mu_{d_2} P_{i,j+1,L}(t), \quad i, j \geq 1 \\
\frac{d}{dt} \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{ijL}(t) &= -[\lambda_1 + \lambda_2 + i\mu_{d_1} + \mu_2] \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{i,j,L}(t) - \mu_{d_2} \sum_{j=1}^{\infty} j y^j P_{i,j,L}(t) \\
&\quad + \lambda_1 \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{i-1,j,L}(t) + \lambda_2 \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{i,j-1,L}(t) + (i+1)\mu_{d_1} \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{i+1,j,L}(t) \\
&\quad + \mu_{d_2} \sum_{j=1}^{\infty} j y^j P_{i,j+1,L}(t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H_{iL}(y,t)}{\partial t} &= -[\lambda_1 + \lambda_2 + i\mu_{d_1} + \mu_2]H_{iL}(y,t) - \mu_{d_2}y \frac{\partial H_{iL}(y,t)}{\partial y} + \lambda_1 H_{i-1,L}(y,t) \\
&\quad + \lambda_2 y \left[H_{iL}(y,t) + \underbrace{P_{i0L}(t)}_{=0} \right] + (i+1)\mu_{d_1} H_{i+1,L}(y,t) \\
&\quad + \mu_{d_2} \sum_{j=2}^{\infty} (j-1)y^{j-1} P_{i,j,L}(t) \\
\frac{\partial H_{iL}(y,t)}{\partial t} &= -[\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_2 y + i\mu_{d_1} + \mu_2]H_{iL}(y,t) + \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial H_{iL}(y,t)}{\partial y} \\
&\quad + (i+1)\mu_{d_1} H_{i+1,L}(y,t) + \lambda_1 H_{i-1,L}(y,t) \\
\frac{\partial H_{iL}(y,t)}{\partial t} - \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial H_{iL}(y,t)}{\partial y} &+ \left[\lambda_1 + \lambda_2(1-y) + i\mu_{d_1} + \mu_2 + \frac{\mu_{d_2}}{y} \right] H_{iL}(y,t) \\
&= (i+1)\mu_{d_1} H_{i+1,L}(y,t) + \lambda_1 H_{i-1,L}(y,t) \tag{3.5.2}
\end{aligned}$$

1. tip hastaların tedavi aldıkları durumlar için j 'ler üzerinden toplam alınacaktır.

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{i,j,H}(t)}{dt} &= -[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + i\mu_{d_1} + j\mu_{d_2}]P_{i,j,H}(t) + \lambda_1 P_{i-1,j,H}(t) + \lambda_2 P_{i,j-1,H}(t) \\
&\quad + [\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1}]P_{i+1,j,H}(t) + [\mu_2 + \mu_{d_2}]P_{i,j+1,L}(t) \\
&\quad + (j+1)\mu_{d_2} P_{i,j+1,H}(t), \quad i,j \geq 1 \\
\frac{d}{dt} \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{i,j,H}(t) &= -[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + i\mu_{d_1}] \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{i,j,H}(t) - \mu_{d_2} y \sum_{j=1}^{\infty} j y^{j-1} P_{i,j,H}(t) \\
&\quad + \lambda_1 \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{i-1,j,H}(t) + \lambda_2 \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{i,j-1,H}(t) \\
&\quad + [\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1}] \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{i+1,j,H}(t) + [\mu_2 + \mu_{d_2}] \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{i,j+1,L}(t) \\
&\quad + \mu_{d_2} \sum_{j=1}^{\infty} (j+1)y^j P_{i,j+1,H}(t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \left[H_{iH}(y,t) - \underbrace{P_{i,0,H}(t)}_{P_{i,0}(t)} \right] &= -[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + i\mu_{d_1}] \left[H_{iH}(y,t) - \underbrace{P_{i,0,H}(t)}_{P_{i,0}(t)} \right] \\
&\quad - \mu_{d_2} y \frac{\partial}{\partial y} [H_{iH}(y,t) - P_{i,0,H}(t)] + \lambda_1 \left[H_{i-1,H}(y,t) - \underbrace{P_{i-1,0,H}(t)}_{P_{i-1,0}(t)} \right] \\
&\quad + \lambda_2 y H_{iH}(y,t) + [\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1}] \left[H_{i+1,H}(y,t) - \underbrace{P_{i+1,0,H}(t)}_{P_{i+1,0}(t)} \right] \\
&\quad + \frac{[\mu_2 + \mu_{d_2}]}{y} \left[H_{iL}(y,t) - \underbrace{P_{i,0,L}(t)}_{=0} - yP_{i,1,L}(t) \right] \\
&\quad + \mu_{d_2} \frac{\partial}{\partial y} \left[H_{iH}(y,t) - \underbrace{P_{i,0,H}(t)}_{P_{i,0}(t)} - yP_{i,1,H}(t) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H_{iH}(y,t)}{\partial t} - \frac{dP_{i,0}(t)}{dt} &= -[\lambda_1 + \lambda_2(1-y) + \mu_1 + i\mu_{d_1}] H_{iH}(y,t) \\
&\quad + \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial H_{iH}(y,t)}{\partial y} + \lambda_1 H_{i-1,H}(y,t) \\
&\quad + [\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1}] H_{i+1,H}(y,t) + \frac{[\mu_2 + \mu_{d_2}]}{y} H_{iL}(y,t) \\
&\quad + [\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + i\mu_{d_1}] P_{i,0}(t) - [\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1}] P_{i+1,0}(t) \\
&\quad - \lambda_1 P_{i-1,0}(t) - [\mu_2 + \mu_{d_2}] P_{i,1,L}(t) - \mu_{d_2} P_{i,1,H}(t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H_{iH}(y,t)}{\partial t} - \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial H_{iH}(y,t)}{\partial y} &+ [\lambda_1 + \lambda_2(1-y) + \mu_1 + i\mu_{d_1}] H_{iH}(y,t) \\
&= \lambda_1 H_{i-1,H}(y,t) + [\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1}] H_{i+1,H}(y,t) + \frac{[\mu_2 + \mu_{d_2}]}{y} H_{iL}(y,t) \quad (3.5.3)
\end{aligned}$$

3.5.2'de i 'ler üzerinden toplam alınarak aşağıdaki sonuca ulaşılır:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^{\infty} x^i H_{iL}(y,t) - \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial}{\partial y} \sum_{i=1}^{\infty} x^i H_{iL}(y,t) \\
&+ \left[\lambda_1 + \lambda_2(1-y) + \mu_2 + \frac{\mu_{d_2}}{y} \right] \sum_{i=1}^{\infty} x^i H_{iL}(y,t) + \mu_{d_1} x \sum_{i=1}^{\infty} ix^{i-1} H_{iL}(y,t) \\
&= \mu_{d_1} \sum_{i=1}^{\infty} (i+1)x^i H_{i+1,L}(y,t) + \lambda_1 \sum_{i=1}^{\infty} x^i H_{i-1,L}(y,t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} [F_L(x, y, t) - H_0(y, t)] - \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial}{\partial y} [F_L(x, y, t) - H_0(y, t)] \\
&+ \left[\lambda_1 + \lambda_2(1-y) + \mu_2 + \frac{\mu_{d_2}}{y} \right] [F_L(x, y, t) - H_0(y, t)] + \mu_{d_1} x \frac{\partial}{\partial x} [F_L(x, y, t) - H_0(y, t)] \\
&= \lambda_1 x F_L(x, y, t) + \mu_{d_1} \frac{\partial}{\partial x} [F_L(x, y, t) - H_0(y, t) - x H_{1L}(y, t)] \\
&\Rightarrow \frac{\partial F_L(x, y, t)}{\partial t} - \mu_{d_1}(1-x) \frac{\partial F_L(x, y, t)}{\partial x} - \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial F_L(x, y, t)}{\partial y} \\
&+ \left[\lambda_1(1-x) + \lambda_2(1-y) + \mu_2 + \frac{\mu_{d_2}}{y} \right] F_L(x, y, t) = \frac{\mu_2 + \mu_{d_2}}{y} H_0(y, t) \\
&+ (\mu_1 + \mu_{d_1}) H_{1H}(y, t) + \lambda_2 y P_{00}(t) - (\mu_1 + \mu_{d_1}) P_{10}(t) - (\mu_2 + \mu_{d_2}) P_{01}(t) \quad (3.5.4)
\end{aligned}$$

Aynı işlemler 3.5.3'te tekrarlanarak aşağıdaki sonuca ulaşılır:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^{\infty} x^i H_{iH}(y, t) - \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial}{\partial y} \sum_{i=1}^{\infty} x^i H_{iH}(y, t) \\
&+ [\lambda_1 + \lambda_2(1-y) + \mu_1] \sum_{i=1}^{\infty} x^i H_{iH}(y, t) + \mu_{d_1} x \sum_{i=1}^{\infty} i x^{i-1} H_{iH}(y, t) \\
&= \lambda_1 \sum_{i=1}^{\infty} x^i H_{i-1,H}(y, t) + \mu_1 \sum_{i=1}^{\infty} x^i H_{i+1,H}(y, t) + \mu_{d_1} \sum_{i=1}^{\infty} (i+1) x^i H_{i+1,H}(y, t) \\
&+ \frac{[\mu_2 + \mu_{d_2}]}{y} \sum_{i=1}^{\infty} x^i H_{iL}(y, t) \\
&\Rightarrow \frac{\partial F_H(x, y, t)}{\partial t} - \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial F_H(x, y, t)}{\partial y} + [\lambda_1 + \lambda_2(1-y) + \mu_1] F_H(x, y, t) \\
&+ \mu_{d_1} x \frac{\partial F_H(x, y, t)}{\partial x} = \lambda_1 x \left[F_H(x, y, t) + \underbrace{H_{0,H}(y, t)}_{=0} \right] + \frac{\mu_1}{x} [F_H(x, y, t) - x H_{1H}(y, t)] \\
&+ \mu_{d_1} \frac{\partial}{\partial x} [F_H(x, y, t) - x H_{1H}(y, t)] + \frac{[\mu_2 + \mu_{d_2}]}{y} \sum_{i=1}^{\infty} x^i H_{iL}(y, t) \\
&\Rightarrow \frac{\partial F_H(x, y, t)}{\partial t} - \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial F_H(x, y, t)}{\partial y} + [\lambda_1 + \lambda_2(1-y) + \mu_1] F_H(x, y, t) \\
&+ \mu_{d_1} x \frac{\partial F_H(x, y, t)}{\partial x} = \lambda_1 x F_H(x, y, t) + \frac{\mu_1}{x} F_H(x, y, t) - \mu_1 H_{1H}(y, t) \\
&+ \mu_{d_1} \frac{\partial F_H(x, y, t)}{\partial x} - \mu_{d_1} H_{1H}(y, t) + \frac{[\mu_2 + \mu_{d_2}]}{y} [F_L(x, y, t) - H_0(y, t)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \frac{\partial F_H(x, y, t)}{\partial t} - \mu_{d_1}(1-x) \frac{\partial F_H(x, y, t)}{\partial x} - \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial F_H(x, y, t)}{\partial y} \\
&+ \left[\lambda_1(1-x) + \lambda_2(1-y) + \mu_1 \left(1 - \frac{1}{x}\right) \right] F_H(x, y, t) \\
&= \frac{[\mu_2 + \mu_{d_2}]}{y} F_L(x, y, t) - (\mu_1 + \mu_{d_1}) H_{1H}(y, t) - \frac{[\mu_2 + \mu_{d_2}]}{y} H_{0}(y, t) \quad (3.5.5)
\end{aligned}$$

3.5.4 ve 3.5.5 denklemleri, kendi aralarında toplanarak, aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{F_L(x, y, t) + F_H(x, y, t)}{F(x, y, t) - P_{00}(t)} \right] - \mu_{d_1}(1-x) \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{F_L(x, y, t) + F_H(x, y, t)}{F(x, y, t) - P_{00}(t)} \right] \\
&- \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{F_L(x, y, t) + F_H(x, y, t)}{F(x, y, t) - P_{00}(t)} \right] + [\lambda_1(1-x) + \lambda_2(1-y)] \left[\frac{F_L(x, y, t) + F_H(x, y, t)}{F(x, y, t) - P_{00}(t)} \right] \\
&+ \mu_2 \left(1 - \frac{1}{y}\right) F_L(x, y, t) + \mu_1 \left(1 - \frac{1}{x}\right) F_H(x, y, t) = \lambda_2 y P_{00}(t) - (\mu_1 + \mu_{d_1}) P_{10}(t) - (\mu_2 + \mu_{d_2}) P_{01}(t) \\
&\Rightarrow \frac{\partial F(x, y, t)}{\partial t} - \mu_{d_1}(1-x) \frac{\partial F(x, y, t)}{\partial x} - \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial F(x, y, t)}{\partial y} \\
&+ [\lambda_1(1-x) + \lambda_2(1-y)] F(x, y, t) + \mu_1 \left(1 - \frac{1}{x}\right) F_H(x, y, t) + \mu_2 \left(1 - \frac{1}{y}\right) F_L(x, y, t) \\
&= (P_{00}(t))' + [\lambda_1(1-x) + \lambda_2(1-y) + \lambda_2 y] P_{00}(t) - (\mu_1 + \mu_{d_1}) P_{10}(t) - (\mu_2 + \mu_{d_2}) P_{01}(t) \\
&\Rightarrow \frac{\partial F(x, y, t)}{\partial t} - \mu_{d_1}(1-x) \frac{\partial F(x, y, t)}{\partial x} - \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial F(x, y, t)}{\partial y} + [\lambda_1(1-x) + \lambda_2(1-y)] F(x, y, t) \\
&+ \mu_1 \left(1 - \frac{1}{x}\right) F_H(x, y, t) + \mu_2 \left(1 - \frac{1}{y}\right) F_L(x, y, t) = -\lambda_1 x P_{00}(t) \quad (3.5.6)
\end{aligned}$$

Kuyruk Sistemi 2:

İlişkili durum denklemleri aşağıda verilmektedir.

$$\frac{dP_{00}(t)}{dt} = -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t)] P_{00}(t) + [\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)] P_{10}(t) + [\mu_2(t) + \mu_{d_2}(t)] P_{01}(t)$$

$$\begin{aligned}\frac{dP_{0,j}(t)}{dt} &= -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_2(t) + j\mu_{d_2}(t)]P_{0,j}(t) + [\mu_2(t) + (j+1)\mu_{d_2}(t)]P_{0,j+1}(t) \\ &\quad + [\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)]P_{1,j}(t) + \lambda_2(t)P_{0,j-1}(t), \quad i=0, 0 < j \\ \frac{dP_{i,0}(t)}{dt} &= -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_1(t) + i\mu_{d_1}(t)]P_{i,0}(t) + (i+1)[\mu_1(t) + (i+1)\mu_{d_1}(t)]P_{i+1,0}(t) \\ &\quad + \mu_{d_2}(t)P_{i,1}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,0}(t), \quad 1 \leq i, j=0 \\ \frac{dP_{i,j}(t)}{dt} &= -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_1(t) + i\mu_{d_1}(t) + j\mu_{d_2}(t)]P_{i,j}(t) + [\mu_1(t) + (i+1)\mu_{d_1}(t)]P_{i+1,j}(t) \\ &\quad + [(j+1)\mu_{d_2}(t)]P_{i,j+1}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,j}(t) + \lambda_2(t)P_{i,j-1}(t), \quad 1 \leq i, 1 \leq j\end{aligned}$$

Yine olasılık türeten fonksiyon elde edilmeye çalışılacaktır.

$$1. \quad \frac{dP_{0,j}(t)}{dt} = -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_2(t) + j\mu_{d_2}(t)]P_{0,j}(t) + [\mu_2(t) + (j+1)\mu_{d_2}(t)]P_{0,j+1}(t) \\ + [\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)]P_{1,j}(t) + \lambda_2(t)P_{0,j-1}(t), \quad i=0, 0 < j$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{0j}(t) &= -(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2) \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{0j}(t) - \mu_{d_2} \sum_{j=1}^{\infty} j y^j P_{0j}(t) + (\mu_1 + \mu_{d_1}) \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{1j}(t) \\ &\quad + \mu_2 \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{0,j+1}(t) + \mu_{d_2} \sum_{j=1}^{\infty} (j+1) y^j P_{0,j+1}(t) + \lambda_2 \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{0,j-1}(t)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{\partial H_0(y,t)}{\partial t} - \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial H_0(y,t)}{\partial y} &+ \left[\lambda_1 + \lambda_2(1-y) + \mu_2 \left(1 - \frac{1}{y} \right) \right] H_0(y,t) \\ &= (\mu_1 + \mu_{d_1}) H_1(y,t) + \mu_2 \left(1 - \frac{1}{y} \right) P_{00}(t)\end{aligned}$$

$$2. \quad \frac{dP_{i,j}(t)}{dt} = -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_1(t) + i\mu_{d_1}(t) + j\mu_{d_2}(t)]P_{i,j}(t) + [\mu_1(t) + (i+1)\mu_{d_1}(t)]P_{i+1,j}(t) \\ + [(j+1)\mu_{d_2}(t)]P_{i,j+1}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,j}(t) + \lambda_2(t)P_{i,j-1}(t), \quad 1 \leq i, 1 \leq j$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{ij}(t) &= -(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + i\mu_{d_1}) \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{ij}(t) - \mu_{d_2} \sum_{j=1}^{\infty} j y^j P_{ij}(t) + (\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1}) \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{i+1,j}(t) \\ &\quad + \mu_{d_2} \sum_{j=1}^{\infty} (j+1) y^j P_{i,j+1}(t) + \lambda_1 \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{i-1,j}(t) + \lambda_2 \sum_{j=1}^{\infty} y^j P_{i,j-1}(t)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_i(y,t)}{\partial t} - \mu_{d_2}(1-y) \frac{\partial H_i(y,t)}{\partial y} &+ [\lambda_1 + \lambda_2(1-y) + \mu_1 + i\mu_{d_1}] H_i(y,t) = (\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1}) H_{i+1}(y,t) \\ &\quad + \lambda_1 H_{i-1}(y,t)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \left[\sum_{i=1}^{\infty} x^i H_i(y, t) \right] - \mu_{d_2} (1-y) \frac{\partial}{\partial y} \left[\sum_{i=1}^{\infty} x^i H_i(y, t) \right] + [\lambda_1 + \lambda_2 (1-y) + \mu_1] \sum_{i=1}^{\infty} x^i H_i(y, t) + \mu_{d_1} \sum_{i=1}^{\infty} i x^i H_i(y, t) = \\
& \mu_4 \sum_{i=1}^{\infty} x^i H_{i+1}(y, t) + \mu_{d_1} \sum_{i=1}^{\infty} (i+1) x^i H_{i+1}(y, t) + \lambda_4 \sum_{i=1}^{\infty} x^i H_{i-1}(y, t) \\
& \frac{\partial F(x, y, t)}{\partial t} - \mu_{d_1} (1-x) \frac{\partial F(x, y, t)}{\partial x} - \mu_{d_2} (1-y) \frac{\partial F(x, y, t)}{\partial y} + \left[\lambda_1 (1-x) + \lambda_2 (1-y) + \mu_1 \left(1 - \frac{1}{x} \right) \right] F(x, y, t) \\
& = \left[\mu_4 \left(1 - \frac{1}{x} \right) - \mu_2 \left(1 - \frac{1}{y} \right) \right] H_0(y, t) + \mu_2 \left(1 - \frac{1}{y} \right) P_{00}(t)
\end{aligned}$$

Kuyruk Sistemi 3:

İlgilenilen sistemle ilgili geçici duruma ilişkin durum denklemleri aşağıda verilmektedir.

$$\frac{dP_{00}(t)}{dt} = -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t)]P_{00}(t) + [\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)]P_{10}(t) + \mu_2(t)P_{01}(t)$$

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{10}(t)}{dt} &= -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)]P_{10}(t) + \lambda_1(t)P_{00}(t) \\
&+ [\mu_1(t) + 2\mu_{d_1}(t)]P_{20}(t) + \mu_2(t)P_{11L}(t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{i0}(t)}{dt} &= -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_1(t) + i\mu_{d_1}(t)]P_{i0}(t) + \lambda_1 P_{i-1,0}(t) \\
&+ [\mu_1(t) + (i+1)\mu_{d_1}(t)]P_{i+1,0}(t) + \mu_2(t)P_{i,1L}(t) + \mu_c(t)P_{i-1,1,H}(t), \quad i \geq 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{0j}(t)}{dt} &= -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_2(t) + (j-1)\mu_c(t)]P_{0j}(t) + \lambda_2(t)P_{0,j-1}(t) \\
&+ \mu_{d_1}(t)P_{1,j,L}(t) + \mu_2(t)P_{0,j+1}(t) + (\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t))P_{1,j,H}(t), \quad j \geq 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{ijL}(t)}{dt} &= -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + i\mu_{d_1}(t) + \mu_2(t) + (j-1)\mu_c(t)]P_{ijL}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,j,L}(t) \\
&+ \lambda_2(t)P_{i,j-1,L}(t) + (i+1)\mu_{d_1}(t)P_{i+1,j,L}(t) + j\mu_c(t)P_{i-1,j+1,L}(t), \quad i, j \geq 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{ijH}(t)}{dt} &= -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_1(t) + i\mu_{d_1}(t) + j\mu_c(t)]P_{ijH}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,j,H}(t) \\
&+ \lambda_2(t)P_{i,j-1,H}(t) + (\mu_1(t) + (i+1)\mu_{d_1}(t))P_{i+1,j,H}(t) + \mu_2(t)P_{i,j+1,L}(t) \\
&+ (j+1)\mu_c(t)P_{i-1,j+1,H}(t), \quad i, j \geq 1
\end{aligned}$$

Önceki sistemlerin çözümlerine ilişkin yapılanlara benzer şekilde elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

1.
$$\begin{aligned} & \frac{\partial H_0(y,t)}{\partial t} + \mu_c y \frac{\partial H_0(y,t)}{\partial y} + \left[\lambda_1 + \lambda_2(1-y) + \mu_2 \left(1 - \frac{1}{y} \right) - \mu_c \right] H_0(y,t) \\ & = \mu_{d_1} H_{1L}(y,t) + (\mu_1 + \mu_{d_1}) H_{1H}(y,t) + \lambda_2 y P_{00}(t) - \mu_2 P_{01}(t) - (\mu_1 + \mu_{d_1}) P_{10}(t) \end{aligned}$$
2.
$$\begin{aligned} & \frac{\partial H_{iL}(y,t)}{\partial t} + \mu_c y \frac{\partial H_{iL}(y,t)}{\partial y} + [\lambda_1 + \lambda_2(1-y) + i\mu_{d_1} + \mu_2 - \mu_c] H_{iL}(y,t) \\ & = \mu_c \frac{\partial H_{i-1,L}(y,t)}{\partial y} + \left(\lambda_1 - \frac{\mu_c}{y} \right) H_{i-1,L}(y,t) + (i+1)\mu_{d_1} H_{i+1,L}(y,t), \quad i \geq 1 \end{aligned}$$
3.
$$\begin{aligned} & \frac{\partial H_{iH}(y,t)}{\partial t} + \mu_c y \frac{\partial H_{iH}(y,t)}{\partial y} + [\lambda_1 + \lambda_2(1-y) + \mu_1 + i\mu_{d_1}] H_{iH}(y,t) \\ & = \mu_c \frac{\partial H_{i-1,H}(y,t)}{\partial y} + \lambda_1 H_{i-1,H}(y,t) + \frac{\mu_2}{y} H_{iL}(y,t) + (\mu_1 + i\mu_{d_1}) H_{i+1,H}(y,t) \end{aligned}$$
4.
$$\begin{aligned} & \frac{\partial F_L(x,y,t)}{\partial t} - \mu_{d_1}(1-x) \frac{\partial F_L(x,y,t)}{\partial x} + \mu_c(y-x) \frac{\partial F_L(x,y,t)}{\partial y} \\ & + \left[\lambda_1(1-x) + \lambda_2(1-y) + \mu_2 - \mu_c \left(1 - \frac{x}{y} \right) \right] F_L(x,y,t) = \frac{\mu_2}{y} H_0(y,t) \\ & + (\mu_1 + \mu_{d_1}) H_{1H}(y,t) + \lambda_2 y P_{00}(t) - \mu_2 P_{01}(t) - (\mu_1 + \mu_{d_1}) P_{10}(t) \end{aligned}$$
5.
$$\begin{aligned} & \frac{\partial F_H(x,y,t)}{\partial t} - \mu_{d_1}(1-x) \frac{\partial F_H(x,y,t)}{\partial x} + \mu_c(y-x) \frac{\partial F_H(x,y,t)}{\partial y} \\ & + \left[\lambda_1(1-x) + \lambda_2(1-y) + \mu_1 \left(1 - \frac{1}{x} \right) \right] F_H(x,y,t) - \frac{\mu_2}{y} F_L(x,y,t) \\ & = -\frac{\mu_2}{y} H_0(y,t) - (\mu_1 + \mu_{d_1}) H_{1H}(y,t) \end{aligned}$$

Neticede elde edilen türeten fonksiyon aşağıdaki şekildedir:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial F(x,y,t)}{\partial t} - \mu_{d_1}(1-x) \frac{\partial F(x,y,t)}{\partial x} + \mu_c(y-x) \frac{\partial F(x,y,t)}{\partial y} \\ & + [\lambda_1(1-x) + \lambda_2(1-y)] F(x,y,t) + \mu_1 \left(1 - \frac{1}{x} \right) F_H(x,y,t) \\ & + \left[\mu_2 \left(1 - \frac{1}{y} \right) - \mu_c \left(1 - \frac{x}{y} \right) \right] F_L(x,y,t) = -\lambda_1 x P_{00}(t) \end{aligned}$$

Kuyruk Sistemi 4:

Bu sistemin, geçici durum denklemleri aşağıda verilmektedir.

$$\frac{dP_{00}(t)}{dt} = -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t)]P_{00}(t) + [\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)]P_{10}(t) + \mu_2(t)P_{01}(t)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{10}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)]P_{10}(t) + \lambda_1(t)P_{00}(t) \\ & + [\mu_1(t) + 2\mu_{d_1}(t)]P_{20}(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{i0}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_1(t) + i\mu_{d_1}(t)]P_{i0}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,0}(t) \\ & + [\mu_1(t) + (i+1)\mu_{d_1}(t)]P_{i+1,0}(t) + \mu_c(t)P_{i-1,1}(t), \quad i \geq 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{0j}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_2(t) + (j-1)\mu_c(t)]P_{0j}(t) + \lambda_2(t)P_{0,j-1}(t) \\ & + \mu_2(t)P_{0,j+1}(t) + (\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t))P_{1,j}(t), \quad j \geq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{ij}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \mu_1(t) + i\mu_{d_1}(t) + j\mu_c(t)]P_{ij}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,j}(t) \\ & + \lambda_2(t)P_{i,j-1}(t) + (\mu_1(t) + (i+1)\mu_{d_1}(t))P_{i+1,j}(t) + (j+1)\mu_c P_{i-1,j+1}, \quad i, j \geq 1 \end{aligned}$$

Her adımda elde edilen fonksiyonların değerleri şu şekildedir:

1.
$$\begin{aligned} \frac{\partial H_0(y,t)}{\partial t} + \mu_c y \frac{\partial H_0(y,t)}{\partial y} + \left[\lambda_1 + \lambda_2(1-y) + \mu_2 \left(1 - \frac{1}{y}\right) - \mu_c \right] H_0(y,t) \\ = (\mu_1 + \mu_{d_1})H_1(y,t) + \left[\mu_2 \left(1 - \frac{1}{y}\right) - \mu_c \right] P_{00}(t) \end{aligned}$$
2.
$$\begin{aligned} \frac{\partial H_i(y,t)}{\partial t} + \mu_c y \frac{\partial H_i(y,t)}{\partial y} + [\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + i\mu_{d_1}]H_i(y,t) = \lambda_1 H_{i-1}(y,t) \\ + \mu_c \frac{\partial H_{i-1}(y,t)}{\partial y} + (\mu_1 + (i+1)\mu_{d_1})H_{i+1}(y,t) \end{aligned}$$

Neticede elde edilen fonksiyon aşağıdaki şekildedir:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial F(x, y, t)}{\partial t} + \mu_{d_1}(x-1) \frac{\partial F(x, y, t)}{\partial x} + \mu_c(y-x) \frac{\partial F(x, y, t)}{\partial y} \\
& + \left[\lambda_1(1-x) + \lambda_2 + \mu_1 \left(1 - \frac{1}{x} \right) \right] F(x, y, t) = \frac{\partial H_0(y, t)}{\partial t} + \mu_c y \frac{\partial H_0(y, t)}{\partial y} \\
& = \left[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 \left(1 - \frac{1}{x} \right) \right] H_0(y, t) - (\mu_1 + \mu_{d_1}) H_1(y, t)
\end{aligned}$$

Yapılan analizlerden anlaşılacağı üzere, tek servis sağlayıcının mevcut olması ve sistem kapasitesinde sınırlamaya gidilmemesi durumunda bile, dört farklı yapıdaki sistemle ilgili olarak elde edilen fonksiyonların kapalı form çözümü elde edilememektedir. Bunun nedeni, sistemde hasta türünün 1'den fazla olması, hastaların yalnızca servis ile değil, can kaybıyla da sistemden ayrılıyor olmaları ve zamana bağlı ifadelerin bulunmasıdır. Servis sağlayıcı sayısında meydana gelecek artış, hesaplamaları daha karmaşık hale getirecektir. Bu nedenle, istenilen olasılıklar, uygun amacı karşılayacak bir amaç fonksiyonu ile birlikte optimizasyon teknikleri kullanılarak elde edilecektir.

4. OPTİMAL KONTROL TEORİSİ VE KUYRUK SİSTEMLERİNİN ÇÖZÜMÜNDE KULLANIMI

Bu bölümde, öncelikle optimal kontrol teorisi ile ilgili bilgi verilmekte, durağan olmayan kuyruk sistemlerinin sayısal çözümünde, bu teoriden ve diğer optimizasyon tekniklerinden yararlanan önceki çalışmalara değinilmektedir. Daha sonra, ilgilenilen kuyruk sistemleri tanımlanmakta ve optimal kontrol teorisi yardımıyla sayısal çözümün nasıl yapılacağı gösterilmektedir. Son olarak, afetin neden olduğu geçici durumu modellemek için kullanılabileceği öngörülen uygun fonksiyonlar yardımıyla, bir örnek çözüm yapılmakta ve elde edilen sonuçlar yorumlanmaktadır.

4.1 Optimal Kontrol Teorisi

Optimal kontrol teorisinin amacı, fiziksel kısıtları karşılamak ve aynı zamanda bir performans kriterini minimize (maksimize) etmek için bir süreci meydana getirecek kontrol işeretlerini belirlemektir. Bir optimal kontrol probleminin formüle edilebilmesi için kontrol edilecek sürecin matematiksel tanımlamasının yapılması, fiziksel kısıtların ifade edilmesi ve performans kriterinin tanımlanması gerekmektedir.

Bir kontrol probleminin en önemli parçası modelleme sürecidir. Bu süreçte amaç, tüm girdiler için fiziksel sistemin yanıtını uygun olarak tahmin edecek en basit ve doğru matematiksel tanımlamayı elde etmektir. Bu bölümdeki açıklamalar, adi diferansiyel denklemlerle tanımlanan sistemlerle sınırlandırılmıştır.

t anında sürecin durum değişkenleri $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ ve sürecin kontrol girdileri ise $u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$ şeklinde olsun. Bu durumda, 1. mertebeden n adet diferansiyel denklem aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= a_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t), t) \\ \dot{x}_2(t) &= a_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t), t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n(t) &= a_n(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t), t)\end{aligned}$$

Sistemin durum ve kontrol vektörleri ise aşağıdaki şekildedirler:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix}$$

O halde durum denklemleri matris formunda aşağıdaki şekilde temsil edilebilirler:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$$

İlgilenilen sistemin $t \in [t_0, t_f]$ için $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$ şeklinde olduğu farz edildiğinde, $[t_0, t_f]$ aralığı süresince kontrol girdi değerlerinin tarihçesi \mathbf{u} ile gösterilir ve kontrol tarihçesi ya da sadece kontrol olarak adlandırılır. $[t_0, t_f]$ aralığı süresince durum değerlerinin tarihçesi ise durum yörüngesi (state trajectory) olarak adlandırılır. $[t_0, t_f]$ aralığında, kontrol kısıtlarını karşılayan kontrol tarihçesi ise kabul edilebilir (admissible) kontrol olarak adlandırılır. Benzer şekilde, $[t_0, t_f]$ aralığında, durum değişkeni kısıtlarını karşılayan durum yörüngesi, kabul edilebilir yörünge olarak tanımlanır.

Sistem performansının nicel olarak değerlendirilebilmesi için bir performans ölçüsü seçilmelidir. Optimal kontrol, performans ölçüsünü minimum (maksimum) yapan kontrol olarak tanımlanmaktadır. Sistem performansının değerlendirilmesinde ise aşağıdaki forma sahip bir ölçü kullanılmaktadır.

$$J = h(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt$$

Yukarıdaki ifadede, t_0 ve t_f başlangıç ve bitiş zamanlarını temsil etmektedirler. t_f , probleme bağlı olarak tanımlanmış ya da tanımlanmamış olabilmektedir. h ve g ise skaler fonksiyonlardır.

Yapılan tanımlamalara göre, bir optimal kontrol problemi $J = h(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt$ performans ölçüsünü minimize (maksimize) eden ve $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$ sisteminin bir kabul edilebilir yörüngeyi, \mathbf{X}^* , izlemesini sağlayacak kabul edilebilir kontrolün, \mathbf{u}^* , belirlenmesi şeklinde kısaca tanımlanabilir. Bu durumda, \mathbf{u}^* optimal kontrol, \mathbf{X}^* ise optimal yörünge dir. \mathbf{u}^* 'ın

performans ölçüsünü minimize ettiğini söylemekle, tüm $\mathbf{u} \in U$ için aşağıdaki ilişkinin mevcut olduğu kastedilmektedir (Kirk, 1998):

$$J^* = h(\mathbf{x}^*(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) dt \leq h(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt$$

4.1.1 Optimal kontrol için gerekli koşullar

Yukarıda da ifade edildiği üzere, problem, $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$ sisteminin, $J = h(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt$ performans ölçüsünü minimize eden kabul edilebilir bir yörünge izlemesini sağlayacak bir kabul edilebilir kontrolün bulunmasıdır. Bunun için öncelikle, Lagrange çarpanlarını kullanarak, aşağıdaki şekilde Hamiltonian fonksiyonu oluşturulur:

$$H(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}(t), t) = g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \mathbf{p}^T(t) [\mathbf{a}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)]$$

Yukarıda $\mathbf{p}^T(t)$ vektörü Lagrange çarpanlarını içermektedir. \mathbf{u}^* 'ın bir optimal kontrol olabilmesi için Hamiltonian'a göre bazı gerekli koşulların sağlanması gerekmektedir. Bu koşullar aşağıdaki gibi verilebilirler (Kirk, 1998):

$$\dot{\mathbf{x}}^*(t) = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), \mathbf{p}^*(t), t)$$

$$\dot{\mathbf{p}}^*(t) = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), \mathbf{p}^*(t), t)$$

$$H(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), \mathbf{p}^*(t), t) \leq H(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}^*(t), t)$$

$$\left[\frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^*(t_f), t_f) - \mathbf{p}^*(t_f) \right]^T \delta \mathbf{x}_f + \left[H(\mathbf{x}^*(t_f), \mathbf{u}^*(t_f), \mathbf{p}^*(t_f), t_f) + \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^*(t_f), t_f) \right] \delta t_f =$$

ve

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}^*(t_f), \mathbf{u}^*(t_f), \mathbf{p}^*(t_f), t_f) = \mathbf{0}$$

4.1.2 Optimal kontrol problemi için çözüm teknikleri

Optimal kontrol problemleri, genellikle doğrusal yapıda olmadıklarından, analitik çözümlere sahip değillerdir. Bu nedenle, sayısal yöntemlerin kullanılması gerekmektedir. Durum ve kontrol değişkenlerinin herhangi bir sınırla kısıtlanmadığı, son zamanın sabit olduğu ve $x(t_f)$ 'in tanımlanmamış olduğu farz edilerek, değişimsel (variational) yaklaşımdan ortaya çıkan iki noktalı sınır değeri (two point boundary value) problemi aşağıdaki denklemlerle özetlenebilir:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}^*(t) &= \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{a}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) \\ \dot{\mathbf{p}}^*(t) &= -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} = -\left[\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) \right]^T \mathbf{p}^*(t) - \frac{\partial g}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) \\ \mathbf{0} &= \frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = \left[\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) \right]^T \mathbf{p}^*(t) + \frac{\partial g}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t), t) \\ \mathbf{x}^*(t_0) &= \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{p}^*(t_f) &= \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}^*(t_f))\end{aligned}$$

Yukarıdaki koşullar setinden, $t \in [t_0, t_f]$ olmak üzere $\mathbf{x}^*(t)$ ve $\mathbf{u}^*(t)$ için açık bir ilişkinin elde edilmesi amaçlanmaktadır (Kirk,1998). Doğrusal olmayan iki noktalı sınır değeri problemlerini çözmek için literatürde kullanılan teknikler arasında en dik iniş (steepest descent) yöntemi, uç noktaların değişimi (variation of extremals) algoritması, Newton yöntemi, quasilinearization, gradyan izdüşümü (gradient projection) gibi teknikler bulunmaktadır.

4.2 Önceki Çalışmalar

Literatürde, durağan olmayan kuyruk sistemlerinin sayısal çözümünü bulmada kullanılan yaklaşımlardan biri, kesikli zaman modellemesi (discrete time modeling) tekniğidir. Bu teknik, Markov zincirleri şeklinde tanımlanabilen sistemler için uygundur. Wall ve Worthington'ın çalışmasında (1994), bir genel servis süresi dağılımının ilk iki momenti bilindiğinde, bu momentlerin eşleşeceği kesikli dağılım tahmini için gerekli minimum nokta sayısının, sürekli servis süresinin ortalamasına göre kesikli aralığın büyüklüğüne ve değişim katsayısına bağlı olduğunu gösterilmiştir. Yazarlar diğer çalışmalarında (Worthington and Wall, 1999) ise kesikli zaman modelleme yaklaşımının, zamana bağlı davranış sergileyen çeşitli tipte, tek ve çoklu servis sağlayıcının bulunduğu kuyruk

sistemleri için iyi sonuçlar ürettiğini göstermişlerdir. Çalışmaya göre, kesikli dağılımları kullanarak, sürekli zaman kuyrukları için iyi sonuçlar elde etmek amacıyla, sürekli servis süresi dağılımının momentlerinin mutlaka eşleştirilmesi gerekmektedir. Kesikli zaman modellemesinin uygulamasına bir başka örnek, Brahimi and Worthington'ın çalışmasıdır (1991). Yazarlar, zamana bağlı geliş hızına sahip çoklu servis sağlayıcılı kuyruk modelini polikliniklere uygulamışlardır. Çeşitli kliniklerden toplanan veriye dayalı olarak, servis süreleri, kesikli dağılımlarla tahmin edilmiştir. Chassioti and Worthington (2004), zamana bağlı olarak değişen geliş hızlarını ve genel servis süresi dağılımını içeren bir model önermişlerdir. Çalışmada, ardışık zaman noktalarında, durum olasılıkları ve istenen performans ölçülerini ardışık olarak belirlemek için kesikli zaman modellemesinin bir uygulaması yapılmıştır.

Zamana bağlı olarak değişen müşteri talebinin bulunduğu servis sistemlerindeki personel gereksinimlerini belirlemede kullanılan bir diğer yaklaşım, kuyruk teorisi yöntemleri ile çeşitli optimizasyon tekniklerini birleştirmektir. Bu yöntemi kullanan çalışmalardan bazıları, zamana bağlı performansın oluşturulabilmesi için durağan kuyruk modellerini, durağan olmayan yapıya dahil etmektedirler. Bunun için öncelikle, planlama periyodunda karşılaşılabilecek müşteri talebi tahmin edilmekte, talep tahminleri personel ya da servis sağlayıcı gereksinimlerine dönüştürülmekte, bu gereksinimleri karşılayacak şekilde vardiyalar çizelgelenmekte ve personel, vardiyalara atanmaktadır. Geliş sürecinin, planlamanın yapıldığı her periyotta durağan olduğu ve periyotların da birbirlerinden bağımsız oldukları farz edilmektedir. Ancak, kısa periyotlardaki performansın temsil edilmesinde, durağan durum ölçülerinin kullanılmasının uygun olmayabileceği de çoğu çalışmada belirtilmektedir. Talep tahminlerinin personel gereksinimlerine dönüştürülmesinde, genellikle $M/M/s$ kuyruk modelinden yararlanılmaktadır. Belirlenen performans ölçüsünü optimum yapacak şekilde personelin vardiyalara atanmasında ise çoğunlukla tamsayı programlama tekniklerinden yararlanılmaktadır. Örneğin Bhandari et al. (2008) bir kısıtlı dinamik operatör atama problemini ele almıştır. Bu problem, zamana bağlı olarak değişen talebi karşılayabilmek için geçici ve kalıcı operatör sayısını belirlemeyi içermektedir ve karma tamsayı programla sonuçlanan bir çözüm yöntemi önermektedir. Bhulai et al. (2008), çağrı merkezlerindeki vardiya çizelgelenmeleri için bir tamsayı programlama modeli önermektedir. Geliş süreci çağrı tiplerine ve zamana göre değişen parametreye sahip Poisson süreçtir. Her periyot için geliş hızı parametresinin sabit olduğu farz edilmiştir. Servis süreleri ise çağrı tipine göre üstel dağılmaktadır. Yöntem, iki aşamadan oluşmaktadır ve

çizelgeler üretmektedir. İlk adımda, her grup ve her zaman aralığı için optimal personel sayıları belirlenmektedir. İkinci adımda ise her zaman aralığında personel gereksinimlerini karşılayacak olan çizelgeler oluşturulmaktadır. Ingolfsson et al. (2010), geçici servis seviyesi hedeflerini karşılayacak vardiya yapılarını üretmek için bir çizelge değerlendirici ile çizelge yaratıcı arasında iterasyon yapan bir yöntem önermiştir. Önerilen yönteme göre, her iterasyon için geçici servis seviyeleri, randomizasyon tekniği yardımıyla, çizelge değerlendirici tarafından hesaplanmaktadır. Daha sonra, belirlenen değerler, servis seviyesinin istenenden düşük olduğu zaman aralıklarını ortaya çıkaran bir gösterge gibi kullanılmaktadır. Çizelgelerin üretilmesi için ise, bir tamsayı programlar serisi, çizelge yaratıcı tarafından çözülmektedir.

Dinamik kuyruk sistemlerinin optimizasyonunda kullanılan diğer yöntemler dinamik programlama ve optimal kontrol teorisidir. Sonlu zaman periyodunda ve değişken servis ve geliş hızlarının yer aldığı karmaşık kuyruk problemlerinde, kapalı form çözümün elde edilmesi, zor ve çoğu durumda olanaksız olduğu için sayısal çözümlerin elde edilmesinde bu tekniklerden yararlanılmaktadır. Bir kuyruk sisteminin davranışını, müşterilerin geliş süreci, servis sağlayıcının servis süreci ve servis sağlayıcıların diğer özellikleri belirlediğinden, bu noktada bir kuyruk sisteminin optimizasyonu, artan servis kapasitesinin maliyeti ile bekleyen müşterilerin maliyeti arasında denge kurmayı gerektirmektedir. Man (1973), birden fazla servis sağlayıcının bulunduğu zamana göre değişen bir kuyruk sisteminin optimal kontrolü ile ilgilendi. Çalışmada, kontrol değişkeni olarak geliş hızı alınmıştır. Kuyruk sisteminin, diferansiyel denklemler seti ile matematiksel modeli oluşturularak ve kuyruk sistemi için bir performans indeksi tanımlanarak, girdi süreci için optimal geliş hızı belirlenmiştir. Ek olarak, oluşturulan kontrol sistemi ile ilgili olarak, optimal kontrol politikasına ilişkin fiziksel göstergeler de incelenmiştir. Bookbinder ve Martell (1979), geliş hızının zamana bağlı olduğu $M/M/S/N$ kuyruk modelini, orman yangını söndürme faaliyetlerini planlamak için kullanmışlardır. Çalışmada, yangın söndürme kaynaklarını helikopterle ulaştırma sisteminin zamana bağlı kuyruk modeli oluşturulmuş ve sistemi işletme karakteristiklerini tahmin etmek için sayısal yöntemler kullanılmıştır. Klein and Gruver (1981), hem skaler hem de Markov dinamik programlama kontrol yapılarını da içeren geniş problemler sınıfı için gerekli ve yeterli koşulları vermişlerdir. Parlar (1984), S adet servis sağlayıcının bulunduğu sınırlı kapasiteye sahip Markov kuyruğunda, zamana bağlı optimal servis hızını belirlemek için optimal kontrol teorisini kullanmıştır. Minimize edilmesi gereken amaç fonksiyonu, bekleyen müşterilerin maliyeti ile belirli bir zaman aralığında servisin

maliyetinin toplamını içermektedir. Newton-Raphson yöntemini uygulayarak, oluşturulan iki noktalı sınır problemi sayısal olarak çözülmüştür. Vassilacopoulos (1985), bir acil servis departmanında, zamana bağlı geliş hızına karşın, kuyruk uzunluklarını ve bekleme süresini en küçüklemeyi amaçlamıştır. Bunun için öncelikle dinamik programlama ile bir çalışma haftasının her saati için atanması gereken optimal doktor sayısı belirlenmektedir. Bu atama, geliş hızına oransal olarak yapılmaktadır. Daha sonra ilk adımda elde edilen çözüm, dinamik programlama ile her vardiya için doktor sayısını belirlemede kullanılmaktadır. Tipper and Sudareshan (1990), ağ kontrol stratejilerinin tasarımında optimal kontrol tekniklerinin kullanımı için bir çatı oluşturmaktadır. Bu oluşum için zamana göre değişen ortalama değerlere göre ağın dinamiklerini temsil edecek, doğrusal olmayan diferansiyel denklem modeli geliştirilmiştir.

İzleyen bölümde, afet faaliyetlerinin sağlık hizmetleri yönünden yanıtının değerlendirilmesinde kullanılabilecek iki kuyruk modeli verilmekte, bunlardan biri için örnek çözüm yapılarak, sonuçlar irdelenmektedir.

4.3 İlgilenilen Modeller ve Optimal Kontrol Teorisi ile Çözümü

Model 1:

Aşağıdaki denklemler, geliş, servis ve ölüm hızlarının zamana göre değiştiği, s adet servis sağlayıcı, k_1 adet 1. öncelikli ve k_2 adet 2. öncelikli hasta olmak üzere toplam k_1+k_2 adet hasta kapasitesine sahip boşaltımlı öncelik servis disiplininin uygulandığı Markov kuyruk sistemi için oluşturulmuşlardır. Zamana bağlı olasılıklar, herhangi bir anda sistemde i adet 1. öncelikli ve j adet 2. öncelikli hasta bulunması olasılıklarını temsil etmektedirler.

$$\frac{dP_{00}(t)}{dt} = -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t)]P_{00}(t) + [\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)]P_{10}(t) + [\mu_2(t) + \mu_{d_2}(t)]P_{01}(t)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{i0}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + i\mu_1(t) + i\mu_{d_1}(t)]P_{i,0}(t) + (i+1)[\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)]P_{i+1,0}(t) \\ & + [\mu_2(t) + \mu_{d_2}(t)]P_{i,1}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,0}(t) , \end{aligned} \quad 1 \leq i \leq s-1$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{i0}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + s\mu_1(t) + i\mu_{d_1}(t)]P_{i,0}(t) + [s\mu_1(t) + (i+1)\mu_{d_1}(t)]P_{i+1,0}(t) \\ & + \mu_{d_2}(t)P_{i,1}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,0}(t) , \end{aligned} \quad s \leq i \leq k_1 - 1$$

$$\frac{dP_{k_1,0}(t)}{dt} = -[\lambda_2(t) + s\mu_1(t) + k_1\mu_{d_1}(t)]P_{k_1,0}(t) + \mu_{d_2}(t)P_{k_1,1}(t) + \lambda_1(t)P_{k_1-1,0}(t)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{0,j}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + j\mu_2(t) + j\mu_{d_2}(t)]P_{0,j}(t) + (j+1)[\mu_2(t) + \mu_{d_2}(t)]P_{0,j+1}(t) \\ & + [\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)]P_{1,j}(t) + \lambda_2(t)P_{0,j-1}(t) , \end{aligned} \quad 1 \leq j \leq s-1$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{0,j}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + s\mu_2(t) + j\mu_{d_2}(t)]P_{0,j}(t) + [s\mu_2(t) + (j+1)\mu_{d_2}(t)]P_{0,j+1}(t) \\ & + [\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)]P_{1,j}(t) + \lambda_2(t)P_{0,j-1}(t) , \end{aligned} \quad s \leq j \leq k_2-1$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{0,k_2}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + s\mu_2(t) + k_2\mu_{d_2}(t)]P_{0,k_2}(t) + [\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)]P_{1,k_2}(t) \\ & + \lambda_2(t)P_{0,k_2-1}(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{ij}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + i\mu_1(t) + i\mu_{d_1}(t) + (s-i)\mu_2(t) + j\mu_{d_2}(t)]P_{ij}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,j}(t) \\ & + \lambda_2(t)P_{i,j-1}(t) + (i+1)[\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)]P_{i+1,j}(t) \\ & + [(s-i)\mu_2(t) + (j+1)\mu_{d_2}(t)]P_{i,j+1}(t), \end{aligned} \quad 1 \leq i \leq s-1, \quad 1 \leq j \leq k_2-1$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{ij}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + s\mu_1(t) + i\mu_{d_1}(t) + j\mu_{d_2}(t)]P_{ij}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,j}(t) \\ & + \lambda_2(t)P_{i,j-1}(t) + [s\mu_1(t) + (i+1)\mu_{d_1}(t)]P_{i+1,j}(t) + (j+1)\mu_{d_2}(t)P_{i,j+1}(t), \end{aligned} \quad s \leq i \leq k_1-1, \quad 1 \leq j \leq k_2-1$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{k_1,j}(t)}{dt} = & -[\lambda_2(t) + s\mu_1(t) + k_1\mu_{d_1}(t) + j\mu_{d_2}(t)]P_{k_1,j}(t) + (j+1)\mu_{d_2}(t)P_{k_1,j+1}(t) \\ & + \lambda_1(t)P_{k_1-1,j}(t) + \lambda_2(t)P_{k_1,j-1}(t), \end{aligned} \quad 1 \leq j \leq k_2-1$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{i,k_2}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + i\mu_1(t) + i\mu_{d_1}(t) + (s-i)\mu_2(t) + k_2\mu_{d_2}(t)]P_{i,k_2}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,k_2}(t) \\ & + \lambda_2(t)P_{i,k_2-1}(t) + (i+1)[\mu_1(t) + \mu_{d_1}(t)]P_{i+1,k_2}(t), \end{aligned} \quad 1 \leq i \leq s-1$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{i,k_2}(t)}{dt} = & -[\lambda_1(t) + s\mu_1(t) + i\mu_{d_1}(t) + k_2\mu_{d_2}(t)]P_{i,k_2}(t) + \lambda_1(t)P_{i-1,k_2}(t) + \lambda_2(t)P_{i,k_2-1}(t) \\ & + [s\mu_1(t) + (i+1)\mu_{d_1}(t)]P_{i+1,k_2}(t) , \end{aligned} \quad s \leq i \leq k_1-1$$

$$\frac{dP_{k_1,k_2}(t)}{dt} = -[s\mu_1(t) + k_1\mu_{d_1}(t) + k_2\mu_{d_2}(t)]P_{k_1,k_2}(t) + \lambda_1(t)P_{k_1-1,k_2}(t) + \lambda_2(t)P_{k_1,k_2-1}(t)$$

Yukarıda verilen problemin olasılık türeten fonksiyonlar yardımıyla analitik çözümünün elde edilmesi olanaklı değildir. Bu nedenle, $[0, T]$ aralığı süresince, sistemde bulunması beklenen hasta sayısı ile bu hastalara servis verme maliyetini ve zaman periyodu sonunda, belirlenen kuyruk uzunluğundan sapma maliyetini minimum yapacak şekilde bir optimal kontrol bulunması hedeflenmektedir. Kontrol değişkeni olarak servis hızı seçilmiştir. Sistem kısıtları ise diferansiyel denklem sistemi halinde verilen zamana bağlı olasılıklardır. Pontryagin'in Minimum Özelliği'ni (Pontryagin's Minimum Principle) kullanarak, her personelin optimal servis hızı ile ilişkili gerekli koşullar (necessary conditions) belirlendikten sonra, optimal çözüm için gerekli yapı oluşturulacaktır.

Amaç fonksiyonu, durum denklemleri, Hamiltonian (H) ve Hamiltonian yardımıyla oluşturulan gerekli koşullar aşağıda verilmektedir:

$$\min_{\substack{\mu_1(t) \\ \mu_2(t)}} Z = \int_0^T \left[\sum_{i=0}^{k_1} \sum_{j=0}^{k_2} (i+j)P_{ij}(\tau) + (\sigma(\mu_1) + \sigma(\mu_2)) \right] d\tau + \frac{1}{2} c \left[\sum_{i=0}^{k_1} \sum_{j=0}^{k_2} (i+j)P_{ij}(T) - k \right]^2$$

$$P(t) = \int_0^T \left[\sum_{i=0}^{k_1} \sum_{j=0}^{k_2} (i+j)P_{ij}(\tau) + (\sigma(\mu_1) + \sigma(\mu_2)) \right] d\tau$$

şeklinde alındığında, amaç fonksiyonu aşağıdaki şekilde olacaktır:

$$\min_{\substack{\mu_1(t) \\ \mu_2(t)}} Z = P(t) + \frac{1}{2} c \left[\sum_{i=0}^{k_1} \sum_{j=0}^{k_2} (i+j)P_{ij}(T) - k \right]^2$$

Bu durumda, Hamiltonian aşağıdaki gibidir:

$$H = \sum_{i=0}^{k_1} \sum_{j=0}^{k_2} W_{ij}(t) \dot{P}_{ij}(t) + W(t) \dot{P}(t)$$

Hamiltonian'ın oluşturulmasından sonra, iki noktalı sınır probleminin çözümü için gerekli koşullar aşağıdaki şekilde elde edilirler:

$$\begin{aligned}\dot{W}_{(i,j)}(t) &= -\frac{\partial H}{\partial P_{(i,j)}(t)}, & W_{(i,j)}(T) &= c(i+j) \left[\sum_{i=0}^{k_1} \sum_{j=0}^{k_2} (i+j) P_{(i,j)}(T) \right] k \\ \dot{W}(t) &= -\frac{\partial H}{\partial P(t)} = 0, & W(T) &= 1 \\ \dot{P}_{(i,j)}(t) &= \frac{\partial H}{\partial W_{(i,j)}(t)}, & P_{(0,0)}(0) &= 1; \quad P_{(i,j)}(0) = 0 \\ \dot{P}(t) &= \frac{\partial H}{\partial W(t)} & P(0) &= 0\end{aligned}$$

Kontrol değerlerinin bulunmasında kullanılacak ifadeler ise Hamiltonian'da $\mu_i(t)$ 'ye göre türev alınarak oluşturulan denklemin sıfıra eşitlenmesi ve bu denklemden $\mu_i(t)$ değerlerinin çekilmesi ile elde edilir. Bu ise, matematiksel olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\frac{\partial H}{\partial \mu_1} = \frac{\partial}{\partial \mu_1} \sum_{i=0}^{k_1} \sum_{j=0}^{k_2} W_{(i,j)}(t) \dot{P}_{(i,j)}(t) + W(t) \left[\sum_{i=0}^{k_1} \sum_{j=0}^{k_2} (i+j) P_{(i,j)}(t) + (\sigma(\mu_1) + \sigma(\mu_2)) \right] = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mu_2} = \frac{\partial}{\partial \mu_2} \sum_{i=0}^{k_1} \sum_{j=0}^{k_2} W_{(i,j)}(t) \dot{P}_{(i,j)}(t) + W(t) \left[\sum_{i=0}^{k_1} \sum_{j=0}^{k_2} (i+j) P_{(i,j)}(t) + (\sigma(\mu_1) + \sigma(\mu_2)) \right] = 0$$

Yukarıdaki eşitliklerden, μ_1 ve μ_2 değerlerini belirleyen fonksiyonlar hesaplandıktan sonra, her adımda fonksiyonların aldığı değerlerin, kontrol değerleri için belirlenen alt ve üst sınırlar ile karşılaştırması yapılacak ve hesaplamalarda kullanılacak olan servis hızı değerleri aşağıdaki ifadeye göre elde edilecektir.

$$\mu_i(t) = \begin{cases} \mu_{i_{\min}} & , \quad \mu_i < \mu_{i_{\min}} \\ \mu_i & , \quad \mu_{i_{\min}} \leq \mu_i \leq \mu_{i_{\max}} \\ \mu_{i_{\max}} & , \quad \mu_i > \mu_{i_{\max}} \end{cases} \quad i = 1,2$$

Optimal servis hızını bulmak için kullanılacak olan iki noktalı sınır değeri problemi yukarıda tanımlanan gerekli koşulların birleşimidir.

Model 2:

Bu kuyruk modelinde, 1. ve 2. öncelikli hasta geliş hızları, zamana göre değişmektedir. Her iki sınıf için de, tıbbi bakım merkezine geliş süreci, sırasıyla

$\lambda_1(t)$ ve $\lambda_2(t)$ ortalama geliş hızı ile Poisson sürecidir. Merkezde s adet tıbbi personelden oluşan ekip bulunmaktadır. Dolayısıyla her ekip, tek bir servis sağlayıcı olarak değerlendirilmektedir. Servis süreleri üstel dağılmaktadır ve hasta tipine göre farklılık göstermektedir.

Ayrıca, 1. öncelikli hastalar için belirli bir süre içerisinde tıbbi bakım sağlanamadığı takdirde can kaybı meydana gelmesi durumu söz konusudur. Bu sürenin de kuyrukta bekleyen 1. öncelikli hastalar için μ_{dq} hızı ile üstel dağıldığı ve zamandan bağımsız olduğu farz edilmektedir. Hastanın tedavi edilirken kaybedilmesi durumu da söz konusudur ve bu durum, modelleme sürecine dahil edilmiştir. Tedavi edilirken can kaybı meydana gelmesi için gerekli sürenin de μ_{ds} hızı ile üstel dağıldığı ve zamandan bağımsız olduğu farz edilmektedir.

Ek olarak, 2. öncelik sınıfından olan hastalar için tedavi kuyruğunda beklerken, tedavinin gecikmesi nedeniyle 1. öncelik sınıfına dahil olma durumu söz konusu olabilmektedir. Herhangi bir t anında $\lambda_2(t)$ hızı ile sisteme giriş yapan hastalardan μ_c hızı ile bir üst sınıfa geçiş yapma durumu mevcuttur. Ancak geçerli zaman aralığında, bu hız hiçbir zaman 2. öncelik sınıfının geliş hızından büyük olamayacaktır. μ_c 'nin $\lambda_2(t)$ 'nin en küçük değerinden büyük olarak seçilmesi, herhangi bir t anında, 2. öncelik sınıfı için geliş hızının negatif değer almasına neden olacaktır. μ_c 'nin üst sınırının, periyot süresince $\lambda_2(t)$ 'nin alacağı en küçük değerle sınırlandırılması, bu durumu ortadan kaldıracaktır. Her iki öncelik sınıfına ait geliş hızlarındaki değişim, aşağıdaki gibi yeniden düzenlenen μ_c^* ile belirlenecektir:

$$\mu_c^* = \frac{\mu_c}{\min_t \{\lambda_2(t)\}}$$

μ_c 'nin değeri üst sınırına doğru arttırıldığında, μ_c^* 'in değeri 1'e yaklaşacak; bu durumda 2. öncelik sınıfından olan hastaların hemen hemen tamamı 1. öncelik sınıfına transfer olacaktır. Yani herhangi bir t anında 1. öncelikli hasta sınıfının sisteme geliş hızında artma; 2. öncelikli hasta sınıfının geliş hızında ise azalma meydana gelecektir. O halde, her iki sınıf için efektif geliş hızı aşağıdaki şekilde ifade edilecektir:

$$\begin{aligned} \lambda_1^*(t) &= \lambda_1(t) + \mu_c^* \lambda_2(t) \\ \lambda_2^*(t) &= \lambda_2(t) - \mu_c^* \lambda_2(t) \end{aligned}$$

Yukarıdaki eşitliklerden toplam geliş hızının korunduğuna dikkat edilmelidir. Servis disiplinin boşaltımsız öncelik olduğu farz edilmektedir. $P_{(i,j,m,n)}(t)$ olasılığı, t anında i adet 1. öncelikli ve j adet 2. öncelikli hastanın tedavi edilmesi ve kuyrukta tedavi için bekleyen m adet 1. öncelikli ve n adet 2. öncelikli hasta bulunması olasılığını temsil etmektedir. Herhangi bir t anında sistemde en çok k_1 adet 1. öncelikli ve k_2 adet 2. öncelikli hasta bulunabilir. O halde ilgilenilen kuyruk modeli, matematiksel olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$i+j < s$ için

$$\frac{dP_{(0,0,0,0)}(t)}{dt} = -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t)]P_{(0,0,0,0)}(t) + [\mu_1(t) + \mu_{ds}]P_{(1,0,0,0)}(t) + \mu_2(t)P_{(0,1,0,0)}(t)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(0,j,0,0)}(t)}{dt} &= -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + j\mu_2(t)]P_{(0,j,0,0)}(t) + [\mu_1(t) + \mu_{ds}]P_{(1,j,0,0)}(t) \\ &\quad + (j+1)\mu_2(t)P_{(0,j+1,0,0)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(0,j-1,0,0)}(t), \quad 0 < j < s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(i,0,0,0)}(t)}{dt} &= -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + i\mu_1(t) + i\mu_{ds}]P_{(i,0,0,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(i-1,0,0,0)}(t) \\ &\quad + (i+1)[\mu_1(t) + \mu_{ds}]P_{(i+1,0,0,0)}(t) + \mu_2(t)P_{(i,1,0,0)}(t), \quad 0 < i < s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(i,j,0,0)}(t)}{dt} &= -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + i\mu_1(t) + i\mu_{ds} + j\mu_2(t)]P_{(i,j,0,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(i-1,j,0,0)}(t) \\ &\quad + \lambda_2^*(t)P_{(i,j-1,0,0)}(t) + (i+1)[\mu_1(t) + \mu_{ds}]P_{(i+1,j,0,0)}(t) \\ &\quad + (j+1)\mu_2(t)P_{(i,j+1,0,0)}(t), \quad i, j > 0 \text{ ve } i + j < s \end{aligned}$$

Tüm personelin meşgul olduğu durumlar:

$0 < m < k_1, 0 < n < k_2 - s$ için

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(0,s,m,n)}(t)}{dt} &= -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + s\mu_2(t) + m\mu_{dq}]P_{(0,s,m,n)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(0,s,m-1,n)}(t) \\ &\quad + \lambda_2^*(t)P_{(0,s,m,n-1)}(t) + (m+1)\mu_{dq}P_{(0,s,m+1,n)}(t), \quad 0 < m < k_1, 0 < n < k_2 - s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(0,s,m,k_2-s)}(t)}{dt} &= -[\lambda_1^*(t) + s\mu_2(t) + m\mu_{dq}]P_{(0,s,m,k_2-s)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(0,s,m-1,k_2-s)}(t) \\ &\quad + \lambda_2^*(t)P_{(0,s,m,k_2-s-1)}(t) + (m+1)\mu_{dq}P_{(0,s,m+1,k_2-s)}(t), \quad 0 < m < k_1 \end{aligned}$$

$$\frac{dP_{(0,s,k_1,n)}(t)}{dt} = -[\lambda_2^*(t) + s\mu_2(t) + k_1\mu_{dq}]P_{(0,s,k_1,n)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(0,s,k_1-1,n)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(0,s,k_1,n-1)}(t),$$

$$0 < n < k_2 - s$$

$$\frac{dP_{(0,s,k_1,k_2-s)}(t)}{dt} = -[s\mu_2(t) + k_1\mu_{dq}]P_{(0,s,k_1,k_2-s)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(0,s,k_1-1,k_2-s)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(0,s,k_1,k_2-s-1)}(t)$$

$$\frac{dP_{(0,s,m,0)}(t)}{dt} = -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + s\mu_2(t) + m\mu_{dq}]P_{(0,s,m,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(0,s,m-1,0)}(t)$$

$$+ (m+1)\mu_{dq}P_{(0,s,m+1,0)}(t) \quad 0 < m < k_1$$

$$\frac{dP_{(0,s,k_1,0)}(t)}{dt} = -[\lambda_2^*(t) + s\mu_2(t) + k_1\mu_{dq}]P_{(0,s,k_1,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(0,s,k_1-1,0)}(t)$$

$$\frac{dP_{(0,s,0,n)}(t)}{dt} = -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + s\mu_2(t)]P_{(0,s,0,n)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(0,s,0,n-1)}(t) + s\mu_2(t)P_{(0,s,0,n+1)}(t)$$

$$+ \mu_{dq}P_{(0,s,1,n)}(t) + [\mu_1(t) + \mu_{ds}]P_{(1,s-1,0,n+1)}(t), \quad 0 < n < k_2 - s$$

$$\frac{dP_{(0,s,0,k_2-s)}(t)}{dt} = -[\lambda_1^*(t) + s\mu_2(t)]P_{(0,s,0,k_2-s)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(0,s,0,k_2-s-1)}(t) + \mu_{dq}P_{(0,s,1,k_2-s)}(t)$$

$$+ [\mu_1(t) + \mu_{ds}]P_{(1,s-1,0,k_2-s+1)}(t),$$

$$\frac{dP_{(0,s,0,0)}(t)}{dt} = -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + s\mu_2(t)]P_{(0,s,0,0)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(0,s-1,0,0)}(t) + s\mu_2(t)P_{(0,s,0,1)}(t)$$

$$+ [\mu_1(t) + \mu_{ds}]P_{(1,s-1,0,1)}(t) + \mu_{dq}P_{(0,s,1,0)}(t)$$

0 < i < s için

$$\frac{dP_{(i,s-i,m,n)}(t)}{dt} = -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + i\mu_1(t) + i\mu_{ds} + m\mu_{dq} + (s-i)\mu_2(t)]P_{(i,s-i,m,n)}(t)$$

$$+ \lambda_1^*(t)P_{(i,s-i,m-1,n)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(i,s-i,m,n-1)}(t) + [i\mu_1(t) + i\mu_{ds} + (m+1)\mu_{dq}]P_{(i,s-i,m+1,n)}(t)$$

$$+ (s-i+1)\mu_2(t)P_{(i-1,s-i+1,m+1,n)}(t), \quad 0 < m < k_1 - i, \quad 0 < n < k_2 - s + i$$

$$\frac{dP_{(i,s-i,m,k_2-s+i)}(t)}{dt} = -[\lambda_1^*(t) + i\mu_1(t) + i\mu_{ds} + m\mu_{dq} + (s-i)\mu_2(t)]P_{(i,s-i,m,k_2-s+i)}(t)$$

$$+ \lambda_1^*(t)P_{(i,s-i,m-1,k_2-s+i)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(i,s-i,m,k_2-s+i-1)}(t)$$

$$+ [i\mu_1(t) + i\mu_{ds} + (m+1)\mu_{dq}]P_{(i,s-i,m+1,k_2-s+i)}(t), \quad 0 < m < k_1 - i$$

$$\frac{dP_{(i,s-i,k_1-i,n)}(t)}{dt} = -[\lambda_2^*(t) + i\mu_1(t) + i\mu_{ds}(t) + (k_1 - i)\mu_{dq}(t) + (s-i)\mu_2(t)]P_{(i,s-i,k_1-i,n)}(t)$$

$$+ \lambda_1^*(t)P_{(i,s-i,k_1-i-1,n)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(i,s-i,k_1-i,n-1)}(t)$$

$$+ (s-i+1)\mu_2(t)P_{(i-1,s-i+1,k_1-i+1,n)}(t), \quad 0 < n < k_2 - s$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(i,s-i,k_1-i,k_2-s+i)}(t)}{dt} = & -[i\mu_1(t) + i\mu_{ds} + (k_1 - i)\mu_{dq} + (s - i)\mu_2(t)]P_{(i,s-i,k_1-i,k_2-s+i)}(t) \\ & + \lambda_1^*(t)P_{(i,s-i,k_1-i-1,k_2-s+i)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(i,s-i,k_1-i,k_2-s+i-1)}(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(i,s-i,m,0)}(t)}{dt} = & -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + i\mu_1(t) + i\mu_{ds} + m\mu_{dq} + (s - i)\mu_2(t)]P_{(i,s-i,m,0)}(t) \\ & + \lambda_1^*(t)P_{(i,s-i,m-1,0)}(t) + [i\mu_1(t) + i\mu_{ds} + (m + 1)\mu_{dq}]P_{(i,s-i,m+1,0)}(t) \\ & + (s - i + 1)\mu_2(t)P_{(i,s-i+1,m+1,0)}(t), \quad 0 < m < k_1 - i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(i,s-i,k_1-i,0)}(t)}{dt} = & -[\lambda_2^*(t) + i\mu_1(t) + i\mu_{ds} + (k_1 - i)\mu_{dq} + (s - i)\mu_2(t)]P_{(i,s-i,k_1-i,0)}(t) \\ & + \lambda_1^*(t)P_{(i,s-i,k_1-i-1,0)}(t) + (s - i + 1)\mu_2(t)P_{(i,s-i+1,k_1-i+1,0)}(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(i,s-i,0,n)}(t)}{dt} = & -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + i\mu_1(t) + i\mu_{ds} + (s - i)\mu_2(t)]P_{(i,s-i,0,n)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(i,s-i,0,n-1)}(t) \\ & + (i + 1)[\mu_1(t) + \mu_{ds}]P_{(i+1,s-i-1,0,n+1)}(t) + [i\mu_1(t) + i\mu_{ds} + \mu_{dq}]P_{(i,s-i,1,n)}(t) \\ & + (s - i + 1)\mu_2(t)P_{(i-1,s-i+1,1,n)}(t) + (s - i)\mu_2(t)P_{(i,s-i,0,n+1)}(t), \quad 0 < n < k_2 - s + i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(i,s-i,0,k_2-s+i)}(t)}{dt} = & -[\lambda_1^*(t) + i\mu_1(t) + i\mu_{ds} + (s - i)\mu_2(t)]P_{(i,s-i,0,k_2-s+i)}(t) \\ & + \lambda_2^*(t)P_{(i-1,s-i,0,k_2-s+i-1)}(t) + [i\mu_1(t) + i\mu_{ds} + \mu_{dq}]P_{(i,s-i,1,k_2-s+i)}(t) \\ & + (i + 1)[\mu_1(t) + \mu_{ds}]P_{(i+1,s-i-1,0,k_2-s+i+1)}(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(i,s-i,0,0)}(t)}{dt} = & -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + i\mu_1(t) + i\mu_{ds} + (s - i)\mu_2(t)]P_{(i,s-i,0,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(i-1,s-i,0,0)}(t) \\ & + \lambda_2^*(t)P_{(i,s-i-1,0,0)}(t) + [i\mu_1(t) + i\mu_{ds} + \mu_{dq}]P_{(i,s-i,1,0)}(t) + (s - i)\mu_2(t)P_{(i,s-i,0,1)}(t) \\ & + (s - i + 1)\mu_2(t)P_{(i-1,s-i+1,1,0)}(t) + (i + 1)[\mu_1(t) + \mu_{ds}]P_{(i+1,s-i-1,0,1)}(t) \end{aligned}$$

$i=s$ için

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(s,0,m,n)}(t)}{dt} = & -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + s\mu_1(t) + s\mu_{ds} + m\mu_{dq}]P_{(s,0,m,n)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(s,0,m-1,n)}(t) \\ & + \lambda_2^*(t)P_{(s,0,m,n-1)}(t) + [s\mu_1(t) + s\mu_{ds} + (m + 1)\mu_{dq}]P_{(s,0,m+1,n)}(t) \\ & + \mu_2(t)P_{(s-1,1,m+1,n)}(t), \quad 0 < m < k_1 - s, \quad 0 < n < k_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(s,0,k_1-s,n)}(t)}{dt} = & -[\lambda_2^*(t) + s\mu_1(t) + s\mu_{ds} + (k_1 - s)\mu_{dq}]P_{(s,0,k_1-s,n)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(s,0,k_1-s-1,n)}(t) \\ & + \lambda_2^*(t)P_{(s,0,k_1-s,n-1)}(t) + \mu_2(t)P_{(s-1,1,k_1-s+1,n)}(t), \quad 0 < n < k_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(s,0,m,k_2)}(t)}{dt} = & -[\lambda_1^*(t) + s\mu_1(t) + s\mu_{ds} + m\mu_{dq}]P_{(s,0,m,k_2)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(s,0,m-1,k_2)}(t) \\ & + \lambda_2^*(t)P_{(s,0,m,k_2-1)}(t) + [s\mu_1(t) + s\mu_{ds} + (m+1)\mu_{dq}]P_{(s,0,m+1,k_2)}(t), \quad 0 < m < k_1 - s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(s,0,k_1-s,k_2)}(t)}{dt} = & -[s\mu_1(t) + s\mu_{ds} + (k_1 - s)\mu_{dq}]P_{(s,0,k_1-s,k_2)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(s,0,k_1-s-1,k_2)}(t) \\ & + \lambda_2^*(t)P_{(s,0,k_1-s,k_2-1)}(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(s,0,m,0)}(t)}{dt} = & -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + s\mu_1(t) + s\mu_{ds} + m\mu_{dq}]P_{(s,0,m,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(s,0,m-1,0)}(t) \\ & + [s\mu_1(t) + s\mu_{ds} + (m+1)\mu_{dq}]P_{(s,0,m+1,0)}(t) + \mu_2(t)P_{(s-1,1,m+1,0)}(t), \quad 0 < m < k_1 - s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(s,0,k_1-s,0)}(t)}{dt} = & -[\lambda_2^*(t) + s\mu_1(t) + s\mu_{ds} + (k_1 - s)\mu_{dq}]P_{(s,0,k_1-s,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(s,0,k_1-s-1,0)}(t) \\ & + \mu_2(t)P_{(s-1,1,k_1-s+1,0)}(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(s,0,0,n)}(t)}{dt} = & -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + s\mu_1(t) + s\mu_{ds}]P_{(s,0,0,n)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(s,0,0,n-1)}(t) + \mu_2(t)P_{(s-1,1,1,n)}(t) \\ & + [s\mu_1(t) + s\mu_{ds} + \mu_{dq}]P_{(s,0,1,n)}(t), \quad 0 < n < k_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(s,0,0,k_2)}(t)}{dt} = & -[\lambda_1^*(t) + s\mu_1(t) + s\mu_{ds}]P_{(s,0,0,k_2)}(t) + [s\mu_1(t) + s\mu_{ds} + \mu_{dq}]P_{(s,0,1,k_2)}(t) \\ & + \lambda_2^*(t)P_{(s,0,0,k_2-1)}(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_{(s,0,0,0)}(t)}{dt} = & -[\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + s\mu_1(t) + s\mu_{ds}]P_{(s,0,0,0)}(t) + [s\mu_1(t) + s\mu_{ds} + \mu_{dq}]P_{(s,0,1,0)}(t) \\ & + \mu_2(t)P_{(s-1,1,1,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(s-1,0,0,0)}(t) \end{aligned}$$

$$\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^{s-i} \sum_{m=0}^{k_1-i-k_2-j} \sum_{n=0}^{k_2-j} P_{(i,j,m,n)}(t) = 1$$

$[0, T]$ aralığı süresince, sistemde bulunan hasta sayısı ile servis sağlayıcı sayısı arasındaki farkın karesinin beklenen değerini, bu hastalara servis verme maliyetini ve zaman periyodu sonunda, belirlenen kuyruk uzunluğundan sapma maliyetini minimum yapacak şekilde bir optimal kontrol bulunması hedeflenmektedir. Kontrol değişkeni olarak servis hızı seçilmiştir. Sistem kısıtları ise diferansiyel denklem sistemi halinde verilen zamana bağlı olasılıklardır. Pontryagin'in Minimum Özelliği'ni (Pontryagin's Minimum Principle) kullanarak, her personelin optimal servis hızı ile ilişkili gerekli koşullar (necessary conditions) belirlendikten sonra uygun teknikle optimal çözüm araştırılacaktır.

Amaç fonksiyonu, durum denklemleri, Hamiltonian (H) ve Hamiltonian yardımıyla oluşturulan gerekli koşullar aşağıda verilmektedir:

$$\min_{\substack{\mu_1(t) \\ \mu_2(t)}} Z = \int_0^T \left[\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^{s-i} \sum_{m=0}^{k_1-ik_2-j} \sum_{n=0}^{k_2-j} (i+j+m+n-s)^2 P_{(i,j,m,n)}(\tau) + (\sigma(\mu_1) + \sigma(\mu_2)) \right] d\tau \\ + \frac{1}{2} c \left[\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^{s-i} \sum_{m=0}^{k_1-ik_2-j} \sum_{n=0}^{k_2-j} (i+j+m+n) P_{(i,j,m,n)}(T) \right] k \Big]^2$$

$$P(t) = \int_0^T \left[\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^{s-i} \sum_{m=0}^{k_1-ik_2-j} \sum_{n=0}^{k_2-j} (i+j+m+n-s)^2 P_{(i,j,m,n)}(\tau) + (\sigma(\mu_1) + \sigma(\mu_2)) \right] d\tau \quad \text{şeklinde}$$

alındığında, amaç fonksiyonu aşağıdaki şekilde olacaktır:

$$\min_{\substack{\mu_1(t) \\ \mu_2(t)}} Z = P(t) + \frac{1}{2} c \left[\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^{s-i} \sum_{m=0}^{k_1-ik_2-j} \sum_{n=0}^{k_2-j} (i+j+m+n) P_{(i,j,m,n)}(T) \right] k \Big]^2$$

Bu durumda Hamiltonian aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$H = \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^{s-i} \sum_{m=0}^{k_1-ik_2-j} \sum_{n=0}^{k_2-j} W_{(i,j,m,n)}(t) \dot{P}_{(i,j,m,n)}(t) + W(t) \dot{P}(t)$$

Hamiltonian oluşturulduktan sonra, problemin çözümü için gerekli koşullar aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\dot{W}_{(i,j,m,n)}(t) = -\frac{\partial H}{\partial P_{(i,j,m,n)}}(t), \quad W_{(i,j,m,n)}(T) = c(i+j+m+n) \left[\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^{s-i} \sum_{m=0}^{k_1-ik_2-j} \sum_{n=0}^{k_2-j} (i+j+m+n) P_{(i,j,m,n)}(T) \right] k \\ \dot{W}(t) = -\frac{\partial H}{\partial P(t)} = 0, \quad W(T) = 1 \\ \dot{P}_{(i,j,m,n)}(t) = \frac{\partial H}{\partial W_{(i,j,m,n)}}(t), \quad P_{(0,0,0,0)}(0) = 1; \quad P_{(i,j,m,n)}(0) = 0 \\ \dot{P}(t) = \frac{\partial H}{\partial W(t)}, \quad P(0) = 0$$

Kontrolün bulunması için gerekli eşitlikler ise aşağıdaki şekilde verilir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \mu_1} = & \frac{\partial}{\partial \mu_1} \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^{s-i} \sum_{m=0}^{k_1-ik_2-j} \sum_{n=0}^{k_2-j} W_{(i,j,m,n)}(t) \dot{P}_{(i,j,m,n)}(t) \\ & + W(t) \left[\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^{s-i} \sum_{m=0}^{k_1-ik_2-j} \sum_{n=0}^{k_2-j} (i+j+m+n-s)^2 P_{(i,j,m,n)}(t) + (\sigma(\mu_1) + \sigma(\mu_2)) \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \mu_2} = & \frac{\partial}{\partial \mu_2} \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^{s-i} \sum_{m=0}^{k_1-ik_2-j} \sum_{n=0}^{k_2-j} W_{(i,j,m,n)}(t) \dot{P}_{(i,j,m,n)}(t) \\ & + W(t) \left[\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^{s-i} \sum_{m=0}^{k_1-ik_2-j} \sum_{n=0}^{k_2-j} (i+j+m+n-s)^2 P_{(i,j,m,n)}(t) + (\sigma(\mu_1) + \sigma(\mu_2)) \right] = 0 \end{aligned}$$

Yukarıdaki eşitliklerde μ_1 ve μ_2 değerlerini belirleyen fonksiyonlar elde edildikten sonra, fonksiyonların aldığı değerlere göre servis hızının değeri aşağıdaki şekilde belirlenecektir:

$$\mu_i(t) = \begin{cases} \mu_{i_{\min}} & , \quad \mu_i < \mu_{i_{\min}} \\ \mu_i & , \quad \mu_{i_{\min}} \leq \mu_i \leq \mu_{i_{\max}} \\ \mu_{i_{\max}} & , \quad \mu_i > \mu_{i_{\max}} \end{cases} \quad i=1,2$$

Böylece ilgilenilen sistemde, optimal servis hızını bulmak için kullanılacak olan iki noktalı sınır değeri problemi yukarıdaki cebirsel ve diferansiyel denklemlerin birleşimi olarak elde edilir.

Örnek problem:

$M_1/M_2/2/3+3$ boşaltımsız öncelik kuyruk sistemi ile ilgilenilmektedir. Zamana bağlı durum denklemleri aşağıdaki şekildedir:

$$\dot{P}_{(0,0,0,0)}(t) = -(\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t))P_{(0,0,0,0)}(t) + (\mu_1(t) + \mu_{ds})P_{(1,0,0,0)}(t) + \mu_2(t)P_{(0,1,0,0)}(t)$$

$$\dot{P}_{(0,1,0,0)}(t) = -(\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + \mu_2(t))P_{(0,1,0,0)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(0,0,0,0)}(t) + (\mu_1(t) + \mu_{ds})P_{(1,1,0,0)}(t) + 2\mu_2(t)P_{(0,2,0,0)}(t)$$

$$\begin{aligned} \dot{P}_{(0,2,0,0)}(t) = & -(\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + 2\mu_2(t))P_{(0,2,0,0)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(0,1,0,0)}(t) + (\mu_1(t) + \mu_{ds})P_{(1,1,0,1)}(t) + 2\mu_2(t)P_{(0,2,0,1)}(t) \\ & + \mu_{dq}P_{(0,2,1,0)}(t) \end{aligned}$$

$$\dot{P}_{(0,2,0,1)}(t) = -(\lambda_1^*(t) + 2\mu_2(t))P_{(0,2,0,1)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(0,2,0,0)}(t) + (\mu_1(t) + \mu_{ds})P_{(1,1,0,2)}(t) + \mu_{dq}P_{(0,2,1,1)}(t)$$

$$\dot{P}_{(0,2,1,0)}(t) = -(\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + 2\mu_2(t) + \mu_{dq})P_{(0,2,1,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(0,2,0,0)}(t) + 2\mu_{dq}P_{(0,2,2,0)}(t)$$

$$\begin{aligned}
\dot{P}_{(0,2,1,1)}(t) &= -(\lambda_1^*(t) + 2\mu_2(t) + \mu_{dq})P_{(0,2,1,1)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(0,2,0,1)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(0,2,1,0)}(t) + 2\mu_{dq}P_{(0,2,2,1)}(t) \\
\dot{P}_{(0,2,2,0)}(t) &= -(\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + 2\mu_2(t) + 2\mu_{dq})P_{(0,2,2,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(0,2,1,0)}(t) + 3\mu_{dq}P_{(0,2,3,0)}(t) \\
\dot{P}_{(0,2,2,1)}(t) &= -(\lambda_1^*(t) + 2\mu_2(t) + 2\mu_{dq})P_{(0,2,2,1)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(0,2,1,1)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(0,2,2,0)}(t) + 3\mu_{dq}P_{(0,2,3,1)}(t) \\
\dot{P}_{(0,2,3,0)}(t) &= -(\lambda_2^*(t) + 2\mu_2(t) + 3\mu_{dq})P_{(0,2,3,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(0,2,2,0)}(t) \\
\dot{P}_{(0,2,3,1)}(t) &= -(2\mu_2(t) + 3\mu_{dq})P_{(0,2,3,1)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(0,2,2,1)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(0,2,3,0)}(t) \\
\dot{P}_{(1,0,0,0)}(t) &= -(\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + \mu_1(t) + \mu_{ds})P_{(1,0,0,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(0,0,0,0)}(t) + 2(\mu_1(t) + \mu_{ds})P_{(2,0,0,0)}(t) \\
&\quad + \mu_2(t)P_{(1,1,0,0)}(t) \\
\dot{P}_{(1,1,0,1)}(t) &= -(\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + \mu_1(t) + \mu_{ds} + \mu_2(t))P_{(1,1,0,1)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(1,1,0,0)}(t) + 2(\mu_1(t) + \mu_{ds})P_{(2,0,0,2)}(t) \\
&\quad + (\mu_1(t) + \mu_{ds} + \mu_{dq})P_{(1,1,1,1)} + 2\mu_2(t)P_{(0,2,1,1)}(t) + \mu_2(t)P_{(1,1,0,2)}(t) \\
\dot{P}_{(1,1,0,2)}(t) &= -(\lambda_1^*(t) + \mu_1(t) + \mu_{ds} + \mu_2(t))P_{(1,1,0,2)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(1,1,0,1)}(t) + 2(\mu_1(t) + \mu_{ds})P_{(2,0,0,3)}(t) \\
&\quad + (\mu_1(t) + \mu_{ds} + \mu_{dq})P_{(1,1,1,2)} \\
\dot{P}_{(1,1,1,1)}(t) &= -(\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + \mu_1(t) + \mu_{ds} + \mu_{dq} + \mu_2(t))P_{(1,1,1,1)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(1,1,0,1)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(1,1,1,0)}(t) \\
&\quad + (\mu_1(t) + \mu_{ds} + 2\mu_{dq})P_{(1,1,2,1)} + 2\mu_2(t)P_{(0,2,2,1)}(t) \\
\dot{P}_{(1,1,0,0)}(t) &= -(\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + \mu_1(t) + \mu_{ds} + \mu_2(t))P_{(1,1,0,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(0,1,0,0)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(1,0,0,0)}(t) \\
&\quad + (\mu_1(t) + \mu_{ds} + \mu_{dq})P_{(1,1,1,0)} + 2\mu_2(t)P_{(0,2,1,0)}(t) + \mu_2(t)P_{(1,1,0,1)}(t) + 2(\mu_1(t) + \mu_{ds})P_{(2,0,0,1)}(t) \\
\dot{P}_{(1,1,1,0)}(t) &= -(\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + \mu_1(t) + \mu_{ds} + \mu_{dq} + \mu_2(t))P_{(1,1,1,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(1,1,0,0)}(t) \\
&\quad + (\mu_1(t) + \mu_{ds} + 2\mu_{dq})P_{(1,1,2,0)} + 2\mu_2(t)P_{(0,2,2,0)}(t) \\
\dot{P}_{(1,1,2,0)}(t) &= -(\lambda_2^*(t) + \mu_1(t) + \mu_{ds} + 2\mu_{dq} + \mu_2(t))P_{(1,1,2,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(1,1,1,0)}(t) + 2\mu_2(t)P_{(0,2,3,0)}(t) \\
\dot{P}_{(1,1,1,2)}(t) &= -(\lambda_1^*(t) + \mu_1(t) + \mu_{ds} + \mu_{dq} + \mu_2(t))P_{(1,1,1,2)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(1,1,0,2)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(1,1,1,1)}(t) \\
&\quad + (\mu_1(t) + \mu_{ds} + 2\mu_{dq})P_{(1,1,2,2)} \\
\dot{P}_{(1,1,2,1)}(t) &= -(\lambda_2^*(t) + \mu_1(t) + \mu_{ds} + 2\mu_{dq} + \mu_2(t))P_{(1,1,2,1)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(1,1,1,1)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(1,1,2,0)}(t) \\
&\quad + 2\mu_2(t)P_{(0,2,3,1)}(t) \\
\dot{P}_{(1,1,2,2)}(t) &= -(\mu_1(t) + \mu_{ds} + 2\mu_{dq} + \mu_2(t))P_{(1,1,2,2)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(1,1,1,2)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(1,1,2,1)}(t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{P}_{(2,0,0,0)}(t) &= -(\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + 2\mu_1(t) + 2\mu_{ds})P_{(2,0,0,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(1,0,0,0)}(t) + (2\mu_1(t) + 2\mu_{ds} + \mu_{dq})P_{(2,0,1,0)}(t) \\
&\quad + \mu_2(t)P_{(1,1,1,0)} \\
\dot{P}_{(2,0,0,1)}(t) &= -(\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + 2\mu_1(t) + 2\mu_{ds})P_{(2,0,0,1)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(2,0,0,0)}(t) + (2\mu_1(t) + 2\mu_{ds} + \mu_{dq})P_{(2,0,1,1)}(t) \\
&\quad + \mu_2(t)P_{(1,1,1,1)} \\
\dot{P}_{(2,0,0,2)}(t) &= -(\lambda_1^*(t) + \lambda_2^*(t) + 2\mu_1(t) + 2\mu_{ds})P_{(2,0,0,2)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(2,0,0,1)}(t) + (2\mu_1(t) + 2\mu_{ds} + \mu_{dq})P_{(2,0,1,2)}(t) \\
&\quad + \mu_2(t)P_{(1,1,1,2)} \\
\dot{P}_{(2,0,0,3)}(t) &= -(\lambda_1^*(t) + 2\mu_1(t) + 2\mu_{ds})P_{(2,0,0,3)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(2,0,0,2)}(t) + (2\mu_1(t) + 2\mu_{ds} + \mu_{dq})P_{(2,0,1,3)}(t) \\
\dot{P}_{(2,0,1,0)}(t) &= -(\lambda_2^*(t) + 2\mu_1(t) + 2\mu_{ds} + \mu_{dq})P_{(2,0,1,0)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(2,0,0,0)}(t) + \mu_2(t)P_{(1,1,2,0)} \\
\dot{P}_{(2,0,1,1)}(t) &= -(\lambda_2^*(t) + 2\mu_1(t) + 2\mu_{ds} + \mu_{dq})P_{(2,0,1,1)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(2,0,0,1)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(2,0,1,0)}(t) + \mu_2(t)P_{(1,1,2,1)} \\
\dot{P}_{(2,0,1,2)}(t) &= -(\lambda_2^*(t) + 2\mu_1(t) + 2\mu_{ds} + \mu_{dq})P_{(2,0,1,2)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(2,0,0,2)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(2,0,1,1)}(t) + \mu_2(t)P_{(1,1,2,2)} \\
\dot{P}_{(2,0,1,3)}(t) &= -(2\mu_1(t) + 2\mu_{ds} + \mu_{dq})P_{(2,0,1,3)}(t) + \lambda_1^*(t)P_{(2,0,0,3)}(t) + \lambda_2^*(t)P_{(2,0,1,2)}(t)
\end{aligned}$$

Amaç fonksiyonu ise aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\begin{aligned}
\min_{\substack{\mu_1(t) \\ \mu_2(t)}} Z &= \int_0^T \underbrace{\left[\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^{2-i} \sum_{m=0}^{3-i} \sum_{n=0}^{3-j} (i+j+m+n-s)^2 P_{(i,j,m,n)}(t) + (\sigma(\mu_1) + \sigma(\mu_2)) \right]}_{P(t)} dt + \frac{1}{2} c \left[\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^{2-i} \sum_{m=0}^{3-i} \sum_{n=0}^{3-j} (i+j+m+n) P_{(i,j,m,n)}(T) - k \right]^2 \\
\min_{\substack{\mu_1(t) \\ \mu_2(t)}} Z &= P(t) + \frac{1}{2} c \left[\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^{2-i} \sum_{m=0}^{3-i} \sum_{n=0}^{3-j} (i+j+m+n) P_{(i,j,m,n)}(T) - k \right]^2
\end{aligned}$$

Amaç fonksiyonunda yer alan $\sigma(\mu_1)$ ve $\sigma(\mu_2)$ maliyet fonksiyonları aşağıdaki şekildedirler:

$$\begin{aligned}
\sigma(\mu_1(t)) &= \frac{1}{2} b_1 (\mu_1(t))^2 \\
\sigma(\mu_2(t)) &= \frac{1}{2} b_2 (\mu_2(t))^2
\end{aligned}$$

Performans kriteri tanımlandıktan sonra, Hamiltonian aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$H = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^{2-i} \sum_{m=0}^{3-i} \sum_{n=0}^{3-j} W_{(i,j,m,n)}(t) \dot{P}_{(i,j,m,n)}(t) + W(t) \dot{P}(t)$$

Hamiltonian'dan yararlanılarak, iki noktalı sınır probleminin çözümü için gerekli koşullar, yukarıda anlatıldığı şekilde elde edilir.

De Boer et. al. (1989), doktor, hemşire ve paramediklerin bir ekip halinde çalıştıklarını ve çok sayıda yaralı meydana getiren bir afet halinde 1 genel cerrah, 1 anestezi uzmanı ve 2 hemşireden oluşan bir takımın, 1 saatte ortalama 10 adet 1. ve 2. öncelikli hastaya bakabileceğini söylemektedir. Buna göre, 1. öncelik sınıfı, tedavi önceliğine sahip olacağından, $\mu_1(t)$ için üst sınır $\mu_{1_{\max}} = 10$ olacaktır. $\mu_2(t)$ için ise bu üst sınır $\mu_{2_{\max}} = 10 - \mu_1^*(t)$ şeklinde alınmıştır. Hastanelerin günlük hasta hacmi de bulunduğundan, her iki grup için de servis hızı sıfırdan farklı bir değer olarak alınmıştır. Her iki öncelik sınıfına ilişkin servis hızının min. değeri $\mu_{1_{\min}} = 0.25$ ve $\mu_{2_{\min}} = 0.25$ farz edilmektedir. Bu durumda, $\mu_1(t)$ ve $\mu_2(t)$ 'nin zamana göre değişen değerleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}
A_1 = & P_{(1,0,0,0)}(t)W_{(0,0,0,0)}(t) + P_{(1,1,0,0)}(t)W_{(0,1,0,0)}(t) + P_{(1,1,0,1)}(t)W_{(0,2,0,0)}(t) + P_{(1,1,0,2)}(t)W_{(0,2,0,1)}(t) \\
& + (-P_{(1,0,0,0)}(t) + 2P_{(2,0,0,0)}(t))W_{(1,0,0,0)}(t) + (-P_{(1,1,0,0)}(t) + P_{(1,1,1,0)}(t) + 2P_{(2,0,0,1)}(t))W_{(1,1,0,0)}(t) \\
& + (-P_{(1,1,1,0)}(t) + P_{(1,1,2,0)}(t))W_{(1,1,1,0)}(t) - P_{(1,1,2,0)}(t)W_{(1,1,2,0)}(t) \\
& + (-P_{(1,1,0,1)}(t) + 2P_{(2,0,0,2)}(t) + P_{(1,1,1,1)}(t))W_{(1,1,0,1)}(t) \\
& + (-P_{(1,1,0,2)}(t) + 2P_{(2,0,0,3)}(t) + P_{(1,1,1,2)}(t))W_{(1,1,0,2)}(t) + (-P_{(1,1,1,1)}(t) + P_{(1,1,2,1)}(t))W_{(1,1,1,1)}(t) \\
& + ((-P_{(1,1,1,2)}(t) + P_{(1,1,2,2)}(t))W_{(1,1,1,2)}(t) - P_{(1,1,2,1)}(t)W_{(1,1,2,1)}(t) - P_{(1,1,2,2)}(t)W_{(1,1,2,2)}(t)) \\
& + 2((-P_{(2,0,0,0)}(t) + P_{(2,0,1,0)}(t))W_{(2,0,0,0)}(t) + 2(-P_{(2,0,0,1)}(t) + P_{(2,0,1,1)}(t))W_{(2,0,0,1)}(t)) \\
& + 2((-P_{(2,0,0,2)}(t) + P_{(2,0,1,2)}(t))W_{(2,0,0,2)}(t) + 2(-P_{(2,0,0,3)}(t) + P_{(2,0,1,3)}(t))W_{(2,0,0,3)}(t) - P_{(2,0,1,0)}(t)W_{(2,0,1,0)}(t)) \\
& - 2(P_{(2,0,1,1)}(t)W_{(2,0,1,1)}(t) + P_{(2,0,1,2)}(t)W_{(2,0,1,2)}(t) + P_{(2,0,1,3)}(t)W_{(2,0,1,3)}(t))
\end{aligned}$$

$\mu_1(t) = -\frac{A_1}{b_1}$ şeklinde tanımlayarak, 1. öncelikli yaralılar için zamana bağlı servis hızı aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\mu_1^*(t) = \begin{cases} 0.25, & \mu_1(t) < 0.25 \\ \mu_1(t), & 0.25 \leq \mu_1(t) \leq 10 \\ 10, & \mu_1(t) > 10 \end{cases}$$

Aynı işlemler 2. öncelikli yaralıların zamana bağlı servis hızını, $\mu_2^*(t)$, belirlemek için de uygulanacaktır. $\mu_2^*(t)$ için üst sınır $10 - \mu_1^*(t)$ olacaktır:

$$\begin{aligned}
A_2 = & P_{(0,1,0,0)}(t)W_{(0,0,0,0)}(t) + (-P_{(0,1,0,0)}(t) + 2P_{(0,2,0,0)}(t))W_{(0,1,0,0)}(t) \\
& + 2(-P_{(0,2,0,0)}(t) + P_{(0,2,0,1)}(t))W_{(0,1,0,0)}(t) \\
& - 2(P_{(0,2,0,1)}(t)W_{(0,2,0,1)}(t) + P_{(0,2,1,0)}(t)W_{(0,2,1,0)}(t) + P_{(0,2,1,1)}(t)W_{(0,2,1,1)}(t) + P_{(0,2,2,0)}(t)W_{(0,2,2,0)}(t)) \\
& - 2(P_{(0,2,2,1)}(t)W_{(0,2,2,1)}(t) + P_{(0,2,3,0)}(t)W_{(0,2,3,0)}(t) + P_{(0,2,3,1)}(t)W_{(0,2,3,1)}(t)) + P_{(1,1,0,0)}(t)W_{(1,0,0,0)}(t) \\
& + (-P_{(1,1,0,0)}(t) + 2P_{(0,2,1,0)}(t) + P_{(1,1,0,1)}(t))W_{(1,1,0,0)}(t) + (-P_{(1,1,1,0)}(t) + 2P_{(0,2,2,0)}(t))W_{(1,1,1,0)}(t) \\
& + (-P_{(1,1,2,0)}(t) + 2P_{(0,2,3,0)}(t))W_{(1,1,2,0)}(t) + (-P_{(1,1,0,1)}(t) + 2P_{(0,2,1,1)}(t) + P_{(1,1,0,2)}(t))W_{(1,1,0,1)}(t) \\
& - P_{(1,1,0,2)}(t)W_{(1,1,0,2)}(t) + (-P_{(1,1,1,1)}(t) + 2P_{(0,2,2,1)}(t))W_{(1,1,1,1)}(t) - P_{(1,1,1,2)}(t)W_{(1,1,1,2)}(t) \\
& - P_{(1,1,2,2)}(t)W_{(1,1,2,2)}(t) + (-P_{(1,1,2,1)}(t) + 2P_{(0,2,3,1)}(t))W_{(1,1,2,1)}(t) + P_{(1,1,1,0)}(t)W_{(2,0,0,0)}(t) \\
& + P_{(1,1,1,1)}(t)W_{(2,0,0,1)}(t) + P_{(1,1,1,2)}(t)W_{(2,0,0,2)}(t) + P_{(1,1,2,0)}(t)W_{(2,0,1,0)}(t) \\
& + P_{(1,1,2,1)}(t)W_{(2,0,1,1)}(t) + P_{(1,1,2,2)}(t)W_{(2,0,1,2)}(t)
\end{aligned}$$

$$\mu_2(t) = -\frac{A_2}{b_2} \quad \text{ve} \quad \mu_{2_{\min}}(t) = 10 - \mu_1^*(t)$$

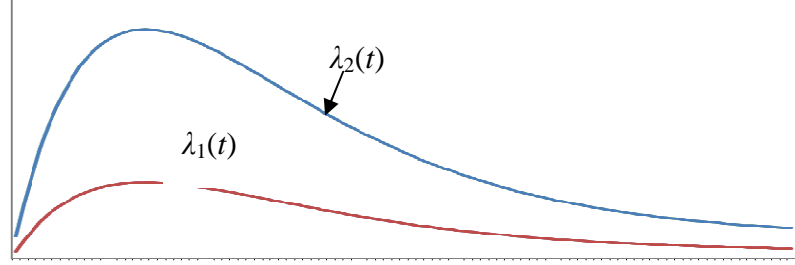
$$\mu_2^*(t) = \begin{cases} 0.25 & , \quad \mu_2(t) < 0.25 \\ \mu_2(t) & , \quad 0.25 \leq \mu_2(t) \leq 10 - \mu_1^*(t) \\ 10 - \mu_1^*(t) & , \quad \mu_2(t) > 10 - \mu_1^*(t) \end{cases}$$

Kontrol değerlerinin belirlenmesi için kullanılacak denklemler de elde edildikten sonra, zamana göre değişen geliş hızlarını belirleyen fonksiyonun oluşturulması gerekmektedir. Bunun için gamma olasılık yoğunluk fonksiyonunun değiştirilmiş şekli kullanılmaktadır.

$$\lambda_1(t) = 0.5 + 50 \frac{t^{\alpha-1} e^{-t/\beta}}{(\alpha-1)! \beta^\alpha} \quad \lambda_2(t) = 2 + 150 \frac{t^{\alpha-1} e^{-t/\beta}}{(\alpha-1)! \beta^\alpha}, \quad 0 \leq t \leq T$$

Afet durumlarında, acil servislere yaralı gelişleri sürekli olarak değişen bir yapı sergilemektedir. Dolayısıyla, yaralı geliş hacmi son derece dinamiktir. Afetten sonraki ilk birkaç saat içerisinde, yaralı geliş hacmi hızla artmakta, bu artış bir müddet daha devam etmekte ve zaman geçtikçe yavaşça normal hacmine dönmektedir (Şekil 4.1). Bununla birlikte, önceden de ifade edildiği üzere, bu geliş süreci her afet durumu için oldukça farklı bir yapı sergileyecektir. Bu nedenle, geliş hızı yörüngesinin farklılaşan yapısını modelleyebilmek için gama dağılımının değiştirilmiş şekli kullanılmaktadır. α ve β 'nin farklı değerlerine göre, fonksiyonun şekli değişecek; dolayısıyla oldukça değişik durumların modellenmesinde etkin olarak kullanılabilir. Bu sayede, farklı geliş hızı şekillerine göre, kontrol değerlerinin nasıl değiştiği gözlenebilecektir. $\lambda_1(t)$ 'yi belirleyen fonksiyonda yer alan 0.5 değeri, durağan durumda, 1. öncelikli hastaların saatlik geliş hızını temsil etmektedir. Aynı şekilde, $\lambda_2(t)$ 'yi belirleyen fonksiyonda yer alan 2 değeri, 2. öncelikli hastaların durağan durumda, saatlik

geliş hızını temsil etmektedir. Her iki fonksiyonun da ikinci parçası, afet nedeniyle oluşacak saatlik sağlık hizmeti talebini belirlemektedir.



Şekil 4.1 1. ve 2. öncelikli yaralılar için afet sonrasında gözlenebilecek zamana bağlı geliş hızları

Yukarıda da bahsedildiği üzere, geliş hızları, bu şekliyle kullanılmayacaktır. Tedavide gecikme nedeniyle, 2. öncelik sınıfından olan hastaların 1. öncelik sınıfına dahil olma durumu söz konusu olduğundan, farklı μ_c değerleri kullanılarak, aşağıdaki düzenlemeler yapılacaktır:

$$\mu_c^* = \frac{\mu_c}{\min_t \{\lambda_2(t)\}} \quad , \quad 0 \leq t \leq T \quad \text{and} \quad \begin{aligned} \lambda_1^*(t) &= \lambda_1(t) + \mu_c^* \lambda_2(t) \\ \lambda_2^*(t) &= \lambda_2(t) - \mu_c^* \lambda_2(t) \end{aligned}$$

Kuyrukta tedavi için bekleyen 1. öncelikli hastalar için ölüm süresinin 80 dakika ortalama ile üstel dağıldığı farz edilmektedir. Bu süre, yaralının tedavi almadan bekleyebileceği maksimum süredir. Öyleyse, saatlik ölüm hızı (death rate) 0.75'tir. Hasta tedavi altındayken bu hızın 0.25'e düştüğü farz edilmektedir.

Afetlerde, sağlık hizmetlerine gereksinim ilk 24 saat içinde yoğunlaşmakta ve bu yoğunluk 3-5 güne kadar uzamaktadır. Şimdiye kadar yaşanan olaylar, büyük bir afetten sonraki ilk saatler ve ilk günde, mortalite ve morbiditenin çok yüksek olduğunu göstermiştir. Dolayısıyla, bu evrede etkin yürütülecek ilk yardım ve tıbbi müdahale çalışmalarının kaybı azaltmak için büyük öneme sahip olacağı aşikârdır. Bu nedenle, T değeri 24 (saat) olarak seçilmiştir.

Farklı geliş hızı fonksiyonlarını elde etmek için, birkaç farklı μ_c , α ve β değerleri kullanılmıştır. Bu değerler, aşağıda özetlenmektedir.

μ_c	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0
α	1	2	3	4	5
β	1	2	3	4	5

μ_c , α ve β 'nin her seviyesi için, farklı yapıda 125 geliş hızı fonksiyonu oluşturulmuştur. Daha sonra, bu fonksiyonların herbiri kullanılarak, deneyler tasarlanmıştır. Deneylerin ilk grubu için, $c=5$ değeri sabit tutularak, farklı k değerleri kullanılmıştır. Deneylerin ikinci grubunda, $k=0.5$ değeri sabit tutularak, $T=24$ anında, istenilen kuyruk uzunluğundan sapmanın maliyetini temsil eden c 'nin farklı değerleri için deneyler yapılmıştır. k ve c 'nin değerleri aşağıda verilmektedir.

$c=5$	k	0.05	0.3	0.5	0.7	1	2.5	4	5.5
$k=0.5$	c	0.1	0.5	1	4	5	7		

Farklı k ve c değerleri için, $T=24$ anında, sistemin servis hızı değerlerinin nasıl değiştiği incelenmiştir. Tüm deneyler için, çözümün her aşamasında, olasılık toplamlarına bakılmış ve toplamın 1 olduğu görülmüştür. Bu iki noktalı sınır değeri problemini çözebilmek için *bvp4c* isimli MATLAB fonksiyonu kullanılmıştır. Tüm deneylerde, durum değişkenleri ve bitişik (adjoint) değişkenler için başlangıç tahmin değeri sıfır olarak alınmıştır. $[0,24]$ zaman aralığı 100 adıma bölünmüştür. Başlangıç koşulları $P_{(0,0,0,0)}(0) = 1$ ve diğerleri için sıfır olarak alınmıştır. Bitişik değişkenler için zaman periyodu sonundaki sınır değerleri yukarıda açıklandığı şekilde elde edilmiştir. Sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

a) Tüm deneyler için $c=5$ alındığında(Şekil 4.2a-b):

- k , μ_c ve β değerleri sabit tutulduğunda, α 'nın artan değerleri için 1. öncelikli yaralı sınıfının $T=24$ anındaki servis hızı değerlerinde de artış meydana geldiği görülmektedir. Gama dağılımında, şekil parametresi α arttıkça, dağılımın modu orjinden uzaklaşmakta ve dağılım daha simetrik bir hale gelmektedir. Zamana bağlı geliş hızının belirlenmesinde, gama dağılımının değiştirilmiş şekli kullanılıyor olmasına rağmen, kullanılan parametrelerin etkisi değişmemektedir. Bu nedenle, α değerlerinde meydana

gelen bir artış, $T=24$ anındaki geliş hızı değerinin artmasına neden olacaktır. Bu durum, her iki yaralı sınıfı için servis hızı değerlerini arttıracaktır. Bununla birlikte, $\alpha=3$ seviyesinden sonra, $\beta=4$ ve 5 seviyesi ve $k=2.5$ seviyelerinde, 2. öncelikli sınıfın servis hızı değerlerinde azalma meydana geldiği görülmektedir. Bu ise artan α değerleri ile 1. öncelik sınıfının servis hızı değerlerinin artması ve toplam servis hızı değeri için üst sınırın $10-\mu_1^*(t)$ ile sınırlandırılmış olmasından kaynaklanmaktadır.

- Benzer şekilde, β haricindeki diğer parametrelerin değerleri sabit tutulduğunda, β parametresinin etkisinin ne olacağı da incelenmiştir. Gama dağılımında, dağılımın ortalamasını ölçek parametresi belirlemektedir. Bu parametrenin değeri arttıkça, dağılımın yayılımı artmaktadır. Deneysel sonucunda, β değerleri arttıkça, μ_1 servis hızı değerlerinde de artış meydana geldiği görülmektedir. Farklı α parametre değerlerinin etkisi için gözlenen duruma benzer şekilde, $\alpha < 4$ seviyeleri için artan β değerleri ile μ_2 servis hızı değerlerinde de artış meydana gelmektedir. $\alpha=4$ ve 5 seviyelerinde, $\beta > 3$ ve $k < 2.5$ değerleri için artan β değerleri ile μ_2 servis hızı değerlerinde azalma görülürken, $\beta > 3$ ve $k \geq 2.5$ seviyeleri için μ_2 servis hızı değerlerinde artış meydana geldiği gözlenmiştir.

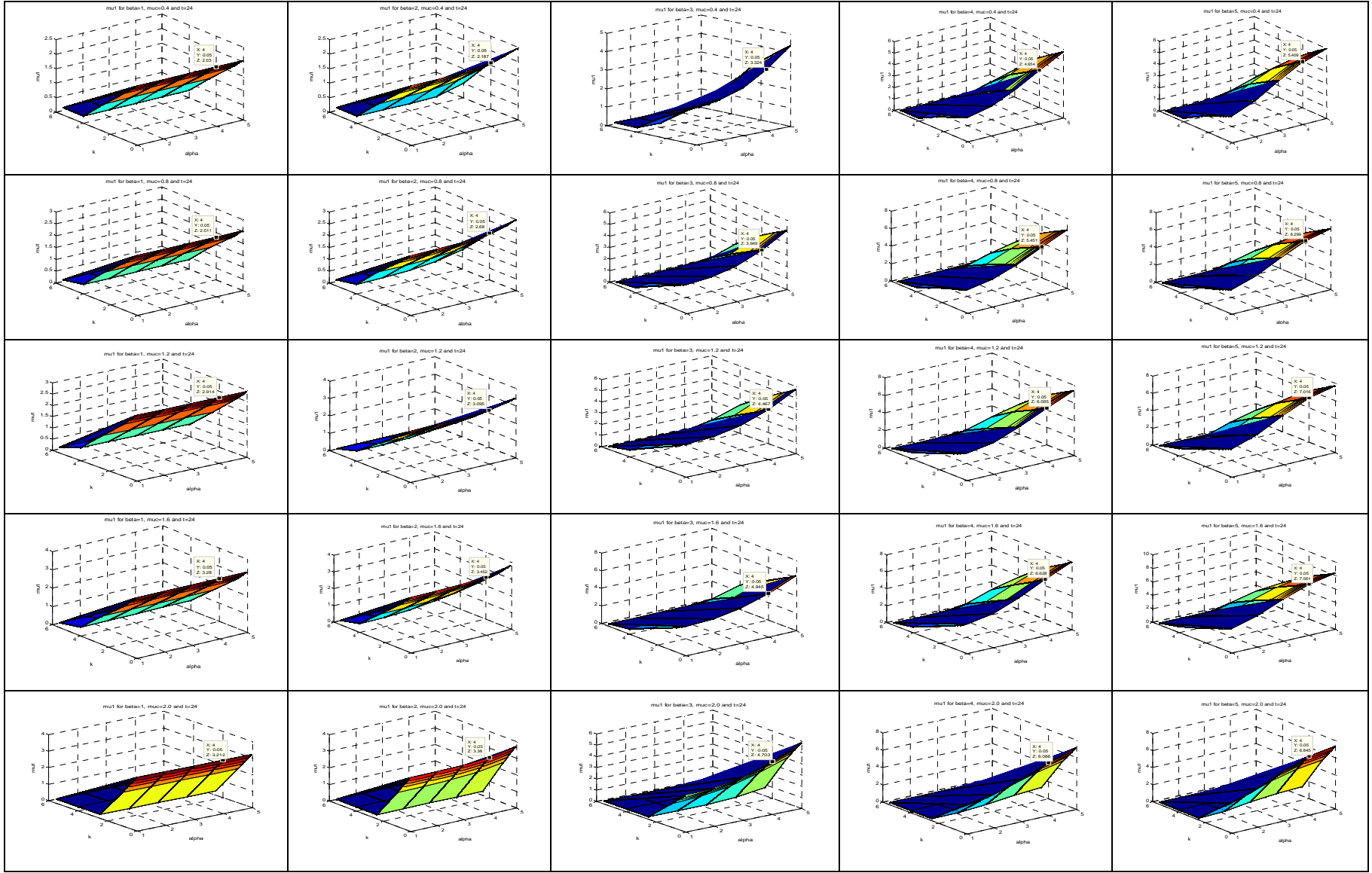
- k , α ve β parametrelerinin değerleri sabit tutulduğunda, μ_c değerleri arttırıldığında, $\mu_c=2.0$ seviyesine kadar 1. öncelik sınıfının servis hızı değerlerinde bir artış olduğu, $\mu_c=2.0$ seviyesi için ise μ_1 değerlerinde azalış meydana geldiği gözlenmiştir. Bunun nedeni, tüm α ve β seviyeleri için $\mu_c=2.0$ değeri ile 2. öncelik sınıfının geliş hızı değerinin minimum değerine düşmesi ve bu nedenle, sistemin, sadece 1. öncelik sınıfına servis veriyor gibi gözükmesidir. Bu durumda, 1. öncelikli yaralılar için sadece tedavi olarak değil ölerek de sistemden ayrılma durumu mevcut olmaktadır. Bu ise, 1. öncelik sınıfının servis hızı değerlerindeki düşüşün sebebini açıklamaktadır. 2. öncelik sınıfı için ise süreç tersine işlemektedir. μ_c değerleri artarken, μ_2 servis hızı değerlerinde azalış meydana gelmekte, $k=5.5$ seviyesinde, bu hız minimum değerine eşit olmaktadır. $\mu_c=2.0$ seviyesinde ise diğer tüm seviyeler için μ_2 servis hızının minimum değerini aldığı görülmektedir.

- Son olarak, bu deney seti için k değerleri arttıkça, her iki sınıfın da servis hızı değerlerinde azalma olduğu; buna karşılık, $\alpha=3$ ve $\beta=5$ seviyeleri ile

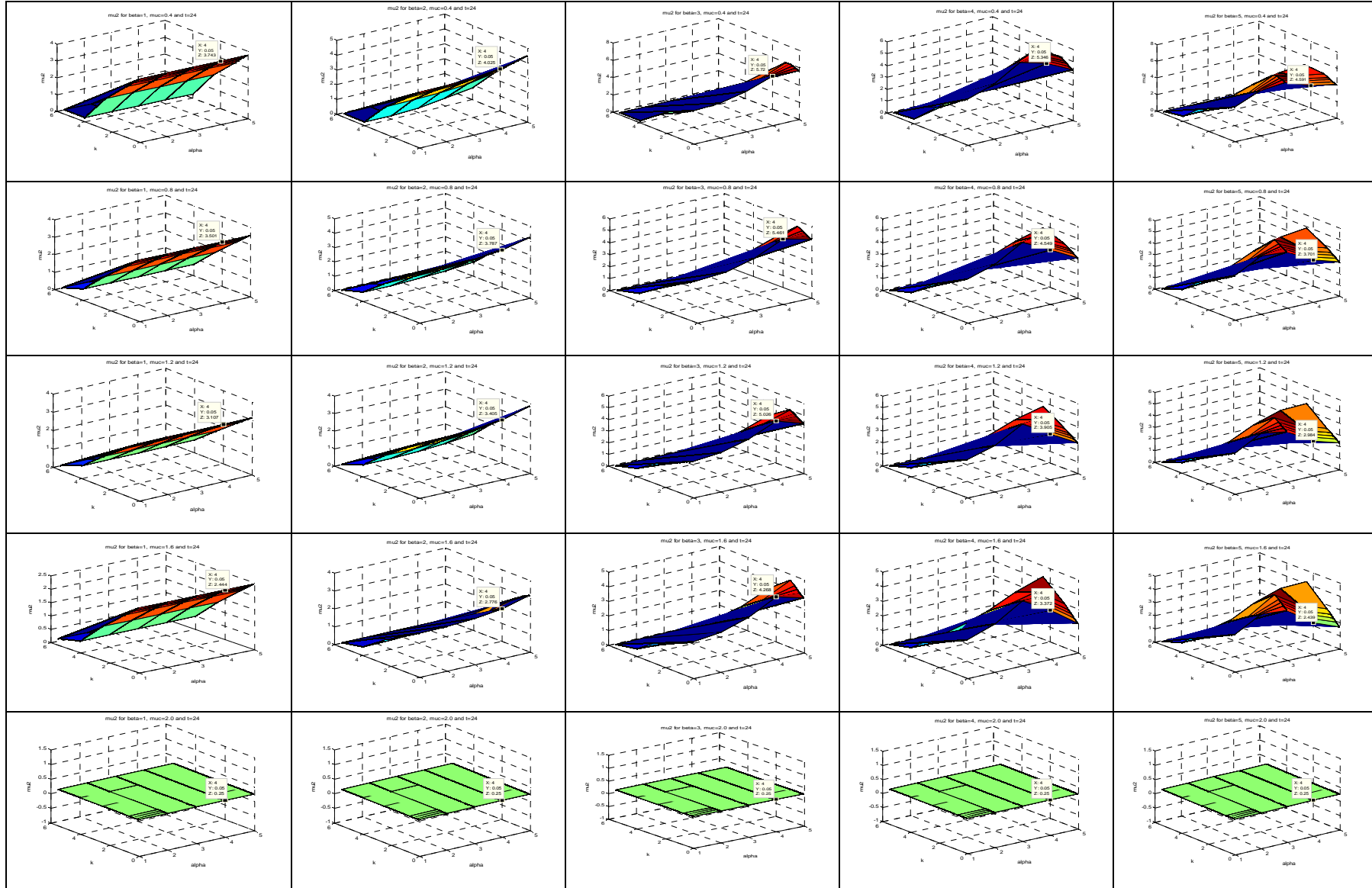
$k \leq 1.0$ için $\alpha=4,5$ ve $\beta=4,5$ seviyelerinde $\mu_2^*(t)$ servis hızı değerlerinde artış gözlenirken, diğer durumlarda azalma meydana geldiği belirlenmiştir.

b) Tüm deneyler için $k=0.5$ alındığında (Şekil 4.3a-b):

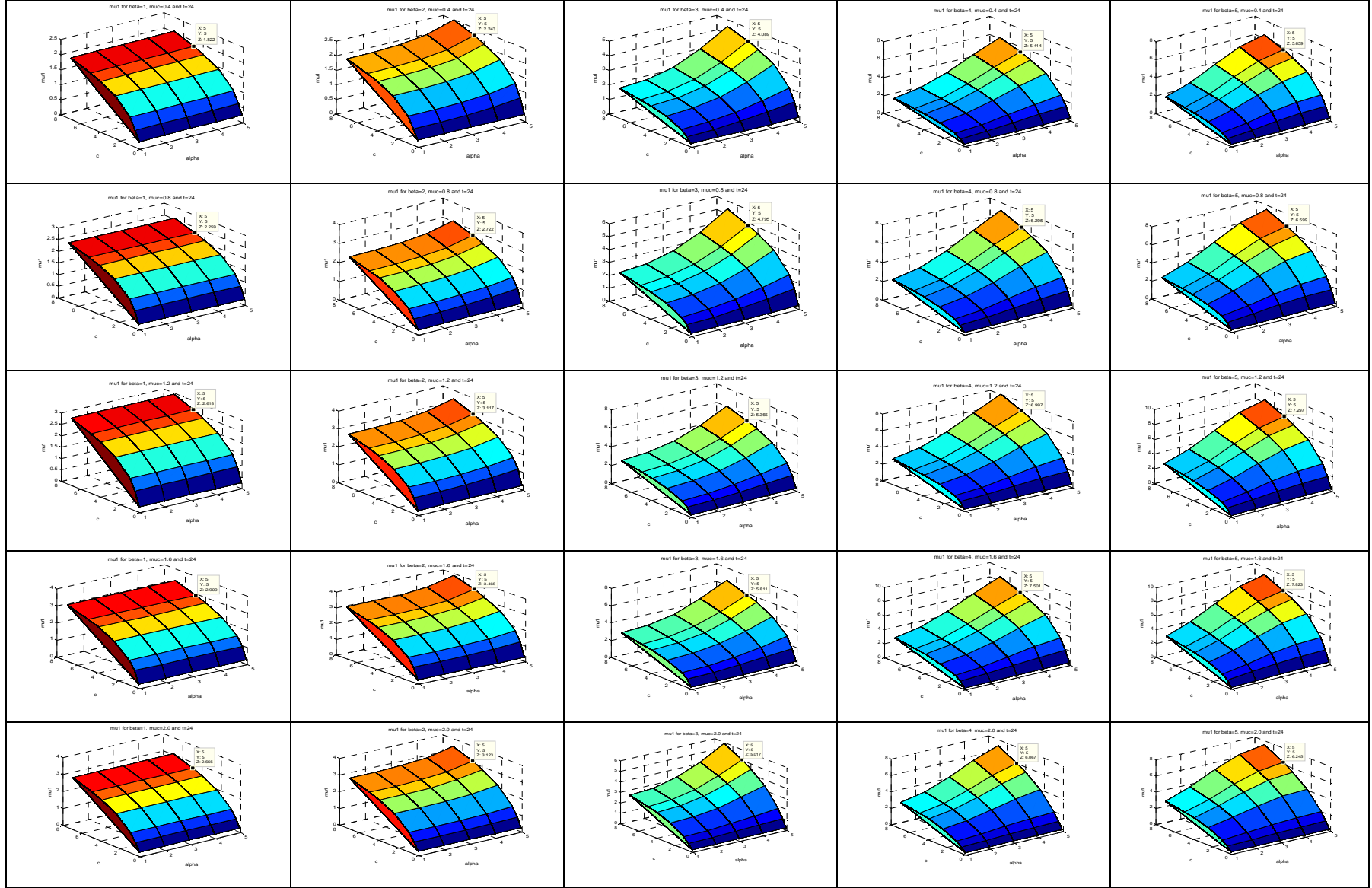
- α , β ve μ_c 'nin değişen değerleri için servis hızlarında meydana gelen değişimde de yukarıda bahsedilenlerin geçerli olduğu görülmüştür. α , β ve μ_c 'nin değerleri sabit tutulduğunda, artan c değerleri için servis hızı değerlerinde de artış meydana geldiği belirlenmiştir. Bununla birlikte, $c=4, 5$ ve 7 seviyeleri için $\alpha=4$ ve $\beta=4$ seviyelerinden başlayarak, $\mu_1^*(t)$ servis hızı değerlerinin yüksek olduğu ve toplam servis hızı değerinin en çok 10 olması nedeniyle, bu seviyelerde, $\mu_2^*(t)$ servis hızı değerlerinde azalma meydana geldiği gözlenmektedir.



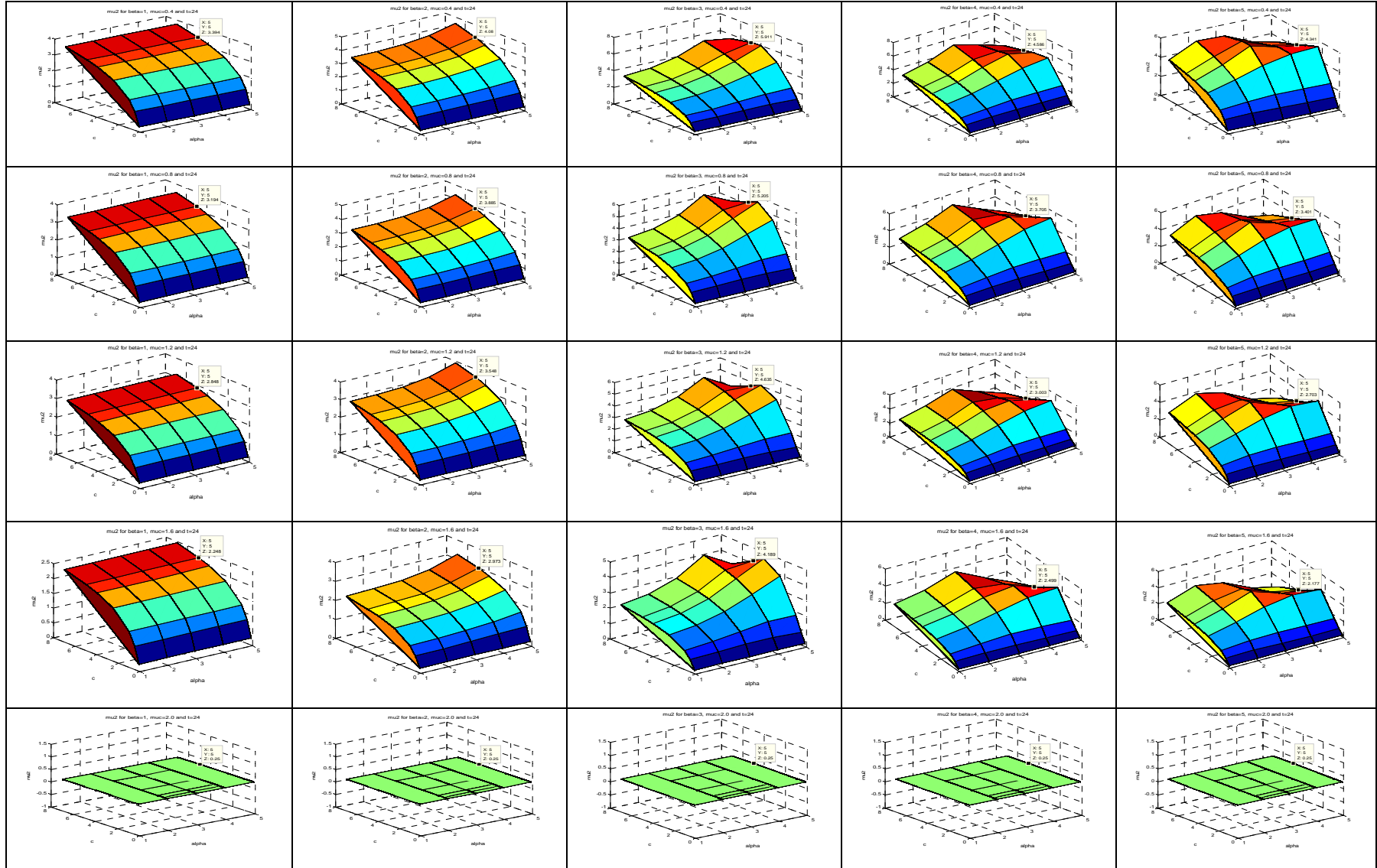
Şekil 4.2a. $c=5$ ve çeşitli α, β, μ_c , ve k değerleri için $T=24$ anında 1. öncelikli yarıların servis hızı değerlerindeki değişim



Şekil 4.2b. $c=5$ ve çeşitli α , β , μ_c , ve k değerleri için $T=24$ anında 2. öncelikli yaralıların servis hızı değerlerindeki değişim



Şekil 4.3a $k=0.5$ ve çeşitli α , β , μ_c , ve c değerleri için $T=24$ anında, öncelikli yaralıların servis hızı değerlerindeki değişim



Şekil 4.3b $k=0.5$ ve çeşitli α , β , μ_c , ve c değerleri için $T=24$ anında 2. öncelikli yaralıların servis hızı değerlerindeki değişim

5. ACİL KURTARMA FAALİYETLERİNİN SİMULASYON İLE MODELLENMESİ

5.1 Önceki Çalışmalar

Analitik modeller, sağlık sistemi gibi karmaşık sistemlerin modellenmesinde çoğu kez yetersiz kalmaktadırlar. Bu nedenle, sağlık hizmetleriyle ilgili olarak hastanelere hasta akışı, kaynak çizelgeleme ve kaynak yerleştirme gibi problemlerin ayrıntılı olarak modellenmesinde çoğu kez ayrık olaylı simülasyon (discrete event simulation) kullanılmaktadır. Christie and Levary (1998), bir insan kaynaklı afet sebebiyle ağır yaralanan afetzedelerin, olay yerinden hastanelere taşınması sürecini modellemiştir. Çalışmada, sınırlı sayıdaki kaynaklarla, zamanında tıbbi müdahaleyi sağlamak ve can kaybını azaltmak için yaralıların nasıl hızlı ve etkin bir şekilde taşınması gerektiği sorusuna cevap aranmıştır.

Fawcett and Oliveira (2000), büyük ölçekli bir depremde sonra afetzedelere tıbbi yardım sağlama problemi için yeni bir yaklaşımda bulunmuş; bir matematiksel modele dayalı olarak, bölgesel sağlık sisteminin depreme nasıl yanıt verdiğini belirlemeye çalışmıştır. Canlı kurtarılan afetzedelerin yerleri ve sayıları, hastane öncesi bakımın derecesi, deprem sonrası hastane kapasitesi ve taşıma sistemi, modelin girdileri olarak kullanılmıştır. Simülasyon modeli, olaydan etkilenen bölgelerden hastanelere afetzede akışını simule etmektedir. Afet bölgesindeki hastanelerin bir kısmı veya tamamı zarar görebileceğinden, hastanenin bakım kapasiteleri de modelleme sürecine dahil edilmiştir. Modelde, yaralı tipi ayırımı yapılmamış, sadece hastane bakımına ihtiyaç duyan afetzedelerle ilgilenilmiştir. Oluşturulan model, can kaybı sayısını, tedaviden önce bekleme süresi gibi sağlık sisteminin yanıtı ile ilgili istatistikleri de tahmin etmektedir.

Au-Yeung et. al. (2006), büyük bir hastanenin acil servisindeki hasta akışını, birden çok hasta sınıfının bulunduğu bir Markov kuyruk ağı modeli ile modellemiştir. Modelin parametrelerini belirlemek için gerçek veri kullanılmış, ayrık olaylı simülasyon ile hastaya olan yanıt süresine ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonları ve momentleri elde edilmiştir. Ayrıca, hasta gruplarına göre farklı önceliklendirme stratejileri kullanılarak, sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Paul et al. (2006), afete sebep olan bir olaydan hemen sonra hastane kapasitesi ile ilgili yapılacak tahminlerin acil kurtarma faaliyetlerini

destekleyeceği düşüncesiyle, dinamik bir ortamda, sistem davranışının doğru olarak modellenmesi gerektiğini belirtmiş ve bu amaçla, simülasyon ve üstel fonksiyonları kullanan bir geçici (transient) modelleme yaklaşımı ortaya koymuştur. Ek olarak, olay bölgesinden hastaneye geliş süresinin afetzedenin sağlık durumunu da etkileyebileceği düşüncesi modelleme sürecine yansıtılmıştır.

Patvivatsiri (2006), biyolojik terör olayı neticesinde acil servisteki hasta akışını analiz etmek, acil servis kaynaklarının kullanımlarını değerlendirmek ve uygun kaynak ve personel seviyelerini belirlemek amacıyla bir simülasyon modeli oluşturmuştur.

Sullivan (2008) çalışmasında, bilgisayar simülasyonunun, farklı senaryolar altındaki planlama yeteneğini test edebileceğini ve planlamacılara, karar verme sürecinde yardım edebileceğini belirtmekte ve bu nedenle, toplu ölüm ve yaralanmaların meydana geldiği olaylar için acil servis sistemlerinin planlanması aşamasında, ayrık olaylı simülasyonların, planlama sürecinin bir parçası gibi kullanılmasını önermektedir. ARENA yazılımı ile oluşturulan simülasyon modelinin, 2008 yılında meydana gelen Greensburg kasırgasına verilen yanıtı doğru bir şekilde modellediği ifade edilmiştir.

Joshi (2008), hastaların farklı geliş süreçlerinin bir acil servise olan etkisini, ayrık olaylı simülasyon kullanılarak modellemiştir. Bir silahlı terörist saldırısından sonra acil servise olan hasta akışı analiz edilmiş, farklı geliş süreçlerine göre acil servisin hasta bakım yeterliliğinin nasıl etkilendiği belirlenmeye çalışılmıştır.

Yi et. al. (2010), etkin hastane kapasite planlamasının, bir afet nedeniyle ağır yaralanması olanlar için uygulanacak tedavinin etkinliğini ve yapılabilirliğini arttıracaklarını belirterek, bu bilginin hasta ve ambulans yönlendirme, kaynak planlama ve acil faaliyet yönetiminde çok etkili olacağını ifade etmektedir. Çalışmada, depremin neden olduğu bir afet durumunda, hastane faaliyetlerini temsil edecek bir simülasyon modeli geliştirilmiş ve modelden elde edilen sonuçlar kullanılarak, durağan durum hastane kapasitelerini belirlemek amacıyla, genelleştirilmiş regresyon denklemleri elde edilmiştir. Daha sonra, afet alanındaki tüm hastaneler için geçici kapasiteyi tahmin etmek amacıyla bir parametrik metamodel geliştirilmiştir. Deprem öncesinde, durağan durumdaki bekleme sürelerinin tahmini için oluşturulan regresyon denkleminde, bağımsız değişkenler, hastanedeki yatak sayısı, ameliyathane sayısı ve birim zamanda ameliyathanede

yapılabilecek ameliyat sayısını temsil eden etkinlik indeksidir. Deprem sonrasında oluşacak geçici duruma ilişkin tedavi talebini tahmin edebilmek için de öncelikle zamana bağlı geliş hızlarını tahmin eden bir regresyon denklemi oluşturulmuş ve bu denklem, simulasyon modelinde geçici durum kapasitesini tahmin edecek metamodeli oluşturmak için kullanılmıştır.

Fawcett and Oliveira'nın (2000) çalışmasında, olay yerindeki tıbbi müdahale, yaralıları ambulansla hastaneye taşıma ve yaralıların hastanedeki tedavi süreçleri modellenmektedir; ancak, model, hastane bakımı gerektiren tek tip yaralıları ile ilgilenmektedir. Bu çalışma haricinde, yukarıda söz edilen çalışmaların hepsi, ya acil servis ortamını ya da yaralıların olay yerinden hastanelere taşınma sürecini modellemektedir. Tezde oluşturulan simülasyon modeli ise, afetzedelerin kurtarıldıktan sonra, olay yerinde ilk tıbbi müdahalenin uygulanması, bölgedeki triyaj süreci (ve dolayısıyla yaralı tipleri), yaralıların ambulanslarla taşınması, hastane acil servislerinde yapılacak müdahale süreçlerini ele almakta, bir afet sonrasında uygulanacak faaliyetleri bir bütün olarak değerlendirmektedir.

5.2 Modellemede Kullanılan Varsayımlar

Acil kurtarma faaliyetlerinin simülasyon modelini oluşturmada ARENA 10.0 programından yararlanılmış ve çeşitli varsayımlarda bulunulmuştur. İzmir Valiliği tarafından hazırlanan İl Acil Yardım Planı'nda, günümüze kadar yaşanan tüm afetler arasında, can ve mal kaybına neden olacak afet türünün deprem olduğu belirtilmiştir (İzmir Valiliği Afet ve Acil Durum Yönetim Merkezi, 2011). Bu nedenle, modelleme sürecinde kullanılan varsayımlar, meydana gelen ve afetle sonuçlanan depremlerle ilgili olarak yapılan çalışmalara dayandırılmış, mümkün olduğunca gerçek durumdan uzaklaşmamaya çalışılmıştır. Bununla birlikte, meydana gelen her olay benzer doğada olmasına rağmen, etkilenen kitle ve hasar derecesinin olaydan olaya farklılık göstereceği de göz önünde bulundurulmalıdır. O halde, afet senaryoları, iyi ve kötü durum senaryolarını içerecek şekilde çok seçenekli olarak hazırlanmalıdır.

Aşağıda, modelleme varsayımları detaylı olarak açıklanmaktadır.

1. Hastaneler

Acil durum yönetiminde, sağlık hizmetlerinin etkin bir şekilde yönetilmesi büyük önem taşımaktadır. Özellikle travma merkezlerinin etkin koordinasyonu, çok sayıda hayat kurtarılmasını sağlayacaktır. Travma merkezlerinin sınıflandırılmasında üç seviye bulunmaktadır ve bu çalışmada, 1. aşama travma merkezleri ele alınmaktadır. 1. aşama travma merkezinde, genel cerrahi, nöroşirurji, ortopedi, göğüs-kalp damar cerrahisi, kulak burun boğaz hastalıkları, göz hastalıkları, üroloji ve plastik cerrahi servislerinin bulunması gerekmektedir; bununla birlikte genel cerrahi, nöroşirurji, acil tıp ve anestezi servislerinde 24 saat nöbet tutuluyor olmasının zorunluluğu bulunmaktadır. Bu açıklama temel alınarak, simülasyon modeline, İzmir İli Bornova İlçesi Merkez Sınırları içerisinde yer alan ve 1. aşama travma merkezi olarak nitelendirilebilecek üç hastane dahil edilmiştir. İki hastanede plastik cerrahi servisi bulunmamaktadır. Ancak afetzedeler arasında, yaralanma tipleri yerine, sağlık durumlarının ciddiyetine göre ayırım yapıldığından, bu iki hastane de 1. aşama travma merkezi olarak değerlendirilmiştir. Hastanelerin deprem sonrasında, depremden hasar görmedikleri ve tam kapasite çalışabildikleri farz edilmektedir.

2. Afetzedeler

Simülasyon modelinde afetzedeler, deprem nedeniyle yaralanan ve bu nedenle tıbbi müdahaleye gereksinim duyan kişilerdir. Bu yaralılar, üç öncelik sınıfında değerlendirilmektedirler. 1. öncelik sınıfında, ağır yaralanan, acil olarak tıbbi müdahaleye ihtiyaç duyan afetzedeler; 2. öncelik sınıfında, tedavisi bir müddet geciktirilebilecek, ancak mutlaka hastane bakımına ihtiyaç duyan afetzedeler; 3. öncelik sınıfında ise ayaktan tedavi edilebilecek, küçük yaralanmaları bulunan afetzedeler yer almaktadır.

Tüm afetzedeler, depremin oluş zamanı olarak nitelendirilen $t=0$ anında yaratılmaktadırlar. Afetzede sayısı, İzmir İli'nin Bornova İlçesi merkezinde yaşayan kişi sayısına bağlı olarak oluşturulmaktadır. İl Acil Yardım Planı'nda verildiği üzere minimum yaralı sayısı toplam nüfusun %0.5'i, maksimum yaralı sayısı ise %1.5'i olarak belirlenmektedir. Bununla birlikte, orta durum değerlendirmesi olarak yaralı yüzdesi %1.0 için de deneyler düzenlenmiştir.

Enkaz altından kurtarma çalışmaları, modelleme sürecine dahil edilmemiştir. Gelişler arası sürenin sınıf ayırımı yapılmaksızın λ parametrelili üstel dağılımı farz

edilmektedir. λ ise zamana göre farklı değerler alabilmektedir. Bu parametrenin zamana göre aldığı değerlerin belirlenmesinde, geçmişte yaşanan depremlere ilişkin yapılan çalışmalardan yararlanılmıştır. Örneğin, Pollander ve Rund (1989), çeşitli depremlerle ilgili literatür çalışması yapmışlardır. Araştırmada, Tangshan (Çin) depremi ile ilgili enkaz altından çıkarılma zamanı ile canlı çıkarılanların sayısını vermiştir. Bu veriler, aşağıdaki tabloda listelenmektedir.

Çizelge 5.1 Tangshan Depremi'nde zamana göre enkaz altından çıkarılan kişi sayısı ve yaşayanların yüzdesi

Kurtarılmaya kadar geçen süre (saat)	Kurtarılanların sayısı	Yaşayanların %'si
<30 dakika	2277	99.3
1 gün	5572	81.0
2 gün	1638	33.7
3 gün	348	36.7
4 gün	395	19.0
5 gün	459	7.4

De Bruycker et. al. (1983), 1980 yılında Güney İtalya'da meydana gelen depremde, zamana göre enkaz altından çıkarılan afetzedelerin sayı ve yüzdesini Çizelge 5.2'deki gibi vermektedir.

Çizelge 5.2 1980 İtalya Depremi'nde zamana göre enkaz altından çıkarılan kişi sayısı ve yüzdesi

Kurtarılmaya kadar geçen süre (saat)	Kişi sayısı (%)
$t \leq 30$ dakika	134 (24.4)
$0.5 < t \leq 3$ saat	107 (20)
$3 \text{ saat} < t \leq 8 \text{ saat}$	33 (6)
$8 \text{ saat} < t \leq 12 \text{ saat}$	31 (6)
$12 \text{ saat} < t \leq 24 \text{ saat}$	74 (14)
$24 \text{ saat} < t \leq 48 \text{ saat}$	57 (10)
$48 \text{ saat} < t \leq 96 \text{ saat}$	35 (6)
$t > 96$ saat	77 (14)

Ek olarak, çalışmada, ilk 24 saat içerisinde çıkarılanların %87.9'unun, 24-48 saat arasında çıkarılanların %35.3'ünün ve 48-96 saat arasında çıkarılanların %8.5'inin

hayatta olduğu belirtilmiş; buna karşılık daha sonraki zamanlarda, afetzedelerin enkaz altından ölü olarak çıkarıldıklarını ifade edilmiştir.

Roces et. al. (1992), çalışmasında, 1990 yılında Luzon'da (Filipinler) meydana gelen depremde, zamana göre enkaz altından çıkarılan kişi sayısı ve canlı çıkarılma yüzdelerini Çizelge 5.3'teki gibi özetlemektedir:

Çizelge 5.3 Luzon depreminde zamana göre enkaz altından çıkarılan kişi sayısı ve yaşayanların yüzdesi

Kurtarılmaya kadar geçen süre (saat)	Canlı çıkarılanların sayısı	Kümülatif %
<1	197	84
1-12	26	95
12-24	7	98
24-48	3	99
>48	2	100
Toplam	235	

Gelişler arası sürenin belirlenmesinde, daha ayrıntılı bilgi verildiği için Çizelge 5.2'de özetlenen verilerden yararlanılmıştır; ancak değerler bir miktar değiştirilmiştir ve geliş sürecine girdi olarak kullanılmıştır. İlk 30 dakika içerisinde afetzedelerin %20'sinin, ilk 3 saat içerisinde %40'ının, ilk 8 saat içerisinde %47.5'inin, ilk 12 saat içerisinde %55'inin, ilk 24 saat içerisinde %70'inin ve ilk 48 saat içerisinde de toplam %85'inin kurtarıldıkları farz edilmektedir.

Bu değerlerin modelleme sürecine yansıtılması için öncelikle Bornova İlçesi'ndeki 33 mahalle birbirlerine yakınlık durumlarına göre sınıflandırılarak, ilçe 5 bölgeye ayrılmıştır. Daha sonra bölge nüfuslarını içeren bir *Bornova Bolge Nufus* değişkeni tanımlanmış, bu değişkenin her birimi *YaralıYuzde* değişkeniyle çarpılıp toplanarak, toplam yaralı sayısı belirlenmiştir. Belirlenen bu sayı, yukarıda belirtilen zamana göre kurtarıma oranlarını temel alarak gelişler arası süreleri hesaplamak amacıyla kullanılmıştır. Bunun için öncelikle, t ile temsil edilen ve değeri simülasyon saati $TNOW$ olarak atanan bir değişken, daha sonra da, K ile temsil edilen bir indeks değişkeni tanımlanmıştır. K değişkeninin değerleri t 'nin değerlerine göre aşağıdaki gibi belirlenmektedir.

$$\begin{aligned}
K &= 1 * (t \leq 30) \\
&+ 2 * (t > 30 \ \&\& \ t \leq 180) \\
&+ 3 * (t > 180 \ \&\& \ t \leq 480) \\
&+ 4 * (t > 480 \ \&\& \ t \leq 720) \\
&+ 5 * (t > 720 \ \&\& \ t \leq 1440) \\
&+ 6 * (t > 1440)
\end{aligned}$$

Yukarıdaki ifadeye göre, eğer $t=TNOW$ değeri ≤ 30 dakika ise K 'nın değeri 1; $t > 30$ dakika ve $t \leq 180$ dakika ise K 'nın değeri 2 olacaktır. Bu sınamalar, simülasyonun çalışması süresince yapılacak ve K , 6 farklı değer alacaktır. K ise zamana göre ortalama gelişler arası sürenin belirlenmesi için kullanılmıştır. Bunun için $Geliş_Süre(K)$ olarak adlandırılan $K \times 1$ boyutlu aşağıdaki gibi bir matematiksel ifade tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned}
Geliş_Süre(K) &= EXPO(30 / (0.2 * \text{Toplam Afetzedede Sayısı})) \\
&EXPO(150 / (0.2 * \text{Toplam Afetzedede Sayısı})) \\
&EXPO(300 / (0.075 * \text{Toplam Afetzedede Sayısı})) \\
&EXPO(240 / (0.075 * \text{Toplam Afetzedede Sayısı})) \\
&EXPO(720 / (0.15 * \text{Toplam Afetzedede Sayısı})) \\
&EXPO(1440 / (0.15 * \text{Toplam Afetzedede Sayısı}))
\end{aligned}$$

Daha sonra afetzedeler, nüfus oranlarına göre Bornova İlçesi'nin belirlenen bölgeleri arasında dağıtılmaktadırlar. Bornova İlçesi'ndeki bölgeler ve bölgelere göre yaşayan kişi sayıları Çizelge 5.4'te verilmektedir:

Çizelge 5.4 Bornova İlçesi'nde bölgelere göre yaşayan kişi sayı ve yüzdesi

Bölge No	Yaşayan Kişi Sayısı	Yaşayan Kişi Sayısı (%)
1	76735	19
2	130168	31
3	74491	18
4	11727	3
5	119154	29
Toplam	412275	100

Sürece dahil olan her afetzedeye, aşağıdaki özellikler atanmaktadır:

- Yarali tipi= $DISC(Saglik Durumu Seviyesi(1), 1, Saglik Durumu Seviyesi(1)+Saglik Durumu Seviyesi(2), 2,1.0,3)$

Yukarıda $Saglik Durumu Seviyesi(1)=0.15;$

$Saglik Durumu Seviyesi(2)=0.25$ ve

$Saglik Durumu Seviyesi(3)=0.60$

olarak belirlenmiştir. Daha sonra, sağlık durumu seviyelerine ilişkin oranların yanıtta etkisini görmek amacıyla farklı seviyeler ele alınarak, deneyler yapılmıştır.

- Olme zamanı= $TNOW+Tıbbi bakım olmadan maksimum bekleme süresi(Yarali tipi)$

Tedavi olmaksızın maksimum bekleme süresi, 1. tip hastalar için $TRIA(45,80,150$ dk.) ile 2. tip hastalar için ise $TRIA(180,360,480$ dk.) ile belirlenmektedir.

- Konum=1, 2, 3, 4 veya 5. Bu değişkenin değeri bölge numarasını temsil etmektedir.

İzmir Valiliği tarafından oluşturulan Afet Bilgi Rehberi'nde (İzmir Valiliği Afet ve Acil Durum Yönetim Merkezi, 2008), Bornova İlçesi'nde olası bir deprem neticesinde oluşturulacak çadırkent alanları Bornova Öğretmenevi civarı, Bornova Anadolu Lisesi, Bornova Gençlik ve Spor Parkı ve 4. Sanayi Sitesi Tır Parkı olarak belirlenmiştir. Simülasyon modelinde, sahada oluşturulacak tıbbi bakım noktalarının da, çadırkent alanlarında bulunduğu farz edilmektedir. Aşağıda bölgeler ve bu bölgelerin ilgili yerlere dakika cinsinden olan uzaklıkları verilmektedir. Bilgiler <http://maps.google.com> Internet sayfasından elde edilmiştir.

Çizelge 5.5 Bornova İlçesi'nde belirlenen bölgelerin çadırkent yerlerine ve hastanelere olan uzaklıkları

	Bornova Öğretmenevi	Bornova Anadolu Lisesi (BAL)	Bornova Gençlik ve Spor Parkı	4. Sanayi Sitesi Tır Parkı	Hastane 1	Hastane 2	Hastane 3
Bölge1	15	14	13	18	17	16	12
Bölge2	11	14	8	18	12	16	13
Bölge3	10	11	14	18	10	16	11
Bölge4	17	9	13	14	10	12	14
Bölge5	19	11	12	9	11	7	14

Afet Bilgi Rehberi'nde, ambulans toplanma alanları Hastane 1 ve Hastane 2'nin hemen yanı olarak belirlenmiştir. Dolayısıyla, bölgelerden ambulans toplanma alanlarına olan uzaklıklar, Hastane 1 ve 2'ye olan uzaklıklarla aynı alınmıştır.

Afetzedelerin kurtarıldıktan sonra nasıl yönlendirilmesi gerektiğine ise bölgede yaralı toplama ve triyaj istasyonlarının mevcut olup olmadığına göre karar verilmektedir. Bu istasyonlar, olay yerine ulaşan ilk sağlık ekibi tarafından oluşturulacaktır. Mirhashemi et al. (2007), Bam Depremi'nde, ilk kurtarma ekiplerinin olay yerine ulaşmasının ortalama olarak 1.7 saat sürdüğünü belirtmiştir. Sağlık kuruluşlarının çoğu, şehir merkezinde bulunmaktadır ve İzmir'de afetten sonra yapılacaklarla ilgili olarak valilik yönetiminde eylem planları hazırlanmıştır. Ek olarak, ilde, düzenli olarak tatbikatlar yapılmaktadır. Bu nedenle, olay bölgesine ulaşım çok daha kısa sürede olacaktır. Bu düşünce ile simülasyon modelinde, sağlık personelinin ilk 45 dakikalık zaman periyodunda olay bölgesinde mevcut olmadığı farz edilmektedir. Bu süre sonunda ekiplerin olay yerine geldikleri ve tıbbi bakım noktası oluşturarak, afetzede tedavisi ve sevkine başladıkları kabul edilmektedir.

Bu istasyonlar mevcut olsa da kurtarılanların yaralı toplama ve triyaj istasyonlarına gitmeleri için tedavi merkezinin mevcudiyetinden haberdar olunması gerekmektedir. Bu bilgiye ne kadarının sahip olduğu ise *Haberdar* değişkeni ile belirlenmektedir. Trijaj istasyonunun mevcudiyeti bilinse bile, doğal olarak çoğu afetzede, daha iyi bakım sağlanabileceği gerekçesiyle kendilerine en yakın hastaneye gitmek isteyecektir. Bu noktada, hastane ve triyaj istasyonuna gitme olasılıkları, *Trijaj istasyonuna gitme yuzdesi* değişkeni ile belirlenmektedir. Bu değerler, kullanıcı tarafından program çalıştırılmadan önce girilmektedir.

Afetzedenin hastaneye mi yoksa triyaj istasyonuna mı gideceği belirlendikten sonra, bu yerlere ulaşım için kullanılacak aracın ne olacağına karar verilmelidir. Bu kararda, 1. ve 2. tip afetzedeler için *Ambulans isteği* değişkeni kullanılmaktadır. Bu değişkenin değerleri 0-100 arasındadır ve kullanıcı tarafından belirlenmektedir. Taşıma aracı seçildikten sonra, hangi triyaj istasyonunun en kısa mesafede bulunduğu değerlendirilerek, afetzede kendisine en yakın istasyona gönderilecektir. 3. tip afetzedelerin ise ambulans talebinde bulunmadıkları farz edilmektedir. Afetzede, ambulans harici bir vasıtayla tedavi noktasına gitmeye karar vermişse, gitme süresi kadar geciktirilmektedir.

5. Ambulanslarla afetzedelerin tıbbi bakım noktalarına ve hastanelere taşınma süreçleri

Simülasyon modelinde, olaydan etkilenen bölgeden ve bu bölgede oluşturulmuş tıbbi bakım noktalarından hastanelere olan nakil sürecinde, taşıma işleminin öncelik sınıflarına göre yapıldığı farz edilmektedir. Bu durumda, ilk taşınacaklar 1. öncelikli yaralılar olacak, 1. öncelik sınıfında yaralı kalmadığında ise 2. öncelik sınıfından yaralıların taşınmasına başlanacaktır. Yaralılar ambulansla tek ya da iki kişi olarak taşınabilmektedirler.

Her bölge için kullanılacak ambulans sayısı, bölge nüfuslarına orantılı olarak dağıtılmıştır. İzmir İli'nde 73'ü acil yardım, 205'i hasta nakil olmak üzere 278 ambulans olduğu belirlenmiştir. Bornova İlçesi'nin nüfusuna orantılı olarak, bu ambulanslardan 12 acil yardım ve 34 hasta nakil ambulansı olmak üzere toplam 46 ambulansın, ilçedeki hasta nakil sürecinde görevlendirileceği farz edilmiştir. Buna göre, 31 ambulans $((\text{Bölge (1+2+3) Nüfus/Genel Nüfus}) * 46 = 31)$ Hastane 1 yakınındaki ambulans toplanma alanında ve 15 ambulans da Hastane 2 yakınındaki ambulans toplanma alanında bulunacaktır.

Ambulans talebinde bulunulduğunda ise ambulansın gelmesi gecikebileceğinden, afetzede için ölme zamanının aşıp aşılmadığı değerlendirilmekte, bu süreyi aşanlar sayılarak sistemden çıkarılmaktadırlar. Bu işlem ise, SEPARATE-DELAY-SEARCH-REMOVE modülleri kullanılarak gerçekleştirilmektedir. Afetzede ambulans beklemeye başladığında, SEPARATE modülü yardımıyla, afetzedenin bir kopyası çıkarılmakta ve bu kopya, DELAY modülüne gönderilmektedir. Burada, *Olme zamani-TNOW* kadar geciktirilmekte, bu süre tamamlandığında ise kopya SEARCH modülüne ilerlemektedir. Bu modülde, hangi afetzedenin kaybedildiği *Entity.SerialNumber* ile belirlenmekte, afetzede ve oluşturulan kopyası REMOVE modülü yardımıyla ambulans kuyruğundan çıkarılmaktadır. Talebe hangi ambulansın cevap vereceği ise, REQUEST modülündeki *Selection Rule* bölümünde, *Shortest Distance* seçimi ile belirlenmektedir.

Ek olarak, bir ambulansla iki afetzede taşınabildiği farz edilmektedir. Ambulans, afetzede için geldiğinde, nakil ihtiyacında olan başka bir yaralı varsa, bu yaralı da ambulansa alınacak ve ikisi birlikte uygun tedavi merkezine götürüleceklerdir. Bu süreci uygun şekilde modelleyebilmek için öncelikle, ambulans talebinde bulunan afetzede, bir HOLD (örneğin HOLD-1)

modülünde tutulmaktadır. Afetzedenin bu modülden ayrılması için bir sinyal gerekmektedir. Bu sinyal, CREATE-HOLD-DECIDE-ASSIGN-SIGNAL modülleri vasıtasıyla yaratılmaktadır. CREATE modülü yardımıyla bir varlık (entity) yaratılmaktadır. Daha sonra bu varlık, HOLD (örneğin HOLD-2) modülüne gönderilmektedir. Bu modülün türü *Scan for Condition* olarak belirlenmiştir. Mevcudiyeti araştırılacak koşul ise $NQ(Hold-1.Queue) > 0$ şeklindedir. Yani, HOLD-1 modülünün kuyruğunda götürülmek için bekleyen afetzede olup olmadığı araştırılmaktadır. Bu koşul sağlandığında, HOLD-2 modülünde tutulan varlık bırakılır ve başka bir HOLD modülüne (örneğin HOLD-3) ilerler. Bu modülün de türü *Scan for Condition* şeklindedir. Mevcudiyeti araştırılacak koşul ise boş ambulans olup olmadığıdır ($NT(Ambulans) < MT(Ambulans)$). Eğer araştırılan koşul sağlanırsa, HOLD-3 modülünde tutulan varlık bir DECIDE modülüne gönderilir. Burada ise, HOLD-1 kuyruğunda bekleyen afetzede sayısının 1'den büyük olup olmadığı araştırılır. Eğer bekleyen sayısı 1'den fazlaysa, *Batch size* olarak nitelendirilen değişkene 2 değeri atanır ve HOLD-1 kuyruğunda bekleyen afetzedelerden ilk sırada yer alan 2'si bırakılır. Daha sonra, başka bir DECIDE modülünde, *Batch size=2* koşulu kontrol edilir. Eğer doğru ise, afetzedeler BATCH modülüne gönderilerek, bir ambulansla 2 afetzedenin taşınması sağlanır. Aksi takdirde, ambulans tek afetzede taşıyacaktır.

Nakil kuyruğunda bekleyen afetzedeler (yukarıdaki örnekte HOLD-1 kuyruğu), önceliklerine göre sıralanmaktadır. Bu nedenle, 1. öncelik sınıfından olan afetzede, kendisinden önce gelmiş 2. öncelik sınıfından olanların önüne geçecek; ancak kendi öncelik grubunda *ilk giren ilk çıkar* (First in First Out-FIFO) kuralına göre kuyrukta yerini alacaktır. Bu işlem ise QUEUE modülünde, HOLD-1 kuyruğunun servis tipinin *Lowest Attribute Value* olarak belirlenmesi ile yapılmaktadır. Attribute ise *Yaralı Tipi* olarak belirlenmiştir. Bu durumda, *Yaralı Tipi=1* olanlar, kuyrukta *Yaralı Tipi=2* olanların önüne geçeceklerdir.

6. Tıbbi bakım noktaları

Deprem meydana geldikten sonra, sağlık ekipleri hızla olay yerine hareket edeceklerdir. Ekiplerin bölgeye ulaşması birkaç saati bulabilmektedir. Bölgede güvenli bir alanda triyaj ve ilk yardım istasyonu oluşturulduktan sonra, kurtarılan afetzedelerin burada sağlık durumlarına göre sınıflandırılması ve ilk tedavileri yapılacaktır. Triyaj işleminin süresi 1 dakika olarak belirlenmiştir. Tedavi, triyaj ile belirlenen öncelik sınıflarına göre yapılmaktadır. 3 öncelik sınıfı

bulunmaktadır. Önceden de belirtildiği üzere, 1. öncelik sınıfında, sağlık durumu ciddi olan ve hemen tıbbi müdahalenin sağlanması gereken yaralılar; 2. öncelik sınıfında tedavi olması gereken ancak belirli bir süre bekleyebilecek durumdaki yaralılar ve 3. öncelik sınıfında ayaktan tedavi edilebilecek yaralılar bulunmaktadır. Yaralı tipleri başlangıçta belirlendiğinden, triyaj işlemi uygulananların öncelik sınıfları değiştirilmemekte; işlem süresi kadar yaralı geciktirilmektedir.

Triyaj işleminden sonra, ilk iki öncelik sınıftan olan afetzedeler, ilk yardım işlemi için tedavi kuyruğuna alınmakta; kuyruқта yaralılar öncelik sınıflarına göre sıralanmaktadır. 1. ve 2. öncelik sınıfları içinde tedavi işlemi için yine FIFO servis disiplini uygulanmaktadır. Sahada uygulanacak ilk yardım işleminin süresi, 1. öncelik sınıfı için *TRIA*(10,20,30 dk.) ve 2. öncelik sınıfı için de *TRIA*(5,10,15 dk.) ile belirlenmektedir. İlk yardım işleminden sonra, yaralının hastane tedavisi olmaksızın hayatta kalabileceği süre yeniden atanmaktadır. Tıbbi müdahaleden sonra, 1. ve 2. öncelikli afetzedeler, ileri tedavi için hastanelere götürülmek üzere nakil alanına taşınmaktadır. Burada da öncelik sınıflarına göre taşıma yapılmaktadır ve taşıma süreci yukarıda açıklandığı şekilde gerçekleştirilmektedir. Sahada ilkyardım müdahalesinin uygulanması için ve ileri tıbbi tedavi sağlayacak hastanelere götürülmek için bekleyen hastaların hayatta olup olmadıkları, yine *SEPARATE-DELAY-SEARCH-REMOVE* modülleri yardımıyla belirlenmekte, ölen afetzedeler kuyruktan çıkarılmaktadırlar.

3. öncelik sınıftan olan afetzedelerin tedavisinin ise acil tıbbi müdahaleye ihtiyaç duyanların tedavisini aksatmamak için ayrı bir alanda yapıldığı farz edilmektedir. Bu yaralılar için tedavi süresinin *TRIA*(5,10,15 dk.) ile belirlendiği farz edilmektedir. İlk yardım işleminden sonra, bu afetzedeler sayılarak sistemden çıkarılmaktadırlar.

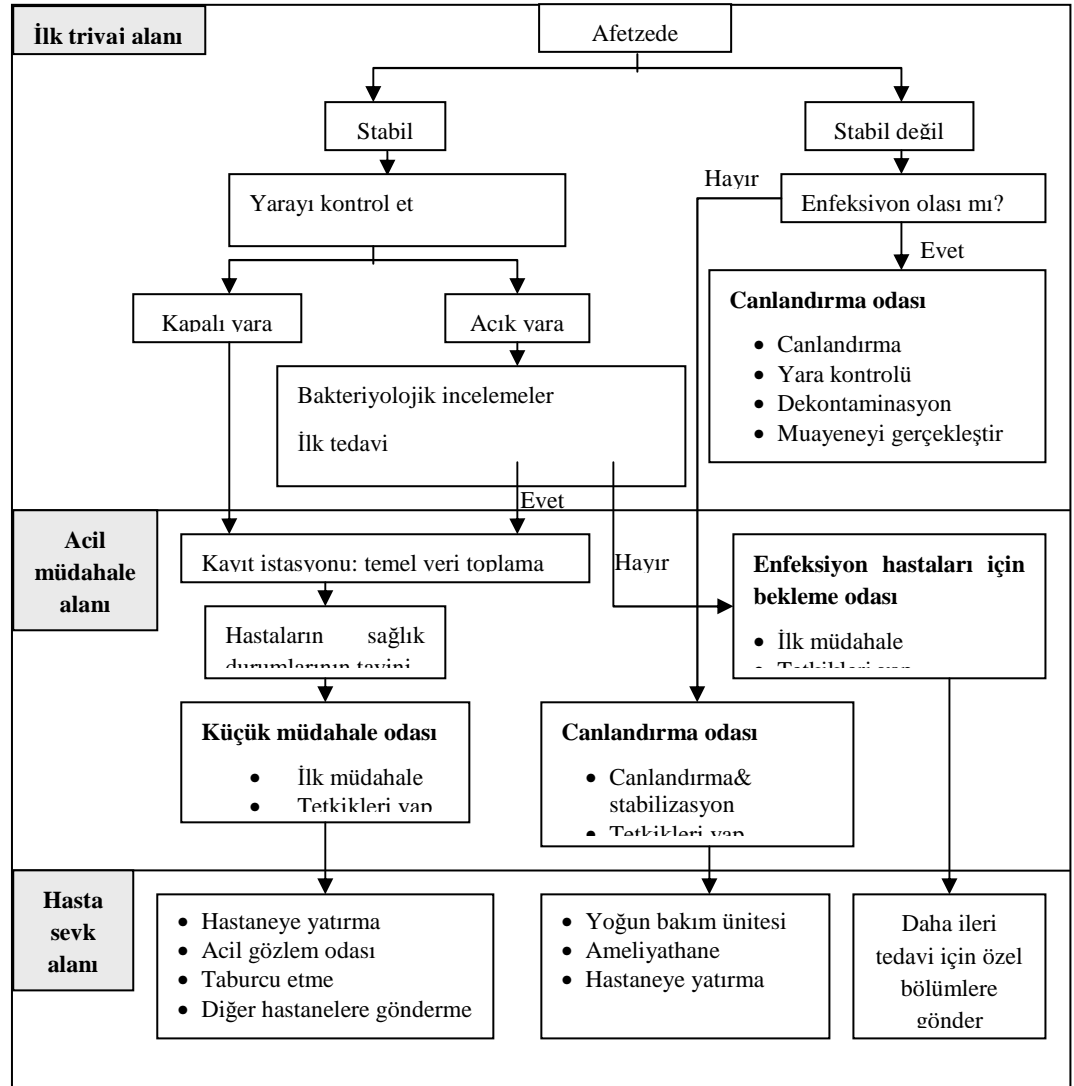
7. Hastane acil servislerindeki triyaj süreci

Hastaneler ve acil servisler, can kaybını en aza indirmek için afetzedelere zamanında ve uygun tedaviyi sağlamakla yükümlü olduklarından, bir afet esnasında, kritik rol üstlenmektedirler. Böyle durumlar için acil servislerde yaralıların triyajı yapılmakta, yaralılar, sağlık durumlarının ciddiyetini kesin olarak belirleyecek çeşitli tahlil ve görüntüleme işlemlerine tâbi tutulmakta, gerektiğinde temel cerrahi girişimlerde bulunulmakta, daha sonra eğer gerekliyse yaralı yoğun bakıma, ameliyathanelere ya da uygun servislere yönlendirilmekte

veya taburcu edilmektedir. Afet durumlarında, kaynak sayısı kısıtlı olduğu ve fazla sayıda ağır yaralı bulunduğu için çok ciddi olmayan tıbbi vakalara (örneğin hayati tehlikesi olmayan kapalı kırık vakaları) temel müdahaleler yapılmakta, yaralı evine gönderilip tedavi için ertesi gün gelmesi istenebilmektedir. Ek olarak, acil serviste, yaralı sınıfları için farklı müdahale alanları oluşturulmaktadır. Örneğin Nie et. al.'un (2010) çalışmasında, deprem sonrasında, hastanede, hastaları değerlendirmek ve tedavi etmek için kullanılan hastane triyaj prosedürü ile ilgili bilgi verilmektedir. Afetzedenin acil servise ulaşması neticesinde, her yaralının bir acil servis uzmanı tarafından aşağıdaki 3 alandan birine yönlendirildiği belirtilmektedir:

- 1) Acil müdahale alanı (örneğin canlandırma bölümü),
- 2) İkinci öncelikli müdahale alanı (örneğin bekleme alanı),
- 3) Küçük müdahale alanı (örneğin ayaktan hasta tedavi alanı)

Yaralılar incelendikten ve bu alanlarda gerekli müdahaleler uzmanlar tarafından yapıldıktan sonra, ameliyathanelere, yoğun bakım ünitelerine, koğuşlara, acil servis gözlem ünitesine ya da evlerine gönderilmişlerdir. Şekil 5.1'de hastanenin acil servisinde uygulanan triyaj ve tıbbi bakım prosedürü detaylı olarak gösterilmektedir.



Şekil 5.1 Sichuan Depremi sonrasında, Çin'deki bir hastanede uygulanan triyaj ve tıbbi bakım prosedürü (Nie et. al., 2010)

Tüm hastanelerde, afetzedelere, acil servis girişinde triyaj uygulandığı farz edilmektedir. Triage testinin süresi EXPO (0.5 dk.) ile belirlenmektedir. Daha sonra hastalar, sağlık durumlarının ciddiyetine göre travma odası, acil servis gözlem odası ya da ayaktan hasta tedavi alanına gönderilmektedirler. Hafif yaralanması olan afetzedeler, tedavileri yapıldıktan sonra taburcu edilmektedirler. Eğer triyaj için beklerken ölen afetzedede varsa, yukarıda anlatıldığı şekilde sayılarak sistemden çıkarılmaktadır.

8. Hastane acil servisindeki travma odasının modellenmesi

Triage işlemi neticesinde 1. öncelik sınıfına atanan afetzedede, travma odasında bir travma ekibinin tedavi için uygun duruma gelmesini bekleyecektir.

Burada afetzede tedaviye alınıncaya kadar sürekli olarak ölme zamanının aşılmadığı kontrol edilmekte, ölenler sayılarak sistemden çıkarılmaktadır. Tedaviye alınan afetzedenin ise öncelikle sağlık durumunun stabil olup olmadığına karar verilmekte, stabil durumda olmayan afetzedelere süresi TRIA(5,20,50 dk.) ile belirlenen tedavi uygulanmakta, sonrasında afetzede yoğun bakım ünitesine ya da ameliyathaneye gönderilmektedir. Stabil durumda olan afetzedelere ise süresi TRIA(15,45,90 dk.) ile belirlenen tedavi uygulanmakta, sonrasında afetzedeler tomografiye gönderilmektedirler. Tomografi işleminin süresi ise TRIA(10,30,55 dk.) ile belirlenmektedir. Bu işlemden sonra, afetzedenin tomografi sonuçları bir uzman tarafından değerlendirilmekte, 3 dakikalık bir değerlendirme işleminden sonra afetzede, yoğun bakım ünitesine ya da ameliyathaneye sevk edilmektedir.

9. Hastanenin acil servisindeki gözlem odasının modellenmesi

Acil servisteki gözlem odasına gelen hastalar, bir doktor ya da uzman hemşire uygun duruma gelince tedaviye alınmaktadırlar. Bu tedavinin süresine TRIA(20,40,75 dk.) ile karar verilmektedir. Tedavi tamamlandıktan sonra, yaralıların bir kısmı görüntüleme işlemleri için ultrason kuyruğuna gönderilmektedirler. Gözlem odasında, afetzedelerin %65'inin ultrasona gönderildiği farz edilmektedir. Ultrason işleminin süresi, TRIA(10,20,40 dk.) ile belirlenmektedir. Daha sonra sonuçlar, bir uzman tarafından değerlendirilmekte, yaralı, ameliyathane ya da uygun koşuşa yönlendirilmektedir. Ultrasona gönderilmeyenler ise ya ilgili koşuşa gönderilmekte, ya da taburcu edilmektedirler.

Gözlem odasında da, tedavi olmayı bekleyen her afetzede için ölme zamanının aşılmadığı değerlendirilmekte, ölenler, önceden de anlatıldığı biçimde sayılarak sistemden çıkarılmaktadır.

10. Hastanenin ayaktan hasta tedavi alanının modellenmesi

Ayaktan tedavi alanında, hemşirelerin görev yaptığı farz edilmektedir. Burada, yaralılara, süresi UNI(5,20 dk.) ile belirlenen tedavi uygulanmakta, daha sonra afetzede sayılarak sistemden çıkarılmaktadır.

5.3 Çeşitli Değişkenlerle İlgili İstatistiksel Analizler ve Sonuçları

Çeşitli yanıt değişkenlerini etkileyebileceği düşünülen bir takım bağımsız değişkenlerin farklı seviyeleri için deneyler düzenlenmiştir. Böylece, değişkenlerin değişen seviyelerinin sistem yanıtını nasıl etkileyebileceği anlaşılmaya çalışılmıştır. Yanıt değişkenleri ile ilgili analizler ve sonuçları, aşağıda maddeler halinde listelenmektedir.

1. Hastanelere ya da tıbbi bakım noktalarına götürülmek için olay yerinde ortalama ambulans bekleme süresi

Bölgede ambulans bekleme süresini etkileyebileceği düşünülen değişkenler ve bu değişkenlerin ele alınan farklı seviyeleri aşağıdaki gibidir:

Değişkenler	Değerleri
Ambulans sayısı (x_1)	46(31-15)-51(34-17)-59(39-20)
Triyaj istasyonunun varlığını bilenlerin oranı (x_2)	0.10-0.30-0.50-0.70
Triyaj istasyonuna gitmek isteyenlerin oranı (x_3)	0.20-0.40-0.60-0.80
1. öncelikli yaralı oranları (x_4)	0.10-0.15-0.25
2. öncelikli yaralı oranları (x_5)	0.25-0.30-0.35
Toplam yaralı oranı (x_6)	0.005-0.010-0.015

Buna göre $3^4 \times 4^2 = 1296$ deney yapılmıştır. Her deney 30 tekrardan oluşmaktadır. Deneyler sonucunda, 5 bölge için ortalama ambulans bekleme süreleri kaydedilmiştir. Anlamlılık seviyesi $\alpha=0.05$ alınmıştır. Deney sonuçları SPSS 15.0 istatistiksel paket programı kullanılarak analiz edilmiştir. Yanıt değişkeni olarak seçilen ortalama bekleme süresinin (y_1) logaritması alınarak normal dağılıma uygun hale getirilmiştir. Her bölgeye ilişkin ortalama ambulans bekleme sürelerini belirlemek amacıyla, bölgeler kukla (dummy) değişkenler ile temsil edilmişlerdir. Korelasyon testi sonuçlarına göre tüm bağımsız değişkenler ile bağımlı değişken arasındaki korelasyonlar, anlamlı bulunmuştur. Ancak, toplam yaralı oranı değişkeni ile bağımlı değişken arasındaki korelasyonun daha kuvvetli olduğu söylenebilir. Ek olarak, bölgeleri temsil eden değişkenler haricindeki bağımsız değişkenlere ilişkin korelasyonun da anlamlı olmadığı görülebilmektedir (Şekil 5.2). Korelasyon matrisinde bağımsız değişkenler arasındaki korelasyonun çok yüksek olmaması çoklu doğrusal bağlantının mevcut olmadığı yönünde bir delil olarak değerlendirilebilir. Ancak yine de çoklu doğrusal bağlantı problemi ile

ilgili yorumda bulunabilmek için SPSS çıktısı ile elde edilen *tolerans* veya *VIF* (variance inflation factor) değerlerine bakılması gerekmektedir. Tolerans, bir bağımsız değişkene ilişkin değişkenliğin ne kadarının, modeldeki diğer bağımsız değişkenler tarafından açıklandığının bir göstergesidir. Bu değer 0.1'den küçük olması, diğer değişkenlerle ilgili çoklu korelasyonun yüksek olması anlamına gelir ki bu durum çoklu doğrusal bağlantının mevcut olabileceği yönünde bir gösterge olarak değerlendirilir. VIF ise tolerans değerinin tersidir ve VIF değerinin 10'dan büyük olması çoklu doğrusal bağlantının mevcut olabileceği yönünde bir gösterge olarak kabul edilir. Şekil 5.3'te bu değerlerin referans verilen değerleri aşmadığı görülmektedir. Dolayısıyla çoklu doğrusal bağlantının bulunmadığı yönünde yorum yapılabilir. Sapan değerlerle ilgili olarak herhangi bir yorumda bulunabilmek için Mahalanobis uzaklıkları değerlendirilebilir. Şekil 5.4'te verilen bilgilerde, Mahalanobis uzaklıklarının minimum ve maksimum değerleri verilmektedir. 10 bağımsız değişken için kritik değer 29.59'dur. Regresyon analizi neticesinde bulunan sonuçlarda, Mahalanobis uzaklıkları için maksimum değer 14.093 olduğu görülmektedir ve bu değer kritik değeri aşmamaktadır. Cook's Distance değerinin de 1'den büyük olmaması, verilerle ilgili önemli bir sorun bulunmadığını göstermektedir.

Correlations												
	ln y1	Triyaj istasyonunu bilenlerin oranı	Triyaj istasyonuna gidenlerin oranı	1.tip yaralı oranı	2.tip yaralı oranı	Toplam yaralı oranı	Bolge1	Bolge2	Bolge3	Bolge4	Ambulans sayısı	
Pearson Correlation	ln y1	1,000	,229	,164	,155	,159	,672	,205	,031	-,260	-,367	-,174
	Triyaj istasyonunu bilenlerin oranı	,229	1,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	Triyaj istasyonuna gidenlerin oranı	,164	,000	1,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1.tip yaralı oranı	,155	,000	,000	1,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	2.tip yaralı oranı	,159	,000	,000	,000	1,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	Toplam yaralı oranı	,672	,000	,000	,000	,000	1,000	,000	,000	,000	,000	,000
	Bolge1	,205	,000	,000	,000	,000	,000	1,000	-,250	-,250	-,250	,000
	Bolge2	,031	,000	,000	,000	,000	,000	-,250	1,000	-,250	-,250	,000
	Bolge3	-,260	,000	,000	,000	,000	,000	-,250	-,250	1,000	-,250	,000
	Bolge4	-,367	,000	,000	,000	,000	,000	-,250	-,250	-,250	1,000	,000
	Ambulans sayısı	-,174	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	1,000
Sig. (1-tailed)	ln y1	.	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,006	,000	,000	,000
	Triyaj istasyonunu bilenlerin oranı	,000	.	,500	,500	,500	,500	,500	,500	,500	,500	,500
	Triyaj istasyonuna gidenlerin oranı	,000	,500	.	,500	,500	,500	,500	,500	,500	,500	,500
	1.tip yaralı oranı	,000	,500	,500	.	,500	,500	,500	,500	,500	,500	,500
	2.tip yaralı oranı	,000	,500	,500	,500	.	,500	,500	,500	,500	,500	,500
	Toplam yaralı oranı	,000	,500	,500	,500	,500	.	,500	,500	,500	,500	,500
	Bolge1	,000	,500	,500	,500	,500	,500	.	,000	,000	,000	,500
	Bolge2	,006	,500	,500	,500	,500	,500	,000	.	,000	,000	,500
	Bolge3	,000	,500	,500	,500	,500	,500	,000	,000	.	,000	,500
	Bolge4	,000	,500	,500	,500	,500	,500	,000	,000	,000	.	,500
	Ambulans sayısı	,000	,500	,500	,500	,500	,500	,500	,500	,500	,500	.

Şekil 5.2 Ortalama ambulans bekleme süresine ilişkin korelasyonlar ve korelasyon testi sonuçları

Coefficients ^a								
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	2,444	,022		111,381	,000		
	Triyaj istasyonunu bilenlerin orani	,513	,007	,229	69,047	,000	1,000	1,000
	Triyaj istasyonuna gidenlerin orani	,366	,007	,164	49,356	,000	1,000	1,000
	1.tip yarali orani	1,247	,027	,155	46,863	,000	1,000	1,000
	2.tip yarali orani	1,954	,041	,159	48,066	,000	1,000	1,000
	Toplam yarali orani	82,446	,407	,672	202,764	,000	1,000	1,000
	Ambulans sayisi	-,016	,000	-,174	-52,403	,000	1,000	1,000
	Bolge1	-,187	,005	-,149	-35,551	,000	,625	1,600
	Bolge2	-,361	,005	-,288	-68,746	,000	,625	1,600
	Bolge3	-,653	,005	-,521	-124,314	,000	,625	1,600
	Bolge4	-,760	,005	-,607	-144,726	,000	,625	1,600

a. Dependent Variable: ln yl

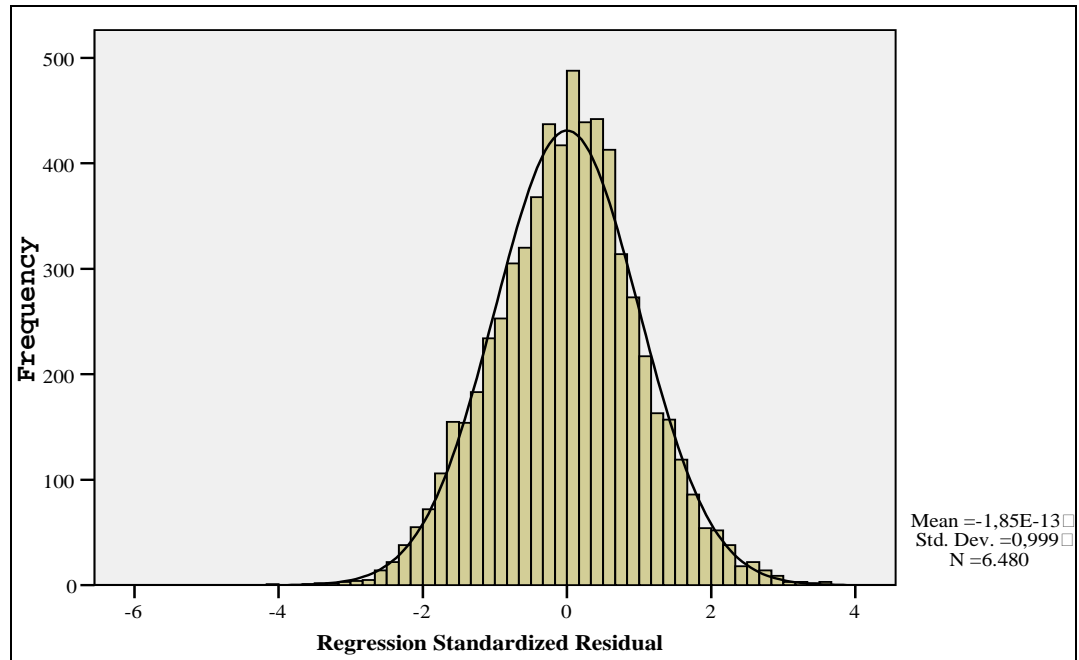
Şekil 5.3 Katsayı ve çoklu doğrusal bağlantı istatistiklerine ilişkin SPSS çıktısı

Residuals Statistics ^a					
	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	N
Predicted Value	1,8754	4,5807	3,2137	,48285	6480
Std. Predicted Value	-2,772	2,831	,000	1,000	6480
Standard Error of Predicted Value	,004	,006	,005	,000	6480
Adjusted Predicted Value	1,8752	4,5810	3,2137	,48285	6480
Residual	-,54753	,48489	,00000	,13352	6480
Std. Residual	-4,097	3,629	,000	,999	6480
Stud. Residual	-4,102	3,632	,000	1,000	6480
Deleted Residual	-,54877	,48574	-,00001	,13375	6480
Stud. Deleted Residual	-4,107	3,635	,000	1,000	6480
Mahal. Distance	4,506	14,093	9,998	1,811	6480
Cook's Distance	,000	,003	,000	,000	6480
Centered Leverage Value	,001	,002	,002	,000	6480

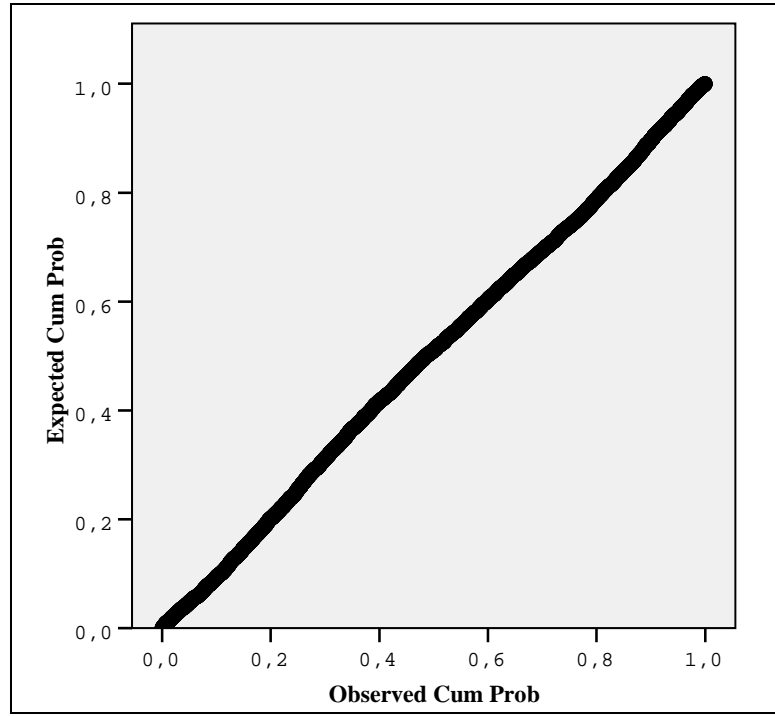
a. Dependent Variable: ln y1

Şekil 5.4 Regresyon analizi neticesinde elde edilen artık (hata) istatistiklerine ilişkin SPSS çıktısı

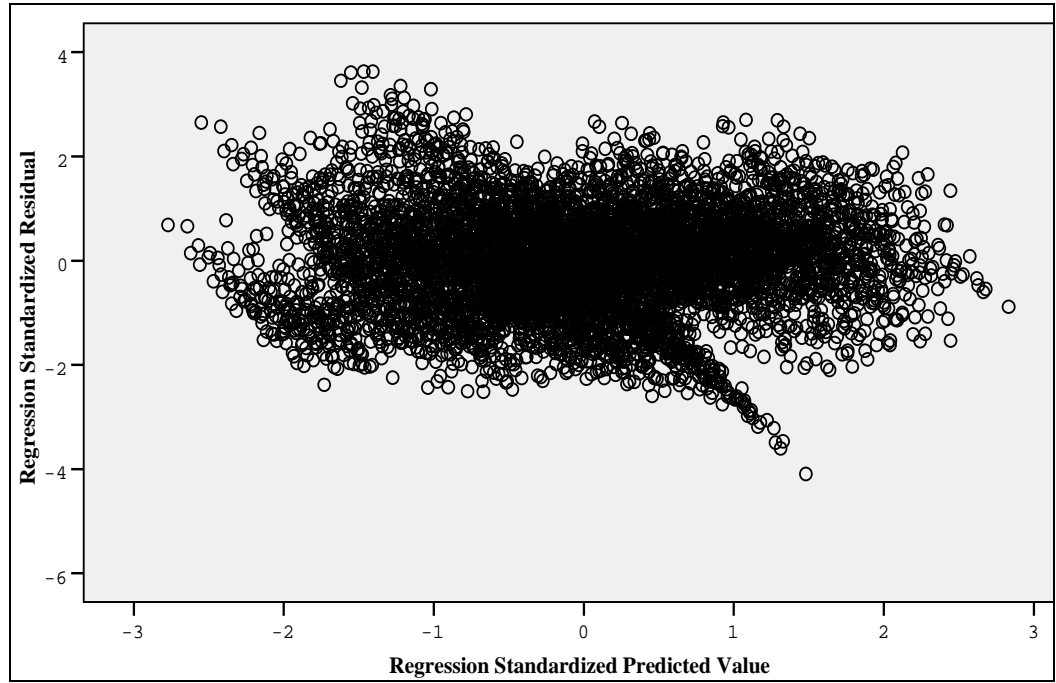
Aşağıda, standartlaştırılmış hata terimlerine (standardized residual) ilişkin histogram ve Normal P-P gösterilmektedir. Şekil 5.6'da, hata terimlerinin doğru üzerinde yer alması normallikten önemli bir sapma olmadığını göstermektedir.



Şekil 5.5 Regresyon standartlaştırılmış hata terimlerine ilişkin histogram



Şekil 5.6 Regresyon standartlaştırılmış hata terimlerine ilişkin Normal P-P.



Şekil 5.7 Regresyon standartlaştırılmış hata ve tahmin terimleri için ilişki grafiği (scatterplot)

Aşağıda verilen model özetine bakıldığında, bağımlı değişkendeki değişimin yaklaşık %93'ünün model tarafından açıklanabildiği söylenebilir (Şekil 5.8). Sonucun istatistiksel açıdan anlamlı olup olmadığına ise ANOVA tablosuna bakılarak karar verilir (Şekil 5.9). ANOVA tablosunda, anlamlılık değerinin Sig.=0.000 olması, modelin istatistiksel açıdan geçerli olduğunu göstermektedir. Şekil 5.3'teki tabloda, regresyon denkleminin katsayıları verilmektedir ve anlamlılık değerlerine bakıldığında, hepsinin önemli olduğu sonucuna varılmaktadır. Bu durumda, regresyon denklemi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\ln y_1 = 2,444 - 0,0163x_1 + 0,513x_2 + 0,366x_3 + 1,247x_4 + 1,954x_5 + 82,446x_6 - 0,187x_7 - 0,361x_8 - 0,653x_9 - 0,760x_{10}$$

Yukarıdaki denklemde $x_7 - x_{10}$ değişkenleri, bölgeleri temsil eden iki değerli (0-1) kukla değişkenlerdir.

Model Summary ^b				
Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,964 ^a	,929	,929	,13363

a. Predictors: (Constant), Ambulans sayısı, Toplam yaralı orani, 2.tip yaralı orani, 1.tip yaralı orani, Triyaj istasyonuna gidenlerin orani, Triyaj istasyonunu bilenlerin orani, Bolge1, Bolge2, Bolge3, Bolge4

b. Dependent Variable: lny1

Şekil 5.8 Regresyon analizi sonucunda elde edilen model özeti

ANOVA ^b						
Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	1510,530	10	151,053	8459,602	,000 ^a
	Residual	115,509	6469	,018		
	Total	1626,039	6479			

a. Predictors: (Constant), Ambulans sayısı, Toplam yaralı orani, 2.tip yaralı orani, 1.tip yaralı orani, Triyaj istasyonuna gidenlerin orani, Triyaj istasyonunu bilenlerin orani, Bolge1, Bolge, Bolge3, Bolge4

b. Dependent Variable: ln y1

Şekil 5.9 Regresyon analizi sonucunda elde edilen ANOVA tablosu

2. Hastanelerdeki travma odalarında tedavi için ortalama bekleme süresi

Hastanelerde, 1. öncelikli yaralıların tedavi için bekleme süreleri üzerinde çeşitli faktörlerin ne yönde etkili olduklarını belirlemek amacıyla çeşitli deneyler yapılmıştır. Kullanılan faktörler ve değerleri aşağıda özetlenmektedir:

Değişkenler		Değerleri
Travma odasındaki yatak sayısı	Hastane1	7-12-20
	Hastane2	2-4-8
	Hastane3	3-6-12
Hastanedeki triyaj personeli sayısı		1-3-5
1. öncelikli yaralı oranları		0.15-0.25
Stabil durumda olmayan yaralı oranları		0.15-0.20-0.25-0.35
Toplam yaralı oranı		0.005-0.010-0.015

Bu faktörler ve faktör seviyelerine dayalı olarak, her hastane için $3^3 \times 4 \times 2 = 216$ deney yapılmıştır. Hastanelerle ilgili varyans analizi ile elde edilen sonuçlar çok benzer olduğu için yalnızca bir hastaneye ilişkin değerlendirme sunulacaktır.

Hastane 1, simülasyon modeline dahil edilen diğer hastanelere göre daha büyük ve geniş olanaklara sahip bir uzmanlık hastanesidir. Simülasyon modeli kullanılarak, ele alınan faktörlerin, hastanenin 1. öncelikli afetzedelere vereceği tıbbi yanıtı etkisini görmek amacıyla varyans analizi uygulanmıştır. Analiz sonuçlarına göre, faktörlerin her birinin temel etkileri istatistiksel açıdan anlamlı görülmektedir. Bununla birlikte triyaj personeli sayısı ile yatak sayısı, toplam yaralı oranı ve 1. öncelikli yaralı oranı arasındaki etkileşimin de anlamlı olduğu görülmektedir. $R^2=0.995$ değeri, faktörlerin yanıt değişkeninin alacağı değerlerdeki belirleyiciliğinin yüksek olduğunu göstermektedir. Trijaj personeli sayısı için hesaplanan F değerinin diğer faktörlere göre yüksek olması, ortalama tedavi bekleme süresinin, bu faktöre yüksek derecede bağımlı olduğunu göstermektedir. Bunun nedeni, personel sayısı arttıkça, birim zamanda tedavi için gönderilecek yaralı sayısının artacak olmasıdır. 2. derecede büyük etkiye sahip faktörün ise toplam yaralı oranı olduğu görülmektedir.

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: Hast.1 travma odasi ort.bekleme suresi					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	16000,327 ^a	49	326,537	639,175	,000
Intercept	40072,451	1	40072,451	78439,129	,000
Hast1 TravmaOdasi YatakSayisi	8,347	2	4,174	8,170	,000
TriyajPersoneliSayisi	12382,964	2	6191,482	12119,410	,000
StabilDurumdaOlmayanYaraliOrani	10,855	3	3,618	7,083	,000
ToplamYaraliOrani	1080,060	2	540,030	1057,072	,000
Tip1 YaraliOrani	367,521	1	367,521	719,398	,000
Hast1 TravmaOdasi YatakSayisi *	13,713	4	3,428	6,711	,000
TriyajPersoneliSayisi *	,020	6	,003	,006	1,000
Hast1 TravmaOdasi YatakSayisi *	,011	4	,003	,006	1,000
TriyajPersoneliSayisi *	,000	2	,000	,000	1,000
StabilDurumdaOlmayanYaraliOrani *	1,501	6	,250	,490	,815
TriyajPersoneliSayisi *	770,764	4	192,691	377,180	,000
ToplamYaraliOrani *	27,974	2	13,987	27,379	,000
TriyajPersoneliSayisi * Tip1 YaraliOrani	2,037	6	,339	,664	,679
StabilDurumdaOlmayanYaraliOrani *	,772	3	,257	,504	,680
ToplamYaraliOrani * Tip1 YaraliOrani	,440	2	,220	,431	,651
Error	84,805	166	,511		
Total	60741,849	216			
Corrected Total	16085,132	215			

^a. R Squared = ,995 (Adjusted R Squared = ,993)

Şekil 5.10 Travma odasında tedavi için ortalama bekleme süresine ilişkin varyans analizi sonuçları

Aşağıda, Levene Testi sonuçlarına göre bağımlı değişkenin gruplar içindeki varyansının eşit olmadığı görülmektedir. Bu nedenle, faktör seviyelerinin etkilerini değerlendirmek amacıyla homojen varyans varsayımının sağlanmadığı durumlarda kullanılan Games-Howell çoklu karşılaştırma testinden yararlanılmıştır.

Levene's Test of Equality of Error Variances ^a			
Dependent Variable: Hast.1 travma odasi ort.bekleme suresi			
F	df1	df2	Sig.
8,660	203	12	,000

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

Hata değerlerinin dağılımının da normal olduğu, Kolmogorov-Smirnov testi ile belirlenmiş ve test sonuçları aşağıda verilmiştir.

Kolmogorov-Smirnov Test			
		Standardized Residual for Ortalama bekleme süresi	Residual for Ortalama bekleme süresi
N		216	216
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	,0000	,0000
	Std. Deviation	,87869	,62805
Most Extreme Differences	Absolute	,086	,086
	Positive	,086	,086
	Negative	-,081	-,081
Kolmogorov-Smirnov Z		1,259	1,259
Asymp. Sig. (2-tailed)		,084	,084
a. Test distribution is Normal.			
b. Calculated from data.			

a) Triyaj Personeli Sayısı

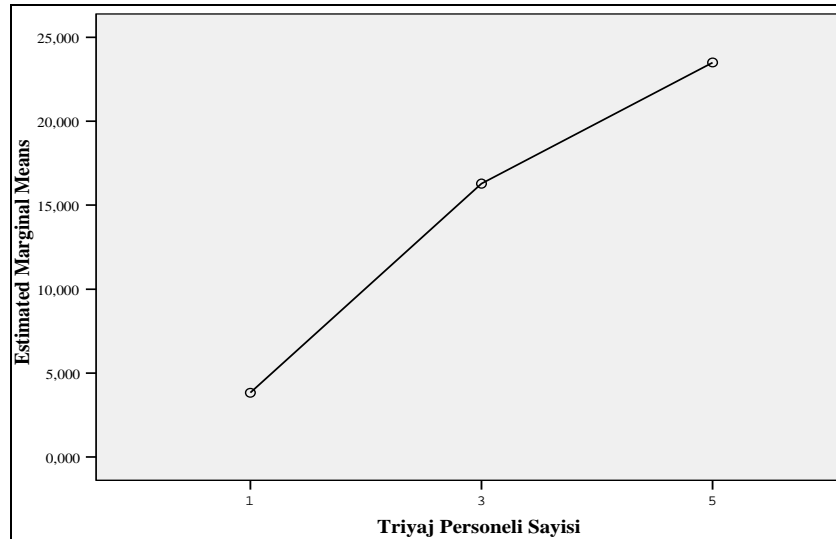
Trijaj personeli sayısının farklı seviyelerinin denenmesinin nedeni, deneylerin yapılması süresince, işlem süresi çok kısa olmasına rağmen (0.5 dk.), triyaj işlemi için uzun bekleme sürelerinin oluştuğunun gözlenmesidir. Bekleme süresi uzadıkça kuyrukta kaybedilen afetzede sayısı da artmaya başlamaktadır. Bu nedenle, mevcut kapasitenin vereceği yanıtın, farklı triyaj personeli seviyelerine göre değerlendirilmesi hedeflenmiştir. Aslında, her tedavi noktası girişi için tek bir personel ya da iki kişilik ekibin görevlendirilmesi önerilmektedir. Bu durumda, farklı seviyeler, hastane içinde ya da çevresinde, acil servis işlemlerini yürütebilecek nitelikte alternatif bakı alanlarının oluşturulması gerektiği anlamına gelmektedir.

Şekil 5.11'de verilen sonuçlara göre, triyaj personeli sayısında artış meydana geldikçe tedavi için ortalama bekleme sürelerinde de artış olduğu görülmektedir ve bu artış, istatistiksel açıdan anlamlıdır. Şekil 5.12'de de bu faktörün seviyelerine göre tedavi bekleme süresinin ortalama değerleri görülmektedir.

Multiple Comparisons						
Dependent Variable: Hast.1 travma odasi ort.bekleme suresi						
Games-Howell						
(I) TriyajPersoneliSayisi	(J) TriyajPersoneliSayisi	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1	2	-12,45779*	,643028	,000	-13,99111	-10,92447
	3	-19,20775*	,317092	,000	-19,95901	-18,45649
2	1	12,45779*	,643028	,000	10,92447	13,99111
	3	-6,74996*	,655588	,000	-8,31150	-5,18842
3	1	19,20775*	,317092	,000	18,45649	19,95901
	2	6,74996*	,655588	,000	5,18842	8,31150

Based on observed means.
*. The mean difference is significant at the ,05 level.

Şekil 5.11 Triyaj personeli sayısının farklı seviyelerine ilişkin çoklu karşılaştırma testi sonuçları



Şekil 5.12 Triyaj personeli sayısının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi

b) Toplam Yaralı Oranı

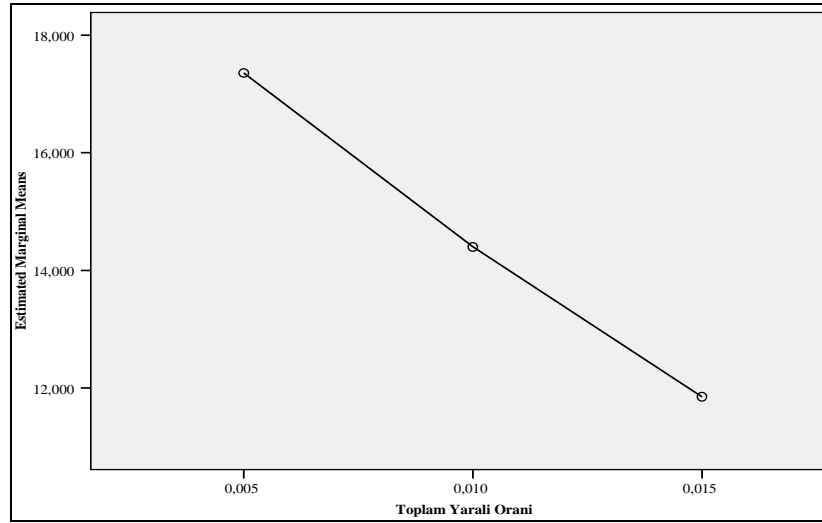
Toplam yaralı oranı, afet sonrasında, afetten etkilenen nüfusun ne kadarının yaralanacağını belirlemektedir. Aşağıdaki çoklu karşılaştırma testi sonuçlarına göre, yaralı oranı arttıkça, bekleme süresinde azalma olduğu gözlenmektedir. Bu azalma, faktörün sadece 1. ve 3. seviyeleri için istatistiksel açıdan anlamlıdır. Yaralı oranı arttıkça, ortalama bekleme süresinin de artacağı beklenirken, sonucun tersi yönde çıkması çelişki gibi gözükmemektedir. Ancak, yaralı sayısında artış meydana geldikçe, faktörün 3. seviyesinde (0.015) tedavi kuyruğunda kaybedilen yaralı sayısının, 1. seviyesinde (0.005) kaybedilen yaralı sayısına göre 3 kat fazla olduğu görülmüştür. Dolayısıyla, çoğu yaralı, tedaviye alınmadan

kaybedilmekte, bu sonuç da ortalama bekleme süresinde azalış meydana gelmesine neden olmaktadır.

Multiple Comparisons						
Dependent Variable: Hast.1 travma odasi ort.bekleme suresi						
Games-Howell						
(I) ToplamYaraliOrani	(J) ToplamYaraliOrani	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1,000	2,000	2,94708	1,457695	,111	-,50577	6,39994
	3,000	5,50025*	1,335952	,000	2,3357	8,66481
2,000	1,000	-2,94708	1,457695	,111	-6,400	,50577
	3,000	2,55317	1,398793	,165	-,76100	5,86733
3,000	1,000	-5,50025*	1,335952	,000	-8,665	-2,33569
	2,000	-2,55317	1,398793	,165	-5,867	,76100

Based on observed means.
*. The mean difference is significant at the ,05 level.

Şekil 5.13 Toplam yaralı oranı faktörünün farklı seviyelerine ilişkin çoklu karşılaştırma testi sonuçları



Şekil 5.14 Toplam yaralı oranının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi

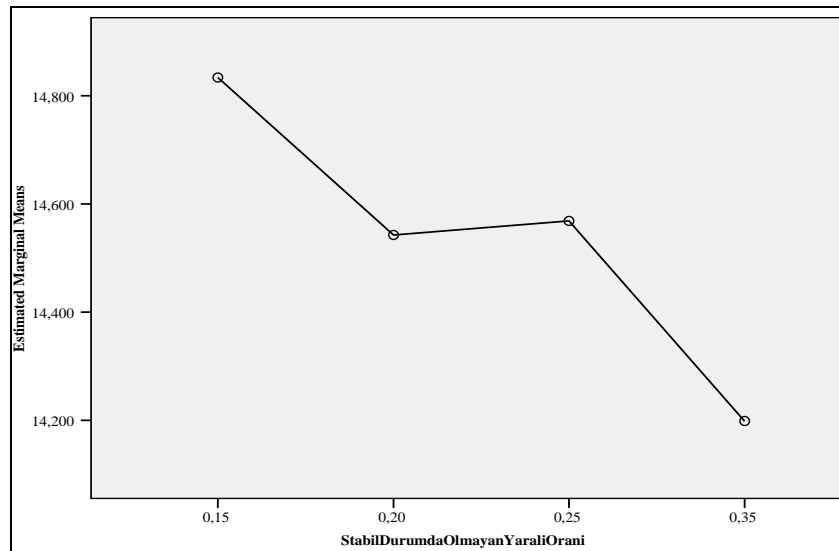
c) Stabil Durumda Olmayan Yaralı Oranı

Sağlık durumu stabil olmayan yaralılara acil serviste uygulanan tedavinin süresi, diğerlerine göre daha kısadır. Bu yaralılara, sağlık durumlarını stabil hale getirecek tedaviler uygulanmakta, daha sonra yaralılar, zaman kaybetmeden

ameliyathane ya da yoğun bakım ünitelerine yönlendirilmektedirler. Dolayısıyla, bu tip yaralıların oranındaki artış, ortalama tedavi süresini azaltacaktır. Bu sonuç, aşağıdaki çoklu karşılaştırma testi sonuçlarında da gözlenmekte, ancak faktörün seviyelerindeki artışın bekleme sürelerine olan etkisinin istatistiksel açıdan anlamlı olmadığı görülmektedir.

Multiple Comparisons						
Dependent Variable: Hast.1 travma odasi ort.bekleme suresi						
Games-Howell						
(I) StabilDurumda Olmayan YaraliOrani	(J) StabilDurumda OlmayanYarali Orani	Mean Differenc e (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1,00	2,00	,30017	1,666345	,998	-4,04944	4,64977
	3,00	,28472	1,684162	,998	-4,11138	4,68082
	4,00	,64339	1,679615	,981	-3,74084	5,02762
2,00	1,00	-,30017	1,666345	,998	-4,64977	4,04944
	3,00	-,01544	1,671888	1,000	-4,37953	4,34865
	4,00	,34322	1,667308	,997	-4,00890	4,69534
3,00	1,00	-,28472	1,684162	,998	-4,68082	4,11138
	2,00	,01544	1,671888	1,000	-4,34865	4,37953
	4,00	,35867	1,685115	,997	-4,03992	4,75725
4,00	1,00	-,64339	1,679615	,981	-5,02762	3,74084
	2,00	-,34322	1,667308	,997	-4,69534	4,00890
	3,00	-,35867	1,685115	,997	-4,75725	4,03992

Şekil 5.15 Stabil durumda olmayan yaralı oranı faktörünün farklı seviyelerine ilişkin çoklu karşılaştırma testi sonuçları



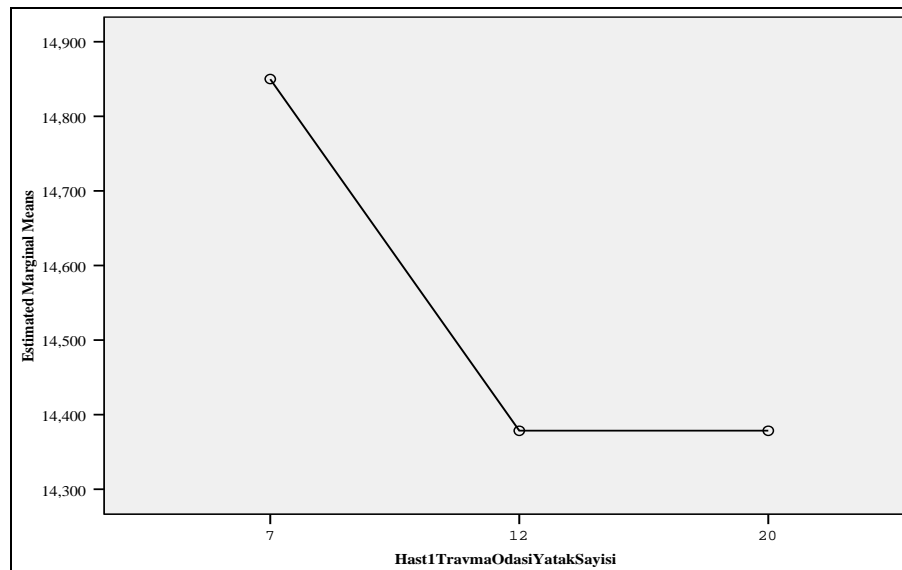
Şekil 5.16 Stabil durumda olmayan yaralı oranının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi

d) Travma Odası Yatak Sayısı

Yatak sayısının artırılmasının da bekleme süreleri üzerinde bir etkisi olmadığı görülmüştür. Travma ekibi sayısında değişiklik yapılmadığı ve yaralı sayısı yatak sayısına oranla çok fazla olduğu için faktör seviyelerinin, ortalama bekleme süreleri üzerinde anlamlı bir etkiye sahip olmadığı görülmektedir. Şekil 5.18'den de bir azalışın olduğu, ancak azalış miktarının belirgin olmadığı görülmektedir. Diğer tüm hastanelerde de aynı sonuç gözlenmiştir.

Multiple Comparisons						
Dependent Variable: Hast.1 travma odasi ort.bekleme suresi						
Games-Howell						
(I) Hast1 TravmaOdasi YatakSayisi	(J) Hast1 TravmaOdasi YatakSayisi	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1	2	,00000	1,448342	1,000	-3,43047	3,43047
	3	,00000	1,448342	1,000	-3,43047	3,43047
2	1	,00000	1,448342	1,000	-3,43047	3,43047
	3	,00000	1,448342	1,000	-3,43047	3,43047
3	1	,00000	1,448342	1,000	-3,43047	3,43047
	2	,00000	1,448342	1,000	-3,43047	3,43047

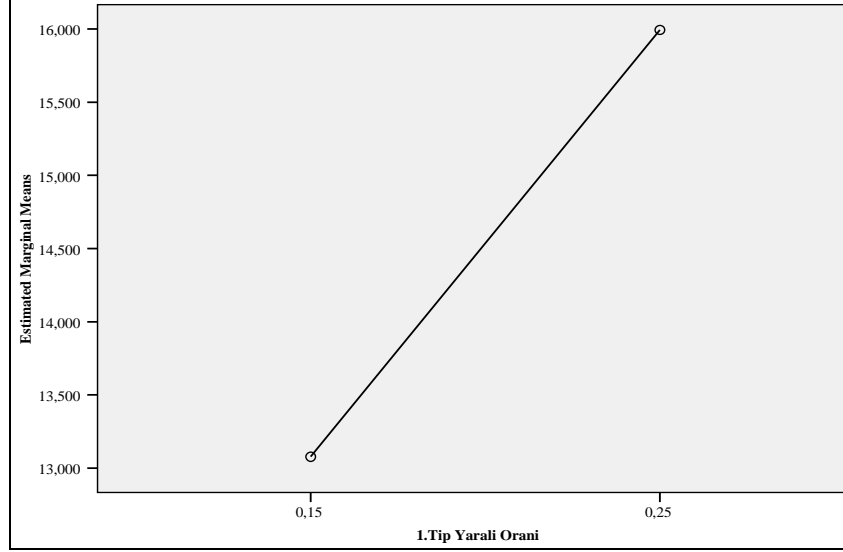
Şekil 5.17 Travma odası yatak sayısı faktörünün farklı seviyelerine ilişkin çoklu karşılaştırma testi sonuçları



Şekil 5.18 Travma odası yatak sayısının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi

d) 1. Öncelikli Yaralı Oranı

Deneyler, bu faktörün iki seviyesi için yapıldığından, çoklu karşılaştırma testleri uygulanamamıştır. Ancak, Şekil 5.19'dan, 1. öncelikli yaralı oranındaki 0.1 birimlik artışın, ortalama tedavi bekleme süresini yaklaşık 3 dk. kadar arttırdığı gözlenmektedir.



Şekil 5.19 1. öncelikli yaralı oranının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi

3. Hastanelerdeki gözlem odalarında tedavi için ortalama bekleme süresi

Hastanelerde, 2. öncelikli yaralıların tedavi için ortalama bekleme süreleri üzerinde aşağıdaki faktörlerin etkilerini belirlemeye yönelik deneyler yapılmıştır. Kullanılan faktörler ve değerleri aşağıdaki gibidir:

Değişkenler		Değerleri
Gözlem odasındaki yatak sayısı	Hastane1	15-25-35
	Hastane2	4-8-15
	Hastane3	4-8-15
Hastanedeki triyaj personeli sayısı		1-3-5
2. öncelikli yaralı oranları		0.25-0.35
Toplam yaralı oranı		0.005-0.010-0.015

Bu faktörler ve faktör seviyelerine dayalı olarak, her hastane için $3^3 \times 2 = 54$ deney olması gerekirken, stabil olmayan hasta oranı seviyelerinin, gözlem odasında tedavi bekleme sürelerine herhangi bir etkisi olmadığı tek yönlü varyans analizi ile belirlenmiş ve bu nedenle, toplam deney sayısı $4 \times 54 = 216$ olarak alınmıştır. Hastane 1'e ilişkin ortalama bekleme süreleri için varyans analizi sonuçları, varyans homojenliği ve hata terimlerinin normal dağılması varsayımları sağlanmadığı için değerlendirmeye tâbi tutulmamıştır. Önceki analizlerde olduğu gibi diğer hastanelerle ilgili varyans analizi ile elde edilen sonuçlar çok benzer olduğu için yalnızca bir hastaneye ilişkin değerlendirme yapılmıştır.

Travma odasında ortalama tedavi bekleme süresi ile ilgili yapılan deneylerde olduğu gibi, triyaj istasyonunun oluşturulduğundan haberdar olanların oranı 0.30 ve ilk tedavi için bu istasyonlara gidenlerin oranı 0.40 değerlerinde olmak üzere tüm deneylerde sabit tutulmuştur. 1. öncelikli afetzede oranı ise tüm deneylerde 0.15 olarak alınmıştır.

Varyans homojenliği ve hata terimlerinin normal dağılması varsayımlarının sağlandığı, sırasıyla Levene Testi ve Kolmogorov-Smirnov Testi ile gösterilmektedir. Homojen varyans varsayımı altında, çoklu karşılaştırma testlerinden Tukey HSD kullanılmıştır.

Levene's Test of Equality of Error Variances ^a			
Dependent Variable: Hast.2 gözlem odası ort. bekleme süresi			
F	df1	df2	Sig.
1,278	53	162	,125

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

Kolmogorov-Smirnov Test			
		Residual for y2	Standardized Residual for y2
N		216	216
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	,0000	,0000
	Std. Deviation	,92386	,94006
Most Extreme Differences	Absolute	,063	,063
	Positive	,063	,063
	Negative	-,041	-,041
Kolmogorov-Smirnov Z		,922	,922
Asymp. Sig. (2-tailed)		,363	,363

a. Test distribution is Normal.
b. Calculated from data.

Elde edilen varyans analizi sonuçlarına bakıldığında, yatak sayısı dışında, tüm faktörlerin tek olarak ana etkilerinin istatistiksel açıdan anlamlı olduğu görülmektedir. Bununla birlikte, önceki analizlerde de olduğu gibi 2. öncelikli yaralı oranı, toplam yaralı oranı ve triyaj personeli sayısı faktörleri arasındaki etkileşim de istatistiksel açıdan önemlidir. Gözlem odasındaki ortalama bekleme süresi üzerinde en büyük etkiye sahip faktörün yine triyaj personeli sayısı olduğu görülmektedir. Bu faktörün toplam yaralı oranı faktörü ile olan etkileşimi de 2. büyük etkiye sahiptir. Bu faktörlerin artan seviyeleri, belirli bir zaman aralığında tedavi odasına gelecek olan yaralı sayısını arttıracak doğal olarak, bekleme süreleri de artacaktır. Faktörlerin yanıt değişkeninin alacağı değerlerdeki belirleyiciliğinin yüksek olduğu $R^2=0.994$ değeriyle ortaya çıkmaktadır.

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: Hast.2 gozlem odasi ort. bekleme suresi					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	28461,396 ^a	25	1138,456	1178,734	,000
Intercept	1491225,121	1	1491225,121	1543984	,000
ToplamYaraliOrani	2230,350	2	1115,175	1154,630	,000
Tip2yaraliOrani	679,295	1	679,295	703,328	,000
TriyajPersoneliSayisi	18256,734	2	9128,367	9451,327	,000
Hast.2GozlemODasiYatakSayisi	,000	2	,000	,000	1,000
ToplamYaraliOrani * Tip2yaraliOrani	448,247	2	224,124	232,053	,000
ToplamYaraliOrani * TriyajPersoneliSayisi	6728,122	4	1682,030	1741,540	,000
ToplamYaraliOrani * Hast.2 GozlemOdasiYatakSayisi	,000	4	,000	,000	1,000
Tip2yaraliOrani * TriyajPersoneliSayisi	118,649	2	59,324	61,423	,000
Tip2yaraliOrani * Hast.2GozlemODasiYatakSayisi	,000	2	,000	,000	1,000
TriyajPersoneliSayisi * Hast.2GozlemODasiYatakSayisi	,000	4	,000	,000	1,000
Error	183,508	190	,966		
Total	1519870,024	216			
Corrected Total	28644,903	215			

^a. R Squared = ,994 (Adjusted R Squared = ,993)

Şekil 5.20 Gözlem odasında tedavi için ortalama bekleme süresine ilişkin varyans analizi sonuçları

a) Triyaj Personeli Sayısı

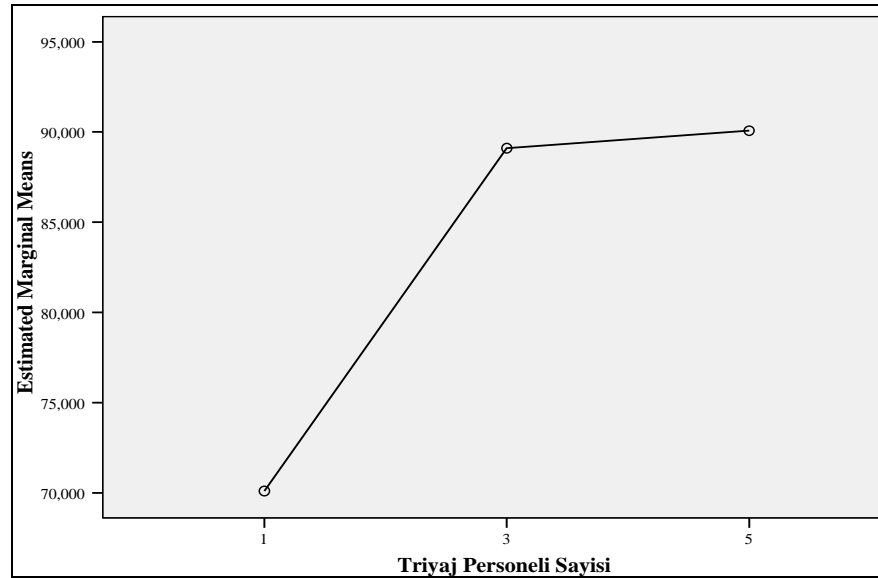
Triyaj personeli sayısı arttırıldıkça, ortalama bekleme süresinin de artacağına yukarıda değinilmiştir. Ancak bu artışın, seviyelere göre istatistiksel açıdan anlamlı olup olmadığına karar verebilmek için çoklu karşılaştırma testi sonuçlarına bakmak gerekmektedir. Triyaj personeli sayısı 1'den 3'e çıkarıldığında, bekleme süresinde ortalama olarak 19 dk.lık artış meydana

gelecektir. 3'ten 5'e çıkarıldığında ise artış miktarı yaklaşık 1 dk. kadar olacaktır. Şekil 5.21'de verilen test sonuçlarına göre, tüm seviyeler için farklılıkların istatistiksel açıdan anlamlı olduğu söylenebilir. Bekleme sürelerinin, travma odasındaki bekleme sürelerine göre daha fazla olmasının nedeni, 2. tip yaralı oranlarının daha fazla olması ve daha uzun süre tedavi olmaksızın hayatta kalabilmeleridir.

Multiple Comparisons						
Dependent Variable: Hast.2 gozlem odasi ort. bekleme suresi						
Tukey HSD						
(I) Triyaj Personeli Sayisi	(J) Triyaj Personeli Sayisi	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1	2	-18,99956*	,163794	,000	-19,38648	-18,61264
	3	-19,96931*	,163794	,000	-20,35623	-19,58239
2	1	18,99956*	,163794	,000	18,61264	19,38648
	3	-,96975*	,163794	,000	-1,35667	-,58283
3	1	19,96931*	,163794	,000	19,58239	20,35623
	2	,96975*	,163794	,000	,58283	1,35667

Based on observed means.
*. The mean difference is significant at the ,05 level.

Şekil 5.21 Triyaj personeli sayısı faktörünün farklı seviyelerine ilişkin çoklu karşılaştırma testi sonuçları



Şekil 5.22 Triyaj personeli sayısının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi

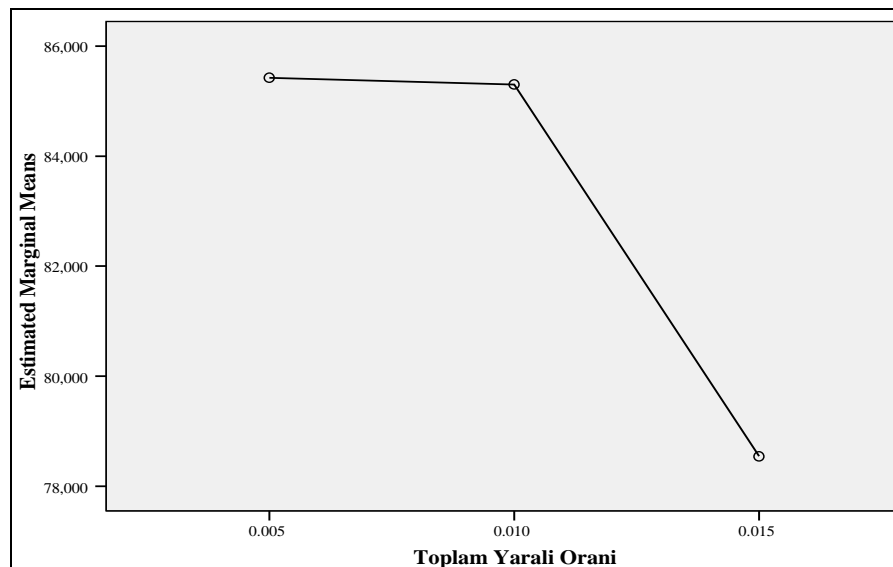
b) Toplam Yaralı Oranı

Tedavi için başvuran yaralı sayısında artış meydana geldikçe, tedavi kuyruğunda bekleyen yaralılarından kaybedilenlerin sayısında da yaklaşık olarak 5.5 kat artış gözlenmiştir. Bu ise, artan yaralı oranının, tedavi için ortalama bekleme sürelerinde meydana getirdiği azalışı açıklamaktadır. Bu azalış, 1. ve 2. seviyeler için istatistiksel olarak anlamlı değilken, 1 ve 3 ile 2 ve 3 seviyeleri için anlamlıdır.

Multiple Comparisons						
Dependent Variable: Hast.2 gozlem odasi ort. bekleme suresi						
Tukey HSD						
(I) Toplam YaraliOrani	(J) Toplam YaraliOrani	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1	2	,12208	,163794	,737	-,26484	,50900
	3	6,87679*	,163794	,000	6,48987	7,26371
2	1	-,12208	,163794	,737	-,50900	,26484
	3	6,75471*	,163794	,000	6,36779	7,14163
3	1	-6,87679*	,163794	,000	-7,26371	-6,48987
	2	-6,75471*	,163794	,000	-7,14163	-6,36779

Based on observed means.
*. The mean difference is significant at the .05 level.

Şekil 5.23 Toplam yaralı oranı faktörünün farklı seviyelerine ilişkin çoklu karşılaştırma testi sonuçları



Şekil 5.24 Toplam yaralı oranının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi

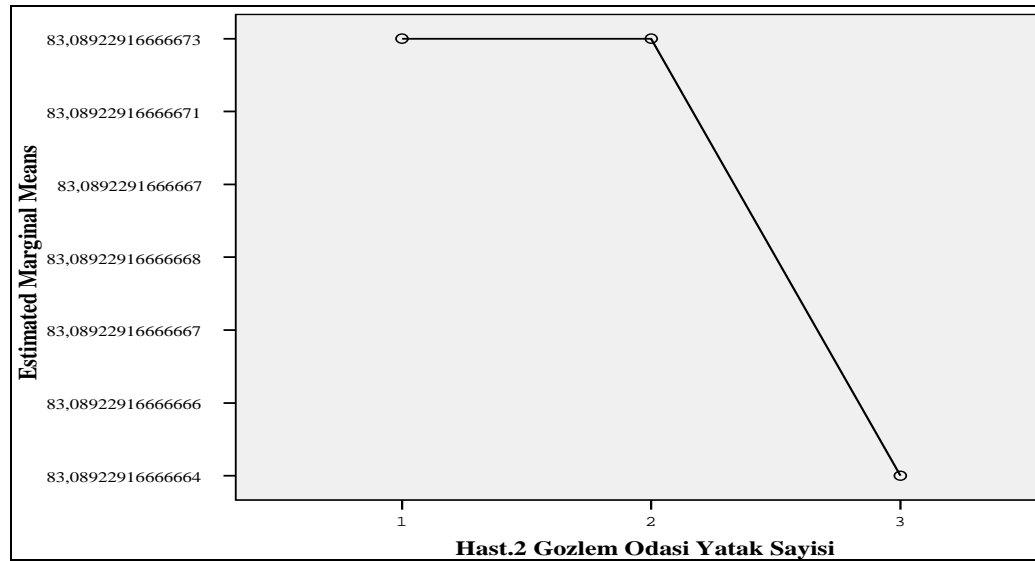
c) Gözlem Odası Yatak Sayısı

Gözlem odasındaki yatak sayısının arttırılması, tedavi için gelen hasta hacmi düşünüldüğünde, tedavi için ortalama bekleme sürelerinde belirgin bir azalışa neden olamamaktadır. Şekil 5.26'ya bakıldığında, bu azalışın sayısal olarak ne kadar küçük olduğu görülebilmektedir. Aşağıdaki test sonuçları da, bu görüşü desteklemektedir.

Multiple Comparisons						
Dependent Variable: Hast.2 gozlem odasi ort. bekleme suresi						
Tukey HSD						
(I) Hast.2 Gozlem Odasi Yatak Sayisi	(J) Hast.2 Gozlem Odasi Yatak Sayisi	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1	2	,00000	,163794	1,000	-,38692	,38692
	3	,00000	,163794	1,000	-,38692	,38692
2	1	,00000	,163794	1,000	-,38692	,38692
	3	,00000	,163794	1,000	-,38692	,38692
3	1	,00000	,163794	1,000	-,38692	,38692
	2	,00000	,163794	1,000	-,38692	,38692

Based on observed means.

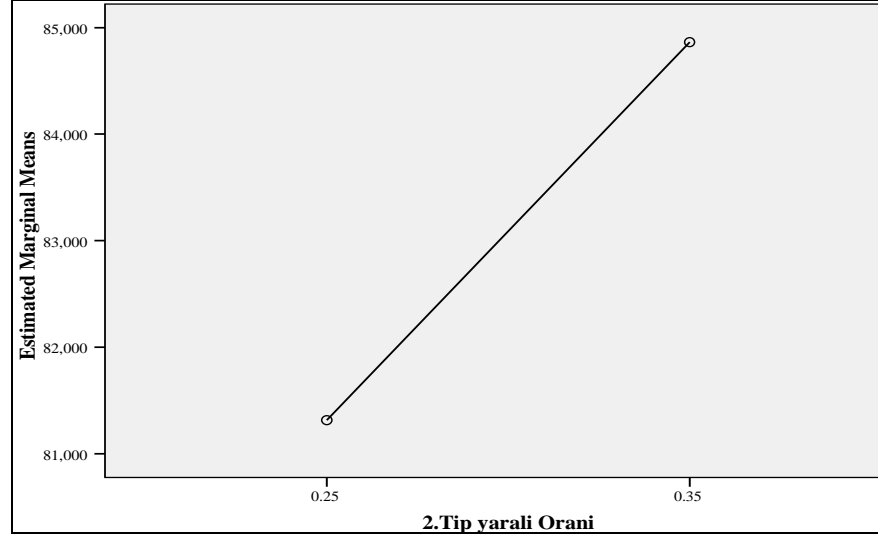
Şekil 5.25 Gözlem odası yatak sayısı faktörünün farklı seviyelerine ilişkin çoklu karşılaştırma testi sonuçları



Şekil 5.26 Gözlem odası yatak sayısının ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi

d) 2. Öncelikli Yaralı Oranı

Bu faktörün iki seviyesi için deneyler yapıldığından, çoklu karşılaştırma testleri uygulanamamıştır. Ancak Şekil 5.27'den, bu faktörün seviyesindeki 0.1 birimlik artışın, bekleme süresini 3 dk. kadar arttıracığı söylenebilir.



Şekil 5.27 Travma odası yatak sayısı ortalama tedavi bekleme süresi üzerindeki etkisi

Simulasyon, farklı ve karmaşık tipte yapıları birlikte modellemede kullanılacak, oldukça etkin bir araçtır. Bir afet neticesinde oluşacak kompleks ortamda, yürütülecek sağlık hizmetleri faaliyetlerinin simulasyonla modellenmesi, farklı senaryolar altında, yapılan planlamaların ne kadar etkin olduğunu görme imkânı sağlayacaktır. Oluşturulan simulasyon modelinde, sistemin performansını etkileyebileceği düşünülen faktörlerin farklı seviyeleri için deneyler yapılmıştır. Bölgede tıbbi bakım noktalarına veya hastanelere götürülmek için ambulans bekleme süresini tahmin edebilmek amacıyla çoklu doğrusal regresyon modeli oluşturulmuştur. Regresyon modelinde yer alan faktörlerden tıbbi bakım noktalarını bilenlerin ve bu noktalara tedavi için gidenlerin oranı, 1. ve 2. tip yaralı oranı ve toplam yaralı oranı faktörlerinin seviyeleri arttıkça, bekleme sürelerinin de arttığı, ancak ambulans sayılarında meydana gelen artışın bekleme süresini azaltacağı, elde edilen modelden de görülmektedir. Ayrıca, modele, bölgeleri temsil eden değişkenlerin de eklenmesiyle, her bölge için ortalama bekleme süresinin belirlenebilmesi olanaklı hale gelmiştir.

Travma ve gözlem odalarında bekleme süreleri üzerinde en çok etkisi olan faktörlerin, triyaj personeli sayısı ve toplam yaralı oranı olduğu görülmüştür. Triage personelinin artırılması, birim zamanda, tedavi için bakım alanlarına

gönderilen afetzede sayısını oldukça arttırmakta, bu nedenle tedavi için bekleme süreleri de artmaktadır. Toplam yaralı oranının artması ile ambulans bekleme süreleri ve kaybedilen yaralı sayısı arttığı için acil serviste, tedavi için bekleme sürelerinde bir miktar azalış gözlenmiştir. Benzer şekilde 1. ve 2. öncelikli yaralı oranındaki artış, travma ve gözlem odalarında tedavi için bekleme sürelerini de arttırmaktadır. Yaralı sayısının, yatak sayısına oranla çok fazla miktarda olması nedeniyle, yatak sayılarında yapılan artışların, bekleme sürelerinde anlamlı sayılamayacak miktarda azalışa yol açtığı gözlenmiştir. Daha yüksek seviyelerin denenmemesinin nedeni, bir acil servisin alanının sınırlı oluşu ve bu nedenle, yatak kapasitesinin çok fazla miktarda arttırılmasının pek gerçekçi gözükmemesidir.

Triyaj personelinin sayısının arttırılması, bu işlemin yapılması için ortalama bekleme süresini ve kuyrukta beklerken kaybedilen afetzede sayısını oldukça azalttığından ve acil servis yatak kapasitesini yeterince arttırmak pek mümkün olamayacağından, hastane çevresinde farklı yerlerde, ancak, ileri tedavi kaynaklarına çok uzak noktada olmayan alanlarda, alternatif acil tedavi noktalarının oluşturulması, hem bekleme sürelerini hem de tedavi için beklerken kaybedilen afetzede sayısını azaltacaktır.

6. SONUÇ

Bu tezde, afetle sonuçlanan bir olay neticesinde, zarar görenleri kurtarmak ve acil tıbbi müdahaleyi sağlamak amacıyla yürütülen faaliyetler, kuyruk sistemleri ile modellenmiştir. Afet müdahalesinin bir bütün olarak değerlendirilebilmesi için de bir simulasyon modeli tasarlanmış ve deney sonuçlarının değerlendirilmesi neticesinde, çeşitli çıkarsamalar yapılmıştır.

Çalışmada, öncelikle, durağan duruma ilişkin denge denklemleri oluşturulmuş, Laplace dönüşümü yardımıyla, afetzedelerin, gerekli müdahale için ortalama bekleme süreleri elde edilmiştir. Geçici durum sergileyen yapının, durağanlık varsayımı altında analiz edilmesi ve bu sayede, performans değerlerinin belirlenmesi, ilgilenilen ortam için çok uygun gözükmemektedir. Ancak, afetin neden olduğu kaos ortamındaki gereksiminin, durağan durumdakinin 3-6 katı olduğu bilindiğinden, elde edilen sonuçlar, durağan duruma göre kapasitenin daha ne kadar arttırılması gerekeceği yönünde bir gösterge gibi değerlendirilebilecektir.

Afet ile meydana gelen durumun geçici olması nedeniyle, yürütülecek acil kurtarma faaliyetlerini modellemek için geçici durum denklemleri oluşturulmuş ve türeten fonksiyon tekniği kullanılarak, çözüm elde edilmeye çalışılmıştır. Kapalı form ifadeler elde edilemediği için, kuyruk modeli bir optimizasyon problemine dönüştürülerek sayısal olarak çözülmüştür. Yanıtın ilgili parametre değerlerine göre nasıl değiştiğini belirlemek amacıyla, MATLAB 7.0.9 programı ile bir program yazılarak, sonuçlar analiz edilmiştir. Yaralı geliş hızını modellemek için gama olasılık fonksiyonu, saatlik yüksek geliş hız değerlerini verecek şekilde değiştirilmiştir. Afet sonrasında, tedavi talep edecek yaralılar iki öncelik sınıfına ayrılmışlardır. Yaralıların sağlık durumlarındaki olası değişiklikler, modele dahil edilmiştir. Örneğin 1. öncelik sınıfı için sadece tedavi olarak değil, can kaybı ile de sistemden ayrılma durumu mevcuttur. 2. öncelik sınıfı için ise yaralının sağlık durumunun kötüleşmesi ile üst sınıfa geçiş durumu söz konusudur. Analiz edilen kuyruk sisteminde, servis disiplini boşaltımsız öncelik olarak belirlenmiştir. Öncelik sınıflarına göre optimal tedavi hızını belirleyebilmek için deterministik kontrol teorisinden yararlanılmıştır. Seçilen parametrelerin farklı seviyeleri için sistem yanıtının nasıl değiştiğini belirlemek amacıyla deneyler yapılmış ve sonuçlar incelenmiştir. Deney sonuçlarına göre, 1. öncelikli yaralılar için zaman periyodu sonunda, geliş hızı arttıkça, servis hızı değerlerinde de artış olduğu görülmüştür. Bu sonuç, 2. öncelik sınıfı için de

geçerlidir ancak toplam servis hızının bir değerle ile sınırlandırılmış olması ve önceliğin 1. kategoriye verilmesi, 2. öncelik sınıfının servis hızı değerlerinin yeterince yükselmemesine neden olmaktadır. Ek olarak, sınıf değiştirme hızı arttıkça, 1. öncelikli yaralıların servis hızı değerlerinde artış meydana gelirken, 2. öncelik sınıfının servis hızı değerlerinde azalış gözlenmiştir. Ek olarak, zaman periyodu sonunda maliyeti belirlemek için kullanılan parametre değerlerindeki artış ve periyot sonundaki istenilen kuyruk uzunluğu değerinde meydana gelecek azalış, her iki sınıf için de servis hızı değerlerini arttırmaktadır. Bu sonuçlara dayanarak, bulguların, gerçek durumla uyduğu söylenebilmektedir.

Afet faaliyetlerinin modellenmesinde, üstel gelişler arası süre ve servis süresi varsayımlarının kullanılması, çoğu zaman gerçek durumu yansıtamayabilir. Bununla birlikte, modellenmeye çalışılan ortamın karmaşık doğası, tüm yanıt değerlendirilmesinde, analitik teknikleri yetersiz duruma getirebilir. Bu nedenlerle, afet faaliyetlerinin modellenmesinde ve birçok farklı senaryoya dayalı olarak, farklı açılardan sistem performansının değerlendirilmesinde, ayrık olay simülasyonundan yararlanılmıştır.

İzmir İli'nde veya civarında meydana gelebilecek bir depremin neden olacağı afet neticesinde, yanıt sisteminin etkinliğini ne gibi faktörlerin etkileyebileceğini belirlemek amacıyla bir simülasyon modeli oluşturulmuştur. Model, Bornova İlçe'sinde yürütülecek acil kurtarma faaliyetlerini kapsamaktadır. Simülasyon modelinin oluşturulmasında, geçmiş yıllarda yaşanan afetlerin sonuçlarından yararlanılmıştır. İzmir Valiliği tarafından oluşturulan İl Acil Yardım Planı ve Afet Bilgi Rehberi de modelin oluşturulmasında kullanılan kaynaklardır. Farklı faktör seviyeleri denenerek yapılan deneyler neticesinde, elde edilen bilgiler kullanılarak, olay yerinde ortalama ambulans bekleme süresine ilişkin bir çoklu doğrusal regresyon modeli oluşturulmuştur. Her bölgeyi temsil eden değişkenlerin de modele eklenmesiyle, modeldeki değişkenlerin farklı değerleri için bölgelere göre ortalama bekleme süreleri belirlenebilmektedir.

Hastanelerde travma ve gözlem odalarında tedavi için ortalama bekleme süresini etkileyen faktörleri belirlemek amacıyla, varyans analizi uygulanmıştır. Her iki tedavi noktası için de bekleme sürelerinde en çok etkisi olan faktörlerin, yaralı geliş hacmini etkileyen faktörler olduğu görülmüştür. Deneyler neticesinde, hastanelerde, triyaj işlemi için uzun kuyruklar oluştuğu, bunun sonucu olarak kaybedilen yaralı sayısında artış olduğu görülmüş, bu nedenle triyaj personeli sayısı arttırılmıştır. Ancak bu artış, ortalama tedavi bekleme sürelerini de

arttırmıştır. Dolayısıyla, hastanenin mevcut acil servis kaynakları yetersiz hale gelmiştir. Bu nedenle, hastane içerisinde veya çevresinde, alternatif tedavi alanları oluşturulmalıdır. Bu çerçevede, hangi personelin hangi görevi uygulamakla yükümlü olduğu önceden planlanmalı, tatbikatlar yapılarak, planın geçerliliği denenmelidir.

Tez çalışmasında, kuyruk kuramı ve optimal kontrol teorisinin kullanımıyla, acil kurtarma faaliyetlerinin analizlerine temel teşkil edecek analitik modeller ve simulasyon yardımıyla da benzetim modelleri geliştirilmiştir. Çok küçük modeller istisna olmak üzere, bugüne kadar yapılan çalışmalar, tamamen durağan durum odaklı çalışmalardır. Tezde, analitik olarak çözülmesi oldukça zor olan, karmaşık, ancak gerçekte gözlenecek durumu olabildiğince yansıtmaya çalışan, geçici durum kuyruk modelleri geliştirilmiş ve çözüm teknikleri önerilmiştir. Bu açıdan değerlendirildiğinde, yapılan çalışmanın afet faaliyetlerinin planlanması konusunda kullanılabilecek nitelikte olduğu söylenebilir.

Bundan sonraki çalışmalar, analitik modelde üstel dağılım varsayımının kaldırılması ve genel dağılımların kullanılması ile önerilen kuyruk sistemlerinin analiz edilmesi yönünde olabilir. Bu çalışmada, acil sağlık hizmetleri analitik olarak tek tek incelenmiştir. Bir diğer çalışma, bu hizmetlerin bir kuyruk ağı şeklinde birleştirilerek, sistem yanıtının belirlenmesine odaklanabilir. Simulasyon modeli açısından, yaralanma tipleri ve uygulanması gereken tedavilerin özelliklerinin modele dahil edilmesi, sağlık hizmetleri yanıtının daha gerçekçi değerlendirilmesini sağlayacaktır.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Akdur R.**, 2005, Afetlere karşı sağlık hizmetleri senaryoları yazma: "Deprem örneği", 213-225, Afet Tıbbı, M. Eryılmaz ve U. Dizer (Derl.), Ünsal Yayınları, Ankara.
- Au-Yeung, S.W.M., Harrison, P.G. and Knottenbelt, W.J.**, 2006, A queuing network model of patient flow in an accident and emergency department, 20th Annual European and Simulation Modeling Conference, 60-67 pp.
- Bhandari, A., Harchol-Balter, M. and Scheller-Wolf, A.**, 2008, An exact and efficient algorithm for the constrained dynamic operator staffing problem for call centers, *Management Science*, 54: 339-353 pp.
- Bhulai, S., Koole, G. and Pot, A.**, 2008, Simple methods for shift scheduling in multiskill call centers, *Manufacturing & Service Operations Management*, 10: 411-420 pp.
- Bolch, G., Greiner, S., De Meer, H. and Trivedi, K.S.**, 1998, *Queueing Networks and Markov Chains: Modeling and Performance Evaluation with Computer Science Applications*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 726 p.
- Bookbinder, J.H. and Martell, D.L.**, 1979, Time-dependent queueing approach to helicopter allocation for forest fire initial-attack, *INFOR.*, 17 (1): 58-70 pp.
- Brahimi, M. and Worthington, D.J.**, 1991, Queuing models for out-patient appointment systems-a case study, *The Journal of the Operational Research Society*, 42: 733-746 pp.
- Chassiotti, E. and Worthington, D.**, 2004, A new model for call centre queue management. *The Journal of the Operational Research Society*, 55: 1352-1357 pp.
- Christie, P.M. and Levary, R.R.**, 1998, The use of simulation in planning the transportation of patients to hospitals following a disaster, *Journal of Medical Systems*, 22 (5): 289-300 pp.
- Cobham, A.**, 1954. Priority assignments in waiting line problems, *Operations Research*, 2 (1): 70-76 pp.
- Davis, R.H.**, 1966, Waiting-time distribution of multiserver priority queuing system, *Operations Research*, 14: 133-136 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- De Boer J., Brismar B., Eldar R. and Rutherford W.H.**, 1989, The Medical Severity Index of Disasters, The Journal of Emergency Medicine, 7: 269-273 pp.
- De Bruycker, M., Greco, D., Annino, I., Stazi, M.A., De Ruggiero, N., Triassi, M., De Kettenis, Y.P. and Lechat, M.F.**, 1983, The 1980 Earthquake in southern Italy: rescue of trapped victims and mortality, Bulletin of the World Health Organization, 61 (6): 1021-1025 pp.
- Drekic, S. and Stanford, D.A.**, 2001, Reducing delay in preemptive repeat priority queues, Operations Research, 49 (1): 145-156 pp.
- Drekic, S.**, 2003, A preemptive resume queue with an expiry time for retained service, Performance Evaluation, 54: 59-74 pp.
- Durak, H.İ. ve Vatansever, K.**, 2002, Olağandışı durumlarda yanıt-acil evre (ilk 34-72 saat), 51-60, Olağandışı Durumlarda Sağlık Hizmetleri-Sağlık Çalışanının El Kitabı, A.O. Karababa (Der.), Türk Tabipleri Birliği Merkez Konseyi, Ankara, 357 s.
- Esin, A.S., Oğuzhan, T., Kaya, K.C., Ergüder, T., Özkan, A.T. ve Yüksel, İ.**, 2001, Afetlerde Sağlık Hizmetleri Yönetimi - Kurs Notları, T.C. Sağlık Bakanlığı Sağlık Projesi Genel Koordinatörlüğü, Ankara, 203 s.
- Fawcett, W. and Oliveira, C.S.**, 2000, Casualty treatment after earthquake disasters: Development of a regional simulation model, Disasters, 24(3): 271-287 pp.
- Gail, H.R., Hantler, S.L. and Taylor, B.A.**, 1992, On a preemptive Markovian queue with multiple servers and two priority classes, Mathematics of Operations Research, 17 (2): 365-391 pp.
- Gaver, D.P., JR.**, 1962, A waiting line with interrupted service, including priorities, Journal of Royal Statistical Society Series B, 24: 73-90 pp.
- Gong, Q. and Batta, R.**, 2006, A queue-length cutoff model for a preemptive two-priority M/M/1 system, SIAM Journal of Applied Mathematics, 7 (1): 99-115 pp.
- Gürsoy, Ş.T. ve Çiçeklioğlu, M.**, 2002, Olağandışı durumlarda sağlık değerlendirmesi ve hızlı değerlendirme, 41-50, Olağandışı Durumlarda Sağlık Hizmetleri-Sağlık Çalışanının El Kitabı, A.O. Karababa (Der.), Türk Tabipleri Birliği Merkez Konseyi, Ankara, 357 s.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Heathcote, C.R.**, 1961, Preemptive priority queuing, *Biometrika*, 1 and 2: 57-63 pp.
- Hupert, N., Hollingsworth, E. and Xiong, W.**, 2007, Is overtriage associated with increased mortality? Insights from a simulation model of mass casualty trauma care, *Disaster Medicine and Public Health Preparedness*, 1 (1): 14-24 pp.
- Ingolfsson, A., Campello, F., Cabral, E. and Wu, X.**, 2010, Combining integer programming and the randomization method to schedule employees, *European Journal of Operational Research*, 202: 153-163 pp.
- İzmir Valiliği Afet Ve Acil Durum Yönetim Merkezi**, “İl Acil Yardım Planı”, http://www.izmir.gov.tr/default_B1.aspx?content=1130 (Erişim tarihi: 2 Mayıs 2011).
- İzmir Valiliği Afet ve Acil Durum Yönetim Merkezi**, “Afet Bilgi Rehberi” http://www.izmir.gov.tr/ortak_icerik/izmir/KYM_PDF/AFET_BILGI_REHBERI_2008.pdf (Erişim tarihi: 2 Mayıs 2011).
- Jaiswal, N.K.**, 1961, Preemptive resume priority queue, *Operations Research*, 9: 732-742 pp.
- Joshi, A.J.**, 2008, Study on the Effect of Different Arrival Patterns on an Emergency Department’s Capacity Using Discrete Event Simulation, MSc Thesis, Kansas State University, 99 p, (unpublished).
- Kirk, D. E.**, 1998, *Optimal Control Theory-An Introduction*. Dover Publications, Inc. New York, 452 p.
- Klein, C.F. and Gruver, W.A.**, 1981, Optimal control of Markovian queueing systems, *Optimal Control of Markovian Queueing Systems*, 2: 23-34 pp.
- Man, F. T.**, 1973, Optimal control of time-varying queueing systems, *Management Science*, 19 (11): 1249-1256 pp.
- Medhi, J.**, 2003, *Stochastic Models in Queueing Theory*, Academic Press, California-USA, 482 p.
- Mirhashemi, S., Ghanjal, A., Mohebbi, H.A. and Moharamzad, Y.**, 2007, The 2003 Bam earthquake: Overview of first aid and transport of victims, *Prehospital and Disaster Medicine*, 22 (6): 513-516 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Nie, H., Tang, S.Y., Lau, W.B., Zhang, J.C., Jiang, Y.W., Lopez, B.L., Ma, X.L., Cao, Y. and Christopher, T.A.,** 2010, Triage during the week of the Sichuan earthquake: A review of utilized patient triage, care, and disposition procedures, *Injury*, 41 (7): 866-871 pp.
- Parlar, M.,** 1984, Optimal dynamic service rate control in time dependent *M/M/S/N* queues. *International Journal of Systems Science*, 15 (1): 107-118 pp.
- Patvivatsiri, L.,** 2006, A simulation model for bioterrorism preparedness in an emergency room, *Proceedings of the 2006 Winter Simulation Conference*, 501-508 pp.
- Paul, J.A., Santhosh K.G., Pengfei Y. and Li L.,** 2006, Transient modeling in simulation of hospital operations for emergency response, *Prehospital and Disaster Medicine*, 21 (4): 223-236 pp.
- Pollander, G.S. and Rund, D.A.,** 1989, Analysis of medical needs in disasters caused by earthquake: The need for a uniform injury reporting scheme, *Disasters*, 13 (4): 365-369 pp.
- Roces, M.C., White, M.E., Dayrit, M.M. and Durkin, M.E.,** 1992, Risk factors for injuries due to the 1990 earthquake in Luzon, Philippines, *Bulletin of the World Health Organization*, 70 (4): 509-514 pp.
- Segal, M.,** 1970, A Multiserver system with preemptive priorities, *Operations Research*, 18 (2): 317-323 pp.
- Stephan, F.F.,** 1958, Two queues under preemptive priority with Poisson arrival and service rates, *Operations Research*, 6 (1): 399-418 pp.
- Sullivan, K.,** 2008, Simulating Rural Emergency Medical Services during Mass Casualty Disasters. MSc Thesis, Kansas State University, 100 p, (unpublished).
- Trivedi, K.S.,** 2002, *Probability and Statistics with Reliability, Queuing and Computer Science Applications*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 830 p.
- Wang, Q.,** 2004, Modeling and analysis of high risk patient queues, *European Journal of Operational Research*, 155: 502-515 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Wang, J., Yu, H., Luo, S. and Sui, J.,** 2008, Medical treatment capability analysis using queuing theory in a biochemical terrorist attack, The 7th International Symposium on Operations Research and Its Applications, 415-424 pp.
- Wall, A.D. and Worthington, D.J.,** 1994, Using discrete distributions to approximate general service time distributions in queuing models, The Journal of the Operational Research Society ,45: 1398-1404 pp.
- Worthington, D.J. and Wall, A.D.,** 1999, Using the discrete time modelling approach to evaluate the time-dependent behaviour of queuing systems, Journal of the Operational Research Society, 50: 777-788 pp.
- White, H. and Christie, L.S.,** 1958, Queuing with preemptive priorities or with breakdown, Operations Research, 6 (1): 79-95 pp.
- Yi, P., George, S.K., Paul, J.A. and Lin, L.,** 2010, Hospital capacity planning for disaster emergency management, Socio-Economic Planning Sciences, 44: 151-160 pp.

ÖZGEÇMİŞ

Aslı Kılıç, 25 Şubat 1976 tarihinde Aydın'da doğmuştur. 1998 yılında Ege Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik bölümünden mezun olmuştur. Yüksek lisansını, Dokuz Eylül Üniversitesi İstatistik Bölümü'nde 2004 yılında tamamlamıştır. Çalışma alanları, stokastik modeller, kuyruk teorisi, simulasyon ve optimizasyon teknikleridir.